



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 3.0 License.

Este trabalho está licenciado sob uma Creative Commons Attribution 3.0 License.

Fonte: <http://bibliotecadigital.fgv.br/ojs/index.php/rbfin/article/view/2667>. Acesso em: 4 nov. 2013.

Evidências de Bolhas Especulativas na BOVESPA: Uma Aplicação do Filtro de Kalman

(Evidence of Speculative Bubbles on the BOVESPA: An Application of the Kalman Filter)

Thiago Bergmann de Queiroz*

Otávio Ribeiro de Medeiros**

José Carneiro da Cunha Oliveira Neto***

Resumo

A existência de bolhas nos preços dos ativos é um assunto de grande importância para governos e investidores devido às suas possíveis repercussões. No caso das ações, a presença de bolha de preços pode ser constatada pela comparação dos preços e dos respectivos dividendos no longo prazo. Este trabalho buscou verificar a ocorrência de bolhas de preços no mercado acionário brasileiro, através da comparação do IBOVESPA, como índice de preço, e um índice de dividendos distribuídos, construído a partir da metodologia do IBOVESPA. A bolha foi considerada um vetor estado não observável em um modelo estado-espaco e foi estimada com o filtro de Kalman. Os resultados foram comparados com o modelo de valor presente e o modelo de *intrinsic bubbles* (Froot & Obstfeld, 1991). Apesar de o modelo constatar a presença de bolhas, o modelo de *intrinsic bubbles* (Froot & Obstfeld, 1991) apresentou resultado semelhante e maior precisão.

Palavras-chave: bolhas de preços; dividendos; apreçamento de ativos; filtro de Kalman; modelo estado-espaco.

Códigos JEL: G12; E44; C32.

Abstract

The existence of bubbles in asset prices is a matter of great importance to governments and investors due to possible serious effects they may have on economies. In the case of shares, the presence of a price bubble can be seen by comparing prices and dividends in the long run. This study aimed to assess the occurrence of price bubbles in the Brazilian stock market, by comparing the IBOVESPA as price index and an index of dividends, built based on the methodology of IBOVESPA. The bubble was considered a unobserved state vector in a state-space model and was estimated using the Kalman filter. The results were compared with the standard present value model and intrinsic bubbles model (Froot and Obstfeld, 1991). Although the model establishes the presence of bubbles, the intrinsic bubbles model (Froot and Obstfeld, 1991) showed similar results with greater accuracy.

Submetido em abril de 2010. Aceito em janeiro de 2011. O artigo foi avaliado segundo o processo de duplo anonimato além de ser avaliado pelo editor. Editor responsável: Marcelo Medeiros.

*Universidade de Brasília, Brasília, DF, Brasil. E-mail: thiago.bergmann@hotmail.com

**Universidade de Brasília, Brasília, DF, Brasil. E-mail: otavio@unb.br

***Universidade de Brasília, Brasília, DF, Brasil. E-mail: josecon@gmail.com

Keywords: bubbles price; dividends; asset pricing; Kalman filter; state-space model.

1. Introdução

O Brasil apresenta, nos últimos três anos, um cenário de redução sistemática da taxa de juros básica da economia, representada pela Selic. Apesar de ainda ser uma das maiores taxas reais de juros do mundo, a taxa média dos últimos anos é menor que a observada nos demais anos das duas últimas décadas. Esse movimento reduz a atratividade de ativos financeiros de renda fixa, atrelados às taxas de juros, e aumenta a procura por ativos financeiros de renda variável, expostos ao risco de mercado. Em busca de rentabilidade, um número cada vez maior de investidores transfere seus recursos para as bolsas de valores, cujos ativos são negociados segundo a lei de oferta e demanda.

O conhecimento dos fenômenos que envolvem a precificação desses ativos é de extrema relevância, pois permite que as decisões dos agentes econômicos tenham como base o maior conjunto possível de informações.

As quedas acentuadas nos mercados de ações são importantes eventos financeiros que fascinam os acadêmicos e práticos. As crises financeiras, como o estouro de bolhas de preços, podem causar grandes impactos sociais e econômicos, uma vez que diminuem os recursos disponíveis, reduzem as fontes de financiamentos e provocam movimentação dos investidores para aplicações mais seguras. Assim, o presente estudo visa identificar se há evidências de bolhas de preços no mercado acionário brasileiro no período de 1994 a 2009.

Dentre os vários tipos de bolhas estudadas na área das finanças, este artigo se concentra nas bolhas especulativas racionais. A metodologia usada é semelhante ao trabalho de Wu (1997). Nesse artigo, a bolha pode explodir e recomeçar continuamente e cresce à taxa de desconto. Além disso, ela pode assumir valores negativos. O retorno dos dividendos segue um processo ARIMA (p,1,q). O modelo de preços das ações com componente bolha, os dividendos e a bolha são expressos como uma equação estado-espço, sendo que a bolha é considerada como um vetor estado não-observável. Os parâmetros do modelo são estimados pelo método da máxima verossimilhança e a estimativa da bolha é conseguida através do filtro de Kalman. O resultado é comparado com dois outros modelos: o proposto por Froot & Obstfeld (1991) com *intrinsic bubbles* e o de Gordon.

O resultado indica que o modelo estado-espço encontrou evidências de bolhas bem como o modelo de *intrinsic bubbles* (Froot & Obstfeld, 1991), sendo o segundo mais preciso em sua modelagem. O modelo de valor presente não se ajustou adequadamente. Desta forma, fica constatado neste estudo que, no mercado brasileiro, de acordo com a metodologia utilizada, há indícios da existência de bolhas de preços no período.

Estes resultados estão em consonância com os encontrados pelos trabalhos que pesquisaram a existência de bolhas no mercado brasileiro e citados no referencial teórico. Pode-se destacar desses o de Martin *et al.* (2004), que constataram a presença de bolhas de preços racionais no mercado acionário brasileiro, a partir

da identificação de mudança de regime do processo de geração de retornos, para o período pós Plano Real (julho de 1994 a março de 2004), Sornette (2004), que com métodos da econofísica, encontrou uma bolha especulativa no mercado acionário do Brasil entre maio e agosto de 1997, Medeiros & Daher (2008) e Medeiros & Fernandes (2009), que constaram a evidência da presença de bolhas no mercado brasileiro com base na metodologia de cointegração entre preços e dividendos.

O artigo está estruturado em cinco seções da seguinte forma: a primeira traz a introdução do tema. A seção dois os dados utilizados. A seção três discorre sobre a metodologia. Os resultados e análises são efetuados na seção quatro, restando as conclusões na seção cinco.

2. Metodologia

Segundo Lucas (1978, p.1430–31), o valor fundamental de um ativo é o valor presente dos fluxos de caixa futuros gerados por esse ativo, considerando toda a informação disponível para estimar esses fluxos. A diferença entre o preço atual de um ativo financeiro e o seu valor fundamental é chamada de bolha. Dessa forma, o preço de um ativo pode ser descrito pela seguinte equação:

$$P_t = p_t + b_t + u_t \quad (1)$$

onde P_t é o preço atual, p_t é o valor fundamental, b_t é o componente bolha e u_t é um termo de ruído aleatório.

O cálculo do valor fundamental é feito através do Modelo de Gordon o qual pressupõe que o preço de um ativo de uma empresa é o valor presente da soma dos dividendos do próximo período somados com o preço final da ação no mesmo tempo (Ross *et al.*, 1995). Dessa forma, a remuneração do acionista é o dividendo mais o lucro econômico, função da variação do preço da ação como demonstra

$$VP_0 = \frac{D_1}{(1+r)} + \frac{VF_1}{(1+r)} \quad (2)$$

onde D_1 é o dividendo a ser pago ao final do primeiro período, VF_1 é o preço esperado para esta mesma data, VP_0 é o valor presente do investimento na ação e r é a taxa de desconto.

Aplicando a equação (2) recursivamente ao longo do tempo, tem-se que

$$VP_0 = D_1(1+r) + D_2(1+r)^2 + \frac{D_3}{(1+r)} + \dots = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{D_i}{(1+r)^i} \quad (3)$$

onde D_i é o dividendo a ser pago ao final do período i , VP_0 é o valor presente do investimento na ação e r é a taxa de desconto.

Denota-se que o preço dos ativos é a soma dos dividendos futuros trazidos a valor presente. Este modelo pressupõe o interesse dos acionistas apenas nos dividendos e que o preço da ação no tempo t seria função dos dividendos futuros. A taxa de desconto dos dividendos deve ser a que melhor demonstra o custo de oportunidade do acionista, ou seja, o custo do capital próprio. Tradicionalmente, a teoria econômica pressupõe que os indivíduos são racionais e tomam decisões que visam maximizar seus retornos e sua utilidade. A hipótese da racionalidade vem sendo constantemente refutada, propondo a inserção de novos fatores na composição dos preços, como a bolha, por exemplo. Caselani (2003, p. 25-26) cita a ocorrência de bolhas especulativas como um possível exemplo da irracionalidade dos investidores. Um processo de bolha especulativa, segundo Shiller (2000, p. XIV), pode ser definido como uma situação em que os preços altos são sustentados em grande parte pelo excesso de confiança dos investidores e não por estimativa consistente do valor real.

O modelo original de bolha especulativa racional surge com Blanchard (1979) e Blanchard & Watson (1982). De acordo com este modelo, a bolha surge quando o preço de um ativo é função crescente e positiva da variação esperada do preço futuro. O pressuposto é que os agentes econômicos, sob a condição de formar as suas expectativas de preço de forma racional, não cometem erros de forma sistemática, e, portanto, a relação positiva entre preço atual e sua variação futura esperada implica em relação igualmente positiva entre o seu preço atual e sua variação observada. Assim, as expectativas dos agentes se “auto-realizam”, fazendo com que a variação dos preços dirija o atual preço no sentido de sua expectativa, independentemente de seus fundamentos. Vale dizer que, por um determinado período de tempo, os agentes econômicos agem em função deste raciocínio ou crença e isto faz com que os preços subam, não importando a trajetória dos dividendos. Os agentes têm ciência sobre a possibilidade de ruptura da bolha, porém o retorno esperado justifica assumir tal risco. O que se observa, porém, é que esse desvio entre o preço observado e o seu valor intrínseco pode ser tão demasiado, de tal maneira que pode ser considerado como fruto de especulação. Daí porque se denominar este fenômeno de bolha especulativa racional.

Assim como Wu (1997, p. 310), este artigo estuda bolhas especulativas, usando o Filtro de Kalman. Nesse estudo, o autor considera que as bolhas são estocásticas, com parametrização parcimoniosa e com fácil estimação.

Conforme demonstrado no apêndice, o modelo estado-espço a ser estimado é o seguinte:

$$Y_t = U + AY_{t-1} + v_t \quad (4)$$

$$\Delta p_t = \Delta d_t + M\Delta Y_t + \Delta b_t \quad (5)$$

$$b_t = (1/\psi)b_{t-1} + \eta_t \quad (6)$$

onde as variáveis são aquelas descritas no apêndice. Ressalta-se que apenas a última equação é do tipo estado.

3. Dados

Os dados coletados são os valores mensais do índice BOVESPA do período de julho de 1994 a março de 2009, totalizando, portanto, 177 meses. Os preços foram os de fechamento no último dia de cada mês, e os dividendos foram os pagos pela empresa no referido mês. Os valores de dividendos coletados agregam os valores dos dividendos e dos juros sobre capital próprio.

O índice BOVESPA (IBOVESPA) foi escolhido pela sua relevância no mercado de ações brasileiro. A BOVESPA o considera como seu mais importante indicador do desempenho médio das cotações do mercado de ações brasileiro. Sua relevância advém do fato dele retratar o comportamento dos principais papéis negociados na BOVESPA e também de sua tradição, pois o índice manteve a integridade de sua série histórica e não sofreu modificações metodológicas desde sua implementação, em 1968.

Todos os dados foram deflacionados utilizando como base o IPCA (Índice de Preços ao Consumidor Amplo). O preço das ações, além de corrigida pela inflação, foi ajustado para os proventos do período.

O índice de dividendos foi calculado através da soma ponderada da quantidade teórica de cada ação integrante do índice BOVESPA pelo dividendo por ela pago no mês. Sendo assim, foram colhidos os dados do IBOVESPA e dos dividendos pagos por cada ação no período estudado. Como a composição da carteira do índice tem validade quadrimestral, foram utilizadas quarenta e cinco no período analisado, para a construção do Índice de Dividendos.

A definição metodológica do índice prevê a rebalanceamento das quantidades teóricas como forma de se ajustar à distribuição de proventos, entretanto não foi encontrada a informação da magnitude desses rebalanceamentos. Entende-se que eles não devem ser de grande monta uma vez que, segundo a teoria, o valor dos ativos seria reflexo de seus dividendos futuros na perpetuidade, logo a distribuição de proventos dentro do quadrimestre de vigência da carteira não provocaria mudanças significativas. Entretanto, apenas a obtenção da informação e apuração das variações acabaria com essa limitação.

A partir dos dividendos pagos pelos ativos que compõem o índice de preços, o IBOVESPA, criou-se o índice de dividendos referente às carteiras teóricas mensais de julho de 1994 a março de 2009, totalizando assim 177 observações. A série de dados do IBOVESPA será referenciada por IBOV, enquanto o índice de dividendos será referenciado por IDIV.

Na tabela 1, são demonstradas as estatísticas descritivas do IBOV e do IDIV. O índice BOVESPA teve média de 28519,72 e desvio padrão de 15729,29. Já o índice de dividendos teve como resultado 1376,46 e 720,27 para as mesmas medidas, respectivamente. Pode-se observar que a dispersão das duas séries é bem próxima. A série IBOV tem coeficiente de variação de aproximadamente 55%

enquanto a IDIV tem 52% nessa mesma medida de dispersão. A amplitude total da primeira foi de 68575,12, com máximo de 76942,75 e mínimo de 8367,63. Já a segunda série teve amplitude total de 3096,36, com máximo em 3434,23 e mínimo de 337,87.

Para testar a normalidade das séries, foi utilizado o teste de Jarque-Bera. Os valores encontrados demonstram a não normalidade das duas séries de dados, com *p-value* menor que 5%. Quando as duas variáveis são transformadas em logaritmos naturais, observa-se uma mudança com relação à normalidade. Para o logaritmo natural do IBOV, o teste Jarque-Bera foi 3,85; com *p-value* de 14,55%, não rejeitando a hipótese de normalidade. Já para o logaritmo natural do IDIV, o teste foi 11,85; com *p-value* de 0,26%, rejeitando a hipótese de normalidade.

Tabela 1
Estatísticas descritivas de IBOV e IDIV

Estatística	IBOV	IDIV
Média	28519,72	1376,46
Mediana	24232,9	1370,34
Desvio Padrão	15729,29	720,27
Máximo	76942,75	3434,23
Mínimo	8367,63	337,87
Coefficiente de Variação	55,15%	52,33%
Assimetria	1,2053	0,4778
Curtose	3,8079	-2,7114
Jarque-Bera	47,67104	7,348757

Ainda expressando os dados coletados, a figura 1 abaixo representa os valores do IBOV. Pode-se relacionar as variações com alguns fatos socioeconômicos brasileiros e mundiais. No período de 1994 a 1995, a baixa no índice se dá em função do início do Plano Real, onde se encontrava por volta dos 17.000 pontos até chegar ao ponto mínimo do período de 8.300 em função da Crise do México. Deste período até meados de 1997, o IBOVESPA teve uma forte alta, ultrapassando a barreira dos 25.000 pontos. Seguiu-se um novo período de queda, principalmente em função das crises Russa e Asiática, externamente, e da desvalorização do Real, internamente, baixando a casa dos 14.000 pontos. Passado as turbulências, em 1999 o índice voltou a subir, ultrapassando os 33.000 em mar/2000, logo depois passando por mais um período de baixa por causas externas como a Nova Crise Argentina, o atentado terrorista de 11 de setembro de 2001, os problemas contábeis em corporações americanas e a Guerra do Iraque e, internamente, em 2002 as eleições, onde o investidor estrangeiro estava cauteloso quanto ao futuro político e econômico do Brasil. O patamar de mar/2000 só foi alcançado novamente em fev/2005. A BOVESPA passou por um grande momento de alta que só foi interrompido no final de 2008 devido a crise financeira mundial.

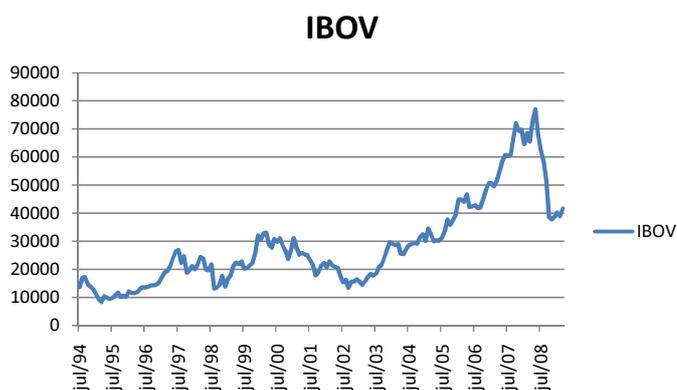


Figura 1
Valores do IBOV

A evolução do índice de dividendos é demonstrada pela figura 2 seguinte. Pode-se observar que no período entre jul/1994 e dez/1999, o IDIV oscilava em torno da média de 1.829 pontos. A partir do ano 2000, surge uma tendência crescente, exceto o período da primeira eleição do Presidente Lula.

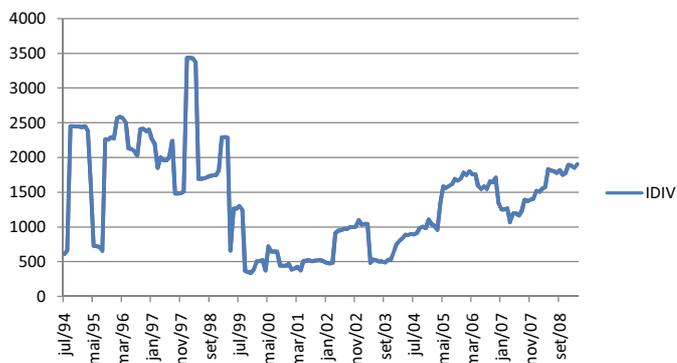


Figura 2
Valores do IDIV

Ao observar a figura 2, percebe-se que o comportamento da série nos meses anteriores ao ano 2000 é bastante instável sem aparente correspondência com os preços ou com qualquer evento. Para investigar esse movimento, foram calculadas as participações de cada ativo na composição do índice de dividendos. A figura 3 ilustra o maior percentual de participação em cada valor mensal.

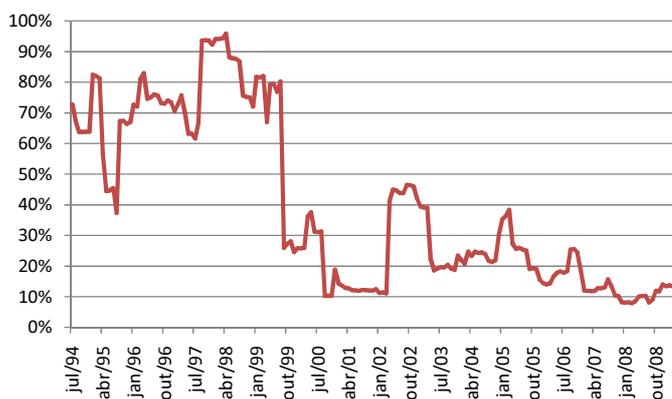


Figura 3
Participação do valores do IDIV

Denota-se da figura 3 que, previamente ao ano 2000, um único ativo chegava a representar mais de 90% do índice de dividendos. Para evitar os problemas decorrentes dessa concentração, optou-se por trabalhar com as séries em intervalos de tempos que vão de julho de 2000 a março de 2009, reduzindo as 177 observações a 105. Esse procedimento diminui bastante o impacto de um único ativo na série. A média das maiores participações de um único ativo no período de julho de 1994 a junho de 2000 é de 68%, enquanto para o período subsequente é de 20%.

O primeiro teste feito, antes de testar o modelo, é o de estacionariedade das variáveis. A tabela 2 abaixo mostra os resultados dos testes ADF e PP para a série dos logaritmos naturais de IBOV, enquanto a tabela 3 mostra os mesmos resultados só que para os logaritmos naturais de IDIV. Ambos os testes têm como hipótese nula a existência de raiz unitária, contra a hipótese alternativa de inexistência dessa raiz. Os valores críticos dos testes são demonstrados pela tabela 4.

Tabela 2
Teste de raiz unitária para $\ln(\text{IBOV})$

Série	Tipo de teste	ADF	PP
Ln em level	Média zero	0,763	0,738
	Média Simples	-1,359	-1,421
	Tendência	-2,423	-2,637
Ln em primeira diferença	Média zero	-13,262	-13,26
	Média Simples	-13,258	-13,22
	Tendência	-13,217	-13,265

Tabela 3

Teste de raiz unitária para ln(IDIV)

Série	Tipo de teste	ADF	PP
Ln em level	Média zero	0,261	0,326
	Média Simples	-1,323	-4,219
	Tendência	-1,253	-4,245
Ln em primeira diferença	Média zero	-9,567	-24,398
	Média Simples	-9,536	-24,32
	Tendência	-9,548	-24,179

Tabela 4

Valores críticos dos testes ADF e PP

Modelo	Nível de significância	
	1%	5%
Constante	-3,467	-2,877
Constante e tendência temporal	-4,011	-3,435
Sem constantes e tendência temporal	-2,578	-1,942

Observando os resultados, denota-se que o teste ADF nas duas séries não rejeita a hipótese de existência de uma raiz unitária. Procedendo ao teste para buscar uma segunda raiz unitária, ou seja, realizando o teste após realizar uma diferenciação, rejeita-se a hipótese nula de existência raiz unitária ao nível de significância de 1%. Logo, existe pouca evidência da presença de uma segunda raiz unitária.

Segundo a metodologia, o modelo aqui utilizado assume que o índice de dividendos segue um ARIMA(p,1,0). Para determinar a ordem do processo autoregressivo, calculou-se os valores de *Akaike Information Criteria* (AIC) e de *Schwarz's Bayesian Information Criteria* (SBIC) para valores de p variando de 1 a 10. Os resultados encontrados são apresentados na tabela 5.

Tabela 5

Valores críticos de AIC e SBIC

p	AIC	SBIC
1	0,8896	0,9256
2	0,8493	0,9036
3	0,795	0,8676
4	0,785	0,8761
5	0,7898	0,8996
6	0,8026	0,9311
7	0,8182	0,9658
8	0,8303	0,997
9	0,8416	1,0276
10	0,8395	1,0449

Segundo Brooks (2002, p. 238), o SBIC sempre escolhe o modelo com uma quantidade de parâmetros menor ou igual ao AIC pois o primeiro penaliza mais fortemente a inclusão de novos termos em comparação ao segundo. Dessa maneira, o menor valor encontrado para SBIC se dá para p igual a três. Logo, assume-se que o índice de dividendos seguirá um processo ARIMA (3,1,0).

A estimação das equações do modelo é realizada por máxima verossimilhança através do Filtro de Kalman. O modelo tem sete coeficientes a serem estimados ($\mu, \psi, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \gamma_\sigma, \gamma_\eta$). A tabela 6 apresenta as estimativas com seus respectivos erros padrões. O resultado indica que a maioria dos parâmetros foi precisamente estimada e são valores plausíveis.

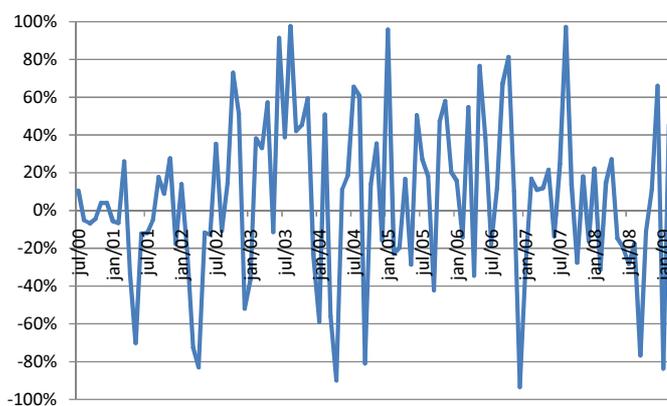
Tabela 6

Estimativas dos parâmetros do modelo de Gordon

μ	ψ	φ_1	φ_2	φ_3	γ_σ	γ_η
3,744	0,938*	0,712*	-0,614*	0,593*	7,037*	30,739
(180,663)	(0,00034)	(0,00045)	(0,00030)	(0,00028)	(0,00028)	75,446

Os desvios padrão são representados nos parênteses. Os parâmetros estaticamente significantes ao nível de 5% estão marcados com *.

As razões entre a estimativa da bolha e o índice de preços é plotada na figura 4.

**Figura 4**

Razão entre bolha/preço

Fica claro que a bolha oscila bastante, tanto para valores negativos quanto valores positivos, indicando um distanciamento entre os preços e os dividendos.

Os maiores percentuais de explicação da bolha frente aos preços ocorrem em períodos próximos às maiores variações do índice de preço, o que pode caracterizar um mercado bastante especulativo.

A figura 5 abaixo mostra o percentual do erro de predição do modelo.

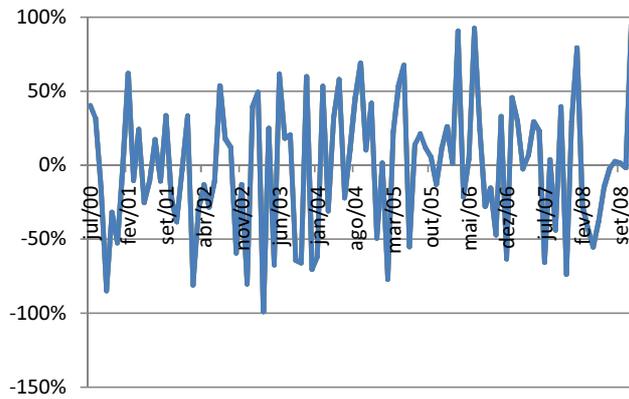


Figura 5
Erro de predição do modelo

O desempenho do modelo utilizado é comparada com dois outros modelos alternativos, o modelo de Gordon e o modelo de *intrinsic bubbles* conforme descrito por Froot & Obstfeld (1991).

O modelo de Gordon a ser estimado é o sistema de equações formado pelas expressões (5), sem o componente bolha, e (4). O sistema é estimado usando o Generalized method of moments (GMM), proposto por Hansen, permitindo uma correlação serial de quarta ordem e heterocedacidade condicional na matriz de covariância de Newey e West.

Os coeficientes do modelo são $(\mu, \psi, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \gamma_\sigma)$. Os resultados são apresentados na tabela 7:

Tabela 7
Estimativas dos parâmetros do modelo de Gordon

μ	ψ	φ_1	φ_2	φ_3	γ_σ
0,040323	0,168003*	-0,75164*	-0,85065*	-0,76604*	0,37602*
(0,04351)	(0,009619)	(0,11122)	(0,37765)	(0,14647)	(0,01045)

Os desvios padrão são representados nos parênteses. Os parâmetros estaticamente significantes ao nível de 5% estão marcados com *.

A figura 6 apresenta o percentual do erro de predição do modelo de Gordon.

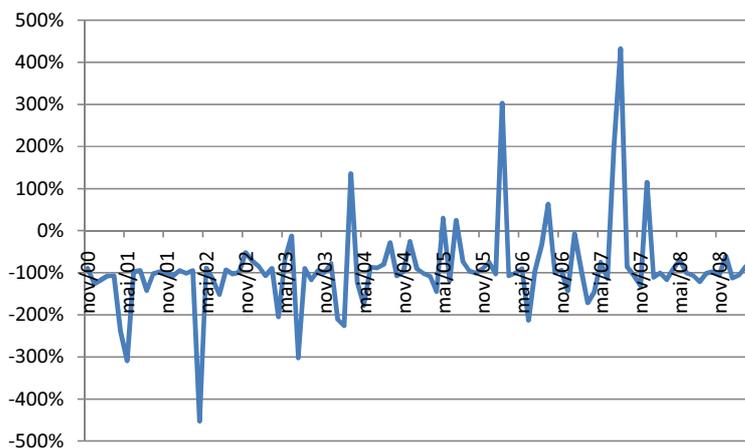


Figura 6
Erro de predição do preço: modelo de Gordon

Segundo o modelo de *intrinsic bubbles* (Froot & Obstfeld, 1991), os dividendos seguem um *geometric random walk* com *drift* da seguinte maneira:

$$\ln(D_t) = \alpha + \ln(D_{t-1}) + u_t \quad (7)$$

onde $u_t \sim N(0, \sigma_u^2)$.

Usando (7), o preço das ações é dado por:

$$P_t = c_0(D_t) + c_1(D_t^\lambda) \quad (8)$$

O primeiro termo do lado direito da equação é o valor fundamental enquanto o segundo é a *intrinsic bubbles* (Froot & Obstfeld, 1991), que é exclusivamente função dos dividendos. O parâmetro λ é estimado conforme descrito em Froot & Obstfeld (1991).

$$\frac{P_t}{D_t} = c_0 + c_1(D_t^{\lambda-1}) + v_t \quad (9)$$

onde v_t é um termo de erro.

Ressalta-se que o modelo de *intrinsic bubbles* (Froot & Obstfeld, 1991) é estimado segundo a equação (9) e não segundo a equação (8) devido a estimação dessa é complicada pela colineariedade entre os regressores, o que é resolvido pela divisão de toda equação por D_t , obtendo assim a equação (8).

A estimação da equação (7) com a série de dividendos obtém $\alpha = 0,010311$ e $\sigma_u^2 = 0,01680$, conforme indicado na tabela 8.

Tabela 8

Estimação da equação (7)

α
0,010311
-0,0168

A estimação de γ resulta em 1,92502. Utilizando esse valor, a estimação da equação (17) por mínimos quadrados resulta em:

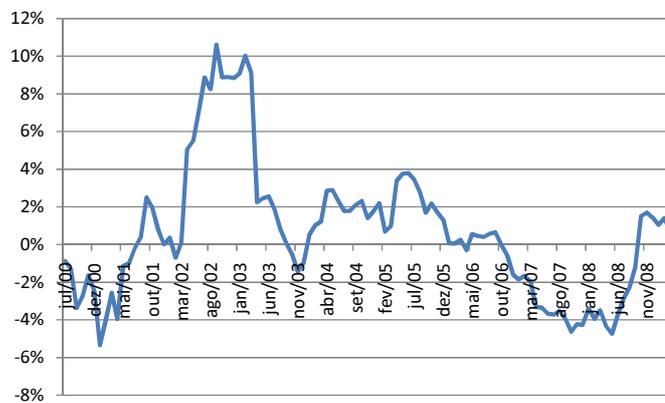
Tabela 9

Estimação da equação (7)

C_0	C_1
53.10245	-0,027300
(3.050593)	(0.004336)

Conforme proposto por Froot & Obstfeld (1991), foi encontrada uma estimativa estatisticamente significativa para c_1 , o parâmetro no termo de bolha, o que sugere a existência de *intrinsic bubbles*.

A figura 7 apresenta o percentual do erro de predição do modelo com *intrinsic bubbles* (Froot & Obstfeld, 1991).

**Figura 7**Erro de predição do preço: Modelo de *intrinsic bubbles* (Froot & Obstfeld, 1991)

Após a construção dos três modelos, podem-se comparar os resultados. Primeiro, o modelo de Gordon é o que pior se ajustou aos dados, mesmo com os dividendos sendo tratados como um processo ARIMA (3,1,0) ao invés de um simples passeio aleatório.

Surpreendentemente, ao contrário do trabalho de Wu (1997), o modelo de *intrinsic bubbles* (Froot & Obstfeld, 1991) foi o que melhor explicou as variações

do índice de preços. Esse resultado é comprovado pelo pequeno erro de predição encontrado nesse modelo em comparação com os outros dois.

Apesar do maior erro nesses períodos, é o método de Froot e Obstfeld que mostra mais claramente os efeitos da crise pré-eleitoral de 2002 e a crise internacional de 2008.

Finalmente, são calculados os valores de RMSE e MAE, em termos percentuais para os três modelos. O resultado é reportado na tabela 12. Fica aparente a maior precisão do modelo de Froot & Obstfeld (1991), que trata de *intrinsic bubbles*, sobre os demais para o conjunto de dados do IBOVESPA.

Tabela 10
RMSE e MAE dos modelos

		Modelo com <i>intrinsic bubbles</i>	Modelo de valor presente
RMSE(%)	71,86	42,18	88,8
MAE(%)	54,77	32,09	69,7

4. Conclusão

O presente artigo teve como objetivo identificar se há evidências de bolhas de preços no mercado acionário brasileiro no período de 1994 a 2009.

A obtenção do índice de dividendos era indispensável para a consecução do objetivo a fim de viabilizar a comparação proposta pela teoria de precificação de ativos. Essa tarefa mostrou-se bastante árdua pois a Bolsa de Valores de São Paulo não divulga tal informação.

Foi necessária a construção de um índice de dividendos que apresentasse correspondência metodológica com o IBOVESPA. A partir das informações conseguidas com a BOVESPA e no software Economática®, conseguiu-se o resultado requerido. Após a observação desse resultado, optou-se pela utilização dos dados a partir de julho de 2000, a fim de limitar aparentes problemas nos dados.

A etapa seguinte foi a de estimação do modelo estado-espço e dos modelos alternativos, conforme descrito na seção de metodologia. O modelo estado-espço encontrou evidências de bolhas bem como o modelo de *intrinsic bubbles* (Froot & Obstfeld, 1991), sendo o segundo mais preciso em sua modelagem. O modelo de valor presente não se ajustou adequadamente.

Desta forma, buscando responder ao problema de pesquisa: “há evidências de bolhas de preços no mercado acionário brasileiro no período de 1994 a 2009?” fica constatado neste estudo que, no mercado brasileiro, de acordo com a metodologia utilizada, há indícios da existência de bolhas de preços no período.

Esta pesquisa não buscou identificar o que causou a formação do processo de bolha de preços, nem sua data de início, e sim verificar a possível existência de bolha de preços mercado brasileiro no período de 1994 a 2009. A identificação do início das bolhas e dos fatos geradores deste processo fica aqui registrada como recomendação para uma nova pesquisa.

Outra recomendação é que novos estudos abordem a possibilidade de construção e divulgação de um índice de dividendos para cada um dos índices divulgados pela BOVESPA, observando as respectivas metodologias desses índices e dos índices de dividendos de outras bolsas mundiais como aquele usado por Wu (1997).

Referências

- Blanchard, Olivier J. 1979. Speculative Bubbles, Crashes and Rational Expectations. *Economic Letters*, **3**, 387–389.
- Blanchard, Olivier J., & Watson, Mark W. 1982. Bubbles, Rational Expectations and Financial Markets. *NBER Working Paper Series*, **945**, 1–30.
- Brooks, Chris. 2002. *Introductory Econometrics for Finance*. Cambridge.
- Campbell, John Y., & Shiller, Robert J. 1988. The Dividend-Price Ratio and Expectations of Future Dividends and Discount Factors. *The Review of Financial Studies*, **1**, 195–228.
- Caselani, César N. 2003. A Irracionalidade Das Bolhas. *RAE Executiva*, **2**.
- Froot, Kenneth A., & Obstfeld, Maurice. 1991. Intrinsic Bubbles: The Case of Stock Prices. *American Economic Review*, **81**, 1189–1214.
- Lucas, Robert E., Jr. 1978. Asset Prices in an Exchange Economy. *Econometrica*, **46**, 1429–1455.
- Martin, Diogenes M. L., Kayo, Eduardo K., Kimura, Herbert, & Nakamura, Wilson T. 2004. Identificando Bolhas Especulativas Racionais No IBOVESPA (Pós-Plano Real), a Partir de Regimes Markovianos de Conversão. *Economia*, **5**, 219–252.
- Medeiros, Otávio R. de, & Daher, Cecílio E. 2008. Evidências de Bolhas Especulativas No Mercado de Ações Brasileiro. *Pages 300–315 of: Anais do XXXII ENANPAD Encontro Nacional da ANPAD (ed), XXXII ENANPAD Encontro Nacional Da ANPAD*. Rio de Janeiro: ANPAD.
- Medeiros, Otávio R. de, & Fernandes, Bruno V. R. 2009. Evidências de Bolhas de Preços No Mercado Acionário Brasileiro. *Pages 1–20 of: Anais do 9º Congresso USP de Controladoria e Contabilidade (ed), 9º Congresso USP de Controladoria e Contabilidade*. São Paulo: FEA-USP.
- Ross, Stephen A., Westerfield, Randolph, & Jaffe, Jeffrey F. 1995. *Administração Financeira: Corporate Finance*. São Paulo: Atlas.
- Shiller, Robert. 2000. *Exuberância Irracional*. São Paulo: Makron Books.

Sornette, Didier. 2004. *Why Stock Markets Crash: Critical Events in Complex Financial Systems*. Princeton University Press.

Wu, Yangru. 1997. Rational Bubbles in the Stock Market: Accounting for the U.S. Stock Price Volatility. *Economic Inquiry*, **XXXV**, 309–319.

Apêndice A

Especificando o modelo, temos:

$$(E_t(P_{(t+1)} + D_{(t)}))/P_t = r \quad (\text{A.1})$$

onde, E_t é o operador de esperança matemática condicional com a informação disponível em t , P_t é o preço da ação no tempo t , D_t é o valor real dos dividendos pagos no período t e r é o retorno esperado entre $t + 1$ e t .

Campbell & Shiller (1988, p. 196), propõem um modelo dinâmico derivado do modelo de Gordon para mensurar o valor do preço da ação de acordo com o valor futuro dos dividendos, sob a premissa de permitir que a taxa de retorno esperada e que a taxa de crescimento dos dividendos seja variável ao longo do tempo. Nesse artigo, os autores produzem uma aproximação logarítmica linear da equação (A.1) da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \frac{E_t(P_{(t+1)} + D_t)}{P_t} = r \quad \ln r &= \ln(E_t(P_{(t+1)} + D_t)) - \ln P_t \\ \ln r &= E_t(\ln(P_{(t+1)} + D_t)) - \ln P_t \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

Tendo em vista que P e D são números reais positivos, podemos usar a expansão de Taylor para obter o valor de $\ln(P_{(t+1)} + D_t)$. A expansão de Taylor é descrita pela expressão $f(x) = f(x_0) + f'(x_0).(x - x_0)$, onde $f(x)$ é uma função derivável em um intervalo que contém o ponto x_0 . O valor x_0 utilizado será o valor anterior dos dividendos e o preço anterior da ação. Essa escolha faz todo o sentido uma vez que queremos descobrir os valores de P e D baseados em seus valores defasados um período. Dessa forma:

$$\ln(P_{(t+1)} + D_t) = \ln(P_t + D_{(t-1)}) + 1/(P_t + D_{(t-1)})[(P_{(t+1)} + D_t) - (P_t + D_{(t-1)})]$$

$$\ln(P_{(t+1)} + D_t) - \ln(P_t + D_{(t-1)}) = ((P_{(t+1)} + D_t) - (P_t + D_{(t-1)})) / (P_t + D_{(t-1)})$$

$$\Delta \ln(P_{(t+1)} + D_t) = \frac{(P_{(t+1)} - P_t) + (D_t - D_{t-1})}{(P_t + D_{(t-1)})}$$

Tomando ψ como $P_t/P_t + D_{(t-1)}$ e $1 - \psi$ será $D_{(t-1)}/P_t + D_{(t-1)}$, obtêm-se:

$$\Delta \ln(P_{(t+1)} + D_t) = \frac{\psi(P_{(t+1)} - P_t)}{P_t} + \frac{(1 - \psi)(D_t - D_{t-1})}{D_{t-1}}$$

Pela mesma expansão de Taylor,

$$\begin{aligned}\Delta \ln(P_{t+1} + D_t) &= \psi \Delta \ln(P_{t+1}) + (1 - \psi) \Delta \ln(D_t) q \\ &= \kappa + \psi E_t p_{t+1} + (1 - \psi) \cdot d_t - p_t\end{aligned}\quad (\text{A.3})$$

onde q é o logaritmo da taxa bruta de retorno requerido, ψ é a razão entre o preço da ação e a soma do preço da ação e seu dividendo, $\kappa = -\ln(\psi) - (1 - \psi) \cdot \ln \frac{1}{\psi - 1}$, $p_t = \ln(P_t)$ e $d_t = \ln(D_t)$.

A solução da equação (A.3), segundo Wu (1997, p. 311) é:

$$p_t^f = \frac{\kappa - q}{1 - \psi} + (1 - \psi) \cdot \sum_{i=0}^{\infty} \psi^i \cdot E_t(d_{t+i}) \quad (\text{A.4})$$

Cumprir destacar que não há componente bolha na equação (A.4). Essa equação mostra que o logaritmo do preço no tempo t depende dos valores futuros dos dividendos. A solução é chamada de solução fundamental do mercado, e se baseia no Modelo de Gordon. Mas, como ilustrado em diversos estudos, o mercado não se comporta sempre desse modo, podendo existir desvio entre esse valor fundamental e o valor real praticado. Portanto, inserindo o componente bolha, teríamos que:

$$p_t = \frac{\kappa - q}{1 - \psi} + (1 - \psi) \cdot \sum_{i=0}^{\infty} \psi^i \cdot E_t(d_{t+i}) + b_t = p_t^f + b_t \quad (\text{A.5})$$

onde b_t é o componente bolha e satisfaz a seguinte equação:

$$E_t(b_{t+i}) = (1/\psi)^i \cdot b_t \quad (\text{A.6})$$

A fim de evitar a não estacionariedade do logaritmo dos dividendos, toma-se a diferenciação de primeira ordem da equação (A.5), resultando em:

$$\Delta p_t = (1 - \psi) \cdot \sum_{i=0}^{\infty} i \cdot [E_t(d_{t+i}) - E_{t-1}(d_{t+i-1})] + \Delta b_t = \Delta p_t^f + \Delta b_t \quad (\text{A.7})$$

Para garantir a parcimônia do modelo, Wu (1997, p. 312) estabelece que o logaritmo dos dividendos que tem uma raiz unitária e que segue um processo ARIMA $(h, 1, 0)$ da seguinte maneira:

$$\Delta d_t = \mu + \sum_{j=1}^h \varphi_j \cdot \Delta d_{t-j} + \delta_t \quad (\text{A.8})$$

onde δ_t é um termo de erro independente e identicamente distribuído (i.i.d) com distribuição $N(0, \sigma_\delta^2)$.

Reescrevendo (A.8) na forma matricial temos:

$$Y_t = U + A.Y_{t-1} + \vartheta_t \quad (\text{A.9})$$

onde $Y_t = (\Delta d_t, \Delta d_{t-1}, \dots, \Delta d_{t-h+1})'$, $U = (\mu, 0, \dots, 0)^t$ e $\vartheta_t = (\delta_t, 0, \dots, 0)'$.

$$A = \begin{pmatrix} \varphi_1 & \varphi_2 & \varphi_3 & \cdots & \varphi_{h-1} & \varphi_h \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

é uma matriz quadrada $h \times h$.

Wu (1997, p. 312) apud Campbell & Shiller (1988) obtém a seguinte solução da equação (A.2):

$$\Delta p_t = \Delta d_t + M.\Delta Y_t + \Delta b_t \quad (\text{A.10})$$

onde $g = (1, 0, 0, \dots, 0)$ é uma matriz linha com h colunas.

$M = g.A(I - A)^{-1}.[I - (1 - \psi).(I - \psi A)^{-1}]$ é uma matriz linha com h colunas e I é a matriz identidade de ordem h .

Assumindo a linearidade do componente bolha, a equação (A.6) pode ser reescrita na forma paramétrica:

$$b_t = (1/\psi).b_{t-1} + \eta_t \quad (\text{A.11})$$

onde a inovação η é não correlacionada com b , tem média zero e variância finita σ_η^2 . Além disso, também é assumido que σ não é correlacionado com o termo de erro δ da equação (A.99).