

**ANÁLISE DE DESEMPENHO DE DIVERSIDADE MULTIUSUÁRIO
COM MODULAÇÃO ADAPTATIVA EM CANAIS
EM DESVANECIMENTO α - μ**

Kaiê Pimentel Ataides

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

FACULDADE DE TECNOLOGIA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA**

**ANÁLISE DE DESEMPENHO DE DIVERSIDADE MULTIUSUÁRIO
COM MODULAÇÃO ADAPTATIVA EM CANAIS EM
DESVANECIMENTO α - μ**

KAIÊ PIMENTEL ATAIDES

ORIENTADOR: UGO SILVA DIAS

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM
ENGENHARIA ELÉTRICA**

PUBLICAÇÃO: PPGEE.DM 587/2015

BRASÍLIA/DF: MARÇO - 2015.

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA**

**ANÁLISE DE DESEMPENHO DE DIVERSIDADE MULTIUSUÁRIO
COM MODULAÇÃO ADAPTATIVA EM CANAIS EM
DESVANECIMENTO ALPHA-MU**

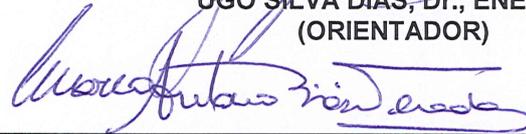
KAIÊ PIMENTEL ATAIDES

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA, COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE.

APROVADA POR:



**UGO SILVA DIAS, Dr., ENE/UNB
(ORIENTADOR)**



**MARCO ANTÔNIO BRASIL TERADA, Dr., ENE/UNB
(EXAMINADOR INTERNO)**



**PAULO HENRIQUE SALES WANDERLEY Dr., IFB
(EXAMINADOR EXTERNO)**

Brasília, 03 de março de 2015.

FICHA CATALOGRÁFICA

ATAIDES, KAIÊ PIMENTEL

Análise de Desempenho de Diversidade Multiusuário com Modulação Adaptativa em Canais em Desvanecimento α - μ . [Distrito Federal] 2015.

xiv, 61p., 210 x 297 mm (ENE/FT/UnB, Mestre, Telecomunicações e Redes de Comunicação, Comunicações sem fio, 2015). Dissertação de Mestrado - Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Elétrica.

- | | |
|------------------------------------|-------------------------|
| 1. Diversidade Multiusuário | 2. Modulação Adaptativa |
| 3. Desvanecimento α - μ | 4. Capacidade de Canal |
| 5. Eficiência Espectral | 6. Taxa de Erro de Bit |
| I. ENE/FT/UnB | II. Título (série) |

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

ATAIDES, K. P. (2015). Análise de Desempenho de Diversidade Multiusuário com Modulação Adaptativa em Canais em Desvanecimento α - μ . Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica, Publicação PPGEE.DM-587/2015, Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 61p.

CESSÃO DE DIREITOS

NOME DO AUTOR: Kaiê Pimentel Ataidés.

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO: Análise de Desempenho de Diversidade Multiusuário com Modulação Adaptativa em Canais em Desvanecimento α - μ .

GRAU: Mestre ANO: 2015

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

Kaiê Pimentel Ataidés

CLN 211 Bloco C, Apartamento 105, Asa Norte
70.863-530 Brasília - DF - Brasil.

DEDICATÓRIA

Aos meus pais, Jone e Cristiane, e às minhas irmãs Kettlen e Shayenne.

Kaiê Pimentel Ataides

AGRADECIMENTOS

A Deus, por me conceder a vida e por me dar sabedoria, saúde e forças para chegar até aqui. Aos meus pais, por acreditarem em mim e não medirem esforços para me oferecer uma educação de boa qualidade e por sempre me apoiarem. Às minhas irmãs, Kettlen e Shayenne, por estarem sempre ao meu lado, compartilhando os momentos tristes e alegres. Aos meus colegas de faculdade, pela ajuda nas horas difíceis que antecediam as provas. Ao meu orientador prof. Ugo Silva Dias, por me instruir e me dar todo o suporte para a realização do presente trabalho.

Kaiê Pimentel Ataides

RESUMO

O presente trabalho apresenta um estudo sobre o desempenho da modulação adaptativa com agendamento multiusuário em uma única célula de um sistema de rede celular, por meio de canais em desvanecimento α - μ independentes, mas não necessariamente identicamente distribuídos. Capacidade média de canal e eficiência espectral são obtidas em fórmulas fechadas e a taxa de erro de bit em fórmula exata, para esquemas potência-constante taxa-variável e potência-variável taxa-variável, considerando modulação de amplitude em quadratura M-QAM. Os resultados são obtidos por meio de simulações computacionais em que os parâmetros da distribuição de desvanecimento são alterados de acordo com os ambientes de propagação aqui investigados. Por fim, todos os resultados são comparados, analisando vantagens e desvantagens de cada distribuição e eles mostram que a diversidade multiusuário traz um desempenho consideravelmente melhor, especialmente quando a flexibilidade dos ambientes em desvanecimento generalizado α - μ é considerada.

ABSTRACT

This project shows a study about the performance of adaptive modulation with single-cell multiuser scheduling over independent non-identically distributed α - μ fading channels. Average channel capacity and spectral efficiency are obtained in closed forms, and bit error rate in exact form, for constant-power variable-rate, and variable-power variable-rate schemes considering M-ary quadrature amplitude modulation M-QAM. The results are generated by computer simulations in which the parameters of the fading distribution are changed according to the propagation environments investigated. All the results are compared, showing advantages and disadvantages of each distribution, and they show that the multiuser diversity brings considerably better performance, specially when the flexibility of the generalized fading environments α - μ is considered.

SUMÁRIO

| | | |
|----------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 1 | INTRODUÇÃO | 1 |
| 1.1 | CONTEXTUALIZAÇÃO | 1 |
| 1.2 | DEFINIÇÃO DO PROBLEMA | 4 |
| 1.3 | OBJETIVOS DO PROJETO | 6 |
| 1.4 | ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO | 7 |
| 2 | CONCEITOS BÁSICOS | 8 |
| 2.1 | CAPACIDADE DE CANAL | 8 |
| 2.2 | EFICIÊNCIA ESPECTRAL DE CANAIS SEM FIO | 9 |
| 2.3 | TAXA DE ERRO DE BIT (BER) | 10 |
| 2.4 | MODULAÇÃO M-QAM | 10 |
| 2.5 | DIVERSIDADE MULTIUSUÁRIO | 13 |
| 2.6 | MODULAÇÃO ADAPTATIVA | 14 |
| 2.7 | CONCLUSÕES | 15 |
| 3 | DISTRIBUIÇÕES DE DESVANECIMENTO | 16 |
| 3.1 | ASPECTOS GERAIS | 16 |
| 3.2 | DISTRIBUIÇÃO α - μ | 18 |
| 3.3 | DISTRIBUIÇÃO DE RAYLEIGH | 22 |
| 3.4 | DISTRIBUIÇÃO DE NAKAGAMI- m | 24 |
| 3.5 | DISTRIBUIÇÃO DE WEIBULL | 25 |
| 3.6 | CONCLUSÕES | 26 |
| 4 | CAPACIDADE DE CANAL, EFICIÊNCIA ESPECTRAL E TAXA DE ERRO DE BIT COM ESQUEMAS CPVR E VPVR | 27 |
| 4.1 | ASPECTOS GERAIS | 27 |
| 4.2 | ADAPTAÇÃO CPVR | 32 |
| 4.2.1 | CAPACIDADE DO CANAL | 32 |
| 4.2.2 | EFICIÊNCIA ESPECTRAL | 32 |
| 4.2.3 | RESTRIÇÃO DA CONSTELAÇÃO | 33 |
| 4.3 | ADAPTAÇÃO VPVR | 34 |

| | | |
|----------|-----------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 4.3.1 | CAPACIDADE DE CANAL | 34 |
| 4.3.2 | EFICIÊNCIA ESPECTRAL | 35 |
| 4.3.3 | RESTRIÇÃO DA CONSTELAÇÃO | 36 |
| 4.4 | PARÂMETROS UTILIZADOS | 36 |
| 4.5 | CONCLUSÕES | 37 |
| 5 | RESULTADOS E ANÁLISES | 38 |
| 5.1 | DISTRIBUIÇÃO RAYLEIGH | 38 |
| 5.2 | DISTRIBUIÇÃO NAKAGAMI- m | 39 |
| 5.3 | DISTRIBUIÇÃO WEIBULL | 43 |
| 5.4 | DISTRIBUIÇÃO α - μ | 46 |
| 5.5 | CONCLUSÕES | 50 |
| 6 | CONCLUSÕES | 51 |
| 6.1 | TRABALHOS FUTUROS | 52 |
| | REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS | 53 |
| | APÊNDICES | 56 |
| A | CÁLCULO DAS FÓRMULAS FECHADAS PARA OS ESQUEMAS CPVR E VPVR | 57 |
| A.1 | FÓRMULA FECHADA PARA INTEGRAIS COM PRODUTOS DE FUNÇÕES MEIJERG | 57 |
| A.2 | CÁLCULO DE $I_z(x, y)$ | 57 |
| A.3 | CÁLCULO DE $J_z(x, y)$ | 59 |
| A.4 | CÁLCULO DE $F_z(x, y)$ | 60 |
| A.5 | CÁLCULO DE $P_z(x, y)$ | 61 |

LISTA DE FIGURAS

| | | |
|-----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1.1 | O crescimento da telefonia móvel em comparação com outras invenções populares do século XX [1]. | 2 |
| 1.2 | Crescimento de assinantes de telefonia celular no mundo [2]. | 3 |
| 1.3 | Aumento do tráfego global [3]. | 4 |
| 1.4 | Exemplo de propagação multipercursos [4]. | 5 |
| 1.5 | Degradação da potência do sinal com a distância [5]. | 5 |
| 2.1 | Modelo de sistema com CSI no transmissor e no receptor [5]. | 9 |
| 2.2 | Esquemático da modulação por amplitudes em quadratura 2-QAM [6]. | 11 |
| 2.3 | Exemplo de constelação para modulação por amplitudes em quadratura [6]. ... | 12 |
| 2.4 | Modelo de um sistema de comunicação adaptativo [5]. | 15 |
| 3.1 | PDFs da distribuição α - μ com $\alpha = 1.20$ e considerando vários valores de μ . .. | 21 |
| 3.2 | PDFs da distribuição α - μ com $\mu = 2.0$ e considerando vários valores de α | 22 |
| 3.3 | PDF da distribuição de Rayleigh | 23 |
| 3.4 | Exemplo de um canal com desvanecimento de Rayleigh [1]. | 23 |
| 3.5 | PDFs da distribuição de Nakagami- m considerando vários parâmetros de desvanecimento | 24 |
| 3.6 | PDFs da distribuição de Weibull considerando vários parâmetros de desvanecimento | 26 |
| 4.1 | Diversidade multiusuário com seleção do melhor usuário. | 28 |
| 4.2 | Célula de raio R com N usuários uniformemente distribuídos. | 29 |
| 5.1 | Capacidades de canal e eficiências espectrais considerando desvanecimento de Rayleigh. | 38 |
| 5.2 | Capacidade de canal e eficiências espectrais considerando desvanecimento de Rayleigh e variando o patamar médio. | 39 |
| 5.3 | Capacidade considerando desvanecimento de Nakagami- m para vários parâmetros m | 40 |
| 5.4 | Capacidades de canal e eficiências espectrais considerando desvanecimento de Nakagami- m com $m = 0,5$ | 41 |

| | | |
|------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 5.5 | Capacidades de canal e eficiências espectrais considerando desvanecimento de Nakagami- m com $m = 3,0$ | 41 |
| 5.6 | BER para diferentes valores de $\bar{\gamma}_R$ para o esquema CPVR com M-QAM não codificado considerando desvanecimentos de Nakagami ($N=5$). | 43 |
| 5.7 | Capacidade considerando desvanecimento de Weibull para vários parâmetros α_w | 43 |
| 5.8 | Capacidades de canal e eficiências espectrais considerando desvanecimento de Weibull com $\alpha_w = 1,5$ | 44 |
| 5.9 | Capacidades de canal e eficiências espectrais considerando desvanecimento de Weibull com $\alpha_w = 3,5$ | 45 |
| 5.10 | BER para diferentes valores de $\bar{\gamma}_R$ para o esquema CPVR com M-QAM não codificado considerando desvanecimentos de Weibull ($N=5$). | 45 |
| 5.11 | Capacidade de canal considerando desvanecimento $\alpha-\mu$, com α fixo e vários valores de μ | 47 |
| 5.12 | Capacidade de canal considerando desvanecimento $\alpha-\mu$, com μ fixo e vários valores de α | 47 |
| 5.13 | Capacidades de canal e eficiências espectrais considerando desvanecimento $\alpha-\mu$ com $\alpha = 1,20$ e $\mu = 0,50$ | 48 |
| 5.14 | Capacidades de canal e eficiências espectrais considerando desvanecimento $\alpha-\mu$ com $\alpha = 1,20$ e $\mu = 7,0$ | 48 |
| 5.15 | BER para diferentes valores de $\bar{\gamma}_R$ para o esquema CPVR com M-QAM não codificado considerando desvanecimentos $\alpha-\mu$, com α fixo ($N=5$). | 50 |

LISTA DE TABELAS

| | | |
|-----|----------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 3.1 | Relação entre os parâmetros da distribuição α - μ e as demais distribuições. | 20 |
| A.1 | Parâmetros e respectivos valores..... | 58 |
| A.2 | Parâmetros e respectivos valores..... | 60 |

LISTA DE SÍMBOLOS, NOMENCLATURA E ABREVIACÕES

Símbolos Latinos

| | | |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------|-------|
| R | Taxa de dados | [bps] |
| W | Largura de banda do canal | [Hz] |
| N_0 | Potência do ruído | [W] |
| $P_r(\cdot)$ | Potência recebida a uma dada distância | [W] |
| P_t | Potência de transmissão | [W] |
| E_s | Energia de símbolo | [J] |
| $Q(\cdot)$ | Função Q | |
| $Q(\cdot, \cdot)$ | Função Marcum-Q | |
| $I(\cdot)$ | Função de Bessel | |
| $P_S(\cdot)$ | Probabilidade de erro de símbolo | |
| $G_{::} \left(\begin{array}{c} \cdot \\ \cdot \end{array} \middle \begin{array}{c} \cdot \\ \cdot \end{array} \right)$ | Função MeijerG | |

Símbolos Gregos

| | |
|------------------------|----------------------------------|
| γ | Razão sinal-ruído instantânea |
| $\bar{\gamma}$ | Razão sinal-ruído média |
| $\Gamma(\cdot)$ | Função Gamma |
| $\Gamma(\cdot, \cdot)$ | Função Gamma Superior Incompleta |

Nomenclatura e abreviações

| | |
|------|-----------------------------------------------------------------------------------|
| RF | Radiofrequência (<i>Radio Frequency</i>) |
| LOS | Linha de visada (<i>Line-Of-Sight</i>) |
| BER | Taxa de erro de bit (<i>Bit Error Rate</i>) |
| PDF | Função densidade de probabilidade (<i>Probability Density Function</i>) |
| CDF | Função de distribuição cumulativa (<i>Cumulative Distribution Function</i>) |
| DSB | Modulação de Banda Lateral Dupla (<i>Double Side Band</i>) |
| QAM | Modulação por Amplitudes em Quadratura (<i>Quadrature Amplitude Modulation</i>) |
| CSI | Informação de Estado do Canal (<i>Channel State Information</i>) |
| AWGN | Ruído Gaussiano Branco Aditivo (<i>Additive White Gaussian Noise</i>) |
| SNR | Razão Sinal Ruído (<i>Signal-to-Noise-Ratio</i>) |
| CPVR | Potência Constante Taxa Variável (<i>Constant Power Variable Rate</i>) |
| VPVR | Potência Variável Taxa Variável (<i>Variable Power Variable Rate</i>) |
| TDD | Duplexação por Divisão de Tempo (<i>Time-Division Duplexing</i>) |
| TDMA | Acesso Múltiplo por Divisão de Tempo (<i>Time-Division Multiple Access</i>) |

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO

Os meios de comunicação sem fio tornam-se mais populares a cada dia. A praticidade resultante da eliminação de cabos faz que o meio aéreo seja bastante atrativo aos usuários modernos. Nos últimos anos, o setor de comunicações móveis via rádio cresceu em ordem de grandeza, alimentado por melhorias na fabricação de circuitos digitais e de radiofrequência (RF), bem como pela nova integração de circuitos em grande escala e outras tecnologias de miniaturização que tornaram os equipamentos portáteis de rádio ainda menores, mais baratos e mais confiáveis. As técnicas de comutação digital facilitaram a implantação, em larga escala, de redes de comunicação fáceis de usar e a preços acessíveis. O desenvolvimento de *hardwares* de radiofrequência confiáveis, em miniatura e estado sólido nos anos 1970, acelerou a evolução das comunicações sem fio. Os dados de penetração de mercado a seguir mostram como as comunicações sem fio destinadas ao consumidor têm crescido em popularidade. A Figura 1.1 ilustra de que maneira a telefonia móvel tem se inserido em nossa vida diária em comparação com outras invenções populares do século XX. Ela mostra que os primeiros 35 anos da telefonia móvel viram pouca penetração de mercado devido ao alto custo e aos desafios tecnológicos envolvidos, mas, na última década, as comunicações sem fio foram aceitas por consumidores em uma taxa comparável à da televisão e do videocassete [1].

Desde meados da década de 1990, a indústria de comunicações por celular tem testemunhado um crescimento vertiginoso. As redes de comunicação sem fio tornaram-se muito mais difundidas do que qualquer um poderia ter imaginado quando o conceito de celular foi desenvolvido inicialmente, nas décadas de 1960 e 1970. A comunicação sem fio é uma das grandes histórias de sucesso da engenharia nos últimos 25 anos, não somente sob um ponto de vista científico, em que o progresso tem sido fenomenal, mas na dimensão do mercado e no impacto na sociedade. Empresas que eram completamente desconhecidas 25 anos atrás (Huawei e Alcatel-Lucent, por exemplo) são agora nomes conhecidos ao redor do mundo, devido aos seus produtos sem fio e, em vários países, a indústria sem fio está dominando toda a economia.

Como pode ser visto na Figura 1.2, a base mundial de assinantes de comunicação por celular tem crescido bastante nos últimos anos. O rápido crescimento mundial do número

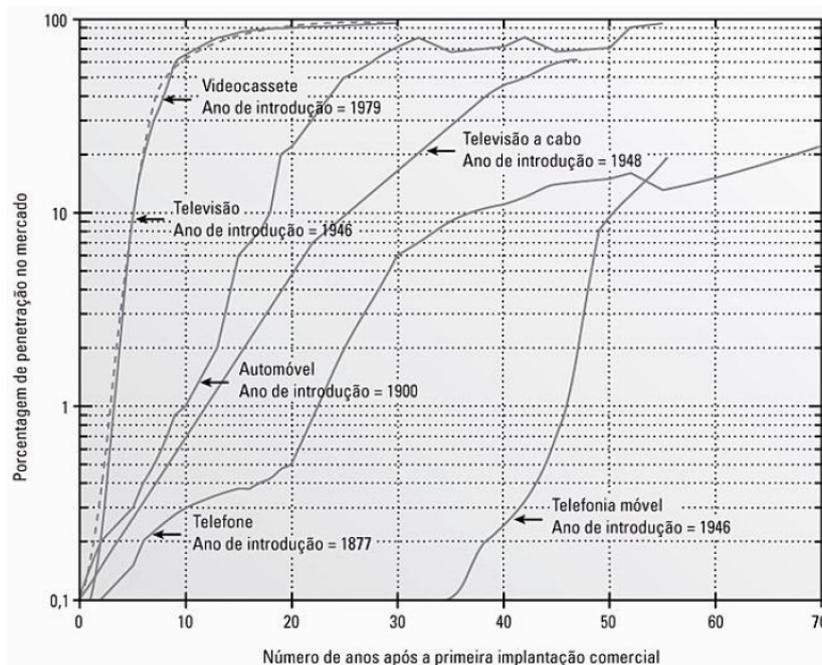


Figura 1.1: O crescimento da telefonia móvel em comparação com outras invenções populares do século XX [1].

de assinantes de telefonia celular demonstra que a comunicação sem fio é um mecanismo de transporte de voz e de dados robusto, viável. A engenharia não acontece no vácuo - as demandas das pessoas mudam o que os engenheiros desenvolvem e os produtos dos seus trabalhos influenciam como as pessoas se comportam. Hábitos de trabalho e, geralmente, mais ainda os meios de comunicação que são utilizados têm mudado devido à possibilidade de falar "em qualquer lugar, a qualquer hora". Em épocas passadas, uma pessoa não ligava para outra, nem mesmo sabia sua localização. Isso significava uma separação bastante clara entre a vida profissional e a pessoal. Devido ao celular, qualquer um pode ser encontrado a qualquer hora - alguém do trabalho pode ligar durante a noite ou algum conhecido pode ligar no meio de uma reunião. Em outras palavras, a vida pessoal e a profissional se misturam.

Por um longo período, a telefonia celular foi o segmento de mercado que caracterizou fortemente o conceito de comunicações sem fio, por ter a maior presença no cotidiano das pessoas. Recentemente, a popularização do celular e de outros dispositivos eletrônicos portáteis capazes de se conectar a redes sem fio tem conduzido a uma mudança significativa nos hábitos de vida ao redor do mundo. Apesar desses casos amplamente publicados, um grande número de aplicações menos óbvias têm sido desenvolvidas e estão começando a mudar a vida das pessoas. Redes de sensores sem fios monitoram fábricas, enlaces sem fio substituem o cabos entre computadores e teclados e sistemas de posicionamento sem fio monitoram a

localização de caminhões que têm bens identificados por etiquetas RF (do inglês, *Radio Frequency*) sem fio. Em um caso mais sério, os dispositivos sem fio e, em especial, os telefones celulares podem ser um caso de vida ou morte. Ser capaz de pedir ajuda no meio do deserto após um acidente de alpinismo é definitivamente uma funcionalidade que pode salvar vidas. Dispositivos de localização para vítimas de avalanches tem um papel benéfico similar. Essa variedade de novas aplicações causa desafios técnicos para os engenheiros de redes sem fio se tornarem maiores a cada dia.



Figura 1.2: Crescimento de assinantes de telefonia celular no mundo [2].

O sucesso generalizado do celular levou ao desenvolvimento de sistemas sem fio e padrões mais novos para muitos outros tipos de tráfego de telecomunicação além das chamadas de voz por telefone móvel. As redes celulares da próxima geração estão sendo criadas para facilitar o tráfego de comunicações de dados em alta velocidade, além das chamadas de voz. Conforme mostra a Figura 1.3, em 2019 estima-se que o tráfego global de dados atingirá a marca dos 20 exabytes mensal. Com o aumento da demanda por serviços de rede sem fio e o conseqüente aumento do uso do meio aéreo, deve-se ter bastante cautela ao se projetar um dispositivo ou uma rede que utilizará tal meio [1].

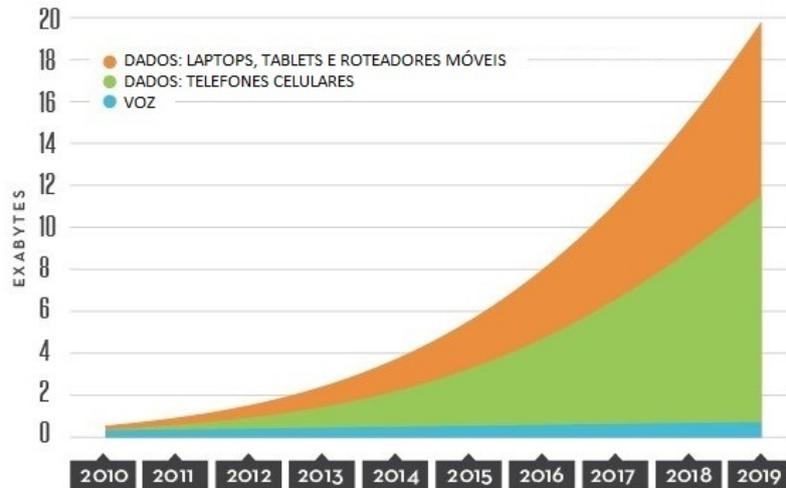


Figura 1.3: Aumento do tráfego global [3].

1.2 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

O canal de rádio impõe limitações fundamentais para o desempenho dos sistemas de comunicação sem fio. O caminho do sinal entre o emissor e o receptor pode variar desde a simples linha de visada (LOS) até um que seja seriamente obstruído por prédios, montanhas e folhagens. Diferentemente dos canais que são estacionários e previsíveis, os canais de rádio são aleatórios e não oferecem uma análise fácil. Até mesmo a velocidade do movimento influencia a rapidez com que o nível de sinal enfraquece enquanto o terminal móvel se afasta no espaço. A modelagem de canal de rádio tem sido, historicamente, uma das partes mais difíceis do projeto do sistema de rádio móvel e, normalmente, é feita de uma forma estatística, com base em medições realizadas especificamente para o sistema de comunicação ou alocação do espectro intencionado.

Os mecanismos por trás da propagação da onda eletromagnética são diversos, mas geralmente podem ser atribuídos à reflexão, difração e espalhamento. A maioria dos sistemas de rádio-celular opera em áreas urbanas onde não existe um caminho de linha de visada direta entre transmissor e receptor, e onde a presença de prédios altos causa perda severa pela difração. Devido a múltiplas reflexões de vários objetos, as ondas eletromagnéticas trafegam por diferentes caminhos de tamanhos variáveis, conforme mostrado na Figura 1.4. A interação entre essas ondas causa uma distorção de caminhos múltiplos em um local específico, e as intensidades das ondas diminuem à medida que a distância entre transmissor e receptor aumenta, conforme podemos ver na Figura 1.5 [1].

A confiabilidade das comunicações sem fio depende da qualidade do canal em desva-

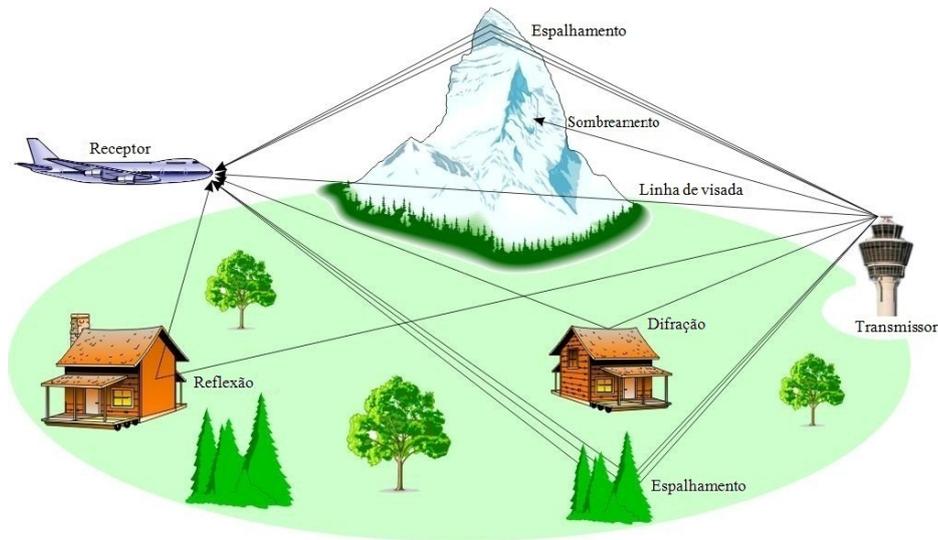


Figura 1.4: Exemplo de propagação multipercursos [4].

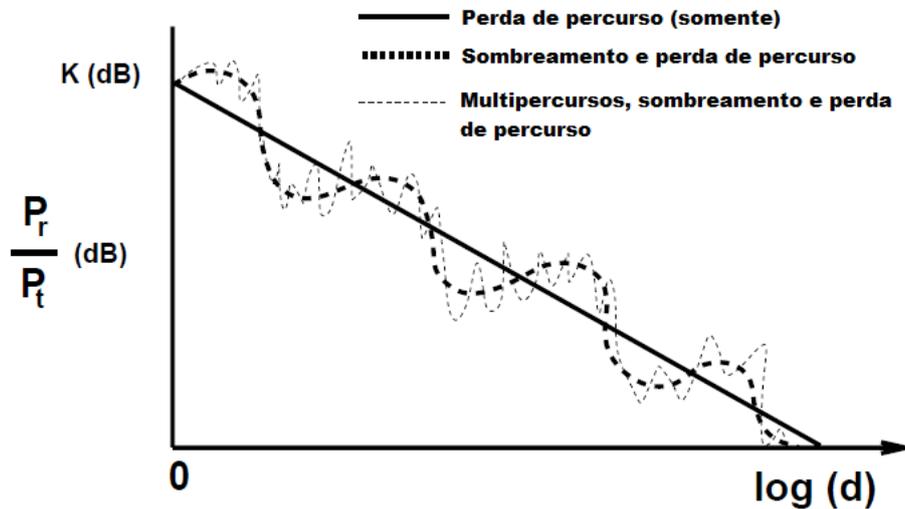


Figura 1.5: Degradação da potência do sinal com a distância [5].

hecimento. Em geral, existe uma probabilidade significativa de que o percurso de um sinal esteja em desvanecimento profundo. Técnicas baseadas em diversidade são comumente utilizadas para combater os impactos adversos do desvanecimento. A motivação inicial para aplicar técnicas de diversidade é que, se múltiplas versões do mesmo sinal transmitido passam através de canais em desvanecimento independentes, comparado com o caso de um único percurso do sinal, a probabilidade de que todas essas versões experimentem desvanecimento profundo diminui drasticamente [7]. Um sistema de comunicação sem fio que suporta técnicas de diversidade pode garantir comunicação confiável sempre que um dos múltiplos percursos do sinal for forte. Com a introdução de sistemas com múltiplas antenas e esquemas de agendamento avançados, o desvanecimento pode ser considerado como um tipo de recurso

precioso que deve ser fortemente utilizado para maximizar o desempenho total do sistema.

Em um sistema sem fio multiusuário, as antenas de diferentes usuários são frequentemente localizadas longe o suficiente uma da outra, de forma que canais de diferentes usuários experimentem desvanecimentos independentes seletivos no espaço. Se existe um alto número de usuários no sistema, então, a qualquer instante é provável que o canal de pelo menos um usuário exiba um forte ganho. Se o agendador pode ser provido com a informação de estado de canal de cada usuário individualmente, o desempenho total do sistema pode ser melhorado agendando oportunisticamente o usuário com boa qualidade de canal. Além disso, para garantir uma maior capacidade do sistema, pode-se empregar a modulação adaptativa, em que o nível de modulação e, conseqüentemente, a taxa de transmissão são alterados de acordo com as informações de estado de canal de cada usuário.

1.3 OBJETIVOS DO PROJETO

Neste projeto, procuramos atingir os seguintes objetivos:

- Investigar o desempenho de modulações adaptativas M-QAM com agendamento multiusuário em ambientes com desvanecimentos de Rayleigh, Nakagami- m , Weibull e α - μ , independentes, porém não identicamente distribuídos;
- Obter e investigar a métrica de Capacidade de Canal, considerando os modelos de desvanecimento de Rayleigh, Nakagami- m , Weibull e α - μ , em cenários com potências constantes e taxas variáveis, e potências variáveis e taxa variáveis;
- Obter e investigar a métrica de Eficiência Espectral, considerando os modelos de desvanecimento de Rayleigh, Nakagami- m , Weibull e α - μ , em cenários com potências constantes e taxas variáveis, e potências variáveis e taxa variáveis;
- Obter e investigar a métrica de Taxa de Erro de Bit, considerando os modelos de desvanecimento de Rayleigh, Nakagami- m , Weibull e α - μ , em cenários com potências constantes e taxas variáveis, e potências variáveis e taxa variáveis;

1.4 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

- Capítulo 2: Apresentação dos principais conceitos básicos necessários ao entendimento do projeto, a saber: Capacidade de Canal, Eficiência Espectral de canais sem fio, Taxa de erro de bit (BER), Modulação M-QAM, Diversidade Multiusuário e Modulação Adaptativa.
- Capítulo 3: Descrição das diversas distribuições de desvanecimento consideradas no projeto, apresentando gráficos de PDFs considerando variações nos valores dos parâmetros de cada distribuição.
- Capítulo 4: Apresentação da metodologia empregada no desenvolvimento do projeto para a geração dos resultados para ambos os esquemas CPVR e VPVR.
- Capítulo 5: Apresentação e discussão dos resultados obtidos seguindo a metodologia descrita no Capítulo 4.
- Capítulo 6: Conclusões e citação de possíveis trabalhos futuros.
- Apêndice: Cálculo das fórmulas fechadas para os esquemas CPVR e VPVR.

2 CONCEITOS BÁSICOS

2.1 CAPACIDADE DE CANAL

A crescente demanda por comunicações sem fio torna importante determinar as capacidades limites desses canais. Estes limites de capacidade ditam as máximas taxas de dados que podem ser transmitidas por meio de canais sem fio com probabilidade de erro assintoticamente pequena, supondo que não há restrição de atraso ou complexidade do codificador e do decodificador. A capacidade de canal foi primeiramente estudada por Claude Shannon no fim dos anos 40, usando uma teoria matemática de comunicações baseada na noção de informação mútua entre a entrada e saída de um canal [5]. Shannon definiu capacidade como a informação mútua maximizada através de todas as possíveis distribuições de entrada. A importância dessa construção matemática resultou do teorema da codificação de Shannon, que provou que existia um código que poderia atingir uma taxa de dados menor ou igual à capacidade com probabilidade de erro negligenciável e que qualquer taxa de dados maior que a capacidade não poderia ser atingida sem uma probabilidade de erro limitada a partir de zero. As ideias de Shannon foram bem revolucionárias naquele tempo, dadas as altas taxas de dados que ele previu serem possíveis nos canais de telefone e a noção de que codificação poderia reduzir a probabilidade de erro sem reduzir a taxa de dados ou causar expansão na largura de banda. Atualmente, modulações sofisticadas e tecnologias de codificação validadas pelo teorema de Shannon tais como aquelas nas linhas de telefone possibilitam atingir-se taxas de dados muito próximas da capacidade de Shannon com muito pouca probabilidade de erro [5].

Se ambos transmissor e receptor têm acesso às informações de estado de canal (CSI, do Inglês *Channel State Information*), então o transmissor pode adaptar sua estratégia de transmissão relativa a essa CSI, conforme o modelo mostrado na Figura 2.1. Esse modelo considera um canal discreto no tempo com um ganho estacionário e ergódico variante no tempo $\sqrt{g[i]}$, $g[i] > 0$, acrescido de um ruído AWGN $n[i]$. O ganho de potência do canal $g[i]$ segue uma dada distribuição $p(g)$; por exemplo, com um desvanecimento de Rayleigh, $p(g)$ é exponencial. A mensagem de entrada \mathbf{w} é codificada na palavra código \mathbf{x} , que é enviada do transmissor para o receptor através do canal variante no tempo como $x[i]$ no instante i . Posteriormente, o receptor reconstrói uma estimativa $\hat{\mathbf{w}}$ da mensagem transmitida

w a partir do sinal recebido. O ganho de canal $g[i]$, também chamado de CSI, muda durante a transmissão da palavra código.

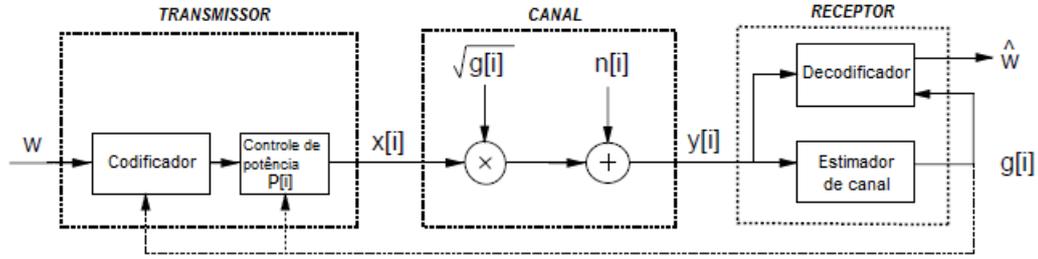


Figura 2.1: Modelo de sistema com CSI no transmissor e no receptor [5].

Denotemos \bar{P} como sendo a potência média de transmissão do sinal, $N_0/2$ a densidade espectral de potência de $n[i]$, e B a largura de banda do sinal recebido. A razão sinal-ruído (SNR, do Inglês *Signal-to-Noise-Ratio*) instantânea recebida é dada por $\gamma[i] = \bar{P}g[i]/(N_0B)$, $0 \leq \gamma[i] < \infty$, e seu valor esperado em todo o tempo é $\bar{\gamma} = \bar{P}\bar{g}/(N_0B)$. Como $\bar{P}/(N_0B)$ é uma constante, a distribuição de $g[i]$ determina a distribuição de $\gamma[i]$ e vice-versa.

A capacidade, em bits por segundo (bps), para um canal AWGN, em que a SNR recebida é constante e dada por $\gamma = P/(N_0B)$, é dada por [5]

$$C = B \log_2(1 + \gamma) . \quad (2.1)$$

Entretanto, quando a SNR recebida segue uma distribuição $p(\gamma) = p(\gamma[i] = \gamma)$, a capacidade em bps do canal em desvanecimento com CSI conhecida no transmissor e no receptor é dada por [5]

$$C = \int_0^{\infty} B \log_2(1 + \gamma) p(\gamma) d\gamma . \quad (2.2)$$

No Capítulo 4 será dada outra equação de capacidade para o caso em que a potência de transmissão $P(\gamma)$ pode variar, com γ sujeito a uma restrição de potência \bar{P} .

2.2 EFICIÊNCIA ESPECTRAL DE CANAIS SEM FIO

O desempenho de um esquema de modulação normalmente é medido em termos de sua *eficiência espectral*. Ela descreve a capacidade de um esquema de modulação acomodar dados dentro de uma largura de banda limitada. Em geral, aumentar a taxa de dados implica

diminuir a largura de pulso de um símbolo digital, o que aumenta a largura de banda do sinal. Assim, existe um relacionamento inevitável entre taxa de dados e ocupação da largura de banda. Contudo, alguns esquemas de modulação funcionam melhor que outros ao se fazer essa escolha. A eficiência espectral reflete a eficiência com que a largura de banda alocada é utilizada - e é definida como a *taxa de vazão de dados por Hertz* em determinada largura de banda. Se R é a taxa de dados em bits por segundo e B é a largura de banda ocupada pelo sinal de RF modulado, então a eficiência espectral η_w é expressa como [1]

$$\eta_w = \frac{R}{B} \text{ bps/Hz} . \quad (2.3)$$

2.3 TAXA DE ERRO DE BIT (BER)

As transmissões digitais podem sofrer degradações que causam a perda de informação, ou seja, de bits transmitidos. A forma de se mensurar tal perda é através da *taxa de erro de bit* (BER), dada por [1]

$$BER = \frac{\text{número de bits errados}}{\text{número de bits transmitidos}} . \quad (2.4)$$

2.4 MODULAÇÃO M-QAM

Os sinais modulados DSB (*Double Sideband*) ocupam duas vezes a banda requerida pelo sinal em banda base. Essa desvantagem pode ser compensada transmitindo-se dois sinais DSB usando portadoras de mesma frequência, mas em quadratura de fase, como mostrado na Figura 2.2. Nessa figura, que representa uma modulação 2-QAM, as caixas nomeadas $-\pi/2$ são deslocadores de fase, que atrasam a fase de uma entrada senoidal por $\pi/2$ rad. Se os dois sinais em banda base a serem transmitidos são $m_1(t)$ e $m_2(t)$, o sinal QAM correspondente $\varphi_{QAM}(t)$, que é a soma dos dois sinais modulados DSB, é [6]

$$\varphi_{QAM}(t) = m_1(t)\cos\omega_c t + m_2(t)\sen\omega_c t . \quad (2.5)$$

Ambos os sinais modulados ocupam a mesma banda. Os dois sinais em banda base podem ser separados no receptor por meio de detecção síncrona usando duas portadoras

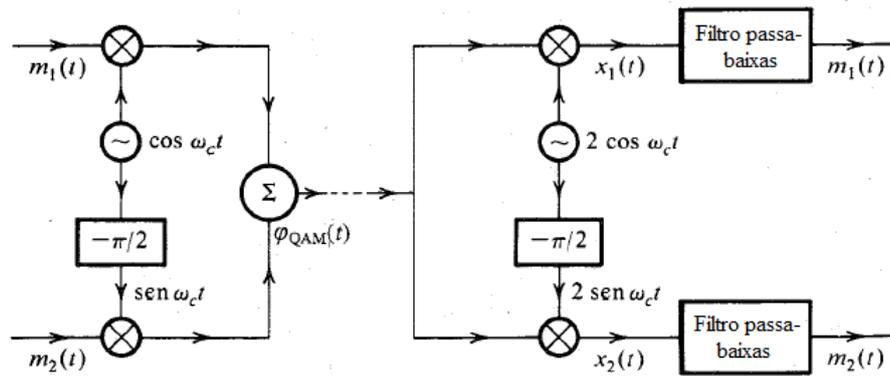


Figura 2.2: Esquemático da modulação por amplitudes em quadratura 2-QAM [6].

locais em quadratura de fase. Isto pode ser mostrado considerando-se a saída multiplicada $x_1(t)$ do ramo superior do receptor:

$$\begin{aligned}
 f(x) &= 2\varphi_{QAM}(t)\cos\omega_c t = 2[m_1(t)\cos\omega_c t + m_2(t)\text{sen}\omega_c t]\cos\omega_c t & (2.6) \\
 &= m_1(t) + m_1(t)\cos 2\omega_c t + m_2(t)\text{sen} 2\omega_c t .
 \end{aligned}$$

Os dois últimos termos são suprimidos pelo filtro passa-baixas, resultando na saída desejada $m_1(t)$. Similarmente, a saída do ramo do receptor inferior pode ser provado resultar em $m_2(t)$. Esse esquema é conhecido como **modulação por amplitudes em quadratura (QAM)** ou **multiplexação em quadratura**. Assim, dois sinais banda-base, cada um com largura de banda B Hz, podem ser transmitidos simultaneamente através de uma largura de banda $2B$ usando transmissão DSB e multiplexação em quadratura. O canal superior é também conhecido como canal **em fase (I)** e o canal inferior é conhecido como canal **em quadratura (Q)**.

A modulação QAM também pode ser convenientemente usada para sinais digitais. O modulador e o demodulador seriam os mesmos representados na Figura 2.2. Os sinais $m_1(t)$ e $m_2(t)$ são modulados por uma portadora de mesma frequência, mas em quadratura de fase. Pode-se aumentar a taxa de transmissão usando QAM M-ário. Um caso particular com $M = 16$ usa os 16 pulsos seguintes (16 símbolos):

$$\begin{aligned}
 p_i(t) &= a_i p(t) \cos \omega_c t + b_i p(t) \sin \omega_c t \\
 &= r_i p(t) \cos(\omega_c t - \theta_i), \quad i = 1, 2, \dots, 16,
 \end{aligned}
 \tag{2.7}$$

em que

$$r_i(t) = \sqrt{a_i^2 + b_i^2} \text{ e } \theta_i = \tan^{-1} \frac{b_i}{a_i}
 \tag{2.8}$$

e $p(t)$ é um pulso banda-base de forma apropriada. O sinal $p_i(t)$ pode ser gerado usando QAM e fazendo $m_1(t) = a_i p(t)$ e $m_2(t) = b_i p(t)$. Uma possível escolha de r_i e θ_i para 16 pulsos é mostrada graficamente na Figura 2.3. O pulso transmitido $p_i(t)$ pode assumir 16 formas distintas e é, portanto, um pulso 16-ário. Como $M = 16$, cada pulso pode transmitir a informação com $\log_2 16 = 4$ dígitos binários. Isto pode ser feito como segue: existem 16 sequências possíveis para quatro dígitos binários e existem dezesseis combinações (a_i, b_i) na Figura 2.3. Assim, cada sequência de 4 bits possível é transmitida por um (a_i, b_i) ou (r_i, θ_i) particular. Portanto, um sinal pulso $r_i p(t) \cos(\omega_c t - \theta_i)$ transmite 4 bits. A taxa de bits é quadruplicada sem que seja necessário um aumento na largura de banda. A taxa de transmissão pode aumentar ainda mais aumentando-se o valor de M [6].

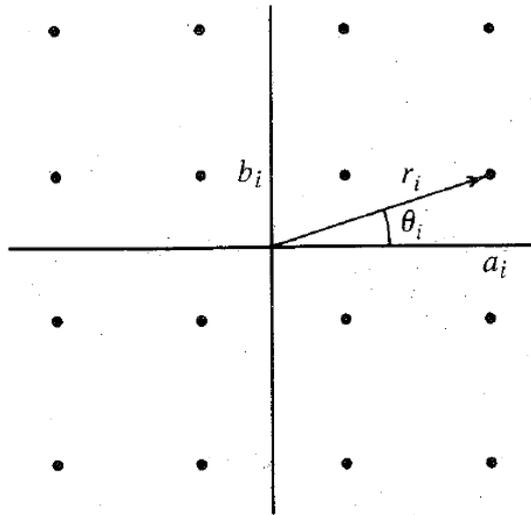


Figura 2.3: Exemplo de constelação para modulação por amplitudes em quadratura [6].

2.5 DIVERSIDADE MULTIUSUÁRIO

A diversidade multiusuário é vantajosa pelo fato de que em um sistema com muitos usuários cujos canais em desvanecimento são independentes, a qualquer momento alguns usuários terão melhores canais do que outros. Transmitindo somente para usuários com os melhores canais em um instante de tempo qualquer, os recursos do sistema são alocados para os usuários que podem melhor explorá-los, o que resulta em um aumento na capacidade e/ou desempenho do sistema. A diversidade multiusuário foi primeiramente explorada como um meio para aumentar a vazão e reduzir a probabilidade de erro nos canais de *uplink* e as mesmas ideias podem ser aplicadas aos canais de *downlink*. O conceito de diversidade multiusuário é uma extensão dos conceitos de diversidade monousuário. Em sistemas com diversidade monousuário, um enlace ponto-a-ponto consiste de múltiplos canais independentes cujos sinais podem ser combinados para aumentar o desempenho. Em diversidade multiusuário, os múltiplos canais são associados com diferentes usuários e o sistema tipicamente usa diversidade de seleção para selecionar o usuário com o melhor canal em um estado de desvanecimento qualquer. O ganho de diversidade de multiusuário depende de canais diferentes entre os usuários, de forma que, quanto maior o intervalo de desvanecimento dinâmico, maior o ganho de diversidade multiusuário. Além disso, como em qualquer técnica de diversidade, o desempenho melhora conforme o número de canais independentes aumenta. Por isso, a diversidade multiusuário é mais efetiva em sistemas com um alto número de usuários [5].

A vazão total do *downlink* no canal em desvanecimento é maximizada alocando-se toda a largura de banda do sistema para o usuário com o melhor canal em cada estado de desvanecimento. Um resultado semelhante pode ser conseguido para o desvanecimento no *uplink* se todos os usuários tiverem a mesma distribuição de desvanecimento e a mesma potência média. Se todos os usuários tiverem diferentes estatísticas de desvanecimento ou potências médias, então o canal em um estado qualquer é alocado para o usuário com o melhor ganho de canal ponderado, onde o peso depende dos ganhos de canal no dado estado, das estatísticas de desvanecimento e da restrição de potência média. A noção de agendamento de transmissões para usuários baseada em suas condições de canal é chamada de agendamento oportunístico e ele, associado com um controle de potência, pode aumentar significativamente ambas as vazões de *uplink* e *downlink*.

O agendamento oportunístico também pode melhorar o desempenho da BER. Supo-

nhamos $\gamma_k[i]$, $k = 1, \dots, K$ como sendo a SNR para cada canal do usuário no instante i . Transmitindo somente para o usuário com a maior SNR, a SNR do sistema no instante i é $\gamma[i] = \max_k \gamma_k[i]$. Em canais em desvanecimento de Rayleigh independentes e identicamente distribuídos, esta SNR máxima é aproximadamente $\ln(K)$ maior do que a SNR de qualquer usuário, conforme K cresce assintoticamente rápido, levando a um ganho de diversidade multiusuário de $\ln(K)$ [5]. Mais do que isso, se $P_S(\gamma)$ denota a probabilidade de erro de símbolo para o usuário com o melhor ganho de canal no instante i , então $P_S(\gamma)$ exibirá os mesmos ganhos de diversidade que a diversidade combinação-seleção em um sistema monousuário, conforme comparado com a probabilidade de erro associada com cada usuário. Conforme o número de usuários no sistema aumenta, a probabilidade de erro se aproxima daquela do canal AWGN sem desvanecimento, análogo ao aumento do número de ramos na diversidade combinação-seleção monousuário [5].

2.6 MODULAÇÃO ADAPTATIVA

Modulação adaptativa associada à codificação permite transmissão robusta e espectralmente eficiente através de canais variantes no tempo. A premissa básica é estimar o canal no receptor e enviar essa estimativa de volta ao transmissor, de forma que o esquema de transmissão possa ser adaptado de acordo com as características do canal. Técnicas de modulação e codificação que não se adaptam às condições de desvanecimento requerem uma margem fixa no enlace para manter um desempenho aceitável quando a qualidade do canal é pobre. Assim, esses sistemas são efetivamente projetados para os piores casos de condição do canal. Como o desvanecimento de Rayleigh pode causar uma perda na potência do sinal de 30 dB ou mais [5], o projeto considerando o pior caso para as condições do canal pode resultar em uma utilização muito ineficiente do canal. Adaptando-se a modulação ao desvanecimento do canal pode-se aumentar a vazão média, reduzir a potência de transmissão requerida, ou reduzir a probabilidade de erro de bit média tirando-se vantagem das condições favoráveis do canal para transmitir a altas taxas ou baixa potência, e reduzir a taxa de dados ou aumentar a potência conforme o canal se degrada.

Existem muitas restrições práticas que determinam quando a modulação adaptativa deve ser usada. Geralmente, ela requer um caminho de retorno entre o transmissor e o receptor, que não deve ser atingível por alguns sistemas. Há, entretanto, casos em que um caminho de retorno não é necessário, como no caso da duplexação por divisão de tempo (TDD, do

Inglês *Time-Division Duplexing*). Além disso, se o canal está mudando mais rápido do que pode ser confiavelmente estimado e dado o retorno para o transmissor, as técnicas adaptativas terão um baixo desempenho. Muitos canais sem fio exibem variações em diferentes escalas de tempo, como, por exemplo, o desvanecimento multipercursos, que pode mudar muito rapidamente, e o sombreamento, que pode mudar mais lentamente. Frequentemente, somente as variações lentas podem ser rastreadas e adaptadas, caso em que uma mitigação do desvanecimento de longo prazo é necessária para enfrentar os efeitos dos multipercursos. Restrições de *hardware* podem ditar com que frequência o transmissor pode mudar sua taxa de transmissão e/ou potência, e isso deve limitar os ganhos de desempenho possíveis com a modulação adaptativa. Finalmente, a modulação adaptativa tipicamente varia a taxa de transmissão de dados de acordo com as condições do canal [5].

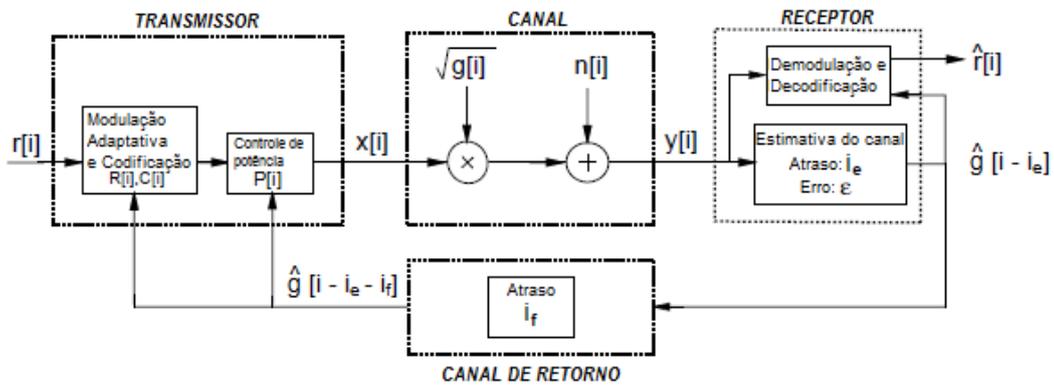


Figura 2.4: Modelo de um sistema de comunicação adaptativo [5].

2.7 CONCLUSÕES

Neste capítulo foram apresentados os conceitos básicos envolvidos no desenvolvimento deste trabalho, a saber: capacidade de canal, eficiência espectral de canais sem fio, taxa de erro de bit, modulação de amplitude em quadratura, diversidade multiusuário e modulação adaptativa. No próximo capítulo, será apresentada a distribuição de desvanecimento α - μ , bem como as distribuições que podem ser obtidas a partir dela.

3 DISTRIBUIÇÕES DE DESVANECIMENTO

3.1 ASPECTOS GERAIS

A propagação de ondas eletromagnéticas por meio de canais sem fio é um fenômeno que, geralmente, é difícil de ser descrito com modelos simples. Os objetos presentes no ambiente causam reflexão, difração e espalhamento das ondas eletromagnéticas. Um canal sem fio normalmente é caracterizado por três aspectos, que são: perda de percurso, sombreamento e multipercursos.

Os modelos de propagação tradicionalmente têm focado a previsão de uma intensidade média do sinal recebido a determinada distância do transmissor, além da variabilidade da intensidade do sinal em áreas próximas a um local em particular. Os modelos de propagação que prevêem a intensidade média do sinal para uma distância de separação transmissor-receptor (T-R) qualquer são úteis na estimativa da área de cobertura de rádio de um transmissor e são chamados **modelos de propagação em larga escala**, pois caracterizam a intensidade do sinal para grandes distâncias de separação T-R (várias centenas ou milhares de metros). Entretanto, modelos de propagação que caracterizam as flutuações rápidas da intensidade do sinal recebido para distâncias muito curtas (alguns comprimentos de onda) ou para curtas durações (na ordem de segundos) são chamados **modelos em pequena escala**. [1]

O modelo de perda de percurso estima o decaimento da potência do sinal relacionada à distância de separação entre o transmissor e o receptor. O modelo de sombreamento complementa o de perda de percurso na caracterização do desvanecimento em larga escala, representando as variações lentas da intensidade média de sinal em determinado local, que resultam da presença de grandes objetos, tais como construções, montanhas e veículos. De acordo com estudos empíricos, o desvanecimento do sinal devido ao sombreamento pode ser descrito pela conhecida distribuição log-normal [1].

A propagação em multipercursos caracteriza o desvanecimento em pequena escala, sendo os principais efeitos:

- Mudanças rápidas na intensidade do sinal em uma pequena distância ou intervalo de tempo.
- Modulação de frequência aleatória por causa de mudanças Doppler variáveis em dife-

rentes sinais de caminho múltiplo.

- Dispersão de tempo (ecos) causada por atrasos de propagação de caminho múltiplo.

Em áreas urbanas construídas, o desvanecimento ocorre porque a altura das antenas móveis é menor que a altura das estruturas ao redor, de modo que não existe um único caminho de linha de visada para a estação-base. Até mesmo quando existe uma linha de visada, os multipercursos ainda ocorrem devido a reflexões no solo e nas estruturas ao redor. As ondas de rádio chegam de diferentes direções com diferentes atrasos de propagação. O sinal recebido pela estação móvel em qualquer ponto no espaço pode consistir de um grande número de ondas planas com amplitudes, fases e ângulos de chegada distribuídos aleatoriamente. Essas componentes de multipercursos se combinam vetorialmente na antena receptora e podem fazer com que o sinal recebido pela estação móvel se distorça ou seja atenuado. Até mesmo quando um receptor móvel é estacionário, o sinal recebido pode ser atenuado devido ao movimento dos objetos ao redor no canal de rádio.

Se os objetos no canal de rádio forem estáticos e o movimento for considerado apenas devido ao da estação móvel, então o desvanecimento é puramente um fenômeno espacial. As variações espaciais do sinal resultante são vistas como variações temporais pelo receptor enquanto ele se move pelo campo de multipercursos. Por conta dos efeitos construtivos e destrutivos das ondas de multipercursos somando-se em vários pontos do espaço, um receptor movendo-se em alta velocidade pode passar por várias atenuações em um pequeno período de tempo. Em um caso mais sério, um receptor pode parar em um local específico em que o sinal recebido estará em uma atenuação profunda. Nesse caso, manter boas comunicações pode ser muito difícil, embora veículos passando ou pessoas caminhando nas vizinhanças da estação móvel possam, em geral, alterar o padrão do campo eletromagnético, diminuindo assim a probabilidade de que o sinal recebido permaneça em um nulo profundo por um longo período de tempo. Antenas com diversidade espacial podem impedir atenuação de nulos profundos. [1]

Quando o desvanecimento afeta sistemas de banda estreita, a amplitude da portadora recebida é modulada por uma amplitude de desvanecimento r , em que r é uma variável aleatória com valor quadrático médio $\Omega = \overline{r^2}$ e função de densidade de probabilidade (PDF) $p_R(r)$, que é dependente da natureza do ambiente de propagação de rádio. Depois de passar pelo canal em desvanecimento, o sinal é perturbado no receptor por um ruído gaussiano aditivo branco (AWGN), que é tipicamente assumido como sendo estatisticamente indepen-

dente da amplitude de desvanecimento r e que é caracterizado por uma densidade espectral de potência unilateral N_0 Watts/Hertz. Equivalentemente, a potência instantânea do sinal recebido é modulada por r^2 . Então, define-se a razão sinal-ruído instantânea (SNR) por símbolo como $\gamma = r^2 E_s / N_0$ e a SNR média por símbolo define-se como $\bar{\gamma} = \Omega E_s / N_0$, em que E_s é a energia por símbolo. Além disso, a PDF de γ é obtida introduzindo-se uma mudança de variáveis na expressão para a PDF $p_R(r)$ do desvanecimento, seguindo a fórmula [8]

$$p_\gamma(\gamma) = \frac{p_R\left(\sqrt{\frac{\Omega\gamma}{\bar{\gamma}}}\right)}{2\sqrt{\frac{\gamma\bar{\gamma}}{\Omega}}} . \quad (3.1)$$

Existem várias distribuições que modelam o desvanecimento de pequena escala do sinal. Neste projeto, serão utilizadas as distribuições α - μ , Rayleigh, Weibull, Nakagami- m e suas principais características serão apresentadas a seguir.

3.2 DISTRIBUIÇÃO α - μ

Há um grande número de distribuições que bem descrevem as estatísticas do sinal de rádio móvel. A variação longo-termo do sinal é sabida seguir a distribuição Lognormal, enquanto que a variação curto-termo do sinal é descrita por várias outras distribuições, tais como Hoyt, Rayleigh, Rice, Nakagami- m , Weibull. É amplamente aceito que a intensidade da componente de percurso em qualquer atraso é caracterizada pelas distribuições curto-termo através de dimensões espaciais de poucas centenas de comprimentos de onda, e pela distribuição Lognormal através de áreas cujas dimensões são muito maiores. Entre as distribuições de desvanecimento de pequena escala, atenção especial tem sido dada à distribuição Nakagami- m devido a sua fácil manipulação e ampla aplicabilidade. Embora, em geral, tem sido descoberto que as estatísticas de desvanecimento para o canal de rádio móvel devem ser bem caracterizadas pela Nakagami- m , situações são facilmente encontradas em que outras distribuições tais como Hoyt, Rice e Weibull apresentam melhores resultados [9–12]. Mais importante, situações são encontradas em que nenhuma distribuição parece ajustar adequadamente os dados experimentais, embora uma ou outra apresentem um ajuste moderado. Algumas pesquisas até mesmo questionam o uso da distribuição Nakagami- m porque sua cauda não parece resultar em um bom ajuste dos dados experimentais, sendo que o melhor ajuste se dá em torno da média ou mediana.

As distribuições de desvanecimento mais bem conhecidas foram derivadas assumindo-se um campo de espalhamento e difusão homogêneo, resultantes de pontos de espalhamento aleatoriamente distribuídos. A suposição de um campo de espalhamento e difusão homogêneo certamente é uma aproximação, porque as superfícies são espacialmente correlatas caracterizando um ambiente não linear. Com o objetivo de explorar a não linearidade do meio de propagação, uma distribuição de desvanecimento geral - a distribuição α - μ - foi proposta [13]. Essa distribuição era considerada nova, mas ela é, de fato, uma versão reescrita da distribuição Gamma generalizada (naquele tempo desconhecida pelo autor), que foi primeiramente proposta por Stacy [14]. Nas próprias palavras de Stacy [14], o objetivo da sua proposta era "conceber uma generalização da distribuição Gamma", que "em essência... é realizada fornecendo um parâmetro positivo incluso como um expoente no fator exponencial da distribuição Gamma". O trabalho de Stacy não foi conectado nem com uma aplicação específica nem com um modelo físico de qualquer fenômeno dado, sendo puramente um problema matemático em que algumas propriedades estatísticas de uma versão generalizada da distribuição Gamma foram investigadas. A derivação da distribuição α - μ , em contraste, tem como sua base um modelo de desvanecimento. Por esta razão, seus parâmetros são diretamente associados com as propriedades físicas do meio de propagação. A distribuição Stacy (Gamma generalizada) ou distribuição α - μ é geral, flexível, e tem um fácil manuseio matemático. Ela inclui importantes distribuições como a Gamma (e suas versões discretas Erlang e Chi-Quadrado central), Nakagami- m (e sua versão discreta Chi), Exponencial, Weibull, Gaussiana unilateral e Rayleigh. Sua densidade, frequência cumulativa, e momentos aparecem em simples expressões de forma fechada.

Todas essas características fazem da distribuição α - μ muito atrativa. Usando o modelo de desvanecimento como proposto em [13], uma profunda caracterização da distribuição α - μ pode ser alcançada. Assim, a α - μ pode ser utilizada para modelar ambientes NLOS que exigem uma maior flexibilidade no ajuste das curvas das PDFs da SNR.

Para um sinal de desvanecimento com envoltória R , um parâmetro arbitrário $\alpha > 0$ e um valor médio α -raiz $\hat{r} = \sqrt[\alpha]{E(R^\alpha)}$, a função de densidade de probabilidade $f_R(r)$ de R é escrita como [13]

$$f_R(r) = \frac{\alpha \mu^\mu r^{\alpha\mu-1}}{\hat{r}^{\alpha\mu} \Gamma(\mu)} \exp \left[-\mu \frac{r^\alpha}{\hat{r}^\alpha} \right], \quad (3.2)$$

em que μ é o inverso da variância normalizada de R^α .

A CDF da distribuição α - μ , $F_R(r)$, para o envelope R é dada por

$$F_R(r) = 1 - \frac{\Gamma\left(\mu, \mu \frac{r^\alpha}{\hat{r}^\alpha}\right)}{\Gamma(\mu)}, \quad (3.3)$$

em que $\Gamma(a, x) = \int_x^\infty t^{a-1} e^{-t} dt$ é a função Gamma superior incompleta. Sabemos que $r^2 = \gamma$, $\hat{r}^2 = \bar{\gamma}$ e $f_\gamma(\gamma) = f_R(r) \frac{dr}{d\gamma}$; logo, por meio de uma substituição de variáveis, a PDF e a CDF para a SNR instantânea são dadas por

$$f_\gamma(\gamma) = \frac{\alpha \mu^\mu \gamma^{\frac{\alpha\mu}{2}-1}}{2\bar{\gamma}^{\frac{\alpha\mu}{2}} \Gamma(\mu)} \exp\left[-\mu \left(\frac{\gamma}{\bar{\gamma}}\right)^{\frac{\alpha}{2}}\right] \quad (3.4)$$

e

$$F_\gamma(\gamma) = 1 - \frac{\Gamma\left(\mu, \mu \left(\frac{\gamma}{\bar{\gamma}}\right)^{\frac{\alpha}{2}}\right)}{\Gamma(\mu)}. \quad (3.5)$$

A distribuição Weibull pode ser obtida da distribuição α - μ escolhendo $\mu = 1$. A partir da distribuição Weibull, e tomando-se $\alpha = 2$, resulta na distribuição Rayleigh. Ainda a partir da distribuição Weibull, a distribuição exponencial negativa é obtida fazendo $\alpha = 1$. A distribuição Nakagami- m pode ser obtida a partir da distribuição α - μ estabelecendo $\alpha = 2$. A partir da distribuição Nakagami- m , selecionando $\mu = 1$, obtemos a distribuição de Rayleigh. Ainda partindo da distribuição Nakagami- m , a distribuição Gaussiana unilateral é obtida selecionando $\mu = 1/2$ [13].

Tabela 3.1: Relação entre os parâmetros da distribuição α - μ e as demais distribuições.

| Distribuição | α | μ |
|----------------------|------------|-------|
| Weibull | α_w | 1 |
| Exponencial negativa | 1 | 1 |
| Rayleigh | 2 | 1 |
| Nakagami- m | 2 | m |
| Gaussiana unilateral | 2 | 1/2 |

O modelo de desvanecimento para a distribuição α - μ considera um sinal composto de *clusters* de ondas de multipercursos propagando em um ambiente não-homogêneo. Dentro de qualquer um dos *clusters*, as fases das ondas espalhadas são aleatórias e tem atrasos similares com o espalhamento de tempo de atraso sendo relativamente grande. Os *clusters* de ondas de multipercursos são supostos terem as ondas espalhadas com potências idênticas. O envelope resultante é obtido como uma função não-linear do módulo da soma dos compo-

nentes de multipercursos. Tal não-linearidade é manifestada em termos de um parâmetro de potência, tal que a intensidade resultante do sinal é obtida não simplesmente como o módulo da soma dos componentes de multipercursos, mas como este módulo para um dado expoente.

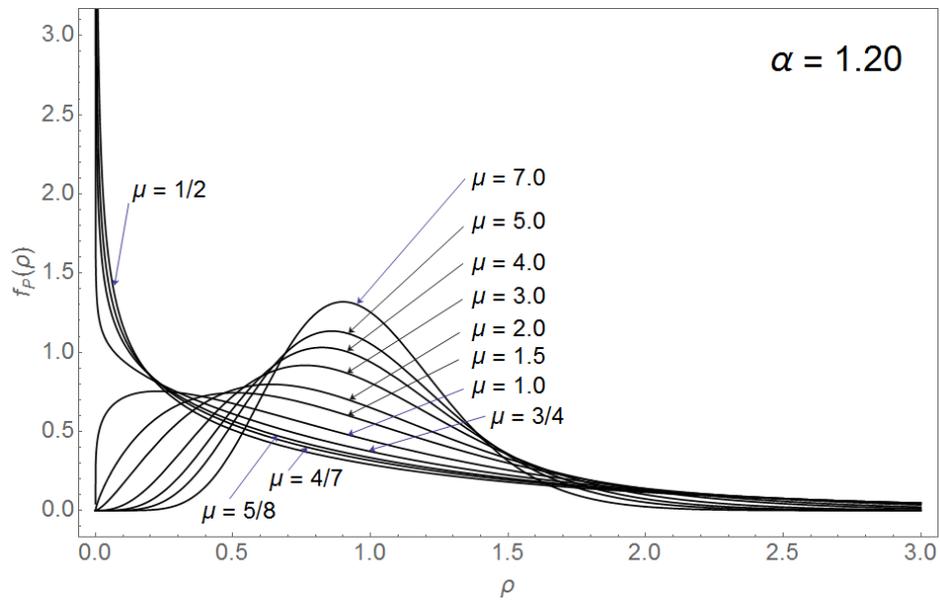


Figura 3.1: PDFs da distribuição α - μ com $\alpha = 1.20$ e considerando vários valores de μ .

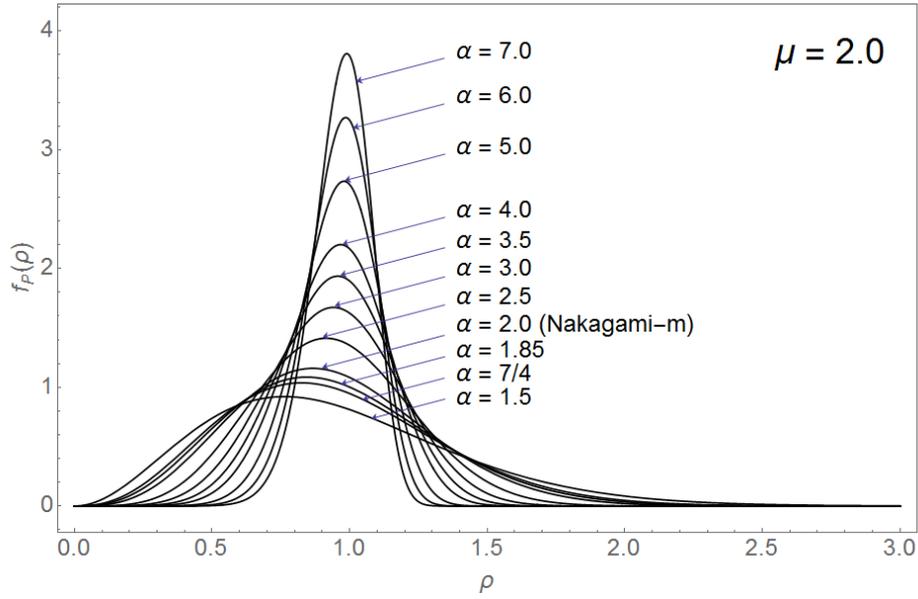


Figura 3.2: PDFs da distribuição α - μ com $\mu = 2.0$ e considerando vários valores de α .

3.3 DISTRIBUIÇÃO DE RAYLEIGH

A distribuição de Rayleigh é frequentemente utilizada para modelar desvanecimento multipercursos sem linha de visada direta (NLOS). O desvanecimento de Rayleigh tipicamente se encaixa muito bem com dados experimentais para sistemas móveis quando não existe linha de visada direta entre as antenas transmissora e receptora [15]. Ele também se aplica à propagação de percursos refletidos e refratados através da troposfera [16] e ionosfera [17, 18], e para enlaces de rádio entre navios [19]. A amplitude de desvanecimento r do canal é distribuída de acordo com [8]

$$p_R(r) = \frac{2r}{\Omega} \exp\left[-\frac{r^2}{\Omega}\right], \quad r \geq 0. \quad (3.6)$$

Substituindo a Eq. (3.1) na Eq. (3.6), a SNR instantânea por símbolo do canal, γ , é obtida de acordo com uma distribuição exponencial dada por [8]

$$p_\gamma(\gamma) = \frac{1}{\bar{\gamma}} \exp\left[-\frac{\gamma}{\bar{\gamma}}\right], \quad \gamma \geq 0. \quad (3.7)$$

A função de distribuição acumulada (CDF) correspondente é dada por

$$P_\gamma(\gamma) = 1 - \exp\left[-\frac{\gamma}{\bar{\gamma}}\right]. \quad (3.8)$$

É bem conhecido que a envoltória da soma de dois sinais de ruído de quadratura gaussiana obedece a uma distribuição de Rayleigh. A Figura 3.3 mostra o gráfico da PDF da distribuição de Rayleigh e a Figura 3.4 mostra a envoltória de um sinal distribuído de Rayleigh como uma função do tempo.

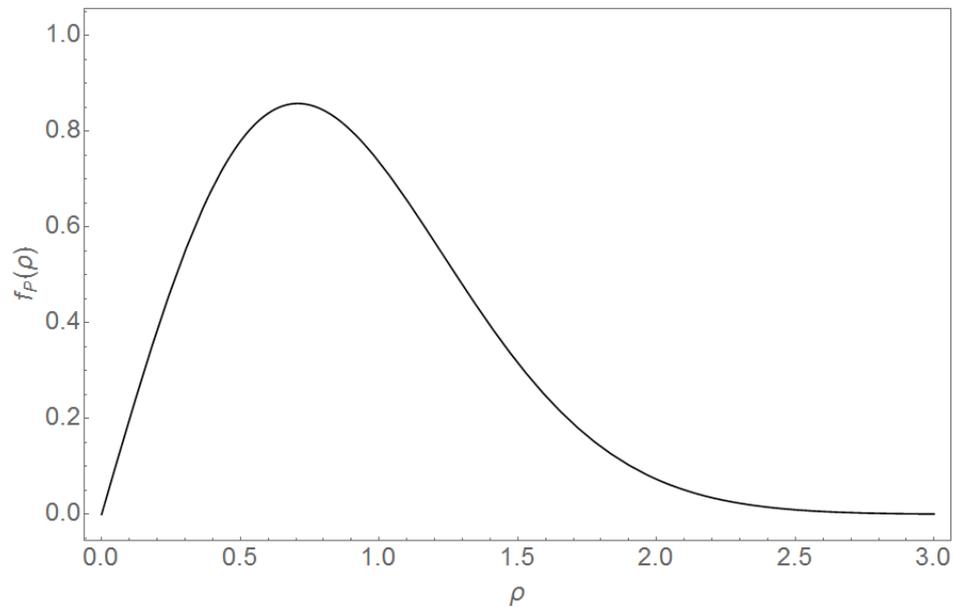


Figura 3.3: PDF da distribuição de Rayleigh

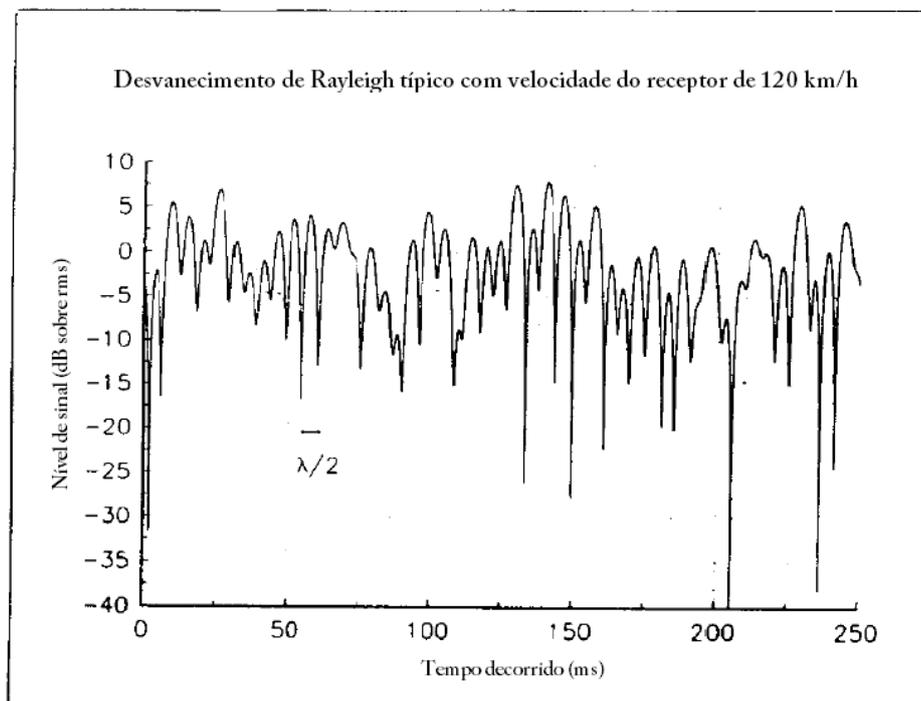


Figura 3.4: Exemplo de um canal com desvanecimento de Rayleigh [1].

3.4 DISTRIBUIÇÃO DE NAKAGAMI- M

A função de densidade de probabilidade da distribuição Nakagami- m é, em essência, uma distribuição chi-quadrado central dada por [20]

$$p_R(r) = \frac{2m^m r^{2m-1}}{\Omega^m \Gamma(m)} \exp\left[-\frac{mr^2}{\Omega}\right], \quad r \geq 0, \quad (3.9)$$

em que m é o parâmetro de desvanecimento Nakagami- m , que varia de $1/2$ a ∞ . A Figura 2.4 mostra a PDF da distribuição Nakagami- m para $\Omega = 1$ e vários valores do parâmetro m . Aplicando a Eq. (3.1) à Eq. (3.9), a SNR por símbolo, γ , é distribuída de acordo com a distribuição Gamma, sendo dada por [8]

$$p_\gamma(\gamma) = \left(\frac{m}{\bar{\gamma}}\right)^m \frac{\gamma^{m-1}}{\Gamma(m)} \exp\left[-\frac{m}{\bar{\gamma}}\gamma\right], \quad \gamma \geq 0. \quad (3.10)$$

A CDF da distribuição Nakagami- m é dada por

$$P_\gamma(\gamma) = 1 - \frac{\Gamma\left(m, \frac{m}{\bar{\gamma}}\gamma\right)}{\Gamma(m)}, \quad \gamma \geq 0. \quad (3.11)$$

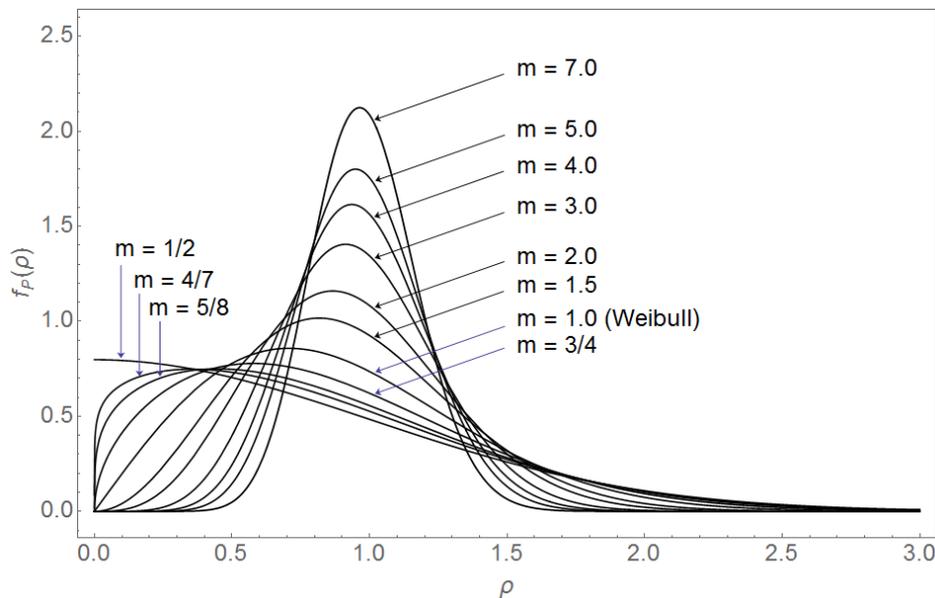


Figura 3.5: PDFs da distribuição de Nakagami- m considerando vários parâmetros de desvanecimento

3.5 DISTRIBUIÇÃO DE WEIBULL

A distribuição Weibull é outra descrição matemática de um modelo de probabilidade para caracterização da amplitude do desvanecimento em um ambiente multipercorso. A PDF da distribuição Weibull é dada por [8]

$$p_R(r) = \alpha_w \left(\frac{\Gamma(1 + \frac{2}{\alpha_w})}{\Omega} \right)^{\frac{\alpha_w}{2}} r^{\alpha_w - 1} \exp \left[- \left(\frac{r^2}{\Omega} \Gamma \left(1 + \frac{2}{\alpha_w} \right) \right)^{\frac{\alpha_w}{2}} \right], \quad r \geq 0, \quad (3.12)$$

em que α_w é o parâmetro relacionado às não linearidades do meio de propagação, oferecendo flexibilidade às curvas, assim como na distribuição de Nakagami- m . A CDF correspondente é

$$P_R(r) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{r^2}{\Omega} \Gamma \left(1 + \frac{2}{\alpha_w} \right) \right)^{\frac{\alpha_w}{2}} \right], \quad r \geq 0. \quad (3.13)$$

Quando $\alpha_w = 2$, a Weibull descreve a distribuição de Rayleigh, e quando $\alpha_w = 1$, ela descreve a distribuição exponencial. Aplicando a Eq. (3.1) na Eq. (3.12), a SNR por símbolo (γ) tem PDF e CDF dadas por

$$p_\gamma(\gamma) = \frac{\alpha_w}{2} \left(\frac{\Gamma(1 + \frac{2}{\alpha_w})}{\bar{\gamma}} \right)^{\frac{\alpha_w}{2}} \gamma^{\frac{\alpha_w}{2} - 1} \exp \left[- \left(\frac{\gamma}{\bar{\gamma}} \Gamma \left(1 + \frac{2}{\alpha_w} \right) \right)^{\frac{\alpha_w}{2}} \right], \quad \gamma \geq 0 \quad (3.14)$$

e

$$P_\gamma(\gamma) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{\gamma}{\bar{\gamma}} \Gamma \left(1 + \frac{2}{\alpha_w} \right) \right)^{\frac{\alpha_w}{2}} \right], \quad \gamma \geq 0. \quad (3.15)$$

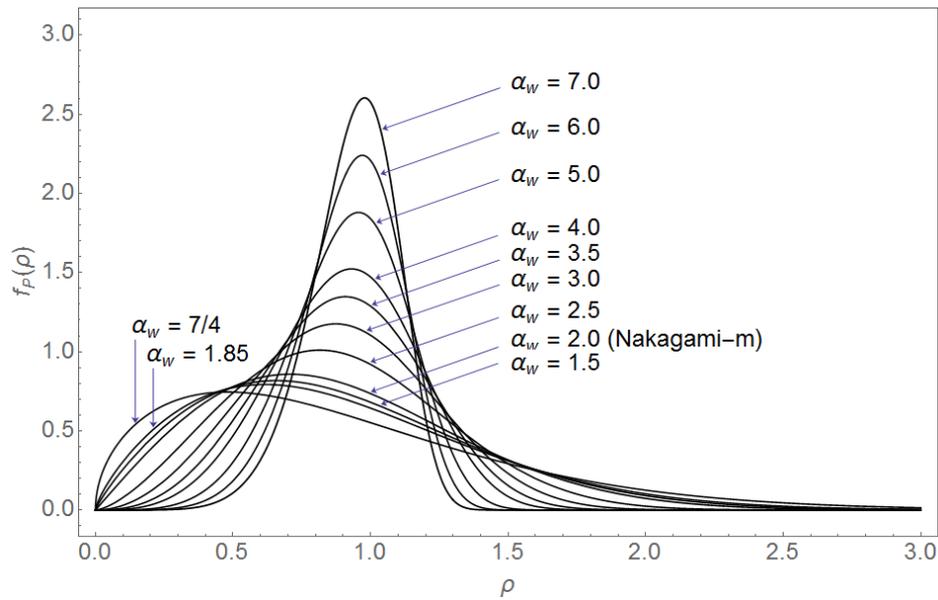


Figura 3.6: PDFs da distribuição de Weibull considerando vários parâmetros de desvanecimento

3.6 CONCLUSÕES

Neste capítulo foram introduzidos alguns conceitos básicos relacionados à propagação de sinais em canais sem fio. Foram explicados os desvanecimentos de larga e de pequena escala e foram dados vários exemplos de distribuições utilizadas para caracterizá-los. No próximo capítulo, serão apresentadas as equações de capacidade de canal, eficiência espectral e taxa de erro de bit para os dois diferentes esquemas de potência e taxa de transmissão.

4 CAPACIDADE DE CANAL, EFICIÊNCIA ESPECTRAL E TAXA DE ERRO DE BIT COM ESQUEMAS CPVR E VPVR

Este capítulo descreve o cenário considerado no estudo semi-analítico realizado, bem como as equações e procedimentos adotados para a geração dos resultados.

4.1 ASPECTOS GERAIS

Para atender a crescente demanda por serviços de comunicação sem fio com o espectro relativamente escasso que temos, esquemas de modulação adaptativa têm sido propostos nas duas últimas décadas como um método efetivo de aumento da eficiência no uso do espectro. Quando as informações do estado do canal (CSI) podem ser estimadas e essa estimativa pode ser enviada de volta para o transmissor, a taxa de transmissão e a potência podem ser adaptadas relativamente às características do canal para atingir um melhor desempenho. Em [21], a capacidade do canal com CSI foi derivada tanto para transmissões com potência constante e taxa variável (CPVR) quanto para transmissões com potência variável e taxa variável (VPVR). Em [22], um esquema de modulação M-ária com amplitudes em quadratura (M-QAM) foi proposto para transmissão de dados através de canais em desvanecimento. Em [23], uma adaptação com taxa variável para M-QAM com alocação de potência constante foi analisada através de canais generalizados de desvanecimento.

Em um ambiente multiusuário com uma única célula, a diversidade multiusuário tira vantagem da variabilidade dos canais de desvanecimento para melhorar a eficiência espectral total. Por exemplo, considere que um elevado número de usuários experimentando condições de desvanecimento variantes no tempo está ativamente transmitindo ou recebendo dados em uma determinada célula. Concedendo-se acesso somente ao usuário com a melhor qualidade de transmissão, nós podemos atingir um ganho de diversidade de tal forma que um aumento na capacidade do canal e na eficiência espectral podem ser alcançados. Diferentes algoritmos de agendamento multiusuário foram propostos em [24] e [25] para escolher o melhor usuário e reduzir a carga de retorno. Neste projeto, nós simplesmente selecionamos o usuário com a maior razão sinal-ruído instantânea para desempenhar a transmissão de dados, conforme demonstrado na Figura 4.1. Com o melhor usuário selecionado, nós analisamos a

capacidade média do canal e a eficiência espectral para ambos os esquemas CPVR e VPVR com M-QAM através de canais generalizados de desvanecimento independentes, mas não necessariamente identicamente distribuídos (i.n.i.d).

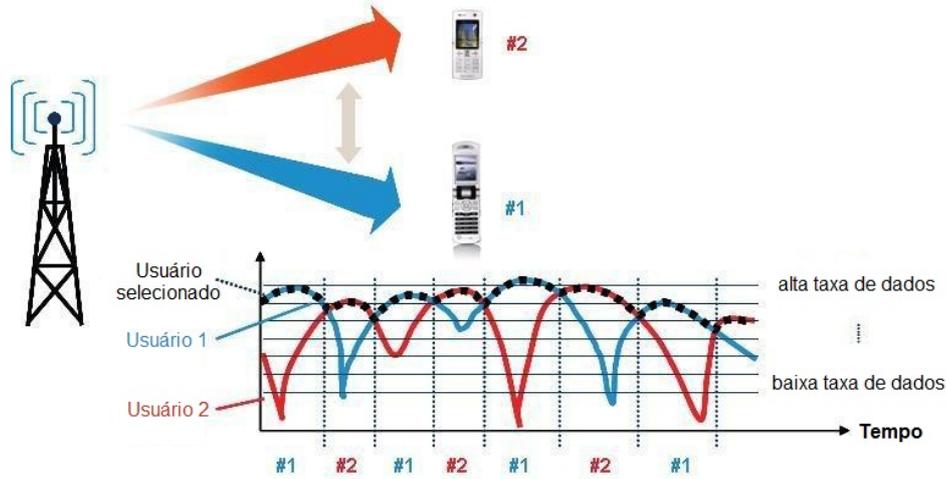


Figura 4.1: Diversidade multiusuário com seleção do melhor usuário.

A operação dos esquemas CPVR e VPVR necessitam de uma estimação de canal precisa no receptor, um caminho de retorno confiável entre o estimador e o receptor, e um tempo de atraso negligenciável. Além disso, um eficiente esquema de controle de erros é, portanto, necessário para assegurar o acesso do transmissor às informações de estado do canal. Neste projeto, assumimos perfeita estimação do canal e um retorno confiável. [26]

Considere um ambiente multiusuário com uma única célula com N usuários uniformemente distribuídos em uma célula de raio R centrada em torno de uma estação base, conforme ilustrado na Figura 4.2. Nesse caso, a SNR média $\bar{\gamma}$ para cada usuário é assumida ter distribuição Lognormal com um desvio padrão de sombreamento de θ dB e uma SNR média $\bar{\gamma}_R$ a uma distância R , bem como um valor médio seguindo um modelo de perda de percurso exponencialmente decrescente com um expoente ζ . A função de densidade de probabilidade (PDF) para a SNR média $\bar{\gamma}$ é dada por [27, 28]

$$f_{\bar{\gamma}}(\bar{\gamma}) = \frac{2}{c} \exp \left[\frac{2\theta^2 - 2c(\bar{\gamma} - \bar{\gamma}_R)}{c^2} \right] Q \left(\frac{2\theta^2 - c(\bar{\gamma} - \bar{\gamma}_R)}{c\theta} \right), \quad (4.1)$$

em que $c = 10\zeta \log_{10}(e)$ é o parâmetro de perda de percurso exponencial e $Q(\cdot)$ é a função Q gaussiana, que é definida como sendo a probabilidade da cauda da distribuição normal padrão, isto é, $Q(x) = 1/\sqrt{2\pi} \int_x^\infty \exp(-u^2/2) du$.

O sistema utiliza a técnica de acesso múltiplo por divisão de tempo (TDMA, do Inglês

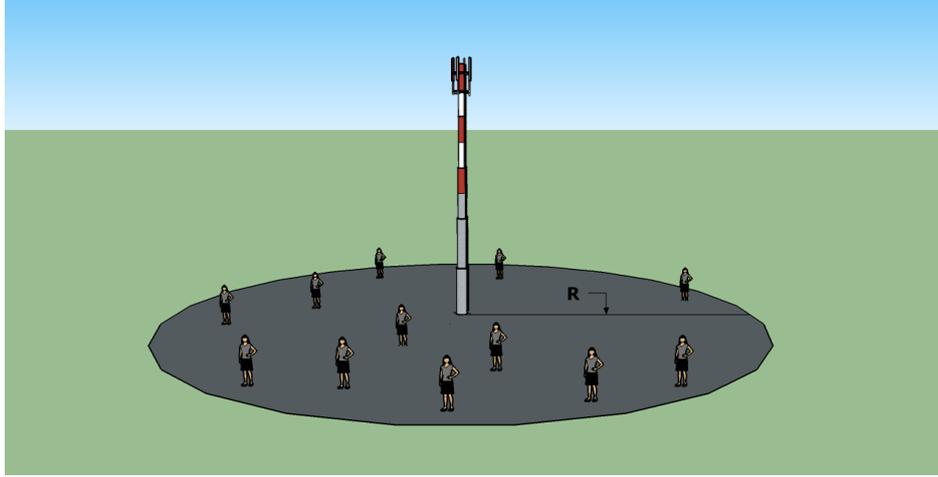


Figura 4.2: Célula de raio R com N usuários uniformemente distribuídos.

Time-Division Multiple Access). No começo de cada espaço de tempo, o usuário com a maior SNR instantânea é selecionado para desempenhar a transmissão de dados naquele espaço de tempo. Denotemos γ_i como sendo a SNR instantânea para o i -ésimo usuário e b denota o melhor usuário selecionado tal que $b = \operatorname{argmax}_{i \in \mathbb{R}} \{\gamma_i\}$, onde $\mathbb{R} = \{1, 2, \dots, N\}$. Nós podemos então escrever $\gamma_b = \max\{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_N\}$.

Agora suponhamos que os canais entre os usuários e a estação base estejam variando lentamente e desvanecendo suavemente, tal que as condições do canal mudam a uma taxa que é muito mais lenta que a taxa de símbolos. Neste caso, o canal permanece grosseiramente constante através de centenas de símbolos.

Para canais de desvanecimento α - μ a SNR instantânea γ_i para cada usuário tem função de distribuição de probabilidade dada por [13]

$$f_{\gamma_i}(\gamma) = \frac{\alpha_i \mu_i^{\mu_i} \gamma^{\frac{\alpha_i \mu_i}{2} - 1}}{2 \bar{\gamma}_i^{\frac{\alpha_i \mu_i}{2}} \Gamma(\mu_i)} \exp \left[-\mu_i \left(\frac{\gamma}{\bar{\gamma}_i} \right)^{\frac{\alpha_i}{2}} \right], \quad (4.2)$$

em que $\Gamma(\cdot)$ é a função Gamma.

É fácil mostrar que a função de distribuição cumulativa (CDF) da SNR instantânea do melhor usuário pode ser escrita como

$$\begin{aligned}
F_{\gamma_b}(\gamma) &= P(\gamma_b \leq \gamma) \\
&= P(\max\{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_N\} \leq \gamma) \\
&= P(\gamma_1 \leq \gamma, \gamma_2 \leq \gamma, \dots, \gamma_N \leq \gamma) \\
&= P(\gamma_1 \leq \gamma)P(\gamma_2 \leq \gamma) \dots P(\gamma_N \leq \gamma) \\
&= F_{\gamma_1}(\gamma)F_{\gamma_2}(\gamma) \dots F_{\gamma_N}(\gamma) \\
&= \prod_{i=1}^N F_{\gamma_i}(\gamma) \\
&= \prod_{i=1}^N \left(1 - \frac{\Gamma\left(\mu, \mu \left(\frac{\gamma}{\bar{\gamma}_i}\right)^{\frac{\alpha}{2}}\right)}{\Gamma(\mu)} \right), \tag{4.3}
\end{aligned}$$

Para valores inteiros de μ e usando a relação $\Gamma(n, x) = \Gamma(n)e^{-x} \sum_{i=0}^{n-1} \left(\frac{x^i}{i!}\right)$, a CDF para o melhor usuário se reduz a

$$F_{\gamma_b}(\gamma) = \prod_{i=1}^N \left\{ 1 - e^{-\mu \left(\frac{\gamma}{\bar{\gamma}_{s_i}}\right)^{\frac{\alpha}{2}}} \sum_{l_{s_i}=0}^{\mu-1} \left[\frac{\left(\mu \left(\frac{\gamma}{\bar{\gamma}_{s_i}}\right)^{\frac{\alpha}{2}}\right)^{l_{s_i}}}{l_{s_i}!} \right] \right\}. \tag{4.4}$$

A CDF pode ser expressa como:

$$F_{\gamma_b}(\gamma) = \sum_{S,L} (-1)^k C_{S,L} \gamma^{\frac{\alpha}{2} l_s} e^{-E_s \gamma^{\frac{\alpha}{2}}}, \tag{4.5}$$

em que $S = \{s_1, s_1, \dots, s_k\}$ é um subconjunto de R , \sum_S é a soma de todos os possíveis S e $\sum_{S,L}$ é a soma definida por $\sum_{S,L} = \sum_{l_{s_1}=0}^{\mu-1} \sum_{l_{s_2}=0}^{\mu-1} \dots \sum_{l_{s_k}=0}^{\mu-1}$.

Em (4.5), os parâmetros l_s , E_s e $C_{S,L}$ são dados por

$$l_s = l_{s_1} + l_{s_2} + \dots + l_{s_k}, \tag{4.6}$$

$$E_s = \frac{\mu}{(\bar{\gamma}_{s_1})^{\frac{\alpha}{2}}} + \frac{\mu}{(\bar{\gamma}_{s_2})^{\frac{\alpha}{2}}} + \dots + \frac{\mu}{(\bar{\gamma}_{s_k})^{\frac{\alpha}{2}}}, \tag{4.7}$$

$$C_{S,L} = \prod_{i=1}^k \left(\frac{1}{l_{s_i}!} \right) \mu^{l_{s_i}} \left(\frac{1}{\bar{\gamma}_{s_i}} \right)^{\frac{\alpha}{2} l_{s_i}}. \tag{4.8}$$

Derivando a equação da CDF, obtemos a PDF:

$$f_{\gamma_b} = \sum_{S,L} (-1)^k C_{S,L} \frac{\alpha}{2} (l_s - E_s \gamma^{\frac{\alpha}{2}}) \gamma^{\frac{\alpha}{2} l_s - 1} e^{-E_s \gamma^{\frac{\alpha}{2}}} . \quad (4.9)$$

Pressupondo-se CSI (do inglês, *Channel Side Information*) com perfeita estimação de canal e retorno confiável no transmissor e no receptor, a capacidade de um canal de desvanecimento $\langle C \rangle$ (em bits por segundo) com alocação variável de potência e adaptação de taxa é dada por [22]

$$\langle C \rangle = \max_{P(\gamma)} \left\{ \int_0^\infty B \log_2 \left(1 + \frac{P(\gamma)\gamma}{\bar{P}} \right) f_\gamma(\gamma) d\gamma \right\} , \quad (4.10)$$

em que B (em Hertz) é a largura de banda do canal, $f_\gamma(\gamma)$ é a distribuição da SNR recebida, \bar{P} é a potência média de transmissão e $P(\gamma)$ é a potência de transmissão instantânea escolhida relativa a γ , a qual está sujeita a restrição de potência: [21]

$$\int_0^\infty P(\gamma) f_\gamma(\gamma) d\gamma \leq \bar{P} . \quad (4.11)$$

Se nós escolhermos M-QAM não codificado para o esquema de modulação adaptativa, a BER com alocação de potência variável pode ser bem aproximada por [22]

$$BER(M, \gamma) \cong 0.2 \exp \left[-\frac{1.5\gamma}{M-1} \frac{P(\gamma)}{\bar{P}} \right] , \quad (4.12)$$

em que M é o tamanho da constelação. Para manter uma BER fixa BER_0 , o valor de M é ajustado para

$$M = 1 + \frac{\gamma}{K_0} \frac{P(\gamma)}{\bar{P}} , \quad (4.13)$$

em que $K_0 = -\frac{2}{3} \ln(5BER_0)$.

4.2 ADAPTAÇÃO CPVR

4.2.1 Capacidade do canal

Considerando que a potência de transmissão é constante, $P(\gamma) = \bar{P}$, e que os canais sem fio seguem a distribuição α - μ conforme (4.2), a capacidade do canal $\langle C \rangle_{cpvr}$ (em bits por segundo por Hertz) é dada por

$$\left\langle \frac{C}{B} \right\rangle_{cpvr} = \int_0^{\infty} \log_2(1 + \gamma) f_{\gamma_b}(\gamma) d\gamma, \quad (4.14)$$

em que $f_{\gamma_b}(\gamma)$ é a PDF do melhor usuário.

Substituindo (4.9) em (4.14), a capacidade do canal por unidade de largura de banda em canais de desvanecimento α - μ com seleção do melhor usuário é dada por

$$\left\langle \frac{C}{B} \right\rangle_{cpvr} = \log_2(e) \sum_{S,L} (-1)^k C_{S,L} \frac{\alpha}{2} [l_s I_{l_s}(\alpha, E_s) - E_s I_{l_s+1}(\alpha, E_s)], \quad (4.15)$$

em que $I_n(a, b)$ é definido como

$$I_z(x, y) = \int_0^{\infty} t^{\frac{xz}{2}-1} \ln(1+t) e^{-yt^{\frac{x}{2}}} dt \quad (4.16)$$

e sua fórmula fechada pode ser deduzida como [29]

$$I_z(x, y) = \frac{1}{2^{x-1} \pi^{x-\frac{1}{2}} x} G_{2x, 2x+2}^{2x+2, x} \left(\frac{y^2}{4} \left| \begin{array}{c} \frac{-xz}{2}, \frac{-xz+1}{x}, \dots, \frac{-xz+x-1}{2}, \frac{-xz+1}{x}, \frac{-xz+2}{x}, \dots, \frac{2-z}{2} \\ 0, \frac{1}{2}, \frac{-xz}{x}, \frac{-xz+1}{x}, \dots, \frac{-xz+x-1}{x}, \frac{-xz}{x}, \frac{-xz+1}{x}, \dots, \frac{-xz+x-1}{x} \end{array} \right. \right), \quad (4.17)$$

obtida conforme descrito no Apêndice.

4.2.2 Eficiência espectral

Com o esquema de potência constante e o M escolhido em (4.13), a eficiência espectral para M-QAM com taxa contínua (em Bps/Hz) pode ser aproximada por [23]

$$\left\langle \frac{R}{B} \right\rangle_{cpvr} = \int_0^{\infty} \log_2 \left(1 + \frac{\gamma}{K_0} \right) f_{\gamma_b}(\gamma) d\gamma. \quad (4.18)$$

Substituindo (4.9) em (4.18), a eficiência espectral por unidade de largura de banda em

canais de desvanecimento α - μ com seleção do melhor usuário é dada por

$$\left\langle \frac{R}{B} \right\rangle_{cpvr} = \log_2(e) \sum_{S,L} (-1)^k C_{S,L} \frac{\alpha}{2} [l_s J_{l_s}(\alpha, E_s) - E_s J_{l_s+1}(\alpha, E_s)] , \quad (4.19)$$

em que $J_n(a, b)$ é definido como

$$J_z(x, y) = \int_0^\infty t^{\frac{xz}{2}-1} \ln \left(1 + \frac{t}{K_0} \right) e^{-yt^{\frac{x}{2}}} dt \quad (4.20)$$

e sua fórmula fechada pode ser deduzida como

$$J_z(x, y) = \frac{K_0^{\frac{xz}{2}}}{2^{x-1} \pi^{x-\frac{1}{2}} x} G_{2x, 2x+2}^{2x+2, x} \left(\frac{K_0^x y^2}{4} \left| \begin{array}{c} \frac{-xz}{2}, \frac{-xz+1}{x}, \dots, \frac{-xz+x-1}{2}, \frac{-xz+1}{x}, \frac{-xz+2}{x}, \dots, \frac{2-z}{2} \\ 0, \frac{1}{2}, \frac{-xz}{x}, \frac{-xz+1}{x}, \dots, \frac{-xz+x-1}{x}, \frac{-xz}{x}, \frac{-xz+1}{x}, \dots, \frac{-xz+x-1}{x} \end{array} \right. \right) , \quad (4.21)$$

obtida conforme descrito no Apêndice.

4.2.3 Restrição da constelação

Para uso prático, o tamanho M da constelação é frequentemente restringido a 2^n para um inteiro positivo n . O intervalo total das SNRs é dividido em $T+1$ regiões de desvanecimento e M_n é definido como sendo o tamanho da constelação para a n -ésima região. Quando a SNR estimada cai na n -ésima região, M_n é escolhido para o M-QAM. Para M-QAM não codificado os limiares das SNRs são escolhidos como [23]

$$\gamma_n = \begin{cases} [erfc^{-1}(2BER_0)]^2, & n = 1 \\ K_0(2^n - 1), & n = 0, 2, 3, \dots, T \\ +\infty, & n = T + 1 \end{cases} , \quad (4.22)$$

em que $erfc(\cdot)$ é a função erro complementar. Quando $M = 2$, a modulação se reduz ao BPSK, cuja BER é $(1/2)erfc(\sqrt{\gamma})$.

Para M-QAM não codificado, a BER em (4.12) pode ser escrita como

$$BER(M_n, \gamma) \cong 0.2 (5BER_0)^{\frac{\gamma}{\gamma_n}}. \quad (4.23)$$

A eficiência espectral é a soma das taxas de dados ($r_n = \log_2(M_n) = n$) associadas com

cada região multiplicada pela probabilidade de a SNR instantânea cair na n -ésima região [23]

$$\left\langle \frac{R}{B} \right\rangle_{cpdr} = \sum_{n=1}^T r_n p_n , \quad (4.24)$$

em que $p_n = \int_{\gamma_n}^{\gamma_{n+1}} f_{\gamma_b}(\gamma) d\gamma = F_{\gamma_b}(\gamma_{n+1}) - F_{\gamma_b}(\gamma_n)$, que pode ser facilmente calculado pela equação (4.3).

Para M-QAM com taxa contínua, ele sempre opera com o alvo BER_0 . Quando o tamanho da constelação é restrito a alguns valores inteiros, entretanto, o M-QAM discreto opera a uma $\langle BER \rangle_{cpvr}$ média mais baixa que a BER_0 . Similarmente ao cálculo da eficiência espectral, a BER média com restrição de constelação é a razão do número médio de bits em erro sobre o número médio total de bits transmitidos [23]

$$\langle BER \rangle_{cpdr} = \frac{\sum_{n=1}^T r_n \overline{BER}_n}{\sum_{n=1}^T r_n p_n} , \quad (4.25)$$

em que \overline{BER}_n é calculada por

$$\overline{BER}_n = \int_{\gamma_n}^{\gamma_{n+1}} BER(M_n, \gamma) f_{\gamma_b}(\gamma) d\gamma . \quad (4.26)$$

4.3 ADAPTAÇÃO VPVR

4.3.1 Capacidade de canal

Considerando que a potência de transmissão varia de acordo com as características do canal, sujeita à restrição de potência em (4.11), a capacidade de canal com alocação ótima de potência pode ser escrita como [21]

$$\left\langle \frac{C}{B} \right\rangle_{vpvr} = \int_{\gamma_0}^{\infty} \log_2 \left(\frac{\gamma}{\gamma_0} \right) f_{\gamma_b}(\gamma) d\gamma , \quad (4.27)$$

em que γ_0 é a SNR ótima de corte abaixo da qual a transmissão de dados é suspensa e pode ser determinada por

$$\int_{\gamma_0}^{\infty} \left(\frac{1}{\gamma_0} - \frac{1}{\gamma} \right) f_{\gamma_b}(\gamma) d\gamma = 1 . \quad (4.28)$$

Substituindo (4.9) em (4.27), a capacidade de canal por unidade de largura de banda para esquemas VPVR em canais de desvanecimento α - μ com seleção do melhor usuário é dada

por

$$\left\langle \frac{C}{B} \right\rangle_{vpvr} = \log_2(e) \sum_{S,L} (-1)^k C_{S,L} \frac{\alpha}{2} [l_s F_{l_s}(\alpha, E_s) - E_s F_{l_s+1}(\alpha, E_s)] , \quad (4.29)$$

em que $F_n(a, b)$ é definido como

$$F_z(x, y) = \int_{t_0}^{\infty} t^{\frac{xz}{2}-1} \ln\left(\frac{t}{t_0}\right) e^{-yt\frac{x}{2}} dt , \quad (4.30)$$

e sua fórmula fechada pode ser deduzida como

$$F_z(x, y) = \frac{4(z-1)!}{x^2 y^z} \sum_{k=0}^{z-1} \frac{\Gamma\left[k, y(t_0)^{\frac{x}{2}}\right]}{k!} , \quad (4.31)$$

obtida conforme descrito no Apêndice.

4.3.2 Eficiência espectral

Com a alocação ótima de potência e o M escolhido em (4.13), a eficiência espectral é dada por [22]

$$\left\langle \frac{R}{B} \right\rangle_{vpvr} = \int_{\gamma_k}^{\infty} \log_2\left(\frac{\gamma}{\gamma_k}\right) f_{\gamma_b}(\gamma) d\gamma , \quad (4.32)$$

em que γ_k é a profundidade de desvanecimento de corte abaixo da qual nenhuma potência é alocada para transmitir dados, sendo determinada por

$$K_0 \int_{\gamma_k}^{\infty} \left(\frac{1}{\gamma_k} - \frac{1}{\gamma}\right) f_{\gamma_b}(\gamma) d\gamma = 1 . \quad (4.33)$$

Substituindo (4.9) em (4.32), a eficiência espectral por unidade de largura de banda para esquemas VPVR em canais de desvanecimento α - μ com seleção do melhor usuário é dada por

$$\left\langle \frac{R}{B} \right\rangle_{vpvr} = \log_2(e) \sum_{S,L} (-1)^k C_{S,L} \frac{\alpha}{2} [l_s P_{l_s}(\alpha, E_s) - E_s P_{l_s+1}(\alpha, E_s)] , \quad (4.34)$$

em que $P_n(a, b)$ é definido como

$$P_z(x, y) = \int_{t_k}^{\infty} t^{\frac{xz}{2}-1} \ln\left(\frac{t}{t_k}\right) e^{-yt\frac{x}{2}} dt , \quad (4.35)$$

e sua fórmula fechada pode ser deduzida como

$$P_z(x, y) = \frac{4(z-1)!}{x^2 y^z} \sum_{k=0}^{z-1} \frac{\Gamma\left[k, y(t_k)^{\frac{x}{2}}\right]}{k!}, \quad (4.36)$$

obtida conforme descrito no Apêndice.

4.3.3 Restrição da constelação

Adotando-se constelações quadradas ($M_0 = 0$, $M_1 = 2$ e $M_n = 2^{2(n-1)}$, $n = 2, \dots, T$), que têm eficiência espectral inerente e são fáceis para implementar, as fronteiras das SNRs γ_n são calculadas por $\gamma_n = \gamma^* M_n$. A restrição de potência em (4.11) é satisfeita se o parâmetro $\gamma^* > 0$ for determinado por [22]

$$\sum_{n=1}^T K_0(M_n - 1) \int_{\gamma^* M_n}^{\gamma^* M_{n+1}} \frac{f_{\gamma_b}(\gamma)}{\gamma} d\gamma = 1. \quad (4.37)$$

A eficiência espectral para o esquema VPVR com restrição da constelação também pode ser calculado por (4.24), com $p_n = F_{\gamma_b}(\gamma^* M_{n+1}) - F_{\gamma_b}(\gamma^* M_n)$, $r_1 = 1$, e $r_n = 2(n-1)$, $n = 2, 3, \dots, T$. Por fim, $\langle BER \rangle_{vpdr} = BER_0$, porque a BER, nesse caso, sempre irá operar a BER_0 .

4.4 PARÂMETROS UTILIZADOS

Para a geração dos resultados, foi considerado um ambiente multiusuário com uma única célula com um desvio padrão de sombreamento $\theta = 3 \text{ dB}$ e um expoente $\zeta = 3$ para a perda de percurso, por serem parâmetros amplamente utilizados na literatura [30]. As SNRs médias $\bar{\gamma}_i$'s para cada usuário são supostas serem i.n.i.d, seguindo a distribuição dada em (4.1) com um intervalo celular de SNR $\bar{\gamma}_R$ e extraídas a partir do artigo [26]. Apesar de as formulações para as SNRs instantâneas possibilitarem a atribuição de um parâmetro de desvanecimento diferente para cada usuário, consideramos, para simplificar o projeto, que todos os usuários no sistema possuíam os mesmos parâmetros de desvanecimento. Para todos os casos estudados, foi considerada a modulação M-QAM não-codificada e uma taxa de erro de bits alvo $BER_0 = 10^{-3}$, sendo que para os casos de taxa discreta foram consideradas 9 regiões de decisão.

4.5 CONCLUSÕES

Neste capítulo foi apresentado o cenário considerado ao longo do desenvolvimento do presente trabalho. Foi apresentada a PDF da distribuição Lognormal, utilizada para caracterizar o desvanecimento em larga escala em ambos os esquemas, CPVR e VPVR. Em seguida, foi apresentada a PDF da distribuição α - μ , utilizada para prever a SNR instantânea de cada usuário e, fechando a seção, foram dadas as fórmulas para a PDF e a CDF do melhor usuário, considerando diversidade multiusuário. Por fim, foram desenvolvidas as equações para cálculo das métricas de capacidade de canal, eficiência espectral e taxa de erro de bit para os esquemas CPVR e VPVR. No próximo capítulo, serão apresentados e analisados os gráficos relativos às métricas descritas neste capítulo.

5 RESULTADOS E ANÁLISES

*Este capítulo mostra e investiga os resultados obtidos por meio de simulações computacionais realizadas com o auxílio do software **Wolfram Mathematica**[®], considerando o roteiro do estudo semi-analítico apresentado no capítulo anterior.*

5.1 DISTRIBUIÇÃO RAYLEIGH

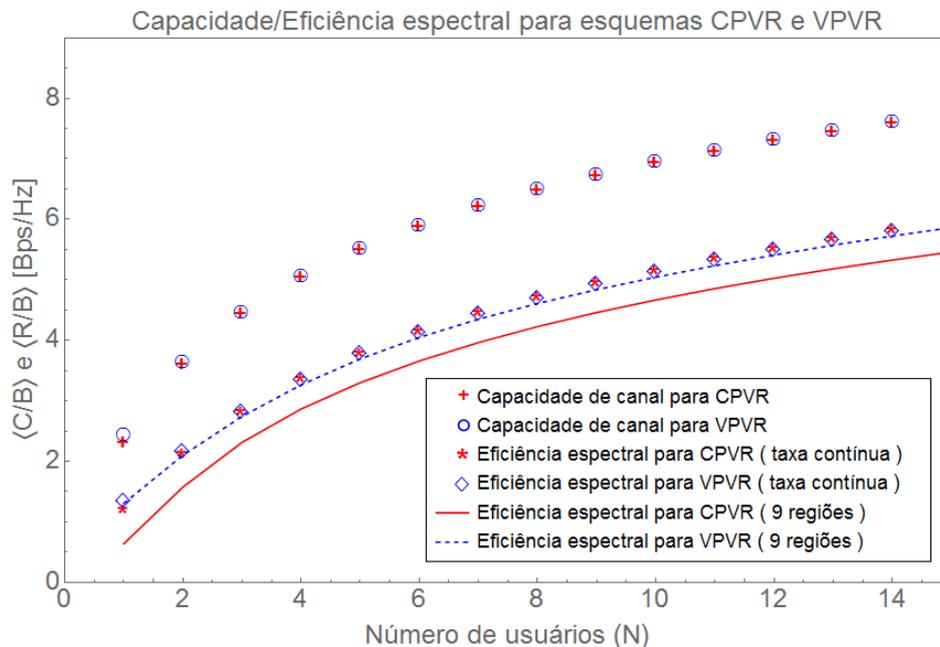


Figura 5.1: Capacidades de canal e eficiências espectrais considerando desvanecimento de Rayleigh.

Conforme esperado, a Figura 5.1 mostra que, quanto maior o número de usuários, maior a capacidade da rede. Os ganhos de diversidade são bem significativos quando se passa a considerar 2 usuários em vez de 1. Porém, quanto maior o número de usuários menor o ganho de diversidade, considerando números adjacentes de usuários. Nota-se também que a capacidade de canal para um esquema CPVR é levemente inferior para um baixo número de usuários, mas torna-se praticamente equivalente àquela para um esquema VPVR quando se aumenta o número de usuários. O mesmo acontece com a eficiência espectral considerando taxa contínua, quando comparados os resultados para CPVR e VPVR. Percebe-se, porém,

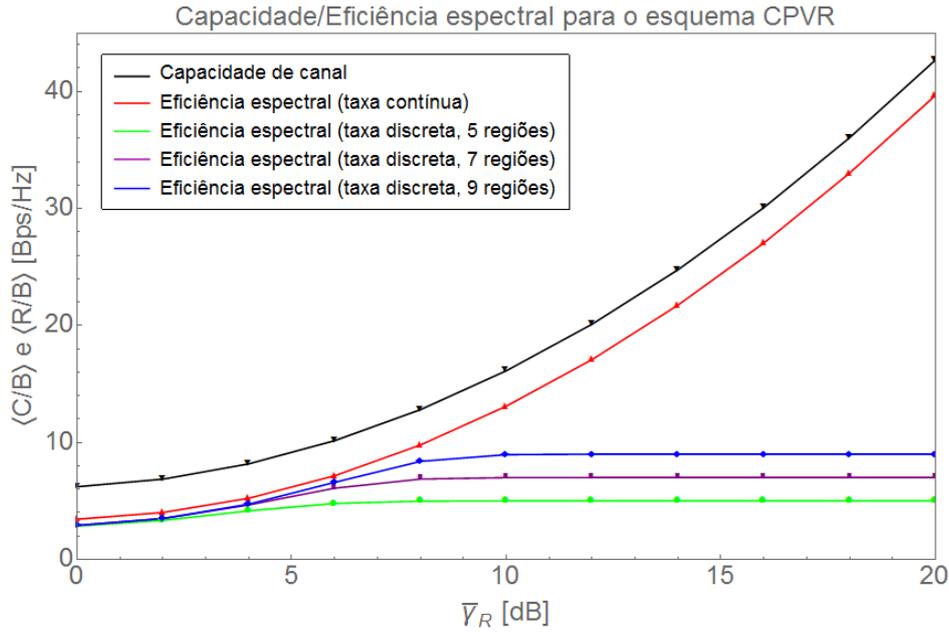


Figura 5.2: Capacidade de canal e eficiências espectrais considerando desvanecimento de Rayleigh e variando o patamar médio.

um pequeno salto entre as curvas das eficiências espectrais para taxas discretas. O esquema VPVR apresentou resultados superiores para uma esquema de modulação M-QAM com 9 regiões.

A Figura 5.2 mostra a capacidade de canal e a eficiência espectral para diferentes SNRs no intervalo celular para o esquema CPVR com o esquema M-QAM não codificado. Nota-se uma saturação da eficiência espectral em uma área com altas SNRs para o esquema CPVR com taxa discreta. Para um intervalo de SNRs altas, o tamanho atual da constelação não é suficiente para transmissões com alta eficiência e uma constelação maior é frequentemente utilizada para atingir um melhor desempenho.

5.2 DISTRIBUIÇÃO NAKAGAMI- M

A Figura 5.3 mostra o impacto do desvanecimento de Nakagami- m na capacidade de canal e na eficiência espectral do sistema de agendamento multiusuário. Pode-se notar, como já era de esperar, que quanto maior o número de usuários na rede, maior a capacidade de canal e maior a eficiência espectral. Pela observação da Figura 5.3, pode-se notar que ocorre uma inversão das curvas para um número de usuários que está entre 3 e 4. Considerando a parte da curva anterior a essa região, os valores de capacidade e eficiência são maiores

Capacidade de canal/Eficiência espectral para o CPVR

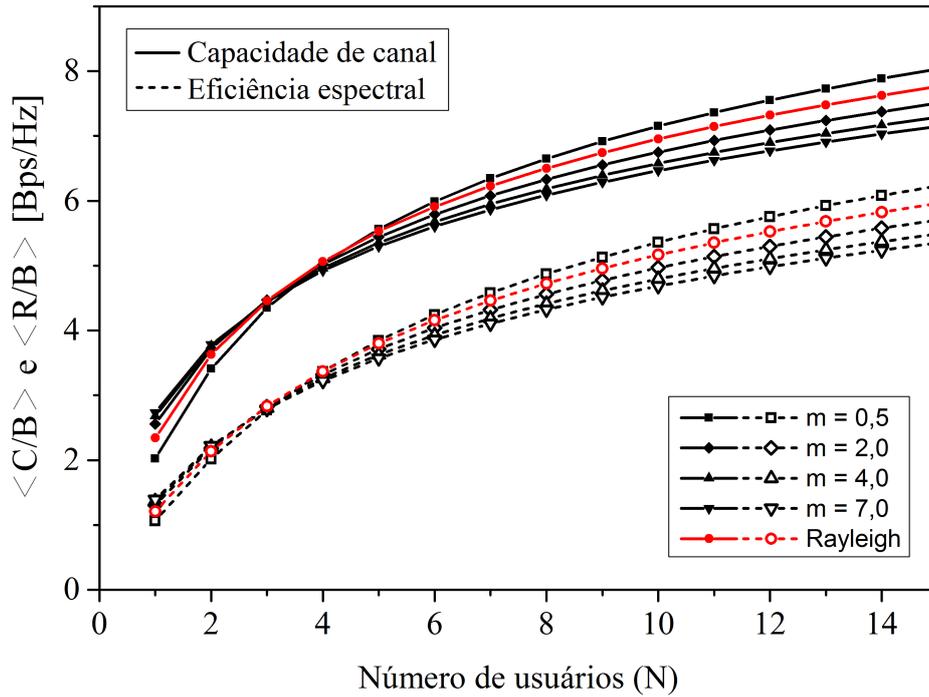


Figura 5.3: Capacidade considerando desvanecimento de Nakagami- m para vários parâmetros m .

para parâmetros de desvanecimento maiores. Entretanto, após a região onde as curvas se invertem, os valores de capacidade e eficiência são maiores para parâmetros de desvanecimento menores. Quando são comparadas as curvas de capacidade e eficiência considerando os desvanecimentos de Nakagami- m e Rayleigh, pode-se constatar que valores do parâmetro m de Nakagami menores ou iguais a 0,5 apresentam resultados superiores aos de Rayleigh, se considerado um alto número de usuários.

A SNR média na borda da célula, $\bar{\gamma}_R$, é definida como 1, isto é, 0 dB, neste exemplo. Um ambiente mais espalhador (com um m menor) resulta em uma capacidade mais baixa quando $N = 1$. Entretanto, o cenário se torna totalmente diferente quando mais do que um usuário reside no sistema. Pode-se notar que na presença de diversidade multiusuário ($N \geq 2$), a capacidade do sistema com agendamento multiusuário tende a ser maior para os canais com desvanecimento de Nakagami com valores de m mais baixos, e tende a ser menor conforme m aumenta. Quando $m \rightarrow \infty$, o canal torna-se um canal AWGN e não mais ganho de diversidade multiusuário pode ser explorado. Um ambiente mais espalhador é benéfico para o sistema com agendamento multiusuário, já que as grandes variações do canal possibilitam ao agendador organizar as transmissões nos altos picos do desvanecimento do canal.

Por meio da análise das curvas de capacidade é possível notar que a quantidade de ga-

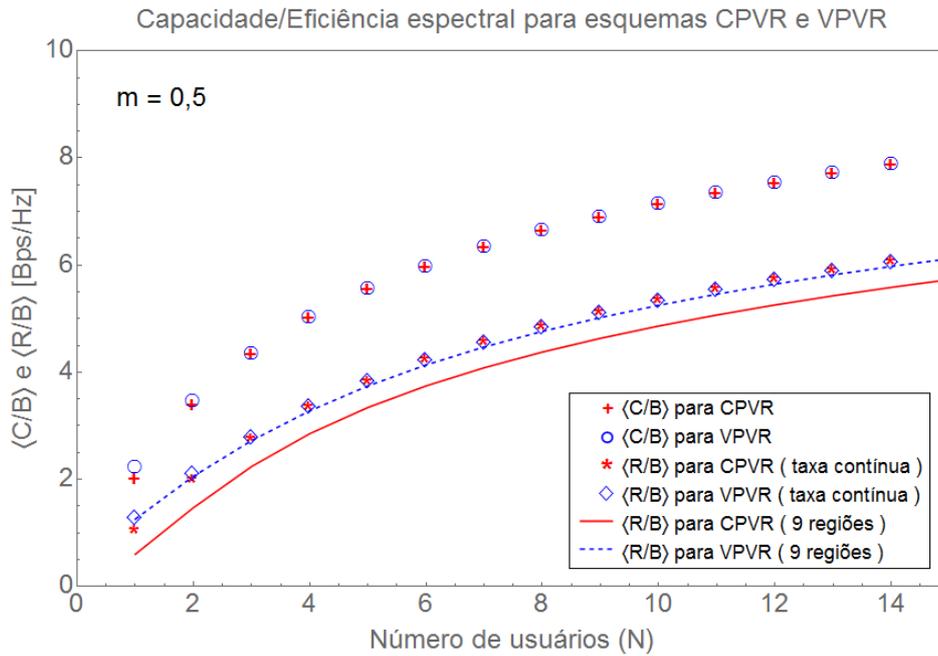


Figura 5.4: Capacidades de canal e eficiências espectrais considerando desvanecimento de Nakagami- m com $m = 0,5$.

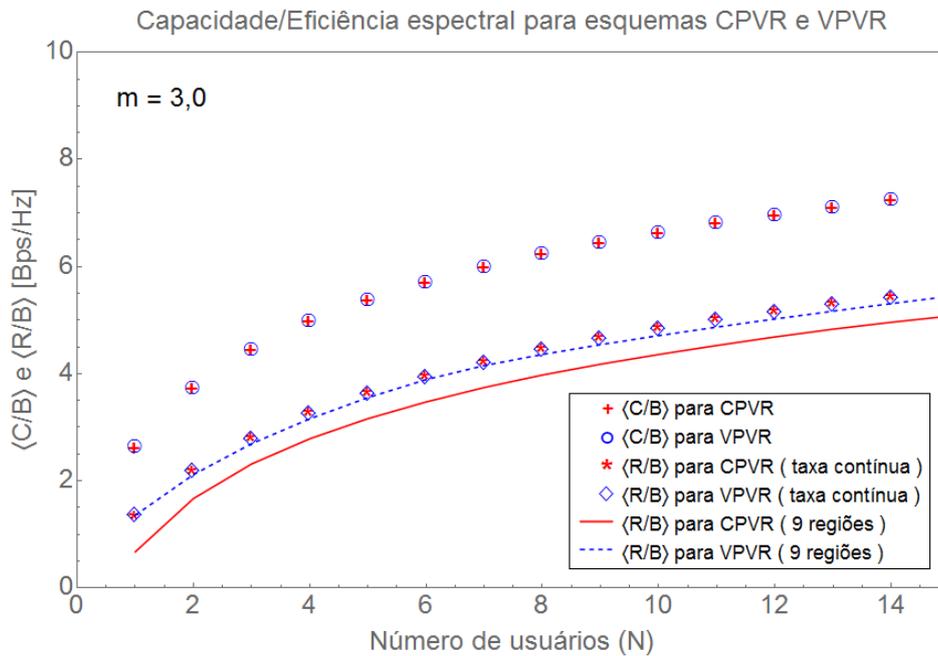


Figura 5.5: Capacidades de canal e eficiências espectrais considerando desvanecimento de Nakagami- m com $m = 3,0$.

nho de diversidade depende substancialmente do valor do parâmetro de desvanecimento. O desvanecimento de Nakagami- m modela ambientes NLOS. O parâmetro m indica a quantidade de *clusters* de multipercursos. Para valores de m maiores, os ganhos de diversidade multiusuário são menores, já que haveria mais *clusters* de multipercursos e as ondas, consequentemente, estariam mais concentradas, representando um ambiente mais determinístico. Entretanto, para valores de m mais baixos, o sinal é mais aleatório, composto por poucos *clusters* de multipercursos e por muitas ondas espalhadas, o que favorece o esquema de diversidade, decorrendo em maiores ganhos.

Os gráficos das Figuras 5.4 e 5.5 foram plotados para dois valores de m diferentes, um que representa um meio severo e outro que representa um meio pouco atenuante. Para um número baixo de usuários e um meio severo ($m = 0,5$) os valores de capacidade e eficiência espectral são bem divergentes, quando se comparam os resultados para os esquemas CPVR e VPVR. Entretanto, quando considera-se um meio pouco atenuante ($m = 3,0$) as curvas de capacidade e eficiência espectral para os esquemas CPVR e VPVR tornam-se praticamente equivalentes.

A Figura 5.6 mostra a taxa de erro de bits (BER) para a distribuição de Rayleigh e para a distribuição de Nakagami- m considerando um parâmetro de desvanecimento severo e um suave. Foi considerado um esquema CPVR com taxa discreta e 9 regiões de decisão. Até um valor de $\bar{\gamma}_R$ em torno de 7 dB , a BER é praticamente a mesma para todas as distribuições consideradas. No intervalo de $\bar{\gamma}_R \approx 8\text{ dB}$ a $\bar{\gamma}_R \approx 16\text{ dB}$ a BER para a distribuição de Nakagami- m com $m = 0,5$ foi a menor de todas, seguida da Rayleigh e, por último, da Nakagami- m com $m = 3,0$ apresentando a maior BER. Entretanto, a partir de $\bar{\gamma}_R \approx 16\text{ dB}$ as curvas se invertem e, para um mesmo valor de $\bar{\gamma}_R$, a distribuição de Nakagami- m com $m = 3,0$ passa a apresentar a menor BER, seguida da Rayleigh e, por último, da Nakagami- m com $m = 0,5$ apresentando a maior BER.

Comparando os resultados para Nakagami- m e Rayleigh, pode-se concluir que, para elaborar um projeto de mais baixo custo, é mais interessante considerar a distribuição de Nakagami- m com um m baixo, já que ela começa a apresentar valores de BER mais baixos para valores de $\bar{\gamma}_R$ mais baixos. Sabendo que para $m = 1$, Nakagami- m é igual a Rayleigh, a Figura 5.3 mostrou que as distribuições de Nakagami- m com $m < 1$ apresentam valores de capacidade superiores aos de Rayleigh para um alto número de usuários, tornando-as mais vantajosas do ponto de vista econômico.

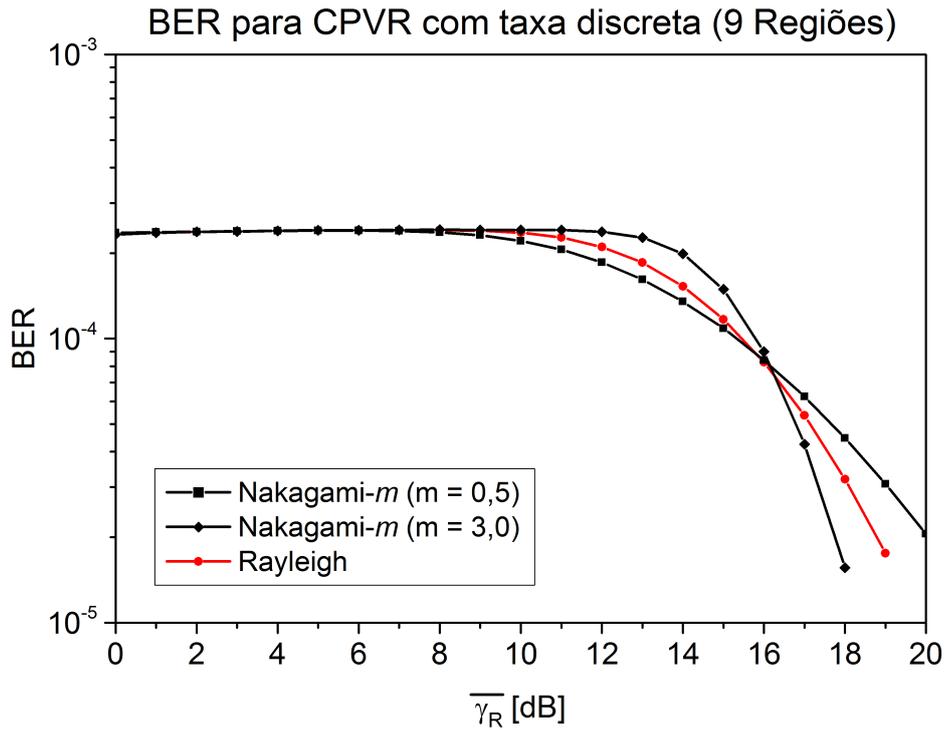


Figura 5.6: BER para diferentes valores de $\bar{\gamma}_R$ para o esquema CPVR com M-QAM não codificado considerando desvanecimentos de Nakagami ($N=5$).

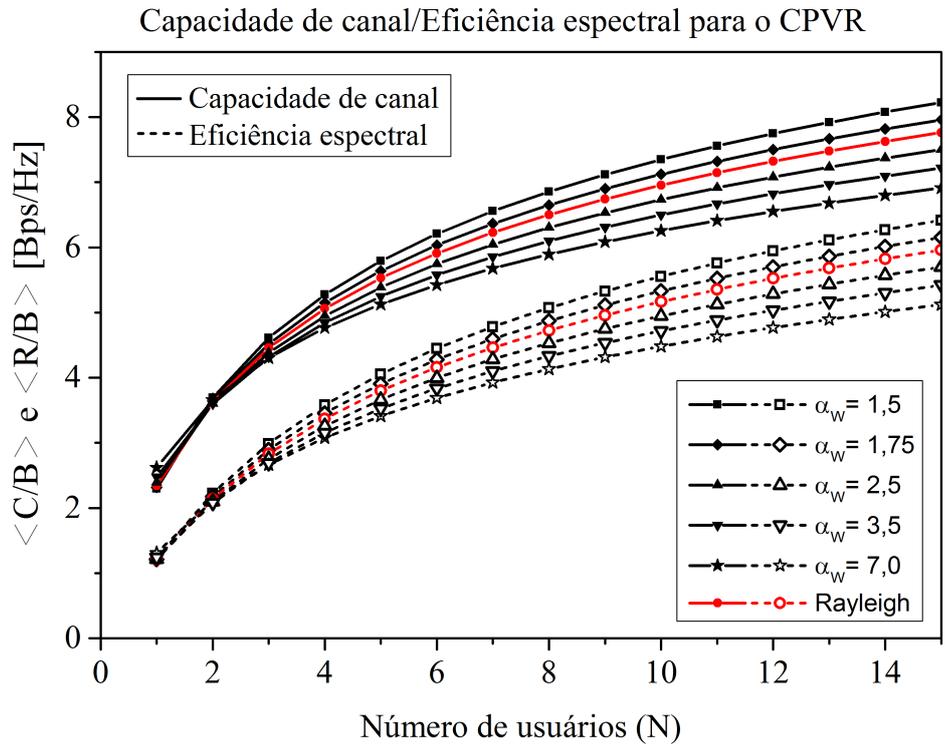


Figura 5.7: Capacidade considerando desvanecimento de Weibull para vários parâmetros α_w .

5.3 DISTRIBUIÇÃO WEIBULL

Novamente foi possível perceber por meio da Figura 5.7 que, para um número de usuários baixo (menor do que quatro), quanto maior o valor do parâmetro de desvanecimento,

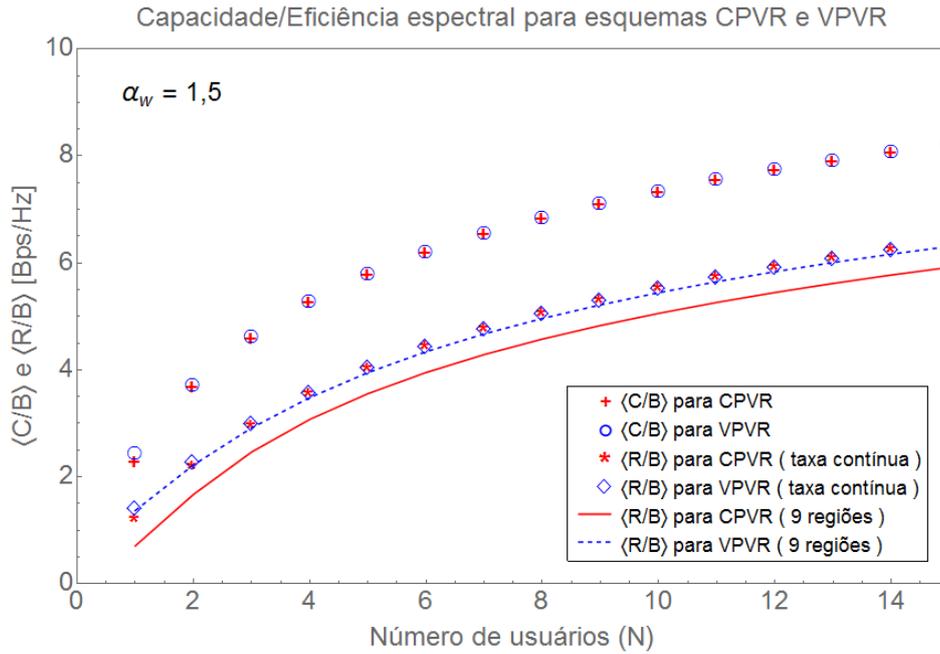


Figura 5.8: Capacidades de canal e eficiências espectrais considerando desvanecimento de Weibull com $\alpha_w = 1,5$.

maior o valor da capacidade de canal e da eficiência espectral. Já para um número de usuários igual ou superior a quatro, quanto maior o valor de α_w , menor o valor da capacidade e da eficiência espectral. Sabe-se que, quando $\alpha_w = 2$, a distribuição de Weibull coincide com a de Rayleigh. Portanto, quando o parâmetro α_w é menor do que 2, a capacidade para o desvanecimento de Weibull supera a capacidade para o desvanecimento de Rayleigh, considerando-se 3 ou mais usuários no sistema. Por meio das Figuras 5.8 e 5.9 foi constatado que, conforme se aumenta o valor do parâmetro de desvanecimento, as curvas para os esquemas CPVR e VPVR vão se tornando mais sobrepostas.

Assim como para as distribuição de Nakagami- m , foi possível notar que a quantidade de ganho de diversidade depende substancialmente do valor do parâmetro de desvanecimento. O desvanecimento de Weibull modela ambientes NLOS. O parâmetro α_w indica, entre outras coisas, a não-linearidade do meio. Para valores de α_w maiores, os ganhos de diversidade multiusuário são menores, já que o sinal é mais determinístico. Entretanto, para valores de α_w mais baixos, o sinal é mais aleatório, o que favorece o esquema de diversidade, decorrendo em maiores ganhos.

Os gráficos das Figuras 5.8 e 5.9 foram plotados para dois valores de α_w diferentes, um que representa um meio severo e outro que representa um meio pouco atenuante. Para um número baixo de usuários e um meio severo ($\alpha_w = 1,5$) os valores de capacidade e eficiência

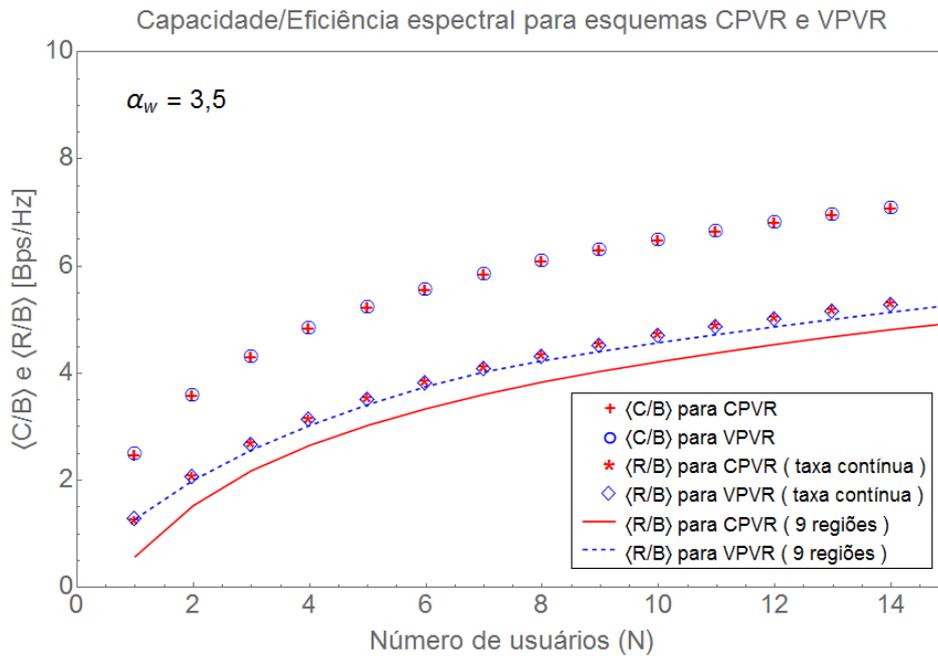


Figura 5.9: Capacidades de canal e eficiências espectrais considerando desvanecimento de Weibull com $\alpha_w = 3,5$.

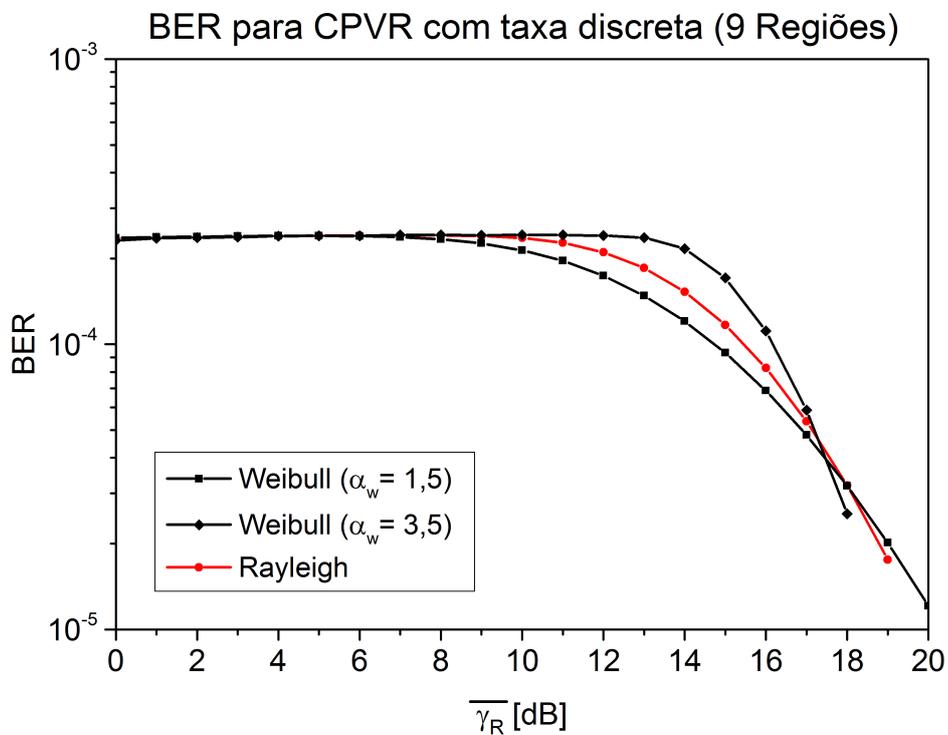


Figura 5.10: BER para diferentes valores de $\bar{\gamma}_R$ para o esquema CPVR com M-QAM não codificado considerando desvanecimentos de Weibull ($N=5$).

espectral são bem divergentes, quando se comparam os resultados para os esquemas CPVR e VPVR. Entretanto, quando considera-se um meio pouco atenuante ($\alpha_w = 3,5$) as curvas de capacidade e eficiência espectral para os esquemas CPVR e VPVR tornam-se praticamente equivalentes.

A Figura 5.10 mostra a taxa de erro de bits (BER) para a distribuição de Rayleigh e para a distribuição de Weibull considerando um parâmetro de desvanecimento severo e um suave. Foi considerado um esquema CPVR com taxa discreta e 9 regiões de decisão. Até um valor de $\bar{\gamma}_R$ em torno de 7 dB , a BER é praticamente a mesma para todas as distribuições consideradas. No intervalo de $\bar{\gamma}_R \approx 10\text{ dB}$ a $\bar{\gamma}_R \approx 17\text{ dB}$ a BER para a distribuição de Weibull com $\alpha_w = 1,5$ foi a menor de todas, seguida da Rayleigh e, por último, da Weibull com $\alpha_w = 3,5$ apresentando a maior BER. Entretanto, a partir de $\bar{\gamma}_R \approx 17\text{ dB}$ as curvas se invertem e, para um mesmo valor de $\bar{\gamma}_R$, a distribuição de Weibull com $\alpha_w = 3,5$ passa a apresentar a menor BER, seguida da Rayleigh e, por último, da Weibull com $\alpha_w = 1,5$ apresentando a maior BER.

Comparando os resultados para Weibull e Rayleigh, pode-se concluir que, se é desejada a elaboração de um projeto de mais baixo custo, é mais interessante considerar a distribuição de Weibull com um α_w baixo, já que ela começa a apresentar valores de BER mais baixos para valores de $\bar{\gamma}_R$ mais baixos. Além disso, conforme vimos na Figura 5.7, as distribuições de Weibull com $\alpha_w < 2$ apresentam valores de capacidade superiores aos de Rayleigh para um alto número de usuários, tornando-as mais vantajosas do ponto de vista econômico.

5.4 DISTRIBUIÇÃO α - μ

As Figuras 5.11 e 5.12 mostram, conforme esperado, que quanto maior o número de usuários, maior a capacidade e a eficiência espectral da rede. Para um alto número de usuários pode-se notar que os ganhos de diversidade são maiores quando parâmetros de desvanecimento menores são considerados. Além disso, se o número de usuários for alto e o parâmetro α for 1,20, então para todos os valores de μ menores ou iguais a 2 os valores de capacidade serão superiores a aqueles apresentados pela curva considerando desvanecimento de Rayleigh. Se o número de usuários for alto e o parâmetro μ for 2,0, então para todos os valores de α menores ou iguais a 1,5 os valores de capacidade serão superiores a aqueles apresentados pela curva considerando desvanecimento de Rayleigh.

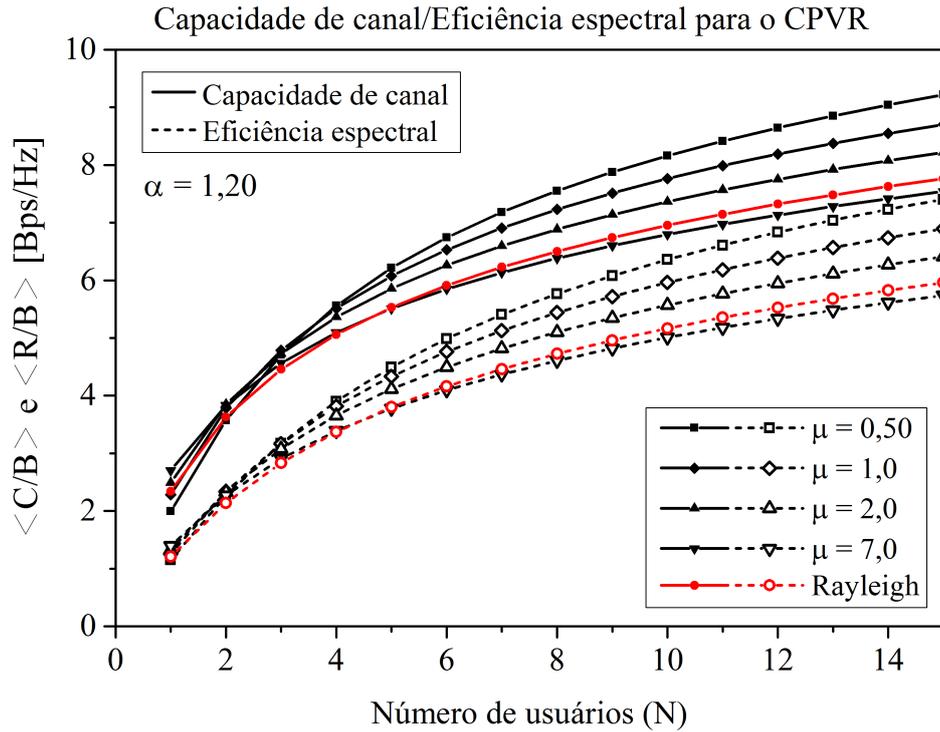


Figura 5.11: Capacidade de canal considerando desvanecimento α - μ , com α fixo e vários valores de μ .

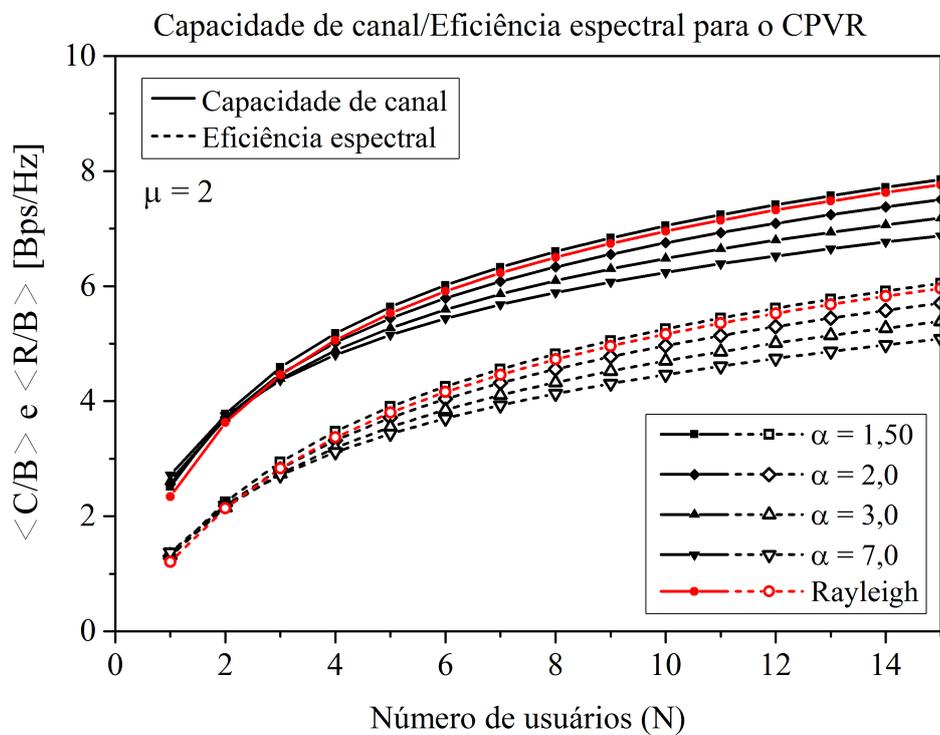


Figura 5.12: Capacidade de canal considerando desvanecimento α - μ , com μ fixo e vários valores de α .

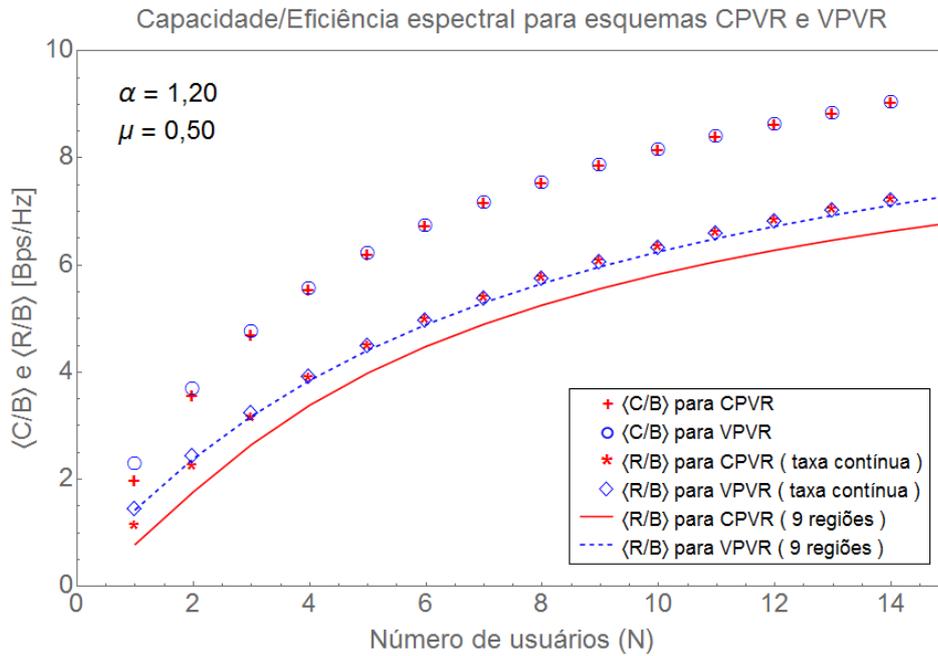


Figura 5.13: Capacidades de canal e eficiências espectrais considerando desvanecimento α - μ com $\alpha = 1,20$ e $\mu = 0,50$.

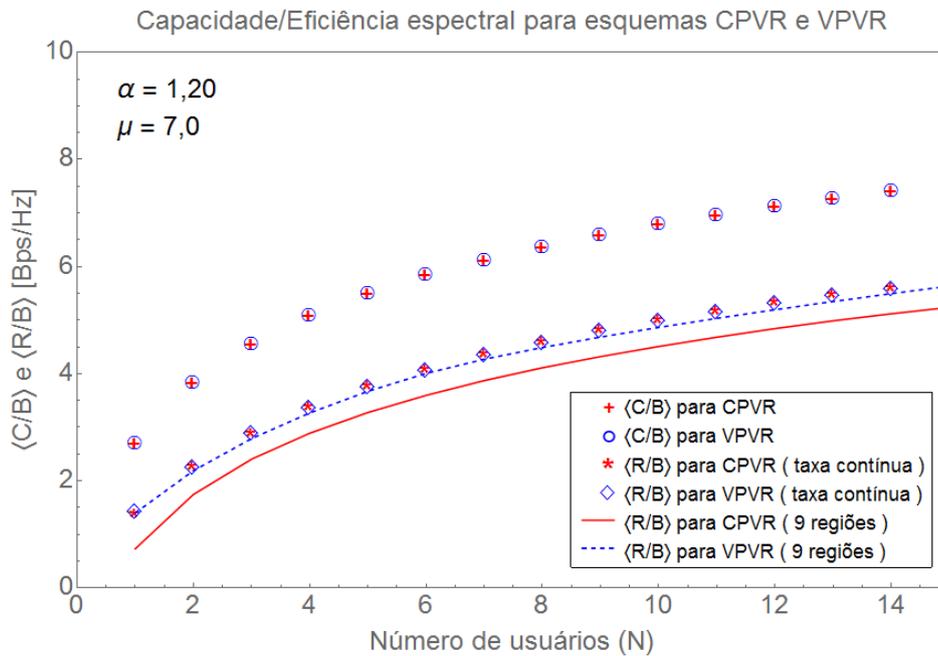


Figura 5.14: Capacidades de canal e eficiências espectrais considerando desvanecimento α - μ com $\alpha = 1,20$ e $\mu = 7,0$.

Os gráficos das Figuras 5.13 e 5.14 foram plotados com um α fixo e dois diferentes valores de μ , um que representa um meio severo e outro que representa um meio pouco atenuante. Para um número baixo de usuários e um meio severo ($\mu = 0,50$) os valores de capacidade e eficiência espectral são bem divergentes, quando se comparam os resultados para os esquemas CPVR e VPVR. Entretanto, quando considera-se um meio pouco atenuante ($\mu = 7,0$) as curvas de capacidade e eficiência espectral para os esquemas CPVR e VPVR tornam-se praticamente equivalentes.

Assim como para as distribuições anteriormente analisadas, pode-se notar que a quantidade de ganho de diversidade depende substancialmente do valor do parâmetro de desvanecimento. O desvanecimento α - μ modela ambientes NLOS não-homogêneos. O parâmetro α indica a não-linearidade do meio, enquanto o parâmetro μ indica a quantidade de *clusters* de multipercursos. Para valores de α maiores, os ganhos de diversidade multiusuário são menores, já que o sinal é mais determinístico. Entretanto, para valores de α mais baixos, o sinal é mais aleatório, o que favorece o esquema de diversidade, decorrendo em maiores ganhos. Para valores de μ maiores, os ganhos de diversidade multiusuário são menores, já que haveria mais *clusters* de multipercursos e as ondas, conseqüentemente, estariam mais concentradas, representando um ambiente mais determinístico. Entretanto, para valores de μ mais baixos, o sinal é mais aleatório, composto por poucos *clusters* de multipercursos e por muitas ondas espalhadas, o que favorece o esquema de diversidade, decorrendo em maiores ganhos.

A Figura 5.15 mostra a taxa de erro de bits (BER) para a distribuição de Rayleigh e para a distribuição $\alpha - \mu$ considerando o parâmetro de desvanecimento α fixo e escolhendo dois valores de μ referentes a um meio severo e outro pouco atenuante. Foi considerado um esquema CPVR com taxa discreta e 9 regiões de decisão. Até um valor de $\bar{\gamma}_R$ em torno de 9 dB, a BER é praticamente a mesma para as distribuições de Rayleigh e para a α - μ com $\mu = 7,0$. Já a curva da BER para a distribuição α - μ com $\mu = 0,5$ começa sobreposta com as demais curvas, mas a partir de $\bar{\gamma}_R \approx 1$ dB ela já começa a apresentar valores de BER menores do que as outras curvas. Até $\bar{\gamma}_R \approx 15$ dB os valores de BER foram menores para a distribuição α - μ com $\mu = 0,5$, seguida da Rayleigh e, por último, da α - μ com $\mu = 7,0$ apresentando a maior BER. Entretanto, a partir de $\bar{\gamma}_R \approx 18$ dB as curvas para a distribuição α - μ se invertem totalmente e, para um mesmo valor de $\bar{\gamma}_R$, a distribuição α - μ com $\mu = 7,0$ passa a apresentar a menor BER e, por último, a α - μ com $\mu = 0,5$ apresentando a maior BER.

Comparando os resultados para α - μ e Rayleigh, pode-se concluir que, se é desejada a

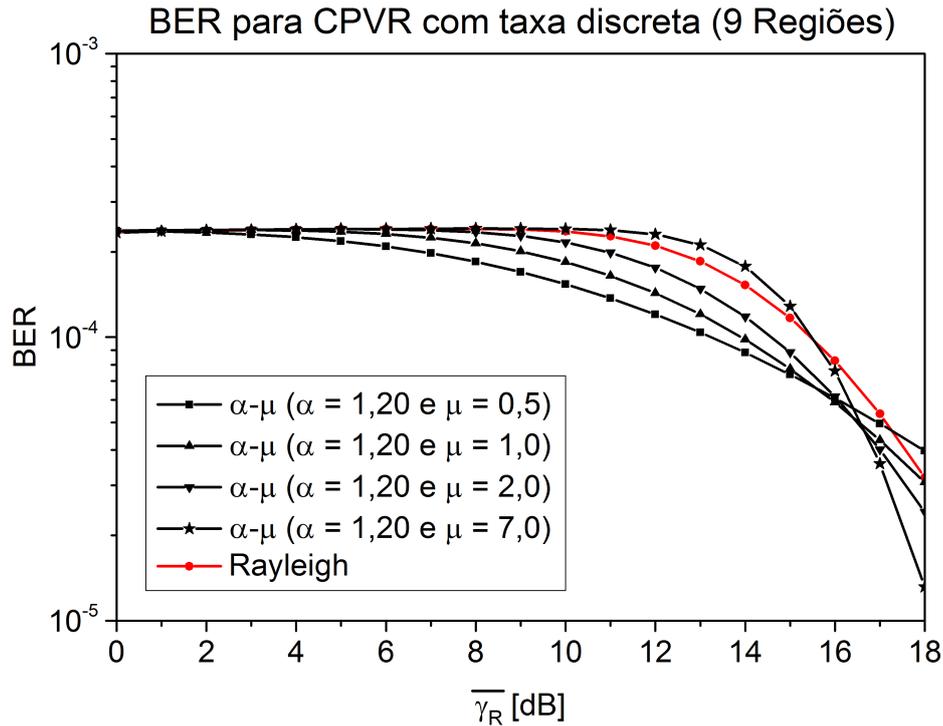


Figura 5.15: BER para diferentes valores de $\bar{\gamma}_R$ para o esquema CPVR com M-QAM não codificado considerando desvanecimentos α - μ , com α fixo ($N=5$).

elaboração de um projeto de mais baixo custo, é mais interessante considerar a distribuição de α - μ com ambos os parâmetros baixos, já que a curva para α - μ com $\mu = 0,5$ começa a apresentar valores de BER mais baixos para valores de $\bar{\gamma}_R$ mais baixos. Além disso, conforme visto nas Figuras 5.11 e 5.12, as distribuições α - μ com parâmetros de desvanecimento bem baixos apresentam valores de capacidade superiores aos de Rayleigh para um alto número de usuários, tornando-as mais vantajosas do ponto de vista econômico.

5.5 CONCLUSÕES

Neste capítulo foram apresentados os diversos gráficos resultantes da plotagem das métricas de capacidade de canal, eficiência espectral e taxa de erro de bit, utilizando-se as equações apresentadas no capítulo anterior. Para todas as distribuições com parâmetros variáveis analisadas (Nakagami- m , Weibull e α - μ), foi possível concluir que, para um grande número de usuários, quanto menor o valor do parâmetro de desvanecimento considerado, maior a capacidade de canal, maior a eficiência espectral e menor a taxa de erro de bit.

6 CONCLUSÕES

Este projeto procurou apresentar uma análise do desempenho de um sistema que utiliza diversidade multiusuário com modulação adaptativa em canais generalizados de desvanecimento, conforme se variam os parâmetros das distribuições de desvanecimento. Para isso, foram plotados os gráficos referentes às métricas de capacidade de canal, eficiência espectral e taxa de erro de bit para os esquemas CPVR e VPVR através de canais de desvanecimento independentes, mas não identicamente distribuídos (i.n.i.d). Em cada gráfico foram plotadas várias curvas considerando que apenas o melhor usuário é selecionado em cada espaço de tempo, variando-se os parâmetros das distribuições consideradas para analisar como os aspectos estudados respondem às variações do parâmetros. Resultados numéricos mostraram que, selecionando o melhor usuário para transmitir, é possível aumentar o desempenho da rede consideravelmente devido ao ganho de diversidade.

Por ser de simples adaptação, optou-se por utilizar a distribuição generalizadas de desvanecimento α - μ para gerar as demais distribuições (Rayleigh, Nakagami- m e Weibull), visto que para se chegar à outra distribuição bastava apenas fazer uma adaptação dos parâmetros.

Não foram vistas muitas vantagens em se utilizar o esquema VPVR, quando se trata de eficiência espectral com taxa contínua. Já para os casos de taxa discreta, foi possível notar que a restrição da constelação degrada consideravelmente a eficiência espectral para o CPVR. Isso não acontece para o VPVR, visto que o efeito da restrição da constelação é compensado pela alocação dinâmica de potência.

Foi visto que, em geral, é mais vantajoso do ponto de vista econômico considerar parâmetros mais baixos para as distribuições. Em todos os casos, os parâmetros mais baixos levaram a melhores resultados. Conforme demonstrado, quanto menor o valor dos parâmetros, mais aleatório é o sinal e maior o ganho de diversidade, resultando em capacidades de canal e eficiências espectrais maiores. Quanto maior o valor dos parâmetros, mais determinístico é o sinal e menores são os ganhos de diversidade que podem ser atingidos. Além disso, para parâmetros mais baixos, a BER não necessita de uma alta SNR média para começar a diminuir o seu valor.

6.1 TRABALHOS FUTUROS

Os seguintes pontos são sugeridos para dar continuidade ao estudo desenvolvido aqui. São eles:

- Considerar esquemas de diversidade compostos (pequena e larga escalas), tais como MRC (*Maximal-Ratio Combining*), EGC (*Equal-Gain Combining*), etc.
- Empregar algum algoritmo de geração aleatória de SNRs médias.
- Considerar o esquema VPCR (*Variable-Power-Constant-Rate* - Potência variável, Taxa Constante).
- Assumir diferentes parâmetros de desvanecimento para usuários distintos.
- Encontrar as fórmulas fechadas para a capacidade de canal, eficiência espectral e taxa de erro de bit.
- Estabelecer um limite de potência instantânea.
- Aplicar o conceito de justiça (do Inglês *fairness*), que tenta medir o quanto a vazão está distribuída entre todos os usuários, de modo que ninguém tenha um mal desempenho. Tal conceito pode evitar, por exemplo, um caso extremo em que o melhor usuário selecionado seja sempre o mesmo, e que ninguém mais transmita.
- Considerar códigos corretores de erro reais em vez de ideais.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] RAPPAPORT, T. S. *Comunicações sem fio: princípios e práticas*. 2. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2009. ISBN 978-85-7605-198-5.
- [2] TELECO. *Celulares no mundo*. Disponível em: <<http://www.teleco.com.br>>. Acesso em: 15/10/2012.
- [3] AMERICAS, G. *Global Data Traffic Growth to 2019*. Disponível em: <<http://www.4gamericas.org>>. Acesso em: 17/11/2014.
- [4] HAAS, E. *DLR German Aerospace Center*. Disponível em: <<http://www.kn-s.dlr.de>>. Acesso em: 15/10/2012.
- [5] GOLDSMITH, A. *Wireless Communications*. 1. ed. New York: Cambridge University Press, 2005. ISBN 978-0-521-83716-3.
- [6] LATHI, B. P. *Modern Digital and Analog Communication Systems*. 3. ed. New York: Oxford University Press, 1998. ISBN 0-19-511009-9.
- [7] OESTGES, C.; CLERCKX, B. *MIMO Wireless Communications: From Real-World Propagation to Space-Time Code Design*. [S.l.]: Academic Press, 2007.
- [8] SIMON, M. K.; ALOUINI, M.-S. *Digital Communication Over Fading Channels*. 2. ed. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2005. ISBN 0-471-64953-8.
- [9] WANG, C.-X.; YOUSSEF, N.; PATZOLD, M. Level-crossing rate and average duration of fades of deterministic simulation models for nakagami-hoyt fading channels. *Proc. 5th Int. Symp. Wireless Pers. Multimedia Commun.*, p. 272–276, October 2002.
- [10] PARSONS, J. D. *The Mobile Radio Channel*. 2. ed. Chichester, U.K.: Wiley, 2000.
- [11] STEIN, S. Fading channel issues in system engineering. *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, SAC-5, n. 2, p. 68–69, Feb. 1987.
- [12] TZEREMES, G.; CHRISTODOULOU, C. G. Use of weibull distribution for describing outdoor multipath fading. *Proc. IEEE Antennas Propag. Soc. Int. Symp.*, v. 1, p. 232–235, Jun. 2002.

- [13] YACOUB, M. D. The $\alpha - \mu$ distribution: A physical fading model for the stacy distribution. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, v. 56, n. 1, January 2007.
- [14] STACY, E. W. A generalization of the gamma distribution. *Ann. Math. Stat.*, v. 33, n. 3, p. 1187–1192, Sep. 1962.
- [15] STÜBER, G. L. *Principles of Mobile Communications*. Norwell, MA: Kluwer Academic Publishers, 1996.
- [16] JAMES, H. B.; WELLS, P. I. Some tropospheric scatter propagation measurements near the radio-horizon. *Proc. IRE*, p. 1336–1340, October 1955.
- [17] SUGAR, G. R. Some fading characteristics of regular vhf ionospheric propagation. *Proc. IRE*, p. 1432–1436, October 1955.
- [18] BASU, S. et al. 250 mhz/ghz scintillation parameters in the equatorial, polar, and aural environments. *IEEE J. Select. Areas Commun.*, SAC-5, p. 102–115, February 1987.
- [19] STALEY, T. L. et al. Performance of coherent mpsk on frequency selective slowly fading channels. *Proc. IEEE Veh. Technol. Conf. (VTC'96)*, Atlanta, GA, p. 784–788, April 1996.
- [20] NAKAGAMI, M. *The m-distribution - A general formula of intensity distribution of rapid fading*. Pergamon: Oxford, U.K., 1960. 3-36 p.
- [21] GOLDSMITH, A. J.; VARAIYA, P. P. Capacity of fading channels with channel side information. *IEEE Trans. Inf. Theory*, v. 43, n. 6, p. 1986–1992, Nov. 1997.
- [22] GOLDSMITH, A. J.; CHUA, S. G. Variable-rate variable-power mqam for fading channels. *IEEE Trans. Commun.*, v. 45, n. 10, p. 1218–1230, Oct. 1997.
- [23] ALOUINI, M.-S.; GOLDSMITH, A. J. Adaptive modulation over nakagami fading channels. *Wireless Pers. Commun.*, v. 13, n. 1/2, p. 119–143, Jan. 2000.
- [24] KNOPP, R.; HUMBLET, P. A. Information capacity and power control in single-cell multiuser communications. *in Proc. IEEE ICC*, p. 331–335, Jun. 1995.
- [25] GESBERT, D.; ALOUINI, M.-S. How much feedback is multi-user diversity really worth? *in Proc. IEEE ICC*, p. 234–238, Jun. 2004.

- [26] RAO, A.; ALOUINI, M.-S. Multiuser diversity with adaptive modulation in non-identically distributed nakagami fading environments. *IEEE Transactions On Vehicular Technology*, v. 61, n. 3, March 2012.
- [27] YANG, L.; KANG, M.; ALOUINI, M.-S. On the capacity-fairness tradeoff in multiuser diversity systems. *IEEE Trans. Veh. Technol.*, v. 56, n. 4, p. 1901–1907, Jul. 2007.
- [28] YACOUB, M. D. *Foundations of Mobile Radio Engineering*. Boca Raton: CRC Press, Inc., 1993. ISBN 0-8493-8677-2.
- [29] ADAMCHIK, V.; MARICHEV, O. I. The algorithm for calculating integrals of hypergeometric type functions and its realization in reduce system. *Proc. International Symposium on Symbolic and Algebraic Computation*, v. 1, p. 212–224, 1990.
- [30] ATAIDES, K. P.; DIAS, U. S. Performance of multiuser diversity with adaptive modulation over α - μ fading channels. *2014 IEEE Latin-America Conference on Communications (LATINCOM)*, p. 1–5, Nov 2014.

APÊNDICES

A. CÁLCULO DAS FÓRMULAS FECHADAS PARA OS ESQUEMAS CPVR E VPVR

A.1 FÓRMULA FECHADA PARA INTEGRAIS COM PRODUTOS DE FUNÇÕES MEIJERG

O artigo [29] fornece a fórmula fechada para integrais que possuem produtos de funções MeijerG:

$$\int_0^\infty x^{\alpha-1} G_{uv}^{st} \left(\sigma x \left| \begin{matrix} (c_u) \\ (d_v) \end{matrix} \right. \right) G_{pq}^{mn} \left(\omega x^{l/k} \left| \begin{matrix} (a_p) \\ (b_q) \end{matrix} \right. \right) dx = \frac{k^\mu l^{\rho+\alpha(v-u)-1} \sigma^{-\alpha}}{(2\pi)^{b^*(l-1)+c^*(k-1)}} \times$$

$$G_{kp+lv, kq+lu}^{km+lt, kn+ls} \left(\frac{\omega^k k^{k(p-q)}}{\sigma^l l^{l(u-v)}} \left| \begin{matrix} \Delta(k, a_1), \dots, \Delta(k, a_n), \Delta(l, 1-\alpha-d_1), \dots, \Delta(l, 1-\alpha-d_v), \Delta(k, a_{n+1}), \dots, \Delta(k, a_p) \\ \Delta(k, b_1), \dots, \Delta(k, b_m), \Delta(l, 1-\alpha-c_1), \dots, \Delta(l, 1-\alpha-c_u), \Delta(k, b_{m+1}), \dots, \Delta(k, b_q) \end{matrix} \right. \right) \quad (\text{A.1})$$

em que

$$b^* = s + t - (u + v)/2 \quad (\text{A.2})$$

$$c^* = m + n - (p + q)/2 \quad (\text{A.3})$$

$$\rho = \sum_{j=1}^v d_j - \sum_{j=1}^u c_j + (u - v)/2 + 1 \quad (\text{A.4})$$

$$\mu = \sum_{j=1}^p b_j - \sum_{j=1}^q a_j + (p - q)/2 + 1 \quad (\text{A.5})$$

$$\Delta(k, a) = \frac{a}{k}, \frac{a+1}{k}, \dots, \frac{a+k-1}{k} . \quad (\text{A.6})$$

A.2 CÁLCULO DE $I_Z(X, Y)$

A integral

$$I_z(x, y) = \int_0^\infty t^{\frac{xz}{2}-1} \ln(1+t) e^{-yt^{\frac{z}{2}}} dt \quad (\text{A.7})$$

pode ser calculada substituindo-se o Logaritmo e a Exponencial por suas representações em termos da função MeijerG, a saber:

$$\ln(1+t) = G_{2,2}^{1,2} \left(t \left| \begin{array}{c} 1, 1 \\ 1, 0 \end{array} \right. \right), \quad (\text{A.8})$$

$$\exp(-yt^{x/2}) = G_{0,1}^{1,0} \left(yt^{x/2} \left| \begin{array}{c} - \\ 0 \end{array} \right. \right). \quad (\text{A.9})$$

Substituindo (A.8) e (A.9) em (A.7), obtém-se:

$$I_z(x, y) = \int_0^\infty t^{\frac{xz}{2}-1} G_{2,2}^{1,2} \left(t \left| \begin{array}{c} 1, 1 \\ 1, 0 \end{array} \right. \right) G_{0,1}^{1,0} \left(yt^{x/2} \left| \begin{array}{c} - \\ 0 \end{array} \right. \right) dt. \quad (\text{A.10})$$

Comparando (A.10) com (A.1), temos que:

Tabela A.1: Parâmetros e respectivos valores.

| Parâmetro | Valor |
|-----------|----------------|
| α | $\frac{xz}{2}$ |
| s | 1 |
| t | 2 |
| u | 2 |
| v | 2 |
| σ | 1 |
| c_u | (1, 1) |
| d_v | (1, 0) |
| l | x |
| k | 2 |
| m | 1 |
| n | 0 |
| p | 0 |
| q | 1 |
| ω | y |
| a_p | \emptyset |
| b_q | 0 |

Calculando os parâmetros b^* , c^* , ρ , μ e $\Delta(k, a)$, a fórmula fechada por ser encontrada por meio de (A.1) como:

$$I_z(x, y) = \frac{1}{2^{x-1}\pi^{x-\frac{1}{2}}x} G_{2x, 2x+2}^{2x+2, x} \left(\frac{y^2}{4} \left| \begin{array}{c} \frac{-xz}{x}, \frac{-xz+1}{x}, \dots, \frac{-xz+x-1}{x}, \frac{-xz+1}{x}, \frac{-xz+2}{x}, \dots, \frac{2-z}{2} \\ 0, \frac{1}{2}, \frac{-xz}{x}, \frac{-xz+1}{x}, \dots, \frac{-xz+x-1}{x}, \frac{-xz}{x}, \frac{-xz+1}{x}, \dots, \frac{-xz+x-1}{x} \end{array} \right. \right), \quad (\text{A.11})$$

A.3 CÁLCULO DE $J_Z(X, Y)$

A integral

$$J_z(x, y) = \int_0^\infty t^{\frac{xz}{2}-1} \ln \left(1 + \frac{t}{K_0} \right) e^{-yt^{\frac{x}{2}}} dt \quad (\text{A.12})$$

pode ser calculada substituindo-se o Logaritmo e a Exponencial por suas representações em termos da função MeijerG, a saber:

$$\ln \left(1 + \frac{t}{K_0} \right) = G_{2,2}^{1,2} \left(\frac{t}{K_0} \left| \begin{array}{c} 1, 1 \\ 1, 0 \end{array} \right. \right), \quad (\text{A.13})$$

$$\exp(-yt^{x/2}) = G_{0,1}^{1,0} \left(yt^{x/2} \left| \begin{array}{c} - \\ 0 \end{array} \right. \right). \quad (\text{A.14})$$

Substituindo (A.13) e (A.14) em (A.12), obtém-se:

$$J_z(x, y) = \int_0^\infty t^{\frac{xz}{2}-1} G_{2,2}^{1,2} \left(\frac{t}{K_0} \left| \begin{array}{c} 1, 1 \\ 1, 0 \end{array} \right. \right) G_{0,1}^{1,0} \left(yt^{x/2} \left| \begin{array}{c} - \\ 0 \end{array} \right. \right) dt. \quad (\text{A.15})$$

Comparando (A.15) com (A.1), temos que:

Calculando os parâmetros b^* , c^* , ρ , μ e $\Delta(k, a)$, a fórmula fechada por ser encontrada por meio de (A.1) como:

$$J_z(x, y) = \frac{K_0^{\frac{xz}{2}}}{2^{x-1}\pi^{x-\frac{1}{2}}x} G_{2x, 2x+2}^{2x+2, x} \left(\frac{K_0^x y^2}{4} \left| \begin{array}{c} \frac{-xz}{x}, \frac{-xz+1}{x}, \dots, \frac{-xz+x-1}{x}, \frac{-xz+1}{x}, \frac{-xz+2}{x}, \dots, \frac{2-z}{2} \\ 0, \frac{1}{2}, \frac{-xz}{x}, \frac{-xz+1}{x}, \dots, \frac{-xz+x-1}{x}, \frac{-xz}{x}, \frac{-xz+1}{x}, \dots, \frac{-xz+x-1}{x} \end{array} \right. \right), \quad (\text{A.16})$$

Tabela A.2: Parâmetros e respectivos valores.

| Parâmetro | Valor |
|-----------|----------------|
| α | $\frac{xz}{2}$ |
| s | 1 |
| t | 2 |
| u | 2 |
| v | 2 |
| σ | K_0^{-1} |
| c_u | (1, 1) |
| d_v | (1, 0) |
| l | x |
| k | 2 |
| m | 1 |
| n | 0 |
| p | 0 |
| q | 1 |
| ω | y |
| a_p | \emptyset |
| b_q | 0 |

A.4 CÁLCULO DE $F_Z(X, Y)$

A integral $F_z(x, y)$ é definida como

$$F_z(x, y) = \int_{t_0}^{\infty} t^{\frac{xz}{2}-1} \ln\left(\frac{t}{t_0}\right) e^{-yt^{\frac{x}{2}}} dt . \quad (\text{A.17})$$

Definindo $w = (t/t_0)^{\alpha/2}$ e realizando uma mudança de variáveis, obtém-se

$$F_z(x, y) = \frac{4t_0^{xz}}{x^2} \int_1^{\infty} w^{z-1} \ln(w) e^{(-yt_0^{\frac{x}{2}})w} dw . \quad (\text{A.18})$$

A integral em (A.23) pode ser calculada por partes:

$$\int_1^{\infty} u dv = \lim_{w \rightarrow \infty} (uv) - \lim_{w \rightarrow 1} (uv) - \int_1^{\infty} v du . \quad (\text{A.19})$$

Atribuindo $u = \ln(w)$ e $dv = w^{z-1} e^{(-yt_0^{\frac{x}{2}})w} dw$, o termo v é encontrado executando-se

L-1 integrações por partes sucessivas

$$v = -e^{(-yt_0^{\frac{x}{2}})w} \sum_{k=1}^z \frac{(z-1)!}{(z-k)!} \frac{w^{z-k}}{(yt_0^{\frac{x}{2}})^k} . \quad (\text{A.20})$$

Assim, a fórmula fechada pode ser calculada como

$$F_z(x, y) = \frac{4(z-1)!}{x^2 y^z} \sum_{k=0}^{z-1} \frac{\Gamma[k, y(t_0)^{\frac{x}{2}}]}{k!} . \quad (\text{A.21})$$

A.5 CÁLCULO DE $P_z(X, Y)$

A integral $P_z(x, y)$ é definida como

$$P_z(x, y) = \int_{t_k}^{\infty} t^{\frac{xz}{2}-1} \ln\left(\frac{t}{t_k}\right) e^{-yt^{\frac{x}{2}}} dt . \quad (\text{A.22})$$

Definindo $w = (t/t_0)^{\alpha/2}$ e realizando uma mudança de variáveis, obtém-se

$$P_z(x, y) = \frac{4t_k^{xz}}{x^2} \int_1^{\infty} w^{z-1} \ln(w) e^{(-yt_k^{\frac{x}{2}})w} dw . \quad (\text{A.23})$$

A integral em (A.23) pode ser calculada por partes:

$$\int_1^{\infty} u dv = \lim_{w \rightarrow \infty} (uv) - \lim_{w \rightarrow 1} (uv) - \int_1^{\infty} v du . \quad (\text{A.24})$$

Atribuindo $u = \ln(w)$ e $dv = w^{z-1} e^{(-yt_k^{\frac{x}{2}})w} dw$, o termo v é encontrado executando-se L-1 integrações por partes sucessivas

$$v = -e^{(-yt_k^{\frac{x}{2}})w} \sum_{k=1}^z \frac{(z-1)!}{(z-k)!} \frac{w^{z-k}}{(yt_k^{\frac{x}{2}})^k} . \quad (\text{A.25})$$

Assim, a fórmula fechada pode ser calculada como

$$P_z(x, y) = \frac{4(z-1)!}{x^2 y^z} \sum_{k=0}^{z-1} \frac{\Gamma[k, y(t_k)^{\frac{x}{2}}]}{k!} . \quad (\text{A.26})$$