

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**

**ANÁLISE DE FLUXO MULTIFÁSICO EM  
MEIOS POROSOS**

**ALEXIS ANDRÉ DIDIER CHRISTOPHE WILK**

**ORIENTADOR: MANOEL PORFÍRIO CORDÃO NETO,  
DSc.**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM GEOTECNIA**

**PUBLICAÇÃO: G.DM-252/2015**

**BRASÍLIA/DF: 27 de Março 2015**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**  
**FACULDADE DE TECNOLOGIA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**

**ANÁLISE DE FLUXO MULTIFÁSICO EM MEIOS  
POROSOS**

**ALEXIS ANDRÉ DIDIER CHRISTOPHE WILK**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE  
ENGENHARIA CIVIL DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE  
DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE  
MESTRE.**

APROVADA POR:

---

Manoel Porfírio Cordão Neto, DSc. (ORIENTADOR)

---

Márcio Muniz de Farias, DSc (Universidade de Brasília) (EXAMINADOR INTERNO)

---

Igor Fernandes Gomes, DSc (Universidade Federal de Pernambuco) (EXAMINADOR EXTERNO)

DATA: BRASÍLIA/DF, 27 do Março de 2015.

## **FICHA CATALOGRÁFICA**

ALEXIS ANDRE DIDIER CHRISTOPHE WILK

ANÁLISE DE FLUXO MULTIFÁSICO EM MEIOS POROSOS [Distrito Federal]  
2015

xviii, 91 p., 210x297 mm (ENC/FT/UnB, Mestre, Geotecnia, 2015)

Dissertação de Mestrado - Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.  
Departamento de Engenharia Civil

- |                                     |                      |
|-------------------------------------|----------------------|
| 1. reservatório de petróleo         | 2. fluxo multifásico |
| 3. coeficiente de compressibilidade | 4. curva de retenção |
| I. ENC/FT/UnB                       | II. Título (série)   |

## **REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA**

WILK, A.A.D.C. (2015). Análise de fluxo multifásico em meios porosos. Dissertação de Mestrado, Publicação G.DM-252/2015, Departamento de Engenharia Civil, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 91 p.

## **CESSÃO DE DIREITOS**

NOME DO AUTOR: Alexis André Didier Christophe WILK

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO: Análise de fluxo multifásico em meios porosos.

GRAU / ANO: Mestre / 2015

É concedida à Universidade de Brasília a permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

---

Alexis Andre Didier Christophe Wilk

CLN 215 Bloco C Apartamento 115 Asa Norte

70874-530 – Brasília/DF - Brasil

# DEDICATÓRIA

*À minha mulher,*

*Isadora Cunha Vasconcelos*

# AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar quero agradecer à pessoa mais importante, minha mulher, Isadora Cunha Vasconcelos que me faz rir, viver e amar todos os dias. Sem ela não estaria aqui e não iria conseguir esse mestrado.

Em segundo gostaria de agradecer minha mãe, Colette Wilk, a pessoa que fez quem eu sou e que sempre me ajudou a alcançar todos os desafios da vida.

Gostaria também de agradecer à minha sogra, Marília Coelho Cunha, que me aceitou na casa dela como um filho.

Eu gostaria de agradecer meus irmãos Gregory e Nicolas assim como meu pai Jacky. Com eles, é sempre legal de estar junto.

Eu gostaria de agradecer meu orientador, Manoel Porfírio Cordão Neto, que me ajudou bastante para terminar esse mestrado.

Queria agradecer todos os colombianos que foram presentes no meu mestrado, Felipe, Carolina e Johana. Sem eles, eu nunca iria aprender espanhol.

Gostaria agradecer à Geotecnia que é um lugar excepcional para poder estudar e desenvolver suas pesquisas.

Gostaria agradecer meus amigos daqui e de lá: Lara, David, Izabella, Rodrigo, Renato, Jeffrey, Alban...etc,

# RESUMO

O petróleo tem papel fundamental no funcionamento da matriz energética mundial, representando cerca 30% do total de energia consumida. Por consequência, melhorar o desempenho da produção de óleo é um problema de relevância econômica e estratégica. Desta forma, neste trabalho será realizado um estudo teórico sobre fluxo multifásico em meios poroso com objetivo de aplicar posteriormente o conhecimento adquirido na simulação do processo de produção de petróleo e gás. Inicialmente um estudo teórico sobre petróleo e fluxo multifásico foi realizado. Em seguida as formulações necessárias foram apresentadas, e para o caso trifásico uma formulação alternativa, se baseando no bifásico, foi apresentada. Além disso, um estudo sobre as respostas de produção e o fluxo multifásico no interior de um reservatório também foi apresentado. Optou-se por utilizar a ferramenta numérica FlexPDE, devido a sua versatilidade e simplicidade. Foram realizadas simulações de fluxo bifásico sem troca de matéria entre si (água e óleo) e trifásico sem troca de matéria entre si (água, óleo e gás). Um estudo paramétrico sobre a influência da curva de pressão capilar e da compressibilidade dos fluidos foi realizado. Além disso, foram realizadas simulações considerando que o reservatório possuía diferentes valores de saturações iniciais de cada uma das fases. Em todos os resultados foram analisadas as pressões, os graus de saturação e as vazões no poço produtor. De uma forma geral, os resultados demonstraram a importância de se conhecer melhor parâmetros como a compressibilidade de cada fase, curva de pressão capilar do sólido e os valores de saturações iniciais das fases. Além disso, foi possível observar a redução, devido à variações dos parâmetros, na vazão do poço produtor, a queda de pressão de óleo no reservatório e redução do valor de saturação inicial de óleo armazenado. Finalmente, pode-se concluir que apesar de simples, a ferramenta FlexPDE pode ser utilizada na simulação de fluxo multifásico de reservatórios de petróleo.

Palavras chaves: reservatório de petróleo, fluxo multifásico, coeficiente de compressibilidade, curva de retenção.

# ABSTRACT

The oil has major role in the functioning of the global energy mix, accounting for about 30% of total energy consumed. Consequently, improving the performance of oil production is an issue of economic and strategic importance. Thus, this work will be a theoretical study on multiphase flow in porous media in order to subsequently apply the knowledge acquired in the simulation of oil and gas production process. Initially a theoretical study on oil and multiphase flow was conducted. Then the necessary formulations were made, and the three-phase case an alternative formulation, the relying biphasic, it was presented. In addition, a study of responses and the production of multiphase flow within a reservoir is also presented. It is choosing to use the numerical tool FlexPDE, due to its versatility and simplicity. Two-phase flow simulations were performed without exchange of matter among themselves (water and oil) and three-phase without exchange of matter among themselves (water, oil and gas). A parametric study of the influence of the capillary pressure curve and compressibility of the fluids was conducted. In addition, simulations were performed considering that the reservoir had different values of initial saturation of each of the phases. In all the results were analyzed pressures, the degree of saturation, and flows in production well. In general, the results demonstrated the importance of knowing the parameters such as the compressibility of each phase, the solid capillary pressure curve and saturation values of the initial phases. Moreover, it was possible to observe a reduction due to variations of the parameters in the flow of the production, the oil pressure drop in the reservoir and a reduction of the initial saturation value stored oil. Finally, it can be concluded that though simple, the FlexPDE tool can be used in multiphase flow simulation of oil reservoirs.

Key words: oil reservoir, multiphase flow, compressibility coefficient, retention curve.

# INDÍCE

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1	CONTEXTO.....	1
1.2	MOTIVAÇÃO .....	2
1.3	OBJETIVOS.....	3
<b>2</b>	<b>PRODUÇÃO DE PETRÓLEO .....</b>	<b>4</b>
2.1	PROSPECÇÃO DE PETRÓLEO .....	5
2.1.1	<i>Método sísmico</i> .....	5
2.1.2	<i>Método potencial</i> .....	7
2.2	RECUPERAÇÃO DO PETRÓLEO .....	8
2.2.1	<i>Recuperação primária</i> .....	8
2.2.2	<i>Recuperação secundária convencional</i> .....	11
2.2.3	<i>Recuperação secundária especial</i> .....	12
<b>3</b>	<b>MODELO MATEMÁTICO DO FLUXO EM MEIO POROSO.....</b>	<b>17</b>
3.1	PROPRIEDADES DO MEIO. ....	17
3.2	PERMEABILIDADE DA ROCHA E PERMEABILIDADE RELATIVA.....	26
3.3	DENSIDADE E VISCOSIDADE DO FLUIDO .....	31
3.4	COEFICIENTE DE COMPRESSIBILIDADE.....	32
3.5	MEIO MULTIFÁSICO .....	33
3.6	“BLACK-OIL”.....	34
<b>4</b>	<b>FORMULAÇÃO MATEMÁTICA PARA A DESCRIÇÃO DO PROBLEMA .....</b>	<b>38</b>
4.1	PRINCÍPIOS BÁSICOS .....	38
4.1.1	<i>As condições iniciais e de contorno</i> .....	38
4.1.2	<i>As equações</i> .....	39
4.2	MODELO DE FLUXO BIFÁSICO (ÁGUA, ÓLEO) .....	41
4.2.1	<i>Equações comuns às duas representações</i> .....	41
4.2.2	<i>Modelagem das pressões</i> .....	44
4.2.3	<i>Modelagem mista</i> .....	45
4.2.4	<i>Descrição do reservatório</i> .....	46

4.2.4.1	Reservatório .....	46
4.2.4.2	Valor dos parâmetros .....	47
4.2.5	<i>Pressão capilar</i> .....	48
4.2.6	<i>Permeabilidade relativa</i> .....	50
4.2.7	<i>Condições iniciais</i> .....	50
4.2.8	<i>Condições de contorno</i> .....	51
4.2.9	<i>Ferramenta utilizada – FLEXPDE</i> .....	53
4.2.9.1	Descrição da ferramenta .....	53
4.2.9.2	Script.....	53
4.2.10	<i>Resultados</i> .....	56
4.2.11	<i>Limitações das modelagens</i> .....	58
4.2.12	<i>Análise paramétrica</i> .....	59
4.2.12.1	Influência da curva de pressão capilar .....	59
4.2.12.2	Modelagem e resultados .....	60
4.2.13	<i>Influência de coeficiente de compressibilidade</i> .....	62
4.2.14	<i>Modelagem de fluxo bifásico de uma produção primária</i> .....	64
4.3	MODELO PARA UM MEIO TRIFÁSICO .....	66
4.3.1	<i>Geometria, parâmetros e equações básicas</i> .....	66
4.3.2	<i>Equações diferenciais de um fluxo trifásico</i> .....	69
4.3.3	<i>Curvas de pressão capilar</i> .....	72
4.3.4	<i>Permeabilidades relativas</i> .....	73
4.3.5	<i>Condições de contorno e condições iniciais</i> .....	74
4.3.6	<i>Modelagem no FlexPDE</i> .....	75
4.3.7	<i>Resultados</i> .....	78
4.3.7.1	Modelagem com três pressões. ....	78
4.3.7.2	Influência dos teores da água e do gás no início .....	80
4.3.7.3	Influência de coeficiente de compressibilidade .....	81
4.3.8	<i>Modelo de um fluxo trifásico de uma produção primária</i> .....	83
5	<b>CONCLUSÃO</b> .....	<b>88</b>
6	<b>BIBLIOGRAFIA</b> .....	<b>90</b>

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1– Consumo final de energia por fonte: 2012 (MME, 2012).....	1
Figura 2.1 – Apresentação de um reservatório de petróleo .....	4
Figura 2.2 – Modelo representando a aquisição sísmica (Figueiredo, 2007). .....	6
Figura 2.3 – Traço sísmico (esquerda), linha sísmica (centro) e volume sísmico (direita) (Figueiredo, 2007). .....	7
Figura 2.4 – Mapa Bouguer da Bacia do Recôncavo (USP, 2013). .....	7
Figura 2.5 – Recuperação do petróleo (Rodrigues, 2014). .....	8
Figura 2.6 – Recuperação primária por mecanismo de capa de gás (modificada Almeida, 2004). .....	10
Figura 2.7 – Recuperação primária por mecanismo de influxo de água (modificada Almeida, 2004).....	10
Figura 2.8 – Método convencional de recuperação secundária por injeção de água (modificada Almeida, 2004). .....	11
Figura 2.9 – Método convencional de recuperação secundária por injeção de gás (modificada Almeida, 2004).....	12
Figura 2.10 – Método térmico de recuperação secundária por métodos especiais (modificada Almeida, 2004).....	13
Figura 2.11 – Método miscível de recuperação secundária (modificada Almeida, 2004).....	14
Figura 2.12 – Método químico de recuperação secundária (modificada Almeida, 2004).....	15
Figura 2.13 – Gráfico de recuperação em função do tempo (Gomes, 2009).....	16
Figura 3.1 – Volume elementar de um meio poroso (Szymkiewicz, 2013). .....	17
Figura 3.2 – Variação da porosidade em função da escala (Gomes, 2009).....	18
Figura 3.3 – Propriedades geométricas da capilaridade: (a) tubo capilar, (b) raio de curvatura principal (Bastian, 1999). .....	20
Figura 3.4 – Ciclo de secagem (a) e umedecimento (b) (Gomes, 2009). .....	21
Figura 3.5 – Curva da umidade em função da saturação – Representação de uma histerese (Szymkiewicz, 2013). .....	23
Figura 3.6 – Variação da pressão capilar ( $p_c$ ) em função da saturação efetiva ( $S_{ew}$ ) conforme a formula de Brook Corey (esquerda) e van Genutchen(esquerda) (Szymkiewicz, 2013).....	25

Figura 3.7 – Gráfico da permeabilidade relativa com a equação de Brook-Corey em função da saturação efetiva e da pressão capilar (Szymkiewicz, 2013).....	28
Figura 3.8 – Gráficos da permeabilidade relativa com a equação de van Genutchen em função da saturação efetiva e da pressão capilar (Szymkiewicz, 2013). 29	
Figura 3.9 – Diagrama ternário trifásico das permeabilidades relativas pelo fluido trifásico (Chen et al, 2006).....	30
Figura 3.10 – Diagrama de fases do petróleo (Azziz e Settari, 1979). ....	34
Figura 3.11 – Fatores volume-formação do óleo e do gás (NUPPEG, 2014). ...	35
Figura 3.12 – Razão de solubilidade (NUPPEG, 2014). ....	36
Figura 3.13 – Produção de óleo (NUPPEG, 2014).....	36
Figura 4.1 – Representação planta? do reservatório.....	47
Figura 4.2 – Curva de retenção.....	49
Figura 4.3 – Gráfico da curva de retenção com a fórmula de van Genutchen....	50
Figura 4.4 – Variáveis e definições dos parâmetros no Flexpde. ....	54
Figura 4.5– Condições iniciais, equações e geometria acoplada com as condições de contorno. ....	55
Figura 4.6 – Tempo total da experiência/intervalo de cálculo e representação gráfica. ....	56
Figura 4.7 – Pressões de água em função do tempo. ....	57
Figura 4.8 – Pressões de óleo em função do tempo.....	58
Figura 4.9 – Saturação da água.....	58
Figura 4.10 – Curva de retenção em função do parâmetro $n_g$ .....	60
Figura 4.11 – Curvas de vazão em função do parâmetro $n_g$ .....	61
Figura 4.12 – Curva de vazão em função do módulo de elasticidade do óleo....	62
Figura 4.13 – Curva de vazão em função do módulo de elasticidade da água. ...	63
Figura 4.14 – Vazão de óleo no poço produtor para modelagem bifásica. ....	65
Figura 4.15 – Pressão de uma modelagem bifásica.....	65
Figura 4.16 – Saturação de uma modelagem bifásica. ....	66
Figura 4.17 – Representação planta do reservatório.....	67
Figura 4.18 – Representação das curvas de retenção.....	73
Figura 4.19— Variáveis e definições dos parâmetros no Flexpde.....	76
Figura 4.20 – Condições iniciais/equações e geometria acoplada com as condições de contorno. ....	77

Figura 4.21 – Tempo total da experiência/intervalo de cálculo e representação gráfica. ....	78
Figura 4.22 – Pressão e saturação da água em função do tempo. ....	79
Figura 4.23 – Pressão do gás e do óleo em função do tempo. ....	79
Figura 4.24 – Variação da vazão em função dos teores de gás e de água. ....	81
Figura 4.25 – Comparação da vazão em função do coeficiente de compressibilidade $K_o$ . ....	82
Figura 4.26 – Comparação da vazão em função do coeficiente de compressibilidade $K_w$ . ....	83
Figura 4.27 – Vazão de uma modelagem primária. ....	85
Figura 4.28 – Pressões de uma modelagem primária. ....	85
Figura 4.29 – Saturação de uma modelagem primária. ....	86

## LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1– Valores dos parâmetros de van Genutchen por diferentes meio (Szymkiewicz, 2013).....	24
Tabela 3.2 – Valores dos parâmetros pelas equações de Burdine e Mualem (Szymkiewicz, 2013).....	27
Tabela 4.1 – Vazão total em função do parâmetro $n_g$ . .....	62
Tabela 4.2 – Vazão total em função do módulo de elasticidade do óleo.....	62
Tabela 4.3 – Vazão total em função do módulo de elasticidade da água. ....	63
Tabela 4.4 – Valores das pressões iniciais.....	80
Tabela 4.5 – Volume total extraído em função da teor de gás e de água. ....	81
Tabela 4.6– Variação da vazão máxima em função do módulo de elasticidade $K_o$ . .....	82
Tabela 4.7 – Variação da vazão máxima em função do módulo de elasticidade $K_w$ . .....	83

## LISTA DE SÍMBOLOS

$\vec{\nabla}$	Gradiente
$\beta$	Coefficiente isotérmico de compressibilidade da água
$\beta_g$	Parâmetro de cálculo da permeabilidade relativa de óleo em função da fase de gás
$\beta_w$	Parâmetro de cálculo da permeabilidade relativa de óleo em função da fase de gás
$\varepsilon_v$	Deformação volumétrica
$\theta_\alpha$	Fração de volume da fase $\alpha$
$\theta_{ra}$	Volume de ar residual
$\theta_{rw}$	Volume de água residual
$\mu_\alpha$	Viscosidade da fase $\alpha$
$\mu_g$	Viscosidade do gás
$\mu_o$	Viscosidade do óleo
$\mu_w$	Viscosidade da água
$\rho_\alpha$	Densidade da fase $\alpha$
$\rho_g$	Densidade do gás
$\rho_o$	Densidade do óleo
$\rho_o^{\text{ref}}$	Densidade de referência do óleo
$\rho_w$	Densidade da água
$\rho_w^{\text{ref}}$	Densidade de referência da água

$\sigma_{aw}$	Pressão da interface
$\sigma_{sa}$	Diferença de pressão entre o sólido e a fase “não molhante”
$\sigma_{sw}$	Diferença de pressão entre o sólido e a fase “molhante”
$\phi$	Porosidade do meio
$\psi$	Ângulo de molhagem
$b$	Coefficiente de Biot
$B_\alpha$	Fator volume-formação da fase $\alpha$
$c_g$	Coefficiente de compressibilidade do gás
$c_o$	Coefficiente isotérmico de compressibilidade do óleo
$D$	Profundidade da malha
$g$	Gás
$\vec{g}$	Tensor da gravidade
$k$	Parâmetro de construção
$\mathbf{k}$	Permeabilidade intrínseca do solo
$\mathbf{k}_{efetiva}$	Permeabilidade efetiva
$\mathbf{k}_f$	Permeabilidade do solo
$k_{r\alpha}$	Permeabilidade relativa da fase $\alpha$
$k_{rg}$	Permeabilidade relativa do gás
$k_{ro}$	Permeabilidade relativa do óleo
$k_{rog}$	Permeabilidade relativa do óleo dependente do sistema da fase “não-molhante”

$k_{row}$	Permeabilidade relativa do óleo dependente do sistema da fase “molhante”
$k_{rw}$	Permeabilidade relativa da água
$k_{r\alpha}$	Permeabilidade relativa da fase $\alpha$
$K_{\alpha}$	Coefficiente de compressibilidade da fase $\alpha$
$K_g$	Coefficiente de compressibilidade do gás
$K_o$	Coefficiente de compressibilidade do óleo
$K_w$	Coefficiente de compressibilidade da água
$K_s$	Coefficiente de compressibilidade do sólido
$n_a$	Parâmetro de cálculo da permeabilidade relativa do ar
$n_b$	Parâmetro que depende do tamanho dos poros
$M_g$	Massa molecular do ar
$m_g$	Parâmetro de van Genutchen
$n_1, n_2$	Parâmetros de integração
$n_g$	Parâmetro de van Genutchen
$n_w$	Parâmetro de cálculo da permeabilidade relativa da água
$o$	Óleo
$\bar{p}$	Pressão média
$p_{\alpha}$	Pressão da fase $\alpha$
$p_a$	Pressão de entrada do ar de van Genutchen
$p_c$	Pressão capilar

$P_{cgo}$	Pressão capilar entre o gás e o óleo
$P_{cgw}$	Pressão capilar entre o gás e a água
$P_{cow}$	Pressão capilar entre o óleo e a água
$P_g$	Pressão do gás
$P_o$	Pressão do óleo
$P_o^{ref}$	Pressão de referência do óleo
$P_w$	Pressão da água
$P_w^{ref}$	Pressão de referência da água
$P_e$	Pressão de entrada de ar de Brooks é Corey
$P_n$	Pressão da fase “não molhante”
$P_w$	Pressão da fase “molhante”
$r_1, r_2$	Raios de curvatura
$R_{gas}$	Constante universal de gás
$R_{so}$	Razão de solubilidade do gás no óleo
$\hat{S}$	Variável de integração
$S_\alpha$	Saturação da fase $\alpha$
$S_\alpha^{min}$	Saturação mínima da fase $\alpha$
$S_\alpha^{max}$	Saturação máxima da fase $\alpha$
$S_{e\alpha}$	Saturação efetiva da fase $\alpha$
$S_{ng}$	Saturação normalizada do gás

$S_{no}$	Saturação normalizada do óleo
$S_{nw}$	Saturação normalizada da água
$S_{ew}$	Saturação efetiva da água
$S_{rg}$	Saturação residual do gás
$S_{ro}$	Saturação residual do óleo
$S_{rw}$	Saturação residual da água
$T$	Temperatura
$U_{\alpha}$	Volume elementar da fase $\alpha$
$V_{\alpha}^r$	Volume do fluido com a condição (temperatura e pressão) do reservatório
$V_{\alpha}^s$	Volume da fase nas condições de referência
$V_g^s$	Volume do gás nas condições de referência
$V_o^s$	Volume do óleo nas condições de referência
$\vec{v}_{\alpha}$	Vetor velocidade da fase $\alpha$
$\vec{v}_{as}$	Velocidade relativa das fases
$\vec{v}_s$	Vetor velocidade do sólido
$w$	Água

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Contexto

Em 2005, a população mundial consumiu quatorze bilhões de litros de petróleo por dia (Erdol-Verejnjung, 2007). Em 2012, 35,3% das necessidades energéticas mundiais eram cobertas pelo petróleo. No Brasil, a matriz energética gerada pelo petróleo e os derivados era de 38,5% no mesmo ano (Figura 1.1) (MME, 2012). Por isso ele é uma das principais fontes de energia utilizadas, mas cada vez se torna mais difícil de encontrá-lo. De fato, a superprodução de petróleo impõe investigações mais importantes a fim de encontrar essas reservas, que são ainda mais profundas e com acesso mais complexo.

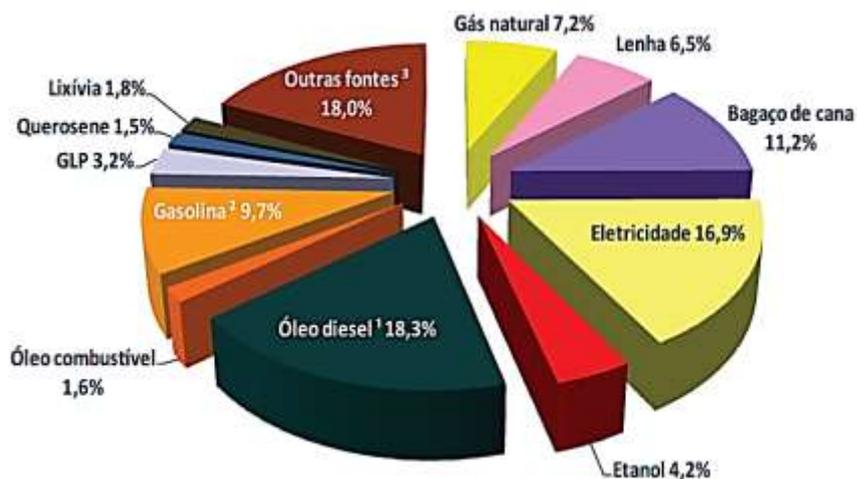


Figura 1.1– Consumo final de energia por fonte: 2012  
(MME, 2012).

Existe, no mundo inteiro, um grande campo de estudo para melhorar a produção. Assim, novos métodos alternativos são desenvolvidos para aproveitar ao máximo o petróleo que está no reservatório e minimizar as despesas.

No Brasil, as investigações se tornam gradativamente mais relevantes devido a muitos campos de produção dessa energia. Algumas são “onshore”, mas a maioria é “offshore”. A finalidade desse campo de estudos é que a produção se torne mais eficiente e menos onerosa.

## 1.2 Motivação

As pesquisas para melhorar a produção têm um espaço importante na indústria do petróleo. Elas têm como finalidade aproveitar tanto quanto possível as reservas de óleo.

Na recuperação de petróleo existem três métodos específicos (Morais, 2013). O método primário que consiste em aproveitar a energia própria pré-existente no reservatório. Esse método não consegue recuperar a totalidade do fluido. O método secundário convencional que consiste na injeção de água e gás imiscível no reservatório para manter ou aumentar a pressão do reservatório, aumentando ou mantendo a produção. Neste processo o fluido injetado empurrará o óleo do mesmo jeito que um “pistão” e somente um esforço mecânico intervém. Quando nenhum dos dois métodos tem a eficiência suficiente para produzir petróleo, utiliza-se o método secundário especial que pode consistir em aumentar a temperatura ou injetar um fluido que altera a viscosidade de óleo com finalidade de intensificar o deslocamento do óleo e sua produção.

Esse trabalho focará na análise de fluxo multifásico em meio poroso. Isso porque ela se torna importante nas pesquisas da produção de petróleo, sobretudo pelo método secundário. De fato haverá uma injeção do fluido não miscível que empurrará o óleo na direção do poço produtor. Ao longo da produção de óleo, essa técnica mudará as propriedades do meio poroso que sejam ao nível do sólido com a deformação do esqueleto ou um adensamento ou ao nível dos fluidos com as modificações da pressão, a porosidade ou a viscosidade das diferentes fases presentes dentro do meio.

As mudanças que ocorrem durante a recuperação de óleo e de gás, podem provocar variações na condição de fluxo e no equilíbrio mecânico. A utilização de simulações numéricas deve ser feita de modo a observar a ocorrência desses fenômenos, considerando as variáveis que influenciam o problema.

De um modo geral, a simulação de fluxo em reservatórios de petróleo é realizada utilizando o método das diferenças finitas. Algumas dificuldades numéricas surgem da aplicação do método dos elementos finitos na análise de reservatórios, como por exemplo, uma maior complexidade de implementação, maior custo computacional para se resolver problemas de grandes dimensões. É mais empregado no caso de problemas acoplados e que envolvam geometrias mais complexas, no qual o MEF é inviável.

Para isso, o problema básico será modelado em programas de elementos finitos, como, por exemplo, o FLEXPDE. Inicialmente o fluxo será solucionado com duas fases, e então, num segundo momento, o fluxo trifásico será analisado.

### **1.3 Objetivos**

O objetivo principal dessa pesquisa é analisar e modelar o comportamento de um meio constituído de três fases (um gás e dois líquidos) dentro do reservatório, usando a ferramenta Flexpde na direção de um estudo paramétrico de variáveis consideradas importantes.

A partir deste alvo principal, outros tópicos serão estudados e considerados como objetivos específicos deste trabalho. São eles:

- Analisar o problema proposto considerando o fluxo bifásico água-óleo;
- Analisar o problema proposto considerando o fluxo trifásico (água-óleo-gás) empregando um modelo Black oil;
- Investigar a influência da curva de pressão capilar sobre estas duas condições de meios multifásicos;
- Investigar a influência da compressibilidade das fases de água e de óleo.

## 2 PRODUÇÃO DE PETRÓLEO

O petróleo é originado da decomposição de matéria orgânica dentro de uma rocha geradora. A rocha reservatório é permeável e porosa, permitindo a conexão entre os vazios e o armazenamento do óleo em quantidade significativa. Existem três tipos de rochas reservatório e cada uma tem propriedades específicas. As rochas mais frequentes são: arenito (cerca de 50%), carbonatos (cerca de 40%) e folhelhos (cerca de 10%). Existem diferenças de propriedades entre estas rochas, por exemplo, a rocha carbônica apresenta uma alta quantidade de vazio e por isso se torna, em geral, menos produtiva que um arenito. Para que haja armazenamento de petróleo há necessidade da presença de uma rocha de baixa permeabilidade, como pode ver na Figura 2.1, aos arredores da rocha geradora, a fim de limitar os deslocamentos dos fluidos. A presença dessa rocha de baixa permeabilidade impõe o uso aos métodos artificiais para permitir a colocação dos tubos para a produção de petróleo (Gomes, 2009).

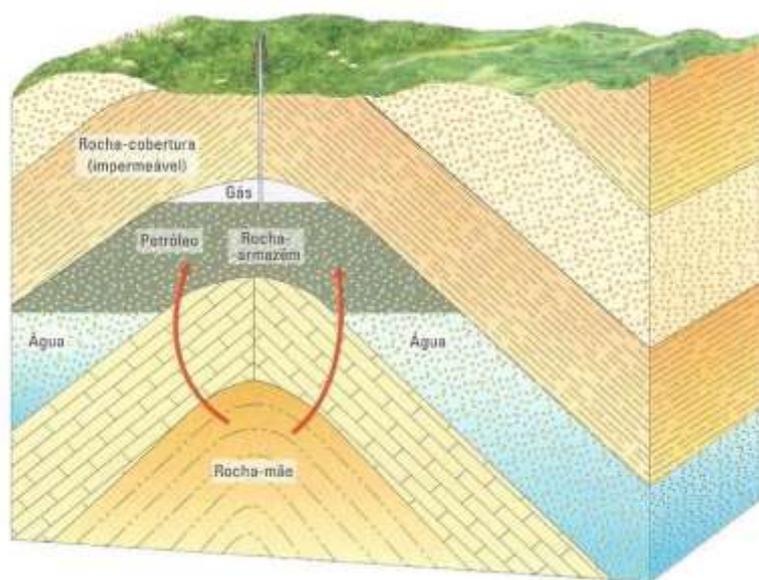


Figura 2.1 – Apresentação de um reservatório de petróleo

Esse capítulo tem por finalidade apresentar os diferentes métodos de localização de petróleo e mecanismos de produção. Ele permite entender melhor a produção de óleo e também entender porque esta tese foi desenvolvida sobre o método secundário convencional.

## **2.1 Prospecção de petróleo**

O petróleo existe numa rocha geradora que pode ser situada a muitos metros de profundidade, tornando a prospecção difícil. Por isso são usadas técnicas avançadas para permitir achar o óleo com mais facilidade. Nesta secção serão apresentados alguns desses métodos.

A fim de encontrar possíveis zonas de formações de óleo, será realizada uma prospecção que tem como princípio o reconhecimento do terreno para planejar uma perfuração futura. Essa prospecção permite obter a extensão, a profundidade, a espessura das camadas de solos, assim como a altura do lençol freático e a localização da rocha mãe, de forma a estabelecer a localização do poço e o método de perfurar.

A prospecção divide-se em Mecânica e Geofísica. Dentre os métodos mecânicos tem-se as sondagens, galerias, valas, trincheiras e poços. Os principais métodos geofísicos são refração e reflexão física, resistividade elétrica, métodos eletromagnéticos, métodos gravimétricos, métodos magnéticos, métodos radiométricos e sondagens geoeletricas. Além disso, a prospecção divide-se em direta (poços, galerias), semi-direta (sondagens) e indireta (prospecção geofísica). No caso dos reservatórios de petróleo, em função de sua ocorrência em camadas profundas, os métodos geofísicos são os empregados.

### **2.1.1 Método sísmico**

A onda sísmica se propaga através das diferentes camadas do solo, e após ser gerada e atingir a interface entre duas rochas de características físicas diferentes, uma parte da energia incidente da onda é refletida e retorna à superfície, onde pode ser captada por sensores. Outra parte da onda é refratada para o meio inferior. A porção de energia refletida é proporcional à diferença de impedância acústica entre os dois meios (Vale, 2009).

Os receptores que captam a porção refletida das ondas ficam situados em pontos específicos na superfície, e podem ser de dois tipos: eletromagnéticos, para captação em terra (sendo comumente denominados geofones) ou de pressão (chamados de hidrofones), para aquisição de dados em regiões oceânicas. Uma vez captadas pelos sensores, as informações são gravadas em sismógrafos. O sismógrafo armazena as amplitudes das ondas em intervalos de tempo regulares (em geral de quatro milissegundos) e conserva o tempo da chegada da informação assim como à intensidade

da onda medida nesse momento. A Figura 2.2 ilustra os processos de aquisição terrestre e marinha, onde pode se observar a criação das ondas emitidas por explosões ou som e as ondas refletidas (Vale, 2009).

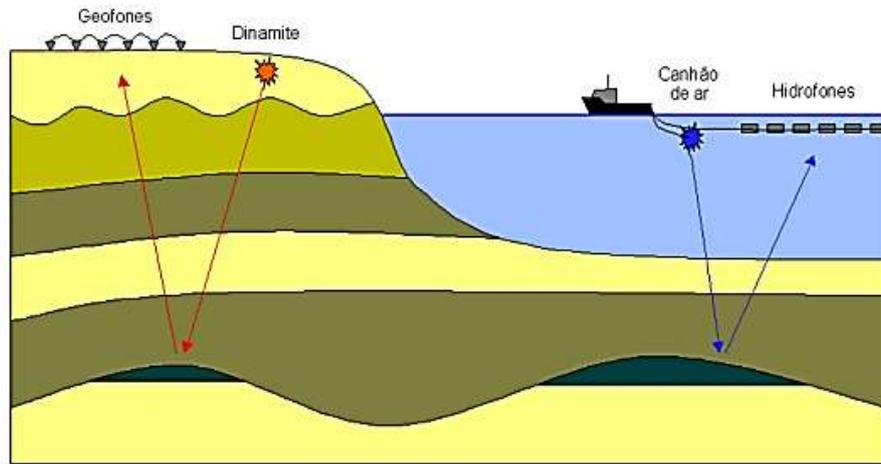


Figura 2.2 – Modelo representando a aquisição sísmica (Figueiredo, 2007).

Para cada ponto de captação dos sensores na superfície, a imagem sísmica obtida por esse processo será composta por um respectivo conjunto de valores verticais de amplitudes, como pode-se observar na , onde cada cor mostra um meio diferente. Uma coluna de amostras com as mesmas coordenadas espaciais, variando apenas o tempo, é chamada de traço sísmico. Os máximos e mínimos da função de amplitude sísmica do traço são chamados de eventos sísmicos (Figueiredo, 2007).

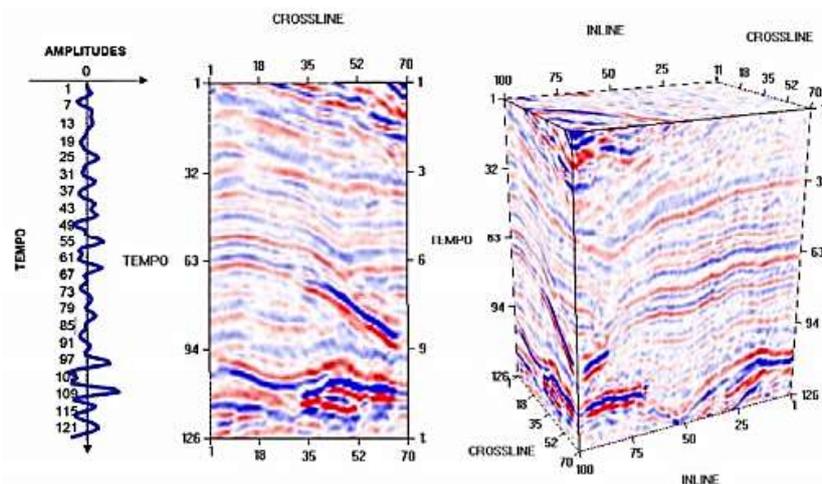


Figura 2.3 – Traço sísmico (esquerda), linha sísmica (centro) e volume sísmico (direita) (Figueiredo, 2007).

Existem correlações entre a onda e o meio que será atravessado que permitem mapear as diferentes camadas que constituem o solo.

### 2.1.2 Método potencial

A gravimetria e a magnetometria, também chamadas métodos potenciais, são métodos importantes para iniciar a prospecção de petróleo. Elas são métodos indiretos (porque não existe perfuração) e permitem o reconhecimento e mapeamento de grandes estruturas geológicas que não são aparentes na superfície (USP, 2013).

A gravimetria destaca as variações de gravidade que depende de cinco fatores: latitude, elevação, topografia, marés e variações de densidade em subsuperfície. Este último é o único que interessa na exploração gravimétrica para petróleo, pois permite fazer estimativas da espessura de sedimentos em uma bacia sedimentar, presença de rochas com densidades anômalas como as rochas ígneas e os domos de sal, e prever a existência de altos e baixos estruturais pela distribuição lateral desigual de densidades em subsuperfície. Na Figura 2.4 pode-se observar uma zona mapeada por gravimetria onde as diferentes cores permitem destacar as zonas de densidades diferentes (USP, 2013).

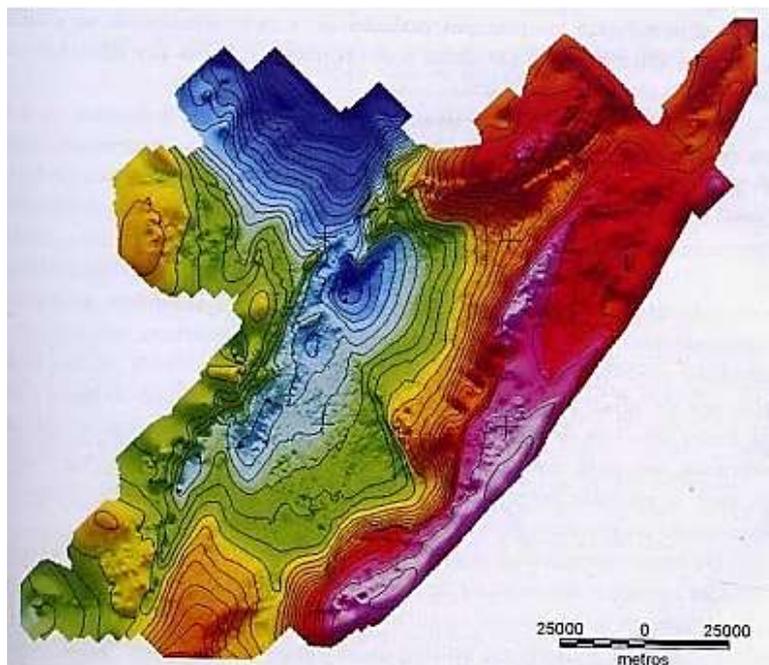


Figura 2.4 – Mapa Bouguer da Bacia do Recôncavo (USP, 2013).

A prospecção magnética para petróleo tem como objetivo medir pequenas variações na intensidade do campo magnético terrestre, consequência da distribuição

irregular de rochas magnetizadas na superfície. As anomalias produzidas por rochas de diferente susceptibilidade magnética podem ser comparadas com a quantidade de magnetita disseminada nas rochas. As rochas sedimentares geralmente apresentam valores de susceptibilidade magnéticos muito baixos, razão pela qual as medidas magnéticas são relacionadas diretamente com feições do embasamento ou presença de rochas intrusivas básicas (USP, 2013).

Uma vez que o petróleo foi detectado, é importante de saber como extraí-lo da rocha geradora. Esse procedimento de extração será desenvolvido no capítulo posterior.

## 2.2 Recuperação do petróleo

Há três métodos de recuperação (Figura 2.5) que dependem do tipo de óleo (pressão e viscosidade) no interior do reservatório. A produção primária, secundária convencional e a secundária especial que serão explicitados adiante. Esses três métodos são apresentados na Figura 2.5.

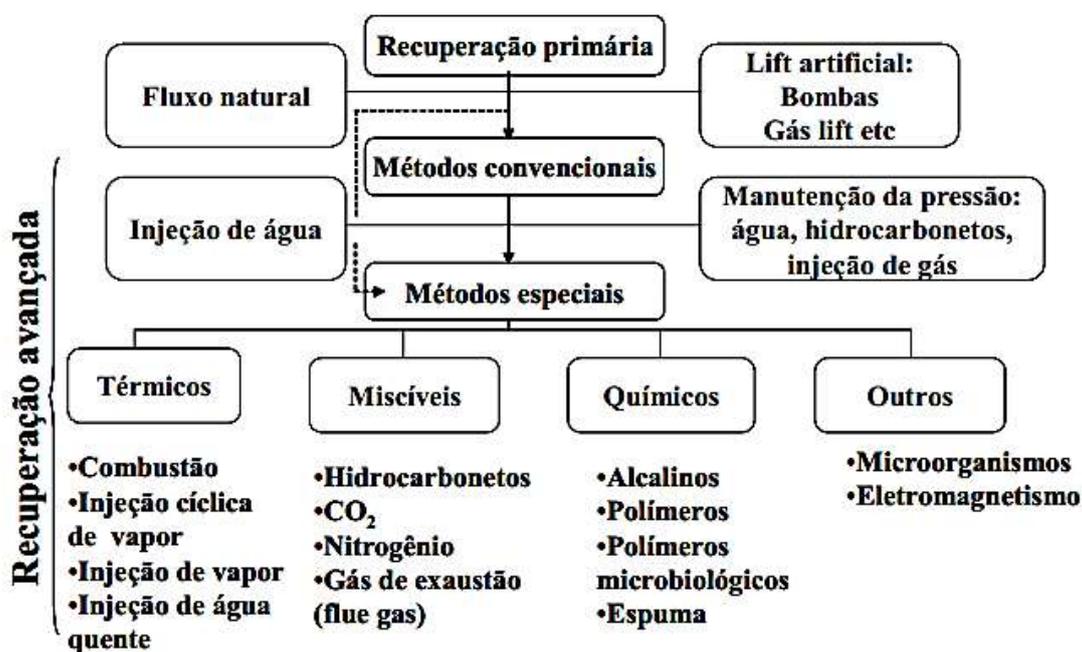


Figura 2.5 – Recuperação do petróleo (Rodrigues, 2014).

### 2.2.1 Recuperação primária

Esse método consiste em usar a própria energia natural do reservatório. Será perfurado um poço na superfície até o reservatório e somente pela a diferença de pressão, o óleo sairá. Pode-se encontrar três tipos de recuperações primárias que usam somente a energia própria do reservatório:

- Mecanismo de gás em solução;
- Mecanismo de capa de gás;
- Mecanismo de influxo de água.

O mecanismo de gás em solução ocorre durante a recuperação de petróleo. A extração do óleo tem por consequência uma queda da pressão. Como consequência, alguns componentes do óleo chegarão ao ponto de bolha (explicado mais em diante) e se tornarão gás. Isso aumentará a pressão e impulsionará o óleo na direção da saída do reservatório. Porém, a criação desse gás tem por consequência uma fuga mais rápida da energia, porque o gás tem tendência a sair junto com o óleo e a pressão do reservatório cai mais rapidamente. Esse método é limitado e consegue extrair somente 20% do conteúdo do reservatório (Thomas, 2001).

O mecanismo de capa de gás, representado Figura 2.6, ocorre quando há presença de hidrocarbonetos nas fases líquidas e gás em equilíbrio. À medida que o óleo é extraído, a pressão diminuirá e o gás ocupará o lugar ocupado anteriormente pelo óleo. Consequentemente o gás manterá a pressão elevada dentro do reservatório e auxilia na maior efetividade da recuperação primária. Esses tipos de reservatórios têm fatores de recuperação entre 20 e 30%. (Thomas, 2001)

O mecanismo do influxo de água, que pode ser visto na Figura 2.7, existe quando há presença de água sob o reservatório de óleo. O fato de recuperar o óleo tenderá a diminuir a pressão, como já foi explicado. Essa diminuição permitirá a entrada da água dentro do reservatório e, por consequência, manterá uma pressão suficientemente elevada para poder produzir esse óleo. Esses tipos de reservatório têm fator de recuperação entre 30 e 40% (Thomas, 2001).



Figura 2.6 – Recuperação primária por mecanismo de capa de gás (modificada Almeida, 2004).

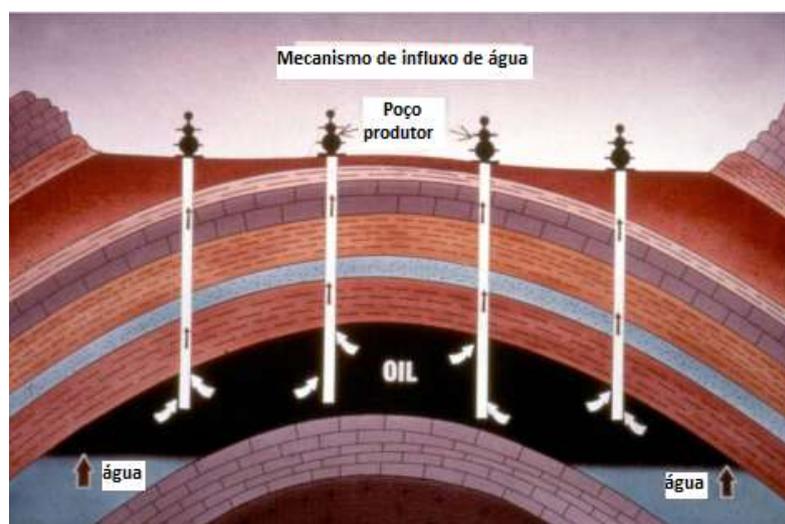


Figura 2.7 – Recuperação primária por mecanismo de influxo de água (modificada Almeida, 2004).

Importante notar que existe a possibilidade de ocorrência combinada dos mecanismos de recuperação primária. Por entanto, à medida que o óleo sai do reservatório a pressão cai e chega a um ponto onde a pressão, chamada pressão do fundo de poço que é controlada pelo BHP (Bottom hole pressure) e pela vazão de produção, dentro o reservatório não é suficiente para produzir óleo. Então, para manter a produção são usados outros métodos.

## 2.2.2 Recuperação secundária convencional

Nesse método intervém somente uma ação mecânica e nenhuma ação química. Na verdade, essa recuperação consiste na injeção de um fluido imiscível ao óleo que empurra o óleo. Esse fluido, que poderia ser água (Figura 2.8) ou um gás (Figura 2.9), funciona como um tipo de pistão que permitirá aumentar ou manter a pressão dentro do reservatório. É chamado de efeito pistão pelo fato de o fluido injetado ser imiscível com o fluido presente dentro do reservatório. Por isso o fluido injetado empurra o óleo somente pela pressão que ele criou semelhante a um pistão que empurra o fluido para dentro de um tubo (Santos et al., 2010).

Essa técnica tem uma grande vantagem, porque durante a produção de petróleo, há também a produção de água. Quando o óleo é extraído do reservatório, ele é misturado a uma quantidade de água. Após tratamento do óleo, é possível separar a água do óleo e então reinjetar a água dentro do reservatório para realizar o método secundário. A injeção pode ser feita utilizando gases de fontes próximas, entretanto exige um tratamento do gás antes de ser injetado. A presença de água no gás pode gerar uma cristalização, pelo fato de uma variação da pressão e pode criar uma modificação de estado da água que pode passar de um estado gasoso a um estado sólido. Isso acarretaria um entupimento no duto devido à presença de gelo, que causaria um acidente. Para aperfeiçoar a eficiência, é importante injetar o fluido antes que haja uma queda de pressão muito relevante (Santos et al., 2010).

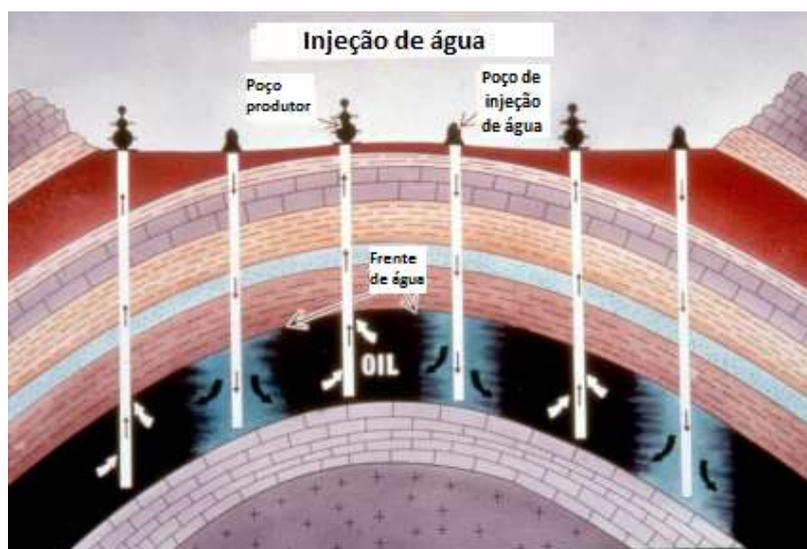


Figura 2.8 – Método convencional de recuperação secundária por injeção de água (modificada Almeida, 2004).



Figura 2.9 – Método convencional de recuperação secundária por injeção de gás (modificada Almeida, 2004).

Para utilizar esse método é fundamental destacar as propriedades importantes como a densidade, viscosidade, tensão superficial, temperatura, capilaridade e “molhabilidade”. Um fenômeno observado no método é a digitação viscosa que ocorre devido ao fato de o petróleo ser mais viscoso e menos denso que a água, fazendo com que a água se desloque mais rapidamente. Além disso, deve-se observar a formação geológica, pois devido à variação de permeabilidade do reservatório a produção da água pode ser adiantada ou retardada (Santos et al., 2010).

Em alguns casos os métodos enunciados anteriormente podem não ser suficientes para extrair a totalidade do óleo, devido não somente a problemas de pressão baixa, mas também devido à consistência, à viscosidade ou à temperatura do óleo. Porque resta o óleo muitas vezes aprisionado no meio poroso em regiões que necessitam uma alteração de sua viscosidade para que haja seu deslocamento. A ação mecânica passa a não ser mais eficaz. Conseqüentemente, é usada uma terceira técnica.

### 2.2.3 Recuperação secundária especial

Essa recuperação faz intervir métodos térmicos, químicos e injeção de fluidos miscíveis, de acordo com a natureza geral do processo.

O método térmico é usado quando o fluido é muito viscoso, onde é usada a elevação da temperatura para induzir uma diminuição da viscosidade. Para gerar esse aumento de temperatura pode ser efetuada uma injeção de água em vapor ou líquida,

aquecida em superfície. Na Figura 2.10 pode se notar esse procedimento onde a água é injetada dentro do reservatório a fim de produzir o óleo. (Curbelo, 2006)

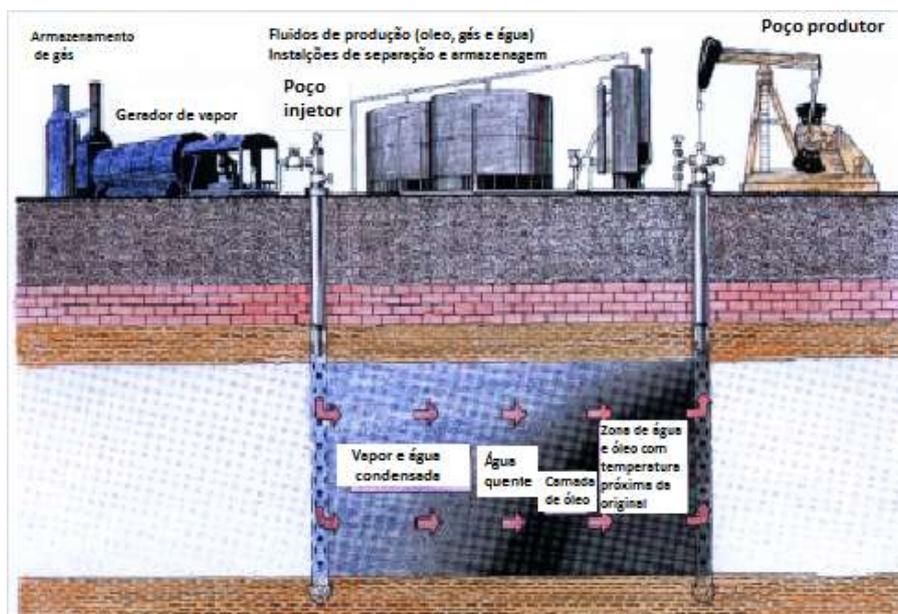


Figura 2.10 – Método térmico de recuperação secundária por métodos especiais (modificada Almeida, 2004).

Em outro método, o calor é gerado a partir da combustão de parte do óleo existente no próprio reservatório. O método chamado *Combustão in situ* se inicia pela injeção de ar aquecido, um processo de oxidação do óleo que vai gerando calor, que intensifica a oxidação num processo crescente até se chegar à temperatura de “ponto de ignição”, a partir da qual se estabelece a combustão. A partir daí se continua a injetar ar frio e o processo tem continuidade (Curbelo, 2006).

O método miscível é utilizado devido às altas tensões interfaciais nos reservatórios de óleo. O processo busca reduzir ou eliminar essas tensões que reduzem a produção de óleo. Essas tensões existem quando há duas fases não miscíveis que se encontram. Esse método consiste numa injeção de fluido que reduz as tensões, como é mostrado na Figura 2.11, o que tornará as fases no reservatório miscíveis ou com tensões interfaciais mais baixas, a fim de melhorar a produção de óleo. Os fluidos normalmente utilizados são dióxido de carbono, gás natural e nitrogênio (Curbelo, 2006).

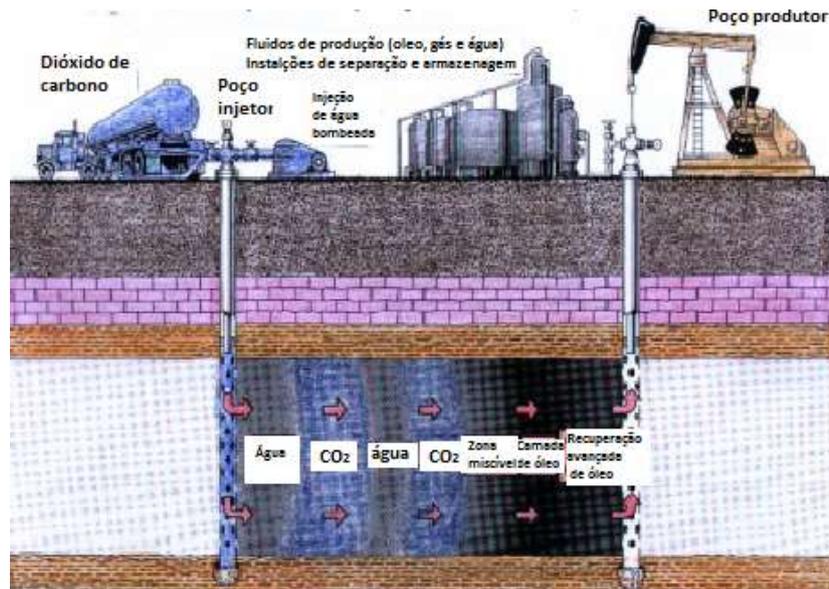


Figura 2.11 – Método miscível de recuperação secundária (modificada Almeida, 2004).

O método químico, mostrado na Figura 2.12, permite melhorar a interação entre os fluidos injetados e os fluidos do reservatório, sendo que esse método não tem somente um ponto de ataque e pode ser acoplado com outros métodos apresentados anteriormente. Essa técnica usa a injeção de polímeros, solução de tensoativos, microemulsões, solução alcalina, entre outros (Curbelo, 2006).

Adicionar polímeros à água de injeção, por exemplo, pode transformá-la num fluido que se desloca no meio poroso com a mesma mobilidade que o óleo, e assim aumentar a eficiência. Adicionando uma substância tensoativa à água, as tensões interfaciais entre a água e o óleo são reduzidas e é ampliada a eficiência de deslocamento. Injetando fluidos alcalinos, ocorre a reação com ácidos orgânicos presentes nos óleos produzindo, dentro do reservatório certas substâncias tensoativas, o que gera um ganho na produção do óleo (Curbelo, 2006).

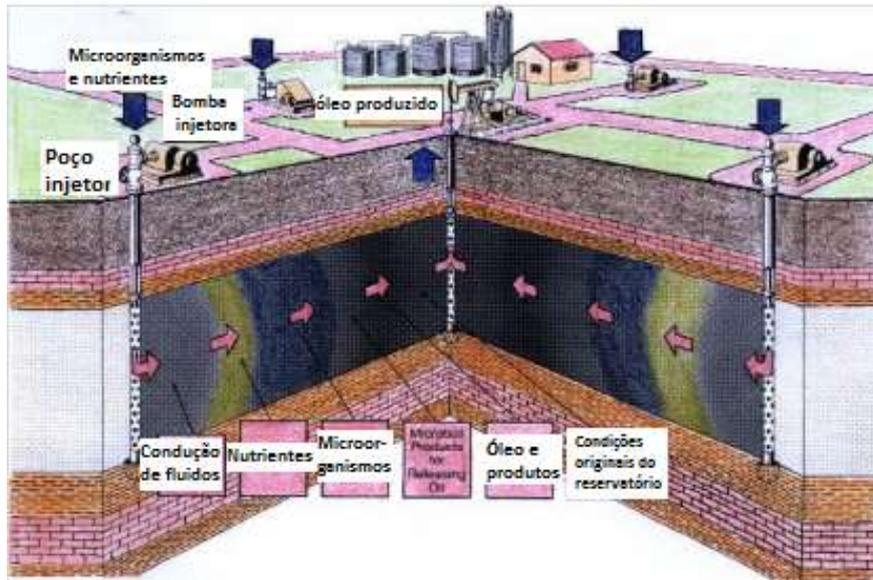


Figura 2.12 – Método químico de recuperação secundária (modificada Almeida, 2004).

Cada uma dessas técnicas depende das características do petróleo (fluxo, viscosidade, profundidade) e do meio ambiente (temperatura, pressão, vazão). Além disso, é importante notar que qualquer método de recuperação modificará as condições dentro do reservatório. Essas modificações alterarão os fluxos e a produção de óleo. As estratégias de produção devem estar em acordo com essas condições. As recuperações podem e devem ser combinadas a fim de ter o melhor desempenho possível. Pode-se notar, na Figura 2.13, que o método primário consegue recuperar uma parte do óleo do reservatório, mas após a queda de pressão o método secundário convencional se torna mais eficiente. Após uma nova queda de pressão o método secundário especial tem um desempenho melhor que o secundário convencional. A escolha do método é diretamente ligada ao custo do método/produção de óleo.

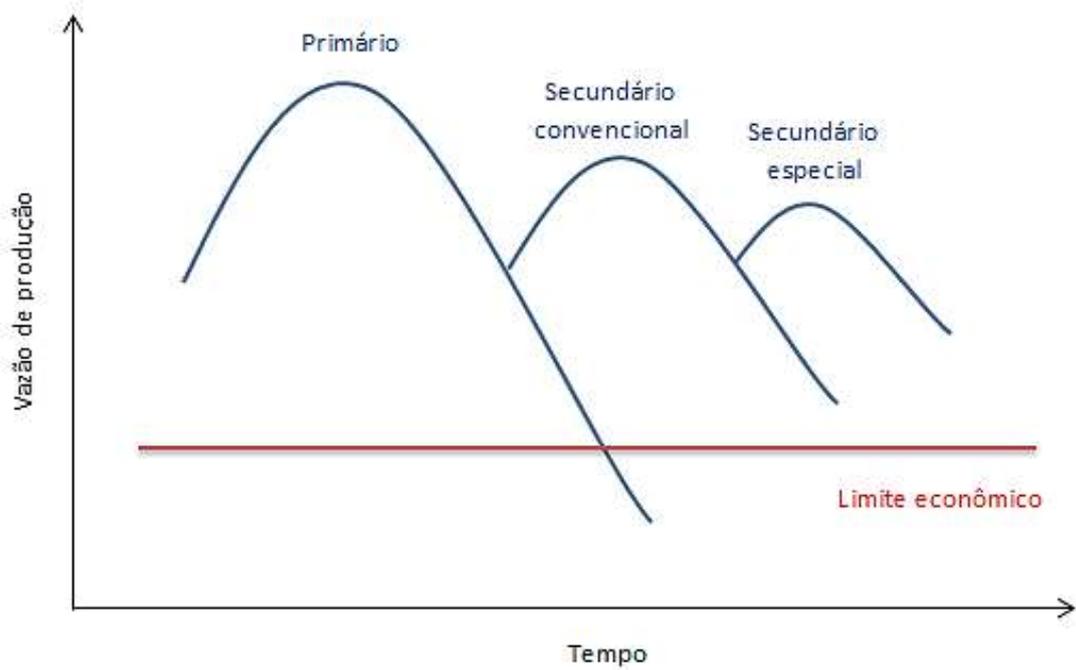


Figura 2.13 – Gráfico de recuperação em função do tempo (Gomes, 2009).

Obter informações sobre o meio ambiente onde é armazenado o óleo, tem uma importância capital. Por isso que no capítulo 3 será descrito o meio poroso e como ele é representado matematicamente.

### 3 MODELO MATEMÁTICO DO FLUXO EM MEIO POROSO

Para estudar o fluxo multifásico dentro de um reservatório de petróleo, é fundamental analisar o meio, que é constituído de uma parte sólida (rocha) e de vazios. Esses vazios podem ser preenchidos totalmente, neste caso o meio é saturado, ou não. Em geral considera-se que os poros estão totalmente saturados. A condição de saturação ou não saturação do reservatório está associada diretamente aos fluidos presentes:

- Reservatório subsaturado: água + óleo
- Reservatório saturado: água + óleo + gás livre

Além de saber se os vazios estão preenchidos, é importante conhecer quais são os fluidos que estão dentro o meio. Caso de um meio composto somente de fases miscíveis, o meio será considerado como monofásico. Caso se encontram duas fases, ou mais, não miscíveis, então esse meio se torna multifásico. A consideração da quantidade de fases é fundamental porque ela tem uma influência sobre o fluxo, como será apresentado mais adiante.

Além de conhecer os constituintes do meio, é essencial saber as propriedades do meio (porosidade, saturação, capilaridade) a fim de modelar com mais exatidão.

#### 3.1 Propriedades do Meio.

Considerando o meio como um volume elementar composto de três fases: o líquido ( $U_w$ ), o gás ( $U_a$ ) e o sólido ( $U_s$ ), conforme apresentado na Figura 3.1, é possível definir todas as equações necessárias para a completa modelagem do problema de fluxo em meios multifásicos.

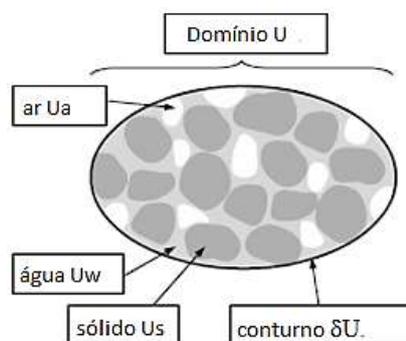


Figura 3.1 – Volume elementar de um meio poroso (Szymkiewicz, 2013).

A fim de descrever o meio, são usadas propriedades que serão apresentadas durante a pesquisa e explicadas neste capítulo.

Existe a fração de volume de uma fase  $\alpha$  ( $\theta_\alpha$ ), que é definida como sendo a razão do volume que uma fase ocupa sobre o volume total do meio tal que:

$$\theta_\alpha = \frac{\text{Volume da fase}}{\text{Volume total}} \quad (3.1)$$

Além disso, a porosidade é dada pela razão entre o volume de vazios e o volume total do meio tal que:

$$\phi = \frac{\text{Volume de vazios}}{\text{volume total}} = \theta_w + \theta_a \quad (3.2)$$

Onde  $\theta_w$  representa a fração de água e  $\theta_a$  representa a fração de gás.

A porosidade de um meio é definida pela escala do meio poroso mostrado na Figura 3.2, (microscópica, macroscópica e megacópica) como sua capacidade de armazenamento de fluidos (Gomes, 2009).

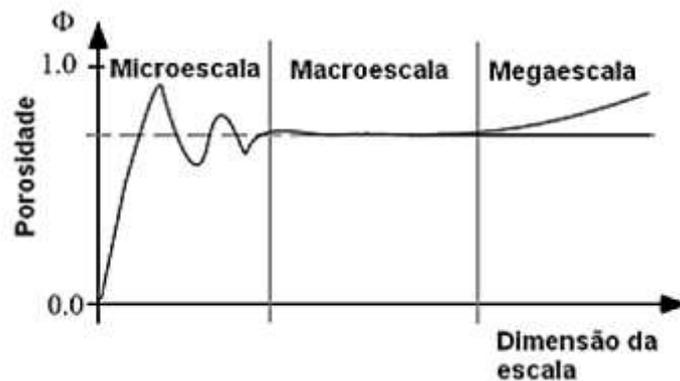


Figura 3.2 – Variação da porosidade em função da escala (Gomes, 2009).

Para conhecer a quantidade da fase dentro do meio, quer dizer, o volume armazenado dentro dos vazios, é usado o termo de saturação. A saturação é tal que:

$$S_{\alpha} = \frac{\text{Volume da fase}}{\text{Volume de vazios}} = \frac{\theta_{\alpha}}{\phi} \quad (3.3)$$

O  $\alpha$  significa a fase. A partir do momento em que o meio se torna multifásico há a seguinte propriedade:

$$\sum_1^n S_{\alpha} = 1 \quad (3.4)$$

Em geral, o meio fluido em um reservatório de óleo é considerado trifásico porque tem a coabitação da água(w), de gás (g) e de óleo (o). Então:

$$S_g + S_w + S_o = 1 \quad (3.5)$$

Em teoria, a saturação varia de 0 a 1, sendo um quando o meio está saturado somente desta fase. No entanto, a variação da saturação tem um intervalo menor. De fato chegará um momento, quando ocorre a drenagem completa, em que o fluido perde a mobilidade e não tem mais fluxo. A quantidade de fluido sobrando é chamado de fluido residual. Por exemplo, se o fluido fosse a água, a saturação será chamada de saturação residual da água e denominado de  $S_{rw}$ . É importante notar que água residual pode ser zerada, numa amostra, por evaporação ou por outras técnicas de secagem (Szymkiewicz, 2013).

O mesmo acontece também com os gases, quando acontece a molhagem, ocorre a criação de bolhas de gás que ficam presas. Por consequência resta uma quantidade de gás preso denominado de  $S_{rg}$ , tal que a saturação máxima da água seria  $1 - S_{rg}$ . Pode-se notar que o gás que fica preso pode ser eliminado por compressão ou por dissolução na água.

Então, pode-se normalizar a saturação em termos de variação que realmente pode ser trocada pelo meio, ou seja, saturação efetiva ( $S_{e\alpha}$ ) tal que:

$$S_{e\alpha} = \frac{S_{\alpha} - S_{\alpha}^{min}}{S_{\alpha}^{max} - S_{\alpha}^{min}} \quad (3.6)$$

Onde  $S_{\alpha}$  é a saturação do meio,  $S_{\alpha}^{min}$  a saturação residual da fase possível e  $S_{\alpha}^{max}$  a saturação máxima possível.

Quando há presença de dois fluidos num meio poroso, um é mais atraído pela fase sólida que o outro. Esse fluido é chamado de fase “molhante” e o outro de “não molhante”. Durante a pesquisa será estudada somente o meio hidrófilo, isso significa que tem mais afinidade com a água que com os outros fluidos. Esse conceito é o muito comum na natureza (Szymkiewicz, 2013).

A pesquisa fará a diferenciação quando houver fluidos imiscíveis e miscíveis. É importante fazer essa distinção pelo fato de que a presença de dois fluidos imiscíveis terá por consequência a criação duas fases enquanto dois fluidos miscíveis se misturam e serão tratados como uma única fase (Gomes, 2009). Além disso, dois fluidos imiscíveis são separados por uma interface bem definida. Se essa película é olhada numa escala maior que a escala molecular, essa interface pode ser considerada como infinita. De um lado e de outro da interface há coesão diferente, criando uma zona de tensão provocando uma diferença de pressão entre os fluidos, chamada de pressão capilar ( $p_c$ ) e que pode ser definida pela equação de Laplace tal que:

$$p_c = p_n - p_w = \sigma_{aw} \cdot \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \quad (3.7)$$

Onde o  $n$  representa a fase “não molhante” e o  $w$  a fase “molhante”,  $\sigma_{aw}$  representa tensão da interface, e  $r_1$  e  $r_2$  (Figura 3.3) são os raios de curvatura. Por exemplo, a tensão da interface da água vale  $0,0726 \text{ Nm}^{-1}$  a  $20^\circ\text{C}$  e diminui quando a temperatura aumenta (Szymkiewicz, 2013).

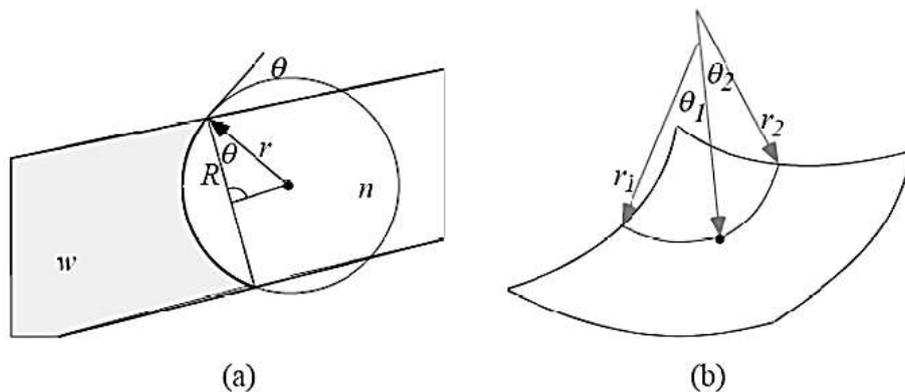


Figura 3.3 – Propriedades geométricas da capilaridade: (a) tubo capilar, (b) raio de curvatura principal (Bastian, 1999).

Se há presença de um sólido, a tensão é definida tal que:

$$\sigma_{aw} \cdot \cos\psi = \sigma_{sn} - \sigma_{sw} \quad (3.8)$$

Onde  $\sigma_{sn}$  é a diferença de pressão entre sólido e a fase “não molhante”, e  $\sigma_{sw}$  é a diferença de pressão entre sólido e a fase “molhante”. O ângulo  $\psi$  é chamado de ângulo de molhagem. Ele é nulo quando o fluido tende a se espalhar uniformemente sobre toda a superfície. Para um fluido perfeitamente não molhável,  $\psi = 180^\circ$ , o que resulta na formação de gotas esféricas sobre a superfície sólida.

A pressão capilar depende também da estrutura química dos fluidos e do sólido por meio da tensão superficial, assim como da geometria dos poros. Pode-se notar que a condição de molhagem ou secagem afeta a pressão capilar. Quando acontece a secagem, a fase “molhante” (Figura 3.4 a) “retrai-se” para os poros menores e o raio R diminuirá. Por consequência, a pressão capilar será maior quando ocorre secagem. Isso pode ser deduzido da equação (3.7), que mostra que quando o raio diminui o diâmetro também, a pressão capilar aumenta. Ao contrário de quando ocorre molhagem (Figura 3.4 b) o R será maior, e por consequência haverá uma pressão menor.

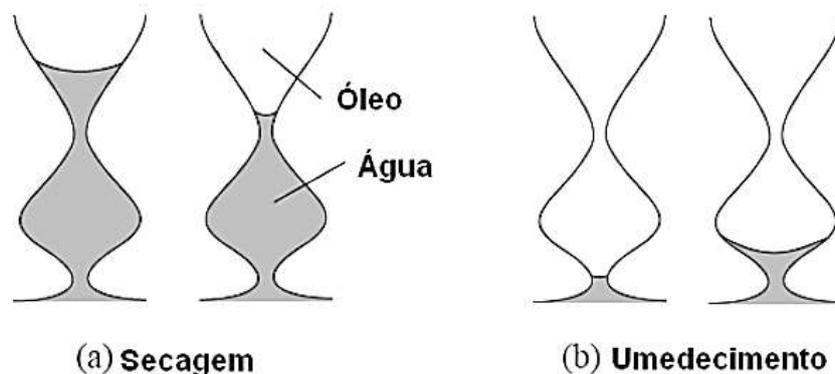


Figura 3.4 – Ciclo de secagem (a) e umedecimento (b) (Gomes, 2009).

Pode ser apresentada agora a curva de pressão capilar do meio (Figura 3.5) que varia em função da condição de umedecimento ou de secagem. Por exemplo, se o meio está saturado de água, considerado como fase “molhante”, a fase “não-molhante” só poderia entrar se a pressão dela excede um valor específico da pressão da fase “molhante” chamada de pressão de entrada. Esse valor de pressão depende do tamanho do maior poro do meio. Além disso, a inclinação da curva depende da uniformidade do

tamanho dos grãos e dos poros, ou seja, quanto mais uniforme é o tamanho dos grãos ou poros, maior será a inclinação da curva de retenção. Isso ocorre porque o valor de entrada nos poros será o mesmo, e assim a fase “não-molhante” penetrará ao mesmo tempo em todos os poros. Além disso, a curva de retenção tem uma forma diferente se o meio é sujeito a uma molhagem ou uma secagem, essa diferença é chamada de histerese (Figura 3.5). Pode-se citar como pontos que merecem destaques. (Szymkiewicz, 2013):

- $\theta_{rw}$  : o volume de água residual, que significa a quantidade de água que ficará após uma secagem natural;
- $S_{rw}$  : saturação residual, que é a saturação ligada à quantidade residual de água;
- $\theta_{ra}$  : o volume de ar residual, que significa a quantidade de ar que ficará após a molhagem natural;
- $S_{rg}$  : saturação residual que é a saturação ligada à quantidade residual de gás;
- $1 - S_{rg}$  : quantidade maximal que os vazios podem ser preenchidos de líquidos, porque existe ar preso e os líquidos não podem preencher esse espaço. Além disso, esse ponto é denominado de valor de saturação de entrada de ar.

Após a primeira secagem e/ou da molhagem a curva varia somente entre os valores residuais porque haverá ar ou líquido preso dentro do meio. A histerese é influenciada pelos poros porque quando ocorre molhagem, o fluxo é controlado pelos poros mais amplo enquanto os poros menores controlam o fluxo durante a secagem.

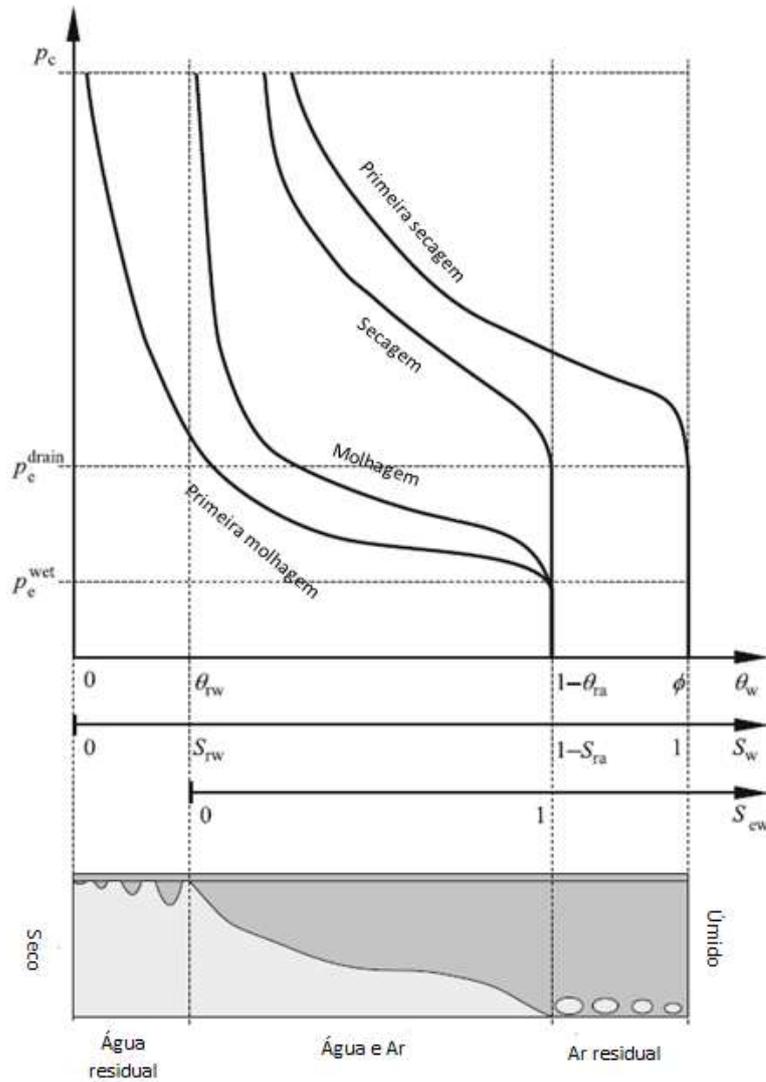


Figura 3.5 – Curva da umidade em função da saturação – Representação de uma histerese (Szymkiewicz, 2013).

Quando o objetivo é modelar, é importante poder exprimir a pressão capilar em função da saturação ou o contrário. Considerando um meio composto de água (w) e de gás (g) tem-se, por exemplo, a equação de Brooks e Corey, representada Figura 3.6, expressa como:

$$S_{ew} = \begin{cases} \left( \frac{p_c}{p_e} \right)^{-n_b} & p_c > p_e \\ 1 & p_c \leq p_e \end{cases} \quad (3.9)$$

$$p_c = p_e (S_{ew})^{-\frac{1}{n_b}} \quad (3.10)$$

Onde  $p_e$  é a pressão de entrada e  $n_b$  é um parâmetro que depende do tamanho dos poros que varia entre 0,2 e 5 sendo um valor de  $n_b$  pequeno representa poros não uniformes ao contrário de um valor elevado de  $n_b$  que representa poros uniformes (Szymkiewicz, 2013).

Existe também a formula de van Genuchten, representada Figura 3.6, tal que:

$$S_{ew} = \left[ 1 + \left( \frac{p_c}{p_a} \right)^{n_g} \right]^{-m_g} \quad (3.11)$$

$$p_c = p_a \left[ (S_{ew})^{-1/m_g} - 1 \right]^{1/n_g} \quad (3.12)$$

Onde  $p_a$  é um parâmetro devido ao tamanho dos poros e tem por valor a pressão onde ocorre a inflexão da curva.  $m_g$  e  $n_g$  são parâmetros independentes, mas em geral é assumido que  $m_g = 1 - \frac{1}{n_g}$ .

A Tabela 3.1 sumariza valores dos parâmetros apresentados por Szymkiewicz (2013).

Tabela 3.1– Valores dos parâmetros de van Genuchten por diferentes meio (Szymkiewicz, 2013).

	$p_a$ (Pa)	$n_g$ (-)	$p_e$ (Pa)	$n_b$ (-)	$\theta_{sw}$ (-)	$\theta_{rw}$ (-)	$K_{sw}$ (m.s <sup>-1</sup> )
Areia	677	2.68	440	1.124	0.43	0.045	8.25x10 <sup>-5</sup>
Areia com matéria orgânica	791	2.28	498	0.908	0.41	0.057	4.05x10 <sup>-5</sup>
Matéria orgânica	2725	1.56	1779	0.719	0.43	0.078	2.89x10 <sup>-6</sup>
Silte	6131	1.37	4462	0.710	0.46	0.034	6.94x10 <sup>-7</sup>
Argila	12263	1.09	12203	0.090	0.38	0.068	5.56x10 <sup>-7</sup>

A Figura 3.6 representa a fórmula de Brook Corey e van Genutchen pela areia e a argila.

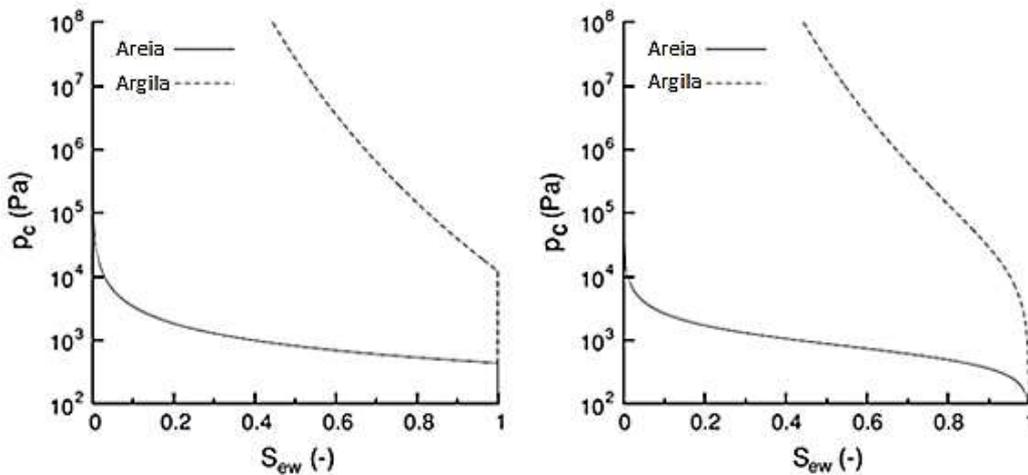


Figura 3.6 – Variação da pressão capilar ( $p_c$ ) em função da saturação efetiva ( $S_{ew}$ ) conforme a fórmula de Brook Corey (esquerda) e van Genutchen(esquerda) (Szymkiewicz, 2013).

No caso de fluxo com três ou mais fases, é mais difícil definir a pressão capilar entre os fluidos porque eles interagem entre si. Por exemplo, no caso de um fluxo trifásico composto de a água(w), o óleo (o) e o gás (g), serão consideradas três pressões capilares tal que (Szymkiewicz, 2013):

$$P_{cow} = P_o - P_w \quad (3.13)$$

$$P_{cgo} = P_g - P_o \quad (3.14)$$

A terceira pressão capilar pode ser considerada como a combinação de duas outras, tais que:

$$P_{cgw} = P_{cow} + P_{cgo} \quad (3.15)$$

Para simplificar a modelagem Leverett e Lewis (1941) consideram que:

$$P_{cow} = P_{cow}(S_w) \text{ e } P_{cgo} = P_{cgo}(S_g) \quad (3.16)$$

Essas duas pressões capilares dependem somente de uma saturação para simplificar a modelagem de fluxo e usar as equações de pressão capilar do meio

bifásico. Essa teoria será explicada no capítulo 4. Além disso, é importante considerar outras propriedades que influam no fluxo. Essas propriedades são a permeabilidade da rocha e permeabilidade relativa.

### 3.2 Permeabilidade da rocha e permeabilidade relativa

Permeabilidade é a medida da capacidade que um material possui para transmitir fluidos. Ela é de grande importância na determinação das características do fluxo dos hidrocarbonetos em reservatórios de petróleo e gás e da água nos aquíferos. A permeabilidade intrínseca do meio depende das propriedades da matriz. É representada por um tensor onde os componentes serão definidos para as condições de isotropia e de anisotropia do meio (Gomes, 2009). De fato um meio anisotrópico possui nove componentes no espaço tridimensional tal que:

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

A permeabilidade efetiva ( $\mathbf{k}_{efetiva}$ ) é definida pela relação entre a permeabilidade ( $\mathbf{k}$ ) do solo e a permeabilidade relativa ( $k_{ra}$ ) tal que:

$$\mathbf{k}_{efetiva} = k_{ra} \mathbf{k}$$

$$0 \leq \sum_1^{fase} k_{ra} \leq 1 \quad (3.18)$$

A permeabilidade relativa é um número adimensional que depende do estado de saturação do meio e do fluido. Microscopicamente esta propriedade é dependente da forma e do tamanho do poro preenchido por fluido. Existem modelos que permitem a aproximação desta permeabilidade relativa. Ela é nula quando não há fluido e igual a um quando o meio é saturado do fluido associado.

A fim de modelar o fluxo, tendo pelo menos duas fases, é importante exprimir a permeabilidade relativa por meio de uma equação. Existem muitas formulas na literatura que permitem representá-la. Considerando um meio composto de água (w) e de gás (g), a permeabilidade relativa pode ser escrita da forma mais simples como:

$$k_{rw} = S_{ew}^{n_w} \quad (3.19)$$

$$k_{rg} = (1 - S_{ew})^{n_g} \quad (3.20)$$

Onde os expoentes são parâmetros de construção. Para uma mesma saturação a resistência do meio é maior para a água que para o gás. Então  $n_w$  tende a ser maior que  $n_g$  (Szymkiewicz, 2013).

Existem métodos mais sofisticados que são baseados em distribuições estatísticas do tamanho de poros e das conexões como, por exemplo, a proposta de Burdine e Mualem expressa por:

$$k_{rw} = (S_{ew})^k \left[ \frac{\int_0^{S_{ew}} p_c(\hat{S})^{-n_1} d\hat{S}}{\int_0^1 p_c(\hat{S})^{-n_1} d\hat{S}} \right]^{n_2} \quad (3.21)$$

$$k_{rg} = (1 - S_{ew})^k \left[ \frac{\int_{S_{ew}}^1 p_c(\hat{S})^{-n_1} d\hat{S}}{\int_0^1 p_c(\hat{S})^{-n_1} d\hat{S}} \right]^{n_2} \quad (3.22)$$

Onde  $\hat{S}$  representa uma variável cuja pressão capilar depende,  $n_1$  e  $n_2$  são parâmetros de integração e os valores estão apresentadas na Tabela 3.2.

Tabela 3.2 – Valores dos parâmetros pelas equações de Burdine e Mualem (Szymkiewicz, 2013).

	k	n <sub>1</sub>	n <sub>2</sub>	n <sub>3</sub>	n <sub>4</sub>
Mualem	0,5	1,0	2,0	2,5+2,0/n <sub>bc</sub>	1,0+1,0/n <sub>bc</sub>
Burdine	2,0	2,0	1,0	3,0+2,0/n <sub>bc</sub>	1,0+2,0/n <sub>bc</sub>

A partir dessa fórmula pode ser obtida a fórmula de Brooks-Corey tal que:

$$k_{rw} = (S_{ew})^{n_3} \quad (3.23)$$

$$k_{rg} = (1 - S_{ew})^k \cdot \left[ 1 - (S_{ew})^{n_4} \right]^{n_1} \quad (3.24)$$

Essas fórmulas são bem parecidas com as fórmulas (3.19) e (3.20).

A fórmula de permeabilidade de van Genutchen pode ser obtida pela integração da fórmula de Burdine e Mualen se  $m_g = 1 - 1/n_g$  tal que:

$$k_{rw} = (S_{ew})^k \cdot \left[ 1 - \left( 1 - (S_{ew})^{1/m_g} \right)^{m_g} \right]^2 \quad (3.25)$$

$$k_{rg} = (1 - S_{ew})^k \cdot \left[ 1 - (S_{ew})^{1/m_g} \right]^{2m_g} \quad (3.26)$$

Onde o parâmetro k é um parâmetro que varia entre -1,28 (para areia) e -5,96 (para argila).

Por meio da Figura 3.7 e da Figura 3.8, o modelo de van Genutchen mostra uma rápida diminuição da permeabilidade relativa da água, o contrário de um forte aumento da permeabilidade relativa do ar.

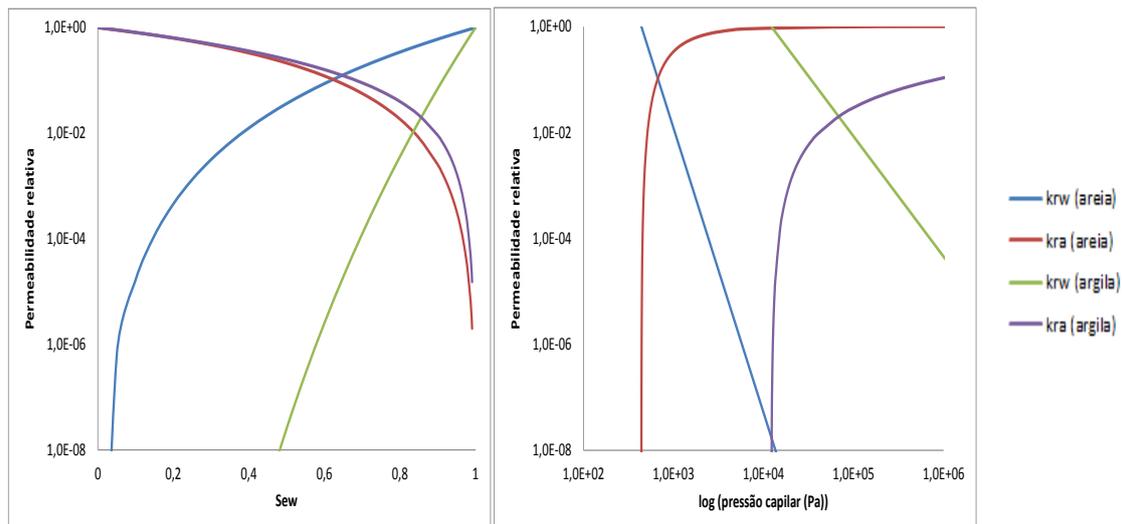


Figura 3.7 – Gráfico da permeabilidade relativa com a equação de Brook-Corey em função da saturação efetiva e da pressão capilar (Szymkiewicz, 2013).

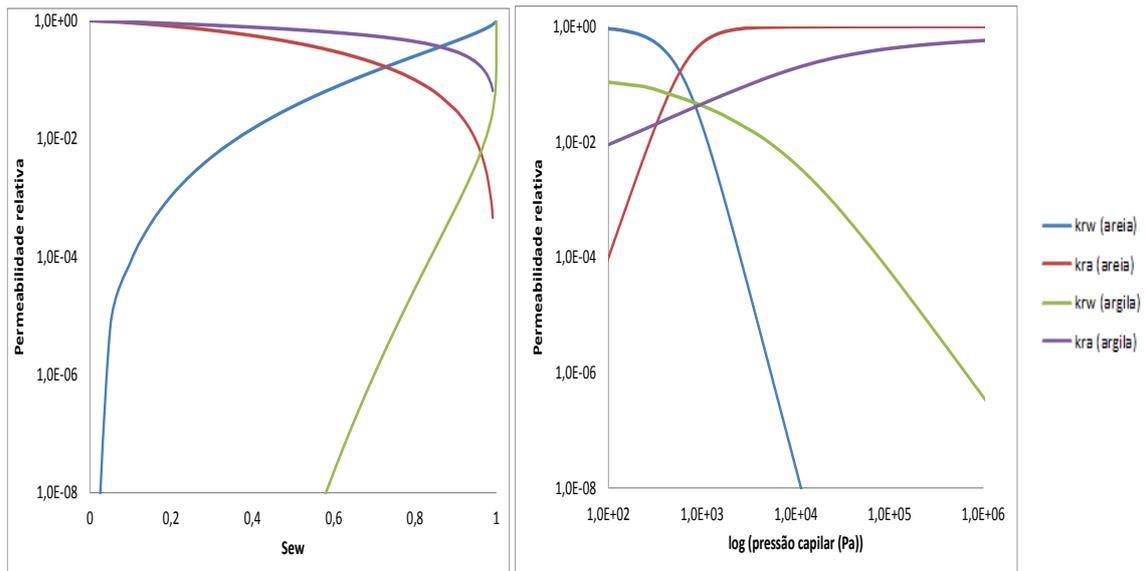


Figura 3.8 – Gráficos da permeabilidade relativa com a equação de van Genutchen em função da saturação efetiva e da pressão capilar (Szymkiewicz, 2013).

No caso de fluxo composto com mais de duas fases, é mais complicado definir as permeabilidades relativas, uma vez que elas interagem entre si. Pode-se notar isso no diagrama apresentado na Figura 3.9. É importante notar a influência da saturação de cada fluido sobre os outros fluidos (Chen et al. 2006). Desse fato cada permeabilidade varia em função da saturação do fluido correspondente, mas esse valor da saturação depende também dos valores das outras saturações, porque:

$$k_{r\alpha} = f(S_{\alpha}) \quad (3.27)$$

$$\sum_i^N S_{i\alpha} = 1 \quad (3.28)$$

Esse diagrama, Figura 3.9, é baseado no fato de que as permeabilidades relativas são iguais para um valor de 1% de todas as fases.

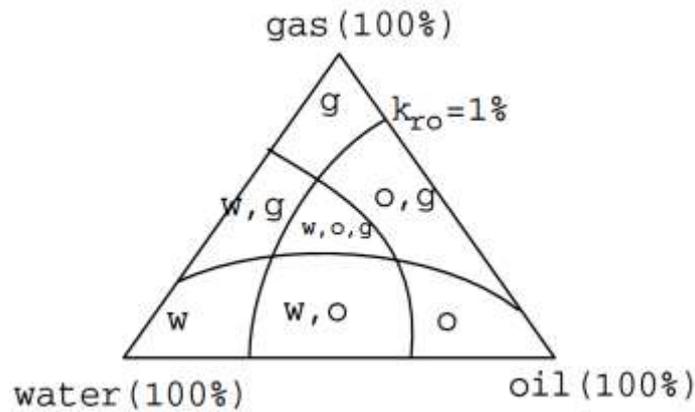


Figura 3.9 – Diagrama ternário trifásico das permeabilidades relativas pelo fluido trifásico (Chen et al, 2006).

Leverett e Lewis (1941) exprimem as permeabilidades relativas como dois sistemas tal que de um lado há a fase “não-molhante” e do outro a “molhante”. A terceira fase é uma combinação de dois outros sistemas como na equação (3.15) das pressões capilares com três fluidos. Para ser mais explícito serão considerados dois sistemas de duas fases: um sistema entre a água e óleo onde a água (w) é a fase “molhante”, e um sistema entre o gás e óleo onde o gás (g) a fase “não-molhante”. Neste sistema a permeabilidade relativa do gás depende exclusivamente da saturação do gás,  $k_{rg} = k_{rg}(S_g)$ , assim como a permeabilidade da água que depende somente da saturação de água  $k_{rw} = k_{rw}(S_w)$  (Chen et al. 2006). Por outro lado, a permeabilidade do óleo dependerá de uma combinação da saturação da água e do gás tal que:

$$k_{ro} = k_{ro}(S_w, S_g) = k_{row}(S_w) \times k_{rog}(S_g) \quad (3.29)$$

Onde  $k_{row}(S_w)$  é permeabilidade relativa do óleo dependente do sistema da fase “molhante”  $k_{rog}(S_g)$  é permeabilidade relativa do óleo dependente do sistema da fase “não-molhante”.

Pode ser considerado também o método do Stone (1973) que permite definir as permeabilidades de tal sistema. Inicialmente é necessário normalizar as saturações de todas as fases como (Chen et al. 2006):

$$S_{no} = \frac{S_o - S_{ro}}{1 - S_{rw} - S_{ro}} \quad S_o \geq S_{ro} \quad (3.30)$$

$$S_{nw} = \frac{S_w - S_{rw}}{1 - S_{rw} - S_{ro}} \quad S_w \geq S_{rw} \quad (3.31)$$

$$S_{ng} = \frac{S_g}{1 - S_{rw} - S_{ro}} \quad (3.32)$$

$$S_{ng} + S_{no} + S_{nw} = 1 \quad (3.33)$$

Onde  $S_{rw}$  é a saturação residual de óleo,  $S_{ro}$  é a saturação residual de água.

A permeabilidade relativa de óleo é definida como:

$$k_{ro} = S_{no} \beta_w \beta_g \quad (3.34)$$

Onde:

$$\beta_w = \frac{k_{row}(S_w)}{1 - S_{nw}} \quad (3.35)$$

$$\beta_g = \frac{k_{rog}(S_g)}{1 - S_{ng}} \quad (3.36)$$

Além dos parâmetros que acabaram de ser descritos, é fundamental descrever algumas propriedades dos fluidos como a viscosidade e da densidade do fluido.

### 3.3 Densidade e viscosidade do fluido

A densidade de um fluido depende em geral da temperatura, da pressão e da concentração dissolvida (Szymkiewicz, 2013). Para a água pura numa condição isotérmica, a densidade poder se expressa como:

$$\rho_w = \rho_w^{\text{ref}} \exp\left[\beta(p_w - p_w^{\text{ref}})\right] \quad (3.37)$$

Onde  $\rho_w^{\text{ref}}$  é a densidade de referência (1000 kg/m<sup>3</sup> a 20°C) e  $p_w^{\text{ref}}$  é a pressão de referência (101325 Pa) e  $\beta$  é o coeficiente isotérmico de compressibilidade. Para uma pressão entre 0 e 10<sup>6</sup> Pa e uma temperatura entre 10 e 50°C, o coeficiente é quase

constante e vale  $4,5 \times 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}$ . Devido a esse valor a água é muito frequentemente considerada como incompressível. A viscosidade depende também da temperatura, da pressão e da composição química. Porém para facilitar a modelagem não serão consideradas essas variações e a viscosidade será considerada constante.

A densidade do ar seco pode ser obtida pela lei do gás perfeito tal que:

$$\rho_g = \frac{M_g p_g}{R_{gas} T} = c_g \cdot p_g \quad (3.38)$$

Onde  $M_g$  é massa molecular do ar ( $0,0029 \text{ kg.mol}^{-1}$ ),  $R_{gas}$  é a constante universal de gás ( $8,314 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$ ),  $T$  a temperatura em Kelvin e  $c_g$  é o coeficiente de compressibilidade do ar. Para uma temperatura de  $293,16 \text{ K}$  a densidade é de  $\rho_g = 1.260 \text{ kg.m}^{-3}$ . A viscosidade do ar também é considerada constante (Szymkiewicz, 2013).

O óleo pode ser considerado como um fluido levemente compressível tal que:

$$\rho_o = \rho_o^{ref} \exp(1 + c_o (p_o - p_o^{ref})) \quad (3.39)$$

Onde  $\rho_o^{ref}$  é a densidade de referência,  $p_o^{ref}$  é a pressão de referência e  $c_o$  é o coeficiente isotérmico de compressibilidade. A viscosidade do óleo também é considerada constante.

### 3.4 Coeficiente de compressibilidade

O coeficiente de compressibilidade ou módulo volumétrico é um parâmetro que descreve a variação volumétrica, ou seja, a tendência de um material em se deformar em todas as direções quando existe um carregamento uniforme hidrostático. Do ponto de vista matemático, ele define a relação entre um aumento infinitesimal da pressão e uma redução do volume (Asadi et al, 2014). Ele é denominado de  $K$  e é positivo, tal que:

a. Para sólido:

$$\frac{1}{\rho_s} \frac{D(\rho_s)}{Dt} = \frac{1}{(1-\phi)} \left[ (b-\phi) \frac{1}{K_s} \frac{D(\bar{p})}{Dt} - (b-\phi) \text{div}(\vec{v}_s) \right] \quad (3.40)$$

Onde  $\rho_s$  é densidade do sólido,  $b$  é o coeficiente de Biot,  $\bar{p} = \sum_1^n \rho_n p_n$  com as pressões e densidade dos fluidos respectivos e  $\vec{v}_s$  é o vetor velocidade do sólido.

b. Para os fluidos:

$$\frac{1}{\rho_\alpha} \frac{D(\rho_\alpha)}{Dt} = \frac{1}{K_\alpha} \frac{D(p_\alpha)}{Dt} \quad (3.41)$$

Onde  $\rho_\alpha$  é a densidade do fluido e  $p_\alpha$  a pressão (Asadi et al, 2014).

Esse parâmetro tem uma influência no fluxo de um meio multifásico. Do fato de que se um do fluido tem uma compressibilidade maior que o outro, ele se comprimirá mais que o outro. Em consequência terá uma grande perda de energia se o fluido injetado for mais compressível que o fluido dentro do reservatório, como será demonstrado posteriormente.

### 3.5 Meio multifásico

O meio multifásico é constituído de pelo menos de duas fases não miscíveis. Essas fases podem ser líquidas ou gasosas. A alteração da propriedade (saturação, pressão, permeabilidades relativas) de um desses componentes do meio altera os outros componentes. De fato, existe uma ligação entre as porosidades de cada fluido, assim como entre as pressões e as saturações. Isso se nota por meio das diferentes equações dos itens 3.1 e 3.2 (Gomez, 2009).

Encontra-se também o fenômeno da “bolha” de gás. No início do procedimento há dois líquidos não miscíveis, água e óleo, por exemplo, dentro do reservatório e à medida que o óleo vai sendo recuperado, a pressão do meio vai decrescendo. Como consequência, alguns constituintes do petróleo se gaseificarão. Isso pode ser observado na Figura 3.10, que representa o diagrama de fases do óleo como porcentagem de fase líquida. Esse diagrama tem por objetivo mostrar que uma variação de pressão ou de temperatura pode modificar o estado do óleo. Por exemplo, para uma dada temperatura, uma variação da pressão pode levar o óleo a três estados diferentes (líquido, sólido, gasoso). Durante a produção de óleo acontece uma queda de pressão. Devido a esse fenômeno, o meio poderia ser composto de uma fase a mais, à medida que o óleo está extraído, e no mesmo caso pode modificar o regime de fluxo (Gomez, 2009).

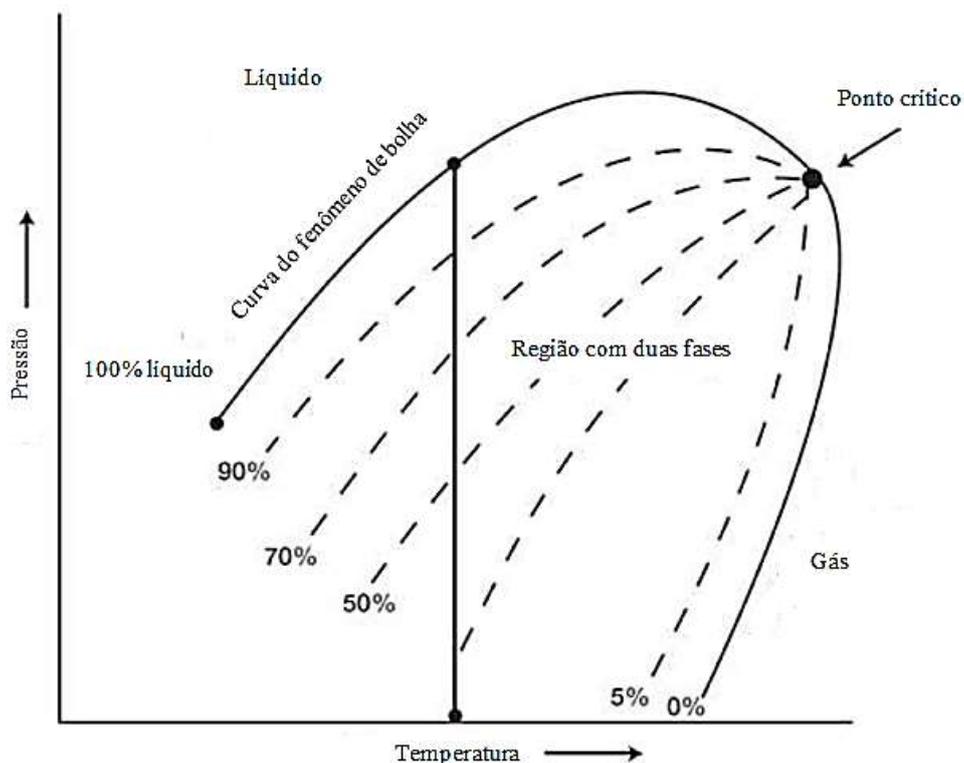


Figura 3.10 – Diagrama de fases do petróleo (Azziz e Settari, 1979).

Desta forma, surge a necessidade de se conhecer o meio. A variação da temperatura ou da pressão pode ter ou não uma influência sobre o fluxo, devido ao fato da criação de uma fase a mais e, como consequência, pode mudar a produção do petróleo. Os casos analisados nesse trabalho se limitarão a variação da pressão e sendo a temperatura mantida constante durante as simulações.

A complexidade de um reservatório de petróleo impõe o estabelecimento de métodos que possam prever e calcular a produção do poço a fim de melhorar o desempenho e a rentabilidade. Por isso, serão utilizadas simulações matemáticas baseadas nos fenômenos físicos envolvidos.

### 3.6 “Black-oil”

Em primeiro lugar é necessário estabelecer dois coeficientes denominados de fator volume-formação.

O fator volume-formação ( $B_o$ ) (Figura 3.11) permite conhecer o volume que as fases ocuparão nas condições de referência, uma vez que as fases não sejam incompressíveis. Esse fator pode ser expresso como:

$$B_{\alpha} = \frac{V_{\alpha}^r}{V_{\alpha}^s} \quad (3.42)$$

Onde  $V_{\alpha}^r$  é o volume da fase com a condição (Temperatura e pressão) do reservatório e  $V_{\alpha}^s$  é o volume da fase nas condições de referência.

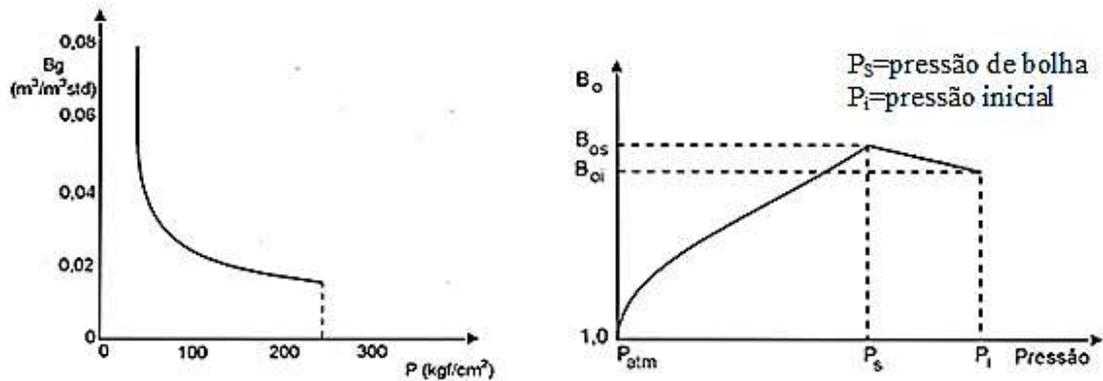


Figura 3.11 – Fatores volume-formação do óleo e do gás (NUPPEG, 2014).

Na Figura 3.11 pode ser observado que o volume-formação do óleo diminui quando a pressão diminui ao contrário do volume-formação do gás. Isso é devido ao fenômeno de formação de bolhas quando há a redução da pressão do gás, e este e o óleo se dissociam e o volume de óleo se torna bem menor. Pode destacar a influência da pressão do ponto de bolha. Até que esta pressão de bolha seja atingida, durante o declínio da pressão, o fator volume-formação aumenta. Somente a partir daí é que ele diminui em função da expansão do gás. Além disso, existe um parâmetro chamado de razão de solubilidade ( $R_s$ ) que estabelece a quantidade de gás dissolvido no óleo (Figura 3.12), tal que:

$$R_{so} = \frac{V_g^s}{V_o^s} \quad (3.43)$$

Onde  $V_g^s$  é o volume do gás nas condições de referência e  $V_o^s$  é o volume do óleo nas condições de referência.

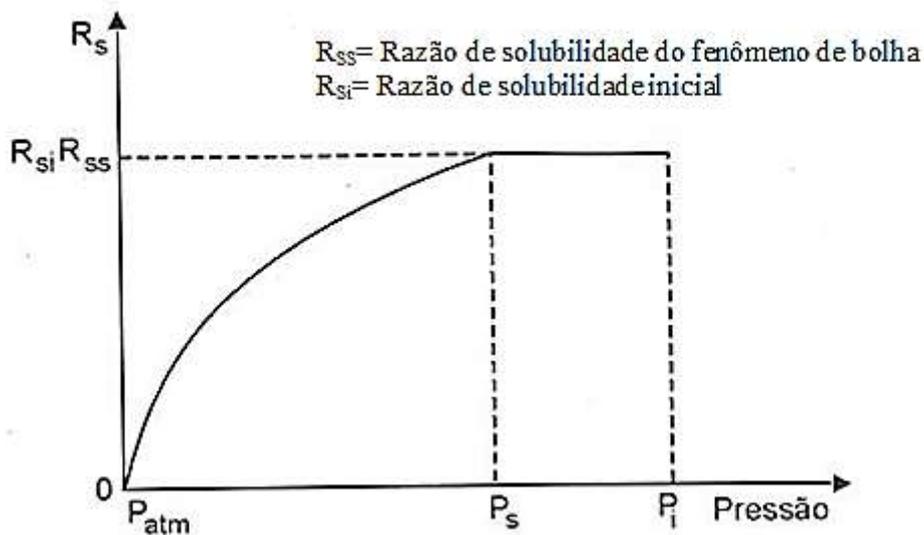


Figura 3.12 – Razão de solubilidade (NUPPEG, 2014).

À medida que o petróleo está sendo produzido, a pressão diminui e aparece o fenômeno de bolha. Como consequência a viscosidade ( $\mu$ ), o fator volume-formação ( $B$ ) e a razão de solubilidade ( $R_s$ ) da água (w), do óleo (o) e do gás (g) sofrerão uma alteração (Figura 3.13). Como se desprende gás do óleo, há menos gás dissolvido no óleo e uma consequente redução da razão de solubilidade.

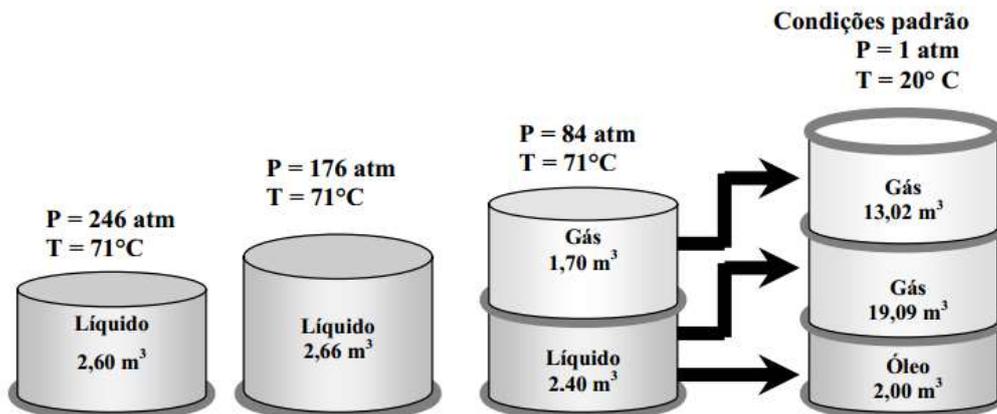


Figura 3.13 – Produção de óleo (NUPPEG, 2014).

Nota-se que a aparição das bolhas, quando a pressão está baixando, aumenta a viscosidade e diminui o volume do óleo ao contrário de outros fluidos. Isso ocorre

devido ao fato do gás e do óleo se separarem. É denominado de “Black-oil”, um meio saturado de fluidos considerados não miscíveis onde pode ser observado esse processo.

Há na literatura diversos exemplos deste problema como geometria cúbica, onde existe uma entrada de matéria, uma saída da matéria, um poço produtor e um poço injetor, o resto do cubo é considerado como impermeável e não existe transferência nenhuma entre os fluidos (Gelinas et al, 1999). Para facilitar a modelagem, os problemas estudados são bifásicos constituídos de água e de óleo e se tornarão trifásico com a adição de um gás. Esse princípio mais simplista permite estudar a extração secundária de óleo para adição de outro fluido.

## **4 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA PARA A DESCRIÇÃO DO PROBLEMA**

Tendo em vista os tópicos apresentados, muitos conceitos da engenharia geotécnica serão usados para estudar e pesquisar sobre o fluxo multifásico no meio poroso, a fim de melhorar o desempenho da produção de petróleo.

### **4.1 Princípios básicos**

A fim de modelar o reservatório o mais próximo da realidade, é importante discutir sobre as condições iniciais e condições de contorno que permitem elaborar a solução das equações diferenciais.

#### **4.1.1 As condições iniciais e de contorno**

Neste item é apresentada uma visão geral das condições iniciais e das condições de contorno. Para cada modelagem serão apresentadas todas as condições com mais detalhes em outros itens. No entanto, é importante estabelecer corretamente as condições iniciais porque elas permitem achar as soluções das equações diferenciais. Elas representam o estado do reservatório no momento inicial da modelagem e definem as soluções específicas das equações diferenciais.

O estado do sistema é definido pelas variáveis primárias. Essas variáveis serão as pressões e as saturações respectivas de todos os fluidos, isso porque uma das propostas dessa pesquisa é comparar as modelagens de um reservatório considerando diferentes variáveis básicas. Para entender melhor serão apresentadas as equações básicas do problema.

No entanto, existem algumas restrições. Por exemplo, quando o meio é saturado de líquido, óleo e/ou água, é difícil exprimir a pressão do gás. Isso se explica porque quando o meio está saturado, pode haver ainda presença de gás, mas disseminado (tipo bolha) e por consequência se torna difícil de conhecer o valor da pressão do gás. Como consequência, a pressão de gás na modelagem não será zerada.

As condições de contorno informam sobre o comportamento das soluções. Distinguem-se três tipos de condições de contorno, tal que (Szymkiewicz, 2013):

- A condição de Dirichlet, que dá uma condição específica do valor da solução, da variável básica;

- A condição de Neumann, que dá um valor da derivada da solução. Em geral quando é questão de meio poroso, essa condição é escrita sobre o fluxo;
- A condição de Robin, que é a mistura das duas primeiras condições.

Em geral, a escolha da condição de contorno depende do tipo de equação diferencial. Para um problema estático, uma equação elíptica precisa de uma condição de Dirichlet para no mínimo um ponto do contorno. Para um problema em que há dependência do tempo e é descrito por uma equação parabólica, não há nenhuma restrição (Szymkiewicz, 2013).

Além disso, a condição de Dirichlet é recomendada quando:

- É conhecida a pressão de água. Ela pode ser igual à pressão atmosférica ou em condição hidrostática.
- A pressão do gás é conhecida.
- O meio é saturado.

A condição de Neumann é usada tipicamente para demonstrar a impermeabilidade de um contorno ou adição de um fluido. Por isso é usada a velocidade do fluxo que é considerada nula se for impermeável e diferente de zero se houver injeção e/ou bombeamento de fluido.

Com intenções de modelar os fenômenos que ocorrerão dentro do reservatório, é necessário estabelecer as equações que regem os problemas.

#### 4.1.2 As equações

Para o estabelecimento de um modelo, é necessária a descrição das principais variáveis relacionadas ao problema, sendo estas:

- Pressão de cada fluido;
- Saturação de cada fluido;
- Velocidade de cada fluido.

De um modo geral, tem-se que a pressão total ( $p_t$ ) (Li et al, 1999) é definida por:

$$\sum_1^n p_n = p_t \quad (4.1)$$

Onde  $p_n$  é a pressão parcial no  $n$ ésimo fluido.

Enquanto Saturação (Li et al, 1999) é definida:

$$\sum_1^n S_n = 1 \quad (4.2)$$

Onde  $S_n$  é a saturação do  $n$ ésimo fluido tal que:

$$S_n = \frac{\text{Volume enésima fase}}{\text{Volume de poros}} \quad (4.3)$$

A densidade total ( $\rho$ ) do fluido pode ser escrita em função da saturação de todos os constituintes e da porosidade ( $\phi$ ) (Li et al, 1999). Por exemplo, se o meio é formado de água (w), gás (g) e sólido (s), então:

$$\rho = \sum_1^n \rho_n = \theta_s \rho_s + \theta_w S_w + \theta_g S_g = (1 - \phi) \rho_s + \phi \rho_w S_w + \phi \rho_g S_g \quad (4.4)$$

A pressão capilar ( $p_c$ ) é a diferença entre as pressões das diferentes fases não miscíveis (Li et al, 1999). As velocidades aparentes ( $\overline{v}_\alpha$ ) de cada fluido são dadas pela a lei de Darcy (Peaceaman, 2010), tal que:

$$\overline{v}_\alpha = -\frac{k k_{r\alpha}}{\mu_\alpha} (\overline{\nabla} p_\alpha - \rho_\alpha g \overline{\nabla} D) \quad (4.5)$$

Onde  $k_{r\alpha}$  é a permeabilidade relativa,  $k$  é a permeabilidade do meio,  $\mu_\alpha$  a viscosidade do fluido,  $p_\alpha$  a pressão no fluido  $\alpha$ ,  $\rho_\alpha$  a densidade,  $g$  a constante gravitacional e  $D$  a profundidade da malha.

A conservação da massa de cada fluido (Peaceaman, 2010) é tal que:

$$\vec{\nabla} \cdot (\rho_\alpha \vec{v}_\alpha) + \frac{\partial(\phi \rho_\alpha S_\alpha)}{\partial t} = 0 \quad (4.6)$$

Onde  $\alpha$  significa a fase,  $\rho_\alpha$  a densidade,  $\phi$  é a porosidade,  $S_\alpha$  é a saturação e  $\vec{v}_\alpha$  é o vetor velocidade do fluido.

Usando as equações (4.5) e (4.6) a equação diferencial (Peaceaman, 2010) é obtida, tal que:

$$-\vec{\nabla} \cdot \left[ \frac{\rho_\alpha k k_{r\alpha}}{\mu_\alpha} (\vec{\nabla} p_\alpha - \rho_\alpha g \vec{\nabla} D) \right] + \frac{\partial(\phi \rho_\alpha S_\alpha)}{\partial t} = 0 \quad (4.7)$$

Os campos de petróleo são, em geral, constituídos de óleo, água e de gás como consequência eles são denominados de meio trifásico. Por enquanto será estudado o meio bifásico já que ele permite uma abordagem simplificada desse problema para entender o fenômeno para depois passar para uma modelagem trifásica.

## 4.2 Modelo de fluxo bifásico (água, óleo)

Esse item tem como finalidade apresentar a formulação da modelagem da produção de óleo pela injeção de água e comparar duas modelagens onde uma modelagem terá como variáveis duas pressões e a outra terá como variáveis uma saturação e uma pressão. É importante se estabelecer as equações que governam o fluxo sendo um fenômeno bifásico acontecendo dentro de um reservatório composto de água e de óleo.

### 4.2.1 Equações comuns às duas representações

Considerando um meio poroso composto de dois fluidos que são a água (w) e o óleo (o), serão estabelecidas as equações diferenciais que governem o fluxo. Por isso é importante inicialmente estabelecer algumas equações básicas para o problema, tal que:

a. Saturação ( $S$ ):

$$S_o + S_w = 1 \quad (4.8)$$

Onde  $S_o$  é a saturação do óleo e  $S_w$  é a saturação da água.

b. A pressão capilar ( $p_c$ ):

$$p_c = p_o - p_w \geq 0 \quad (4.9)$$

Onde  $p_o$  é a pressão do óleo e  $p_w$  é a pressão da água.

c. Velocidade de Darcy ( $\vec{v}_\alpha$ ) com a permeabilidade efetiva ( $k_\alpha$ )

$$\vec{v}_\alpha = -\frac{k_\alpha}{\mu_\alpha} (\vec{\nabla} p_\alpha - \rho_\alpha \vec{g}) \quad (4.10)$$

Onde  $\mu_\alpha$  é a viscosidade do fluido,  $p_\alpha$  é pressão do fluido,  $\rho_\alpha$  é a densidade e  $\vec{g}$  é o vetor gravitacional.

d. Velocidade de Darcy ( $\vec{v}_\alpha$ ) com a permeabilidade relativa ( $k_{r\alpha}$ )

$$k_{r\alpha} = \frac{k_\alpha}{k} \leq 1 \quad (4.11)$$

Onde  $k$  é a permeabilidade intrínseca do sólido,  $k_{r\alpha}$  é a permeabilidade relativa e  $k_\alpha$  é a permeabilidade efetiva.

Usando a lei da conservação da massa, que diz que a variação da massa do fluido durante o tempo  $dt$  é igual ao divergente da massa do fluido, tem-se:

$$\text{div}(\phi \rho_\alpha S_\alpha \vec{v}_\alpha) + \frac{\partial(\phi \rho_\alpha S_\alpha)}{\partial t} = 0 \quad (4.12)$$

Onde  $\phi$  é a porosidade do sólido,  $\rho_\alpha$  é a densidade do fluido,  $S_\alpha$  é a saturação do fluido e  $\vec{v}_\alpha$  é o vetor da velocidade do fluido.

Considerando o sólido(s), a lei de conservação de sólido pode ser escrita tal que:

$$\text{div}((1-\phi)\rho_s \vec{v}_s) + \frac{\partial((1-\phi)\rho_s)}{\partial t} = 0 \quad (4.13)$$

Onde  $\phi$  é a porosidade do sólido,  $\rho_s$  é a densidade do sólido e  $\vec{v}_s$  é o vetor da velocidade do sólido.

A fim de formular a equação de continuidade, a equação (4.12) será dividida para  $\rho_\alpha S_\alpha$  e adicionada à equação (4.13) já dividida para  $\rho_s$ . Além disso, serão

introduzidas a noção de velocidade relativa ( $\vec{v}_{\alpha s}$ ) das fases em função da velocidade do sólido ( $\vec{v}_s$ ), tal que  $\vec{v}_{\alpha s} = \vec{v}_\alpha - \vec{v}_s$  e a derivada material que é  $\frac{D(*)}{Dt} = \frac{\partial(*)}{\partial t} + \text{div}(*).\vec{v}$  para obter:

$$\frac{(1-\phi)}{\rho_s} \frac{D(\rho_s)}{Dt} + \text{div}(\vec{v}_s) + \frac{\phi}{\rho_\alpha} \frac{D(\rho_\alpha)}{Dt} + \frac{\phi}{S_\alpha} \frac{D(S_\alpha)}{Dt} + \frac{1}{S_\alpha \rho_\alpha} \text{div}(\phi \rho_\alpha S_\alpha \vec{v}_{\alpha s}) = 0 \quad (4.14)$$

Considerando as fases sólida e líquida como compressíveis, existem relações constitutivas para o caso isotérmico tais que:

$$\frac{1}{\rho_\alpha} \frac{D(\rho_\alpha)}{Dt} = \frac{1}{K_\alpha} \frac{D(p_\alpha)}{Dt} \quad (4.15)$$

$$\frac{1}{\rho_s} \frac{D(\rho_s)}{Dt} = \frac{1}{(1-\phi)} \left[ (b-\phi) \frac{1}{K_s} \frac{D(\bar{p})}{Dt} - (b-\phi) \text{div}(\vec{v}_s) \right] \quad (4.16)$$

Onde  $p_\alpha$  é a pressão da fase  $\alpha$ ,  $b$  é o coeficiente de Biot,  $K_s$  e  $K_\alpha$  são os módulos de elasticidades respectivamente do sólido e da fase  $\alpha$ ,  $\bar{p}$  é a média das pressões do sistema de duas fases tal que  $\bar{p} = \sum_{\alpha=w,o} p_\alpha S_\alpha$ .

Nota-se que  $\text{div}(\vec{v}_s) = \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t}$  onde  $\varepsilon_v$  é deformação volumétrica. Neste caso será considerado que essas deformações volumétricas serão nulas assim  $\varepsilon_v = 0$  então  $\text{div}(\vec{v}_s) = 0$ . Além disso, o sólido não se move, então  $\vec{v}_s = \vec{0}$ .

Substituindo na equação (4.14) as equações (4.15) e (4.16) serão obtidas as equações diferenciais pelas fases líquidas da água e de óleo tais que:

a. Para a água:

$$\begin{aligned} & \left( \frac{b-\phi}{K_s} S_w^2 + \frac{\phi S_w}{K_w} \right) \frac{\partial p_w}{\partial t} + \left( \frac{b-\phi}{K_s} S_w S_o \right) \frac{\partial p_o}{\partial t} - \left( \frac{b-\phi}{K_s} S_w p_c - \phi \right) \frac{\partial S_w}{\partial t} \\ & + \frac{1}{\rho_w} \text{div} \left( \rho_w \frac{K k_{rw}}{\mu_w} (-\text{grad}(p_w) + \rho_w \vec{g}) \right) = 0 \end{aligned} \quad (4.17)$$

b. Para o óleo:

$$\begin{aligned} & \left( \frac{b-\phi}{K_s} S_w S_o \right) \frac{\partial p_w}{\partial t} + \left( \frac{b-\phi}{K_s} S_o^2 + \frac{\phi S_o}{K_o} \right) \frac{\partial p_o}{\partial t} - \left( \frac{b-\phi}{K_s} S_w p_c + \phi \right) \frac{\partial S_w}{\partial t} \\ & + \frac{1}{\rho_o} \operatorname{div} \left( \rho_o \frac{K k_{ro}}{\mu_o} (-\operatorname{grad}(p_o) + \rho_o \vec{g}) \right) = 0 \end{aligned} \quad (4.18)$$

Onde  $k_{rw}$  e  $k_{ro}$  são as permeabilidades relativas respectivamente da água e do óleo. As fórmulas dessas permeabilidades foram apresentadas anteriormente.

Os outros termos são explicados posteriormente. Essas duas equações diferenciais são as equações diferenciais que descrevem um fluxo bifásico dentro de um meio poroso. Pode-se notar que nas equações (4.17) e (4.18) existem quatro variáveis sendo duas pressões ( $p_w$  e  $p_o$ ) e duas saturações ( $S_w$  e  $S_o$ ). Usando as equações do item 4.1.2, essas duas equações diferenciais podem ser somente função de duas variáveis porque as pressões estão ligadas entre elas devido à existência da pressão capilar  $p_c = p_o - p_w$  e as saturações também porque  $S_o + S_w = 1$ . Ao final, essas duas equações diferenciais se tornarão ou função das pressões ou da pressão e da saturação tais que serão estudadas:

- Duas equações diferenciais que tem como variáveis a pressão de água e a pressão de óleo que será a modelagem chamada de modelagem das “pressões”.
- Duas equações diferenciais que tem como variáveis a pressão de água e a saturação de óleo que será a modelagem chamada de modelagem “mista”.

#### 4.2.2 Modelagem das pressões

Para essa modelagem serão usadas somente as variáveis das pressões  $p_w$  e  $p_o$ . Porque a saturação da água é escolhida como sendo uma função da pressão capilar tal que  $S_w = f(p_c)$  e não é mais uma variável básica. Por consequência, as saturações de água e de óleo são funções da pressão capilar e existem nesta modelagem somente duas variáveis. Como o sistema tem duas equações e duas incógnitas então ele pode ser resolvido por algum método analítico ou numérico. Para isso o termo  $\frac{\partial S_w}{\partial t}$  pode ser reescrito como:

$$\frac{\partial S_w}{\partial t} = \frac{\partial S_w}{\partial p_c} \frac{\partial p_c}{\partial t} = \frac{\partial S_w}{\partial p_c} \left( \frac{\partial p_o}{\partial t} - \frac{\partial p_w}{\partial t} \right) \quad (4.19)$$

Dessa forma a saturação de água (e também de óleo) não faz mais parte das variáveis.

Sem esquecer que  $\sum_1^n S_n = 1$ , então por meios das equações (4.17) e (4.18) e usando a equação (4.19) são obtidas as duas equações diferenciais pela modelagem de duas pressões tais que:

$$\begin{aligned} & \left( \frac{b-\phi}{K_s} S_w^2 + \frac{\phi S_w}{K_w} + \left( \frac{b-\phi}{K_s} S_w p_c - \phi \right) \frac{\partial S_w}{\partial p_c} \right) \frac{\partial p_w}{\partial t} \\ & + \left[ \frac{b-\phi}{K_s} S_w (1-S_w) - \left( \frac{b-\phi}{K_s} S_w p_c - \phi \right) \frac{\partial S_w}{\partial p_c} \right] \frac{\partial p_o}{\partial t} \\ & + \frac{1}{\rho_w} \operatorname{div} \left( \rho_w \frac{Kk_{rw}}{\mu_w} (-\operatorname{grad}(p_w) + \rho_w \vec{g}) \right) = 0 \end{aligned} \quad (4.20)$$

$$\begin{aligned} & \left( \frac{b-\phi}{K_s} S_w (1-S_w) + \left( \frac{b-\phi}{K_s} (1-S_w) p_c + \phi \right) \frac{\partial S_w}{\partial p_c} \right) \frac{\partial p_w}{\partial t} \\ & + \left[ \frac{b-\phi}{K_s} (1-S_w)^2 + \frac{\phi(1-S_w)}{K_o} - \left( \frac{b-\phi}{K_s} (1-S_w) p_c + n \right) \frac{\partial S_w}{\partial p_c} \right] \frac{\partial p_o}{\partial t} \\ & + \frac{1}{\rho_o} \operatorname{div} \left( \rho_o \frac{Kk_{ro}}{\mu_o} (-\operatorname{grad}(p_o) + \rho_o \vec{g}) \right) = 0 \end{aligned} \quad (4.21)$$

Pode-se notar que as duas pressões são as únicas variáveis do problema.

### 4.2.3 Modelagem mista

Para realizar essa modelagem deve ser considerada somente uma variável de saturação  $S_w$  e uma de pressão ( $p_w$ ). Para simplificar a pressão capilar será uma função da saturação de água, porém as condições de contorno serão função da saturação de óleo de forma indireta, como será explicado posteriormente. No entanto será considerada somente uma variável de grau de saturação, sendo a outra acoplada devido à equação  $S_w + S_o = 1$ . Por consequência,  $p_c = f(S_w)$  e a fórmula será explicada posteriormente. Serão obtidas essas duas equações diferenciais tais que:

$$\left( \frac{b-\phi}{K_s} + \frac{\phi S_w}{K_w} \right) S_w \frac{\partial p_w}{\partial t} + \left[ \left( \frac{b-\phi}{K_s} S_w (1-S_w) \right) \frac{\partial p_c}{\partial S_w} - \frac{b-\phi}{K_s} S_w p_c - \phi \right] \frac{\partial S_w}{\partial t} + \frac{1}{\rho_w} \operatorname{div} \left( \rho_w \frac{Kk_{rw}}{\mu_w} (-\operatorname{grad}(p_w) + \rho_w \vec{g}) \right) = 0 \quad (4.22)$$

$$\left( \frac{b-\phi}{K_s} + \frac{\phi}{K_o} \right) (1-S_w) \frac{\partial S_w}{\partial t} + \left[ \left( \frac{b-\phi}{K_s} (1-S_w)^2 + \frac{\phi(1-S_w)}{K_o} \right) \frac{\partial p_c}{\partial S_w} - \frac{b-\phi}{K_s} (1-S_w) p_c - \phi \right] \frac{\partial S_w}{\partial t} + \frac{1}{\rho_o} \operatorname{div} \left( \rho_o \frac{Kk_{ro}}{\mu_o} (-\operatorname{grad}(p_o) + \rho_o \vec{g}) \right) = 0 \quad (4.23)$$

Pode-se notar que a pressão da água e a saturação da água são as únicas variáveis do problema.

#### 4.2.4 Descrição do reservatório

##### 4.2.4.1 Reservatório

A fim de descrever o reservatório é apresentado na Figura 4.1 a geometria e a malha do problema. A representação é em planta, como se o reservatório fosse visualizado de cima em duas dimensões, o que implica em  $g=0$  m/s<sup>2</sup>.

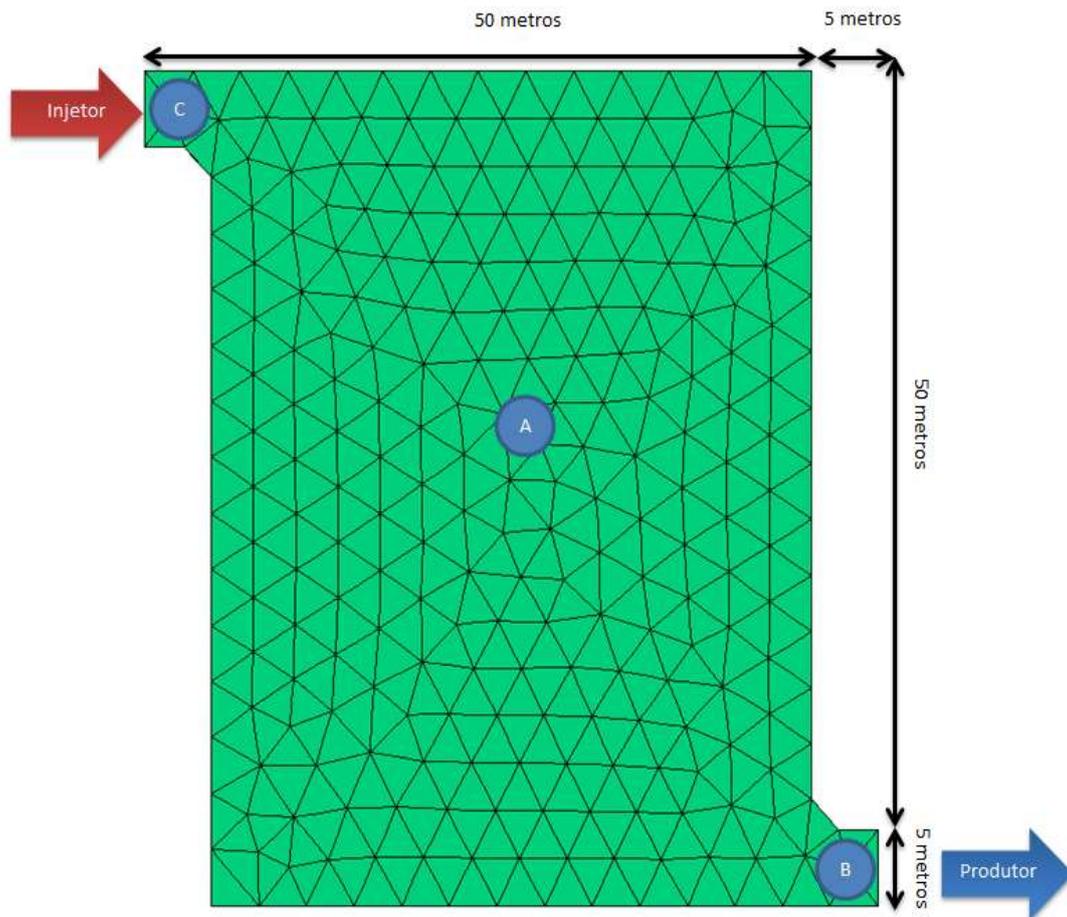


Figura 4.1 – Representação planta do reservatório.

O reservatório tem um tamanho de 55x55 metros. O fluxo é nulo nos contornos do domínio porque as fronteiras são impermeáveis. As injeções ou remoções de fluidos são materializadas pelas flechas produtor e injetor. Os pontos de estudo serão localizados através dos três pontos A, B e C. A malha usada é auto adaptativa, isso quer dizer que ela se forma em função das variações das variáveis. Essa geometria foi escolhida por ser semelhante a um exemplo do tutorial do software FlexPDE.

#### 4.2.4.2 Valor dos parâmetros

Todos os valores dos parâmetros vêm do trabalho de Asadi et al.(2014), sendo estes:

- A permeabilidade intrínseca do sólido  $k = 3 \times 10^{-10} m^2$
- A porosidade  $\phi = 0,20$
- Densidade do sólido  $\rho_s = 20 kN / m^3$
- O módulo de elasticidade do sólido  $K_s = 1 \times 10^9 kPa$
- O módulo de elasticidade da água  $K_w = 2 \times 10^6 kPa$
- O módulo de elasticidade do óleo  $K_o = 1,3 \times 10^6 kPa$
- A viscosidade da água  $\mu_w = 1 \times 10^{-6} kPa.s$
- A viscosidade do óleo  $\mu_o = 5 \times 10^{-6} kPa.s$
- A densidade da água  $\rho_w = 10 kN / m^3$
- A densidade do óleo  $\rho_o = 9,5 kN / m^3$

#### 4.2.5 Pressão capilar

A equação da pressão capilar terá uma influência capital na modelagem porque ela pode ser uma função da saturação e vice versa. A fim de conseguir simplificar as primeiras análises e gerar resultados iniciais para o problema de fluxo bifásico, foi escolhida, uma relação linear entre a pressão capilar e a saturação. Apesar de não ser realista, essa simplificação permitiu reduzir a grande não linearidade existente no sistema de equações e assim, entender aspectos relacionados a condições de contorno, condições iniciais, dentre outros. Um exemplo das relações utilizadas nesta fase de entendimento do problema foi:

$$p_c = \begin{cases} 400 - 444,444(S_w - S_{rw})S_{wmax} & S_w \geq S_{rw} \\ 400 + 500(S_{rw} - S_w) & S_w < S_{rw} \\ 0,001 & S_w > S_{wmax} \end{cases} \quad (4.24)$$

Onde  $S_{rw}$  é a saturação residual de água que é igual a 0,1 e  $S_{wmax}$  a saturação máxima de água que é igual a 1. A representação gráfica desta equação é dada na Figura 4.2.

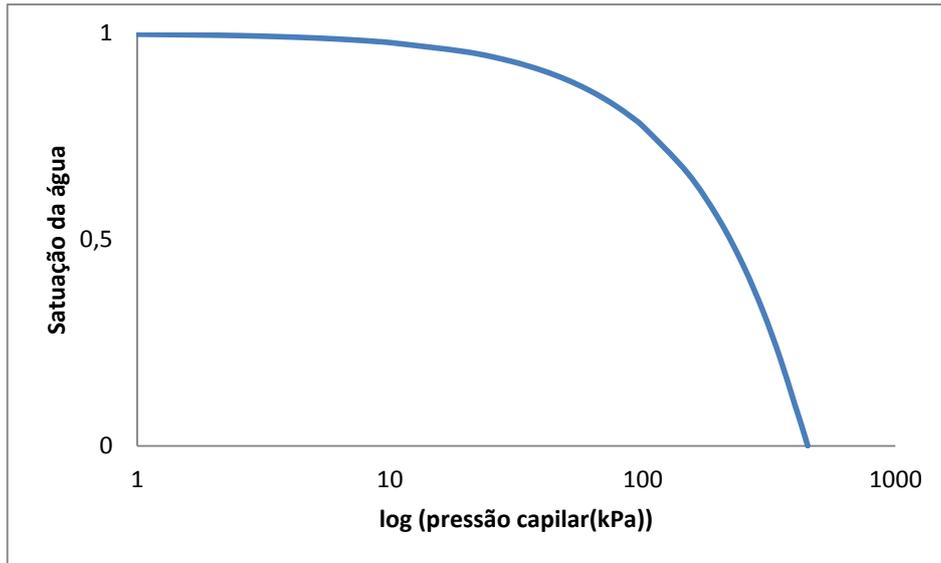


Figura 4.2 – Curva de retenção.

Além da fórmula da expressão da pressão capilar, pode-se notar que aparece o termo  $\frac{\partial p_c}{\partial S_w}$ , por isso é importante que a derivada da função da pressão capilar seja sempre definida durante a modelagem, isso impõe que a  $p_c = f(S_w)$  seja contínua dentro do intervalo de variação da saturação.

Num segundo momento, uma relação mais realista para as curvas de saturação pode ser adotada. Neste trabalho foi utilizada a equação de van Genutchen, tal que:

$$S_w = S_{rw} + \frac{1 - S_{rw}}{\left[ 1 + \left( \frac{p_c}{p_a} \right)^{n_g} \right]^{m_g}} \quad (4.25)$$

Onde  $S_{rw}$  é a saturação residual de água,  $p_c$  é a pressão capilar entre o óleo e a água,  $p_a$  é a pressão de entrada de ar e  $n_g$  e  $m_g$  são parâmetros tal que  $n_g = 1 - 1/m_g$ .

Na Figura 4.3 é apresentado o gráfico da função para a relação entre grau de saturação e pressão capilar, utilizando a equação de van Genutchen.

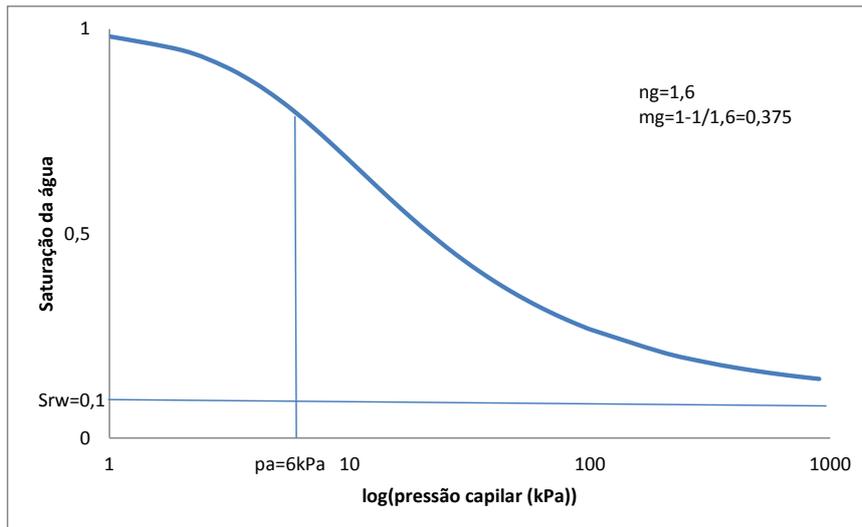


Figura 4.3 – Gráfico da curva de retenção com a fórmula de van Genuchten.

#### 4.2.6 Permeabilidade relativa

A permeabilidade relativa tem também influência no resultado das modelagens porque entra no termo da mobilidade  $\lambda = \frac{kk_{ra}}{\mu_a}$ . Esse termo possui uma influência no fluxo da fase. Neste caso as permeabilidades relativas terão as equações simplificadas e serão consideradas tais que:

$$k_{rw} = S_w^2 \quad (4.26)$$

$$k_{ro} = (1 - S_w)^2 \quad (4.27)$$

#### 4.2.7 Condições iniciais

As condições iniciais para as duas modelagens são iguais tais que, para  $t=0$ :

- $S_{wi} = 0,17$ ;
- $S_{oi} = 0,83$ ;
- $p_{wi} = 400\text{kPa}$ ;
- $p_{oi} = 800\text{kPa}$ .

Do ponto físico essas condições representam um reservatório quase saturado de óleo e com um pouco de água. Além disso, existe correlação na escolha das condições

inicias entre a modelagem com duas pressões e a modelagem com uma pressão e uma saturação. Para ter essa correlação é necessário utilizar a equação (4.26) e calcular as saturações que correspondem às pressões iniciais, tal que  $p_{wi} = 400\text{kPa}$  e  $p_{oi} = 800\text{kPa}$  na modelagem com duas pressões. Após o cálculo a saturação inicial de óleo é definida como  $S_{oi} = 0,83$  e uma pressão de água  $p_{wi} = 400\text{kPa}$  na outra modelagem.

#### 4.2.8 Condições de contorno

O reservatório é constituído de dois poços: um produtor e um injetor. Além desses dois poços, não existe outros poços e não há saída ou entrada no contorno do reservatório. Para poder comparar as duas modelagens, “pressões” e “mista”, é primordial ter as mesmas condições de contorno a fim de ter a mesma resposta.

Por isso será estudada inicialmente a modelagem com duas pressões. A fim de modelar o poço injetor será considerada a existência de um fluxo de água com vazão constante, não havendo fluxo de óleo. No poço produtor será considerada uma pressão de água igual à pressão de água inicial e uma pressão de óleo igual à pressão de óleo inicial. Essa última condição não é muito representativa da realidade, mas foi usada para evitar um gradiente de pressão elevada. Assim, tem-se um resumo das condições de contorno:

a. Na modelagem das pressões:

○ No poço injetor:

Um valor  $\frac{d(p_w)}{dx} = -1 \times 10^{-3} \text{ kN} / \text{m}^3$  sendo que para o cálculo da vazão é

necessário conhecer a permeabilidade relativa conforme a equação (4.26). Para não haver fluxo de óleo na entrada, o valor da vazão de óleo é  $q_o = 0 \text{ m}^3 / \text{s}$  tal q

ue  $\frac{d(p_o)}{dx} = 0 \text{ kN} / \text{m}^3$ .

○ No poço produtor foi assumido:

- $p_w = 400kPa$ ;
- $p_o = 800kPa$ .

b. Na modelagem mista

Para manter a compatibilidade entre as duas modelagens, as condições de contorno para a modelagem mista devem estar correlacionadas com a modelagem de pressões. Assim,

○ No poço produtor:

- $p_w = 400kPa$

O fato de que na primeira modelagem  $p_o = 800kPa$  implica que utilizando o valor da pressão capilar se obtém um valor de  $S_o = 0,83$ .

○ No poço injetor:

Da mesma forma que no caso anterior, as condições de contorno devem ser compatíveis. Assim, no poço injetor tem-se  $\frac{dp_w}{dx} = -1 \times 10^{-3} kN / m^3$ .

Sobre condição de contorno da saturação de óleo, na primeira modelagem há um valor de vazão de óleo nula por consequência o valor da saturação de óleo tem que ser compatível com esse valor. Assim, considerado somente o gradiente no eixo x, tem-se que:

$$\frac{dp_o}{dx} = 0 \text{ como } p_c = p_o - p_w \text{ então } \frac{dp_c}{dx} = -\frac{dp_w}{dx} \text{ mas neste lugar } \frac{dp_w}{dx} = -1 \times 10^{-3}.$$

Então  $\frac{dp_c}{dx} = 1 \times 10^{-3}$ . Além disso  $p_c = f(S_w)$  e  $S_w = 1 - S_o$ . Então

$$\frac{dp_c}{dx} = \frac{dp_c}{dS_w} \frac{dS_w}{dx} = -\frac{dp_c}{dS_w} \frac{dS_o}{dx}. \text{ Em consequência } \frac{dS_o}{dx} = -\frac{dS_w}{dp_c} \frac{dp_c}{dx} = (-1 \times 10^{-3}) \frac{dS_w}{dp_c}.$$

Agora que todos os parâmetros e as condições de contorno e iniciais foram definidas, é possível realizar a modelagem numérica do problema por meio da ferramenta FlexPDE.

## 4.2.9 Ferramenta utilizada – FLEXPDE

### 4.2.9.1 Descrição da ferramenta

Para resolver equação diferencial será usado o software chamado de FlexPDE. Ele é uma ferramenta que permite a partir de um *script* escrito pelo usuário de resolver, descrever, representar graficamente um problema definido para equação diferencial. Maiores detalhes podem ser encontrados no Manual do Usuário do FlexPDE (PDE Solutions, 2009) ou na página da internet <http://www.pdesolutions.com>.

O FlexPDE é um programa de elemento finito que gera a malha auto adaptativa de elemento, a solução e os gráficos mostrando os resultados. O usuário pode editar o *script*, executar o problema e observar a saída, em seguida, reeditar e reexecutar repetidamente sem sair do ambiente de aplicação FlexPDE. O *script* descreve completamente o sistema de equações e domínio do problema.

FlexPDE pode resolver sistemas de equações de primeira ou de segunda ordem em uma, duas ou três dimensões cartesianas, em dimensões esférica ou cilíndrica, ou bidimensional por uma geometria axisimétrica. Além disso, o FlexPDE pode resolver, ao mesmo tempo, equações estacionárias ou dependentes do tempo, equações lineares e não lineares. E para terminar pode ser definida uma grande quantidade de regiões com propriedades de material diferentes.

A fim de validar o uso do software foi feito um exemplo considerando o transporte de óleo e água no solo. O modelo é dado em Gelinas, et al, "Adaptive Forward-Inverse Modeling of Reservoir Fluids Away from Wellbores", e no "Adaptive Mesh for Two-Phase Flow in Porous Media" (1998). Este exemplo está disponível no tutorial do FlexPDE (FlexPDE, 2009).

A fim de visualizar como é o Flexpde será apresentado o *script* de um problema.

### 4.2.9.2 Script

Em primeiro lugar é importante:

- (a) Dar o nome à modelagem;
- (b) Definir o sistema de coordenadas do problema, por exemplo, aqui é 2D;
- (c) Definir as variáveis básicas, pressões do óleo e da água;
- (d) Depois definir a precisão da variável;

- (e) Tem-se que definir todos os parâmetros necessários.

Na Figura 4.4 tem-se os outros elementos necessários para a definição do problema.

```
(a)TITLE 'modelagem com duas pressões: pressão de água (pw) e pressão de óleo (po)' {nome da modelagem}
(b)COORDINATES cartesian2 {dimensão da modelagem}
(c)VARIABLES {variáveis primarias}
    pw (threshold= 0.001) {pressão da água}
    po (threshold= 0.001) {pressão do óleo}
(d)SELECT
    ERRLLIM = 0.01 {precisão das variáveis}
(e)DEFINITIONS
    pc=po-pw {pressão capilar}
    pa=6 {pressão de ar de van Genutchen}
    ng=1.6 {parametro de van Genutchen}
    mg=1-1/ng {parametro de van Genutchen}
    Srr=0.1 {saturação residual de água}

    sw=if (pc>0) then srr+(1-srr)/((1+(pc/pa)^(ng))^(mg))
    else srr {equação da saturação de água em função da pressão capilar}

    dswdpc=if (pc>0) then -(1-srr)*mg*(pc/pa)^ng*ng/((1+(pc/pa)^(ng))^(mg)*pc*(1+(pc/pa)^(ng)))
    else -0.0001 {equação da derivada saturação de água em função da pressão capilar}

    so=1-sw {saturação de óleo}
    krw=sw^2 {permeabilidade relativa da água}
    kro=(1-sw)^2 {permeabilidade relativa do óleo}
    k=3e-10 {permeabilidade intrínseca}
    uw=1e-6 {viscosidade da água}
    uo=5e-6 {viscosidade do óleo}
    rs=20 {densidade do sólido}
    nw=10 {densidade da água}
    ro=9.5 {densidade do óleo}
    n=0.20 {permeabilidade}
    g=0*vector(0,-1) {vetor gravidade}
    ks=1e9 {coeficiente de compressibilidade do sólido}
    kw=2e6 {coeficiente de compressibilidade da água}
    ko=1.3e6 {coeficiente de compressibilidade do óleo}
    b=1 {coeficiente de biot}
```

Figura 4.4 – Variáveis e definições dos parâmetros no Flexpde.

Na Figura 4.5, pode se notar que após é necessário:

- (f) Definir as duas condições iniciais de pressão;
- (g) Definir as duas equações diferenciais;
- (h) Definir a geometria do problema. Para cada contorno é especificado as condições de contorno onde “natural” representada à condição de Neumann e “value” a condição de Dirichlet.

Na Figura 4.5 é possível ver que existe somente um poço produtor e um poço injetor e que o resto do contorno do reservatório não há fluxo.

(f) INITIAL VALUES {condições iniciais}

```
po=800{kPa}  
pw=400 {kPa}
```

(g) EQUATIONS {equações}

```
pw:((b-n)/ks*sw^2+n*(sw/kw)+(((b-n)/ks)*sw*pc-n)*dswdpc)*dt(pw)  
+(((b-n)/ks)*sw*(1-sw)-(((b-n)/ks)*sw*pc-n)*dswdpc)*dt(po)+1/rw*div(rw*k*(krw/uw)*(-grad(pw)+rw*g))=0  
  
po:((b-n)/ks*sw*(1-sw)+(((b-n)/ks)*(1-sw)*pc+n)*dswdpc)*dt(pw)+(((b-n)/ks)*((1-sw)^2)  
+n*((1-sw)/ko)-(((b-n)/ks)*(1-sw)*pc+n)*dswdpc)*dt(po)+1/ro*div(ro*k*(kro/uo)*(-grad(po)+ro*g))=0
```

(h) BOUNDARIES {definição da geometria/condições de contorno}

REGION 1

```
Start (0,55) natural(pw)=0 natural(po)=0  
line to (50,55) natural(pw)=0 natural(po)=0  
line to (50,7) natural(pw)=0 natural(po)=0  
line to (52,5) natural(pw)=0 natural(po)=0  
line to (55,5) value(pw)=400 value (po)= 800 {poço produtor}  
line to (55,0) natural(pw)=0 natural(po)=0  
line to (5,0) natural(pw)=0 natural(po)=0  
line to (5,48) natural(pw)=0 natural(po)=0  
line to (3,50) natural(pw)=0 natural(po)=0  
line to (0,50) natural(po)=0 natural (pw) =-1e-3 {poço injetor}  
line to close
```

Figura 4.5– Condições iniciais, equações e geometria acoplada com as condições de contorno.

Finalmente, para terminar Figura 4.6 é definido:

- (i) O espaço de tempo da simulação;
- (j) Quais gráficos devem ser visualizados;
- (k) Quais dados serão usados;
- (l) O final do script

(i) TIME 0 TO 100000 by 100 {tempo da modelagem/intervalo de calculo}

(j) PLOTS {gráficos}

for t = 0 by 100 to 100000

surface(sw) as "Saturation agua"

surface(so) as "Saturation oleo"

contour(pw) as "Pressão agua"

contour(po) as "Pressão oleo"

contour(pc) as "Pressão capilar"

vector(-k\*krw/uw\*grad(pw)) norm as "velocidade agua"

vector(-k\*kro/uo\*grad(po)) norm as "velocidade oleo"

(k) HISTORIES

history(sw) at (25,25) as "Saturation agua" export file= ' saturação agua po pw (25,25).tbl '

history(so) at (25,25) as "Saturation oleo" export file= ' saturação oleo pg pw (25,25).tbl '

history(pw) at (25,25) as "Pressão agua" export file= ' pressao agua po pw (25,25).tbl '

history(po) at (25,25) as "Pressão oleo" export file= ' pressão oleo po pw (25,25).tbl '

history(sw) at (52,2) as "Saturation agua" export file= ' saturação agua po pw (52,2).tbl '

history(so) at (52,2) as "Saturation oleo" export file= ' saturação oleo po pw (52,2).tbl '

history(pw) at (52,2) as "Pressão agua" export file= ' pressao agua po pw (52,2).tbl '

history(po) at (52,2) as "Pressão oleo" export file= ' pressão oleo po pw (52,2).tbl '

(l) End

---

Figura 4.6 – Tempo total da experiência/intervalo de cálculo e representação gráfica.

O cálculo da vazão deve ser feito por meio da integração do gradiente ao longo da secção desejada.

#### 4.2.10 Resultados

A fim de comparar as duas modelagens serão comparadas as respostas obtidas. Por isso serão escolhidos dois pontos, um de coordenada (52;2,5), chamado ponto B, no poço produtor e outro de coordenada (25,25), chamado ponto A, no centro de reservatório, para comparar a pressão de água ( $p_w$ ), a pressão de óleo ( $p_o$ ), a saturação de água ( $S_w$ ) e a saturação de óleo ( $S_o$ ). Devido ao fato que as saturações são correlacionadas, pode-se apresentar somente uma das saturações.

Essas duas modelagens foram desenvolvidas devido ao artigo do Asadi et al, (2014) onde eles comparem as modelagens de tipo “pressões” e “mista”. No artigo, eles comparam as pressões e as saturações de uma amostra, preenchidas de ar e água, de 1 metro de altura. Através dos resultados das modelagens, eles destacam que as modelagens têm respostas diferentes. Ao contrário desta pesquisa que mostra que as

modelagens chamado de “pressões” e “mista” têm as mesmas respostas como pode-se ver nas Figura 4.7, Figura 4.8 e Figura 4.9.

Na Figura 4.7 pode-se observar a pressão de água sendo obtida pelas duas modelagens e em dois pontos diferentes. Pode-se notar que as curvas de duas modelagens são idênticas em cada ponto. Também se nota que as curvas de pressões possuem uma tendência de se estabilizar à medida que o reservatório está sendo esvaziado.

Do mesmo modo que no caso anterior, na Figura 4.8 pode se observar a pressão de óleo sendo obtida pelas duas modelagens e em dois pontos diferentes. Pode-se notar que as curvas de duas modelagens são idênticas em cada ponto. Além disso, é interessante notar que há existência de um pico de pressão. Isso acontece pela injeção de água e a pressão de óleo diminuirá a medida que o óleo está sendo extraído. A curva terá a tendência de se estabilizar antes de atingir zero.

Na Figura 4.9 pode se observar a saturação de água sendo obtida pelas duas modelagens e em dois pontos diferentes. Pode notar que as curvas de duas modelagens são idênticas em cada ponto.

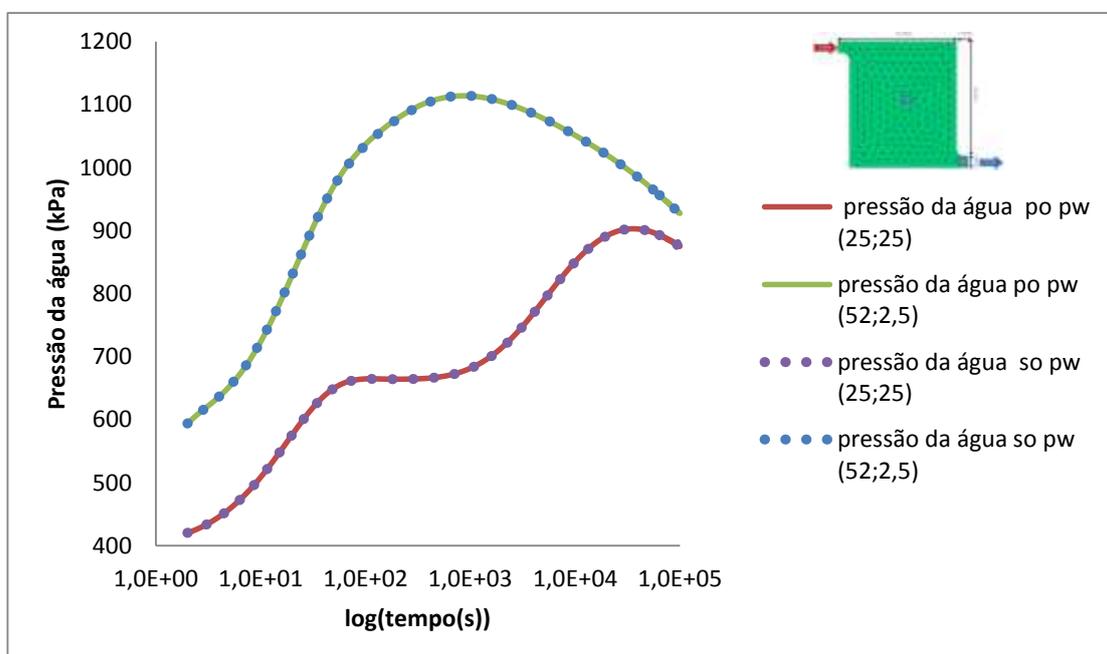


Figura 4.7 – Pressões de água em função do tempo.

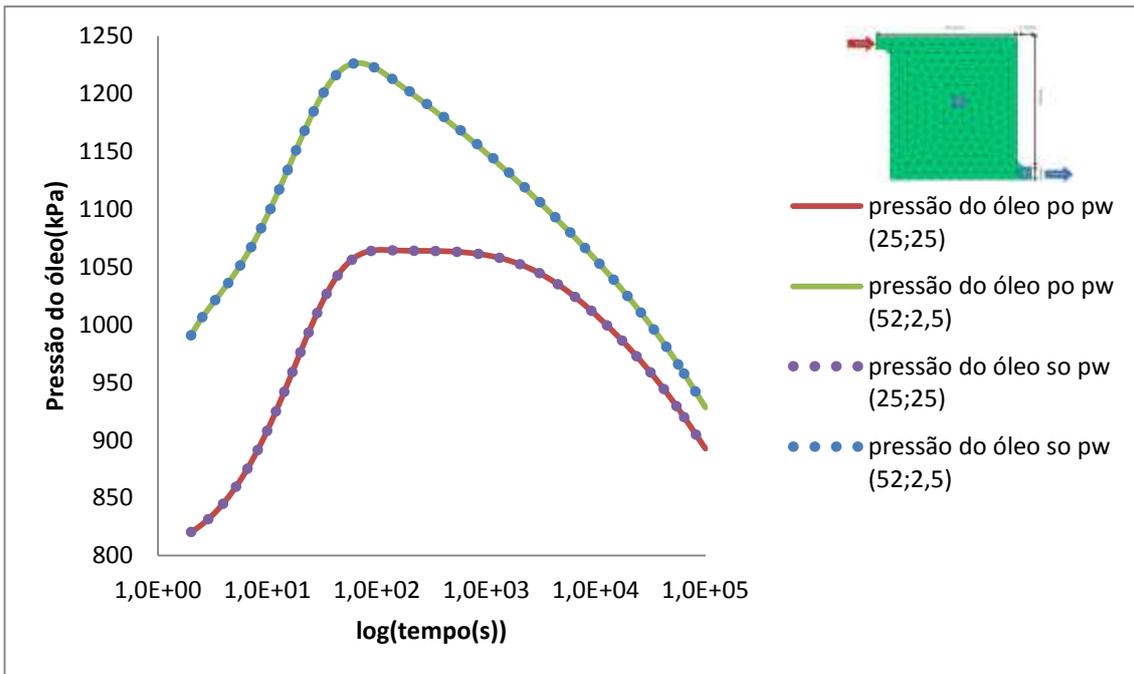


Figura 4.8 – Pressões de óleo em função do tempo.

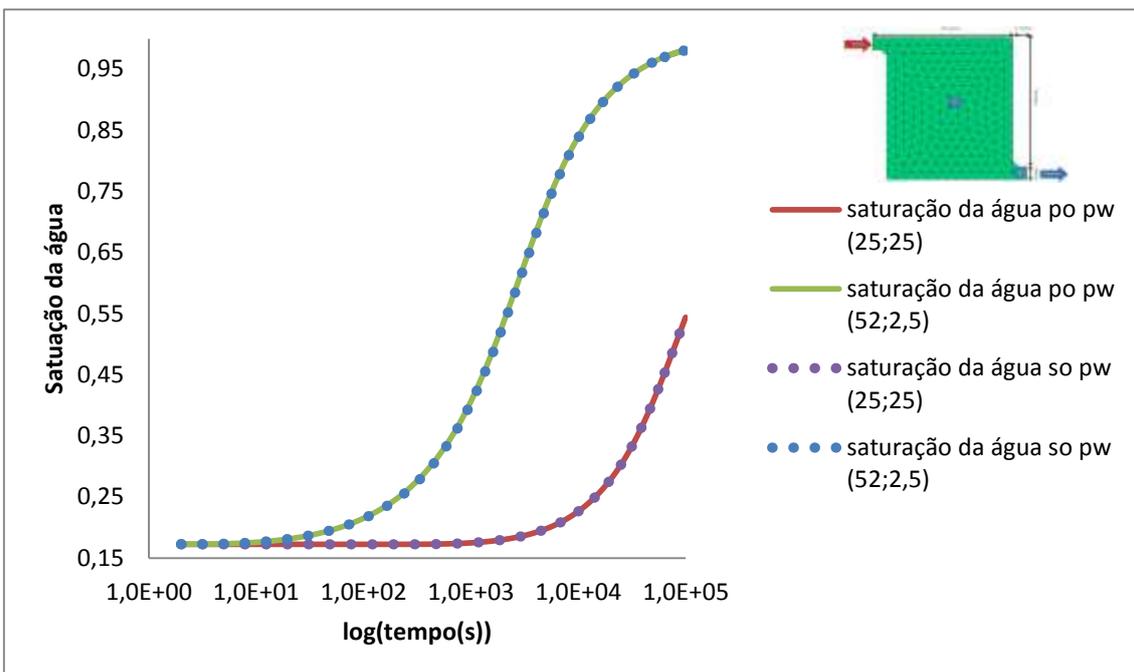


Figura 4.9 – Saturação da água.

#### 4.2.11 Limitações das modelagens

Existem algumas limitações nas modelagens realizadas anteriormente em consequência ao uso das hipóteses. Por exemplo, devido a problemas numéricos, o gradiente de pressão aplicado não pode ser muito elevado, (neste exemplo a diferença

de pressão é de somente 400kPa). Há ainda, a limitação no valor da vazão de injeção escolhida.

Além disso, as equações de permeabilidades relativas usadas são as formas mais simples de permeabilidade relativa encontradas na literatura. Isso ocorre porque a utilização de equações mais complexas levaria a uma maior não linearidade, o que pode acarretar em problema de convergência, ou seja, o programa não conseguiria atingir os valores de erro estabelecidos.

Além disso, os parâmetros associados à compressibilidade dos fluidos e as curvas de retenção (relação entre a pressão capilar e a saturação) são de difícil determinação. Assim, será estudada posteriormente a influência dos parâmetros das curvas de retenção nas modelagens.

Além disso, o tempo de estudo é pequeno. Somente 1.000.000 segundos. Isso é bem inferior aos tempos de extração de óleo de um reservatório. Esse tempo é devido a fato que o reservatório tem uma dimensão bem inferior aos tamanhos de reservatórios em escala real e os valores de permeabilidade também são diferentes, já que se trata somente de uma análise de um reservatório hipotético e não de um problema real. Porém, a metodologia apresentada pode ser utilizada na reprodução de problemas reais.

#### **4.2.12 Análise paramétrica**

A modelagem e a interpretação do fluxo são ligadas aos parâmetros escolhidos, sobretudo da curva de pressão capilar. Desta forma, nesta parte será estudada a influência que a curva de retenção tem sobre o comportamento do fluxo dentro do reservatório. Anteriormente foi explicitado o que é a curva de pressão capilar. Nesta parte será destacada como a inclinação da curva influencia a modelagem. A fim de tornar mais claro, um dos parâmetros da curva de retenção, modelada por meio da equação de van Genutchen, será variado enquanto os outros parâmetros da análise serão mantidos constantes e iguais aos apresentados nas análises anteriores.

##### **4.2.12.1 Influência da curva de pressão capilar**

Nesta parte é usada a equação de van Genutchen, sendo que somente o parâmetro ( $n_g$ ) será variado. Este parâmetro está relacionado à distribuição dos poros onde o fluido fica armazenado. A equação de van Genutchen é definida como:

$$S_w = S_{rw} + \frac{1 - S_{rw}}{\left[ 1 + \left( \frac{p_c}{p_a} \right)^{n_g} \right]^{m_g}} \quad (4.28)$$

Onde  $S_{wr}$  representa a saturação residual de água,  $p_c$  é a pressão capilar,  $p_a$  a entrada de ar dentro do solo e  $n_g$  e  $m_g$  são parâmetros. O parâmetro  $n_g$  é o parâmetro que será modificado pelo fato que ele controle a inclinação da curva de retenção como se pode notar na Figura 4.10.

Na Figura 4.10 pode-se observar a influência do parâmetro  $n_g$ . Nesta figura, o parâmetro varia de  $n_g = 1$  até  $n_g = 100$ . Um valor de  $n_g$  igual a 1 faz com que o valor de  $m_g$  seja zero, e assim a equação passa a ter um valor constante. Por outro lado, o valor elevado de  $n_g$  (por exemplo, 100) leva a equação a um elevado gradiente, ou seja, pequenas variações no valor da pressão capilar produzem grandes variações no grau de saturação.

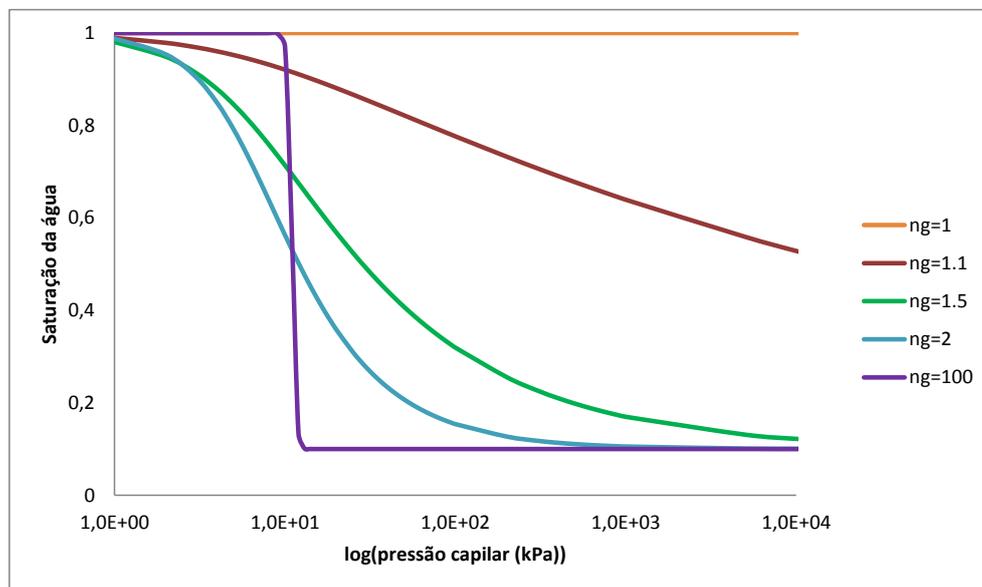


Figura 4.10 – Curva de retenção em função do parâmetro  $n_g$ .

#### 4.2.12.2 Modelagem e resultados

Durante a modelagem do fluxo dentro do reservatório, se destacam alguns valores de  $n_g$ . Para valores acima de  $n_g = 2$ , nenhuma modelagem pode ser realizada. Isso pode ser explicado ao se observar Figura 4.10, onde para esses valores tem-se uma

elevada inclinação, quase vertical, o que resulta numa elevada não linearidade das equações. Por consequência uma pequena variação da pressão capilar nesta zona pode gerar valores muito diferente de saturação. Isso torna inviável a modelagem para valores de  $n_g > 2$  .

Na Figura 4.10 são apresentadas as curvas de vazão para os valores de  $n_g$  variando de 1,1 até 2. É possível visualizar que inicialmente há um aumento do volume extraído, sendo seguido de um período em que esse valor é mantido constante e, então, há uma redução do volume extraído. Esse resultado assemelha-se as curvas de produção apresentada na Figura 2.13. Neste gráfico pode-se notar a diferença de vazão em função do parâmetro do  $n_g$  da curva de retenção. Outros parâmetros que podem influenciar o fluxo no reservatório é o coeficiente de compressibilidade dos fluidos e o coeficiente de permeabilidade dos fluidos. No próximo item serão apresentados resultados que demonstram a influência do coeficiente de compressibilidade dos fluidos sobre a produção do reservatório.

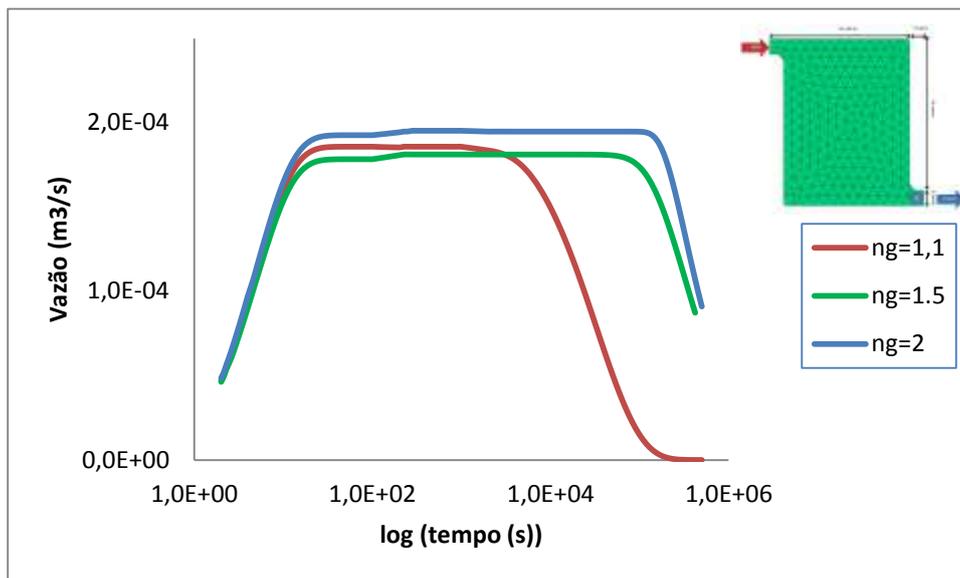


Figura 4.11 – Curvas de vazão em função do parâmetro  $n_g$  .

Tabela 4.1 – Vazão total em função do parâmetro  $n_g$ .

valor de $n_g$	1,1	1,5	2
volume total (m <sup>3</sup> )	7,6	58,7	69,3

#### 4.2.13 Influência de coeficiente de compressibilidade

A fim de analisar a influência do coeficiente de compressibilidade, serão realizados dois tipos de modelagem. A primeira considerará o coeficiente de compressibilidade de óleo (líquido armazenado) variando enquanto o coeficiente de compressibilidade de água (líquido injetado) permanecerá constante. Na segunda análise o coeficiente de compressibilidade de água sofrerá variação enquanto o do óleo permanecerá constante. Como nas modelagens anteriores, o parâmetro de comparação será a vazão de óleo obtida na saída do reservatório. Os resultados são apresentados nas Figura 4.12, Figura 4.13 e nas Tabela 4.2 e Tabela 4.3. Cabe destacar que apesar de o coeficiente da água não ter uma variação da ordem de grandeza apresentada, as análises realizadas tem como objetivo mostrar a influência da relação entre os coeficientes de compressibilidade dos fluidos.

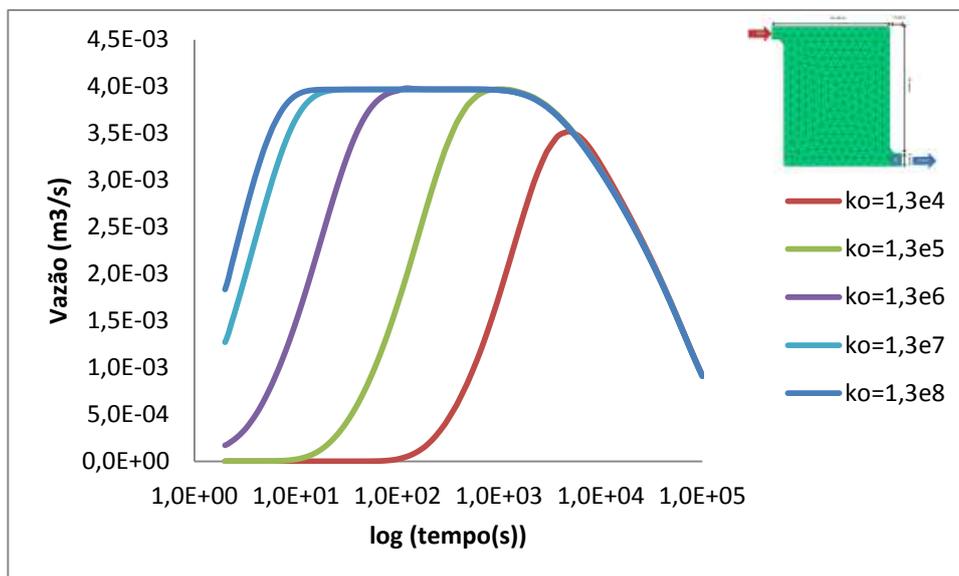


Figura 4.12 – Curva de vazão em função do módulo de elasticidade do óleo.

Tabela 4.2 – Vazão total em função do módulo de elasticidade do óleo

valor do módulo $k_o$ (kPa)	1,30E+04	1,30E+05	1,30E+06	1,30E+07	1,30E+08
volume total (m <sup>3</sup> )	185,6	189,5	189,8	189,8	189,9

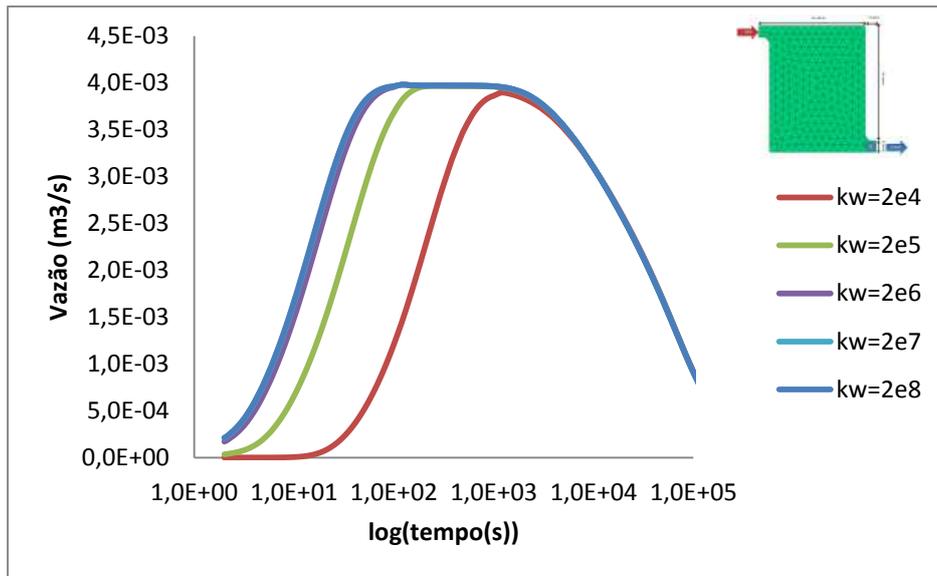


Figura 4.13 – Curva de vazão em função do módulo de elasticidade da água.

Tabela 4.3 – Vazão total em função do módulo de elasticidade da água.

valor do módulo kw(kPa)	2,00E+04	2,00E+05	2,00E+06	2,00E+07	2,00E+08
volume total (m3)	188,60	188,89	189,79	189,82	189,83

Pode-se notar que nas Figura 4.12 e Figura 4.13, a modificação do módulo de compressibilidade tem por consequência uma alteração da vazão. Caso do módulo compressibilidade do óleo modificado, pode-se observar que a vazão máxima é obtida mais rapidamente quando o módulo é maior. Isso ocorre devido ao fato que quando o óleo é menos compressível, não há a compressão do fluido e o mesmo tende a se deslocar mais rapidamente do que no caso do fluido mais compressível. Por outro lado, quando este é mais compressível, a injeção de água produzirá inicialmente uma compressão do fluido armazenado, e somente após isso ocorre o processo de deslocamento do mesmo. Fenômeno semelhante ocorre com a variação do módulo de compressibilidade de água. Porém, é interessante destacar que a variação da compressibilidade do óleo tem uma influencia maior sobre a variação da vazão. Provavelmente isso devido à diferença de volume existente no início das análises, sendo o volume de óleo é muito superior ao da água.

De modo a comparar com os outros resultados, a modelagem do processo de produção primária, que é muito semelhante ao fenômeno de adensamento, será feita no item seguido.

#### 4.2.14 Modelagem de fluxo bifásico de uma produção primária

Para realizar a modelagem de uma produção primária, será necessária a modificação das condições de contorno, como apresentado a seguir:

(a) No poço injetor:

Não há mais entrada de água porque uma produção primária consiste somente na uma produção devido à energia interna do reservatório, ou seja, uma diferença de pressão de óleo entre o reservatório e poço produtor. Em consequência, a pressão de água no, poço injetor, será igual ao valor da pressão inicial de água do reservatório. Então  $p_w = 400kPa$ .

Para não ter saída de óleo neste poço será considerada uma vazão nula. Então

$$\frac{dp_o}{dx} = 0kN / m^3$$

(b) No poço produtor:

Para não haver fluxo devido à água no poço produtor, a pressão também será considera igual à pressão de água do reservatório. Então  $p_w = 400kPa$

Para ter fluxo devido ao óleo, tem que existir uma gradiente na pressão de óleo. Por isso a pressão óleo na saída (contorno) deve ser menor que a pressão de óleo que é no reservatório. Em consequência será escolhida uma pressão de óleo igual a da água para não existir uma pressão capilar negativa.

Definida as condições de contorno é possível visualizar os resultados na Figura 4.14, onde é apresentado o valor da vazão do reservatório. As representações gráficas das pressões da água e do óleo no centro do reservatório podem ser observadas na Figura 4.16, enquanto os gráficos de saturação da água no centro do reservatório na Figura 4.16.

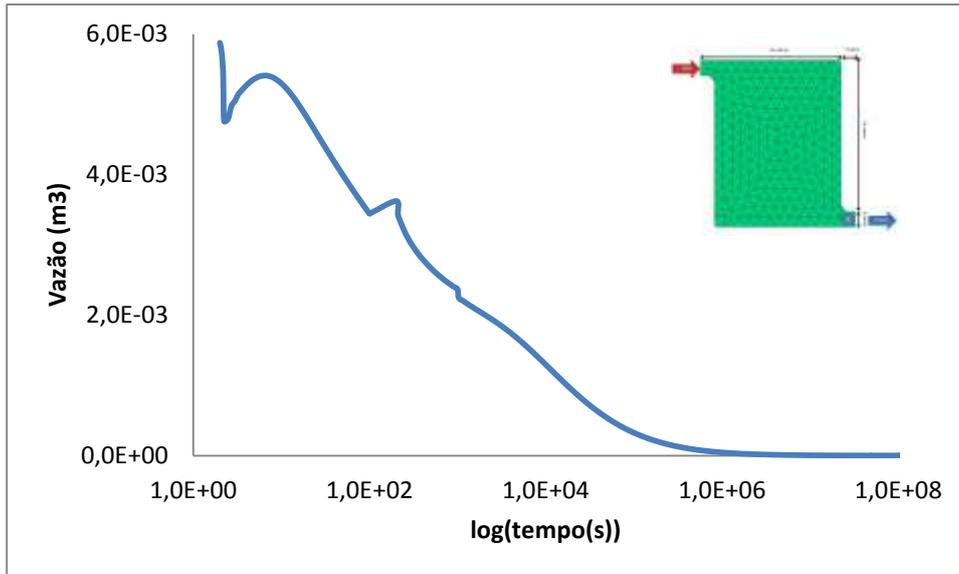


Figura 4.14 – Vazão de óleo no poço produtor para modelagem bifásica.

As representações gráficas das pressões da água e do óleo no centro do reservatório na Figura 4.15

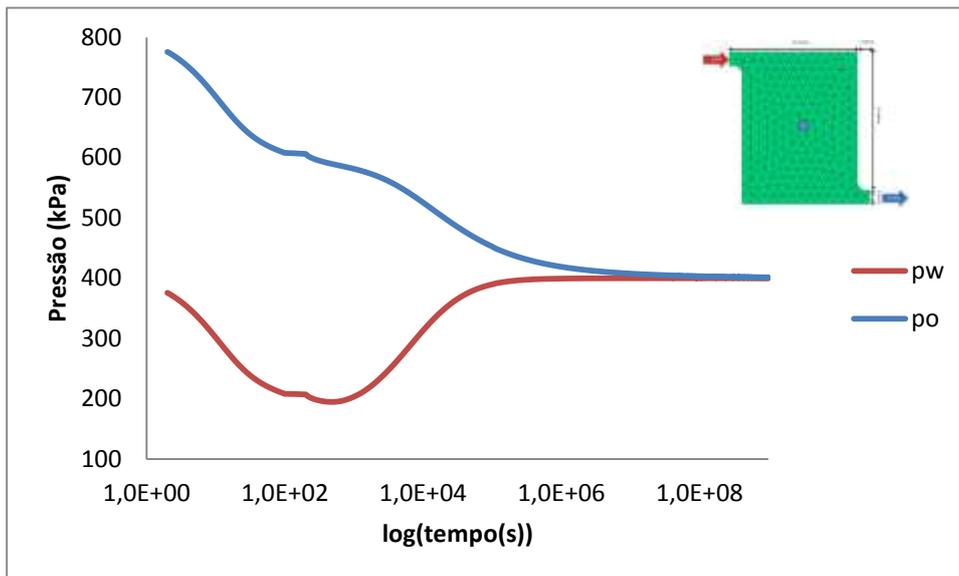


Figura 4.15 – Pressão de uma modelagem bifásica.

As representações gráficas das saturações da água no centro do reservatório na Figura 4.16.

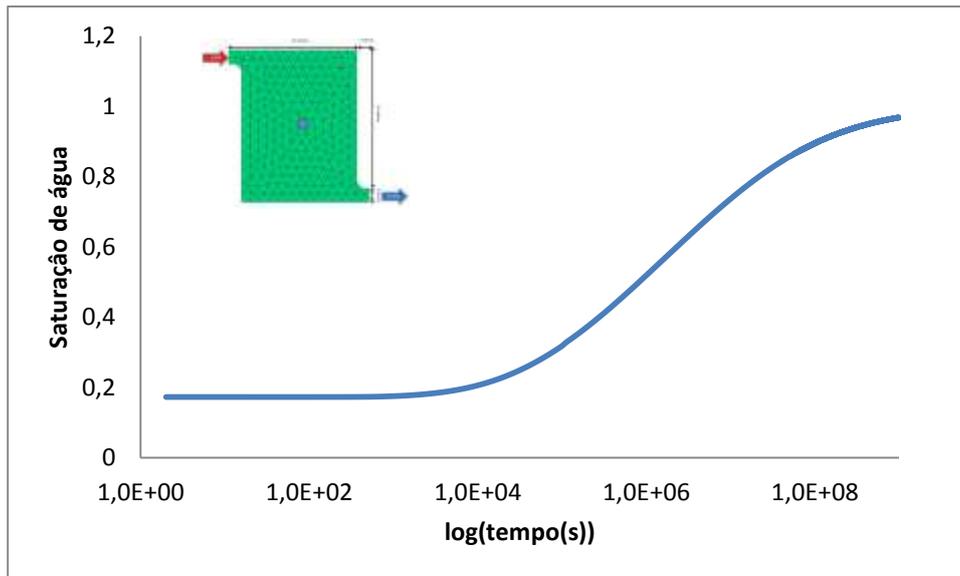


Figura 4.16 – Saturação de uma modelagem bifásica.

Por meio das figuras das pressões e da saturação, pode-se observar a redução da pressão da água, no centro do reservatório, fenômeno que de certa forma era inesperado. Porém, é possível observar também que nos instantes iniciais, logo após o óleo começa a fluir pelo poço produtor, o grau de saturação da água, e do óleo, no centro do reservatório permanece. Para isso acontecer é necessário que a pressão capilar também permaneça constante. Porém, como a pressão do óleo tende a reduzir, é necessário que a pressão da água também diminua de modo que a pressão capilar e a saturação permaneçam constante. Quando isso ocorrer, os valores de vazão no poço produtor já estão bem baixos, e em seguida a total parada de saída de óleo do reservatório. Esse tempo é menor quando comparado a produção secundária (Figura 2.13).

No próximo item serão apresentados os resultados para simulações trifásicas.

### 4.3 MODELO PARA UM MEIO TRIFÁSICO

Esse item tem a finalidade de apresentar à formulação da modelagem de produção de óleo, com presença de gás dentro o reservatório pela injeção de água. Há necessidade de estabelecer as equações que governam o fenômeno trifásico dentro de um reservatório composto de água(w), de óleo (o) e gás(g).

#### 4.3.1 Geometria, parâmetros e equações básicas

A geometria do reservatório será conservada à geometria do início do capítulo 4 tal que (Figura 4.17):

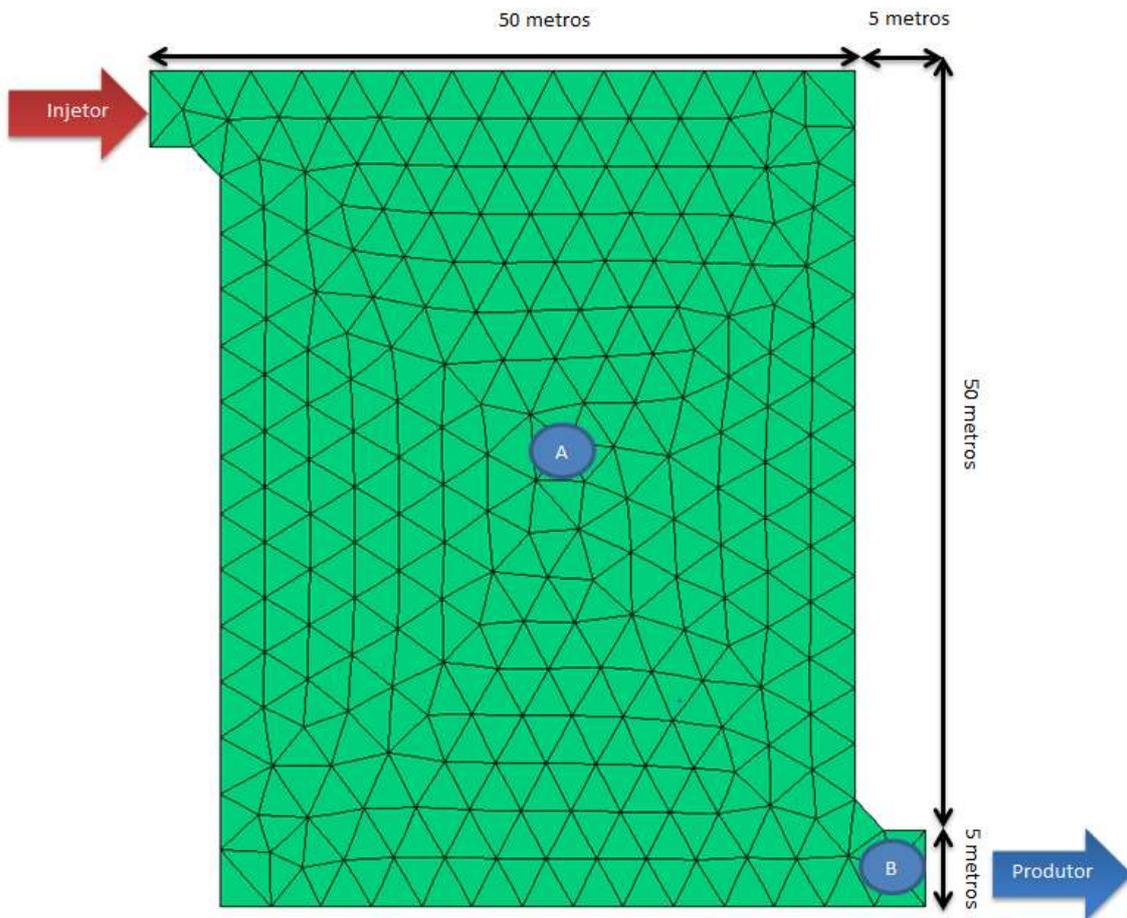


Figura 4.17 – Representação planta do reservatório.

Todos os valores dos parâmetros do capítulo 4 são iguais e vêm do artigo Asadi et al.(2014). Onde:

Existem parâmetros que descrevem o meio tal que:

- A permeabilidade intrínseca do meio  $k = 3 \times 10^{-10} m^2$
- A porosidade  $\phi = 0,20$
- Densidade do sólido  $\rho_s = 20 kN / m^3$
- O modulo de elasticidade do sólido  $K_s = 1 \times 10^9 kPa$

Existem parâmetros que descrevem os fluidos tais que:

- O módulo de elasticidade da água  $K_w = 2 \times 10^6 \text{ kPa}$
- O módulo de elasticidade do óleo  $K_o = 1,3 \times 10^6 \text{ kPa}$
- O módulo de elasticidade do gás  $K_g = 1,42 \times 10^2 \text{ kPa}$
- A viscosidade da água  $\mu_w = 1 \times 10^{-6} \text{ kPa.s}$
- A viscosidade do óleo  $\mu_o = 5 \times 10^{-6} \text{ kPa.s}$
- A viscosidade do gás  $\mu_g = 1,8 \times 10^{-5} \text{ kPa.s}$
- A densidade da água  $\rho_w = 10 \text{ kN / m}^3$
- A densidade do óleo  $\rho_o = 9,5 \text{ kN / m}^3$
- A densidade do gás  $\rho_g = 1,2 \times 10^{-3} \text{ kN / m}^3$

Considerando um meio constituído de três fluidos não miscíveis, a água (w), o óleo (o) e o gás (g) onde não há transferência entre os fluidos às equações anteriores podem ser escritas como:

- a. Para as saturações ( $S$ ) (Peaceaman, 2010):

$$S_w + S_o + S_g = 1 \quad (4.29)$$

- b. Para as pressões capilares ( $p_c$ ) (Peaceaman, 2010):

- o Entre o óleo e a água

$$p_{cow} = p_o - p_w \quad (4.30)$$

- o Entre o óleo e o gás

$$p_{cgo} = p_g - p_o \quad (4.31)$$

Não é necessário definir uma terceira pressão capilar porque ela é uma combinação de duas outras (Peaceaman, 2010), ou seja:

$$p_{c_{gw}} = p_g - p_w = p_{cow} + p_{cgo} \quad (4.32)$$

Essas equações serão usadas a fim de diminuir a quantidade de incógnitas nas equações diferenciais estabelecidas posteriormente.

### 4.3.2 Equações diferenciais de um fluxo trifásico

Para estabelecer as equações diferenciais que regem o fluxo trifásico serão usadas as mesmas equações que no item 4.2. Em primeiro lugar serão usadas às equações de conservação de massa e de sólido tal que:

a. Conservação da massa:

$$\text{div}(\phi \rho_\alpha S_\alpha \vec{v}_\alpha) + \frac{\partial(\phi \rho_\alpha S_\alpha)}{\partial t} = 0 \quad (4.33)$$

Onde  $\alpha$  representa a fase,  $S_\alpha$  é a saturação da fase,  $\rho_\alpha$  é a densidade da fase,  $\phi$  é a porosidade do meio e  $\vec{v}_\alpha$  é velocidade total tal  $\vec{v}_\alpha = \vec{v}_{\alpha s} + \vec{v}_s$ .

b. Conservação do sólido:

$$\text{div}((1-\phi)\rho_s \vec{v}_s) + \frac{\partial((1-\phi)\rho_s)}{\partial t} = 0 \quad (4.34)$$

Onde  $s$  representa o sólido,  $\rho_s$  é a densidade do sólido,  $\phi$  é a porosidade do meio e  $\vec{v}_s$  é velocidade do sólido. Realizando a mesma operação que no item 4.2.1, lembrando que as saturações são maiores que zero devido à existência de valores de saturação residual, é obtida a equação:

$$\left[ (b-\phi) \frac{1}{K_s} \frac{\partial(p_w S_w + p_o S_o + p_g S_g)}{\partial t} \right] + \frac{\phi}{K_\alpha} \frac{\partial(p_\alpha)}{\partial t} + \frac{\phi}{S_\alpha} \frac{\partial(S_\alpha)}{\partial t} + \frac{1}{\rho_\alpha} \text{div} \left( \rho_\alpha \frac{k k_{r\alpha}}{\mu_\alpha} (-\vec{\nabla} p_\alpha + \rho_\alpha \vec{g}) \right) = 0 \quad (4.35)$$

Agora que está estabelecida a equação diferencial comum às três fases, pode-se utilizar a proposta. Leverett e Lewis (1941) que considera que:

$$S_w = S_w(p_{cow}) \text{ e } S_g = S_g(p_{cgo}) \quad (4.36)$$

Isso significa que a saturação de água ( $S_w$ ) depende exclusivamente da pressão capilar ( $p_{cow}$ ) entre o óleo e a água. O mesmo vale para a saturação de gás ( $S_g$ ) que depende exclusivamente da pressão capilar ( $p_{cgo}$ ) entre o gás e o óleo. Essas equações serão dadas posteriormente. Essa simplificação permite analisar o meio trifásico porque

limita interferência entre as três fases. Sem essa simplificação, a modelagem se tornaria muito complexa. Além disso, ela simplifica a determinação das derivadas dessas funções, tais que:

$$\frac{\partial S_w}{\partial t} = \frac{\partial S_w}{\partial p_{cow}} \frac{\partial p_{cow}}{\partial t} \quad \text{e} \quad \frac{\partial S_g}{\partial t} = \frac{\partial S_g}{\partial p_{cgo}} \frac{\partial p_{cgo}}{\partial t} \quad (4.37)$$

Por meio desta simplificação se destaca o fato de que são as pressões que são as variáveis básicas da modelagem. Isso é fundamental para se obter as equações de cada uma das três fases, sendo então a equação para a fase água apresentada como:

$$\begin{aligned} & \left[ (b-\phi) \frac{1}{K_s} \frac{\partial (p_w S_w + p_o S_o + p_g S_g)}{\partial t} \right] + \frac{\phi}{K_w} \frac{\partial (p_w)}{\partial t} \\ & + \frac{\phi}{S_w} \frac{\partial (S_w)}{\partial t} + \frac{1}{\rho_w} \operatorname{div} \left( \rho_w \frac{kk_{rw}}{\mu_w} (-\vec{\nabla} p_w + \rho_w \cdot \vec{g}) \right) = 0 \end{aligned} \quad (4.38)$$

Essa equação é obtida substituindo o parâmetro  $\alpha$  de cada fase. A equação seguinte é obtida usando a lei de pressão capilar tal que:

$$\begin{aligned} & (b-\phi) \frac{1}{K_s} \frac{\partial (p_{cow} S_o + p_{cgw} S_g)}{\partial t} + \left( (b-\phi) \frac{(S_w + S_o + S_g)}{K_s} + \frac{\phi}{K_w} \right) \frac{\partial (p_w)}{\partial t} \\ & + \left( \frac{\phi}{S_w} + (b-\phi) \frac{p_w}{K_s} \right) \frac{\partial (S_w)}{\partial t} + (b-\phi) \frac{p_w}{K_s} \frac{\partial (S_o + S_g)}{\partial t} \\ & + \frac{1}{\rho_w} \operatorname{div} \left( \rho_w \frac{kk_{rw}}{\mu_w} (-\vec{\nabla} p_w + \rho_w \cdot \vec{g}) \right) = 0 \end{aligned} \quad (4.39)$$

Sem esquecer que a soma das saturações é igual a 1. Isso permite obter a equação:

$$\begin{aligned} & (b-\phi) \frac{1}{K_s} \frac{\partial (p_{cow} S_o + p_{cgw} S_g)}{\partial t} + \left( \frac{(b-\phi)}{K_s} + \frac{\phi}{K_w} \right) \frac{\partial (p_w)}{\partial t} \\ & + \frac{\phi}{S_w} \frac{\partial (S_w)}{\partial t} + \frac{1}{\rho_w} \operatorname{div} \left( \rho_w \frac{kk_{rw}}{\mu_w} (-\vec{\nabla} p_w + \rho_w \cdot \vec{g}) \right) = 0 \end{aligned} \quad (4.40)$$

Será extraída a pressão capilar uma vez que esta é a combinação entre a pressão de gás e da água e está relacionada com as saturações, tal que:

$$\begin{aligned} & (b-\phi) \frac{1}{K_s} \frac{\partial (p_{cow} S_o + (p_{cow} + p_{cgo}) S_g)}{\partial t} + \left( \frac{(b-\phi)}{K_s} + \frac{\phi}{K_w} \right) \frac{\partial (p_w)}{\partial t} \\ & + \frac{\phi}{S_w} \frac{\partial (S_w)}{\partial t} + \frac{1}{\rho_w} \operatorname{div} \left( \rho_w \frac{kk_{rw}}{\mu_w} \left( -\vec{\nabla} p_w + \rho_w \cdot \vec{g} \right) \right) = 0 \end{aligned} \quad (4.41)$$

Novamente utilizando  $S_o + S_g = 1 - S_w$ . Isso permite de obter a equação:

$$\begin{aligned} & (b-\phi) \frac{1}{K_s} \frac{\partial (p_{cow} (1 - S_w) + p_{cgo} S_g)}{\partial t} + \left( \frac{(b-\phi)}{K_s} + \frac{\phi}{K_w} \right) \frac{\partial (p_w)}{\partial t} \\ & + \frac{\phi}{S_w} \frac{\partial (S_w)}{\partial t} + \frac{1}{\rho_w} \operatorname{div} \left( \rho_w \frac{kk_{rw}}{\mu_w} \left( -\vec{\nabla} p_w + \rho_w \cdot \vec{g} \right) \right) = 0 \end{aligned} \quad (4.42)$$

Usando a equação (4.37) é obtida a equação diferencial final para água tal que:

$$\begin{aligned} & \left( \frac{(b-\phi)}{K_s} (1 - S_w) + \left( -\frac{(b-\phi)}{K_s} (p_{cow} + p_{cgo}) + \frac{\phi}{S_w} \frac{\partial (S_w)}{\partial p_{cow}} \right) \frac{\partial p_{cow}}{\partial t} \right. \\ & + \frac{(b-\phi)}{K_s} (S_g - p_{cgo}) \frac{\partial (S_o)}{\partial p_{cgo}} \frac{\partial (p_{cgo})}{\partial t} \\ & + \left. \left( \frac{(b-\phi)}{K_s} + \frac{\phi}{K_w} \right) \frac{\partial (p_w)}{\partial t} \right. \\ & + \left. \frac{1}{\rho_w} \operatorname{div} \left( \rho_w \frac{kk_{rw}}{\mu_w} \left( -\vec{\nabla} p_w + \rho_w \cdot \vec{g} \right) \right) \right) = 0 \end{aligned} \quad (4.43)$$

Usando o mesmo procedimento, são obtidas as equações diferenciais para a fase do óleo e do gás, tal que:

$$\begin{aligned} & + \left( \frac{(b-\phi)}{K_s} + \frac{\phi}{K_o} \right) \frac{\partial (p_o)}{\partial t} \\ & + \left( \frac{(b-\phi)}{K_s} (1 - S_o - S_w) + \left( \frac{\phi}{S_o} - \frac{(b-\phi)}{K_s} p_{cgo} \right) \frac{\partial (S_o)}{\partial p_{cgo}} \frac{\partial (p_{cgo})}{\partial t} \right. \\ & + \left. \frac{(b-\phi)}{K_s} (-p_{cgo} + p_{cow}) \frac{\partial (S_w)}{\partial p_{cow}} - S_w \right) \frac{\partial (p_{cow})}{\partial t} \\ & + \frac{\phi}{S_o} \frac{\partial (S_o)}{\partial p_{cgo}} \frac{\partial (p_{cow})}{\partial t} + \frac{1}{\rho_o} \operatorname{div} \left( \rho_o \frac{kk_{ro}}{\mu_o} \left( -\vec{\nabla} (p_o) + \rho_o \cdot \vec{g} \right) \right) = 0 \end{aligned} \quad (4.44)$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{(b-\phi)}{K_s}((1-S_g) + p_{cgo}) \frac{\partial(S_w)}{\partial p_{cow}} \frac{\partial(p_{cow})}{\partial t} \\
& + \left( \frac{(b-\phi)}{K_s} p_{cow} + \frac{\phi}{S_g} \right) \frac{\partial(S_g)}{\partial p_{cgo}} - \frac{(b-\phi)}{K_s} S_w \frac{\partial(p_{cgo})}{\partial t} \\
& \left( \frac{(b-\phi)}{K_s} + \frac{\phi}{K_g} \right) \frac{\partial(p_g)}{\partial t} + \frac{1}{\rho_g} \operatorname{div} \left( \rho_g \frac{kk_{rg}}{\mu_g} (-\vec{\nabla} p_g + \rho_g \cdot \vec{g}) \right) = 0
\end{aligned} \tag{4.45}$$

Definidas as equações do problema, é necessária a definição das equações que relacionam as saturações e as pressões capilares.

### 4.3.3 Curvas de pressão capilar

Não foram encontrados na literatura informações sobre curvas de retenções para o problema trifásico. Desta forma, as duas saturações  $S_w$  e  $S_g$  terão, a mesma formula de van Genutchen tais que:

a. Para saturação de água ( $S_w$ ):

$$S_w = S_{rw} + \frac{1 - S_{rw}}{\left[ 1 + \left( \frac{p_{cow}}{p_a} \right)^{n_g} \right]^{m_g}} \tag{4.46}$$

Onde  $S_{rw}$  é a saturação residual de água,  $p_{cow}$  é a pressão capilar entre o óleo e a água,  $p_a$  é a pressão de entrada de ar,  $n_g$  e  $m_g$  são parâmetros escolhidos.

b. Para saturação de gás ( $S_g$ ):

$$S_g = 1 - S_{rg} + \frac{1 - S_{rg}}{\left[ 1 + \left( \frac{p_{cgo}}{p_a} \right)^{n_g} \right]^{m_g}} \tag{4.47}$$

Onde  $S_{rg}$  é a saturação residual de gás,  $p_{cgo}$  é a pressão capilar entre o gás e o óleo,  $p_a$  é a pressão de entrada de ar,  $n_g$  e  $m_g$  são parâmetros escolhidos.

Inicialmente  $S_{rw} = S_{rg} = 0,02$ ,  $p_a = 6kPa$ ,  $n_g = 2$  e  $m_g = 1 - 1/2 = 0,5$ . O gás é considerado como a fase “não-molhante” na Equação (4.47), enquanto a água é considerada de fase “molhante”, na Equação 4.46. A Figura 4.18 apresenta o gráfico

ilustrativo das duas equações. Cabe destacar que as pressões capilares, eixo das abscissas, são diferentes e para as três fases sempre a condição  $S_w + S_o + S_g = 1$  deve ser atendida.

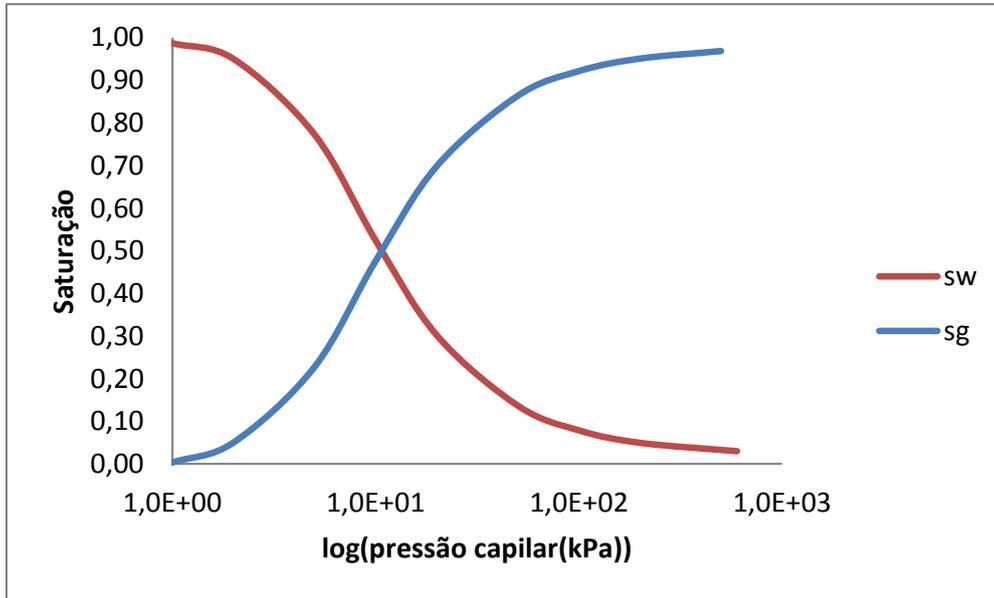


Figura 4.18 – Representação das curvas de retenção.

Por isso é fundamental a escolha de condições iniciais que atendam essa restrição. Desta forma, faz-se necessário a definição de todos os valores saturação e das pressões iniciais. Para entender melhor, esse item será apresentado como as condições iniciais foram estabelecidas no item 4.3.5. Há importância de descrever também as permeabilidades relativas porque as três fases interagem entre si.

#### 4.3.4 Permeabilidades relativas

Segundo o método do Stone (Chen et al, 2006), a permeabilidade relativa para o óleo era tal que:

$$k_{ro} = S_{no} \beta_w \beta_g \quad (4.48)$$

Onde:

$$\beta_w = \frac{k_{row}(S_w)}{1 - S_{nw}} \text{ com } k_{row} = S_w^2 \quad (4.49)$$

$$\beta_g = \frac{k_{rog}(S_w)}{1 - S_{ng}} \text{ com } k_{rog} = S_g^2 \quad (4.50)$$

Onde  $S_{no}$ ,  $S_{nw}$  e  $S_{ng}$  são as saturação efetivas das fases do óleo, da água e do gás.

No entanto, as equações apresentadas anteriormente geravam problemas nas simulações, devido à elevada não linearidade resultando, o que levava a não convergência do erro pré-determinado. Assim, optou-se por realizar uma simplificação nas fórmulas de permeabilidade, tornando-as semelhantes as utilizadas na simulação bifásica:

a. Para água:

$$k_{rw} = S_w^2 \quad (4.51)$$

b. Para óleo:

$$k_{ro} = S_o^2 \quad (4.52)$$

c. Para gás:

$$k_{rg} = S_g^2 \quad (4.53)$$

#### 4.3.5 Condições de contorno e condições iniciais

Considerando as hipóteses assumidas no fluxo bifásico, as condições de contorno serão representativas de um reservatório constituído de dois poços: um produtor e um injetor. Além desses dois poços, não existem outros pontos de saída ou entrada através do contorno do reservatório. A modelagem deverá ser representativa de um reservatório onde acontece uma produção secundária. Por isso:

a. No poço injetor:

Um valor  $\frac{dp_w}{dx} = -1 \times 10^{-4} \text{ kN} / \text{m}^3$  sendo que para o cálculo da vazão é necessário conhecer a permeabilidade relativa conforme a equação (4.51). Por outro lado, para não ter fluxo de óleo e de gás na entrada, o valor da vazão de óleo é  $q_o = 0 \text{ m}^3 / \text{s}$  tal que  $\frac{dp_o}{dx} = 0 \text{ kN} / \text{m}^3$  e o valor da vazão de gás é  $q_g = 0 \text{ m}^3 / \text{s}$  tal que  $\frac{dp_g}{dx} = 0 \text{ kN} / \text{m}^3$ .

b. No poço produtor:

De modo semelhante à análise do problema de fluxo bifásico, as pressões no poço produtor são mantidas constantes e iguais aos valores definidos para condições iniciais, que serão definidas a seguir.

Sobre as condições iniciais é importante destacar uma condição fundamental. Independentemente das funções utilizadas para representar a curvas de retenção, a condição  $S_w + S_o + S_g = 1$  deve ser respeitada durante toda a análise, sobretudo no início. Por isso é necessário definir um valor de pressão que permita determinar todos os outros dados faltando. Por exemplo, será escolhido um valor de pressão de óleo de 600kPa e um valor de saturação de água de 0,04. Devido a esses dois valores é possível determinar a pressão de água a partir da relação  $S_w = S_w(p_{cow}) = S_w(p_o - p_w)$  tais que:

$$p_{cow} = p_a \left( \left( \frac{1 - S_{rw}}{S_w - S_{rw}} \right)^{\frac{1}{m_{gw}}} - 1 \right)^{\frac{1}{n_{gw}}} = 300kPa \quad (4.54)$$

$$\text{Então } p_w = p_o - p_{cow} = 600 - 300 = 300kPa.$$

Em seguida, é necessário assumir um valor para a saturação de gás, por exemplo, de 0,23, e então é possível definir o valor da pressão do gás,

$$p_{cgo} = p_b \left( \left( \frac{1 - S_{rg}}{S_g - S_{rg}} \right)^{\frac{1}{m_{gs}}} - 1 \right)^{\frac{1}{n_{gs}}} = 5kPa \quad (4.55)$$

$$\text{Então } p_g = p_o + p_{cgo} = 600 + 5 = 605kPa$$

Por fim, para atender a condição  $S_w + S_o + S_g = 1$  o valor de  $S_o = 0,73$ .

#### 4.3.6 Modelagem no FlexPDE

A modelagem do fluxo trifásico é realizada com o mesmo software que na modelagem do fluxo bifásico. O *script* seguiu a mesma lógica que no fluxo bifásico. Por isso é necessário:

- (a) Dar o nome à modelagem;
- (b) Definir o sistema de coordenadas do problema, por exemplo, aqui é 2D;
- (c) Definir as variáveis básicas, que são as pressões do óleo, da água e do gás;

- (d) Depois definir a precisão da variável;
- (e) Tem-se que definir todos os parâmetros necessários.

Na Figura 4.19 tem-se os outros elementos necessários para a definição do problema.

```

(a)TITLE 'fluxo trifásico água, óleo e gás' {nome da modelagem}
(b)COORDINATES cartesian2 {dimensão}
(c)SELECT
    ERRLIM = 0.001 {precisão}

(d)VARIABLES {variáveis básicas}
    pg {pressão de gás}
    pw {pressão de água}
    po {pressão de óleo}

(e)DEFINITIONS {definição dos parâmetros}
    srg=0.02 {saturação residual de gás}
    Srw=0.02 {saturação residual de gás}
    sro=0 {saturação residual de gás}
    {parâmetros de van Genutchen}
    pa=6 {pressão de entrada de ar de van Genutchen}
    ng=2 {parâmetros de van Genutchen}
    mg=1-1/ng {parâmetros de van Genutchen}
    {definição da saturação da água em função da pressão capilar entre o óleo e a água}
    pcow= po-pw {pressão capilar do óleo e da água}
    sw=if (pcow>0) then srw+(1-srw)/((1+(pcow/pa)ng)mg)
    else 0.9999-srg-sro {saturação da água}
    dswdpcow=if (pcow>0) then -(1-srw)*mg*(pcow/pa)ng*ng/((1+(pcow/pa)ng)mg*pcow*(1+(pcow/pa)ng))
    else -0.0001 { derivada da saturação da água}
    {definição da saturação do gás em função da pressão capilar entre o óleo e o gás}
    pcgo=pg-po {pressão capilar do óleo e do gás}
    sg=if (pcgo>0) then 1-( srg+(1-srg)/((1+(pcgo/pa)ng)mg))
    else srg {saturação do gás}
    dsgdpcgo=if (pcgo>0) then -((1-srg)*mg*(pcgo/pa)ng*ng/((1+(pcgo/pa)ng)mg*pcow*(1+(pcgo/pa)ng))
    else 0.0001 { derivada da saturação do gás}
    so=if 1-sg-sw>0 and 1-sg-sw<1 then 1-sw-sg else 1 {saturação de óleo}
    pcgw=pcgo+pcow {pressão capilar entre a água e o gás }
    {propriedade dos fluidos}
    k=3e-10 {m2/permeabilidade intrínseca}
    n=0.2 {porosidade}
    g=0*vector(0,-1) {vector gravidade}
    uw=1e-6 {kPa.s/viscosidade da água}
    uo=5e-6{kPa.s/viscosidade do óleo}
    ug=1.8e-5{kPa.s/viscosidade do gás}
    rw=10 {kN/m3 / densidade da água}
    ro=8.1 {kN/m3 / densidade do óleo}
    rg=1.2e-3 {kN/m3 / densidade do gás}
    ks=1e9{kPa / modulo de elasticidade do solido}
    kw=2e6{kPa / modulo de elasticidade da água}
    ko=1.3e6{kPa / modulo de elasticidade do óleo}
    kg=1.42e2{kPa / modulo de elasticidade do gás}
    b=1{coeficiente de biot}
    {permeabilidades relativas}
    krw=sw2 {água}
    krg=sg2 {gás}
    kro=so2 {óleo}
    {vazão do óleo}
    vaz=-integral(kro*dx(po))*k5*1/uo

```

Figura 4.19— Variáveis e definições dos parâmetros no Flexpde.

Na Figura 4.20, pode se notar que após é necessário:

- (f) Definir as três condições iniciais de pressão;
- (g) Definir as três equações diferenciais;
- (h) Definir a geometria do problema. Para cada contorno são especificadas as condições de contorno onde “natural” representa a condição de Neumann e “value” a condição de Dirichlet.

(f) INITIAL VALUES {condições iniciais}

```
po=600 {kPa}
pg=605 {kPa}
pw=300 {kPa}
```

(g) EQUATIONS {equações}

```
pw: (((b-n)/ks)*(pcgo*dsgdpcgo+sg)*dt(pcgo)+(((b-n)/ks)+n/kw)*dt(pw)
+(((n/sw-((b-n)/ks)*pcow)*dswdpcow+((b-n)/ks)*(1-sw))*dt(pcow)+1/rw*div(rw*k*(krw/uw)*(-grad(pw)+rw*g)))=0

pg: -(((b-n)/ks)*sw+(n/so+((b-n)/ks)*pcow)*dswdpcow)*dt(pcow)+(((b-n)/ks)*sg
+(((b-n)/ks)*pcgo-n/so)*dsgdpcgo)*dt(pcgo)+(((b-n)/ks)+n/ko)*dt(pcow+pw)+1/ro*div(ro*k*(kro/uo)*(-grad(pcow+pw)+ro*g)))=0

po: -((b-n)/ks)*((1-sg)+pcgo*dswdpcow)*dt(pcow)+((n/sg+((b-n)/ks)*pcow)*dsgdpcgo-((b-n)/ks)*sw)*dt(pcgo)
+(((b-n)/ks)+n/kg)*dt(pg)+1/rg*div(rg*k*(krg/ug)*(-grad(pcgw+pw)+rg*g)))=0
```

(h) BOUNDARIES {condições de contorno}

REGION 1

```
Start (0,55) natural(pw)=0 natural(po)=0 natural(pg)=0
line to (50,55) natural(pw)=0 natural(po)=0 natural(pg)=0
line to (50,7) natural(pw)=0 natural(po)=0 natural(pg)=0
line to (52,5) natural(pw)=0 natural(po)=0 natural(pg)=0
line to (55,5) value(pw)=300 value(po)=600 value(pg)=605
line to (55,0) natural(pw)=0 natural(po)=0 natural(pg)=0
line to (5,0) natural(pw)=0 natural(po)=0 natural(pg)=0
line to (5,48) natural(pw)=0 natural(po)=0 natural(pg)=0
line to (3,50) natural(pw)=0 natural(po)=0 natural(pg)=0
line to (0,50) natural(pw)=-1e-4 natural(po)=0 natural(pg)=0
line to close
```

Figura 4.20 – Condições iniciais/equações e geometria acoplada com as condições de contorno.

Finalmente, para terminar Figura 4.21 é definido:

- (i) O espaço de tempo da simulação;
- (j) Quais gráficos devem ser visualizados;
- (k) Quais dados serão usados;
- (l) O final da modelagem.

```

(i)Time 0 to 100 by 1 {tempo da modelização/interval}

(j)PLOTS {gráficos}

    for t = 0 by 1 to 100

        surface(sw) as "Saturação agua sw"
        surface(so) as "Saturação oleo so"
        surface(sg) as "Saturação gas sg"

        contour(pw) as "Pressão agua pw"
        contour(po) as "Pressão oleo po"
        contour(pg) as "Pressão gas pg"

        contour(pcgw) as "Pressure capilar pcgw"
        contour(pcow) as "Pressure capilar pcow"

        vector(-k*krw/uw*grad(pw)) norm as "velocidade agua"
        vector(-k*kro/uo*grad(po)) norm as "velocidade oleo"
        vector(-k*krp/ug*grad(pg)) norm as "velocidade gas"

(k) HISTORIES
    history(sw) at (25,25) as "Saturação agua"
    history(so) at (25,25) as "Saturação oleo"
    history(sg) at (25,25) as "Saturação gas"

    history(pw) at (25,25)as "Pressão agua"
    history(po) at (25,25)as "Pressão oleo"
    history(pg) at (25,25)as "Pressão gas"

    history (vaz) at (52.5,2.5) as "extração" export file= ' primaria trif.tbl'
(l)End

```

---

Figura 4.21 – Tempo total da experiência/intervalo de cálculo e representação gráfica.

Agora que o problema está integralmente explicado, pode-se olhar os resultados obtidos.

### 4.3.7 Resultados

Como no modelo bifásico, será feito, nesta parte, uma bateria de testes sobre o modelo de fluxo trifásico.

#### 4.3.7.1 Modelagem com três pressões.

Nesta parte, as diferentes pressões e saturações de cada um dos fluidos serão apresentadas. Em primeiro lugar destaca-se a pressão e a saturação da água apresentadas na Figura 4.22.

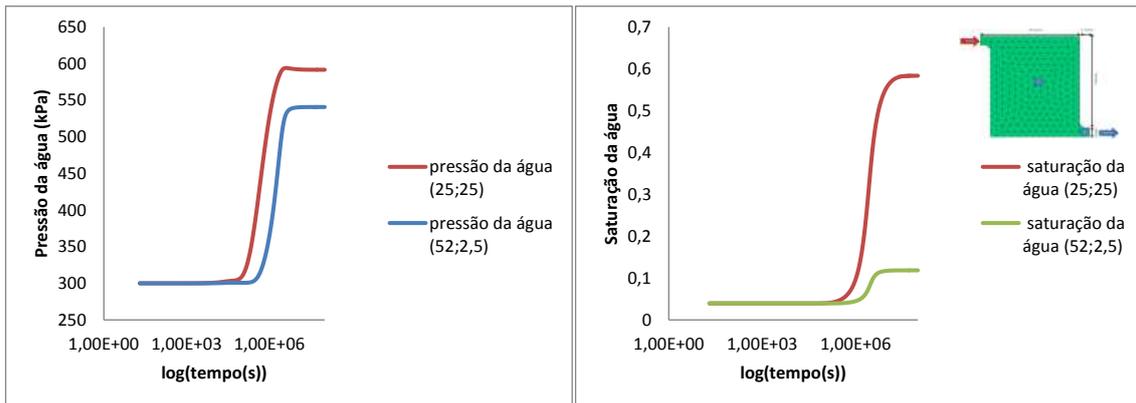


Figura 4.22 – Pressão e saturação da água em função do tempo.

Pode observar que após um determinado período de tempo a pressão da água tende a estabilizar, indicando uma condição próxima à estacionária. Observa-se que os valores de saturação em pontos diferentes do reservatório apresentam valores de graus de saturação diferentes. Pode-se notar que a água não consegue retirar todo o óleo que está presente dentro do reservatório. Esse valor residual de óleo que permanece no reservatório está associado aos valores residuais definidos nas curvas de retenção dos fluidos.

Além dos valores de saturação e pressão da água, é de fundamental importância analisar os valores das pressões e saturações do óleo e do gás apresentados na Figura 4.23.

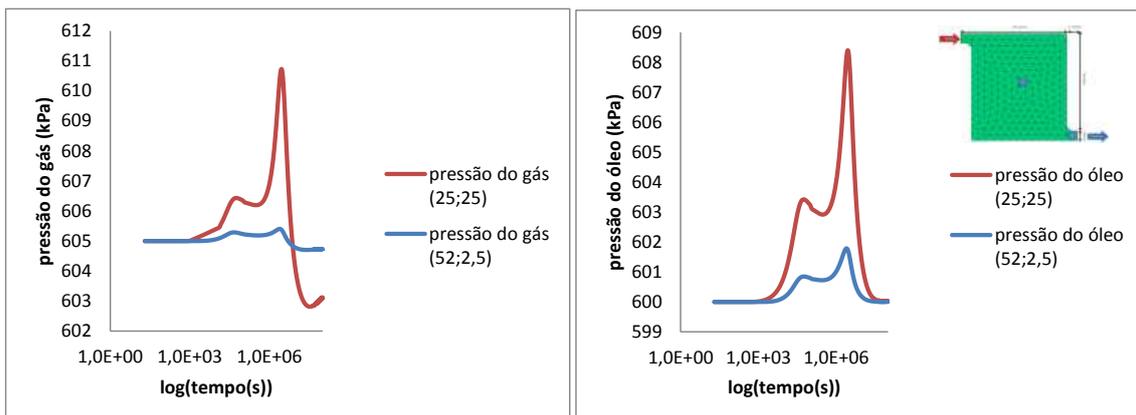


Figura 4.23 – Pressão do gás e do óleo em função do tempo.

É interessante de observar o “pico” parcial nos dois gráficos, esse fenômeno pode ser explicado pelo fato do gás ser muito mais compressível que os outros fluidos e armazenar parte da energia vinda da injeção de água. Até ser suficientemente

compressível e não conseguir armazenar mais energia. Após isso, essa energia será transmitida ao óleo. Esse fenômeno será ainda mais visível no item seguinte onde a saturação inicial está sendo alterada.

#### 4.3.7.2 Influência dos teores da água e do gás no início

Nesta parte será estudada a influência do teor inicial da água e do gás. Por isso serão feitas quatro modelagens, onde a saturação inicial de óleo será considerada constante e igual a 60% e as saturações de água e de gás variam tal que serão consideradas as seguintes condições iniciais (Tabela 4.4):

Tabela 4.4 – Valores das pressões iniciais

	sg=5% sw=35%	sg=15% sw=25%	sg=25% sw=15%	sg=35% sw=5%
pg (kPa)	602,5	604	605,5	608
pw (kPa)	583	576	555	400
po (kPa)	600	600	600	600

Por meio a Figura 4.24 e da Tabela 4.5, pode-se observar a influência dos teores iniciais de água e de gás sobre a vazão. Pode-se notar que os valores de saturações iniciais têm uma grande influência na vazão do fluxo. Quando há um elevado teor de água, a vazão máxima é maior e não existe uma queda de pressão parcial. Isso pode ser explicado pelo fato de que como há um baixo teor de gás, e desta forma a energia advinda da injeção não é absorvida durante a compressão de gás, e por consequência, a maior parte da energia é diretamente transmitida ao óleo que se move com mais rapidez.

Por outro lado, quando há um alto teor de gás, a energia é armazenada pela compressão do gás e o óleo não é empurrado. Isso leva a um retardo no tempo em que ocorrem as maiores vazões. Por outro lado, isso não pode ser interpretado como um indício de que o poço terá uma menor produção, como apresentado na Tabela 4.5, onde pode-se observar que quanto maior a quantidade de gás, maior será o volume total extraído.

Apesar das condições serem diferentes, um fenômeno semelhante ao descritos anteriormente acontece em reservatórios de petróleo (“capa de gás”). O gás deixa o reservatório com uma maior pressão e permite uma maior extração. Além disso, é possível observar que das combinações estudadas, o percentual 25% de água e 15% de gás, foi o que apresentou o maior pico vazão.

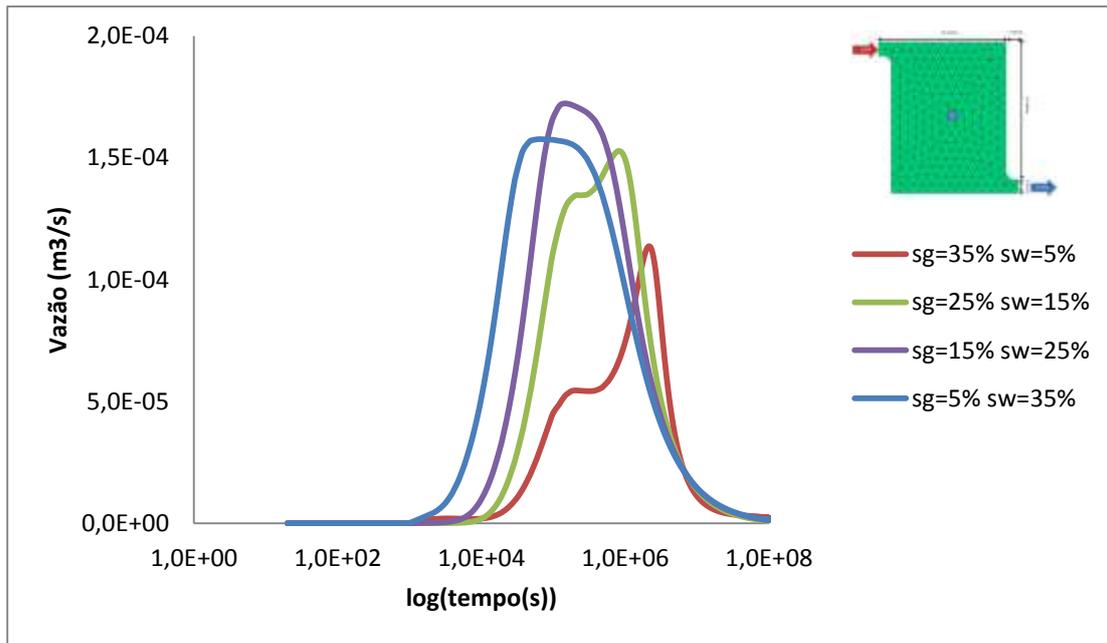


Figura 4.24 – Variação da vazão em função dos teores de gás e de água.

Tabela 4.5 – Volume total extraído em função da teor de gás e de água.

	so=60%			
porcentagem de saturação	sg=35% sw=5%	sg=25% sw=15%	sg=15% sw=25%	sg=5% sw=35%
volume total (m3)	708,3	705,8	668,5	624,3

Como no fluxo bifásico, é interessante avaliar a influência dos coeficientes de compressibilidade sobre o fluxo trifásica.

#### 4.3.7.3 Influência de coeficiente de compressibilidade

Nesta parte serão realizadas duas modelagens, uma onde o coeficiente de compressibilidade do óleo será modificado e do gás e da água serão mantidos constantes e idênticos aos dados apresentados no início do item 4.3. Além disso, na outra análise o coeficiente compressibilidade da água será modificado, sendo que o do gás e do óleo serão idênticos aos dados no início do capítulo. Para ver a influência serão comparadas as vazões de cada modelagem.

- a. Coeficiente de compressibilidade do óleo modificado

Nesta parte o coeficiente de compressibilidade do óleo será modificado e varia de  $1,3 \times 10^3$  até  $1,3 \times 10^8$ .

Na Figura 4.25 pode-se observar que a modificação do coeficiente de compressibilidade tem influência na vazão, porém ao final do processo, essa influência se dissipa. Além de fazer variar a vazão total, como é possível observar na Tabela 4.6, que a variação do módulo tem por consequência mudar o instante em que ocorre o primeiro “pico” de vazão”.

Tabela 4.6– Variação da vazão máxima em função do módulo de elasticidade  $K_o$ .

valor do módulo $K_o$ (kPa)	1,30E+03	1,30E+04	1,30E+05	1,30E+06	1,30E+07	1,30E+08
volume total (m <sup>3</sup> )	515,40	520,63	520,33	520,28	520,30	520,28

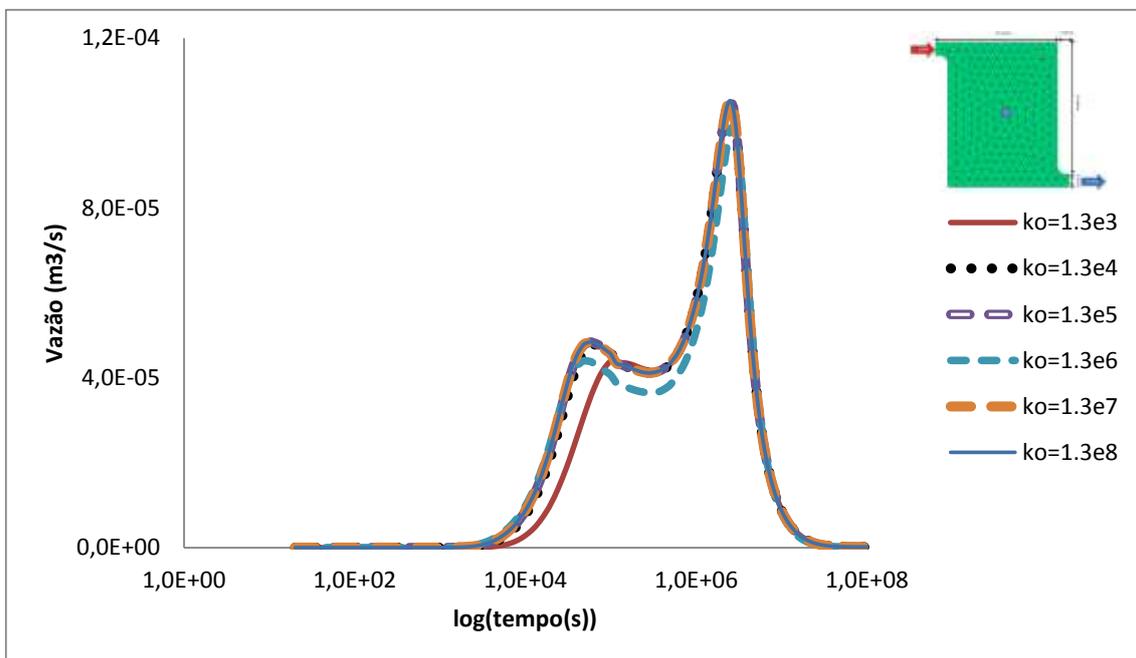


Figura 4.25 – Comparação da vazão em função do coeficiente de compressibilidade  $K_o$ .

b. Coeficiente de compressibilidade da água modificado

Nesta parte o coeficiente de compressibilidade da água será modificado e varia de  $2 \times 10^3$  até  $2 \times 10^8$ . Como no fluxo bifásico a modificação do módulo de elasticidade tem uma influência menor no fluxo como se pode notar na Figura 4.26e na Tabela 4.7.

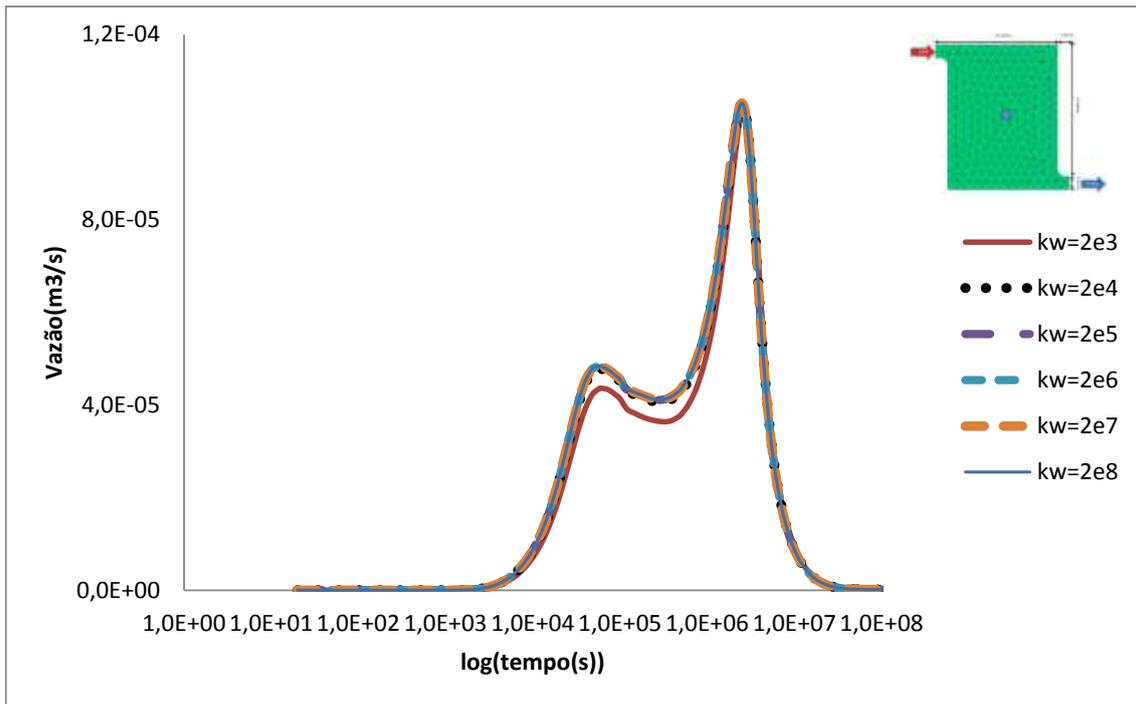


Figura 4.26 – Comparação da vazão em função do coeficiente de compressibilidade  $K_w$ .

Tabela 4.7 – Variação da vazão máxima em função do módulo de elasticidade  $K_w$ .

valor do módulo Kw(kPa)	2,00E+03	2,00E+04	2,00E+05	2,00E+06	2,00E+07	2,00E+08
volume total (m3)	518,84	520,98	520,35	520,28	520,27	520,29

A variação da vazão quando modelo de compressibilidade da água é variado é menor que quando o módulo  $K_o$ . Isso deve estar associado à baixa quantidade de água presente no reservatório (5%) em comparação com a quantidade de óleo. Além disso, o coeficiente de compressibilidade da água é ainda muito superior ao do gás e conseqüentemente a energia advinda da injeção de água ainda é absorvida pelo gás, e não pela água. Devido a isso pode-se destacar que a variação do módulo de compressibilidade da água tem menor influência.

#### 4.3.8 Modelo de um fluxo trifásico de uma produção primária

Para realizar a modelagem de uma produção primária, será necessário mudar as condições de contorno. Por isso:

- (a) No poço injetor:

Não haverá injeção de água no poço injetor, porque a produção primária consiste somente na expulsão do óleo pela energia existente no próprio reservatório. Em

consequência, a pressão de água no poço injetor será igual ao valor da pressão de água do reservatório. Então  $p_w = 300kPa$ .

Para não ter saída de óleo neste poço será considerada uma vazão nula. Então

$$\frac{dp_o}{dx} = 0kN / m^3$$

Para não ter saída de gás neste poço será considerada uma vazão nula. Então

$$\frac{dp_g}{dx} = 0kN / m^3$$

(b) No poço produtor:

A pressão da água será igual à pressão inicial do reservatório, ou seja,  $p_w = 300kPa$ .

A pressão de óleo na saída (poço produtor) deve ser menor que a pressão de óleo dentro do reservatório. Como consequência, será escolhida uma pressão de óleo igual a da água, o que corresponde a uma pressão capilar nula. O mesmo raciocínio vale para a pressão de gás, sendo então as condições de contorno apresentadas como:

Devido a essas condições de contorno, podem ser obtidos resultados da modelagem tais que:

(a) A vazão em função do tempo

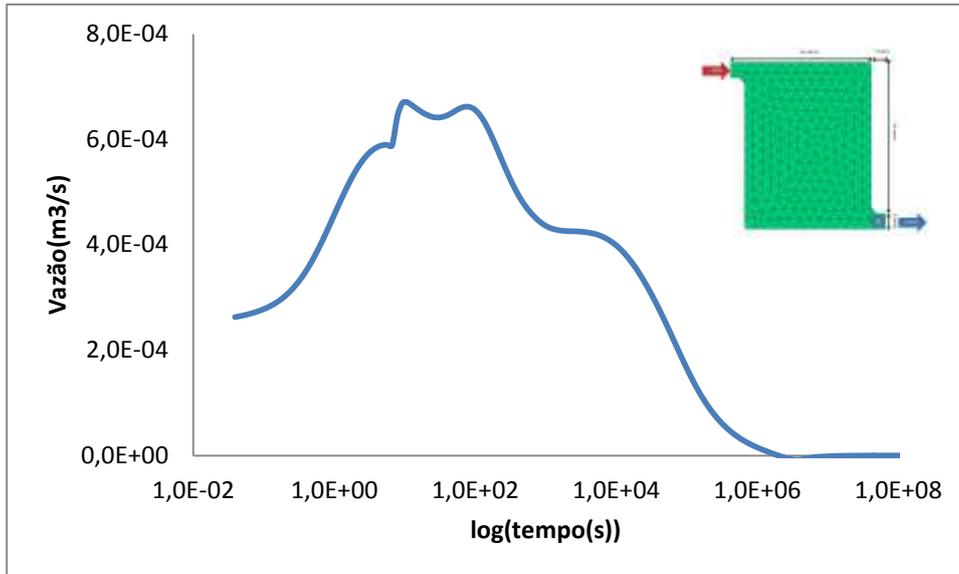


Figura 4.27 – Vazão de uma modelagem primária.

(b) As diferentes pressões da modelagem na Figura 4.28.

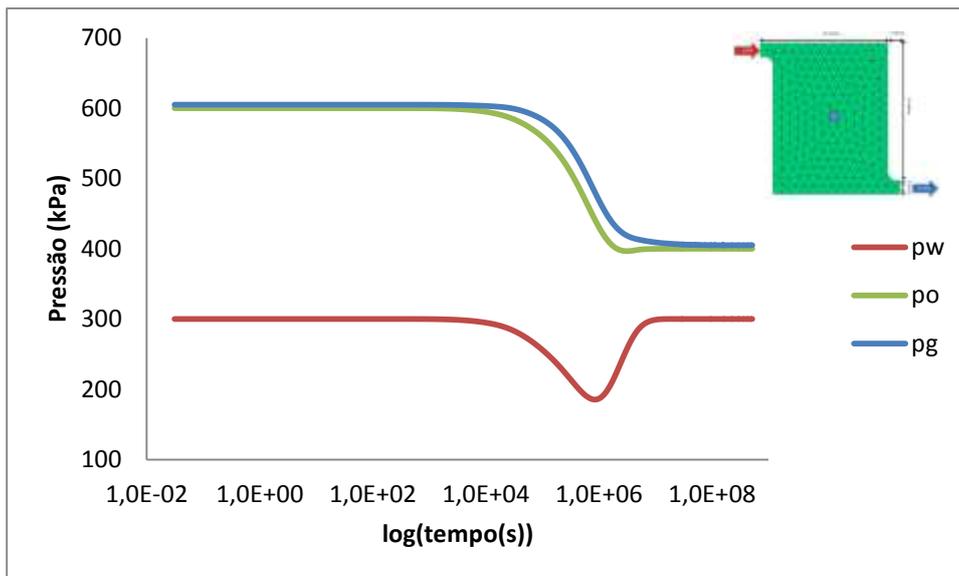


Figura 4.28 – Pressões de uma modelagem primária.

(c) As diferentes saturações da modelagem na Figura 4.29:

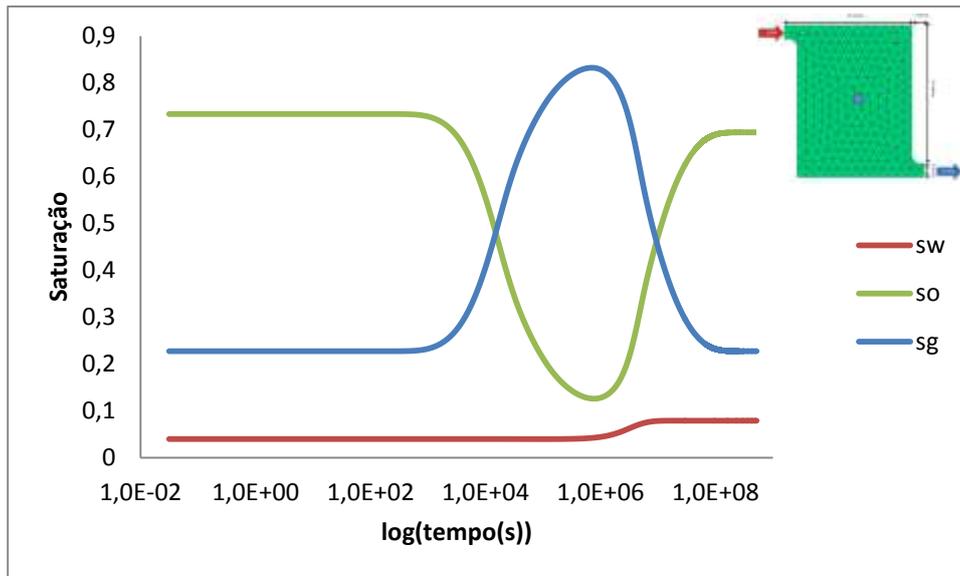


Figura 4.29 – Saturação de uma modelagem primária.

Nas Figura 4.28 e Figura 4.29 pode-se observar o mesmo fenômeno que no primário bifásico, redução da pressão da água no meio do reservatório. No início da modelagem a vazão começa, conforme esperado. Porém, as pressões de gás, água e óleo no centro do reservatório ficam constantes. À medida que a frente de saturação avança e chega próximo ao ponto de monitoramento, ela carrega consigo uma região com alto valor de saturação de gás devido ao processo de compressão que ocorre quando a água é injetada. Ao passar por este ponto, há uma inversão nos valores de grau de saturação, ou seja, o grau de saturação do gás passa a ser maior que do óleo.

Como o decorrer do tempo, a vazão diminui, mas as pressões permanecem constantes por mais um tempo, e em seguida começa a decrescer. Durante esse período o grau de saturação da água também permanece constante. Consequentemente, a pressão capilar entre o óleo e água fica constante. Mas a vazão de óleo impõe uma diminuição da pressão do óleo. Então a pressão da água tem que diminuir. Neste momento a pressão capilar entre o gás e óleo aumentará e por consequência o grau de saturação de gás aumentará (isso devido à equação 4.47). Como a saturação de água é constante e tem que ter sempre  $S_w + S_o + S_g = 1$ , a saturação de óleo diminuirá até chegar ao ponto de estabilidade de pressão.

Apesar da descrição apresentação no texto, não foram encontrados relatos semelhantes a estes na literatura sobre tais fenômenos e quais conclusões adicionais,

passariam por um estudo mais aprofundado para verificar se tais fenômenos não estão ligados a problemas numéricos.

## 5 CONCLUSÃO

A partir dos estudos realizados e resultados desse trabalho algumas conclusões foram obtidas:

- Apesar da tendência mundial de mudanças das fontes que compõem a matriz energética, a indústria do petróleo continua com uma importância significativa dentro da economia e da matriz energética mundial e Brasileira. Como consequência, ainda há muito espaço para realização de pesquisas nesta área;
- A complexidade do problema de exploração de reservatório de petróleo impõe respostas ágeis, o que leva em muitos casos a utilização de modelos empíricos;
- Há uma escassez de dados e informações que permitam alimentar modelos multifásicos;
- Apesar de ser um conceito bem difundido no meio geotécnico, e ter fundamental importância na simulação de fluxo multifásico, não existem informações sobre curva de retenção para outros fluidos diferentes da água;
- O conceito de permeabilidade relativa é facilmente aplicado a problemas bifásicos, porém, para problemas trifásicos este conceito não é tão claro, e considerando a importância disso na simulação, esforços deveriam ser aplicados para uma melhor definição desses conceitos para problemas multifásicos;
- Apesar das simulações realizadas terem dimensões e tempos fora da escala de um reservatório de petróleo, os resultados se demonstraram satisfatórios, sendo inclusive observado fenômenos como a tendência de redução da curva de produção do reservatório com o passar do tempo;
- De um modo geral, os resultados das análises paramétricas demonstraram os parâmetros de compressibilidade dos fluidos e da curva de retenção tem papel fundamental na curva de vazão;
- Além disso, o percentual de cada um dos componentes interfere nas curvas de produção, ou seja, os volumes armazenados de água, de óleo e de gás estão diretamente relacionados às curvas de produção;
- No fluxo bifásico, água e óleo, o processo de injeção de água no poço injetor não produz o fenômeno de compressão, como observado nas simulações trifásicas. Por consequência, toda energia aplicada se converte em fluxo no poço produtor;

- Por outro lado, no fluxo trifásico a injeção de água produz inicialmente a compressão do gás, o que posteriormente auxiliará na manutenção da vazão de produção elevada por mais tempo.

Além das conclusões supracitadas, observou-se nesse trabalho a necessidade de realização de pesquisas futuras, como por exemplo:

- Determinação das curvas de retenção para o sistema óleo/água;
- Determinação das curvas de retenção para o sistema óleo/gás;
- Definição de modelos de curvas de permeabilidade relativa para problemas trifásicos;
- Simulação do problema de “black-oil” utilizando a mesma metodologia apresentada nesse trabalho;
- Simulação do problema com a compressão do esqueleto sólido.

## 6 BIBLIOGRAFIA

- Almeida, A. S. ,Recuperação Secundária em Campos de Produção de Petróleo, Seminário Recursos Energéticos do Brasil: Petróleo, Gás, Urânio e Carvão, Clube de Engenharia, 2004
- Asadi R., Ataie-Ashtiani B.(2014), A comparison of finite volume formulations and coupling strategies for two-phase flow in deforming porous media, Department of Civil Engineering, Sharif University of Technology, , Tehran, Iran.National Centre for Groundwater Research and Training, Flinders University, GPO, Australia. 50p
- Aziz, K., Settari, A. (1979). Petroleum Reservoir Simulation. Applied Science Publishers. Londo, UK, 476 p.
- Bastian, P. Numerical computational of çulti-phase flows in porous media. Universität Kiel, Heidelberg, June 1999.
- Chen Z., Huan G., Ma Y. (2006), Computational methods for multiphase flows in porous media, Southern Methodist University. Dallas, Texas, SIAM, 549p.
- Curbelo, F. D. S. (2006), Recuperação Avançada de petróleo utilizandotensoativos. Tese de Doutorado, UFRN, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química. Áreas de concentração: Processos de separação e Tecnologia de tensoativo,Natal, RN,169p.
- Erdol-Verejnjung – Union Petrolière (2007), Petroleo; consomacão de energia e reservas (em frances). Suisse. 32p
- Figueiredo A. M.(2007), Mapeamento Automático de Horizontes e Falhas em Dados Sísmicos 3D baseado no algoritmo de Gás Neural Evolutivo, PUC, Rio de Janeiro, Brasil, 78p.
- Gelinas, R.J., Nelson, R.G., Ziagos, J.P. (1999). Adaptive Forward-Inverse Modeling of Reservoir Fluids Away from Wellbores. Lawrence Livermore National Laboratory. UCRL-ID-126377. USA, 84p.
- Gomes, I.F. (2009). Implementação em Elementos Finitos das Equações de Pressão e Saturação para Simulação de Fluxo Bifasico em Reservatorios de Petroleo Deformaveis. Dissertação de Dotorado, Departamento de Geotecnia, UFPE, Recife, PE, 216p.

- Jesus, S.R.B.P. (2012). Análise Hidromecânica Acoplada Considerando Compressibilidade do Fluido e dos Sólidos. Dissertação de Doutorado, Departamento de Geotecnia, UnB, Brasília, DF, 144p.
- Li, X., Thomas, H.R., Fan, Y.(1998). Finite Element Method and Constitutive Modelling and Computation for Unsaturated Soils. *Comput. Methods Appl. Mech.* 169 (1999) 135-159, University of Technology, Dalian, China, 159p.
- Ministério de Minas e Energia – MME (2013). Brasil – Balanço Energético Nacional – Ano Base 2012: Relatório Síntese. Empresa Pesquisa Energética, Rio de Janeiro, RJ, 55 p.
- Morais, L.P (2013), Modelagem Numérica do Problema de Fraturamento hidráulico Aplicado a Reservatórios. Monografia, Departamento de Geotecnia, UnB, Brasília, DF, 68p.
- Nupeg, (2014). Site: <http://www.nupeg.ufrn.br/>. Acesso em: 25 out. 2014
- Peaceman, D.W. (2010). Fundamentals of Numerical Reservoir Simulation. *Developments In Petroleum Science* 6. Elsevier. Houston, Texas, USA, 192p.
- Rodrigues M. A. F.(2014), Introdução à recuperação suplementar de petróleo, Pet 0402, 42p
- Santos; P. E. S., Araujo, R. B., Lima, A. M. C., Santana, A. P. S. C., Métodos de Recuperação Secundária Convencionais, *Cadernos de Graduação, Ciências Exatas e Tecnológicas (ISSN 1980- 1777)- v. 12 - n.12, 2010*
- Szymkiewicz A. (2013), Modelling water flow in unsaturated porous media, Springer, *GeoPlanet; Earth and Planetary Sciences*, 237p.
- Thomas, J.E., Fundamentos de Engenharia de Petróleo. Petrobrás. Rio de Janeiro: Interciência, 2001.
- USP, Prospecção de Petróleo. Disponível em: <http://www.ebah.com.br/content/ABAAAABt8AD/aula2-prospeccao>. Acesso em: 18 nov. 2012
- Vale, M. L. C. (2009), Análise de Sinais Geofísicos na Prospecção de Petróleo, Certificação de Especialista em Engenharia de Instrumentação, Centro de Tecnologia e Geociências da Universidade Federal de Pernambuco, Recife, PE, 47p.