



UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE ECONOMIA, ADMINISTRAÇÃO, CONTABILIDADE E CIÊNCIA DA  
INFORMAÇÃO E DOCUMENTAÇÃO  
PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA

DIEGO AFONSO DE CASTRO

**A INFORMALIDADE NO MERCADO DE TRABALHO PELA ÓTICA DE UM  
MODELO DE *MATCHING***

BRASÍLIA (DF)  
2012

**Diego Afonso de Castro**

**A INFORMALIDADE NO MERCADO DE TRABALHO PELA ÓTICA DE UM  
MODELO DE *MATCHING***

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Economia da Universidade de Brasília como parte dos requisitos para obtenção do grau de Mestre em Economia.

Orientador: Ricardo Silva Azevedo Araújo

BRASÍLIA (DF)  
2012

**Diego Afonso de Castro**

**A INFORMALIDADE NO MERCADO DE TRABALHO PELA ÓTICA DE UM  
MODELO DE *MATCHING***

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Economia da Universidade de Brasília como parte dos requisitos para obtenção do grau de Mestre em Economia.

Banca Examinadora:

---

Prof. Dr. Ricardo Silva Azevedo Araújo  
(Orientador)  
(UnB)

---

Prof. PhD Vander Mendes Lucas  
(UnB)

---

Prof. Dr. Tito Belchior Silva Moreira  
(UCB)

BRASÍLIA (DF)  
10 de abril de 2012

## RESUMO

A atividade econômica informal é um problema que atinge grande parte das economias do mundo, principalmente aquelas mais atrasadas no processo de desenvolvimento. Por isso, este trabalho inicialmente realiza uma extensa revisão da literatura que trata sobre a informalidade no mercado de trabalho, incluindo a análise da literatura sobre modelos de *matching*. Em seguida, desenvolve-se um modelo de *matching* que considera o setor informal e, a partir dele, relacionam-se variáveis-chave desse mercado com parâmetros de políticas governamentais. Além disso, testam-se diferentes funções de *matching* com o intuito de encontrar uma adequada aos dados brasileiros e, com essa função, avalia-se a validade do modelo pela convergência entre os resultados gerados e as principais características do mercado de trabalho brasileiro. Constata-se, a partir dos resultados, que a relação entre taxa de informalidade, taxa de desemprego e salários formal e informal com os parâmetros de políticas governamentais é, em geral, a esperada. Cabe ressaltar que há uma relação ambígua entre as taxas de desemprego e informalidade, uma vez que essa relação depende da magnitude dos parâmetros do modelo. Por fim, as simulações numéricas do modelo sugerem que existe uma função de *matching* que induz o modelo a gerar resultados consistentes com dados do mercado de trabalho brasileiro.

Palavras-chave: modelo de *matching*; setor informal; mercado de trabalho.

## **ABSTRACT**

The informal economic activity is a problem that affects great part of the world's economies, mainly those delayed on their development process. Therefore, the present work presents an extensive literature review on matching models. Next, a matching model which considers the informal sector is developed and from it key variables of this market are related to governmental policy parameters. Besides that, different matching functions are tested in order to find the most adequate to Brazilian data and based on it evaluate the model's validity through convergence between the results and the main characteristics of the Brazilian labor market. It is noted from the results that the relationship between informality rate, unemployment rate and both formal and informal wages with the governmental policy parameters is the one expected in general. It is noteworthy to mention there is an ambiguous relationship between the unemployment and informality rates, once this relationship depends on the parameters magnitude. Finally, the numerical simulations of the model suggest there is a matching function which induces the model to generate consistent results with Brazilian market data.

Key-words: matching model, informal sector, labor market.

## LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – Parametrização base.....	48
TABELA 2 – Definição da função de <i>matching</i> . ....	49

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	<b>7</b>
<b>2 REVISÃO DA LITERATURA</b> .....	<b>10</b>
2.1 TRABALHOS TEÓRICOS .....	10
2.2 TRABALHOS EMPÍRICOS .....	20
<b>3 MODELO</b> .....	<b>32</b>
3.1 FUNÇÃO DE <i>MATCHING</i> .....	34
3.2 TAXAS DE DESEMPREGO E DE INFORMALIDADE .....	36
3.3 FIRMAS .....	38
3.4 TRABALHADORES .....	41
3.5 DETERMINAÇÃO DOS SALÁRIOS .....	42
3.5 EQUILÍBRIO .....	45
<b>4 SIMULAÇÕES</b> .....	<b>47</b>
<b>5 CONCLUSÕES</b> .....	<b>51</b>
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	<b>53</b>
<b>APÊNDICE A – Relação entre taxa de desemprego e taxa com que um trabalhador que busca emprego formal o consegue</b> .....	<b>58</b>
<b>APÊNDICE B – Derivação da equação do salário formal (equação 22)</b> .....	<b>59</b>
<b>APÊNDICE C – Relação entre salário formal e salário informal, poder de barganha do trabalhador formal e seguro-desemprego</b> .....	<b>62</b>
<b>APÊNDICE D – Derivação da equação do salário informal (equação 25)</b> .....	<b>63</b>
<b>APÊNDICE E – Relação entre salário informal e salário formal, poder de barganha do trabalhador informal, seguro-desemprego e fiscalização</b> .....	<b>66</b>

## 1 INTRODUÇÃO

A atividade econômica informal é um problema que atinge grande parte das economias do mundo, principalmente aquelas mais atrasadas no processo de desenvolvimento. O surgimento desse setor pode decorrer por alguns motivos como, por exemplo, pela não aceitação dos impostos estabelecidos pelo governo ou pela existência de uma legislação trabalhista muito rígida. Algumas regulações estabelecidas com a intenção de aumentar o bem-estar dos trabalhadores, tais como salário mínimo, previdência social e proteção do emprego, parecem ser as principais causas da informalidade, já que impõem altos custos na economia formal.

Pelas estimativas de Schneider e Enste (2000), o tamanho do setor informal em relação ao Produto Interno Bruto (PIB) no início da década de 1990 era de 25% a 60% para países da América Central e do Sul, enquanto que para países da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) era de 8% a 30%. No caso brasileiro, conforme mostrado por Ulyssea (2006), já no início da década de 1980 os trabalhadores sem carteira de trabalho assinada representavam cerca de 28% da população ocupada. Apesar da crise econômica brasileira dessa década, a informalidade permaneceu relativamente estável nesse período. No entanto, na década seguinte houve uma forte elevação do grau de informalidade no mercado de trabalho brasileiro, atingindo, no final dos anos 90, cerca de 38%, considerando apenas os trabalhadores sem carteira assinada, e aproximadamente metade da força de trabalho, considerando os trabalhadores sem carteira e por conta própria.

Mais recentemente, segundo os dados da Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios (PNAD) de 2009 realizada pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), se consideramos apenas os trabalhadores sem carteira de trabalho assinada, cerca de 22% da população ocupada está no setor informal. Caso se incluam os trabalhadores por conta própria, essa parcela aumenta para aproximadamente 43%. Ainda, se usarmos a definição de informalidade de Neri (2002), a qual inclui trabalhadores sem carteira, por conta própria, não remunerados, domésticos e rurais, essa parcela é ainda maior, atingindo cerca de 47% da população ocupada. Ou seja, é evidente que o setor informal brasileiro possui uma magnitude importante e, por isso, deve ser estudado com detalhes.



Existem diversos problemas que surgem em função da existência de um setor informal grande. Primeiro, conforme evidenciado por diversos trabalhos empíricos discutidos posteriormente, esse setor é caracterizado por empregos de baixa qualidade e pouco produtivos quando comparados ao setor formal. Dessa forma, sua contribuição para o crescimento e desenvolvimento do país é menor do que a contribuição de empregos formais. Além disso, como boa parte do setor informal surge da evasão fiscal, há uma perda de arrecadação por parte do governo. Essa perda certamente influencia a provisão de bens públicos e, conseqüentemente, inibe o crescimento e desenvolvimento econômico. Por fim, em relação ao trabalhador, um emprego informal não lhe garante os mesmos direitos do emprego formal, já que o trabalhador informal não é resguardado por leis trabalhistas. Esse aspecto tem conseqüências sociais importantes.

Dessa forma, esse trabalho busca estudar aspectos da informalidade a partir de um modelo de *matching* com dois setores, um formal e outro informal. Esse modelo será desenvolvido a partir do trabalho de Pissarides (2000), de forma que se possa observar a relação entre diversas variáveis como, por exemplo, impostos, monitoramento do setor informal e taxa de separação entre empregados e empregadores com a taxa de desemprego, a taxa de informalidade e os salários. Cabe destacar que o modelo por si só já é uma interessante contribuição para a literatura de *matching*, principalmente por usar a hipótese de que os trabalhadores preferem empregos formais. As implicações dessa hipótese é que os trabalhadores desempregados só buscam empregos no setor informal caso não os encontrem no setor formal e que os trabalhadores informais continuam procurando empregos formais, a chamada busca *on-the-job*. Lisi (2011) também a utilizou, entretanto, seu modelo possui especificações diferentes das aqui adotadas. Além disso, após a descrição do modelo, será feito um exercício de simulação para se identificar a função de *matching* que melhor se adequa aos dados do mercado de trabalho brasileiro. Para isso, os parâmetros do modelo serão calibrados, principalmente, a partir de dados brasileiros e, então, serão testadas distintas funções de *matching*.

Os resultados sugerem que das funções de *matching* testadas a que melhor se adequa ao Brasil possui o formato de uma Cobb-Douglas com a elasticidade da vacância igual a 0,5 e o parâmetro que multiplica a região não linear também igual a 0,5. Isso mostra que o modelo é eficaz, já que, considerando a função de *matching* acima citada, pode reproduzir características do mercado de trabalho brasileiro.

Este trabalho, além desta introdução, está organizado da seguinte maneira. No capítulo 2, é feita uma revisão da literatura sobre informalidade, tratando tanto de artigos teóricos quanto de artigos empíricos, e dando ênfase à literatura de modelos de *matching*. O capítulo 3 desenvolve detalhadamente o modelo de *matching* proposto, indicando suas hipóteses e apontando algumas de suas implicações. No capítulo 4 é realizado o exercício de simulação que busca identificar uma função de *matching* adequada para o Brasil. Por fim, o capítulo 5 traz as conclusões deste estudo.

## 2 REVISÃO DA LITERATURA

As consequências da existência da informalidade vêm sendo estudadas há algumas décadas. Para isso, foram desenvolvidos artigos teóricos, que utilizaram diferentes tipos de modelo, e também estudos empíricos sobre a informalidade. Neste capítulo, busca-se evidenciar os principais artigos que tratam do tema, deixando claras suas especificidades e conclusões. Assim sendo, ele será dividido em duas seções: a primeira trata de artigos apenas teóricos e a segunda de artigos apenas empíricos ou teóricos e empíricos.

### 2.1 TRABALHOS TEÓRICOS

Dentre os trabalhos teóricos, diversos tipos de modelos foram utilizados. No entanto, a análise será focada, principalmente, em artigos que desenvolveram modelos de *matching*, já que esse tipo de modelo também é desenvolvido neste trabalho. Inicialmente, trataremos dos artigos seminais e de trabalhos que utilizaram algum modelo de *matching* com apenas um setor. Depois, serão analisados os trabalhos que fornecem modelos de *matching* com dois setores, sobretudo aqueles que incluem o setor informal. Por fim, os artigos que usam os demais tipos de modelo que incluem o setor informal serão examinados.

Na década de 80, alguns economistas começaram a estudar mercados de trabalho, incluindo a hipótese de que neles existiam fricções. Para isso, desenvolveram uma função, chamada função de *matching*, que captava a taxa com que trabalhadores desempregados e firmas com vagas de emprego disponíveis se encontravam. Justamente por haver essa função que conseguia tratar das fricções, era possível existir desemprego e vagas de emprego disponíveis conjuntamente nos modelos, assim como acontece na realidade.

Alguns dos primeiros autores a estudar o assunto foram Diamond (1982a, 1982b), Mortensen (1982) e Pissarides (1985). Diamond (1982a) utilizou uma tecnologia de procura e a solução de barganha de Nash para derivar o equilíbrio de

estado estacionário do modelo, onde o salário é função do desemprego de equilíbrio e da taxa de vacância. Dessa maneira, como dito anteriormente, ele introduziu o desemprego friccional no modelo. Em seu outro artigo (DIAMOND, 1982b), o autor também introduziu fricções no mercado de trabalho e, com isso, apesar de supor uma economia com percepção correta dos preços e com salários e preços flexíveis, havia desemprego e vagas de empregos disponíveis concomitantemente. Foi usado, então, um modelo de *matching* com agentes idênticos e neutros ao risco que supõe uma tecnologia de *matching* com retornos crescentes<sup>1</sup>. Mostrou-se que existem múltiplos equilíbrios de expectativas racionais em estado estacionário, com todas as soluções interiores ineficientes. Isso implica que uma economia com esse tipo de fricção não tem uma única taxa natural de desemprego.

Mortensen (1982) buscou estudar a relação entre o resultado esperado da barganha pelos pares ainda não casados e o incentivo de cada agente não casado em investir no processo de formação de pares. Para isso, foi usado um modelo de *matching*, onde os agentes que formavam pares não podiam procurar novos pares e a taxa agregada de formação de pares é endogenamente determinada pela intensidade de procura escolhida pelo agente não casado. Além disso, essa questão foi estudada utilizando diferentes funções de *matching*, a linear e a quadrática. Notou-se, então, que as escolhas da intensidade de procura e o processo de *matching* induzidos pela barganha de Nash não cooperativa são geralmente ineficientes. No caso da função de *matching* linear, em que a probabilidade de formação de um par é independente do número de agentes não casados, nenhum desses agentes buscará um par com intensidade suficiente. Já no caso da função de *matching* quadrática, no qual a probabilidade de formação de um par é proporcional ao número de agentes não casados, esses agentes buscarão um par com uma intensidade maior do que a necessária. Para solucionar esse problema, é preciso impor um contrato que defina os direitos de propriedade e que, conseqüentemente, induzirá uma solução cooperativa ao jogo de *matching*.

Na mesma linha, Pissarides (1985) examina as respostas dos salários, do desemprego e das vacâncias<sup>2</sup> a choques, quando o número de vagas de empregos e salários reais é determinado por uma barganha de Nash entre uma firma e um

---

<sup>1</sup> Conforme evidencia Petrongolo e Pissarides (2001).

<sup>2</sup> O termo vacância será utilizado para se referir a uma vaga de emprego não ocupada por um trabalhador.

pequeno sindicato. Foi considerado que as vacâncias respondem mais rapidamente aos choques do que o desemprego, ou seja, as vacâncias são totalmente flexíveis enquanto o desemprego não. Os salários também são considerados totalmente flexíveis. As conclusões foram que as séries temporais do desemprego, vacâncias e salários reais serão caracterizadas por assimetrias. A resposta do desemprego a um choque negativo é mais rápida do que a resposta a um choque positivo. Isso ocorre porque, quando um choque é negativo, o processo de separação é imediato, já quando um choque é positivo, o processo que une trabalhadores a firmas é lento. Pelo mesmo motivo as séries de vacâncias e salários reais são também assimétricas. Ademais, choques no produto marginal e no produto médio são absorvidos parcialmente pelos salários reais e parcialmente pelo emprego.

Posteriormente, alguns economistas começaram a dar uma maior atenção aos fluxos de emprego e de trabalhadores que há no mercado de trabalho. Conforme Blanchard e Diamond (1992), essa abordagem é baseada em três componentes essenciais: uma especificação da demanda de trabalho em termos de fluxos de criação e destruição de empregos, um processo de *matching* entre trabalhadores e firmas, e um processo de determinação de salários onde estes dependem das perspectivas dos trabalhadores empregados e firmas. Nesse artigo, foi desenvolvido um modelo para examinar o tema e os autores acreditam que ele fornece uma ilustração básica correta do desemprego e sua dinâmica, e da relação entre os movimentos dos salários e o estado do mercado de trabalho. Essa abordagem também captura importantes relações entre mudanças no mercado de trabalho e a macroeconomia, como, por exemplo, ao se adicionar heterogeneidade nos empregos, o modelo agora gera demissões contra-cíclicas e abandonos do emprego pelo trabalhador pró-cíclicos em resposta a mudanças na atividade agregada.

Mortensen e Pissarides (1994, 1999) também trataram do mesmo assunto. O primeiro artigo modelou um processo de choque específico no emprego em um modelo de *matching* com comportamento não cooperativo para salários. Assim, foram obtidos processos endógenos de criação<sup>3</sup> e destruição de empregos que foram examinados no artigo. Foi mostrado que um choque agregado induz uma

---

<sup>3</sup> Cabe ressaltar que a criação de emprego se dá quando um trabalhador desempregado e uma firma com um emprego vago se encontram e começam a produzir. A abertura de uma nova vaga de emprego não é considerada criação de emprego.

correlação negativa entre criação e destruição de empregos, enquanto um choque específico induz uma correlação positiva. O processo de destruição se mostra mais volátil do que o processo de criação de emprego. Além disso, o modelo foi simulado para estudar as suas implicações. Notou-se que um processo de choque agregado se aproxima razoavelmente bem do comportamento cíclico da criação e destruição de emprego nos Estados Unidos. Entretanto, variações na dispersão das produtividades mantendo constante a produtividade agregada não parecem ser consistentes com a descoberta de que a criação e a destruição de empregos se movem em direções opostas, então é improvável que essas variações sejam dominantes no ciclo do desemprego.

Já Mortensen e Pissarides (1999) utilizaram um modelo no qual a duração do desemprego e do emprego, e os salários são tratados como resultados endógenos das decisões de criação e destruição de emprego feitas pelos trabalhadores e empregadores. No modelo, o tempo e as incertezas são explicitamente modelados, expectativas são racionais, ganhos privados de trocas são explorados e as ações tomadas por todos os agentes são mutuamente consistentes. Foram explorados diversos mecanismos alternativos de determinação de salário, incluindo a frequentemente estudada barganha de salário não cooperativa e a determinação de salário pelas firmas. Também, os autores utilizaram uma estrutura para estudar a influência de instituições alternativas para o mercado de trabalho e políticas de salários e desemprego. Além disso, com o uso de simulações, os autores mostraram que o seguro-desemprego pode impactar relevantemente o desemprego, principalmente por meio de um aumento de salários. Os subsídios à contratação podem aumentar o desemprego e impostos sobre a demissão pode diminuir-lo, já que têm um maior impacto na duração do que na criação do emprego.

Por fim, é importante citar dois artigos mais recentes que estudam modelos de *matching* com apenas um setor. Primeiro, Petrongolo e Pissarides (2001) analisaram os microfundamentos, as evidências empíricas e algumas questões sobre estimação da função de *matching* por meio de uma revisão da literatura sobre o tema. Foram sugeridos diversos tipos de funções, mas não se chegou a nenhum consenso. Empiricamente, foi possível estimá-la com relativo sucesso para alguns países e, em grande parte das estimações, a função Cobb-Douglas com retornos constantes de escala obteve um bom desempenho. Esse tipo de função também foi testada com dados desagregados e, da mesma forma, adaptou-se bem a eles.

Já Shimer e Smith (2001) exploraram a eficiência do processo de procura descentralizada e os padrões de *matching* em um modelo com tecnologia de procura com retornos constantes de escala e heterogeneidade dos agentes *ex ante* devido a diferentes intensidades de procura por emprego. Como em Mortensen (1982), conclui-se que, em geral, o equilíbrio de procura com agentes heterogêneos é ineficiente. Para que esse equilíbrio seja eficiente, é necessário que o comportamento de um agente não altere as oportunidades disponíveis para os outros agentes. Além disso, os autores mostraram que, na ausência de impostos, agentes altamente produtivos estão muito dispostos a formar pares, ainda que procurem muito pouco. Agentes de baixa produtividade têm o comportamento oposto. Como resultado, o equilíbrio é sempre ineficiente na ausência de impostos.

Outros trabalhos mais recentes utilizaram esse mesmo tipo de arcabouço teórico, mas com o intuito de estudarem a informalidade no mercado de trabalho. Bouev (2002), por exemplo, desenvolveu um modelo de *matching* com setor informal com a intenção de avaliar o papel da regulação no surgimento desse setor. Nesse modelo, a produtividade de firmas formais e informais é igual, assim como a produtividade de trabalhadores formais e informais. Sua ideia era de que, por um lado, regulações poderiam levar novas firmas ao setor informal, enquanto, por outro, impostos e contribuições para a previdência social poderiam induzir uma diminuição no salário formal e, conseqüentemente, aumentar a oferta de trabalho para o setor informal. Percebeu-se, então, que há apenas um equilíbrio no qual coexistem os setores formal e informal, que é caracterizado por impostos suficientemente altos em relação aos baixos benefícios do setor formal e à baixa intensidade de monitoramento no setor informal. Provou-se que esse equilíbrio não é eficiente e que o aumento do número de empregos formais pode aumentar o bem estar total da economia. Além disso, foi mostrado que maiores benefícios para desempregados induzem mais trabalhadores a entrarem em empregos informais e afetam negativamente o excedente total. Uma descoberta surpreendente foi que regulações, como benefícios para quem participa do setor formal, não afeta a alocação dos empregos na economia, pois seus efeitos são totalmente absorvidos pelos salários dos diferentes setores. Por fim, políticas que reduzem o desemprego levam, também, a uma redução do setor informal, sendo o oposto também verdadeiro.

Na mesma linha, Fugazza e Jaques (2004) buscaram qualificar as relações entre instituições do mercado de trabalho, tributação e monitoramento com a atividade econômica informal. Foi proposto um modelo de *matching* no qual o setor informal surge pela falta de concordância dos agentes com as regulações e contribuições tributárias impostas pelo governo. Nesse modelo, existe apenas uma mercadoria, que pode ser fabricada em qualquer um dos setores, os trabalhadores são heterogêneos e os salários são determinados exogenamente. Além disso, foram feitas simulações, que utilizaram parametrizações de acordo com as economias italianas e canadenses, para examinar os impactos de políticas. Pelas análises do modelo teórico e das simulações, os autores concluíram que a política mais eficiente para reduzir a informalidade é um aumento do seguro-desemprego e que políticas que aumentam os incentivos para a formalidade são mais desejáveis e eficientes do que aquelas que simplesmente buscam inibir a participação no setor informal.

Em seu outro trabalho, Bouev (2005) estuda o surgimento da economia informal em uma economia na qual o mercado de trabalho não é competitivo e há barganha de salários. O modelo sugere que, em equilíbrio, diferenciais de salários entre trabalhadores homogêneos e neutros ao risco surgem porque diferentes tipos de empregos têm diferentes durações ou custos de criação. Além disso, foi mostrado que as instituições do mercado de trabalho podem ser um importante canal pelo qual as regulações levam a um surgimento estável da informalidade no longo prazo. Também, descobriu-se que, em geral, maiores impostos aumentam a probabilidade de existir um equilíbrio com apenas empregos informais. Em relação ao bem-estar da economia, a luta contra a corrupção é mais importante do que reduzir diretamente o tamanho da informalidade. Finalmente, ações para diminuir o setor informal podem levar a um aumento de bem-estar, mas, para isso, deve haver uma determinada relação entre o poder de barganha dos trabalhadores e a elasticidade da função de *matching*. Por exemplo, se o poder de barganha dos trabalhadores é baixo, enquanto o custo de abertura de um emprego formal é relativamente alto quando comparado ao setor informal, então é mais provável que políticas que visem diminuir o tamanho do setor informal resultem em níveis mais altos de bem-estar econômico.

Com foco na economia brasileira, Ulyssea (2008) introduziu ao modelo uma hipótese pouco utilizada por outros autores, que é a busca de empregos não direcionada por parte dos trabalhadores. Para investigar os impactos de mudanças



institucionais, o autor simulou o modelo de *matching* com setor informal e observou os impactos de variações no valor do seguro-desemprego, na intensidade da fiscalização governamental sobre o setor informal e no imposto sobre a folha de salários. Os resultados das simulações mostraram que elevações no seguro-desemprego e reduções no imposto sobre a folha de salários aumentam o grau de formalização, e reduzem o grau de informalidade e a taxa de desemprego. Entretanto, apesar de positivos, os impactos gerados são muito reduzidos. No caso do imposto sobre a folha de salários, o efeito de variações na sua alíquota recai quase totalmente sobre os salários dos trabalhadores. Por outro lado, uma intensificação da fiscalização governamental leva a significativas reduções da informalidade, mas também provoca uma elevação substancial da taxa de desemprego e uma piora em outros indicadores do mercado de trabalho brasileiro. Portanto, indo ao encontro das conclusões de Fugazza e Jaques (2004), a análise do modelo sugere que o objetivo central de políticas do governo não deve ser o combate à informalidade, pois ela não está necessariamente associada a um melhor desempenho do mercado de trabalho.

Contrariamente a Bouev (2002, 2005) e a Ulyssea (2008), Albrecht, Navarro e Vroman (2009) desenvolveram um modelo de *matching* com setor informal no qual foi permitida, *ex ante*, heterogeneidade dos trabalhadores em relação à produtividade. Seu objetivo central foi examinar o efeito de políticas voltadas para o mercado de trabalho em uma economia com um setor informal significativa. Com a utilização de simulações numéricas, eles encontraram que um pacote de benefícios pago quando um trabalhador deixa o emprego por razões involuntárias aumenta bastante a duração média do emprego no setor formal, reduz o desemprego, reduz o número de trabalhadores formais e reduz o número de trabalhadores que aceitam qualquer tipo de oferta de emprego (formal ou informal). Por outro lado, um imposto sobre a folha de pagamento reduz a duração média do emprego no setor formal e o número de trabalhadores desse setor, e aumenta significativamente o tamanho do setor informal e o número de trabalhadores que aceitam qualquer oferta de trabalho. A partir desses resultados, os autores concluíram que embora o pacote de benefícios reduza o desemprego e o imposto sobre o salário o aumente, o último parece ser uma política menos distorciva. O primeiro tem fortes efeitos negativos sobre a produtividade porque as firmas mantêm os empregos intactos mesmo com

queda de produtividade, enquanto o imposto sobre salário tem um efeito positivo na produtividade do setor formal.

Considerando heterogeneidade na habilidade empresarial dos agentes e adicionando a hipótese de busca *on-the-job*<sup>4</sup> ao modelo, Lisi (2011) desenvolveu um modelo de *matching* estendido para o setor informal e para o empreendedorismo. O seu modelo possui três características chave, quais sejam: a habilidade empresarial afeta a produtividade do emprego, todos os desempregados começam sua busca por trabalho no setor formal, e os trabalhadores do setor informal tentam se transferir para o setor formal. Ou seja, empresários heterogêneos decidem entrar no setor formal ou informal de acordo com suas habilidades empresariais. Os menos habilidosos preferem fugir dos impostos e criar empregos no setor informal, onde as barreiras de entrada são mais baixas. Como o setor informal possui taxas de separação bem mais altas devido à repressão sofrida pelo governo, todos os trabalhadores preferem trabalhar no setor formal. Como resultado, os trabalhadores empregados no setor informal tentam sempre encontrar novos empregos no setor formal. Basicamente, dois resultados emergem dessa análise. Primeiro, as firmas se tornam heterogêneas na produtividade, fornecendo, então, uma nova solução para o problema de encontrar um equilíbrio interior onde os empregos vagos são alocados em ambos os setores. Finalmente, se o setor informal é suficientemente grande, um aumento na rigidez do mercado de trabalho eleva a taxa de desemprego e, então, a relação vacância-desemprego muda de negativa para positiva.

Por fim, Lisi e Pugno (2011) buscaram explicar o desemprego e o crescimento econômico utilizando um modelo de *matching* com setor informal. Mais especificamente, o objetivo foi examinar a persistência do setor informal, e as relações ambíguas entre emprego informal e desemprego, e entre crescimento e desemprego. Nesse modelo foi considerado que as habilidades dos agentes são heterogêneas, que há crescimento da produtividade via acumulação de habilidade, e que a decisão de investir em educação parte dos trabalhadores que buscam emprego. As conclusões foram que os empresários menos hábeis abrem firmas informais, empregam trabalhadores pouco capacitados, e não contribuem para o crescimento. Além disso, o monitoramento da informalidade das firmas se mostrou um parâmetro chave. O modelo prevê que a relação entre emprego informal e

---

<sup>4</sup> Esse termo significa, nesse caso, que os trabalhadores empregados no setor informal continuam procurando empregos no setor formal.

desemprego é negativa, e a relação entre crescimento da produtividade e desemprego é positiva se a taxa de monitoramento for suficientemente baixa, sendo o contrário também válido.

Existem autores que recentemente estudaram a informalidade por meio de outros tipos de modelos. Dessy e Pallage (2003), por exemplo, desenvolveram um modelo com agentes heterogêneos e mercado incompleto para explicar o predomínio de um setor informal grande e de baixa produtividade em países em desenvolvimento. No modelo, há uma diferenciação endógena de países ricos e pobres e os impostos que recaem sobre o setor formal são usados para financiar a provisão de infraestrutura, que cria um prêmio de produtividade pela formalização. Na verdade, os produtores de ambos os setores se beneficiam de bens públicos, mas os benefícios são maiores no setor formal, onde esses bens públicos possibilitam a adoção de tecnologias mais avançadas. Além disso, é improvável que países pobres encontrem um equilíbrio com formalização total do mercado de trabalho. Ainda, os impostos têm um efeito ambíguo como política para eliminar o setor informal, já que, por um lado, a diminuição de impostos que financiam a infraestrutura dificulta o surgimento de um equilíbrio sem setor informal e, por outro, reduzir o custo de formalização pode aumentar o tamanho do setor informal.

Com a intenção de examinar o impacto de mudanças na estrutura tributária sobre o produto, emprego e salários na economia formal, Fernandes, Gremaud e Narita (2004) implementaram um modelo de equilíbrio geral computável, no qual há apenas um tipo de capital e 18 tipos diferentes de trabalhadores, separados conforme grau de qualificação e características demográficas. De acordo com seus resultados, reduções lineares em todas as alíquotas de impostos levariam a um crescimento expressivo no produto formal, mas o impacto sobre o grau de formalização seria limitado. Ou seja, embora o setor informal não tenha sido modelado explicitamente, pode-se concluir que, nesse caso, a taxa de informalidade da mão-de-obra continuaria elevada. Já no caso de uma política de redução do imposto sobre os trabalhadores não qualificados, a taxa de formalização se manteria quase que inalterada, podendo apresentar pequenos aumentos dependendo da forma de compensação fiscal adotada. Estes resultados foram alcançados a partir de simulações do modelo, as quais utilizaram dados brasileiros para a calibragem.

Também examinando o papel da tributação sobre o trabalho na determinação do grau de informalização, emprego e rendimentos, de forma agregada e em

diferentes níveis de qualificação, Ulyssea e Reis (2006) analisaram o mercado de trabalho usando um modelo de dois setores, formal e informal, onde as empresas de ambos os setores utilizam trabalhadores qualificados e não qualificados como insumos de produção. Para se chegar aos resultados, os parâmetros do modelo foram estimados a partir de dados da PNAD de 1992 a 2003 e, em seguida, foram feitas algumas simulações do modelo. Os resultados sugerem que reduções de impostos sobre os salários têm efeitos positivos significativos sobre os níveis de formalização dos trabalhadores (de forma simétrica, há uma queda substancial no grau de informalidade) e contribuem para um aumento nos níveis de emprego e de rendimento. Finalmente, o diferencial de salários entre trabalhadores formais e informais se reduz em cada um dos grupos de qualificação, pois o impacto positivo nos rendimentos dos trabalhadores é maior, em termos relativos, para os informais do que para os formais.

Já Amaral e Quintin (2006) buscaram reproduzir características chave dos mercados de trabalho e da organização da produção em países em desenvolvimento. Esse artigo descreve um modelo onde, em equilíbrio, as características de trabalhadores formais e informais diferem sistematicamente embora os mercados de trabalho sejam perfeitamente competitivos. Além disso, trabalhadores não qualificados e capital são substitutos, enquanto trabalhadores qualificados e capital se complementam. O setor informal privilegia o trabalho pouco qualificado, como nos dados, porque empresários informais têm acesso a menos financiamento externo, e escolhem substituir trabalhadores pouco qualificados por capital físico. Portanto, o modelo conseguiu reproduzir com sucesso características do mercado e trabalho e colocou em cheque o ponto de vista dominante desse mercado em países desenvolvidos, o dualista<sup>5</sup>.

Por fim, Araujo e Souza (2010) analisaram a dinâmica de entrada e saída de trabalhadores e firmas da economia formal e informal, examinando o impacto de impostos por meio de uma abordagem da teoria de jogos evolucionários. Nessa abordagem, os agentes econômicos decidem por um desses mercados de acordo com os retornos esperados. Também, é avaliada a relação ótima entre ação regulatória e punitiva do governo. Como conclusão, os autores encontraram que ao aceitar uma redução dos tributos, o Estado pode obter uma compensação em sua

---

<sup>5</sup> Para obter mais detalhes sobre esse ponto de vista, ver La Porta e Shleifer (2008).

renda devido ao aumento no número de agentes que escolhem operar legalmente. Essa mostrou ser a melhor política, já que o Governo maximiza seu lucro podendo fornecer a maior quantidade possível de serviços públicos e também estimula os agentes econômicos a escolherem a legalidade.

## 2.2 TRABALHOS EMPÍRICOS

Alguns trabalhos como os de Loayza (1997), De Paula e Scheinkman (2009) e Mattos e Ogura (2009) utilizaram modelos alternativos para avaliar empiricamente alguns aspectos da informalidade. Com o uso de um modelo de crescimento endógeno no qual a tecnologia de produção depende da oferta de serviços públicos, Loayza (1997) apresenta a visão de que economias informais surgem quando os governos impõem impostos e regulações excessivas. Nesse modelo, mudanças nos parâmetros de política e na qualidade das instituições governamentais que promovem um aumento no tamanho relativo da economia informal também gerarão uma redução na taxa de crescimento econômico. Utilizando um modelo *Multiple-Indicator-Multiple-Cause* (MIMIC) e dados de países da América Latina no começo dos anos 90, foi possível estimar o tamanho do setor informal de 14 países desse continente e encontrar evidências de possíveis determinantes desse setor. Tanto a carga fiscal quanto as restrições do mercado de trabalho afetam positivamente o tamanho relativo do setor informal, sendo a segunda variável a de maior poder explicativo. Em sentido oposto, a força e a eficiência das instituições governamentais têm um impacto negativo sobre o tamanho relativo do setor.

Já De Paula e Scheinkman (2009) investigaram os determinantes da atividade econômica informal tendo como foco o ponto de vista das firmas. Os autores apresentaram um modelo de equilíbrio da informalidade e testaram suas implicações usando uma amostra de aproximadamente 48.000 pequenas firmas no Brasil. No modelo, as firmas informais se deparam com um maior custo de capital e uma limitação de tamanho. Ainda, a habilidade empresarial difere entre os agentes, de modo que aqueles com as menores, intermediárias e maiores habilidades se tornam trabalhadores, gerentes de firmas informais e gerentes de firmas formais,

respectivamente. Como resultado, firmas informais são menores, menos produtivas e têm uma menor razão capital-trabalho. Além disso, pelas estimações, nota-se que as firmas informais da amostra se defrontam com um custo de capital maior do que as firmas formais. Para resolver esse problema, uma das possibilidades seria subsidiar parte desse capital, entretanto, esses subsídios seriam acompanhados por uma maior atração para o setor informal e associados a perdas de produtividade. Por fim, o modelo prevê que a interação entre formalidade e um índice de insumos observáveis para habilidade empresarial é positivamente correlacionada com o tamanho das firmas, o que condiz com a base de dados.

Com o propósito de examinar a existência de diferentes níveis de habilidade entre os agentes dos mercados de trabalho formal e informal, Mattos e Ogura (2009) desenvolveram um modelo teórico que assume as hipóteses de que as firmas heterogêneas maximizadoras de lucro podem escolher operar nos setores formal ou informal, e que esconder a produção é cada vez mais caro para as firmas informais. Ademais, com a utilização de dados brasileiros, os autores compararam os rendimentos nos dois setores através dos métodos de escore de propensão (*propensity score*) e variáveis instrumentais. Indo ao encontro de resultados alcançado por De Paula e Scheinkman (2009), o modelo teórico implica que as firmas mais produtivas tendem a operar formalmente e há uma maior proporção de trabalhadores qualificados empregados em firmas formais. Controlando para características dos trabalhadores, foi encontrado empiricamente que as firmas formais são mais produtivas do que as informais e que trabalhadores qualificados tendem a estar no setor formal, como previsto pelo modelo teórico.

Entrando na literatura empírica que trata de modelos de *matching*, iniciaremos por um trabalho que testa um modelo com apenas um setor. Yashiv (2000) desenvolveu um modelo desse tipo e tentou relacioná-lo com dados de Israel. O autor testou a validade empírica do modelo e empregou uma estimação estrutural para gerar uma caracterização do comportamento ótimo de firmas e trabalhadores. As estimativas geradas foram utilizadas para quantificar as fricções embutidas no modelo, incluindo os custos de procura por emprego, os efeitos das externalidades geradas pela busca de emprego e o processo de *matching*. Uma descoberta importante dessa abordagem é que o processo de *matching* é não linear e a função de *matching* apresenta retornos crescentes de escala. Ademais, os efeitos das externalidades de busca por emprego foram quantificados e se mostraram

negativamente relacionados com o tempo de duração do emprego. Inserindo os parâmetros estimados econometricamente no modelo e simulando-o, fica claro a utilidade do modelo de *matching* para avaliar mudanças no desemprego. Portanto, esse trabalho mostrou que esse tipo de modelo não tem apenas apelo teórico, mas é também relevante empiricamente.

Na mesma linha, mas utilizando um modelo com mais de um setor, Dolado, Jansen e Jimeno (2002) realizaram um estudo com o objetivo de contribuir com aspectos teóricos, principalmente com a introdução da busca *on-the-job*, e fazer uma análise empírica do caso espanhol. Para isso, utilizaram um modelo de *matching* no qual os trabalhadores e os empregos são heterogêneos, existem dois setores, um de alta qualificação e outro de baixa qualificação, e há busca *on-the-job*. Sobre este último, trabalhadores altamente qualificados transitoriamente aceitam empregos de baixa qualificação, mas continuam procurando empregos de melhor nível. Após uma análise detalhada dos dados, é possível concluir que o modelo sugere que os resultados são condizentes com alguns fatos estilizados espanhóis. Mais especificamente, um aumento na proporção de pessoas com alta qualificação diminui o número de empregados altamente qualificados trabalhando em empregos de baixa qualificação, reduz a taxa de desemprego de trabalhadores com alta qualificação, aumenta a taxa de desemprego de trabalhadores pouco qualificados e aumenta o diferencial de salário entre trabalhadores altamente qualificados. Um aumento na produtividade dos trabalhadores qualificados leva a uma redução na taxa de desemprego dos dois tipos de trabalhadores, a uma queda na proporção de empregados altamente qualificados trabalhando em empregos de baixa qualificação e a um aumento no diferencial de salário entre trabalhadores altamente qualificados. Por fim, uma redução nos custos de manter uma vacância de baixa qualificação desocupada reduz ambas as taxas de desemprego, aumenta a proporção de empregados altamente qualificados trabalhando em empregos de baixa qualificação e diminui a desigualdade salarial entre trabalhadores de alta qualificação. Entretanto, o ingrediente chave para explicar o caso espanhol parece ser o efeito conjunto de um aumento na parcela de trabalhadores qualificados na população e de uma diminuição nos custos de manter uma vacância de baixa qualificação desocupada, pois, nesse caso, tanto a taxa de desemprego de trabalhadores pouco qualificados quanto a proporção de empregados altamente qualificados trabalhando em

empregos de baixa qualificação são elevadas, enquanto a taxa de desemprego de trabalhadores de alta qualificação diminui.

Ao invés de usarem um modelo com dois setores, mas com diferentes indústrias, Cahuc, Postel-Vinay e Robin (2006) desenvolveram um modelo de *matching* que inclui a busca *on-the-job* e que considera firmas e trabalhadores heterogêneos, tendo como foco tirar algumas conclusões sobre os determinantes dos diferenciais de salários entre indústrias. Em relação à busca *on-the-job*, um trabalhador somente troca de firma se ele receber uma oferta de emprego de uma firma mais produtiva do que a que ele está. Além de avaliarem as implicações do modelo, foram usadas técnicas econométricas a partir de dados de indústrias francesas objetivando, principalmente, a estimação de parâmetros essenciais na determinação do salário, quais sejam: mobilidade dos trabalhadores, produtividade marginal das firmas e poder de barganha dos trabalhadores. Os autores encontram que, mesmo tendo considerado que a mobilidade entre diferentes empregos influencia na determinação dos salários, os diferenciais entre indústrias ocorrem principalmente pelas diferenças na produtividade e no poder de barganha.

Outros trabalhos utilizaram modelos de *matching* com setor informal e os testaram empiricamente. Hoek (2002), com o intuito de medir os efeitos da proteção do emprego no ajuste do emprego ao longo do ciclo de negócios, comparou os padrões de contratação e separação nos mercados de trabalho formal e informal durante as décadas de 1980 e 1990 no Brasil. Para isso, considerou em seu modelo que os empregos são heterogêneos, de forma que os empregos mais novos são mais produtivos do que os mais antigos. Foram encontrados alguns resultados interessantes após a análise empírica. Primeiro, a proteção ao emprego diminui o fluxo de trabalhadores e empregos pelo mercado de trabalho, gerando uma maior estabilidade para quem está empregado, mas, por outro lado, aumentando o tempo de espera por emprego pelos desempregados. A experiência brasileira mostra que essa proteção também faz com que o ajuste a flutuações de demanda ocorra a expensas de desemprego. Por fim, os dados sugerem que os mecanismos de ajuste do emprego dos mercados de trabalho formal e informal são as taxas de contratação e de separação, respectivamente.

Posteriormente, dois estudos realizados por Boeri e Garibaldi (2002, 2005), tendo como intenção avaliar a relação entre empregos formais, empregos informais e desemprego, tiveram como principal conclusão que políticas que objetivam reduzir



a economia informal têm grande probabilidade de aumentar o desemprego. Em ambos os trabalhos, foram propostos modelos de *matching* nos quais o setor informal surge devido à evasão fiscal. No primeiro, as firmas possuem produtividades diferentes, existindo empregos formais bons e ruins e empregos informais apenas ruins, e há busca *on-the-job*. Pela análise do modelo e pelo estudo empírico realizado com dados italianos e de alguns países da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), para que haja uma redução na taxa de informalidade é preciso reduzir o desemprego. Para isso, devem ocorrer políticas que visem fomentar a criação de empregos formais e o aumento da produtividade agregada, ao invés de políticas que visem punir ou coibir os empregos informais.

Diferentemente do primeiro trabalho, no segundo trabalho (BOERI; GARIBALDI, 2005), os trabalhadores são heterogêneos e se dividem entre os dois setores, com os de alta produtividade entrando no setor formal. Além da conclusão mencionada acima e de acordo com os resultados do primeiro trabalho, a fim de reduzir o emprego informal, é necessário que haja uma desregulação do mercado de trabalho, o que diminui a taxa de desemprego. Porém, essa desregulação é acompanhada por um declínio na qualificação média da força de trabalho em ambos os setores. Ademais, o modelo implica que as lacunas do salário informal devem ser menores em mercados de trabalho em depressão. Baseado em microdados de dois países com economia informal de tamanho considerável, Brasil e Itália, foi encontrado suporte empírico para as implicações do modelo.

Da mesma forma, Badaoui, Strobl e Walsh (2006) modelaram o mercado de trabalho com os setores formal e informal, de forma que as grandes firmas estão no setor formal e pagam um prêmio sobre o salário e as pequenas firmas são caracterizadas por baixos salários e tendem a estar no setor informal. Uma previsão chave do modelo é que as grandes firmas pagam maiores salários mesmo quando os trabalhadores e firmas não são heterogêneos *ex ante*. Outro resultado é surpreendente: no longo prazo, um aumento na alíquota dos impostos pode reduzir a participação do setor informal no mercado de trabalho. Por outro lado, como era de se esperar, um aumento no parâmetro de punição tende a reduzir a participação do setor informal. Na análise empírica, foi utilizada a técnica conhecida como *Average Treatment Effect on the Treated* (ATT) a partir de dados da África do Sul e

os resultados mostraram que esses dados são consistentes com as previsões do modelo.

Ainda utilizando a análise empírica para verificação do modelo, Maarek (2009) buscou entender o padrão da participação do trabalho durante o processo de desenvolvimento. O modelo se apoia nas hipóteses de que os custos de entrada no setor formal são decrescentes durante o processo de desenvolvimento, a produtividade das firmas do setor formal é crescente e há fricções no mercado de trabalho. As implicações do modelo, corroboradas pela análise de dados de diversos países separados por faixas de renda, são que, no estágio inicial de desenvolvimento, os ganhos de produtividade dependem do setor informal e, conseqüentemente, a parcela de trabalho<sup>6</sup> diminui. No estágio posterior, as oportunidades externas dependem mais da produtividade das firmas formais através da competição salarial e, em conseqüência disso, a participação do trabalho aumenta. Os autores também explicaram outro fenômeno ligado ao processo de desenvolvimento, o decréscimo progressivo do setor informal.

Para finalizar, serão analisados trabalhos que estudaram o setor informal apenas empiricamente. Primeiramente, Schneider e Enste (2000), usando variados métodos, estimaram o tamanho do setor informal de 76 economias. Alguns desses métodos foram: utilização de questionários ou auditorias, discrepância entre o gasto nacional e as estatísticas de renda, discrepância entre a força de trabalho oficial e real, abordagem das transações, abordagem da demanda por moeda, e o método do consumo de eletricidade. Os países foram divididos de acordo com o seus graus de desenvolvimento, de forma que foram formados três grupos países: em desenvolvimento, em transição e da OCDE. Ademais, o setor informal não foi definido apenas pela evasão fiscal, mas também considerando atividades não registradas. Os resultados mostraram que o tamanho médio do setor informal foram, respectivamente, de 39%, 23% e 12%, para países em desenvolvimento, em transição e da OCDE. Indicando que os supostos e conclusões de, por exemplo, Loayza (1997), Bouev (2002, 2005) e Ulyssea (2008) estão corretos, os dados sugerem que um aumento dos impostos e da contribuição para previdência social combinado com uma elevação das regulações do estado implica em um aumento da economia informal, especialmente em países da OCDE. Também, a corrupção

---

<sup>6</sup> Essa parcela é definida como a massa salarial total sobre o valor agregado.

impacta positivamente o tamanho do setor informal, e o crescimento desse setor tem um efeito negativo no crescimento do produto interno bruto (PIB)<sup>7</sup>.

Tendo como foco os impactos de leis trabalhistas nos salários e empregos dos setores formal e informal do mercado de trabalho brasileiro, Amadeo, Gill, e Neri (2000) definiram o setor informal como sendo aquele formado por um grupo de trabalhadores sem carteira de trabalho assinada. A partir daí, foi examinado o grau com que os setores formal e informal admitem as leis trabalhistas. Utilizando dados longitudinais da Pesquisa Mensal de Emprego (PME) do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) para as seis principais regiões metropolitanas brasileiras, os autores encontraram uma taxa de rotatividade no emprego assalariado informal que é três ou quatro vezes maior do que a já elevada taxa de rotatividade do setor formal. Percebeu-se, também, que a informalidade no Brasil é principalmente um fenômeno fiscal, e não legal. Finalmente, a informalidade no Brasil continuará alta enquanto as leis trabalhistas permanecerem ambíguas e aplicadas com viés pró-trabalhador.

Heckman e Pagés (2000) documentaram o elevado nível de proteção do emprego nos mercados de trabalho latino-americanos e analisaram o seu impacto sobre o emprego, focando na avaliação dos efeitos da legislação relativa aos custos de demissão dos trabalhadores. Para isso, os autores construíram um índice cardinal que reúne todas as possibilidades de duração da relação de trabalho e magnitude dos custos de demissão. Eles encontraram indícios de que os custos de demissão têm um impacto negativo significativo sobre o emprego e a rotatividade nos mercados de trabalho dos países da América Latina e OCDE. Contudo, os resultados relativos aos efeitos desta legislação sobre a composição formal/informal não são conclusivos, ainda que as evidências indiquem que o impacto negativo recai principalmente sobre o emprego formal. Conseqüentemente, uma elevação destes custos tenderia a provocar um aumento do tamanho relativo do setor informal. Também, políticas de proteção ao emprego têm impactos substanciais sobre o nível da distribuição do emprego na América Latina, reduzindo o emprego e promovendo a desigualdade.

Já Tannuri-Pianto e Pianto (2002) estudam a possível existência de viés de seleção da amostra para empregos formais e informais no Brasil. Com essa

---

<sup>7</sup> Esse último efeito também foi captado por trabalhos teóricos, como, por exemplo, Lisi e Pugno (2011).

finalidade, foram estimadas funções de rendimento para os trabalhadores dos setores formal e informal a partir de métodos semi-paramétricos que não se apoiam na hipótese de normalidade e são capazes de analisar indivíduos em diversos pontos da distribuição de rendimentos. O modelo resultante descreve os rendimentos condicionais dos indivíduos e os retornos a suas características observáveis, corrigindo para o viés de seleção. Eles encontraram que as características não observáveis que causam a seleção no setor informal têm um efeito positivo no rendimento para quantis inferiores e um efeito predominantemente negativo para os quantis mais altos. Encontrou-se, também, que os diferenciais de rendimentos entre trabalhadores formais e informais são mais amplos em quantis condicionais menores do que nos maiores. Diferenças nos retornos dos atributos explicam por volta de 30% dos diferenciais de salários em quantis menores, enquanto nos quantis mais altos os diferenciais são completamente explicados pelas diferenças nas características individuais.

Com o intuito de avaliar diversos aspectos da informalidade brasileira ao longo das décadas de 1980 e 1990, Neri (2002) realizou uma análise descritiva dos dados brasileiros a partir de diferentes fontes de pesquisa<sup>8</sup>. Para ele, é importante estudar a informalidade devido à precariedade de seus empregos, desproteção social dos seus agentes, e por sua correlação com a pobreza e outros conceitos de bem-estar social. Além disso, o Brasil era um país ideal para se fazer esse tipo de análise, já que cerca de 60% dos seus empregados trabalhavam sem registro de trabalho e 62% dos trabalhadores do setor privado não contribuía para a previdência social. É importante evidenciar algumas descobertas do estudo. O perfil de idade da taxa de evasão de pagamentos para a previdência social apresenta um formato de U, os maiores níveis desse tipo de evasão entre os setores econômicos estavam na agricultura e na construção, e em termos de localidade estavam em áreas rurais e no nordeste brasileiro. Em relação ao tamanho do setor informal, como citado anteriormente, cerca de 60% da população em idade ativa (PIA) se encontra nesse setor, sendo considerados os seguintes grupos de trabalhadores: por conta própria, não remunerados, do setor privado sem carteira de trabalho assinada, domésticos, e rurais. Também, nota-se que trabalhadores formais possuíam maiores salários quando comparados a trabalhadores do setor informal, e

---

<sup>8</sup> Entre elas estão a Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios (PNAD), a Pesquisa de Orçamentos Familiares (POF) e a PME, todas realizadas pelo IBGE.

esse diferencial não pôde ser totalmente explicado pela escolaridade média. Em relação ao risco ocupacional, mostra-se que os empregos formais são muito mais estáveis do que os informais. Talvez a principal descoberta desse estudo seja que as leis trabalhistas afetam não apenas o setor formal, mas também o setor informal, ou seja, características encontradas no mercado de trabalho regulado brasileiro foram igualmente encontradas no segmento não regulado.

Também interessado em estudar diversos aspectos da economia informal, Maloney (2004) descreve evidências econômicas, sociais e antropológicas para a existência do setor informal em países em desenvolvimento. Baseado em evidências de alguns países como, por exemplo, Argentina, Brasil, Chile e México, microempresas urbanas podem ser apontadas como agentes que optam com qual grau de formalidade vão produzir. Ele também observa que a maior parte dos trabalhadores informais, embora podendo receber menores salários nesse setor, escolhem a informalidade em função de vantagens não pecuniárias, como um maior nível de dignidade e autonomia que esse tipo de trabalho pode oferecer. Em consequência, os dados mostram que trabalhadores por conta própria na América Latina constituem a maior fonte de emprego entre os homens depois do emprego formal assalariado. Também, existem evidências a favor da hipótese feita por diversos trabalhos teóricos de que muitas vezes a informalidade surge da evasão fiscal.

Posteriormente, o estudo de Menezes Filho, Mendes e Almeida (2004) investigou os determinantes do diferencial de salários entre os mercados de trabalho formal e informal no Brasil, tendo como foco estudar se esse diferencial decorria de características intrínsecas dos setores ou de diferentes características dos indivíduos. Para isso, foram utilizados dados da PNAD para o período de 1981 até 2001 e um método paramétrico de pseudo-painéis que permite controlar o fenômeno estudado por características observáveis e não observáveis dos indivíduos. Além disso, esse modelo possibilitou a estimação da equação de salários como função da formalidade. Diferentemente de Tannuri-Pianto e Pianto (2002), os resultados mostraram que há fortes evidências de viés de seleção, indicando que os salários mais altos no setor formal decorrem dos melhores atributos individuais não observáveis (principalmente a educação) dos empregados deste setor e não de características intrínsecas ao setor, como seria de se esperar pela hipótese de segmentação. Isso que dizer que, condicional ao nível de escolaridade, a

remuneração do setor informal supera a do setor formal, indicando que a proteção legal gozada pelos trabalhadores do setor formal não lhes garante um maior nível salarial.

Mais um trabalho que tem como foco a informalidade no mercado de trabalho brasileiro é o realizado por Monteiro e Assunção (2006). Nele, a partir da metodologia de diferenças em diferenças com as firmas inelegíveis como grupo de controle, foi feita uma avaliação do impacto de um programa de simplificação da burocracia e redução de impostos na formalidade de pequenas firmas do Brasil e sua consequência no investimento. Eles encontraram que esse programa, o SIMPLES, aumentou o licenciamento formal entre as empresas de varejo criadas depois dele em 13 pontos percentuais quando comparado a empresas em setores não elegíveis, e o efeito mais proeminente foi observado para firmas de tamanho médio, firmas que vendem para clientes individuais e aquelas localizadas na casa do dono. Contudo, ele não impactou significativamente as firmas elegíveis de outros setores como, por exemplo, construção, manufatura, transporte e outros serviços. Isso sugere que, embora haja poucas evidências, a evasão fiscal é um dos mais importantes determinantes da informalidade entre as firmas varejistas, enquanto que a informalidade em outros setores se deve predominantemente a legislações trabalhistas, regras de direitos autorais, restrições sanitárias, etc. Em relação às consequências para o investimento, a expansão da formalidade dos negócios representa um aumento no montante investido e uma mudança na composição dos dispêndios para projetos de longo prazo.

De maneira um pouco distinta dos demais trabalhos, Ulyssea (2006) teve como propósito organizar e discutir de uma maneira sistemática as principais peças da literatura referentes à informalidade no mercado de trabalho brasileiro, usando, sempre que possível, a literatura internacional como um ponto de comparação para os resultados existentes relativos à experiência brasileira. Mais especificamente, questões relacionadas ao diferencial de salário entre trabalhadores formais e informais, à segmentação do mercado de trabalho e aos efeitos das instituições no setor informal foram enfatizadas. Primeiramente, ao serem analisados os fatos estilizados, nota-se que, entre outras coisas: o mercado de trabalho brasileiro apresenta, a partir de 1990, uma elevação sem precedentes no grau de informalidade, sendo maior até mesmo que o processo de informalização que ocorreu no período de crise nos três primeiros anos da década de 1980; a

escolaridade dos trabalhadores sem carteira de trabalho assinada é, em média, menor do que a dos assalariados formais; e o setor informal é um setor desprotegido e gerador de postos de trabalho de baixa qualidade. Sobre o diferencial de salário e a segmentação do mercado de trabalho, não existe consenso na literatura. Já as instituições têm uma ligação importante com a informalidade em diversos aspectos como, por exemplo, no que diz respeito à relação positiva entre impostos e a decisão dos agentes em participarem do setor informal.

La Porta e Shleifer (2008) estudaram a relação entre a informalidade de firmas e o processo de desenvolvimento dos países. Segundo eles, em países em desenvolvimento, firmas informais representam entre um terço e metade de toda atividade econômica, e essa parcela declina fortemente quando a economia se desenvolve. Os autores utilizaram dados da pesquisa realizada com empresas com menos de cinco empregados (*Micro Survey*) e da pesquisa com empresas informais (*Informal Survey*) realizadas pelo Banco Mundial. Os resultados sugerem que firmas formais são substancialmente mais produtivas do que as informais, podendo chegar a uma diferença de 74% dependendo do critério de mensuração de produtividade adotado. Além disso, elas são menores, usam menos capital, são dirigidas por administrados com menos escolaridade e se financiam menos com recursos externos. Também, dificilmente uma firma formal já operou informalmente, ou seja, não há evidências para a hipótese de que firmas informais tendem a migrar para o setor formal. Por fim, a análise econométrica mostrou que o PIB *per capita* é a melhor variável para se prever o tamanho do setor informal, isto é, o setor informal é uma manifestação de subdesenvolvimento.

Mais recentemente e também se aproveitando do fato de existir um experimento quase natural no Brasil (o programa SIMPLES) que permite analisar o impacto da formalidade no desempenho das firmas, Fajnzylber, Maloney e Montes-Rojas (2009) empregaram métodos de regressão com descontinuidade para identificar esses efeitos. Os autores descobriram que o SIMPLES teve um efeito significativo na proporção de firmas que têm licença para operar, são registradas como uma entidade legal, pagam impostos e fazem contribuições para a previdência social. Além disso, firmas criadas mais recentemente que optaram por operar formalmente alcançaram mais altos níveis de receita e lucros, empregaram mais trabalhadores e são mais intensivas em capital.

Finalmente, Araujo, Loureiro e Souza (2011) realizaram uma avaliação empírica de um modelo da teoria de jogos evolucionários do mercado de trabalho desenvolvido por Araujo e Souza (2010). Para isso, os autores focaram no Brasil utilizando dados da PNAD de 1995 a 2008. Foram utilizadas quatro diferentes metodologias: Mínimos Quadrados Ordinários, pseudo-painel com efeitos fixos, variáveis instrumentais e o modelo de seleção de Heckman. Os resultados indicaram que a principal diferença entre os períodos 1995-2002 e 2003-2008 é o impacto da educação sobre salários, já que os retornos da educação para o segundo período são maiores. No entanto, as lacunas de salário entre os mercados formal e informal reduziram consideravelmente, o que fortalece a ideia de que os trabalhadores cada vez mais decidem em que setor operar.



### 3 MODELO

Este trabalho propõe um modelo de *matching*, nos moldes de Pissarides (2000), diferindo deste ao considerar dois setores, um formal e outro informal. Nessa economia há um contínuo de firmas e trabalhadores com medida igual a 1, que podem atuar em qualquer um dos setores. As firmas possuem apenas uma vaga de emprego e são homogêneas *ex ante*, mas heterogêneas *ex post*, já que as firmas que estiverem no setor formal serão mais produtivas do que as firmas do setor informal<sup>9</sup>. Essa hipótese está apoiada em estudos empíricos como, por exemplo, Boeri e Garibaldi (2002), La Porta e Shleifer (2008) e Mattos e Ogura (2009). Além disso, são dois os principais motivos que levam as firmas a atuarem no setor informal: evasão fiscal e menores custos de abertura de uma vaga de emprego. O primeiro se deve ao fato de elas, ao se inserirem nesse setor, não serem obrigadas a pagar impostos, embora incorram em um risco de serem encontradas na informalidade e, por isso, receberem multas e terem seus casamentos vacância-trabalhador destruídos. O segundo caso decorre do fato de as firmas terem gastos com custos de registro, encargos administrativos, corrupção, e outras questões burocráticas. Esses casos foram analisados empiricamente por diversos autores que corroboraram as hipóteses (AMADEO; GILL; NERI, 2000; MONTEIRO; ASSUNÇÃO, 2006; LA PORTA; SHLEIFER, 2008; FAJNZYLBBER; MALONEY; MONTES-ROJAS, 2009). Embora haja essas diferenças entre setores, apenas um bem é produzido nessa economia, isto é, firmas formais e informais produzem bens idênticos.

Os trabalhadores são homogêneos, neutros ao risco, não podem exercer mais de uma atividade ao mesmo tempo e preferem trabalhar no setor formal. A preferência pelo setor formal ocorre pelos seguintes motivos. Primeiramente, os empregos nesse setor são mais estáveis<sup>10</sup>, já que o governo reprime as atividades informais e a legislações trabalhistas não recaem sobre o setor informal. Além disso, os trabalhadores do setor formal possuem benefícios que não são encontrados no setor informal, como, por exemplo, seguro-desemprego, férias remuneradas e

---

<sup>9</sup> Alguns dos motivos para isso ocorrer seriam a incapacidade das firmas informais usufruírem de alguns bens públicos, a impossibilidade de utilizarem o poder judiciário e o poder de polícia, a dificuldade na obtenção de crédito, e a operação em baixa escala devido à fiscalização governamental, entre outros.

<sup>10</sup> Esse fato foi mostrado empiricamente por Amadeo, Gill, e Neri (2000), Hoek (2002) e Neri (2002).

aposentadoria. Ainda, como mostrado por Tannuri-Pianto e Pianto (2002) e Neri (2002), em média os trabalhadores formais têm maiores rendimentos do que os informais<sup>11</sup>. Por outro lado, os trabalhadores do setor formal pagam impostos sobre a renda. Apesar desse aspecto negativo, será considerada a hipótese de que os trabalhadores preferem atuar nesse setor. Dessa forma, supõe-se que os trabalhadores desempregados inicialmente buscam empregos no setor formal e, somente no caso de não os encontrarem, buscarão empregos no setor informal. Os trabalhadores informais continuam procurando empregos no setor formal, ou seja, há busca *on-the-job*. No entanto, os trabalhadores formais não procuram novos empregos.

Cabe ressaltar que o governo tem um papel simplificado nesse modelo. Por isso, não foram realizadas análises em relação à sua capacidade de gerar receitas, por meio de tributos, suficientes para cobrir suas despesas com o seguro-desemprego. Também, a função de provimento de bens públicos não é introduzida. Portanto, o governo tem apenas o papel de tributar, fiscalizar o setor informal e fornecer o seguro-desemprego.

Além disso, a taxa com que os trabalhadores que procuram empregos encontram vacâncias e a taxa com que as firmas com vacâncias encontram trabalhadores que buscam empregos dependem da chamada função de *matching*. Podemos defini-la da seguinte forma: “A função de *matching* resume uma tecnologia de negociação entre agentes que colocam anúncios, leem jornais e revistas, vão a agências de emprego, e utilizam contatos que podem reuni-los em casamentos produtivos.” (PETRONGOLO; PISSARIDES, 2001, p. 391, tradução nossa). Essa função é de extrema importância neste trabalho e, por isso, será melhor detalhada posteriormente.

Quando ocorre o encontro entre os agentes engajados na procura, eles devem definir qual será o salário pago ao trabalhador. Conforme evidenciam Mortensen e Pissarides (1999), existem diversas maneiras de determiná-lo, quais sejam: barganha de Nash, equilíbrio de procura competitiva, monopólio sindical, barganha bilateral estratégica, partilha da renda com custos de negócios, imposição de salários por quem está empregado, e salário eficiência<sup>12</sup>. Este trabalho segue o

---

<sup>11</sup> Apesar de mencionado acima, esse motivo não é consenso na literatura.

<sup>12</sup> Para detalhes sobre o salário eficiência, ver Shapiro e Stiglitz (1984).

padrão da literatura<sup>13</sup> e utiliza a barganha de Nash como forma de determinação do salário.

Por fim, cabe destacar que toda a análise feita neste trabalho considera a economia em estado estacionário. Portanto, não são examinados efeitos transitórios, e sim efeitos permanentes e de longo prazo.

### 3.1 FUNÇÃO DE *MATCHING*

A quantidade de trabalhadores nessa economia está normalizada para 1 e não há crescimento ou diminuição dessa quantidade com o tempo. Sejam  $u$  a parcela da força de trabalho desempregada,  $i$  a parcela da força de trabalho alocada no setor informal, e  $v_F$  e  $v_I$  o número de vagas de emprego disponíveis (vacâncias) nos setores formal e informal em relação à força de trabalho total<sup>14</sup>, respectivamente. Dessa forma, a função de *matching* do setor formal será dada por  $x_f(u + i, v_f)$ , onde  $x_f$  é uma função bem comportada<sup>15</sup>, ou seja, crescente em ambos os argumentos, côncava e homogênea de grau 1.

Mudanças no estado das vacâncias, isto é, a taxa com que as vacâncias formais são preenchidas segue um processo de Poisson<sup>16</sup> e é dada por  $x_f(u + i, v_f)/v_f$ . Pela homogeneidade de grau 1, essa taxa pode ser expressa como:

$$x_f\left(\frac{u + i}{v_f}, 1\right) = q(\theta_f) \quad (1)$$

onde  $\theta_f = \frac{v_f}{u+i}$ . Pelas propriedades do processo de Poisson, a duração média de uma vacância no setor formal é  $1/q(\theta_f)$ . Ademais, cabe ressaltar que, como a função de *matching* é crescente em ambos os argumentos e côncava,  $q'(\theta_f) < 0$  e  $q''(\theta_f) > 0$ .

<sup>13</sup> Ver, por exemplo, Diamond (1982), Mortensen (1982), Mortensen e Pissarides (1994), Bouev (2002) e Albrecht, Navarro e Vroman (2009).

<sup>14</sup>  $v_F$  e  $v_I$  podem ser definidos, também, como a taxa de abertura de vagas de emprego nos setores formal e informal, respectivamente, conforme indica Ulyssea (2008).

<sup>15</sup> Essa hipótese é recorrente nos artigos que utilizam a função de *matching* (ver, por exemplo, PISSARIDES, 2000; PETRONGOLO; PISSARIDES, 2001; ULYSSEA, 2008).

<sup>16</sup> Ou seja, segue um processo estocástico no qual os eventos ocorrem continuamente e independentemente uns dos outros. Para mais detalhes, ver Kingman (1993).

Ela também atende às condições de Inada, ou seja,  $\lim_{\theta_f \rightarrow \infty} q(\theta_f) = 0$  e  $\lim_{\theta_f \rightarrow 0} q(\theta_f) = \infty$ .

Agora, ao se analisar as mudanças no estado do trabalhador que está em busca de emprego no setor formal, tem-se que este o encontra à taxa  $x_f(u + i, v_f)/(u + i)$ . Utilizando as propriedades da função de *matching*, pode-se expressar essa taxa como:

$$x_f\left(1, \frac{v_f}{u + i}\right) = \theta_f q(\theta_f) \quad (2)$$

Nota-se, então, que  $\theta_f$  denota a rigidez no mercado de trabalho formal. Isso ocorre, pois uma firma formal com uma vacância encontra mais facilmente um trabalhador para preenchê-la quanto maior for a quantidade de trabalhadores desempregados e/ou no setor informal. Do mesmo modo, um trabalhador na informalidade ou desempregado encontra um emprego formal mais facilmente quanto maior o número de vagas disponíveis nesse setor.

No caso do setor informal uma importante diferença deve ser considerada, apenas os trabalhadores desempregados que não conseguiram emprego no setor formal buscam emprego no setor informal. Dessa forma, o conjunto de trabalhadores engajados na procura por empregos informais é distinto do conjunto de trabalhadores engajado na procura por empregos formais. Será adota, então, uma estratégia nos moldes da utilizada por Lisi (2011).

Seja  $\hat{u}$  a parcela de trabalhadores desempregados que não conseguiram emprego no setor formal. Essa parcela será tal que  $\hat{u} = u[1 - h(\theta_f)dt]$ , onde  $h(\theta_f)$  é a probabilidade instantânea de um desempregado conseguir um emprego formal. Note que  $h(\theta_f)$  difere de  $\theta_f q(\theta_f)$ , uma vez que o primeiro considera apenas os desempregados enquanto que o último considera todo o *pool* de trabalhadores que procuram empregos formais. Ademais,  $h(\theta_f)$  possui as seguintes propriedades:  $h'(\theta_f) > 0$ ,  $h''(\theta_f) < 0$ ,  $\lim_{\theta_f \rightarrow \infty} h(\theta_f) = \infty$  e  $\lim_{\theta_f \rightarrow 0} h(\theta_f) = 0$ . Dada a definição de  $\hat{u}$ , define-se a função de *matching* do setor informal, que possui as mesmas propriedades da função de *matching* do setor formal<sup>17</sup>, como  $x_i(\hat{u}, v_i)$ . Portanto, a taxa com que uma firma informal preenche uma vaga disponível é  $x_i(\hat{u}, v_i)/v_i$ . Pela homogeneidade de grau 1:

<sup>17</sup> Crescente em ambos os argumentos, côncava, homogênea de grau 1.

$$x_i\left(\frac{\hat{u}}{v_i}, 1\right) = q(\theta_i) \quad (3)$$

onde  $\theta_i = \frac{v_i}{\hat{u}}$  e denota a rigidez no mercado de trabalho informal.

Além disso, como as propriedades da função de *matching* do setor informal são as mesmas das do setor formal,  $q'(\theta_i) < 0$ ,  $q''(\theta_i) > 0$ ,  $\lim_{\theta_i \rightarrow \infty} q(\theta_i) = 0$ ,  $\lim_{\theta_i \rightarrow 0} q(\theta_i) = \infty$ , e duração média de uma vacância no setor informal é  $1/q(\theta_i)$ .

No caso do trabalhador desempregado que não encontra emprego no setor formal, a taxa com que ele se emprega no setor informal é dada por  $x_i(\hat{u}, v_i)/\hat{u}$ . Essa taxa também pode ser expressa como:

$$x_i\left(1, \frac{v_i}{\hat{u}}\right) = \theta_i q(\theta_i) \quad (4)$$

### 3.2 TAXAS DE DESEMPREGO E DE INFORMALIDADE

Conforme foi mencionado anteriormente, as análises feitas neste trabalho consideram a economia em estado estacionário. Entretanto, isso não quer dizer que não há fluxos de trabalhadores e firmas saindo e entrando em diferentes empregos e setores. Na verdade, o estado estacionário implica que as variações nas taxas de desemprego e de informalidade<sup>18</sup> são iguais a zero. Dessa forma, pode haver choques adversos que separem pares firmas-trabalhadores mesmo no estado estacionário.

Sejam  $s_f$  e  $s_i$  taxas exógenas que destroem os casamentos entre firmas e trabalhadores dos setores formal e informal respectivamente. Esses choques selecionam pares firmas-trabalhadores aleatoriamente e seguem um processo de Poisson. Como também utilizado por alguns trabalhos teóricos (ver, por exemplo, ULYSSEA, 2008; LISI, 2011), é feita a hipótese de que a taxa de destruição de empregos informais é maior do que a de empregos formais, isto é,  $s_i > s_f$ . Além disso, em estado estacionário,  $\dot{u} = \dot{i} = 0$ .

Dadas as hipóteses, temos que a quantidade média de trabalhadores que se deslocam para o setor formal em um pequeno intervalo de tempo é  $(u + i)\theta_f q(\theta_f) dt$ .

<sup>18</sup> Será chamada assim a parcela da força de trabalho alocada no setor informal.

Do mesmo modo, a quantidade média de trabalhadores que saem do setor formal em um pequeno intervalo de tempo é  $(1 - i - u)s_f dt$ . Em estado estacionário essas quantidades médias devem ser iguais. Igualando-as e fazendo algumas modificações algébricas, tem-se que:

$$u = \frac{s_f}{\theta_f q(\theta_f) + s_f} - i \quad (5)$$

Por essa equação, nota-se, como era de se esperar, que a taxa de desemprego é diretamente proporcional à taxa de destruição de empregos formais e inversamente proporcional à taxa com que um trabalhador engajado na busca por emprego formal o encontra. Também, percebe-se uma relação inversa entre taxa de desemprego e taxa de informalidade.

No caso do setor informal, a quantidade média de trabalhadores que se deslocam para esse setor em um pequeno intervalo de tempo é  $u[1 - h(\theta_f)]\theta_i q(\theta_i) dt$ . Já a quantidade média de trabalhadores que saem do setor informal em um pequeno intervalo de tempo é  $i[s_i + \rho + \theta_f q(\theta_f)] dt$ , onde  $\rho$  é a probabilidade da firma informal ser descoberta na informalidade e ter o seu par firma-trabalhador destruído. A equação é expressa dessa forma haja vista que existem três maneiras de um trabalhador sair da informalidade: pelo choque exógeno que destrói o casamento entre firma e trabalhador informais; pela descoberta, por parte do regulador, da firma na informalidade; e pela obtenção do trabalhador informal de um emprego formal. Igualando as expressões acima e fazendo algumas modificações algébricas, tem-se que:

$$u = \frac{i[s_i + \rho + \theta_f q(\theta_f)]}{[1 - h(\theta_f)]\theta_i q(\theta_i)} \quad (6)$$

Assim, observa-se uma relação direta entre a taxa de desemprego e a taxa de destruição de empregos informais, a probabilidade de descoberta da firma na informalidade, a taxa com que um trabalhador engajado na busca por emprego formal o encontra, e a probabilidade de um desempregado conseguir um emprego formal. Por outro lado, existe uma relação inversa entre a taxa de desemprego e a taxa com que um trabalhador que não encontra emprego no setor formal encontra no setor informal. De maneira contrária à equação (5), neste caso a taxa de desemprego é diretamente proporcional à taxa de informalidade.

Agora, com a intenção de encontrarmos uma taxa de desemprego que não dependa da taxa de informalidade, isolamos  $i$  na equação (6) e substituímos a expressão encontrada na equação (5). Após algumas manipulações algébricas, chegamos em:

$$u = \frac{s_f [s_i + \rho + \theta_f q(\theta_f)]}{[\theta_f q(\theta_f) + s_f] \{s_i + \rho + \theta_f q(\theta_f) + [1 - h(\theta_f)] \theta_i q(\theta_i)\}} \quad (7)$$

Por essa equação, tem-se que a relação entre a taxa de desemprego e  $s_f$ ,  $s_i$ ,  $\rho$  e  $h(\theta_f)$  continua sendo direta e a relação entre a taxa de desemprego e  $\theta_i q(\theta_i)$  continua sendo inversa. No caso de  $\theta_f q(\theta_f)$  existe uma relação ambígua. Se  $[\theta_f q(\theta_f) + s_f][1 - h(\theta_f)] \theta_i q(\theta_i) > [s_i + \rho + \theta_f q(\theta_f)] \{s_i + \rho + \theta_f q(\theta_f) + [1 - h(\theta_f)] \theta_i q(\theta_i)\}$  a taxa de desemprego é diretamente proporcional a  $\theta_f q(\theta_f)$ ; se menor, a taxa de desemprego é inversamente proporcional a  $\theta_f q(\theta_f)$ <sup>19</sup>.

Na literatura pode ser notada uma controvérsia no que se refere aos impactos do setor informal na taxa de desemprego. Os trabalhos de Boeri e Garibaldi (2002, 2005) e de Lisi e Pugno (2011), por exemplo, chegaram à conclusão de que uma diminuição no setor informal pode causar um aumento no desemprego. Por outro lado, Bouev (2002, 2005) chegou a uma conclusão oposta, isto é, tentativas de reduzir a taxa de informalidade irão resultar em uma menor taxa de desemprego.

### 3.3 FIRMAS

Tanto as firmas do setor formal quanto as do setor informal buscam sempre maximizar seus lucros. Em qualquer dos setores, se a vaga de empregos estiver ocupada, a firma produzirá  $f_j(k)$ ,  $j = i, f$ , e, para isso, precisará alugar o capital  $k$  à taxa de juros  $r$ . Caso sua vaga de emprego esteja disponível, sua produção será zero e ela incorrerá em um custo fixo  $\gamma_j$  para encontrar um trabalhador por unidade

---

<sup>19</sup> Ver apêndice A.

de tempo<sup>20</sup>. Conforme foi mostrado anteriormente, a probabilidade de sucesso na tentativa de preencher essa vaga é  $q(\theta_j)$ .

Primeiramente, analisemos o caso de a vaga de emprego da firma estar disponível. Sejam  $V_j$  o valor presente descontado do lucro esperado advindo de uma vacância e  $J_j$  o valor presente descontado do lucro esperado advindo de uma vaga ocupada. Em estado estacionário temos que:

$$rV_f = -\gamma_f + q(\theta_f)(J_f - V_f) \quad (8)$$

$$rV_i = -\gamma_i + q(\theta_i)(J_i - V_i) \quad (9)$$

De acordo com Pissarides (2000), a vacância pode ser vista com um ativo que a firma possui. Dessa forma, em um mercado de capital perfeito, o seu custo,  $rV_j$ , é exatamente igual à taxa de retorno do ativo: ele custa  $\gamma_j$  e muda de estado à taxa  $q(\theta_j)$ , gerando um rendimento líquido de  $J_j - V_j$ . Cabe ressaltar dois fatos importantes: como a análise ocorre no estado estacionário, os valores de  $J_j$  e  $V_j$  são constantes; e é feita a hipótese, de acordo com evidências empíricas mencionadas anteriormente, de que o custo para se abrir uma vacância no setor formal é maior do que no setor informal, ou seja,  $\gamma_f > \gamma_i$ .

Como há livre entrada de firmas em ambos os setores e, em equilíbrio, todas as oportunidades de lucro advindas de novos empregos são exploradas, a condição de equilíbrio para a oferta de empregos é  $V_i = V_f = 0$ <sup>21</sup>. Com isso, temos:

$$J_f = \frac{\gamma_f}{q(\theta_f)} \quad (10)$$

$$J_i = \frac{\gamma_i}{q(\theta_i)} \quad (11)$$

Ou seja, o lucro esperado de uma vaga de emprego ocupada no setor  $j$  é igual ao custo esperado de uma vaga de emprego disponível nesse mesmo setor, já que  $1/q(\theta_j)$  é a duração média de uma vacância e  $\gamma_j$  é o custo dessa vaga por unidade de tempo.

Analisemos, agora, o caso de a vaga de emprego estar preenchida. Nesse caso, a firma produzirá  $f_j(k)$ , mas terá como custos o aluguel pago pelo capital,  $rk$ , a depreciação desse capital,  $\delta k$ , onde  $\delta$  é a taxa de depreciação do capital, e o

<sup>20</sup> Esse custo fixo pode ser visto, também, como o custo de abertura de uma nova vacância, conforme evidencia Lisi (2011).

<sup>21</sup> Essa hipótese é comumente utilizada, como pode ser visto em Mortensen e Pissarides (1994, 1999), Pissarides (2000) e Boeri e Garibaldi (2002, 2005), por exemplo.



salário pago ao trabalhador que ocupa essa vaga,  $w_j$ . Ademais, ela corre o risco sofrer um choque exógeno,  $s_j$ , que provoca uma perda líquida de  $J_j - V_j$ . Entretanto, existem diferenças significativas entre os setores formal e informal. Examinando primeiramente o setor formal, além dos custos evidenciados anteriormente, a firma desse setor paga um imposto,  $\tau$ . Com isso, e tomando  $V_f = 0$ , é obtido:

$$rJ_f = f_f(k) - (r + \delta)k - w_f - \tau - s_f J_f \quad (12)$$

Ou seja, o retorno de uma vaga de emprego formal ocupada é igual à produção dessa firma menos os custos com aluguel e depreciação do capital, o salário pago ao trabalhador formal, os impostos pagos ao governo e a perda líquida causada por um choque exógeno que destrói o casamento entre firma e trabalhador formal. Além disso, a firma formal maximiza  $J_f$  em relação a  $k$ . Assim, temos:

$$f_f'(k) = r + \delta \quad (13)$$

isto é, o produto marginal do capital é igual à taxa de desconto mais a depreciação do capital. Cabe evidenciar que se supõe que a função de produção é crescente e côncava. Desse modo,  $f_f'(k) > 0$  e  $f_f''(k) < 0$ .

Quando a vaga de emprego informal está ocupada, existem algumas diferenças. Primeiro, a firma informal não paga impostos. Segundo, essa firma pode ser descoberta na informalidade com probabilidade  $\rho$ . Nesse caso, o par firma-trabalhador será desfeito, levando a uma perda líquida de  $J_i - V_i$ , e a firma será multada no valor  $\phi\tau$ , onde  $\phi > 1$ . Por fim, a firma também sofre uma perda líquida de  $J_i - V_i$  se o trabalhador informal encontrar um emprego formal. Como mostrado anteriormente, isso acontece à taxa  $\theta_f q(\theta_f)$ . Além disso, como mencionado anteriormente, supõe-se que a firma informal é menos produtiva do que a formal, de modo que  $f_i(k) = \varphi f_f(k)$ , onde  $0 < \varphi < 1$ . Tomando  $V_i = 0$ , temos:

$$rJ_i = f_i(k) - (r + \delta)k - w_i - s_i J_i - \rho(J_i + \phi\tau) - \theta_f q(\theta_f) J_i \quad (14)$$

Ou seja, o retorno de uma vaga de emprego informal ocupada é igual à produção dessa firma menos os custos com aluguel e depreciação do capital, o salário pago ao trabalhador informal, a multa tomada caso essa firma seja descoberta na informalidade, e as perdas líquidas causadas por um choque exógeno que destrói o casamento entre firma e trabalhador informal, por a firma ser descoberta na informalidade e pela contratação do trabalhador informal pelo setor formal.

Com a utilização da equação (10), pode-se substituir a expressão para  $J_f$  na equação (12). Analogamente, utilizando a equação (11), pode-se substituir a expressão para  $J_i$  na equação (14). Após uma simples álgebra, chega-se em:

$$f_f(k) - (r + \delta)k - w_f - \tau - (r + s_f) \frac{\gamma_f}{q(\theta_f)} = 0 \quad (15)$$

$$f_i(k) - (r + \delta)k - w_i - \rho\phi\tau - [r + s_i + \rho + \theta_f q(\theta_f)] \frac{\gamma_i}{q(\theta_i)} = 0 \quad (16)$$

Essas duas últimas equações, (15) e (16), e a equação (13) são essenciais para a resolução do sistema de equações do modelo. Trataremos novamente delas na seção que examina o equilíbrio do modelo.

### 3.4 TRABALHADORES

O trabalhador quando empregado no setor formal recebe um salário  $w_f$  e quando no setor informal o salário  $w_i$ . Além disso, os trabalhadores formais possuem a vantagem de receber seguro-desemprego<sup>22</sup> caso percam o emprego, mas também possuem a desvantagem de serem obrigados a pagar impostos. Ademais, como discutido anteriormente, os trabalhadores preferem atuar no setor formal e, por isso, buscam empregos primeiramente nesse setor e, apenas se não conseguirem, os procuram no setor informal.

Sejam  $E_j$  o valor presente descontado do fluxo de renda esperado de um trabalhador do setor  $j$  e  $U$  o valor presente descontado do fluxo de renda esperado de um desempregado. Definamos  $\lambda$ , com  $0 < \lambda < 1$ , como o imposto sobre o salário pago pelo trabalhador e  $b$  como o valor presente descontado do fluxo de renda esperado pelo recebimento do seguro-desemprego quando desempregado. Cabe lembrar que as análises aqui feitas consideram a economia em estado estacionário. Portanto,  $E_f$  satisfaz:

$$rE_f = (1 - \lambda)w_f - s_f(E_f - U) + s_f b \quad (17)$$

<sup>22</sup> A utilização do seguro-desemprego nesse tipo de modelo é usual na literatura (FUGAZZA; JACQUES, 2004; BOUEV, 2005; BOERI; GARIBALDI, 2005; ULYSSEA, 2008).

Essa equação indica que o valor do emprego no setor formal corresponde ao salário líquido do trabalhador,  $(1 - \lambda)w_f$ , mais o seguro-desemprego e menos a perda líquida,  $E_f - U$ , se houver um choque exógeno que o deixe desempregado.

Analogamente, a expressão para  $E_i$  é dada por:

$$rE_i = w_i - (s_i + \rho)(E_i - U) + \theta_f q(\theta_f)(E_f - E_i) \quad (18)$$

ou seja, o valor do emprego no setor informal corresponde ao salário do trabalhador informal adicionado do ganho líquido  $E_f - E_i$ , caso o trabalhador consiga um emprego no setor formal, menos a perda líquida  $E_i - U$ , se houver um choque exógeno ou a firma for descoberta na informalidade.

Por fim, a equação que denota o valor presente da busca por emprego satisfaz:

$$rU = -c + h(\theta_f)(E_f - U) + \theta_i q(\theta_i)(E_i - U) \quad (19)$$

onde,  $c$  representa o custo por procurar emprego. A equação (19) mostra que o valor do desemprego é dado pelo ganho líquido  $E_f - U$  no caso de o trabalhador se empregar no setor formal, mais o ganho líquido  $E_i - U$  no caso de o trabalhador se empregar no setor informal, menos o custo por procurar emprego.

### 3.5 DETERMINAÇÃO DOS SALÁRIOS

O salário pago pela firma ao trabalhador é fixado no momento em que ocorre o encontro dos dois. Como todos os empregos do setor formal são igualmente produtivos e todos os empregos do setor informal também, os salários do setor formal são iguais entre si, assim como os salários do setor informal. Ainda, as firmas de qualquer dos setores não são grandes o suficiente para influenciar o mercado, de maneira que os salários são fixados tomando como dado o comportamento do resto do mercado.

Além disso, como dito anteriormente, a determinação dos salários ocorrerá por meio de uma barganha de Nash<sup>23</sup>. Em ambos os setores, os salários são derivados da maximização do produto ponderado do retorno líquido das firmas e dos

<sup>23</sup> Para mais detalhes, ver o trabalho inicial sobre esse assunto de Nash (1950).

trabalhadores. Tomando inicialmente o caso do setor formal, quer-se resolver o seguinte problema:

$$\max_{J_f, E_f} (J_f - V_f)^{1-\alpha} (E_f - U)^\alpha$$

onde  $0 < \alpha < 1$  e pode ser interpretado como o poder de barganha do trabalhador formal na determinação do salário formal.

Resolvendo este problema e considerando  $V_f = 0$ , é obtida a seguinte equação:

$$E_f - U = \alpha(J_f + E_f - U) \quad (20)$$

Isolando  $J_f$  na equação (12),  $E_f$  na equação (17) e substituindo ambas as expressões na equação (20), chega-se em:

$$w_f = \frac{rU - s_f b(1 - \alpha) + \alpha[f_f(k) - (r + \delta)k - \tau - rU]}{1 - \lambda(1 - \alpha)} \quad (21)$$

A partir dessa equação não é possível fazer interpretações definitivas em relação aos salários formais devido à presença de  $U$ . Entretanto, ela nos sugere algumas intuições interessantes. Por exemplo, quanto maior for o poder de barganha do trabalhador formal, maior será a sua apropriação do excedente líquido gerado por estar empregado no setor formal. Além disso, o poder de barganha diminui parte dos impactos negativos no salário formal causados pela existência do seguro-desemprego. Cabe notar que esse seguro impacta o salário formal positivamente via  $U$ . Por fim, o imposto sobre o salário formal parece ter uma relação direta sobre esse salário.

É possível apresentar a equação (21) de forma que ela não fique em função de  $U$ . Para isso, é necessário tomar a equação (10), isolar  $E_f$ ,  $E_i$ , e  $U$  nas equações (17), (18) e (19), respectivamente, e substituir as expressões encontradas na equação (20). Após isolar  $w_f$  e organizar algebricamente a equação encontrada, pode-se expressar o salário formal como<sup>24</sup>:

$$w_f = \frac{\alpha \gamma_f \Delta}{(1 - \alpha) q(\theta_f) Z} - \frac{s_f b \Theta}{Z} + \frac{r}{Z} \{-B \Gamma c + \theta_i q(\theta_i) [B w_i + \theta_f q(\theta_f) s_f b]\} \quad (22)$$

onde,

$$\Delta = rB \{ \Gamma [B + h(\theta_f)] + \theta_i q(\theta_i) [B + \theta_f q(\theta_f)] \}$$

$$Z = (1 - \lambda) rB [\Gamma + \theta_i q(\theta_i)]$$

<sup>24</sup> Ver apêndice B.

$$\Theta = r\{B[\Gamma + \theta_i q(\theta_i)] + \theta_i q(\theta_i)\theta_f q(\theta_f)\}$$

$$\Gamma = r + s_i + \rho + \theta_f q(\theta_f)$$

$$B = r + s_f$$

Algumas relações importantes podem ser retiradas da equação (22)<sup>25</sup>. Primeiro, existe uma relação direta entre salário do setor formal e salário do setor informal. Além disso, a relação entre salário formal e poder de barganha do trabalhador formal é realmente direta. Por fim, como era de se esperar, os impactos negativos do seguro-desemprego dominam, ou seja, ele possui uma relação inversa com o salário formal.

Analogamente, fazendo a análise para o setor informal, objetiva-se resolver o seguinte problema de maximização:

$$\max_{J_i, E_i} (J_i - V_i)^{1-\beta} (E_i - U)^\beta$$

onde  $0 < \beta < 1$  e pode ser interpretado como o poder de barganha do trabalhador informal na determinação do salário informal.

Resolvendo este problema e considerando  $V_i = 0$ , a seguinte equação é obtida:

$$E_i - U = \beta(J_i + E_i - U) \quad (23)$$

Isolando  $J_i$  na equação (14),  $E_i$  na equação (18), substituindo ambas as expressões na equação (23) e utilizando o fato de que  $E_f - U = \frac{(1-\lambda)w_f + s_f b - rU}{r + s_f}$ , chega-se em:

$$w_i = (1 - \beta) \left\{ \left( 1 + \frac{\theta_f q(\theta_f)}{r + s_f} \right) rU - \theta_f q(\theta_f) \left[ \frac{(1 - \lambda)w_f + s_f b}{r + s_f} \right] \right\} + \beta [f_i(k) - (r + \delta)k - \rho\phi\tau] \quad (24)$$

Por essa equação, políticas que visam a diminuição da informalidade por meio de multas ( $\phi\tau$ ) parecem impactar negativamente o salário do setor informal. Ademais, da mesma forma como acontece no setor formal, aumentos no poder de barganha do trabalhador informal elevam a sua apropriação do excedente líquido gerado por estar empregado no setor informal.

A equação (24) pode ser apresentada de forma a não estar em função de  $U$ . Para isso, é necessário tomar a equação (11), isolar  $E_f$ ,  $E_i$ , e  $U$  nas equações (17), (18) e (19), respectivamente, e substituir as expressões encontradas na equação

<sup>25</sup> Ver apêndice C.

(23). Após isolar  $w_i$  e organizar algebricamente a equação encontrada, pode-se expressar o salário informal como<sup>26</sup>:

$$w_i = \Omega - \frac{[(1 - \lambda)w_f + s_f b][\theta_f q(\theta_f) - h(\theta_f)]}{B + h(\theta_f)} \quad (25)$$

onde,

$$\Omega = \frac{\beta \gamma_i \Delta}{(1 - \beta)q(\theta_i)rB[B + h(\theta_f)]} - \frac{[B + \theta_f q(\theta_f)]c}{B + h(\theta_f)}$$

A partir desta equação é possível perceber que, ao contrário do que sugere a equação (22), há uma relação inversa entre os salários informal e formal<sup>27</sup>. Do mesmo modo, o seguro-desemprego impacta negativamente o salário do setor informal. Já o poder de barganha do trabalhador informal e um aumento na fiscalização ( $\rho$ ) possuem relações diretas com esse salário.

As equações (22) e (25) são importantes por fazerem parte do sistema de equações utilizado para determinar os valores de equilíbrio de estado estacionário das variáveis do modelo.

### 3.5 EQUILÍBRIO

Após a determinação de todas as equações necessárias para se analisar o equilíbrio, nota-se que existem sete variáveis, quais sejam:  $u, i, k, w_f, w_i, \theta_f$  e  $\theta_i$ . Para que o equilíbrio seja determinado é necessário utilizar um sistema com sete equações. Portanto, serão usadas as seguintes equações:

$$i = \frac{s_f}{\theta_f q(\theta_f) + s_f} - u \quad (5)'$$

$$u = \frac{s_f [s_i + \rho + \theta_f q(\theta_f)]}{[\theta_f q(\theta_f) + s_f] \{s_i + \rho + \theta_f q(\theta_f) + [1 - h(\theta_f)]\theta_i q(\theta_i)\}} \quad (7)$$

$$f_f'(k) = r + \delta \quad (13)$$

$$f_f(k) - (r + \delta)k - w_f - \tau - (r + s_f) \frac{\gamma_f}{q(\theta_f)} = 0 \quad (15)$$

<sup>26</sup> Ver apêndice D.

<sup>27</sup> Ver apêndice E.

$$f_i(k) - (r + \delta)k - w_i - \rho\phi\tau - [r + s_i + \rho + \theta_f q(\theta_f)] \frac{\gamma_i}{q(\theta_i)} = 0 \quad (16)$$

$$w_f = \frac{\alpha\gamma_f\Delta}{(1-\alpha)q(\theta_f)Z} - \frac{s_f b\Theta}{Z} + \frac{r}{Z} \{-B\Gamma c + \theta_i q(\theta_i)[Bw_i + \theta_f q(\theta_f)s_f b]\} \quad (22)$$

$$w_i = \Omega - \frac{[(1-\lambda)w_f + s_f b][\theta_f q(\theta_f) - h(\theta_f)]}{B + h(\theta_f)} \quad (25)$$

No próximo capítulo, esse sistema será utilizado para que se possa examinar qual forma de função de *matching* melhor se adequa à economia brasileira.

## 4 SIMULAÇÕES

Neste capítulo serão testadas diferentes funções de *matching* e avaliada qual delas melhor se adequa ao mercado de trabalho brasileiro. Na verdade, conforme evidenciam Petrongolo e Pissarides (2001), em geral as funções de *matching* que produzem os melhores resultados são funções Cobb-Douglas com retorno constantes de escala e, por isso, a análise será focada em diferentes especificações desse tipo de função. Ademais, esse tipo de função não viola as hipóteses do modelo que supõe uma função crescente em ambos os argumentos, côncava e homogênea de grau 1. Portanto, serão testados diferentes valores de  $D$  e  $\eta$  na seguinte função de *matching*:

$$x_f(u + i, v_f) = Dv_f^{(1-\eta)}(u + i)^\eta \quad (26)$$

No caso do setor informal, será utilizada a mesma função, sendo feitas apenas as substituições de  $v_f$  por  $v_i$  e de  $(u + i)$  por  $\hat{u}$ .

Para que seja possível realizar essa análise, foi considerada uma parametrização base na qual os valores foram obtidos a partir de diferentes fontes, como pode ser visto na tabela 1.

A taxa de destruição do setor formal ( $s_f$ ), os custos de busca por trabalhadores formais e informais ( $\gamma_f$  e  $\gamma_i$ ) e o seguro-desemprego ( $b$ ) foram obtidos a partir do trabalho de Ulyssea (2008). Esse autor, por sua vez, obteve  $s_f$  a partir de resultados de Corseuil *et al.* (2002). Já  $\gamma_f$ ,  $\gamma_i$  e  $b$  foram estimados utilizando a metodologia de Heckman e Pagés (2000). Por outro lado, a taxa de destruição do setor informal ( $s_i$ ) foi adotada de forma a convergir com os resultados de Amadeo, Gill, e Neri (2000) que, como citado anteriormente, encontraram, a partir de dados brasileiros, uma taxa de rotatividade no emprego assalariado informal três ou quatro vezes maior do que a taxa de rotatividade do setor formal.

A probabilidade de a firma informal ser descoberta na informalidade ( $\rho$ ) foi retirada de Boeri e Garibaldi (2005), enquanto que a taxa de juros ( $r$ ) utilizada foi a taxa SELIC de 2009 encontrada no Ipeadata<sup>28</sup>. Além disso, o valor do redutor da produtividade da firma informal ( $\varphi$ ) foi encontrado a partir do critério de vendas

<sup>28</sup> Disponível em: <<http://www.ipeadata.gov.br/>>. Acesso em: 2 de fev. 2012.



média adotado por La Porta e Shleifer (2008) para se inferir a produtividade de firmas formais e informais.

TABELA 1 – Parametrização base.

<b>Parâmetro</b>	<b>Valor</b>
Taxa de destruição do setor formal ( $s_f$ )	0,15
Taxa de destruição do setor informal ( $s_i$ )	0,6
Probabilidade de a firma informal ser descoberta ( $\rho$ )	0,06
Taxa de juros ( $r$ )	0,1
Taxa de depreciação ( $\delta$ )	0
Custo de busca por um trabalhador formal ( $\gamma_f$ )	1,6
Custo de busca por um trabalhador informal ( $\gamma_i$ )	0,42
Multiplicador da multa ( $\phi$ )	2,5
Redutor da produtividade da firma informal ( $\varphi$ )	0,63
Poder de barganha do trabalhador formal ( $\alpha$ )	0,5
Poder de barganha do trabalhador informal ( $\beta$ )	0,5
Imposto sobre o salário ( $\lambda$ )	0.275
Custo por procurar emprego ( $c$ )	0
Seguro-desemprego ( $b$ )	0.4
Imposto sobre a produção ( $\tau$ )	$0.31k^{0,6}$
Função de produção do setor formal [ $f_f(k)$ ]	$k^{0,6}$
Probabilidade de um desempregado conseguir um emprego formal [ $h(\theta_f)$ ]	$0,25\theta_f^{(1-\eta)}$

Para definir o valor do poder de barganha do trabalhador formal ( $\alpha$ ) e o poder de barganha do trabalhador informal ( $\beta$ ) foi utilizado o padrão adotado na literatura que trata de modelos de *matching*. No caso do multiplicador da multa ( $\phi$ ), foi escolhido um valor tal que as hipóteses do modelo pudessem ser atendidas.

Os impostos foram definidos a partir de diferentes fontes. O valor do imposto sobre o salário ( $\lambda$ ) foi retirado de Ulyssea e Reis (2006), enquanto que o valor do imposto sobre a produção ( $\tau$ ) foi obtido a partir de resultados de Fernandes, Gremaud e Narita (2004).

A taxa de depreciação ( $\delta$ ) e o custo por procurar emprego ( $c$ ) foram definidos como zero por simplificar as simulações. A função de produção do setor formal tem o

formato típico da literatura. Por fim, a probabilidade de um desempregado conseguir um emprego formal ( $h(\theta_f)$ ) foi definida de forma que seja menor do que a probabilidade de um trabalhador encontrar um emprego formal ( $\theta_f q(\theta_f)$ ), já que o primeiro considera apenas trabalhadores desempregados e o último todos os trabalhadores que procuram empregos formais.

A partir desta parametrização base, foram testadas funções de *matching* com os valores 0,3, 0,5 e 0,7 para  $D$  e 0,5, 0,7 e 0,9 para  $\eta$ . Esses valores foram definidos tomando como base artigos que fizeram exercícios de simulação como, por exemplo, Boeri e Garibaldi (2005) e Ulyssea (2008). Na tabela 2 estão expostos os resultados encontrados.

TABELA 2 – Definição da função de *matching*.

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
	$D = 0,3;$ $\eta = 0,5.$	$D = 0,3;$ $\eta = 0,7.$	$D = 0,3;$ $\eta = 0,9.$	$D = 0,5;$ $\eta = 0,5.$	$D = 0,5;$ $\eta = 0,7.$	$D = 0,5;$ $\eta = 0,9.$	$D = 0,7;$ $\eta = 0,5.$	$D = 0,7;$ $\eta = 0,7.$	$D = 0,7;$ $\eta = 0,9.$
$u$ (%)	15,90	11,85	9,79	9,61	6,12	4,49	5,47	2,89	1,66
$i$ (%)	30,90	26,85	24,79	24,61	21,12	19,49	20,47	17,89	16,66
$k$	6,24	6,27	6,23	6,40	6,57	6,60	5,92	6,06	6,12
$w_f$	0,37	0,55	0,74	0,61	0,78	0,95	0,69	0,82	0,96
$w_i$	0,12	0,09	0,08	0,15	0,11	0,08	0,06	0,00	-0,05
$\theta_f$	0,31	0,46	0,58	0,34	0,49	0,61	0,38	0,51	0,63
$\theta_i$	0,46	0,58	0,70	0,34	0,47	0,58	0,26	0,41	0,51

De acordo com dados da PNAD de 2009, se consideramos como trabalhadores informais apenas aqueles sem carteira de trabalho assinada, cerca de 20,3% e de 8,3% da população economicamente ativa (PEA) estão no setor informal e desempregados, respectivamente. Apenas baseado nessas informações, temos cinco principais candidatos para melhor especificação da função de *matching*, quais sejam, as especificações de (3) a (7) (ver tabela 2). Elas têm tanto a taxa de informalidade quanto a taxa de desemprego dentro de um intervalo que considera 5 pontos percentuais para mais e para menos em relação aos valores da PNAD. A partir dessa mesma fonte, foi possível calcular o rendimento médio dos trabalhadores formais e informais. Os primeiros recebiam, em média, R\$ 1.059,00

em 2009, enquanto os últimos recebiam, em média, R\$ 575,00 nesse mesmo ano. Portanto, a razão entre os rendimentos médios formal e informal era de 1,8. Das especificações citadas acima, as duas que mais se aproximam a esse valor são a (1), com uma razão entre salários formal e informal de aproximadamente 3, e a (4), com uma razão de aproximadamente 4. Dessa forma, como apenas a especificação (4) teve bons resultados nos dois quesitos analisados, ela é a melhor especificação da função de *matching* para o Brasil.

Assim, é possível notar que o modelo desenvolvido consegue, de certa forma, replicar características observadas do mercado de trabalho brasileiro. Por isso, ele pode ser utilizado para examinar os impactos de políticas públicas como, por exemplo, aumentos de impostos ou do seguro-desemprego. Entretanto, por não ser o foco desse estudo, esse tipo de análise não será realizada.

## 5 CONCLUSÕES

A atividade econômica informal é um problema que atinge boa parte das economias mundiais. Em especial, países em desenvolvimento tentam lidar com esse aspecto de diversas maneiras dado o tamanho significativo desse setor. Por esse motivo, o principal objetivo desse trabalho foi desenvolver um modelo de *matching* que possa ser utilizado como ponto de partida para a elaboração de políticas que visem inibir a participação do setor informal no mercado de trabalho.

O modelo proposto foi elaborado a partir de Pissarides (2000), mas com a introdução do setor informal. Algumas hipóteses são importantes para o desenvolvimento desse modelo. Primeiro, *ex post*, as firmas formais são mais produtivas do que as firmas informais. Além disso, os trabalhadores além de serem homogêneos, neutros ao risco e não poderem exercer mais de uma atividade ao mesmo tempo, preferem trabalhar no setor formal, ou seja, somente procuram emprego no setor informal caso não o encontre no setor formal. Por fim, como um dos principais motivos da atividade econômica informal é a evasão fiscal, os impostos recaem apenas sobre os agentes formais e os agentes informais sofrem penalidades caso sejam descobertos na informalidade.

A partir desse modelo é possível encontrar algumas relações interessantes. Primeiro, a taxa de desemprego possui uma relação direta com as taxas de destruição do setor formal e informal, com a probabilidade de a firma informal ser descoberta e com a probabilidade de um desempregado conseguir um emprego formal. Por outro lado, essa mesma taxa é inversamente proporcional à taxa com que um trabalhador desempregado que não encontrou emprego no setor formal o encontra no setor informal. Já a taxa que um trabalhador que busca emprego no setor formal o encontra possui uma relação ambígua com a taxa de desemprego. Por esse motivo, também existe uma relação ambígua entre taxa de desemprego e taxa de informalidade.

Em relação aos salários, os resultados sugerem que o salário formal é diretamente proporcional ao poder de barganha do trabalhador formal e inversamente proporcional ao seguro-desemprego. No caso dos salários informais, existe uma relação direta entre eles e o poder de barganha do trabalhador informal. Do mesmo modo, também há uma relação direta entre essa variável e a

probabilidade de a firma informal ser descoberta na informalidade. No entanto, o seguro-desemprego impacta negativamente o salário do setor informal. Por fim, a relação entre os salários formais e informais é diretamente proporcional caso se analise a equação de determinação do salário formal, mas, ao se analisar a equação de determinação do salário informal, essa relação se inverte.

Também foi realizado um exercício de simulação com a intenção de encontrar uma função de *matching* que pudesse replicar algumas características chave do mercado de trabalho brasileiro. O modelo foi parametrizado principalmente a partir de dados brasileiros e chegou-se numa função de *matching* Cobb-Douglas com a elasticidade da vacância igual a 0,5 e o parâmetro que multiplica a região não linear também igual a 0,5. Dentre as funções testadas, essa foi a que melhor reproduziu os valores das taxas de desemprego e informalidade e da relação entre salários formais e informais.

Portanto, os objetivos propostos por esse estudo foram atingidos. Cabe ressaltar a importância do modelo para avaliações prévias de políticas que visem a redução do setor informal, já que, como pôde ser visto nos exercícios de simulação, o modelo utilizando a função de *matching* adequada replica de forma satisfatória características importantes do mercado de trabalho brasileiro.

## REFERÊNCIAS

ALBRECHT, J; NAVARRO, L; VROMAN, S. The Effects of Labour Market Policies in an Economy with an Informal Sector. *Economic Journal*, v. 119, n. 539, p. 1105-1129, July 2009.

AMADEO, E.; GILL, I.S.; NERI, M.C. *Brazil: the Pressure Points in Labor Legislation*. Escola de Pós-Graduação em Economia, Fundação Getúlio Vargas, 2000. (Ensaio Econômico, n. 395).

AMARAL, P. S.; QUINTIN, E. A Competitive Model of the Informal Sector. *Journal of Monetary Economics*, v. 53, n. 7, p. 1541-1553, Oct. 2006.

ARAUJO, R. A.; LOUREIRO, P. R.; SOUZA, N. A. *An Empirical Evaluation of an Evolutionary Game Theory Model of the Labor Market*. 2011. (MPRA paper, n. 30408).

ARAUJO, R. A.; SOUZA, N. A. An Evolutionary Game Theory to the Dynamics of the Labour Market: A Formal and Informal Perspective. *Structural Change and Economic Dynamics*, v. 21, n. 2, p. 101-110, May 2010.

BADAOUI, E.; STROBL, E.; WALSH, F. *An Equilibrium Search Model of the Informal Sector*. Centre for Economic Research, School of Economics, University College Dublin, 2006. (Working Paper, n. 200629).

BLANCHARD, O.; DIAMOND, P. *The Flow Approach to Labor Markets*. National Bureau of Economic Research (NBER), 1992. (Working Paper, n. 4000).

BOERI, T.; GARIBALDI, P. *Shadow Activity and Unemployment in a Depressed Labor Market*. Centre for Economic Policy Research (CEPR), 2002. (Discussion Paper, n. 3433).

\_\_\_\_\_. Shadow Sorting. In: Frenkel, J.; Pissarides, C. (eds.), *NBER International Seminar on Macroeconomics 2005*. MIT Press, 2005.

BOUEV, M. *Official Regulations and the Shadow Economy: A Labour Market Approach*. William Davidson Institute, 2002. (Working Paper, n. 524).

\_\_\_\_\_. State Regulations, *Job Search and Wage Bargaining: a Study in the Economics of the Informal Sector*. William Davidson Institute, 2005. (Working Paper, n. 764).

CAHUC, P.; POSTEL-VINAY, F.; ROBIN, J.-M. Wage Bargaining with on-the-job Search: Theory and Evidence. *Econometrica*, v. 74, n. 2, p. 323–364, mar. 2006.

CORSEUIL, C. H.; RIBEIRO, E. P.; SANTOS, D. D.; DIAS, R. *Criação, Destruição e Realocação do Emprego no Brasil*. Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (IPEA), 2002. (Texto para Discussão, n. 855).

DE PAULA, A.; SCHEINKMAN, J. A. *The Informal Sector: An Equilibrium Model and Some Empirical Evidence from Brazil*. Penn Institute for Economic Research, Department of Economics, University of Pennsylvania, 2009. (Working Paper, n. 10-024).

DESSY, S.; PALLAGE, S. Taxes, Inequality and the Size of the Informal Sector. *Journal of Development Economics*, v. 70, n. 1, p. 225-233, feb. 2003.

DIAMOND, P. Wage Determination and Efficiency in Search Equilibrium. *The Review of Economic Studies*, v. 49, n. 2, p. 217-227, apr. 1982a.

\_\_\_\_\_. Aggregate Demand Management in Search Equilibrium. *The Journal of Political Economy*, v. 90, n. 5, p. 881-894, oct. 1982b.

DOLADO, J.; JANSEN, M.; JIMENO, J. *A Matching Model of Crowding-Out and On-the-Job Search (with an Application to Spain)*. Institute for the Study of Labor (IZA), 2002. (Discussion Paper, n. 612).

FAJNZYLBER, P.; MALONEY, W. F.; MONTES-ROJAS, G. V. *Does Formality Improve Microfirm Performance? Quasi-experimental Evidence from the Brazilian SIMPLES Program*. Institute for the Study of Labor (IZA), 2009. (Discussion Paper, n. 4531).

FERNANDES, R.; GREMAUD, A. P.; NARITA, R. T. Estrutura Tributária e Formalização da Economia: Simulando Diferentes Alternativas para o Brasil. In: XXIX Encontro da Sociedade Brasileira de Econometria (SBE), 2004, João Pessoa. Anais do XXVI Encontro Brasileiro de Econometria (SBE), 2004.

FUGAZZA, M.; JACQUES, J. Labor Market Institutions, Taxation and the Underground Economy. *Journal of Public Economics*, v. 88, n. 1-2, p. 395-418, jan. 2004.

HECKMAN, J.; PAGÉS, C. The Cost of Job Security Regulation: Evidence from Latin American Labor Markets. Inter-American Development Bank, Research Department, 2000. (Working Paper, n. 430).

HOEK, J. *Labor Market Institutions and Restructuring: Evidence from Regulated and Unregulated Labor Markets in Brazil*. William Davidson Institute, 2002. (Working Paper, n. 484).

KINGMAN, J. F. C. *Poisson Processes*. New York: Oxford University Press, 1993.

LA PORTA, R.; SHLEIFER, A. The Unofficial Economy and Economic Development. *Brookings Papers on Economic Activity*, v. 39, n. 2, p. 275-363, 2008.

LISI, G. Entrepreneurship, On-the-job Search and Informal Jobs. *Journal of the New Economic Association*, n. 9, p. 33-46, 2011.

LISI, G.; PUGNO, M. The Underground Economy in a Matching Model of Endogenous Growth. 2011. (MPRA Paper, n. 31312).

LOAYZA, N. *The Economics of the Informal Sector: a Simple Model and Some Empirical Evidence from Latin America*. World Bank, Policy Research Department, 1997. (Working Paper, n. 1727).

MAAREK, P. Labor share, Informal sector and Development. Apr. 2009. Disponível em: <<http://www.idep-fr.org/IMG/pdf/Maarek.pdf>>. Acesso em: 26 de jan. 2012.

MALONEY, W. F. Informality Revisited. *World Development*, v. 32, n. 7, p. 1159-1178, july 2004.

MATTOS, E.; OGURA, L. M. Skill Differentiation between Formal and Informal Employment. *Journal of Economic Studies*, v. 36, n. 5, p. 461-480, 2009.



MENEZES FILHO, N.; MENDES, N.; ALMEIDA, E. O Diferencial de Salários Formal- Informal no Brasil: Segmentação ou Viés de Seleção? *Revista Brasileira de Economia*, v. 58, n. 2, p. 235-248, abr./jun. 2004.

MONTEIRO, J.; ASSUNÇÃO, J. Outgrowing the Shadows: Estimating the Impact of Bureaucratic Simplification and Tax Cuts on Informality and Investment. Pontifical Catholic University, Department of Economics, Rio de Janeiro, Brazil, 2006.

MORTENSEN, D. T. The Matching Process as a Noncooperative Bargaining Game. In: McCall, J.J. (ed.), *The Economics of Information and Uncertainty*. Chicago: University of Chicago Press, 1982. p. 233-254.

MORTENSEN, D. T.; PISSARIDES, C. A. Job Creation and Job Destruction in the Theory of Unemployment. *Review of Economic Studies*, v. 61, n. 3, p. 397-415, 1994.

\_\_\_\_\_. *New Developments in Models of Search in the Labor Market*. Centre for Economic Policy Research (CEPR), 1999. (Discussion Paper, n. 2053).

NASH, J. F. The Bargaining Problem. *Econometrica*, v. 18, n. 2, p. 155-162, apr. 1950.

NERI, M. C. Decent Work and the Informal Sector in Brazil. *EPGE, Ensaios Econômicos*, n. 461, 2002.

PETRONGOLO, B.; PISSARIDES, C. A. Looking into the Black Box: a Survey of the Matching Function. *Journal of Economic Literature*, v. 39, n. 2, p. 390-431, june 2001.

PISSARIDES, C. A. Short-Run Equilibrium Dynamics of Unemployment, Vacancies, and Real Wages. *The American Economic Review*, v. 75, n. 4, p. 676-690, sep. 1985.

\_\_\_\_\_. *Equilibrium Unemployment Theory*. 2nd ed. Cambridge, MA: MIT Press, 2000.

SCHNEIDER, F.; ENSTE, H. Shadow Economies: Size, Causes and Consequences. *Journal of Economic Literature*, v. 38, n. 1, p. 77-114, mar. 2000.

SHAPIRO, C.; STIGLITZ, J. E. Equilibrium Unemployment as a Worker Discipline Device. *The American Economic Review*, v. 74, n. 3, p. 433-444, june 1984.

SHIMER, R.; SMITH, L. Matching, Search, and Heterogeneity. *Advances in Macroeconomics*, v. 1, n. 1, 2001.

TANNURI-PIANTO, M. E.; PIANTO, D. Informal Employment in Brazil — A Choice at the Top and Segmentation at the Bottom: A Quantile Regression Approach. In: XXIV ENCONTRO BRASILEIRO DE ECONOMETRIA, 2., 2002, Nova Friburgo. *Anais do XXIV Encontro Brasileiro de Econometria*, 2002.

ULYSSEA, G. Informalidade no Mercado de Trabalho Brasileiro: uma Resenha da Literatura. *Revista de Economia Política*, v. 26, n. 4, p. 596-618, out./dez. 2006.

\_\_\_\_\_. Instituições e a Informalidade no Mercado de Trabalho. *Estudos Econômicos*, São Paulo, v. 38, n. 3, p. 525-556, jul./set. 2008.

ULYSSEA, G.; REIS, M. C. *Imposto sobre Trabalho e seu Impacto nos Setores Formal e Informal*. Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (IPEA), 2006. (Texto para Discussão, n. 1.218).

YASHIV, E. The Determinants of Equilibrium Unemployment. *American Economic Review*, v. 90, n. 5, p. 1297-1322, dec. 2000.

**APÊNDICE A – Relação entre taxa de desemprego e taxa com que um trabalhador que busca emprego formal o consegue**

Derivando a equação (7) em relação a  $\theta_f q(\theta_f)$ , tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial \theta_f q(\theta_f)} &= \\ &= \frac{s_f [\theta_f q(\theta_f) + s_f] \{s_i + \rho + \theta_f q(\theta_f) + [1 - h(\theta_f)] \theta_i q(\theta_i)\}}{\{[\theta_f q(\theta_f) + s_f] \{s_i + \rho + \theta_f q(\theta_f) + [1 - h(\theta_f)] \theta_i q(\theta_i)\}\}^2} \\ &= \frac{\{s_i + \rho + \theta_f q(\theta_f) + [1 - h(\theta_f)] \theta_i q(\theta_i)\} + [\theta_f q(\theta_f) + s_f] s_f [s_i + \rho + \theta_f q(\theta_f)]}{\{[\theta_f q(\theta_f) + s_f] \{s_i + \rho + \theta_f q(\theta_f) + [1 - h(\theta_f)] \theta_i q(\theta_i)\}\}^2} \end{aligned}$$

Como o interesse é avaliar se há uma relação direta ou inversa entre as duas variáveis e o denominador é positivo, a partir de agora serão demonstrados apenas os cálculos do numerador, que será chamado de  $N$ . Assim,

$$\begin{aligned} N &= s_f [\theta_f q(\theta_f) + s_f] [s_i + \rho + \theta_f q(\theta_f)] + s_f [\theta_f q(\theta_f) + s_f] [1 - h(\theta_f)] \theta_i q(\theta_i) \\ &\quad - s_f [s_i + \rho + \theta_f q(\theta_f)] \{s_i + \rho + \theta_f q(\theta_f) + [1 - h(\theta_f)] \theta_i q(\theta_i)\} \\ &\quad - s_f [s_i + \rho + \theta_f q(\theta_f)] [\theta_f q(\theta_f) + s_f] \Rightarrow \\ \Rightarrow N &= s_f [\theta_f q(\theta_f) + s_f] [1 - h(\theta_f)] \theta_i q(\theta_i) \\ &\quad - s_f [s_i + \rho + \theta_f q(\theta_f)] \{s_i + \rho + \theta_f q(\theta_f) + [1 - h(\theta_f)] \theta_i q(\theta_i)\} \Rightarrow \\ \Rightarrow N &= s_f \{ [\theta_f q(\theta_f) + s_f] [1 - h(\theta_f)] \theta_i q(\theta_i) \\ &\quad - [s_i + \rho + \theta_f q(\theta_f)] \{s_i + \rho + \theta_f q(\theta_f) + [1 - h(\theta_f)] \theta_i q(\theta_i)\} \} \end{aligned}$$

Portanto, como  $s_f$  é positivo, se  $[\theta_f q(\theta_f) + s_f] [1 - h(\theta_f)] \theta_i q(\theta_i) > [s_i + \rho + \theta_f q(\theta_f)] \{s_i + \rho + \theta_f q(\theta_f) + [1 - h(\theta_f)] \theta_i q(\theta_i)\}$ , então  $\frac{\partial u}{\partial \theta_f q(\theta_f)} > 0$ ; caso  $[\theta_f q(\theta_f) + s_f] [1 - h(\theta_f)] \theta_i q(\theta_i) < [s_i + \rho + \theta_f q(\theta_f)] \{s_i + \rho + \theta_f q(\theta_f) + [1 - h(\theta_f)] \theta_i q(\theta_i)\}$ , então  $\frac{\partial u}{\partial \theta_f q(\theta_f)} < 0$ .

## APÊNDICE B – Derivação da equação do salário formal (equação 22)

Das equações (17) e (18), temos respectivamente:

$$E_f = \frac{(1 - \lambda)w_f + s_f(U + b)}{r + s_f}$$

$$E_i = \frac{w_i + (s_i + \rho)U + \theta_f q(\theta_f)E_f}{r + s_i + \rho + \theta_f q(\theta_f)}$$

Substituindo  $E_f$  em  $E_i$ ,

$$E_i = \frac{w_i + (s_i + \rho)U + \theta_f q(\theta_f) \left[ \frac{(1 - \lambda)w_f + s_f(U + b)}{r + s_f} \right]}{r + s_i + \rho + \theta_f q(\theta_f)}$$

Da equação (19), obtém-se:

$$U = \frac{-c + h(\theta_f) \left[ \frac{(1 - \lambda)w_f + s_f(U + b)}{r + s_f} \right]}{r + h(\theta_f) + \theta_i q(\theta_i)}$$

$$+ \frac{\theta_i q(\theta_i) \frac{w_i + (s_i + \rho)U + \theta_f q(\theta_f) \left[ \frac{(1 - \lambda)w_f + s_f(U + b)}{r + s_f} \right]}{r + s_i + \rho + \theta_f q(\theta_f)}}{r + h(\theta_f) + \theta_i q(\theta_i)}$$

Como forma de facilitar os cálculos, chamemos:

$$A = r + h(\theta_f) + \theta_i q(\theta_i)$$

$$B = r + s_f$$

$$\Gamma = r + s_i + \rho + \theta_f q(\theta_f)$$

Assim,

$$AU = \frac{-B\Gamma c + \Gamma h(\theta_f)[(1 - \lambda)w_f + s_f(U + b)]}{B\Gamma} + \frac{\theta_i q(\theta_i)\{B[w_i + (s_i + \rho)U] + \theta_f q(\theta_f)[(1 - \lambda)w_f + s_f(U + b)]\}}{B\Gamma} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow U[AB\Gamma - \Gamma h(\theta_f)s_f - \theta_i q(\theta_i)B(s_i + \rho) - \theta_i q(\theta_i)\theta_f q(\theta_f)s_f] =$$

$$= -B\Gamma c + \Gamma h(\theta_f)[(1 - \lambda)w_f + s_f b]$$

$$+ \theta_i q(\theta_i)\{Bw_i + \theta_f q(\theta_f)[(1 - \lambda)w_f + s_f b]\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow U = \frac{-B\Gamma c + \Gamma h(\theta_f)[(1 - \lambda)w_f + s_f b] + \theta_i q(\theta_i)\{Bw_i + \theta_f q(\theta_f)[(1 - \lambda)w_f + s_f b]\}}{AB\Gamma - \Gamma h(\theta_f)s_f - \theta_i q(\theta_i)B(s_i + \rho) - \theta_i q(\theta_i)\theta_f q(\theta_f)s_f} \Rightarrow$$

Substituindo  $U$  na expressão de  $E_f$ ,

$$E_f = \frac{(1 - \lambda)w_f + s_f b}{B} + \frac{s_f \left\{ -B\Gamma c + \Gamma h(\theta_f) [(1 - \lambda)w_f + s_f b] + \theta_i q(\theta_i) \{ Bw_i + \theta_f q(\theta_f) [(1 - \lambda)w_f + s_f b] \} \right\}}{B \left\{ AB\Gamma - \Gamma h(\theta_f) s_f - \theta_i q(\theta_i) B(s_i + \rho) - \theta_i q(\theta_i) \theta_f q(\theta_f) s_f \right\}}$$

Chamando  $\Delta = B[AB\Gamma - \Gamma h(\theta_f) s_f - \theta_i q(\theta_i) B(s_i + \rho) - \theta_i q(\theta_i) \theta_f q(\theta_f) s_f]$ :

$$E_f = \frac{[(1 - \lambda)w_f + s_f b] [AB\Gamma - \Gamma h(\theta_f) s_f - \theta_i q(\theta_i) B(s_i + \rho) - \theta_i q(\theta_i) \theta_f q(\theta_f) s_f]}{\Delta} + \frac{s_f \left\{ -B\Gamma c + \Gamma h(\theta_f) [(1 - \lambda)w_f + s_f b] + \theta_i q(\theta_i) \{ Bw_i + \theta_f q(\theta_f) [(1 - \lambda)w_f + s_f b] \} \right\}}{\Delta}$$

Subtraindo  $U$  dos dois lados da equação, temos:

$$E_f - U = \frac{[(1 - \lambda)w_f + s_f b] [AB\Gamma - \Gamma h(\theta_f) s_f - \theta_i q(\theta_i) B(s_i + \rho) - \theta_i q(\theta_i) \theta_f q(\theta_f) s_f]}{\Delta} + \frac{s_f \left\{ -B\Gamma c + \Gamma h(\theta_f) [(1 - \lambda)w_f + s_f b] + \theta_i q(\theta_i) \{ Bw_i + \theta_f q(\theta_f) [(1 - \lambda)w_f + s_f b] \} \right\}}{\Delta} - \frac{B \left\{ -B\Gamma c + \Gamma h(\theta_f) [(1 - \lambda)w_f + s_f b] + \theta_i q(\theta_i) \{ Bw_i + \theta_f q(\theta_f) [(1 - \lambda)w_f + s_f b] \} \right\}}{\Delta}$$

Substituindo as expressões para  $A$ ,  $B$  e  $\Gamma$  e utilizando a propriedade distributiva da multiplicação, diversos termos se cancelam e  $E_f - U$  toma a seguinte forma:

$$E_f - U = \frac{[(1 - \lambda)w_f + s_f b] \{ [r + \theta_i q(\theta_i)] B\Gamma - \theta_i q(\theta_i) B(s_i + \rho) - \theta_i q(\theta_i) \theta_f q(\theta_f) s_f \}}{\Delta} - \frac{r \left\{ -B\Gamma c + \theta_i q(\theta_i) \{ Bw_i + \theta_f q(\theta_f) [(1 - \lambda)w_f + s_f b] \} \right\}}{\Delta}$$

Para simplificar, chamaremos  $\Theta = [r + \theta_i q(\theta_i)] B\Gamma - \theta_i q(\theta_i) B(s_i + \rho) - \theta_i q(\theta_i) \theta_f q(\theta_f) s_f$ . Além disso, pelas equações (10) e (20), facilmente chega-se em:

$$E_f - U = \frac{\alpha \gamma_f}{(1 - \alpha) q(\theta_f)}$$

Igualando as duas expressões anteriores:

$$\begin{aligned} \frac{\alpha\gamma_f}{(1-\alpha)q(\theta_f)} &= \frac{[(1-\lambda)w_f + s_f b]\Theta}{\Delta} \\ &\quad - \frac{r\{-B\Gamma c + \theta_i q(\theta_i)\{Bw_i + \theta_f q(\theta_f)[(1-\lambda)w_f + s_f b]\}\}}{\Delta} \Rightarrow \\ \Rightarrow w_f \{ &(1-\lambda)[\Theta - r\theta_i q(\theta_i)\theta_f q(\theta_f)]\} \\ &= \frac{\alpha\gamma_f \Delta}{(1-\alpha)q(\theta_f)} - s_f b\Theta + r\{-B\Gamma c + \theta_i q(\theta_i)[Bw_i + \theta_f q(\theta_f)s_f b]\} \end{aligned}$$

Chamando  $Z = (1-\lambda)[\Theta - r\theta_i q(\theta_i)\theta_f q(\theta_f)]$ , temos:

$$w_f = \frac{\alpha\gamma_f \Delta}{(1-\alpha)q(\theta_f)Z} - \frac{s_f b\Theta}{Z} + \frac{r}{Z}\{-B\Gamma c + \theta_i q(\theta_i)[Bw_i + \theta_f q(\theta_f)s_f b]\}$$

Cabe ressaltar que a divergência entre as expressões de  $\Delta$ ,  $Z$  e  $\Theta$  deste apêndice e do capítulo 3 se deve apenas a simplificações algébricas.

### APÊNDICE C – Relação entre salário formal e salário informal, poder de barganha do trabalhador formal e seguro-desemprego

Primeiramente, será analisada a relação entre salário formal e salário informal. Derivando a equação (22) em relação a  $w_i$ , temos:

$$\frac{\partial w_f}{\partial w_i} = \frac{rB\theta_i q(\theta_i)}{Z}$$

Como todos os termos dessa equação são positivos,  $\frac{\partial w_f}{\partial w_i} > 0$ , ou seja, um aumento em  $w_i$  leva a um aumento em  $w_f$ .

Derivando, agora, a equação (22) em relação ao poder de barganha do trabalhador formal, obtém-se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial w_f}{\partial \alpha} &= \frac{\gamma_f \Delta (1 - \alpha) q(\theta_f) Z - [-q(\theta_f) Z \alpha \gamma_f \Delta]}{[(1 - \alpha) q(\theta_f) Z]^2} = \\ &= \frac{\gamma_f \Delta q(\theta_f) Z - \alpha \gamma_f \Delta q(\theta_f) Z + \alpha \gamma_f \Delta q(\theta_f) Z}{[(1 - \alpha) q(\theta_f) Z]^2} = \\ &= \frac{\gamma_f \Delta q(\theta_f) Z}{[(1 - \alpha) q(\theta_f) Z]^2} \end{aligned}$$

Como tanto o numerador quanto o denominador são positivos,  $\frac{\partial w_f}{\partial \alpha} > 0$  e existe uma relação direta entre  $w_f$  e  $\alpha$ .

Por fim, para se analisar a relação entre o salário formal e o seguro-desemprego, deriva-se a equação (22) em relação a  $b$ . Assim, tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial w_f}{\partial b} &= -\frac{s_f \Theta}{Z} + \frac{r\theta_i q(\theta_i) \theta_f q(\theta_f) s_f}{Z} = \\ &= \frac{s_f}{Z} \{-rB[\Gamma + \theta_i q(\theta_i)] - r\theta_i q(\theta_i) \theta_f q(\theta_f) + r\theta_i q(\theta_i) \theta_f q(\theta_f)\} = \\ &= \frac{-s_f rB[\Gamma + \theta_i q(\theta_i)]}{Z} \end{aligned}$$

Ou seja,  $\frac{\partial w_f}{\partial b} < 0$  e  $w_f$  e  $b$  são inversamente proporcionais.

### APÊNDICE D – Derivação da equação do salário informal (equação 25)

Partindo da equação de  $E_i$  encontrada no apêndice B, subtrai-se  $U$  dos dois lados dessa equação. Assim,

$$\begin{aligned} E_i - U &= \frac{B[w_i + (s_i + \rho)U] + \theta_f q(\theta_f)[(1 - \lambda)w_f + s_f(U + b)]}{B\Gamma} - U = \\ &= \frac{B[w_i + (s_i + \rho)U] + \theta_f q(\theta_f)[(1 - \lambda)w_f + s_f(U + b)] - B\Gamma U}{B\Gamma} = \\ &= \frac{Bw_i + \theta_f q(\theta_f)[(1 - \lambda)w_f + s_f b] + U[\theta_f q(\theta_f)s_f + B(s_i + \rho) - B\Gamma]}{B\Gamma} \end{aligned}$$

Substituindo a expressão encontrada para  $U$  no apêndice B, temos:

$$\begin{aligned} E_i - U &= \frac{Bw_i + \theta_f q(\theta_f)[(1 - \lambda)w_f + s_f b]}{B\Gamma} \\ &\quad + \frac{[\theta_f q(\theta_f)s_f + B(s_i + \rho) - B\Gamma]}{\Gamma\Delta} \left\{ -B\Gamma c + \Gamma h(\theta_f)[(1 - \lambda)w_f + s_f b] \right. \\ &\quad \left. + \theta_i q(\theta_i)\{Bw_i + \theta_f q(\theta_f)[(1 - \lambda)w_f + s_f b]\} \right\} = \\ &= \frac{\Delta Bw_i + \Delta\theta_f q(\theta_f)[(1 - \lambda)w_f + s_f b]}{B\Gamma\Delta} \\ &\quad + \frac{B[\theta_f q(\theta_f)s_f + B(s_i + \rho) - B\Gamma]}{B\Gamma\Delta} \left\{ -B\Gamma c + \Gamma h(\theta_f)[(1 - \lambda)w_f + s_f b] \right. \\ &\quad \left. + \theta_i q(\theta_i)\{Bw_i + \theta_f q(\theta_f)[(1 - \lambda)w_f + s_f b]\} \right\} \end{aligned}$$

Pelas equações (11) e (23), facilmente chega-se em:

$$E_f - U = \frac{\beta\gamma_i}{(1 - \beta)q(\theta_i)}$$

Além disso, chamaremos  $\Psi = B[\theta_f q(\theta_f)s_f + B(s_i + \rho) - B\Gamma]$  para simplificar os cálculos. Dessa forma,

$$\begin{aligned} &\Delta Bw_i + \Delta\theta_f q(\theta_f)[(1 - \lambda)w_f + s_f b] \\ &\quad + \Psi \left\{ -B\Gamma c + \Gamma h(\theta_f)[(1 - \lambda)w_f + s_f b] \right. \\ &\quad \left. + \theta_i q(\theta_i)\{Bw_i + \theta_f q(\theta_f)[(1 - \lambda)w_f + s_f b]\} \right\} = \frac{\beta\gamma_i B\Gamma\Delta}{(1 - \beta)q(\theta_i)} \Rightarrow \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
&\Rightarrow w_i B[\Delta + \Psi\theta_i q(\theta_i)] - \Psi B\Gamma c \\
&\quad + [(1 - \lambda)w_f + s_f b][\Delta\theta_f q(\theta_f) + \Psi\Gamma h(\theta_f) + \Psi\theta_i q(\theta_i)\theta_f q(\theta_f)] \\
&\quad = \frac{\beta\gamma_i B\Gamma\Delta}{(1 - \beta)q(\theta_i)} \Rightarrow \\
\Rightarrow w_i &= \frac{\beta\gamma_i B\Gamma\Delta}{(1 - \beta)q(\theta_i)B[\Delta + \Psi\theta_i q(\theta_i)]} + \frac{\Psi B\Gamma c}{B[\Delta + \Psi\theta_i q(\theta_i)]} \\
&\quad - \frac{[(1 - \lambda)w_f + s_f b][\Delta\theta_f q(\theta_f) + \Psi\Gamma h(\theta_f) + \Psi\theta_i q(\theta_i)\theta_f q(\theta_f)]}{B[\Delta + \Psi\theta_i q(\theta_i)]}
\end{aligned}$$

Algumas simplificações podem ser feitas nessa equação. Primeiro, podemos escrever a expressão para  $\Psi$  de uma melhor forma:

$$\begin{aligned}
&B[\theta_f q(\theta_f)s_f + B(s_i + \rho) - B\Gamma] = \\
&= (r + s_f)\{\theta_f q(\theta_f)s_f + (r + s_f)(s_i + \rho) - (r + s_f)[r + s_i + \rho + \theta_f q(\theta_f)]\} = \\
&= (r + s_f)\{\theta_f q(\theta_f)s_f - (r + s_f)[r + \theta_f q(\theta_f)]\} = \\
&= (r + s_f)\{\theta_f q(\theta_f)s_f - r[r + \theta_f q(\theta_f)] - rs_f - \theta_f q(\theta_f)s_f\} \\
\therefore \Psi &= -r(r + s_f)[r + \theta_f q(\theta_f) + s_f]
\end{aligned}$$

Utilizando a expressões de  $B$ ,  $\Gamma$  e  $\Delta$  do capítulo 3 e a expressão de  $\Psi$  deste apêndice, temos:

$$\begin{aligned}
\Delta + \Psi\theta_i q(\theta_i) &= r(r + s_f)\{\Gamma[r + s_f + h(\theta_f)] + \theta_i q(\theta_i)[r + s_f + \theta_f q(\theta_f)]\} \\
&\quad - r(r + s_f)[r + \theta_f q(\theta_f) + s_f]\theta_i q(\theta_i) \Rightarrow \\
\Rightarrow \Delta + \Psi\theta_i q(\theta_i) &= r(r + s_f)\Gamma[r + s_f + h(\theta_f)]
\end{aligned}$$

Com o uso desta última expressão, temos:

$$\begin{aligned}
&\Delta\theta_f q(\theta_f) + \Psi\Gamma h(\theta_f) + \Psi\theta_i q(\theta_i)\theta_f q(\theta_f) \\
&\quad = \theta_f q(\theta_f)[\Delta + \Psi\theta_i q(\theta_i)] - r(r + s_f)[r + \theta_f q(\theta_f) + s_f]\Gamma h(\theta_f) = \\
&= \theta_f q(\theta_f)r(r + s_f)\Gamma[r + s_f + h(\theta_f)] - r(r + s_f)[r + \theta_f q(\theta_f) + s_f]\Gamma h(\theta_f) = \\
&= r^2\theta_f q(\theta_f)(r + s_f)\Gamma + r\theta_f q(\theta_f)(r + s_f)\Gamma s_f - r(r + s_f)^2\Gamma h(\theta_f) = \\
&= r(r + s_f)\Gamma\{r\theta_f q(\theta_f) + \theta_f q(\theta_f)s_f - (r + s_f)h(\theta_f)\} = \\
\therefore \Delta\theta_f q(\theta_f) + \Psi\Gamma h(\theta_f) + \Psi\theta_i q(\theta_i)\theta_f q(\theta_f) &= r(r + s_f)^2\Gamma[\theta_f q(\theta_f) - h(\theta_f)]
\end{aligned}$$

Substituindo essas novas expressões em  $w_i$ , temos:

$$\begin{aligned}
w_i &= \frac{\beta\gamma_i B\Gamma\Delta}{(1 - \beta)q(\theta_i)B^2 r\Gamma[B + h(\theta_f)]} - \frac{rB^2\Gamma c[B + \theta_f q(\theta_f)]}{B^2 r\Gamma[B + h(\theta_f)]} \\
&\quad - \frac{[(1 - \lambda)w_f + s_f b]rB^2\Gamma[\theta_f q(\theta_f) - h(\theta_f)]}{B^2 r\Gamma[B + h(\theta_f)]} \Rightarrow
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore w_i = & \frac{\beta\gamma_i\Delta}{(1-\beta)q(\theta_i)rB[B+h(\theta_f)]} - \frac{[B+\theta_fq(\theta_f)]c}{B+h(\theta_f)} \\ & - \frac{[(1-\lambda)w_f+s_fb][\theta_fq(\theta_f)-h(\theta_f)]}{B+h(\theta_f)} \end{aligned}$$

## APÊNDICE E – Relação entre salário informal e salário formal, poder de barganha do trabalhador informal, seguro-desemprego e fiscalização

Primeiramente será analisada a relação entre salário formal e salário informal. Derivando a equação (25) em relação a  $w_f$ , temos:

$$\frac{\partial w_i}{\partial w_f} = - \frac{(1 - \lambda)[\theta_f q(\theta_f) - h(\theta_f)]}{B + h(\theta_f)}$$

Como explicado no capítulo 4, assume-se que  $\theta_f q(\theta_f) > h(\theta_f)$ . Dessa forma,  $\frac{\partial w_i}{\partial w_f} < 0$ , ou seja, o salário informal é inversamente proporcional ao salário formal.

Para se examinar a relação entre salário informal e poder de barganha informal, deriva-se a equação (25) em relação a  $\beta$ . Assim,

$$\begin{aligned} \frac{\partial w_i}{\partial \beta} &= \frac{\gamma_i \Delta (1 - \beta) q(\theta_i) r B [B + h(\theta_f)] - \{-q(\theta_i) r B [B + h(\theta_f)] \beta \gamma_i \Delta\}}{\{(1 - \beta) q(\theta_i) r B [B + h(\theta_f)]\}^2} = \\ &= \frac{\gamma_i \Delta r B [B + h(\theta_f)] q(\theta_i) (1 - \beta + \beta)}{\{(1 - \beta) q(\theta_i) r B [B + h(\theta_f)]\}^2} = \\ &= \frac{\gamma_i \Delta r B [B + h(\theta_f)] q(\theta_i)}{\{(1 - \beta) q(\theta_i) r B [B + h(\theta_f)]\}^2} \end{aligned}$$

Como tanto o numerado quanto o denominador são positivos,  $\frac{\partial w_i}{\partial \beta} > 0$  e, por isso, há uma relação direta entre salário informal e poder de barganha do trabalhador informal.

Examinando a relação entre  $w_i$  e seguro-desemprego temos:

$$\frac{\partial w_i}{\partial b} = - \frac{s_f [\theta_f q(\theta_f) - h(\theta_f)]}{B + h(\theta_f)}$$

Ou seja,  $\frac{\partial w_i}{\partial b} < 0$  e a relação entre salário informal e seguro-desemprego é inversa.

Por fim, é possível investigar os impactos de um aumento na fiscalização do setor informal, ou seja, na probabilidade de a firma informal ser descoberta. Inicialmente, cabe notar que, pela equação (25),  $\rho$  somente está presente na expressão de  $\Delta$ . Por isso, primeiro será feita a derivada de  $\Delta$  em relação a  $\rho$ . Então,

$$\frac{\partial \Delta}{\partial \rho} = r B [B + h(\theta_f)]$$

Utilizando disto, agora  $w_i$  será derivado em relação a  $\rho$ . Assim, temos:

$$\frac{\partial w_i}{\partial \rho} = \frac{\beta \gamma_i r B [B + h(\theta_f)]}{(1 - \beta) q(\theta_i) r B [B + h(\theta_f)]} = \frac{\beta \gamma_i}{(1 - \beta) q(\theta_i)}$$

Portanto,  $\frac{\partial w_i}{\partial \rho} > 0$  e o salário informal é diretamente proporcional à probabilidade de a firma informal ser descoberta.