

**PUNÇÃO EM LAJES LISAS COM ARMADURA DE  
CISALHAMENTO SUBMETIDAS A CARREGAMENTO  
EXCÊNTRICO E APOIADAS SOBRE PILARES  
RETANGULARES**

**MARCOS HONORATO DE OLIVEIRA**

**TESE DE DOUTORADO EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**FACULDADE DE TECNOLOGIA**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**

**FACULDADE DE TECNOLOGIA**

**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**PUNÇÃO EM LAJES LISAS COM ARMADURA DE  
CISALHAMENTO SUBMETIDAS A CARREGAMENTO  
EXCÊNTRICO E APOIADAS SOBRE PILARES  
RETANGULARES**

**MARCOS HONORATO DE OLIVEIRA**

**ORIENTADOR: GUILHERME SALES S. A. MELO**

**TESE DE DOUTORADO EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL**

**BRASÍLIA/DF: MARÇO – 2013**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**PUNÇÃO EM LAJES LISAS COM ARMADURA DE  
CISALHAMENTO SUBMETIDAS A CARREGAMENTO  
EXCÊNTRICO E APOIADAS SOBRE PILARES  
RETANGULARES**

**MARCOS HONORATO DE OLIVEIRA**

TESE DE DOUTORADO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA, COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL.

APROVADA POR:

---

**Prof. Guilherme Sales S. de A. Melo, *Ph.D* (UnB)**  
(Orientador)

---

**Prof. Yosiaki Nagato, *D.Sc* (UnB)**  
(Examinador Interno)

---

**Prof. Maurício de Pina Ferreira, *D.Sc* (UFPA)**  
(Examinador Externo)

---

**Eng. Vladimir Villaverde Barbán, *D.Sc***  
(Examinador Externo)

---

**Prof. José Marcio Fonseca Calixto, *Ph.D* (UFMG)**  
(Examinador Externo)

**BRASÍLIA/DF, 04 DE MARÇO DE 2013**

## FICHA CATALOGRÁFICA

OLIVEIRA, MARCOS HONORATO DE

**Punção em Lajes Lisas com Armadura de Cisalhamento Submetidas a Carregamento Excêntrico e Apoiadas sobre Pilares Retangulares**

[Distrito Federal] 2013.

xxvii, 223 p. 210 x 297 mm, (ENC/FT/UnB, Doutor, Estruturas e Construção Civil, 2013)  
Tese de Doutorado – Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.

1. Punção

2. Lajes Lisas

3. Transferência de momento

4. Armadura de Cisalhamento

I. ENC/FT/UnB

II. Título (Doutor)

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

OLIVEIRA, M. H. (2013). Punção em Lajes Lisas com Armadura de Cisalhamento Submetidas a Carregamento Excêntrico e Apoiadas sobre Pilares Retangulares. Tese de Doutorado em Estruturas e Construção Civil, Publicação E.TD – 02 A/13, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 223 p.

## CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR (A): Marcos Honorato de Oliveira.

TÍTULO: **Punção em Lajes Lisas com Armadura de Cisalhamento Submetidas a Carregamento Excêntrico e Apoiadas sobre Pilares Retangulares.**

GRAU: Doutor ANO: 2013

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta tese de doutorado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa tese de doutorado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

---

Marcos Honorato de Oliveira

Av. Dr. Lamartine Pinto de Avelar, 1120 - Setor Universitário

UFG - Departamento de Engenharia Civil

CEP: 75.704-020 - Catalão - GO

e-mail: [honorato.eng@gmail.com](mailto:honorato.eng@gmail.com)

## **DEDICATÓRIA**

*Dedico esse trabalho à minha esposa Cristina.*

*Ei!, senhor de engenho,  
eu sei,  
bem quem você é,  
sozin, cê num guenta,  
sozin,  
cê num entra a pé [...]*

*[...] Atrasado,  
eu to um pouco sim,  
to,  
eu acho.  
Só que tem que,  
seu jogo é sujo,  
e eu não me encaixo.  
Eu sou problema de montão,  
de Carnaval a Carnaval,  
eu vim da selva,  
sou leão,  
sou demais pro seu quintal [...]*

*[...] Ei! bacana,  
quem te fez tão bom assim?  
O que cê deu?  
O que cê faz?  
O que cê fez por mim? [...]*

*[...] Aê!,  
Na época dos barraco de pau lá na pedreira,  
Onde cês tavam?  
O que cês deram por mim ?  
O que cês fizeram por mim ? [...]*

*[...] Mas aê, se tiver que voltar lá pra favela,  
eu vou voltar de cabeça erguida.  
Porque assim é que é,  
Renascendo das cinzas.  
Firme e forte, guerreiro de fé.  
Vagabundo nato!*

***Pedro Paulo Soares Pereira***

## **AGRADECIMENTOS**

Em primeiro lugar agradeço a CRISTO, criador de tudo, razão do meu viver e autor da minha fé, por me capacitar na realização deste trabalho e por me sustentar até aqui.

Ao Professor Guilherme Sales S. A. Melo pela instrução, acompanhamento e cobranças fundamentais para a realização de um bom trabalho.

Ao Professor Yosiaki Nagato pela orientação, sugestões e contribuição nos ensaios.

Ao Professor Paul E. Regan pela elucidação dos questionamentos mais profundos e pela ajuda na elaboração das séries de ensaio.

Ao Professor Maurício de Pina Ferreira, que ao longo da caminhada se tornou um grande e nobre amigo. Sem dúvida alguma a conclusão e qualidade deste trabalho não seriam alcançadas sem a sua participação. Sou imensamente grato por seu incentivo e por dividir seu tempo e conhecimento.

Ao Professor e amigo Aarão Ferreira Lima Neto, que me recebeu em sua casa e ofereceu sua preciosa hospitalidade. Por seu companheirismo e bom humor nas horas de estudo nos corredores do programa de pós-graduação.

Aos amigos conquistados no período de doutoramento que tanto me ajudaram na execução dos ensaios, Helder Pontes, Bernardo Moraes, Wellington Andrade, Marcus Alexandre, Galileu Silva, Elaine Albuquerque e Nívea Gabriela, a participação de vocês foi fundamental para a conclusão deste trabalho.

Aos amigos Fabrício e Mônica, que agora são um, por sempre me receberem em sua casa de forma sempre acolhedora e por serem referencial de amizade nesta cidade chamada Brasília.

Aos técnicos Xavier, Severino e Valderi do Laboratório de Materiais, ao grande e essencial Adelmo pela disponibilidade e dedicação no período de ensaios e ao Seu Salvador Andrade por seu auxílio na fabricação da armadura de cisalhamento.

À Eva Veloso, secretária do programa de pós-graduação, por sempre me auxiliar nos problemas administrativos e logísticos, e por sua disposição e bom humor.

Ao CNPq pela ajuda financeira

Aos meus pais e irmão, pelo apoio, dedicação e pelo amor incondicional.

À minha esposa Cristina por todo amor, incentivo, amparo, paciência e sobretudo, pela inspiração, esse trabalho foi feito por você e pra você.

## RESUMO

O fenômeno de punção em lajes lisas é um fator determinante na elaboração e nas verificações de projeto deste tipo de sistema construtivo. Quando a ligação laje-pilar está submetida a carregamento excêntrico o número de variáveis envolvidas na formulação é consideravelmente maior em relação à situação de carregamento simétrico, o que aparentemente reduz a precisão do método de verificação para este caso. O emprego da armadura de cisalhamento é uma solução bastante utilizada para aumentar a resistência à punção da ligação laje-pilar. É com base nestas informações que este trabalho propõe um estudo de lajes lisas com e sem utilização de armadura de cisalhamento submetidas a carregamento simétrico ou excêntrico.

Foram analisadas experimentalmente dezesseis modelos locais de laje lisa apoiada sobre um pilar retangular interno. As lajes foram armadas ao cisalhamento com armadura do tipo *double-headed stud* e submetidas a carregamento simétrico e excêntrico. As lajes possuíam dimensões quadradas com 2500 mm de lado e 180 mm de espessura, moldadas com concreto usinado de resistência média em torno de 50 MPa. O pilar de cada modelo possuía seção transversal com dimensões retangulares de 200mm por 400mm. As principais variáveis de ensaio foram a utilização ou não de armadura de cisalhamento, a taxa de armadura de cisalhamento, o número de camadas da armadura de cisalhamento, o tipo de carregamento (simétrico ou excêntrico) e o eixo de flexão dos modelos submetidos ao carregamento excêntrico. São apresentados os resultados de carga última, dos deslocamentos verticais, das deformações na armadura de flexão, das deformações na armadura de cisalhamento, das deformações no concreto e também a posição e inclinação da superfície de ruptura das lajes e o mapa de fissuração de cada laje.

Os resultados experimentais coletados foram adicionados a um banco de dados criado para uma análise de desempenho das recomendações sobre a verificação da resistência à punção de algumas normas de projeto. As normas analisadas foram: NBR 6118 (2007), Eurocode 2 (2004), ACI 318M (2008) e também foram avaliadas as prescrições utilizadas para as estimativas de resistência à punção da Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento (TFCC). Algumas das principais contribuições deste trabalho foram a adaptação do Método da Superfície de Resistência Mínima (MSRM) para o caso de lajes submetidas a carregamento simétrico e a proposta de uma nova formulação para este método no caso de lajes submetidas a carregamento excêntrico.

## ABSTRACT

The punching shear phenomenon in flat slabs is a main factor in the design of this type of structural system. When the slab-column connection is subjected to eccentric loading the number of involved variables in the formulation is considerably higher if compared to the situation of symmetrical loading, which apparently reduces the accuracy of the verification method for this case. The use of shear reinforcement is a solution often used to increase the punching shear strength in the slab-column connection. It is based on these information that this work proposes a study of the use of flat slabs with shear reinforcement and subjected to symmetrical and eccentric loading.

Sixteen local models of flat slab supported on a rectangular internal column were tested. The slabs had shear reinforcement consisting of *double-headed studs* and were subjected to symmetrical and eccentric loading. The slabs had square dimensions with a side of 2,500 mm and with a thickness of 180 mm, casted concrete with average compressive strength around 50MPa. The column of each model had rectangular dimensions: 200 mm wide by 400 mm long. The principal test's variables were the use of shear reinforcement, the rate of shear reinforcement, the number of layers of shear reinforcement, the type of load (symmetrical or eccentric) and the bending axis in the case of to eccentric loading . The results consist of vertical displacements of the slabs, strains in the bending and shear reinforcement, strains on the concrete and also the position and inclination of the failure surface of the slabs and cracking map of each slab.

The experimental results collected were added to a database created for a comparative analysis of design code recommendations on punching shear strength. The codes analyzed were: NBR 6118 (2007), Eurocode 2 (2004), ACI 318M (2008) .The procedure used to estimate the ultimate punching shear strength of the Critical Shear Crack Theory (CSCT) was also evaluated. Some of the main contributions of this work were an adaptation of Surface of Minimum Shear Resistance (SMSR) for the case of slabs subjected to symmetrical loading and a new formulation for this method in the case of slabs subjected to eccentric loading.

## SUMÁRIO

<b>1 - INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1 GENERALIDADES .....	1
1.2 DEFINIÇÕES E CONCEITOS.....	4
1.3 OBJETIVOS .....	5
1.4 JUSTIFICATIVA.....	6
1.5 CONTRIBUIÇÕES DA PESQUISA.....	7
1.5.1 Contribuição Experimental .....	7
1.5.2 Contribuições teóricas.....	7
1.6 ESTRUTURA DO TRABALHO.....	8
<b>2 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>9</b>
2.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS .....	9
2.2 CONCEITOS IMPORTANTES .....	9
2.2.1 Punção Simétrica.....	9
2.2.2 Punção Assimétrica.....	11
2.2.3 Punção Excêntrica.....	11
2.2.4 Transferência de momento fletor entre a laje e o pilar e concentração de esforço cortante.....	14
2.2.5 Métodos para o cálculo do máximo esforço cortante.....	16
2.3 TRABALHOS REALIZADOS NO BRASIL E NO EXTERIOR.....	23
2.3.1 HAWKINS, BAO e YAMAZAKI (1989).....	23
2.3.2 CORDOVIL (1995).....	26
2.3.3 KRÜGER (1999).....	30
2.3.4 FERREIRA (2010).....	34
2.4 MÉTODOS TEÓRICOS PARA A DETERMINAÇÃO DA CARGA DE RUPTURA POR PUNÇÃO .....	40
2.4.1 NBR 6118 (2007) - Projeto de estruturas de concreto – Procedimento .....	40
2.4.2 Eurocode 2 (2004) - <i>Design of concrete structures</i> .....	45
2.4.3 ACI 318M (2008) - <i>Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary</i> .....	49
2.4.4 Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento – TFCC .....	52
<b>3 - PROGRAMA EXPERIMENTAL .....</b>	<b>62</b>
3.1 INTRODUÇÃO .....	62
3.2 CARACTERÍSTICAS DAS LAJES ENSAIADAS .....	64
3.3 ARMADURA DE FLEXÃO .....	66

3.4	ARMADURA DE CISALHAMENTO.....	67
3.5	ARMADURA DOS PILARES .....	71
3.6	FÔRMAS .....	72
3.7	CONCRETAGEM .....	74
3.8	INSTRUMENTAÇÃO.....	76
3.8.1	Deformação nas armaduras .....	76
3.8.2	Deformação no concreto .....	81
3.8.3	Deslocamentos .....	82
3.9	PROCEDIMENTO DE ENSAIO .....	83
3.9.1	Aplicação do carregamento.....	85
3.9.2	Monitoramento das cargas .....	87
3.9.3	Sistema de aquisição de dados .....	88
<b>4</b>	<b>- RESULTADOS EXPERIMENTAIS .....</b>	<b>89</b>
4.1	CARACTERIZAÇÃO DOS MATERIAIS – CONCRETO E AÇO .....	89
4.2	CARACTERÍSTICAS DOS MODELOS E CARGAS ÚLTIMAS.....	90
4.3	DESLOCAMENTOS VERTICAIS .....	92
4.4	DEFORMAÇÕES DA ARMADURA DE FLEXÃO.....	107
4.5	DEFORMAÇÕES DA ARMADURA DE CISALHAMENTO ( <i>STUDS</i> ) .....	120
4.6	DEFORMAÇÕES NO CONCRETO.....	135
4.7	MAPA DE FISSURAÇÃO .....	142
4.8	SUPERFÍCIES DE RUPTURA .....	149
4.9	CLASSIFICAÇÃO DOS MODOS DE RUPTURA.....	163
<b>5</b>	<b>- ANÁLISE DOS RESULTADOS .....</b>	<b>166</b>
5.1	CASO 1 - ANÁLISE DAS LAJES COM ARMADURA DE CISALHAMENTO E COM CARREGAMENTO SIMÉTRICO .....	167
5.2	CASO 2 - ANÁLISE DAS LAJES COM ARMADURA DE CISALHAMENTO E COM CARREGAMENTO EXCÊNTRICO .....	178
5.3	CONTRIBUIÇÕES PARA ANÁLISE DA RESISTÊNCIA À PUNÇÃO .....	189
5.3.1	– Equação da tensão resistente à punção.....	189
5.3.2	– Adaptação do Método da Superfície de Resistência Mínima ao Cisalhamento. 195	
<b>6</b>	<b>- CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....</b>	<b>204</b>
6.1	PROGRAMA EXPERIMENTAL .....	204
6.1.1	Sistema de ensaio .....	204
6.1.2	Deslocamentos .....	205
6.1.3	Deformações no concreto.....	205
6.1.4	Deformações nas armaduras .....	206

6.1.5	Fissuração e Superfícies de Ruptura .....	206
6.2	ANÁLISE DOS MÉTODOS TEÓRICOS DE CÁLCULO.....	208
6.2.1	Lajes do CASO 1 .....	209
6.2.2	Lajes do CASO 2 .....	211
6.3	RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....	213
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>215</b>

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Características das Lajes – HAWKINS, BAO e YAMAZAKI (1989) .....	23
Tabela 2.2 – Características das Lajes – CORDOVIL (1995) .....	28
Tabela 2.3 – Características das Lajes – (KRÜGER, 1999).....	31
Tabela 2.4 – Características das Lajes – (FERREIRA, 2010).....	37
Tabela 2.5 – Valores de $K_l$ – (NBR 6118, 2007) .....	42
Tabela 2.6 – Valores de k para pilares retangulares segundo Eurocode 2 (2004).....	47
Tabela 2.7 – Relação entre $f_{sw}$ e $\delta_v$ em <i>studs</i> com barras de alta aderência.....	55
Tabela 2.8 – Formulação do método TFCC simplificado para determinação da resistência a punção em lajes submetidas a carregamento simétrico. ....	58
Tabela 2.9 – Formulação do método TFCC para determinação da resistência a punção em lajes submetidas a carregamento excêntrico.....	60
Tabela 3.1 – Principais características das lajes.....	65
Tabela 4.1 – Resistências características do concreto utilizado nas lajes. ....	89
Tabela 4.2 – Propriedades mecânicas do aço utilizado nas lajes.....	90
Tabela 4.3 – Síntese do comportamento à flexão de cada laje.....	120
Tabela 4.4 – Cargas das primeiras fissuras radiais e tangenciais.....	148
Tabela 4.5 – Determinação do modo de ruptura. ....	165
Tabela 4.6 – Principais características, cargas últimas e momento últimos das lajes. ....	91
Tabela 5.1 – Critérios de avaliação $V_u/V_{Norma}$ para o CASO 1.....	168
Tabela 5.2 – Características das lajes do CASO 1 .....	169
Tabela 5.3 – Previsão da carga de ruptura pela NBR 6118 (2007) - CASO 1 .....	170
Tabela 5.4 – Previsão da carga de ruptura pelo Eurocode 2 (2004) - CASO 1.....	171
Tabela 5.5 – Previsão da carga de ruptura pelo ACI 318:2008 - CASO 1 .....	172
Tabela 5.6 – Previsão da carga de ruptura pelo TFCC – CASO 1 .....	173
Tabela 5.7– Comparação dos métodos teóricos para CASO 1.....	175
Tabela 5.8 – Critérios de avaliação $V_u/V_{Norma}$ para o CASO 2.....	179
Tabela 5.9 – Características das lajes do CASO 2 .....	180
Tabela 5.10 – Previsão da carga de ruptura pela NBR 6118 (2007) – CASO 2.....	181
Tabela 5.11 – Previsão da carga de ruptura pelo Eurocode 2 (2004) – CASO 2 .....	182
Tabela 5.12 – Previsão da carga de ruptura pelo ACI 318:2008 – CASO 2 .....	183
Tabela 5.13 – Previsão da carga de ruptura pelo TFCC – CASO 2 .....	184
Tabela 5.14– Comparação dos métodos teóricos para CASO 2.....	185

Tabela 5.15– Comparação entre as estimativas da NBR e NBR-MOD para o CASO 1...	191
Tabela 5.16– Comparação entre as estimativas da NBR e NBR-MOD para o CASO 2...	193
Tabela 5.17 – Comparação dos métodos MSRM e MSRM-MOD – CASO 1 .....	199
Tabela 5.18 – Comparação entre o métodos de cálculo para as lajes que romperam dentro da região das armaduras de cisalhamento.....	200
Tabela 5.19 – Valores de $k$ para pilares retangulares - EUROCODE 2 (2004) .....	202
Tabela 5.20 – Previsão da carga última de punção pelo método MSRM – CASO 2 .....	202
Tabela 5.21 – Previsão da carga última de punção pelo método MSRM – CASO 2 .....	203

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Colapso parcial do edifício <i>Pipers Row Car Park, Wolverhampton</i> – WOOD (1997). .....	3
Figura 1.2 – Ruptura de uma ligação laje-pilar sem armadura de cisalhamento.....	3
Figura 1.3 – Diferentes tipos situações de punção em lajes lisas de concreto armado – (TASSINARI, 2011).....	5
Figura 2.1 – Ruptura por punção de uma ligação laje-pilar – (TASSINARI, 2011).....	9
Figura 2.2 – Evolução da fissuração na superfície tracionada das lajes ensaiadas por GUANDALINI (2008). .....	10
Figura 2.3 – Padrão de fissuração na ruptura por punção – (VAN DUSEN, 1986).....	12
Figura 2.4 – Concentração de esforço cortante devido ao momento desbalanceado representado pelo método dos campos de cisalhamento – (TASSINARI, 2011).....	13
Figura 2.5 – Esforços solicitantes transferidos entre laje e pilar. ....	14
Figura 2.6 – Esforços internos e tensões de cisalhamento verticais atuantes na seção crítica segundo MOE (1961). .....	17
Figura 2.7 – Distribuição das tensões de cisalhamento sobre o perímetro crítico de acordo com NÖLTING (2001).....	21
Figura 2.8 – Detalhamento da armadura de flexão e de cisalhamento das lajes ensaiadas por HAWKINS, BAO e YAMAZAKI (1989). ....	24
Figura 2.9 – Sistema de aplicação das cargas e dimensões das lajes ensaiadas por HAWKINS, BAO e YAMAZAKI (1989) – mm. ....	25
Figura 2.10 – Sistema de aplicação das cargas e dimensões das lajes ensaiadas por CORDOVIL (1995) – (mm).....	27
Figura 2.11 – Distribuição da armadura de cisalhamento das Lajes 10 e 16 ensaiadas por CORDOVIL (1995) – (mm).....	28
Figura 2.12 – Perímetro Crítico proposto por CORDOVIL (1995) . ....	29
Figura 2.13 – Perímetro Crítico externo proposto por CORDOVIL (1995) . ....	29
Figura 2.14 – Sistema de aplicação das cargas nas lajes ensaiadas por KRÜGER (1999) – (mm). ....	32
Figura 2.15 – Dimensões das lajes ensaiadas por KRÜGER (1999) – (mm).....	32
Figura 2.16 – Dimensões e layout de carregamento das lajes ensaiadas por FERREIRA (2010) – (mm).....	35

Figura 2.17 – Sistema de aplicação de cargas das lajes ensaiadas por FERREIRA (2010) – (mm) .....	36
Figura 2.18 – Superfícies de ruptura práticas dentro da região das armaduras de cisalhamento – (FERREIRA, 2010). .....	39
Figura 2.19 – Perímetro crítico em pilares internos segundo a NBR 6118 (2007) .....	41
Figura 2.20 – Disposição da armadura de cisalhamento em planta e contorno da superfície crítica $u_l$ e $u_{out}$ segundo a NBR 6118 (2007).....	42
Figura 2.21 – Disposição da armadura de cisalhamento em corte segundo a NBR 6118 (2007) .....	42
Figura 2.22 – Modelo para verificar a ruptura por punção no estado limite último segundo Eurocode 2 (2004). .....	45
Figura 2.23 – Perímetro crítico nas áreas carregadas segundo Eurocode 2 (2004).....	45
Figura 2.24 – Perímetro crítico externo à região da armadura de cisalhamento segundo Eurocode 2 (2004). .....	48
Figura 2.25 – Perímetro crítico segundo o ACI 318M:2008.....	49
Figura 2.26 – Perímetro crítico externo à região da armadura de cisalhamento segundo o ACI 318M (2008). .....	52
Figura 2.27 – Desenvolvimento, propagação e rotação da fissura crítica de cisalhamento de acordo com MUTTONI (2008). .....	53
Figura 2.28 – Determinação da carga última de punção dentro da região da armadura de cisalhamento – (RUIZ e MUTTONI, 2009).....	56
Figura 2.29 – Ruptura na região externa à armadura de cisalhamento – (RUIZ e MUTTONI, 2010). .....	57
Figura 3.1 – Modelo hipotético caracterizando a situação estudada. ....	63
Figura 3.2 – Geometria básica de todos os modelos locais - (em mm).....	65
Figura 3.3 – Detalhamento da armadura de flexão das lajes LN, LS e LW.....	66
Figura 3.4 – Sistema de armadura tipo <i>Stud</i> – (SCHÖCK BOLE, 2004). .....	67
Figura 3.5 – Sistema de armadura tipo <i>Stud</i> – (HALFEN DEHA, 2009). .....	67
Figura 3.6 – Detalhamento da armadura de cisalhamento tipo <i>stud</i> .....	68
Figura 3.7 – Distribuição da armadura de cisalhamento das Lajes LN, LS e LW – (mm). 70	
Figura 3.8 – Armadura de cisalhamento ( <i>studs</i> ).....	71
Figura 3.9 – Detalhamento da armadura dos pilares na seção transversal. ....	71
Figura 3.10 – Detalhe do projeto de fôrmas metálicas – (mm).....	73
Figura 3.11 – Fôrma pronta para receber a armadura.....	74

Figura 3.12 – Aspecto final das fôrmas com as armaduras de flexão das lajes.....	74
Figura 3.13 – Teste de abatimento do tronco de cone. ....	75
Figura 3.14 – Moldagem dos corpos de prova. ....	75
Figura 3.15 – Concretagem das lajes.....	76
Figura 3.16 – Posição dos extensômetros nas barras da armadura de flexão.....	77
Figura 3.17 – Seção transversal com armadura de flexão das lajes LN e LS.....	77
Figura 3.18 – Seção transversal com armadura de flexão das lajes LW.....	77
Figura 3.19 – Preparação da instrumentação.....	79
Figura 3.20 – Extensômetros na armadura de cisalhamento das lajes LN, LS e LW.....	80
Figura 3.21 – Distribuição dos extensômetros na face inferior da laje. ....	81
Figura 3.22 – Disposição dos extensômetros durante o ensaio. ....	82
Figura 3.23 – Posição dos defletômetros nas lajes.....	82
Figura 3.24 – Defletômetro posicionado em uma das lajes.....	83
Figura 3.25 – Esquema de ensaio do pórtico de reação metálico.....	84
Figura 3.26 – Cilindro hidráulico de aplicação de cargas. ....	85
Figura 3.27 – Bombas elétricas utilizadas nos ensaios.....	85
Figura 3.28 – Pontos de aplicação e placas de distribuição de carga das lajes LN. ....	86
Figura 3.29 – Pontos de aplicação e placas de distribuição de carga das lajes LS e LW....	86
Figura 3.30 – Viga de distribuição da carga.....	87
Figura 3.31 – Célula de carga empregada nas leituras de carga.....	87
Figura 3.32 – Indicadores para acompanhamento dos passos de carga durante ensaio. ....	88
Figura 3.33 – Sistema de aquisição de dados. ....	88
Figura 4.1 – Deslocamentos verticais na direção S-N da laje LN01.....	92
Figura 4.2 – Deslocamentos verticais na direção L-O da laje LN01.....	93
Figura 4.3 – Deslocamentos verticais na direção S-N da laje LN02.....	93
Figura 4.4 – Deslocamentos verticais na direção L-O da laje LN02.....	93
Figura 4.5 – Deslocamentos verticais na direção S-N da laje LN03.....	94
Figura 4.6 – Deslocamentos verticais na direção L-O da laje LN03.....	94
Figura 4.7 – Deslocamentos verticais na direção S-N da laje LN04.....	94
Figura 4.8 – Deslocamentos verticais na direção L-O da laje LN04.....	95
Figura 4.9 – Deslocamentos verticais na direção S-N da laje LN05.....	95
Figura 4.10 – Deslocamentos verticais na direção L-O da laje LN05.....	95
Figura 4.11 – Deslocamentos verticais na direção S-N da laje LS01.....	96
Figura 4.12 – Deslocamentos verticais na direção L-O da laje LS01. ....	96

Figura 4.13 – Deslocamentos verticais na direção S-N da laje LS02.....	96
Figura 4.14 – Deslocamentos verticais na direção L-O da laje LS02. ....	97
Figura 4.15 – Deslocamentos verticais na direção S-N da laje LS03.....	97
Figura 4.16 – Deslocamentos verticais na direção L-O da laje LS03. ....	97
Figura 4.17 – Deslocamentos verticais na direção S-N da laje LS04.....	98
Figura 4.18 – Deslocamentos verticais na direção L-O da laje LS04. ....	98
Figura 4.19 – Deslocamentos verticais na direção S-N da laje LS05.....	98
Figura 4.20 – Deslocamentos verticais na direção L-O da laje LS05. ....	99
Figura 4.21 – Deslocamentos verticais na direção S-N da laje LS06.....	99
Figura 4.22 – Deslocamentos verticais na direção L-O da laje LS06. ....	99
Figura 4.23 – Deslocamentos verticais na direção S-N da laje LW01.....	100
Figura 4.24 – Deslocamentos verticais na direção L-O da laje LW01.....	100
Figura 4.25 – Deslocamentos verticais na direção S-N da laje LW02.....	100
Figura 4.26 – Deslocamentos verticais na direção L-O da laje LW02.....	101
Figura 4.27 – Deslocamentos verticais na direção S-N da laje LW03.....	101
Figura 4.28 – Deslocamentos verticais na direção L-O da laje LW03.....	101
Figura 4.29 – Deslocamentos verticais na direção S-N da laje LW04.....	102
Figura 4.30 – Deslocamentos verticais na direção L-O da laje LW04.....	102
Figura 4.31 – Deslocamentos verticais na direção S-N da laje LW05.....	102
Figura 4.32 – Deslocamentos verticais na direção L-O da laje LW05.....	103
Figura 4.33 – Comparação dos deslocamentos verticais médios para as lajes com carregamento simétrico (LN).....	104
Figura 4.34 – Comparação dos deslocamentos verticais médios para as lajes com carregamento excêntrico (LS). ....	105
Figura 4.35 – Comparação dos deslocamentos verticais médios para as lajes com carregamento excêntrico (LW). ....	106
Figura 4.36 – Deformações na armadura de flexão da laje LN01.....	107
Figura 4.37 – Deformações na armadura de flexão da laje LN02.....	108
Figura 4.38 – Deformações na armadura de flexão da laje LN03.....	108
Figura 4.39 – Deformações na armadura de flexão da laje LN04.....	108
Figura 4.40 – Deformações na armadura de flexão da laje LN05.....	109
Figura 4.41 – Deformações na armadura de flexão da laje LS01.....	109
Figura 4.42 – Deformações na armadura de flexão da laje LS02.....	109
Figura 4.43 – Deformações na armadura de flexão da laje LS03.....	110

Figura 4.44 – Deformações na armadura de flexão da laje LS04.....	110
Figura 4.45 – Deformações na armadura de flexão da laje LS05.....	110
Figura 4.46 – Deformações na armadura de flexão da laje LS06.....	111
Figura 4.47 – Deformações na armadura de flexão da laje LW01.....	111
Figura 4.48 – Deformações na armadura de flexão da laje LW02.....	111
Figura 4.49 – Deformações na armadura de flexão da laje LW03.....	112
Figura 4.50 – Deformações na armadura de flexão da laje LW04.....	112
Figura 4.51 – Deformações na armadura de flexão da laje LW05.....	112
Figura 4.52 – Carga $x$ Deformação na armadura de flexão da laje LN01.....	113
Figura 4.53 – Carga $x$ Deformação na armadura de flexão da laje LN02.....	113
Figura 4.54 – Carga $x$ Deformação na armadura de flexão da laje LN03.....	113
Figura 4.55 – Carga $x$ Deformação na armadura de flexão da laje LN04.....	114
Figura 4.56 – Carga $x$ Deformação na armadura de flexão da laje LN05.....	114
Figura 4.57 – Carga $x$ Deformação na armadura de flexão da laje LS01.....	114
Figura 4.58 – Carga $x$ Deformação na armadura de flexão da laje LS02.....	115
Figura 4.59 – Carga $x$ Deformação na armadura de flexão da laje LS03.....	115
Figura 4.60 – Carga $x$ Deformação na armadura de flexão da laje LS04.....	115
Figura 4.61 – Carga $x$ Deformação na armadura de flexão da laje LS05.....	116
Figura 4.62 – Carga $x$ Deformação na armadura de flexão da laje LS06.....	116
Figura 4.63 – Carga $x$ Deformação na armadura de flexão da laje LW01.....	116
Figura 4.64 – Carga $x$ Deformação na armadura de flexão da laje LW02.....	117
Figura 4.65 – Carga $x$ Deformação na armadura de flexão da laje LW03.....	117
Figura 4.66 – Carga $x$ Deformação na armadura de flexão da laje LW04.....	117
Figura 4.67 – Carga $x$ Deformação na armadura de flexão da laje LW05.....	118
Figura 4.68 – Deformações na 1ª camada de <i>studs</i> da laje LN01.....	121
Figura 4.69 – Deformações na 2ª camada de <i>studs</i> da laje LN01.....	121
Figura 4.70 – Deformações na 3ª camada de <i>studs</i> da laje LN01.....	121
Figura 4.71 – Deformações na 1ª camada de <i>studs</i> da laje LN02.....	122
Figura 4.72 – Deformações na 2ª camada de <i>studs</i> da laje LN02.....	122
Figura 4.73 – Deformações na 3ª camada de <i>studs</i> da laje LN02.....	122
Figura 4.74 – Deformações na 1ª camada de <i>studs</i> da laje LN04.....	123
Figura 4.75 – Deformações na 2ª camada de <i>studs</i> da laje LN04.....	123
Figura 4.76 – Deformações na 3ª camada de <i>studs</i> da laje LN04.....	123
Figura 4.77 – Deformações na 1ª camada de <i>studs</i> da laje LN05.....	124

Figura 4.78 – Deformações na 2ª camada de <i>studs</i> da laje LN05. ....	124
Figura 4.79 – Deformações na 3ª camada de <i>studs</i> da laje LN05. ....	124
Figura 4.80 – Deformações na 1ª camada de <i>studs</i> da laje LS02. ....	125
Figura 4.81 – Deformações na 2ª camada de <i>studs</i> da laje LS02. ....	125
Figura 4.82 – Deformações na 3ª camada de <i>studs</i> da laje LS02. ....	125
Figura 4.83 – Deformações na 1ª camada de <i>studs</i> da laje LS03. ....	126
Figura 4.84 – Deformações na 2ª camada de <i>studs</i> da laje LS03. ....	126
Figura 4.85 – Deformações na 3ª camada de <i>studs</i> da laje LS03. ....	126
Figura 4.86 – Deformações na 1ª camada de <i>studs</i> da laje LS04. ....	127
Figura 4.87 – Deformações na 2ª camada de <i>studs</i> da laje LS04. ....	127
Figura 4.88 – Deformações na 3ª camada de <i>studs</i> da laje LS04. ....	127
Figura 4.89 – Deformações na 1ª camada de <i>studs</i> da laje LS05. ....	128
Figura 4.90 – Deformações na 2ª camada de <i>studs</i> da laje LS05. ....	128
Figura 4.91 – Deformações na 3ª camada de <i>studs</i> da laje LS05. ....	128
Figura 4.92 – Deformações na 1ª camada de <i>studs</i> da laje LS06. ....	129
Figura 4.93 – Deformações na 2ª camada de <i>studs</i> da laje LS06. ....	129
Figura 4.94 – Deformações na 3ª camada de <i>studs</i> da laje LS06. ....	129
Figura 4.95 – Deformações na 1ª camada de <i>studs</i> da laje LW02. ....	130
Figura 4.96 – Deformações na 2ª camada de <i>studs</i> da laje LW02. ....	130
Figura 4.97 – Deformações na 3ª camada de <i>studs</i> da laje LW02. ....	130
Figura 4.98 – Deformações na 1ª camada de <i>studs</i> da laje LW03. ....	131
Figura 4.99 – Deformações na 2ª camada de <i>studs</i> da laje LW03. ....	131
Figura 4.100 – Deformações na 3ª camada de <i>studs</i> da laje LW03. ....	131
Figura 4.101 – Deformações na 1ª camada de <i>studs</i> da laje LW04. ....	132
Figura 4.102 – Deformações na 2ª camada de <i>studs</i> da laje LW04. ....	132
Figura 4.103 – Deformações na 3ª camada de <i>studs</i> da laje LW04. ....	132
Figura 4.104 – Deformações na 1ª camada de <i>studs</i> da laje LW05. ....	133
Figura 4.105 – Deformações na 2ª camada de <i>studs</i> da laje LW05. ....	133
Figura 4.106 – Deformações na 3ª camada de <i>studs</i> da laje LW05. ....	133
Figura 4.107 – Deformações na superfície do concreto da laje LN01. ....	135
Figura 4.108 – Deformações na superfície do concreto da laje LN02. ....	136
Figura 4.109 – Deformações na superfície do concreto da laje LN03. ....	136
Figura 4.110 – Deformações na superfície do concreto da laje LN04. ....	136
Figura 4.111 – Deformações na superfície do concreto da laje LN05. ....	137

Figura 4.112 – Deformações na superfície do concreto da laje LS01.....	137
Figura 4.113 – Deformações na superfície do concreto da laje LS02.....	137
Figura 4.114 – Deformações na superfície do concreto da laje LS03.....	138
Figura 4.115 – Deformações na superfície do concreto da laje LS04.....	138
Figura 4.116 – Deformações na superfície do concreto da laje LS05.....	138
Figura 4.117 – Deformações na superfície do concreto da laje LS06.....	139
Figura 4.118 – Deformações na superfície do concreto da laje LW01.....	139
Figura 4.119 – Deformações na superfície do concreto da laje LW02.....	139
Figura 4.120 – Deformações na superfície do concreto da laje LW03.....	140
Figura 4.121 – Deformações na superfície do concreto da laje LW04.....	140
Figura 4.122 – Deformações na superfície do concreto da laje LW05.....	140
Figura 4.123 – Modelo de bielas e tirantes para ruptura por punção (MUTTONI <i>apud</i> FERREIRA, 2010).....	142
Figura 4.124 – Padrão de fissuração da laje LN01.....	143
Figura 4.125 – Padrão de fissuração da laje LN02.....	143
Figura 4.126 – Padrão de fissuração da laje LN03.....	143
Figura 4.127 – Padrão de fissuração da laje LN04.....	144
Figura 4.128 – Padrão de fissuração da laje LN05.....	144
Figura 4.129 – Padrão de fissuração da laje LS01.....	144
Figura 4.130 – Padrão de fissuração da laje LS02.....	145
Figura 4.131 – Padrão de fissuração da laje LS03.....	145
Figura 4.132 – Padrão de fissuração da laje LS04.....	145
Figura 4.133 – Padrão de fissuração da laje LS05.....	146
Figura 4.134 – Padrão de fissuração da laje LS06.....	146
Figura 4.135 – Padrão de fissuração da laje LW01.....	146
Figura 4.136 – Padrão de fissuração da laje LW02.....	147
Figura 4.137 – Padrão de fissuração da laje LW03.....	147
Figura 4.138 – Padrão de fissuração da laje LW04.....	147
Figura 4.139 – Padrão de fissuração da laje LW05.....	148
Figura 4.140 – Superfície de ruptura da laje da laje LN01 – Quadrante Nordeste (N-L) .	149
Figura 4.141 – Superfície de ruptura da laje da laje LN02 – Quadrante Nordeste (N-L) .	150
Figura 4.142 – Superfície de ruptura da laje da laje LN03 – Quadrante Nordeste (N-L) .	150
Figura 4.143 – Superfície de ruptura da laje da laje LN04 – Quadrante Nordeste (N-L) .	151
Figura 4.144 – Superfície de ruptura da laje da laje LN05 – Quadrante Nordeste (N-L) .	151

Figura 4.145 – Superfície de ruptura da laje da laje LS01 – Quadrante Noroeste (N-O) .	152
Figura 4.146 – Superfície de ruptura da laje da laje LS01 – Quadrante Sudeste (S-L) ....	152
Figura 4.147 – Superfície de ruptura da laje da laje LS02 – Quadrante Sudeste (S-L) ....	153
Figura 4.148 – Superfície de ruptura da laje da laje LS02 – Quadrante Noroeste (N-O) .	153
Figura 4.149 – Superfície de ruptura da laje da laje LS03 – Quadrante Sudeste (S-L) ....	154
Figura 4.150 – Superfície de ruptura da laje da laje LS03 – Quadrante Noroeste (N-O) .	154
Figura 4.151 – Superfície de ruptura da laje da laje LS04 – Quadrante Sudeste (S-L) ....	155
Figura 4.152 – Superfície de ruptura da laje da laje LS04 – Quadrante Noroeste (N-O) .	155
Figura 4.153 – Superfície de ruptura da laje da laje LS05 – Quadrante Sudeste (S-L) ....	156
Figura 4.154 – Superfície de ruptura da laje da laje LS05 – Quadrante Noroeste (N-O) .	156
Figura 4.155 – Superfície de ruptura da laje da laje LS06 – Quadrante Sudeste (S-L) ....	157
Figura 4.156 – Superfície de ruptura da laje da laje LS06 – Quadrante Noroeste (N-O) .	157
Figura 4.157 – Superfície de ruptura da laje da laje LW01 – Quadrante Sudeste (S-L)...	158
Figura 4.158 – Superfície de ruptura da laje da laje LW01 – Quadrante Noroeste (N-O)	158
Figura 4.159 – Superfície de ruptura da laje da laje LW01 – Quadrante Sudeste (S-L)...	159
Figura 4.160 – Superfície de ruptura da laje da laje LW02 – Quadrante Noroeste (N-O)	159
Figura 4.161 – Superfície de ruptura da laje da laje LW03 – Quadrante Sudeste (S-L)...	160
Figura 4.162 – Superfície de ruptura da laje da laje LW03 – Quadrante Noroeste (N-O)	160
Figura 4.163 – Superfície de ruptura da laje da laje LW04 – Quadrante Sudeste (S-L)...	161
Figura 4.164 – Superfície de ruptura da laje da laje LW04 – Quadrante Noroeste (N-O)	161
Figura 4.165 – Superfície de ruptura da laje da laje LW05 – Quadrante Sudeste (S-L)...	162
Figura 4.166 – Superfície de ruptura da laje da laje LW05 – Quadrante Noroeste (N-O)	162
Figura 4.167 – Critérios para determinação do modo de ruptura das lajes de acordo com FERREIRA (2010) .....	164
Figura 4.168 – Esmagamento do concreto na superfície inferior da laje LW05. ....	165
Figura 5.1 – Superfícies de ruptura teóricas dentro da região da armadura de cisalhamento – (FERREIRA, 2010). ....	196
Figura 5.2 – Superfícies de ruptura práticas dentro da região da armadura de cisalhamento – (FERREIRA, 2010). ....	196
Figura 6.1 – Padrão de fissuração da laje LN04. ....	207
Figura 6.2 – Padrão de fissuração da laje LS06. ....	208

## LISTA DE SÍMBOLOS

### LETRAS MINÚSCULAS

$a_i$  - projeção horizontal da superfície de ruptura investigada

$b_0$  - perímetro crítico;

$b_{0,int}$  - perímetro crítico (afastado  $0,5.d$  além da extremidade da fissura, tipicamente na face do pilar);

$b_1$  - comprimento do perímetro crítico paralelo à direção da aplicação do momento ;

$b_2$  - comprimento do perímetro crítico perpendicular à direção da aplicação do momento;

$b_s$  - largura da faixa de apoio do pilar sendo considerada como  $0,22.L$ , sendo  $L$  o comprimento do vão na direção determinada;

$c_1$  - dimensão do pilar paralela à excentricidade da força;

$c_2$  - dimensão do pilar perpendicular à excentricidade da força;

$c_{AB}$  - excentricidade do perímetro crítico, corresponde à distância entre o eixo que passa pelo centróide do perímetro crítico e o lado deste perpendicular à direção do momento;

$c_{max}$  - distância entre o eixo de flexão e a fibra do perímetro crítico mais solicitada ao cisalhamento;

$c_{máx}$  - maior lado do pilar;

$c_{mín}$  - menor lado do pilar;

$d$  - altura útil da laje;

$d_g$  - tamanho máximo do agregado;

$d_{g0}$  - tamanho do agregado de referência definido para 16 mm (0,63 pol.);

$d_v$  - altura útil reduzida da laje;

$d_x$  - média aritmética das alturas úteis da armadura passiva na direção x;

$d_y$  - média aritmética das alturas úteis da armadura passiva na direção y;

$e$  - excentricidade da reação vertical no pilar devido à transferência de momento ( $M/V$ );

$f_c$  - resistência à compressão do concreto;

$f_{cd}$  - resistência de cálculo à compressão do concreto;

$f_{ck}$  - resistência característica à compressão do concreto;

$f_{cj}$  - resistência do concreto à compressão aos j dias, em MPa;

$f_{cr}$  - tensão de fissuração do concreto;

$f_{ctk}$  - resistência característica à tração do concreto;

$f_{ctj}$  - resistência do concreto à tração aos j dias, em MPa;

$f_y$  - tensão de escoamento do aço;  
 $f_{yd}$  - tensão de escoamento de projeto do aço da armadura;  
 $f_{yk}$  - tensão de escoamento característica do aço  
 $f_{yw}$  - tensão de escoamento da armadura de cisalhamento;  
 $f_{ys,w}$  - tensão de escoamento da armadura de cisalhamento.  
 $f_{ys,f}$  - tensão de escoamento da armadura de flexão tracionada;  
 $f_{yw,eff}$  - tensão efetiva na armadura de cisalhamento;  
 $f_u$  - tensão última da armadura;  
 $h$  - espessura da laje;  
 $k_e$  - coeficiente redutor do perímetro crítico, que leva em conta a excentricidade;  
 $k$  - coeficiente que relaciona a maior com a menor dimensão do pilar ou área carregada;  
 $l_c$  - diâmetro de um círculo que tem a mesma área que a seção transversal do pilar;  
 $l_x$  - lado da laje na direção x;  
 $l_y$  - lado da laje na direção y;  
 $m_s$  - momento fletor médio por unidade de comprimento usado no cálculo da armadura de flexão na faixa de apoio  $b_s$  ;  
 $m_R$  - resistência à flexão média por unidade de comprimento na faixa de apoio;  
 $r_s$  - distância entre o eixo do pilar e a linha de momentos fletores nulos;  
 $s$  - distância horizontal medida da face do pilar até a camada de armadura de cisalhamento em questão;  
 $u$  - perímetro crítico;  
 $u_i$  - perímetro crítico com geometria igual à do EC2, porém definido a uma distância  $a_i$  da face do pilar ou do ponto inferior da superfície de ruptura investigada;  
 $u_0$  - comprimento do perímetro do pilar;  
 $u_1$  - comprimento do perímetro crítico básico;  
 $u_{n,eff}$  - soma dos trechos do perímetro mínimo externos às armaduras de cisalhamento, com nenhuma das partes tomada com comprimento superior a  $2d$ ;  
 $u_{out}$  - perímetro crítico no qual a armadura de cisalhamento não é necessário;

## LETRAS MAIÚSCULAS

- $A_c$  - área de concreto na seção crítica;
- $A_{si}$  - área da seção transversal da armadura de cisalhamento;
- $A_{sw}$  - área de aço da armadura de cisalhamento por camada;
- $A_{sw, cam}$  - área de aço por camada de armaduras de cisalhamento;
- $A_v$  - área das armaduras de cisalhamento por camada;
- $E_{s,f}$  - módulo de elasticidade da armadura de flexão tracionada;
- $E_{sw}$  - módulo de elasticidade do aço da armadura de cisalhamento;
- $J_c$  - propriedade da seção crítica assumida, análoga ao momento polar de inércia;
- $K$  - coeficiente que fornece a parcela de  $M_{sd}$  transmitida ao pilar por cisalhamento;
- $L$  - comprimento do vão de um painel de lajes;
- $M$  - momento externo aplicado à ligação;
- $M_f$  - momento fletor resultante na ligação;
- $M_{sd}$  - momento de extremidade de cálculo;
- $M_t$  - momento torsor transmitido por cisalhamento;
- $M_u$  - momento fletor último por unidade de comprimento;
- $M_v$  - momento fletor transmitido por cisalhamento;
- $P_{flex}$  - carga última de flexão;
- $S_0$  - distância entre o primeiro conector e a face do pilar;
- $S_r$  - distância radial entre os *studs*;
- $V_{cr}$  - carga de fissuração;
- $V_u$  - carga de última de ensaio;
- $V_c$  - força solicitante no concreto;
- $V_{ED}$  - força de cisalhamento de cálculo;
- $V_{flex}$  - força de cisalhamento associada com a capacidade de flexão;
- $V_{R,c}$  - capacidade resistente de uma laje sem armadura de cisalhamento;
- $V_{R,cs}$  - capacidade resistente de uma laje com armadura de cisalhamento;
- $V_{R,in}$  - resistência à punção dentro da zona de armadura de cisalhamento;
- $V_{R,max}$  - capacidade resistente da diagonal comprimida de concreto;
- $V_{R,out}$  - resistência à punção fora da zona de armadura de cisalhamento;
- $V_s$  - força solicitante no aço;
- $V_u$  - carga última de ensaio;
- $W_l$  - módulo de resistência plástica perpendicular à borda livre do perímetro  $u_l$ ;

$W_p$  - módulo resistente da seção crítica;

## LETRAS GREGAS

$\alpha$  - ângulo entre a armadura de cisalhamento e o plano da laje;

$\beta$  - relação entre o maior e menor lado do pilar, carga concentrada, ou área de reação,

$\beta_i$  - ângulo entre a barra da armadura de ao cisalhamento e plano da laje.

$\delta_v$  - deslocamento verticais em cada camada de armadura interceptado pela superfície de ruptura;

$\eta$  - coeficiente que possui a mesma função de  $K$ ;

$\eta_c$  - coeficiente assumido como igual a 0,75;

$\lambda$  - coeficiente considerado igual a 3 para os casos de armadura de cisalhamento bem ancorada como *studs* e 2 para os demais tipos de armadura de cisalhamento;

$v_E$  - tensão de cisalhamento solicitante na ligação;

$v_{Ed}$  - tensão de cisalhamento solicitante de cálculo;

$v_n$  - tensão de cisalhamento resistente.

$v_u$  - tensão de cisalhamento máxima solicitante;

$v_{Rd,c}$  - valor de cálculo da resistência ao cisalhamento sem armadura de cisalhamento ao longo da seção considerada;

$v_{Rd,max}$  - valor de cálculo máximo da tensão de cisalhamento ao longo da seção considerada;

$\xi$  - é o *size effect*;

$\rho$  - taxa geométrica de armadura passiva de flexão;

$\rho_1$  - taxa de armadura média da laje, devendo ser calculada em uma largura igual com tamanho do pilar mais  $3.d$  para cada lado;

$\rho_x$  - são as taxas geométricas de armadura passiva na direção  $x$ ;

$\rho_y$  - são as taxas geométricas de armadura passiva na direção  $y$ ;

$\sigma_{cp}$  - tensão de compressão no concreto no plano da laje na seção crítica nas direções  $y$  e  $z$  dado em MPa e com valor negativo para compressão;

$\sigma_{si}$  - tensão de cisalhamento;

$\tau_b$  - tensão de aderência na armadura de cisalhamento, considerada com 5 MPa para armaduras feitas com barras de alta aderência em concreto de resistência convencional e 0 para armaduras feitas com barras lisas;

$\tau_M$  - tensão de cisalhamento devido ao momento fletor transmitido por cisalhamento ( $M$ );

$\tau_{\max}$  - tensão de cisalhamento máxima vertical;

$\tau_{R1}$  - tensão resistente no perímetro crítico  $u_l$  para lajes sem armadura de cisalhamento;

$\tau_{R2}$  - tensão resistente máxima da diagonal comprimida de concreto ;

$\tau_{R3}$  - tensão resistente no perímetro crítico  $u_l$  para lajes com armadura de cisalhamento;

$\tau_{Sd}$  - tensão de cisalhamento solicitante de cálculo;

$\tau_{Sd,ef}$  - tensão de cisalhamento solicitante de cálculo efetiva;

$\tau_u$  - tensão de cisalhamento última.

$\tau_V$  - tensão de cisalhamento devido à reação máxima vertical no pilar ( $V$ );

$v_{\max}$  - máxima força de cisalhamento por unidade de comprimento;

$\psi$  - rotação máxima da laje em radianos;

$\emptyset$  - bitola da armadura de flexão;

$\phi$  - fator de redução da resistência nominal da ligação laje/pilar, igual a 0,75 para esforços de cisalhamento e de torção;

$\phi_w$  - diâmetro da barra da armadura de cisalhamento.

# 1 - INTRODUÇÃO

## 1.1 GENERALIDADES

As lajes lisas são estruturas laminares horizontais em concreto armado ou protendido que se apoiam diretamente em pilares, não existindo vigas para transferência dos esforços. A utilização de estruturas com lajes lisas tornou-se habitual em países da Europa e América do Norte há muitos anos e no Brasil tem recebido notório destaque no mercado da construção civil. Isto se deve fundamentalmente à simplicidade do sistema construtivo, economia de tempo, execução e custos, assim como a flexibilidade de utilização dos espaços construídos.

Entre as possíveis vantagens deste sistema construtivo, pode-se citar:

- Facilidade na execução da armadura. O arranjo das armaduras de flexão é mais simples e conseqüentemente mais fácil para executar, possibilitando também o uso de telas soldadas. O sistema com vigas é mais demorado e trabalhoso devido às interferências das armaduras das vigas com os pilares, ao escalonamento da armadura e à execução dos estribos;
- Processo de execução das fôrmas mais simples tanto na montagem quanto na desmontagem, resultando em redução de mão de obra, aumento da produtividade, melhor gerenciamento das fôrmas, maior velocidade de execução, diminuição dos desperdícios;
- Facilidade no lançamento, adensamento e desforma do concreto, reduzindo a possibilidade de ocorrência de nichos de concretagem;
- Facilidade na disposição de instalações elétricas, hidráulicas e de ar-condicionado;
- Maior flexibilidade no layout do imóvel, podendo significar um maior número de pavimentos para uma mesma altura total do edifício, uma vez que permite a adoção de um pé-direito menor;

Já como principais desvantagens, pode-se citar:

- Necessidade de um controle mais rigoroso dos deslocamentos verticais das lajes;
- A redução na rigidez do edifício quanto aos esforços horizontais, o que dificulta o emprego desse sistema em edifícios altos;
- No caso de emprego de armadura de cisalhamento, há a necessidade de uma fiscalização e controle rigoroso na instalação desta;
- Possibilidade de uma ruptura localizada por punção na ligação laje-pilar podendo levar a estrutura a ruína parcial ou total, por colapso progressivo.

O fenômeno da punção é caracterizado como um modo de ruptura que ocorre por cisalhamento em elementos de placa submetidos a uma carga ou reação concentrada aplicada transversalmente que provoca elevadas tensões de cisalhamento em torno de regiões relativamente pequenas, podendo resultar em uma ruptura brusca. Nas lajes lisas, esta situação é típica na região da ligação laje-pilar. Procura-se minimizar essas tensões atuantes na região próxima ao pilar com o aumento da espessura da laje ou com o uso de capitéis na região onde ocorre o esforço de cisalhamento máximo. Outra forma de reduzir os efeitos de punção é aumentar a capacidade resistente da laje, utilizando-se armadura de cisalhamento. Em algumas situações excepcionais a utilização de concreto de alta resistência também pode ser uma solução para aumentar a capacidade resistente da ligação.

A complexa distribuição dos esforços internos na pequena porção da laje próxima ao pilar dificulta o desenvolvimento de equações analíticas para as tensões nessa região da laje. As normas nacionais e internacionais estimam a tensão resistente ao cisalhamento de uma seção em torno do pilar denominada seção crítica ou perímetro crítico, e ajustam esse valor com coeficientes embasados em trabalhos experimentais.

De acordo com MELO (1990) e OLIVEIRA (2003), o primeiro caso registrado de ruptura por punção foi do edifício Prest-o-Lite, na cidade Indianápolis em 1911, onde as lajes se desligaram completamente dos pilares e levaram a estrutura toda à ruína. Outros casos de acidentes estruturais devidos à punção têm sido registrados, como o apresentado na Figura 1.1, referente ao colapso parcial do edifício Pipers Row Car Park, localizado na cidade de Wolverhampton, Inglaterra (WOOD, 1997).



Figura 1.1 – Colapso parcial do edifício *Pipers Row Car Park, Wolverhampton* – (WOOD, 1997).

Segundo MELO (1990), a resistência pós-puncionamento das ligações laje-pilar é fundamental para a não ocorrência de um colapso generalizado. Após o puncionamento, uma parcela de carga vai ser transmitida para os pilares vizinhos, podendo levar à ocorrência de novas rupturas. A Figura 1.2 mostra a superfície de ruptura por punção de uma laje lisa sem armadura de cisalhamento, com inclinação entre  $25^\circ$  e  $30^\circ$ , de acordo com o CEB-FIP MC90 (1993).

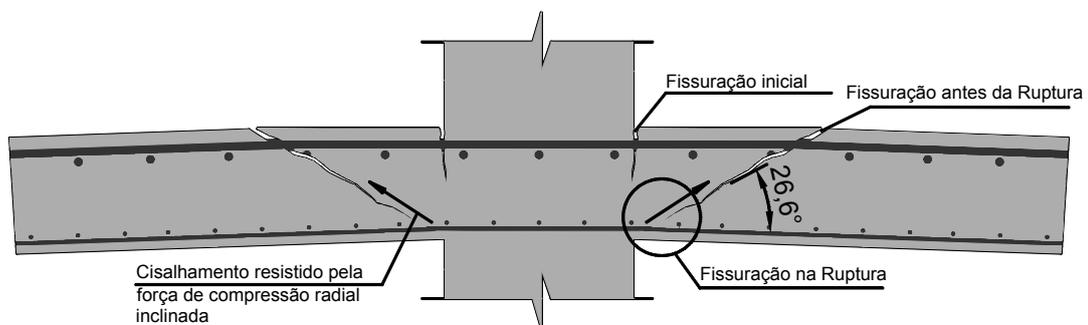


Figura 1.2 – Ruptura de uma ligação laje-pilar sem armadura de cisalhamento.

## 1.2 DEFINIÇÕES E CONCEITOS

Em geral, é possível distinguir dois tipos de punção: punção simétrica e não simétrica, ou assimétrica. Considera-se punção simétrica se a geometria, o carregamento, as condições de contorno e a distribuição e constituição da armadura de flexão puderem ser considerados simétricos em relação aos eixos de simetria da ligação laje-pilar como mostrados nas Figuras 1.3a e 1.3b. Quando a simetria é relativa a todos os eixos radiais, este caracteriza um caso particular de punção axissimétrica.

Se alguma destas condições não é satisfeita, tem-se então o caso de punção não simétrica ou assimétrica. Para este caso, ainda faz-se necessário à separação de duas situações distintas: a punção assimétrica sem excentricidade ou centrada, (ver Figura. 1.3c) e a punção assimétrica com excentricidade ou excêntrica (ver Figura. 1.3d). A diferença entre estes dois casos é que, no caso de punção excêntrica, as condições de assimetria geram uma diferença na intensidade do momento fletor na ligação que é transferido da laje para o pilar por cisalhamento, torção e flexão. Este momento é chamado de momento desbalanceado ou momento de engastamento.

A fim de simplificar a exposição do assunto e apresentação deste trabalho, as referências aos tipos de punção previamente introduzidos terão a seguinte terminologia:

- Punção Simétrica: faz referência ao caso com simetria biaxial (Figura 1.3a e Figura 1.3b);
- Punção Assimétrica: faz referência aos casos não simétricos ou com simetria uniaxial, mas sem transferência de momento fletor na ligação (Figura 1.3c);
- Punção Excêntrica: faz referência ao caso não simétrico com excentricidade, ou seja, com transferência de momento fletor na ligação (Figura 1.3d).

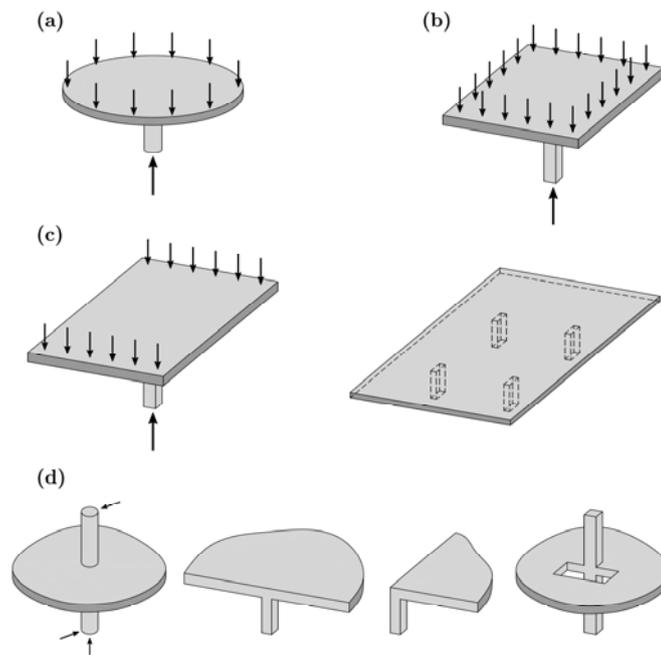


Figura 1.3 – Diferentes tipos situações de punção em lajes lisas de concreto armado – (TASSINARI, 2011).

### 1.3 OBJETIVOS

Esta pesquisa tem como objetivo principal investigar experimentalmente o comportamento à punção em lajes lisas com armadura de cisalhamento tipo *stud* em torno de pilares retangulares internos, tendo como principais variáveis: o número de camadas e taxa de armadura de cisalhamento, e o eixo de flexão do pilar quando a ligação laje-pilar está submetida à transferência de momentos fletores. Este trabalho faz parte de uma linha de pesquisas sobre punção em lajes lisas em desenvolvimento na Universidade de Brasília - UnB.

Os objetivos específicos desta pesquisa são:

- Avaliar a influência dos referidos parâmetros no comportamento das lajes lisas à punção;
- Comparar os resultados experimentais com as proposições normativas estabelecidas pela NBR 6118 (2007), Eurocode 2 (2004), ACI 318M:2008;

- Verificação da Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento – TFCC (*Critical Shear Crack Theory - CSCT*) proposta por MUTTONI (2010) no cálculo da resistência à punção de lajes ortotrópicas submetidas à transferência de momento fletor.

Três séries de ensaios com modelos de lajes lisas apoiadas em pilares retangulares internos foram realizadas. A primeira série (cinco lajes) teve como objetivo o estudo de pavimentos ortotrópicos com armadura de cisalhamento tipo *stud* e ligações laje-pilar sem transferência de momento fletor. A segunda série (seis lajes) teve como objetivo o estudo de lajes com armadura de cisalhamento tipos *stud* e submetidas à transferência de momento fletor com o pilar interno orientado na posição de maior inércia, e a terceira série (cinco lajes) teve como objetivo o estudo de lajes com armadura de cisalhamento tipo *stud* e submetidas a transferência de momento fletor com o pilar interno orientado na posição de menor inércia.

A fim de enriquecer estas análises, foram coletados resultados experimentais disponíveis na literatura.

#### **1.4 JUSTIFICATIVA**

O estudo de lajes lisas com armadura de cisalhamento tipo *double-headed stud* vem sendo desenvolvido por diversos pesquisadores, com importantes descobertas sobretudo na influência desta sobre a carga última da ligação. Mais especificamente quando o sistema estrutural de laje lisa apresenta ligações laje-pilar submetidas à transferência de momento fletor e associadas ao uso de armadura de cisalhamento, pouquíssimos trabalhos estão disponíveis na literatura se comparados a quantidade de trabalhos publicados de ligações laje-pilar com carregamento simétrico ou com lajes submetidas à transferência de momento fletor, porém, sem o emprego de armadura de cisalhamento. Assim, ainda há necessidade de mais pesquisas experimentais que levem a uma melhor compreensão do mecanismo de ruptura das ligações laje-pilar quando estas possuem armadura de cisalhamento e estão submetidas à transferência de momento fletor.

## **1.5 CONTRIBUIÇÕES DA PESQUISA**

### **1.5.1 Contribuição Experimental**

- Execução de ensaios com lajes apoiadas sobre pilares retangulares com armadura de cisalhamento e submetidas a carregamento simétrico;
- Execução de ensaios com lajes apoiadas sobre pilares retangulares sem armadura de cisalhamento e submetidas a carregamento excêntrico;
- Execução de ensaios com lajes apoiadas sobre pilares retangulares com armadura de cisalhamento e submetidas a carregamento excêntrico;

### **1.5.2 Contribuições teóricas**

- Adaptação do Método da Superfície de Resistência Mínima ao Cisalhamento (*Surface of Minimum Shear Resistance*), para o caso de lajes apoiadas sobre pilares retangulares com armadura de cisalhamento e submetidas a carregamento excêntrico;
- Avaliação do método teórico de cálculo da resistência à punção proposto pela NBR 6118 (2007), para o caso de lajes apoiadas sobre pilares retangulares com armadura de cisalhamento e submetidas a carregamento simétrico e também excêntrico;

## 1.6 ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho é composto por seis capítulos e o conteúdo de cada capítulo será exposto sucintamente a seguir.

No Capítulo 2 será apresentada uma revisão bibliográfica com alguns dos conceitos mais importantes para o entendimento da transferência de momento fletor em ligações laje-pilar. Também serão apresentados trabalhos em que foi utilizada a armadura de cisalhamento tipo *stud* em lajes lisas de concreto armado, além das recomendações das normas de projeto que serão utilizados para estimar as cargas de ruptura das lajes com e sem armadura de cisalhamento.

No Capítulo 3 será descrito o programa experimental, com informações sobre as características e propriedades dos modelos locais de ensaio, o esquema de ensaio realizado juntamente com todas as etapas e procedimentos realizados na preparação e execução dos mesmos.

No Capítulo 4 serão apresentados os resultados experimentais obtidos nos ensaios: deformações das armaduras de flexão e cisalhamento, deformações no concreto, deslocamentos da laje, fissuração, cargas últimas e modos de ruptura.

O Capítulo 5 apresentará a análise dos resultados obtidos nos ensaios e uma comparação com as cargas últimas obtidas com as prescrições de vários métodos teóricos de cálculo de resistência à punção.

No Capítulo 6 serão apresentadas as conclusões desta pesquisa e sugestões para trabalhos futuros, com base na experiência dos ensaios realizados neste trabalho.

## 2 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS

Neste capítulo serão apresentados resumos de algumas pesquisas realizadas no exterior e no Brasil sobre o fenômeno de punção em lajes lisas, bem como prescrições de algumas normas que serão usadas para estimar a resistência à punção de lajes.

### 2.2 CONCEITOS IMPORTANTES

#### 2.2.1 Punção Simétrica

No caso de punção simétrica, a superfície de ruptura é caracterizada por uma forma tronco-cônica, como mostrada na Figura 2.1. Para lajes sem armadura de cisalhamento, a inclinação do cone de ruptura é geralmente admitida entre  $25^\circ$  e  $35^\circ$ . Mais adiante, para entender melhor como ocorre à ruptura por punção, será feita uma descrição do comportamento de lajes de concreto armado submetidas a carregamentos concentrados.

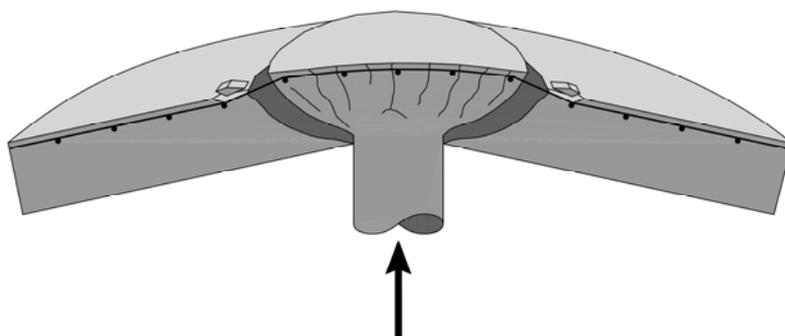


Figura 2.1 – Ruptura por punção de uma ligação laje-pilar – (TASSINARI, 2011).

A Figura 2.2 mostra a evolução da fissuração na face tracionada de uma laje ensaiada em laboratório por GUADALINI (2005). Inicialmente, a laje se comporta de forma elástica sofrendo deformações sem fissuração da superfície do concreto, até o carregamento atingir o valor da carga de fissuração  $V_{cr}$  para o qual é formada uma fissura tangencial às faces do perímetro do pilar. Quando essa carga aumenta, através dessa fissura ocorre uma redistribuição de esforços, resultando na formação de outras fissuras radiais e tangenciais.

Em um determinado nível de carregamento, não há mais novas fissuras e o incremento de carga provoca o aumento na abertura de fissuras existentes. Nesta fase, as fissuras se propagam em profundidade através da espessura da laje. Em particular, entorno de 50 a 60% da carga de ruptura, devido ao cisalhamento, as fissuras tangenciais inclinam-se em direção ao pilar tomando uma forma cônica. Por esta razão, forma-se uma fissura com abertura consideravelmente maior que as demais, tornando-se assim a fissura tangencial principal, chamada de fissura crítica de cisalhamento. A ruptura ocorre quando esta fissura tangencial atinge a superfície inferior comprimida no perímetro do pilar. Esta fissura irá formar o cone de ruptura por cisalhamento e uma grande fissura tangencial aparecerá na superfície da laje.

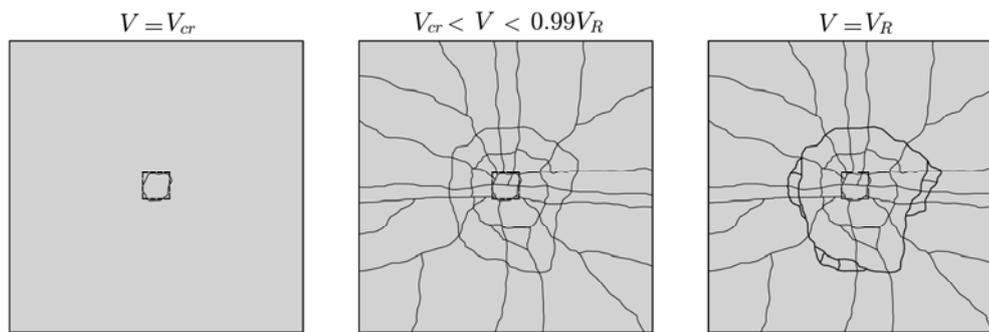


Figura 2.2 – Evolução da fissuração na superfície tracionada das lajes ensaiadas por GUANDALINI (2008).

O primeiro modelo mecânico para punção simétrica foi apresentado na Suécia por Kinnunen e Nylander em duas publicações, respectivamente em 1960 e 1963 (KINNUNEN e NYLANDER 1960 e 1963). Este modelo tem a vantagem de permitir uma boa compreensão do comportamento da laje. No entanto, apesar da boa correlação deste modelo com os resultados experimentais, jamais foi utilizado em normas de dimensionamento por ser considerado um modelo complexo. Mais tarde, o modelo foi aperfeiçoado para ter em conta outros fatores tais como, por exemplo, o efeito de pino (SHEHATA 1988 e BROMS 2000), mas esses aprimoramentos algumas vezes de natureza empírica, resultaram em complicar ainda mais o modelo existente e até afastando-o do modelo físico.

### **2.2.2 Punção Assimétrica**

Neste trabalho o caso de punção não simétrica e centrada será denominado simplesmente de punção assimétrica. Como alguns dos principais fatores que ocasionam a punção assimétrica, pode-se citar: carregamentos diferentes em direções ortogonais, vãos com comprimentos diferentes em suas direções ortogonais, variações geométricas dos pilares ou áreas de apoio e diferentes taxas de armadura de flexão em ambas as direções. Estes fatores que influenciam na assimetria da ligação laje-pilar também podem ocorrer de forma simultânea.

A assimetria provocada por carregamentos diferentes e ortogonalmente diferentes é um caso comum em tabuleiros de pontes. Já a variação da geometria dos pilares pode estar associada a imposições arquitetônicas e funcionais, no caso de edifícios residenciais e comerciais. Do mesmo modo, a forma geométrica dos pavimentos ou tipo de utilização podem conduzir a um dimensionamento com taxas de armadura de flexão diferentes nas direções ortogonais.

A distribuição do esforço cortante na ligação laje pilar para o caso de punção assimétrica também é assimétrica, devido às rotações não uniformes da laje em relação às faces do pilar, sendo estas rotações associadas com a abertura das fissuras. Em consequência disso, segundo SAGASETA *et al.* (2011), a resistência à punção não é uniformemente distribuída na face da superfície crítica de cisalhamento.

### **2.2.3 Punção Excêntrica**

A punção excêntrica tem como característica principal a transferência de momento fletor na ligação laje-pilar. Pode-se atribuir como algumas das principais causas dessa transferência a ação de carregamento assimétrico em relação à ligação, assimetria nos comprimentos dos vãos adjacentes ao pilar e também a atuação de ações laterais na estrutura. Em projeto de edifícios, os principais exemplos de punção excêntrica são os pilares de borda e pilares de canto, pois estes sempre estarão sujeitos à ação de excentricidades geradas pelo carregamento. No caso de pilares internos, a transferência de

momento fletor ocorre na maioria das vezes em projetos de estruturas com arquitetura relativamente mais arrojada onde a assimetria dos vãos é mais frequente.

A Figura 2.3 mostra o padrão de fissuração na superfície de ruptura de uma laje em três situações diferentes. Pode-se notar que existe assimetria no padrão de fissuração na superfície da laje submetida a carregamento excêntrico, e também se percebe a semelhança que existe entre a ruptura de uma laje com pilar interno sob a ação combinada da carga vertical e de momento fletor, e a ruptura de uma laje com pilar de borda, estes dois últimos são casos especiais de punção excêntrica. A ação combinada da carga vertical com momento fletor produz dois efeitos principais que têm grande influência sobre a resistência à punção. O primeiro é a concentração do esforço de cisalhamento na ligação laje-pilar e o segundo é o aumento na abertura da fissura crítica de cisalhamento (fissura que conduz à ruptura na ligação laje-pilar). O primeiro efeito, aumenta os esforços locais na ligação laje-pilar e o segundo reduz a resistência à punção por unidade de comprimento em regiões adjacentes ao pilar. A ação conjunta destes dois efeitos resultam em uma diminuição significativa da capacidade resistente da ligação.

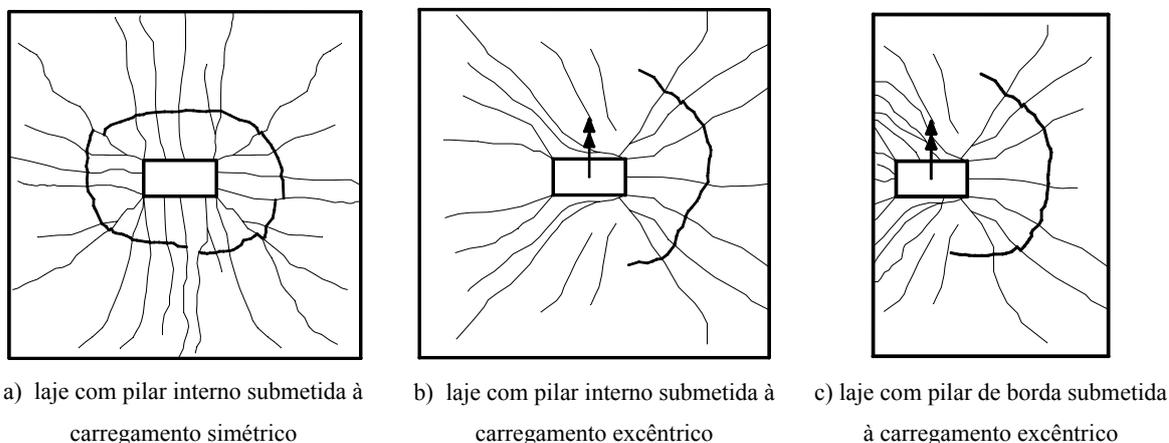


Figura 2.3 – Padrão de fissuração na ruptura por punção – (VAN DUSEN, 1986)

Uma das maneiras de se determinar a concentração do esforço cortante por unidade de comprimento causada pela introdução do momento fletor é através da utilização do método de campos de cisalhamento (VAZ RODRIGUES 2007, VAZ RODRIGUES 2008, MUTTONI 2008 e RUIZ 2009), mas a utilização de métodos numéricos também pode ser uma ferramenta eficiente.

Por exemplo, a Figura 2.4 mostra uma análise realizada pelo método dos campos de cisalhamento em uma série de lajes ensaiadas em laboratório por ANIS (1970). Os esforços de cisalhamento foram calculados por meio de uma análise linear elástica supondo o concreto não fissurado. Esta série de ensaios era composta de seis lajes quadradas e em seus carregamentos tiveram suas excentricidades variadas. Na Figura 2.4 a linha mais escura representa a força de cisalhamento principal ao longo do perímetro crítico afastado a uma distância  $d/2$  da face do pilar. Para a laje B2, que foi carregada de forma simétrica, ou seja,  $e = 0$ , a distribuição de cisalhamento ao longo do perímetro crítico pode ser considerada uniforme. Ao contrário dos lados do perímetro paralelo ao vetor momento (cotas verticais), que quando a excentricidade do carregamento aumenta, o esforço de cisalhamento fica concentrado em um dos lados e diminui no lado oposto (Lajes B3 e B4) até que este seja nulo (Laje B5) ou até mesmo que haja uma inversão de sinal (Lajes B6 e B7).

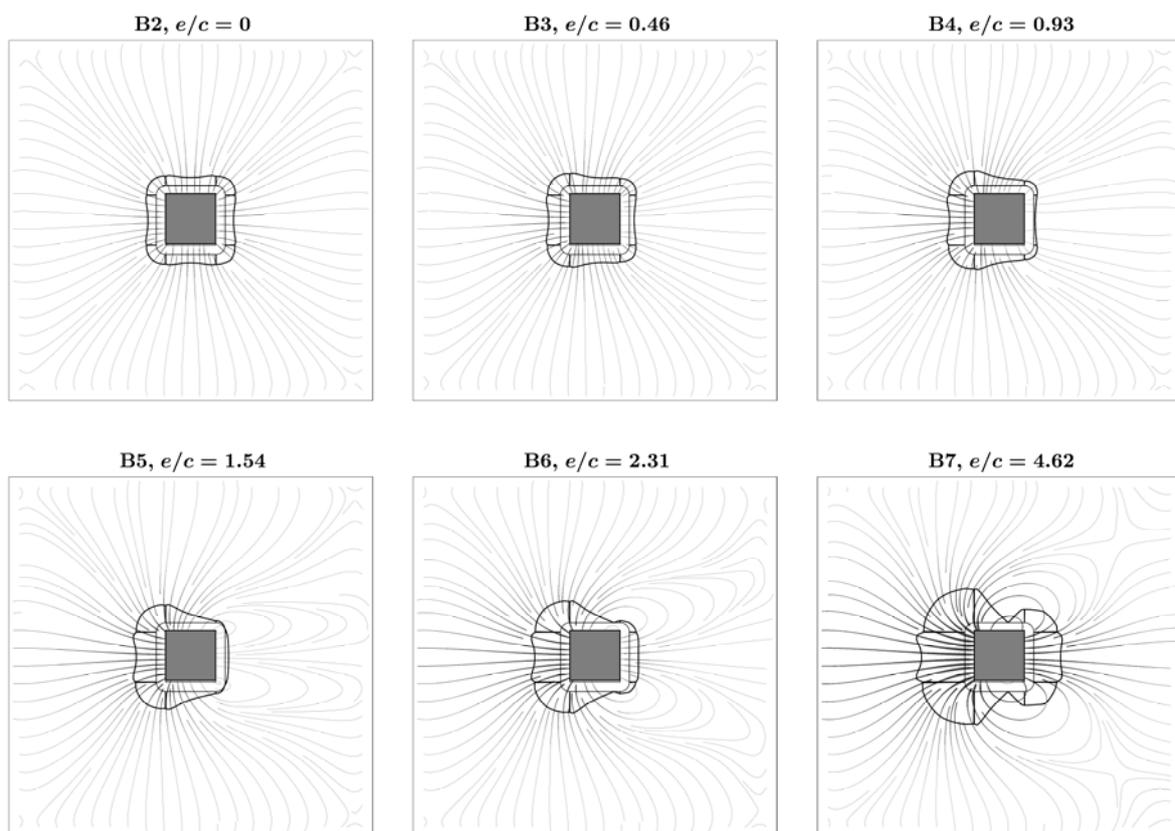


Figura 2.4 – Concentração de esforço cortante devido ao momento desbalanceado representado pelo método dos campos de cisalhamento – (TASSINARI, 2011)

O segundo efeito causado pelo momento fletor é o aumento da abertura de fissuras em áreas onde a força cortante gerada pelo momento desbalanceado é somada à força cortante

gerada pela reação vertical no pilar. Este fenômeno pode ser observado na Figura 2.3. A superfície de ruptura da laje (Figura 2.3b) é caracterizada por uma fissura tangencial com abertura relativamente grande do lado direito do pilar, enquanto o lado esquerdo não apresenta fissuras tangenciais.

#### 2.2.4 Transferência de momento fletor entre a laje e o pilar e concentração de esforço cortante.

No caso de punção excêntrica, o momento desbalanceado é transmitido para a laje em três parcelas: momento fletor, torção e cisalhamento, como mostrado na Figura 2.5. O cisalhamento na laje gerado pela transferência de momento é, portanto, adicionado ao cisalhamento oriundo da carga vertical, de modo que a distribuição de cisalhamento resultante é bastante complexa.

A parcela de momento fletor, torção e cisalhamento transmitidos da laje para o pilar é difícil de determinar de forma analítica ou experimental, de modo que a estimativa da máxima tensão de cisalhamento (ou máxima força cortante) é um problema, que segundo MAST (1970), várias soluções, por vezes discordantes, têm sido propostas.

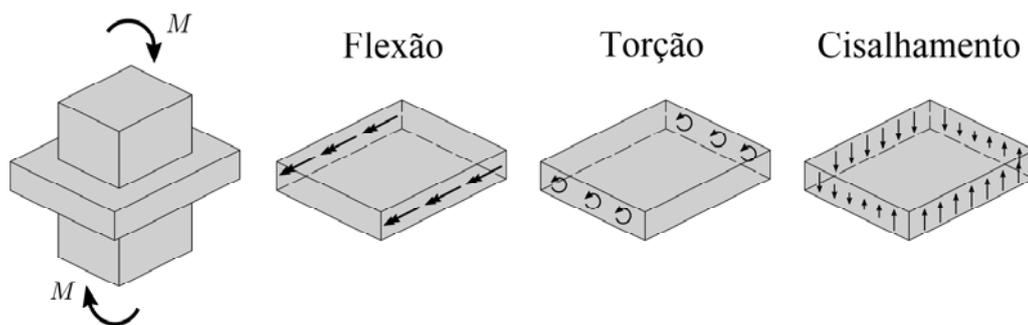


Figura 2.5 – Esforços solicitantes transferidos entre laje e pilar.

Este problema de transferência de momento na ligação foi e ainda tem sido objeto de investigação, experimental e numérica, de diversos autores. As expressões derivadas em vários trabalhos são geralmente diferentes entre si, no entanto, em todos os trabalhos, pode-se reconhecer a seguinte expressão geral:

$$v_{\max} = \beta \cdot \left( \frac{V}{b_0} \right) \quad \text{Equação 2.1}$$

onde:

$v_{\max}$  é a força de cisalhamento máxima por unidade de comprimento;

$V$  é a reação de apoio vertical no pilar;

$b_0$  é o perímetro crítico;

$\beta$  é o fator que considera parcela de cisalhamento adicional devido ao momento fletor desbalanceado.

Alguns autores preferem utilizar-se desta formulação considerando uma seção crítica em lugar de considerar um perímetro crítico. Deste modo, adotando que a tensão de cisalhamento é constante ao longo de toda a altura útil da laje, eles apresentam uma formulação em função da tensão de cisalhamento atuante na seção crítica, ao invés da força cortante que atua sobre o perímetro crítico. Assim a formulação também pode ser escrita da seguinte maneira:

$$\tau_{\max} = \beta \cdot \left( \frac{V}{b_0 \cdot d} \right) \quad \text{Equação 2.2}$$

onde:

$\tau_{\max}$  é a tensão de cisalhamento máxima na ligação;

$d$  é a altura útil da laje.

Ao longo do desenvolvimento dos estudos sobre a transferência de momento fletor em situações onde ocorre punção, de forma geral, o fator que provoca mais discussões e divergências entre os métodos de cálculos propostos é o valor do fator  $\beta$ . Embora os diferentes métodos estimem este valor com considerável diferença, pode-se reconhecer a seguinte forma geral:

$$\beta = 1 + \eta \cdot \frac{e}{\phi} \quad \text{Equação 2.3}$$

onde:

$\phi$  é a dimensão que leva em conta as propriedades geométricas da seção crítica;

$e$  é a excentricidade da reação vertical no pilar devido à transferência de momento (M/V);

$\eta$  é um fator que depende da parcela de momento fletor transferida por cisalhamento e da escolha de  $\phi$ .

## 2.2.5 Métodos para o cálculo do máximo esforço cortante

### 2.2.5.1 Método de Moe

Em 1961 Johannes Moe, foi um dos pioneiros a estudar a transferência de momento fletor em ligações onde ocorre punção. Em seu estudo (MOE, 1961), o autor considerou inicialmente como perímetro crítico o próprio contorno do pilar (ou área carregada), e propôs um modelo de distribuição das tensões sobre a seção crítica localizada na face do pilar (ou área carregada). O modelo proposto admitia que a distribuição de tensões em um perímetro em torno do pilar é complexa e que, para obter expressões analíticas desta distribuição, algumas simplificações deveriam ser realizadas. Com intuito de chegar a uma expressão analítica com resposta satisfatórias, ele assumiu que as tensões verticais de cisalhamento eram uniformemente distribuídas ao longo da altura útil da placa, e também que as tensões são constantes nas faces perpendiculares ao plano de simetria e linearmente variáveis sobre as faces paralelas, de acordo com as parcelas  $\tau_V$  e  $\tau_M$  apresentadas na Figura 2.6.

Uma vez adotadas as hipóteses de distribuição de tensões e consideradas as diferentes parcelas de esforços solicitantes geradores de cisalhamento na ligação, como apresentado na Figura 2.6, o autor chega ao equilíbrio estático entre o momento externo  $M$  e os esforços internos oriundos deste, através da seguinte equação:

$$M = M_f + 2 \cdot M_t + M_v \quad \text{Equação 2.4}$$

Onde:

$M$  é o momento externo aplicado à ligação;

$M_v$  é o momento fletor transmitido por cisalhamento;

$M_t$  é o momento torsor transmitido por cisalhamento;

$M_f$  é o momento fletor resultante na ligação ( $M_f = M_{f,II} - M_{f,I}$ ).

Considerando a equação anterior, Moe admite a seguinte simplificação no equilíbrio de esforços:

$$M_v = M - (M_f + 2 \cdot M_t) = K \cdot M \quad \text{Equação 2.5}$$

O coeficiente  $K$  adotado por Moe, é um parâmetro determinado experimentalmente. O termo  $K.M = M_v$  representa na verdade, a parcela de momento que gera somente tensões de cisalhamento verticais na seção crítica. Isto é, o coeficiente  $K$  determina, de forma conjunta, uma parcela de momento fletor  $M_f$  e outra parcela de momento torsor  $M_t$ , ambas geradoras de tensões horizontais nas faces paralelas ao plano de simetria. A quantificação dessas parcelas separadamente é de difícil determinação.

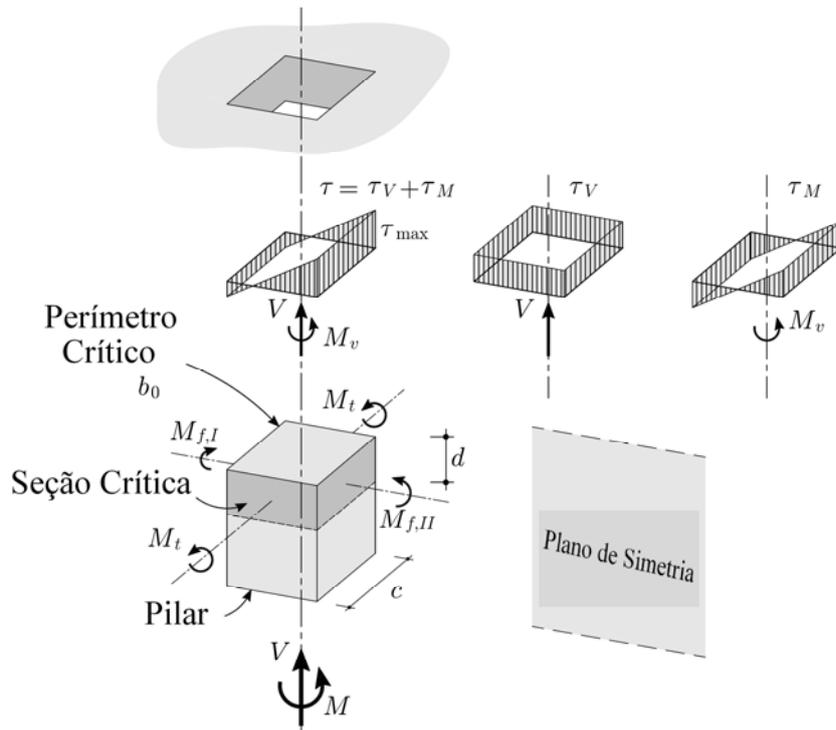


Figura 2.6 – Esforços internos e tensões de cisalhamento verticais atuantes na seção crítica segundo MOE (1961).

Como base no equilíbrio de esforços realizado e tomando a equação da Teoria de Navier-Bernoulli, MOE (1961) chega a seguinte equação para determinação da tensão de cisalhamento máxima vertical:

$$\tau_{\max} = \tau_V + \tau_M = \frac{V}{b_0 \cdot d} + \frac{K \cdot M}{I} \cdot c_{\max} \quad \text{Equação 2.6}$$

onde:

$\tau_V$  é a tensão de cisalhamento devido à reação máxima vertical no pilar ( $V$ );

$\tau_M$  é a tensão de cisalhamento devido ao momento fletor transmitido por cisalhamento ( $M$ );

$V$  é a reação máxima vertical no pilar;

$M$  é o momento fletor transmitido na ligação por cisalhamento;

$b_0$  é o perímetro crítico considerado;

$d$  é a altura útil da laje.

$K$  é o coeficiente que determina a parcela de momento fletor e tissor transmitida ao pilar;

$I$  é o momento de inércia da seção crítica considerada;

$c_{max}$  é a distância entre o eixo de flexão e a fibra do perímetro crítico mais solicitada ao cisalhamento.

Os modelos experimentais de Moe, possuíam seção transversal quadrada de onde ele deduziu a seguinte aplicação:

$$\tau_{max} = \tau_V + \tau_M = \frac{V}{4 \cdot c \cdot d} + \frac{3 \cdot K \cdot M}{4 \cdot c^2 \cdot d} = \left(1 + \frac{3 \cdot K \cdot e}{c}\right) \cdot \frac{V}{4 \cdot c \cdot d} = \beta \cdot \frac{V}{4 \cdot c \cdot d} \quad \text{Equação 2.7}$$

onde:

$$I = \frac{c^3 \cdot d}{6} + \frac{c^3 \cdot d}{2} = \frac{2}{3} \cdot c^3 \cdot d \quad \text{e o valor de} \quad c_{max} = \frac{c}{2}$$

Dessa maneira, considerando-se a seção crítica como sendo àquela nas faces do pilar (ou área carregada), e tomando-se inicialmente um pilar de seção transversal quadrada, o valor de  $\beta$  proposto por MOE (1961) é:

$$\beta = \left(1 + \frac{3 \cdot K \cdot e}{c}\right) \quad \text{Equação 2.8}$$

### 2.2.5.2 Método de Di Stasio e Van Buren e o Método ACI-ASCE 326 Committe

Em 1960 Di Stasio e Van Buren apresentaram uma equação para o equilíbrio entre esforços internos e externos à ligação semelhante àquela proposta por MOE (1961). No entanto, estes autores admitiram que a deformação causada por esforços de torção nas faces paralelas ao plano de simetria (ver Figura 2.6) é impedida. Deste modo, a equação de equilíbrio utilizada para determinar a tensão de cisalhamento máxima vertical de acordo com DI STASIO e VAN BUREN (1960), foi:

$$M - M_f = M_v + 2 \cdot M_t \quad \text{Equação 2.9}$$

onde:

$M$  é o momento externo aplicado à ligação;

$M_v$  é o momento fletor transmitido por cisalhamento;

$M_t$  é o momento torsor transmitido por cisalhamento;

$M_f$  é o momento fletor resultante na ligação.

Porém, a determinação da parcela de momento fletor resultante na ligação  $M_f$  apresentada pelos autores foi considerada complexa para uma aplicação normativa. Durante a elaboração dos procedimentos de cálculo e verificação da resistência à punção, o comitê ACI-ASCE 326, visando uma aplicação mais simplificada do método proposto por DI STASIO e VAN BUREN (1960), decide utilizar o mesmo coeficiente  $K$  proposto por MOE (1961). Desta maneira, o comitê ACI-ASCE 326 admite a seguinte simplificação no equilíbrio de esforços:

$$M - M_f = K \cdot M \quad \text{Equação 2.10}$$

Diferentemente do método apresentado por Moe, estes autores, mostraram o termo  $K \cdot M$  da Equação 2.10, como sendo a parcela de momento fletor geradora não apenas das tensões de cisalhamento verticais mas também das tensões horizontais. Deste modo, o coeficiente  $K$  não representa o fenômeno da transferência de momento fletor da mesma maneira que Moe. Com base nas pesquisas realizadas por DI STASIO e VAN BUREN (1960) e por MOE (1961), o comitê ACI-ASCE 326 propõe calcular a tensão de cisalhamento vertical máxima da seguinte forma:

$$\tau_{\max} = \frac{V}{b_0 \cdot d} + \frac{K \cdot M}{J} \cdot c_{\max} \quad \text{Equação 2.11}$$

onde:

$V$  é a reação máxima vertical no pilar;

$M$  é o momento fletor resultante na ligação;

$b_0$  é o perímetro crítico considerado;

$d$  é a altura útil da laje.

$K$  é o coeficiente que determina a parcela de momento fletor transmitida ao pilar;

$J$  é uma propriedade da seção crítica, análoga ao momento polar de inércia;

$c_{max}$  é a distância entre o eixo de flexão e a fibra do perímetro crítico mais solicitada ao cisalhamento. Para um pilar de seção transversal quadrada pode-se adotar o valor de  $c_{max} = c/2$ .

A formulação proposta pelo comitê ACI-ASCE 326, foi em seguida, adotada pela norma norte americana ACI 318 em 1963, e continua sendo utilizada em sua versão mais atual ACI 318 (2008). A Equação 2.12 determina o parâmetro geométrico  $J$  para um pilar (ou área carregada) de seção transversal quadrada, e é possível notar que o último termo desta equação mostra a relação entre o parâmetro  $J$  e o parâmetro  $I$  utilizado por Moe.

$$J = \frac{c^3 \cdot d}{6} + \frac{c^3 \cdot d}{2} + \frac{c \cdot d^3}{6} = \frac{2 \cdot c^3 \cdot d}{3} + \frac{c \cdot d^3}{6} = I + \frac{c \cdot d^3}{6} \quad \text{Equação 2.12}$$

Quanto ao valor do coeficiente de transmissão do momento fletor  $K$ , este é sem dúvida alguma, um dos maiores pontos de incongruência nos métodos de cálculo propostos. Em 1962 o comitê ACI-ASCE 326 propôs a utilização do valor de  $K = 0,20$  utilizando o banco de dados de ensaios disponíveis em ACI 326 (1962). Depois disso, HANSON e HANSON (1968) analisaram um banco de dados mais extenso utilizando o método dos diagramas de interação e concluíram que com um valor de  $K = 0,40$  obtinha-se estimativas mais precisas da carga última. Fazendo uma breve análise sobre os dados e sugestões disponíveis na literatura citada, nota-se que existem várias contradições sobre os valores sugeridos para o coeficiente  $K$ . Se os métodos propostos por Moe e pelo comitê ACI-ASCE 326 tem como objetivo prever o mesmo valor de tensão solicitante, então espera-se que as relações  $K/I$  apresentada por MOE (1961) e  $K/J$  apresentada pelo comitê ACI-ASCE 326 (1962) devam ser iguais. No entanto, percebe-se que o termo  $c \cdot d^3/6$ , que difere  $J$  de  $I$ , é relativamente pequeno e não é suficiente para compensar as variações de  $K$  determinadas pelos diferentes autores. Se o coeficiente  $K$  proposto pelo comitê ACI-ASCE 326 considera também as tensões horizontais este deveria possuir um valor maior para incluir o efeito de torção. No entanto, em comparação com o valor utilizado por MOE (1961) que é  $K = 1/3$ , o comitê ACI-ASCE 326 propôs a utilização de  $K = 0,20$ , enquanto que HANSON e HANSON (1968) propuseram um valor de  $K = 0,40$ .

### 2.2.5.3 Método de Nölting

O trabalho apresentado por NÖLTING (2001) de certa forma, reduz consideravelmente o problema da distribuição das tensões de cisalhamento atuantes na seções crítica. A Equação 2.13 apresenta a formulação proposta por Nölting, onde o autor considera uma relação entre a excentricidade da reação de apoio no pilar e um parâmetro geométrico  $l_c$ , sendo esta relação similar a Equação 2.3. Com a utilização do parâmetro geométrico  $l_c$  Nölting conseguiu simplificar o método de cálculo de forma considerável, uma vez que a distribuição das tensões de cisalhamento na seção crítica é considerada da mesma forma para todas as formas de seções transversais, como mostra a Figura 2.7. No entanto, no fator  $\beta$  proposto por Nölting não é considerada a orientação do pilar em relação à direção do momento aplicado e isso parece ser contestável, uma vez que um pilar com a maior dimensão paralela ao plano de simetria deve transmitir uma parcela maior de momento fletor por cisalhamento. Na Equação 2.13 Nölting estima o valor de  $\eta = 1$  de maneira experimental com base em um banco de dados de várias séries de ensaios disponíveis na literatura.

$$\beta = 1 + \eta \cdot \frac{e}{l_c} \quad \text{Equação 2.13}$$

onde:

$\eta$  é um coeficiente que possui a mesma função de  $K$ ;

$e$  é a excentricidade da reação vertical no pilar devido à transferência de momento ( $M/V$ );

$l_c$  é o diâmetro de um círculo que tem a mesma área que a seção transversal do pilar.

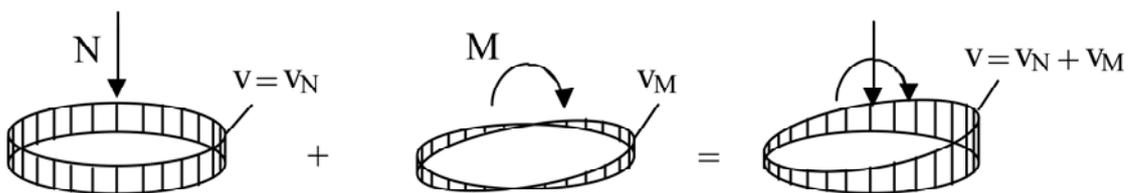


Figura 2.7 – Distribuição das tensões de cisalhamento sobre o perímetro crítico de acordo com NÖLTING (2001).

#### 2.2.5.4 Método SIA 262 : 2003

A norma suíça SIA 262:2003 diferentemente dos métodos apresentados até aqui, propõe um procedimento adotando como referência em sua formulação a força de cisalhamento máxima vertical  $v_{\max}$  por unidade de comprimento, ou seja, este método considera a força de cisalhamento máxima solicitante sobre um determinado perímetro crítico. Para considerar a excentricidade, a norma SIA 262:2003 propõe a redução do perímetro crítico utilizando um coeficiente  $k_e$ , como mostra a Equação 2.15.

$$k_e = \frac{1}{1 + \frac{e}{l_c}} \quad \text{Equação 2.15}$$

onde:

$k_e$  é um coeficiente que reduz o comprimento do perímetro crítico, considerando assim o efeito da excentricidade  $e$  na ligação;

$e$  é a excentricidade da reação vertical no pilar devido à transferência de momento ( $M/V$ );

$l_c$  é o diâmetro de um círculo que tem a mesma área que a seção transversal do pilar.

## 2.3 TRABALHOS REALIZADOS NO BRASIL E NO EXTERIOR

### 2.3.1 HAWKINS, BAO e YAMAZAKI (1989)

HAWKINS, BAO e YAMAZAKI realizaram uma série de ensaios experimentais com um número expressivo de lajes, contando com um total de trinta e seis lajes. A grande maioria das lajes possuía pilares com seção transversal quadrada, com lado igual a 305 mm e apenas três lajes com pilares retangulares de dimensões variadas entre si.

As trinta e seis lajes ensaiadas pelos autores foram divididas em sete séries, de A até G. Neste trabalho serão objeto de estudo apenas as lajes pertencentes à série E, que são aquelas que possuíam armadura de cisalhamento tipo estribo fechado e foram submetidas a carregamento excêntrico. Esta série teve como variáveis a taxa de armadura de flexão e a distribuição (espaçamento entre camadas) da armadura de cisalhamento.

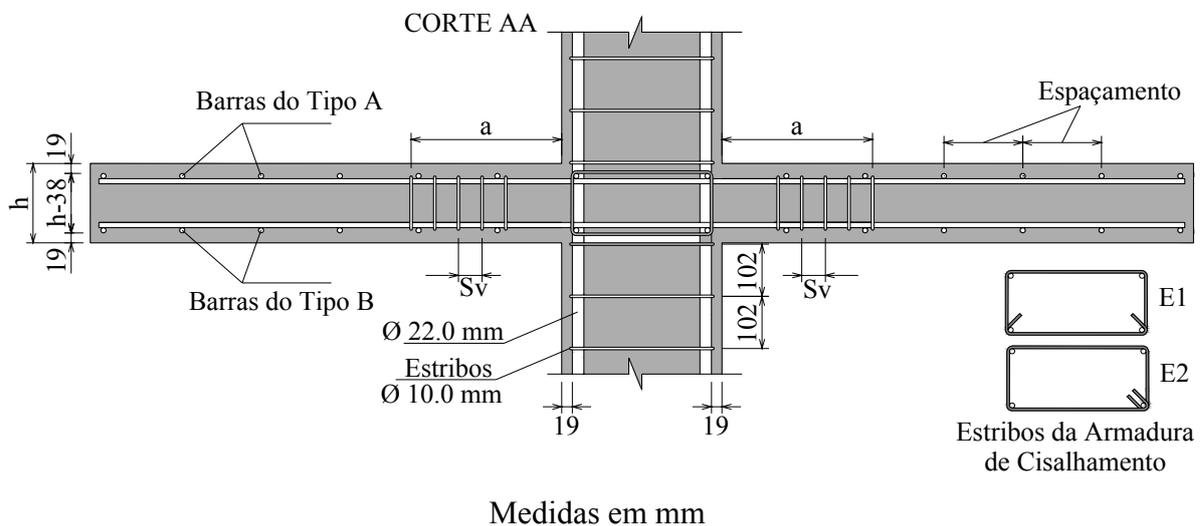
As características das lajes, as cargas e momentos de ruptura são apresentados na Tabela 2.1. Nas lajes da série E, o comprimento “a” (ver Figura 2.8) foi de 760mm para as lajes 14EH-0,49 e 9,6EL-0,56, e 460mm para as demais. Foram utilizados estribos fechados com diâmetro de 10mm nas lajes 14EH-0,49 e 14EL-0,49; nas demais foram utilizados estribos fechados com diâmetro de 8mm. O espaçamento entre estribos,  $S_v$ , foi de: 95mm para as lajes 14EH-0,49 e 14EL-0,49; 64mm para as lajes 9,6EH-0,34 e 9,6EL-0,34; 44mm para a laje 9,6EH-0,48; e 38mm para a laje 9,6EL-0,56. As dobras do detalhamento do estribo tipo E1 foram utilizadas na grande maioria das lajes, à exceção da laje 14EL-0,49 que utilizou o detalhamento do estribo E2. Todos os pilares que serviram de apoio para as lajes da série E possuíam seção transversal quadrada com 305mm de lado. Todas as lajes pertencentes à série E possuíam altura total igual a 152mm.

Tabela 2.1 – Características das Lajes – HAWKINS, BAO e YAMAZAKI (1989)

Autor	Laje (*)	$d$ (mm)	$c$ (mm)	$\rho$ (%)	$\phi_w$ (mm)	Nº. de Linhas	$A_{sw}/$ camada (mm <sup>2</sup> )	Nº. de Camadas	$s_0$ (mm)	$s_r$ (mm)	$f'_c$ (MPa)	$f_{ys}$ (MPa)	$e_u$ (mm)	$M_u$ (kN.m)	$V_u$ (kN)
Hawkins, Bao e Yamazaki (1989)	14EH-0,49	113	305	1,40	10,0	8	628	8	95	95	25	420	522	118	226
	9,6EH-0,34	117	305	0,96	8,0	8	402	7	76	64	26	472	502	100	199
	9,6EH-0,48	117	305	0,96	8,0	8	402	10	64	44	26	472	380	86	226
	14EL-0,49	113	305	1,40	10,0	8	628	8	95	95	27	420	124	44	354
	9,6EL-0,34	117	305	0,96	8,0	8	402	7	76	64	23	472	114	33	290
	9,6EL-0,56	117	305	0,96	8,0	8	402	12	42	38	29	472	125	43	345

(\*) Os numerais indicam a taxa de armadura da laje. A primeira letra indica a série, a segunda indica o tipo de carregamento. Os numerais e letras adicionais indicam: para a série E, a porcentagem de armadura de cisalhamento em uma seção com 305mm de largura;

O carregamento foi aplicado em doze pontos localizados nas bordas da laje, espaçados entre si a cada 610 mm, de maneira que a ação do carregamento produziu momento fletor na ligação laje-pilar. A reação ao momento gerado foi realizada por força horizontal aplicado por um cilindro hidráulico. Dois tipos de carregamento foram aplicados, sendo diferenciados pelas parcelas de carregamento aplicadas em cada ponto de aplicação de carga. O carregamento H possuía em cada um de seus pontos AV, uma parcela de 18,8% da carga total e em seus pontos BV, uma parcela de 3,1%, resultando em uma excentricidade  $e = 577$  mm. O carregamento L possuía em cada um de seus pontos AV, uma parcela de 10,7% da carga total e em seus pontos BV, uma parcela de 7,2%, resultando em uma excentricidade  $e = 130$  mm. O Sistema de aplicação de cargas e as dimensões são apresentados na Figura 2.9.



Tipo de Barra	Diâmetro e espaçamento das barras para as seguintes taxas de armadura de flexão:	
	0,96 %	1,40 %
A	Ø16,0 c/ 191 mm	Ø20,0 c/ 191 mm
B	Ø12,5 c/ 229 mm	Ø12,5 c/ 191 mm

Figura 2.8 – Detalhamento da armadura de flexão e de cisalhamento das lajes ensaiadas por HAWKINS, BAO e YAMAZAKI (1989).

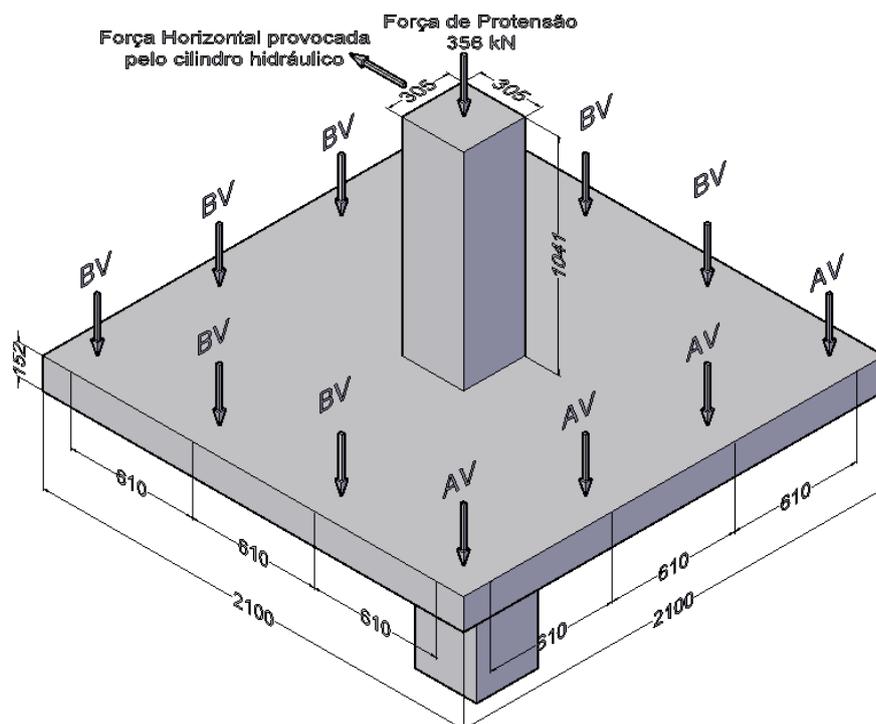


Figura 2.9 – Sistema de aplicação das cargas e dimensões das lajes ensaiadas por HAWKINS, BAO e YAMAZAKI (1989) – mm.

Analisando os resultados da série experimental os autores compararam os valores de carga última solicitante e deslocamentos lidos no ensaio com as estimativas da carga última resistente determinada por meio das recomendações da norma norte americana ACI 318 (1983). Algumas das principais conclusões a que chegaram os autores foram:

- As recomendações do ACI318 (1983) para a determinação da resistência à punção em ligações laje-pilar interno com transferência de momento, são razoáveis para propósito de cálculo. Observaram resultados conservadores quando a taxa de armadura de flexão em uma faixa afastada a  $1,5.d$  das faces do pilar excederam o valor de 0,70%. O conservadorismo das previsões aumenta à medida que a taxa de armadura aumenta, contudo, o aviso da estrutura por meio de deformações, para a possibilidade de ruptura, diminui. Para lajes com taxas de armadura de flexão inferiores a 0,70% as previsões não se mostraram conservadoras, no entanto, a capacidade resistente à flexão seguida de deformações significativas é alcançada antes da ruptura por punção;
- O fendilhamento do concreto e o efeito de pino para lajes com armadura de flexão passando dentro do pilar podem reduzir a capacidade de transferência de momento. Os

autores também relatam que ficou claro que o espaçamento entre as barras não pode ser menor que três vezes o diâmetro das mesmas, quando adotado um cobrimento de 19mm;

- A rigidez rotacional das ligações laje-pilar diminui continuamente com o acréscimo de carga. Para lajes não fissuradas, as previsões de rigidez rotacional estabelecidas pelo ACI 318 (1983) foram bastante coerentes. Os autores chegaram a uma equação para determinação da rigidez rotacional em função da taxa de armadura de flexão, para as lajes fissuradas, componentes de suas séries de ensaio:

$$(K_{ec})_{test} = (17 \cdot \rho_c + 0,085) \cdot (K_{ec})_{calc} \quad \text{Equação 2.16}$$

onde:

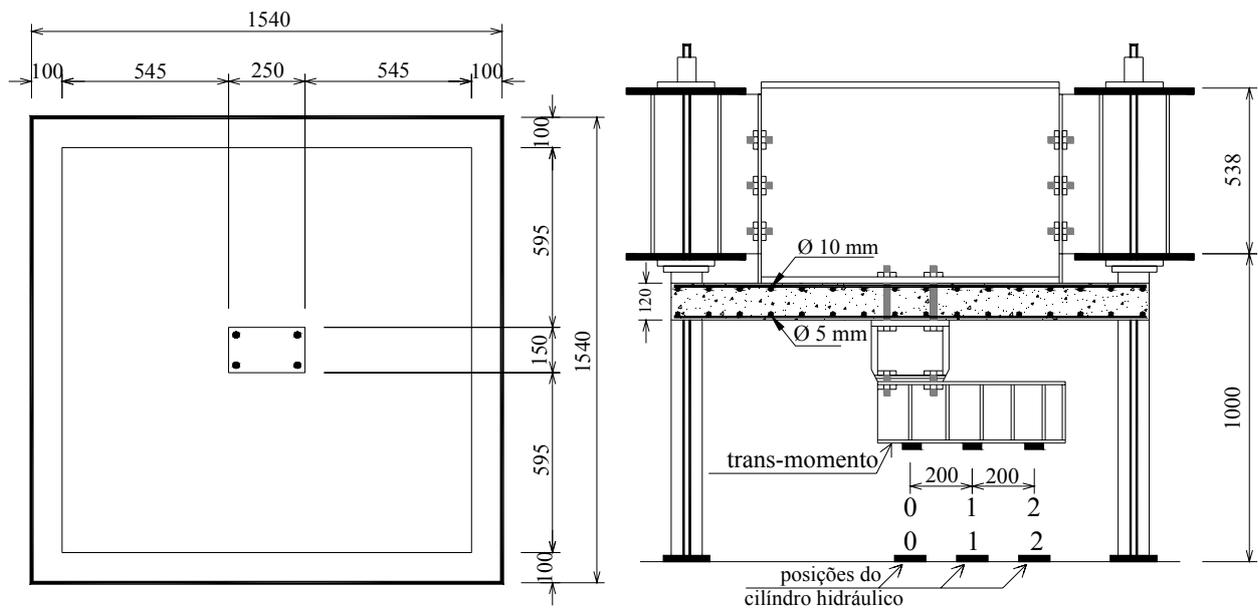
$(K_{ec})_{test}$  é a rigidez rotacional para a laje fissurada;

$(K_{ec})_{calc}$  é a rigidez de cálculo dada pelo ACI 318 (1983).

### 2.3.2 CORDOVIL (1995)

CORDOVIL (1995) ensaiou dez lajes quadradas com 1540mm de largura . As principais variáveis foram a distribuição da armadura de cisalhamento e a transferência de momento do pilar para a laje através da variação da excentricidade da carga aplicada.

No sistema de ensaio utilizado, a carga foi aplicada de baixo para cima por meio de um cilindro hidráulico. As bordas da laje foram apoiadas em um pórtico de alta rigidez ancorado na laje de reação de maneira que o vão livre tivesse um comprimento de 1340mm. O carregamento excêntrico foi aplicado com a utilização de um dispositivo, criado pelo autor, e denominado de “*Trans-Moment*”. A força de ação foi aplicada com excentricidades de 200mm ou 400mm em relação ao eixo do pilar, provocando a transferência de momento fletor para a laje.



### Detalhe do Sistema *Trans-Moment*

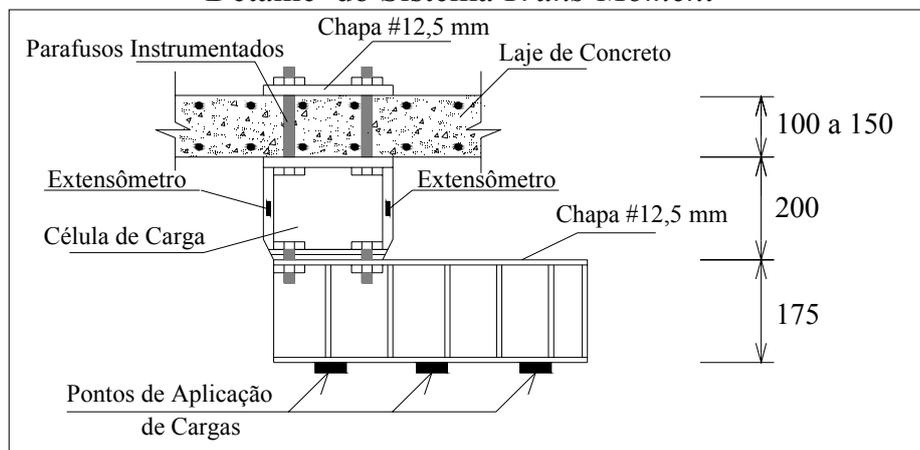


Figura 2.10 – Sistema de aplicação das cargas e dimensões das lajes ensaiadas por CORDOVIL (1995) – (mm).

O autor dividiu o estudo das lajes em duas séries de ensaio distintas: A primeira série consistia em lajes submetidas apenas a carregamento do tipo centrado e a segunda série era composta de lajes submetidas a carregamento excêntrico. Neste trabalho serão estudadas apenas as lajes pertencentes à segunda série de ensaios. Esta série teve como variáveis a excentricidade de carregamento, a taxa de armadura de flexão e a utilização de armadura de cisalhamento. A Figura 2.11 apresenta o detalhamento da distribuição da armadura de cisalhamento empregada nas em duas lajes desta série.

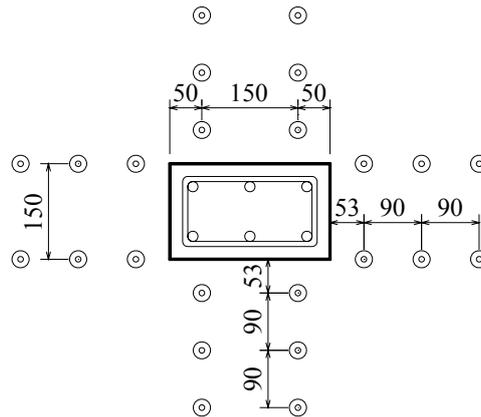


Figura 2.11 – Distribuição da armadura de cisalhamento das Lajes 10 e 16 ensaiadas por CORDOVIL (1995) – (mm).

Das lajes ensaiadas pelo autor cinco foram submetidas a carregamento excêntrico: Lajes 9, 10, 12, 13 e 16. As Lajes 10 e 12 receberam carregamento com 200 mm de excentricidade e as Lajes 9, 13 e 16 com 400mm de excentricidade. As lajes possuíam espessura de 120 mm. Nas Lajes 10 e 16 foi utilizada armadura de cisalhamento do tipo *stud* com 6,3mm de diâmetro. A área carregada, com a utilização do “*Trans-Moment*” simulando o pilar, era retangular de lados 250 x 150 mm.

A armadura de flexão era composta por malha ortogonal, com 15 barras com 10mm de diâmetro na direção paralela ao maior lado do pilar, e 14 barras de 10mm de diâmetro na direção perpendicular. Foi empregada uma taxa de armadura de flexão com  $\rho = 0,88\%$ . A altura útil das lajes possuía  $d = 104$  mm de espessura. As características das lajes, as cargas e momentos de ruptura são apresentados na Tabela 2.2

Tabela 2.2 – Características das Lajes – CORDOVIL (1995)

Autor	Laje	$d$ (mm)	$c$ (mm)	$\rho$ (%)	$\phi_w$ (mm)	Nº. de Linhas	$A_{sw}$ / camada (mm <sup>2</sup> )	Nº. de Camadas	$s_0$ (mm)	$s_r$ (mm)	$f'_c$ (MPa)	$f_{ys}$ (MPa)	$e_u$ (mm)	$M_u$ (kN.m)	$V_u$ (kN)
Cordovil (1995)	7	131	100	0,85	---	---	---	---	---	---	34	500	---	---	320
	8	131	100	0,85	6,3	8	249	3	70	100	34	500	---	---	400
	9	104	250/150	0,88	---	---	---	---	---	---	33	500	400	42,4	106
	10	104	250/150	0,88	6,3	8	249	3	53	90	33	500	200	43,8	219
	11	131	100	0,85	6,3	8	249	3	70	100	34	500	---	---	412
	12	104	250/150	0,88	---	---	---	---	---	---	31	500	200	32,2	161
	13	104	250/150	0,88	---	---	---	---	---	---	31	500	400	40,4	101
	14	104	250/150	0,88	6,3	8	249	3	53	90	30	500	---	---	302
	15	104	250/150	0,88	---	---	---	---	---	---	30	500	---	---	258
16	104	250/150	0,88	6,3	8	249	3	53	90	32	500	400	62,4	156	

Com base em seus resultados experimentais o autor propôs uma alteração do Código Modelo CEB-FIP/90 que consistia em modificar a prescrição da distância do perímetro crítico em relação ao perímetro do pilar, alterando de  $2,0.d$  para  $1,25.d$ , como mostrado na Figura 2.12.

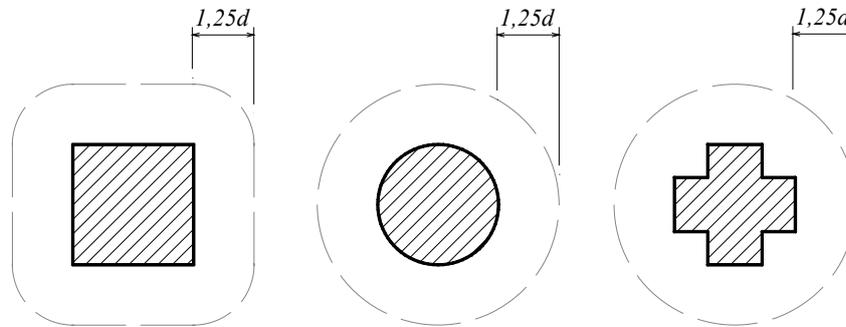


Figura 2.12 – Perímetro Crítico proposto por CORDOVIL (1995) .

Para lajes com armadura de cisalhamento, o antigo texto do CEB-FIP MC90 (1993) especificava que o perímetro crítico externo deveria ser tomado à uma distância  $2,0.d$  da última camada de armadura de cisalhamento. Na proposta elaborada pelo autor, o perímetro crítico externo é verificado a uma distância de  $2,5.d$  das faces do pilar ou do perímetro da área carregada. O detalhamento da armadura de cisalhamento deve atender aos espaçamentos apresentados na Figura 2.13. No entanto, em seu trabalho o autor deixa bem claro que esta proposta é válida apenas para as lajes ensaiadas em suas séries de ensaio.

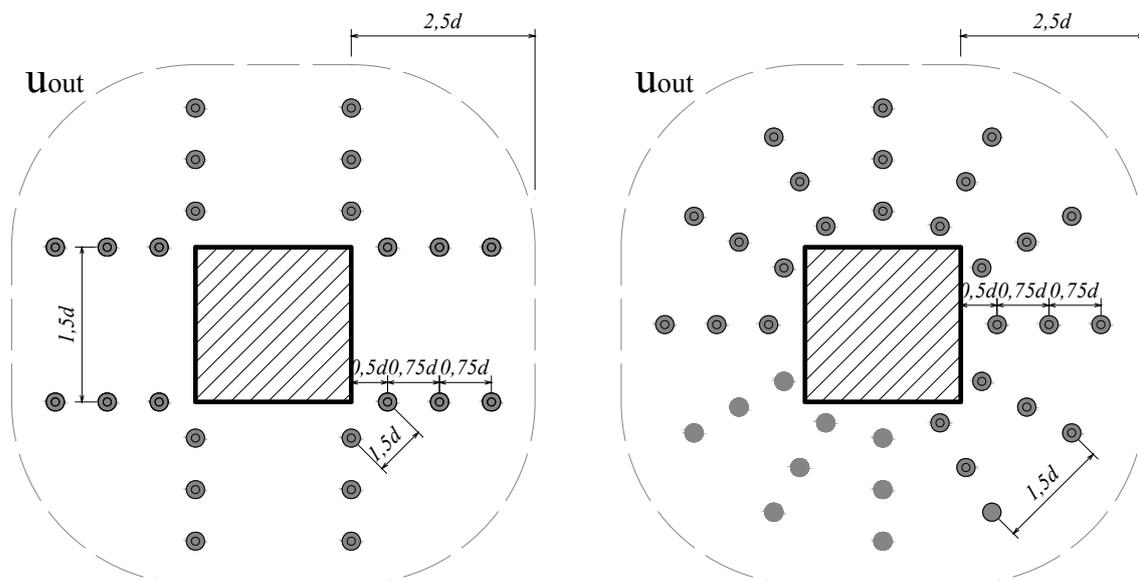


Figura 2.13 – Perímetro Crítico externo proposto por CORDOVIL (1995) .

O autor concluiu, ainda, que a utilização do dispositivo “*Trans- Moment*” é um método eficiente para ensaio de placas submetidas a carregamento excêntrico, porque tem condições de medir a excentricidade da carga efetiva. Por meio da análise das parcelas de carga em cada haste do equipamento, medida por extensômetros elétricos, pode-se obter excelente precisão da excentricidade real da carga aplicada, além da avaliação da pressão exercida pelo equipamento metálico contra a superfície de concreto.

### **2.3.3 KRÜGER (1999)**

KRÜGER (1999) realizou uma série de ensaios experimentais com um total de sete lajes submetidas a carregamento excêntrico. As lajes ensaiadas pelo autor foram divididas em duas séries. A primeira série era composta de três lajes sem armadura de cisalhamento e a segunda série, com quatro lajes, teve a utilização de armadura de cisalhamento. Em ambas as séries havia lajes de referência nas quais foi aplicado carregamento simétrico, no entanto, a laje de referência da segunda série possuía armadura de cisalhamento. As principais variáveis estudadas pelo autor foram a excentricidade de carregamento, a taxa de armadura de flexão e o emprego, tipo, quantidade e distribuição da armadura de cisalhamento.

As características das lajes, as cargas e momentos de ruptura são apresentados na Tabela 2.3. As armaduras de cisalhamento empregadas neste trabalho foram de dois tipos: estribo aberto e *stud*. Nas Lajes P0B, PP16A e PP16B foi utilizada armadura de cisalhamento do tipo estribo aberto com diâmetro de 10,0 mm. Na Laje Anco16B foi utilizada armadura de cisalhamento do tipo *stud* com diâmetro de 14,0 mm. A armadura de flexão teve sua taxa variada de acordo como apresentado na Tabela 2.3. As Lajes P0A e P0B receberam carregamento simétrico. A Laje P30A recebeu carregamento excêntrico com 320 mm de excentricidade e as demais lajes da série receberam carregamento excêntrico com 160 mm de excentricidade. Todos os pilares que serviram de apoio para as lajes desta série de ensaios possuíam seção transversal quadrada com 300 mm de lado.

Tabela 2.3 – Características das Lajes – (KRÜGER, 1999)

Série	Lajes	$e$ (mm)	Armadura Longitudinal	Armadura de Cisalhamento		$f_c$ (MPa)	$M_u$ (kN.m)	$V_u$ (kN.m)
1ª Série	P0A	0	$\rho = 1\%$ $\text{Ø}14\text{mm}$ $s = 120\text{mm}$	Sem Armadura de Cisalhamento		34,6	0	423
	P16 A	160				38,6	53,1	332
	P30A	320				30,4	86,4	270
2ª Série	PP16A	160	$\rho = 1,3\%$ $\text{Ø}16\text{mm}$ $s = 120\text{mm}$	48 estribos (96 pernas de estribo) $\text{Ø}10\text{mm}$		37,7	64,5	403
	PP0B	0				46,1	0	579
	PP16B	160				39,5	69,1	432
	Anco16 B	160		84 studs $\text{Ø}14\text{mm}$		35,2	75,2	470

h – altura total admitida para todas as lajes – 150mm  
d – altura útil admitida para todas as lajes – 121mm  
 $f_{ys}$  – tensão de escoamento admitida para a armadura de flexão – 529MPa

O carregamento foi aplicado através de um cilindro hidráulico servo controlado com uma velocidade de carregamento constante de 4 kN por minuto. Em todos os ensaios, o carregamento foi aplicado em passos de carga com intervalos de 40 kN. Entre os passos de carga eram realizados intervalos de 10 a 15 minutos para a inspeção e medições. Após atingir o carregamento máximo, a aplicação do carregamento foi mantida com o objetivo de captar as leituras e o comportamento pós-punção da laje. O ensaio tinha seu fim decretado quando o pilar já havia penetrado na laje, ou quando a rotação do pilar era superior a 5%. O sistema de aplicação de cargas é apresentado Figura 2.14 e as dimensões das lajes são apresentadas na Figura 2.15.

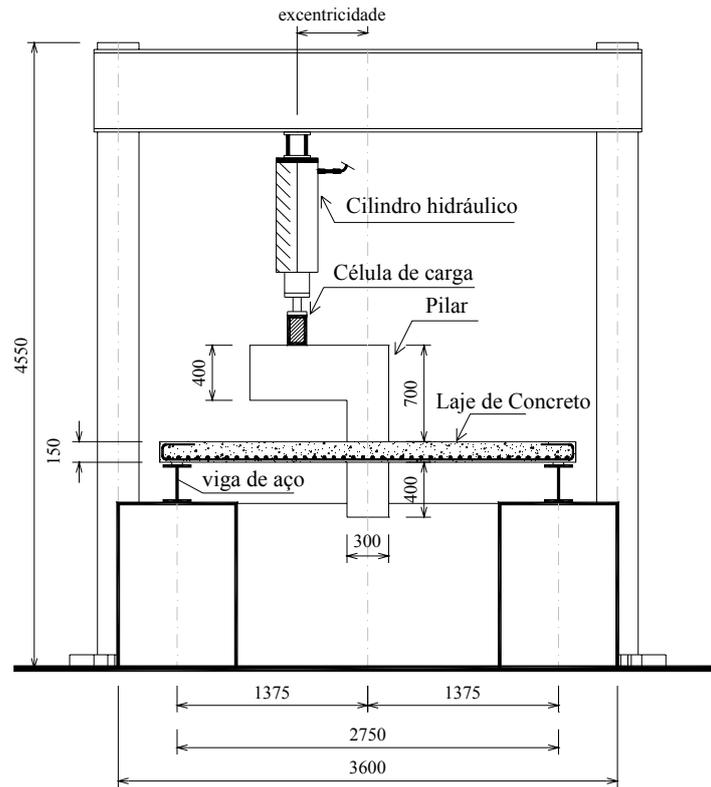


Figura 2.14 – Sistema de aplicação das cargas nas lajes ensaiadas por KRÜGER (1999) –  
Dimensões em mm.

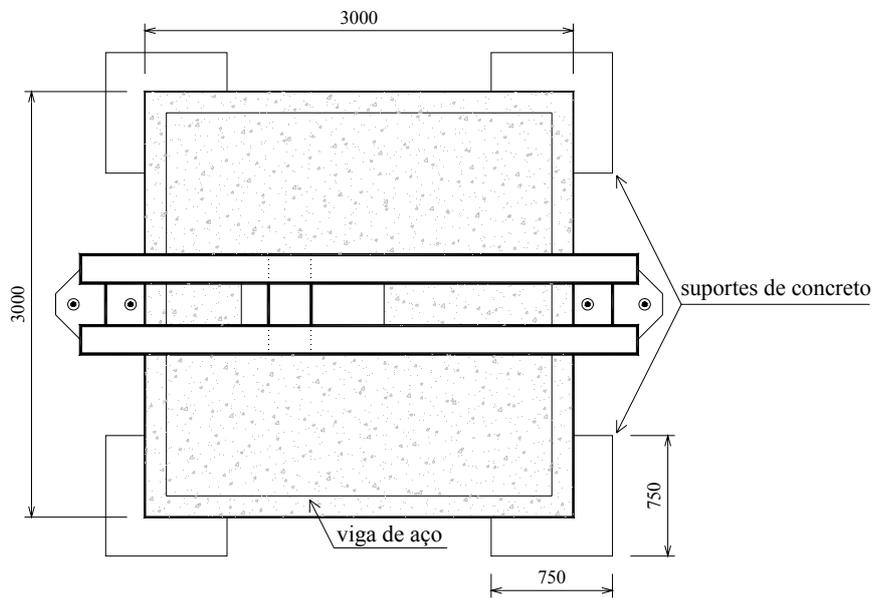


Figura 2.15 – Dimensões em mm das lajes ensaiadas por KRÜGER (1999)

As principais conclusões desta série de ensaios foram as seguintes:

A influência da excentricidade na resistência à punção é de extrema importância. A resistência última de uma laje submetida a carregamento simétrico com armadura de cisalhamento chegou a 579 kN, enquanto que em uma laje submetida a carregamento excêntrico com uma excentricidade de 320 mm e sem armadura de cisalhamento chegou apenas a 270 kN. Em resumo, para uma mesma geometria de lajes, a redução da capacidade resistente foi de 53%. Para as lajes sem armadura de cisalhamento a redução da capacidade resistente em relação à laje de referência submetida a carregamento simétrico, foi de 22% para a laje com excentricidade de 160 mm e de 36% para a laje com excentricidade de 320 mm. Esta redução é ligeiramente superior para lajes com estribos, sendo de 26% para uma excentricidade de 160 mm. A excentricidade de 320 mm não foi testada em lajes com armadura de cisalhamento;

A armadura de cisalhamento não reduz a influência da excentricidade. Na verdade, para a mesma excentricidade de 160 mm, a redução da resistência última em relação à laje de referência submetida a carregamento simétrico pode ser comparada com lajes com e sem armadura de cisalhamento;

As normas e códigos que levam em conta a interação entre a força cortante e o momento fletor, atuantes na ligação laje-pilar, apresentaram uma interação linear. Esta hipótese é confirmada por testes de laboratório. As normas ACI 318M, British Standard e CEB-FIP Model Code 1990, forneceram uma boa estimativa da redução da resistência última causada pela excentricidade do carregamento para lajes ensaiadas;

A armadura de cisalhamento aumentou significativamente a resistência última à punção. Esta armadura proporcionou maior ductilidade na ligação laje-pilar; O autor concluiu ainda que a ancoragem dos estribos abertos é problemática para o caso de lajes com espessuras relativamente pequenas, no caso das lajes ensaiadas por KRÜGER, com 150 mm de espessura. Na verdade, os estribos não atingiram o limite de escoamento do aço, apesar da ruptura ter ocorrido dentro da região da armadura de cisalhamento. É por isso que algumas normas limitam o valor da tensão de escoamento  $f_y$  nos estribos utilizados como armadura de cisalhamento a um valor  $f_{y,red}$ . De acordo com KRÜGER discussões no Canadá e nos

Estados Unidos foram levantadas para proibir o uso de estribos, como armadura de cisalhamento, para lajes de espessura inferior 300 mm.

Outra conclusão importante de KRÜGER, é que a armadura tipo *stud* permitiu um confinamento suficiente do concreto, uma vez que a ruptura ocorreu fora da região da armadura de cisalhamento. No entanto, o autor ressalta que se deve ter em mente que a taxa da armadura de cisalhamento tipo *stud* foi imposta pelo fabricante e que esta era mais de duas vezes superior à taxa de armadura dos estribos abertos.

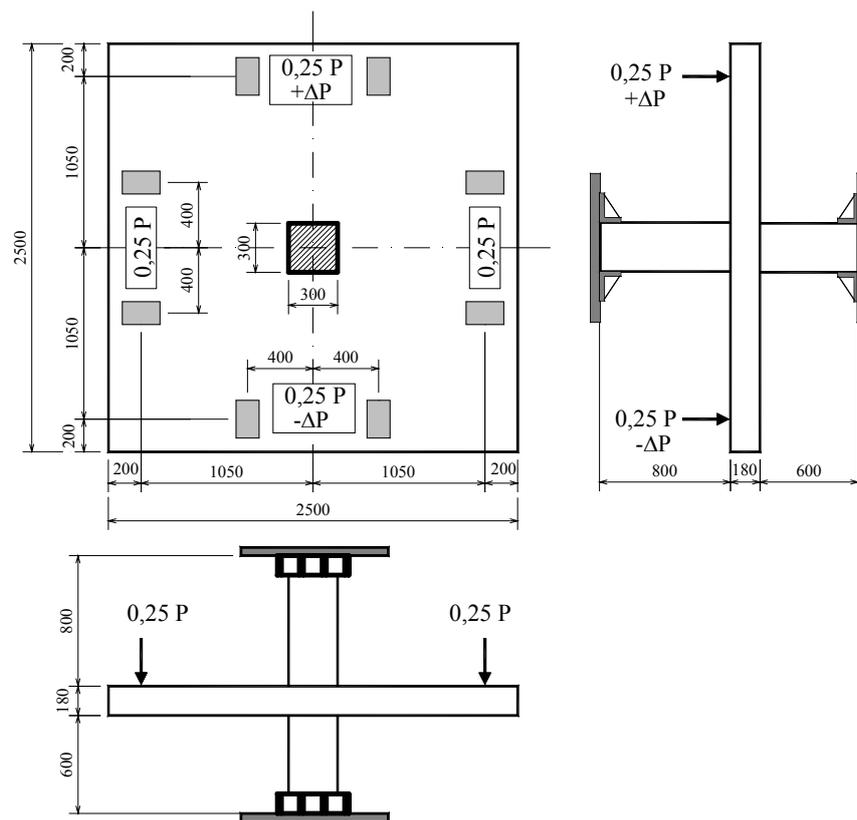
#### **2.3.4 FERREIRA (2010)**

FERREIRA (2010) realizou uma série de ensaios experimentais com um total de dezesseis lajes com dimensões 2500 mm x 2500 mm e espessura com 180 mm, possuindo armadura de cisalhamento do tipo *stud*, posicionada entre as armaduras de flexão, submetidas a carregamento simétrico e excêntrico. Estes ensaios foram divididos em duas séries de oito lajes cada.

A primeira série era composta por lajes apoiadas em pilares de seção transversal circular, e tinha como objetivo principal observar como se dava o modo de ruptura das lajes tendo como principais variáveis: as dimensões do pilar interno; a taxa de armadura de flexão tracionada; a taxa de armadura de flexão comprimida; quantidade e distribuição das armaduras de cisalhamento. A segunda série era composta por lajes apoiadas em pilares de seção transversal quadrada com 300 mm de lado, cujo objetivo era verificar experimentalmente o efeito da transferência de momento fletor na resistência à punção de ligações laje-pilar interno com e sem o emprego de armadura de cisalhamento.

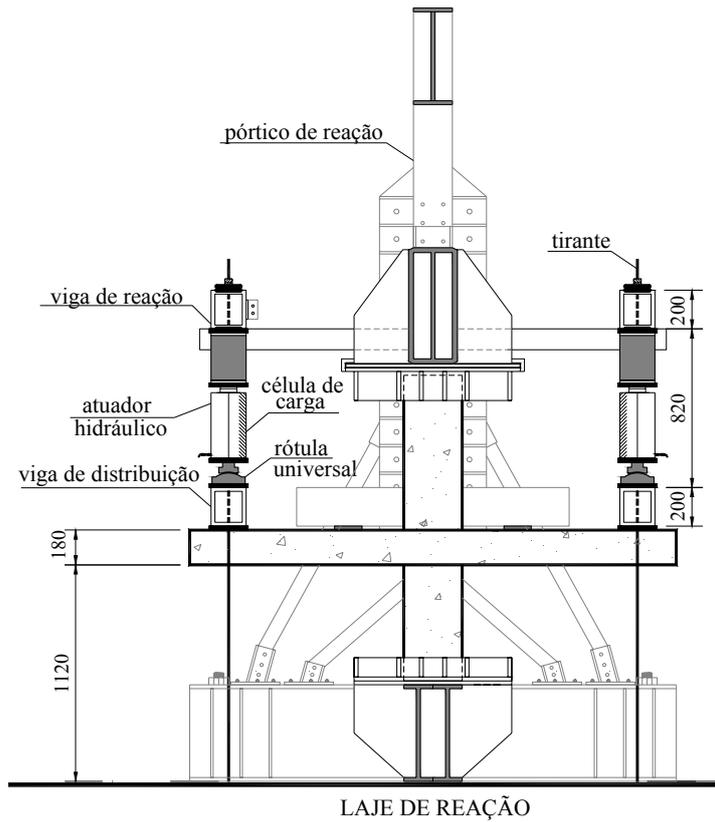
Neste trabalho serão objeto de estudo apenas as lajes pertencentes à segunda série de ensaios, que são aquelas que possuíam armadura de cisalhamento tipo *stud* e foram submetidas a carregamento excêntrico. Esta série teve como variáveis as taxas de armadura de flexão e de cisalhamento, o número de camadas da armadura de cisalhamento, além da aplicação de carregamento excêntrico.

A segunda série de ensaios era composta de quatro lajes submetidas a carregamento simétrico (LS01, LS02, LS05 e LS07) e quatro lajes submetidas a carregamento excêntrico (LS03, LS04, LS06 e LS08). As Lajes LS05 e LS06 serviram de referência para as demais, pois estas não possuíam armadura de cisalhamento. As Lajes LS01 e LS03 possuíam armadura de cisalhamento distribuída em duas camadas de *studs* com 10 mm de diâmetro. As LS02 e LS04 possuíam armadura de cisalhamento distribuída em quatro camadas com *studs* com 10 mm de diâmetro. As Lajes LS07 e LS08 possuíam armadura de cisalhamento distribuída em quatro camadas com *studs* com 12,5 mm de diâmetro. Todas as lajes que fizeram uso de armadura de cisalhamento possuíam distribuição radial. As armaduras de flexão tiveram suas taxas variadas entre 1,46% e 1,70%, como apresentado na Tabela 2.4. A Figura 2.16, ilustra o *layout* do carregamento aplicado. A Figura 2.17 apresenta o sistema de aplicação de cargas e a Tabela 2.4 apresenta as características principais das lajes ensaiadas.

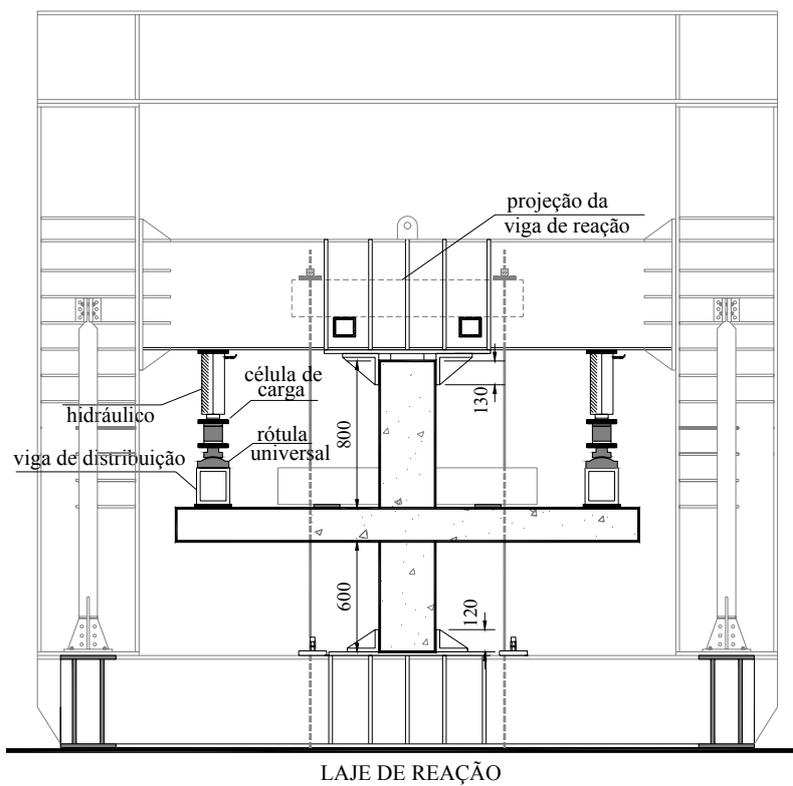


Lajes da 2ª Série de Ensaios

Figura 2.16 – Dimensões em mm e *layout* de carregamento das lajes ensaiadas por FERREIRA (2010).



(a) – Apresentação em CORTE do Sistema de aplicação de cargas



(b) – Apresentação em CORTE do Sistema de aplicação de cargas

Figura 2.17 – Sistema de aplicação de cargas das lajes ensaiadas por FERREIRA (2010) – (mm)

Tabela 2.4 – Características das Lajes – (FERREIRA, 2010).

Série de Ensaios	Laje	Pilar (mm)	d (mm)	$\rho$ (%)	$f_c$ (MPa)	Armadura de Cisalhamento			e (mm)	$M_u$ (kN)	$V_u$ (kN)
						Nº Camadas	$\varnothing$ (mm)	$A_{sw}/Cam$ (mm <sup>2</sup> )			
1ª Série	LC01*	270	143	1,50	48	6	10	785,4	0	---	858
	LC02*	360	140	1,55	47	6	10	785,4	0	---	956
	LC03*	450	142	1,41	49	6	10	785,4	0	---	1.077
	LC04*	360	140	1,55	48	6	12	942,5	0	---	1.221
	LC05*	360	140	2,05	50	6	10	785,4	0	---	1.118
	LC06 <sup>o</sup>	360	143	1,45	49	6	10	785,4	0	---	1.078
	LC07 <sup>†</sup>	360	144	1,60	49	7	10	785,4	0	---	1.110
	LC08*	360	144	1,62	48	6	12	942,5	0	---	1.059
2ª Série	LS01*	300	145	1,54	48	2	12	942,5	0	---	1.022
	LS02*	300	143	1,46	49	4	12	942,5	0	---	1.128
	LS03*	300	145	1,54	50	2	12	942,5	315	189	699
	LS04*	300	143	1,46	49	4	12	942,5	315	190	722
	LS05	300	143	1,58	50	---	---	---	0	---	779
	LS06	300	144	1,56	50	---	---	---	315	141	528
	LS07 <sup>#</sup>	300	143	1,70	49	4	12	1.472,7	0	---	1.197
	LS08 <sup>#</sup>	300	144	1,68	48	4	12	1.472,7	315	191	934
Obs.:											
$f_{ys,\varnothing16,0} = 557$ MPa $f_{ys,\varnothing20,0} = 541$ MPa											
* <sub>s0</sub> = 70 mm    s <sub>r</sub> = 100 mm $\phi_w = 10,0$ mm $f_{ys,w} = 573$ MPa											
† <sub>s0</sub> = 55 mm    s <sub>r</sub> = 80 mm $\phi_w = 10,0$ mm $f_{ys,w} = 573$ MPa											
# <sub>s0</sub> = 70 mm    s <sub>r</sub> = 100 mm $\phi_w = 12,5$ mm $f_{ys,w} = 530$ MPa											
o <sub>s0</sub> = 70 mm    s <sub>r</sub> = 100 mm $\phi_w = 10,0$ mm $f_{ys,w} = 573$ MPa $\rho' = 1,14$ %											

Dentre as considerações apresentadas pelo autor, uma das mais significativas foi a apresentação de um método que este acreditou ser uma boa aproximação para analisar ligações laje-pilar com armadura de cisalhamento submetidas a carregamento simétrico. Denominado de Método da Superfície de Resistência Mínima ao Cisalhamento-MSMR (*Surface of Minimum Shear Resistance - SMSR*) ele tem como base a consideração de que a resistência à punção deve ser tomada como o somatório da parcela de resistência atribuída ao concreto, que aumenta proporcionalmente com o aumento da inclinação da superfície de ruptura, e da parcela de contribuição das armaduras de cisalhamento, que reduz com o aumento da inclinação da superfície de ruptura. O autor apresentou uma equação para correlacionar o incremento da contribuição do concreto com a inclinação da superfície de ruptura, baseada em algumas análises já testadas para vigas. A equação proposta por FERREIRA (2010) é descrita a seguir.

$$V_{Rd,cs} = \eta_c \cdot V_{Rd,c} \cdot \left( \frac{2 \cdot d}{a_i} \right) + V_{Rd,s} \quad \text{Equação 2.17}$$

$$V_{Rd,c} = \frac{0,18}{\gamma_c} \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_c)^{1/3} \cdot u_1 \cdot d \quad \text{Equação 2.18}$$

$$V_{Rd,s} = \sum A_{sw,cam} \cdot f_{ysd,w} \quad \text{Equação 2.19}$$

onde:

$\eta_c$  é um coeficiente aqui assumido como igual a 0,75;

$V_{Rd,c}$  é a parcela de resistência do concreto;

$d$  é a altura útil da laje;

$a_i$  é a projeção horizontal da superfície de ruptura investigada;

$V_{Rd,s}$  é a parcela de resistência das armaduras de cisalhamento efetivamente ancoradas e cortadas pela superfície de ruptura;

$\xi$  é o *size effect* determinado como  $\xi = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2$ , com  $d$  em mm;

$\rho$  é a taxa de armadura de flexão tracionada, definida como  $\rho = \sqrt{\rho_y \cdot \rho_x} \leq 0,02$ ;

$f_c$  é a resistência a compressão do concreto;

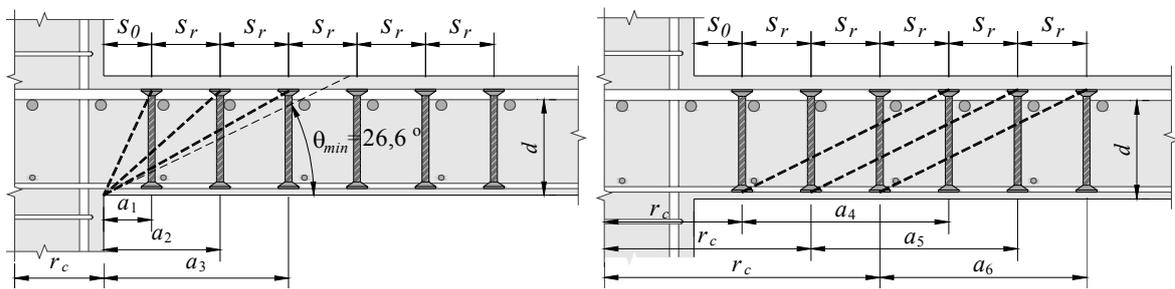
$u_1$  é o perímetro crítico com geometria igual a do EC2, porém definido a uma distância  $a_i$  da face do pilar ou do ponto inferior da superfície de ruptura investigada;

$A_{sw,cam}$  é a área de aço por camada de armaduras de cisalhamento;

$f_{ysd,w}$  é a tensão de escoamento da armadura de cisalhamento.

O autor ressaltou que a resistência à punção deve ser calculada por meio da investigação de todas as possíveis superfícies de ruptura dentro da região das armaduras de cisalhamento, partindo do pilar e investigando também superfícies iniciando nas camadas de armadura. Sua aplicação deste modo seria mais indicada com a utilização de linguagens de programação, o que poderia dificultar sua utilização em escritórios de projeto de estruturas. Buscando a simplificação do próprio método, o autor propôs que para a verificação da capacidade resistente fosse investigado um número de superfícies de ruptura igual ao número de camadas de armaduras utilizado, apresentando-se alguns critérios para definição destas superfícies críticas. FERREIRA (2010) considerou que a utilização deste método pode ser interessante do ponto de vista de projeto por diversos motivos, mas principalmente porque ele pode atribuir maior sensibilidade aos projetistas quanto à resistência à punção.

A Figura 2.18, apresenta as superfícies de ruptura para a verificação propostas no método *MSRM*.



(a) - superfícies de ruptura práticas iniciando no pilar      (b) - superfícies de ruptura práticas iniciando nas camadas

Figura 2.18 – Superfícies de ruptura práticas dentro da região das armaduras de cisalhamento – (FERREIRA, 2010).

## **2.4 MÉTODOS TEÓRICOS PARA A DETERMINAÇÃO DA CARGA DE RUPTURA POR PUNÇÃO**

Neste tópico serão apresentadas as formulações para a determinação da resistência à punção contidas em diferentes normas e códigos de projetos estruturais em concreto armado. É importante salientar que tanto as equações que determinam as solicitações, quanto as que determinam as resistências estão isentas da aplicação de qualquer fator de majoração ou minoração, uma vez que este se trata de um estudo experimental e sendo assim, deseja-se fazer uma análise das estimativas destes métodos teóricos com os resultados nominais de suas formulações e não com seus resultados de projeto. Dessa forma é bom que o leitor tenha em mente que todos os cálculos referentes à previsão da carga última de punção realizados neste trabalho apresentam valores efetivos, desconsiderando quaisquer fatores de segurança.

### **2.4.1 NBR 6118 (2007) - Projeto de estruturas de concreto – Procedimento**

O modelo de cálculo que a NBR 6118 (2007) adota corresponde à verificação do cisalhamento em duas ou mais perímetros críticos definidos em regiões entorno de forças concentradas.

No primeiro perímetro crítico  $u_0$  (contorno do pilar ou da área carregada), deve ser verificada indiretamente a tensão de compressão diagonal do concreto por meio da tensão de cisalhamento.

No segundo perímetro crítico  $u_1$ , afastado a uma distância de  $2.d$  das faces do pilar ou área carregada, deve ser verificada a capacidade resistente da ligação laje-pilar à punção, associada à resistência à tração diagonal. Essa verificação também se faz por meio da tensão de cisalhamento.

Após a avaliação da intensidade das tensões solicitantes, é possível que estas sejam superiores à tensão resistente. Nesse caso, é comum buscar aumentar a resistência da ligação por meio do uso de armadura de cisalhamento. Neste trabalho em especial, será

estudado o caso em que este aumento da capacidade resistente da ligação é efetuado com o emprego de armadura de cisalhamento.

No caso do uso de armadura de cisalhamento, há ainda um terceiro perímetro crítico  $u_{out}$  que deve ser verificado, este perímetro é assumido a  $2.d$  da última camada de armadura de cisalhamento..

A definição da tensão solicitante nos perímetros críticos  $u_0$  e  $u_1$  para a situação de pilares internos com carregamento simétrico (ver Figura 2.19) é dada por:

$$\tau_s = \frac{F_s}{u \cdot d} \quad \text{Equação 2.20}$$

onde:

$u_1$  é o perímetro crítico afastado a uma distância de  $2.d$  das faces do pilar (ver Figura 2.19);

$d$  é a altura útil da laje ao longo do perímetro crítico  $u_1$  e obtido pela equação  $d = (d_x + d_y)/2$ ;

$d_x$  e  $d_y$  são as alturas úteis nas duas direções ortogonais da laje;

$F_s$  é a força ou a reação concentrada solicitante no apoio ou área carregada.

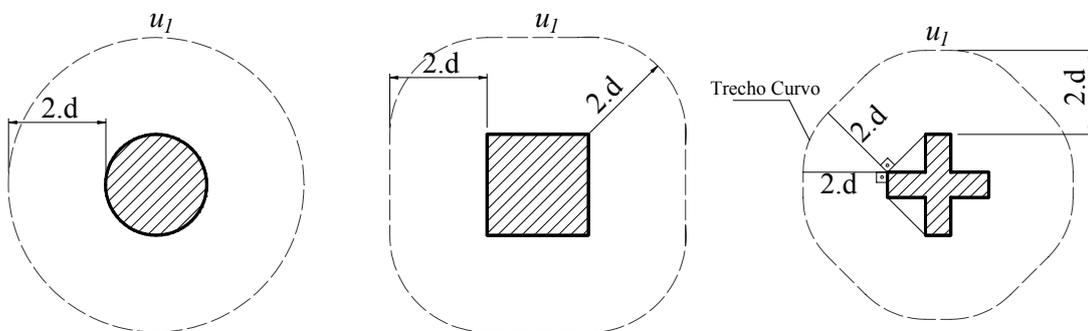


Figura 2.19 – Perímetro crítico em pilares internos segundo a NBR 6118 (2007)

Quando necessária a utilização de armadura de cisalhamento, ela deve ser estendida em contornos paralelos ao perímetro  $u_1$  até que, em um perímetro  $u_{out}$  afastado  $2.d$  da última camada de armadura, não seja mais necessária armadura de cisalhamento, isto é,  $\tau_s \leq \tau_{Rl}$  (ver Figura 2.20 e Figura 2.21), onde  $\tau_s$  é a tensão de cisalhamento solicitante e  $\tau_{Rl}$  é a tensão de cisalhamento resistente na ligação laje-pilar.

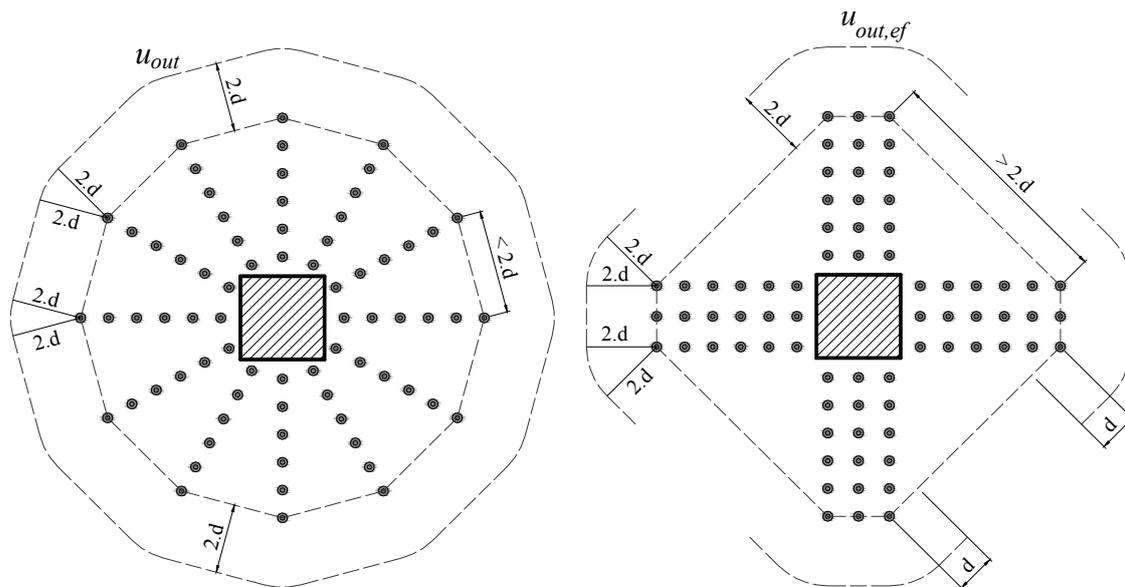


Figura 2.20 – Disposição da armadura de cisalhamento em planta e contorno do perímetro  $u_{out}$  segundo a NBR 6118 (2007)

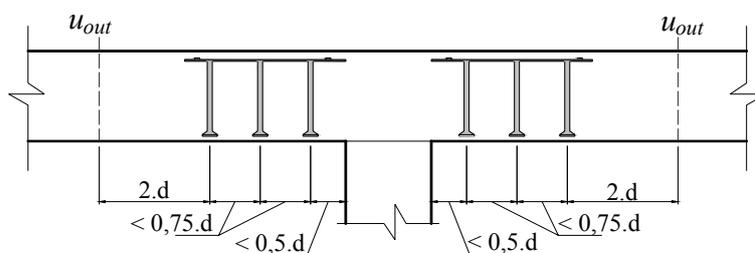


Figura 2.21 – Disposição da armadura de cisalhamento em corte segundo a NBR 6118 (2007)

Nos casos em que, além da força cortante vertical, existe transferência de momento fletor entre a laje e o pilar, o efeito da excentricidade deve ser considerado, de acordo com a expressão:

$$\tau_s = \frac{F_s}{u \cdot d} + \frac{K_1 \cdot M_s}{W_p \cdot d} \quad \text{Equação 2.21}$$

onde:

$K_1$  é o coeficiente que depende da relação entre as dimensões  $C_1$  e  $C_2$  do pilar; este valor é uma função das proporções entre uma parcela de momento fletor transmitida por cisalhamento e outra parcela transmitida por flexão e torção. O coeficiente  $K_1$  assume os valores indicados na Tabela 2.5.

Tabela 2.5 – Valores de  $K_1$  – (NBR 6118, 2007)

$C_1/C_2$	0,5	1,0	2,0	3,0
$K_1$	0,45	0,60	0,70	0,80

onde:

$C_1$  é a dimensão do pilar paralela à excentricidade da força ( $M_S/F_S$ );

$C_2$  é a dimensão do pilar perpendicular à excentricidade da força ( $M_S/F_S$ ).

$W_p$  é módulo de resistência plástica do perímetro crítico, devendo ser calculado como a seguir. Para um pilar retangular, tem-se:

$$W_p = \frac{C_1^2}{2} + C_1 \cdot C_2 + 4 \cdot C_2 \cdot d + 16 \cdot d^2 + 2 \cdot \pi \cdot d \cdot C_1 \quad \text{Equação 2.22}$$

Para evitar uma ruptura por compressão diagonal do concreto no perímetro crítico  $u_0$  (perímetro do pilar ou área carregada) uma verificação deve ser feita para lajes com ou sem armadura de punção:

$$\tau_s \leq \tau_{R2} = 0,27 \cdot \alpha_v \cdot f_c \quad \text{Equação 2.23}$$

onde:

$\tau_s$  é tensão atuante ou solitante;

$\tau_{R2}$  é tensão resistente no perímetro crítico  $u_0$ .

sendo:

$$\alpha_v = \left(1 - \frac{f_c}{250}\right) \quad f_c \text{ em MPa.} \quad \text{Equação 2.24}$$

Para evitar uma ruptura por punção da laje no perímetro crítico  $u_l$  em elementos estruturais ou trechos sem armadura de cisalhamento deve ser feita uma nova verificação:

$$\tau_s \leq \tau_{R1} = 0,18 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}}\right) \cdot (100 \rho f_c)^{1/3} \quad \text{Equação 2.25}$$

sendo:

$$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} \quad \text{Equação 2.26}$$

onde:

$\tau_{R1}$  é tensão resistente no perímetro crítico  $u_l$  em lajes sem armadura de cisalhamento;

$\rho$  é taxa geométrica de armadura de flexão aderente;

$\rho_x$  e  $\rho_y$  são as taxas de armadura nas duas direções ortogonais assim.

Para evitar uma ruptura por punção da laje na superfície crítica  $u_l$  em elementos estruturais ou trechos com armadura de cisalhamento deve ser feita uma nova verificação:

$$\tau_s \leq \tau_{R3} = 0,14 \cdot \left( 1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) \cdot (100 \rho f_c)^{1/3} + 1,5 \cdot \frac{d}{s_r} \cdot \frac{A_{sw} \cdot f_{yw} \cdot \sin \alpha}{u \cdot d} \quad \text{Equação 2.27}$$

sendo:

$$s_r \leq 0,75 \cdot d \quad \text{Equação 2.28}$$

onde:

$\tau_{R3}$  é tensão resistente no perímetro crítico  $u_l$  em lajes com armadura de cisalhamento;

$s_r$  é o espaçamento radial entre linhas de armadura de cisalhamento, não maior que  $0,75 \cdot d$ ;

$A_{sw}$  é a área da armadura de cisalhamento num contorno completo paralelo a  $u_0$ ;

$\alpha$  é o ângulo de inclinação entre o eixo da armadura de cisalhamento e o plano da laje;

$u_l$  é o perímetro crítico ou perímetro crítico reduzido no caso de pilares de borda ou canto;

$f_{yw}$  é a tensão de escoamento característica da armadura de cisalhamento, não maior que 345 MPa para conectores ou 288 MPa para estribos (de aço CA-50 ou CA-60). Para lajes com espessura maior que 150 mm, esses valores podem ser interpolados com os limites inferiores aqui estabelecidos e um limite superior de 500 MPa para lajes com espessuras maiores ou iguais 350 mm, conforme estabelece o item 19.4.2 da NBR 6118 (2007).

## 2.4.2 Eurocode 2 (2004) - Design of concrete structures

Esta norma define que o fenômeno de punção pode resultar de um carregamento concentrado ou de uma reação atuante em uma área relativamente pequena de uma laje. A Figura 2.22 apresenta um modelo para verificar a ruptura por punção no estado limite último.

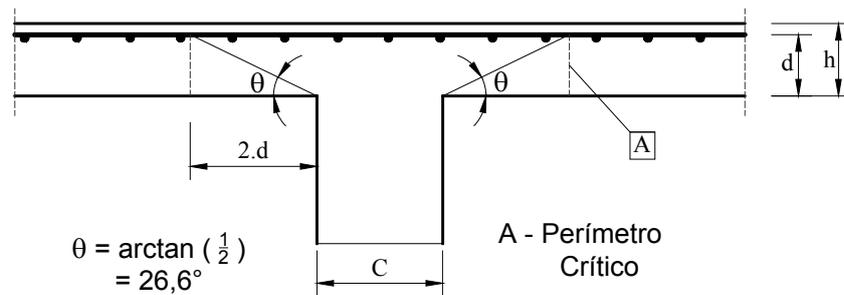


Figura 2.22 – Modelo para verificar a ruptura por punção no estado limite último segundo Eurocode 2 (2004).

A verificação da resistência à punção é feita em torno de um perímetro crítico  $u_1$  tomado a uma distância  $2.d$  da área carregada, como mostra a Figura 2.23.

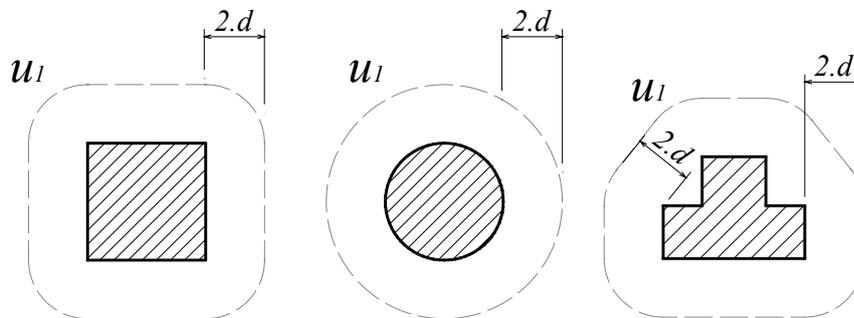


Figura 2.23 – Perímetro crítico nas áreas carregadas segundo Eurocode 2 (2004)

O Eurocode 2 define que a resistência à punção de uma laje com armadura de cisalhamento deve ser o menor valor entre  $v_{R,max}$ ,  $v_{R,cs}$ , e  $v_{R,out}$  mas nunca menor que  $v_{R,c}$ . Sendo assim:

- $v_{R,max}$  é a máxima tensão resistente ao cisalhamento na ligação laje-pilar;
- $v_{R,c}$  é a tensão resistente ao cisalhamento no perímetro crítico  $u_1$  em lajes sem armadura de cisalhamento;

- $v_{R,cs}$  é a tensão resistente ao cisalhamento no perímetro crítico  $u_1$  em lajes com armadura de cisalhamento;
- $v_{R,out}$  é a tensão resistente ao cisalhamento no perímetro crítico  $u_{out}$  em lajes com armadura de cisalhamento, em uma região externa à armadura de cisalhamento;

As verificações a serem feitas são:

- a) Verificação no perímetro do pilar ou área carregada. A máxima tensão de cisalhamento não deve exceder:

$$v_E < v_{R,max} \quad \text{Equação 2.29}$$

onde:

$v_E$  é a tensão atuante ou solicitante;

- b) Verificação da necessidade de armadura de punção. Não será necessária armadura de cisalhamento se:

$$v_E < v_{R,c} \quad \text{Equação 2.30}$$

O cálculo da tensão atuante quando a reação for excêntrica com relação ao perímetro crítico, a máxima tensão de cisalhamento deve ser tomada como:

$$v_E = \beta \frac{V_E}{u_i \cdot d} \quad \text{Equação 2.31}$$

sendo:

$$\beta = 1 + k \cdot \frac{M_E}{V_E} \cdot \frac{u_1}{W_1} \quad \text{Equação 2.32}$$

onde:

$M_E$  é o momento fletor atuante a ligação laje-pilar;

$V_E$  é a força cortante atuante a ligação laje-pilar;

$u_1$  é o perímetro crítico afastado a uma distância de  $2 \cdot d$  das faces do pilar;

$W_1$  é o Módulo de Resistência Plástica perpendicular à borda do perímetro  $u_1$ ;

$d$  é a altura útil da laje ao longo do perímetro crítico  $u_1$  e obtido pela equação  $d = (d_x + d_y)/2$ ;

$d_x$  e  $d_y$  são as alturas úteis nas duas direções ortogonais da laje;

Para pilares retangulares:

$$W_1 = \frac{c_1^2}{2} + c_1 \cdot c_2 + 4 \cdot c_2 \cdot d + 16 \cdot d^2 + 2 \cdot \pi \cdot d \cdot c_1 \quad \text{Equação 2.33}$$

onde:

$C_1$  dimensão do pilar paralela à excentricidade da carga vertical;

$C_2$  dimensão do pilar perpendicular à excentricidade da carga vertical;

$k$  é o coeficiente que depende da relação entre as dimensões  $C_1$  e  $C_2$  do pilar; este valor é uma função das proporções entre uma parcela de momento fletor transmitida por cisalhamento e outra parcela transmitida por flexão e torção, obtido pela Tabela 2.6:

Tabela 2.6 – Valores de  $k$  para pilares retangulares segundo Eurocode 2 (2004)

$C_1/C_2$	0,5	1,0	2,0	3,0
$k$	0,45	0,60	0,70	0,80

$v_{R,max}$  é calculado para a seção do perímetro do pilar ou área carregada e é dado por:

$$v_{R,max} = 0,5 \cdot v \cdot f_c \quad \text{Equação 2.34}$$

sendo:

$$v = 0,6 \cdot \left( 1 - \frac{f_c}{250} \right) ; f_c \text{ em MPa.} \quad \text{Equação 2.35}$$

A tensão resistente de uma laje sem armadura de cisalhamento pode ser calculada por:

$$v_{R,c} = C_{R,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_1 \cdot f_c)^{1/3} \quad \text{Equação 2.36}$$

onde:

$f_c$  em MPa.

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0, \text{ considere } d \text{ em mm}$$

$$\rho_1 = \sqrt{\rho_{1x} \cdot \rho_{1y}} \leq 0,02$$

$\rho_1$  é a taxa geométrica da armadura de flexão, calculada em uma largura de  $3 \cdot d$  afasta de cada lado das faces do pilar;

O valor recomendado para  $C_{R,c}$  é  $0,18/\gamma_c$ .

A resistência de uma laje de concreto armado com armaduras de cisalhamento pode ser calculada por:

$$v_{R,cs} = 0,75.v_{R,c} + 1,5 \cdot \frac{d}{s_r} \cdot \frac{A_{sw} \cdot f_{yw,ef}}{u_1 \cdot d} \cdot \sin \alpha \quad \text{Equação 2.37}$$

onde:

$s_r$  é o espaçamento radial entre as camadas da armadura de cisalhamento;

$A_{sw}$  é a área de aço da armaduras de cisalhamento por camada;

$f_{yw,ef}$  é a tensão de escoamento efetiva da armadura de cisalhamento, e pode ser determinada por :  $f_{yw,ef} = 1,15 \cdot (250 + 0,25 \cdot d) \leq f_{yws}$  ;

$\alpha$  é o ângulo entre a armadura de cisalhamento e o plano da laje;

$u_0$  é o perímetro do pilar;

$u_{n,eff}$  é a soma dos trechos do perímetro mínimo externo à armadura de cisalhamento, com nenhuma das partes tomada com comprimento superior a  $2 \cdot d$ ;

O perímetro crítico no qual a armadura de cisalhamento não é necessária,  $u_{out}$  ou  $u_{out,ef}$  (ver Figura 2.24) deve ser calculado por:

$$u_{out,ef} = \frac{\beta \cdot V_E}{v_{R,c} \cdot d} \quad \text{Equação 2.38}$$

O perímetro externo da armadura de cisalhamento deve ser colocado a uma distância não superior a  $1,5 \cdot d$ .

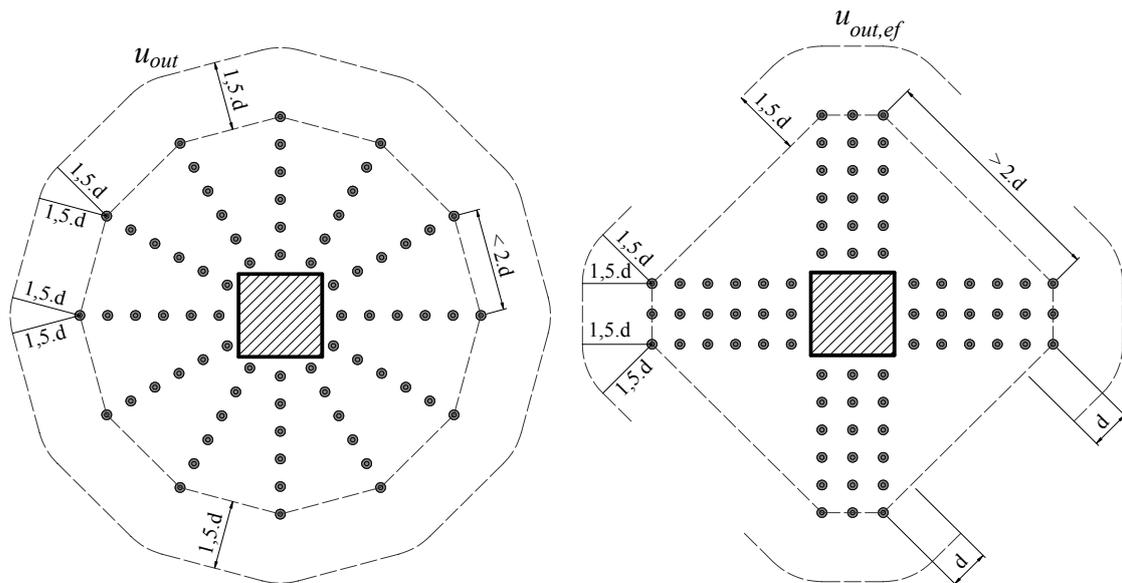


Figura 2.24 – Perímetro crítico externo à região da armadura de cisalhamento segundo Eurocode 2 (2004).

### 2.4.3 ACI 318M (2008) - *Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary*

Para a norma norte americana a verificação da resistência à punção é feita em torno de um perímetro crítico  $u_1$  tomado a uma distância  $0,5.d$  das faces do apoio ou do perímetro da área carregada.

Para pilares quadrados ou retangulares, cargas concentradas, ou áreas carregadas, se permitem seções críticas com quatro lados retos. A Figura 2.25 apresenta o perímetro crítico adotado para pilares circulares e quadrados.

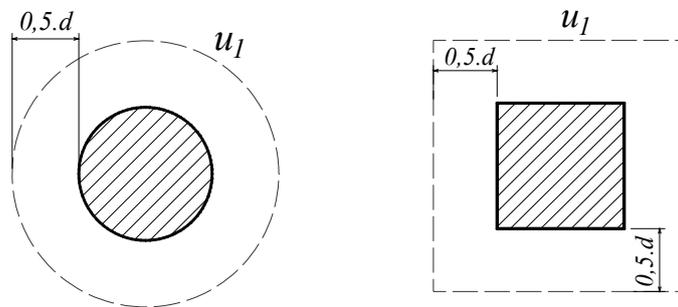


Figura 2.25 – Perímetro crítico segundo o ACI 318M (2008).

A verificação quanto à possibilidade de ruptura por punção para lajes de concreto armado, deve ser o menor entre (a), (b) e (c):

$$(a) \quad V_c = 0,17 \cdot \left(1 + \frac{2}{\beta}\right) \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d \quad \text{Equação 2.39}$$

Onde  $\beta$  é a relação entre o maior e menor lado do pilar, a carga concentrada, ou área de reação,

$$(b) \quad V_c = 0,083 \cdot \left(\frac{\alpha_s \cdot d}{b_0} + 2\right) \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d \quad \text{Equação 2.40}$$

onde  $\alpha_s$  é 40 para pilar interno, 30 para pilar de borda, 20 para pilar de canto; e

$$(c) \quad V_c = 0,33 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d \quad \text{Equação 2.41}$$

onde:

$V_c$  é a força resistente à punção para lajes sem armadura de cisalhamento

O dimensionamento de qualquer seção de concreto ao cisalhamento, incluindo o dimensionamento de uma ligação laje-pilar à punção, deve satisfazer a seguinte condição:

$$v_u \leq v_n \quad \text{Equação 2.42}$$

onde:

$v_u$  é a tensão de cisalhamento máxima solicitante;

$v_n$  é a tensão de cisalhamento resistente.

Para o cálculo da tensão de cisalhamento resultante da transferência de momento a excentricidade de cisalhamento deve ser considerada a variar de forma linear sobre o centróide das seções críticas.

Para ligações laje-pilar que realizam transferência de momentos e não apresentam armadura de cisalhamento, tem-se:

$$v_n = \frac{V_c}{b_0 \cdot d} \quad \text{Equação 2.43}$$

Para membros com armadura de cisalhamento diferente de *shearheads*, tem-se:

$$v_n = \frac{(V_c + V_s)}{b_0 \cdot d} \quad \text{Equação 2.44}$$

sendo:

$$V_s = \frac{A_v \cdot f_{yt} \cdot d}{s_r}$$

onde:

$V_s$  é a parcela resistente do aço da armadura de cisalhamento;

$A_v$  é a área de aço de uma camada da armadura de cisalhamento;

$f_{yt}$  é a tensão de escoamento da armadura de cisalhamento, limitada em  $f_{yt} \leq 420$  MPa;

$s_r$  é o espaçamento entre as camadas da armadura de cisalhamento

$b_0$  é o perímetro crítico afastado a uma distância de  $0,5 \cdot d$  das faces do pilar;

$d$  é a altura útil da laje.

O valor máximo da tensão de cisalhamento solicitante, quando existe transferência de momento fletor na ligação laje-pilar, pode ser calculado a partir:

$$V_u = \frac{V_u}{A_c} + \frac{\gamma_v \cdot M_u \cdot c}{J_c} \quad \text{Equação 2.45}$$

onde:

$V_u$  é a força cortante solicitante na ligação laje-pilar;

$M_u$  o momento fletor solicitante na ligação laje-pilar;

$c$  é a excentricidade do perímetro crítico;

sendo:

$$\gamma_v = (1 - \gamma_f) \quad \text{Equação 2.46}$$

onde:

$$\gamma_f = \frac{1}{1 + (2/3) \cdot \sqrt{b_1/b_2}} \quad \text{Equação 2.47}$$

Com  $b_1$  e  $b_2$  sendo, respectivamente, as dimensões da seção crítica na direção de aplicação do momento fletor e na direção perpendicular a essa.

Para pilar interno  $A_c$  e  $J_c$  podem ser calculados como:

A área de concreto da seção crítica assumida;

$$A_c = 2d \cdot (c_1 + c_2 + 2d) \quad \text{Equação 2.48}$$

$J_c$  é a propriedade geométrica da seção crítica assumida, análoga ao momento polar de inércia.

$$J_c = \frac{d \cdot (c_1 + d)^3}{6} + \frac{(c_1 + d) \cdot d^3}{6} + \frac{d \cdot (c_2 + d) \cdot (c_1 + d)^2}{2} \quad \text{Equação 2.49}$$

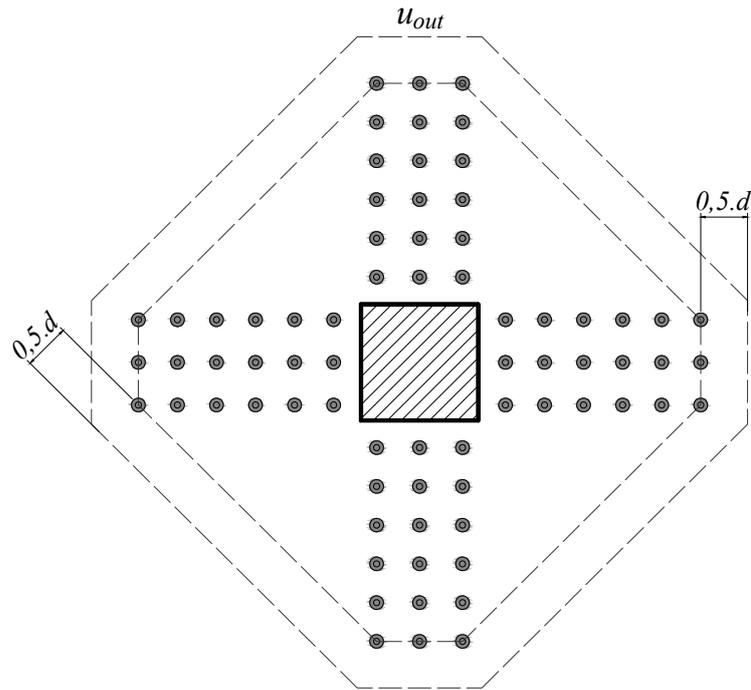


Figura 2.26 – Perímetro crítico externo à região da armadura de cisalhamento segundo o ACI 318M (2008).

#### 2.4.4 Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento – TFCC

Essa teoria foi desenvolvida por um pesquisador suíço chamado Aurelio Muttoni. A principal hipótese desta teoria é que a resistência à punção de uma ligação laje-pilar diminui com o aumento da rotação da laje, o que pode ser explicado através da formação de uma fissura crítica de cisalhamento que se propaga na laje cortando a biela de concreto que transfere a força cortante para o pilar. A posição e direção da propagação da fissura crítica são ilustradas na Figura 2.27. De acordo com MUTTONI e SCHWARTZ (1991) a espessura desta fissura é diretamente proporcional ao produto  $\psi.d$ , como apresentado na Figura 2.27.

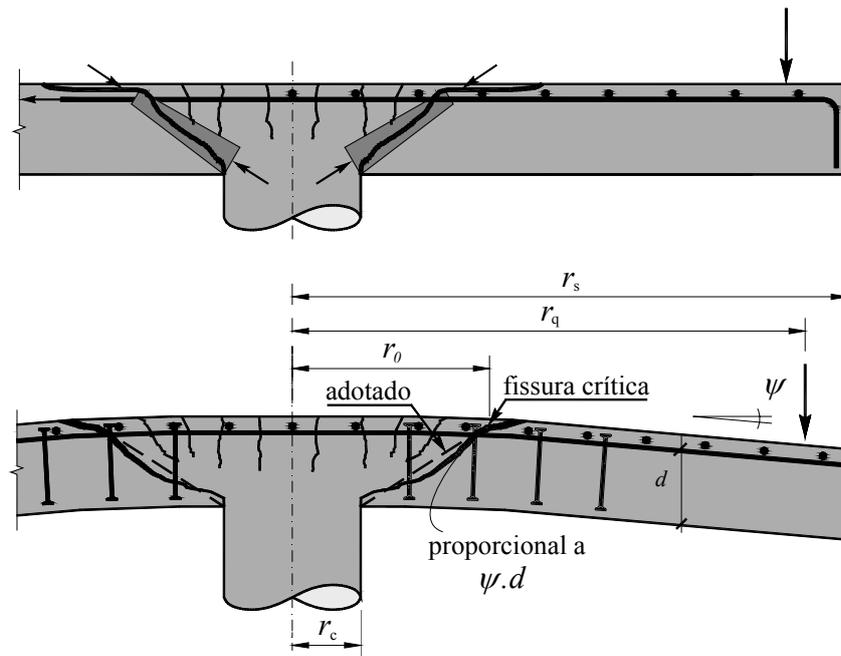


Figura 2.27 – Desenvolvimento, propagação e rotação da fissura crítica de cisalhamento de acordo com MUTTONI (2008).

A transmissão de cisalhamento na fissura crítica está diretamente ligada à rugosidade da superfície formada entre as faces da fissura crítica, a qual por sua vez é função do tamanho máximo do agregado graúdo. Com base nesses conceitos, MUTTONI (2008) apresenta que a resistência ao cisalhamento fornecida pelo concreto pode ser estimada de acordo com a Equação 2.50.

$$V_{R,c} = \frac{3}{4} \cdot \frac{u_1 \cdot d \cdot \sqrt{f_{ck}}}{1 + 15 \cdot \frac{\psi \cdot d}{d_{g0} + d_g}} \quad \text{Equação 2.50}$$

onde:

$u_1$  é o comprimento de um perímetro crítico afastado  $0,5 \cdot d$  da face do pilar;

$f_c$  é a resistência a compressão do concreto;

$\psi$  é a rotação da laje em radianos;

$d_{g0}$  é o diâmetro de referência do agregado graúdo admitido como 16 mm;

$d_g$  é o diâmetro máximo do agregado graúdo empregado no concreto da laje.

Quando existir o emprego de armadura de cisalhamento, a resistência ao cisalhamento fornecida pelas barras da armadura de cisalhamento cortadas pela superfície de ruptura pode ser obtida através da Equação 2.51.

$$V_{R,s} = \sum A_{sw} \cdot f_{sw} \quad \text{Equação 2.51}$$

onde:

$\Sigma$  é feito para as barras da armadura de cisalhamento cortadas pela superfície de ruptura;

$A_{sw}$  é a área de aço de uma camada de armadura de cisalhamento;

$f_{sw}$  é a tensão em cada camada de armadura, sendo esta função do detalhamento e distribuição da armadura de cisalhamento e dos deslocamentos verticais  $\delta_v$  (ver Equação 2.52) em cada camada de armadura no ponto interceptado pela superfície de ruptura, como apresentados na Tabela 2.7.

$$\delta_v = \frac{\psi \cdot s}{2 \cdot \sqrt{2}} \quad \text{Equação 2.52}$$

onde:

$s$  é a distância horizontal medida da face do pilar até a camada de armadura de cisalhamento em questão;

Tabela 2.7 – Relação entre  $f_{sw}$  e  $\delta_v$  em *studs* com barras de alta aderência

	$f_{sw,1} = \sqrt{\frac{4 \cdot \tau_b \cdot E_{sw} \cdot \delta_v}{\phi_w}} \leq f_{ys,w}$ <p>Para</p> $\delta_v \leq \frac{4 \cdot \tau_b}{E_{sw} \cdot \phi_w} \cdot l_{min}^2 = \delta_{v,1}$
	$f_{sw,2} = \frac{\sqrt{2 \cdot l_{min}^2 + \frac{\phi_w \cdot E_{sw} \cdot \delta_v}{2 \cdot \tau_b}} - l_{min}}{\frac{\phi_w}{4 \cdot \tau_b}} \leq f_{ys,w}$ <p>Para</p> $\delta_{v,1} \leq \delta_v \leq \frac{2 \cdot \tau_b}{E_{sw} \cdot \phi_w} \cdot [(l_{max} + l_{min})^2 - 2 \cdot l_{min}^2] = \delta_{v,2}$
	$f_{sw,3} = \frac{E_{sw} \cdot \delta_v}{(l_{max} + l_{min})} + \frac{2 \cdot \tau_b}{\phi_w} \cdot \left( \frac{l_{max}^2 + l_{min}^2}{l_{max} + l_{min}} \right) \leq f_{ys,w}$ <p>Para</p> $\delta_v \leq \delta_{v,2}$ <p>Considere <math>\tau_b = 5\text{MPa}</math> para todas as equações anteriores</p>

A resistência a punção de uma laje lisa em concreto armado com armadura de cisalhamento vertical pode ser obtida através da Equação 2.53, sendo esta uma função da rotação  $\psi$ . A relação entre a carga aplicada  $V_E$  e a rotação  $\psi$  é expressa pela Equação 2.54.

$$V_{R,cs} = V_{R,c} + V_{R,s} \quad \text{Equação 2.53}$$

$$\psi = 1,5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_{ys,f}}{E_{s,f}} \cdot \left( \frac{m_S}{m_R} \right)^{3/2} \quad \text{Equação 2.54}$$

Sendo:

$$m_S = \frac{1}{8} \cdot V_E \quad \text{Equação 2.55}$$

onde:

$r_s$  é a distância entre o eixo do pilar e a linha de momentos fletores nulos;

$f_{ys,f}$  é a tensão de escoamento da armadura de flexão tracionada;

$E_{s,f}$  é o módulo de elasticidade da armadura de flexão tracionada;

$V_E$  é a força cortante solicitante na ligação laje-pilar;

$m_S$  é o momento fletor médio por unidade de comprimento usado no cálculo da armadura de flexão na faixa de apoio  $b_s$  ;

$m_R$  é a resistência à flexão média por unidade de comprimento na faixa de apoio, e pode

ser calculada pela seguinte equação:  $m_R = \rho \cdot d^2 \cdot f_{yd} \cdot \left( 1 - \frac{\rho \cdot f_{yd}}{2 \cdot f_{cd}} \right)$ ;

$b_s$  é a largura da faixa de apoio do pilar sendo considerada como  $0,22.L$ , sendo  $L$  o comprimento do vão na direção determinada;

$V_E/8$  é a parcela média do momento fletor utilizado no cálculo da armadura de flexão atuando em na faixa de apoio, sem transferência de momento;

Com  $V_E$  e  $\psi$  pode ser traçado um gráfico do comportamento teórico da laje e se  $V_{R,cs}$  e  $\psi$  forem adicionadas a esse gráfico, sua interseção com a curva  $V_E \times \psi$  determina a carga de ruptura por punção na região dentro da área das armaduras de cisalhamento, como apresenta a Figura 2.28.

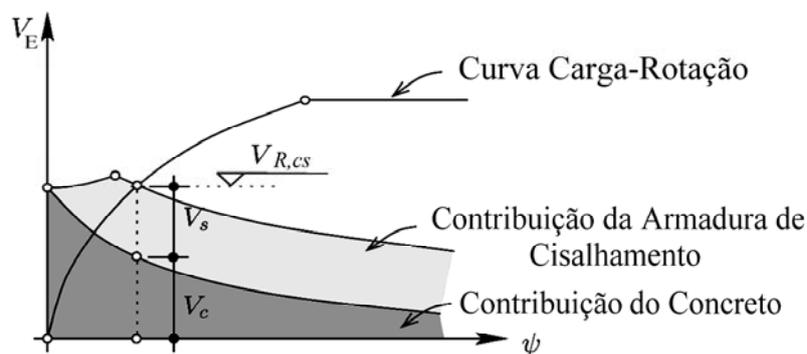


Figura 2.28 – Determinação da carga última de punção dentro da região da armadura de cisalhamento – (RUIZ e MUTTONI, 2009).

A parcela resistente  $V_{R,max}$  corresponde a máxima resistência à compressão da biela de concreto próxima ao pilar e pode ser calculada através da seguinte equação..

$$V_{R,max} = \lambda \cdot V_{R,c} \quad \text{Equação 2.56}$$

onde:

$\lambda$  é considerado igual a 3 para os casos de armadura de cisalhamento bem ancoradas como *studs* e 2 para os demais tipos de armaduras de cisalhamento.

Se esta linha for adicionada ao gráfico descrito anteriormente, sua interseção com a curva  $V_E \times \psi$  retorna o limite superior para a resistência ao cisalhamento dentro do perímetro crítico  $u_l$ . O terceiro modo de ruptura corresponde a uma ruptura fora da região da armadura de cisalhamento e é determinado pela parcela resistente  $V_{R,out}$ . Uma outra hipótese importante deste método de cálculo teórico é a consideração de uma inclinação de  $45^\circ$  para a superfície de ruptura, admitindo que sua extremidade coincide com o ponto de ancoragem inferior da armadura de cisalhamento mais externa. Na verdade, isso implica na redução da altura útil da laje  $d$  para uma altura útil reduzida  $d_v$ , conforme apresentado na Figura 2.29.

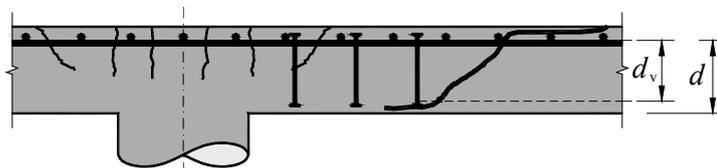


Figura 2.29 – Ruptura na região externa à armadura de cisalhamento – (RUIZ e MUTTONI, 2009).

O perímetro crítico neste caso está a uma distância  $0,5.d$  do perímetro da camada de armadura de cisalhamento mais externa. Considerando essas alterações e substituindo a altura útil reduzida  $d_v$  e o perímetro crítico externo  $u_{out}$  na Equação 2.50, a resistência a punção da região externa à armadura de cisalhamento pode ser obtida utilizando-se a Equação 2.57. Partindo mais uma vez para uma análise gráfica do comportamento teórico da laje, se as curvas traçadas a partir dos valores destes resultados forem adicionadas ao gráfico do comportamento da laje, sua interseção com a curva  $V_E \times \psi$  irá retornar o valor estimado da carga última de punção fora da região da armadura de cisalhamento. A carga de ruptura final da laje será a menor dentre  $V_{R,cs}$ ,  $V_{R,max}$  e  $V_{R,out}$ .

$$V_{R,out} = \frac{3}{4} \cdot \frac{u_{out} \cdot d_v \cdot \sqrt{f_{ck}}}{1 + 15 \cdot \frac{\psi \cdot d}{d_{g0} + d_g}} \quad \text{Equação 2.57}$$

onde:

$u_{out}$  é o perímetro crítico externo definido a uma distância de  $0,5 \cdot d$  da camada mais externa de armadura, considerando-se  $4 \cdot d$  como a distância máxima efetiva entre duas linhas concêntricas de armaduras de cisalhamento;

$d_v$  é a altura útil reduzida.

RUIZ e MUTTONI (2009) apresentam também um método simplificado correspondente a valores característicos ao invés de valores médios de resistência do concreto. A parcela de resistência do concreto foi reduzida e a determinação da resistência das armaduras pode ser feita de modo mais simples. As equações resultantes deste método simplificado são apresentadas na tabela a seguir.

Tabela 2.8 – Formulação do método TFCC simplificado para determinação da resistência a punção em lajes submetidas a carregamento simétrico.

$V_{Rk,c} = \frac{2}{3} \cdot \frac{u_1 \cdot d \cdot \sqrt{f_c}}{1 + 20 \cdot \frac{\psi \cdot d}{d_{g0} + d_g}} \quad (\text{Equação 2.58})$
$V_{Rk,s} = \left( \frac{E_{sw} \cdot \psi}{6} + \tau_b \cdot \frac{d}{\phi_w} \right) \cdot A_{sw} \leq A_{sw} \cdot f_{ys,w} \quad (\text{Equação 2.59})$
$V_{Rk,cs} = V_{Rk,c} + V_{Rk,s} \quad (\text{Equação 2.60})$
$V_{Rk,max} = \lambda \cdot V_{Rk,c} \quad (\text{Equação 2.61})$
$V_{R,out} = \frac{2}{3} \cdot \frac{u_{out} \cdot d_v \cdot \sqrt{f_c}}{1 + 20 \cdot \frac{\psi \cdot d}{d_{g0} + d_g}} \quad (\text{Equação 2.62})$

onde:

$\tau b = 5$  MPa para armaduras feitas com barras de alta aderência em concreto de resistência convencional e 0 para armaduras feitas com barras lisas;

$f_c$  é a resistência à compressão do concreto;

$\lambda$  é considerado igual a 3 para os casos de armadura de cisalhamento bem ancorada como *studs* e 2 para os demais tipos de armadura de cisalhamento;

$u_l$  é o comprimento de um perímetro de controle a  $d/2$  da face do pilar;

$u_{out}$  é o perímetro da superfície de ruptura fora da região da armadura de cisalhamento;

$d$  é a altura útil da laje;

$d_v$  é a altura útil reduzida da laje;

$A_{sw}$  é a área de aço de uma camada de armadura de cisalhamento;

$\phi_w$  é o diâmetro da barra da armadura de cisalhamento;

$f_{ys,w}$  é a tensão de escoamento da armadura de cisalhamento;

$\psi$  é a rotação da laje em radianos;

$d_{g0}$  é o diâmetro de referencia do agregado graúdo admitido como 16 mm;

$d_g$  é o diâmetro máximo do agregado graúdo empregado no concreto da laje.

Quando existe a situação em que a ligação laje-pilar está submetida à transferência de momentos fletores, ou seja, quando há momentos desbalanceados atuando ligação, há a necessidade de incorporar na formulação apresentada até aqui, a influência da transferência desse momento ao pilar. A consideração da parcela de momento fletor transmitida ao pilar é realizada através da inserção de um coeficiente  $k_e$  na Equação 2.50 e na Equação 2.57 e também na determinação do momento por unidade de comprimento  $m_s$ . O coeficiente  $k_e$  pode ser determinado pela equação a seguir:

$$k_e = \frac{1}{\left[ 1 + \left( \frac{e_u}{2 \cdot r_{eq}} \right) \right]} \quad \text{Equação 2.63}$$

sendo:

$$r_{eq} = \frac{C_1 + C_2}{\pi} \quad \text{Equação 2.64}$$

onde:

$e_u$  é a excentricidade da força cortante  $V_E$ ;

$r_{eq}$  é o raio equivalente de um círculo que possui o mesmo comprimento do perímetro crítico de um pilar quadrado ou retangular;

$C_1$  e  $C_2$  são os lados de um pilar retangular.

Assim as equações resultantes para a determinação da resistência de uma laje lisa em concreto armado submetida à transferência de momento fletor na ligação laje-pilar, são apresentadas na tabela a seguir:

Tabela 2.9 – Formulação do método TFCC para determinação da resistência a punção em lajes submetidas a carregamento excêntrico.

$V_{R,c} = \frac{3}{4} \cdot \frac{k_e \cdot u_1 \cdot d \cdot \sqrt{f_c}}{1 + 15 \cdot \frac{\psi \cdot d}{d_{g0} + d_g}}$	(Equação 2.65)
$V_{R,s} = \sum A_{sw} \cdot f_{sw}$	(Equação 2.66)
$V_{R,cs} = V_{R,c} + V_{R,s}$	(Equação 2.67)
$V_{R,max} = \lambda \cdot V_{R,c}$	(Equação 2.68)
$V_{R,out} = \frac{3}{4} \cdot \frac{k_e \cdot u_{out} \cdot d_v \cdot \sqrt{f_c}}{1 + 15 \cdot \frac{\psi \cdot d}{d_{g0} + d_g}}$	(Equação 2.69)

Essas novas equações levarão às mesmas análises gráficas da curva  $V_E \times \psi$ . A determinação da rotação  $\psi$  da laje permanece aquela apresentada pela Equação 2.54, porém a determinação do momento por unidade de comprimento  $m_s$ , é obtida através da Equação 2.70, que é função da excentricidade da força cortante solicitante na ligação laje-pilar e de uma faixa de largura  $b_s$  sustentada pelo apoio.

$$m_s = V_E \cdot \left( \frac{1}{8} + \frac{e_u}{2 \cdot b_s} \right) \quad \text{Equação 2.70}$$

onde:

$V_E$  é a força cortante solicitante na ligação laje-pilar;

$b_s$  é a largura da faixa de apoio do pilar sendo considerada como  $0,22.L$ , sendo  $L$  o comprimento do vão na direção determinada;

$e_u$  é a excentricidade da força cortante  $V_E$ ;

$m_S$  é o momento fletor médio por unidade de comprimento usado no cálculo da armadura de flexão na faixa de apoio  $b_s$  ;

$m_R$  é a resistência à flexão média por unidade de comprimento na faixa de apoio, e pode

ser calculada pela seguinte equação:  $m_R = \rho \cdot d^2 \cdot f_{yd} \cdot \left( 1 - \frac{\rho \cdot f_{yd}}{2 \cdot f_{cd}} \right)$ ;

$V_E/8$  é a parcela média do momento fletor utilizado no cálculo da armadura de flexão atuando em na faixa de apoio, sem transferência de momento;

$V_E \cdot e_u$  é a parcela de momento fletor transferido para o pilar;

$2 \cdot b_s$  é a largura em que está atuando o momento fletor transferido ( considera-se que metade do momento está atuando em cada lado do pilar segundo suas respectivas direções);

As mesmas condições e verificações de ruptura ( $V_{R,c}$ ,  $V_{R,cs}$ ,  $V_{R,max}$  e  $V_{R,out}$  ) devem ser aplicadas tanto para o método completo como para o método simplificado, quando existe a situação de transferência de momento fletor na ligação laje-pilar com e sem armadura de cisalhamento.

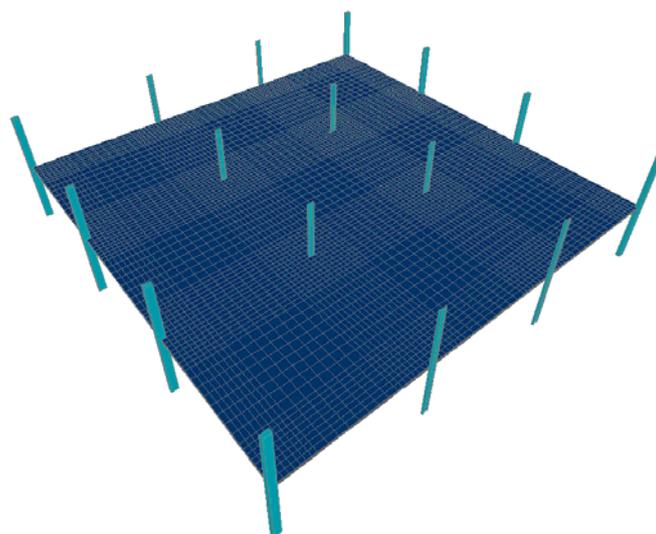
### 3 - PROGRAMA EXPERIMENTAL

#### 3.1 INTRODUÇÃO

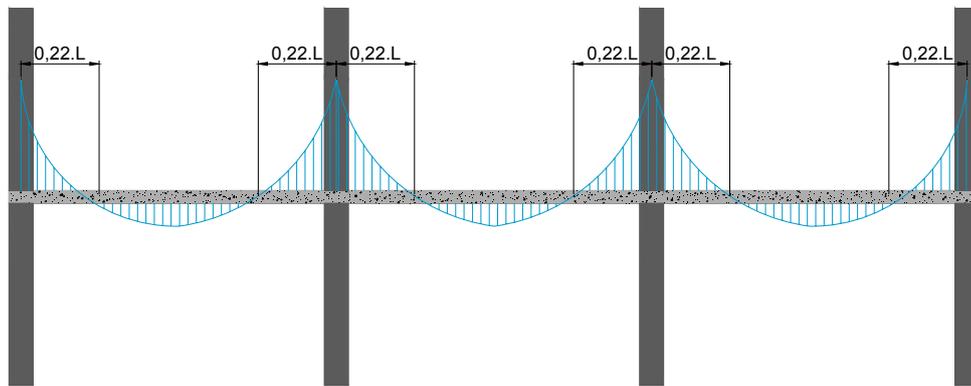
Estudar o comportamento de um pavimento de lajes lisas em proporções reais em um laboratório é uma tarefa complexa que demanda custos relativamente altos e uma infraestrutura de considerável padrão tecnológico. Por conta disto, é que muitos pesquisadores adotam modelos que representam uma parte ou componente de um elemento estrutural, tentando reproduzir localmente o comportamento da estrutura quando esta é submetida ao carregamentos de serviço e/ou últimos. Muitos dos autores que pesquisam a respeito da resistência à punção, denominam estes modelos como modelos locais.

Uma das grandes vantagens de trabalhar com modelos locais é a possibilidade de induzir os esforços solicitantes, as características resistentes dos materiais ou ainda a geometria dos modelos, com o objetivo de avaliar isoladamente ou em grupos distintos as muitas variáveis que influenciam na resistência à punção de uma ligação laje-pilar. Outra vantagem na utilização de modelos locais é que estes são estaticamente determinados, o que significa que os esforços solicitantes externos são de simples obtenção. No entanto, os modelos locais não são capazes de reproduzir alguns efeitos, como a redistribuição de esforços que ocorreria em um modelo global do pavimento, oriunda da fissuração do concreto, do escoamento das armaduras de flexão e cisalhamento e em alguns casos do esgotamento da capacidade resistente de ligações laje-pilar adjacentes.

O presente trabalho procurou reproduzir o comportamento da região de um painel em concreto armado de lajes lisas em torno dos pilares internos, com a confecção e ensaio de modelos locais com pilares retangulares. A Figura 3.1(a) mostra que o modelo adotado procurou representar uma região em torno dos pilares internos. Esta região é delimitada por uma circunferência de raio aproximadamente igual a  $0,22.L$ , onde  $L$  é o comprimento do vão entre pilares do painel de lajes. Este raio representa a distância em relação ao eixo do pilar onde o diagrama de momentos fletores possui intensidade nula. A Figura 3.1(b) mostra que se for adotado um modelo estrutural de pórtico para o painel de lajes, é possível representar a região em torno do pilar de onde se extrai o modelo local, e fica evidente o ponto, representado pelos raio  $0,22.L$ , em que o momentos fletores são nulos.



(a) – Painel de lajes



(b) – Modelo de pórtico

Figura 3.1 – Modelo hipotético caracterizando a situação estudada.

As dimensões dos modelos locais foram escolhidas de maneira que estas satisfizessem a proporcionalidade entre o modelo local e a estrutura de um edifício real, e que dessa forma também respeitasse as dimensões da laje de reação e do pórtico de ensaios do Laboratório de Estruturas da Universidade de Brasília.

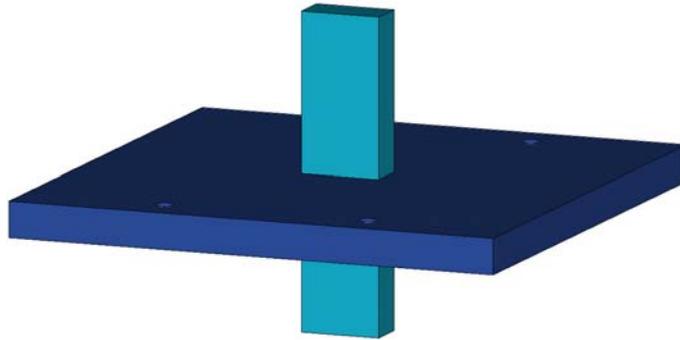
As variáveis consideradas durante a definição dos modelos locais foram: a utilização ou não de armadura de cisalhamento, a taxa de armadura de cisalhamento, o número de camadas da armadura de cisalhamento, o tipo de carregamento (simétrico ou excêntrico) e o eixo de flexão dos modelos submetidos à transferência de momento para a ligação laje-pilar interno.

### 3.2 CARACTERÍSTICAS DAS LAJES ENSAIADAS

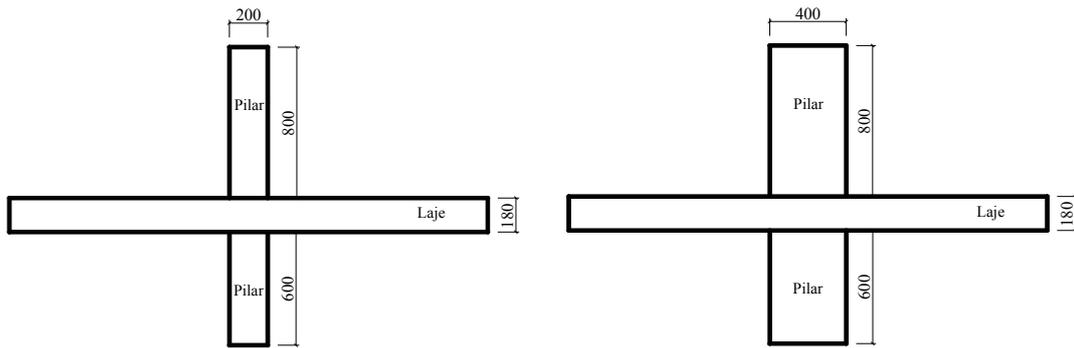
Foram ensaiadas dezesseis lajes com o intuito de simular o fenômeno de punção na região adjacente a um pilar interno representando partes de um pavimento real. As dezesseis lajes ensaiadas foram divididas em três séries de ensaio. A primeira série foi composta pelas lajes LN01, LN02, LN03, LN04 e LN05. Já a segunda série foi composta pelas lajes LS01, LS02, LS03, LS04, LS05 e LS06. Por fim, a terceira e última série foi composta pelas lajes LW01, LW02, LW03, LW04 e LW05.

Nas lajes LN o carregamento foi aplicado de forma simétrica, não havendo, portanto, transferência de momento, o que levou a usar a letra L para Laje e a letra N para *No moment*. No caso das lajes LS o carregamento aplicado foi aplicado de forma excêntrica, com transferência de momento na direção de maior inércia da seção transversal do pilar, o que levou a usar a letra L para Laje e a letra S para *Strong axis*. Para as lajes LW também foi aplicado carregamento de forma excêntrica, porém, com transferência de momento na direção de menor inércia da seção transversal do pilar, o que levou a usar a letra L para Laje e a letra W para *Weak axis*.

As dimensões da laje de cada modelo ensaiado foram de 2500 x 2500 mm de largura e comprimento e 180 mm de espessura. O pilar possuía seção transversal retangular de 200 x 400 mm com altura total de 1580 mm, como apresentado na Figura 3.2. As principais características das lajes são apresentadas na Tabela 3.1.



(a) Vista do Modelo em 3D



(b) Vista Frontal

(c) Vista Lateral

Figura 3.2 – Geometria básica em mm de todos os modelos locais.

Tabela 3.1 – Principais características das lajes.

Série	Lajes	d (mm)	Pilar (mm)	$\rho$ (%)	$f_c$ (MPa)	$f_{ys,w}$ (MPa)	$\phi_w$ (mm)	$\phi_{flexão}$ (mm)	Armadura de Cisalhamento	
									Nº de Camadas	$A_{sw}$ / Camada (mm <sup>2</sup> )
Série 1	LN01	143	400/200	1,58	55,1	573	8,0	16,0	3	704
	LN02	143	400/200	1,58	53,8	573	8,0	16,0	6	704
	LN03	143	400/200	1,58	51,2	---	---	16,0	---	---
	LN04	143	400/200	1,58	55,5	651	6,3	16,0	4	436
	LN05	142	400/200	1,60	54,8	602	12,5	16,0	5	1718
Série 2	LS01	143	400/200	1,58	53,6	---	---	16,0	---	---
	LS02	144	400/200	1,56	53,9	573	8,0	16,0	3	704
	LS03	142	400/200	1,60	54,4	573	8,0	16,0	6	704
	LS04	143	400/200	1,58	51,3	651	6,3	16,0	4	436
	LS05	142	400/200	1,60	51,0	602	12,5	16,0	5	1718
	LS06	143	400/200	1,58	53,0	597	10,0	16,0	6	1100
Série 3	LW01	141	200/400	1,62	50,2	---	---	16,0	---	---
	LW02	143	200/400	1,58	52,2	573	8,0	16,0	3	704
	LW03	142	200/400	1,60	51,5	573	8,0	16,0	6	704
	LW04	142	200/400	1,60	51,5	651	6,3	16,0	4	436
	LW05	142	200/400	1,60	50,6	602	12,5	16,0	5	1718

Obs.:

$s_0 = 70$  mm (espaçamento entre a face do pilar e a primeira camada de *studs*)

$s_r = 100$  mm (espaçamento entre as camadas de *studs*)

Todas as lajes possuíam armadura de cisalhamento com 14 linhas de *studs* distribuídos de forma radial

$f_{ys} = 577$  MPa (tensão de escoamento da armadura de flexão -  $\phi_f = 16,0$  mm)

### 3.3 ARMADURA DE FLEXÃO

Todas as lajes ensaiadas possuíam a mesma distribuição das armaduras de flexão, compostas por barras de aço CA-50, dispostas na parte superior das lajes como armaduras principais em duas direções. Estas eram compostas por barras retas com diâmetro de 16,0 mm distribuídas a cada 90 mm em uma direção e a cada 100 mm na outra direção. Seu espaçamento foi idealizado de tal modo que a resistência a flexão fosse a mesma em ambas as direções.

Na face inferior de cada laje foi disposta uma armadura de distribuição, formada por barras retas com diâmetro de 8,0 mm, necessárias para evitar fissuras no transporte das lajes e para manter a ligação entre a laje e o pilar após a ruptura por punção. A Figura 3.3 apresenta a distribuição das armaduras superior e inferior da laje e um detalhamento dos ganchos de ancoragem das barras superiores.

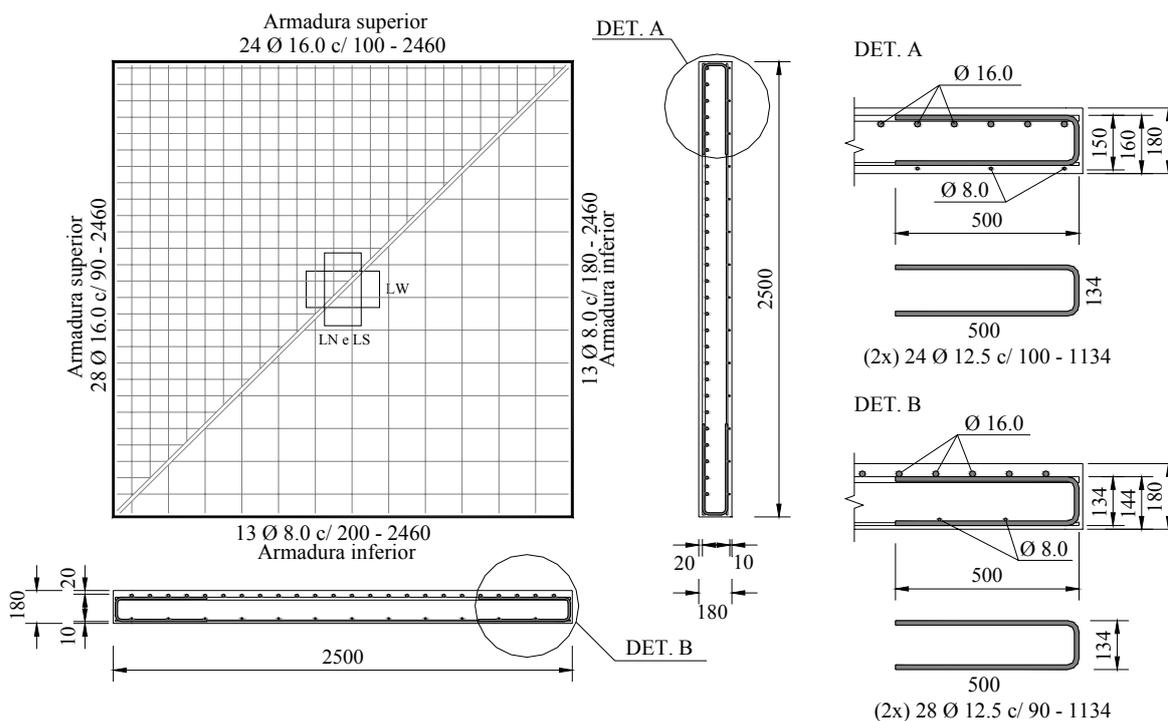


Figura 3.3 – Detalhamento da armadura de flexão das lajes LN, LS e LW.

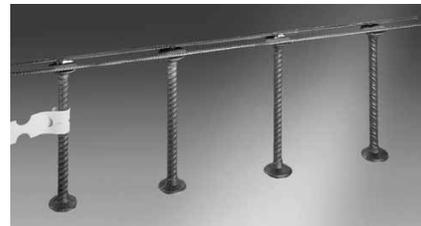
O cobrimento das armaduras foi adotado como 20 mm na face superior e 10 mm na face inferior. Para tentar garantir esses valores e a correta disposição das armaduras superiores, foram utilizadas barras de aço com 6,3 mm de diâmetro na forma de “caranguejos”, dispostas de forma radial externa às armaduras de cisalhamento, a uma distância de cerca de 500 mm da face do pilar.

### 3.4 ARMADURA DE CISALHAMENTO

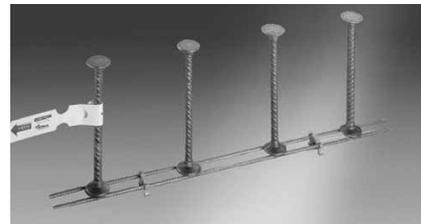
A armadura de cisalhamento utilizada neste trabalho é denominada e comercializada internacionalmente como *double headed studs*. Essa armadura caracteriza-se por possuir como ancoragem apenas dois elementos circulares de aço, com diâmetro normalmente igual a  $3\cdot\varnothing_w$ , onde,  $\varnothing_w$  é o diâmetro da barra do *stud*. A armadura de cisalhamento empregada nas lajes foi fabricada no Laboratório de Estruturas da Universidade de Brasília. Ao longo de todo o texto, esta armadura será de forma simplificada denominada de *stud*. A Figura 3.4 e a Figura 3.5 apresentam detalhes da aplicação e execução do sistema de armaduras de cisalhamento tipo *stud*.



(a) - Montagem da armadura tipo *Stud*



(b)– Sistema de armadura tipo *Stud* fixa pela região superior



(c) - Sistema de armadura tipo *Stud* fixa pela região inferior

Figura 3.4 – Sistema de armadura tipo *Stud* – (SCHÖCK BOLE, 2004).

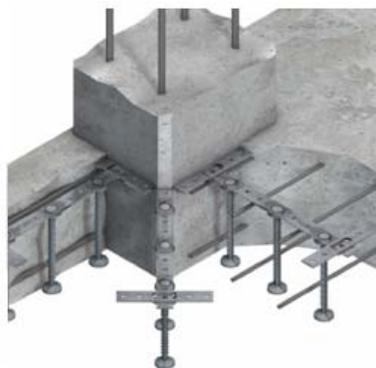
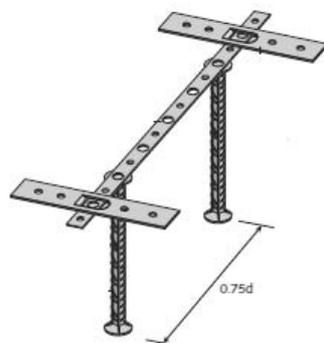
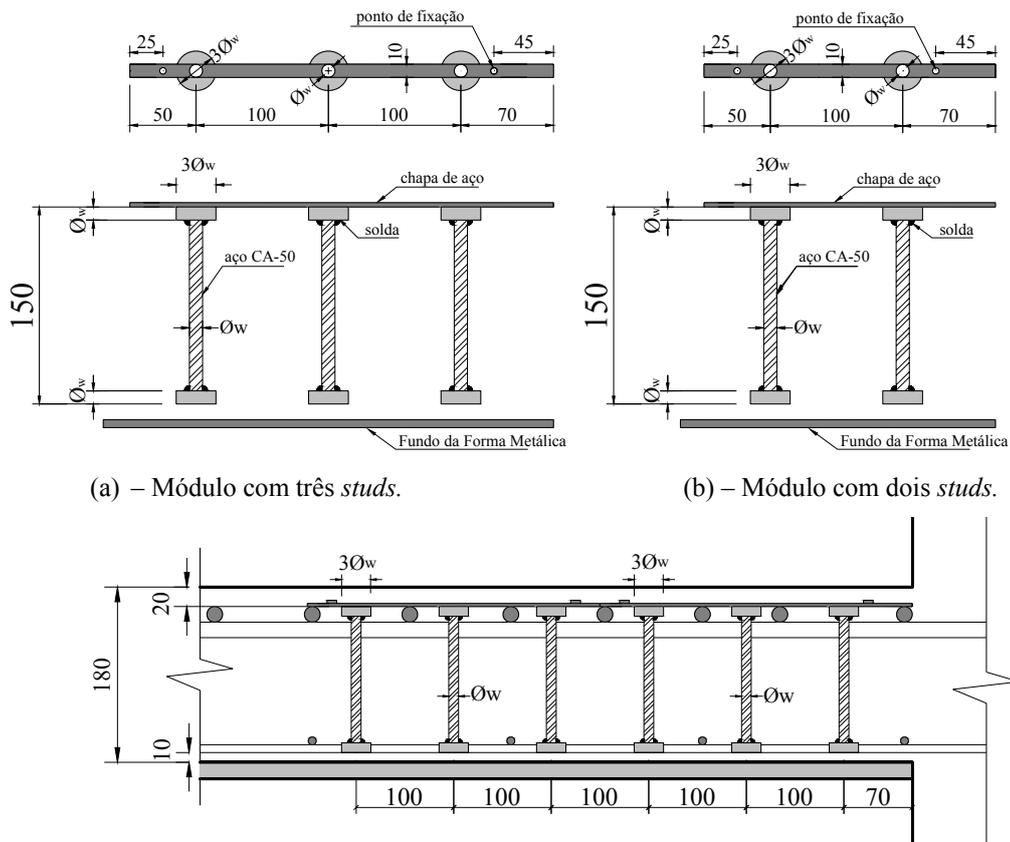


Figura 3.5 – Sistema de armadura tipo *Stud* – (HALFEN DEHA, 2009).

A armadura tipo *stud* empregada neste trabalho foi distribuída de forma radial e composta de quatorze linhas em todas as lajes que continham tal armadura. Como o número de camadas da armadura de cisalhamento é variável, optou-se por fabricar módulos de dois e três *studs* e associá-los de maneira a obter o número de camadas necessárias nas diferentes lajes. Com esta combinação dos módulos de *studs* pôde-se obter linhas compostas de três, quatro, cinco e seis camadas de *studs*. Na Figura 3.6, é possível ver um detalhe da armadura de cisalhamento utilizada nas lajes e na Figura 3.7 é mostrada a distribuição dos *studs* em planta para cada laje.



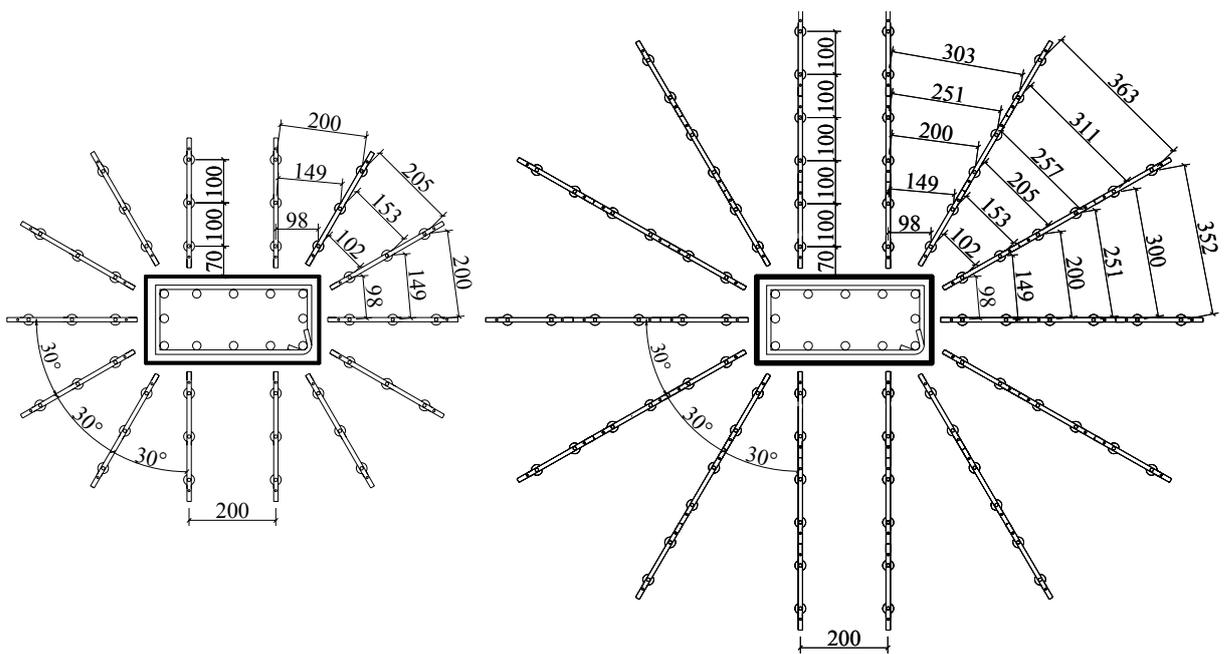
(a) – Módulo com três *studs*.

(b) – Módulo com dois *studs*.

(c) – Vista lateral da armadura de cisalhamento instalada; Associação em linha de dois módulos de três *studs*.

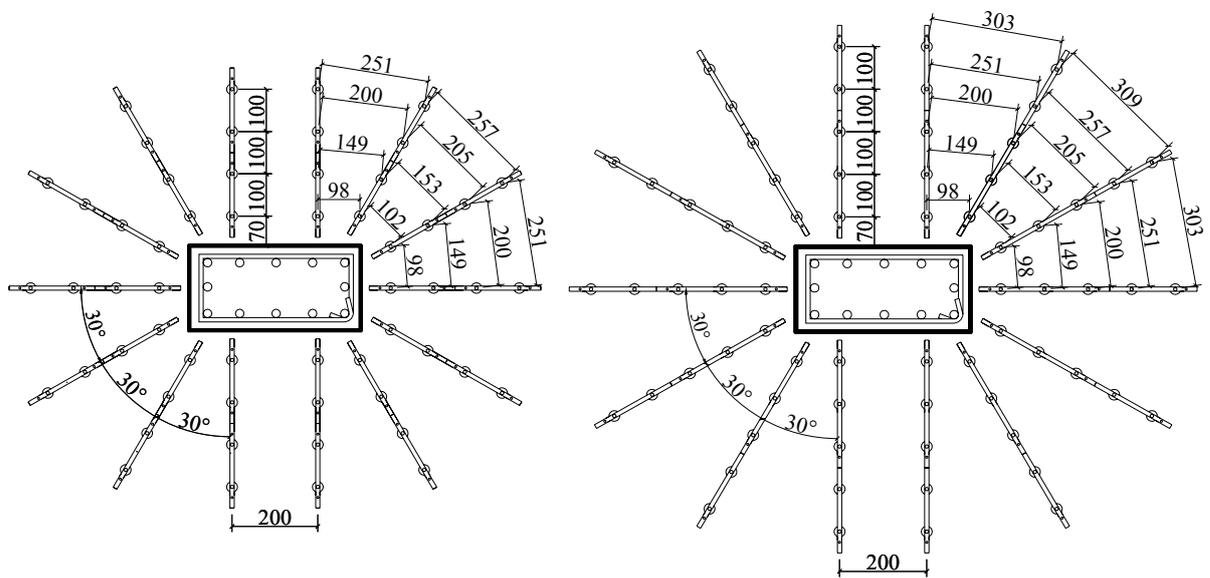
Figura 3.6 – Detalhamento da armadura de cisalhamento tipo *stud*.





(e) Laje LW02

(f) Laje LW03

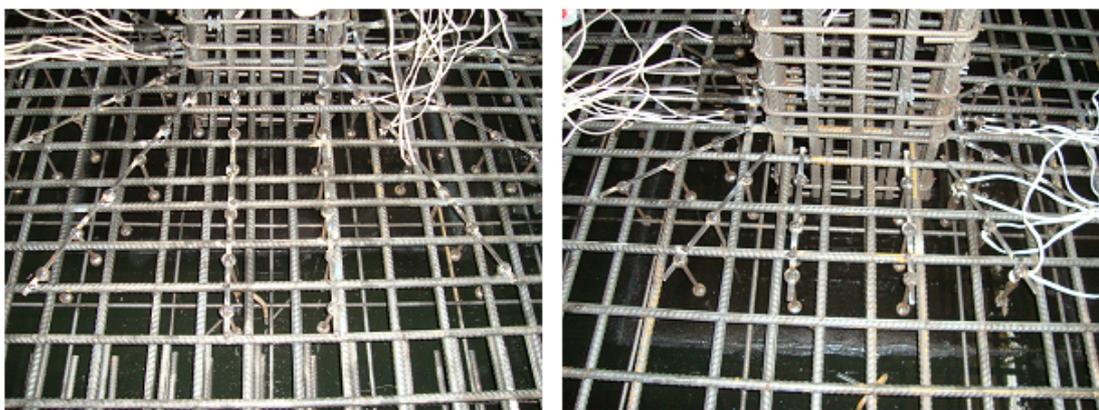


(g) Laje LW04

(h) Laje LW05

Figura 3.7 – Distribuição da armadura de cisalhamento das Lajes LN, LS e LW.

A Figura 3.8 mostra o aspecto final da armadura de cisalhamento executada em duas lajes (com três e seis camadas de *studs*), antes da etapa de concretagem.



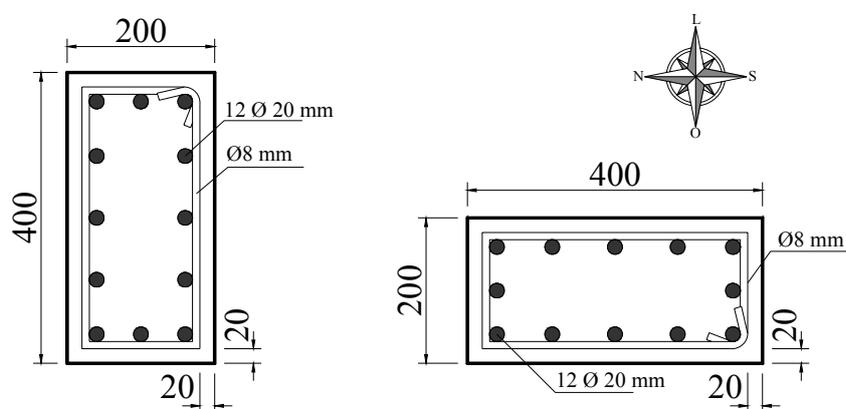
(a) Lajes com seis camadas de *studs*.

(b) Lajes com três camadas de *studs*.

Figura 3.8 – Armadura de cisalhamento (*studs*).

### 3.5 ARMADURA DOS PILARES

A armadura dos pilares que serviram de apoio para as lajes, foi composta por barras longitudinais com 20,0 mm de diâmetro, distribuídas em uma seção transversal retangular de 200 x 400 mm. Na armadura longitudinal da primeira série de ensaios foram utilizadas barras longitudinais retas e na segunda série de ensaios optou-se pela utilização de barras dobradas em “u”, assim como as utilizadas em algumas lajes ensaiadas por FERREIRA (2010), a fim de se evitar a possibilidade de uma ruptura localizada por problemas de ancoragem ou até mesmo o deslizamento das barras do pilar durante a aplicação do carregamento no ensaio. A armadura transversal dos pilares foi composta por estribos com 8 mm de diâmetro espaçados a cada 70 mm. A Figura 3.9 apresenta o detalhamento da seção transversal do pilar.



(a) - Seção transversal dos pilares das lajes LN e LS

(b) - Seção transversal dos pilares das lajes LW

Figura 3.9 – Detalhamento da armadura dos pilares na seção transversal.

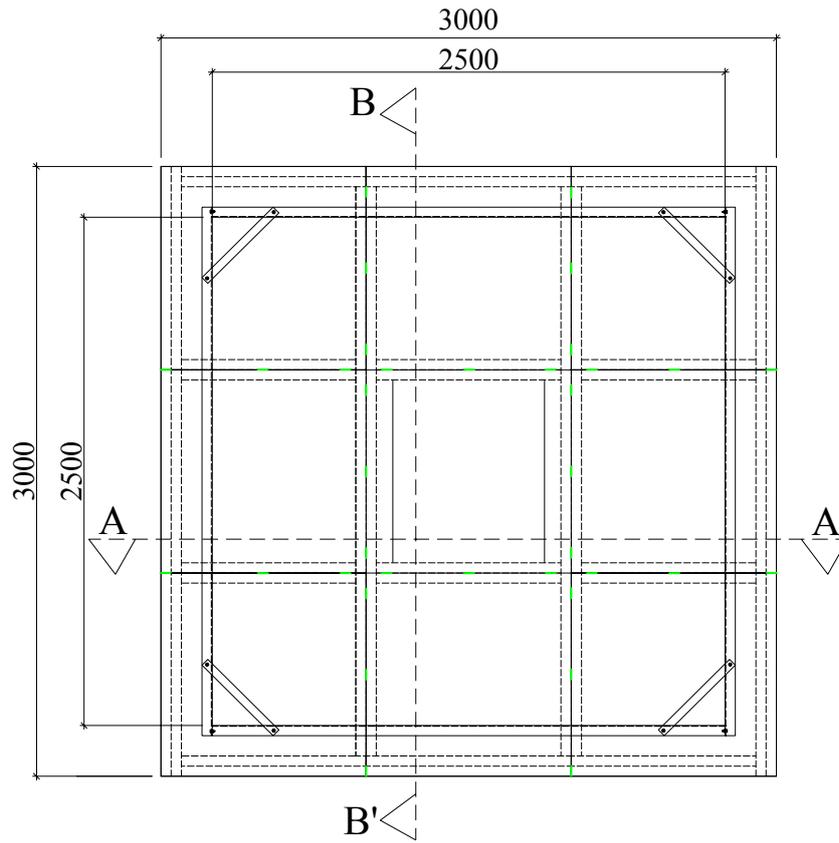
### 3.6 FÔRMAS

As fôrmas foram fabricadas em estrutura metálica no Laboratório de Estruturas da Universidade de Brasília de acordo com o projeto mostrado na Figura 3.10. Foi idealizado um sistema de fôrmas onde a estrutura da base seria composta por uma grelha de perfis metálicos.

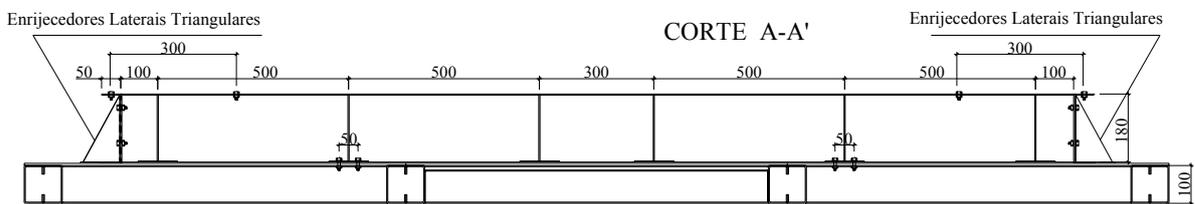
Os perfis adotados para a execução desta grelha foram perfis metálicos enrijecidos do tipo duplo U 100 x 50 x #3,04 mm de chapa dobrada. As laterais da fôrma foram executadas com perfis metálicos do tipo U 180 x 50 x #3,04 mm de chapa dobrada, e para conter as laterais da forma durante a concretagem foram soldados enrijecedores de forma triangular nas faces externas das laterais da fôrma. O fundo da fôrma foi executado com chapas metálicas de 6,0 mm de espessura. A região central do fundo da fôrma, onde se localiza o pilar, foi executada em madeira a fim de prever ensaios futuros que compreendam seções transversais de pilares com formas diferentes da retangular.

O projeto dessas fôrmas metálicas foi concebido com o objetivo de atender a moldagem de outros tipos de formas para as lajes, que não estas com pilares internos, por isso, existe uma modulação do fundo da fôrma, de modo que possam ser executadas lajes, por exemplo, com pilares de canto ou de extremidade.

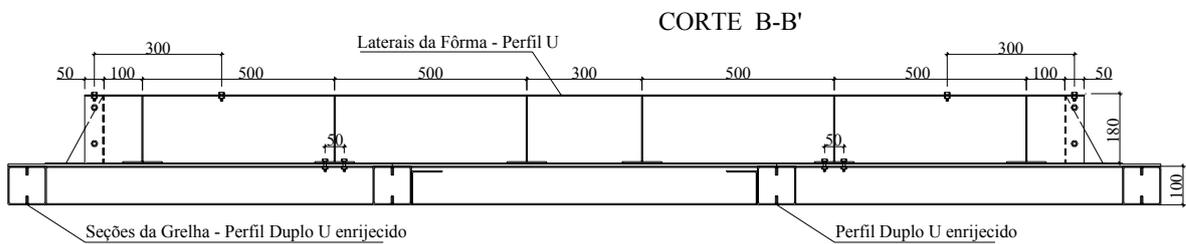
A Figura 3.11 mostra concepção da fôrma após a fabricação. Foram fabricadas quatro fôrmas, com o objetivo de produzir quatro modelos locais em uma única concretagem. Na Figura 3.12 são mostradas as fôrmas prontas para a concretagem, já com as armaduras de flexão posicionadas.



(a) – Vista em planta da fôrma metálica.



(b) – Corte A-A'



(c) - Corte B-B'

Figura 3.10 – Detalhe do projeto de fôrmas metálicas – (mm)



Figura 3.11 – Fôrma pronta para receber a armadura.



Figura 3.12 – Aspecto final das fôrmas com as armaduras de flexão das lajes

### 3.7 CONCRETAGEM

As lajes foram concretadas em quatro etapas, divididas em grupos de quatro lajes. Para a concretagem de todas as lajes foi empregado concreto usinado com resistência característica estimada em 40 MPa aos 28 dias.

Durante o recebimento do concreto, na execução das quatro concretagens, foi realizado o teste de abatimento do tronco de cone para verificar a consistência do concreto. O resultado esperado para o teste era um abatimento de  $100 \text{ mm} \pm 20 \text{ mm}$  e todas as medidas registradas *in loco* estiveram dentro do limite. A Figura 3.13, mostra a execução do teste.



Figura 3.13 – Teste de abatimento do tronco de cone.

Foram moldados 96 corpos de prova com 100 mm de diâmetro e 200 mm de altura durante cada concretagem, os quais foram utilizados para ensaios de determinação da resistência à tração e da resistência à compressão do concreto.



Figura 3.14 – Moldagem dos corpos de prova.

As lajes foram concretadas primeiramente pela parte inferior do pilar, seguido da concretagem da laje. Depois de concretada a laje de cada modelo, foi instalada a parte superior da fôrma do pilar, sendo assim, concretada a parte superior do pilar. Após concretados os três elementos do modelo local, foi feito um acabamento na superfície das lajes e na superfície da parte superior do pilar. A Figura 3.15 mostra parte do processo de concretagem.



(a) Lançamento e adensamento do concreto. (b) Acabamento da superfície do concreto.



(c) Instalação da fôrma superior do pilar. (d) Acabamento na superfície da laje.

Figura 3.15 – Concretagem das lajes.

## 3.8 INSTRUMENTAÇÃO

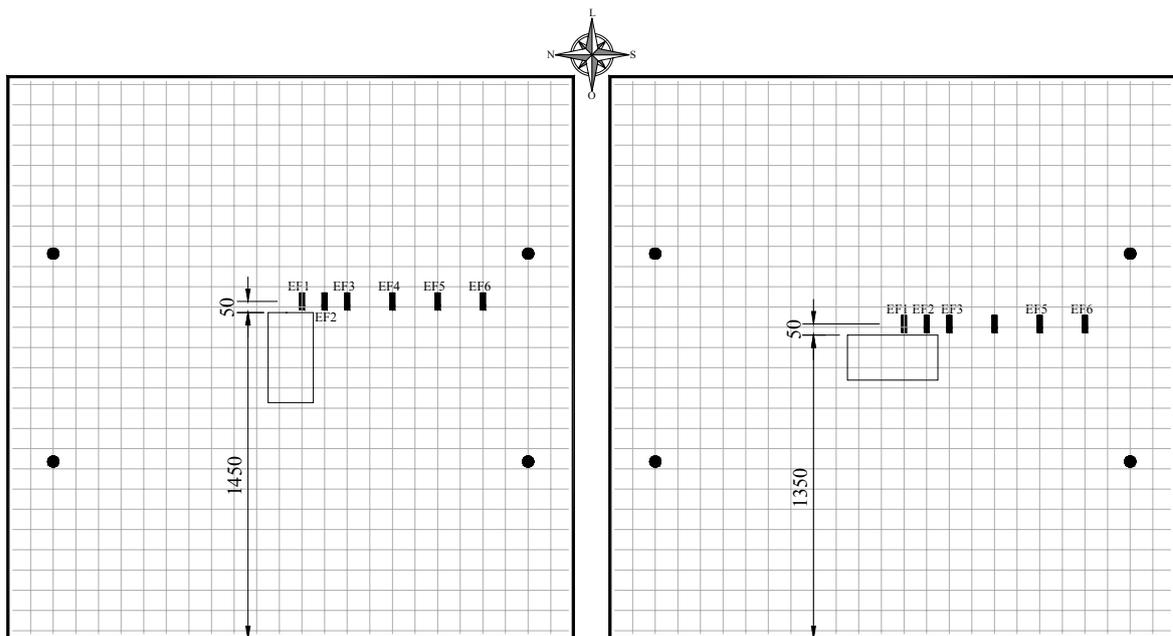
### 3.8.1 Deformação nas armaduras

Durante a execução dos ensaios foram monitoradas as deformações nas armaduras de flexão e de cisalhamento, através da utilização de extensômetros elétricos de resistência  $120\Omega$ , do tipo KGF-5-120-C1-11, com dimensões  $9,4 \times 2,8$  mm, fabricados pela empresa *Kyowa Electronic Instruments*. Foram posicionados dois extensômetros em cada barra instrumentada, em posição diametralmente oposta, a fim de se eliminar possíveis efeitos localizados nas barras sob ação dos esforços de flexão.

A escolha das barras de flexão a serem monitoradas seguiu os seguintes critérios: nas lajes com carregamento simétrico (LN), era suficiente monitorar apenas um quadrante da laje, de forma que estas leituras servissem de referência para as lajes com transferência de momento. Nas lajes com carregamento excêntrico (LS e LW), o mais importante era

observar a intensidade das deformações nas armaduras na direção em que atuaria o momento desbalanceado.

Foram instrumentadas seis barras da armadura de flexão em apenas uma direção. As barras instrumentadas localizavam-se na camada superior externa da armadura de flexão tracionada e foram escolhidas partindo-se da região central em direção à borda laje. A Figura 3.16 mostra a distribuição e a posição de cada extensômetro nas barras da armadura de flexão monitoradas.



(a) - Lajes LN e LS.

(b) - Lajes LW.

Figura 3.16 – Posição dos extensômetros nas barras da armadura de flexão.

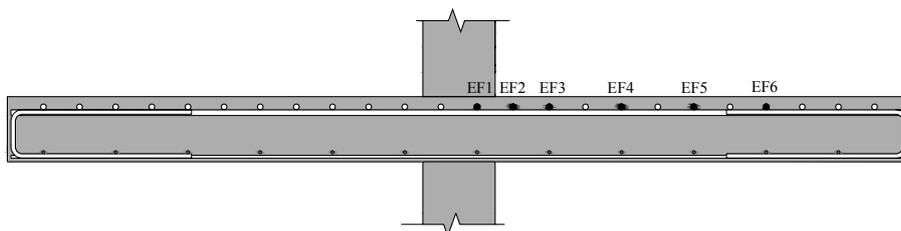


Figura 3.17 – Seção transversal com armadura de flexão das lajes LN e LS.

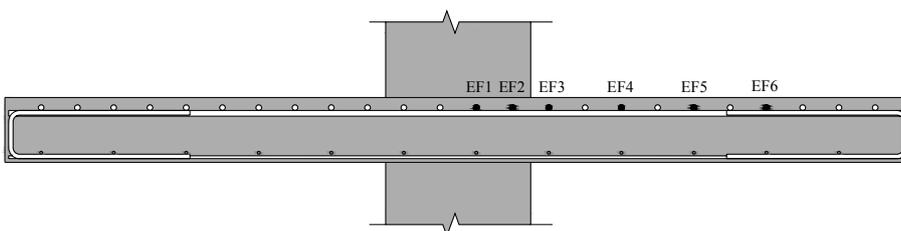


Figura 3.18 – Seção transversal com armadura de flexão das lajes LW

Para a fixação dos extensômetros nas barras foi necessário limá-las e lixá-las com o objetivo de eliminar toda a nervura na região determinada sem danificar ou diminuir a seção nominal da barra.

Com a superfície lisa foi realizada uma limpeza com álcool isopropílico com o objetivo de retirar todos os resíduos presentes na superfície da barra. Os extensômetros foram então colados um a um com adesivo cianoacrilático (*Super Bonder*), procurando deixá-los diametralmente opostos e na mesma seção da barra. A Figura 3.19(a), mostra o aspecto de uma barra já limada e lixada com um extensômetro colado.

Após a fixação dos extensômetros, cada terminal é soldado a uma ponta de um condutor flexível paralelo com diâmetro de 1,5 mm, que por sua vez é preso à barra através de abraçadeiras plásticas. Depois de soldados os terminais, a região da solda é protegida por uma camada de resina epóxi, para proteger da umidade e isolar eletricamente. A Figura 3.19 (b) , mostra a finalização do processo de fixação dos fios à barra e a aplicação da resina epóxi.

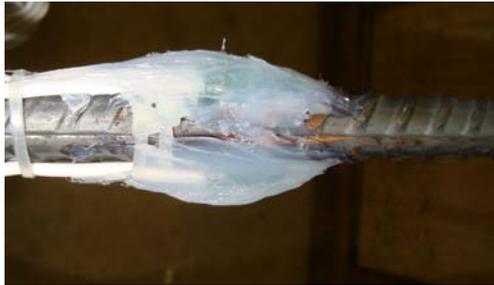
Sobre a camada de resina foi adicionada uma camada de silicone que fornecerá proteção mecânica ao conjunto. O silicone não é colado diretamente na ligação porque libera ácido acético ao endurecer, o que pode corroer os fios. Finalmente é feita uma proteção com fita isolante de auto fusão. A Figura 3.19 (c) e (d), mostram o aspecto final da barra instrumentada após a execução de todo o processo descrito.



(a) Extensômetro colado em barra



(b) Proteção com resina epóxi



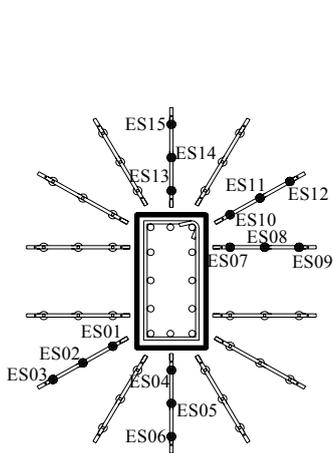
(c) Proteção com silicone



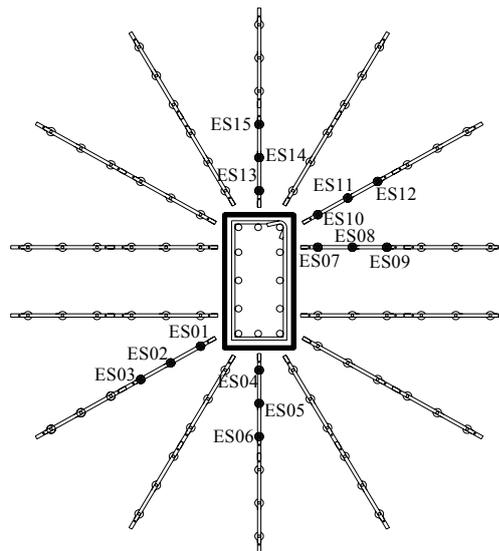
(d) Proteção com fita isolante de auto-fusão

Figura 3.19 – Preparação da instrumentação.

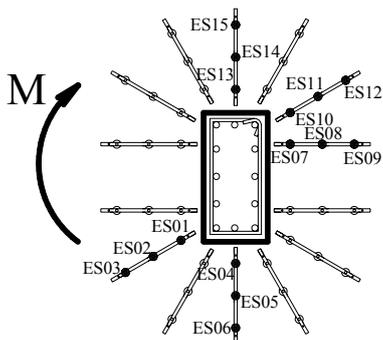
As armaduras de cisalhamento das lajes foram instrumentadas com os mesmos extensômetros utilizados nas armaduras de flexão, com dois extensômetros em cada *stud*, em posições diametralmente opostas. Todas as lajes ensaiadas possuíam quatorze linhas de *studs*, no entanto, a distribuição do número de camadas de *studs* variou de três, quatro, cinco e seis camadas. Admitiu-se para esta distribuição de armadura que a instrumentação de cinco dentre as quatorze linhas de *studs* seria suficiente, uma vez que existia uma limitação do número dos canais de leitura no sistema de aquisição de dados. No entanto, acredita-se que seria ideal a monitoração de pelo menos dois quadrantes inteiros da distribuição desta armadura. Decidiu-se também que, dentre as linhas de *studs* instrumentadas, seriam monitoradas apenas as três primeiras camadas, uma vez que, estudos anteriores mostram que as deformações além da terceira camada são relativamente pequenas em relação à primeira e segunda camadas. A Figura 3.20, apresenta a distribuição dos *studs* monitorados pela instrumentação de alguns das lajes ensaiadas.



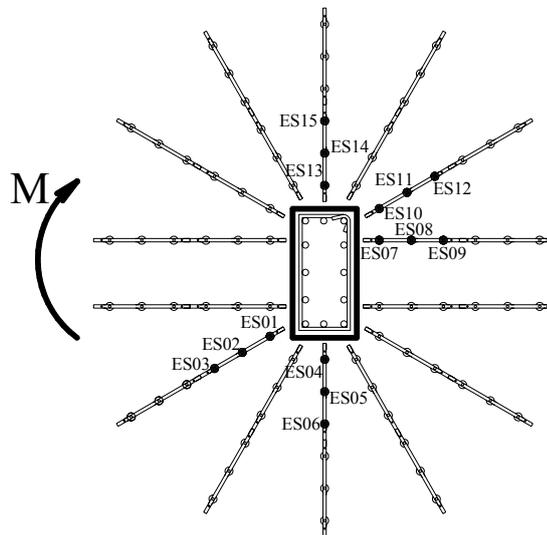
(a) - LN01 – três camadas de *studs*



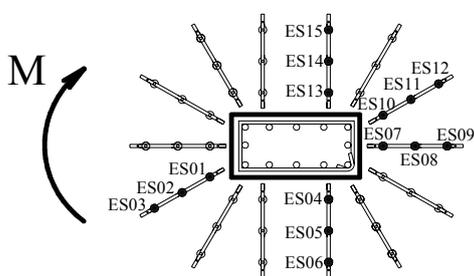
(b) - LN02 – seis camadas de *studs*



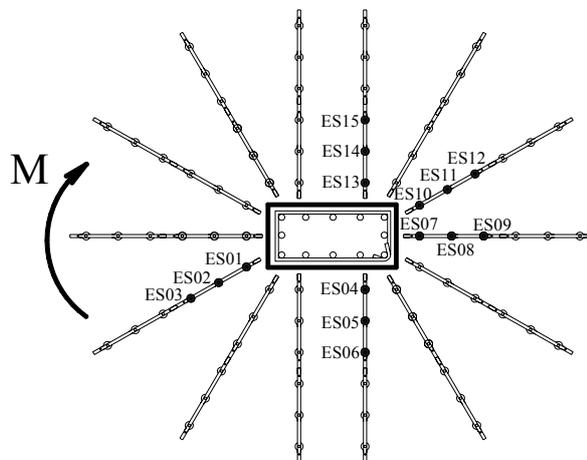
(c) - LS02 – três camadas de *studs*



(d) - LS03 – seis camadas de *studs*



(e) LW02 – três camadas de *studs*



(f) LW03 – seis camadas de *studs*

Figura 3.20 – Extensômetros na armadura de cisalhamento das lajes LN, LS e LW.

### 3.8.2 Deformação no concreto

O concreto foi instrumentado na superfície inferior da laje, em uma região adjacente ao pilar, com extensômetros elétricos da marca KYOWA de resistência de  $120 \Omega$  modelo KC-70-120-A1-11, com o objetivo de medir as deformações do concreto durante o ensaio. Cada uma das lajes recebeu oito extensômetros, três para monitorar as deformações tangenciais do concreto (EC01, EC02 e EC03) e cinco para monitorar as deformações radiais do concreto (EC04, EC05, EC06, EC07 e EC08). A Figura 3.21 apresenta a distribuição dos extensômetros instalados nas lajes que foram ensaiadas com e sem transferência de momento, nas quais a seta indica o sentido da aplicação do momento.

Sabe-se, que a deformação máxima na superfície do concreto na região adjacente ao pilar não ocorre no ponto imediatamente adjacente às bordas do pilar, mas sim afastado de certa distância deste. Admitiu-se a posição dos extensômetros tangenciais com uma distância de 50 mm da face do pilar ao eixo longitudinal do extensômetro, e para os extensômetros radiais, uma distância de 100 mm da face do pilar ao eixo transversal do extensômetro. A Figura 3.22 mostra uma imagem dos extensômetros colados na face inferior da laje do modelo LS02.

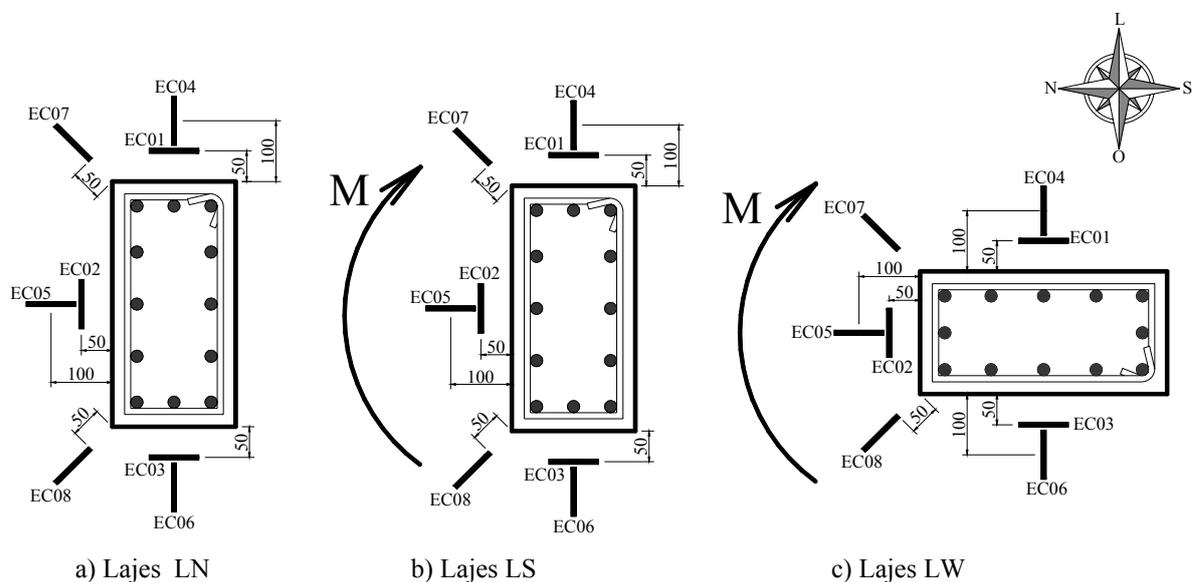


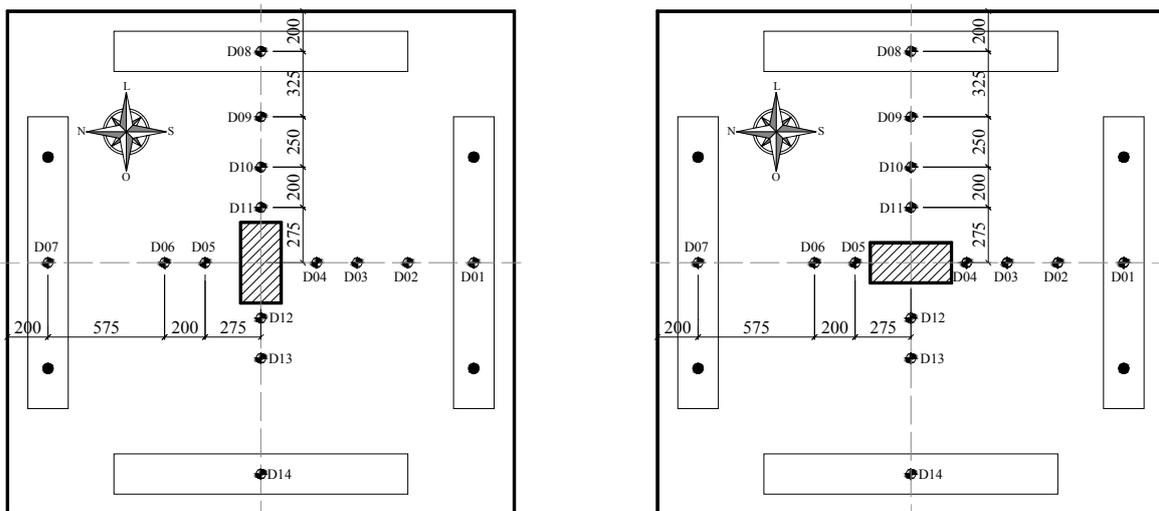
Figura 3.21 – Distribuição dos extensômetros na face inferior da laje.



Figura 3.22 – Disposição dos extensômetros durante o ensaio.

### 3.8.3 Deslocamentos

Quanto aos deslocamentos verticais da laje de cada modelo, estes foram medidos com defletômetros analógicos fabricados pela empresa *Huggenberger AG*. Os defletômetros foram posicionados em quatorze pontos previamente selecionados, visando monitorar os deslocamentos relativos de cada quadrante da laje em cada modelo. A Figura 3.23, apresenta a posição na laje de cada defletômetro. Os defletômetros D01, D07, D08 e D14, foram posicionados na face inferior da laje, imediatamente abaixo dos pontos de carga, com o objetivo de medir o deslocamento máximo nestas direções. Todos os demais defletômetros foram posicionados na face superior da laje com o auxílio de um sistema de suporte metálico independente. A Figura 3.24 mostra os defletômetros posicionados sobre a laje antes do início de um ensaio.



(a) - Posição dos defletômetros nas lajes LN e LS

(b) – Posição dos defletômetros nas lajes LW

Figura 3.23 – Posição dos defletômetros nas lajes



(a) - Defletômetros posicionados na face superior.

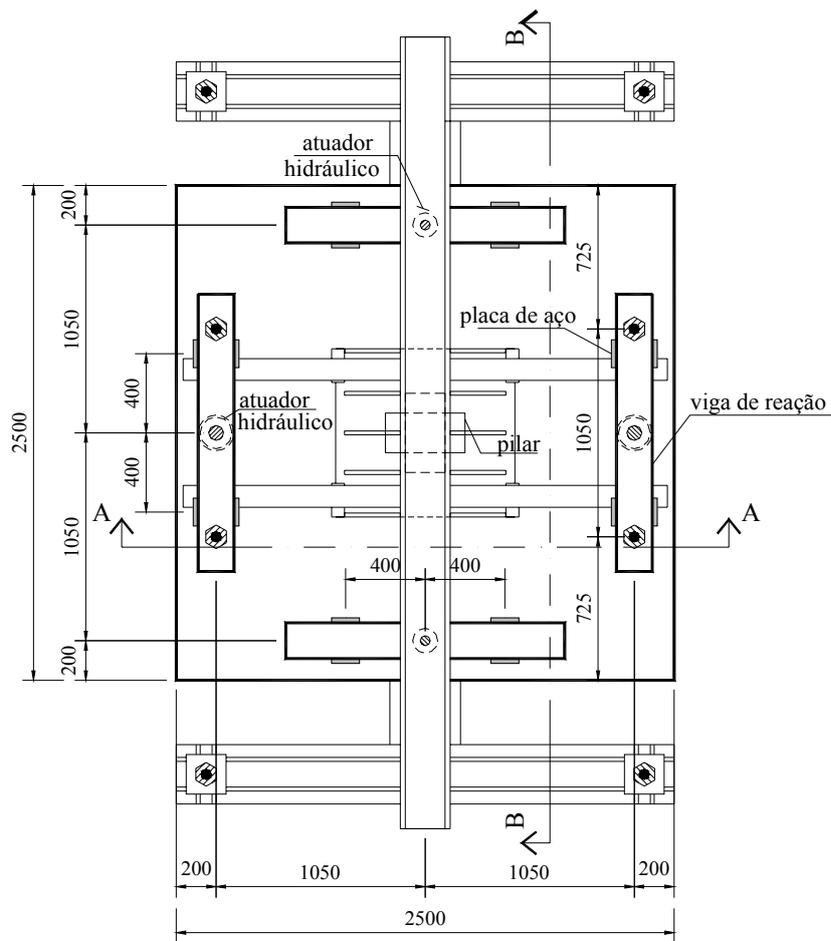


(b) - Defletômetros posicionados na face inferior

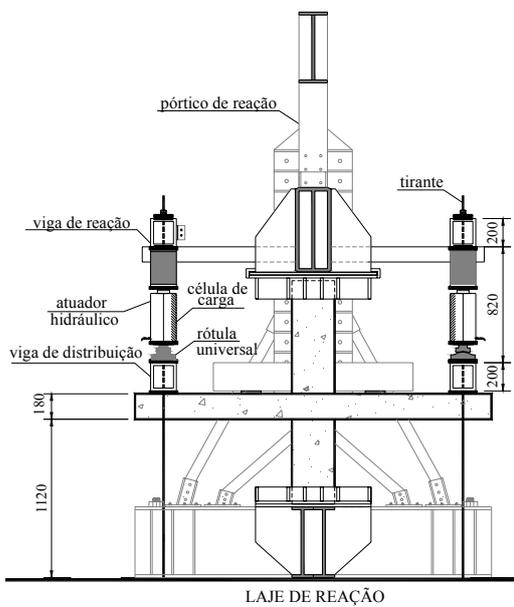
Figura 3.24 – Defletômetro posicionado em uma das lajes.

### 3.9 PROCEDIMENTO DE ENSAIO

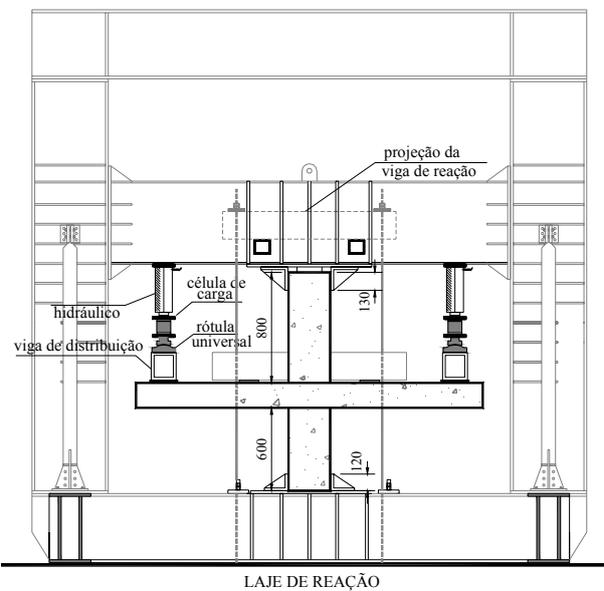
Os ensaios foram realizados em um pórtico metálico, montado sobre a laje de reação do Laboratório de Estruturas da Universidade de Brasília. A Figura 3.25 mostra em um croqui a instalação do modelo local no pórtico metálico.



a) – Vista Superior



b) - Corte A-A



c) – Corte B-B

Figura 3.25 – Esquema de ensaio do pórtico de reação metálico.

### 3.9.1 Aplicação do carregamento

Além do pórtico de reação o sistema de aplicação das cargas, era composto por; quatro cilindros hidráulicos da marca *Enerpac*, todos com capacidade de 600 kN; Quatro conjuntos de células de carga e indicadores digitais fabricados pela empresa *Kratos Equipamentos Industriais Ltda.*, sendo três com capacidade de 1000 kN e um com capacidade de 500 kN. Foram utilizadas três bombas hidráulicas, duas dessas bombas eram da marca *Enerpac* e possuíam acionamento múltiplo de cilindros, podendo controlar individualmente até quatro cilindros cada uma, enquanto que a outra bomba elétrica da marca *Yellow Power* acionava apenas um único cilindro. Optou-se por usar essa configuração de bombas, pois nas lajes com carregamento desbalanceado, essa configuração facilitava o controle dos cilindros. A Figura 3.26 mostra os cilindros hidráulicos utilizados durante os ensaios e a Figura 3.27 mostra as bombas elétricas utilizadas. Também se fez uso de quatro vigas metálicas rígidas para distribuir o carregamento aplicado pelos cilindros em duas chapas de aço, totalizando oito pontos de aplicação de cargas.



Figura 3.26 – Cilindro hidráulico de aplicação de cargas.



(a) - Bombas elétricas - *Enerpac*



(b) - Bomba elétrica - *Yellow Power*

Figura 3.27 – Bombas elétricas utilizadas nos ensaios.

Quanto à locação das cargas nas lajes, são mostrados em planta os pontos de aplicação e as placas de distribuição de carga (ver Figura 3.28 e Figura 3.29). É possível ver nas imagens que cada ponto de aplicação de carga é dividido em dois, ou seja, as cargas aplicadas à laje, na verdade, foram distribuídas em oito pontos de aplicação de carga.

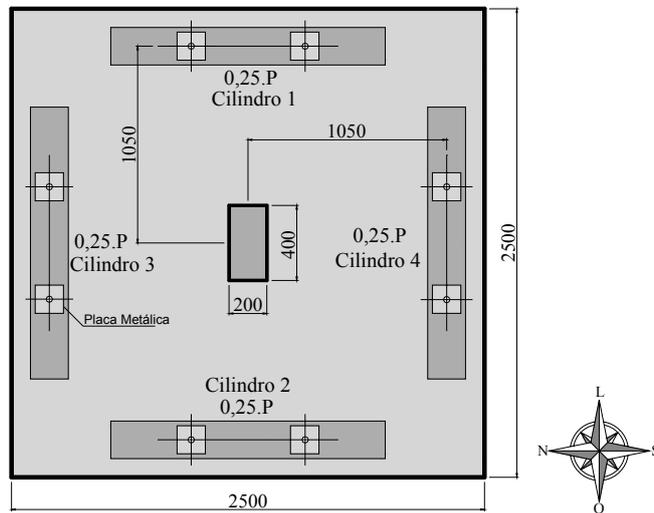


Figura 3.28 – Pontos de aplicação e placas de distribuição de carga das lajes LN.

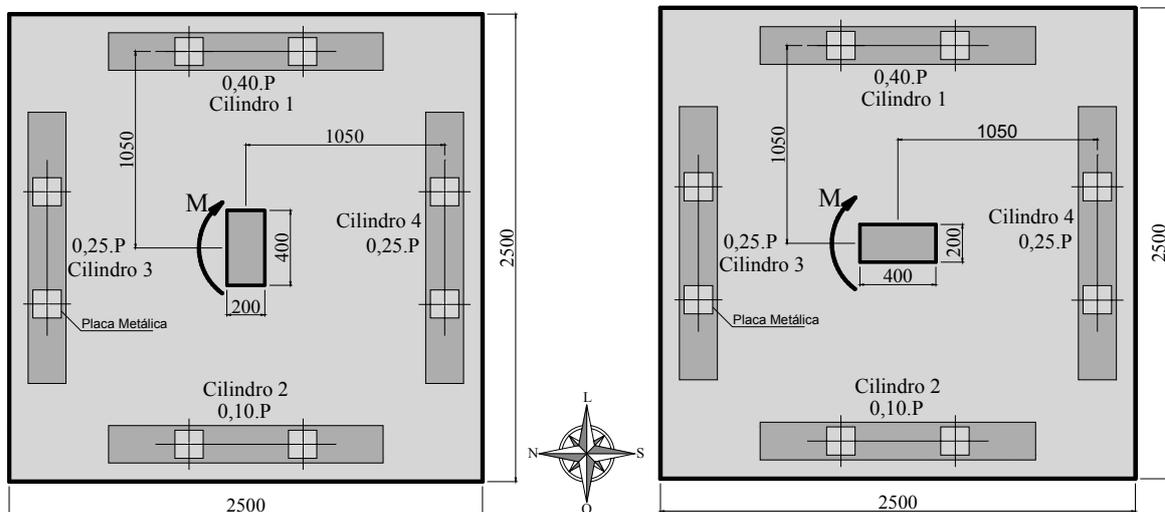


Figura 3.29 – Pontos de aplicação e placas de distribuição de carga das lajes LS e LW.

A distribuição de carga nos pontos apresentados anteriormente foi feita por meio de vigas de distribuição que possuíam perfil metálico vazado e foram colocadas entre os cilindros hidráulicos e a laje. As vigas de distribuição foram colocadas sobre chapas metálicas que tiveram o objetivo de transferir a carga aplicada nos cilindros para os dois pontos

mostrados anteriormente. A Figura 3.30 mostra em detalhe a viga sobre as chapas, que por sua vez estão sobre a superfície da laje.



Figura 3.30 – Viga de distribuição da carga.

### 3.9.2 Monitoramento das cargas

A aplicação das cargas foi monitorada por meio de células de carga fabricadas pela empresa KRATOS. Foram utilizadas duas células com capacidade para 1000 kN e duas com capacidade para 500 kN, instaladas em linha com os cilindros hidráulicos.

Foi utilizada uma rótula metálica de aço de alta resistência instalada entre a viga de distribuição e o pistão do cilindro hidráulico fixado na viga de reação do pórtico. A rótula metálica teve o objetivo de proteger o pistão do cilindro evitando que este deslizesse lateralmente na direção transversal da viga de distribuição e que este aplicasse carga excêntrica. Outro objetivo era manter a carga aplicada sempre na vertical mesmo depois da laje deformada. A Figura 3.31 mostra em detalhes a posição da célula de carga e da rótula entre o pistão e a viga.



Figura 3.31 – Célula de carga empregada nas leituras de carga.

Quanto às leituras feitas durante a aplicação da carga na laje, essas foram realizadas por meio de indicadores digitais fabricados pela empresa KRATOS com capacidade para leituras até 500 kN (ver Figura 3.32) conectados diretamente às células de carga. Para esta etapa do ensaio foi instalada uma célula de carga em cada cilindro hidráulico de aplicação de carga. Os indicadores não estavam conectados ao sistema de aquisição de dados exigindo a leitura visual.



Figura 3.32 – Indicadores para acompanhamento dos passos de carga durante ensaio.

### 3.9.3 Sistema de aquisição de dados

A cada passo de carga aplicado no ensaio, as leituras de todos dos extensômetros eram feitas por meio de um sistema de aquisição de dados SPIDER 8. O sistema foi composto por 10 módulos de aquisição interligados. O processamento e armazenamento dos dados foram feitos de forma semi-automática pelo programa CATMAN, versão 4.5, o qual converteu as leituras de acordo com uma calibração feita previamente e armazenada no programa. Cabia ao operador do sistema apenas disparar a aquisição a cada etapa.



Figura 3.33 – Sistema de aquisição de dados.

## 4 - RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Neste capítulo serão apresentados os resultados experimentais adquiridos nos ensaios das lajes produzidas no Laboratório de Estruturas da Universidade de Brasília. A seguir serão apresentados os deslocamentos verticais, deformações na armadura de flexão, na armadura de cisalhamento, na superfície do concreto, mapeamento das fissuras, superfícies de ruptura, as cargas últimas e os modos de ruptura. Inicialmente serão apresentados resultados referentes aos ensaios de caracterização do concreto e do aço utilizado na fabricação das lajes.

### 4.1 CARACTERIZAÇÃO DOS MATERIAIS – CONCRETO E AÇO

Durante as etapas de concretagem foram moldados 6 corpos de prova para cada laje, totalizando 96 corpos de prova nas quatro etapas de concretagem. No entanto apenas 72 corpos de prova foram ensaiados, sendo que estes foram divididos da seguinte maneira: três corpos de prova extraídos de cada laje foram destinados à realização dos ensaios de resistência à compressão; e para os ensaios resistência à tração do concreto, foram utilizados três corpos de prova que representaram a resistência de cada duas lajes. Os resultados são apresentados na Tabela 4.1, onde os valores de  $f_{cm}$  e  $f_{ctm}$  são as médias dos resultados dos corpos de prova. Os procedimentos de ensaio foram aqueles estabelecidos pelas normas NBR 5739:2007 na determinação da resistência à compressão e NBR 7222:2011 na determinação da resistência à tração por compressão diametral.

Tabela 4.1 – Resistências médias do concreto.

Lajes	$f_{cm}$ (MPa)	$f_{ctm}$ (MPa)
LN01	55,1	4,7
LN02	53,8	4,1
LS01	51,2	4,2
LS02	55,5	4,7
LS03	54,8	4,1
LW01	53,6	4,2
LW02	53,9	4,4
LW03	54,4	4,4
LN03	51,3	4,0
LN04	51,0	3,2
LN05	53,0	3,2
LS04	50,2	4,0
LS05	52,2	4,2
LS06	51,5	4,2
LW04	51,5	3,6
LW05	50,6	3,6

Os dados de caracterização do aço são referentes a três corpos de prova para cada diâmetro utilizado nas lajes, à exceção das barras de com diâmetro de 6,3 mm onde foi ensaiada apenas uma barra e também as barras com diâmetro de 12,5 mm onde foram ensaiadas duas barras, pois parte destes lotes de barras de aço tiveram que ser descartados durante a realização dos ensaios. Todos os corpos de prova foram fabricados com aço do tipo CA-50 e foram submetidos a ensaios de tração direta realizados no Laboratório de Materiais da Universidade de Brasília, seguindo as recomendações da norma NBR 6892:2002. A Tabela 4.2, sintetiza os resultados das propriedades mecânicas do aço.

Tabela 4.2 – Propriedades mecânicas do aço utilizado nas lajes.

Barra	Ø (mm)	$f_{ys}$ (MPa)	$f_{ys,med}$ (MPa)	$f_u$ (MPa)	$f_{u,med}$ (MPa)	$E_s$ (GPa)	$E_{s,med}$ (GPa)	$\epsilon_s$ (‰)	$\epsilon_{s,med}$ (‰)
CP1	6,3	651	651	723	723	195	195	3,35	3,35
CP1	8,0	578	573	682	680	199	201	2,91	2,85
CP2		574		682		202		2,84	
CP3		567		675		202		2,81	
CP1	10,0	701	597	782	681	231	203	3,04	2,94
CP2		531		611		194		2,74	
CP3		558		649		184		3,03	
CP1	12,5	604	602	748	745	194	209	3,11	2,89
CP2		600		742		224		2,67	
CP1	16,0	578	577	699	699	191	203	3,02	2,85
CP2		576		700		203		2,83	
CP3		578		698		216		2,68	

$f_{ys}$  – Tensão de escoamento  
 $f_{ys,med}$  – Tensão média de escoamento  
 $f_u$  – Tensão máxima  
 $f_{u,med}$  – Tensão máxima média  
 $E_s$  – Módulo de elasticidade longitudinal do aço  
 $E_{s,med}$  – Módulo de elasticidade longitudinal do aço médio  
 $\epsilon_s$  – Deformação de escoamento  
 $\epsilon_{s,med}$  – Deformação média de escoamento

## 4.2 CARACTERÍSTICAS DOS MODELOS E CARGAS ÚLTIMAS

A Tabela 4.3 apresenta as principais características das séries de ensaio, as cargas últimas, momentos últimos e excentricidades últimas de cada laje. Deve-se entender como carga de ruptura a soma das cargas aplicadas pelos cilindros hidráulicos e lidas nos mostradores digitais no momento da ruptura, somadas com o peso próprio das lajes e dos equipamentos sobre sua superfície. A excentricidade última ( $e_u = M_u / V_u$ ), é a excentricidade no instante da ruptura. Ela apresenta um valor inferior ao valor proposto de 315 mm, devido à

considerável diminuição da rigidez da ligação laje-pilar no instante da ruptura, fazendo com que a carga nos cilindros hidráulicos que atuam na direção do momento desbalanceado não mantenha a relação de carga de 4/1 no instante da ruptura. O momento último  $M_u$  é determinado a partir da soma algébrica dos momentos desbalanceados provocados pelas cargas aplicadas nos cilindros 1 e 2 (ver Figura 3.29). A equação a seguir determina o valor do momento último  $M_u$  :

$$M_u = \left( V_{CL1} + \frac{1}{4} \cdot PP \right) \cdot z_1 - \left( V_{CL2} + \frac{1}{4} \cdot PP \right) \cdot z_2 \quad \text{Equação 4.1}$$

onde:

$V_{CL1}$  e  $V_{CL2}$  é a carga aplicada nos cilindros 1 e 2, respectivamente;

$PP$  é o peso próprio do modelo local mais o peso próprio do equipamento sobre a laje; o valor de  $PP$  calculado para este trabalho é de 37,44 kN;

$z_1$  e  $z_2$  é o braço de alavanca entre o ponto de aplicação da carga e o eixo transversal que passa pelo centro do pilar; para este trabalho  $z_1 = z_2 = 1050$  mm.

Tabela 4.3 – Principais características, cargas últimas e momento últimos das lajes.

Lajes	d (mm)	Pilar C1 e C2 (mm)	$\rho$ (%)	$f'_c$ (MPa)	$f_{ys,w}$ (MPa)	$\phi_w$ (mm)	Armadura de Cisalhamento		$e_u$ (mm)	$M_u$ (kN.m)	$V_u$ (kN)	$P_{flex}$ (kN)
							Nº de Camadas	$A_{sw} /$ Camada (mm <sup>2</sup> )				
LN01	143	400/200	1,58	55,1	573	8,0	3	704	0	0	1.084	1.371
LN02	143	400/200	1,58	53,8	573	8,0	6	704	0	0	1.144	1.369
LN03	143	400/200	1,58	51,2	---	---	---	---	0	0	786	1.364
LN04	143	400/200	1,58	55,5	651	6,3	4	436	0	0	966	1.547
LN05	142	400/200	1,60	54,8	602	12,5	5	1718	0	0	1.143	1.425
LS01	143	400/200	1,58	53,6	---	---	---	---	268	114	425	931
LS02	144	400/200	1,56	53,9	573	8,0	3	704	286	218	763	938
LS03	142	400/200	1,60	54,4	573	8,0	6	704	302	234	775	925
LS04	143	400/200	1,58	51,3	651	6,3	4	436	257	183	712	1.046
LS05	142	400/200	1,60	51,0	602	12,5	5	1718	294	272	926	964
LS06	143	400/200	1,58	53,0	597	10,0	6	1100	278	252	904	967
LW01	141	200/400	1,62	50,2	---	---	---	---	278	124	446	816
LW02	143	200/400	1,58	52,2	573	8,0	3	704	266	189	711	831
LW03	142	200/400	1,60	51,5	573	8,0	6	704	267	195	733	824
LW04	142	200/400	1,60	51,5	651	6,3	4	436	211	131	617	929
LW05	142	200/400	1,60	50,6	602	12,5	5	1718	295	241	815	862

Obs.:

$s_0 = 70$  mm  $s_r = 100$  mm (para todas as lajes)

$f_{ys} = 577$  MPa (tensão de escoamento da armadura de flexão -  $\phi_f = 16.0$  mm)

$C_1$  é a dimensão do pilar paralela à excentricidade da força;

$C_2$  é a dimensão do pilar perpendicular à excentricidade da força.

### 4.3 DESLOCAMENTOS VERTICAIS

Os deslocamentos verticais das lajes foram monitorados por 14 defletômetros localizados ao longo dos eixos das lajes, dispostos como apresentado no Capítulo 3. Em todas as lajes, os pontos monitorados foram os mesmos.

Neste item serão apresentados os gráficos que mostram a evolução dos deslocamentos de cada laje isoladamente a cada passo de carga e comparando os deslocamentos das lajes entre si nos pontos de carregamento. Próximo do encerramento do ensaio optou-se por interromper a leitura dos deslocamentos e também das fissuras a fim de não comprometer a leitura final da carga última, bem como manter a integridade dos defletômetros analógicos.

Serão apresentados da Figura 4.1 à Figura 4.32, os deslocamentos verticais de cada laje sob a direção Sul – Norte (S-N) e sob a direção Leste - Oeste (L-O), conforme a orientação cardinal apresentada no Capítulo 3.

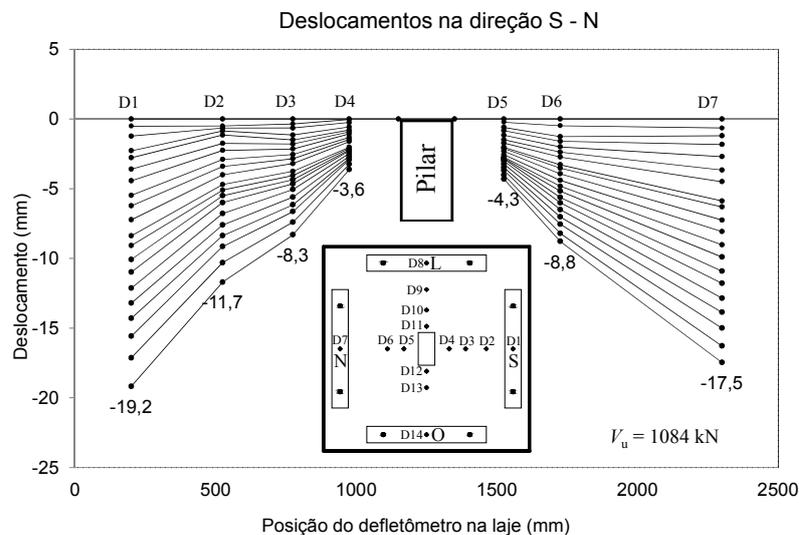


Figura 4.1 – Deslocamentos verticais na direção S-N da laje LN01.

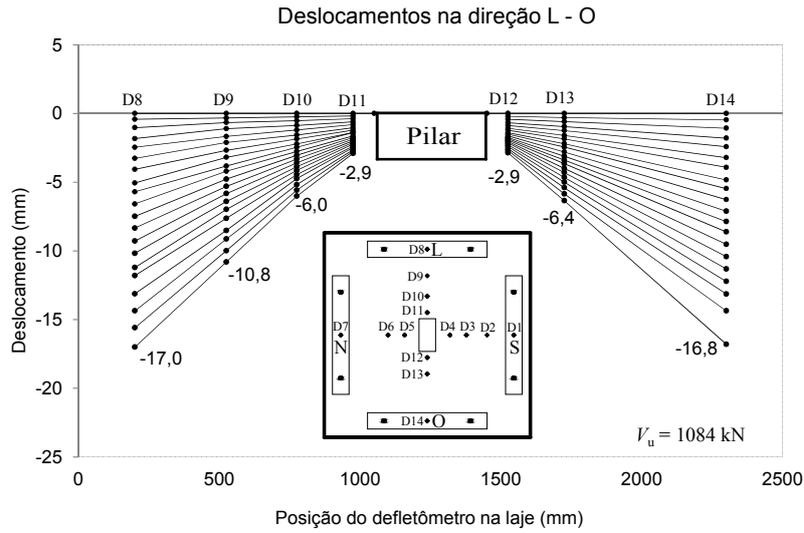


Figura 4.2 – Deslocamentos verticais na direção L-O da laje LN01.

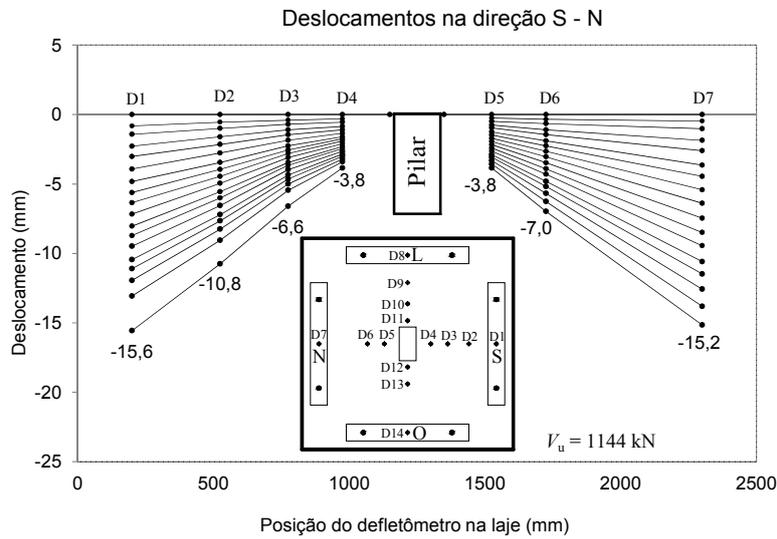


Figura 4.3 – Deslocamentos verticais na direção S-N da laje LN02.

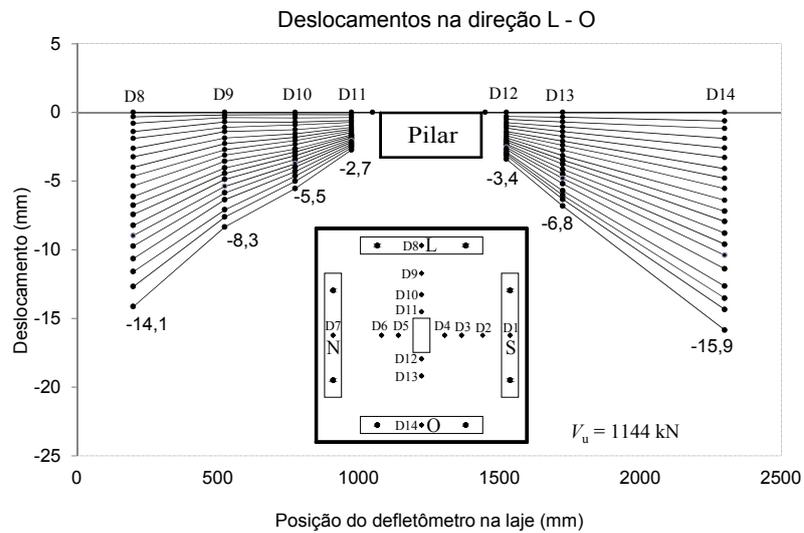


Figura 4.4 – Deslocamentos verticais na direção L-O da laje LN02.

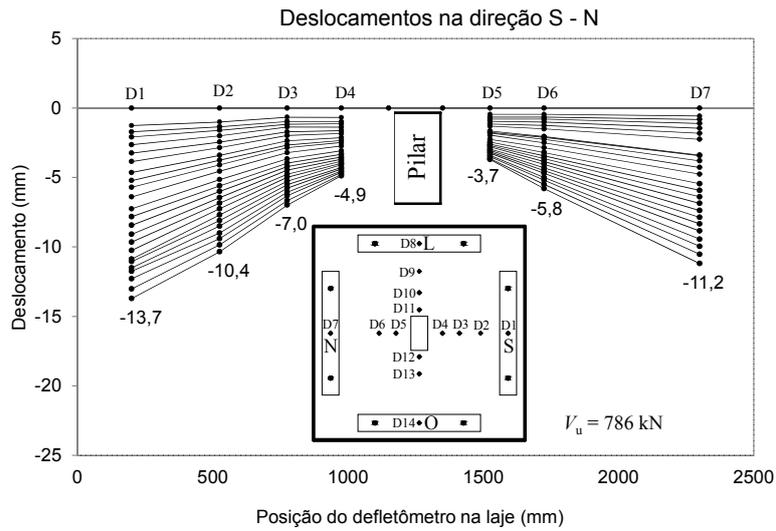


Figura 4.5 – Deslocamentos verticais na direção S-N da laje LN03.

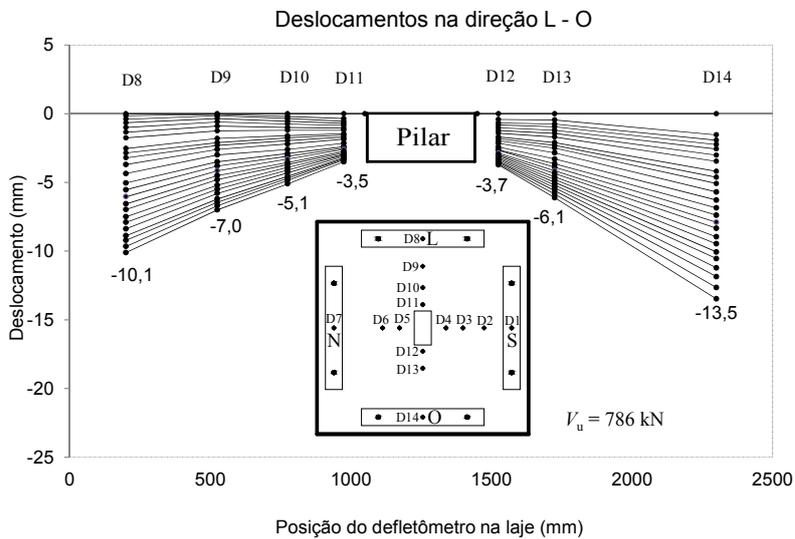


Figura 4.6 – Deslocamentos verticais na direção L-O da laje LN03.

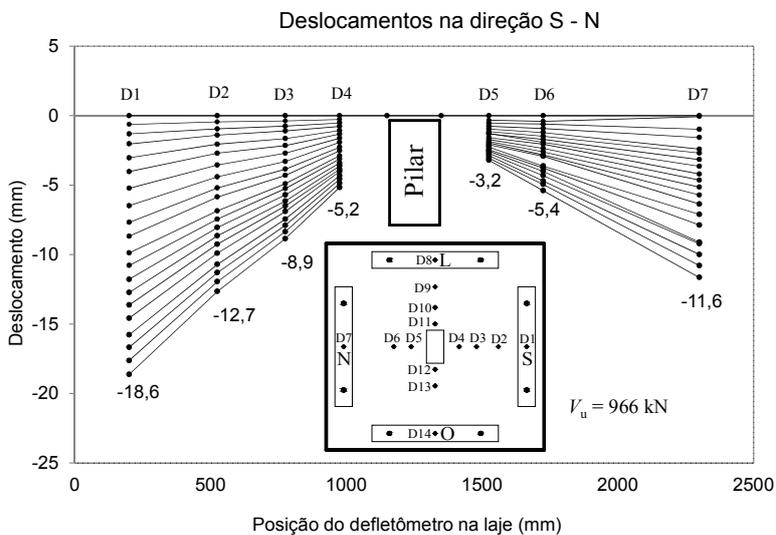


Figura 4.7 – Deslocamentos verticais na direção S-N da laje LN04.

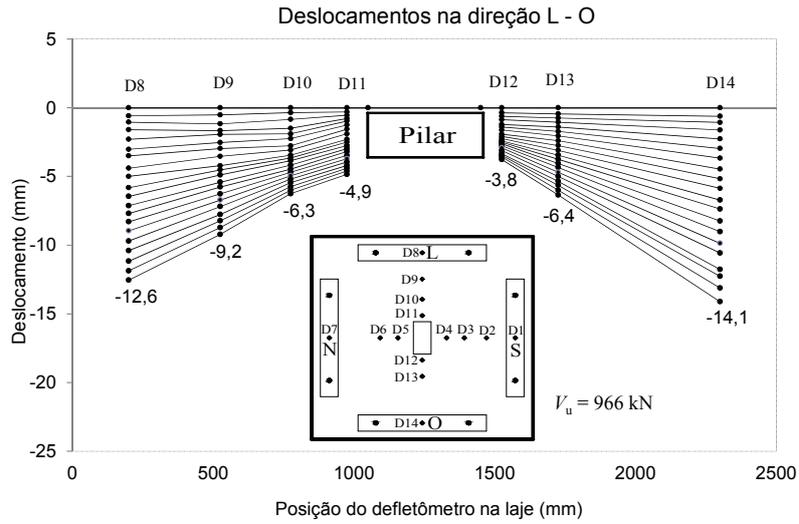


Figura 4.8 – Deslocamentos verticais na direção L-O da laje LN04.

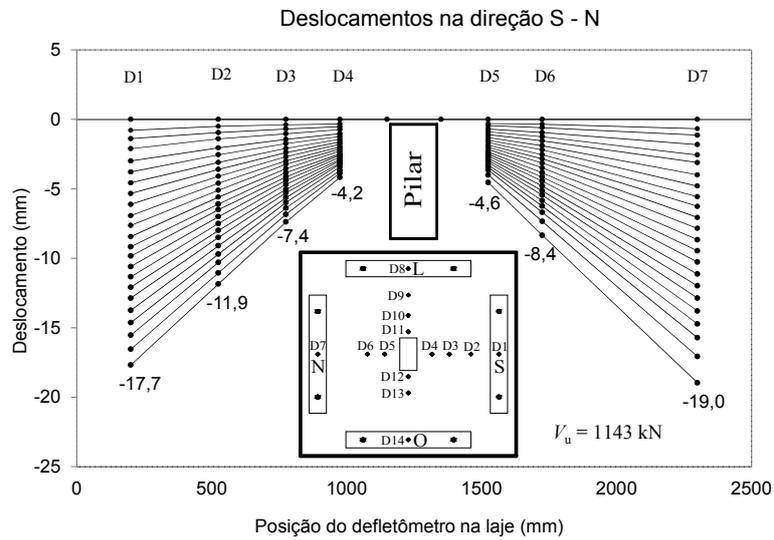


Figura 4.9 – Deslocamentos verticais na direção S-N da laje LN05.

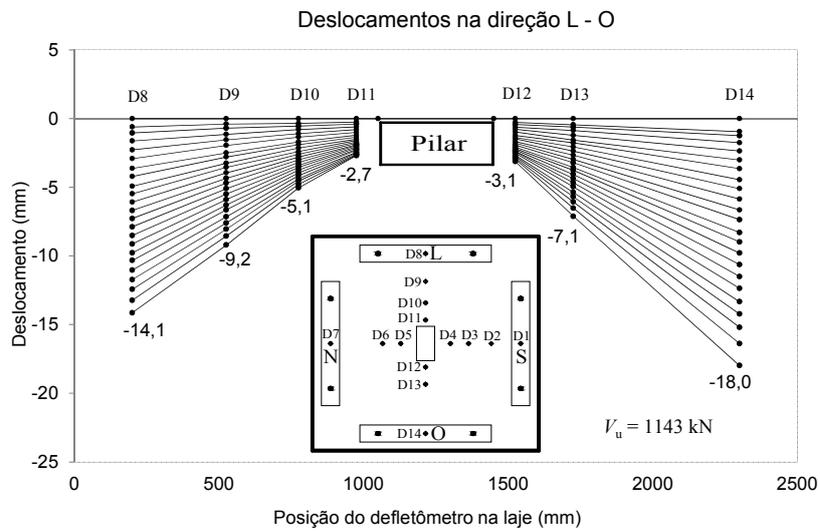


Figura 4.10 – Deslocamentos verticais na direção L-O da laje LN05.

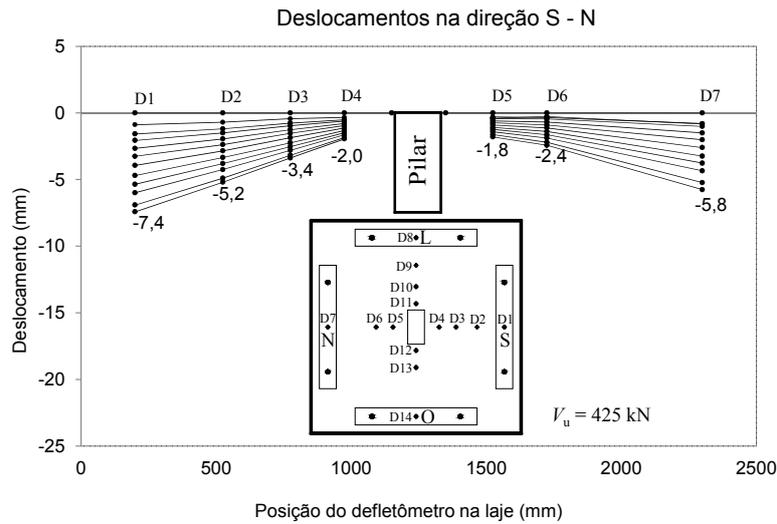


Figura 4.11 – Deslocamentos verticais na direção S-N da laje LS01.

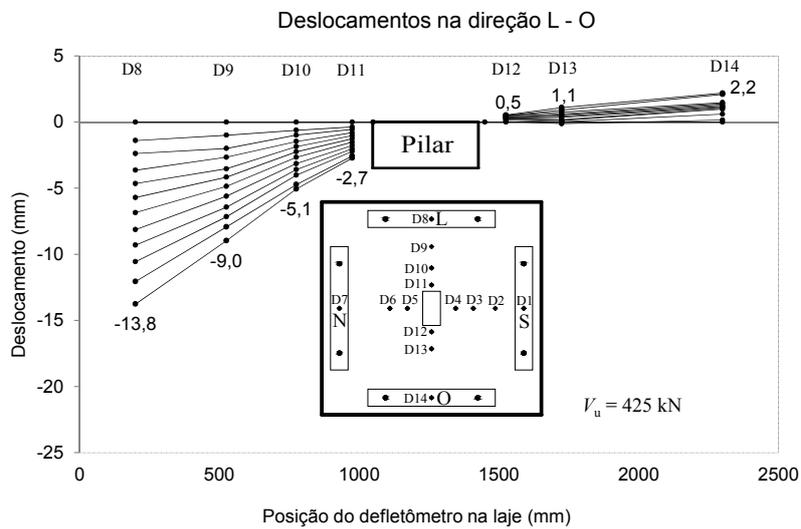


Figura 4.12 – Deslocamentos verticais na direção L-O da laje LS01.

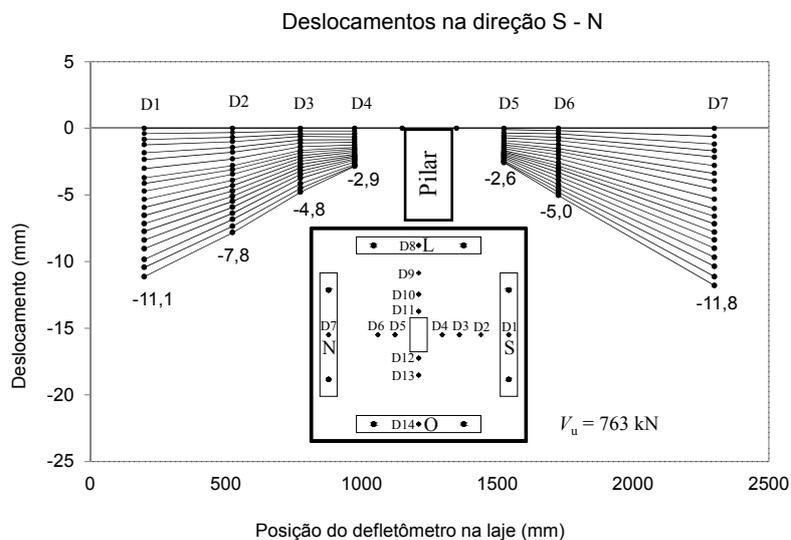


Figura 4.13 – Deslocamentos verticais na direção S-N da laje LS02.

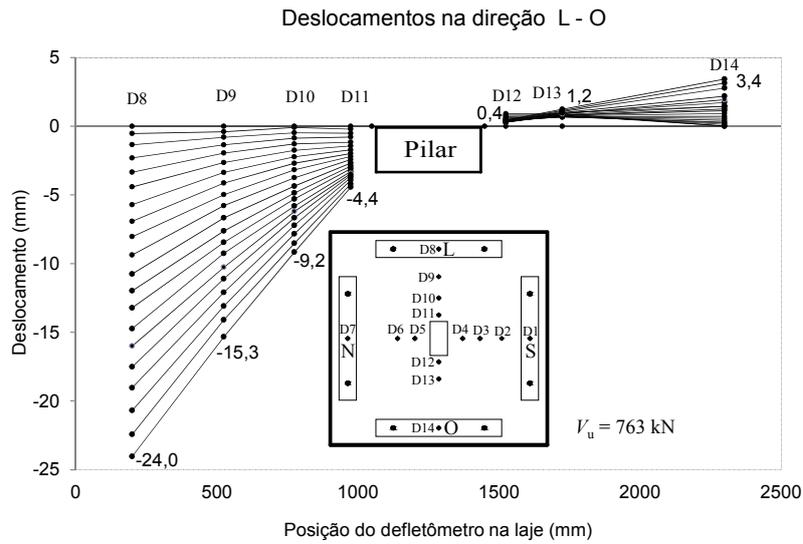


Figura 4.14 – Deslocamentos verticais na direção L-O da laje LS02.

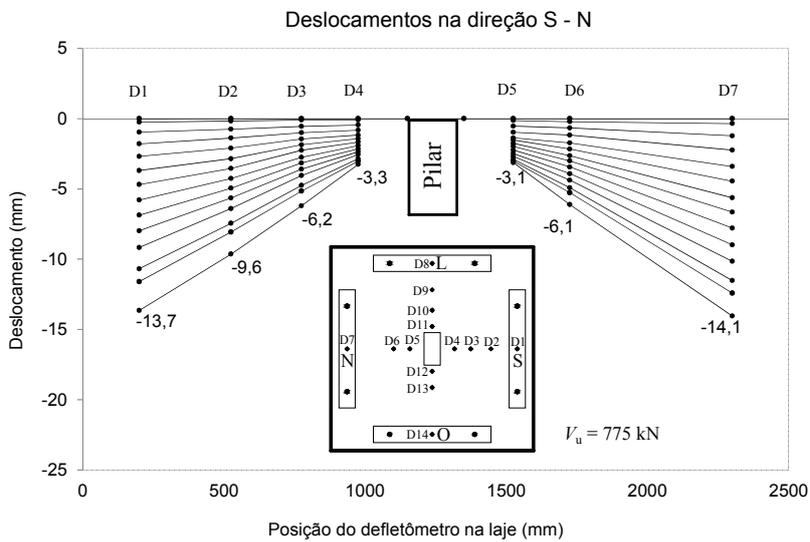


Figura 4.15 – Deslocamentos verticais na direção S-N da laje LS03.

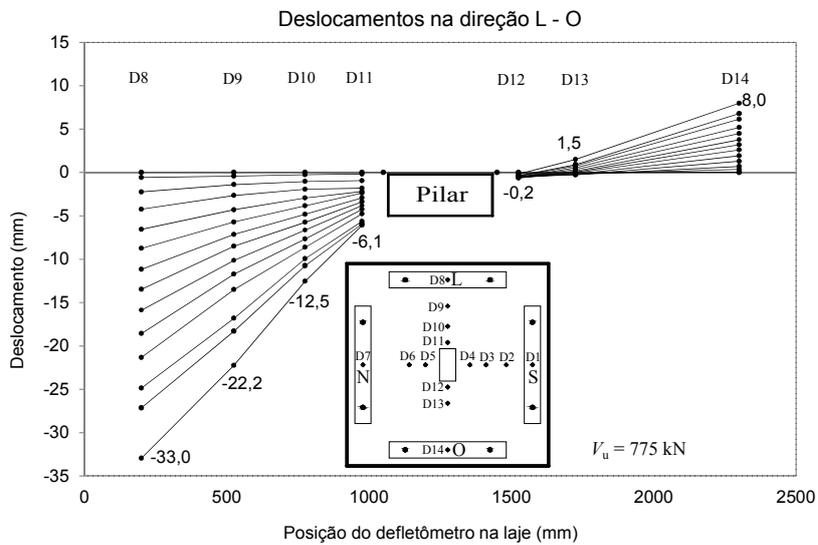


Figura 4.16 – Deslocamentos verticais na direção L-O da laje LS03.

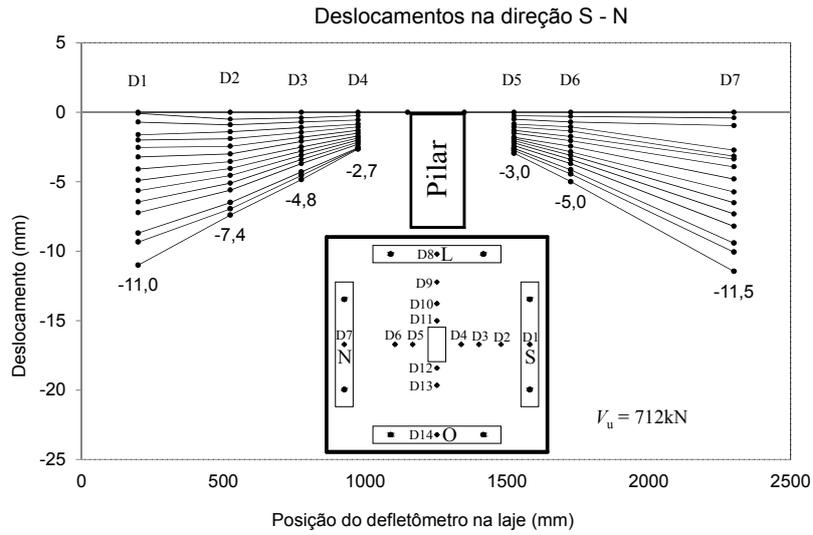


Figura 4.17 – Deslocamentos verticais na direção S-N da laje LS04.

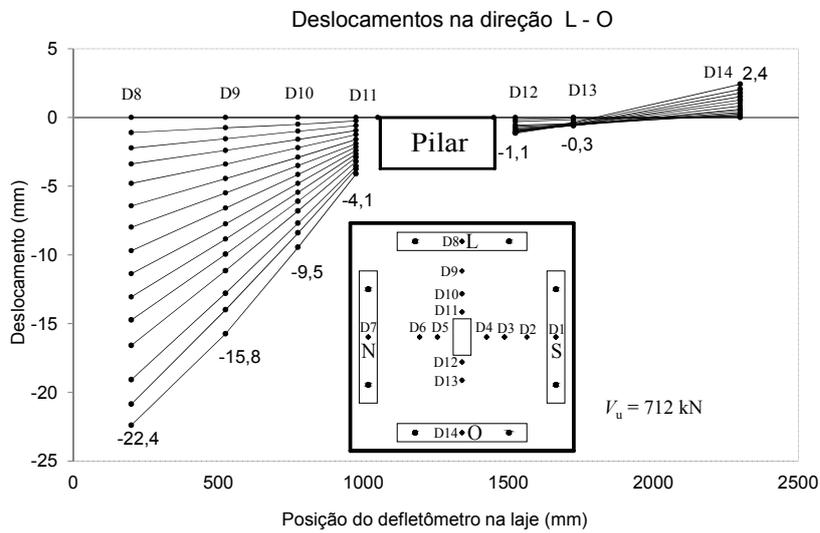


Figura 4.18 – Deslocamentos verticais na direção L-O da laje LS04.

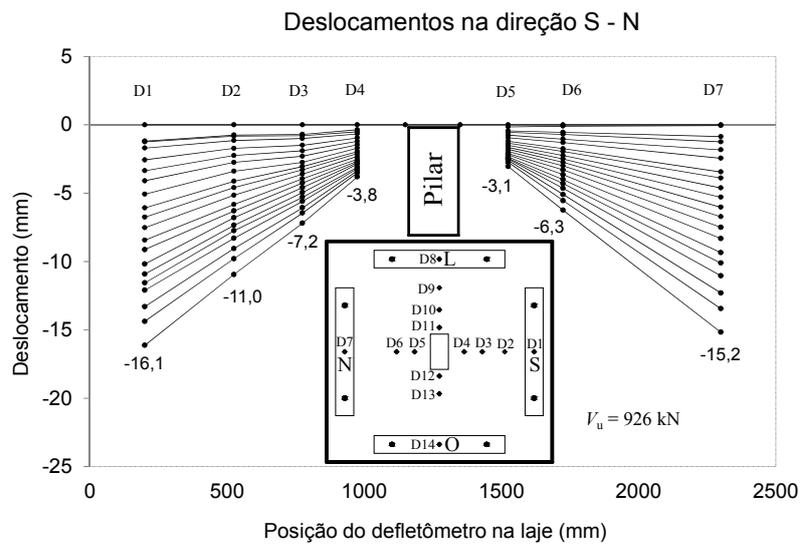


Figura 4.19 – Deslocamentos verticais na direção S-N da laje LS05.

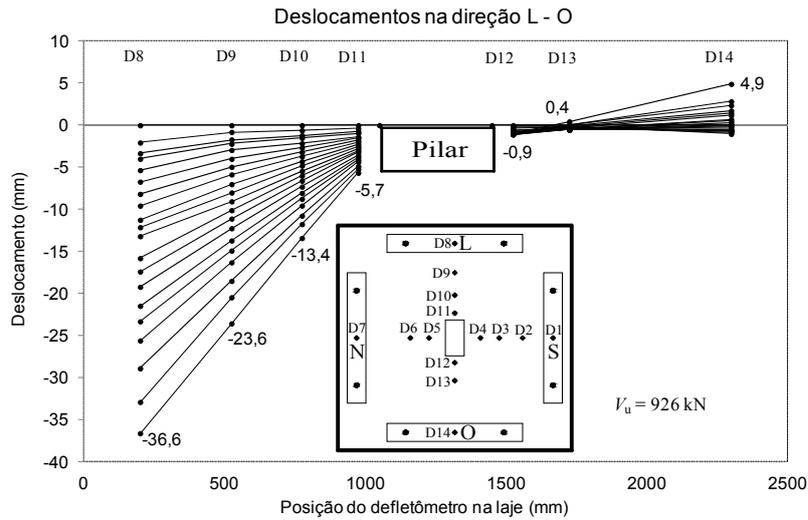


Figura 4.20 – Deslocamentos verticais na direção L-O da laje LS05.

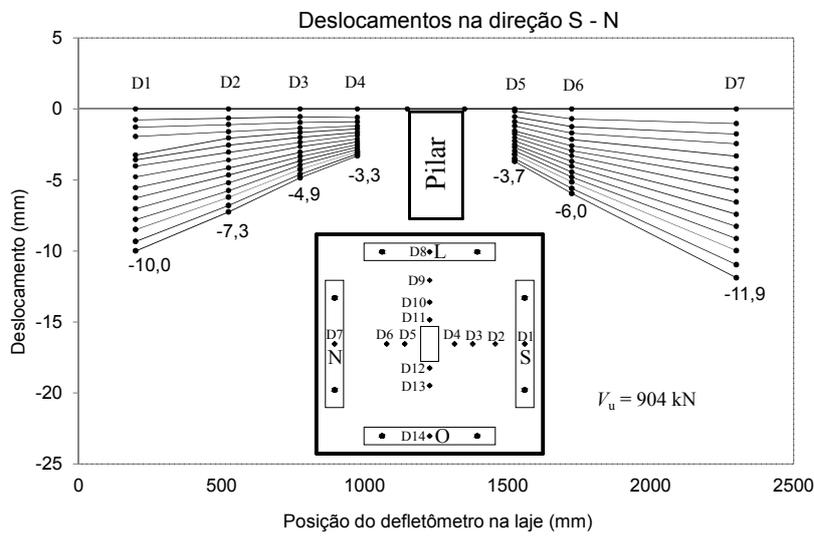


Figura 4.21 – Deslocamentos verticais na direção S-N da laje LS06.

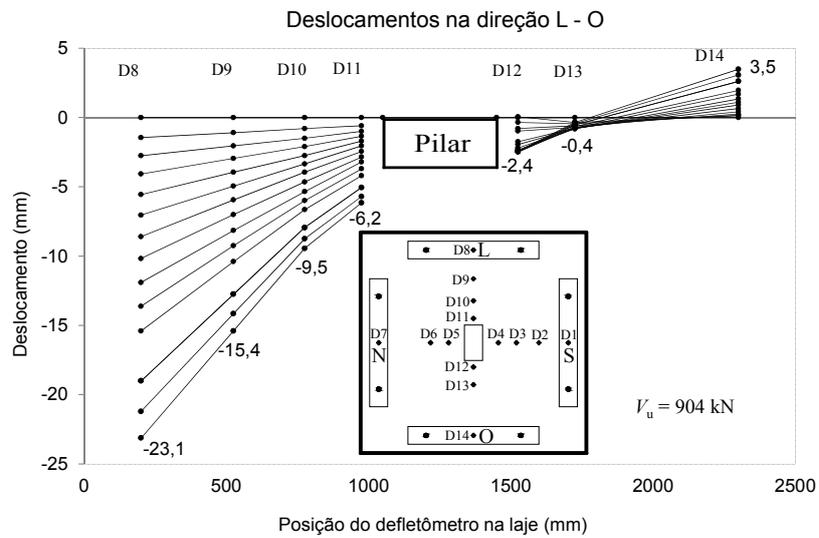


Figura 4.22 – Deslocamentos verticais na direção L-O da laje LS06.

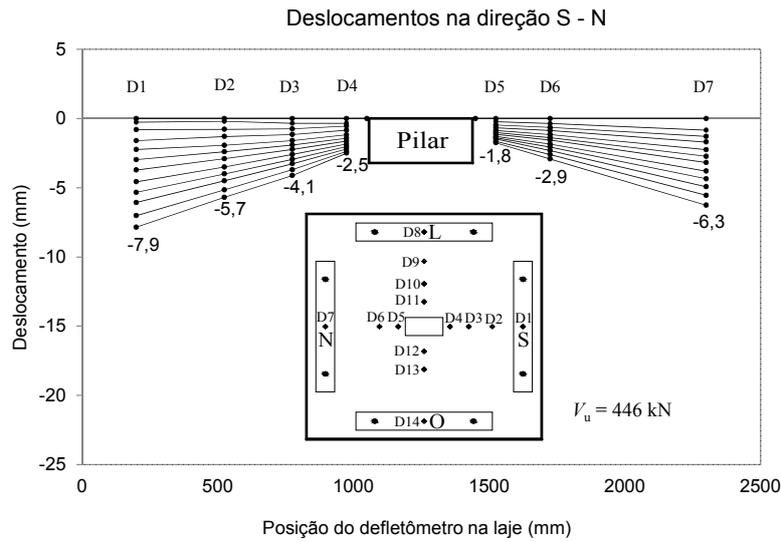


Figura 4.23 – Deslocamentos verticais na direção S-N da laje LW01.

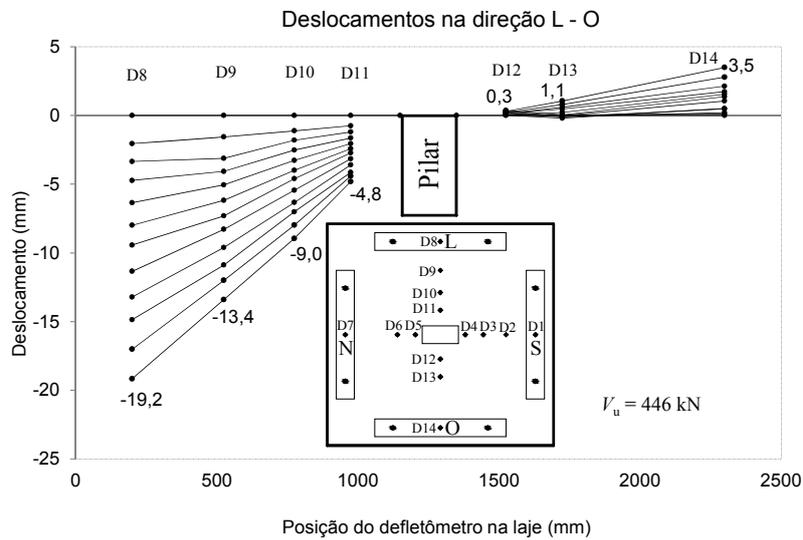


Figura 4.24 – Deslocamentos verticais na direção L-O da laje LW01.

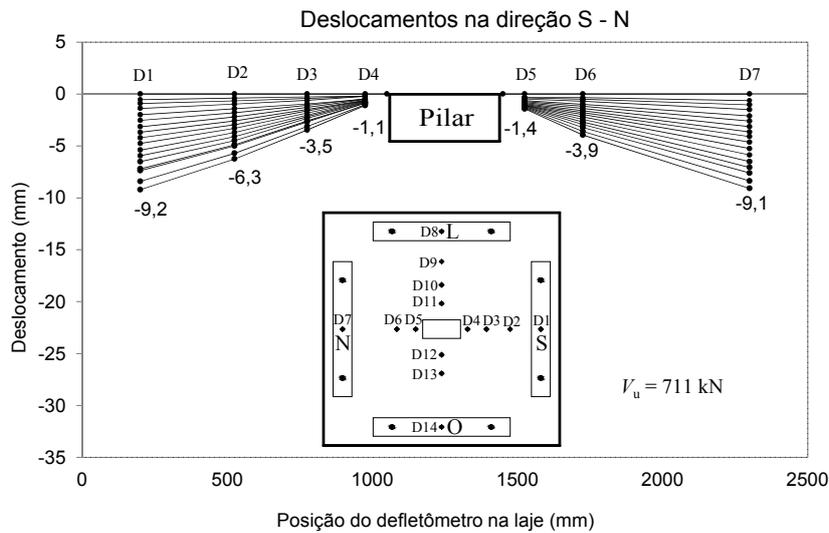


Figura 4.25 – Deslocamentos verticais na direção S-N da laje LW02.

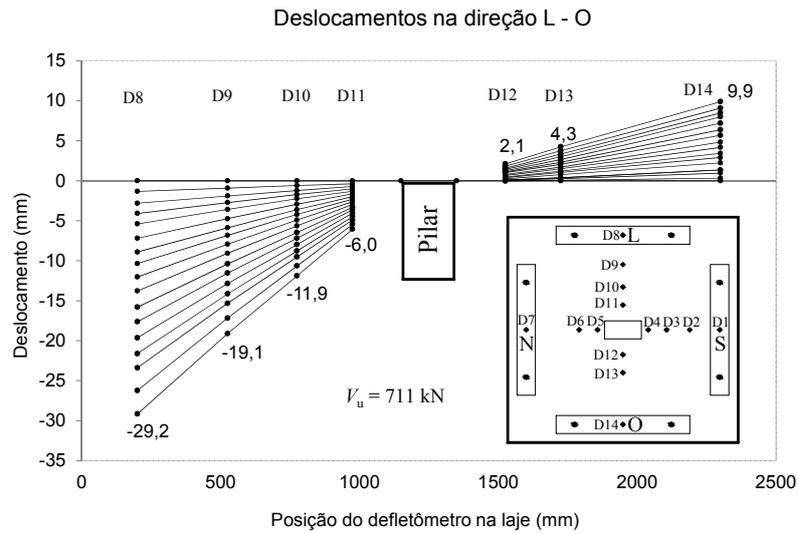


Figura 4.26 – Deslocamentos verticais na direção L-O da laje LW02.

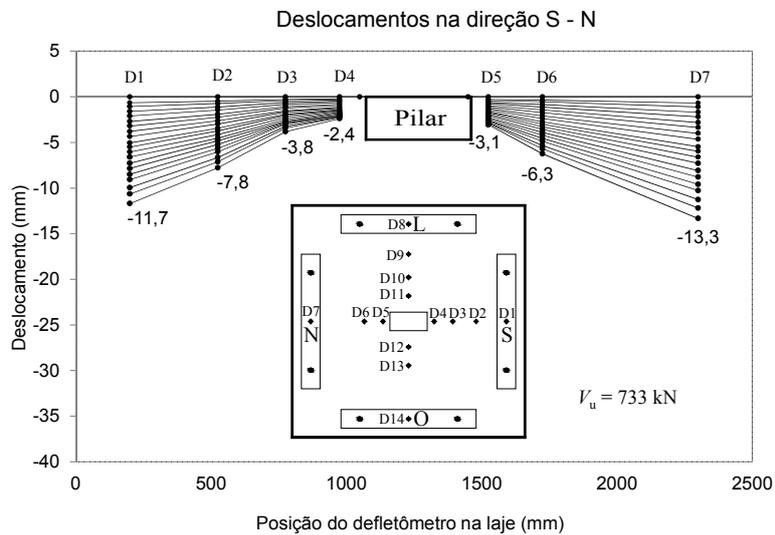


Figura 4.27 – Deslocamentos verticais na direção S-N da laje LW03.

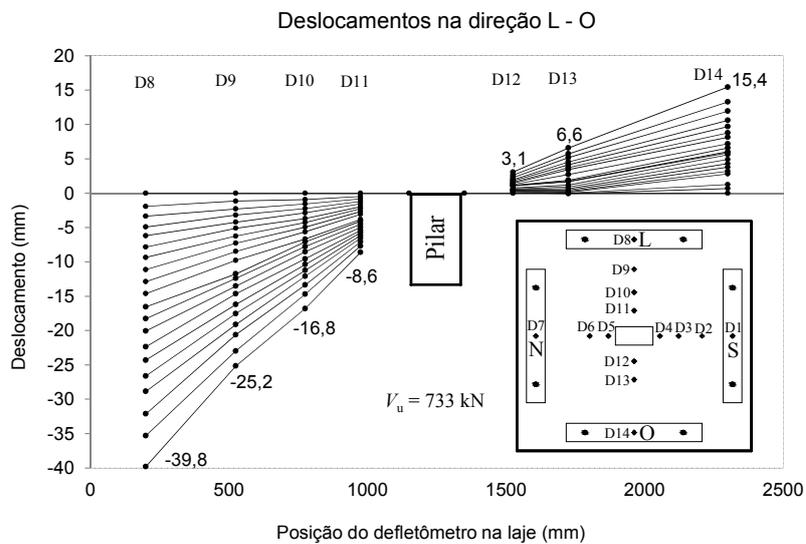


Figura 4.28 – Deslocamentos verticais na direção L-O da laje LW03.

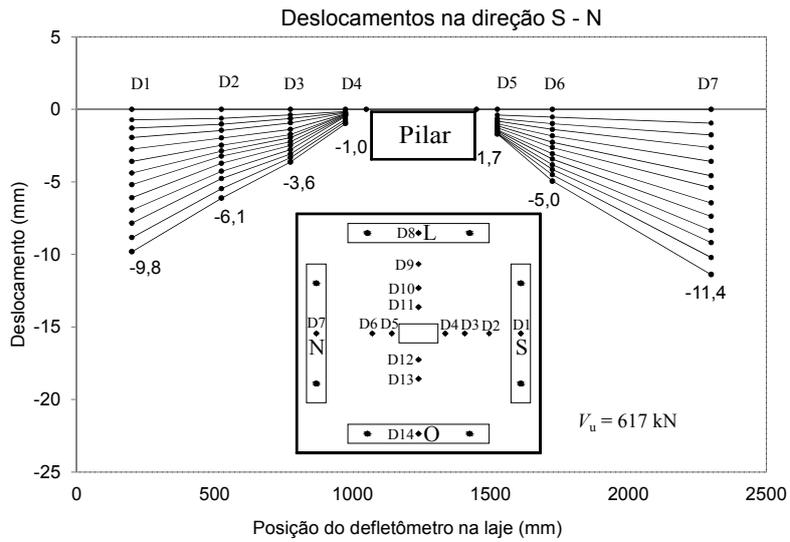


Figura 4.29 – Deslocamentos verticais na direção S-N da laje LW04.

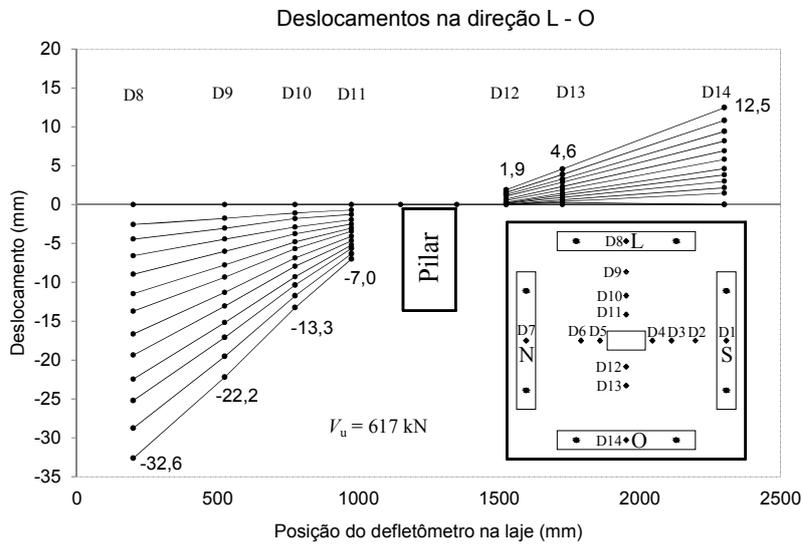


Figura 4.30 – Deslocamentos verticais na direção L-O da laje LW04.

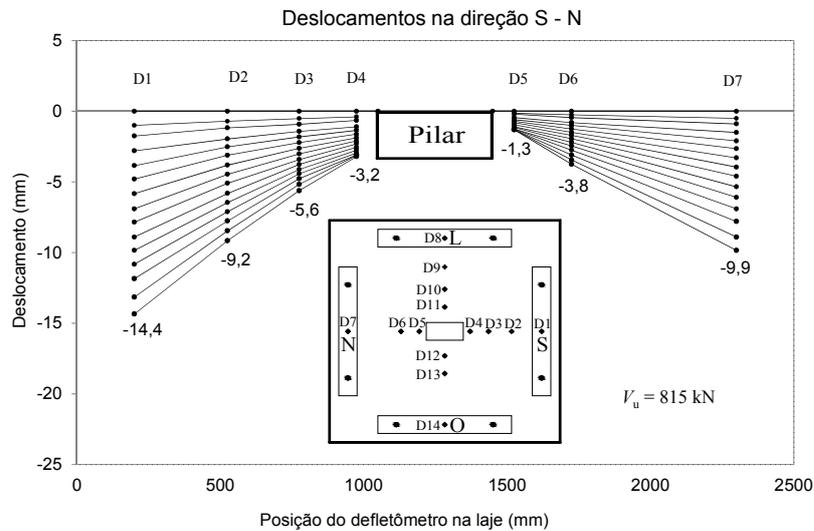


Figura 4.31 – Deslocamentos verticais na direção S-N da laje LW05.

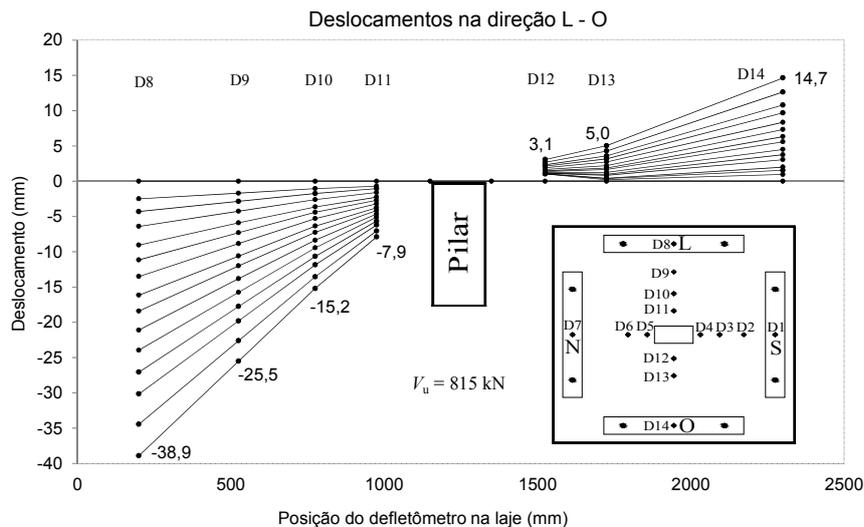


Figura 4.32 – Deslocamentos verticais na direção L-O da laje LW05.

A Figura 4.33 apresenta uma comparação entre as lajes do tipo LN para os deslocamentos médios calculados a partir das leituras dos defletômetros dispostos nos extremos de cada laje (D1, D7, D8 e D14). Como estas lajes possuíam altura útil  $d$  e taxas de armadura de flexão  $\rho$  praticamente idênticas entre si, pode-se observar que o comportamento carga-deslocamento antes da ruptura foi semelhante.

Analisando separadamente cada laje observa-se que LN01 obteve os maiores deslocamentos em relação a LN02 para todas as cargas. A laje LN01 possuía mesma taxa de armadura de cisalhamento que a laje LN02, diferenciando-se apenas no número de camadas de *studs* e observa-se um comportamento similar bastante constante entre estas duas lajes, no entanto, LN02 apresenta maior rigidez e este fato possivelmente está associado ao maior número de camadas de *studs*. Isso mostra que além da taxa de armadura, o número de camadas da armadura de cisalhamento também influencia na rigidez da ligação. A curva da laje LN03, que não possuía armadura de cisalhamento, divide claramente, acima e abaixo, as curvas das lajes LN01 e LN02 (acima) e as lajes LN04 e LN05 (abaixo). Isso mostra que a adição da armadura de cisalhamento na laje LN04, mesmo com uma taxa relativamente pequena, a torna mais dúctil, o que é um comportamento bastante razoável, no entanto, um aumento relativamente grande nessa mesma taxa de armadura não torna a ligação muito mais rígida como mostra a curva da laje LN05. Aparentemente, a quantidade de armadura de cisalhamento quando possui valores relativamente baixos ( $400 \text{ mm}^2 / \text{camada}$ ) ou muito altos ( $1700 \text{ mm}^2 / \text{camada}$ ), tornam a ligação mais dúctil e valores intermediários da quantidade de armadura de

cisalhamento ( $700 \text{ mm}^2$  /camada), tornam a ligação mais rígida e com maior capacidade resistente.

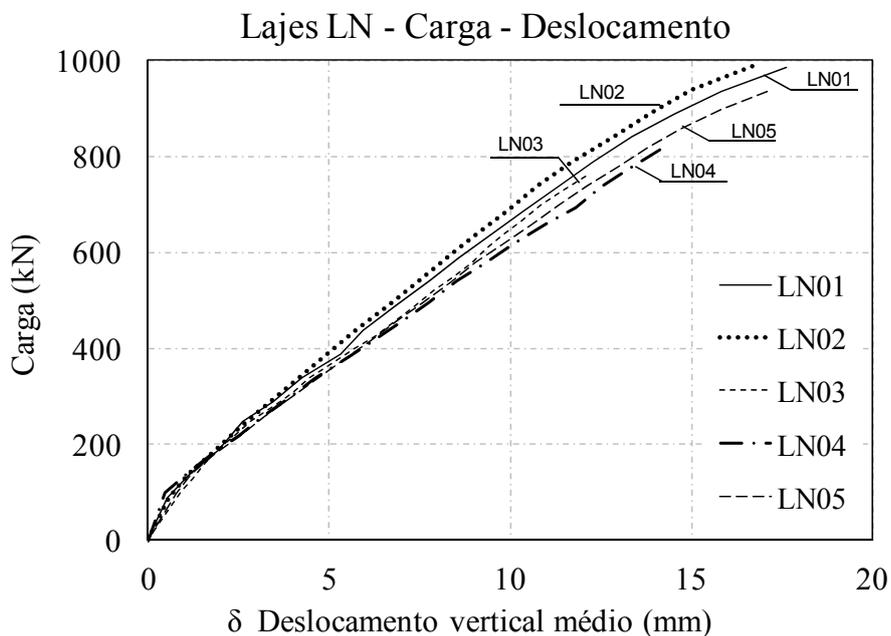


Figura 4.33 – Comparação dos deslocamentos verticais médios para as lajes com carregamento simétrico (LN).

A Figura 4.34 apresenta uma comparação entre os deslocamentos máximos para as lajes do tipo LS obtida a partir das leituras dos defletômetros dispostos na direção Leste - Oeste de cada laje (D8 e D14). Estes defletômetros estavam localizados exatamente abaixo dos pontos de aplicação de carga (ver Figura 3.23).

De acordo com o gráfico apresentado, nota-se que apenas na laje LS05 a extremidade oeste deslocou-se para baixo, acompanhando o sentido do carregamento aplicado, até um nível de carga em torno de 100 kN, a partir do qual o sentido do deslocamento sofre uma inversão e a borda oeste começa a deslocar-se para cima. Nas demais lajes a extremidade oeste apresentou deslocamento praticamente nulo no início do ensaio, passando a deslocar-se para cima com o aumento do carregamento, comportamento este associado à transferência de momento na ligação laje-pilar.

Assim como as lajes do tipo LN, as lajes do tipo LS também apresentaram comportamento uniforme até um nível de carga em torno de 200 kN, e a partir da ativação da armadura de cisalhamento ocorre uma discreta dispersão no comportamento de cada laje. A laje LS01 não apresentava armadura de cisalhamento e serviu de referência para os demais. A

interrupção das leituras dos deslocamentos da laje LS06 foi prematura, acontecendo em torno de 70% da carga de ruptura. Aparentemente, ela apresentaria um comportamento bastante parecido, porém ligeiramente mais dúctil que a laje LS05, uma vez que esta apresentava deslocamentos menores para um mesmo nível de carga. A laje LS03 e LS06 possuíam ambas seis camadas de *studs*, diferenciando-se apenas pelo diâmetro dos *studs* (8 mm e 10 mm, respectivamente). Percebe-se que o comportamento das duas lajes foi similar e mostrou que uma maior taxa de armadura de cisalhamento na laje LS06 lhe proporcionou em torno de 16% a mais de capacidade resistente.

Um comportamento observado por FERREIRA (2010) pode ser reforçado e corroborado pelos resultados dos deslocamentos nas lajes LS, quando estes chamam atenção para o efeito da quantidade e número de camadas da armadura de cisalhamento na ductilidade e capacidade resistente das lajes submetidas à transferência de momento fletor. Observa-se que tanto o aumento da capacidade resistente quanto o aumento da ductilidade, ambos proporcionados pelo emprego da armadura de cisalhamento, foi proporcionalmente maior no caso das lajes com transferência de momento.

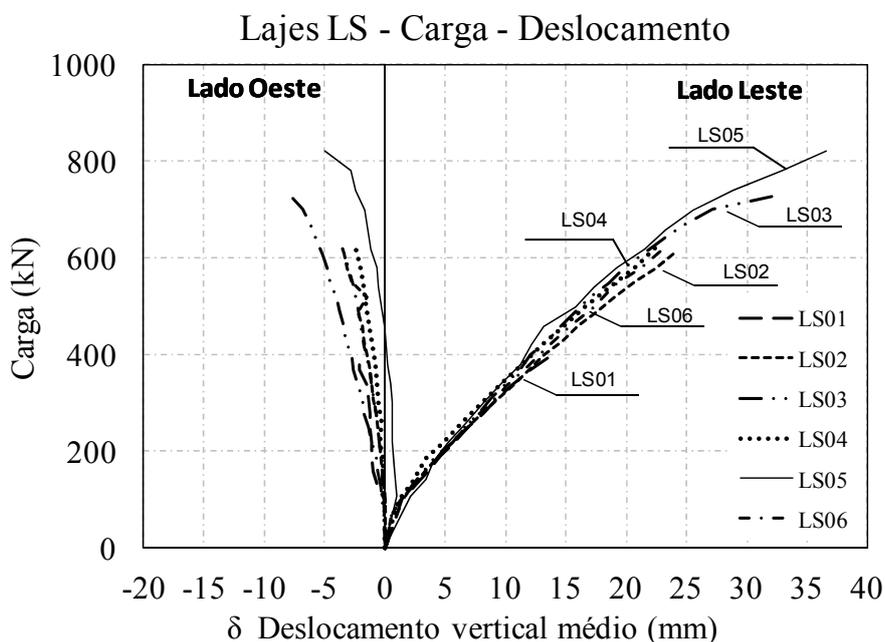


Figura 4.34 – Comparação dos deslocamentos verticais máximos para as lajes com carregamento excêntrico (LS).

A Figura 4.35 apresenta uma comparação dos deslocamentos máximos para as lajes do tipo LW, obtida a partir das leituras dos defletômetros dispostos na direção Leste - Oeste de cada laje (D8 e D14). Estes defletômetros estavam localizados nas mesmas posições citadas para as lajes do tipo LS (ver Figura 3.23).

O comportamento das lajes LW foi bastante semelhante ao das lajes LS. Observa-se que também não houve grande dispersão dos valores dos deslocamentos e que a variação dos deslocamentos na borda oeste foi menor em relação às lajes do tipo LS. Também é notável que a inclinação das curvas de deslocamento nas lajes LW é menor que nas lajes LS, e tanto essa menor dispersão na borda oeste como a menor inclinação das curvas, estão associadas à menor rigidez da ligação na direção do momento desbalanceado, tendo o pilar uma menor inércia em relação ao eixo de flexão da laje. Se compararmos os deslocamentos máximos da borda oeste das lajes LW com seus respectivos semelhantes (mesmo diâmetro e mesmo número de camadas de *studs*) das lajes LS, obtêm-se deslocamentos em média 20% maiores nas lajes LW.

Mais uma vez fica bastante evidente o aumento da capacidade resistente e o aumento da ductilidade devido ao emprego da armadura de cisalhamento nas lajes com transferência de momento.

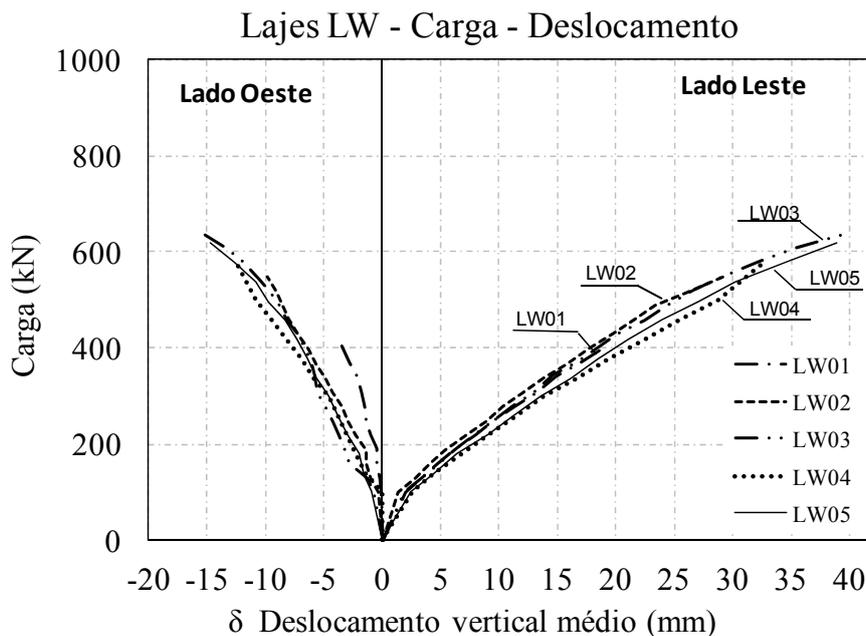


Figura 4.35 – Comparação dos deslocamentos verticais máximos para as lajes com carregamento excêntrico (LW).

#### 4.4 DEFORMAÇÕES DA ARMADURA DE FLEXÃO

As deformações das armaduras de flexão foram monitoradas apenas em uma direção em todas as lajes. Nas lajes com carregamento excêntrico, as barras foram monitoradas sempre na direção do momento desbalanceado, onde os esforços de flexão são predominantes e nas lajes com carregamento simétrico, optou-se por adotar a mesma direção de monitoramento para que estas leituras servissem de referência para as lajes com carregamento excêntrico.

Serão apresentados neste item os gráficos das deformações na armadura de flexão em suas respectivas posições, juntamente com os valores da carga de ruptura em cada laje (ver Figura 4.36 à Figura 4.51). Os gráficos de carga- deformação da armadura de flexão serão apresentados da Figura 4.52 à Figura 4.67.

As deformações das barras da armadura de flexão foram determinadas considerando a média aritmética dos dois extensômetros colados diametralmente opostos em cada barra. A deformação de escoamento para o aço CA-50 com diâmetro de 16 mm empregado na armadura de flexão foi  $\epsilon_{ys} = 2,84\%$ , para todas as lajes (ver Tabela 4.2).

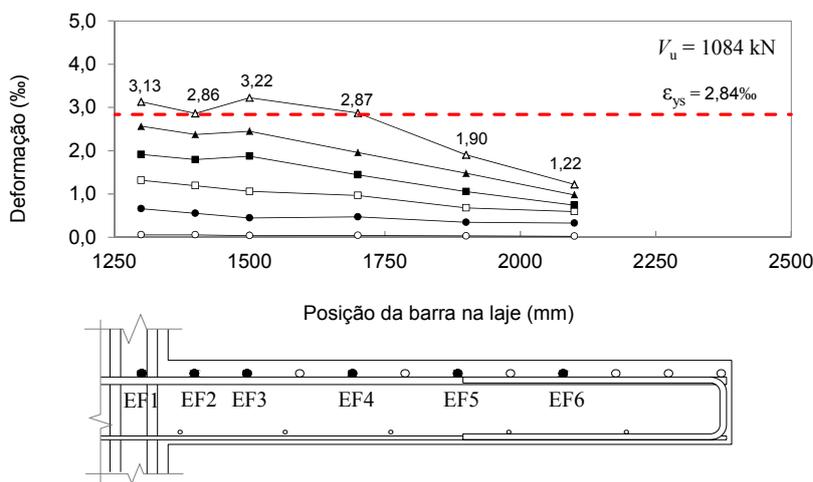


Figura 4.36 – Deformações na armadura de flexão da laje LN01.

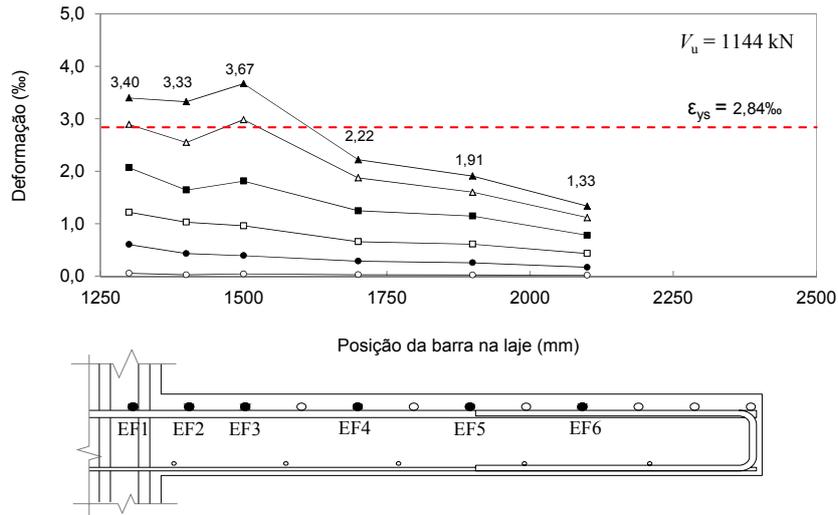


Figura 4.37 – Deformações na armadura de flexão da laje LN02.

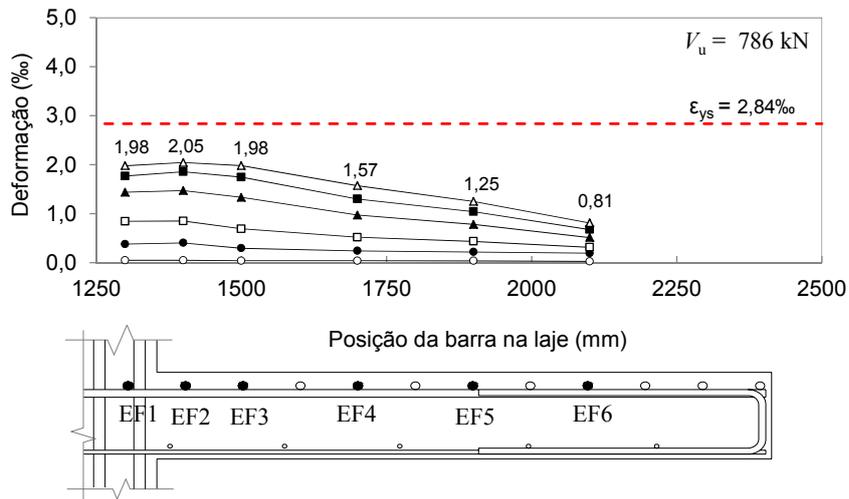


Figura 4.38 – Deformações na armadura de flexão da laje LN03.

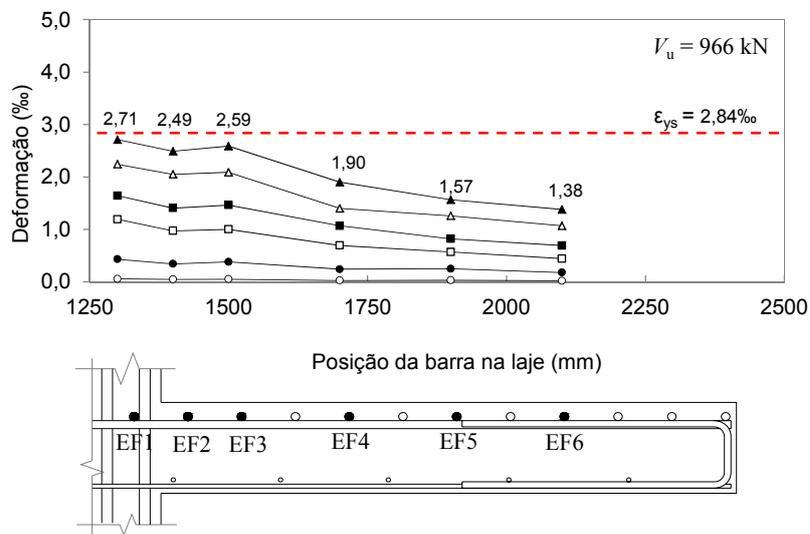


Figura 4.39 – Deformações na armadura de flexão da laje LN04.

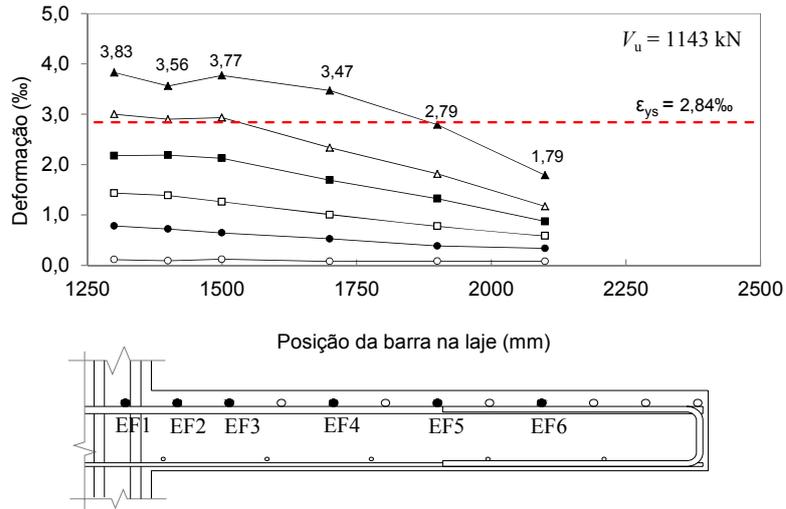


Figura 4.40 – Deformações na armadura de flexão da laje LN05.

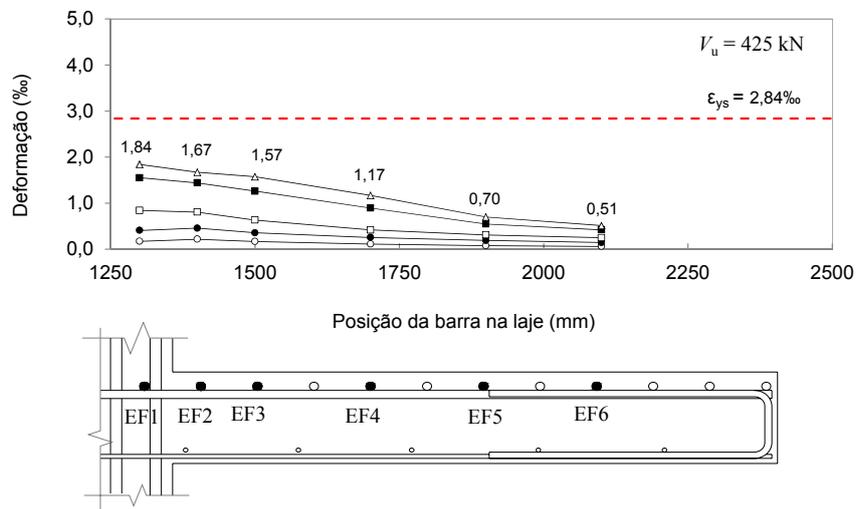


Figura 4.41 – Deformações na armadura de flexão da laje LS01.

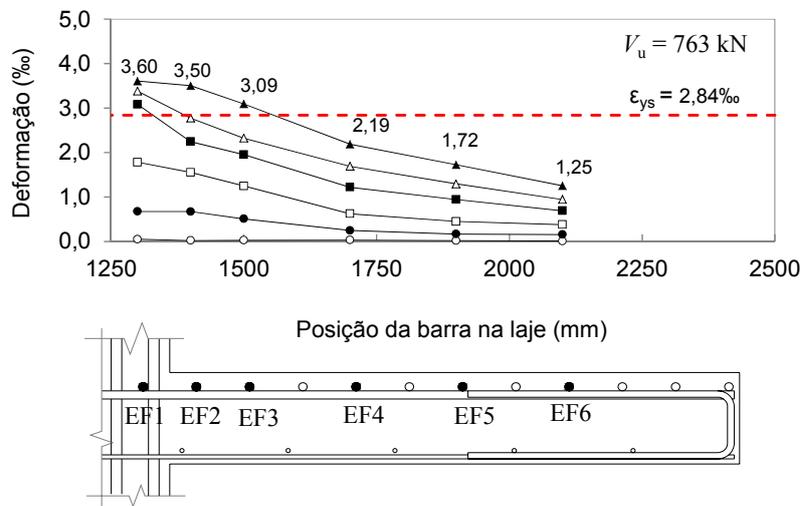


Figura 4.42 – Deformações na armadura de flexão da laje LS02.

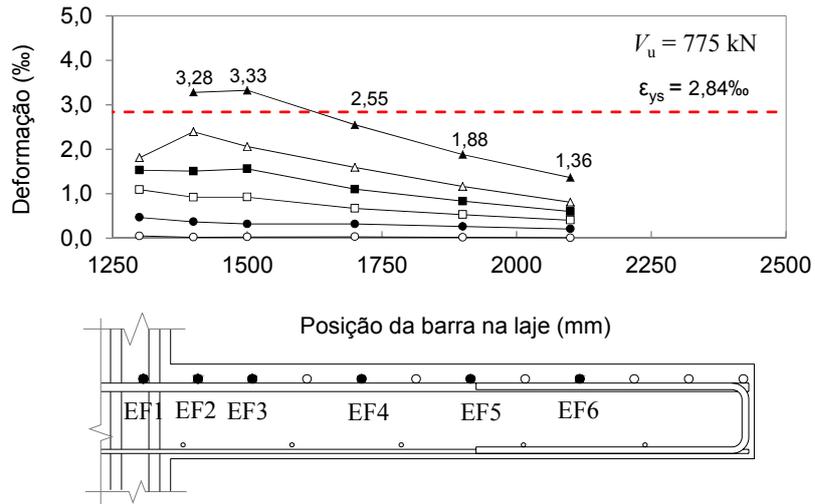


Figura 4.43 – Deformações na armadura de flexão da laje LS03.

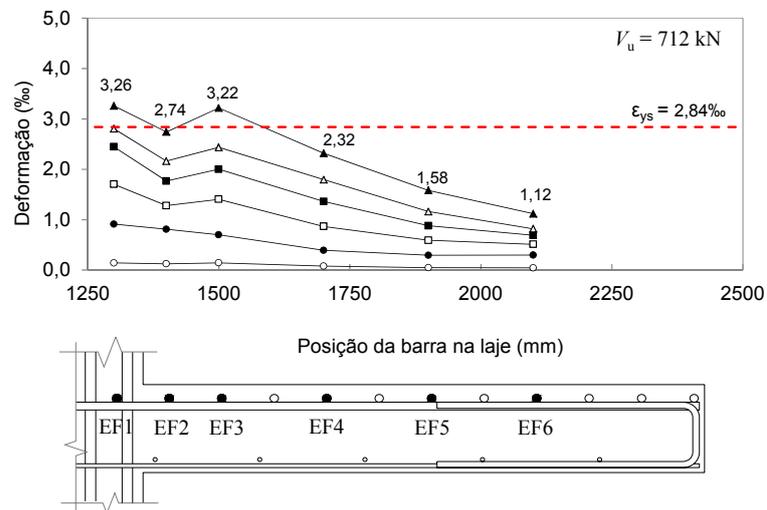


Figura 4.44 – Deformações na armadura de flexão da laje LS04.

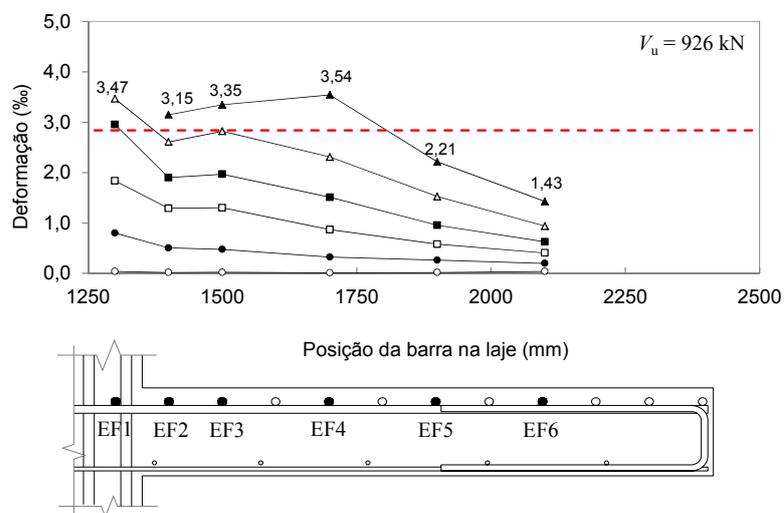


Figura 4.45 – Deformações na armadura de flexão da laje LS05.

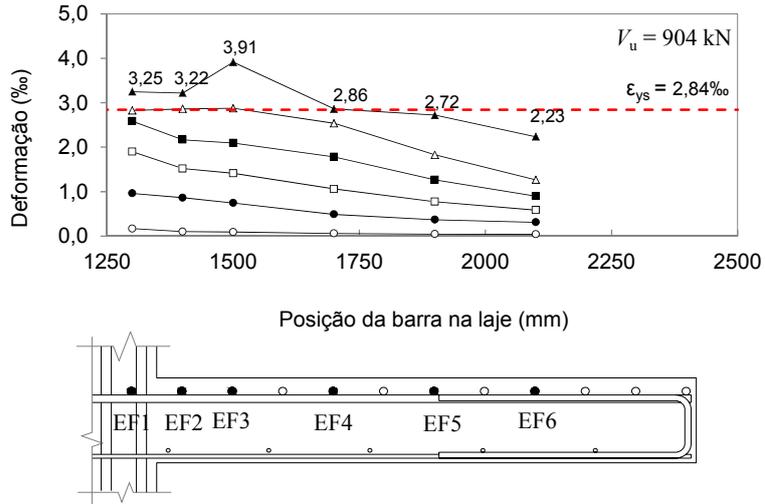


Figura 4.46 – Deformações na armadura de flexão da laje LS06.

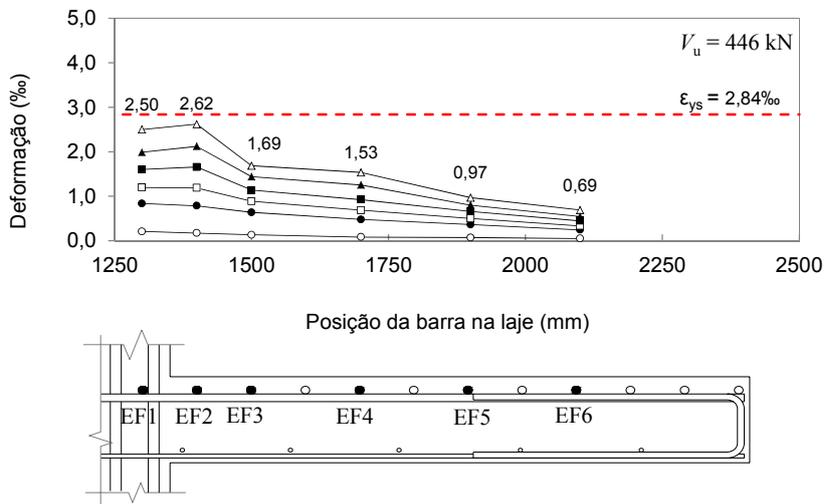


Figura 4.47 – Deformações na armadura de flexão da laje LW01.

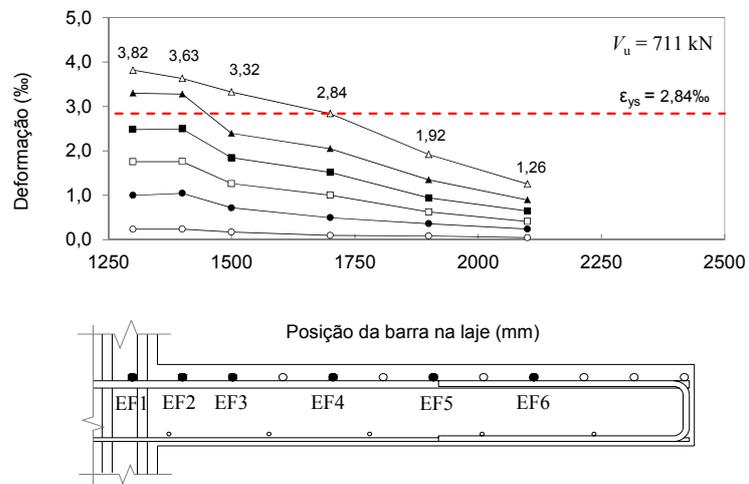


Figura 4.48 – Deformações na armadura de flexão da laje LW02.

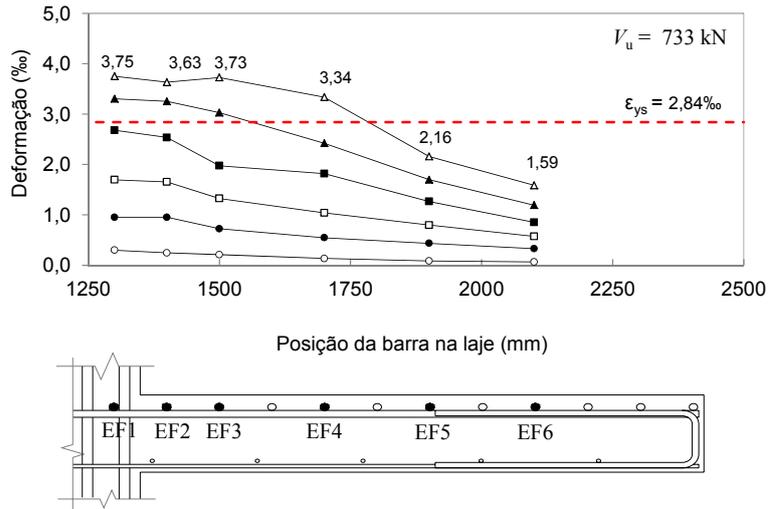


Figura 4.49 – Deformações na armadura de flexão da laje LW03.

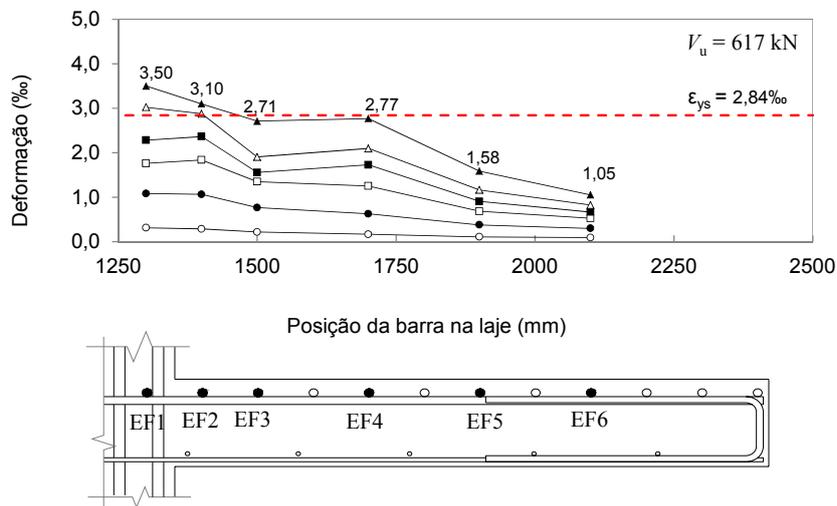


Figura 4.50 – Deformações na armadura de flexão da laje LW04.

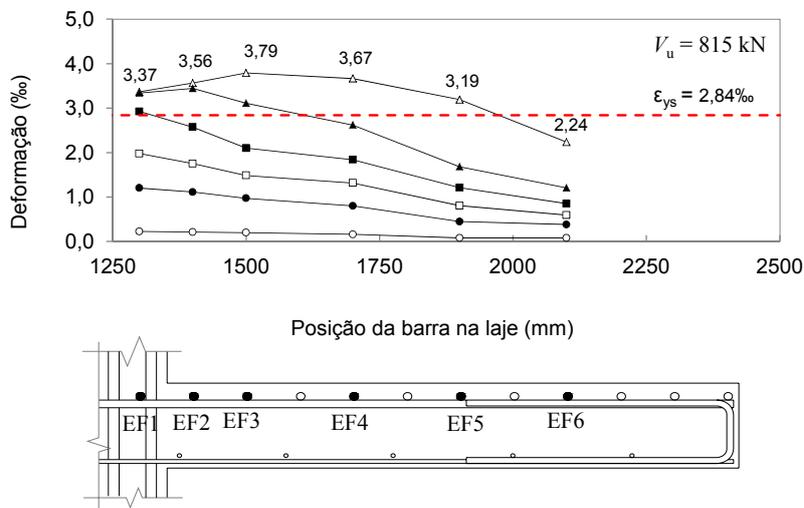


Figura 4.51 – Deformações na armadura de flexão da laje LW05.

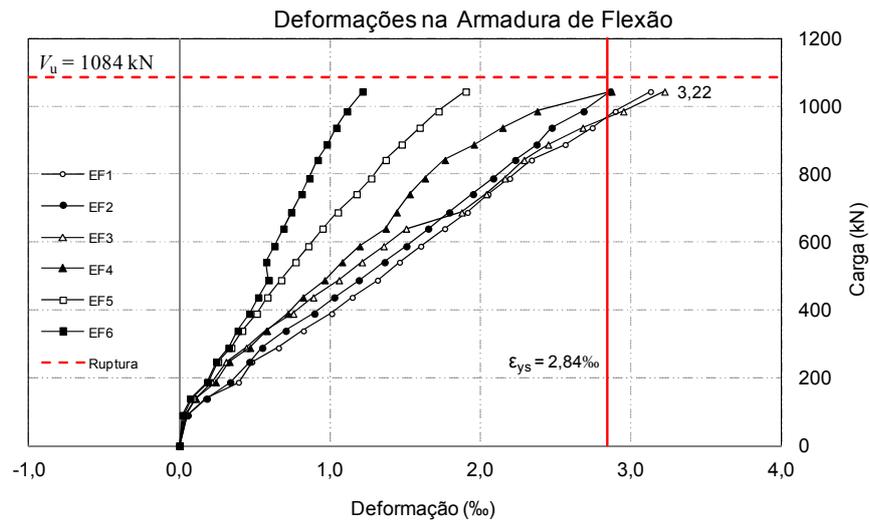


Figura 4.52 – Carga x Deformação na armadura de flexão da laje LN01.

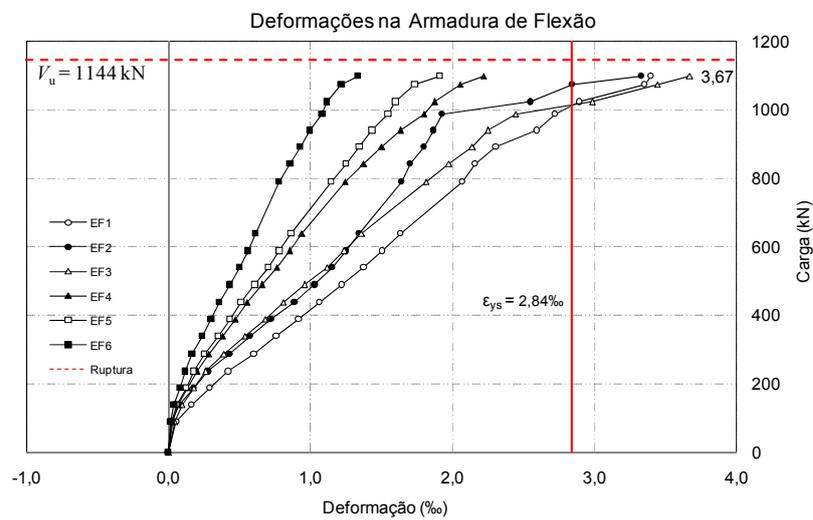


Figura 4.53 – Carga x Deformação na armadura de flexão da laje LN02.

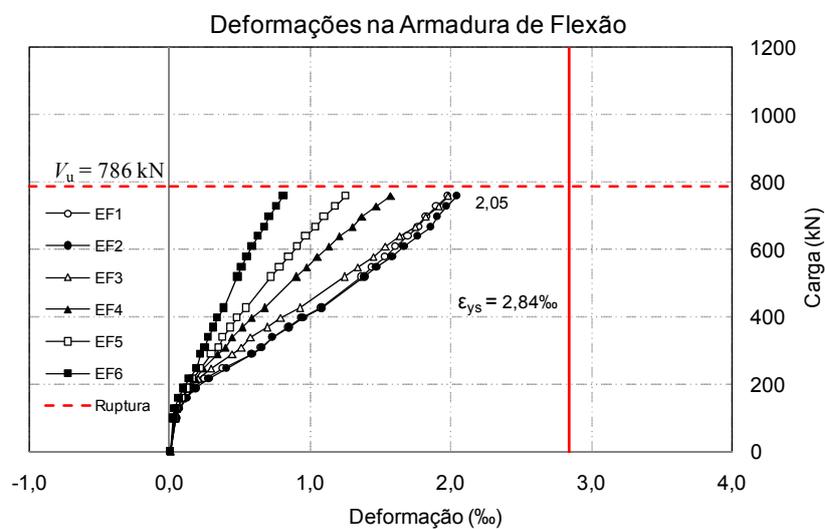


Figura 4.54 – Carga x Deformação na armadura de flexão da laje LN03.

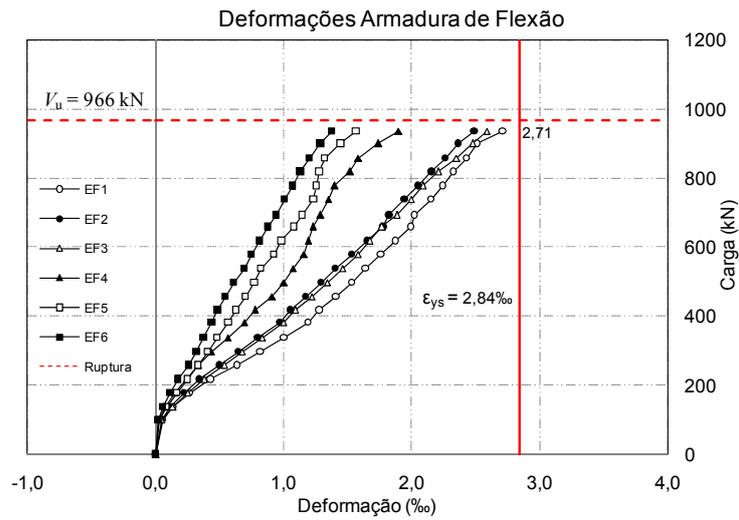


Figura 4.55 – Carga x Deformação na armadura de flexão da laje LN04.

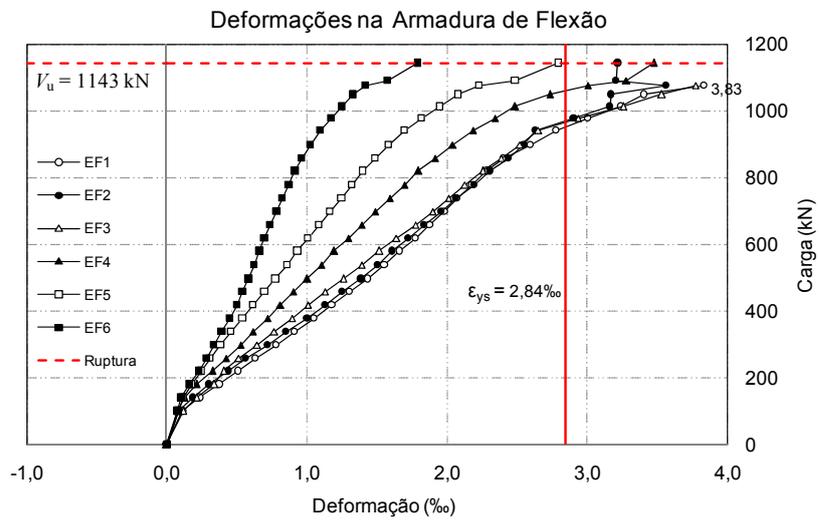


Figura 4.56 – Carga x Deformação na armadura de flexão da laje LN05.

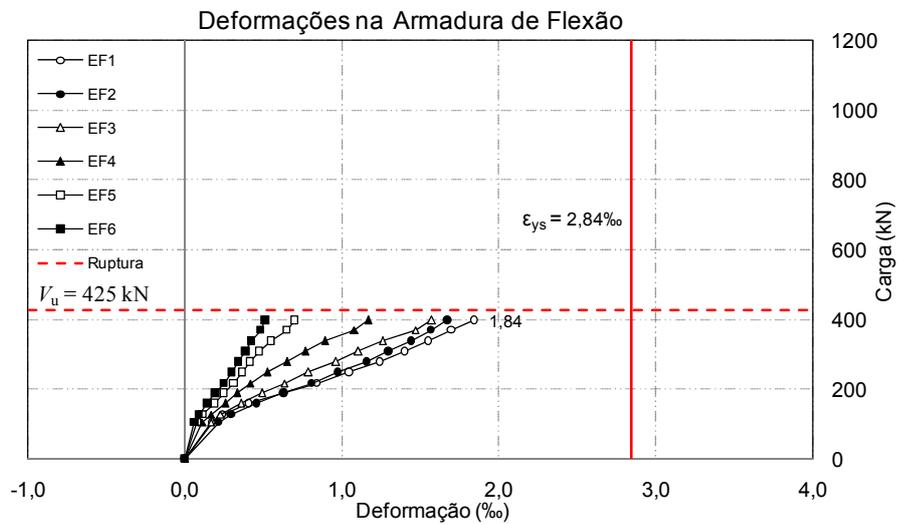


Figura 4.57 – Carga x Deformação na armadura de flexão da laje LS01.

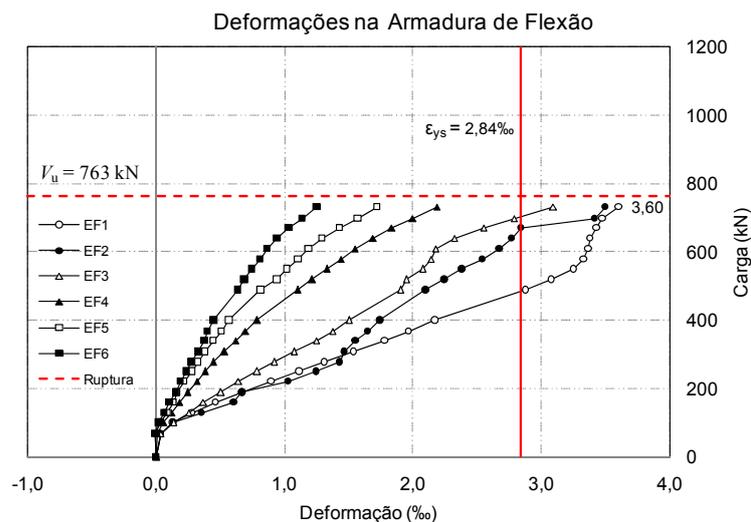


Figura 4.58 – Carga x Deformação na armadura de flexão da laje LS02.

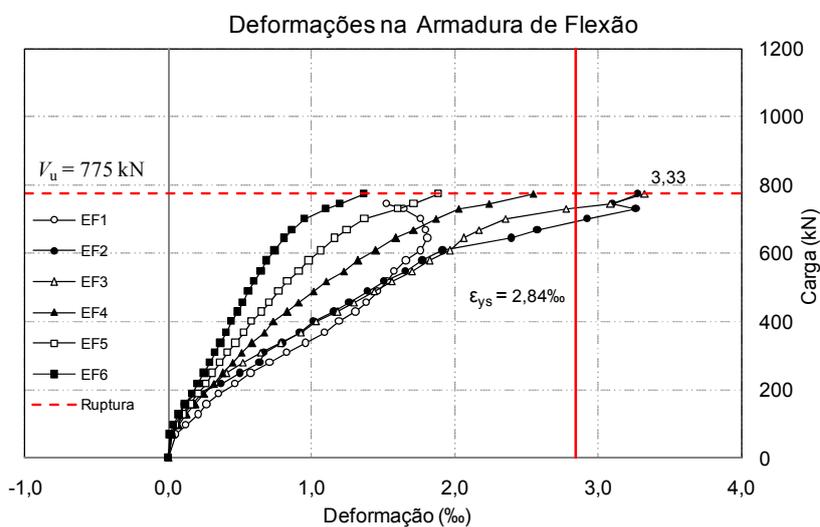


Figura 4.59 – Carga x Deformação na armadura de flexão da laje LS03.

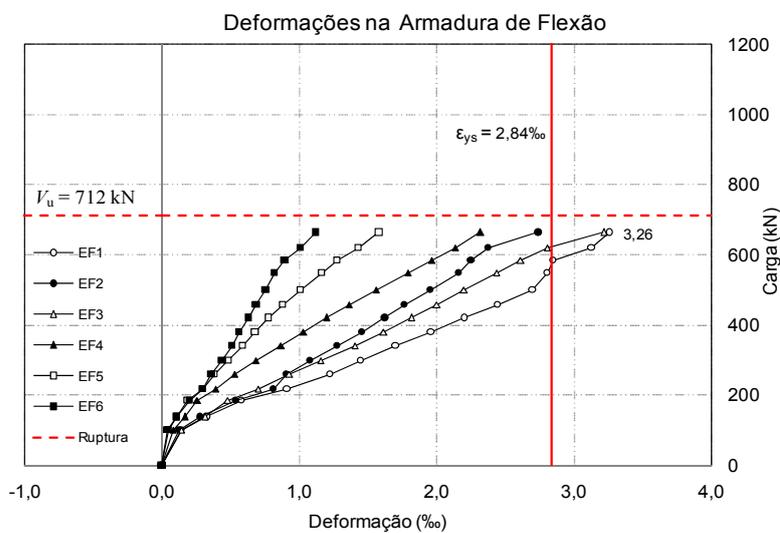


Figura 4.60 – Carga x Deformação na armadura de flexão da laje LS04.

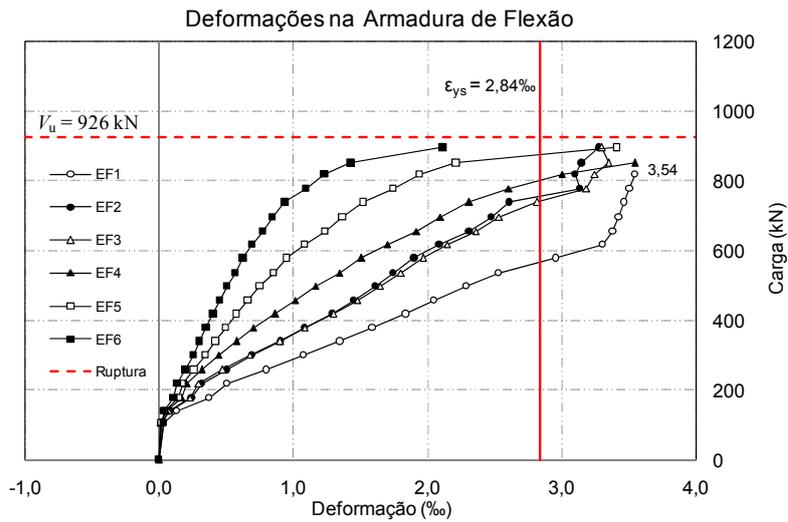


Figura 4.61 – Carga x Deformação na armadura de flexão da laje LS05.

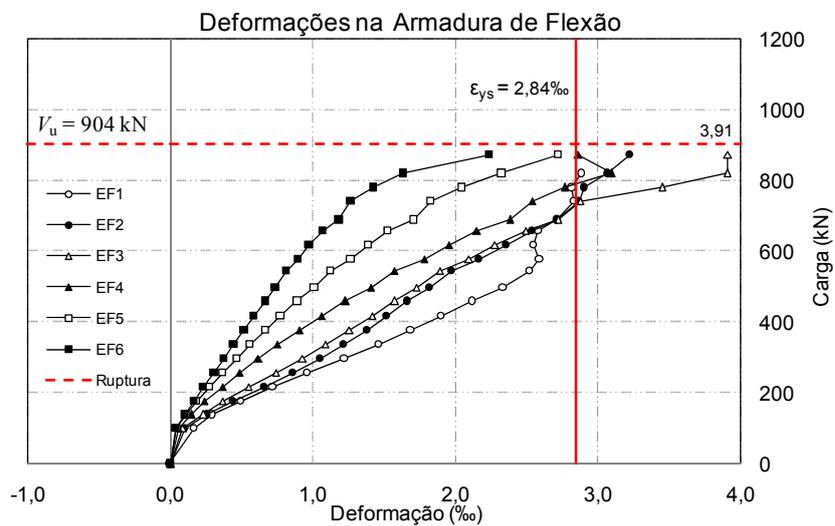


Figura 4.62 – Carga x Deformação na armadura de flexão da laje LS06.

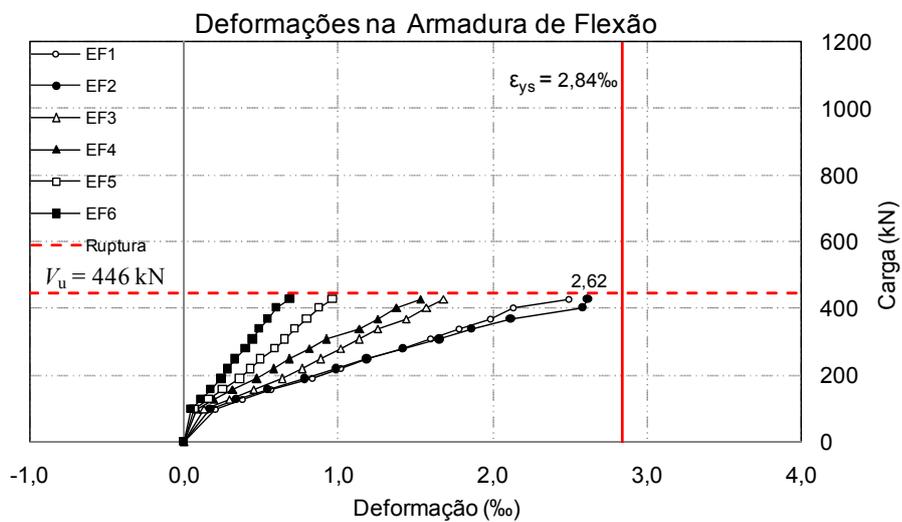


Figura 4.63 – Carga x Deformação na armadura de flexão da laje LW01.

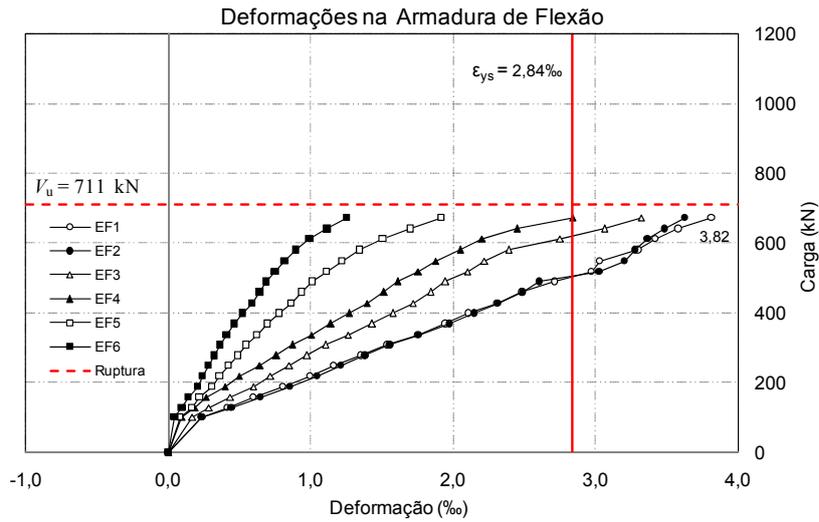


Figura 4.64 – Carga x Deformação na armadura de flexão da laje LW02.

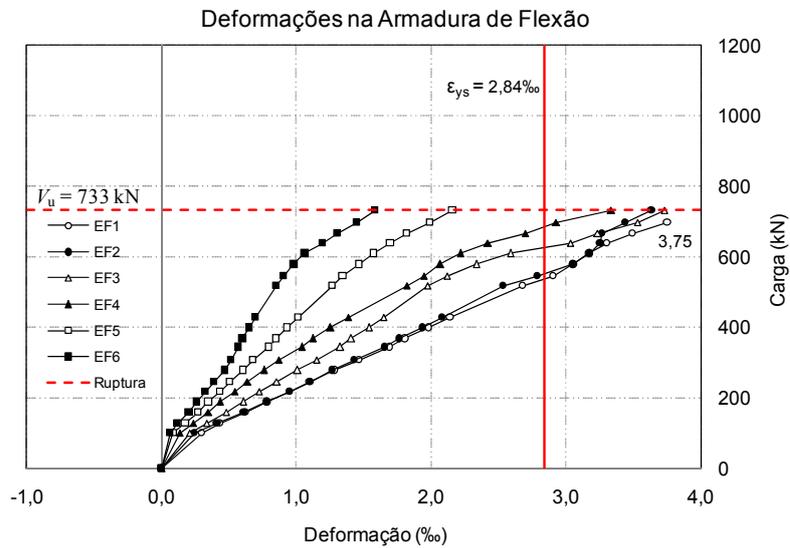


Figura 4.65 – Carga x Deformação na armadura de flexão da laje LW03.

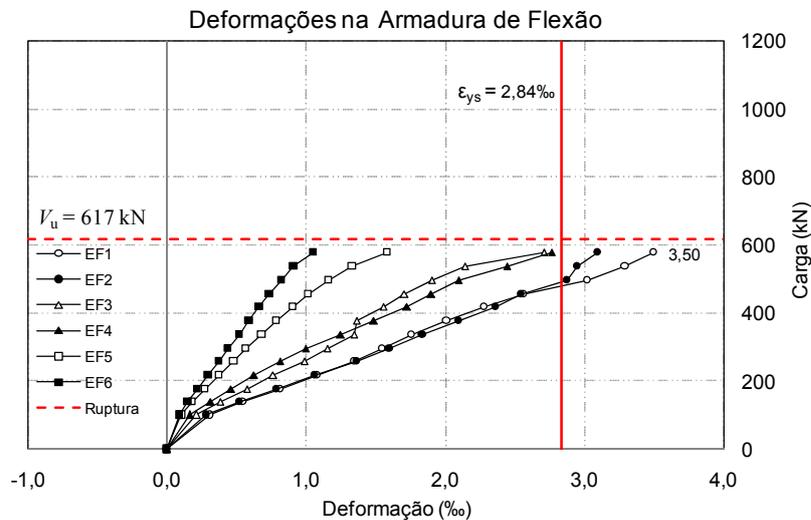


Figura 4.66 – Carga x Deformação na armadura de flexão da laje LW04.

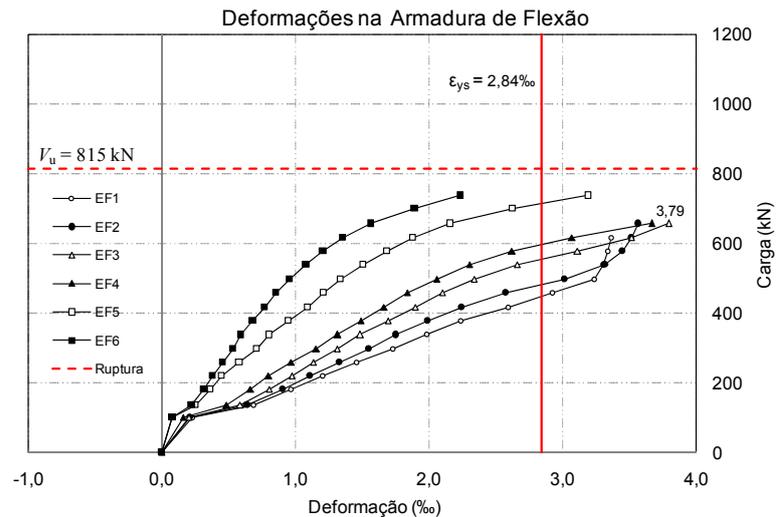


Figura 4.67 – Carga x Deformação na armadura de flexão da laje LW05.

A Tabela 4.4 apresenta uma síntese do comportamento à flexão de cada laje ensaiada, tendo como principal parâmetro de referência a deformação de escoamento do aço  $\epsilon_{ys}$ . A tabela mostra o nível de sollicitação das barras de aço monitoradas, avaliando a distância de cada barra em relação ao eixo de simetria da laje e se essas barras em suas respectivas posições atingiram o nível de escoamento.

Uma análise similar foi realizada por FERREIRA (2010). Em seu trabalho o autor posicionou a barra 06 a uma distância dentro do raio do vão efetivo da laje (distância entre o eixo de simetria da laje e o ponto de aplicação de carga), que tinha um comprimento de aproximadamente  $7,20.d$ . Observando os valores de deformação obtidos por este autor na barra 06, nota-se que esta em nenhuma das lajes ensaiadas por ele atingiu o nível de escoamento. Visando obter um maior número barras com deformações em nível de escoamento para melhor avaliar o comportamento à flexão de cada laje, neste trabalho optou-se por diminuir o raio de monitoramento das barras da armadura de flexão (para uma distância de aproximadamente  $6.d$ ) e concentrar um maior número de barras na região próxima ao pilar, pois dessa maneira pode-se tentar fazer uma melhor definição da região de plastificação da ligação

Analisando a Tabela 4.4 é possível observar que as lajes sem armadura de cisalhamento LN03, LS01 e LW01, que foram submetidas a carregamento simétrico e excêntrico, praticamente não tiveram barras com deformações em nível de escoamento, sendo que apenas a laje LW01 apresentou duas barras com deformações acima de 90% de  $\epsilon_{ys}$ . Este

comportamento comprova que o emprego da armadura de cisalhamento tipo *stud* aumenta significativamente a ductilidade da ligação laje-pilar, demonstrando a eficiência desta armadura na resistência à punção. Os resultados apresentam evidências de que ligações laje-pilar sem armadura de cisalhamento estão mais suscetíveis a ruptura frágil, ou seja, sem maiores avisos relacionados às deformações, e conseqüentemente, à fissuração, com baixo nível de deslocamento.

Comparando as lajes do tipo LN e as lajes do tipo LS e LW, é possível perceber que a ação do carregamento excêntrico na ligação laje-pilar influenciou no nível de solicitação à flexão das armaduras, uma vez que as barras das lajes LN começaram a escoar com valores médios de carregamento em torno de 1000kN, enquanto que as barras das lajes LS começaram a escoar com valores médios em torno de 600 e 700kN e as barras das lajes LW com valores médios em torno de 500kN. Na ruptura, o nível de deformações na armadura de flexão das lajes nas três séries foi relativamente semelhante, porém, o comportamento carga-deformação foi bastante distinto. Nota-se também que o nível das deformações das lajes LN, LS e LW com características semelhantes é bastante próximo entre eles, com uma sensível diferença de maior ductilidade nas lajes LW, isso devido à orientação do pilar que está na posição de menor inércia em relação ao momento desbalanceado. Esse comportamento fica claro quando comparados as lajes LN01, LS02 e LW02, todos com a mesma taxa de armadura de cisalhamento e com mesmo número de camadas de *studs*, as lajes LN02, LS03 e LW03, com as mesmas características também apresentam um nível de deformações bastante semelhante.

Tabela 4.4 – Síntese do comportamento à flexão de cada laje.

Série	Laje	Parâmetros de Análise	Nº da Barra de Flexão					
			01	02	03	04	05	06
1ª Série	LN01	Dist. até o Centro da Laje	0,35.d	0,85.d	1,55.d	3,15.d	4,55.d	5,95.d
		Deform.da Barra na Ruptura	$\geq \epsilon_{ys}$	$\geq \epsilon_{ys}$	$\geq \epsilon_{ys}$	$\geq \epsilon_{ys}$	$< \epsilon_{ys}$	$< \epsilon_{ys}$
	LN02	Dist. até o Centro da Laje	0,25.d	0,90.d	1,60.d	2,85.d	3,85.d	5,15.d
		Deform.da Barra na Ruptura	$\geq \epsilon_{ys}$	$\geq \epsilon_{ys}$	$\geq \epsilon_{ys}$	$< \epsilon_{ys}$	$< \epsilon_{ys}$	$< \epsilon_{ys}$
	LN03	Dist. até o Centro da Laje	0,35.d	1,05.d	1,75.d	3,15.d	4,55.d	5,95.d
		Deform.da Barra na Ruptura	$< \epsilon_{ys}$	$< \epsilon_{ys}$				
	LN04	Dist. até o Centro da Laje	0,25.d	0,90.d	1,60.d	2,85.d	4,45.d	5,85.d
		Deform.da Barra na Ruptura	$\geq \epsilon_{ys}^{(1)}$	$\geq \epsilon_{ys}^{(1)}$	$\geq \epsilon_{ys}^{(1)}$	$< \epsilon_{ys}$	$< \epsilon_{ys}$	$< \epsilon_{ys}$
	LN05	Dist. até o Centro da Laje	0,35.d	0,85.d	1,55.d	3,20.d	4,60.d	6,00.d
		Deform.da Barra na Ruptura	$\geq \epsilon_{ys}$	$\geq \epsilon_{ys}$	$\geq \epsilon_{ys}$	$\geq \epsilon_{ys}$	$\geq \epsilon_{ys}^{(1)}$	$\geq \epsilon_{ys}$
2ª Série	LS01	Dist. até o Centro da Laje	0,35.d	1,05.d	1,75.d	3,15.d	4,55.d	5,95.d
		Deform.da Barra na Ruptura	$< \epsilon_{ys}$	$< \epsilon_{ys}$				
	LS02	Dist. até o Centro da Laje	0,25.d	0,90.d	1,60.d	2,85.d	3,85.d	5,15.d
		Deform.da Barra na Ruptura	$\geq \epsilon_{ys}$	$\geq \epsilon_{ys}$	$\geq \epsilon_{ys}$	$< \epsilon_{ys}$	$< \epsilon_{ys}$	$< \epsilon_{ys}$
	LS03	Dist. até o Centro da Laje	0,25.d	0,90.d	1,60.d	2,85.d	3,85.d	5,15.d
		Deform.da Barra na Ruptura	$\geq \epsilon_{ys}$	$\geq \epsilon_{ys}$	$\geq \epsilon_{ys}$	$\geq \epsilon_{ys}^{(1)}$	$< \epsilon_{ys}$	$< \epsilon_{ys}$
	LS04	Dist. até o Centro da Laje	0,25.d	0,90.d	1,60.d	2,85.d	4,45.d	5,85.d
		Deform.da Barra na Ruptura	$\geq \epsilon_{ys}$	$\geq \epsilon_{ys}^{(1)}$	$\geq \epsilon_{ys}$	$< \epsilon_{ys}$	$< \epsilon_{ys}$	$< \epsilon_{ys}$
	LS05	Dist. até o Centro da Laje	0,35.d	0,85.d	1,55.d	3,20.d	4,60.d	6,00.d
		Deform.da Barra na Ruptura	$\geq \epsilon_{ys}$	$\geq \epsilon_{ys}$	$\geq \epsilon_{ys}$	$\geq \epsilon_{ys}$	$< \epsilon_{ys}$	$< \epsilon_{ys}$
	LS06	Dist. até o Centro da Laje	0,25.d	0,90.d	1,60.d	2,85.d	3,85.d	5,15.d
		Deform.da Barra na Ruptura	$\geq \epsilon_{ys}$	$\geq \epsilon_{ys}$	$\geq \epsilon_{ys}$	$\geq \epsilon_{ys}$	$\geq \epsilon_{ys}^{(1)}$	$< \epsilon_{ys}$
3ª Série	LW01	Dist. até o Centro da Laje	0,35.d	1,05.d	1,75.d	3,20.d	4,60.d	6,00.d
		Deform.da Barra na Ruptura	$\geq \epsilon_{ys}^{(1)}$	$\geq \epsilon_{ys}^{(1)}$	$< \epsilon_{ys}$	$< \epsilon_{ys}$	$< \epsilon_{ys}$	$< \epsilon_{ys}$
	LW02	Dist. até o Centro da Laje	0,35.d	1,05.d	1,60.d	2,95.d	4,55.d	5,95.d
		Deform.da Barra na Ruptura	$\geq \epsilon_{ys}$	$\geq \epsilon_{ys}$	$\geq \epsilon_{ys}$	$\geq \epsilon_{ys}$	$< \epsilon_{ys}$	$< \epsilon_{ys}$
	LW03	Dist. até o Centro da Laje	0,35.d	1,05.d	1,55.d	2,95.d	4,60.d	6,00.d
		Deform.da Barra na Ruptura	$\geq \epsilon_{ys}$	$\geq \epsilon_{ys}$	$\geq \epsilon_{ys}$	$\geq \epsilon_{ys}$	$< \epsilon_{ys}$	$< \epsilon_{ys}$
	LW04	Dist. até o Centro da Laje	0,35.d	1,05.d	1,60.d	2,95.d	4,55.d	5,95.d
		Deform.da Barra na Ruptura	$\geq \epsilon_{ys}$	$\geq \epsilon_{ys}$	$\geq \epsilon_{ys}^{(1)}$	$\geq \epsilon_{ys}^{(1)}$	$< \epsilon_{ys}$	$< \epsilon_{ys}$
	LW05	Dist. até o Centro da Laje	0,35.d	1,05.d	1,55.d	2,95.d	4,60.d	6,00.d
		Deform.da Barra na Ruptura	$\geq \epsilon_{ys}$	$< \epsilon_{ys}$				

(1) a respectiva barra atingiu valores de deformação iguais ou superiores à 90% de  $\epsilon_{ys}$ .

#### 4.5 DEFORMAÇÕES DA ARMADURA DE CISALHAMENTO (*STUDS*)

Foram monitoradas três camadas da armadura de cisalhamento, com a instalação de extensômetros em cinco *studs* por cada camada. Serão apresentados os gráficos das deformações em cada camada da armadura de cisalhamento que foi monitorada. Os gráficos mostraram ainda a carga de ruptura de cada laje e a deformação de escoamento referente ao aço dos diferentes diâmetros de *studs*. (ver Figura 4.68 à Figura 4.106).

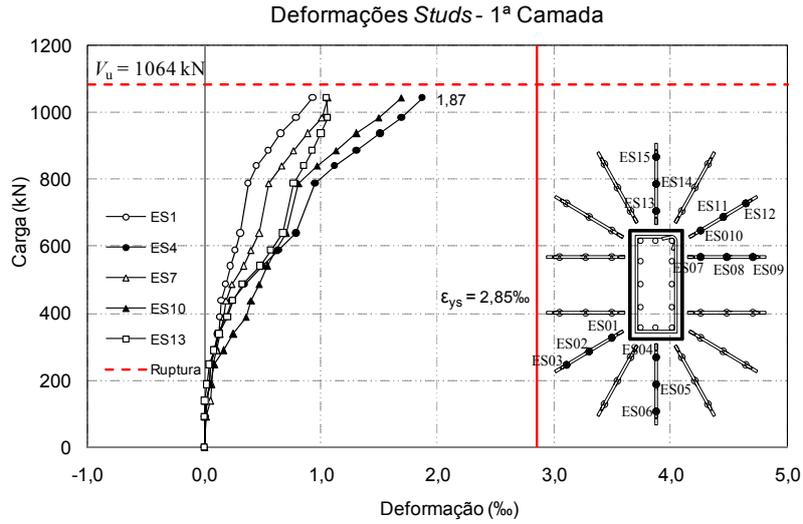


Figura 4.68 – Deformações na 1ª camada de *studs* da laje LN01.

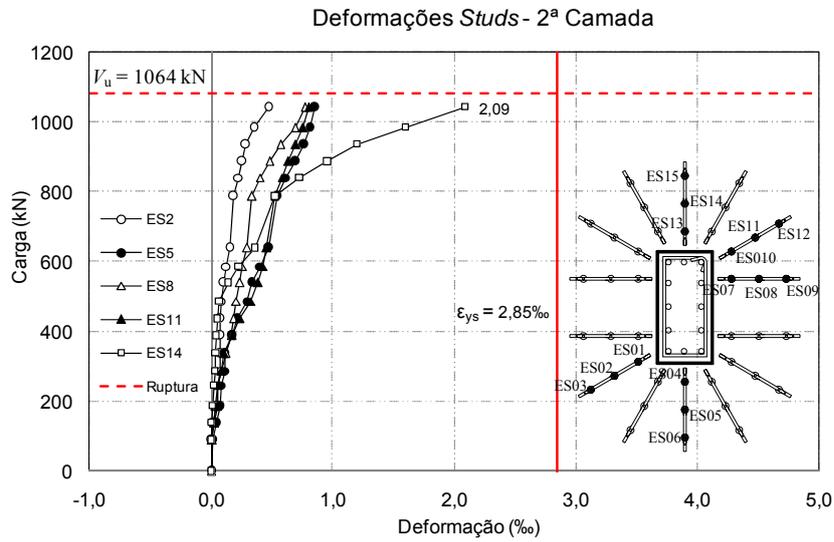


Figura 4.69 – Deformações na 2ª camada de *studs* da laje LN01.

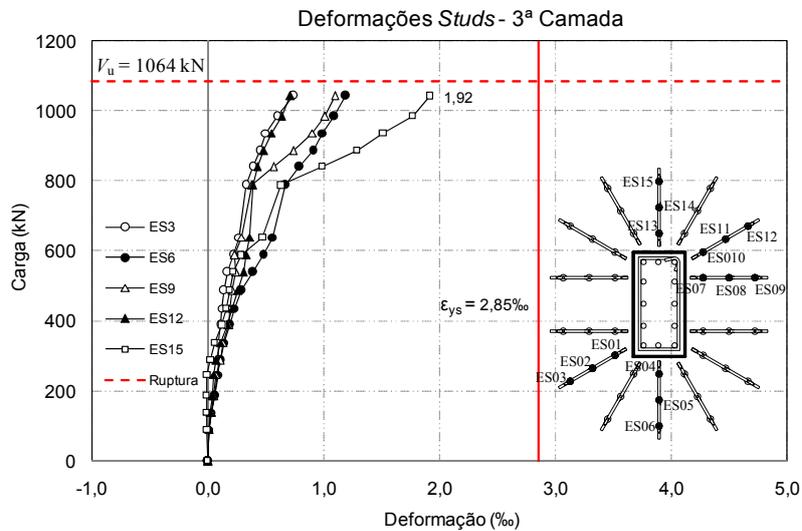


Figura 4.70 – Deformações na 3ª camada de *studs* da laje LN01.

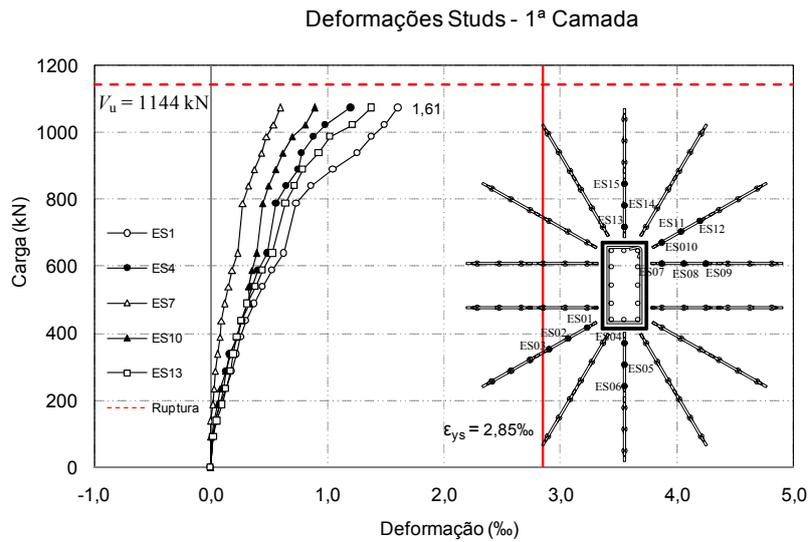


Figura 4.71 – Deformações na 1ª camada de *studs* da laje LN02.

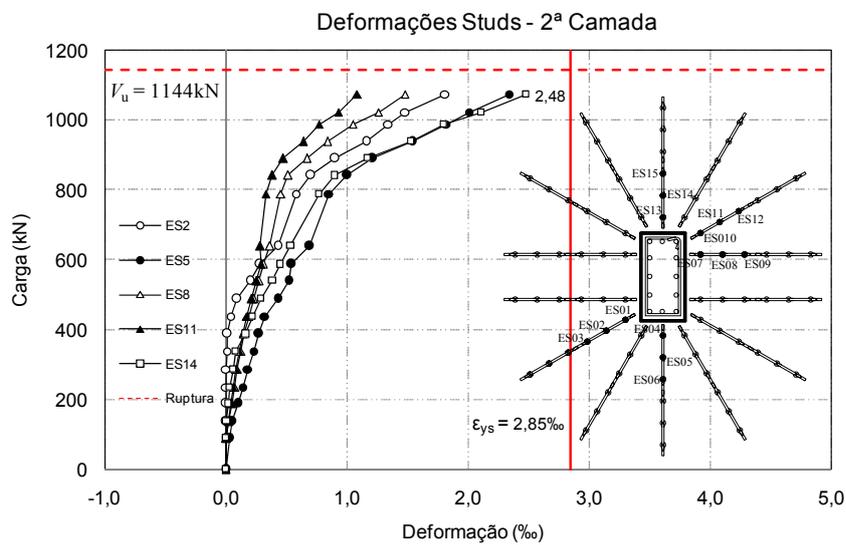


Figura 4.72 – Deformações na 2ª camada de *studs* da laje LN02.

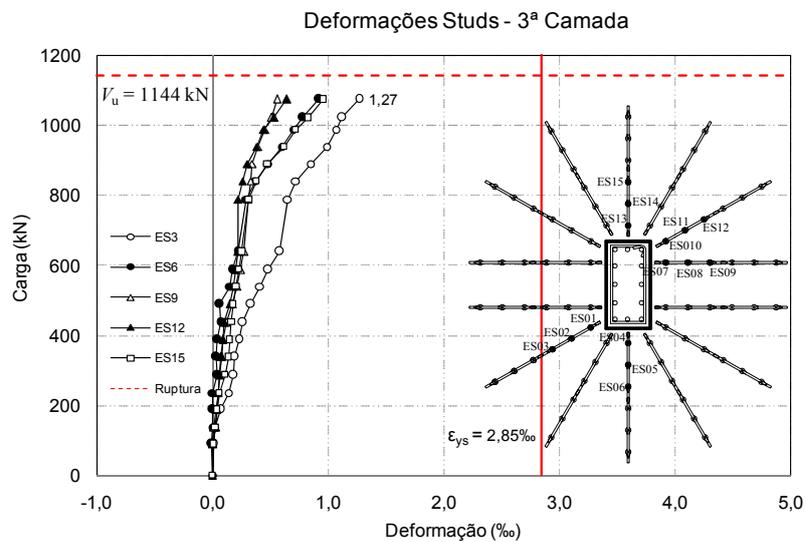


Figura 4.73 – Deformações na 3ª camada de *studs* da laje LN02.

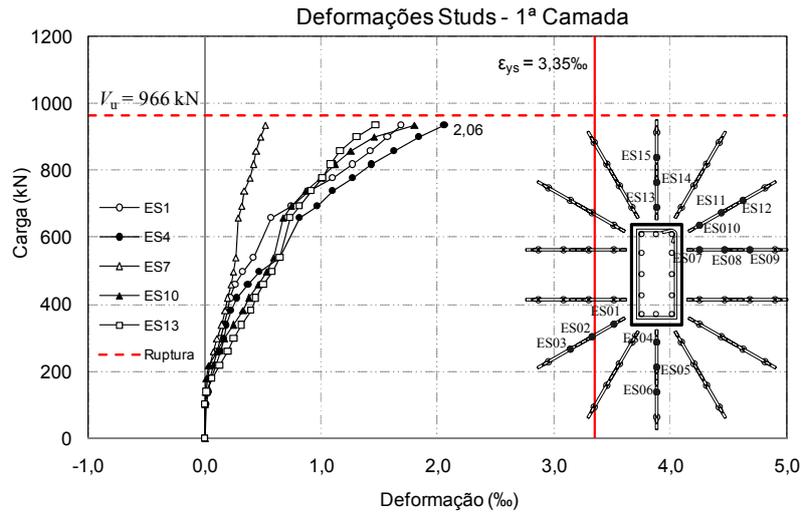


Figura 4.74 – Deformações na 1ª camada de *studs* da laje LN04.

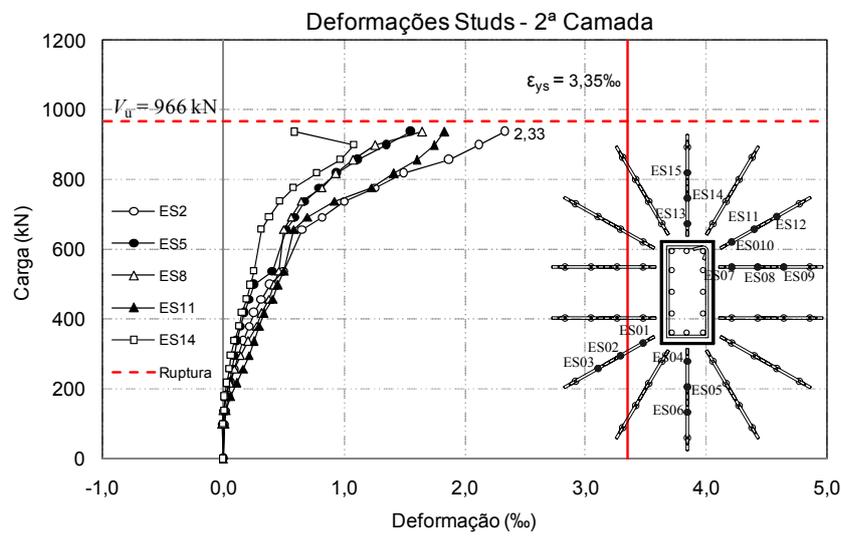


Figura 4.75 – Deformações na 2ª camada de *studs* da laje LN04.

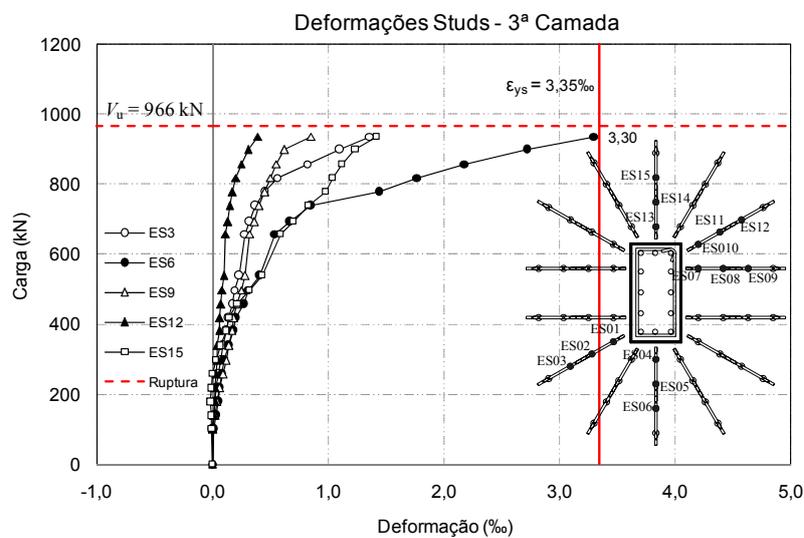


Figura 4.76 – Deformações na 3ª camada de *studs* da laje LN04.

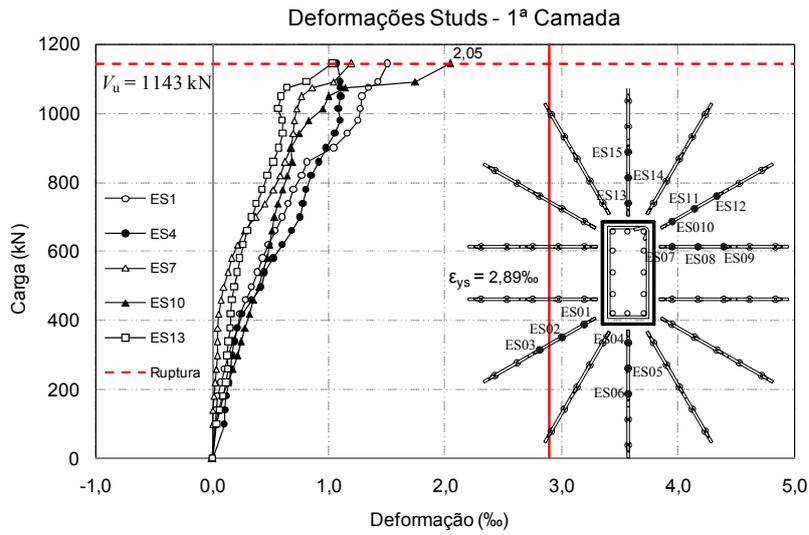


Figura 4.77 – Deformações na 1ª camada de studs da laje LN05.

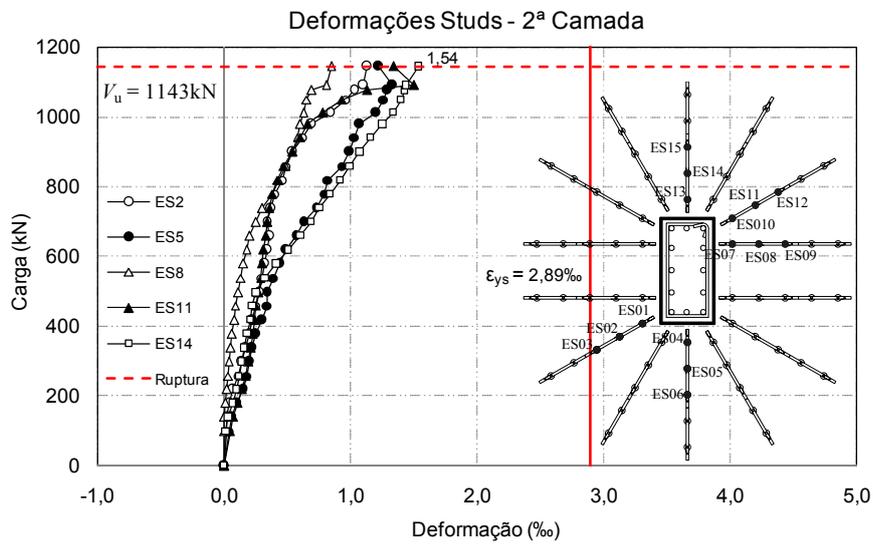


Figura 4.78 – Deformações na 2ª camada de studs da laje LN05.

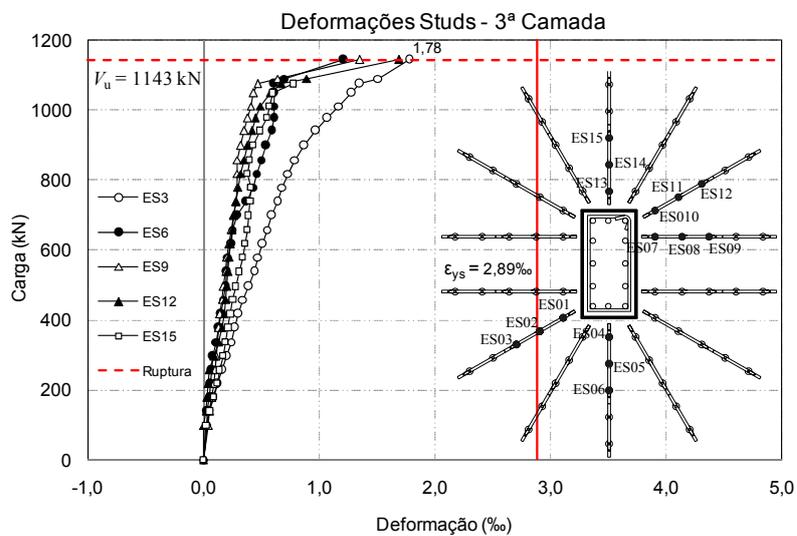


Figura 4.79 – Deformações na 3ª camada de studs da laje LN05.

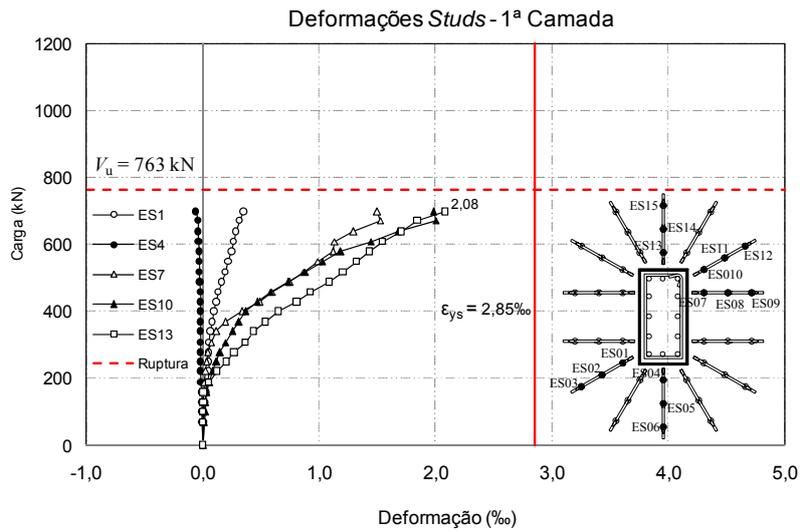


Figura 4.80 – Deformações na 1ª camada de *studs* da laje LS02.

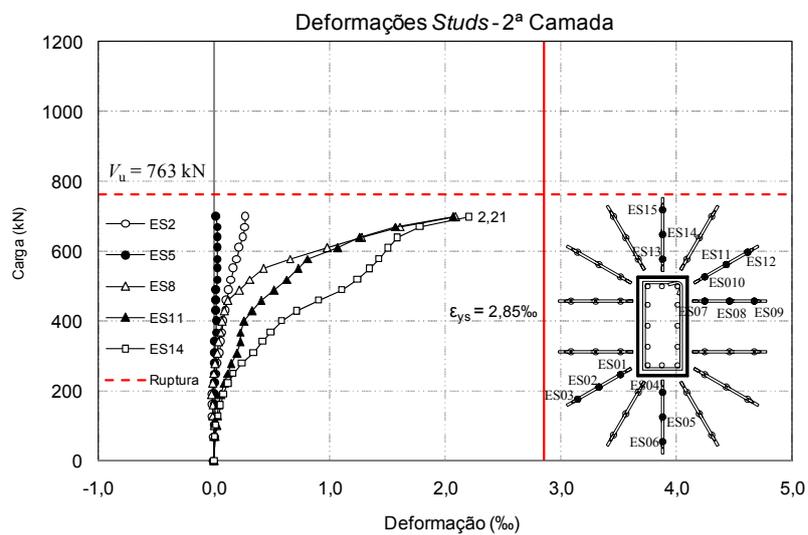


Figura 4.81 – Deformações na 2ª camada de *studs* da laje LS02.

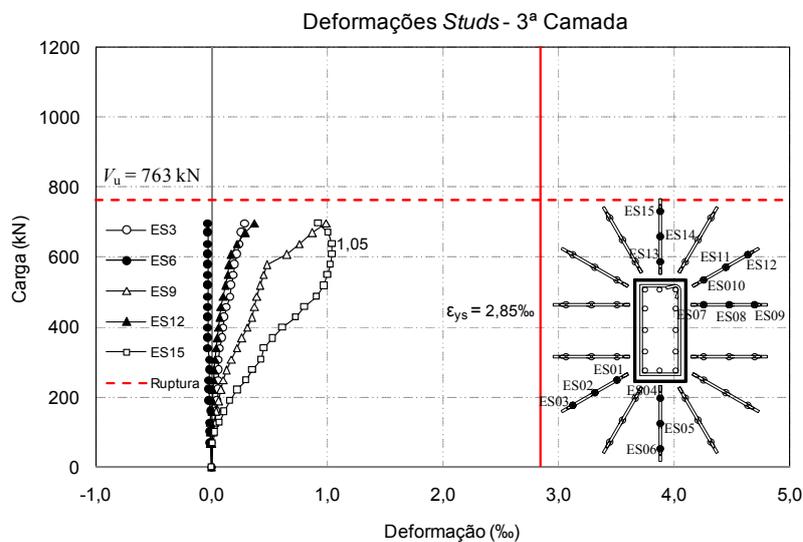


Figura 4.82 – Deformações na 3ª camada de *studs* da laje LS02.

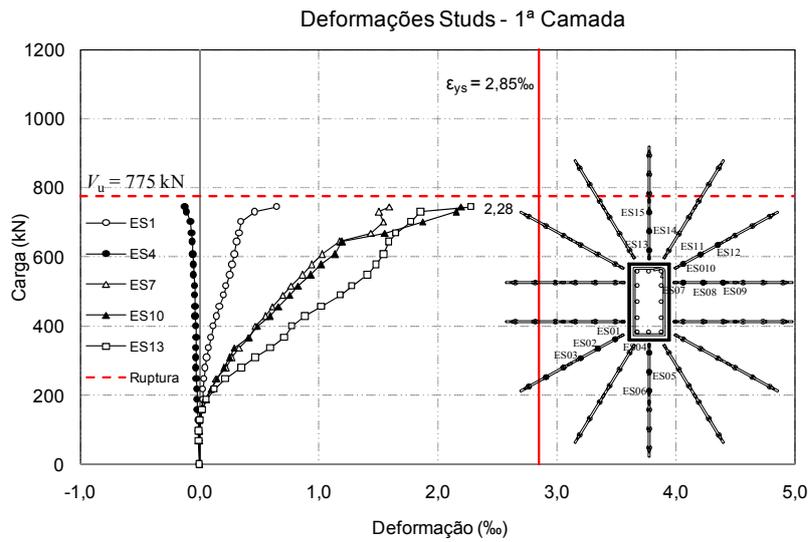


Figura 4.83 – Deformações na 1ª camada de *studs* da laje LS03.

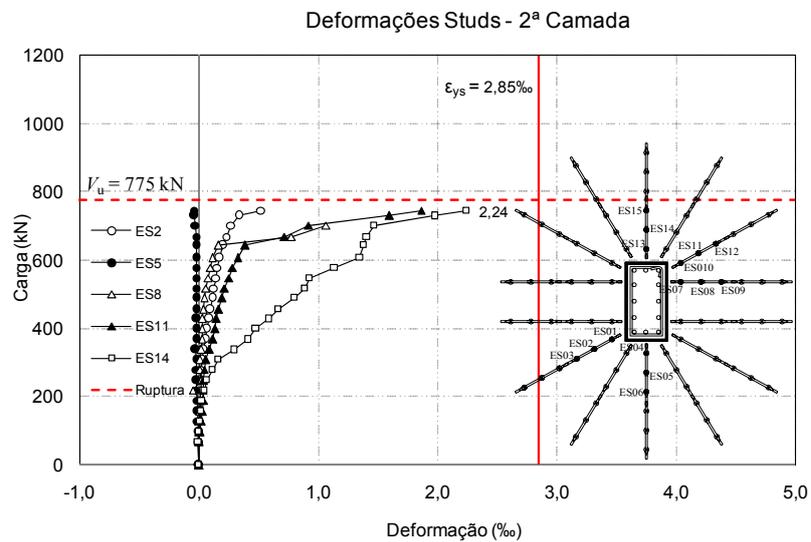


Figura 4.84 – Deformações na 2ª camada de *studs* da laje LS03.

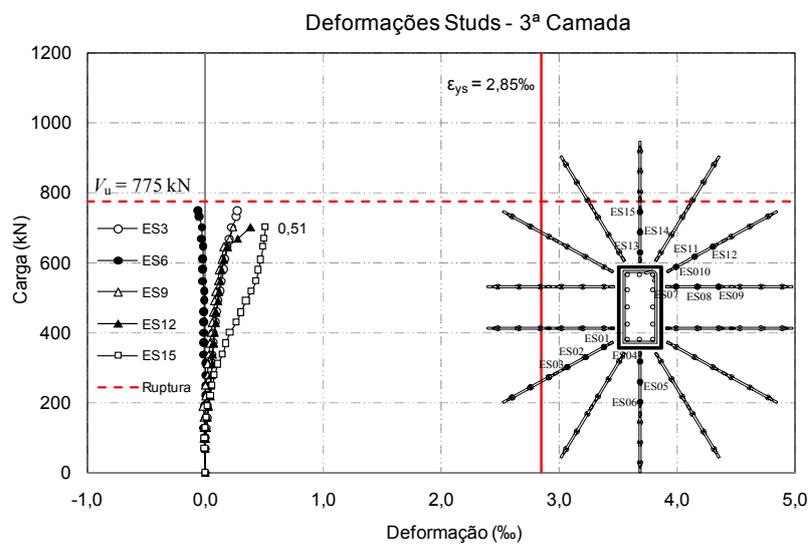


Figura 4.85 – Deformações na 3ª camada de *studs* da laje LS03.

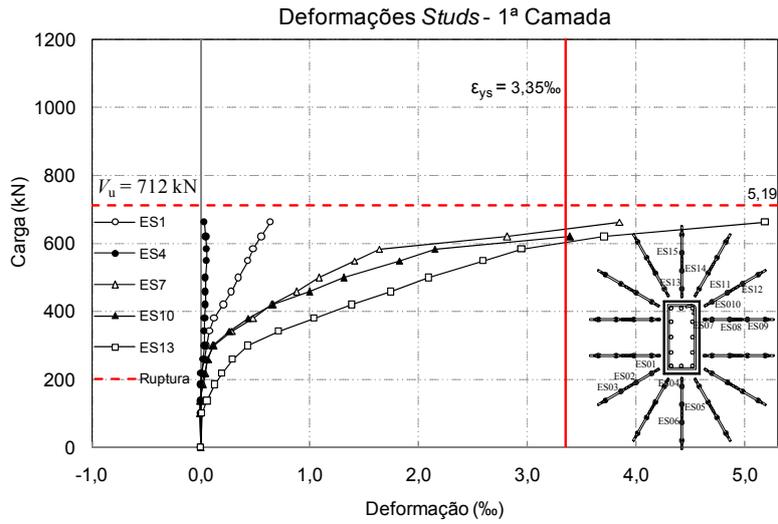


Figura 4.86 – Deformações na 1ª camada de *studs* da laje LS04.

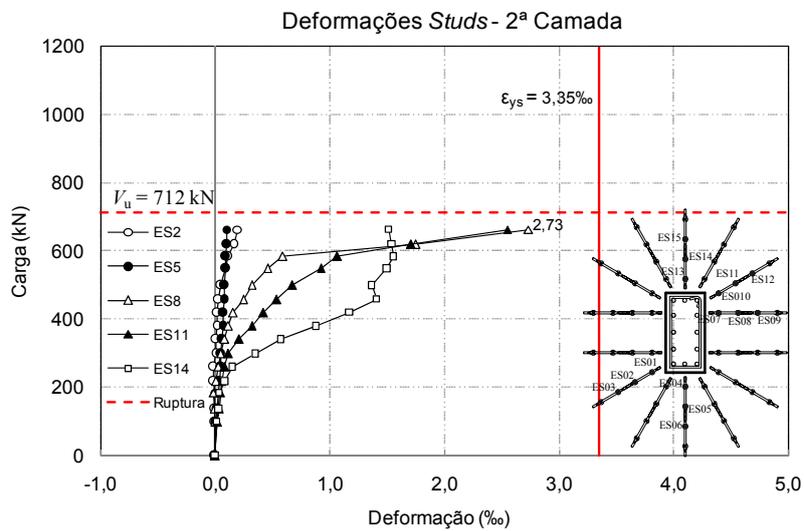


Figura 4.87 – Deformações na 2ª camada de *studs* da laje LS04.

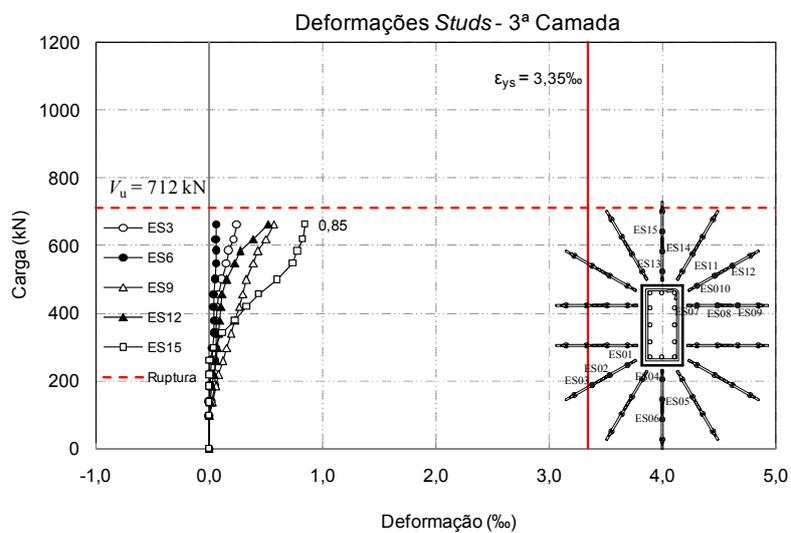


Figura 4.88 – Deformações na 3ª camada de *studs* da laje LS04.

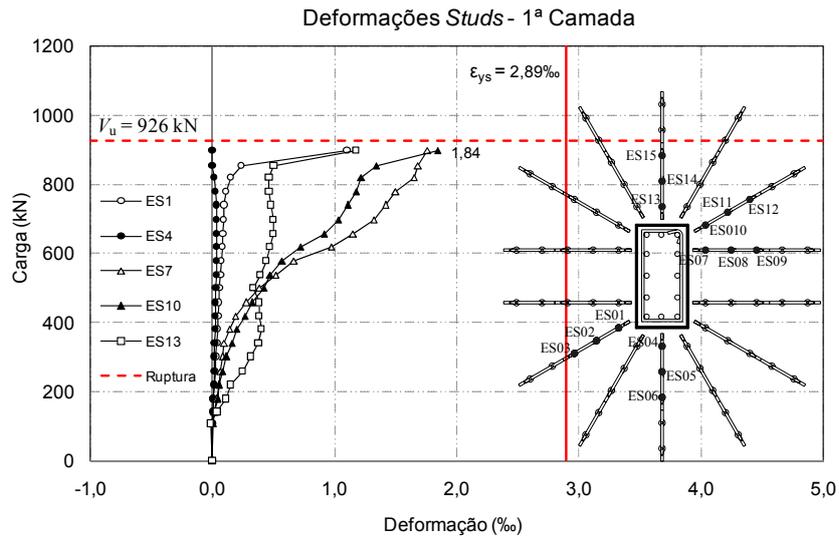


Figura 4.89 – Deformações na 1ª camada de studs da laje LS05.

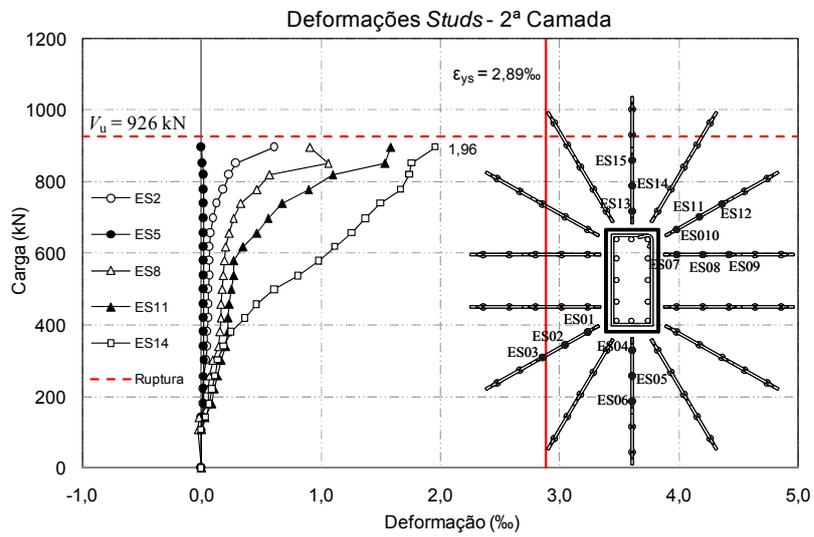


Figura 4.90 – Deformações na 2ª camada de studs da laje LS05.

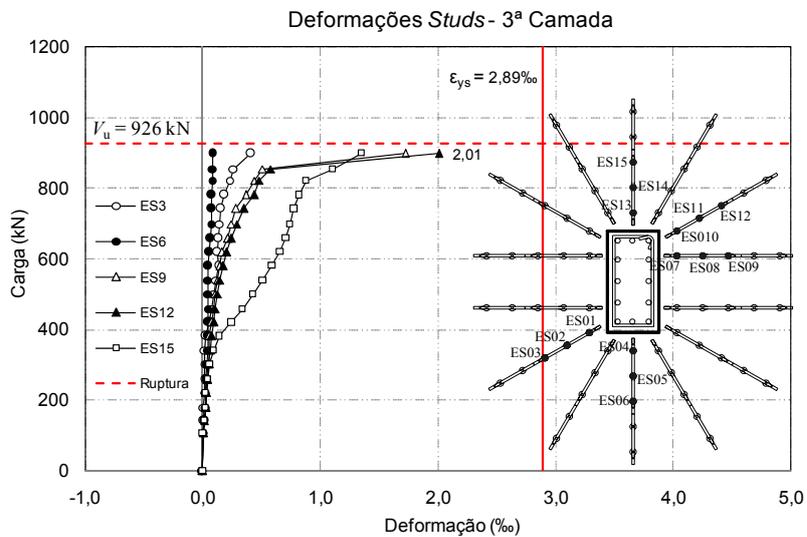


Figura 4.91 – Deformações na 3ª camada de studs da laje LS05.

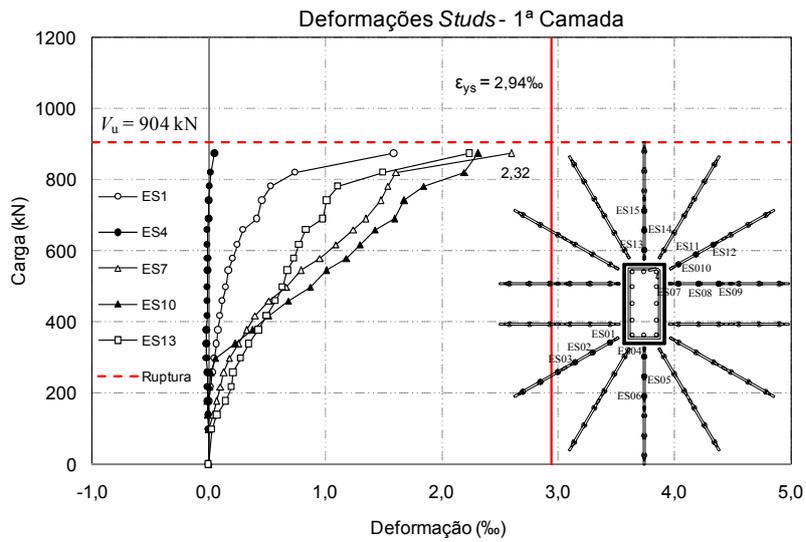


Figura 4.92 – Deformações na 1ª camada de *studs* da laje LS06.

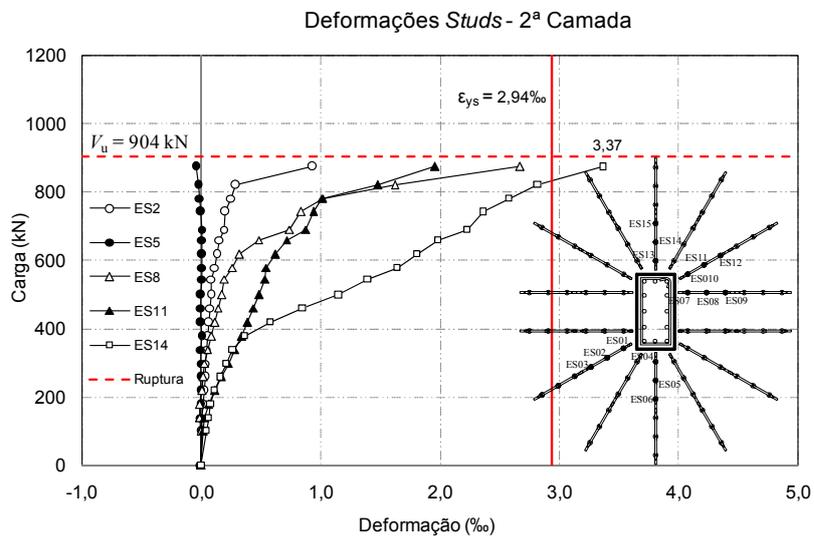


Figura 4.93 – Deformações na 2ª camada de *studs* da laje LS06.

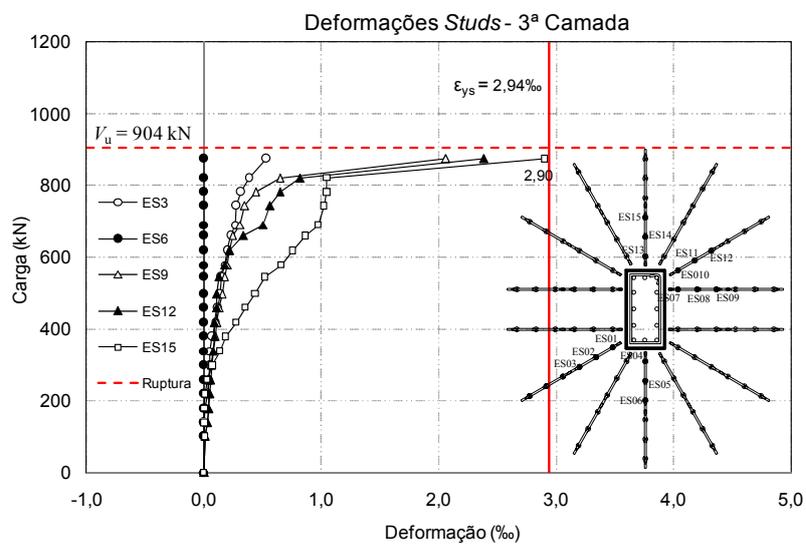


Figura 4.94 – Deformações na 3ª camada de *studs* da laje LS06.

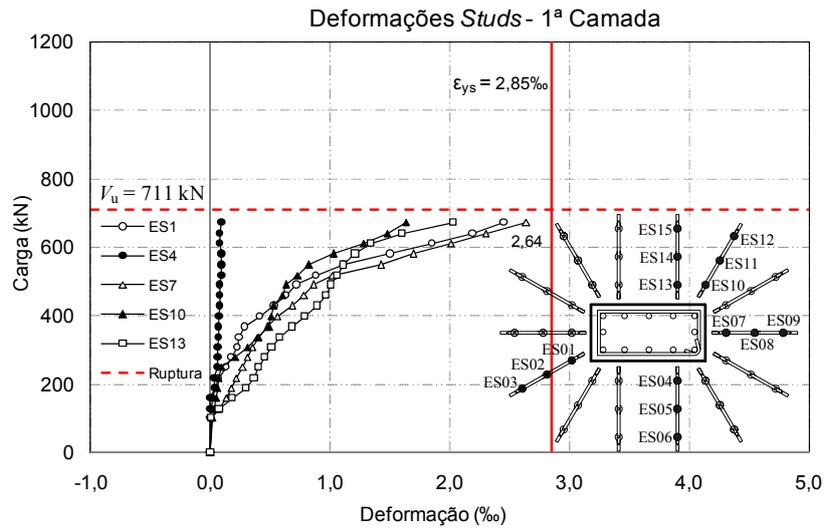


Figura 4.95 – Deformações na 1ª camada de *studs* da laje LW02.

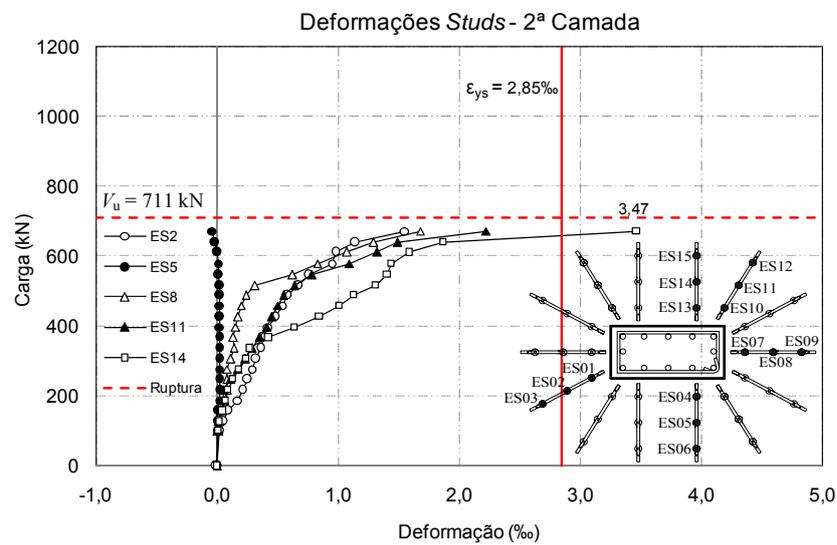


Figura 4.96 – Deformações na 2ª camada de *studs* da laje LW02.

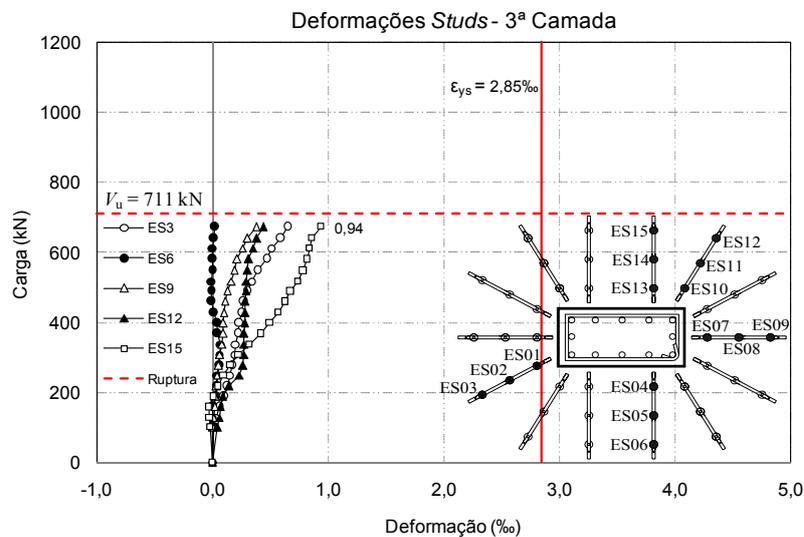


Figura 4.97 – Deformações na 3ª camada de *studs* da laje LW02.

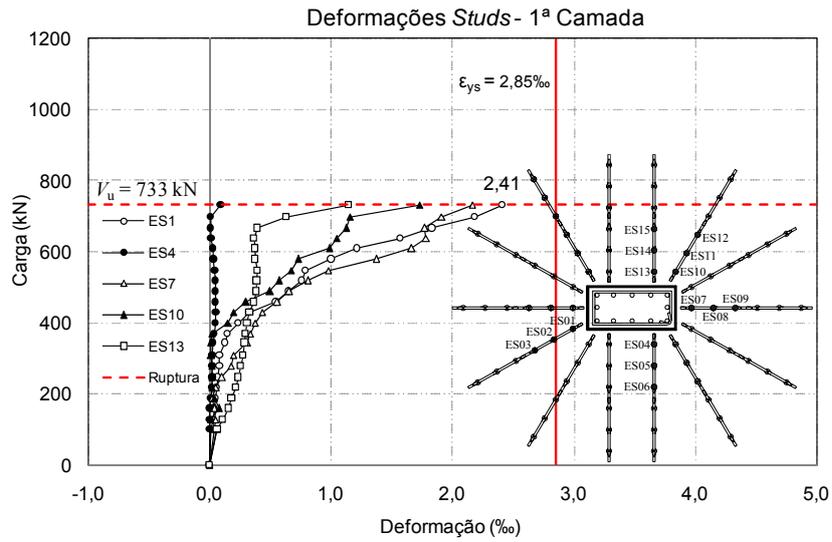


Figura 4.98 – Deformações na 1ª camada de studs da laje LW03.

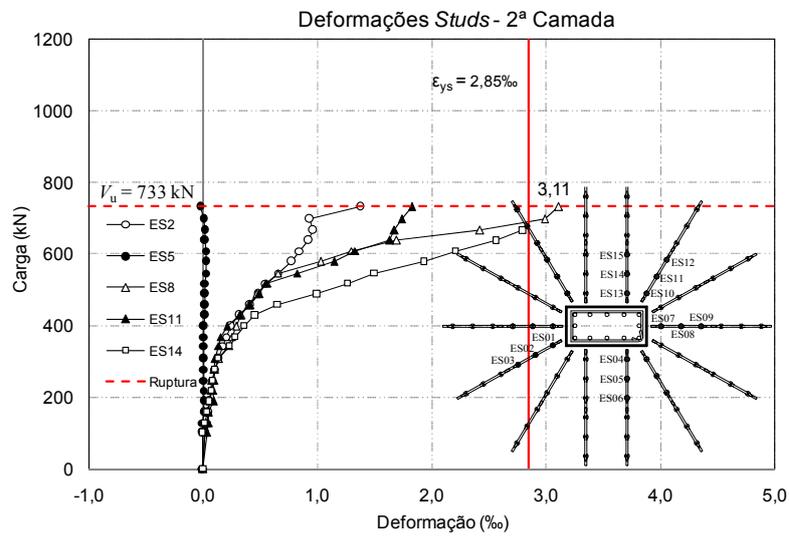


Figura 4.99 – Deformações na 2ª camada de studs da laje LW03.

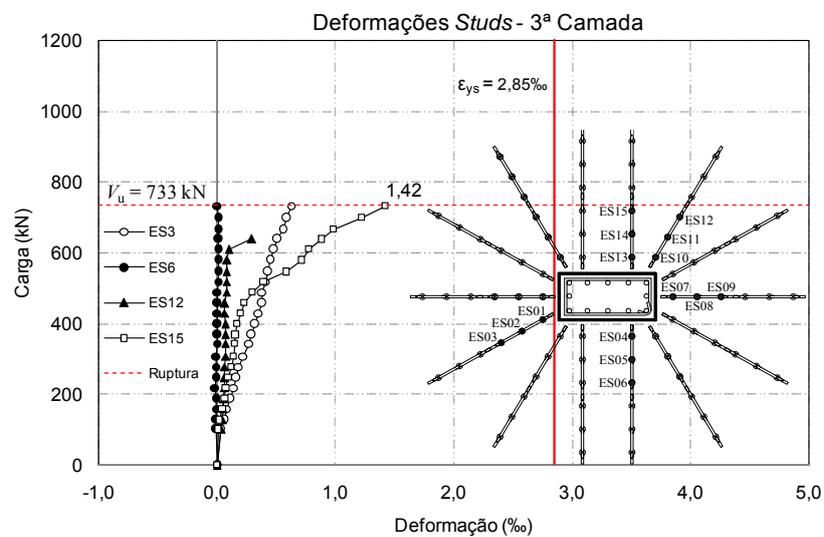


Figura 4.100 – Deformações na 3ª camada de studs da laje LW03.

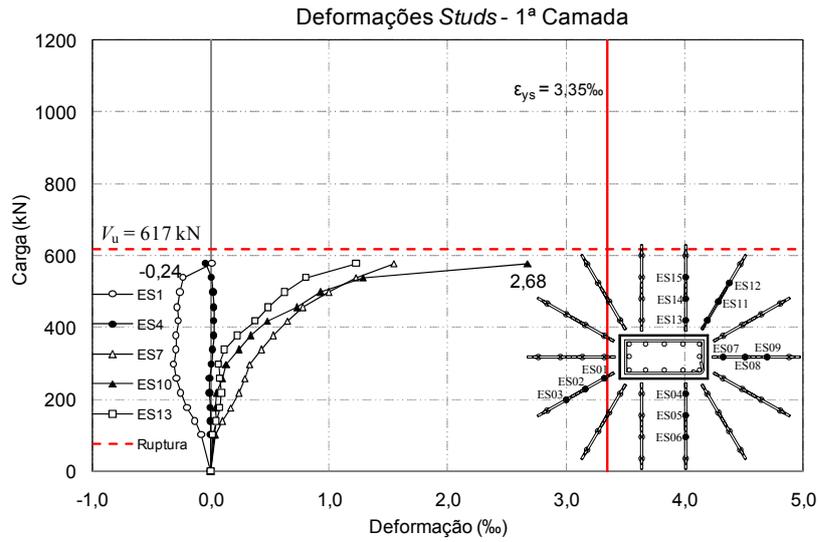


Figura 4.101 – Deformações na 1ª camada de *studs* da laje LW04.

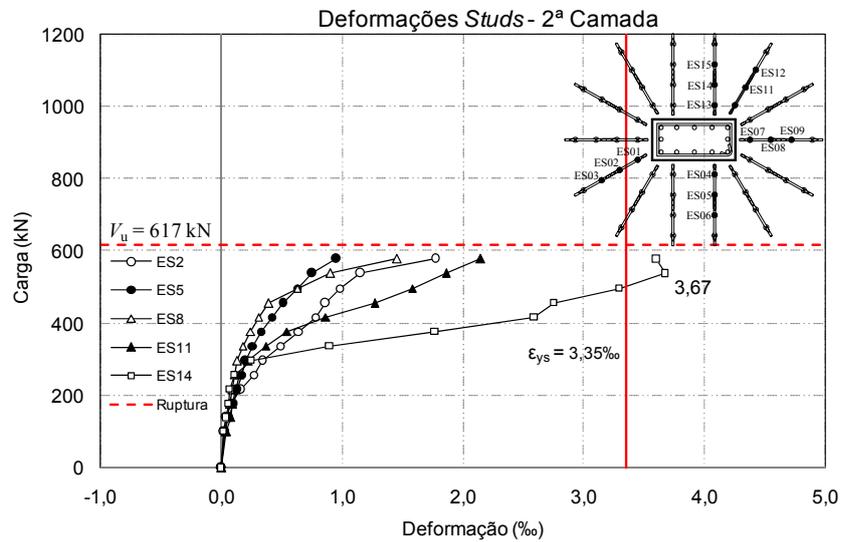


Figura 4.102 – Deformações na 2ª camada de *studs* da laje LW04.

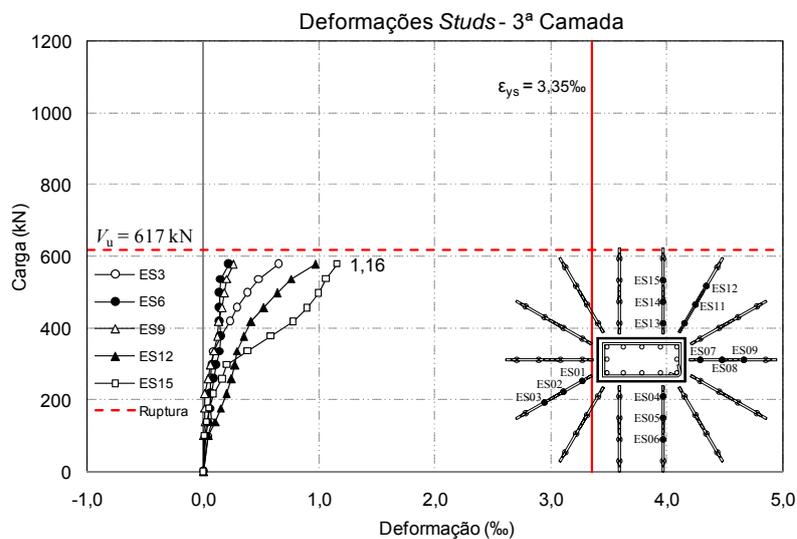


Figura 4.103 – Deformações na 3ª camada de *studs* da laje LW04.

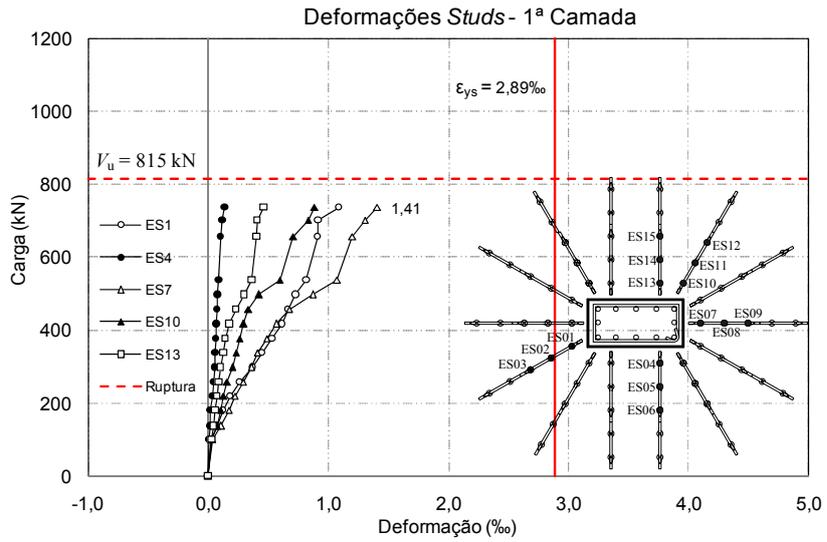


Figura 4.104 – Deformações na 1ª camada de studs da laje LW05.

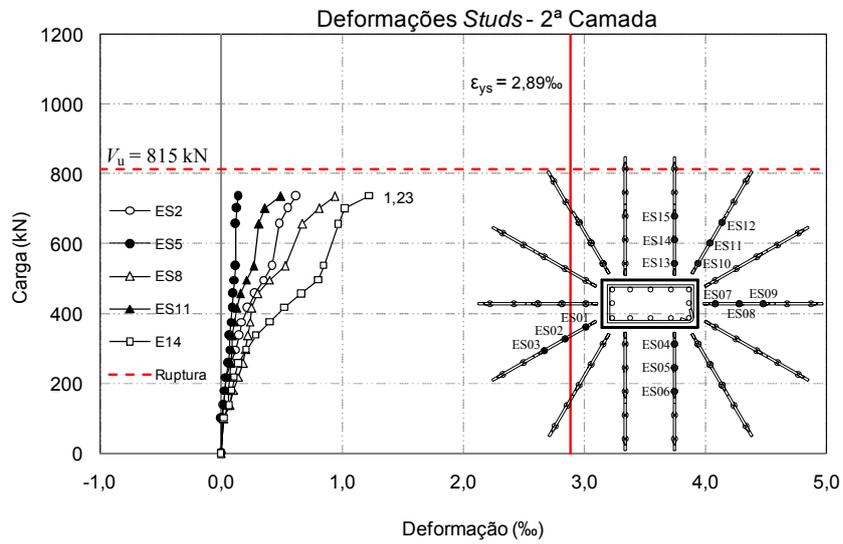


Figura 4.105 – Deformações na 2ª camada de studs da laje LW05.

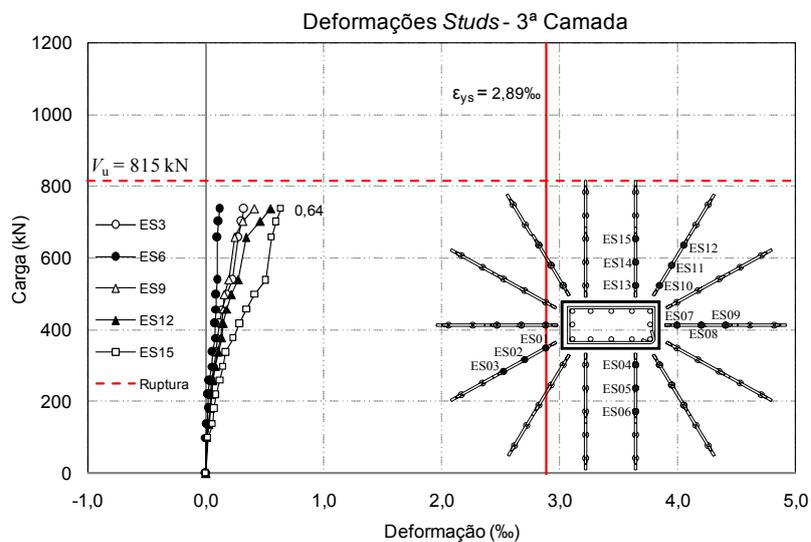


Figura 4.106 – Deformações na 3ª camada de studs da laje LW05.

Pode-se observar que o padrão de deformações apresentado é bastante característico dentro de cada grupo das lajes em questão (LN, LS e LW). É possível observar também que os *studs* em nenhuma das lajes tipo LN alcançaram a deformação de escoamento, sendo esta deformação alcançada apenas nas lajes LS04, LS06, LW02, LW03 e LW04.

Nas lajes LN pode-se observar que as maiores deformações estão concentradas nos *studs* distribuídos na direção L-O (ES04, ES05, ES06, ES13, ES14 e ES15) e também na linha diagonal que forma 60° com a horizontal (ES10, ES11 e ES12); os valores máximos das deformações de cada camada não diferem muito entre si e são em média na ordem de 1,90 %. No entanto a segunda camada da armadura foi a que apresentou os maiores valores de deformações. Essa maior deformação na linha diagonal de *studs* possivelmente está relacionada à polarização de tensões nos cantos do pilar. OLIVEIRA *et al.*(2004) explica que a distribuição das forças cortantes sofre polarização nos cantos do pilar, sendo estes, a região de maior intensidade dessas forças. O autor ainda menciona que o fenômeno da polarização das forças cortantes se torna mais efetivo à medida que o índice de retangularidade da seção transversal do pilar aumenta.

Nas lajes LS nota-se que a transferência de momento fletor na ligação laje-pilar, intensifica a atuação da armadura de cisalhamento do lado leste (ES13, ES14 e ES15) onde ocorre a aplicação do maior carregamento e atenua, ou praticamente anula, a solicitação dos *studs* do lado oeste (ES01, ES02, ES03, ES04, ES05 e ES06). Isto se justifica pela atuação do momento fletor imposto pelo carregamento que ocorre na direção L-O e no sentido de oeste para leste. A atuação deste momento fletor faz com que a borda oeste levante em relação ao plano da laje fazendo, inclusive, com que algumas barras da armadura de cisalhamento cheguem a ficar comprimidas, sendo este efeito mais notável nas lajes do tipo LW, como por exemplo, na barra ES01 da laje LW04 apresentada na Figura 4.101.

Nas lajes LW nota-se um comportamento bastante semelhante às lajes LS, no entanto, a transferência de momento fletor na ligação laje-pilar, reduz a atuação da armadura de cisalhamento do lado leste (ES13, ES14 e ES15), e também atinge a região diagonal nos cantos dos pilares (ES01, ES02 e ES03) e atenua apenas, ou praticamente anula a atuação dos *studs* do lado oeste (ES04, ES05 e ES06). Isto se justifica porque a menor rigidez do pilar na direção do momento desbalanceado fez com que o momento fletor transmitido efetivamente à ligação fosse menor, reduzindo seu efeito na armadura de cisalhamento.

Sendo assim, quanto menor a transferência de momento fletor na ligação, menor também será o acréscimo de forças cortantes no lado leste e menor alívio dessas forças no lado oeste.

#### 4.6 DEFORMAÇÕES NO CONCRETO

As deformações na superfície do concreto foram monitoradas através de oito extensômetros elétricos em todas as lajes, dispostos como mostrado no Capítulo 3. Os extensômetros EC01, EC02 e EC03 foram posicionados de modo a medir as deformações tangenciais às faces do pilar; os extensômetros EC04, EC05 e EC06 foram colocados com o objetivo de medir as deformações na direção perpendicular às faces do pilar; e os extensômetros EC07 e EC08 foram monitorados objetivando analisar as deformações a 45° com as faces nos cantos do pilar.

Neste item são apresentadas as deformações do concreto ocorridas na superfície inferior da laje próxima ao pilar, juntamente com a carga última de cada laje ensaiada. Essas deformações serão apresentadas da Figura 4.107 à Figura 4.120.

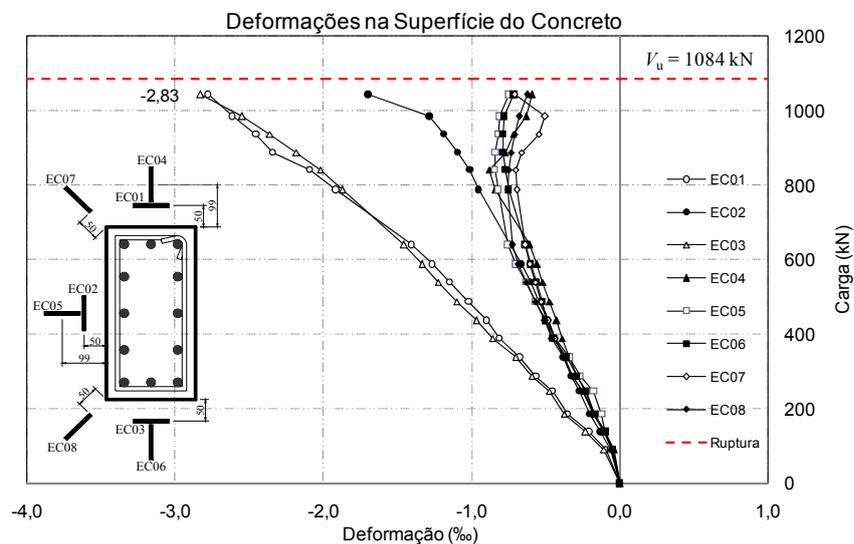


Figura 4.107 – Deformações na superfície do concreto da laje LN01.

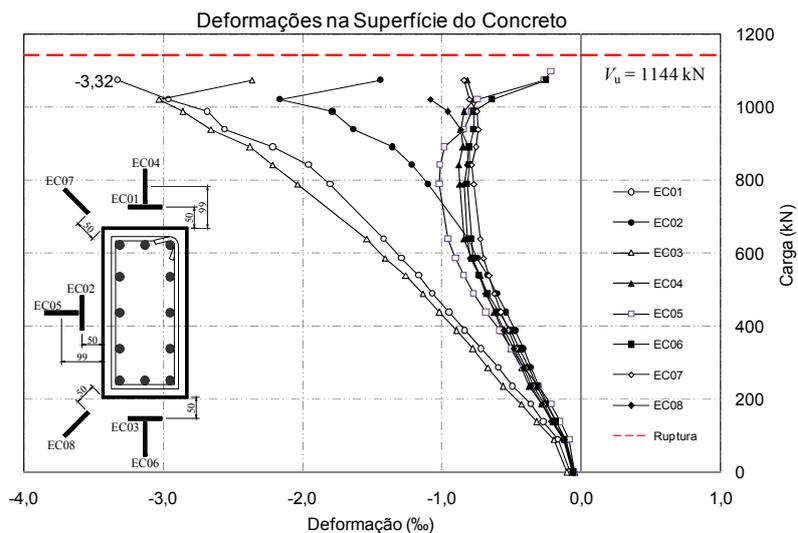


Figura 4.108 – Deformações na superfície do concreto da laje LN02.

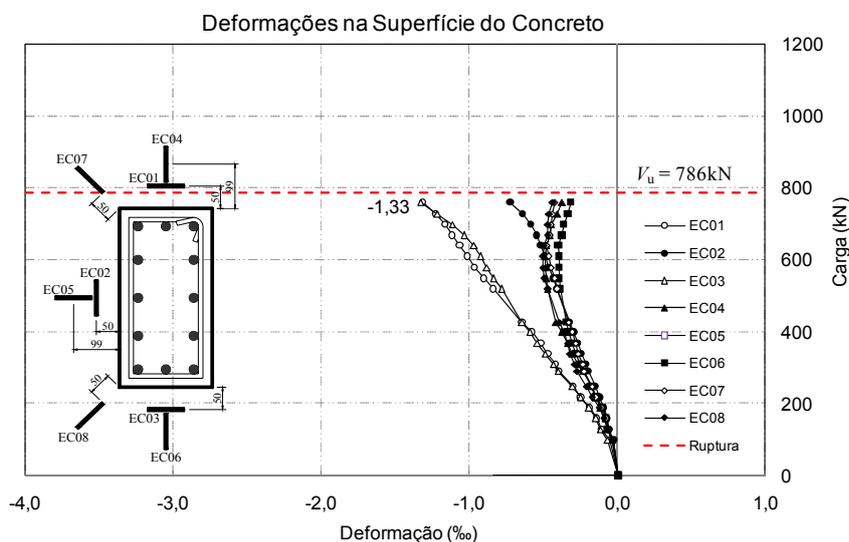


Figura 4.109 – Deformações na superfície do concreto da laje LN03.

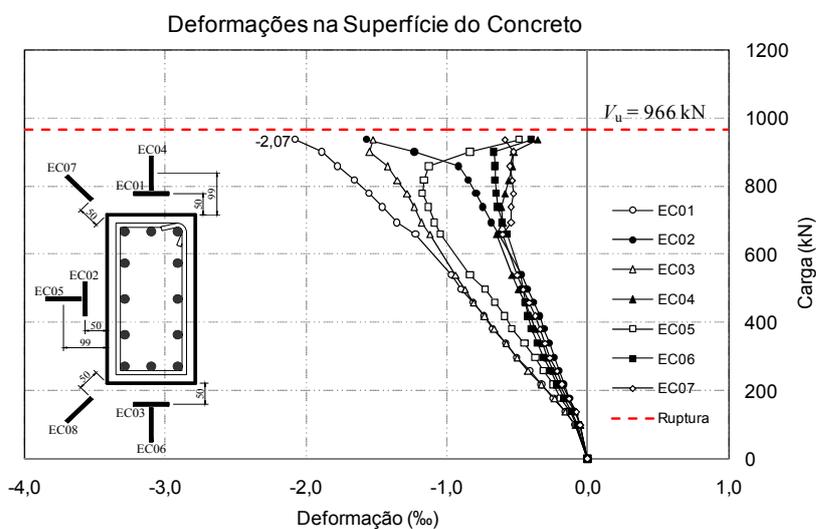


Figura 4.110 – Deformações na superfície do concreto da laje LN04.

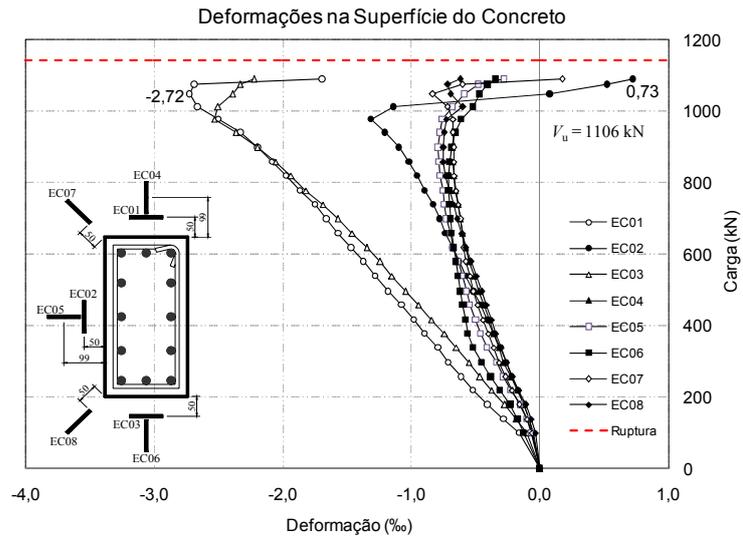


Figura 4.111 – Deformações na superfície do concreto da laje LN05.

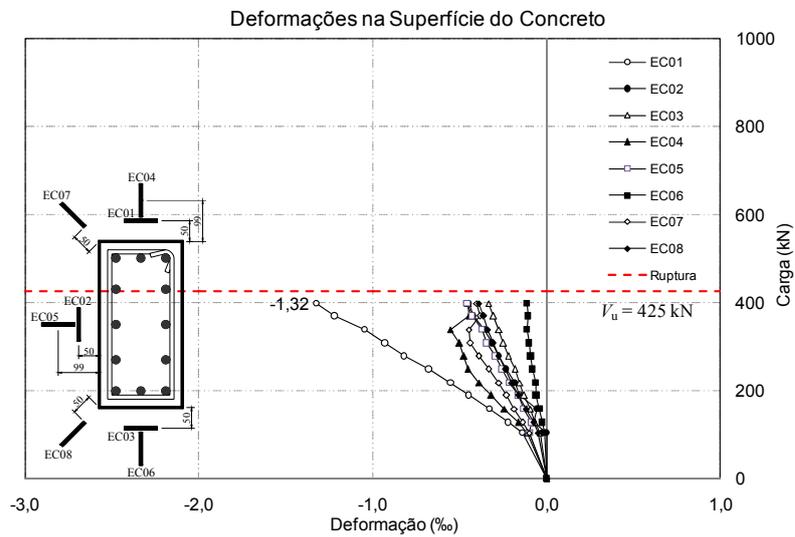


Figura 4.112 – Deformações na superfície do concreto da laje LS01.

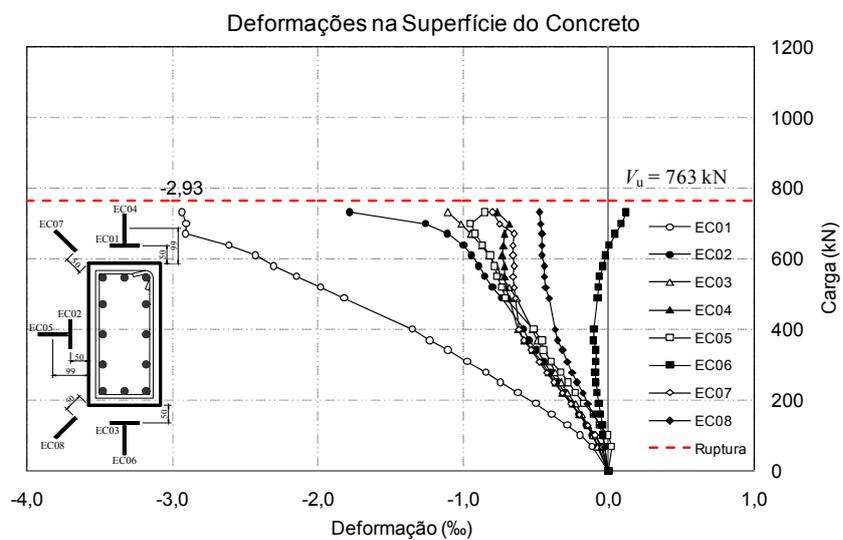


Figura 4.113 – Deformações na superfície do concreto da laje LS02.

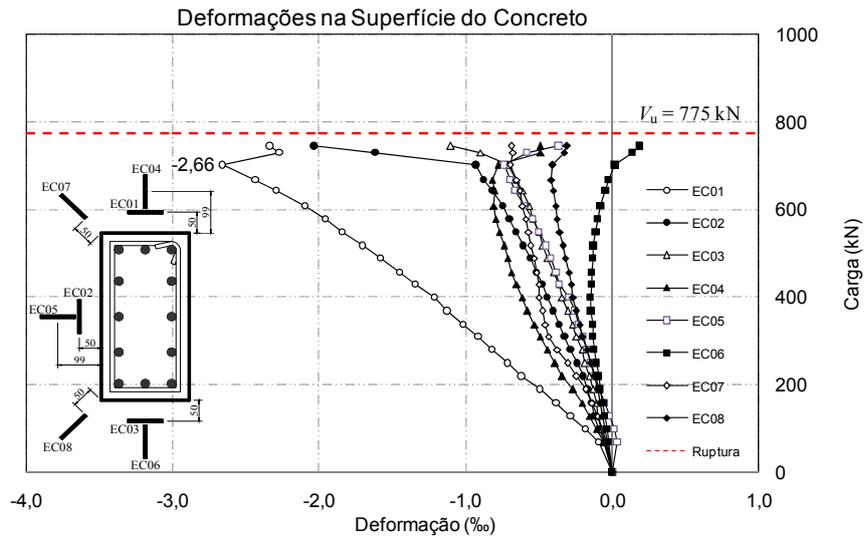


Figura 4.114 – Deformações na superfície do concreto da laje LS03.

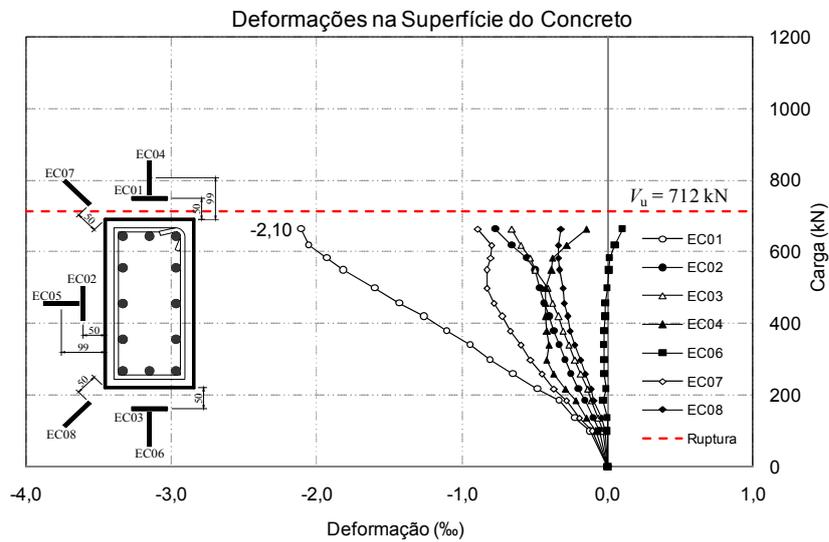


Figura 4.115 – Deformações na superfície do concreto da laje LS04.

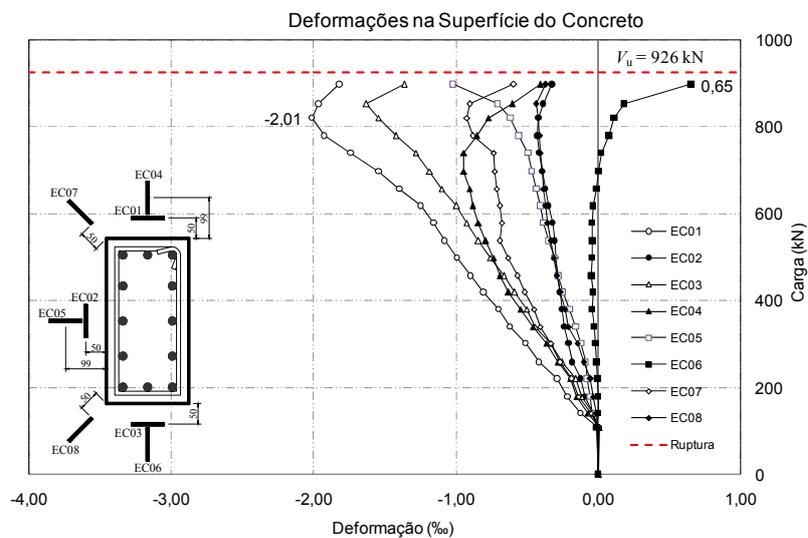


Figura 4.116 – Deformações na superfície do concreto da laje LS05.

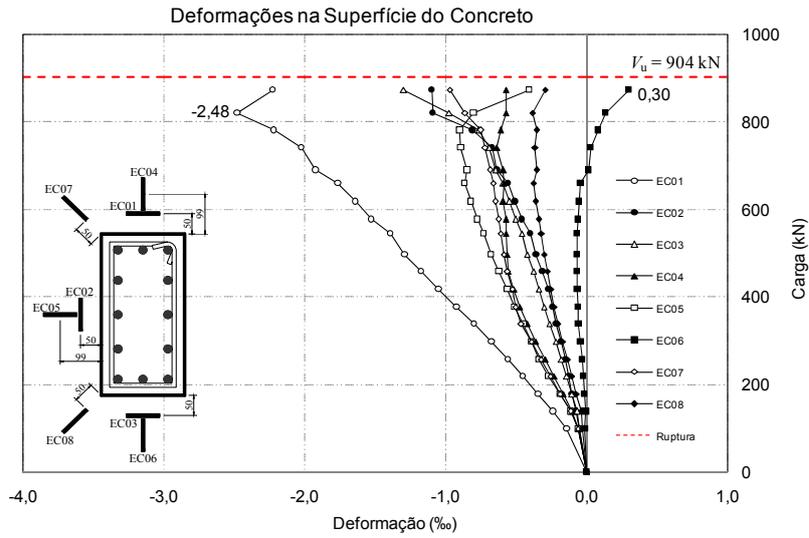


Figura 4.117 – Deformações na superfície do concreto da laje LS06.

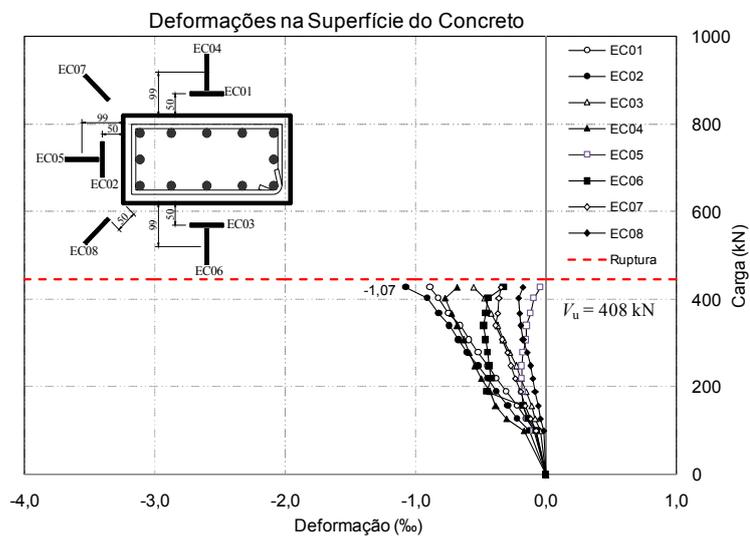


Figura 4.118 – Deformações na superfície do concreto da laje LW01.

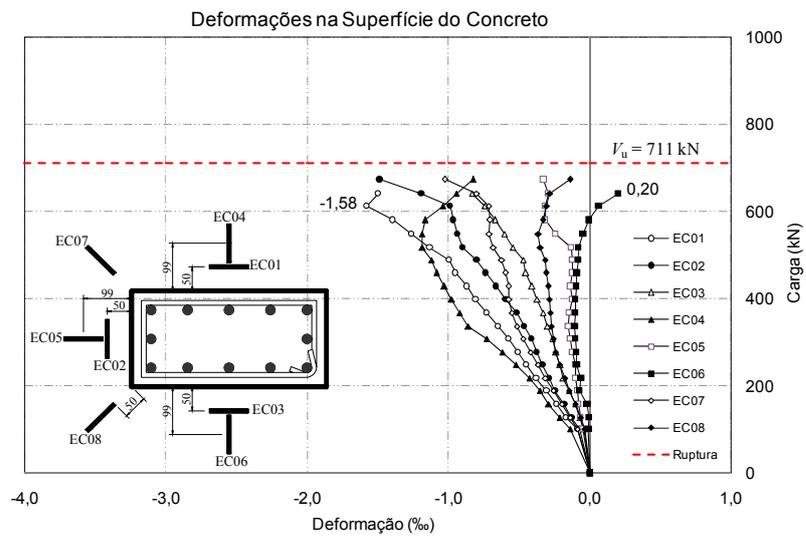


Figura 4.119 – Deformações na superfície do concreto da laje LW02.

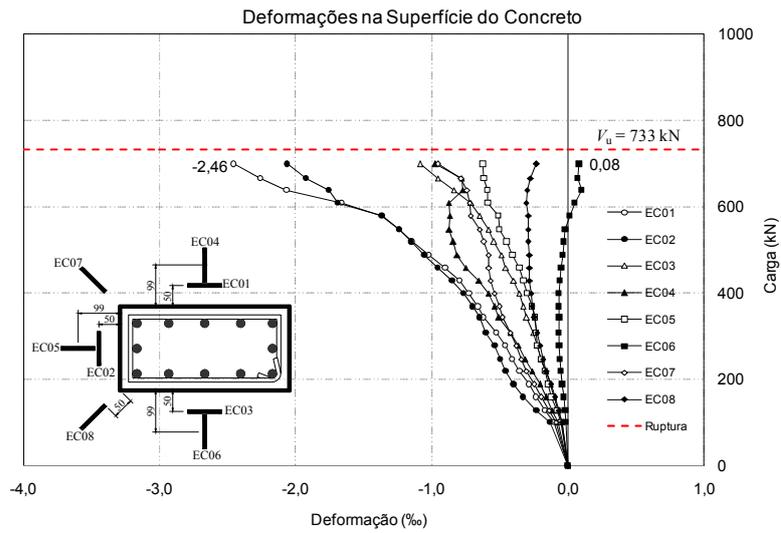


Figura 4.120 – Deformações na superfície do concreto da laje LW03.

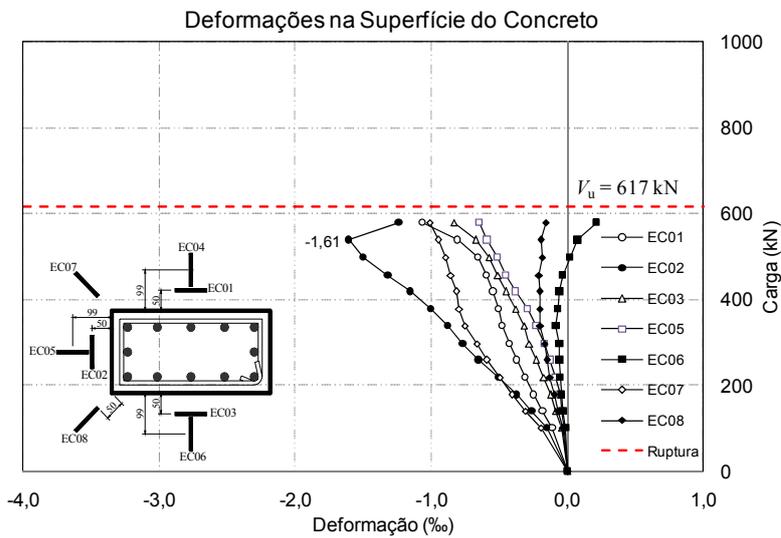


Figura 4.121 – Deformações na superfície do concreto da laje LW04.

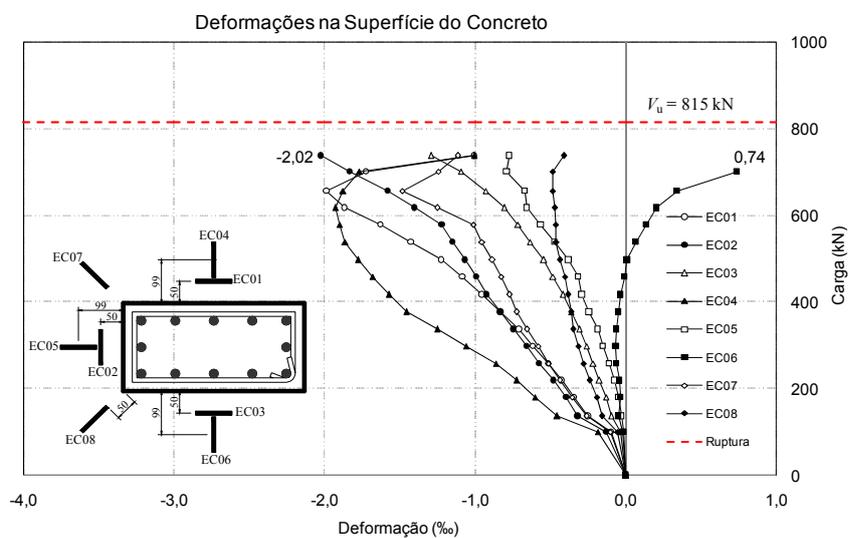


Figura 4.122 – Deformações na superfície do concreto da laje LW05.

Todas as lajes do tipo LN apresentaram comportamento semelhante em relação às deformações no concreto, sendo as maiores deformações observadas nos extensômetros tangencias (EC01, EC2 e EC03). Os demais extensômetros apresentaram deformação que em média tinham valores próximos à 0,60‰.

Todas as lajes do tipo LS também apresentaram um comportamento bastante semelhante, onde por conta da transferência de momento fletor para a ligação laje-pilar, as maiores deformações ocorreram sempre no extensômetro EC01 e as menores deformações sempre no extensômetro EC06. É importante ressaltar que nos casos das lajes LS02 e LS03, o extensômetro EC06 apresenta um alívio das deformações em regime de compressão chegando até mesmo a apresentar leituras de deformações de alongamento em níveis de carregamento próximos à ruptura.

As lajes LW apresentaram suas maiores deformações também nos extensômetros tangencias EC01 e EC02. As deformações máximas registradas nas lajes LW, foram significativamente menores em relação às outras séries. Isso se deve pelo fato desta ligação ser menos rígida em relação às lajes LS, e portanto, a intensidade do momento fletor transferido à ligação é menor.

Observa-se que em todas as lajes as deformações tangenciais desenvolveram-se em proporções diferentes das deformações radiais apresentando valores mais elevados. Para as lajes com carregamento excêntrico, em um estágio de carregamento em torno de 50 % da carga de ruptura, foi observado um alívio das deformações radiais, mais especificamente no extensômetro EC06, uma vez que sua intensidade começou a reduzir, chegando a passar de compressão para tração.

MUTTONI (2008) descreve que este fato pode ser explicado pela formação de uma configuração de uma biela do tipo “cotovelo”, devido ao surgimento da fissura crítica de cisalhamento, a qual altera a distribuição das tensões na região próxima ao pilar, conforme ilustrado na Figura 4.123 para um momento imediatamente anterior a ruptura por punção.

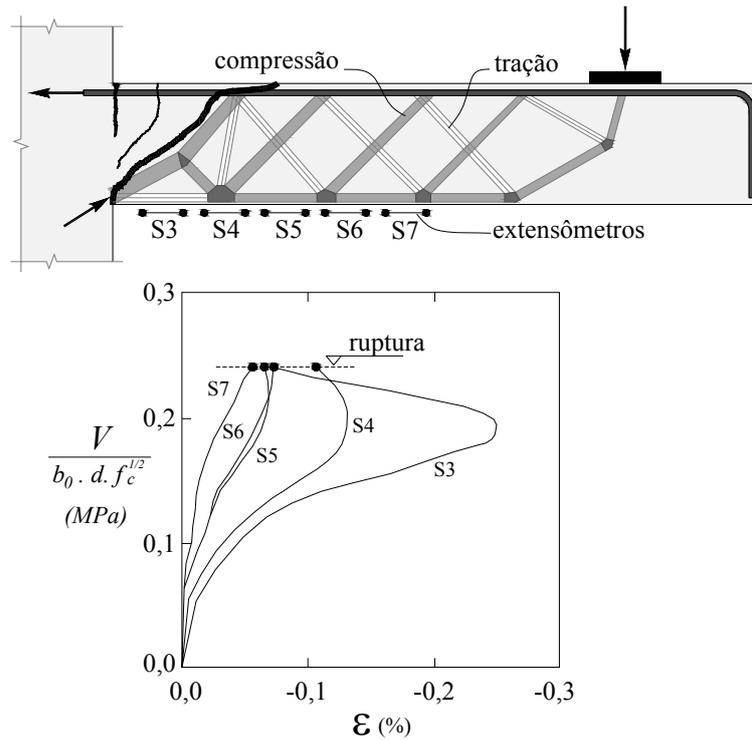


Figura 4.123 – Modelo de bielas e tirantes para ruptura por punção (MUTTONI *apud* FERREIRA, 2010)

#### 4.7 MAPA DE FISSURAÇÃO

No decorrer dos ensaios, o carregamento foi aplicado em passos de carga de 3, 4 ou 5 toneladas, dependendo do valor da carga última estimada. Após a aplicação de cada passo de carga, havia um intervalo para leitura dos deslocamentos, para aquisição de dados dos extensômetros e para o acompanhamento da fissuração nas lajes. O padrão de fissuração obtido em cada laje é apresentado da Figura 4.124 à Figura 4.137.



Figura 4.124 – Padrão de fissuração da laje LN01.

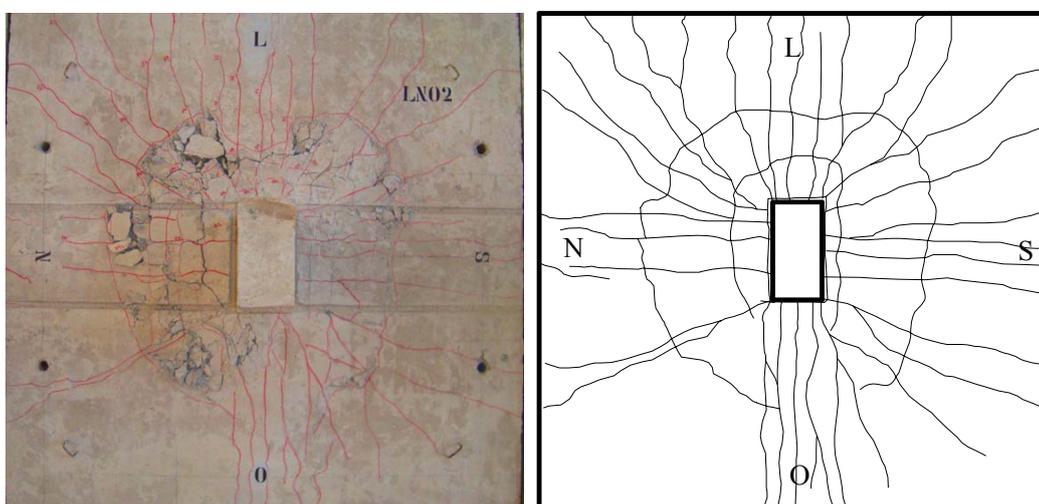


Figura 4.125 – Padrão de fissuração da laje LN02.

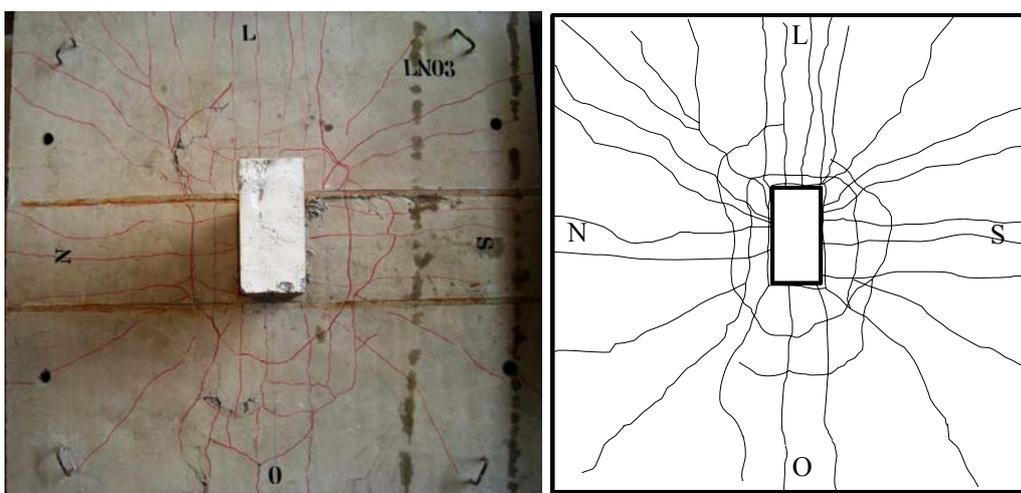


Figura 4.126 – Padrão de fissuração da laje LN03.

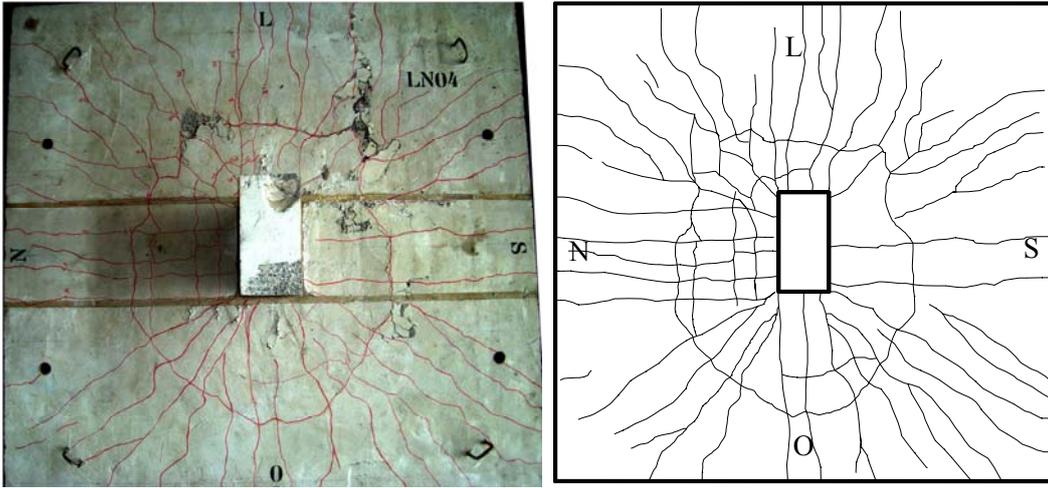


Figura 4.127 – Padrão de fissuração da laje LN04.

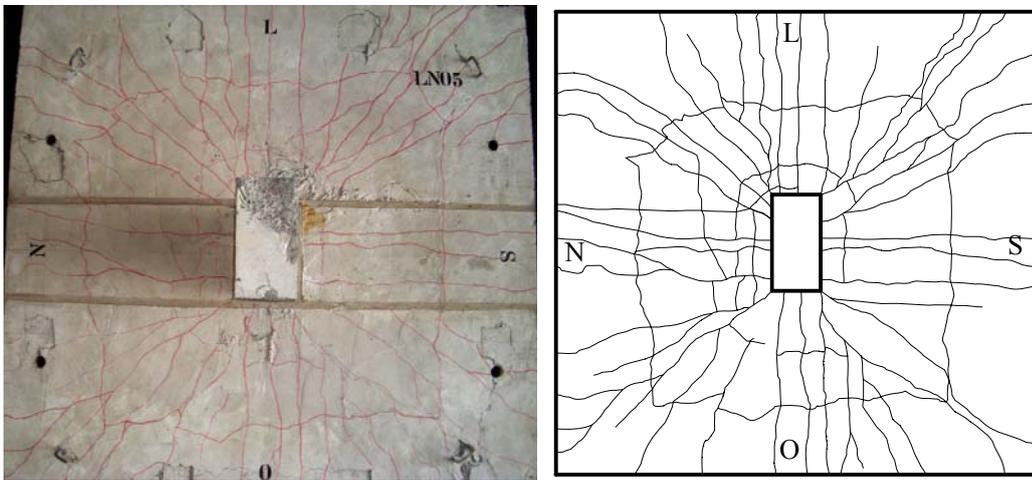


Figura 4.128 – Padrão de fissuração da laje LN05.

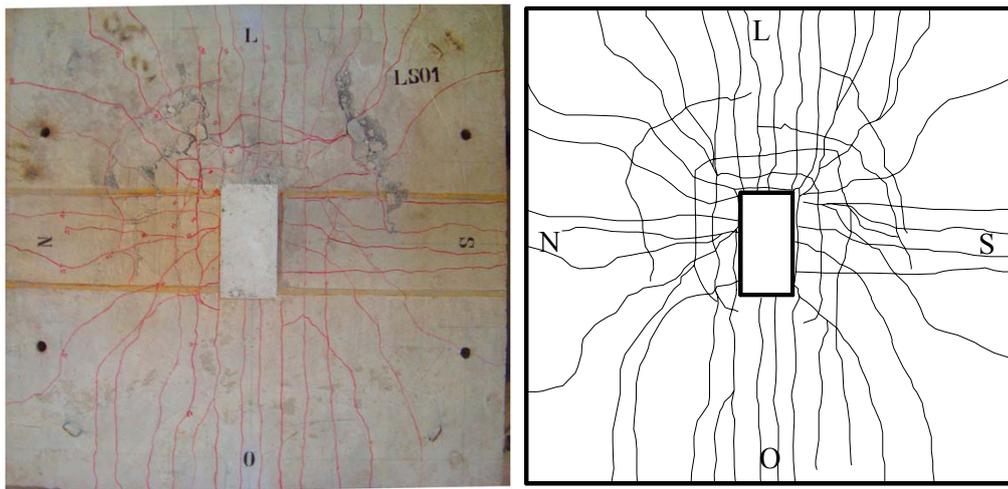


Figura 4.129 – Padrão de fissuração da laje LS01.

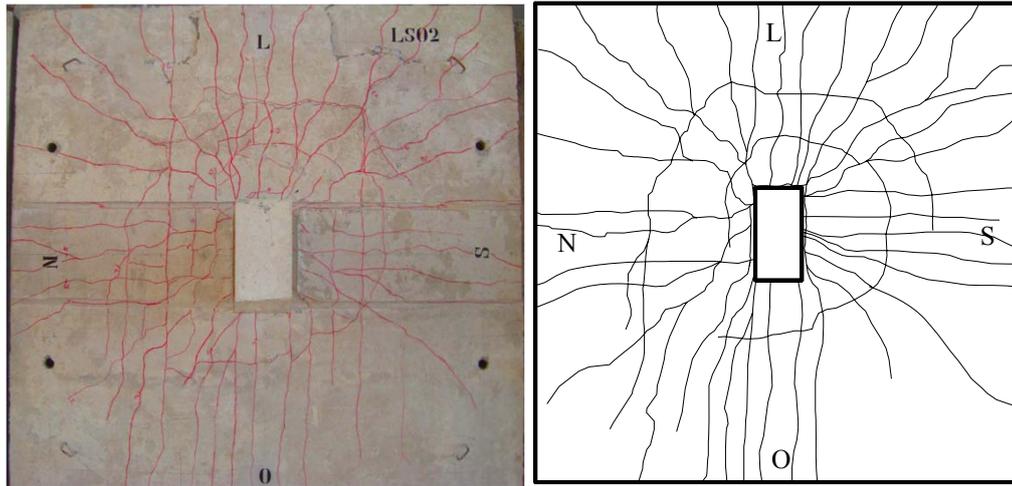


Figura 4.130 – Padrão de fissuração da laje LS02.

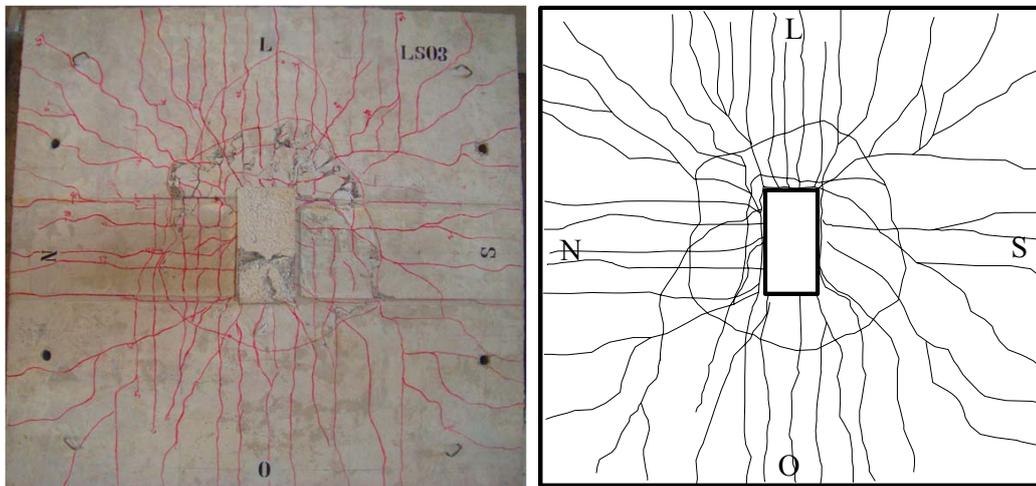


Figura 4.131 – Padrão de fissuração da laje LS03.

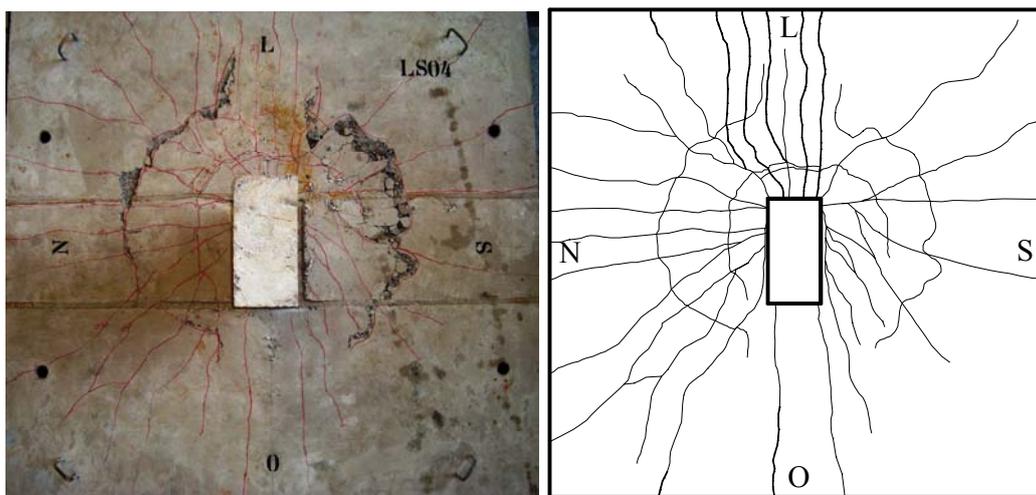


Figura 4.132 – Padrão de fissuração da laje LS04.

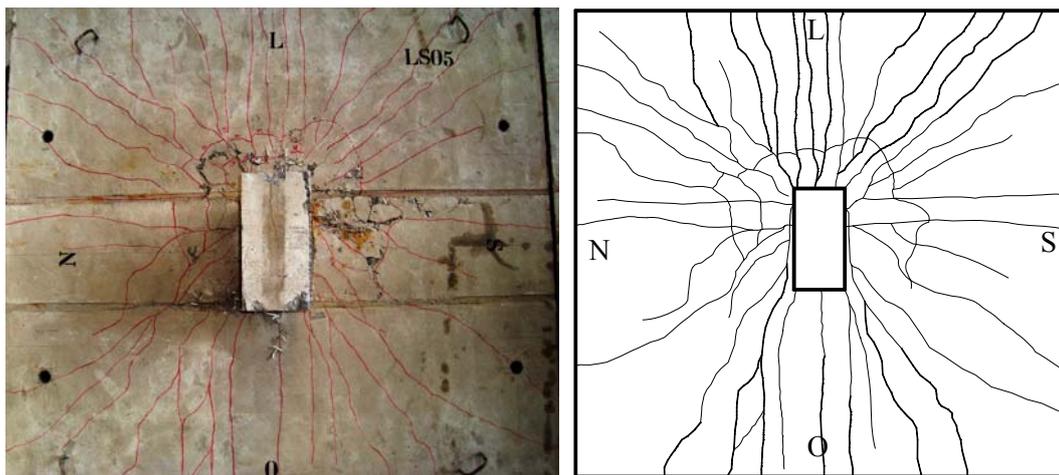


Figura 4.133 – Padrão de fissuração da laje LS05.

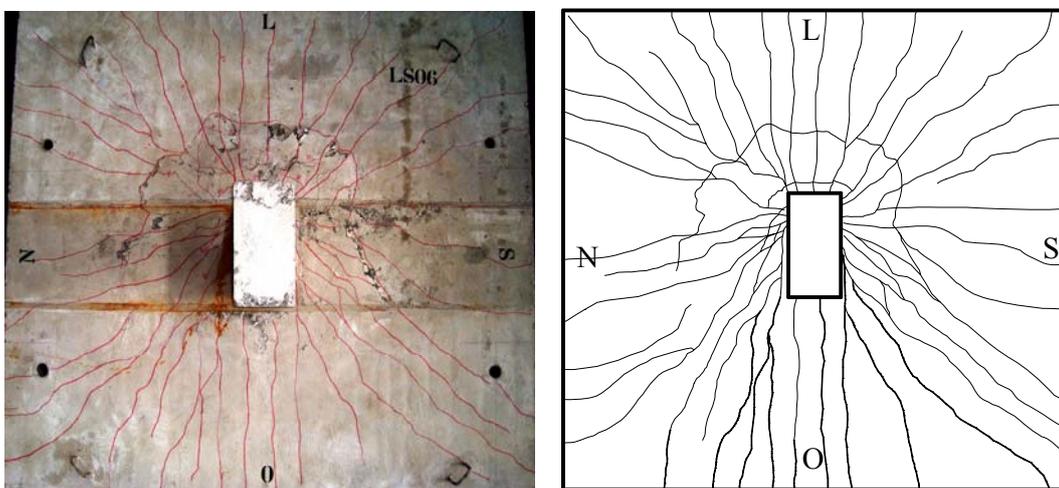


Figura 4.134 – Padrão de fissuração da laje LS06.

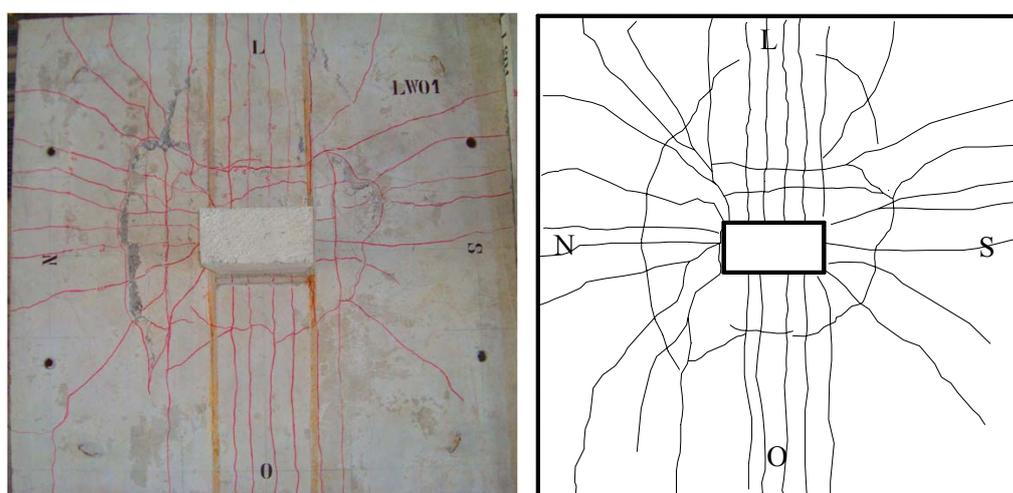


Figura 4.135 – Padrão de fissuração da laje LW01.

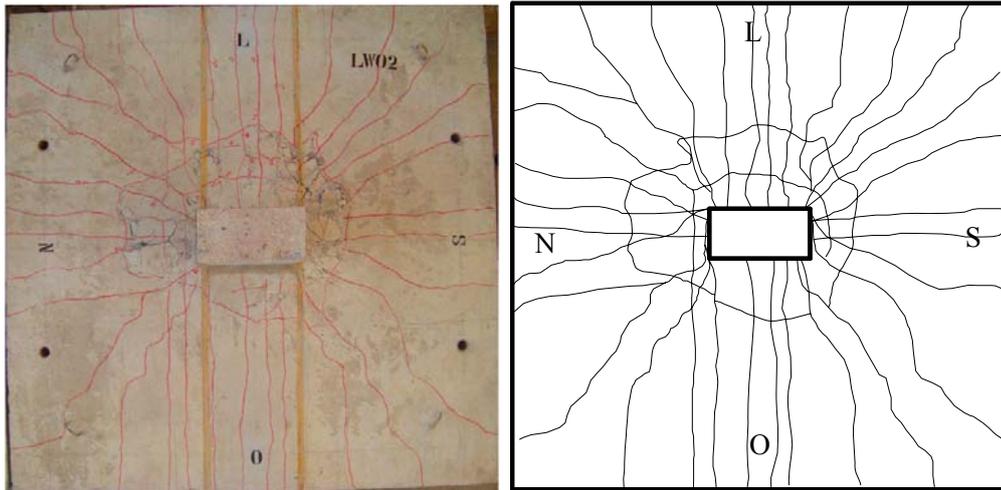


Figura 4.136 – Padrão de fissuração da laje LW02.

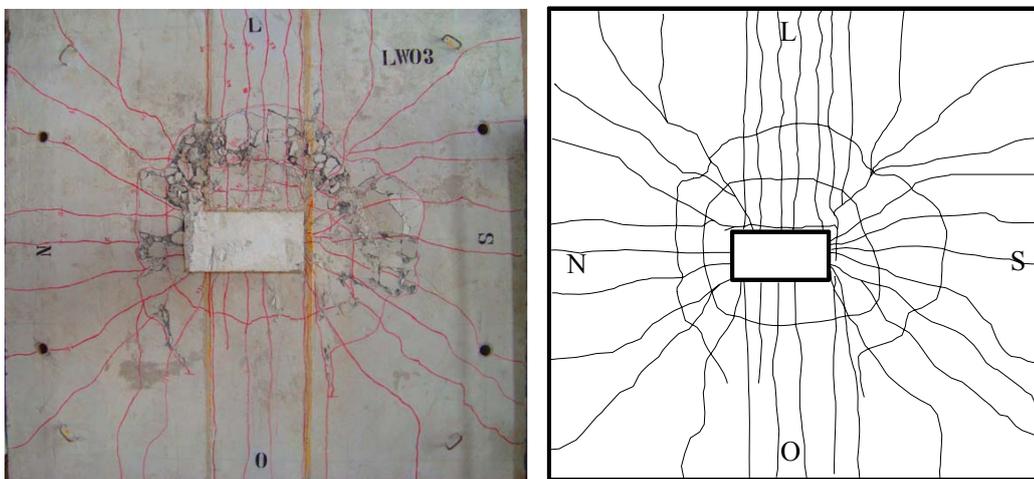


Figura 4.137 – Padrão de fissuração da laje LW03.

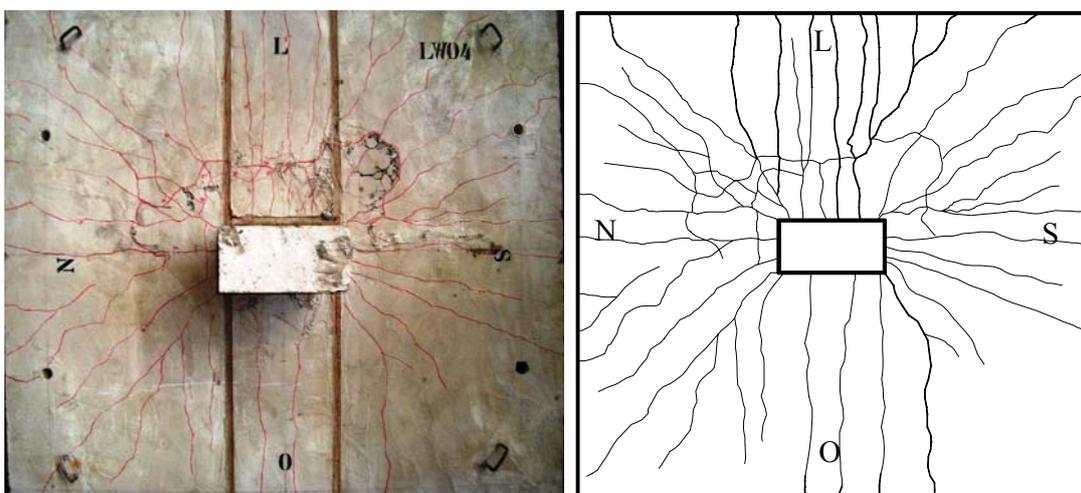


Figura 4.138 – Padrão de fissuração da laje LW04.

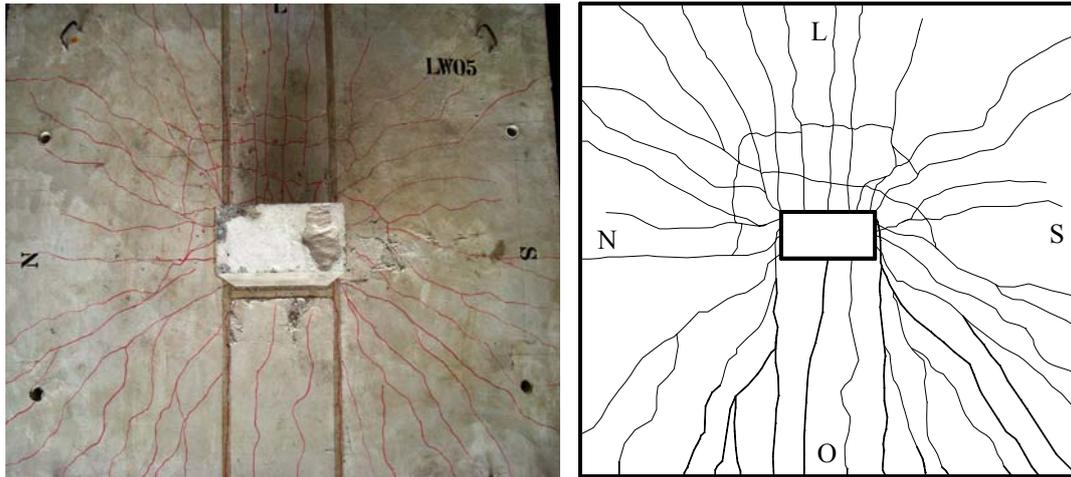


Figura 4.139 – Padrão de fissuração da laje LW05.

A Tabela 4.5 apresenta o valor das cargas em que ocorreram as primeiras fissuras radiais e tangenciais. É importante destacar que, como a marcação das fissuras foi realizada durante os intervalos de carregamento, o valor da carga lido como sendo de primeira fissura não é preciso; no entanto, serve para se ter uma noção do nível de carga em que ocorreram essas primeiras fissuras.

Tabela 4.5 – Cargas das primeiras fissuras radiais e tangenciais.

Série de Ensaio	Laje	1ª Fissura Radial		1ª Fissura Tangencial	
		$V_{fissuração}$ (kN)	% de $V_u$	$V_{fissuração}$ (kN)	% de $V_u$
1ª Série	LN01	100	9%	400	37%
	LN02	200	17%	400	35%
	LN03	150	19%	300	38%
	LN04	140	14%	220	23%
	LN05	100	9%	300	26%
2ª Série	LS01	120	28%	240	56%
	LS02	150	20%	450	59%
	LS03	180	23%	300	39%
	LS04	140	20%	---	---
	LS05	100	11%	380	41%
	LS06	100	11%	300	33%
3ª Série	LW01	150	34%	240	54%
	LW02	120	17%	240	34%
	LW03	120	16%	270	37%
	LW04	100	16%	180	29%
	LW05	100	12%	180	22%

<sup>(1)</sup> Leitura não realizada durante o ensaio

## 4.8 SUPERFÍCIES DE RUPTURA

Após a realização dos ensaios todas as lajes foram cortadas com o objetivo de identificar a posição e a inclinação de sua superfície de ruptura. Da Figura 4.140 à Figura 4.162, são apresentados os planos de corte de cada laje. Nas lajes com carregamento simétrico foi cortado apenas um quadrante para a visualização da superfície de ruptura, considerando que a simetria do carregamento aplicado reflete a simetria da superfície de ruptura. Já nas lajes com carregamento excêntrico, foi necessário retirar dois quadrantes das lajes a fim de avaliar a influência da transferência de momento na superfície de ruptura das lajes.

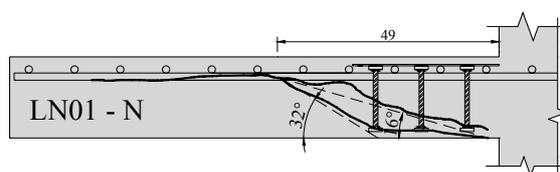
A avaliação da forma e posição da superfície de ruptura é de extrema importância para a determinação dos modos de ruptura de cada laje. As imagens permitem que seja visualizado se a ruptura ocorreu por punção, qual a inclinação do cone de punção e se a ruptura ocorreu dentro ou fora da região da armadura de cisalhamento. Porém, para determinar de forma mais precisa o modo de ruptura de cada laje, é necessário fazer uma análise das deformações no concreto, na armadura de flexão e na armadura de cisalhamento.



(a) – Vista do quadrante Nordeste



(b) – Seção transversal na direção Norte



(c) – Seção transversal na direção Leste

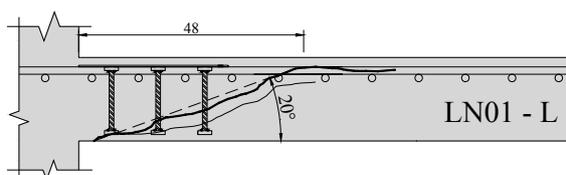
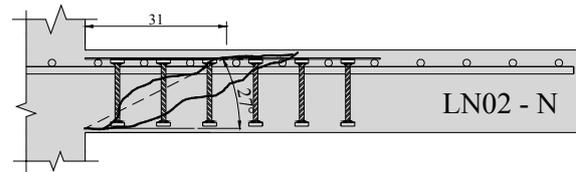


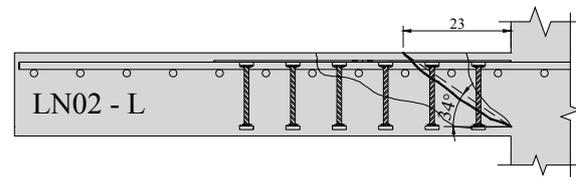
Figura 4.140 – Superfície de ruptura da laje da laje LN01 – Quadrante Nordeste (N-L)



(a) – Vista do quadrante Nordeste



(b) – Seção transversal na direção Norte

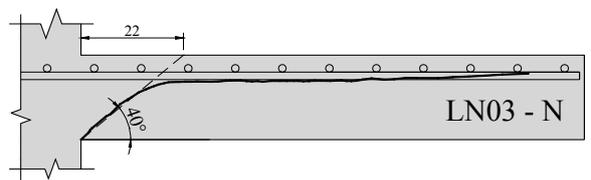


(c) – Seção transversal na direção Leste

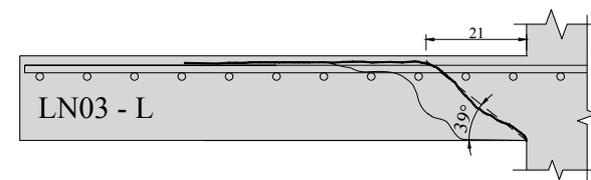
Figura 4.141 – Superfície de ruptura da laje da laje LN02 – Quadrante Nordeste (N-L)



(a) – Vista do quadrante Nordeste



(b) – Seção transversal na direção Norte

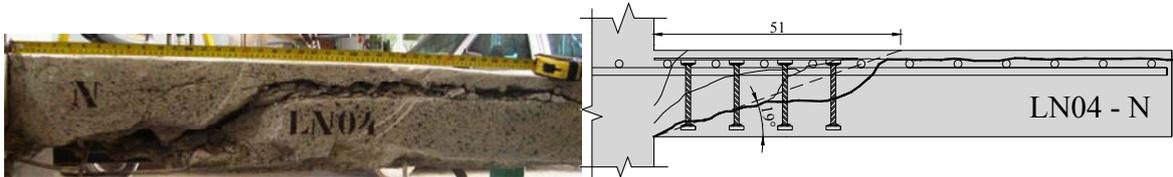


(c) – Seção transversal na direção Leste

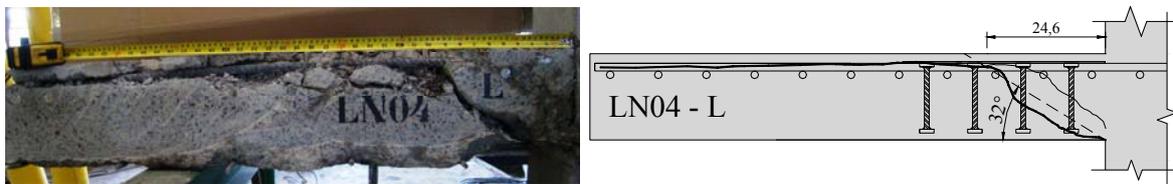
Figura 4.142 – Superfície de ruptura da laje da laje LN03 – Quadrante Nordeste (N-L)



(a) – Vista do quadrante Nordeste



(b) – Seção transversal na direção Norte

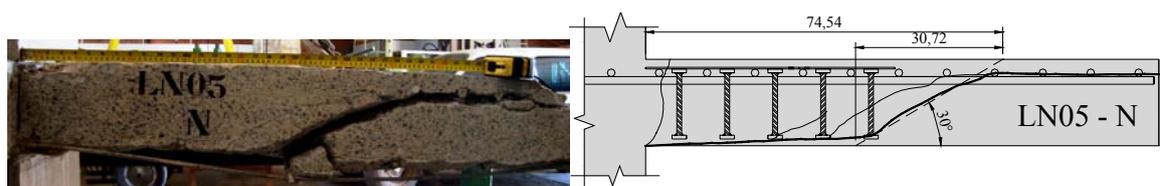


(c) – Seção transversal na direção Leste

Figura 4.143 – Superfície de ruptura da laje da laje LN04 – Quadrante Nordeste (N-L)



(a) – Vista do quadrante Nordeste



(b) – Seção transversal na direção Norte



(c) – Seção transversal na direção Leste

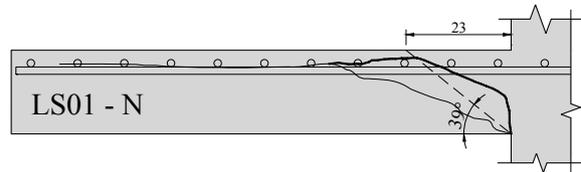
Figura 4.144 – Superfície de ruptura da laje da laje LN05 – Quadrante Nordeste (N-L)



(a) – Vista do quadrante Noroeste



(b) – Seção transversal na direção Norte



(c) – Seção transversal na direção Oeste

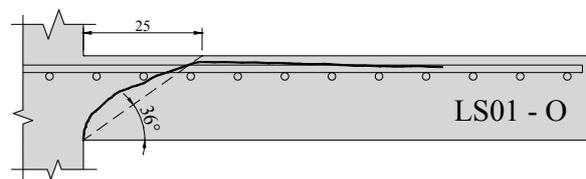


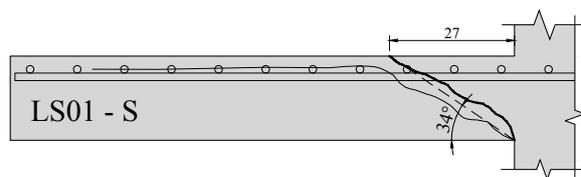
Figura 4.145 – Superfície de ruptura da laje da laje LS01 – Quadrante Noroeste (N-O)



(a) – Vista do quadrante Sudeste



(b) – Seção transversal na direção Sul



(c) – Seção transversal na direção Leste

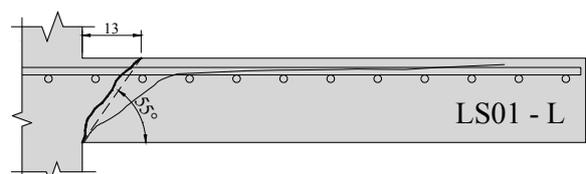


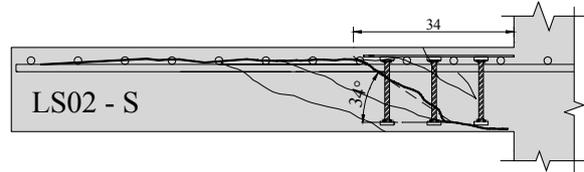
Figura 4.146 – Superfície de ruptura da laje da laje LS01 – Quadrante Sudeste (S-L)



(a) – Vista do quadrante Sudeste



(b) – Seção transversal na direção Sul



(c) – Seção transversal na direção Leste

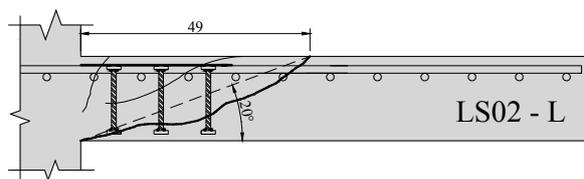
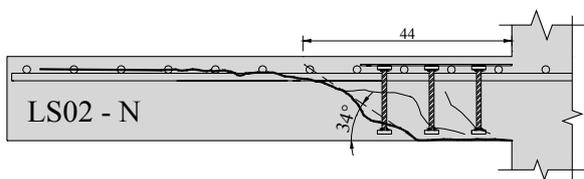


Figura 4.147 – Superfície de ruptura da laje da laje LS02 – Quadrante Sudeste (S-L)



(a) – Seção transversal na direção Norte



(b) – Seção transversal na direção Oeste

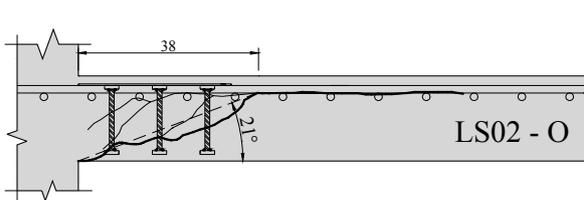


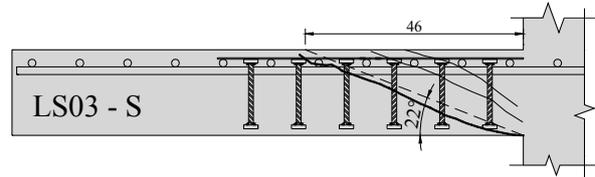
Figura 4.148 – Superfície de ruptura da laje da laje LS02 – Quadrante Noroeste (N-O)



(a) – Vista do quadrante Sudeste



(b) – Seção transversal na direção Sul



(c) – Seção transversal na direção Leste

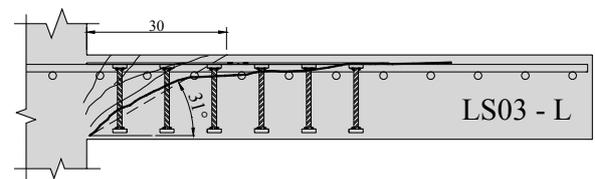
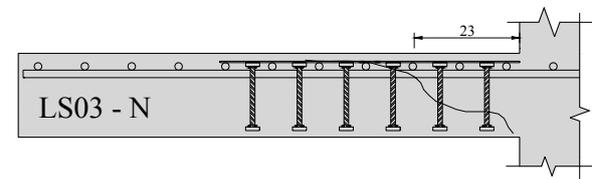


Figura 4.149 – Superfície de ruptura da laje da laje LS03 – Quadrante Sudeste (S-L)



(a) – Seção transversal na direção Norte



(b) – Seção transversal na direção Oeste

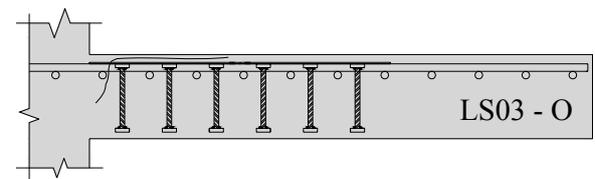


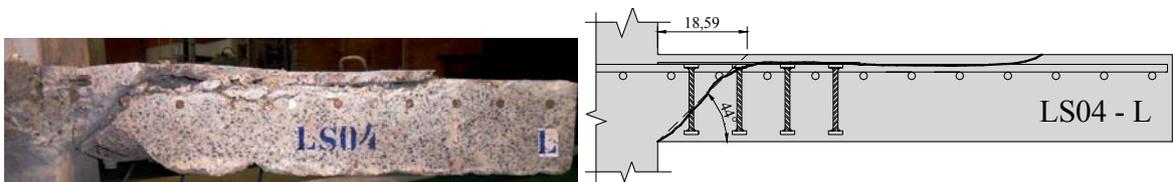
Figura 4.150 – Superfície de ruptura da laje da laje LS03 – Quadrante Noroeste (N-O)



(a) – Vista do quadrante Sudeste



(b) – Seção transversal na direção Sul

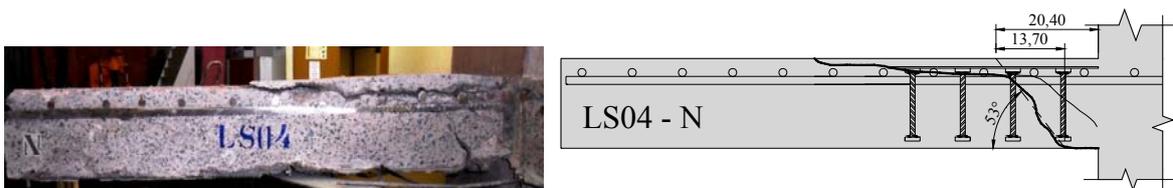


(c) – Seção transversal na direção Leste

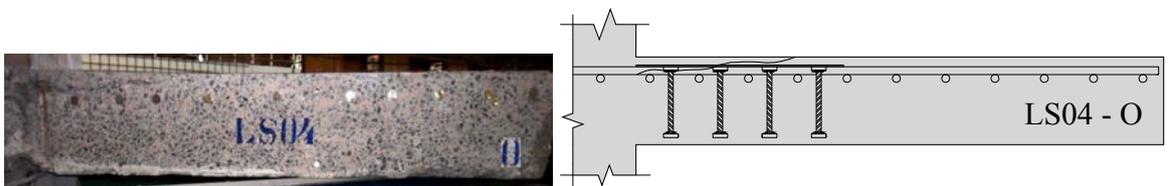
Figura 4.151 – Superfície de ruptura da laje da laje LS04 – Quadrante Sudeste (S-L)



(a) – Vista do quadrante Noroeste



(b) – Seção transversal na direção Norte



(c) – Seção transversal na direção Oeste

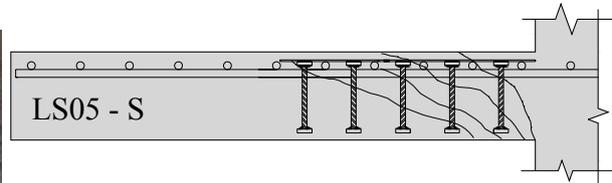
Figura 4.152 – Superfície de ruptura da laje da laje LS04 – Quadrante Noroeste (N-O)



(a) – Vista do quadrante Sudeste



(b) – Seção transversal na direção Sul



(c) – Seção transversal na direção Leste

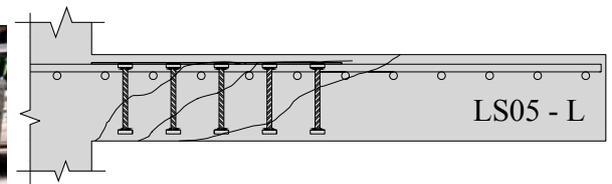


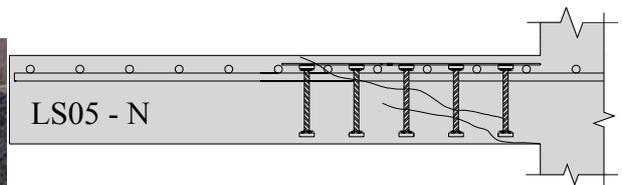
Figura 4.153 – Superfície de ruptura da laje da laje LS05 – Quadrante Sudeste (S-L)



(a) – Vista do quadrante Noroeste



(b) – Seção transversal na direção Norte



(c) – Seção transversal na direção Oeste

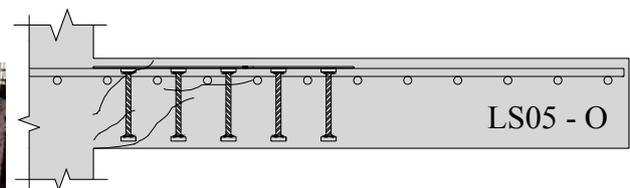


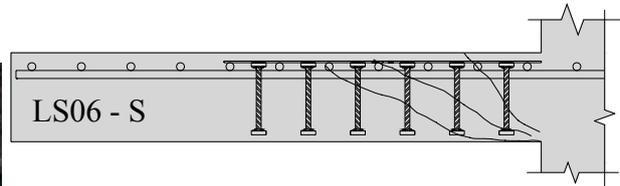
Figura 4.154 – Superfície de ruptura da laje da laje LS05 – Quadrante Noroeste (N-O)



(a) – Vista do quadrante Sudeste



(b) – Seção transversal na direção Sul



(c) – Seção transversal na direção Leste

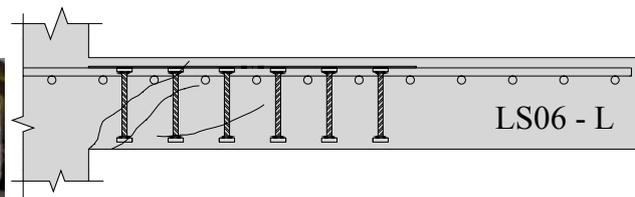


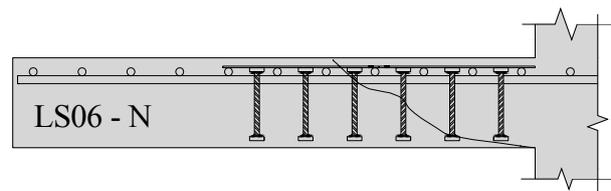
Figura 4.155 – Superfície de ruptura da laje da laje LS06 – Quadrante Sudeste (S-L)



(a) – Vista do quadrante Noroeste



(b) – Seção transversal na direção Norte



(c) – Seção transversal na direção Oeste

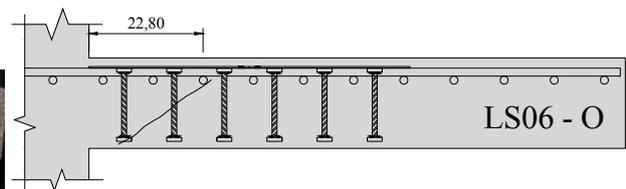


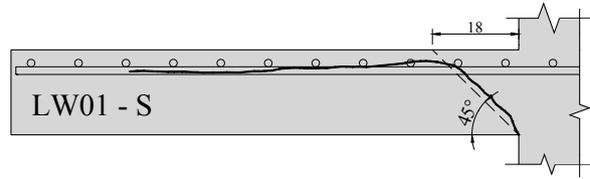
Figura 4.156 – Superfície de ruptura da laje da laje LS06 – Quadrante Noroeste (N-O)



(a) – Vista do quadrante Sudeste



(b) – Seção transversal na direção Sul



(c) – Seção transversal na direção Leste

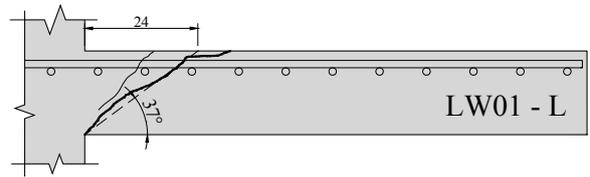


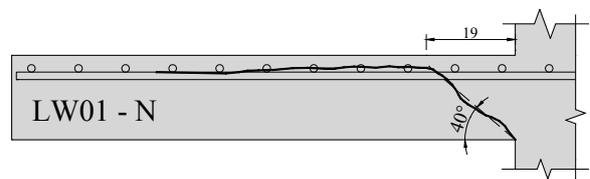
Figura 4.157 – Superfície de ruptura da laje da laje LW01 – Quadrante Sudeste (S-L)



(a) – Vista do quadrante Noroeste



(b) – Seção transversal na direção Norte



(c) – Seção transversal na direção Oeste

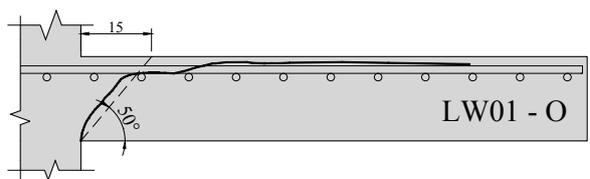


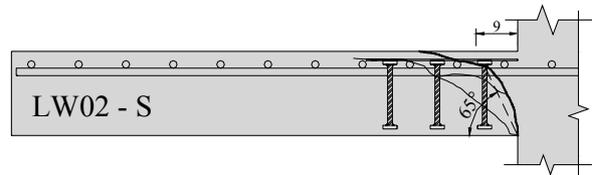
Figura 4.158 – Superfície de ruptura da laje da laje LW01 – Quadrante Noroeste (N-O)



(a) – Vista do quadrante Sudeste



(b) – Seção transversal na direção Sul



(c) – Seção transversal na direção Leste

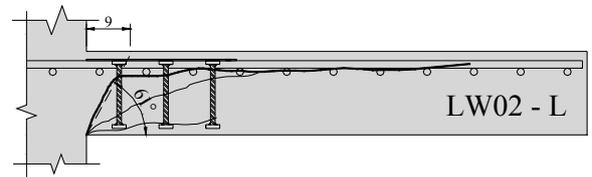


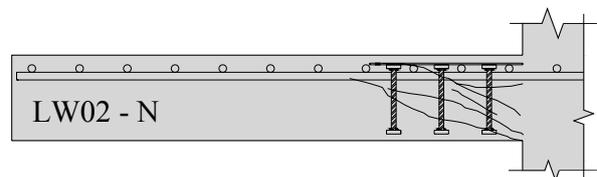
Figura 4.159 – Superfície de ruptura da laje da laje LW01 – Quadrante Sudeste (S-L)



(a) – Vista do quadrante Noroeste



(b) – Seção transversal na direção Norte



(c) – Seção transversal na direção Oeste

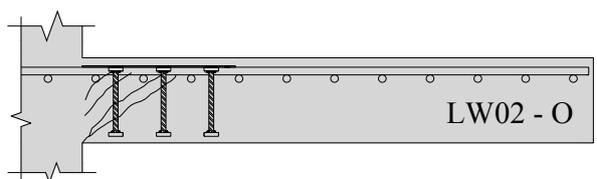


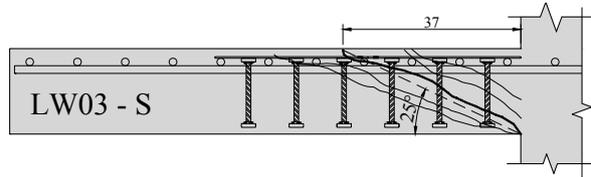
Figura 4.160 – Superfície de ruptura da laje da laje LW02 – Quadrante Noroeste (N-O)



(a) – Vista do quadrante Sudeste



(b) – Seção transversal na direção Sul



(c) – Seção transversal na direção Leste

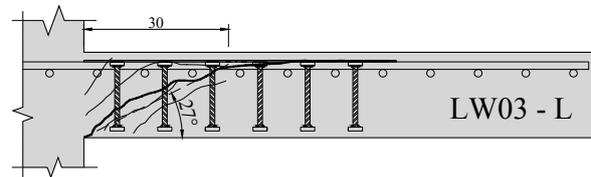


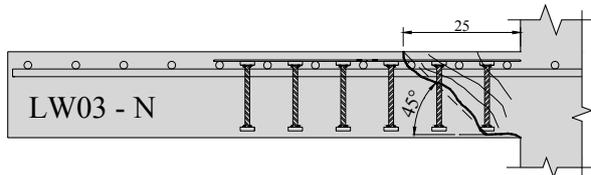
Figura 4.161 – Superfície de ruptura da laje da laje LW03 – Quadrante Sudeste (S-L)



(a) – Vista do quadrante Noroeste



(b) – Seção transversal na direção Norte



(c) – Seção transversal na direção Oeste

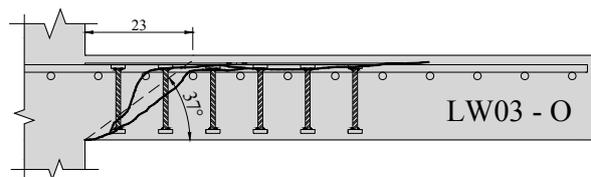
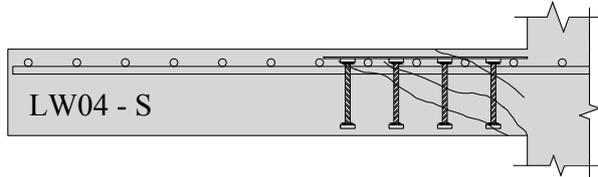


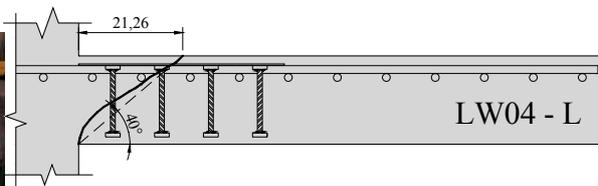
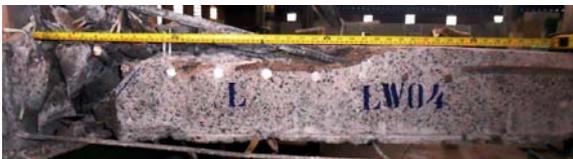
Figura 4.162 – Superfície de ruptura da laje da laje LW03 – Quadrante Noroeste (N-O)



(a) – Vista do quadrante Sudeste



(b) – Seção transversal na direção Sul

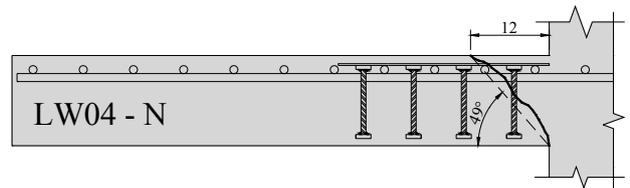


(c) – Seção transversal na direção Leste

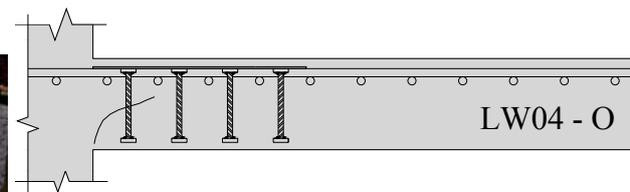
Figura 4.163 – Superfície de ruptura da laje da laje LW04 – Quadrante Sudeste (S-L)



(a) – Vista do quadrante Noroeste



(b) – Seção transversal na direção Norte



(c) – Seção transversal na direção Oeste

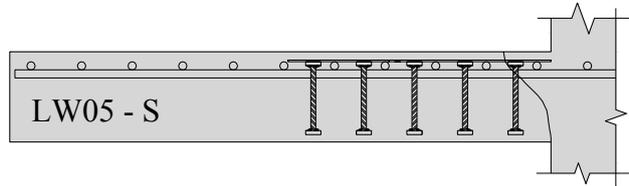
Figura 4.164 – Superfície de ruptura da laje da laje LW04 – Quadrante Noroeste (N-O)



(a) – Vista do quadrante Sudeste



(b) – Seção transversal na direção Sul



(c) – Seção transversal na direção Leste

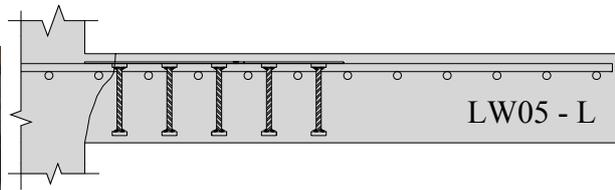


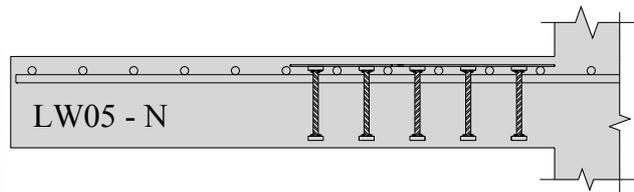
Figura 4.165 – Superfície de ruptura da laje da laje LW05 – Quadrante Sudeste (S-L)



(a) – Vista do quadrante Noroeste



(b) – Seção transversal na direção Norte



(c) – Seção transversal na direção Oeste

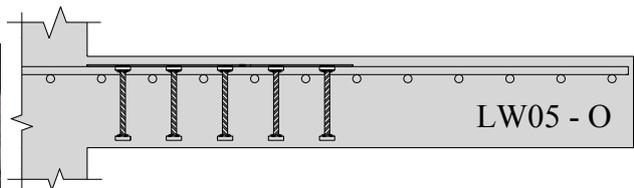


Figura 4.166 – Superfície de ruptura da laje da laje LW05 – Quadrante Noroeste (N-O)

#### 4.9 CLASSIFICAÇÃO DOS MODOS DE RUPTURA

Neste item serão apresentados os critérios de determinação dos modos de ruptura das lajes. É comumente admitido pela grande maioria dos autores que existem três modos de ruptura para lajes lisas em concreto armado: Punção, Flexão e Flexo-Punção. O modo de ruptura denominado punção é determinado pelo critério básico da observação do cone de punção na superfície de ruptura, e também pela constatação do não escoamento nas barras da armadura de flexão, bem como deformações relativamente baixas da superfície inferior do concreto. Já para a ruptura por flexão, admite-se no caso teórico de um elemento de laje isolado axissimétrico, que a capacidade resistente máxima da armadura de flexão ocorre quando o raio da região na qual a armadura de flexão escoou é igual ao raio do carregamento. Para uma ruptura por esmagamento do concreto, ocorre no momento em que a deformação na superfície inferior da laje atinge a deformação última de compressão no concreto  $\epsilon_{cu}$ , a qual é definida pela NBR 6118 (2007) como 3,5‰ .

Para a determinação do modo de ruptura como flexo-punção, será considerado o mesmo critério estabelecido por FERREIRA (2010). O autor estabeleceu que a ruptura por flexo-punção é caracterizada para lajes em que o cone de punção foi identificado, porém foram registradas deformações no concreto iguais ou superiores a 80% de  $\epsilon_{cu}$  ( $\epsilon_{c,max} \geq 2,80\%$ ) e/ou onde as barras de flexão tracionadas atingirem um raio de escoamento  $r_{ys} \geq 5,83.d$ . Este raio representa uma faixa com largura igual ou superior a 80% do vão efetivo da laje. A Figura 4.167 apresenta a posição do raio de escoamento  $r_{ys}$  e os limites das deformações estabelecidos por FERREIRA (2010) na determinação do modo de ruptura.

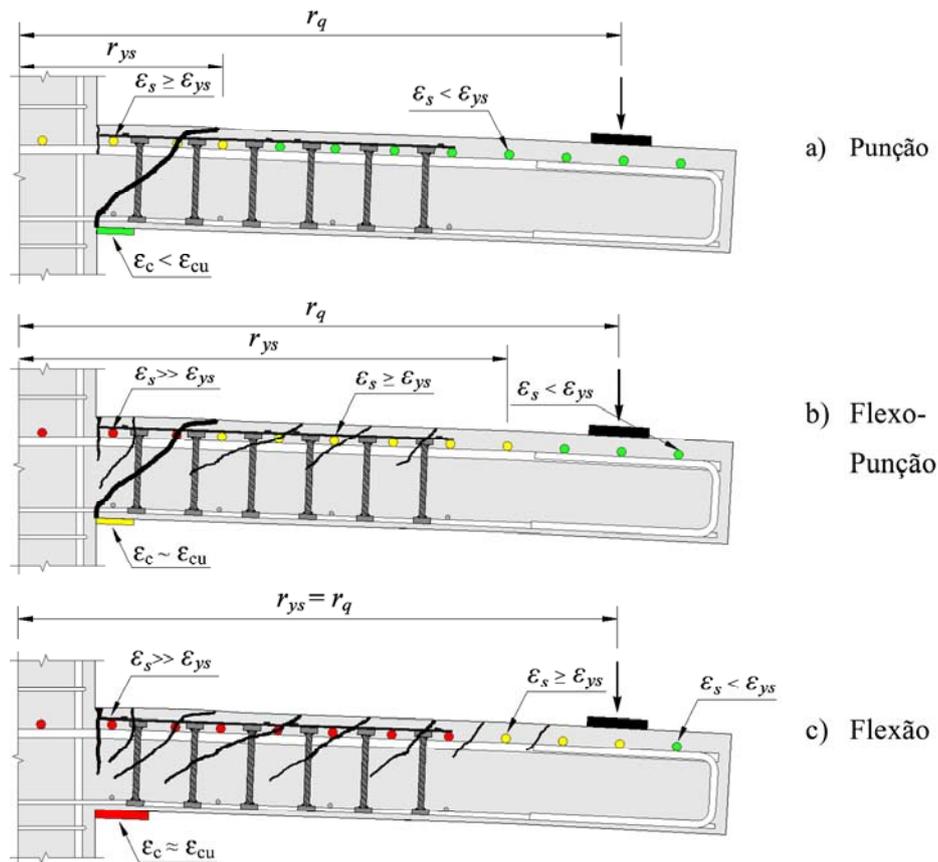


Figura 4.167 – Critérios para determinação do modo de ruptura das lajes de acordo com FERREIRA (2010)

Fazendo uso dos critérios apresentados anteriormente a Tabela 4.6 mostra os modos de ruptura de cada laje. Uma ressalva deve ser feita para a determinação do modo de ruptura da laje LW05, que não apresentou a formação do cone de punção em sua ruptura (ver Figura 4.165 e Figura 4.166), tendo desenvolvido apenas fissuras muito discretas. Este fato leva a um forte indício de ruptura por flexão, no entanto, de acordo com os critérios estabelecidos, nem o limite de deformação no concreto nem o limite de deformação da armadura de flexão foram ultrapassados, e assim o critério de ruptura da laje LW05 foi determinado através da avaliação de fotos do ensaio que indicaram que houve esmagamento do concreto na superfície inferior da laje. A Figura 4.168 mostra que a região onde houve concentração de tensões de compressão devido à transferência do momento fletor, gerou esmagamento na parte inferior da laje e em uma pequena porção do pilar e a mesma imagem mostra uma fissura causada por tração na outra face do pilar, deixando bastante evidente o efeito da transferência de momento na ligação laje-pilar.

Tabela 4.6 – Determinação do modo de ruptura.

Série de Ensaio	Lajes	Comportamento à Flexão		Superfície de Ruptura	Modo de Ruptura
		$\varepsilon_{c,max}$ (‰)	$r_{ys}$		
1ª Série	LN01	-2,83	3,15.d	out	Flexo-Punção
	LN02	-3,32	2,55.d	in	Flexo-Punção
	LN03	-1,33	0*	---	Punção
	LN04	-2,07	0*	in	Punção
	LN05	-2,72	4,47.d	out	Punção
2ª Série	LS01	-1,32	0*	---	Punção
	LS02	-2,93	2,12.d	in	Flexo-Punção
	LS03	-2,66	1,94.d	in	Punção
	LS04	-2,10	2,34.d	in	Punção
	LS05	-2,01	3,91.d	in	Punção
	LS06	-2,48	3,35.d	in	Flexo-Punção
3ª Série	LW01	-1,07	0*	---	Punção
	LW02	-1,58	3,15.d	in	Punção
	LW03	-2,46	3,77.d	in	Punção
	LW04	-1,61	1,53.d	in	Punção
	LW05	-2,02	5,10.d	f/c	Flexão

Obs.:  
 $\varepsilon_{c,max}$  é a deformação máxima na superfície de concreto registrada durante o ensaio;  
 $r_{ys}$  é o raio da laje no qual a armadura de flexão atingiu a tensão de escoamento;  
 \* laje em que nenhuma das barras da armadura de flexão chegou ao escoamento.  
 f/c ruptura por compressão na flexão.



Figura 4.168 – Esmagamento do concreto na superfície inferior da laje LW05.

Nota-se que os valores apresentados para os raios de escoamento  $r_{ys}$ , à exceção da laje LW05, estão bem distantes do limite de 5,83.d. Isso mostra que de um modo geral a maioria das lajes apresentou comportamento pouco dúctil. Esse comportamento pode ter como um dos seus motivos a forma retangular dos pilares que faz com que haja concentrações de tensões em seus cantos, levando à ruptura por punção mais facilmente.

## 5 - ANÁLISE DOS RESULTADOS

Esse capítulo pretende avaliar a precisão de alguns dos principais métodos teóricos disponíveis para a estimativa da resistência à punção de lajes lisas em concreto armado. A metodologia aplicada foi a comparação de resultados de ensaios experimentais com os resultados teóricos disponíveis na literatura. Foram analisadas duas situações de projeto de lajes lisas em concreto armado. A primeira situação é o caso de lajes armadas com armadura de cisalhamento e submetidas a carregamento simétrico, denominado aqui de CASO 1. Depois foram analisados os casos de lajes armadas com armadura de cisalhamento e submetidas a carregamento excêntrico com transferência de momentos na ligação laje-pilar e denominado de CASO 2.

Para a situação específica das lajes com armaduras de cisalhamento e transferência de momento, é importante salientar que existem poucos resultados experimentais disponíveis na literatura. Por este motivo, além de lajes armadas com armadura de cisalhamento do tipo *double-headed studs*, optou-se também por analisar lajes armadas com armadura de cisalhamento do tipo estribo aberto e fechado. Os métodos teóricos escolhidos para essa análise foram as recomendações das normas NBR 6118 (2007), Eurocode 2 (2004) e o ACI 318M (2008). Utilizou-se também a Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento (TFCC) com diferentes níveis de precisão, fazendo uso do método simplificado e do método completo, conforme apresentado por MUTTONI (2008) e RUIZ e MUTTONI (2009) que são respectivamente denominados de TFCCsimp. e TFCCaver.

## 5.1 CASO 1 - ANÁLISE DAS LAJES COM ARMADURA DE CISALHAMENTO E COM CARREGAMENTO SIMÉTRICO

Os resultados apresentados e avaliados neste capítulo são oriundos da criação de um banco de dados que conta, além dos resultados desta pesquisa, com os resultados de diversos outros autores que estudaram o caso de lajes lisas com armadura de cisalhamento e submetidas a carregamento simétrico. Na seleção das lajes para a criação do banco de dados, buscou-se resultados de lajes com características semelhantes às das lajes desta pesquisa. Porém, o critério mais importante foi o tipo de armadura de cisalhamento empregado, optando-se por utilizar apenas aqueles com armadura de cisalhamento do tipo *double-headed stud*, ou qualquer outro tipo de armadura que possuísse comportamento mecânico e condições de ancoragem semelhantes a este.

O banco de dados é formado por uma seleção com quarenta e cinco lajes, sendo cinco pertencentes a esta pesquisa e as demais pertencente a outras sete pesquisas. Todos os autores executaram em suas séries de ensaio, lajes de referência (sem armadura de cisalhamento) a fim de compará-las com as lajes com armadura de cisalhamento. Das lajes ensaiadas por FERREIRA (2010), três lajes possuíam armadura de cisalhamento e uma laje serviu como referência. A série de ensaios deste autor é importante, pois possuía as mesmas características geométricas das lajes desta pesquisa e também apresenta resultados com um número de camadas da armadura de cisalhamento inferior aos ensaiados neste trabalho.

As lajes ensaiadas por REGAN (2009) não foram publicadas em mídia científica de acesso público, tendo estes resultados sido repassados através de correspondência pessoal com o autor. Das lajes ensaiadas por BIRKLE (2004), nove lajes possuíam armadura de cisalhamento e três lajes serviram como referência. As lajes deste autor são importantes devido a elevada espessura que possuíam, fornecendo resultados valiosos com relação ao *size effect*. As lajes ensaiadas por REGAN e SAMADIAN (2001), também não incluíam laje de referência sendo seis lajes com armadura de cisalhamento.

Das lajes ensaiadas por GOMES e REGAN (1999), dez possuíam armadura de cisalhamento e uma laje serviu como referência. Ambos os trabalhos tinham o objetivo de

analisar a ruptura fora da região das armaduras de cisalhamento e também lajes com menor taxa de armadura de cisalhamento por camada. Na série de ensaios de GOMES e REGAN (1999), há de se fazer uma consideração; a armadura de cisalhamento utilizada por estes autores era composta por perfis I, enquanto todas as demais armaduras utilizadas eram do tipo *double-headed studs*. Das lajes ensaiadas por CORDOVIL (1995), três lajes possuíam armadura de cisalhamento e uma laje serviu como referência, as lajes deste autor fornecem resultados para pequenas espessuras e para a utilização de taxas de armadura de cisalhamento relativamente baixas.

Com o objetivo de proporcionar melhor entendimento das análises aqui propostas, foi estabelecido um critério de avaliação dos resultados obtidos pelas estimativas das normas para a relação  $V_u/V_{Norma}$  (sendo  $V_u$  a carga última de ensaio e  $V_{Norma}$  a carga última estimada pela norma). A Tabela 5.1 apresenta os critérios de avaliação dos valores médios da relação  $V_u/V_{Norma}$  para o CASO 1, buscando estabelecer níveis de rendimento dos resultados das normas. Nota-se que o limite inferior de segurança apresentado na Tabela 5.1 apresenta uma margem de resultados contra à segurança de até 5%. A Tabela 5.2 apresenta as principais características das lajes com armadura de cisalhamento e submetidas a carregamento simétrico.

Os resultados apresentados a seguir servem para uma avaliação crítica e qualitativa das prescrições normativas. Da Tabela 5.3 à Tabela 5.6 são apresentadas as cargas últimas de ensaio e uma comparação com as cargas últimas estimadas por cada uma das normas, seguida de uma avaliação estatística através da média e o coeficiente de variação destes valores.

Tabela 5.1 – Critérios de avaliação  $V_u/V_{Norma}$  para o CASO 1.

<b>Critério de Avaliação</b>	<b>Classificação</b>
$V_u/V_{Norma} < 0,95$	Inseguro
$0,95 \leq V_u/V_{Norma} \leq 1,15$	Preciso
$1,15 < V_u/V_{Norma} \leq 1,30$	Satisfatório
$V_u/V_{Norma} > 1,30$	Conservador

Tabela 5.2 – Características das lajes do CASO 1

Autor	Laje	$d$ (mm)	$c$ (mm)	$\rho$ (%)	$\varnothing_w$ (mm)	Nº. de Linhas	$A_{sw}$ / camada (mm <sup>2</sup> )	Nº. de Camadas	$s_0$ (mm)	$s_r$ (mm)	$f_c$ (MPa)	$f_{ys}$ (MPa)	$E_{s,f}$ (GPa)	$f_{ys,w}$ (MPa)	$E_{s,w}$ (GPa)	$d_g$ (mm)
Oliveira (2013)	LN01	143	200/400	1,58	8	14	704	3	70	100	55	578	203	573	201	9,5
	LN02	143	200/400	1,58	8	14	704	6	70	100	54	578	203	573	201	9,5
	LN03	143	200/400	1,58	---	---	---	---	---	---	51	578	203	---	---	9,5
	LN04	143	200/400	1,58	6,3	14	436	4	70	100	56	578	203	651	195	9,5
	LN05	142	200/400	1,60	12,5	14	1718	5	70	100	55	578	203	602	209	9,5
Ferreira (2010)	LS01	145	300	1,54	10	12	942	2	70	100	48	557	222	573	250	9,5
	LS02	143	300	1,46	10	12	942	4	70	100	49	557	222	573	250	9,5
	LS05	143	300	1,58	---	---	---	---	---	---	50	557	222	---	---	9,5
	LS07	143	300	1,70	13	12	1.473	4	70	100	49	557	222	530	218	9,5
Regan (2009)	1	150	300	1,45	10	10	785	4	80	120	33	550	210	550	210	20,0
	2	150	300	1,76	10	12	942	6	60	100	30	550	210	550	210	20,0
	3	150	300	1,76	12	10	1.131	5	60	120	26	550	210	550	210	20,0
Birkle (2004)	S1	124	250	1,53	---	---	---	---	---	---	36	488	195	---	---	14,0
	S2	124	250	1,53	10	8	567	6	45	90	29	488	195	393	200	14,0
	S3	124	250	1,53	10	8	567	6	45	90	32	488	195	393	200	14,0
	S4	124	250	1,53	10	8	567	5	30	60	38	488	195	465	200	14,0
	S5	124	250	1,53	10	8	567	7	30	60	36	488	195	465	200	14,0
	S6	124	250	1,53	10	8	567	7	30	60	33	488	195	465	200	14,0
	S7	190	300	1,29	---	---	---	---	---	---	35	531	200	---	---	20,0
	S8	190	300	1,29	10	8	567	5	50	100	35	531	200	460	200	20,0
	S9	190	300	1,29	10	8	567	6	75	150	35	531	200	460	200	20,0
	S10	260	350	1,10	---	---	---	---	---	---	31	524	200	---	---	20,0
	S11	260	350	1,10	13	8	1.013	5	65	130	30	524	200	409	200	20,0
	S12	260	350	1,10	13	8	1.013	6	95	195	34	524	200	409	200	20,0
Regan e Samadian (2001)	R3	160	200	1,26	12	8	905	4	80	120	33	670	210	442	210	20,0
	R4	160	200	1,26	12	8	905	6	80	80	39	670	210	442	210	20,0
	A1	160	200	1,64	10	8	628	6	80	80	37	570	210	519	210	20,0
	A2	160	200	1,64	10	8	628	4	80	120	43	570	210	519	210	20,0
	R5	240	500	0,72	14	12	1.847	4	90	60	32	550	210	350	210	20,0
	R6	236	350	0,67	14	8	1.232	5	70	140	25	550	210	350	210	20,0
Gomes e Regan (1999)	1	159	200	1,27	---	---	---	---	---	---	40	680	215	---	---	20,0
	2	153	200	1,32	6	8	226	2	80	80	34	680	215	430	205	20,0
	3	158	200	1,27	7	8	301	2	80	80	39	670	185	430	205	20,0
	4	159	200	1,27	8	8	402	3	80	80	32	670	185	430	205	20,0
	5	159	200	1,27	10	8	628	4	80	80	35	670	185	430	205	20,0
	6	159	200	1,27	10	8	628	4	80	80	37	670	185	430	205	20,0
	7	159	200	1,27	12	8	905	5	80	80	34	670	185	430	205	20,0
	8	159	200	1,27	12	8	905	6	80	80	34	670	185	430	205	20,0
	9	159	200	1,27	12	8	940	9	80	80	40	670	185	430	205	20,0
	10	154	200	1,31	6	8	226	5	80	80	35	670	185	430	205	20,0
	11	154	200	1,31	7	8	301	5	80	80	35	670	185	430	205	20,0
Cordovil (1995)	7	131	100	0,85	---	---	---	---	---	---	34	500	199	---	---	19,0
	8	131	100	0,85	6,3	8	249	3	70	100	34	500	199	320	199	19,0
	11	131	100	0,85	6,3	8	249	3	70	100	34	500	199	320	199	19,0
	14	104	250/150	0,88	6,3	8	249	3	53	90	30	500	199	320	199	19,0

Tabela 5.3 – Previsão da carga de ruptura pela NBR 6118 (2007) - CASO 1

	Laje	$V_u$ (kN)	$V_{R,cs}$ (kN)	$V_u /$ $V_{R,cs}$	$V_{out}$ (kN)	$V_u /$ $V_{out}$	$V_{max}$ (kN)	$V_u /$ $V_{max}$	$V_{NBR}$ (kN)	$V_u /$ $V_{NBR}$	Med.	C.V
Oliveira (2013)	LN01	1084	1122	0,97	1163	0,93	2388	0,45	1122	0,97	<b>0,99</b>	<b>0,11</b>
	LN02	1144	1118	1,02	1406	0,81	2347	0,49	1118	1,02		
	LN03	786	---	---	---	---	2264	0,35	737	1,07		
	LN04	966	912	1,06	1322	0,73	2401	0,40	912	1,06		
	LN05	1143	1910	0,60	1404	0,81	2362	0,48	1404	0,81		
Ferreira (2010)	LS01	1022	1301	0,79	923	1,11	2186	0,47	923	1,11	<b>1,02</b>	<b>0,08</b>
	LS02	1128	1274	0,88	1194	0,94	2190	0,51	1194	0,94		
	LS05	779	---	---	---	---	2224	0,35	730	1,07		
	LS07	1197	1721	0,70	1257	0,95	2190	0,55	1257	0,95		
Regan (2009)	1	881	1060	0,83	1032	0,85	1676	0,53	1032	0,85	<b>0,93</b>	<b>0,08</b>
	2	1141	1322	0,86	1216	0,94	1525	0,75	1216	0,94		
	3	1038	1298	0,80	1036	1,00	1340	0,77	1036	1,00		
Birkle (2004)	S1	483	---	---	---	---	1244	0,39	500	0,97	<b>0,90</b>	<b>0,07</b>
	S2	574	761	0,75	622	0,92	1030	0,56	622	0,92		
	S3	572	771	0,74	629	0,91	1109	0,52	629	0,91		
	S4	636	1001	0,64	681	0,93	1295	0,49	681	0,93		
	S5	624	995	0,63	671	0,93	1247	0,50	671	0,93		
	S6	615	985	0,62	639	0,96	1163	0,53	639	0,96		
	S7	825	---	---	---	---	2224	0,37	895	0,92		
	S8	1050	1329	0,79	1244	0,84	2224	0,47	1244	0,84		
	S9	1091	1111	0,98	1247	0,88	2234	0,49	1111	0,98		
	S10	1046	---	---	---	---	3238	0,32	1350	0,77		
	S11	1620	2241	0,72	1877	0,86	3114	0,52	1877	0,86		
	S12	1520	1864	0,82	1947	0,78	3421	0,44	1864	0,82		
Regan e Samadian (2001)	R3	850	1147	0,74	999	0,85	1201	0,71	999	0,85	<b>0,90</b>	<b>0,04</b>
	R4	950	1519	0,63	1057	0,90	1375	0,69	1057	0,90		
	A1	1000	1236	0,81	1135	0,88	1320	0,76	1135	0,88		
	A2	950	1020	0,93	1187	0,80	1478	0,64	1020	0,93		
	R5	1440	3478	0,41	1517	0,95	4303	0,33	1517	0,95		
	R6	1280	1784	0,72	1403	0,91	2433	0,53	1403	0,91		
Gomes e Regan (1999)	1	560	---	---	---	---	1391	0,40	637	0,88	<b>1,07</b>	<b>0,10</b>
	2	693	608	1,14	762	0,91	1179	0,59	608	1,14		
	3	773	701	1,10	820	0,94	1354	0,57	701	1,10		
	4	853	903	0,94	826	1,03	1152	0,74	826	1,03		
	5	853	1174	0,73	848	1,01	1232	0,69	848	1,01		
	6	1040	1185	0,88	1030	1,01	1310	0,79	1030	1,01		
	7	1120	1486	0,75	993	1,13	1206	0,93	993	1,13		
	8	1200	1487	0,81	998	1,20	1213	0,99	998	1,20		
	9	1227	1552	0,79	1334	0,92	1385	0,89	1334	0,92		
	10	800	692	1,16	964	0,83	1212	0,66	692	1,16		
	11	907	771	1,18	957	0,95	1189	0,76	771	1,18		
Cordovil (1995)	7	320	---	---	---	---	496	0,64	334	0,96	<b>0,95</b>	<b>0,07</b>
	8	400	409	0,98	508	0,79	502	0,80	409	0,98		
	11	412	407	1,01	504	0,82	493	0,84	407	1,01		
	14	302	350	0,86	383	0,79	708	0,43	350	0,86		

Tabela 5.4 – Previsão da carga de ruptura pelo Eurocode 2 (2004) - CASO 1

Autor	Laje	$V_u$ (kN)	$V_{R,cs}$ (kN)	$V_u/V_{R,cs}$	$V_{out}$ (kN)	$V_u/V_{out}$	$V_{max}$ (kN)	$V_u/V_{max}$	$V_{EC2}$ (kN)	$V_u/V_{EC2}$	Med.	C.V
Oliveira (2013)	LN01	1084	1009	1,07	990	1,09	2211	0,49	990	1,09	<b>1,11</b>	<b>0,07</b>
	LN02	1144	1005	1,14	1173	0,98	2174	0,53	1005	1,14		
	LN03	786	---	---	---	---	2096	0,38	668	1,18		
	LN04	966	822	1,18	1095	0,88	2223	0,43	822	1,18		
	LN05	1143	1710	0,67	1169	0,98	2187	0,52	1169	0,98		
Ferreira (2010)	LS01	1022	1117	0,91	761	1,34	2025	0,50	761	1,34	<b>1,19</b>	<b>0,09</b>
	LS02	1128	1145	0,99	1005	1,12	2028	0,56	1005	1,12		
	LS05	779	---	---	---	---	2059	0,38	661	1,18		
	LS07	1197	1544	0,78	1057	1,13	2028	0,59	1057	1,13		
Regan (2009)	1	881	941	0,94	866	1,02	1552	0,57	866	1,02	<b>1,12</b>	<b>0,09</b>
	2	1141	1168	0,98	1011	1,13	1412	0,81	1011	1,13		
	3	1038	1145	0,91	847	1,22	1241	0,84	847	1,22		
Birkle (2004)	S1	483	---	---	---	---	1152	0,42	435	1,11	<b>1,06</b>	<b>0,13</b>
	S2	574	682	0,84	480	1,19	954	0,60	480	1,19		
	S3	572	691	0,83	513	1,12	1027	0,56	513	1,12		
	S4	636	900	0,71	526	1,21	1199	0,53	526	1,21		
	S5	624	895	0,70	518	1,21	1154	0,54	518	1,21		
	S6	615	886	0,69	522	1,18	1076	0,57	522	1,18		
	S7	825	---	---	---	---	2059	0,40	874	0,94		
	S8	1050	1208	0,87	1070	0,98	2059	0,51	1070	0,98		
	S9	1091	1025	1,06	1072	1,02	2069	0,53	1025	1,06		
	S10	1046	---	---	---	---	2998	0,35	1335	0,78		
	S11	1620	2088	0,78	1626	1,00	2883	0,56	1626	1,00		
	S12	1520	1757	0,86	1687	0,90	3168	0,48	1687	0,90		
Regan e Samadian (2001)	R3	850	1026	0,83	815	1,04	1112	0,76	815	1,04	<b>1,06</b>	<b>0,03</b>
	R4	950	1351	0,70	861	1,10	1273	0,75	861	1,10		
	A1	1000	1108	0,90	924	1,08	1222	0,82	924	1,08		
	A2	950	921	1,03	968	0,98	1368	0,69	921	1,03		
	R5	1440	3516	0,41	1325	1,09	3984	0,36	1325	1,09		
	R6	1280	1793	0,71	1257	1,02	2252	0,57	1257	1,02		
Gomes e Regan (1999)	1	560	---	---	---	---	1288	0,43	594	0,94	<b>1,24</b>	<b>0,11</b>
	2	693	551	1,26	609	1,14	1091	0,63	551	1,26		
	3	773	638	1,21	659	1,17	1253	0,62	638	1,21		
	4	853	813	1,05	671	1,27	1067	0,80	671	1,27		
	5	853	1048	0,81	689	1,24	1141	0,75	689	1,24		
	6	1040	1059	0,98	843	1,23	1213	0,86	843	1,23		
	7	1120	1319	0,85	810	1,38	1117	1,00	810	1,38		
	8	1200	1320	0,91	812	1,48	1123	1,07	812	1,48		
	9	1227	1378	0,89	1126	1,09	1282	0,96	1126	1,09		
	10	800	625	1,28	779	1,03	1122	0,71	625	1,28		
	11	907	693	1,31	773	1,17	1101	0,82	693	1,31		
Cordovil (1995)	7	320	---	---	---	---	459	0,70	296	1,08	<b>1,08</b>	<b>0,01</b>
	8	400	380	1,05	389	1,03	465	0,86	380	1,05		
	11	412	378	1,09	386	1,07	493	0,84	378	1,09		
	14	302	313	0,96	281	1,07	708	0,43	281	1,07		

Tabela 5.5 – Previsão da carga de ruptura pelo ACI 318:2008 - CASO 1

Autor	Laje	$V_u$ (kN)	$V_{R,cs}$ (kN)	$V_u /$ $V_{R,cs}$	$V_{out}$ (kN)	$V_u /$ $V_{out}$	$V_{max}$ (kN)	$V_u /$ $V_{max}$	$V_{ACI}$ (kN)	$V_u /$ $V_{ACI}$	Med.	C.V
Oliveira (2013)	LN01	1084	893	1,21	577	1,88	940	1,15	627	1,73	<b>1,43</b>	<b>0,12</b>
	LN02	1144	887	1,29	895	1,28	929	1,23	887	1,29		
	LN03	786	---	---	---	---	907	0,87	604	1,30		
	LN04	966	734	1,32	689	1,40	944	1,02	689	1,40		
	LN05	1143	1489	0,77	789	1,45	929	1,23	789	1,45		
Ferreira (2010)	LS01	1022	1021	1,00	432	2,36	894	1,14	596	1,71	<b>1,67</b>	<b>0,15</b>
	LS02	1128	1009	1,12	637	1,77	887	1,27	637	1,77		
	LS05	779	---	---	---	---	896	0,87	597	1,30		
	LS07	1197	1328	0,90	636	1,88	887	1,35	636	1,88		
Regan (2009)	1	881	801	1,10	609	1,45	777	1,13	609	1,45	<b>1,63</b>	<b>0,10</b>
	2	1141	961	1,19	666	1,71	735	1,55	666	1,71		
	3	1038	935	1,11	601	1,73	683	1,52	601	1,73		
Birkle (2004)	S1	483	---	---	---	---	558	0,87	372	1,30	<b>1,29</b>	<b>0,20</b>
	S2	574	557	1,03	465	1,24	499	1,15	465	1,24		
	S3	572	568	1,01	519	1,10	521	1,10	519	1,10		
	S4	636	778	0,82	370	1,72	572	1,11	381	1,67		
	S5	624	772	0,81	361	1,73	559	1,12	373	1,67		
	S6	615	760	0,81	368	1,67	536	1,15	368	1,67		
	S7	825	---	---	---	---	1102	0,75	734	1,12		
	S8	1050	1003	1,05	813	1,29	1102	0,95	813	1,29		
	S9	1091	854	1,28	1214	0,90	1105	0,99	854	1,28		
	S10	1046	---	---	---	---	1777	0,59	1185	0,88		
	S11	1620	1698	0,95	1311	1,24	1737	0,93	1311	1,24		
	S12	1520	1471	1,03	2074	0,73	1836	0,83	1471	1,03		
Regan e Samadian (2001)	R3	850	840	1,01	592	1,44	666	1,28	592	1,44	<b>1,31</b>	<b>0,15</b>
	R4	950	1121	0,85	683	1,39	723	1,31	683	1,39		
	A1	1000	880	1,14	666	1,50	705	1,42	666	1,50		
	A2	950	730	1,30	671	1,42	756	1,26	671	1,42		
	R5	1440	3586	0,40	937	1,54	1999	0,72	1333	1,08		
	R6	1280	1422	0,90	1223	1,05	1391	0,92	1223	1,05		
Gomes e Regan (1999)	1	560	---	---	---	---	724	0,77	483	1,16	<b>1,74</b>	<b>0,15</b>
	2	693	499	1,39	324	2,14	634	1,09	423	1,64		
	3	773	604	1,28	360	2,15	708	1,09	472	1,64		
	4	853	659	1,29	396	2,15	647	1,32	431	1,98		
	5	853	861	0,99	482	1,77	673	1,27	482	1,77		
	6	1040	874	1,19	502	2,07	698	1,49	502	2,07		
	7	1120	1087	1,03	553	2,02	664	1,69	553	2,02		
	8	1200	1089	1,10	631	1,90	666	1,80	631	1,90		
	9	1227	1146	1,07	939	1,31	722	1,70	722	1,70		
	10	800	507	1,58	545	1,47	648	1,23	507	1,58		
	11	907	564	1,61	539	1,68	641	1,42	539	1,68		
Cordovil (1995)	7	320	---	---	---	---	352	0,91	235	1,36	<b>1,39</b>	<b>0,05</b>
	8	400	282	1,42	302	1,32	354	1,13	282	1,42		
	11	412	280	1,47	298	1,38	350	1,18	280	1,47		
	14	302	265	1,14	233	1,30	345	0,87	233	1,30		

Tabela 5.6 – Previsão da carga de ruptura pelo TFCC – CASO 1

Autor	Laje	$V_u$ (kN)	TFCC simp.				TFCC aver.			
			$V_{Teorico}$ (kN)	$V_u/V_{Teorico}$	Med.	C.V	$V_{Teorico}$ (kN)	$V_u/V_{Teorico}$	Med.	C.V
Oliveira (2013)	LN01	1084	750	1,45	<b>1,40</b>	<b>0,04</b>	875	1,24	<b>1,21</b>	<b>0,05</b>
	LN02	1144	804	1,42			894	1,28		
	LN03	786	545	1,44			632	1,24		
	LN04	965	705	1,37			824	1,17		
	LN05	1143	865	1,32			1.014	1,13		
Ferreira (2010)	LS01	1022	650	1,57	<b>1,48</b>	<b>0,05</b>	755	1,35	<b>1,27</b>	<b>0,05</b>
	LS02	1128	770	1,46			898	1,26		
	LS05	779	552	1,41			640	1,22		
	LS07	1197	824	1,45			955	1,25		
Regan (2009)	1	881	788	1,12	<b>1,22</b>	<b>0,08</b>	899	0,98	<b>1,08</b>	<b>0,09</b>
	2	1141	880	1,30			975	1,17		
	3	1038	825	1,26			956	1,09		
Birkle (2004)	S1	483	373	1,29	<b>1,19</b>	<b>0,08</b>	427	1,13	<b>1,01</b>	<b>0,09</b>
	S2	574	488	1,18			540	1,06		
	S3	572	498	1,15			551	1,04		
	S4	636	493	1,29			575	1,11		
	S5	624	486	1,28			568	1,10		
	S6	615	486	1,27			570	1,08		
	S7	825	706	1,17			825	1,00		
	S8	1050	875	1,20			1.160	0,91		
	S9	1091	875	1,25			995	1,10		
	S10	1.046	1.075	0,97			1.250	0,84		
	S11	1620	1.310	1,24			1.750	0,93		
	S12	1520	1.350	1,13			1.525	1,00		
Regan e Samadian (2001)	R3	850	740	1,15	<b>1,26</b>	<b>0,06</b>	812	1,05	<b>1,07</b>	<b>0,10</b>
	R4	950	762	1,25			849	1,12		
	A1	1000	724	1,38			835	1,20		
	A2	950	750	1,27			862	1,10		
	R5	1440	1.152	1,25			1.352	1,07		
	R6	1280	1.026	1,25			1.450	0,88		
Gomes e Regan (1999)	1	560	475	1,18	<b>1,54</b>	<b>0,09</b>	550	1,02	<b>1,38</b>	<b>0,09</b>
	2	693	520	1,33			582	1,19		
	3	773	556	1,39			632	1,22		
	4	853	555	1,54			625	1,36		
	5	853	630	1,35			706	1,21		
	6	1040	646	1,61			723	1,44		
	7	1120	710	1,58			785	1,43		
	8	1200	710	1,69			785	1,53		
	9	1227	750	1,64			825	1,49		
	10	800	505	1,58			575	1,39		
	11	907	524	1,73			595	1,52		
Cordovil (1995)	7	320	270	1,19	<b>1,20</b>	<b>0,08</b>	305	1,05	<b>1,08</b>	<b>0,09</b>
	8	400	322	1,24			360	1,11		
	11	412	320	1,29			356	1,16		
	14	302	275	1,10			312	0,97		

A Tabela 5.7 apresenta comparações entre os resultados experimentais e os teóricos para as lajes do CASO 1. Em negrito são apresentados os resultados em que a previsão da superfície de ruptura determinada pelo método teórico não correspondeu à superfície de ruptura observada experimentalmente.

Fazendo uma avaliação geral das superfícies de ruptura, observa-se que o ACI e a TFCC (método simplificado e método completo) foram os métodos teóricos que obtiveram o rendimento menos satisfatório, tendo o ACI apresentado um erro de 45% na previsão da superfície de ruptura das lajes analisadas e a TFCC um erro de 37%. Depois vem a norma brasileira NBR e o EC2 que apresentaram erros de 26 e 29% respectivamente. Os resultados aqui apresentados não corroboram a análise realizada por FERREIRA (2010), que apresentou o EC2 com um erro de 40% em suas previsões da superfície de ruptura sendo considerada pelo autor a norma mais ineficiente. FERREIRA também apresentou uma análise apenas das lajes de sua série de ensaios e afirmou um erro do EC2 de 75%, no entanto, a série avaliada pelo autor era composta por doze lajes, sendo oito apoiadas em pilares circulares e quatro apoiadas em pilares quadrados. Em comparação com estes valores apresentados por FERREIRA observa-se que a norma EC2 aparentemente não está bem calibrada para a previsão das superfícies de ruptura para pilares circulares, uma vez que avaliando apenas as lajes apoiadas em pilares quadrados (ensaiadas por FERREIRA) ou retangulares (desta pesquisa) o erro é de apenas 14%.

Quanto à TFCC, este método não apresentou variação na precisão quanto à previsão da superfície de ruptura, apresentando o mesmo erro (37% em uma análise geral) tanto para o método simplificado (TFCCsimp.) como para o método completo (TFCCaver.). Se comparadas apenas as lajes desta pesquisa e as lajes ensaiadas por FERREIRA, obtém-se a mesma precisão, porém para um erro muito menor em torno de 14%. Isso mostra que para as lajes desta pesquisa, com relação à previsão das superfícies de ruptura, a TFCC foi bastante eficiente, porém, o número de lajes é bastante limitado, o que implica na realização de mais ensaios para conclusões mais consistentes.

Tabela 5.7– Comparação dos métodos teóricos para CASO 1

Autor	Laje	Superfície de Ruptura	NBR -2007		EC2 -2004		ACI -2008		TFCC simp.		TFCC aver.	
			$V_u / V_{NBR}$	Superfície de Ruptura NBR	$V_u / V_{EC2}$	Superfície de Ruptura EC2	$V_u / V_{ACI}$	Superfície de Ruptura ACI	$V_u / V_{TFCC}$	Superfície de Ruptura TFCC	$V_u / V_{TFCC}$	Superfície de Ruptura TFCC
Oliveira (2013)	LN01	out	0,97	<b>in</b>	1,09	out	1,73	out	1,45	out	1,24	out
	LN02	in	1,02	in	1,14	in	1,29	in	1,42	in	1,28	in
	LN03	Punção	1,07	Punção	1,18	Punção	1,30	Punção	1,44	Punção	1,24	Punção
	LN04	in	1,06	in	1,18	in	1,40	<b>out</b>	1,37	in	1,17	in
	LN05	out	0,81	out	0,98	out	1,45	out	1,32	out	1,13	out
Ferreira (2010)	LS01	out	1,11	out	1,34	out	1,71	out	1,57	out	1,35	out
	LS02	in	0,94	<b>out</b>	1,12	<b>out</b>	1,77	<b>out</b>	1,46	<b>out</b>	1,26	<b>out</b>
	LS05	Punção	1,07	Punção	1,18	Punção	1,30	Punção	1,41	Punção	1,22	Punção
	LS07	out	0,95	out	1,13	out	1,88	out	1,45	out	1,25	out
Regan (2009)	1	in	0,85	<b>out</b>	1,02	<b>out</b>	1,45	<b>out</b>	1,12	<b>out</b>	0,98	in
	2	fc/out	0,94	out	1,13	out	1,71	out	1,30	out	1,17	<b>in</b>
	3	fc/in	1,00	<b>out</b>	1,22	<b>out</b>	1,73	<b>out</b>	1,26	<b>out</b>	1,09	<b>out</b>
Birkle (2004)	S1	Punção	0,97	Punção	1,11	Punção	1,30	Punção	1,29	Punção	1,13	Punção
	S2	in	0,92	<b>out</b>	1,19	<b>out</b>	1,24	<b>out</b>	1,18	in	1,06	in
	S3	in	0,91	<b>out</b>	1,12	<b>out</b>	1,10	<b>out</b>	1,15	in	1,04	in
	S4	out	0,93	out	1,21	out	1,67	out	1,29	out	1,11	out
	S5	out	0,93	out	1,21	out	1,67	out	1,28	out	1,10	out
	S6	out	0,96	out	1,18	out	1,67	out	1,27	out	1,08	out
	S7	Punção	0,92	Punção	0,94	Punção	1,12	Punção	1,17	Punção	1,00	Punção
	S8	in	0,84	<b>out</b>	0,98	<b>out</b>	1,29	<b>out</b>	1,20	in	0,91	in
	S9	in	0,98	in	1,06	in	1,28	in	1,25	in	1,10	in
	S10	Punção	0,77	Punção	0,78	Punção	0,88	Punção	0,97	Punção	0,84	Punção
	S11	in	0,86	<b>out</b>	1,00	<b>out</b>	1,24	<b>out</b>	1,24	in	0,93	in
	S12	in	0,82	in	0,90	<b>out</b>	1,03	in	1,13	in	1,00	in
Regan e Samadian (2001)	R3	out	0,85	out	1,04	out	1,44	out	1,15	<b>in</b>	1,05	<b>in</b>
	R4	out	0,90	out	1,10	out	1,39	out	1,25	<b>in</b>	1,12	<b>in</b>
	A1	out	0,88	out	1,08	out	1,50	out	1,38	<b>in</b>	1,20	<b>in</b>
	A2	in	0,93	in	1,03	in	1,42	<b>out</b>	1,27	in	1,10	in
	R5	out	0,95	out	1,09	out	1,08	out	1,25	out	1,07	out
	R6	flex	0,91	<b>out</b>	1,02	<b>out</b>	1,05	<b>out</b>	1,25	<b>in</b>	0,88	<b>in</b>
Gomes e Regan (1999)	1	Punção	0,88	Punção	0,94	Punção	1,16	Punção	1,18	Punção	1,02	Punção
	2	in	1,14	in	1,26	in	1,64	<b>out</b>	1,33	in	1,19	in
	3	in/out	1,10	in	1,21	in	1,64	out	1,39	in	1,22	in
	4	out	1,03	out	1,27	out	1,98	out	1,54	<b>in</b>	1,36	<b>in</b>
	5	out	1,01	out	1,24	out	1,77	out	1,35	<b>in</b>	1,21	<b>in</b>
	6	out	1,01	out	1,23	out	2,07	out	1,61	<b>in</b>	1,44	<b>in</b>
	7	out	1,13	out	1,38	out	2,02	out	1,58	<b>in</b>	1,43	<b>in</b>
	8	out	1,20	out	1,48	out	1,90	out	1,69	<b>in</b>	1,53	<b>in</b>
	9	out	0,92	out	1,09	out	1,70	<b>Max</b>	1,64	<b>in</b>	1,49	<b>in</b>
	10	in	1,16	in	1,28	in	1,58	in	1,58	in	1,39	in
	11	in	1,18	in	1,31	in	1,68	out	1,73	in	1,52	in
Cordovil (1995)	7	Punção	0,96	Punção	1,08	Punção	1,36	Punção	1,19	Punção	1,05	Punção
	8	in	0,98	in	1,05	in	1,42	<b>out</b>	1,24	in	1,11	in
	11	in	1,01	in	1,09	in	1,47	<b>out</b>	1,29	in	1,16	in
	14	in	0,86	in	1,07	<b>out</b>	1,30	<b>out</b>	1,10	in	0,97	in
<b>Média</b>			<b>0,97</b>		<b>1,13</b>		<b>1,48</b>		<b>1,33</b>		<b>1,16</b>	
<b>C.V</b>			<b>0,11</b>		<b>0,12</b>		<b>0,19</b>		<b>0,13</b>		<b>0,15</b>	

Fazendo uma avaliação da NBR 6118 (2007) e tendo como base o critério de classificação do nível de desempenho normativo apresentado na Tabela 5.1, pode-se dizer que esta norma está bem calibrada em suas previsões de carga última, embora tenha apresentado relação  $V_u/V_{NBR}$  com média geral de 0,97 e um coeficiente de variação de 0,11, o nível de segurança é discutível, uma vez que para a situação do CASO 1 as previsões da NBR apresentaram 64% de seus resultados contra a segurança. Com relação à previsão das superfícies de ruptura esta norma apresentou resultados satisfatórios, acertando 71% de suas previsões.

O resultados obtidos através das estimativas da norma Eurocode 2 (2004), dentre as normas aqui analisadas foram os mais precisos para a situação do CASO 1, apresentando para a relação  $V_u/V_{EC2}$  um valor médio de 1,13 e coeficiente de variação de 0,12. Percebe-se na Tabela 5.7 que o EC2 apresenta uma forte tendência a prever rupturas no perímetro fora da região da armadura de cisalhamento, tendo previsto este tipo de ruptura em 74% das lajes com armadura de cisalhamento que constam no banco de dados. Este mesmo comportamento também foi notado por FERREIRA (2010) e este fato está associado à estimativa conservadora da verificação da região fora da armadura de cisalhamento considerando um perímetro afastado a uma distância de  $1,5.d$  da última camada da armadura de cisalhamento, isto mostra que esta distância é demasiadamente conservadora. Se comparados com os resultados da NBR, nota-se que o número de previsões das rupturas fora da armadura de cisalhamento é um pouco menor, mas ainda conservador, prevendo este tipo de ruptura para o mesmo banco de dados em 66% das lajes. Essa diminuição no percentual de rupturas na região fora da armadura de cisalhamento se dá por conta de que na NBR a superfície a ser verificada está afasta a uma distância de  $2.d$ . Em sua tese de doutorado FERREIRA apresentou uma análise verificando o perímetro fora da região da armadura de cisalhamento a uma distancia de  $4.d$  da última camada da armadura de cisalhamento. O autor verificou que a alteração melhorou significativamente a previsão tanto das cargas de ruptura como também das superfícies de ruptura.

Analisando os resultados da norma norte americana ACI 318M (2008), fica evidente que dentre todas as estimativas normativas esta apresenta as previsões mais conservadoras, tendo para a relação  $V_u/V_{ACI}$  um valor médio de 1,48 e coeficiente de variação com valor relativamente elevado de 0,19. Este fato está associado à subestimação das parcelas de resistência à punção tanto do concreto ( $V_{R,c}$ ) como do aço ( $V_{R,s}$ ). A relação das parcelas de

resistência do concreto  $V_{R,c(ACI)} / V_{R,c(EC2)}$  tem valor médio de 0,85 e para a NBR a relação  $V_{R,c(ACI)} / V_{R,c(NBR)}$  tem valor médio de 0,79, esses dados apresentam de forma clara o quanto o ACI reduz a capacidade resistente do concreto de forma consideravelmente conservadora. Este mesmo conservadorismo é percebido, quando comparado à relação das parcelas de resistência do aço  $V_{R,s(ACI)} / V_{R,s(EC2)}$  com valor médio de 0,86 e a relação  $V_{R,s(ACI)} / V_{R,s(NBR)}$  com um valor médio de 0,76. Esta norma também apresenta uma forte tendência a prever rupturas em um perímetro crítico fora da região da armadura de cisalhamento apresentando este tipo de ruptura em 89% das suas previsões, além de apresentar de um modo geral um erro de 45% em todas as previsões da superfície de ruptura. Embora o ACI considere de forma mais apropriada a condição de ancoragem dos diferentes tipos de armadura de cisalhamento o seu conservadorismo com relação à capacidade resistente dos materiais talvez necessite ser reavaliado. Este fato leva à discussão de que a norma norte americana pode ter suas prescrições ajustadas para o CASO 1 com o objetivo de evitar níveis exacerbados de segurança e que podem levar a um dimensionamento antieconômico.

As estimativas do método da Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento (TFCC) devem ser analisadas de acordo com o grau de precisão da formulação empregada no método, que neste caso foram realizadas em dois níveis de precisão: o método simplificado (TFCCsimp.) e o método completo (TFCCaver.). A TFCCsimp. apresentou valores considerados conservadores, tendo valor médio para a relação  $V_u/V_{TFCCsimp.}$  igual a 1,33 e coeficiente de variação de 0,13. Este conservadorismo pode ser justificado por conta do baixo nível de precisão aplicado ao método. O método simplificado pode levar à obtenção mais rápida de resultados e o próprio autor do método aconselha que este nível de precisão seja usualmente empregado na etapa de pré-dimensionamento estrutural. A TFCCaver. apresentou valores satisfatórios, tendo valor médio para a relação  $V_u/V_{TFCCaver.}$  igual a 1,16 e coeficiente de variação de 0,15. Nota-se que o método completo obteve valores próximos aos do EC2 e junto com esta são as normas que apresentaram o melhor desempenho com relação à previsão da carga última de punção. Com relação à previsão das superfícies de ruptura, a TFCC ao contrário das demais normas apresentou uma tendência em prever rupturas dentro da região da armadura de cisalhamento, apresentando este tipo de ruptura em 68% das lajes calculadas com a TFCCsimp. e em 74% das lajes calculadas com a TFCCaver. Mesmo apresentando estimativas contrárias às demais normas, suas previsões das superfícies de ruptura também não foram satisfatórias e

precisam ser mais bem avaliadas para o CASO1, pois tanto o método simplificado como o método completo apresentou um erro de 37% em suas previsões.

## **5.2 CASO 2 - ANÁLISE DAS LAJES COM ARMADURA DE CISALHAMENTO E COM CARREGAMENTO EXCÊNTRICO**

É fato, que o número de resultados experimentais disponíveis na literatura de lajes que se enquadram no CASO 2 é relativamente pequeno quando comparado com a proporção dos resultados de lajes sem armadura de cisalhamento e submetidas a carregamento excêntrico. Os resultados apresentados neste item são oriundos de uma vasta pesquisa realizada com o objetivo de obter a maior quantidade possível de resultados. Como a quantidade de resultados é bastante limitada, além de lajes com armadura de cisalhamento do tipo *Double-headedstud*, foram utilizados resultados de lajes com outros tipos de armadura de cisalhamento como estribos fechados e abertos, embora possuam condições de ancoragem diferentes.

O banco de dados selecionado é formado por vinte e oito lajes, sendo onze pertencentes a esta pesquisa e as demais pertencente a outras quatro pesquisas. A maioria dos autores executou em suas séries de ensaio lajes de referência (sem armadura de cisalhamento) a fim de compará-las com as lajes com armadura de cisalhamento. Das lajes ensaiadas por FERREIRA (2010), três lajes possuíam armadura de cisalhamento do tipo *Double-headedstud* e uma laje serviu como referência. Essas lajes servirão para verificação da influência da retangularidade do pilar no fenômeno de transferência de momento fletor na ligação laje-pilar, uma vez que estas possuem a mesma excentricidade aplicada ao carregamento e as mesmas dimensões geométricas das lajes desta pesquisa, diferenciando-se apenas na seção transversal do pilar e nas taxas de armadura de cisalhamento. Das lajes ensaiadas por KRÜGER (1999), três lajes possuíam armadura de cisalhamento, sendo uma com armadura do tipo *Double-headedstud* e as outras duas com armadura do tipo estribo aberto e por fim uma laje serviu como referência. Os resultados de KRÜGER levam à uma análise da precisão das normas de projeto com relação a uso de diferentes tipos de armadura de cisalhamento. Das lajes ensaiadas por CORDOVIL (1995), duas lajes possuíam armadura de cisalhamento do tipo *Double-headedstud* e uma serviu como referência, as lajes deste autor também apresentam resultados para avaliar a influência da

retangularidade dos pilares além da comparação com a armadura de cisalhamento distribuída em forma de cruz. As lajes ensaiadas por HAWKINS, BAO e YAMAZAKI (1989), foram seis lajes com armadura de cisalhamento do tipo estribo fechado.

A Tabela 5.8 apresenta os critérios de avaliação dos valores médios da relação  $V_u/V_{Norma}$  para o CASO 2, devido à uma maior quantidade de variáveis e parâmetros de projeto envolvidos no CASO 2 e também por causa da imprecisão do resultados apresentados pelas normas para este caso, nota-se um intervalo maior entre os valores do critério de avaliação para o CASO 2. Outro fator importante que contribui para valores de  $V_u/V_{Norma}$  serem considerados satisfatórios no intervalo entre 1,25 e 1,40 é o número limitado de lajes que compõem o banco de dados do CASO 2.

Tabela 5.8 – Critérios de avaliação  $V_u/V_{Norma}$  para o CASO 2.

<b>Critério de Avaliação</b>	<b>Classificação</b>
$V_u/V_{Norma} < 0,95$	Inseguro
$0,95 \leq V_u/V_{Norma} \leq 1,25$	Preciso
$1,25 < V_u/V_{Norma} \leq 1,40$	Satisfatório
$V_u/V_{Norma} > 1,40$	Conservador

A Tabela 5.9 apresenta as principais características das lajes com armadura de cisalhamento e submetidas a carregamento excêntrico.

Tabela 5.9 – Características das lajes do CASO 2

Autor	Laje	$d$ (mm)	$c$ (mm)	$\rho$ (%)	$\emptyset_w$ (mm)	Nº. de Linhas	$A_{sw}$ / camada (mm <sup>2</sup> )	Nº. de Camadas	$s_0$ (mm)	$s_r$ (mm)	$f'_c$ (MPa)	$f_{ys}$ (MPa)	$E_{s,f}$ (GPa)	$f_{ys,w}$ (MPa)	$E_{s,w}$ (GPa)	$d_g$ (mm)
Oliveira (2013)	LS01	143	400/200	1,58	0,0	---	---	---	---	---	54	578	203	---	---	9,5
	LS02	144	400/200	1,56	8,0	14	704	3	70	100	54	578	203	573	201	9,5
	LS03	142	400/200	1,60	8,0	14	704	6	70	100	54	578	203	573	201	9,5
	LS04	143	400/200	1,58	6,3	14	436	4	70	100	51	578	203	651	195	9,5
	LS05	142	400/200	1,60	12,5	14	1718	5	70	100	51	578	203	602	209	9,5
	LS06	143	400/200	1,58	10,0	14	1100	6	70	100	53	578	203	597	203	9,5
	LW01	141	200/400	1,62	---	---	---	---	---	---	50	578	203	---	---	9,5
	LW02	143	200/400	1,58	8,0	14	704	3	70	100	52	578	203	573	201	9,5
	LW03	142	200/400	1,60	8,0	14	704	6	70	100	52	578	203	573	201	9,5
	LW04	142	200/400	1,60	6,3	14	436	4	70	100	52	578	203	651	195	9,5
LW05	142	200/400	1,60	12,5	14	1718	5	70	100	51	578	203	602	209	9,5	
Ferreira (2010)	LS03	145	300	1,54	10,0	12	942	2	70	100	50	557	222	573	250	9,5
	LS04	143	300	1,46	10,0	12	942	4	70	100	49	557	222	573	250	9,5
	LS06	144	300	1,56	---	---	---	---	---	---	50	557	222	---	---	9,5
	LS08	144	300	1,68	12,5	12	1473	4	70	100	48	557	222	530	218	9,5
Krüger (1999)	P16A	121	300	1,00	---	---	---	---	---	---	39	529	210	---	---	16,0
	PP16A	121	300	1,00	10,0	12	942	4	48	120	38	529	210	529	210	16,0
	PP16B	121	300	1,30	10,0	12	942	4	48	120	40	529	210	529	210	16,0
	Anco16B	121	300	1,30	14,0	12	1847	7	45	61	35	529	210	529	210	16,0
Cordovil (1995)	9	104	250/150	0,88	---	---	---	---	---	---	33	500	199	---	---	19,0
	10	104	250/150	0,88	6,3	8	249	3	53	90	33	500	199	320	199	19,0
	16	104	250/150	0,88	6,3	8	249	3	53	90	31	500	199	320	199	19,0
Hawkins, Bao e Yamazaki (1989)	14EH0,49	113	305	1,40	10,0	8	628	8	95	95	25	420	210	420	210	19,0
	9.6EH0,34	117	305	0,96	8,0	8	402	7	76	64	26	472	210	472	210	19,0
	9.6EH0,48	117	305	0,96	8,0	8	402	10	64	44	26	472	210	472	210	19,0
	14EL0,49	113	305	1,40	10,0	8	628	8	95	95	27	420	210	420	210	19,0
	9.6EL0,34	117	305	0,96	8,0	8	402	7	76	64	23	472	210	472	210	19,0
	9.6EL0,56	117	305	0,96	8,0	8	402	12	42	38	29	472	210	472	210	19,0

As tabelas a seguir apresentam as cargas últimas de ensaio e uma comparação com as cargas últimas previstas pelas normas, seguida de uma avaliação estatística através da média e o coeficiente de variação destes valores.

Tabela 5.10 – Previsão da carga de ruptura pela NBR 6118 (2007) – CASO 2

Autor	Laje	$V_u$ (kN)	$V_{R,cs}$ (kN)	$V_u / V_{R,cs}$	$V_{out}$ (kN)	$V_u / V_{out}$	$V_{max}$ (kN)	$V_u / V_{max}$	$V_{NBR}$ (kN)	$V_u / V_{NBR}$	Med.	C.V
Oliveira (2013)	LS01	425	---	---	---	---	1231	0,35	472	0,90	<b>0,96</b>	<b>0,17</b>
	LS02	763	694	1,10	914	0,83	1216	0,63	694	1,10		
	LS03	775	669	1,16	1198	0,65	1178	0,66	669	1,16		
	LS04	712	575	1,24	1084	0,66	1211	0,59	575	1,24		
	LS05	926	1153	0,80	1161	0,80	1136	0,82	1136	0,82		
	LS06	904	888	1,02	1211	0,75	1203	0,75	888	1,02		
	LW01	446	---	---	---	---	1261	0,35	498	0,89		
	LW02	711	778	0,91	973	0,73	1340	0,53	778	0,91		
	LW03	733	770	0,95	1250	0,59	1314	0,56	770	0,95		
	LW04	617	665	0,93	1161	0,53	1401	0,44	665	0,93		
	LW05	815	1281	0,64	1216	0,67	1255	0,65	1216	0,67		
Ferreira (2010)	LS03	699	813	0,86	711	0,98	1225	0,57	711	0,98	<b>0,95</b>	<b>0,12</b>
	LS04	722	836	0,86	1014	0,71	1198	0,60	836	0,86		
	LS06	528	---	---	---	---	1221	0,43	480	1,10		
	LS08	934	1230	0,76	1099	0,85	1288	0,73	1099	0,85		
Kruger (1999)	P16A	332	---	---	---	---	947	0,35	342	0,97	<b>0,77</b>	<b>0,18</b>
	PP16A	403	558	0,72	920	0,44	929	0,43	560	0,72		
	PP16B	432	586	0,74	1020	0,42	965	0,45	588	0,73		
	Anco16B	470	1675	0,28	714	0,66	877	0,54	714	0,66		
Cordovil (1995)	9	106	---	---	---	---	283	0,37	129	0,82	<b>0,94</b>	<b>0,11</b>
	10	219	219	1,00	301	0,73	396	0,55	219	1,00		
	16	156	157	0,99	241	0,65	279	0,56	157	0,99		
Hawkins, Bao e Yamazaki (1989)	14EH0,49	226	290	0,78	436	0,52	385	0,59	290	0,78	<b>0,69</b>	<b>0,12</b>
	9.6EH0,34	199	349	0,57	336	0,59	417	0,48	336	0,59		
	9.6EH0,48	226	470	0,48	366	0,62	482	0,47	366	0,62		
	14EL0,49	354	777	0,46	563	0,63	696	0,51	563	0,63		
	9.6EL0,34	290	384	0,76	433	0,67	429	0,68	384	0,76		
	9.6EL0,56	345	534	0,65	458	0,75	592	0,58	458	0,75		

Tabela 5.11 – Previsão da carga de ruptura pelo Eurocode 2 (2004) – CASO 2

Autor	Laje	$V_u$ (kN)	$V_{R,cs}$ (kN)	$V_u / V_{R,cs}$	$V_{out}$ (kN)	$V_u / V_{out}$	$V_{max}$ (kN)	$V_u / V_{max}$	$V_{EC2}$ (kN)	$V_u / V_{EC2}$	Med.	C.V
Oliveira (2013)	LS01	425	---	---	---	---	1368	0,31	428	0,99	<b>1,08</b>	<b>0,15</b>
	LS02	763	625	1,22	715	1,07	1352	0,56	625	1,22		
	LS03	775	601	1,29	973	0,80	1309	0,59	601	1,29		
	LS04	712	518	1,37	803	0,89	1345	0,53	518	1,37		
	LS05	926	1032	0,90	941	0,98	1262	0,73	941	0,98		
	LS06	904	797	1,13	987	0,92	1337	0,68	797	1,13		
	LW01	446	---	---	---	---	1401	0,32	450	0,99		
	LW02	711	700	1,02	800	0,89	1488	0,48	700	1,02		
	LW03	733	691	1,06	1025	0,72	1460	0,50	691	1,06		
	LW04	617	598	1,03	969	0,64	1557	0,40	598	1,03		
LW05	815	1147	0,71	993	0,82	1395	0,58	993	0,82			
Ferreira (2010)	LS03	699	732	0,95	550	1,27	1361	0,51	550	1,27	<b>1,12</b>	<b>0,13</b>
	LS04	722	751	0,96	828	0,87	1327	0,54	751	0,96		
	LS06	528	---	---	---	---	1357	0,39	436	1,21		
	LS08	934	1104	0,85	904	1,03	1433	0,65	904	1,03		
Kruger (1999)	P16A	332	---	---	---	---	1052	0,32	296	1,12	<b>0,86</b>	<b>0,22</b>
	PP16A	403	560	0,72	749	0,54	1032	0,39	560	0,72		
	PP16B	432	584	0,74	830	0,52	1072	0,40	584	0,74		
	Anco16B	470	1546	0,30	555	0,85	975	0,48	555	0,85		
Cordovil (1995)	9	106	---	---	---	---	314	0,34	107	0,99	<b>1,07</b>	<b>0,07</b>
	10	219	196	1,12	208	1,05	440	0,50	196	1,12		
	16	156	140	1,11	161	0,97	310	0,50	140	1,11		
Hawkins, Bao e Yamazaki (1989)	14EH0,49	226	285	0,79	278	0,81	428	0,53	278	0,81	<b>0,89</b>	<b>0,09</b>
	9.6EH0,34	199	284	0,70	242	0,82	463	0,43	242	0,82		
	9.6EH0,48	226	413	0,55	266	0,85	536	0,42	266	0,85		
	14EL0,49	354	489	0,72	371	0,95	773	0,46	371	0,95		
	9.6EL0,34	290	473	0,61	325	0,89	723	0,40	325	0,89		
	9.6EL0,56	345	667	0,52	344	1,00	846	0,41	344	1,00		

Tabela 5.12 – Previsão da carga de ruptura pelo ACI 318:2008 – CASO 2

Autor	Laje	$V_u$ (kN)	$V_{R,cs}$ (kN)	$V_u /$ $V_{R,cs}$	$V_{out}$ (kN)	$V_u /$ $V_{out}$	$V_{max}$ (kN)	$V_u /$ $V_{max}$	$V_{ACI}$ (kN)	$V_u /$ $V_{ACI}$	Med.	C.V
Oliveira (2013)	LS01	425	---	---	---	---	532	0,80	355	1,20	<b>1,60</b>	<b>0,15</b>
	LS02	763	500	1,53	391	1,95	524	1,46	391	1,95		
	LS03	775	479	1,62	672	1,15	503	1,54	479	1,62		
	LS04	712	418	1,70	486	1,46	530	1,34	418	1,70		
	LS05	926	810	1,14	558	1,66	493	1,88	493	1,88		
	LS06	904	633	1,43	666	1,36	520	1,74	520	1,74		
	LW01	446	---	---	---	---	507	0,88	338	1,32		
	LW02	711	517	1,37	406	1,75	538	1,32	406	1,75		
	LW03	733	510	1,44	707	1,04	528	1,39	510	1,44		
	LW04	617	456	1,35	531	1,16	577	1,07	456	1,35		
LW05	815	825	0,99	587	1,39	501	1,63	501	1,63			
Ferreira (2010)	LS03	699	602	1,16	319	2,19	533	1,31	356	1,96	<b>1,63</b>	<b>0,16</b>
	LS04	722	595	1,21	545	1,32	523	1,38	523	1,38		
	LS06	528	---	---	---	---	531	0,99	354	1,49		
	LS08	934	867	1,08	560	1,67	576	1,62	560	1,67		
Kruger (1999)	PI6A	332	---	---	---	---	437	0,76	292	1,14	<b>1,04</b>	<b>0,10</b>
	PP16A	403	834	0,48	568	0,71	432	0,93	432	0,93		
	PP16B	432	837	0,52	581	0,74	443	0,98	443	0,98		
	Anco16B	470	1651	0,28	458	1,03	418	1,12	418	1,12		
Cordovil (1995)	9	106	---	---	---	---	140	0,76	94	1,13	<b>1,35</b>	<b>0,14</b>
	10	219	153	1,43	192	1,14	203	1,08	153	1,43		
	16	156	105	1,48	155	1,01	139	1,12	105	1,48		
Hawkins, Bao e Yamazaki (1989)	14EH0,49	226	191	1,18	234	0,96	192	1,18	191	1,18	<b>1,17</b>	<b>0,14</b>
	9.6EH0,34	199	198	1,01	227	0,88	208	0,96	198	1,01		
	9.6EH0,48	226	299	0,76	237	0,95	243	0,93	237	0,95		
	14EL0,49	354	353	1,00	254	1,39	362	0,98	254	1,39		
	9.6EL0,34	290	354	0,82	245	1,19	362	0,80	245	1,19		
	9.6EL0,56	345	516	0,67	269	1,28	391	0,88	269	1,28		

Tabela 5.13 – Previsão da carga de ruptura pelo TFCC – CASO 2

Autor	Laje	$V_u$ (kN)	TFCC simp.				TFCC aver.			
			$V_{Teorico}$ (kN)	$V_u/V_{Teorico}$	Med.	C.V	$V_{Teorico}$ (kN)	$V_u/V_{Teorico}$	Med.	C.V
Oliveira (2013)	LS01	425	351	1,21	<b>1,43</b>	<b>0,13</b>	410	1,04	<b>1,23</b>	<b>0,13</b>
	LS02	763	468	1,63			545	1,40		
	LS03	775	574	1,35			651	1,19		
	LS04	712	510	1,40			587	1,21		
	LS05	926	525	1,76			620	1,49		
	LS06	904	580	1,56			680	1,33		
	LW01	446	347	1,28			403	1,11		
	LW02	711	463	1,54			533	1,33		
	LW03	733	585	1,25			670	1,09		
	LW04	617	526	1,17			612	1,01		
	LW05	815	525	1,55			613	1,33		
Ferreira (2010)	LS03	699	420	1,66	<b>1,57</b>	<b>0,06</b>	485	1,44	<b>1,34</b>	<b>0,07</b>
	LS04	722	490	1,47			576	1,25		
	LS06	528	350	1,51			410	1,29		
	LS08	934	575	1,62			670	1,39		
Kruger (1999)	P16A	332	244	1,36	<b>1,18</b>	<b>0,11</b>	281	1,18	<b>1,02</b>	<b>0,11</b>
	PP16A	403	345	1,17			403	1,00		
	PP16B	432	398	1,09			456	0,95		
	Anco16B	470	425	1,11			498	0,94		
Cordovil (1995)	9	106	100	1,06	<b>1,07</b>	<b>0,04</b>	120	0,88	<b>0,94</b>	<b>0,08</b>
	10	219	195	1,12			215	1,02		
	16	156	151	1,03			171	0,91		
Hawkins, Bao e Yamazaki (1989)	14EH0,49	226	218	1,04	<b>0,97</b>	<b>0,06</b>	252	0,90	<b>0,83</b>	<b>0,06</b>
	9.6EH0,34	199	200	1,00			237	0,84		
	9.6EH0,48	226	230	0,98			275	0,82		
	14EL0,49	354	376	0,94			437	0,81		
	9.6EL0,34	290	331	0,88			387	0,75		
	9.6EL0,56	345	350	0,99			407	0,85		

Tabela 5.14– Comparação dos métodos teóricos para CASO 2

Autor	Laje	Superfície de Ruptura	NBR -2007		EC2 - 2004		ACI - 20808		TFCC simp.		TFCC aver.	
			$V_u / V_{NBR}$	Superfície de Ruptura NBR	$V_u / V_{EC2}$	Superfície de Ruptura EC2	$V_u / V_{ACI}$	Superfície de Ruptura ACI	$V_u / V_{TFCC}$	Superfície de Ruptura TFCC	$V_u / V_{TFCC}$	Superfície de Ruptura TFCC
Oliveira (2013)	LS01	Punção	0,90	Punção	0,99	Punção	1,20	Punção	1,21	Punção	1,04	Punção
	LS02	in	1,10	in	1,22	in	1,95	out	1,63	out	1,40	out
	LS03	in	1,16	in	1,29	in	1,62	in	1,35	out	1,19	out
	LS04	in	1,24	in	1,37	in	1,70	in	1,40	in	1,21	in
	LS05	in	0,82	Max	0,98	out	1,88	Max	1,76	out	1,49	out
	LS06	in	1,02	in	1,13	in	1,74	Max	1,56	out	1,33	out
	LW01	Punção	0,89	Punção	0,99	Punção	1,32	Punção	1,28	Punção	1,11	Punção
	LW02	in	0,91	in	1,02	in	1,75	out	1,54	out	1,33	out
	LW03	in	0,95	in	1,06	in	1,44	in	1,25	out	1,09	in
	LW04	in	0,93	in	1,03	in	1,35	in	1,17	in	1,01	in
LW05	f/c	0,67	out	0,82	out	1,63	Max	1,55	out	1,33	out	
Ferreira (2010)	LS03	out	0,98	out	1,27	out	1,96	out	1,66	out	1,44	out
	LS04	in	0,86	in	0,96	in	1,38	Max	1,47	out	1,25	out
	LS06	Punção	1,10	Punção	1,21	Punção	1,49	Punção	1,51	Punção	1,29	Punção
	LS08	in	0,85	out	1,03	out	1,67	out	1,62	out	1,39	out
Kruger (1999)	P16A	Punção	0,97	Punção	1,12	Punção	1,14	Punção	1,36	Punção	1,18	Punção
	PP16A	in	0,72	in	0,72	in	0,93	Max	1,17	Max	1,00	Max
	PP16B	in	0,74	in	0,74	in	0,98	Max	1,09	Max	0,95	Max
	Anco16B	out	0,66	out	0,85	out	1,12	Max	1,11	out	0,94	out
Cordovil (1995)	9	Punção	0,82	Punção	0,99	Punção	1,13	Punção	1,06	Punção	0,88	Punção
	10	in	1,00	in	1,12	in	1,43	in	1,12	out	1,02	out
	16	in	0,99	in	1,11	in	1,48	in	1,03	out	0,91	in
Hawkins, Bao e Yamazaki (1989)	14EH0,49	---	0,78	in	0,81	out	1,18	in	1,04	Max	0,90	Max
	9.6EH0,34	---	0,59	out	0,82	out	1,01	in	1,00	Max/out	0,84	Max/out
	9.6EH0,48	---	0,62	out	0,85	out	0,95	out	0,98	Max/out	0,82	Max/out
	14EL0,49	---	0,63	out	0,95	out	1,39	out	0,94	Max	0,81	Max
	9.6EL0,34	---	0,76	in	0,89	out	1,19	out	0,88	Max/out	0,75	in
	9.6EL0,56	---	0,75	out	1,00	out	1,28	out	0,99	Max/out	0,85	Max/out
		<b>Média</b>	<b>0,87</b>		<b>1,01</b>		<b>1,40</b>		<b>1,28</b>		<b>1,10</b>	
		<b>C.V</b>	<b>0,20</b>		<b>0,17</b>		<b>0,22</b>		<b>0,20</b>		<b>0,20</b>	

Analisando a NBR 6118 (2007) para o CASO 2 nota-se que esta norma mais do que no CASO 1, também está com um rendimento baixo em relação às suas estimativas da carga última de punção, apresentando muitos resultados contra a segurança. Porém, com relação à previsão das superfícies de ruptura, essa norma, juntamente com o EC2, apresentou o menor erro dentre as demais, tendo errado 18% das previsões de superfície de ruptura. Vale ressaltar que a avaliação das superfícies de ruptura não se aplica apenas às lajes de HAWKINS, BAO e YAMAZAKI, uma vez que estes autores não informaram a posição das superfícies de ruptura como dentro ou fora da região da armadura de cisalhamento. A NBR apresentou valor médio de 0,87 para a relação  $V_u/V_{NBR}$  e um coeficiente de variação de 0,20. A análise destes resultados merece o destaque de que a NBR apresentou 82% de valores de estimativa da carga última contra a segurança, além de apresentar uma variação bastante considerável entre os valores acima e abaixo dos considerados seguros. Este fato é bastante preocupante e merece total atenção para que seja revisto o método de cálculo da resistência à punção para o CASO 2, não apenas para a NBR, mas como será visto adiante com exceção do ACI, todos os demais métodos avaliados para o CASO 2 apresentaram grande quantidade de estimativas inseguras.

O resultados obtidos através das estimativas da norma Eurocode 2 (2004) para o CASO 2, embora pouco acima do valor unitário apresentando para a relação  $V_u/V_{EC2}$  um valor médio de 1,01 e coeficiente de variação 0,17, assim como a NBR, mostrou que o cálculo da resistência à punção além de grande variação entre seus resultados apresentou 50% de valores contra a segurança. Nota-se que apenas lajes armadas com armadura de cisalhamento do tipo *studs* obtiveram relação  $V_u/V_{EC2}$  acima da unidade, ou seja, nenhuma das lajes armadas ao cisalhamento com estribos abertos ou fechados apresentou resultados a favor da segurança. Isso mostra que embora não haja diferenciação sobre o tipo de armadura empregada nas recomendações desta norma, há indícios de que a norma está mais insegura quando armaduras de cisalhamento diferentes do tipo *double-headed stud* são empregadas. Com relação às estimativas das superfícies de ruptura esta norma apresentou erro de 18%.

Analisando os resultados da norma norte americana ACI 318M (2008), assim como no CASO 1, esta norma apresentou os maiores valores médios para a relação  $V_u/V_{Norma}$ , embora dentro dos limites satisfatórios estabelecidos. O ACI apresentou para a relação  $V_u/V_{ACI}$  um valor médio de 1,40 e coeficiente de variação com valor relativamente alto de

0,22. Embora apresentando muitos valores acima do limite satisfatório, ou seja, conservadores, para o CASO 2 o ACI obteve apenas 11% de valores contra a segurança, o que lhe garante de forma qualitativa o melhor desempenho dentre os métodos teóricos avaliados para o CASO 2. Nota-se que os poucos valores contra a segurança determinados pelas recomendações do ACI são exatamente referentes às lajes armadas com estribo. Esta norma faz uma diferenciação para o uso de armaduras de cisalhamento do tipo estribo e do tipo *double-headed stud*, diminuindo a parcela resistente do concreto em 33% quando armada com estribos, em relação à parcela resistente do concreto com lajes armadas com *studs*. Embora, aparentemente esta diminuição seja uma medida conservadora, no entanto, ainda assim apresenta resultados contra a segurança. Obviamente que mais resultados de lajes do CASO 2 devem ser obtidos para avaliar este fato com mais contundência e precisão. Com relação às superfícies de ruptura pode-se observar que o ACI em relação às demais normas apresentou ruptura por esmagamento da biela de concreto, apresentando este tipo de previsão em 25% das lajes, isso se deve à forte redução da capacidade resistente quando a ligação laje-pilar está submetida à transferência de momento fletor. Nota-se que quando a ligação laje-pilar tem altas taxas e um considerável número de camadas da armadura de cisalhamento, o que implica em um valor relativamente alto do perímetro externo ( $u_{out}$ ), a resistência à punção da biela de concreto tende a ser o menor valor entre as parcelas resistentes, levando a previsões de ruptura por esmagamento. Esse comportamento, no entanto, parece indevido levando a resistência da biela de concreto a valores extremamente conservadores.

Sobre a TFCC há de se fazer algumas considerações a respeito dos seus procedimentos de cálculo antes de fazer uma análise qualitativa de seus resultados. Apesar das equações apresentadas pelo método, aparentemente, serem de uma origem empírica, o método é bem fundamentado do ponto de vista de mecanismo da punção e explica de modo satisfatório os efeitos do fenômeno. A interpretação do método para o CASO 2 é bastante subjetiva, dando espaço a várias interpretações com relação à transferência de momento fletor na ligação laje-pilar, principalmente na determinação do momento resistente que compõe a equação da rotação. Outro ponto de vista importante de ser citado é o fato do método apresentar suas respostas de forma gráfica, o que afeta a precisão da resposta e depende exclusivamente da leitura de cada projetista. De um modo geral este método mostrou-se eficiente ao estimar a carga última das lajes, porém mostrou-se ineficiente em estimar a posição das superfícies de ruptura das lajes.

A TFCCsimp. apresentou valores satisfatórios, porém com grande variação, tendo valor médio para a relação  $V_u/V_{TFCCsimp.}$  igual a 1,28 e coeficiente de variação igual a 0,20. Este método apresentou 18% de resultados contra a segurança, se comparado com os demais métodos utilizados e levando em conta o número limitado de lajes do bando de dados, esta porcentagem pode ser considerada satisfatória. Porém, com relação à previsão das superfícies de ruptura este método apresentou o maior erro dentre todos os demais, obtendo 76% de erro.

A TFCCaver. apresentou valores precisos, porém também com considerável variação, tendo valor médio para a relação  $V_u/V_{TFCCsimp.}$  igual a 1,10 e coeficiente de variação igual a 0,20. Este método, embora tenha apresentado valores mais precisos, é preocupante o fato deste mesmo obter 36% das estimativas de carga última contra a segurança. Com relação à previsão das superfícies de ruptura este método apresentou, juntamente com o ACI, o segundo maior erro, obtendo 65% de erro. É importante notar que tanto a TFCCsimp. como a TFCCaver., com relação à previsão das superfícies de ruptura, tem forte tendência em prever ruptura por esmagamento da biela de concreto, ou até mesmo deixar a posição da superfície de ruptura indeterminável, quando é utilizado armadura de cisalhamento do tipo estribo aberto ou fechado. Este método faz uma consideração distinguindo as condições de ancoragem da armadura do tipo estribo e do tipo *double-headed stud*, essa distinção é feita através do parâmetro  $\lambda$ , sendo este considerado 3 para armadura do tipo *stud* e 2 para armadura tipo estribo aberto ou fechado. Essa alteração na formulação, quando do uso de estribos, mostra uma aproximação ou até mesmo uma sobreposição das curvas de  $V_{out}$  e  $V_{Max}$ , o que impossibilita distinguir a real previsão da superfície de ruptura e por este motivo a Tabela 5.14 apresenta o valor *Max/out*.

## 5.3 CONTRIBUIÇÕES PARA ANÁLISE DA RESISTÊNCIA À PUNÇÃO

### 5.3.1 – Equação da tensão resistente à punção

A análise dos resultados realizada até aqui com base no banco de dados apresentado, mostra que a norma brasileira NBR 6118 (2007), não apresenta bons resultados na previsão das cargas últimas de lajes tanto do CASO 1 como do CASO 2. Essa deficiência na previsão da carga última pode estar relacionada às equações determinantes das parcelas resistentes dos materiais concreto ( $V_{R,c}$ ) e aço ( $V_{R,s}$ ). A Equação 2.25 e a Equação 2.27 representam essas parcelas. A Equação 2.25 representa a parcela resistente do concreto para lajes sem armadura de cisalhamento. Já a Equação 2.27 tem como primeiro termo da equação a parcela resistente do concreto para lajes com armadura de cisalhamento. Como a parcela resistente do aço. Esta última é normalmente considerada conservadora, uma vez que a tensão de escoamento da armadura de cisalhamento é limitada em 345 MPa (para armadura do tipo *stud*), permitindo uma pequena variação através de interpolação quando a altura das lajes varia entre 150 e 350 mm, será realizada somente uma avaliação da parcela resistente do material concreto.

Tanto para o CASO 1 como para o CASO 2 será proposta aqui uma nova equação para a determinação da tensão resistente. A nova equação é derivada de uma simples alteração da Equação 2.27, inserindo um coeficiente  $\phi_R = 0,75$ , como apresentado na Equação 5.1. A nova equação considera que a parcela resistente do material concreto deve ser menor do que a parcela considerada pelo atual texto da NBR. Esta redução da capacidade resistente do concreto, está relacionada ao fato de que ligações laje-pilar quando nas situações do CASO 1 e CASO 2 possuem menor capacidade resistente do concreto, pois permitem um maior nível de fissuração e aberturas de fissuras no concreto devido a ação da armadura de cisalhamento. Esta equação apresentará um valor de resistência sem qualquer tipo de majoração, ou seja, resistência nominal, necessitando em situações de projeto ser ajustada para suas devidas combinações últimas.

$$\tau_{R3} = \phi_R \cdot 0,15 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}}\right) \cdot (100 \rho f_c)^{1/3} + 1,5 \cdot \frac{d}{s_r} \cdot \frac{A_{sw} \cdot f_{yw} \cdot \text{sen} \alpha}{u \cdot d} \quad \text{Equação 5.1}$$

A Equação 5.1 refere-se apenas às lajes do CASO 1 e do CASO 2, no entanto, para a situação de lajes submetidas a carregamento simétrico ou excêntrico, sem armadura de cisalhamento, recomenda-se a alteração do índice 0,18 que acompanha a Equação 2.25 para um valor de 0,15, como apresentado na Equação 5.2, O resultado desta equação também apresentará um valor de resistência sem qualquer tipo de majoração.

$$\tau_{R1} = 0,15 \cdot \left( 1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) \cdot (100 \rho f_c)^{1/3} \quad \text{Equação 5.2}$$

A redução da capacidade resistente do concreto para o caso de lajes sem armadura de cisalhamento pode ser justificada por um argumento apresentado por SACRAMENTO *et.al* (2012), onde o autor apresenta uma análise de resultados de um banco de dados de 74 lajes sem armadura de cisalhamento, variando parâmetros como  $f_c$  (resistência do concreto),  $\rho$  (taxa de armadura de flexão),  $d$  (altura útil) e  $B/d$  (diâmetro equivalente do pilar  $u_0/\pi$  dividido pela altura útil  $d$  da laje) em relação à tensão última resistente  $\tau_u$ . A Figura 5.1 apresenta a análise feita pelo autor, onde, a linha cheia representa o nível de resistência nominal e a linha pontilhada representa o nível de resistência de projeto (consideradas as combinações últimas de projeto). É possível observar na Figura 5.1, que a NBR apresenta resultados nominais muito próximos da média dos resultados experimentais, e dessa forma, um ajuste da Equação 2.25 pode ser realizado através da redução do índice de 0,18 para 0,15. A média dos resultados obtidos com nova equação são representados pela linha traço-ponto, onde é possível observar que pouquíssimos resultados contra à segurança (abaixo da linha traço-ponto) são obtidos. A Tabela 5.15 apresenta os resultados para o CASO 1 da estimativa de carga última com a utilização da formulação proposta, sendo estes resultados apresentados com a nomenclatura de NBR-MOD.

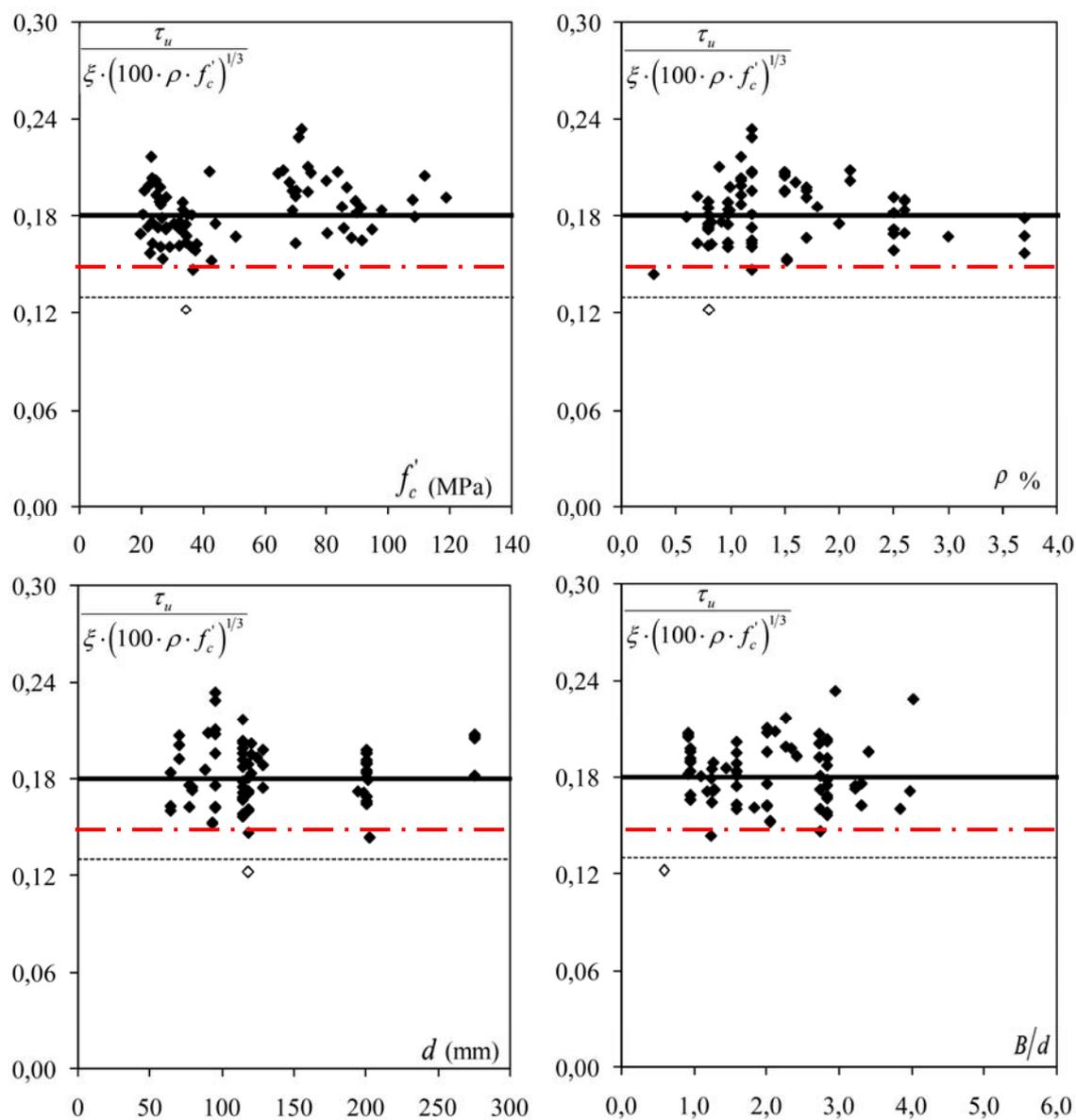


Figura 5.1 – Resistência à punção de lajes sem armadura de cisalhamento - comparação dos resultados de ensaios com as recomendações da NBR 6118 – (FERREIRA, 2010).

Tabela 5.15– Comparação entre as estimativas da NBR e NBR-MOD para o CASO 1

Autor	Laje	Superfície de Ruptura	NBR -2007				NBR -2007 (MOD)					
			V <sub>NBR</sub> (kN)	V <sub>u</sub> / V <sub>NBR</sub>	Média	C.V	Superfície de Ruptura NBR	V <sub>NBR</sub> (kN)	V <sub>u</sub> / V <sub>NBR</sub>	Média	C.V	Superfície de Ruptura NBR - MOD
Oliveira (2013)	LN01	out	1122	0,97	<b>0,99</b>	<b>0,11</b>	in	958	1,13	<b>1,15</b>	<b>0,10</b>	out
	LN02	in	1118	1,02			in	1019	1,12			in
	LN03	Punção	737	1,07			Punção	607	1,30			Punção
	LN04	in	912	1,06			in	812	1,19			in
	LN05	out	1404	0,81			out	1158	0,99			out
Ferreira (2010)	LS01	out	923	1,11	<b>1,02</b>	<b>0,08</b>	out	761	1,34	<b>1,23</b>	<b>0,08</b>	out
	LS02	in	1194	0,94			out	984	1,15			out
	LS05	Punção	730	1,07			Punção	602	1,29			Punção
	LS07	out	1257	0,95			out	1036	1,16			out
Regan (2009)	1	in	1032	0,85	<b>0,93</b>	<b>0,08</b>	out	851	1,04	<b>1,13</b>	<b>0,08</b>	out
	2	fc/out	1216	0,94			out	1002	1,14			out
	3	fc/in	1036	1,00			out	854	1,22			out
Birkle (2004)	S1	Punção	500	0,97	<b>0,90</b>	<b>0,07</b>	Punção	412	1,17	<b>1,08</b>	<b>0,07</b>	Punção
	S2	in	622	0,92			out	513	1,12			out
	S3	in	629	0,91			out	519	1,10			out
	S4	out	681	0,93			out	561	1,13			out
	S5	out	671	0,93			out	553	1,13			out
	S6	out	639	0,96			out	526	1,17			out
	S7	Punção	895	0,92			Punção	738	1,12			Punção
	S8	in	1244	0,84			out	1026	1,02			out
	S9	in	1111	0,98			in	993	1,10			in
	S10	Punção	1350	0,77			Punção	1113	0,94			Punção
	S11	in	1877	0,86			out	1547	1,05			out
	S12	in	1864	0,82			in	1605	0,95			out
Regan e Samadian (2001)	R3	out	999	0,85	<b>0,90</b>	<b>0,04</b>	out	824	1,03	<b>1,08</b>	<b>0,04</b>	out
	R4	out	1057	0,90			out	871	1,09			out
	A1	out	1135	0,88			out	935	1,07			out
	A2	in	1020	0,93			in	925	1,03			in
	R5	out	1517	0,95			out	1251	1,15			out
	R6	flex	1403	0,91			out	1156	1,11			out
Gomes e Regan (1999)	1	Punção	637	0,88	<b>1,07</b>	<b>0,10</b>	Punção	525	1,07	<b>1,26</b>	<b>0,09</b>	Punção
	2	in	608	1,14			in	532	1,30			in
	3	in/out	701	1,10			in	618	1,25			in
	4	out	826	1,03			out	680	1,25			out
	5	out	848	1,01			out	699	1,22			out
	6	out	1030	1,01			out	849	1,23			out
	7	out	993	1,13			out	818	1,37			out
	8	out	998	1,20			out	822	1,46			out
	9	out	1334	0,92			out	1099	1,12			out
	10	in	692	1,16			in	615	1,30			in
	11	in	771	1,18			in	694	1,31			in
Cordovil (1995)	7	Punção	334	0,51	<b>0,57</b>	<b>0,32</b>	Punção	275	0,61	<b>0,65</b>	<b>0,32</b>	Punção
	8	in	421	0,44			in	377	0,50			in
	11	in	419	0,49			in	375	0,55			in
	14	in	361	0,84			in	316	0,96			out
<b>Média</b>			<b>0,97</b>				<b>1,11</b>					
<b>C.V</b>			<b>0,11</b>				<b>0,17</b>					

Através da comparação apresentada na Tabela 5.15 é possível notar que a utilização da equação proposta melhorou de forma considerável as estimativas de carga última da NBR, afastando, ainda mais, esta norma de uma classificação dentro dos limites de insegurança. A norma, que em sua formulação original apresentava 64% de valores contra a segurança com a modificação proposta esta passou a apresentar apenas 7% de valores contra a segurança. A NBR-MOD apresentou valor médio de 1,11 para a relação  $V_u/V_{NBR}$  e um coeficiente de variação de 0,17, estes novos resultados classificam a norma como precisa, no entanto, nota-se que houve um aumento considerável no coeficiente de variação. Quanto à previsão do modo de ruptura esta permanece inalterada mantendo 71% de acertos, valor este considerado satisfatório para o banco de dados em questão. A Tabela 5.16 apresenta os resultados da NBR-MOD para o CASO 2.

Tabela 5.16– Comparação entre as estimativas da NBR e NBR-MOD para o CASO 2

Autor	Laje	Superfície de Ruptura	NBR -2007				NBR -2007 - MOD				Superfície de Ruptura NBR - MOD	
			$V_{NBR}$ (kN)	$V_u / V_{NBR}$	Média	C.V	Modo de Ruptura NBR	$V_{NBR}$ (kN)	$V_u / V_{NBR}$	Média		C.V
Oliveira (2013)	LS01	Punção	472	0,90	<b>0,96</b>	<b>0,17</b>	Punção	389	1,09	<b>1,09</b>	<b>0,14</b>	Punção
	LS02	in	694	1,10			in	632	1,21			in
	LS03	in	669	1,16			in	610	1,27			in
	LS04	in	575	1,24			in	513	1,39			in
	LS05	in	1136	0,82			<b>Max</b>	957	0,97			<b>out</b>
	LS06	in	888	1,02			in	827	1,09			in
	LW01	Punção	498	0,89			Punção	411	1,09			Punção
	LW02	in	778	0,91			in	710	1,00			in
	LW03	in	770	0,95			in	702	1,04			in
	LW04	in	665	0,93			in	593	1,04			in
LW05	f/c	1216	0,67	<b>out</b>	1003	0,81	<b>out</b>					
Ferreira (2010)	LS03	out	711	0,98	<b>0,95</b>	<b>0,12</b>	out	586	1,19	<b>1,12</b>	<b>0,16</b>	out
	LS04	in	836	0,86			in	775	0,93			in
	LS06	Punção	480	1,10			Punção	396	1,33			Punção
	LS08	in	1099	0,85			<b>out</b>	906	1,03			<b>out</b>
Kruger (1999)	P16A	Punção	342	0,97	<b>0,77</b>	<b>0,18</b>	Punção	282	1,18	<b>0,89</b>	<b>0,21</b>	Punção
	PP16A	in	558	0,72			in	513	0,79			in
	PP16B	in	586	0,73			in	536	0,81			in
	Anco16B	out	714	0,66			out	589	0,80			out
Cordovil (1995)	9	---	129	0,82	<b>0,92</b>	<b>0,09</b>	Punção	107	0,99	<b>1,05</b>	<b>0,05</b>	Punção
	10	---	226	1,00			in	202	1,08			in
	16	---	161	0,99			in	144	1,08			in
Hawkins, Bao e Yamazaki (1989)	14EH0,49	---	290	0,78	<b>0,69</b>	<b>0,12</b>	in	265	0,85	<b>0,80</b>	<b>0,09</b>	in
	9.6EH0,34	---	336	0,59			out	277	0,72			out
	9.6EH0,48	---	366	0,62			out	301	0,75			out
	14EL0,49	---	563	0,63			out	464	0,76			out
	9.6EL0,34	---	384	0,75			in	357	0,81			out
	9.6EL0,56	---	458	0,75			out	378	0,91			out
<b>Média</b>			<b>0,87</b>				<b>1,00</b>					
<b>C.V</b>			<b>0,20</b>				<b>0,18</b>					

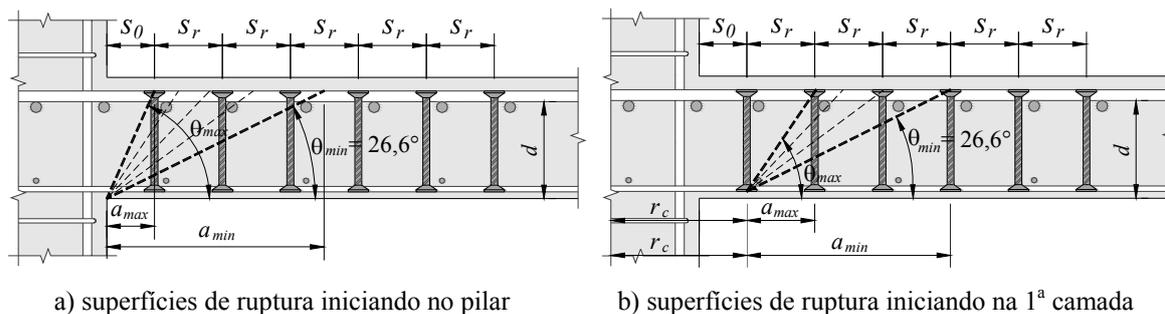
Para a comparação apresentada na Tabela 5.16, a utilização da equação proposta também melhorou de forma considerável as estimativas de carga última da NBR para o CASO 2. A NBR-MOD apresentou valor médio de 1,00 para a relação  $V_u/V_{NBR}$  e um coeficiente de variação de 0,18. A equação proposta levou as estimativas da norma para uma classificação dentro dos limites de precisão, embora, com um número considerável de resultados contra a segurança. Destaca-se que as lajes em que foi empregada armadura de cisalhamento do tipo *stud* (lajes desta pesquisa, FERREIRA e CORDOVIL), apresentaram médias acima da unidade com valores precisos e possuindo variações satisfatórias, sobretudo as lajes desta pesquisa e as lajes de FERREIRA (2010) que possuíam mesmas dimensões geométricas, mesmo sistema de ensaio e mesma taxa de armadura de flexão, tendo estas apresentado média de 1,09 e 1,12, respectivamente para a relação  $V_u/V_{NBR}$  e coeficientes de variação com valores muito próximos. Já as lajes que fizeram uso de armadura de cisalhamento tipo estribo aberto ou fechado (KRÜGER e HAWKINS, BAO e YAMAZAKI), todas estas apresentaram resultados contra a segurança, a laje Anco16B de KRÜGER (1999) que possuía armadura do tipo *stud* também apresentou relação  $V_u/V_{NBR}$  contra a segurança. Esta observação aponta que a norma brasileira não apresenta bom desempenho para a situação de lajes armadas ao cisalhamento com armadura diferente do tipo *stud*. No entanto, os dados apresentados não podem caracterizar este comportamento como fato por conta do pouquíssimo número de lajes deste tipo que compõem o banco de dados, sendo assim, mais ensaios em lajes armadas ao cisalhamento com estribos abertos e fechados devem ser investigados para a elaboração de conclusões mais contundentes.

Quanto à estimativa das superfícies de ruptura a NBR-MOD, com exceção das lajes de HAWKINS, BAO e YAMAZAKI (1989) que não apresentaram as posições das superfícies de ruptura em relação à posição da armadura de cisalhamento (*in* ou *out*), as demais lajes do banco de dados do CASO 2 apresentaram 82% de acerto das superfícies de ruptura, não alterando o resultado obtido com a equação de resistência original. Este comportamento ressalta que a norma brasileira demonstra eficiência satisfatória na previsão das superfícies de ruptura tanto para o CASO 1 como para o CASO 2.

### 5.3.2 – Adaptação do Método da Superfície de Resistência Mínima ao Cisalhamento

A resistência ao cisalhamento na ligação laje-pilar varia em função da inclinação da superfície de ruptura. Quanto menor a inclinação da superfície de ruptura, menor será a contribuição do concreto na resistência ao cisalhamento, porém, mais camadas de armaduras serão efetivas na resistência ao cisalhamento. De acordo com FERREIRA (2010) uma representação razoável da resistência à punção de lajes de concreto armado com armaduras de cisalhamento pode ser obtida admitindo-se que esta será investigada para diversas possibilidades do posicionamento da superfície de ruptura e que será expressa pela soma de uma componente de resistência do concreto ( $V_{R,c}$ ), que aumenta proporcionalmente com aumento da inclinação da superfície de ruptura, e uma componente de resistência da armadura de cisalhamento ( $V_{R,s}$ ), que diminui a medida que a inclinação da superfície de ruptura aumenta. Em sua tese FERREIRA apresenta um método para a verificação da resistência à punção para o CASO 1, denominado de Método da Superfície de Resistência Mínima ao Cisalhamento (*MSMR*). Neste trabalho será proposta uma alteração na formulação apresentada por FERREIRA para o CASO 1 e uma adaptação do MSMR para o CASO 2.

De acordo com FERREIRA (2010), a Figura 5.2 apresenta as possibilidades das diversas posições da superfície de ruptura dentro da região da armadura de cisalhamento para uma ligação laje-pilar. Na Figura 5.2a considera-se que a superfície de ruptura tem início na face do pilar, a inclinação máxima que esta pode atingir é obtida através de uma linha traçada da face do pilar até a ancoragem da primeira camada da armadura de cisalhamento, e para essa situação, apenas o concreto irá contribuir para a resistência à punção. FERREIRA adotou como hipótese, que ângulo  $\theta$  pode variar de um valor máximo  $\theta_{max}$ , que é função da distância da primeira camada da armadura de cisalhamento até a face do pilar ( $s_0$ ) até um valor mínimo  $\theta_{min}$ , que é estabelecido como a inclinação da superfície de ruptura de uma laje sem armadura de cisalhamento. FERREIRA ainda considera que é possível que a superfície de menor resistência ao cisalhamento não inicie nas extremidades do pilar, mas sim na base das camadas da armadura de cisalhamento, conforme indicado na Figura 5.2b.

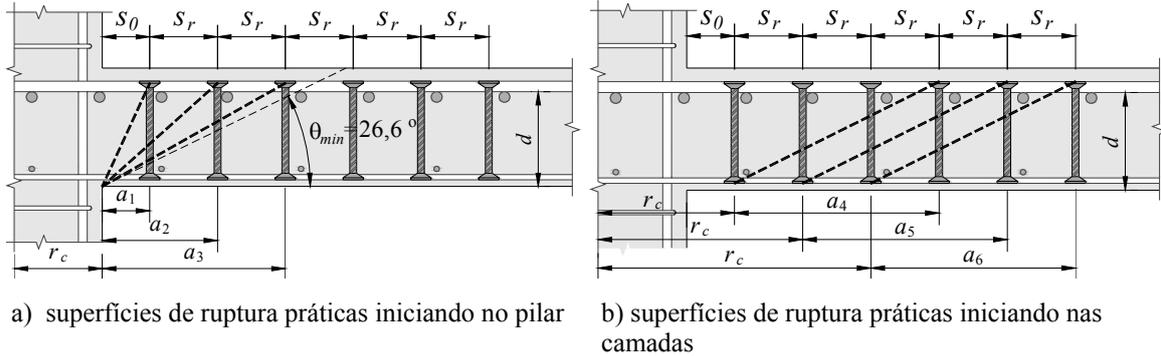


a) superfícies de ruptura iniciando no pilar      b) superfícies de ruptura iniciando na 1ª camada

Figura 5.2 – Superfícies de ruptura teóricas dentro da região da armadura de cisalhamento –

(FERREIRA, 2010).

O autor sugere que o método pode ser utilizado de modo mais prático, se for estabelecido que, preferencialmente, as possíveis superfícies de ruptura tenham início sempre na extremidade inferior da armadura de cisalhamento. Deste modo, a determinação das superfícies de ruptura poderia ser feita conforme indicado na Figura 5.3. Na Figura 5.3a é apresentado que, partindo-se da face do pilar, devem ser traçadas superfícies buscando as extremidades superiores dos *studs* que compõem a armadura, mas nunca com inclinação inferior a  $\theta_{min}$ . Deste ponto em diante, a definição das superfícies de ruptura deve ser feita conforme indicado na Figura 5.3b. Deste modo, o número total de superfícies a serem investigadas será sempre igual ao número de camadas adotadas. Este método pode ser bastante interessante para fins de verificação da capacidade resistente de uma ligação laje-pilar.



a) superfícies de ruptura práticas iniciando no pilar      b) superfícies de ruptura práticas iniciando nas camadas

Figura 5.3 – Superfícies de ruptura práticas dentro da região da armadura de cisalhamento – (FERREIRA, 2010).

FERREIRA (2010) propôs em seu método (MSRM) que a resistência a punção da ligação pode ser determinada através da Equação 5.3, considerando a Equação 5.4 como a parcela de resistência do concreto ao cisalhamento e a Equação 5.5 como a parcela resistente das camadas de armadura de cisalhamento cortadas pela superfície de ruptura.

$$V_{R,cs} = \eta_c \cdot V_{R,c} \cdot \left( \frac{2 \cdot d}{a_i} \right) + V_{R,s} \quad \text{Equação 5.3}$$

$$V_{R,c} = 0,18 \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_c)^{1/3} \cdot u_i \cdot d \quad \text{Equação 5.4}$$

$$V_{R,s} = \sum A_{sw, cam} \cdot f_{ys,w} \quad \text{Equação 5.5}$$

onde:

$\eta_c$  é um coeficiente aqui assumido como igual a 0,75;

$V_{R,c}$  é a parcela de resistência do concreto ao cisalhamento, obtida através da Equação 5.4;  
 $d$  é a altura útil da laje;

$a_i$  é a projeção horizontal da superfície de ruptura investigada;

$V_{R,s}$  é a parcela de contribuição das armaduras de cisalhamento efetivamente ancoradas e cortadas pela superfície de ruptura;

$\xi$  é o *size effect* determinado como  $\xi = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0$ ;

$\rho$  é a taxa de armadura de flexão tracionada, definida como  $\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} \leq 0,2$ ;

$f_c$  é a resistência a compressão do concreto;

$u_i$  é o perímetro de controle com geometria igual a do EC2, porém definido a uma distância  $a_i$  da face do pilar ou do ponto inferior da superfície de ruptura investigada;

$A_{sw, cam}$  é a área de aço por camada da armadura de cisalhamento;

$f_{ys,w}$  é a tensão de escoamento da armadura de cisalhamento.

### 5.3.2.1 - Método da Superfície de Resistência Mínima ao Cisalhamento - CASO 1

Com base nos resultados obtidos por FERREIRA (2010) e no banco de dados criado neste trabalho para as lajes do CASO 1, pôde-se verificar que a substituição do índice 0,18 na Equação 5.6 por um índice de 0,15, ou seja, a redução da capacidade resistente do concreto quando da utilização de armadura de cisalhamento, melhora as estimativas do MSRM, tornando o método mais adequado e eficiente não apenas para as lajes do CASO 1 mas também para as lajes do CASO 2 como será mostrado mais adiante.

Sendo assim, a modificação do método MSRM para lajes na situação do CASO 1 será denominada de MSRM-MOD e mantendo as funções e nomenclatura de cada variável empregada no método original, será realizada uma simples alteração na Equação 5.4, como apresentado na Equação 5.6, a seguir:

$$V_{R,c} = 0,15 \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_c)^{1/3} \cdot u_i \cdot d \quad \text{Equação 5.6}$$

Dessa forma, a equação proposta para a determinação da resistência à punção de uma ligação laje-pilar com armadura de cisalhamento, utilizando o método MSRM-MOD é a seguinte:

$$V_{R,cs} = \eta_c \cdot 0,15 \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_c)^{1/3} \cdot u_i \cdot d \cdot \left( \frac{2 \cdot d}{a_i} \right) + \sum A_{sw, cam} \cdot f_{ys, w} \quad \text{Equação 5.7}$$

A Tabela 5.17 apresenta uma comparação das lajes do CASO 1 entre o método MSRM proposto por FERREIRA (2010) e a modificação do método proposta neste trabalho MSRM-MOD.

Tabela 5.17 – Comparação dos métodos MSRM e MSRM-MOD – CASO 1

Autor	Lajes	$V_u$ (kN)	Tipo de Ruptura (Ensaio)	MSRM - (FERREIRA 2010)				MSRM - MOD			
				$V_{MSRM}$ (kN)	$V_u/V_{MSRM}$	Med.	C.V	$V_{MSRM}$ (kN)	$V_u/V_{MSRM}$	Med.	C.V
Oliveira (2013)	LN02	1144	in	1.051	1,09	<b>1,06</b>	<b>0,04</b>	943	1,21	<b>1,19</b>	<b>0,03</b>
	LN04	965	in	939	1,03			830	1,16		
Ferreira (2010)	LS02	1128	in	1.074	1,05	<b>1,05</b>	---	895	1,26	<b>1,26</b>	---
Regan (2009)	1	881	in	940	0,94	<b>0,93</b>	<b>0,02</b>	783	1,12	<b>1,11</b>	<b>0,02</b>
	3	1038	fc/in	1.135	0,91			946	1,10		
Birkle (2004)	S2	574	in	625	0,92	<b>0,91</b>	<b>0,07</b>	558	1,03	<b>1,03</b>	<b>0,07</b>
	S3	572	in	637	0,90			568	1,01		
	S8	1050	in	1.252	0,84			1.087	0,97		
	S9	1091	in	1.069	1,02			934	1,17		
	S11	1620	in	1.894	0,86			1.647	0,98		
	S12	1520	in	1.681	0,90			1.470	1,03		
Regan e Samadian (2001)	A2	950	in	914	1,04	<b>1,04</b>	---	775	1,23	<b>1,23</b>	---
Gomes e Regan (1999)	2	693	in	606	1,14	<b>1,24</b>	<b>0,11</b>	521	1,33	<b>1,44</b>	<b>0,11</b>
	3	773	in/out	690	1,12			596	1,30		
	10	800	in	616	1,30			530	1,51		
	11	907	in	644	1,41			558	1,62		
Cordovil (1995)	8	187	---	342	0,55	<b>0,69</b>	<b>0,29</b>	285	0,66	<b>0,86</b>	<b>0,34</b>
	11	205	---	340	0,60			283	0,72		
	14	302	---	331	0,91			296	1,20		
						<b>Média</b>	<b>0,98</b>			<b>1,14</b>	
						<b>C.V</b>	<b>0,21</b>			<b>0,20</b>	

As lajes utilizadas na comparação da Tabela 5.17 são apenas aquelas que apresentaram ruptura dentro da região da armadura de cisalhamento, justamente para avaliar o desempenho do método. Pode-se observar que o método MSRM-MOD apresentou melhor desempenho para o banco de dados em questão, apresentando média de 1,14 para a relação  $V_u/V_{MSRM}$  e um coeficiente de variação de 0,20, estes resultados classificam o método como preciso para o CASO 1. As exceções são as lajes de GOMES e REGAN (1999) que apresentaram resultados considerados conservadores e as lajes de CORDOVIL (1995) que apresentaram resultados contra a segurança. Todas as demais lajes apresentaram resultados precisos ou satisfatórios, e embora o coeficiente de variação tenha apresentado um valor relativamente alto, ele se manteve praticamente constante em relação ao método original MSRM apresentado por FERREIRA (2010) e pode ser considerado um valor aceitável, visto a pequena quantidade de lajes comparadas.

Outra análise que se faz importante nas comparações da Tabela 5.17, é que o método MSRM proposto por FERREIRA apresentou 53% de seus resultados contra a segurança para o CASO 1, enquanto que o MSRM-MOD apresentou 21% de seus resultados contra a segurança. Nota-se que a maioria dos resultados contra a segurança pertence à série de ensaios de CORDOVIL (1995) e que estas lajes apresentaram resultados contra a segurança em todos os métodos teórico avaliados neste trabalho. Este fato pode estar relacionado à pequena espessura das lajes ensaiadas pelo autor o que pode ter levado à rupturas prematuras durante a execução dos ensaios. Sendo assim, considera-se que o método MSRM-MOD apresentou resultados bastante satisfatórios quanto à segurança de projeto. A Tabela 5.18 apresenta uma comparação entre o método MSRM-MOD e os demais resultados obtidos em todos os outros métodos de cálculo avaliados neste trabalho.

Tabela 5.18 – Comparação entre o métodos de cálculo para as lajes que romperam dentro da região das armaduras de cisalhamento.

Autor	Lajes	$V_u$ (kN)	Superfície de Ruptura (Ensaio)	MSRM - FERREIRA (2010)		MSRM - MOD		NBR 2007		EC2 2004		ACI 2008		TFCC simp.		TFCC aver.	
				$V_{MSRM}$ (kN)	$V_u/V_{MSRM}$	$V_{MSRM}$ (kN)	$V_u/V_{MSRM}$	$V_{NBR}$ (kN)	$V_u/V_{NBR}$	$V_{EC2}$ (kN)	$V_u/V_{EC2}$	$V_{ACI}$ (kN)	$V_u/V_{ACI}$	$V_{TFCC}$ (kN)	$V_u/V_{TFCC}$	$V_{TFCC}$ (kN)	$V_u/V_{TFCC}$
Oliveira (2013)	LN02	1144	in	1.051	1,09	943	1,21	1118	1,02	1005	1,14	887	1,29	804	1,42	894	1,28
	LN04	965	in	939	1,03	830	1,16	912	1,06	822	1,18	689	1,40	705	1,37	824	1,17
Ferreira (2010)	LS02	1128	in	1.074	1,05	895	1,26	1194	0,94	1005	1,12	637	1,77	770	1,46	898	1,26
Regan (2009)	1	881	in	940	0,94	783	1,12	1032	0,85	866	1,02	609	1,45	788	1,12	899	0,98
	3	1038	fc/in	1.135	0,91	946	1,10	1036	1,00	847	1,22	601	1,73	825	1,26	956	1,09
Birkle (2004)	S2	574	in	625	0,92	558	1,03	622	0,92	480	1,19	465	1,24	488	1,18	540	1,06
	S3	572	in	637	0,90	568	1,01	629	0,91	513	1,12	519	1,10	498	1,15	551	1,04
	S8	1050	in	1.252	0,84	1.087	0,97	1244	0,84	1070	0,98	813	1,29	875	1,20	1.160	0,91
	S9	1091	in	1.069	1,02	934	1,17	1111	0,98	1025	1,06	854	1,28	875	1,25	995	1,10
	S11	1620	in	1.894	0,86	1.647	0,98	1877	0,86	1626	1,00	1311	1,24	1.310	1,24	1.750	0,93
	S12	1520	in	1.681	0,90	1.470	1,03	1864	0,82	1687	0,90	1471	1,03	1.350	1,13	1.525	1,00
Regan e Samadian (2001)	A2	950	in	914	1,04	775	1,23	1020	0,93	921	1,03	671	1,42	750	1,27	862	1,10
Gomes e Regan (1999)	2	693	in	606	1,14	521	1,33	608	1,14	551	1,26	423	1,64	520	1,33	582	1,19
	3	773	in/out	690	1,12	596	1,30	701	1,10	638	1,21	472	1,64	556	1,39	632	1,22
	10	800	in	616	1,30	530	1,51	692	1,16	625	1,28	507	1,58	505	1,58	575	1,39
	11	907	in	644	1,41	558	1,62	771	1,18	693	1,31	539	1,68	524	1,73	595	1,52
Cordovil (1995)	8	187	in	342	0,55	285	0,66	421	0,98	382	1,05	302	1,42	350	1,24	397	1,11
	11	205	in	340	0,60	283	0,72	419	1,01	380	1,09	298	1,47	350	1,29	390	1,16
	14	302	in	331	0,91	296	1,20	361	0,86	281	1,07	233	1,30	312	1,10	349	0,97
<b>Média</b>				<b>0,98</b>		<b>1,14</b>		<b>0,98</b>		<b>1,12</b>		<b>1,42</b>		<b>1,30</b>		<b>1,13</b>	
<b>C.V</b>				<b>0,21</b>		<b>0,20</b>		<b>0,11</b>		<b>0,10</b>		<b>0,15</b>		<b>0,13</b>		<b>0,14</b>	

### 5.3.2.2 - Método da Superfície de Resistência Mínima ao Cisalhamento - CASO 2

Será proposta aqui uma nova formulação para a aplicação do método MSRM para o CASO 2. Neste caso há de se levar em consideração a transferência de momento fletor para a ligação laje-pilar, situação essa que não foi abordada no método apresentado por FERREIRA (2010). A transferência de momento fletor é abordada no método através da inserção de um parâmetro  $\beta$  que relaciona a transferência de momento com a resistência à punção da ligação. Esse parâmetro é o mesmo utilizado na norma Eurocode 2 (2004) e a sua utilização no método MSRM, como será visto mais adiante, foi bastante satisfatória na previsão da carga última de punção. Dessa maneira, a equação que determina a resistência à punção de uma ligação laje-pilar com armadura de cisalhamento e submetida a carregamento excêntrico, é a seguinte:

$$V_{R,cs} = \frac{1}{\beta} \cdot \left[ \eta_c \cdot V_{R,c} \cdot \left( \frac{2 \cdot d}{a_i} \right) + V_{R,s} \right] \quad \text{Equação 5.8}$$

$$\beta = 1 + k \cdot \frac{M_s}{V_s} \cdot \frac{u_1}{W_1} \quad \text{Equação 5.9}$$

onde:

$\beta$  é um parâmetro que relaciona a transferência de momento fletor com a resistência à punção na ligação laje-pilar;

$k$  é o coeficiente que relaciona a maior com a menor dimensão do pilar ou área carregada dado pela Tabela 5.19;

$M_s$  é o momento solicitante na ligação laje-pilar;

$V_s$  é a carga solicitante no pilar;

$u_1$  é comprimento do perímetro crítico;

$W_1$  é o Módulo de Resistência Plástica perpendicular à borda do perímetro  $u_1$ ;

$\eta_c$  é um coeficiente aqui assumido igual a 0,75;

$V_{R,c}$  é a parcela de resistência do concreto ao cisalhamento, obtida através da Equação 5.6;

$d$  é a altura útil da laje;

$a_i$  é a projeção horizontal da superfície de ruptura investigada;

$V_{R,s}$  é a parcela de contribuição das armaduras de cisalhamento efetivamente ancoradas e cortadas pela superfície de ruptura, obtida através da equação Equação 5.5;

Tabela 5.19 – Valores de  $k$  para pilares retangulares - EUROCODE 2 (2004)

$c_1/c_2$	0,50	1,00	2,00	3,00
$k$	0,45	0,60	0,70	0,80

onde :

$c_1$  é dimensão do pilar paralela à excentricidade da carga;

$c_2$  é dimensão do pilar perpendicular à excentricidade da carga;

A Tabela 5.20 apresenta a previsão da carga última de punção para o CASO 2 utilizando o método MSRM.

Tabela 5.20 – Previsão da carga última de punção pelo método MSRM – CASO 2

Autor	Lajes	$V_u$ (kN)	Tipo de Ruptura (Ensaio)	MSRM			
				$V_{MSRM}$ (kN)	$V_u/V_{MSRM}$	$V_{MSRM}$ (kN)	$V_u/V_{MSRM}$
Oliveira (2013)	LS02	763	in	585	1,30	<b>1,31</b>	<b>0,16</b>
	LS03	775	in	567	1,37		
	LS04	712	in	523	1,36		
	LS05	926	in	561	1,65		
	LS06	904	in	587	1,54		
	LW02	711	in	657	1,08		
	LW03	733	in	646	1,13		
	LW04	617	in	604	1,02		
	LW05	815	fc/in	622	1,31		
Ferreira (2010)	LS04	722	in	585	1,23	<b>1,31</b>	<b>0,08</b>
	LS08	934	in	673	1,39		
Kruger (1999)	PP16A	403	in	511	0,79	<b>0,79</b>	<b>0,04</b>
	PP16B	432	in	567	0,76		
Cordovil (1995)	10	219	---	186	1,39	<b>1,38</b>	<b>0,00</b>
	16	156	---	132	1,38		
Hawkins, Bao e Yamazaki (1989)	14EH0,49	226	---	250	0,90	<b>0,76</b>	<b>0,18</b>
	9.6EH0,34	199	---	237	0,84		
	9.6EH0,48	226	---	430	0,53		
	14EL0,49	354	---	430	0,82		
	9.6EL0,34	290	---	393	0,74		
	9.6EL0,56	345	---	483	0,71		
<b>Média</b>						<b>1,11</b>	
<b>C.V</b>						<b>0,29</b>	

A nova formulação proposta atribuída ao método mostrou um bom desempenho na previsão da carga última, apresentando média de 1,11 para a relação  $V_u/V_{NBR}$  e um coeficiente de variação de 0,29, classificando o método como preciso para o CASO 2 e embora o coeficiente de variação tenha apresentado um valor alto, pode-se considerar esta variação aceitável por conta do maior número de parâmetros a ser considerado no dimensionamento de lajes do CASO 2. Deve-se também ressaltar que para as lajes desta pesquisa e para as demais lajes com emprego de armadura de cisalhamento tipo *stud* o método apresentou 100% de resultados a favor da segurança, e apenas as lajes em que foi empregada armadura de cisalhamento tipo estribo apresentaram resultados contra a segurança.

A Tabela 5.21 apresenta uma comparação entre o método MSRM e os demais resultados obtidos em todos os outros métodos de cálculo avaliados neste trabalho para o CASO 2.

Tabela 5.21 – Previsão da carga última de punção pelo método MSRM – CASO 2

Autor	Lajes	$V_u$ (kN)	Superfície de Ruptura (Ensaio)	MSRM		NBR 2007		EC2 2004		ACI 2008		TFCC simp.		TFCC aver.	
				$V_{MSRM}$ (kN)	$V_u/V_{MSRM}$	$V_{NBR}$ (kN)	$V_u/V_{NBR}$	$V_{EC2}$ (kN)	$V_u/V_{EC2}$	$V_{ACI}$ (kN)	$V_u/V_{ACI}$	$V_{TFCC}$ (kN)	$V_u/V_{TFCC}$	$V_{TFCC}$ (kN)	$V_u/V_{TFCC}$
Oliveira (2013)	LS02	763	in	585	1,30	694	1,10	625	1,22	391	1,95	468	1,63	545	1,40
	LS03	775	in	567	1,37	669	1,16	601	1,29	479	1,62	574	1,35	651	1,19
	LS04	712	in	523	1,36	575	1,24	518	1,37	418	1,70	510	1,40	587	1,21
	LS05	926	in	561	1,65	1136	0,82	941	0,98	493	1,88	525	1,76	620	1,49
	LS06	904	in	587	1,54	888	1,02	797	1,13	520	1,74	580	1,56	680	1,33
	LW02	711	in	657	1,08	778	0,91	700	1,02	406	1,75	463	1,54	533	1,33
	LW03	733	in	646	1,13	770	0,95	691	1,06	510	1,44	585	1,25	670	1,09
	LW04	617	in	604	1,02	665	0,93	598	1,03	456	1,35	526	1,17	612	1,01
	LW05	815	fc/in	622	1,31	1216	0,67	993	0,82	501	1,63	525	1,55	613	1,33
Ferreira (2010)	LS04	722	in	585	1,23	836	0,86	751	0,96	523	1,38	490	1,47	576	1,25
	LS08	934	in	673	1,39	1099	0,85	904	1,03	560	1,67	575	1,62	670	1,39
Kruger (1999)	PP16A	403	in	511	0,79	558	0,72	560	0,72	432	0,93	345	1,17	403	1,00
	PP16B	432	in	567	0,76	586	0,74	584	0,74	443	0,98	398	1,09	456	0,95
Cordovil (1995)	10	219	in	186	1,39	226	1,00	196	1,12	169	1,43	206	1,12	238	1,02
	16	156	in	132	1,38	161	0,99	139	1,11	115	1,48	147	1,03	200	0,91
Hawkins, Bao e Yamazaki (1989)	14EH0,49	226	---	250	0,90	290	0,78	278	0,81	191	1,18	218	1,04	252	0,90
	9.6EH0,34	199	---	237	0,84	336	0,59	242	0,82	198	1,01	200	1,00	237	0,84
	9.6EH0,48	226	---	430	0,53	366	0,62	266	0,85	237	0,95	230	0,98	275	0,82
	14EL0,49	354	---	430	0,82	563	0,63	371	0,95	254	1,39	376	0,94	437	0,81
	9.6EL0,34	290	---	393	0,74	384	0,76	325	0,89	245	1,19	331	0,88	387	0,75
	9.6EL0,56	345	---	483	0,71	458	0,75	344	1,00	269	1,28	350	0,99	407	0,85
<b>Média</b>				<b>1,11</b>		<b>0,86</b>		<b>1,00</b>		<b>1,43</b>		<b>1,26</b>		<b>1,09</b>	
<b>C.V</b>				<b>0,29</b>		<b>0,21</b>		<b>0,17</b>		<b>0,22</b>		<b>0,22</b>		<b>0,21</b>	

## **6 - CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS**

### **6.1 PROGRAMA EXPERIMENTAL**

#### **6.1.1 Sistema de ensaio**

A concepção do sistema de ensaio foi baseada nas dimensões do modelo local e também nas dimensões do pórtico de reação do Laboratório de Estruturas da Universidade de Brasília. O carregamento foi aplicado de cima para baixo sobre vigas de transição que transferiram a carga em pontos distintos sobre a superfície da laje. Houve a necessidade de se fazer uma adaptação no pórtico de reação a fim de realizar a fixação dos pilares que possuíam seção transversal retangular, uma vez que este foi inicialmente idealizado para pilares de seção transversal quadrada e circular. Com relação à aplicação da carga nas lajes com carregamento simétrico este não apresentou dificuldades. No entanto, as lajes submetidas a carregamento excêntrico apresentaram difícil controle na aplicação do carregamento nos primeiros e nos últimos passos de carga. No início do ensaio era difícil controlar as válvulas das bombas elétricas por conta de que os primeiros valores de carga tinham valores muito pequenos, e estes somente se estabilizavam quando ocorria a acomodação do modelo local no pórtico de reação. E nos instantes finais dos ensaios devido à grande perda de rigidez da ligação laje-pilar por causa do alto nível de fissuração da laje, também era difícil controlar a aplicação do carregamento por conta dos grandes deslocamentos na posição onde o cilindro hidráulico aplicava o maior valor de carga para que houvesse a ocorrência de momento fletor.

Durante a execução desta série de ensaios o Laboratório de Estruturas adquiriu um conjunto de bombas elétricas capazes de controlar simultaneamente mais de um cilindro hidráulico. Isto contribuiu muito para a eficiência do ensaio, no caso das lajes com carregamento simétrico foram utilizadas duas bombas elétricas, onde cada uma delas controlava dois cilindros hidráulicos. No caso das lajes com carregamento excêntrico foram utilizadas três bombas elétricas onde uma delas controlava dois cilindros que possuíam valores de carga iguais e as outras duas bombas controlavam apenas um cilindro cada, onde uma controlava o cilindro de maior carga e a outra o cilindro de menor carga que estavam instalados na direção do momento fletor. A aplicação de carga simultânea

através dos cilindros mostrou-se bastante efetiva e diminui bastante os erros de leituras sobretudo as relacionadas aos deslocamentos da laje.

### **6.1.2 Deslocamentos**

Os deslocamentos verticais foram monitorados em 14 pontos na superfície inferior e superior das lajes, sempre nas mesmas posições. A distribuição e quantidade de defletômetros utilizados para fazer a leitura dos deslocamentos mostraram-se satisfatórias e apresentaram comportamento coerente para a relação carga-deslocamento. Foram utilizados defletômetros analógicos, e embora tenham sido de uso e resultados satisfatórios, aconselha-se que em trabalhos futuros faça-se uso de defletômetros de leitura digital ou computadorizada, como por exemplo, transdutores de deslocamentos, para que o erro e imprecisão destas leituras sejam reduzidos e também para que o tempo de duração do ensaio seja também reduzido.

### **6.1.3 Deformações no concreto**

Foi possível observar que em todas as lajes as deformações tangenciais na superfície do concreto na região inferior da laje, desenvolveram-se em proporções diferentes das deformações radiais apresentando valores sempre mais elevados. Para as lajes com carregamento excêntrico, em um estágio de carregamento em torno de 50 % da carga de ruptura, foi observado um alívio das deformações radiais, mais especificamente no extensômetro EC06, uma vez que sua intensidade começou a reduzir, chegando a passar de compressão para tração. Nos cantos dos pilares foram monitoradas as tensões radiais com extensômetros instalados na superfície inferior da laje a 45° da face do pilar (extensômetros EC07 e EC08, ver Figura 3.21), mas estes extensômetros não apresentaram grandes deformações. Sugere-se que em trabalhos futuros sejam monitoradas deformações tangenciais orientadas ortogonalmente à posição dos extensômetros EC07 e EC08, e afastados a uma distância mínima de 50mm do canto do pilar.

#### **6.1.4 Deformações nas armaduras**

As deformações das armaduras de flexão foram monitoradas apenas em uma direção em todos as lajes, isso se justifica pela simetria do carregamento nas lajes do CASO 1, e para as lajes do CASO 2, as barras foram monitoradas sempre na direção do momento desbalanceado, onde os esforços de flexão foram predominantes.

O nível de tensão nas barras da armadura de flexão está diretamente ligado ao número de camadas e à taxa de armadura de cisalhamento. O emprego da armadura de cisalhamento aumenta consideravelmente a ductilidade da ligação laje-pilar, aumentando também a sollicitação na armadura de flexão, assim pôde ser observado que quando não há o emprego da armadura de cisalhamento a ligação laje-pilar está muito mais suscetível a ruptura frágil, ou seja, sem maiores avisos relacionados às deformações, mostrando que nas lajes sem armadura de cisalhamento a tensão de escoamento da armadura de flexão não foi atingida.

A orientação do pilar em relação ao eixo de flexão da laje quando esta está submetida a carregamento excêntrico, também tem forte influência na sollicitação da armadura de flexão, e foi observado que as lajes LW em que os pilares foram orientados na posição de menor inércia apresentaram raio de escoamento  $r_{ys}$ , com valores sempre inferiores aos obtidos pelas lajes LS, mostrando que quando o pilar é colocado na direção de maior inércia a rigidez da ligação aumenta de forma considerável levando a uma maior sollicitação nas barras da armadura de flexão. É sugerido que em trabalhos futuros sejam monitoradas algumas na direção ortogonal ao momento aplicado, para que se tenha noção do nível de tensão das barras nesta direção e também que em ambas as direções sejam instrumentados mais de um ponto das barras de flexão.

#### **6.1.5 Fissuração e Superfícies de Ruptura**

O padrão de fissuração observado nas lajes do CASO 1 foi que a primeira fissura visível ocorre entre a laje e as faces do pilar sob valores de carga entre 10 e 15% da carga última resistida pela laje. Em seguida a fissuração radial teve início nos cantos do pilar em direção à borda da laje, propagando-se de forma relativamente simétrica nos quatro quadrantes da lajes. A primeira fissura tangencial surge sob valores de carga entre 25 e 35% da carga

última, a Figura 6.1 apresenta o padrão de fissuração das lajes do CASO 1 . Com relação à posição das superfícies de ruptura, esta variou de acordo com quantidade de camadas e a taxa de armadura de cisalhamento, observou-se que lajes com baixa taxa de armadura de cisalhamento mesmo com poucas camadas de armadura tendem a romper dentro da região da armadura de cisalhamento e lajes com altas taxas de armadura mesmo com um número razoável de camadas como é o caso da laje LN05, conduzem a uma ruptura fora da região da armadura de cisalhamento. Um comportamento bastante evidente, é que em comparação com a LN03 (sem armadura de cisalhamento) que serviu de referência para as lajes do CASO 1, pode-se perceber que o uso da armadura de cisalhamento proporciona maior fissuração radial e tangencial nas lajes devido a ação resistente do aço ao cisalhamento, que permite maior abertura de fissuras e aumenta a ductilidade no mecanismo de ruptura.

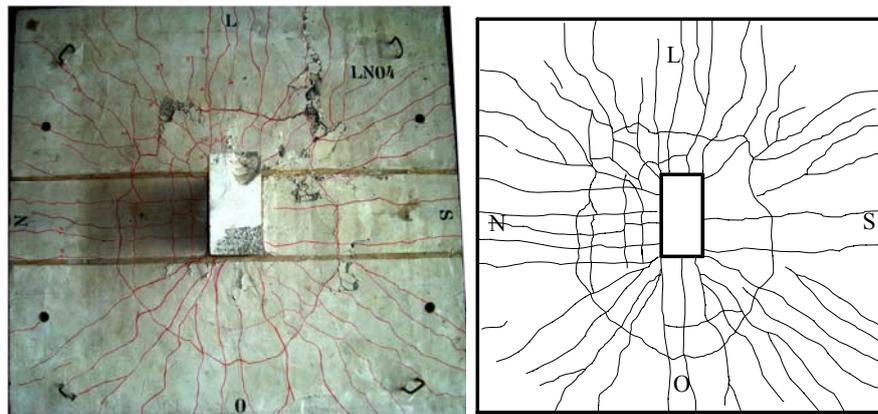


Figura 6.1 – Padrão de fissuração da laje LN04.

O padrão de fissuração observado nas lajes do CASO 2 foi que a primeira fissura visível ocorre entre a laje e a face leste do pilar que está na direção do cilindro que aplica o maior valor de carga desbalanceada (Cilindro 1, ver Figura 3.29) sob valores de carga entre 15 e 20% da carga última resistida pela laje. Em seguida a fissuração radial teve início nos cantos da face leste do pilar propagando-se em direção aos quadrantes noroeste (NO) e sudoeste (SO) da laje. A primeira fissura tangencial surge sob valores de carga entre 35 e 45% da carga última, a Figura 6.2 apresenta o padrão de fissuração das lajes do CASO 2 . Fica evidente que o padrão de fissuração desenvolvido em lajes do CASO 2 não apresenta o fechamento das fissuras tangenciais, fato este que interfere na formação da superfície de ruptura onde o cone de punção não desenvolve-se em todos os quadrantes da laje, ficando este mais evidente nos quadrantes nordeste (NL) e sudeste (SL).

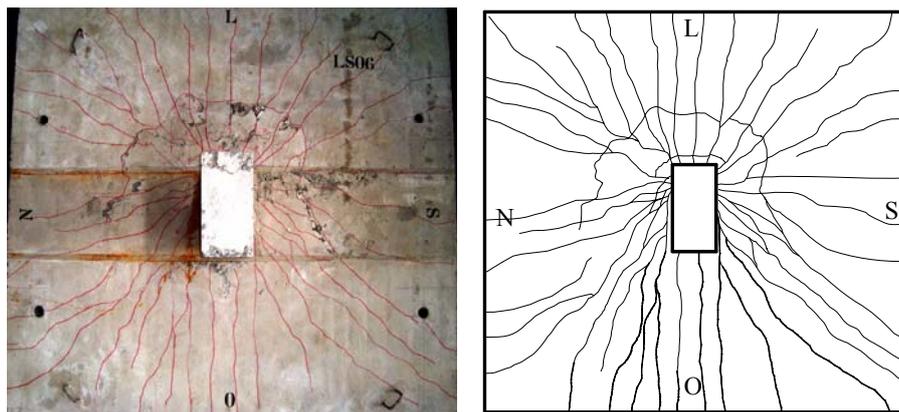


Figura 6.2 – Padrão de fissuração da laje LS06.

## 6.2 ANÁLISE DOS MÉTODOS TEÓRICOS DE CÁLCULO

Neste item será realizada uma avaliação dos métodos teóricos de cálculo propostos por algumas norma e trabalhos científicos, quando submetidos ao cálculo de lajes do CASO 1 e do CASO 2. Foram avaliadas as recomendações das normas NBR 6118 (2007) (NBR), Eurocode 2 (2004) (EC2), ACI 318:2008 (ACI), a Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento (TFCC) em seu método simplificado (TFCC simp.) e em seu método completo (TFCCaver.) e também o Método da Superfície de Resistência Mínima ao Cisalhamento (MSRM). Foram propostas contribuições para as prescrições da norma brasileira NBR 6118 (2007) com o objetivo de melhorar suas estimativas na resistência à punção para lajes submetidas as condições do CASO 1 e também do CASO 2. Foi também proposta uma adaptação do Método da Superfície de Resistência Mínima ao Cisalhamento para lajes do CASO 2 e uma contribuição na formulação do mesmo método para lajes do CASO 1. A conclusões sobre cada caso serão apresentadas separadamente a seguir.

### 6.2.1 Lajes do CASO 1

Na análise desta situação de projeto o banco de dados selecionado era composto de quarenta e cinco lajes, sendo cinco pertencentes a esta pesquisa e as demais pertencente a outras sete pesquisas. Os resultados deste banco de dados foram comparados com a prescrições normativas afim de avaliar o desempenho de normas e métodos teóricos em suas estimativas de resistência à punção.

Fazendo uma avaliação da NBR 6118 (2007) notou-se que a atual formulação desta norma não está bem calibrada para a situação do CASO 1 apresentando 63% de seus resultados contra a segurança, com relação  $V_u/V_{NBR}$  média geral de 0,93 e um coeficiente de variação de 0,17, que pode ser considerado alto devido à relativa simplicidade do CASO 1. Neste trabalho foi proposta uma modificação na atual formulação desta norma, para melhorar as estimativas de resistência em situações de projeto do CASO 1. Com relação à previsão da posição das superfícies de ruptura esta norma apresentou resultados satisfatórios, acertando 71% de suas previsões.

O resultados obtidos através das estimativas da norma Eurocode 2 (2004), dentre as normas aqui analisadas foram os mais precisos para a situação do CASO 1, apresentando para a relação  $V_u/V_{EC2}$  um valor médio de 1,09 e coeficiente de variação de 0,18. Foi notável que o EC2 apresentou uma forte tendência em prever a posição da superfície de ruptura no perímetro fora da região da armadura de cisalhamento, tendo previsto este tipo de ruptura em 77% das lajes com armadura de cisalhamento que constam no banco de dados. Este mesmo comportamento também foi notado por FERREIRA (2010) e este fato está associado à estimativa conservadora da verificação da região fora da armadura de cisalhamento considerando um perímetro afastado a uma distância de  $1,5.d$  da última camada da armadura de cisalhamento, isto mostra que esta distância é demasiadamente conservadora.

Analisando os resultados da norma norte americana ACI 318M-2008, ficou evidente que dentre todas as estimativas esta apresenta as previsões mais conservadoras, tendo para a relação  $V_u/V_{ACI}$  um valor médio de 1,43 e coeficiente de variação com valor bastante alto de 0,24. Isto se deve pelo fato desta norma subestimar as parcelas de resistência à punção

tanto do concreto ( $V_{R,c}$ ) como do aço ( $V_{R,s}$ ). A relação das parcelas de resistência do concreto  $V_{R,c(ACI)} / V_{R,c(EC2)}$  tem valor médio de 0,85 e para a NBR a relação  $V_{R,c(ACI)} / V_{R,c(NBR)}$  tem valor médio de 0,79, esses dados apresentam de forma clara o quanto o ACI reduz a capacidade resistente do concreto de forma consideravelmente conservadora. Este mesmo conservadorismo é percebido, quando comparado à relação das parcelas de resistência do aço  $V_{R,s(ACI)} / V_{R,s(EC2)}$  com valor médio de 0,86 e a relação  $V_{R,s(ACI)} / V_{R,s(NBR)}$  com um valor médio de 0,76.

As estimativas do método da Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento (TFCC) foram analisadas de acordo com o grau de precisão da formulação empregada no método, que neste caso foram realizados em dois níveis de precisão, o método simplificado (TFCCsimp.) e o método completo (TFCCaver.). A TFCCsimp. apresentou valores dentro dos limite satisfatório, tendo valor médio para a relação  $V_u/V_{TFCCsimp.}$  igual a 1,29 e coeficiente de variação de 0,20. Estes valores podem ser considerados satisfatórios devido ao baixo nível de precisão aplicado ao método, isso pode levar à obtenção mais rápida de resultados e o próprio autor do método aconselha que este nível de precisão seja usualmente empregado na etapa de pré-dimensionamento estrutural. A TFCCaver. apresentou valores satisfatórios, tendo valor médio para a relação  $V_u/V_{TFCCaver.}$  igual a 1,12 e coeficiente de variação de 0,21. Foi possível observar que o método completo obteve valores próximos aos do EC2 e junto com esta são os métodos de cálculo que aprestaram o melhor desempenho com relação à previsão da carga última de punção.

Analisando o Método da Superfície de Resistência Mínima ao Cisalhamento (MSRM) proposto por FERREIRA (2010), este método foi aplicado apenas às lajes do banco de dados que obtiveram a superfície de ruptura experimental dentro da região da armadura de cisalhamento. Pôde-se observar que o método SMSR-MOD apresentou melhor desempenho para o banco de dados em questão, apresentando média de 1,13 para a relação  $V_u/V_{MSRM}$  e um coeficiente de variação de 0,21, estes resultados classificaram o método como satisfatório para o CASO 1, e embora o coeficiente de variação tenha apresentado um valor relativamente alto, ele se manteve constante em relação ao método original SMSR apresentado por FERREIRA e pode ser considerado um valor aceitável, visto a pequena quantidade de lajes comparadas. O método MSRM proposto por FERREIRA apresentou 53% de seus resultados contra a segurança para o CASO 1, enquanto que o SMSR-MOD apresentou 21% de seus resultados contra a segurança.

### 6.2.2 Lajes do CASO 2

Na análise desta situação de projeto o banco de dados selecionado era composto de vinte e oito lajes, sendo onze pertencentes a esta pesquisa e as demais pertencentes a outras quatro pesquisas.

Analisando a NBR 6118 (2007) para o CASO 2 notou-se que esta norma ainda mais do que no CASO 1, também está com um rendimento muito baixo em relação às suas estimativas da carga última de punção, mostrando muitos resultados contra a segurança. Porém, com relação à previsão das superfícies de ruptura essa norma juntamente com o EC2, apresentou o menor erro dentre as demais, tendo errado 20% das previsões. A NBR apresentou valor médio de 0,87 para a relação  $V_u/V_{NBR}$  e um coeficiente de variação de 0,19. A análise destes resultados mereceu o destaque de que a NBR apresentou 82% de valores de estimativa da carga última contra a segurança, além de apresentar uma variação bastante considerável entre os valores acima e abaixo dos considerados seguros. Este fato é bastante preocupante e merece total atenção para que seja revisto o atual método de cálculo da resistência à punção para o CASO 2.

Os resultados obtidos através das estimativas da norma Eurocode 2 (2004) para o CASO 2, embora pouco acima do valor unitário apresentando para a relação  $V_u/V_{EC2}$  um valor médio de 1,01 e coeficiente de variação 0,17, assim como a NBR mostrou que o cálculo da resistência à punção além de grande variação entre seus resultados apresentou 50% de valores contra a segurança. Notou-se que apenas lajes armadas com armadura de cisalhamento do tipo *studs* obtiveram relação  $V_u/V_{EC2}$  acima da unidade, ou seja, nenhuma das lajes armadas ao cisalhamento com estribos abertos ou fechados apresentou resultados a favor da segurança, isso mostra que embora não haja diferenciação sobre o tipo de armadura empregada nas recomendações desta norma, há indícios de que a norma está mais insegura quando armaduras de cisalhamento diferentes do tipo *double-headed stud* são empregadas.

Analisando os resultados da norma norte americana ACI 318M-2008, assim como no CASO 1, esta norma apresentou os maiores valores médios para a relação  $V_u/V_{Norma}$ , embora dentro dos limites satisfatórios estabelecidos. O ACI apresentou para a relação  $V_u/V_{ACI}$  um valor médio de 1,39 e coeficiente de variação com valor relativamente alto de

0,22. Embora apresentando muitos valores acima do limite satisfatório, ou seja, conservadores, para o CASO 2 o ACI obteve apenas 11% de valores contra a segurança, o que lhe garante de forma qualitativa o melhor desempenho dentre os métodos teóricos avaliados para o CASO 2. Obviamente que mais resultados de lajes do CASO 2 devem ser obtidos para avaliar este fato com mais contundência e precisão.

A TFCCsimp. apresentou valores satisfatórios, porém com grande variação, tendo valor médio para a relação  $V_u/V_{TFCCsimp.}$  igual a 1,28 e coeficiente de variação igual a 0,20. Este método apresentou 18% de resultados contra a segurança, se comparado com os demais métodos utilizados e levando em conta o número limitado de lajes do bando de dados, esta porcentagem pode ser considerada satisfatória. Porém, com relação à previsão das superfícies de ruptura este método apresentou o maior erro dentre todos os demais, obtendo 73% de erro.

A TFCCaver. apresentou valores precisos, porém também com considerável variação, tendo valor médio para a relação  $V_u/V_{TFCCsimp.}$  igual a 1,09 e coeficiente de variação igual a 0,21. Este método, embora tenha apresentado valores mais precisos, é preocupante o fato deste mesmo obter 39% das estimativas de carga última contra a segurança. Com relação à previsão dos modos de ruptura este método apresentou, juntamente com o ACI, o segundo maior erro, obtendo 67% de erro.

Analisando o Método da Superfície de Resistência Mínima ao Cisalhamento (MSRM) proposto por FERREIRA (2010), fez necessário fazer uma adaptação do método para que fosse possível usá-lo em lajes do CASO 2, uma vez que seu método aplicava-se apenas para lajes do CASO 1, sendo assim, foi proposta uma nova formulação para o emprego do método (MSRM-MOD). A nova formulação proposta mostrou um bom desempenho na previsão da carga última, apresentando média de 1,09 para a relação  $V_u/V_{NBR}$  e um coeficiente de variação de 0,28, classificando o método como preciso para o CASO 2 e embora o coeficiente de variação tenha apresentado um valor alto, pode-se considerar esta variação aceitável por conta do maior número de parâmetros a ser considerado no dimensionamento de lajes do CASO 2. Para as lajes desta pesquisa e para as demais lajes com emprego de armadura de cisalhamento tipo *stud* o método apresentou 100% de resultados a favor da segurança, e apenas as lajes em que foi empregada armadura de cisalhamento tipo estribo apresentaram resultados contra a segurança.

### 6.3 RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Neste item são apresentadas recomendações para futuros trabalhos sobre o assunto estudado neste trabalho. Essas recomendações tem como objetivo orientar pesquisas futuras em relação a questões que foram observadas durante a realização deste trabalho e que não puderam ser esclarecidas, necessitando de mais pesquisas, bem como sugerir situações que necessitam ser estudadas por conta da ausência de trabalhos na literatura ou situações especiais de projeto. São elas :

1 - Realização de ensaios em lajes submetidas a carregamento simétrico com baixa e média taxa de armadura por camada, focando rupturas dentro da região das armaduras, buscando identificar a influencia da quantidade de armaduras na inclinação da superfície de ruptura e na resistência a punção das lajes;

2 - Realização de ensaios em lajes submetidas a carregamento simétrico e excêntrico com elevada taxa de armadura de flexão, buscando avaliar as recomendações quanto a  $V_{R,max}$  das normas;

3 - Realização de ensaios em lajes com armadura de cisalhamento e submetidas a carregamento excêntrico com pilares circulares, a fim de verificar a variação da parcela  $k$  de transferência de momento fletor para seções circulares;

4 - Realização de ensaios em lajes com armadura de cisalhamento e submetidas a carregamento excêntrico, com o objetivo de avaliar uma possível concentração de armadura nos quadrantes da laje mais solicitados pela transferência de momento;

5 - Melhorar o sistema de ensaio, aplicando e controlando o carregamento através de um sistema servo-controlado afim de obter leituras mais precisas do carregamento em cada passo de carga e sobretudo da carga última;

6 - Monitorar as rotações e deslocamentos da laje utilizando inclinômetros e defletômetros digitais, com capacidade adequada e montados de tal forma que possam permanecer até o final do ensaio sem risco de dano;

7 - Instrumentar a ligação laje-pilar de forma a tentar quantificar e analisar esforços de torção atuantes na transferência de momento.

8 – Monitorar as deformações tangenciais orientadas ortogonalmente à posição dos extensômetros EC07 e EC08, e afastados a uma distância mínima de 50mm do canto do pilar.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ACI 318 – AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **Building code requirements for structural concrete (ACI 318M-08) and Commentary (ACI 318RM-08)**. Farmington Hills, 2008.

ACI 421.1R-99 - *Shear-Reinforcement for Slabs. Reported by Joint ACI-ASCE Committee 421*, ACI, Farmington Hills, Michigan, 1999.

ANIS, N. A., *Shear strength of reinforced concrete flat slabs without shear reinforcement*. PhD Thesis, Imperial College, London, Feb. 1970, 264p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 5739 – Concreto – Ensaio de compressão de corpos-de-prova cilíndricos**. Rio de Janeiro, 1994.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118 - Projeto e execução de obras de concreto armado e protendido – procedimento**. Rio de Janeiro, 2007.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 7222 - Argamassa e concreto – Determinação da resistência a tração por compressão diametral de corpos de prova cilíndricos – Método de ensaio**. Rio de Janeiro, 1994-b.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 8522/8 – Concreto – Determinação do módulo de deformação estática e diagrama tensão-deformação – Método de ensaio**. Rio de Janeiro, 1984.

AZEVEDO, A.P. (1999). **Resistência e Ductilidade das Ligações Laje-Pilar em Lajes Cogumelo de Concreto de Alta Resistência Armado com Fibras de Aço e Armadura Transversal de Pinos**. São Carlos. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

BIRKLE, G., *Punching of Flat Slabs: The Influence of Slab Thickness and Stud Layout*. PhD Thesis. Department of Civil Engineering, University of Calgary, Calgary, Canada, 2004, 152 p.

BORGES, L. L. J. (2004). **Comportamento ao Puncionamento de Lajes Cogumelo de Concreto Armado com Pilares Retangulares e Furos de Grandes Dimensões**. Tese de Doutorado em Estruturas e Construção Civil, Publicação E.TD – 002A/2004, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF.

BROMS, C. E., *Concrete Flat Slabs and Footings: Design Method for Punching and Detailing for Ductility*. PhD Thesis. Department of Civil and Architectural Engineering, Division of Structural Design and Bridges, Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden, 2005, 114 pp.

BROMS C.E., *Elimination of flat plate punching failure mode*. ACI Structural Journal, t. 97(1), p. 94–101. ISSN 0889-3241. 2000.

BROMS, C. E., *Shear Reinforcement for Deflection Ductility of Flat Plates*, ACI Structural Journal, V. 87, No. 6, Nov.-Dec. 1990, pp. 696-705.

*Comite Euro-International du Beton. CEB-FIP Model Code 1990*. London, Thomas Telford, 1993.

COLLINS, P. M.; MITCHELL, D.; MACGREGOR, J. *Structural design consideration for high-strength concrete*. Concrete International, May, 1993, p. 27-34.

CORDOVIL, Fábio Armando Botelho. **Lajes de Concreto Armado: punção** / Fábio Armando Botelho Cordovil. – Florianópolis : Ed. da UFSC, 1997.

DI STASIO J., VAN BUREN M.P., *Transfer of bending moment between flat plate floor and column*. ACI Journal Proceedings, t. 57(9), p. 299–314. 1960.

ELGABRY, A. A., AND GHALI, A., *Moment transfer by shear in column- slab connections*. ACI Struct. J., 93(2), 187–196. (1996).

ELSTNER, R. C., e HOGNESTAD, E., *Shearing Strength of Reinforced Concrete Slabs*. *Journal of the American Concrete Institute, Proceedings*, V. 53, No. 1, Jul. 1956, pp. 29.

EUROCODE 2 – EUROPEAN STANDARD. *Design of concrete structures – Part 1: General rules and rules for buildings*. European Committee for Standardization. Brussels, 2004.

FERREIRA, M. P. (2010). **Punção em Lajes Lisas de Concreto Armado com Armaduras de Cisalhamento e Momentos Desbalanceados**. Tese de Doutorado em Estruturas e Construção Civil, Publicação E.TD – 007 A/10 Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 275p.

FERNÁNDEZ RUIZ, M., MUTTONI, A., *Applications of the critical shear crack theory to punching of R/C slabs with transverse reinforcement*, ACI Structural Journal, vol. 106, No. 4, 2009, pp. 485–494.

GHALI A., *Discussion of Proposed Revisions to : Building Code Requirements for Reinforced Concrete* (ACI 318-83)(Revised 1986), reported by ACI Committee 318. ACI Structural Journal, t. 86(3), p. 328–329. 1989.

GOMES, R. B. *Punching Resistance of Reinforced Concrete Flat Slabs with Shear Reinforcement*. PhD Thesis, Polytechnic of Central London, London, England, 1991, 185 p.

GOMES, R. B. e REGAN, P. E., *Punching Resistance of RC Flat Slabs with Shear Reinforcement*. Journal of Structural Engineering, 1999, 684-692.

GUANDALINI, S.; BURDET, O. L. e MUTTONI, A., *Punching Tests of Slabs with Low Reinforcement Ratios*. ACI Structural Journal, January-February 2009. Nº 106-S10.

GUANDALINI, S., *Poinçonnement Symetrique des dalles en beton arme*. Ecole Polytechnique Federale de Lausanne, Lausanne, Switzerland, 2006, 257p.

GUIDOTTI, R., *Punching of flat slabs subjected to very large column loading* (in French: *Poinçonnement des planchersdalles avec colonnes superposées fortement sollicitées*), PhD thesis, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Switzerland, 2010.

HALLGREN, M., *Punching Shear Capacity of Reinforced High Strength Concrete Slabs*. PhD-Thesis, KTH Stockholm, TRITA-BKN. Bulletin No. 23, 1996, 150p.

HANSON, N. W. e HANSON, J. N., *Shear and moment transfer between concrete slabs and columns*. Journal of the PCA Research and Development Laboratories, Vol. 10, No. 1, Jan. 1968; pp 1-16.

HAWKINS, N. M., BAO, A., YAMAZAKI, J., *Moment Transfer from Concrete Slabs to Columns*. ACI Structural Journal, V.86, No. 6, Nov.-Dec. 1989, pp. 707-716.

HBD PUNCHING SHEAR REINFORCEMENT *Halfen Punching Shear Reinforcement Concrete*. November 2007.

KAMARALDIN, K., *Punching shear and moment transfer in reinforced concrete flat slabs*. PhD thesis, Polytechnic of Central London, Nov. 1990, 278p.

KINNUNEN, S., NYLANDER, H., *Punching of Concrete Slabs Without Shear Reinforcement*. Transactions of the Royal Institute of Technology, No. 158, Stockholm, Sweden, 1960, 112 pp.

KINNUNEN S., *Forsök med betongplattor understödda av pelare vid fri kant, Report R2, Statens Institut for Byggnadsforskning*, Stockholm, 1971, p 103.

KRÜGER G., BURDET O., FAVRE R., *Influence de la rigidité des colonnes sur a résistance au poinçonnement*, Rapport des essais IBAP - DGC - EPFL, No. 147, 107 pages, Lausanne, Suisse, 1999.

KRÜGER, G., BURDET, O., FAVRE, R., *Punching Strength of R.C. Flat Slabs with Moment Transfer*. International Workshop on Punching Shear Capacity of RC Slabs – Proceedings, TRITA-BKN Bulletin 57, Kungliga Tekniska Hogskolan, Stockholm, 2000, p. 333-341.

KRÜGER G., BURDET O., FAVRE R., ***Punching Tests on RC Flat Slabs with Eccentric Loading***, 2nd Intern. Ph.D. Symposium in Civil Engineering, Budapest 1998, pp. 1-8, Budapest, Hungary, 1998.

KRÜGER, G., ***Résistance au poinçonnement excentré des planchers-dalles***, Doctoral thesis EPFL n° 2064, 174 pages, Lausanne, Suisse, 1999.

MARTI P., ***Design Of Concrete Slabs For Transverse-shear***. ACI Structural Journal, t. 87(2), p. 180–190. ISSN 0889-3241. 1990.

MEGALLY, S. H., ***Punching shear resistance of concrete slabs to gravity and earthquake force***, PhD dissertation, Dept. of Civ. Engrg., University of Calgary, Calgary, Alta., Canada. (1998)

MEGALLY, S., GHALI, A., ***Punching Of Concrete Slabs due To Column Moment Transfer***. ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 126, No. 2, Feb. 2000, pp. 180-189.

MELO, G. S. S. A., ***Behavior of Reinforced Concrete Flat Slabs after Local Failure***. PhD Thesis, Polytechnic of Central London, London, England, 1990, 214p.

MOE, J., ***Shearing Strength of Reinforced Concrete Slabs and Footings Under Concentrated Loads***. Development Department Bulletin D47, Portland Cement Association, Skokie, Illinois, Apr. 1961, 129p.

MUTTONI, A., ***Punching shear strength of reinforced concrete slabs without transverse reinforcement***, ACI Structural Journal, vol. 105, No. 4, 2008, pp. 440–450.

MUTTONI, A., SCHWARTZ, J., ***Behaviour of Beams and Punching in Slabs without Shear Reinforcement***, IABSE Colloquium Stuttgart, vol. 62, IABSE, Zurich, Switzerland, 1991, pp. 703–708.

MUTTONI, A., FERNÁNDEZ RUIZ, M., *MC2010: The Critical Shear Crack Theory as a mechanical model for punching shear design and its application to code provisions, federation internationale du béton*, Bulletin No. 57, 2010, pp. 31–60.

MUTTONI A., FERNÁNDEZ RUIZ, M., *Shear strength of members without transverse reinforcement as function of critical shear crack width*, ACI Structural Journal, vol. 105, No. 2, 2008, pp. 163–172.

MUTTONI A., FERNÁNDEZ RUIZ M., **The levels-of-approximation approach in MC 2010: application to punching shear provisions**, *Structural Concrete*, Vol. 13, 2012, pp. 32-41.

OLIVEIRA, D. R. C., **Análise Experimental de Lajes Cogumelo de Concreto com Pilares Retangulares**. Tese de Doutorado em Estruturas e Construção Civil, Publicação E.TD – 001A/2007, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília (2007)., DF, 214 p.

OLIVEIRA, D. R., MELO, G. S., REGAN, P. E., *Punching Strengths of Flat Plates with Vertical or Inclined Stirrups*. ACI Structural Journal, V. 97, No. 3, May-June

OLIVEIRA, D. R. C.; REGAN, P. E.; MELO, G. S. S., *Punching Resistance of RC Slabs with Rectangular Columns*. Magazine of Concrete Research, Vol. 56, No. 3, London, 2004, pp. 123-138.

PARK, H., CHOI, K., *Improved Strength Model for Interior Flat Plate–Column Connections Subject to Unbalanced Moment*. ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 132, No. 5, May 2006, pp. 694-704.

REGAN, P. E., *Behavior of reinforced concrete flat slabs*. Report 89, Construction Industry Research and Information Association (CIRIA); London, Feb. 1981, p 89.

REGAN, P. E.; BRASTRUP, M. W., *Punching Shear in Reinforced Concrete*. Comité Euro-International du Béton, Bulletin d'Information, No. 168, Jan. 1985, 232 pp. 251

REGAN, P. E., *Symmetric Punching of Reinforced Concrete Slabs*. Magazine of Concrete Research, V. 38, No. 136, Sep. 1986, pp 115-128.

REGAN, P. E., *Double-headed studs* as shear reinforcement – tests of slabs and anchorages for DEHA Ankersysteme GMBH, School of Architecture and Engineering, University of Westminster, Aug. 1996.

REGAN, P. E., *Shear Reinforcement of Flat Slabs, International Workshop on Punching Shear Capacity of RC Slabs - Proceedings*, TRITA-BKN, Bulletin 57, 2000, pp. 99-107.

REGAN, P. E., SAMADIAN, F., *Shear Reinforcement against Punching in Reinforced Concrete Flat Slabs*, The Structural Engineer, V. 79, No. 10, May 2001, pp. 24-31.

REGAN, P. E., *Report on tests of reinforced concrete flat slabs with double-headed studs*. Correspondência pessoal com o autor.

RUIZ, M. F.; MUTTONI, A. *Applications of Critical Shear Crack Theory to Punching of Reinforced Concrete Slabs with Transverse Reinforcement*. ACI Structural Journal, July-August 2009. N° 106-S46.

SAGASETA J., MUTTONI A., FERNÁNDEZ RUIZ M., TASSINARI L., *Non-axis-symmetrical punching shear around internal columns of RC slabs without transverse reinforcement*, Magazine of Concrete Research, Paper 1000098, UK, 2011, 17 p.

SACRAMENTO, P.V.P; FERREIRA, M.P; OLIVEIRA, D.R.C; MELO, G.S.S.A. *Punção em lajes lisas de concreto armado sem armadura de cisalhamento*, REVISTA IBRACON DE ESTRUTURAS E MATERIAIS, Volume 5, Número 5, Outubro 2012, p.659.

SAGASETA J., MUTTONI A., FERNÁNDEZ RUIZ M., TASSINARI L., *Non-axis-symmetrical punching shear around internal columns of RC slabs without transverse reinforcement*, Magazine of Concrete Research, Paper 1000098, UK, 2011, 17 p.

SHEHATA, I. A. E. M., **Punção Assimétrica em Lajes de Concreto**. In: Coloquia 88, Jornadas en Espanol y Portugues sobre Estructuras y Materiales, 1988, Madrid. Anais do Coloquia 88, Jornadas en Espanol y Portugues sobre Estructuras y Materiales. Madrid, 1988, V. 4, pp. 171-180.

SHEHATA, I. A. E. M., ***Simplified Model For Estimating The Punching Resistance of Concrete Slabs***. Materials and Structures, França, v. 23, p. 364-371, 1990.

SOUZA, R. M., **Punção em lajes lisas de concreto armado com furos adjacentes ao pilar e transferência de momento**. Tese de Doutorado, Publicação E.TD – 003A/2008, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 2008, 407 p.

SOUZA, V. C. M. e CUNHA, A. J. P., **Lajes em Concreto Armado e Protendido**. Niterói, EdUFF, 1994, 584 p

TASSINARI, L., ***Asymmetric punching of R/C slabs with shear reinforcement (in French : Poinçonnement asymétrique des dalles en béton armé avec armature de poinçonnement)***, Thèse EPFL No. 5030, Lausanne, Switzerland, 2011, p. 197.

TECHNICAL INFORMATION SCHÖCK BOLE. ***The Schöck Bole Punching Shear Reinforcement System***. Schöck: Build Simply Better.(2009)

TRAUTWEIN, L. M. **Punção em Lajes Cogumelo de Concreto Armado com Armadura de Cisalhamento *stud* Interno e Tipo Estribo Inclinado**. Dissertação de Mestrado. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 165 p. (2001).

TRAUTWEIN, L. M. *et al.* **Comportamento de Lajes-Cogumelos com Armadura de Cisalhamento do Tipo *stud* Interno**. Revista IBRACON de Estruturas, Volume 3, Nº 1, p.62-92, São Paulo, 2007.

VAZ RODRIGUES R., ***Shear Strength of Reinforced Concrete Bridge Deck Slabs***. PhD thesis, Ecole Polytechnique Federale de Lausanne, Lausanne (2007).

VAZ RODRIGUES, R., FERNANDEZ RUIZ, M. AND MUTTONI, A., *Shear strength of R/C bridge cantilever slabs*. Engineering Structures 30(11): 3024–3033. (2008)

VAZ, A. P. R.; GOMES, R. B.; SHEHATA, L. C. D. **Estudo sobre Armadura Mínima de Cisalhamento de Lajes-Cogumelo de Concreto Armado**. Revista IBRACON de Estruturas e Materiais, Volume 2, Nº 1, p.1-24, São Paulo, Março, 2009.

WOOD, J. G. M. **Pipers Row Car Park** – Wolverhampton Quantitative Study of the Causes of the Partial Collapse on 20<sup>th</sup> March 1997.