

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

ANÁLISE CRÍTICA DE MODELOS DE FADIGA DE  
PLANO CRÍTICO E PROPOSTA DE UMA NOVA MEDIDA  
DE AMPLITUDE DA TENSÃO CISALHANTE

PAULO ARTHUR BATISTA PINHEIRO

ORIENTADOR: FÁBIO COMES DE CASTRO  
CO-ORIENTADOR: JOSÉ ALEXANDER ARAÚJO

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM  
CIÊNCIAS MECÂNICAS

PUBLICAÇÃO: ENM.DM-70A/04

BRASÍLIA/DF: MAIO - 2012.

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

ANÁLISE CRÍTICA DE MODELOS DE FADIGA DE  
PLANO CRÍTICO E PROPOSTA DE UMA NOVA MEDIDA  
DE AMPLITUDE DA TENSÃO CISALHANTE

PAULO ARTHUR BATISTA PINHEIRO

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO  
DE ENGENHARIA MECÂNICA DA FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA, COMO PARTE DOS REQUISITOS  
NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CI-  
ÊNCIAS MECÂNICAS.

APROVADA POR:

---

Prof. Fábio Comes de Castro, DSc. (ENM–UnB)  
(Orientador)

---

Prof. Edgar Nobuo Mamiya, DSc. (ENM–UnB)  
(Examinador Interno)

---

Prof. Jorge Luiz de Almeida Ferreira, D.Sc. (ENM–UnB)  
(Examinador Interno)

---

Prof. Lucival Malcher, DSc. (UnB/Gama)  
(Examinador Externo)

BRASÍLIA/DF, 09 DE MAIO DE 2012.

## FICHA CATALOGRÁFICA

PINHEIRO, PAULO ARTHUR BATISTA

Análise crítica de modelos de fadiga de plano crítico e proposta de uma nova medida de amplitude da tensão cisalhante.

[Distrito Federal] 2012.

xviii, 86p., 297 mm (ENM/FT/UnB, Mestre, Ciências Mecânicas, 2012).

Dissertação de Mestrado - Universidade de Brasília.

Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Mecânica.

1. Fadiga multiaxial

2. Amplitude da tensão cisalhante

I. ENM/FT/UnB

II. Título (série)

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

PINHEIRO, P.A.B. (2012). Análise crítica de modelos de fadiga de plano crítico e proposta de uma nova medida de amplitude da tensão cisalhante. Dissertação de Mestrado em Ciências Mecânicas, Publicação ENM.DM-70A/04, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília, DF, XXp.

## CESSÃO DE DIREITOS

NOME DO AUTOR: Paulo Arthur Batista Pinheiro.

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO: Análise crítica de modelos de fadiga de plano crítico e proposta de uma nova medida de amplitude da tensão cisalhante.

GRAU / ANO: Mestre / 2012

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

---

Paulo Arthur Batista Pinheiro  
SQN 411 Bloco J Apartamento 201, Asa Norte  
70.866-100 Brasília - DF - Brasil.

# DEDICATÓRIA

À minha família.

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a Deus pela realização de mais um objetivo. Agradeço à minha família que sempre me apoiou e incentivou em todas minhas decisões. Agradeço aos meus pais que são exemplo de dedicação, perseverança e doação aos filhos e sempre me proporcionaram todo o necessário à minha formação. Agradeço também aos meus tios e primos que muitas das vezes me acolheram nos momentos onde eu não pude ter meus pais e irmãos por perto.

Agradeço aos meus grandes amigos Alessandra Taeko Nakazato, Tales Brito Santos, Thiago Vidal Valente e Tulio Humberto Pinheiro Cutrim que foram a minha segunda família na UnB e na França, e dividiram comigo grandes momentos de alegria e dificuldade na faculdade, nas viagens, na língua. Agradeço aos meus amigos de curso e de laboratório: Marcus Sá, Marcio Lima, Luiz Homero, Rodolfo Fleury, Thiago Doca, Alisson Ribeiro, Vinicius Rêgo, Raphael Gonzales, Braitner Lobato, Pedro de Lima Paiva, Marcel Santos, Braulio Gutierrez e Carlos Silva Filho que dividiram comigo todos os sofrimentos e conquistas nessa longa caminhada e também pelos momentos de amizade compartilhada.

Agradeço a uma pessoa em especial que com seu carinho e companheirismo me proporcionou muitos momentos felizes. Obrigado Nicolle.

Agradeço à CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pelo apoio financeiro e à Universidade de Brasília por oferecer as condições que possibilitaram a realização deste trabalho. A todos do Grupo de Mecânica dos Materiais: Prof. Jorge, Prof. Edgar, Prof Cosme e em especial ao Prof. Alex e ao Prof. Fábio que muito ajudaram na minha formação acadêmica e profissional.

## RESUMO

Embora existam inúmeros modelos de fadiga disponíveis na literatura, ainda são necessárias pesquisas para melhorar a capacidade de predição dos mesmos, sobretudo na presença de carregamentos multiaxiais não-proporcionais e tensões médias superpostas. O tempo de processamento de análises de fadiga baseadas em modelos de elementos finitos também é um aspecto que precisa ser aprimorado.

O objetivo deste trabalho é propor uma nova medida de amplitude da tensão cisalhante para modelos de fadiga de plano crítico. Essa medida é calculada a partir dos lados de uma única envoltória retangular associada à trajetória do vetor tensão cisalhante em um plano material. Essa definição é capaz de distinguir trajetórias proporcionais das não-proporcionais. Para avaliar a capacidade de predição da medida proposta, a mesma foi incorporada a um modelo modificado de Findley. A modificação consiste na introdução de um novo parâmetro que quantifica a sensibilidade do material a presença de tensões médias. As predições do modelo foram comparadas com aproximadamente 350 limites de fadiga de diferentes metais, sob vários tipos de carregamentos multiaxiais (fora-de-fase, assíncrono e não-harmônico) e níveis de tensão média superposta. Os erros do modelo ficaram dentro intervalo  $(-39.9, 19.7)\%$ . Verificou-se que a tensão de Mises era superior a tensão do escoamento em aproximadamente 15% dos ensaios. Quando esses ensaios foram excluídos da análise, os erros do modelo passaram a ficar dentro do intervalo  $(-18.2, 19.8)\%$ . O custo computacional da nova medida é significativamente menor que o de outras propostas da literatura, e.g. Menor Circunferência Circunscrita (MCC), tornando viável a utilização de modelos de plano crítico em análises de fadiga baseadas no Método dos Elementos Finitos, mesmo quando a varredura dos planos materiais é realizada com incrementos de rotação pequenos.

## ABSTRACT

Although there are many fatigue models available in the literature, further research is still needed to improve their accuracy, mainly in the presence of non-proportional multiaxial loadings and superimposed mean stresses. The computational time of a finite element-based fatigue analysis also needs to be reduced.

The aim of this work is to propose a new measure of shear stress amplitude for critical plane based fatigue models. Such a measure is defined by means of a unique rectangular hull enclosing the shear stress vector path, and is capable to distinguish a proportional from a non-proportional path. To assess the proposed measure, it was incorporated into a modified Findley model. The modification consists in the introduction of a new parameter which quantifies the material sensitivity to mean stresses. Model's predictions were compared with approximately 350 fatigue limits, generated under different types of multiaxial loadings (out-of-phase, asynchronous and non-harmonic) and levels of superimposed mean stress. Errors were found to lie within the interval  $(-39.9, 19.7)\%$ . An additional analysis was carried out, where tests having Mises equivalent stress greater than the yield stress were excluded. In this case, errors fell within the interval  $(-18.2, 19.8)\%$ . The processing time to compute the proposed measure is significantly faster than the ones of others proposals available in the literature, e.g. Minimum Circumscribed Circle (MCC). This feature allows finite element-based fatigue analyses with critical plane models to be carried out with low computation effort, even when the critical plane search is performed with small rotation increments.

## Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução e Objetivo</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Aspectos básicos sobre fadiga em metais</b>	<b>3</b>
2.1	Breve descrição histórica . . . . .	3
2.2	Metodologia de Projetos em Fadiga . . . . .	4
2.3	Mecanismos de dano por fadiga . . . . .	5
2.3.1	Nucleação de trincas . . . . .	6
2.3.2	Estágios de propagação . . . . .	7
2.4	Descrição de carregamentos uniaxiais cíclicos . . . . .	8
2.5	Abordagem Tensão-Vida . . . . .	9
2.5.1	Curva S-N (ou Wöhler) . . . . .	9
2.5.2	Efeito da Tensão Média . . . . .	11
<b>3</b>	<b>Revisão de Modelos de Fadiga baseados no Conceito de Plano Crítico</b>	<b>13</b>
3.1	Conceitos Preliminares . . . . .	13
3.2	Revisão de Medidas de Amplitude da Tensão Cisalhante . . . . .	16
3.2.1	Método da Maior Corda (LCM) . . . . .	16
3.2.2	Método de Socie (SOC) . . . . .	16
3.2.3	Método da Menor Circunferência Circunscrita (MCC) . . . . .	17
3.2.4	Método da Maior Envoltória Retangular (MRH) . . . . .	17
3.3	Revisão de Modelos de Fadiga baseados no Conceito de Plano Crítico . . . . .	19
3.3.1	Modelo de Findley . . . . .	22
3.3.2	Modelos de Susmel & Lazzarin . . . . .	22
3.3.3	Modelo de Papuga . . . . .	23
<b>4</b>	<b>Proposta de um Modelo de Fadiga Baseado em uma Nova Medida de Amplitude da Tensão Cisalhante</b>	<b>25</b>
4.1	Medida de Amplitude da Tensão Cisalhante baseada no Conceito de Envoltória Retangular Única (URH) . . . . .	26
4.2	Formulação e Identificação de Parâmetros do Modelo de Fadiga . . . . .	26
4.2.1	Formulação do Modelo . . . . .	26

4.2.2	Identificação de Parâmetros . . . . .	27
<b>5</b>	<b>Dados Experimentais Coletados da Literatura</b>	<b>30</b>
<b>6</b>	<b>Resultados</b>	<b>39</b>
6.1	Avaliação das Medidas de Amplitude da Tensão Cisalhante . . . . .	39
6.1.1	Comparação com Dados Experimentais . . . . .	39
6.1.2	Custo Computacional . . . . .	42
6.1.3	Orientação do Plano Crítico . . . . .	47
6.2	Avaliação do Efeito da Tensão Média . . . . .	49
6.2.1	Procedimento de Calibração . . . . .	49
6.2.2	Avaliação do Critério de Findley Modificado . . . . .	53
<b>7</b>	<b>Comentários Finais e Conclusões</b>	<b>60</b>
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>61</b>
<b>A</b>	<b>Limites de Fadiga obtidos com Carregamentos Harmônicos sem Tensão Média</b>	<b>67</b>
<b>B</b>	<b>Limites de Fadiga obtidos com Carregamentos Harmônicos com Tensão Média</b>	<b>75</b>

## Lista de Tabelas

5.1	Dados experimentais obtidos da literatura sem carregamento médio . . .	31
5.2	Dados experimentais obtidos da literatura com presença de carregamento médio . . . . .	32

## Lista de Figuras

2.1	Processo de formação de bandas de deslizamento [27]. . . . .	6
2.2	Trincas caso A (a) e caso B (b) [27]. . . . .	7
2.3	Ilustração dos estágios I e II de propagação [29]. . . . .	8
2.4	Parâmetros que descrevem um carregamento de amplitude constante. . . . .	9
2.5	Ilustração de um carregamento totalmente alternado ( $R = -1$ ) e repetido ( $R = 0$ ). . . . .	9
2.6	Curva S-N do aço ASTM A743. [31] . . . . .	10
2.7	Efeito da tensão média . . . . .	11
2.8	Efeito da tensão média na resistência à fadiga segundo as relações (2.6)–(2.10). . . . .	12
3.1	Decomposição do vetor tensão em componentes normal e tangente ao plano material. . . . .	14
3.2	(a) sistema de coordenadas ( $\mathbf{e}_A, \mathbf{e}_B, \mathbf{n}$ ) e (b) projeção da tensão cisalhante nas direções $A$ e $B$ . . . . .	15
3.3	Modos de crescimento de trincas: (a) Caso A e (b) Caso B. . . . .	15
3.5	Efeito da tensão normal na propagação de micro-trincas. . . . .	19
3.4	Métodos para obtenção da amplitude da tensão cisalhante em um plano material: LCM (a), SOC (b), MCC (c) e MRH (d). . . . .	20
4.1	Envoltória Retangular Única associada à trajetória do vetor tensão cisalhante. . . . .	26
5.1	Ensaio harmônico realizado no aço 25CrMo4 com carregamento do tipo axial-torsional: Ilustração da história de tensão e trajetória elíptica de carregamento no espaço das tensões. . . . .	33
5.2	Ensaio não-harmônico no aço 25CrMo4: Histórias de tensão e trajetórias de carregamento no espaço das tensões correspondentes aos ensaios 1 (a) e 2 (b). . . . .	34
5.3	Ensaio não-harmônico no aço 25CrMo4: Histórias de tensão e trajetórias de carregamento no espaço das tensões dos testes correspondentes aos ensaios 3 (a) e 4 (b). . . . .	34

5.4	Ensaio não-harmônico no aço 34Cr4: História trapezoidal de tensão e trajetórias de carregamento no espaço das tensões. . . . .	35
5.5	Ensaaios não-harmônicos no aço St35: Histórias trapezoidais de tensão e trajetórias de carregamento no espaço das tensões correspondentes aos ensaios 1 (a) e 2 (b). . . . .	35
5.6	Ensaaios não-harmônicos no aço St35: Histórias trapezoidais de tensão e trajetórias de carregamento no espaço das tensões correspondentes aos ensaios 3 (a) e 4 (b). . . . .	36
5.7	Ensaaios não-harmônicos no aço St35: Histórias triangulares de tensão e trajetórias de carregamento no espaço das tensões correspondentes aos ensaios 1 (a) e 2 (b). . . . .	37
5.8	Ensaaios não-harmônicos no aço St35: Histórias triangulares de tensão e trajetórias de carregamento no espaço das tensões correspondentes aos ensaios 3 (a) e 4 (b). . . . .	38
5.9	Ensaaios não-harmônicos no aço St35: Histórias triangulares de tensão e trajetórias de carregamento no espaço das tensões correspondente ao ensaio 5. . . . .	38
6.1	Erros do modelo de Findley clássico: Amplitude de tensão cisalhante definida segundo o método SOC para a base de dados da Tabela 1. . .	40
6.2	Erros do modelo de Findley clássico: Amplitude de tensão cisalhante definida segundo o método MCC para a base de dados da Tabela 1. . .	41
6.3	Erros do modelo de Findley clássico: Amplitude de tensão cisalhante definida segundo o método MRH para a base de dados da Tabela 1. . .	41
6.4	Erros do modelo de Findley clássico: Amplitude de tensão cisalhante definida segundo o método URH para a base de dados da Tabela 1. . .	42
6.5	Ilustração da trajetória da tensão cisalhante do tipo borboleta considerando 25 pontos. . . . .	43
6.6	Tempo de processamento (TP) dos algoritmos vs. número de pontos da trajetória borboleta (a)–(c) e razão entre os tempos de processamento (d). . . . .	44
6.7	História das componentes de tensão para o exemplo de contato por rolamento. . . . .	45
6.8	Comparação entre os tempos de processamento para cálculo do parâmetro de Findley para a história de tensão produzida por contato por rolamento. . . . .	46

6.9	Comparação entre os tempos de processamento para cálculo do parâmetro de Findley em uma malha fictícia composta por $10^4$ nós submetidos à história de tensão ilustrada na Fig. 6.7. . . . . .	47
6.10	Ângulo de orientação do plano crítico para o critério de Findley utilizando o método MSA e MCC para a base de dados sem tensão média. . . . .	48
6.11	Ângulo de orientação do plano crítico para o critério de Findley utilizando o método MRC para a base de dados sem tensão média. . . . .	48
6.12	Ângulo de orientação do plano crítico para o critério de Findley utilizando o método caixa única para a base de dados sem tensão média. . . . .	49
6.13	Diagrama de Haigh das bases de dados (a) 25 - S65a e (b) 26 - SAE52100. . . . .	51
6.14	Diagrama de Haigh das bases de dados (a) 27 - 30NCD16b e (b) 28 - 30NCD16c. . . . .	51
6.15	Diagrama de Haigh das bases de dados (a) 31 - 34Cr4d e (b) 33 - 25CrMo4c. . . . .	52
6.16	Diagrama de Haigh das bases de dados (a) 39 - 76S-T61a e (b) 40 - 76S-T61b. . . . .	52
6.17	Diagrama de Haigh das bases de dados (a) 41 - 76S-T61c e (b) 43 - St60. . . . .	53
6.18	Erros do modelo de Findley clássico para os dados da Tabela 2. . . . .	54
6.19	Erros do modelo de Findley modificado para os dados da Tabela 2 ( $\sigma_0$ estimado pela relação de Goodman). . . . .	54
6.20	Erros do modelo de Findley modificado para os dados da Tabela 2 ( $\sigma_0$ estimado pela relação de Gerber). . . . .	55
6.21	Erros do modelo de Findley modificado para os dados da Tabela 2 ( $\sigma_0$ estimado pela relação elíptica). . . . .	55
6.22	Diagrama de Haigh em torção para das bases de dados: (a) 39 - 76S-T61, (b) 40 - 76S-T61b e (c) 41 - 76S-T61c. . . . .	56
6.23	Tensão equivalente de Mises normalizada pela tensão de escoamento para a base de dados da Tabela 1. . . . .	57
6.24	Tensão equivalente de Mises normalizada pela tensão de escoamento para a base de dados da Tabela 2. . . . .	58
6.25	Critério de Findley modificado considerando os dados dentro do limite elástico da Tabela 1. . . . .	59
6.26	Critério de Findley modificado considerando os dados dentro do limite elástico da Tabela 2 e o método da Relação Elíptica para calibração. . . . .	59

# Nomenclatura

## Símbolos

$\sigma_{max}, \sigma_{min}$ : tensão máxima e mínima

$\sigma_m, \sigma_a$ : tensão média e amplitude da tensão

$\tau_A, \tau_B$ : componentes da tensão cisalhante nas direções A e B

$\Delta\sigma$ : faixa de variação (*range*) da tensão

$R$ : razão de carregamento

$S_{-1}$ : limite de fadiga para carregamento alternado

$S_a$ : amplitude do carregamento

$S_m$ : carregamento médio

$\sigma'_f$ : coeficiente de resistência à fadiga

$N_f$ : número de ciclos para a falha

$b$ : expoente de resistência à fadiga

$\sigma_{ut}$ : limite de resistência à tração

$\sigma_{-1}$ : limite de fadiga em flexão (ou tração-compressão) alternada

$\tau_{-1}$ : limite de fadiga em torção alternada

$\sigma_0$ : limite de fadiga em flexão (ou tração-compressão) repetida

$\boldsymbol{\sigma}$ : tensor tensão

$\mathbf{t}$ : vetor tensão

$\mathbf{n}$ : vetor unitário normal a um plano material

$\mathbf{t}_n$ : vetor tensão normal

$\boldsymbol{\tau}$ : vetor tensão cisalhante

$\sigma_n$ : tensão normal

$\sigma_{na}, \sigma_{nm}$ : amplitude e valor médio da tensão normal

$\mathbf{e}_A, \mathbf{e}_B$ : vetor unitário na direção A e B

$\theta, \phi$ : coordenadas esféricas

$\tau_a, \tau_m$ : amplitude e valor médio da tensão cisalhante

$\Delta\tau_A, \Delta\tau_B$ : faixa de variação (*range*) da tensão cisalhante nas direções A e B

$\varphi$ : ângulo de orientação da envoltória retangular

$\sigma_{nmax}$ : tensão normal máxima

$\kappa, \lambda, \alpha$ : parâmetros materiais

$r$ : razão entre os limites de fadiga em flexão e torção alternadas ( $= \sigma_{-1}/\tau_{-1}$ )

$\rho$ : razão entre tensão normal máxima e amplitude da tensão cisalhante ( $= \sigma_{nmax}/\tau_a$ )

$\sigma_{xx}, \sigma_{xy}, \sigma_{yy} \dots$ : componentes de tensão

$\sigma_{xm}, \sigma_{xym}, \sigma_{ym} \dots$ : valor médio das componentes de tensão

$\sigma_{xa}, \sigma_{xya}, \sigma_{ya} \dots$ : amplitude das componentes de tensão

$w$ : frequência angular

$f_y, f_{xy}$ : razão entre as frequências das componentes  $(\sigma_{yy}, \sigma_{xx})$  e  $(\sigma_{xy}, \sigma_{xx})$

$\beta_y, \beta_{xy}$ : ângulo de fase entre as componentes  $(\sigma_{yy}, \sigma_{xx})$  e  $(\sigma_{xy}, \sigma_{xx})$

## **Siglas**

ASinc: carregamento assíncrono

Ax: carregamento axial

EFase: carregamento em fase

FFase: carregamento fora de fase

F: flexão

H: carregamento harmônico

IP: pressão interna

MCC: Menor Circunferência Circunscrita (*Minimum Circumscribed Circle*)

MRH: Maior Envoltória Retangular (*Maximum Rectangular Hull*)

NH: carregamento não harmônico

Sinc: carregamento síncrono

SOC: Método de Socie

To: torção

URH: Envoltória Retangular Única (*Unique Rectangular Hull*)

## Capítulo 1 Introdução e Objetivo

A análise de resistência à fadiga de componentes mecânicos é parte fundamental no desenvolvimento de produtos em vários setores da economia, tais como as indústrias aeronáutica, automobilística e de geração de energia [1–3]. Embora os pacotes computacionais utilizados nessas análises disponham de vários modelos de fadiga, ainda são necessárias pesquisas para aprimorar a capacidade de predição dos mesmos, sobretudo na presença de carregamentos multiaxiais não-proporcionais e tensões médias superpostas [4]. O tempo de processamento dessas análises também é um aspecto que precisa ser aprimorado [5–7].

O objetivo desta Dissertação é propor uma nova medida de amplitude da tensão cisalhante, tendo em vista a formulação de modelos de fadiga de alto ciclo do tipo plano crítico. Essa medida é simples de implementar, é capaz de quantificar a não-proporcionalidade dos carregamentos e possui custo computacional significativamente menor que o de outras propostas disponíveis na literatura. Para avaliar a capacidade de predição da medida proposta, a mesma foi incorporada a um modelo de Findley modificado. A modificação consiste na introdução de um novo parâmetro que quantifica a sensibilidade do material na presença de tensões médias. As predições do modelo foram comparadas com aproximadamente 350 limites de fadiga gerados na presença de diferentes tipos de carregamento multiaxial (fora-de-fase, assíncrono e não-harmônico) e níveis de tensão média superposta. Os erros obtidos são comparáveis aos dos modelos mais bem sucedidos da literatura.

O presente trabalho foi organizado conforme a seguir. O Capítulo 2 contém aspectos básicos sobre fadiga relacionados a sua história, metodologias de projeto, mecanismos de dano por fadiga e a descrição da resistência à fadiga no contexto uniaxial. Uma revisão bibliográfica de modelos de fadiga baseados no conceito de plano crítico e de algumas definições de amplitude da tensão cisalhante são apresentadas no Capítulo 3. A medida de amplitude da tensão cisalhante proposta neste trabalho é definida no Capítulo 4, bem como apresenta-se a identificação de parâmetros de um modelo de Findley modificado. O Capítulo 5 resume os dados experimentais coletados da literatura, gerados sob carregamentos multiaxiais proporcionais e não-proporcionais, enquanto os Apêndices A e B contêm informações mais detalhadas sobre esses dados. No Capítulo

6, compara-se os resultados da nova medida de amplitude da tensão cisalhante com outras propostas da literatura, no que diz respeito ao custo computacional e a qualidade das predições em relação aos dados experimentais. O efeito da tensão média na resistência à fadiga também é analisado. Por fim, os resultados principais e as conclusões deste trabalho encontram-se reunidos no Capítulo 7.

## Capítulo 2 Aspectos básicos sobre fadiga em metais

### 2.1 Breve descrição histórica

Falhas mecânicas de componentes de máquinas, veículos e estruturas submetidos a cargas cíclicas têm sido objeto de estudo da engenharia por mais de 150 anos. Os estudos mais antigos que se tem conhecimento sobre fadiga foram realizados por volta de 1837, na Alemanha, por W. A. J. Albert que projetou uma máquina para testar correntes utilizadas no levantamento de cargas em minas [8]. Porém, o termo *fadiga* só foi usado em 1839 na publicação do livro de mecânica do francês J. V. Poncelet [9]. A partir da metade do século XIX, a fadiga começou a ser amplamente estudada e discutida em diversos países em resposta às falhas de componentes como eixos de trens, embreagens, vigas, e suportes de pontes.

A realização de forma sistemática de ensaios de fadiga teve início com os trabalhos de August Wöhler nas décadas de 1850 e 1860, motivado pelas falhas observadas em eixos ferroviários. Com os ensaios, ele mostrou que a resistência à fadiga depende muito mais da faixa de variação entre a carga máxima e mínima do que da carga máxima como era proposto anteriormente. Wöhler introduziu os conceitos de *curva S-N*, *limite de fadiga* e *fator de segurança*, além de demonstrar a importância da carga média na vida em fadiga. Posteriormente, esses estudos foram aprofundados por Gerber [10] e Goodman [11].

Em 1903, Erwing e Humphrey [12] estudaram por meio de microscopia óptica o processo de formação de microtrincas em componentes submetidos a cargas cíclicas e mostraram a importância da tensão cisalhante cíclica na nucleação de trincas. Basquin [13], em 1910, propôs uma lei de potência entre a amplitude de tensão e o número de ciclos até a falha, para descrição da resistência à fadiga na região de vida finita.

Em 1920, Gough [14] realizou ensaios com carregamento combinado de flexão e torção, contribuindo assim para o começo dos estudos em fadiga multiaxial. A partir da década de 1940, os estudos em fadiga multiaxial foram impulsionados, principalmente, pelos acidentes aéreos que ocorreram nesta época. O caso mais conhecido é o do primeiro jato comercial, o Comet, que se desintegrou em pleno ar após vários ciclos de pressurização

e despressurização [15].

Motivados pelos trabalhos experimentais em fadiga multiaxial de Gough [14], Nishihara e Kawamoto [16], Sines e Crossland [17, 18] propuseram os primeiros critérios de fadiga multiaxial baseados em invariantes do tensor tensão. Em 1959, Findley [19] propôs um critério de fadiga multiaxial baseado no conceito de plano crítico, que considera que a nucleação de trincas tem origem em determinados planos materiais onde as tensões cisalhantes e normais são mais severas.

Entre 1970 e 1990, vários autores começaram a estudar o problema de fadiga multiaxial na presença de carregamentos fora de fase. Houve uma preocupação nessas pesquisas de entender o crescimento de trincas curtas bem como a direção de propagação dessas trincas. Em virtude desses estudos, vários modelos de plano crítico foram propostos, dentre os quais citamos os modelos de Brown e Miller [20], Matake [21], Socie [22], McDiarmid [23] e Susmel & Lazzarin [24].

Um revisão mais completa sobre fadiga em materiais e estruturas pode ser encontrada nos artigos de Schutz [8] e Schijve [25].

## 2.2 Metodologia de Projetos em Fadiga

Atualmente, projetos contra falha por fadiga baseiam-se em três metodologias, descritas sucintamente a seguir:

- Metodologia Tensão-Vida (*Stress-Life Approach*): A metodologia Tensão-Vida foi desenvolvida por volta de 1850. Essa abordagem é utilizada principalmente em componentes submetidos à um regime de alto ciclo, onde as tensões são essencialmente elásticas e permanecem abaixo do limite de fadiga do material. A caracterização da vida em fadiga do componente nesta metodologia é feita experimentalmente pela curva S-N ou curva de Wöhler, que relaciona a amplitude da tensão nominal aplicada ao número de ciclos até a falha do material. Nessa metodologia, os componentes são normalmente projetados para um regime de grande número de ciclos (a partir de  $10^5$ ,  $10^6$  ciclos) e para isso considera-se uma tensão efetiva, que é calculada considerando fatores que afetam a vida em fadiga dos componentes (e.g. tensão média, concentradores de tensão e fillets). Essa abordagem é bastante utilizada na indústria automobilística no projeto de virabrequins,

bielas e válvulas.

- Metodologia Deformação-Vida (*Strain-Life Approach*): A metodologia Deformação - Vida parte do princípio que a vida em fadiga é controlada pelas tensões e deformações locais em torno de um concentrador de tensão. Mesmo em componentes submetidos a uma tensão abaixo do limite de escoamento, podem aparecer, ocasionalmente, zonas de plastificação localizadas em virtude dos altos gradientes de tensão presentes nos concentradores. A zona de plastificação é controlada pela deformação elástica do material envolvente que não deve ultrapassar uma deformação limite de projeto. A caracterização da vida em fadiga do componente nesta metodologia é feita experimentalmente pela curva  $\epsilon$ -N, que relaciona a amplitude de deformação aplicada ao número de ciclos até a falha do material. Assim, nessa metodologia, a deformação em pontos críticos é medida e controlada de forma a obter deformações seguras com relação à falha por fadiga. Essa metodologia foi bastante desenvolvida em 1960 na indústria aeronáutica no projeto de asas, fuselagens e turbinas.
- Metodologia Tolerante ao Dano (*Damage tolerant approach*): Formulada por volta de 1960, a metodologia tolerante ao dano parte do princípio que trincas sempre existem, seja por algum defeito de fabricação, desgaste ou por fadiga. Essa metodologia utiliza o princípio da mecânica da fratura elástica e linear para monitorar o crescimento das trincas e estimar um valor crítico de tamanho de trinca para cada material. A inspeção constante é uma das características dessa metodologia, ela é necessária para avaliar a taxa de crescimento da trinca e alguns fenômenos como fechamento de trinca (*Crack Closure*) e parada de trinca (*Crack Arrest*). Esse conceito é bastante utilizado atualmente nas indústrias aeronáuticas e em vasos de pressão.

### 2.3 Mecanismos de dano por fadiga

Em termos gerais, de acordo com a norma ASTM E1823 [26], a falha por fadiga é descrita como:

*“Um processo de mudança estrutural permanente, progressivo e localizado que ocorre em materiais submetidos a condições que produzem tensões ou deformações flutuantes em algum ponto, ou vários pontos, e que pode culminar em trincas ou fratura completa após um número suficiente de flutuações.”*

As seções a seguir descrevem de forma mais detalhada as etapas do processo de falha por fadiga.

### 2.3.1 Nucleação de trincas

Erwing e Humphrey [12, 27], motivados pelos trabalhos de Wöhler e Baushinger, conduziram um trabalho experimental com o objetivo de avaliar os vários estágios do processo de fadiga. Para isso, eles usaram um microscópio óptico e examinaram sempre a mesma região do corpo de prova em diferentes etapas do processo. Eles observaram que após poucos ciclos de carregamento, linhas de deslizamento surgiram em alguns grãos. Conforme o número de ciclos foi aumentando, essas linhas foram se tornando mais largas e com bordas definidas formando bandas de deslizamento. Após mais um certo número de ciclos, foi visto que alguns grãos possuíam microtrincas ao longo das bandas de deslizamento. Posteriormente, as microtrincas foram se juntando até formar uma longa e contínua trinca.

A formação das bandas de deslizamento são geradas pelas tensões cisalhantes cíclicas que induzem discordâncias nos planos da estrutura cristalina do material. Quando essas tensões ultrapassam o limite de escoamento do material, gera-se uma deformação plástica localizada, formando as bandas de deslizamento. Dependendo da direção das bandas elas são chamadas de extrusões ou intrusões, conforme ilustrado na Fig. 2.1. Por fim, repetidas deformações plásticas de uma banda de deslizamento levam à formação de trincas.

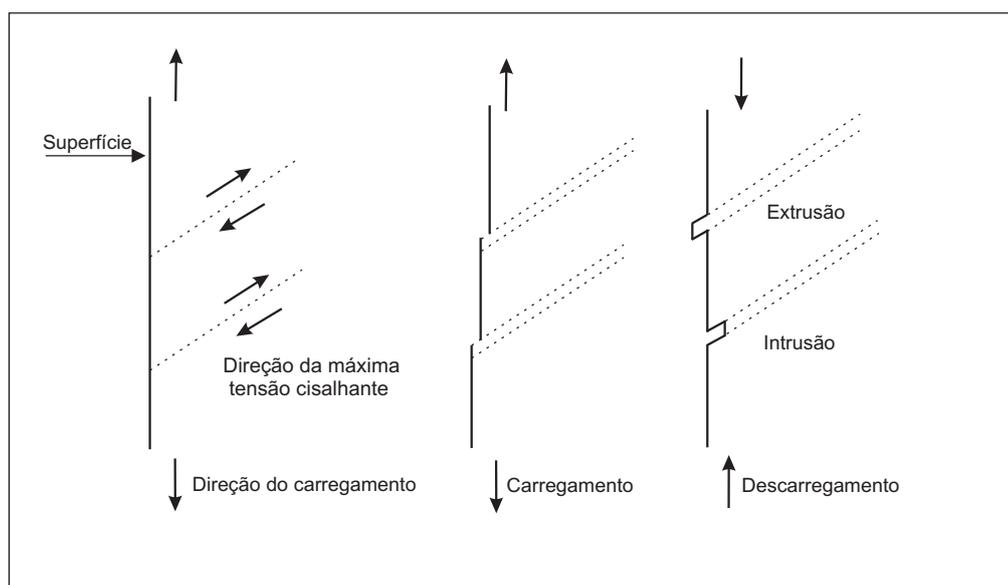


Figura 2.1: Processo de formação de bandas de deslizamento [27].

É importante notar que os grãos que possuem um plano cristalino orientado de forma favorável à carga que está sendo aplicada serão os primeiros a formar bandas de deslizamentos. Apesar de todos os grãos possuírem o mesmo limite de escoamento, eles irão escoar em diferentes intensidades de tensão aplicada, pois cada grão possui um plano cristalino orientado em uma direção diferente. Então, para uma baixa tensão, somente poucos grãos terão a orientação favorável de planos de deslizamento e poucos irão formar bandas de deslizamento e conseqüentemente trincas.

Para descrever a propagação de trincas curtas, Brown & Miller [20] introduziram o conceito de trincas caso A e caso B. No caso A, o plano de orientação da trinca é perpendicular à superfície livre do componente e tem como força motriz carregamentos torsionais puros que agem na direção paralela ao comprimento da trinca (ver Fig. 2.2a). No caso B, a força motriz é composta de carregamentos torsionais e normais que geram trincas orientadas à 45° do plano de superfície livre (ver Fig. 2.2b). As trincas do caso B tendem a se propagar na profundidade do material, enquanto as trincas do caso A se propagam na superfície. Carregamentos uniaxiais possuem a mesma componente cisalhante para ambos os casos e podem possuir os dois modos de propagação. Porém, carregamentos com torção pura ou tensão - torção combinadas sempre irão possuir trincas do caso A [27].

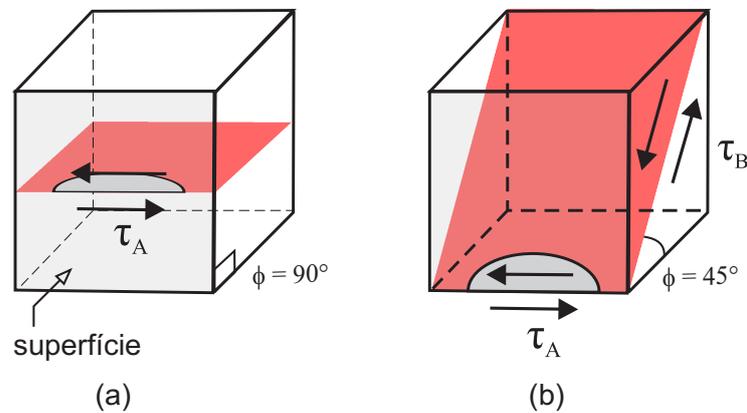


Figura 2.2: Trincas caso A (a) e caso B (b) [27].

### 2.3.2 Estágios de propagação

Forsyth [28] dividiu o processo de fadiga em três estágios de propagação. No estágio I, o tamanho da trinca é da ordem de grandeza dos grãos. A propagação é controlada pelas tensões cisalhantes e, como a orientação de cada grão é diferente, a direção de propagação da trinca varia. O estágio II tem início quando a trinca atinge um

tamanho a partir do qual a trinca se propaga perpendicularmente à máxima tensão normal. Nesse estágio a trinca se propaga de forma estável até um limite chamado de tamanho crítico de trinca. No estágio III, o tamanho crítico é atingido e a trinca se propaga de forma rápida e instável provocando a ruptura brusca do componente. A Figura 2.3 ilustra os estágios I e II de propagação.

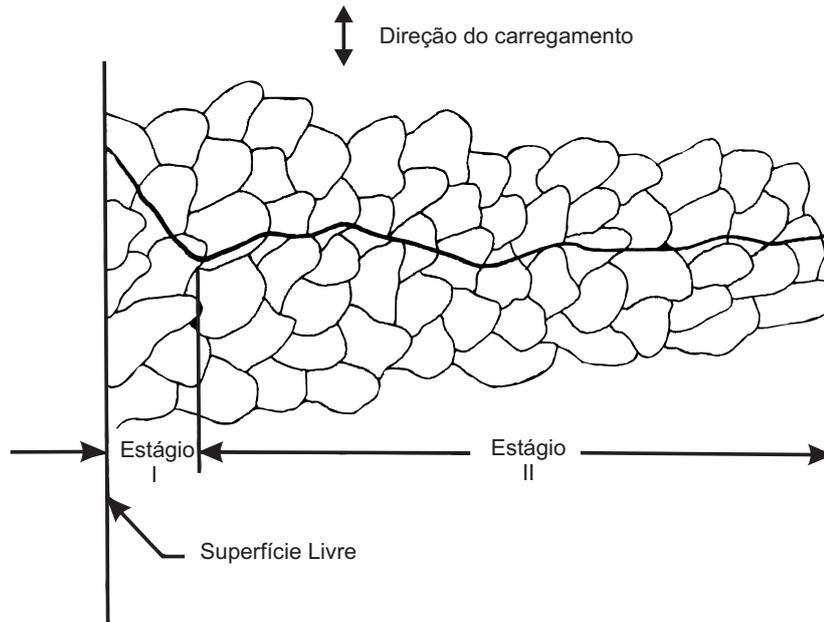


Figura 2.3: Ilustração dos estágios I e II de propagação [29].

## 2.4 Descrição de carregamentos uniaxiais cíclicos

Esta seção apresenta uma descrição dos parâmetros que definem um carregamento uniaxial de amplitude constante. A importância desse tipo de carregamento deve-se ao fato que ele é frequentemente utilizado para identificação das propriedades cíclicas do material e, também, por ocorrer em alguns problemas de engenharia.

A Figura 2.4 ilustra um carregamento de amplitude constante, cujos valores máximo e mínimo são representados por  $\sigma_{max}$  e  $\sigma_{min}$ , respectivamente. A tensão média,  $\sigma_m$ , a amplitude de tensão,  $\sigma_a$ , e a faixa de variação (*range*),  $\Delta\sigma$ , são calculados pelas seguintes expressões:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} \quad (2.1)$$

$$\sigma_a = \frac{\Delta\sigma}{2} = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \quad (2.2)$$

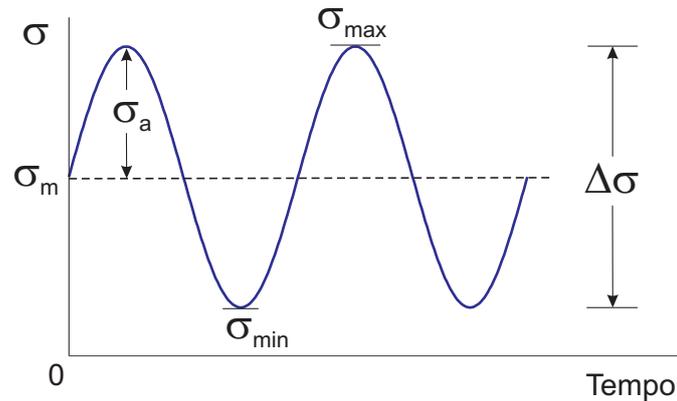


Figura 2.4: Parâmetros que descrevem um carregamento de amplitude constante.

A *razão de carregamento*,  $R$ , é definida como a razão entre a carga mínima e máxima:

$$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} \quad (2.3)$$

Essa razão está relacionada ao nível de carga média do carregamento. Por exemplo, quando  $R = -1$  a tensão média é nula e quando  $R = 0$  a tensão média é igual a amplitude. A Figura 2.5 ilustra essas duas condições particulares de carregamento.

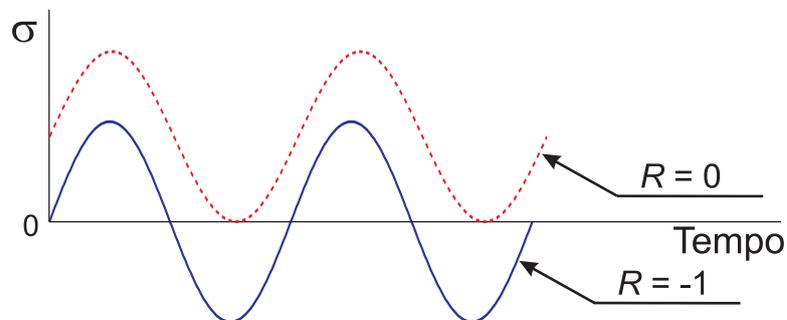


Figura 2.5: Ilustração de um carregamento totalmente alternado ( $R = -1$ ) e repetido ( $R = 0$ ).

## 2.5 Abordagem Tensão-Vida

### 2.5.1 Curva S-N (ou Wöhler)

A curva S-N (ou de Wöhler) relaciona o nível de tensão aplicado em um material ou componente mecânico ao número de ciclos até a falha. Ela é utilizada para caracterização da resistência à fadiga de alto ciclo, que caracteriza-se por tensões variando dentro do regime elástico. O levantamento da curva S-N segue a norma ASTM E466 [30].

O *limite de fadiga* é a amplitude de tensão abaixo da qual não ocorre a falha após uma grande quantidade de ciclos, tipicamente acima de  $10^6$  ciclos. Alguns materiais (e.g. metais ferrosos) possuem o limite de resistência a fadiga bem definido em torno de  $10^6$  a  $2 \times 10^6$  ciclos. Por outro lado, certos materiais (e.g. ligas de alumínio) não possuem um limite de fadiga e, por isso, define-se uma resistência à fadiga associada a um número de ciclos pré-definido, por exemplo  $10^7$  ciclos. A Figura 2.6 ilustra a curva S-N do aço ASTM A743, onde observa-se que o limite de fadiga ocorre em torno de  $10^6$  ciclos.

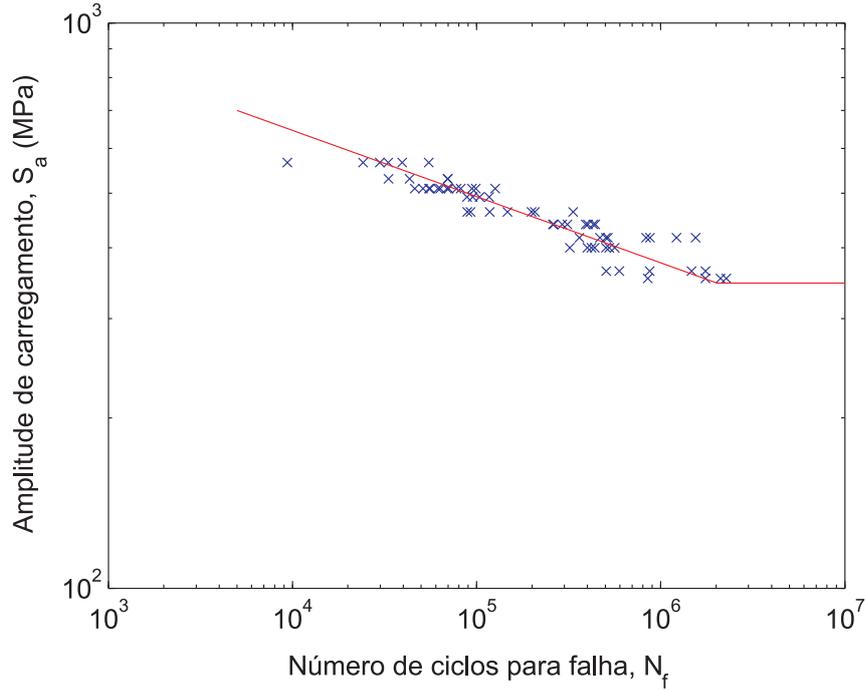


Figura 2.6: Curva S-N do aço ASTM A743. [31]

A curva S-N é geralmente apresentada pela relação de Basquin [13]:

$$\sigma_a = \sigma'_f (2N_f)^b \quad (2.4)$$

onde  $N_f$  é o número de ciclos até a falha,  $b$  é o expoente de resistência à fadiga e  $\sigma'_f$  é o coeficiente de resistência à fadiga. De forma equivalente, a relação de Basquin pode ser escrita como

$$\log \sigma_a = \log \sigma'_f + b \log(2N_f) \quad (2.5)$$

que representa uma reta em um gráfico log-log. O expoente  $b$  fornece a inclinação da reta e o coeficiente  $\sigma'_f$  é o ponto de interceptação da reta com o eixo das ordenadas quando  $N = 0.5$  ciclo.

### 2.5.2 Efeito da Tensão Média

A maioria dos componentes mecânicos estão submetidos a carregamentos com tensões médias que afetam a vida em fadiga dos mesmos. Em geral, tensões médias de compressão são benéficas, aumentando o número de ciclos até a falha, enquanto tensões médias de tração são prejudiciais, diminuindo a resistência à fadiga, conforme ilustra a Fig. 2.7.

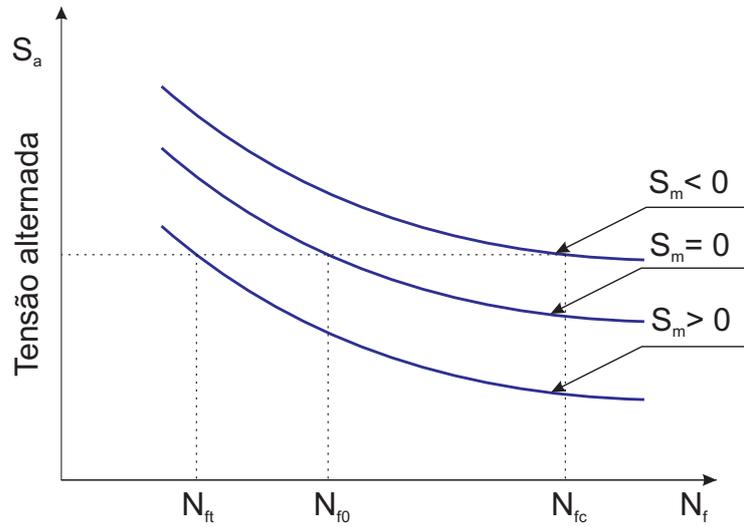


Figura 2.7: Efeito da tensão média

Inúmeros pesquisadores [10, 11, 32, 33] propuseram relações para quantificar o efeito da tensão média na resistência à fadiga. As relações mais conhecidas e utilizadas são apresentadas a seguir:

- Goodman

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{-1}} + \frac{\sigma_m}{\sigma_{ut}} = 1 \quad (2.6)$$

- Gerber

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{-1}} + \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_{ut}}\right)^2 = 1 \quad (2.7)$$

- Relação elíptica

$$\left(\frac{\sigma_a}{\sigma_{-1}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_{ut}}\right)^2 = 1 \quad (2.8)$$

- Morrow

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{-1}} + \frac{\sigma_m}{\sigma'_f} = 1 \quad (2.9)$$

- Smith-Watson-Topper

$$\sigma_{-1} = \sqrt{\sigma_{max}\sigma_a} \quad (\sigma_{max} > 0) \quad (2.10)$$

Nas expressões acima utiliza-se a seguinte notação:  $\sigma_{-1}$  é o limite de fadiga na ausência de tensão média ( $R = -1$ ),  $\sigma_{ut}$  é o limite de resistência à tração e  $\sigma'_f$  é o coeficiente de resistência à fadiga da relação de Basquin, Eq. 2.4. A Figura 2.8 ilustra as relações (2.6)–(2.10).

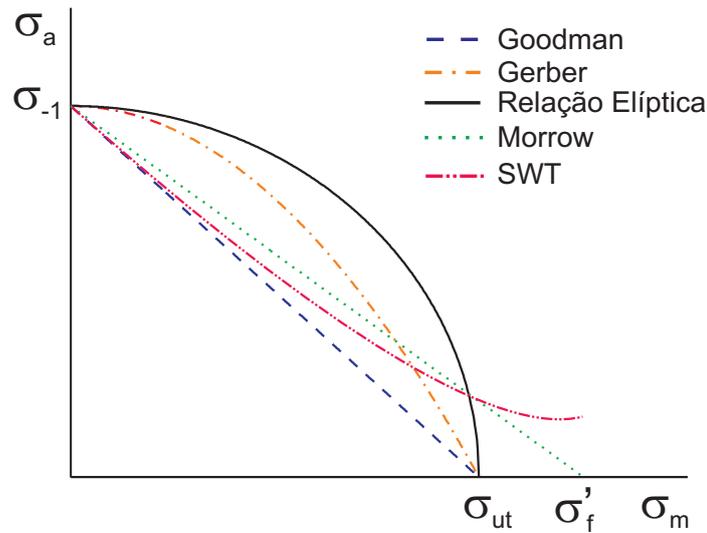


Figura 2.8: Efeito da tensão média na resistência à fadiga segundo as relações (2.6)–(2.10).

De acordo com Dowling [9], as propostas de Goodman e Gerber não são muito precisas, sendo a primeira conservativa e a segunda não-conservativa. A solução de Morrow é razoavelmente acurada, porém o valor de  $\sigma'_f$  nem sempre é conhecido ou fácil de estimar. A relação de Morrow se encaixa bem para aços, enquanto que a relação de Smith-Watson-Topper é uma boa alternativa para alumínio e metais não ferrosos.

## Capítulo 3 Revisão de Modelos de Fadiga baseados no Conceito de Plano Crítico

### 3.1 Conceitos Preliminares

Seja  $\boldsymbol{\sigma}(t)$  o tensor tensão, num instante de tempo  $t$ , em um ponto material de um componente mecânico submetido a uma história de carregamento periódica. Segundo o Teorema de Cauchy, o *vetor tensão*  $\mathbf{t}(t)$  em um plano material definido pelo vetor unitário  $\mathbf{n}$ , normal ao plano, obedece a relação

$$\mathbf{t}(t) = \boldsymbol{\sigma}(t)\mathbf{n} \quad (3.1)$$

O vetor tensão pode ser decomposto em um vetor normal ao plano,  $\mathbf{t}_n(t)$ , denominado *vetor tensão normal*, e um vetor tangente ao plano,  $\boldsymbol{\tau}(t)$ , denominado *vetor tensão cisalhante*:

$$\mathbf{t}(t) = \boldsymbol{\tau}(t) + \mathbf{t}_n(t) \quad (3.2)$$

onde

$$\boldsymbol{\tau}(t) = \boldsymbol{\sigma}(t)\mathbf{n} - (\boldsymbol{\sigma}(t)\mathbf{n} \cdot \mathbf{n})\mathbf{n} \quad (3.3)$$

e

$$\mathbf{t}_n(t) = \sigma_n(t)\mathbf{n} \quad (3.4)$$

$$\sigma_n(t) = \boldsymbol{\sigma}(t)\mathbf{n} \cdot \mathbf{n} \quad (3.5)$$

A Figura 3.1 ilustra a decomposição (3.2). A quantidade escalar  $\sigma_n(t)$  é chamada *tensão normal*. Como o vetor tensão normal varia apenas sua magnitude ao longo de uma história de carregamento, sua amplitude e média são definidas de forma trivial:

$$\sigma_{na} = \frac{1}{2} \left( \max_t \sigma_n(t) - \min_t \sigma_n(t) \right) \quad (3.6)$$

$$\sigma_{nm} = \frac{1}{2} \left( \max_t \sigma_n(t) + \min_t \sigma_n(t) \right) \quad (3.7)$$

Por sua vez, o vetor tensão cisalhante muda tanto sua direção quanto sua magnitude ao longo do tempo. Como consequência, inúmeras formas de definir sua amplitude e valor médio têm sido propostas na literatura [6, 34–36] e serão tratadas de forma detalhada na Seção 3.2.

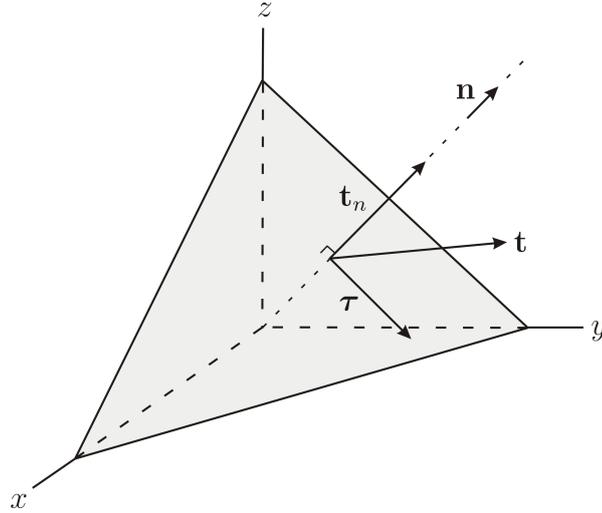


Figura 3.1: Decomposição do vetor tensão em componentes normal e tangente ao plano material.

Tendo em vista a formulação de modelos de fadiga baseados no conceito de plano crítico, introduziremos o sistema de coordenadas  $(\mathbf{e}_A, \mathbf{e}_B, \mathbf{n})$  mostrado na Fig. 3.2a, onde o vetor unitário  $\mathbf{e}_A$  é paralelo ao plano  $xy$  e o vetor unitário  $\mathbf{e}_B$  aponta para o eixo  $z$ . Conforme ilustra a Fig. 3.2b, o vetor tensão cisalhante pode ser decomposto em relação a esse sistema de coordenadas da seguinte forma:

$$\boldsymbol{\tau}(t) = \tau_A(t)\mathbf{e}_A + \tau_B(t)\mathbf{e}_B \quad (3.8)$$

onde as componentes da tensão cisalhante ao longo das direções  $A$  e  $B$  são obtidas pelas seguintes relações:

$$\tau_A(t) = \mathbf{t}(t) \cdot \mathbf{e}_A = \boldsymbol{\sigma}(t)\mathbf{n} \cdot \mathbf{e}_A \quad (3.9)$$

$$\tau_B(t) = \mathbf{t}(t) \cdot \mathbf{e}_B = \boldsymbol{\sigma}(t)\mathbf{n} \cdot \mathbf{e}_B \quad (3.10)$$

A notação utilizada acima baseia-se na terminologia criada por Brown e Miller [20] para descrição do modo de crescimento de trincas na superfície de um componente mecânico. As tensões cisalhantes que atuam na direção  $A$  são responsáveis por propagar a trinca ao longo da superfície (Fig. 3.3a), enquanto as tensões cisalhantes na direção  $B$  governam o crescimento da trinca para dentro da superfície (Fig. 3.3b).

Na prática, para calcular as expressões (3.5), (3.9) e (3.10), é útil descrever os vetores  $(\mathbf{e}_A, \mathbf{e}_B, \mathbf{n})$  em função das coordenadas esféricas  $\theta$  e  $\phi$  definidas na Fig. 3.2a. Com a

ajuda dessas coordenadas, pode-se mostrar que

$$\mathbf{n} = \begin{pmatrix} \sin \phi \cos \theta \\ \sin \phi \sin \theta \\ \cos \phi \end{pmatrix} \quad \mathbf{e}_A = \begin{pmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{e}_B = \begin{pmatrix} -\cos \phi \cos \theta \\ -\cos \phi \sin \theta \\ \sin \phi \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

Em termos geométricos, o ângulo  $\theta$  fornece a orientação do plano de crescimento da trinca em relação ao eixo  $x$ , enquanto  $\phi$  é o ângulo com que a trinca penetra a superfície.

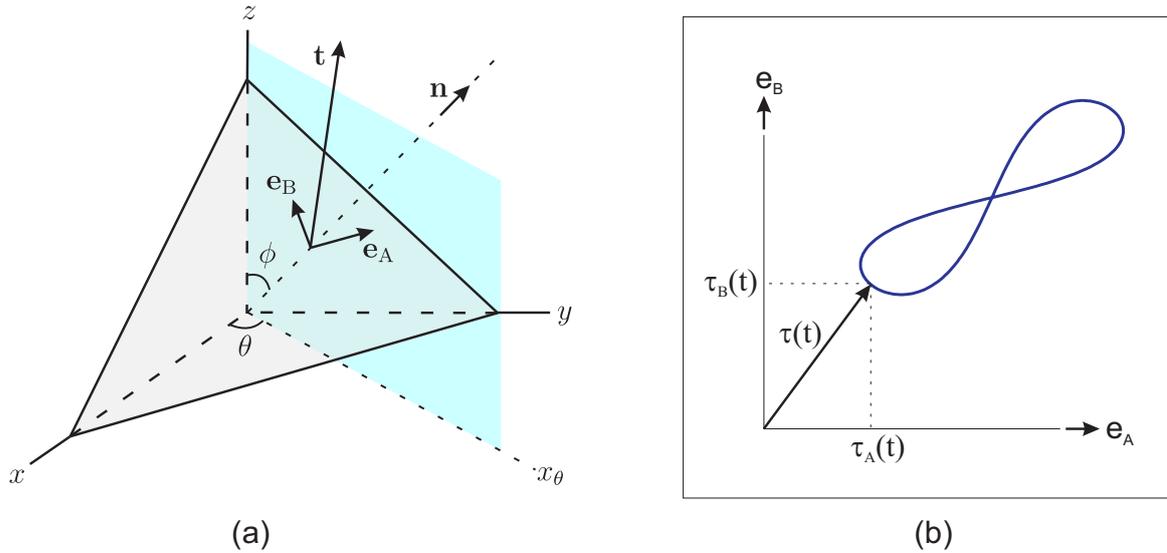


Figura 3.2: (a) sistema de coordenadas  $(\mathbf{e}_A, \mathbf{e}_B, \mathbf{n})$  e (b) projeção da tensão cisalhante nas direções  $A$  e  $B$ .

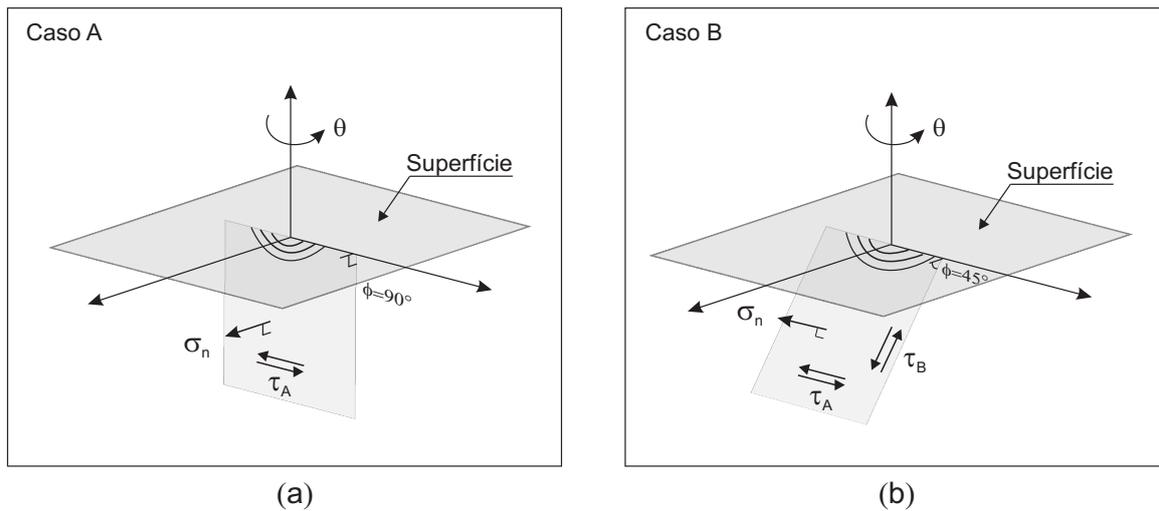


Figura 3.3: Modos de crescimento de trincas: (a) Caso A e (b) Caso B.

## 3.2 Revisão de Medidas de Amplitude da Tensão Cisalhante

O vetor tensão cisalhante  $\boldsymbol{\tau}(t)$ , expresso na Eq. (3.3), muda tanto sua direção quanto sua magnitude ao longo da história de carregamento, descrevendo uma certa trajetória em um plano material (Fig. 3.2b). Como consequência, há inúmeras formas de definir sua amplitude,  $\tau_a$ , conforme será apresentado nesta Seção.

### 3.2.1 Método da Maior Corda (LCM)

O Método da Maior Corda [37] define  $\tau_a$  como sendo metade do comprimento da maior corda associada à trajetória descrita pela tensão cisalhante. Em termos matemáticos, essa medida é obtida pela seguinte expressão:

$$\tau_a = \frac{1}{2} \max_{t^*} \left\{ \max_t |\boldsymbol{\tau}(t) - \boldsymbol{\tau}(t^*)| \right\} \quad (3.12)$$

onde  $t$  e  $t^*$  são dois instantes de tempo quaisquer. Esse método é ilustrado na Fig. 3.4a. Caber observar que essa abordagem não é capaz de quantificar a não-proporcionalidade do carregamento. Além disso, esse método é computacionalmente caro, devido ao fato que o número de cordas,  $n_{\text{cordas}}$ , a ser calculado é uma função quadrática do número de pontos do carregamento,  $n$ :

$$n_{\text{cordas}} = \frac{1}{2} (n^2 - n) \quad (3.13)$$

### 3.2.2 Método de Socie (SOC)

Darrell Socie apresenta em seu site eFatigue [38] um método simples de medir a amplitude das tensões cisalhantes num plano material, cuja motivação é reproduzida a seguir:

*“... How should these two shear stress be combined? One possibility is to consider both shear stresses separately because only one of the two slip systems will be activated in an individual grain of the material.”*

Este método é apresentado na Fig. 3.4b e requer o cálculo da maior amplitude das tensões cisalhantes ao longo das direções  $A$  e  $B$ , ou seja:

$$\tau_a = \frac{1}{2} \max(\Delta\tau_A, \Delta\tau_B) \quad (3.14)$$

onde

$$\Delta\tau_A = \max_t \tau_A(t) - \min_t \tau_A(t) \quad (3.15)$$

$$\Delta\tau_B = \max_t \tau_B(t) - \min_t \tau_B(t) \quad (3.16)$$

### 3.2.3 Método da Menor Circunferência Circunscrita (MCC)

Segundo o Método da Menor Circunferência Circunscrita (MCC) [34, 39] a amplitude da tensão cisalhante é definida como o raio da menor circunferência circunscrita à trajetória descrita por  $\tau(t)$  em um plano material (Fig. 3.4c). Sua formulação matemática é dada pelo seguinte problema de min-max:

$$\tau_a = \min_{\tau^*} \left\{ \max_t |\tau(t) - \tau^*| \right\} \quad (3.17)$$

Um dos métodos numéricos mais utilizados para resolver o problema (3.17) é o algoritmo proposto por Dang Van [6, 39] cujo pseudo-código é apresentado a seguir:

### 3.2.4 Método da Maior Envoltória Retangular (MRH)

Araújo et al. [36] propuseram uma definição para a amplitude da tensão cisalhante baseada no Método da Maior Envoltória Retangular (MRH). Esses autores mostraram que essa medida é capaz de fornecer melhores previsões do limite de fadiga sob condições de carregamento não-proporcional do que o raio da MCC. Esse método é descrito conforme a seguir.

Sejam  $\tau_A(t)$  e  $\tau_B(t)$  as componentes da tensão cisalhante ao longo das direções  $A$  e  $B$ , respectivamente. Rotacionando essas direções de um ângulo  $\varphi$  essas componentes são transformadas de acordo com as seguintes fórmulas:

$$\tau_A(\varphi, t) = \cos(\varphi)\tau_A(t) + \sin(\varphi)\tau_B(t) \quad (3.18)$$

$$\tau_B(\varphi, t) = -\sin(\varphi)\tau_A(t) + \cos(\varphi)\tau_B(t) \quad (3.19)$$

A amplitude da envoltória retangular orientada segundo essas novas direções é definida como

$$\tau_a(\varphi) = \sqrt{a_A^2(\varphi) + a_B^2(\varphi)} \quad (3.20)$$

---

**Algorithm 1** Algoritmo de Dang Van para cálculo da MCC

---

**1. Input data:**

$$\boldsymbol{\tau}^{(i)}, i = 1, \dots, n \quad (n \text{ is the number of loading points})$$

**2. Set initial parameters:**

$$\chi = 0.05 \quad \text{tol} = 10^{-6} \quad \text{itermax} = 100$$

**3. Set initial radius and center:**

$$R = 10^{-3} \quad \boldsymbol{\tau}_m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \boldsymbol{\tau}^{(i)}$$

**4. Loop over shear stress path:**

iter = 0

$R_{\text{old}} = 0.0$

**while**  $(R - R_{\text{old}})/R_{\text{old}} > \text{tol}$  and iter < itermax **do**

    iter = iter + 1

$R_{\text{old}} = R$

**for**  $i = 1 : n$  **do**

$D = \boldsymbol{\tau}^{(i)} - \boldsymbol{\tau}_m$

$d = \|D\|$

**if**  $d > R$  **then**

$R = R + \chi(d - R)$

$\boldsymbol{\tau}_m = \boldsymbol{\tau}_m + ((d - R)/d)D$

**end if**

**end for**

**end while**

---

onde

$$a_A(\varphi) = \frac{1}{2} \left( \max_t \tau_A(\varphi, t) - \min_t \tau_A(\varphi, t) \right) \quad (3.21)$$

$$a_B(\varphi) = \frac{1}{2} \left( \max_t \tau_B(\varphi, t) - \min_t \tau_B(\varphi, t) \right) \quad (3.22)$$

são iguais a metade dos comprimentos dos lados do retângulo (Fig. 3.4d). A amplitude das tensões cisalhantes é então definida como sendo o maior da expressão (4.1) dentre os retângulos orientados no intervalo  $0 \leq \varphi < 90^\circ$ , ou seja:

$$\tau_a = \max_{0 \leq \varphi < 90^\circ} \sqrt{a_A^2(\varphi) + a_B^2(\varphi)} \quad (3.23)$$

É importante notar que este método mede amplitudes em duas direções, expressões (4.2) e (4.3), e com isso é capaz de quantificar a não proporcionalidade do carregamento.

### 3.3 Revisão de Modelos de Fadiga baseados no Conceito de Plano Crítico

Modelos de fadiga do tipo plano crítico [22, 27, 29, 34] baseiam-se em inúmeras observações experimentais que indicam que a nucleação de trincas tende a ocorrer em planos materiais submetidos a “combinações severas” de tensões cisalhantes e normais. Em metais dúteis, esses planos são geralmente caracterizados por elevados níveis de tensão cisalhante. Observa-se também que as tensões normais a esses planos favorecerem a propagação de micro-trincas, pois separam suas faces e com isso diminuem as forças de atrito e coesão. Esse modelo conceitual, ilustrado na Fig. 3.5, foi proposto por Fatemi & Socie [27, 29].

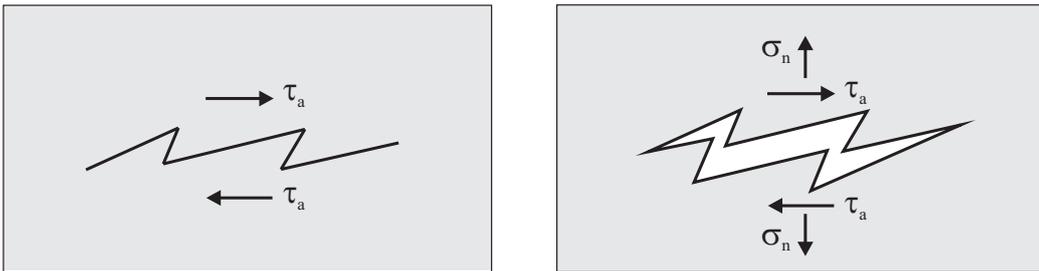


Figura 3.5: Efeito da tensão normal na propagação de micro-trincas.

Os modelos tratados nesta dissertação se inserem dentro da metodologia de projeto em fadiga denominada Tensão-Vida, onde assume-se que a resposta da material é essencialmente elástica. Nesse contexto, modelos de fadiga multiaxial do tipo plano

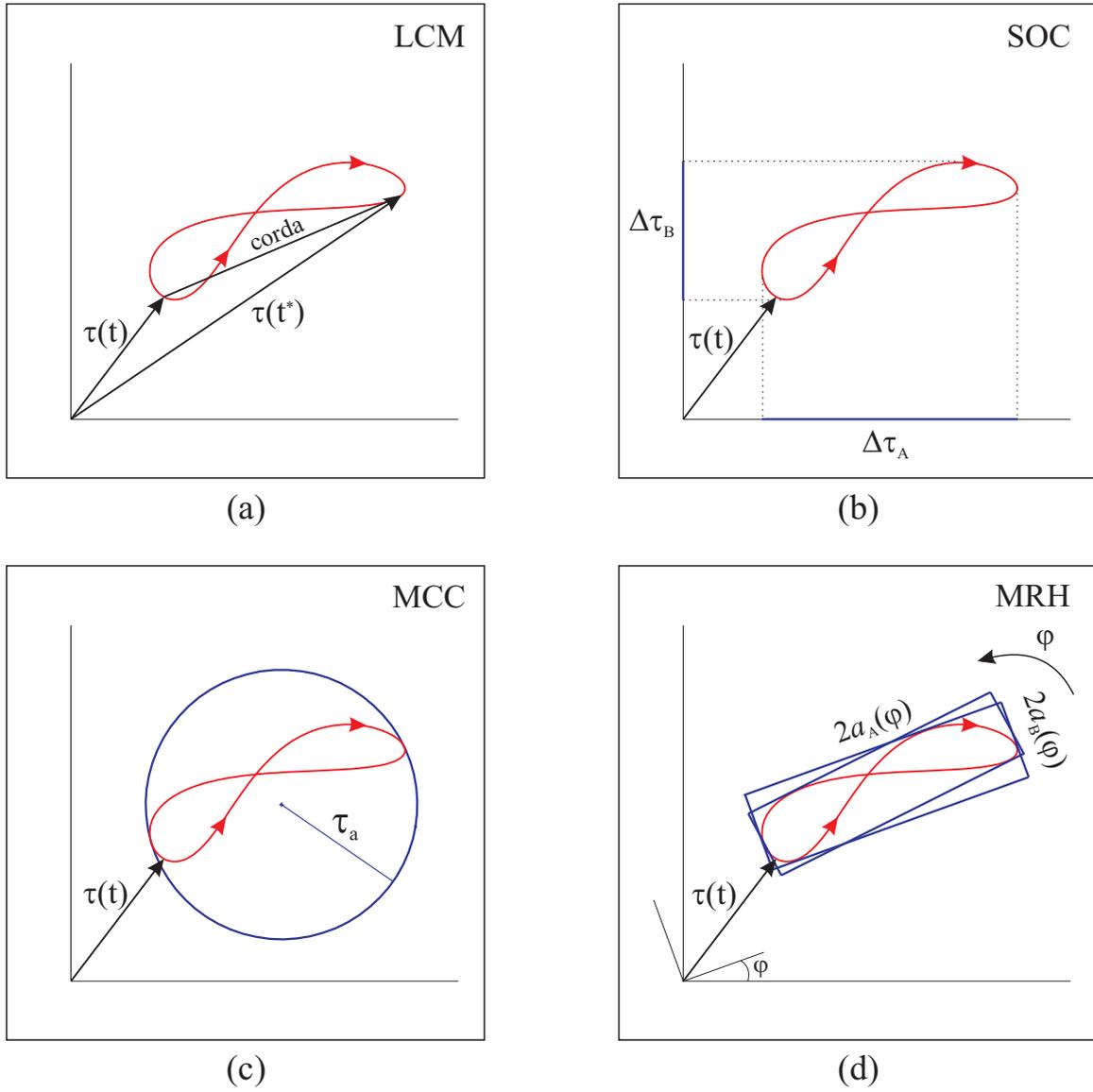


Figura 3.4: Métodos para obtenção da amplitude da tensão cisalhante em um plano material: LCM (a), SOC (b), MCC (c) e MRH (d).

crítico podem ser formulados, de forma geral, conforme a seguir:

$$S_{eq}(\tau_a, \tau_m, \sigma_{na}, \sigma_{nm}) = f(N_f) \quad (3.24)$$

onde  $S_{eq}$  é uma tensão equivalente que depende das amplitudes e médias das tensões cisalhante e normal  $(\tau_a, \tau_m, \sigma_{na}, \sigma_{nm})$ , enquanto  $N_f$  é o número de ciclos para falha. A expressão (3.24) pode ser interpretada como a generalização do conceito de curva S-N introduzida por Wöhler no contexto de carregamentos uniaxiais.

Quando o limite de fadiga é bem definido ou, em outras palavras, quando  $f(N_f)$  assume um platô para vidas muito longas (tipicamente para  $N_f \geq 10^6$  ciclos), a expressão (3.24) pode ser reescrita como:

$$S_{eq}(\tau_a, \tau_m, \sigma_{na}, \sigma_{nm}) \leq \lambda \quad (3.25)$$

Nessa expressão  $\lambda$  é um parâmetro material que deve ser medido experimentalmente.

Inúmeros modelos de fadiga propostos na literatura [4, 19, 22–24, 36, 40, 41] enquadram-se no formato das expressões (3.24) e (3.25). Do ponto de vista conceitual, a diferença entre esses modelos reside em três aspectos:

- Definição da amplitude da tensão cisalhante,  $\tau_a$ :
- Definição do plano crítico: Sob esse aspecto duas abordagens vêm sendo empregadas. Alguns pesquisadores propõem que o plano crítico é aquele onde  $\tau_a$  é máximo, enquanto outros definem o plano crítico como aquele onde uma certa combinação de  $\tau_a$  e das tensões normais  $\sigma_{nm}$  e  $\sigma_{na}$  é mais severa.
- Efeito da tensão média. Alguns modelos de fadiga propõem que o peso das parcelas  $\sigma_{nm}$  e  $\sigma_{na}$  sobre a resistência à fadiga deve ser ponderado de forma distinta; por exemplo, definindo a tensão normal máxima como  $\sigma_{nmax} = \alpha\sigma_{nm} + \sigma_{na}$ , onde  $\alpha$  é um parâmetro que mede a sensibilidade do material a tensão normal média,  $\sigma_{nm}$ .

Apresenta-se a seguir uma revisão dos modelos mais utilizados para predição do limite de fadiga baseados no conceito de plano crítico. Para uma revisão mais abrangente, sugere-se ao leitor consultar as referências [4, 27].

### 3.3.1 Modelo de Findley

Dentre os primeiros modelos de fadiga baseados no conceito de plano crítico, o proposto por Findley [19, 27] permanece até hoje com ampla aceitação na comunidade científica e utilização na indústria. Nesse modelo o plano crítico (ou planos críticos) são aqueles onde o efeito combinado da amplitude da tensão cisalhante,  $\tau_a$ , e a tensão normal máxima,  $\sigma_{nmax}$ , é a mais severa dentre todos os planos materiais. Em seu trabalho Findley concluiu que a seguinte relação linear entre  $\tau_a$  e  $\sigma_{nmax}$  era capaz de fornecer uma boa correlação entre dados experimentais e predições:

$$\max_{\theta, \phi} \{ \tau_a + \kappa \sigma_{nmax} \} \leq \lambda \quad (3.26)$$

onde  $\kappa$  e  $\lambda$  são parâmetros materiais. A identificação desses parâmetros a partir dos limites de fadiga em flexão (ou tração-compressão) alternada,  $\sigma_{-1}$ , e torção alternada,  $\tau_{-1}$ , é dada pelas seguintes relações:

$$\kappa = \frac{1 - 0.5r}{\sqrt{r - 1}} \quad \lambda = \frac{\sigma_{-1}}{2\sqrt{r - 1}} \quad (3.27)$$

onde  $r = \sigma_{-1}/\tau_{-1}$ . Socie [27] apresenta formas alternativas de identificação de  $\kappa$  e  $\lambda$  a partir dos limites de fadiga de outros tipos de ensaios, e.g. flexão (ou tração-compressão) repetida.

### 3.3.2 Modelos de Susmel & Lazzarin

O primeiro modelo proposto por Susmel & Lazzarin [24] para predição do limite de fadiga pode ser escrito da seguinte forma:

$$\tau_a + \kappa \rho \leq \lambda \quad \rho = \frac{\sigma_{nmax}}{\tau_a} \quad (3.28)$$

onde  $\kappa$  e  $\lambda$  são parâmetros materiais. O modelo é implementado em duas etapas. Na primeira, selecionam-se os planos materiais onde a amplitude da tensão cisalhante,  $\tau_a$ , é máxima. Em seguida, busca-se, dentre esses planos de máximo cisalhamento, aqueles onde o valor de  $\sigma_{nmax}$ , ou equivalentemente  $\tau_a + \kappa \rho$ , é mais severo. A medida para o cálculo de  $\tau_a$  baseia-se no método MCC.

De acordo com Susmel & Lazzarin a aplicação do modelo (3.28) deve obedecer a seguinte relação:

$$\rho \leq \frac{\tau_{-1}}{2\tau_{-1} - \sigma_{-1}} \quad (3.29)$$

onde  $\sigma_{-1}$  e  $\tau_{-1}$  são os limite de fadiga em flexão (ou tração-compressão) e torção alternadas, respectivamente. Quando o valor de  $\rho$  não satisfaz a desigualdade (3.29), considera-se que a falha do material não é mais dominada pela amplitude da tensão cisalhante [42].

A identificação de  $\kappa$  e  $\lambda$  a partir dos limites de fadiga em flexão (ou tração-compressão) e torção alternadas são dadas pelas expressões a seguir:

$$\kappa = \tau_{-1} - \frac{\sigma_{-1}}{2} \quad (3.30)$$

$$\lambda = \tau_{-1} \quad (3.31)$$

No artigo [40] Susmel apresentou uma nova formulação do modelo (3.28) com o objetivo de melhorar a predição dos limites de fadiga quando os carregamentos possuem tensões estáticas superpostas. Para isso, foi proposto substituir a razão  $\rho$  por

$$\rho_{\text{eff}} = \frac{m\sigma_{nm} + \sigma_{na}}{\tau_a} \quad (3.32)$$

onde o parâmetro  $m$  é denominado *índice de sensibilidade a tensão média*. Tendo como base os experimentos realizados Kaufman & Topper [43], Susmel sugere que o termo  $m\sigma_{nm}$  representa a parcela da tensão normal média atuante nos planos de máximo cisalhamento que efetivamente contribui para abertura de micro-trincas, facilitando assim a propagação das mesmas.

A identificação do parâmetro  $m$  deve ser feita com um limite de fadiga obtido por meio de uma história de carregamento com tensão média superposta [?]. Chamando  $\tau_a^*$  a amplitude da tensão cisalhante e  $(\sigma_{na}^*, \sigma_{nm}^*)$  a amplitude e média das tensões normais correspondentes a esse limite de fadiga, então, a partir da Eqs. (3.28) e (3.32), temos:

$$m = \frac{\tau_a^*}{\sigma_{nm}^*} \left( \frac{-\tau_a^* + \lambda}{\kappa} - \frac{\sigma_{na}^*}{\tau_a^*} \right) \quad (3.33)$$

onde  $\kappa$  e  $\lambda$  podem ser obtidos, por exemplo, com as expressões (3.30) e (3.31).

### 3.3.3 Modelo de Papuga

O modelo de fadiga proposto por Papuga [?, 4, 41, 44] é expresso conforme a seguir:

$$\max_{\theta, \phi} \sqrt{a\tau_a^2 + b(d\sigma_{nm} + \sigma_{na})} \leq \sigma_{-1} \quad (3.34)$$

onde  $a$ ,  $b$  e  $d$  são parâmetros materiais. Em relação ao modelo de Findley duas modificações são apresentadas:

1. A tensão normal máxima  $\sigma_{nmax} = \sigma_{nm} + \sigma_{na}$  é substituída por uma tensão normal efetiva  $\sigma_{nmax}^{\text{eff}} = d\sigma_{nm} + \sigma_{na}$ , onde o parâmetro  $d$  mede a sensibilidade do material a presença de tensões médias;
2. A interação linear entre  $\tau_a$  e  $\sigma_{nmax}$  é substituída por uma interação quadrática entre  $\tau_a$  e  $\sigma_{nmax}^{\text{eff}}$ .

As seguinte fórmulas para caracterização dos parâmetros materiais foram obtidas por Papuga, a partir dos limites de fadiga em flexão (ou tração-compressão) alternada e repetida ( $\sigma_{-1}$  e  $\sigma_0$ , respectivamente) e torção alternada,  $\tau_{-1}$ :

$$\text{Para } r < \sqrt{\frac{4}{3}} : \quad a = \frac{r^2 + \sqrt{r^4 - r^2}}{2}, \quad b = \sigma_{-1}, \quad d = \frac{\tau_{-1}}{\sigma_0} \quad (3.35)$$

$$\text{Para } r \geq \sqrt{\frac{4}{3}} : \quad a = \left( \frac{4r^2}{4 + r^2} \right)^2, \quad b = \frac{8\sigma_{-1}r^2(4 - r^2)}{(4 + r^2)^2}, \quad d = \frac{\tau_{-1}}{\sigma_0} \quad (3.36)$$

onde  $r = \sigma_{-1}/\tau_{-1}$ .

## Capítulo 4 Proposta de um Modelo de Fadiga Baseado em uma Nova Medida de Amplitude da Tensão Cisalhante

Apesar do progresso alcançado na modelagem da resistência à fadiga de alto ciclo sob condições de carregamento multiaxial, ainda são necessárias pesquisas para aprimorar a capacidade de predição dos modelos, sobretudo na presença de carregamentos não-proporcionais e com elevados níveis de tensão média [4, 34]. Um outro aspecto relevante é o tempo de processamento para execução de uma análise de resistência à fadiga, aspecto esse que está diretamente relacionado ao cálculo da amplitude da tensão cisalhante,  $\tau_a$ . Por exemplo, no contexto de modelos do tipo plano crítico, pesquisas vêm sendo desenvolvidas tendo em vista (i) otimizar o cálculo de  $\tau_a$  em um plano material [5, 6] e (ii) tornar mais rápida a busca do plano crítico [5, 7].

Conforme apresentado no Capítulo 2, o Grupo de Fadiga, Fratura e Materiais – GFFM da Universidade de Brasília desenvolveu uma nova medida para amplitude da tensão cisalhante baseada no conceito de Maior Envoltória Retangular (MRH) [36]. Quando essa medida, ao invés do raio da menor circunferência circunscrita (MMC), é incorporada ao modelo de fadiga de Susmel & Lazzarin [24], as predições de limites de fadiga na presença de carregamento não-proporcionais melhoram de forma significativa. Além disso, o custo computacional do método MRH é da ordem de cinco vezes menor que o do método MCC.

Apesar das vantagens do método MRH em relação ao MCC, esta abordagem requer a rotação de uma envoltória retangular em cada plano material. Dependendo dos parâmetros utilizados em uma análise de fadiga por elementos finitos, principalmente o número de nós e o incremento do ângulo utilizado na busca do plano crítico, essa característica do método MRH pode acarretar em um custo computacional elevado. Nesse contexto, a motivação deste trabalho foi tentar manter a excelente capacidade de predição do modelo, mas reduzindo ainda mais seu custo computacional. Para atingir esse objetivo, propõe-se uma nova medida de amplitude da tensão cisalhante baseada em uma única envoltória retangular, conforme detalhado a seguir.

## 4.1 Medida de Amplitude da Tensão Cisalhante baseada no Conceito de Envoltória Retangular Única (URH)

Este trabalho propõe uma medida de amplitude da tensão cisalhante, obtida a partir da envoltória retangular orientada segundo as direções  $A$  e  $B$ , definida da seguinte forma:

$$\tau_a = \sqrt{a_A^2 + a_B^2} \quad (4.1)$$

onde

$$a_A = \frac{1}{2} \left( \max_t \tau_A(t) - \min_t \tau_A(t) \right) \quad (4.2)$$

$$a_B = \frac{1}{2} \left( \max_t \tau_B(t) - \min_t \tau_B(t) \right) \quad (4.3)$$

são as amplitudes dos lados da envoltória retangular, conforme ilustrado na Fig. 4.1.

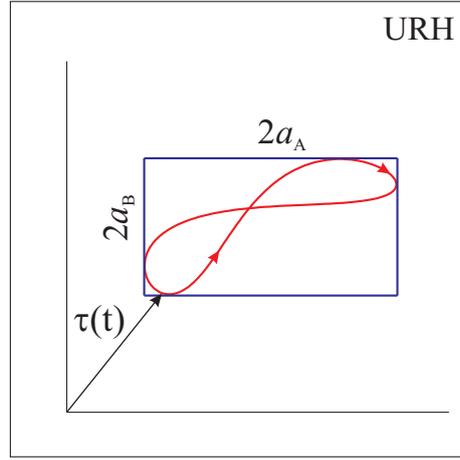


Figura 4.1: Envoltória Retangular Única associada à trajetória do vetor tensão cisalhante.

## 4.2 Formulação e Identificação de Parâmetros do Modelo de Fadiga

### 4.2.1 Formulação do Modelo

A nova medida de amplitude da tensão cisalhante,  $\tau_a$ , baseada no conceito de Envoltória Retangular Única (URH) pode ser utilizada em qualquer modelo de fadiga do tipo plano crítico. Este trabalho analisa, em particular, o seguinte modelo de fadiga:

$$\max_{\theta, \phi} \{ \tau_a + \kappa (\alpha \sigma_{nm} + \sigma_{na}) \} = \lambda \quad (4.4)$$

Esse modelo pode ser considerado como uma modificação do proposto por Findley, onde, além da nova medida de  $\tau_a$ , considera-se uma tensão normal máxima efetiva

definida como  $\sigma_{nmax}^{eff} = \alpha\sigma_{nm} + \sigma_{na}$ , onde  $\alpha$  é um parâmetro de sensibilidade à presença de tensões médias. A modificação da tensão normal máxima segue alguns trabalhos da literatura [40, 41, 43, 45] que mostraram que a introdução desse parâmetro melhora de forma significativa as predições dos modelos de fadiga na presença de carregamentos com tensão média.

#### 4.2.2 Identificação de Parâmetros

Nesta Seção derivam-se fórmulas para identificação dos parâmetros materiais  $\kappa$ ,  $\lambda$  e  $\alpha$ . Em primeiro lugar, obtêm-se  $\kappa$  e  $\lambda$  em função dos limites de fadiga em flexão (ou tração-compressão) e torção alternadas ( $\sigma_{-1}$  e  $\tau_{-1}$ , respectivamente). O parâmetro  $\alpha$  requer para sua identificação o limite de fadiga de um ensaio conduzido na presença de tensão média. Em particular, consideraremos o limite de fadiga sob flexão (ou tração-compressão) repetida,  $\sigma_0$ .

##### *Ensaio de Torção e Flexão (ou Tração-Compressão) Alternadas*

Em um ensaio de torção alternada, a história de tensão é dada por

$$\boldsymbol{\sigma}(t) = \begin{pmatrix} 0 & \tau_{xy}(t) & 0 \\ \tau_{xy}(t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \tau_{xy}(t) = \tau_{-1} \text{sen } \omega t \quad (4.5)$$

onde  $\tau_{-1}$  é o limite de fadiga. Utilizando as fórmulas de transformação de tensão, verifica-se que em um plano orientado segundo um ângulo  $\theta$  temos que

$$\tau_a = \tau_{-1} |\cos 2\theta| \quad \sigma_{nm} = 0 \quad \sigma_{na} = \tau_{-1} |\text{sen } 2\theta| \quad (4.6)$$

Substituindo essas expressões na Eq. (4.4) obtém-se:

$$\max_{\theta} \{(\cos 2\theta + \kappa |\text{sen } 2\theta|) \tau_{-1}\} = \lambda \quad (4.7)$$

O valor máximo dessa expressão pode ser obtido de forma fechada (utilizando, por exemplo, cálculo diferencial), conforme a seguir:

$$\sqrt{1 + \kappa^2} \tau_{-1} = \lambda \quad (4.8)$$

Considere agora um ensaio de flexão (ou tração-compressão) alternada cuja história de

tensão é representada por

$$\boldsymbol{\sigma}(t) = \begin{pmatrix} \sigma_x(t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_x(t) = \sigma_{-1} \operatorname{sen} \omega t \quad (4.9)$$

onde  $\sigma_{-1}$  é o limite de fadiga. Em um plano orientado segundo um ângulo  $\theta$  temos

$$\tau_a = 0.5\sigma_{-1} |\operatorname{sen} 2\theta| \quad \sigma_{nm} = 0 \quad \sigma_{na} = \sigma_{-1} \cos^2 \theta \quad (4.10)$$

cuja substituição na Eq. (4.4) fornece

$$\max_{\theta} \{ (0.5 |\operatorname{sen} 2\theta| + \kappa \cos^2 \theta) \sigma_{-1} \} = \lambda \quad (4.11)$$

Pode-se mostrar que o valor máximo dessa expressão tem um solução fechada dada por

$$\frac{1}{2} \left( \kappa + \sqrt{1 + \kappa^2} \right) \sigma_{-1} = \lambda \quad (4.12)$$

Por fim, resolvendo o sistema de equações (4.8) e (4.12) obtêm-se as seguintes fórmulas de identificação de parâmetros:

$$\kappa = \frac{1 - 0.5r}{\sqrt{r - 1}} \quad \lambda = \frac{\sigma_{-1}}{2\sqrt{r - 1}} \quad (4.13)$$

onde  $r = \sigma_{-1}/\tau_{-1}$  é a razão entre os limites de fadiga em flexão (ou tração-compressão) e torção alternadas.

#### *Ensaio de Flexão (ou Tração-Compressão) Repetida*

Considere um ensaio de flexão (ou tração-compressão) repetida cuja a história de tensão é dada por

$$\boldsymbol{\sigma}(t) = \begin{pmatrix} \sigma_x(t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_x(t) = \sigma_0 + \sigma_0 \operatorname{sen} \omega t \quad (4.14)$$

onde  $\sigma_0$  é o limite de fadiga. Em um plano orientado segundo um ângulo  $\theta$  temos

$$\tau_a = 0.5\sigma_0 |\operatorname{sen} 2\theta| \quad \sigma_{nm} = \sigma_{na} = 0.5\sigma_0(1 + \cos 2\theta) \quad (4.15)$$

cuja substituição na Eq. (4.4) fornece

$$\max_{\theta} \{0.5\sigma_0 [|\sin 2\theta| + \kappa (1 + \cos 2\theta) (1 + \alpha)]\} = \lambda \quad (4.16)$$

Maximizando a expressão acima pode-se mostrar que

$$\alpha = \frac{4\lambda^2 - \sigma_0^2}{4\sigma_0\lambda\kappa} - 1 \quad (4.17)$$

## Capítulo 5 Dados Experimentais Coletados da Literatura

Os modelos de fadiga analisados neste trabalho foram avaliados por meio de comparação com limites de fadiga coletados da literatura [?, 14, 46–50], obtidos sob condições de carregamento multiaxial. As Tabelas 5.1 e 5.2 apresentam os materiais, os tipos de carregamento e as referências correspondentes a cada banco de dados. Por conveniência, os dados experimentais sem e com tensão média foram separados nas Tabelas 5.1 e 5.2, respectivamente. Os Apêndices A e B reportam de forma detalhada os limites de fadiga presentes em cada banco de dados. Cabe notar que, ao todo, foram levantados 347 limites de fadiga referentes à 30 materiais metálicos.

Os limites de fadiga gerados a partir de histórias de tensão harmônicas e não-harmônicas foram rotulados com as siglas H e NH, respectivamente. As histórias de tensão harmônicas possuem a seguinte forma:

$$\sigma(t) = \begin{pmatrix} \sigma_{xx}(t) & \sigma_{xy}(t) & 0 \\ \sigma_{xy}(t) & \sigma_{yy}(t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (5.1)$$

onde

$$\sigma_{xx}(t) = \sigma_{xm} + \sigma_{xa} \text{sen}(wt) \quad (5.2)$$

$$\sigma_{yy}(t) = \sigma_{ym} + \sigma_{ya} \text{sen}(f_y wt - \beta_y) \quad (5.3)$$

$$\sigma_{xy}(t) = \sigma_{xym} + \sigma_{xya} \text{sen}(f_{xy} wt - \beta_{xy}) \quad (5.4)$$

Nesta expressão utiliza-se a seguinte notação:  $\sigma_{xa}$ ,  $\sigma_{ya}$  e  $\sigma_{xya}$  são as amplitudes das tensões;  $\sigma_{xm}$ ,  $\sigma_{ym}$  e  $\sigma_{xym}$  são as tensões médias;  $w$  é a frequência angular;  $f_y$  é a razão entre as frequências das componentes  $\sigma_{yy}$  e  $\sigma_{xx}$ ;  $f_{xy}$  é a razão entre as frequências das componentes  $\sigma_{xy}$  e  $\sigma_{xx}$ ;  $\beta_y$  é o ângulo de fase entre as componentes  $\sigma_{yy}$  e  $\sigma_{xx}$ ;  $\beta_{xy}$  é o ângulo de fase entre as componentes  $\sigma_{xy}$  e  $\sigma_{xx}$ .

Tabela 5.1: Dados experimentais obtidos da literatura sem carregamento médio .

Base de Dados	Material	Carregamento	Ref.
1	Hard Steel	H, EFase/FFase, Sinc, F-To	[?, 47]
2	Mild Steel	H, EFase/FFase, Sinc, F-To	[?, 47]
3	C20	H, EFase/FFase, Sinc, F-To	[?, 51]
4	EN-GJS800-2	H, EFase/FFase, Sinc, F-To	[?, 51]
5	39NiCrMo3	H, EFase/FFase, ASinc, Ax-To	[?, 49]
6	25CrMo4a	H, EFase/FFase, ASinc, Ax-To	[46]
7	30NCD16a	H, EFase, ASinc, F-To	[?, 48]
8	34Cr4a	H, EFase, ASinc, Ax-To	[46]
9	25CrMo4b	NH, Ax-To	[?, 52]
10	34Cr4b	NH, Ax-To	[?, 52]
11	3.5%NiCra	H, EFase, Sinc, F-To	[14, 46]
12	3.5%NiCrb	H, EFase, Sinc, F-To	[14, 46]
13	Silal-Cast Iron	H, EFase, Sinc, F-To	[14, 46]
14	C10 Steel	H, EFase, Sinc, F-To	[14, 46]
15	C40 normalised	H, EFase, Sinc, F-To	[14, 46]
16	C40 spheroidised	H, EFase, Sinc, F-To	[14, 46]
17	C90 Pearlitic	H, EFase, Sinc, F-To	[14, 46]
18	3/3.5% Ni steel	H, EFase, Sinc, F-To	[14, 46]
19	CrVa steel	H, EFase, Sinc, F-To	[14, 46]
20	NiCrMo steel	H, EFase, Sinc, F-To	[14, 46]
21	NiCr steel	H, EFase, Sinc, F-To	[14, 46]
22	Nicrosilal-Cast Iron	H, EFase, Sinc, F-To	[14, 46]
23	Duralumin	H, FFase, Sinc, F-To	[14, 46]
24	Grey Cast Iron	H, FFase, Sinc, F-To	[14, 46]

Nomenclatura: H - Harmônico; NH - Não Harmônico; EFase - Em fase; FFase - Fora de fase; Sinc - Síncrono; ASinc - Assíncrono; Ax - Axial; F - Flexão; To - Torção; IP - Pressão interna.

Tabela 5.2: Dados experimentais obtidos da literatura com presença de carregamento médio .

Base de dados	Material	Carregamento	Obs.	Ref.
25	S65A	H, EFase, Sinc, F-To	$\sigma_0$ medido	[?, 46]
26	SAE52100	H, EFase/FFase, Sinc, Ax-To	$\sigma_0$ medido	[?, 46]
27	30NCD16b	H, EFase/FFase, Sinc, F-To	$\sigma_0$ medido	[46, 48]
28	30NCD16c	H, EFase/FFase, Sinc, F-To	$\sigma_0$ medido	[51]
29	42CrMo4	H, EFase/FFase, Sinc, Ax-To		[?, 46]
30	34Cr4c	H, EFase/FFase, Sinc, Ax-To		[?, 46]
31	34Cr4d	H, EFase/FFase, Sinc, Ax-To	$\sigma_0$ medido	[?, 46]
32	GGG60	H, EFase/FFase, Sinc/ASinc, Ax-To	$\sigma_0$ medido	[?, 46]
33	25CrMo4c	H, EFase/FFase, Sinc, Ax-IP-To	$\sigma_0$ medido	[?, 46]
34	25CrMo4d	H, EFase/FFase, Sinc, Ax-IP-To	$\sigma_0$ medido	[?, 46]
35	St35a	H, EFase/FFase, Sinc, Ax-IP-To		[46, 53]
36	St35b	H, EFase/FFase, ASinc, Ax-IP		[?, 46]
37	St35c	NH, FFase, Ax-IP		[46]
38	St35d	NH, FFase, Ax-IP		[46]
39	76S-T61	H, EFase, Sinc, Ax-To	$\sigma_0$ medido	[50]
40	76S-T61b	H, EFase, Sinc, Ax-To	$\sigma_0$ medido	[50]
41	76S-T61c	H, EFase, Sinc, Ax-To	$\sigma_0$ medido	[50]
42	34CrMo4	H, EFase, Sinc, Ax-To		[?, 46]
43	St60	H, EFase, Sinc, Ax-IP	$\sigma_0$ medido	[?, 46]
44	C35Na	H, EFase, Sinc, F-To		[?, 46]
45	C35Nb	H, EFase, Sinc, F-To		[?, 46]

Nomenclatura: H - Harmônico; NH - Não Harmônico; EFase - Em fase; FFase - Fora de fase; Sinc - Síncrono; ASinc - Assíncrono; Ax - Axial; F - Flexão; To - Torção; IP - Pressão interna.

A Figura 5.1 ilustra um ensaio harmônico não-proporcional realizado no aço 25CrMo4c com carregamento do tipo axial-torsional, cujos parâmetros de carregamento são dados por:  $\sigma_{xa} = 275$  MPa,  $\sigma_{ya} = 275$  MPa,  $\sigma_{xm} = 170$  MPa,  $\sigma_{ym} = 340$  MPa,  $\beta_y = 60^\circ$  e  $f_y = 1$ .

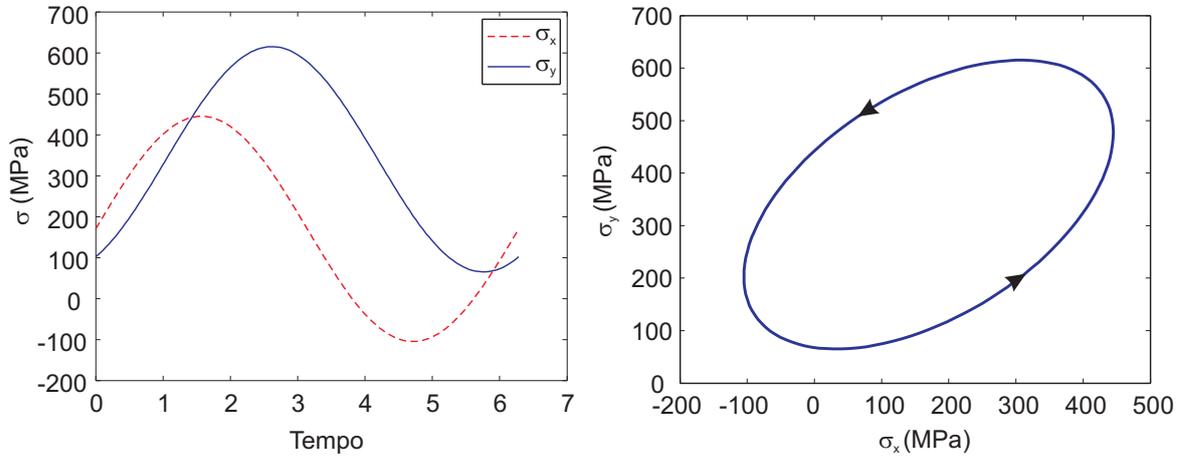


Figura 5.1: Ensaio harmônico realizado no aço 25CrMo4 com carregamento do tipo axial-torsional: Ilustração da história de tensão e trajetória elíptica de carregamento no espaço das tensões.

Carregamentos multiaxiais não-harmônicos (bases de dados 9 e 10 da Tabela 5.1 e 37 e 38 da Tabela 5.2) também foram utilizados para validação dos modelos de fadiga considerados neste trabalho. A fim de ilustrar esses carregamentos, as Figs. 5.2–5.8 representam as histórias de tensão e as correspondentes trajetórias no espaço das tensões ( $\sigma_x$  vs  $\sigma_{xy}$ ) dos ensaios presentes nesses bancos de dados. Os ensaios apresentados na Fig. 5.2 e 5.3 foram produzidos com carregamentos do tipo axial-torsional caracterizados por sequências de histórias de tensão proporcionais.

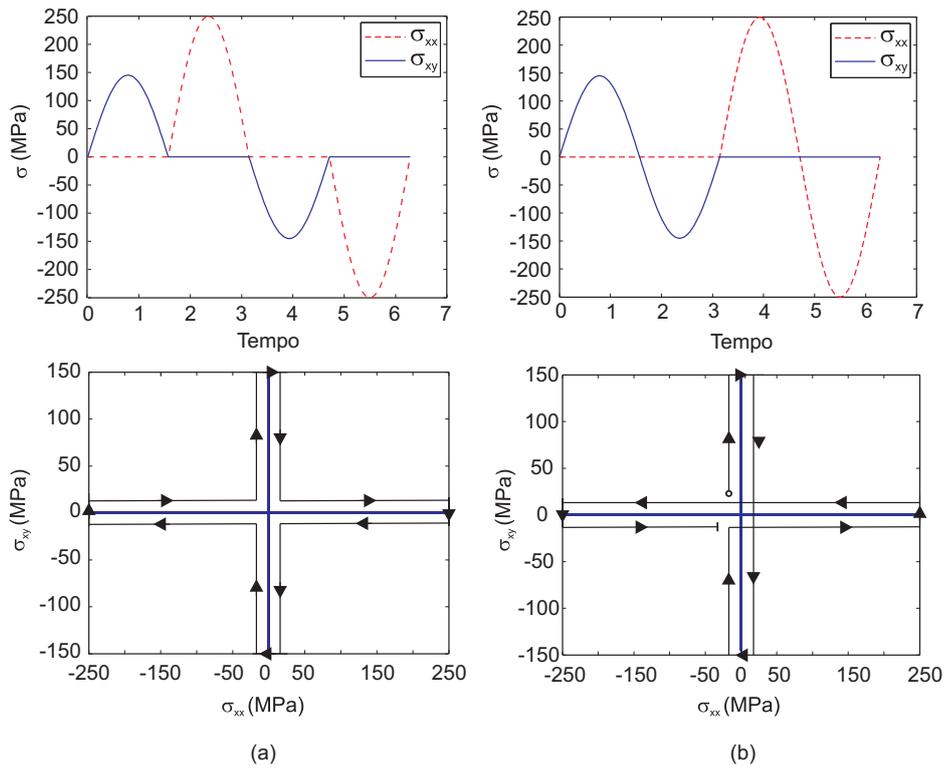


Figura 5.2: Ensaio não-harmônicos no aço 25CrMo4: Histórias de tensão e trajetórias de carregamento no espaço das tensões correspondentes aos ensaios 1 (a) e 2 (b).

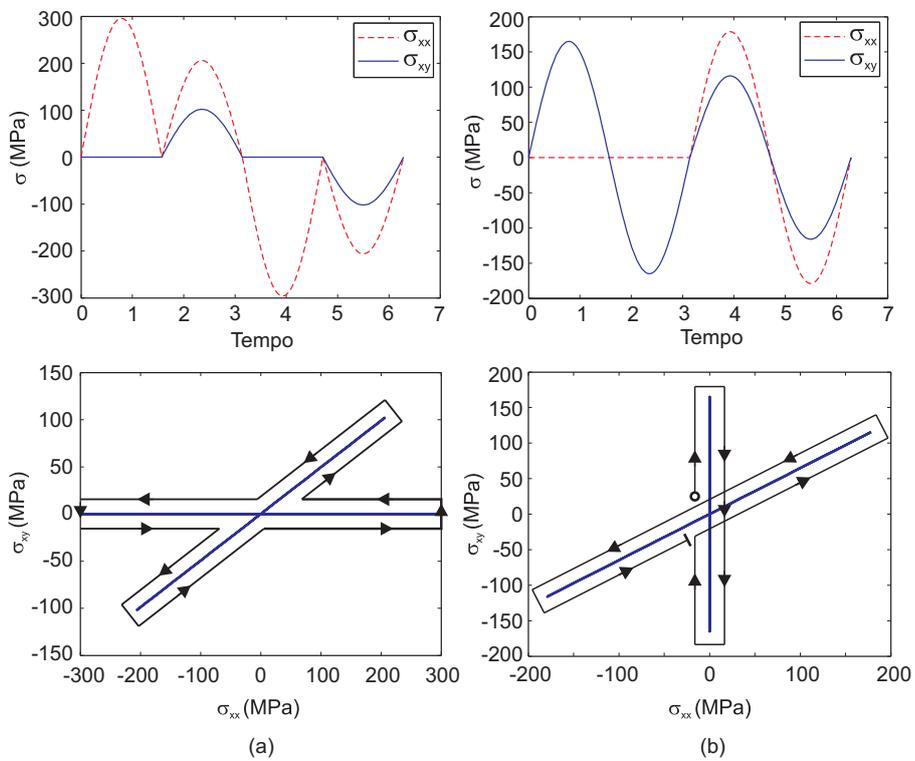


Figura 5.3: Ensaio não-harmônicos no aço 25CrMo4: Histórias de tensão e trajetórias de carregamento no espaço das tensões dos testes correspondentes aos ensaios 3 (a) e 4 (b).

A Figura 5.4 ilustra o ensaio com trajetória de carregamento trapezoidal realizado no aço 34Cr4, enquanto as Figs.5.5 e 5.6 ilustram os ensaios com trajetórias de carregamento trapezoidal para o aço St35. Esses ensaios foram conduzidos com carregamentos fora de fase com tensão média nula (Fig. 5.4), não-proporcionais síncronos defasados de  $90^\circ$  e  $180^\circ$  (Figs. 5.5a e 5.5b, respectivamente) e assíncronos defasados de  $0^\circ$  e  $90^\circ$  (Figs. 5.6a e 5.6b, respectivamente).

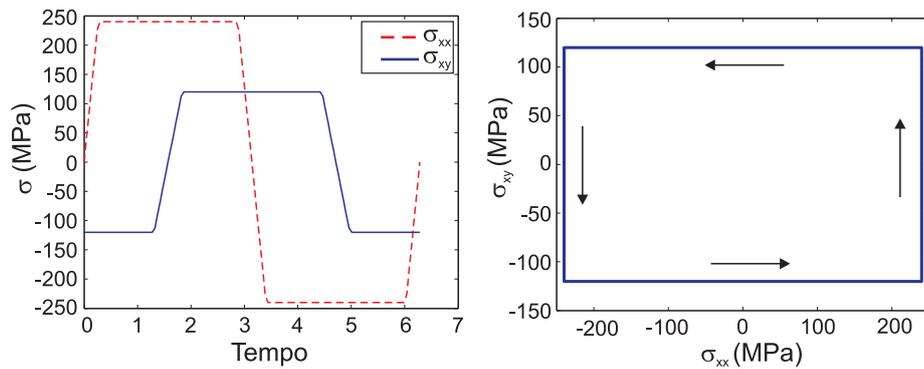


Figura 5.4: Ensaio não-harmônico no aço 34Cr4: História trapezoidal de tensão e trajetórias de carregamento no espaço das tensões.

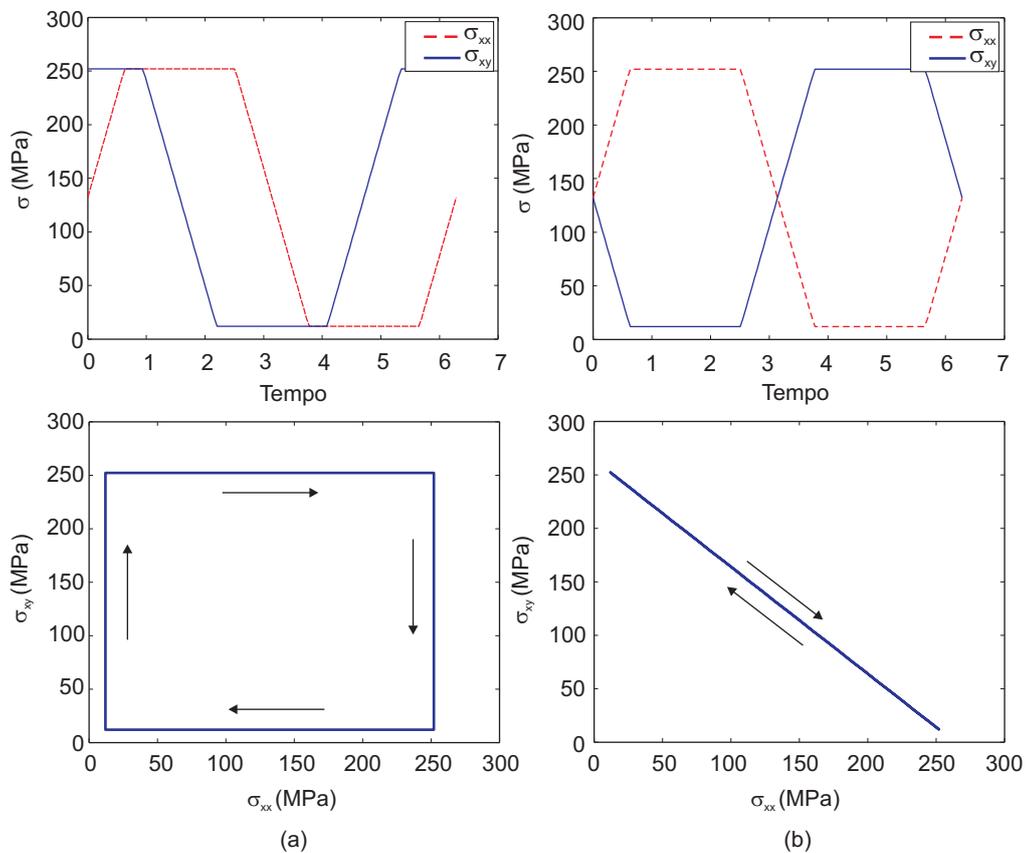


Figura 5.5: Ensaios não-harmônicos no aço St35: Histórias trapezoidais de tensão e trajetórias de carregamento no espaço das tensões correspondentes aos ensaios 1 (a) e 2 (b).

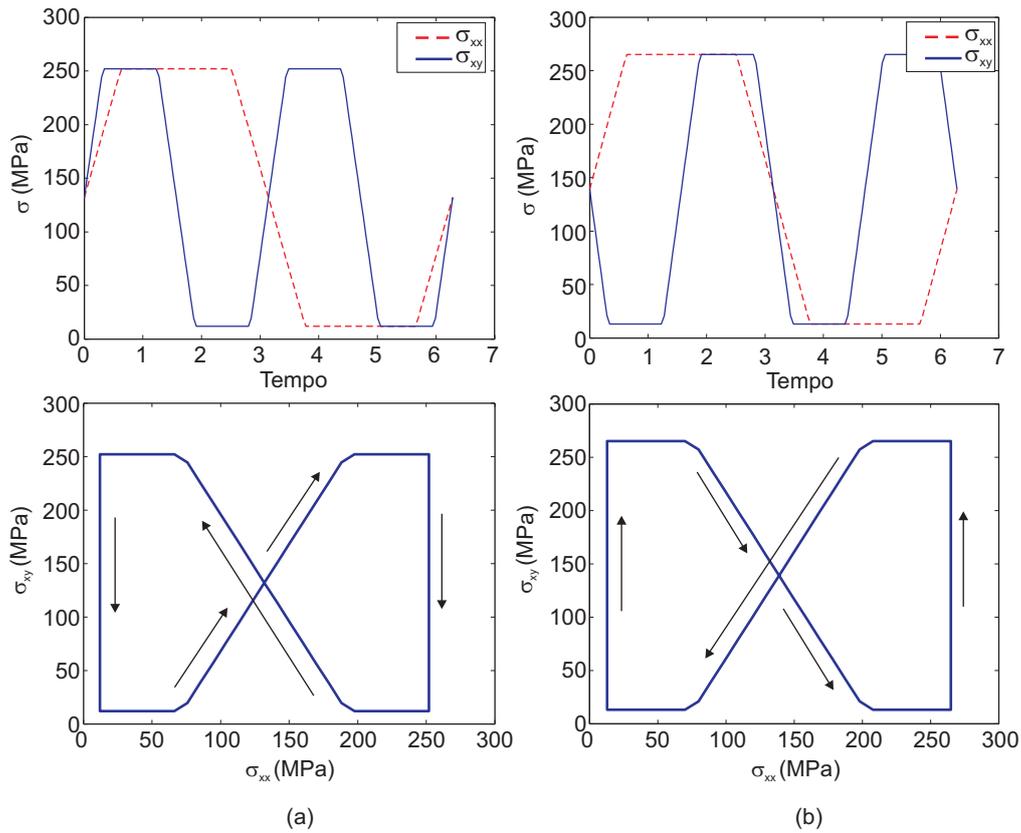


Figura 5.6: Ensaio não-harmônicos no aço St35: Histórias trapezoidais de tensão e trajetórias de carregamento no espaço das tensões correspondentes aos ensaios 3 (a) e 4 (b).

Por fim, as Figuras 5.7, 5.8 e 5.9 ilustram os testes de carregamento não-harmônico com trajetórias triangular para o material St35. Pode-se notar a existência de carregamentos fora de fase (Figs. 5.7a, 5.7b e 5.8a) e em fase (Fig. 5.8b), além de carregamentos síncronos (Figs. 5.7a, 5.7b e 5.8a) e não-síncronos (Fig. 5.8b e 5.9).

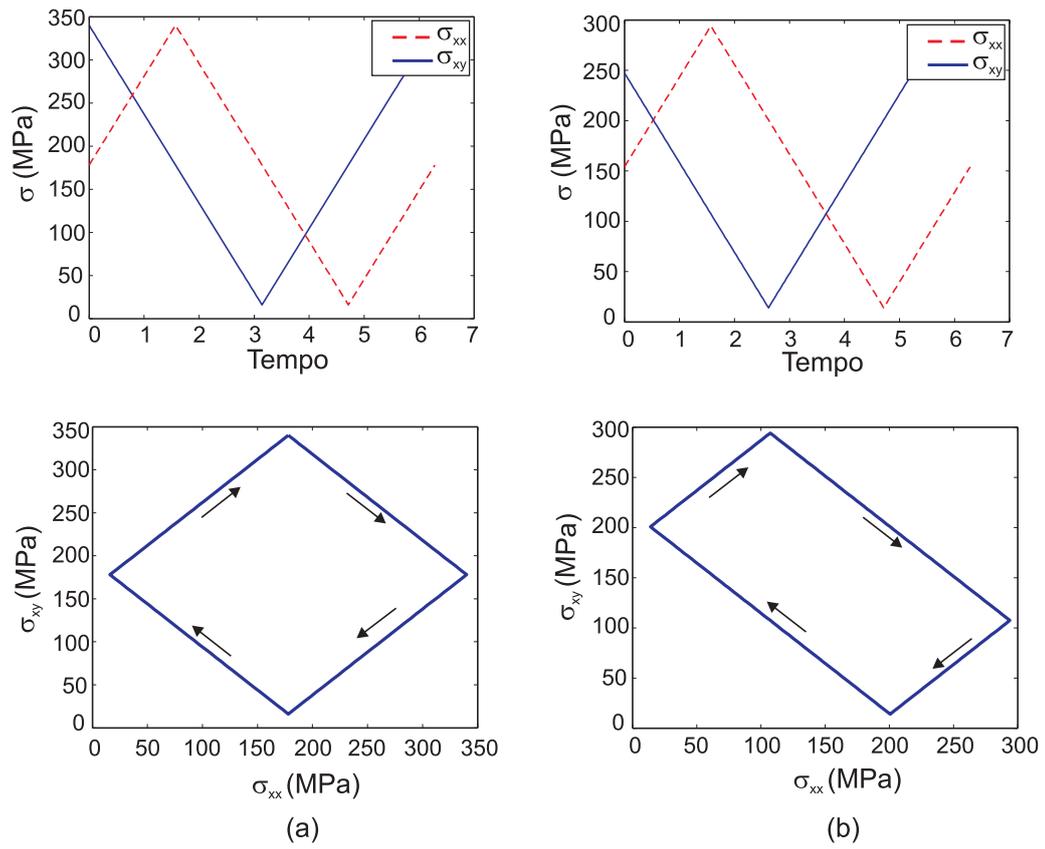


Figura 5.7: Ensaio não-harmônicos no aço St35: Histórias triangulares de tensão e trajetórias de carregamento no espaço das tensões correspondentes aos ensaios 1 (a) e 2 (b).

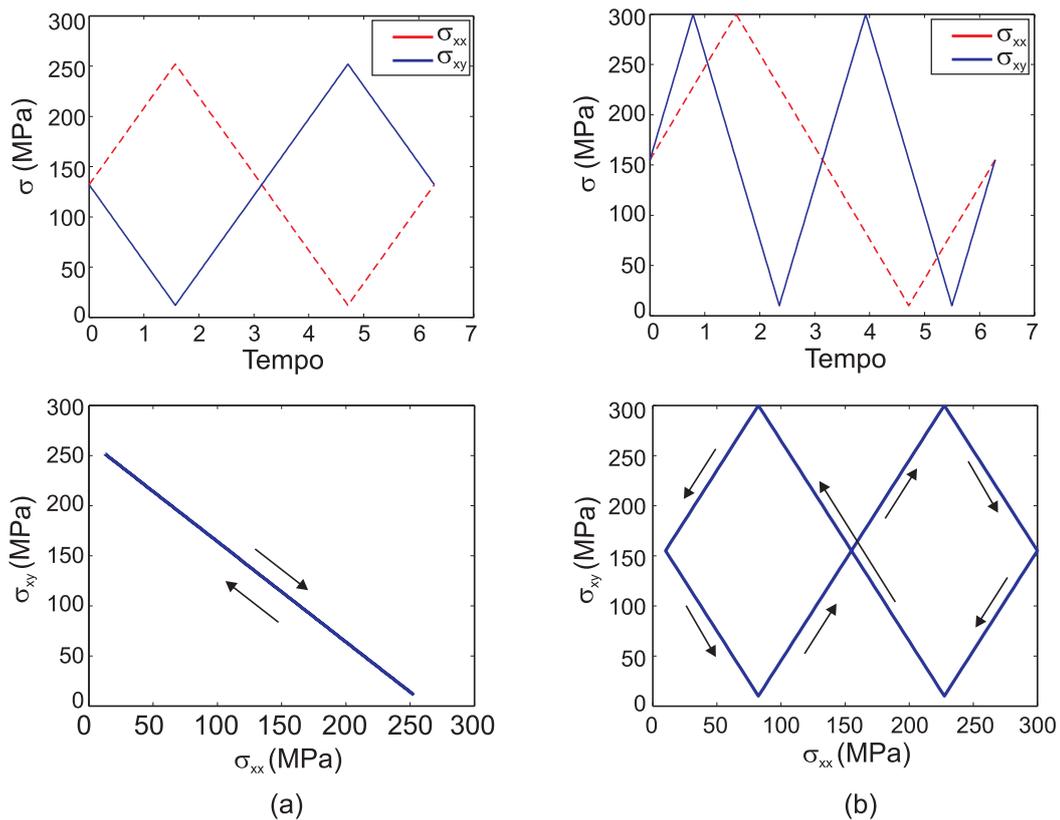


Figura 5.8: Ensaios não-harmônicos no aço St35: Histórias triangulares de tensão e trajetórias de carregamento no espaço das tensões correspondentes aos ensaios 3 (a) e 4 (b).

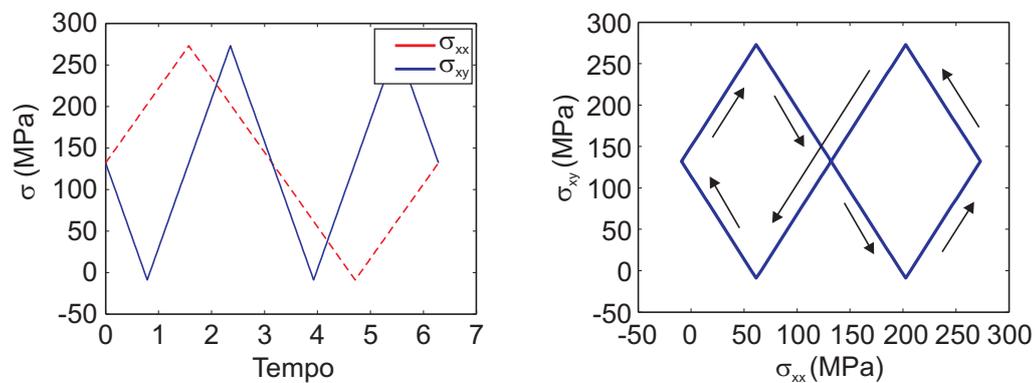


Figura 5.9: Ensaios não-harmônicos no aço St35: Histórias triangulares de tensão e trajetórias de carregamento no espaço das tensões correspondente ao ensaio 5.

## Capítulo 6 Resultados

### 6.1 Avaliação das Medidas de Amplitude da Tensão Cisalhante

Esta Seção apresenta (i) uma análise comparativa de diferentes formas de medida da amplitude da tensão cisalhante com os dados experimentais apresentados na Seção 1, (ii) uma comparação do tempo de processamento para o computo dessas medidas e (iii) uma análise dos ângulos de orientação dos planos críticos para cada forma de medida. Os métodos escolhidos para medição da amplitude da tensão cisalhante encontram-se descritas no Capítulo 4 e serão designadas conforme a seguir:

- Maior Projeção da Tensão Cisalhante (SOC)
- Raio da Menor Circunferência (MCC)
- Maior Envelope Retangular (MRH)
- Envelope Retangular Único (URH)

#### 6.1.1 Comparação com Dados Experimentais

O modelo clássico de Findley, descrito na Seção 3.3.1, foi escolhido para avaliar as diferentes medidas de amplitude da tensão cisalhante,  $\tau_a$ . Nesse modelo  $\tau_a$  é combinado de forma linear com a máxima tensão normal conforme a seguir:

$$\max \tau_a + \kappa \sigma_{nmax} \leq \lambda \quad (6.1)$$

onde  $\kappa$  e  $\lambda$  são parâmetros materiais. Em todos os casos analisados nessa Seção, esses parâmetros foram obtidos a partir dos limites de fadigas em flexão (ou axial) e torção completamente alternados, utilizando as seguintes expressões:

$$\kappa = \frac{1 - 0.5r}{\sqrt{r - 1}} \quad \lambda = \frac{\sigma_{-1}}{2\sqrt{r - 1}} \quad (6.2)$$

onde  $r = \sigma_{-1}/\tau_{-1}$ .

Para medir a diferença entre os limites de fadiga estimados pelos modelos e os observados em laboratório, o seguinte índice de erro foi definido:

$$ER = \frac{\max\{\tau_a + \kappa\sigma_{nmax}\} - \lambda}{\lambda} \quad (6.3)$$

Segundo esse índice, quando  $ER = 0\%$ , o modelo está prevendo corretamente quando a falha ocorrerá. Para  $ER > 0\%$ , o modelo está prevendo a falha quando na verdade ela não ocorrerá e por isso o modelo é conservativo. Para valores de  $ER < 0\%$ , o contrario ocorre e chamamos o modelo de não conservativo.

Os dados experimentais utilizados na presente análise são os referentes a base de dados sem tensão média (Tabela 5.1 e Apêndice A). Dessa forma, excluimos da nossa comparação a influência do efeito da tensão média sobre o erro do modelo, pois nessa situação a tensão normal média é nula. A influência da tensão média sobre o erro dos modelos será tratada na Seção 3.

Os índices de erros obtidos para o critério clássico de Findley utilizando o método SOC, MCC, MRH, e URH para a base de dados sem tensão média são mostrados nas Figs. 6.1, 6.2, 6.3 e 6.4, respectivamente.

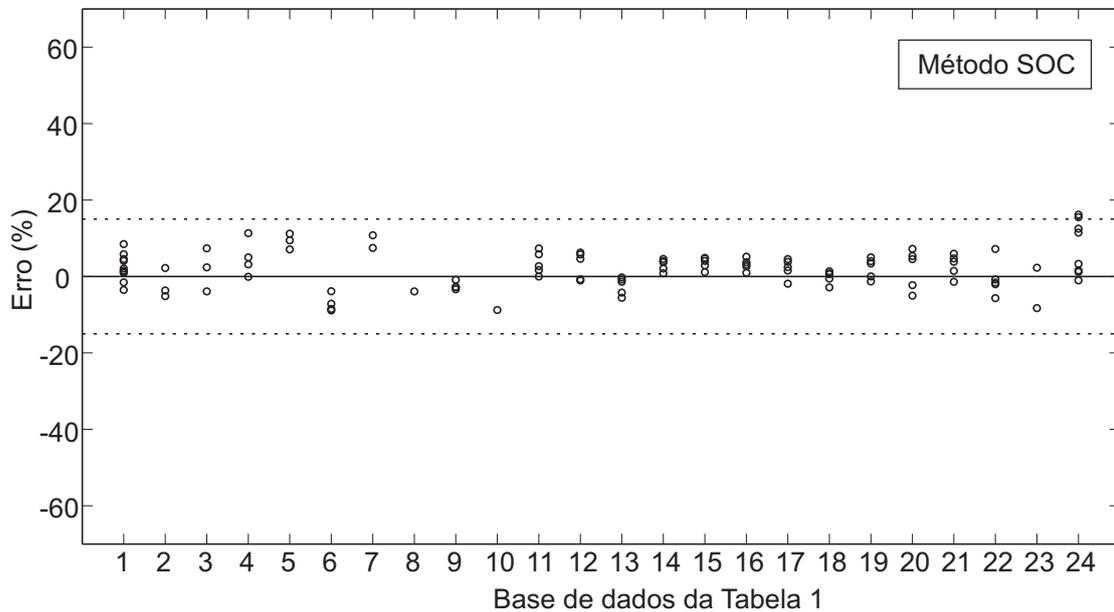


Figura 6.1: Erros do modelo de Findley clássico: Amplitude de tensão cisalhante definida segundo o método SOC para a base de dados da Tabela 1.

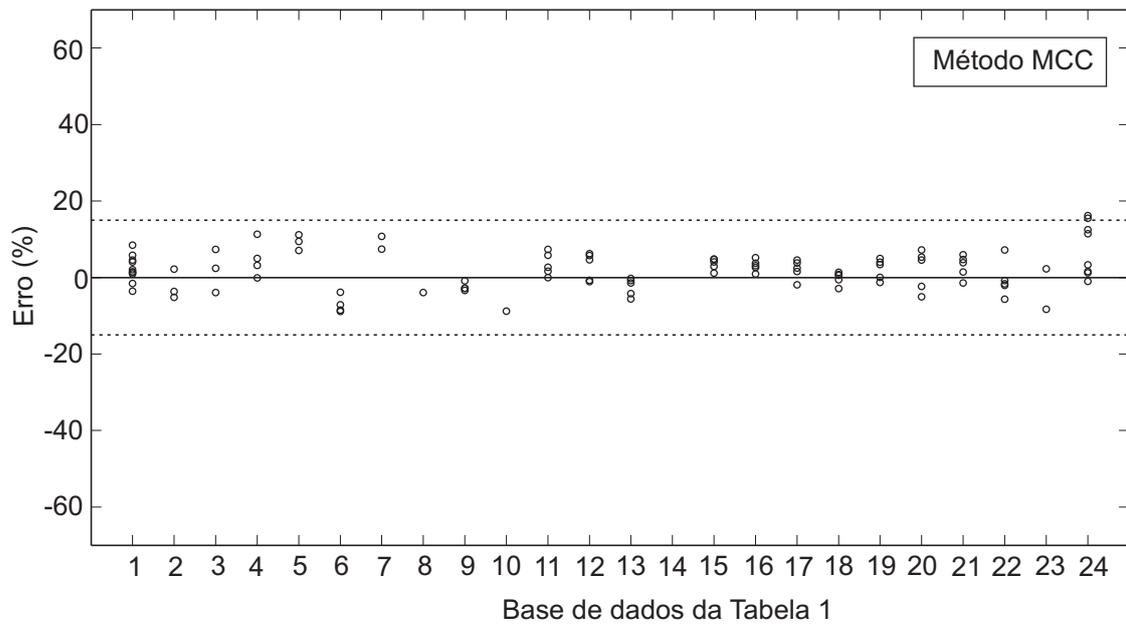


Figura 6.2: Erros do modelo de Findley clássico: Amplitude de tensão cisalhante definida segundo o método MCC para a base de dados da Tabela 1.

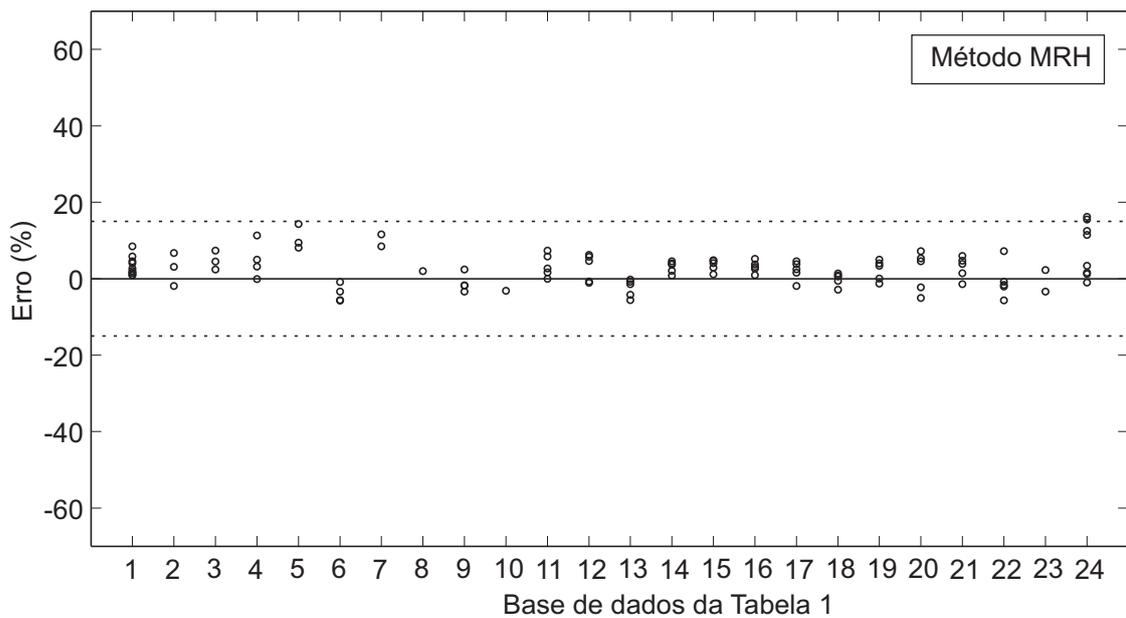


Figura 6.3: Erros do modelo de Findley clássico: Amplitude de tensão cisalhante definida segundo o método MRH para a base de dados da Tabela 1.

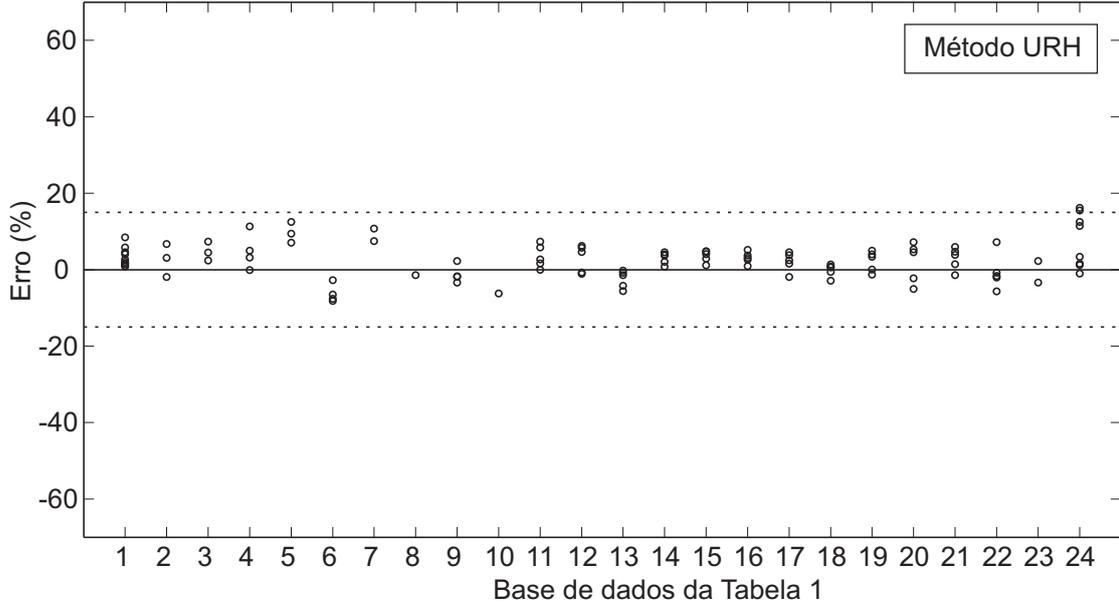


Figura 6.4: Erros do modelo de Findley clássico: Amplitude de tensão cisalhante definida segundo o método URH para a base de dados da Tabela 1.

Podemos perceber nas Figs. 6.1 – 6.4 uma diferença pouco significativa nos índices de erro do critério de Findley clássico comparando os modelos de avaliação da amplitude da tensão cisalhante, sendo que para todos os modelos avaliados, 98% dos testes encontram-se dentro de uma faixa de -15% a 15% de erro, o que é uma estimativa muito boa considerando vários outros trabalhos da literatura [?, 4, 40, 41, 54]. Ainda, podemos notar uma grande semelhança entre os modelos MCC e SOC (Figs. 6.2 e 6.1, respectivamente), e entre os modelos MRH e URH (Figs. 6.3 e 6.4, respectivamente). Isso se deve à formulação desses modelos, pois para certos casos (*i.e* casos onde o plano crítico seja a  $90^\circ$ ) os resultados dos modelos MCC e SOC, e MRH e URH serão bastante próximos ou iguais.

### 6.1.2 Custo Computacional

Esta seção tem como objetivo avaliar o tempo de processamento para cálculo da amplitude da tensão cisalhante pelos métodos SOC, MCC, MRH e URH. Esses métodos foram implementados na plataforma MATLAB num computador com processador Intel Core i7 de 1.87 GHz, 8 Gb de memória RAM e sistema operacional Windows 7.

O algoritmo para cálculo da MCC proposto por Dang Van foi implementado com os seguintes parâmetros:  $\text{tol} = 10^{-6}$ ,  $\chi = 0.05$ ,  $R_0 = 10^{-3}$  e  $C_0 = \text{centróide do conjunto de pontos}$ . Esses valores são usualmente utilizados [6, 55, 56] porque fornecem uma boa

relação custo-benefício entre tempo de processamento e precisão. No algoritmo para determinação da MRH foi utilizado um incremento de rotação da envoltória retangular igual a  $\Delta\varphi = 10^\circ$ , conforme sugerido em [36] tendo vista uma boa relação custo computacional-precisão.

*Estudo de Caso 1: História de Tensão do Tipo Borboleta*

Nosso primeiro estudo de caso considera a trajetória do tipo borboleta estudada por Bernasconi [6, 56] para avaliar o custo computacional de diversos algoritmos para determinação da MCC. Esta trajetória é caracterizada por componentes de tensão cisalhante nas direções A e B conforme descrito a seguir:

$$\tau_A(t) = 100 \text{sen}(wt) \tag{6.4}$$

$$\tau_B(t) = 100 \text{sen}\left(2wt - \frac{\pi}{4}\right) \tag{6.5}$$

A Figura 6.5 ilustra esta trajetória considerando uma discretização composta por 25 pontos.

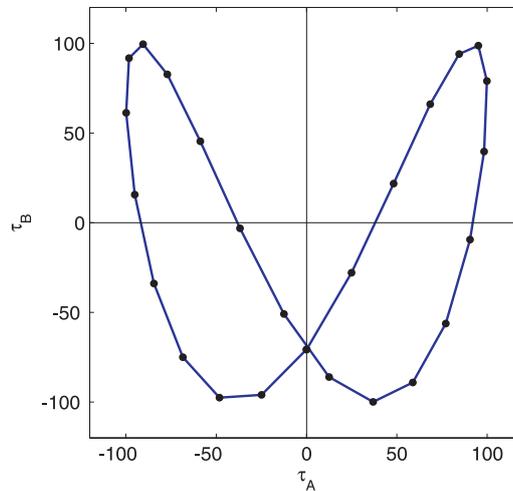


Figura 6.5: Ilustração da trajetória da tensão cisalhante do tipo borboleta considerando 25 pontos.

Os tempos de processamento dos algoritmos foram obtidos para trajetórias compostas por 25, 50, 100, 200, 300 e 400 pontos conforme apresentado na Fig. 6.6. Para minimizar as flutuações observadas no tempo de processamento dos algoritmos, principalmente para números de pontos menores que 100, foi necessário calcular o tempo médio de processamento correspondente a várias execuções. Para os algoritmos SOC,

MRH e URH considerou-se  $10^5$  execuções, enquanto o algoritmo MCC foi executado  $10^3$  vezes.

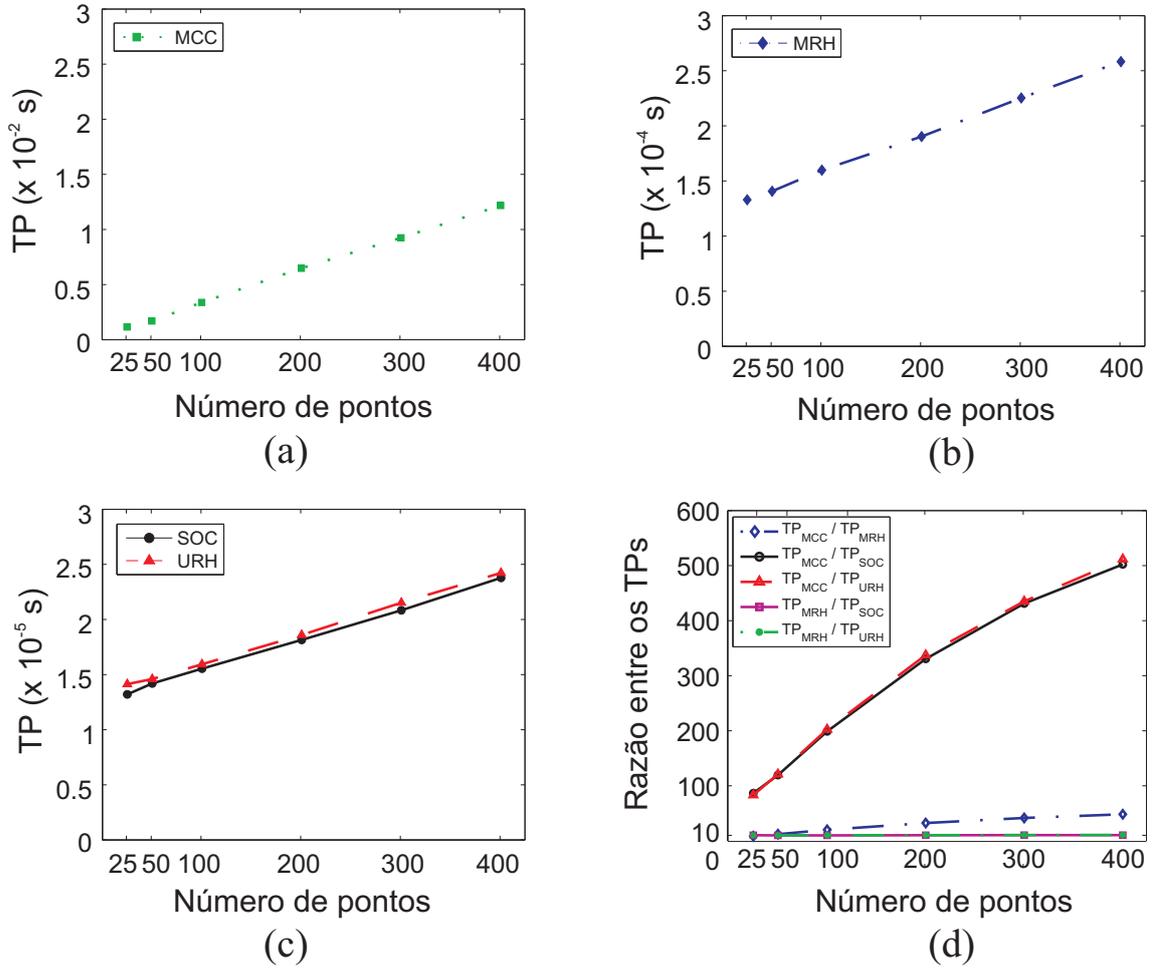


Figura 6.6: Tempo de processamento (TP) dos algoritmos vs. número de pontos da trajetória borboleta (a)–(c) e razão entre os tempos de processamento (d).

A partir da análise da Fig. 6.6 fica evidente que, para todos os algoritmos, a relação entre o tempo de processamento (TP) e o número de pontos da trajetória de carregamento é linear. A Figura 6.6d mostra ainda que o algoritmo MCC é centenas de vezes mais caro computacionalmente que os algoritmos SOC e URH, enquanto o algoritmo MRH é dezenas de vezes mais caro. Por sua vez, observa-se também que o custo computacional dos algoritmos SOC e URH é da ordem de dezena de vezes mais barato que do algoritmo MRH.

### *Estudo de Caso 2: História de Tensão Produzida por Contato por Rolamento*

Nesta seção o custo computacional para o cálculo do parâmetro de Findley (FD),

definido na Eq. XXX, é analisado. Para isso, consideraremos uma história de tensão formada por 60 pontos produzida por contato por rolamento [6, 56], conforme ilustrado na Fig. 6.7. Cabe notar que os estados de tensão são tridimensionais e, portanto, deve-se realizar uma varredura em  $\theta$  e  $\phi$  de 0 a  $180^\circ$ .

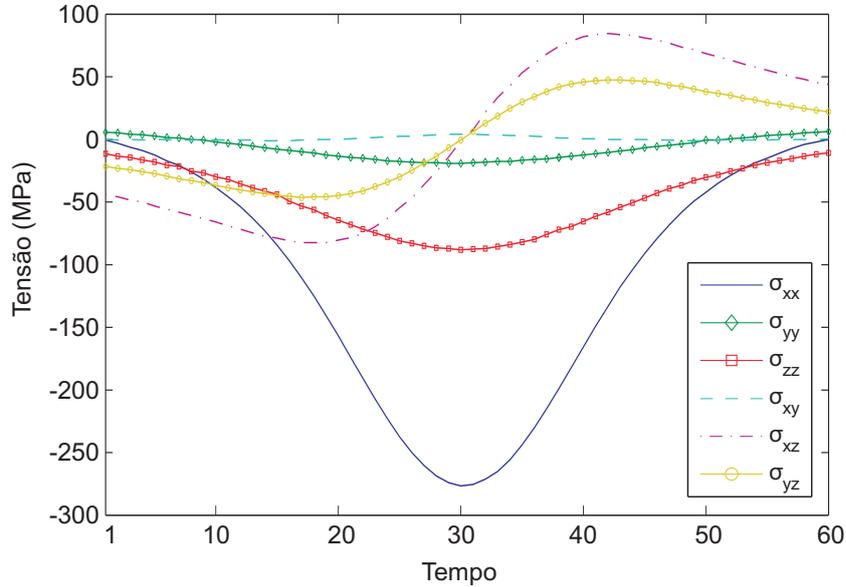


Figura 6.7: História das componentes de tensão para o exemplo de contato por rolamento.

A Figura 6.8 mostra os tempos de processamento para cálculo de FD considerando-se (i)  $\tau_a$  definido segundo os métodos SOC, MCC, MRH e URH e (ii) diferentes incrementos dos ângulos de varredura. Por simplicidade, os incrementos em  $\theta$  e  $\phi$  foram os mesmos, i.e.  $\Delta\phi = \Delta\theta$ . Observa-se que em todos os casos o custo computacional diminui de forma significativa em função da discretização da varredura: por exemplo, o tempo de processamento cai em aproximadamente 20 vezes quando o incremento de rotação passa de  $5^\circ$  para  $20^\circ$ . Novamente, conforme já verificado na seção anterior, os tempos de processamento do algoritmo MCC em relação aos algoritmos MRH e SOC/URH são da ordem de dezenas e centenas vezes superior, respectivamente.

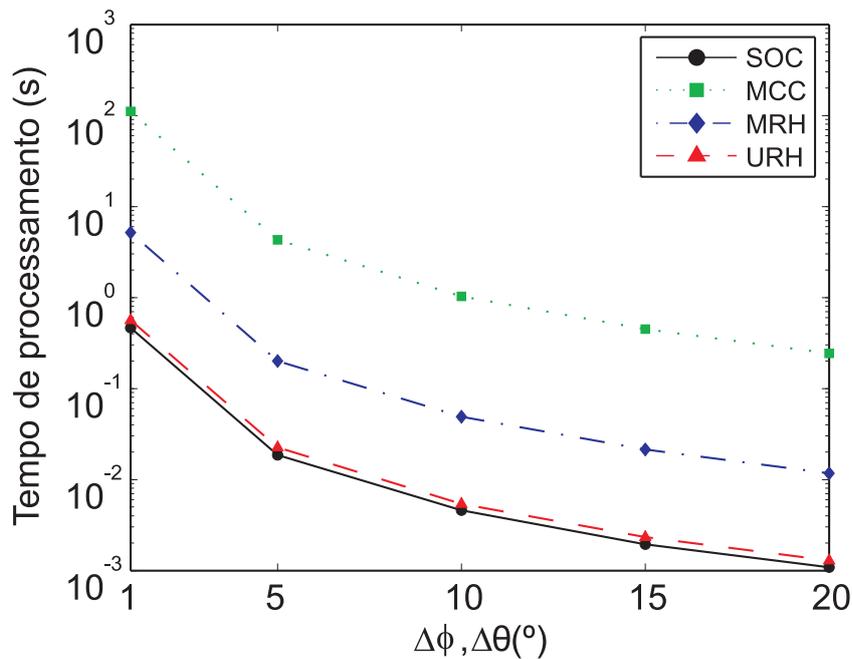


Figura 6.8: Comparação entre os tempos de processamento para cálculo do parâmetro de Findley para a história de tensão produzida por contato por rolamento.

A Figura 6.9 apresenta os tempos de processamento para cálculo do parâmetro FD em uma malha fictícia de elementos finitos formada por  $10^4$  nós. Estes tempos foram calculados simplesmente multiplicando-se os tempos de processamento, para incrementos de  $5^\circ$  e  $20^\circ$ , observados na Fig. 6.8 por  $10^4$ . A escolha por  $10^4$  nós deve-se a experiência do autor em análises de fadiga por elementos finitos na região crítica de virabrequins adquirida em estágio na Renault [57]. Em primeiro lugar, observa-se que mesmo com um incremento grande ( $20^\circ$ ) o tempo para o cálculo de FD utilizando o algoritmo MCC é relativamente alto (40 min); por sua vez, para um incremento de  $5^\circ$ , a análise torna-se inviável. Em contrapartida, quando os algoritmos SOC e URH são empregados, uma análise com incrementos de  $20^\circ$  é quase instantânea, enquanto uma análise mais acurada com incrementos de  $5^\circ$  é realizada em menos de 4 min.

Por fim, vale a pena observar que, como os tempos para determinação de  $\tau_a$  em um plano material pelos métodos SOC e URH são extremamente pequenos, isto torna viável o cálculo do parâmetro de Findley por meio de um procedimento de varredura simples, cujos incrementos de rotação  $\Delta\phi$  e  $\Delta\theta$  são iguais. Em contraposição, pesquisadores que adotam o método MCC sentem a necessidade de desenvolver procedimentos de varredura mais sofisticados tendo em vista reduzir o tempo para o cálculo dos critérios de fadiga [5].

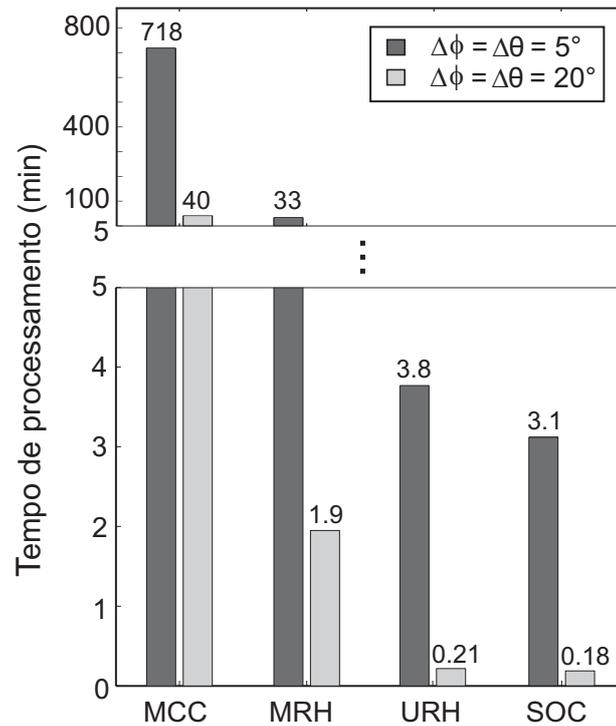


Figura 6.9: Comparação entre os tempos de processamento para cálculo do parâmetro de Findley em uma malha fictícia composta por  $10^4$  nós submetidos à história de tensão ilustrada na Fig. 6.7.

### 6.1.3 Orientação do Plano Crítico

Outra forma de comparar os métodos de medição da amplitude da tensão cisalhante foi pela orientação do plano crítico, ou planos críticos, dado por esses métodos. De acordo com Socie [27], os carregamento em torção pura ou tração - torção combinados possuem sempre trincas do caso A, que por sua vez, possuem um ângulo de orientação do plano crítico,  $\phi = 90^\circ$  com relação à superfície livre (ver Seção 1.3).

Partindo desse pressuposto, os métodos de medição da amplitude da tensão cisalhante serão comparados com relação aos ângulos de orientação do plano crítico utilizando as bases de dados da Tabela 1, onde é possível observar que todos os testes foram feitos com carregamentos do tipo tração-torção. As Figuras 6.10 - 6.12 ilustram o ângulo de orientação,  $\phi$ , para a base de dados da Tabela 1 considerando cada método separadamente.

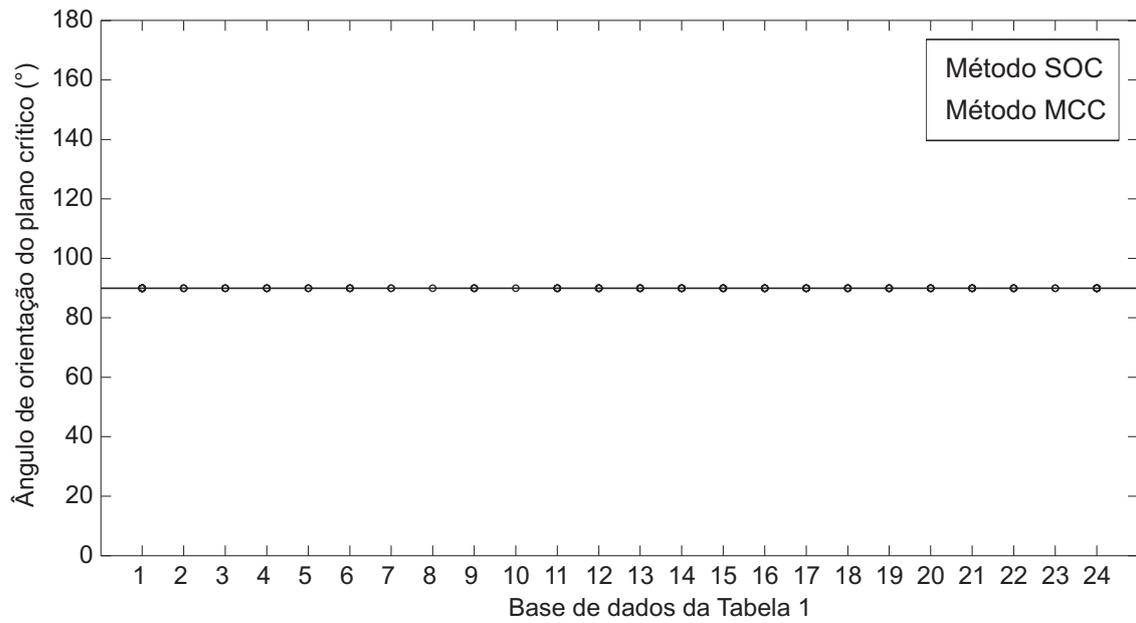


Figura 6.10: Ângulo de orientação do plano crítico para o critério de Findley utilizando o método MSA e MCC para a base de dados sem tensão média.

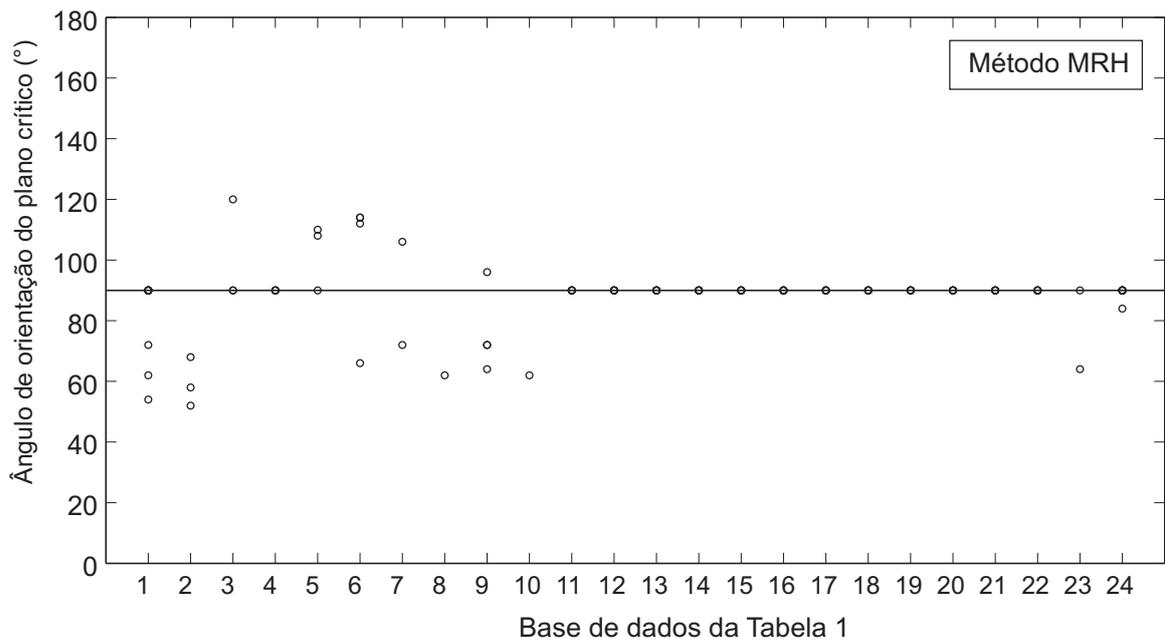


Figura 6.11: Ângulo de orientação do plano crítico para o critério de Findley utilizando o método MRC para a base de dados sem tensão média.

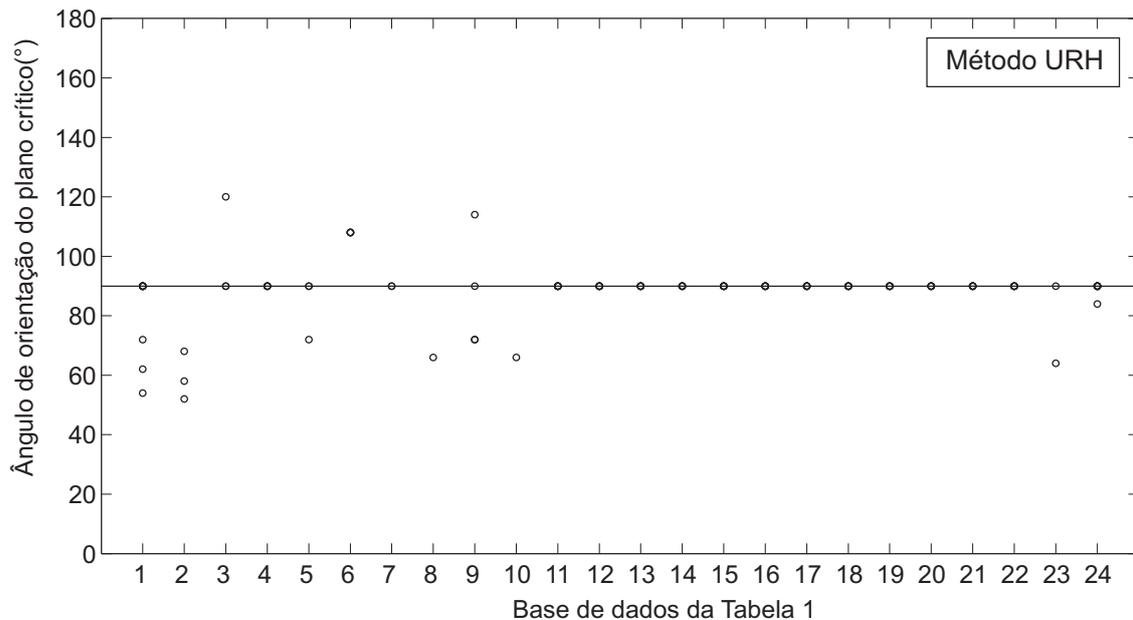


Figura 6.12: Ângulo de orientação do plano crítico para o critério de Findley utilizando o método caixa única para a base de dados sem tensão média.

Podemos notar pela Figura 6.10, que os métodos MCC e SOC estimam para todos os testes da base de dados da Tabela 1, um ângulo de orientação do plano crítico  $\phi = 90^\circ$ , o que está de acordo com as observações de Socie. Porém, para os métodos MRH e URH (Figs. 6.11 e 6.12, respectivamente), alguns testes da base de dados foram estimados com ângulos de orientação diferentes de  $90^\circ$ . Para o método MRH, 23 dos 105 testes foram estimados com ângulos diferentes de  $90^\circ$ , ou seja, 23% dos testes. Já para o método URH, 19 testes foram estimados com ângulos diferentes de  $90^\circ$ .

## 6.2 Avaliação do Efeito da Tensão Média

Nesta Seção iremos avaliar o critério de Findley clássico e o critério de Findley modificado proposto neste trabalho. A comparação será feita por meio dos índices de erros desses critérios, tomando como base de dados os testes da Tabela 2, que possuem cargas médias diferentes de zero. Também será mostrado nesta Seção o procedimento feito para calibração do modelo de Findley modificado.

### 6.2.1 Procedimento de Calibração

Como mostrado no Cap. 2, o critério de Findley modificado é um critério de plano crítico que utiliza a amplitude da tensão cisalhante e a máxima tensão normal ao plano

crítico para estimar a vida em fadiga do componente. Assim, o critério de Findley modificado pode ser definido como:

$$I_{Findley} = \lambda = \max \{ \tau_a + \kappa(\alpha\sigma_{nm} + (\sigma_{na})) \} \quad (6.6)$$

onde o parâmetro  $\alpha$  é calibrado pelo limite de fadiga do material para um carregamento repetido,  $\sigma_0$ , de forma que:

$$\alpha = \frac{4\lambda^2 - \sigma_0^2}{4\sigma_0\lambda\kappa} - 1 \quad (6.7)$$

Na ausência do teste com carregamento repetido, o parâmetro  $\sigma_0$  deve ser estimado pelo diagrama de Haigh da seguinte forma: Primeiramente, são adicionados ao diagrama de Haigh todos os testes uniaxiais em tração ou torção com tensões médias diferente de zero e dentro do limite elástico, além do limite de fadiga do material para carregamento totalmente reversível ( $\sigma_{-1}$ ). A partir do ponto  $\sigma_{-1}$ , uma reta é traçada de forma a ajustar a curva da melhor maneira possível entre os pontos dados para, finalmente, o ponto  $\sigma_0$  ser estimado como aquele onde a reta traçada intercepta a reta  $\sigma_a = \sigma_m$ , conforme ilustrado na Figs. 6.13 – 6.17.

Na Tabela 2, as base de dados marcadas com “\*” são aquelas onde o valor de  $\sigma_0$  foi dado ou estimado pelo diagrama de Haigh. Nas bases de dados 32 e 34, o valor de  $\sigma_0$  foi fornecido diretamente nas referências desses materiais, enquanto que nas bases de dados restantes marcadas com “\*”, o valor de  $\sigma_0$  foi obtido a partir do diagrama de Haigh que pode ser visto nas Figs. 6.13 – 6.17 para cada material.

Se na base de dados não houver nenhum teste com carregamento uniaxial simples com tensão média diferente de zero dentro do limite elástico,  $\sigma_0$  deve ser estimado pelos métodos de análise do efeito da tensão média. Neste trabalho, por convêniencia, os métodos utilizados foram os de Goodman, Gerber e Relação Elíptica. Estes métodos serão avaliados e comentados na próxima Seção.

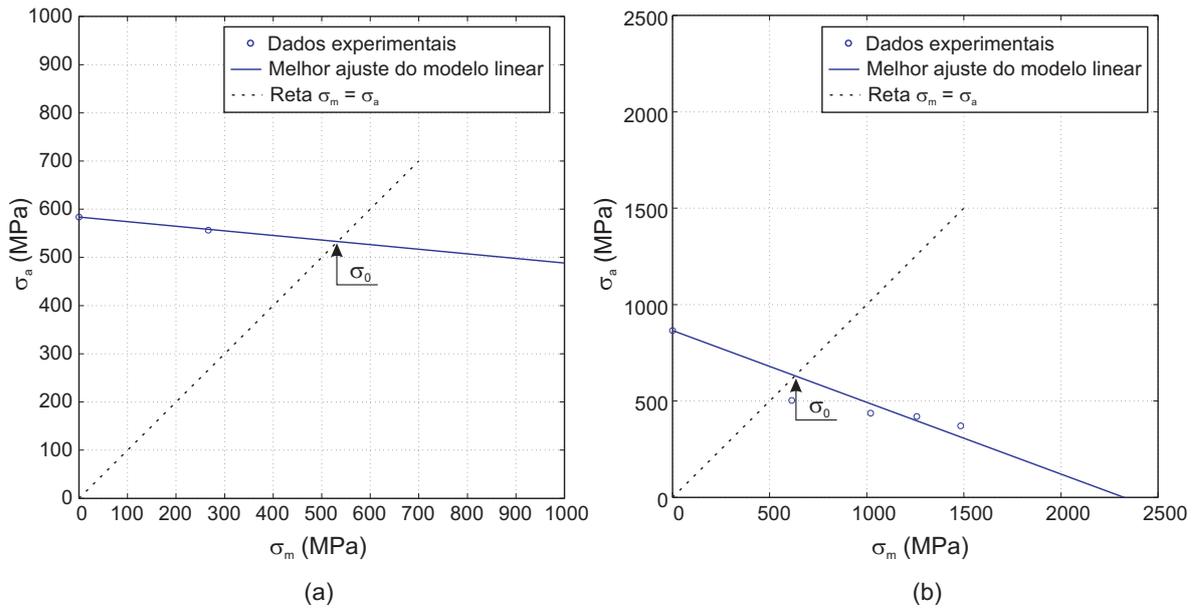


Figura 6.13: Diagrama de Haigh das bases de dados (a) 25 - S65a e (b) 26 - SAE52100.

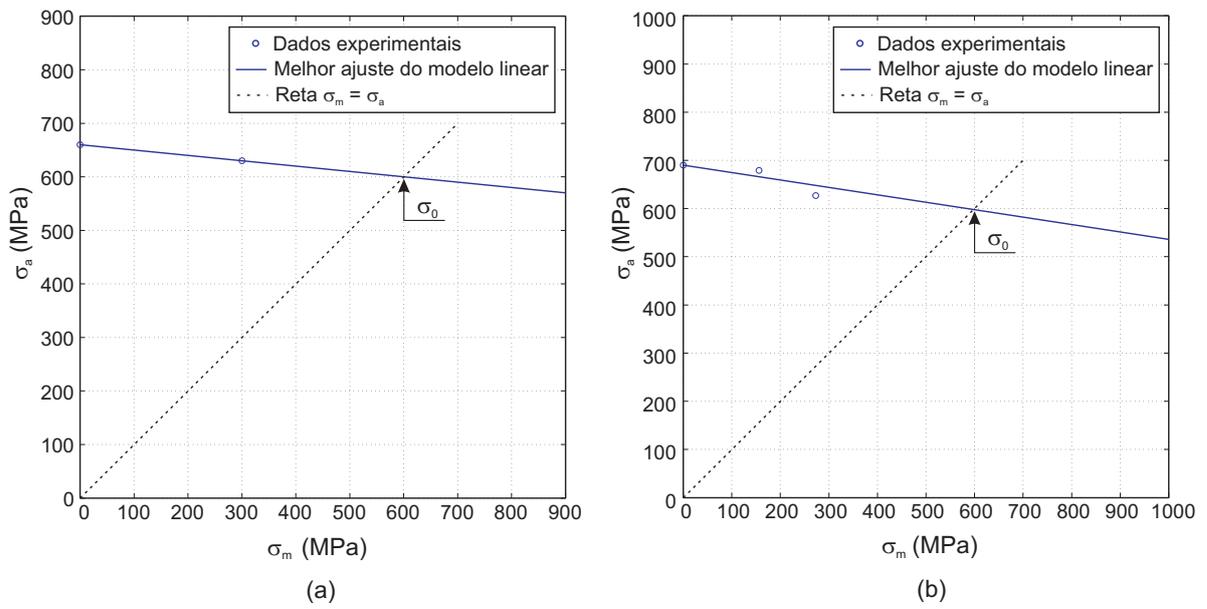
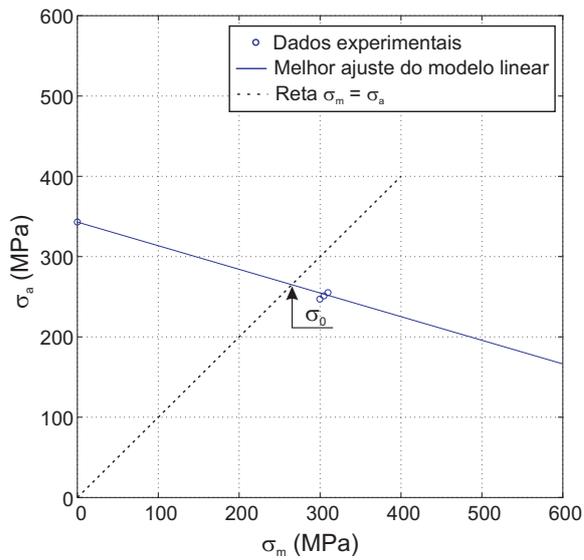
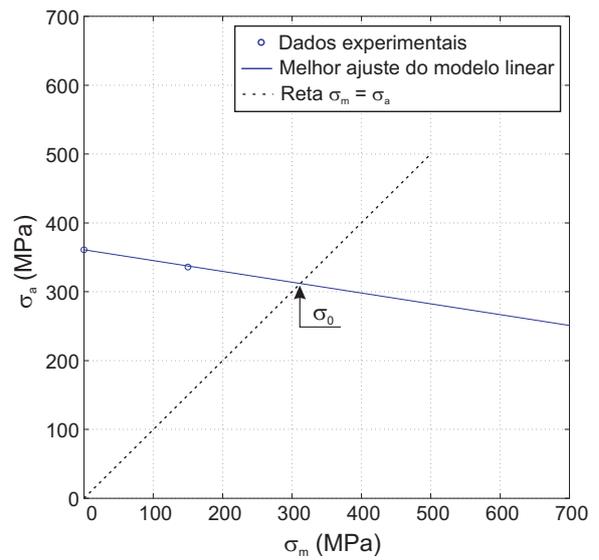


Figura 6.14: Diagrama de Haigh das bases de dados (a) 27 - 30NCD16b e (b) 28 - 30NCD16c.

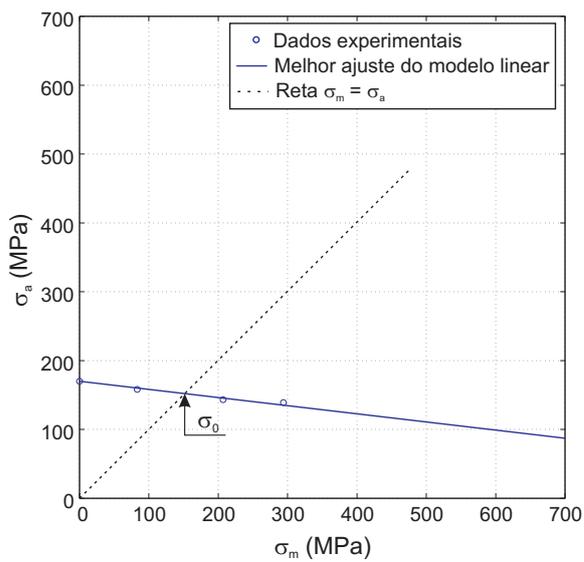


(a)

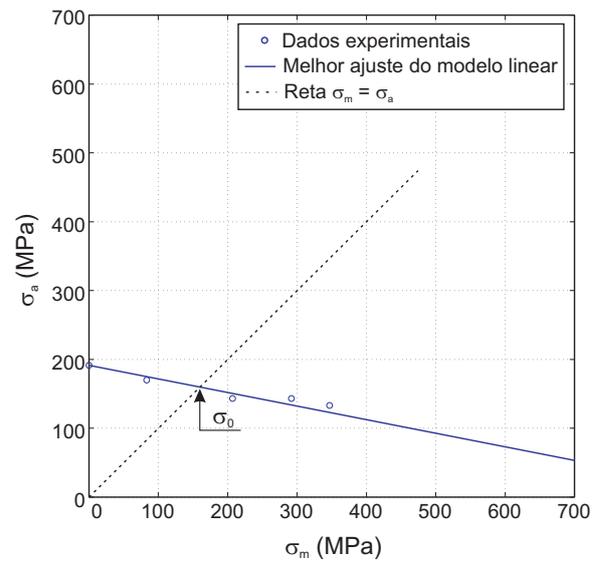


(b)

Figura 6.15: Diagrama de Haigh das bases de dados (a) 31 - 34Cr4d e (b) 33 - 25CrMo4c.



(a)



(b)

Figura 6.16: Diagrama de Haigh das bases de dados (a) 39 - 76S-T61a e (b) 40 - 76S-T61b.

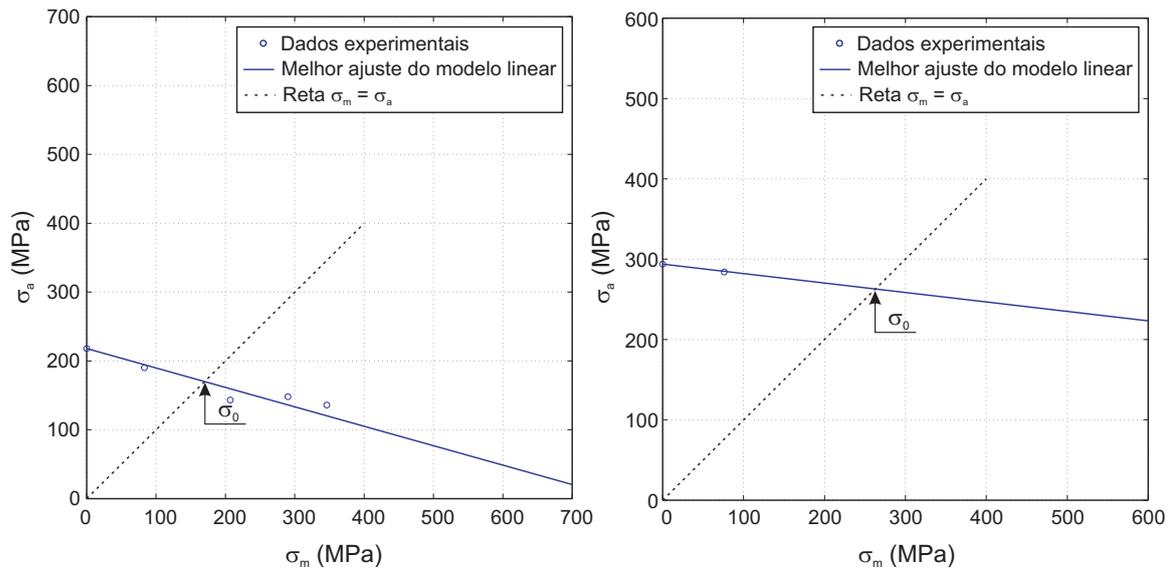


Figura 6.17: Diagrama de Haigh das bases de dados (a) 41 - 76S-T61c e (b) 43 - St60.

### 6.2.2 Avaliação do Critério de Findley Modificado

A avaliação do critério de Findley modificado será feita por meio de comparação com o critério de Findley clássico. Esses métodos serão avaliados pelos seus respectivos índices de erro considerando a base de dados da Tabela 2, pois aqui queremos avaliar somente a influência da tensão normal média nos ensaios. A medição da amplitude da tensão cisalhante será realizada pelo método URH que se mostrou bastante simples e preciso.

Como comentado na Seção XXX anterior, para aqueles materiais onde não foi possível a calibração do parâmetro  $\alpha$  por meio do diagrama de Haigh ou do próprio teste uniaxial com carregamento repetido, os métodos de Goodman, Gerber e Relação Elíptica foram utilizados. Esses três métodos serão comparados a fim de encontrar aquele que melhor se adequa ao critério de fadiga multiaxial proposto.

A Figura 6.18 ilustra os índices de erro do critério de Findley clássico para a base de dados da Tabela 2. Enquanto que as Figuras 6.19, 6.20 e 6.21 ilustram os índices de erro do modelo de Findley modificado considerando os métodos de Goodman, Gerber e Relação Elíptica, respectivamente. As base de dados marcadas com “\*” são aquelas onde o parâmetro  $\alpha$  foi estimado diretamente pelo teste com carregamento repetido ou pelo diagrama de Haigh.

É importante ressaltar que o critério de Findley clássico é equivalente ao critério mo-

dificado quando o parâmetro  $\alpha$  é igual a 1.

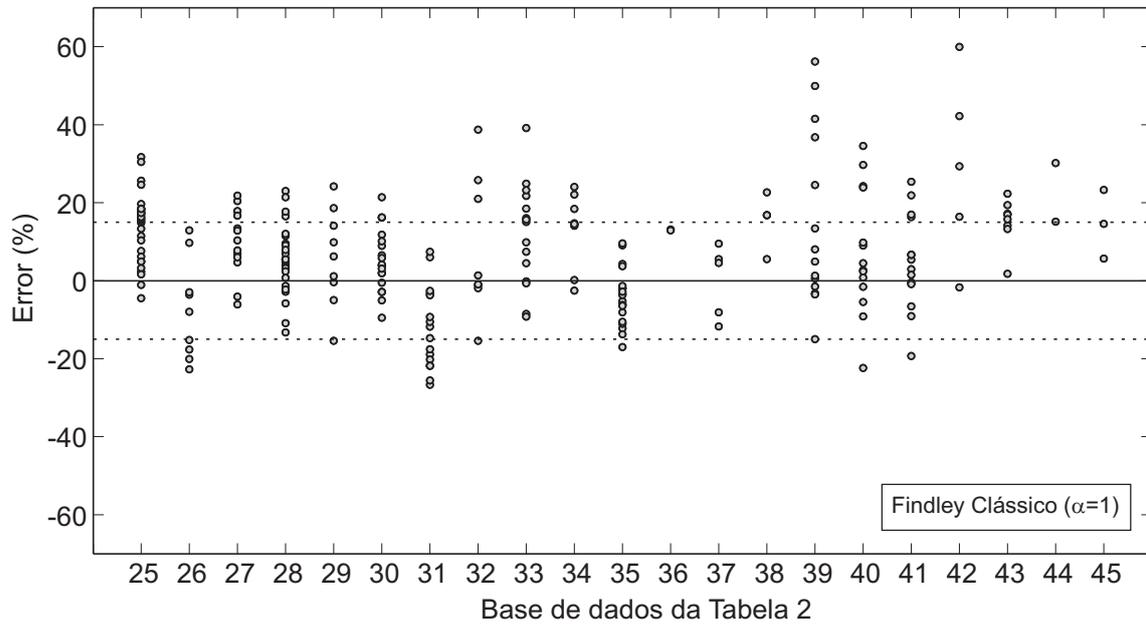


Figura 6.18: Erros do modelo de Findley clássico para os dados da Tabela 2.

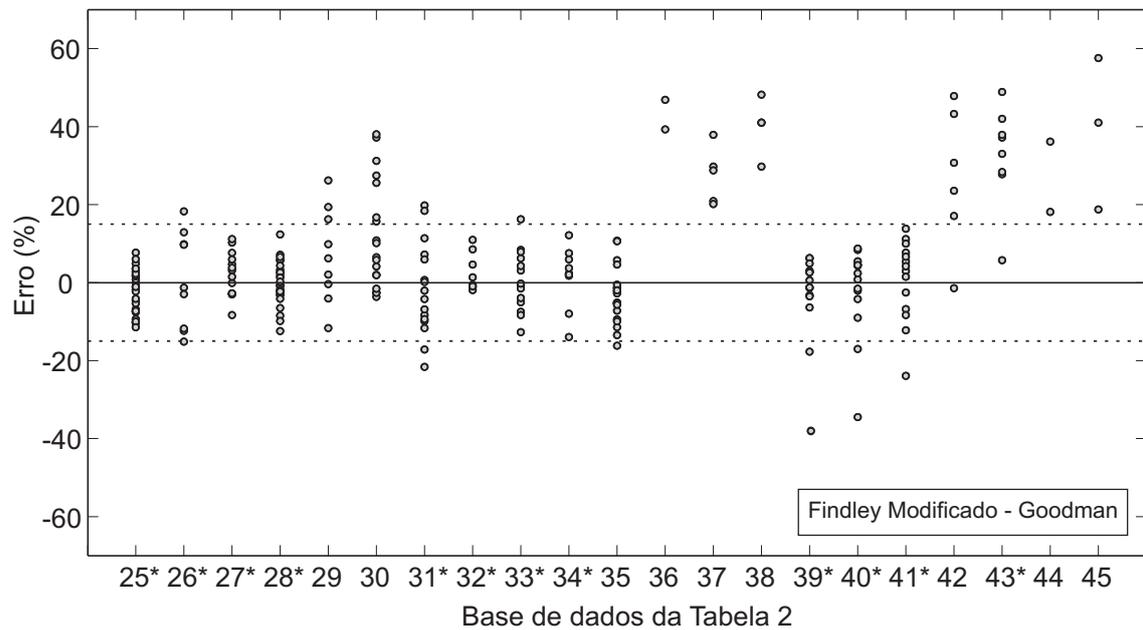


Figura 6.19: Erros do modelo de Findley modificado para os dados da Tabela 2 ( $\sigma_0$  estimado pela relação de Goodman).

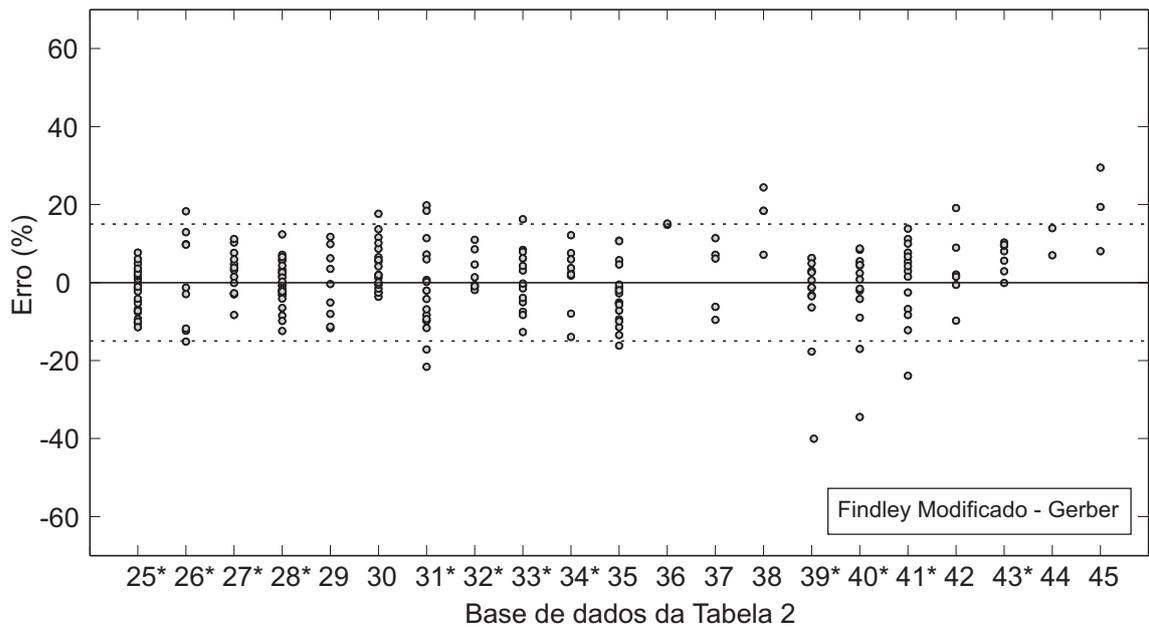


Figura 6.20: Erros do modelo de Findley modificado para os dados da Tabela 2 ( $\sigma_0$  estimado pela relação de Gerber).

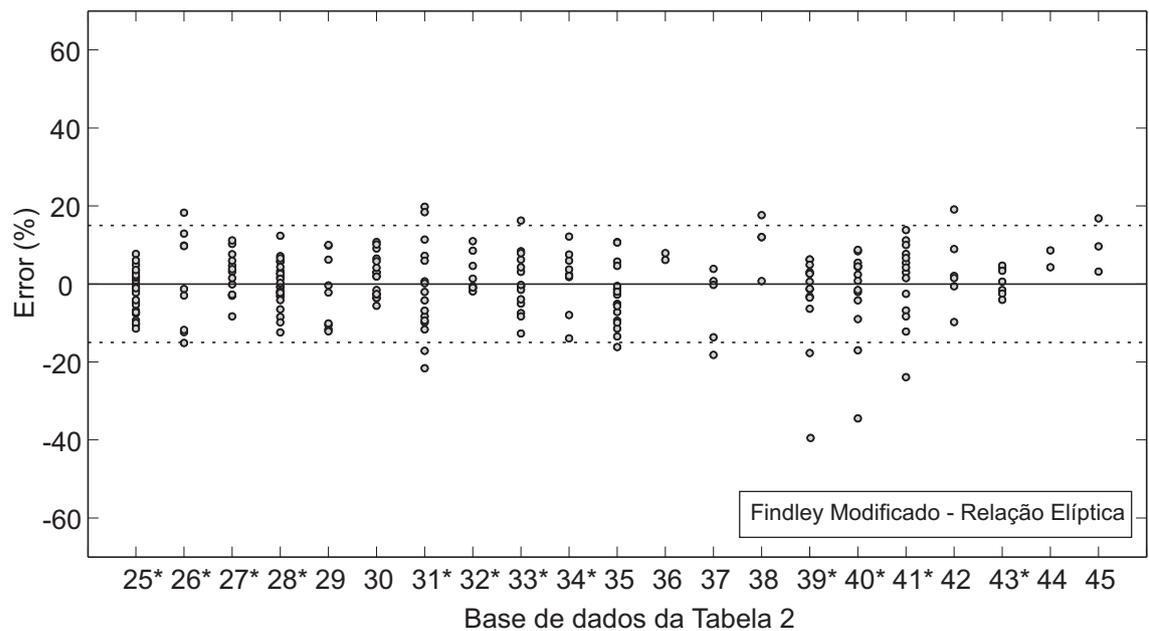


Figura 6.21: Erros do modelo de Findley modificado para os dados da Tabela 2 ( $\sigma_0$  estimado pela relação elíptica).

Na Figura 6.18 notamos que o critério de Findley clássico possui resultados pouco satisfatórios para testes com tensões médias diferente de zero, sendo que em alguns casos o índice de erro chega a valores da ordem de 60%. No entanto, é possível observar que os índices de erros mais altos são aqueles do lado positivo, o que indica uma tendência conservativa desse critério.

Nas Figuras 6.19–6.21 percebemos que a inclusão do parâmetro  $\alpha$  no critério melhora sensivelmente os resultados dos testes com presença de tensões médias. Notamos ainda que os índices de erro com  $\alpha$  calibrado pelo método de Goodman são bastante conservativos, o que indica que os valores de  $\sigma_0$  calculados por este modelo estão sobrestimados. Por sua vez, os métodos de Gerber e Relação Elíptica estimam valores menores no cálculo de  $\sigma_0$  e geram, conseqüentemente, resultados melhores do aqueles estimados pelo método de Goodman.

O método da Relação Elíptica, utilizado para calibrar o parâmetro  $\alpha$ , foi o que gerou os melhores resultados para o critério de Findley modificado. Como comparação, o critério de Findley clássico possui 64% dos valores numa faixa de erro entre -15% e 15% enquanto que o critério de Findley modificado utilizando o modelo da Relação Elíptica possui 94% dos valores na mesma faixa.

Na Figura 6.21 percebemos que 3 testes estão bastante discrepantes com relação aos outros e por isso alguns comentários serão feitos sobre esses testes. Durante o processo de calibração do critério proposto neste trabalho, foi visto que alguns testes destas bases de dados possuem um alto nível de plasticidade e valores que estão visivelmente fora de interpolação, principalmente os testes feitos somente em torção. A Fig. 6.22 ilustra o diagrama de Haigh em torção para alguns testes das bases de dados 39, 40 e 41 com seus respectivos ajustes lineares gerados na Seção 6.2.1, respectivamente.

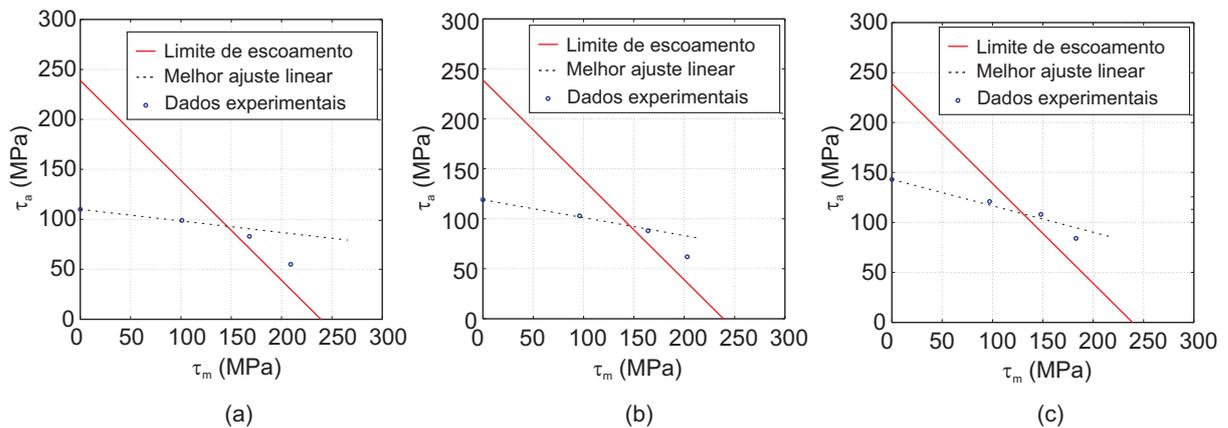


Figura 6.22: Diagrama de Haigh em torção para das bases de dados: (a) 39 - 76S-T61, (b) 40 - 76S-T61b e (c) 41 - 76S-T61c.

Analisando a Fig. 6.22, podemos notar que os testes que possuem os carregamentos torsionais médios mais altos estão plastificando e estão totalmente fora da interpolação linear. Sabe-se que tensão cisalhante média não possui nenhum efeito na vida em

fadiga do material enquanto esta continua bem abaixo do limite de escoamento do material. Porém, quando as tensões cisalhantes ultrapassam em pelo menos 50% o limite de escoamento do material, outros modos de falha, diferente da fadiga, podem ser ativados [27]. Isso justifica as discrepâncias observadas desses testes nas Figs. 6.19–6.21. Esse motivo levou alguns autores a retirarem esses testes da base de dados pelos motivos citados [4].

A partir dessa análise, percebeu-se que outras bases de dados também possuíam carregamentos acima da tensão de escoamento do material. Então, uma análise de plasticidade foi feita para todos os testes das base de dados das Tabelas 1 e 2 conforme mostrado nas Figs. 6.23 e 6.24. O critério de plasticidade utilizado foi o critério de Mises onde a tensão equivalente de Mises para o estado plano de tensão é calculada da seguinte forma:

$$\sigma_{Mises} = \sqrt{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2 - \sigma_{xx}\sigma_{yy} + 3\sigma_{xy}^2} \quad (6.8)$$

A tensão equivalente de Mises foi comparada com a tensão de escoamento do material ( $\sigma_y$ ) para verificar quais testes estavam plastificando. As Figuras 6.23 e 6.24 mostram a tensão equivalente de Mises normalizada pela tensão de escoamento de cada material da base de dados das Tabelas 1 e 2, respectivamente.

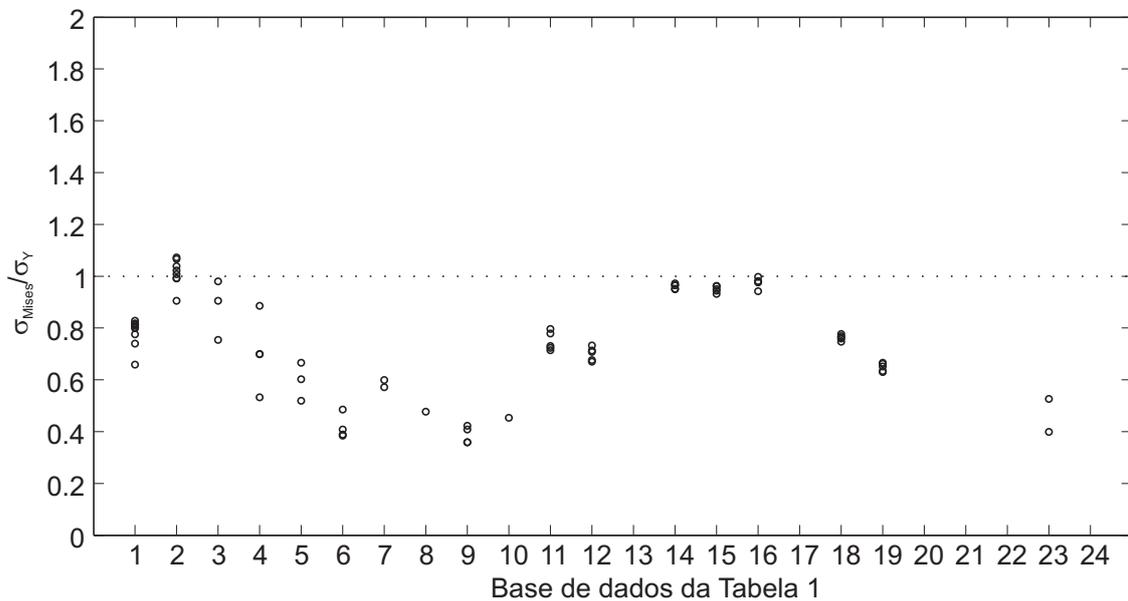


Figura 6.23: Tensão equivalente de Mises normalizada pela tensão de escoamento para a base de dados da Tabela 1.

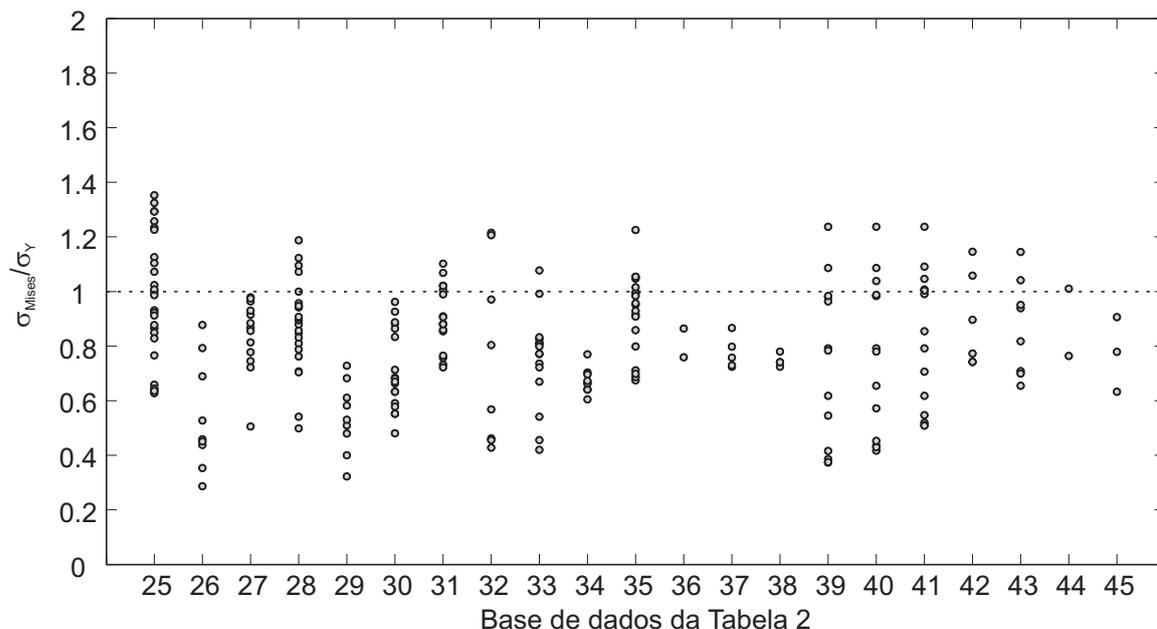


Figura 6.24: Tensão equivalente de Mises normalizada pela tensão de escoamento para a base de dados da Tabela 2.

É possível observar nas Figs. 6.23 e 6.24 que vários testes das bases de dados estão plastificando, principalmente para as bases de dados com tensão média. Assim, devido ao critério de Findley ser um critério linear e a caracterização dos parâmetros do critério estarem baseados em dados de regime de alto - ciclo, onde as tensões são essencialmente elásticas, os dados cujos valores de  $\sigma_{Mises}/\sigma_Y$  encontram-se acima de 1 foram retirados da base de dados.

As referências de onde foram retirados os testes da base de dados 13, 17, 20, 21, 22 e 24 não forneceram informações sobre o limite de escoamento dos materiais analisados e por isso, nenhum teste dessas baterias de ensaio foi retirado. Ao todo, 49 testes foram retirados das bases de dados das Tabelas 1 e 2.

Dessa forma, novos gráficos de índices de erros, Figs. 6.25 e 6.26, foram gerados considerando somente os dados dentro do limite elástico das Tabelas 1 e 2. Como o método de calibração pela Relação Elíptica se mostrou o mais adequado para o critério proposto, os resultados serão mostrados somente para esse método.

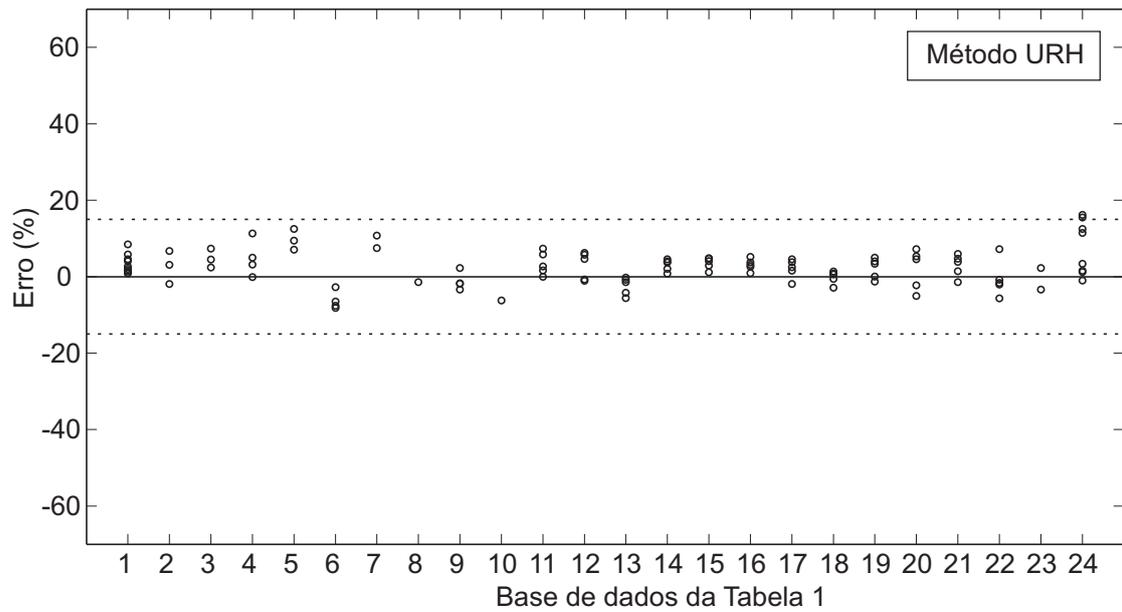


Figura 6.25: Critério de Findley modificado considerando os dados dentro do limite elástico da Tabela 1.

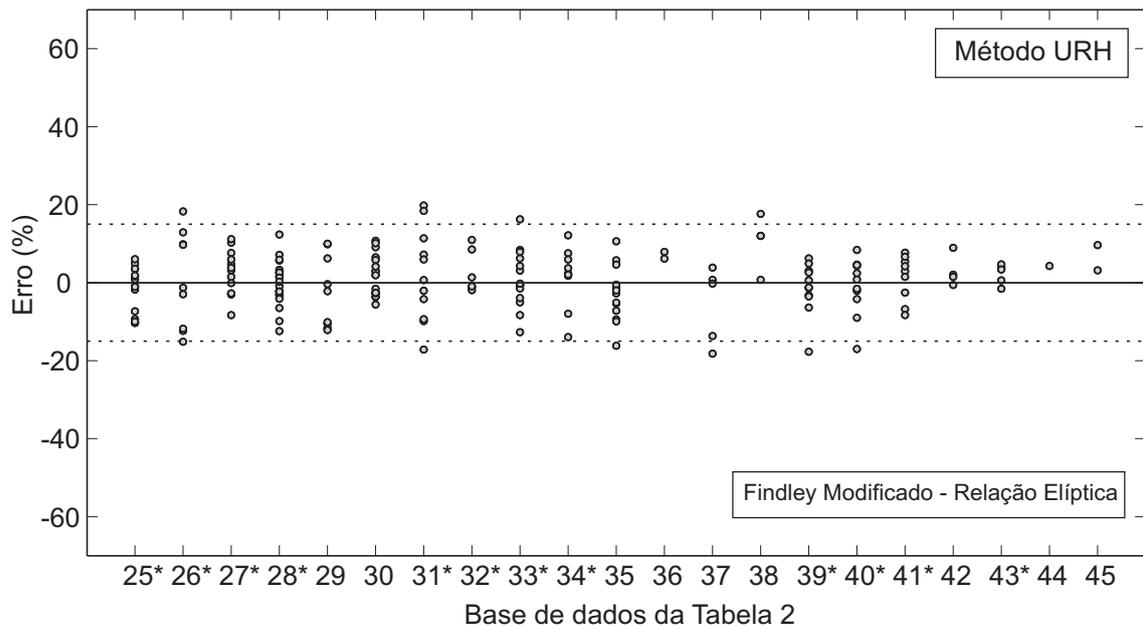


Figura 6.26: Critério de Findley modificado considerando os dados dentro do limite elástico da Tabela 2 e o método da Relação Elíptica para calibração.

A análise das Figs. 6.25 e 6.26 nos mostra um melhora significativa principalmente quanto aos valores máximos e mínimos dos índices de erros. Quando todos os dados estavam sendo avaliados, Fig. 6.21, a faixa de erro variava entre -40% a 20%. Agora, considerando somente os dados que não estão escoando, a variação do índice de erro é de -18% a 20%.

## Capítulo 7 Comentários Finais e Conclusões

Três medidas de amplitude de tensão cisalhante disponíveis na literatura (SOC, MCC, MRH) e a proposta neste trabalho (URH) foram avaliadas, tendo como base 109 dados experimentais gerados com carregamentos multiaxiais proporcionais e não-proporcionais sem tensão média. Para todas as medidas, 98% dos erros ficaram dentro de uma faixa de  $\pm 15\%$ , enquanto a totalidade dos erros ficaram abaixo de 20%. As medidas SOC e MCC apresentaram os mesmos erros. Isso é explicado pelo fato que, para esses ensaios, os planos críticos estão orientados a  $90^\circ$  em relação a superfície, onde essas medidas são equivalentes.

O efeito da tensão média foi avaliado com base em conjunto formado por 238 ensaios multiaxiais proporcionais e não-proporcionais com tensão média. O modelo clássico de Findley não apresentou uma correlação satisfatória com os dados experimentais, com erros variando entre 60% a  $-27\%$ . Essa deficiência do modelo de Findley foi contornada com a introdução de uma tensão normal máxima efetiva, que depende do parâmetro de sensibilidade à tensões médias,  $\alpha$ . Derivou-se uma fórmula fechada para identificação desse parâmetro em função do limite de fadiga em flexão (ou tração-compressão) repetida,  $\sigma_0$ . Nos casos em que  $\sigma_0$  não foi medido, ele foi estimado utilizando-se as relações de Goodman, Gerber e elíptica. A melhor correlação com os dados experimentais foi obtida com a relação elíptica, com erros no intervalo  $(-39.9, 19.7)\%$ .

Observou-se que dos 238 limites de fadiga gerados na presença de tensão média, 44 apresentaram tensão de Mises máxima ao longo da história de carregamento superior a tensão de escoamento. Tendo em vista esse fato, optou-se pela realização de uma nova análise excluindo-se esses dados. Isso porque possíveis tensões residuais geradas nesses casos deveriam ser incorporadas aos modelos de fadiga. Com este procedimento, verificou-se que os erros do modelo baseado na medida URH passaram a ficar dentro do intervalo  $(-18.2, 19.8)\%$ . Esse resultado é comparável ao intervalo de erro de  $(17.0, -20.4)\%$  do modelo de plano crítico PCr de Papuga, que apresentou os melhores resultados em um estudo comparativo com inúmeros modelos disponíveis na literatura [4, 41, 44].

O cálculo das medidas de amplitude de tensão cisalhante apresentaram um relação

linear entre o tempo de processamento e o número de pontos do carregamento discretizado. O algoritmo da MCC proposto por Dang Van é da ordem de centena de vezes mais caro computacionalmente que os algoritmos SOC e URH e dezena de vezes mais caro que o MRH. Os algoritmos SOC e URH são em torno de dez vezes mais rápidos que o algoritmo MRH.

Os tempos de processamento para cálculo das medidas URH e SOC são muito pequenos em relação aos das medidas MCC e MRH. Isso torna viável a utilização de modelos de plano crítico em análises de fadiga baseadas no Método dos Elementos Finitos, mesmo quando a varredura dos planos materiais é realizada com incrementos de rotação pequenos. Além disso, não há a necessidade do emprego de procedimentos mais elaborados para procura do plano crítico como ocorre, por exemplo, quando o método MCC é utilizado.

## Referências Bibliográficas

- [1] J. A. Araújo, L. Susmel, D. Taylor, J. C. T. Ferro, and J. L. A. Ferreira. On the use of the theory of critical distances and the modified Wöhler curve method to estimate fretting fatigue strength of cylindrical contacts. *International Journal of Fatigue*, 29:95–107, 2007.
- [2] A. Fatemi. Fatigue performance evaluation of forged steel versus ductile cast iron crankshaft: A comparative study. Technical report, The University of Toledo, 2007.
- [3] A. A. Fadel, D. Rosa, L. B. Murça, J. L. A. Ferreira, and J. A. Araújo. Effect of high mean tensile stress on the fretting fatigue life of an ibis steel reinforced aluminium conductor. *International Journal of Fatigue*. In press, 2011.
- [4] J. Papuga. A survey on evaluating the fatigue limit under multiaxial loading. *International Journal of Fatigue*, 33:153–165, 2011.
- [5] B. Weber, B. Kenmeugne, J. C. Clement, and J. L. Robert. Improvements of multiaxial fatigue criteria computation for a strong reduction of calculation duration. *Computational Materials Science*, 15:381–399, 1999.
- [6] A. Bernasconi and I. V. Papadopoulos. Efficiency of algorithms for shear stress amplitude calculation in critical plane class fatigue criteria. *Computational Materials Science*, 34(4):355–368, 2005.
- [7] L. Susmel. A simple and efficient numerical algorithm to determine the orientation of the critical plane in multiaxial fatigue problems. *International Journal of Fatigue*, 32:1875–1883, 2010.
- [8] W. Schutz. A history of fatigue. *Engineering Fracture Mechanics*, 54:263–300, 1996.
- [9] N. Dowling. *Mechanical Behavior of Materials*. Pearson Education, 2009.

- [10] W.Z. Gerber. Relation between the superior and inferior stresses of a cycle of limiting stress. *Engineering Failure Analysis*, 6:101–110, 1874.
- [11] J. Goodman. *Mechanics Applied to Engineering*, volume 1, 9th edn. Longmans, Green and Co., 1930.
- [12] J. Ewing and J. Humfrey. The fracture of metals under repeated alterations of stress. *Phil. Trans. Roy. Soc.*, CC:241, 1903.
- [13] O. Basquin. The experimental law of endurance tests. *ASTM Procedures*, 10:625, 1910.
- [14] H. J. Gough, H. V. Pollard, and W. J. Clenshaw. Some experiments on the resistance of metals to fatigue under combined stresses. London. Technical report, 1951.
- [15] P. A. Withey. Fatigue failure of the de havilland comet i. *Engineering Failure Analysis*, 2(4):147–1546, 1997.
- [16] T. Nishihara and M. Kawamoto. The strength of metals under combined alternating bending and torsion with phase difference. In Kyoto Imperial University, editor, *Memoirs of the College of Engineering*, vol. XI, no. 5, pages 85–112. 1945.
- [17] G. Sines. Behavior of metals under complex static and alternating stresses. In G. Sines and J. L. Waisman, editors, *Metal Fatigue*, pages 145–169. McGraw Hill, 1959.
- [18] B. Crossland. Effect of large hydrostatic pressures on the torsional fatigue strength of an alloy steel. In London Institution of Mechanical Engineers, editor, *Proc. Int. Conf. on Fatigue of Metals*, pages 138–149, 1956.
- [19] W. N. Findley. A theory for the effect of mean stress of fatigue under combined torsion and axial load or bending. *Trans. ASME*, 81:301–306, 1959.
- [20] M. W. Brown and K. J. Miller. A theory for fatigue failure under multiaxial stress-strain conditions. *Proc. Inst. Mech. Eng.*, 187(65):745, 1973.
- [21] T. Mataka. An explanation on fatigue limit under combined stress. *Bull. JSME*, 20:257–263, 1977.
- [22] D. F. Socie. Critical plane approaches for multiaxial fatigue damage assessment. In D. L. Dowell and R. Ellis, editors, *Advances in Multiaxial Fatigue ASTM STP 1191*, pages 7–36. American Society for Testing and Materials, Philadelphia, 1993.

- [23] D. L. McDiarmid. A shear stress based critical-plane criterion of multiaxial fatigue failure for design and life prediction. *Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct.*, 19:1475–1484, 1994.
- [24] L. Susmel and P. Lazzarin. A bi-parametric Wöhler curve for high cycle multiaxial fatigue assessment. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, 25:63–78, 2002.
- [25] J. Schijve. Fatigue of structures and materials in the 20th century and the state of the art. *International Journal of Fatigue*, 25:679–702, 2003.
- [26] Standard terminology relating to fatigue and fracture. In *ASTM International E1823*, DOI:10.1520/E1823-11, 2000.
- [27] D. F. Socie and G. B. Marquis. *Multiaxial fatigue*. SAE International, 2000.
- [28] P. J. E. Forsyth. Proceedings of the crack propagation symposium. 1962.
- [29] A. Fatemi, R. I. Stephens, R. R. Stephens, and H. Fuchs. *Metal Fatigue in Engineering*. John Wiley and Sons, 2001.
- [30] Standard practice for conducting force controlled constant amplitude axial fatigue test of metallic materials. In *ASTM International E466*, DOI:10.1520/E0466-07, 2007.
- [31] E. D. Souza. *Análise do Efeito da Tensão Média sobre a Resistência a Fadiga do Aço ASTM A743 CA6NM*. Projeto de graduação, Universidade de Brasília, 2011.
- [32] J. Marin. Interpretation of fatigue strength for combined stress. *International Conference of Fatigue Metals*, pages 184–192, 1956.
- [33] K. N. Smith, P. Watson, and T. H. Topper. A stress-strain function for the fatigue of metals. *Journal of Materials*, 5(4):767–778, 1970.
- [34] I. V. Papadopoulos, P. Davoli, C. Gorla, M. Filippini, A. Bernasconi, A comparative study of multiaxial high-cycle fatigue criteria for metals, *Int. Journal of Fatigue* 19 (3) (1997) 219–235.
- [35] I. V. Papadopoulos, Critical plane approaches in high-cycle fatigue: on the definition of the amplitude and mean value of the shear stress acting on the critical plane., *Fatigue Fract Eng Mater Struct* 21 (1998) 269–285.

- [36] J. A. Araújo, A. P. Dantas, F. C. Castro, E. N. Mamiya, J. L. A. Ferreira, On the characterization of the critical plane with a simple and fast alternative measure of the shear stress amplitude in multiaxial fatigue, *International Journal of Fatigue* 33 (8) (2011) 1092–1100.
- [37] J. Lemaitre, J.-L. Chaboche, *Mechanics of Solid Materials*, Cambridge University Press, 1990.
- [38] D. Socie, eFatigue – a trusted source for fatigue analysis, <http://www.efatigue.com> (Fevereiro 2012).
- [39] K. Dang Van, B. Griveau, O. Message, On a new multiaxial fatigue limit criterion: Theory and application, in: M. W. Brown, K. J. Miller (Eds.), *Biaxial and Multiaxial Fatigue*, EGF 3, Mechanical Engineering Publications, London, 1989, pp. 479–496.
- [40] L. Susmel, Multiaxial fatigue limits and material sensitivity to non-zero mean stresses normal to the critical plane, *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures* 31 (2008) 295–309.
- [41] J. Papuga, M. Ruzicka, Two new multiaxial criteria for high cycle fatigue computation, *International Journal of Fatigue* 30 (2008) 58–66.
- [42] L. Susmel, R. Tovo, P. Lazzarin, The mean stress effect on the high-cycle fatigue strength from a multiaxial fatigue point of view, *International Journal of Fatigue* 27 (2005) 928–943.
- [43] R. P. Kaufman, T. Topper, The influence of static mean stresses applied normal to the maximum shear planes in multiaxial fatigue, in: A. Carpinteri, M. de Freitas, A. Spagnoli (Eds.), *Biaxial and Multiaxial Fatigue and Fracture*, Elsevier and ESIS, 2003, pp. 123–143.
- [44] J. Papuga, Mapping of fatigue damages - program shell of FE-calculation, Phd Thesis, Czech Technical University (CTU) in Prague (2005).
- [45] J. L. Robert, Contribution à l'étude de la fatigue multiaxiale sous sollicitations periodiques ou aléatoires, Thèse, INSA de Lyon (1992).
- [46] J. Liu, Beitrag zur verbesserung der dauerfestigkeitsberechnung bei mehrachsiger beanspruchung, Diss, TU Clausthal (1991).

- [47] T. Nishihara, M. Kawamoto, The strength of metals under combined alternating bending and torsion, in: K. I. University (Ed.), *Memoirs of the College of Engineering*, vol. X, no. 6, Kyoto Imperial University, 1941, pp. 177–201.
- [48] C. Froustey, S. Laserre, Multiaxial fatigue endurance of 30NCD16 steel, *International Journal of Fatigue* 11 (1989) 169–175.
- [49] A. Bernasconi, S. Foletti, I. Papadopoulos, A study on combined torsion and axial load fatigue limit tests with stresses of different frequencies, *International Journal of Fatigue* 30 (8) (2007) 1430–1440.
- [50] W. Findley, Combined-stress fatigue strength of 76s-t61 aluminum alloy with superimposed mean stresses and corrections for yielding, NACA TN-2924.
- [51] A. Banvillet, T. Palin-Luc, S. Lasserre, A volumetric energy based high cycle multiaxial fatigue criterion, *Int. J. of Fatigue* 25 (2003) 755–769.
- [52] S. Mielke, Festigkeitsverhalten metallischer werkstoffe unter zweiachsig schwingender beanspruchung mit verschiedenen spannungszeitverläufen., Diss, RWTH Aachen (1980).
- [53] W. B., Fatigue multiaxiale des structures industrielle sous chargement quelconque, Phd thesis, INSA Lyon (1999).
- [54] E. N. Mamiya, J. A. Araújo, F. C. Castro, Prismatic hull: A new measure of shear stress amplitude in multiaxial high cycle fatigue, *International Journal of Fatigue* 31 (2009) 1144–1153.
- [55] K. Dang Van, Macro-micro approach in high-cycle multiaxial fatigue, in: D. L. McDowell, R. Ellis (Eds.), *Advances in Multiaxial Fatigue*, ASTM STP 1191, American Society for Testing and Materials, 1993, pp. 120–130.
- [56] A. Bernasconi, Efficient algorithms for calculation of shear stress amplitude and amplitude of the second invariant of the stress deviator in fatigue criteria applications, *International Journal of Fatigue* 24 (2002) 649–657.
- [57] P. A. B. Pinheiro, Mise en données d’un modèle de tenue en fatigue des vilebrequins, Tech. rep., ISTIL - Université Claude Bernard Lyon 1 (2010).

## Apêndice A

### LIMITES DE FADIGA OBTIDOS COM CARREGAMENTOS HARMÔNICOS SEM TENSÃO MÉDIA

Base de dados	Material	Carregamento	Referências
1	Hard steel	H, EFase/FFase, Sinc, F-To	[2, 3]

$\sigma_{xa}$	$\sigma_{xm}$	$\sigma_{ya}$	$\sigma_{ym}$	$\sigma_{xya}$	$\sigma_{xym}$	$f_y$	$f_{xy}$	$\beta_y$	$\beta_{xy}$
314	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	196	0	0	1	0	0
138	0	0	0	167	0	0	1	0	0
140	0	0	0	169	0	0	1	0	30
146	0	0	0	176	0	0	1	0	60
150	0	0	0	181	0	0	1	0	90
245	0	0	0	123	0	0	1	0	0
249	0	0	0	125	0	0	1	0	30
252	0	0	0	126	0	0	1	0	60
258	0	0	0	129	0	0	1	0	90
299	0	0	0	62	0	0	1	0	0
304	0	0	0	63	0	0	1	0	90

Observações:

- 1)  $\sigma_u = 680$  MPa (limite de resistência à tração)
- 2)  $\sigma_y = 392$  MPa (limite de escoamento)

Base de dados	Material	Carregamento	Referências
2	Mild steel	H, EFase/FFase, Sinc, F-To	

$\sigma_{xa}$	$\sigma_{xm}$	$\sigma_{ya}$	$\sigma_{ym}$	$\sigma_{xya}$	$\sigma_{xym}$	$f_y$	$f_{xy}$	$\beta_y$	$\beta_{xy}$
235	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	137	0	0	1	0	0
100	0	0	0	120	0	0	1	0	0
103	0	0	0	125	0	0	1	0	60
109	0	0	0	131	0	0	1	0	90
180	0	0	0	90	0	0	1	0	0
191	0	0	0	96	0	0	1	0	60
201	0	0	0	100	0	0	1	0	90
223	0	0	0	46	0	0	1	0	0
220	0	0	0	48	0	0	1	0	90

Observações:

- 1)  $\sigma_u = 680$  MPa (limite de resistência à tração)
- 2)  $\sigma_y = 222$  MPa (limite de escoamento)

Base de dados	Material	Carregamento	Referências
<b>3</b>	<b>C20</b>	<b>H, EFase/FFase, Sinc, F-To</b>	

$\sigma_{xa}$	$\sigma_{xm}$	$\sigma_{ya}$	$\sigma_{ym}$	$\sigma_{xya}$	$\sigma_{xym}$	$f_y$	$f_{xy}$	$\beta_y$	$\beta_{xy}$
332	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
0.0	0.0	0.0	0.0	186	0.0	0.0	1.0	0.0	0
246	0.0	0.0	0.0	138	0.0	0.0	1.0	0.0	0
264	0.0	0.0	0.0	148	0.0	0.0	1.0	0.0	90
246	0.0	0.0	0.0	138	0.0	0.0	1.0	0.0	45

Observações:

- 1)  $\sigma_u = 520$  MPa (limite de resistência à tração)
- 2)  $\sigma_y = 350$  MPa (limite de escoamento)

Base de dados	Material	Carregamento	Referências
<b>4</b>	<b>EN-GJS800-2</b>	<b>H, EFase/FFase, Sinc, F-To</b>	

$\sigma_{xa}$	$\sigma_{xm}$	$\sigma_{ya}$	$\sigma_{ym}$	$\sigma_{xya}$	$\sigma_{xym}$	$f_y$	$f_{xy}$	$\beta_y$	$\beta_{xy}$
294	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
0.0	0.0	0.0	0.0	220	0.0	0.0	1.0	0.0	0
184	225	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
199	0.0	0.0	0.0	147	0.0	0.0	1.0	0.0	0
245	0.0	0.0	0.0	142	0.0	0.0	1.0	0.0	90
228	0.0	0.0	0.0	132	0.0	0.0	1.0	0.0	0

Observações:

- 1)  $\sigma_u = 795$  MPa (limite de resistência à tração)
- 2)  $\sigma_y = 462$  MPa (limite de escoamento)

Base de dados	Material	Carregamento	Referências
<b>5</b>	<b>39NiCrMo3</b>	<b>H, EFase/FFase, ASinc, Ax-To</b>	

$\sigma_{xa}$	$\sigma_{xm}$	$\sigma_{ya}$	$\sigma_{ym}$	$\sigma_{xya}$	$\sigma_{xym}$	$f_y$	$f_{xy}$	$\beta_y$	$\beta_{xy}$
367.5	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	265	0	0	1	0	0
294.5	0	0	0	170	0	0	1	0	0
259.5	0	0	0	150	0	0	2	0	0

266	0	0	0	153.6	0	0	3	0	0
-----	---	---	---	-------	---	---	---	---	---

Observações:

- 1)  $\sigma_u = 856$  MPa (limite de resistência à tração)
- 2)  $\sigma_y = 625$  MPa (limite de escoamento)

Base de dados	Material	Carregamento	Referências
6	25CrMo4a	H, EFase/FFase, ASinc, Ax-To	

$\sigma_{xa}$	$\sigma_{xm}$	$\sigma_{ya}$	$\sigma_{ym}$	$\sigma_{xya}$	$\sigma_{xym}$	$f_y$	$f_{xy}$	$\beta_y$	$\beta_{xy}$
340	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	228	0	0	1	0	0
210	0	0	0	105	0	0	0.25	0	0
220	0	0	0	110	0	0	2	0	0
242	0	0	0	121	0	0	2	0	90
196	0	0	0	98	0	0	8	0	0

Observações:

- 1)  $\sigma_u = 780$  MPa (limite de resistência à tração)
- 2)  $\sigma_y = 660$  MPa (limite de escoamento)

Base de dados	Material	Carregamento	Referências
7	30NCD16a	H, EFase, ASinc, F-To	

$\sigma_{xa}$	$\sigma_{xm}$	$\sigma_{ya}$	$\sigma_{ym}$	$\sigma_{xya}$	$\sigma_{xym}$	$f_y$	$f_{xy}$	$\beta_y$	$\beta_{xy}$
585	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
0.0	0.0	0.0	0.0	405	0.0	0.0	1.0	0.0	0
285	0.0	0.0	0.0	285	0.0	0.0	0.25	0.0	0
290	0.0	0.0	0.0	290	0.0	0.0	4	0.0	0

Observações:

- 1)  $\sigma_u = 1160$  MPa (limite de resistência à tração)
- 2)  $\sigma_y = 950$  MPa (limite de escoamento)

Base de dados	Material	Carregamento	Referências
8	34Cr4a	H, EFase, ASinc, Ax-To	

$\sigma_{xa}$	$\sigma_{xm}$	$\sigma_{ya}$	$\sigma_{ym}$	$\sigma_{xya}$	$\sigma_{xym}$	$f_y$	$f_{xy}$	$\beta_y$	$\beta_{xy}$
415	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
0.0	0.0	0.0	0.0	259	0.0	0.0	1.0	0.0	0
263	0.0	0.0	0.0	132	0.0	0.0	4	0.0	0

Observações:

- 1)  $\sigma_u = 858$  MPa (limite de resistência à tração)
- 2)  $\sigma_y = 700$  MPa (limite de escoamento)

Base de dados	Material	Carregamento	Referências
9	25CrMo4b	NH, Ax-To	

Base de dados	Material	Carregamento	Referências
10	34Cr4b	NH, Ax-To	

Base de dados	Material	Carregamento	Referências
11	3.5%NiCra	H, EFase, Sinc, F-To	

$\sigma_{xa}$	$\sigma_{xm}$	$\sigma_{ya}$	$\sigma_{ym}$	$\sigma_{xya}$	$\sigma_{xym}$	$f_y$	$f_{xy}$	$\beta_y$	$\beta_{xy}$
532	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
0.0	0.0	0.0	0.0	346	0.0	0.0	1.0	0.0	0
532	0.0	0.0	0.0	71	0.0	0.0	1.0	0.0	0
483	0.0	0.0	0.0	140	0.0	0.0	1.0	0.0	0
403	0.0	0.0	0.0	202	0.0	0.0	1.0	0.0	0
324	0.0	0.0	0.0	279	0.0	0.0	1.0	0.0	0
176	0.0	0.0	0.0	328	0.0	0.0	1.0	0.0	0

Observações:

- 1)  $\sigma_u = 881$  MPa (limite de resistência à tração)
- 2)  $\sigma_y = 747$  MPa (limite de escoamento)

Base de dados	Material	Carregamento	Referências
12	3.5%NiCrb	H, EFase, Sinc, F-To	

$\sigma_{xa}$	$\sigma_{xm}$	$\sigma_{ya}$	$\sigma_{ym}$	$\sigma_{xya}$	$\sigma_{xym}$	$f_y$	$f_{xy}$	$\beta_y$	$\beta_{xy}$
510	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
0.0	0.0	0.0	0.0	311	0.0	0.0	1.0	0.0	0
492	0.0	0.0	0.0	66	0.0	0.0	1.0	0.0	0
448	0.0	0.0	0.0	129	0.0	0.0	1.0	0.0	0
403	0.0	0.0	0.0	201	0.0	0.0	1.0	0.0	0
293	0.0	0.0	0.0	254	0.0	0.0	1.0	0.0	0
162	0.0	0.0	0.0	302	0.0	0.0	1.0	0.0	0

Observações:

- 1)  $\sigma_u = 881$  MPa (limite de resistência à tração)
- 2)  $\sigma_y = 747$  MPa (limite de escoamento)

Base de dados	Material	Carregamento	Referências
<b>13</b>	<b>Silal-Cast Iron</b>	<b>H, EFase, Sinc, F-To</b>	

$\sigma_{xa}$	$\sigma_{xm}$	$\sigma_{ya}$	$\sigma_{ym}$	$\sigma_{xya}$	$\sigma_{xym}$	$f_y$	$f_{xy}$	$\beta_y$	$\beta_{xy}$
241	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
0.0	0.0	0.0	0.0	219	0.0	0.0	1.0	0.0	0
236	0.0	0.0	0.0	31	0.0	0.0	1.0	0.0	0
210	0.0	0.0	0.0	60	0.0	0.0	1.0	0.0	0
195	0.0	0.0	0.0	97	0.0	0.0	1.0	0.0	0
153	0.0	0.0	0.0	133	0.0	0.0	1.0	0.0	0
90	0.0	0.0	0.0	167	0.0	0.0	1.0	0.0	0

Observações:

- 1)  $\sigma_u = 241$  MPa (limite de resistência à tração)

Base de dados	Material	Carregamento	Referências
<b>14</b>	<b>C10 Steel</b>	<b>H, EFase, Sinc, F-To</b>	

$\sigma_{xa}$	$\sigma_{xm}$	$\sigma_{ya}$	$\sigma_{ym}$	$\sigma_{xya}$	$\sigma_{xym}$	$f_y$	$f_{xy}$	$\beta_y$	$\beta_{xy}$
269	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
0.0	0.0	0.0	0.0	151	0.0	0.0	1.0	0.0	0
263	0.0	0.0	0.0	35	0.0	0.0	1.0	0.0	0
242	0.0	0.0	0.0	69	0.0	0.0	1.0	0.0	0
205	0.0	0.0	0.0	103	0.0	0.0	1.0	0.0	0
147	0.0	0.0	0.0	128	0.0	0.0	1.0	0.0	0
79	0.0	0.0	0.0	147	0.0	0.0	1.0	0.0	0

Observações:

- 1)  $\sigma_u = 431$  MPa (limite de resistência à tração)
- 2)  $\sigma_y = 252$  MPa (limite de escoamento)

Base de dados	Material	Carregamento	Referências
<b>15</b>	<b>C40 normalised</b>	<b>H, EFase, Sinc, F-To</b>	

$\sigma_{xa}$	$\sigma_{xm}$	$\sigma_{ya}$	$\sigma_{ym}$	$\sigma_{xya}$	$\sigma_{xym}$	$f_y$	$f_{xy}$	$\beta_y$	$\beta_{xy}$
322	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
0.0	0.0	0.0	0.0	207	0.0	0.0	1.0	0.0	0

329	0.0	0.0	0.0	43	0.0	0.0	1.0	0.0	0
296	0.0	0.0	0.0	85	0.0	0.0	1.0	0.0	0
253	0.0	0.0	0.0	127	0.0	0.0	1.0	0.0	0
190	0.0	0.0	0.0	164	0.0	0.0	1.0	0.0	0
102	0.0	0.0	0.0	188	0.0	0.0	1.0	0.0	0

Observações:

- 1)  $\sigma_u = 649$  MPa (limite de resistência à tração)
- 2)  $\sigma_y = 355$  MPa (limite de escoamento)

Base de dados	Material	Carregamento	Referências
16	C40 spheroidised	H, EFase, Sinc, F-To	

$\sigma_{xa}$	$\sigma_{xm}$	$\sigma_{ya}$	$\sigma_{ym}$	$\sigma_{xya}$	$\sigma_{xym}$	$f_y$	$f_{xy}$	$\beta_y$	$\beta_{xy}$
275	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
0.0	0.0	0.0	0.0	156	0.0	0.0	1.0	0.0	0
275	0.0	0.0	0.0	37	0.0	0.0	1.0	0.0	0
249	0.0	0.0	0.0	71	0.0	0.0	1.0	0.0	0
208	0.0	0.0	0.0	105	0.0	0.0	1.0	0.0	0
154	0.0	0.0	0.0	133	0.0	0.0	1.0	0.0	0
79	0.0	0.0	0.0	147	0.0	0.0	1.0	0.0	0

Observações:

- 1)  $\sigma_u = 477$  MPa (limite de resistência à tração)
- 2)  $\sigma_y = 283$  MPa (limite de escoamento)

Base de dados	Material	Carregamento	Referências
17	C90 Pearlitic	H, EFase, Sinc, F-To	

$\sigma_{xa}$	$\sigma_{xm}$	$\sigma_{ya}$	$\sigma_{ym}$	$\sigma_{xya}$	$\sigma_{xym}$	$f_y$	$f_{xy}$	$\beta_y$	$\beta_{xy}$
352	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
0.0	0.0	0.0	0.0	241	0.0	0.0	1.0	0.0	0
352	0.0	0.0	0.0	46	0.0	0.0	1.0	0.0	0
321	0.0	0.0	0.0	93	0.0	0.0	1.0	0.0	0
281	0.0	0.0	0.0	140	0.0	0.0	1.0	0.0	0
213	0.0	0.0	0.0	184	0.0	0.0	1.0	0.0	0
113	0.0	0.0	0.0	208	0.0	0.0	1.0	0.0	0

Observações:

- 1)  $\sigma_u = 848$  MPa (limite de resistência à tração)

Base de dados	Material	Carregamento	Referências
---------------	----------	--------------	-------------

18	3/3.5% Ni steel	H, EFase, Sinc, F-To							
$\sigma_{xa}$	$\sigma_{xm}$	$\sigma_{ya}$	$\sigma_{ym}$	$\sigma_{xya}$	$\sigma_{xym}$	$f_y$	$f_{xy}$	$\beta_y$	$\beta_{xy}$
445	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
0.0	0.0	0.0	0.0	267	0.0	0.0	1.0	0.0	0
420	0.0	0.0	0.0	56	0.0	0.0	1.0	0.0	0
392	0.0	0.0	0.0	113	0.0	0.0	1.0	0.0	0
332	0.0	0.0	0.0	167	0.0	0.0	1.0	0.0	0
246	0.0	0.0	0.0	213	0.0	0.0	1.0	0.0	0
133	0.0	0.0	0.0	247	0.0	0.0	1.0	0.0	0

Observações:

- 1)  $\sigma_u = 723$  MPa (limite de resistência à tração)
- 2)  $\sigma_y = 577$  MPa (limite de escoamento)

Base de dados	Material	Carregamento	Referências
19	CrVa steel	H, EFase, Sinc, F-To	

$\sigma_{xa}$	$\sigma_{xm}$	$\sigma_{ya}$	$\sigma_{ym}$	$\sigma_{xya}$	$\sigma_{xym}$	$f_y$	$f_{xy}$	$\beta_y$	$\beta_{xy}$
429	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
0.0	0.0	0.0	0.0	258	0.0	0.0	1.0	0.0	0
411	0.0	0.0	0.0	56	0.0	0.0	1.0	0.0	0
380	0.0	0.0	0.0	110	0.0	0.0	1.0	0.0	0
330	0.0	0.0	0.0	165	0.0	0.0	1.0	0.0	0
246	0.0	0.0	0.0	213	0.0	0.0	1.0	0.0	0
133	0.0	0.0	0.0	246	0.0	0.0	1.0	0.0	0

Observações:

- 1)  $\sigma_u = 752$  MPa (limite de resistência à tração)
- 2)  $\sigma_y = 670$  MPa (limite de escoamento)

Base de dados	Material	Carregamento	Referências
20	NiCrMo steel	H, EFase, Sinc, F-To	

$\sigma_{xa}$	$\sigma_{xm}$	$\sigma_{ya}$	$\sigma_{ym}$	$\sigma_{xya}$	$\sigma_{xym}$	$f_y$	$f_{xy}$	$\beta_y$	$\beta_{xy}$
661	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
0.0	0.0	0.0	0.0	343	0.0	0.0	1.0	0.0	0
625	0.0	0.0	0.0	83	0.0	0.0	1.0	0.0	0
547	0.0	0.0	0.0	157	0.0	0.0	1.0	0.0	0
507	0.0	0.0	0.0	253	0.0	0.0	1.0	0.0	0
355	0.0	0.0	0.0	307	0.0	0.0	1.0	0.0	0
184	0.0	0.0	0.0	343	0.0	0.0	1.0	0.0	0

Observações:

- 1)  $\sigma_u = 1243$  MPa (limite de resistência à tração)

Base de dados	Material	Carregamento	Referências
21	NiCr steel	H, EFase, Sinc, F-To	

$\sigma_{xa}$	$\sigma_{xm}$	$\sigma_{ya}$	$\sigma_{ym}$	$\sigma_{xya}$	$\sigma_{xym}$	$f_y$	$f_{xy}$	$\beta_y$	$\beta_{xy}$
772	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
0.0	0.0	0.0	0.0	452	0.0	0.0	1.0	0.0	0
778	0.0	0.0	0.0	105	0.0	0.0	1.0	0.0	0
723	0.0	0.0	0.0	208	0.0	0.0	1.0	0.0	0
598	0.0	0.0	0.0	298	0.0	0.0	1.0	0.0	0
422	0.0	0.0	0.0	366	0.0	0.0	1.0	0.0	0
222	0.0	0.0	0.0	412	0.0	0.0	1.0	0.0	0

Observações:

- 1)  $\sigma_u = 1668$  MPa (limite de resistência à tração)

Base de dados	Material	Carregamento	Referências
22	Nicrosilal-Cast Iron	H, EFase, Sinc, F-To	

$\sigma_{xa}$	$\sigma_{xm}$	$\sigma_{ya}$	$\sigma_{ym}$	$\sigma_{xya}$	$\sigma_{xym}$	$f_y$	$f_{xy}$	$\beta_y$	$\beta_{xy}$
253	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
0.0	0.0	0.0	0.0	212	0.0	0.0	1.0	0.0	0
244	0.0	0.0	0.0	32	0.0	0.0	1.0	0.0	0
230	0.0	0.0	0.0	66	0.0	0.0	1.0	0.0	0
191	0.0	0.0	0.0	96	0.0	0.0	1.0	0.0	0
170	0.0	0.0	0.0	147	0.0	0.0	1.0	0.0	0
91	0.0	0.0	0.0	171	0.0	0.0	1.0	0.0	0

Observações:

- 1)  $\sigma_u = 257$  MPa (limite de resistência à tração)

Base de dados	Material	Carregamento	Referências
23	Duralumin	H, EFase, Sinc, F-To	

$\sigma_{xa}$	$\sigma_{xm}$	$\sigma_{ya}$	$\sigma_{ym}$	$\sigma_{xya}$	$\sigma_{xym}$	$f_y$	$f_{xy}$	$\beta_y$	$\beta_{xy}$
156	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
0.0	0.0	0.0	0.0	100	0.0	0.0	1.0	0.0	0
121	0.0	0.0	0.0	60	0.0	0.0	1.0	0.0	0
121	0.0	0.0	0.0	60	0.0	0.0	1.0	0.0	90

Observações:

- 1)  $\sigma_u = 433$  MPa (limite de resistência à tração)
- 2)  $\sigma_y = 303$  MPa (limite de escoamento)

Base de dados	Material	Carregamento	Referências
24	Grey Cast Iron	H, EFase, Sinc, F-To	

$\sigma_{xa}$	$\sigma_{xm}$	$\sigma_{ya}$	$\sigma_{ym}$	$\sigma_{xya}$	$\sigma_{xym}$	$f_y$	$f_{xy}$	$\beta_y$	$\beta_{xy}$
96	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
0.0	0.0	0.0	0.0	91	0.0	0.0	1.0	0.0	0
53	0.0	0.0	0.0	63	0.0	0.0	1.0	0.0	0
64	0.0	0.0	0.0	77	0.0	0.0	1.0	0.0	60
68	0.0	0.0	0.0	82	0.0	0.0	1.0	0.0	90
80	0.0	0.0	0.0	40	0.0	0.0	1.0	0.0	0
90	0.0	0.0	0.0	45	0.0	0.0	1.0	0.0	60
94	0.0	0.0	0.0	47	0.0	0.0	1.0	0.0	90
91	0.0	0.0	0.0	19	0.0	0.0	1.0	0.0	0
95	0.0	0.0	0.0	20	0.0	0.0	1.0	0.0	90

Observações:

- 1)  $\sigma_u = 190$  MPa (limite de resistência à tração)

## Apêndice B

### LIMITES DE FADIGA OBTIDOS COM CARREGAMENTOS HARMÔNICOS COM TENSÃO MÉDIA

Base de dados	Material	Carregamento	Referências
25	S65A	H, EFase, Sinc, F-To	

$\sigma_{xa}$	$\sigma_{xm}$	$\sigma_{ya}$	$\sigma_{ym}$	$\sigma_{xya}$	$\sigma_{xym}$	$f_y$	$f_{xy}$	$\beta_y$	$\beta_{xy}$
583.8	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
0.0	0.0	0.0	0.0	370.7	0.0	0.0	1.0	0.0	0
532.8	532.8	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0	0.0	0
552.9	266.4	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0	0.0	0
0.0	0.0	0.0	0.0	339	169.9	0.0	1.0	0.0	0
0.0	0.0	0.0	0.0	343.6	343.6	0.0	1.0	0.0	0
549.8	0.0	0.0	0.0	0.0	169.9	0.0	1.0	0.0	0
540.5	0.0	0.0	0.0	0.0	343.6	0.0	1.0	0.0	0
556	266.4	0.0	0.0	0.0	169.9	0.0	1.0	0.0	0
556	266.4	0.0	0.0	0.0	343.6	0.0	1.0	0.0	0
469.5	532.8	0.0	0.0	0.0	169.9	0.0	1.0	0.0	0
472.6	532.8	0.0	0.0	0.0	343.6	0.0	1.0	0.0	0
0.0	266.4	0.0	0.0	312	0.0	0.0	1.0	0.0	0
0.0	532.8	0.0	0.0	284.2	0.0	0.0	1.0	0.0	0
0.0	266.4	0.0	0.0	304.3	169.9	0.0	1.0	0.0	0
0.0	532.8	0.0	0.0	281.1	169.9	0.0	1.0	0.0	0
0.0	266.4	0.0	0.0	308.9	343.6	0.0	1.0	0.0	0
0.0	532.8	0.0	0.0	293.4	343.6	0.0	1.0	0.0	0
547.5	0.0	0.0	0.0	156	0.0	0.0	1.0	0.0	0
389.2	0.0	0.0	0.0	259.5	0.0	0.0	1.0	0.0	0
168.3	0.0	0.0	0.0	333.5	0.0	0.0	1.0	0.0	0
496.5	266.4	0.0	0.0	141.3	169.9	0.0	1.0	0.0	0
374.5	266.4	0.0	0.0	249.4	169.9	0.0	1.0	0.0	0
161.4	266.4	0.0	0.0	322	169.9	0.0	1.0	0.0	0
428.6	532.8	0.0	0.0	121.2	343.6	0.0	1.0	0.0	0
315.1	532.8	0.0	0.0	210	343.6	0.0	1.0	0.0	0
126.6	532.8	0.0	0.0	251.7	343.6	0.0	1.0	0.0	0
386.1	266.4	0.0	0.0	251.7	0.0	0.0	1.0	0.0	0
383.8	0.0	0.0	0.0	255.6	169.9	0.0	1.0	0.0	0

Observações:

- 1)  $\sigma_y = 947$  MPa (limite de escoamento)
- 2)

Base de dados	Material	Carregamento	Referências
26	SAE52100	H, EFase/FFase, Sinc, Ax-To	

$\sigma_{xa}$	$\sigma_{xm}$	$\sigma_{ya}$	$\sigma_{ym}$	$\sigma_{xya}$	$\sigma_{xym}$	$f_y$	$f_{xy}$	$\beta_y$	$\beta_{xy}$
---------------	---------------	---------------	---------------	----------------	----------------	-------	----------	-----------	--------------

866	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	540	0	0	1	0	0	0
502	614	0	0	0	0	0	1	0	0	0
437	1020	0	0	0	0	0	1	0	0	0
419	1257	0	0	0	0	0	1	0	0	0
371	1484	0	0	0	0	0	1	0	0	0
734	0	0	0	367	0	0	1	0	0	0
607	0	0	0	304	0	0	1	0	0	90
431	0	0	0	431	0	0	1	0	0	90
417	510	0	0	209	0	0	1	0	0	90
477	0	0	0	477	0	0	1	0	0	0

Observações:

- 1)  $\sigma_u = 2467$  MPa (limite de resistência à tração)
- 2)  $\sigma_y = 2115$  MPa (limite de escoamento)

Base de dados	Material	Carregamento	Referências
27	30NCD16b	H, EFase/FFase, Sinc, F-To	

$\sigma_{xa}$	$\sigma_{xm}$	$\sigma_{ya}$	$\sigma_{ym}$	$\sigma_{xya}$	$\sigma_{xym}$	$f_y$	$f_{xy}$	$\beta_y$	$\beta_{xy}$
660	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
0.0	0.0	0.0	0.0	410	0.0	0.0	1.0	0.0	0
630	300	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
0.0	300	0.0	0.0	370	0.0	0.0	1.0	0.0	0
485	0.0	0.0	0.0	280	0.0	0.0	1.0	0.0	0
480	0.0	0.0	0.0	277	0.0	0.0	1.0	0.0	90
480	300	0.0	0.0	277	0.0	0.0	1.0	0.0	0
480	300	0.0	0.0	277	0.0	0.0	1.0	0.0	45
470	300	0.0	0.0	270	0.0	0.0	1.0	0.0	60
473	300	0.0	0.0	273	0.0	0.0	1.0	0.0	90
590	300	0.0	0.0	148	0.0	0.0	1.0	0.0	0
565	300	0.0	0.0	141	0.0	0.0	1.0	0.0	45
540	300	0.0	0.0	135	0.0	0.0	1.0	0.0	90
211	300	0.0	0.0	365	0.0	0.0	1.0	0.0	0
220	300	0.0	0.0	385	0.0	0.0	1.0	0.0	90

Observações:

- 1)  $\sigma_u = 1160$  MPa (limite de resistência à tração)
- 2)  $\sigma_y = 950$  MPa (limite de escoamento)

Base de dados	Material	Carregamento	Referências
28	30NCD16c	H, EFase/FFase, Sinc, F-To	

$\sigma_{xa}$	$\sigma_{xm}$	$\sigma_{ya}$	$\sigma_{ym}$	$\sigma_{xya}$	$\sigma_{xym}$	$f_y$	$f_{xy}$	$\beta_y$	$\beta_{xy}$
690	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0

0.0	0.0	0.0	0.0	428	0.0	0.0	1.0	0.0	0
679	156	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
627	273	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
575	375	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
519	0.0	0.0	0.0	291	0.0	0.0	1.0	0.0	0
514	0.0	0.0	0.0	288	0.0	0.0	1.0	0.0	90
451	294	0.0	0.0	250	191	0.0	1.0	0.0	0
462	294	0.0	0.0	258	191	0.0	1.0	0.0	90
474	294	0.0	0.0	265	0.0	0.0	1.0	0.0	45
464	294	0.0	0.0	259	0.0	0.0	1.0	0.0	60
554	287	0.0	0.0	135	0.0	0.0	1.0	0.0	45
474	0.0	0.0	0.0	265	0.0	0.0	1.0	0.0	90
220	199	0.0	0.0	368	0.0	0.0	1.0	0.0	90
470	299	0.0	0.0	261	0.0	0.0	1.0	0.0	90
527	287	0.0	0.0	129	0.0	0.0	1.0	0.0	90
433	472	0.0	0.0	240	0.0	0.0	1.0	0.0	90
418	622	0.0	0.0	234	0.0	0.0	1.0	0.0	90
0.0	299	0.0	0.0	396	0.0	0.0	1.0	0.0	0
0.0	486	0.0	0.0	411	0.0	0.0	1.0	0.0	0
0.0	655	0.0	0.0	364	0.0	0.0	1.0	0.0	0
482	0.0	0.0	0.0	268	0.0	0.0	1.0	0.0	0
207	299	0.0	0.0	350	0.0	0.0	1.0	0.0	0
474	294	0.0	0.0	265	0.0	0.0	1.0	0.0	0
584	281	0.0	0.0	142	0.0	0.0	1.0	0.0	0
447	473	0.0	0.0	252	0.0	0.0	1.0	0.0	0
425	635	0.0	0.0	223	0.0	0.0	1.0	0.0	0

Observações:

- 1)  $\sigma_u = 1200$  MPa (limite de resistência à tração)
- 2)  $\sigma_y = 950$  MPa (limite de escoamento)

Base de dados	Material	Carregamento	Referências
29	42CrMo4	H, EFase/FFase, Sinc, Ax-To	

$\sigma_{xa}$	$\sigma_{xm}$	$\sigma_{ya}$	$\sigma_{ym}$	$\sigma_{xya}$	$\sigma_{xym}$	$f_y$	$f_{xy}$	$\beta_y$	$\beta_{xy}$
398	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	265	0	0	1	0	0
328	0	0	0	157	0	0	1	0	0
286	0	0	0	137	0	0	1	0	90
233	0	0	0	224	0	0	1	0	0
213	0	0	0	205	0	0	1	0	90
266	0	0	0	128	128	0	1	0	0
283	0	0	0	136	136	0	1	0	90
333	0	0	0	160	160	0	1	0	180

280	280	0	0	134	0	0	1	0	0
271	271	0	0	130	0	0	1	0	90

Observações:

- 1)  $\sigma_u = 1025$  MPa (limite de resistência à tração)
- 2)  $\sigma_y = 888$  MPa (limite de escoamento)

Base de dados	Material	Carregamento	Referências
30	34Cr4c	H, EFase/FFase, Sinc, Ax-To	

$\sigma_{xa}$	$\sigma_{xm}$	$\sigma_{ya}$	$\sigma_{ym}$	$\sigma_{xya}$	$\sigma_{xym}$	$f_y$	$f_{xy}$	$\beta_y$	$\beta_{xy}$
410	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
0.0	0.0	0.0	0.0	256	0.0	0.0	1.0	0.0	0
314	0.0	0.0	0.0	157	0.0	0.0	1.0	0.0	0
315	0.0	0.0	0.0	158	0.0	0.0	1.0	0.0	60
316	0.0	0.0	0.0	158	0.0	0.0	1.0	0.0	90
315	0.0	0.0	0.0	158	0.0	0.0	1.0	0.0	120
224	0.0	0.0	0.0	224	0.0	0.0	1.0	0.0	90
380	0.0	0.0	0.0	95	0.0	0.0	1.0	0.0	90
316	0.0	0.0	0.0	158	158	0.0	1.0	0.0	0
314	0.0	0.0	0.0	157	157	0.0	1.0	0.0	60
315	0.0	0.0	0.0	158	158	0.0	1.0	0.0	90
279	279	0.0	0.0	140	0.0	0.0	1.0	0.0	0
284	284	0.0	0.0	142	0.0	0.0	1.0	0.0	90
355	0.0	0.0	0.0	89	178	0.0	1.0	0.0	0
212	212	0.0	0.0	212	0.0	0.0	1.0	0.0	90
129	0.0	0.0	0.0	258	0.0	0.0	1.0	0.0	90
218	0.0	0.0	0.0	218	0.0	0.0	1.0	0.0	0
122	0.0	0.0	0.0	244	0.0	0.0	1.0	0.0	0
382	0.0	0.0	0.0	95	0.0	0.0	1.0	0.0	0
354	0.0	0.0	0.0	0.0	177	0.0	1.0	0.0	0

Observações:

- 1)  $\sigma_u = 795$  MPa (limite de resistência à tração)
- 2)  $\sigma_y = 657$  MPa (limite de escoamento)

Base de dados	Material	Carregamento	Referências
31	34Cr4d	H, EFase/FFase, Sinc, Ax-To	

$\sigma_{xa}$	$\sigma_{xm}$	$\sigma_{ya}$	$\sigma_{ym}$	$\sigma_{xya}$	$\sigma_{xym}$	$f_y$	$f_{xy}$	$\beta_y$	$\beta_{xy}$
410	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
0.0	0.0	0.0	0.0	256	0.0	0.0	1	0.0	0
249	304	0.0	0.0	0.0	0.0	1	1	0	0
253	309	0.0	0.0	0.0	0.0	1	1	0	0
245	299	0.0	0.0	0.0	0.0	1	1	0	0

225	275	225	275	0.0	0.0	1	1	0	0
225	275	225	275	0.0	0.0	1	1	60	0
190	232	190	232	0.0	0.0	1	1	180	0
240	-293	240	293	0.0	0.0	1	1	0	0
205	250	205	250	96	0.0	1	1	0	0
175	214	175	214	82	0.0	1	1	180	0
181	221	181	221	85	85	1	1	0	0
195	238	195	238	92	92	1	1	0	90
180	220	180	220	85	85	1	1	180	90
192	234	192	234	90	90	1	1	60	90
305	0.0	0.0	372	0.0	0.0	1	1	0	0
0.0	0.0	0.0	0.0	175	175	1	1	0	0
200	244	200	244	0.0	0.0	2	1	0	0

Observações:

- 1)  $\sigma_u =$
- 2)  $\sigma_y = 550$  MPa (limite de escoamento)

Base de dados	Material	Carregamento	Referências
32	GGG60	H, EFase/FFase, Sinc/ASinc, Ax-To	

$\sigma_{xa}$	$\sigma_{xm}$	$\sigma_{ya}$	$\sigma_{ym}$	$\sigma_{xya}$	$\sigma_{xym}$	$f_y$	$f_{xy}$	$\beta_y$	$\beta_{xy}$
275	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	249	0	0	1	0	0
221	0	0	0	111	0	0	1	0	0
221	0	0	0	111	0	0	1	0	90
180	0	0	0	90	180	0	1	0	0
225	0	0	0	113	225	0	1	0	180
230	-115	0	0	115	115	0	1	0	0
271	-136	0	0	136	136	0	1	0	180
186	0	0	0	93	0	0	0.25	0	0
185	0	0	0	93	0	0	4	0	0

Observações:

- 1)  $\sigma_u =$
- 2)  $\sigma_y = 516$  MPa (limite de escoamento)

Base de dados	Material	Carregamento	Referências
33	25CrMo4c	H, EFase/FFase, Sinc, Ax-IP-To	

$\sigma_{xa}$	$\sigma_{xm}$	$\sigma_{ya}$	$\sigma_{ym}$	$\sigma_{xya}$	$\sigma_{xym}$	$f_y$	$f_{xy}$	$\beta_y$	$\beta_{xy}$
361	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	228	0	0	1	0	0
336	150	0	0	0	0	0	0	0	0
261	450	0	0	0	0	0	0	0	0

146	170	289	340	0.0	0	1	0	0	0
261	170	261	340	0.0	0	1	0	0	0
275	170	275	340	0.0	0	1	0	60	0
240	170	240	340	0.0	0	1	0	90	0
196	170	196	340	0.0	0	1	0	180	0
270	0	0	0	135	0	0	1	0	0
261	0	0	0	131	0	0	1	0	60
277	0	0	0	139	0	0	1	0	90
220	340	0	170	110	0	0	1	0	60
233	340	0	170	117	0	0	1	0	90
155	340	0	170	155	0	0	1	0	60
159	340	0	170	159	0	0	1	0	90
235	470	0	235	117.5	0	0	1	0	0

Observações:

- 1)  $\sigma_u =$
- 2)  $\sigma_y = 660$  MPa (limite de escoamento)

Base de dados	Material	Carregamento	Referências
34	25CrMo4d	H, EFase/FFase, Sinc, Ax-IP-To	

$\sigma_{xa}$	$\sigma_{xm}$	$\sigma_{ya}$	$\sigma_{ym}$	$\sigma_{xya}$	$\sigma_{xym}$	$f_y$	$f_{xy}$	$\beta_y$	$\beta_{xy}$
361	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	228	0	0	1	0	0
185	340	185	220	92.5	0	1	1	180	90
208	255	156	210	104	0	1	1	0	90
212	255	159	210	106	0	1	1	0	180
225	255	169	210	113	0	1	1	60	90
222	255	167	210	111	0	1	1	90	45
205	255	154	210	103	0	1	1	90	90
215	255	161	210	108	0	1	1	90	135
188	255	141	210	94	0	1	1	180	0
224	255	168	210	112	0	1	1	180	90

Observações:

- 1)  $\sigma_u =$
- 2)  $\sigma_y = 660$  MPa (limite de escoamento)

Base de dados	Material	Carregamento	Referências
35	St35a	H, EFase/FFase, Sinc, Ax-IP-To	

$\sigma_{xa}$	$\sigma_{xm}$	$\sigma_{ya}$	$\sigma_{ym}$	$\sigma_{xya}$	$\sigma_{xym}$	$f_y$	$f_{xy}$	$\beta_y$	$\beta_{xy}$
206	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	123	0	0	1	0	0
0.0	169	169	0.0	0.0	0	1	1	0	0

147	161	0.0	0.0	0.0	0	1	1	0	0
0.0	148	148	163	0.0	0	1	1	0	0
0.0	302	151	166	0.0	0	1	1	0	0
139	153	139	153	0.0	0	1	1	0	0
0.0	0.0	0.0	0.0	114	55	1	1	0	0
0.0	55	0.0	54	110	0	1	1	0	0
0.0	101	0.0	100	101	0	1	1	0	0
77	92	154	169	0.0	0	1	1	0	0
79	0.0	157	173	0.0	0	1	1	0	0
147	162	147	162	0.0	0	1	1	60	0
129	142	129	142	0.0	0	1	1	90	0
110	121	110	121	0.0	0	1	1	120	0
100	110	100	110	0.0	0	1	1	180	0
74	89	149	164	0.0	0	1	1	60	0
71	85	142	156	0.0	0	1	1	90	0
61	73	123	135	0.0	0	1	1	180	0
73	0.0	145	160	0.0	0	1	1	90	0
59	0.0	118	129	0.0	0	1	1	180	0
0.0	0.0	0.0	0.0	100	108	1	1	0	0

Observações:

- 1)  $\sigma_u =$
- 2)  $\sigma_y = 294$  MPa (limite de escoamento)

Base de dados	Material	Carregamento	Referências
36	St35b	H, EFase/FFase, ASinc, Ax-IP	

$\sigma_{xa}$	$\sigma_{xm}$	$\sigma_{ya}$	$\sigma_{ym}$	$\sigma_{xya}$	$\sigma_{xym}$	$f_y$	$f_{xy}$	$\beta_y$	$\beta_{xy}$
230	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	130	0	0	1	0	0
130	143	130	143	0.0	0	2	0	0	0
140	154	140	154	0.0	0	2	0	90	0

Observações:

- 1)  $\sigma_u = 543$  MPa (limite de resistência à tração)
- 2)  $\sigma_y = 340$  MPa (limite de escoamento)

Base de dados	Material	Carregamento	Referências
37	St35c	NH, FFase, Ax-IP	

Observações:

- 1)  $\sigma_u = 543$  MPa (limite de resistência à tração)
- 2)  $\sigma_y = 340$  MPa (limite de escoamento)

Base de dados	Material	Carregamento	Referências
38	St35d	NH, FFase, Ax-IP	

Observações:

- 1)  $\sigma_u = 543$  MPa (limite de resistência à tração)
- 2)  $\sigma_y = 340$  MPa (limite de escoamento)

Base de dados	Material	Carregamento	Referências
39	76S-T61a	H, EFase, Sinc, Ax-To	

$\sigma_{xa}$	$\sigma_{xm}$	$\sigma_{ya}$	$\sigma_{ym}$	$\sigma_{xya}$	$\sigma_{xym}$	$f_y$	$f_{xy}$	$\beta_y$	$\beta_{xy}$
170	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	110	0	0	1	0	0
158	83	0	0	0	0	0	1	0	0
143	207	0	0	0	0	0	1	0	0
139	294	0	0	0	0	0	1	0	0
131	349	0	0	0	0	0	1	0	0
161	0	0	0	33	0	0	1	0	0
125	0	0	0	62	0	0	1	0	0
124	83	0	0	62	41	0	1	0	0
115	207	0	0	58	103	0	1	0	0
103	310	0	0	52	155	0	1	0	0
103	0	0	0	75	0	0	1	0	0
79	0	0	0	96	0	0	1	0	0
0	0	0	0	99	101	0	1	0	0
0	0	0	0	83	168	0	1	0	0

Observações:

- 1)  $\sigma_u = 500$  MPa (limite de resistência à tração)
- 2)  $\sigma_y = 442$  MPa (limite de escoamento)

Base de dados	Material	Carregamento	Referências
40	76S-T61b	H, EFase, Sinc, Ax-To	

$\sigma_{xa}$	$\sigma_{xm}$	$\sigma_{ya}$	$\sigma_{ym}$	$\sigma_{xya}$	$\sigma_{xym}$	$f_y$	$f_{xy}$	$\beta_y$	$\beta_{xy}$
188	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	119	0	0	1	0	0
170	83	0	0	0	0	0	1	0	0
143	207	0	0	0	0	0	1	0	0
143	292	0	0	0	0	0	1	0	0
133	347	0	0	0	0	0	1	0	0
181	0	0	0	37	0	0	1	0	0
139	0	0	0	70	0	0	1	0	0
136	83	0	0	68	41	0	1	0	0
122	207	0	0	61	103	0	1	0	0
103	310	0	0	52	155	0	1	0	0
118	0	0	0	86	0	0	1	0	0

87	0	0	0	104	0	0	1	0	0
0	0	0	0	103	96	0	1	0	0
0	0	0	0	88	164	0	1	0	0
0	0	0	0	62	203	0	1	0	0

Observações:

- 1)  $\sigma_u = 500$  MPa (limite de resistência à tração)
- 2)  $\sigma_y = 442$  MPa (limite de escoamento)

Base de dados	Material	Carregamento	Referências
41	76S-T61c	H, EFase, Sinc, Ax-To	

$\sigma_{xa}$	$\sigma_{xm}$	$\sigma_{ya}$	$\sigma_{ym}$	$\sigma_{xya}$	$\sigma_{xym}$	$f_y$	$f_{xy}$	$\beta_y$	$\beta_{xy}$
218	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	143	0	0	1	0	0
190	83	0	0	0	0	0	1	0	0
143	207	0	0	0	0	0	1	0	0
148	290	0	0	0	0	0	1	0	0
136	346	0	0	0	0	0	1	0	0
216	0	0	0	45	0	0	1	0	0
171	0	0	0	85	0	0	1	0	0
153	83	0	0	77	41	0	1	0	0
130	207	0	0	65	103	0	1	0	0
103	310	0	0	52	155	0	1	0	0
139	0	0	0	102	0	0	1	0	0
104	0	0	0	126	0	0	1	0	0
0	0	0	0	121	97	0	1	0	0
0	0	0	0	108	148	0	1	0	0
0	0	0	0	84	183	0	1	0	0

Observações:

- 1)  $\sigma_u = 500$  MPa (limite de resistência à tração)
- 2)  $\sigma_y = 442$  MPa (limite de escoamento)

Base de dados	Material	Carregamento	Referências
42	34CrMo4	H, EFase, Sinc, Ax-To	

$\sigma_{xa}$	$\sigma_{xm}$	$\sigma_{ya}$	$\sigma_{ym}$	$\sigma_{xya}$	$\sigma_{xym}$	$f_y$	$f_{xy}$	$\beta_y$	$\beta_{xy}$
382	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	284	0	0	1	0	0
0	-549	0	0	343	0	0	1	0	0
0	-181	0	0	284	0	0	1	0	0
0	181	0	0	284	0	0	1	0	0
0	353	0	0	240	0	0	1	0	0
0	510	0	0	216	0	0	1	0	0

0	696	0	0	157	0	0	1	0	0
---	-----	---	---	-----	---	---	---	---	---

Observações:

- 1)  $\sigma_u = 902$  MPa (limite de resistência à tração)
- 2)  $\sigma_y = 706$  MPa (limite de escoamento)

Base de dados	Material	Carregamento	Referências
<b>43</b>	<b>St60</b>	<b>H, EFase, Sinc, Ax-IP</b>	

$\sigma_{xa}$	$\sigma_{xm}$	$\sigma_{ya}$	$\sigma_{ym}$	$\sigma_{xya}$	$\sigma_{xym}$	$f_y$	$f_{xy}$	$\beta_y$	$\beta_{xy}$
294	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	176	0	0	1	0	0
284	76	0	0	0	0	0	1	0	0
290	0	0	306	0	0	0	1	0	0
259	0	0	459	0	0	0	1	0	0
286	76	0	306	0	0	0	1	0	0
259	76	0	459	0	0	0	1	0	0
290	153	0	153	0	0	0	1	0	0
279	153	0	306	0	0	0	1	0	0
263	153	0	459	0	0	0	1	0	0

Observações:

- 1)  $\sigma_u = 765$  MPa (limite de resistência à tração)
- 2)  $\sigma_y = 550$  MPa (limite de escoamento)

Base de dados	Material	Carregamento	Referências
<b>44</b>	<b>C35Na</b>	<b>H, EFase, Sinc, F-To</b>	

$\sigma_{xa}$	$\sigma_{xm}$	$\sigma_{ya}$	$\sigma_{ym}$	$\sigma_{xya}$	$\sigma_{xym}$	$f_y$	$f_{xy}$	$\beta_y$	$\beta_{xy}$
205	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0
0.0	0.0	0.0	0.0	131	0.0	0.0	1.0	0.0	0
207	0.0	0.0	0.0	0	69	0.0	1.0	0.0	0
209	0.0	0.0	0.0	0	137	0.0	1.0	0.0	0

Observações:

- 1)  $\sigma_u = 550$  MPa (limite de resistência à tração)
- 2)  $\sigma_y = 262$  MPa (limite de escoamento)

Base de dados	Material	Carregamento	Referências
<b>45</b>	<b>C35Nb</b>	<b>H, EFase, Sinc, F-To</b>	

$\sigma_{xa}$	$\sigma_{xm}$	$\sigma_{ya}$	$\sigma_{ym}$	$\sigma_{xya}$	$\sigma_{xym}$	$f_y$	$f_{xy}$	$\beta_y$	$\beta_{xy}$
189	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0

0.0	0.0	0.0	0.0	121	0.0	0.0	1.0	0.0	0
179	0.0	0.0	0.0	0	49	0.0	1.0	0.0	0
175	0.0	0.0	0.0	0	98	0.0	1.0	0.0	0
179	0.0	0.0	0.0	0	127	0.0	1.0	0.0	0

Observações:

- 1)  $\sigma_u = 550$  MPa (limite de resistência à tração)
- 2)  $\sigma_y = 262$  MPa (limite de escoamento)