



**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA**

**IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS HÍBRIDOS E CONTROLE  $H_\infty$  PARA  
O DESENVOLVIMENTO DE VANT AUTÔNOMO**

**ROBERTO DE SOUZA BAPTISTA**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO ACADÊMICO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO  
DE ENGENHARIA ELÉTRICA DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSI-  
DADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A  
OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA.**

**APROVADA POR:**

---

**Prof. João Yoshiyuki Ishihara, ENE/UnB  
(Orientador)**

---

**Prof. Marcelino Andrade, FGA/UnB  
Examinador externo**

---

**Prof. Antonio Padilha L. Bó, ENE/UnB  
Examinador Interno**

---

**Renato Alves Borges, ENE/UnB  
Examinador suplente**

**BRASÍLIA, 20 DE DEZEMBRO DE 2011.**

## FICHA CATALOGRÁFICA

BAPTISTA, ROBERTO DE SOUZA

IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS HÍBRIDOS E CONTROLE  $H_{\infty}$  PARA O DESENVOLVIMENTO DE VANT AUTÔNOMO [Distrito Federal] 2011.

xi, 106p., 210 x 297 mm (ENE/FT/UnB, Mestre, Engenharia Elétrica, 2011).

Dissertação de Mestrado – Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Elétrica

1. Veículos Aéreos Não Tripulados

3. Identificação de Sistemas Híbridos

I. ENE/FT/UnB

2. Robótica Aérea

4. Controle  $H_{\infty}$

II. Título (série)

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

BAPTISTA, R. S. (2011). IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS HÍBRIDOS E CONTROLE  $H_{\infty}$  PARA O DESENVOLVIMENTO DE VANT AUTÔNOMO, Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica, Publicação PPGENE.DM-460/2011, Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 106p.

## CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Roberto de Souza Baptista

TÍTULO: IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS HÍBRIDOS E CONTROLE  $H_{\infty}$  PARA O DESENVOLVIMENTO DE VANT AUTÔNOMO.

GRAU: Mestre ANO: 2011

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

---

Roberto de Souza Baptista

Departamento de Eng. Elétrica (ENE) - FT

Universidade de Brasília (UnB)

Campus Darcy Ribeiro

CEP 70919-970 - Brasília - DF - Brasil



*Dedico este trabalho a minha tia  
Regina Dalva de Souza*





## AGRADECIMENTOS

*Aproveito este espaço para agradecer de todo meu coração aos meus mestres, cuja dedicação e ensinamentos não serão esquecidos. Ao Professor Adolfo Bauchspiess, que me incentivou a ingressar no programa de mestrado, aos Professores Geovany Borges e Henrique Ferreira, que auxiliaram na orientação deste trabalho e por fim ao Professor João Ishihara cuja orientação sempre presente foi fundamental para a execução desta dissertação.*

*O bom ambiente de trabalho não existiria sem meus amigos do laboratório, sempre prestativos e dispostos a ajudar nos momentos difíceis. O apoio deles foi fundamental para suportar a carga de trabalho durante estes anos, obrigado por tornarem este ambiente de trabalho um ambiente descontraído que sempre tive prazer de estar presente e fazer parte.*

*Agradeço ao apoio fundamental e incondicional da minha família.*

*Sou grato pelo financiamento da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) essencial para que pudesse me dedicar com exclusividade a esta dissertação.*



## **RESUMO**

### **IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS HÍBRIDOS E CONTROLE $H_\infty$ PARA O DESENVOLVIMENTO DE VANT AUTÔNOMO**

**Autor: Roberto de Souza Baptista**

**Orientador: Prof. João Yoshiyuki Ishihara, ENE/UnB**

**Co-orientador: Professor Henrique Cezar Ferreira, ENE/UnB**

**Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica**

**Brasília, 20 de dezembro de 2011**

Esta dissertação foca em diversos aspectos inerentes ao desenvolvimento de uma plataforma VANT de asa fixa autônoma. Primeiramente é apresentado um modelo analítico de um mini-VANT através do equacionamento por meio das Leis da Física. O resultado é um modelo completo não linear que representa a dinâmica do sistema e os acoplamentos entre as variáveis de interesse. Esse equacionamento é utilizado na implementação computacional de um simulador para o comportamento dinâmico do sistema. Levando em consideração a complexidade e incertezas associadas ao sistema, um controlador  $H_\infty$  não linear é desenvolvido para o controle de atitude da aeronave. Ainda neste contexto, um novo algoritmo de identificação de sistemas híbridos é proposto com o objetivo de representar um sistema complexo e não linear a partir de uma série de modelos lineares simples.

This dissertation addresses several aspects related to the development of an autonomous fixed wing UAV platform. As a start point, a first principles model is presented for a mini-UAV. The result is a complete model that represents the nonlinear dynamics of the system and the coupling between the variables of interest. This equation is used for the computational implementation of a flight simulator for the dynamic behavior of the system. Considering the complexity and uncertainties associated with the system, an  $H_\infty$  controller is developed for nonlinear attitude control of the aircraft. Also in this context, a new algorithm for identification of hybrid systems is proposed in order to represent a complex and nonlinear system from a series of simple linear models.



# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
1.1	MOTIVAÇÃO	1
1.2	DEFINIÇÃO DO PROBLEMA E OBJETIVOS	2
1.3	PROPOSTAS E CONTRIBUIÇÕES	7
1.4	APRESENTAÇÃO DO MANUSCRITO	8
<b>2</b>	<b>MODELOS E SIMULADOR</b>	<b>9</b>
2.1	INTRODUÇÃO	9
2.2	IDENTIFICAÇÃO CAIXA PRETA	10
2.3	MODELAGEM VIA EQUACIONAMENTO	11
2.3.1	EQUAÇÕES CLÁSSICAS DE MOVIMENTO AERONAVE DE ASA FIXA	12
2.3.2	REPRESENTAÇÃO DAS FORÇAS E MOMENTOS	15
2.3.3	SIMPLIFICAÇÕES DO MODELO	17
2.3.4	MODELOS UTILIZADOS EM MINI-VANT	20
2.3.5	ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS AERODINÂMICOS	21
2.4	SIMULADOR DESENVOLVIDO	23
2.4.1	EQUAÇÕES UTILIZADAS	23
2.4.2	PARÂMETROS DO SISTEMA	24
2.4.3	SIMULADOR ANU	25
<b>3</b>	<b>CONTROLADOR <math>H_\infty</math></b>	<b>27</b>
3.1	INTRODUÇÃO	27
3.2	CONTROLE $H_\infty$ NÃO LINEAR REALIMENTAÇÃO SAÍDA	28
3.3	SOLUÇÃO DAS EHJI POR EXPANSÃO EM SÉRIE DE TAYLOR	31
3.3.1	APROXIMAÇÃO DE PRIMEIRA ORDEM	32
3.4	PROJETO CONTROLADOR $H_\infty$ NÃO-LINEAR	33
3.5	EXEMPLO NUMÉRICO	34
3.6	ANÁLISE EXEMPLO NUMÉRICO	37
<b>4</b>	<b>IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS HÍBRIDOS</b>	<b>41</b>
4.1	INTRODUÇÃO	41
4.1.1	MODELOS ARX PARA MINI-VANT	41
4.1.2	REPRESENTAÇÃO MÚLTIPLOS MODELOS PARA MINI-VANT	42
4.1.3	MODELOS PWARX	43
4.1.4	IDENTIFICAÇÃO PWARX	45
4.1.5	IDENTIFICAÇÃO PWARX - ABORDAGEM CLUSTERING	45
4.1.6	CLUSTERING	48

4.2	PROCEDIMENTO DE IDENTIFICAÇÃO DESENVOLVIDO.....	54
4.2.1	IDENTIFICAÇÃO DE CADA SUBMODELO .....	55
4.2.2	ALGORITMO DE CLUSTERING PROPOSTO - SM .....	55
4.2.3	ESTIMAÇÃO DOS COEFICIENTES DOS HIPERPLANOS .....	61
4.3	EXEMPLO NUMÉRICO 1 .....	64
4.3.1	IDENTIFICAÇÃO MOTOR DC.....	64
4.3.2	IDENTIFICAÇÃO .....	65
4.3.3	VALIDAÇÃO .....	67
4.3.4	ANÁLISE - EXEMPLO 1 .....	68
4.4	EXEMPLO NUMÉRICO 2 .....	71
4.4.1	IDENTIFICAÇÃO AERONAVE DE ASA FIXA .....	71
4.4.2	IDENTIFICAÇÃO .....	73
4.4.3	VALIDAÇÃO .....	76
4.4.4	ANÁLISE - EXEMPLO 2.....	76
<b>5</b>	<b>CONCLUSÕES .....</b>	<b>79</b>
5.0.5	TRABALHOS FUTUROS .....	80
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>82</b>
	<b>APÊNDICES .....</b>	<b>95</b>
<b>A</b>	<b>ANEXOS.....</b>	<b>97</b>
A.1	MODELO SIMULINK IMPLEMENTADO .....	97
A.1.1	MODELO SIMULINK IMPLEMENTADO .....	97
A.1.2	CÓDIGO .M DAS EQUAÇÕES DO VANT .....	99
A.2	COEFICIENTES AERODINÂMICOS .....	102
A.3	MOMENTOS DE INÉRCIA .....	102
A.4	MODELO ANALÍTICO .....	103
A.4.1	MODELO NÃO LINEAR ACOPLADO.....	103
A.4.2	MODELO LINEAR ACOPLADO .....	103
A.4.3	MODELO LINEAR DESACOPLADO .....	104

## LISTA DE FIGURAS

1.1	Etapas de uma missão de VANT, adaptada de [1] .....	3
1.2	Metodologia de projeto para desenvolvimento de sistemas de controle de vôo [2] .....	4
1.3	Representação Multiplos Modelos adaptada de [1] .....	6
2.1	Diferentes abordagens no levantamento do modelo de um mini-VANT .....	10
2.2	Forças, momentos e velocidades.....	13
2.3	Levantamento dos parâmetros aerodinâmicos utilizando o Tornado .....	25
3.1	Visão geral das incertezas, ruídos e perturbações de um sistema [3] .....	28
3.2	Visão geral das incertezas, ruídos e perturbações de um sistema [4] .....	29
3.3	Diagrama padrão do controle $H_\infty$ por realimentação de saída .....	30
3.4	Dinâmica de $w, \delta_e, \delta_a, \delta_r, \delta_T$ com perturbação em $\delta_e$ .....	36
3.5	Dinâmica de $V_a, \alpha, \beta$ com perturbação em $\delta_e$ .....	36
3.6	Dinâmica de $\phi, \theta, \psi$ com perturbação em $\delta_e$ .....	37
3.7	Dinâmica de $V_a, \alpha, \beta$ com perturbação em $h$ .....	38
3.8	Dinâmica de $\phi, \theta, \psi$ com perturbação em $h$ .....	39
3.9	Dinâmica de $w, \delta_e, \delta_a, \delta_r, \delta_T$ com perturbação em $h$ .....	39
4.1	Representação Multiplos Modelos apresentada em [1] .....	43
4.2	Representação da partição do espaço regressão $X$ com $n = 1, m = 1$ (adaptado de [5]) .....	44
4.3	Procedimento utilizado em [6] .....	46
4.4	Procedimento utilizado em [7] .....	47
4.5	Diferentes tipos de clusters.....	49
4.6	Número de artigos sobre análise de cluster a partir de 1996 a 2006 [8]......	49
4.7	Resultados distintos para o algoritmo de clustering de [7] .....	56
4.8	Valores de AIC (CAIC na figura) e MDL para diversos números de clusters $s$ em [7] .....	57
4.9	Particionamento do conjunto de dados por PCA.....	58
4.10	Esquemático da evolução do algoritmo SM proposto .....	60
4.11	Hiperplano linear separando conjunto linearmente separável [9].....	61
4.12	Hiperplano linear separando conjunto não linearmente separáveis [9].....	64
4.13	Conjunto de dados para identificação e validação .....	66
4.14	Clustering dos parâmetros $\Theta_j^{LS}$ identificados.....	67
4.15	Sinal de saída estimado e medido no conjunto de dados de identificação .....	68
4.16	Sinal de saída estimado e medido no conjunto de dados de validação .....	69
4.17	Variáveis de interesse para a dinâmica longitudinal.....	72

4.18	Condição de vôo considerada no exemplo de identificação .....	74
4.19	Conjunto de dados de identificação e validação aeronave .....	74
4.20	Resultado do algoritmo de clustering aplicado a aeronave .....	75
4.21	Comparação resultado do modelo identificado com conjunto de dados de identificação .....	77
4.22	Comparação resultado do modelo identificado com conjunto de dados de validação.....	78
A.1	Simulador implementado no Matlab/Simulink - Modelo Geral .....	97
A.2	Simulador implementado no Matlab/Simulink - Bloco UAV Model.....	98



## LISTA DE TABELAS

4.1	Erro médio quadrático, MSE, para o conjunto de identificação e validação .....	68
4.2	Ajustes necessários nos procedimentos de clustering .....	69
4.3	Condições de estado estacionário consideradas .....	73
4.4	Erro médio quadrático, MSE, para o conjunto de identificação e validação .....	76



## LISTA DE SÍMBOLOS

### Símbolos Latinos

$U, V, W$	variáveis de velocidade translacional [ $m/s$ ]
$P, Q, R$	variáveis de velocidade angular [ $deg/s$ ]
$h$	altitude [ $m$ ]
$u$	vetor de entradas do sistema
$y$	vetor de saídas do sistema

### Símbolos Gregos

$\phi, \theta, \psi$	variáveis posição angular [ $deg/s$ ]
$\alpha$	ângulo de ataque [ $deg$ ]
$\beta$	ângulo de derrapagem [ $deg$ ]
$\delta_e, \delta_a, \delta_r$	ângulo de deflexão do profundor, aileron e leme [ $rad$ ]
$\delta_T$	porcentagem da atuação do sistema de propulsão, throttle
$\omega$	velocidade angular eixo do motor [ $rad/s$ ]
$\Theta$	Vetor ou matriz de parâmetros no modelo ARX
$\Phi$	Vetor ou matriz de regressão no modelo ARX

### Siglas

ANU	Autonomously Navigated UAV
ARX	Autoregressive Exogenous
VANT	Veículo Autônomo Não Tripulado
COTS	Commercial Off The Shelf
LARA	Laboratório de Automação e Robótica
LTI	Linear Time Invariant
LTV	Linear Time Varying
LPV	Linear Parameter Varying
MIMO	Multiple Input Multiple Output
PWARX	PieceWise Affine Autoregressive Exogenous
SM	Split and Merge



# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 MOTIVAÇÃO

O termo veículo aéreo não tripulado (VANT) se refere a aeronaves (seja de asa fixa ou asa rotativa) que operam sem piloto a bordo [10]. O conceito de aeronaves não tripuladas não é novo e existem registros de seu uso desde a primeira guerra mundial [11], [12]. No entanto, apenas recentemente tem sido possível o seu uso com grau aceitável de confiabilidade, devido, principalmente, à necessidade de sistemas elaborados para controlar a dinâmica complexa de uma aeronave [12], [13].

Segundo [14], o conceito de VANT moderno não deve ser confundido com aeromodelismo ou com as aeronaves chamadas de *Drones* pelo exército americano. Tanto os aeromodelos quanto os *Drones* podem operar de duas formas, podem ser completamente teleguiado por um operador no solo ou executar uma sequência de manobras pré-programadas. Por outro lado, um VANT moderno deve apresentar algum tipo de controle autônomo [14]. A complexidade do sistema de controle autônomo pode variar bastante, desde sistemas mais simples que atuam apenas para estabilizar a aeronave quando há perda de comunicação com o operador em solo até sistemas complexos capazes de reconfigurar trajetórias e desviar de obstáculos.

O advento de dispositivos comerciais de prateleira e baixo custo, ou COTS (do inglês, *commercial off the shelf*) permitiu o crescente desenvolvimento em pesquisas relacionadas a veículos aéreos não tripulados [12], [11], [15]. Os dispositivos COTS incluem microcontroladores, sensores e atuadores que possibilitam o desenvolvimento de sistemas de piloto automático e sistemas de navegação autônoma [15], [16], [17]. O desenvolvimento e barateamento de sistemas de controle para VANT têm permitido o uso cada vez maior em atividades antes realizadas por aeronaves tripuladas. Existe uma crescente demanda mundial para o desenvolvimento de veículos aéreos não tripulados (VANT) para o uso em diversas aplicações, tanto civil quanto militar [11], [12], [18], [14].

Essas aeronaves podem ser utilizadas com o propósito de reduzir custos ou ainda podem ser uma poderosa ferramenta na redução de risco de vidas em determinadas aplicações. As aplicações atuais para esse tipo de plataforma incluem [14], [11], [19], [20], [21], [22], [23]:

- Aquisição de imagens aéreas
- Monitoramento
- Inspeção de dutos e linhas de transmissão de energia
- Busca e resgate em áreas perigosas

- Prospecção climática
- Pulverização em plantações

Assim como aeronaves tripuladas, os VANT podem ser classificados de acordo com suas características físicas entre aeronaves de asa fixa, ou aviões, e aeronaves de asa rotativa, helicópteros e quadricópteros. Cada tipo de aeronave apresenta características distintas e vantagens diferenciadas em relação a cada aplicação [11], [14].

Dentre as diferentes plataformas existentes, as aeronaves de asa fixa se destacam pelas características de alto alcance e alta duração do voo quando comparadas a aeronaves de asa rotativa. Por este motivo aeronaves de asa fixa são amplamente utilizadas em aplicações de monitoramento e busca sobre grandes áreas [24], [12], [14].

Este trabalho é parte integrante do primeiro projeto do Laboratório de Automação e Robótica, LARA, em robótica aérea baseada em plataforma de asa fixa: o projeto ANU. O projeto ANU, *Autonomously Navigated UAV*, batizado em homenagem ao pássaro encontrado no cerrado brasileiro, tem como objetivo a elaboração de uma plataforma robótica VANT de asa fixa capaz de realizar vôos autônomos e teleguiados. Esse projeto conta com a colaboração de outros alunos do LARA cada um responsável por uma contribuição distinta. O presente manuscrito representa o primeiro trabalho concluído ligado ao projeto ANU.

As especificações técnicas do projeto ANU considera uma aeronave que apresenta envergadura entre 1 e 2 m e peso aproximado de 950 g. Seguindo a classificação de [2] e [21], essa aeronave será referida como mini-VANT.

## 1.2 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA E OBJETIVOS

O conceito de VANT autônomo se refere à sua capacidade de executar uma sequência de tarefas, ou missão, sem a interferência humana [1]. Devido à diversidade das aplicações existe uma grande diversidade de etapas que podem compor um missão para VANT autônomos. No entanto, existem quatro etapas comuns à maior parte dos trabalhos em VANT, no que diz respeito ao deslocamento da aeronave no espaço [1], [25], [13], [15], [18], [26], [12] [27], [28]:

- Decolagem
- Sobrevôo (loitering)
- Geração e seguimento de trajetória
- Pouso

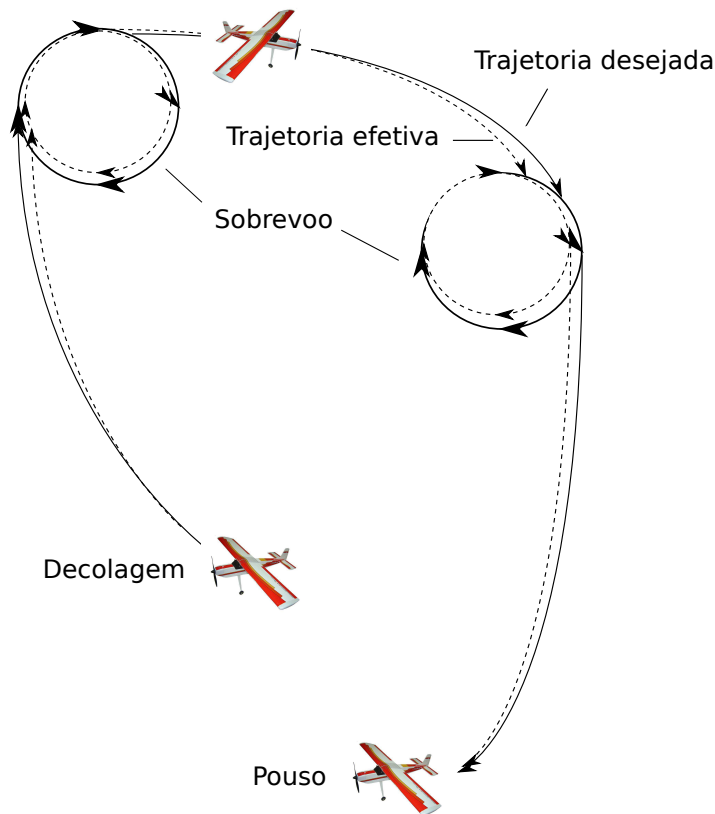


Figura 1.1: Etapas de uma missão de VANT, adaptada de [1]

A Figura 1 [1] mostra uma possível sequência dessas etapas.

Ainda não existe um trabalho completo que apresente uma solução autônoma que englobe todas as etapas citadas [13], [2]. As contribuições relacionadas à síntese de sistemas de controle ainda se restringem a trabalhos focados em cada etapa: decolagem [29], [30], [31], sobrevoo [32], [33], [34], [26], [35], [34] geração e seguimento de trajetória [36], [13], [37], [38], [39], [15] pouso [40], [19], [41], [30], [42].

O desenvolvimento de um sistema de controle de voo para um VANT envolve diversos aspectos. O trabalho de [2] propõe uma metodologia de projeto para a síntese de sistemas de controle conforme apresentado na Figura 1.2. Esta abordagem inclui as seguintes etapas:

**Modelagem** o desenvolvimento de um modelo para representar o sistema pode ser feito de forma analítica, a partir das Leis da Física, ou por meio de técnicas de identificação de sistemas, que utilizam apenas dados experimentais. A diferença está no fato do modelo analítico possuir coeficientes que representam propriedades físicas do sistema enquanto o modelo levantado por identificação de sistemas não. O modelo do sistema é utilizado nas etapas de simulação, síntese de controle e implementação. Em cada etapa o modelo deve ser adaptado de acordo com sua aplicação.

**Simulação** o simulador representa a implementação computacional de um modelo para representar o sistema. É portanto conveniente utilizar um modelo completo que repre-

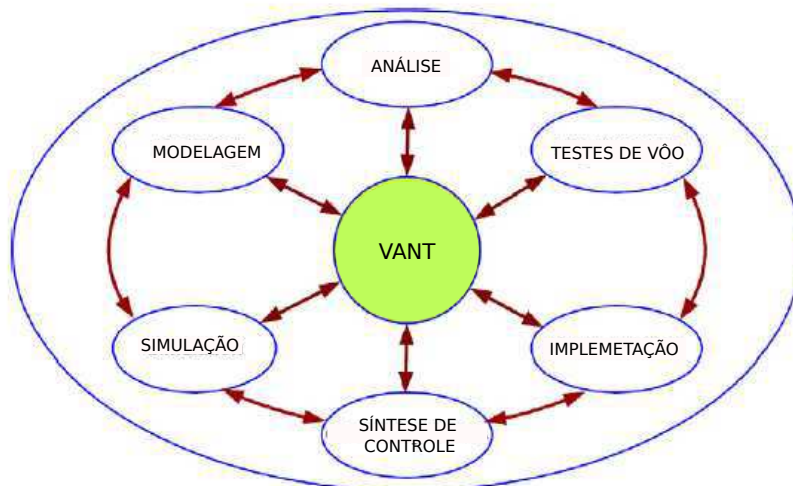


Figura 1.2: Metodologia de projeto para desenvolvimento de sistemas de controle de voo [2]

sente de forma precisa, todos os aspectos da dinâmica do sistema. O simulador também é uma ferramenta importante na síntese do controlador.

**Síntese de Controle** o desenvolvimento do sistema de controle é determinado pela aplicação desejada. Diferentes técnicas de controle podem ser utilizadas e devem ser escolhidas observando as características físicas da aeronave e a capacidade do computador de bordo.

**Implementação** o desenvolvimento da plataforma física deve considerar, além da estrutura física do sistema, os instrumentos de medição necessários e o sistema de computador embarcado. É conveniente validar os programas de processamento de dados e de controle no simulador levando em consideração as limitações computacionais da plataforma.

**Testes de Vôo** os testes de vôo são fundamentais para a avaliação e verificação da eficácia do sistema de controle desenvolvido.

**Análise** como todos os aspectos estão interligados, uma boa análise é crucial para determinar as abordagens e alterações necessárias no desenvolvimento de cada uma das etapas.

O presente trabalho aborda questões relacionadas à modelagem analítica, identificação de sistemas, síntese de controle (não embarcado), simulação numérica e análise.

às etapas de Modelagem, Simulação, Síntese de Controle e Análise.



Uma das maiores dificuldades no projeto de sistemas de controle de vôo em VANT é o desenvolvimento de um modelo que represente a dinâmica de vôo de forma adequada [2]. Os processos de modelagem, simulação e testes de aeronaves de asa fixa de grande porte estão bem documentados na literatura [43]. Em contrapartida, a literatura disponível a respeito desses processos aplicados à pequenos VANT de asa fixa ainda é limitada [17]. Muitos trabalhos utilizam modelos simplificados, similares aos utilizados em aeronaves de grande porte, para o desenvolvimento de sistemas de controle de vôo para VANT. O desenvolvimento de sistemas de controle de vôo autônomo, incluindo controle de estabilidade, geração e seguimento de trajetória, entre outros aspectos, exige modelos mais complexos. O desenvolvimento de modelos complexos para fins de controle é uma tarefa complicada devido à dificuldade de caracterizar o comportamento aerodinâmico de mini-VANT [44], [45], [17], [46], [2].

O desenvolvimento de técnicas modernas de modelagem e controle não-linear têm sido uma contribuição fundamental para o desenvolvimento de mini e micro aeronaves autônomas de alto desempenho [29], [33], [47], [48], [13]. O estudo de técnicas de modelagem e controle aplicadas a veículos aéreos não tripulados, desde seus estudos iniciais, por meio de simulações, até sua validação final, com testes de campo, é atualmente um tema de importante relevância na área de robótica móvel [2], [17], [44], [23].

Durante um vôo a aeronave apresenta comportamentos distintos dependendo das manobras realizadas ou das condições de vôo, dificultando a tarefa de modelagem do sistema [2]. Na prática o desenvolvimento de sistemas de controle para aeronaves tripuladas baseia-se em modelos distintos para cada fase e condição de vôo distintas [49], [50], [43].

Conforme mostrado na Seção 2.3.3, é comum partir de um modelo analítico complexo e simplificá-lo levando em consideração a condição de vôo escolhida. As principais simplificações nos modelos dinâmicos de aeronave de asa fixa são [49], [50], [43]:

- o desacoplamento das equações de movimento em dinâmica lateral e longitudinal,
- linearização do modelo em torno de um ponto de operação.

Essas simplificações também são comuns em projetos de mini-VANT [33], [2], [17], [35]. A utilização de modelos simplificados facilita o desenvolvimento de sistemas de controle. Ademais, a implementação de um modelo e um sistema de controle complexo podem ser problemáticos para o computador de bordo embarcado [51]. Atualmente o computador de bordo do ANU possui capacidade de processamento de  $600MHz$  e é responsável pelo gerenciamento de dados de comunicação, processamento dos dados e ações de controle.

As simplificações citadas são válidas apenas em determinadas condições de operação. O sistema como um todo pode portanto ser representado por uma combinação de submodelos, cada um com um controlador específico. Na prática, a maior parte dos sistemas de controle moderno para aeronaves de asa fixa se baseiam em diferentes controladores PID

com os parâmetros projetados para cada condição de vôo e efetuam o chaveamento entre cada controlador em função da condição de vôo [52]. Conseqüentemente, a representação da dinâmica de uma aeronave de asa fixa através da abordagem de sistemas múltiplos modelos apresentado na Figura 1.2 [1] é compatível com a maioria dos modelos e sistemas de VANT. Essa figura representa o modelo completo de um avião através de diversos modelos linear invariantes no tempo, LTI, (do inglês, *linear time invariant*) e a interação entre eles, coordenadas pelas leis de chaveamento.

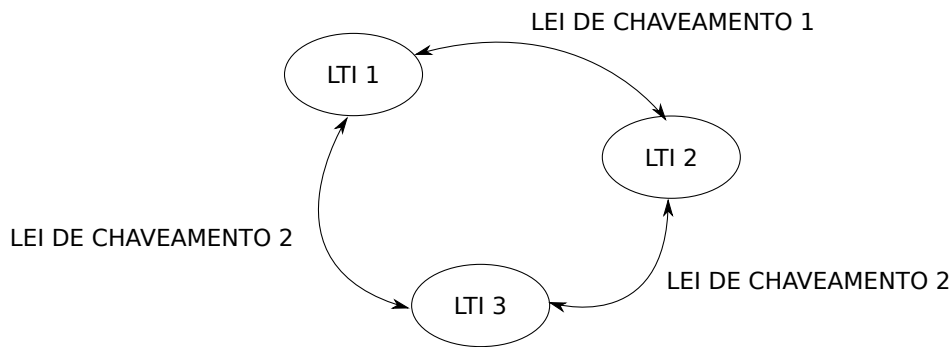


Figura 1.3: Representação Multiplos Modelos adaptada de [1]

Levando em consideração que a dinâmica do VANT pode ser representada por:

- modelos lineares válidos em torno de uma condição de operação [32], [53]
- abordagem múltiplos modelos [1],

uma representação pela abordagem de sistemas lineares híbridos parece muito favorável. Entende-se por sistemas lineares híbridos (ou chaveados) sistemas modelados por diversos subsistemas lineares e uma regra que coordena o chaveamento entre estes subsistemas [54]. Trata-se de uma abordagem recente e em desenvolvimento nas áreas de controle e robótica. A principal proposta desta abordagem é a representação de um sistema complexo e não linear a partir de uma combinação de sistemas lineares simples [55]. As dificuldades inerentes a essa abordagem estão na determinação do número de submodelos que representam o sistema e o chaveamento entre eles [56].

O modelo linear para a representação do comportamento dinâmico de um mini-VANT em torno de um ponto de operação pode ser obtido através de técnicas de modelagem analíticas ou por meio de técnicas de identificação de sistemas. As técnicas de identificação de sistemas se baseiam, sobretudo, em dados experimentais para determinar o modelo do sistema. Devido à dificuldade de se obter os parâmetros aerodinâmicos necessários para a representação analítica de um mini-VANT, alguns trabalhos dão preferência às técnicas de identificação de sistemas. Assim como os modelos analíticos linearizados, o modelo identificado é válido para uma determinada condição de operação. Como mostrado em [32], [53], [57], [58] é possível obter um modelo adequado para o desenvolvimento de um sistema de controle a partir de técnicas simples de identificação de sistemas.

A primeira etapa nesse projeto foi o estudo das técnicas atuais de identificação de sistemas lineares híbridos. Esses estudos levaram ao desenvolvimento de um novo algoritmo de clustering desenvolvido especificamente para ser utilizado na identificação de uma classe de sistemas dinâmicos híbridos que podem ser representados por modelos Autoregressivos Exógenos Afim por Partes, PWARX, (do inglês, PieceWise Affine Autoregressive Exogenous), conforme apresentado no Capítulo 4. O algoritmo desenvolvido é mais eficiente na determinação do número de modelos em uma representação PWARX comparado ao estado da arte na área [7], [59]. Esta etapa resultou em uma publicação científica [60]. Um exemplo mostra a aplicabilidade da abordagem desenvolvida para obtenção de modelos dinâmicos para aeronaves de asa fixa.

Para aprimorar o conhecimento relacionado ao comportamento de aeronaves de pequeno porte, como a aeronave estudada neste trabalho, um simulador foi desenvolvido a partir das equações clássicas de movimento e as características físicas de um mini-VANT de asa fixa. Este trabalho foi executado após uma extensa revisão da literatura sobre o equacionamento do modelo analítico completo de uma aeronave de asa fixa, apresentado na Seção 2.3, e as simplificações normalmente aplicadas, apresentadas na Seção 2.3.3. Também foi feito um levantamento do equacionamento utilizado em trabalhos específicos de VANT de asa fixa, conforme apresentado na Seção 2.3.4. O simulador implementado contempla o caso mais geral possível em relação à representação do comportamento dinâmico da aeronave em função das suas características físicas.

O simulador implementado foi utilizado para o desenvolvimento de um sistema de controle robusto  $H_\infty$  não linear para a rejeição de perturbações de entrada e saída em um mini-VANT de asa fixa, apresentado no Capítulo 3. A principal contribuição é que este controlador robusto atua em todas as variáveis de estado de um modelo não linear completo e acoplado, diferente de trabalhos anteriores que consideram modelos simplificados [29]. Os resultados obtidos em simulação mostram que a aeronave é mantida na condição de regime desejada quando submetido à diferentes perturbações. Esta etapa resultou em uma publicação científica [61].

### 1.3 PROPOSTAS E CONTRIBUIÇÕES

Como mencionado na seção anterior, este projeto aborda diversos aspectos teóricos e práticos relacionados ao projeto de um sistema de controle de um VANT de asa fixa que permita a realização de parte de uma missão de forma autônoma.

As contribuições deste trabalho são:

- Desenvolvimento de um algoritmo de clustering para ser usado no contexto de identificação de sistemas híbridos, apresentado no Capítulo 4. O resultado foi a seguinte

publicação científica:

- **Baptista, R. S., Ishihara, J. Y., Borges, G. A.** *A Split and Merge Algorithm for Identification of Piecewise Affine Systems* - **2011 American Control Conference - ACC2011**, Junho 2011
- Implementação de um simulador baseado nas equações não-lineares conhecidas, apresentado na Seção 2.4.
- Projeto de um controlador  $H_\infty$  não linear para estabilização de um VANT, apresentado no Capítulo 3. O resultado deste trabalho foi a seguinte publicação científica:
  - **Ferreira, H. C., Baptista, R. S., Ishihara, J. Y., Borges, G. A.** *Disturbance Rejection in a Fixed Wing UAV Using Nonlinear  $H_\infty$  State Feedback* - **IEEE International Conference on Control and Automation, ICCA 11**, Dezembro 2011

#### 1.4 APRESENTAÇÃO DO MANUSCRITO

Essa dissertação está dividida em cinco capítulos, incluindo esta introdução, além dos anexos.

O Capítulo 2 apresenta uma revisão das formas de modelamento aplicados ao mini-VANT e o simulador implementado.

O Capítulo 3 apresenta o desenvolvimento do sistema de controle não linear  $H_\infty$ , exemplos numéricos e a análise dos resultados.

O Capítulo 4 apresenta o procedimento de identificação de sistemas híbridos desenvolvido. Dois exemplos apresentam a aplicabilidade desse procedimento para representação de sistemas não lineares.

Por fim as conclusões gerais e sugestões de trabalhos futuros são apresentados na Capítulo 5.

## 2 MODELOS E SIMULADOR

### 2.1 INTRODUÇÃO

A elaboração de um modelo matemático para representar um sistema físico pode ser feita a partir de duas abordagens (ou uma combinação delas)[62]:

**Modelagem** utiliza o conhecimento prévio acumulado, por exemplo as Leis da Física, para descrever matematicamente o sistema.

**Identificação de sistemas** utiliza apenas dados experimentais de entrada e saída do sistema.

Por utilizar conhecimento prévio acumulado, o processo de modelagem pode ser realizado apenas analiticamente sem a utilização de qualquer dado experimental. A identificação de sistemas, por outro lado não exige conhecimento prévio, mas o sistema deve ser flexível o suficiente para permitir a execução de experimentos específicos para identificação.

O desenvolvimento de modelos matemáticos é um processo fundamental na elaboração de sistemas de controle para aviões tripulados devido aos altos custos de fabricação e realização de testes de voo de uma aeronave real. Neste processo, a caracterização de alguns parâmetros físicos pode ser efetuada através de testes em túneis de vento e simulações numéricas computacionais [49]. Apesar dessas ferramentas fornecerem percepções importantes a respeito do comportamento dinâmico da aeronave, a análise de dados reais de voo é fundamental. O processo de modelagem de uma aeronave é, portanto, um processo iterativo: o modelo matemático sugere quais dados experimentais são mais relevantes, enquanto o mesmo pode sofrer várias alterações para se adequar aos dados experimentais [62], [2].

No contexto de mini-VANT de asa fixa, a aeronave pode a princípio ser considerada uma versão miniaturizada de uma aeronave de grande porte e as equações clássicas de movimento podem ajudar com percepções iniciais a respeito do comportamento dinâmico[63]. No entanto, segundo [41], devido às dimensões reduzidas e baixo peso de um mini-VANT, seu comportamento é altamente não linear e acoplado e neste caso muitas simplificações normalmente aplicadas a modelos de aeronaves de grande porte não se aplicam.

Além disso as principais razões para o recente desenvolvimento de mini-VANT são o baixo custo e curto tempo de desenvolvimento. Estes fatores são proporcionados pela utilização de componentes de prateleira e a ampla disponibilidade de programas de simulações numéricas computacionais [16]. A desvantagem em comparação com o processo de projeto e desenvolvimento de aeronaves de grande porte é que a qualidade dos componentes utilizados dificulta a caracterização precisa da geometria do sistema e a reduzida disponibilidade (ou indisponibilidade) de túneis de vento proporcionam maiores erros e incertezas no modelo resultante [41].

Devido às dificuldades citadas na modelagem de mini-VANT, alguns trabalhos estudam a aplicação de técnicas de identificação de sistemas [53], [32], [64], [33], ou seja, utilizam apenas dados de entrada e saída coletados em vôo para a elaboração do modelo.

A Figura 2.1 apresenta um esquemático com as diferentes abordagens aplicadas no levantamento de modelos matemáticos para a representação de um mini-VANT. Note que nas duas abordagens algum levantamento de dados deve ser efetuado, seja utilizando dados reais, como o caso de testes em vôo e túnel de vento, ou a partir de simulações numéricas. Assim como na modelagem de aeronaves de grande porte, algumas etapas do processo de modelagem se complementam de forma iterativa. Analogamente, as técnicas de identificação de sistemas aplicados a mini-VANT também constituem um processo iterativo.



Figura 2.1: Diferentes abordagens no levantamento do modelo de um mini-VANT

## 2.2 IDENTIFICAÇÃO CAIXA PRETA

Uma abordagem alternativa à modelagem segundo as Leis da Física é a identificação de sistemas. Nessa abordagem dados de entrada e saída são coletados e técnicas de identificação são utilizadas para levantar uma função de transferência, equações a diferenças ou modelo em espaço de estados do sistema real. Neste caso os coeficientes do modelo não possuem significado físico [62].

Em [32] um mini-VANT de asa fixa com três superfícies de controle (aileron, profundor e leme) e um propulsor é identificado a partir de dados de vôo. Neste trabalho vários modelos auto-regressivo exógeno ARX (do inglês, Auto Regressive Exogenous) são levantados.

O objetivo é avaliar a influência de cada entrada nas componentes de posição angular correspondentes à rolagem e à arfagem. Na condição de vôo avaliada os resultados mostram que a dinâmica longitudinal é regida em grande parte pelo profundor e a dinâmica lateral pelo aileron.

Método similar é utilizado na identificação de modelos em mini-VANT do tipo asa delta, ou asa voadora. Este tipo de aeronave possui apenas uma superfície de controle, o aileron. Em [33] dados reais são utilizados para identificar um modelo ARX da dinâmica de rolagem. Dois modelos ARX distintos são utilizados para representar as dinâmicas lateral e longitudinal em um VANT com esta configuração em [53].

Um mini-VANT com configuração convencional, corpo, asa e estabilizadores, mas apenas uma superfície de controle, aileron, é utilizado em [57] e [64]. Em [57] um modelo MIMO ARX é levantado a partir de dados de vôo, enquanto em [64] dois modelos de múltiplas entradas e múltiplas saídas, MIMO, (do inglês, *Multiple Input Multiple Output*) ARX são utilizados para representar as dinâmicas lateral e longitudinal.

O trabalho de [65] apresenta um método de identificação não linear em que a dinâmica das velocidades angulares do sistema é representada por três equações diferenciais não lineares acopladas.

Em [66],[67] um algoritmo baseado no Filtro de Kalman Unscented aliado a uma rede neural é proposto para a identificação online do modelo MIMO ARX para a dinâmica completa de um mini-VANT de asa fixa. A validação desse método é feita por meio de simulações computacionais.

O Capítulo 4 apresenta maiores detalhes a respeito da identificação de sistemas, especificamente sob a perspectiva de sistemas lineares híbridos.

## **2.3 MODELAGEM VIA EQUACIONAMENTO**

A modelagem de aeronaves de asa fixa é feita através de aplicação das Leis da Física para obter uma representação matemática do sistema. Neste caso cada componente do modelo tem um significado físico em relação ao sistema real, representando assim as características que influenciam no comportamento dinâmico da aeronave. Os modelos mais simples podem representar a dinâmica do sistema apenas em torno de uma condição específica de equilíbrio, enquanto modelos mais complexos podem incorporar as características de estabilidade estática, estabilidade dinâmica, efeitos aeroelásticos, perturbações atmosféricas e respostas a sistemas de controle dinâmico [43].

As Seções 2.3.1, 2.3.2 e 2.3.3 apresentam, respectivamente, as equações clássicas de movimento de uma aeronave de asa fixa, a representação das forças incidentes e as simplificações de modelo mais utilizadas.

Segundo [45], o desenvolvimento do modelo matemático para mini-VANT a partir do zero é a melhor forma de entender suas particularidades e assim adaptá-lo para se adequar aos requisitos de cada aplicação. Esta observação é pertinente pois ainda existe uma divergência entre os autores a respeito da melhor forma de modelar um mini-VANT. Enquanto para algumas aplicações um modelo linear com pouco acoplamento entre as dinâmicas dos diferentes movimentos apresenta resultados satisfatórios [17], [19], outros defendem que, diferente dos modelos utilizados em aeronaves de grande porte, mini-VANT devem ser representados por um modelo não linear com forte acoplamento entre as dinâmicas analisadas [41], [2], [68].

As Seção 2.3.4 apresenta uma revisão dos trabalhos recentes relacionados a mini-VANT na área de controle e destaca as diferentes considerações em relação aos modelos utilizados em cada trabalho.

Um resumo dos diferentes modelos apresentados nesse Capítulo pode ser encontrado no Anexo A.4

### 2.3.1 Equações clássicas de movimento aeronave de asa fixa

Esta seção apresenta o equacionamento clássico de uma aeronave de asa fixa [50], [49], [43] que serve como base para os trabalhos que efetuam a modelagem de mini-VANT de asa fixa apresentados na Seção 2.3.4. A modelagem apresentada considera uma aeronave com o formato e características de atuação similar ao mini-VANT utilizado no Projeto ANU.

Inicialmente é necessário definir um sistema de coordenadas para facilitar a modelagem. A Figura 2.2 apresenta o sistema de coordenadas fixo ao corpo da aeronave utilizado em que  $F_x, F_y, F_z$  são as forças aerodinâmicas resultantes em cada eixo,  $L, M, N$  os momentos aerodinâmicos em torno de cada eixo,  $U, V, W$  as velocidades traslacionais em relação a cada eixo,  $P, Q, R$  as velocidades angulares em torno de cada eixo,  $x, y, z$  a posição linear em cada direção e  $\phi, \theta, \psi$  as posições angulares em torno de cada eixo.

As forças e momentos aerodinâmicos em uma aeronave de asa fixa dependem da orientação da aeronave em relação ao fluxo de ar [43]. Essa orientação é representada pelos ângulos  $\alpha$  e  $\beta$ . O ângulo de ataque  $\alpha$  é o ângulo formado entre a Corda de perfil (linha imaginária transversal ao perfil da asa) e a direção de movimento da aeronave em relação ao vento. O ângulo de derrapagem  $\beta$  é o ângulo formado entre o eixo longitudinal da aeronave e a direção efetiva de movimento. Aeronaves com projetos convencionais voam alinhadas com a direção do vento aparente para reduzir o arrasto e proporcionando um baixo ângulo de derrapagem  $\beta$ . O ângulo  $\alpha$  deve ser grande o suficiente para gerar sustentação, mas normalmente seu valor é baixo [43].

A partir do somatório das forças no centro de massa da aeronave é possível obter as equações de espaço de estados da velocidade translacional, também chamada de equações



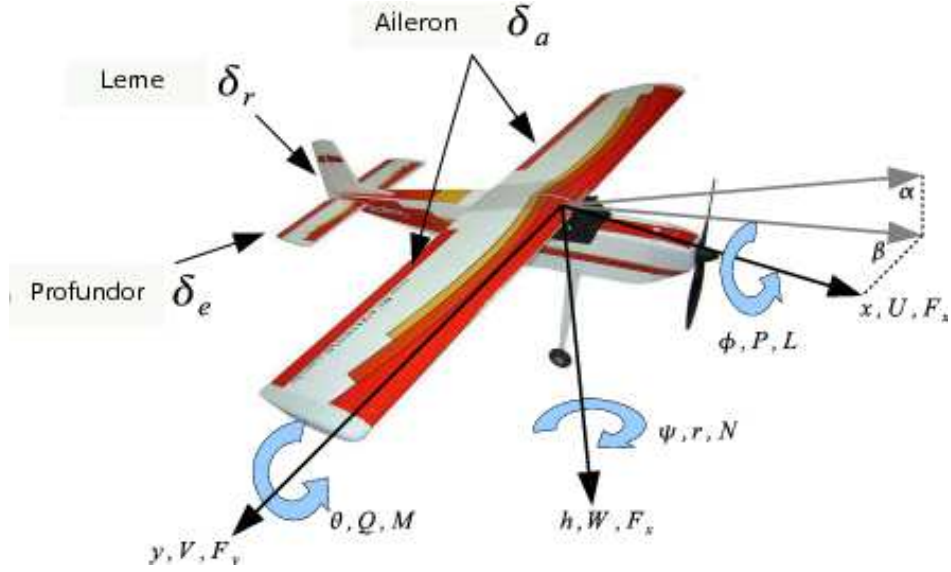


Figura 2.2: Forças, momentos e velocidades

das forças [43], [50], [49] e [2]:

$$\begin{aligned}
 \dot{U} &= RV - QW - g \sin(\theta) + \frac{F_x + F_p}{m}, \\
 \dot{V} &= -RU + PW + g \sin(\phi) \cos(\theta) + \frac{F_y}{m}, \\
 \dot{W} &= QU - PV + g \cos(\phi) \cos(\theta) + \frac{F_z}{m},
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

em que  $F_p$  é a força gerada pelo sistema de propulsão.

As Equações 2.1 estão escritas no sistema de referência do corpo. Estas mesmas equações podem ser facilmente reescritas no sistema de referência do vento, que neste caso tem como variáveis de estado  $V_a, \alpha$  e  $\beta$  como:

$$\begin{aligned}
 m\dot{V}_a &= F_p \cos \alpha \cos \beta - F_D + mg_1, \\
 m\dot{\beta}V_a &= -F_p \cos \alpha \sin \beta + Y - mV_a R_W + mg_2 \\
 m\dot{\alpha}V_a \cos \beta &= -F_p \sin \alpha - L + mV_a Q_W + mg_3
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

em que  $V_a$  é a velocidade real do vento,  $F_p$  é a força gerada pelo sistema de propulsão,  $F_D$  é a força de arrasto,  $R_W$  e  $Q_W$  as componentes de velocidade angular no sistema de coordenadas do vento e  $g_1, g_2$  e  $g_3$  as projeções da aceleração gravitacional em cada eixo do sistema de coordenadas do vento:

$$\begin{aligned}
 g_1 &= g(-\cos \alpha \cos \beta \sin \theta + \sin \beta \sin \phi \cos \theta + \sin \alpha \cos \beta \cos \phi \cos \theta) \\
 g_2 &= g(\cos \alpha \sin \beta \sin \theta + \cos \beta \sin \phi \cos \theta - \sin \alpha \sin \beta \cos \phi \cos \theta) \\
 g_3 &= g(\sin \alpha \sin \theta + \cos \alpha \cos \phi \cos \theta).
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

Esta representação é importante pois caso seja efetuada a linearização, como apresentado na Seção 2.3.3.2, as derivadas parciais em relação às variáveis do sistema de coordenadas do vento,  $V_a$ ,  $\alpha$  e  $\beta$  são muito significativas.

Voltando ao sistema de coordenadas fixo ao corpo, apresentado na Figura 2.2, as equações de momento são:

$$\begin{aligned}\dot{P} &= (c_1R + c_2P)Q + c_3(L - T_p) + c_4N, \\ \dot{Q} &= c_5PR - c_6(P^2 - R^2) + c_7M, \\ \dot{R} &= (c_8P - c_2R)Q + c_4L + c_9N.\end{aligned}\tag{2.4}$$

em que  $T_p$  é o torque gerado pelo sistema de propulsão. Posicionando adequadamente o sistema de coordenadas fixo no corpo e assumindo que o plano  $xz$  é um plano de simetria da aeronave levam os momentos de inércia nos planos  $yz$  e  $xy$  a  $I_{yz} = I_{xy} = 0$ . Assim os coeficientes das Equações 2.4 são:

$$\begin{aligned}\Gamma &= I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2, \\ c_1 &= \frac{(I_{yy} - I_{zz})I_{zz} - I_{xz}^2}{\Gamma}, \\ c_2 &= \frac{(I_{xx} - I_{yy} + I_{zz})I_{xz}}{\Gamma}, \\ c_3 &= \frac{I_{zz}}{\Gamma}, \\ c_4 &= \frac{I_{xz}}{\Gamma}, \\ c_5 &= \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}}, \\ c_6 &= \frac{I_{xz}}{I_{yy}}, \\ c_7 &= \frac{1}{I_{yy}}, \\ c_8 &= I_{xx}(I_{xx} - I_{yy}) + \frac{I_{xz}^2}{\Gamma}, \\ c_9 &= \frac{I_{xx}}{\Gamma}.\end{aligned}\tag{2.5}$$

em que  $I_{xx}$ ,  $I_{xz}$ ,  $I_{yy}$ ,  $I_{zz}$  são os momentos de inércia da aeronave em relação aos planos  $xx$ ,  $xz$ ,  $yy$ ,  $zz$ . O modelo cinemático do movimento angular é [43], [50], [49] e [2]

$$\begin{aligned}\dot{\phi} &= P + \tan(\theta)(Q \sin(\phi) + R \cos(\phi)), \\ \dot{\theta} &= Q \cos(\phi) - R \sin(\phi), \\ \dot{\psi} &= (Q \sin(\phi) + R \cos(\phi))/\cos(\theta).\end{aligned}\tag{2.6}$$

por fim pode-se representar as equações de navegação:

$$\begin{aligned}
\dot{x} &= U \cos(\theta) \cos(\psi) + V(-\cos(\phi) \sin(\psi) + \sin(\phi) \sin(\theta) \cos(\phi)) \\
&\quad + W(\sin(\phi) \sin(\psi) + \cos(\psi) \sin(\theta) \cos(\psi)) \\
\dot{y} &= U \cos(\theta) \sin(\psi) + V(\cos(\phi) \cos(\psi) + \sin(\psi) \sin(\theta) \sin(\psi)) \\
&\quad + W(-\sin(\phi) \cos(\psi) + \cos(\phi) \sin(\theta) \sin(\psi)) \\
\dot{z} &= -U \sin(\theta) + V \sin(\phi) \cos(\theta) + W \cos(\phi) \cos(\theta).
\end{aligned} \tag{2.7}$$

## 2.3.2 Representação das forças e momentos

### 2.3.2.1 Forças e momentos do sistema de propulsão

O modelo do sistema de propulsão varia de acordo com o tipo de conjunto de propulsão utilizado, que pode ser desde um motor a combustão interna e uma hélice até uma complexa turbina [69]. O modelo apresentado nesta seção foca apenas no sistema de propulsão análogo ao ANU constituído um motor elétrico de corrente contínua conectado a uma hélice. Um sistema similar é utilizado em [70] onde são representadas as influências do tamanho da hélice e a potência do motor, que são significativas considerando suas dimensões e as dimensões de um mini-VANT. Neste caso aplicando o princípio de conservação do momento angular tem-se:

$$(I_{motor} + I_{helice})\dot{\omega}_p = T_{motor} - T_{helice} \tag{2.8}$$

em que  $I_{motor}$  é o momento de inércia do motor,  $I_{helice}$  é o momento de inércia da hélice,  $T_{motor}$  é o torque de saída do motor,  $T_{helice}$  é o torque gerado pela hélice e  $\dot{\omega}_p$  é a aceleração angular. O coeficiente  $I_{motor}$  é inserido na equação pois boa parte da massa do motor elétrico gira durante seu funcionamento.

O torque no eixo do motor,  $T_{motor}$ , gerado pela potência de saída do motor elétrico  $P_o$  é:

$$T_{motor} = \frac{P_o}{\omega_p}. \tag{2.9}$$

A força de propulsão necessária para o deslocamento da aeronave é gerada pela rotação da hélice que por sua vez é resultante do torque aplicado sobre ela e da velocidade do vento que atravessa a área de atuação da hélice. A caracterização do desempenho da hélice do conjunto de propulsão é feita através de três parâmetros, conforme apresentado em [71] :

- Taxa de avanço,  $J$

$$J = \frac{\pi V_a}{\omega_p R} \tag{2.10}$$

- Coeficiente de propulsão  $C_T$

$$C_T = \frac{F_p \pi^2}{4\rho R^4 \omega_p^2} \quad (2.11)$$

- Coeficiente de potência  $C_T$

$$C_T = \frac{T_p \pi^3}{4\rho R^5 \omega_p^2} \quad (2.12)$$

em que  $R$  é o diâmetro da hélice,  $F_p$  é a força de propulsão gerada pela hélice,  $T_p$  é o torque gerado pela hélice e  $\rho$  é a densidade do ar.

### 2.3.2.2 Forças e momentos aerodinâmicos

As forças aerodinâmicas que atuam sobre a aeronave são representadas por meio dos coeficientes aerodinâmicos adimensionais [49]:

$$\begin{aligned} F_x &= \bar{q} S C_X, \\ F_y &= \bar{q} S C_Y, \\ F_z &= \bar{q} S C_Z, \end{aligned} \quad (2.13)$$

com

$$\begin{aligned} \bar{q} &= \frac{\rho}{2} V_a^2, \\ V_a &= \sqrt{U^2 + V^2 + W^2}, \end{aligned} \quad (2.14)$$

em que  $S$  é a área de referência da asa,  $\rho$  é a densidade do ar,  $V_a$  é a velocidade do vento no Sistema B e  $C_X$ ,  $C_Y$  e  $C_Z$  são os coeficientes aerodinâmicos da força de sustentação (lift), da força de arrasto (drag) e da força lateral definidos no sistema de referência do corpo, respectivamente. As componentes  $\bar{q} S C_X$ ,  $\bar{q} S C_Y$  e  $\bar{q} S C_Z$  são resultantes da interação aerodinâmica da aeronave com o ar. É possível também escrever  $C_X$ ,  $C_Y$  e  $C_Z$  no eixo alinhado com a direção do vento, normalmente denotado por  $C_L$ ,  $C_D$  e  $C_Y$ .

Os momentos resultantes das interações aerodinâmicas são:

$$\begin{aligned} L &= \bar{q} S b c_l, \\ M &= \bar{q} S \bar{c} c_m, \\ N &= \bar{q} S b c_n, \end{aligned} \quad (2.15)$$

em que  $c_l$ ,  $c_m$ ,  $c_n$  são os coeficientes aerodinâmicos adimensionais do momento em relação aos movimentos de rolagem, arfagem e guinada, respectivamente.

Os coeficientes  $C_X$ ,  $C_Y$ ,  $C_Z$ ,  $c_l$ ,  $c_m$  e  $c_n$  são utilizados para representar a influência da geometria, das velocidades translacionais e angulares, da posição angular e da deflexão das superfícies de controle [43], [50] e [49]. Por se tratar de coeficientes complexos e influenciados por diversas variáveis, é comum representá-los por um somatório de componentes que por sua vez são funções de um conjunto menor de variáveis. Os dados para a obtenção das funções que representam estes coeficientes são adquiridos a partir de testes em túneis de vento, testes de vôo ou simulações numéricas computacionais. Uma discussão detalhada sobre a caracterização destes coeficientes pode ser vista em [43], [50] e [49].

A Seção 2.3.5 apresenta uma revisão com os métodos empregados para a caracterização destes parâmetros em trabalhos relacionados a VANT de pequeno porte.

### 2.3.3 Simplificações do modelo

Apesar de permitir uma representação mais precisa do comportamento dinâmico de uma aeronave de asa fixa, a estimação de alguns parâmetros do modelo apresentado na seção anterior é uma tarefa complexa. Além disso, um modelo complicado exige, via de regra, técnicas avançadas para o projeto do sistema de controle. Dependendo da aplicação em questão um modelo simplificado a partir de hipóteses pertinentes pode ser adequado [43], [50]. As simplificações mais comuns na elaboração de modelos de aeronaves de asa fixa são:

- Desacoplamento das dinâmicas lateral e longitudinal
- Linearização do modelo em torno de um ponto de operação.

Essas duas simplificações assumem situações específicas nas condições de vôo, sendo portanto, a rigor, válidas apenas em determinadas faixas de operação. Esta seção apresenta os principais fundamentos destas duas abordagens.

#### 2.3.3.1 Desacoplamento das equações não lineares

O desacoplamento das equações não lineares ocorre na situação de vôo nivelado, sem derrapagem lateral, i.e. as variáveis  $\phi = 0$  e  $\beta = 0$  [49]. Cabe ressaltar que essa é uma situação teórica e ideal. Na prática tanto em simulações quanto em testes de vôo, os valores dessas variáveis são próximos de zero e assume-se que a contribuição do acoplamento entre as variáveis que representam a dinâmica lateral e longitudinal é desprezível. Neste caso as equações 2.2 se tornam:

$$\begin{aligned}
m\dot{V}_a &= F_p \cos \alpha - F_D + mg \sin(\theta - \alpha), \\
m\dot{\beta}V_a &= F_y - mV_a R_W \\
m\dot{\alpha}V_a \cos \beta &= -F_p \sin \alpha - L + mV_a Q_W + mg \cos(\theta - \alpha).
\end{aligned} \tag{2.16}$$

Observando as equações 2.16, fica claro que a primeira e terceira equação representam apenas movimentos no plano longitudinal ( $\alpha$ ,  $\theta$ ,  $Q$ ) e são independentes das variáveis que representam movimento lateral ( $\beta$ ,  $\phi$ ,  $\psi$ ,  $P$ ,  $R$ ). Essas duas equações são utilizadas para representar o modelo desacoplado do movimento longitudinal, enquanto a segunda equação representa o movimento lateral desacoplado. Analogamente as demais equações de movimento podem ser desacopladas nesta condição. Portanto é possível obter dois conjuntos de equações independentes que representam:

- movimento longitudinal: movimento de arfagem e deslocamento no plano  $x - z$
- movimento lateral: movimentos de rolagem, derrapagem e guinada.

É importante ressaltar que o desacoplamento também ocorre na linearização das equações de movimento, conforme apresentado na Seção 2.3.3.2.

### 2.3.3.2 Linearização no ponto de equilíbrio

No passado a linearização das equações de movimento da aeronave era necessária devido à dificuldade de se trabalhar com o modelo não linear sem um computador digital [49]. Atualmente as equações linearizadas são de grande importância pois permitem uma primeira análise do comportamento dinâmico antes que parâmetros estimados por testes em túnel de vento ou simulações numéricas computacionais estejam disponíveis, além de permitir a análise da influência de cada variável nas condições distintas de estado estacionário [49], [43].

A linearização das equações de movimento é feita em torno de uma condição de vôo estável também chamada de estado estacionário. Essa condição é definida como uma condição em que todas as variáveis de movimento são constantes (i.e. suas derivadas são nulas) ou iguais a 0. Em outras palavras, as componentes de velocidade são nulas ou constantes enquanto as acelerações são todas nulas.

As condições de vôo estável são:

**Condição Estado Estacionário**  $\dot{P}, \dot{Q}, \dot{R}, \dot{U}, \dot{V}, \dot{W}$  (i.e.  $\dot{V}_a, \dot{\beta}, \dot{\alpha}$ ) = 0,  $U = constante$

com as seguintes restrições de acordo com a condição de vôo

**Vôo com asa nivelada**  $\phi, \dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi} = 0, (\because P, Q, R = 0)$

**Guinada constante**  $\dot{\phi}, \dot{\theta} = 0, \dot{\psi} = \text{taxa de guinada}$

**Arfagem constante**  $\phi, \dot{\phi}, \dot{\psi} = 0, \dot{\theta} = \text{taxa de arfagem}$

**Rolagem constante**  $\dot{\theta}, \dot{\psi} = 0, \dot{\phi} = \text{taxa de rolagem.}$

A linearização é feita a partir das equações não lineares de movimento 2.1, 2.4 e 2.6. A linearização consiste na expansão em séries de Taylor das equações não lineares em torno dos pontos que satisfazem a condição de estado estacionário e retendo apenas os primeiros termos da expansão.

As derivadas parciais dos termos que representam as forças aerodinâmicas são chamadas de derivadas de estabilidade. No processo de linearização é comum manter apenas as derivadas parciais mais significativas em cada função, simplificando assim o modelo e o processo de estimação destes parâmetros.

Por exemplo, é comum assumir que  $F_x$  é função apenas de  $U, W, \delta_e, \delta_T$  e expressar uma variação em  $F_x$  como [50]:

$$\Delta F_x = \frac{\partial F_x}{\partial U} \Delta U + \frac{\partial F_x}{\partial W} \Delta W + \frac{\partial F_x}{\partial \delta_e} \Delta \delta_e + \frac{\partial F_x}{\partial \delta_T} \Delta \delta_T \quad (2.17)$$

em que  $\frac{\partial F_x}{\partial U}, \frac{\partial F_x}{\partial W}, \frac{\partial F_x}{\partial \delta_e}, \frac{\partial F_x}{\partial \delta_T}$  são as derivadas de estabilidade e  $\Delta F_x, \Delta U, \Delta W, \Delta \delta_e, \Delta \delta_T$  pequenas variações em torno da condição de estado estacionário.

Assim como nas equações não lineares na Seção 2.3.3.1 a restrição de derrapagem nula  $\beta = 0$  adicionada às condições de estado estacionário levam ao desacoplamento das equações de movimento e permitem a representação dos movimentos longitudinais e laterais em dois conjuntos distintos de equações [49], [50], [43]:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_{long} x_{long} + B_{long} u_{long} \\ y &= C_{long} x_{long} + D_{long} u_{long} \end{aligned} \quad (2.18)$$

e

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_{lat} x_{lat} + B_{lat} u_{lat} \\ y &= C_{lat} x_{lat} + D_{lat} u_{lat} \end{aligned} \quad (2.19)$$

A escolha das variáveis de estado e de saída podem variar em cada aplicação. As variáveis associadas com cada dinâmica são:

**Longitudinal** :  $(U, W,)$  ou  $(V_a, \alpha)$  e  $(Q, \theta, x, z, \delta_T, \delta_e)$

**Lateral** :  $(V)$  ou  $(\beta)$  e  $(\phi, \psi, P, R, y, \delta_a, \delta_r).$

### 2.3.4 Modelos utilizados em mini-VANT

Conforme mencionado no início da Seção 2.3, esta seção apresenta uma revisão dos trabalhos recentes relacionados a mini-VANT na área de controle destacando as diferentes considerações e simplificações em relação aos modelos clássicos de aeronaves de asa fixa apresentados na Seção 2.3.3.

#### 2.3.4.1 Modelo não linear completo

Em [69] uma fundamentação teórica concisa é apresentada, a partir de um modelo não linear completo e acoplado e as possíveis simplificações são mostradas. Os modelos não lineares são implementados em Matlab para uma ampla variedade de aeronaves comerciais, militares e inclusive um VANT. Apesar do programa não estar disponível para o público geral trata-se de um material pertinente no desenvolvimento de simuladores.

O trabalho de [45] apresenta uma revisão das diferentes ferramentas para simulação de aeronaves e propõe uma implementação própria de um simulador para mini-VANT baseado nas equações não lineares.

O trabalho desenvolvido em [72] utiliza um modelo não linear acoplado para representar sua aeronave. A linearização e o desacoplamento são realizados pelo sistema de controle através do método de Linearização Por Realimentação (*Feedback Linearization*).

Em [41] um modelo não linear desacoplado é utilizado para desenvolver um sistema de aterrisagem para VANT baseado em inversão dinâmica (*Dynamic Inversion*).

A importância de levar em consideração a variação de alguns parâmetros do modelo de um VANT é analisada em [73], que propõe um algoritmo de controle genérico baseado na representação de sistemas não lineares por modelos Lineares Variantes no Tempo, LTV (do inglês, *Linear Time Varying*).

O trabalho de [2] utiliza um modelo não linear como base para desenvolvimento do sistema de controle de um VANT real. No entanto, devido à dificuldade de levantar todos os parâmetros apenas através de dados de voo, alguns parâmetros são aproximados ou inferidos a partir de técnicas de identificação linear.

Contrariando a justificativa de [2] a respeito da dificuldade na identificação de parâmetros para modelos não lineares de VANT, [68] apresenta um sistema de identificação baseado em estimação não linear para obter os parâmetros de um modelo não linear acoplado de um VANT a partir apenas de dados de voo.



#### 2.3.4.2 Modelo não linear desacoplado

Uma estudo comparativo, através de simulações, entre quatro controladores não lineares distintos é apresentado em [29]. Os controladores são projetados a partir do modelo não linear para a dinâmica longitudinal de um VANT.

#### 2.3.4.3 Modelo Linearizado

O problema de aterrisagem de um VANT é abordado em [19], em que um sistema de controle de trajetória é implementado em simulação. O modelo, levantado a partir de um aeromodelo rádio-controlado próprio, é adaptado para uma representação Linear a Parâmetros Variantes, LPV, (do inglês, *Linear Parameter Varying*) para cada dinâmica lateral e longitudinal. A abordagem de modelar o VANT por LPV também é empregada em [74], que desenvolve um sistema de controle para a dinâmica longitudinal, validada por simulação.

O trabalho apresentado em [48] modela o UAV como um sistema Linear Invariante no Tempo, LTI, (do inglês, *Linear Time Invariant*) com incertezas não lineares associadas e propõe um controlador de realimentação de saída baseado em inversão dinâmica (do inglês, *Dynamic Inversion*).

Um trabalho completo sobre modelagem e identificação de VANT de asa fixa é apresentado em [17]. Inicialmente um modelo não linear é levantado, com a estimação dos parâmetros aerodinâmicos por simulação numérica. Um modelo linearizado em torno de um ponto de operação é desenvolvido a partir do modelo não linear. Um sistema de controle de estabilização é desenvolvido com base no modelo linearizado desacoplado. Neste trabalho não há validação experimental.

Outro trabalho que apresenta um modelo linearizado a partir das equações de movimento de um modelo não linear completo é [75]. Neste trabalho as equações são utilizadas para propor um algoritmo de controle de trajetória. O problema de controle de trajetória também é abordado em [38]. Nesse trabalho um sistema de controle de trajetória é desenvolvido a partir das equações cinemáticas de um VANT. A validação do sistema proposto é feita por meio de simulação computacional.

Nos trabalhos [76, 77], um sistema de controle baseado em Support Vector Regression para identificação de sistemas lineares. O exemplo apresentado mostra a identificação de um modelo linearizado da dinâmica longitudinal de um VANT.

### 2.3.5 Estimação de parâmetros aerodinâmicos

A identificação de parâmetros em aeronaves pode ser feita experimentalmente ou por simulação numérica [45, 17]. No caso de mini-VANT existem trabalhos que fazem a estimação dos coeficientes aerodinâmicos a partir de dados de simulações utilizando softwares

de simulação numérica aerodinâmica, a partir de dados de túnel de vento ou ainda a partir de dados de vôo.

#### 2.3.5.1 Simulações Aerodinâmicas

Existe uma série de softwares de simulação numérica que permitem a identificação do comportamento da aeronave a partir de sua geometria. Exemplos de trabalhos que utilizam este tipo de software no contexto de mini-VANT são: [19], que utiliza o software LinAir 4, um programa comercial da empresa Desktop Aeronautics e [45] que utiliza o USAF Datcom, desenvolvido pelo Força Aérea Americana. O Datcom também é utilizado também em [51], que compara os resultados desse programa com os resultados de outro software, o Tornado. O Tornado é um programa desenvolvido em linguagem Matlab e distribuído livremente pela empresa Redhammer Consulting Ltd.

#### 2.3.5.2 Testes em túnel de vento

A utilização de túnel de vento para o levantamento dos coeficientes aerodinâmicos não é uma prática muito comum no desenvolvimento de VANT. A principal razão é o alto custo associado a este equipamento e conseqüentemente sua disponibilidade reduzida para grupos de pesquisa [16].

Apesar disso alguns trabalhos foram desenvolvidos utilizando esse equipamento. Em [41] apenas os dados de túnel de vento são utilizados na determinação dos coeficientes aerodinâmicos. Outro trabalho, [51] apresenta um metodologia para levantamento desses coeficientes utilizando inicialmente simulações numéricas e posteriormente o refinamento do modelo com dados de ensaios no túnel de vento.

#### 2.3.5.3 Testes de vôo

Apesar da disponibilidade restrita de túneis de vento, uma das vantagens dos mini-VANT, quando comparados com aeronaves de asa fixa convencionais, é a facilidade em realizar ensaios de vôo. Aproveitando esta característica, alguns trabalhos foram desenvolvidos com o objetivo de determinar os coeficientes aerodinâmicos apenas a partir de dados de vôo.

Um técnica possível é o algoritmo de minimização do erro de saída (*Output Error Algorithm*) apresentado em [78]. Uma abordagem semelhante é utilizada em [2].

Outra possível abordagem é a formulação do problema de determinação desses parâmetros como um problema de estimação. Neste caso algoritmos de estimação como o Filtro de Kalman Estendido e o Filtro de Kalman Unscented [68] são empregados utilizando dados reais de vôo. Trata-se de uma abordagem pertinente também em trabalhos com aeronaves de asa fixa de grande porte, como mostrado em [44]. Os trabalhos citados realizam a estimação

offline desses parâmetros.

## 2.4 SIMULADOR DESENVOLVIDO

O simulador foi desenvolvido em Matlab a partir das equações de movimento de uma aeronave de asa fixa. O objetivo foi implementar um modelo completo não linear e acoplado que permitisse o desenvolvimento de sistemas de controle elaborado, como o controlador  $H_\infty$  apresentado no Capítulo 3. Além disso, a implementação de modelos simplificados e/ou linearizados é direta, sendo necessário apenas a alteração de determinados parâmetros do simulador.

### 2.4.1 Equações utilizadas

As equações gerais de movimento de uma aeronave de asa fixa 2.1, 2.4, 2.7 e 2.6 foram implementadas no ambiente Simulink do Matlab. Baseado no trabalho de [70], que considera um mini-VANT com características físicas semelhantes ao aeromodelo do Projeto ANU, as forças e momentos aerodinâmicos foram modelados de acordo com 2.3.2.2 e 2.4. Os coeficientes  $C_X$ ,  $C_Y$ ,  $C_Z$  foram modelados como:

$$\begin{aligned} C_X &= C_L \sin(\alpha) - C_D \cos(\alpha), \\ C_Z &= -C_D \sin(\alpha) - C_L \cos(\alpha), \\ C_Y &= C_{Y_\beta} \beta + C_{Y_{\delta_r}} \delta_r + \frac{b}{2V_a} (C_{Y_P} P + C_{Y_R} R), \end{aligned} \quad (2.20)$$

com

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{W}{U}, \quad \beta = \sin^{-1} \frac{V}{V_a}.$$

em que os coeficientes adimensionais de sustentação,  $C_L$ , e arrasto,  $C_D$ , são modelados como:

$$\begin{aligned} C_L &= C_{L_0} + C_{L_\alpha} \alpha + C_{L_{\delta_e}} \delta_e + \frac{\bar{c}}{2V_a} (C_{L_{\dot{\alpha}}} \dot{\alpha} + C_{L_Q} Q), \\ C_D &= C_{D_0} + C_{D_{\delta_e}} |\delta_e| + C_{D_{\delta_r}} |\delta_r| + \frac{(C_L - C_{L_{min}})^2}{\pi e AR}, \end{aligned} \quad (2.21)$$

em que  $C_{L_0}$ ,  $C_{D_0}$ ,  $C_{L_{min}}$ ,  $C_{L_\alpha}$ ,  $C_{L_{\dot{\alpha}}}$ ,  $C_{L_Q}$ ,  $C_{D_{\delta_e}}$ ,  $C_{D_{\delta_r}}$  são as componentes dos coeficientes aerodinâmicos obtidos por ensaios de túnel de vento ou simulação numérica  $\delta_e$  e  $\delta_r$  as deflexões do profundor e leme, respectivamente. Os coeficientes  $e$  e  $AR$  representam características em relação ao formato da asa, em que  $e$  é o coeficiente de eficiência de Oswald e  $AR$  a abertura alar (*Aspect Ratio*) definida como  $AR = \frac{b^2}{S}$  em que  $b$  é a envergadura da asa e  $S$  a área de referência da asa.

Os coeficientes aerodinâmicos dimensionais do momento em relação aos movimentos de rolagem, arfagem e guinada,  $c_l$ ,  $c_m$ ,  $c_n$  são:

$$\begin{aligned} c_l &= c_{l_\beta}\beta + c_{l_{\delta_a}}\delta_a + c_{l_{\delta_r}}\delta_r + \frac{b}{2V_a}(c_{l_P}P + c_{l_R}R), \\ c_m &= c_{m_0} + c_{m_\alpha}\alpha + c_{m_{\delta_e}}\delta_e + \frac{\bar{c}}{2V_a}(c_{m_{\dot{\alpha}}}\dot{\alpha} + c_{m_Q}Q), \\ c_n &= c_{n_\beta}\beta + c_{n_{\delta_a}}\delta_a + c_{n_{\delta_r}}\delta_r + \frac{b}{2V_a}(c_{n_P}P + c_{n_R}R). \end{aligned} \quad (2.22)$$

Analogamente,  $c_{l_\beta}$ ,  $c_{l_{\delta_a}}$ ,  $c_{l_{\delta_r}}$ ,  $c_{l_P}$ ,  $c_{l_R}$ ,  $c_{m_0}$ ,  $c_{m_\alpha}$ ,  $c_{m_{\delta_e}}$ ,  $c_{m_{\dot{\alpha}}}$ ,  $c_{m_Q}$ ,  $c_{n_\beta}$ ,  $c_{n_{\delta_a}}$ ,  $c_{n_{\delta_r}}$ ,  $c_{n_P}$ ,  $c_{n_R}$  são as componentes dos coeficientes aerodinâmicos obtidos por ensaios de túnel de vento ou simulação numérica  $\delta_a$ ,  $\delta_e$  e  $\delta_r$  as deflexões do aileron, profundor e leme, respectivamente. Os valores utilizados são apresentados no Anexo A.2.

## 2.4.2 Parâmetros do sistema

**Momento de Inércia** Os momentos de inércia para o ANU foram levantados experimentalmente por dois alunos que participam do Projeto ANU <sup>1</sup> de acordo com o procedimento utilizado em [46], [17] e [2].

**Coefficientes Aerodinâmicos** Inicialmente foram utilizados os valores dos coeficientes apresentados em [70] para verificar a qualidade da implementação das equações de movimento. O trabalho de [70] utiliza um aeromodelo com características físicas semelhantes ao aeromodelo do Projeto ANU. Uma vez verificado que os resultados estavam coerentes com os apresentados no trabalho citado os componentes de cada coeficiente aerodinâmico em 2.4.1 e 2.4.1 foram levantados para o mini-VANT ANU utilizando o software Tornado.

O Tornado é um programa de simulação numérica para aeronaves de asa fixa desenvolvido como uma dissertação de mestrado do Royal Institute of Technology, KTH na Suécia[79]. Atualmente o programa é disponibilizado pela empresa Redhammer Consulting Ltd [80]. Este programa calcula os componentes aerodinâmicos da aeronave a partir das características geométricas.

A vantagem de utilizar o programa Tornado é a facilidade em levantar os coeficientes aerodinâmicos do ANU em diferentes condições de vôo de acordo com as necessidades do projeto. A Figura 2.3 mostra algumas telas de interface gráfica da geometria e coeficientes calculados para o ANU.

**Modelo Sistema Propulsão** O modelo de propulsão implementado é o mesmo apresentado na Seção 2.3.2 com os coeficientes levantados por [71].

<sup>1</sup>Este procedimento foi realizado pelos alunos de graduação Bruno Souza e Daniel Texidor

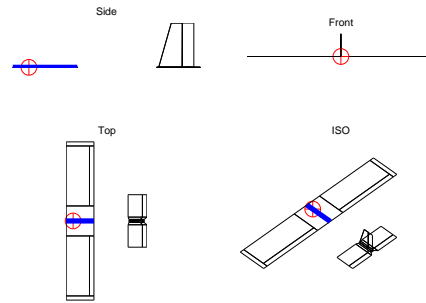
TORNADO CALCULATION RESULTS, Derivatives

JID: 1  
 Reference area: 18.2605  $\alpha$  [deg]: 4.466 P [rad/s]: 0  
 Reference chord: 3.3835  $\beta$  [deg]: 0 Q [rad/s]: 0  
 Reference span: 6.6 Airspeed: 54.54 R [rad/s]: 0

CL derivatives :	CD derivatives :	CY derivatives :
CL <sub>x</sub> 4.7477	CD <sub>x</sub> 0.21091	CY <sub>x</sub> 3.1772e-14
CL <sub><math>\beta</math></sub> 4.7465e-06	CD <sub><math>\beta</math></sub> 4.4659e-07	CY <sub><math>\beta</math></sub> -0.0037523
CL <sub><math>\dot{\beta}</math></sub> -1.0683e-07	CD <sub><math>\dot{\beta}</math></sub> 1.7041e-06	CY <sub><math>\dot{\beta}</math></sub> -0.037793
CL <sub>Q</sub> 8.1984	CD <sub>Q</sub> 0.29299	CY <sub>Q</sub> 1.0725e-12
CL <sub>R</sub> -1.4567e-09	CD <sub>R</sub> 2.6003e-08	CY <sub>R</sub> -0.0059667

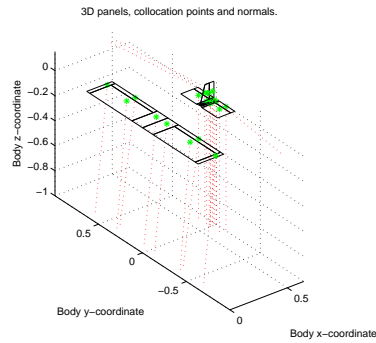
  

Roll derivatives :	Pitch derivatives :	Yaw derivatives :
Cl <sub>x</sub> 7.1181e-14	Cm <sub>x</sub> -1.9867	Cn <sub>x</sub> 1.2228e-14
Cl <sub><math>\beta</math></sub> -0.0078854	Cm <sub><math>\beta</math></sub> -3.0797e-06	Cn <sub><math>\beta</math></sub> -0.0013796
Cl <sub><math>\dot{\beta}</math></sub> -0.30269	Cm <sub><math>\dot{\beta}</math></sub> -3.4585e-08	Cn <sub><math>\dot{\beta}</math></sub> -0.022971
Cl <sub>Q</sub> 3.4301e-12	Cm <sub>Q</sub> -6.9632	Cn <sub>Q</sub> 1.6711e-13
Cl <sub>R</sub> -0.017612	Cm <sub>R</sub> -6.7432e-10	Cn <sub>R</sub> -0.0028525



(a) Parâmetros calculados

(b) Geometria do ANU no Tornado (1)



(c) Geometria do ANU no Tornado (2)

Figura 2.3: Levantamento dos parâmetros aerodinâmicos utilizando o Tornado

### 2.4.3 Simulador ANU

A partir das equações apresentadas nas Seções 2.3, 2.4.1 e com os parâmetros levantados, como mostrado na Seção 2.4.2, o simulador foi implementado no ambiente Simulink do Matlab. O resultado é o simulador implementado é apresentado na Anexo A.1.1.

Para garantir maior flexibilidade do programa as equações dinâmicas e as funções que representam os coeficientes aerodinâmicos foram implementadas em linha de comando. O código implementado é apresentado no Anexo A.1.2.

O simulador desenvolvido foi utilizado para o projeto do controlador apresentado no Capítulo 3.



## 3 CONTROLADOR $H_\infty$

### 3.1 INTRODUÇÃO

Conforme apresentado no Capítulo 2, a dinâmica de um mini-VANT é não linear e apresenta forte acoplamento. Além disso, as dificuldades associadas à determinação das características aerodinâmicas contribuem para a imprecisão do modelo utilizado [81, 82, 83].

Diante dessas dificuldades, várias técnicas de controle não linear foram empregadas no projeto de sistemas de controle de vôo, tais como Feedback Linearization [84, 85, 86], Sliding Mode [87, 88], Backstepping [89, 90, 88, 91], Controle Adaptativo [92, 93, 86]. Outra técnica que pode ser utilizada para resolver os desafios atuais relacionados a controle de vôo é a abordagem de Controle Robusto  $H_\infty$  Não linear [94, 86, 91, 95].

Uma das características do controle  $H_\infty$  robusto é a compensação dos erros associados a perturbações externas [96]. Portanto, utilização de técnicas de controle robusto para o controle de vôo de aeronaves como o ANU, é pertinente devido às imperfeições e incertezas do modelo ocasionadas pela utilização uma estrutura mecânica e dispositivos eletrônicos comerciais de baixo custo, que dificulta a caracterização precisa do comportamento de seus atuadores e das medidas adquiridas pelos sensores.

Na literatura já existem exemplos de projeto de controle não linear de aeronaves através dessa abordagem. Exemplos no contexto de VANT baseado em aeronaves de asa rotativa incluem o controle de estabilização do movimento de rolagem de um quadricóptero [91, 95] e o controle de vôo pairando para um helicóptero

No contexto de aeronaves de asa fixa, a maioria das aplicações de controle de vôo não-linear são restritas exclusivamente ao movimento lateral ou longitudinal [29], [2]. O projeto de um controlador de vôo não-linear para os seis graus de liberdade (6 DOF), i.e. incluir o movimento lateral e longitudinal no mesmo controlador, ainda é um desafio para todos os métodos de concepção não-linear de controle.

A maior dificuldade da aplicação da teoria de controle não linear à dinâmica de vôo é a solução das equações relacionadas de Hamilton-Jacobi-Isaacs (HJIE). A solução geral deste problema é apresentada em [97] para um movimento genérico com seis graus de liberdade, 6-DOF (do inglês, *Six Degrees of Freedom*), que pode ser adaptado para diversas aplicações como o controle de aviões, mísseis teleguiados e helicópteros. A principal limitação deste trabalho está no fato de que o controlado é baseado apenas nas forças externas atuantes sobre o veículo e as características aerodinâmicas do veículo são desprezadas. Neste caso não é claro como sinais gerados pelo controlador  $H_\infty$  são convertidos em ações dos atuadores da aeronave. Essa questão é abordada em [98], que combina um controlador  $H_\infty$  e um algoritmo de controle de superfícies para determinar as ações de controle e os ângulos de

deflexão das superfícies de controle de um caça F-16. Apesar de eficaz, esta solução se baseia na combinação de dois problemas diferentes e requer uma estrutura de controle em dois níveis.

O trabalho apresentado nessa seção propõe um controlador  $H_\infty$  não linear utilizando realimentação de estados para o controle de estabilização para um VANT de asa fixa com as características similares ao ANU. A contribuição do presente trabalho em relação ao estado da arte está no fato do controlador ser projetado considerando um modelo não linear completo fortemente acoplado, diferente de trabalhos atuais que, como [83, 2], que consideram um modelo desacoplado para as dinâmicas lateral e longitudinal. A grande importância em se utilizar o modelo não linear completo está no fato que devido às dimensões reduzidas e características de construção de aeronaves como o ANU as condições necessárias para o desacoplamento das equações de movimento, apresentadas na Seção 2.3.3, não são garantidas.

O controlador desenvolvido foi projetado a partir um modelo completo não-linear, considerando como sinais de entrada de controle os ângulos de deflexão das superfícies de controle e a velocidade angular da hélice do conjunto de propulsão. Desta forma, os sinais de controle gerados são utilizados diretamente nos atuadores da aeronave. As perturbações externas são modeladas como ruído aditivo ou perturbação nas entradas de controle.

### 3.2 CONTROLE $H_\infty$ NÃO LINEAR REALIMENTAÇÃO SAÍDA

Um sistema pode apresentar diferentes fontes de incertezas, ruídos e perturbações, como apresentado na Figura 3.1.

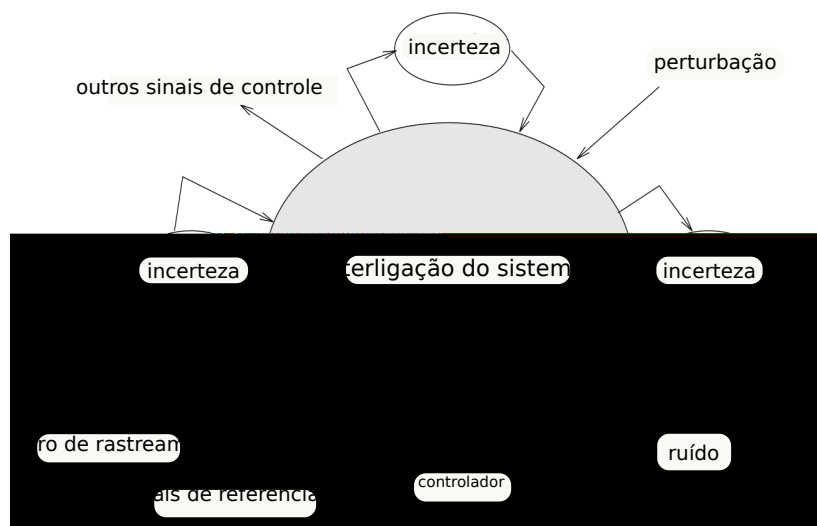


Figura 3.1: Visão geral das incertezas, ruídos e perturbações de um sistema [3]

O problema geral de controle robusto envolve o projeto de um controlador para o sistema que satisfaça as propriedades relacionadas à estabilidade para todos os ruídos, incertezas e



perturbações admissíveis.

Uma abordagem possível para o projeto de controle é a teoria de controle  $H_\infty$ . O problema de controle  $H_\infty$  pode ser explicado da seguinte forma: dado o sistema mostrado na Figura 3.2,

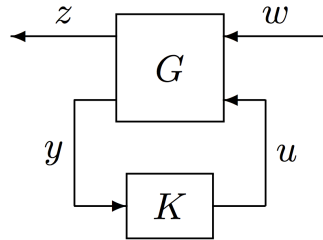


Figura 3.2: Visão geral das incertezas, ruídos e perturbações de um sistema [4]

assumindo que a planta  $G$  e o controlador  $K$  são reais, racionais e próprios. Além disso, assume-se que existe uma realização em espaço de estados para o sistema que seja estável e detectável. Um controlador é considerado admissível se o mesmo garantir a estabilidade interna do sistema. O problema de controle  $H_\infty$  ótimo pode ser descrito como:

**Problema de controle  $H_\infty$  ótimo** : encontrar todos os controles admissíveis  $K$  tal que a norma  $H_\infty$  da matriz de transferência entre  $z - w$ ,  $|T_{wz}|_\infty$  seja minimizada.

Os controladores ótimos que satisfazem o problema acima, em geral, não são únicos. Além disso, encontrar a solução ótima para o problema  $H_\infty$  apresenta desafios teóricos e numéricos. Na prática uma solução próxima da ótima pode atender aos requisitos do sistema e sua solução muito menos complexa de ser calculada. Portanto o problema de controle  $H_\infty$  pode ser simplificado para:

**Problema de controle  $H_\infty$  sub-ótimo** : dado um  $\gamma < 0$ , encontrar todos os controles admissíveis  $K$ , se existirem, tal que a norma  $H_\infty$  da matriz de transferência entre  $z - w$  seja  $|T_{wz}|_\infty < \gamma$ .

Neste trabalho será tratado um caso particular do controle  $H_\infty$ : a realimentação de saída. Este problema surge quando os estados do sistema não estão disponíveis, i.e. não podem ser medidos diretamente, e devem portanto ser estimados através de um observador de estados. Essas medidas estimadas são então utilizadas para a realimentação de controle. A Figura 3.3 mostra o diagrama de blocos para o sistema de controle incluindo o observador/controlador.

Considerando o sistema não linear descrito pelas seguintes equações:

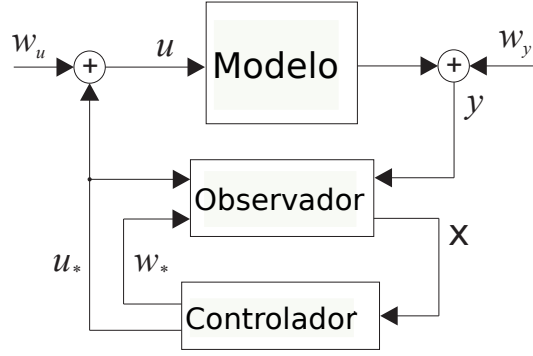


Figura 3.3: Diagrama padrão do controle  $H_\infty$  por realimentação de saída

$$\dot{x} = f(x) + g_1(x)w + g_2(x)u, \quad (3.1)$$

$$z = h_1(x) + k_{12}(x)u, \quad (3.2)$$

$$y = h_2(x) + k_{21}(x)w, \quad (3.3)$$

em que  $f(0) = 0$ ,  $h_1(0) = 0$ ,  $h_2(0) = 0$ ,  $x \in \mathbb{R}^n$  é o vetor de estados,  $u \in \mathbb{R}^m$  são as entradas de controle,  $w(t) \in \mathbb{R}^r$  o sinal de entrada exógeno,  $y \in \mathbb{R}^p$  a medida de saída do sistema  $z$  a saída do sistema a ser controlada. Além disso, assume-se que

$$\begin{aligned} h_1^T(x)k_{12}(x) &= 0, & k_{12}^T(x)k_{12}(x) &= I, \\ k_{21}(x)g_1^T(x) &= 0, & k_{21}(x)k_{21}^T(x) &= I. \end{aligned}$$

para simplificar o modelo.

Seja  $\gamma \geq 0$  uma constante fixa positiva.

O problema de controle  $H_\infty$  não linear (para atenuação da perturbação por um fator  $\gamma$ ) é encontrar um compensador não linear da forma

$$\dot{\xi} = k(\xi) + l(\xi)y, \quad (3.4)$$

$$u = m(\xi), \quad (3.5)$$

em que  $\xi \in \mathbb{R}^n$ , com  $k(0) = 0$  e  $m(0) = 0$  de tal forma que o sistema em malha fechada (3.1) – (3.5) tem um ganho  $L_2$  menor ou igual a  $\gamma$ , ou seja

$$\int_0^T \|z(t)\|^2 dt \leq \gamma^2 \int_0^T \|w(t)\|^2 dt,$$

para todo  $T \geq 0$  e  $w \in L_2(0, T)$ , com  $x(0) = 0$  e  $\xi(0) = 0$ .

*Solução [99]:* Considere o sistema (3.1)–(3.3) e suponha:

- (i) Existe uma função definida positiva  $\Pi(x)$ , localmente definida em uma vizinhança em torno da origem em  $\mathbb{R}^n$  nula em  $x = 0$ , que satisfaz a desigualdade:

$$\Pi_x^T f + h_1^T h_1 + \frac{1}{4} \Pi_x \left( \frac{1}{\gamma^2} g_1 g_1^T - g_2 g_2^T \right) \Pi_x^T \leq 0, \quad (3.6)$$

em que  $\Pi_x = \frac{\partial \Pi}{\partial x}$ .

- (ii) Existe uma função definida positiva  $\Xi(x)$ , localmente definida em uma vizinhança em torno da origem em  $\mathbb{R}^n$  nula em  $x = 0$ , que satisfaz a desigualdade:

$$\Xi_x^T f + \frac{1}{4\gamma^2} \Xi_x g_1 g_1^T \Xi_x^T + h_1^T h_1 - \gamma^2 h_2^T h_2 \leq 0, \quad (3.7)$$

tal que a matriz Hessiana à esquerda em (3.7) é não singular.

- (iii)  $\Xi(x) - \Pi(x) \geq 0$  e

$$(\Xi_x - \Pi_x)G(x) = 2\gamma^2 h_2 \quad (3.8)$$

tem solução  $G(x)$ .

Então o problema de controle  $H_\infty$  não linear de realimentação de saída é resolvido com a realimentação de saída:

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &= f(\xi) + g_1(\xi)w_*(\xi) + g_2(\xi)u_*(\xi) + G(\xi)(y - h_2(\xi)), \\ u &= u_*(\xi), \end{aligned} \quad (3.9)$$

com

$$w_*(\xi) = \frac{1}{2\gamma^2} g_1(\xi)^T \Pi_x^T(\xi), \quad (3.10)$$

$$u_*(\xi) = -\frac{1}{2} g_2(\xi)^T \Pi_x^T(\xi). \quad (3.11)$$

### 3.3 SOLUÇÃO DAS EHJI POR EXPANSÃO EM SÉRIE DE TAYLOR

As equações de Hamilton-Jacobi-Isaacs(EHJI) não podem ser resolvidas analiticamente. No entanto, as EHJI podem ser representadas como uma expansão em série de Taylor para encontrar uma lei de controle aproximada [100].

As funções  $\Pi(x)$ , bem como a sua derivada  $\Pi_x(x)$ , tem a seguinte forma quando expandidas em série de Taylor em torno da origem:

$$\begin{aligned} \Pi(x) &= \Pi^{(2)}(x) + \Pi^{(3)}(x) + \dots = \sum_{k=1}^{\infty} \Pi^{(k+1)}(x), \\ P i_x(x) &= \Pi_x^{(2)}(x) + \Pi_x^{(3)}(x) + \dots = \sum_{k=1}^{\infty} \Pi_x^{(k+1)}(x). \end{aligned}$$

Desta forma, a lei de controle  $u_*(x)$  que minimiza a Hamiltoniana e a entrada exógena  $w_*(x)$  que a maximiza podem ser expressas como

$$\begin{aligned} u_*(x) &= u_*^{(1)}(x) + u_*^{(2)}(x) + \dots = \sum_{k=1}^{\infty} u_*^{(k)}(x), \\ w_*(x) &= w_*^{(1)}(x) + w_*^{(2)}(x) + \dots = \sum_{k=1}^{\infty} w_*^{(k)}(x), \end{aligned}$$

em que o sobre-escrito indica a ordem do termo da expansão em série de Taylor.

### 3.3.1 Aproximação de primeira ordem

A aproximação mais simples da desigualdade 3.6, utilizando apenas os primeiros termos da série de Taylor, resulta no sistema linearizado:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B_1 w + B_2 u, \\ z &= C_1 x + D_{11} w + D_{12} u, \\ y &= C_2 x + D_{21} w, \end{aligned}$$

a solução do problema de controle  $H_\infty$  é bem conhecida[3]. A função armazenamento em 3.6 é dada por:

$$\Pi^{(2)}(x) = x^T P x.$$

e neste caso as aproximações de primeira ordem para  $w_*$  e  $u_*$  ficam

$$\begin{aligned} w_*^{(1)} &= \frac{1}{\gamma^2} B_1^T P x, \\ u_*^{(1)}(x) &= -B_2^T P x. \end{aligned} \tag{3.12}$$

Consequentemente a EHJI (3.6) se reduz à seguinte equação Algébrica de Riccati (EAR):

$$A^T P + P A + P \left( \frac{1}{\gamma^2} B_1 B_1^T - B_2 B_2^T \right) P + C_1^T C_1 = 0. \tag{3.13}$$

Para resolver a EHJI (3.7) referente ao problema de realimentação da saída, a função armazenamento  $\Xi(x)$  pode ser expandida em série de Taylor como:

$$\Xi(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \Xi^{(k)}(x). \tag{3.14}$$

A função armazenamento em 3.7 é dada por

$$\Xi(x) = x^T Q x. \quad (3.15)$$

Nesse caso a EHJI 3.7 pode ser reescrita como uma EAR da forma:

$$A_Q Q + Q A_Q + Q B_Q Q + C_Q = 0. \quad (3.16)$$

onde

$$\begin{aligned} A_Q &= A - B_1 D_{21}^T C_2, \\ B_Q &= \frac{1}{4\gamma^2} (B_1 B_1^T - B_1 B_1^T), \\ C_Q &= \gamma^2 C_1^T C_1. \end{aligned}$$

A injeção da saída  $G$  é dada por

$$(Q - P)G = \gamma^2 C_2, \quad (3.17)$$

em que  $P$  é a solução de (3.13) e  $Q$  é a solução de (3.16).

### 3.4 PROJETO CONTROLADOR $H_\infty$ NÃO-LINEAR

Um controlador  $H_\infty$  não linear de realimentação de saída foi projetado de acordo com as equações apresentadas na Seção 3.2 e no Capítulo 2. O vetor de estados  $x$  e a entrada  $u$  nas Equações (3.1) e (3.2) são definidos como:

$$x = [U \ V \ W \ P \ Q \ R \ \phi \ \theta \ \psi \ h \ \omega]^T, \quad (3.18)$$

e

$$u = \begin{bmatrix} \delta_e & \delta_a & \delta_r & \delta_T \end{bmatrix}^T. \quad (3.19)$$

As perturbações  $w$  são

$$w = [w_y \ w_u]^T,$$

com

$$\begin{aligned} w_y &= [w_{V_a} \ w_\beta \ w_\alpha \ w_\phi \ w_\theta \ w_\psi \ w_h]^T, \\ w_u &= [w_{\delta_e} \ w_{\delta_a} \ w_{\delta_r} \ w_{\delta_T}]^T, \end{aligned}$$

e atuam em cada componente da entrada e saída, respectivamente. Na Equação (3.1),  $f(x)$  e  $g_2(x)$  são definidas de acordo com as equações dinâmicas 2.1, 2.4, 2.6, 2.7 do VANT, apresentadas no Capítulo 2. e  $g_1(x)$  é dada por

$$g_1(x) = \begin{bmatrix} 0_{11 \times 7} & g_2(x) \end{bmatrix}.$$

A função  $z$  definida na Equação (3.2) é escolhida como

$$z = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_{11} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0_{11 \times 4} \\ I_4 \end{bmatrix} u = h_1(x) + k_{12}(x)u.$$

O vetor de medida da saída definido na Equação (3.3) é:

$$y = \begin{bmatrix} V_a \\ \beta \\ \alpha \\ \phi \\ \theta \\ \psi \\ h \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_7 & 0_{7 \times 4} \end{bmatrix} w = h_2(x) + k_{21}(x)w.$$

A lei de controle de realimentação de saída apresentada na Equação (3.11) pode ser encontrada resolvendo a Equação (3.6) para  $\Pi(x)$ . O ganho  $G(x)$  de realimentação de saída pode ser encontrado resolvendo a Equação (3.8), em que  $\Pi(x)$  e  $\Xi(x)$  são obtidas resolvendo as Equações de Hamilton-Jacobi-Isaacs (HJIE) (3.6) e (3.7), respectivamente. neste trabalho as HJIEs (3.6) and (3.7) são resolvidas através de uma aproximação por séries de Taylor, especificamente uma aproximação de primeira ordem, conforme o procedimento apresentado em [101, 100] e com  $\gamma = 100$ . A lei de controle é, portanto, uma função linear dos estados e a realimentação de saída  $G(x)$  é uma matriz constante. Cabe ressaltar que o controlador (3.9) é não linear pois  $f(x)$ ,  $g_1(x)$ ,  $g_2(x)$ ,  $h_1(x)$  e  $h_2(x)$  são funções não lineares.

### 3.5 EXEMPLO NUMÉRICO

Uma simulação numérica foi criada para mostrar a aplicabilidade e desempenho do controlador proposto para Mini-VANT. As equações dinâmicas do VANT apresentadas no Capítulo 2 foram implementada no Matlab/Simulink.

O primeiro passo da simulação é a determinação dos valores dos estados e sinais de entrada que mantém o sistema em estado estacionário. Para encontrar esses valores, são utilizadas técnicas de otimização para encontrar os valores das variáveis de estado e dos sinais de entrada tais que as derivadas de estado são iguais a 0. No MatLab a função *trim* encontra os valores que mantém o sistema em estado estacionário. Os valores encontrados foram:

$$x = \begin{bmatrix} 17 & -0.0546 & 0.3593 & 0 & 0.0211 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -100 & 537.122 \end{bmatrix}^T,$$

$$u = \begin{bmatrix} 0.0918 & 0.0308 & -0.0139 & 0.593 \end{bmatrix}^T.$$

Cabe ressaltar que as condições de estado estacionário necessárias para o desacoplamento do modelo em dinâmica lateral e longitudinal  $\phi = 0$  and  $\beta = 0$ , ( $\beta = \sin^{-1} \frac{V}{V_a}$ ), como apresentado na Seção 2.3.3.1, não corresponde à condição de estado estacionário calculado para o nosso modelo, evidenciando a importância do projeto do controlador considerando o acoplamento entre as variáveis de estado.

Duas simulações foram executadas para analisar o desempenho do controlador  $H_\infty$  projetado na rejeição de perturbação na entrada e na saída do sistema.

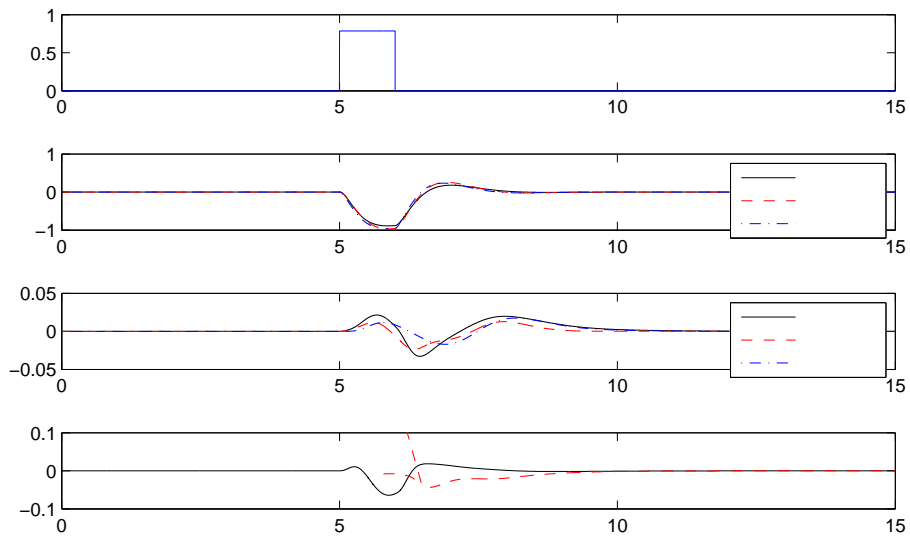
Na primeira simulação um pulso finito com amplitude de  $\frac{\pi}{4}[rad]$  e período de 1 s foi adicionado à entrada do profundor, como mostrado na Fig. 3.4.

A modelagem das não-linearidades e as características aos atuadores em um mini-VANT desenvolvido a partir de aeromodelos de prateleiras é um desafio especialmente devido à sua construção mecânica. A perturbação pulso pode ser vista como um comportamento não modelado, como zona morta no atuador.

As Figuras 3.5 - 3.4 mostram a resposta dinâmica do sistema quando submetido a uma perturbação do tipo pulso com amplitude de  $\frac{\pi}{4}[rad]$  e período 1s aplicado na entrada  $\delta_e$  no instante 5s.

Nessas figuras são apresentados o comportamento das variáveis de saída e das entradas de controle para o caso em que o observador de estados e o controlador foi projetado levando em consideração

1. o modelo não linear com acoplamento entre as dinâmicas lateral e longitudinal,
2. o modelo linearizado em torno do ponto de operação levando em consideração o acoplamento entre as dinâmicas lateral e longitudinal e
3. o modelo linearizado em torno do ponto de operação considerando o desacoplamento entre as dinâmicas lateral e longitudinal.





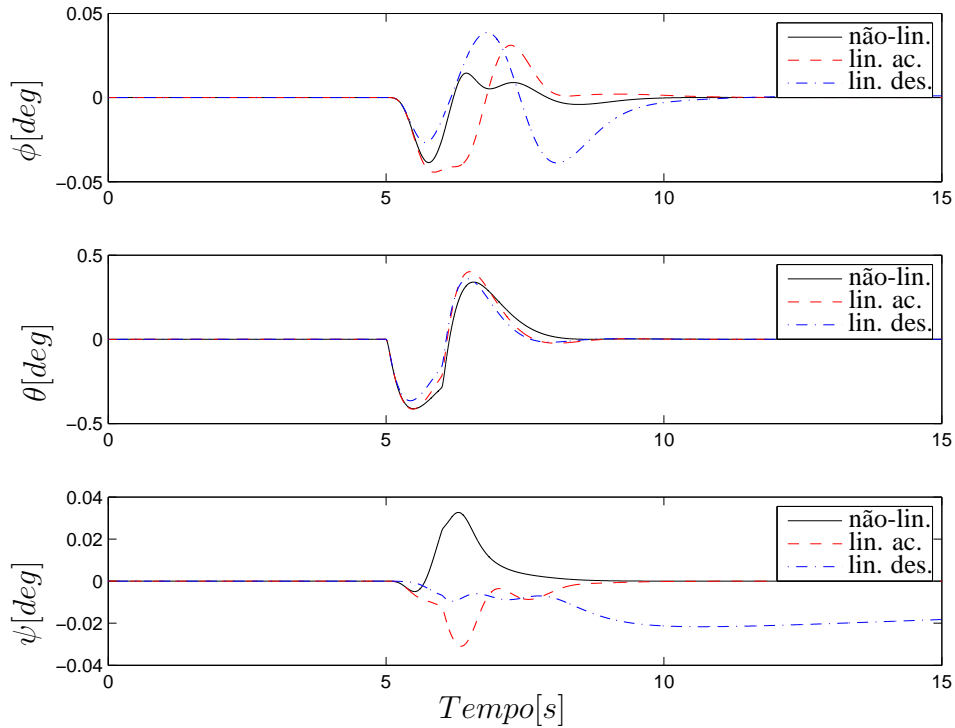


Figura 3.6: Dinâmica de  $\phi$ ,  $\theta$ ,  $\psi$  com perturbação em  $\delta_e$

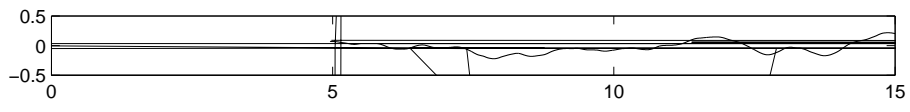
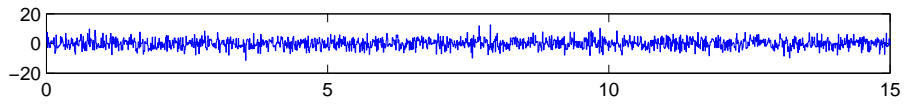
variável foi escolhida, pois conforme mostrado em [102] e observado em testes realizados em nosso laboratório, a medida de altitude em GPS de baixo custo é a medida com maior incerteza associada.

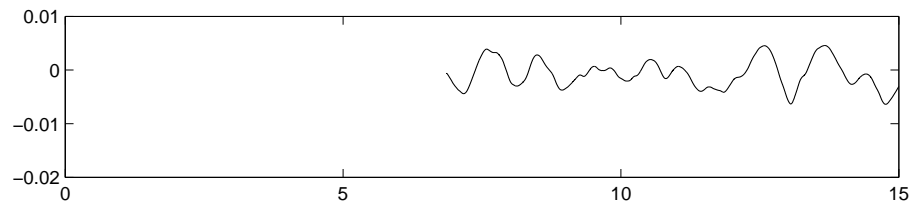
As Figuras 3.7 - 3.9 mostram a resposta dinâmica do sistema quando submetido a uma perturbação do tipo ruído branco aditivo com média 0 e densidade espectral 0.1 adicionado à variável de saída  $h$  por todo o período do experimento, no caso 15s. Nessas figuras são apresentados o comportamento das variáveis de saída e das entradas de controle para o caso em que o observador de estados e o controlador foi projetado levando em consideração o modelo não linear com acoplamento entre as dinâmicas lateral e longitudinal, o modelo linearizado em torno do ponto de operação levando em consideração o acoplamento entre as dinâmicas lateral e longitudinal e o modelo linearizado em torno do ponto de operação considerando o desacoplamento entre as dinâmicas lateral e longitudinal.

### 3.6 ANÁLISE EXEMPLO NUMÉRICO

Analisando as Figuras 3.5 - 3.4 observa-se um comportamento similar nas dinâmicas do  $V_a$ ,  $\alpha$ ,  $h$ , Figura 3.5,  $\theta$ , Figura 3.6. Nesse caso o transiente apresenta um comportamento dinâmico e um tempo de resposta similar e as variáveis retornam ao estado estacionário após o transiente.

Em relação às variáveis de saída  $\beta$ , Figura 3.5,  $\phi$ , Figura 3.6, os dois controladores foram





de controle  $\delta_r$  está diretamente relacionada ao movimento de guinada, representados pelas variáveis de estado  $\psi$  e  $R$ . Essas duas variáveis estão associadas à dinâmica lateral no caso do modelo desacoplado. Ao considerar o modelo linearizado desacoplado, controlador projetado não responde adequadamente com as quatro variáveis de controle. É possível observar na Figura 3.4 a pequena variação no sinal de controle  $\delta_r$  gerado pelo controlador linearizado desacoplado, diferente dos sinais gerados pelos dois outros controladores. Nesse caso o controlador não é capaz de compensar os efeitos do acoplamento entre as dinâmicas lateral e longitudinal.

Na segunda simulação, os três controladores foram capazes de manter as variáveis de estado  $V_a$ ,  $\alpha$ ,  $h$ , Figura 3.7, e  $\theta$ , Figura 3.8, na condição de estado estacionário com comportamento dinâmico parecido.

A variável  $\beta$  apresenta um comportamento semelhante no caso do controlador não linear acoplado e o controlador linear acoplado. É possível observar uma oscilação de menor amplitude na medida de  $\beta$  para o controlador linear desacoplado. Observando os sinais de controle  $\delta_a$  e  $\delta_r$  gerados pelo controlador linear desacoplado, Figura 3.9, nota-se que uma ação menos significativa dessas duas variáveis de controle. Considerando que a variável de saída  $h$  está relacionada com a dinâmica longitudinal do sistema, o controlador linear desacoplado deverá gerar sinais de controle apenas nas variáveis de controles referentes à essa dinâmica. Consequentemente, no caso do controlador linear desacoplado, uma perturbação em uma medida de saída não é propagada para todas as variáveis de estado pelo sistema de controle. À primeira vista essa situação pode parecer uma vantagem em usar o controlador linear desacoplado.

Essa aparente vantagem não se confirma observando as dinâmicas de  $\phi$  e  $\psi$ , Figura 3.8. A variável de saída  $\phi$  apresenta um comportamento semelhante quando submetidas aos controladores não linear e linear acoplado. No caso do controlador linear desacoplado, o comportamento dinâmico é diferente da resposta aos outros controladores. Nos três casos, no entanto, os controladores são capazes de manter o sistema próximo à condição de estado estacionário, mesmo com ruído constante ao longo do experimento.

A maior diferença é observada no comportamento da variável de estado  $\phi$ , Figura 3.8. Os controladores  $H_\infty$  projetados considerando o acoplamento entre as variáveis de estado mantém  $\phi$  na condição de estado estacionário após o transiente. Em contrapartida o controlador  $H_\infty$  projetado assumindo o modelo linear desacoplado não apresenta um desempenho satisfatório. Nesse caso, variável de estado  $\psi$  diverge a partir de aproximadamente  $8s$ . Analisando novamente os sinais de controle de  $\delta_a$  e  $\delta_r$ , Figura 3.9, percebe-se o efeito negativo na utilização do controlador linear desacoplado. Nessa situação fica evidente que a utilização do controlador linear desacoplado não é vantajosa.

## 4 IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS HÍBRIDOS

### 4.1 INTRODUÇÃO

#### 4.1.1 Modelos ARX para Mini-VANT

O desenvolvimento de sistemas de controle de vôo autônomo requer um modelo adequado para a representação do sistema [58]. Técnicas de identificação de sistemas são técnicas diretas para levantar o modelo de um sistema a partir de dados experimentais [62]. Conforme apresentado no Capítulo 2 é possível obter um modelo analítico e realizar a estimação de parâmetros a partir de ensaios em túnel de vento, por programas de simulação numérica ou por testes de vôo. A caracterização de um mini-VANT por meio da abordagem analítica pode ser uma tarefa complexa devido ao alto custo associado aos testes em túnel de vento. Além disso, existe uma pequena quantidade de literatura e documentação relacionadas ao comportamento aerodinâmico de mini-VANT de asa fixa [17].

A abordagem de identificação de sistemas aplicados a mini-VANT é interessante considerando as dificuldades citadas. Essas técnicas já foram aplicadas no contexto de identificação de modelos para mini-VANT [32], [57], [53], [103], [58], [27], [104].

Um dos modelos mais comuns no contexto de identificação de sistemas é o chamado modelo auto-regressivo exógeno, ou ARX, (do inglês, *Autoregressive Exogenous*). Este tipo de modelo representa o estado atual do sistema a partir dos sinais passados de entrada e saída na forma de uma equação a diferenças [62]:

$$y(k) = -a_1y(k-1) - \dots - a_ny(k-n) + b_1u(k-1) + \dots + b_mu(k-m) \quad (4.1)$$

ou em uma notação mais compacta:

$$\Theta = [a_1 \dots a_n \ b_1 \dots b_m] \quad (4.2)$$

$$\Phi(k) = [-y(k-1) \dots -y(k-n) \ u(k-1) \dots u(k-m)]^T \quad (4.3)$$

pode-se escrever:

$$y(k) = \Phi^T(k)\Theta \quad (4.4)$$

em que  $\Theta \in \mathfrak{R}^{(n+m) \times p}$  representa os parâmetros da equação a diferenças e  $\Phi(k) \in \mathfrak{R}^{(n+m) \times q}$  é a matriz ou vetor de regressão. O modelo apresentado na Eq. 4.4 pode representar um

sistema de entrada única e saída única, ou SISO (do inglês, *Single Input Single Output*) se  $p$  e  $q = 1$  ou um sistema de múltiplas entradas múltiplas saídas, ou MIMO (do inglês, *Multiple Input Multiple Output*) se  $p$  e  $q > 1$ .

Caso o modelo representado pela Eq. 4.4 seja linear em  $\theta$  ele é chamado de regressão linear e a determinação de  $\theta$  pode ser feita por meio de algoritmos de regressão linear, como mínimos quadrados.

Modelos simples ARX podem ser utilizados para representar a dinâmica de um mini-VANT. O trabalho de [32] mostra que para fins de controle é possível representar o comportamento da dinâmica de rolagem e arfagem através de dois modelos SISO ARX. O primeiro modelo representa a influência da variação do profundor em relação ao movimento de arfagem enquanto o segundo representa a dinâmica do aileron em relação ao movimento de rolagem. Abordagem semelhante para representações de mini-VANT por meio de modelos ARX é adotada em [53], [58], [105]. Em [57] um modelo MIMO ARX com três entradas e três saídas é obtido para representar a dinâmica dos movimentos angulares do sistema. No entanto, levando em consideração o desacoplamento entre as dinâmicas, a rigor se trata de uma combinação de três modelos SISO ARX.

Assim como os modelos analíticos simplificados apresentados no Capítulo 2, os modelos ARX são válidos apenas em determinadas condições de operação. O modelo ARX apresentado em [32] foi obtido e validado com dados reais coletados de um mini-VANT realizando uma trajetória elipsoidal caracterizando um sobrevôo (loitering). Os modelos de [57], [58], [105] foram obtidos considerando uma trajetória análoga. No caso de [53] o experimento de coleta de dados para identificação e validação foi feita em um vôo retilíneo com as asas niveladas.

As limitações inerentes do modelo ARX podem ser compensadas com técnicas de controle robusto. Em [33] um controlador robusto baseado na abordagem de ordem fracionária, ou FOC, (do inglês, *Fractional Order Control*) é desenvolvido para o controle da dinâmica de rolagem. O trabalho de [27] desenvolve dois controladores robustos, um  $H_2$  e um  $H_\infty$  para compensar os erros de modelo associados ao modelo levantado para a aeronave estudada em [57].

#### 4.1.2 Representação Múltiplos Modelos para Mini-VANT

Conforme mencionado no Capítulo 2 e na Seção 4.1.1 os modelos utilizados para fins de controle de vôo em mini-VANT são válidos apenas em uma região próxima à condição de vôo em que o modelo foi obtido. Além disso, uma prática comum no desenvolvimento de sistemas de controle de vôo é a obtenção de diversos modelos válidos apenas em determinadas condições de vôo [49], [43].

Diante desses fatos, a representação mostrada na Figura 4.1 [1] parece adequada. Nesta

representação, a dinâmica da aeronave é representada através da interação de diversos modelos invariantes no tempo. Este tipo de abordagem é conhecida no contexto de engenharia de controle como Sistemas Híbridos ou Sistemas Lineares Chaveados [106] [55], [107]. Segundo [1], esta representação abrange grande parte dos modelos utilizados em sistemas de controle de aeronaves.

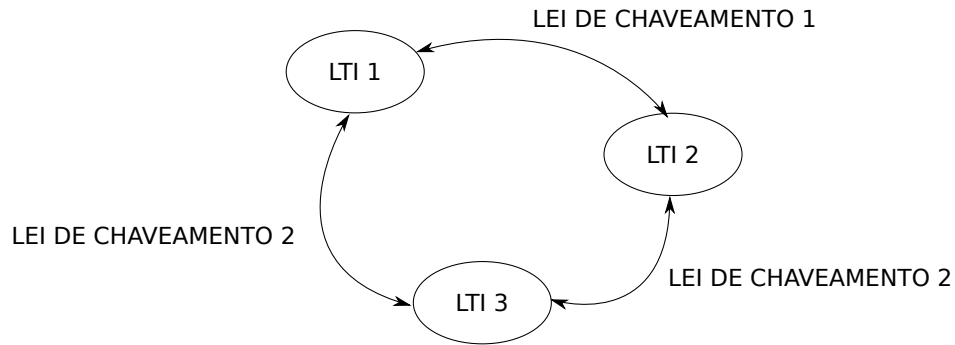


Figura 4.1: Representação Múltiplos Modelos apresentada em [1]

Apesar de parecer muito intuitiva, poucos trabalhos utilizam a abordagem de sistemas híbridos para representar o comportamento dinâmico de mini-VANT de asa fixa. Essa abordagem é utilizada em alguns trabalhos envolvendo a detecção de falhas em mini-VANT de asa fixa [108], [109], [110].

### 4.1.3 Modelos PWARX

Nos últimos anos tem havido um grande interesse em sistemas híbridos ou múltiplos modelos [107], [111], [112], [113], [114], [115]. Modelos híbridos são utilizados para descrever sistemas que evoluem de acordo com a interação de dinâmicas contínuas e discretas, i.e. um sistema representado por uma combinação de equações diferenciais e regras lógicas para o chaveamento entre elas [56],[107].

Modelos auto regressivo exógeno afim por partes, PWARX (do inglês, *Piecewise Affine Autoregressive Exogenous*) ou apenas PWA, (do inglês, *Piecewise affine*) representam uma estrutura interessante para ser utilizada na identificação de sistemas híbridos. Os modelos PWARX apresentam uma grande flexibilidade para representar diversos sistemas não lineares e são equivalentes a diferentes classes de modelos híbridos [107], [6]. Ao melhor conhecimento do autor, o único trabalho que modela um mini-VANT a partir da abordagem modelos PWARX é [104]. Esse trabalho desenvolve uma representação da dinâmica lateral de um mini-VANT baseado em helicóptero por meio de um modelo ARX afim por partes, ou PWARX.

Os modelos PWARX representam sistemas não lineares como uma combinação de modelos ARX, cada um definido em uma região do espaço de acordo com o seu vetor de regressão, definido na Eq. 4.7 [107]. Em uma definição formal: seja  $X \subseteq \mathcal{R}^n$  o espaço de regressão,

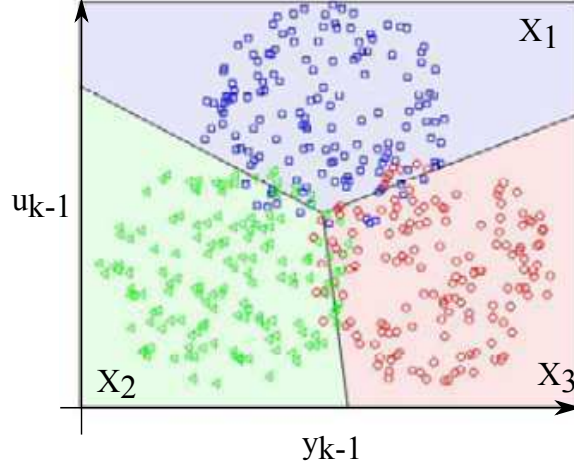


Figura 4.2: Representação da partição do espaço regressão  $X$  com  $n = 1, m = 1$  (adaptado de [5])

e  $X_i, i = 1, 2, \dots, s, \cup_{i=1}^s X_i = X$  e  $X_i \cap X_j = \emptyset$  para  $i \neq j$ , subconjuntos poliédricos convexos de  $X$ , como apresentado na Figura 4.2 [5].

O modelo PWARX é definido como:

$$y_k = \begin{cases} \Theta_1^T \begin{bmatrix} \Phi(k) \\ 1 \end{bmatrix} + e_k & \text{se } \Phi(k) \in X_1, \\ \vdots & \\ \Theta_s^T \begin{bmatrix} \Phi(k) \\ 1 \end{bmatrix} + e_k & \text{se } \Phi(k) \in X_s, \end{cases} \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (4.5)$$

em que  $\Theta_i, i = 1, \dots, s, \Theta \subseteq \mathfrak{R}^{(n+m) \times p}$  é o vetor de parâmetros, definido como:

$$\Theta = [a_1 \dots a_n \quad b_1 \dots b_m], \quad (4.6)$$

$y_k \in \mathfrak{R}^{q \times p}, \Phi_k \in \mathfrak{R}^{(n+m) \times q}$ , and  $e_k \in \mathfrak{R}^{q \times p}$  são os vetores de saída, o vetor de regressão e o ruído no instante  $k$ , respectivamente. O vetor de regressão é dado por:

$$\Phi(k) = [-y(k-1) \dots -y(k-n) \quad u(k-1) \dots u(k-m)]^T \quad (4.7)$$

em que  $u_k \in \mathfrak{R}^{m \times q}$  é a saída no instante  $k$ ,  $m$  e  $n$  são inteiros não negativos e representam a ordem do atraso de  $y$  and  $u$  respectivamente.



#### 4.1.4 Identificação PWARX

A identificação de modelos PWARX é uma tarefa complexa, pois envolve três problemas complementares [107]:

- Estimacão do número de submodelos ARX,
- Estimacão dos vetores de parâmetros, Eq.4.6 para cada submodelo ARX,
- Estimacão dos coeficientes dos hiperplanos que definem a partição do espaço,  $X$ , Eq.4.4, Figura 4.2.

Várias técnicas já foram propostas para o problema de identificacão de modelos PWARX [6, 7, 59, 116, 117, 60, 118, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 125] Essas técnicas podem ser classificadas em quatro abordagens[107]:

- Abordagem por Clustering [6, 7, 59, 116, 117, 60],
- Abordagem Bayesiana [118, 119],
- Abordagem de erro limitado (*bounded error*) [120, 121, 122]
- Procedimento algébrico [123, 124, 125].

Comparada com as demais abordagens, a abordagem por Clustering é adequada para os casos em que há pouco conhecimento prévio sobre o comportamento dinâmico do sistema[107]. Além disso, esta abordagem é mais robusta em relacão a ruídos associados aos dados de entrada,  $u(k)$ , e saída,  $y(k)$  [126]. Por esses motivos optou-se por focar o presente trabalho na abordagem de identificacão de modelos PWARX por Clustering.

Cabe ressaltar que por se tratar de uma área nova dentro do contexto de identificacão de sistemas não-lineares, grande parte das contribuicões relacionadas à identificacão de modelos PWARX abordam este problema apenas de uma perspectiva teórica. Como consequência, a maioria dos trabalhos realizam a validacão das técnicas propostas através de exemplos já apresentado como modelos PWARX [6, 7, 118, 121, 123]. Ao melhor do conhecimento do autor, não existe um exemplo considerado como padrão, ou Benchmark, para comparacão entre algoritmos de identificacão de modelos PWARX. Existem, no entanto, alguns trabalhos que já aplicaram técnicas de identificacão PWARX a problemas reais, como em [127, 5, 128],

#### 4.1.5 Identificacão PWARX - abordagem Clustering

Os procedimentos de identificacão de modelos PWARX na abordagem por Clustering exploram, além das técnicas de clustering, técnicas de regressão linear e máquinas de vetor de suporte, ou SVM, (Support Vector Machine).

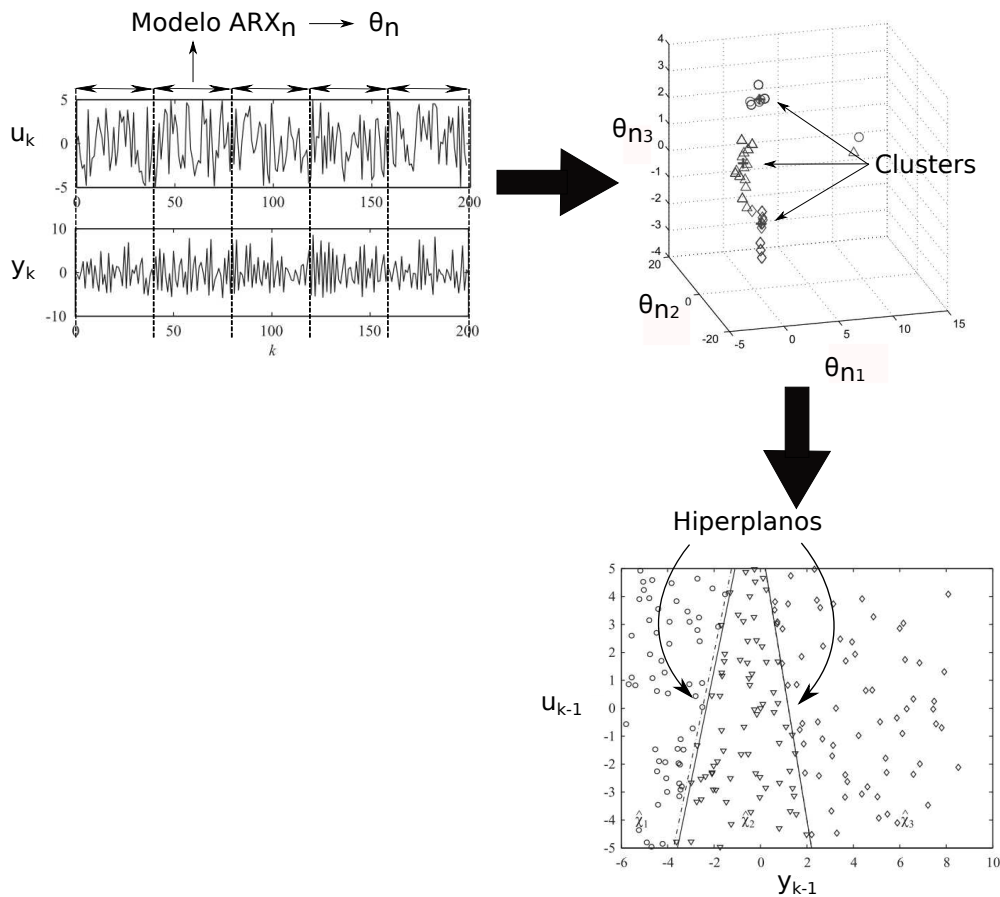


Figura 4.3: Procedimento utilizado em [6]

Essas técnicas são combinadas em diferentes etapas do procedimento. Por exemplo, em [6], a sequência utilizada é:

**Regressão Linear** Estimação dos vetores de parâmetros  $\theta$  em subconjuntos de dados entrada( $u_k$ )/saída ( $y_k$ )

**Clustering** Clustering dos parâmetros encontrados na regressão

**SVM** Estimação dos hiperplanos da partição de  $X$ .

essa sequência é mostrada na Figura 4.3.

Já em [7] a sequência utilizada é:

**Clustering** Clustering dos dados de saída( $y_k$ )/vetor regressão( $[u_{k-1} \ y_{k-1}]$ )

**SVM** Estimação dos hiperplanos da partição de  $X$

**Regressão Linear** Estimação dos vetores de parâmetros  $\theta$

essa sequência é mostrada na Figura 4.4.

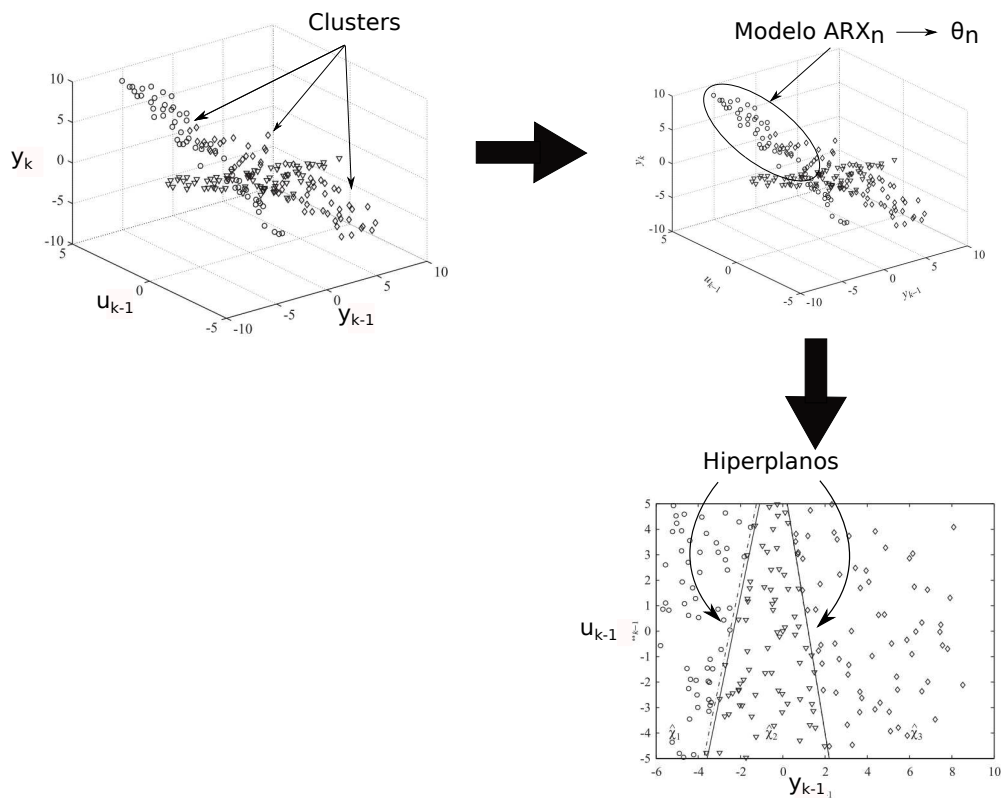


Figura 4.4: Procedimento utilizado em [7]

Em ambas as abordagens, as técnicas de clustering são cruciais, pois determinam quais dados serão usados para a determinação dos parâmetros de cada submodelo e na determinação dos hiperplanos da partição de  $X$ . Os procedimentos de identificação de modelos PWARX por Clustering utilizam fundamentalmente adaptações dos seguintes algoritmos clássicos de clustering:

- K-Means [6], [107], [59],
- Expectation Maximization para Misturas de Gaussianas (Gaussian Mixture Models) [7]
- Single Linkage [129]

As dificuldades na utilização das técnicas de clustering nos procedimentos de identificação de modelos PWARX são inerentes do problema de clustering e podem ser resumidas em duas questões:

- Determinação do número de subconjuntos
- Atribuição correta de cada elemento a cada subconjunto

Nem todos os procedimentos sugeridos para identificação de modelos PWARX abordam essas duas questões. A determinação do número de subconjuntos ainda é um assunto amplamente estudado sem uma solução genérica no contexto de clustering [130] e portanto uma questão fundamental na identificação de modelos PWARX. Muitos trabalhos assumem que o número de submodelos, ou modos, é conhecido enquanto outros focam suas contribuições principalmente na determinação do número de submodelos adequado. Os trabalhos de identificação de modelos PWARX podem, portanto, ser classificados de acordo com a sua contribuição da seguinte forma:

- Dado número de submodelos, ou modos,  $s$ , e a ordem de cada submodelo,  $n_1 = \dots = n_s$ , estima os parâmetros de cada submodelo [6], [118], [5], [128]
- Dado ordem de cada submodelo,  $n_1 = \dots = n_s$ , estima o número de submodelos,  $s$  e os parâmetros de cada submodelo [129], [7], [56], [59]

O procedimento proposto neste trabalho tem como principal contribuição a estimação do número de submodelos na identificação de modelos PWARX.

#### 4.1.6 Clustering

Uma das atividades mais importantes na análise de dados é a classificação ou agrupamento dos dados em categorias distintas baseado em algum critério de similaridade. A partir de informações sobre a classificação de determinado dado é possível inferir algumas propriedades inerentes ao grupo a que esse dado pertence. Por exemplo, na biologia ao saber que um determinado animal pertence a uma determinada espécie, pode-se ter uma noção do seu comportamento ou características físicas, mesmo desconhecendo o animal em si, pois os animais são classificados em espécies justamente por possuírem uma série de similaridades. A tarefa de classificação pode ser feita de forma supervisionada ou não-supervisionada [8].

Na classificação supervisionada uma estrutura dividida em grupos é previamente estabelecida. Além disso, as características de cada elemento a ser classificado também estão claramente definidas. A tarefa é decidir a qual grupo cada elemento pertence, mesmo que cada elemento não possua todas as características atribuídas a cada grupo.

Na classificação não supervisionada, também chamada de clustering, não há uma estrutura de grupos previamente definida. No entanto os elementos possuem algumas características claramente definidas. A tarefa é, portanto, criar uma estrutura de grupos baseado nas características dos elementos. Apesar de parecer simples, trata-se de um problema complexo pois envolve a determinação de conceitos de similaridades, que podem não estar evidentes. Não há uma definição clara para clustering, mas a idéia geral pode ser resumida como:

"Um cluster é um conjunto de entidades que são similares entre si e entidades de clusters distintos não são similares"[8].

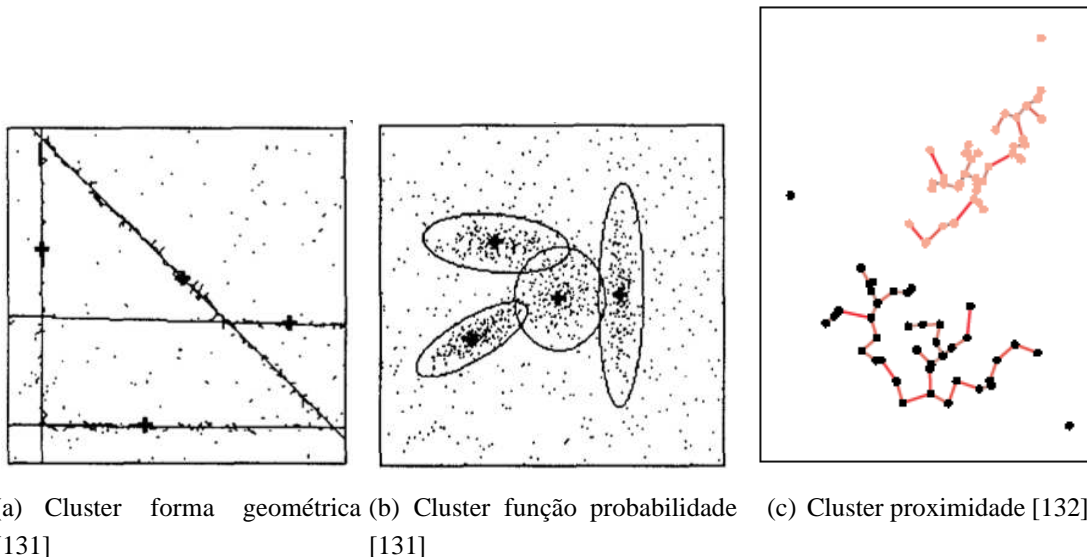


Figura 4.5: Diferentes tipos de clusters

O conceito de similaridade é bastante abstrato e deve ser adequado para cada aplicação. A Figura 4.5 mostra três diferentes possibilidades de agrupamentos de elementos similares em clusters. A Figura 4.5(a) mostra o agrupamento de pontos que formam retas de uma figura geométrica, a Figura 4.5(b) mostra o agrupamento de pontos que representam amostras de diferentes distribuições probabilísticas e a Figura 4.5(c) mostra o agrupamento de pontos que estão próximos entre si.

Nos últimos anos observa-se um crescente interesse no desenvolvimento de técnicas de clustering. A Figura 4.6 [8] mostra a evolução do número de trabalhos acadêmicos sobre clustering desenvolvidos entre os anos de 1996 e 2006 (o levantamento foi realizado utilizando o serviço de busca Web of Science).

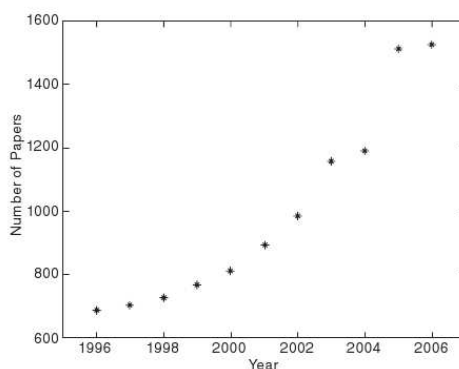


Figura 4.6: Número de artigos sobre análise de cluster a partir de 1996 a 2006 [8].

Existe portanto uma enorme quantidade de algoritmos de clustering para diversas aplicações. O trabalho apresentado neste capítulo foca apenas nos aspectos pertinentes ao problema de identificação de modelos PWARX pela abordagem de clustering. Caso haja interesse no aprofundamento dos estudos sobre técnicas de clustering sugere-se aqui alguns

trabalhos sobre as principais técnicas de clustering [133], [134], [135]. Uma apresentação extensa do tema é apresentado em [8].

A maioria das abordagens para a identificação de modelos PWARX por clustering se baseiam principalmente em algoritmos clássicos de clustering e suas derivações: o K-Means [6], [107], [59], o Expectation Maximization para Misturas de Gaussianas (Gaussian Mixture Models) [7] e o Single Linkage [129].

**K-Means** - o algoritmo K-Means é um dos algoritmos de clustering mais conhecidos e populares [8], [9], [132]. Esse algoritmo busca de forma iterativa a partição ótima de um conjunto de dados, segundo um critério de erro médio quadrático. Existem várias formas de apresentar este algoritmo e nesta seção seguiremos a explanação de [8]. Suponha que se deseje organizar um conjunto de elementos  $\mathbf{x}_j \in \mathbb{R}^d, j = 1 \dots N$  em  $s$  subconjuntos, ou clusters,  $C = \{C_1, \dots, C_s\}$ . O critério de erro médio quadrático é definido como:

$$\begin{aligned} \mathbf{J}(\Gamma, \mathbf{M}) &= \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^N \gamma_{ij} \|\mathbf{x}_j - \mathbf{m}_i\|^2 \\ &= \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^N \gamma_{ij} (\mathbf{x}_j - \mathbf{m}_i)^T (\mathbf{x}_j - \mathbf{m}_i), \end{aligned} \quad (4.8)$$

em que  $\Gamma = \{\gamma_{ij}\}$  é a matriz de partição, com

$$\gamma_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se } \mathbf{x}_j \in \text{cluster } i, \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (4.9)$$

e  $\sum_{i=1}^s \gamma_{ij} = 1, \forall j$ .  $\mathbf{M} = \{\mu_1 \dots \mu_s\}$  é o conjunto de protótipos, ou centroides, em que  $\mu_i = \frac{1}{N_i} \sum_{j=1}^N \gamma_{ij} \mathbf{x}_j$  é a média amostral do  $i$ -ésimo cluster com  $N_i$  elementos. A partição dos elementos do conjunto que minimiza a soma do erro quadrático é considerada ótima e chamada de partição de mínima variância.

O K-Means é um algoritmo iterativo que pode ser resumido nos seguintes passos:

1. Inicializar uma partição do conjunto em  $s$  clusters representados pela escolha arbitrária dos elementos de  $\mathbf{M} = \{\mu_1 \dots \mu_s\}$
2. Designar cada elemento do conjunto ao cluster  $C_l$  mais próximo, ou seja:

$$\mathbf{x}_j \in C_l, \quad \text{se } \|\mathbf{x}_j - \mathbf{m}_l\| < \|\mathbf{x}_j - \mathbf{m}_i\| \quad (4.10)$$

$$j = 1, \dots, N, \quad i \neq l, \quad i = 1, \dots, s \quad (4.11)$$

3. Recalcular o protótipo de cada cluster:

$$\mu_i = \frac{1}{N_i} \sum_{\mathbf{x}_j \in C_i} \mathbf{x}_j, \quad i = 1, \dots, s \quad (4.12)$$

4. Repetir os passos 2 e 3 até que não haja alteração para cada cluster.

Uma variação do K-Means é o algoritmo Fuzzy C-Means [136]. A maior diferença está no fato dos elementos  $\gamma_{ij}$  da matriz  $\Gamma$  assumirem valores entre 0 e 1, ao contrário do K-Means em que os valores são ou 0 ou 1. Dessa forma todos os elementos do conjunto pertencem a todos os  $s$  clusters com algum grau de pertinência. Outra variação comum é a exclusão de clusters que possuem um número de elementos, ou cardinalidade, menor que um parâmetro  $c$  estabelecido. Neste caso os elementos são designados a outros clusters.

**Expectation Maximization** A maximização da expectativa ou Expectation Maximization, EM, considera cada cluster como uma função de densidade de probabilidade. O objetivo é agrupar os elementos do conjunto de dados em diferentes clusters de acordo com as características da função de densidade de probabilidade que representa cada cluster [137, 138]. Os princípios básicos são descritos a seguir.

Seja  $X$  um vetor aleatório resultante de uma família de funções parametrizadas. Deseja-se encontrar  $\theta$  tal que  $P(X|\theta)$  seja máximo. No entanto temos apenas um conjunto de dados observados  $z$ , de um vetor aleatório oculto  $Z$  cuja densidade paramétrica,  $p(z|\theta)$  é conhecida.

Dado que temos  $z$ , pode-se tentar encontrar a estimativa de máxima verossimilhança, MLE, (do inglês, *Maximum Likelihood Estimation*) de  $\theta$  [138]:

$$\hat{\theta}_{MLE} = \arg \max_{\theta \in \Theta} p(z|\theta) \quad (4.13)$$

ou melhor, como  $\ln(x)$  é estritamente crescente:

$$\hat{\theta}_{MLE} = \arg \max_{\theta \in \Theta} \ln(p(z|\theta)) \quad (4.14)$$

No entanto, resolver esse problema de maximização pode ser uma tarefa muito difícil. Para este fim pode-se usar o algoritmo de maximização da expectativa, EM. A idéia básica é fazer uma suposição inicial sobre  $X$  e encontrar o  $\theta$  que maximiza a função de log-verossimilhança de  $X$ . Uma vez que temos uma estimativa para  $\theta$  pode-se melhorar a suposição feita inicialmente para o conjunto de dados  $X$ . Essa iteração é repetida até se atingir um critério de parada.

Normalmente o EM é descrito em dois passos [137]:

- E-step: determinar a expectativa condicional  $E_{Z|X, \theta_n} \{\ln P(\mathbf{X}, z|\theta)\}$
- M-step: maximizar a expressão em relação a  $\theta$

Uma forma mais detalhada é apresentada em [138], que elabora o mesmo algoritmo em seis passos:

- Escolher uma suposição inicial para  $\theta_{(n=0)}$  para  $\theta$
- Dado o conjunto de dados  $z$  e assumindo que neste passo que a estimativa  $\theta_n$  está correta, calcular a distribuição condicional  $p(x|z, \theta_n)$
- Descartar a estimativa  $\theta_n$  e manter os valores encontrados para  $p(x|z, \theta_{nn})$
- Calcular a expectativa condicional, com os dados disponíveis:

$$Q(\theta|\theta_n) = E_{Z|X, \theta_n} \{\ln P(\mathbf{X}, \mathbf{z}|\theta)\} = \int_{X(z)} \ln p(x|\theta) p(x|z, \theta_n) dx \quad (4.15)$$

note que nesta função  $\theta$  é uma variável livre e que depende da estimativa  $\theta_n$

- Atualizar a estimativa  $\theta_{n+1}$ , escolhendo  $\theta$  que maximiza a função do passo anterior
- Atualizar a geração  $n = n + 1$  e voltar para o primeiro passo até que um critério de parada seja satisfeito

Apesar de muito utilizado, o algoritmo EM não garante um resultado adequado. Durante a sua utilização deve-se levar em conta algumas considerações:

- O EM tem um sério problema de inicialização, que inclui a suposição inicial sobre  $X$  para encontrar o  $\theta$ . Essa dificuldade é normalmente contornada com múltiplas inicializações e comparação entre os diferentes resultados. Uma prática comum é usar o algoritmo K-Means para encontrar uma boa condição de inicialização
- Não há garantia de convergência para máximo global, o algoritmo pode convergir para máximos locais, pontos de sela e até mesmo mínimos locais

No caso do EM para misturas de Gaussianas, a suposição inicial é que  $X$  é composto por elementos gerados a partir de diversas funções gaussianas, caracterizadas pelas suas médias,  $\mu_1, \dots, \mu_s$ , e matrizes de covariância  $\Sigma_1, \dots, \Sigma_s$ . Neste caso busca-se agrupar os elementos do conjunto de dados de forma a obter um  $\theta$ , ou seja, uma coleção de médias  $\mu_i$  e covariâncias  $\Sigma_i$  amostrais, que maximize a função de log-verossimilhança com uma função de densidades de probabilidade gaussiana.

**Single Linkage** O algoritmo Single Linkage é um método que se baseia no agrupamento de elementos próximos uns aos outros [129], [132]. A partir de um conjunto de dados com  $N$  elementos, cria-se um conjunto disjunto de  $N$  clusters,  $C = \{C_1, \dots, C_N\}$ . Considerando a distância entre dois clusters,  $d(C_i, C_j), i \neq j$ , como

$$\min_{\theta \in C_i, \theta' \in C_j} \|\theta - \theta'\|, \quad (4.16)$$

os clusters mais próximos são unidos para formar um novo cluster. Essa operação é repetida até o critério de parada  $l$  seja alcançado. O critério de parada  $l$  representa uma suposição inicial sobre a distância mínima,  $d(C_i, C_j), i \neq j$ , ente dois clusters.



Apesar desse algoritmo determinar automaticamente o número de clusters em um conjunto de dados, o seu desempenho está relacionado com a escolha adequada do critério de parada  $l$ . A escolha de valores pequenos para  $l$  resulta em uma configuração mais fragmentada e com um maior número de clusters, enquanto a escolha de valores grandes de  $l$  resultam em um número menor de clusters com uma agregação maior dos elementos do conjunto de dados. A escolha do valor para o parâmetro  $l$  é uma tarefa subjetiva e que envolve muita heurística e muitas tentativas, uma vez que o conceito de distância pequena ou grande depende da configuração do conjunto de elementos que serão agrupados.

A qualidade do particionamento do conjunto de dados a partir dos algoritmos de clustering pode ser avaliada por diferentes índices de validação de clusters [139], [140], [141], [142]. Esses índices combinam informações sobre a densidade e a separação entre os clusters. As informações são avaliadas de acordo com funções de determinados fatores tais como erro médio quadrático, propriedades geométricas ou estatísticas dos dados e a quantidade de elementos agregados em um mesmo cluster [8].

Alguns índices de validação de clusters avaliam a qualidade da partição do conjunto de dados em função do número de clusters da partição. Esses índices são utilizados no contexto de identificação de modelos PWARX para estimar a quantidade adequada de submodelos, i.e. o número de clusters em um conjunto de dados. Os índices mais comuns nos algoritmos de clustering utilizados na identificação de modelos PWARX são: o Critério de Informação de Akaike, ou AIC, (do inglês, *Akaike's Information Criterion*), o Critério de Informação Bayesiana, ou BIC, (do inglês, *Bayesian Information Criterion*) e Comprimento de Descrição Mínima, ou MDL, (do inglês, *Minimum Description Length*), descritos a seguir.

**Critério de Informação de Akaike** Segundo [8]:

$$AIC(s) = \frac{-2(N - 1 - N_k - s/2)l(\hat{\theta})}{N} + 3N_p \quad (4.17)$$

em que  $s$  é o número de clusters em uma partição do conjunto com  $N$  dados,  $N_k$  é o número de parâmetros que caracteriza o cluster,  $N_p$  o número de parâmetros independentes determinados pelo algoritmo de clustering e  $l(\hat{\theta})$  a função de log-verossimilhança. A avaliação da partição é feita avaliando o número de clusters  $s$  que minimize o AIC(s).

**Critério de Informação Bayesiana** O critério de informação Bayesiana (BIC) é [8, 143]:

$$BIC(s) = l(\hat{\theta}) - \frac{N_p}{2} \log(N) \quad (4.18)$$

em que  $s$  é selecionado com o valor máximo de BIC(s).

Supondo uma distribuição univariada, ou escalar, em relação às distâncias das amostras aleatórias, o BIC é dado como [143]

$$BIC(s) = -\frac{N_i}{2} \log 2\pi - \frac{N_i m}{2} \log \sigma^2 - \frac{N_i - k}{2} + N_i \log \frac{N_i}{N} - \frac{K}{2} \log N \quad (4.19)$$

em que  $N_i$  é o tamanho do cluster  $i$ ,  $N$  o tamanho do conjunto de dados,  $s$  o número de clusters,  $m$  a dimensão dos dados, e  $\sigma^2 = \frac{1}{N_i - k} \sum_i (x_i - c_i)^2$ , com  $x_i$  cada elemento do cluster  $i$  e  $c_i$  o centroide, ou ponto médio, do  $i$ -ésimo cluster.

### Comprimento de Descrição Mínima Segundo [8]

$$MDL(s) = -l(\hat{\theta}) + \frac{N_p}{2} \log(N). \quad (4.20)$$

o índice MDL é equivalente ao BIC, exceto pelo sinal.  $s$  é selecionado de forma a obter o valor mínimo do índice MDL(s).

Uma desvantagem dos índices de validação AIC, BIC, MDL, está no fato de utilizarem a função de log-verossimilhança. Neste caso assume-se que os elementos de cada um dos clusters resultantes representam amostras de uma determinada função de densidade de probabilidade, como representado na Figura 4.5(b). Essa afirmação pode levar a resultados inconsistentes se os elementos dos clusters resultantes não se assimilarem à amostras de uma função de densidade de probabilidade, como na Figura 4.5(c).

## 4.2 PROCEDIMENTO DE IDENTIFICAÇÃO DESENVOLVIDO

Este trabalho apresenta um procedimento para a identificação de modelos PWARX, Eq. 4.5, na abordagem por clustering. O procedimento é composto por 3 fases, similar ao procedimento proposto por [6] e representando na Figura 4.3. A maior contribuição está na fase 2, onde um novo algoritmo de clustering para detecção do número de submodelos, ou modos, é apresentado. A seguir a descrição do procedimento proposto:

**Hipótese 1:** Após uma transição modo, o sistema permanece no novo modo por, pelo menos, um tempo mínimo de  $t_w$ , para o qual amostras disponíveis são suficientes para a identificação de um modelo ARX.

**Fase 1 - Identificação local de cada submodelo :** o conjunto de dados de entrada e saída é dividido em pequenos conjuntos, chamados de conjunto de dados locais, ou LD (do inglês, *Local Dataset*). Para cada LD, um modelo ARX é gerado pelo método padrão de mínimos quadrados, ou LS (do inglês, *Least Squares*) [62]. As ordens  $n_{y_1} = n_{y_2} = \dots = n_{y_s}$  e  $n_{u_1} = n_{u_2} = \dots = n_{u_s}$  dos submodelos são escolhidas previamente de forma heurística.

**Fase 2 - Clustering dos vetores de parâmetros de cada submodelo** : vetores de parâmetros identificados para cada LD,  $\theta$ , que são semelhantes são agrupados através do algoritmo de clustering proposto. O algoritmo de clustering proposto também detecta automaticamente o número de submodelos, ou modos, no modelo PWARX. A média de cada cluster é tomada como vetor de parâmetro de cada modo no modelo final.

**Fase 3 - Particionamento do espaço de regressão** : com os submodelos identificados, o conjunto de dados de entrada e saída é remarcado para indicar quais os pontos no espaço de regressão foram gerados por cada submodelo. Em seguida a estimação dos limites dos hiperplanos que separam cada região do espaço de regressão é realizada com o uso de máquinas de vetores de suporte (SVM) [144].

Uma explicação detalhada de cada fase é apresentada nas Seções 4.2.1, 4.2.2.3 e 4.2.3.

#### 4.2.1 Identificação de cada submodelo

O conjunto de dados locais, ou LD, é construído pela divisão sequencial dos  $N$  elementos do conjunto de dados  $[y_k \quad \Phi k]$ , em sub-conjuntos  $W_j$ . Ou seja,  $W_1 = [y_1 \quad \Phi 1], \dots, [y_w \quad \Phi w], W_2 = [y_{w+1} \quad \Phi w + 1], \dots, [y_{2w} \quad \Phi 2w], \dots, W_s$ . Vetores de parâmetros locais,  $\Theta_j$  são então estimados para cada conjunto de dados  $W_j$  pelo método mínimos quadrados [62]:

$$\hat{\Theta}_j = (\phi^T \phi)^{-1} \phi^T Y \quad (4.21)$$

em que  $\phi$  é uma coleção de vetores regressor  $\Phi_k$ , Eq. 4.7, e  $Y$  a coleção das respectivas saídas  $y_k$  que compõe o sub-conjunto  $W_j$ .

#### 4.2.2 Algoritmo de clustering proposto - SM

A maioria das abordagens para a identificação de sistemas PWA por clustering, se baseiam em algoritmos clássicos de clustering e suas derivações: o K-Means [6], [107], [59], o Expectation Maximization para Misturas de Gaussianas (Gaussian Mixture Models) [7] e o Single Linkage [129].

Embora amplamente utilizados, estes métodos são muito sensíveis à inicialização. Conforme mostrado na Seção 4.1.6, os algoritmos citados requerem a escolha arbitrária de valores iniciais para um ou mais parâmetros, tais como: pontos de partida para o algoritmo, valores iniciais para médias, covariâncias, etc., além da escolha arbitrária para valores de parâmetros relacionados à condição de parada.

Por exemplo, no algoritmo apresentado em [7] deve-se determinar valores iniciais para os parâmetros de ponderação ( $\alpha_i$ ), matrizes de covariância ( $\Sigma_i$ ), os vetores média iniciais

( $\mu_i$ ) e da tolerância de convergência ( $\epsilon$ ). Os vetores média iniciais ( $\mu_i$ ) são escolhidos arbitrariamente do conjunto de dados  $\Phi_k$ . Esse método de inicialização resulta em resultados variados e requer a repetição do algoritmo até que uma boa configuração seja alcançada. A Figura 4.7 mostra o resultado do algoritmo de clustering apresentado em [7], executado no exemplo de identificação PWARX apresentado no mesmo, com os valores iniciais de  $\alpha_i$ ,  $\Sigma_i$  e  $\epsilon$  apresentados no trabalho e seguindo o mesmo procedimento de escolha aleatória do valor inicial de  $\mu_i$ .

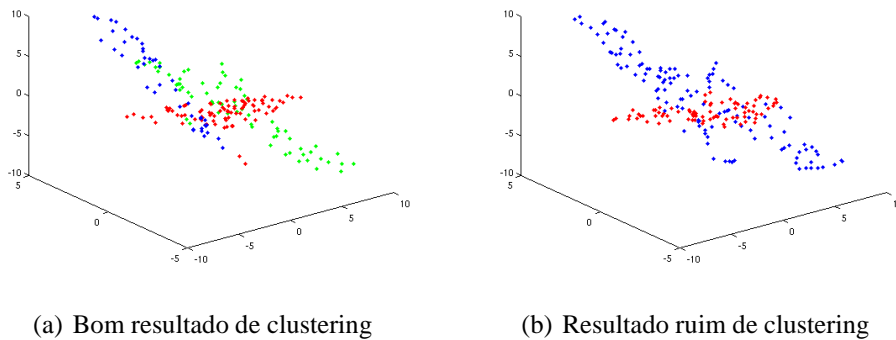


Figura 4.7: Resultados distintos para o algoritmo de clustering de [7]

Segundo [7] são foram necessárias 20 inicializações para obter o bom resultado mostrado na Figura 4.7(a).

Por esses motivos, uma prática comum nas técnicas de clustering aplicadas à identificação de modelos PWARX é a comparação de resultados a partir de múltiplas inicializações com diferentes pontos de partida e com diferentes valores para determinados parâmetros. Essa prática é utilizada também nas variações desses algoritmos que buscam estimar o número adequado de submodelos, representado pelos clusters, no modelo PWARX.

Para distinguir os resultados dessas múltiplas inicializações, são utilizados índices de validação para a configuração final gerada pelo algoritmo de clustering, tais como BIC, AIK e MDL, como mostrado na Seção 4.1.6. A Figura 4.8 de [7] mostra os valores dos índices AIC (CAIC na figura) e MDL avaliados para diferentes números de clusters  $s$ . O ponto de cotovelo, ou seja o ponto onde há uma mudança abrupta na inclinação do gráfico, é escolhido como o valor ótimo para o número de clusters na partição do conjunto de dados. Na Figura 4.8 o ponto ótimo é  $s = 3$ .

Apesar da utilização de índices de validação para determinar a melhor configuração, a escolha arbitrária de valores iniciais e a necessidade de múltiplas execuções torna-se um processo tedioso que envolve uma série de heurísticas e pode levar a resultados imprecisos.

Esta seção apresenta um algoritmo de divisão e fusão, ou SM (do inglês, *Split and Merge*) que usa o Índice silhueta como um critério de validação. Esse algoritmo foi desenvolvido para determinação automática do número de clusters em um conjunto buscando minimizar

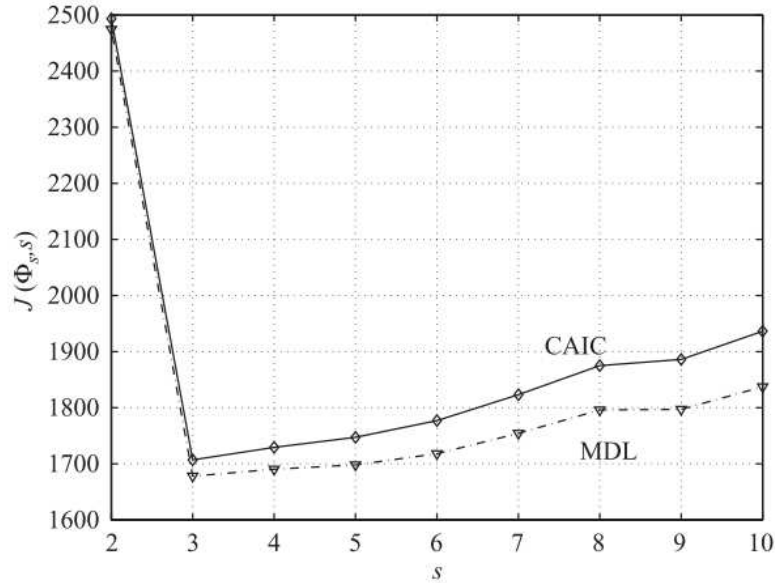


Figura 4.8: Valores de AIC (CAIC na figura) e MDL para diversos números de clusters  $s$  em [7]

a necessidade de múltiplas inicializações e redução do número de escolhas arbitrárias de parâmetros.

As principais características do algoritmo SM proposto são: a divisão dos dados em subconjuntos e o cálculo do índice de validação da configuração resultante. Esses dois aspectos serão explicados em detalhes nas Seções 4.2.2.1 e 4.2.2.2, respectivamente. O algoritmo completo é apresentado na Seção 4.2.2.3.

#### 4.2.2.1 Divisão do conjunto do dados

Na primeira etapa do algoritmo SM, utiliza-se a transformação Kahunen-Loeve (KL), também conhecida como Análise dos Componentes Principais, ou PCA, (Principal Components Analysis). Este procedimento é descrito em [132], como:

Para um conjunto de dados  $d$ -dimensional, o vetor de valores médio  $\mu$  e a matriz de covariância  $\Sigma$  são determinados. Os autovetores  $e_1, \dots, e_l$  e os autovalores associados  $\lambda_1, \dots, \lambda_l$  são calculados e classificados de forma decrescente de acordo com o autovalor. Geralmente haverá apenas um pequeno número de autovalores com grande valor. Os autovetores associados aos autovalores de maior valor podem ser vistos como a direção da dispersão dos elementos em um conjunto de dados. O maior autovalor está associado à maior dispersão enquanto o menor autovalor representa o mínimo de dispersão.

Tomando apenas os  $l$  autovetores que possuem os maiores autovalores associados e formando uma matriz  $d \times \mathbf{A}$ , é possível projetar os dados para o subespaço  $l$ -

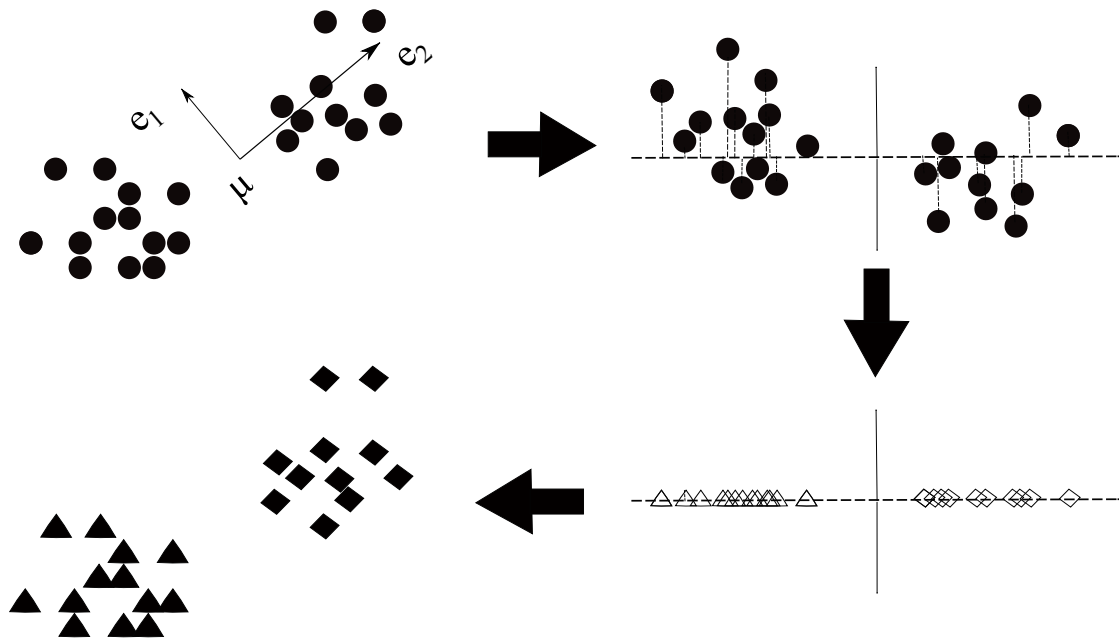


Figura 4.9: Particionamento do conjunto de dados por PCA

dimensional de acordo com:

$$\mathbf{x}' = F_1(\mathbf{x}) = \mathbf{A}^t(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}) \quad (4.22)$$

O método PCA é utilizado neste algoritmo para dividir um conjunto de dados em dois. No algoritmo SM desenvolvido, apenas o autovalor mais significativo é tomado, todos os pontos de dados são projetados em um eixo com a média deslocada para a origem, de tal forma que os pontos projetados com valores positivos pertencem a um grupo e aqueles com valores negativos para o outro. A Figura 4.9 mostra um esquemático do particionamento de um conjunto de dados por PCA.

Nota-se que para sistemas de ordem superior, é necessário considerar mais de um autovalor significativo ao utilizar o PCA.

#### 4.2.2.2 Índice de Validação do Cluster

No algoritmo SM proposto o índice silhueta (Silhouette) [140] é utilizado para a validação da configuração resultante do algoritmo SM de clustering. O índice silhueta é a média, de todos os clusters, da largura da silhueta de seus pontos. Primeiramente, dado um ponto  $\mathbf{x}$  no cluster  $C_i$  e  $n_i$  o número de pontos em  $C_i$ , calcula-se a distância média entre  $\mathbf{x}$  e todos os outros pontos do cluster  $C_i$ :

$$a(\mathbf{x}) = \frac{1}{n_i - 1} \sum_{y \in C_i, y \neq \mathbf{x}} d(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \quad (4.23)$$

neste trabalho a distância de Mahalanobis é utilizada como a medida  $d(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ . A seguir calcula-se o mínimo da média da distância entre  $\mathbf{x}$  e todos os outros pontos dos outros clusters,  $h = 1, \dots, I, h \neq i$ :

$$b(\mathbf{x}) = \min_{h=1, \dots, I, h \neq i} \left[ \frac{1}{n_h} \sum_{\mathbf{y} \in C_h} d(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \right]. \quad (4.24)$$

O índice silhueta para cada ponto  $\mathbf{x}$  é definido como:

$$S(\mathbf{x}) = \frac{b(\mathbf{x}) - a(\mathbf{x})}{\max[b(\mathbf{x}), a(\mathbf{x})]} \quad (4.25)$$

e o índice silhueta para o conjunto de dados completo, ou índice de silhueta global, é dado por:

$$S = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \left[ \frac{1}{n_i} \sum_{\mathbf{x} \in C_i} S(\mathbf{x}) \right]. \quad (4.26)$$

A largura da silhueta para cada ponto  $\mathbf{x}$  varia entre -1 e 1 e representa o grau de pertinência do ponto associado ao cluster ao qual ele pertence. Valores próximos de -1 indicam que o ponto está mais perto de pontos de outros clusters do que de pontos do cluster ao qual ele pertence. Por outro lado, valores próximos de 1 indicam que a distância média entre  $\mathbf{x}$  e os outros pontos do mesmo cluster é menor que a distância média a pontos associados a outros clusters. Portanto partições que resultem em clusters bem separados, compactos e definidos geram índices silhueta próximos a 1.

Diferente dos índices normalmente utilizados nos algoritmos de clustering para identificação PWARX, AIC, BIC, MDL, o índice da silhueta se baseia apenas na distância entre os pontos para avaliar a qualidade da partição. Nesse caso não há uma hipótese inicial sobre o tipo de distribuição probabilística que melhor representa os clusters da partição, necessária para o cálculo da função de log-verossimilhança. Existem outros índices de validação de clusters que se baseiam apenas na informação da distância entre os pontos para avaliar a qualidade da partição, tais como o Índice Dunn e a Correlação de Hubert [145], [139]. Em um estudo comparativo apresentado em [140], o índice da silhueta se mostrou superior aos Índices Dunn e a Correlação de Hubert na avaliação da qualidade da partição em relação ao número de clusters em diversos cenários.

#### 4.2.2.3 Algoritmo SM

Essa seção descreve o algoritmo Split and Merge, apresentado no Algoritmo 1, proposto neste trabalho. A Figura 4.10 apresenta um esquemático da evolução do algoritmo Split and Merge.

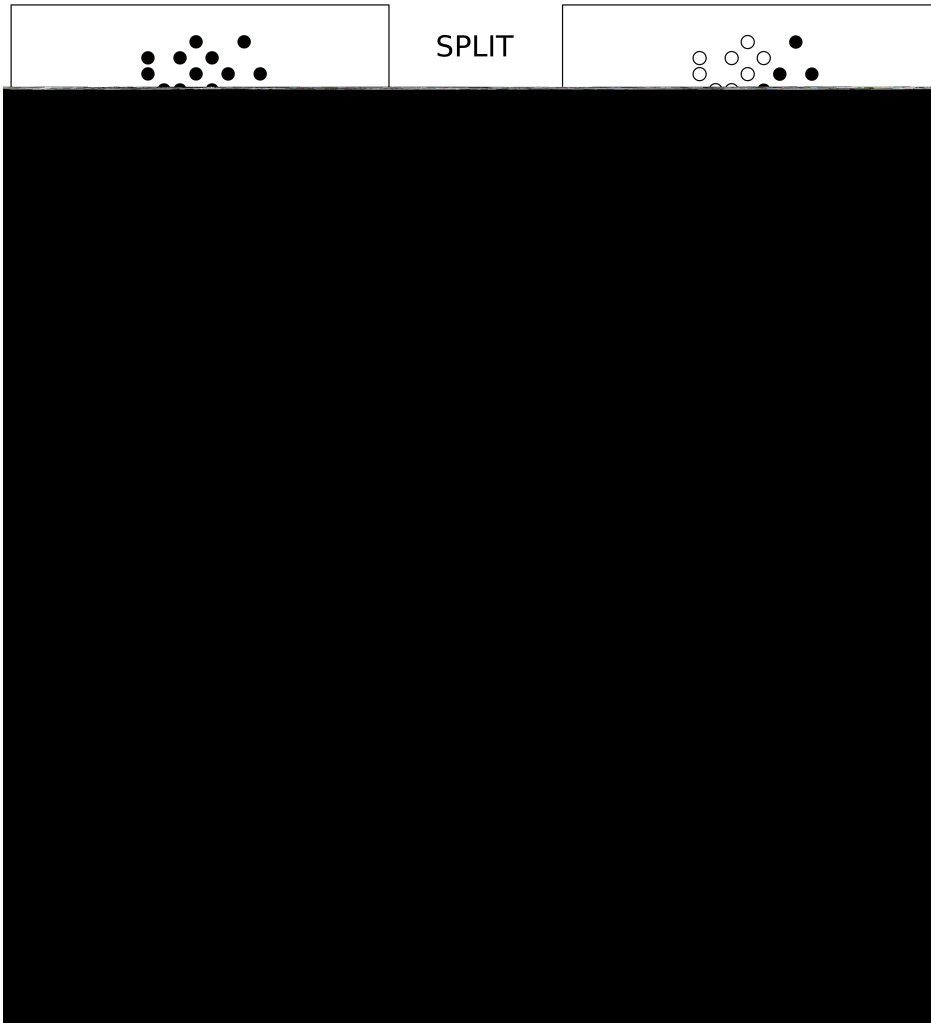


Figura 4.10: Esquemático da evolução do algoritmo SM proposto

Primeiramente, o conjunto ordenado de todos os subconjuntos, ou clusters,  $\mathbf{C} = \{C_1, \dots, C_s\}$ , possui apenas um subconjunto,  $s = 1$ , que contém todos os elementos do conjunto de dados. Inicialmente o índice de silhueta global,  $S(\mathbf{C})$ , de  $\mathbf{C}$  é -1.

O algoritmo SM inicia a sua primeira etapa, a divisão. Cada um dos subconjuntos  $C_i, i = 1, \dots, s$  de  $\mathbf{C}$  é particionado em dois subconjuntos  $C'_i$  e  $C''_i$  pelo método de análise de componentes principais, PCA, apresentado na Seção 4.2.2.1. Um conjunto  $\mathbf{C}'$  idêntico ao conjunto  $\mathbf{C}$  é criado. O subconjunto  $C_i$  é substituído por  $C'_i$  e  $C''_i$  no conjunto  $\mathbf{C}'$ . O índice de silhueta global  $S(\mathbf{C}')$ , descrito na Seção 4.2.2.2, é calculado para o novo conjunto  $\mathbf{C}'$ . Caso  $S(\mathbf{C}) < KS(\mathbf{C}')$ , o subconjunto  $C_i$  é removido do conjunto  $\mathbf{C}$  e os subconjuntos  $C'_i$  e  $C''_i$  são adicionados após o último elemento do conjunto  $\mathbf{C}$ . Após essa operação o conjunto  $\mathbf{C}$  passa a ter  $s + 1$  elementos. A operação é repetida para todos os submodelos  $C_i$  de  $\mathbf{C}$  até que todos os  $s$  elementos sejam testados e em nenhum caso  $S(\mathbf{C}) < KS(\mathbf{C}')$ . A constante  $K$  é o único parâmetro que deve ser ajustado no algoritmo. Esse parâmetro é ajustado para estimular a fase de divisão do algoritmo e evitar que esta etapa termine após poucas iterações.

A segunda etapa do algoritmo é a fusão. A partir de dois subconjuntos  $C_i, C_j, i \neq j$  de



$\mathbf{C}$  cria-se um novo subconjunto  $C'_i = C_i \cup C_j$ . Assim como na etapa anterior, um conjunto  $\mathbf{C}'$  idêntico ao conjunto  $\mathbf{C}$  é criado. Os subconjuntos  $C_i$  e  $C_j$  são removidos de  $\mathbf{C}'$  e o novo subconjunto  $C'_i$  é adicionado a  $\mathbf{C}'$ . Novamente, o índice de silhueta global  $S(\mathbf{C}')$  é calculado para o novo conjunto  $\mathbf{C}'$ , conforme descrito na Seção 4.2.2.2. Caso  $S(\mathbf{C}) < S(\mathbf{C}')$  os subconjuntos  $C_i$  e  $C_j$  são removidos de  $\mathbf{C}$  e o novo subconjunto  $C'_i$  é adicionado após o último elemento de  $\mathbf{C}$ . O conjunto  $\mathbf{C}$  passa a ter  $s - 1$  elementos. A operação é repetida até que todos os pares sejam testados e em nenhum caso  $S(\mathbf{C}) < S(\mathbf{C}')$ .

### 4.2.3 Estimação dos coeficientes dos hiperplanos

Nesta etapa, uma estrutura Máquina de Vetor de Suporte (SVM) é empregada para classificar os elementos de dois clusters adjacentes no espaço de regressão e determinar o hiperplano de separação entre eles. No presente trabalho assume-se que apenas dois grupos são adjacentes e não havia buracos no espaço de regressão  $X$ .

As máquinas de vetor de suporte são técnicas de classificação de dados supervisionada [9], [132]. Diferente das técnicas de clustering, existe um conjunto de dados com amostras rotuladas e o objetivo é encontrar a melhor critério de separação entre os grupos.

Inicialmente considera-se o caso em que temos um conjunto de dados separáveis, ou seja, existe um hiperplano orientado que separa os dados. A Figura 4.11 de [9] mostra um conjunto de dados linearmente separáveis.

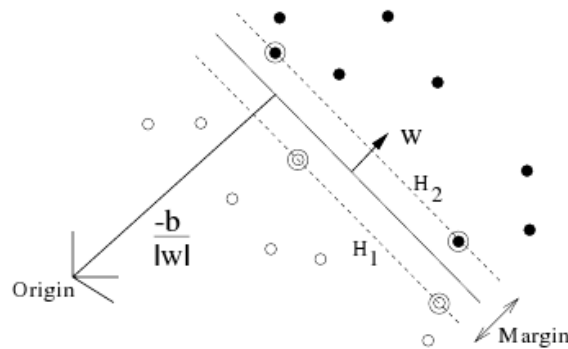


Figura 4.11: Hiperplano linear separando conjunto linearmente separável [9]

A formulação do problema para encontrar o hiperplano que separa o conjunto de dados pode ser elaborada como: supondo  $l$  observações, composta por vetores  $\mathbf{x}_i \in R^n$ ,  $i = 1, \dots, l$  e um vetor  $y_i$  contendo marcações, ou rótulos, indicando a classificação de cada elemento de  $\mathbf{x}_i$ .

Os pontos  $\mathbf{x}_i$  que estão sobre o hiperplano que separa os dois grupos satisfazem

---

**Algoritmo 1: Split and Merge**

---

**Data:** Conjunto de datos

**Result:** Conjunto particionado

```
1 begin
2    $C_1 \leftarrow$  todos elementos conjunto de datos
3    $\mathbf{C} = \{C_1\} \rightarrow s = 1$ 
4    $S(\mathbf{C}) \leftarrow -1$ 
5    $\mathbf{C}' \leftarrow \mathbf{C}$ 
6   Particionar  $C_1$  por PCA,  $C_1 \rightarrow C'_1, C''_1$ 
7    $\mathbf{C}' = \{C'_1, C''_1\}$ 
8   while  $S(\mathbf{C}) < KS(\mathbf{C}')$  do
9      $\mathbf{C} \leftarrow \mathbf{C}'$ 
10    for  $i = 1 : s$  do
11      Particionar  $C_i \in \mathbf{C}$  por PCA,  $C_i \rightarrow C'_i, C''_i$ 
12       $\mathbf{C}' \leftarrow \mathbf{C} / \{C_i\} \cup \{C'_i, C''_i\}$ 
13      if  $S(\mathbf{C}) < KS(\mathbf{C}')$  then
14        break
15   $S(\mathbf{C}) \leftarrow -1$ 
16  while  $S(\mathbf{C}) < S(\mathbf{C}')$  do
17     $\mathbf{C} \leftarrow \mathbf{C}'$ 
18    for  $i = 1 : s$  do
19      for  $j = 1 : s, j \neq i$  do
20         $C'_i = C_i \cup C_j, C_i, C_j \in \mathbf{C}$ 
21         $\mathbf{C}' \leftarrow \mathbf{C} / \{C_i\} \cup \{C'_i, C''_i\}$ 
22        if  $S(\mathbf{C}) < S(\mathbf{C}')$  then
23          break
24      if  $S(\mathbf{C}) < S(\mathbf{C}')$  then
25        break
26 end
```

---

$$\mathbf{w} \cdot \mathbf{x} + b = 0 \quad (4.27)$$

em que o vetor  $\mathbf{w}$  é normal ao hiperplano,  $|b|/||\mathbf{w}||$  é a distância perpendicular do hiperplano à origem e  $||\mathbf{w}||$  é a norma euclidiana de  $\mathbf{w}$ . Sejam  $d_+, d_-$  as menores distâncias entre o hiperplano e o ponto mais próximo de cada classe, a margem do hiperplano que separa os grupos é  $d_+ + d_-$ . No caso linearmente separável, o algoritmo SVM procura o hiperplano com a maior margem.

Reescrevendo, supor que todos os dados do conjunto de treinamento satisfaça:

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{w} + b \geq +1, \text{ para } y_i = +1 \quad (4.28)$$

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{w} + b \leq -1, \text{ para } y_i = -1 \quad (4.29)$$

ou ainda:

$$y_i(\mathbf{x}_i \cdot \mathbf{w} + b) - 1 \geq 0 \forall i \quad (4.30)$$

Considerando os pontos em que a equação em 4.28 é válida (o que é equivalente a escolher uma escala para  $\mathbf{w}, b$ ), estes pontos estão no hiperplano  $H_1 : \mathbf{x}_i \cdot \mathbf{w} + b = 1$  com normal  $\mathbf{w}$  e distância perpendicular da origem  $|1 - b|/||\mathbf{w}||$ .

Analogamente em 4.29 os pontos que satisfazem a equação estão no hiperplano  $H_2 : \mathbf{x}_i \cdot \mathbf{w} + b = -1$  com normal  $\mathbf{w}$  e distância perpendicular à origem  $|-1 - b|/||\mathbf{w}||$ . Assim  $d_+ = d_- = 1/||\mathbf{w}||$  e a margem é  $2/||\mathbf{w}||$ . Note que  $H_1$  e  $H_2$  são paralelos (tem o mesmo normal) e não há pontos no conjunto de treinamento localizado entre os dois hiperplanos. Então pode-se achar o par de hiperplanos com a maior margem minimizando  $||\mathbf{w}||^2$  com a restrição em 4.30.

Os pontos que satisfazem as equações em 4.28 e 4.29 são chamados de vetores de suporte.

A formulação apresentada não pode ser aplicada ao caso em que o conjunto de dados não é linearmente separável, como apresentado na Figura 4.12 de [9]. Nessa situação não é possível achar uma solução factível para a formulação do problema do caso linearmente separável.

É possível, no entanto, obter uma formulação adequada para casos não separáveis. A formulação é feita relaxando um pouco as restrições em 4.28 e 4.29. Para que a condição seja relaxada apenas quando necessário, introduz-se uma variável de custo  $\xi_i, i = 1, \dots, l$  às restrições e temos então:

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{w} + b \geq +1 - \xi_i, \text{ para } y_i = +1 \quad (4.31)$$

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{w} + b \leq -1 + \xi_i, \text{ para } y_i = -1 \quad (4.32)$$

$$\xi_i \geq 0 \forall i \quad (4.33)$$

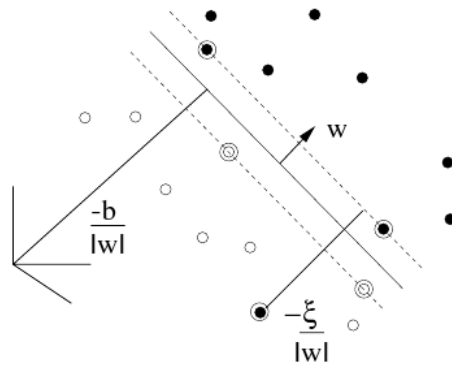


Figura 4.12: Hiperplano linear separando conjunto não linearmente separáveis [9]

um erro de classificação ocorre quando  $\xi_i > 1$  e portanto  $\sum_i \xi_i$  é um limite superior no número de erros no treinamento. A função objetivo a ser minimizada pode ser estendida então de  $2/\|w\|$  para  $2/\|w\| + C(\sum_i \xi_i)^k$ , em que  $C$  é um parâmetro de ajuste associado à penalidade por um erro de classificação.

Com essa formulação o problema de encontrar o hiperplano que separa um conjunto de dados não linearmente separáveis é equivalente a um problema de programação convexa para qualquer  $k$  inteiro. Especificamente para  $k = 2$  e  $k = 1$  torna-se um problema de programação quadrática.

Neste trabalho o algoritmo para solução do problema SVM de Lagrange (LSVM) proposto por [146] é usado para encontrar o hiperplano que separa dois conjuntos de dados adjacentes. Dessa forma é possível encontrar os hiperplanos que representam a divisão do espaço de regressão  $X$  no procedimento de identificação PWARX.

### 4.3 EXEMPLO NUMÉRICO 1

#### 4.3.1 Identificação Motor DC

O procedimento proposto foi testado com um exemplo inspirado por [128], em que o modelo PWARX é identificado para um sistema composto por motor DC com saturação e zona morta. O procedimento de identificação do modelo PWARX é efetuado utilizando um Toolbox de Identificação Híbrida disponível para o Matlab. Esta é um exemplo muito apropriado de um sistema de entrada única e saída única (SISO) altamente não-linear com comportamento muito distinto dependendo da entrada e do estado. O trabalho referido mostra os ajustes necessários para os parâmetros de inicialização e evolução do algoritmo de clustering, bem como as várias execuções a fim de encontrar um modelo PWARX adequado através da abordagem por clustering.

Como será mostrado na Seção 4.3.4, o procedimento proposto para identificação de modelos PWARX neste trabalho exige muito menos esforço e heurística quando comparado com o estado da arte.

O modelo típico de um motor CC é dado por:

$$\begin{aligned}\frac{di}{dt} &= \frac{V_{app}}{L} - \frac{R}{L}i - \frac{K_{\Phi}}{L}\omega \\ \frac{d\omega}{dt} &= \frac{K_{\Phi}}{J}i - \frac{b}{J}\omega\end{aligned}\quad (4.34)$$

em que  $i$  é a corrente da armadura,  $\omega$  é a velocidade angular do eixo do motor,  $b$  é o coeficiente de atrito viscoso,  $J$  é o momento de inércia para a carga do motor,  $K_1$  é o coeficiente da força eletromotriz e  $K_2$  é a constante de torque.

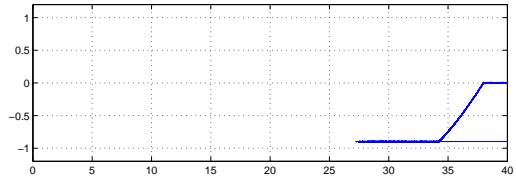
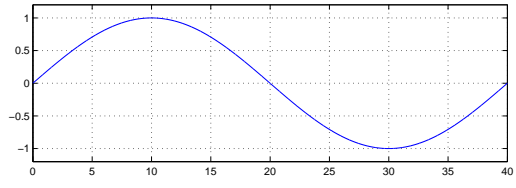
Este modelo foi implementado em MATLAB Simulink acrescentando uma zona morta, saturação ( $\pm 9V$ ), o ruído de entrada (distribuição normal com  $\mu = 0, \sigma^2 = 0.0013$ ), e os seguintes parâmetros do motor:  $L = 0.1H$ ,  $J = 0.001Kg.m^2$ ,  $b = 0.05$ ,  $R = 2\Omega$  e considerando, para simplificação,  $K_1 = K_2 = K_{\Phi} = 0.3$ . A zona morta e a saturação podem ser vistas como imperfeições e limitações no atuador do sistema de controle de velocidade do motor.

Para realizar a identificação e a validação do modelo PWARX, dois conjuntos de dados entrada-saída distintos foram coletados. O conjunto de dados utilizados para o procedimento de identificação foi obtido excitando o sistema com uma onda senoidal com período de  $40s$ , amplitude de  $12V$ , e período de amostragem  $0.001s$ . A velocidade angular medida no eixo do motor foi tomada como a saída do sistema. O conjunto de dados de validação foi gerado com uma onda senoidal com período de  $20s$  e amplitude de  $8V$ . As demais condições foram as mesmas utilizadas para obter o conjunto de dados de identificação. Em ambos os casos, os conjuntos de dados de entrada e saída de sinais foram normalizados como a variar entre  $-1$  e  $1$ , como mostrado nas Figuras 4.13(a) e 4.13(b) respectivamente.

As características dos sinais de entrada em ambos os conjuntos de dados pode não parecer usual, especialmente em comparação com os procedimentos clássicos de identificação de sistemas. No entanto, o estabelecimento de um sinal de entrada adequado para o procedimento de identificação de sistemas híbridos, incluindo os modelos PWARX, permanece uma questão a ser explorada [118], [116], [125]. Portanto optou-se por seguir um procedimento similar ao proposto em [128].

### 4.3.2 Identificação

Como primeiro passo no processo de identificação o conjunto de dados para identificação foi dividido em sub-conjuntos,  $W_j$ , cada um contendo 200 elementos. Em seguida, para cada sub-conjunto,  $W_j$ , um modelo ARX, Eq. 4.4, foi obtido pelo método dos mínimos



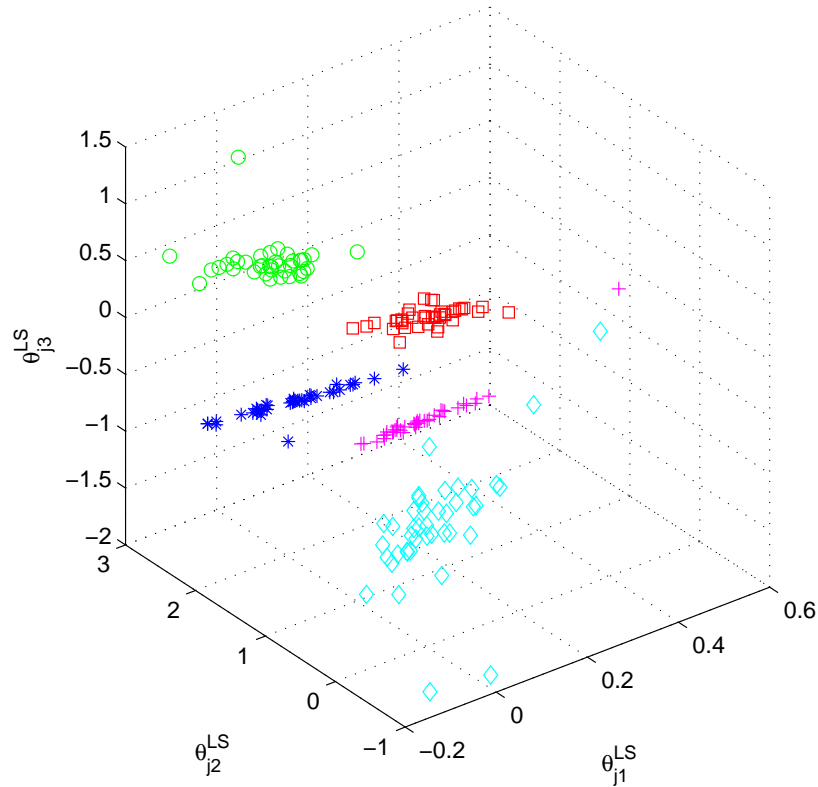


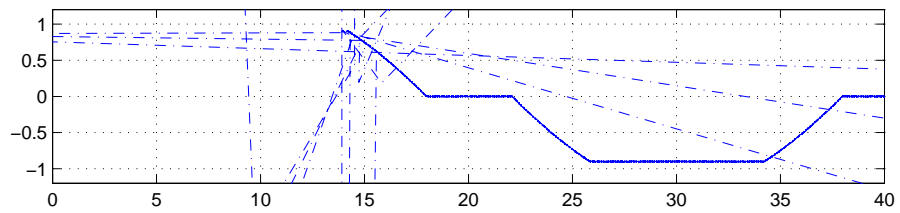
Figura 4.14: Clustering dos parâmetros  $\Theta_j^{LS}$  identificados

$$\begin{aligned}\hat{h}_{12} &= \begin{bmatrix} -5.2962 & 20.2830 & 11.6105 \end{bmatrix}^T \\ \hat{h}_{23} &= \begin{bmatrix} 3.9342 & 7.5439 & 2.6622 \end{bmatrix}^T \\ \hat{h}_{34} &= \begin{bmatrix} 3.5837 & 8.2973 & -2.8331 \end{bmatrix}^T \\ \hat{h}_{45} &= \begin{bmatrix} 0.9595 & 13.6510 & -11.5655 \end{bmatrix}^T\end{aligned}$$

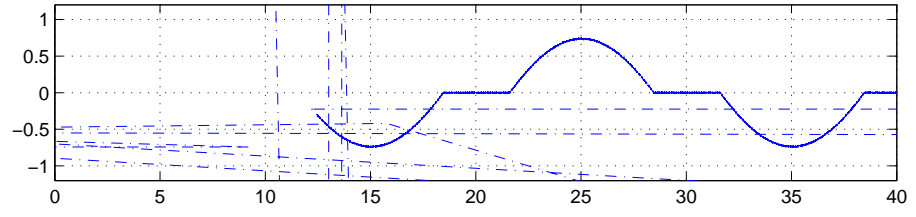
### 4.3.3 Validação

Uma vez que um modelo PWARX é identificado, é necessário validá-lo com um conjunto de dados experimentais distinto do conjunto de dados de identificação. Primeiro para verificar se o modelo identificado é razoável, excitou-se o modelo PWARX identificado com o mesmo sinal de entrada utilizado para obter o conjunto de dados de identificação, como mostrado na Figura 4.13(a). Em seguida os dados de saída,  $\omega$  gerados pelo modelo PWARX identificado foram comparados ao sinal de saída,  $\omega$  no conjunto de dados de identificação. A Figura 4.15 mostra um gráfico com os sinais de saída,  $\omega$  do conjunto de dados de identificação e do modelo PWARX identificado. A figura apresenta a evolução do erro entre o modelo identificado e o conjunto de dados de identificação, além de indicar o submodelo do modelo PWARX utilizado em cada instante. A observação rigorosa da Figura 4.15 indica que este

modelo é uma boa aproximação para este conjunto de dados. Além disso, pode-se observar que os 5 submodelos no modelo PWARX identificado representam a zona morta (modo 3), zona dinâmica positiva (modo 1), zona de saturação positiva (modo 4), zona dinâmica negativa (modo 2) e zona de saturação negativa do sistema (modo 5).







O procedimento proposto por [59] baseado no método de clustering Fuzzy C-Means, uma variação do K-Means, além do ajuste dos vetores média inicial ( $\mu_i$ ), também exige que o ajuste inicial do número de clusters ( $s$ ), o grau de pertinência aceitável ( $\sigma$ ), a tolerância de convergência ( $\epsilon$ ) e uma constante  $c$  o que indica a cardinalidade de cada conjunto.

No procedimento único de ligação (single linkage) usado por [129] há também a necessidade de ajustar os parâmetros de evolução do algoritmo, que são: a distância mínima entre clusters ( $\ell$ ) e a cardinalidade de cada set ( $c$ ). Embora este algoritmo tenha apenas dois parâmetros a serem ajustados, estes parâmetros refletem suposições sobre os clusters resultantes e requerem bastante heurística para o ajuste.

O trabalho de [128] mostra a dificuldade em ajustar vários parâmetros em um kit de software pronto.

Ao contrário dos algoritmos citados, o algoritmo de clustering proposto neste trabalho não possui parâmetros de inicialização e há apenas um parâmetro de evolução para ser ajustado. O ajuste desse parâmetro é uma tarefa simples que requer pouca heurística, pois o seu ajuste reflete no índice de validação da configuração resultante.

O critério de validação da configuração resultante também é a condição de parada para o algoritmo SM proposto. Como mostrado na Seção 4.2.2.2, o critério de validação é o índice da silhueta. Trata-se de um índice de validação que não requer inicialização de parâmetros como média, covariância, entre outros. Portanto o único parâmetro de ajuste do algoritmo SM proposto é a constante de evolução K, que é usada para buscar melhores resultados estimulando a divisão no conjunto de dados na primeira fase do algoritmo SM em busca do maior valor para o índice da silhueta.

Embora haja alguma liberdade para ajustar a constante K no algoritmo SM, o seu valor não deve ser muito diferente de 1. Neste exemplo este parâmetro deu o melhor resultado quando ajustado para 1,15, o que rendeu o índice silhueta global de 0,9787.

Quanto ao procedimento de identificação, os resultados experimentais mostram a detecção do número adequado de submodelos para um modelo PWARX que representa o sistema não-linear. Outro aspecto é o agrupamento correto dos vetores de parâmetros locais  $\Theta_j^{LD}$  uma vez que esta informação foi usada para estimar o vetor de parâmetros para cada modo. O tamanho do LD é outra constante que deve ser ajustada no procedimento de identificação proposto. Os LD devem possuir elementos suficientes para fornecer uma boa estimativa do vetor de parâmetros local  $\Theta_j^{LD}$ . Por outro lado o conjunto de dado deve ser repartido em um número de LD grande o suficiente para gerar uma quantidade razoável de vetores de parâmetros locais  $\Theta_j^{LD}$  que serão os elementos utilizados pelo algoritmo SM de clustering. Neste experimento, os LDs, foram formados com 200 pontos. Observou-se que abaixo de 100 pontos estimativa dos vários  $\Theta_j^{LD}$  era muito pobre e acima de 300, havia uma pequena quantidade de vetores de parâmetros, afetando negativamente a o desempenho do algoritmo SM de clustering.

Observando o sinal de saída gerado pelo modelo PWARX identificado e o sinal de saída associado ao conjunto de dados de validação, como apresentado na Figura 4.16, é possível observar uma boa representação das características não-linearidades do sistema. As não linearidades do sistema são representadas pela combinação de submodelos lineares. O bom desempenho do sistema indica que além dos vetores de parâmetros  $\hat{\Theta}_i$  associados a cada submodelos, houve uma boa estimação dos hiperplanos que associam cada submodelo a uma partição do espaço de regressão  $X$ . Um pequeno erro é evidente comparando os valores de pico dos estimados pelo modelo e as medidas de saída para o conjunto de dados de validação. Isto pode ser resultado da abordagem bastante ingênua de tomar a média de cada cluster como o vetor de parâmetros para cada modo. Devido ao ruído de processo e a identificação em períodos de transição (LD mistos), alguns pontos incorretos estão associados com cada vetor. Neste caso, uma estimação robusta dos parâmetros vetores para cada grupo poderá levar a um modelo melhor, mas no geral o procedimento proposto foi capaz de encontrar um modelo PWARX consistente para um sistema altamente não-linear.

## 4.4 EXEMPLO NUMÉRICO 2

### 4.4.1 Identificação Aeronave de Asa Fixa

Esta seção mostra a aplicação do procedimento de identificação de sistemas PWARX desenvolvido em um exemplo de aeronave de asa fixa. O exemplo, retirado de [49], apresenta um modelo analítico para a dinâmica longitudinal de uma aeronave de asa fixa. Os parâmetros apresentados para o modelo foram levantados a partir de dados reais de uma aeronave média de transporte de carga em condições de vôo em baixa velocidade. A aeronave possui as seguintes características: peso  $162000lb$ , duas turboélices com capacidade de produzir  $30000 lb$  de impulso estático no nível do mar. Comprimento  $90ft$ , inércia no eixo de arfagem de  $4.1 \times 10^6 slug-ft$  e referência do centro de gravidade  $x_{CG} = 0.25\bar{c}$ . A asa possui uma área  $S = 2170ft^2$ , envergadura de  $140 ft$ , comprimento da corda da asa  $\bar{c} = 17.5ft$ .

Os coeficientes de derivadas aerodinâmicas estão referenciados ao sistema de coordenadas de estabilidade com unidades  $deg^{-1}$ , exceto os coeficientes de arfagem  $CM_q$  e  $CM_{\alpha}$ , que estão em  $rad^{-1}/s^{-1}$ . A deflexão do profundor é dada em  $deg$  e o throttle varia entre 0 e 1. A densidade atmosférica (e consequentemente a pressão dinâmica,  $\bar{Q}$ ) é calculada a partir da variação da temperatura de acordo com o modelo padrão da atmosfera. A pressão dinâmica é calculada a partir da velocidade de translação  $V_t$  e da densidade atmosférica, calculada por sua vez em função da altitude,  $H$ . A força de propulsão do motor varia linearmente com a velocidade do vento para simular o comportamento de uma aeronave com hélice. O vetor da força de propulsão não passa diretamente pelo  $cg$  da aeronave, portanto mudanças no throttle causam variação no movimento de arfagem.

A Figura 4.17 apresenta um esquemático das variáveis de interesse na dinâmica longitu-

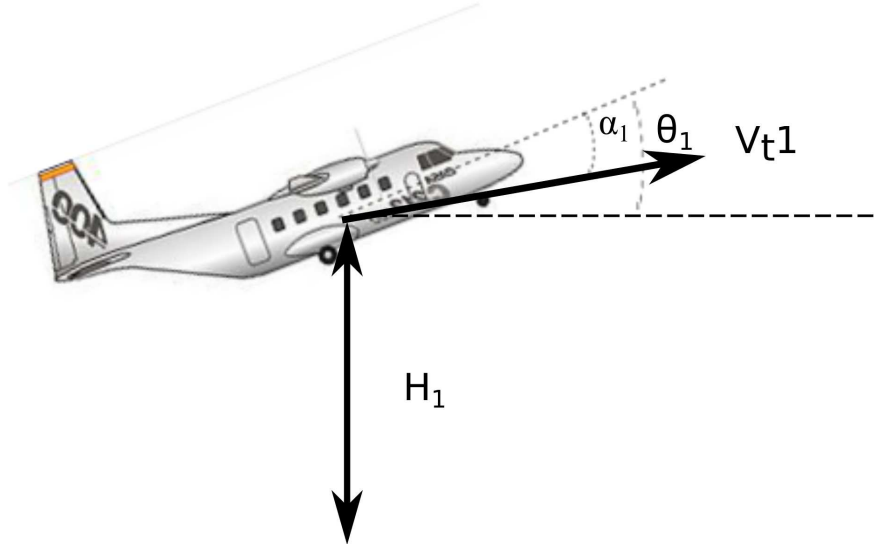


Figura 4.17: Variáveis de interesse para a dinâmica longitudinal

dinal. O modelo analítico apresenta o seguinte vetor de estado:

$$X = [V_t, \quad \alpha, \quad \theta, \quad Q, \quad H] \quad (4.36)$$

em que  $V_t$  é a velocidade linear no eixo  $x$  de estabilidade,  $\alpha$  é o ângulo de ataque,  $\theta$  é o ângulo de arfagem,  $Q$  é a velocidade angular de arfagem e  $H$  a altitude. O vetor de entradas é:

$$U = [\delta_{THR}, \quad \delta_{ELEV}] \quad (4.37)$$

em que  $\delta_{THR}$  é o sinal de controle para o throttle em porcentagem (variando entre 0 – 1),  $\delta_{ELEV}$  é o ângulo de deflexão do profundor. As seguintes equações de estado do modelo analítico são:

$$\begin{aligned} \dot{V}_t &= \frac{F_{thrust} \cos \alpha - \bar{Q} S C_D}{AM} - G \sin \Gamma \\ \dot{\alpha} &= \frac{-F_{thrust} \sin \alpha - \bar{Q} S C_L + AM(V_t Q + G \cos \Gamma)}{AM V_t + \bar{Q} S C_{L\dot{\alpha}}} \\ \dot{\theta} &= Q \\ \dot{Q} &= \frac{\bar{Q} S \bar{c} (C_M + D) + \delta_{THR} Z_e}{I_{yy}} \\ \dot{H} &= V_t (\cos \alpha \sin \theta - \sin \alpha \cos \theta) \end{aligned} \quad (4.38)$$

$$(4.39)$$

em que  $F_{thrust}$  é a força gerada pelo conjunto de propulsão,  $D$  são os termos de amortecimento dinâmico,  $C_L$  é o coeficiente de sustentação,  $C_M$  é o momento de inércia do movimento de arfagem,  $C_D$  o coeficiente de arrasto.

$$F_{thrust} = (T_{stat} + V_t D_{tDv}) \delta_{THR}$$

$$D = 0.5\bar{c}(C_{M_Q} Q + C_{M_{\dot{\alpha}}} \dot{\alpha}) \quad (4.40)$$

$$\Gamma = \theta - \dot{\alpha} \quad (4.41)$$

$$C_L = C_{L_0} + C_{L_{\alpha}} \alpha$$

$$C_M = DCMG + C_{M_0} + C_{M_A} \alpha + C_{M_{\delta_E}} \delta_{ELEV} + C_L(x_{CG} - 0.25)$$

$$C_D = DCDG + C_{D_0} + CDCL SCL^2 \quad (4.42)$$

cujos coeficientes apresentam os seguintes valores:

$$\begin{aligned} AM &= 5 \times 10^3 & I_{yy} &= 4.1 \times 10^6 & G &= 32.17 & T_{stat} &= 6 \times 10^4 \\ DTDV &= -38 & Z_e &= 2 & C_{L_{\alpha}} &= -16 & C_{L_{\dot{\alpha}}} &= 0 \\ C_{D_{C_{LS}}} &= 0.042 & C_{M_A} &= -0.022 & C_{M_Q} &= -16 & C_{M_{\dot{\alpha}}} &= -6 \\ C_{M_{\delta_E}} &= -0.016 & & & & & & \end{aligned}$$

Em [49], são apresentadas três condições de estado estacionário, TRIM, em vôo nivelado para o modelo analítico longitudinal. Nessa condição de vôo considera-se inicialmente  $Q = 0$  e  $\theta = \alpha$ . Deve-se portanto determinar  $V_t$ ,  $H$ ,  $\alpha$ ,  $\delta_{THR}$  e  $\delta_{ELEV}$  que mantenham o sistema na condição de estado estacionário. O presente exemplo de identificação considera uma situação em que a aeronave transita entre duas condições de estado estacionário, como apresentado na Figura 4.18. As duas condições de estado estacionário são utilizadas nesse exemplo são apresentadas na Tabela 4.4.1.

TRIM	Altitude	Velocidade	Throttle	Profundor	Alpha
1	0	170	0.297	-25.7	22.1
2	0	500	0.293	2.46	0.580

Tabela 4.3: Condições de estado estacionário consideradas

Inicialmente a aeronave se encontra na condição de vôo nivelado em baixa velocidade, correspondente à condição de estado estacionário, ou TRIM, 1. Após um período arbitrário, a aeronave passa para a condição de TRIM 2. O algoritmo de identificação de sistemas híbridos é utilizado para identificar um modelo simplificado que caracterize a relação entre o sinal de entrada do profundor e a velocidade angular  $Q$ . A entrada de controle  $\delta_{THR}$  é mantida constante de acordo com cada condição de TRIM.

#### 4.4.2 Identificação

Uma primeira simulação foi realizada para a coleta de dados para execução do *framework* de identificação PWARX. Para essa coleta de dados, um sinal binário pseudo aleatório PRBS repetido periodicamente foi adicionado ao sinal de controle do profundor  $\delta_{ELEV}$ . O sinal

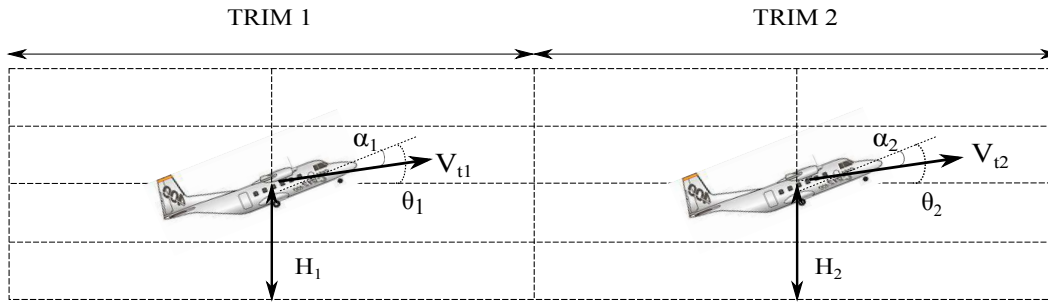


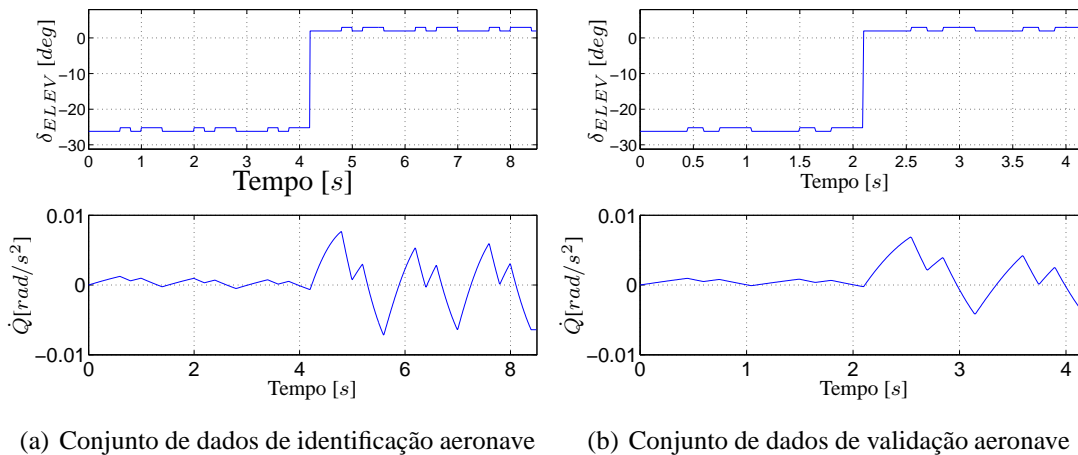
Figura 4.18: Condição de vôo considerada no exemplo de identificação

PRBS é um sinal típico de identificação de sistemas [62]. As propriedades que tornam esse sinal interessante para a identificação de sistemas são válidas apenas se a identificação for realizada ao longo de todo o período do sinal PRBS. Por este motivo, optou-se por excitar o sistema com sequências periódicas de sinais PRBS e particionar o conjunto  $LD$  para a identificação dos vetores de parâmetros  $\Theta_j$  de acordo com o comprimento do sinal PRBS escolhido.

Um sinal binário pseudo aleatório, PRBS, de 140 amostras, com período  $0.01\text{ s}$  e amplitude  $0.5^\circ$  foi adicionado ao sinal de controle do profundor  $\delta_{ELEV}$  de forma periódica durante um intervalo de  $8.4\text{ s}$ . A simulação para coleta de dados para identificação se iniciou com o sistema na condição de TRIM1. No instante  $4.2\text{ s}$  ocorre a transição e o sistema é levado à condição de TRIM2.

Para validar o modelo PWARX identificado um segundo conjunto de dados foi adquirido adicionando um sinal PRBS de 105 amostras, com período de  $0.01\text{ s}$  e amplitude  $0.5^\circ$  de forma periódica ao sinal de controle do profundor em um intervalo de  $4.2\text{ s}$ . A simulação para coleta de dados de validação se iniciou com o sistema na condição de TRIM1. No instante  $2.1\text{ s}$  ocorre a transição e o sistema é levado à condição de TRIM2.

A Figura 4.19 mostra os sinais de entrada e saída correspondentes a cada conjunto de dados.



(a) Conjunto de dados de identificação aeronave

(b) Conjunto de dados de validação aeronave

Figura 4.19: Conjunto de dados de identificação e validação aeronave

O primeiro passo do procedimento de identificação é a divisão dos elementos do conjunto de dados de identificação em  $W_j$  subconjuntos, cada um contendo 140 amostras nesse caso. Em seguida para cada subconjunto  $W_j$ , um modelo ARX Eq. 4.4, foi obtido pelo método dos mínimos quadrados, Eq. 4.21, resultando em um novo conjunto composto de vetores de parâmetros  $\Theta_j^{LS}$ .

Os vetores de parâmetros com valores são semelhantes foram agrupados utilizando o algoritmo de clustering SM proposto. O algoritmo SM foi executado com o fator  $K = 1$ , resultando em dois subconjunto e um valor do índice de silhueta global  $S = 0.9728$ . O resultado é apresentado na Figura 4.20.

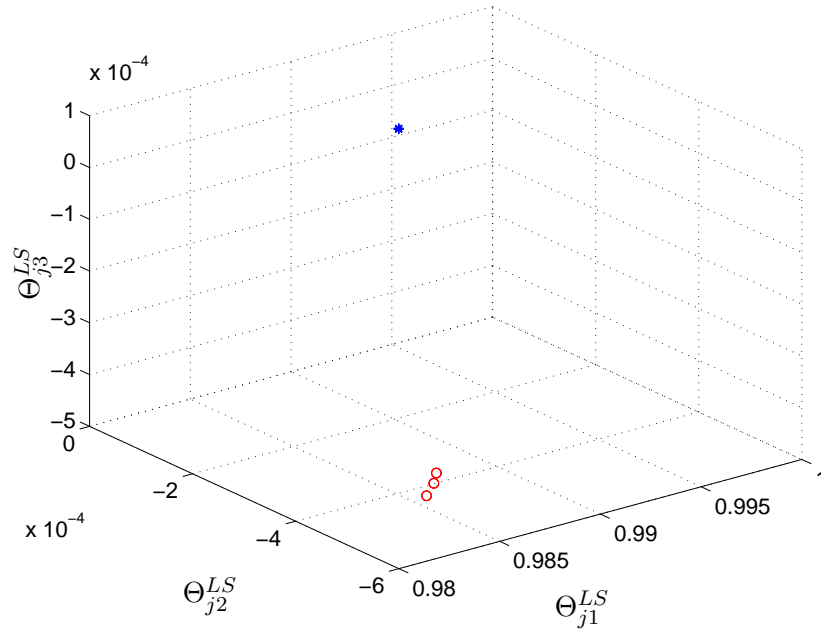


Figura 4.20: Resultado do algoritmo de clustering aplicado a aeronave

A média de cada um dos subconjuntos resultante do algoritmo SM de clustering representa o vetor de parâmetros de cada submodelo do modelo PWARX identificado. Os dois vetores de parâmetros são:

$$\begin{aligned}\hat{\Theta}_1 &= \begin{bmatrix} 0.9941 & -0.0001 & -0.0013 \end{bmatrix}^T \\ \hat{\Theta}_2 &= \begin{bmatrix} 0.9853 & -0.0005 & 0.0011 \end{bmatrix}^T\end{aligned}\quad (4.43)$$

A próxima etapa do procedimento é a identificação do hiperplano que particiona o espaço de regressão. Inicialmente é necessário rotular cada um dos pontos no espaço de regressão para indicar qual dos 2 sub-modelos identificados o criou. A rotulação foi feita comparando o valor de saída  $y(k)$  com o valor gerado por cada um dos submodelos identificados a partir do vetor de regressão  $x(k)$ . O conjunto de dados rotulados permite a determinação dos hiperplanos que separam cada modo no espaço de regressão  $X$ . Como mencionado na Seção

4.2.3, o algoritmo utilizado foi uma Máquina de Vetor de Suporte Lagrangiano, ou LSVM proposto por [146]. Os vetores de parâmetros previamente estimados são representados pelas regiões no subespaço de acordo com o seguinte hiperplano delimitador:

$$\hat{h}_{12} = [0.2233 \quad 0.0001 \quad 0.1606]^T \quad (4.44)$$

Assim o modelo PWARX identificado é:

$$y_k = \begin{cases} [0.9941 \quad -0.0001 \quad -0.0013]^T \begin{bmatrix} x_k \\ 1 \end{bmatrix}, & \text{se } [0.2233 \quad 0.0001 \quad 0.1606] \begin{bmatrix} x_k \\ 1 \end{bmatrix} \leq 0 \\ [0.9853 \quad -0.0005 \quad 0.0011]^T \begin{bmatrix} x_k \\ 1 \end{bmatrix}, & \text{se } [0.2233 \quad 0.0001 \quad 0.1606] \begin{bmatrix} x_k \\ 1 \end{bmatrix} \geq 0 \end{cases} \quad (4.45)$$

### 4.4.3 Validação

Uma vez que um modelo PWARX é identificado, é necessário validá-lo com um conjunto de dados experimentais distinto do conjunto de dados de identificação. Primeiro para verificar se o modelo identificado é razoável, excitou-se o modelo PWARX identificado com o mesmo sinal de entrada utilizado para obter o conjunto de dados de identificação, como mostrado na Figura 4.21.

Em seguida os dados de saída gerados pelo modelo PWARX identificado foi comparado ao sinal de saída no conjunto de dados de identificação. A Figura 4.22 mostra um gráfico com os sinais de saídas do conjunto de dados de identificação e do modelo PWARX identificado. A observação da Figura 4.15 indica que este modelo é uma boa aproximação para este conjunto de dados. A Tabela 4.4.3 mostra o erro médio quadrático para os dois conjuntos de dados, identificação e validação, nesse exemplo.

Conjunto de Dados	MSE
Identificação	$7.4142 \times 10^{-7}$
Validação	$5.0976 \times 10^{-6}$

Tabela 4.4: Erro médio quadrático, MSE, para o conjunto de identificação e validação

### 4.4.4 Análise - Exemplo 2

O exemplo apresentado nessa seção mostra a possibilidade de representar a dinâmica longitudinal de uma aeronave de asa fixa através de um modelo PWARX. O erro médio



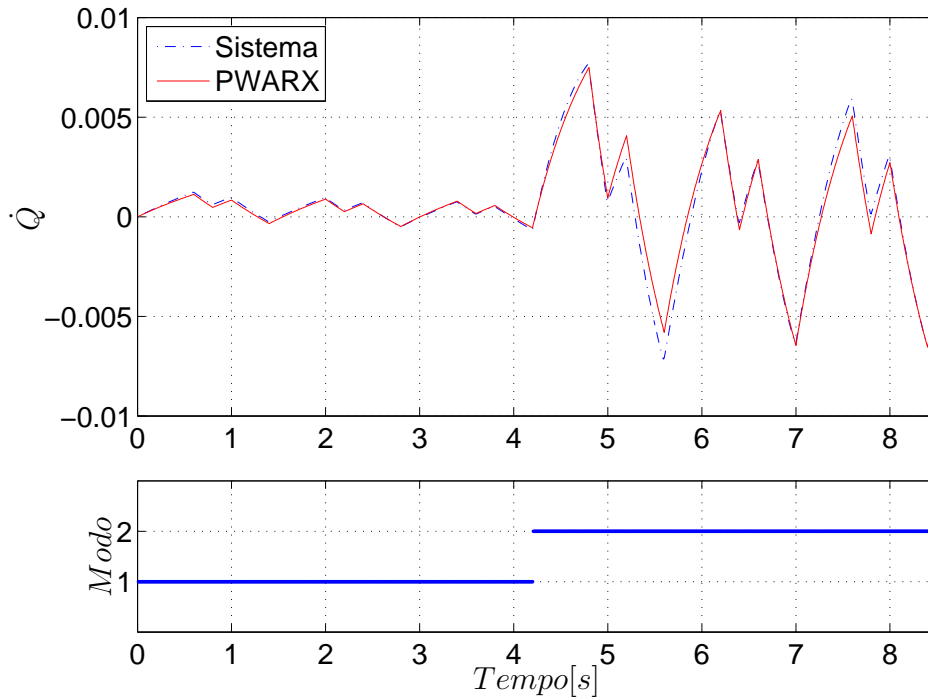


Figura 4.21: Comparação resultado do modelo identificado com conjunto de dados de identificação

quadrático entre os dados coletados e os dados gerados pelo modelo PWARX apresenta um baixo valor, conforme apresentado na Tabela 4.4.3. O modelo PWARX identificado também representa adequadamente o comportamento dinâmico do sistema em questão.

Durante o vôo é comum manter uma aeronave de asa fixa na condição de regime estacionário [49]. O trajeto da aeronave é portanto determinado por uma combinação de trajetórias executadas com a aeronave em estado estacionário. As condições de estado estacionário levam à simplificação das equações do modelo analítico, possibilitando a representação do comportamento dinâmico do sistema por um modelo ARX simples, válido em torno desta condição de operação. Analisando o modelo apresentado nas equações 4.39, a aceleração angular  $\dot{Q}$  é influenciada por  $\dot{\alpha}$ ,  $\alpha$ ,  $V_t$ ,  $H$ ,  $\delta_{ELEV}$ .

Nas condições de estado estacionário, as derivadas das variáveis de estado,  $\dot{V}_t$ ,  $\dot{\alpha}$ ,  $\dot{\theta}$ ,  $\dot{Q}$ ,  $\dot{H}$  são nulas. Devido ao acoplamento nas equações de estado, uma variação em  $\dot{Q}$  a partir da condição de estado estacionário, i.e.  $\dot{Q} \neq 0$  altera também o valor das derivadas do vetor de estado nos momentos subsequentes. No entanto, caso esta variação seja pequena e se mantenha próximo da condição de TRIM, a dinâmica de  $\dot{Q}$  é influenciada principalmente por  $\delta_{ELEV}$ . Nesse caso a aceleração angular  $\dot{Q}$  pode ser representada em função apenas da entrada de controle  $\delta_{ELEV}$ . Pode-se observar nas Figuras 4.21, entre 0 – 4.2s e entre 4.2 – 8.4s, e na Figura 4.22, entre 0 – 2.1s e 2.1 – 4.2s, o bom desempenho dos submodelos ARX na representação do comportamento dinâmico em cada uma das condições de estado estacionário.

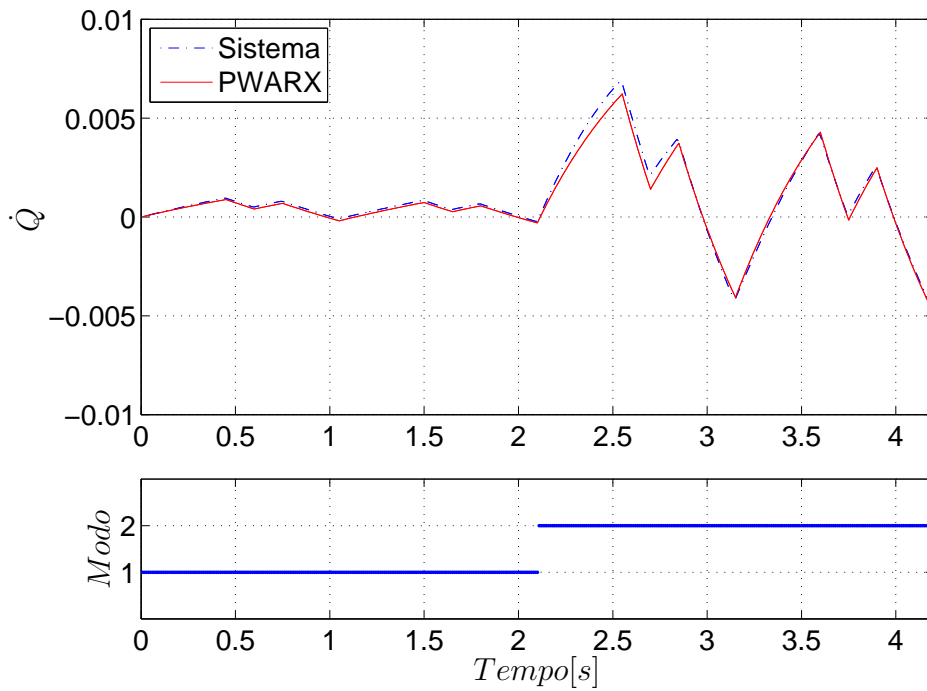


Figura 4.22: Comparação resultado do modelo identificado com conjunto de dados de validação

Note que o modelo PWARX identificado é compatível com a representação mostrada na Figura 4.1, exceto que neste caso o sistema é representado apenas por dois modelos LTI.

Outro aspecto interessante na aplicação do procedimento de identificação ao presente exemplo é a detecção de dois modos de voo. Cabe ressaltar que essa informação não é fornecida durante o procedimento de identificação e a detecção do número de modos, além dos parâmetros de cada submodelo, é automática. Além da detecção automática do número de modos, o modelo PWARX identificado determina corretamente a condição de transição entre os dois submodelos e efetua o chaveamento entre eles no intervalo de tempo adequado em cada caso, como pode-se observar nas Figuras 4.21, no instante 4.2s, e 4.22, no instante 2.1s.

## 5 CONCLUSÕES

Este trabalho abordou aspectos intrínsecos à elaboração de uma plataforma VANT baseada em aeronave de asa fixa, incluindo modelagem, simulação e síntese de controle. Algumas contribuições foram feitas ao estado da arte, especificamente no contexto de identificação de sistemas e no projeto de controle de estabilização para aeronaves de asa fixa. O desenvolvimento do sistema de controle só foi possível através do desenvolvimento do simulador para o mini-VANT ANU.

O estudo das equações clássicas de movimento de uma aeronave de asa fixa e as particularidades na utilização dessas para representar aeronaves de pequeno porte forneceu uma compreensão sobre o comportamento dinâmico destas e novas perspectivas em relação às técnicas de controle pertinentes. O simulador implementado não só permitiu o desenvolvimento de uma técnica de controle avançado, como também constitui uma poderosa ferramenta de análise.

Uma contribuição importante deste trabalho foi o projeto do controlador  $H_\infty$  não linear para a rejeição de perturbações externas para um mini-VANT, apresentado no Capítulo 3. O controlador desenvolvido atua em todos os estados de um modelo não linear completo, diferente de trabalhos anteriores que projetam controladores a partir de modelos simplificados e/ou separados para a dinâmica lateral e longitudinal. Os resultados em simulação mostram que a aeronave é mantida na condição de estado estacionário desejada quando o sistema opera com perturbações externas. Além disso, os exemplos mostram a degradação no desempenho do controlador quando projetado considerando modelos simplificados. Mostrou-se que as simplificações normalmente aplicadas aos modelos de aeronaves de asa fixa de grande porte não são convenientes no desenvolvimento de sistemas de controle de mini-VANT. Uma sugestão para trabalhos futuros é a implementação deste sistema de controle em uma plataforma experimental.

O trabalho desenvolvido no contexto de identificação de sistemas híbridos, apresentado no Capítulo 4, resultou em uma contribuição significativa ao estado da arte na área. O algoritmo desenvolvido se mostrou eficiente na detecção do número de submodelos necessários para a representação de um sistema não linear. A detecção automática do número de modos de um sistema linear híbrido ainda é um problema em aberto e é o foco de diversos trabalhos atuais. Diferente dos algoritmos propostos até o presente momento, o algoritmo desenvolvido neste trabalho não requer inicialização e possui apenas um parâmetro de ajuste. Esses fatores evitam a necessidade que outros algoritmos apresentam de múltiplas inicializações e ajustes em busca da melhor configuração. Além disso, este algoritmo foi testado em um exemplo prático, o que não ainda não é comum nos trabalhos recentes desta área. Neste exemplo o algoritmo proposto foi capaz de identificar o modelo de um motor CC com saturação e zona morta, um exemplo complexo e altamente não linear.

A revisão da literatura apresentado na Seção 2.2 mostra a utilização de modelos lineares ARX para representar o comportamento dinâmico de VANT em condições específicas de vôo. No algoritmo de identificação proposto neste trabalho, um sistema não linear é representado por uma vários modelos ARX chaveados. Além disso, conforme apresentado na Seção 2.3.3, a linearização do modelo de aeronaves de asa fixa em torno de um ponto de operação é uma prática recorrente. Um exemplo numérico mostrou a aplicabilidade do procedimento de identificação de sistemas híbridos desenvolvido no levantamento de um modelo para dinâmica de uma aeronave de asa fixa.

### 5.0.5 Trabalhos Futuros

Nessa seção serão apresentadas algumas sugestões de trabalhos que são desenvolvimentos naturais do presente projeto e que podem enriquecer o estado atual do projeto ANU, uma vez que a plataforma experimental esteja completa e seja capaz de coletar dados de forma confiável.

**Identificação de um modelo híbrido pelo método proposto** Conforme apresentado nas seções anteriores a falta de um túnel de vento para o levantamento dos coeficientes aerodinâmicos favorecem a utilização de técnicas de identificação de sistemas para obtenção de um modelo dinâmico. Cabe ressaltar neste ponto que durante testes preliminares com os pilotos de aeromodelismo a impressão que se tem é que deve-se considerar o acoplamento entre as dinâmicas laterais e longitudinais, pois mesmo em manobras simples laterais ou longitudinais, o piloto deve atuar em diversas superfícies de controle, não apenas nas correspondentes à cada dinâmica.

**Validação do modelo com testes de vôo** O modelo analítico apresentado nesse trabalho se baseia nas equações clássicas de movimento para aeronaves de grande porte. Apesar de alguns trabalhos utilizarem o mesmo modelo para aeronaves de menor porte, ainda não existe um consenso na área se essa abordagem é válida. A validação do modelo analítico, especificamente da representação das forças e momentos, a partir de dados reais de vôo desta plataforma é um passo importante para a maior compreensão e para o desenvolvimento de técnicas de controle avançadas. Ainda nesse contexto, cabe uma avaliação da qualidade dos coeficientes aerodinâmicos levantados através de programas de simulação numérica. A validação dos modelos analítico e o modelo obtido pela técnica de identificação híbrida proposta permite também a comparação entre os dois modelos.

**Validação do simulador com dados reais de vôo** O simulador constitui uma importante ferramenta nos processo de análise e desenvolvimento de um mini-VANT. Neste caso é fundamental que haja a validação a partir de dados experimentais do mini-VANT em estudo e caso necessário, a implementação dos ajustes necessários para garantir a qualidade dos dados gerados pelo simulador.

**Implementação do controlador  $H_\infty$  e testes em vôo** Além dos resultados obtidos em simulação neste trabalho, conversas com os pilotos de aerodelismo sugerem que o mini-VANT é um sistema muito sensível à perturbações externas e internas, o que sustenta a proposta da utilização deste tipo de controlador. Uma dificuldade na implementação prática do controlador pode ser a determinação da condição de estado estacionário. Por se tratar de uma aproximação numérica, a determinação deste ponto de operação e a verificação desta condição em vôo deverá constituir um processo iterativo.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] METTLER, B. et al. Autonomous UAV guidance build-up: Flight-test demonstration and evaluation plan. *Proc. AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*, 2003.
- [2] PAW, Y. C.; BALAS, G. J. Development and application of an integrated framework for small UAV flight control development. *Mechatronics*, v. 21, p. 1–14, 2011.
- [3] ZHOU, K.; DOYLE, J. C. *Essentials of Robust Control*. [S.l.]: Prentice Hall, 1999. ISSN 1941-9430.
- [4] ALIYU, M. *Nonlinear  $H_\infty$ -Control, Hamiltonian Systems and Hamilton-Jacobi Equations*. [S.l.]: CRC Press, 2011. ISBN 9781439854839.
- [5] VASAK, M.; MLADENOVIC, L.; PERIC, N. Clustering-based identification of a piecewise affine electronic throttle model. In: *Annual Conference of IEEE Industrial Electronics Society, 2005. IECON 2005*. [S.l.]: IEEE, 2005. p. 177–182. ISBN 0-7803-9252-3.
- [6] FERRARI-TRECATE, G. et al. A clustering technique for the identification of piecewise affine systems. *Automatica*, v. 39, n. 2, p. 205–217, 2003. ISSN 00051098.
- [7] NAKADA, H.; TAKABA, K.; KATAYAMA, T. Identification of piecewise affine systems based on statistical clustering technique. *Automatica*, v. 41, n. 5, p. 905–913, maio 2005. ISSN 00051098.
- [8] XU, R.; Wunsch II, D. C. *Clustering*. Hoboken. NJ: John Wiley and Sons, 2009.
- [9] THEODORIDIS, S.; KOUTROUMBAS, K. Pattern Recognition. In: *Pattern Recognition*. [S.l.]: Elsevier, 2006.
- [10] CASTILLO, P.; LOZANO, R.; DZUL, A. E. *Modelling and Control of Mini-Flying Machines*. [S.l.]: Springer, 2005.
- [11] VALAVANIS, K. P. *Advances in Unmanned Aerial Vehicles - State of the Art and the Road to Autonomy*. Dordrecht, Netherlands: Springer, 2007.
- [12] NONAMI, K. Prospect and Recent Research and Development for Civil Use Autonomous Unmanned Aircraft as UAV and MAV. *Journal of System Design and Dynamics*, v. 1, n. 2, p. 120–128, 2007. ISSN 1881-3046.
- [13] GOERZEN, C.; KONG, Z.; METTLER, B. A Survey of Motion Planning Algorithms from the Perspective of Autonomous UAV Guidance. *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, v. 57, n. 1-4, p. 65–100, nov. 2009. ISSN 0921-0296.

- [14] AUSTIN, R. *Unmanned Aircraft Systems*. [S.l.]: John Wiley and Sons, 2010.
- [15] AL-JARRAH, M. A.; HASAN, M. M. Setup of Dynamic Flight Path Planning in 3D Environment with Flexible Mission Planning Using Ground Station. *Journal of the Franklin Institute*, 2009.
- [16] HAMEED, T.; WEI, W.; ZHANG, R. Conceptual designing Unmanned aerial vehicle flight control system. *International Conference on Electronic Measurement and Instruments*, Ieee, p. 3–712–3–716, ago. 2009.
- [17] AL-RADAIDEH, A. et al. ARF60 AUS-UAV modeling, system identification, guidance and control: Validation through hardware in the loop simulation. In: *International Symposium on Mechatronics and its Applications*. [S.l.]: IEEE, 2009. p. 1–11.
- [18] PENG, K. et al. Design and implementation of an autonomous flight control law for a UAV helicopter. *Automatica*, v. 45, n. 10, p. 2333–2338, 2009. ISSN 00051098.
- [19] ROSA, P. et al. Autolanding Controller for a Fixed Wing Unmanned Air Vehicle. *AIAA Guidance Navigation*, n. August, p. 1–22, 2007.
- [20] ADIPRAITA, W.; AHMAD, A.; SEMBIRING, J. Automated Flight Test and System Identification for Rotary Wing Small Aerial Platform Using Frequency Responses Analysis. *Journal of Bionic Engineering*, v. 4, n. 4, p. 237–244, dez. 2007. ISSN 16726529.
- [21] BENTO, M. d. F. Unmanned Aerial Vehicles : An Overview. *Inside GNSS*, 2008.
- [22] WANG, C. et al. Modeling, control and flight testing for a saucer ducted fan UAV. In: *2010 3rd International Symposium on Systems and Control in Aeronautics and Astronautics*. [S.l.]: IEEE, 2010. p. 930–935.
- [23] SCHAFROTH, D. et al. Modeling, system identification and robust control of a coaxial micro helicopter. *Control Engineering Practice*, Elsevier, v. 18, n. 7, p. 700–711, jul. 2010. ISSN 09670661.
- [24] OLLERO, A.; MERINO, L. Control and perception techniques for aerial robotics. *Annual Reviews in Control*, v. 28, n. 2, p. 167–178, 2004.
- [25] VALENTI, M. et al. Implementation of a manned vehicle-UAV mission system. In: . [S.l.: s.n.], 2004. p. 1–16.
- [26] ERDOS, D.; WATKINS, S. E. UAV Autopilot Integration and Testing. In: *2008 IEEE Region 5 Conference*. [S.l.]: IEEE, 2008. p. 1–6.
- [27] SANTOSO, F.; LIU, M.; EGAN, G.  $H_2$  and  $H_\infty$  robust autopilot synthesis for longitudinal flight of a special unmanned aerial vehicle : a comparative study. *Iet Control Theory And Applications*, n. February, 2008.



- [28] CHAO, H.; CAO, Y.; CHEN, Y. Autopilots for Small Fixed-Wing Unmanned Air Vehicles: A Survey. In: *2007 International Conference on Mechatronics and Automation*. [S.l.]: IEEE, 2007. p. 3144–3149.
- [29] ZARAFSHAN, P.; MOOSAVIAN, S. A. A.; BAHRAMI, M. Comparative controller design of an aerial robot. *Aerospace Science and Technology*, Elsevier Masson SAS, v. 1, p. 1–7, 2010. ISSN 12709638.
- [30] NALDI, R.; MARCONI, L.; GENTILI, L. Robust takeoff and landing for a class of aerial robots. In: *Proceedings of the 48th IEEE Conference on Decision and Control (CDC) held jointly with 2009 28th Chinese Control Conference*. [S.l.]: IEEE, 2009. p. 3436–3441.
- [31] HU, C. et al. System identification of a small UAV's speeding up process before takeoff. In: *Control Conference, 2004. 5th Asian*. [S.l.]: IEEE, 2004. v. 1, n. 1, p. 392–395.
- [32] WU, H.; SUN, D.; ZHOU, Z. Model identification of a micro air vehicle in loitering flight based on attitude performance evaluation. *IEEE Transactions on Robotics*, v. 20, n. 4, p. 702–712, 2004.
- [33] CHAO, H. et al. Roll-channel fractional order controller design for a small fixed-wing unmanned aerial vehicle. *Control Engineering Practice*, v. 18, n. 7, p. 761–772, 2010.
- [34] Jung Soon, J.; LICCARDO, D. Automation of Small UAVs using a Low Cost Mems Sensor and Embedded Computing Platform. In: *25th Digital Avionics Systems Conference, 2006 IEEE/AIAA*. [S.l.: s.n.], 2006. p. 1–9.
- [35] NINO, J. et al. Model Identification of a Micro Air Vehicle. *Journal of Bionic Engineering*, v. 4, n. 4, p. 227–236, 2007. ISSN 16726529.
- [36] NETO, A. A.; CAMPOS, M. F. M. A path planning algorithm for UAVs with limited climb angle. In: *2009 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. [S.l.]: IEEE, 2009. p. 3894–3899.
- [37] JIAO, Y. et al.  $H_\infty$  state feedback control for UAV maneuver trajectory tracking. In: *2010 International Conference on Intelligent Control and Information Processing*. [S.l.]: IEEE, 2010. p. 253–257.
- [38] LOW, C. B. A trajectory tracking control design for fixed-wing unmanned aerial vehicles. In: *2010 IEEE International Conference on Control Applications*. [S.l.]: IEEE, 2010. p. 2118–2123.
- [39] KANG, Y.; HEDRICK, J. K. Linear Tracking for a Fixed-Wing UAV Using Nonlinear Model Predictive Control. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, v. 17, n. 5, p. 1202–1210, set. 2009.

- [40] RUI, W.; ZHOU, Z.; YANHANG, S. Robust Landing Control and Simulation for Flying Wing UAV. *Chinese Control Conference*, Ieee, p. 600–604, jul. 2006.
- [41] SINGH, S.; PADHI, R. Automatic path planning and control design for autonomous landing of UAVs using dynamic inversion. In: *2009 American Control Conference*. [S.l.]: IEEE, 2009. p. 2409–2414.
- [42] MAKI, M.; TAKEI, H.; ISHIKAWA, K. Development of Skill-Free Manual Control Module for Easy and Safe Flight of UAV. *Control*, p. 3651–3656, 2009.
- [43] COOK, M. V. *Flight Dynamics Principles*. 2a. ed. Oxford, OX: Elsevier, 2007.
- [44] CHOWDHARY, G.; JATEGAONKAR, R. Aerodynamic parameter estimation from flight data applying extended and unscented Kalman filter. *Aerospace Science and Technology*, v. 14, n. 2, p. 106–117, 2010.
- [45] OU, Q. et al. Integrated Flight Dynamics Modelling for Unmanned Aerial Vehicles. In: *2008 IEEE/ASME International Conference on Mechatronic and Embedded Systems and Applications*. [S.l.]: IEEE, 2008. p. 570–575. ISBN 978-1-4244-2367-5.
- [46] JODEH, N. *Development of Autonomous Unmanned Aerial Vehicle Research Platform: Modeling, Simulating, and Flight Testing*. Tese (Doutorado) — AIR FORCE INSTITUTE OF TECHNOLOGY, 2006.
- [47] LOREFICE, L.; PRALIO, B.; TEMPO, R. Randomization-based control design for Mini-UAVs. *Control Engineering Practice*, v. 17, n. 8, p. 974–983, 2009.
- [48] MACKUNIS, W. et al. Global Adaptive Output Feedback Tracking Control of an Unmanned Aerial Vehicle. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, v. 18, n. 6, p. 1390–1397, 2010.
- [49] STEVENS, B.; LEWIS, F. *Aircraft control and simulation*. [S.l.]: Wiley-Interscience, 1992.
- [50] NELSON, R. *Flight stability and automatic control*. [S.l.]: McGraw-Hill College, 1989.
- [51] WONG, D. et al. Unmanned Aerial Vehicle Flight Model Validation Using On-Board Sensing and Instrumentation. *15th International conference on Mechatronics and Machine Vision in Practice*, IEEE, n. 1, p. 109–114, 2009.
- [52] QIU, L. et al. Robust Hybrid Controller Design Based on Feedback Linearization and  $\mu$  Synthesis for UAV. In: *2009 Second International Conference on Intelligent Computation Technology and Automation*. [S.l.]: IEEE, 2009. p. 858–861. ISBN 978-0-7695-3804-4.
- [53] NINO, J. et al. Model Identification of a Micro Air Vehicle. *Journal of Bionic Engineering*, v. 4, n. 4, p. 227–236, dez. 2007. ISSN 16726529.

- [54] ZHENDONG, S.; SHUZHANG, S. G. *Switched Linear Systems: Control and Design*. [S.l.]: Springer, 2004.
- [55] SUN, Z.; GE, S. S. *Switched linear systems: Control and design*. [S.l.]: Springer, 2005. 288 p.
- [56] TABATABAEI-POUR, M. et al. A Clustering-Based Bounded-Error Approach for Identification of PWA Hybrid Systems. In: *IEEE International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision*. [S.l.: s.n.], 2006. p. 1–6. ISBN 1-4244-0341-3.
- [57] MING, L.; EGAN, G.; YUNJIAN, G. Identification of Attitude Flight Dynamics for An Unconventional UAV. In: *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. [S.l.]: IEEE, 2006. p. 3243–3248. ISBN 1-4244-0258-1.
- [58] KHALIL, B.; YESILDIREK, A. System identification of UAV under an autopilot trajectory using ARX and Hammerstein-Wiener methods. In: *Mechatronics and its Applications (ISMA), 2010 7th International Symposium on*. [S.l.]: IEEE, 2010. p. 1–5.
- [59] GEGUNDEZ, M.; AROBA, J.; BRAVO, J. Identification of piecewise affine systems by means of fuzzy clustering and competitive learning. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, v. 21, n. 8, p. 1321–1329, dez. 2008. ISSN 09521976.
- [60] BAPTISTA, R. S.; ISHIHARA, J. Y.; BORGES, G. A. A Split and Merge Algorithm for Identification of Piecewise Affine Systems. In: *2011 American Control Conference*. San Francisco: [s.n.], 2011.
- [61] FERREIRA, H. C. et al. Disturbance Rejection in a Fixed Wing UAV Using Nonlinear  $H_\infty$  State Feedback. In: *IEEE International Conference on Control and Automation, ICCA 11*. Santiago, Chile: [s.n.], 2011.
- [62] LJUNG, L. *System Identification Theory for the User*. 2nd. ed. [S.l.]: Prentice Hall PTR, 1999.
- [63] LOREFICE, L.; PRALIO, B.; TEMPO, R. Robust and Randomized Control Design of Mini-UAVs: The MH1000 Platform. In: *2007 American Control Conference*. [S.l.]: IEEE, 2007. p. 159–164.
- [64] SANTOSO, F.; LIU, M.; EGAN, G.  $H_2$  and  $H_\infty$  and robust autopilot synthesis for longitudinal flight of a special unmanned aerial vehicle: a comparative study. 2008. 583 p.
- [65] SALMAN, S. Nonlinear identification of unmanned aircraft vehicle. *International Conference for Global Science and Technology*, v. 0, n. December, p. 19–21, 2005.
- [66] KALLAPUR, A. et al. A UKF-NN Framework for System Identification of Small Unmanned Aerial Vehicles. In: *2008 11th International IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems*. [S.l.]: IEEE, 2008. p. 1021–1026.

- [67] KALLAPUR, A.; ANAVATTI, S. UAV Linear and Nonlinear Estimation Using Extended Kalman Filter. In: *International Conference on Computational Intelligence for Modelling Control and Automation and International Conference on Intelligent Agents Web Technologies and International Commerce (CIMCA'06)*. [S.l.]: Ieee, 2006. p. 250–250. ISBN 0-7695-2731-0.
- [68] VERES, S. Aerodynamic parameter estimation of an Unmanned Aerial Vehicle based on extended kalman filter and its higher order approach. In: *2010 2nd International Conference on Advanced Computer Control*. [S.l.]: IEEE, 2010. p. 526–531.
- [69] GARZA, F. R.; MORELLI, E. A. *A Collection of Nonlinear Aircraft Simulations in MATLAB*. [S.l.], 2003.
- [70] PAW, Y. *Synthesis and Validation of Flight Control for UAV*. Tese (PhD) — University of Minnesota, 2009.
- [71] MERCHANT, M. Propeller performance measurement for low Reynolds number unmanned aerial vehicle applications. n. December, 2005.
- [72] QIU, L.; FAN, G.; YI, J. Robust Hybrid Controller Design Based on Feedback Linearization and  $\hat{A}_t$  Synthesis for UAV. In: *Intelligent Computation Technology, International Conference on*. [S.l.: s.n.], 2009. v. 6, n. 1, p. 8–11.
- [73] THIMMARAYA, R.; NATARAJ, C.; DONGBIN, L. Linear time-varying tracking control with application to Unmanned Aerial Vehicles. In: *American Control Conference (ACC)*. [S.l.: s.n.], 2010. p. 806–811.
- [74] NATESAN, K. et al. Design of Flight Controllers based on Simplified LPV model of a UAV. In: *Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control*. [S.l.]: IEEE, 2006. p. 37–42.
- [75] ZHEN, Z.; WANG, D.; KANG, Q. UAV flight trajectory control based on information fusion control method. In: *International Conference on Networking, Sensing and Control (ICNSC)*. [S.l.]: IEEE, 2010. p. 337–341.
- [76] SHIN, J.; KIM, H. J.; KIM, Y. Adaptive inverse control using support vector regression. In: *Proceedings of the 48th IEEE Conference on Decision and Control (CDC) held jointly with 2009 28th Chinese Control Conference*. [S.l.]: IEEE, 2009. p. 2570–2575.
- [77] SHIN, J.; Jin Kim, H.; KIM, Y. Adaptive support vector regression for UAV flight control. *Neural networks : the official journal of the International Neural Network Society*, v. 24, n. 1, p. 109–20, 2011.
- [78] MANAI, M.; DESBIENS, A.; GAGNON, E. Identification of a UAV and design of a hardware-in-the-loop system for nonlinear control purposes. In: *2005 AIAA Guidance*,

*Navigation, and Control Conference and Exhibit; San Francisco, CA.* [S.l.]: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1801 Alexander Bell Drive, Suite 500, Reston, VA, 20191-4344, USA., 2005. p. 1–6. ISSN 0146-3705.

- [79] MELIN, T. *Master Thesis A Vortex Lattice MATLAB Implementation for Linear Aerodynamic Wing Applications*. Tese (Master Thesis) — Royal Institute of Technology (KTH), 2000.
- [80] LDT., R. C. *Tornado*. 2010.
- [81] STEVENS, B. L.; LEWIS, F. L. *Aircraft Control and Simulation*. [S.l.]: Wiley-Interscience, 1992.
- [82] LOW, C. B. A trajectory tracking control design for fixed-wing Unmanned Aerial Vehicles. In: *IEEE International Conference on Control Applications*. [S.l.: s.n.], 2010. p. 2118–2123.
- [83] JIAO, Y. et al.  $H_\infty$  state feedback control for UAV maneuver trajectory tracking. In: *International Conference on Intelligent Control and Information Processing*. [S.l.: s.n.], 2010. p. 253–257.
- [84] BERTONI, G. et al. A nonlinear guidance and active fault tolerant control system for a fixed wing Unmanned Aerial Vehicle. In: *American Control Conference*. [S.l.: s.n.], 2010. p. 812–817.
- [85] VOOS, H. Nonlinear control of a quadrotor micro-UAV using feedback-linearization. In: *IEEE International Conference on Mechatronics*. [S.l.: s.n.], 2009.
- [86] ZARAFSHAN, P.; MOOSAVIAN, S. A. A.; BAHRAMI, M. Comparative controller design of an aerial robot. *Aerospace Science and Technology*, v. 14, p. 276–282, 2010.
- [87] BENALLEGUE, A.; MOKHTARI, A.; FRIDMAN, L. High-order sliding-mode observer for a quadrotor UAV. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, v. 18, p. 427–440, 2008.
- [88] MADANI, T.; BENALLEGUE, A. Sliding mode observer and backstepping control for a quadrotor Unmanned Aerial Vehicles. In: *American Control Conference*. [S.l.: s.n.], 2007. p. 5887–5892.
- [89] AGUIAR, A. P.; HESPANHA, J. P. Trajectory-tracking and path-following of underactuated autonomous vehicles with parametric modeling uncertainty. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 52, n. 8, p. 1362–1379, 2007.
- [90] AZINHEIRA, J. R.; MOUTINHO, A. Hover control of an UAV with backstepping design including input saturations. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, v. 16, n. 3, p. 517–526, 2008.

- [91] RAFFO, G. V.; ORTEGA, M. G.; RUBIO, F. R. Backstepping/nonlinear  $H_\infty$  control for path tracking of a quadrotor Unmanned Aerial Vehicle. In: *American Control Conference*. [S.l.: s.n.], 2008. p. 3356–3361.
- [92] MACKUNIS, W. et al. Global adaptive output feedback tracking control of an Unmanned Aerial Vehicle. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, v. 18, n. 6, p. 1390–1397, 2010.
- [93] SHIN, J. et al. Model predictive flight control using adaptive support vector regression. *Neurocomputing*, v. 73, p. 1031–1037, 2010.
- [94] YANG, C.-D.; LIU, W.-H. Nonlinear  $H_\infty$  decoupling hover control of helicopter with parameter uncertainties. In: *American Control Conference*. [S.l.: s.n.], 2003. v. 4, p. 3454–3459.
- [95] RAFFO, G. V.; ORTEGA, M. G.; RUBIO, F. R. An integral predictive/nonlinear  $H_\infty$  control structure for a quadrotor helicopter. *Automatica*, v. 46, p. 29–39, 2010.
- [96] CIANN-DONG, Y.; CHIEN-CHUNG, K. Nonlinear  $H_\infty$  flight control of general six degree-of-freedom motions. In: *Proceedings of the 2000 American Control Conference. ACC2000*. [S.l.: s.n.], 2000. p. 1852–1856.
- [97] YANG, C.-D.; KUNG, C.-C. Nonlinear  $H_\infty$  flight control of general six degree-of-freedom motions. In: *Proceedings of the 2000 American Control Conference*. [S.l.: s.n.], 2000. p. 1852–1856.
- [98] KUNG, C.-C. Nonlinear  $H_\infty$  robust control applied to F-16 aircraft with mass uncertainty using control surface inverse algorithm. *Journal of the Franklin Institute*, v. 345, p. 851–876, 2008.
- [99] ISIDORI, A.  $h_\infty$  control via measurement feedback for affine nonlinear systems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, v. 4, p. 553–574, 1994.
- [100] VOULGARIS, P. G.; CHEN, X. A Taylor series approach for nonlinear  $H_\infty$  control applications. *Journal of Vibration and Control*, v. 7, n. 1, p. 51–71, 2001.
- [101] HUANG, J.; LIN, C.-F. Numerical approach to computing nonlinear  $H_\infty$  control laws. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, v. 18, n. 5, p. 989–994, 1995.
- [102] ELKAIM, G.; LIZARRAGA, M.; PEDERSENY, L. Comparison of low-cost GPS/INS sensors for Autonomous Vehicle applications. In: *Position, Location and Navigation Symposium, 2008 IEEE/ION*. [S.l.]: IEEE, 2008. p. 1133–1144.
- [103] LEI, X.; DU, Y. A Linear Domain System Identification for Small Unmanned Aerial Rotorcraft Based on Adaptive Genetic Algorithm. *Journal of Bionic Engineering*, Jilin University, v. 7, n. 2, p. 142–149, jun. 2010. ISSN 16726529.

- [104] CASSELMAN, S.; RODRIGUES, L. A New methodology for piecewise affine models using Voronoi partitions. In: *Proceedings of the 48th IEEE Conference on Decision and Control (CDC) held jointly with 2009 28th Chinese Control Conference*. [S.l.]: IEEE, 2009. p. 3920–3925.
- [105] YAO, J. et al. Study on UAV flight based identification technology. In: *Control Conference (CCC), 2010 29th Chinese*. [S.l.: s.n.], 2010. p. 1375–1380.
- [106] SAVKIN, A. V.; EVANS, R. J. *Hybrid dynamical systems: controller and sensor switching problems*. [S.l.]: Springer, 2002. 153 p.
- [107] PAOLETTI, S. et al. Identification of hybrid systems: A tutorial. *European Journal of Control*, 2007.
- [108] FEKRI, S.; GU, D.; POSTLETHWAITE, I. Lateral imbalance detection on a UAV based on multiple models. In: *Proceedings of the 48th IEEE Conference on Decision and Control (CDC) held jointly with 2009 28th Chinese Control Conference*. [S.l.]: IEEE, 2009. p. 8488–8493.
- [109] RU, J.; Rong Li, X. Variable-Structure Multiple-Model Approach to Fault Detection, Identification, and Estimation. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, v. 16, n. 5, p. 1029–1038, set. 2008.
- [110] YOON, S. et al. Experimental evaluation of fault diagnosis in a skew-configured UAV sensor system. *Control Engineering Practice*, 2010.
- [111] LAUER, F.; BLOCH, G. Switched and PieceWise Nonlinear Hybrid System Identification. In: EGERSTEDT, M.; MISHRA, B. (Ed.). *International Conference on Hybrid Systems: Computation and Control*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2008. (Lecture Notes in Computer Science, v. 4981), p. 330–343–343. ISBN 978-3-540-78928-4. ISSN 0302-9743.
- [112] ZHANG, Z. Robust H $\infty$  control of a class of discrete impulsive switched systems. *Nonlinear Analysis: Theory, Methods and Applications*, v. 71, n. 12, p. e2790–e2796, dez. 2009. ISSN 0362546X.
- [113] BAKO, L. et al. Identification of switched linear state space models without minimum dwell time. *IFAC Symposium on System Identification*, 2009.
- [114] GHOSH, S.; MAKHA, S. A fuzzy clustering based technique for piecewise affine approximation of a class of nonlinear systems. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, v. 15, n. 9, p. 2235–2244, set. 2010. ISSN 10075704.
- [115] AROGETI, S. A.; WANG, D.; LOW, C. B. Mode Identification of Hybrid Systems in the Presence of Fault. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 57, n. 4, p. 1452–1467, 2010.

- [116] TABATABAEI-POUR, M.; SALAHSHOOR, K.; MOSHIRI, B. A Modified k-plane Clustering Algorithm for Identification of Hybrid Systems. In: *IEEE World Congress on Intelligent Control and Automation*. [S.l.: s.n.], 2006. p. 1333–1337. ISBN 1-4244-0332-4.
- [117] VASAK, M.; KLANJCIC, D.; PERIC, N. Piecewise affine identification of MIMO processes. In: *IEEE Conference on Computer Aided Control System Design, 2006 IEEE International Conference on Control Applications, 2006 IEEE International Symposium on Intelligent Control*. [S.l.]: IEEE, 2006. p. 1493–1498.
- [118] JULOSKI, A.; WEILAND, S.; HEEMELS, W. A Bayesian approach to identification of hybrid systems. In: *IEEE Conference on Decision and Control*. [S.l.: s.n.], 2004. p. 13–19.
- [119] TAGUCHI, S. et al. Identification of hybrid system based on Probability weighted multiple ARX model. In: *ICCAS-SICE, 2009*. [S.l.: s.n.], 2009. p. 4837–4842.
- [120] ROLL, J. Identification of piecewise affine systems via mixed-integer programming. *Automatica*, v. 40, n. 1, p. 37–50, jan. 2004. ISSN 00051098.
- [121] BEMPORAD, A. et al. A bounded-error approach to piecewise affine system identification. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 50, n. 10, p. 1567–1580, out. 2005. ISSN 0018-9286.
- [122] PORRECA, R.; FERRARI-TRECATE, G. Identification of piecewise affine models of genetic regulatory networks: the data classification problem. *IFAC World Congress on*, 2008.
- [123] VIDAL, R.; SOATTO, S.; SASTRY, S. An algebraic geometric approach to the identification of a class of linear hybrid systems. In: *IEEE International Conference on Decision and Control*. [S.l.: s.n.], 2003. p. 167–172. ISBN 0-7803-7924-1.
- [124] LAUER, F.; BLOCH, G. A new hybrid system identification algorithm with automatic tuning. In: *17th IFAC World Congress*. [S.l.: s.n.], 2008.
- [125] VIDAL, R. Recursive identification of switched ARX systems. *Automatica*, v. 44, n. 9, p. 2274–2287, set. 2008. ISSN 00051098.
- [126] NIESSEN, J. et al. Comparison of three procedures for the identification of hybrid systems. In: *IEEE International Conference on Control Applications*. [S.l.]: IEEE, 2004. p. 643–648. ISBN 0-7803-8633-7.
- [127] JULOSKI, A.; HEEMELS, W.; FERRARITRECATE, G. Data-based hybrid modeling of the component placement process in pick-and-place machines<sup>1</sup>. *Control Engineering Practice*, v. 12, n. 10, p. 1241–1252, out. 2004. ISSN 09670661.



- [128] CANTY, N.; O'MAHONY, T. Design considerations for piecewise affine system identification of nonlinear systems. In: *IEEE Mediterranean Conference on Control and Automation*. [S.l.: s.n.], 2009. p. 157–162. ISBN 978-1-4244-4684-1.
- [129] FERRARI-TRECATE, G.; MUSELLI, M. Single-linkage clustering for optimal classification in piecewise affine regression. In: *IFAC Conference on Analysis and Design of Hybrid Systems*. Saint-Malo: [s.n.], 2003.
- [130] HE, Z. et al. Detecting the number of clusters in n-way probabilistic clustering. *IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, v. 32, n. 11, p. 2006–2021, 2009.
- [131] FRIGUI, H.; KRISHNAPURAM, R. A robust clustering algorithm based on competitive agglomeration and soft rejection of outliers. *IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, IEEE Comput. Soc. Press, p. 550–555, 1996.
- [132] DUDA, R. O.; HART, P. E.; STORK, D. G. *Pattern Classification*. [S.l.]: Wiley, 2001. 654 p. ISBN 0471056693.
- [133] HALKIDI, M.; BATISTAKIS, Y.; VAZIRGIANNIS, M. Clustering algorithms and validity measures. In: *International Conference on Scientific and Statistical Database Management. SSDBM 2001*. [S.l.]: IEEE Comput. Soc, 2001. p. 3–22. ISBN 0-7695-1218-6.
- [134] KETTENRING, J. R. The Practice of Cluster Analysis. *Journal of Classification*, v. 23, n. 1, p. 3–30, jun. 2006. ISSN 0176-4268.
- [135] XU, R.; WUNSCH, D. Survey of clustering algorithms. *IEEE transactions on neural networks / a publication of the IEEE Neural Networks Council*, v. 16, n. 3, p. 645–78, maio 2005. ISSN 1045-9227.
- [136] KRISHNAPURAM, R.; KELLER, J. The possibilistic c-means algorithm: Insights and recommendations. *IEEE transactions on Fuzzy Systems*, v. 4, n. 3, p. 385–393, 1996.
- [137] BORMAN, S. The Expectation Maximization Algorithm A short tutorial. *Submitted for publication*, p. 1–9, 2004.
- [138] CHEN, Y.; GUPTA, M. *EM Demystified: An Expectation-Maximization Tutorial*. [S.l.], 2010.
- [139] GÜNTER, S.; BUNKE, H. Validation indices for graph clustering. *Pattern Recognition Letters*, v. 24, n. 8, p. 1107–1113, maio 2003. ISSN 01678655.
- [140] BRUN, M. et al. Model-based evaluation of clustering validation measures. *Pattern Recognition*, v. 40, n. 3, p. 807–824, mar. 2007. ISSN 00313203.

- [141] WU, K.-L.; YANG, M.-S.; HSIEH, J.-N. Robust cluster validity indexes. *Pattern Recognition*, v. 42, n. 11, p. 2541–2550, nov. 2009. ISSN 00313203.
- [142] Rizman Žalik, K. Cluster validity index for estimation of fuzzy clusters of different sizes and densities. *Pattern Recognition*, maio 2010. ISSN 00313203.
- [143] MUHR, M.; GRANI, M. Automatic Cluster Number Selection Using a Split and Merge K-Means Approach. In: *20th IEEE International Workshop on Database and Expert Systems Application*. [S.l.: s.n.], 2009. p. 363–367.
- [144] VAPNIK, V. *Statistical Learning Theory*. [S.l.]: Wiley-Interscience, 1998.
- [145] BOLSHAKOVA, N. Cluster validation techniques for genome expression data. *Signal Processing*, v. 83, n. 4, p. 825–833, abr. 2003. ISSN 01651684.
- [146] MANGASARIAN, O.; MUSICANT, D. Lagrangian support vector machine. *The Journal of Machine Learning Research*, v. 1, n. September, p. 161—177, ago. 2001. ISSN 1532-4435.

## APÊNDICES



## A.1 MODELO SIMULINK IMPLEMENTADO

### A.1.1 Modelo Simulink Implementado

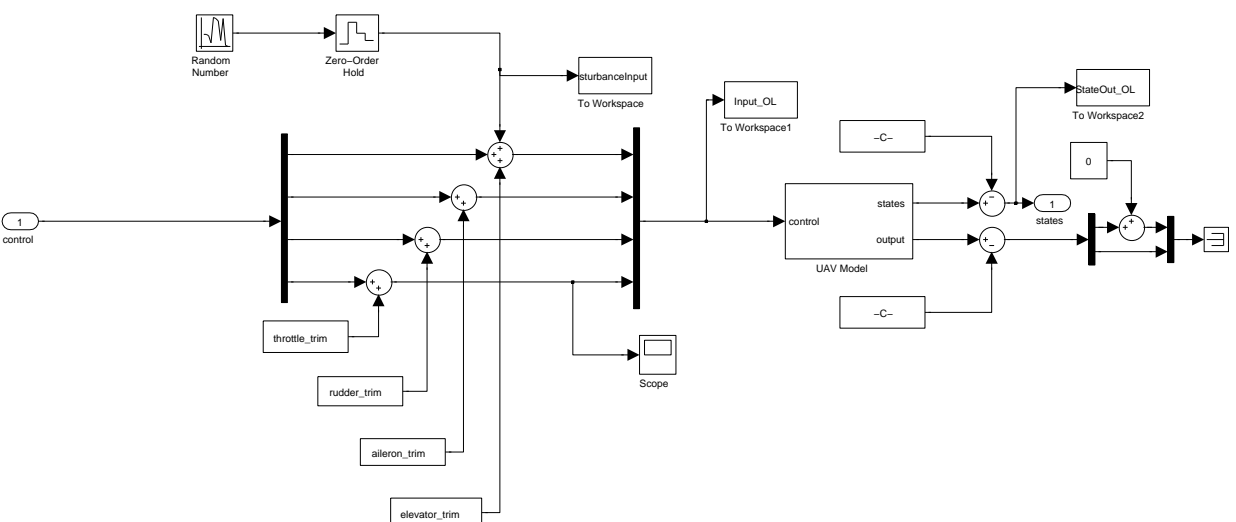


Figura A.1.: Simulador implementado no Matlab/Simulink - Modelo Geral

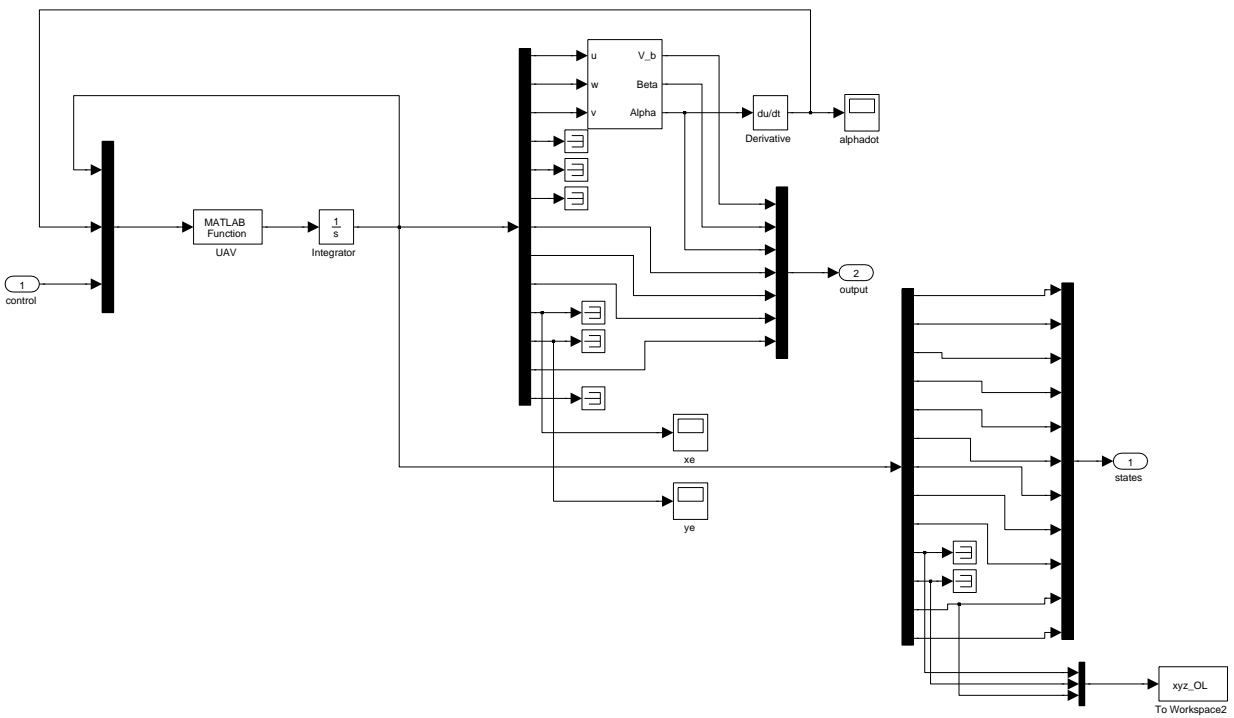


Figura A.2: Simulador implementado no Matlab/Simulink - Bloco UAV Model

### A.1.2 Código .m das Equações do VANT

```
function xdot = uaveqns(x)

%% Coeficientes do sistema

m = 1.9;
cbar = 0.2500;
b = 1.2700;
S = 0.3097;
Ixx = 0.0894;
Iyy = 0.1444;
Izz = 0.1620;
Ixz = 0.0140;
Ip = 0.00012991;
R = 0.1524;
CL0 = 0.23;
CLalpha = 4.58;
CLde = 0.13;
CLalphadot = 1.9724;
CLq = 7.9543;
CLmin = 0.23;
CD0 = 0.0434;
CDde = 0.0135;
CDdr = 0.0303;
CDk = 0.0815;
CYbeta = -0.83;
CYdr = 0.1914;
CYP = 0;
CYr = 0;
Clbeta = -0.04;
Cllda = 0.0677;
Clldr = 0.0168;
Clp = -0.4135;
Clr = 0.399;
Cm0 = 0.135;
Cmalpha = -1.5;
Cmde = -1.1251;
Cmalphadot = -10.3796;
Cmq = -50.8259;
Cnbeta = 0.0344;
Cnda = -0.012;
Cndr = -0.0345;
Cnp = 0.0075;
Cnr = -0.411;

rho = 1.225;
g = 9.81;
```

```

%% Inicializacao do vetor de estados

u = x(1);
v = x(2);
w = x(3);
p = x(4);
q = x(5);
r = x(6);
phi = x(7);
theta = x(8);
psi = x(9);
xe = x(10);
ye = x(11);
ze = x(12);
omegap = x(13);

alphadot = x(14);

de = x(15);
da = x(16);
dr = x(17);
dt = x(18);

%% Calculo dos parametros variaveis

Va = (u^2 + v^2 + w^2)^(1/2);
alpha = (atan(w/u));
beta = (asin(v/Va));
qbar = (rho/2)*(Va^2);

CL = CL0 + CLalpha*alpha + CLde*de + (cbar/(2*Va))*(CLalphadot*alphadot + CLq*q);
CD = CD0 + CDde*de + CDdr*dr + CDk*(CL - CLmin);
CX = CL*sin(alpha) - CD*cos(alpha);
CZ = -CD*sin(alpha) - CL*cos(alpha);
CY = CYbeta*beta + CYdr*dr + (b/(2*Va))*(CYp*p + CYr*r);
Cl = Clbeta*beta + Clda*da + Cldr*dr + (b/(2*Va))*(Clp*p + Clr*r);
Cm = Cm0 + Cmalpha*alpha + Cmde*de + (cbar/(2*Va))*(Cmalphadot*alphadot + Cmqq);
Cn = Cnbeta*beta + Cnda*da + Cndr*dr + (b/(2*Va))*(Cnp*p + Cnr*r);

Gamma = Ixx*Izz - (Ixz)^2;
c1 = ((Iyy-Izz)*Izz - (Ixz)^2)/(Gamma);
c2 = ((Ixx - Iyy + Izz)*Ixz)/(Gamma);
c3 = Izz/Gamma;
c4 = Ixz/Gamma;
c5 = (Izz - Ixx)/Iyy;
c6 = Ixz/Iyy;
c7 = 1/Iyy;
c8 = (Ixx*(Ixx - Iyy) + (Ixz)^2)/(Gamma);

```



```
c9 = Ixx/Gamma;
```

```
J = (pi*Va)/(omegap*R);
```

```
Fp = CT(J)*(4*rho*(R^4)*(omegap^2))/(pi^2);
```

```
Tp = CP(J)*(4*rho*(R^5)*(omegap^2))/(pi^3);
```

```
Tm = P0(dt)/omegap;
```

```
Fx = qbar*S*CX + Fp;
```

```
Fy = qbar*S*CY;
```

```
Fz = qbar*S*CZ;
```

```
L = qbar*S*b*Cl - Tm;
```

```
M = qbar*S*cbar*Cm;
```

```
N = qbar*S*b*Cn;
```

```
%% EDOs do sistema
```

```
udot = r*v - q*w - g*sin(theta) + Fx/m;
```

```
vdot = -r*u + p*w + g*sin(phi)*cos(theta) + Fy/m;
```

```
wdot = q*u - p*v + g*cos(phi)*cos(theta) + Fz/m;
```

```
pdot = (c1*r + c2*p)*q + c3*L + c4*N;
```

```
qdot = c5*p*r - c6*(p^2-r^2) + c7*M;
```

```
rdot = (c8*p - c2*r)*q + c4*L + c9*N;
```

```
phidot = p + tan(theta)*(q*sin(phi) + r*cos(phi));
```

```
thetadot = q*cos(phi) - r*sin(phi);
```

```
psidot = (q*sin(phi) + r*cos(phi))/cos(theta);
```

```
xdot = u*cos(theta)*cos(psi) + v*(-cos(phi)*sin(psi) + sin(phi)*sin(theta)*cos(psi))  
      + w*(sin(phi)*sin(psi) + cos(phi)*sin(theta)*cos(psi));
```

```
ydot = u*cos(theta)*sin(psi) + v*(cos(phi)*cos(psi) + sin(phi)*sin(theta)*sin(psi))  
      + w*(-sin(phi)*cos(psi) + cos(phi)*sin(theta)*sin(psi));
```

```
zdot = -u*sin(theta) + v*(sin(phi)*cos(theta)) + w*(cos(phi)*cos(theta));
```

```
omegapdot = (1/Ip)*(Tm-Tp);
```

```
%% Saida do sistema
```

```
xdot = [udot; vdot; wdot; pdot; qdot; rdot; phidot; thetadot; psidot; xdot;...  
      ydot; zdot; omegapdot];
```

## A.2 COEFICIENTES AERODINÂMICOS

Coeficientes aerodinâmicos de [70]

$C_{L_0} = 2.30 \times 10^{-1}$	$C_{L_\alpha} = 4.58$	$C_{L_{\delta_e}} = 1.30 \times 10^{-1}$
$C_{L_{\dot{\alpha}}} = 1.97$	$C_{L_q} = 7.95$	$C_{L_{min}} = 2.30 \times 10^{-1}$
$C_{D_0} = 4.42 \times 10^{-2}$	$C_{D_{\delta_e}} = 1.35 \times 10^{-2}$	$C_{D_{\delta_r}} = 3.03 \times 10^{-2}$
$C_{Y_\beta} = -8.30 \times 10^{-1}$	$C_{Y_{\delta_r}} = 1.91 \times 10^{-1}$	$C_{Y_p} = 0$
$C_{Y_r} = 0$	$c_{l_\beta} = -1.30 \times 10^{-1}$	$c_{l_{\delta_a}} = 8.55 \times 10^{-2}$
$c_{l_p} = -5.05 \times 10^{-1}$	$c_{l_r} = 2.52 \times 10^{-1}$	$c_{m_\alpha} = -1.50$
$c_{m_{\delta_e}} = -9.92 \times 10^{-1}$	$c_{m_{\dot{\alpha}}} = -1.04 \times 10^1$	$c_{m_q} = -3.82 \times 10^1$
$c_{n_\beta} = 7.26 \times 10^{-2}$	$c_{n_{\delta_r}} = -6.93 \times 10^{-2}$	$c_{n_p} = -6.90 \times 10^{-2}$
$c_{n_r} = -9.46 \times 10^{-2}$		

Coeficientes aerodinâmicos ANU ( $\alpha = 4.46^\circ, \beta = 0^\circ, V_a = 54.54m/s, p = q = r = 0rad/s$ )

$C_{L_0} = 2.754 \times 10^{-1}$	$C_{L_\alpha} = 4.7477$	$C_{L_{\delta_e}} = 1.30 \times 10^{-1}$
$C_{L_{\dot{\alpha}}} = 1.97$	$C_{L_q} = 8.6319$	$C_{L_{min}} = 2.30 \times 10^{-1}$
$C_{D_0} = 8.2126 \times 10^{-3}$	$C_{D_{\delta_e}} = 1.35 \times 10^{-2}$	$C_{D_{\delta_r}} = 3.03 \times 10^{-2}$
$C_{Y_\beta} = -3.08 \times 10^{-1}$	$C_{Y_{\delta_r}} = 1.91 \times 10^{-1}$	$C_{Y_p} = 1.44 \times 10^{-1}$
$C_{Y_r} = -2.8255 \times 10^{-1}$	$c_{l_\beta} = -1.19 \times 10^{-1}$	$c_{l_{\delta_a}} = 8.55 \times 10^{-2}$
$c_{l_p} = -3.93 \times 10^{-1}$	$c_{l_r} = 5.05 \times 10^{-2}$	$c_{m_\alpha} = -1.07$
$c_{m_{\delta_e}} = -9.92 \times 10^{-1}$	$c_{m_{\dot{\alpha}}} = -3.74$	$c_{m_q} = -1.252 \times 10^1$
$c_{n_\beta} = -1.05 \times 10^{-1}$	$c_{n_{\delta_r}} = -6.93 \times 10^{-2}$	$c_{n_p} = -2.16 \times 10^{-3}$
$c_{n_r} = -1.12 \times 10^{-1}$		

## A.3 MOMENTOS DE INÉRCIA

Momento de inércia modelo ANU

$I_{xx} = 6.386 \times 10^{-2}$	$I_{yy} = 8.810 \times 10^{-3}$	$I_{zz} = 6.442 \times 10^{-2}$
$I_{xz} = 0$	$I_p = 1.30 \times 10^{-2}$	$I_m = 1.30 \times 10^{-4}$

Momento de inércia modelo de [70]

$I_{xx} = 8.94 \times 10^{-2}$	$I_{yy} = 1.44 \times 10^{-2}$	$I_{zz} = 1.62 \times 10^{-2}$
$I_{xz} = 1.40 \times 10^{-2}$	$I_p = 1.30 \times 10^{-2}$	$I_m = 1.30 \times 10^{-4}$

## A.4 MODELO ANALÍTICO

### A.4.1 Modelo Não Linear Acoplado

$$\begin{aligned}
\dot{U} &= RV - QW - g \sin(\theta) + \frac{F_x + F_p}{m}, \\
\dot{V} &= -RU + PW + g \sin(\phi) \cos(\theta) + \frac{F_y}{m}, \\
\dot{W} &= QU - PV + g \cos(\phi) \cos(\theta) + \frac{F_z}{m}, \\
\dot{P} &= (c_1 R + c_2 P)Q + c_3(L - T_p) + c_4 N, \\
\dot{Q} &= c_5 P R - c_6(P^2 - R^2) + c_7 M, \\
\dot{R} &= (c_8 P - c_2 R)Q + c_4 L + c_9 N, \\
\dot{\phi} &= P + \tan(\theta)(Q \sin(\phi) + R \cos(\phi)), \\
\dot{\theta} &= Q \cos(\phi) - R \sin(\phi), \\
\dot{\psi} &= (Q \sin(\phi) + R \cos(\phi)) / \cos(\theta), \\
\dot{x} &= U \cos(\theta) \cos(\psi) + V(-\cos(\phi) \sin(\psi) + \sin(\phi) \sin(\theta) \cos(\psi)) \\
&\quad + W(\sin(\phi) \sin(\psi) + \cos(\psi) \sin(\theta) \cos(\psi)) \\
\dot{y} &= U \cos(\theta) \sin(\psi) + V(\cos(\phi) \cos(\psi) + \sin(\psi) \sin(\theta) \sin(\psi)) \\
&\quad + W(-\sin(\phi) \cos(\psi) + \cos(\phi) \sin(\theta) \sin(\psi)) \\
\dot{z} &= -U \sin(\theta) + V \sin(\phi) \cos(\theta) + W \cos(\phi) \cos(\theta).
\end{aligned} \tag{A.1}$$

### A.4.2 Modelo Linear Acoplado

$$\begin{aligned}
\dot{x} &= Ax + Bu \\
y &= Cx
\end{aligned} \tag{A.2}$$

com

$$x = [U \ V \ W \ P \ Q \ R \ \phi \ \theta \ \psi \ h \ \omega]^T, \tag{A.3}$$

e

$$u = \begin{bmatrix} \delta_e & \delta_a & \delta_r & \delta_T \end{bmatrix}^T. \tag{A.4}$$

$$y = \begin{bmatrix} V_a & \beta & \alpha & \phi & \theta & \psi & h \end{bmatrix}^T$$

Na condição de operação:

$$x = \begin{bmatrix} 17 & -0.0546 & 0.3593 & 0 & 0.0211 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.5})$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -100 & 537.122 \end{bmatrix}^T, \quad (\text{A.6})$$

$$u = \begin{bmatrix} 0.0918 & 0.0308 & -0.0139 & 0.593 \end{bmatrix}^T, \quad (\text{A.7})$$

$$y = \begin{bmatrix} V_a & \beta & \alpha & \phi & \theta & \psi & h \end{bmatrix}. \quad (\text{A.8})$$

$$A = \begin{bmatrix} -0.38697 & 0.001071 & 0.59535 & 0 & -0.3541 & -0.048657 & 0 & -9.8078 & 0 & 0 & 0.012995 \\ -0.0040311 & -1.409 & -8.5334e-05 & 0.35988 & 0 & -17 & 9.8078 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.98736 & 0.003301 & -7.8649 & 0.048657 & 15.3118 & 0 & 0 & -0.20762 & 0 & 0 & 0 \\ 0.15909 & -1.7203 & 0.0033678 & -12.1772 & 8.0261e-22 & 10.721 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0026733 \\ 0.17728 & -2.2173e-19 & -8.3746 & -1.8849e-21 & -35.4783 & -6.5017e-22 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.016237 & 0.72117 & 0.00034373 & -0.93192 & 3.4379e-22 & -5.6728 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.00023103 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0.021169 & 1.0386e-22 & -3.6993e-21 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 3.6977e-21 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.0002 & 4.9073e-21 & -7.8294e-23 & 0 & 0 & 0 \\ -0.021164 & 0 & 0.99978 & 0 & 0 & 0 & -0.048646 & -17.0038 & 0 & 0 & 0 \\ 113.9819 & -0.32624 & 2.4129 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -9.1602 \end{bmatrix} \quad (\text{A.9})$$

$$B = \begin{bmatrix} -0.37676 & 0 & 0.87445 & 0 \\ 0 & 0 & 5.525 & 0 \\ -3.7614 & 0 & 0.018511 & 0 \\ 0 & 52.6516 & 10.9141 & -7.1723 \\ -106.8334 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.60943 & -13.8906 & -0.61983 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4868.9556 \end{bmatrix} \quad (\text{A.10})$$

$$C = \begin{bmatrix} 0.99977 & -0.0028615 & 0.021164 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0012447 & 0 & 0.058797 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.00016825 & 0.05881 & 3.5617e-06 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.11})$$

### A.4.3 Modelo Linear Desacoplado

Na condição de operação:

$$x = \begin{bmatrix} 17 & -0.0546 & 0.3593 & 0 & 0.0211 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -100 & 537.122 \end{bmatrix}^T,$$

$$u = \begin{bmatrix} 0.0918 & 0.0308 & -0.0139 & 0.593 \end{bmatrix}^T.$$

### A.4.3.1 Dinâmica Longitudinal

$$\begin{aligned}\dot{x} &= A_{long}x_{long} + B_{long}u_{long} \\ y &= C_{long}x_{long} + D_{long}u_{long}\end{aligned}\tag{A.12}$$

$$x_{long} = [U \ W \ Q \ \theta \ h \ \omega]^T,\tag{A.13}$$

$$u_{long} = \begin{bmatrix} \delta_T & \delta_e \end{bmatrix}^T,\tag{A.14}$$

$$y_{long} = \begin{bmatrix} V_a & \alpha & \theta & h \end{bmatrix}^T\tag{A.15}$$

$$A_{long} = \begin{bmatrix} -0.38697 & 0.59535 & -0.3541 & 0 & 0 & 0.012995 \\ -0.98736 & -7.8649 & 15.3118 & 0 & 0 & 0 \\ 0.17728 & -8.3746 & -35.4783 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0386e-22 & 0 & 0 \\ -0.021164 & 0.99978 & 0 & -0.048646 & 0 & 0 \\ 113.9819 & 2.4129 & 0 & 0 & 0 & -9.1602 \end{bmatrix}\tag{A.16}$$

$$B_{long} = \begin{bmatrix} -0.37676 & 0 \\ -3.7614 & 0 \\ -106.8334 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 4868.9556 \end{bmatrix}\tag{A.17}$$

$$C_{long} = \begin{bmatrix} 0.99977 & 0.021164 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.00016825 & 3.5617e-06 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}\tag{A.18}$$

### A.4.3.2 Dinâmica Lateral

$$\begin{aligned}\dot{x} &= A_{lat}x_{lat} + B_{lat}u_{lat} \\ y &= C_{lat}x_{lat} + D_{lat}u_{lat}\end{aligned}\tag{A.19}$$

$$x_{lat} = [V \ P \ R \ \phi \ \psi]^T,\tag{A.20}$$

$$u_{lat} = \begin{bmatrix} \delta_a & \delta_r \end{bmatrix}^T,\tag{A.20}$$

$$y_{lat} = \begin{bmatrix} \beta & \phi & \psi \end{bmatrix}^T\tag{A.21}$$

$$A_{lat} = \begin{bmatrix} -1.409 & 0.35988 & -17 & 9.8078 & 0 \\ -1.7203 & -12.1772 & 10.721 & 0 & 0 \\ 0.72117 & -0.93192 & -5.6728 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0.021169 & 1.0386e-22 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0002 & 4.9073e-21 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.22})$$

$$B_{lat} = \begin{bmatrix} 0 & 5.525 \\ 52.6516 & 10.9141 \\ -0.60943 & -13.8906 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.23})$$

$$C_{lat} = \begin{bmatrix} 0 & 0.058797 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.24})$$