

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA – UNB
INSTITUTO DE CIÊNCIA HUMANAS
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA

MARCELO LEITE VIANA OMATI

OTIMIZAÇÃO EM *GRIDS* EM *N* ESTÁGIOS

BRASÍLIA
2012

OMATI, Marcelo Leite Viana

Otimização em *grids* em n estágios. [Distrito Federal] 2012.

77 p.

Dissertação de Mestrado – Universidade de Brasília, Faculdade de Economia (FACE)
Mestrado em Economia, com Área de Concentração em Gestão Previdenciária.

Orientador: Professor Dr. Heglshynton Valério Marçal

1. Alocação – 2. Planos – 3. Otimização – 4. ALM – 5. Simulação

MARCELO LEITE VIANA OMATI

OTIMIZAÇÃO EM *GRIDS* EM N ESTÁGIOS

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Profissional da Faculdade de Economia, Administração, Contabilidade e Ciência da Informação e Documentação da Universidade de Brasília, como requisito parcial para obtenção do título de mestre.

Orientador: Professor Dr. Heglhyschinton Valério Marçal

BRASÍLIA
2012

Dedico este trabalho,

A *Deus*,
que permitiu que tudo pudesse ser realizado.

Aos meus pais, Luiz Fernando Omati e Lourdes Leite
pela compreensão e incentivo ao longo de minha trajetória.

A Ellayfer,
que me apoiou me incentivou de diversas maneiras durante muitas etapas da minha vida.

Ao meu amigo e orientador Marçal,
que me incentivou a fazer o mestrado e me deu todo apoio necessário para concluí-lo.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por ter me concedido saúde, disposição, sabedoria e condições para que, por sua vontade, eu pudesse chegar até aqui.

Ao orientador: Dr. Heglehyschinton Valério Marçal por sua dedicação e por sua orientação nesta dissertação.

Aos membros da Banca de Avaliação: Dr. **Alexandre Xavier Ywata de Carvalho** e Dr. **Reinaldo Soares de Camargo**.

A FUNCEF que pelo espaço e material cedido.

A todos os professores do Mestrado em Economia com foco em Previdência da UnB.

"Uma resposta aproximada da questão certa é mais valiosa do que uma resposta certa de um problema aproximado".

John Tukey

RESUMO

Esta dissertação versa sobre o tema da otimização de carteira em gestão integrada de ativos e passivos, *Asset and Liability Management* (ALM), voltada para as Entidades Fechadas de Previdência Complementar (EFPC). O problema de pesquisa edificou-se em fazer outra forma de otimização para determinar a melhor alocação para investimentos dos recursos garantidores de plano de benefícios. Para tanto, estabelece como objetivo geral a comparação entre duas formas de otimização com a mesma função objetivo, sujeita a um conjunto de restrições, nos diversos segmentos de investimentos das EFPC; e como objetivos específicos: a) realizar revisão histórica sobre otimização; b) conceituar e classificar as classes de ativos de uma EFPC e revisar seus aspectos gerais; c) conceituar o ALM sob a perspectiva do gerenciamento estratégico de uma EFPC ou EAPC d) apresentar formas de otimização de funções; e e) apresentar os resultados das comparações das duas formas de otimização. Neste recorte, foi possível confirmar as vantagens da otimização em *grids* em n estágios sobre a programação por metas.

Palavras – chave: Alocação – Otimização – ALM – Gestão – *Grids*

ABSTRACT

This dissertation deals with the issue of portfolio optimization in integrated management of assets and liabilities, Asset and Liability Management (ALM), focused on the Closed Pension Fund Entities (CVET). The research problem is built on making another form of optimization to determine the best allocation of resources for investment guarantor of benefit plan. To do so, establishes as general objective comparison between two forms of optimization with the same objective function, subject to a set of constraints, investments in various segments of CVET, and specific objectives: a) conduct historical review of optimization, b) conceptualize and classify asset classes and a CVET revise their general aspects; c) conceptualize the ALM from the perspective of strategic management of an OVET CVET or d) provide forms of optimization functions, and e) present the results of comparisons of two forms of optimization. In this cut, it was possible to confirm the benefits of optimization in grids in n stages on the goal programming (shape optimization).

Keywords: Allocation – Optimization – ALM – Management– *Grids*

JEL: C40- C61 –C53 – G32 –C68

ÍNDICE

1	INTRODUÇÃO	15
2	BREVE HISTORIA DA OTIMIZAÇÃO.	17
3	CONCEITOS E CLASSIFICAÇÃO DAS CLASSES DE ATIVOS.....	19
3.1	RENDA FIXA (TÍTULOS DE DÍVIDA)	19
3.2	RENDA VARIÁVEL (AÇÕES).....	20
3.3	INVESTIMENTO ESTRUTURADO (PRIVATE EQUITY E VENTURE CAPITAL)	20
3.4	IMÓVEIS	21
3.5	OPERCAÇÕES COM PARTICIPANTES.....	22
3.6	INVESTIMENTO NO EXTERIOR	22
3.7	COMPARATIVO DAS RESOLUÇÕES CMN 3.456 E 3.792	22
3.7.1	ALTERAÇÃO NO SEGMENTO RENDA FIXA.....	24
3.7.2	ALTERAÇÃO NO SEGMENTO RENDA VARIÁVEL.....	25
3.7.3	ALTERAÇÕES NO SEGMENTO IMÓVEIS E OPERAÇÕES COM PARTICIPANTES	25
3.7.4	DEMAIS ALTERAÇÕES	25
4	ASPECTOS GERAIS DA PREVIDÊNCIA COMPLEMENTAR FECHADA.....	29
4.1	ATORES	29
4.2	RELAÇÕES JURÍDICAS.....	29
4.3	INSTITUTOS.....	30
4.4	PLANO BD, CD E CV	31
5	CONCEITO ALM.....	32
5.1	IMPORTÂNCIA DO ASSET LIABILITY MANAGEMENT – ALM SOB A PERSPECTIVA DO GERENCIAMENTO ESTRATÉGICO DE UMA EFPC OU EAPC.	33
5.2	PROCESSO ESTOCÁSTICO – ALM.....	35
6	O MODELO DE ALM DESENVOLVIDO PARA FUNDAÇÃO DOS ECONOMIÁRIOS FEDERAIS – FUNCEF	37
6.1	AML – FUNCEF	37
6.1.1	CUSTOS DE TRANSAÇÃO PARA COMPRA E VENDA DE ATIVOS.....	41
6.1.2	RESTRICÇÕES DE INVESTIMENTOS POR CLASSE DE ATIVOS	43
6.1.3	EVOLUÇÃO ESTOCÁSTICA DOS RENDIMENTOS DAS CLASSES DE ATIVOS E DO PASSIVO	44

6.1.4	PROPORÇÃO DE ATIVOS LÍQUIDOS	45
6.1.5	FUNÇÃO PARA SIMULAÇÕES DA MODELAGEM ALM	45
6.1.6	FUNÇÃO PARA ENCONTRAR A ALOCAÇÃO ÓTIMA NA MODELAGEM ALM	46
7	OTIMIZAÇÃO – ALM	48
7.1	PROGRAMAÇÃO LINEAR, PROGRAMAÇÃO NÃO LINEAR E OTIMIZAÇÃO COMBINATÓRIA.....	49
7.1.1	PROGRAMAÇÃO LINEAR	49
7.1.2	PROGRAMAÇÃO NÃO LINEAR.....	50
7.1.3	OTIMIZAÇÃO COMBINATÓRIA.....	50
7.1.4	META HEURÍSTICAS.....	51
7.1.5	MÉTODOS EXATOS.....	52
8	APLICAÇÃO DO MÉTODO OTIMIZAÇÃO EM GRIDS NO ALM DA FUNCEF.....	56
8.1	CARTEIRAS-TENTATIVAS.....	56
9	SIMULAÇÃO E COMPARAÇÃO DE RESULTADOS DOS MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO EM GRIDS E PROGRAMAÇÃO POR METAS COM GERAÇÃO DE CARTEIRAS ALEATÓRIA.....	59
9.1	CONTEXTUALIZAÇÃO DA SIMULAÇÃO.....	59
9.2	ESPECIFICAÇÃO DAS SIMULAÇÕES DO ALM PARA FAZER A COMPARAÇÃO ENTRE OS DOIS METODOS DE OTIMIZAÇÃO.....	60
9.2.1	PREMISSAS ATUARIAIS.....	60
9.2.2	RESTRICÇÕES LEGAIS E GERENCIAIS ÀS CLASSES DE ATIVOS:.....	61
9.3	RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES.	62
10	CONCLUSÃO	66
11	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	67
12	ANEXOS	69
12.1	RELATÓRIO DE RESULTADOS DO PLANO REG/REPLAN SALDADO UTILIZANDO A OTIMIZAÇÃO EM GRIDS E A FUNÇÃO OBJETIVO Nº 6	69
12.2	RELATÓRIO DE RESULTADOS DO PLANO REG/REPLAN SALDADO UTILIZANDO A PROGRAMAÇÃO POR METAS E A FUNÇÃO OBJETIVO Nº 6	73

LISTA DE TABELAS

TABELA 3.1 : LIMITES MÁXIMOS DE ACORDO COM A RESOLUÇÃO 3.792	19
TABELA 3.2: COMPARATIVO DAS RESOLUÇÕES 3.456 E 3.792 POR LIMITES GERAIS POR PLANOS DE PREVIDÊNCIA REFERENTE AO PATRIMÔNIO LÍQUIDO – PL	23
TABELA 6.1: PARÂMETROS DO PROBLEMA	38
TABELA 6.2: DIMENSÃO DO PROBLEMA	38
TABELA 6.3: VARIÁVEIS DE DECISÃO	38
TABELA 6.4: CLASSES DE ATIVOS PARA O ALM.....	40
TABELA 6.5: LIMITES MÁXIMOS DE INVESTIMENTO POR CLASSES	43
TABELA 6.6: LIMITES MÍNIMOS DE INVESTIMENTO POR CLASSES	44
TABELA 6.7: PARÂMETROS DE ENTRADA E SAÍDA PARA A FUNÇÃO DE SIMULAÇÕES	46
TABELA 8.1: EXEMPLO DE LIMITES GERENCIAIS PARA A CLASSE DE ATIVOS.	56
TABELA 8.2 OPÇÕES PARA A FUNÇÃO OBJETIVO	58
TABELA 9.1 RESERVAS MATEMÁTICAS DO PLANO DE BENEFÍCIOS REG/REPLAN SALDADO DA FUNCEF: BENEFÍCIOS CONCEDIDOS, BENEFÍCIOS A CONCEDER E BENEFÍCIOS TOTAIS -- DATA DE AVALIAÇÃO OUTUBRO DE 2011, CADASTRO AGOSTO DE 2011	60
TABELA 9.2 RESTRIÇÕES LEGAIS E GERENCIAIS PARA O REG/REPLAN SALDADO	62
TABELA 9.3 COMPARAÇÃO DOS PRINCIPAIS ÍNDICES DOS DOIS MODELOS DE OTIMIZAÇÃO. ...	64
TABELA 9.4 COMPARAÇÃO AS CARTEIRAS PROPOSTA PELO OS DOIS MODELOS DE OTIMIZAÇÃO.	64
TABELA 9.5 COMPARAÇÃO AS CARTEIRAS PROPOSTA PELO OS DOIS MODELOS DE OTIMIZAÇÃO DE ACORDO COM A RESOLUÇÃO 3.792.....	65
TABELA 12.1 MACROALOCAÇÃO CARTEIRA ÓTIMA PELA OTIMIZAÇÃO EM <i>GRIDS</i> – REG/REPLAN SALDADO	69
TABELA 12.2 MACROALOCAÇÃO CARTEIRA ÓTIMA PELA OTIMIZAÇÃO EM <i>GRIDS</i> DE ACORDO COM A RESOLUÇÃO 3.792 – REG/REPLAN SALDADO	69
TABELA 12.3 PRINCIPAIS INDICADORES DA CARTEIRA ÓTIMA PELA OTIMIZAÇÃO EM <i>GRIDS</i> – REG/REPLAN SALDADO	70
TABELA 12.4 ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DAS 10 MELHORES CARTEIRAS PELA OTIMIZAÇÃO EM <i>GRIDS</i> – REG/REPLAN SALDADO	70
TABELA 12.5 ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DOS VALORES DA FUNÇÃO OBJETIVO PELA OTIMIZAÇÃO EM <i>GRIDS</i> – REG/REPLAN SALDADO	71
TABELA 12.6 MACROALOCAÇÃO CARTEIRA ÓTIMA POR PROGRAMAÇÃO POR METAS – REG/REPLAN SALDADO	73
TABELA 12.7 MACROALOCAÇÃO CARTEIRA ÓTIMA POR PROGRAMAÇÃO POR METAS DE ACORDO COM A RESOLUÇÃO 3.792 – REG/REPLAN SALDADO	74
TABELA 12.8 PRINCIPAIS INDICADORES DA CARTEIRA ÓTIMA POR PROGRAMAÇÃO POR METAS – REG/REPLAN SALDADO.....	74
TABELA 12.9 ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DAS 10 MELHORES CARTEIRAS POR PROGRAMAÇÃO POR METAS – REG/REPLAN SALDADO.....	75
TABELA 12.10 ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DOS VALORES DA FUNÇÃO OBJETIVO POR PROGRAMAÇÃO POR METAS – REG/REPLAN SALDADO.....	75

ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 7.1: FUNÇÃO UNIMODAL X FUNÇÃO MULTIMODAL	48
FIGURA 7.2: REGIÃO FACTÍVEL E NÃO FACTÍVEL	48
FIGURA 7.3 FUNÇÃO CONVEXA E FUNÇÃO CÔNCAVA.....	50
FIGURA 12.1: VALOR RESTANTE NA CARTEIRA PELA OTIMIZAÇÃO EM <i>GRIDS</i> – REG/REPLAN SALDADO.....	71
FIGURA 12.2: TRAJETÓRIA DO ÍNDICE DE LIQUIDEZ PELA OTIMIZAÇÃO EM <i>GRIDS</i> – REG/REPLAN SALDADO	72
FIGURA 12.3: PROBABILIDADE DE GAP PELA OTIMIZAÇÃO EM <i>GRIDS</i> – REG/REPLAN SALDADO.....	72
FIGURA 12.4: TRAJETÓRIA DO FATOR DE SOLVÊNCIA PELA OTIMIZAÇÃO EM <i>GRIDS</i> – REG/REPLAN SALDADO	73
FIGURA 12.5: VALOR RESTANTE NA CARTEIRA POR PROGRAMAÇÃO POR METAS – REG/REPLAN SALDADO	76
FIGURA 12.6: TRAJETÓRIA DO ÍNDICE DE LIQUIDEZ POR PROGRAMAÇÃO POR METAS – REG/REPLAN SALDADO	76
FIGURA 12.7: PROBABILIDADE DE GAP POR PROGRAMAÇÃO POR METAS – REG/REPLAN SALDADO.....	77
FIGURA 12.8: TRAJETÓRIA DO FATOR DE SOLVÊNCIA POR PROGRAMAÇÃO POR METAS – REG/REPLAN SALDADO	77

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

a.a. -	ao ano
ABNT -	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ALM -	<i>Asset and Liability Management</i>
BD -	Benefício Definido
CALM -	<i>Computer- aided Asset and Liability Management</i>
CD -	Contribuição Definida
CGPC -	Conselho Gestor de Previdência Complementar
CERME -	Centro de Estudos em Regulação de Mercados
CMN -	Conselho Monetário Nacional
CNPB -	Cadastro Nacional de Planos de Benefícios
COPEC -	Coordenação de Pesquisas e Cenários Macroeconômicos Departamento de Controle das Empresas Estatais do
DEST -	Ministério do Planejamento
DIRIN -	Diretoria de Investimentos
EFPC -	Entidade Fechada de Previdência Complementar Faculdade de Economia, Administração, Contabilidade e
FACE -	Ciência da Informação e Documentação
FI -	Fundo de Investimento
FII -	Fundo de Investimento Imobiliário
FIM -	Fundo de Investimento Multimercado
FIP -	Fundo de Investimento em Participações
FMIEE -	Fundo Mútuo de Investimento em Empresas Emergentes
FUNCEF -	Fundação dos Economistas Federais Gerência de Macroalocação de Recursos e Projeções de
GEMAC -	Cenários Macroeconômicos Instituto da Administração da Previdência e Assistência
IAPAS -	Social
IAPB -	Instituto de Aposentadoria e Pensões dos Bancários
IAPC -	Instituto de Aposentadoria e Pensões dos Comerciais
IAPE -	Instituto de Aposentadoria e Pensões da Estiva
IAPI -	Instituto de Aposentadoria e Pensões dos Industriários

IAPM -	Instituto de Aposentadoria e Pensões dos Marítimos
IAPTEC -	Instituto de Aposentadoria e Pensões dos Empregados em Transportes e Cargas
INPC -	Índice Nacional de Preços ao Consumidor
INPS -	Instituto Nacional de Previdência Social
INSS -	Instituto Nacional de Seguro Social
LC -	Lei Complementar
LDI -	<i>Liability Driven Investments</i>
MPAS -	Ministério da Previdência e Assistência Social
MsC -	Mestre
MTPS -	Ministério do Trabalho e Previdência Social
NBR -	Norma Brasileira
PGA -	Programa de Gestão Administrativa
PREVIC -	Superintendência Nacional de Previdência Complementar
PUC -	<i>Projected Unit Cost</i>
RF -	Renda Fixa
RGPS -	Regime Geral da Previdência Social
RPPS -	Regimes Próprios de Previdência Social
RV -	Renda Variável
SAS® -	<i>Business Analytics Software and Services</i>
SDT -	Saldamento
SELIC -	Sistema Especial de Liquidação e de Custódia
SUSEP -	Superintendência de Seguros Privados
UnB -	Universidade de Brasília

1 INTRODUÇÃO

Otimização é uma palavra que deriva de **ótimo**, que por sua vez vem do Latim *optimus*, “o melhor”, é uma palavra composta por *ob-*, “à frente”, mais o sufixo superlativo – *tumos*. No caso desse trabalho, otimização significa melhor resultado, que maximiza ou minimiza a função objetivo.

O *Asset Liability Management* (ALM) é uma ferramenta essencial para uma administração eficaz de bancos, seguradoras e fundos de pensão, principalmente no que diz respeito à formação e monitoramento de carteiras ótimas de ativos, e controle de riscos enfrentados por estas instituições. No caso de fundo de pensão o ALM faz a modelagem da melhor alocação (otimização) possível dos investimentos dos recursos garantidores dos planos de benefícios.

Este trabalho tem como **objetivo geral** estudar formas de otimização e implantação no ALM da otimização em *grids* em n estágios. Para tal, serão estudados os modelos e estratégias de otimizações. Estas estratégias consistem em montar uma matriz de carteiras, dentro do domínio total de carteiras possíveis, e testá-la considerando os retornos esperados e os riscos de cada segmento dos investimentos, atendendo às restrições legais e regulamentares e respeitando os compromissos atuariais desses planos, representados pelos benefícios já concedidos e pelas projeções dos benefícios a conceder aos seus associados.

Dois modelos de otimizações de carteiras propostos nesta dissertação são estudados detalhadamente. Um utiliza a técnica de programação por metas, implementada e usada em 2010 no ALM da FUNCEF. O outro modelo é uma extensão do primeiro modelo e usa a técnica de otimização em *grids* em n estágios, usada em 2011 no ALM pela FUNCEF.

Em ambos, é apresentada uma aplicação prática e que é feita utilizando-se dados de um fundo de pensão no Brasil (este tipo de estratégia é de extremo interesse para fundos de pensão, pois possuem longos fluxos de ativos e passivos e desejam garantir que suas obrigações sejam sempre satisfeitas em todo o período).

Assim, ficam caracterizados os seguintes **objetivos específicos** que, uma vez alcançados, permitirão a abordagem do objetivo geral, acima mencionado:

- i) a breve revisão histórica e teórica sobre a otimização;
- ii) apresentação dos conceitos e classificação das classes de ativos: renda fixa, renda variável, investimento estruturado, imóveis, operação com participantes, investimento no exterior.

- iii) apresentação do comparativo das Resoluções CMN 3.456 e 3.792, sob a ótica das mudanças e alterações de segmentos.
- iv) aspectos gerais da previdência complementar fechada sob a ótica dos atores, relações jurídicas, institutos e plano bd, cd e cv ação.
- v) a importância do *Asset Liability Management* – ALM sob a perspectiva do gerenciamento estratégico de uma EFPC ou EAPC
- vi) o modelo de ALM desenvolvido para Fundação dos Economizadores Federais – FUNCEF. Aspectos gerais de custos de transação, restrições de investimento, evolução estocástica dos índices, das classes de ativos e passivos.
- vii) visão da otimização sob a perspectiva do ALM e otimização usando programação linear, programação não linear e otimização combinatória.
- viii) simulação dos dois modelos de otimização apresentados e comparações de seus resultados.

A partir dos objetivos específicos será possível compreender as características do processo de otimização de carteira no ALM, e também as funcionalidades e finalidades das diversas funções objetivo as quais podem ser otimizadas pelo modelo.

Por fim, é feita uma análise comparativa dos resultados obtidos dos dois modelos de otimização sob o mesmo número de carteiras e restrições e função objetiva. Esta comparação visa à verificação de tempo de execução e ao resultado da otimização de acordo com a função objetiva.

2 BREVE HISTORIA DA OTIMIZAÇÃO.

É possível encontrar os primeiros passos da otimização em culturas de povos antigos, citando-se, por exemplo, no séc. IX a.C. o conhecido episódio narrado por Virgílio, segundo o qual, a rainha Dido ao fundar a cidade de Cartago determinou qual a figura geométrica para a qual seria maximizada a área por ela delimitada para um dado perímetro constante; ou até no séc. VI-V a.C. os pensamentos de Confúcio que traduzem sabiamente algumas das preocupações mais recentes da teoria da decisão.

A otimização aparenta ser uma questão tão natural num contexto real como num contexto abstrato, como é o da matemática. Durante milhares de anos, matemáticos procuraram resolver sistemas de equações para ajustar observações astronômicas na Babilônia, para determinar preços no mercado de comida chinês, para calcular a posição e velocidade de objetos, etc. A resposta para este tipo de questões contribuiu para o crescimento de algumas áreas da matemática, como é o caso da álgebra, da teoria de números e da matemática numérica.

Mas, enquanto que a resolução de equações, nas mais variadas formas, permaneceu central para a matemática, a resolução de inequações parece ter suscitado um interesse meramente marginal. Pouca relevância foi dada à resolução de inequações e a procura de soluções “ótimas”, pelo menos de uma maneira sistemática.

Existem alguns, poucos, casos isolados, como o de Fourier (1768-1830) que introduziu inequações em mecânica e que relacionou equilíbrio mecânico com um tipo de multiplicadores introduzido por Lagrange (1736-1813) para equações. Fourier também descreveu um processo de eliminação de variáveis para a resolução de inequações que funciona de um modo semelhante, mas mais complicado, ao conhecido método de eliminação de Gauss (1777-1855). Entre outros, também Farkas (1847-1930) aplicou inequações à mecânica, e Minkowski (1864-1909) também as usou na sua Geometria de Números.

Mas, só no final da década de 30 e início da década de 40 do século XX é que apareceram os resultados que se podem considerar hoje como inspiradores do franco desenvolvimento deste ramo da matemática. Pode até perceber-se porque é que esses desenvolvimentos ocorreram por essa altura. Aparentemente, a situação de guerra e competição que se vivia, às quais se associou um forte desenvolvimento industrial, criou condições para que se procurasse desempenhar tarefas melhor e mais rápidas. A gestão dos

recursos impunha que se utilizassem técnicas sofisticadas de otimização que acabaram por, de uma forma ou de outra, cair no âmbito da matemática.

Os cientistas que se destacaram nessa altura, com contribuições decisivas, foram George Dantzig em 1947 nos EUA, com o seu método simplex para resolver problemas de transportes/distribuição no Pentágono e Leonid Kantorovich na extinta União Soviética, com desenvolvimentos teóricos na resolução de problemas de equilíbrio econômico.

No final da década de 50, este ramo da matemática — conhecido também por programação matemática — era já uma disciplina sólida, começando a ser lecionada em universidades, quer em cursos de matemática, estatística e engenharia, quer em cursos de ciências de gestão.

Do ponto de vista da matemática, este movimento gerou o aparecimento de uma grande variedade de teoremas e teorias. Conduziu a uma reapreciação de resultados antigos como o Lema de Farkas e o processo de eliminação de Fourier. Surgiram estudos mais aprofundados de conceitos como os de sistemas de inequações, poliedros e dualidade. Ao mesmo tempo, muitos outros resultados de teoria de convexidade foram desenvolvidos ou especializados de forma tal que a convexidade é, hoje, uma parte fundamental da otimização.

Do ponto de vista prático, o método simplex possibilitou a resolução de problemas de otimização de grande dimensão (i.e., com um número elevado de variáveis e inequações) de diversos tipos e origens. As origens mais frequentes para esses problemas eram, então, as de planeamento de transportes, de planeamento de produção e distribuição, de afetação de recursos (matérias-primas, mão de obra ou disponibilidades temporais em máquinas) e de calendarização de tarefas.

Para, além disso, a programação matemática estimulou o estudo de fenômenos econômicos, como os de equilíbrio e os preços-sombra (ou valores marginais). E, claramente, também havia a interação com as ciências de computação. A evolução dos computadores possibilitaram a execução de métodos de otimização em problemas de grande escala e com muitas restrições.

3 CONCEITOS E CLASSIFICAÇÃO DAS CLASSES DE ATIVOS

Os segmentos constituem a essência da macro-alocação. Na literatura especializada são denominados classes de ativos. Na legislação brasileira aplicável às EFPCs são denominados segmentos. Cada tipo de investidor tem sua lógica própria de entendimento sobre as classes de ativos, limites para aplicação, horizonte de investimento, expectativa de retorno e risco. Os fundos de pensão raciocinam em termos reais se seu passivo é corrigido em termos reais.

A alocação clássica de um fundo de pensão americano inclui caixa, título do governo, títulos de dívida privados e ações. Adquiririam espaço em portfólios nos últimos 20 anos as hipotecas e ativos baseados em securitização de títulos, títulos no exterior e títulos de países emergentes são encarados como de maior risco. Mais recentemente surgiram os fundos de *private equity* e *venture capital*, *commodities* e madeira.

A legislação aplicável aos fundos de pensão brasileiros prevê limites máximos de aplicação por segmentos e carteiras. As carteiras são subconjuntos dos segmentos. A tabela 3.1 mostra o limite máximo vigente por segmento de acordo com a Resolução 3.972

TABELA 3.1 : Limites Máximos De Acordo Com A Resolução 3.792

Segmento	(%) 3.792 - Máx.
RENDA FIXA	100%
RENDA VARIÁVEL	70%
INVESTIMENTO ESTRUTURADO	20%
NO EXTERIOR	10%
IMÓVEIS	8%
OPERAÇÕES COM PARTICIPANTES	15%

3.1 RENDA FIXA (TÍTULOS DE DÍVIDA)

No segmento de renda fixa a subdivisão analisa se a aplicação é de baixo ou alto risco de crédito e o formato do título.

No setor público se destacam os títulos do governo federal. Estes são caracterizados conforme a sua remuneração. Existem os títulos prefixados (LTN e NTN-F) cuja taxa de juros é fixa, acordado na data da transação. Os selicados incluem as LFT, pós-fixados conforme o rendimento da Selic. Indexados segundo índices de inflação com pagamento de juros há NTN-B, cujo índice é o IPCA e as NTN-C, cujo indexador é o IGP-M. As cambias locais são

as NTN-D ao passo que as negociadas internacionalmente são conhecidas pelo ano do vencimento (exemplo: Global 40). No setor privado se destacam os certificados de depósito bancários (CDBs), as debêntures, as cédulas de crédito bancário (CCBs) –emitidas por empresas – as letras hipotecárias (LHs), a poupança e os títulos remunerados p-elo CDI. Estes são citados como remunerando 105% do CDI ou CDI+0,5%.

3.2 RENDA VARIÁVEL (AÇÕES)

Os investimentos em ações determinam o perfil de resseco dos fundos de pensão brasileiros. No passado, uma fundação não precisava correr muito risco para superar suas metas atuariais dadas às taxas de juros reais altas e a volatilidade muito grande do mercado local. Com a queda das taxas de juros e a perspectiva eventual de convergência, no curto ou médio prazo, e com as taxas de juros praticadas internacionalmente, o desafio das EFPCs é calibrar seus portfólios para fazer em face de esta nova realidade. Espera-se um aumento do risco incorrido pelo conjunto dos fundos de pensão baseado com conhecimento de causa e controles adequados. Por outro lado o retorno das ações nos últimos anos tem sido excelente, as empresas brasileiras que têm ações negociadas na Bolsa de Valores de São Paulo (Bovespa) fecharam 2010 com valor de mercado recorde de U\$ 1,503 trilhões, só a Petrobras terminou o ano com U\$ 228,2 bilhões. As empresas brasileiras também passam por bom momento, estão competitivas e não estão endividadas.

3.3 INVESTIMENTO ESTRUTURADO (PRIVATE EQUITY E VENTURE CAPITAL)

A Carteira de Participações é formada por participações em ações e debêntures emitidas por sociedades de propósito específico – SPE, constituídas com a finalidade de viabilizar o financiamento de projetos; quotas de fundos de investimento em empresas emergentes e quotas de fundos de investimento em participações. Nesta carteira se destacam participações estratégicas em empresas com acordo de acionistas, fundos ou empresas criadas para financiar projetos específicos e os *Fundos de Private equity e Venture capital*.

Estes vêm tendo grande crescimento no mundo e no Brasil. Costumam investir em empresas pequenas ou muito pequenas e o sucesso espetacular na escolha de parcela destes investimentos mais do que compensa eventuais fracassos, levando a retornos absolutos significativos para os bons gestores. Desvantagens deste tipo de aplicação é o longo prazo de

maturação dos investimentos, a inexistência de uma precificação das quotas dos fundos refletindo adequadamente sua evolução, e a estrutura necessária para o acompanhamento para volumes alocados relativamente pequenos. Estes motivos possivelmente têm inibido os fundos de porte menor nesta modalidade. Por outro lado, têm ocorrido diversas histórias de sucesso de pequenas empresas que captaram recursos de fundos de *private equity* e *venture capital*, cresceram extraordinariamente e abriram seu capital com sucesso na bolsa de valores.

A carteira também abrange debêntures com participação nos lucros e alocações em Fundos Multimercados de condomínio aberto não classificados como previdenciários. A seleção e o volume de alocação de ações visam retornos adicionais àqueles dos títulos de dívida, dado o seu maior risco. Os métodos de análise se baseiam em dados fundamentalistas das empresas obtidos pela análise histórica e prospectiva das empresas e levam em conta fatores como lucros, *ebitda*, alavancagem e risco, perspectivas de crescimento das empresas, tamanho, fluxo de caixa descontado, dividendos, indicadores e posição setoriais. Paralelamente devem ser avaliadas as perspectivas setoriais face ao cenário de crescimento econômico, câmbio, juros e crédito. A minimização de risco sugere a diversificação de setores e empresas. Matematicamente isto se justifica pelas aplicações com baixo grau de correlação, pois enquanto alguns têm retornos positivos outros têm retornos negativos.

3.4 IMÓVEIS

O segmento de imóveis, juntamente com o de ações, constitui os ativos reais dentre as aplicações das EFPCs. Nos períodos de alta inflação os aluguéis representavam alternativa de obtenção de receita periódica constante compatível com o pagamento dos benefícios. Vantagens adicionais das aplicações no segmento incluíam atualização do valor dos ativos seguindo aproximadamente a inflação e imunidade a medidas governamentais que atingiam os investidores em renda fixa e variável.

A queda da taxa de juros real na economia brasileira coloca os imóveis no patamar intermediário entre a renda fixa e a renda variável tanto em termos de retorno com em termos de risco, como ocorre em outros países. Uma grande vantagem do segmento é sua baixa correlação com os ativos financeiros adicionando diversificação e segurança ao conjunto dos investimentos. As características das aplicações neste segmento compreendem um horizonte longo de avaliação, uma maior complexidade e pouca transparência das transações, uma

dificuldade maior de acompanhamento do dia a dia e a inexistência de *Benchmarks* para comparação de retornos.

3.5 OPERCAÇÕES COM PARTICIPANTES

O segmento de Operações com Participantes se subdivide nas carteiras de Empréstimos e de Financiamento Imobiliários. Seu rendimento mínimo deve ser superior ao custo atuarial e não deve subsidiar os tomadores. Por proporcionar o acesso ao crédito tem a vantagem de fixar os participantes mais jovens nas empresas, e de ter seu risco de inadimplência mitigado pelas consignações em folha das prestações. Nas operações de característica imobiliária há garantias reais. Embora as operações individualmente não representem uma proporção significativa do patrimônio das fundações devem ser cobrados o custo de administração dos programas, seguro e a previsão das eventuais perdas com inadimplências.

3.6 INVESTIMENTO NO EXTERIOR

O segmento de investimentos no exterior abre uma nova fronteira para os fundos de pensão. Desde a primeira regulamentação, os fundos de pensão eram proibidos de investir no exterior. Agora, eles podem avaliar os riscos e decidir por aplicar em novos mercados. Além disso, é preciso registrar que essa possibilidade converge com as diretrizes defendidas pela Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE).

3.7 COMPARATIVO DAS RESOLUÇÕES CMN 3.456 E 3.792

Houve alterações importantes na legislação que dispõe sobre as diretrizes de investimentos dos Fundos de Pensão através da nova Resolução CMN 3.792, substituindo a antiga Resolução CMN 3.456. As novas regras adaptam a política de investimentos das Entidades Fechadas de Previdência Complementar (EFPC) a uma nova realidade econômica de taxa de juros reduzidos e maior abertura do mercado, mantendo critérios de transparência, controle e supervisão. A mudança mais radical foi a criação de novos limites em segmentos de aplicação antes não existentes (ver tabela 1). A resolução procurou equilibrar os diversos veículos possíveis para um mesmo investimento, isto é, mesmo risco. Além disso, a revisão

na estrutura dos investimentos permitiu eliminar a existência de limites redundantes ou sobrepostos, como era o caso dos limites de alocação por carteiras.

O Brasil tinha 55 limites e passou agora para 30 os limites quantitativos, o que representa uma simplificação e a possibilidade de diversificação para os fundos de pensão bem como uma redução do custo de observância para o órgão fiscalizador, estimulando, assim, melhor gestão de risco sob orientações prudenciais e de maior controle num contexto de forte redução de juros real da economia brasileira.

Tabela 3.2: Comparativo das Resoluções 3.456 e 3.792 por Limites Gerais por Planos de Previdência referente ao Patrimônio Líquido – PL

Segmento	Limites Gerais por Planos de Previdência	
	Res. 3.456 (Antiga)	Res. 3.792 (Vigente)
Renda Fixa	100%	100%
Renda Variável	50%	70%
Investimentos Estruturados	-	20%
Investimentos no Exterior	-	10%
Imóveis	8%	8%
Operações com Participantes	15%	15%

Fonte: Resoluções CMN

Elaboração do autor

Como se pode verificar no quadro acima foram criados dois novos segmentos de aplicação não existentes de acordo com a Resolução 3.456: *Investimentos Estruturados* e *Investimentos no Exterior*.

I - Investimentos Estruturados contemplam as seguintes categorias

1. Fundos de Investimento em Participações (FIP) e Fundos de Investimento em Quotas (FIQ) de FIP;
2. Fundo de Investimento em Empresas Emergentes (FIEE);
3. Fundo de Investimento Imobiliário (FII);
4. Fundo de Investimento Multimercado.

II - Investimentos no Exterior contemplam os seguintes tipos de ativos

1. Ativos emitidos no exterior pertencentes às carteiras dos fundos constituídos no Brasil, observada a regulamentação estabelecida pela Comissão de Valores Mobiliários – CVM;

2. Fundos de Investimento e as Cotas de Fundos de Investimento em Fundos de Investimento classificados como dívida externa;
3. Cotas de fundos de índice do exterior admitidas à negociação em bolsa de valores do Brasil;
4. Certificados de depósito de valores mobiliários com lastro em ações de emissão de companhia aberta ou assemelhada com sede no exterior - Brazilian Depositary Receipts (BDR), conforme regulamentação estabelecida pela CVM; e
5. Ações de emissão de companhias estrangeiras sediadas no Mercado Comum do Sul (MERCOSUL).

O segmento de Investimentos Estruturados reúne os fundos de investimentos que possuem características próprias, dentre as quais a possibilidade de realizar operações fora dos segmentos de renda fixa e variável. De acordo com os recursos de cada plano, o limite de alocação será de até 20%, observando o sub-limite individual de até 10% em Cotas de Fundos de Investimento Imobiliário e em Fundos de Investimento Multimercado. A introdução do segmento Investimentos no Exterior na carteira das EFPC converge com o que estabelece a regulação da Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), de junho de 2009, para a previdência privada. Tal princípio, nas linhas gerais aplicadas a limites de alocação, orienta que a aplicação em ativos emitidos no exterior não deve ser vedada.

A Fundação não poderá ter participação superior a 25% das cotas de qualquer fundo classificado nestes dois segmentos acima citados, como já era anteriormente. Ou seja, para um fundo deste tipo, seria necessário no mínimo 4 (quatro) cotistas também fundos de pensão. Porém, a legislação permite que se tenha um FIQ Exclusivo, desde que este fundo exclusivo respeite a esta regra de diversificação. Os FIP's, FIEE's e Hedge Funds saíram do limite que se encontravam na Resolução 3.456, renda variável, e ganharam um segmento próprio. Vale notar que os Fundos de Investimento em Direitos Creditórios (FIDC) não entraram neste segmento; estes fundos continuaram dentro do segmento de Renda Fixa.

3.7.1 ALTERAÇÃO NO SEGMENTO RENDA FIXA

No segmento de renda fixa, as alterações alcançaram todas as modalidades, exceção feita aos títulos da dívida pública mobiliária federal. Modalidades de títulos de crédito privado no segmento de renda fixa, tais como CCB, CCCB, notas promissórias, FIDC, CRI, CPR, CDCA, CRA, passaram a ter o limite de 20%.

3.7.2 ALTERAÇÃO NO SEGMENTO RENDA VARIÁVEL

No segmento de Renda Variável, a principal mudança foi o aumento do limite geral de 50% para 70% do patrimônio do Plano, mesmo excluindo os FIP's, FIEE's e Hedge Funds deste segmento.

3.7.3 ALTERAÇÕES NO SEGMENTO IMÓVEIS E OPERAÇÕES COM PARTICIPANTES

O segmento de imóveis, com aplicação direta em “tijolos” e não valores mobiliários manteve o limite de 8%, somente como deslocamento do fundo imobiliário para o segmento de investimentos estruturados. Para o segmento de aplicação de empréstimos e financiamento a participantes e assistidos, a resolução fixou limite em 15%.

3.7.4 DEMAIS ALTERAÇÕES

Com relação às outras alterações relevantes na Resolução 3.792, podem-se enumerar diversos pontos. Primeiramente, a regra de derivativos ficou mais esclarecida, e agora as principais limitações são:

1. Depósito de margem limitado a 15% (quinze por cento) da posição em títulos da dívida pública mobiliária federal, títulos e valores mobiliários de emissão de instituição financeira autorizada a funcionar pelo BACEN e ações pertencentes ao Índice Bovespa da carteira de cada plano ou fundo de investimento;
2. Valor total dos prêmios de opções pagos limitado a 5% (cinco por cento) da posição em títulos públicos federais, títulos de emissão de instituição financeira autorizada a funcionar pelo BACEN e ações pertencentes ao Índice Bovespa da carteira de cada plano ou fundo de investimento;
3. Para verificação dos limites estabelecidos acima não serão considerados os títulos recebidos como lastro em operações compromissadas;
4. Manter posições que gerem possibilidade de perda superior ao valor do patrimônio da carteira/fundo (ou seja, não poderá ter exposições superiores a 100% do PL).

Outra modificação significativa foi no limite de aplicação no capital volante e total das empresas que passou de 20% para 25% e a extinção do limite de 40% para investimentos da EFPC em conjunto com a patrocinadora em SPE – Sociedade de Propósito Específico.

Nos limites de diversificação foram mantidos os percentuais de 10% para a patrocinadora e empresas, e de 20% para instituições financeiras. Uma das questões mais importantes, em termos Operacionais, de acordo com a nova Resolução, foi com relação às operações de Day-Trade. Apesar de continuar como um dos incisos das Vedações, com a nova Resolução abre-se uma exceção para os casos em que os gestores tenham uma justificativa por escrito da operação desde que a mesma tenha sido feita em plataforma eletrônica (CetipNet, Sibex, Bloomberg), Bovespa ou BM&F. Esta regra não se limita às operações de derivativos, podendo ser estendida para ações e títulos públicos.

Houve também uma mudança com relação a aquisições de terrenos. A nova resolução permite às EFPC's comprarem terrenos, desde que seja para realizar algum empreendimento imobiliário. Outra mudança importante foi na orientação da política de investimento dos planos previdenciários administrados pelas EFPC, que agora deverão levar em conta também, além dos aspectos de rentabilidade, segurança, liquidez e transparência, os princípios de responsabilidade sócio-ambiental, com a possibilidade de investimentos em certificados de crédito de carbono (RCE).

Outra alteração importante em termos práticos, principalmente para as fundações menores, que não possuem uma estrutura tão consolidada de controles, estabelece que as cotas de fundos de investimento classificados como curto prazo, referenciado, renda fixa ou de ações podem ser consideradas ativos finais desde que:

1. Os regulamentos, prospectos ou termos de adesão dos respectivos fundos contemplem:
 - a. A constituição na forma de condomínio aberto, não exclusivo;
 - b. A observância dos limites, requisitos e condições aplicáveis a investidores que não sejam considerados qualificados nos termos da regulamentação da CVM;
 - c. O envio de dados sobre a carteira e as operações do fundo à SPC na forma e periodicidade por esta estabelecida.
2. A EFPC respeite cumulativamente os seguintes limites:
 - a. Até 10% (dez por cento) dos recursos de cada plano por ela administrado em cada fundo de investimento;
 - b. Até 25% (vinte e cinco por cento) do patrimônio líquido de cada fundo de investimento.

As cotas dos fundos supracitados deverão ser tratadas e computadas de acordo com os seus principais fatores de risco e serão limitados à seguinte alocação:

1. No limite de 100% dos recursos do plano estabelecido no inciso I do art. 35:
 - a. Fundos de investimento e fundos em cotas de fundos de investimento classificados como curto prazo;
 - b. Fundos de investimento e fundos em cotas de fundos de investimento classificados como referenciados;
 - c. Fundos de investimento e fundos em cotas de fundos de investimento classificados como renda fixa;
2. No limite de 20% dos recursos do plano estabelecido na alínea "g" do inciso III do art. 35, os fundos de investimento e os fundos de investimento em cotas em fundos de investimento que têm na sua denominação a expressão "crédito privado";
3. No limite de 35% (trinta e cinco por cento) dos recursos do plano estabelecido no inciso V do art. 36, os fundos de investimento e fundos em cotas de fundos de investimento classificados como de ações.

A Resolução 3.792 contém um capítulo dedicado às situações de desenquadramento passivo, nas quais estão listadas (por exemplo: valorização dos ativos financeiros, exercício do direito de preferência e reestruturação societária) as possibilidades de extrapolação de limites sem que as mesmas sejam consideradas infrações. O prazo de enquadramento foi fixado em 720 dias, mas a contagem pode ser suspensa quando o valor do desenquadramento estiver coberto pelo resultado superavitário do plano.

Entre as novidades, destaca-se, ainda, a necessidade de certificação de administradores e demais pessoas que participam do processo decisório dos investimentos dos fundos de pensão. O objetivo é profissionalizar a gestão financeira da entidade. Com relação à certificação, a resolução estabelece que o administrador estatutário tecnicamente qualificado, da área financeira do fundo de pensão, deverá estar certificado até 31 de dezembro de 2010. Os demais envolvidos (conselheiros, diretores, gerentes, analistas) com a gestão financeira, inclusive membros do Comitê de Investimento, terão prazo, segundo o número de dirigentes e empregados, até 31 de dezembro de 2014 para obter a certificação.

Os certificados deverão ser emitidos por associações e entidades de reconhecido mérito pelo mercado financeiro e de previdência em âmbito nacional, como já acontece para empregados de instituições financeiras – fiscalizadas pelo Banco Central (BC) –, para gestores e administradores de recursos – fiscalizados pela Comissão de Valores Mobiliários

(CVM) – e para responsáveis pelos investimentos dos regimes próprios da previdência social fiscalizados pela Secretaria de Previdência Complementar (SPC).

4 ASPECTOS GERAIS DA PREVIDÊNCIA COMPLEMENTAR FECHADA

Este subitem em por objetivo apresentar os aspectos da Previdência Complementar Fechada, contextualizando acerca dos atores do sistema, relações jurídicas, Institutos e plano de benefícios previdencial.

4.1 ATORES

Os atores do sistema fechado de previdência complementar são, basicamente, a EFPC, que executa e administra o plano de benefício oferecido por determinada Patrocinadora aos seus empregados ou associados que por sua vez são os Participantes e Assistidos do plano de benefício.

As EPFC são organizadas sob forma de fundação (privada) ou sociedade civil, sem fins lucrativos, que se destinam a instituir planos de benefícios de natureza previdenciária e operá-los. Conforme a Lei Complementar nº109/201, as EFPC, também chamadas de Fundo de Pensão, podem ser classificadas de acordo com os planos que administram, sendo denominadas de “plano comum”, quando administram e executam único plano de benefício; ou “multiplano”, quando administram e executam mais de um plano previdencial; ou de acordo com seus patrocinadores e assim chamadas de “singulares”, quando possuem apenas uma Patrocinadora; ou “multipatrocinados”, quando possuem mais de uma Patrocinadora.

As Patrocinadoras são pessoas jurídicas de direito privado ou de direito público que decidem oferecer um plano previdencial a seus empregados. Cabem às Patrocinadoras a missão primeira de fiscalizar e acompanhar o plano de benefício por patrocinado, bem como custear o mesmo, com o concurso, ou não dos Participantes.

A Lei Complementar nº 109/2001 define Participante como “a pessoa física que aderir ao plano de benefícios” e o Assistido como “o participante ou seu beneficiário em gozo de benefício de prestação continuada”.

4.2 RELAÇÕES JURÍDICAS

As relações jurídicas no âmbito da previdência complementar fechada dependem de quatro instrumentos contratuais formais:

- a) Estatuto da EFPC: principal instrumento contratual que disciplina a constituição e funcionamento do Fundo de Pensão;
- b) Regulamento de plano de benefícios: é o documento que congrega as regras e condições em que um plano de benefícios é ofertado aos participantes. Conforme GAZZONI (2005), o regulamento é o contrato firmado entre as EFPC, os Participantes e Assistidos e as Patrocinadoras;
- c) Convênio de Adesão: é o instrumento contratual que vincula um patrocinador a um plano de benefícios administrado por entidade fechada de previdência complementar
- d) Termo de Adesão do Participante: é o documento que formaliza a opção voluntária do empregado ou associado, quando for o caso, a respeito do ingresso e permanência no plano de benefícios e trata-se, portanto, de um contrato, cujas cláusulas estão expressas no Regulamento do plano de benefícios ao qual o Participante adere.

4.3 INSTITUTOS

Acredita-se que em decorrência das constantes mudanças nas relações trabalhistas, o órgão governamental regulador através da Lei Complementar nº 109 e normas reguladoras posteriores tornou obrigatório e disciplinou os Institutos, assim chamadas as formas de manutenção ou cancelamento da inscrição do Participante no plano de benefícios, em decorrência de redução salarial, afastamentos da atividade laborativa ou cessação do vínculo empregatício. São elas:

- a) Benefício Proporcional Diferido: é a faculdade, dada ao Participante, em razão da cessação do vínculo empregatício, de optar por receber em tempo futuro, quando do preenchimento das exigências regulamentares, um benefício do plano previdencial;
- b) Portabilidade: que faculta ao Participante transferir os recursos financeiros correspondentes ao seu direito acumulado para outro plano previdencial operado por outra EFPC ou sociedade seguradora devidamente autorizada. A Portabilidade não caracteriza Resgate;
- c) Resgate: é a faculdade, dada ao participante, em razão da cessação do vínculo em empregatício, de receber a totalidade das contribuições vertidas ao plano

- pelo Participante, descontadas as parcelas decorrentes do custeio administrativo ou outras decorrentes das previsões regulamentares; e
- d) Autopatrocínio: que permite a Participante, no caso de perda total ou parcial de remuneração, continuar pagando contribuições ao plano de benefício, decorrentes da sua responsabilidade contributiva e aquelas de obrigação da Patrocinadora, para formar a reserva garantidora do benefício previdencial e assim, manter o direito aos benefícios oferecidos pelo plano de benefícios.

4.4 PLANO BD, CD E CV

Em 2005, o Conselho de Gestão da Previdência Complementar (CGPC), do Ministério da Previdência Social, normatizou os planos previdenciários em três modalidades: benefício definido (BD), contribuição definida (CD) e contribuição variável (CV).

O plano BD é aquele em que o valor da aposentadoria é estabelecido no momento em que o participante adere ao plano, e calculado com base em valores pré-fixados ou fórmulas estipuladas no regulamento. Para assegurar a concessão e a manutenção do benefício contratado, cálculos atuariais são feitos todos os anos, podendo alterar o valor dos depósitos mensais. O regime neste caso é de mutualismo, com uma conta coletiva e solidariedade entre os participantes. O recebimento da aposentadoria é vitalício.

No plano CD, o participante, ao invés de determinar o valor da aposentadoria, determina os aportes ao plano. O benefício futuro, assim, dependerá do período de contribuição e do valor das contribuições, além, claro, do rendimento conquistado pelos bancos responsáveis pela aplicação dos recursos. Na modelagem CD, cada participante tem sua conta. Quanto ao recebimento da aposentadoria, são várias as formas existentes. Pode ser por um prazo determinado em anos, ou até por um prazo indefinido, já que há opção por receber um valor fixo em reais ou um porcentual do saldo formado. Neste caso, o pagamento termina quando o saldo do participante se encerra.

O plano CV mescla características das duas modalidades anteriores. O participante pode, por exemplo, fazer contribuições como em um plano CD, em contas individuais, e aportes definidos. Mas no momento de receber a aposentadoria, o participante pode estipular que o benefício mensal seja vitalício, tal como ocorre nos planos BD.

5 CONCEITO ALM

A ferramenta de mensuração de riscos denominada de ALM consiste em extensivo processo de pesquisa, o qual se inicia pelo desenvolvimento e definição do modelo que será utilizado, e se estende até o estudo do comportamento das diversas variáveis utilizadas no referido modelo, incluindo-se as demográficas (populacionais), econômico-financeiras e biométricas, além da fixação do quão distante está o horizonte futuro que se pretende prospectar, bem como os riscos envolvidos.

Em geral, podemos dizer que o ALM tem como objetivos principais gerenciar os riscos das instituições. Seu propósito é de definir, medir, e gerenciar os vários riscos enfrentados por elas de forma consistente; estabelecer meios para cumprir as regras das agências regulatórias e estatutos previstos; formar uma política de cooperação com as outras políticas internas da instituição (e.g. investimentos, empréstimos, operações, etc.).

Ao longo dos anos, o ALM vem ganhando mais relevância nas instituições financeiras. Cada vez mais as instituições se mostram preocupadas em gerenciar riscos e as agências reguladoras se mostram cada vez mais rigorosas nesta questão. Por isso, um rápido progresso tem sido e continuará sendo observado neste campo devido a:

- O recente crescimento do mercado de capitais. Este crescimento estimula o desenvolvimento de novos instrumentos e produtos de derivativos com efeito de hedge maiores. Ao mesmo tempo, este crescimento injeta liquidez nestes produtos fazendo com que eles sejam úteis e eficientes.
- O avanço na teoria e tecnologia de análise de risco, que faz com que tenhamos avanços no estado da arte no campo de ALM. O avanço mais notável é a aproximação paramétrica de avaliação de risco (por exemplo: retorno total, duração e convexidade). Utilizando estas novas técnicas, os modelos de ALM podem ser simplificados e ao mesmo tempo expandidos para que se possam incluir mais instrumentos do mercado de capitais.
- Uma maior educação (um conhecimento técnico mais aprimorado e amplo) dos intermediários financeiros (gestores, diretores, etc.), que facilita o entendimento e aplicação da tecnologia de ALM. Talvez este tenha sido o fator que mais contribuiu para o crescimento do ALM.

5.1 IMPORTÂNCIA DO ASSET LIABILITY MANAGEMENT – ALM SOB A PERSPECTIVA DO GERENCIAMENTO ESTRATÉGICO DE UMA EFPC OU EAPC.

A gestão estratégica de uma Entidade Aberta ou Fechada de Previdência Complementar é complexa, pois envolve a administração de diversos tipos de riscos. É importante focar a importância do ALM como uma ferramenta eficaz no processo de gerenciamento de uma instituição que administra recursos de médio e longo prazo.

Em 1962 Alfred Chandler descreveu em seu trabalho intitulado *Strategy and Structure: Chapters in History of the American Industrial Enterprise*, estratégia como sendo “a determinação de metas e objetivos básicos de longo prazo de uma instituição e a adoção de medidas de ação e alocação de recursos necessários para se atingir aqueles objetivos”. *Asset* significa (Ativo), *Liability* (Passivo), *Matching* (casamento) e *Modeling* (Modelagem).

O conceito de ALM é amplo. Ao mesmo tempo em que se constitui uma ferramenta para gerenciamento de risco, visto que engloba todos os instrumentos de controle de riscos, é também uma ferramenta de gestão estratégica de grande valor para o administrador, pois abrange o planejamento dos planos ou produtos comercializados por essas entidades. O objetivo básico de uma Entidade Fechada ou Aberta de Previdência Complementar - EFAPC é acumular reservas capazes de honrar os benefícios junto aos participantes ou segurados no futuro.

O ALM deve levar em consideração as particularidades de cada organização para que se possa atingir as melhores expectativas que essa ferramenta oferece aos gestores.

O *Mathing* e o *Modeling* são conceitos derivados da aplicação estratégica do ALM. Dado que todos estão familiarizados com o conceito de entrada de recursos em caixa, sejam eles provindos dos prêmios ou das contribuições recebidas, ou mesmo rentabilidade obtida no mercado por essas entidades ou com as saídas de caixa, quer seja por pagamento de sinistros no caso de seguro ou de rendas e pecúlios.

A estrutura do ALM, no caso de uma EAPC ou EFPC que recebe recursos, não prevê só os prêmios de apólices vigentes e futuras, como também o carregamento, a taxa de administração de fundos, os resgates de títulos com maturidade pré-definida, a valorização/desvalorização de ações, os ganhos com instrumentos derivativos e o diferimento de agenciamento e impostos que compõem a cesta de variáveis que são consideradas no processo de avaliação.

Tendo como exemplo um plano de aposentadoria, administrado em uma EFPC ou EAPC, o modelo ALM assume uma magnitude de importância à medida que as práticas correntes no Brasil de avaliação atuarial são, em sua grande maioria, adotadas com base em modelos determinísticos.

Para compreender na prática os conceitos de modelo determinístico e modelo estocástico de avaliação, apresento a seguir um exemplo típico de avaliação de um plano e previdência, segundo o modelo determinístico. Na prática, calcula-se uma esperança matemática do valor da provisão matemática com base em valores futuros de benefícios multiplicados pelas suas probabilidades médias de ocorrência. Em suma, no longo prazo, tal metodologia implica que um determinado plano tem uma “probabilidade de ruína” de 50%, isto é, em 50% dos casos os recursos não serão suficientes para pagar os benefícios, exigindo aportes adicionais e não-programados do patrocinador ou administrador do fundo para cobrir a lacuna.

A análise determinística é baseada em testes de cenários específicos que simulam o comportamento futuro do plano. As empresas, em geral, utilizam salvaguardas para compensar esse efeito adverso que os modelos determinísticos trazem. É possível compensar as oscilações e os efeitos adversos advindos do emprego de modelos determinísticos por meio do emprego de hipóteses mais conservadoras em vez de hipóteses realísticas, à guisa de majorar as reservas técnicas para compensar o risco de não provisionamento de uma possível oscilação na reserva ou mediante compensação ou por meio de uma reserva com a finalidade de cobrir uma possível insuficiência. Nos balanços dessas Entidades, normalmente esses valores estão registrados na Reserva de Oscilação de Riscos. Ainda assim, os órgãos reguladores cientes destes desvios procuram criar salvaguardas. Um caso típico no âmbito da Superintendência de Seguros Privados – SUSEP foi exigir do mercado a constituição da Provisão de Insuficiência de Prêmios – PIP e no caso de plano de aposentadoria, a Provisão de Insuficiência de Contribuição – PIC. Ação similar a PREVIC por meio de referências mínimas para realizar as avaliações atuariais dos planos.

Diferente da análise determinística, a análise estocástica é baseada em testes probabilísticos em que o comportamento futuro do plano é projetado estatisticamente a partir de múltiplos cenários, em que as ocorrências obedecem a uma determinada distribuição de probabilidade. Um exemplo típico de teste probabilístico a ser considerado é representado por uma árvore de probabilidade de uma projeção estocástica, considerando a distribuição de

frequência do tipo Bernoulli para eventos de sobrevivência e persistência no âmbito de um plano de aposentadoria.

5.2 PROCESSO ESTOCÁSTICO – ALM

O ALM é uma ferramenta que utiliza processo estocástico¹. A título de exemplo, consideremos um EFPC que tem como objetivo básico acumular recursos para honrar os benefícios que serão pagos no futuro aos participantes. Para que esse objetivo seja atendido, os produtos comercializados captam poupanças de longo prazo que devem ser adequadamente investidas de forma que os retornos obtidos sejam suficientes para garantir o pagamento dos benefícios que a Entidade se comprometeu realizar. Neste sentido, a atividade de gestão de recursos deve ser considerada estratégica para tais entidades, pois viabiliza o atendimento do objetivo básico, o pagamento dos benefícios.

A finalidade do ALM é estabelecer uma estratégia de aplicação dos ativos financeiros no longo prazo. Procura-se compatibilizar o fluxo de entrada de recursos com o pagamento de benefícios futuros de modo que a entidade obtenha ao longo do tempo a melhor rentabilidade possível, ou situação ótima.

Os economistas conhecem bem o valor do custo de oportunidade, bem como as perdas que poderão advir da adoção de uma política equivocada da aplicação desses recursos. Existem vários tipos distintos de risco que afetam a gestão de uma Entidade dessa natureza, tanto do lado dos ativos quanto dos passivos atuariais dos planos. Dentre eles destacamos:

- (i) O risco de mercado que está associado às incertezas que geram oscilações de preços praticados diariamente pelo mercado para determinados tipos de ativo;
- (ii) O risco de crédito que está associado à perda potencial relativa ao risco financeiro, ético ou moral de determinada obrigação ou devedor;
- (iii) O risco operacional que está associado à ocorrência de problemas relacionados a controle e procedimentos operacionais inadequados;

¹ Um processo Estocástico é um processo cujo comportamento é não-determinístico, no sentido em que cada estado desse processo não determina completamente qual será o seu estado seguinte. Matematicamente, um processo estocástico é uma família de variáveis aleatórias, ou seja, se X é um processo estocástico, então $X(t)$ é uma variável aleatória para cada valor de t pertencente ao conjunto índice T . Intuitivamente, se uma variável aleatória uni-dimensional é um número real que *varia* aleatoriamente, um processo estocástico é uma função que *varia* aleatoriamente.

- (iv) O risco de liquidez associado à dificuldade de se converter determinado ativo em dinheiro, ou seja, de ter que se vender o ativo a um preço teoricamente satisfatório, perdas do custo de oportunidade ou deságio; e finalmente;
- (v) Os riscos atuariais em função da adoção de premissas atuariais que diverjam da realidade, levando a projeções e cálculos imprecisos dos passivos atuariais.

A participação do atuário nesse processo é fundamental para o sucesso de estudos desta natureza. Ele está capacitado para estabelecer a estrutura de modelagem do passivo. Nos Estados Unidos e na Europa, os atuários participam ativamente como condutores deste processo. No Brasil tal perspectiva de atuação é recente. Da mesma forma, é esperado que, em breve a maioria das empresas procurará imprimir maior tecnicidade na apuração dos custos e obrigações dos produtos que comercializam no mercado abandonando aos poucos os modelos determinísticos de avaliação e optando por empregar os modelos estocásticos de avaliação atuarial.

6 O MODELO DE ALM DESENVOLVIDO PARA FUNDAÇÃO DOS ECONOMIÁRIOS FEDERAIS – FUNCEF

O modelo de ALM que usaremos nesta dissertação teve seu desenvolvimento iniciado em 2009 e vem sendo utilizado pela Diretoria de Investimentos (DIRIN) da FUNCEF desde 2010.

A Fundação dos Economiários Federais – FUNCEF é uma Entidade Fechada de Previdência Complementar, instituída pela Caixa Econômica Federal, com personalidade jurídica de direito privado, sem fins lucrativos, e com autonomia patrimonial, administrativa e financeira. A finalidade da FUNCEF é a administração e execução de planos de benefícios de natureza previdenciária, nas condições previstas nos Regulamentos próprios.

Essa dissertação não tem como objetivo descrever os planos de benefícios da FUNCEF, para a descrição dos planos de benefícios administrados pela FUNCEF veja o capítulo 7 da dissertação de Demóstenes Marques (2011)²

A partir de 2010, a FUNCEF implementou um novo modelo próprio de ALM, estocástico. Essa nova modelagem é adequada aos interesses e às particularidades da instituição.

6.1 AML – FUNCEF

Este capítulo apresenta o processo de montagem de uma modelagem de *Asset Liability Management* – ALM para a Fundação dos Economiários Federais – FUNCEF. Este mestrando participou diretamente da construção do AML onde Marçal (2011)³ e Demóstenes Marques (2011) formam os coordenadores do projeto.

Neste capítulo, discute-se o processo de aquisição das informações dos ativos da Fundação, além da sua sistematização como banco de dados no formato SAS®. A vantagem

² Demóstenes Marques: é autor da dissertação, *ASSET AND LIABILITY MANAGEMENT (ALM) PARA ENTIDADES FECHADAS DE PREVIDÊNCIA COMPLEMENTAR NO BRASIL: Validação de um modelo de otimização com a aplicação a um caso prático*, é graduado em Engenharia Civil pela Universidade Federal de Santa Maria, formado no curso de Mestrado Profissional em Regulação e Gestão de Negócios da Universidade de Brasília, é titular da Diretoria de Investimentos da FUNCEF desde julho de julho de 2004 a abril de 2011.

³ O Dr Marçal é graduado em Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de Goiás – PUC/GO, mestre e doutor em Economia pela Universidade Católica de Brasília. Dr. Marçal foi o Coordenador da área de Pesquisas e Cenários Macroeconômicos da FUNCEF – COPEC, no período em que a unidade foi incumbida do desenvolvimento do novo modelo de ALM para a FUNCEF

ao se montar um banco dessa natureza é a possibilidade de se utilizar todo o ferramental analítico do software SAS® para a construção do ALM.

Segundo Marçal (2011) um modelo de ALM pode ser descrito da seguinte maneira: um investidor se depara com o problema de criar um portfólio de papéis, em um universo U . Cada papel é caracterizado por um preço inicial P . O objetivo do investidor é maximizar, por exemplo, o valor total do portfólio após um horizonte de tempo de T períodos. É necessário levar em consideração as obrigações futuras L , e o fato de que cada transação está associada a um custo expresso por uma fração g .

Para cada período de tempo t (mês, trimestre, semestre, ano etc.), no horizonte T , e para cada papel no universo U , o investidor tem que decidir:

- 1) O total de quotas a serem compradas;
- 2) O total de quotas a serem vendidas;
- 3) O total de quotas a serem mantidas.

Os parâmetros do problema e as variáveis de decisão estão apresentados a seguir:

TABELA 6.1: Parâmetros do Problema

Nome	Notação	Descrição
Preço	P_T	Preço do papel i no período t
Liabilities	L_t	Liability no período t
Posição inicial	H_{i0}	Composição inicial do portfólio
Entradas	F_t	Entrada de recursos no período t
Tr	G	Custo de transação como % do valor transacionado

TABELA 6.2: Dimensão do Problema

Nome	Notação	Descrição	Intervalo
Papéis	U	Classes de ativos	$I = 1, 2, \dots, U$
Períodos	t	Períodos de tempo	$t = 1, 2, \dots, T$

TABELA 6.3: Variáveis de Decisão

Nome	Notação	Descrição
Valor mantido	H_{it}	Quantidade de quotas mantidas do papel i , no período t
Valor vendido	S_{it}	Quantidade de quotas vendidas do papel i , no período t
Valor comprado	B_{it}	Quantidade de quotas compradas do papel i , no período t

Esse problema pode ser resolvido com estratégias de programação estocástica, levando-se em conta, no instante $t = 0$, que a cada período $t=1, 2, \dots, T-1$, o portfólio pode ser rebalanceado. No entanto, a solução via maximização de uma função de utilidade (que deve incluir o apetite ou a aversão do investido ao risco), constitui-se em uma das etapas do

processo de solução do problema; essa etapa não necessariamente é a mais complexa na prática. Existe, antes disso, todo um processo de modelagem das distribuições marginais e correlações entre os diversos papéis. Em muitos casos, essas correlações podem ser obtidas via modelos fatoriais, considerando-se como fatores: taxas de juros, taxas de câmbio, índices de preços etc.

Uma das primeiras tarefas no processo de construção de ALM é o levantamento dos ativos financeiros da Fundação, analisando as suas características específicas, de forma a se construir posteriormente cenários estocásticos para a evolução desses ativos. Nesse caso, é importante fazer um levantamento sobre onde as informações são armazenadas na instituição, sob que formato, quais as variáveis nas bases de dados etc. Além disso, a distribuição dos recursos totais da Fundação em cada tipologia de ativos deve seguir regras de alocação, obedecendo, por exemplo, aos limites de concentração. No Brasil, especificamente para FUNCEF, essas regras estão descritas na Resolução 3.792, da CMN, que substituiu a Resolução 3.456, da CMN, vigente anteriormente. Essas regras de alocação devem ficar claras, pois elas se constituirão em restrições no processo de otimização numérica para solução do problema de modelagem ALM.

Para facilitar a utilização, toda a programação foi dividida em diversos módulos, ou subprogramas, cada qual cuidando de uma determinada tarefa. Similarmente a todos os outros programas construídos durante esse projeto, as programações para simulações e levantamento dos indicadores do ALM estão em linguagem SAS®.

Na estrutura geral para o ALM da FUNCEF consideram-se 11 classes de ativos. As onze classes consideradas na presente versão do sistema estão apresentadas na tabela a seguir.

TABELA 6.4: Classes de Ativos para o ALM

Nº	Classes de Ativos para Evolução
1	Renda Fixa – Títulos Públicos
2	Renda Fixa – Títulos Privados
3	Renda Variável – Carteira Passiva
4	Renda Variável – Carteira Ativa
5	Renda Variável – Retorno Absoluto
6	Investimentos Estruturados – FIP + FIMME
7	Investimentos Estruturados – FII + outros
8	Investimentos no Exterior ⁴
9	Imóveis
10	Operações com Participantes
11	Carteira de ativos líquidos

Elaboração: o Autor.

A programação apresentada neste documento leva em conta a estrutura de ativos descrita na tabela anterior. Os blocos de programação têm por objetivo efetuar tarefas relativas a

- i) Evolução estocástica dos ativos;
- ii) Evolução estocástica dos passivos;
- iii) Evolução das despesas de custeio da Funcef;
- iv) Evolução da disponibilidade de caixa para cumprimento de intenções de investimentos (por exemplo, aporte de recursos em FIP's, FII's e outros);
- v) Despesas com transações (nesse caso, consideram-se tanto despesas de transações diretamente, quanto despesas de negociação, o que ocorre quando a Funcef necessita de se desfazer de algum ativo pouco líquido);
- vi) Fluxos de recebíveis e de desembolsos;
- vii) Vencimentos de alguns ativos de renda fixa;
- viii) Compliance com os limites de investimentos regulamentares (Resolução 3.792) e limites gerenciais (percentuais mínimos em cada classe de ativos, por exemplo).

⁴ Apesar das atuais normas internas da FUNCEF não permitirem investimentos no exterior, a classe de ativos "Investimentos no Exterior" foi mantida na modelagem do ALM, o que permitirá ajustes caso estas normas sofram modificações futuras. Para que essa classe de ativo não prejudique a modelagem, esta terá, portanto, peso zero.

Nos próximos itens, faremos uma discussão sobre essas diversas tarefas, separadamente. Enfatizamos que essa estrutura já contempla o formato geral do modelo de ALM da FUNCEF.

6.1.1 CUSTOS DE TRANSAÇÃO PARA COMPRA E VENDA DE ATIVOS

No processo de compra e venda de ativos, há custos de transação incorridos que podem ser ou não desprezíveis. Além disso, para determinadas classes de ativos, a depender do grau de liquidez, pode haver custos relativos à negociação, como é o caso de venda de imóveis de alto valor. Além disso, para instituições de grande porte (o que é o caso da FUNCEF), desfazer-se de uma grande quantia de ativos de renda variável pode causar uma queda repentina nos preços de mercado, incorrendo em uma perda na transação.

Para contabilizar esses custos, a programação do ALM considera a seguinte estrutura de despesas com transações de venda de ativos da classe k (onde k pode ser qualquer uma das 11 classes consideradas):

$$C_{\text{venda},k} = [\text{Custo fixo parcela líquida}]_{\text{venda},k} \\ + [\text{Custo advalorem parcela líquida}]_{\text{venda},k} \times [\text{Valor vendido}]_k$$

onde $[\text{Custo fixo parcela líquida}]_{\text{venda},k}$ é o custo fixo pago pela transação de venda, qualquer que seja o valor vendido, $[\text{Custo advalorem parcela líquida}]_{\text{venda},k}$ é o valor que incide sobre o total vendido $[\text{Valor vendido}]_k$. A equação acima corresponde aos valores vendidos que não sejam muito expressivos, em relação ao volume total de ativos da classe k na carteira da FUNCEF. Portanto, caso a FUNCEF possua, por exemplo, R\$ 10 bilhões na classe de ativos de renda fixa referentes a títulos públicos, uma venda de R\$ 100 milhões terá um custo de transação aproximado pela equação acima. No entanto, pode acontecer de haver a necessidade de uma venda expressiva de ativos (por exemplo, se desfazer de 50% da carteira de ativos de renda variável). Nesse caso, pode-se considerar uma não-linearidade no cálculo do custo total dessa transação de venda, a partir da equação:

$$C_{\text{venda},k} = [\text{Custo fixo parcela líquida}]_{\text{venda},k} \\ + [\text{Custo advalorem parcela líquida}]_{\text{venda},k} \times [\text{Valor limite para parcela líquida}]_{\text{venda},k} \\ + [\text{Custo fixo parcela ilíquida}]_{\text{venda},k}$$

$$+[\text{Custo advalorem parcela ilíquida}]_{\text{venda},k} \\ \times ([\text{Valor vendido}]_k - \text{Valor limite para parcela líquida}]_{\text{venda},k})$$

onde $[\text{Valor limite para parcela líquida}]_{\text{venda},k}$ é um valor de corte para especificar a partir de que valor os ativos são considerados ilíquidos, e sobre essa parcela incidem custos de transações maiores (dados pelos parâmetros $[\text{Custo fixo parcela ilíquida}]_{\text{venda},k}$ e $[\text{Custo advalorem parcela ilíquida}]_{\text{venda},k}$). Note que todos os parâmetros (custos fixos, custos advalorem e valores limites) são específicos para cada classe de ativos. Portanto, os analistas têm a possibilidade de especificar custos diferentes para diferentes classes de ativos; algumas classes podem ser consideradas com custos de transações nulo, como é o caso da classe de ativos totalmente líquidos.

Na modelagem implementada neste projeto, os valores limites são calculados a partir do valor total de ativos atuais da classe k na FUNCEF ($[\text{Valor total na carteira}]_k$), a partir da expressão

$$[\text{Valor limite para parcela líquida}]_{\text{venda},k} \\ = [\text{proporção ativos líquidos para venda}]_k \times [\text{Valor total na carteira}]_k$$

onde $[\text{proporção ativos líquidos para venda}]_k$ é um parâmetro especificado para as vendas no ativo k . Para cada classe de ativos, podem-se especificar valores diferentes para essa proporção.

Da mesma forma que para a venda de ativos, para a aquisição destes têm-se expressões similares, considerando-se compras até um determinado valor e compras acima de um determinado valor. Nesse caso, para compras abaixo de um valor de corte, a expressão para o custo total de transação para a classe de ativos k é dada por:

$$C_{\text{compra},k} = [\text{Custo fixo parcela líquida}]_{\text{compra},k} \\ + [\text{Custo advalorem parcela líquida}]_{\text{compra},k} \times [\text{Valor comprado}]_k$$

Para valores comprados acima de um valor de corte, os custos de transação apresentam uma estrutura não-linear, da forma:

$$C_{\text{compra},k} = [\text{Custo fixo parcela líquida}]_{\text{compra},k}$$

$$\begin{aligned}
& + [\text{Custo advalorem parcela líquida}]_{\text{compra},k} \\
& \quad \times [\text{Valor limite para parcela líquida}]_{\text{compra},k} \\
& + [\text{Custo fixo parcela ilíquida}]_{\text{compra},k} \\
& + [\text{Custo advalorem parcela ilíquida}]_{\text{compra},k} \\
& \quad \times ([\text{Valor comprado}]_k - \text{Valor limite para parcela líquida}]_{\text{compra},k})
\end{aligned}$$

Finalmente, o valor de corte para a parcela líquida é obtido a partir da expressão:

$$\begin{aligned}
& [\text{Valor limite para parcela líquida}]_{\text{compra},k} \\
& = [\text{proporção ativos líquidos para compra}]_k \times [\text{Valor total na carteira}]_k
\end{aligned}$$

Na parametrização utilizada, não necessariamente tem-se:

$$[\text{proporção ativos líquidos para compra}]_k = [\text{proporção ativos líquidos para venda}]_k.$$

o que permite uma assimetria entre custos de compra e venda de ativos. Fica a cargo do analista a parametrização que ele achar mais conveniente.

6.1.2 RESTRIÇÕES DE INVESTIMENTOS POR CLASSE DE ATIVOS

Conforme discutido nos capítulos anteriores, um dos pontos importantes na especificação da modelagem ALM são os limites máximos de investimentos permitidos para cada classe de ativos. Esses limites são impostos, em parte, pelas regras regulamentares; mais especificamente, pela Resolução 3.792. Além dos limites regulamentares, pode haver limites gerenciais, determinados pela política de investimento de cada fundo de pensão. A tabela 6.5 a seguir apresenta os limites máximos para as diversas classes de investimento. Além desses limites máximos, consideramos os limites mínimos especificados na tabela 6.6.

TABELA 6.5: Limites Máximos de Investimento por Classes

Itens	Limites Superiores	Caráter do Limite
(1)	Até 100% da carteira de ativos.	Regulação
(2)	Até 10% do total em títulos público de renda fixa.	Gerencial
(3) + (4) + (5)	Menor ou igual a 70% da carteira de ativos.	Regulação
(4)	Menor ou igual a 5% de ((3) + (4) + (5)).	Gerencial
(5)	Menor ou igual a 5% de ((3) + (4) + (5)).	Gerencial
(6) + (7)	Menor ou igual a 25% da carteira de ativos.	Regulação
(8)	0% da carteira de ativos.	Gerencial
(9)	Menor ou igual a 8% da carteira de ativos.	Regulação

(10)	Menor ou igual a 15% da carteira de ativos.	Regulação
(11)	Até 100% da carteira de ativos, assumindo que os ativos líquidos pertençam à classe de ativos de renda fixa – títulos públicos	Gerencial

Elaboração: o Autor.

A programação do ALM da FUNCEF possui uma rotina em SAS® especificamente para geração aleatória de configurações da carteira de ativos, atendendo aos limites máximos e mínimos especificados nas tabelas 6.5 e 6.6. A geração de configurações aleatórias é importante no processo de otimização, onde um grande número de configurações será gerado, a partir das quais a configuração com maior valor para a função objetivo é selecionada como carteira ótima.

TABELA 6.6: Limites Mínimos de Investimento por Classes

Itens	Limites Inferiores	Caráter do Limite
(1)	No mínimo 10% da carteira de ativos.	Gerencial
(2)	No mínimo 0,5% da carteira de ativos.	Gerencial
(3)	No mínimo 10% da carteira de ativos.	Gerencial
(10)	No mínimo 5% da carteira de ativos.	Gerencial
(11)	O suficiente para cobrir as despesas previstas para o período seguinte, incluindo aportes em novos investimentos	Gerencial

Elaboração: o Autor.

6.1.3 EVOLUÇÃO ESTOCÁSTICA DOS RENDIMENTOS DAS CLASSES DE ATIVOS E DO PASSIVO

Neste modulo, são geradas trajetórias estocásticas conjuntas para todas as classes de ativos consideradas, para o fluxo atuarial devido (benefícios a serem pagos menos contribuições dos associados) e para os índices de preços para reajuste monetário nas simulações do ALM. As trajetórias são geradas a partir de um sorteio aleatório de um rol de trajetórias pré-especificadas.

A ideia de simulações estocásticas conjuntas é permitir que haja correlação entre os retornos das classes de ativos consideradas, dos índices de preços e do fluxo atuarial. Além disso, a seleção de trajetórias a partir de trajetórias estocásticas anteriormente preparadas permite que o analista possa utilizar flexivelmente previsões e simulações de trajetórias de ativos.

6.1.4 PROPORÇÃO DE ATIVOS LÍQUIDOS

Um dos indicadores importantes na avaliação dos cenários de carteiras é o valor total dos ativos líquidos. Nesse caso, para cada classe de ativos, é importante inserir um percentual que indique qual a parcela de ativos considerados líquidos (de fácil venda) dentro do total aplicado em cada classe. Esse percentual será multiplicado a cada período da modelagem ALM para estimar o total de ativos líquidos na carteira.

6.1.5 FUNÇÃO PARA SIMULAÇÕES DA MODELAGEM ALM

A programação para o ALM da FUNCEF tem como uma de suas características a consideração de trajetórias aleatórias para os fluxos de ativos, passivos e índices de preços. A programação no arquivo em SAS® contém uma função que poderíamos chamar de espinha dorsal da modelagem. Nessa função, são geradas trajetórias aleatórias para as variáveis de interesse, e para cada cenário de trajetórias, são calculados os indicadores de performance da carteira. Entre os indicadores, podemos citar a trajetória para a média do fator de solvência e a trajetória do total de ativo disponível a cada período, depois de se debitar os pagamentos para os fluxos atuariais, para as despesas de custeio para os custos de transação.

A chamada da função para simulação da carteira tem a seguinte expressão:

```
FuncaoSimulacoesCarteira(valor_medio_liquido_residual,  
                          valor_var95_liquido_residual,  
                          prop_S_liquido_maior_passivo,  
                          custo_transacao_inicial,  
                          u,  
                          salva_dataset,  
                          load_data,  
                          num_simulacoes);
```

onde a especificação dos parâmetros de entrada e saída estão apresentados na tabela a seguir.

TABELA 6.7: Parâmetros de Entrada e Saída para a Função de Simulações

Parâmetro	Descrição	Tipo do Parâmetro
valor_medio_liquido_residual	Valor médio ao final do horizonte de análise do ALM (a princípio, o horizonte é de 30 anos), após descontados todos os custos de transação, todos o fluxo atuarial, e todas as despesas de custeio. Além disso, esse valor residual já está descontado do fluxo atuarial restantes nos demais anos da FUNCEF. Portanto, espera-se que essa variável apresente valor médio positivo ao final do horizonte.	Output
valor_var95_liquido_residual	Calda inferior (percentil 95%) para o valor restante ao final do horizonte de análise.	Output
prop_S_liquido_maior_passivo	Trajectoria indicando a probabilidade de que o valor dos ativos líquidos não seja suficiente para cobrir o passivo.	Output
custo_transacao_inicial	Custo de transação para fazer o rebalanceamento da carteira no início do horizonte de análise.	Output
pesos_classes_ativos	Vetor indicando os pesos de cada classe de ativos, para um cenário específico de alocação.	Input
salva_dataset	Variável indicando se serão salvos em disco os resultados (=1) ou não (=0).	Input
load_data	Variável indicando se os arquivos serão carregados do disco a cada iteração (=0 indica que não serão carregados do disco, tornando o algoritmo mais rápido).	Input
num_simulacoes	Número total de simulações utilizado.	Input

Elaboração: o Autor.

6.1.6 FUNÇÃO PARA ENCONTRAR A ALOCAÇÃO ÓTIMA NA MODELAGEM ALM

O item anterior trata da função central da modelagem ALM, correspondente à função de simulações de trajetórias estocásticas, e cálculo dos indicadores de performance de uma determinada carteira de ativos. A função tratada aqui corresponde a uma estratégia para encontrar a carteira de ativos (distribuição de classes de ativos) que apresenta melhor performance, em termos de algum indicador escolhido pelo analista.

Entre os critérios possíveis para serem otimizados, podemos considerar, por exemplo, o valor total residual ao final do horizonte do ALM. Portanto, quanto maior esse valor, “melhor” a carteira. Outro critério pode ser dado pelo valor médio do fator de solvência da instituição.

Na função *OptimizacaoNaiveSimulacoesCarteiras(uma dos módulos do ALM)*, são gerados aleatoriamente um número pré-definido (exemplo: mil ou dez mil) de carteiras possíveis (satisfazendo aos critérios de aplicações mínimas e máximas por classe de ativos), e para cada uma dessas carteiras os indicadores de performance são obtidos através de simulações de Monte Carlo. Portanto, se o número de carteiras geradas for igual a mil, então a função *OptimizacaoNaiveSimulacoesCarteira* chama a função *FuncaoSimulacoesCarteira* mil

vezes (uma vez para cada carteira gerada). Ao final do processo, a carteira com melhor indicador de performance é selecionada e analisada em mais detalhes.

7 OTIMIZAÇÃO – ALM

O objetivo da otimização no ALM é encontrar a carteira com melhor indicador de performance, restrito às regras descritas na Resolução 3.792, da CMN, que substituiu a Resolução 3.456, da CMN, vigente anteriormente a 3.792 e as restrições gerenciais.

Podemos resumir que um problema de otimização é formado pelas variáveis de escolha, função objetivo e conjunto viável. O problema é escolher a melhor alternativa do conjunto viável. Em geral, a teoria permite a representação do problema em uma procura pelo máximo ou mínimo da função objetivo em respeito às variáveis de escolha e sujeito às restrições.

Existe função Unimodal e função Multimodal como vista na figura a seguir:

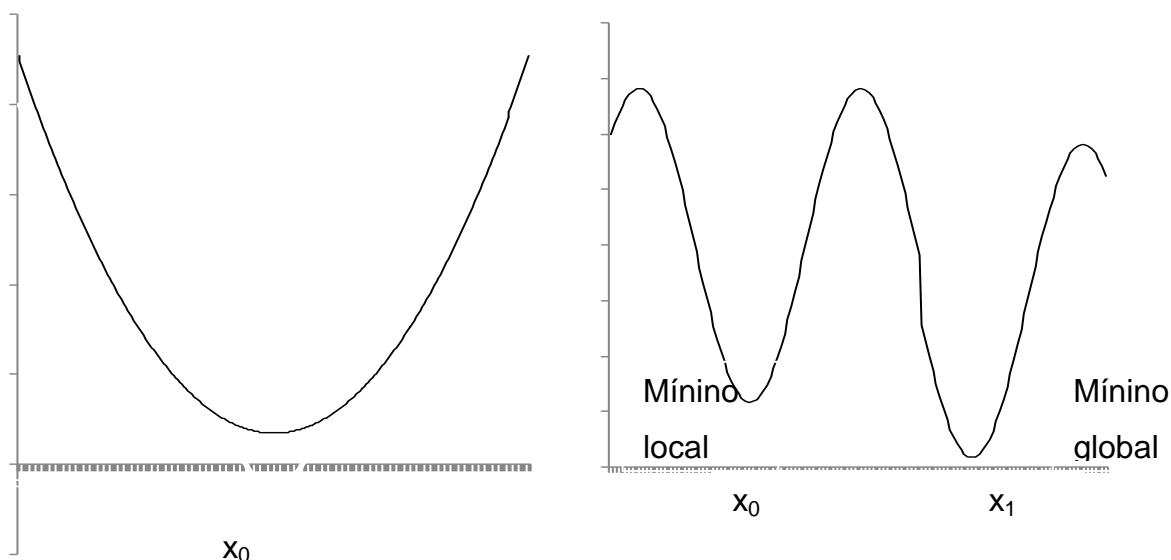


FIGURA 7.1: FUNÇÃO UNIMODAL X FUNÇÃO MULTIMODAL
Elaboração: o Autor

O espaço de busca de soluções se divide em região factível e não factível. As soluções da região factível são aquelas que satisfazem a todas as restrições do problema, a região não factível são aquelas que não satisfazem a todas as restrições do problema

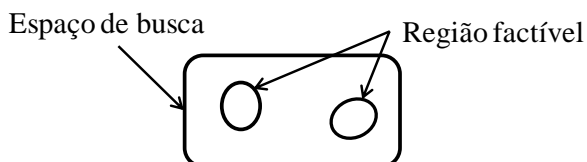


FIGURA 7.2: REGIÃO FACTÍVEL E NÃO FACTÍVEL

7.1 PROGRAMAÇÃO LINEAR, PROGRAMAÇÃO NÃO LINEAR E OTIMIZAÇÃO COMBINATÓRIA.

A área da otimização trata da melhor alocação de recursos para um conjunto de atividades, de modo que objetivos ou metas pré-estabelecidas sejam minimizados (custos) ou maximizados (lucros).

Existem diversos métodos de otimização, dentre os quais se destacam três grandes áreas: Programação Linear (PL), Programação Não Linear (PNL) e Otimização Combinatória.

7.1.1 PROGRAMAÇÃO LINEAR

Geometricamente, as restrições lineares definem um poliedro convexo, que é chamado de *conjunto dos pontos viáveis*. Uma vez que a função objetivo é também linear, todo ótimo local é automaticamente um ótimo global. A função objetivo ser linear também implica que uma solução ótima pode apenas ocorrer em um ponto da fronteira do conjunto de pontos viáveis.

Existem duas situações nas quais uma solução ótima não pode ser encontrada. Primeiro, se as restrições se contradizem (por exemplo, $x \geq 2$ e $x \leq 1$) logo, a região factível é vazia e não pode haver solução ótima, já que não pode haver solução nenhuma. Neste caso, o PL é dito *inviável*.

Alternativamente, o poliedro pode ser ilimitado na direção da função objetivo (por exemplo: maximizar $x_1 + 3x_2$ sujeito a $x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$, $x_1 + x_2 \geq 10$), neste caso não existe solução ótima uma vez que soluções arbitrariamente grandes da função objetivo podem ser construídas, e o problema é dito *ilimitado*.

Fora estas duas condições patológicas (que são frequentemente eliminadas por limitações dos recursos inerentes ao problema que está sendo modelado), o ótimo é sempre alcançado num vértice do poliedro. Entretanto, o ótimo nem sempre é único: é possível ter um conjunto de soluções ótimas cobrindo uma aresta ou face do poliedro, ou até mesmo o poliedro todo (Esta última situação pode ocorrer se a função objetivo for uniformemente igual a zero).

Definição : A função $f(x)$ é convexa se o segmento de reta que une dois pontos quaisquer de seu grafo nunca está abaixo do grafo (côncava se nunca está acima).

$$f(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) \leq \lambda f(x_1) + (1-\lambda)f(x_2) \quad (\geq \text{côncava}) \quad \text{para } 0 \leq \lambda \leq 1$$

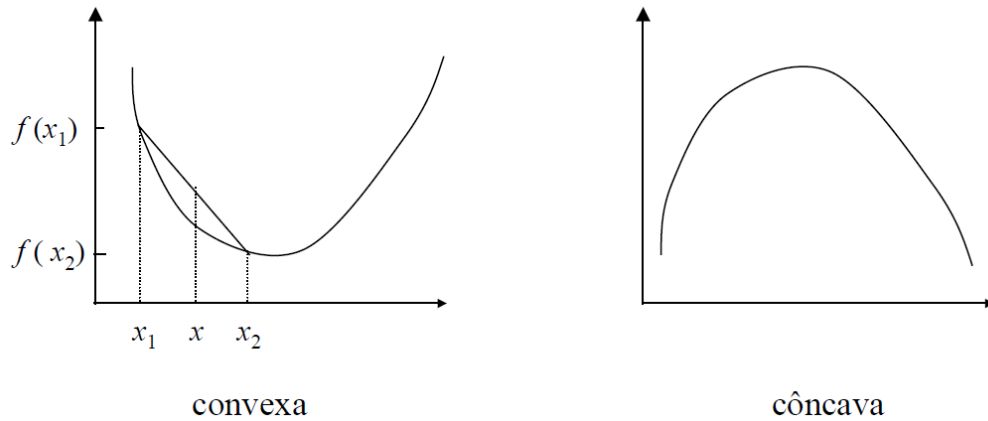


FIGURA 7.3 FUNÇÃO CONVEXA E FUNÇÃO CÔNCAVA

Teorema: Considere a função $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, a maximizar, sendo a região admissível S um conjunto convexo. Se f for uma função côncava em S , então um máximo local da função será sempre uma solução ótima (global).

7.1.2 PROGRAMAÇÃO NÃO LINEAR

É uma técnica análoga à Programação Linear, porém não há necessidade da linearidade na função objetivo em si e nas suas restrições. Geralmente exige-se que a função objetivo seja diferenciável e que as restrições formem um conjunto convexo, passível de cálculo, e que as tornem nessa programação não linear (de curvas, representadas por curvas matemáticas conhecidas, como parábolas, hipérbolas e outras), em linear ou quase-lineares, onde, então permitem a obtenção de informações possíveis com base nos dados disponíveis.

7.1.3 OTIMIZAÇÃO COMBINATÓRIA

A Otimização Combinatória é um ramo da ciência da computação e da matemática aplicada que estuda problemas de otimização em conjuntos. Em um problema de otimização temos uma função objetivo e um conjunto de restrições, ambos relacionados às variáveis de decisão. O problema pode ser de minimização ou de maximização da função objetivo. A resposta para o problema de otimização, ou seja, o *ótimo global*, será o menor (ou maior)

valor possível para a função objetivo para o qual o valor atribuído às variáveis não viole nenhuma restrição. Em alguns casos, chegamos a valores cuja alteração discreta não conduz a resultados melhores, mas que não são também o *ótimo global* - a essas soluções chamamos de *ótimo local*.

Dois métodos são utilizados para guiar a busca da solução ótima no espaço de estados: os *métodos exatos*, e os *métodos heurísticos*⁵. Os métodos exatos de busca utilizam conceitos de programação matemática e grafos, onde todo o espaço de estados é vasculhado na busca da solução ótima. Já os métodos heurísticos têm o objetivo de encontrar soluções próximas a uma solução ótima.

7.1.4 META HEURÍSTICAS

Uma meta-heurística é um método heurístico para resolver de forma genérica problemas de otimização (normalmente da área de otimização combinatória). Metaheurísticas são geralmente aplicadas a problemas que não se conhece algoritmo eficiente.

Utilizam combinação de escolhas aleatórias e conhecimento histórico dos resultados anteriores adquiridos pelo método para se guiarem e realizar suas buscas pelo espaço de pesquisa em vizinhanças dentro do espaço de pesquisa, o que evita paradas prematuras em ótimos locais. Dentre as metas-heurísticas mais conhecidas, pode-se destacar:

- Algoritmos Genéticos (Holland, 1973);
- Colônia de Formigas (Coloni, 1991);
- Busca Tabu (Glover, 1990);
- GRASP (*Greedy Randomized Adaptive Procedures*) (Resende, 2003);
- *Simulated Annealing* (Dowsland, 1993);
- VNS (*Variable Neighborhood Search*) (Hansen, 1997).

Considerando que metas-heurística são heurísticas de busca no espaço de soluções, pode-se dividi-las em duas classes.

A primeira classe compreende os métodos que exploram uma vizinhança a cada iteração, alterando tanto a vizinhança quanto a forma de explorá-la de acordo com suas estratégias e escolhendo apenas um elemento dessa vizinhança. Esse tipo de varredura do espaço de soluções gera um caminho ou trajetória de soluções, obtida pela transição de uma

⁵ A palavra *heurística* vem do grego *heuriskein*, que significa “descobrir” ou “achar”.

solução para outra de acordo com os movimentos permitidos pela meta-heurística, como por exemplo, *Simulated Annealing* e Busca Tabu.

A segunda classe de metas-heurísticas e suas estratégias de busca são capazes de explorar várias regiões do espaço de soluções de cada vez. Dessa forma, ao longo das iterações não se constrói uma trajetória única de busca, pois novas soluções são obtidas através de combinação de soluções anteriores. Podem-se citar nesta classe os Algoritmos Genéticos e Colônia de Formigas.

7.1.5 MÉTODOS EXATOS

Os métodos de busca exatos são completos e ótimos, mas para que isto seja alcançado, os custos de tempo e memória tornam-se elevados devido à explosão combinatória de estados apresentada por diversos problemas.

Neste sentido o método de otimização denominado programação por metas é utilizado e se trata de um método de força bruta, onde diversos pontos do domínio são mapeados “cegamente” em busca de um ponto melhor. Sem um critério claro de direcionamento no “passeio” pelo domínio, este método trará resultados interessantes somente para um grande número de avaliações sobre a função-objetivo, o que certamente implicará num elevado tempo computacional para o encontro da solução, tendo como base um algoritmo pensado para um sistema de processamento serial, ficando este método restrito a pequenos e simples problemas.

No entanto, sob o ponto de vista do processamento paralelo SIMD⁶ (*Single Instruction Multiple Data*), uma mesma instrução pode ser executada simultaneamente a uma grande quantidade de dados. Aplicando este conceito a um método de programação por metas adaptado (otimização em *grids*), um conjunto de pontos do domínio pode ser mapeado paralelamente e simultaneamente.

Sendo assim, outra avaliação do método de programação por metas pode ser feita, quando o mesmo é implementado tendo em vista um processamento paralelo, onde se espera

⁶ A sigla **SIMD** (*Single Instruction, Multiple Data*), descreve um método de operação de computadores com várias unidades operacionais em computação paralela. Neste modo, a mesma instrução é aplicada simultaneamente a diversos dados para produzir mais resultados. O modelo SIMD é adequado para o tratamento de conjuntos regulares de dados, como as matrizes e vetores. Esse tipo de máquina opera aplicando uma única instrução a um conjunto de elementos de um vetor. Sendo uma máquina que aplique a n elementos uma determinada instrução e o vetor t contenha os elementos a serem processados, t terá todos seus elementos calculados n vezes mais rápido

encontrar uma solução aceitável dentre muitos pontos mapeados, num tempo computacional menor.

Nesta dissertação, um método de programação por metas paralelo, conhecido também como otimização em *grids*, aplicado ao ALM será apresentado, tomando pontos do domínio.

Devido aos novos recursos computacionais, para o mapeamento paralelo da função-objetivo, ha possibilidade de fazer essas simulações usando computadores *desktop*. No caso deste trabalho, serão usados três *desktops* para simulação em paralelo e um para consolidação de resultados.

7.1.5.1 O MÉTODO PROGRAMAÇÃO POR METAS

As técnicas de modelagem matemática ou de otimização geralmente estudadas estão condicionadas à solução de um único objetivo, ou seja, assumem que as restrições não podem ser violadas. Entretanto, inúmeras soluções existentes no mundo real exigem que boa parte das decisões do dia a dia das empresas seja flexível.

Dessa forma, os gestores procuram satisfazer ou aproximar-se dos objetivos estabelecidos, ao invés de considerá-los como rígidos.

Esses problemas podem ser mais apropriadamente modelados utilizando-se múltiplos objetivos em vez de restrições rígidas. A solução desses modelos não se resume a maximizar ou minimizar uma função objetivo dentro de um conjunto de restrições, mas envolve a satisfação de uma condição mínima aceitável. Esses são os denominados problemas de programação por metas, ou da literatura inglesa, *Goal Programming* (CORRAR et al., 2003).

A programação por metas é uma técnica que permite a modelagem e a busca de soluções para os problemas com múltiplos objetivos ou metas a serem otimizadas.

Uma das diferenças significativas entre a programação linear clássica e a programação por metas está na função objetivo. A programação linear requer que o tomador de decisão persiga apenas uma função objetivo: a minimização de custos, ou a maximização do lucro ou qualquer outra função a ser otimizada. Na programação por metas, por sua vez, não se busca somente maximizar ou minimizar a função objetivo diretamente, busca-se também a minimização dos desvios no alcance das metas.

Para esse fim são utilizadas as chamadas variáveis de desvio. Assim, tem-se como propósito a minimização dos desvios (distância) entre os objetivos estabelecidos. Nessas condições, a solução “ideal” seria aquela na qual todas as variáveis de desvio tivessem valor

igual a zero, ou seja, em que todos os objetivos tivessem sido atingidos em seus parâmetros estipulados.

Dessa forma, para a solução dos problemas de programação por metas, identificamos além das variáveis de decisão presentes nos demais modelos de programação linear, as respectivas variáveis de desvio e formulamos as restrições obedecendo às prioridades definidas. Para mais informações sobre essa técnica de programação vide MARÇAL (2011).

No ALM da FUNCEF, implementado em 2010, o método de programação por metas foi definido na escolha de uma porção de pontos do domínio de avaliação e do teste simultâneo da função-objetivo nestes pontos. Já no ALM da FUNCEF, implementado em 2011, o método de otimização em *grids* foi definido na escolha de todos os pontos do domínio de avaliação e do teste simultâneo da função-objetivo nestes pontos. A forma de escolha de um número finito de pontos do domínio pode ser feita de maneira sistemática, baseada num critério adequado ao problema. No ALM em 2010 e 2011 foi utilizada a técnica chamada de *forecast combination*⁷.

No AML da FUNCEF (2010) foram gerado aleatoriamente um número pré-definido (por exemplo 1 mil ou 5 mil) de carteiras possíveis (satisfazendo aos critérios de aplicações mínimas e máximas por classe de ativos), e para cada uma dessas carteiras os indicadores de desempenho são obtidos através de simulações de Monte Carlo.

Na forma de sistemática, os valores possíveis às variáveis de decisão são delimitados pelas restrições impostas sobre essas variáveis, formando um conjunto discreto (finito ou não) de soluções factíveis de um problema.

Para melhor entendimento desse método, segue o exemplo:

Dado um conjunto finito

$$E = \{1, 2, 3, \dots, n\}$$

E uma função de custo

$$c: 2^E \rightarrow \mathbb{R}$$

encontrar

$$S^* \in F \text{ tal que } c(S^*) \leq c(s) \quad \forall s \in F$$

onde $F \in 2^E$ é o conjunto de soluções viáveis do problema. Ou seja, F é um conjunto discreto de soluções com número finito de elementos

⁷ Por *forecast combination* entende-se a adoção de regras para agregar duas ou soluções ótimas, ponderadas pelas performances de cada solução original. Tais regras cobrem desde a média simples aos métodos mais sofisticados como redes neurais para combinações não-lineares.

Construção de uma solução:

Selecionar seqüencialmente elementos de E, eventualmente descartando alguns já selecionados, de tal forma que ao final se obtenha uma solução viável, i.e., pertencente a F.

8 APLICAÇÃO DO MÉTODO OTIMIZAÇÃO EM GRIDS NO ALM DA FUNCEF.

Em 2011 a FUNCEF implementou no ALM o método de otimização em *grids* em n estágios, que é uma extensão da programação por metas estendido por *forecast combination*. A motivação básica do *forecast combination* é de que a reunião de informações permite aumentar a precisão ou reduzir a incerteza associada a um modelo de previsão individual. Para responder a questão sobre a possibilidade de aumentar a precisão da previsão para um indicador através da combinação podemos recorrer às conclusões de Makridakis e Winkler (1983) e Hibon e Evgeniou (2004). Estes autores afirmam que adotar uma combinação é geralmente menos arriscado do que usar uma previsão individual.

O processo de seleção de carteiras ótimas consiste em gerar um número pré-definido de blocos e de **carteiras-tentativas**, onde o número de blocos pode ser o número de computadores que serão utilizados para fazer a otimização e o número de carteiras-tentativas é escolhido pelo usuário (esse número pode ser igual a 1 mil ou 5 mil, por exemplo).

8.1 CARTEIRAS-TENTATIVAS

Testar todas as carteiras do domínio torna-se inviável devido ao esforço computacional exigido e o tempo de execução, que geralmente é pouco.

Suponha as seguintes restrições gerenciais⁸:

TABELA 8.1: Exemplo de limites gerenciais para a classe de ativos.

Classe de Ativos	Peso mínimo percentual	Peso Máximo percentual	Delta
Renda fixa títulos públicos	31,00	100,00	1,00
Renda fixa títulos privados	19,00	100,00	1,00
Ibovespa passivo	0,00	70,00	1,00
Ibovespa ativo	18,00	70,00	1,00
Ibovespa retorno absoluto	0,00	70,00	1,00
FIP	0,00	11,00	1,00
FII	0,00	10,00	1,00
Investimentos no exterior	0,00	0,00	0,00
Imóveis	2,00	7,00	1,00
Operações com participantes	1,00	7,00	1,00

⁸ As restrições gerenciais da FUNCEF são feitas por um Grupo Técnico (G.T.) multidisciplinar e é de acordo com as restrições legais impostas pela Resolução 3.972.

De acordo com essas restrições o domínio factível fica com mais de 18 milhões de combinações, ou seja, é inviável testar cada carteira em 1 mil ou 2 mil cenários.

Para resolver esse problema é feito primeiramente um sorteio aleatório simples. E sempre que o número de combinações de carteiras factíveis for maior que 500.000, é feita uma amostragem com total da amostra igual 500.000. Depois é feita outra amostragem aleatória simples com n valores (n é escolhido pelo usuário – por exemplo, 1 mil ou 5 mil). De acordo com Cochran (1953) essas amostras são representativas⁹ em relação ao domínio total.

Para cada uma dessas carteiras geradas, executa-se a função no sistema de ALM, a qual procede às simulações de Monte Carlo, e calculam-se os indicadores de performance de cada carteira. Entre os indicadores de performance, um deles, ou uma combinação deles, é escolhido para definir a função objetivo a ser otimizada. O algoritmo então compara todas as carteiras-tentativas geradas, escolhendo aquela que fornece o maior valor para a função objetivo. A tabela 8.2 apresenta a lista das funções objetivo que estão disponíveis ao usuário do sistema de ALM da FUNCEF.

Sobre os *Inputs* para o Modelo de ALM em Excel da FUNCEF pode ser visto no capítulo 6 da dissertação de Demóstenes Marques (2011).

Para a evolução das trajetórias estocásticas dos índices e dos ativos, foram utilizados dois métodos. Para os primeiros cinco anos, foram criados cenários estocásticos para Bolsa, Inflação e Juros, por meio de procedimento conhecido como *bootstrapping*¹⁰, baseando-se nas propriedades estatísticas dos cenários aprovados pela FUNCEF para o quinquênio 2012-2016. Para os demais vinte e cinco anos, foram criados cenários estocásticos para Inflação (INPC), baseando-se nas premissas do sistema de metas de inflação vigentes para o Brasil. Nesse caso, os ativos são evoluídos tendo como base a escolha aleatória de um cenário de inflação, considerando-se parcelas adicionais¹¹ para retorno e para risco.

⁹ Amostra representativa: A aleatoriedade é condição essencial para que a amostra seja representativa. Para mais informações sobre amostragem ver COCHRAN (1953).

¹⁰ É uma técnica de reamostragem bastante utilizada que consiste na obtenção de um novo conjunto de dados por meio de réplicas dos dados originais, a partir das quais é possível avaliar a variabilidade de quantidades de interesse, sem usar cálculos analíticos.

¹¹ Para a macroalocação de 2012 as premissas de retorno e risco, utilizadas no modelo ALM, foram obtidas por meio de construção coletiva de um grupo multidisciplinar formado por representantes da Diretoria de Investimentos, Diretoria de Controladoria e Planejamento, Diretoria de Participações Societárias e Imobiliárias, Diretoria de Benefícios e Presidência.

TABELA 8.2 Opções para a Função Objetivo

Opção	Função Objetivo	Descrição
1	Maximização do valor líquido restante médio	O processo de otimização busca encontrar a carteira que implica em um valor médio (média para todas as trajetórias simuladas) máximo para o restante total da carteira ao final do horizonte do ALM. Nesse caso, do valor da carteira ao final do horizonte, desconta-se o valor presente do fluxo atuarial restante (resíduo atuarial) para os próximos anos após o final do horizonte.
2	Maximização do valor líquido restante percentil 5%	O processo de otimização busca encontrar a carteira que implica em um valor percentil de 5% (considerando-se todas as trajetórias simuladas) máximo para o restante total da carteira ao final do horizonte do ALM, descontando-se o resíduo atuarial. Ao escolher esta opção ao invés da opção (1), o resultado obtido provavelmente terá uma média restante menor, mas a carteira obtida será menos arriscada.
3	Maximização do fator de solvência mínimo médio	Ao longo do horizonte do ALM, a programação atualiza sequencialmente o valor do fator de solvência. Idealmente, o fator de solvência deveria estar acima de um (ou um mais uma folga de segurança) para todos os períodos. Quando o usuário seleciona a opção (3) para a função objetivo, o processo de otimização procura encontrar a carteira que implica em um fator de solvência mínimo (ao longo dos períodos do horizonte do ALM) médio (para todas as carteiras simuladas) que seja o maior possível.
4	Maximização do fator de solvência mínimo percentil 5%	Quando o usuário seleciona a opção (4) para a função objetivo, o processo de otimização procura encontrar a carteira que implica em um fator de solvência mínimo (ao longo dos períodos do horizonte do ALM) percentil 5% (para todas as carteiras simuladas) que seja o maior possível. Dessa forma, provavelmente, ao final da otimização, a carteira ótima será mais conservadora do que a carteira obtida com a opção (3).
5	Maximização do valor líquido restante médio sujeito à restrição de que o fator de solvência mínimo médio seja maior do que um valor de corte	Essa opção de função objetivo procura encontrar uma carteira que forneça um valor máximo para o total da carteira ao final do horizonte do ALM (subtraindo-se o resíduo atuarial ao final dos 30 anos), levando-se em conta que o fator de solvência médio ao longo de todo o horizonte do ALM não pode ser inferior a um valor de corte. Esse valor de corte também é informado pelo usuário. Portanto, garante-se que, ao final do processo de otimização, o valor restante na carteira seja ainda suficiente para pagar o fluxo atuarial restante, por exemplo (escolhendo-se valor de corte igual a um).
6	Maximização do valor líquido restante médio sujeito à restrição de que o fator de solvência mínimo percentil 5% seja maior do que um valor de corte	Essa opção de função objetivo procura encontrar uma carteira que forneça um valor máximo para o total da carteira ao final do horizonte do ALM (subtraindo-se o resíduo atuarial ao final dos 30 anos), levando-se em conta que o fator de solvência percentil 5% ao longo de todo o horizonte do ALM não pode ser inferior a um valor de corte. Esse valor de corte também é informado pelo usuário. Essa opção para a função objetivo garante que não seja escolhida uma carteira muito arriscada. A opção (6) implica na escolha de uma carteira mais conservadora do que a opção (5).

Fonte: IAED. 2010

9 SIMULAÇÃO E COMPARAÇÃO DE RESULTADOS DOS MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO EM GRIDS E PROGRAMAÇÃO POR METAS COM GERAÇÃO DE CARTEIRAS ALEATÓRIA.

9.1 CONTEXTUALIZAÇÃO DA SIMULAÇÃO.

A FUNCEF administra hoje três planos de benefícios. De acordo com a FUNCEF o plano original, na modalidade de Benefício Definido, denominado Reg/Replan, passou por um processo de saldamento na data 30 de setembro de 2006. O saldamento deste plano de benefícios foi um instrumento pelo qual os participantes que aderiram à proposta interromperam suas contribuições previdenciárias e fixaram um direito adquirido, para os empregados em período de atividade laboral, proporcional ao seu tempo de contribuição efetiva, relativamente ao tempo total de contribuições previsto.

A partir do saldamento o valor proporcional estabelecido para o benefício perdeu sua vinculação com o plano de cargos e salários da patrocinadora e passou a ser corrigido anualmente pelo índice de inflação INPC.

Os participantes do Reg/Replan já em período de recebimento dos benefícios também puderam optar pelo saldamento, alterando a regra de reajuste de seus benefícios futuros, originalmente vinculados ao plano de cargos e salários da patrocinadora, que também passaram a ser corrigidos pela variação anual do INPC.

Tanto os participantes em período de contribuição quanto em período de recebimento dos benefícios que aderiram ao saldamento receberam, na mesma data, um reajuste em seus benefícios de aproximadamente 15%. Além disso, o plano saldado conta com uma regra permanente de melhoria dos benefícios, pela qual, o valor equivalente a 50% do resultado anual dos investimentos que supera a meta atuarial do plano é registrado em um fundo contábil que proporciona reajuste real nos benefícios (além da reposição pela variação do INPC). Sempre que o montante disponível nesse fundo contábil for suficiente para a valoração dos benefícios, concedidos e a conceder, em pelo menos 1% de seu valor, o dispositivo de reajuste real dos benefícios é acionado. De setembro de 2006 a janeiro de 2011 os reajustes reais aplicados aos benefícios em função dos resultados dos investimentos que superaram a meta atuarial do plano são de aproximadamente 30%.

Atualmente, 58.046 participantes estão vinculados ao plano Reg/Replan Saldado, sendo 29.458 assistidos (aposentados e pensionistas) e 28.588 empregados em atividade laboral. Os ativos líquidos de investimentos do plano Reg/Replan Saldado contabilizavam e

ativos, no fechamento do exercício de 2010, o valor de R\$ 35.951.519.000,00 (trinta e cinco bilhões novecentos e cinquenta e um milhões, quinhentos e dezenove mil reais).

Para as simulações foi usado o plano Reg/Replan Saldado da FUNCEF.

9.2 ESPECIFICAÇÃO DAS SIMULAÇÕES DO ALM PARA FAZER A COMPARAÇÃO ENTRE OS DOIS METODOS DE OTIMIZAÇÃO.

A metodologia utilizada para as simulações foi a manutenção de todas as premissas e restrições utilizadas pela FUNCEF para a elaboração das Políticas de Investimentos para o ano de 2012, a utilização do plano Reg/Replan Saldado, e a manutenção da função objetivo que foi otimizada, a saber: maximização do valor líquido restante médio sujeito à restrição de que o fator de solvência mínimo percentil 5% seja maior do que 0,95 (Função Objetivo no 6 da Tabela 8.2).

Foram mantidas as mesmas premissas e restrições, foi executada a simulação estocástica para o plano Reg/Replan Saldado.

Finalmente, para verificação da consistência das simulações, resultados e verificação da eficácia da otimização, as duas metodologias de otimizações foram executadas com as mesmas restrições, *inputs*, premissas e para o mesmo plano, no caso, Reg/Replan Saldado.

As restrições e as premissas utilizadas foram:

9.2.1 PREMISSAS ATUARIAIS

Na Tabela 9.1 serão apresentadas as reservas matemáticas para benefícios concedidos, a conceder e total referentes a avaliação de outubro de 2011 com cadastro atuarial de agosto de 2011.

TABELA 9.1 Reservas matemáticas do plano de benefícios Reg/Replan Saldado da FUNCEF: Benefícios Concedidos, Benefícios a Conceder e Benefícios Totais -- Data de avaliação outubro de 2011, Cadastro agosto de 2011

	Nº Participantes	Reserva Matemática
Benefícios Concedidos	28.588	R\$ 17.603.242.591
Benefícios a Conceder	29.458	R\$ 17.576.745.363
Total	58.046	R\$ 35.179.987.954

Fonte: FUNCEF

Elaboração: O Autor

9.2.1.1 Hipóteses Biométricas:

- i) Tábua de Mortalidade Geral: **AT-2000 M&F;**
- ii) Tábua de Mortalidade de Inválidos: **WINKLEVOSS;**
- iii) Tábua de Entrada em Invalidez: **Hunter;**
- iv) Tábua de Rotatividade: **REG/REPLAN: Rotatividade Nula.**

9.2.1.2 Hipóteses Econômicas e Financeiras:

- i) Taxa Real Anual de Juros: **5,5%;**
- ii) Taxa de Crescimento Real Anual de Salário: **REG/REPLAN - COM SDT: 2,71%.**
- iii) Taxa de Crescimento Real Anual de Benefício INSS: **0%;**
- iv) Regime Financeiro: **Capitalização;**
- v) Método de Financiamento: **REG/REPLAN COM SDT: Não existe Método de Financiamento;**

9.2.1.3 Fator de determinação do valor real ao longo do tempo:

- i) dos Salários: **98%;**
- ii) dos Benefícios do Plano: **98%;**
- iii) dos Benefícios do INSS: **98%.**
- iv) Teto do INSS para Contribuição: **R\$ 3.691,74 (data-base: 01/2011), atualizado pelo índice atuarial do Plano.**
- v) Teto do INSS para Benefício: **R\$ 3.438,87 (posição: 10/2011), definido conforme legislação vigente.**
- vi) Salário Mínimo: **R\$ 545,00 (posição: 01/2011), atualizado pelo índice atuarial do Plano.**

9.2.2 RESTRIÇÕES LEGAIS E GERENCIAIS ÀS CLASSES DE ATIVOS:

As restrições de mínimo e máximo utilizadas nas simulações estocásticas foram aquelas determinadas pelo G.T. da FUNCEF para 2012.

Tabela 9.2 Restrições legais e gerenciais para o Reg/Replan Saldado

Classe de Ativo	Restrições Legais e Gerencias	
	Mínimo	Maximo
Classe 1 - Renda Fixa – Títulos Públicos	32,53	100,00
Classe 2 - Renda Fixa – Títulos Privados	4,52	80,00
Classe 3 - Renda Variável – Carteira Passiva	-	70,00
Classe 4 - Renda Variável – Carteira Ativa	-	70,00
Classe 5 - Renda Variável – Retorno Absoluto	20,67	70,00
Classe 6 - Investimentos Estruturados – FIP + FIMME	-	10,00
Classe 7 - Investimentos Estruturados – FII + outros	-	10,00
Classe 8 - Investimentos no Exterior	-	-
Classe 9 - Imóveis	7,44	8,00
Classe 10 - Operações com Participantes	3,24	4,00
Classe 11 - Carteira de ativos líquidos	-	-

Fonte: FUNCEF

Elaboração: O Autor

A restrição do índice de liquidez, em todas as simulações, foi de manutenção de ativos líquidos suficientes para pagamento dos compromissos atuarias e de aporte de investimento já previsto por pelo menos dois anos. E em todas as simulações, as trajetórias dos cenários estocásticos foram as mesmas.

9.3 RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES.

O relatório de resultados e gráficos das simulações usando a programação por metas e otimização em *grids* utilizando a função objetivo nº 6 estão apresentados no **ANEXO 12** desta dissertação. No método de otimização por *grids*, a simulação foi feita da seguinte forma:

- i) Copila o programa que ver todas as restrições, sorteia carteiras dentro do domínio factível a ser usado e o usuário escolhe número de simulação de cenário por carteira. No caso dessa simulação foi escolhido o número de 3 mil carteiras para serem testada 1 mil vezes.
- ii) Copila um programa por bloco de forma independente. Esta simulação usou 3 blocos e cada bloco ficou com 1 mil carteiras para serem testadas 1 mil vezes.
- iii) Copila um programa que consolida os blocos de forma ordenada e dá o *output* com os resultados consolidados.

Para fazer o método de programação por metas, é mais simples. O usuário somente escolhe o número total de carteiras a ser testadas e o número de cenários e copia o programa. Assim como na otimização por *grids*, a programação por metas importa todos os *inputs* em Excel com todas as restrições, investimento e desinvestimento e toda parte atuarial.

Os indicadores de performance escolhidos para a comparação entre o desempenho dos dois métodos de otimização do plano de benefícios Reg/Replan Saldado, na atual condição foram: o valor médio líquido (excluindo resíduo atuarial) da carteira; o valor médio restante no último período e tempo de execução.

Pela Lei dos Grandes Números¹², espera-se que os resultados dessas simulações convergem para um resultado próximo. Ou seja, de acordo com essa lei, quando maior o número de carteiras testadas nas simulações, mais os resultados dos dois métodos de otimização se aproximam.

O tempo de execução da otimização em *grids* foi significamente menor que o tempo utilizado pela programação por metas, onde os tempos foram 5h50 contra **21h10** respectivamente. Isso acontece porque, supondo que seja o mesmo *desktop*, o método de otimização em *grids* tem que carregar n/d números de carteiras a serem testadas (d é o número de *desktop* sendo usado), enquanto o outro método faz que somente um *desktop* testar todas as carteiras. E a diferença de tempo é dada também pelo fato do processamento ser paralelo.

Outra vantagem desse método é que as carteiras testadas são estatisticamente diferentes. Na otimização em *grids*, o usuário pode escolher o Δ (delta) de cada classe de ativos e o número de blocos que irá usar, como demonstra a tabela 8.1. Cada bloco é usado de forma independente e não há repetição de carteiras, pois todo o domínio factível é mapeado, sorteado e dividido de acordo com o número de blocos. No método de programação por metas, usado nessa simulação, as carteiras são geradas aleatoriamente, dentro das restrições, e testadas. Entretanto não há controle de verificação de carteiras significamente diferentes e quando mais simulações, maior a probabilidade de testar uma mesma carteira.

A tabela a seguir mostra os principais indicadores dos dois modelos de otimização utilizados no ALM.

¹² O teorema de Bernoulli, mais conhecido como a "Lei dos Grandes Números", afirma que: quando um experimento se repete um grande número de vezes, a probabilidade (na definição pela frequência relativa) de um evento tende para a probabilidade teórica.

Tabela 9.3 Comparação dos principais índices dos dois modelos de otimização.

Indicador de performance da carteira	Otimização em <i>grids</i>	Programação por meta	Diferença entre as otimizações
Valor médio líquido (excluindo resíduo atuarial)	R\$ 354.564.712.543,70	R\$ 351.632.980.593,08	R\$ 2.931.731.950,62
Valor médio restante no último período	R\$ 415.120.290.895,36	R\$ 412.188.558.944,74	R\$ 2.931.731.950,62
Tempo de execução	5h50 (por bloco)	18h30	(12h40)

De acordo com a tabela 9.3 percebe que a otimização em *grids* teve um desempenho melhor que a otimização pro programação por metas. O indicador valor médio líquido (excluindo resíduo atuarial) e valor médio restante no último período foram superiores em quase R\$ 3 bilhões. E o indicador tempo de execução da otimização em *grids* foi significamente menor, quase 1/3 menor. Ou seja, ainda que os blocos compilados no mesmo *desktop* e sequência, ainda assim seria mais rápido do que a programação por meta utilizada em 2010.

Tabela 9.4 Comparação as carteiras proposta pelo os dois modelos de otimização.

Classe de ativos	Peso (%) da classe de ativos para a carteira proposta pela otimização em <i>grids</i>	Peso (%) da classe de ativos para a carteira proposta por programação em metas	Diferença (em %)
Renda fixa títulos públicos	32,62%	32,89%	-0,27%
Renda fixa títulos privados	4,72%	4,85%	-0,13%
Ibovespa passivo	3,90%	4,11%	-0,21%
Ibovespa ativo	9,80%	7,77%	2,03%
Ibovespa retorno absoluto	21,15%	21,29%	-0,14%
FIP	9,06%	9,57%	-0,51%
FII	1,39%	2,05%	-0,66%
Investimentos no exterior	0,00%	0,00%	0,00%
Imóveis	7,67%	7,76%	-0,09%
Operações com participantes	3,56%	3,59%	-0,03%
Ativos líquidos	6,12%	6,12%	0,00%

Tabela 9.5 Comparação as carteiras proposta pelo os dois modelos de otimização de acordo com a Resolução 3.792

Segmento de Investimentos	Peso (%) da classe de ativos para a carteira proposta pela otimização em <i>grids</i>	Peso (%) da classe de ativos para a carteira proposta por programação em metas	Diferença (em %)
Renda Fixa	43,47%	43,86%	-0,39%
Renda Variável	34,85%	33,17%	1,68%
Investimentos Estruturados	10,45%	11,62%	-1,17%
Investimentos Exterior	0,00%	0,00%	0,00%
Investimentos Imobiliários	7,67%	7,76%	-0,09%
Operações com Participantes	3,56%	3,59%	-0,03%
Todos segmentos	100,00%	100,00%	0,00%

Como se esperava, de acordo com a Lei dos Grandes Números, a diferença mostrada nas tabelas 9.4 e 9.5 são relativamente pequenas, em sua maioria, menores que 1%. As maiores diferenças estão nos segmentos de Renda Variável e Investimento Estruturado. E dentro de Renda Variável a diferença mais significativa está em na classe Ibovespa ativo com mais 2,03% a mais na otimização em *grids*.

10 CONCLUSÃO

A revisão histórica do tema otimização ilustra a multidisciplinaridade do assunto. Fundamentos estatístico, matemáticos e de informática são usados no desenvolvimento e na implementação dessas formas de otimização de carteira no ALM.

A solução da função do problema de otimização de carteiras de ativos sujeitas a diversas restrições não é dada de forma trivial, é encontrada por meio de modelos baseados em simulações estocásticas e por meio de programação estocástica. A solução não é somente o máximo da função, a programação por meta busca além de maximizar a função objetivo, busca a minimização dos indicadores de performance.

Devido à complexidade e restrições dos sistemas computacionais, essa extensão e modificação do modelo de programação por metas, foi feita a implantação de algoritmos de otimização em *grids* n estágios das carteiras baseados em processos computacionais paralelizados, de modo que permitiu a utilização de maior quantidade de carteiras geradas aleatoriamente e projetá-las em maior quantidade de cenários, sem que isso implicar-se em aumento de tempo de execução.

As simulações mostraram que há uma grande vantagem no uso dos algoritmos de otimização em *grids* n estágios. Dentre os ganhos estão o menor tempo de execução, mapeamento discreto do domínio factível e sua divisão em blocos, a não repetição de carteiras estatisticamente iguais e a paralelização que dá a vantagens de testar mais carteiras em um tempo menor. Também há a vantagem de fazer um “zoom” na vizinhança da carteira ótima. Isso é feito restringindo os limites de mínimo e máximo e diminuindo o delta. Outro ganho seria se usássemos mais blocos e mais *desktops*, se o número de carteira for o mesmo o resultados também serão.

Os resultados mostraram que o método de otimização em *grids* tem uma performance melhor de acordo com os índices de comparação. Vendo as diferenças em percentuais dos dois métodos utilizados nesta dissertação, percebe que as diferenças foram sutis.

Independentemente das diferenças pequenas entre os percentuais dos modelos de otimizações utilizados nessa dissertação, o modelo de ALM por programação estocástica da FUNCEF utilizando o método de otimização em *grids*, conferem a essa Fundação um ferramental econométrico e estatístico mais rápido e eficaz para o seu planejamento e acompanhamento de riscos de longo prazo.

11 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Bueno, Artur Franco; Oliveira, Marcelle Colares. Goal programming (Programação multiobjetiva). In: Corrar, Luiz J. Theóphilo, Carlos Renato. (Org.) Pesquisa operacional para decisão em contabilidade e administração: contabilometria. São Paulo: Atlas, 2004.

Carino, D. R., Kent, T., Myers, D. H., Stacy, C., Sylvanus, M., Turner, A. L., Watanabe, K., Ziemba, W. T. (1994). The Russell-Yasuda Kasai Model: An asset/liability model for a Japanese insurance company using multistage stochastic programming. *Worldwide Asset and Liability Modeling*.

Carvalho, A.X.Y; Cajueiro, D.O.; Camargo, R.S.C. **Métodos Estatísticos Aplicados a Economia e Administração**, Editora Cengage, no prelo.

Cochran, W. G. **Sampling techniques**. New York: Wiley, 1953.

Colorni, A.; Dorigo, M.; Maniezzo, V. Distributed optimization by ant colonies. In: EUROPEAN CONFERENCE ON ARTIFICIAL LIFE, 1., 1991, Paris. **Proceedings...** Cambridge: The MIT Press, 1991. p. 134–142.

Consigli, G., Dempster, M. A. H. (1998). The CALM stochastic programming model for dynamic asset /liability management. *Annals of Operations Research*.

Dert, C. (1995). A dynamic model for asset / liability management for defined benefit pension funds. *Worldwide Asset and Liability Modeling*.

Dorigo, M., 1992. Optimization, Learning and Natural Algorithms, PhD thesis, Politecnico di Milano, Italy.

Dorigo M., Maniezzo, V. Colorni, A., 1996. "Ant System: Optimization by a Colony of Cooperating Agents", IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics–Part B, 26 (1): 29–41.

Dowland, K. A. Some experiments with simulated annealing techniques for packing problems. **European Journal of Operational Research**, [S.l.], v. 68, n. 2, p. 389–399, 1993.

Glover, F. **Tabu search: a tutorial**. Center of Applied Artificial Intelligence, University of Colorado, USA, 1990.

Hansen, P.; N. Mladenovic. **An introduction to variable neighborhood search**, Les Cahiers du Gerad, France, 1997.

Hibon, M.; Evgeniou, T. (2005). To combine or not to combine: selecting among forecasts and their combinations. *International Journal of Forecasting*, Vol.21, 1: 15-24.

Holland, J. H. Genetic algorithms and the optimal allocations of trial. **Society for Industrial and Applied Mathematics Journal on Computing**, [S.l.], v. 2, p. 88–105, 1973.

Jones, M. T., 2008. Artificial intelligence: a systems approach. Infinity Science Press.

Klassen, P. (1997). Solving stochastic programming models for asset / liability management using iterative disaggregation. *Research Memorandum*.

Kyriakis, T., Mitra, G., Lucas, C. (2001). An ALM model with downside risk and cVar constraints. Presented to Asset and Liability Management Conference, Cyprus.

Makridakis, S. and Winkler, R.L. (1983). Averages of forecasts: some empirical results. *Management Science*, Vol. 29, 9: 987-996.

Marçal, Heglehyschynton Valério. **Três ensaios sobre gerenciamento de ativos e passivos em fundo de pensão**. Tese de Doutorado, Programa de Doutorado, 2011, Universidade Católica de Brasília, Brasília, DF, p158.

Marques, Demósthene. **Asset and Liability Management (ALM) para entidades fechadas de previdência complementar no Brasil. Validação de um modelo de otimização com a aplicação a um caso prático**. Dissertação de Mestrado, 19 de março de 2011, Centro de Estudos em Regulação de Mercados; Universidade de Brasília, Brasília, DF, 150 p.

Resende, M. G. C.; Velarde; J. L. G. GRASP: greedy randomized adaptative search procedures. **Revista Iberoamericana de Inteligencia Artificial**, [S.l.], n. 19, p. 61–76, 2003.

Winklevoss, H. E. *Pension Mathematics with Numerical Illustration*. USA, 1993.

Zenios, S. (1995). Asset and Liability Management Under Uncertainty for Fixed Income Securities”. *Annals of Operations Research*.

12 ANEXOS

12.1 RELATÓRIO DE RESULTADOS DO PLANO REG/REPLAN SALDADO UTILIZANDO A OTIMIZAÇÃO EM GRIDS E A FUNÇÃO OBJETIVO Nº 6

Tabela 12.1 Macroalocação carteira ótima pela otimização em *grids* – Reg/Replan Saldado

Classe de ativos	Total (R\$) na classe de ativos para a carteira proposta	Peso (%) da classe de ativos para a carteira proposta	Total (R\$) na classe de ativos para a carteira atual	Peso (%) da classe de ativos para a carteira atual	Diferença (em R\$) entre a carteira proposta e a carteira atual
Renda fixa títulos públicos	11.861.216.024,92	32,62%	13.501.489.587,39	37,13%	-1.640.273.562,47
Renda fixa títulos privados	1.716.333.907,79	4,72%	1.643.613.936,88	4,52%	72.719.970,91
Ibovespa passivo	1.418.039.432,75	3,90%	3.264.745.047,09	8,98%	-1.846.705.614,35
Ibovespa ativo	3.563.278.574,59	9,80%	1.528.114.329,10	4,20%	2.035.164.245,49
Ibovespa retorno absoluto	7.691.930.515,36	21,15%	7.517.402.585,18	20,67%	174.527.930,18
FIP	3.292.565.676,10	9,06%	2.274.486.083,36	6,26%	1.018.079.592,74
FII	506.521.229,40	1,39%	470.161.243,94	1,29%	36.359.985,46
Investimentos no exterior	0	0,00%	0	0,00%	0,00
Imóveis	2.790.232.552,66	7,67%	2.706.604.586,11	7,44%	83.627.966,55
Operações com participantes	1.293.488.228,79	3,56%	1.179.672.243,94	3,24%	113.815.984,85
Ativos líquidos	2.226.379.312,66	6,12%	2.273.695.812,02	6,25%	-47.316.499,36

Tabela 12.2 Macroalocação carteira ótima pela otimização em *grids* de acordo com a Resolução 3.792 – Reg/Replan Saldado

Segmento de Investimentos	Total (R\$) na classe de ativos para a carteira proposta	Peso (%) da classe de ativos para a carteira proposta	Total (R\$) na classe de ativos para a carteira atual	Peso (%) da classe de ativos para a carteira atual	Diferença (em R\$) entre a carteira proposta e a carteira atual
Renda Fixa	15.803.929.245,37	43,47%	17.418.799.336,29	47,91%	-1.614.870.090,92
Renda Variável	12.673.248.522,70	34,85%	12.310.261.961,37	33,86%	362.986.561,33
Investimentos Estruturados	3.799.086.905,50	10,45%	2.744.647.327,30	7,55%	1.054.439.578,20
Investimentos Exterior	0,00	0,00%	0,00	0,00%	0,00
Investimentos Imobiliários	2.790.232.552,66	7,67%	2.706.604.586,11	7,44%	83.627.966,55
Operações com Participantes	1.293.488.228,79	3,56%	1.179.672.243,94	3,24%	113.815.984,85
Todos segmentos	36.359.985.455,01	100,00%	36.359.985.455,01	100,00%	0,00

Tabela 12.3 Principais indicadores da carteira ótima pela otimização em *grids* – Reg/Replan Saldado

Indicador de performance da carteira	Valor do indicador
Valor médio líquido (excluindo resíduo atuarial)	R\$ 354.564.712.543,70
Valor médio restante no último período	R\$ 415.120.290.895,36
Valor médio resíduo atuarial no último período	R\$ 60.555.578.351,67
Valor var 5% líquido residual (excluindo resíduo atuarial)	R\$ 60.135.668.450,06
Probabilidade máxima de gap	0,60%
Média de fator de solvência mínima	1,005
Var 5% de fator de solvência mínima	0,9002
Valor presente do fluxo atuarial	R\$ 36.404.899.298,97
Valor atual total de ativos	R\$ 36.359.985.455,01
Fator de solvência no instante atual	0,9988
Valor mínimo índice de liquidez médio	1,4484
Valor mínimo índice de liquidez var 5%	0,864
Número de carteiras simuladas em cada bloco	1.000
Número de simulações por carteira	1.000
Função objetivo	Valor líquido restante médio com FS percentil 5% > 0.95
Número máximo de trajetórias disponíveis	20.000
Tipo de geração das carteiras	Seleção de carteiras discretizadas
Número de blocos paralelos de carteiras	3

Tabela 12.4 Análise de sensibilidade das 10 melhores carteiras pela otimização em *grids* – Reg/Replan Saldado

Classe de ativos	Carteira 1	Carteira 2	Carteira 3	Carteira 4	Carteira 5	Carteira 6	Carteira 7	Carteira 8	Carteira 9	Carteira 10
Renda fixa títulos públicos	32,62%	32,62%	32,72%	32,91%	33,01%	33,01%	33,01%	33,01%	33,11%	33,11%
Renda fixa títulos privados	4,72%	4,72%	4,72%	4,72%	4,72%	4,62%	4,52%	4,52%	4,62%	4,62%
Ibovespa passivo	3,90%	3,90%	3,70%	3,60%	3,20%	3,80%	4,10%	4,70%	4,50%	4,60%
Ibovespa ativo	9,80%	9,90%	10,00%	9,90%	10,20%	9,60%	9,60%	8,80%	8,70%	8,80%
Ibovespa retorno absoluto	21,15%	21,15%	21,13%	21,22%	21,19%	21,20%	21,15%	21,17%	21,17%	21,16%
FIP	9,06%	8,96%	8,96%	8,96%	8,96%	8,96%	8,86%	8,96%	9,06%	8,96%
FII	1,39%	1,39%	1,39%	1,39%	1,39%	1,49%	1,49%	1,59%	1,59%	1,49%
Investimentos no exterior	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Imóveis	7,67%	7,66%	7,66%	7,64%	7,64%	7,64%	7,64%	7,61%	7,60%	7,62%
Operações com participantes	3,56%	3,57%	3,59%	3,52%	3,56%	3,55%	3,50%	3,51%	3,52%	3,51%
Ativos líquidos	6,12%	6,12%	6,12%	6,12%	6,12%	6,12%	6,12%	6,12%	6,12%	6,12%

Tabela 12.5 Análise de sensibilidade dos valores da função objetivo pela otimização em *grids* – Reg/Replan Saldado

As dez melhores carteiras	Valor para a função objetivo (maximização do valor líq. restante com FS var 5% maior ou igual a 0.95)
Carteira 1 (carteira ótima)	354.555.884.883,67
Carteira 2	353.848.124.669,10
Carteira 3	353.186.623.584,24
Carteira 4	352.618.213.642,21
Carteira 5	352.054.071.753,06
Carteira 6	351.543.422.303,53
Carteira 7	351.249.350.864,83
Carteira 8	350.951.700.589,76
Carteira 9	350.621.729.776,33
Carteira 10	350.374.178.572,35

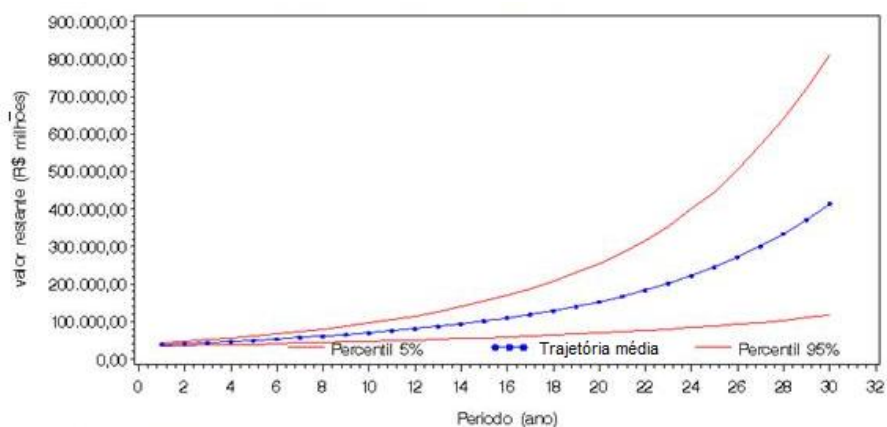
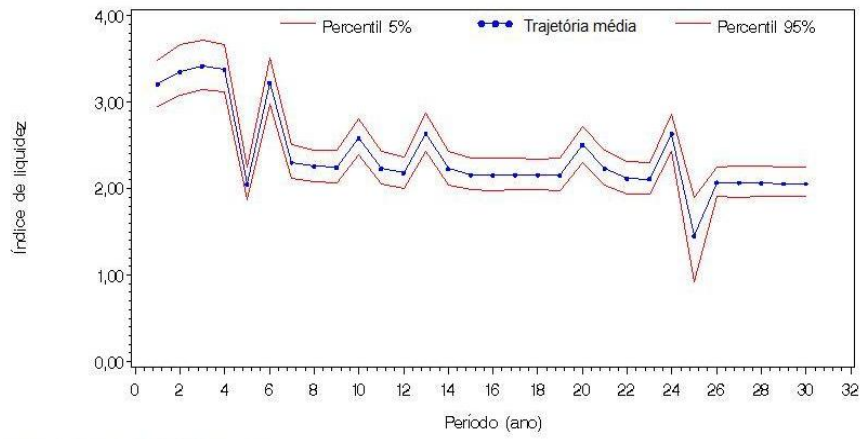
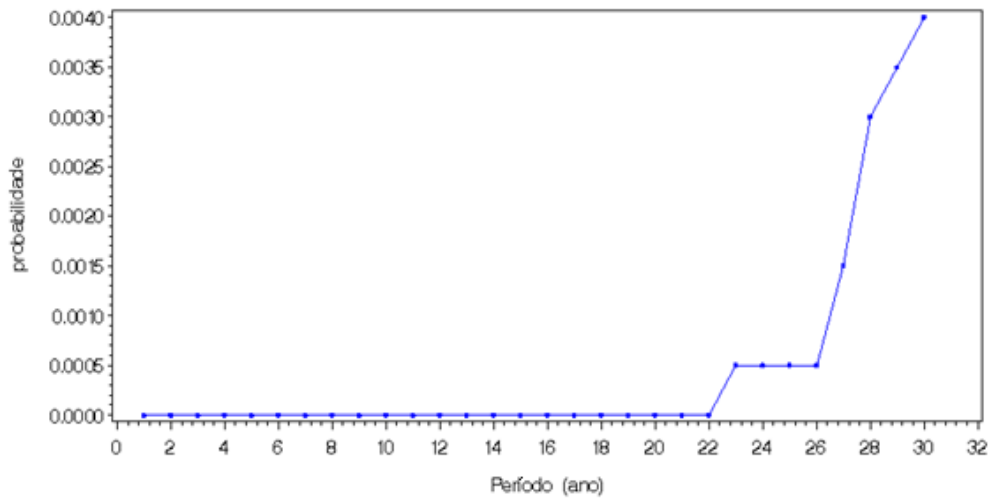


Figura 12.1: Valor restante na carteira pela otimização em *grids* – Reg/Replan Saldado



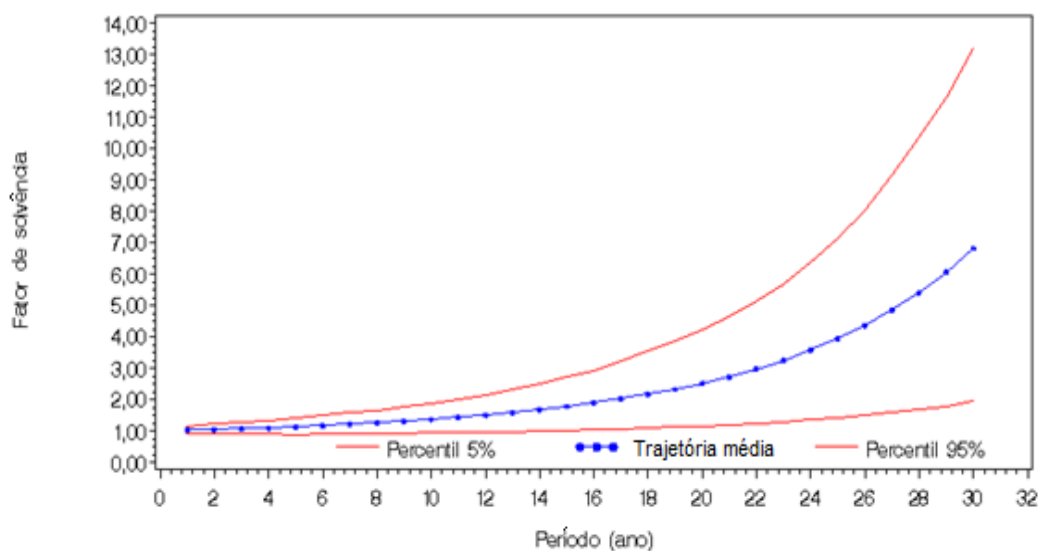
Elaboração: FUNCEF/DIRIN/GEMAC

Figura 12.2: Trajetória do Índice de Liquidez pela otimização em *grids* – Reg/Replan Saldado



Elaboração: FUNCEF/DIRIN/GEMAC

Figura 12.3: Probabilidade de GAP pela otimização em *grids* – Reg/Replan Saldado



Elaboração: FUNCEF/DIRIN/GEMAC

Figura 12.4: Trajetória do Fator de Solvência pela otimização em *grids* – Reg/Replan Saldado

12.2 RELATÓRIO DE RESULTADOS DO PLANO REG/REPLAN SALDADO UTILIZANDO A PROGRAMAÇÃO POR METAS E A FUNÇÃO OBJETIVO Nº 6

Tabela 12.6 Macroalocação carteira ótima por programação por metas – Reg/Replan Saldado

Classe de ativos	Total (R\$) na classe de ativos para a carteira proposta	Peso (%) da classe de ativos para a carteira proposta	Total (R\$) na classe de ativos para a carteira atual	Peso (%) da classe de ativos para a carteira atual	Diferença (em R\$) entre a carteira proposta e a carteira atual
Renda fixa títulos públicos	11.960.488.015,68	32,89%	13.501.489.587,39	37,13%	-1.541.001.571,71
Renda fixa títulos privados	1.762.147.489,45	4,85%	1.643.613.936,88	4,52%	118.533.552,57
Ibovespa passivo	1.495.486.201,76	4,11%	3.264.745.047,09	8,98%	-1.769.258.845,33
Ibovespa ativo	2.825.170.869,85	7,77%	1.528.114.329,10	4,20%	1.297.056.540,75
Ibovespa retorno absoluto	7.739.562.096,22	21,29%	7.517.402.585,18	20,67%	222.159.511,04
FIP	3.481.274.000,60	9,57%	2.274.486.083,36	6,26%	1.206.787.917,24
FII	745.042.733,99	2,05%	470.161.243,94	1,29%	274.881.490,05
Investimentos no exterior	0	0,00%	0	0,00%	0,00
Imóveis	2.820.774.940,45	7,76%	2.706.604.586,11	7,44%	114.170.354,34
Operações com participantes	1.303.659.794,34	3,59%	1.179.672.243,94	3,24%	123.987.550,40
Ativos líquidos	2.226.379.312,66	6,12%	2.273.695.812,02	6,25%	-47.316.499,36

Tabela 12.7 Macroalocação carteira ótima por programação por metas de acordo com a Resolução 3.792 – Reg/Replan Saldado

Segmento de Investimentos	Total (R\$) na classe de ativos para a carteira proposta	Peso (%) da classe de ativos para a carteira proposta	Total (R\$) na classe de ativos para a carteira atual	Peso (%) da classe de ativos para a carteira atual	Diferença (em R\$) entre a carteira proposta e a carteira atual
Renda Fixa	15.949.014.817,79	43,86%	17.418.799.336,29	47,91%	-1.469.784.518,50
Renda Variável	12.060.219.167,84	33,17%	12.310.261.961,37	33,86%	-250.042.793,53
Investimentos Estruturados	4.226.316.734,59	11,62%	2.744.647.327,30	7,55%	1.481.669.407,29
Investimentos Exterior	0,00	0,00%	0,00	0,00%	0,00
Investimentos Imobiliários	2.820.774.940,45	7,76%	2.706.604.586,11	7,44%	114.170.354,34
Operações com Participantes	1.303.659.794,34	3,59%	1.179.672.243,94	3,24%	123.987.550,40
Todos segmentos	36.359.985.455,01	100,00%	36.359.985.455,01	100,00%	0,00

Tabela 12.8 Principais indicadores da carteira ótima por programação por metas – Reg/Replan Saldado

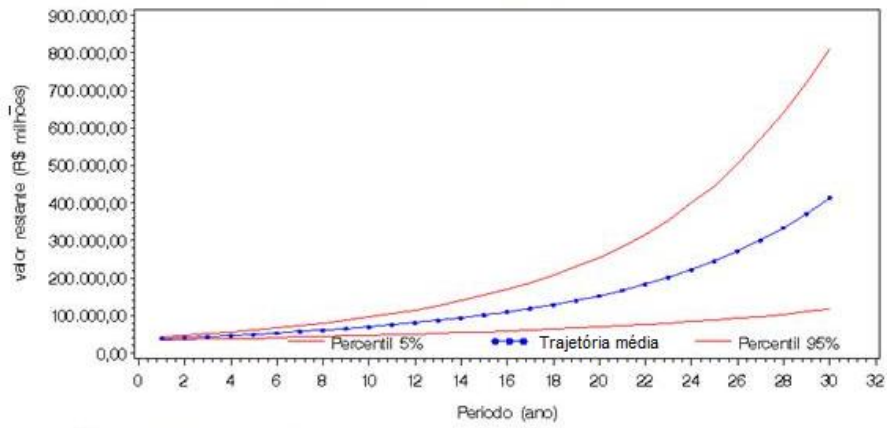
Indicador de performance da carteira	Valor do indicador
Valor médio líquido (excluindo resíduo atuarial)	R\$ 351.632.980.593,08
Valor médio restante no último período	R\$ 412.188.558.944,74
Valor médio resíduo atuarial no último período	R\$ 60.555.578.351,67
Valor var 5% líquido residual (excluindo resíduo atuarial)	R\$ 63.641.484.765,22
Probabilidade máxima de gap	0,50%
Média de fator de solvência mínima	0,9988
Var 5% de fator de solvência mínima	0,9054
Valor presente do fluxo atuarial	R\$ 36.404.899.298,97
Valor atual total de ativos	R\$ 36.359.985.455,01
Fator de solvência no instante atual	0,9988
Valor mínimo índice de liquidez médio	1,4481
Valor mínimo índice de liquidez var 5%	0,885
Número de carteiras simuladas em cada bloco	3.000
Número de simulações por carteira	1.000
Função objetivo	Valor líquido restante médio com FS percentil 5% > 0.95
Número máximo de trajetórias disponíveis	20.000
Tipo de geração das carteiras	Geração de pesos aleatórios

Tabela 12.9 Análise de sensibilidade das 10 melhores carteiras por programação por metas – Reg/Replan Saldado

Classe de ativos	Carteira 1	Carteira 2	Carteira 3	Carteira 4	Carteira 5	Carteira 6	Carteira 7	Carteira 8	Carteira 9	Carteira 10
Renda fixa títulos públicos	32,89%	32,90%	32,91%	32,90%	33,00%	33,02%	32,91%	33,05%	33,06%	33,01%
Renda fixa títulos privados	4,85%	4,90%	4,83%	4,79%	4,71%	4,86%	4,81%	4,82%	5,03%	5,01%
Ibovespa passivo	4,11%	4,41%	5,36%	4,96%	4,99%	4,90%	4,53%	4,36%	4,34%	4,07%
Ibovespa ativo	7,77%	7,32%	6,54%	6,68%	6,51%	6,54%	7,27%	7,48%	7,40%	7,96%
Ibovespa retorno absoluto	21,29%	21,27%	21,23%	21,26%	21,28%	21,25%	21,18%	21,13%	21,08%	21,10%
FIP	9,57%	9,60%	9,57%	9,58%	9,60%	9,60%	9,41%	9,39%	9,43%	9,23%
FII	2,05%	2,07%	2,00%	2,24%	2,33%	2,34%	2,39%	2,35%	2,20%	2,11%
Investimentos no exterior	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Imóveis	7,76%	7,80%	7,79%	7,81%	7,78%	7,75%	7,72%	7,71%	7,70%	7,72%
Operações com participantes	3,59%	3,61%	3,64%	3,66%	3,68%	3,63%	3,66%	3,59%	3,64%	3,66%
Ativos líquidos	6,12%	6,12%	6,12%	6,12%	6,12%	6,12%	6,12%	6,12%	6,12%	6,12%

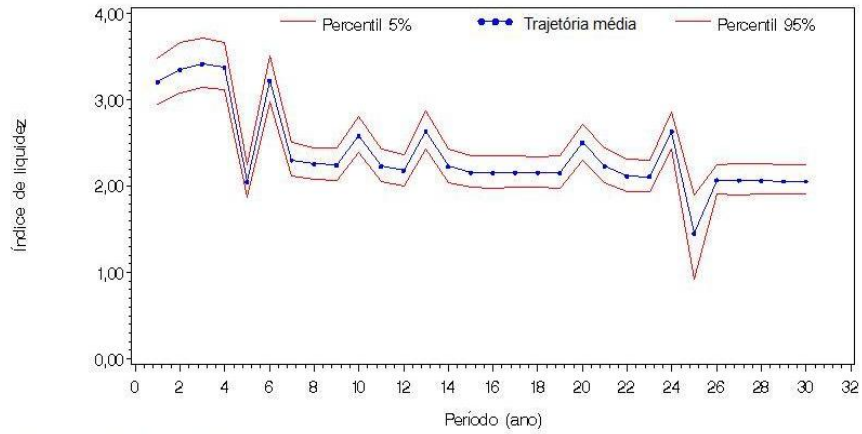
Tabela 12.10 Análise de sensibilidade dos valores da função objetivo por programação por metas – Reg/Replan Saldado

As dez melhores carteiras	Valor para a função objetivo (maximização do valor líq. restante com FS var 5% maior ou igual a 0.95)
Carteira 1 (carteira ótima)	351.627.003.058,82
Carteira 2	350.824.821.995,07
Carteira 3	350.128.114.299,79
Carteira 4	349.467.625.810,14
Carteira 5	348.879.372.682,08
Carteira 6	348.320.569.048,90
Carteira 7	347.811.721.885,93
Carteira 8	347.308.423.532,52
Carteira 9	346.963.736.966,65
Carteira 10	346.611.642.041,82



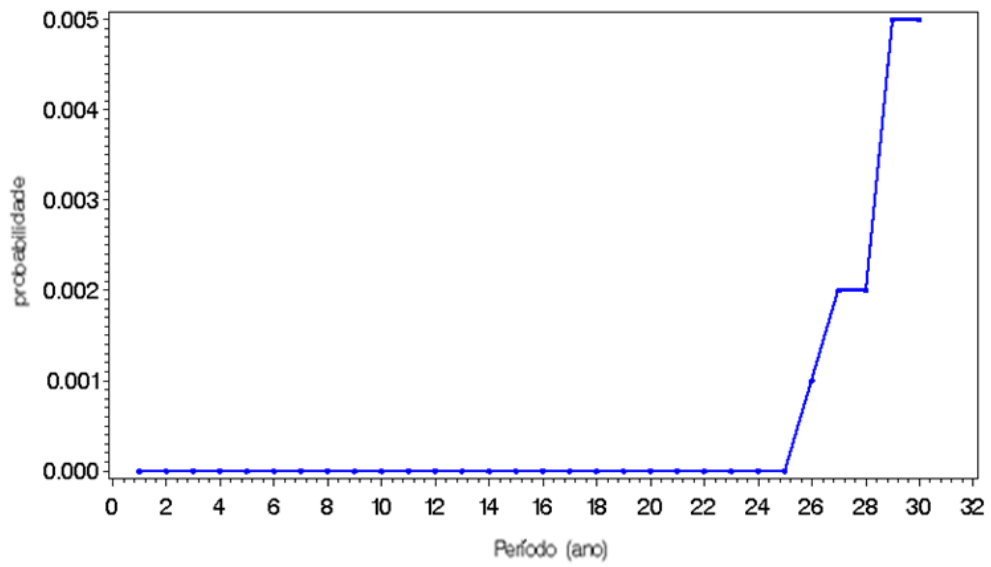
Elaboração: FUNCEF/DIRIN/GEMAC

Figura 12.5: Valor restante na carteira por programação por metas – Reg/Replan Saldado



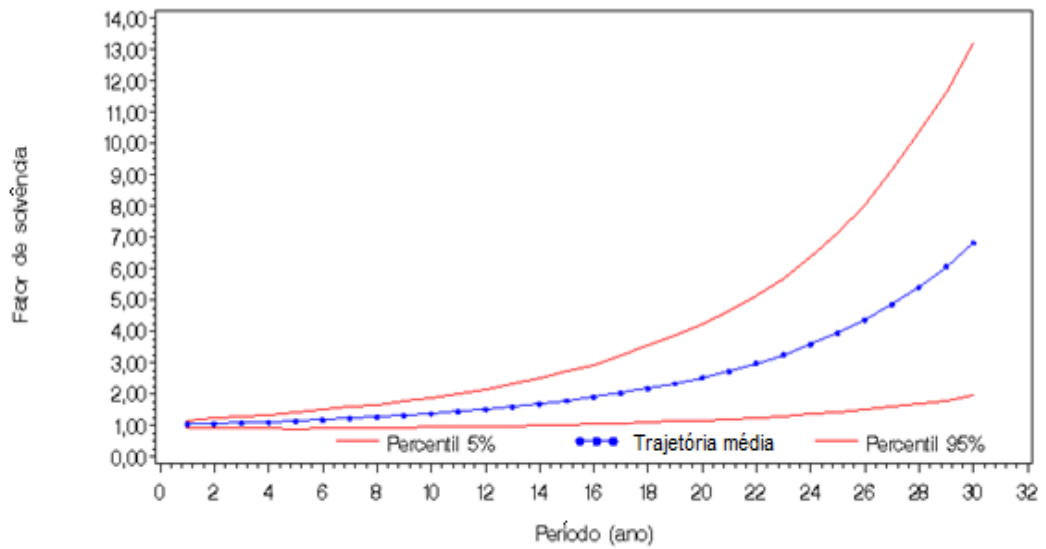
Elaboração: FUNCEF/DIRIN/GEMAC

Figura 12.6: Trajetória do Índice de Liquidez por programação por metas – Reg/Replan Saldado



Elaboração: FUNCEF/DIRIN/GEMAC

Figura 12.7: Probabilidade de GAP por programação por metas – Reg/Replan Saldado



Elaboração: FUNCEF/DIRIN/GEMAC

Figura 12.8: Trajetória do Fator de Solvência por programação por metas – Reg/Replan Saldado