

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**  
**FACULDADE DE TECNOLOGIA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**ANÁLISE NUMÉRICA DO PROCESSO DE INSTALAÇÃO DE  
ESTACAS DE DESLOCAMENTO UTILIZANDO O MÉTODO  
DO PONTO MATERIAL**

**RAYDEL LORENZO REINALDO**

**ORIENTADOR: RENATO PINTO DA CUNHA**

**CO-ORIENTADOR: MANOEL PORFÍRIO CORDÃO NETO**

**TESE DE DOUTORADO EM GEOTECNIA**

**PUBLICAÇÃO: G.TD-110/2015**

**BRASÍLIA / DF: SETEMBRO / 2015**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**ANÁLISE NUMÉRICA DO PROCESSO DE INSTALAÇÃO DE ESTACAS DE  
DESLOCAMENTO UTILIZANDO O MÉTODO DO PONTO MATERIAL**

**RAYDEL LORENZO REINALDO**

**TESE DE DOUTORADO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E  
AMBIENTAL DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS  
NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR.**

**APROVADA POR:**

---

**RENATO PINTO DA CUNHA, Ph. D. (ENC/UnB)  
(ORIENTADOR)**

---

**MANOEL PORFÍRIO CORDÃO NETO, D.Sc. (ENC/UnB)  
(CO-ORIENTADOR)**

---

**GREGÓRIO LUÍS SILVA ARAÚJO, D. Sc. (ENC/UnB)  
(EXAMINADOR INTERNO)**

---

**JUAN FÉLIX RODRÍGUEZ REBOLLEDO, Ph.D. (ENC/UnB)  
(EXAMINADOR INTERNO)**

---

**CRISTINA DE HOLLANDA CAVALCANTI TSUHA, D.Sc. (EESC/USP)  
(EXAMINADOR EXTERNO)**

---

**ARTUR ANTONIO DE ALMEIDA PORTELA, Ph. D. (ENC/UnB)  
(EXAMINADOR EXTERNO)**

**DATA: BRASÍLIA/DF, 4 DE SETEMBRO DE 2015.**

## FICHA CATALOGRÁFICA

LORENZO, R.

Análise Numérica do Processo de Instalação de Estacas de Deslocamento Utilizando o Método do Ponto Material

[Distrito Federal] 2015

xxi, 138p., 210x297 mm (ENC/FT/UnB, Doutor, Geotecnia, 2015)

Tese de Doutorado - Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental

- |                            |                             |
|----------------------------|-----------------------------|
| 1. Fundações Profundas     | 2. Método do ponto material |
| 3. Métodos numéricos       | 4. Efeitos de instalação    |
| 5. Estacas de deslocamento | 6. Subloading Cam Clay      |
| I. ENC/FT/UnB              | II. Título (série)          |

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

LORENZO, R. (2015). Análise Numérica do Processo de Instalação de Estacas de Deslocamento Utilizando o Método do Ponto Material, Publicação GTD-110/2015, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 138 p.

## CESSÃO DE DIREITOS

NOME DO AUTOR: Raydel Lorenzo Reinaldo

TÍTULO DA TESE: Análise Numérica do Processo de Instalação de Estacas de Deslocamento Utilizando o Método do Ponto Material

GRAU / ANO: Doutor/2015

É concedida à Universidade de Brasília a permissão para reproduzir cópias desta tese de doutorado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta tese de doutorado pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

---

Raydel Lorenzo Reinaldo

405 Sul, Alameda 05 Bloco A Plano diretor Sul Apto 213

Palmas/TO - Brasil

## DEDICATÓRIA

*A minha família toda.*

*“O maior inimigo do conhecimento  
não é a ignorância,  
é a ilusão de conhecimento.”*

*- Stephen Hawking*

## **AGRADECIMENTOS**

A minha esposa Elizabeth, a teses como tudo na vida sempre fica melhor quando se faz entre duas pessoas que se querem.

À minha família toda, pelo carinho e apoio em todos estes anos de estudo e distância. Aos meus pais e meu irmão pelo amor, a força, o incentivo e a ajuda durante toda a minha vida.

Ao professor Renato pelo convite para fazer o doutorado no Brasil, as contínuas exigências para melhorar o trabalho e a amizade nesses 4 anos.

Ao professor Manoel pela amizade, o incentivo, as ajudas, as inúmeras ideias e discussões teóricas.

Ao professor John Nairn pelas respostas e por ceder o seu código de MPM para a realização desta pesquisa.

Aos meus amigos-irmãos de sempre Rene, Jorge e Rainer pela amizade e irmandade.

Aos amigos do grupo de espeleologia que terminaram sendo muito mais do que um grupo para expedições, obrigado pela amizade o incentivo e o apoio (Jorge, Franklin, Anile, Pavel, Jenny, Supita, Arnaldo, Gustavo, Olivia, Dania, Marcel, Osniel).

Aos meus colegas de trabalho, Serguey e Yudiel, durante os anos na empresa Invescons.

Aos colegas da UnB com os quais tenho compartilhado esta etapa da vida, obrigado pelo apoio e os momentos felizes.

A Oisy Hernandez pela ajuda com a realização do ensaio odométrico cíclico. A Ivan Otalvaro pela dica inicial no começo da pesquisa. A Marcelo Llano por me apresentar o código NairnMPM.

Ao grupo de colegas da UFT pelo acolhimento em Palmas e no grupo de dominadores.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), pelo apoio financeiro.

# **Análise Numérica do Processo de Instalação de Estacas de Deslocamento Utilizando o Método do Ponto Material**

## **RESUMO**

A capacidade de carga de uma fundação sobre estacas é governada pelas propriedades iniciais e o estado do solo ao redor da estaca depois da instalação desta. As estacas de deslocamento, durante sua instalação, modificam as tensões e a densidade do solo e, portanto o seu estado. No entanto, esta mudança das propriedades e do estado do solo ainda não é bem conhecida. Neste trabalho utilizou-se o método numérico chamado Método do Ponto Material para simular o processo de instalação de estacas. Para isto foi primeiramente estudado e validado o código *NairnMPM* que se baseia nesse método numérico. Algumas implementações precisaram ser realizadas no código para simular materiais com comportamento mais parecido com o solo. Foram implementados e validados os modelos constitutivos Cam Clay modificado e Subloading Cam Clay. Para a validação do código numérico e dos modelos implementados no caso da cravação de estacas foram realizados várias simulações. Na primeira delas, o processo de cravação de uma estaca em condições não drenadas foi simulado e comparado com o método de trajetória de deformações superficiais (SSPM), posteriormente foi realizada a simulação de um ensaio a escala reduzida da cravação de uma estaca em areia seca. Além destes, foi realizada a simulação de um ensaio em centrífuga da cravação de uma estaca em areia seca. De forma geral, as validações realizadas mostram a capacidade da ferramenta numérica de simular o processo de cravação da estaca e as variações de tensões que surgem no contorno desta. No final, foi realizada uma análise paramétrica do processo de cravação de estacas e obtiveram-se conclusões sobre os fatores que mais influenciam neste processo. Por fim, conclui-se que as análises do processo de instalação de estacas podem levar a projetos otimizados, uma vez que estas análises conseguem capturar fenômenos que não são observados quando as análises partem da estaca já introduzida no solo.

# **Numerical Analysis of the Installation Process of Displacement Piles Using the Material Point Method**

## **ABSTRACT**

The bearing capacity of a deep foundation is controlled by the initial properties of the soil and the state of the soil after the installation of the pile. During its installation, displacement piles modified the stresses and the density of the soil. As a consequence, the state of the soil is modified as well. However, the way in which the properties and the state of the soil are modified is still not well known. This problem involves complex boundary conditions avoiding the development of analytical solutions. Numerical methods are a useful alternative to face this problem. In this work, the Material Point Method was the numerical method used for the simulations of the pile installation. Simulations were made using the NairnMPM code, which is based on the Material Point Method. The code was firstly validated using benchmarks available on literature. In order to simulate the behavior of soil, the Modified Cam Clay model and the Subloading Cam Clay model were implemented and validated. To validate the numerical code and the implemented constitutive models for the case of pile installation, some simulations were done. In the first one, a pile drive in undrained conditions was simulated and compared to the Shallow Strain Path Method. After that, a small scale pile drive test in dry sand was simulated. In addition, a pile drive centrifuge test in dry sand was simulated. In general, the validations show the capacity of the numerical tool to simulate the pile drive process and the stress variations that arise in the pile boundary. A parametric analysis of the pile drive was done and some conclusions about the factors affecting this processes were obtained. Finally, it was concluded that the analysis of the pile installation may lead to optimizing projects since this analysis captures features that cannot be observed when the analysis began with the pile introduced in the soil.

# SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	1
1.1	CONTEXTO GERAL .....	1
1.2	MOTIVAÇÃO .....	1
1.3	OBJETIVOS.....	3
1.4	METODOLOGIA PARA O DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA.....	4
1.5	ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO.....	5
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	7
2.1	MÉTODOS DE EXECUÇÃO DE ESTACAS E CLASSIFICAÇÃO.....	7
2.2	INTERAÇÃO ENTRE ESTACAS DE DESLOCAMENTO E O SOLO.....	8
2.2.1	ESTACAS DE DESLOCAMENTO EM SOLO ARGILOSO .....	8
2.2.2	ESTACAS DE DESLOCAMENTO EM SOLOS GRANULARES .....	10
2.3	COMPORTAMENTO DE SOLOS GRANULARES .....	15
2.4	GRUPO DE ESTACAS E RADIER ESTAQUEADO.....	19
2.5	EFEITOS DE EXECUÇÃO DE ESTACAS E MÉTODOS ANALÍTICOS PARA ESTIMA-LOS.....	20
2.5.1	MÉTODO DE EXPANSÃO DE CAVIDADE (CEM).....	22
2.5.2	MÉTODO DE TRAJETÓRIA DE DEFORMAÇÕES SUPERFICIAIS .....	24
2.6	MÉTODOS NUMÉRICOS PARA GRANDES DEFORMAÇÕES.....	26
2.7	ANÁLISES NUMÉRICAS DE EXECUÇÃO DE ESTACAS DESCRITAS NA LITERATURA.....	28
2.8	MODELOS CONSTITUTIVOS .....	30
2.9	RESUMO .....	31
3	FUNDAMENTO TEÓRICO E FORMULAÇÃO DO MPM.....	32
3.1	EQUAÇÃO DIFERENCIAL OU DE GOVERNO.....	32
3.2	DISCRETIZAÇÃO NO MPM.....	32
3.3	VARIANTES DO MPM.....	35
3.4	ALGORITMO DE CÁLCULO .....	39
3.5	ALGORITMO DE CONTATO.....	42
3.6	AMORTECIMENTO E PASSO DE TEMPO NO MPM.....	43
3.7	INTEGRAÇÃO DO MODELO CONSTITUTIVO .....	45
3.8	RESUMO .....	50
4	IMPLEMENTAÇÃO DOS MODELOS CONSTITUTIVOS E VALIDAÇÕES.....	51

4.1	INTRODUÇÃO .....	51
4.2	DESCRIÇÃO DA FERRAMENTA NUMÉRICA UTILIZADA.....	51
4.3	IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL DOS MODELOS CONSTITUTIVOS	53
4.3.1	Breve descrição do MCC.....	53
4.3.2	Modelo Subloading Cam Clay (SCC) .....	55
4.3.3	Implementação dos modelos .....	59
4.4	VALIDAÇÕES .....	62
4.4.1	TRAJETÓRIA ISOTRÓPICA E OEDOMÉTRICA COM MCC.....	62
4.4.2	TRAJETÓRIA DE COMPRESSÃO TRIAXIAL CONVENCIONAL COM MCC	63
4.4.3	FUNDAÇÃO SUPERFICIAL.....	65
4.4.4	TRAJETORIA ISOTRÓPICAS e TRIAXIAS COM O MODELO SUBCAM.	67
4.4.5	SIMULAÇÃO DE COMPRESSÃO OEDOMÉTRICA CÍCLICA .....	70
4.5	SENSIBILIDADE NA DISCRETIZAÇÃO .....	71
4.6	RESUMO .....	74
5	ANÁLISES NUMÉRICAS DE CRAVAÇÃO DE ESTACAS.....	75
5.1	CRAVAÇÃO DE ESTACA PRANCHA EM SOLO COM CONDIÇÕES NÃO DRENADAS.....	75
5.2	CRAVAÇÃO DE ESTACA EM AREIA SECA NUM ENSAIO EM CÂMARA EXPERIMENTAL .....	80
5.3	CRAVAÇÃO DE ESTACA EM AREIA NUM ENSAIO EM CENTRÍFUGA .....	89
5.4	Resumo.....	92
6	ANÁLISE PARAMÉTRICA.....	93
6.1	GEOMETRIA E PARÂMETROS DOS MODELOS ANALISADOS .....	93
6.2	RESULTADOS DE TENSÕES RADIAIS APÓS A INSTALAÇÃO DA ESTACA .....	95
6.2.1	SEM CONTATO DO BLOCO COM O SOLO.....	95
6.2.2	COM CONTATO DO BLOCO COM O SOLO .....	105
6.3	RESULTADOS DE TENSÕES VERTICAIS APÓS A INSTALAÇÃO DA ESTACA.....	115
6.4	EFEITO DA INSTALAÇÃO DA ESTACA NA SUA CAPACIDADE DE CARGA VERTICAL.....	122

6.5	RECOMENDAÇÕES PRÁTICAS E OBSERVAÇÕES PARA PROJETOS EM ESTACA CRAVADAS.....	127
6.6	RESUMO .....	128
7	CONCLUSÕES E SUGESTÕES.....	130
7.1	SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS.....	132
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	133

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1. Efeitos da execução de estacas. (modificado de Lars 2010) .....	2
Figura 1.2. Metodologia para o desenvolvimento da pesquisa .....	4
Figura 2.1. Tipos de estacas mais utilizadas no Brasil.....	7
Figura 2.2. Relação do $N_q$ com o $\phi'$ (Berezantzev et al., 1961) .....	12
Figura 2.3. Perfil de atrito lateral idealizado e de campo em estacas cravadas (modificado de Randolph et al., 1994). .....	13
Figura 2.4. Resultado típico de um ensaio triaxial drenado para varias densidades de areia. (Manzanal, 2008).....	15
Figura 2.5. Resultado típico de um ensaio de triaxial em função da relação de tensões $q/p'$ vs. a) Deformação axial. b) Índice de vazios. (Manzanal, 2008).....	16
Figura 2.6. Variação típica do índice de vazios com a deformação axial para ensaio triaxial em areia com varias densidades. ....	16
Figura 2.7. Modelo lâminas de serra para representar a dilatância. (Bolton, 1986) .....	17
Figura 2.8. Algoritmo geral do MPM (Zabala, 2010). .....	28
Figura 3.1. a) Domínio inicial da partícula b) Domínio atualizado da partícula, numa análises com o método cpGIMP. ....	37
Figura 3.2. Domínio da partícula durante uma análise com o método CPDI; a) inicial b) e atualizado (Sadeghirad et al., 2011a) .....	38
Figura 3.3. Algoritmo general do MPM. a) Algoritmo USF b) Algoritmo USL. (Lorenzo, et al. 2013) .....	39
Figura 3.4. Algoritmo de cálculo para USF e entidades calculadas nos nós e nas partículas. (modificado de Buzzi et al., 2008) .....	41
Figura 4.1. (a) Função de plastificação, (b) linha de compressão normal e (c) superfície de estados críticos no MCC. ....	54
Figura 4.2. Superfície de subcarregamento e nova variável interna do modelo SubCam (Nakai, 2013). .....	56

Figura 4.3. Vista no plano desviador de varios criterios de ruptura.....	58
Figura 4.4. Diagrama de classes simplificada da parte de materiais do código NairnMPM ....	59
Figura 4.5. Breve representação do algoritmo de integração implementado. ....	61
Figura 4.6. Trajetórias de compressão isotrópica e oedométrica. a) espaço $p-q$ b) espaço $lnp'-e$ .....	63
Figura 4.7. Trajetórias de compressão triaxial da região úmida da superfície de plastificação. a) espaço $p-q$ b) espaço $q$ vs deformação desviadora.....	64
Figura 4.8. Trajetórias de compressão triaxial na região seca da superfície de plastificação. a) espaço $p-q$ b) espaço $q$ vs deformação desviadora. ....	65
Figura 4.9. Fundação rígida sobre solo MCC (Nazem <i>et al.</i> , 2006) .....	65
Figura 4.10. Tensão vertical média embaixo de uma fundação rasa sobre solo MCC .....	66
Figura 4.11. Recalque vertical (mm) e deformada da fundação rasa sobre solo MCC obtida com uGIMP-USF.....	67
Figura 4.12. Trajetórias de compressão isotrópicas para diferentes valores do parâmetro $a [N/m^2]$ (Lorenzo <i>et al.</i> , 2014).....	67
Figura 4.13. Trajetórias de tensões de um ponto material obtidas da simulação de um CTC com $a = 100000 N/m^2$ (Lorenzo <i>et al.</i> , 2014). ....	68
Figura 4.14. Trajetória de tensões de um ponto material obtidas da simulação de um CTC na região seca ( $OCR > 2$ ).....	69
Figura 4.15. Trajetória de tensões de um ponto material obtidas de simulações de TC e TE. .	69
Figura 4.16. Ensaio e simulação de carregamento oedométrico cíclico .....	71
Figura 4.17. Carga em faixa sobre material elástico. Geometria do modelo. ....	72
Figura 4.18. (a) Tensão vertical e (b) deslocamento vertical embaixo do canto esquerdo da carga.....	72
Figura 4.19. Tensão e deslocamento vertical embaixo do canto externo da carga para varias discretizações. ....	74
Figura 5.1. Geometria do modelo da cravação de estaca em solo von Mises. ....	76

Figura 5.2. Deslocamento horizontal do solo e deformada durante a cravação da estaca prancha.....	77
Figura 5.3. Deslocamento horizontal do solo e deformada no final da cravação da estaca prancha. Ampliação da zona entorno da estaca.....	78
Figura 5.4. Deslocamento radial normalizado para uma estaca prancha com relação $L/w=10$	78
Figura 5.5. Deslocamento vertical normalizado para uma estaca prancha com relação $L/w=10$ e dois materiais com diferente coeficiente de Poisson. ....	79
Figura 5.6. Diagrama esquemático da câmara e da estaca utilizada com os níveis dos sensores dentro da massa de areia (Jardine et al., 2013).....	80
Figura 5.7. Perfil de resistência por ponta do cone para membrana superior de 200 mm de raio interior (Jardine et al., 2013).....	81
Figura 5.8. Deslocamento horizontal do solo e deformada para varias profundidades de cravação obtidos na simulação.....	83
Figura 5.9. Posição esquemática dos sensores. ....	84
Figura 5.10. Tensões radiais medidas (Jardine et al., 2013; Yang et al., 2014) e obtidas na simulação utilizando GIMP e os modelos MCC e SubCam durante a cravação da estaca. ....	85
Figura 5.11. Tensões verticais medidas (Jardine et al., 2013) e calculadas utilizando GIMP e os modelos MCC e SubCam durante a cravação da estaca. ....	86
Figura 5.12. Tensões horizontais e verticais simuladas e experimentais para um ponto durante a cravação da estaca.....	87
Figura 5.13. Variação do coeficiente de empuxo ( $K$ ) durante a cravação da estaca para um ponto situado a $r/R=3$ e $z=700$ mm. ....	88
Figura 5.14. Trajetórias de tensões durante a cravação da estaca para o ponto situado a $z=700$ mm e $r/R=3$ . ....	89
Figura 5.15. Geometria e propriedades dos materiais do ensaio e do modelo publicado por Phuong et al. (2014). ....	90
Figura 5.16. Distribuição de tensões radiais ao final da cravação. ....	91
Figura 5.17. Distribuição de tensões radiais no contorno da estaca ao final da cravação.....	92

Figura 6.1. Geometria dos modelos e parâmetros mecânicos fixos para todos os modelos. ....	94
Figura 6.2. Tensões radiais iniciais e após a instalação da estaca (final) para o modelo 3 (5-20-1-1.5). ....	96
Figura 6.3. Tensões radiais iniciais e após a instalação da estaca (final) para o modelo 4 (5-40-1-1.5). ....	96
Figura 6.4. Tensões radiais iniciais e após a instalação da estaca (final) para o modelo 5 (25-20-1-1.5). ....	97
Figura 6.5. Tensões radiais iniciais e após a instalação da estaca (final) para o modelo 6 (25-40-1-1.5). ....	97
Figura 6.6. Tensões radiais iniciais e após a instalação da estaca (final) para o modelo 7 (5-40-8-1.5). ....	97
Figura 6.7. Tensões radiais iniciais e após a instalação da estaca para o modelo 8 (25-40-8-1.5).....	98
Figura 6.8. Tensões radiais normalizadas para o modelo 3 (5-20-1-1.5) e modelo 4 (5-40-1-1.5) .....	99
Figura 6.9. Tensões radiais normalizadas para o modelo 5 (25-20-1-1.5) e modelo 6 (25-40-1-1.5) .....	99
Figura 6.10. Diagrama esquemático da trajetória de tensões e deformações plásticas para um ponto perto do fuste durante a instalação da estaca. ....	100
Figura 6.11. Tensões radiais normalizadas para o modelo 3 (5-20-1-1.5) e modelo 5 (25-20-1-1.5) .....	100
Figura 6.12. Tensões radiais normalizadas para o modelo 4 (5-40-1-1.5) e modelo 6 (25-40-1-1.5) .....	101
Figura 6.13. Tensões radiais normalizadas para o modelo 4 (5-40-1-1.5) e modelo 7 (5-40-8-1.5) .....	102
Figura 6.14. Tensões radiais normalizadas para o modelo 6 (25-40-1-1.5) e modelo 8 (25-40-8-1.5) .....	102
Figura 6.15. Tensões radiais normalizadas para o modelo 7 (5-40-8-1.5) e modelo 8 (25-40-8-1.5) .....	101

Figura 6.16. Influência do valor do $\phi'$ na distribuição de tensões radiais após a cravação da estaca considerando os Modelos 3 (5-20-1-1.5) e 4 (5-40-1-1.5) e Modelos 5 (25-20-1-1.5) e 6 (25-40-1-1.5). .....	103
Figura 6.17. Influência do comprimento (L) na distribuição de tensões radiais após a cravação da estaca considerando os Modelos 3 (5-20-1-1.5) e 5 (25-20-1-1.5) e Modelos 4 (5-40-1-1.5) e 6 (25-40-1-1.5). .....	103
Figura 6.18. Influência do OCR na distribuição de tensões radiais após a cravação da estaca considerando os Modelos 4 (5-40-1-1.5) e 7 (5-40-8-1.5) e Modelos 6 (25-40-1-1.5) e 8 (25-40-8-1.5). .....	103
Figura 6.19. Coeficiente de Empuxo ( $K$ ) após a cravação da estaca para os modelos 3 (5-20-1-1.5) e 5 (25-20-1-1.5) e modelos 4 (5-40-1-1.5) e 6 (25-40-1-1.5). .....	104
Figura 6.20. Coeficiente de empuxo médio no comprimento da estaca no final da cravação desta para os modelos 3(5-20-1-1.5), 4(5-40-1-1.5), 5(25-20-1-1.5), 6(25-40-1-1.5) .....	105
Figura 6.21. Tensões radiais iniciais e após a instalação da estaca para o modelo 1 (5-40-1-3) considerando o contato do bloco com o solo. ....	106
Figura 6.22. Tensões radiais iniciais e após a instalação da estaca para o modelo 2 (25-40-1-3) considerando o contato do bloco com o solo. ....	107
Figura 6.23. Tensões radiais iniciais e após a instalação da estaca para o modelo 4 (5-40-1-1.5) considerando o contato do bloco com o solo. ....	107
Figura 6.24. Tensões radiais iniciais e após a instalação da estaca para o modelo 6 (25-40-1-1.5) considerando o contato do bloco com o solo. ....	107
Figura 6.25. Tensões radiais para modelos com blocos de coroamento diferentes. Modelos 1 (5-40-1-3) e 4 (5-40-1-1.5) e Modelos 2 (25-40-1-3) e 6 (25-40-1-1.5). ....	108
Figura 6.26. Tensões radiais no contorno da estaca após a cravação com e sem contato do bloco: modelos 1, 2, 3, 4. ....	109
Figura 6.27. Tensões radiais no contorno da estaca após a cravação com e sem contato do bloco: modelos 5, 6, 7, 8. ....	110

Figura 6.28. Influência do Radio do Bloco ( $R_0$ ) na distribuição de tensões radiais após a cravação da estaca considerando os Modelos 1 (5-40-1-3) e 4 (5-40-1-1.5) e Modelos 2 (25-40-1-3) e 6 (25-40-1-1.5).....	110
Figura 6.29. Valor médio ao longo da estaca da tensão radial / tensão radial inicial para modelos com e sem contato do bloco de coroamento com o solo: modelos 1, 2, 3, 4.....	111
Figura 6.30. Valor médio ao longo da estaca da tensão radial / tensão radial inicial para modelos com e sem contato do bloco de coroamento com o solo: modelos 5, 6, 7, 8. ....	112
Figura 6.31. Isovalores de tensões radiais após a instalação da estaca / tensão radial inicial. Sem considerar o bloco de coroamento. Modelo 4 (5-40-1-1.5). ....	113
Figura 6.32. Isovalores de tensões radiais após a instalação da estaca / tensão radial inicial. Considerando o bloco de coroamento. Modelo 1 (5-40-1-3).....	113
Figura 6.33. Isovalores de tensões radiais após a instalação da estaca / tensão radial inicial. Sem considerar o bloco de coroamento. Modelo 6 (25-40-1-1.5). ....	114
Figura 6.34. Isovalores de tensões radiais após a instalação da estaca / tensão radial inicial. Sem considerar o bloco de coroamento. Modelo 2 (25-40-1-3). ....	114
Figura 6.35. Tensões verticais num corte horizontal na ponta da estaca, Modelo 3 (5-20-1-1.5).....	115
Figura 6.36. Tensões verticais num corte horizontal na ponta da estaca, Modelo 4 (5-40-1-1.5).....	116
Figura 6.37. Tensões verticais num corte horizontal na ponta da estaca, Modelo 5 (25-20-1-1.5).....	116
Figura 6.38. Tensões verticais num corte horizontal na ponta da estaca, Modelo 6 (25-40-1-1.5).....	116
Figura 6.39. Tensões verticais num corte horizontal na ponta da estaca, Modelo 7 (5-40-8-1.5).....	117
Figura 6.40. Tensões verticais num corte horizontal na ponta da estaca, Modelo 8 (25-40-8-1.5).....	117
Figura 6.41. Linhas de deformação do solo no entorno da ponta da estaca (White, 2002). ...	117

Figura 6.42. Tensões verticais normalizadas para o modelo 3 (5-20-1-1.5) e modelo 4 (5-40-1-1.5) .....	118
Figura 6.43. Tensões verticais normalizadas para o modelo 5 (25-20-1-1.5) e modelo 6 (25-40-1-1.5) .....	118
Figura 6.44. Tensões radiais normalizadas para o modelo 3 (5-20-1-1.5) e modelo 5 (25-20-1-1.5) .....	119
Figura 6.45. Tensões verticais normalizadas para o modelo 4 (5-40-1-1.5) e modelo 6 (25-40-1-1.5) .....	119
Figura 6.46. Tensões verticais normalizadas para o modelo 4 (5-40-1-1.5) e modelo 7 (5-40-8-1.5) .....	120
Figura 6.47. Tensões verticais normalizadas para o modelo 6 (25-40-1-1.5) e modelo 8 (25-40-8-1.5) .....	120
Figura 6.48. Tensões verticais normalizadas para o modelo 7 (5-40-8-1.5) e modelo 8 (25-40-8-1.5) .....	121
Figura 6.49. Influência do valor do $\phi'$ na distribuição de tensões verticais após a cravação da estaca considerando os Modelos 3 (5-20-1-1.5) e 4 (5-40-1-1.5) e Modelos 5 (25-20-1-1.5) e 6 (25-40-1-1.5). .....	121
Figura 6.50. Influência do comprimento da estaca (L) na distribuição de tensões verticais após a cravação da estaca considerando os Modelos 3 (5-20-1-1.5) e 5 (25-20-1-1.5) e Modelos 4 (5-40-1-1.5) e 6 (5-40-1-1.5). .....	122
Figura 6.51. Influência do OCR na distribuição de tensões verticais após a cravação da estaca considerando os Modelos 4 (5-40-1-1.5) e 7 (5-40-8-1.5) e Modelos 6 (25-40-1-1.5) e 8 (25-40-8-1.5). .....	122
Figura 6.52. Relação de capacidades de carga .....	126

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1. Soluções do método SSPM para movimentos no solo com a cravação de uma estaca. ....	25
Tabela 2.2 Principais extensões e modificações feitas ao MCC.....	31
Tabela 4.1. Identificação, discretização dos modelos e erro no resultado da simulação. ....	73
Tabela 5.1. Propriedades índices da areia NE34 Fontainebleau (Jardine et al., 2013). ....	81
Tabela 5.2. Parâmetros estimados para a areia Baskarp (Phuong et al., 2014). ....	90
Tabela 6.1. Dados geométricos e parâmetros mecânicos dos modelos analisados.....	95
Tabela 6.2. Resumo do efeito dos parâmetros estudados na tensão radial após a cravação da estaca.....	105
Tabela 6.3. Efeito da instalação da estaca na capacidade de carga. ....	125

## LISTA DE SIMBOLOS, NOMENCLATURAS E ABREVIACÇÕES

$a$  - Parâmetro de ajuste do modelo Subloading Cam Clay.

ALE – Método Arbitrário Lagrangeano-Euleriano.

$A_b$  - Área da base da estaca.

$\underline{b}$  - Forças de corpo.

$C$  - coesão.

$C_u$  - coesão não drenada.

$c_p$  - Velocidade da onda de compressão.

CEM - Método de expansão de cavidades.

CPT - Cone de penetração estática.

CLS - Linha de Estado Crítico

CTC – Compressão Triaxial Convencional

$d$  - constante de amortecimento (*damping*).

$D$  - Diâmetro da estaca.

$\underline{D}$  - Matriz constitutiva.

$e$  - índice de vazio.

$E$  - Modulo de elasticidade.

$f$  - Função de plastificação.

$\underline{f}$  - vetor de forças.

$g$  - função de fluxo plástico.

$I_D$  - Índice de densidade do solo.

$I_r$  - Índice de densidade corrigida do solo.

$K_0$  - Coeficiente de empuxo em repouso.

$M$  - Inclinação da linha de estados críticos.

MCC – Modelo Cam Clay Modificado.

MEF - Método de elementos finitos.

MPM - Método do ponto material.

$m$  - massa.

$n$  - Número de nós da malha.

$N_c$  - Fator de capacidade de carga da base da estaca associado com a coesão do solo.

$N_q$  - Fator de capacidade de carga da base da estaca associado com o ângulo de atrito do solo.

OCR - Razão de pré-consolidação.

$p$  - número de partículas.

$p'$  - tensão média efetiva.

$p_0$  - tensão de pré-adensamento.

$p_a$  - pressão atmosférica

$q$  - tensão desviadora.

$q_b$  - pressão máxima resistente na base da estaca.

$\underline{q}$  - Vetor de quantidade de movimento.

$Q$  - Capacidade de carga da estaca.

$Q_p$  - Capacidade de carga da ponta da estaca.

$Q_f$  - Capacidade de carga por atrito lateral da estaca.

$R$  - Raio da estaca.

$R_0$  - Raio do bloco de coroamento.

$R_p$  - Raio da zona de comportamento plástico.

$r_0$  - Distância radial medida a partir eixo da estaca.

SSPM - Método de trajetórias de deformações superficiais.

$t$  - Tempo.

$u$  - Pressão de poro.

$u_r$  - Deslocamento radial.

$u_v$  - deslocamento vertical.

USF - Método de atualização das tensões *update stress first*.

USL - Método de atualização das tensões *update stress last*.

USAVG - Método de atualização das tensões *update stress average*.

$v$  - vetor de velocidade.

$V_s$  - Velocidade da onda de cisalhamento.

$x$  - Direção do sistema de coordenadas.

$z$  - profundidade.

$\phi'$  - Ângulo de atrito interno.

$\phi'_{CV}$  - Ângulo de atrito interno residual ou de volume constante.

$\psi$  - Ângulo de dilatância.

$\delta_r$  - Ângulo de atrito entre fuste de estaca e solo.

$\kappa$  - Coeficiente de compressibilidade no trecho descarga-recarga em um gráfico  $\ln p'$  vs.  $e$ .

$\lambda$  - Coeficiente de compressibilidade no trecho virgem em um gráfico  $\ln p'$  vs.  $e$ .

$\rho$  - Densidade.

$\underline{\underline{\sigma}}$  - Tensor de tensões.

$\sigma'_H$  - tensão horizontal efetiva.

$\sigma'_V$  - Tensão vertical efetiva.

$\tau_s$  - Atrito unitário em qualquer ponto do fuste da estaca.

# **1 INTRODUÇÃO**

## **1.1 CONTEXTO GERAL**

A ocorrência de solos superficiais com baixa capacidade de suporte e ainda com uma estrutura bastante porosa dificulta o uso de fundações rasas. Nestas condições é muito comum o uso de fundações profundas o que ocasiona um aumento dos custos das construções (Janda et al. 2008). Assim, pesquisas para aumentar a eficiência de fundações profundas ou a utilização de fundações alternativas se tornam muito importantes.

Normalmente o processo de projetar fundações profundas tem os seguintes passos: se fixam as dimensões da seção da estaca, que na maioria dos casos são determinados por fatores tecnológicos; se fixa um comprimento de estaca e se calcula a capacidade de carga isolada e, em função disso e do carregamento, se faz uma distribuição de estacas de modo que seja capaz de resistir à carga atuante. Em seguida é realizada a verificação se os recalques atendem aos valores admissíveis e se projeta o bloco que é encarregado de transmitir as cargas da estrutura às estacas (Randolph, 1994). Neste caso trata-se de um dimensionamento de fundação profunda clássica. Nessa forma de projetar fundações profundas, o tipo de estaca é considerado por meio da utilização de coeficientes que modificam a capacidade de carga calculada, seja por métodos semi-analíticos ou por correlações com ensaios de campo.

O efeito da execução da estaca no seu comportamento tem despertado interesse dentro da engenharia de fundações desde os estudos de Randolph et al. (1979) com a aplicação do método de expansão de cavidades. Embora esse problema seja bem conhecido, ainda existe muito empirismo na estimativa das mudanças no solo e no comportamento das estacas decorrente do processo executivo (Doherty & Gavin, 2011).

Dentro de grupo de estacas, os efeitos de interação entre estacas ou efeitos de grupo, também são influenciados pelo processo de instalação o que pode mudar o comportamento do sistema (Mandolini, 2003). Esta interação depende das dimensões das estacas, da distância entre elas, da rigidez e resistência do solo, do estado de tensões iniciais e do processo de execução.

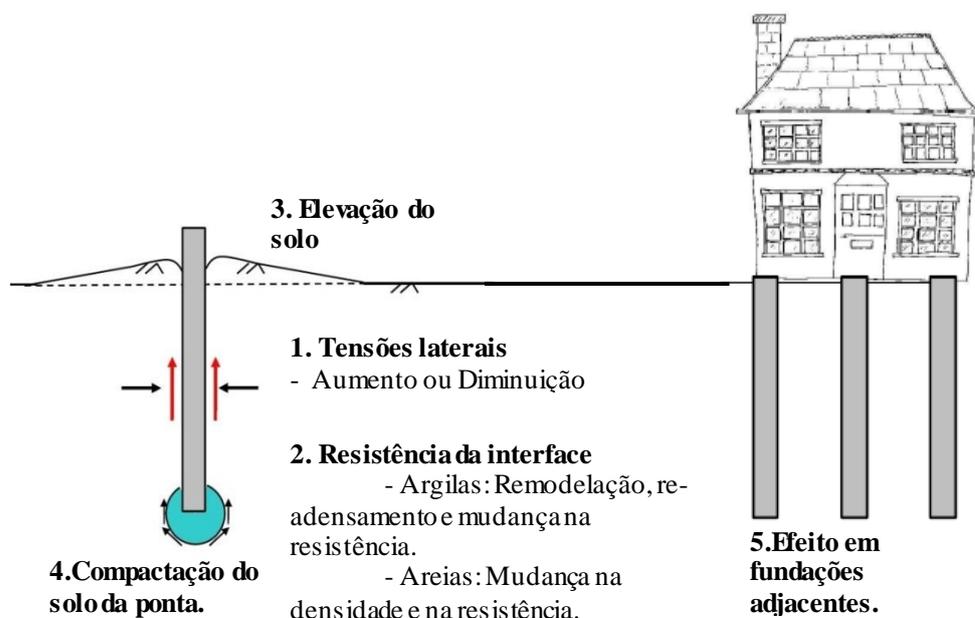
## **1.2 MOTIVAÇÃO**

Nas últimas décadas têm-se desenvolvido alguns tipos de estacas de deslocamento (Ômega, Atlas pile, Spire pile, entre outras) com o objetivo de melhorar o efeito que a execução destas provoca no solo. O estudo dessas estacas e das estacas cravadas está até hoje sendo abordado,

prioritariamente, do ponto de vista experimental (em muitos casos empíricos), sendo necessária uma compreensão real do mecanismo de trabalho e instalação.

Os efeitos que as estacas de deslocamento provocam no solo fazem com que a previsão de comportamento destas seja muito diferente se é considerado ou não o processo de instalação. Por este motivo os enfoques que pretendem estimar a capacidade de carga e os deslocamentos de estacas precisam considerar o processo executivo (Randolph, 2003).

Em geral os efeitos que as estacas de deslocamento podem provocar no solo são apresentados na Figura 1.1.



**Figura 1.1. Efeitos da execução de estacas.** (modificado de Lars 2010)

Estes efeitos de instalação (Figura 1.1) são considerados por alguns métodos analíticos e empíricos de cálculo de capacidade de carga utilizados na prática comum (Randolph et al., 1994; Jardine et al., 2005). No entanto, para condições geotécnicas mais complexas ou que diferem das condições iniciais destes métodos geralmente são utilizados métodos numéricos (Dijkstra et al., 2011).

Para poder considerar o processo de execução no projeto de estacas de deslocamento, é necessária uma ferramenta numérica capaz de simular a interação entre corpos, bem como fenômenos de grandes deformações e rotações. A ferramenta numérica mais utilizada até hoje para as análises de fundações é o Método dos Elementos Finitos (FEM), sendo que este, na

sua formulação Lagrangeana tradicional, apresenta problemas para a simulação quando ocorrem grandes deformações.

Tudo isto tem motivado a utilização de novos métodos numéricos para se tentar simular o processo de instalação de estacas e com isto encontrar explicações racionais para o comportamento de fundações com estacas de deslocamento, permitindo estimar melhor a capacidade de carga e os recalques destes tipos de fundações.

Dentre os métodos numéricos disponíveis, o Método do Ponto Material (MPM), introduzido por Sulsky et al. (1994 e 1995), é uma ferramenta numérica capaz de simular processos de penetração e de grandes deformações. Nesta pesquisa é utilizado o MPM para simular o processo de instalação de fundações profundas do tipo cravadas.

### 1.3 OBJETIVOS

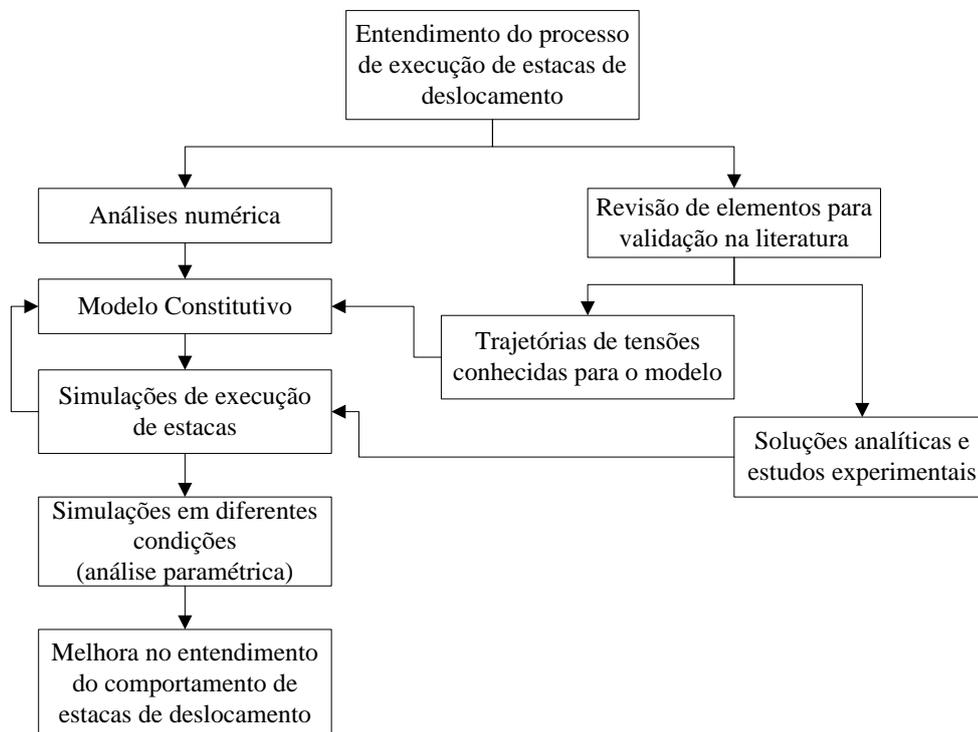
Este trabalho tem como objetivo geral analisar o comportamento de fundações profundas com estacas de deslocamento, considerando o processo de execução, por meio de simulações numéricas com o Método do Ponto Material.

Para atender este objetivo geral, se propõem os seguintes objetivos específicos:

1. Descrever as evidências experimentais publicadas na literatura sobre os efeitos dos processos de execução de estacas no solo;
2. Implementar em um código de MPM modelos constitutivos que considerem os principais fenômenos e características do solo que podem influenciar no processo executivo de estacas de deslocamento;
3. Avaliar e validar a capacidade do MPM para reproduzir o processo de instalação de estacas, comparando os resultados com métodos analíticos e ensaios de laboratório em modelos reduzidos;
4. Validar os modelos constitutivos implementados, contrastando-os com simulações publicadas por outros autores e com trajetórias de tensões conhecidas para este modelo;
5. Estudar as principais variáveis que influenciam no comportamento das estacas de deslocamento e avaliar o efeito destas no comportamento da mesma.

## 1.4 METODOLOGIA PARA O DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA

Para alcançar os objetivos propostos para esta pesquisa elaborou-se a metodologia apresentada na Figura 1.2. O conceito utilizado é o de procurar na literatura ensaios reais que permitam a validação das simulações que serão realizadas durante a pesquisa. Novos modelos constitutivos podem ser introduzidos para melhorar os resultados das simulações quando comparados com os ensaios reais. Além disso, a implementação computacional dos modelos será validada com trajetórias de tensões conhecidas. Uma vez os modelos de comportamento sejam validados serão utilizados para a simulação de problemas de contorno que permitam validar a utilização do MPM e do modelo para a análise de problemas de interação entre corpos e grandes deformações. Finalmente, com o modelo em MPM já validado se realiza uma análise paramétrica para estudar a influência do processo de instalação da estaca em diferentes condições.



**Figura 1.2. Metodologia para o desenvolvimento da pesquisa**

De uma forma resumida a metodologia utilizada pode ser resumida nos seguintes quesitos:

1. Revisão bibliográfica.
2. Descrição da formulação do método numérico selecionado.
3. Implementação e validação de modelos constitutivos.

4. Validação do método numérico e os modelos constitutivos no caso de grandes deformações.
5. Análise paramétrica para melhor entendimento dos efeitos de instalação.

## 1.5 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Este trabalho está dividido em sete capítulos. Uma descrição resumida dos assuntos abordados em cada um deles é tratada a seguir:

- Capítulo 1- Apresenta uma introdução sobre os assuntos estudados, onde são abordados a motivação e o objetivo, bem como a metodologia da pesquisa. Por fim, é apresentada uma descrição dos capítulos.
- Capítulo 2- Faz-se uma revisão bibliográfica sobre os métodos de execução de estacas e a classificação destas. São apresentados os mecanismos de interação das estacas de deslocamento com o solo, referenciando os trabalhos mais relevantes que apresentam métodos para estimar os efeitos da instalação de estacas assim como, as conclusões de trabalhos experimentais que tem estudado este fenômeno. Além disso, alguns trabalhos relacionados à modelagem numérica do processo de instalação de estacas são discutidos e um resumo dos principais modelos constitutivos utilizados para solos é apresentado.
- Capítulo 3- Neste capítulo a formulação básica da equação de governo do problema assim como a discretização desta com o MPM é apresentada. O algoritmo geral do MPM para o caso do problema tensão-deformação é apresentado, assim como aspectos importantes do cálculo utilizando este método. O método de integração do modelo constitutivo também é apresentado.
- Capítulo 4- Detalhes sobre a ferramenta computacional, além da validação dos modelos implementados são apresentados. As validações são realizadas em diversas condições de problemas de contorno, sendo algumas comparadas com trajetórias conhecidas de ensaios ou com resultados publicados utilizando outras ferramentas.
- Capítulo 5- São realizadas simulações do processo de instalação de estacas em varias condições e os resultados são comparados com soluções “fechadas”/analíticas ou com os resultados experimentais da literatura.
- Capítulo 6- Realiza-se uma análise paramétrica que avalia o efeito e a influência de algumas variáveis no processo de instalação de estacas. Aqui é considerado também o efeito do contato do bloco de coroamento com o solo na capacidade de carga da estaca. O

efeito da instalação na capacidade de carga é avaliado e comparado com o efeito que os métodos empíricos colocam dependendo do tipo de estaca.

- Capítulo 7- Conclui-se o trabalho, apontando os aspectos práticos mais relevantes observados, além dos principais efeitos que devem ser considerados referentes ao processo de instalação de estacas.

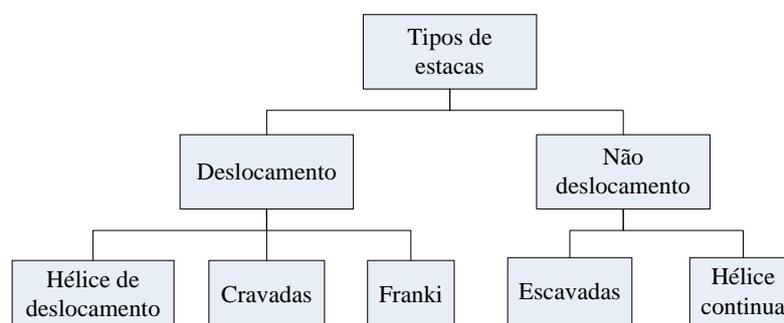
## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este capítulo apresenta a revisão bibliográfica dos diferentes temas abordados durante a pesquisa e que se consideram necessários para avançar no estado do conhecimento dos tópicos utilizados.

### 2.1 MÉTODOS DE EXECUÇÃO DE ESTACAS E CLASSIFICAÇÃO

Muitas classificações e categorias das estacas têm sido descritas, a maioria delas baseadas no método de instalação, agrupando-as em escavadas ou cravadas. Esta classificação tem-se mostrado pouco adequada para o grande número de tecnologias utilizadas hoje. Uma divisão que contempla maior informação em relação ao comportamento das estacas as classifica em estacas de “deslocamento” ou de “não deslocamento” (Tomlinson & Woodward, 2008).

Nas estacas de deslocamento, o solo é empurrado radialmente durante a penetração da estaca. Na parte superficial também pode haver uma componente vertical de deslocamento do solo. Com o avanço da estaca, os solos granulares tendem a se compactar, enquanto que em argilas pode haver levantamento da superfície do solo com pouca mudança de volume. Nesta classificação se enquadram as estacas cravadas, Franki e as estacas hélice de deslocamento (tipos Ômega) (Figura 2.1). Nas primeiras, a estaca é pré-fabricada e introduzida no solo, deslocando-o um valor máximo igual ao seu diâmetro. Nas outras, a hélice ou o revestimento, têm geometrias que deslocam o solo quando são introduzidos, e quando são retirados, o furo é preenchido com concreto.



**Figura 2.1. Tipos de estacas mais utilizadas no Brasil**

Nas estacas de deslocamento, o processo de execução muda o estado de tensões ao longo do fuste e na ponta da estaca, bem como a rigidez do solo. Em solos arenosos, além disso, acontece quebra das partículas de areia. Na presente pesquisa o estudo vai focar nas estacas de deslocamento.

## 2.2 INTERAÇÃO ENTRE ESTACAS DE DESLOCAMENTO E O SOLO

Neste tópico se apresentam alguns dos mecanismos de interação entre as estacas e o solo. É discutido o comportamento das variáveis que influenciam diretamente no cálculo da capacidade de carga das estacas e como o processo de execução pode influenciar nestas.

Segundo o atual estado do conhecimento, os métodos estáticos de cálculo da capacidade de carga vertical de estacas consideram que esta é a simples superposição da contribuição da resistência pelo fuste e pela base. Isto é:

$$Q = Q_p + Q_f \quad (2.1)$$

onde  $Q_p$  é a capacidade de carga da ponta da estaca e  $Q_f$  é a capacidade de carga por atrito lateral da estaca. No próximo item é apresentada uma descrição do comportamento de estacas separadamente para solos argilosos e solos arenosos.

### 2.2.1 ESTACAS DE DESLOCAMENTO EM SOLO ARGILOSO

Quando uma estaca é cravada em um solo argiloso, o solo é deslocado lateralmente e em menor medida verticalmente até igualar o volume da estaca que penetrou no solo. O solo perto da superfície da estaca é extensamente remoldado e ao longo da estaca são gerados elevados valores de poropressões. Numa argila mole estas poropressões podem demorar semanas ou até meses para dissipar. Durante este período, o atrito no fuste e a resistência da ponta da estaca são pouco desenvolvidos uma vez que estes são função das tensões efetivas. Com o tempo um processo de consolidação acontece no perímetro da estaca aumentando as tensões efetivas e a rigidez da argila (Fleming et al., 2009).

A capacidade de carga da base da estaca pode ser calculada como:

$$Q_p = N_c C_u A_b \quad (2.2)$$

onde  $N_c$  é o fator de capacidade de carga da base,  $C_u$  é a resistência ao cisalhamento não drenada do solo e  $A_b$  a área da base da estaca. O fator de capacidade é geralmente considerado como 9 (Tomlinson & Woodward, 2008).

A resistência do fuste pode ser calculada considerando uma abordagem em tensões efetivas ou em tensões totais da seguinte forma:

No caso da abordagem em tensões efetivas:

$$\tau_s = \sigma'_H \tan \delta_r \quad (2.3)$$

Onde  $\tau_s$  é o atrito unitário em qualquer ponto do fuste,  $\sigma'_H$  é a tensão horizontal efetiva nesse ponto, e  $\delta_r$  é o ângulo de atrito da interface solo-estaca.

Uma simplificação é feita na equação (2.3) considerando a tensão efetiva horizontal proporcional à tensão vertical efetiva geostática ( $\sigma'_V$ ) por meio do coeficiente de empuxo  $K$ . Portanto:

$$\tau_s = K \sigma'_V \tan \delta_r \quad (2.4)$$

No caso da abordagem em tensões totais:

$$\tau_s = (C_u / \sigma'_V)_{nc}^{0.5} (C_u \sigma'_V)^{0.5} \quad (2.5)$$

para valores de  $(C_u / \sigma'_V)$  menores do que 1 e

$$\tau_s = (C_u / \sigma'_V)_{nc}^{0.5} C_u^{0.75} \sigma'_V{}^{0.25} \quad (2.6)$$

para valores de  $(C_u / \sigma'_V)$  maiores do que 1.

Sendo a capacidade de carga por fuste expressada da seguinte forma:

$$Q_f = \sum_{i=1}^n \tau_{si} A_{si} \quad (2.7)$$

Onde  $n$  é o número de camadas na qual se tenha dividido a estaca para fazer o cálculo,  $i$  é a identificação da camada e  $A_{si}$  a área do fuste para a camada  $i$ .

O coeficiente de empuxo ( $K = \sigma'_H / \sigma'_V$ ) varia durante o processo de execução e de carregamento da estaca. No caso de uma estaca cravada numa argila rígida,  $K$  é ao final da cravação muito elevado, devido à diminuição da tensão vertical efetiva ( $\sigma'_V$ ) sem uma correspondente diminuição da tensão horizontal efetiva ( $\sigma'_H$ ). Essa diminuição acontece pelo aumento das poropressões com pouca variação da tensão vertical total. A  $\sigma'_H$  não diminui muito porque, embora seja afetada pelas poropressões, o deslocamento horizontal do solo produz um aumento significativo da tensão horizontal total.

No caso de uma estaca escavada, o valor de  $K$  ao final da escavação é baixo, porque o solo se expande ocupando uma parte da escavação. Depois de feito o furo, a concretagem da estaca aumenta a pressão sobre as paredes do orifício, aumentando novamente o valor de  $K$  até um valor geralmente próximo do inicial. Devido à mudança no valor de  $K$ , este parâmetro é difícil de ser estimado e até de ser medido *in loco*. Por causa desse fato, existe uma grande variação nas estimativas do  $K$ , que geralmente são empíricas.

No método  $\beta$  proposto por Burland (1973) se utilizam as expressões anteriormente apresentadas para o caso da abordagem em tensões efetivas e o valor de  $K$  utilizado é o coeficiente de empuxo em repouso. No entanto este método foi formulado a partir de estacas escavadas.

O valor do coeficiente de atrito entre a estaca e o solo ( $\delta_r$ ) também é de difícil estimativa. Doherty & Gavin (2011) sugerem adotar para solos argilosos o valor do ângulo de atrito interno residual ou de volume constante ( $\phi'_{cv}$ ).

Em qualquer uma das abordagens o conhecimento das tensões efetivas no contorno das estacas é um dado indispensável.

## 2.2.2 ESTACAS DE DESLOCAMENTO EM SOLOS GRANULARES

A capacidade de carga da base da estaca em solos granulares pode ser calculada como:

$$Q_p = N_q \sigma'_v A_b \quad (2.8)$$

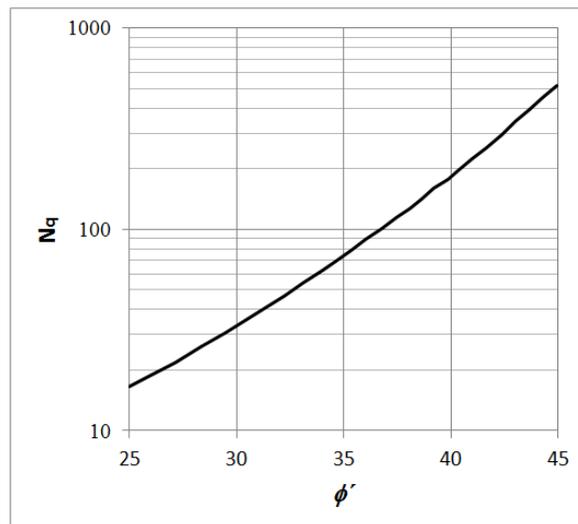
onde  $N_q$  é o fator de capacidade de carga da base da estaca e  $\sigma'_v$  a tensão vertical efetiva na base da estaca.

Observando a equação (2.8) é possível pensar que a capacidade de carga da base aumenta linearmente com a profundidade. No entanto, numerosas pesquisas mostram que a pressão máxima resistente na base da estaca ( $q_b = N_q \sigma'_v$ ) atinge um valor limite. Isto fez com que métodos de dimensionamento de estacas colocassem limites do aumento linear de  $q_b$  até profundidades de 10 vezes o diâmetro da estaca ( $D$ ) para areias soltas e  $20D$  para areias densas. Em outros casos este valor ficava limitado a um valor máximo de entre 10 e 20MPa (CTE, 2006; Tomlinson & Woodward, 2008).

Os métodos mais modernos de capacidade de carga geralmente não limitam a pressão máxima resistente da base com a profundidade em perfis de areia homogêneos, mas aceitam que existe uma diminuição gradual da taxa de aumento do  $q_b$  com a profundidade. Dois efeitos contribuem com isso: primeiramente, o valor do ângulo de atrito interno efetivo ( $\phi'$ ) diminui com o aumento da tensão de confinamento, portanto  $N_q$  deve ser reduzido com o aumento da tensão e correspondentemente com a profundidade (Bolton, 1986); em segundo lugar, a ruptura abaixo da ponta da estaca é uma ruptura confinada (sem chegar a uma superfície livre como acontece no caso de fundações superficiais), isto ocasiona que a capacidade de carga seja afetada pela rigidez do solo. O coeficiente  $N_q$  tem uma relação direta com o índice de rigidez (relação entre o módulo de deformação cisalhante e a resistência do solo) e este índice diminui com o aumento do nível de tensão, provocando uma diminuição do  $N_q$  com a profundidade. As implicações disto para a capacidade de carga da base é que com o aumento da profundidade da estaca, os valores de capacidade de carga vão aumentando com uma taxa menor, chegando a ser quase assintóticos, para os comprimentos práticos de estacas, em valores de entre 10 e 20 MPa (Randolph et al., 1994; Fleming et al., 2009).

Na literatura é possível encontrar vários ábacos para a obtenção dos valores de  $N_q$  (Randolph et al., 1994; Randolph, 2003; CTE, 2006; Tomlinson & Woodward, 2008; Fleming et al., 2009), mas os obtidos por Berezantzev et al. (1961) (Figura 2.2) são os mais utilizados. Para a obtenção do  $N_q$  utilizando qualquer um dos ábacos antes citados é necessário selecionar um

valor de  $\phi'$  consistente com o nível de tensões e a densidade relativa da areia no nível da ponta da estaca.



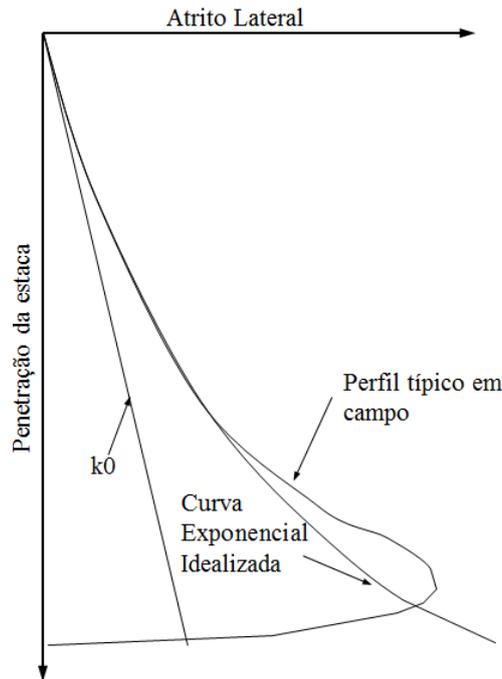
**Figura 2.2. Relação do  $N_q$  com o  $\phi'$**  (Berezantzev et al., 1961)

O cálculo da resistência do fuste é realizado utilizando a equação (2.3). Segundo Fleming et al. (2009) na ausência de dados de ensaio de cisalhamento da interface e com a hipótese de que não vai existir nenhum efeito dilatante entre o solo e o contorno da estaca o valor de  $\delta_r$  pode ser considerado como  $\phi'_{cv}$ , da mesma forma que em solos coesivos.

O valor de  $K$  vai depender do valor de  $K_0$ , do método de instalação da estaca e da densidade inicial do solo. Segundo Tomlinson & Woodward (2008) é prática comum utilizar para estacas escavadas valores de 0,7, já para o caso de estacas hélice de deslocamento este valor se considera 0.9 e para o caso de estacas tipo Franki pode-se considerar valores entre 1 e 1.2.

Estudos em estacas cravadas tem evidenciado que a resistência do fuste vai diminuindo a medida que a estaca é cravada. A explicação física que os pesquisadores têm dado para esse fenômeno é que o solo no contorno da estaca vai densificando a medida que esta é cravada e que este fenômeno é reforçado pelas partículas que vão sendo quebradas com a passagem da ponta da estaca (White, 2002).

Na Figura 2.3 é apresentado o perfil de atrito lateral que segundo Randolph et al. (1994) é observado em campo depois da instalação de uma estaca cravada em areia.



**Figura 2.3. Perfil de atrito lateral idealizado e de campo em estacas cravadas (modificado de Randolph et al., 1994).**

Considerando as mudanças que aparecem do atrito lateral após a cravação, algumas formulações têm surgido para estimar o valor de  $K$  ou das tensões radiais no final da cravação. Randolph et al. (1994) sugerem estimar este valor baseados na distância relativa entre a ponta da estaca e o ponto onde se deseja estimar a resistência de fuste ( $h$ ), utilizando a seguinte expressão:

$$K = K_{\min} + (K_{\max} - K_{\min})e^{-\mu h/D} \quad (2.9)$$

sendo:  $\mu$  o parâmetro que controla a taxa de degradação e pode ser considerado como 0,05;  $K_{\max}$  pode ser estimado como uma porcentagem da resistência de cone CPT ( $q_c$ ) normalizada, normalmente se considera 2% de  $q_c/\sigma'_V$  para estacas de ponta fechada e 1% para estacas de ponta aberta;  $K_{\min}$  pode ser considerada como o coeficiente de empuxo ativo (Fleming et al., 2009);  $h$  é a distância entre a ponta da estaca e o ponto aonde se deseja conhecer o valor de  $K$  e  $D$  o diâmetro da estaca.

Jardine et al. (2005) sugeriram a seguinte expressão para o cálculo direto das tensões radiais ao redor do fuste de estacas cravadas em areia sílica após o processo de instalação.

$$\sigma'_r = 0.029q_c (\sigma'_{zo}/Pa)^{0.13} (h/R)^{-0.38} \quad (2.10)$$

onde  $Pa$  é a pressão atmosférica,  $\sigma'_{zo}$  é a pressão vertical efetiva geostática.

O cálculo das tensões a partir desta expressão é utilizado pelo método de cálculo de capacidade de carga de estacas cravadas proposto pelo *Imperial College* conhecido como ICP (Jardine et al., 2005). A confiabilidade desse método tem sido avaliada em várias pesquisas e o coeficiente de variação em relação à capacidade de carga obtida de ensaios de provas de carga tem se mostrado inferior a 0.3 (Jardine et al., 2005; Yang et al., 2013).

A cravação de estacas em areias fofas aumenta a densidade do solo em torno do fuste e na base da estaca. A variação do coeficiente de empuxo sobre o fuste depende em grande medida da quantidade de solo deslocado, podendo ter valores de até duas vezes o valor do empuxo de repouso (Fleming et al., 2009). Normalmente, não se considera um aumento no valor do ângulo de atrito interno para o cálculo da capacidade de carga da base, já que provas de carga tem evidenciado uma diminuição da capacidade de carga com a profundidade.

Vale ressaltar que nas pesquisas que têm tentando avaliar os valores do coeficiente de empuxo e do ângulo de atrito entre a estaca e o solo apresentam desvios muito grandes desses valores (Lehane & Jardine, 1994; McCabe & Lehane, 2003).

É importante salientar que os métodos mais utilizados no Brasil são de caráter empírico ou estatístico como são o método de Aoki & Velloso (1975) e de Décourt & Quaresma (1978). Estes métodos atribuem valores diferentes aos coeficientes utilizados no método em função do tipo de estaca. Isto indiretamente está considerando as mudanças que o processo de execução da estaca pode causar no solo.

Para duas estacas instaladas no mesmo solo, sendo uma cravada e a outra escavada, se analisados os coeficientes que utiliza o método de Aoki & Velloso (1975), pode-se concluir que a relação entre as resistências unitárias tanto por ponta como por fuste é de 2, sendo superior a da estaca cravada. No caso do método de Décourt & Quaresma (1978) esta relação depende do tipo de solo e é diferente para a resistência por ponta e por fuste. Para o caso de solo argiloso a razão das resistências unitária por fuste é de 1,18 e por ponta de 1,25. No caso de areia as razões coincidem com as do método de Aoki & Velloso (1975).

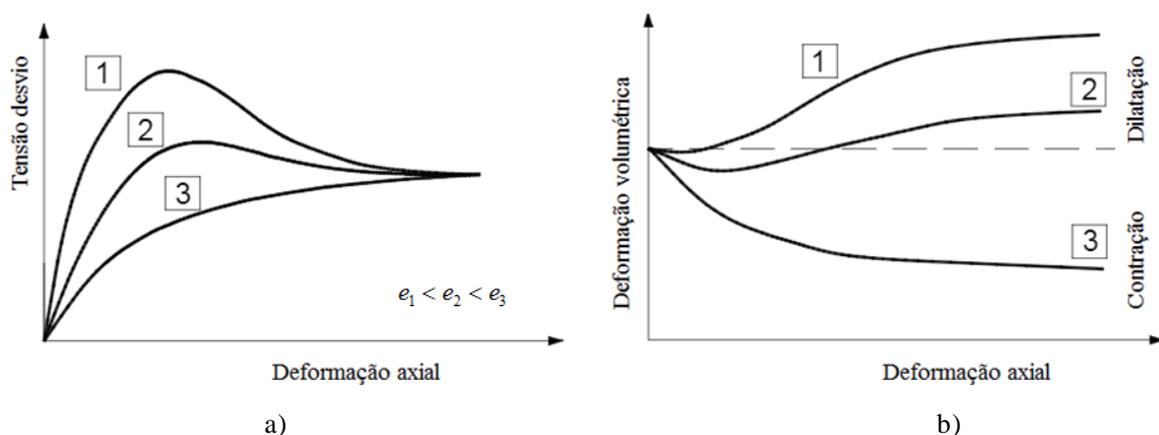
### 2.3 COMPORTAMENTO DE SOLOS GRANULARES

A resposta tensão-deformação dos solos é muito complexa. Isto porque, tanto a deformabilidade como a resistência dos solos é afetada por muitos fatores. Alguns destes fatores são, a estrutura do solo, a mineralogia, as pressões de poros, a densidade do solo, as condições de drenagem, o nível de tensões e as trajetórias de tensões a que tenha sido submetido.

Estudos baseados em ensaios de compressão odométrica tem evidenciado que os materiais granulares são relativamente incompressíveis a baixas tensões e que as mudanças volumétricas que aparecem são devidas ao acomodamento da estrutura do solo. No entanto, este comportamento muda para elevadas pressões de compressão onde, a mudança de volume se deve principalmente à quebra das partículas.

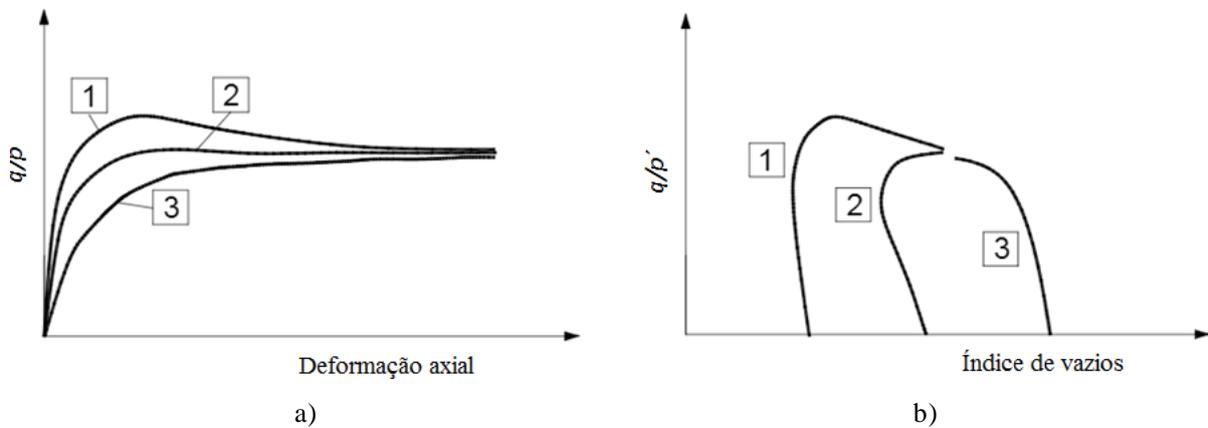
A resposta do solo tanto em compressão hidrostática como odométrica é não linear e pode apresentar comportamento elasto-plástico quando superado determinado nível de tensões limitado pela chamada superfície de escoamento. O comportamento elástico se deve principalmente à deformação elástica das partículas sólidas, enquanto que as deformações plásticas se devem ao reagrupamento, deslocamento e ruptura destas partículas. O aparecimento de deformações plásticas para trajetórias hidrostáticas é uma característica que distingue os solos de muitos outros materiais.

O comportamento a cisalhamento das areias está condicionado a seu estado de compacidade. Na Figura 2.4 é possível ver a influência da densidade inicial no comportamento de uma areia.



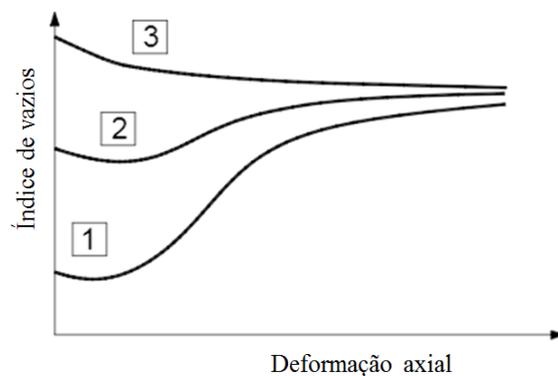
**Figura 2.4. Resultado típico de um ensaio triaxial drenado para varias densidades de areia.**  
(Manzanal, 2008)

Para o caso 1, que corresponde com uma areia densa, a resposta tensão desviadora – deformação axial está marcada por um forte pico seguido por amolecimento até que a tensão desvio se estabiliza para grandes deformações (aproximadamente 20%). Este pico na tensão desvio ( $q$ ) é menos acentuado quando o mesmo gráfico da Figura 2.4a é apresentado normalizado pela tensão de confinamento ( $p'$ ) (Figura 2.5).



**Figura 2.5. Resultado típico de um ensaio de triaxial em função da relação de tensões  $q/p'$  vs. a) Deformação axial. b) Índice de vazios. (Manzanal, 2008)**

A variação volumétrica representada na Figura 2.4b pela deformação volumétrica e na Figura 2.5b e Figura 2.6 pelo índice de vazios, evidencia claramente o comportamento dilatante para o caso 1 com um incremento marco do índice de vazios. No começo do ensaio se produzem pequenas contrações, posteriormente o índice de vazios aumenta até grandes valores de deformações, observando uma alta variação de volume.



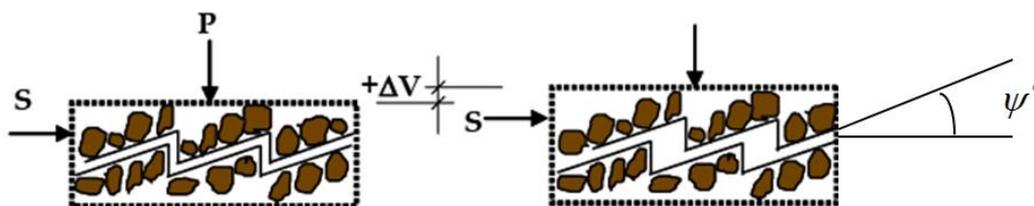
**Figura 2.6. Variação típica do índice de vazios com a deformação axial para ensaio triaxial em areia com varias densidades.**

No caso 2 o comportamento é similar ao caso 1. No começo se produzem pequenas contrações volumétricas e posteriormente começa uma resposta dilatante até alcançar um índice de vazios similar ao caso 1.

Por ultimo, no caso 3 que corresponde com uma areia fofa, a tensão desvio aumenta de forma monótona, até atingir um valor estável na medida em que aumenta a deformação axial. Em este caso se produz uma redução do volume da amostra ou o que é o mesmo uma diminuição do índice de vazios.

Pode-se ver então que a resposta dos solos é muito diferente dependendo da densidade. O solo denso experimenta uma redução da resistência ao cisalhamento com o aumento das deformações e os solos fofos o contrario. Os solos densos rompem para uma deformação menor que os solos fofos. Independentemente do estado de densidade inicial os solos, para grandes deformações, tendem ao mesmo valor de resistência ao cisalhamento e índice de vazios. Este estado que atinge o solo para grandes valores de deformações é conhecido como estado crítico.

A dilatância tem uma influencia muito grande na resposta volumétrica de solos granulares. Esta é definida como a variação de volume quando são aplicadas tensões de cisalhamento. Na Figura 2.7 é apresentado um modelo simples proposto por Bolton (1986) para representar a relação entre a tensão cisalhante e a dilatância. O modelo descreve a resposta quando aplicada uma força cisalhante no bloco superior, este se desliza e tende a se deslocar verticalmente, provocando um cambio de volume  $+\Delta V$ .



**Figura 2.7. Modelo lâminas de serra para representar a dilatância.** (Bolton, 1986)

A direção do deslizamento é num plano inclinado um ângulo  $\psi^\circ$  com a horizontal. Este ângulo é conhecido como ângulo de dilatância. Utilizando o modelo a resistência cisalhante pode ser relacionada com a dilatância da seguinte forma:

$$S = \tan(\phi' + \psi) P \quad (2.11)$$

Bolton (1986) definiu desta forma o ângulo de atrito na superfície de ruptura como:

$$\phi' = \phi'_{cv} + \psi \quad (2.12)$$

Utilizando estudos num grupo grande de areais reais, Bolton (1986) corrigiu esta equação diminuindo a contribuição do ângulo de dilatância num 20%.

$$\phi' = \phi'_{cv} + 0.8\psi \quad (2.13)$$

Posteriormente Vaid & Sasitharan (1993) obtiveram uma contribuição menor da dilatância e explicaram que os ensaios de Bolton (1986) tinham sido baseado em condição de deformação plana e os estudos realizados por eles foram baseado em ensaios triaxiais, o equação sugerida por eles foi:

$$\phi' = \phi'_{cv} + 0.33\psi \quad (2.14)$$

Isto evidenciou também a dependência na resposta ao cisalhamento dos solos da trajetória de tensões.

Duncan et al. (2014) colocam como os fatores mais importantes que governam o valor do  $\phi'$ , a densidade, a distribuição granulométrica, a tensão de confinamento, a quebra de partículas, o tipo de minerais do solo e a forma e o tamanho das partículas. O valor do  $\phi'$  diminui com a tensão de confinamento, variando entre 3° e 7° para cada variação em 10 vezes da tensão de confinamento. No caso do efeito da densidade ocorre o contrario, o valor do  $\phi'$  aumenta com a densidade, variando aproximadamente 10° entre o estado mais solto e o mais denso.

Segundo Bolton (1986),  $\phi'$  pode ser ligado com a densidade relativa da areia ( $I_D$ ), o nível de tensão média efetiva ( $p'$ ) e o ângulo de atrito interno a volume constante ( $\phi'_{cv}$ ). A densidade relativa corrigida ( $I_r$ ) pode ser expressa como:

$$I_r = I_D [5.4 - \ln(p'/p_a)] - 1 \quad \text{para valores de } p' > 150kPa \quad (2.15)$$

e

$$I_r = 5I_D - 1 \quad \text{para valores de } p' \leq 150kPa \quad (2.16)$$

onde  $p_a$  é a pressão atmosférica.

O valor de  $\phi'$  apropriado para a densidade relativa da areia pode ser calculado como:

$$\phi' = \phi'_{cv} + 3I_r \quad (2.17)$$

A média da  $p'$  na ruptura segundo Fleming et al. (2009) pode ser aproximada como a média geométrica do  $N_q$  e a tensão vertical efetiva na base da estaca ( $\sigma'_v$ ):

$$p' \sim \sqrt{N_q \sigma'_v} \quad (2.18)$$

Iterando com as equações (2.15) a (2.18) e utilizando o gráfico da Figura 2.2 é possível obter o valor de  $N_q$  para valores específicos de  $\phi'_{cv}$ ,  $I_D$  e  $\sigma'_v$ . Desta forma e utilizando a equação (2.8) é possível calcular a capacidade de carga da base da estaca incorporando o efeito de densificação do solo.

## 2.4 GRUPO DE ESTACAS E RADIER ESTAQUEADO

Normalmente as fundações profundas são formadas por várias estacas e coroadas por um bloco ou radier. Nestes casos é importante considerar o efeito de grupo, que está associado à sobreposição dos bulbos de pressões gerados na base e no fuste das estacas (Poulos & Davis, 1980).

No caso de um grupo de estacas ou radier estaqueado, constituído por estacas de deslocamento, o efeito entre estacas é mais acentuado, pois, a execução de uma estaca perto da outra pode afetar as condições do solo em termos de tensões e rigidez. Este efeito tem sido pouco estudado experimentalmente e em muitos casos os resultados divergem (Gue, 1984).

Os efeitos da execução de estacas ao mudar a densidade do solo afetam diretamente a rigidez do grupo. Isto tem influência na distribuição de carga entre o grupo de estacas e o radier (Mandolini, 2003). Portanto, uma análise detalhada de fundações do tipo radier estaqueado com estacas de deslocamento deve considerar os efeitos da instalação das estacas.

## 2.5 EFEITOS DE EXECUÇÃO DE ESTACAS E MÉTODOS ANALÍTICOS PARA ESTIMA-LOS

Os efeitos da execução de estacas no solo podem ser agrupados em três grupos:

1. Deslocamento do solo no entorno da estaca;
2. Alteração das propriedades do solo;
3. Geração de poropressões.
4. *Aging* (Aumento com o tempo das tensões radiais no fuste da estaca)

Quando uma estaca é instalada, uma parte do solo deslocado pela estaca se movimenta na direção radial, e uma parte na vertical. O movimento vertical do solo que está na superfície é denominado levantamento, e normalmente acontece nos primeiros metros de execução da estaca.

O movimento vertical do solo tem sido reportado por vários autores. Cooke & Price (1973) *apud* Gue (1984) apresentam resultados da cravação de estacas de ponta fechada na argila de Londres. Eles mediram a maior parte do levantamento do solo nos primeiros metros da penetração da estaca (até 12 vezes o raio da estaca). Os deslocamentos do solo foram medidos em uma distância de até 20 raios da estaca, na direção radial, no momento final da cravação. Xu et al. (2006) apresentam resultados de estacas abertas de grande diâmetro que foram cravadas em uma argila normalmente adensada. Eles reportaram deslocamento vertical e radial do solo até uma distância de 10 vezes o raio da estaca.

Gue (1984) relatou resultados da cravação de estacas numa argila constituída por caulim com diferentes valores de razão de pré-consolidação (OCR). O deslocamento do solo foi medido em uma distancia radial de até 24 vezes o raio da estaca. Além disso, observou que o valor do OCR não tem grande influência nos valores de deslocamentos. Em Randolph et al. (1979) são apresentados resultados da cravação de estacas em escala reduzida numa argila constituída com caulim, com OCR variando entre 1 e 8. Eles observaram deslocamentos no solo em uma distância até 12 vezes o raio da estaca cravada.

A cravação de estacas próximas a outras já existentes pode provocar o levantamento destas. Este fenômeno tem sido percebido quando um grande número de estacas são cravadas, estando muito perto umas das outras (Poulos & Davis, 1980). Isso pode ser um grande problema quando as estacas trabalham por ponta, sendo necessário a recravação das mesmas.

A variação das propriedades do solo com a execução da estaca tem sido pouco estudada na literatura. Isto acontece pela complexidade dos ensaios, das medições e das interpretações no solo perto da estaca. Slatter (2000) reportou a variação do perfil de resistência de ponta e de atrito lateral do ensaio de penetração estática (CPT), feito antes e depois da execução de estacas de hélice de deslocamento. O autor concluiu que no caso de areias fofas existe um aumento da densidade do solo, mas as areias densas podem até experimentar descompactação. No caso de argilas, poucas mudanças das propriedades têm sido evidenciadas.

Segundo Gue (1984), no caso de estacas cravadas, usualmente se produz uma redução da resistência não drenada do solo no entorno da estaca no momento da cravação. Esta redução tem sido observada até uma distância radial de cinco (05) vezes o raio da estaca, com uma redução maior perto da superfície do solo.

Depois da etapa de dissipação de poropressões geradas na cravação da estaca, um aumento da resistência ao cisalhamento tem sido observado por vários autores (Tomlinson & Woodward, 2008). Estudos teóricos desenvolvidos por Randolph et al. (1979) têm mostrado um aumento da resistência não drenada do solo entre 1,3 e 2 vezes em relação à resistência antes da cravação. Além disso, estes autores concluíram que o OCR tem pouca ou nenhuma influência na resistência do solo depois da etapa de consolidação do solo no entorno da estaca.

Outro efeito importante causado pela cravação de estacas é a geração de poropressões. Este é um fator dominante na capacidade de carga de estacas. Poulos & Davis (1980) apresentaram um resumo das poropressões geradas em 11 casos de obras reais. Nos casos estudados foram medidas, no perímetro da estaca, excessos de poropressões até duas (02) vezes maior que o valor das tensões efetivas no mesmo ponto antes da cravação. Além disso, foi observado que esse efeito reduzia rapidamente radialmente. Porém, este excesso de poropressões foi registrado até uma distância de 30 vezes o raio da estaca.

Randolph & Wroth (1979) apresentam uma solução aproximada para a análise das poropressões no entorno de uma cavidade que se expande. Segundo as análises realizadas por estes autores o excesso de poropressões é insensível ao valor do OCR. Por outro lado em Francescon (1983) *apud* Gue (1984), foram obtidos resultados experimentais das poropressões geradas pela cravação de estacas em uma argila constituída de caulim. Neste caso observou-se que as poropressões perto da estaca são dependentes do valor do OCR sendo

que as máximas foram de 5 vezes a resistência não drenada para OCR=1 e foram diminuindo até 2,5 vezes a coesão não drenada para OCR maiores.

Os resultados obtidos por diferentes autores sobre os efeitos da execução de estacas muitas vezes não coincidem. Por exemplo, no caso da influência do OCR na geração de poropressões em que alguns autores têm encontrado que de fato influencia e para outros não existe influencia.

### 2.5.1 MÉTODO DE EXPANSÃO DE CAVIDADE (CEM)

No método de expansão de cavidade (CEM) considera-se que uma cavidade é expandida em um meio infinito com um estado tensional inicial hidrostático. A geometria da cavidade é assumida como cilíndrica ou esférica. No caso da cavidade cilíndrica existe simetria axial e deformação plana enquanto na esférica existe simetria esférica. Neste último caso se reduz a complexidade do problema de contorno a somente uma dimensão, já que o deslocamento do meio contínuo acontece só na direção radial. Estas simplificações do problema, junto com as hipóteses de que o material tem um comportamento elástico perfeitamente plástico, têm permitido obter soluções analíticas fechadas para a expansão de cavidade cilíndrica e esférica (Carter & Booker, 1987).

Considerando que a expansão de uma cavidade cilíndrica é similar ao deslocamento causado pela cravação de uma estaca, vários autores têm utilizado as expressões obtidas da aplicação deste método para a estimativa dos deslocamentos radiais do solo. O deslocamento radial ( $u_r$ ) em uma distância inicial  $r_0$  do centro de uma estaca de raio  $R$  pode ser estimado utilizando este método como:

$$\frac{u_r}{R} = \sqrt{1 + \left(\frac{r_0}{R}\right)^2} - \frac{r_0}{R} \quad (2.19)$$

É evidente que devido à hipótese de simetria do CEM, os deslocamentos estimados pelo método independem da profundidade, o que representa uma grande simplificação. Este método não deve ser utilizado para estimar os deslocamentos perto da superfície do solo, nem da ponta da estaca, já que as simplificações geométricas introduzidas por ele fazem com que os resultados obtidos distem muito das medições reais (Baligh, 1986). Lehane & Gill (2004) fizeram uma compilação de vários casos reais e concluíram que o CEM prediz bem os

deslocamentos radiais. A base de dados que estes autores compararam continham pontos distantes da ponta do elemento de penetração. Em Xu et al. (2006) foram comparados os deslocamento obtidos com o CEM com os medidos para diferentes profundidades em estacas cravadas de grande diâmetro numa argila mole. O CEM, neste caso, subestimou os deslocamentos perto da estaca e os superestimou longe desta.

Considerando a hipótese de que durante o processo de cravação de uma estaca o solo tem um comportamento não drenado, então toda a variação da tensão média total ( $p$ ) é absorvida pela água e, portanto, é igual ao excesso de poropressão. Baseados nestas hipóteses, Gibson & Anderson (1969) *apud* Randolph & Wroth (1979) obtiveram expressões analíticas para estimar o valor das tensões devido a uma expansão de cavidade de raio ( $R$ ), num solo elástico perfeitamente plástico com modulo de deformação ao cisalhamento ( $G$ ) e resistência não drenada ( $C_u$ ). As tensões dentro da área da zona plástica perto da estaca são:

$$\Delta\sigma_r = C_u \left[ 1 + \ln\left(\frac{G}{C_u}\right) - 2\ln\left(\frac{r_0}{R}\right) \right] \quad (2.20)$$

$$\Delta\sigma_\theta = C_u \left[ -1 + \ln\left(\frac{G}{C_u}\right) - 2\ln\left(\frac{r_0}{R}\right) \right] \quad (2.21)$$

O raio da zona de comportamento plástico do solo pode ser estimado segundo Randolph et al. (1979) como:

$$R_p = R \sqrt{\frac{G}{C_u}} \quad (2.22)$$

Outras expressões para calcular as tensões efetivas no perímetro da estaca, obtidas considerando um modelo Cam Clay (MCC) para o solo e o CEM, têm sido definidas por (Randolph et al., 1979). Estas são:

$$\sigma'_r = \left[ \sqrt{\left(\frac{3}{M}\right)} + 1 \right] C_u \quad (2.23)$$

$$\sigma'_z = C_u \sqrt{\left(\frac{3}{M}\right)} \quad (2.24)$$

$$\sigma'_\theta = \left[ \sqrt{\left(\frac{3}{M}\right)} - 1 \right] C_u \quad (2.25)$$

Onde  $\sigma'_z$  é a tensão vertical efetiva,  $M$  é a inclinação da linha de estados críticos e está relacionado com o ângulo de atrito interno do solo obtido no ensaio de compressão triaxial como:

$$M = \frac{6 \sin \phi'}{3 - \sin \phi'} \quad (2.26)$$

A utilização destas expressões além da interpretação física delas pode ser muito discutido. Um problema que elas apresentam é o fato de depender de duas propriedades do solo que influenciam no comportamento deste em condições diferentes. Isto é, a  $C_u$  é a resistência do solo em condições não drenadas, sendo que o  $\phi'$  contribui na resistência do solo em condições drenadas. Colocar esses dois parâmetros numa mesma expressão não deixa claro em quais condições as equações podem ser utilizadas.

As previsões das tensões e as poropressões com essas expressões nem sempre se ajustam aos resultados reais (Xu *et al.*, 2006). Em Lehane (1992) são apresentados resultados experimentais em estacas de ponta fechada numa argila pouco adensada com tensões radiais efetivas até 10 vezes menor do que as estimadas com CEM. As expressões de Gibson & Anderson (1969) oferecem incrementos de tensões devido ao processo de cravação iguais em toda a profundidade da estaca, fato que não se cumpre na realidade.

A dispersão nas comparações realizadas na bibliografia utilizando o CEM torna difícil dizer se o método realmente se ajusta ou não à realidade pelo menos em algum ponto na profundidade da estaca. Porém, por meio das equações oferecidas pelo método é possível definir o estado de tensões completo partindo de parâmetros básicos e de simples obtenção.

## 2.5.2 MÉTODO DE TRAJETÓRIA DE DEFORMAÇÕES SUPERFICIAIS

O método de trajetórias de deformações superficiais (SSPM, em inglês de *Shallow Strain Path Method*) surgiu como uma generalização do método de trajetórias de deformações proposto por Baligh (1986) para o caso em que se considera a superfície livre do solo (Sagaseta et al. 1997).

O método tem como hipótese fundamental que as deformações e os deslocamentos causados por uma penetração profunda são independentes das propriedades de resistência do solo. Isto tem sido observado em resultados experimentais feitos pelo autor do método.

O SSPM assume que durante a cravação de uma estaca, o solo se movimenta da mesma forma que um fluido não viscoso incompressível. As linhas de fluxo geradas durante o movimento do fluido são utilizadas para determinar as trajetórias de deformações dos pontos no perímetro da estaca. O SSPM tem sido utilizado com bons resultados para estimar os deslocamentos da superfície do solo causado pela cravação de estacas (Sagaseta & Whittle, 2001). Devido às considerações feitas pelo método, as condições de deformação geradas são equivalentes às do carregamento do solo em condições não drenadas. Portanto, não há deformações volumétricas (Sagaseta, 1987). O método permite obter soluções fechadas para o cálculo do deslocamento vertical ( $u_v$ ) e horizontal do solo para diferentes profundidades ( $z$ ), no caso de cravação de estaca e de estaca prancha, considerando pequenas deformações (Sagaseta & Whittle, 2001). Estas soluções são apresentadas na Tabela 2.1.

**Tabela 2.1. Soluções do método SSPM para movimentos no solo com a cravação de uma estaca.**

Geometria	Deslocamentos
Estaca prancha	$u_r = \frac{w}{\pi} \left[ \tan^{-1} \left( \frac{z+L}{r_0} \right) - \tan^{-1} \left( \frac{z-L}{r_0} \right) + 2r_0 z \left( \frac{1}{r_0^2 + (z+L)^2} - \frac{1}{r_0^2 + z^2} \right) \right]$ $u_v = -\frac{w}{\pi} \left[ \ln \left( \frac{\sqrt{r_0^2 + (z-L)^2} \left[ r_0^2 + (z+L)^2 \right]}{r_0^2 + z^2} \right) - 2z \left( \frac{z+L}{r_0^2 + (z+L)^2} - \frac{z}{r_0^2 + z^2} \right) \right]$
Estaca	$u_r(r, 0) = \frac{R^2}{2} \frac{L}{r_0 \sqrt{r_0^2 + L^2}}$ $u_v = -\frac{R^2}{2} \left( \frac{1}{r_0} - \frac{1}{\sqrt{r_0^2 + L^2}} \right)$

Sagaseta et al. (1997) apresentam resultados com SSPM da cravação de uma estaca e de uma estaca prancha, considerando grandes deformações. Para a obtenção destas soluções os

autores utilizaram procedimentos numéricos para a integração do campo de velocidades obtido pelo método.

O SSPM tem sido comparado por vários autores com resultados em escala real e reduzida (Sagasetta & Whittle, 2001; Lehane & Gill, 2004; Xu *et al.*, 2006). As estimativas de deslocamentos oferecem bons resultados quando comparadas com as medições reais para uma distância do centro da estaca de  $r_0/R \geq 2$  (Xu *et al.*, 2006). Os autores recomendam utilizar o método simplificado para pequenas deformações para pontos a uma distância de  $r_0/R \geq 3$  e  $z/R \geq 1$ .

O processo conhecido como *aging* aparece em estacas de deslocamento instaladas em areia e se evidencia como um aumento da capacidade de carga por atrito lateral no tempo. Recentemente Zhang & Wang (2014) tem explicado este fenômeno da seguinte forma. O *aging* provoca um aumento na rigidez do solo ao redor da estacas, este aumento pode ser atribuído à homogeneização das forças de contato entre partículas iniciada pela fluência do contato entre partículas. Desde um ponto de vista microestrutural, as tensões geradas pela instalação da estaca e pelo carregamento desta, iniciam uma redistribuição das forças normais de contato entre partículas, desta forma a distribuição destas forças se torna cada vez mais homogênea. Isto melhora o travamento entre partículas e por tanto a rigidez do solo.

## 2.6 METODOS NUMÉRICOS PARA GRANDES DEFORMAÇÕES

A instalação de estacas de deslocamento é um problema que gera grandes deformações e distorções no entorno da estaca. A não linearidade geométrica introduzida neste tipo de problema precisa de uma atualização eficaz das deformações e das tensões em cada passo de tempo. Para garantir isto, é necessário realizar uma boa seleção da descrição cinemática do problema.

Nas descrições clássicas do movimento (Lagrangeana ou Euleriana) duas entidades são utilizadas: pontos materiais e nós de cálculo. Nos métodos Lagrangeanos, a representação numérica do corpo está ligada às partículas que representam o corpo. Portanto os cálculos são feitos nos nós que se movimentam junto com as partículas. Funções de interpolação que mapeiam os dados entre os nós no interior do elemento são definidas sobre uma malha. O método de Elementos Finitos Lagrangeano ou *Update Lagrange* é um exemplo desta técnica. Embora a utilização da malha permita facilmente a definição das condições de contorno, esta

pode ter distorções que levem a resultados numéricos imprecisos ou até impossibilidade de alcançar os resultados (Beuth et al., 2007).

Nos métodos Eulerianos, não é o corpo que é subdividido em elementos finitos, mas a região do espaço através da qual o corpo se movimenta. Neste caso os nós de cálculo estão fixos e as partículas se movimentam em relação aos nós, o método de volumes finitos é um exemplo destes métodos. Os métodos Eulerianos não apresentam problemas de distorção quando há grandes deformações e distorções. No entanto, com este tipo de análise, não se pode conhecer qual é, por exemplo, o valor de uma variável numa partícula específica para um determinado instante de tempo, já que o que é monitorado são os valores das variáveis para os pontos fixos da malha (Shin, 2009; Beuth, 2012).

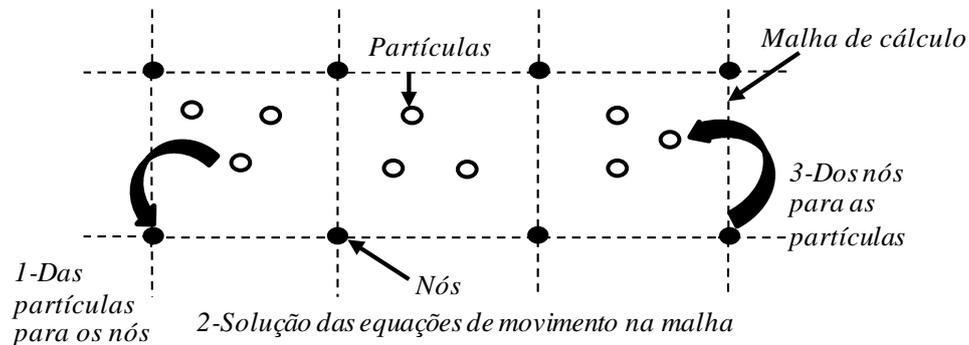
Uma combinação das duas descrições do movimento é utilizada pelos conhecidos métodos Arbitrários Lagrangeano Euleriano (ALE) (Nazem, et al. 2008). Com estes métodos, o deslocamento dos nós não necessariamente coincide com o movimento das partículas. Assim, se as distorções da malha são muito grandes, os nós podem estar desacoplados das partículas que eles seguem.

Para eliminar os problemas dos métodos que precisam de malha surgiram os métodos sem malha. Estes métodos utilizam uma distribuição de nós dentro do domínio do material. Os nós não formam uma malha predefinida, nem tem informação de conectividade entre eles, o que é típico do MEF. As funções de forma são construídas nos nós durante o movimento deles e não dentro dos elementos. A diferença entre estes métodos está na definição das funções de forma. Um exemplo destes métodos é o *Smooth Particle Hydrodynamics* (Oñate et al., 2010).

Nesta pesquisa é utilizado o Método do Ponto Material, que utiliza uma descrição mista entre Lagrangeana e Euleriana (Sulsky, et al. 1994; Sulsky & Schreyerb, 1996). Foi desenvolvido a partir de um método conhecido como *Fluid Implicit Particle* (FLIP) que foi aplicado em problemas de fluídos (Harlow, 1964), sendo o MPM uma extensão deste para o caso da mecânica de sólidos (Coetzee et al., 2005). Sulsky et al. (1994) e Sulsky & Schreyerb (1996) apresentam uma formulação “fraca” do MPM e o método está explicado em termos de elementos finitos para uma melhor compreensão.

Com o MPM um corpo é modelado como um grupo de partículas não conectadas. As partículas transportam a massa, além de outras propriedades que dependem do problema

estudado. As variáveis das partículas são interpoladas para uma malha de fundo na qual se resolvem as equações de movimento. Depois, os resultados são levados novamente para as partículas utilizando funções de interpolação, e são atualizadas as variáveis de estado nas partículas. O procedimento se repete para sucessivos intervalos de tempo (Bardenhagen, et al. 2000) (Figura 2.8).



**Figura 2.8. Algoritmo geral do MPM (Zabala, 2010).**

O MPM se adapta de forma adequada aos problemas dinâmicos de grandes deformações, aos problemas de impacto ou de contato entre corpos e nos quais se perde o contato entre estes (Zabala, 2010).

## 2.7 ANÁLISES NUMÉRICAS DE EXECUÇÃO DE ESTACAS DESCRITAS NA LITERATURA

Na prática da engenharia os efeitos devido à execução das estacas normalmente não são explicitamente considerados. As grandes distorções e deformações que acontecem não são adequadamente consideradas pelas formulações desenvolvidas para pequenas deformações. A maioria dos códigos numéricos comerciais apresenta formulação Lagrangeana que pode ter problema de elementos distorcidos durante a simulação de um processo de instalação de uma estaca. Isto pode ser superado com um novo processo de discretização, ou seja, refazer a malha frequentemente. Além disso, deve-se remapear os parâmetros de estado o que pode levar a erros (Dijkstra, et al. 2011).

Uma técnica simplificada tem sido utilizada por Henke (2010) na qual um elemento cilíndrico rígido é colocado no eixo da penetração na ponta da estaca. Este elemento é deslocado durante a penetração da estaca. Desta forma uma cavidade inicial encontra-se aberta no solo no momento da penetração da estaca. Este problema foi analisado com o método dos elementos finitos (MEF) por meio do programa Abaqus<sup>®</sup> (Abaqus, 2003). Esta mesma

técnica foi utilizada por Henke & Grabe (2008) para a simulação da cravação de estacas abertas. Uma técnica de reconstrução da malha foi incluída para evitar problemas com a distorção desta. Em ambas as pesquisas, foi utilizado um elemento de interface baseado no princípio de *master-slave*. As simplificações utilizadas nestes casos fazem com que o método não possa ser empregado para análises no entorno imediato da estaca, devido à interação solo-estaca ser afetada pela cavidade inicialmente introduzida.

Sheng et. al. (2008) utilizaram uma técnica de suavização para a superfície da estaca e conseguiram simular o processo de cravação de estacas com uma ponta alargada utilizando o MEF. Os resultados são considerados satisfatórios pelos os autores quando comparados com resultados experimentais obtidos em ensaios em centrífuga. Sheng, et al. (2009) utilizaram a mesma estratégia de suavização da superfície da estaca em uma formulação do método Arbitrário Lagrangeano-Euleriano (ALE) e outra do método de Atualização Lagrangeana (UL das siglas em inglês). Foi verificado que o método UL não conseguiu completar as análises até o comprimento da penetração desejada. O método ALE conseguiu fazer a simulação completa, mas uma malha muito refinada foi necessária para alcançar a estabilidade dos resultados. Além disso, as curvas de resistência à penetração com a profundidade apresentam oscilação que aumenta com o aumento do valor do atrito entre a estaca e o solo.

Em Dijkstra et al. (2011) o cálculo Lagrangeano padrão é feito para os termos não advectivos, e depois, os termos advectivos da descrição Euleriana do movimento são calculados. Este método é conhecido como *operator-split*. Os autores utilizam duas estratégias para a instalação da estaca. Na primeira, a estaca fica fixa e o solo é movimentado na direção da estaca. Na segunda o solo se torna fixo e a estaca se movimenta penetrando neste. Estes trabalhos também têm mostrado oscilações nos resultados das tensões verticais na base da estaca, na medida em que esta é cravada no solo. Neste caso, a oscilação tem período igual à altura do elemento finito utilizado na ponta da estaca. Os resultados de evolução da porosidade e das tensões, durante a cravação da estaca, são muito diferentes para as duas abordagens utilizadas de cravação.

O Método do Ponto Material ainda tem sido pouco aplicado ao processo de execução de estacas, mas tem sido utilizado com êxito na simulação do ensaio de cone de penetração estática (CPT) (Beuth, 2012) e do ensaio de queda do cone no laboratório (Llano-Serna, 2012). Na primeira destas pesquisas, uma formulação quase-estática do método tem sido utilizada. As análises foram feitas considerando condições não drenadas e um modelo

constitutivo anisotrópico para argila conhecido como *Anisotropic Undrained Clay*. Os resultados da resistência não drenada da argila nas simulações são próximos aos obtidos a partir dos estudos de CPT realizados. No caso da pesquisa desenvolvida sobre o ensaio de queda de cone no laboratório, foram obtidos resultados satisfatórios nas análises, mas o autor mostra a necessidade de utilizar uma lei de atrito diferente da Coulomb, pois o contato cone-solo depende majoritariamente da aderência.

Nos últimos anos, o número de pesquisas que visam simular problemas de penetração tem aumentando. Varias metodologias e métodos numéricos têm sido utilizados para isto. Porém, ainda falta entendimento para conseguir simular de maneira adequada este complexo problema.

## 2.8 MODELOS CONSTITUTIVOS

A teoria da elasto-plasticidade continua sendo até hoje a fonte do maior número de modelos constitutivos utilizados na Geomecânica (Zdravkovic & Carter, 2008). A grande contribuição da geotecnia na modelação constitutiva é o arcabouço da teoria de estados críticos introduzida por Roscoe & Burland (1968). O modelo de estados críticos mais conhecido é o modelo Cam Clay Modificado (MCC). Este modelo é o modelo Cam Clay com uma pequena modificação na superfície de escoamento, decorrente de uma equação de dissipação do trabalho modificada (Potts & Zdravkovic, 1999). O modelo é simples e os parâmetros são de fácil obtenção. Isto tem contribuído para que uma grande quantidade de trabalhos que o utilizam tenham sido publicados (Alonso, et al. 2000). Embora as principais condições do comportamento do solo serem consideradas pelo modelo, este tem sofrido uma série de extensões para incluir novas características. Na Tabela 2.2 algumas destas extensões são mencionadas, referenciando uma fonte bibliográfica onde podem ser consultadas. As modificações têm provocado a aparição de novos modelos baseado no MCC.

Nesta pesquisa o modelo MCC e o Subloading Cam Clay (SCC) são implementados dentro de um código numérico baseado no MPM para estudar o comportamento de estacas de deslocamento considerando o processo de instalação da estaca. Uma descrição do código original conhecido como *NairnMPM* (Nairn, 2011) assim como as principais aplicações deste são apresentadas no capítulo 4 deste documento.

**Tabela 2.2 Principais extensões e modificações feitas ao MCC**

<b>Extensão</b>	<b>Referência</b>
General Stress Space	(Roscoe & Burland, 1968)
Novos critérios de ruptura	(Potts & Zdravkovic, 1999)
Anisotropia	(Wheeler et. al., 2003)
Não Saturação	(Alonso <i>et al.</i> , 1990)
Estrutura	(Liu & Carter, 2006)
Cimentação	(Vatsala et al., 2001)
Subloading	(Farias et al., 2009)

## 2.9 RESUMO

Neste capítulo foram apresentadas as equações para aplicação dos métodos de cálculo de capacidade de carga de estacas, mencionando os principais estudos realizados sobre os efeitos da instalação da estaca no seu comportamento. Ficou evidente que uma das variáveis que influencia no comportamento da estaca é a distribuição de tensões no seu contorno. Além disso, apresentou-se a importância de considerar esses fenômenos e a dificuldade de medi-los e introduzi-los diretamente nos métodos de cálculo.

Foram apresentados alguns métodos de cálculo das tensões radiais, deslocamentos e poropressões, no entanto, eles estão sujeitos a um grande numero de hipóteses que impossibilita a utilização em muitos problemas práticos.

Em relação à modelagem numérica do processo de instalação de estacas apresentam-se alguns trabalhos que mostram a evolução no assunto, e é explicada a dificuldade do método de elementos finitos para a simulação destes problemas que originam grandes deformações e distorções. A partir da revisão bibliográfica, definiu-se que um dos métodos numéricos que oferece vantagens na simulação destes problemas é o Método do Ponto Material, que foi aqui selecionado para a realização do trabalho.

### 3 FUNDAMENTO TEÓRICO E FORMULAÇÃO DO MPM

Neste capítulo se apresenta a formulação numérica do método do ponto material, assim como os elementos que se consideram necessários para o completo entendimento das análises e discussões feitas no próximo capítulo.

#### 3.1 EQUAÇÃO DIFERENCIAL OU DE GOVERNO

Nas representações algébricas a seguir, a quantidade de símbolos ( $\sim$ ) embaixo da entidade matemática representa a ordem dela, os subscritos ( $p$ ) e ( $n$ ) são utilizados para indicar onde se encontra definida a variável ( $p$ : na partícula;  $n$ : nos nós) e para indicar o número de partículas ou de nós no caso de estar colocadas em somatórios ( $\sum_p, \sum_n$ ). O sobrescrito ( $i$ ) é utilizado para indicar o valor inicial da variável. Os símbolos  $(\cdot)$  e  $(\cdot)$  representam o produto escalar entre vetores e a contração dupla, respectivamente.

A forma local espacial da conservação de momento ou da quantidade de movimento se expressa pela equação de Cauchy como:

$$\text{div}(\underline{\underline{\sigma}}) + \rho \underline{b} = \rho \underline{a} \quad (3.1)$$

onde  $\underline{b}$  é o vetor de forças de massa,  $\underline{a}$  é o vetor de aceleração,  $\rho$  é a densidade de massa e  $\underline{\underline{\sigma}}$  o tensor de tensões de 2ª ordem.

O primeiro termo da equação (3.1) representa a forças internas por unidade de volume, o segundo termo é a força de massa por unidade de volume. A equação representa a segunda lei de Newton por unidade de volume.

#### 3.2 DISCRETIZAÇÃO NO MPM

No MPM o contínuo é discretizado em partículas ou pontos materiais. As partículas são as encarregadas de transportar todas as variáveis necessárias para formular o problema. A equação de governo é discretizada utilizando uma malha de fundo que define o domínio do problema durante todo o tempo de cálculo. As partículas se movimentam dentro da malha, mas sem ter uma conexão obrigatória com as células que formam a malha. Desta forma a diferença com o MEF, o médio não é discretizado utilizando uma malha, e sem as equações

de governo. A seguir se apresenta a discretização do MPM baseada na formulação apresentada por Bardenhagen & Kober (2004).

Aplicando o método dos resíduos ponderado à equação (3.1) é possível encontrar a formulação fraca da conservação da quantidade de movimento, sendo expressa por:

$$\int_A \underline{w} \cdot \underline{t} dA + \int_V \rho \underline{w} \cdot \underline{b} dV - \int_V \frac{d\underline{w}}{d\underline{x}} : \underline{\sigma} dV = \int_V \rho \underline{w} \cdot \underline{a} dV \quad (3.2)$$

onde  $\underline{w}$  e  $\underline{t}$ , são vetores representando as funções de peso e as forças no contorno do domínio,  $A$  é a área do contorno e  $V$  o volume do domínio.

O volume dos corpos é dividido no volume das partículas utilizando a função de característica da partícula por

$$V_p^i = \int_{V^i} \chi_p^i(\underline{x}) dV \quad (3.3)$$

onde  $V_p^i$  é o volume inicial da partícula,  $\chi_p^i(\underline{x})$  é a função de característica da partícula,  $V^i$  é o volume inicial do corpo que se discretiza e  $\underline{x}$  é o vetor de posição da partícula.

As funções de características das partículas precisam ser uma partição da unidade na configuração inicial, ou seja,

$$\sum_p \chi_p^i(\underline{x}) = 1 \quad \forall \quad \underline{x} \quad (3.4)$$

Da mesma forma que o volume da partícula, a massa inicial  $m_p^i$ , a quantidade de momento  $q_p^i$  e a tensão  $\underline{\sigma}_p^i$  são definidas utilizando as funções de características das partículas, onde

$$m_p^i = \int_{V^i} \rho^i(\underline{x}) \chi_p^i(\underline{x}) dV \quad (3.5)$$

$$q_p^i = \int_{V^i} \rho^i(\underline{x}) \underline{v}^i \chi_p^i(\underline{x}) dV \quad (3.6)$$

As densidades iniciais das partículas  $\rho_p^i$ , são definidas considerando que o volume do contínuo é dividido nos volumes das partículas  $V_p^i$ , desta forma  $\rho_p^i = m_p^i / V_p^i$ . Analogamente a velocidade inicial da partícula é  $v_p^i = q_p^i / m_p^i$ . Considerando a equação (3.3), o tensor de tensões de Cauchy nas partículas é expresso pela equação (3.7):

$$\underline{\underline{\sigma}}_p^i = \int_{V_p^i} \underline{\underline{\sigma}}^i(\underline{x}) \frac{\chi_p^i(\underline{x})}{V_p^i} dV \quad (3.7)$$

onde  $\underline{\underline{\sigma}}^i(\underline{x})$  representa o tensor de tensões iniciais no contínuo.

Observando a forma da discretização inicial e a equação (3.4), a discretização consistente de uma propriedade qualquer  $f_p$  no contexto do MPM é:

$$f(\underline{x}) = \sum_p f_p \chi_p(\underline{x}) \quad (3.8)$$

Utilizando a equação (3.8) para gerar uma representação contínua das tensões, densidade e acelerações nas partículas e substituindo na equação (3.2) obtém-se:

$$\int_A \underline{w} \bullet \underline{t} dA + \int_{V^*} \sum_p \frac{m_p \chi_p}{V_p} \underline{w} \bullet \underline{b} dV - \int_{V^*} \frac{d\underline{w}}{d\underline{x}} \sum_p \underline{\underline{\sigma}}_p \chi_p dV = \int_{V^*} \underline{w} \bullet \sum_p \frac{\dot{q}_p \chi_p}{V_p} dV \quad (3.9)$$

onde,  $V^* = V \cap V_p$  representa o domínio onde se encontra definida a função de característica da partícula.

As equações de momento são resolvidas na malha de fundo. As funções de peso são expressas com os valores nos nós da malha  $w_n$  e as funções de interpolação dos nós da malha  $S_n(\underline{x})$  da seguinte forma:

$$\underline{w}(\underline{x}) = \sum_n w_n S_n(\underline{x}) \quad (3.10)$$

De modo semelhante ao MEF as funções de interpolação devem ser uma partição da unidade, ou seja,

$$\sum_n S_n(\underline{x}) = 1 \quad (3.11)$$

Substituindo a equação (3.10) na (3.9) e realizando varias operações algébricas obtém-se a forma discreta da equação de conservação de momento para o MPM dada por

$$\int_A S_n \underline{t} dA + \sum_p m_p \underline{b}_p \bar{S}_{np} - \sum_p V_p \underline{\sigma}_p \cdot \bar{\underline{G}}_{np} = \sum_p \dot{\underline{q}}_p \bar{S}_{np} \quad (3.12)$$

Nesta equação aparecem as funções de interpolação das variáveis armazenadas nas partículas para os nós  $\bar{S}_{np}$  e de seu gradiente  $\bar{\underline{G}}_{np}$ . Estas funções são apresentadas como:

$$\bar{S}_{np}(\underline{x}) = \frac{1}{V_p} \int_{V^*} S_n(\underline{x}) \chi_p(\underline{x}) dV \quad (3.13)$$

$$\bar{\underline{G}}_{np}(\underline{x}) = \frac{1}{V_p} \int_{V^*} \underline{G}_n(\underline{x}) \chi_p(\underline{x}) dV \quad (3.14)$$

Nestas equações  $\underline{G}_n$  é o gradiente das funções de forma dos nós da malha. A obtenção das funções de interpolação precisa da eleição das funções  $\chi_p(\underline{x})$  e  $S_n(\underline{x})$ . A seleção destas funções tem feito com que existam várias variantes do MPM.

Agrupando os dois primeiros termos da equação (3.12) como forças exteriores  $f_n^{ext}$  e o terceiro termo como forças interiores  $f_n^{int}$  se expressa de forma compacta esta equação, conforme é apresentada na seguinte expressão

$$f_n^{ext} - f_n^{int} = \dot{\underline{q}}_n \quad (3.15)$$

onde esta equação representa a segunda lei de Newton avaliada nos nós da malha.

### 3.3 VARIANTES DO MPM

A seleção das funções de características das partículas e de interpolação dos nós distinguem as variantes do MPM. O método original apresentado por Sulsky et al. (1995) é recuperado se a função  $\chi_p(\underline{x})$  é definida como uma função do tipo delta de Dirac. Desta forma as partículas

não ocupam volume e são verdadeiros pontos materiais (Solowski & Sloan, 2015). Para este caso as equações (3.13) e (3.14) se transformam simplesmente na avaliação das funções de interpolação dos nós na posição da partícula,

$$\bar{S}_{np} = S_n(\tilde{x}) \quad (3.16)$$

$$\bar{G}_{np} = \nabla S_n(\tilde{x}) \quad (3.17)$$

Para as funções de forma são utilizadas comumente funções polinomiais.

Utilizando esta variante do método, normalmente chamada de variante padrão ou simplesmente MPM, uma partícula só passa informação para os nós da célula que a contém. O domínio das partículas não precisa ser mapeado já que a partícula é considerada como uma massa concentrada num ponto. Embora esta formulação seja eficiente computacionalmente, quando as partículas passam de uma célula para outra se introduz ruído numérico na solução, uma vez que a partícula deixa, subitamente, de passar informação para a célula que a continha e começa a passar informação para uma nova célula (Bardenhagen & Kober, 2004; Zhang et al., 2011; Solowski & Sloan, 2015). Diante disto, Bardenhagen & Kober (2004) propuseram a generalização do método original e o formularam da forma apresentado no item anterior.

Neste caso, a função  $\chi_p(x)$  comumente utilizada pelos códigos computacionais é:

$$\chi_p = \begin{cases} 1 & \text{se } x \in V^* \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.18)$$

Neste caso as funções de extrapolação e o gradiente delas são:

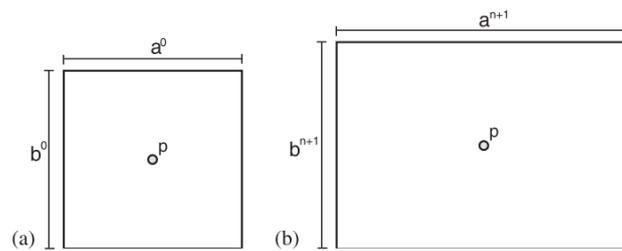
$$\bar{S}_{np} = \frac{1}{2l_p} \int_{x_p-l_p}^{x_p+l_p} S_n(x) dx \quad (3.19)$$

$$\bar{G}_{np} = \frac{1}{2l_p} \int_{x_p-l_p}^{x_p+l_p} \nabla S_n(x) dx \quad (3.20)$$

Utilizando estas funções, uma partícula vai passar informação para a célula que a contém e para as células vizinhas, já que o domínio das funções de extrapolação é maior do que uma célula. Este método é conhecido como *Generalized Interpolation Material Point* (GIMP) e é

uma generalização do método original (Buzzi et al. 2008). Desta forma, o ruído numérico, que aparece quando há transição de partículas de uma célula para outra, é atenuado.

Observe-se que com essa abordagem é preciso conhecer o domínio das funções de características das partículas para cada instante de tempo. Uma primeira estratégia utilizada para isto foi considerar constante o volume e a forma das partículas (Bardenhagen & Kober, 2004). Este método foi conhecido como uGIMP. Ele apresenta problemas de instabilidade quando as partículas são separadas por tração e as regiões de influência das funções de extrapolação deixam de se sobrepor (Sadeghirad et al., 2011a). Para tentar solucionar este problema, um novo método, denominado cpGIMP foi desenvolvido. Neste caso as partículas podem mudar de tamanho, mas mantendo a forma.



**Figura 3.1. a) Domínio inicial da partícula b) Domínio atualizado da partícula, numa análises com o método cpGIMP.**

A evolução do tamanho da partícula considerando a Figura 3.1 é definida por meio do tensor gradiente de deformação, calculado no passo de cálculo atual  $F_p^{n+1}$ ,

$$\begin{Bmatrix} a^{n+1} \\ b^{n+1} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{xx}^{n+1} & 0 \\ 0 & F_{yy}^{n+1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a^0 \\ b^0 \end{Bmatrix} \quad (3.21)$$

O método cpGIMP, embora elimine os problemas de instabilidade que surgem em problemas de grandes deformações de extensão, apresenta problemas numéricos quando a direção do carregamento não está alinhada com a malha de fundo. Isto porque, por exemplo, quando existem deformações cisalhantes, o domínio das funções de extrapolação deveria mudar a forma para um paralelogramo, ou no caso de rotações como corpo rígido converter-se em retângulos rotados (Sadeghirad et al., 2011b).

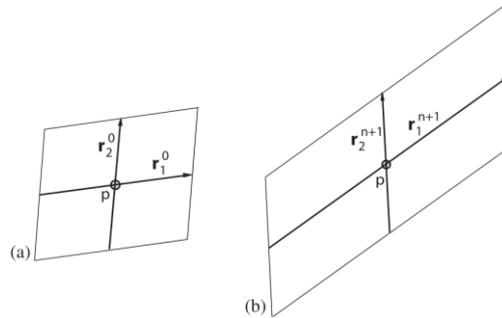
Para resolver as questões de interpolação associadas com os problemas de grandes distorções, um novo método denominado CPDI (*Convected Particle Domain Interpolation*) foi proposto

por Sadeghirad et al. (2011). O domínio da partícula é assumido como um paralelogramo. Utilizando o tensor gradiente de deformações e assumindo que este é constante em todo o domínio da partícula, o domínio da partícula se deforma seguindo a seguinte expressão:

$$\mathbf{r}_1^{n+1} = \mathbf{F}_{z^p}^{n+1} \cdot \mathbf{r}_1^0 \quad (3.22)$$

$$\mathbf{r}_2^{n+1} = \mathbf{F}_{z^p}^{n+1} \cdot \mathbf{r}_2^0 \quad (3.23)$$

Onde  $(\mathbf{r}_1^0, \mathbf{r}_2^0)$  e  $(\mathbf{r}_1^{n+1}, \mathbf{r}_2^{n+1})$  são os vetores definindo o domínio da partícula na configuração inicial e atualizada, respectivamente, como se mostra na Figura 3.2.



**Figura 3.2. Domínio da partícula durante uma análise com o método CPDI; a) inicial b) e atualizado** (Sadeghirad et al., 2011a)

No método CPDI as funções de interpolação dos nós são construídas utilizando as funções de interpolação que habitualmente são utilizadas no MEF para elementos 2D de 4 nós. As funções de interpolação dos nós a serem introduzidas na expressão (3.13) são obtidas como:

$$S_n^{app}(x) = \sum_{\alpha=1}^4 Q_{\alpha}^p(x) S_n(x_{\alpha}^p) \quad (3.24)$$

Onde  $Q_{\alpha}^p$  é a função de forma utilizada no MEF para o elemento quadrilátero de 4 nós relacionada ao vértice  $\alpha$  da partícula  $P$ , e  $x_{\alpha}^p$  é a posição deste vértice.

Este método tem sido utilizado por seus autores e comparado com os métodos uGIMP e cpGIMP. Para os casos nos quais se aplicaram só grandes trações, os resultados com o cpGIMP e CPDI foram similares em precisão e tempo de cálculo. O método uGIMP em alguns dos casos estudados apresentou instabilidade. Para problemas com grandes rotações as vantagens da utilização do CPDI foram significativas em relação às outras variantes do MPM (Brannon et al. 2011; Sadeghirad et al. 2011).

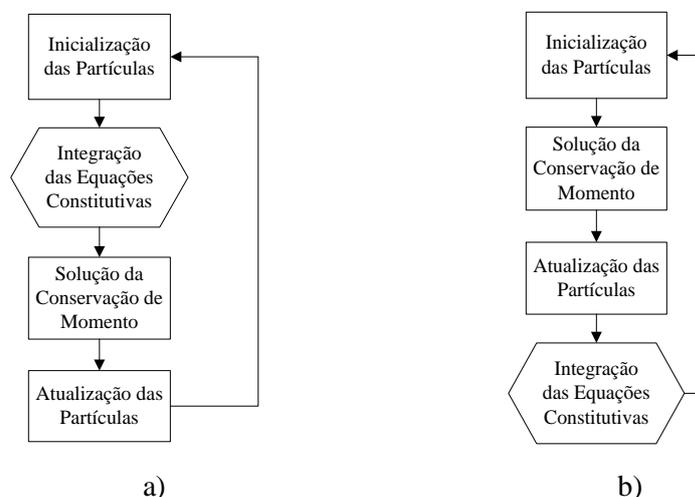
Nesta pesquisa é avaliada qual destas variantes do MPM é mais eficaz para a simulação de problemas geotécnicos que envolvem grandes deformações. Visando com isso utilizar nas análises futuras aquele que se mostre mais eficiente computacionalmente e que forneça resultados mais próximos à validade física do problema geotécnico ora em estudo.

### 3.4 ALGORITMO DE CÁLCULO

A maioria dos códigos encontrados na literatura utiliza um esquema explícito, embora algumas pesquisas tenham avaliado a utilização de esquemas implícitos (Sulsky & Kaul, 2004). Neste trabalho a solução explícita no tempo é apresentada e empregada no código utilizado.

O processo numérico para resolver problemas cinemáticos no MPM pode ser resumido em quatro fases para cada passo de tempo: 1) Inicialização das partículas; 2) Integração das equações constitutivas; 3) Solução da conservação de momento e 4) Atualização dos pontos materiais. Em geral todos os códigos numéricos seguem este ordem, exceto pelo momento em que é feita a integração da equação constitutiva (Buzzi *et al.*, 2008).

Buzzi *et al.* (2008) apresentam duas abordagens para o momento em que é feita a integração constitutiva, estas são chamadas de *Update Stress First (USF)* e *Update Stress Last (USL)*. A diferença entre elas é apresentada na Figura 3.3. Nairn (2003) apresenta uma abordagem adicional, denominada *Update Stress Average (USAVG)*. Nela são feitas duas atualizações, uma no mesmo momento que é feita em USF e outra no final, como em USL. Cada uma destas atualizações é feita com a metade das deformações para esse passo de cálculo.



**Figura 3.3. Algoritmo general do MPM. a) Algoritmo USF b) Algoritmo USL.** (Lorenzo, *et al.* 2013)

A título de ilustração, é apresentada a variante de atualização das tensões pelo algoritmo USF já que nos outros algoritmos só muda o momento da integração.

A inicialização das partículas é feita definindo a massa e a velocidade inicial nas partículas (equações 3.5 e 3.6). Em seguida, a quantidade de momento e a massa são calculadas nos nós da malha de cálculo utilizando as seguintes expressões:

$$m_n = \sum_p \bar{S}_{np} m_p \quad (3.25)$$

$$q_n = \sum_p \bar{S}_{np} m_p v_p \quad (3.26)$$

As restrições de deslocamento são introduzidas ajustando os valores das quantidades de momentos nos nós que precisarem.

A velocidade nos nós  $v_n = q_n / m_n$  é utilizada para calcular as deformações nas partículas da seguinte forma:

$$\dot{\xi}_p = \sum_n \frac{1}{2} (v_n \otimes \bar{G}_{np} + \bar{G}_{np} \otimes v_n) \quad (3.27)$$

Utilizando um modelo constitutivo, são integradas as deformações no passo de tempo e obtidas as tensões nas partículas. Com as tensões e as forças de massa são calculadas as forças internas e externas e a diferença entre elas é a nova taxa de variação da quantidade de movimento, a ser introduzida no próximo passo como uma nova velocidade das partículas (equações 3.12 e 3.15). A posição das partículas e a velocidade também são atualizadas utilizando as equações (3.28) e (3.29):

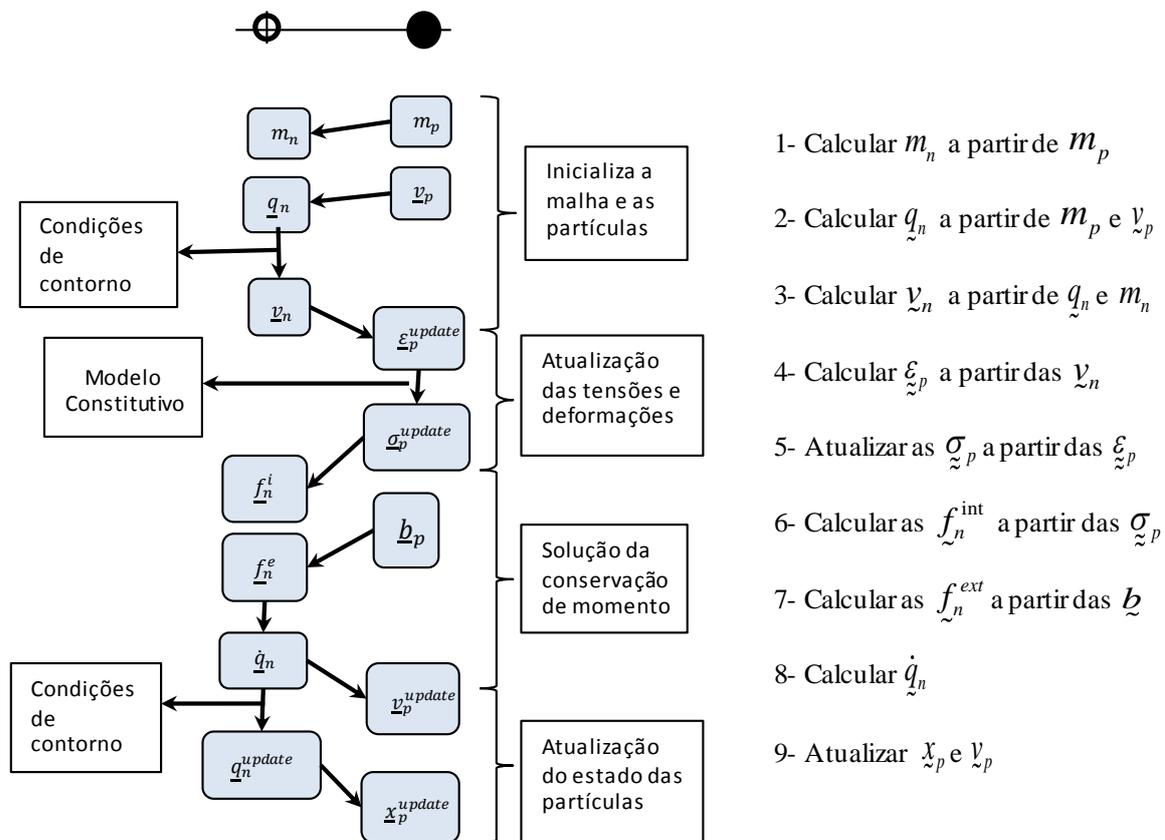
$$x^{t+\Delta t} = x^t + \Delta t \sum_n \frac{\bar{S}_{np} q_n}{m_n} \quad (3.28)$$

$$v_p^{t+\Delta t} = v_p^t + \Delta t \sum_n \frac{\bar{S}_{np} \dot{q}_n}{m_n} \quad (3.29)$$

onde  $\Delta t$  é o incremento de tempo dado no passo de cálculo.

Uma vez obtidos os novos valores de velocidade e de posição das partículas, um novo incremento de tempo é dado e começa novamente o cálculo. O algoritmo completo é apresentado na Figura 3.4.

Na literatura aparecem critérios díspares entre a utilização dos algoritmos USL e USF. Parece que os resultados destes algoritmos dependem de qual das variantes de MPM estão sendo utilizadas. Por exemplo, Buzzi et al. (2008) concluem que a abordagem USF conserva melhor a energia do que a USL. Neste caso os autores utilizaram a variante de GIMP que não muda o domínio das partículas (uGIMP). No entanto, nas análises feitas por Wallstedt & Guilkey (2008) utilizando o cpGIMP, a abordagem USF foi menos estável e apresentou problemas na solução para os casos de grandes deformações. Assim, estes autores recomendam a utilização da variante USL. A abordagem USAVG tem sido utilizada por poucos autores, mas é recomendada e utilizada nas análises feitas por Bardenhagen et al. (2011) e Lemiale et al. (2010). Nesta pesquisa serão avaliadas, por meio de alguns exemplos, o comportamento das três abordagens dos momentos de integração nos métodos uGIMP e CPDI.



**Figura 3.4. Algoritmo de cálculo para USF e entidades calculadas nos nós e nas partículas.**  
(modificado de Buzzi et al., 2008)

### 3.5 ALGORITMO DE CONTATO

No algoritmo do MPM, descrito nos itens anteriores, as equações que governam o problema são resolvidas para todos os pontos materiais e devido a isso a velocidade de cada um deles é definida em cada instante de tempo. Quando existem vários corpos na análise o fato de se considerar que existe um único campo de velocidade evita que haja penetração e deslizamento entre estes.

O campo de velocidades dos nós da malha, obtido a partir de todos os pontos materiais que contém a análise  $v_n$ , é denominado por Bardenhagen et. al. (2001) como campo de centro de massa de velocidades. Se a extrapolação das partículas para os nós é unicamente feita a partir das partículas que formam um corpo, então surgem as denominadas velocidades nodais do corpo  $v_n^b$ .

É obvio que nas análises reais o que interessa é resolver o problema considerando todos os corpos envolvidos. Nestes casos, restrições nos campo de velocidades devem ser introduzidas devido ao contato entre corpos. Este contato é analisado comparando as velocidades obtidas dos dois campos de velocidade. Desta forma se define que um corpo esta se aproximando de outro(s) ou está em contato quando:

$$\left( v_n^b - v_n \right) \cdot n_b > 0 \quad (3.30)$$

onde  $n_b$  é a normal à superfície de um dos corpos. Quando esta condição é satisfeita a velocidade do corpo é modificada ( $v_n^b$ ) para cumprir a seguinte condição:

$$\bar{v}_n^b \cdot n_b = v_n \cdot n_b \quad (3.31)$$

Segundo Lemiale et al. (2010), esta condição é necessária, mas não suficiente. Eles propuseram outra condição para detectar o contato, neste caso baseada na extrapolação da posição dos pontos materiais para os nós da malha. Então se pode considerar que dois corpos estão em contato quando a condição de velocidade (equação (3.30)) é satisfeita simultaneamente com:

$$\left( x_n^1 - x_n^2 \right) \cdot n_b < 0.8 \cdot Cell \quad (3.32)$$

sendo  $x_n^1$  a posição de um corpo extrapolada para os nós,  $x_n^2$  a posição do outro corpo também extrapolada para os nós e  $Cell$  a dimensão das células da malha. A posição de um corpo extrapolada para a malha se determina avaliando a seguinte expressão para todos os pontos do que formam o corpo:

$$\bar{x}_n^i = \frac{\sum_p m_p \bar{x}_p \bar{S}_{np}}{\sum_p m_p \bar{S}_{np}} \quad (3.33)$$

Uma vez que o contato foi detectado e considerando o modelo de Coulomb para o atrito entre os corpos, a condição da equação (3.31) equivale a uma velocidade ajustada nos nós, que pode ser calculada como:

$$\bar{v}_n^b = v_n^b - \left[ (v_n^b - v_n) \cdot n_b \right] (n_b + \mu' \cdot \tilde{t}^b) \quad (3.34)$$

onde  $\tilde{t}^b$  é o vetor tangente às superfícies de contato,  $\mu'$  é o valor mínimo entre o coeficiente de atrito ( $\mu$ ) e  $\frac{\left| (v_n^b - v_n) \times n_b \right|}{(v_n^b - v_n) \cdot n_b}$ .

Isto equivale a dizer que a força de atrito no contato é proporcional à força normal ao contato, onde a constante de proporcionalidade é o coeficiente de atrito ( $\mu$ ). Uma descrição detalhada da obtenção do vetor normal à superfície de contato é apresentada em Coetzee (2004).

O algoritmo de contato para o MPM permite a livre separação entre os corpos, e considerar um modelo tipo Coulomb para o atrito e não precisa de elementos especiais de contato, mas segundo Lemiale et al. (2010) a acurácia do método depende do correto cálculo da normal ao contato. Nesta pesquisa utiliza-se o algoritmo de contato como apresentado por Lemiale et al. (2010).

### 3.6 AMORTECIMENTO E PASSO DE TEMPO NO MPM

Para realizar análises do tipo estático e quase estático, numa formulação dinâmica como a descrita para o MPM, as equações de movimento têm que ser amortecidas. O que se pretende é atingir a condição estática estável com o menor custo computacional possível. Uma forma

comumente utilizada nos códigos de MPM é chamada de amortecimento local viscoso. Neste caso o amortecimento é introduzido na equação de movimento da seguinte forma:

$$\underline{f}_n^{\text{int}} + \underline{f}_n^{\text{ext}} - d \cdot \underline{q}_n^t = \underline{\dot{q}}_n \quad (3.35)$$

onde,  $d$  é o coeficiente de amortecimento e  $\underline{q}_n^t$  é a quantidade de momento nos nós para o passo anterior de cálculo. O terceiro termo introduzido na equação (3.35) representa as forças de inércia que se opõem ao movimento. Desta forma o amortecimento em cada nó é proporcional à quantidade de movimento do nó. A quantidade de amortecimento a introduzir numa análise para atingir resultados estáticos sem amortecer demais o modelo varia com cada problema específico. Análises feitas por Lorenzo et al. (2012) sugerem que uma primeira tentativa para calcular o amortecimento em problemas geotécnicos pode ser feita considerando o primeiro período de oscilação de uma camada de solo como:

$$T = \frac{4H}{V_s} \quad (3.36)$$

onde,  $H$  é a espessura da camada e  $V_s$  a velocidade da onda de cisalhamento.

Ainda considerando que o 100% do amortecimento do primeiro período de oscilação pode ser obtido considerando o coeficiente de amortecimento aproximadamente como (Zabala, 2010; Nairn, 2011):

$$d = \frac{1}{2T} \quad (3.37)$$

Substituindo a equação (3.36) na (3.37) e considerando  $V_s = \sqrt{G/\rho}$  obtém-se:

$$d = \sqrt{\frac{E}{128\rho H^2(1+\nu)}} \quad (3.38)$$

Embora esta expressão possa ser utilizada como primeira tentativa para o valor do amortecimento, as análises dos problemas em MPM precisam avaliar a sensibilidade do coeficiente de amortecimento para não cair em um super-amortecimento do problema ou, caso contrário, que apareçam oscilações no sistema.

Nos métodos numéricos com esquema de integração explícito, é preciso cumprir a condição de Courant-Friedrichs-Levy (CFL) para garantir a estabilidade numérica da solução (Ionescu et al. 2006). Esta condição é utilizada para definir o passo de tempo a se utilizar nas análises e exige que:

$$\Delta t_{crit} = \frac{\Delta x}{c_p} \quad (3.39)$$

onde,  $\Delta t_{crit}$  é o máximo passo tempo que garante a estabilidade numérica da solução,  $c_p$ , é a velocidade da onda de compressão e  $\Delta x$  é o tamanho da menor célula utilizada na análise. A velocidade da onda de compressão é calculada pela equação (3.40):

$$c_p = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho(1+\nu)(1-2\nu)}} \quad (3.40)$$

onde,  $E$  é o módulo de elasticidade do solo e  $\nu$  o coeficiente de Poisson.

Nos códigos computacionais de MPM habitualmente é colocado um tipo de fator de segurança na equação (3.39). Para isto o numerador é multiplicado por um fator tempo (FT) que tem valor entre 0 e 1 (Bardenhagen *et al.*, 2011). Para as análises feitas neste trabalho é assumido um valor de 0,5 para o FT.

A variação de passo de tempo durante a análise ainda não foi implementada no código utilizado nesta pesquisa. Portanto, as análises aqui apresentadas foram realizadas com passo de tempo constante.

### 3.7 INTEGRAÇÃO DO MODELO CONSTITUTIVO

Como no MEF, quando o MPM utiliza modelos constitutivos elasto-plásticos, é necessário resolver um sistema de equações diferenciais para encontrar o incremento de tensões decorrente de um incremento de deformações. O esquema de integração utilizado é um ponto crucial para que os resultados numéricos atinjam a acurácia desejada (Farias *et al.*, 2009).

No caso do MPM, o incremento de deformações é calculado nas partículas a partir das velocidades dos nós da malha de fundo. O sistema de equações, geralmente, é escrito de forma diferencial como:

$$d\underset{\sim}{\sigma} = \underset{\sim}{D} : d\underset{\sim}{\varepsilon} \quad (3.41)$$

$$dh = H(\underset{\sim}{\sigma}, h) ds \quad (3.42)$$

onde,  $\underset{\sim}{D}$  é a matriz constitutiva tensão-deformação,  $s$  e  $h$  são as variáveis internas de endurecimento de deformação e de tensão respectivamente; e  $H$  é o módulo de endurecimento. Estas equações tem que ser integradas para cada passo de tempo em um intervalo de deformação. Em geral, este sistema é solucionado de uma forma incremental porque as complexidades matemáticas da maioria dos modelos não permite a integração direta (Pedroso, 2002). Desta forma as tensões nas partículas em cada passo de cálculo são obtidas como:

$$\underset{\sim}{\sigma}^{t+\Delta t} = \underset{\sim}{\sigma}^t + \int_0^{\Delta t} \underset{\sim}{D} : \underset{\sim}{\dot{\varepsilon}} dt \quad (3.43)$$

Vários esquemas de integração numérica têm sido propostos na literatura para resolver este sistema, estudando a eficiência e acurácia de cada um deles (Carter *et al.*, 2000; Sheng & Sloan, 2001; Pedroso, 2002). Os esquemas podem ser classificados em explícitos ou implícitos. Nos esquemas explícitos, as derivadas das funções de plastificação, assim como das funções de potencial plástico e de endurecimento são avaliadas no estado atual de tensões (conhecido).

Nos esquemas implícitos, as derivadas são avaliadas em pontos intermediários entre o estado de tensões inicial e o estado final. Como o estado de tensões final é desconhecido, é necessário um procedimento iterativo para encontrar a solução (Farias *et al.*, 2009).

Os esquemas de integração explícitos, com cálculo do passo automático, têm mostrado ser muito eficientes e permitem controlar o tamanho do passo introduzindo a tolerância desejada na integração (Farias *et al.*, 2009; Nazem, *et al.* 2009; Pedroso, 2006; Sheng & Sloan, 2001).

No processo de integração, a matriz constitutiva é considerada constante durante cada incremento de tempo. Porém, como na realidade a matriz constitutiva muda com o nível de tensão e os parâmetros de endurecimento, é necessário que os passos de tempo ou incrementos de deformação em cada passo de integração sejam pequenos.

O fato de fazer a integração constitutiva em incrementos de passos finitos introduz erros que podem levar a uma situação em que a condição de consistência não seja alcançada ao final da integração. Este erro na condição de consistência é mais pronunciado nos modelos de estado crítico porque a superfície de plastificação também se movimenta durante o incremento de deformação, devido ao endurecimento. Além disso, o erro é acumulativo, assim é necessário introduzir um algoritmo que retorne o estado tensional para a superfície de plastificação (Potts & Gens, 1985).

Cinco métodos diferentes foram avaliados em Potts & Gens (1985). Nesta pesquisa, um dos métodos descritos pelos autores como adequado, foi implementado em um código de MPM. Este método retorna o estado tensional para a superfície de plastificação na direção do fluxo plástico.

Em geral, o procedimento é assumir um previsor elástico e depois, se for necessário, realizar uma correção plástica do nível de tensões, da seguinte forma:

$$\Delta \underline{\underline{\sigma}}^{trial} = \underline{\underline{D}}^E : \Delta \underline{\underline{\varepsilon}} \quad (3.44)$$

$$\underline{\underline{\sigma}}^{trial} = \underline{\underline{\sigma}}^t + \Delta \underline{\underline{\sigma}}^{trial} \quad (3.45)$$

onde  $\underline{\underline{D}}^E$ , é a parte elástica da matriz constitutiva,  $\underline{\underline{\sigma}}^t$  é o tensor de tensões no instante  $t$ . Assim, a função de plastificação é avaliada para o estado tensional  $f(\underline{\underline{\sigma}}^{trial}, h^t)$  e, se for maior que 0 e se verifique a condição de carregamento, então é necessário aplicar a correção plástica:

$$\underline{\underline{\sigma}}^{t+\Delta t} = \underline{\underline{\sigma}}^t + \Delta \underline{\underline{\sigma}}^{trial} - \underline{\underline{D}}^E : \Delta \underline{\underline{\varepsilon}}_p = \underline{\underline{\sigma}}^{trial} - \underline{\underline{D}}^E : \lambda_p \frac{\partial g}{\partial \underline{\underline{\sigma}}^{trial}} \quad (3.46)$$

Nesta equação  $\Delta \underline{\underline{\varepsilon}}_p$  é o incremento de deformação plástica no passo de cálculo,  $\lambda_p$  é o multiplicador plástico e  $g$  é a função de fluxo plástico. Uma vez obtidos o novo estado tensional e os parâmetros de endurecimento, a condição de consistência tem que ser verificada para uma determinada tolerância. Para isto o algoritmo de retorno é aplicado, corrigindo o estado tensional para um novo valor  $\underline{\underline{\sigma}}^{t+\Delta t}$ ,

$$\bar{\underline{\underline{\sigma}}}^{t+\Delta t} = \underline{\underline{\sigma}}^{t+\Delta t} - \alpha_c \left( \frac{\partial g}{\partial \underline{\underline{\sigma}}^{t+\Delta t}} \right) \quad (3.47)$$

onde  $\alpha_c$  é um escalar que é calculado como (Gens & Potts, 1988):

$$\alpha_c = \frac{f(\underline{\underline{\sigma}}^{t+\Delta t}, h^{t+\Delta t})}{\left( \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}^t} \right)^T \left( \frac{\partial g}{\partial \underline{\underline{\sigma}}^t} \right)} \quad (3.48)$$

A diferença entre este novo estado tensional e o anterior calculado é comparada com uma determinada tolerância. No caso de não estar dentro do intervalo de tolerância, a correção plástica é aplicada novamente, realizando um processo iterativo até cumprir com a tolerância desejada.

No caso de problemas que provocam grandes deformações, a integração da equação constitutiva não pode mais ser realizada com a equação (3.43). Alguma modificação tem de ser introduzida para evitar a mudança no tensor de tensões de Cauchy, devido aos movimentos como corpo rígido que possam aparecer. O tensor de tensões modificado para considerar este fenômeno é normalmente conhecido como tensor de tensões objetivo (Gadala & Wang, 2000; Nazem et al., 2006; Nazem et al., 2008).

As taxas de variação de tensões comumente utilizadas para garantir a objetividade do tensor de tensões de Cauchy são a de Jaumann ou de Truesdell (Fung, 1965; Crisfield, 2000). A objetividade do tensor de tensões requer que este não mude quando aconteça uma rotação de corpo rígido. A taxa de variação de tensões de Jaumann é expressa como:

$$d\underline{\underline{\underline{\sigma}}}^J = d\underline{\underline{\underline{\sigma}}} - d\underline{\underline{\underline{\Omega}}} \cdot \underline{\underline{\underline{\sigma}}} - \underline{\underline{\underline{\sigma}}} \cdot d\underline{\underline{\underline{\Omega}}}^T = \underline{\underline{\underline{D}}} : d\underline{\underline{\underline{\varepsilon}}} \quad (3.49)$$

onde  $\underline{\underline{\underline{\Omega}}}$  é a parte não simétrica do gradiente dos deslocamentos e  $\underline{\underline{u}}$  é o vetor de deslocamentos, tal que:

$$\underline{\underline{\underline{\Omega}}} = \frac{1}{2} \left( \underline{\underline{\underline{\nabla}}} \underline{\underline{u}} - (\underline{\underline{\underline{\nabla}}} \underline{\underline{u}})^T \right) \quad (3.50)$$

As tensões de Cauchy são calculadas integrando  $d\underset{\sim}{\sigma}$  na equação (3.49). Na forma incremental isto é escrito como:

$$\hat{\underset{\sim}{\sigma}}^{t+\Delta t} = \underset{\sim}{\sigma}^t + \Delta\underset{\sim}{\Omega} \cdot \underset{\sim}{\sigma}^t + \underset{\sim}{\sigma}^t \cdot \Delta\underset{\sim}{\Omega}^T + \underset{\sim}{D}(\underset{\sim}{\sigma}^t, h^t) : \Delta\underset{\sim}{\varepsilon} \quad (3.51)$$

onde  $\hat{\underset{\sim}{\sigma}}^{t+\Delta t}$  são as tensões de Cauchy modificadas para considerar as possíveis rotações como corpo rígido. Na equação (3.51), os três primeiros termos do lado direito representam as tensões no passo anterior de cálculo, expressadas na configuração atual, onde o segundo e o terceiro termo levam em conta as possíveis rotações de corpo rígido. A equação (3.51) é uma simplificação de:

$$\hat{\underset{\sim}{\sigma}}^{t+\Delta t} = R\underset{\sim}{\sigma}R^T + \underset{\sim}{D}(\underset{\sim}{\sigma}^t, h^t) : \Delta\underset{\sim}{\varepsilon} \quad (3.52)$$

na qual  $R$ , é a matriz de rotações (Crisfield, 2000).

A taxa de variação de tensões de Truesdell é equivalente a fazer a seguinte transformação na integração das tensões:

$$\underset{\sim}{\hat{\sigma}}^{t+\Delta t} = \frac{1}{J} \underset{\sim}{F}^{t+\Delta t} \cdot \underset{\sim}{\sigma}^t \cdot (\underset{\sim}{F}^{t+\Delta t})^T + \underset{\sim}{D}(\underset{\sim}{\sigma}^t, h^t) : \Delta\underset{\sim}{\varepsilon} \quad (3.53)$$

onde  $J = \left| \underset{\sim}{F}^{t+\Delta t} \right|$  é o determinante do tensor gradiente de deformação.

Introduzindo desta forma os efeitos devido ao movimento de corpo rígido no esquema de integração da equação constitutiva, os algoritmos utilizados para o caso de pequenas deformações são “aproveitados” e só é necessário incluir uma sub-rotina que modifique as tensões, mantendo todo o código prévio.

Em Nazem et al. (2009) são apresentados três instantes diferentes para introduzir o efeito como corpo rígido durante a integração constitutiva: antes, depois ou durante a integração. Nenhuma diferença na acurácia dos resultados foi obtida nas análises feitas pelos autores. Na presente pesquisa, a correção no tensor de tensões é feita depois de realizar a integração da equação constitutiva e aplicando a taxa de variação de Jaumann.

Em síntese, quatro passos são necessários para atualizar as tensões utilizando um modelo constitutivo elasto-plásticos no caso de grandes deformações: primeiro, calcula-se o previsor elástico; segundo, aplica-se a correção plástica; terceiro, aplica-se o algoritmo de retorno do estado tensional para a superfície de plastificação; quarto e último, ajusta-se as tensões para considerar um possível movimento como corpo rígido.

Nos próximos capítulos se descreve o código numérico utilizado e as validações deste utilizando problemas geotécnicos. Além disso, apresenta-se a implementação dos modelos constitutivos MCC e SCC no código utilizado nesta pesquisa e as validações realizadas utilizando trajetórias de tensões conhecidas.

### 3.8 RESUMO

Neste capítulo foram apresentadas a equação de governo do problema de conservação da quantidade de movimento e a discretização desta utilizando o MPM. Além de mostrar a evolução do MPM passando pelo uGIMP e o CPDI, mencionou-se suas vantagens e quais problemas foram solucionadas pela introdução destas modificações ao método. Posteriormente, foi realizada uma sugestão para o cálculo do coeficiente de amortecimento (*damping*) a introduzir nas análises geotécnicas.

Em seguida apresentou-se o algoritmo de contato do tipo Coulomb introduzido no MPM, que permite considerar o atrito entre os materiais em contato. Ainda, explicou-se o algoritmo de integração que é utilizado para a implementação dos modelos constitutivos introduzidos no código numérico.

## **4 IMPLEMENTAÇÃO DOS MODELOS CONSTITUTIVOS E VALIDAÇÕES**

### **4.1 INTRODUÇÃO**

No capítulo 3 foi apresentada a formulação do MPM para problemas cinemáticos. Além disso, apresentou-se um algoritmo de integração para modelos elasto-plásticos que considera as possíveis rotações como corpo rígido e evita que existam mudanças no tensor de tensões de Cauchy, no caso delas aparecerem.

Neste capítulo é apresentado o código numérico *NairnMPM* (Nairn, 2011) que é o utilizado nesta pesquisa. Ainda são apresentadas as implementações dos modelos constitutivos MCC e SCC e se descreve a estrutura de classes utilizada e as principais funções introduzidas que permitem a fácil introdução de novos modelos de estado crítico.

Por fim, são mostradas análises de problemas que servem como validações dos novos modelos constitutivos introduzidos. São apresentadas também validações do código *NairnMPM* e uma análise de sensibilidade de malha e de número de partículas num problema simples.

### **4.2 DESCRIÇÃO DA FERRAMENTA NUMÉRICA UTILIZADA**

O código utilizado nesta pesquisa é o *NairnMPM*. Este código aberto foi desenvolvido na linguagem C++ pelo professor John Nairn na Universidade Estadual de Oregon nos Estados Unidos. Na versão atual o código permite fazer análises em 2D e 3D, incluindo o caso axissimétrico. A formulação é explícita, dinâmica e tem os métodos MPM (original), uGIMP e CPDI, o que permite a utilização indistinta de qualquer um deles. Inclui uma grande variedade de modelos constitutivos, com ênfase nas áreas da madeira e aplicações mecânicas. Os principais tipos de modelos constitutivos presentes são: hiperelásticos, elasto-plásticos, hipoeelásticos e viscoelásticos. Além destes materiais, tem um material rígido que permite a simulação de condições de contorno móveis.

Em relação à discretização, para o caso do MPM (original) a malha de fundo pode ser irregular. Já nos dois casos de GIMP a malha gerada deve ser regular e em todos os casos a malha é estruturada com elementos retangulares. O número de partículas por célula pode ser modificado, existindo cinco possibilidades no caso 2D (1, 4, 9, 16, 25 partículas) e três possibilidades no caso 3D (1, 8, 27).

O código *NairnMPM* está dividido em oito grandes tarefas e dentro destas se encontram todos os métodos (funções). Estas tarefas são executadas sequencialmente para cada passo de tempo dado. Estas tarefas são enumeradas a continuação com uma pequena descrição:

1. *InitializationTask*: É gerada a malha de fundo e inicializadas as partículas com os valores de massa e velocidade para cada uma.
2. *MassAndMomentumTask*: Extrapola os valores de massa e quantidade de momento dos nós para as partículas.
3. *UpdateStrainFirstTask*: Calculam-se as deformações nas partículas e se integra a equação constitutiva. Esta tarefa é chamada no caso de se utilizar as abordagens USF ou USAVG.
4. *GridForcesTask*: Calcula-se as forças nos nós.
5. *UpdateMomentaTask*: Se atualiza a quantidade de momento nas partículas .
6. *UpdateParticleTask*: Se calcula a nova posição e velocidade das partículas para começar o próximo passo de tempo.
7. *UpdateStrainsLastTask*: Calculam-se as deformações nas partículas e se integra a equação constitutiva. Esta tarefa é chamada no caso de se utilizar as abordagens USL ou USAVG.
8. *ResetElementsTask*: Elimina os valores na malha de fundo para começar um novo passo de cálculo.

Algumas outras tarefas são definidas dentro do programa, mas não têm sido incluídas aqui porque são relacionadas aos problemas de trincas ou de difusão, não abordados nesta pesquisa.

O código tem sido utilizado com sucesso em várias simulações. Nairn (2003) fez simulações de geração de trincas, enquanto Nairn (2006) apresentou o estudo de compactação de madeiras quando são penetradas por um objeto e Nairn (2013) apresenta um problema de impacto de um projétil. Aplicações e validações a problemas geotécnicos têm sido apresentadas em Llano-Serna (2012), que estudo a penetração do ensaio de cone de laboratório; Lorenzo et al. (2012, 2013), que avalio problemas de estabilidade de taludes e sapatas com grandes recalques, ambas as pesquisas com resultados satisfatórios tanto utilizando modelos elásticos quanto o modelo elasto-plástico de Von Mises.

### 4.3 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL DOS MODELOS CONSTITUTIVOS

Neste item são apresentadas brevemente as formulações dos modelos constitutivos implementados nesta pesquisa. Pretende-se com isto introduzir as vantagens de cada um dos modelos assim como a formulação utilizada na implementação e os parâmetros utilizados por estes que serão parte dos dados de entrada para as análises realizadas a continuação.

#### 4.3.1 Breve descrição do MCC

O MCC foi desenvolvido a partir de ensaios triaxiais convencionais em argila normalmente adensada. A superfície de escoamento plástico é definida num plano de tensão média efetiva ( $p'$ ) – tensão desviadora ( $q$ ) formando uma elipse com o eixo maior coincidindo com o eixo  $p'$  (Figura 4.1). A equação (4.1) define a função de plastificação.

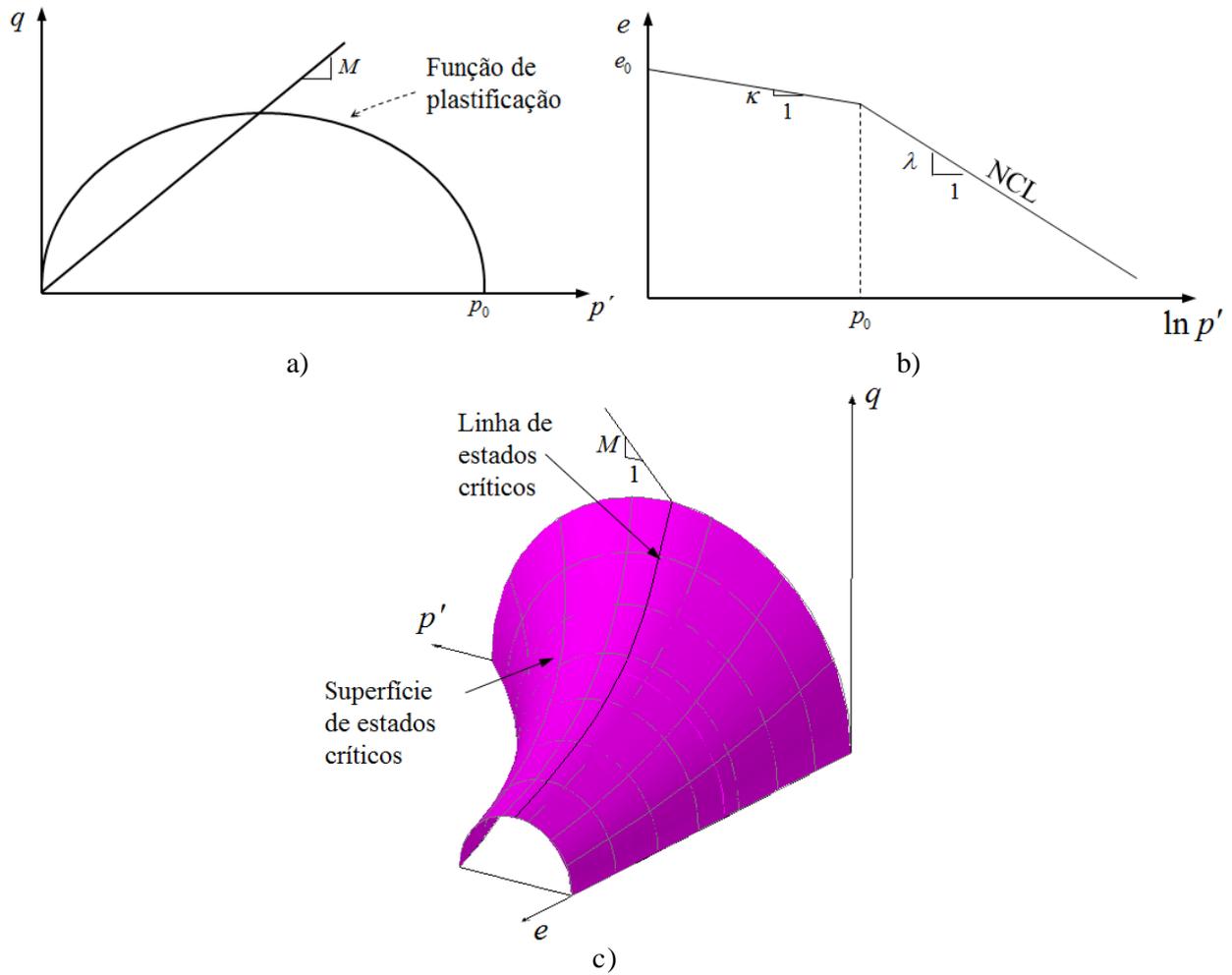
$$f = M^2(p^2 - p_0 p') + q^2 \quad (4.1)$$

Nesta equação,  $p_0$  é a tensão de pré-adensamento e  $M$  é a inclinação da linha de estados críticos no plano  $p'$  versus  $q$ .

O endurecimento é isotrópico e definido como uma função da deformação volumétrica plástica ( $\varepsilon_v^p$ ) da seguinte forma:

$$\frac{dp_0}{p_0} = \frac{(\lambda - \kappa)}{(1 + e)} d\varepsilon_v^p \quad (4.2)$$

Onde  $\lambda$  é a inclinação da linha de estados críticos no plano  $\ln p'$  versus o índice de vazios ( $e$ ) ou linha de compressão normal (NCL) e  $\kappa$  é a inclinação da linha de descarregamento e recarregamento nesse mesmo plano. O modelo assume uma lei de fluxo plástico associada, portanto  $f(\sigma, p_0) = g(\sigma, p_0)$ . Na Figura 4.1 aparecem as formas da função de plastificação, da linha de compressão normal e da superfície de estados críticos utilizadas pelo modelo MCC.



**Figura 4.1. (a) Função de plastificação, (b) linha de compressão normal e (c) superfície de estados críticos no MCC.**

A lei de fluxo plástico e o multiplicador plástico são definidos da seguinte forma:

$$d\tilde{\varepsilon}^p = \lambda_p \frac{\partial g}{\partial \tilde{\sigma}} \quad (4.3)$$

$$\lambda_p = \frac{\frac{\partial f^T}{\partial \tilde{\sigma}} : D_{\tilde{\sigma}}^e : d\tilde{\varepsilon}}{\frac{\partial f^T}{\partial \tilde{\sigma}} : D_{\tilde{\sigma}}^e : \frac{\partial g^T}{\partial \tilde{\sigma}} - \frac{\partial f}{\partial \varepsilon_v^p} \text{tr} \left( \frac{\partial f}{\partial \tilde{\sigma}} \right)} \quad (4.4)$$

Onde  $\text{tr}(\ )$  representa a traça da entidade entre os parêntesis.

Substituindo as derivadas associadas com as variáveis internas na equação (4.4) o multiplicador plástico é escrito da seguinte forma:

$$\lambda_p = \frac{\frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} : \underline{\underline{D}}^e : d\underline{\underline{\varepsilon}}}{\frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} : \underline{\underline{D}}^e : \frac{\partial g}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} + \left( M^2 p \frac{p_0(1+e_0)}{(\lambda-\kappa)} \right) tr \left( \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \right)} \quad (4.5)$$

Na etapa elástica o MCC utiliza um comportamento não linear do modulo de deformação que varia com  $p'$  da seguinte forma:

$$E = \frac{3(1-2\nu)(1+e)}{\kappa} p' \quad (4.6)$$

Finalmente, o modelo utiliza quatro parâmetros  $(\lambda, \kappa, \nu, M)$  e mais dois parâmetros que definem as condições iniciais que podem ser o  $e_0$  e o OCR ou a  $p_0$ . Estes parâmetros podem ser obtidos de ensaios triaxiais comuns.

#### 4.3.2 Modelo Subloading Cam Clay (SCC)

Na sua forma original, o MCC no caso de solos pré-adensados apresenta um comportamento elástico não linear em trajetórias de recarregamento. Não entanto, os solos, inclusive na região sobreadensada mostram um comportamento elasto-plástico (Nakai, 2013). A introdução do conceito de superfície de subcarregamento permite corrigir este problema (Hashiguchi & Ueno, 1977). Esta superfície é interna à superfície de plastificação e tem a mesma geometria. No espaço de tensões, o ponto de tensões atual esta sempre sobre a superfície de subcarregamento e a evolução desta superfície depende da transição elasto-plástica.

A incorporação do conceito de subcarregamento num modelo incrementa uma variável interna. Essa variável define o tamanho da superfície de plastificação e é uma medida da densificação no caso de areias ou de sobreadensamento no caso de argilas. Na Figura 4.2 é apresentada graficamente essa nova variável interna chamada de  $\rho$ .

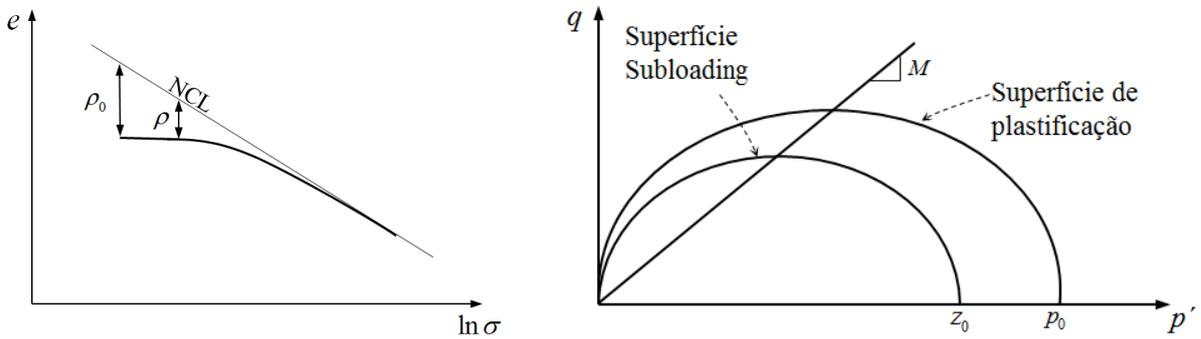
O conceito de superfície de subcarregamento foi inserido no modelo MCC por Pedroso (2006) criando desta forma o modelo conhecido como *Subloading Cam Clay* (SubCam).

Neste modelo a variável  $\rho$  tem valor 0 quando o estado tensional atinge a linha NCL. Esta variável está relacionada com a tensão de pré-adensamento como:

$$\rho = (\lambda - \kappa) \ln \left( \frac{p_0}{z_0} \right) \quad (4.7)$$

onde  $z_0$  é a interceptação da superfície de subcarregamento como o eixo de tensão média no plano  $p'$  vs  $q$ . A lei de fluxo plástica da superfície de plastificação é definida igual ao MCC. Para a superfície de subcarregamento outra lei de fluxo é acrescentada que considera uma variável de deformação conhecida como deformação volumétrica plástica de subcarregamento ( $\varepsilon_v^{p(SL)}$ ), desta forma:

$$dz_0 = \frac{z_0(1+e_0)}{(\lambda - \kappa)} (d\varepsilon_v^p + d\varepsilon_v^{p(SL)}) \quad (4.8)$$



**Figura 4.2. Superfície de subcarregamento e nova variável interna do modelo SubCam (Nakai, 2013).**

Segundo Nakai & Hinokio (2004) a  $\varepsilon_v^{p(SL)}$  pode ser obtida como:

$$\varepsilon_v^{p(SL)} = \frac{-\rho}{(1+e_0)} = \lambda_p \frac{G(\rho)}{p} \quad (4.9)$$

Onde  $G(\rho)$  é uma função que controla a degradação de  $\rho$ . Esses autores propuseram para essa função a utilização da seguinte equação parabólica  $G(\rho) = a\rho^2$ . O parâmetro ( $a$ ) é o único novo parâmetro adicionado pelo modelo SubCam em relação ao modelo MCC e pode ser obtido por ajuste do modelo com ensaios de compressão oedométrica. No item 4.4.4 é possível ver como muda o parâmetro ( $a$ ) à resposta do modelo para o ensaio de compressão oedométrica.

Aplicando a condição de consistência para a superfície de subcarregamento pode ser obtido o multiplicador plástico para o modelo SubCam que é expresso como:

$$\lambda_p^{SL} = \frac{\frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} : \underline{\underline{D}}^e : d\underline{\underline{\varepsilon}}}{\frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} : \underline{\underline{D}}^e : \frac{\partial g}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} - \frac{\partial f}{\partial z_0} \frac{z_0(1+e_0)}{(\lambda-\kappa)} \left( \text{tr} \left( \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \right) + L \right)} \quad (4.10)$$

$$L = a \frac{\left( \frac{(\lambda-\kappa)}{(1+e_0)} \ln \left( \frac{p_0}{z_0} \right) \right)^2}{p} \quad (4.11)$$

onde  $L$  é uma função auxiliar.

Substituindo as derivadas associadas com as variáveis internas na equação (4.10) o multiplicador plástico é escrito da seguinte forma:

$$\lambda_p^{SL} = \frac{\frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} : \underline{\underline{D}}^e : d\underline{\underline{\varepsilon}}}{\frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} : \underline{\underline{D}}^e : \frac{\partial g}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} + \left( M^2 p \frac{z_0(1+e_0)}{(\lambda-\kappa)} \right) \left( \text{tr} \left( \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \right) + L \right)} \quad (4.12)$$

Se comparados os multiplicadores plásticos do modelo MCC (equação (4.5)) e do modelo SubCam (equação (4.12)) é possível ver que a única diferença entre os dois é a função  $L$ . Quando a superfície de subcarregamento alcança a superfície de plastificação o valor de  $L$  é 0 e o modelo SubCam se comporta como o modelo MCC.

Outra modificação introduzida no modelo SubCam foi quanto ao critério de ruptura utilizado. Como já mencionado o modelo MCC foi elaborado quase que exclusivamente a partir de resultados de laboratório de triaxiais convencionais. Neste ensaio a tensão principal intermédia ( $\sigma_2$ ) é igual ou à tensão principal maior ou à menor. Por causa disto a superfície de ruptura forma uma circunferência no plano desviador. Este critério de ruptura é conhecido como Drucker-Prager (Potts & Zdravkovic, 1999). No entanto, é sabido que uma circunferência neste plano não representa de forma adequada o solo por causa da diferença de

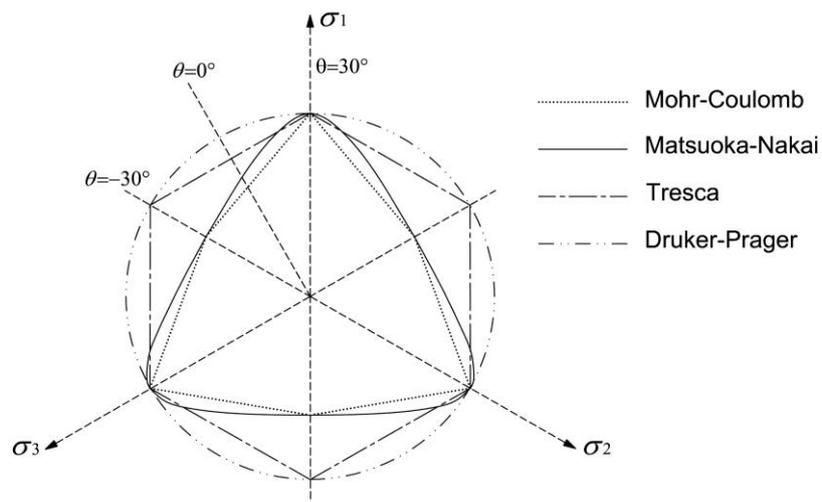
comportamento entre trajetórias de extensão e compressão. Este problema pode ser solucionado calculando o valor de  $M(\theta)$  em função do ângulo de Lode ( $\theta$ ). Para isto, Sheng et al. (2000) propuseram as seguintes equações que têm sido adotadas por Pedroso (2006) para a elaboração do modelo SubCam:

$$\frac{q}{p'} = M(\theta) \quad (4.13)$$

$$M(\theta) = M \left( \frac{2\varpi}{1 + \varpi - \sin 3\theta(1 - \varpi)} \right)^{1/4} \quad (4.14)$$

$$\varpi = \left( \frac{3 - \sin \phi_{\max}}{3 + \sin \phi_{\max}} \right)^4 \quad (4.15)$$

Com a introdução do  $M(\theta)$  da forma apresentada a representação no plano desviador da superfície de ruptura coincide com o critério de Matsuoka & Nakai (1985). Este critério tem evidenciado resultados muito similares com os obtidos em ensaios triaxiais verdadeiros (Pedroso, 2006). Na Figura 4.3 são apresentados alguns critérios de ruptura utilizados em geotecnia. É possível ver que o critério de Matsuoka-Nakai reproduziria a resistência ao cisalhamento do critério de Mohr-Coulomb nos casos de compressão e extensão triaxial. Entretanto apresenta um traço suavizado o que evita problemas de instabilidade.



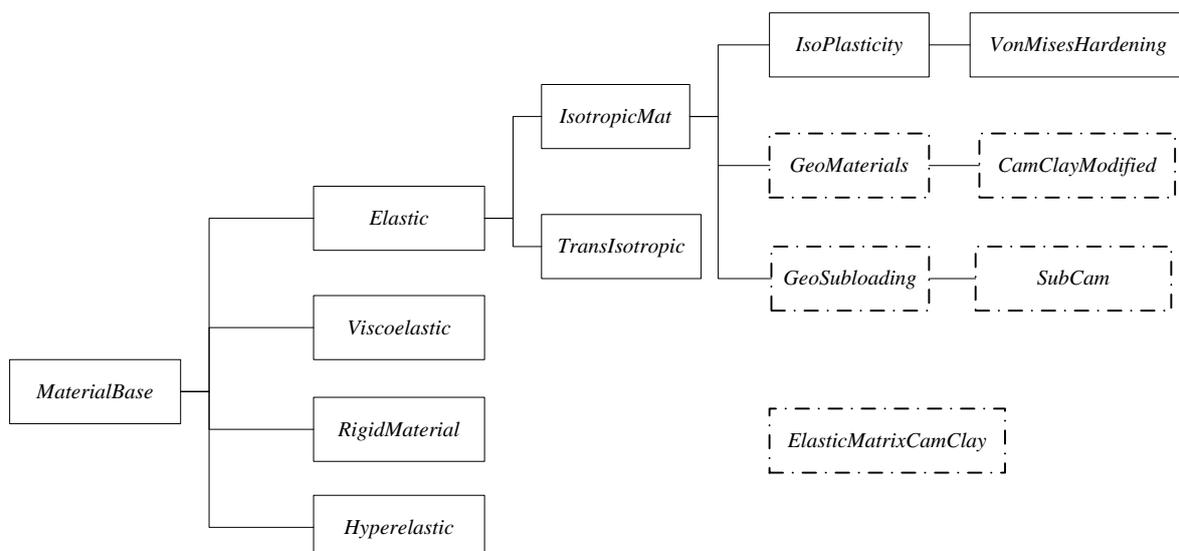
**Figura 4.3. Vista no plano desviador de varios criterios de ruptura**

O modelo SubCam tem sido utilizado com sucesso em códigos de elementos finitos por vários pesquisadores (Farias et al., 2005; Gallego-Herrera, 2012; Bolaños, 2013).

### 4.3.3 Implementação dos modelos

Os novos modelos são introduzidos e associados ao código existente como apresentado a seguir. Nas tarefas do código *UpdateStrainFirstTask* ou *UpdateStrainsLastTask*, apresentadas no item 4.2 é chamado o método *MPMConstitutiveLaw()* dentro de uma das classes de materiais. Na Figura 4.4 é apresentado um diagrama de classes simplificado da organização dos materiais dentro do *NairnMPM*. Os quadros que aparecem com linha tracejada são as novas classes adicionadas para incluir uma estrutura para materiais baseados na teoria de estados críticos e a teoria da plasticidade e os modelos MCC e SubCam como um caso particular de modelos baseados nestas teorias.

As classes *GeoMaterials* e *GeoSubLoading* funcionam como o arcabouço que tem os métodos que vão ser chamados nas classes abaixo destas. Neste caso, como aparece na Figura 4.4, é apresentado, e implementado, o modelo MCC na classe *CamClayModified* e o SubCam na classe *SubLoadingCamClay*. Além disso, outra classe chamada *ElasticMatrixCamClay* foi introduzida, é nesta que se constrói a matriz de rigidez elástica para cada passo de cálculo em função do estado tensional.



**Figura 4.4. Diagrama de classes simplificada da parte de materiais do código NairnMPM**

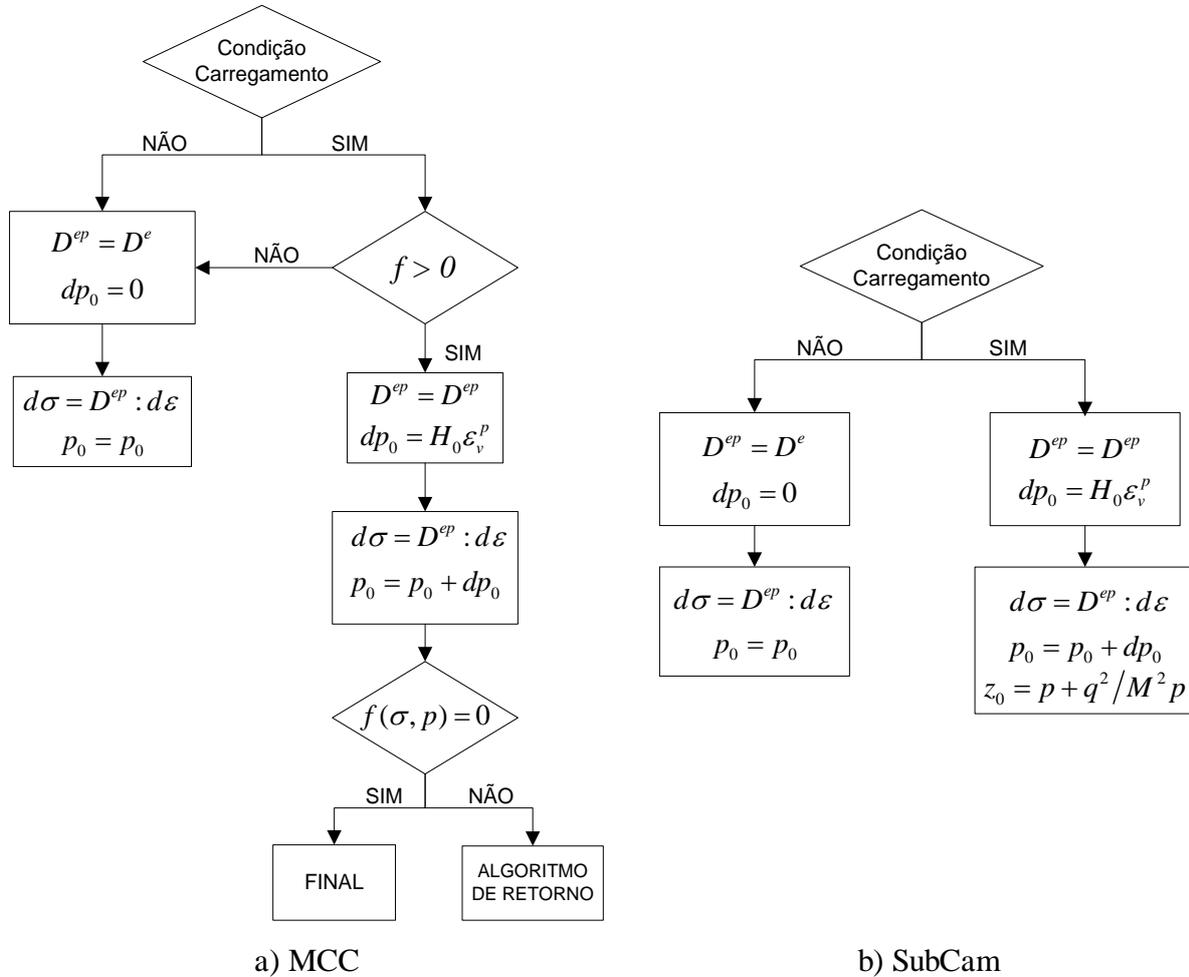
Segue-se uma breve descrição dos métodos incluídos na classe *GeoMaterials* e *GeoSubloading*:

- *SetInitialParticleState()*: Calcula o estado tensional inicial geostático para cada partícula;
- *GetFtrial()*: Calcula o valor da função de plastificação para o estado tensional e a variável de endurecimento atual;
- *GetDfDsigmaGeo()*: Calcula as derivadas da função de plastificação em relação às tensões;
- *GetMultPlast()*: Calcula o multiplicador plástico;
- *GetElasticIncrement()*: Constrói a matriz de módulos de rigidez elástica;
- *Hypo3DCalculations()*: Aplica a correção de Jaumann necessária para considerar as possíveis rotações como corpo rígido segundo o item 3.6;
- *CorrectDrift()*: Corrige o estado de tensões devolvendo-o para cima da superfície de plastificação segundo explicado no item 3.6;
- *Gettrial()*: Calcula a condição de carregamento ou descarregamento;
- *GetPcc()*: Calcula a tensão média;
- *Getqcc()*: Calcula a tensão desviadora;
- *GetDeviatoric()*: Calcula o tensor desviador;
- *GetDeviatoricDeterminant()*: Calcula o terceiro invariante do tensor de tensor de tensões desviador;
- *GetDeviatoricNorm()*: Calcula a norma do tensor de tensões desviador;
- *Getlode()*: Calcula o ângulo de lode;
- *GetMlode()*: Calcula o valor  $M(\theta)$
- *GetDpDsigma()*: Calcula a derivada da tensão média em relação às tensões.
- *GetDqDsigma()*: Calcula a derivada da tensão desvio em relação às tensões.
- *GetDMccDlode()*: Calcula a derivada de  $M(\theta)$  em relação ao ângulo de lode.
- *GetDlodeDsig()*: Calcula a derivada do ângulo de lode em relação às tensões.

Esta implementação permite que sejam incluídos novos modelos baseados na teoria de estados críticos de forma simples. As modificações seriam feitas na nova definição das equações, mas a estrutura das classes implementadas permite a reutilização delas.

Na Figura 4.5 é apresentado de forma esquemática o algoritmo de integração dos modelos constitutivos implementados. Pode-se ver como no caso no modelo SubCam não se utiliza o algoritmo de retorno nem se verifica se o estado tensional esta fora ou dentro da superfície de

plastificação. Estas duas coisas não são realizadas porque o estado tensional neste modelo sempre está sobre a superfície de subcarregamento e é nesta superfície que se escreve a condição de consistência.



**Figura 4.5. Breve representação do algoritmo de integração implementado.**

O método *SetInitialParticleState()* foi incluído para colocar o estado tensional geostático inicial nas partículas. Este foi implementado considerando que existe uma camada uniforme horizontal. As tensões são calculadas da seguinte forma:

$$\sigma_{Vp} = -\gamma(y - y_{ref}) \quad (4.16)$$

$$\sigma_{Hp} = k_0 \sigma_{Vp} \quad (4.17)$$

onde  $\sigma_{Vp}$  e  $\sigma_{Hp}$  são a tensão vertical e horizontal no ponto material respectivamente,  $\gamma$  é o peso específico do solo,  $y$  é a coordenada vertical do ponto material,  $y_{ref}$  é a coordenada da superfície livre do solo, e  $k_0$  é o coeficiente de empuxo em repouso do solo.

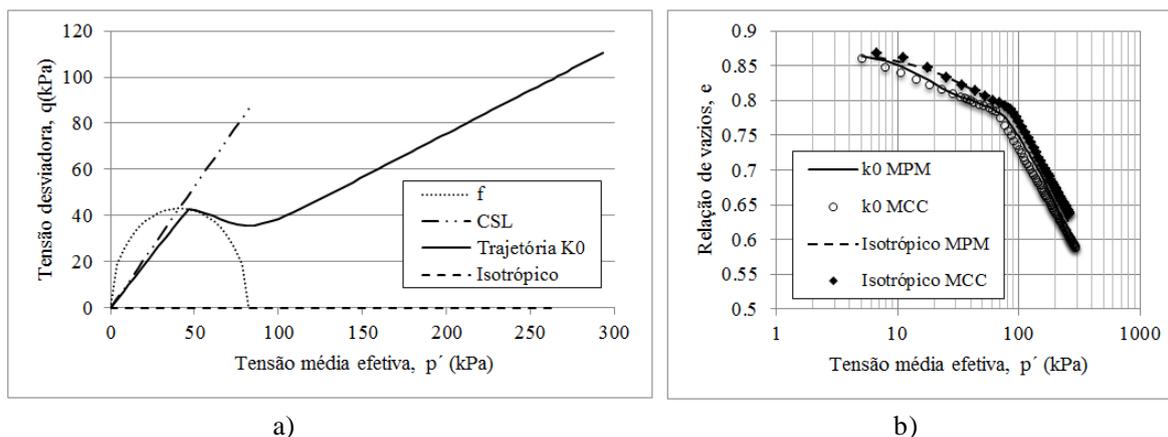
Os parâmetros de entrada para qualquer material definido com a classe *GeoMaterials* ou *GeoSubloading* são: densidade do solo ( $\rho$ ),  $y_{ref}$ ,  $k_0$ , OCR, coeficiente de poisson ( $\nu$ ). Além disso, para o modelo MCC e SubCam é preciso adicionar os seguintes parâmetros: ângulo de atrito interno do solo ( $\phi$ ), índice de vazios inicial ( $e_0$ ), inclinação da linha de compressão virgem ( $\lambda$ ), inclinação da linha de descarga e recarga ( $\kappa$ ). Para o modelo SubCam estaria faltando o parâmetro ( $a$ ).

#### 4.4 VALIDAÇÕES

As novas classes incluídas no código, para conseguir fazer simulações com materiais que reflitam melhor o comportamento do solo, têm de ser validadas. Para isto, os resultados de trajetórias conhecidas para os modelos foram comparadas com as obtidas pelas simulações no código *NairnMPM* utilizando os modelos implementados. Utilizam-se trajetórias que seguem os ensaios mecânicos clássicos de laboratório, como triaxiais convencionais, triaxiais verdadeiros e oedométricos. Além disto, apresenta-se um caso de fundação superficial utilizando o MCC implementado. Este exemplo foi publicado por Nazem et al. (2006) e é aplicado um valor elevado de deslocamento para provocar grandes deformações no modelo. Por fim a simulação de um carregamento cíclico oedométrico é comparado com os resultados de um ensaio cíclico oedométrico em areia.

##### 4.4.1 TRAJETÓRIA ISOTRÓPICA E OEDOMÉTRICA COM MCC

As trajetórias isotrópica e oedométricas para um dos pontos materiais do corpo de prova simulado com o método GIMP utilizando o código *NairnMPM* são apresentadas na Figura 4.6. A trajetória isotrópica foi realizada em 3D e as oedométricas foram feitas para 2D e 3D e foram utilizadas 4 e 8 partículas por célula, respectivamente. As simulações foram realizadas aplicando o carregamento na superfície dos elementos como uma função linear do tempo, e restringindo o movimento onde foi necessário para garantir a condição desejada.



**Figura 4.6. Trajetórias de compressão isotrópica e oedométrica. a) espaço  $p$ - $q$  b) espaço  $\ln p'$ - $e$**

Na Figura 4.6a aparecem também a linha de estados críticos (CSL) e a projeção inicial da superfície de plastificação (f). Na Figura 4.6b são apresentadas as trajetórias obtidas das análises feitas no *NairnMPM* utilizando o modelo MCC, e as calculadas pelas equações do modelo MCC. Para as validações, o modelo MCC implementado foi utilizado, introduzindo diretamente o valor da tensão de pré-adensamento ( $p_0$ ) e da inclinação da linha de estados críticos ( $M$ ). As propriedades utilizadas para as análises foram:  $M = 1$ ,  $p_0 = 87 \text{ kPa}$ ,  $\lambda = 0.13$ ,  $\kappa = 0.03$ ,  $\nu = 0.3$ .

No caso da trajetória isotrópica a coincidência das curvas é satisfatória. No caso da trajetória oedométrica, quando a curva atinge a superfície de plastificação muda a inclinação (Figura 4.6a). Isto é uma consequência da lei de fluxo associada do modelo MCC. Naquele ponto, um passo antes de atingir a superfície de plastificação (domínio elástico), a direção das tensões é a mesma que das deformações. No entanto, quando o comportamento elasto-plástico tem início, a direção da parte plástica das deformações é perpendicular à superfície de fluxo plástico (igual à superfície de plastificação em este caso) e não têm a mesma direção das tensões. Isto resulta na trajetória de tensões desviada da trajetória original. Este problema se reflete também na trajetória oedométrica da Figura 4.6b. Esta inflexão é corrigida automaticamente quando as deformações plásticas são muito maiores do que as elásticas. As trajetórias oedométricas em 2D e 3D, como se esperava, não tiveram nenhuma diferença.

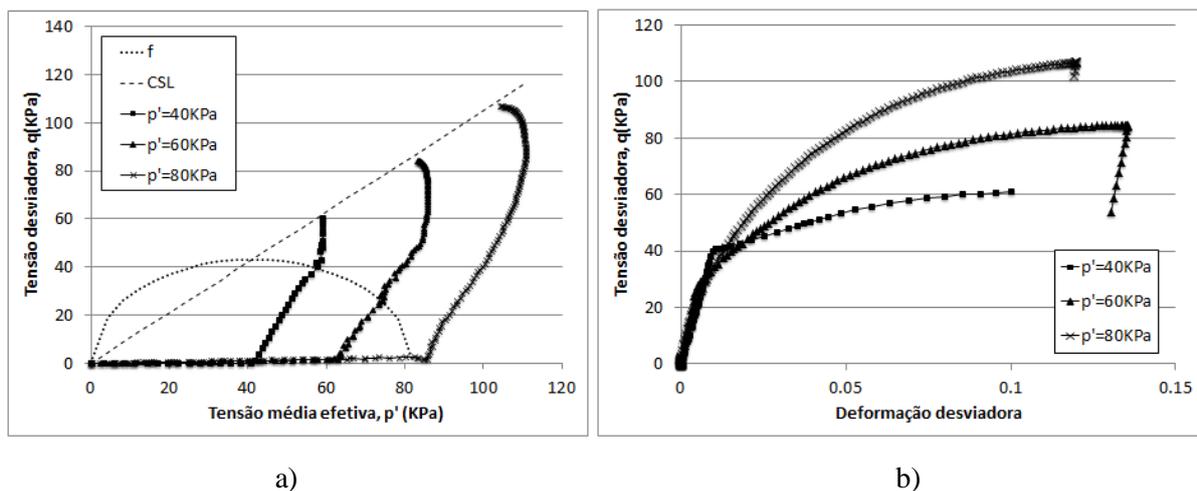
#### 4.4.2 TRAJETÓRIA DE COMPRESSÃO TRIAXIAL CONVENCIONAL COM MCC

Na Figura 4.7 são apresentadas as trajetórias de tensão e deformação obtidas de simulações de compressão triaxial convencional (CTC) para um dos pontos materiais do corpo de prova. As simulações foram realizadas no *NairnMPM* utilizando o MCC. Estas análises correspondem a

trajetórias no trecho úmido da curva de plastificação ( $OCR < 2$ ) com três tensões de confinamento diferentes. As propriedades utilizadas, bem como a forma de aplicação da carga e o número de partículas por célula foi o mesmo do que para as trajetórias oedométricas 3D. O ponto material para o qual são mostrados os resultados é o ponto central do corpo de prova virtual.

Para valores perto da ruptura a trajetória de tensões se separa da trajetória esperada para o caso do triaxial de compressão (Figura 4.7a). Isto se deve ao fato de que a trajetória é feita aplicando um valor total de carregamento  $e$ , na medida em que o corpo se deforma, há uma alteração da tensão aplicada.

Visando validar o algoritmo de retorno, foram feitas trajetórias no lado seco da superfície de plastificação ( $OCR > 2$ ). Para isto foram realizados ensaios triaxiais com tensão média de confinamento  $p' = 10 \text{ kPa}$ . As simulações foram feitas com e sem a utilização do algoritmo de retorno. Os resultados desta simulação são apresentados na Figura 4.8. A trajetória que utiliza o algoritmo de retorno apresenta amolecimento depois que atinge a superfície de plastificação. Este é o fenômeno esperado quando se utiliza o modelo MCC.



**Figura 4.7. Trajetórias de compressão triaxial da região úmida da superfície de plastificação. a) espaço  $p$ - $q$  b) espaço  $q$  vs deformação desviadora.**

As trajetórias de tensões aqui obtidas e apresentadas nestas figuras podem ser comparadas com as trajetórias de tensões clássicas que aparecem na literatura sobre modelos de estados críticos (Schofield & Wroth, 1968; Atkinson & Bransby, 1982; Wood, 2004), verificando a sua semelhança.

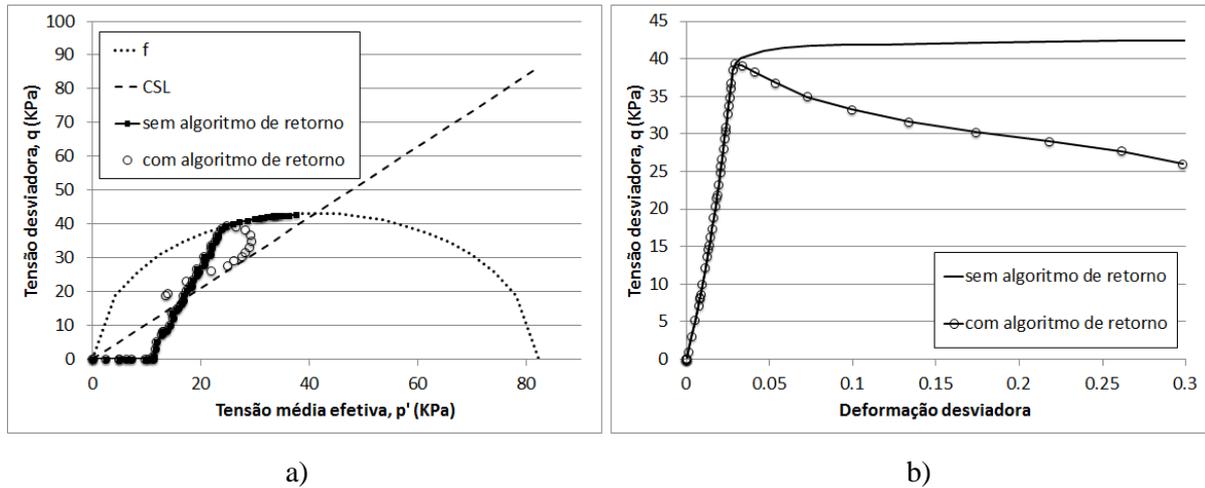


Figura 4.8. Trajetórias de compressão triaxial na região seca da superfície de plastificação. a) espaço  $p$ - $q$  b) espaço  $q$  vs deformação desviadora.

#### 4.4.3 FUNDAÇÃO SUPERFICIAL

O uso potencial do MPM e o modelo MCC são testados também em um caso hipotético de prova de carga. O exemplo consiste em uma fundação rasa rígida sobre solo MCC submetida a elevados valores de recalque. Este caso é caracterizado por grandes rotações, sendo um bom exemplo de aplicabilidade do método numérico e do modelo implementado.

As propriedades e a geometria deste problema são apresentadas na Figura 4.9, onde  $\delta$  é o recalque imposto e  $B=1\text{m}$ .

Uma camada fina (0.25m de espessura) de material elástico é adicionada no topo da camada de solo MCC para evitar problemas de ruptura por estabilidade quando o recalque da fundação é muito grande, ou seja, para impedir uma ruptura do solo adjacente quando este estiver muito inclinado.

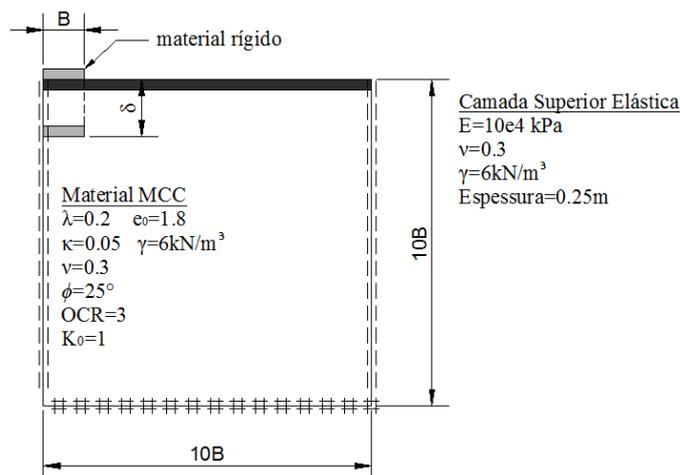
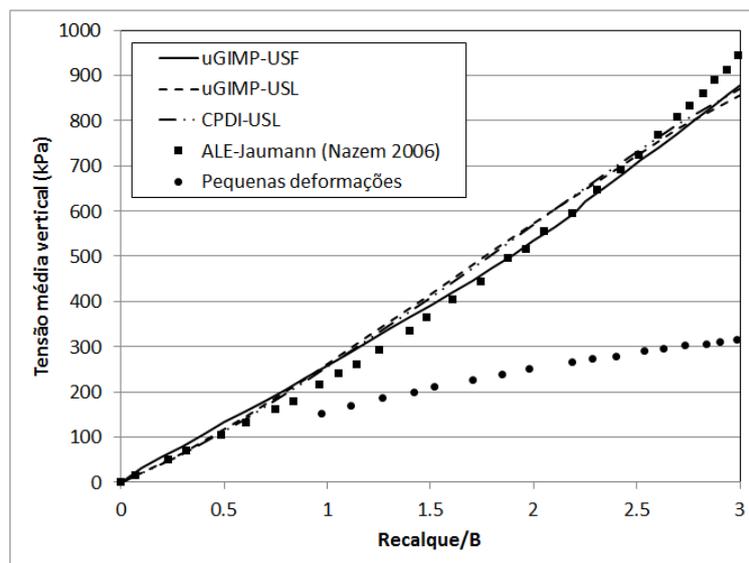


Figura 4.9. Fundação rígida sobre solo MCC (Nazem *et al.*, 2006)

Este exemplo também tem sido apresentado em Nazem et al. (2006) e os resultados obtidos pelos seus autores são usados aqui como comparação. Eles utilizaram o método ALE e UL (*Update Lagrange*) para resolver este problema. A integração foi realizada utilizando a taxa de variação de tensões de “Jaumann” e uma equivalente à de “Truesdell”.

Na Figura 4.10 são apresentados os resultados obtidos com os métodos uGIMP e CPDI. As duas abordagens de atualização das tensões, como apresentadas no item 3.4, USL e USF, foram utilizadas em conjunto com o método uGIMP. A variante de atualização USAVG obteve o mesmo resultado do que a variante USF e por isso os resultados com ela não são incluídos no gráfico.

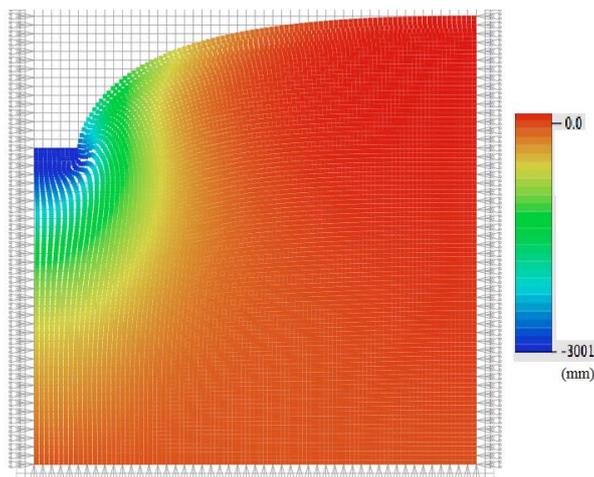


**Figura 4.10. Tensão vertical média embaixo de uma fundação rasa sobre solo MCC**

Na Figura 4.11 é apresentado o recalque da fundação e a deformada do modelo uGIMP-USF. Observam-se as fortes rotações que acontecem no lado direito da fundação, mas no entanto o modelo é capaz de alcançar o estado final da simulação. Nazem et al. (2006), utilizando o método UL, não conseguiram chegar a este nível de deformação.

Além disso, nenhuma mudança significativa foi observada utilizando as variantes do MPM. Dentre as variantes de atualização das tensões, a USF precisou de menos tempo de processamento do que a USAVG e USL.

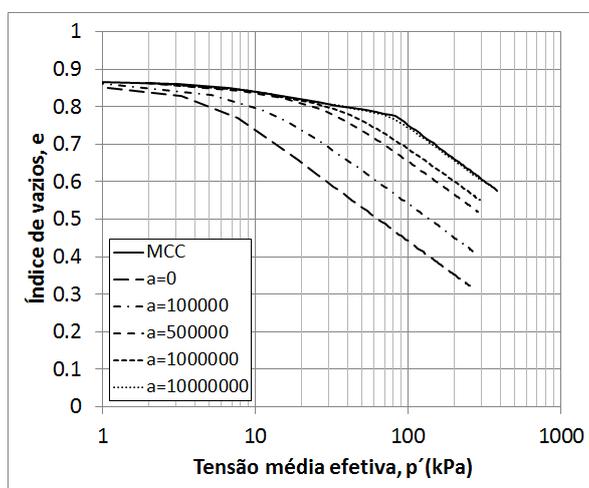
De um modo geral, os resultados são muito próximos aos obtidos por Nazem et al. (2006) utilizando o método ALE. Observa-se uma pequena divergência que pode ter origem devido às diferenças intrínsecas de interpolação entre o MPM e o método ALE, ou ainda às diferenças nas discretizações das malhas utilizadas.



**Figura 4.11. Recalque vertical (mm) e deformada da fundação rasa sobre solo MCC obtida com uGIMP-USF.**

#### 4.4.4 TRAJETORIA ISOTRÓPICAS e TRIAXIAS COM O MODELO SUBCAM

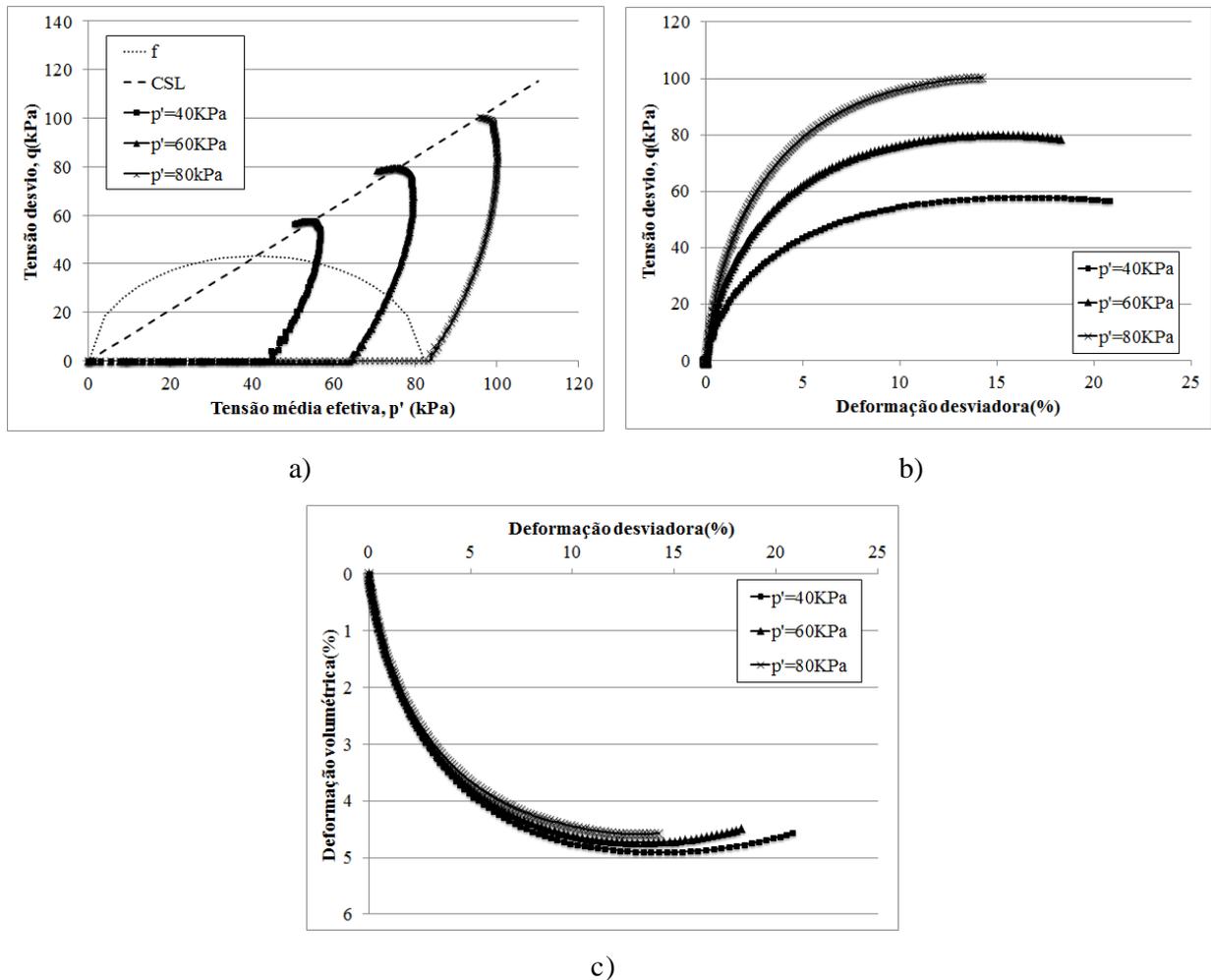
Foram realizadas trajetórias isotrópicas em vários modelos com a única diferença na variável  $a$ . Para um valor muito grande desta variável ( $a = 10.000.000$ ) é verificado que a trajetória do SubCam coincide com a do MCC previamente validado. A única diferença entre estas trajetórias é que a transição da parte elástica para a elasto-plástica no SubCam se dá suavemente, ao contrario do modelo MCC que muda bruscamente de comportamento. Esta transição suavizada melhora a estabilidade e os resultados quando o modelo é utilizado em problemas de contorno reais.



**Figura 4.12. Trajetórias de compressão isotrópicas para diferentes valores do parâmetro  $a [N/m^2]$  (Lorenzo et al., 2014).**

Quando o valor de  $a$  é pequeno as deformações plásticas são grandes desde o começo do carregamento e devido a isso a trajetória se separa da linha de inclinação  $\kappa$ .

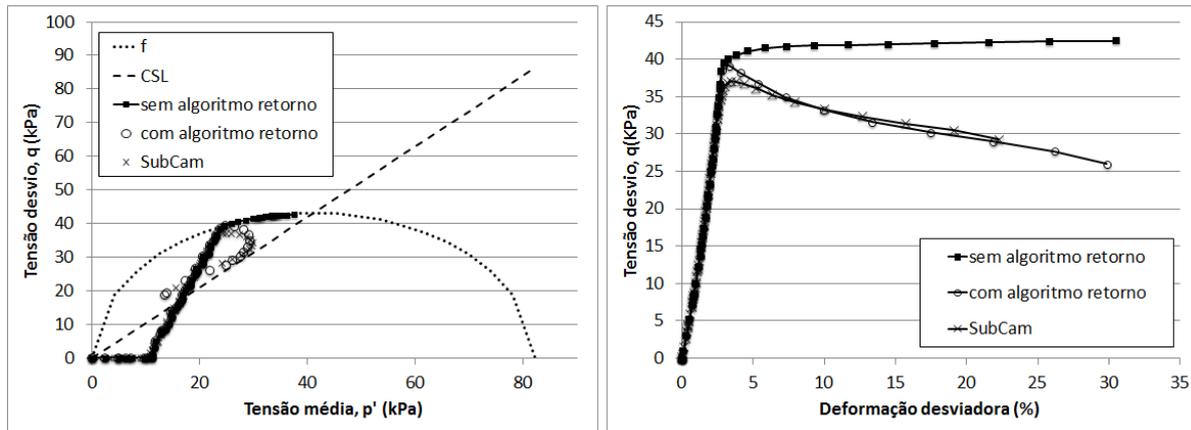
Na Figura 4.13 são apresentados os resultados das trajetórias obtidas de simulações de CTC utilizando o modelo SubCam. Estes resultados numéricos podem ser comparados qualitativamente com resultados de laboratório e de trajetórias do modelo SCC apresentados por vários autores (Schofield & Wroth, 1968; Atkinson & Bransby, 1982; Pedroso, 2006; Nakai, 2013). O resultado obtido demonstra o bom comportamento da implementação.



**Figura 4.13.** Trajetórias de tensões de um ponto material obtidas da simulação de um CTC com  $\alpha = 100000 \text{ N/m}^2$  (Lorenzo et al., 2014).

Outra simulação de CTC foi realizada para mostrar a resposta do modelo no caso de solos com  $\text{OCR} > 2$  (Figura 4.14). Nestes casos o modelo MCC só apresenta o amolecimento que é observado em ensaios reais quando é incluído algum algoritmo de retorno como o apresentado no item 3.7 desta pesquisa. Com o modelo SubCam o amolecimento é capturado naturalmente pela simulação sem a necessidade de utilizar esse tipo de algoritmos. Além disso, é possível observar na Figura 4.14b como a resposta com o modelo MCC apresenta um pico no valor máximo tensão desvio. Esse pico não aparece em ensaios reais onde a resposta é mais

parecida com a obtida com o modelo SubCam que apresenta uma suavização na transição para o amolecimento.

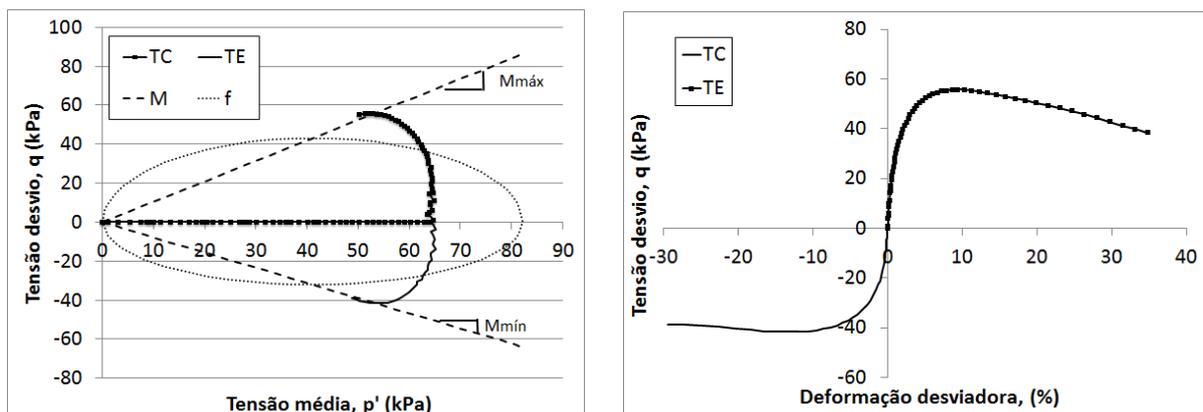


a)

b)

**Figura 4.14. Trajetória de tensões de um ponto material obtidas da simulação de um CTC na região seca ( $OCR > 2$ ).**

Para testar a resposta do modelo SubCam como o critério de ruptura que muda quando a trajetória é de extensão ou de compressão foram simulados ensaios de compressão triaxial verdadeiros (TC) e ensaios de extensão triaxial verdadeiros (TE). As trajetórias obtidas podem ser observadas na Figura 4.15.



**Figura 4.15. Trajetória de tensões de um ponto material obtidas de simulações de TC e TE.**

O desvio das trajetórias da vertical um pouco antes das linhas de estado crítico acontece porque a carga esta sendo aplicada nas caras do corpo de prova virtual e este na medida em que vai se aplicando carga vai se deformando e as faces deixam de ser perpendiculares. No entanto a ruptura se dá de forma diferenciada para o caso de extensão e de compressão triaxial. Esta ruptura é delimitada pelas linhas de estado crítico com inclinações no plano

$p' - q$  de  $M_{máx}$  e  $M_{mín}$ . Estas inclinações estão relacionadas com o ângulo de atrito interno da seguinte forma:

$$M_{\max} = \frac{6 \sin \phi}{3 - \sin \phi} \quad (4.18)$$

$$M_{\min} = \frac{6 \sin \phi}{3 + \sin \phi} \quad (4.19)$$

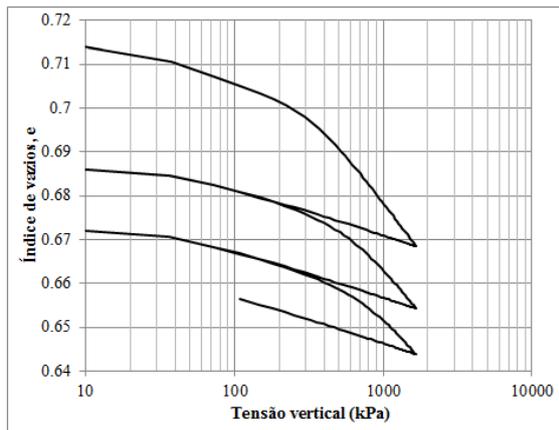
Os resultados das simulações com o modelo SubCam demonstram que a introdução do conceito de subcarregamento e da variável  $\rho$  ao modelo MCC, melhoram a resposta das simulações nos casos de argilas sobreadensadas e de areias densas. Além disso, a utilização do critério de ruptura de Matsuoka-Nakai permite obter comportamentos diferentes em extensão e compressão o que é uma característica importante dos solos.

#### 4.4.5 SIMULAÇÃO DE COMPRESSÃO OEDOMÉTRICA CÍCLICA

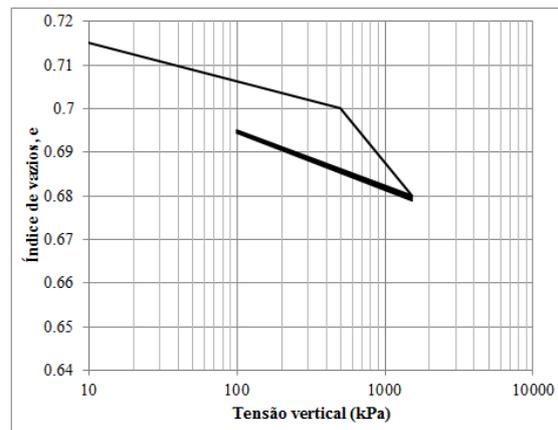
Os modelos constitutivos tradicionais utilizam a superfície de escoamento como um limite entre o comportamento elástico e o elasto-plástico. Como se comentou em itens anteriores os solos quando submetidos a carregamentos cíclicos sofrem deformações plásticas inclusive no recarregamento. Na Figura 4.16 são apresentados os resultados de um ensaio de compressão odométrico cíclico em areia e a simulação do mesmo ensaio utilizando o modelo MCC e SubCam.

Como se pode ver no caso do ensaio real, a areia apresenta um comportamento não linear no plano  $\ln p'$  vs.  $e$ , inclusive na descarga. Nenhum dos dois modelos consegue capturar este comportamento. No entanto o modelo SubCam consegue capturar o aumento de deformações com os ciclos de carregamento o que não faz o MCC.

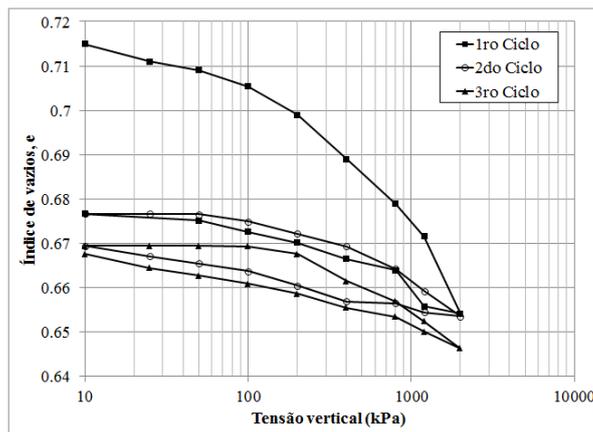
Embora nesta pesquisa não se trabalhe com carregamentos cíclicos, este item foi adicionado pela importância que pode ter quando existe este tipo de carregamento e quando se tente simular em pesquisas futuras a instalação de grupos de estacas. Neste ultimo caso, um ponto dentro da massa de solo pode sofrer ciclos de carregamentos e descarregamentos na medida em que estacas vizinhas ao ponto são instaladas.



a) SubCam



b) MCC



c) Ensaio real

**Figura 4.16. Ensaio e simulação de carregamento odométrico cíclico**

#### 4.5 SENSIBILIDADE NA DISCRETIZAÇÃO

No MPM, como foi explicado nos itens anteriores, são utilizadas duas discretizações. Uma nas partículas e outra da malha. O caso de carga em faixa sobre uma camada finita elástica foi selecionado para fazer uma análise da eficiência destas duas discretizações. O exemplo é apresentado na Figura 4.17. Este mesmo exemplo foi simulado com o MEF utilizando o programa Plaxis<sup>®</sup>. No código *NairnMPM* foi feita uma primeira análise que será considerada a referência para a comparação com as posteriores análises nas quais se variou o número de partículas e o tamanho da malha. Para a análise considerada como referência foram utilizadas 4 partículas por célula e um tamanho de célula quadrada de 50mm. Os valores de tensão e deslocamento vertical da simulação são apresentados na Figura 4.18 em conjunto com os resultados obtidos com o MEF e com a solução analítica apresentada por Poulos & Davis (1974).

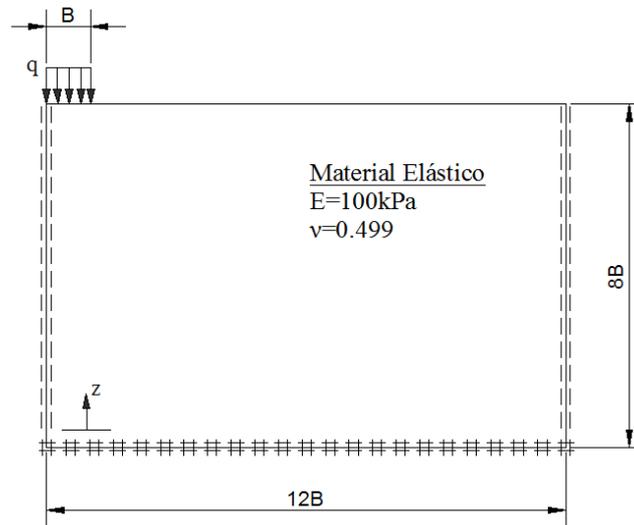


Figura 4.17. Carga em faixa sobre material elástico. Geometria do modelo.

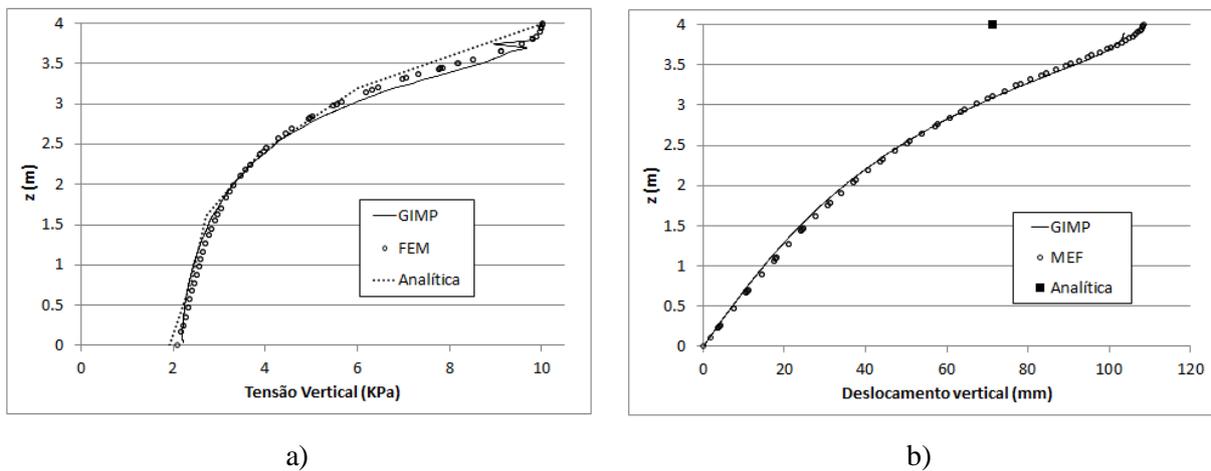


Figura 4.18. (a) Tensão vertical e (b) deslocamento vertical embaixo do canto esquerdo da carga.

Os resultados obtidos com GIMP e MEF são praticamente iguais. No caso das tensões, perto da superfície, há discrepância dos resultados, ocorrendo no caso do GIMP uma oscilação no valor para uma profundidade de  $Z=3.8\text{m}$ . Este problema é conhecido como bloqueio cinemático e é evidenciado nas análises como uma rigidez fictícia que afeta o resultado das deformações e, portanto das tensões. Este problema é frequente no MPM quando são utilizadas funções de interpolação da malha lineares e malhas regulares retangulares (Mast et al., 2012). Este problema deve ser mitigado utilizando passos de tempo menores.

As tensões verticais obtidas pelos métodos numéricos aqui utilizados quando comparados com a solução analítica, oferecem resultados muito similares. No entanto os deslocamentos verticais neste caso são menores que os obtidos com os métodos numéricos. Isto pode ser em parte devido ao valor de  $\nu$  adotado nas simulações não ser exatamente 0,5 como está sendo utilizado para o cálculo analítico e a que a solução analítica utilizando a teoria de elasticidade

para o caso da condição de contorno de uma camada rígida a determinada profundidade não é exata.

Para analisar como os resultados são sensíveis à discretização foram feitos três modelos adicionais com a mesma quantidade de partículas e um extra com a mesma malha e maior número de partículas. Na Tabela 4.1 são apresentadas as quantidades de partículas utilizadas por célula e o tamanho das células, assim como o tempo de cálculo das simulações e o erro na tensão e no deslocamento vertical para cada modelo. Os resultados apresentados na Figura 4.18 correspondem ao modelo identificado como 50-4 na Tabela 4.1. Este modelo é utilizado como referência para o cálculo dos erros apresentados a seguir.

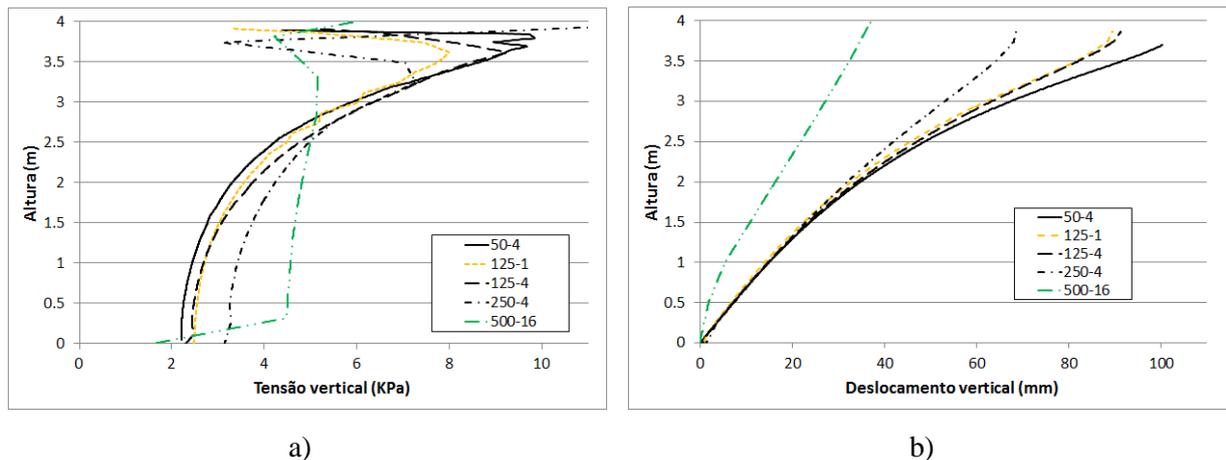
**Tabela 4.1. Identificação, discretização dos modelos e erro no resultado da simulação.**

Identificador do modelo	Tamanho da célula (mm)	Número de Partículas	Total de partículas	Tempo de cálculo (sec)	Erro médio na tensão vertical	Erro médio no deslocamento vertical
50-4	50 x 50	4	38400	119,2	-	-
125-1	125 x 125	1	1536	10,78	12,48%	4,41%
250-4	250 x 250	4	1536	4,25	34,90%	12,93%
500-16	500 x 500	16	1536	1,94	59,97%	32,35%
125-4	125 x 125	4	6144	35,44	12,44%	3,18%

Observa-se na Tabela 4.1 que o erro aumenta à medida que aumenta o tamanho da célula, embora o número de partículas por célula seja maior. Por outro lado, o tempo de cálculo diminui muito com o aumento do tamanho das células da malha, mas isso leva ao aumento do erro.

Outra observação é que o aumento do número de partículas para um mesmo tamanho da malha não melhorou os resultados de forma significativa, mantendo-se praticamente iguais os valores do erro médio. Isto pode se entender fazendo uma analogia com MEF. As partículas em MPM podem ser vistas como os pontos de Gauss utilizados em MEF, onde as tensões são calculadas. O aumento de pontos de Gauss não melhora o resultado geral em análises com o MEF, unicamente melhora a distribuição de tensões dentro do elemento finito.

Finalmente, uma boa ideia para conseguir uma discretização ótima pode ser a de utilizar uma malha fina com o número de partículas mínimas. Porém isto nem sempre é possível por questões geométricas dos modelos.



**Figura 4.19. Tensão e deslocamento vertical embaixo do canto externo da carga para varias discretizações.**

#### 4.6 RESUMO

Neste capítulo foram apresentados os aspectos relevantes sobre a implementação computacional do modelo numérico, e as equações necessárias para se entender o funcionamento dos modelos Cam Clay Modificado (MCC) e Subloading Cam Clay (SCC). Comentaram-se as principais vantagens do modelo SCC em relação ao modelo MCC, e se realizou a implementação dos modelos constitutivos por meio da modificação do programa de MPM *NairnMPM*. A estrutura básica do programa foi apresentada seguindo a estrutura de classes. Suas principais modificações foram a implementação de uma classe que permite a introdução de modelos de estado crítico, a implementação de dois modelos específicos, o MCC e o SCC e a implementação de uma condição de estado inicial de tensões geostáticas.

Apresentaram-se as validações para os dois modelos constitutivos implementados utilizando trajetórias de tensões conhecidas. Posteriormente foi realizada uma validação, mediante a comparação para um caso de grandes deformações, com um resultado da literatura que utilizou outro método numérico. Finalmente se compararam as respostas dos modelos ao carregamento cíclico, contrastando-as com um ensaio de laboratório.

## 5 ANÁLISES NUMÉRICAS DE CRAVAÇÃO DE ESTACAS

O *NairnMPM* tem sido utilizado por vários pesquisadores para realizar um grande número de simulações, incluindo algumas aplicações geotécnicas. De um modo geral, os resultados obtidos pelo código durante as validações podem ser considerados satisfatórios. A seguir são apresentadas duas simulações de cravação de estaca utilizando o código *NairnMPM*. A primeira é uma estaca prancha instalada num solo em condições não drenadas e a segunda uma estaca de seção circular cravada uma em areia seca.

### 5.1 CRAVAÇÃO DE ESTACA PRANCHA EM SOLO COM CONDIÇÕES NÃO DRENADAS

Os problemas de penetração de corpos no solo aparecem em várias áreas da geomecânica. No caso específico de fundações, a cravação de estacas é um deles. A modelagem numérica destes problemas pode ajudar na compreensão dos mecanismos envolvidos, o que pode levar a uma melhor interpretação dos resultados de provas de carga e uma melhor previsão das capacidades de carga.

Visando utilizar como comparação os resultados do método de trajetória de deformações superficiais (SSPM) apresentado no item 2.5.2, foi realizada a análise da cravação de uma estaca prancha (deformação plana) com relação comprimento (L) / espessura da estaca prancha (w)  $L/w=10$  (Figura 5.1). Os resultados desta análise foram apresentados por Sagasetta et al. (1997) considerando grandes deformações no método SSPM.

Para se tentar aproximar as simulações realizadas pelo MPM às hipóteses do método SSPM, é utilizado, para o solo, o modelo constitutivo de von Misses. Foi assumido ainda um baixo valor de resistência não drenada. Consequentemente, o solo próximo à estaca não terá deformações volumétricas, uma vez que o modelo de von Misses considera que quando o solo atinge um estado de tensões de ruptura, há somente deformações cisalhantes. Além disso, considerou-se  $\nu = 0.495$ , ou seja, variação quase nula de volume. Estas duas considerações fazem com que o solo se comporte de modo semelhante ao comportamento assumido no SSPM.

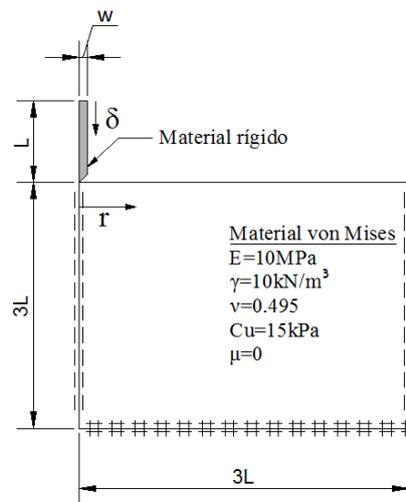
O termo “perto da estaca”, aqui utilizado, é relativo, porém alguma estimativa pode ser feita para o caso de análises axissimétricas. Utilizando a equação (2.22), proposta pelo método

CEM, pode-se estimar a distância radial máxima dentro da qual o solo se comporta plasticamente:

$$R_p = 10 \sqrt{\frac{10000}{2(1+0.495)15}} = 149mm \quad (5.1)$$

Este valor é obtido utilizando o método CEM, portanto ele é para uma análise axissimétrica. Já para as simulações aqui realizadas se supõe que deva ser maior.

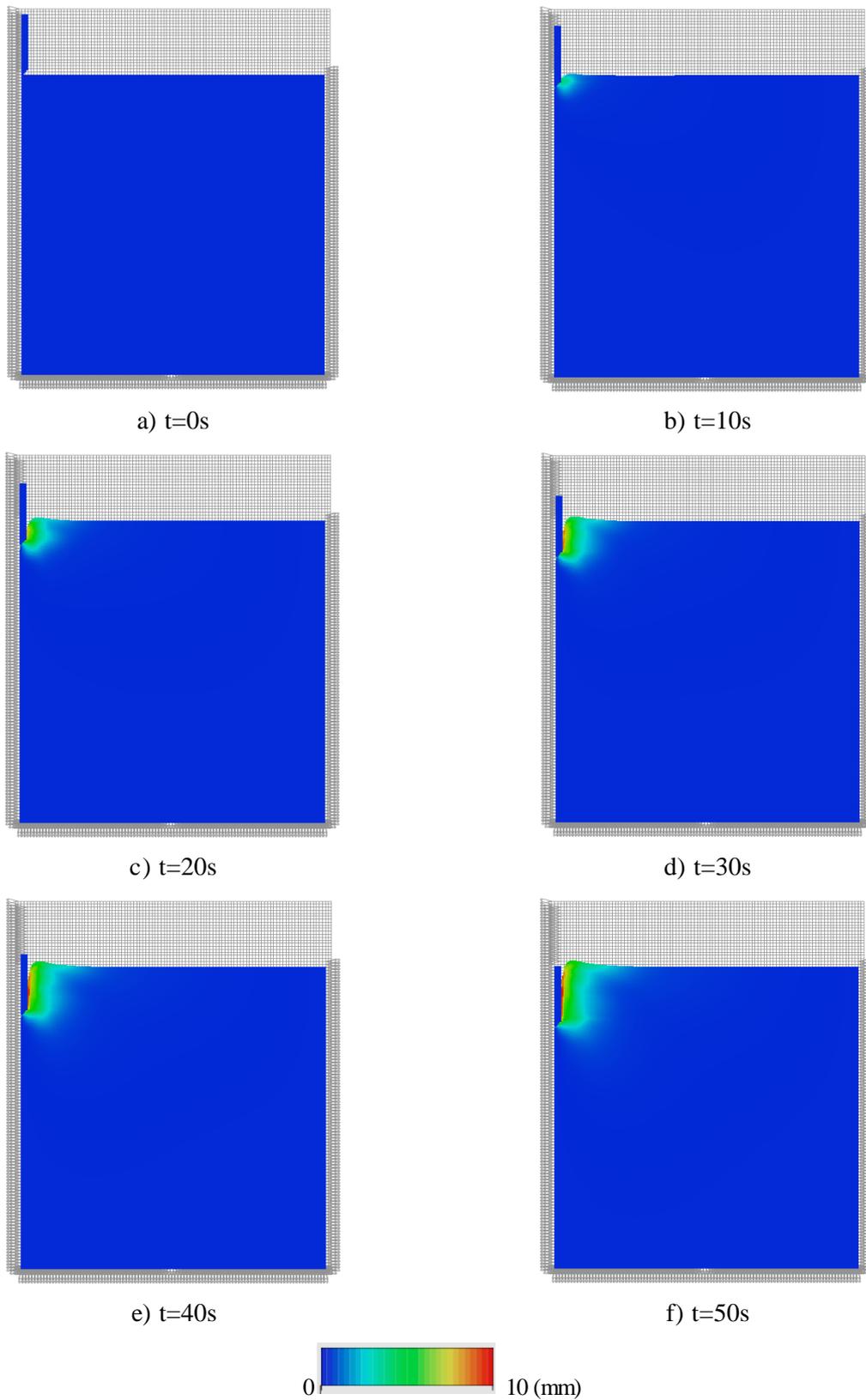
Na Figura 5.2 são apresentados o perfil de deslocamentos horizontais e a deformação do solo para vários instantes de tempo durante a cravação da estaca prancha. Como pode ser observado, ocorre um forte levantamento do solo na superfície perto da região de cravação da estaca.



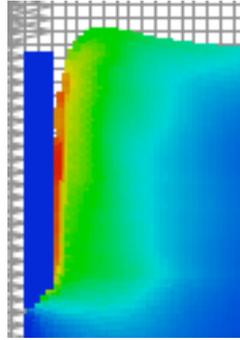
**Figura 5.1. Geometria do modelo da cravação de estaca em solo von Mises.**

Na Figura 5.3 é apresentado um aumento da zona entorno da estaca da Figura 5.2f. Esta representa os deslocamentos radiais do solo no final da cravação da estaca prancha. É possível ver o levantamento do solo que acontece na superfície perto da estaca, este volume de solo desloca neste caso, como não existem deformações volumétricas, coincide com o volume da estaca prancha que deslocou o solo.

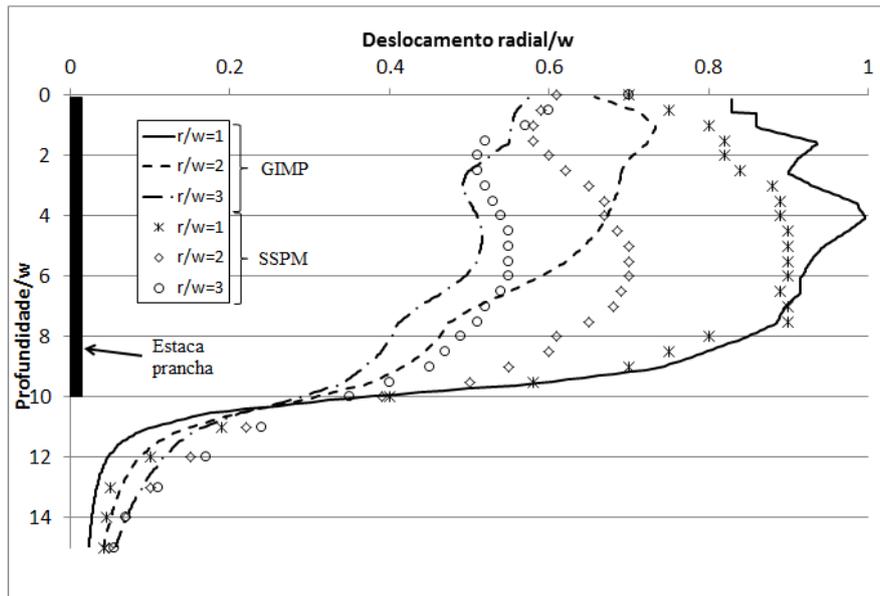
Nas Figura 5.4 e Figura 5.5 aparecem os deslocamentos radiais e verticais obtidos da simulação utilizando o método do ponto material na versão generalizada (GIMP) e SSPM para três distâncias radiais medidas a partir do eixo da estaca.



**Figura 5.2. Deslocamento horizontal do solo e deformada durante a cravação da estaca prancha.**

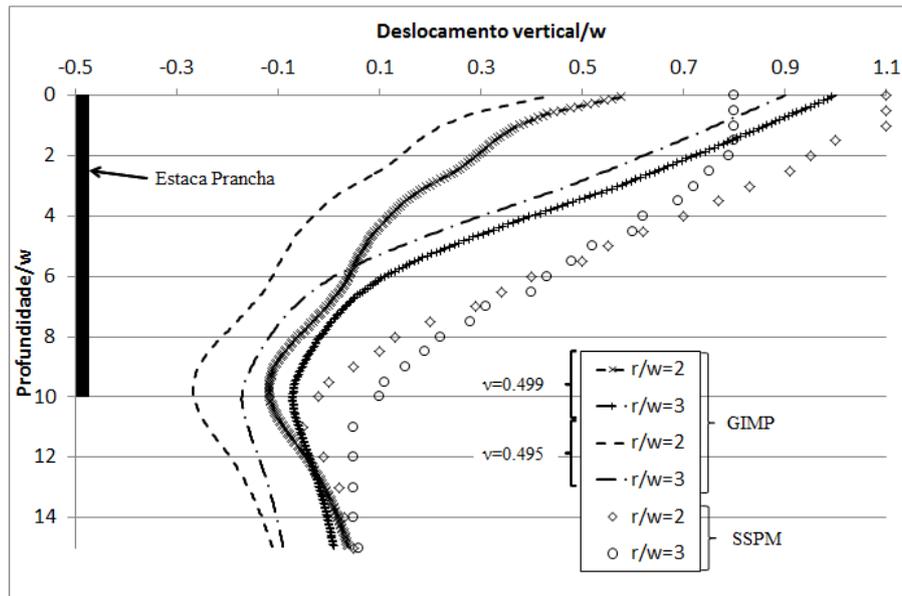


**Figura 5.3. Deslocamento horizontal do solo e deformada no final da cravação da estaca prancha. Ampliação da zona entorno da estaca.**



**Figura 5.4. Deslocamento radial normalizado para uma estaca prancha com relação  $L/w=10$**

A tendência dos deslocamentos horizontais é semelhante. As maiores diferenças encontram-se nos dois primeiros pontos de profundidade relativa, ou seja, perto da superfície. O erro médio entre os deslocamentos obtidos da simulação e do SSPM é de 18,1% para a distância relativa  $r/w=1$ , de 19,1% para  $r/w=2$ , e de 13,4% para  $r/w=3$ .



**Figura 5.5. Deslocamento vertical normalizado para uma estaca prancha com relação  $L/w=10$  e dois materiais com diferente coeficiente de Poisson.**

No caso dos deslocamentos verticais as distribuições dos valores com a profundidade são muito semelhantes em formato, porém os valores são muito diferentes, chegando a ser até 10 vezes maior em alguns casos perto da ponta da estaca prancha. Devido a este resultado, foi feita novamente a simulação utilizando um coeficiente de Poisson mais próximo de 0,5 (utilizou-se  $\nu=0,499$ , ver Figura 5.5). Os resultados da simulação com este novo valor de  $\nu$  são mais próximos dos resultados obtidos com SSPM. Para esta simulação os resultados são razoáveis para os propósitos de engenharia, no entanto o tempo de cálculo aumenta muito quando é utilizado um valor muito próximo de 0,5.

Como foi comentado no item 2.4.2 o método SSPM tem sido validado usando resultados experimentais de cravação de estacas em solo argiloso (Sagasetta & Whittle, 2001; Xu et al., 2006). Segundo os autores os resultados mostrados pelo SSPM são considerados satisfatórios, embora os resultados de SSPM não obtivessem valores muito semelhantes aos experimentais no entorno próximo da estaca e perto da superfície do solo. Neste item foi apresentada uma simulação com MPM que obteve resultados próximos aos obtidos com SSPM. Portanto, pode-se concluir que as simulações realizadas conseguem estimar com a aproximação desejada “de engenharia” os deslocamentos que acontecem na massa de solo argiloso quando são cravadas estacas pranchas.

## 5.2 CRAVAÇÃO DE ESTACA EM AREIA SECA NUM ENSAIO EM CÂMARA EXPERIMENTAL

Com o intuito de realizar validações da cravação de estacas utilizando o MPM e os modelos MCC e SubCam implementados nesta pesquisa, é realizada a simulação de um ensaio de cravação de estaca em escala reduzida que foi publicado por Jardine et al. (2013).

Na Figura 5.6 é apresentada a configuração da câmara experimental utilizada para os ensaios. A relação entre o diâmetro da câmara e da estaca é de 33,3. A estaca e a câmara são metálicas. O material utilizado para encher a câmara foi uma areia fina conhecida como NE34 Fontainebleau. As propriedades índices desta areia são apresentadas na Tabela 5.1.

A câmara foi preenchida deixando cair a areia desde uma altura de 500 mm a uma velocidade de colocação de 0,225mm/s. Com isto foi alcançado um índice de vazio médio da areia de 0,62 ( $D_r=72\%$ ). O valor do ângulo de atrito da areia foi medido em ensaios de cisalhamento direto, sendo que no estado crítico  $\phi' = 32.8^\circ$ .

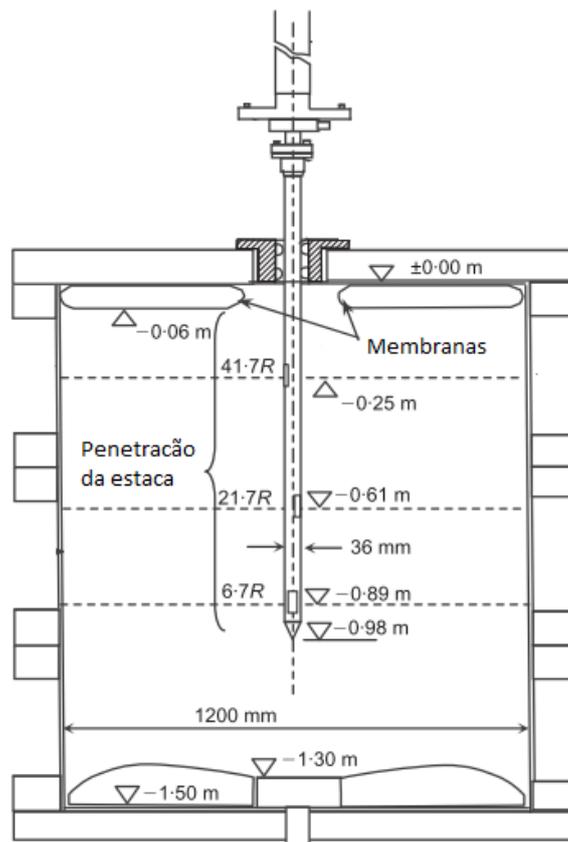


Figura 5.6. Diagrama esquemático da câmara e da estaca utilizada com os níveis dos sensores dentro da massa de areia (Jardine et al., 2013).

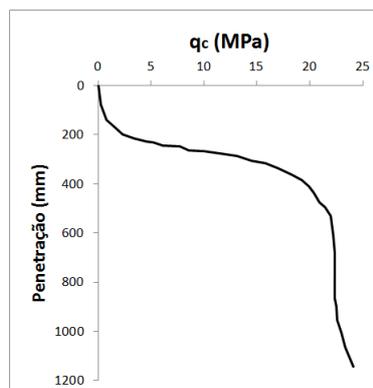
Ensaio de cisalhamento angular com interface metálica com a mesma rugosidade da estaca foram realizados para medir o ângulo de atrito entre a areia e a estaca. O valor médio obtido foi de  $\delta = 26^\circ$ . Isto equivale a um coeficiente de atrito de  $\mu = 0.49$ . Os valores de  $\lambda$  e  $\kappa$  foram obtidos de ensaios de compressão oedométrica, sendo 0.15 e 0.013, respectivamente (Yang et al., 2010).

**Tabela 5.1.** Propriedades índices da areia NE34 Fontainebleau (Jardine et al., 2013).

Forma	SiO <sub>2</sub> (%)	Peso específico dos sólidos	d <sub>10</sub> (mm)	d <sub>50</sub> (mm)	d <sub>60</sub> (mm)	Coeficiente de uniformidade	$e_{max}$	$e_{min}$
sub-angular	99,7	2,65	0,15	0,21	0,23	1,53	0,90	0,51

Antes de realizar a cravação da estaca, a areia foi pressurizada utilizando membranas na parte superior e inferior da câmara. Jardine et al. (2013) apresentam vários ensaios de cravação com as características anteriormente descritas. A seguir é simulado o ensaio denominado Mini-ICP2. Neste caso foi colocada uma sobrecarga de 150 kPa na parte superior do solo utilizando a membrana mencionada anteriormente. Isto provocou uma tensão vertical inicial em toda a massa de solo de aproximadamente  $\sigma_{z0} = 150 \text{ kPa}$  (Yang et al., 2013). O valor de  $K_0$  medido foi de 0,45, muito próximo do valor estimado usando a equação de Jaky ( $K_0 = 0,46$ ) (Jaky, 1944 apud Radoslaw & Michalowski, 2005). A velocidade de cravação da estaca foi de 0.5 mm/s.

Provas de CPT foram realizadas no material colocado dentro da câmara. A Figura 5.7 apresenta o perfil de resistência por ponta do cone CPT ( $q_c$ ) obtida para o caso de ser utilizada uma membrana superior de 200 mm de raio interior.



**Figura 5.7.** Perfil de resistência por ponta do cone para membrana superior de 200 mm de raio interior (Jardine et al., 2013).

Para a simulação deste ensaio em escala reduzida com o MPM foram utilizadas as propriedades da areia anteriormente descrita e se considerou o OCR=1. As simulações foram realizadas considerando condições axissimétricas. Foram realizadas duas análises, uma simulando o solo com o modelo constitutivo MCC e outra com o modelo SubCam.

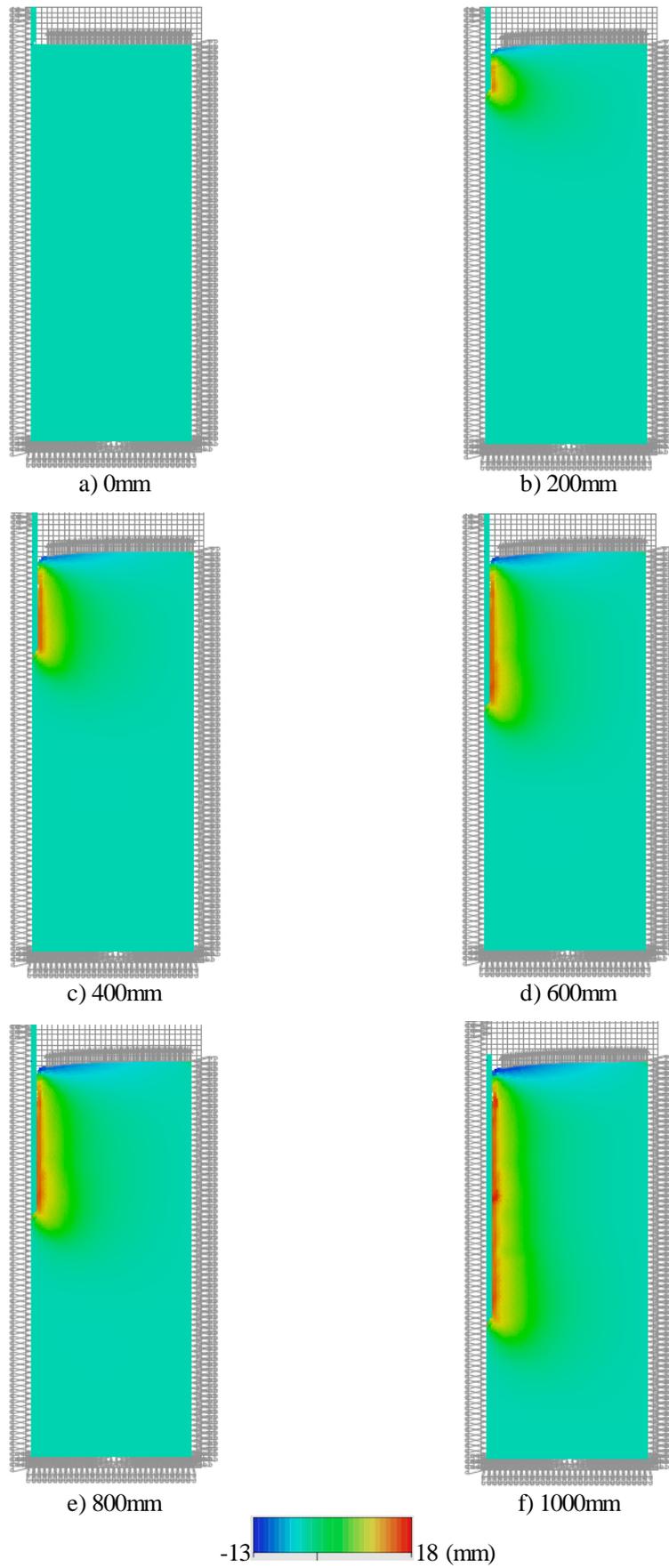
Uma primeira etapa na simulação é considerada na qual se colocou a sobrecarga de 150 kPa na superfície da areia e posteriormente se cravou a estaca aplicando uma taxa de deslocamento constante nesta até se atingir a profundidade desejada. A estaca é considerada como um material rígido.

Na Figura 5.8 é apresentado o resultado da simulação com MPM, nesse caso utilizando o modelo constitutivo para o solo SubCam. Esta figura apresenta os deslocamentos radiais e a deformada do solo para diferentes estágios da cravação.

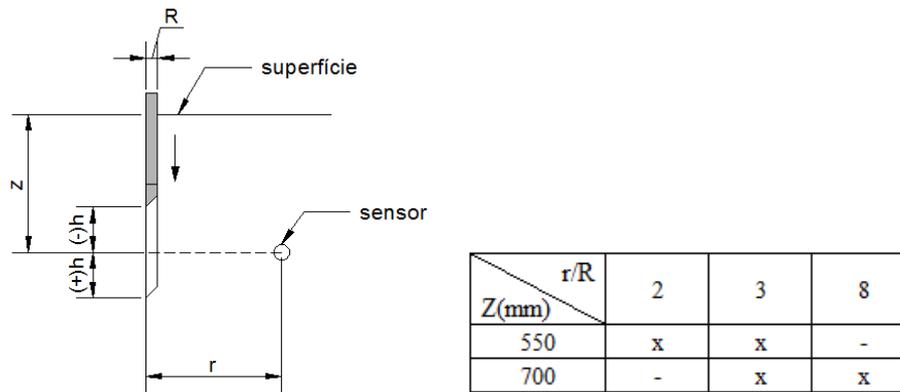
Se as deformadas das Figura 5.2 e Figura 5.8 são comparadas, pode-se ver a diferença entre o comportamento do solo nesses dois casos. No caso da cravação em areia seca, existe um afundamento do solo ao redor da estaca, ao contrário do levantamento que aparece no caso da cravação em condições não drenadas.

As tensões dentro da massa de solo foram medidas com sensores colocados a várias profundidades ( $z$ ) e separados radialmente da estaca ( $r$ ). Na Figura 5.9 é apresentado um diagrama para ajudar no entendimento dos resultados.

Na Figura 5.10 mostra-se uma comparação das tensões radiais medidas durante a cravação da estaca, normalizadas por  $q_c$  em cada ponto de medição com os valores obtidos na simulação com o GIMP e ambos os modelos implementados. As tensões foram medidas em duas profundidades fixas ( $z=550\text{mm}$  e  $700\text{mm}$ ) e a três posições radiais ( $r/R=2$ ,  $r/R=3$ ,  $r/R=8$ ). No eixo vertical os valores de  $h/R < 0$  representam os resultados das tensões na posição do sensor quando a ponta da estaca se encontra por cima deste. No caso dos sensores colocados à profundidade de  $z=550\text{mm}$  os autores do ensaio só publicaram os resultados para a ponta da estaca entre  $-5 < h/R < 5$  (Figura 5.10 c. e d.).

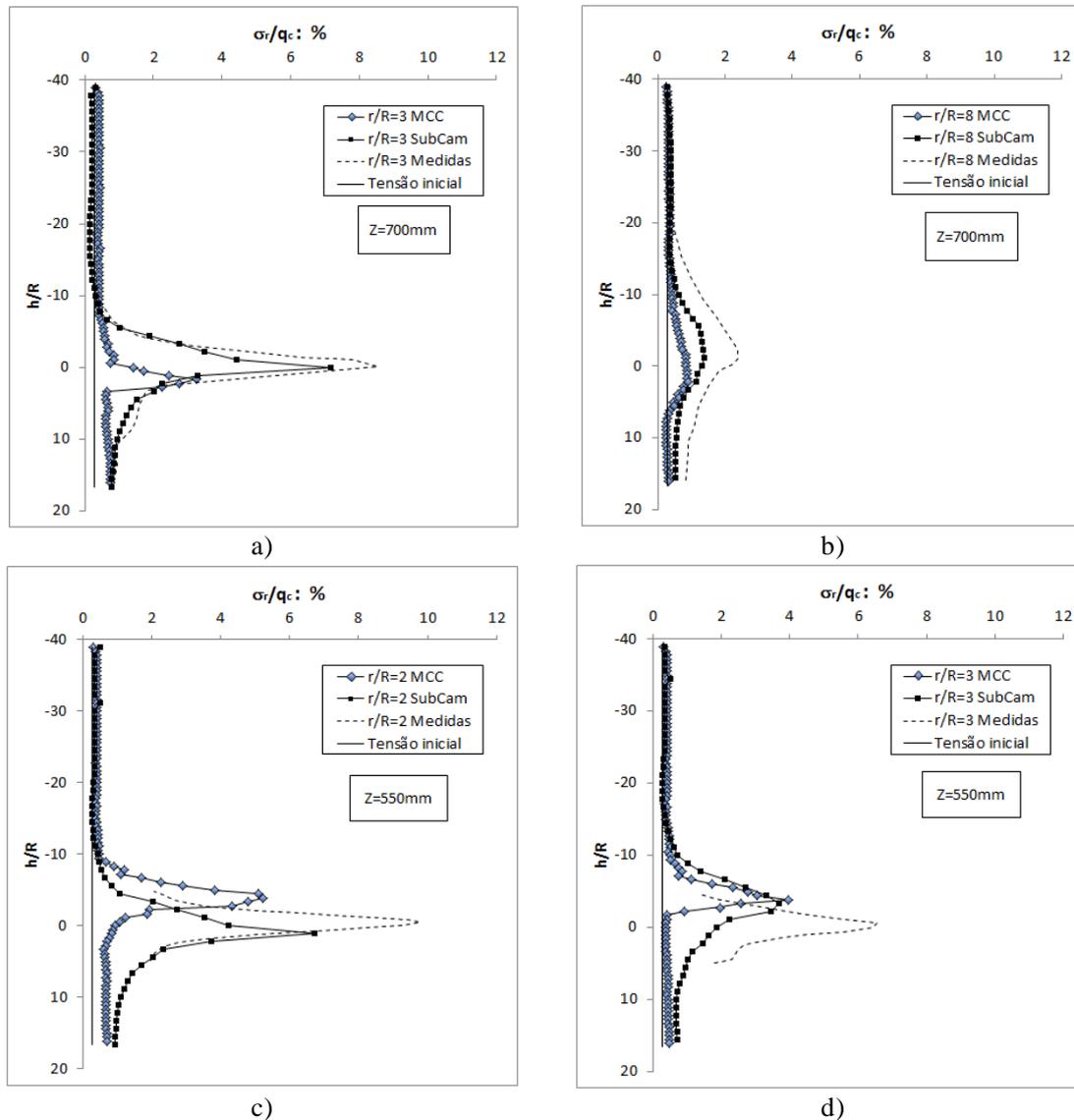


**Figura 5.8. Deslocamento horizontal do solo e deformada para varias profundidades de cravação obtidos na simulação.**



**Figura 5.9. Posição esquemática dos sensores.**

Os resultados obtidos com a simulação utilizando o método GIMP e o modelo MCC diferem de modo significativo dos dados experimentais. No entanto a tendência é parecida. Os valores das tensões são máximos quando a ponta da estaca se encontra perto do sensor, e diminuem uma vez que esta tem uma profundidade maior que a do sensor. Quando se comparam os valores para o raio normalizado de 3 e 8, é possível observar que as tensões radiais diminuem para o ponto mais longe do eixo da estaca. Já nas simulações com o modelo SubCam a resposta numérica é melhor. As tensões máximas obtidas quando a estaca passa pelos pontos analisados, são bem semelhantes. A tensão radial chega a ser 25 vezes maior que a tensão inicial. A tendência das curvas também é muito similar. Quando a estaca passa pelo nível do sensor a tensão radial cai rapidamente, e nos quatro pontos estudados, no final da cravação, a tensão radial final é maior que a inicial. No final da cravação, a tensão radial chega a ser 3,5 vezes maior que a tensão inicial, e a diferença máxima se dá no ponto mais perto da estaca ( $r/R=2$ ). Uma das explicações para o valor da tensão máxima ser maior quando é utilizado o modelo SubCam ao invés do MCC, é a consideração da densificação do solo no primeiro modelo. Quando o solo se densifica acontece um aumento na rigidez deste, logo para um valor igual de deformação as tensões são maiores.

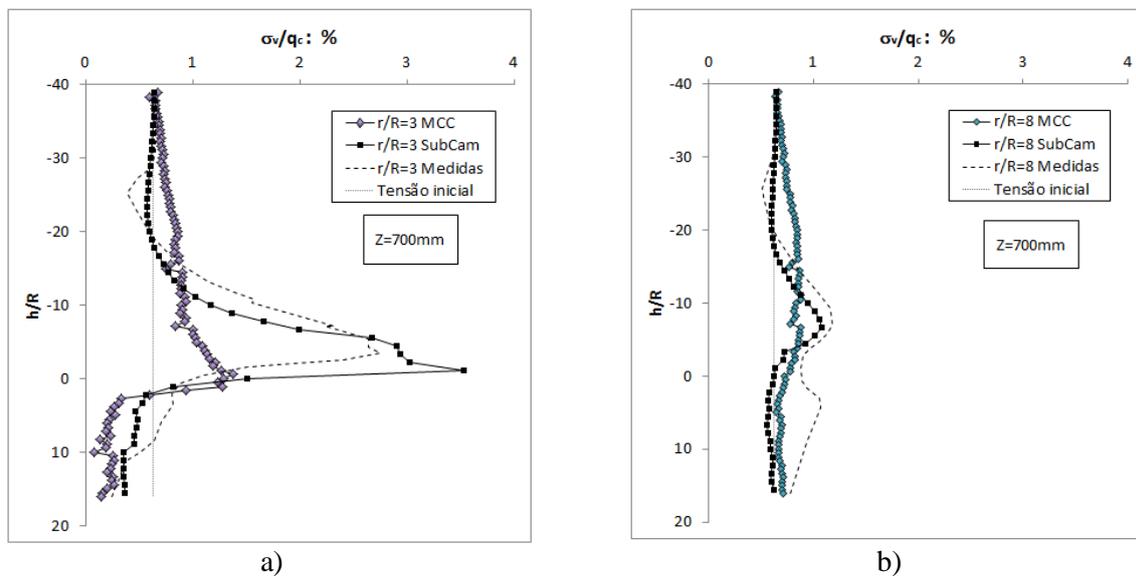


**Figura 5.10. Tensões radiais medidas (Jardine et al., 2013; Yang et al., 2014) e obtidas na simulação utilizando GIMP e os modelos MCC e SubCam durante a cravação da estaca.**

Embora a tensão final em cada um dos pontos analisados não seja muito diferente quando comparados os resultados dos dois modelos constitutivos, a resposta com o SubCam é mais próxima com os resultados experimentais, principalmente para o ponto mais longe da estaca ( $r/R=8$ ). O fato do modelo SubCam utilizar um critério de ruptura com uma melhor resposta em extensão triaxial, pode ter contribuído para a obtenção de resultados mais apurados.

Na Figura 5.11 são apresentados os resultados das tensões verticais medidas e obtidas com o GIMP. Neste caso são apresentados os resultados só para os dois pontos publicados por (Jardine et al., 2013). Assim como nas tensões radiais, as tensões verticais aumentam na medida em que a ponta da estaca vai chegando mais perto do ponto analisado, tendo o valor máximo perto de  $h/R=-5$ . Posterior a isto as tensões verticais diminuem. Diferente do que

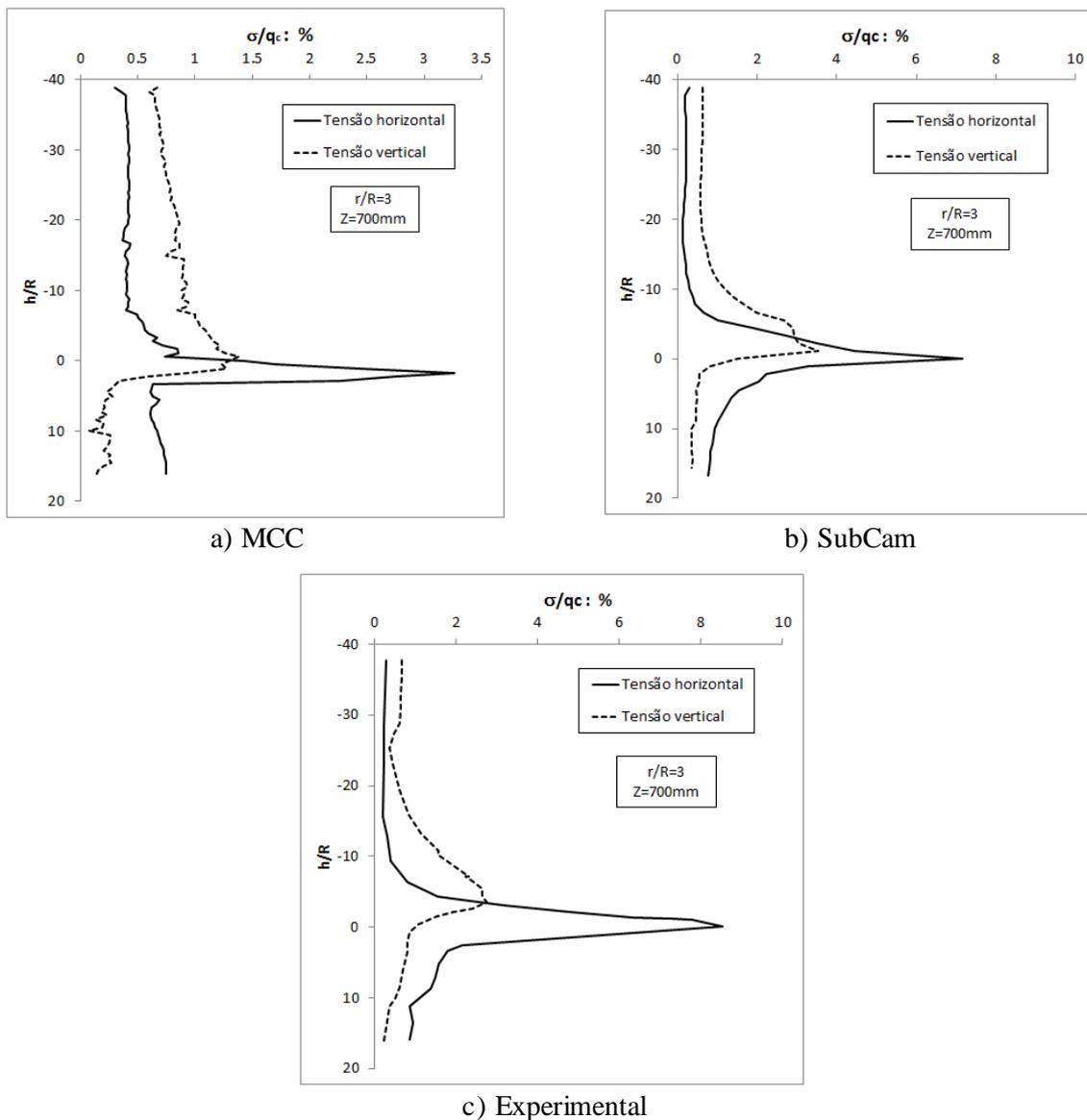
acontece com as tensões radiais no final da cravação, as tensões verticais chegam a ser menor do que a iniciais para o ponto radialmente mais perto da estaca.



**Figura 5.11. Tensões verticais medidas (Jardine et al., 2013) e calculadas utilizando GIMP e os modelos MCC e SubCam durante a cravação da estaca.**

Para as tensões verticais o modelo SubCam também consegue se aproximar mais dos resultados experimentais, principalmente no valor do pico máximo quando a ponta da estaca se encontra perto do nível do sensor. A concordância dos resultados no caso das tensões verticais é melhor do que nas tensões horizontais, porque o incremento das tensões horizontais com a cravação é muito maior e, portanto a possível diferença entre o comportamento do modelo e a realidade fica mais evidente, como se existisse uma acumulação do erro entre o comportamento do modelo e a realidade.

Na Figura 5.12 são apresentadas as tensões horizontais e verticais para o ponto na posição  $z=700\text{mm}$  e  $r/R=3$ , obtidas a partir das simulações utilizando os modelos MCC e SubCam, assim como as medidas no experimento. Na Figura 5.13 é apresentada a variação do coeficiente de empuxo ( $K$ ) para um ponto situado a  $r/R=3$  e  $z=700\text{mm}$  na medida em que a estaca vai sendo cravada.

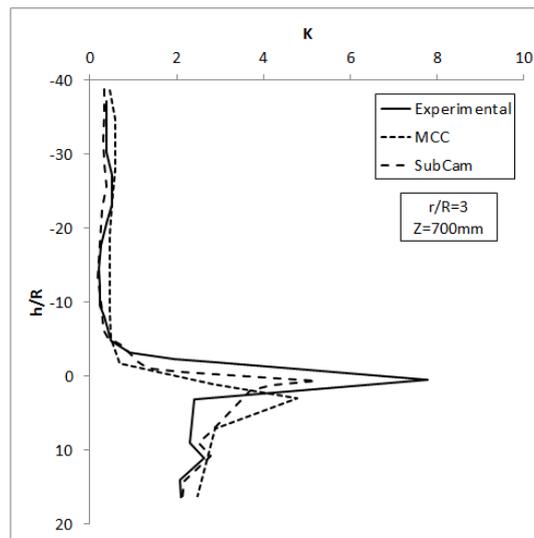


**Figura 5.12. Tensões horizontais e verticais simuladas e experimentais para um ponto durante a cravação da estaca.**

No começo da cravação o valor de  $K$  fica perto do valor de  $K_0 = 0,45$ . Quando a ponta da estaca chega numa profundidade de  $h/R \approx -5$  o valor da tensão horizontal passa a ser maior do que a tensão vertical levando a um valor de  $K > 1$ . O maior valor de  $K$  acontece quando a ponta da estaca coincide com a posição do sensor, neste ponto a tensão vertical cai e a horizontal aumenta. Depois que a estaca passa da profundidade do sensor o valor de  $K$  decresce rapidamente, sendo no final ainda superior a 1, caracterizando os empuxos ao redor da estaca mais perto do empuxo passivo.

É evidente que os valores de  $K$  obtidos pelo modelo MCC são mais distantes dos reais, porém o comportamento do valor de  $K$  é o mesmo que com o modelo SubCam e os valores reais. Os valores de  $K$  obtidos com o modelo SubCam ficam próximos dos reais e além disso

o valor máximo de  $K$  se dá quando a estaca esta na mesma profundidade do sensor, da mesma forma que acontece no resultado experimental.

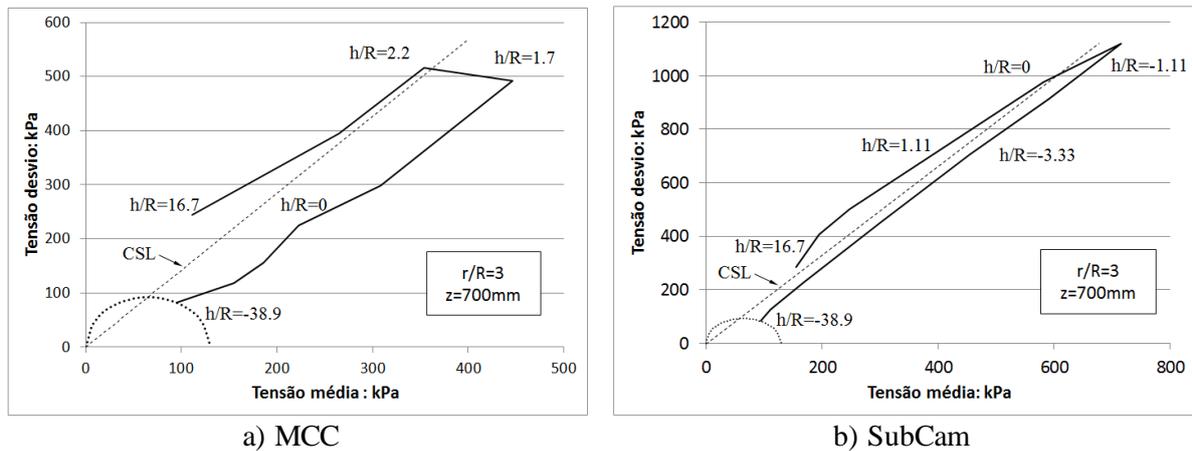


**Figura 5.13. Variação do coeficiente de empuxo ( $K$ ) durante a cravação da estaca para um ponto situado a  $r/R=3$  e  $z=700\text{mm}$ .**

Este valor final maior do  $K$  provoca se traduz em uma maior rigidez e capacidade de carga por atrito lateral da estaca.

Na Figura 5.14 são apresentadas as trajetórias de tensões obtidas durante a cravação da estaca para o ponto situado a  $z=700\text{mm}$  e  $r/R=3$  utilizando os modelos MCC e SubCam. Como se pode observar, até que a ponta da estaca chegue a uma altura próxima a do sensor ( $h/R=1.7$  para o MCC e  $h/R=-1.1$  para o SubCam), a trajetória de tensões é similar a um carregamento  $k_0$  ou trajetória oedométrica. Depois disso segue uma trajetória rápida de descarregamento.

Esta variação das tensões com o processo de instalação evidencia a importância de se considerar este fenômeno no dimensionamento de estacas. No caso de estacas cravadas, ocorrem mudanças das tensões de confinamento e na densidade do solo, alterando o seu comportamento em termos de capacidade de carga e de recalques.



**Figura 5.14. Trajetórias de tensões durante a cravação da estaca para o ponto situado a  $z=700\text{mm}$  e  $r/R=3$ .**

### 5.3 CRAVAÇÃO DE ESTACA EM AREIA NUM ENSAIO EM CENTRÍFUGA

Neste item são apresentados os resultados das simulações realizadas, utilizando o código *NairnMPM* de um ensaio de cravação de estaca em centrífuga, publicado por Phuong et al. (2014). Com os dados apresentados por estes autores não é possível completar os parâmetros necessários pelos modelos MCC e SubCam, portanto as comparações são realizadas observando-se o comportamento em nível qualitativo, isto é, de acordo com a forma das distribuições de tensões obtidas.

Os ensaios e as características técnicas da centrífuga utilizada são detalhados em Huy (2008). O ensaio consistiu na cravação de uma estaca metálica em areia com medida da distribuição de tensões radiais no solo no final da cravação da estaca. Os ensaios foram realizados numa caixa metálica de 0,6m de diâmetro e 0,79m de altura preenchida com areia até uma altura de 0,46m. A estaca utilizada foi do tipo metálica com ponta cônica e diâmetro 11,3mm. Antes de ligar a centrífuga, a estaca foi cravada a uma profundidade de 10D, e posteriormente a centrífuga foi acelerada a 40g e a estaca foi cravada mais 10D de profundidade. A estaca foi pressionada dentro do solo a uma velocidade de 0,167mm/s. A geometria geral do ensaio e do modelo para a simulação é apresentada na Figura 5.15.

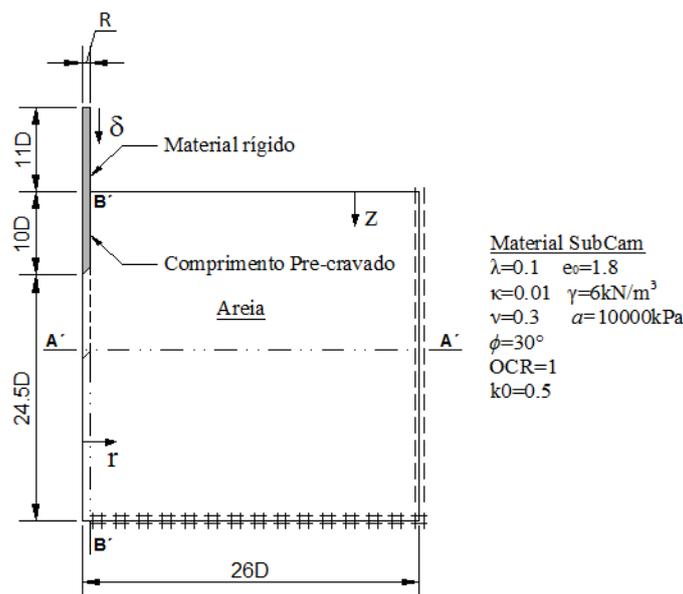
Os autores assumiram um ângulo de atrito entre a superfície polida do aço da estaca e a areia de  $11^{\circ}$ . Isto equivale a um coeficiente de atrito  $\mu = 0.176$ .

Foram realizados dois ensaios de cravação, com diferença na densidade da areia colocada (fofa e semidensa). Os autores do ensaio estimaram algumas propriedades desta areia

conhecida como “Baskarp” e os resultados são apresentados na Tabela 5.2, sendo  $I_D$  o índice de densidade,  $\psi$  a dilatância.

**Tabela 5.2.** Parâmetros estimados para a areia Baskarp (Phuong et al., 2014).

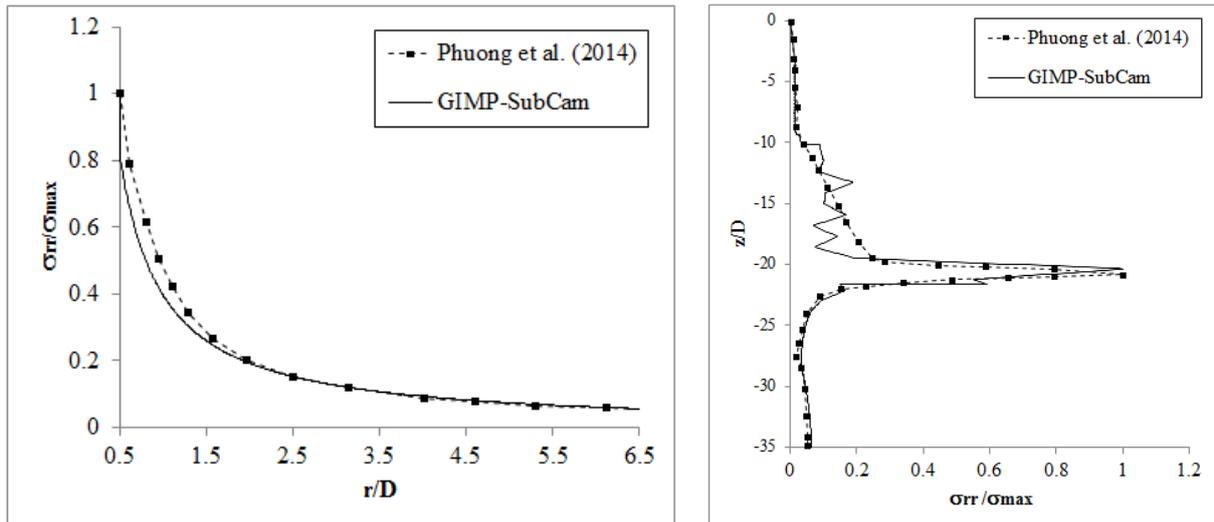
Areia	Índice de densidade $I_D$	E (kPa)	$\phi'$	$\psi$	C (kPa)	$\nu$
Semi-densa	0.54	40000	30°	0°	1.0	0.3
Fofa	0.36	22000	30°	0°	1.0	0.3



**Figura 5.15.** Geometria e propriedades dos materiais do ensaio e do modelo publicado por Phuong et al. (2014).

Nas simulações numéricas realizadas na presente pesquisa, utilizou-se o modelo SubCam para modelar o comportamento da areia e a estaca foi considerada como um material rígido indeformável. As análises foram realizadas aproveitando a condição axissimétrica do ensaio, o que reduz muito o tempo de cálculo.

Na Figura 5.16, apresenta-se a distribuição de tensões radiais ( $\sigma_{rr}$ ), normalizadas pelo seu valor máximo ( $\sigma_{\max}$ ) no final da cravação da estaca, para os cortes A-A e B-B, estes cortes são representados na Figura 5.15.



a) Corte A-A

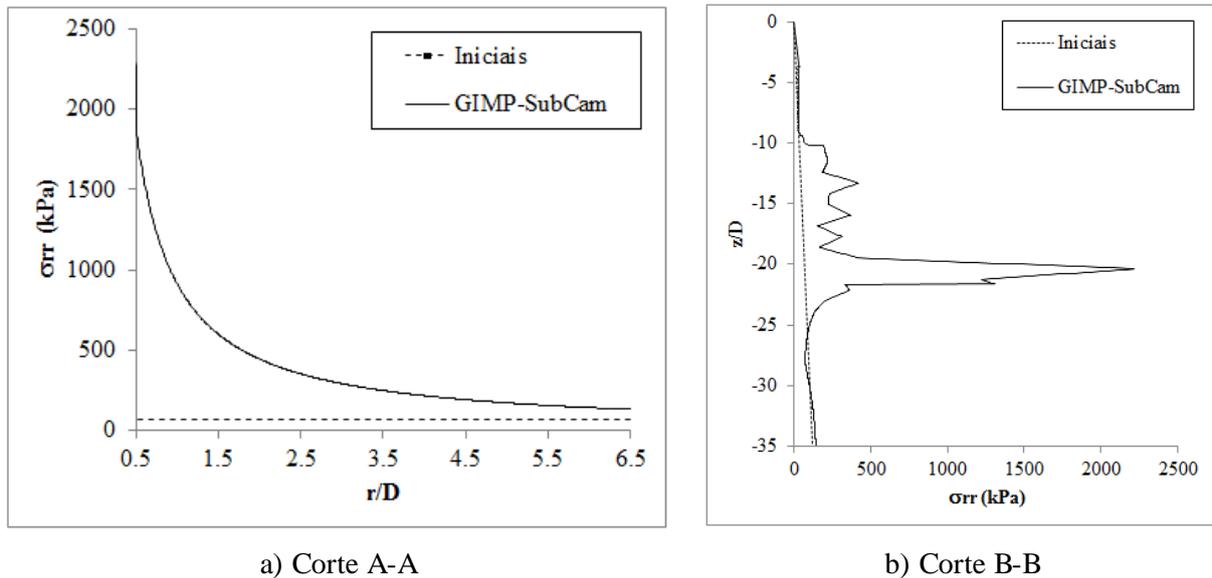
b) Corte B-B

**Figura 5.16. Distribuição de tensões radiais ao final da cravação.**

O resultado foi normalizado pelo valor da tensão radial máxima, para que seja possível analisar melhor a forma da curva. Os resultados apresentados de Phuong et al. (2014) são os obtidos para a areia densa, pois o comportamento do resultado não mudou com a densidade, apenas os valores máximos foram alterados, logo qualquer um destes resultados poderiam ser utilizados na comparação.

Observa-se que a estaca ficaria entre  $z/D=0$  (superfície) e  $z/D=22$ . O resultado se considera satisfatório. No corte vertical, a diferença que aparece para as profundidades menores, pode ser justificada devido aos primeiros 10D de cravação da estaca terem sido realizados sem a aceleração da centrífuga no ensaio real, e só depois a aceleração foi iniciada até se chegar a 40g. Na simulação, como o código não consegue alterar a gravidade durante as análises, toda a cravação foi realizada já com 40g de aceleração. No corte horizontal a coincidência é boa, porém inicialmente as tensões caem mais rapidamente que no ensaio real, igualando-se para valores superiores a  $r/D > 2.5$ .

Na Figura 5.17 são apresentadas as tensões iniciais junto com a distribuição de tensões radiais no contorno da estaca ao final da cravação que foram obtidas na simulação utilizando o modelo SubCam. Pode-se notar o grande aumento das tensões radiais com a mesma, principalmente perto da ponta da estaca. O valor máximo das tensões radiais é aproximadamente 2200 kPa, sendo quase 33 vezes maior que a inicial para esse mesmo ponto.



**Figura 5.17. Distribuição de tensões radiais no contorno da estaca ao final da cravação.**

A alteração nas tensões horizontais, devido à cravação da estaca, chega até valores de  $r/D > 6.5$ , e se isto for analisado numa fundação real, tanto a mudança na capacidade de carga da própria estaca, como na de estacas vizinhas seria considerável. Para os espaçamentos geralmente utilizados em torno de  $s/D=3$ , os valores das tensões radiais, neste caso, são maiores que o dobro da tensão inicial.

#### 5.4 Resumo

Neste capítulo apresentaram-se várias comparações para avaliar a resposta tanto do método numérico quanto dos modelos constitutivos implementados no caso de problemas de instalação de estacas. Foi realizada primeiramente uma comparação entre os resultados obtidos com Método do Ponto Material (MPM) e os obtidos com o método analítico de Trajetória de Deformações Superficiais (SSPM). Posteriormente foi feita uma comparação com os resultados de ensaios em câmara experimental, demonstrando as vantagens da utilização do modelo SubCam (SCC) em relação ao Cam Clay (MCC). Foi ainda apresentada uma comparação com um ensaio realizado em centrífuga, sendo que estas comparações tornam evidente a capacidade do SCC e do MPM de representar o fenômeno de cravação de estacas com uma acurácia necessária para a utilização em problemas de engenharia.

## 6 ANÁLISE PARAMÉTRICA

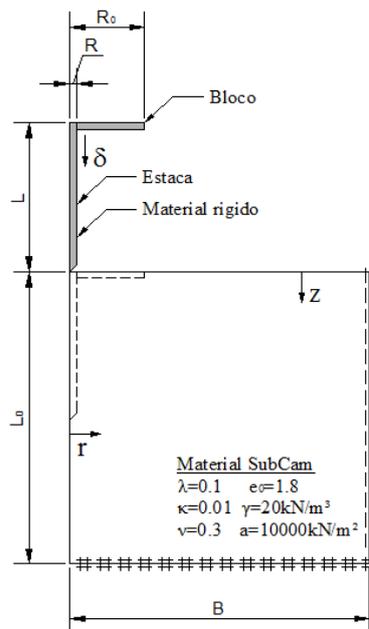
Neste capítulo é apresentada uma análise paramétrica para avaliar a influência do processo executivo da estaca no seu comportamento, no caso da variação de alguns parâmetros geométricos e mecânicos. As distribuições de tensões horizontais (radiais) obtidas nessas análises, utilizando o método MPM (GIMP), são comparadas em alguns casos com a distribuição de tensões resultante da aplicação das equações (2.9) e (2.10) obtidas por Randolph et al. (1994) e Jardine et al. (2005) respectivamente. Além disso, é considerado o efeito do contato do bloco de coroamento com o solo para avaliar sua eventual influência no comportamento da estaca após sua cravação.

### 6.1 GEOMETRIA E PARÂMETROS DOS MODELOS ANALISADOS

Os modelos simulam primeiramente o processo de cravação de uma estaca e posteriormente é simulado o contato do bloco com o solo, provocando um deslocamento maior que o necessário para cravar a estaca. Os resultados são apresentados para todos os modelos num primeiro momento sem considerar o contato do bloco com o solo, e posteriormente considerando o contato.

O processo de instalação da estaca é simulado aplicando um deslocamento monotônico prescrito na estaca. Isto faz com que os resultados a continuação apresentados sejam mais representativos de uma estaca de tipo *jacked* do de que uma estaca cravada dinamicamente. As diferenças de comportamento mecânico destes dois tipos de estaca têm sido estudadas por alguns autores (Yang et al., 2006; Zhang & Wang, 2009). As principais diferenças estão associadas a uma maior resistência por atrito lateral nas estacas *jacked* e um porcentagem maior da carga de ponta em comparação à carga total nas estacas cravadas.

A Figura 6.1 apresenta a geometria e os parâmetros mecânicos fixos para todos os modelos analisados.



**Figura 6.1. Geometria dos modelos e parâmetros mecânicos fixos para todos os modelos.**

Para todos os modelos são consideradas condições axissimétricas, uma distribuição de tensões inicial geostática, e o comportamento do solo através do modelo SubCam. O estado tensional geostático é calculado considerando o coeficiente de empuxo de repouso  $K_0$  e utilizando a formula de Jaky (Jaky, 1944 apud Radoslaw & Michalowski, 2005), segundo explicação da implementação no item 4.3.3.

A Tabela 6.1 apresenta de forma adimensional as características geométricas dos modelos analisados e os valores dos parâmetros mecânicos  $\phi'$  e OCR, sendo estes os únicos parâmetros mecânicos que mudam nos modelos. Os modelos rodados são identificados, nos resultados apresentados, com a palavra “Modelo” seguida do número de identificação e, entre parêntesis o código de identificação pelo qual é fácil saber quais são os parâmetros do modelo. Este código tem a seguinte estrutura:  $L/D - \phi' - \text{OCR} - R_0/D$ .

Para poder utilizar as expressões de Randolph et al. (1994) e Jardine et al. (2005) no cálculo da modificação das tensões por causa da cravação da estaca, é preciso conhecer a resistência de ponta do cone  $q_c$ . Desta forma, para se estimar estes valores no perfil de solo do modelo, foi utilizada de forma inversa a correlação, apresentada por Kulhawy & Mayne (1990), entre o valor de  $\phi'$ , a tensão vertical efetiva e o valor de  $q_c$ . Esta correlação é definida pela seguinte equação:

$$\phi' = 17.6 + 11 \log \left( \frac{q_c}{\sqrt{\sigma'_v}} \right) \quad (6.1)$$

**Tabela 6.1.** Dados geométricos e parâmetros mecânicos dos modelos analisados.

Modelo	Código	L/D	$\phi'$	OCR	R <sub>0</sub> /D
1	5-40-1-3	5	40°	1	3
2	25-40-1-3	25	40°	1	3
3	5-20-1-1.5	5	20°	1	1,5
4	5-40-1-1.5	5	40°	1	1,5
5	25-20-1-1.5	25	20°	1	1,5
6	25-40-1-1.5	25	40°	1	1,5
7	5-40-8-1.5	5	40°	8	1,5
8	25-40-8-1.5	25	40°	8	1,5
9	5-30-1-1.5	5	30°	1	1,5
10	25-30-1-1.5	25	30°	1	1,5

L: Comprimento da estaca.

D: Diâmetro da estaca = 80cm para todos os modelos.

R<sub>0</sub>: Raio do bloco de coroamento.

Conhecendo-se o  $\phi'$ , parâmetro do modelo constitutivo, e a tensão vertical efetiva calculada como a tensão vertical inicial geostática, é possível se ter uma estimativa do valor de  $q_c$  para cada profundidade do perfil do solo. Esta estimativa dos valores de  $q_c$  e das tensões horizontais utilizando as equações de Randolph et al. (1994) e Jardine et al. (2005) só pode ser realizada para os modelos com valor de  $\phi' = 40^\circ$ , logo só aparecem nos resultados para estes modelos. Isto ocorre porque tanto a correlação utilizada entre  $\phi'$  e  $q_c$  quanto para as equações de Randolph et al. (1994) e Jardine et al. (2005) foram obtidas para valores de  $\phi'$  de solos arenosos, ou seja, nunca inferiores a  $30^\circ$ .

## 6.2 RESULTADOS DE TENSÕES RADIAIS APÓS A INSTALAÇÃO DA ESTACA

### 6.2.1 SEM CONTATO DO BLOCO COM O SOLO.

Nas Figura 6.2 a Figura 6.7 são apresentadas as tensões radiais (horizontais) no contorno da estaca após sua cravação para todos os modelos analisados. Para cada modelo é mostrado no gráfico a tensão inicial geostática, as tensões obtidas pelas equações de Randolph et al. (1994) e Jardine et al. (2005) e as obtidas nas análises numérica utilizando GIMP, sendo que as últimas três distribuições consideram o processo de cravação e apresentam o estado final após a cravação. As tensões obtidas nas análises numéricas no estado final da cravação são

nomeadas nos gráficos como “Instalado (GIMP)”. Nestas primeiras análises sem contato do bloco de coroamento com o solo os resultados para os modelos 1 (5-40-1-3) e 2 (25-40-1-3) não são apresentados pois estes são iguais aos resultados dos modelos 4 (5-40-1-1.5) e 6 (25-40-1-1.5) respectivamente. Observe-se que só muda o ultimo número da codificação, que representa a relação entre o raio do bloco e o diâmetro da estaca.

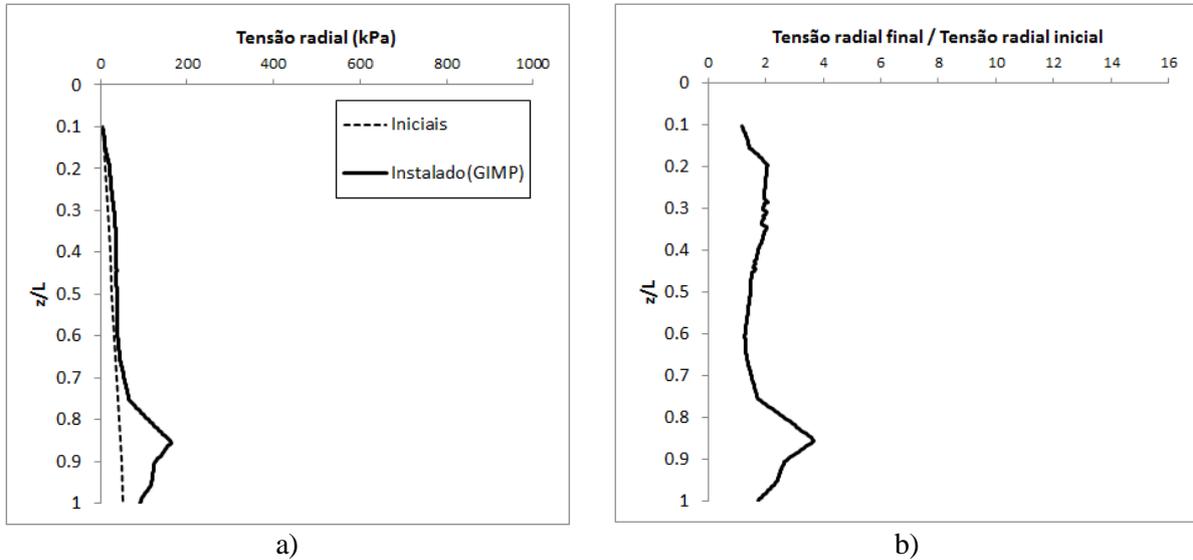


Figura 6.2. Tensões radiais iniciais e após a instalação da estaca (final) para o modelo 3 (5-20-1-1.5).

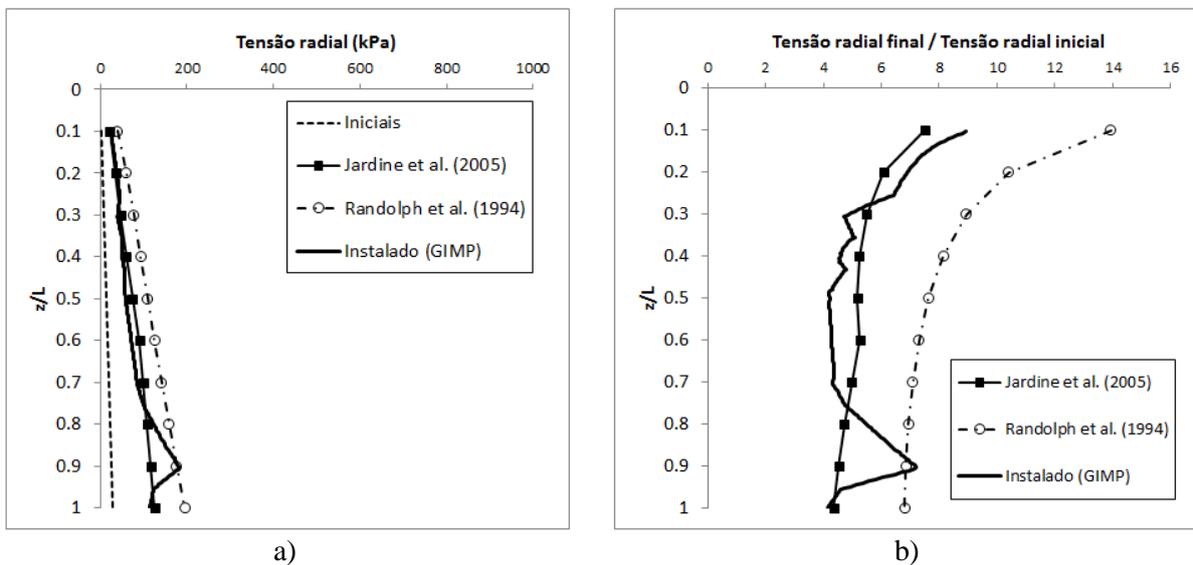
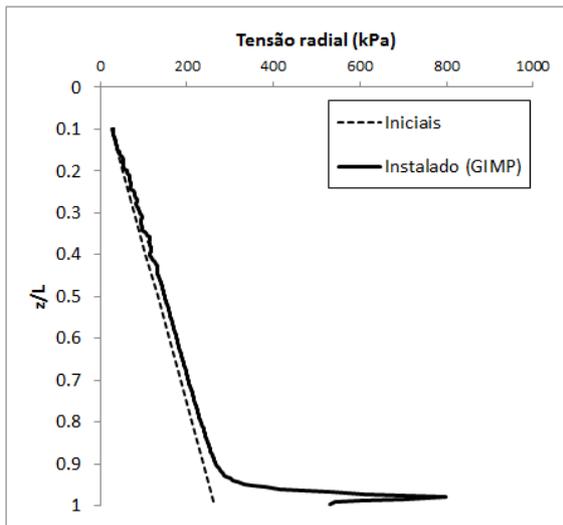
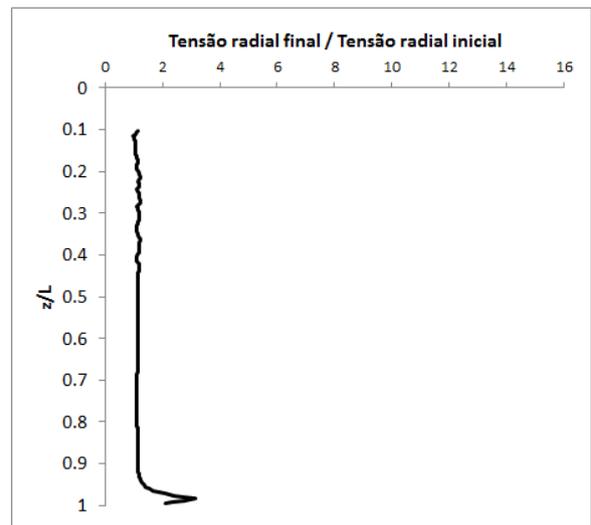


Figura 6.3. Tensões radiais iniciais e após a instalação da estaca (final) para o modelo 4 (5-40-1-1.5).

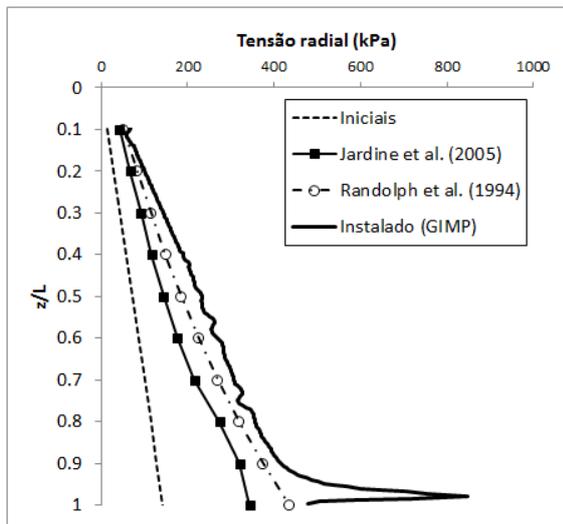


a)

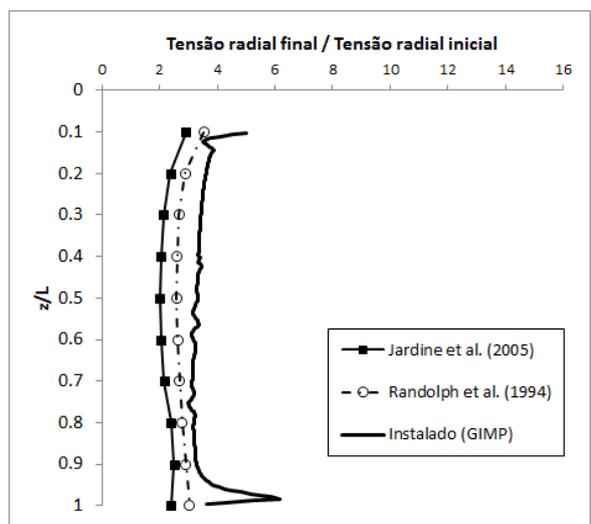


b)

Figura 6.4. Tensões radiais iniciais e após a instalação da estaca (final) para o modelo 5 (25-20-1-1.5).

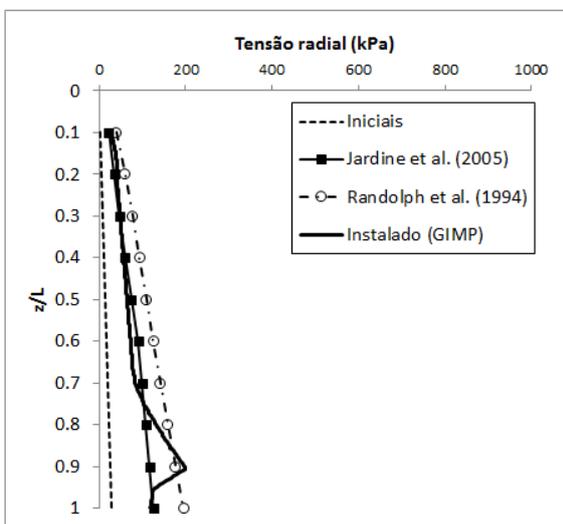


a)

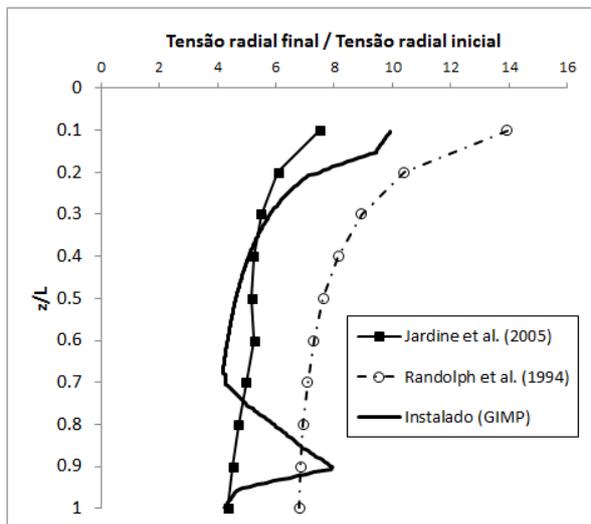


b)

Figura 6.5. Tensões radiais iniciais e após a instalação da estaca (final) para o modelo 6 (25-40-1-1.5).



a)



b)

Figura 6.6. Tensões radiais iniciais e após a instalação da estaca (final) para o modelo 7 (5-40-8-1.5).

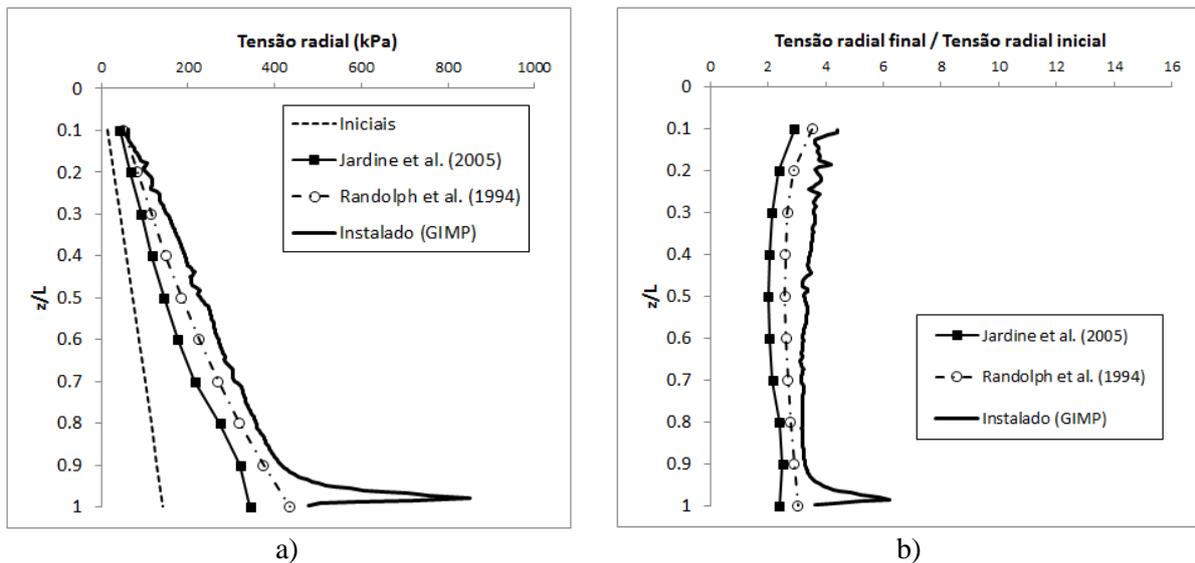


Figura 6.7. Tensões radiais iniciais e após a instalação da estaca para o modelo 8 (25-40-8-1.5).

Como pode ser visto nas figuras anteriores, o aumento das tensões radiais após a cravação têm uma inclinação aproximadamente constante até chegar a uma profundidade relativa ( $z/L$ ) de 0,7 para o caso das estacas mais curtas ( $L/D=5$ ) e 0,9 para as mais longas ( $L/D=25$ ), onde a inclinação dos gráficos muda. A partir deste nível, com o aumento da profundidade, as tensões radiais tem um pico muito forte, chegando a ser até 8 vezes a tensão inicial.

Nos modelos 4 (5-40-1-1.5), 5 (25-20-1-1.5), 7 (5-40-8-1.5) e 8 (25-40-8-1.5) é possível comparar as tensões obtidas numericamente com as calculadas a partir das equações de Randolph et al. (1994) e Jardine et al. (2005). Uma primeira conclusão é fácil de ver, as tensões horizontais obtidas pela equação de Randolph et al. (1994) são em todos os casos superiores às calculadas pela equação de Jardine et al. (2005). Embora as tensões horizontais obtidas com as equações e o modelo numérico tenham inicialmente a mesma tendência em profundidade, as equações não conseguem reproduzir o pico de tensões que aparece na profundidade da ponta da estaca.

A seguir são apresentados estes mesmos resultados, porém colocou-se num único gráfico dois modelos diferentes para um dos parâmetros definidos na Tabela 6.1.

Nas Figura 6.8 e Figura 6.9 pode ser observado o efeito do  $\phi'$  nas tensões radiais após a cravação da estaca. Observa-se que tanto para a estaca de esbeltez  $L/D=5$  quanto para a de  $L/D=25$ , as tensões geradas pela cravação são maiores no caso do  $\phi'$  maior. Isto pode ser explicado analisando a Figura 6.10. No processo de instalação da estaca, as deformações geradas são majormente plásticas, portanto, considerando qualquer um dos modelos

constitutivos aqui apresentados e as trajetórias de tensões obtidas para o caso apresentado no item 5.2 as deformações teriam a direção apresentadas na Figura 6.10 (perpendicular à superfície de plastificação já que o modelo constitutivo tem uma lei de fluxo associada). Observando as deformações e as componentes volumétrica ( $\varepsilon_v^p$ ) e cisalhante ( $\varepsilon_q^p$ ) é possível ver que para o material com  $\phi' = 20^\circ$  ocorre menos deformação volumétrica do que para o material com  $\phi' = 40^\circ$ . Isto provoca que o solo onde surge mais deformação volumétrica tenha um maior incremento das tensões normais e, portanto neste caso das tensões radiais.

Consequentemente em solos com altos valores de  $\phi'$  é mais importante se considerar o processo de instalação da estaca do que em solos com baixos  $\phi'$  (para condições como as das simulações, ex. sem presença de água).

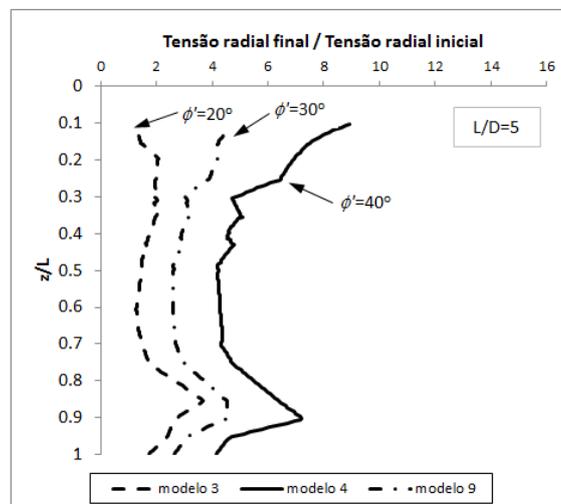


Figura 6.8. Tensões radiais normalizadas para o modelo 3 (5-20-1-1.5) e modelo 4 (5-40-1-1.5)

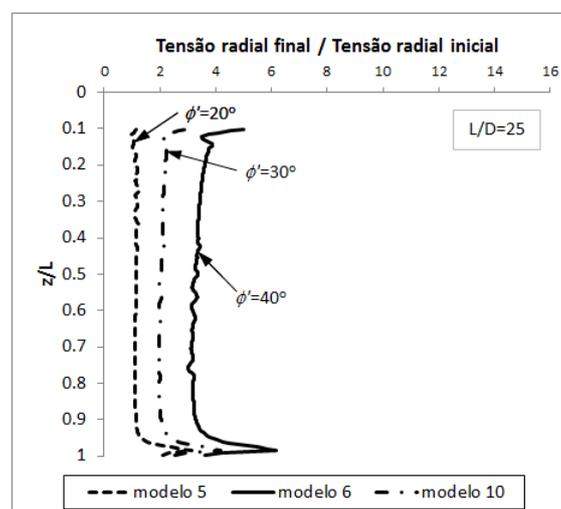
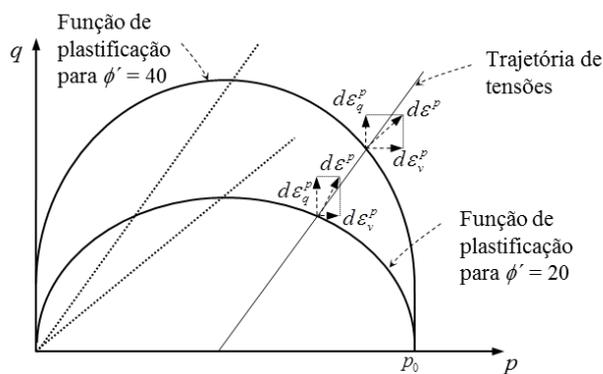


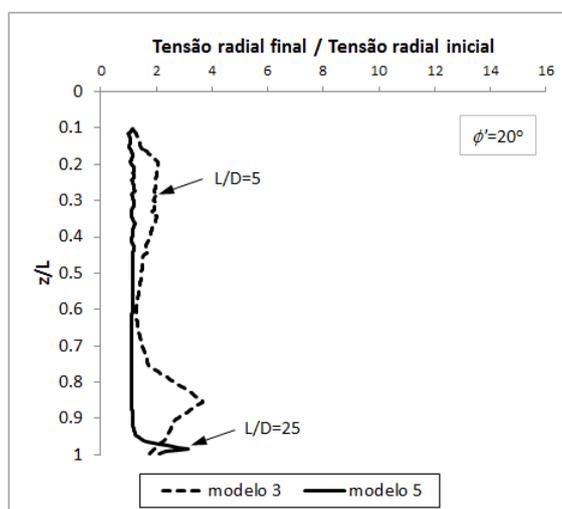
Figura 6.9. Tensões radiais normalizadas para o modelo 5 (25-20-1-1.5) e modelo 6 (25-40-1-1.5)



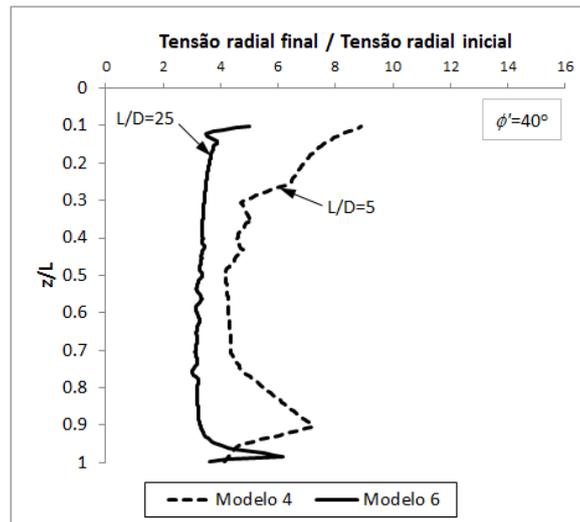
**Figura 6.10. Diagrama esquemático da trajetória de tensões e deformações plásticas para um ponto perto do fuste durante a instalação da estaca.**

Nas Figura 6.8 e Figura 6.9 pode se ver como para os modelos 9 e 10 que utilizam  $\phi' = 30^\circ$  o resultado das tensões tem uma forma muito semelhante com as dos modelos 4 e 5. Isto porque para o modelo SCC não existe diferença de comportamento para as trajetórias de tensões seguidas durante o processo de cravação para solos com diferente valor de  $\phi'$ .

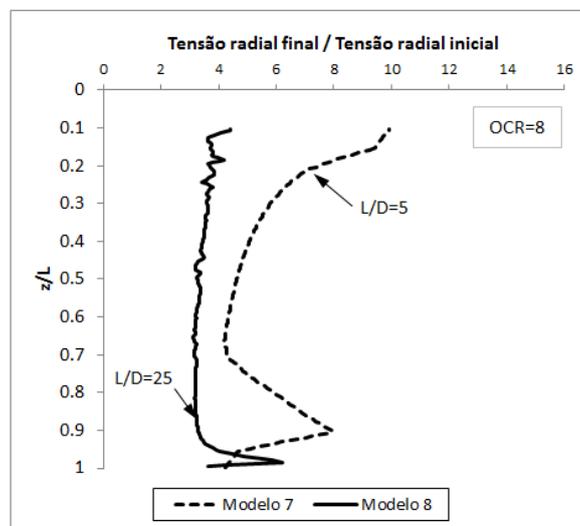
Nas Figura 6.11 e Figura 6.12 pode ser observado o efeito do comprimento da estaca nas tensões radiais após a cravação desta. Conclui-se que o incremento relativo à tensão inicial é maior no caso de estacas mais curtas, ou seja menor  $L/D$ . Isto pode ter a mesma causa que o fenômeno conhecido como fadiga por atrito, mostrado em experimentos de estacas, no qual é evidente uma diminuição da resistência por atrito lateral à medida que a ponta da estaca penetra para profundidades superiores (White & Lehane, 2004). Portanto duas estacas instaladas no mesmo solo, mas com comprimentos diferentes, para uma profundidade específica o atrito lateral é maior na estaca com comprimento menor. Na Figura 6.13 este fenômeno também é evidenciado para o caso de solo com  $OCR=8$ .



**Figura 6.11. Tensões radiais normalizadas para o modelo 3 (5-20-1-1.5) e modelo 5 (25-20-1-1.5)**

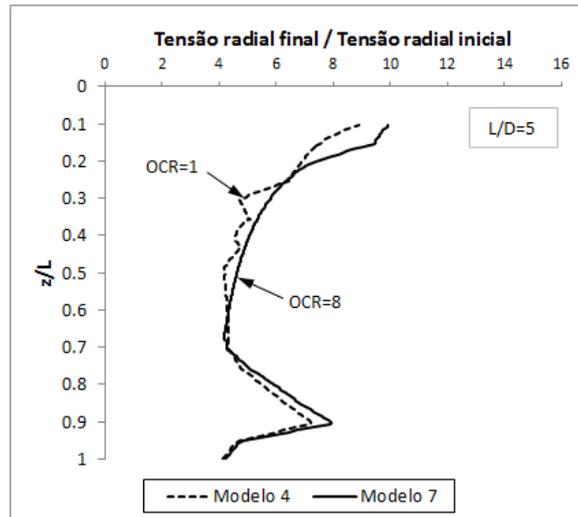


**Figura 6.12. Tensões radiais normalizadas para o modelo 4 (5-40-1-1.5) e modelo 6 (25-40-1-1.5)**

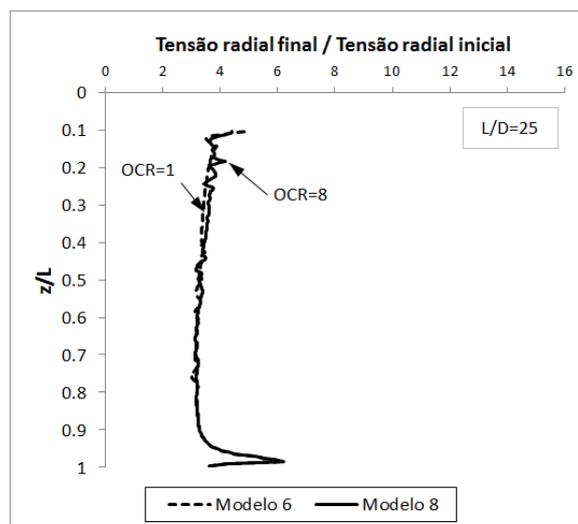


**Figura 6.13. Tensões radiais normalizadas para o modelo 7 (5-40-8-1.5) e modelo 8 (25-40-8-1.5)**

Nas Figura 6.14 e Figura 6.15 se apresentam a variação das tensões radiais no contorno da estaca e no final da cravação para solos com diferentes OCRs. O gráfico permite ver a baixa influência do valor do OCR nos resultados. Na revisão bibliográfica não foram encontrados resultados experimentais que pudessem confirmar esta conclusão, mas para o caso da influência do OCR tanto nos deslocamentos ao redor da estaca quanto na geração de propressões, alguns autores têm descoberto também a baixa influência deste parâmetro (Randolph & Wroth, 1979). Resultados numéricos apresentados por Sheng et al. (2005) demonstram que a forma geral da trajetória de tensões seguida por um ponto perto da estaca durante a cravação desta é pouco influenciada pelo valor do OCR. Portanto também é de esperar que a relação entre a tensão inicial e a tensão radial no final da instalação seja pouco influenciada também.



**Figura 6.14. Tensões radiais normalizadas para o modelo 4 (5-40-1-1.5) e modelo 7 (5-40-8-1.5)**



**Figura 6.15. Tensões radiais normalizadas para o modelo 6 (25-40-1-1.5) e modelo 8 (25-40-8-1.5)**

Nas Figura 6.16 a Figura 6.18 é apresentado o valor médio ponderado, ao longo da profundidade da estaca, da tensão radial após a cravação normalizada pela tensão inicial. Em cada figura são apresentados dois gráficos e em cada gráfico dois modelos nos quais só se muda um dos parâmetros. Desta forma é fácil avaliar a influência dos parâmetros aqui variados na distribuição de tensões radiais após a cravação da estaca.

Observando a Figura 6.16 é possível concluir que o ângulo de atrito interno influencia na variação das tensões por causa da cravação da estaca, sendo que para o ângulo de atrito maior o incremento das tensões é maior. O efeito do comprimento da estaca pode ser avaliado na Figura 6.17, fica claro que este parâmetro influencia na variação das tensões, sendo o incremento das tensões maior para o caso de estacas mais curtas.

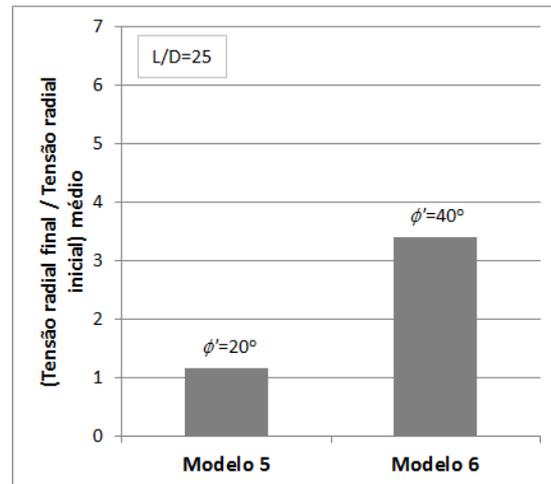
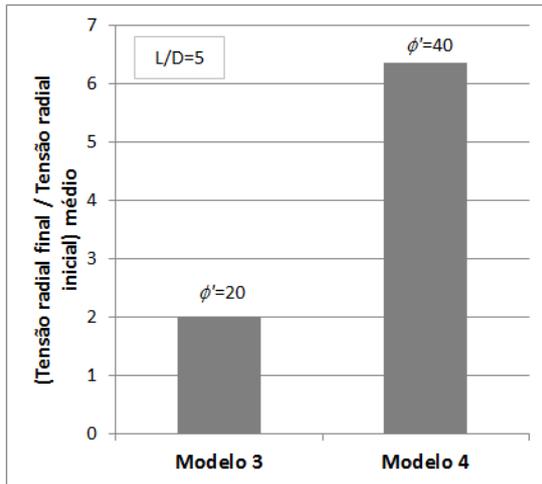


Figura 6.16. Influência do valor do  $\phi'$  na distribuição de tensões radiais após a cravação da estaca considerando os Modelos 3 (5-20-1-1.5) e 4 (5-40-1-1.5) e Modelos 5 (25-20-1-1.5) e 6 (25-40-1-1.5).

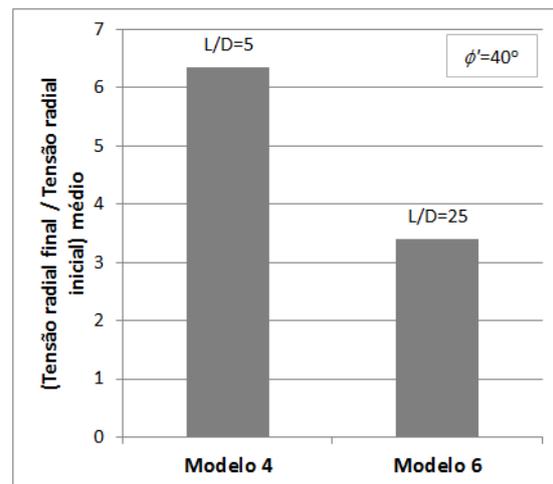
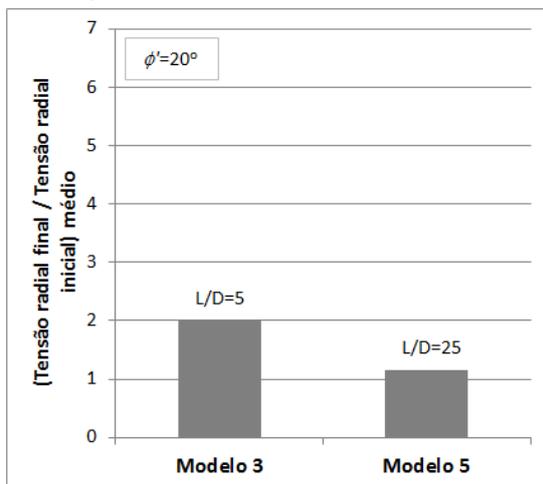


Figura 6.17. Influência do comprimento (L) na distribuição de tensões radiais após a cravação da estaca considerando os Modelos 3 (5-20-1-1.5) e 5 (25-20-1-1.5) e Modelos 4 (5-40-1-1.5) e 6 (25-40-1-1.5).

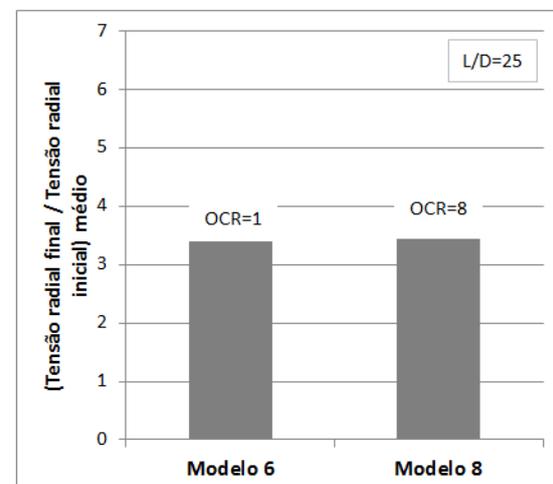
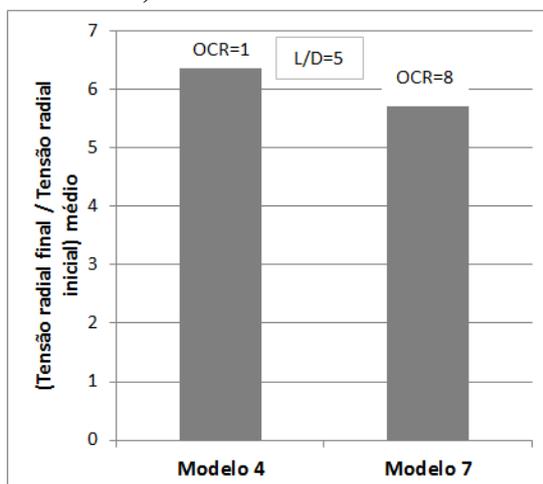
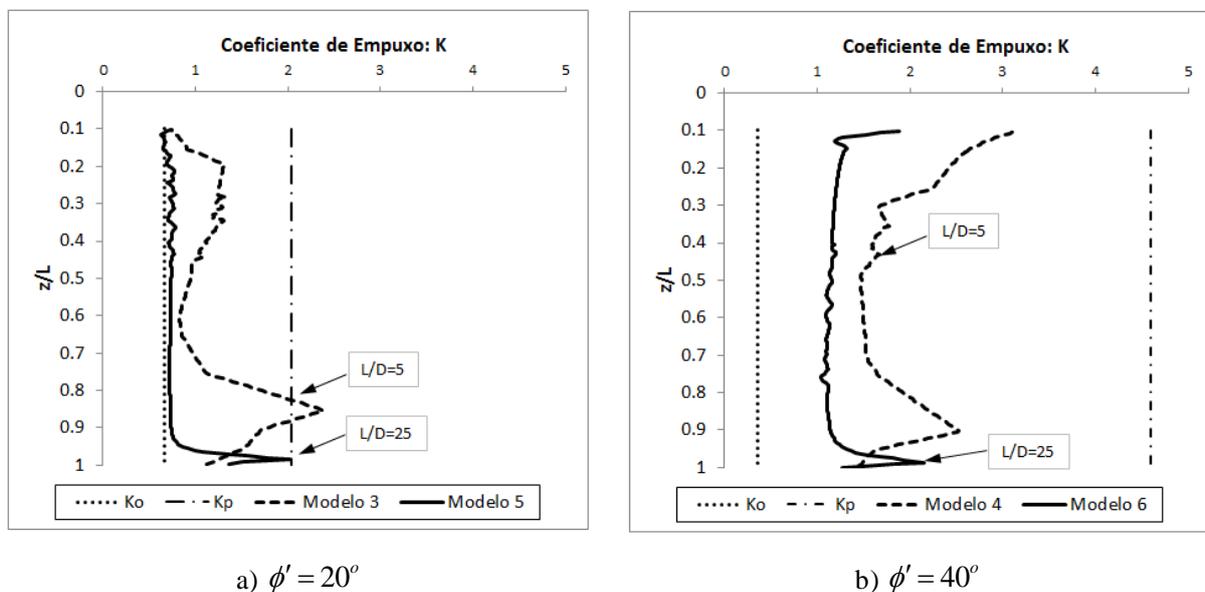


Figura 6.18. Influência do OCR na distribuição de tensões radiais após a cravação da estaca considerando os Modelos 4 (5-40-1-1.5) e 7 (5-40-8-1.5) e Modelos 6 (25-40-1-1.5) e 8 (25-40-8-1.5).

No caso do OCR não se observa praticamente nenhuma influência na modificação das tensões radiais por causa da cravação (Figura 6.18).

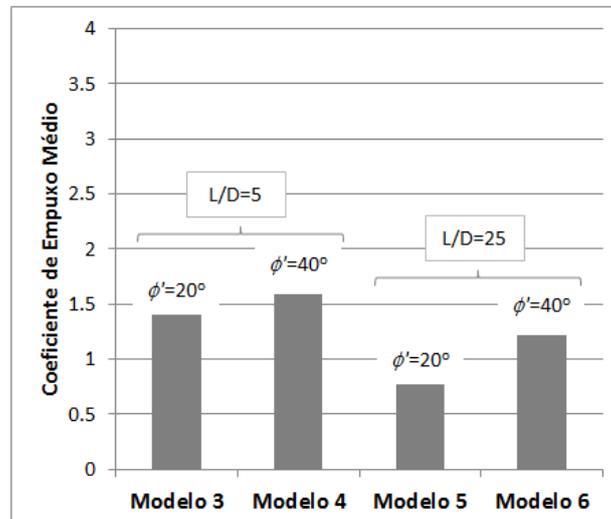
Na Figura 6.19 pode-se ver a variação do coeficiente de empuxo com a profundidade após cravação da estaca. O coeficiente de empuxo aqui apresentado é, na realidade, a relação da tensão efetiva horizontal após a cravação da estaca com a tensão efetiva vertical inicial geostática, isto é  $K = \sigma'_{rf} / \sigma'_{vi}$ . Este coeficiente tem grande utilidade prática porque o coeficiente estabelecido entre a tensão horizontal e vertical após a cravação da estaca é de difícil utilização já que as duas tensões mudam com a cravação, e não são conhecidas *a priori*.

O coeficiente de empuxo varia em profundidade em formato similar à variação das tensões horizontais após a cravação. Para os modelos de maior valor de  $\phi'$  o coeficiente de empuxo é também maior, isto devido a que, como foi mostrado anteriormente, as tensões horizontais aumentam mais no material com maior atrito. Segundo Tomlinson & Woodward (2008) para o caso de estacas cravadas em areias a relação entre o valor do coeficiente de empuxo após a cravação da estaca e o valor de  $K_0$  ( $K/K_0 = \sigma'_{rf} / \sigma'_{ri}$ ) é entre 1-2. No entanto este valor único não reflete a variação dos valores de  $K$  com a profundidade. O valor médio obtido nestas análises numéricas é de  $K/K_0 \approx 2.8$ . Está relação tem sido pouco medida experimentalmente. No trabalho relativamente recente apresentado por Xu (2007) valores similares aos obtidos nesta pesquisa têm sido reportados para estacas cravadas em areia e em argilas moles.



**Figura 6.19. Coeficiente de Empuxo ( $K$ ) após a cravação da estaca para os modelos 3 (5-20-1-1.5) e 5 (25-20-1-1.5) e modelos 4 (5-40-1-1.5) e 6 (25-40-1-1.5).**

Na Figura 6.20 são apresentados para alguns modelos os valores médios ponderados na profundidade da estaca dos resultados do coeficiente de empuxo ( $K$ ) após a cravação desta. Para as estacas mais compridas os valores dos coeficientes de empuxo médio são menores. Os valores médios são entre 2 a 4 vezes maiores que os coeficientes de empuxo inicial.



**Figura 6.20.** Coeficiente de empuxo médio no comprimento da estaca no final da cravação desta para os modelos 3(5-20-1-1.5), 4(5-40-1-1.5), 5(25-20-1-1.5), 6(25-40-1-1.5)

Na Tabela 6.2 é apresentada de forma qualitativa como varia a tensão radial após a cravação da estaca com a variação de cada parâmetro.

**Tabela 6.2.** Resumo do efeito dos parâmetros estudados na tensão radial após a cravação da estaca

Parâmetro	Tensão radial final / Tensão radial inicial
↑ L/D	diminui
↑ OCR	constante
↑ $\phi$	aumenta

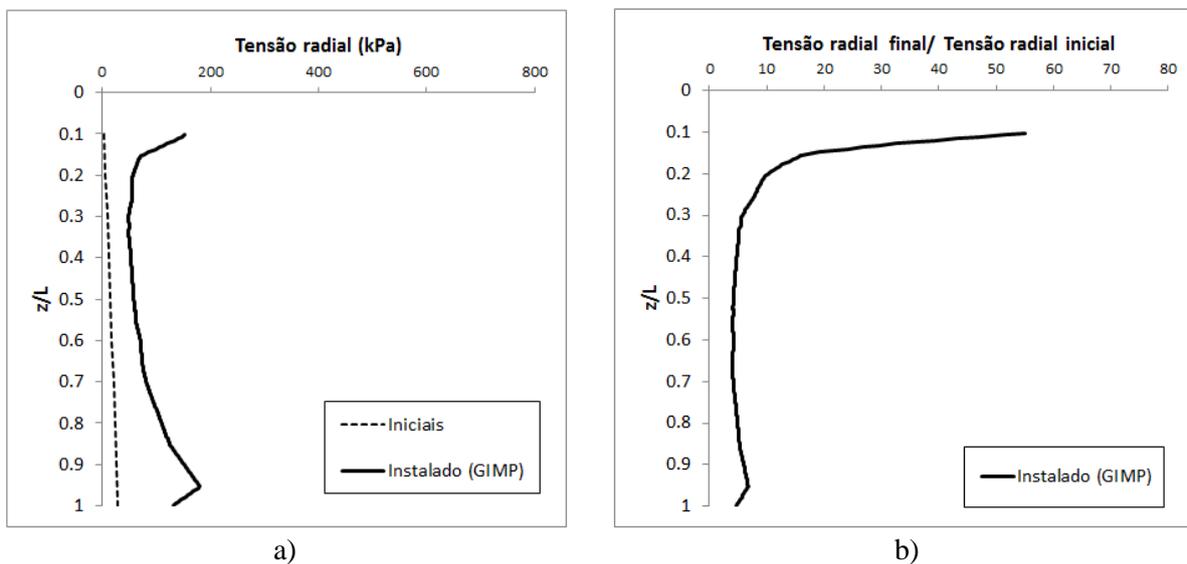
## 6.2.2 COM CONTATO DO BLOCO COM O SOLO

Em seguida são apresentados os resultados das tensões horizontais ao redor da estaca, quando se considera o bloco de coroamento em contato com o solo. Este contato se dá aplicando um deslocamento vertical a mais (no conjunto bloco-estaca) do que o necessário para cravar a estaca, sendo este deslocamento da ordem de  $D/30$ . Desta forma o bloco empurra o solo, alterando as tensões finais ao nível do solo no topo da estaca e na base do bloco.

Os modelos em que são apresentados os resultados da distribuição de tensões radiais considerando o contato do bloco de coroamento com o solo são os modelos 1 (5-40-1-3), 2

(25-40-1-3), 4 (5-40-1-1.5) e 6 (25-40-1-1.5), os demais não são apresentados pois os resultados obtidos são similares com os aqui analisados. No entanto, os gráficos com os resultados da comparação entre os modelos considerando o contato do bloco e sem considerá-lo são apresentados para todos os modelos.

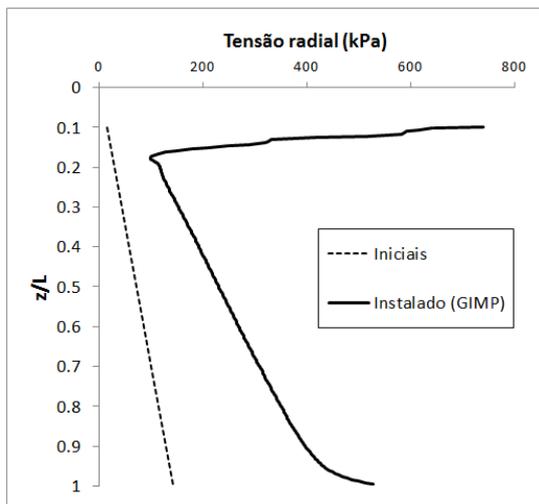
Na Figura 6.21 à Figura 6.24 é possível se observar que existe um aumento significativo das tensões radiais na zona perto da superfície de solo por causa do contato do bloco com o solo. Este incremento nas tensões chega a ser 50 vezes maior que as tensões iniciais.



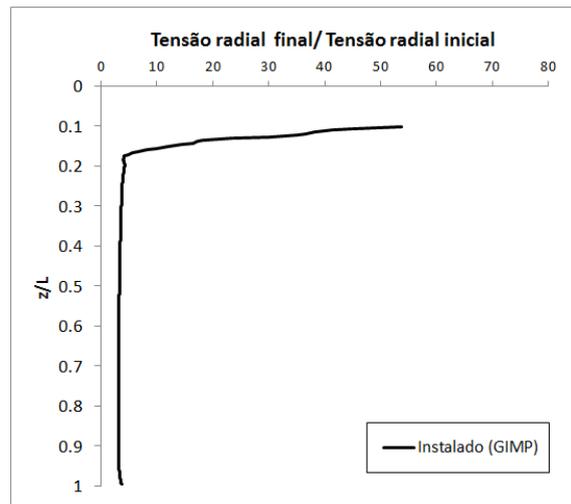
**Figura 6.21. Tensões radiais iniciais e após a instalação da estaca para o modelo 1 (5-40-1-3) considerando o contato do bloco com o solo.**

O bloco em seu contato com o solo gera tensões que se traduzem em tensões radiais no contorno da estaca por causa do efeito Poisson, quer dizer que a partir da pressão vertical aplicada sobre a superfície do solo pelo bloco, o solo reage gerando tensões radiais no contorno da estaca.

A Figura 6.25 apresenta as tensões radiais para modelos com diferentes raios de bloco de coroamento. É possível verificar que para o bloco de maior raio ( $R_0/D=3$ ) as tensões geradas são maiores. Além disso, para a estaca mais cumprida ( $L/D=25$ ), a relação entre as tensões geradas pelos blocos de diferente diâmetro também é maior. A área de influência do bloco de maior diâmetro é maior e devido a isto as tensões geradas pelo contato do bloco com o solo alcançam profundidades maiores.

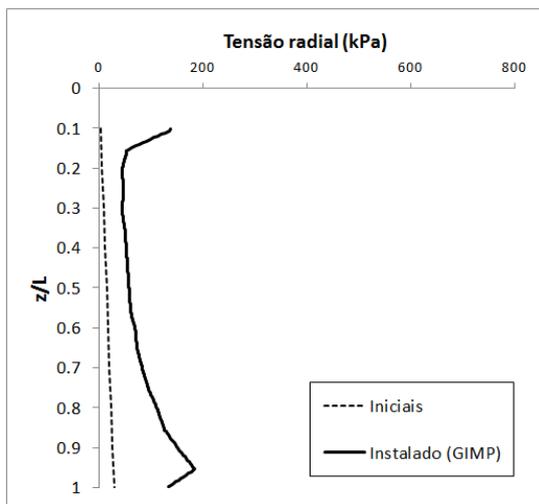


a)

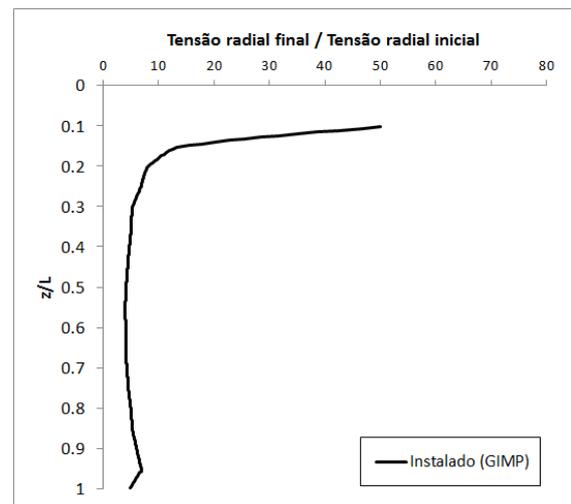


b)

**Figura 6.22. Tensões radiais iniciais e após a instalação da estaca para o modelo 2 (25-40-1-3) considerando o contato do bloco com o solo.**

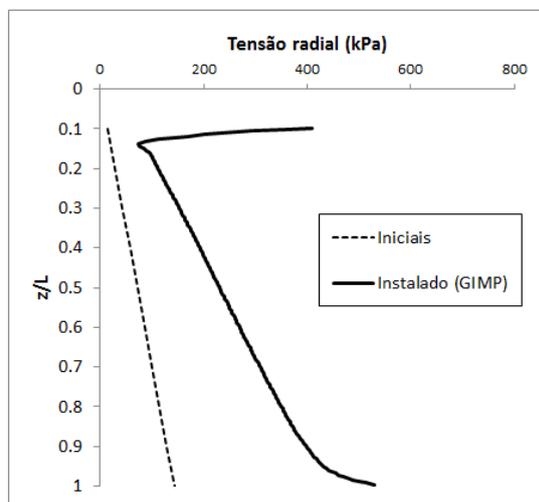


a)

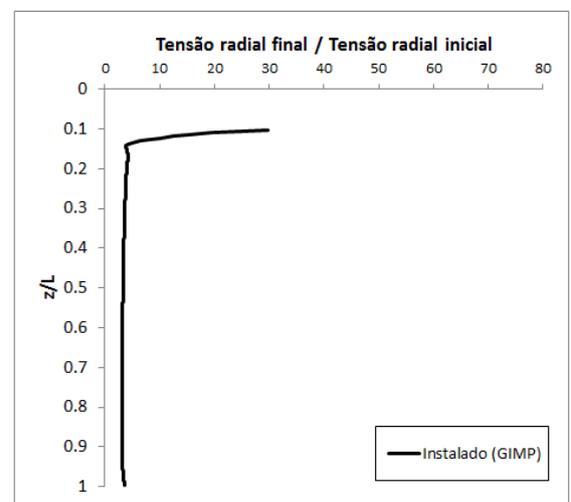


b)

**Figura 6.23. Tensões radiais iniciais e após a instalação da estaca para o modelo 4 (5-40-1-1.5) considerando o contato do bloco com o solo.**

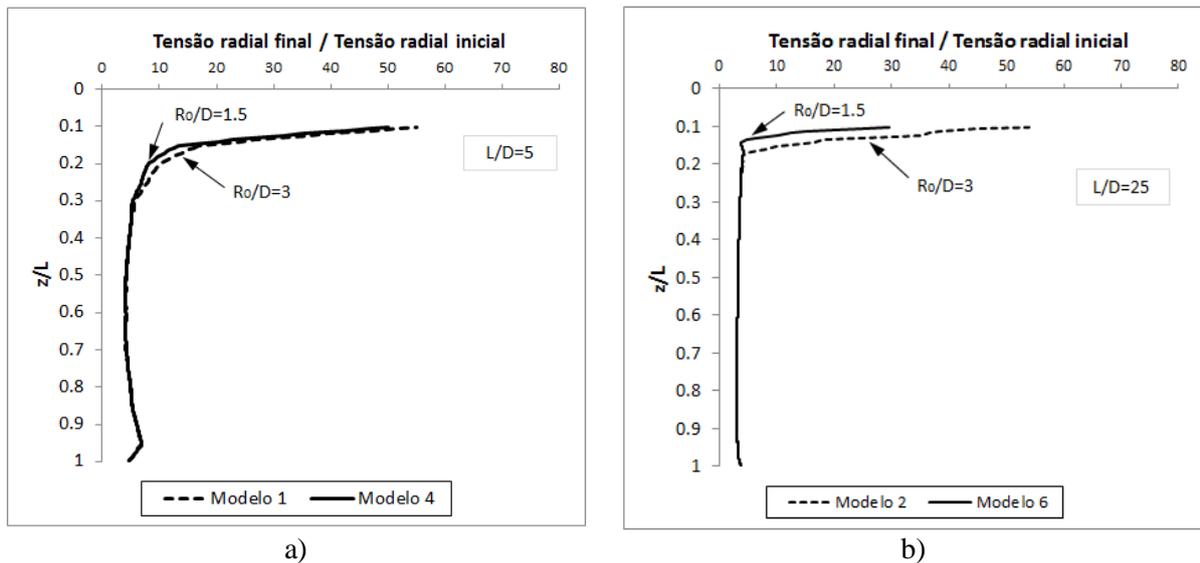


a)



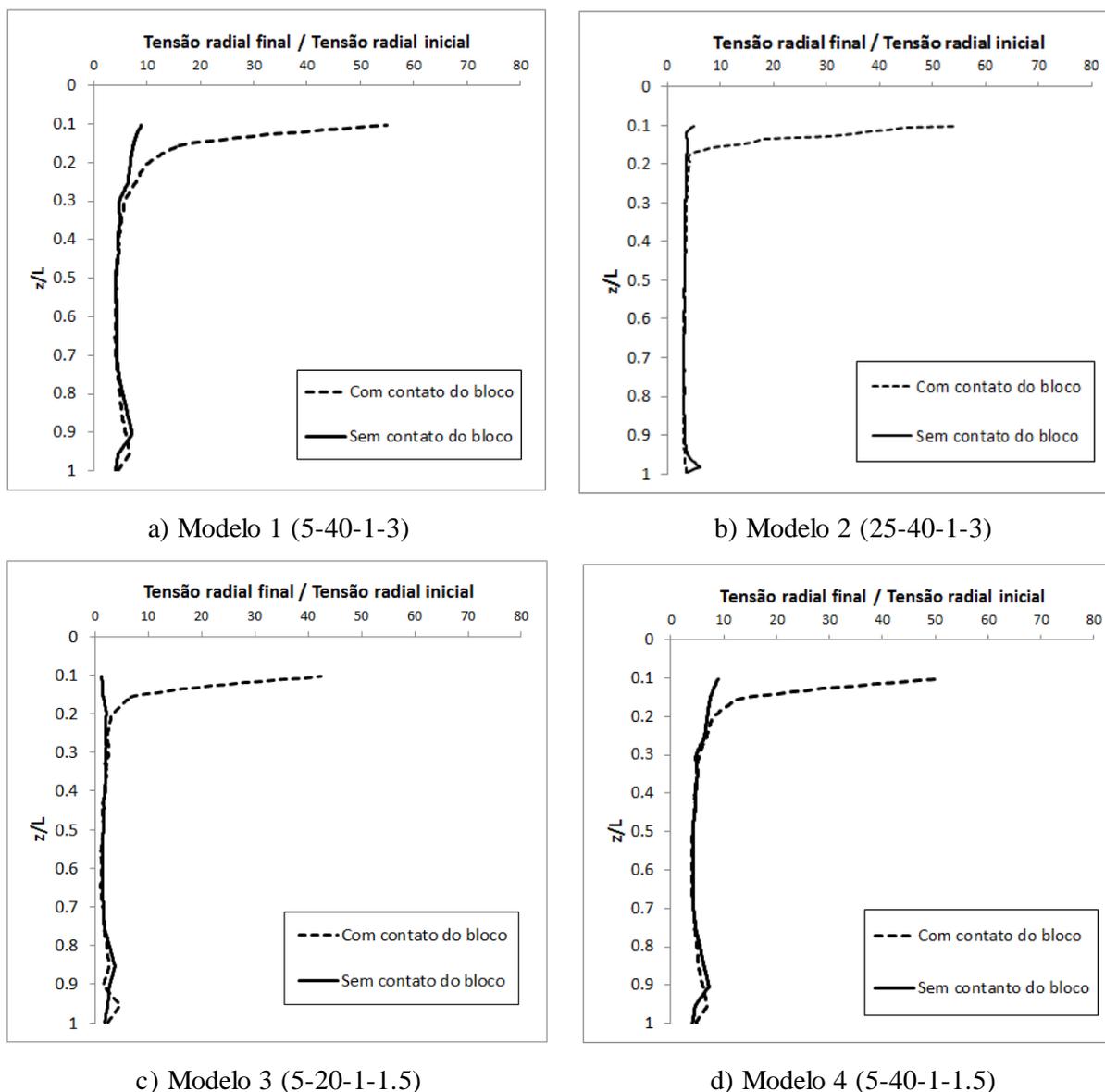
b)

**Figura 6.24. Tensões radiais iniciais e após a instalação da estaca para o modelo 6 (25-40-1-1.5) considerando o contato do bloco com o solo.**



**Figura 6.25. Tensões radiais para modelos com blocos de coroamento diferentes. Modelos 1 (5-40-1-3) e 4 (5-40-1-1.5) e Modelos 2 (25-40-1-3) e 6 (25-40-1-1.5).**

Nas Figura 6.26 e Figura 6.27 são apresentadas as tensões radiais para todos os modelos, considerando ou não o contato do bloco de coroamento com o solo. Observa-se que para a estaca mais comprida a modificação das tensões por causa do efeito do bloco chega até uma profundidade relativa de  $z/L=0,18$ . No caso da estaca mais curta a mudança nas tensões pelo efeito do bloco chega até uma profundidade relativa superior ( $z/L=0,34$ ). Este aumento das tensões pelo efeito do bloco é de aproximadamente 5 vezes maior no modelo 1 (5-40-1-3) e de mais de 10 vezes no modelo 2 (25-40-1-3), ou seja para a estaca de maior  $L/D$  o incremento relativo das tensões por causa do bloco é maior. Isto na realidade é por causa de que antes do contato do bloco com o solo as tensões horizontais para uma mesma profundidade são menores na estaca mais comprida (por causa do efeito de fadiga por atrito explicado anteriormente) portanto em relação à tensão inicial o incremento de tensões parece maior.



**Figura 6.26. Tensões radiais no contorno da estaca após a cravação com e sem contato do bloco: modelos 1, 2, 3, 4.**

O aumento das tensões horizontais sem dúvida provoca um aumento tanto na capacidade de carga por atrito lateral da estaca quanto na sua rigidez, diminuindo os valores de possíveis recalques.

Na Figura 6.28 é apresentado o valor médio, ao longo da profundidade da estaca, da tensão radial após a cravação normalizada pela tensão inicial para o caso de se considerar o contato do bloco de coroamento com o solo. Nesta figura são apresentados dois gráficos e em cada gráfico dois modelos nos quais só se muda o raio do bloco de coroamento ( $R_0$ ). Desta forma é fácil se avaliar a influência deste parâmetro na distribuição de tensões radiais após a cravação da estaca.

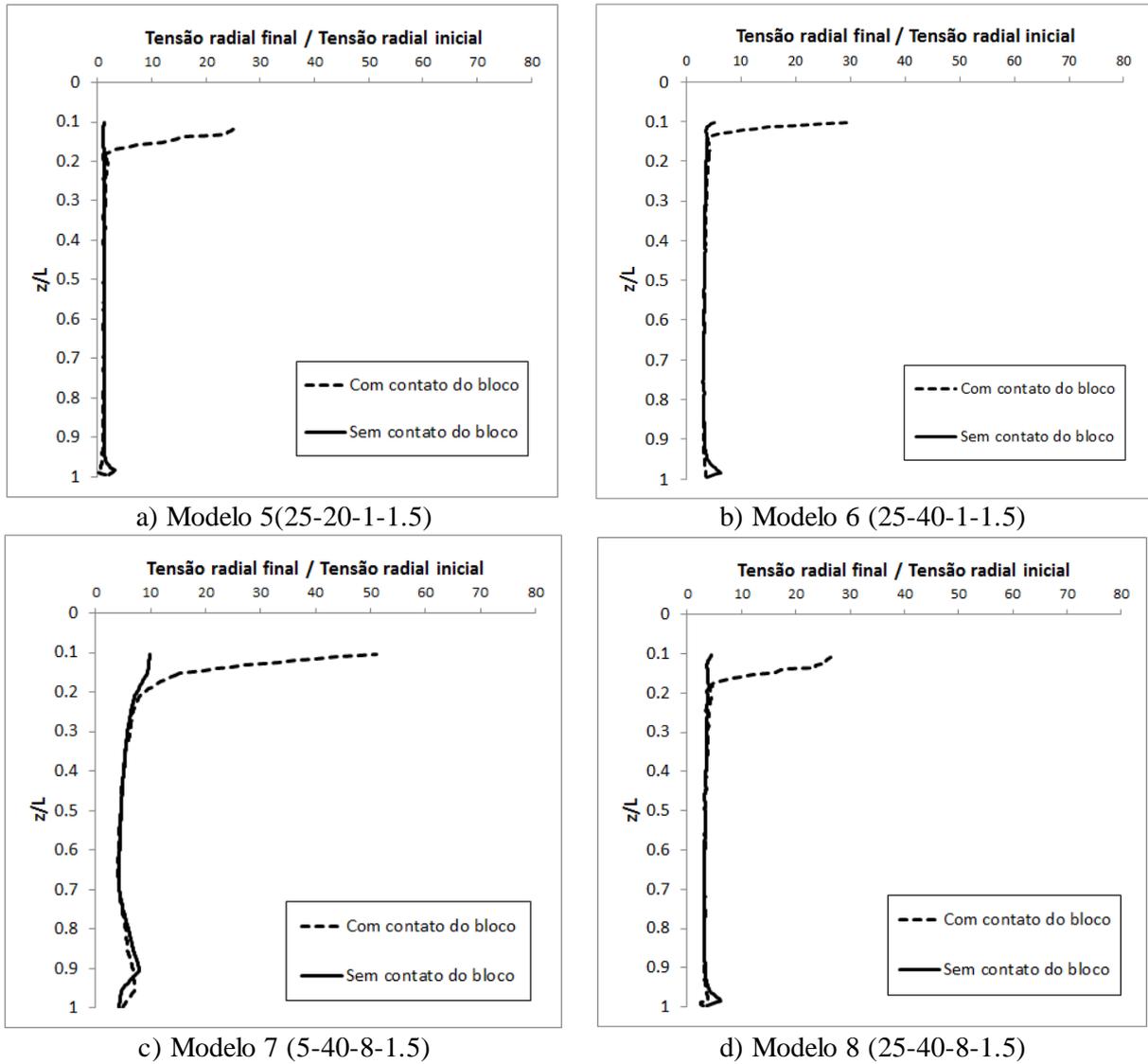


Figura 6.27. Tensões radiais no contorno da estaca após a cravação com e sem contato do bloco: modelos 5, 6, 7, 8.

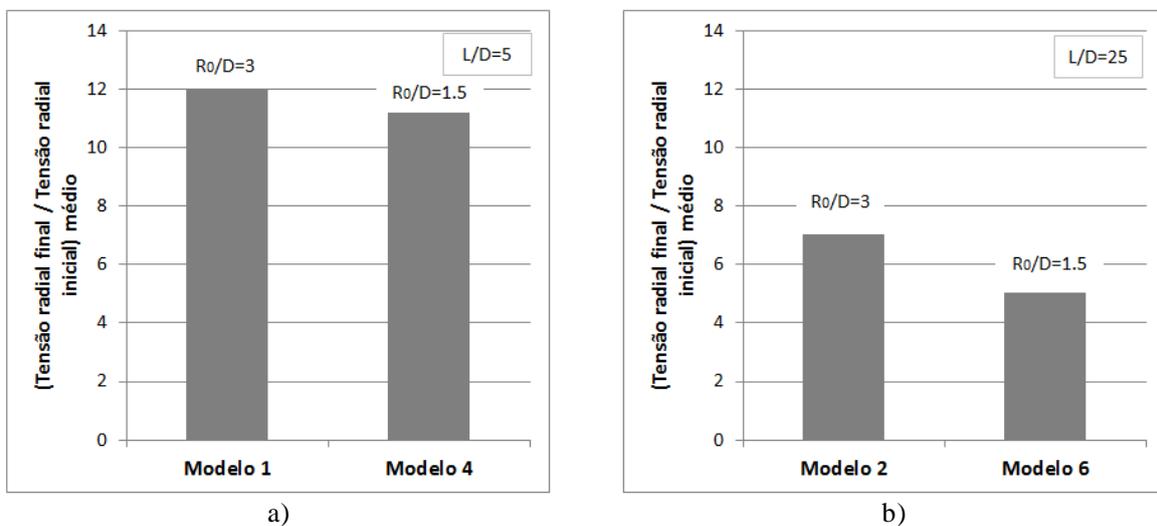
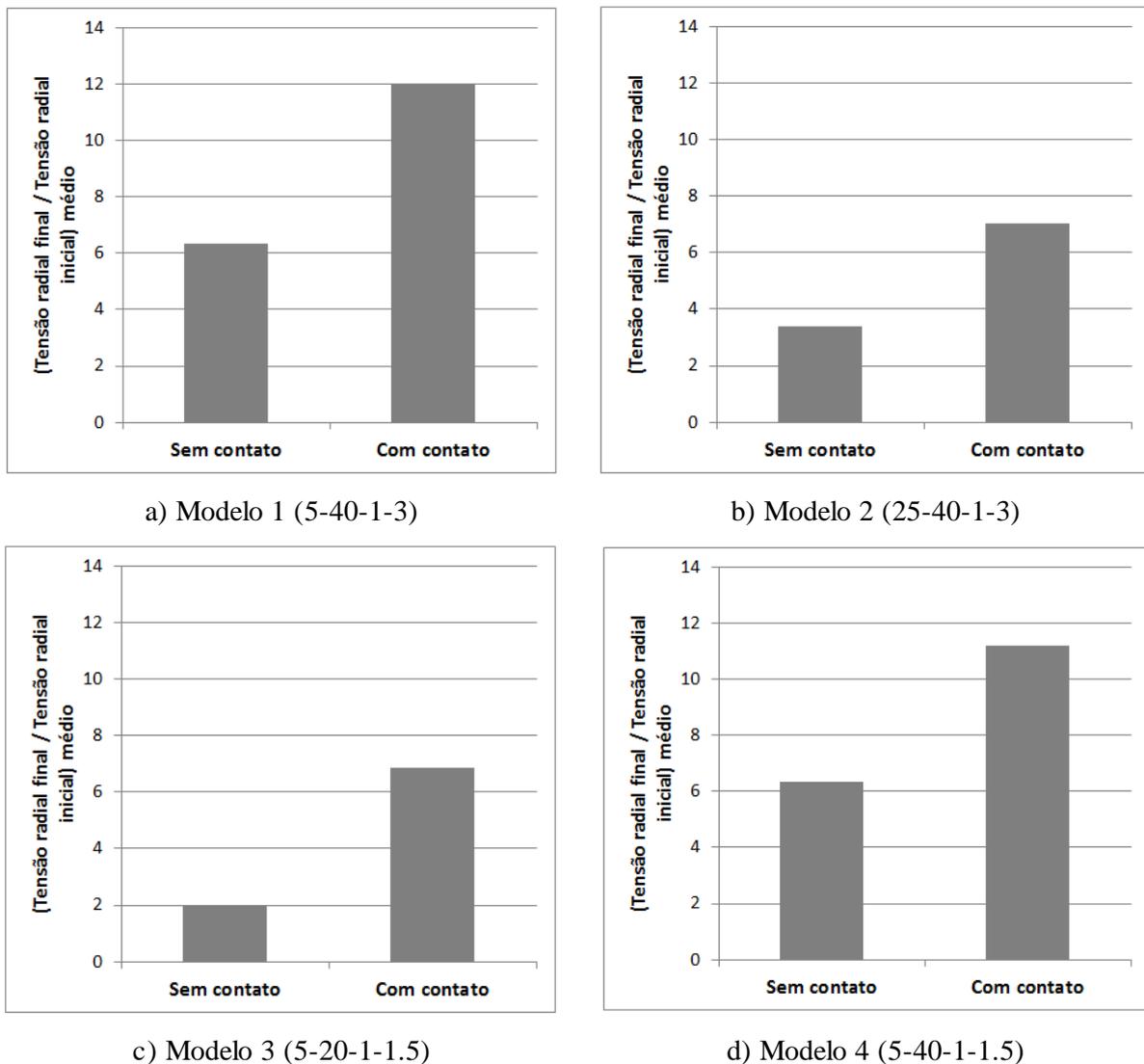


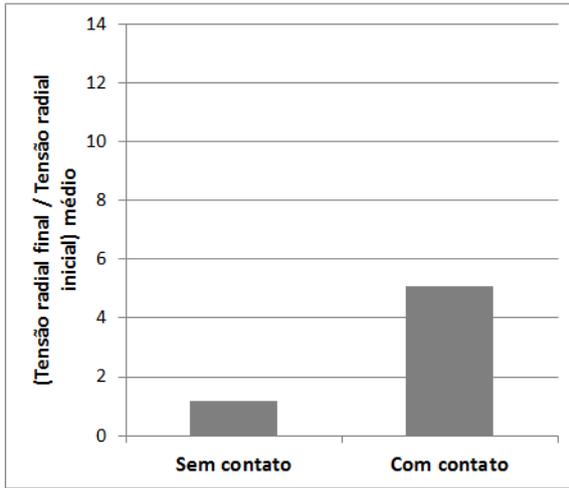
Figura 6.28. Influência do Raio do Bloco ( $R_0$ ) na distribuição de tensões radiais após a cravação da estaca considerando os Modelos 1 (5-40-1-3) e 4 (5-40-1-1.5) e Modelos 2 (25-40-1-3) e 6 (25-40-1-1.5).

Pode-se observar como para o caso da estaca mais comprida (Figura 6.28b) a influência do  $R_0$  é maior. Além disso, para o bloco de coroamento de raio maior as tensões aumentam mais em relação à tensão inicial (Figura 6.28). No caso de  $L/D=25$  o aumento das tensões em relação à tensão inicial é de 29% a mais para o bloco de  $R_0/D=3$  do que para o bloco de  $R_0/D=1.5$   $(\sigma'_{rf}/\sigma'_{ri})_{R_0/D=3}/(\sigma'_{rf}/\sigma'_{ri})_{R_0/D=1.5} = 1,29$ . Para o caso da estaca mais curta está diferença não é tão grande.

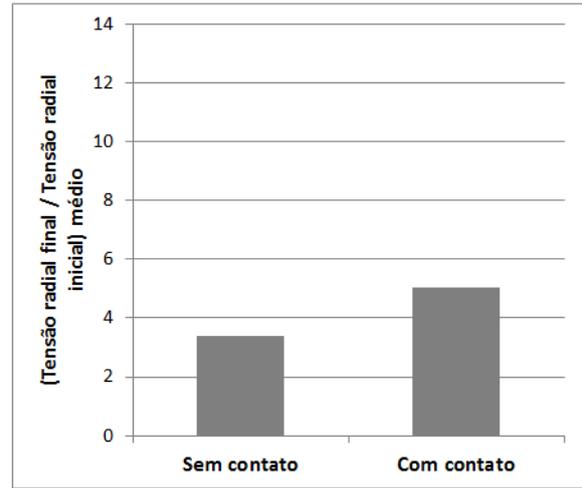
Na Figura 6.29 é possível ver o aumento médio das tensões radiais após a cravação da estaca considerando o efeito do contato do bloco de coroamento com o solo. Na Figura 6.29a e b é possível ver como para os dois valores de comprimento aqui analisados este incremento médio das tensões por efeito do bloco de coroamento é de aproximadamente 100%.



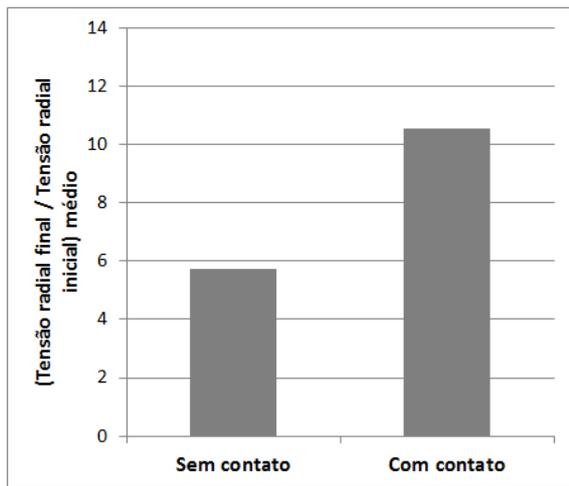
**Figura 6.29. Valor médio ao longo da estaca da tensão radial / tensão radial inicial para modelos com e sem contato do bloco de coroamento com o solo: modelos 1, 2, 3, 4.**



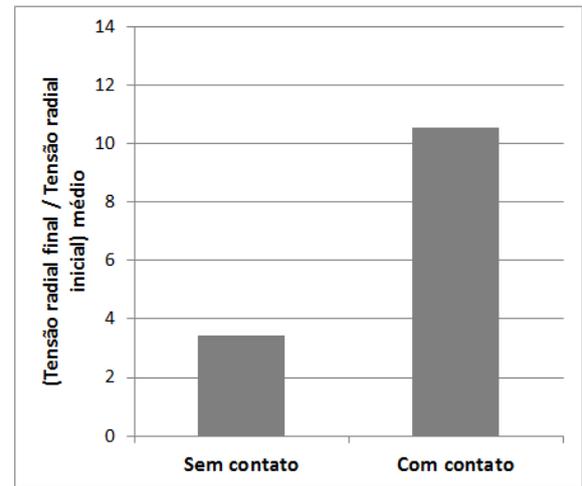
a) Modelo 5 (25-20-1-1.5)



b) Modelo 6 (25-40-1-1.5)



c) Modelo 7 (5-40-8-1.5)



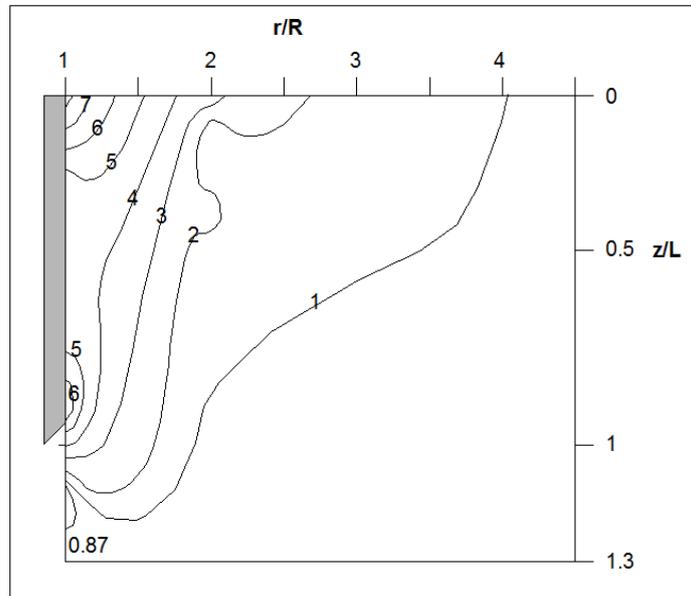
d) Modelo 8 (25-40-8-1.5)

**Figura 6.30. Valor médio ao longo da estaca da tensão radial / tensão radial inicial para modelos com e sem contato do bloco de coroamento com o solo: modelos 5, 6, 7, 8.**

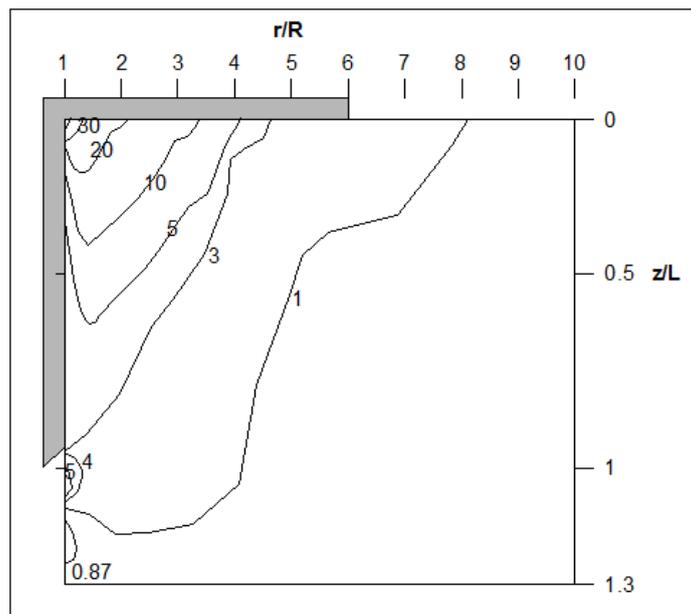
Nas Figura 6.31 e Figura 6.32 são apresentados os isovalores da relação da tensão radial após a cravação da estaca normalizada pela tensão radial inicial ( $\sigma'_{rf}/\sigma'_{ri}$ ). A primeira das figuras apresenta as tensões radiais sem considerar o contato do bloco de coroamento com o solo, já a segunda considera além da cravação a mudança das tensões pelo efeito do contato do bloco de coroamento com o solo. Os dois modelos apresentados nestas figuras são com o menor comprimento aqui analisado ( $L/D=5$ ).

No caso sem considerar o contato do bloco com o solo, pode-se ver que a modificação das tensões radiais chega até  $r/R=4$  na parte superficial, e com a profundidade esta distância vai caindo até um valor perto de 2. Até uma distância vertical de aproximadamente 10% do comprimento da estaca abaixo da ponta as tensões horizontais são alteradas por causa do efeito da cravação. Um pouco mais profundo numa distância vertical relativa de  $z/L=1,1\sim 1,2$

abaixo da ponta da estaca, existem tensões horizontais menores do que as iniciais ( $\sigma'_{rf}/\sigma'_{ri} = 0,87$ ), esta zona é bem localizada. Este fenômeno tem sido confirmado em resultados experimentais e numéricos apresentados por vários autores (White, 2002; Phuong et al., 2014).



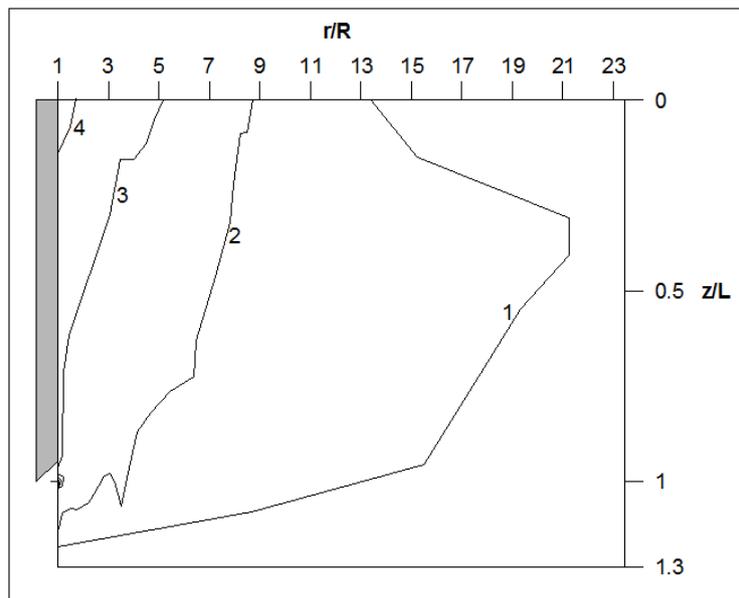
**Figura 6.31. Isovalores de tensões radiais após a instalação da estaca / tensão radial inicial. Sem considerar o bloco de coroamento. Modelo 4 (5-40-1-1.5).**



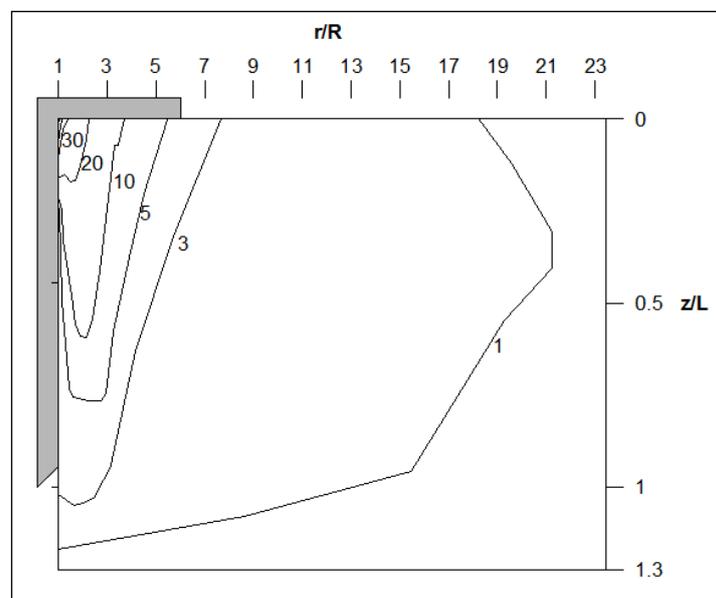
**Figura 6.32. Isovalores de tensões radiais após a instalação da estaca / tensão radial inicial. Considerando o bloco de coroamento. Modelo 1 (5-40-1-3).**

Quando é considerado o contato do bloco de coroamento com o solo, as tensões são modificadas até uma distancia radial de  $r/R=8$ . Existe um aumento das tensões que as vezes não chega até o fuste da estaca e que diminui a uma distância  $r/R=1,5$  do fuste da estaca.

Nas Figura 6.33 e Figura 6.34 são apresentados os isovalores da tensão radial após a cravação da estaca normaliza pela tensão radial inicial ( $\sigma'_{rf}/\sigma'_{ri}$ ), para os modelos com o comprimento maior ( $L/D=25$ ).



**Figura 6.33. Isovalores de tensões radiais após a instalação da estaca / tensão radial inicial. Sem considerar o bloco de coroamento. Modelo 6 (25-40-1-1.5).**



**Figura 6.34. Isovalores de tensões radiais após a instalação da estaca / tensão radial inicial. Sem considerar o bloco de coroamento. Modelo 2 (25-40-1-3).**

A modificação das tensões pelo efeito da cravação neste caso da estaca mais comprida ( $L/D=25$ ) chega até mais longe da estaca no sentido horizontal ( $r/R=21$ ), uma distância relativa aproximadamente 5 vezes superior ao valor da estaca mais curta ( $L/D=5$ ). A modificação das tensões chega até aproximadamente a mesma profundidade abaixo da estaca independentemente do comprimento desta. Isto evidencia que a profundidade a qual chega o efeito da estaca abaixo da ponta desta é mais influenciado pelo diâmetro da estaca.

### 6.3 RESULTADOS DE TENSÕES VERTICAIS APÓS A INSTALAÇÃO DA ESTACA

Em seguida são apresentados os resultados das tensões verticais, num corte horizontal no solo passando pela ponta da estaca, depois que a mesma está completamente cravada.

Da Figura 6.35 à Figura 6.40 é possível observar como as tensões no solo, abaixo da estaca aumentam de forma significativa em relação às tensões iniciais. Estes resultados não consideram o contato do bloco com o solo. Os valores máximos mostrados oscilam entre 6,5 e 9 vezes as tensões iniciais do solo. Este aumento desaparece na medida em que se separa da estaca, sendo nulo a uma distância horizontal aproximada de um diâmetro do seu eixo. Um pouco mais longe da estaca, em uma faixa aproximada entre 1 e 3 diâmetros do eixo da estaca, as tensões são menores que as tensões iniciais em quase todos os casos analisados. Esta diminuição é devido a uma movimentação do solo embaixo da estaca no sentido diagonal, o que provoca uma zona de extensão no sentido vertical que tem sido evidenciada também em ensaios de escala reduzida, como os apresentados na Figura 6.41 obtidos por White (2002).

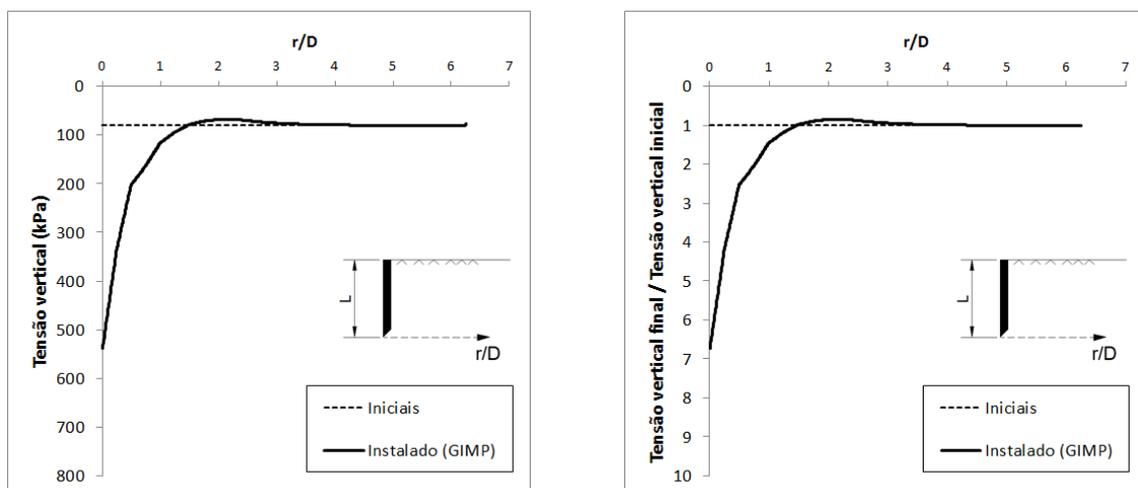


Figura 6.35. Tensões verticais num corte horizontal na ponta da estaca, Modelo 3 (5-20-1-1.5).

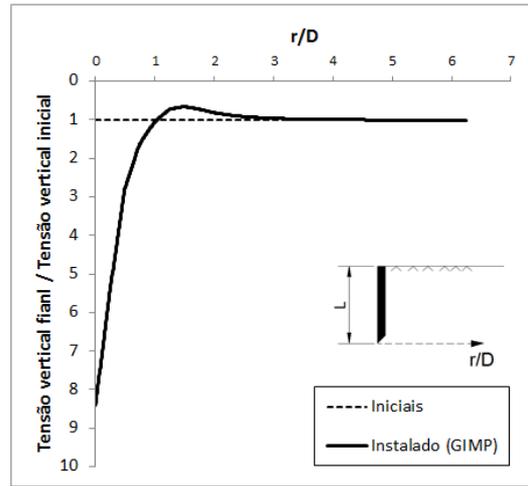
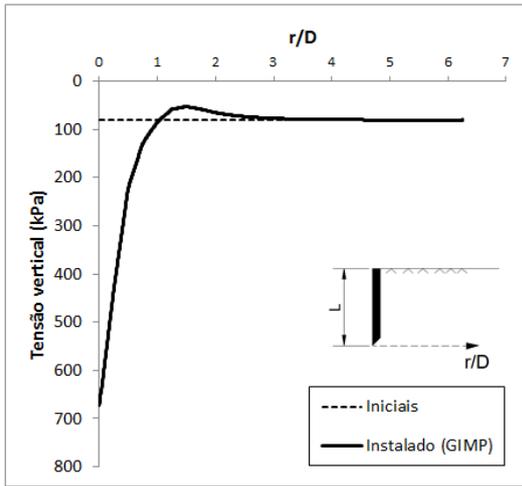


Figura 6.36. Tensões verticais num corte horizontal na ponta da estaca, Modelo 4 (5-40-1-1.5).

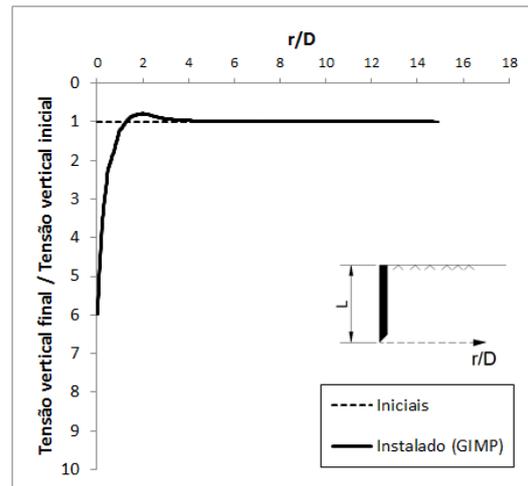
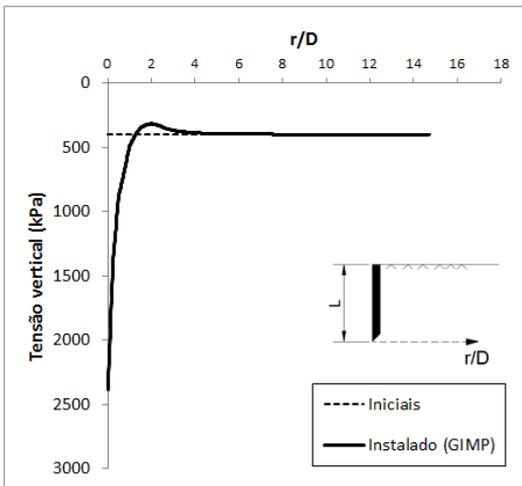


Figura 6.37. Tensões verticais num corte horizontal na ponta da estaca, Modelo 5 (25-20-1-1.5).

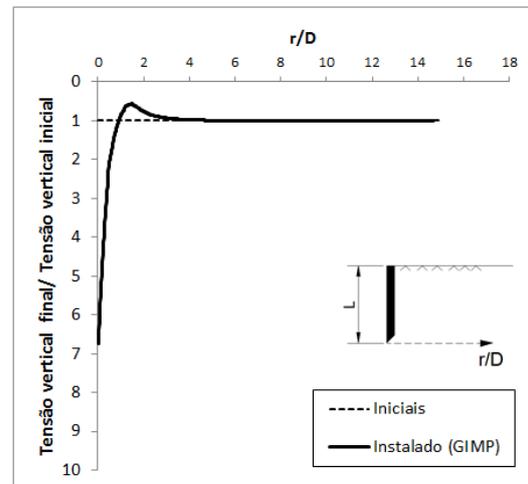
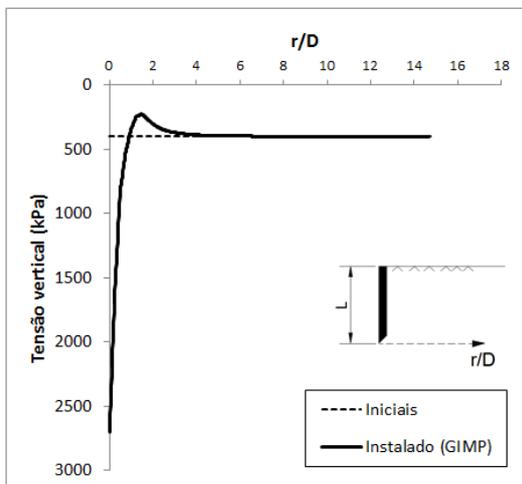


Figura 6.38. Tensões verticais num corte horizontal na ponta da estaca, Modelo 6 (25-40-1-1.5).

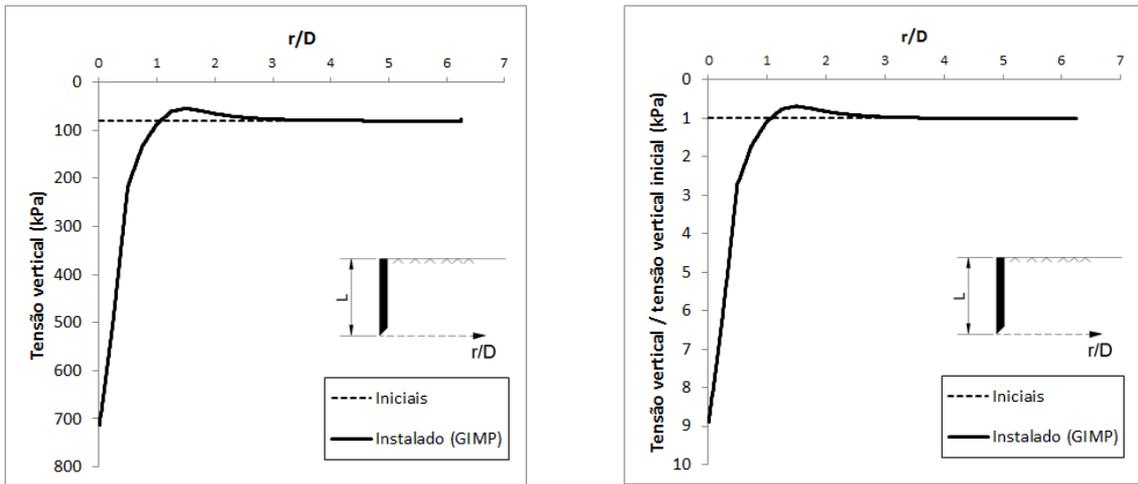


Figura 6.39. Tensões verticais num corte horizontal na ponta da estaca, Modelo 7 (5-40-8-1.5).

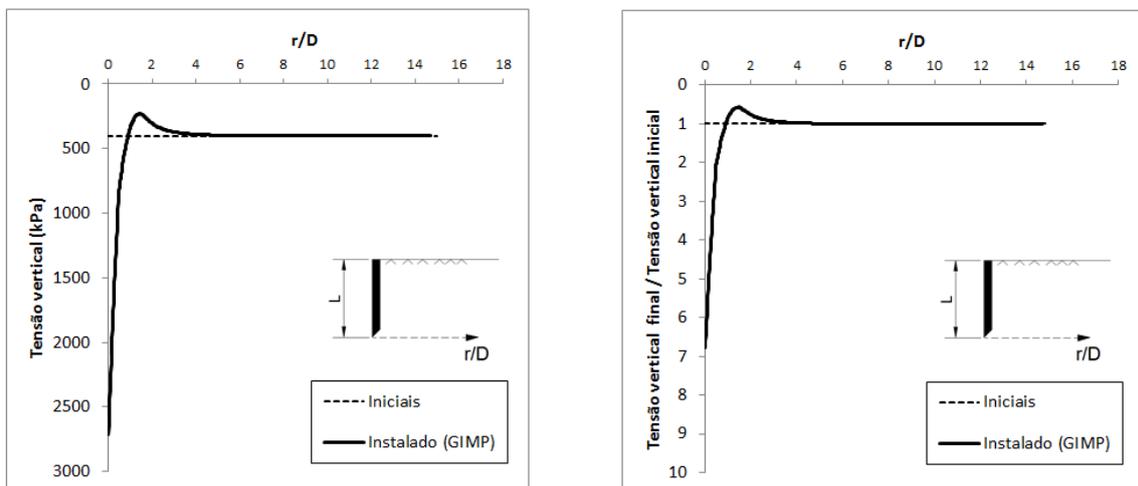


Figura 6.40. Tensões verticais num corte horizontal na ponta da estaca, Modelo 8 (25-40-8-1.5).

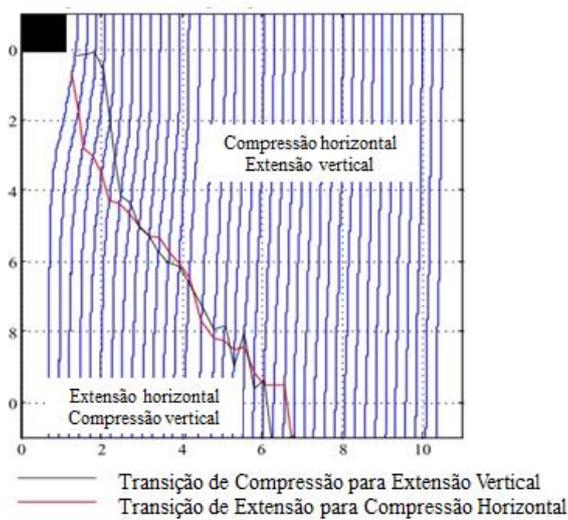
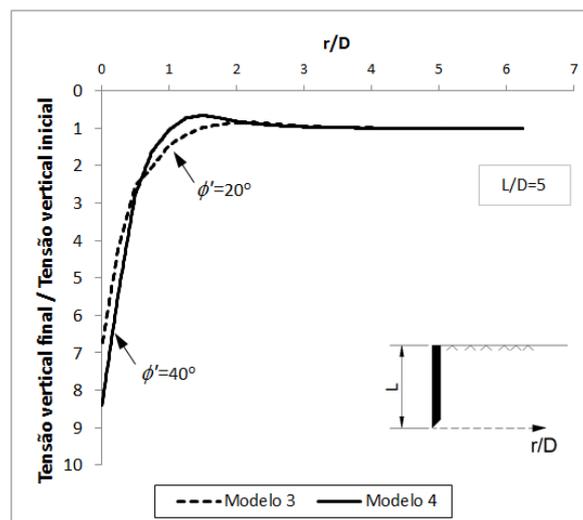


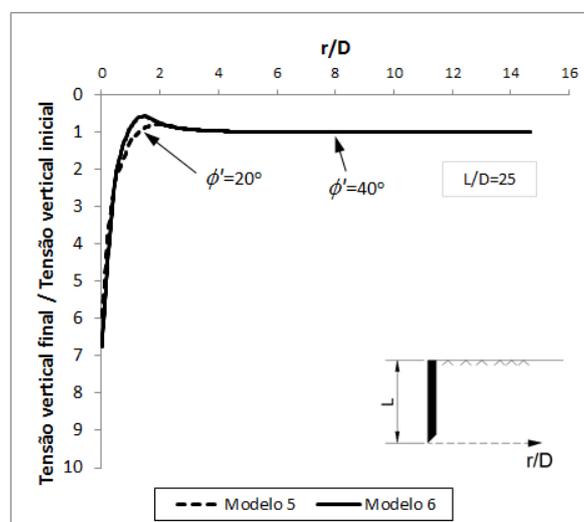
Figura 6.41. Linhas de deformação do solo no entorno da ponta da estaca (White, 2002).

Para se entender melhor como as tensões verticais na profundidade da ponta da estaca são afetadas pela variação dos parâmetros, são apresentados das Figura 6.42 à Figura 6.48 os resultados para dois modelos no quais só se difere um dos parâmetros analisados.

Nas Figura 6.42 e Figura 6.43 é possível perceber que na ponta da estaca e no eixo desta, o aumento das tensões verticais é maior quando o ângulo de atrito interno do solo é maior. Além disso, o fenômeno de diminuição das tensões para as distâncias entre  $1 < r/D < 3$  é mais forte no caso do  $\phi'$  ser maior.



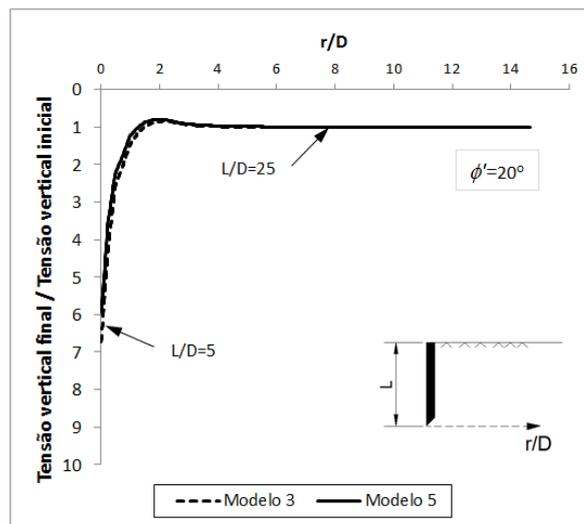
**Figura 6.42.** Tensões verticais normalizadas para o modelo 3 (5-20-1-1.5) e modelo 4 (5-40-1-1.5)



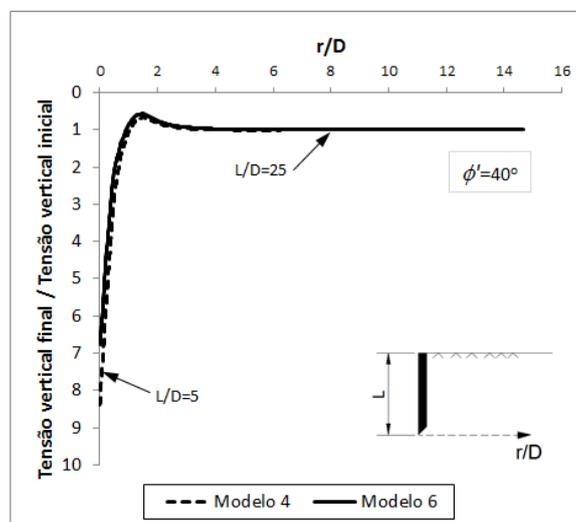
**Figura 6.43.** Tensões verticais normalizadas para o modelo 5 (25-20-1-1.5) e modelo 6 (25-40-1-1.5)

Como pode ser analisado nas Figura 6.44 e Figura 6.45 o comprimento da estaca praticamente só influencia aumentando o valor máximo, mas rapidamente as duas curvas de tensão em relação à tensão inicial ficam muito próximas. Para a estaca mais curta, o aumento das tensões

com a cravação é ligeiramente maior nos dois casos, sendo de aproximadamente 14% a mais do que para a estaca mais longa.

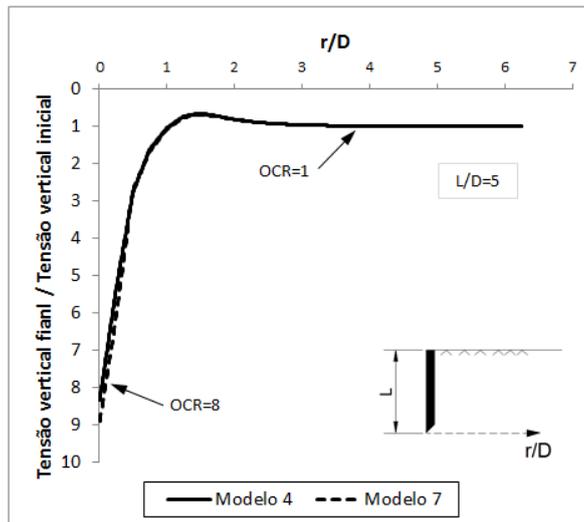


**Figura 6.44.** Tensões verticais normalizadas para o modelo 3 (5-20-1-1.5) e modelo 5 (25-20-1-1.5)



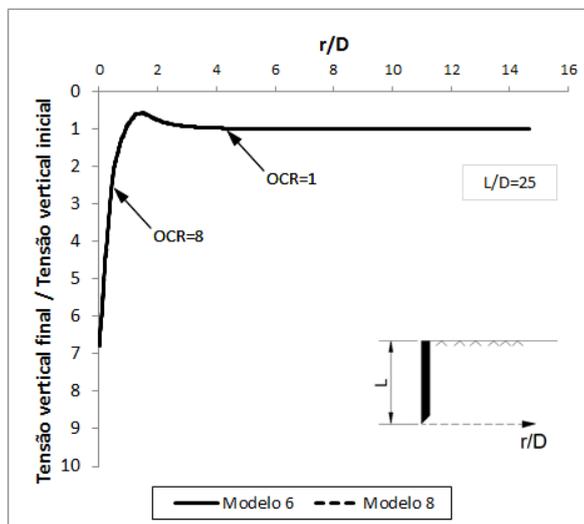
**Figura 6.45.** Tensões verticais normalizadas para o modelo 4 (5-40-1-1.5) e modelo 6 (25-40-1-1.5)

Assim como aconteceu para o caso das tensões horizontais, nas Figura 6.46 e Figura 6.47 pode-se ver a baixa influência da mudança do OCR na modificação das tensões verticais por efeito da cravação.



**Figura 6.46. Tensões verticais normalizadas para o modelo 4 (5-40-1-1.5) e modelo 7 (5-40-8-1.5)**

A Figura 6.48 apresenta a influência do comprimento da estaca na modificação das tensões verticais pelo efeito da cravação desta, sendo neste caso para os modelos com OCR=8. A resposta é muito similar à resposta para o caso do OCR=1 (Figura 6.45).



**Figura 6.47. Tensões verticais normalizadas para o modelo 6 (25-40-1-1.5) e modelo 8 (25-40-8-1.5)**

Nas Figura 6.49 a Figura 6.51 é apresentado o valor médio da tensão vertical, após a cravação, entre  $0 < r/D < 1$  em um corte horizontal no nível da ponta estaca, normalizado pela tensão vertical inicial. Em cada figura são apresentados dois gráficos e em cada gráfico dois modelos nos quais só se varia um dos parâmetros. Desta forma é fácil avaliar a influência dos parâmetros aqui variados nas tensões verticais do solo após a cravação da estaca.

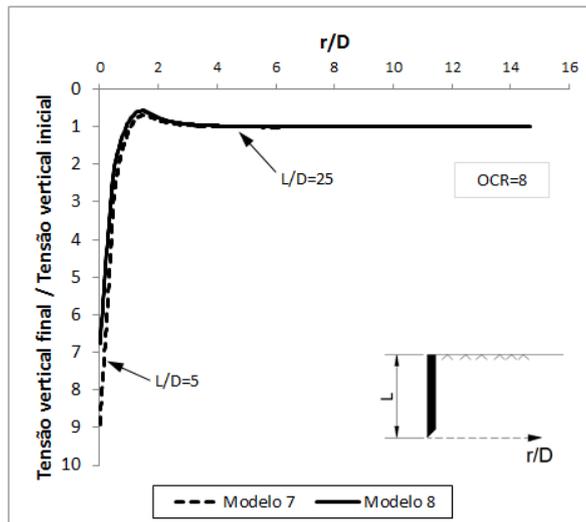


Figura 6.48. Tensões verticais normalizadas para o modelo 7 (5-40-8-1.5) e modelo 8 (25-40-8-1.5)

É possível calcular que a variação média no comprimento da estaca das tensões verticais é de aproximadamente 18% a mais para os modelos com  $\phi'$  maior na estaca mais curta e praticamente não influencia na estaca mais comprida. Para as estacas mais curtas o aumento das tensões verticais é entre 15 e 20% superior que para as estacas mais longas. O valor do OCR, igual que acontece nas tensões horizontais, tem uma baixa influência na modificação das tensões por efeito da cravação.

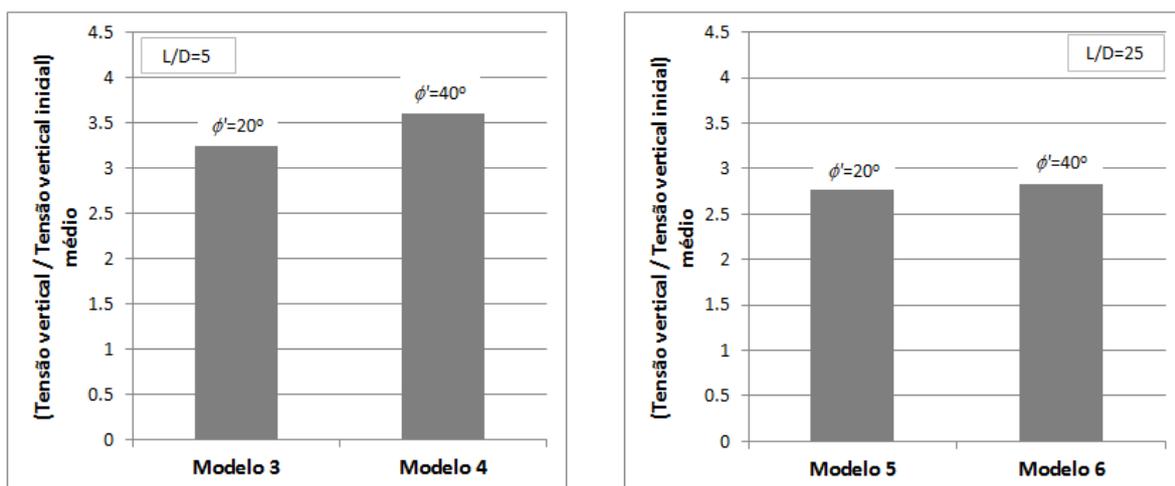


Figura 6.49. Influência do valor do  $\phi'$  na distribuição de tensões verticais após a cravação da estaca considerando os Modelos 3 (5-20-1-1.5) e 4 (5-40-1-1.5) e Modelos 5 (25-20-1-1.5) e 6 (25-40-1-1.5).

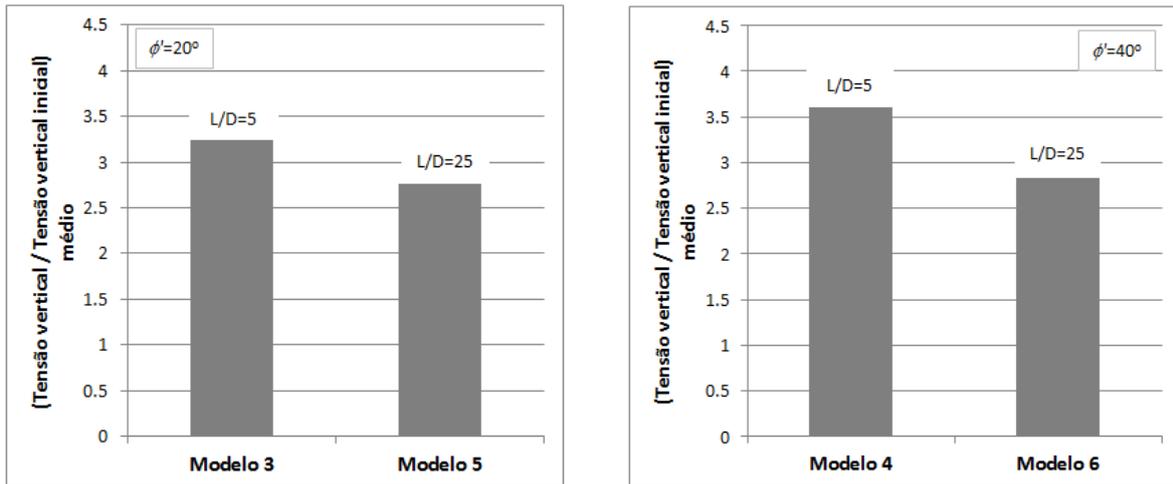


Figura 6.50. Influência do comprimento da estaca (L) na distribuição de tensões verticais após a cravação da estaca considerando os Modelos 3 (5-20-1-1.5) e 5 (25-20-1-1.5) e Modelos 4 (5-40-1-1.5) e 6 (5-40-1-1.5).

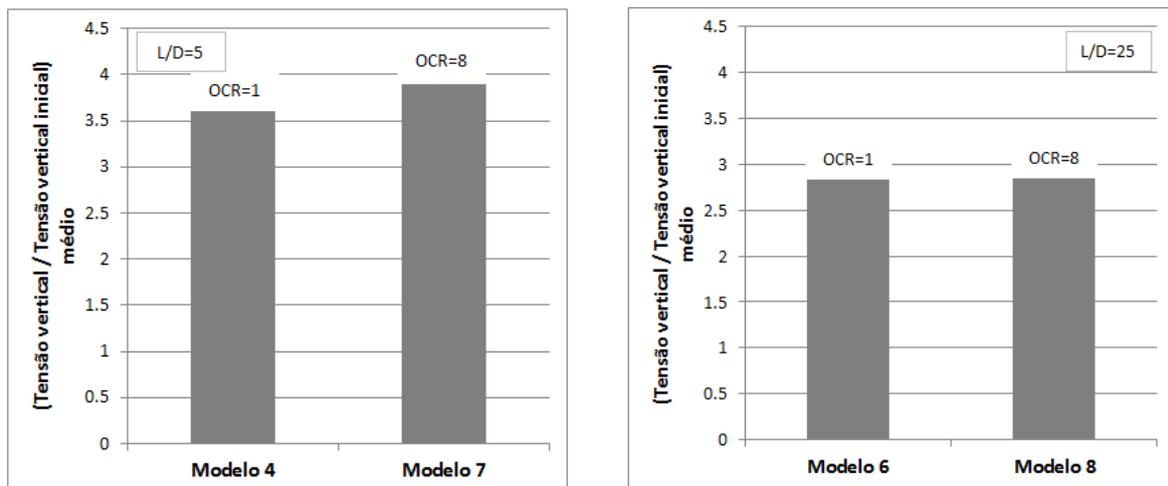


Figura 6.51. Influência do OCR na distribuição de tensões verticais após a cravação da estaca considerando os Modelos 4 (5-40-1-1.5) e 7 (5-40-8-1.5) e Modelos 6 (25-40-1-1.5) e 8 (25-40-8-1.5).

#### 6.4 EFEITO DA INSTALAÇÃO DA ESTACA NA SUA CAPACIDADE DE CARGA VERTICAL

Um dos aspectos mais interessantes para a engenharia de fundações, que pode ser obtido do estudo das distribuições de tensões após a instalação da estaca e no contorno desta, é a avaliação de sua capacidade de carga geotécnica no sentido vertical. Considerando isto, foi analisado para cada modelo a relação entre a capacidade de carga a partir do estado tensional inicial ( $Q_0$ ) e após a instalação da estaca ( $Q$ ), seja pelo atrito do fuste ( $Q_f$ ) ou pela parcela da base ( $Q_p$ ).

A capacidade de carga por fuste (ou atrito lateral) foi calculada utilizando o método de capacidade de carga com a abordagem em tensões efetivas como apresentado nos itens 2.2.1 e

2.2.2 do capítulo 2. Este método utiliza as equações (2.3) e (2.7). Observando estas equações é fácil perceber que, considerando que o coeficiente de atrito entre a estaca e o solo não muda pelo efeito da cravação, a relação entre a capacidade de carga da estaca sem considerar o processo de instalação e considerando-o ( $Q_f/Q_{f0}$ ) depende unicamente das tensões radiais (horizontais) no fuste da estaca. Portanto esta relação se limita a ser a relação das integrais das tensões horizontais ao longo do fuste para os casos em que se considera o processo de cravação, e quando não se considera. As tensões são as tensões geostáticas quando não se considera o processo de cravação da estaca e, quando se considera este processo, são as tensões obtidas utilizando-se o MPM, que já foram devidamente apresentadas nos itens anteriores deste capítulo.

No caso do cálculo da capacidade de carga por ponta seguiu-se o procedimento explicado no item 2.2 do capítulo 2, com a única diferença de que, para o cálculo considerando o efeito de instalação, a tensão média utilizada na equação (2.15) foi a obtida dos modelos numéricos com o MPM.

Na Tabela 6.3 são apresentadas as relações entre a capacidade de carga da estaca sem considerar o processo de instalação e considerando-o, tanto para o fuste ( $Q_f/Q_{f0}$ ) quanto para a ponta ( $Q_p/Q_{p0}$ ), quanto para o valor final  $Q/Q_0$ . Como foi comentado anteriormente, todos os modelos aqui analisados foram estudados com e sem contato do bloco de coroamento com o solo. Os modelos que aparecem com as letras “CC” ao lado do número são aqueles em que a análise foi realizada considerando o contato do bloco de coroamento com o solo e, portanto, o estado tensional após inserção da estaca utilizado considera esse fenômeno. Os modelos com as letras “SC” ao lado se referem à análise desse modelo sem considerar o contato do bloco de coroamento. Os modelos 1 e 2 são a única exceção em isto porque esses modelos sem considerar o contato coincidem com os modelos 4 e 6 respectivamente. Observe-se que o único que muda entre eles é o raio do bloco de coroamento.

Comparando esses valores, é possível verificar que nos modelos com ângulo de atrito interno maior (modelos 4, 6, 7 e 8) o aumento na capacidade de carga é maior, sendo de até o dobro em alguns casos. A diferença de aumento da capacidade de carga por causa da variação do OCR (modelos 4 e 6 comparados com 7 e 8) é praticamente insignificante. Os modelos com estacas mais curtas (modelos 3 e 4 comparados com 5 e 6) tem um aumento maior na

capacidade de carga, com o valor máximo para o caso dos modelos com  $\phi'$  menor, chegando a ser até 60% a mais. Neste último quesito o aumento é mais acentuado no caso da capacidade de carga por fuste.

Para os modelos com contato do bloco é possível identificar como o aumento da capacidade de carga é maior, sendo ainda superior para os que têm blocos de maior tamanho. Para o modelo 4 (5-40-1-1.5) o aumento por efeito do bloco na capacidade de carga de fuste é de 14% e para o modelo 6 (25-40-1-1.5) de 4%. Isto devido ao fato de que o modelo 6 tem uma estaca mais comprida na qual o aumento das tensões radiais foi muito menor que no modelo de estaca curta (ver Figura 6.26). Para os casos dos modelos com o raio do bloco maior, o aumento na capacidade de carga por atrito lateral pelo efeito do bloco é maior, sendo de 18% a mais para os modelos de estaca curta e de 38% para os modelos de estaca mais comprida. É importante esclarecer que no caso dos modelos em que se considera o contato do bloco com o solo, na capacidade de carga se está considerando só o efeito do bloco na capacidade de carga da estaca, mas não a capacidade de carga do bloco em seu contato com o solo.

Em nenhum dos casos estudados o efeito do bloco de coroamento teve influência na capacidade de carga por ponta da estaca, isto pode ser visto nas relações obtidas na Tabela 6.3.

As relações obtidas na Tabela 6.3 podem também ser comparadas com as relações entre as capacidades de carga por fuste e por ponta que se obtém dos métodos de Aoki & Velloso (1975) e Décourt & Quaresma (1978) quando se considera a estaca como cravada ou como escavada ( $Q_f^{cravada}/Q_f^{escavada}$ ). A relação entre a capacidade de carga utilizando estes métodos se considerada uma estaca assente no mesmo solo, para as tipologias de cravada e escavada, foi apresentada no item 2.2.2 do capítulo 2. Segundo o método de Décourt & Quaresma (1978) a relação entre as capacidades de carga de fuste (cravada/escavada) é de 1.18 para argilas e de 2 para areias. Estes valores estão muito perto dos obtidos pelos modelos 5 (25-20-1-1.5) e 6 (25-40-1-1.5) que podem representar os casos de argila e areia respectivamente. Os modelos 3 (5-20-1-1.5) e 4 (5-40-1-1.5) têm um aumento maior na carga por causa do efeito de instalação sendo que estes são mais do que o dobro dos encontrados com os métodos empíricos anteriormente mencionados. Provavelmente nos métodos empíricos não foram levados em consideração estacas com comprimento tão pequeno, que são muito pouco utilizadas na prática.

A Figura 6.52 apresenta de forma gráfica os resultados da Tabela 6.3.

**Tabela 6.3.** Efeito da instalação da estaca na capacidade de carga.

<b>Modelo</b>	$Q_f/Q_{fo}$	$Q_p/Q_{po}$	$Q/Q_0$
1 (5-40-1-3) CC	5,9	5,5	5,5
2 (25-40-1-3) CC	3,8	4,1	4,1
3 (5-20-1-1.5) SC	1,9	4,0	3,8
3 (5-20-1-1.5) CC	2,7	4,0	3,9
4 (5-40-1-1.5) SC	5,0	5,5	5,5
4 (5-40-1-1.5) CC	5,7	5,5	5,5
5 (25-20-1-1.5) SC	1,2	3,6	2,7
5 (25-20-1-1.5) CC	1,8	3,6	3,0
6 (25-40-1-1.5) SC	2,3	4,1	3,7
6 (25-40-1-1.5) CC	2,4	4,1	3,8
7 (5-40-8-1.5) SC	5,2	5,9	5,9
7 (5-40-8-1.5) CC	6,0	5,9	5,9
8 (25-40-8-1.5) SC	2,3	4,2	3,7
8 (25-40-8-1.5) CC	2,9	4,2	3,9

SC: Sem considerar o contato do bloco de coroamento com o solo.  
 CC: Considerando o contato do bloco de coroamento com o solo.

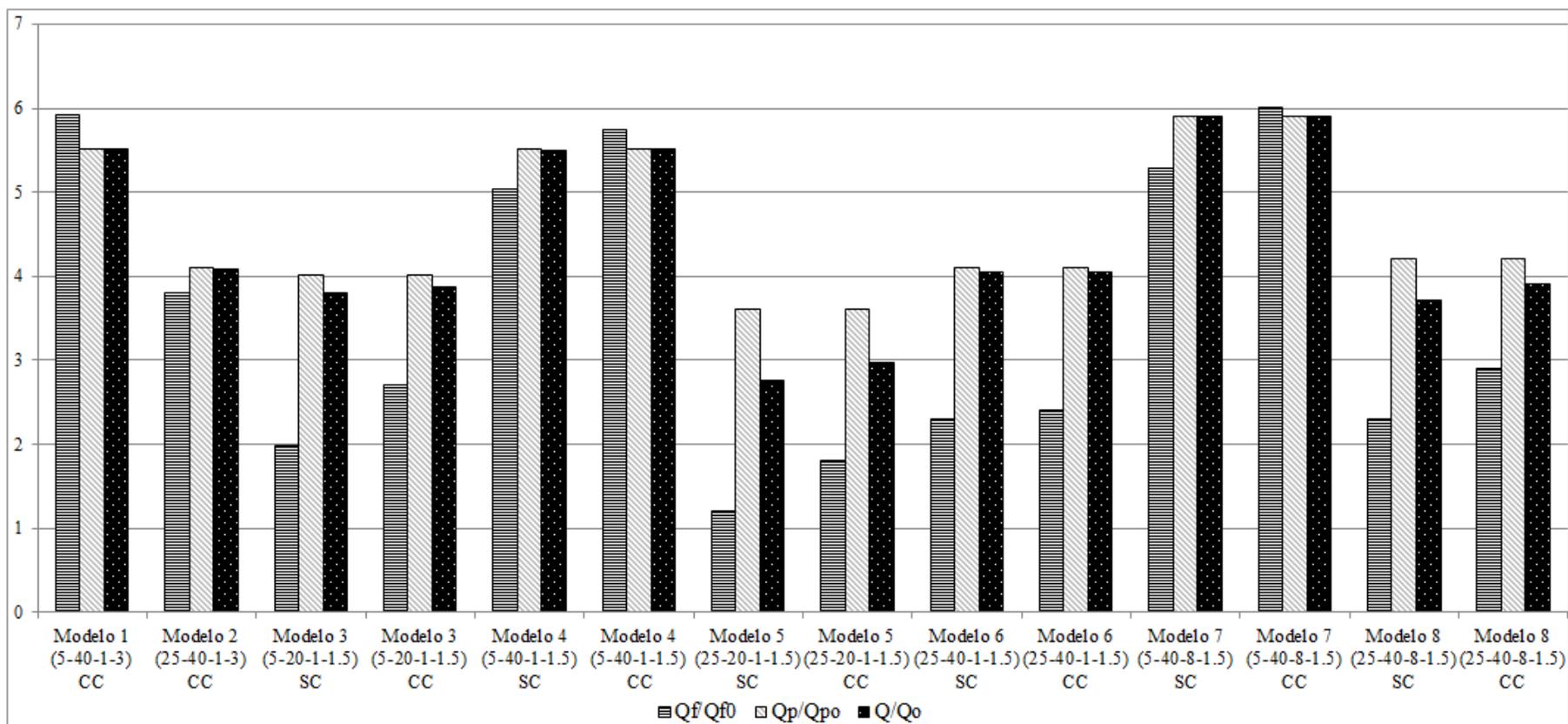


Figura 6.52. Relação de capacidades de carga

No caso da capacidade de carga por ponta os resultados obtidos nos modelos são muito superiores aos valores obtidos pelos métodos empíricos. Os métodos de Aoki & Velloso (1975) e Décourt & Quaresma (1978) coincidem no sentido de que a relação de carga por ponta entre a condição cravada pela escavada é de 2. Isto poderia ser explicado devido ao fato das pontas das estacas nos modelos serem diferentes das analisadas pelos métodos empíricos, ou porque existem mecanismos mais complexos que não são considerados pelo método de cálculo utilizado para determinar a capacidade de carga por ponta, especialmente no cálculo do fator de capacidade de carga  $N_q$  que ainda hoje continua sendo discutido. Entretanto, o valor empírico também é sujeito a dúvidas pelo restrito número de estacas ensaiadas no banco de dados e certamente pela clareza da decomposição de carga (fuste/ponta) dos ensaios experimentais.

## 6.5 RECOMENDAÇÕES PRÁTICAS E OBSERVAÇÕES PARA PROJETOS EM ESTACA CRAVADAS

Do ponto de vista prático para o projeto de fundações algumas conclusões generalizadas são obtidas das análises numéricas aqui realizadas, conforme se ressaltam nos pontos a seguir:

- Em solos arenosos é mais eficiente, do ponto de vista de comportamento mecânico, cravar estacas curtas, isto evita que seja acentuado o efeito de “fadiga por atrito” que diminui o valor do atrito lateral para uma profundidade fixa, na medida em que a estaca é cravada em profundidades maiores;
- Em solos com valor de  $\phi'$  elevado, o ganho na capacidade de carga pelo efeito da instalação da estaca é alto, portanto neste tipo de solo é importante considerar o efeito de instalação para dimensionar fundações mais econômicas;
- A contribuição do bloco de coroamento na capacidade de carga da estaca não deve ser desprezada já que o contato do bloco com o solo produz um aumento nas tensões horizontais ao redor da estaca em profundidades relativas de até 30% de seu comprimento, e, portanto aumentando consideravelmente a capacidade de carga por fuste da estaca.
- As tensões horizontais no fuste da estaca, após a cravação desta, e considerando o efeito do bloco são em média aproximadamente 11,5 vezes o valor das tensões iniciais geostáticas para as estacas mais curtas ( $L/D=5$ ) e 6,0 vezes para as estacas mais longas aqui analisadas ( $L/D=25$ ).

- As tensões verticais na ponta da estaca e após a cravação desta são em média aproximadamente 3,4 vezes o valor das tensões iniciais geostáticas para as estacas mais curtas ( $L/D=5$ ) e 2,7 vezes para as estacas mais longas ( $L/D=25$ ).
- Para as estacas comumente utilizadas, quando cravadas em areias secas, pode ser utilizado um coeficiente de empuxo horizontal conservador de  $K = 2K_0$  para o cálculo das tensões horizontais após a cravação da estaca.
- As tensões verticais abaixo da ponta da estaca são alteradas por causa da cravação até uma profundidade de  $\sim 5D$ . As tensões horizontais são maiores que as iniciais numa zona embaixo da ponta da estaca de  $\sim 2D$ , diminuindo drasticamente até valores menores que as iniciais numa distancia de entre  $\sim 2,5D$  e  $5D$ .
- Para estacas compridas ( $L \sim 20m$ ), por causa da cravação da estaca os efeitos nas tensões horizontais podem chegar até uma distância radial de  $r/D=10$  na superfície do solo. Esta distância radial vai diminuindo com a profundidade. As tensões horizontais chegam ao dobro das iniciais para uma distancia horizontal a partir do eixo da estaca de  $r/D=4$ . Esse fenômeno pode ter importância em estacas vizinhas para os espaçamentos comumente empregados.
- Quando além da cravação da estaca é considerado também o contato do bloco de coroamento com o solo as tensões horizontais são o dobro das iniciais na zona superficial para uma distância radial medida a partir do eixo da estaca de  $r/D=6$ .

## 6.6 RESUMO

Este capítulo apresentou os resultados de uma análise paramétrica, que avaliou as respostas das tensões horizontais, verticais, e a capacidade de carga por fuste e por ponta para vários comprimentos de estaca, relações entre raio do bloco de coroamento e raio da estaca, e distintas características mecânicas do solo como o ângulo de atrito e o OCR. Para estas análises utilizou-se do modelo constitutivo SCC apresentado em itens anteriores deste trabalho.

Em função da análise paramétrica algumas conclusões puderam ser ilustradas, como a de que ao se considerar o processo de instalação da estaca se podem conseguir grandes vantagens para o melhor conhecimento da distribuição de tensões no solo. Este fato é importante não só para a estaca, mas também para estacas vizinhas e para o grupo de estacas ou radier estaqueado; é mais importante considerar o fenômeno da cravação da estaca nos casos de

solos com ângulos de atrito maiores; já o valor do OCR do solo não influencia de forma significativa no processo de instalação; além disto, o aumento nas tensões horizontais e verticais é maior em estacas curtas.

As distribuições de tensões horizontais geradas após a cravação da estaca, obtidas pela modelagem numérica, foram comparadas com as obtidas com as expressões empíricas de Randolph et al. (1994) e Jardine et al. (2005) tendo em geral um comportamento similar, mas se diferenciando nos valores obtidos ao nível da ponta da estaca.

Ficou evidente que o contato do bloco com o solo, após a cravação da estaca, gera um aumento nas tensões horizontais e verticais. Este aumento só tende a alterar a capacidade de carga por fuste já que a variação das tensões não chegou a uma profundidade perto da ponta da estaca para os casos analisados.

Compararam-se as variações da capacidade de carga pelo efeito da instalação da estaca obtidas pelo MPM, com a relação entre a capacidade de carga de uma estaca cravada e uma escavada, utilizando-se para isto dos métodos empíricos de Décourt & Quaresma (1978) e de Aoki & Velloso (1975). A relação para a capacidade de carga por fuste foi razoavelmente parecida, porém para a capacidade de carga por ponta, o MPM gerou um aumento muito maior em função da instalação.

## 7 CONCLUSÕES E SUGESTÕES

Avanços nos estudos experimentais do processo de instalação de estacas têm evidenciado o que já era previsto ou interpretado pelos engenheiros geotécnicos a partir dos resultados de provas de carga, como a grande influência do processo de execução da estaca no comportamento da mesma. Desde os primeiros estudos teóricos nesse sentido, que começaram com o método de expansão de cavidade (CEM) até agora, muitas pesquisas têm sido desenvolvidas, e novas comprovações da importância de se considerar os efeitos da instalação nas análises de fundações profundas têm cada vez mais se tornando evidentes.

O desenvolvimento de novos métodos numéricos que permitem simular problemas mais complexos, com grandes deformações e distorções, aliado à existência de computadores mais potentes, têm permitido que estes fenômenos sejam estudados a partir de formulações que ajudam a prever o comportamento dos materiais e dos elementos geotécnicos.

A utilização do Método do Ponto Material (MPM) se apresentou como uma ferramenta útil para resolver o problema da instalação da estaca. O código *NairnMPM* desenvolvido a partir da utilização do MPM, foi modificado para capacitá-lo a resolver problemas com materiais com comportamento mecânico tenso-deformacional como o solo. Para isto, foram implementados os modelos constitutivos Cam Clay Modificado (MCC) proposto por Roscoe & Burland (1968) e o Subloading Cam Clay (SCC) por Pedroso (2006). Apresentaram-se validações das implementações destes dois modelos que mostraram o sucesso da nova implementação. O modelo SCC mostrou as vantagens já citadas pelo autor em relação à transição do comportamento elástico para elastoplástico, e o comportamento diferenciado em relação a tração e compressão triaxial e o carregamento cíclico.

Várias análises de um problema elástico simples permitiram entender a melhor forma de discretizar o meio contínuo utilizando o MPM, concluindo-se que a forma mais eficiente é a utilização de malhas finas com poucas partículas por célula. Por fim, realizou-se uma análise paramétrica do processo de instalação de uma estaca utilizando o MPM e o modelo SCC, para se avaliar a influência de algumas relações geométricas e parâmetros mecânicos no fenômeno subsequente ao cravamento de uma estaca.

As principais conclusões obtidas destas análises são:

- O efeito de instalação de estacas é mais acentuado nos casos de solos com ângulo de atrito interno maior;
- O grau de pré-adensamento não tem uma influência significativa nos resultados de variação de tensões horizontais, tensões verticais e capacidade de carga por efeito da instalação da estaca;
- Nas estacas analisadas, os efeitos da instalação são mais evidentes nas mais curtas.
- Com a estaca completamente instalada, acontece uma movimentação do solo ao redor de sua ponta que provoca uma diminuição das tensões horizontais embaixo da ponta, e uma diminuição das tensões verticais no mesmo nível da ponta da estaca, a uma distância na horizontal de aproximadamente um diâmetro.
- As variações de tensões tanto horizontais quanto verticais ao redor da estaca por causa da cravação desta se notam até uma distância radial de  $4D$  segundo as análises aqui realizadas.
- O efeito do bloco de coroamento nas tensões horizontais no fuste da estaca se apresentou até profundidades de 18-34% do comprimento da estaca.

As expressões propostas por Randolph et al. (1994) e Jardine et al. (2005) são fáceis de ser utilizadas e foram contrastadas com as análises aqui realizadas, obtendo-se valores similares até a profundidade da ponta da estaca, onde o MPM dá valores superiores.

A relação entre a capacidade de carga para uma estaca escavada e uma estaca cravada, apresentadas pelos métodos de Aoki & Velloso (1975) e Decourt & Quaresma (1978), foi contrastada com as obtidas neste trabalho, considerando a relação entre a capacidade calculada no estado tensional inicial e após a instalação. Os resultados para a capacidade de carga por fuste foram similares, no entanto para a capacidade de carga por ponta a relação obtida pelo modelo é bem maior.

Por fim, as simulações do processo de execução de estacas de deslocamento realizadas servem para demonstrar a importância de se considerar os efeitos de instalação destas. A consideração destes fenômenos nas análises numéricas podem ser úteis, por exemplo, nos casos de simulações de fundações complexas ou com várias estacas ou em sistemas radier estaqueado, nos quais os métodos analíticos ou empíricos não podem ser utilizados.

## 7.1 SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS

Dentre os aspectos não abordados neste trabalho alguns são destacados como temas para pesquisas futuras. Alguns dos temas propostos estão associados às dificuldades encontradas durante o andamento do presente trabalho, enquanto que outros têm por intuito suprir algumas falhas relacionadas à modelagem constitutiva e numérica. As sugestões para novos trabalhos são:

- Implementar no código numérico o problema de fluxo em meio poroso para conseguir simular a geração de poropressões. Isto permitiria considerar o efeito de geração de poropressões no entorno da estaca que aparece em estacas cravadas em solo argiloso e o posterior adensamento do solo.
- Realizar as análises apresentadas no capítulo de análise paramétrica considerando os efeitos das poropressões, o que pode capturar o fenômeno que aparece em estacas cravadas em argilas da eventual modificação da capacidade de carga com o tempo por causa da consolidação do solo.
- Avaliar a influência do efeito da instalação de estacas em estacas vizinhas, simulando nos estudos tanto as estacas vizinhas como o bloco de coroamento das mesmas. Estas análises só exigem uma capacidade computacional maior, visto que o código atual tem a capacidade para fazer estas análises, mas, os tempos de cálculo com os computadores disponíveis são ainda neste momento impraticáveis.
- Estudar os efeitos da instalação de estacas na rigidez desta e com isto realizar uma análise da mudança dos deslocamentos por efeito da instalação.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abaqus. (2003). Analysis of geotechnical problems with abaqus USA, pp. 451.
- Alonso, E.E., Josa, A. & Gens, A. (1990). A constitutive model for partially saturated soils. *Géotechnique*, 40(3): 405–430.
- Aoki, N. & Velloso, D.A. (1975). An approximate method to estimate the bearing capacity of piles. *Congreso Panamericano de Mecánica de Suelos y Cimentaciones PASSMFE*, Buenos Aires, 367–376.
- Atkinson, J. & Bransby, P.L. (1982). *The Mechanics of Soils. An introduction to Critical State Soil Mechanics*. McGraw-Hill, Berkshire.
- Baligh, M.M. (1986). Strain path method. *J. Geotech. Eng.*, 111: 1108–1136.
- Bardenhagen, S.G., Brackbill, J.U. & Sulsky, D. (2000). The material-point method for granular materials. *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 187(3-4): 529–541.
- Bardenhagen, S.G., Guilkey, J.E., Roessig, K.M., Brackbill, J.U. & Witzel, W.M. (2001). An improved contact algorithm for the material point method and application to stress propagation in granular material. *Comput. Model. Eng. Sci.*, 2(4): 509–522.
- Bardenhagen, S.G. & Kober, E.M. (2004). The generalized interpolation material point method. *Tech Sci. Press*, 5(6): 477–495.
- Bardenhagen, S.G., Nairn, J.A. & Lu, H. (2011). Simulation of dynamic fracture with the material point method using a mixed j-integral and cohesive law approach. *Int. J. Fract.*, 170(1): 49–66.
- Berezantzev, V.C., Khristoforov, V. & Golubkov, V. (1961). Load bearing capacity and deformation of piled foundations. *Proceedings of 5th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Paris, 11–15.
- Beuth, L. (2012). *Formulation and Application of a Quasi-Static Material Point Method*. PhD. Thesis, University of Stuttgart.
- Beuth, L., Benz, T. & Vermeer, P.A. (2007). Large deformation analysis using a quasi-static material point method. *Computer Methods in Mechanics*, Lodz-Spala, 1–6.
- Bolaños, C.M. (2013). *Estudo do comportamento mecânico e numérico de grupo de estacas do tipo Alluvial Anker em solo poroso do Distrito Federal*. Teses de Doutorado, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília.
- Bolton, M.D. (1986). The strength and dilatancy of sands. *Géotechnique*, 36(1): 65–78.
- Brannon, R.M., Kamojjala, K. & Sadeghirad, A. (2011). Establishing credibility of particle methods through verification testing. *II International Conference on Particle-Based Methods - Fundamentals and Applications*, Barcelona, 1–12.
- Burland, J.B. (1973). Shaft friction of piles in clay—a simple fundamental approach. *Gr. Eng.*, 6: 30–42.
- Buzzi, O., Pedroso, D.M. & Giacomini, A. (2008). Caveats on the implementation of the generalized material point method. *Tech Sci. Press*, 31(2): 85–106.
- Carter, J.P. & Booker, J.R. (1987). Cavity expansion in cohesive frictional soils. *Géotechnique*, 2(3): 349–358.
- Carter, J.P., Desai, C.S., Potts, D.M., Schweiger, H.F. & Sloan, S.W. (2000). *Computing and computer modelling in geotechnical engineering*. GeoEng2000, Melbourne, 96.
- Coetzee, C.J. (2004). *The Modelling of Granular Flow Using the Particle-in-Cell Method*. PhD. Thesis, University of Stellenbosch.
- Coetzee, C.J., Vermeer, P.A. & Basson, A.H. (2005). The modelling of anchors using the material point method. *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, 29(9): 879–895.

- Crisfield, M.A. (2000). *Non Linear Finite Element Analysis of Solids and Structures. Non Linear Finite Elem. Anal. Solids Struct.*, John Wiley & Sons, London.
- CTE. (2006). *Código Técnico de la Edificación*. Ministerio de Fomento, Madrid.
- Décourt, L. & Quaresma, A.R. (1978). Capacidade de carga de estacas a partir de valores de spt. *Congresso Brasileiro de Mecânica de Solos e Fundações*, São Paulo, 215–224.
- Dijkstra, J., Broere, W. & Heeres, O.M. (2011). Numerical simulation of pile installation. *Comput. Geotech.*, 38(5): 612–622.
- Doherty, P. & Gavin, K. (2011). The shaft capacity of displacement piles in clay: a state of the art review. *Geotech. Geol. Eng.*, 29(4): 389–410.
- Duncan, J.M., Wright, S.G. & Brandon, T.L. (2014). *Soil Strength and Slope Stability*. Wiley, New Jersey.
- Farias, M.M., Nakai, T., Shahin, H.M., Pedroso, D.M., Passos, P.G.O. & Hinokio, M. (2005). Ground densification due to sand compaction piles. *Soils Found.*, 45(2): 167–180.
- Farias, M.M., Pedroso, D.M. & Nakai, T. (2009). Automatic substepping integration of the subloading *tij* model with stress path dependent hardening. *Comput. Geotech.*, 36(4): 537–548.
- Fleming, K., Weltman, A. & Randolph, M.F. (2009). *Piling Engineering*. Third Edit. London.
- Fung, Y.C. (1965). *Foundations of Solid Mechanics*. Prentice-H. Prentice-Hall, Inc., New Jersey.
- Gadala, M.S. & Wang, J. (2000). Computational implementation of stress integration in fe analysis of elasto-plastic large deformation problems. *Finite Elem. Anal. Des.*, 35(4): 379–396.
- Gallego-Herrera, H.D. (2012). *Análise do Comportamento de Rejeito de Mineração Durante a Construção de um Aterro Experimental*. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília.
- Gens, A. & Potts, D.M. (1988). Modelos elasto-plasticos de estado critico para análisis numerico de problemas geotecnicos. i-formulasción básica y principales modificaciones. *Rev. Int. Métodos numéricos para Cálculo y diseño en Ing.*, 4(4): 497–522.
- Gue, S.S. (1984). *Ground Heave Around Driven Piles in Clay*. PhD. Thesis, University of Oxford.
- Hashiguchi, K. & Ueno, M. (1977). Elastoplastic constitutive laws of soils. 9th ICSMF Special Session 9, Tokyo, 73–82.
- Henke, S. (2010). Influence of pile installation on adjacent structures. *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, 34(2010): 1191–1210.
- Henke, S. & Grabe, J. (2008). Numerical investigation of soil plugging inside open-ended piles with respect to the installation method. *Acta Geotech.*, 3(3): 215–223.
- Huy, N.Q. (2008). *Rapid load testing of piles in sand Effects of loading rate and excess pore pressure*. PhD., Delft University of Technology.
- Ionescu, I., Guilkey, J.E., Berzins, M., Kirby, R. & Weiss, J. (2006). Simulation of soft tissue failure using the material point method. *J. Biomech. Eng.*, 128(6): 917–24.
- Jaky, J. (1944). The coefficient of earth pressure at rest. *J. Soc. Hung. Eng. Arch.*, : 355–358.
- Janda, T., Cunha, R.P., Kuklík, P. & Miranda, G. (2009). Three dimensional finite element analysis and back-analysis of cfa standard pile groups and piled rafts founded on tropical soil. *Soils Rock*, 31(3): 16.
- Jardine, R.J., Chow, F., Overy, R. & Standing, J. (2005). *ICP Design Methods for Driven Piles in Sands and Clays*. Thomas Telford Publishing, London.
- Jardine, R.J., Zhu, B.T., Foray, P.Y. & Yang, Z.X. (2013). Measurement of stresses around closed-ended displacement piles in sand. *Géotechnique*, 63(8): 1–17.

- Kulhawy, F.H. & Mayne, P.W. (1990). *Manual on Estimating Soil Properties for Foundation Design*.
- Lehane, B.M. (1992). *Experimental Investigations of Pile Behaviour Using Instrumented Field Piles*. University of London.
- Lehane, B.M. & Gill, D.R. (2004). Displacement fields induced by penetrometer installation in an artificial soil. *Int. J. Phys. Model. Geotech.*, 4(1): 25–36.
- Lehane, B.M. & Jardine, R.J. (1994). Displacement pile behaviour in glacial clay. *Can. Geotech. J.*, 31: 79–90.
- Lemiale, V., Nairn, J.A. & Hurman, A. (2010). Material point method simulation of equal channel angular pressing involving large plastic strain and contact through sharp corners. *Tech Sci. Press*, 70(1): 41–66.
- Liu, M.D. & Carter, J.P. (2006). A structured cam clay model. *Can. Geotech. J.*, 1332(2002): 1313–1332.
- Llano-Serna, M.A. (2012). *Aplicações do Método do Ponto Material (MPM) a Problemas Geotécnicos*. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília.
- Lorenzo, R., Cordão Neto, M.P. & Cunha, R.P. (2012). Validación de un código numérico basado en el método del punto material usando problemas geotécnicos. 16 Convención Científica de Ingeniería y Arquitectura, . MES, La Habana, 1–12.
- Lorenzo, R., Cunha, R.P. & Cordão Neto, M.P. (2013). Material point method for geotechnical problems involving large deformation. III International Conference in Particles-Based Methods, Stuttgart, 12.
- Lorenzo, R., Cunha, R.P. & Cordão Neto, M.P. (2014). Simulation of cyclic oedometric compression test with the material point method and the subloading cam clay model. 11th World Congress on Computational Mechanics (WCCM XI), Barcelona, 1–11.
- Mandolini, A. (2003). Design of piled raft foundations : practice and development. 4th Int. Geotechnical Seminar on Deep Foundation on Bored and Auger Piles, . MillPress, Rotterdam, 59–80.
- Manzanal, D. (2008). *Modelo constitutivo basado en la Teoría de la Plasticidad Generalizada con la incorporación de parámetros de estado para arenas saturadas y no saturadas*. Tesis de Doctorado. Departamento de Ingeniería y Morfología del Terreno, <http://oa.upm.es/1088/>, Universidad Politécnica de Madrid.
- Mast, C.M., Mackenzie-Helnwein, P., Arduino, P., Miller, G.R. & Shin, K.W. (2012). Mitigating kinematic locking in the material point method. *J. Comput. Phys.*, 231(16): 5351–5373.
- Matsuoka, H. & Nakai, T. (1985). Relationship among tresca, mises, mohr-coulomb and matsuoka-nakai failure criteria. *Soils Found.*, 25(4): 123–128.
- Mccabe, B.A. & Lehane, B.M. (2003). Stress changes associated with driving pile groups in clayey silt. *Proceedings XIII ECSMGE, Praga, 2*, 271–276.
- Nairn, J.A. (2003). Material point method calculations with explicit cracks. *Comput. Model. Eng. Sci.*, 4(6): 649–663.
- Nairn, J.A. (2006). Numerical simulations of transverse compression and densification in wood. *Wood Fiber Sci.*, 38(4): 576–591.
- Nairn, J.A. (2011). Source code and documentation for nairnmpm code for material point calculations. <http://oregonstate.edu/~nairnj/>.
- Nairn, J.A. (2013). *Material Models Used in NairnMPM and NairnFEA*.
- Nakai, T. (2013). *Constitutive Modeling of Geomaterials*. Taylor & F. CRC Press, Boca Raton.

- Nakai, T. & Hinokio, M. (2004). A simple elastoplastic model for normally and over consolidated soils with unified material parameters. *Soils Found.*, 44(2): 53–70.
- Nazem, M., Carter, J.P., Sheng, D. & Sloan, S.W. (2009). Alternative stress-integration schemes for large-deformation problems of solid mechanics. *Finite Elem. Anal. Des.*, 45(12): 934–943.
- Nazem, M., Sheng, D. & Carter, J.P. (2006). Stress integration and mesh refinement for large deformation in geomechanics. *Int. J. Numer. Methods Eng.*, 65(7): 1002–1027.
- Nazem, M., Sheng, D., Carter, J.P. & Sloan, S.W. (2008). Arbitrary lagrangian – eulerian method for large-strain consolidation problems. *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, 32: 1023–1050.
- Oñate, E., Idelsohn, S.R., Celigueta, A.M., Rossi, R., Marti, J. & Carbonell, J.M. (2010). Advances in the particle finite element method ( PFEM ) for solving coupled problems in engineering. *ReCALL*,.
- Pedroso, D.M. (2002). Modelos Elastoplásticos para Solos Argilosos: Capacidade de Previsão de Comportamento e Integração da Relação Constitutiva. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília.
- Pedroso, D.M. (2006). Representação Matemática do Comportamento Mecânico Cíclico de Solos Saturados e Não Saturados. Teses de Doutorado, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília.
- Phuong, N.T. V., van Tol, A.F., Elkadi, A.S.K. & Rohe, A. (2014). Modelling of pile installation using the material point method (mpm). *Numerical Methods in Geotechnical Engineering*, . Taylor & Francis, Delft, 271–276.
- Potts, D.M. & Gens, A. (1985). A critical assessment of methods of correcting for drift from the yield surface in elasto-plastic finite element analysis. *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, 9: 149–159.
- Potts, D.M. & Zdravkovic, L. (1999). Some pitfalls when using modified cam clay. *Processdings from COST C7 Workshop*, Thessaloniki, 14.
- Poulos, H.G. & Davis, E.H. (1974). *Elastic Solutions for Soils and Rocks*. John Wiley & Sons, Sidney.
- Poulos, H.G. & Davis, E.H. (1980). *Pile Foundation Analysis and Design*. Rainbow-Bridge Book Co.
- Radoslaw, L. & Michalowski, F. (2005). Coefficient of earth pressure at rest. *J. Geotech. Geoenvironmental Eng.*, 131(11): 1429–1433.
- Randolph, M.F. (1994). Design methods for pile groups and piled raft. *XIII ICSMFE*, New Delhi, 20.
- Randolph, M.F. (2003). Science and empiricism in pile foundation design. *Géotechnique*, 53(10): 847–875.
- Randolph, M.F., Carter, J.P. & Wroth, C.P. (1979). Driven piles in clay-the effects of installation and subsequent effects consolidation. *Géotechnique*, 29(4): 361–393.
- Randolph, M.F., Dolwin, J. & Beck, R. (1994). Design of driven piles in sand. *Géotechnique*, 44(3): 427–448.
- Randolph, M.F. & Wroth, C.P. (1979). An analytical solution for the consolidation around a driven pile. *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, 3: 217–229.
- Roscoe & Burland. (1968). On the generalised stress-strain behaviour of “wet clay.” *Eng. Plast.*, : 535–609.
- Sadeghirad, A., Brannon, R.M. & Burghardt, J. (2011a). A convected particle domain interpolation technique to extend applicability of the material point method for problems involving massive deformations. *Int. J. Numer. Methods Eng.*, 86(12): 1435–1456.

- Sadeghirad, A., Brannon, R.M. & Guilkey, J.E. (2011b). Enriched convected particle domain interpolation (cpdi) method for analyzing weak discontinuities. II International Conference on Particle-Based Methods - Fundamentals and Applications, 1–12.
- Sagaseta, C. (1987). Analysis of undrained soil deformation due to ground loss. *Géotechnique*, 37(3): 301–320.
- Sagaseta, C. & Whittle, A.J. (2001). Prediction of ground movements due to pile driving in clay. *J. Geotech. Geoenvironmental Eng.*, 127(1): 55–66.
- Sagaseta, C., Whittle, A.J. & Santagata, M. (1997). Deformation analysis of shallow penetration. *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, 21(January): 687–719.
- Schofield, A. & Wroth, P. (1968). *Critical State Soil Mechanics*. Wiley, Cambridge.
- Sheng, D., Eigenbrod, K.D. & Wriggers, P. (2005). Finite element analysis of pile installation using large-slip frictional contact. *Comput. Geotech.*, 32(1): 17–26.
- Sheng, D., Nazem, M. & Carter, J.P. (2009). Some computational aspects for solving deep penetration problems in geomechanics. *Comput. Mech.*, 44(4): 549–561.
- Sheng, D. & Sloan, S.W. (2001). Load stepping schemes for critical state models. *Int. J. Numer. Methods Eng.*, 50: 67–93.
- Sheng, D., Sloan, S.W. & Yu, H.S. (2000). Aspects of finite element implementation of critical state models. *Comput. Mech.*, 26(2): 185–196.
- Sheng, D., Yamamoto, H. & Wriggers, P. (2008). Finite element analysis of enlarged end piles using frictional contact. *Soils Found.*, 48(1): 1–14.
- Shin, K.W. (2009). Numerical simulation of landslides and debris flows using an enhanced material point method. University of Washington.
- Slatter, J.W. (2000). *The Fundamental Behaviour of Displacement Screw Piling Augers*. Monash University.
- Solowski, W.T. & Sloan, S.W. (2015). Evaluation of material point method for use in geotechnics. *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, 39: 685–701.
- Sulsky, D., Chen, Z. & Schreyer, H.L. (1994). A particle method for history-dependent materials. *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 118(1): 179–196.
- Sulsky, D. & Kaul, A. (2004). Implicit dynamics in the material-point method. *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 193(12-14): 1137–1170.
- Sulsky, D. & Schreyer, H.L. (1996). Axisymmetric form of the material point method with applications to upsetting and Taylor impact problems. *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 139: 409–429.
- Sulsky, D., Zhou, S.-J. & Schreyer, H.L. (1995). Application of a particle-in-cell method to solid mechanics. *Comput. Phys. Commun.*, 87(1-2): 236–252.
- Tomlinson, M. & Woodward, J. (2008). *Pile Design and Construction Practice*. 5th. edn. Taylor & Francis, London.
- Vaid, Y.P. & Sasitharan, S. (1993). The strength and dilatancy of sand. *Can. Geotech. J.*, 29(3): 522–526.
- Vatsala, A., Nova, R. & Srinivasa Murthy, B.R. (2001). Elastoplastic model for cemented soils. *J. Geotech. Geoenvironmental Eng.*, 127: 679–687.
- Wallstedt, P.C. & Guilkey, J.E. (2008). An evaluation of explicit time integration schemes for use with the generalized interpolation material point method. *J. Comput. Phys.*, 227(22): 9628–9642.
- Wheeler, S.J., Näätänen, A., Karstunen, M. & Lojander, M. (2003). An anisotropic elastoplastic model for soft clays. *Can. Geotech. J.*, 40: 403–418.

- White, D.J. (2002). An investigation into the behaviour of pressed-in piles. Doctor Philosophy Teses. Churchill College, University of Cambridge.
- White, D.J. & Lehane, B.M. (2004). Friction fatigue on displacement piles in sand. *Géotechnique*, 54(10): 645–658.
- Wood, D.M. (2004). *Geotechnical modelling*. E & FN Spo. London.
- Xu, X. (2007). Investigation of the end bearing performance of displacement piles in sand. University of Western Australia.
- Xu, X., Liu, H. & Lehane, B.M. (2006). Pipe pile installation effects in soft clay. *Geotech. Eng.*, 159(GE4): 285–296.
- Yang, J., Tham, L.G., Lee, P.K.K., Chan, S.T. & Yu, F. (2006). Behaviour of jacked and driven piles in sandy soil. *Géotechnique*, 56(4): 245–259.
- Yang, Z.X., Jardine, R.J., Zhu, B.T., Foray, P. & Tsuha, C.H.C. (2010). Sand grain crushing and interface shearing during displacement pile installation in sand. *Géotechnique*, 60(6): 469–482.
- Yang, Z.X., Jardine, R.J., Zhu, B.T. & Rimoy, S. (2013). The stresses developed round displacement piles penetrating in sand. *J. Geotech. Geoenvironmental Eng.*, 29: 1–42.
- Yang, Z.X., Jardine, R.J., Zhu, B.T. & Rimoy, S.P. (2014). Stresses developed around displacement piles penetration in sand. *J. Geotech. Geoenvironmental Eng.*, 140(3): 1–13.
- Zabala, F. (2010). Modelación de problemas geotécnicos hidromecánicos utilizando el método del punto material. Universidad Politécnica de Catalunya.
- Zdravkovic, L. & Carter, J.P. (2008). Contributions to géotechnique 1948–2008: constitutive and numerical modelling. *Géotechnique*, 58(5): 405–412.
- Zhang, D.Z., Ma, X. & Giguere, P.T. (2011). Material point method enhanced by modified gradient of shape function. *J. Comput. Phys.*, 230(16): 6379–6398.
- Zhang, L.M. & Wang, H. (2009). Field study of construction effects in jacked and driven steel h-piles. *Géotechnique*, 59(1): 63–69.
- Zhang, Z. & Wang, Y. (2014). Examining setup mechanisms of driven piles in sand using laboratory model pile tests. *J. Geotech. Geoenvironmental Eng.*, 141(2015): 1–12.