

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE ECONOMIA, ADMINISTRAÇÃO, CONTABILIDADE – FACE
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA

Igor Carvalho Rocha

**INVESTIMENTO ENDÓGENO EM CAPITAL HUMANO EM UM
MODELO DE GERAÇÕES SOBREPOSTAS COM RESTRIÇÃO DE
CRÉDITO E CONSUMO MÍNIMO**

**Brasília
2014**

Igor Carvalho Rocha

**INVESTIMENTO ENDÓGENO EM CAPITAL HUMANO EM UM
MODELO DE GERAÇÕES SOBREPOSTAS COM RESTRIÇÃO DE
CRÉDITO E CONSUMO MÍNIMO**

Dissertação apresentada ao Curso
de Pós-Graduação em Economia
da Universidade de Brasília como
parte dos requisitos para obtenção
do grau de Mestre em Economia

Orientador: Ricardo Silva Araújo
Azevedo

**Brasília
2014**

Igor Carvalho Rocha

**INVESTIMENTO ENDÓGENO EM CAPITAL HUMANO EM UM
MODELO DE GERAÇÕES SOBREPOSTAS COM RESTRIÇÃO DE
CRÉDITO E CONSUMO MÍNIMO**

Dissertação apresentada ao Curso
de Pós-Graduação em Economia
da Universidade de Brasília como
parte dos requisitos para obtenção
do grau de Mestre em Economia

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Ricardo Silva Araújo Azevedo
(Orientador)
UnB

Prof. Dr. Joaílho Rodolpho Teixeira
UnB

Prof. Dr. Carlos Eduardo Iwai Drumond
UESC

Brasília
08 de Dezembro 2014

RESUMO

A importância do capital humano para desenvolvimento econômico e para elevação da renda e do bem-estar das pessoas é atualmente um fato estilizado nas economias modernas. Porém, em muitos países parcelas significativas da população não se dedicam à obtenção de educação formal que hoje constitui a principal forma de investir neste fator produtivo. Na busca por tentar compreender este fenômeno revisitamos e discutimos a literatura sobre capital humano que de alguma forma o aborda e que contraria a lógica econômica segundo a qual o investimento deve ser realizado sempre que seu retorno supere seu custo de oportunidade. Valendo-se das contribuições da literatura, desenvolvemos um modelo de gerações sobrepostas que coloca o jovem no centro das atenções. Enquanto na ampla maioria destes modelos que consideram capital humano são os pais que decidem se e quanto os filhos devem estudar, aqui a decisão é do jovem. Todavia, as escolhas do jovem estão condicionadas ao suporte que recebe de sua família em termos de recursos materiais e de conhecimento que ele absorve no seu seio familiar. Para conferir maior interesse e realismo à essa decisão duas restrições são consideradas: o jovem está sujeito à restrição de crédito e à existência de um nível mínimo de consumo que lhe é exogenamente determinado. Procuramos analisar como, sob estas condições, a maximização da utilidade do ciclo de vida impacta na obtenção de educação formal. E assumindo que o capital humano do progenitor é, em alguma medida, transferido para o seu descendente, analisamos também como se dá a acumulação e o investimento ao longo das gerações sob diferentes hipóteses quanto às preferências, o grau de divisibilidade do investimento e seu tipo de retorno. Os resultados são discutidos e cotejados com a literatura pregressa para avaliarmos como as hipóteses adicionais aqui utilizadas podem contribuir para explicação do subinvestimento em capital humano.

Palavras-Chave: Investimento em Capital Humano; Restrição de Crédito; Consumo Mínimo.

ABSTRACT

The relevance of human capital for economic development and rising incomes and well being of people is currently a stylized fact in modern economies. However, significant portions of the population do not dedicate their time to obtaining formal education, which is nowadays the main form of investment on this particular productive factor. In search of better comprehending this phenomenon, this work will revisit and discuss the literature based on human capital that explains some of the reasons of this phenomenon and also counters the basic economic notion in which the investment is only carried forward when its return exceeds its opportunity cost. Based on literature about this subject, we developed a model of overlapping generations that puts the young in the spotlight. In the vast majority of models created to analyze human capital, the parents are considered the ones responsible to decide if and how their childrens must study, however, the model to be presented in this paper considers the views of young people and how he decides this matter. Nevertheless, the choices of the young are conditioned to the support they receive from their families in terms of material resources and knowledge that she absorbs in their family environment. In order to give interest and realism to this decision two restrictions are considered: the young person is subject to credit constraints and the existence of a minimum level of consumption exogenously determined. Under these circumstances, we analyzed how the utility maximization of the life cycle impacts in obtaining formal education. Also assuming that human capital is transferred to some extent from the parents to their descendants, we also analyzed how the accumulation and investments over generations under different assumptions according to their preferences, the degree of divisibility of the investment and its type of return is made. The results are discussed and compared with the previous literature in order to evaluate how the additional assumptions used in this research may contribute to the explanation about the underinvestment in human capital.

Key-Words: Human Capital Investment; Credit Constraints; Minimum Consumption Requirements

Sumário

1	Introdução	1
1.1	O Problema e sua Importância	1
1.2	Objetivos	3
2	Revisão e Discussão da Literatura Teórica e Empírica	5
3	O Modelo	12
3.1	A Formação de Capital Humano	14
3.2	Investimento sob Restrição	17
3.3	Dinâmica da Poupança	19
3.4	Dinâmica com Preferências Não-Homotéticas	21
3.5	Indivisibilidade do Investimento em Capital Humano	25
4	Discussão dos Resultados e Hipóteses Utilizadas	29
5	Conclusão	34
	Referências	35

Lista de Figuras

1	Acumulação de Capital Humano ao longo das Gerações	17
2	Investimento em Capital ao longo das Gerações	17
3	Comportamento da Poupança	24
4	Crescimento do Investimento na presença de indivisibilidade	25
5	Utilidade do Ciclo de Vida x Riqueza x Investimento	27

1 Introdução

1.1 O Problema e sua Importância

Os benefícios que a acumulação de conhecimento técnico-científico propicia aos indivíduos e às sociedades têm sido amplamente salientados nas últimas décadas. A dedicação de tempo à educação e treinamento com o objetivo de elevar o nível de saber e, por conseguinte, as competências laborais e intelectuais constitui um investimento no sentido de que amplia a capacidade produtiva de quem o realiza. O resultado dessa atividade é a formação de um estoque que, apesar de intangível, é tão importante quanto o capital físico para a produção de bens e serviços. O estudo desse fenômeno em meados do século XX levou os economistas Jacob Mincer, T. W. Schultz e Gary Becker a denominarem de capital humano esse estoque imaterial, assim como a desenvolverem uma teoria capaz de explicar os motivos e resultados de tal investimento.

Já em seu clássico trabalho Becker (1964) destacava as vantagens obtidas com a acumulação de capital humano. Os países ampliam sua capacidade de produzir e absorver tecnologia e, portanto, sua fronteira de possibilidade de produção. A população torna-se mais saudável. As pessoas podem obter maiores salários e menor risco de desemprego. Ademais, como bem observado por Shultz (1964), num cenário em que a tecnologia muda rapidamente a demanda por profissionais capazes de compreender e avaliar as novas possibilidades produtivas eleva a importância da educação formal na produção de capital humano.

Desenvolvimentos teóricos e resultados empíricos posteriores vêm em grande medida corroborando as ideias de Becker sobre o papel e a importância do capital humano não apenas para a economia mas também para a sociedade como um todo. No que tange ao crescimento econômico *strictu sensu*, importantes trabalhos têm demonstrado a sua relevância para a elevação sustentada do produto. Mankiw, Romer e Weil (1992) apresentam evidências dos efeitos positivos do investimento em capital humano sobre a taxa de crescimento do PNB per capita.¹ Barro e Lee (2010) estimam que, *ceteris paribus*, o produto da economia mundial crescerá em torno de 2% para cada ano adicional de escolaridade.

A obtenção de maiores salários por parte daqueles que se dedicam à obtenção de conhecimento técnico também é um fato estilizado nas economias modernas. Conforme Montenegro e Patrinos (2013), cada ano adicional de escolaridade eleva em no mínimo 10% a renda do trabalho no mundo.² O Brasil não foge a esta regra e ainda apresenta taxas de retornos superiores à média mundial para os níveis mais elevados de escolaridade (Pessoa e Barbosa, 2008).

Outra vantagem seria a maior estabilidade no emprego. Em tese, quanto maior o investimento em qualificação para seu trabalhador que uma firma realiza, menor a chance dela querer se separar dele.³ E se assumirmos que trabalhadores mais educados se dedicam às atividades mais complexas que, por isso, requerem mais treinamento *on the jobbing*, o

¹O trabalho dos autores aponta que com a inclusão do investimento em capital humano o modelo de Solow é capaz de explicar quase 80% da variação no logaritmo do PNB per capita entre os países (contra 59% do modelo básico).

²As exceções ficam por conta da Europa Centro-Oriental (8,2%), Ásia Meridional (7,0%) e Oriente Médio/África Setentrional (5,6%).

³Nas palavras do próprio Becker: “*If a firm had paid for the specific training of a worker who quit to take another job, its capital expenditure would be partly wasted, for no further return could be collected*” (1964, p. 43). Além criar tal desincentivo à demissão, o autor lembra que o acúmulo de conhecimento pode propiciar ao trabalhador um incremento sobre o salário para que ele se abstenha de buscar outros empregos.

elevado custo afundado com treinamento para estes trabalhadores constitui um incentivo para não demiti-los, sendo este incentivo mais baixo quanto menor for a qualificação do trabalhador. Cairo e Cajner (2014) estudando a realidade americana mostram que mesmo após os devidos controles demográficos (idade, gênero, raça e status marital), o desemprego varia de forma significativa com o nível de escolaridade.⁴ Os autores concluem ainda, ratificando as ideias de Becker, que os trabalhadores mais educados desfrutam de maior estabilidade no emprego.

Para além dos proveitos estritamente econômicos, o investimento em capital humano traz para indivíduos e sociedades crescimento de bem-estar num sentido amplo. Um exemplo disso são os ganhos para saúde das pessoas decorrentes da elevação do nível educacional. Avaliando esta relação, Cutler e Lleras-Muney (2006) identificam que, apesar de variar com as circunstâncias, a educação produz efeitos significativos sobre a saúde. Indivíduos mais educados têm maior expectativa de vida e são menos propensos a desenvolver enfermidades crônicas. Além disso, reportam perder menos dias de trabalho devido a doenças e possuem menores índices de limitação funcional. Por fim, são mais propensos a se exercitar e a buscar tratamentos preventivos.

Uma outra dimensão em que a educação pode possuir considerável impacto é na criminalidade. Lochner (2004) desenvolve um modelo cuja estimação para os EUA aponta que indivíduos que concluem o ensino médio são muito menos propensos a praticar crimes violentos e contra e propriedade e relacionados ao tráfico de drogas, resultados estes que se mantêm significativos mesmo após controlar para as condições materiais da família e da vizinhança. A probabilidade de um indivíduo que concluiu o ensino médio obter alguma renda por meio de atividade criminosa é inferior a 1/3 da probabilidade de um indivíduo que não o concluiu.⁵ Santos (2009) estima que no Brasil uma elevação em 10% na escolaridade média dos homens entre 15 e 30 anos reduziria a taxa de crimes em 35,2% no longo prazo (entendido como dois anos e mais).

A despeito de tantos benefícios, diversos são os países em que parcelas consideráveis da população não investem em capital humano ou o fazem de forma diminuta. O Relatório do Desenvolvimento Humano (2013) do Programa das Nações Unidas para o Desenvolvimento (PNUD) aponta grandes disparidades entre países/regiões em termos de escolaridade que pode ser considerada uma variável *proxy* para o capital humano de uma sociedade.⁶ O percentual da população com 25 anos e mais que tem pelo menos o ensino médio completo e a escolaridade média são respectivamente: 83,5% e 10,4 anos no grupo formado pelos países da Europa e Ásia Central; 50,4% e 7,8 anos no grupo formado por países da América Latina e Caribe; 29,7% e 4,7 anos nos países da África Subsaariana.

⁴A taxa de desemprego média atinge: 2,6% para os que possuem curso superior completo; 4,4% para aqueles com superior incompleto; 5,4% para os que concluíram o ensino médio; 9,0% para os que possuem menos que o ensino médio, quando se considera indivíduos com 25 anos e mais. Para indivíduos com 16 anos e mais as taxas são, respectivamente, 2,8%, 5,3%, 6,7% e 12,6%. A série histórica utiliza as informações do período 1976-2010 (Cairo e Cajner, 2014).

⁵Valendo-se do modelo padrão de investimento em capital humano de Becker (1964) e Ben-Porah (1967), Lochner (2004) explica como o investimento em capital humano tende a reduzir a probabilidade do indivíduo adentrar ao mundo do crime: [...] *education and training increase human capital levels and market wage rates, which raises the costs of planning and engaging in crime. Human capital investments also increase the costs associated with incarceration, since they increase the value of any time foregone. The fact that training and learning occur throughout life implies that the opportunity costs of crime should generally rise with age just as they rise with educational attainment* (Lochner, 2004, p. 2).

⁶Barro e Lee desenvolvem uma série de estudos objetivando aperfeiçoar uma medida do estoque de capital humano que considera os anos de escolaridade em geral e a composição educacional da força de trabalho. O estudo mais recente é Barro e Lee (2010).

É verdade que mesmo os países com menor nível de escolaridade tem experimentado alguma evolução. O índice de analfabetismo que em 1950 era 45,9% na América Latina e Caribe e 67,1% Ásia Oriental atinge 7,7% e 7,9%, respectivamente, em 2010. Enquanto os anos médios de escolaridade da população cresce no mesmo período de 2,57 para 8,26 no primeiro grupo de países e de 1,77 para 7,94 no segundo grupo. Contudo, considerando os benefícios do investimento em capital humano, o que surpreende não é a ocorrência de algum investimento, mas sim a ausência de investimento até o ponto em que não haja mais espaço para ganhos. Afinal, qual seriam os motivos para a educação ser menos valiosa em uns países do que em outros ou para algumas famílias do que para outras?

1.2 Objetivos

Compreender a razão desse baixo investimento em muitos países tem sido um desafio para os pesquisadores. Eficiência do processo educacional, renda e riqueza familiar, descompasso entre retornos sociais e privados, imperfeição do mercado de crédito, além de aspectos políticos e institucionais, são algumas importantes sugestões da literatura econômica para explicar este fenômeno.

Sem desconsiderar a relevância destas possíveis explicações, mas tendo em mente que não possível falar de tudo ao mesmo tempo, nosso enfoque aqui será a decisão racional do indivíduo, no domínio mais tipicamente econômico, sobre quanto tempo dedicar à acumulação capital humano.

Em um mundo sem restrições, a maximização da renda leva à maximização da utilidade. Esta é por sinal a abordagem utilizada por grande parte da literatura que trata do tema. Porém quando determinadas restrições estão ativas este resultado pode não se manter.

Basicamente, o investimento em capital humano implica num sacrifício presente em prol de um ganho futuro. Além de eventuais despesas incorridas com a obtenção de conhecimento, o indivíduo vê-se obrigado a adiar sua entrada no mercado de trabalho o que reduz sua renda no presente e possivelmente suas possibilidades de consumo. Esta escolha pode então resultar numa perda de utilidade no presente, em especial diante da impossibilidade de financiar este consumo presente o que é bastante plausível se considerarmos que o capital humano não é um bom colateral.

Tendo em vista que as decisões fundamentais relacionadas à educação costumam ser tomadas na juventude – momento em que o indivíduo depende bastante de seus pais – é importante considerar na análise como o suporte financeiro e o *background* intelectual da família afeta tal escolha. Com efeito, se vamos falar de decisão precisamos antes delinear sob quais condições a escolha é realizada. A família então cumpre importante papel neste processo.

Contudo, para além da família, é razoável conjecturar que o indivíduo também é influenciado pelo meio social que está inserido. Suas preferências podem, sob esta hipótese, incorporar gostos e padrões socialmente estabelecidos. Podemos então imaginar que o bem-estar do indivíduo estaria comprometido caso não pudesse adquirir não apenas os bens indispensáveis à sua sobrevivência física, mas também aqueles necessários a um convívio social pleno.

O objetivo principal deste trabalho é verificar e discutir quais respostas o modelo de crescimento econômico com capital humano oferece quando hipóteses adicionais, em especial restrição de crédito e requerimento mínimo de consumo, são consideradas. Buscamos analisar como a maximização da utilidade do ciclo de vida determina o investimento em

capital humano e, por conseguinte, a renda do indivíduo ao longo deste ciclo. E sabendo que laços biológicos e culturais conectam membros de distintas gerações, em particular aqueles pertencentes a uma mesma família, trataremos também das consequências desta lógica de maximização sob restrições para as gerações seguintes.

Com esse propósito, desenvolvemos um modelo de gerações sobrepostas onde indivíduos que possivelmente diferem em seus estoques de riqueza e capital humano, decidem quanto tempo dedicar à educação formal. Discutimos como a acumulação de capital humano pode seguir distintas trajetórias a depender de qual seja a relação do retorno do investimento com o estoque existente. Analisamos a dinâmica dessa economia ao longo das gerações sob diferentes hipóteses quanto às preferências e grau de divisibilidade do investimento em capital humano. Além desta introdução, este trabalho está desta forma organizado. No capítulo 2 é feita a revisão e discussão da literatura teórica e empírica sobre capital humano, em especial aquela que de alguma forma aborda ou tangencia as causas do seu subinvestimento. No capítulo 3 desenvolvemos o modelo matemático. No capítulo 4 discutimos os resultados e as hipóteses utilizadas. O capítulo 5 traz a conclusão.

2 Revisão e Discussão da Literatura Teórica e Empírica

Diante dessas diversas vantagens relacionadas à obtenção de educação formal, é imperativo questionar o porquê do baixo investimento em capital humano por parte de indivíduos e sociedades. Este problema tem sido abordado a partir de diferentes prismas no interior da teoria econômica. Cada enfoque tem sua relevância e terá maior ou menor capacidade explicativa a depender de cada contexto regional específico.

Não é difícil perceber que os benefícios da educação para um indivíduo dependem não apenas da sua dedicação à ela, mas também da dedicação de outras pessoas. Por exemplo, o convívio com pessoas que adquirem doenças por falta de conhecimentos básicos pode comprometer a saúde daquele que busca informações sobre como manter-se saudável. Da mesma forma, o investimento em educação fortalece os incentivos para que o indivíduo não adentre ao mundo do crime, mas não o protege de crimes praticados por outros, em particular daqueles que não se dedicaram à obtenção de educação e por terem menor custo de oportunidade – baixos salários em atividades legais – se tornam mais facilmente aliciáveis para a prática de atividades criminosas. Também para empreender muitas vezes é necessário a companhia de outras pessoas qualificadas sem as quais o empreendimento torna-se pouco lucrativo ou mesmo inviável. Em todos estes casos o retorno do investimento de um indivíduo em particular pode ser seriamente comprometido se os outros se abstiverem de investir.

Esse descompasso entre retornos privados e sociais decorrente de problemas de coordenação pode ser acentuado na presença de externalidades. Lucas (1988) argumenta que, sendo a acumulação de capital humano uma atividade social, podemos nos beneficiar do convívio com pessoas inteligentes e eruditas nos aproveitando dos conhecimentos e pensamentos que transbordam delas e, ao mesmo tempo e da mesma forma, contribuir com quem esteja ao nosso redor. Logo, é possível, em alguma medida, obter capital humano sem pagar e também fornecê-lo sem receber. E na presença de tal falha de mercado, o nível de dedicação à educação que produz um ótimo do ponto de vista social tende a não ser aquele que maximiza o bem-estar individual.⁷

Lucas demonstra que a existência de externalidades positivas associadas ao capital humano torna o equilíbrio competitivo ineficiente, visto que sob essa condição o benefício social do investimento em educação seria superior ao retorno privado levando os indivíduos a optarem por um nível de investimento inferior àquele que seria socialmente ótimo.

Seguindo essa linha de raciocínio, Azariadis e Drazen (1990) objetivando explicar a não convergência das trajetórias de crescimento de longo prazo prevista pelo modelo neoclássico de crescimento, ampliam este modelo (na versão de gerações sobrepostas) com a inclusão de uma externalidade tecnológica com uma propriedade *threshold* que faz dos retornos de escala uma função dos estoques dos fatores. Quando o estoque em questão atinge determinada faixa crítica, as externalidade geradas possibilitam à economia dar

⁷Esse trecho resume bem as ideias do autor: *But we know from ordinary experience that there are group interactions that are central to individual productivity and that involve groups larger than the immediate family and smaller than the human race as a whole. Most of what we know we learn from other people. We pay tuition to a few of these teachers, either directly or indirectly by accepting lower pay so we can hand around them, but most of it we get for free, and often in ways that are mutual - without a distinction between student and teacher. Certainly in our own profession, the benefits of colleagues from whom we hope to learn are tangible enough to lead us to spend a considerable fraction of our time fighting over who they shall be, and another fraction travelling to talk with those we wish we could have as colleagues but cannot. We know this kind of external effects is common to all the arts and sciences - the creative professions'. All of the intellectual history is the history of such effects* (Lucas, 2008, p. 38).

uma salto qualitativo rumo a um novo estágio de crescimento no qual permanece até o momento em que as externalidades decorrentes da elevação deste estoque promovam o novo salto. Cada estágio deste representaria uma taxa média de crescimento do produto, assim antes de cada salto a economia estaria numa espécie de *quasi* estado-estacionário.

O fator responsável por gerar as externalidades e, por isso, capaz de promover tais saltos no modelo de Azariadis e Drazen é a qualidade do trabalho que por sua vez é determinada pela acumulação de capital humano. Os autores argumentam que ao se alcançar um determinado nível conhecimento torna-se mais fácil adquirir conhecimentos adicionais e ou induzir uma acentuada ampliação nas possibilidades de produção. Sob esta hipótese, se a taxa de retorno privado do investimento em capital humano depende positivamente da qualidade média dos recursos humanos existentes, em particular das externalidade geradas por este estoque, caso o estoque inicial desse fator seja muito diminuto, ainda que o retorno social seja elevado, o retorno privado pode ser tão baixo a ponto da escolha ótima do indivíduo ser investir pouco ou mesmo nada em capital humano, neste caso a economia estaria numa armadilha do subdesenvolvimento.

Entretanto, a relevância teórica adquirida pela ideia de externalidades associadas ao capital humano, essencial para a distinção entre benefícios privados e sociais, ainda não encontrou respaldo empírico incontestado. Considerando o retorno social, num sentido mais estrito, como sendo o retorno privado menos os custos privados e sociais, é possível e provável que este seja maior que aquele se levarmos em conta os subsídios à educação. Evidentemente, se considerarmos o retorno social numa acepção mais ampla que inclua as externalidades da educação, poderemos ter retornos sociais superiores aos retornos privados. Todavia, estas externalidades são de difícil identificação e mensuração (Psacharopoulos and Patrinos, 2004). E independentemente da existência de algum descompasso entre retornos sociais e privados, estes últimos costumam ser consideráveis em muitas regiões, inclusive naquelas com baixo estoque de capital humano.

Um caminho por qual devemos passar para explicar essa pouca dedicação aos estudos é a qualidade da educação ofertada que, mesmo quando gratuita do ponto de vista do estudante, pode ser de um padrão tão baixo a ponto de desestimular a permanência no sistema. De fato, uma melhor tecnologia de ensino implica em melhor aprendizado, maiores rendimentos futuros e, portanto, em maiores investimentos. Certamente a eficiência do processo educacional é um fator chave, todavia inúmeras são as dificuldades que surgem ao tentar mensurá-la, em particular porque não há uma relação unívoca entre *inputs* e *outputs*.

Hanushek (2002) faz um balanço sobre as tentativas de avaliar a eficiência da provisão de educação salientando seus aspectos controversos dos quais podemos destacar alguns que de imediato deixam evidentes tais dificuldades. O primeiro é a causalidade, alunos apresentam mau desempenho porque a escola é ruim ou a escola apresenta desempenho ruim porque o nível dos alunos é baixo? Os resultados obtidos pelos alunos no mercado de trabalho, que poderiam fornecer indicativos da eficiência ao se comparar a variação nos recursos investidos na (ou pela) instituição de ensino e os diferentes êxitos profissionais dos alunos, podem ser sobrestimados se os recursos investidos pelos pais e sua dedicação ao aprendizado dos filhos não forem considerados. A escolha da escola por parte de pais e estudantes também poderia revelar quais as instituições ofertam melhor ensino, porém fatores locacionais, migratórios (busca por empregos) e problemas informacionais (famílias podem não conseguir distinguir a qualidade da instituição de ensino do desempenho dela) impedem a escolha ótima e comprometem a demanda por uma instituição enquanto informação qualificada sobre sua eficiência.

Ademais, o aprendizado não se dá apenas na escola mas também em casa e na comunidade. Tecnicamente falando, o indivíduo se apropria de alguma fração do capital humano existente no meio familiar/social que ele se encontra inserido. Publicado em 1966 nos Estados Unidos em decorrência da promulgação da lei do direitos civis em 1964, o chamado *Coleman Report* concluiu que a classe social do estudante era a única variável que possuía relação incontestável com seu desempenho acadêmico.⁸ Corroborando tal conclusão, Heckman e Cameron (2001) examinando a fonte de disparidades entre brancos, negros e hispânicos no acesso e conclusão de curso superior nos EUA, encontram que disparidades na renda familiar são em grande medida responsáveis pelo nível de escolaridade dos indivíduos. Medidas padronizadas de qualidade do ensino se mostram negligenciáveis quando variáveis explanatórias ligadas ao *background* familiar são consideradas nas regressões.

Para o caso brasileiro, Menezes-Filho (2007) utiliza dados do Sistema de Avaliação do Ensino Básico (SAEB) para examinar o desempenho de alunos da 4ª e 8ª série do ensino fundamental e 3º ano do ensino médio em teste de proficiência em matemática e chega a conclusões que apontam nesta mesma direção. Os exercícios econométricos realizados revelam que as variáveis com maior poder explicativo são aquelas relacionadas às características familiares e do aluno: educação da mãe, cor, atraso escolar, reprovação prévia, acesso a livros, jornais e computador dentro de casa, assim como trabalho na rua e em casa (superior a quatro horas). Por outro lado, as variáveis relacionadas à instituição de ensino como número de computadores na escola, processo de seleção do diretor e dos alunos, escolaridade, salário e idade do professor têm efeito pouco relevante. Em suma, o exercício aponta que a família explica entre 70% e 90% da variação das notas obtidas pelos alunos.⁹

Assumindo a validade dessas conclusões quanto a importância de fatores intrafamiliares na vida escolar do indivíduo, em particular a renda disponível e o nível educacional dos pais, é razoável questionar se o investimento em educação é algo factível para indivíduos jovens e mesmo adolescentes. A dedicação aos estudos implica não apenas em despesas diretas como mensalidades, livros e materiais, mas também no impedimento, ainda que parcial, de obter renda através do trabalho. Sob estas condições o indivíduo pode necessitar de alguma fonte auxiliar de recursos durante o ciclo de estudos desejado. Normalmente esses fundos são oriundos de transferências familiares e instituições financeiras. Entretanto, num cenário de mercados de crédito imperfeitos as transferências intrafamiliares terminam por determinar quem pode investir em capital humano. Esta é a linha seguida por Galor e Zeira (1993) que desenvolvem um modelo de gerações sobrepostas com indivisibilidade do investimento e imperfeição no mercado de crédito que faz a taxa de juros para os tomadores ser mais alta que para os emprestadores. O elevado custo do empréstimo tornaria o investimento em capital humano desvantajoso para aqueles que necessitam tomar maiores quantias por possuírem menor nível inicial de riqueza.

O modelo de Galor e Zeira, sob as hipóteses por eles utilizadas, demonstra que aqueles que podem estudar no primeiro período de vida recebem salários elevados no segundo período e, com isso, deixam maiores heranças para os seus descendentes que podem assim também se dedicar aos estudos quando jovens e assim por diante. O oposto ocorreria com aqueles que não podem arcar com os custos da formação educacional e “optam” por

⁸A pesquisa buscava precisar a ausência de iguais oportunidades educacionais para os indivíduos em razão de raça, cor, religião ou origem nacional nas instituições públicas de ensino (Coleman et al 1966).

⁹Como importante exceção, Menezes-Filho constata que uma das únicas variáveis relacionada à escola que afeta de forma consistente o desempenho do aluno é a quantidade de horas que ele permanece na instituição de ensino.

trabalhar no primeiro período (e no segundo) como trabalhadores desqualificados. Ao receberem salários baixos deixam heranças pequenas para seus filhos que terminam por também não adquirir educação e assim repetem o ciclo de vida dos pais. Em última instância o montante de herança recebida pelo indivíduo define se ele investe ou não. Os autores concluem ainda que países com melhor distribuição de renda (maior classe média) cresceriam mais do que países onde a renda é mais concentrada pois nestes apenas uma pequena fração da população poderia realizar o investimento em educação.

Apesar de se valer da hipótese de imperfeição do mercado de crédito, a análise de Galor e Zeira (1993) apresenta a mesma lógica de maximização praticada por um agente que não enfrenta restrição, pois segue a direção: maximização da renda (líquida) do ciclo de vida \rightarrow maximização da utilidade do ciclo de vida.¹⁰ Propomos aqui inverter essa direção, isto é, examinar como a maximização da utilidade pode impactar na decisão de investir em capital humano e conseqüentemente na renda auferida.

Flexibilizando a hipótese de indivisibilidade do investimento e abstraindo a dedicação aos estudos por motivos não econômicos como religião ou diletantismo, em teoria um indivíduo demanda educação até o ponto em que o valor presente dos ganhos se iguale aos custos do investimento que basicamente são as remunerações diferidas pelo tempo dedicado ao treinamento e as despesas diretas (Mincer 1958).

Todavia, se o bem-estar do indivíduo quando jovem é explicitamente incorporado à análise, a maximização da renda do ciclo de vida pode não resultar na maximização da utilidade do ciclo de vida caso o indivíduo se depare com restrições. Conforme demonstrado por Ben-Porath (1967) a trajetória ótima implica em investir mais na juventude quando é maior o tempo para angariar os retornos do investimento. Porém, é justamente nessa fase da vida que a renda trabalho é relativamente mais baixa. Então, sob a presença de uma restrição ativa de crédito, o investimento ótimo em capital humano poderia requerer um sacrifício em termos de utilidade que o jovem talvez não esteja disposto a suportar. Neste caso, os estudos seriam interrompidos antes do momento ideal apontado por Mincer.

Os dados para o Brasil mostram que em 2007 considerando os jovens com 16 e 17 anos 54% estudavam sem trabalhar, 23,4% dividiam o tempo entre trabalho e estudo e 10,2% trabalhavam e não estudavam. Passando para a faixa entre 18 e 19 anos os números mostram uma forte queda do tempo dedicado ao estudo, agora 25,8% viviam apenas para estudar, 19,3% estudavam e trabalhavam e 32,3% apenas trabalhavam. Por último, na faixa de 20 a 24 anos, quando os jovens poderiam estar cursando uma faculdade ou um curso técnico, somente 10,1% se dedicavam apenas aos estudos, 14,9% trabalhavam e estudavam e 50,4% somente trabalhavam (IBGE, 2008). Ao mesmo tempo, o país faz parte do grupo de países que apresenta elevadas taxas de retorno para o investimento em educação. Pessoa e Barbosa (2008) calculam que a taxa interna de retorno e o prêmio salarial da educação dos ciclos completos de estudo para o Brasil são, respectivamente, 9,8% e 11,9% para aqueles completam o ensino primário, 14,8% e 14,9% para os que concluem o ensino fundamental, 13,9% e 16,4% para aqueles que terminam o nível médio e 13,8% e 32,8% para os que finalizam o ensino superior.¹¹

Em um contexto onde o jovem possui algum controle sobre seu bem-estar imediato,

¹⁰Em Galor e Zeira (1993), como em outros modelos de gerações sobrepostas que versam sobre investimento em capital humano, por exemplo Glomm e Ravikumar (1992), o consumo do jovem está incluso no consumo do adulto, assim maximizar a renda equivale a maximizar a utilidade.

¹¹Quando se considera um ciclo a mais de estudo. No caso do ensino primário a comparação é feita com quem não estudou. Os valores apresentados são para um trabalhador que tinha em média trinta anos de atividade em 2004.

não é apenas da ausência ou imperfeição de mercados de crédito para financiar as despesas diretas inerentes ao investimento em capital humano que provém a indesejabilidade de atingir o nível educacional que maximiza a renda do ciclo de vida, mas também e principalmente da inexistência de financiamento para o consumo desejado na juventude.

Nos moldes delineados por Modigliani e Brumberg (1954), a teoria do ciclo de vida, ao considerar na análise um agente que busca maximizar a utilidade da vida como um todo, estabelece que o indivíduo buscará movimentar recursos entre os períodos do ciclo com o objetivo de evitar oscilações bruscas. Mais particularmente sob funções de utilidade côncavas cuja utilidade marginal do consumo seja decrescente, ele evitará, por exemplo, padrões onde o consumo seja muito alto em um período e muito baixo em outro, sempre ponderando entre a desutilidade gerada pela espera por consumir e o ganho futuro propiciado pela taxa de juros incidente sobre a poupança realizada. A forma de evitar tais oscilações no modelo clássico do ciclo de vida é evidentemente o mercado financeiro. Porém, em um contexto que este mercado esteja fechado para o jovem e que a oferta de trabalho/demanda por educação seja endógena, esta predileção do indivíduo por suavizar o consumo ao longo da vida pode levá-lo a ofertar mais trabalho quando jovem e, conseqüentemente, a demandar menos educação.

Além da “impaciência” do indivíduo em relação ao momento do consumo, é importante ter em mente também eventuais condicionantes internos e externos do nível de consumo necessário ou desejado. A dedicação à educação com o objetivo de maximizar a renda do ciclo de vida para um indivíduo que tenha como principal fonte de recursos o seu próprio trabalho teria como consequência uma baixa renda disponível na fase da vida em que ele está estudando e uma elevada renda salarial após a conclusão dos estudos. Porém neste período em que os recursos disponíveis são diminutos o indivíduo pode ter sua dignidade ou mesmo sua sobrevivência comprometida. Então, neste contexto de mercados financeiros fechados e baixa dotação inicial, é razoável conjecturar que a prioridade do indivíduo seja a obtenção de renda para aliviar seu estado de pobreza absoluto ou relativo em cada ponto do tempo e somente após a consecução deste objetivo ele passe considerar otimizações de caráter intertemporal.

Esse limiar entre a satisfação de necessidade básicas e imediatas e a possibilidade de realizar escolhas de forma verdadeiramente livre pode ser incorporado à análise econômica se definirmos um nível mínimo de consumo e seu correspondente em termos de recursos monetários que o indivíduo necessita de alguma forma obter para satisfazê-lo.

A ideia de um requerimento de consumo não é nova. Os economistas clássicos já destacavam a existência de um consumo mínimo capaz de garantir a existência e reprodução da vida e que seria o balizador dos salários, Adam Smith definia o salário de subsistência como aquele “mais baixo que a nossa humanidade permite”. Para David Ricardo o consumo mínimo de subsistência, além de assegurar existência, é uma questão de “hábito e costume” (Blaugh, 1962). Esta definição de salário e consumo de subsistência está, em grande medida, relacionada a um contexto de oferta ilimitada de mão-de-obra e refere-se basicamente às necessidades fisiológicas e habituais do ser humano.

Uma tentativa de mensurar essas necessidades é a definição de uma linha de pobreza absoluta que estabelece um padrão absoluto (renda, consumo ou alguma medida não monetária) do qual as famílias sejam capaz de contar para satisfazer suas necessidades básicas.¹² Existe ainda um conceito de linha da pobreza relativa que é definido a partir

¹²Os dois métodos utilizados pelo Banco Mundial são o *Food-Energy intake* que foca o aspecto nutricional e o *Cost-of-basic needs* que estipula uma cesta capaz de satisfazer certa necessidade básica de consumo (Ravallion, 2010).

da distribuição de renda ou consumo no país. O valor que as pessoas atribuiriam a sua renda dependeria da renda média da população, assim pobreza relativa implica numa redução da utilidade do indivíduo, com seu bem-estar variando não apenas com seu próprio consumo, mas também com o consumo dos outros indivíduos, em resumo, o indivíduo busca ultrapassar a linha da pobreza relativa para não ser considerado pobre em algum contexto social específico (Ravallion, 2010). O conceito de pobreza relativa está, portanto, vinculado a aspectos psicológicos e sociológicos.

Esse último conceito implica em relaxar a hipótese da independência interpessoal das preferências dos consumidores de modo que a utilidade passa a depender não apenas do próprio consumo, mas também do consumo de outrem. Apesar de não ser hegemônica, a hipótese de interdependência do consumo tem sido há algum tempo debatida na literatura. Ainda no final do século XIX, Thorstein Veblen desenvolve a ideia de consumo conspícuo. Segundo Veblen (1899), o consumo é também uma forma de sinalizar para os outros o seu nível de riqueza e, com isso, se diferenciar dos demais, em particular daqueles que não tem acesso a bens superiores. Ocorre então um processo de emulação onde cada classe social tenta, em alguma medida, reproduzir o padrão de consumo da classe que lhe é imediatamente superior.

Bourdieu (1984) sofisticou a análise de Veblen ao cunhar o termo “capital cultural” que pode ser entendido como o estoque de conhecimento acumulado sobre produtos artísticos e intelectuais que possibilita ao seu detentor se distinguir daqueles que não tem um gosto tido como refinado. A detenção de capital cultural é então uma forma da classe alta se diferenciar da classe média que, por sua vez, tenta, ao mesmo tempo, copiar a classe alta e se diferenciar da classe baixa. Porém, em certos momentos, para manter sua distinção da classe média, a classe alta bebe de elementos das classes baixas.¹³ Por fim, as classes baixas apresentam uma emulação que pode ser considerada seletiva. Não possuindo o capital cultural e nem os recursos monetários necessários para reproduzir plenamente o padrão de consumo das classes altas, as classes baixas priorizam a emulação do consumo de bens que lhes sejam úteis e apreensíveis.

Um notável trabalho no campo da interdependência do consumo é o de James Duesenberry que analisa a importância do chamado “efeito demonstração”. Para Duesenberry (1949), os níveis de gastos dos indivíduos seriam majorados não por mudanças nos preços e na renda, mas pela presença de bens superiores consumidos por outras pessoas com as quais o indivíduo tenha contato. Haveria assim uma interdependência das preferências que promoveria um desejo de distinção social a partir do consumo de bens que gerassem status e prestígio. A abstenção do consumo de tais bens numa sociedade moderna teria consideráveis consequências para o bem-estar do indivíduo. Nas palavras do autor:

When the attainment of any end becomes a generally recognized social goal, the importance of attainment of this goal is instilled in every individual's mind by socialization process. [...] When this occurs the achievement of a certain degree of success in reaching the goal becomes essential to the maintenance of self-esteem. The maintenance of self-esteem is a basic drive in every individual (Duesenberry, 1967, pag. 28).

Então seja a transmissão de cima para baixo discutida por Veblen ou a circular examinada por Bourdieu, ou ainda o efeito demonstração analisado por Duesenberry, o fato

¹³O consumo de cultura *kitsh* é um exemplo de transmissão de cima para baixo, enquanto a adoção de esportes e músicas populares pelas classes superiores configura um exemplo de transmissão de baixo para cima (Bourdieu, 1984).

é que podemos conjecturar formas de interdependência do consumo. E se o consumo, inclusive aquele determinado 'exogenamente', ocupa tal centralidade na vida dos indivíduos, principalmente para aqueles que vivem em sociedades modernas, não seria estranho imaginar que suas decisões de alocação de tempo, em particular da fração destinada à educação, sejam influenciadas ou mesmo determinadas por tais necessidades objetivas ou subjetivas de consumo.

3 O Modelo

O modelo retrata uma pequena economia aberta povoada por indivíduos com idênticas preferências e habilidades e possivelmente diferentes dotações que vivem por dois períodos. O indivíduo nascido no período t herda de seu progenitor um nível de capital humano h_t que representa as unidades de trabalho eficiente que ele pode fornecer no seu primeiro período de vida. O salário por unidade eficiente de trabalho é denotado por w_t , assim a renda salarial máxima que ele pode receber no seu primeiro período de vida é $w_t h_t$. Todavia, o jovem pode ter a opção de alocar uma fração $u_t \in [0, 1]$ do seu tempo à obtenção de conhecimento técnico-científico. Tal investimento em educação, apesar de reduzir sua renda no primeiro período, incrementa sua produtividade e, por conseguinte, sua renda salarial no período seguinte. O jovem ainda consome e leva uma poupança não-negativa para o período seguinte. Quando adulto, o indivíduo oferta inelasticamente uma unidade de trabalho e recebe o salário $w_{t+1} h_{t+1}$. O adulto também consome e faz uma transferência para seu único descendente de modo que a população permanece constante ao longo do tempo como de costume neste tipo de literatura.

As transferências de capital humano e riqueza dos pais para os filhos são as variáveis que conectam as distintas gerações de uma família ao longo do tempo. A essa sucessão de gerações de uma mesma família chamamos Dinastia.

A hipótese de abertura implica que os preços dos fatores são exógenos para essa economia. Assim podemos assumir que a taxa de juros R_t e o salário w_t que remunera o trabalho bruto ou desqualificado (aquele não aumentado pelo capital humano) são constantes tais que $R, w > 0$. Nestas condições a taxa capital-trabalho k se ajusta automaticamente e também se torna uma constante. O capital humano do adulto é um múltiplo deste seu estoque quando jovem e segue a regra de acumulação dada por: $h_{t+1} = h_t \Psi(u_t)$, onde Ψ é uma função do tempo dedicado à educação, com $d\Psi/du_t \geq 0$, e também pode ser compreendido como o fator de crescimento do capital humano.

Não especificaremos a forma da produção de bens por questões de tratabilidade, mas podemos ter em mente duas possíveis interpretações para este setor. A primeira é considerar que cada dinastia é a própria economia como um todo ou equivalentemente que a economia é composta por dinastias idênticas e a produção é levada a cabo por produtores individuais que acumulam riqueza e capital humano todos à mesma taxa. Outra interpretação é que a economia é composta por dinastias com distintos níveis de riqueza e capital humano, neste caso os indivíduos trabalhariam para firmas que lhe remunerariam de acordo com a produtividade marginal do seu capital humano. Os bens de consumo, aqui agregados e representados por um nível de consumo, seriam adquiridos juntos a estas firmas. Na segunda interpretação não poderia ocorrer trocas entre as dinastias, na primeira essas trocas não teriam sentido.

Para melhor captar a decisão do jovem adicionamos duas restrições ao modelo. A primeira é a exigência de um consumo mínimo \underline{c} que estabeleça um nível abaixo do qual o indivíduo tenha sua sobrevivência comprometida. A segunda impede o jovem de se endividar. Por enquanto vamos assumir que as dinastias são idênticas. A utilidade do seu ciclo de vida é definida por

$$U_t(c_t, d_{t+1}, b_{t+1}) = \ln(c_t) + \beta \ln(d_{t+1}) + \gamma \ln(b_{t+1}) \quad (1)$$

sujeito as restrições

$$c_t = (1 - u_t)w_t h_t + b_t - s_t \quad (2a)$$

$$d_{t+1} = wh_{t+1} + R_{t+1}s_t - b_{t+1} \quad (2b)$$

$$s_t = \max\{0, s_t^*\} \quad (2c)$$

$$c_t \geq \underline{c} \quad (2d)$$

Onde c_t e d_{t+1} são os níveis de consumo no primeiro e segundo período de vida respectivamente, b_{t+1} é a transferência que o adulto faz para seu descendente no início de sua vida.¹⁴ Já s_t é a poupança do jovem, β é o fator de desconto e γ o fator de altruísmo dos pais para com seus filhos. O lagrangeano para esse problema de maximização pode ser escrito como

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \ln(c_t) + \beta \ln(d_{t+1}) + \gamma \ln(b_{t+1}) + \\ & \lambda_1 [((1 - u_t)wh_t + b_t - c_t)R + wh_{t+1} - d_{t+1} - b_{t+1}] + \\ & \lambda_2 [(1 - u_t)wh_t + b_t - c_t] + \lambda_3 (c_t - \underline{c}) + \lambda_4 (u_t) + \lambda_5 (1 - u_t) \end{aligned} \quad (3)$$

As equações (2a) e (2b) foram combinadas para formar a restrição orçamentária do ciclo de vida. A restrição associada à λ_2 traz a impossibilidade do indivíduo se endividar quando jovem. O requerimento mínimo de consumo e a exigência que $u_t \in [0, 1]$ completam o lagrangeano. As condições de primeira ordem são:

$$\frac{1}{c_t} - \lambda_1 R - \lambda_2 + \lambda_3 \geq 0 \quad (4)$$

Com igualdade se (2c) e (2d) forem inativas, isto é, se $s_t^* \geq 0$ e $c_t \geq \underline{c}$

$$\frac{\beta}{d_{t+1}} - \lambda_1 = \frac{\gamma}{b_{t+1}} - \lambda_1 \geq 0 \quad (5)$$

Com igualdade se (2c) for inativa. E se a restrição (2d) for inativa e $u_t \in [0, 1]$, temos

$$\frac{1}{c_t} = \frac{\beta R}{d_{t+1}} = \frac{\gamma R}{b_{t+1}} \quad (6)$$

Que é simplesmente a equação de Euler. Seja a renda do trabalho no ciclo de vida definida por

$$\Omega_t = (1 - u_t^*)wh_t + \frac{wh_{t+1}}{R}$$

Onde u_t^* é o investimento ótimo em capital humano que é obtido através da maximização de Ω_t e que depende dos parâmetros da função Ψ e do retorno do capital físico refletido na taxa de juros R que remunera a poupança. A escolha de u_t e a acumulação de capital humano são detalhados na próxima seção. A restrição orçamentária intertemporal do indivíduo nascido em t fica

$$c_t + \frac{d_{t+1}}{R} + \frac{b_{t+1}}{R} = \Omega_t + b_t$$

¹⁴Nesta forma de modelar a herança, conhecida como *joy of giving*, a utilidade auferida pelos pais depende apenas do tamanho da transferência realizada, ver por exemplo Abel e Warshawsky (1987). Uma outra forma seria inserir a utilidade do filho na função de utilidade do pai como em Barro (1974). Como esta segunda formulação complicada demasiadamente a análise, optamos pela primeira.

E os níveis ótimos de consumo e herança são dados por

$$\begin{aligned}
c_t^* &= \frac{\Omega_t + b_t}{(1 + \beta + \gamma)} \\
d_{t+}^* &= \frac{\beta R(\Omega_t + b_t)}{(1 + \beta + \gamma)} \\
b_{t+}^* &= \frac{\gamma R(\Omega_t + b_t)}{(1 + \beta + \gamma)}
\end{aligned} \tag{7}$$

A utilização de preferências homotéticas implica que a propensão a consumir em cada período e a transferir recursos para o descendente é linear com respeito à dotação total do ciclo de vida ($\Omega + b_t$). Com esta formulação, acréscimos na renda do trabalho ou na herança recebida são repartidos proporcionalmente entre c_t , d_{t+1} e b_{t+1} nos moldes delineados pela teoria do ciclo de vida de Modigliani e Brumberg (1954). Ainda, quanto maior a renda do trabalho no segundo período maior será desejo de transferir recursos do futuro para o presente. Todavia, sob a hipótese de restrição de crédito, os jovens não podem se endividar, então todo seu consumo deve ser suportado com os recursos que lhes estão disponíveis neste primeiro período, isto é, a transferência recebida mais a renda do seu trabalho. Acompanhada da restrição de crédito pode vir também a restrição que impele o jovem a atingir um nível mínimo de consumo. Analisaremos adiante como cada uma destas restrições pode afetar a decisão do jovem de alocar seu tempo entre estudo e trabalho. Mas antes, delinearemos o processo de acumulação de capital humano sob condições ideais – o investimento ótimo – para que depois possamos compará-lo ao que chamamos de investimento sob restrição.

3.1 A Formação de Capital Humano

O amplo reconhecimento do capital humano como fator produtivo fundamental nas economias modernas ainda não logrou consolidar na literatura uma formulação consensual sobre sua função de produção. Além de não haver uma forma funcional tida como padrão, diversas são as variáveis independentes que poderiam ser consideradas: qualidade das instituições de ensino, renda/riqueza da família, nível de escolaridade dos pais, externalidades associadas ao estoque e ao investimento em capital humano entre outras que variam em importância a depender das características culturais de cada sociedade. Buscando agregar alguns dos fatos estilizados expostos acima, utilizamos uma versão de Glomm e Ravikumar (1992) que enfatiza a transmissão intergeracional de capital humano.¹⁵ A função de produção de capital humano é definida por

$$h_{t+1} = h_t B \Upsilon_t u_t^\psi \tag{8}$$

Logo $\Psi = B \Upsilon_t u_t^\psi$. Onde B é um parâmetro que está relacionado a eficiência do processo educacional e $\psi \in (0, 1)$ incorpora o fato do capital humano crescer a taxas decrescentes no tempo dedicado à educação. Como não são consideradas as despesas diretas com

¹⁵Que, por sua vez, se baseiam teoricamente em Lucas (1988) e empiricamente em Coleman (1966) e em outros estudos que relacionam o nível de conhecimento parental ao desempenho dos alunos em testes padronizados. A principal diferença da função de produção utilizada neste trabalho em relação a Glomm e Ravikumar está na destinação da transferência intergeracional que na formulação destes autores é um argumento da função de produção de capital humano e aqui é utilizada para consumo e, se possível, para ampliar a transferência para a geração seguinte.

educação, u_t representa o investimento em capital humano realizado pelo indivíduo. Por fim, Υ é uma função das economias ou deseconomias de escala que será detalhado logo adiante.¹⁶ A maximização de (3) com relação a u_t fornece

$$\lambda_1(-h_t R + B h_t \Upsilon \psi u_t^{\psi-1}) - \lambda_2 h_t + \lambda_4 - \lambda_5 = 0 \quad (9)$$

Começamos a análise das possíveis condições em que o investimento em capital humano pode ocorrer pelo caso em que a restrição de crédito é inativa e $u_t \in [0, 1]$.¹⁷ Neste caso a escolha ótima de u_t equivale a maximizar da renda do trabalho do ciclo vida Ω_t e resulta em

$$u_t^* = \left(\frac{\psi B \Upsilon}{R} \right)^{\frac{1}{1-\psi}} \quad (10)$$

A dinâmica do capital humano e também da fração do tempo investido em educação, u_t , dependerá então da interpretação que damos a função Υ . Um caminho é considerar Υ uma função do nível médio do capital humano, algo como $\Upsilon_t = h_t^\theta$. Onde o parâmetro θ incorpora os efeitos das externalidades positivas, mas também os efeitos negativos da depreciação e dos custos de ajustamento desse investimento. O resultado líquido destes efeitos determinariam o sinal de θ . Substituindo u_t^* em (8), a evolução do capital humano pode ser escrita como:

$$h_{t+1} = A_1^{\frac{1}{1-\psi}} h_t^{\frac{1-\psi+\theta}{1-\psi}} \quad (11)$$

Onde $A_1 = (\psi^\psi B / R^\psi)$ é uma constante que assumimos ser estritamente maior que um. A existência e unicidade de estado-estacionário não trivial para o capital humano dependerá então do parâmetro θ .¹⁸ Se $\theta < 0$ então existe um único estado-estacionário estável e com crescimento zero. Quando $\theta > 0$ também existe um único estado-estacionário não trivial, porém instável. Por último, se $\theta = 0$ a economia apresenta um estado estacionário com taxa de crescimento positiva e constante. Isto pode ser verificado obtendo a solução da equação a diferença (11) que após linearizada fica

$$\ln(h_{t+1}) = \frac{\ln(A_1)}{1-\psi} + \frac{(1-\psi+\theta)\ln(h_t)}{1-\psi} \quad (12)$$

E que possui as seguintes soluções

$$\ln(h_t) = \begin{cases} \left(\frac{1-\psi+\theta}{1-\psi} \right)^t \left(\ln(h_o) + \frac{\ln(A_1)}{\theta} \right) - \frac{\ln(A_1)}{\theta}, & \text{se } \theta \neq 0 \\ \ln(h_o) + \left(\frac{\ln(A_1)}{1-\psi} \right)^t, & \text{se } \theta = 1 \end{cases} \quad (13)$$

As soluções linearizadas permitem verificar mais facilmente que quando $\theta < 0$, $\ln(h_t)$ converge para o estado estacionário $\ln(h_s) = \ln(A_1)/(-\theta)$ que é globalmente estável,

¹⁶Ao invés da forma multiplicativa adotada, o ideal talvez fosse utilizar uma forma funcional do tipo $h_{t+1} = h_t(1 + B\Upsilon_t u_t^\psi)$ onde o fator de crescimento do capital humano, Ψ , fica explícito, entretanto a forma aditiva não permitiria a obtenção de algumas soluções analíticas apresentadas adiante.

¹⁷O requerimento mínimo de consumo só tem consequências para o investimento em capital humano se sua eficácia também implicar na atividade da restrição de crédito. Se $\lambda_3 > 0$, mas $\lambda_2 = 0$ a utilidade marginal do consumo no primeiro período será menor do que aquela proveniente do consumo (e da transferência) no segundo período, ver (4) e (5), mas o investimento não é alterado.

¹⁸Para evitar uma dinâmica oscilatória assumimos que $\theta > \psi - 1$.

independentemente do estoque inicial de capital humano. Quando $\theta > 0$, exceto se o capital humano inicia no estado estacionário ($\ln(h_0) = \ln(h_s)$), h_t crescerá ou decrescerá a taxas crescentes conforme $\ln(h_0)$ seja maior ou menor que $\ln(h_s)$, respectivamente, na forma definida por (13), até que u_t bata na restrição. A partir de então, o capital humano passa a crescer de acordo com $\ln(h_t) = (1 + \theta)^t(\ln(h_0) + \ln(B)/\theta) - \ln B/\theta$ caso $\ln(h_0) > \ln(h_s)$ ou tende a zero no caso contrário. Por último, quando $\theta = 1$ o capital humano cresce a uma taxa constante positiva. Fazendo $h_t = e^{\ln(h_t)}$, obtemos a expressão dada por (14) que é a solução para a equação diferença (11) no caso em que $\theta \neq 0$

$$h_t = \left(1/A_1^{1/\theta}\right) \left(h_0 A_1^{1/\theta}\right)^{\left(\frac{1-\psi+\theta}{1-\psi}\right)^t} \quad (14)$$

Portanto, na presença de um valor $\theta < 0$, que implica em retornos decrescentes para o investimento em capital humano, h_t converge para o seu nível de estado-estacionário $h_s = A_1^{1/\theta}$. No caso em que $\theta > 0$, o investimento apresenta retornos crescentes em h_t que cresce explosivamente se $h_0 > h_s$ ou converge para zero se $h_0 < h_s$. Por último, quando o retorno do investimento é constante ($\theta = 0$), h_{t+1}/h_t cresce sempre ao fator $A_1^{1/(1-\psi)}$.

É interessante analisar também o comportamento da fração do tempo dedicado à educação nos três cenários. Quando $\theta = 0$, não havendo economias e nem deseconomias de escala na produção de capital humano, u_t torna-se uma constante com todas as gerações alocando a mesma fração de tempo à educação no primeiro período de vida. Quando $\theta > 0$ ou $\theta < 0$, u_t passa a ser uma função h_t^θ . No primeiro caso u_t crescerá até bater no teto da restrição com o indivíduo alocando toda sua dotação de tempo à obtenção de educação no primeiro período de vida sempre que $h_0 > h_s$ ou tenderia a zero caso contrário. Se $\theta < 0$, o que resulta em retornos decrescentes, o investimento em capital humano diminuiria com o acúmulo de h_t com geração após geração dedicando menos tempo à educação até que h_t alcance seu estado estacionário momento a partir do qual u_t se torna uma constante.

Uma outra possível interpretação sugerida por Azariadis e Drazen (1990) é fazer de Υ uma função do investimento da geração anterior em educação, dado pela variável u_{t-1} , que pode ser considerada uma *proxy* para o nível de escolaridade dos pais e que como vimos apresenta forte correlação com a escolaridade dos filhos. Seja $\Upsilon_t = \xi u_{t-1}^\tau$, com $0 < \tau < 1$ e $\xi \geq 1$, então a escolha ótima da fração de tempo alocada à educação se torna

$$u_t^* = \left(\frac{\psi B \xi u_{t-1}^\tau}{R}\right)^{\frac{1}{1-\psi}} \quad (15)$$

Uma vantagem da utilização desta forma é que podemos gerar uma dinâmica mais interessante e realista para u_t sempre que $\tau < 1 - \psi$. A solução para a equação a diferença (15) neste caso pode ser expressa como

$$u_t = A_3 (u_0/A_3)^{\left(\frac{\tau}{1-\psi}\right)^t} \quad (16)$$

Onde $A_3 = (\psi B \xi / R)^{\frac{1}{1-\psi-\tau}} = u_s$ é o valor no estado-estacionário da fração de tempo alocado em educação. Começando de qualquer $u_0 > 0$, u_t converge para A_3 . Então, se $u_0 < u_s$ o capital humano cresce a taxas crescentes com u_t durante a transição e assintoticamente cresce ao fator constante $B \xi A_3^{\psi+\tau}$. Portanto, considerar a externalidade numa perspectiva intergeracional produz uma dinâmica para u_t que parece reproduzir melhor os fatos estilizados com a escolaridade dos pais jovens induzindo o investimento em capital humano por parte dos filhos.¹⁹

¹⁹Quando $\tau > 1 - \psi$, u_t cresce ou decresce até bater na restrição dependendo se $u_0 > A_3$ ou $u_0 < A_3$, respectivamente, o que configura é uma situação menos interessante em relação ao caso apresentado

Figura 1: Acumulação de Capital Humano ao longo das Gerações

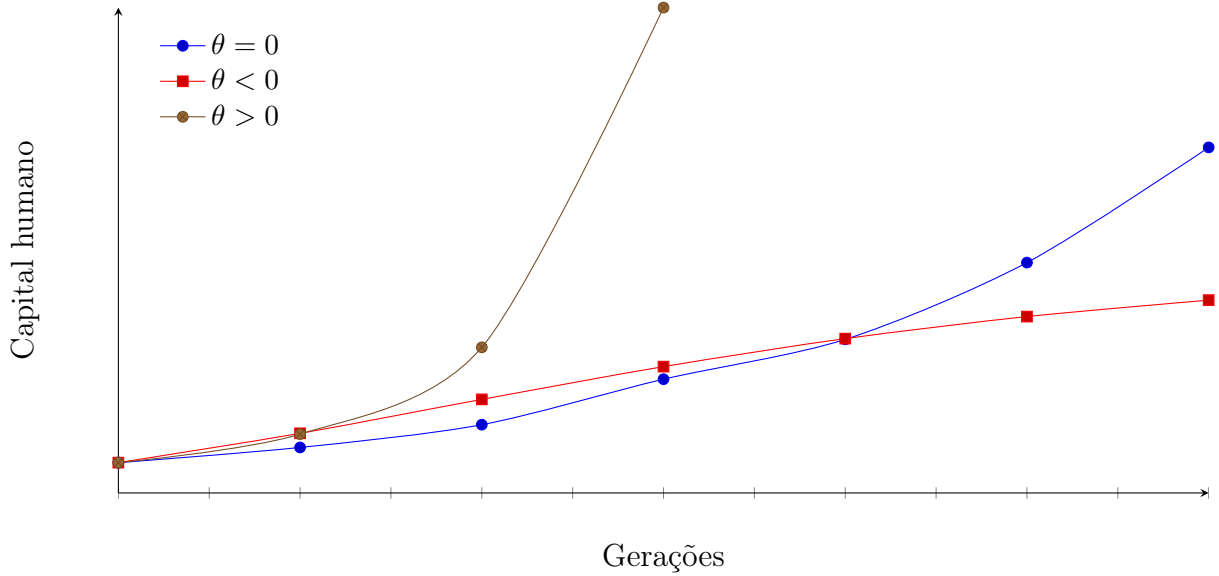
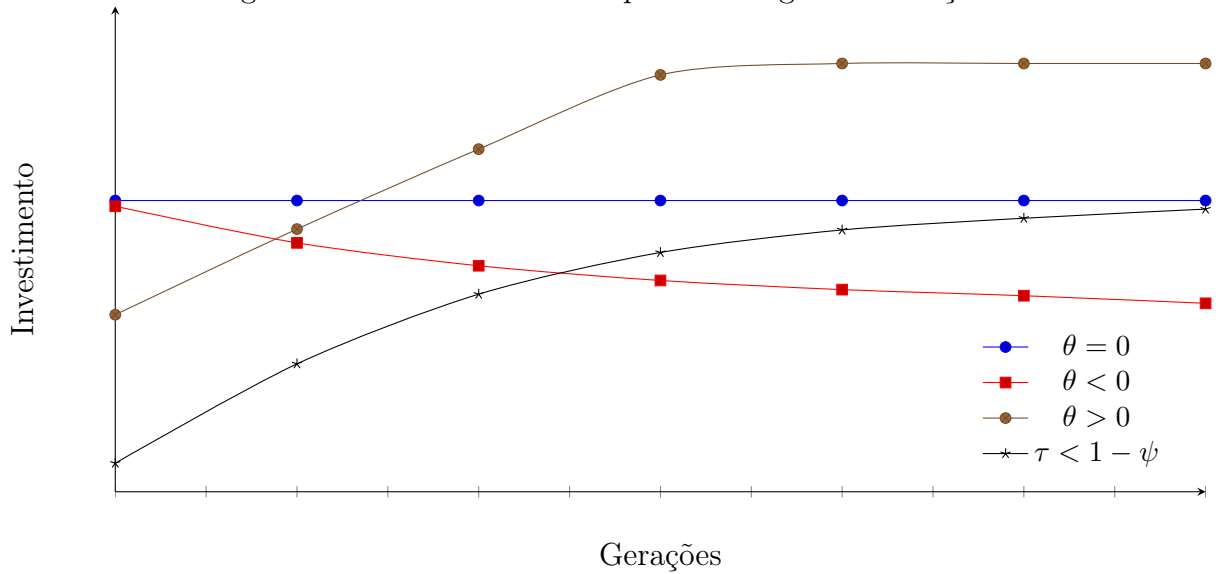


Figura 2: Investimento em Capital ao longo das Gerações



3.2 Investimento sob Restrição

Essa trajetória ótima pode não ocorrer se a escolha de u_t resultar na violação da restrição de crédito. Para um dado nível de herança, esse cenário é mais provável quanto maior for o retorno do investimento em capital humano. Se o retorno é alto o indivíduo desejará investir mais em educação, porém isso implica numa menor oferta de trabalho quando jovem e portanto em menos recursos disponíveis para satisfazer o consumo no primeiro período. Além disto, quanto maior o crescimento da renda do trabalho entre t e $t+1$, decorrente do acúmulo de capital humano, maior será o consumo desejado que é definido sobre a renda do ciclo de vida e não apenas sobre a renda do primeiro período. A combinação dessa menor oferta de trabalho na juventude com o desejo antecipar consumo

acima. Por fim, quando $\tau = 1 - \psi$, u_t tende a zero a menos que $(\psi B\xi)/R > 1$ o que, entretanto, requereria valores implausíveis para tais parâmetros.

do futuro para o presente pode então alterar a forma de escolha da fração de tempo dedicada à educação se $(1 - u_t^*)wh_t + b_t < c_t^*$. Nesta situação, o u_t escolhido é exatamente aquele que torna a poupança nula.

Quando a restrição de crédito é ativa os gastos de cada período devem ser pagos com os recursos disponíveis no momento da despesa. Desta forma, é útil analisar o problema do jovem e do adulto separadamente. Seja h_t a renda do trabalho do adulto nascido em $t-1$ e Rs_{t-1} a poupança feita na sua juventude acrescida do juros, então ele escolhe d_t e b_t de modo a maximizar

$$V_t(d_t, b_t) = \beta \ln(d_t) + \gamma \ln(b_t)$$

$$\text{sujeito a} \tag{17}$$

$$wh_t + Rs_{t-1} = d_t + b_t$$

Cuja solução é

$$\begin{aligned} d_t &= \frac{\beta wh_t}{\beta + \gamma} + \frac{\beta Rs_{t-1}}{\beta + \gamma} \\ b_t &= \frac{\gamma wh_t}{\beta + \gamma} + \frac{\gamma Rs_{t-1}}{\beta + \gamma} \end{aligned} \tag{18}$$

Para uma primeira visualização do efeito que a restrição de crédito pode causar na escolha de educação, suponha que poupança do adulto tenha sido nula (o que ocorrerá se ele quando jovem também investiu sob restrição) de modo que a herança que ele passa para o sucessor na dinastia seja $b_t = \gamma wh_t / (\beta + \gamma)$. Substituindo $\lambda_1 = \beta / d_{t+1}$ em (4), podemos escrever (9) como

$$\frac{\beta}{d_{t+1}} (-wh_t R + wh_t B\Upsilon \psi u_t^{\psi-1}) = wh_t \left(\frac{1}{c_t} - \frac{R\beta}{d_{t+1}} \right)$$

E sendo o consumo igual a renda disponível em cada período, temos

$$B\Upsilon \psi u_t^{\psi-1} = \frac{(\frac{\beta}{\beta+\gamma}) wh_t B\Upsilon u_t^\psi}{\beta(1 - u_t + \frac{\gamma}{\beta+\gamma}) wh_t}$$

Nestas condições, o investimento em educação do jovem se torna

$$u_t^l = \frac{\psi(\beta + 2\gamma)}{1 + \psi(\gamma + \beta)} \tag{19}$$

Que representa o investimento limite que uma dinastia pode realizar sem violar a restrição de crédito. Ao considerar endógena a oferta de trabalho (e a demanda por educação) estamos também endogeneizando a renda do trabalho e, no final das contas, o consumo. Quando a fração de tempo dedicada à educação que maximiza a renda do ciclo de vida u_t^* resulta na violação da restrição de crédito, a oferta de trabalho deve ser ampliada. Isto resulta em um menor investimento em capital humano que, por sua vez, reduz a renda do trabalho na fase adulta. Esta redução no segundo período não é suficientemente compensada pela elevação no primeiro de modo que a renda do trabalho do ciclo de vida Ω_t diminui o que termina por reduzir também o consumo desejado. Nas condições estabelecidas, quando $u_t^* > u_t^l$ o investimento que maximiza Ω_t não maximiza a utilidade

do ciclo de vida. Neste cenário escolher u_t^* significa desrespeitar a equação de Euler com a utilidade marginal de c_t sendo estritamente maior que a de d_{t+1} . A escolha de educação quando a restrição de crédito é ativa é exatamente aquela que iguala as utilidades marginais do consumo nos dois períodos, neste ponto o indivíduo não deseja consumir além do que a sua renda disponível na juventude lhe permite.

Desta forma, ao considerar endógena a oferta de trabalho/demanda por educação num contexto de restrição de crédito, o modelo de gerações sobrepostas oferece uma explicação para a presença simultânea de elevado retorno com baixo investimento em capital humano. Intuitivamente, a análise acima descreve a situação de um indivíduo que mesmo ciente do quanto é financeiramente recompensador se dedicar aos estudos decide por interrompê-los antes daquilo que seria o materialmente ideal, pois os ganhos futuros não compensariam os sacrifícios pelos quais teria de passar em termos de utilidade na primeira parte de sua vida.

Quando além da restrição de crédito, a restrição de consumo mínimo também for eficaz ($\lambda_2, \lambda_3 > 0$), a oferta de trabalho é ajustada para satisfazer \underline{c} e o investimento em capital humano passa a ser dado por

$$u_t^z = 1 - \frac{\underline{c}}{wh_t} + \frac{b_t}{wh_t} \quad (20)$$

Onde assumimos que $\underline{c} \leq wh_0 + b_0$ para o problema tenha solução. É fácil verificar que o investimento em capital humano quando as duas restrições são ativas é sempre menor do que quando apenas a restrição de crédito é eficaz. Mas, desde $u_t^z > (1/B\Upsilon)^{1/\psi}$, o crescimento do capital humano tornará esta restrição ineficaz em um número finito de gerações.²⁰ Portanto, a presença de um requerimento mínimo de consumo da forma em que foi feita não é de grande interesse para a análise, pois para ter efeitos teria que ser tão elevado a ponto de causar a violação da restrição de crédito (ver nota 17). Veremos adiante que a inclusão de um nível de consumo mínimo na função de utilidade traz resultados mais interessantes.

3.3 Dinâmica da Poupança

Pelo exposto até o momento, vemos que a forma de investir depende basicamente da eficácia da restrição de crédito. Se o indivíduo enfrenta restrição de liquidez quando jovem a escolha ótima de educação fica prejudicada, sua demanda por educação/oferta de trabalho é então ajustada de modo a igualar as utilidades marginais do consumo no primeiro e segundo período ou para satisfazer o requerimento mínimo de consumo. Evidentemente, estas decisões dependem da herança recebida pelo jovem que, por sua vez, depende da herança recebida por seu pai e assim por diante. A condição de não-negatividade da poupança pode ser expressa como

$$\begin{aligned} s_t &= (1 - u_t)wh_t + b_t - \frac{\Omega_t + b_t}{1 + \beta + \gamma} = \\ &= \frac{wh_t}{1 + \beta + \gamma} \left((\beta + \gamma)(1 - u_t) - \frac{u_t}{\psi} \right) + \frac{(\beta + \gamma)b_t}{1 + \beta + \gamma} = \\ &= \frac{wh_t}{1 + \beta + \gamma} \left((\beta + 2\gamma) - \frac{u_t}{\psi}(1 + \psi(\beta + \gamma)) \right) + \frac{\gamma R s_{t-1}}{1 + \beta + \gamma} \geq 0 \end{aligned} \quad (21)$$

²⁰Para valores razoáveis dos parâmetros, u^z é bem próximo de zero. Assumiremos ao longo do trabalho que os u_t aqui considerados são sempre maiores que u^z .

É visível que o investimento em capital humano tem um efeito negativo sobre a poupança, pois de um lado reduz a renda do trabalho no primeiro período e de outro eleva a do segundo o que também reduz a propensão a poupar. Assim, se assumirmos a formulação em que o investimento é crescente ao longo das gerações, como dado por (15), podemos ter um cenário em que para baixos valores u_t a restrição é inativa, podendo se tornar ativa quando u_t caminha para u_s . No longo prazo, restrição será eficaz sempre que $u_t^* > u^l$.

Porém, a dinâmica do sistema se torna muito complicada quando u_t está variando, por isso, vamos realizar a análise para o caso em que u_t é constante como definido em (10). E como mesmo na formulação dada em (15), u_t converge para seu estado estacionário, assintoticamente as duas formulações entregam o mesmo resultado no que tange a eficácia da restrição de crédito. Então, assumindo que $\theta = 0$, fazendo $A_1^{1/(1-\psi)} = A$ e sabendo que $h_t = h_0 A^t$, a solução da equação a diferença (21) pode ser escrita como

$$s_t = \eta^t s_0 + \frac{\eta^t}{A - \eta} \left(\phi h_0 A \left(\frac{A}{\eta} \right)^t - \phi h_0 A \right) \quad (22)$$

Onde

$$\phi = \frac{w}{1 + \beta + \gamma} \left((\beta + 2\gamma) - \frac{u}{\psi} (1 + \psi(\beta + \gamma)) \right)$$

$$\eta = \frac{R\gamma}{1 + \beta + \gamma}$$

São duas constantes. Para que a herança não siga uma trajetória explosiva assumimos que $\eta < 1$, então assintoticamente a riqueza original da dinastia desaparece e a evolução da poupança passa a depender do sinal de ϕ que será positivo sempre que $u_t < u^l$ e negativo caso contrário. Quando $\phi < 0$, a dinastia ainda pode manter por um tempo finito um investimento $u_t^* > u^l$, caso a riqueza inicial assim permita, mas inevitavelmente se tornará restrita. Neste caso teremos uma sequência $(s_{k+n}) = 0$, onde k é o período em que a dinastia passa a investir sob restrição e $n = 0, 1, 2, 3, \dots$. Logo, a acumulação de capital humano será reduzida a $u^l < u^*$ sempre que $\phi < 0$. No caso em que $\phi > 0$ a restrição de crédito é ineficaz. Com efeito, u^l representa o limiar acima do qual a dinastia assintoticamente se torna restrita.

Sob as hipóteses até aqui utilizadas, em particular a divisibilidade e retornos constantes do investimento em capital humano, as condições iniciais podem gerar diferenças assintóticas de nível, mas não na taxa de crescimento do capital humano. No longo prazo a fração de tempo dedicada a educação é igual para todos os indivíduos independentemente do seu nível inicial de riqueza.

A homotetia das preferências implica que a taxa de poupança é uma fração constante da renda. Assim, o crescimento da renda fruto da acumulação de capital humano ao longo das gerações não é capaz de tornar uma dinastia restrita numa com poupança positiva e, portanto, com a possibilidade de investir de forma ótima quando $u^* > u^l$. Na prática, sob preferências homotéticas, dado um investimento ótimo o que poderia diferenciar as dinastias entre restrita e não restrita seria o peso que elas atribuem aos fatores de desconto e de altruísmo. Todavia explicar o investimento em educação como função da paciência do indivíduo quando jovem e de sua abnegação para com seus filhos quando adulto não parece muito interessante.

Veremos na próxima seção que a adoção de preferências não-homotéticas, mantendo as demais hipóteses, nos possibilita gerar uma dinâmica que espelha melhor a realidade sumarizada nos dados que apontam para um investimento em capital humano crescente

com a renda familiar, em particular aquela disponibilizada para o jovem no período em que ele se dedica aos estudos.

3.4 Dinâmica com Preferências Não-Homotéticas

Até o momento tratamos o consumo mínimo como uma restrição à parte numa tentativa de definir um nível abaixo do qual o indivíduo não sobreviveria. Uma outra forma é considerá-lo um componente da função de utilidade. Para tanto podemos utilizar preferências do tipo *Stone Geary* o que modifica a utilidade do ciclo de vida para

$$U = \ln(c_t - \bar{c}) + \beta \ln(d_{t+1}) + \gamma \ln(b_{t+1}) \quad (23)$$

Diferentemente de \underline{c} que é melhor compreendido como o consumo de subsistência no sentido clássico do termo ou como o nível mínimo de consumo conforme a moderna definição de linha da pobreza absoluta, a melhor interpretação para \bar{c} é considerá-lo uma linha de pobreza relativa, isto é, o consumo é considerado mínimo em algum contexto social específico e que inclusive pode variar ao longo do tempo. Nesta formulação, este nível mínimo de consumo tem o papel de elevar a utilidade marginal do consumo no primeiro período que passa a ser dado por²¹

$$c_t = \frac{\Omega_t + b_t}{1 + \beta + \gamma} + \frac{\bar{c}(\beta + \gamma)}{1 + \beta + \gamma} \quad (24)$$

E a equação de Euler é alterada para

$$\frac{1}{c_t - \bar{c}} = \frac{\beta R}{d_{t+1}} = \frac{\gamma R}{b_{t+1}} \quad (25)$$

Com a inclusão de \bar{c} na função de utilidade, a elasticidade da utilidade marginal do consumo do jovem deixa de ser uma constante e se torna uma função do nível de consumo sendo definida por $\varepsilon = \frac{c_t}{c_t - \bar{c}}$ que é claramente decrescente no desvio entre o consumo escolhido e o consumo mínimo. Agora o crescimento da renda, ao elevar o consumo, reduz a importância de \bar{c} para a utilidade marginal de c_t e, assim, possibilita que o indivíduo poupe uma fração crescente da renda. Como $\lim_{t \rightarrow +\infty} \varepsilon = 1$, assintoticamente o jovem poupará, tal como na formulação com preferências homotéticas, uma fração constante da renda. Todavia a transição é distinta e produz novos resultados.

Para analisar o papel que o consumo pode exercer sob esta formulação assumimos que $\phi > 0$ e que, por enquanto, \bar{c} é constante e de uma magnitude tal capaz tornar algum conjunto de dinastias inicialmente restritas. Isso equivale a dizer que agora os parâmetros β e γ são suficientemente fortes para que garantir que no caso das preferências homotéticas ($\bar{c} = 0$) a restrição de crédito seria sempre ineficaz. Porém, com a inclusão de um $\bar{c} > 0$ na função de utilidade a restrição pode se tornar ativa não em razão de elevada impaciência e baixo altruísmo, mas sim porque os recursos disponíveis são insuficientes para satisfazer um consumo que é, em parte, socialmente/exogenamente determinado.

Para começar a gerar uma diferenciação de classes podemos assumir a existência de alguma função de distribuição de probabilidade sobre a riqueza inicial das dinastias –

²¹Poderíamos considerar também um nível mínimo de consumo para o segundo período \bar{d} e a equação de Euler ficaria $c_t - \bar{c} = (d_{t+1} - \bar{d})/R\beta$. Neste caso a adoção de preferências *Stone Geary* pode ampliar ou reduzir c_t a depender de \bar{c} , \bar{d} , R e β . Como nosso interesse maior é sobre a poupança, o caso em que o consumo do jovem se reduz ao inserir \bar{d} não traz novidades, além de complicar a notação. O mesmo raciocínio se aplica à inclusão de um nível mínimo de herança.

$G_0(s_0)$ que toma valores em $[s_0^{min}, s_0^{max}]$. Inserimos uma nova notação para indicar que existe uma massa de dinastias indexadas por $i \in [0, 1]$ cujas riquezas iniciais pertencem a este intervalo, sendo a(s) mais pobre(s) aquela(s) com riqueza inicial $s_{i,0}^{min}$ e a(s) mais rica(s) com $s_{i,0}^{max}$. As demais variáveis também são indexadas, pois suas dinâmicas serão determinadas por sua riqueza inicial, conforme veremos. A poupança do jovem i no período t agora pode ser escrita como

$$s_{i,t} = (1 - u_{i,t})wh_{i,t} + b_{i,t} - \frac{\Omega_{i,t} + b_{i,t}}{1 + \beta + \gamma} - \frac{\bar{c}(\beta + \gamma)}{1 + \beta + \gamma} =$$

$$\frac{wh_{i,t}}{1 + \beta + \gamma} \left((\beta + 2\gamma) - \frac{u_{i,t}}{\psi}(1 + \psi(\beta + \gamma)) \right) + \frac{\gamma R s_{i,t-1} - \bar{c}(\beta + \gamma)}{1 + \beta + \gamma} \geq 0 \quad (26)$$

Cuja solução é:

$$s_{i,t} = \eta^t s_{i,0} + \frac{\phi h_0 A^{t+1}}{A - \eta} - \frac{\eta^t \phi h_0 A}{A - \eta} - \frac{\bar{c}(\beta + \gamma)(1 - \eta^t)}{(1 + \beta + \gamma)(1 - \eta)} \quad (27)$$

Que é idêntica a (22), exceto pelo acréscimo do termo \bar{c} . Todavia, essa equação só é válida durante toda a trajetória se a restrição de crédito for sempre inativa. Então, é importante definir sob quais circunstâncias (27) é válida. Como ponto de partida precisamos identificar o nível inicial de riqueza que separa as dinastias que iniciam sua trajetória investindo de forma ótima daquelas que o fazem sob restrição de crédito. Para tanto, precisamos definir qual o nível inicial de riqueza da dinastia que torna a poupança do *Jovem Inicial* (que nasce em $t = 1$) exatamente igual a zero.²² Defina este nível como s_0^l , desta forma

$$s_1^l = \eta s_0^l + \phi h_0 A - \frac{\bar{c}(\beta + \gamma)}{1 + \beta + \gamma} = 0$$

Assim, s_0^l representa um limiar abaixo do qual o jovem inicial não pode investir de forma ótima em capital humano, pois para qualquer $s_{i,0} < s_0^l$ teremos $s_{i,1} < 0$ o que violaria a restrição de crédito. Porém, $s_{i,0} > s_0^l$ não assegura que toda a dinastia poderá investir de forma ótima. Com efeito a dinâmica de $s_{i,t}$ em geral não é monotônica possuindo um ponto de mínimo, $s_{i,t}^{min}$, em algum período finito.

Para melhor visualizar esta dinâmica, rescrevamos a equação a diferença da poupança como $s_{i,t} = \Gamma_{i,t} + \Lambda_{i,t}$, onde

$$\Gamma_{i,t} = \eta^t \chi = \eta^t \left[s_{i,t} + \frac{\bar{c}(\beta + \gamma)}{(1 + \beta + \gamma)(1 - \eta)} - \frac{\phi h_0 A}{A - \eta} \right]$$

$$\Lambda_{i,t} = \frac{\phi h_0 A^{t+1}}{A - \eta} - \frac{\bar{c}(\beta + \gamma)}{(1 + \beta + \gamma)(1 - \eta)}$$

²²Está implícito que os *adultos iniciais* já nascem “velhos” todos com um idêntico capital humano $h_1 = h_0 A$, porém com possivelmente distintos níveis de riqueza inicial conforme a função de distribuição $G_0(s_0)$.

Onde $\chi > 0$, caso contrário a restrição de crédito nunca seria ativa.²³ Tomando $\Gamma'(t) = \eta^t \chi \ln(\eta) < 0$, pois $0 < \eta < 1$, e $\Lambda'(t) = \frac{\phi h_0 A^{t+1} \ln(A)}{A - \eta} > 0, \forall t$. Então podemos escrever

$$\frac{d^2 s_{i,t}}{dt^2} = \eta^t \chi 2 \ln(\eta) + \frac{\phi h_0 2 \ln(A) A^{t+1}}{A - \eta} > 0$$

Pois ambos os termos são positivos. E como $\Gamma'(t) < 0$ com $\lim_{t \rightarrow +\infty} \Gamma(t) = 0$, e $\Lambda'(t) > 0$, $\forall t$, $s_{i,t}$ tem um mínimo que ocorre em algum t finito. Evidentemente que para cada $s_{i,t}$ extraído da distribuição $G_0(s_0)$ há um correspondente ponto de mínimo $s_{i,t}^{min}$ que ocorre em algum t^{min} finito.

Assim, poderíamos ter algumas dinastias que inicialmente investem de forma ótima, mas após um número finito de gerações se tornam restritas. Mais precisamente, todas as i dinastias tais que $s_0^l \leq s_{i,t} < s_0^p$, estariam nesta situação. Onde s_0^p é o nível inicial mínimo de riqueza que permite a dinastia investir sempre de forma ótima, isto é, que faz $s_{i,t}^{min} = 0$

É imediato que se $s_{i,t}^{min} = \Gamma_i(t^{min}) + \Lambda_i(t^{min}) \geq 0$, todos os membros da dinastia poderão investir de forma ótima em capital humano, caso contrário algumas gerações ficarão restritas. Dentre estas dinastias que ficarão restritas podemos ter duas situações. A dinastia inicia sua trajetória investindo sob restrição o que vai ocorrer se $s_{i,0} < s_0^l$. Ou a dinastia inicia sua trajetória investindo de forma ótima, mas após algumas gerações se torna se restrita, situação que ocorrerá quando $s_0^l \leq s_{i,0} < s_0^p$. Logo, sempre que $s_{i,0} \geq s_0^p$, teremos $s_{i,t}^{min} \geq 0$.

Para eliminar essa possibilidade de uma dinastia que inicialmente invista otimamente se torne restrita basta assumir que $\phi h_2 \geq \bar{c} \frac{\beta + \gamma}{1 + \beta + \gamma}$, isto é, que o crescimento da renda resultante do acúmulo de capital humano é maior ou igual a perda decorrente da dissipação da riqueza inicial.²⁴

Sob estas condições, podemos repartir a população da economia em duas classes, uma que investe desde o momento inicial de forma ótima composta por todas as dinastias tais que $s_0^i \geq s_0^l$ que nós denominamos *elite* e por outra cuja riqueza inicial é estritamente inferior a s_0^l que investe sob restrição e que denominamos de *pobres*. Observe que quando a riqueza inicial é exatamente s_0^l , a poupança do jovem inicial é nula e, apenas para este nível de riqueza inicial, os dois regimes de investimento geram um idêntico investimento em capital humano.

Os pobres, apesar de inicialmente não investirem de forma ótima, podem vir a fazer parte da elite, para isto basta que seu capital humano esteja crescendo, isto é, que $u_{i,t} > (1/B\Upsilon)^{1/\psi}$ e que \bar{c} permaneça constante. De fato, a introdução por si só do consumo mínimo não impede uma dinastia que inicialmente investe pouco passar, após um número finito de gerações, a investir de forma ótima, porém sob esta hipótese a transição torna-se mais lenta e também aprofunda-se a distância entre aqueles que investem otimamente e

²³

Se $\frac{\phi h_0 A}{A - \eta} > \frac{\bar{c}(\beta + \gamma)}{(1 + \beta + \gamma)(1 - \eta)}$, ainda que a dinastia mais pobre inicie sem nenhuma riqueza ($s_0^{min} = 0$) teremos $\Gamma_{i,1} < 0$ mas $\Lambda_{i,1} > 0$ com $\Lambda_{i,1} > |\Gamma_{i,1}|$. Como em $t=0$, $|\Gamma_{i,t}|$ toma seu valor máximo e $\Lambda_{i,t}$ toma seu valor mínimo e sendo primeira é monotônica decrescente e a segunda monotônica crescente, então a poupança nunca seria negativa para nenhuma dinastia.

²⁴Repare que para uma dinastia com riqueza inicial s_0^l , a poupança da segunda geração é dada por $s_2^l = \phi h_2 - \bar{c} \frac{\beta + \gamma}{1 + \beta + \gamma}$. E como $h_{t+1} > h_t, \forall t$, a dinastia poderá sempre investir de forma ótima.

aqueles que não investem, uma vez que agora o investimento sob restrição é dado por²⁵

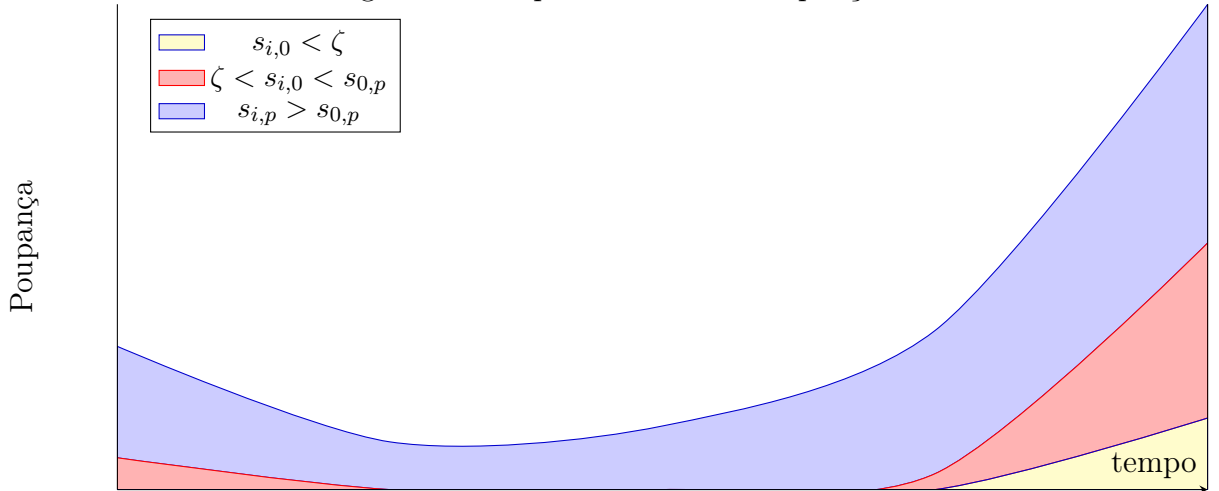
$$u_{i,t}^c = \left(\frac{\psi}{1 + \psi(\beta + \gamma)} \right) \left(\beta + 2\gamma - \frac{(\beta + \gamma)\bar{c}}{wh_{i,t}} \right) \quad (28)$$

Para que a análise acima seja de interesse, tivemos que assumir que $u^l \geq u^*$ cabendo a \bar{c} e não aos parâmetros de altruísmo e desconto intertemporal a responsabilidade por uma eventual eficácia da restrição de crédito. Repare que quando $\bar{c} = 0$, $u^l = u^c$, então \bar{c} deve ser tal que assegure $u^l \geq u^* > u^c$ e portanto a taxa de crescimento quando o investimento é u^c será sempre menor que $A = A_1^{1/(1-\psi)}$ – a taxa de crescimento do capital humano quando $u_t = u^*$.

Agora, adotemos uma hipótese mais realista na qual \bar{c} não seja constante. Seja $\bar{c}_t = \underline{c}\alpha_t$, onde $\alpha_t = (gA)^t$, com $0 < g < 1$ e $\alpha_0 > 1$, sendo g um parâmetro que será maior quanto maior for o desejo por emular consumo da elite. Como o fator de crescimento do capital humano da dinastia i quando o investimento é realizado sob restrição ($u_{i,t}^c$) será sempre menor que sempre menor que A , então existe um $\kappa_{i,t} < 1$, tal que $\kappa_{i,t}A = A_{i,t}^c$, onde $A_{i,t}^c$ é fator de crescimento do capital humano da dinastia i (que investe sob restrição) no período t . Então, se $\kappa_{i,t} > g$, isto é, a taxa de crescimento do capital humano da dinastia i entre $t-1$ e t é superior ao crescimento do desejo de emulação, o investimento da dinastia cresce em relação à geração anterior. Resultado oposto se verifica quando $\kappa_{i,t} < g$ e quando $\kappa_{i,t} = g$, o investimento da dinastia permanece constante.

Se essas possíveis relações entre $\kappa_{i,t}$ e g são válidas para todo t , então a dinastia inicialmente restrita conseguirá investir de forma ótima após um número finito de gerações sempre $\kappa_{i,t} > g$. Porém, se $\kappa_{i,t} \leq g$, teríamos uma estratificação assintótica de classes, pois com desejo de emular consumo crescendo a uma taxa maior ou igual ao crescimento da renda/capital humano, a dinastia nunca investirá à taxa ótima. Isso pode ser verificado na equação (28).

Figura 3: Comportamento da Poupança



Na Figura acima assumimos \bar{c} constante, mas ainda assim é possível visualizar que mesmo na ausência de estratificação assintótica, sob a hipótese de retornos constantes para o investimento em capital humano, aquelas dinastias que investiram desde o início

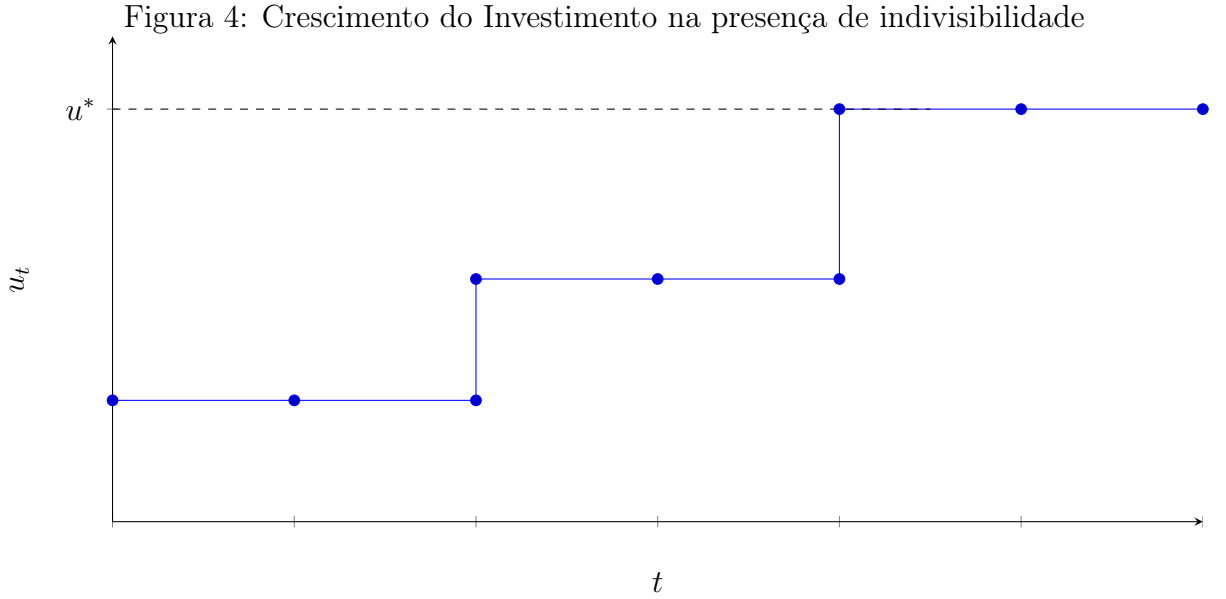
²⁵Exceto no momento inicial onde os *jovens iniciais* vão investir de acordo com $u_1^i = \left(\frac{\psi}{1 + \psi(\beta + \gamma)} \right) \left(\beta + 2\gamma + \frac{\gamma R s_0^i - (\beta + \gamma)\bar{c}}{wh_0} \right)$

de forma ótica nunca serão alcançadas por aquelas que passaram algumas gerações com investimento sub-ótimo.

3.5 Indivisibilidade do Investimento em Capital Humano

Até aqui assumimos que o trabalho de cada indivíduo é remunerado pela sua exata produtividade marginal que, por sua vez, depende do seu nível de capital humano. Sob esta hipótese fica implícito que a firma consegue distinguir diferenças infinitesimais entre os estoques de capital humano de seus trabalhadores. Evidentemente isso não ocorre na prática. É mais razoável assumir que a remuneração do trabalho segue um esquema de escada cujas quinas dos degraus seriam definidas por um determinado ciclo de escolaridade que como já dissemos é uma boa *proxy* para o capital humano. Haveria assim prêmios salariais para o indivíduo que alcançasse um degrau a mais, contudo não haveria ganhos adicionais para aquele que fosse além da quina de um degrau mas sem alcançar o degrau seguinte.

Podemos então definir que o degrau mais alto, que paga o maior salário, é aquele resultante do investimento ótimo em capital humano u^* . Abaixo deste podemos definir outros degraus que correspondem ao final dos ciclos de formação educacional. Sob esta formulação, o investimento em capital humano de uma dinastia inicialmente pobre evoluiria como na figura abaixo:



Para analisar a escolha na hipótese de indivisibilidade do investimento, podemos assumir, sem perda de generalidade, que existem dois níveis possíveis de investimento, o ótimo u^* e um nível médio u^m , com $u^* > u^m$. Então, para aquelas dinastias cujos jovens iniciais sejam dotados de uma riqueza $s_{i,1} \geq s_1^l$ a escolha será sempre u^* , porém para dinastias com dotação inicial inferior a s_1^l é necessário verificar a utilidade do ciclo de vida obtida com cada escolha.

A função de utilidade indireta deste indivíduo cuja dinastia tenha iniciado com $s_{i,0} < s_0^l$ e que escolhe u^* é

$$U_{i,t}^*(h_{i,t}, u^*, b_{i,t}) = \ln((1 - u^*)wh_{i,t} + b_{i,t} - \bar{c}) + (\beta + \gamma)\ln(h_{i,t+1}^*/R) + \beta \ln\left(\frac{\beta}{\beta + \gamma}\right) + \gamma \ln\left(\frac{\gamma}{\beta + \gamma}\right) \quad (29)$$

E a do indivíduo na mesma situação que escolhe u^m é dada por

$$U_{i,t}^m(h_{i,t}, u^m, b_{i,t}) = (1 + \beta + \gamma) \ln((1 - u^m)wh_{i,t} + b_{i,t} + h_{i,t+1}^m/R - \bar{c}) + \beta \ln(\beta R) + \gamma \ln(\gamma R) - (1 + \beta + \gamma) \ln(1 + \beta + \gamma) \quad (30)$$

Onde $h_{i,t+1}^*$ e $h_{i,t+1}^m$ correspondem aos salários/nível de capital humano nos casos em que o investimento na juventude foram ótimo e médio, respectivamente. É fácil verificar que a escolha de u^* implica em obter menor utilidade na juventude e maior na fase adulta quando comparada a escolha de u^m . Para níveis baixos de herança, a escolha de u^m gera maior utilidade do ciclo de vida do que u^* que por implicar num elevado sacrifício para o jovem, podendo até incorrer em utilidade negativa, termina por não tornar recompensador o salário $h_{i,t+1}^*$ decorrente de investir u^* .²⁶ Por outro lado, quanto maior a herança recebida, menor será o sacrifício que o jovem terá que suportar caso realize o investimento ótimo e, então, a maior utilidade auferida no segundo período pode compensar a menor utilidade obtida quando jovem.

Para melhor compreender este caso, podemos então definir uma função $\Xi = U^* - U^m$ que assumirá valores positivos sempre que a escolha de u^* gerar uma maior utilidade do ciclo de vida e valores negativos quando u^m propiciar maior utilidade na soma dos períodos. Para tornar a análise mais simples vamos nos concentrar no jovem inicial.

Para toda dinastia com riqueza inicial igual ou superior a s_0^l o jovem inicial investirá de forma ótima e se satisfeita a condição $\phi h_2 \geq \bar{c} \frac{\beta + \gamma}{1 + \beta + \gamma}$, então todas as sucessivas gerações da dinastia investirão também de forma ótima. Para as dinastias com $s_0^i < s_0^l$, será preciso olhar o sinal da função Ξ para sabermos a decisão do jovem inicial. Não é possível obter uma solução analítica para qual s_0 colocaria o jovem no regime de investimento ótimo com consumo restrito na juventude (IOR) ou no regime de investimento sub-ótimo sem restrição de consumo na juventude (ISS). Valendo-se da análise gráfica e das expressões para U^* e U^m , podemos ver que para valores muito baixos de s_0 a utilidade do primeiro período puxa fortemente para baixo a utilidade do ciclo de vida como um todo no IOR uma vez que, em razão da convexidade das preferências, a maior utilidade do segundo período em virtude da maior renda salarial não compensa a baixa utilidade no primeiro período. Já no ISS, esta baixa herança é parcialmente compensada com maior oferta de trabalho que eleva a renda disponível no primeiro período. Também, no ISS o indivíduo possui um padrão mais plano de consumo, com efeito, ele iguala as utilidades marginais dos dois períodos podendo inclusive levar uma poupança positiva para o segundo período. Então sob níveis muito baixos de riqueza devemos ter $\Xi < 0$.

Em contrapartida, para valores maiores de s_0 , a restrição sobre o consumo desejado no primeiro período vai afrouxando e então investir de forma ótima torna-se algo recompensador em termos de utilidade do ciclo de vida. Vale salientar que para valor muito altos de s_0 , teremos $U^m > U^*$, pois a utilidade marginal da riqueza cai mais rapidamente em U^* visto que toda herança é consumida no primeiro período. Porém, para todo $s_0^i > s_0^l$, o indivíduo poderá investir de forma ótima sem restrição.

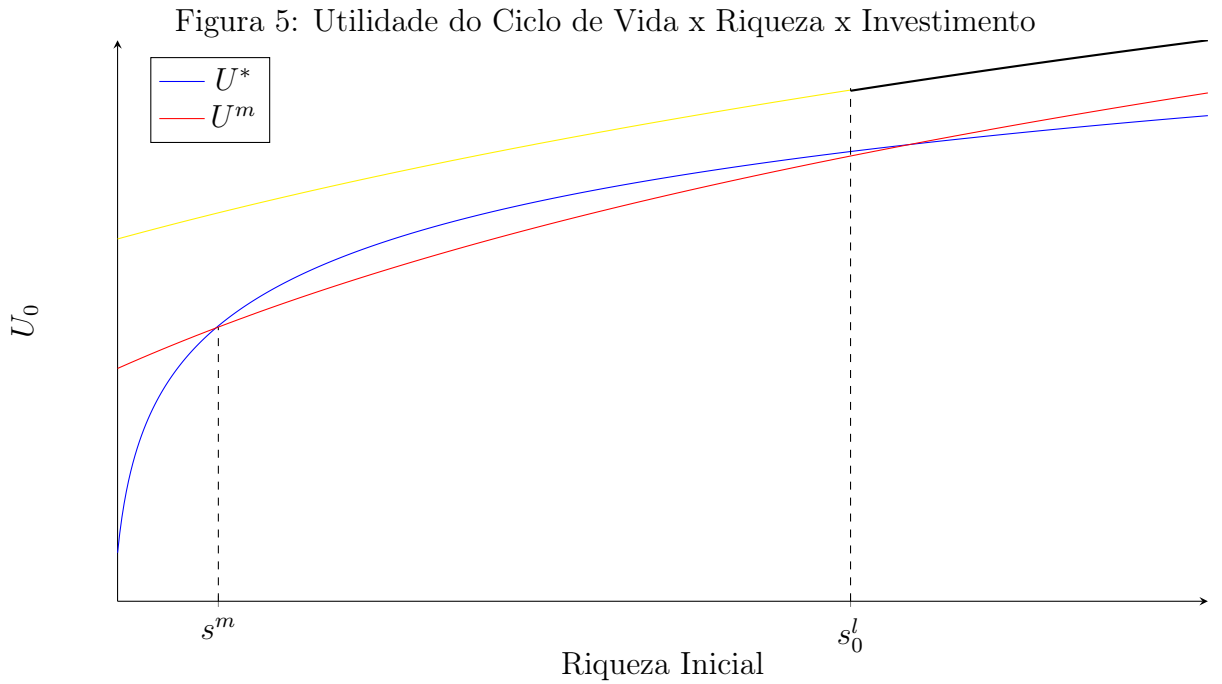
²⁶Para obter resultados interessantes sem sair do corpo dos números reais, assumimos que $(1 - u^*)wh_1 < \bar{c}$, mas que $b_1^{min} > \bar{c} - (1 - u^*)wh_1$, onde b_1^{min} é a herança do jovem inicial mais pobre que também pode ser escrita como $b_1^{min} = \frac{\gamma wh_0}{\beta + \gamma} + \frac{\gamma R s_0^{min}}{\beta + \gamma}$.

A função Ξ para o jovem inicial pode então ser escrita como:

$$\Xi(s_0^i) = \ln \left(\left(1 - u_1^* + \frac{\gamma}{\beta + \gamma} \right) wh_1 + \frac{\gamma R s_{i,0}}{\beta + \gamma} - \bar{c} \right) + (\beta + \gamma) \left(\frac{\ln(h_2^*)}{R} \right) - \quad (31)$$

$$(1 + \beta + \gamma) \ln \left(\left(1 - u_1^m + \frac{\gamma}{\beta + \gamma} \right) wh_t + \frac{\gamma R s_{i,0}}{\beta + \gamma} + \frac{h_2^m}{R} - \bar{c} \right) + \Delta$$

$$\Delta = \beta \ln \left(\frac{\beta}{\beta + \gamma} \right) + \gamma \ln \left(\frac{\gamma}{\beta + \gamma} \right) - \beta \ln(\beta R) - \gamma \ln(\gamma R) + (1 + \beta + \gamma) \ln(1 + \beta + \gamma)$$



Vemos que para níveis iniciais de riqueza inferiores a s^m , a escolha que gera mais utilidade para o indivíduo é investir u^m , pois a baixa transferência recebida combinada com uma diminuta renda do trabalho decorrente da dedicação ótima aos estudos teriam como consequência uma utilidade excessivamente baixa no primeiro período que puxaria para baixo a utilidade do ciclo de vida. Nesta situação estudar menos e trabalhar mais alivia a pobreza e eleva fortemente a utilidade no primeiro período que mais do que compensa a perda de utilidade no segundo período em razão da menor acumulação de capital humano. Quando $s_{i,0} > s^m$, o investimento ótimo se torna a melhor escolha, pois a despeito da existência de algum sacrifício na primeira parte da vida – com o consumo não apenas inferior ao do jovem rico, mas também ao do jovem pobre que investe u^m – o maior salário no segundo período torna-se suficiente para compensar em termos de utilidade o esforço realizado na juventude. Por fim, quando $s_{i,0} > s_0^l$, podemos dizer que o jovem vive a vida ideal, pois não enfrenta nenhuma restrição, consome exatamente aquilo que deseja em cada período e investe de forma ótima em capital humano.

O trecho amarelo da curva mais alta é apenas para ilustrar que é impossível alcançar aquele nível de utilidade quando a riqueza inicial é inferior a s_0^l e que quando este valor é superado a escolha ótima salta para esta curva superior e segue no trecho negro. É

importante ressaltar que o formato da figura dependerá dos argumentos das funções $U^*(\cdot)$ e $U^*(\cdot)$, além dos fatores de desconto β e γ , de R e de \bar{c} . Se por exemplo, o diferencial salarial entre $h_{i,t+1}^*$ e $h_{i,t+1}^m$ for pequeno ou a taxa de juros for alta relativamente ao retorno do investimento em capital humano, é possível que a escolha de u^* somente se torne desejável para jovens de dinastias cuja riqueza inicial seja igual ou maior s_0^l . Com efeito, um futuro teste empírico desta escolha requererá extremo cuidado com a definição do domínio da função Ξ e com a parametrização de seus argumentos.

Por último, vale destacar que a análise acima não se aplica apenas ao momento inicial e a uma situação que haja somente dois níveis de investimento possíveis. Com efeito, poderíamos definir vários níveis crescentes para u^j com $j \in \{1, 2, 3, \dots, *\}$ – que representariam os ciclos educacionais – e conforme a riqueza/renda da dinastias a escolha ótima em caso de perfeita divisibilidade se situaria em um nível acima de u^j , mas abaixo de um nível u^{j+1} , então o seu jovem escolheria entre este dois níveis de acordo com a função Ξ . É claro que sua riqueza não lhe permite investir u^{j+1} sem sacrifícios o jovem sequer considerará investir u^{j+2} , ficando sua escolha entre u^j na qual ele iguala as utilidades marginais dos dois períodos e pode levar poupança positiva para o segundo período ou u^{j+1} quando ele consome menos na juventude para desfrutar de um salário maior no futuro.

Também não faria sentido estabelecer um nível máximo de investimento superior a u^* , pois sendo este o nível que maximiza a renda do ciclo de vida, investir acima dele implica numa perda de renda na juventude que não seria compensada pela elevação da renda na fase adulta. Claro que como neste trabalho a maximização da utilidade depende apenas do consumo, o modelo não é capaz de captar a utilidade auferida por aqueles que estudam por diletantismo ou que veem na dedicação às artes e às ciências uma fonte de prazer e satisfação pessoal. Neste caso, um investimento acima de u^* não seria algo irracional. Mas esta abordagem requeria definir alguma heterogeneidade sobre as habilidades e fica como um desafio para um trabalho posterior.

4 Discussão dos Resultados e Hipóteses Utilizadas

Como em todo modelo, os resultados obtidos dependem das hipóteses utilizadas. Desta forma, optamos por discuti-los conjuntamente. Pretendemos com isso tentar mostrar o porquê de utilizar tal conjunto de hipóteses aqui consideradas e não suas possíveis alternativas disponíveis na literatura e também quais suas implicações sobre os resultados obtidos.

Começamos pela formação do capital humano. Apresentamos os três tipos de retornos que este estoque pode apresentar e suas consequências para o investimento no longo prazo. O fato é que a três formulações apresentam problemas. Com retornos decrescentes o capital humano perde seu caráter de motor do crescimento, como salientado por Lucas (1988), e cairíamos em um modelo como o de Solow com o capital humano aqui exercendo o papel do capital físico naquele. Além disso teríamos como resultado que o investimento da dinastia, o tempo dedicado à educação, diminuiria ao longo das gerações com o acúmulo de capital humano o que evidentemente não é razoável.

Sob a hipótese de retornos crescentes assintoticamente o investimento se daria através de uma solução de canto com o jovem dedicando toda sua dotação de tempo aos estudos ou com este tempo tendendo a zero. É até possível imaginar retornos crescentes em algum trecho quando a economia está saltando de um estágio de desenvolvimento (que pode ser compreendido como um quase estado-estacionário) para outro, como sugerem Azariadis e Drazen (1990). Contudo, os fatos estilizados não corroboram a ideia retornos crescentes assintóticos para o investimento em capital humano e nem que estes tenda a zero.

Diante disso, optamos por utilizar retornos constantes que, por sinal, é a prática mais comum na literatura. Nesta formulação o investimento em capital humano funciona como motor do crescimento, mas sem produzir trajetórias explosivas. Porém, cabe destacar dois problemas relacionados a essa opção. O primeiro é se tratar de uma escolha do tipo “fio-da-navalha”, pois somente um único ponto na reta real ($\theta = 0$) pode ser utilizado para gerar os resultados pretendidos. Outro problema, que é comum aos modelos de crescimento endógeno, é a ausência de convergência, isto é, aqueles que largam na frente sempre permanecerão na dianteira, os retardatários podem até alcançar a mesma taxa de crescimento (no caso deste trabalho se conseguirem investir otimamente), mas nunca alcançarão, em nível, aqueles que saíram na frente (aqui aqueles que investiram à taxa ótima desde o início).

No que tange a função de utilidade, a literatura de gerações sobrepostas costuma lançar mão de dois artifícios para obter expressões analíticas para as variáveis de interesse. A mais comum é assumir que o consumo do jovem – entendido como o consumo no período em que ele não trabalha – está inserido no consumo dos pais. Com esta formulação o destino do jovem quanto a estudar mais ou menos ou mesmo não estudar depende dos pais e não dos jovens. São os pais que decidem se e quanto investir na educação dos filhos não cabendo a estes decidir sobre seu futuro. Nestes modelos as decisões costumam se concentrar em um único período como em Galor e Zeira (1993) e Glomm e Ravikumar (1992). Outro caminho é considerar o consumo dos jovens separado do dos pais, mas se valendo de funções de utilidade lineares, ao invés de estritamente quase-côncavas, para poder obter soluções analíticas como faz Benabou (1996). Em ambos os casos, a consequência é a perda da equação de Euler que, por sua vez, é fundamental se queremos discutir como a ponderação feita pelo indivíduo entre estudar e trabalhar quando jovem vai determinar seu futuro.

Ao considerar, como fazemos, o consumo do jovem como algo distinto do consumo dos pais, o modelo é capaz de captar como a utilidade do indivíduo na sua juventude pode interferir nas suas escolhas e logo no seu futuro e no de seus sucessores. Porém, mesmo se valendo da equação de Euler, os resultados assintóticos se mostraram insatisfatórios sob preferências homotéticas, pois ou todos investem de forma ótima desde o início ($\phi > 0$), o que não é empiricamente verificado, ou assintoticamente todos investem abaixo do ótimo ($\phi < 0$), o que também não é razoável.

Estes resultados devem-se basicamente ao comportamento da poupança. A homotetia das preferências, considerada na primeira parte do modelo, tem como consequência a independência da taxa de poupança em relação à renda e trata-se de uma hipótese fundamental na teoria do ciclo de vida. Nas palavras de Modigliani e Brumberg (1954, p. 8) ‘*The utility function is such that the proportion of his total resources that an individual plans to devote to consumption in any given year t of his remaining life is determined only by his tastes and not by the size of his resources.*’

Além dos gostos, a taxa de juros e fatores demográficos também seriam determinantes da proporção dos recursos a ser poupado. Mas o essencial é que essa ‘proporcionalidade’, que torna a taxa de poupança invariável com a renda, demonstra-se insatisfatória para retratar uma realidade em que indivíduo consome sob restrição. Para pessoas em tal situação é de se esperar que um afrouxamento da restrição as levem a consumir mais no presente e não a poupar mais recursos na mesma proporção que a elevação do consumo. Para o caso do jovem que tem que decidir quanto estudar, é mais razoável supor que quanto maior a renda disponível menor será sua necessidade de antecipar sua entrada no mercado de trabalho e portanto maior a possibilidade de se engajar nos estudos.

Outro aspecto da teoria do ciclo de vida que impacta nos resultados sob preferências homotéticas é a ausência de uma mudança de hábitos quando há uma elevação considerável da renda. Quando um filho de uma família de baixa educação consegue se graduar novas possibilidades despontam, surge um novo mundo para ele com novas relações sociais. Então é de se esperar que este sujeito passe a desejar coisas que antes ele não desejava. Assim, as aspirações de consumo *ex ante* do jovem que decide estudar não seriam tão elevadas como pressupõe o modelo do ciclo de vida, uma vez que o mundo a ele acessível não é o mesmo do jovem pertencente a uma família que desde sempre consome uma gama maior de bens.

Diante destas limitações impostas pelo modelo tradicional do ciclo de vida o caminho mais simples e, por ora, factível foi inserir um nível mínimo de consumo na função de utilidade para tentar contemplar a importância do crescimento da renda/riqueza para afrouxar a restrição de recursos do jovem e ampliar sua disposição para investir em capital humano. Adoção de preferências do tipo *Stone Geary* é uma forma de sugerir que somente após a satisfação de algumas necessidades básicas – que tanto podem ser entendidas no sentido comum (comer, vestir, morar, etc), mas também como aquilo que se torna “básico” num contexto social específico – a utilidade marginal do consumo passa a decrescer e otimizações de caráter intertemporal passam a ser consideradas. Possuir um telefone celular ou um computador não era tipicamente necessário há vinte anos atrás, todavia nos dias atuais tais equipamento ganharam o status de quase indispensáveis. E num mundo em que a decisão de investir é endógena e implica na limitação de consumo presente, a existência de tal cesta de bens tida como necessária pode constituir um óbice ao investimento em capital humano que será relegado a segundo plano sendo a prioridade do indivíduo obter recursos para adquiri-la.

Com a inserção de preferências não-homotéticas conseguimos retratar melhor a re-

alidade observada ao gerar uma dinâmica onde o crescimento da renda do trabalho ao longo das gerações progressivamente relaxa a restrição de liquidez e permite à dinastia investir de forma crescente em educação. Por outro lado, para gerar tal dinâmica tivemos que assumir elevados valores para o altruísmo e para o fator de desconto o que torna o modelo menos robusto. Outra desvantagem foi a impossibilidade de se obter uma solução analítica para o caso em que o consumo mínimo foi inserido na função de utilidade.

A adição de um \bar{c} constante não impede que as dinastias inicialmente mais pobres possam, após um número finito de gerações, investir de forma ótima. Quando \bar{c} varia a dinâmica é similar, apenas a “convergência” rumo ao investimento ótimo levará mais gerações. Exceto claro se o parâmetro de emulação for suficientemente elevado. Porém, a estratificação assintótica por razões puramente econômicas e no contexto considerado não parece ser tão provável, uma vez que junto com desejo de emular consumo vêm outros desejos de emulação, em particular de possuir um capital cultural e intelectual mais elevado e que historicamente esteve associado às classes de alta renda, conforme discutido por Bourdieu (1984). Um caminho para explicar estratificações severas muito provavelmente passaria pela discussão questões políticas, históricas e culturais que têm como exemplo extremo o instituto de apartheid. Porém em razão das dificuldades em tratar de tantas variáveis de uma só vez, a análise de questões institucionais fica como um desafio para trabalhos futuros.

É importante destacar que o papel da poupança neste trabalho não é o mesmo da literatura massiva sobre gerações sobrepostas que está preocupada fundamentalmente com a acumulação de capital físico. Nestes modelos o indivíduo oferta trabalho inelasticamente no primeiro período de vida, consome, poupa e no segundo período vive desta poupança como aposentado. Aqui, em virtude da adoção da hipótese de uma economia pequena e aberta, o capital físico não é relevante para a análise. Inclusive, vale ressaltar que a inclusão de mais um período de vida, o terceiro no qual o indivíduo aposentado apenas consumisse a poupança realizada nos períodos anteriores, em qualitativamente nada alteraria os resultados obtidos, apenas, no caso de uma simulação, seria possível trabalhar com maior amplitude de valores para β e γ .

Portanto, a importância da poupança não é principalmente a acumulação de capital físico, mas sim indicar se o investimento ótimo em capital humano vai acarretar a violação da restrição de crédito ou não. Em caso positivo, isto é, se o consumo desejado no primeiro período implicar numa poupança planejada negativa, a restrição de crédito se torna ativa e a oferta de trabalho no primeiro período é automaticamente ajustada para igualar as utilidades marginais dos dois períodos quando o investimento em capital humano é plenamente divisível. Ou quando há indivisibilidade do investimento o consumo é reduzido à renda disponível sempre que o jovem decida investir otimamente. Em ambos os casos a poupança torna-se nula.

Apenas quando a renda disponível no primeiro período é superior ao consumo desejado o indivíduo levará uma poupança positiva para o segundo período. Isso pode ocorrer em razão de ter recebido uma herança muito alta ou porque, na presença de indivisibilidade do investimento, o jovem opta por um nível de investimento mais baixo, o que eleva sua renda do trabalho, reduz sua renda global do ciclo de vida e assim reduz suas pretensões de consumo. A poupança será sempre positiva ainda quando a restrição de crédito for assintoticamente inativa.

Uma outra forma de eliminar a possibilidade do jovem se endividar seria assumir uma taxa juros tal que $R \rightarrow \infty$, mas o fundamental é ter em mente que a utilização de uma restrição de crédito é mais um artifício para gerar resultados interessantes do que propri-

amente uma busca por retratar fidedignamente uma realidade, até porque sabemos que algum nível de endividamento é sim possível, em particular aquele relacionado à obtenção de recursos para cursar uma graduação. Ademais, este enfoque nos recursos materiais parece ser corroborado pelas evidências empíricas. Keane e Wolpin (2001) estimam um modelo onde o jovem decide quanto estudar, trabalhar e poupar. Eles encontram que a restrição de crédito, apesar de existir, não é fundamental. Os experimentos mostram que ao relaxar a restrição de crédito permitindo aos jovens tomarem emprestado a quantia total necessária para cobrir as despesas com educação, os efeitos sobre as taxas de conclusão dos estudos não são relevantes. Por outro lado, as transferências feitas por pais educados apresentam elevada correlação com a escolaridade dos filhos. Também Heckman e Cameron (2001) concluem que fatores de longo prazo relacionados ao meio social e familiar, em particular a renda permanente da família, são as forças por trás da escolaridade e não as restrições de crédito de curto prazo vivida pelos jovens.

Apesar de termos tratado o capital humano como um equivalente para a renda do trabalho e assintoticamente como o recurso global da dinastia (pois a riqueza inicial se dissipa ao longo das gerações), a especificação de b_t – que é melhor compreendida como uma combinação de transferências em vida e a herança propriamente dita – é importante para analisar como a riqueza inicial da dinastia vai definir sua trajetória de investimento e, portanto, sua acumulação de capital humano ao longo das gerações. Para Glomm e Ravikumar (1992) a herança é convertida em qualidade da educação e entra como argumento na função de produção de capital humano. Além disso, o capital humano do pai passa o filho. Já em Galor e Zeira (1993), a herança são recursos materiais passados aos descendentes para consumo e despesas educacionais, porém o filho não “herda” o capital humano do pai. Optamos aqui por meio termo entre os dois modelos. Consideramos a transferência intergeracional de capital humano, mas também uma herança em recursos monetários, representada em b_t , sem a qual a dedicação ótima aos estudos ficaria prejudicada.

Com efeito, existe uma complementaridade entre o nível de educação dos pais e a herança que deixam para os filhos, pois quanto maior o capital humano do adulto maior o montante que ele transfere para seu descendente. Por outro lado, as aspirações de consumo de um indivíduo que nasce numa família de renda mais elevada também são maiores, assim sem uma transferência em espécie e diante da impossibilidade de se endividar o jovem rico em capital humano não poderia manter o padrão de consumo desejado e não investiria de forma ótima. Para visualizar esta situação podemos imaginar algum choque aleatório que torne nula a $b_{i,t}$ do jovem i , isso diminuiria o consumo desejado do ciclo de vida, mas reduziria mais fortemente a renda disponível no primeiro período onde o indivíduo depende mais de recursos exógenos.

Essa complementaridade entre educação dos pais e transferências feitas aos filhos é testada por Keane e Wolpin (2001) cujo modelo, ao tornar a função de transferências dos pais independente de sua escolaridade, possibilita a realização de exercícios contra factuais que mostram que a equalização das transferências parentais (de famílias com variados níveis de renda) reduziria significativamente a escolaridade dos filhos cujos pais possuam nível superior. Por outro lado, tal equalização pouco incrementaria a escolaridade de jovens de famílias menos educadas. Para captar essa segunda situação precisaríamos utilizar a versão da função de acumulação de capital onde o investimento ótimo do filho depende diretamente do investimento do pai, conforme exposto na seção 3.1. Contudo, não seguimos esse caminho em razão de dificuldades analíticas.

Uma questão importante, porém de difícil tratamento é a heterogeneidade dos agentes.

Neste trabalho optamos por considerar uma única heterogeneidade inicial entre as dinastias – a riqueza – que leva a uma posterior diferenciação no nível de capital humano/renda e na riqueza das gerações seguintes. Alguns são os motivos que tornam tortuosa a inserção no modelo de heterogeneidade para além da riqueza dos agentes. A primeira é de ordem prática, soluções analíticas em modelos mais complexos se tornam inviáveis. Uma exceção a esta regra é Caucutt, Imrohoroglu e Kumar (2006) que desenvolvem um interessante modelo de equilíbrio geral no qual agentes heterogêneos na escolaridade (nível superior e médio) estão sujeitos a uma probabilidade, que depende positivamente do gasto com educação, do seu filho permanecer ou alterar este seu nível. Apesar de incorporar heterogeneidade nas habilidades, o modelo segue a abordagem comum na literatura na qual são os pais que na prática decidem a escolaridade do filho, ou seja, o jovem não realiza escolha nenhuma.

Modelos mais simples com dois períodos e agentes heterogêneos tendem a produzir como resultado que os agentes com menor inteligência/habilidade e, por isso, maior dificuldade em acumular capital humano trabalham mais no primeiro período e emprestam recursos para os agentes mais “capazes” estudarem quando jovens e pagarem o empréstimo quando adultos uma vez que desfrutarão de maiores salários (Croix e Michel, 2002). Este resultado, no entanto, nos parece mais normativo que positivo. Além disso há uma questão do ponto de vista prático que é identificar *ex ante* quem são os “vencedores” que merecem tal financiamento. Um outro problema é de ordem moral, em certos países a própria ideia de pessoas mais capazes que outras é socialmente rejeitada o que cria uma barreira a esse desenvolvimento teórico.

Por último, a adoção da hipótese de indivisibilidade do investimento em capital humano busca retratar escolhas que são preferencialmente discretas do que contínuas. Tentamos evitar a abordagem de modelos que consideram apenas decisões extremas: somente estudar ($u = 1$) ou não estudar ($u = 0$) como em Galor e Zeira (1993). A opção por soluções intermediárias permite ainda gerar uma dinâmica na acumulação de capital humano que ocorrerá a taxas mais altas ou mais baixas a depender da escolha realizada. Também é uma forma de tentar explicar porque alguns “pobres” conseguem ascender socialmente, o que neste trabalho equivale a investir u^* , enquanto outros não. A pobreza é heterogênea, então para aqueles, digamos, menos pobres, o sacrifício apesar de existir é algo até certo ponto tolerável, enquanto para os mais pobres entre os pobres não.

Sabemos que diversos outros fatores podem explicar o fato de jovens pobres ascenderem socialmente através da dedicação aos estudos, mas este foi aspecto sobre o qual tentamos jogar uma luz na busca por tentar responder à pergunta do início do trabalho – por que, mesmo diante de elevados retornos, tantos jovens investem tão pouco em seu capital humano.

5 Conclusão

O subinvestimento em capital humano tem sido apontado com uma das principais razões para pobreza e o subdesenvolvimento. Indivíduos e nações sofrem por vários canais as consequências de possuírem um baixo nível conhecimento técnico e científico. Em um contexto que inexistente oferta de ensino ou que este seja muito dispendioso, a explicação para a pouca dedicação à educação formal é imediata: as pessoas não estudam porque a educação não lhe é acessível. Porém quando há oferta pública e gratuita e, além disso, os retornos são elevados, como explicar que indivíduos abandonem os estudos de forma precoce?

Buscamos neste trabalho discutir como o bem-estar do jovem pode interferir na alocação de tempo entre os estudos e o trabalho e como isso define a sua trajetória de acumulação de capital humano/renda bem como a de seus descendentes. Para esta tarefa desenvolvemos um modelo de gerações sobrepostas com investimento endógeno em capital humano acrescido de restrição de crédito e requerimento mínimo de consumo.

Mostramos como a eficácia da restrição de crédito pode afetar a forma de investir em capital humano: a maximização da renda deixa de implicar a maximização da utilidade do ciclo de vida e, com isso, a ordem se inverte, ao invés da utilidade vir a reboque da renda, é a renda que passa a ser definida de acordo com a maximização da utilidade.

Sob preferências homotéticas não conseguimos gerar uma dinâmica na qual a elevação da renda da família, ao ampliar a transferência para os filhos, possibilita que estes precisem ofertar menos trabalho e possam demandar mais educação. Contudo, este resultado foi obtido sob preferências não-homotéticas, o que demonstra a importância de trabalhar com preferências que tentem captar, não apenas os imperativos impostos pelas necessidades mais básicas, mas também as influências do meio social em que o indivíduo está inserido.

Buscou-se caminhar para uma abordagem que se aproxime mais da realidade com a introdução de indivisibilidade no investimento, afinal na vida as escolhas são preferencialmente discretas do que contínuas. Esta formulação também inicia um caminho para que futuramente as ideias aqui expostas possam ser passíveis de algum teste empírico, pois além de definir distintos níveis que podem representar o final dos ciclos escolares, ainda centra a análise na função de utilidade indireta que é algo em boa medida observável.

O fenômeno aqui abordado certamente possui diversas explicações. Avaliamos e discutimos uma delas. Esperemos, com isso, ter contribuído de alguma forma neste esforço coletivo para ampliar a compreensão do problema e assim facilitar e acelerar sua superação.

Referências

- [1] ABEL, Andre B.; WARSHAWSKY, Mark. *Specification of the Joy of Giving: Insights from Altruism. NBER Working Paper*. No 2154, Cambridge, February, 1987.
- [2] ACEMOGLU, Daron; ANGRIST, Joshua. *How Large Are Human-Capital Externalities? Evidence from Compulsory Schooling Laws. NBER Macroeconomics Annual*, v. 15, pp. 9-59, 2000.
- [3] AZARIADIS, Costas; DRAZEN, Allan. *Threshold Externalities Economic Development. The Quarterly Journal of Economics*, v. 105, p. 501-526, may, 1990.
- [4] BARBOSA FILHO, F. H.; PESSOA, S. A. **O Retorno da Educação no Brasil. Pesquisa e Planejamento Econômico**. Rio de Janeiro, v. 38, pp. 97-125, 2008.
- [5] BARRO, Robert J.; LEE, Jong-Wha. *A New Data Set of Educational Attainment in the World, 1950–2010. NBER Working Paper, No. 15902, Cambridge, april. 2010.*
- [6] BARRO-LEE WEBSITE. EDUCATIONAL ATTAINMENT DATASET. Disponível em <barroelee.com>
- [7] BECKER S. Gary. **Human Capital: A Theoretical and Empirical Analysis with Special Reference to Education**. 3rd ed. New York. The University of Chicago Press for National Bureau of Economic Research, 1964.
- [8] BENABOU, Roland. *Equity and Efficiency in Human Capital Investment: The Local Connection. The Review of Economic Studies*, v. 63, n. 2, April 1996.
- [9] BEN-PORAH, Yoram. *The Production of Human Capital and Life Cycle of Earnings. Journal of Political Economy*. The University of Chicago Press, v. 75, n. 4, Part 1, p. 352-365, August 1967.
- [10] BLAUG, Mark. **Economic Theory in Restrospect**. Cambridge University Press, 5. ed. (2007) 1962.
- [11] BOURDIEU, Pierre. **A Distinção - Crítica Social do Julgamento**. 2. Ed. Porto Alegre, (2013) 1984.
- [12] CAIRO, Isabel; CAJNER, Tomaz. *Human Capital and Unemployment Dynamics: Why More Educated Workers Enjoy Greater Employment Stability. Finance and Economics Discussion Series Divisions of Research & Statistics and Monetary Affairs - Federal Reserve Board*. Washington, D.C. 2014.
- [13] CAUCUTT, Elizabeth M.; İMROHOROGLU, Selahattin; KUMAR, Krishna B. *Does the Progressivity of Income Taxes Matter for Human Capital and Growth? Journal of Public Economic Theory*, v. 8 (1), p. 95–118, January 2006.
- [14] COLEMAN, James S., et al. **Equality of Educational Opportunity**. Washington: U.S. Government Printing Office, 1966.
- [15] CROIX, David De La; MICHEL, Philippe. **A Theory of Economic Growth – Dynamics and Policy in Overlapping Generations**. Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom, 2002.

- [16] CUTLER, David M.; LLERAS-MUNEY, Adriana. *Education and health: evaluating theories and evidence*. **NBER Working Paper**. No 12352, Cambridge, June, 2006.
- [17] DUESENBERY, James. **Income, Saving and the Theory of Consumer Behavior**. Harvard University Press, Cambridge, Mass, 1949.
- [18] GALOR, O., ZEIRA, J., *Income distribution and macroeconomics*. **Review of Economic Studies**, v. 60, n. 1, p. 35-52, 1993.
- [19] GANDOLFO, Giancarlo. **Economic Dynamics**. 3rd Ed. Berlim, Springer, 1996.
- [20] GLOMM, Gerhard; RAVIKUMAR, B. *Public versus Private Investment in Human Capital: Endogenous Growth and Income Inequality*. **The Journal of Political Economy**, v. 100, n. 4, pp. 818-834, August 1992.
- [21] HANUSHEK, Eric A. *Publicly Provided Education*. **NBER Working Paper** No. 8799, Cambridge, February, 2002.
- [22] HECKMAN, James J.; CAMERON, Stephen V. *The Dynamics of Educational Attainment for Black, Hispanic, and White Males*. **Journal of Political Economy**, Chicago, v. 109, n. 3, 2001.
- [23] INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA (IBGE). **Síntese dos Indicadores Sociais - Uma Análise das Condições de Vida da População Brasileira**. 2008.
- [24] LUCAS, Robert. *On The Mechanics of Development*. **Journal of Monetary Economics**, Chicago, v. 22, pp. 3-42, July, 1988.
- [25] LOCHNER, Lance. *Education, work, and crime: a human capital approach*. **NBER Working Paper**. No 10478, Cambridge, May, 2004.
- [26] MANKIW, N. Gregory; ROMER David; WEIL N. David. *A Contribution to the Empirics of Economic Growth*. **The Quarterly Journal of Economics**. MIT Press, v. 107, n. 2, p. 407-437, may,1992.
- [27] MENEZES-FILHO, Naércio. Os determinantes do desempenho escolar no Brasil. Instituto Futuro Brasil, IBMEC São Paulo e Faculdade de Economia e Administração da Universidade de São Paulo. Sumário Executivo, 2007.
- [28] MINCER, Jacob. *Investment in Human Capital and Personal Income Distribution*. **Journal of Political Economy**, v. 66, n. 4, p. 281-302, August 1958.
- [29] MODIGLIANI, Franco; BRUMBERG, Richard. *Utility Analysis and the Consumption Function: An Interpretation of Cross-Section Data*. In: MODIGLIANI, Franco. **The Collected Papers of Franco Modigliani**. MIT Press, v. 6, p. 3-45, (2005), 1957.
- [30] MONTENEGRO, Claudio E.; PATRINOS, Harry A. *Returns to Schooling around the World*. **Background Paper for World Development Report**. World Bank, 2013.

- [31] NICOLAU, Jorge. **Equações Diferenciais Equações à Diferença**. Instituto Superior de Economia e Gestão - Universidade Técnica de Lisboa. 2003. Disponível em <http://pascal.iseg.utl.pt/nicolau/myHP/ED_2.pdf>
- [32] PESSOA, Samuel; BARBOSA, Fernando de Holanda. Retorno da Educação no Brasil. **Pesquisa e Planejamento Econômico**, v. 38, n. 1, abril, 2008.
- [33] PROGRAMA DAS NAÇÕES UNIDAS PARA O DESENVOLVIMENTO (PNUD). **Relatório do Desenvolvimento Humano 2013**. Disponível em <<http://www.un.cv/files/HDR2013%20Report%20Portuguese.pdf>>.
- [34] PSACHAROPOULOS, George; PATRINOS, Harry A. *Returns to Investment in Education: A Further Update*. **Education Economics**, v. 12, n. 2, p. 111-134, August, 2004.
- [35] RAVALLION, Martin. *Poverty Lines across the World*. **Policy Research Working Paper**. No 5284, World Bank, April, 2010.
- [36] SANTOS, Marcelo Justus. Dinâmica Temporal da Criminalidade: Mais Evidências Sobre o “Efeito Inércia” nas Taxas de Crimes Letais nos Estados Brasileiros. **Revista EconomiA**. Brasília, v. 10, n. 1, p. 169–194, jan/abr, 2009.
- [37] SCHULTZ, Theodore W. *Transforming Traditional Agriculture*. New Heaven. Yale University Press, 1964.
- [38] VEBLEN, Thorstein. *The Theory of the Leisure Class: An Economic Study of Institutions*. New York: B.W. Huebsch, (1918) 1899.