

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA**

**ESTIMAÇÃO DE DADOS EM AMBIENTE CDMA USANDO  
O CONFORMADOR DE FEIXES BAYESIANO**

**FABIO MANDARINO**

**ORIENTADOR: RICARDO ZELENOVSKY**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

**PUBLICAÇÃO: PPGENE.DM – 261/06**

**BRASÍLIA/DF: JULHO - 2006**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE ELÉTRICA**

**ESTIMAÇÃO DE DADOS EM AMBIENTE CDMA USANDO O  
CONFORMADOR DE FEIXES BAYESIANO**

**FABIO MANDARINO**

**DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE  
ENGENHARIA ELÉTRICA DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA  
UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS  
NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE.**

**APROVADA POR:**

---

**Prof. Ricardo Zelenovsky, Doutor (FT/ENE-UnB)**

**(Orientador)**

---

**Prof. Geovany Araújo Borges, Docteur (FT/ENE-UnB)**

**(Membro interno)**

---

**Prof. Sidney Cerqueira Bispo dos Santos, Doutor (Faculdade**

**Michelangelo)**

**(Membro externo)**

**BRASÍLIA/DF, 07 DE JULHO DE 2006**

## **FICHA CATALOGRÁFICA**

MANDARINO, FABIO

Estimação de Dados em Ambiente CDMA Usando o Conformador de Feixes Bayesiano [Distrito Federal] 2006.

xiv, 119p., 297 mm (ENE/FT/UnB, Mestre, Engenharia Elétrica, 2006)

Dissertação de Mestrado – Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia  
Departamento de Engenharia Elétrica.

## **REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA**

MANDARINO, FABIO (2006). Estimação de Dados em Ambiente CDMA Usando o Conformador de Feixes Bayesiano. Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica, Publicação PPGENE.DM-261/06, Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 119p.

## **CESSÃO DE DIREITOS**

AUTOR: Fabio Mandarino

TÍTULO: Estimação de Dados em Ambiente CDMA Usando o Conformador de Feixes Bayesiano

GRAU: MESTRE

ANO: 2006

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta Dissertação de Mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta Dissertação de Mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

## **AGRADECIMENTOS**

**Agradeço a Deus e à minha família**

## **RESUMO**

### **ESTIMAÇÃO DE DADOS EM AMBIENTE CDMA USANDO O CONFORMADOR DE FEIXES BAYESIANO**

**Autor: Fabio Mandarino**

**Orientador: Ricardo Zelenovsky**

**Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica**

**Brasília, Julho de 2006**

A crescente demanda por serviços de comunicações móveis sem o correspondente aumento no espectro de radiofrequências alocado tem motivado o desenvolvimento de novas técnicas que permitam melhorar a eficiência espectral. O acesso múltiplo por divisão de códigos (CDMA) e os arranjos de antenas adaptativas são duas abordagens extremamente promissoras nesse sentido.

Inicialmente é apresentado um estudo sobre arranjos de antenas. Aborda-se em seguida o problema da estimação da direção de chegada de sinais, onde se discutem os estimadores clássicos encontrados na literatura, e o estimador Bayesiano, cujo princípio de estimação fundamenta-se na *Regra de Bayes*, é apresentado e avaliado. Constata-se que o desempenho do estimador Bayesiano supera o desempenho dos estimadores clássicos em todos os cenários estudados.

Na seqüência, o conformador de feixes Bayesiano é apresentado, e seu desempenho na solução do problema da estimação de sinais incidentes em arranjos de antenas é investigado. Finalmente, o comportamento do conformador de feixes Bayesiano na estimação de dados no canal CDMA reverso é avaliado. É mostrado, por meio de simulações em ambiente MATLAB™, que o desempenho do sistema apresenta significativa melhora em termos da taxa de erro de bits, quando o receptor *RAKE* tradicional é usado em conjunto com o conformador de feixes Bayesiano.

## **ABSTRACT**

### **CDMA DATA ESTIMATION USING THE BAYESIAN BEAMFORMER**

**Author: Fabio Mandarino**

**Supervisor: Ricardo Zelenovsky**

**Graduate Program in Electrical Engineering**

**Brasília, July of 2006**

The increasing demand for mobile communications services without a corresponding increase in spectrum allocation has motivated the development of new techniques to improve spectrum utilization. The Code Division Multiple Access (CDMA) and adaptive antenna array are two approaches that show real promise for increasing spectrum efficiency.

Initially, a study about antenna arrays is presented. The Direction of Arrival (DOA) estimation problem is addressed, where the classical DOA estimators found in literature are discussed, and the Bayesian estimator, whose estimation principle is based on Bayes' Rule, is presented and evaluated. It is shown that the Bayesian estimator outperforms the classical estimators in all scenarios under study.

Next, the Bayesian beamformer is presented, and its performance in solving the signal estimation problem is investigated. Finally, the behavior of the Bayesian beamformer when applied for data estimation in the CDMA reverse channel is evaluated. It is shown, through simulations in MATLAB™ environment, a significant improvement in the overall system performance in terms of bit error rate, when the traditional *RAKE* receiver is used in conjunction with the Bayesian beamformer.

# SUMÁRIO

<b>1 – INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
<b>1.1 – MOTIVAÇÃO .....</b>	<b>1</b>
<b>1.2 - OBJETIVO E DESCRIÇÃO DA DISSERTAÇÃO .....</b>	<b>2</b>
<b>2 – FUNDAMENTOS DE ARRANJOS DE ANTENAS E PROCESSAMENTO ESPACIAL DE SINAIS .....</b>	<b>5</b>
<b>2.1 - ARRANJO DE ANTENAS LINEAR E UNIFORME .....</b>	<b>5</b>
<b>2.2 - CONFORMAÇÃO DE FEIXES E FILTRAGEM ESPACIAL .....</b>	<b>12</b>
<b>2.3 - DIAGRAMA DE IRRADIAÇÃO E ESPAÇAMENTO ENTRE OS ELEMENTOS DO ARRANJO .....</b>	<b>14</b>
<b>2.4 - ARRANJOS ADAPTATIVOS .....</b>	<b>20</b>
<b>2.5 - CONTRIBUIÇÕES DESTE CAPÍTULO .....</b>	<b>23</b>
<b>3 – ESTIMAÇÃO DA DIREÇÃO DE CHEGADA DE SINAIS USANDO O ESTIMADOR BAYESIANO .....</b>	<b>24</b>
<b>3.1 – TÉCNICAS CONVENCIONAIS .....</b>	<b>25</b>
<b>3.1.1 – Atraso e soma .....</b>	<b>25</b>
<b>3.1.2 – Método de <i>Capon</i> ou Mínima Variância .....</b>	<b>27</b>
<b>3.2 – TÉCNICAS BASEADAS EM SUBESPAÇO .....</b>	<b>28</b>
<b>3.2.1 – O algoritmo MUSIC .....</b>	<b>28</b>

3.2.2 – O algoritmo ESPRIT .....	32
3.3 – ESTIMADOR BAYESIANO .....	34
3.4 - ANÁLISE E DISCUSSÃO DO DESEMPENHO DO ESTIMADOR BAYESIANO .....	38
3.4.1 – Introdução .....	38
3.4.2 - Descrição dos parâmetros do sistema .....	39
3.4.3 - Simulações e Resultados .....	40
3.5 - CONTRIBUIÇÕES DESTE CAPÍTULO .....	45
4 - ESTIMAÇÃO DE SINAIS USANDO O CONFORMADOR DE FEIXES BAYESIANO .....	46
4.1 - CRITÉRIOS PARA A DETERMINAÇÃO DOS PESOS ÓTIMOS .....	47
4.1.1 - Mínimo Erro Médio Quadrático .....	47
4.1.2 - Máxima Relação Sinal Interferência mais Ruído .....	50
4.1.3 - Mínima Variância .....	51
4.2 - CONFORMADOR DE FEIXES BAYESIANO – PROCESSAMENTO EM BLOCOS .....	52
4.3 - ANÁLISE E DISCUSSÃO DO DESEMPENHO DO CONFORMADOR DE FEIXES BAYESIANO .....	59
4.3.1 – Introdução .....	59
4.3.2 - Descrição dos Parâmetros do Sistema .....	59

<b>4.3.3 - Simulações e Resultados .....</b>	<b>62</b>
<b>4.4 - CONFORMADOR DE FEIXES BAYESIANO – PROCESSAMENTO SEQÜENCIAL .....</b>	<b>77</b>
<b>4.5 - ANÁLISE E DISCUSSÃO DO DESEMPENHO DO CONFORMADOR DE FEIXES BAYESIANO – PROCESSAMENTO SEQÜENCIAL .....</b>	<b>85</b>
<b>4.5.1 – Introdução .....</b>	<b>85</b>
<b>4.5.2 - Descrição dos Parâmetros do Sistema .....</b>	<b>85</b>
<b>4.5.3 - Análise de Robustez .....</b>	<b>86</b>
<b>4.5.4 - Análise quanto ao grau de correlação entre os sinais desejado e interferente .....</b>	<b>88</b>
<b>4.6 - CONTRIBUIÇÕES DESTE CAPÍTULO .....</b>	<b>91</b>
<b>5 - ESTIMAÇÃO DE DADOS NO CANAL CDMA REVERSO USANDO O CONFORMADOR DE FEIXES BAYESIANO .....</b>	<b>92</b>
<b>5.1 - ESPALHAMENTO ESPECTRAL E ACESSO MÚLTIPLO POR DIVISÃO DE CÓDIGOS .....</b>	<b>93</b>
<b>5.2 - ESPALHAMENTO ESPECTRAL POR SEQÜÊNCIA DIRETA .....</b>	<b>94</b>
<b>5.3 - INTERFERÊNCIA POR MÚLTIPLO ACESSO .....</b>	<b>99</b>
<b>5.4 - CONTROLE DE POTÊNCIA E O PROBLEMA “NEAR-FAR” EM SISTEMAS CDMA .....</b>	<b>102</b>
<b>5.5 - RECEPTOR RAKE E COMBINAÇÃO DE MÁXIMA RAZÃO .....</b>	<b>103</b>
<b>5.6 - USO CONJUNTO DO CONFORMADOR DE FEIXES BAYESIANO E DO RECEPTOR RAKE PARA A ESTIMAÇÃO DE DADOS NO CANAL CDMA REVERSO .....</b>	<b>104</b>

<b>5.7 - ANÁLISE E DISCUSSÃO DO DESEMPENHO DO CONFORMADOR DE FEIXES BAYESIANO NA ESTIMAÇÃO DE DADOS NO CANAL CDMA REVERSO .....</b>	<b>109</b>
<b>5.7.1 – Introdução .....</b>	<b>109</b>
<b>5.7.2 - Descrição dos Parâmetros do Sistema .....</b>	<b>110</b>
<b>5.7.3 - Simulações e Resultados .....</b>	<b>111</b>
<b>5.8 - CONTRIBUIÇÕES DESTE CAPÍTULO .....</b>	<b>114</b>
<b>6 – CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES .....</b>	<b>115</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>117</b>

## LISTA DE TABELAS

<b>Tabela 3.1 - Parâmetros para as simulações .....</b>	<b>40</b>
<b>Tabela 4.1 - Parâmetros para as simulações .....</b>	<b>61</b>
<b>Tabela 4.2 - Parâmetros para as simulações .....</b>	<b>86</b>
<b>Tabela 5.1 - Parâmetros para as simulações .....</b>	<b>111</b>

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Onda incidente em um arranjo de antenas linear e uniforme segundo uma direção $\theta$ .....	6
Figura 2.2 – O conformador de feixes combina linearmente as amostras de dados de entrada .....	13
Figura 2.3 – Filtro FIR usado para realizar filtragem no domínio do tempo.....	15
Figura 2.4 – Diagrama de irradiação de um arranjo linear e uniforme com dez elementos e pesos iguais .....	19
Figura 2.5 – Diagrama de irradiação da figura (2.4) em coordenadas polares .....	19
Figura 2.6 – Estrutura de um arranjo adaptativo faixa estreita .....	22
Figura 3.1 – Estrutura de um conformador de feixes clássico .....	25
Figura 3.2 – Eficiência do processamento seqüencial .....	41
Figura 3.3 – Desempenho comparativamente aos estimadores clássicos para SNR = -15dB .....	42
Figura 3.4 – Desempenho comparativamente aos estimadores clássicos para SNR = 0dB .....	43
Figura 3.5 – Robustez em cenários de baixa relação sinal-ruído .....	44
Figura 3.6 – Comportamento frente ao número de antenas do arranjo .....	45
Figura 4.1 – Sistema com cinco usuários, um desejado e quatro interferentes, posicionados em diferentes direções .....	61
Figura 4.2 – Diagramas de irradiação após 1 iteração e após 10 iterações para SNR = -10dB .....	63
Figura 4.3 - Diagramas de irradiação após 50 iterações e após 750 iterações para SNR = -10dB .....	63
Figura 4.4 – Diagrama de irradiação polar após 1 iteração para SNR = -10dB .....	64
Figura 4.5 - Diagrama de irradiação polar após 10 iterações para SNR = -10dB .....	64
Figura 4.6 - Diagrama de irradiação polar após 50 iterações para SNR = -10dB .....	65
Figura 4.7 - Diagrama de irradiação polar após 750 iterações para SNR = -10dB .....	65
Figura 4.8 - Diagramas de irradiação após 1 iteração e após 10 iterações para SNR = 0dB .....	66

Figura 4.9 - Diagramas de irradiação após 50 iterações e após 750 iterações para SNR = 0dB .....	<b>67</b>
Figura 4.10 - Diagrama de irradiação polar após 1 iteração para SNR = 0dB .....	<b>67</b>
Figura 4.11 - Diagrama de irradiação polar após 10 iterações para SNR = 0dB .....	<b>68</b>
Figura 4.12 - Diagrama de irradiação polar após 50 iterações para SNR = 0dB .....	<b>68</b>
Figura 4.13 - Diagrama de irradiação polar após 750 iterações para SNR = 0dB .....	<b>69</b>
Figura 4.14 – Funções densidade de probabilidade a posteriori após 1 iteração e após 10 iterações para SNR = -10dB .....	<b>70</b>
Figura 4.15 - Funções densidade de probabilidade a posteriori após 50 iterações e após 750 iterações para SNR = -10dB .....	<b>71</b>
Figura 4.16 - Funções densidade de probabilidade a posteriori após 1 iteração e após 10 iterações para SNR = 0dB .....	<b>72</b>
Figura 4.17 - Funções densidade de probabilidade a posteriori após 50 iterações e após 750 iterações para SNR = 0dB .....	<b>72</b>
Figura 4.18 – Diagramas de irradiação com fonte se deslocando a 80Km/h e SNR = -10dB .....	<b>74</b>
Figura 4.19 - Diagramas de irradiação com fonte se deslocando a 10Km/h e SNR = - 10dB .....	<b>74</b>
Figura 4.20 - Diagramas de irradiação com fonte se deslocando a 80Km/h e SNR = 0dB .....	<b>75</b>
Figura 4.21 - Diagramas de irradiação com fonte se deslocando a 10Km/h e SNR = 0dB .....	<b>76</b>
Figura 4.22 – Erro de estimação versus velocidade de deslocamento da fonte para SNR = -10dB, SNR = -5dB e SNR = 0dB .....	<b>77</b>
Figura 4.23 – Erro Médio Quadrático versus direção de chegada (conformador MVDR) .....	<b>87</b>
Figura 4.24 - Erro Médio Quadrático versus direção de chegada (conformador Bayesiano seqüencial) .....	<b>88</b>
Figura 4.25 – Sinais transmitido e estimado quando existe alta correlação entre os sinais desejado e interferente .....	<b>89</b>
Figura 4.26 - Sinais transmitido e estimado quando existe baixa correlação entre os sinais desejado e interferente .....	<b>90</b>
Figura 5.1 – Sistema com espalhamento espectral por seqüência direta .....	<b>97</b>

Figura 5.2 – Conformador de feixes Bayesiano/Receptor RAKE .....	<b>106</b>
Figura 5.3 – Desempenho do conformador de feixes Bayesiano para diferentes níveis de relação sinal interferência mais ruído – Cenário com apenas um usuário .....	<b>113</b>
Figura 5.4 – Desempenho do conformador de feixes Bayesiano versus o número de antenas – Cenário com quatro usuários .....	<b>113</b>
Figura 5.5 – Desempenho do conformador de feixes Bayesiano/receptor RAKE comparado ao receptor CDMA convencional – Cenário multiusuário ....	<b>114</b>

# 1- INTRODUÇÃO

## 1.1 MOTIVAÇÃO.

O aumento na demanda por serviços de comunicações móveis que possibilitem, por exemplo, a oferta de aplicações multimídia, sem que haja um correspondente aumento no espectro de radiofrequências necessário, tem motivado a busca de novas técnicas que melhorem a eficiência espectral [1]. Uma abordagem utilizada em comunicações móveis digitais para melhorar a eficiência espectral é o uso da tecnologia de acesso múltiplo por divisão de códigos (do inglês *Code Division Multiple Access – CDMA*), baseada em espalhamento espectral. Outra abordagem que tem mostrado um enorme potencial no que tange ao aumento da capacidade de sistemas celulares, é o uso do processamento espacial de sinais associado a arranjos de antenas adaptativas [2] [3]. O arranjo de antenas adaptativas é capaz de criar e apontar automaticamente lóbulos irradiantes na direção de sinais desejados e de criar nulos em seu diagrama de irradiação na direção de sinais interferentes. A utilização de antenas adaptativas em sistemas CDMA pode reduzir o nível de interferência co-canal de outros usuários dentro da própria célula ou em células vizinhas, e assim aumentar a capacidade do sistema.

É sabido que uma das principais limitações ao desempenho na estimação de dados no canal reverso de sistemas CDMA é a interferência co-canal, ou interferência por múltiplo acesso [4]. Como todos os usuários de uma mesma célula transmitem de forma assíncrona usando a mesma frequência portadora, ocorre interferência mútua. Para o canal direto, cada sinal transmitido é espalhado por um dos códigos mutuamente ortogonais, como os códigos de *Walsh*, e então recuperados no receptor. No entanto, quando os sinais transmitidos não são sincronizados com relação aos códigos, a característica ortogonal desses códigos é deteriorada, e códigos alternativos devem ser usados, os quais devem possuir baixa correlação cruzada, como as seqüências pseudo-aleatórias (do inglês *Pseudo-Noise - PN*) [5]. Em função da dificuldade de se obter sincronismo no canal reverso, muitas pesquisas têm sido conduzidas para propor soluções aos desafiantes problemas que surgem.

A estimação de dados no canal reverso deve considerar a informação contida no sinal de interesse, os sinais gerados pelos demais usuários, as componentes multipercurso e o ruído aditivo. Ao se estimar o sinal de interesse, é desejável que se atenuem os efeitos causados

pelos sinais dos demais usuários. Isso pode ser conseguido por meio do uso de arranjos de antenas adaptativas na estação rádio-base.

Existem diversos algoritmos adaptativos propostos na literatura para utilização em arranjos de antenas [6]. No entanto, para os arranjos adaptativos usados em sistemas CDMA, onde múltiplos usuários compartilham a mesma faixa de frequências, o algoritmo adaptativo deve ser capaz de separar e extrair os sinais de interesse. É interessante também que o algoritmo adaptativo funcione sem a necessidade de uma seqüência de treinamento, ou seja, o algoritmo deve ser cego. Apenas alguns algoritmos apresentados na literatura satisfazem a esses critérios. Assim, é importante que novos algoritmos sejam desenvolvidos e seu desempenho avaliado.

## **1.2 OBJETIVO E DESCRIÇÃO DA DISSERTAÇÃO**

O problema central abordado neste trabalho é a melhora no desempenho da estimação de dados no canal reverso de sistemas CDMA, caracterizado pela existência de interferência por múltiplo acesso, baixa relação sinal interferência mais ruído e dificuldade de se obter sincronismo entre os códigos de espalhamento utilizados.

Os objetivos desta pesquisa científica são: avaliar o desempenho do estimador de direção de chegada Bayesiano, comparando-o ao desempenho dos estimadores de direção de chegada mais utilizados; avaliar o desempenho do conformador de feixes Bayesiano na estimação de sinais incidentes em arranjos de antenas; e analisar a melhora obtida no desempenho de sistemas CDMA, quando um arranjo de antenas com conformação de feixes Bayesiana é usado em conjunto com o receptor RAKE tradicional na estimação de dados no canal CDMA reverso.

A metodologia de pesquisa científica utilizada neste trabalho é fundamentada no método de abordagem dedutivo, por meio do qual, partindo-se de modelos matemáticos e análise de simulações, será mostrada a melhora no desempenho da estimação de dados em ambiente CDMA, quando se utilizam arranjos de antenas com conformação de feixes Bayesiana. O método de procedimento adotado é o método comparativo, por meio do qual as conclusões resultam da análise comparada do desempenho da solução proposta em relação ao desempenho das soluções clássicas utilizadas na estimação da direção de

chegada de sinais e na estimação de dados em ambiente CDMA. Foram utilizadas as seguintes técnicas de pesquisa para a elaboração deste trabalho: pesquisa bibliográfica e a realização de simulações em ambiente MATLAB<sup>TM</sup>.

Esta Dissertação está organizada da seguinte forma. O Capítulo 2 introduz os princípios fundamentais que norteiam o processamento espacial de sinais e sua aplicação em arranjos de antenas adaptativas, a terminologia e os conceitos básicos relacionados à conformação adaptativa de feixes. A analogia existente entre o conformador de feixes faixa estreita e o filtro FIR também é discutida. No capítulo 3, os estimadores *Atraso e Soma*, *Capon*, *MUSIC* e *ESPRIT*, técnicas clássicas utilizadas na estimação da direção de chegada em arranjos de antenas, são apresentados. A modelagem matemática do estimador Bayesiano é desenvolvida, e seu desempenho é comparado, por meio de diversas simulações, ao desempenho dos estimadores clássicos.

No Capítulo 4, a conformação adaptativa de feixes em arranjos de antenas é discutida mais amplamente, e a abordagem Bayesiana é introduzida como uma solução robusta ao problema da conformação de feixes em cenários onde há incerteza sobre a direção de chegada do sinal de interesse. Nessa abordagem, a direção de chegada é considerada uma variável aleatória com função densidade de probabilidade *a priori* conhecida. Considerando a informação estatística contida nas amostras dos sinais incidentes no arranjo, o algoritmo determina a função densidade de probabilidade *a posteriori* associada à direção de chegada e a utiliza no processo de conformação de feixes. O processamento das amostras de entrada, com posterior estimação do sinal de interesse, pode ser realizado após o recebimento de um certo número de amostras, caso em que processamento é dito por blocos de amostras, ou imediatamente após o recebimento de cada amostra, caso em que o processamento é dito seqüencial. No primeiro caso, o processamento ocorre somente após a captura de uma quantidade pré-determinada de amostras, que passam a compor a matriz de dados de entrada, ou matriz de *snapshots*. O processamento ocorre iterativamente, e a cada novo bloco de amostras o vetor de pesos é atualizado para se adaptar à dinâmica do ambiente. No segundo caso, o vetor de pesos e o sinal de interesse são estimados amostra após amostra. Nesse caso, verificar-se-á que o conformador de feixes Bayesiano seqüencial é, na verdade, um *filtro de Kalman*. O desempenho dos estimadores em bloco e seqüencial será investigado considerando a incidência de sinais correlatados e decorrelados.

O Capítulo 5 apresenta os fundamentos do espalhamento espectral e conceitos básicos associados ao sistema CDMA, incluindo uma abordagem sobre receptores *RAKE*. O desempenho do sistema é investigado, quando o conformador de feixes Bayesiano é utilizado em conjunto com um receptor *RAKE* na estimação de dados no canal CDMA reverso. Simulações são conduzidas em diversos cenários, para mostrar a viabilidade da solução em aplicações multi-usuário. A capacidade do conformador de feixes Bayesiano de apontar lóbulos irradiantes na direção dos sinais de interesse, ao mesmo tempo em que atenua os sinais interferentes, reflete-se numa redução significativa da taxa de erro de bits em todos os cenários considerados. As contribuições fundamentais do Capítulo 5 compõem o artigo intitulado *Performance Analysis of the Bayesian Beamformer on the CDMA Reverse Channel*, publicado nos anais do *2006 IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS 2006)*, realizado em maio na Grécia.

Finalmente, o Capítulo 6 rerepresenta as principais contribuições deste trabalho, juntamente com algumas recomendações para trabalhos futuros.

## **2 – FUNDAMENTOS DE ARRANJOS DE ANTENAS E PROCESSAMENTO ESPACIAL DE SINAIS**

Um arranjo de antenas consiste em um conjunto de elementos de antenas que estão espacialmente distribuídos em pontos determinados e referenciados a um ponto comum [7]. Variando-se a amplitude e fase das correntes que excitam cada elemento do conjunto de antenas, é possível, eletronicamente, apontar o lóbulo principal ou criar nulos em qualquer direção.

As antenas podem ser posicionadas seguindo diversas geometrias, sendo as disposições linear, circular e planar as mais comuns. No caso do arranjo linear, os elementos são alinhados ao longo de uma reta, e se as distâncias entre eles forem iguais, o arranjo é dito *linear e uniforme*. No caso de arranjos planares os elementos são dispostos em um mesmo plano. Tanto os arranjos lineares quanto os arranjos circulares são casos particulares de arranjos planares.

O diagrama de irradiação de um arranjo de antenas é determinado pelos diagramas de irradiação dos elementos individuais, sua orientação e posição relativa no espaço, e a amplitude e fase do sinal que os excita. Se cada elemento for considerado uma fonte pontual e isotrópica, então o diagrama de irradiação do arranjo dependerá somente de sua geometria e dos sinais de excitação. O diagrama assim obtido é conhecido na literatura como *fator de arranjo*. Se cada um dos elementos for similar mas não isotrópico, pelo princípio da *multiplicação do diagrama* (do inglês *pattern multiplication*), o diagrama de irradiação resultante pode ser obtido como o produto entre o fator de arranjo e o diagrama de irradiação dos elementos individuais [8].

### **2.1 ARRANJO DE ANTENAS LINEAR E UNIFORME.**

Considere um arranjo de antenas linear e uniforme formado por  $M$  elementos, conforme indicado na figura (2.1). Na figura, os elementos estão igualmente espaçados por uma distância  $d$ , e uma onda plana incide sobre o arranjo segundo uma direção  $\theta$ . O ângulo  $\theta$  é chamado de direção de chegada (do inglês *direction of arrival*) ou ângulo de chegada (do inglês *angle of arrival*) do sinal recebido. O sinal recebido no primeiro elemento, i.e elemento de referência, pode ser expresso por

$$\tilde{x}_1(t) = u(t) \cos(2\pi f_c t + m(t) + \beta) \quad (2.1)$$

onde  $f_c$  é a frequência da portadora do sinal modulado,  $m(t)$  representa a mensagem transmitida,  $u(t)$  é a amplitude do sinal e  $\beta$  uma fase aleatória.

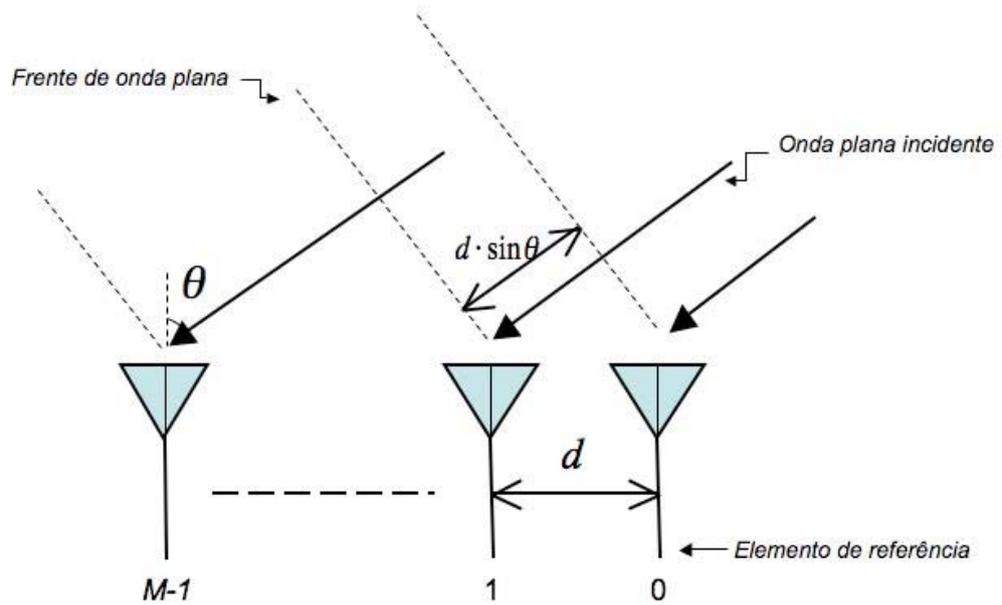


Figura 2.1 - Onda plana incidente em um arranjo de antenas linear e uniforme segundo uma direção  $\theta$ .

Por conveniência será utilizada a representação complexa de  $\tilde{x}_1(t)$  dada por

$$x_1(t) = u(t) \exp\{j(m(t) + \beta)\} \quad (2.2)$$

O sinal recebido pelo primeiro elemento e sua notação complexa podem ser relacionados por

$$\tilde{x}_1(t) = \text{Re} [x_1(t) \exp\{j(2\pi f_c t)\}] \quad (2.3)$$

onde  $\text{Re}[\bullet]$  representa a parte real de  $[\bullet]$ . Considerando que os sinais se originaram num ponto distante do arranjo, e que as ondas eletromagnéticas se propagam em um meio não dispersivo que somente introduz retardos de propagação, a saída de qualquer outro elemento do arranjo pode ser representada por uma versão atrasada do sinal incidente no elemento de referência. Na figura (2.1) percebe-se que a onda plana incidente no primeiro elemento precisa se propagar por uma distância  $d \cdot \sin\theta$  para chegar ao segundo elemento. O retardo temporal devido a propagação por essa distância adicional é dado por

$$\tau = \frac{d \cdot \sin\theta}{c} \quad (2.4)$$

onde  $c$  é a velocidade da luz. O sinal recebido no segundo elemento pode então ser expresso por

$$\tilde{x}_2 = \tilde{x}_1(t - \tau) = u(t - \tau) \cos(2\pi f_c(t - \tau) + m(t - \tau) + \beta) \quad (2.5)$$

Se a frequência da portadora é alta comparada à largura de banda do sinal incidente, então o sinal modulante pode ser considerado quase-estático durante intervalos de tempo da ordem de  $\tau$ , e a equação (2.5) pode ser reescrita como

$$\tilde{x}_2(t) = u(t) \cos(2\pi f_c t - 2\pi f_c \tau + m(t) + \beta) \quad (2.6)$$

A notação complexa de  $\tilde{x}_2(t)$  pode então ser expressa por

$$\begin{aligned} x_2(t) &= u(t) \exp\{j(-2\pi f_c \tau + m(t) + \beta)\} \\ &= x_1(t) \exp\{-j(2\pi f_c \tau)\} \end{aligned} \quad (2.7)$$

Pela equação (2.7) percebe-se que o efeito do retardo temporal sofrido pelo sinal pode ser representado pelo termo  $\exp\{-j(2\pi f_c \tau)\}$ , associado ao desvio de fase. Substituindo (2.4) em (2.7), obtém-se

$$\begin{aligned}
x_2(t) &= x_1(t) \exp\left\{-j\left(2\pi f_c \frac{d \cdot \sin\theta}{c}\right)\right\} \\
&= x_1(t) \exp\left\{-j\left(\frac{2\pi}{\lambda} d \cdot \sin\theta\right)\right\}
\end{aligned} \tag{2.8}$$

onde  $\lambda$  é o comprimento de onda da portadora. Da mesma forma, para o  $i$ -ésimo elemento a representação complexa do sinal recebido pode ser expressa por

$$x_i(t) = x_1(t) \exp\left\{-j\left(\frac{2\pi}{\lambda} (i-1) d \cdot \sin\theta\right)\right\} \quad i = 1, \dots, M \tag{2.9}$$

Seja

$$X(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_M(t) \end{bmatrix} \tag{2.10}$$

e

$$A(\theta) = \begin{bmatrix} 1 \\ e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} d \cdot \sin\theta} \\ \vdots \\ e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} (M-1) d \cdot \sin\theta} \end{bmatrix} \tag{2.11}$$

A equação (2.9) pode então ser representada na forma vetorial por

$$X(t) = A(\theta) x_1(t) \tag{2.12}$$

O vetor  $X(t)$  é normalmente chamado na literatura de *vetor de dados de entrada*, e  $A(\theta)$  de *vetor diretor* (do inglês *steering vector*) ou *vetor de direção de chegada* (do inglês *Direction of Arrival (DOA) vector*).

Na discussão acima, a largura de banda do sinal incidente, expresso na equação (2.9), é muito menor que o inverso do tempo de propagação através do arranjo de antenas. Qualquer sinal que satisfaça a essa condição é dito *faixa estreita*, caso contrário o sinal é considerado *faixa larga*. Neste trabalho, o sinal incidente é considerado por premissa como *faixa estreita*.

A teoria apresentada acima pode ser expandida para casos mais complexos. Suponha que há  $q$  sinais *faixa estreita*  $s_1(t), \dots, s_q(t)$ , com frequências portadoras conhecidas, incidindo sobre um arranjo segundo direções de chegada  $\theta_i, i = 1, 2, \dots, q$ . Esses sinais podem ser descorrelatados, no caso de pertencerem a usuários diferentes, correlatados, no caso de serem componentes de multipercurso, onde cada componente é uma versão atenuada e defasada do sinal transmitido, ou ainda parcialmente correlatados em função do ruído aditivo. O sinal total incidente no arranjo é uma superposição dos diversos sinais transmitidos e o ruído. Assim, o *vetor de dados de entrada* pode ser representado por

$$X(t) = \sum_{i=1}^q A(\theta_i) s_i(t) + N(t) \quad (2.13)$$

onde

$$A(\theta_i) = \begin{bmatrix} 1 \\ e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}d \cdot \sin\theta_i} \\ \vdots \\ e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(M-1)d \cdot \sin\theta_i} \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

e  $N(t)$  denota o vetor  $M \times 1$  de ruído nos elementos do arranjo. Usando notação matricial, a equação (2.13) pode ser reescrita como

$$X(t) = A(\theta)S(t) + N(t) \quad (2.15)$$

onde  $A(\theta)$  é a matriz  $M \times q$  de vetores diretores

$$A(\theta) = [A(\theta_1) \quad \cdots \quad A(\theta_q)] \quad (2.16)$$

e

$$S(t) = \begin{bmatrix} s_1(t) \\ \vdots \\ s_q(t) \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

A equação (2.15) representa o modelo de *vetor de dados de entrada* para sinais *faixa estreita* mais utilizado na literatura.

Considere agora o seguinte caso particular: suponha que  $p$  usuários transmitam sinais a partir de diferentes posições no espaço, e que tais sinais chegam ao arranjo por múltiplos percursos. Seja  $L_{Mi}$  o número de componentes de multipercurso do  $i$ -ésimo usuário. O *vetor de dados de entrada* pode ser expresso por

$$\begin{aligned} X(t) &= \sum_{i=1}^p \sum_{k=1}^{L_{Mi}} \alpha_{i,k} A(\theta_{i,k}) S_i(t) + N(t) \\ &= \sum_{i=1}^p B_i S_i(t) + N(t) \end{aligned} \quad (2.18)$$

onde  $\theta_{i,k}$  é a direção de chegada da  $k$ -ésima componente de multipercurso do  $i$ -ésimo usuário,  $A(\theta_{i,k})$  é o vetor diretor correspondente a  $\theta_{i,k}$ ,  $\alpha_{i,k}$  é a amplitude complexa da  $k$ -ésima componente de multipercurso do  $i$ -ésimo usuário e  $B_i$  é a *assinatura espacial* do  $i$ -ésimo usuário, sendo dada por

$$B_i = \sum_{k=1}^{L_{Mi}} \alpha_{i,k} A(\theta_{i,k}) \quad (2.19)$$

Similarmente, a equação (2.18) pode ser reescrita na seguinte forma matricial

$$X(t) = B S(t) + N(t) \quad (2.20)$$

onde

$$B = [B_1 \quad \cdots \quad B_p] \quad (2.21)$$

e  $S(t) = [S_1(t) \quad \cdots \quad S_p(t)]^T$ . A matriz  $B$  é chamada de *matriz de assinatura espacial*.

Na equação (2.15), se o *vetor de dados de entrada*  $X(t)$  for amostrado  $K$  vezes, em  $t_1, t_2, \dots, t_k$ , a matriz de dados de entrada pode ser expressa por

$$X(t) = A(\theta)S + N \quad (2.22)$$

onde  $X$  e  $N$  são as matrizes  $M \times K$  contendo  $K$  amostras do vetor de dados de entrada e do vetor de ruído, respectivamente

$$\begin{aligned} X &= [X_1 \quad \cdots \quad X_K] \\ N &= [N_1 \quad \cdots \quad N_K] \end{aligned} \quad (2.23)$$

e  $S$  é a matriz  $q \times K$  contendo  $K$  amostras dos sinais faixa estreita

$$S = [S_1 \quad \cdots \quad S_K] \quad (2.24)$$

Nas equações (2.23) e (2.24) o índice de tempo  $t_i$  foi substituído pelo sub-escrito  $i = 1, 2, \dots, k$ , para simplificar a notação.

Considerando o modelo de dados de entrada criado acima, os problemas associados à estimação de parâmetros usando arranjos de antenas podem ser resumidos da seguinte forma: dado um conjunto de amostras de entrada  $X$  em um sistema de comunicação móvel, determine

1. o número de sinais  $q$
2. as direções de chegada  $\theta_i, i = 1, 2, \dots, q$
3. os sinais  $S_1, S_2, \dots, S_K$  que compõem a matriz  $S$ .

O caso (1) trata-se de um problema de detecção; o caso (2), de um problema de localização; e o caso (3), de um problema de estimação de dados. Os casos (2) e (3) são o foco desta pesquisa.

## 2.2 CONFORMAÇÃO DE FEIXES E FILTRAGEM ESPACIAL

A conformação de feixes é um tipo de processamento utilizado para direcionar lóbulos irradiantes de um arranjo de antenas, a fim de, simultaneamente, receber um sinal de interesse transmitido por uma fonte localizada em uma determinada posição relativa ao arranjo, e atenuar os sinais oriundos de outras direções, os quais são considerados interferentes [9]. Se o sinal desejado e o sinal interferente ocuparem a mesma faixa de frequências, a menos que os sinais sejam decorrelatados, como os sinais CDMA, a filtragem temporal não poderá ser utilizada para separar o sinal desejado do interferente. Entretanto, normalmente os sinais desejados e interferentes se originam em diferentes posições espaciais. Com o uso de filtros espaciais no receptor, essa separação espacial pode ser explorada para estimar os sinais de interesse e atenuar os interferentes.

Nesse contexto, o conformador de feixes é um processador utilizado em conjunto com um arranjo de antenas, a fim de prover uma forma versátil de filtragem espacial. O arranjo de antenas coleta amostras dos sinais incidentes nos diversos elementos, as quais são processadas pelo conformador de feixes. Tipicamente, o conformador de feixes combina linearmente a sequência de amostras espaciais obtidas em cada antena para produzir uma saída escalar, da mesma forma que um filtro FIR combina linearmente as amostras temporais. A estrutura do conformador de feixes é mostrada na figura (2.2). Na figura, a saída no instante  $k$ ,  $y(k)$ , é obtida após a combinação linear das amostras captadas nos  $M$  elementos no instante  $k$ .

$$y(k) = \sum_{i=1}^M w_i^* x_i(k) \quad (2.25)$$

onde \* significa o conjugado complexo. Como está sendo utilizada a notação complexa do sinal recebido, ambos  $x_i(t)$  e  $w_i$  são complexos. O peso  $w_i$  é chamado de peso complexo.

O conformador de feixes indicado na figura (2.2) é tipicamente usado para processar sinais faixa estreita. Como neste trabalho a conformação de feixes será implementada digitalmente, a partir deste ponto considerar-se-á que a cada antenna do arranjo está acoplado um *front end*<sup>1</sup> de RF com conversão A/D.

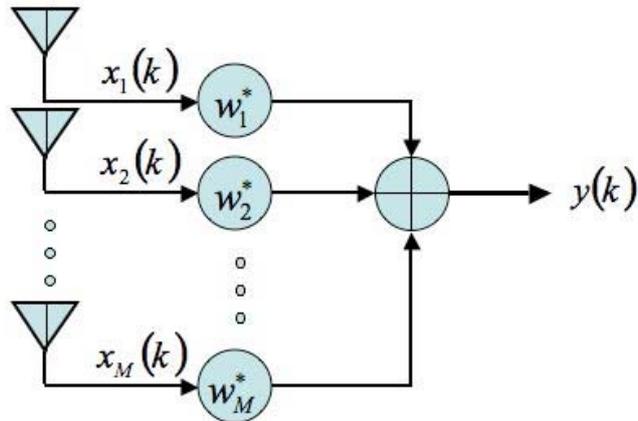


Figura 2.2 - O conformador de feixes combina linearmente as amostras de dados de entrada.

A equação (2.25) pode ainda ser escrita na seguinte forma vetorial

$$y_k = W^H X_k \quad (2.26)$$

onde

$$W = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_M \end{bmatrix} \text{ e } H \text{ indica a transposta Hermitiana, i.e transposta dos conjugados complexos.}$$

O vetor  $W$  é chamado de vetor de pesos complexos.

<sup>1</sup> Estágio do receptor responsável pelo processamento do sinal analógico.

### 2.3 DIAGRAMA DE IRRADIAÇÃO E ESPAÇAMENTO ENTRE OS ELEMENTOS DO ARRANJO

O diagrama de irradiação de um arranjo de antenas e o espaçamento entre seus elementos podem ser vistos como análogos, respectivamente, da resposta em frequência de um filtro FIR e o período de amostragem de um sinal discreto no tempo. Para ilustrar esse fato, pode-se comparar o problema de filtragem de harmônicos no domínio do tempo com o problema de conformação de feixes no domínio espacial [10]. Considere um sinal composto por  $q$  senóides complexas com parâmetros desconhecidos e contaminado por ruído aditivo.

$$x(t) = \sum_{i=1}^q a_i \exp\{j(2\pi f_i t + \varphi_i)\} + n(t) \quad (2.27)$$

onde  $f_i$ ,  $a_i$  e  $\varphi_i$  são a frequência, a amplitude e a fase, respectivamente, pertencentes a  $i$ -ésima senóide. Suponha que o sinal é amostrado com período de amostragem  $T_s$ , e seja  $x(k)$  o seu valor no instante de tempo  $kT_s$ , dessa forma

$$x(k) = \sum_{i=1}^q a_i \exp\{j(2\pi f_i(kT_s) + \varphi_i)\} + n(kT_s) \quad (2.28)$$

Suponha agora que o sinal amostrado é submetido a um filtro FIR com  $M-1$  retardos, conforme mostrado na figura (2.3). A saída, após os retardos temporais, pode ser expressa por

$$X(l) = \sum_{i=1}^q A(f_i) S_i(l) + N(l) \quad (2.29)$$

onde  $X(l) = [x(l) \quad x(l-1) \quad \cdots \quad x(l-M+1)]^T$ ,  $N(l) = [n(lT_s) \quad \cdots \quad n((l-M+1)T_s)]$ ,

$$A(f_i) = \begin{bmatrix} 1 \\ e^{-j2\pi T_s f_i} \\ \vdots \\ e^{-j2\pi(M-1)T_s f_i} \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

e

$$S_i(l) = a_i \exp\{j(2\pi f_i(lT_s) + \varphi_i)\} \quad (2.31)$$

Comparando as equações (2.29), (2.30) com as equações (2.13), (2.14), percebe-se que para um arranjo linear e uniformemente espaçado há uma correspondência entre o espaçamento normalizado entre os elementos,  $d/\lambda$ , e o período de amostragem,  $T_s$ , no filtro FIR. Além disso, o seno da direção de chegada  $\theta_i$ ,  $\sin\theta_i$ , pode ser entendido como análogo à frequência  $f_i$  na entrada do filtro FIR.

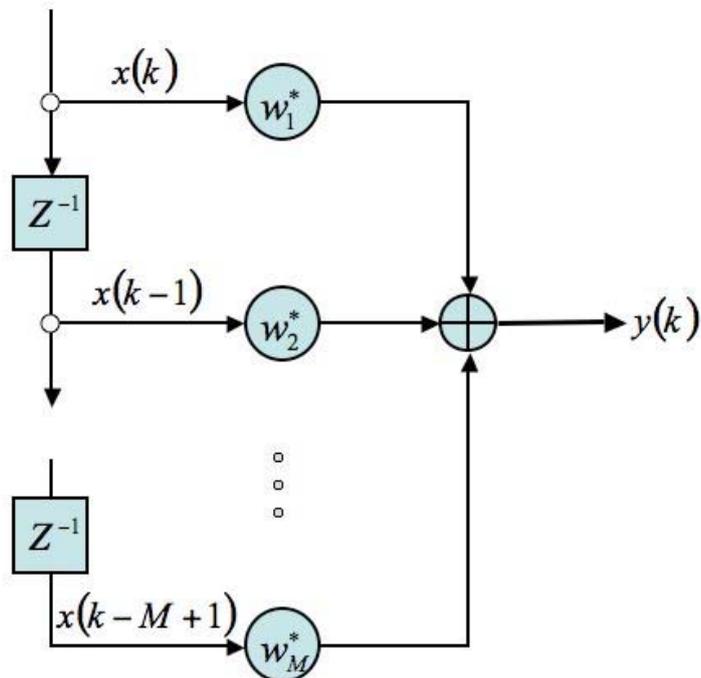


Figura 2.3: Filtro FIR usado para realizar filtragem no domínio do tempo

Como existe um mapeamento entre o arranjo linear e uniforme e o filtro FIR, um teorema aplicado aos filtros FIR no domínio do tempo pode também ser aplicado aos arranjos

lineares no domínio espacial. No domínio do tempo, o *teorema da amostragem de Nyquist* estabelece que um sinal passa-banda cuja maior componente espectral seja  $f_i$ , pode ser univocamente representado por amostras discretas no tempo, se a taxa de amostragem for igual ou superior a  $2f_i$  [11]. No domínio espacial a taxa de amostragem corresponde ao inverso do espaçamento normalizado entre os elementos, e a maior componente espectral equivale a 1, já que  $\sin\theta_i$  é sempre menor que a unidade. Pelo *teorema da amostragem de Nyquist*, deve-se ter

$$\frac{1}{d/\lambda} \geq 2 \times 1 \quad (2.32)$$

ou,

$$d \leq \frac{\lambda}{2} \quad (2.33)$$

Dessa forma, o espaçamento entre elementos de um arranjo deve ser sempre menor ou igual a metade do comprimento de onda da portadora. Por outro lado, o espaçamento não pode ser pequeno demais, a fim de evitar o acoplamento magnético entre os elementos. É difícil generalizar esses efeitos, já que eles dependem em grande parte do tipo de antena utilizada e da geometria do arranjo. No entanto, o acoplamento magnético entre dois elementos tende a aumentar à medida que a distância entre eles diminui. Em casos práticos, o espaçamento é mantido aproximadamente metade do comprimento de onda para minimizar o acoplamento magnético.

A resposta em frequência de um filtro FIR com pesos  $w_i^*$ ,  $i=1, \dots, M$  e período de amostragem  $T_s$  é dado por [11]

$$H(e^{j2\pi f}) = \sum_{i=1}^M w_i^* e^{-j2\pi f T_s (i-1)} \quad (2.34)$$

onde  $H(e^{j2\pi f})$  representa a resposta do filtro a uma senóide complexa de frequência  $f$ . Para o problema de filtragem de harmônicos, caso se queira estimar a senóide de

freqüência  $f_i$ , deve-se encontrar um conjunto de pesos complexos de tal forma que resposta em freqüência do filtro tenha um máximo ganho em  $f_i$  e ganhos menores, idealmente nulos, em outras freqüências. Para o problema de conformação de feixes, como  $f$  e  $T_s$  correspondem a  $\sin\theta$  e  $\frac{d}{\lambda}$ , respectivamente, podem-se substituir  $f$  e  $T_s$  por  $\sin\theta$  e  $\frac{d}{\lambda}$  na equação (2.33), a fim de obter a resposta do conformador de feixes,

$$g(\theta) = \sum_{i=1}^M w_i^* e^{-j \frac{2\pi}{\lambda} (i-1)d \cdot \sin\theta} \quad (2.35)$$

onde  $g(\theta)$  representa a resposta do arranjo a um sinal cuja direção de chegada é  $\theta$ . Dessa forma, se houver diversos sinais vindos de diferentes direções, e deseja-se recuperar o sinal cuja direção de chegada é  $\theta_i$ , deve-se encontrar um conjunto de pesos de tal forma que a resposta do arranjo tenha máximo ganho na direção  $\theta_i$  e ganhos menores, idealmente nulos, em outras direções.

A resposta do arranjo  $g(\theta)$  pode também ser expressa na forma vetorial como

$$g(\theta) = W^H A(\theta) \quad (2.36)$$

onde  $W$  e  $A(\theta)$  são definidos nas equações (2.26) e (2.14) respectivamente.

O diagrama de irradiação é definido como o módulo de  $g(\theta)$  [8], que é dado por

$$G(\theta) = |g(\theta)| \quad (2.37)$$

Usando  $G(\theta)$ , pode-se definir a resposta normalizada do arranjo

$$g_n(\theta) = \frac{g(\theta)}{\max\{G(\theta)\}} \quad (2.38)$$

onde  $g_n(\theta)$  é também conhecido como *diagrama de irradiação normalizado* ou *fator de arranjo*.

A capacidade de discriminação espacial, ou resolução, de um arranjo depende do tamanho de sua abertura espacial. À medida que a abertura espacial aumenta, a resolução do arranjo melhora. O valor absoluto da abertura espacial não é importante; o parâmetro crítico é sua medida em comprimentos de onda.

Para ilustrar esse raciocínio, considere um arranjo linear e uniforme cujos elementos possuem pesos iguais a 1. Pela equação (2.35), a resposta do arranjo é dada por

$$\begin{aligned} g(\theta) &= \sum_{i=1}^M e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(i-1)d \sin\theta} \\ &= \frac{1 - e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}M d \sin\theta}}{1 - e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}d \sin\theta}} \end{aligned} \quad (2.39)$$

$$= \frac{\sin\left(\pi \frac{Md}{\lambda} \sin\theta\right)}{\sin\left(\pi \frac{d}{\lambda} \sin\theta\right)} e^{-j\pi \frac{(M-1)d}{\lambda} \sin\theta} \quad (2.40)$$

O diagrama de irradiação desse arranjo é mostrado na figura (2.4). O contorno em coordenadas polares do diagrama é mostrado na figura (2.5). Na figura (2.4), o ganho do diagrama normalizado é expresso em  $dB$ . Pela equação (2.40) percebe-se que a largura de feixe de nulo a nulo,  $\theta_{BW}$ , é determinada por

$$\pi \frac{Md}{\lambda} \sin\theta = \pi \quad (2.41)$$

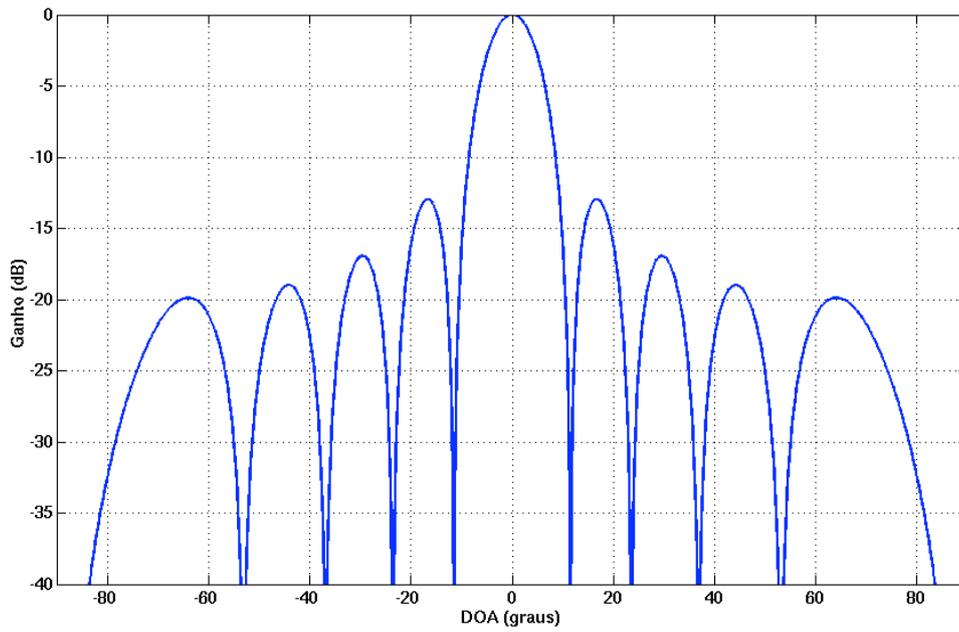


Figura 2.4 – Diagrama de irradiação de um arranjo linear e uniforme com dez elementos e pesos iguais.

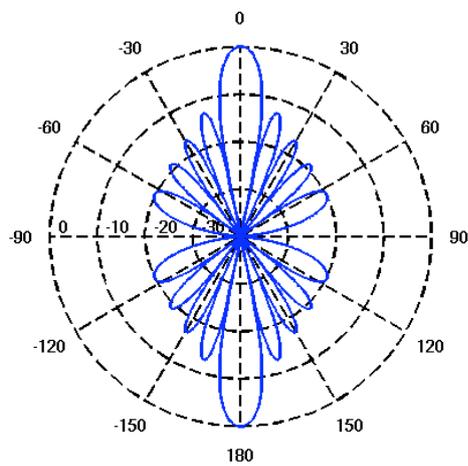


Figura 2.5 – Diagrama de irradiação da figura (2.4) em coordenadas polares.

A solução da equação (2.41) pode ser expressa por

$$\theta_H = \arcsin\left(\frac{\lambda}{Md}\right) \quad (2.42)$$

onde  $\theta_H$  é a metade da largura de feixe de nulo a nulo. A largura de feixe de nulo a nulo é então dada por

$$\theta_{BW} = 2\theta_H = 2\arcsin\left(\frac{\lambda}{Md}\right) \quad (2.43)$$

Pela equação (2.43), percebe-se que a largura de feixe, que é a largura do lóbulo principal do diagrama de irradiação do arranjo, é inversamente proporcional ao termo  $\frac{Md}{\lambda}$ . Assim, se a abertura do arranjo em comprimentos de onda for grande, a largura de feixe será pequena, e o arranjo terá uma alta resolução espacial. Dessa forma, além de minimizar o acoplamento magnético, a manutenção da distância entre os elementos próxima à metade do comprimento de onda maximiza a resolução espacial do arranjo.

Na figura (2.5), observa-se que o diagrama de irradiação é simétrico em relação ao eixo que interliga os elementos. Essa simetria é inerente ao arranjo linear e uniforme. Pela equação (2.35),  $g(\theta) = g(\pi - \theta)$ . Arranjos com espaçamento não linear ou outro tipo de geometria, como o arranjo circular, não exibem esse tipo de simetria.

## 2.4 ARRANJOS ADAPTATIVOS

Em um sistema de comunicações móveis, os usuários estão geralmente se movendo, o que faz com as direções de chegada dos sinais recebidos na estação rádio-base sejam variantes no tempo. Além disso, em função do canal rádio-móvel variante no tempo existente entre o usuário e a estação rádio-base, da existência de interferência co-canal, do efeito de multipercurso e do ruído, os parâmetros associados a cada sinal incidente variam com o tempo. Para um arranjo de antenas com pesos constantes, o diagrama de irradiação resultante não é capaz de acompanhar esses parâmetros variantes no tempo. Por outro lado,

um *arranjo adaptativo* pode alterar seu diagrama de irradiação automaticamente em resposta às variações no ambiente rádio-móvel. Um *arranjo adaptativo* é um sistema de antenas capaz de modificar seu diagrama de irradiação ou outros parâmetros, por meio de processamento adaptativo de sinais. Os arranjos adaptativos são também conhecidos por *conformadores de feixes adaptativos*, *antenas adaptativas* ou, ainda, *antenas inteligentes* [7]. A estrutura de um arranjo adaptativo é mostrada na figura (2.6).

Na figura (2.6), os pesos complexos  $w_i^*, i = 1, \dots, M$  são ajustados pelo processador adaptativo. O método utilizado pelo processador adaptativo para modificar os pesos é chamado de *algoritmo adaptativo*. A maioria dos algoritmos adaptativos é obtida de acordo com um critério de desempenho que possibilita a geração de um conjunto de equações, para ajustar os pesos de tal forma que o critério de desempenho seja satisfeito. Alguns dos critérios de desempenho mais utilizados incluem o de mínimo erro médio quadrático (do inglês *Minimum Mean Squared Error – MMSE*), o de máxima relação sinal ruído mais interferência (do inglês *Signal to Interference plus Noise Ratio – SINR*), o de máxima verossimilhança (do inglês *Maximum Likelihood*), o de mínima variância do ruído, o de mínima potência de saída e o de máximo ganho [7]. Esses critérios são normalmente associados a funções custo, que são tipicamente inversamente relacionadas à qualidade do sinal na saída do arranjo. À medida que os pesos são ajustados iterativamente, a função custo se torna cada vez menor. Quando a função custo é minimizada, o critério de desempenho é alcançado, e o algoritmo converge.

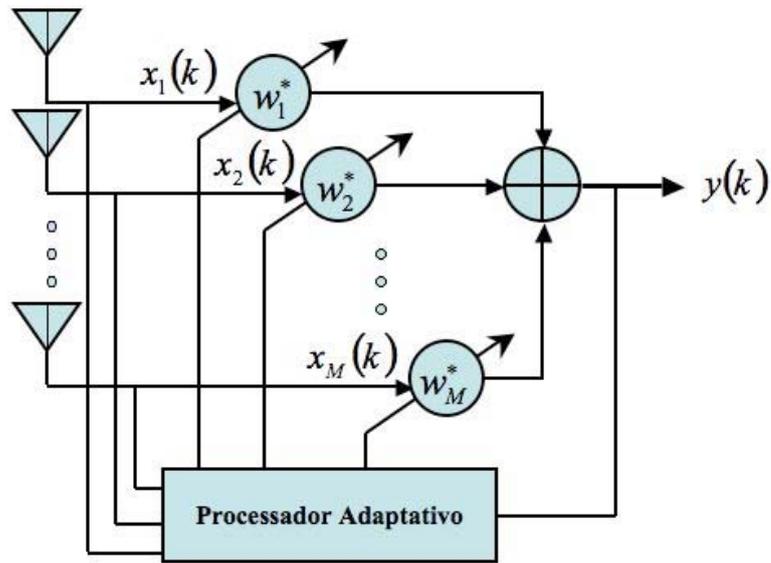


Figura 2.6 - Estrutura de um arranjo adaptativo faixa estreita.

Para um arranjo adaptativo, diversos algoritmos podem ser usados para ajustar o vetor de pesos. A escolha de um algoritmo em detrimento de outros é determinada por vários aspectos [10]:

1. Taxa de convergência – definida como o número de iterações necessárias para que o algoritmo convirja para a solução ótima. Uma rápida taxa de convergência permite ao algoritmo se adaptar rapidamente às variações temporais do ambiente.
2. Acompanhamento – quando um algoritmo adaptativo opera num ambiente não estacionário, ele deve ser capaz acompanhar as variações estatísticas do meio.
3. Robustez – refere-se à habilidade de o algoritmo operar satisfatoriamente num cenário hostil, dispendo de dados de entrada corrompidos.
4. Esforço computacional – refere-se ao número de operações requeridas para executar uma iteração completa do algoritmo, ao tamanho de memória alocado para o programa e os dados e ao investimento para programar o algoritmo em um processador digital de sinais.

Como existe um mapeamento entre o conformador de feixes e o filtro FIR, a maioria dos algoritmos adaptativos empregados na filtragem adaptativa pode ser utilizada em arranjos adaptativos [10]. No entanto, alguns dos algoritmos destinados aos arranjos adaptativos têm características únicas que um algoritmo usado em filtragem adaptativa não possui.

## **2.5 CONTRIBUIÇÕES DESTE CAPÍTULO**

Neste capítulo foram introduzidos a terminologia e os conceitos básicos relacionados aos arranjos de antenas e à conformação de feixes adaptativa. A correspondência existente entre o conformador de feixes faixa estreita e o filtro FIR também foi abordada. No capítulo 3, os principais métodos utilizados para a estimação da direção de chegada de sinais em arranjos adaptativos serão analisados, e seu desempenho comparado ao do estimador Bayesiano.

### 3 – ESTIMAÇÃO DA DIREÇÃO DE CHEGADA DE SINAIS USANDO O ESTIMADOR BAYESIANO

Neste capítulo é apresentado e analisado um estimador para determinação adaptativa da direção de chegada utilizando uma abordagem Bayesiana, que conjuga a informação disponível nas antenas e a informação *a priori* sobre o posicionamento da fonte irradiante [12]. Nessa abordagem, a direção de chegada é considerada uma variável aleatória contínua com função densidade de probabilidade *a priori* conhecida, que representa o grau de incerteza associado ao posicionamento da fonte do sinal desejado. A *regra de Bayes* é usada para determinar a função densidade de probabilidade *a posteriori*. A direção de chegada do sinal é aquela que maximiza a probabilidade *a posteriori*, ou seja, trata-se de uma abordagem que propõe um estimador de *máximo a posteriori* (MAP).

Este capítulo apresenta ainda os métodos *Atraso e Soma*, *Capon*, *MUSIC* e *ESPRIT*, algoritmos clássicos utilizados para determinar a direção de chegada de sinais incidentes em um arranjo de antenas. As técnicas consideradas aqui podem ser divididas em dois grupos principais: as técnicas convencionais e as baseadas em subespaço. No primeiro caso, a estimação da direção de chegada fundamenta-se no conceito de maximização de funções, obedecendo a certos critérios, e não explora a natureza estatística dos modelos de sinal e ruído. Seus principais representantes são os métodos *Atraso e Soma* e *Capon*. No segundo, a auto-estrutura da matriz de covariância das amostras de entrada é explorada. As principais técnicas baseadas em subespaço são *MUSIC* e *ESPRIT*.

Finalmente, simulações são conduzidas para estudar o comportamento do estimador Bayesiano em diversos cenários. Seu desempenho é analisado, discutido e comparado ao desempenho dos algoritmos clássicos.

### 3.1 – TÉCNICAS CONVENCIONAIS

#### 3.1.1 – Atraso e soma

A técnica de atraso e soma (do inglês *delay and sum*), também conhecida como conformação clássica de feixes ou método de *Fourier*, é uma das técnicas mais simples para a estimação da direção de chegada. A figura (3.1) mostra a estrutura de um conformador de feixes clássico, no qual o sinal de saída  $y(k)$  é obtido por meio da combinação linear das amostras coletadas nas antenas. Ou seja

$$y(k) = W^H X(k) \quad (3.1)$$

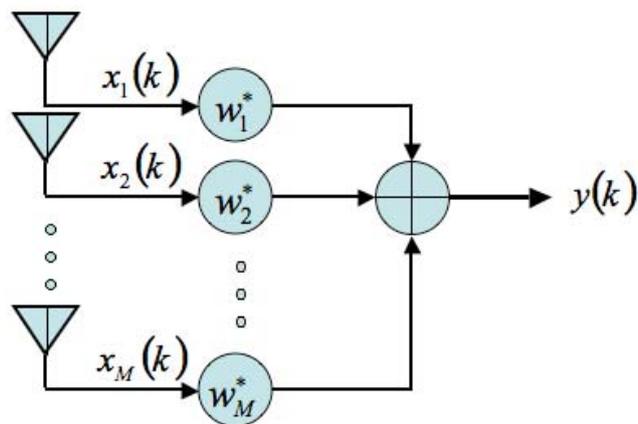


Figura 3.1 - Estrutura de um conformador de feixes clássico.

A potência total na saída do conformador convencional pode ser expressa por

$$P = E\{|y(k)|^2\} = E\{|W^H X(k)|^2\} = W^H \cdot E\{X(k)X^H(k)\} \cdot W = W^H \cdot R_X \cdot W \quad (3.2)$$

onde  $R_x$  é a matriz de auto-correlação do vetor de amostras, dada por

$$R_x = E\{X(k)X^H(k)\} \quad (3.3)$$

A equação (3.3) desempenha um papel fundamental em todos os algoritmos convencionais de estimação da direção de chegada. A matriz de auto-correlação  $R_x$  contém informação útil sobre os vetores diretores e sobre os próprios sinais incidentes, cujos parâmetros podem ser determinados por meio de uma interpretação cuidadosa de  $R_x$ .

Considere um sinal  $S(k)$  incidente em um arranjo sob um ângulo  $\theta_0$ . A potência na saída do conformador pode ser expressa por

$$\begin{aligned} P(\theta_0) &= E\left\{|W^H X(k)|^2\right\} = E\left\{|W^H (A(\theta_0)S(k) + N(k))|^2\right\} \\ &= \left(|W^H A(\theta_0)|^2 (\sigma_s^2 + \sigma_n^2)\right) \end{aligned} \quad (3.4)$$

onde  $A(\theta_0)$  é o vetor diretor associado à direção de chegada  $\theta_0$ ,  $N(k)$  é o vetor de ruído e  $\sigma_s^2 = E\{S(k)^2\}$  e  $\sigma_n^2 = E\{N(k)^2\}$  são a potência do sinal e do ruído, respectivamente. Nota-se em (3.4) que a potência de saída é maximizada quando  $W = A(\theta_0)$ . Assim, a potência de saída do conformador de feixes clássico em função da direção de chegada é dado por

$$P(\theta) = W^H R_x W = A^H(\theta) \cdot R_x \cdot A(\theta) \quad (3.5)$$

Conseqüentemente, se existir uma estimativa da matriz de auto-correlação do vetor de amostras, é possível estimar a potência de saída em função da direção de chegada  $\theta_0$ , que é freqüentemente chamado de *espectro espacial*. As direções de chegada dos sinais incidentes podem ser determinadas localizando os picos no *espectro espacial* definido em (3.5). Assim

$$\hat{\theta} = \arg \max_{\theta} P(\theta) \quad (3.6)$$

### 3.1.2 – Método de *Capon* ou Mínima Variância

O método atraso e soma funciona sob a premissa de que ao apontar o maior lóbulo em uma direção particular, produz-se a melhor estimativa da potência do sinal incidente naquela direção. Isso funciona bem quando existe apenas um sinal presente. Mas quando vários sinais incidem no arranjo, a potência de saída contém contribuições do sinal desejado e dos sinais interferentes incidentes segundo outras direções.

A método de *Capon* [13] busca superar os problemas associados ao atraso e soma. A técnica usa alguns graus de liberdade para apontar feixes nas direções dos sinais desejados, enquanto simultaneamente, usando os graus de liberdade restantes, cria nulos nas direções dos sinais interferentes. Isso minimiza as contribuições das interferências, ao mesmo tempo em que mantém o ganho na direção de chegada do sinal de interesse. Ou seja

$$\min_W E \left\{ |y(k)|^2 \right\} = \min_W W^H R_x W \quad \text{sujeito a } W^H A(\theta_0) = 1 \quad (3.7)$$

O vetor de pesos obtido solucionando-se a equação (3.7) é chamado de Resposta de Mínima Variância Sem Distorção ( do inglês *Minimum Variance Distortionless Response – MVDR*), já que, para uma direção de chegada particular, a variância do sinal de saída é minimizada, ao mesmo tempo em que o sinal desejado é filtrado sem distorção (ganho unitário e desvio de fase nulo). A expressão (3.7) representa um problema de otimização que pode ser solucionado usando o método dos multiplicadores de *Lagrange*. Pode-se mostrar que o vetor de pesos que soluciona (3.7) é dado por [10]

$$W = \frac{R_x^{-1} A(\theta)}{A^H(\theta) R_x^{-1} A(\theta)} \quad (3.8)$$

A potência de saída do arranjo em função da direção de chegada, usando o método de *Capon*, é dada por

$$P_{\text{capon}}(\theta) = \frac{1}{A^H(\theta) R_x^{-1} A(\theta)} \quad (3.9)$$

As direções de chegada dos sinais desejados podem ser determinadas localizando-se os picos da curva descrita por (3.9), ou seja

$$\hat{\theta} = \arg \max_{\theta} P_{\text{capon}}(\theta) \quad (3.10)$$

Ainda que não seja um estimador de máxima verossimilhança, o método de *Capon* é, às vezes, considerado na literatura um estimador de máxima verossimilhança, já que para qualquer  $\theta$ ,  $P_{\text{capon}}(\theta)$  é a estimativa de máxima verossimilhança da potência do sinal incidente na direção  $\theta$  na presença de ruído branco.

## 3.2 – TÉCNICAS BASEADAS EM SUBESPAÇO

### 3.2.1 – O algoritmo MUSIC

O algoritmo MUSIC (*MUltiple Signal Classification*) proposto por *Schmidt* em 1979 [14] é uma técnica de classificação de múltiplos sinais de alta resolução fundamentada na análise da auto-estrutura da matriz de covariância das amostras de entrada. O MUSIC é, em última análise, um algoritmo de estimação de parâmetros de sinais que provê informação acerca do número de sinais incidentes, da direção de chegada de cada sinal e nível ruído. Para que o algoritmo tenha elevada resolução, é fundamental, entretanto, que a calibração do arranjo de antenas seja muito preciso.

O desenvolvimento do MUSIC é baseado numa abordagem geométrica do problema de estimação de parâmetros de sinais. Seguindo o modelo de sinais faixa estreita, se houver  $D$  sinais incidentes num arranjo, o sinal recebido nos diversos elementos pode ser expresso como uma combinação linear dos  $D$  sinais mais o ruído, ou seja

$$X(k) = \sum_{l=0}^{D-1} A(\theta_l) S(k) + N(k) \quad (3.11)$$

$$X(k) = \begin{bmatrix} A(\theta_0) & A(\theta_1) & \dots & A(\theta_{D-1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_0(k) \\ \vdots \\ S_{D-1}(k) \end{bmatrix} + N(k) = A \cdot S(k) + N \quad (3.12)$$

onde  $S^T(k) = [S_0(k) \ S_1(k) \ \dots \ S_{D-1}(k)]$  é o vetor de sinais incidentes,  $N(k) = [N_0(k) \ N_1(k) \ \dots \ N_{D-1}(k)]$  é vetor de ruído e  $A(\theta_i)$  é o vetor diretor. Por simplicidade, o indicador da amostra  $k$  será suprimido deste ponto em diante.

Em termos geométricos o vetor recebido  $X$  e os vetores diretores  $A(\theta_i)$  podem ser vistos como vetores de um espaço  $M$  dimensional. Na equação (3.11) percebe-se que o vetor recebido  $X$  é uma combinação linear particular dos vetores diretores, com  $s_0, s_1, \dots, s_{D-1}$  sendo os coeficientes da combinação. De acordo com o modelo descrito, a matriz de covariância de dados de entrada  $R_X$  pode ser expressa por

$$R_X = E\{XX^H\} = A E\{SS^H\}A^H + E\{NN^H\} \quad (3.13)$$

$$R_X = AR_{SS}A^H + \sigma_n^2 I \quad (3.14)$$

onde  $R_{SS}$  é a matriz de correlação de sinais  $E\{SS^H\}$ .

Os autovalores de  $R_X$  são os valores  $|R_X - \lambda_i I| = 0$  tais que

$$|R_X - \lambda_i I| = 0 \quad (3.15)$$

usando (3.14), (3.15) pode ser reescrito como

$$|AR_{SS}A^H + \sigma_n^2 I - \lambda_i I| = |AR_{SS}A^H - (\lambda_i - \sigma_n^2) I| = 0 \quad (3.16)$$

assim, os autovalores  $\nu_i$  de  $AR_{SS}A^H$  são

$$\nu_i = \lambda_i - \sigma_n^2 \quad (3.17)$$

$A$  é formada por vetores diretores linearmente independentes, e  $R_{SS}$  é não singular desde que os sinais incidentes não sejam altamente correlatados.

O fato de  $R_{SS}$  ser não singular garante que, quando o número de sinais incidentes é menor do que o número de elementos do arranjo, a matriz  $AR_{SS}A^H$ , de dimensão  $M \times M$ , é positiva semi-definida com posto  $D$ .

Isso implica que  $M - D$  autovalores de  $AR_{SS}A^H$  são iguais a zero. Por (3.17) conclui-se que  $M - D$  autovalores de  $R_X$  são iguais a variância do ruído,  $\sigma_n^2$ . Então escolhem-se os autovalores de  $R_X$  tal que  $\lambda_0$  seja o maior autovalor e  $\lambda_{M-1}$  seja o menor. Assim

$$\lambda_D, \dots, \lambda_{M-1} = \sigma_n^2 \quad (3.18)$$

Na prática, entretanto, quando a matriz de auto-correlação  $R_X$  é estimada a partir de um conjunto finito de amostras, os autovalores correspondentes à potência de ruído não serão idênticos. Ao invés disso, eles aparecerão como valores próximos cuja variância decrescerá, à medida que o número de amostras aumentar. Uma vez que a multiplicidade  $K$  do menor autovalor é determinada, uma estimativa do número de sinais,  $\hat{D}$ , pode ser obtida da relação  $M = D + K$ . Sendo assim, o número estimado de sinais pode ser dado por

$$\hat{D} = M - K \quad (3.19)$$

O autovetor associado a um determinado autovalor,  $\lambda_i$ , é o vetor  $Q_i$  tal que

$$(R_X - \lambda_i I) Q_i = 0 \quad (3.20)$$

Para autovetores associados aos  $M - D$  menores autovalores, tem-se

$$(R_X - \sigma_n^2 I) Q_i = AR_{SS}A^H Q_i + \sigma_n^2 I - \sigma_n^2 I = 0 \quad (3.21)$$

$$AR_{SS}A^H Q_i = 0 \quad (3.22)$$

Isso significa que

$$A^H Q_i = 0 \quad (3.23)$$

ou

$$\begin{bmatrix} A^H(\theta_0) \mathcal{Q}_i \\ A^H(\theta_1) \mathcal{Q}_i \\ \vdots \\ A^H(\theta_{D-1}) \mathcal{Q}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

Donde se conclui que os autovetores associados aos  $M-D$  menores autovalores são ortogonais aos  $D$  vetores diretores que formam  $A$ .

Essa é a principal observação da abordagem *MUSIC*. Significa que se podem estimar os vetores diretores associados aos sinais recebidos, buscando-se os vetores diretores que sejam o mais ortogonais aos autovetores associados aos autovalores de  $R_x$  que sejam aproximadamente iguais a  $\sigma_n^2$ .

Essa análise mostra que os autovetores da matriz de covariância  $R_x$  pertencem a um dos dois subespaços ortogonais, chamados de subespaço do sinal e subespaço do ruído. Os vetores diretores correspondentes às direções de chegada estão no subespaço do sinal e são, portanto, ortogonais ao subespaço do ruído. Ao se buscarem todos os possíveis vetores diretores perpendiculares ao espaço gerado pelos autovetores do subespaço do ruído, as direções de chegada dos sinais incidentes são estimadas.

Para explorar o subespaço do ruído, constrói-se uma matriz contendo os autovetores do ruído

$$V_N = [\mathcal{Q}_D \quad \mathcal{Q}_{D+1} \quad \dots \quad \mathcal{Q}_{M-1}] \quad (3.25)$$

Como os vetores diretores correspondentes aos sinais incidentes são ortogonais aos autovetores do subespaço do ruído,  $A^H(\theta)V_N V_N^H A(\theta) = 0$ , para todos os  $\theta$  correspondentes às direções de chegada. Assim, as direções de chegada de múltiplos sinais incidentes em um arranjo de antenas podem ser estimadas localizando-se os picos do espectro espacial *MUSIC* dado por

$$P_{MUSIC}(\theta) = \frac{1}{A^H(\theta)V_N V_N^H A(\theta)} \quad (3.26)$$

ou seja

$$\hat{\theta} = \arg \max_{\theta} P_{MUSIC}(\theta) \quad (3.27)$$

Uma vez determinadas as direções de chegada a partir do espectro *MUSIC*, a matriz de covariância dos sinais pode ser encontrada por meio da seguinte relação

$$R_{SS} = (A^H A)^{-1} A^H (R_X - \lambda_{\min} I) A (A^H A)^{-1} \quad (3.28)$$

De (3.28), as potências dos diversos sinais de entrada podem ser prontamente determinadas.

### 3.2.2 – O algoritmo ESPRIT

O algoritmo *ESPRIT* (*Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques*) [15] é outro de tipo de técnica de estimação da direção de chegada de sinais baseada em subespaço. O ESPRIT é um método computacionalmente eficiente e robusto para a estimação da direção de chegada. Ele usa dois arranjos de antenas idênticos no sentido de que as antenas devem formar pares casados com um vetor de separação idêntico, ou seja, o segundo elemento em cada par de antenas deve estar separado pela mesma distância e na mesma direção relativa ao primeiro elemento. Isso, no entanto, não significa que sejam necessários dois arranjos de antenas distintos. A geometria do arranjo deve ser tal que os elementos possam ser selecionados segundo a propriedade mencionada. Por exemplo, um arranjo linear e uniforme de quatro elementos idênticos com espaçamento  $d$  pode ser visto como dois arranjos de antenas com três pares casados, um com os três primeiros elementos e o outro com os três últimos de tal modo que o primeiro e segundo elementos formem um par, o segundo e terceiro elementos formem outro par, e assim por diante. Os dois arranjos estarão separados por uma distância  $d$ . A forma como o ESPRIT explora essa estrutura de sub-arranjos de antenas será brevemente descrita.

Sejam os sinais denotados por  $x_l(t)$  e  $y_l(t)$  induzidos no  $l$ -ésimo par e provenientes de uma fonte de sinais faixa-estreita orientada segundo uma direção  $\theta$ . A diferença de fase entre esses dois sinais depende do tempo que uma onda plana oriunda da fonte de interesse leva para se propagar entre dois elementos do arranjo. Considerando que os elementos estejam separados por uma distância  $\Delta_0$ , segue que

$$y_l(t) = x_l(t) \cdot \exp(j2\pi\Delta_0 \cos\theta) \quad (3.29)$$

onde  $\Delta_0$  é medido em comprimentos de onda. Note que  $\Delta_0$  é a magnitude do vetor de separação. Esse vetor determina a direção de referência, e todos os ângulos são medidos com relação a esse vetor. Agora, sejam os sinais recebidos pelos dois sub-arranjos dados por  $x(t)$  e  $y(t)$ , tais que

$$x(t) = A s(t) + n_x(t) \quad (3.30)$$

$$y(t) = A\Phi s(t) + n_y(t) \quad (3.31)$$

onde  $A$  é a matriz de vetores diretores correspondentes às  $M$  fontes associados ao primeiro sub-arranjo de antenas, e  $\Phi$  é uma matriz diagonal de dimensões  $M \times M$ , com seu  $m$ -ésimo elemento diagonal dado por

$$\Phi_m = \exp(j2\pi\Delta_0 \cos\theta_m) \quad (3.32)$$

$s(t)$  denota os  $M$  sinais induzidos num elemento de referência e  $n_x(t)$  e  $n_y(t)$  denotam, respectivamente, o ruído associado aos elementos dos dois sub-arranjos. Comparando as equações, verifica-se que os vetores de direção de chegada correspondentes às  $M$  fontes, associados ao segundo sub-arranjo são dados por  $A\Phi$ .

Sejam  $U_x$  e  $U_y$  representativos de duas matrizes  $K \times K$ , com suas colunas denotando os  $M$  autovetores associados aos maiores autovalores das matrizes de covariância das amostras de entrada dos dois sub-arranjos de antenas  $R_{xx}$  e  $R_{yy}$ , respectivamente. Como

esses dois conjuntos de autovetores geram o mesmo espaço de sinais *M-dimensional*, infere-se que as duas matrizes  $U_x$  e  $U_y$  são relacionadas por uma única transformação não singular  $\psi$ , isto é

$$U_x \psi = U_y \quad (3.33)$$

Similarmente,  $U_x$  e  $U_y$  estão relacionadas às matrizes de vetores diretores  $A$  e  $A\Phi$  por outra transformação não singular  $T$ , assim

$$U_x = AT \quad (3.34)$$

$$U_y = A\Phi T \quad (3.35)$$

A partir das relações acima obtém-se

$$T\psi T^{-1} = \Phi \quad (3.36)$$

cuja interpretação indica que os autovalores de  $\psi$  são iguais aos elementos diagonais de  $\Phi$  e que as colunas de  $T$  são autovetores de  $\psi$ . Essa é a principal relação obtida no desenvolvimento do *ESPRIT*. Ela requer uma estimativa de  $\psi$  a partir de medições de  $x(t)$  e  $y(t)$ . Uma auto-decomposição de  $\psi$  retorna seus autovalores,  $\lambda_m$ , que estão associados às estimativas das direções de chegada dos sinais de interesse conforme a equação abaixo

$$\hat{\theta}_m = \cos^{-1} \left\{ \frac{\arg(\lambda_m)}{2\pi\Delta_0} \right\}, \quad m = 1, \dots, M \quad (3.37)$$

### 3.3 – ESTIMADOR BAYESIANO

Considerando a abordagem Bayesiana [12], a direção de chegada é considerada uma variável aleatória contínua com função densidade de probabilidade *a priori*,  $p(\theta)$ , definida num intervalo angular de possíveis direções de chegada  $\Theta = [\theta_A, \theta_B]$ . Seja  $\underline{X}$  um conjunto de  $K$  amostras, ou *snapshots*, do vetor de dados de entrada  $X$ , tomadas nos instantes  $t_1, \dots, t_K$ . Para cada  $\theta$ , a função densidade de probabilidade *a posteriori*,  $p(\theta | \underline{X})$ , de acordo com a *regra de Bayes*, pode ser dada por

$$p(\theta | \underline{X}) = \frac{p(\theta)p(\underline{X} | \theta)}{\int_{\theta_A}^{\theta_B} p(\theta)p(\underline{X} | \theta) d\theta} \quad (3.38)$$

onde  $p(\underline{X} | \theta)$  é a função densidade de probabilidade dos dados de entrada, dada a direção de chegada do sinal desejado, e pode ser expressa por

$$\begin{aligned} p(\underline{X} | \theta) &= \prod_{k=1}^K \frac{1}{\pi^N |R_X(\theta)|} \exp\{-X(t_k)^H R_X^{-1}(\theta) X(t_k)\} \\ &= \pi^{-NK} |R_X(\theta)|^{-K} \exp\left\{-\sum_{k=1}^K X(t_k)^H R_X^{-1}(\theta) X(t_k)\right\} \end{aligned} \quad (3.39)$$

onde  $N$  é o número de antenas do arranjo. O determinante  $|R_X(\theta_i)|$  tem a forma

$$|R_X(\theta)| = |R_U| \left(1 + \sigma_s^2 A(\theta)^H R_U^{-1} A(\theta)\right) \quad (3.40)$$

onde  $R_U$  é a matriz de covariância do ruído mais interferências. Expandindo  $R_X^{-1}(\theta)$  usando o lema da inversão matricial, tem-se

$$R_X^{-1}(\theta) = R_U^{-1} - \frac{\sigma_s^2 R_U^{-1} A(\theta) A(\theta)^H R_U^{-1}}{\left(1 + \sigma_s^2 A(\theta)^H R_U^{-1} A(\theta)\right)} \quad (3.41)$$

Substituindo as equações (3.39), (3.40) e (3.41) na equação (3.38)

$$p(\theta | \underline{X}) = c \cdot p(\theta) (1 + \sigma_s^2 \beta(\theta))^K \exp \left\{ \left( \frac{K \sigma_s^2 \beta(\theta)^2}{1 + \sigma_s^2 \beta(\theta)} \right) \cdot \left( \frac{A(\theta)^H R_U^{-1} \hat{R}_K R_U^{-1} A(\theta)}{\beta(\theta)^2} \right) \right\} \quad (3.42)$$

onde

$$\beta(\theta) = A(\theta_i)^H R_U^{-1} A(\theta) \quad (3.43)$$

$$\hat{R}_K = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K X(t_k) X(t_k)^H \quad (3.44)$$

$$\sigma_s^2 = E \left\{ |s_0(t_k)|^2 \right\} \quad (3.45)$$

e  $c$  é uma constante de normalização independente de  $\theta$ , que garante que a integral da função densidade de probabilidade sobre o espaço amostral de direções de chegada seja unitária.

O cálculo da função densidade de probabilidade *a posteriori* é complexo. A expressão (3.42) é difícil de implementar, porque é uma função de  $R_U$ , que é desconhecida e mais complicada de estimar do que  $R_X$  e  $\sigma_s^2$ . Nesse caso, para que o estimador Bayesiano possa ser obtido de forma prática, a equação (3.42) será aproximada para uma expressão mais palpável, porém com precisão suficiente para não comprometer o desempenho do conformador.

Considere inicialmente os termos  $(1 + \sigma_s^2 \beta(\theta))^K$  e  $\frac{\sigma_s^2 \beta(\theta)^2}{1 + \sigma_s^2 \beta(\theta)}$ . Esses termos são funções de

$\sigma_s^2$  e  $R_U$  e variam com  $\theta$  por meio de  $\beta(\theta)$ . Entretanto, se não houver sinais interferentes incidindo na faixa angular  $\Theta$ , onde a função densidade de probabilidade *a posteriori* é

calculada,  $\beta(\theta)$  será aproximadamente constante e igual a  $\frac{M}{\sigma_n^2}$ , que é o valor obtido quando

$R_U = \sigma_n^2 I$ , onde  $\sigma_n^2$  é a variância do ruído, e  $I$  é a matriz identidade.

Considerando a discussão anterior

$$\gamma \equiv \frac{M}{\sigma_n^2} \frac{M \sigma_s^2 / \sigma_n^2}{\sigma_n^2 (1 + M \sigma_s^2 / \sigma_n^2)} \quad (3.46)$$

e a função densidade de probabilidade *a posteriori* é dada por

$$p(\theta | \underline{X}) \approx c \cdot p(\theta) \cdot \exp \left\{ K \gamma \frac{A(\theta)^H R_U^{-1} \hat{R}_K R_U^{-1} A(\theta)}{\beta(\theta)^2} \right\} \quad (3.47)$$

Agora note que  $\frac{R_U^{-1} A(\theta)}{\beta(\theta)}$  é idêntico aos pesos obtidos pelo método de *Capon* em (3.8).

Assim, o termo na exponencial é simplesmente a potência média na saída do conformador após  $K$  amostras. Se a relação sinal-ruído mais interferência na entrada do conformador for alta, aquele termo tenderá a ser máximo próximo a direção de chegada do sinal desejado. Ao contrário, se a relação sinal-ruído mais interferência for baixa, o termo será relativamente constante sobre todas as direções de chegada no intervalo  $\Theta$ . A função exponencial em (3.47) amplifica esse comportamento de forma não linear, mas monotônica, de tal forma que  $p(\theta | \underline{X})$  tenha um máximo na direção de chegada do sinal desejado para SINR alta, e será aproximadamente igual à função densidade de probabilidade *a priori* para SINR baixa.

Considerando a discussão acima, a função densidade de probabilidade *a posteriori* pode finalmente ser aproximada por

$$\hat{p}(\theta | \underline{X}) = c \cdot p(\theta) \cdot \exp \left\{ K \cdot \gamma \cdot \frac{1}{A(\theta)^H \hat{R}_K^{-1} A(\theta)} \right\} \quad (3.48)$$

A função densidade de probabilidade *a priori*  $p(\theta)$  representa o conhecimento inicial que se tem sobre a direção de chegada do sinal de interesse. À medida que novas amostras são capturadas nos elementos do arranjo, a informação estatística obtida é usada para refinar o conhecimento sobre a direção de chegada, que se reflete na função densidade de probabilidade *a posteriori*. Como o processamento adaptativo é realizado a cada bloco de amostras, é razoável propor que a função densidade de probabilidade *a priori* de um determinado estágio do processamento seja a função densidade de probabilidade *a posteriori* do estágio anterior.

Assim

$$\hat{p}_0(\theta | \underline{X}) = p(\theta) \tag{3.49}$$

$$\hat{p}_j(\theta | \underline{X}) = c \cdot \hat{p}_{j-1}(\theta | \underline{X}) \cdot \exp \left\{ K \cdot \gamma \cdot \frac{1}{A(\theta)^H \hat{R}_k^{-1} A(\theta)} \right\} \quad j = 1, 2, 3, \dots$$

A direção de chegada pode então ser estimada adaptativamente de acordo com a expressão abaixo

$$\hat{\theta}_j = \underset{\theta}{\operatorname{arg\,max}} \hat{p}_j(\theta | \underline{X}) \quad j = 1, 2, 3, \dots \tag{3.50}$$

### 3.4 ANÁLISE E DISCUSSÃO DO DESEMPENHO DO ESTIMADOR BAYESIANO

#### 3.4.1 Introdução

Na seção anterior, o desenvolvimento teórico do estimador Bayesiano foi apresentado. Nesta seção, por meio de simulações, o seu desempenho será analisado e discutido. Todas as simulações são conduzidas em ambiente MATLAB<sup>TM</sup>. Os seguintes pontos serão abordados:

1. capacidade de estimar a direção de chegada do sinal de interesse;
2. robustez em cenários de baixa relação sinal-ruído;
3. eficiência do processamento seqüencial;

4. desempenho comparativamente aos estimadores clássicos;
5. comportamento frente ao número de antenas do arranjo.

O critério para avaliação do desempenho do estimador Bayesiano será a medida do erro médio quadrático (do inglês *Mean Squared Error – MSE*), definido da seguinte forma

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (\hat{\theta}_k - \theta_{real})^2 \quad (3.51)$$

onde  $n$  é o número de repetições da simulação,  $\hat{\theta}$  é a direção de chegada estimada pelo algoritmo Bayesiano e  $\theta_{real}$  é a direção de chegada verdadeira do sinal desejado.

### 3.4.2 Descrição dos parâmetros do sistema

Para implementar o estimador Bayesiano, diversos parâmetros devem ser especificados. Valores devem ser determinados para o número de amostras  $K$ , para a constante  $\gamma$ , para a faixa angular de possíveis direções de chegada  $\Theta$  e para a função densidade de probabilidade a priori  $p(\theta)$ . A determinação desses parâmetros envolve compromissos de desempenho, e as melhores opções dependem do cenário específico.

O número de amostras  $K$  deve ser grande o suficiente para que se obtenha uma boa estimativa da matriz de covariância, mas pequeno o bastante para que as variações estatísticas possam ser acompanhadas. O parâmetro  $\gamma$  é uma função da relação sinal-ruído e controla a amplificação do espectro espacial de mínima variância usado para calcular a função densidade de probabilidade *a posteriori*.

Nas simulações conduzidas a seguir, a faixa angular de possíveis direções de chegada é considerada aquela compreendida entre  $20^\circ$  e  $40^\circ$ , ou seja,  $\Theta = [20^\circ, 40^\circ]$ . A função densidade de probabilidade *a priori* é considerada uniforme em  $\Theta$ , isto é, não existe conhecimento acumulado sobre a correta direção de chegada; sabe-se apenas que ela está no intervalo  $\Theta$ . O parâmetro  $\gamma$  é estimado de acordo com a equação (3.46). O número de amostras por bloco a ser processado é 30, ou seja,  $K = 30$ .

Em todos os cenários a direção de chegada verdadeira do sinal desejado é  $30^\circ$ . É considerado ainda que não existem componentes multipercurso e que o canal rádio-móvel introduz apenas ruído branco aditivo. A tabela (3.1) resume os parâmetros adotados nas simulações.

Tabela 3.1 - Parâmetros para as simulações

Parâmetro	Valor
Espaçamento entre os elementos	$0.5 \lambda$
$\Theta$	$[20^\circ, 40^\circ]$
Função densidade de probabilidade <i>a priori</i> [ $p(\theta)$ ]	Uniformemente distribuída em $\Theta$
Número de amostras por bloco [ $K$ ]	30
DOA para usuário desejado	$30^\circ$
$n$	100

### 3.4.3 Simulações e Resultados

Na figura (3.2), a eficiência do processamento em blocos seqüencial é analisada. As simulações são conduzidas da seguinte forma. No primeiro caso, o processador dispõe de um determinado número de amostras de entrada e estima a direção de chegada processando, de uma só vez, todas as amostras disponíveis, de acordo com a equação (3.48). No segundo caso, dispondo do mesmo número de amostras, o processamento ocorre seqüencialmente a cada bloco de 30 amostras, e o estimador Bayesiano determina a direção de chegada de forma iterativa obedecendo à equação (3.49). As simulações são realizadas em ambientes com  $\text{SNR} = -10 \text{ dB}$  e  $\text{SNR} = 0 \text{ dB}$ .

A figura indica um desempenho superior, quando o processamento ocorre em blocos de forma seqüencial. À medida que novos blocos de amostras são processados, a informação obtida é utilizada para aprimorar a estatística sobre a direção de chegada do sinal desejado. Em cenários de baixa relação sinal-ruído, é necessário um número maior de iterações, ou seja, um número maior de amostras, para que o desempenho do estimador alcance patamares satisfatórios. A capacidade do estimador Bayesiano de utilizar a informação *a priori* sobre a direção de chegada, juntamente com a informação contida nas amostras

coletadas, para produzir uma informação *a posteriori* mais refinada é o ponto central que justifica seu bom desempenho.

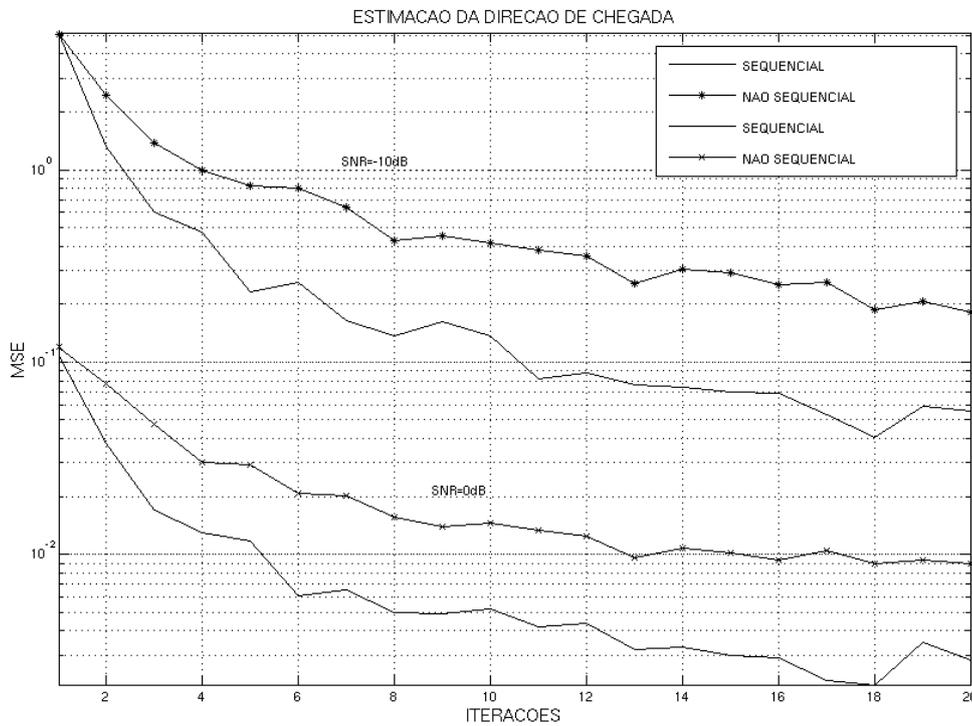


Figura 3.2 – Eficiência do processamento seqüencial

Nas figuras (3.3) e (3.4) o desempenho do estimador Bayesiano é analisado quando comparado ao desempenho dos estimadores clássicos. Para que os resultados das simulações sejam validados, todos os estimadores são submetidos a condições idênticas. Como na simulação anterior, cada algoritmo dispõe de um determinado número de amostras. O estimador Bayesiano processa as amostras disponíveis iterativamente, por blocos de 30 amostras. Já os estimadores clássicos, pela natureza de suas concepções, processam, de uma só vez, todas as amostras disponíveis. As simulações são conduzidas de modo a estudar o comportamento dos estimadores, quando estes dispõem do mesmo número de amostras para processamento, coletadas em ambientes de propagação idênticos.

No primeiro cenário, a relação sinal-ruído é extremamente baixa. Conforme indicado na figura (3.3), o erro de estimação verificado é elevado para um número reduzido de amostras e diminui, à medida que mais amostras são coletadas e processadas. Inicialmente a baixa disponibilidade de informação estatística confiável sobre a direção de chegada do

sinal desejado degrada significativamente o desempenho dos estimadores. Entretanto, o desempenho do estimador Bayesiano se mostra superior aos demais, mesmo dispondo de informação estatística imprecisa. Esse comportamento se intensifica, à medida que o número de iterações aumenta, evidenciando a maior eficiência do processamento Bayesiano ao utilizar a informação disponível. Outra constatação que merece destaque é a estabilidade da estimação Bayesiana. Enquanto o erro de estimação nos estimadores clássicos apresenta forte oscilação em cenários caracterizados pela ausência de informação confiável sobre a direção de chegada, o erro experimentado pelo estimador Bayesiano decai de forma monotônica e mais suave.

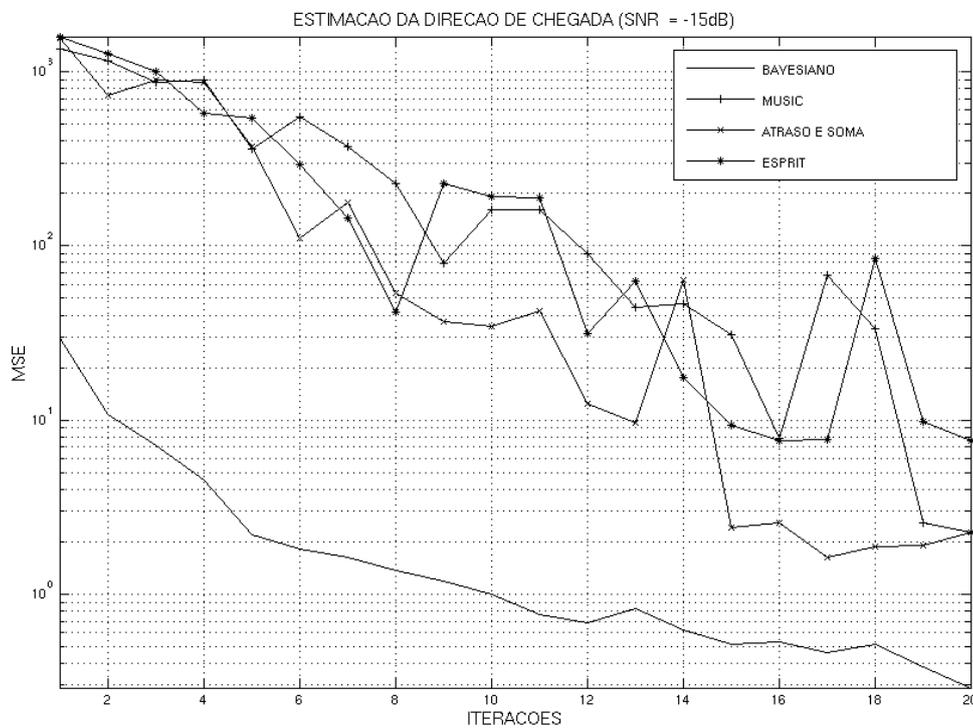


Figura 3.3 – Desempenho comparativamente aos estimadores clássicos para SNR=-15 dB

Em cenários de elevada relação sinal-ruído, caracterizados por uma maior disponibilidade de informação estatística confiável, o estimador Bayesiano, novamente, apresenta desempenho superior, como pode ser constatado na figura (3.4)

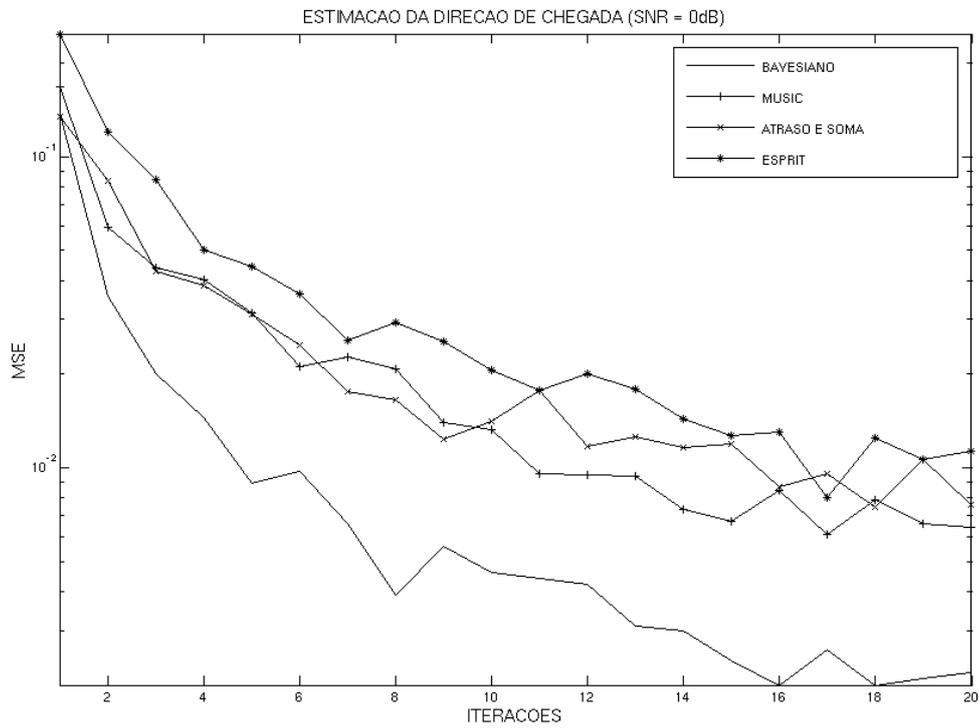


Figura 3.4 – Desempenho comparativamente aos estimadores clássicos para SNR=0 dB

Na figura (3.5) o comportamento do estimador Bayesiano é estudado considerando diversos valores de relação sinal-ruído. Novamente, fica evidenciada a capacidade do estimador de explorar eficientemente a informação estatística contida em amostras pouco confiáveis, o que o torna robusto em cenários hostis.

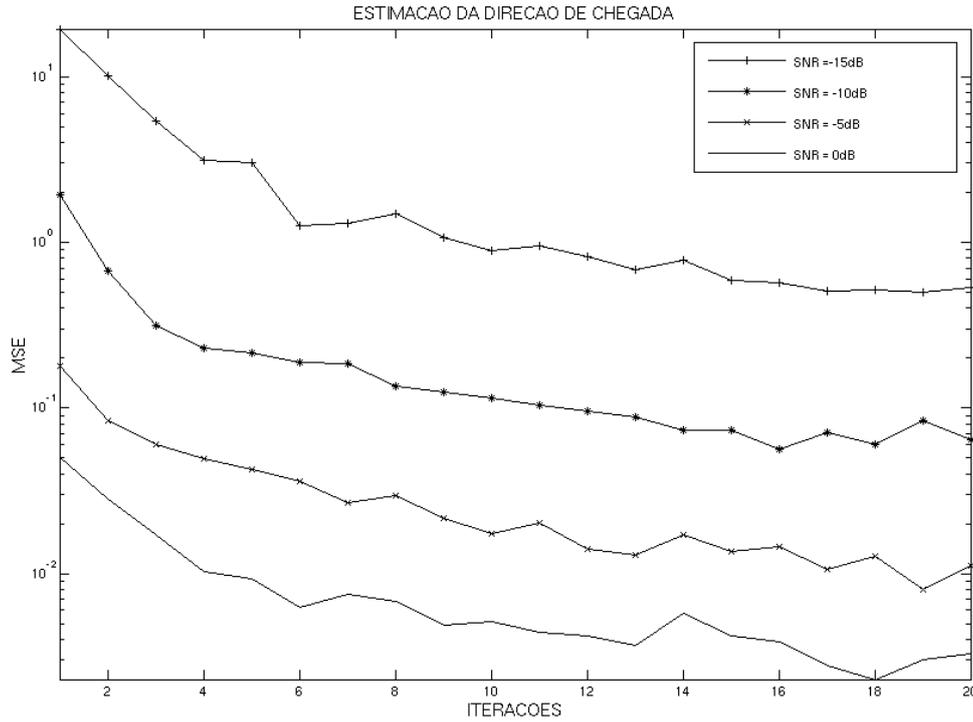


Figura 3.5 – Robustez em cenários de baixa relação sinal-ruído

Finalmente, o desempenho do estimador Bayesiano é analisado em diversos arranjos de antenas. À medida que o número de antenas aumenta, a confiabilidade das amostras coletadas é melhorada, refinando a informação estatística disponível ao processador. O reflexo disso é a queda no erro de estimação, conforme verificado na figura (3.6). O aumento do esforço computacional é, entretanto, o principal inconveniente advindo do aumento do número de antenas.

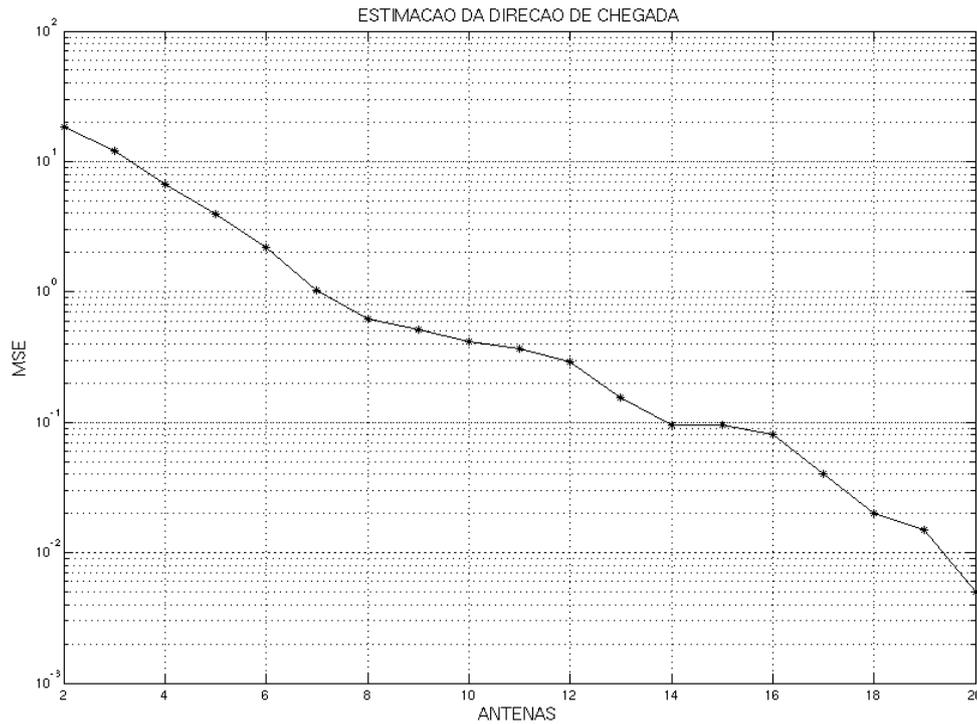


Figura 3.6 – Comportamento frente ao número de antenas do arranjo

### 3.5 CONTRIBUIÇÕES DESTE CAPÍTULO

Neste capítulo, os principais métodos utilizados para a estimação da direção de chegada de sinais em arranjos de antenas foram analisados, e seu desempenho comparado ao do estimador Bayesiano. Foi mostrado que em todos os cenários considerados o desempenho do estimador Bayesiano foi superior, o que evidenciou sua eficiência ao explorar a informação estatística contida nas amostras coletadas. Restou comprovada ainda a maior eficiência do processamento seqüencial sobre o não seqüencial, deixando clara a característica mais importante do processamento Bayesiano: sua capacidade de utilizar a informação contida nas amostras para aprimorar o conhecimento prévio sobre a direção de chegada dos sinais.

## 4 - ESTIMAÇÃO DE SINAIS USANDO O CONFORMADOR DE FEIXES BAYESIANO

Conforme descrito no Capítulo 2, um conformador de feixes adaptativo é um dispositivo capaz de separar sinais transmitidos na mesma faixa de frequências, mas com características espaciais distintas. Isso permite que os sinais desejados sejam diferenciados dos sinais interferentes. Nesse contexto, um conformador adaptativo é capaz de otimizar o diagrama de irradiação automaticamente, por meio do ajuste do vetor de pesos, até que uma função objetivo predeterminada seja satisfeita. A forma segundo a qual o processo de otimização ocorre, é especificado por um algoritmo desenvolvido para esse fim.

Tradicionalmente, a conformação de feixes adaptativa tem sido empregada principalmente em sistemas de radares e sonares. Tudo começou com a invenção do supressor de lóbulos secundários (do inglês *Sidelobe Canceller – SLC*) em 1959 por *Howells* [16]. O conceito de um arranjo de antenas totalmente adaptativo foi desenvolvido em 1965 por *Applebaum* [17]. O algoritmo era baseado no problema geral de maximização da relação sinal-ruído na saída do arranjo. O SLC foi incluído como um caso particular no trabalho de *Applebaum*. Outra abordagem para a adaptabilidade do arranjo usa o algoritmo LMS (*Least Mean Squares*), desenvolvido por *Widrow* e *Hoff* [18]. Ainda que simples, o algoritmo LMS é capaz de alcançar um desempenho satisfatório, se um conjunto de condições for satisfeito. O LMS foi aprimorado com a introdução de restrições. Estas restrições são utilizadas para garantir que os sinais desejados não sejam descartados juntamente com os interferentes. Definida a restrição, o processo de otimização procede normalmente, mas agora, por exemplo, com o ganho da antena mantido constante na direção de chegada. Ainda que os algoritmos de *Applebaum* e *Widrow* tenham sido desenvolvidos de forma independente e usando abordagens distintas, eles são muito similares. Para sinais estacionários, ambos os algoritmos convergem para a solução ótima de *Wiener* [19].

Outra técnica para resolver o problema da conformação adaptativa de feixes foi proposta em 1969 por *Capon* [13]. Seu algoritmo conduz a uma conformação adaptativa cuja resposta é de mínima variância e sem distorção (do inglês *Minimum Variance Distortionless Response – MVDR*). Esta solução também tem sido chamada por alguns pesquisadores de método de máxima verossimilhança (do inglês *Maximum Likelihood – ML*), porque o algoritmo maximiza uma função de verossimilhança do vetor de dados de

entrada. Em 1974, *Reed* e seus colaboradores mostraram que uma rápida adaptabilidade pode ser alcançada usando a técnica de inversão da matriz de amostras de entrada (do inglês *Sample-Matrix Inversion – SMI*) [20]. Com essa técnica, os pesos podem ser computados diretamente. Diferentemente do algoritmo de máxima relação sinal-ruído e do LMS, que, sob certas condições, podem apresentar baixa taxa de convergência, o desempenho do esquema SMI apresenta elevada taxa de convergência, ainda que normalmente acompanhada de maior esforço computacional.

Neste capítulo, será apresentado o conformador de feixes Bayesiano, capaz de estimar de forma adaptativa o sinal desejado em cenários onde existe incerteza quanto sua direção de chegada. O estimador assim obtido pode operar com processamento em blocos ou seqüencial. No primeiro caso, as estimativas são determinadas a cada conjunto de amostras coletadas na entrada do dispositivo. No segundo, os dados são estimados amostra após amostra, e o estimador pode ser visto como um filtro de *Kalman*. Várias simulações serão conduzidas, a fim de se determinar o comportamento do estimador em diversos cenários. Suas qualidades e limitações serão apontadas e discutidas.

## 4.1 CRITÉRIOS PARA A DETERMINAÇÃO DOS PESOS ÓTIMOS

### 4.1.1 Mínimo Erro Médio Quadrático

Considere um arranjo linear e uniforme formado por  $M$  antenas, como mostrado na figura (2.1), que opera num ambiente onde o sinal de comunicação desejado é dado por  $s(t)$  e os  $N$  sinais interferentes dados por  $u_i(t)$ ,  $i = 1, \dots, N$ . Considere ainda que o sinal de interesse seja um processo estacionário e Gaussiano de média nula e que incida sobre o arranjo segundo uma direção de chegada  $\theta_0$ , e que o  $i$ -ésimo sinal interferente incida segundo  $\theta_i$ . A saída do arranjo pode ser expressa por

$$X(t) = S(t)A(\theta_0) + U(t) \quad (4.1)$$

onde  $A(\theta_0)$  é o vetor diretor associado ao sinal desejado

$$A(\theta_0) = \begin{bmatrix} 1 \\ e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}d \sin \theta_0} \\ \vdots \\ e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(M-1)d \sin \theta_0} \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

e

$$U(t) = \sum_{i=1}^N u_i(t) \eta_i + N(t) \quad (4.3)$$

onde  $N(t)$  representa o ruído aditivo, modelado como branco e totalmente decorrelatado dos sinais desejado e interferentes, e  $\eta_i$  é o vetor diretor associado ao  $i$ -ésimo sinal interferente, dado por

$$\eta_i = \begin{bmatrix} 1 \\ e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}d \sin \theta_i} \\ \vdots \\ e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(M-1)d \sin \theta_i} \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Se o sinal desejado for conhecido, pode-se optar por minimizar o erro entre o sinal estimado na saída do conformador,  $W^H X(t)$ , e o sinal desejado. Obviamente, o conhecimento do sinal desejado elimina a necessidade do conformador de feixes. No entanto, em muitas aplicações práticas, apenas características do sinal desejado podem ser conhecidas com detalhes suficientes para gerar um sinal  $d^*(t)$  que o represente adequadamente, ou que, pelo menos, tenha alguma correlação com o sinal desejado. Esse sinal é chamado de sinal de referência. Sua representação complexa foi feita apenas por conveniência matemática. Os pesos são determinados de tal forma que minimizem o erro médio quadrático (do inglês *Mean-Square Error* – *MSE*) entre a saída estimada do conformador e o sinal de referência

$$\varepsilon^2(t) = [d^*(t) - W^H X(t)]^2 \quad (4.5)$$

Aplicando o operador valor esperado em ambos os lados de (4.5) e realizando algumas manipulações algébricas, tem-se

$$E\{\varepsilon^2(t)\} = E\{d^2(t)\} - 2W^H Q + W^H R_X W \quad (4.6)$$

onde  $Q = E\{d^*(t)X(t)\}$  e  $R_X = E\{X(t)X^H(t)\}$ .  $R_X$  é a matriz de covariância das amostras de entrada. O mínimo erro médio quadrático (do inglês *Minimum Mean-Square Error – MMSE*) é obtido igualando a zero o gradiente de (4.6) com relação a  $W$ .

$$\nabla_w \left( E\{\varepsilon^2(t)\} \right) = -2Q + 2R_X W = 0 \quad (4.7)$$

A solução é então dada por

$$W_{MMSE} = R_X^{-1} Q \quad (4.8)$$

A expressão (4.8) é conhecida na literatura como equação de *Wiener-Hopf* ou solução ótima de *Wiener*. Se  $s(t) = d^*(t)$ ,  $Q = E\{d^2(t)\}A(\theta_0)$ . Expressando a matriz de covariância por  $R_X = E\{d^2(t)\}A(\theta_0)A^H(\theta_0) + R_U$ , onde  $R_U = E\{UU^H\}$  é a matriz de covariância da interferência mais ruído, e aplicando a identidade de *Woodbury* a  $R_X^{-1}$ , obtém-se

$$R_X^{-1} = \left[ \frac{1}{1 + E\{d^2(t)\}A^H(\theta_0)R_U^{-1}A(\theta_0)} \right] R_U^{-1} \quad (4.9)$$

Assim a solução de *Wiener* pode ser generalizada como

$$W_{MMSE} = \beta R_U^{-1} A(\theta_0) \quad (4.10)$$

onde  $\beta$  é um coeficiente escalar. No caso de MMSE

$$\beta = \frac{E\{d^2(t)\}}{1 + E\{d^2(t)\}A^H(\theta_0)R_U^{-1}A(\theta_0)} \quad (4.11)$$

#### 4.1.2 Máxima Relação Sinal Interferência mais Ruído

Os pesos podem ser determinados de tal forma que maximizem a relação sinal interferência mais ruído (do inglês *Signal to Interference plus Noise Ratio – SINR*). Considerando que  $R_s = E\{SS^H\}$  e  $R_u = E\{UU^H\}$  são conhecidos, pode-se maximizar a relação entre a potência do sinal de interesse na saída do conformador,  $\sigma_s^2$ , e a potência total do sinal interferente mais ruído,  $\sigma_u^2$ . A potência do sinal na saída do conformador pode ser escrita como

$$\sigma_s^2 = E\left\{ |W^H S|^2 \right\} = W^H R_s W \quad (4.12)$$

A potência total do sinal interferente mais ruído pode ser dada por

$$\sigma_u^2 = E\left\{ |W^H U|^2 \right\} = W^H R_u W \quad (4.13)$$

Assim, a SINR é dada por

$$SINR = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_u^2} = \frac{W^H R_s W}{W^H R_u W} \quad (4.14)$$

Derivando (4.14) com relação a  $W$  e igualando a zero, tem-se

$$R_s W = \frac{W^H R_s W}{W^H R_u W} R_u W \quad (4.15)$$

O valor do termo  $\frac{W^H R_s W}{W^H R_u W}$  é limitado pelo menor e pelo maior autovalor da matriz simétrica  $R_u^{-1} R_s$ . O maior autovalor,  $\lambda_{m\acute{a}ximo}$ , que satisfaça a

$$R_U^{-1} R_S W = \lambda_{\text{máximo}} W \quad (4.16)$$

é o valor ótimo da SINR, ou seja,  $SINR = \lambda_{\text{máximo}}$ . Associado a esse autovalor, existe um único autovetor,  $W_{SINR}$ , que representa o vetor de pesos ótimo. Assim

$$R_S W_{SINR} = (SINR) \cdot R_U W_{SINR} \quad (4.17)$$

Notando que  $R_S = E\{d^2(t)\}A(\theta_0)A(\theta_0)^H$ , tem-se

$$W_{SINR} = \beta R_U^{-1} A(\theta_0) \quad (4.18)$$

onde

$$\beta = \frac{E\{d^2(t)\}}{SINR} A(\theta_0)^H W_{SINR} \quad (4.19)$$

Logo, o critério de máxima SINR pode também ser expresso em termos da solução de *Wiener*.

#### 4.1.3 Mínima Variância

Outra forma de garantir uma boa recepção do sinal de interesse é minimizar a variância do ruído mais interferências na saída do conformador de feixes. A saída do conformador é dada por

$$y(t) = W^H X = W^H S + W^H U \quad (4.20)$$

Para garantir que o sinal de interesse seja filtrado com um determinado ganho e fase, a seguinte restrição deve ser imposta ao conformador de feixes

$$W^H A(\theta_0) = g \quad (4.21)$$

A minimização das contribuições relativas às interferências na saída do conformador pode ser obtida escolhendo-se os pesos que minimizam a variância do sinal de saída, observando a restrição definida em (4.21)

$$\text{Var}\{y\} = W^H R W = W^H R_S W + W^H R_U W \quad (4.22)$$

Isso é equivalente a minimizar o termo  $W^H R_U W$ . Usando o método de *Lagrange*, obtém-se

$$\nabla_w \left( \frac{1}{2} W^H R_U W + \beta [1 - W^H A(\theta_0)] \right) = R_U W - \beta A(\theta_0) \quad (4.23)$$

Assim

$$W_{MV} = \beta R_U^{-1} A(\theta_0) \quad (4.24)$$

onde

$$\beta = \frac{g}{A(\theta)^H R_U^{-1} A(\theta)} \quad (4.25)$$

A solução (4.24), que foi obtida pelo critério da mínima variância, é também a solução de *Wiener*. Se  $g=1$ , a resposta do conformador de feixes é freqüentemente chamada na literatura de *resposta sem distorção de mínima variância* (do inglês *Minimum Variance Distortionless Response – MVDR*). Este conformador é atribuído a *Capon* [13], que desenvolveu os trabalhos iniciais que conduziram à sua criação.

## 4.2 CONFORMADOR DE FEIXES BAYESIANO – PROCESSAMENTO EM BLOCOS

Para o desenvolvimento do conformador de feixes Bayesiano [12] será utilizado o modelo de conformação de feixes faixa estreita discutido no capítulo 3, e considerar-se-á que o sinal de interesse,  $s_0(t)$ , e o ruído são amostras de um processo estocástico estacionário e Gaussiano de média nula. Quando a direção de chegada do sinal desejado está

perfeitamente determinada, essas premissas conduzem ao estimador MMSE do sinal desejado, conforme mostrado na seção (4.1.1).

Considerando a abordagem Bayesiana, a direção de chegada é considerada uma variável aleatória contínua com função densidade de probabilidade *a priori*  $p(\theta)$ , definida num intervalo angular de possíveis direções de chegada  $\Theta = [\theta_A, \theta_B]$ . Seja  $\underline{X}$  um conjunto de  $K$  amostras, ou *snapshots*, do vetor de dados de entrada  $X$ , tomadas nos instantes  $t_1, \dots, t_K$ . O estimador MMSE do sinal desejado pode também ser escrito como a média condicional de  $s_0(t_k)$ , dado  $\underline{X}$ .

$$\begin{aligned}\hat{s}_{MMSE}(t_k) &= E\{s_0(t_k) | \underline{X}\} = E\{E\{s_0(t_k) | \underline{X}, \theta\}\} \\ &= \int_{\theta_A}^{\theta_B} p(\theta | \underline{X}) E\{s_0(t_k) | \underline{X}, \theta\} d\theta\end{aligned}\tag{4.26}$$

onde  $p(\theta | \underline{X})$  é a função densidade de probabilidade *a posteriori* de  $\theta$ , dadas as amostras obtidas nos elementos do arranjo. Para sinais Gaussianos, tem-se

$$E\{s_0(t_k) | \underline{X}, \theta\} = W_{MMSE}^H(\theta) X(t_k)\tag{4.27}$$

onde  $W_{MMSE}^H(\theta)$  são os pesos ótimos na direção  $\theta$ , determinados pela solução de *Wiener* na equação (4.10). Substituindo (4.27) em (4.26)

$$\hat{s}_{MMSE}(t_k) = \int_{\theta_A}^{\theta_B} p(\theta | \underline{X}) W_{MMSE}^H(\theta) X(t_k) d\theta\tag{4.28}$$

Assim, o estimador MMSE ótimo é um conformador de feixes que possui a forma

$$W_{Bayes} = \int_{\theta_A}^{\theta_B} p(\theta | \underline{X}) W_{MMSE}(\theta) d\theta\tag{4.29}$$

O conformador de feixes Bayesiano é, na verdade, uma combinação de filtros de *Wiener*, e o grau de contribuição de cada filtro é determinado pela função densidade de probabilidade *a posteriori* da direção de chegada no intervalo angular  $\Theta$ .

Para cada  $\theta$ , a função densidade de probabilidade *a posteriori*, de acordo com a regra de *Bayes*, pode ser dada por

$$p(\theta | \underline{X}) = \frac{p(\theta)p(\underline{X} | \theta)}{\int_{\theta_A}^{\theta_B} p(\theta)p(\underline{X} | \theta) d\theta} \quad (4.30)$$

onde  $p(\underline{X} | \theta)$  é a função densidade de probabilidade dos dados de entrada, dada a direção de chegada do sinal desejado, e pode ser expressa por

$$\begin{aligned} p(\underline{X} | \theta) &= \prod_{k=1}^K \frac{1}{\pi^N |R_X(\theta)|} \exp\left\{-X(t_k)^H R_X^{-1}(\theta) X(t_k)\right\} \\ &= \pi^{-NK} |R_X(\theta)|^{-K} \exp\left\{-\sum_{k=1}^K X(t_k)^H R_X^{-1}(\theta) X(t_k)\right\} \end{aligned} \quad (4.31)$$

O determinante  $|R_X(\theta)|$  tem a forma

$$|R_X(\theta)| = |R_U| \left(1 + \sigma_s^2 A(\theta)^H R_U^{-1} A(\theta)\right) \quad (4.32)$$

Expandindo  $R_X^{-1}(\theta)$  usando o lema da inversão matricial, tem-se

$$R_X^{-1}(\theta) = R_U^{-1} - \frac{\sigma_s^2 R_U^{-1} A(\theta) A(\theta)^H R_U^{-1}}{\left(1 + \sigma_s^2 A(\theta)^H R_U^{-1} A(\theta)\right)} \quad (4.33)$$

Substituindo as equações (4.31), (4.32) e (4.33) na equação (4.30)

$$p(\theta | \underline{X}) = c \cdot p(\theta) \cdot (1 + \sigma_s^2 \beta(\theta))^K \exp \left\{ \left( \frac{K \sigma_s^2 \beta(\theta)^2}{1 + \sigma_s^2 \beta(\theta)} \right) \cdot \left( \frac{A(\theta)^H R_U^{-1} \hat{R}_K R_U^{-1} A(\theta)}{\beta(\theta)^2} \right) \right\} \quad (4.34)$$

onde

$$\beta(\theta) = A(\theta)^H R_U^{-1} A(\theta) \quad (4.35)$$

$$\hat{R}_K = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K X(t_k) X(t_k)^H \quad (4.36)$$

$$\sigma_s^2 = E \left\{ |s_0(t_k)|^2 \right\} \quad (4.37)$$

e  $c$  é uma constante de normalização independente de  $\theta$  que garante que a integral da função densidade de probabilidade sobre o espaço amostral de direções de chegada seja unitária.

A fim de implementar o conformador de feixes Bayesiano de forma adaptativa, deve-se notar que a equação (4.8) pode ser reescrita conforme abaixo

$$W_{MMSE} = \sigma_s^2 R_X^{-1} A(\theta_0) \quad (4.38)$$

Um método simples para estimar o parâmetro  $\sigma_s^2$  é o obtido pela estimação de mínima variância do espectro espacial na direção de chegada do sinal desejado,  $\theta_0$ .

$$\hat{\sigma}_s^2 = \frac{1}{A(\theta_0)^H \hat{R}_X^{-1} A(\theta_0)} \quad (4.39)$$

Considerando que nesta abordagem o processamento adaptativo ocorre em blocos de amostras, ou seja, o vetor de pesos é atualizado a cada bloco de  $K$  amostras obtidas nos elementos do arranjo, usar-se-á a matriz de covariância amostral a seguir, que é a estimativa de máxima verossimilhança de  $R_X$

$$\hat{R}_K = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K X(t_k)X(t_k)^H \quad (4.40)$$

Substituindo (4.39) e (4.40) em (4.38), obtém-se a versão adaptativa em blocos do conformador de feixes *MVDR*

$$\hat{W}_{MVDR} = \frac{\hat{R}_K^{-1}A(\theta_0)}{A(\theta_0)^H \hat{R}_K^{-1}A(\theta_0)} \quad (4.41)$$

Assim, em sua forma adaptativa, o conformador de feixes Bayesiano é uma combinação de conformadores *MVDR*, em que o nível de contribuição de cada conformador é determinado pela função densidade de probabilidade *a posteriori* da direção de chegada no intervalo angular  $\Theta$ , expressa na equação (4.34).

O cálculo da função densidade de probabilidade *a posteriori* é complexo. A expressão (4.34) é difícil de implementar, porque é uma função de  $R_U$ , que é desconhecida e mais complicada de estimar do que  $R_X$  e  $\sigma_s^2$ . Nesse caso, para que o estimador Bayesiano possa ser obtido de forma prática, a equação (4.34) será aproximada para uma expressão mais palpável, porém com precisão suficiente para não comprometer o desempenho do conformador.

Considere inicialmente os termos  $(1 + \sigma_s^2 \beta(\theta))^K$  e  $\frac{\sigma_s^2 \beta(\theta)^2}{1 + \sigma_s^2 \beta(\theta)}$ . Esses termos são funções de

$\sigma_s^2$  e  $R_U$  e variam com  $\theta$  por meio de  $\beta(\theta)$ . Entretanto, se não houver sinais interferentes incidindo na faixa angular  $\Theta$ , onde a função densidade de probabilidade *a posteriori* é calculada,  $\beta(\theta)$  será aproximadamente constante e igual a  $\frac{M}{\sigma_n^2}$ , que é o valor obtido quando

$R_U = \sigma_n^2 I$ , onde  $\sigma_n^2$  é a variância do ruído, e  $I$  é a matriz identidade. Tendo em vista essa discussão, pode-se definir a seguinte constante

$$\gamma \equiv \frac{M}{\sigma_n^2} \cdot \left[ \frac{M \sigma_s^2 / \sigma_n^2}{(1 + M \sigma_s^2 / \sigma_n^2)} \right] \quad (4.42)$$

tal que a função densidade de probabilidade *a posteriori* pode ser reescrita como

$$p(\theta | \underline{X}) \approx c \cdot p(\theta) \cdot \exp \left\{ K \cdot \gamma \cdot \frac{A(\theta)^H R_U^{-1} \hat{R}_K R_U^{-1} A(\theta)}{\beta(\theta)^2} \right\} \quad (4.43)$$

Agora note que  $\frac{R_U^{-1} A(\theta)}{\beta(\theta)}$  é idêntico aos pesos obtidos pelo critério *MVDR* em (4.24).

Assim, o termo na exponencial é simplesmente a potência média na saída do conformador após  $K$  amostras. Se a relação sinal-ruído mais interferência na entrada do conformador for alta, aquele termo tenderá a ser máximo próximo à direção de chegada do sinal desejado. Ao contrário, se a relação sinal-ruído mais interferência for baixa, o termo será relativamente constante sobre todas as direções de chegada no intervalo  $\Theta$ . A função exponencial em (4.43) amplifica esse comportamento de forma não linear, mas monotônica, de tal forma que  $p(\theta | \underline{X})$  tenha um máximo na direção de chegada do sinal desejado para SINR alta, e será aproximadamente igual à função densidade de probabilidade *a priori* para SINR baixa.

Como  $R_U$  não é conhecida, aproximar-se-á o conformador *MVDR* ideal por sua versão adaptativa expressa em (4.41). Considerando a discussão acima, a função densidade de probabilidade *a posteriori* pode finalmente ser aproximada por

$$\hat{p}(\theta | \underline{X}) = c \cdot p(\theta) \cdot \exp \left\{ K \cdot \gamma \cdot \frac{1}{A(\theta)^H \hat{R}_K^{-1} A(\theta)} \right\} \quad (4.44)$$

O conformador de feixes Bayesiano assume então a seguinte forma adaptativa

$$\hat{W}_{Bayes} = \int_{\theta_A}^{\theta_B} c \cdot p(\theta) \cdot \exp \left\{ K \cdot \gamma \cdot \frac{1}{A(\theta)^H \hat{R}_K^{-1} A(\theta)} \right\} \cdot \frac{\hat{R}_K^{-1} A(\theta)}{A(\theta)^H \hat{R}_K^{-1} A(\theta)} \cdot d\theta \quad (4.45)$$

A função densidade de probabilidade *a priori*  $p(\theta)$  representa o conhecimento inicial que se tem sobre a direção de chegada do sinal de interesse. À medida que novas amostras são

capturadas nos elementos do arranjo, a informação estatística obtida é usada para refinar o conhecimento sobre a direção de chegada, que se reflete na função densidade de probabilidade *a posteriori*. Como o processamento adaptativo é realizado a cada bloco de amostras, é razoável propor que a função densidade de probabilidade *a priori* de um determinado estágio do processamento seja a função densidade de probabilidade *a posteriori* do estágio anterior.

Assim

$$\hat{p}_j(\theta | \underline{X}) = c \cdot \hat{p}_{j-1}(\theta | \underline{X}) \cdot \exp \left\{ K \cdot \gamma \cdot \frac{1}{A(\theta)^H \hat{R}_K^{-1} A(\theta)} \right\} \quad j = 1, 2, 3, \dots \quad (4.46)$$

$$\hat{p}_0(\theta | \underline{X}) = p(\theta)$$

Substituindo (4.46) em (4.45), chega-se à expressão final do conformador de feixes adaptativo Bayesiano para a *j*-ésima iteração.

$$\hat{p}_0(\theta | \underline{X}) = p(\theta)$$

$$\hat{p}_j(\theta | \underline{X}) = c \cdot \hat{p}_{j-1}(\theta | \underline{X}) \cdot \exp \left\{ K \cdot \gamma \cdot \frac{1}{A(\theta)^H \hat{R}_K^{-1} A(\theta)} \right\} \quad j = 1, 2, 3, \dots \quad (4.47)$$

$$\hat{W}_{Bayes}^j = \int_{\theta_A}^{\theta_B} c \cdot \hat{p}_j(\theta | \underline{X}) \cdot \exp \left\{ K \cdot \gamma \cdot \frac{1}{A(\theta)^H \hat{R}_K^{-1} A(\theta)} \right\} \cdot \frac{\hat{R}_K^{-1} A(\theta)}{A(\theta)^H \hat{R}_K^{-1} A(\theta)} \cdot d\theta \quad j = 1, 2, 3, \dots$$

## 4.3 ANÁLISE E DISCUSSÃO DO DESEMPENHO DO CONFORMADOR DE FEIXES BAYESIANO

### 4.3.1 Introdução

Na seção anterior, o desenvolvimento teórico do conformador de feixes Bayesiano foi apresentado. Nesta seção, o seu desempenho em diversos cenários será analisado e

discutido. Todas as simulações são conduzidas em ambiente MATLAB<sup>TM</sup>. Os seguintes pontos serão abordados:

1. capacidade de estimar a direção de chegada do sinal de interesse;
2. capacidade de apontar lóbulos irradiantes na direção do sinal de interesse;
3. capacidade de criar nulos na direção de sinais interferentes;
4. robustez em cenários de baixa relação sinal-ruído;
5. convergência do algoritmo;
6. capacidade de acompanhamento do sinal desejado.

### 4.3.2 Descrição dos Parâmetros do Sistema

Para implementar o conformador de feixes Bayesiano, diversos parâmetros devem ser especificados. Valores devem ser determinados para o número de amostras  $K$ , para a constante  $\gamma$ , para a faixa angular de possíveis direções de chegada  $\Theta$  e para a função densidade de probabilidade a priori  $p(\theta)$ . A determinação desses parâmetros envolve compromissos de desempenho, e as melhores opções dependem do cenário específico.

O número de amostras por bloco,  $K$ , deve ser grande o suficiente para que se obtenha uma boa estimativa da matriz de covariância, mas pequeno o bastante para que as variações estatísticas possam ser acompanhadas. O parâmetro  $\gamma$  é uma função da relação sinal-ruído e controla a amplificação do espectro espacial de mínima variância usado para calcular a função densidade de probabilidade *a posteriori*. Em cenários de elevada relação sinal-ruído, um valor elevado de  $\gamma$  faz com que uma determinada direção de chegada se sobreponha às outras e determine o máximo da função densidade de probabilidade, fazendo com que o conformador de feixes Bayesiano tenda a um estimador MVDR apontado para a direção de chegada dominante. Em cenários de baixa relação sinal-ruído, pequenos valores de  $\gamma$  reduzem as chances de se obter um máximo pronunciado numa direção de chegada.

Nas simulações conduzidas a seguir, a faixa angular de possíveis direções de chegada é considerada aquela compreendida entre  $20^\circ$  e  $40^\circ$ , ou seja,  $\Theta = [20^\circ, 40^\circ]$ . O intervalo  $\Theta$  pode ser definido arbitrariamente em qualquer faixa angular compreendida entre  $-90^\circ$  e

+90°, podendo inclusive ser toda a faixa de -90° a +90°. Entretanto, para efeito de simulação, será considerada uma faixa de 20°. Ainda que valores maiores sejam possíveis, o aumento no esforço computacional não seria justificado, já que a contribuição para a análise do desempenho do conformador seria insignificante. A função densidade de probabilidade *a priori* é considerada uniforme em  $\Theta$ , isto é, não existe conhecimento acumulado sobre a correta direção de chegada; sabe-se apenas que ela está no intervalo  $\Theta$ . O parâmetro  $\gamma$  é estimado de acordo com a equação (4.42). O número de amostras por bloco a ser processado é 30, ou seja,  $K = 30$ . Finalmente, o número de antenas do arranjo é definido como 10,  $M = 10$ .

Em todos os cenários a direção de chegada verdadeira do sinal desejado é  $35^\circ$ , e existem quatro fortes sinais interferentes, cujas direções de chegada são  $-60^\circ$ ,  $-30^\circ$ ,  $0^\circ$  e  $60^\circ$ . A figura (4.1) mostra a distribuição espacial desses cinco usuários. É considerado ainda que não existem componentes multipercurso e que o canal rádio-móvel introduz apenas ruído branco aditivo. A tabela (4.1) resume os parâmetros adotados nas simulações.

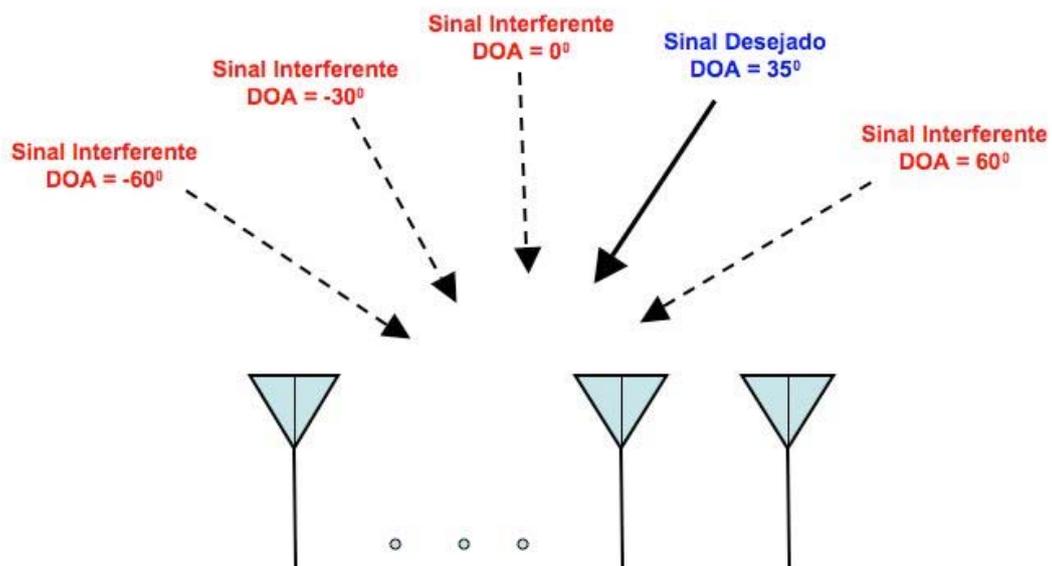


Figura 4.1: Sistema com cinco usuários, um desejado e quatro interferentes, posicionados em diferentes direções

Tabela 4.1: Parâmetros para as simulações

Parâmetro	Valor
Quantidade de antenas [M]	10
Espaçamento entre os elementos	$0.5 \lambda$
$\Theta$	$[20^\circ, 40^\circ]$
Função densidade de probabilidade <i>a priori</i> [ $p(\theta)$ ]	Uniformemente distribuída em $\Theta$
Número de amostras por bloco [K]	30
DOA para usuário desejado	$35^\circ$
DOA para usuário interferente 1	$-60^\circ$
DOA para usuário interferente 2	$-30^\circ$
DOA para usuário interferente 3	$0^\circ$
DOA para usuário interferente 4	$60^\circ$

### 4.3.3 Simulações e Resultados

Nas figuras (4.2) – (4.13), a capacidade do conformador de feixes Bayesiano proposto de gerar nulos nas direções dos sinais interferentes e de gerar lóbulos principais nas direções de interesse, ou seja, maximizar o ganho na direção do sinal desejado, é analisada. As simulações são conduzidas em dois cenários. No primeiro caso, a relação sinal-ruído é bastante degradada, apresentando o valor de -10dB. No segundo, a relação sinal-ruído é relativamente elevada, com valor de 0dB.

Nota-se que à medida que novos blocos de amostras são coletados e processados, a informação obtida é utilizada para aprimorar a estatística sobre a direção de chegada do sinal desejado e sobre as direções de chegada dos sinais interferentes. Quanto mais informação estatística, mais diretivo se torna o diagrama de irradiação.

Como era de se esperar, em cenários hostis, com baixa relação sinal-ruído, é necessário um número maior de iterações, ou seja, um número maior de amostras, para que o diagrama de irradiação atinja um nível satisfatório de eficiência, apresentando diretividade máxima na direção do sinal desejado.

Mesmo em cenários com baixa relação sinal-ruído, a formação de nulos nas direções das fontes interferentes requer pouca informação estatística, o que pode ser percebido na figura (4.2) e, principalmente, no diagrama de irradiação polar na figura (4.4). Após uma iteração somente, já é possível identificar os nulos formados nas direções dos sinais interferentes. É a eficiência do arranjo, avaliada pela diretividade do lóbulo principal e seu ganho em relação aos lóbulos secundários, que depende da confiabilidade e disponibilidade de informação estatística acerca dos sinais coletados e processados. Isso pode ser constatado analisando-se a evolução da diretividade dos diagramas de irradiação polar nas figuras (4.4) – (4.7), à medida que o número de iterações aumenta.

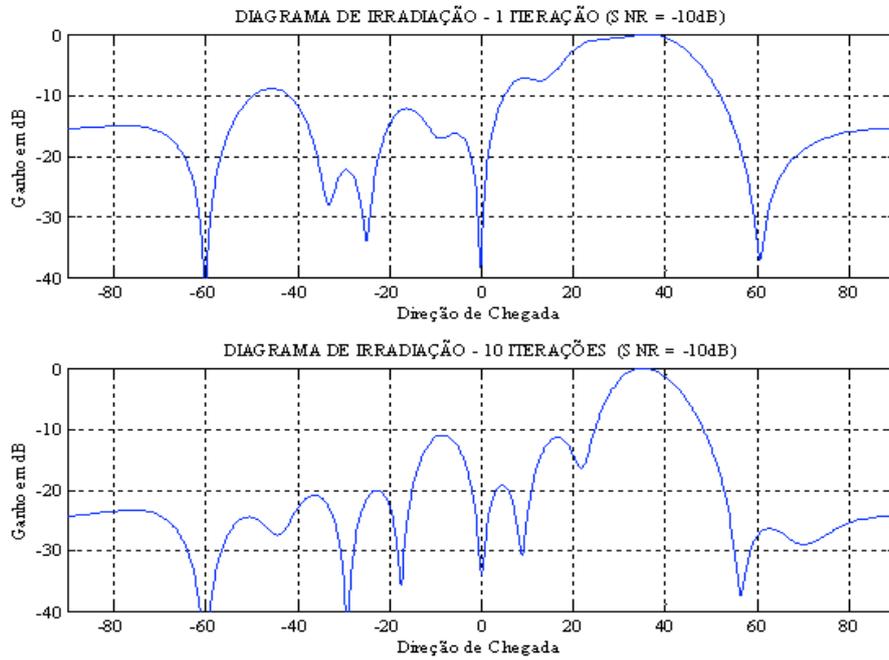


Figura 4.2: Diagramas de irradiação após 1 iteração e após 10 iterações para SNR = -10dB

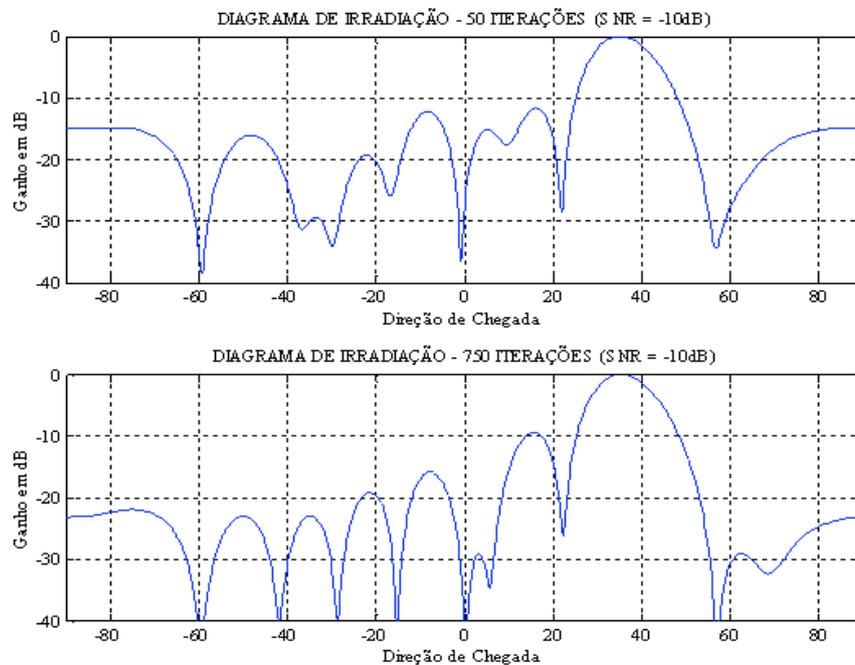


Figura 4.3: Diagramas de irradiação após 50 iterações e após 750 iterações para SNR = -10dB

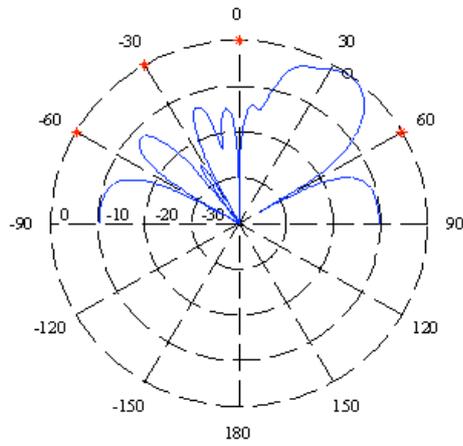


Figura 4.4: Diagrama de irradiação polar<sup>2</sup> após 1 iteração para SNR = -10dB

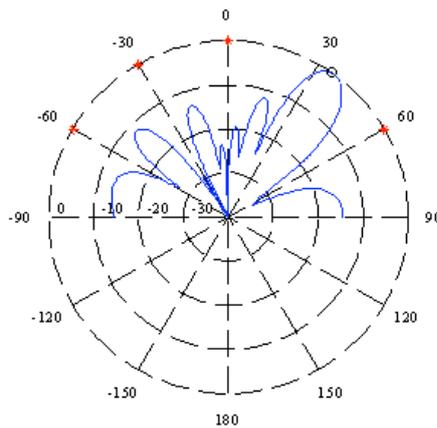


Figura 4.5: Diagrama de irradiação polar após 10 iterações para SNR = -10dB

<sup>2</sup> Nos diagramas de irradiação polar, os asteriscos indicam a localização espacial das fontes interferentes, e os círculos, a localização espacial da fonte de sinal desejado.

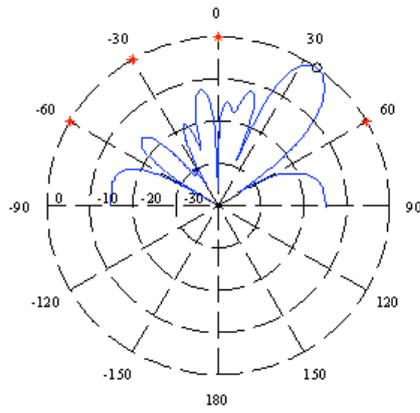


Figura 4.6: Diagrama de irradiação polar após 50 iterações para SNR = -10dB

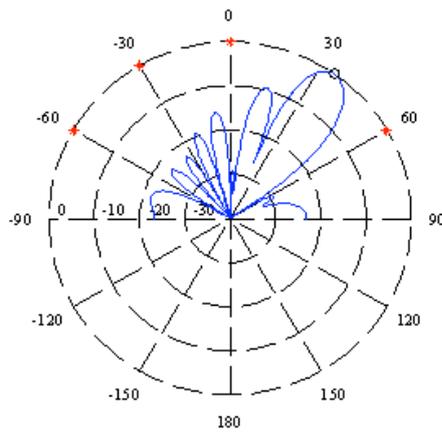


Figura 4.7: Diagrama de irradiação polar após 750 iterações para SNR = -10dB

Em cenários com maior relação sinal-ruído, a disponibilidade de informações estatísticas confiáveis conduz a uma conformação de feixes mais eficiente, dispondo-se de um número menor de amostras. Conclui-se então que a taxa de convergência do algoritmo é mais acentuada, quando o sistema dispõe de amostras de dados de entrada mais confiáveis. As figuras (4.8) – (4.13) mostram esse comportamento. Após 10 iterações, o diagrama de irradiação obtido já é comparável àquele verificado nas figuras (4.3) e (4.7), alcançado somente após 750 iterações.

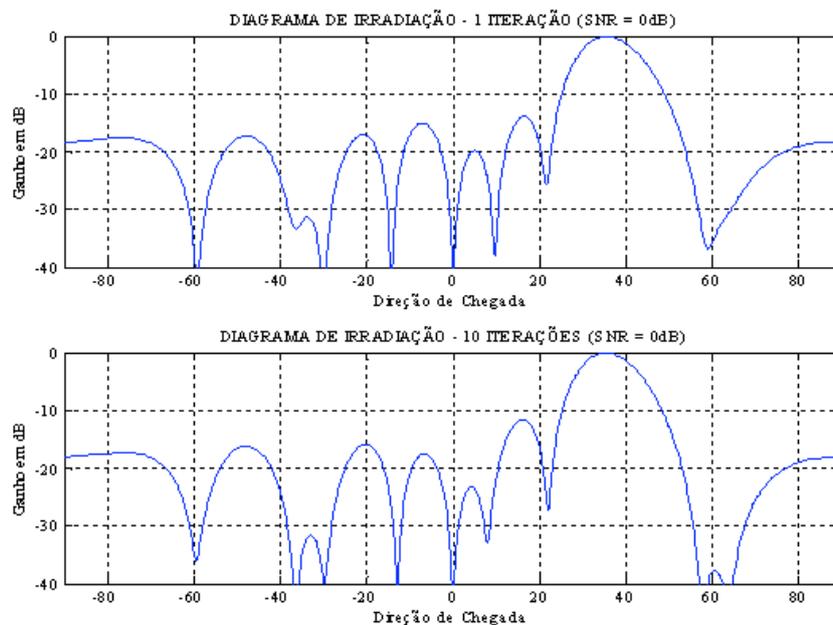


Figura 4.8: Diagramas de irradiação após 1 iteração e após 10 iterações para SNR = 0dB

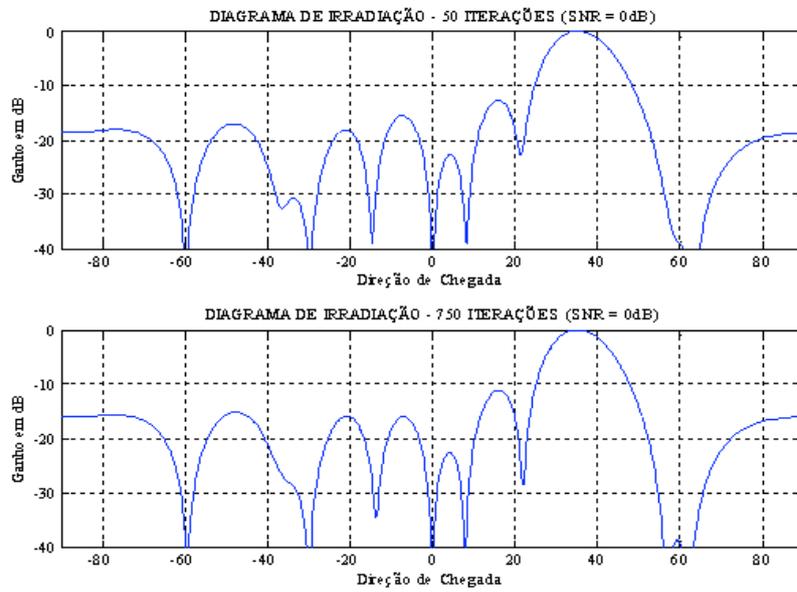


Figura 4.9: Diagramas de irradiação após 50 iterações e após 750 iterações para SNR = 0dB

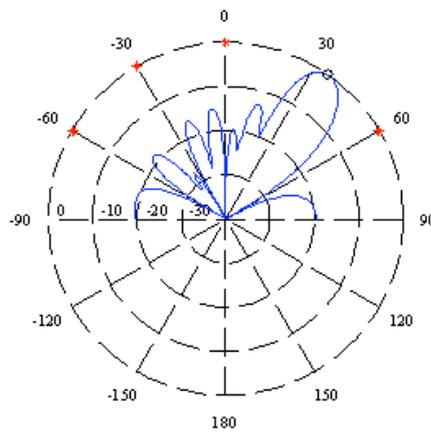


Figura 4.10: Diagrama de irradiação polar após 1 iteração para SNR = 0dB

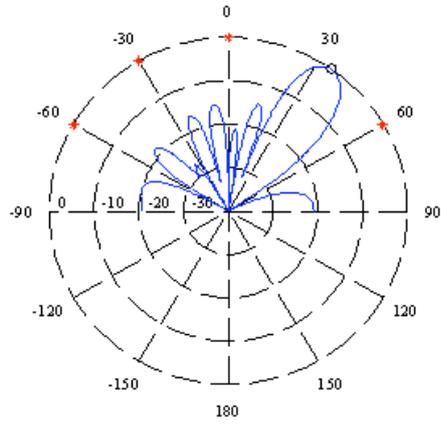


Figura 4.11: Diagrama de irradiação polar após 10 iterações para SNR = 0dB

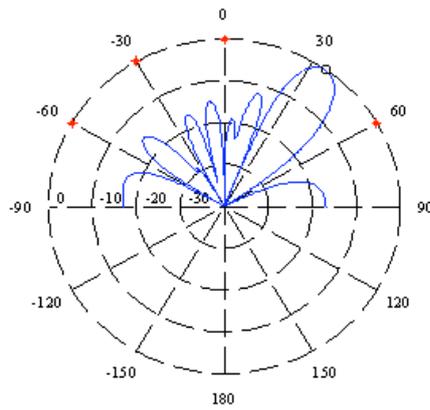


Figura 4.12: Diagrama de irradiação polar após 50 iterações para SNR = 0dB

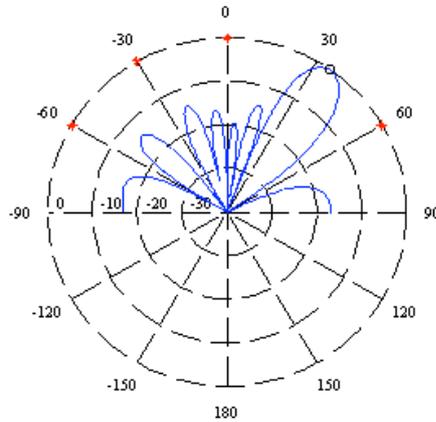


Figura 4.13: Diagrama de irradiação polar após 750 iterações para SNR = 0dB

Os diagramas de irradiação evidenciam a adaptabilidade do conformador de feixes Bayesiano, sua capacidade de gerar nulos nas direções dos sinais interferentes, dispendo de pouca informação estatística, e sua capacidade de maximizar o ganho do arranjo de antenas na direção de chegada do sinal desejado, mesmo em cenários hostis, caracterizados por baixa relação sinal-ruído e baixa confiabilidade das amostras coletadas.

As figuras (4.14) – (4.17) indicam o comportamento da função densidade de probabilidade *a posteriori* nos cenários discutidos anteriormente. Em ambientes de baixa relação sinal-ruído, a carência de informação estatística confiável faz com que a probabilidade *a posteriori* seja aproximadamente igual à função densidade de probabilidade *a priori*, conforme figura (4.14). Isso ocorre porque o reduzido número de amostras ainda não encerra informação suficiente sobre a direção de chegada do sinal desejado. Ainda na figura (4.14), percebe-se que à medida que novas amostras são coletadas e processadas, informações sobre a direção de chegada do sinal desejado são acumuladas, e a probabilidade *a posteriori* passa a apresentar um máximo bem pronunciado nessa direção.

Na situação limite, a função densidade de probabilidade *a posteriori* converge para um impulso na direção de chegada do sinal desejado, como verificado na figura (4.15).

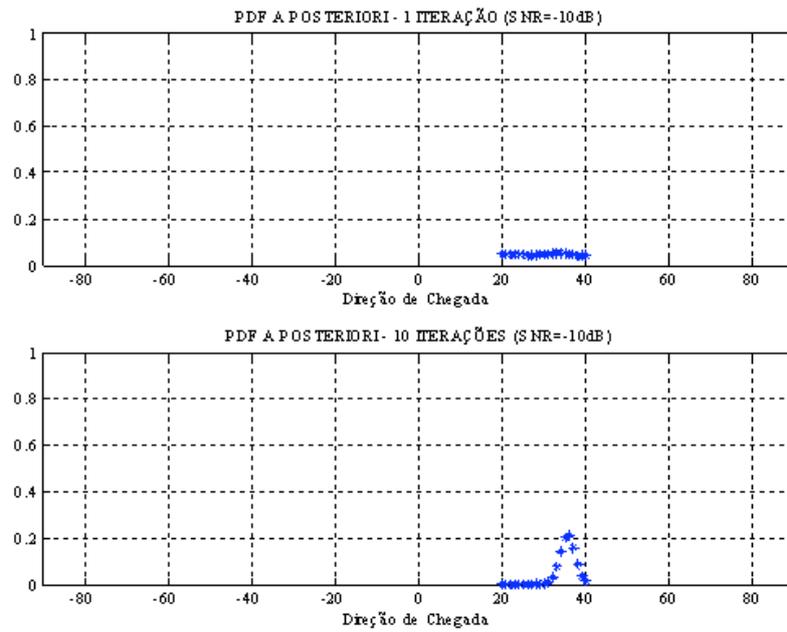


Figura 4.14: Funções densidade de probabilidade a posteriori após 1 iteração e após 10 iterações para SNR = -10dB

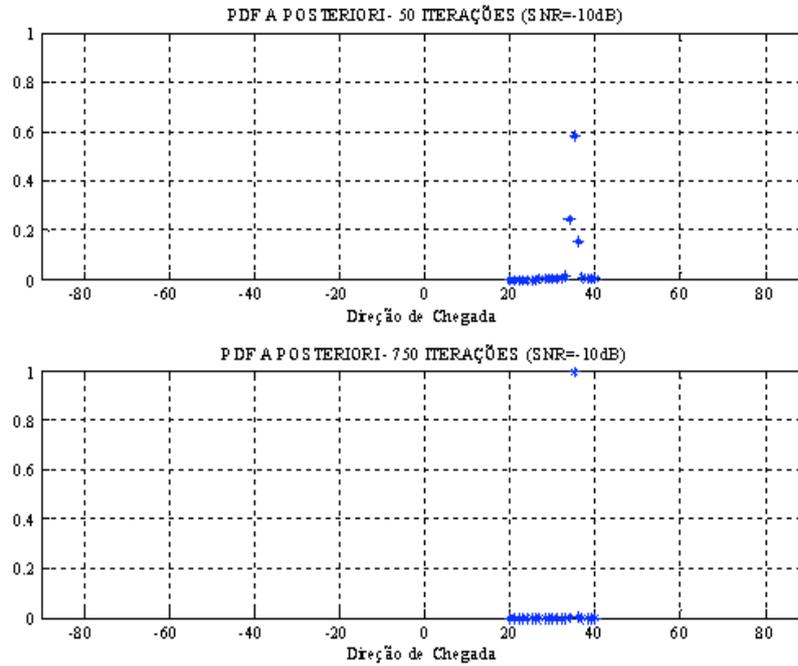


Figura 4.15: Funções densidade de probabilidade a posteriori após 50 iterações e após 750 iterações para SNR = -10dB

Em ambientes caracterizados por elevada relação sinal-ruído, a disponibilidade de informação estatística confiável leva a função densidade de probabilidade *a posteriori*, após poucas iterações, a apresentar um ponto de máximo na direção de chegada correta. Essa conclusão é corroborada pelos resultados apresentados nas figuras (4.16) e (4.17).

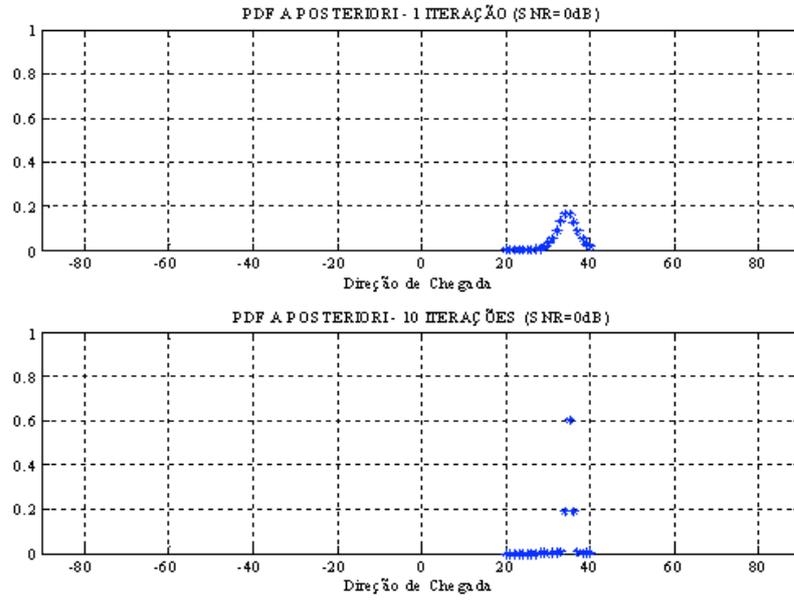


Figura 4.16: Funções densidade de probabilidade a posteriori após 1 iteração e após 10 iterações para  $SNR = 0dB$

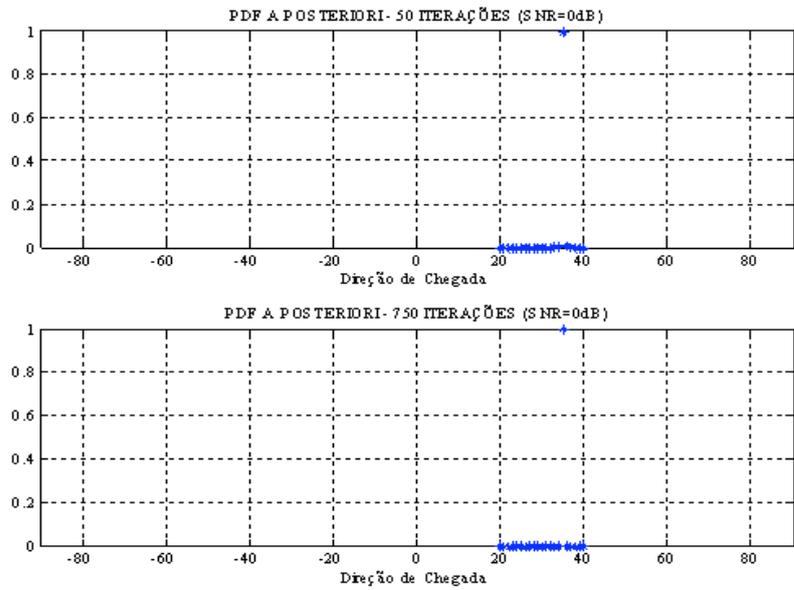


Figura 4.17: Funções densidade de probabilidade a posteriori após 50 iterações e após 750 iterações para  $SNR = 0dB$

A característica recursiva da função densidade de probabilidade *a posteriori*, expressa na equação (4.46), permite que as informações estatísticas acerca da direção de chegada do sinal desejado sejam armazenadas e usadas para aprimorar a probabilidade *a posteriori* da iteração seguinte. A exponencial da equação (4.46) amplifica essa característica, levando a função densidade de probabilidade a uma rápida convergência em cenários de elevada relação sinal-ruído.

Nas próximas simulações, será avaliada a capacidade do conformador de feixes Bayesiano de acompanhar e estimar satisfatoriamente o sinal, quando o usuário desejado se desloca com determinada velocidade. Novamente os cenários de baixa e elevada relação sinal-ruído serão considerados. Nas figuras (4.18) – (4.21), são mostrados os sucessivos diagramas de irradiação gerados pelo conformador de feixes Bayesiano, à medida que o usuário desejado se movimenta, variando assim a direção de chegada do sinal transmitido no intervalo  $\Theta$ . Nos gráficos, as setas vermelhas indicam o deslocamento espacial da fonte no intervalo angular considerado.

Em cenários com baixa relação sinal-ruído, o deslocamento do usuário provoca rápidas variações nas características estatísticas do canal rádio-móvel. Esse comportamento, aliado à baixa confiabilidade das amostras coletadas, proporciona diagramas de irradiação pouco eficientes, ainda que a capacidade de o conformador gerar nulos nas direções dos sinais interferentes seja preservada. A figura (4.18) indica o desempenho do conformador, quando o usuário se move a uma velocidade de 80 Km/h. A baixa diretividade dos diagramas de irradiação mostra que o conformador Bayesiano tem dificuldade em acompanhar a variação estatística do meio, o que compromete o seu desempenho. Em contrapartida, na figura (4.19) nota-se que, quando o usuário se desloca a uma velocidade de 10 km/h, equivalente à velocidade de deslocamento de uma pessoa caminhando, o conformador processa a informação coletada de forma mais eficiente, gerando diagramas de irradiação mais diretivos.

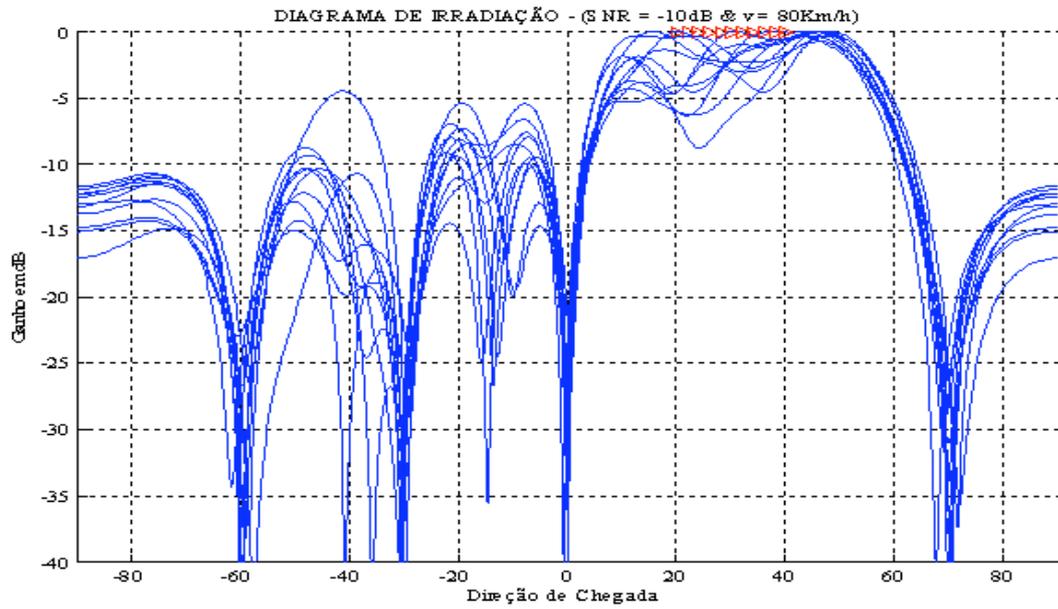


Figura 4.18: Diagramas de irradiação com fonte se deslocando a 80Km/h e SNR = -10dB

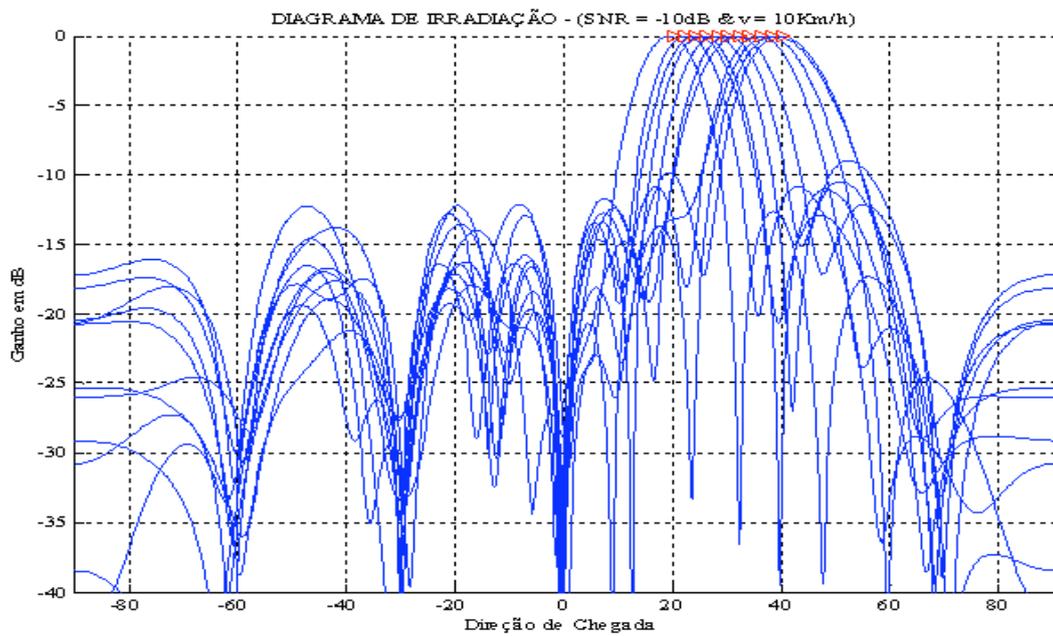


Figura 4.19: Diagramas de irradiação com fonte se deslocando a 10Km/h e SNR = -10dB

Na figuras (4.20) e (4.21), mantêm-se as características da simulação anterior, porém insere-se o conformador Bayesiano num cenário de elevada relação sinal-ruído. A disponibilidade de informação estatística confiável proporciona diagramas de irradiação mais eficientes.

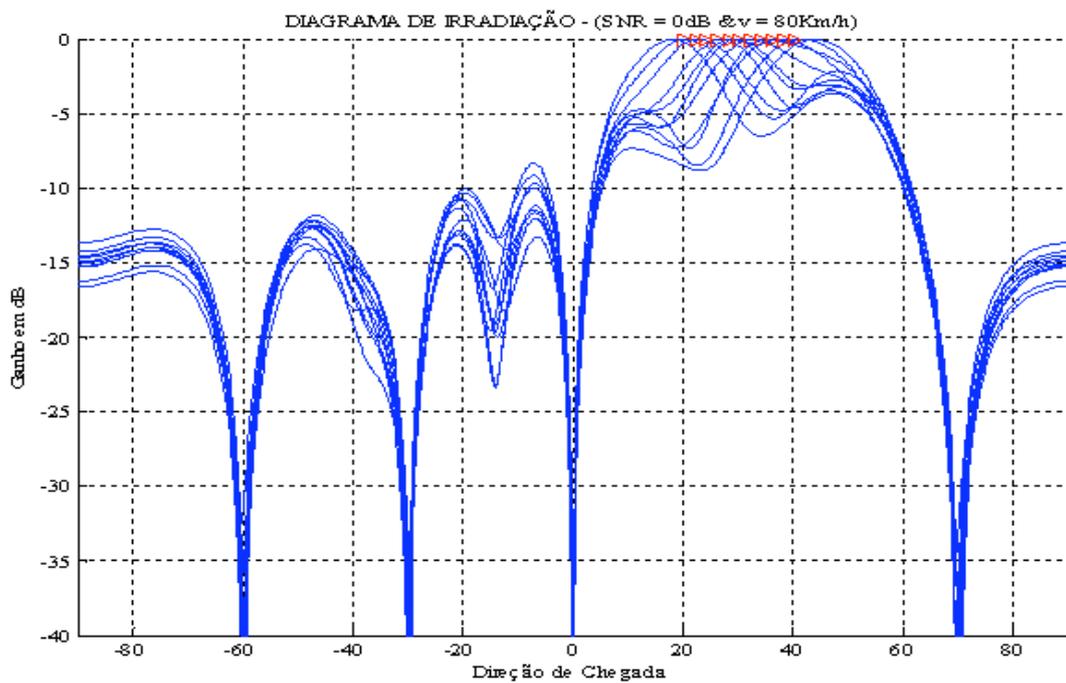


Figura 4.20: Diagramas de irradiação com fonte se deslocando a 80Km/h e SNR = 0dB

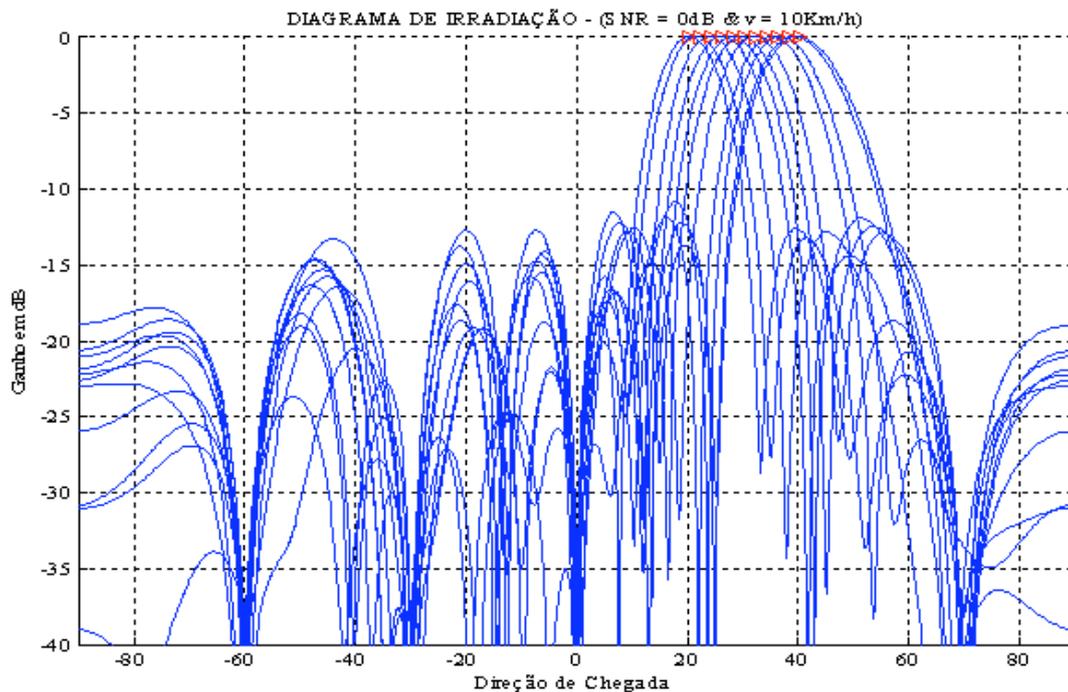


Figura 4.21: Diagramas de irradiação com fonte se deslocando a 10Km/h e SNR = 0dB

Finalmente, a figura (4.22) mostra o erro de estimação que o conformador Bayesiano comete, quando a fonte se desloca com diversas velocidades, em três cenários distintos, com SNR = -10 dB, SNR = -5 dB e SNR = 0 dB. Para todos os cenários simulados, à medida que a velocidade de deslocamento da fonte aumenta, aumenta também o erro de estimação provocado no sistema. Essa constatação permite identificar a existência de um fator limitante do desempenho do estimador Bayesiano: a velocidade de deslocamento da fonte. Em função dessa limitação, é de se esperar que tal estimador tenha um uso mais adequado em aplicações em que os usuários se desloquem com baixa velocidade, em sistemas nomádicos, em sistemas de acesso fixo sem fio (sistemas *WLL – Wireless Local Loop*) ou em redes de computadores sem fio.

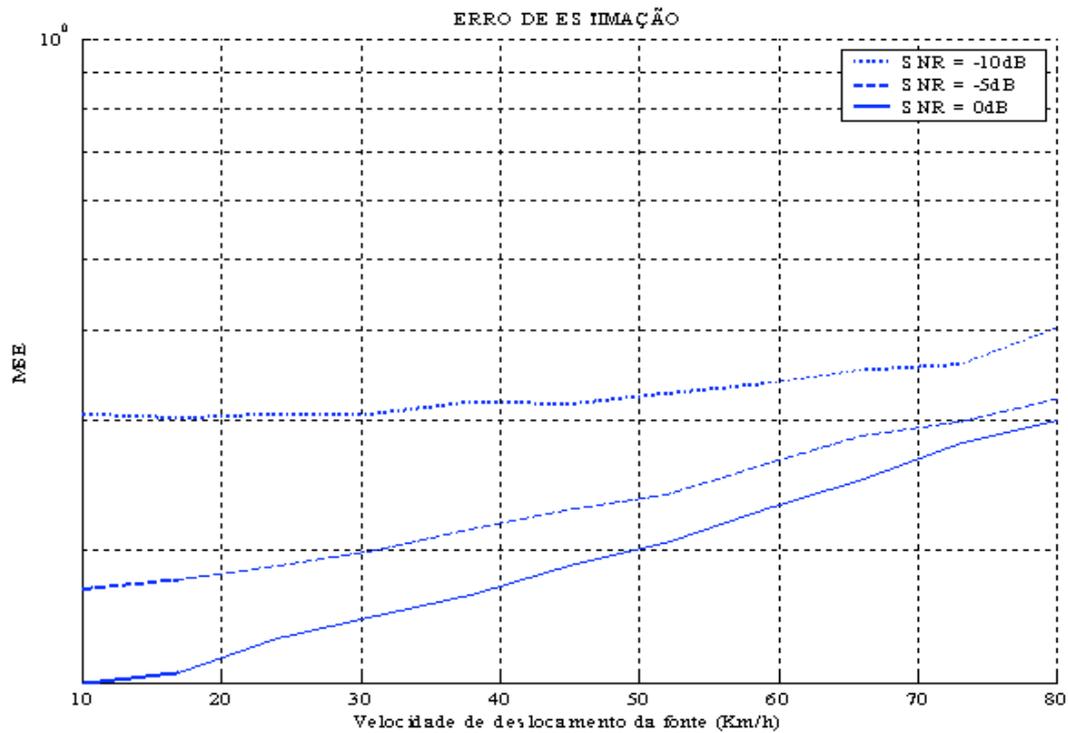


Figura 4.22: Erro de estimação versus velocidade de deslocamento da fonte para SNR = -10dB, SNR = -5dB e SNR = 0dB

#### 4.4 CONFORMADOR DE FEIXES BAYESIANO – PROCESSAMENTO SEQUENCIAL

Na seção 4.2 foi mostrado o desenvolvimento do conformador de feixes Bayesiano utilizando o modelo de conformação de feixes faixa estreita. Na formulação do problema, a abordagem Bayesiana foi aplicada para melhorar a estimação do sinal de interesse gerado por uma fonte temporalmente decorrelatada, num cenário em que existe uma incerteza associada a sua direção de chegada. Na prática, a maioria dos sinais é modelada de forma mais realista quando considerados oriundos de fontes correlatadas, apresentando propriedades estatísticas bem determinadas, como os processos de Gauss-Markov. Tal modelo leva em consideração a correlação existente ao longo do tempo e normalmente é utilizado para representar uma ampla classe de canais FIR nas áreas de acústica, processamento de sinais de voz e comunicações. Ao explorar as características estatísticas dos processos de Gauss-Markov, é possível estimar o sinal de interesse de forma

seqüencial, ou seja, a saída é estimada para cada amostra de entrada recebida, ao invés de utilizar o método SMI explorado no processamento em blocos, discutido na seção 4.2. Nesta seção, será desenvolvido um conformador de feixes adaptativo em que o processamento das amostras de entrada ocorre seqüencialmente. O conformador obtido tem a forma de um *filtro de Kalman* e pode operar dispondo de informação imprecisa sobre a direção de chegada do sinal de interesse.

O modelo de sinal faixa estreita discutido no capítulo 2 será usado para um conjunto de  $M$  sinais passa-banda com frequência central  $\omega_0$  conhecida, incidindo sobre um arranjo linear e uniforme de  $N$  elementos. Os sinais nos diversos elementos são amostrados nos instantes  $t = 0, T, 2T, \dots$  de tal forma que o vetor de amostras de entrada possa ser representado por  $X(n) = X(nT)$  como uma superposição das respostas do arranjo aos  $M$  sinais incidentes e o ruído.

$$X(n) = \sum_{m=0}^{M-1} A(\theta_m) s_m(n) + N(n) \quad (4.48)$$

Onde, novamente,  $A(\theta_m)$  é o vetor diretor do arranjo na direção  $\theta_m$ ,  $s_m(n)$ ,  $m = 0, \dots, M-1$ , são os sinais gerados pelas  $M$  fontes e  $N(n)$  é o ruído branco com covariância  $\sigma_N^2 I$ .

Um dos sinais incidentes, por simplicidade  $s_0(n)$ , é o sinal desejado e é modelado como um processo de Gauss-Markov estacionário e de média nula, gerado pela seguinte expressão recursiva

$$s_0(n) = b \cdot s_0(n-1) + u(n) \quad (4.49)$$

Onde  $|b| < 1$  é considerado conhecido e  $u(n)$  é o ruído branco com variância  $\sigma_u^2$ . A variância de  $s_0(n)$  pode então ser expressa por

$$\sigma_s^2 = E\{[s_0(n)]^2\} = \frac{\sigma_u^2}{1 - |b|^2} \quad (4.50)$$

Os outros  $M - 1$  sinais incidentes são considerados interferentes. Cada um dos sinais interferentes é modelado como um processo independente e descorrelatado do sinal de interesse. Reescrevendo (4.48), o vetor de dados de entrada assume a seguinte forma

$$\begin{aligned} X(n) &= A(\theta_0)s_0(n) + \sum_{m=1}^{M-1} A(\theta_m)s_m(n) + N(n) \\ &= A(\theta_0)s_0(n) + V(n) \end{aligned} \quad (4.51)$$

Onde  $V(n)$  representa a interferência mais ruído e é descorrelatado do sinal de interesse  $s_0(n)$ . Para simplificar, deste ponto em diante as notações  $s_0(n)$ ,  $\theta_0$  e  $X(n)$  serão substituídas respectivamente por  $s(n)$ ,  $\theta$  e  $X_n$ .

Para estimar o sinal desejado a partir dos dados recebidos, deve-se buscar uma estimativa que minimize o erro médio quadrático. Seja  $\overline{X}_k$  uma coleção de  $K$  amostras dos dados recebidos  $X_1, \dots, X_K$ . Conforme abordado anteriormente, a estimativa de mínimo erro médio quadrático de  $s(k)$  dado  $\overline{X}_k$  é a média condicional do sinal desejado  $s(k)$ , e é dada por

$$\begin{aligned} \hat{s}_{MMSE}(k) &= \operatorname{arg\,min} E \left\{ [s(k) - \hat{s}(k)]^2 \mid \overline{X}_k \right\} \\ &= E \left\{ s(k) \mid \overline{X}_k \right\} \end{aligned} \quad (4.52)$$

Como  $s(k)$  é um processo de Gauss-Markov, o estimador de *Kalman* pode ser usado para gerar a estimativa de mínimo erro médio quadrático de  $s(k)$  [21] [22]. A atualização recursiva do estimador de *Kalman* depende de duas informações sobre o sinal incidente: o parâmetro  $b$  e a direção de chegada do sinal de interesse. Considerando que essa informação esteja disponível, o sinal desejado pode ser estimado recursivamente de acordo com

$$\hat{s}_{k/k} = b(1 - G_k^H A(\theta)) \hat{s}_{k-1/k-1} + G_k^H X_k \quad (4.53)$$

Onde

$$\begin{aligned}
\hat{s}_{k/k} &\triangleq E\{s(k) | X_k; \theta, b\} \\
G_k &= \left( e_k^2 A(\theta) A(\theta)^H + R_V \right)^{-1} e_k^2 A(\theta) \\
e_k^2 &= |b|^2 \left( 1 - G_{k-1}^H A(\theta) \right) e_{k-1}^2 + \sigma_u^2, \quad e_0^2 = 0
\end{aligned} \tag{4.54}$$

Onde  $\hat{s}_{k/k}$  significa a estimativa MMSE de  $s(k)$  baseada nas amostras  $X_1, \dots, X_k$ . Usando o lema da inversão matricial, podem-se determinar expressões para  $G_k^H A(\theta)$  e  $G_k^H X_k$  em termos de  $e_k^2$ ,  $A(\theta)$  e  $R_V$ . Assim, (4.53) e (4.54) podem ser combinadas, resultando na seguinte equação

$$\hat{s}_{k/k} = \left( \frac{b}{1 + \beta(\theta) e_k^2} \right) \cdot \hat{s}_{k-1/k-1} + \left( \frac{\beta(\theta) e_k^2}{1 + \beta(\theta) e_k^2} \right) \cdot \left( \frac{R_V^{-1} A(\theta)}{\beta(\theta)} \right)^H X_k \tag{4.55}$$

onde,

$$\begin{aligned}
\beta(\theta) &= A(\theta)^H R_V^{-1} A(\theta) \\
e_k^2 &= \frac{|b|^2 e_{k-1}^2}{1 + \beta(\theta) e_{k-1}^2} + \sigma_u^2, \quad e_0^2 = 0
\end{aligned} \tag{4.56}$$

A estimativa atual  $\hat{s}_{k/k}$  depende de dois termos. O primeiro é o termo recursivo referente à última estimativa  $\hat{s}_{k-1/k-1}$ , enquanto o segundo termo é a inovação contribuída pela observação atual. O termo  $\beta(\theta)$  é inversamente proporcional à potência do ruído. Quando o nível de ruído é baixo,  $\beta(\theta)$  é elevado, a contribuição pelo termo recursivo é reduzida, e a estimativa depende fundamentalmente da observação atual. Quando o nível de ruído é elevado,  $\beta(\theta)$  é pequeno, e a estimativa do sinal desejado leva em consideração, fundamentalmente, o termo recursivo.

O termo  $e_k^2$  representa o erro de predição de  $s(k)$ , ou seja,  $e_k^2 = E\left\{ [s(k) - \hat{s}_{k|k-1}]^2 | \bar{X}_{k-1} \right\}$ , onde  $\hat{s}_{k|k-1}$  é a estimativa MMSE de  $s(k)$  dada a coleção de amostras  $\bar{X}_{k-1}$ . Quando  $e_k^2$  é pequeno, o sinal desejado é previsível, e a estimativa atual dá mais ênfase à última estimativa e menos ênfase à contribuição da observação atual. Quando o sinal é de difícil

previsão,  $e_k^2$  se torna grande, e o termo recursivo perde importância. Como resultado, mais ênfase é dada à contribuição da observação atual.

O conformador de feixes de mínima variância (MVDR) está presente no termo de inovação. Conforme estudado anteriormente, o estimador MVDR que aponta na direção  $\theta$  tem a forma

$$W_{MVDR}(\theta) = \frac{R_V^{-1}A(\theta)}{A(\theta)^H R_V^{-1}A(\theta)} \quad (4.57)$$

O estimador de *Kalman* em (4.55) é deduzido sob a premissa de que  $\theta$  é igual à direção de chegada real do sinal desejado. Entretanto, se o estimador apontar para uma direção diferente da verdadeira direção de chegada, não serão obtidas estimativas ótimas do sinal desejado. Na maioria das situações práticas, o que se deseja é estimar um sinal oriundo de uma direção desconhecida. O conformador de feixes Bayesiano, que é capaz de produzir estimativas confiáveis em cenários onde há incerteza sobre a direção de chegada do sinal, será novamente empregado para solucionar o problema.

Será novamente suposto que a direção de chegada do sinal desejado é uma variável aleatória contínua com função densidade de probabilidade *a priori*  $q(\theta)$ , onde  $\theta$  é definido num intervalo de prováveis direções de chegada. Pode-se então expandir a média condicional de  $s(k)$ , de tal forma que

$$\begin{aligned} \hat{s}_{MMSE}(k) &= E\{s(k) | \bar{X}_k\} = E\{E\{s(k) | \bar{X}_k, \theta\}\} \\ &= \int_{\theta_a}^{\theta_b} p(\theta | \bar{X}_k) E\{s(k) | \bar{X}_k, \theta\} d\theta \end{aligned} \quad (4.58)$$

O valor esperado contido no integrando da expressão acima representa a estimativa MMSE de  $s(k)$  sob a hipótese de que as amostras observadas na entrada do arranjo e a direção de chegada do sinal estão disponíveis. Esse termo é o mesmo que a estimativa MMSE em (4.55). Substituindo (4.55) em (4.58), tem-se

$$\begin{aligned}
\hat{s}_{MMSE}(k) &= \int_{\theta_a}^{\theta_b} p(\theta | \bar{X}_k) \hat{s}_{k/k,\theta} d\theta \\
&= \int_{\theta_a}^{\theta_b} p(\theta | \bar{X}_k) \left( \frac{b}{1 + \beta(\theta)e_k^2} \right) \hat{s}_{k-1/k-1} d\theta + \int_{\theta_a}^{\theta_b} p(\theta | \bar{X}_k) \left( \frac{\beta(\theta)e_k^2}{1 + \beta(\theta)e_k^2} \right) \left( \frac{R_V^{-1}A(\theta)}{\beta(\theta)} \right)^H X_k d\theta
\end{aligned} \tag{4.59}$$

Quando não há sinais interferentes no intervalo das possíveis direções de chegada, o termo  $\beta(\theta)$  é aproximadamente constante no intervalo considerado e pode ser aproximado por  $N/\sigma_w^2$ . Sob essa premissa, (4.59) pode ser aproximada por

$$\hat{s}_{MMSE}(k) \approx \left( \frac{b}{1 + (N/\sigma_w^2)e_k^2} \right) \hat{s}_{k-1/k-1} + \left( \frac{(N/\sigma_w^2)e_k^2}{1 + (N/\sigma_w^2)e_k^2} \right) \int_{\theta_a}^{\theta_b} p(\theta | \bar{X}_k) \left( \frac{R_V^{-1}A(\theta)}{\beta(\theta)} \right)^H X_k d\theta \tag{4.60}$$

O termo de inovação consiste assim na expressão

$$\int_{\theta_a}^{\theta_b} p(\theta | \bar{X}_k) \left( \frac{R_V^{-1}A(\theta)}{\beta(\theta)} \right)^H X_k d\theta \tag{4.61}$$

que é, na verdade, uma combinação de conformadores de mínima variância, e o grau de contribuição de cada conformador é determinado pela função densidade de probabilidade *a posteriori*  $p(\theta | \bar{X}_k)$  da direção de chegada no intervalo angular de interesse. Como resultado, o conformador Bayesiano seqüencial é também um estimador de *Kalman* que consiste em um termo recursivo e um termo de inovação, no qual as observações são obtidas por conformadores de mínima variância.

A função densidade de probabilidade *a posteriori*  $p(\theta | \bar{X}_k)$  representa a probabilidade da direção de chegada do sinal desejado,  $\theta$ , dadas as observações até a amostra  $k$ . Para cada  $\theta$ , a probabilidade *a posteriori* pode ser escrita, de acordo com a *regra de Bayes*, na seguinte forma

$$p(\theta | \bar{X}_k) = \frac{p(\theta | \bar{X}_{k-1})p(X_k | \theta, \bar{X}_{k-1})}{p(X_k | \bar{X}_{k-1})} \tag{4.62}$$

Para determinar  $p(X_k | \theta, \bar{X}_{k-1})$ , deve-se antes obter  $X_k$  recursivamente, combinando as equações (4.49) e (4.51)

$$X_k = b X_{k-1} + n(k) - b n(k-1) + A(\theta) u(k) \quad (4.63)$$

A expressão acima indica que  $X_k$  é um vetor aleatório cuja função densidade de probabilidade segue Gaussiana com média  $bX_{k-1}$  e covariância  $R_X = \sigma_u^2 A(\theta) A(\theta)^H + (1 + |b|^2) R_V$ , onde  $R_V$  é a matriz de covariância do ruído mais interferência. Baseado na premissa de que  $X_{k-1}$  é conhecido, tem-se

$$\begin{aligned} p(X_k | \theta, \bar{X}_{k-1}) &= p(X_k | \theta, X_{k-1}) \\ &= \frac{1}{\pi^N |R_X|} \exp(-\Delta_k^H R_X^{-1} \Delta_k) \\ &= \left\{ \frac{1}{\pi^N (1 + |b|^2) |R_V| (1 + \sigma_u^2 \beta(\theta))} \right\} \cdot \exp \left\{ -\frac{\Delta_k^H R_X^{-1} \Delta_k}{1 + |b|^2} \right\} \\ &\exp \left\{ \frac{1}{1 + |b|^2} \left( \frac{\sigma_u^2 \beta(\theta)^2}{1 + |b|^2 + \sigma_u^2 \beta(\theta)} \right) \cdot \left( \frac{A(\theta)^H R_V^{-1}}{\beta(\theta)} \cdot \Delta_k \cdot \Delta_k^H \cdot \frac{R_V^{-1} A(\theta)^H}{\beta(\theta)} \right) \right\} \end{aligned} \quad (4.64)$$

Onde

$$\Delta_k = X_k - bX_{k-1} \quad (4.65)$$

Como mencionado anteriormente, o termo  $\beta(\theta)$  pode ser aproximado pela constante  $N/\sigma_w^2$ . Substituindo (4.64) em (4.62), a função densidade de probabilidade *a posteriori* pode ser aproximada pela seguinte expressão recursiva

$$\begin{aligned} p(\theta | \bar{X}_k) &\approx c_k \cdot p(\theta | \bar{X}_{k-1}) \cdot \exp \left( \gamma |W_{MVDR}(\theta)^H \Delta_k|^2 \right) \\ p(\theta | \bar{X}_0) &= q(\theta) \end{aligned} \quad (4.66)$$

Onde

$$\gamma = \frac{1}{1 + |b|^2} \left( \frac{\sigma_u^2 (N/\sigma_w^2)^2}{1 + |b|^2 + \sigma_u^2 (N/\sigma_w^2)^2} \right) \quad (4.67)$$

e  $c_k$  é um fator de normalização. Ambos  $c_k$  e  $\gamma$  são independentes da direção de chegada  $\theta$ . A equação (4.66) pode ser entendida como um produto recursivo de  $k$  exponenciais, onde a contribuição de cada exponencial é determinada pelo termo  $|W_{MVDR}(\theta)^H \Delta_k|^2$  e pelo parâmetro  $\gamma$ . O termo  $|W_{MVDR}(\theta)^H \Delta_k|^2$  é função da direção de chegada e se torna mais pronunciado, à medida que  $\theta$  se aproxima da direção de chegada real. Assim, quando  $k$  tende a infinito, o conformador Bayesiano seqüencial converge para uma direção de chegada que mais se aproxima da direção correta. O parâmetro  $\gamma$ , que depende das potências do sinal e do ruído, amplifica a variação espacial da probabilidade *a posteriori* e controla sua velocidade de convergência.

As etapas para a atualização recursiva do algoritmo de conformação de feixes Bayesiana são obtidas a partir de (4.60). O conformador de feixes Bayesiano seqüencial resultante tem a forma de um estimador de *Kalman* e é dado por

$$\hat{s}_{MMSE}(k) \approx \left( \frac{b}{1 + (N/\sigma_w^2) e_k^2} \right) \hat{s}_{k-1/k-1} + \left( \frac{(N/\sigma_w^2) e_k^2}{1 + (N/\sigma_w^2) e_k^2} \right) \cdot \int_{\theta_a}^{\theta_b} p(\theta | \bar{X}_k) \cdot W_{MVDR}(\theta)^H X_k d\theta \quad (4.68)$$

onde as etapas de atualização de  $e_k^2$  e  $p(\theta | \bar{X}_k)$  são dadas respectivamente por (4.56) e (4.66). A forma do conformador MVDR,  $W_{MVDR}(\theta)$ , é dada por (4.57).

## 4.5 ANÁLISE E DISCUSSÃO DO DESEMPENHO DO CONFORMADOR DE FEIXES BAYESIANO – PROCESSAMENTO SEQÜENCIAL

### 4.5.1 Introdução

Para analisar e discutir o desempenho do conformador de feixes Bayesiano seqüencial, algumas simulações foram conduzidas em ambiente MATLAB<sup>TM</sup>. No primeiro caso, a robustez do conformador Bayesiano à incerteza na direção de chegada será demonstrada,

comparando-o ao conformador MVDR convencional com direção de apontamento fixa. No segundo caso, será estudado o comportamento do conformador, considerando o grau de correlação entre os sinais desejado e interferente.

#### 4.5.2 Descrição dos Parâmetros do Sistema

As características dos sinais são as seguintes: o sinal desejado é considerado um processo de Gauss-Markov com parâmetro de memória  $b$  igual a 0,5; um forte sinal interferente, cuja potência é 20dB, incide sobre o arranjo de antenas com direção de chegada  $0^0$ ; o conformador coleta e processa 1000 amostras ( $k = 1000$ ).

O conformador Bayesiano seqüencial apresenta a seguinte configuração: arranjo linear e uniforme formado por 10 elementos ( $M = 10$ ); espaçamento entre elementos de  $\lambda/2$ ; intervalo de possíveis direções de chegada do sinal de interesse dado por  $\Theta = \{20^0, 40^0\}$ ; a função densidade de probabilidade *a priori*  $q(\theta)$  é considerada uniformemente distribuída no intervalo de possíveis direções de chegada. A tabela (4.2) resume os parâmetros adotados nas simulações.

Tabela 4.2: Parâmetros para as simulações

Parâmetro	Valor
Quantidade de antenas [M]	10
Espaçamento entre os elementos	$0.5 \lambda$
$\Theta$	$[20^0, 40^0]$
Função densidade de probabilidade <i>a priori</i> [ $q(\theta)$ ]	Uniformemente distribuída em $\Theta$
Número de amostras coletadas e processadas [K]	1000
DOA para sinal interferente	$0^0$
Potência do sinal interferente	20dB
Parâmetro de memória [b]	0.5

### 4.5.3 Análise de Robustez

Para analisar a robustez do conformador Bayesiano seqüencial, considerar-se-á o caso em que o sinal desejado incide sucessivamente sobre o arranjo de antenas segundo três direções de chegada distintas:  $25^{\circ}$ ,  $30^{\circ}$  e  $35^{\circ}$ . A potência do sinal é 0dB, e a do ruído, -10dB. Para cada direção, o sinal desejado é estimado, e o correspondente Erro Médio Quadrático (do inglês *Mean Squared Error- MSE*), calculado.

Na primeira simulação será considerado o conformador MVDR convencional, apontado na direção  $35^{\circ}$ . A figura (4.23) indica o Erro Médio Quadrático versus a direção de chegada do sinal desejado. O Erro Médio Quadrático atinge seu valor mínimo, quando a direção de apontamento do conformador coincide com a direção de chegada real do sinal desejado. Seu valor aumenta quando existe um descasamento entre a direção de apontamento do conformador e a direção de chegada real do sinal.

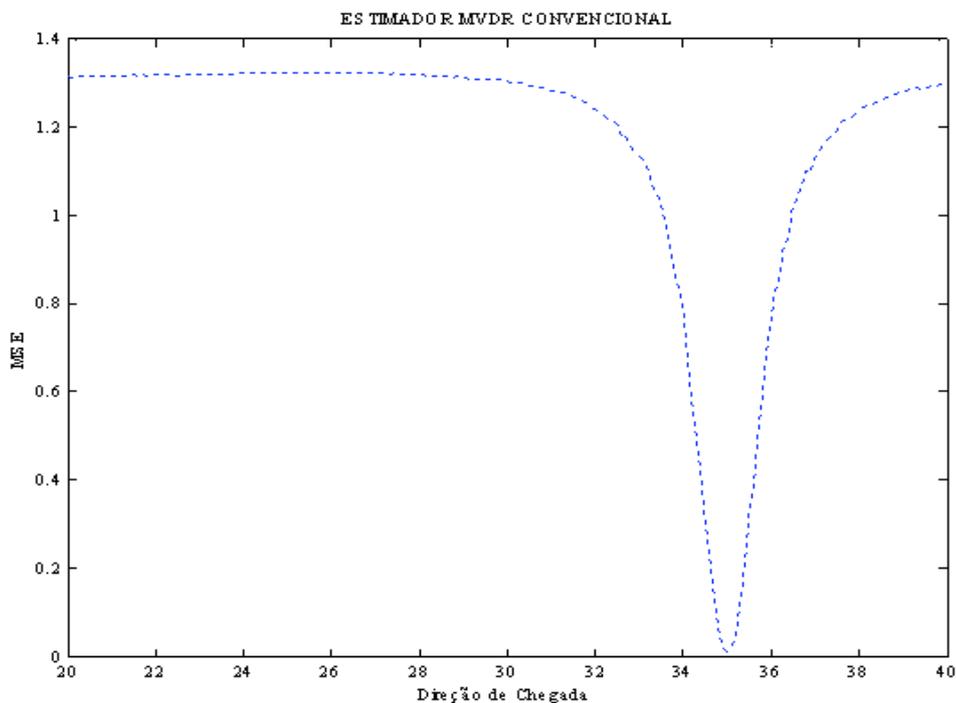


Figura 4.23: Erro Médio Quadrático versus direção de chegada (conformador MVDR)

A mesma simulação é conduzida com o conformador Bayesiano seqüencial. O resultado é mostrado na figura (4.24). O conformador Bayesiano seqüencial minimiza o Erro Médio Quadrático no intervalo  $\Theta$  de possíveis direções de chegada considerado, para todas as direções de chegada do sinal desejado. Isso permite ao conformador Bayesiano operar com informação imprecisa sobre a direção de chegada do sinal.

Enquanto o conformador convencional é sensível ao erro de apontamento, o conformador Bayesiano consegue operar satisfatoriamente em cenários mais realistas, onde normalmente é muito difícil determinar com precisão a direção de chegada do sinal.

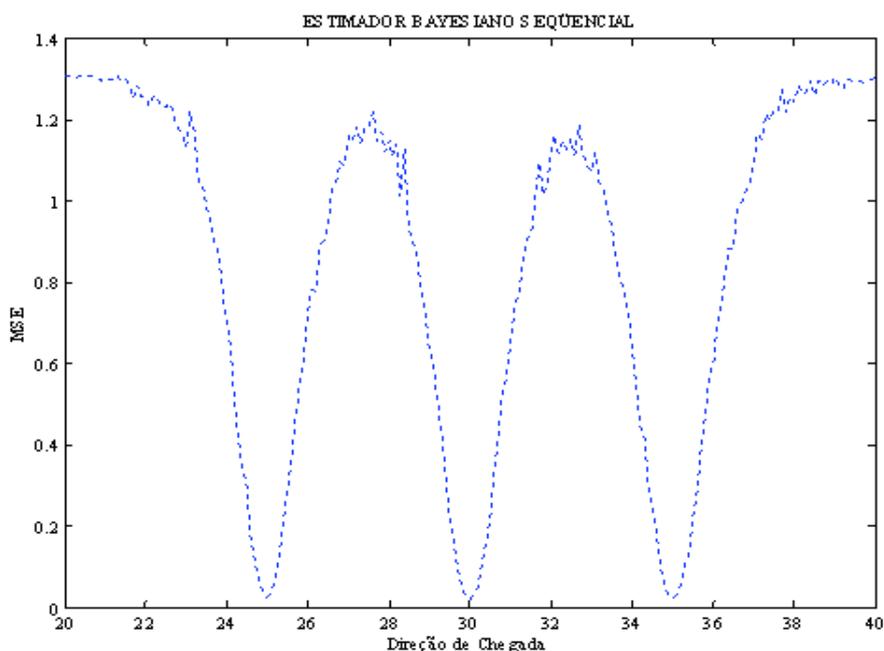


Figura 4.24: Erro Médio Quadrático versus direção de chegada (conformador Bayesiano seqüencial)

#### **4.5.4 Análise quanto ao grau de correlação entre os sinais desejado e interferente**

Para analisar o comportamento do conformador Bayesiano seqüencial quanto ao grau de correlação entre os sinais desejado e interferente, considerar-se-ão dois cenários distintos. No primeiro caso, o sinal interferente é altamente correlatado com o sinal desejado. A potência do sinal desejado será considerada 0dB, e a do ruído, -10dB.

A figura (4.25) mostra o sinal desejado transmitido (linha contínua) e sua estimação (linha pontilhada). Quando o sinal interferente apresenta alta correlação com o sinal desejado, o conformador Bayesiano seqüencial não consegue recuperar o sinal, e o desempenho do estimador fica consideravelmente deteriorado.

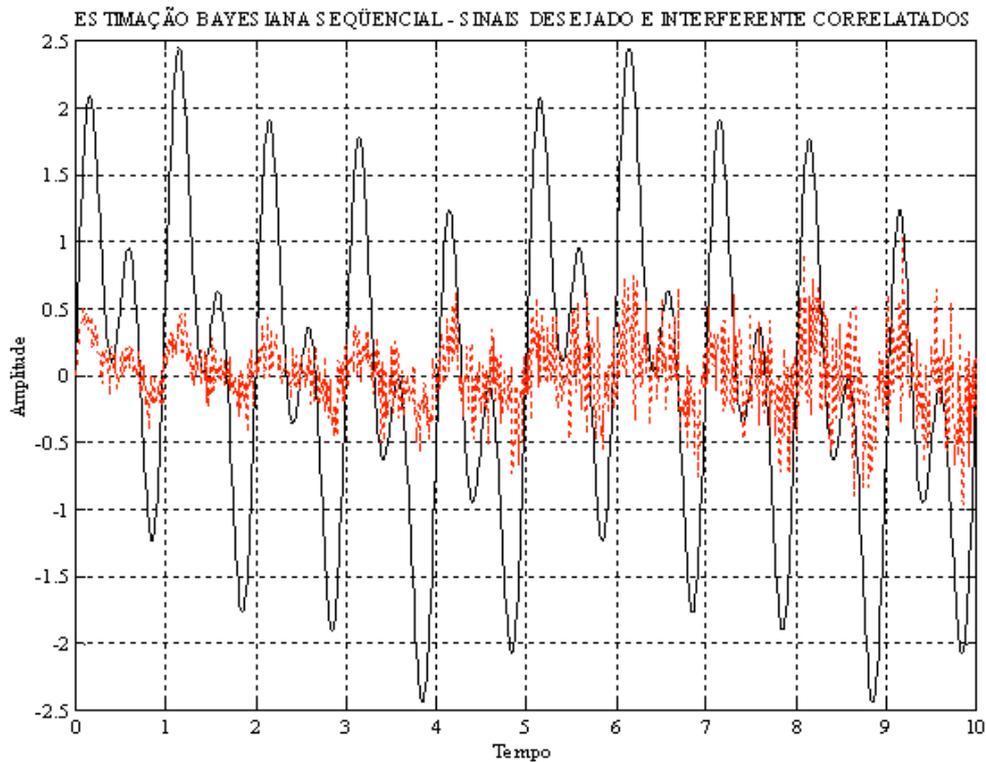


Figura 4.25: Sinais transmitido e estimado quando existe alta correlação entre os sinais desejado e interferente

No segundo cenário, os sinais desejado e interferente apresentam baixa correlação. Novamente, a potência do sinal desejado será considerada 0dB, e a do ruído, -10dB. A figura (4.26) mostra o sinal desejado transmitido (linha contínua) e sua estimação (linha pontilhada). Nota-se que a baixa correlação entre os sinais desejado e interferente permite ao conformador Bayesiano sequencial recuperar o sinal desejado de forma satisfatória.

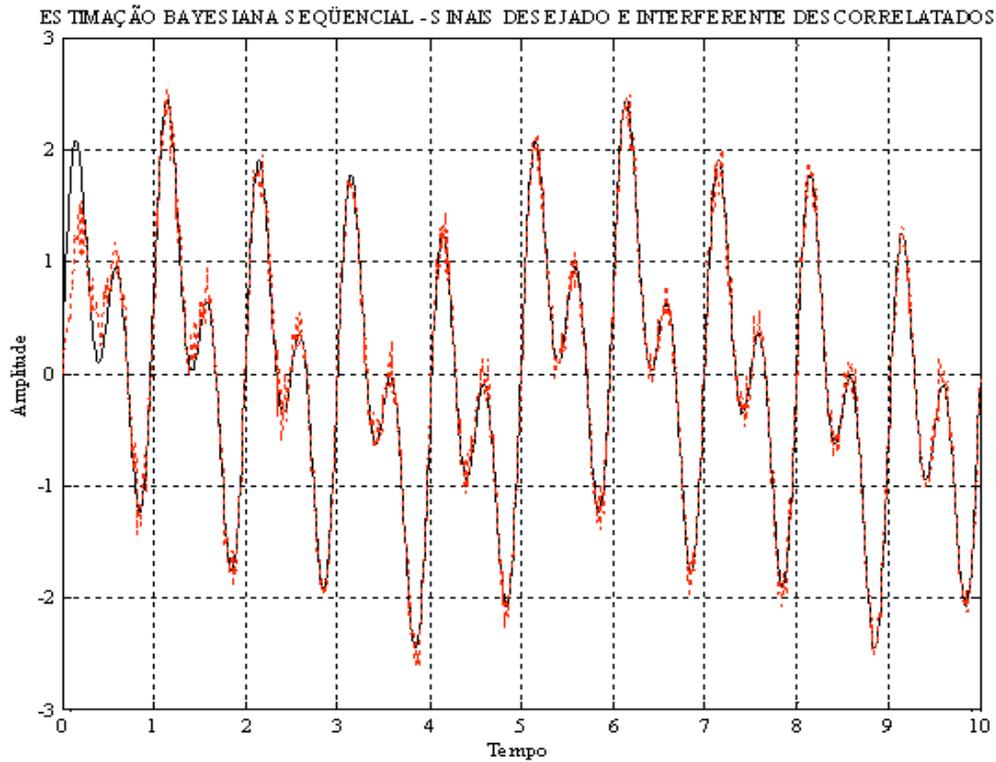


Figura 4.26: Sinais transmitido e estimado quando existe baixa correlação entre os sinais desejado e interferente

Os resultados mostrados nesta seção permitem inferir que o modelo proposto para o conformador Bayesiano sequencial tem sua aplicação limitada a ambientes onde os sinais considerados apresentam pouca ou nenhuma correlação entre si. Conforme será discutido no próximo capítulo, em sistemas de radiocomunicação que utilizam espalhamento espectral, como o CDMA, as seqüências de espalhamento empregadas conferem baixa correlação aos sinais transmitidos, o que torna o conformador Bayesiano sequencial uma opção razoável para a estimação de dados.

#### **4.6 CONTRIBUIÇÕES DESTE CAPÍTULO**

Neste capítulo foi demonstrada a capacidade do conformador de feixes Bayesiano de estimar o sinal desejado e atenuar os sinais interferentes. A diretividade do arranjo de antenas é aprimorada, à medida que novas amostras são processadas. A criação de nulos na direção das fontes interferentes requer um número reduzido de amostras, ao passo que a diretividade do arranjo se mostrou mais sensível à disponibilidade de informação estatística. A capacidade do conformador Bayesiano de acompanhar e estimar satisfatoriamente o sinal, à medida que o usuário se desloca, foi demonstrada. A degradação no desempenho do conformador, quando o usuário se desloca com velocidade elevada, sugere sua aplicação em sistemas caracterizados pela mobilidade restrita, como os sistemas de acesso fixo sem fio, os sistemas nomádicos ou as redes de computadores sem fio.

## 5 - ESTIMAÇÃO DE DADOS NO CANAL CDMA REVERSO USANDO O CONFORMADOR DE FEIXES BAYESIANO

A crescente demanda por serviços de comunicações móveis para aplicações multimídia que requerem elevada largura de banda, sem o correspondente aumento no espectro de radiofrequências alocado, tem motivado a pesquisa e o desenvolvimento de novas técnicas que melhorem a eficiência espectral. O processamento espacial de sinais usando arranjos de antenas é proposto como uma promissora resposta a esse desafio. Na maioria dos sistemas de comunicações móveis celulares, a estação rádio-base recebe os sinais de forma omnidirecional, já que o usuário móvel pode estar em qualquer posição no interior da célula. Com o uso do processamento espacial, o sistema pode determinar a direção de chegada do sinal transmitido pelo usuário desejado e criar lóbulos irradiantes diretivos nessa direção e nulos nas direções das fontes interferentes, a fim de aumentar o seu desempenho. Essa concepção pode ser incorporada à estimação de dados no canal reverso de sistemas CDMA (do inglês *Code Division Multiple Access – CDMA*).

Sabe-se que uma das principais limitações ao desempenho na estimação de dados no canal reverso de sistemas CDMA é a interferência por múltiplo acesso (do inglês *Multiple Access Interference – MAI*) [4]. Como todos os usuários de uma mesma célula transmitem de forma assíncrona usando a mesma frequência portadora, ocorre interferência mútua. No caso do canal direto, cada sinal transmitido é espalhado por um dos diversos códigos mutuamente ortogonais, como os códigos de *Walsh*, e em seguida recuperado no receptor. Entretanto, no enlace reverso os sinais transmitidos não estão sincronizados em relação às seqüências de espalhamento. Assim, a natureza ortogonal dos códigos fica prejudicada, e outros códigos que apresentem baixa correlação cruzada, como as seqüências pseudo-aleatórias (do inglês *Pseudo Noise (PN) Sequences*) devem ser utilizados [5].

A decisão estatística sobre os dados no canal CDMA reverso é composta pelas contribuições dos bits transmitidos no sinal de interesse, dos sinais produzidos por fontes interferentes, das componentes multipercurso e do ruído. Ao se estimar o sinal desejado, é importante que se mitiguem os efeitos dos sinais provenientes de outros usuários. Isso pode ser conseguido utilizando-se arranjos de antenas adaptativas na estação rádio-base.

No capítulo 4, um robusto conformador de feixes adaptativo usando uma abordagem Bayesiana foi apresentado. O algoritmo realiza a conformação de feixes por meio de conformadores MVDR, onde a contribuição de cada conformador é determinada por uma função densidade de probabilidade *a posteriori*, calculada num intervalo angular de possíveis direções de chegada do sinal desejado. À medida que a quantidade de amostras coletadas na entrada do processador aumenta, a probabilidade *a posteriori* se torna mais acurada e tende a convergir para um impulso na direção de chegada mais provável. O conformador resultante é então capaz de se adaptar à verdadeira direção de chegada, desde que ela esteja no intervalo angular considerado.

Este capítulo irá focar a melhora de desempenho na estimação de dados no canal CDMA reverso, avaliada em termos da taxa de erro de bit (do inglês *bit error rate* – *BER*), que é alcançada quando o conformador de feixes Bayesiano, discutido no capítulo anterior, é utilizado em conjunto com o receptor *RAKE* convencional.

## **5.1 ESPALHAMENTO ESPECTRAL E ACESSO MÚLTIPLO POR DIVISÃO DE CÓDIGOS**

Tradicionalmente, em sistemas de radiocomunicação, a portadora é modulada com a informação a ser transmitida usando técnicas que minimizem a largura de banda do sinal transmitido, a fim de melhorar a eficiência espectral. Isso ocorre porque os sistemas foram projetados de tal forma que apenas um canal ocupe uma determinada faixa de frequências. Se os sinais são transmitidos em várias faixas de frequências não sobrepostas, eles não interferem entre si e podem ser todos satisfatoriamente recuperados, considerando que seus níveis de potência relativamente ao ruído sejam altos o suficiente. Em sistemas que empregam espalhamento espectral, ao invés de tentar minimizar a largura de banda do sinal modulado, o objetivo é criar um sinal que se espalhe sobre uma grande largura de banda. Existem duas classes principais de sistemas com espalhamento espectral: sequência direta (do inglês *Direct Sequence* – *DS*) e salto em frequência (do inglês *Frequency Hop* – *FH*). Neste trabalho será abordado apenas o primeiro caso.

## 5.2 ESPALHAMENTO ESPECTRAL POR SEQUÊNCIA DIRETA

Em sistemas com espalhamento espectral por sequência direta, um sinal faixa estreita, contendo a mensagem a ser transmitida com largura de banda  $B_1$ , é multiplicado por um sinal com largura de banda muito maior  $B_2$ , chamado de sinal de espalhamento. As características essenciais dos sistemas com espalhamento espectral são as seguintes [5]:

- A largura de banda do sinal de espalhamento,  $B_2$ , é muito maior do que a largura de banda da mensagem a ser transmitida,  $B_1$ , e
- O sinal de espalhamento é independente da mensagem a ser transmitida.

Assim, tendo em conta que a largura de banda do sinal de espalhamento é muito maior que a largura de banda faixa estreita da mensagem, o sinal transmitido terá uma largura de banda que é aproximadamente igual à largura de banda do sinal de espalhamento.

O sinal de espalhamento é composto por símbolos definidos por uma sequência pseudo-aleatória, conhecida tanto pelo transmissor quanto pelo receptor. Esses símbolos são chamados de *chips*. A taxa de *chips* no código de espalhamento,  $R_c$ , é muito maior que a taxa de símbolos,  $R_d$ , da sequência original definida pela mensagem a ser transmitida. A sequência de espalhamento é chamada pseudo-aleatória, porque sua densidade espectral de potência é semelhante a do ruído branco. O fator de espalhamento, ou ganho de processamento, é definido como a razão entre a taxa de *chips* e a taxa de símbolos da mensagem original, ou seja,  $N = R_c / R_d$ .

Para ilustrar a operação de um sistema com espalhamento espectral por sequência direta, considere um sinal,  $b(t)$ , contendo a mensagem a ser transmitida. A mensagem pode ser um sinal de voz ou qualquer outro tipo de informação. Será suposto que  $b(t)$  é um sinal digital composto por uma sequência de símbolos,  $b_j$ , cada um com duração  $T_s$ . O sinal  $b(t)$  pode então ser escrito como

$$b(t) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} b_j \Psi\left(\frac{t - jT_s}{T_s}\right) \quad (5.1)$$

onde  $\Psi(t/T)$  é a função pulso

$$\Psi(t/T) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t < T \\ 0 & \text{outros} \end{cases} \quad (5.2)$$

Esse sinal é multiplicado por uma seqüência de espalhamento  $a(t)$ , composta por uma seqüência de *chips*

$$a(t) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \sum_{i=0}^{M-1} a_i \Psi\left(\frac{t - (i + jM) T_c}{T_c}\right) \quad |a_i| = 1 \quad (5.3)$$

onde  $T_c$  é o período do *chip*, e  $M$  é o número de símbolos da seqüência pseudo-aleatória antes de a seqüência se repetir. Deve-se notar que a seqüência  $a(t)$  serve para espalhar e identificar o sinal, enquanto  $b(t)$  encerra a informação transmitida.

O sinal multiplicado,  $a(t) \cdot b(t)$ , é transportado em uma freqüência portadora,  $f_c$ , de acordo com a equação abaixo

$$s(t) = a(t) \cdot b(t) \cdot \cos(\omega_c t) \quad (5.4)$$

O sinal recebido,  $r(t)$ , consiste em uma versão atenuada do sinal transmitido mais o ruído branco,  $n(t)$

$$r(t) = A \cdot s(t) + n(t) = A \cdot a(t) \cdot b(t) \cdot \cos(\omega_c t) + n(t) \quad (5.5)$$

No receptor, uma réplica local da seqüência pseudo-aleatória,  $a(t - \tau_0)$ , é gerada, onde  $\tau_0$  é um atraso aleatório entre 0 e  $MT_c$ . Para desespalhar o sinal no receptor, a seqüência gerada localmente deve estar sincronizada com o sinal recebido. Uma forma de se conseguir o sincronismo é por meio do uso de um *Delay Locked Loop* – *DLL*.

Similarmente, um *Phase Locked Loop – PLL* pode ser usado para criar uma réplica da portadora,  $\cos(\omega_c t)$ . A decisão estatística é formada então pela integral do produto entre o sinal recebido, a seqüência pseudo-aleatória gerada localmente e o sinal gerado pelo oscilador local, ou seja

$$\begin{aligned} Z_j &= \int_{jT_s}^{(j+1)T_s} r(t) a^*(t) \cos(\omega_c t) dt \\ &= \int_{jT_s}^{(j+1)T} [A \cdot b(t) \cdot a(t) \cdot \cos(\omega_c t) + n(t)] a^*(t) \cos(\omega_c t) dt \end{aligned} \quad (5.6)$$

Considerando que  $a(t)a^*(t) = 1$ , então

$$\begin{aligned} Z_j &= \int_{jT_s}^{(j+1)T_s} [A \cdot b(t) \cdot \cos^2(\omega_c t) + n(t) \cdot a^*(t) \cdot \cos(\omega_c t)] dt \\ &= \int_{jT}^{(j+1)T} \left[ A \left( \sum_{i=-\infty}^{\infty} b_i \Psi \left( \frac{t - iT_s}{T_s} \right) \right) \cos^2(\omega_c t) + n(t) \cdot a^*(t) \cdot \cos(\omega_c t) \right] dt \\ &= A \int_{jT}^{(j+1)T} \sum_{i=-\infty}^{\infty} b_i \Psi \left( \frac{t - iT_s}{T_s} \right) \cos^2(\omega_c t) dt + \int_{jT}^{(j+1)T} n(t) \cdot a^*(t) \cdot \cos(\omega_c t) dt \\ &= A b_j \left( \frac{T_s}{2} + \frac{1}{4\omega_c} (\sin(2\omega_c(j+1)T_s) - \sin(2\omega_c jT_s)) \right) + \eta \end{aligned} \quad (5.7)$$

onde  $\eta$  representa a influência do ruído sobre a decisão estatística. Supondo que a frequência da portadora seja grande comparada ao recíproco do período do bit, então

$$Z_j = \frac{Ab_j T_s}{2} + \eta \quad (5.8)$$

Assim, a decisão estatística,  $Z_j$ , é uma estimativa,  $\hat{b}_j$ , do símbolo transmitido. A figura (5.1) mostra o diagrama simplificado de um sistema com espalhamento espectral por seqüência direta.

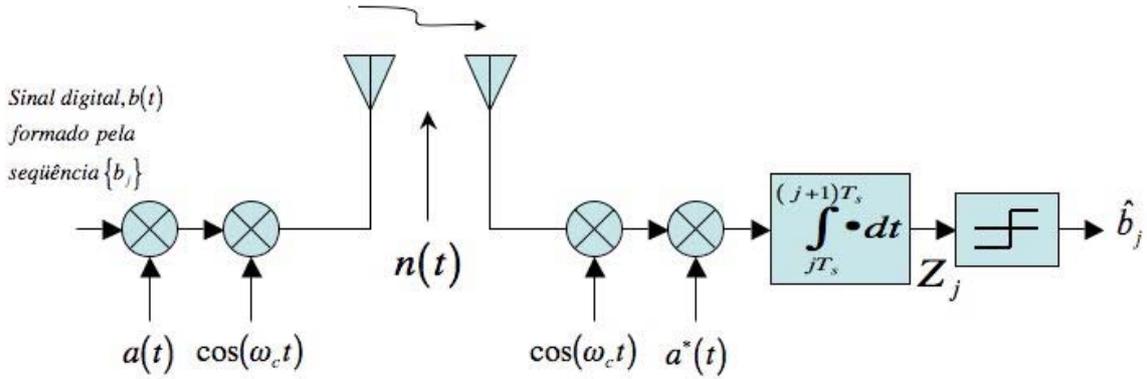


Figura 5.1: sistema com espalhamento espectral por seqüência direta

Uma importante propriedade dos sistemas com espalhamento espectral é que muitos sinais espalhados, oriundos de diferentes usuários, podem ser sobrepostos na mesma faixa de frequências. Suponha que existam dois usuários no sistema usando simultaneamente a mesma faixa de frequências. Considere ainda que a seqüência pseudo-aleatória de um dos usuários seja  $a_0(t)$ , e a do outro seja  $a_1(t)$ , onde

$$a_k(t) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \sum_{i=0}^{M-1} a_{k,i} \Psi\left(\frac{t - (i + jM)T_c}{T_c}\right) \quad |a_{k,i}| = 1 \quad (5.9)$$

Os sinais são ditos ortogonais no período de um símbolo, se

$$\int_{jT_s}^{(j+1)T_s} a_0(t) \cdot a_1^*(t) dt = 0 \quad (5.10)$$

Suponha, por enquanto, que a taxa de repetição da seqüência pseudo-aleatória seja igual ao período do símbolo de tal forma que  $MT_c = T_s$ . Quando o comprimento da seqüência pseudo-aleatória,  $MT_c$ , é igual ao período de um símbolo da mensagem transmitida,  $T_s$ , o

sistema é chamado código sobre pulso (do inglês *code-on-pulse*). Se as seqüências de espalhamento forem sincronizadas *chip a chip*, ou bit a bit, então a ortogonalidade sobre o período de um símbolo pode ser expressa por

$$\sum_{j=0}^{M-1} a_{0,j} a_{1,j}^* = 0 \quad (5.11)$$

Se a cada usuário for associada uma seqüência ortogonal diferente, muitos usuários poderão compartilhar o mesmo meio sem interferirem uns nos outros. Essa propriedade pode ser utilizada como uma técnica de múltiplo acesso, mais especificamente o acesso múltiplo por divisão de códigos, ou CDMA. O caso em que as seqüências dos usuários são sincronizadas *chip a chip* é chamado de CDMA síncrono. Essa propriedade é verificada no canal CDMA direto – caracterizado pelo enlace estabelecido para transmissão de sinais oriundos da estação rádio-base e destinados aos usuários móveis –, no qual são usadas as funções de *Walsh*. Como as funções de *Walsh*, quando perfeitamente sincronizadas, são ortogonais entre si, os sinais transmitidos no canal direto pela mesma fonte, a estação rádio-base, não apresentam interferência mútua no receptor móvel.

No caso assíncrono, onde normalmente a seqüência de espalhamento de um usuário está atrasada em  $\tau_1$  segundos com relação à seqüência de espalhamento do outro usuário, a expressão descrevendo a interação entre os sinais dos dois usuários se torna consideravelmente mais complicada. Pode-se expressar esse atraso como um número inteiro,  $\gamma_1$ , de períodos do *chip*, de tal forma que  $\tau_1 = \gamma_1 T_c + \Delta_1$ , onde  $0 \leq \Delta_1 < T_c$ . Será ainda suposto que, para valores de  $i \geq M$  e  $i < 0$ ,  $a_{1,i} = a_{1,i-mM}$ , de forma que  $0 \leq i - mM < M - 1$ . Assim, os sinais dos usuários não apresentarão interferência mútua, se

$$\left( b_{1,j-1} \sum_{i=0}^{\gamma_1-1} a_{1,i-\gamma_1} a_{0,i}^* + b_{1,j} \sum_{i=\gamma_1}^{M-1} a_{1,i-\gamma_1} a_{0,i}^* \right) (T_c - \Delta_1) + \left( b_{1,j-1} \sum_{i=-1}^{\gamma_1-1} a_{1,i-\gamma_1} a_{0,i+1}^* + b_{1,j} \sum_{i=\gamma_1}^{M-2} a_{1,i-\gamma_1} a_{0,i+1}^* \right) \Delta_1 = 0 \quad (5.12)$$

Não é possível encontrar seqüências de espalhamento que satisfaçam (5.12) para todos os valores possíveis de  $b_{1,j}$ ,  $\Delta_1$  e  $\gamma_1$ . Logo, num sistema CDMA assíncrono, os sinais

oriundos de diferentes usuários interferem entre si, resultando em maiores taxas de erro de bit quando comparado ao CDMA ortogonal. Conseqüentemente, em sistemas CDMA assíncronos, cada usuário contribui com interferência sobre a decisão estatística dos demais usuários. Essa interferência é chamada interferência por acesso múltiplo (do inglês *Multiple Access Interference – MAI*).

A característica assíncrona é verificada no canal CDMA reverso – caracterizado pelo enlace estabelecido para transmissão de sinais oriundos dos usuários móveis e destinados à estação rádio-base. Como não é possível alinhar as funções de *Walsh* transmitidas por diferentes usuários, elas não podem ser utilizadas para separar os sinais. A separação de sinais no canal CDMA reverso é obtida por meio de seqüências pseudo-aleatórias, cuja característica fundamental é a baixa correlação cruzada entre si nos casos assíncronos.

A interferência por múltiplo acesso, provocada pela característica assíncrona do canal CDMA reverso, é um dos principais fatores limitantes do desempenho do sistema. Ainda neste capítulo será demonstrado que a capacidade do conformador de feixes Bayesiano de gerar nulos nas direções de chegada dos sinais interferentes auxilia na redução da interferência por múltiplo acesso, contribuindo assim para melhorar o desempenho do sistema.

### 5.3 INTERFERÊNCIA POR MÚLTIPLO ACESSO

Considere um sistema CDMA no qual  $K$  usuários ocupam simultaneamente a mesma faixa de frequências. Esses usuários podem compartilhar a mesma célula, ou ainda alguns deles podem se comunicar com outras estações rádio-base. O sinal recebido pela estação rádio-base oriundo do  $k$ -ésimo usuário é dado por

$$s_k(t - \tau_k) = \sqrt{2P_k} a_k(t - \tau_k) b_k(t - \tau_k) \cos(\omega_c t + \varphi_k) \quad (5.13)$$

onde  $b_k(t)$  é a informação transmitida pelo  $k$ -ésimo usuário,  $a_k(t)$  é seqüência de espalhamento para o  $k$ -ésimo usuário,  $\tau_k$  é o retardo do  $k$ -ésimo usuário relativamente ao usuário de referência 0,  $P_k$  é a potência recebida do  $k$ -ésimo usuário e  $\varphi_k$  é o desvio de fase do  $k$ -ésimo usuário relativamente ao usuário de referência 0. Como  $\tau_k$  e  $\varphi_k$  são

termos relativos, pode-se definir  $\tau_0 = 0$  e  $\varphi_0 = 0$ . Considere ainda que ambos  $a_k(t)$  e  $b_k(t)$  são seqüências binárias com valores +1 e -1.

A seqüência de espalhamento  $a_k(t)$  pode ser representada por

$$a_k(t) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \sum_{i=0}^{M-1} a_{k,i} \Psi\left(\frac{t - (i + jM) T_c}{T_c}\right) \quad a_{k,i} \in \{-1,1\} \quad (5.14)$$

onde  $M$  é o número de *chips* transmitidos em um período da seqüência de espalhamento, e  $T_c$ , o período do *chip*.  $MT_c$  é o período de repetição da seqüência.

Para a seqüência  $b_k(t)$ ,  $T_b$  é o período do bit. Considera-se que o período do bit é um inteiro múltiplo do período do *chip*, de tal forma que  $T_b = NT_c$ . Observe que  $M$  e  $N$  não precisam ser iguais. A seqüência  $b_k(t)$  é dada por

$$b_k(t) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} b_{k,j} \Psi\left(\frac{t - jT_b}{T_b}\right) \quad a_{k,j} \in \{-1,1\} \quad (5.15)$$

No receptor, o sinal disponível na entrada do correlator é dado por

$$r_0(t) = \sum_{k=0}^{k-1} s_k(t - \tau_k) + n(t) \quad (5.16)$$

onde  $n(t)$  é o ruído branco aditivo. Ainda no receptor, o sinal recebido é convertido em banda base, multiplicado pela seqüência pseudo-aleatória do usuário desejado (usuário 0, por exemplo) e integrado no período de um bit. A decisão estatística para o usuário 0 pode ser expressa por

$$Z_0 = \int_{jT_b}^{(j+1)T_b} r_0(t) a_0^*(t) \cos(\omega_c t) dt \quad (5.17)$$

Substituindo (5.13) e (5.16) em (5.17), tem-se

$$Z_0 = \int_{t=0}^{T_b} \left[ \sum_{k=0}^{k-1} \sqrt{2P_k} a_k(t - \tau_k) b_k(t - \tau_k) \cos(\omega_c t + \varphi_k) \right] + n(t) \left] a_0^*(t) \cos(\omega_c t) dt \quad (5.18)$$

que pode ser expresso por

$$Z_0 = I_0 + \eta + \xi \quad (5.19)$$

onde  $I_0$  é a contribuição do usuário desejado à decisão estatística,  $\xi$  é a interferência por múltiplo acesso e  $\eta$ , a contribuição do ruído.

A contribuição da interferência por múltiplo acesso pode ser escrita como

$$\xi = \sum_{k=1}^{k-1} I_k \quad (5.20)$$

onde cada termo  $I_k$  é dado por

$$I_k = \int_{t=0}^{T_b} \sqrt{2P_k} a_k(t - \tau_k) b_k(t - \tau_k) a_0^*(t) \cos(\omega_c t + \varphi_k) \cos(\omega_c t) dt \quad (5.21)$$

Se as seqüências de espalhamento não forem ortogonais, então o grau de correlação cruzada entre elas determinará a intensidade da interferência causada por um sinal sobre o outro. Conforme será visto, ao posicionar nulos nas direções de chegada dos sinais interferentes, o conformador Bayesiano reduz o valor de  $\xi$ , contribuindo para aprimorar a decisão estatística  $Z_0$ .

## 5.4 CONTROLE DE POTÊNCIA E O PROBLEMA “NEAR-FAR” EM SISTEMAS CDMA

Considere um canal CDMA reverso no qual múltiplos usuários transmitem sinais que são recebidos por uma única estação rádio-base. Nesse cenário, a taxa de erro de bit para o usuário  $p$  pode ser expressa por

$$P_{e,\text{usuário } p} = Q\left(\sqrt{3N\gamma_p}\right) \quad (5.22)$$

onde  $N$  é o ganho de processamento e  $\gamma_p$  representa a relação sinal-interferência (do inglês *Signal to Interference Ratio – SIR*) para o usuário  $p$ . Se  $P_p$  representa a potência do sinal recebido pela estação rádio-base e originado pelo usuário  $p$ , então  $\gamma_p$  pode ser dado por

$$\gamma_p = \frac{P_p}{\sum_{\substack{k=0 \\ k \neq p}}^{K-1} P_k} \quad (5.23)$$

onde  $P_k$  representa a potência do sinal recebido pela estação rádio-base transmitido por um determinado usuário. À medida que a SIR aumenta, a taxa de erro de bit no receptor diminui.

Se todo usuário transmitir com a mesma potência, o nível dos sinais recebidos pela estação rádio-base de usuários próximos a ela tenderá a ser maior do que o nível dos sinais recebidos de usuários distantes. Dependendo da posição dos usuários na célula, esse comportamento pode comprometer o desempenho dos enlaces no canal reverso. É mais importante: um número reduzido de usuários próximos à estação rádio-base podem contribuir com tanta interferência por múltiplo acesso, que os outros usuários mais distantes podem simplesmente deixar de ser detectados. Esse é o chamado problema *near-far* em sistemas CDMA.

Para resolver o problema, o controle de potência é utilizado. O controle de potência obriga todos os usuários a transmitir com a potência mínima necessária para alcançar um nível satisfatório de qualidade do sinal na recepção. Usuários mais próximos à estação rádio-base transmitem com potência menor, enquanto usuários distantes transmitem com potência mais elevada. Comparado ao caso em que todos os usuários transmitem com o mesmo nível de potência, o controle de potência diminui o denominador de (5.23), aumentando a SIR, e diminuindo a taxa de erro de bit para todos os usuários.

Se todos os usuários no sistema transmitem com a mesma largura de banda, mesma taxa de transmissão, e outras características de sinal similares, então uma abordagem razoável para o controle de potência é considerar idênticos todos os níveis,  $P_k$ , dos sinais recebidos. Assim, (5.23) pode ser reescrita da seguinte forma

$$\gamma_p = \frac{1}{(k-1)} \quad (5.24)$$

Essa abordagem é chamada *controle de potência perfeito*. Na prática, o controle de potência perfeito não é alcançável, já que requer o conhecimento exato da perda por propagação no canal rádio-móvel entre o usuário e a estação rádio-base.

Conforme será analisado, o uso do conformador de feixes Bayesiano no canal CDMA reverso auxilia na diminuição da interferência provocada por outros usuários sobre o usuário desejado, amenizando os requisitos sobre o controle de potência e mitigando o impacto negativo de um controle de potência imperfeito.

## 5.5 RECEPTOR RAKE E COMBINAÇÃO DE MÁXIMA RAZÃO

Uma das principais vantagens dos sistemas com espalhamento espectral é a possibilidade de se utilizarem as componentes multipercurso do sinal original, para melhorar a estimativa da informação recebida. Enquanto em sistemas de radiocomunicações convencionais o efeito das componentes multipercurso degrada seu desempenho, em sistemas com espalhamento espectral a energia nelas contida é somada coerentemente, e o desempenho final é consideravelmente melhorado.

O dispositivo responsável pelo somatório coerente das diversas componentes multipercurso do sinal espalhado é o receptor *RAKE*. O *RAKE* nada mais é do que um banco de correlatores, onde cada correlator corresponde a um estágio (do inglês *finger*). Cada estágio deve tratar uma determinada componente multipercurso do sinal original.

O receptor *RAKE* deve ser capaz de acompanhar as variações temporais associadas a cada componente multipercurso. A principal funcionalidade de um receptor para sistemas com espalhamento espectral é localizar, nos diversos sinais recebidos, a seqüência pseudo-aleatória desejada, identificando os retardos temporais associados a cada componente multipercurso. No momento em que a energia detectada supera um nível especificado, o sinal correspondente passa a ser tratado por um estágio do receptor *RAKE*, que então prossegue com o processo de demodulação. O receptor aloca um estágio do *RAKE* para cada componente multipercurso, devendo ser capaz de acompanhá-la e de corrigir os efeitos do desvio de fase sofrido em função da propagação do sinal. Os sinais resultantes de cada estágio são então combinados para melhorar a decisão estatística acerca do símbolo recebido.

Um receptor *RAKE* típico possui três estágios. Cada estágio consiste em um desespalhador (do inglês *despreader*) seguido de um integrador. O *RAKE* então combina coerentemente as três componentes multipercurso de maior intensidade usando estimativas de amplitude e fase. Esse processamento de sinal é chamado na literatura de combinação de máxima razão (do inglês *Maximum Ratio Combining – MRC*)

## **5.6 USO CONJUNTO DO CONFORMADOR DE FEIXES BAYESIANO E DO RECEPTOR RAKE PARA A ESTIMAÇÃO DE DADOS NO CANAL CDMA REVERSO**

Leva-se em conta neste trabalho que apenas a estação rádio-base está equipada com arranjos de antenas adaptativas para a transmissão e recepção de sinais. Dificuldades práticas tornam menos viável a implementação dessa tecnologia em estações móveis.

Considere um cenário no qual existam  $P$  usuários aleatoriamente distribuídos em torno de uma estação rádio-base e no qual  $Q$  componentes multipercurso significantes cheguem ao receptor móvel. Considere ainda que o receptor na estação rádio-base conheça os códigos

de espalhamento utilizados pelos usuários, mas desconheça a direção de chegada dos sinais transmitidos por eles. Cada usuário transmite utilizando uma seqüência de espalhamento pseudo-aleatória modulada por uma seqüência binária correspondente à mensagem que se deseja transmitir, com um dado ganho de processamento.

Supondo que os sinais incidam sobre um arranjo de antenas linear e uniforme composto por  $M$  elementos, e considerando o modelo de sinais faixa estreita, a saída do arranjo pode ser escrita como [23]

$$x(t) = \sum_{k=1}^P p_k A_1(\theta_k) a_k(t - \tau_k) b_k(t - \tau_k) \cos(\omega_c t - \varphi_k) + \sum_{k=1}^Q \alpha_k p_k A_2(\theta_k) a_k(t - \tau_k - \delta_k) b_k(t - \tau_k - \delta_k) \cos(\omega_c t - \varphi_k - \delta_k) + n(t) \quad (5.25)$$

onde  $p_k$  é o nível do sinal recebido do  $k$ -ésimo usuário,  $\alpha_k$  é o fator de atenuação devido ao desvanecimento por multipercurso,  $A_1(\theta_k)$  e  $A_2(\theta_k)$  são os vetores diretores do sinal oriundo do  $k$ -ésimo usuário e sua componente multipercurso respectivamente,  $a_k(t)$  é a seqüência pseudo-aleatória usada pelo  $k$ -ésimo usuário,  $b_k(t)$  é a seqüência binária correspondente à mensagem gerada pelo  $k$ -ésimo usuário,  $\tau_k$  e  $\delta_k$  são os retardos de propagação sofridos pelo sinal em linha de visada (raio direto) e suas componentes multipercurso respectivamente e  $n(t)$  é o ruído modelado como um processo aleatório Gaussiano de média nula e variância  $\sigma_n^2$ .

Agora considere o sistema mostrado na figura (5.2). No esquema, os sinais recebidos pelo arranjo de antenas são pré-processados por um estágio de RF e posteriormente convertidos em amostras digitais por um conversor A/D. As amostras produzidas são apresentadas a um conformador de feixes Bayesiano que as utiliza para calcular o vetor de pesos. A saída do conformador é submetida a um receptor *RAKE* composto por  $L$  estágios. A saída do  $l$ -ésimo estágio,  $Y_l$ , após o desespalhamento do sinal e combinação de máxima razão, é dada por [23]

$$Y_l = \int_{jT_b}^{(j+1)T_b} W_l^H X(t) a^*(t - \tau_l) dt \quad (5.26)$$

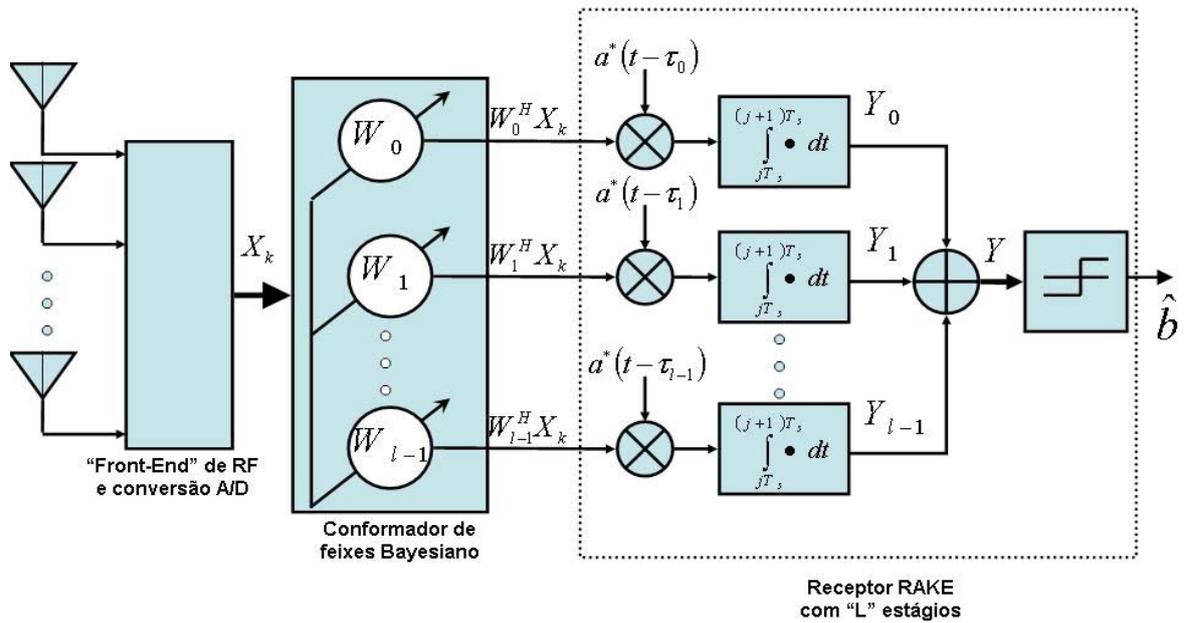


Figura 5.2: Conformador de feixes Bayesiano/Receptor RAKE

onde  $W_l^H$  é a transposta Hermitiana do vetor de pesos calculado para o  $l$ -ésimo estágio do receptor *RAKE* e  $a^*(t - \tau_l)$  é a seqüência de espalhamento reproduzida no receptor. A saída do  $l$ -ésimo estágio do receptor *RAKE* pode ser reescrita como

$$Y_l = \beta_l b_0 + n_l \quad (5.27)$$

onde  $\beta_l$  é um fator dependente do nível do sinal recebido,  $b_0$  representa o bit de informação e  $n_l$  é o ruído gerado no  $l$ -ésimo estágio. Assim, a saída do receptor *RAKE* pode ser expressa da seguinte forma

$$Y = b_0 \sum_{l=1}^L \beta_l + \sum_{l=1}^L n_l \quad (5.28)$$

O estimador MMSE do sinal desejado,  $s_0$ , incidindo sobre um arranjo de antenas segundo uma direção de chegada desconhecida  $\theta$ , dada uma coleção  $X_k$  de  $K$  amostras do vetor

de dados de entrada  $X$ , é a média condicional de  $s_0$  dado  $X_k$  e pode ser representado pela expressão

$$\begin{aligned}\hat{s}_{MMSE}(t_k) &= E\{s_0 | X_k\} = E\{E\{s_0 | X_k, \theta\}\} \\ &= \int_{-\pi}^{\pi} p(\theta | X_k) E\{s_0 | X_k, \theta\} d\theta\end{aligned}\quad (5.29)$$

$E\{s_0 | X_k, \theta\}$  é o estimador MMSE ótimo

$$E\{s_0 | X_k, \theta\} = W_{MMSE}^H(\theta) X_k \quad (5.30)$$

onde  $W_{MMSE}^H(\theta)$  são os pesos obtidos pelo filtro de *Wiener*

$$W_{MMSE}^H(\theta) = \sigma_s^2 R_x^{-1} A(\theta) \quad (5.31)$$

$R_x$ , a matriz de covariância das amostras de entrada, pode ser estimada usando sua estimativa de máxima verossimilhança

$$\hat{R}_x = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K X_k X_k^H \quad (5.32)$$

e  $\sigma_s^2$ , a potência média do sinal desejado, pode ser estimada de acordo com

$$\hat{\sigma}_s^2 = \frac{1}{A(\theta)^H \hat{R}_x^{-1} A(\theta)} \quad (5.33)$$

Substituindo (5.32) e (5.33) em (5.31), os pesos obtidos por MVDR podem ser estimados

$$\hat{W}_{MVDR}(\theta) = \frac{\hat{R}_x^{-1} A(\theta)}{A(\theta)^H \hat{R}_x^{-1} A(\theta)} \quad (5.34)$$

e (5.29) pode ser expressa por

$$\hat{s}_{MMSE}(t_k) = \int_{-\pi}^{\pi} p(\theta | X_k) \hat{W}_{MVDR}^H(\theta) X_k d\theta \quad (5.35)$$

Conforme mostrado no capítulo 4, e de acordo com a expressão (5.35), a estimativa do sinal desejado é uma combinação de conformadores MVDR, na qual a contribuição de cada conformador é determinada por uma função densidade de probabilidade *a posteriori*,  $p(\theta | X_k)$ , que, de acordo com a regra de Bayes, pode ser escrita como

$$p(\theta | X_k) = \frac{p(\theta) p(X_k | \theta)}{\int_{-\pi}^{\pi} p(\theta) p(X_k | \theta) d\theta} \quad (5.36)$$

A função densidade de probabilidade *a posteriori* depende de  $p(\theta)$ , o conhecimento *a priori* sobre a direção de chegada do sinal desejado, e de  $p(X_k | \theta)$ , a função de verossimilhança. Como geralmente se sabe que o sinal desejado incidirá no arranjo segundo uma direção pertencente a um determinado intervalo angular,  $[\theta_a, \theta_b]$ , a função densidade de probabilidade *a priori* pode ser considerada nula fora desse intervalo.

Também no capítulo 4, uma importante premissa foi considerada a fim de que o conformador de feixes Bayesiano pudesse ser eficientemente implementado. Supôs-se que não existiam sinais interferentes incidindo sobre o arranjo com direções de chegada pertencentes ao intervalo  $[\theta_a, \theta_b]$ . Estabelecida essa premissa, (5.36) pode ser aproximada por

$$p(\theta | X_k) \approx c \cdot p(\theta) \cdot \exp \left\{ K \cdot \gamma \cdot \left[ \frac{1}{A(\theta)^H \hat{R}_x^{-1} A(\theta)} \right] \right\} \quad (5.37)$$

onde  $c$  é uma constante de normalização de tal forma que a soma das probabilidades *a posteriori* sobre todo o intervalo de possíveis direções de chegada seja unitária e  $\gamma$  é um fator que depende das variâncias do ruído e do sinal.

À medida que as amostras são coletadas no arranjo de antenas, o conhecimento adquirido por meio das observações é usado para refinar a estatística *a priori*. Se o conformador for implementado com processamento em blocos, a função densidade de probabilidade *a priori* de uma determinada iteração pode ser escolhida como a função densidade de probabilidade *a posteriori* da iteração anterior. Após certo número de iterações, a probabilidade *a posteriori* apresentará um máximo bem pronunciado na direção de chegada real do sinal desejado.

Finalmente, substituindo (5.35) em (5.26) obtém-se a expressão da saída do *l*-ésimo estágio do receptor *RAKE*,  $Y_l$ , considerando o seu uso conjunto com o conformador de feixes Bayesiano

$$Y_l = \int_{jT_s}^{(j+1)T_s} \left[ \int_{\theta_a}^{\theta_b} p_l(\theta | X_k) \hat{W}_{l,MVDR}^H(\theta) X_k d\theta \right] a^*(t - \tau_l) dt \quad (5.38)$$

## 5.7 ANÁLISE E DISCUSSÃO DO DESEMPENHO DO CONFORMADOR DE FEIXES BAYESIANO NA ESTIMAÇÃO DE DADOS NO CANAL CDMA REVERSO

### 5.7.1 Introdução

Na seção anterior, a viabilidade teórica do uso conjunto do conformador de feixes Bayesiano e do receptor *RAKE* convencional para a estimação de dados no canal CDMA reverso foi demonstrada. Nesta seção, o desempenho do estimador assim proposto será avaliado em termos da taxa de erro de bit (BER). Todas as simulações são conduzidas em ambiente MATLAB<sup>TM</sup>. Os seguintes pontos serão abordados:

1. capacidade de estimar dados em ambientes hostis com baixa relação sinal interferência mais ruído (SINR);
2. capacidade de suprimir sinais interferentes e reduzir a interferência por múltiplo acesso (MAI);
3. robustez em ambientes com controle de potência imperfeito;
4. influência do número de antenas sobre o desempenho do sistema;

5. melhora no desempenho do receptor *RAKE* convencional quando usado em conjunto com o conformador de feixes Bayesiano;

### 5.7.2 Descrição dos Parâmetros do Sistema

Para simular o comportamento do conformador feixes Bayesiano no canal CDMA reverso, considerar-se-ão inicialmente três cenários distintos. Em todos os cenários, o valor da relação sinal interferência mais ruído (SINR) será determinado pela seguinte expressão matemática

$$SINR = \frac{P_0}{\sum_{k=1}^{k-1} P_k + \sigma_n^2} \quad (5.39)$$

onde  $P_0$  representa a potência do sinal recebido pela estação rádio-base e transmitido pelo usuário desejado,  $P_k$  representa a potência do sinal recebido pela estação rádio-base e transmitido pelos demais usuários e  $\sigma_n^2$  é a variância do ruído branco, ou seja, sua potência média. Como os valores de  $P_0$  e  $P_k$  tendem a ser próximos, considerando o controle de potência no sistema, é fácil notar que num ambiente multiusuário o valor da expressão (5.39) é, em geral, menor do que um.

No primeiro cenário simulado há apenas um usuário, e três raios – um em visada direta e dois componentes multipercurso – incidem sobre um arranjo linear e uniforme composto por 10 antenas. As funções densidade de probabilidade *a priori* são consideradas uniformemente distribuídas nos intervalos  $\Theta_1 = [-5^0, 5^0]$  (raio em visada direta),  $\Theta_2 = [-20^0, -10^0]$  (componente multipercurso 1) e  $\Theta_3 = [25^0, 35^0]$  (componente multipercurso 2).

No segundo cenário existem quatro usuários, um desejado e três interferentes; cada sinal é gerado a partir de diferentes códigos de espalhamento. Todos os sinais possuem uma componente em visada direta e duas componentes multipercurso. Considera-se que o controle de potência é imperfeito. Os intervalos angulares de possíveis direções de chegada

para o sinal desejado e suas componentes multipercurso são os mesmos utilizados no primeiro cenário. Para o terceiro cenário, são mantidas as mesmas configurações adotadas no segundo; no entanto, o comportamento do estimador será avaliado segundo outros critérios.

Em todos os cenários simulados, o número de bits transmitidos é 1000. O ganho de processamento é 8. O número de amostras processadas por bloco é 30 ( $K = 30$ ). A variável  $\gamma$  é considerada 0.5. Os resultados são determinados por meio da média dos valores obtidos após 50 repetições. A tabela (5.1) resume os parâmetros adotados nas simulações.

Tabela 5.1: Parâmetros para as simulações

<b>Parâmetro</b>	<b>Valor</b>
Espaçamento entre os elementos do arranjo	$0.5 \lambda$
$\Theta_1$ (raio em visada direta – usuário desejado)	$[-5^0, 5^0]$
$\Theta_2$ (componente multipercurso 1 – usuário desejado)	$[-20^0, -10^0]$
$\Theta_3$ (componente multipercurso 2 – usuário desejado)	$[25^0, 35^0]$
Funções densidade de probabilidade <i>a priori</i>	Uniformemente distribuídas em $\Theta$
Número de amostras processadas por bloco [K]	30
Quantidade de bits transmitidos	1000
Ganho de processamento (N)	8
Parâmetro $\gamma$	0.5

### 5.7.3 Simulações e Resultados

Os resultados obtidos nas simulações para o primeiro cenário são mostrados na figura (5.3) O gráfico apresentado sugere uma melhora significativa no desempenho do sistema em termos da taxa de erro de bit (BER), quando um receptor *RAKE* de três estágios é usado em conjunto com o conformador de feixes Bayesiano. À medida que a relação sinal

interferência mais ruído aumenta, o uso dessa combinação supera o desempenho verificado em um receptor CDMA convencional com apenas uma antena e um *RAKE* de três estágios.

No segundo cenário, o desempenho do conformador Bayesiano quando usado em conjunto com um receptor *RAKE* de três estágios é analisado para diferentes números de antenas. A figura (5.4) mostra um resultado interessante. À medida que o número de antenas aumenta, a taxa de erro de bit tende a diminuir e atinge um mínimo. Existe um número ótimo de antenas acima do qual não se percebe melhora significativa no desempenho do sistema.

No terceiro cenário, o comportamento do estimador obtido por meio do uso combinado do conformador Bayesiano e de um receptor *RAKE* de três estágios é comparado ao desempenho de um receptor *RAKE* convencional em um sistema com apenas uma antena. O desempenho dos sistemas confrontados é avaliado para diversos níveis de relação sinal interferência mais ruído. O resultado apresentado na figura (5.5) comprova, novamente, o desempenho superior do estimador proposto quando comparado a um receptor CDMA convencional em um ambiente multiusuário.

Os resultados apresentados nas figuras (5.3) – (5.5) evidenciam o efeito positivo introduzido pelo conformador de feixes Bayesiano. Ao apontar lóbulos irradiantes nas direções do raio direto e das componentes multipercurso do sinal desejado, o conformador maximiza o ganho do arranjo nessas direções, refinando a decisão estatística realizada pelo receptor *RAKE* e melhorando o desempenho geral do sistema. Por outro lado, a capacidade do conformador de criar nulos nas direções das fontes interferentes reduz a interferência por múltiplo acesso, ao mesmo tempo em que relaxa os critérios de controle de potência, o que, invariavelmente, confere maior robustez ao sistema.

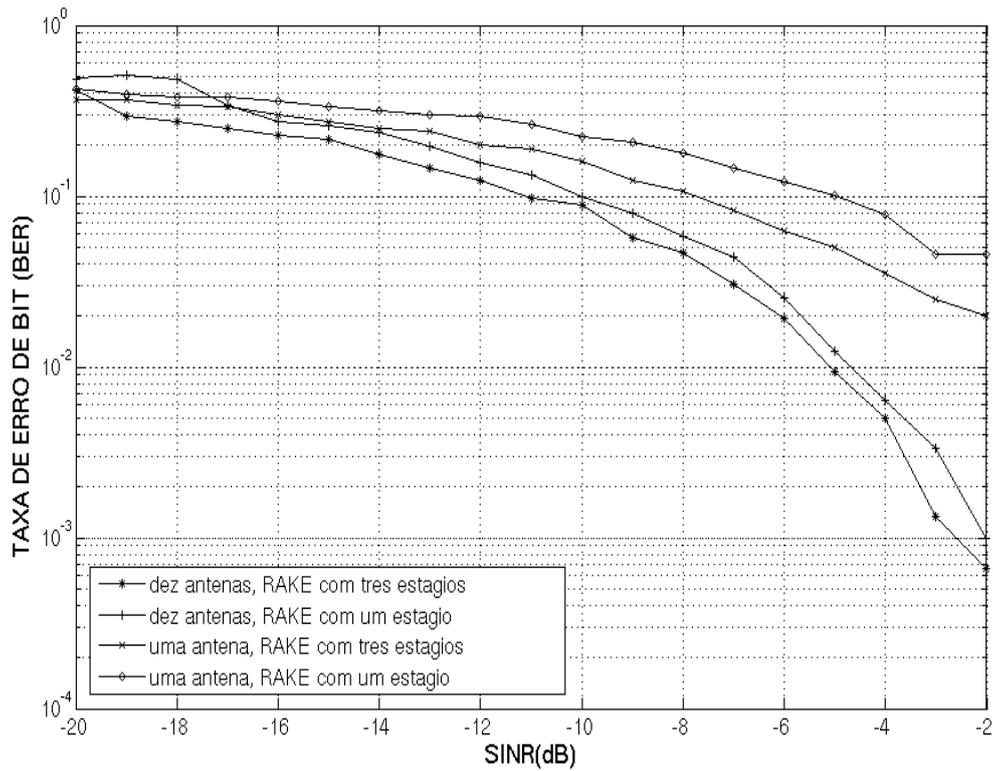


Figura 5.3: Desempenho do conformador de feixes Bayesiano para diferentes níveis de relação sinal interferência mais ruído – Cenário com apenas um usuário

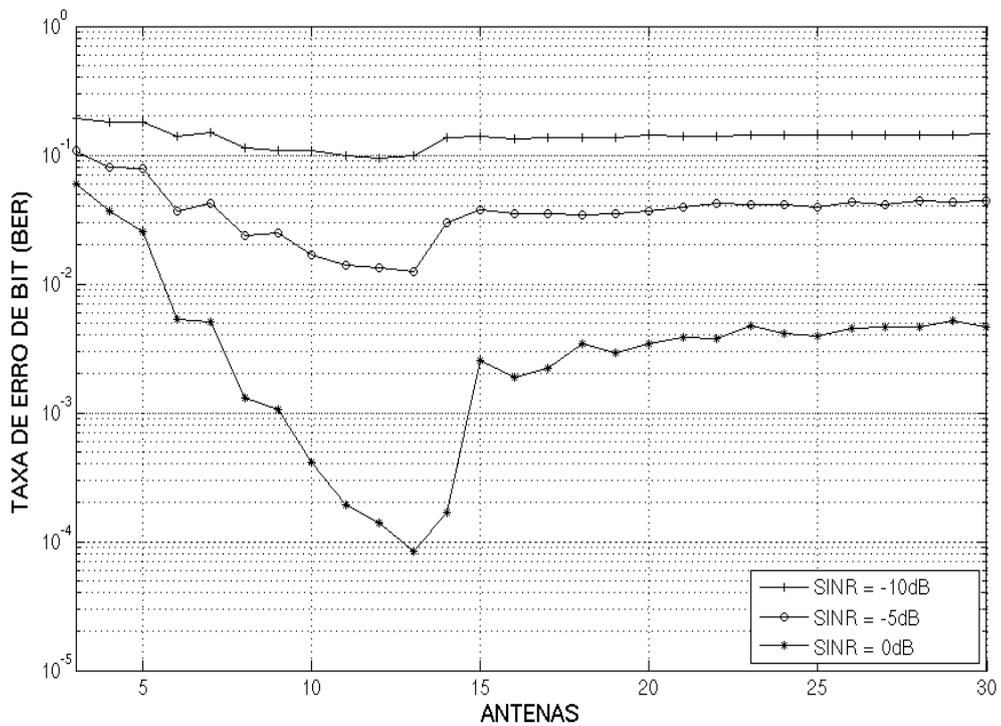


Figura 5.4: Desempenho do conformador de feixes Bayesiano versus o número de antenas – Cenário com quatro usuários

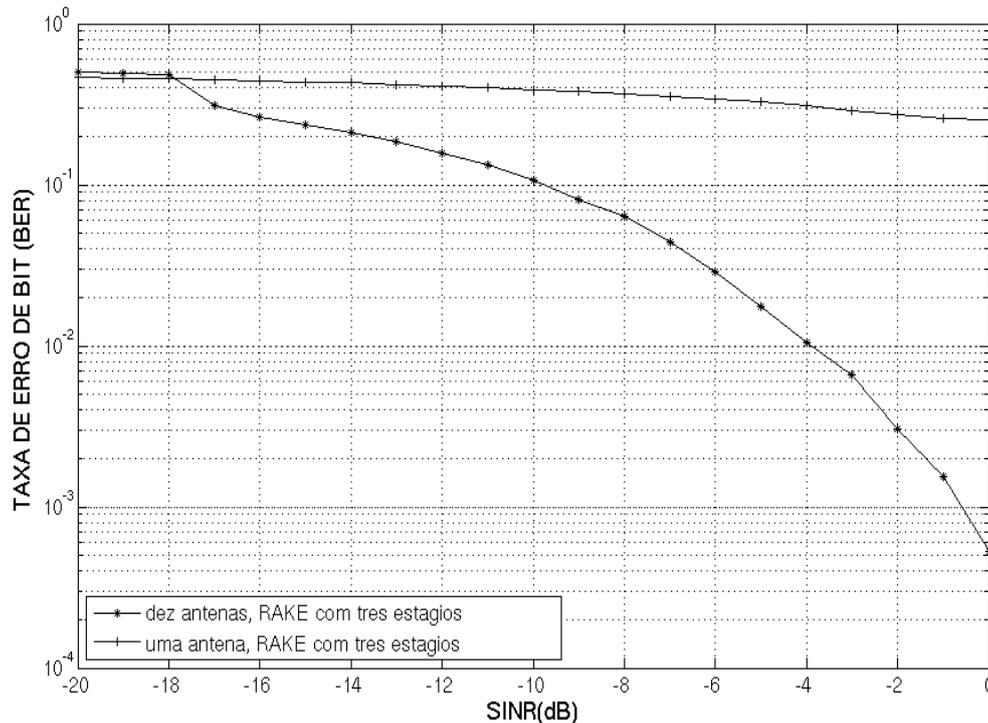


Figura 5.5: Desempenho do conformador de feixes Bayesiano/receptor *RAKE* comparado ao receptor CDMA convencional – Cenário multiusuário

A contribuição para a melhora de desempenho na estimação de dados no canal CDMA reverso, obtida pelo uso conjunto do conformador de feixes Bayesiano com o receptor *RAKE*, compõe o artigo intitulado *Performance Analysis of the Bayesian Beamformer on the CDMA Reverse Channel*, publicado nos anais do *2006 IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS 2006)*, realizado em maio na Grécia.

## 5.8 CONTRIBUIÇÕES DESTE CAPÍTULO

Neste capítulo, o comportamento do conformador de feixes Bayesiano foi analisado em uma aplicação prática de interesse da Engenharia de Comunicações. A melhora no desempenho de sistemas CDMA, quando o conformador Bayesiano é utilizado em conjunto com os receptores *RAKE* tradicionais, tornou-se patente por meio dos resultados obtidos nas simulações. A combinação proposta mostrou-se viável e robusta em cenários multi-usuário.

## 6 – CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Nesta Dissertação, foram introduzidos a terminologia e os conceitos básicos relacionados aos arranjos de antenas e à conformação de feixes adaptativa. A correspondência existente entre o conformador de feixes faixa estreita e o filtro FIR também foi abordada. Os principais métodos utilizados para a estimação da direção de chegada de sinais em arranjos adaptativos foram analisados, e seu desempenho comparado ao do estimador Bayesiano.

Foi mostrado que em todos os cenários considerados o desempenho do estimador Bayesiano foi superior, o que evidenciou sua eficiência ao explorar a informação estatística contida nas amostras coletadas. Restou comprovada ainda a maior eficiência do processamento seqüencial sobre o não seqüencial, deixando clara a característica mais importante do processamento Bayesiano: sua capacidade de utilizar a informação contida nas amostras disponíveis para aprimorar o conhecimento prévio sobre a direção de chegada dos sinais.

A capacidade do conformador de feixes Bayesiano de estimar o sinal desejado e atenuar os sinais interferentes foi demonstrada. Mostrou-se que a diretividade do arranjo de antenas é aprimorada, à medida que novas amostras são processadas. Mostrou-se ainda que a criação de nulos na direção das fontes interferentes requer um número reduzido de amostras, ao passo que a diretividade do arranjo é mais sensível à disponibilidade de informação estatística confiável. A capacidade do conformador Bayesiano de acompanhar e estimar satisfatoriamente o sinal, à medida que o usuário se desloca, foi demonstrada. A degradação no desempenho do conformador, quando o usuário se desloca com velocidade elevada, sugere sua aplicação em sistemas caracterizados pela mobilidade restrita, como os sistemas de acesso fixo sem fio, os sistemas nomádicos ou as redes de computadores sem fio.

Finalmente, o conformador de feixes Bayesiano foi proposto como uma solução viável ao problema da estimação de dados no canal CDMA reverso. A melhora no desempenho de sistemas CDMA em termos da taxa de erro de bits, quando o conformador Bayesiano é utilizado em conjunto com os receptores *RAKE* tradicionais, tornou-se patente por meio dos resultados verificados nas simulações.

As principais recomendações para trabalhos futuros são as seguintes:

1. A viabilidade, o funcionamento e o desempenho do conformador de feixes Bayesiano foram analisados por meio de simulações em ambiente MATLAB<sup>TM</sup>. Seria útil se o algoritmo pudesse ser implementado em um processador digital de sinais (DSP) e testado em campo utilizando um arranjo de antenas composto por 10 elementos;
2. Nesta Dissertação, o desempenho do algoritmo Bayesiano é analisado em um arranjo linear e uniforme. Outras geometrias, como o arranjo circular, poderiam ser utilizadas para avaliar o comportamento do algoritmo;
3. Nas simulações, o canal rádio-móvel foi modelado de forma simples. Uma modelagem mais realística do canal, incluindo suas propriedades variantes no tempo, pode ser inserida em simulações futuras;
4. Neste trabalho, o conformador Bayesiano é utilizado na estação rádio-base sempre para a recepção de sinais no canal reverso. Seria interessante estudar como os pesos obtidos no processamento das amostras recebidas poderiam ser utilizados na conformação de feixes para a transmissão no canal direto, considerando que normalmente as frequências de portadora utilizadas nos canais direto e reverso são diferentes;
5. Tendo em vista o razoável custo computacional associado ao algoritmo estudado, variantes mais rápidas podem ser propostas, o que tornaria o conformador Bayesiano viável em sistemas com mobilidade irrestrita.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] K. S. Gilhousen, I. M. Jacobs, R. Padovani, A. Viterbi, L. A. Weaver, e C. Wheatly, “On the capacity of a cellular CDMA system,” *IEEE Trans. on Veh. Technol.*, vol. 40, no. 2, pp. 303–312, Maio, 1991.
- [2] J. C. Liberti e T. S. Rappaport, “Analytical results for reverse channel performance improvements in CDMA cellular communications systems employing adaptive antennas,” *IEEE Trans. on Veh. Technol.*, vol. 43, no. 3, pp. 680–690, Agosto 1994.
- [3] S. C. Swales, M. A. Beach, D. J. Edwards, e J. P. McGeehn, “The performance enhancement of multibeam adaptive base station antennas for cellular land mobile radio systems,” *IEEE Trans. on Veh. Technol.*, vol. 39, no. 1, pp. 56–67, Fevereiro 1990.
- [4] T. S. Rappaport, “Wireless Communications Principles and Practice”. Prentice-Hall, 1996.
- [5] Jhong S. Lee e Leonard E. Miller, “CDMA Systems Engineering Handbook”, Artech House, 1998.
- [6] L. C. Godara. “Application of Antenna Arrays to Mobile Communications, Part II: Beam-Forming and Direction of Arrival Considerations. *Proc. of IEEE*, Vol. 85, No. 8, Agosto, 1997, pp. 1195-1245.
- [7] J. C. Liberti e T. S. Rappaport, “Smart Antennas for Wireless Communications: IS-95 and Third Generation CDMA Applications”, Prentice Hall, 1999.
- [8] [5] W. L. Stutzman e G. A. Thiele, “Antenna Theory and Design”, John Wiley & Sons, Nova Iorque, 1981.
- [9] J. Litva e T. K. Lo, “Digital Beamforming in Wireless Communications”, Artech House, 1996.

- [10] S. Haykin, "Adaptive Filter Theory", Prentice Hall, 1996.
- [11] A. V. Oppenheim e R. W. Schafer, "Discrete-Time Signal Processing", Prentice Hall, 1998.
- [12] K. L. Bell, Y. Ephraim e H. L. Van Trees, "A Bayesian Approach to Robust Adaptive Beamforming", IEEE Trans. Signal Processing, vol.48, pp. 386-398, Fevereiro, 2000.
- [13] J. Capon, "High Resolution Frequency-Wavenumber Spectral Analysis", Proc. of the IEEE, vol. 57, No. 8, pp.1408-1418, Agosto, 1969.
- [14] R. O. Schmidt, "Multiple Emitter Location and Signal Parameter Estimation", Proc of RADC Spectrum Estimation Workshop, Griffiss AFB, Nova Iorque, pp. 243-258, 1979.
- [15] R. Roy e T. Kailath, "ESPRIT – Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques", IEEE Trans. on Accoustics, Speech and Signal Processing, vol. 37, pp. 984-995, Julho, 1986.
- [16] P. W. Howells, "Intermediate Frequency Sidelobe Canceller", Technical Report, U.S. Patent 3202990, Maio, 1959.
- [17] S. Applebaum, "Adaptive Arrays", Technical Report SPL TR-66-001, Syracuse Univ. Res. Corp. Report, 1965.
- [18] B. Widrow e M. E. Hoff, "Adaptive Switch Circuits", IRE WESCOM, Conv. Rec. Part. 4, pp. 96-104, 1960.
- [19] L. W. Brook e I. S. Reed, "Equivalence of the Likelihood Ratio Processor, the Maximum Signal-to-Noise Ratio Filter and the Wiener Filter", IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., vol.8, pp. 690-692, 1972.
- [20] I. S. Reed, J. D. Mallett e L. E. Brennan, "Rapid Convergence Rate in Adaptive Arrays", "IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., vol. AES-10, pp. 853-863, novembro, 1974.

- [21] D. T. Magill, "Optimal Adaptive Estimation of Sampled Stochastic Processes", IEEE Trans. Automat. Contr., vol AC-10, pp. 343-439, Outubro, 1965.
- [22] R. E. Kalman, "A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems", J. Basic Eng., Series D, vol. 82, pp. 35-45, Março, 1960.
- [23] M. Jevrosimovic, D. Matic, L. Jorguseski, M. H. A. J. Herben e G. Brussaard, "Analysis of SINR for UMTS Rake Receiver-Smart Antenna Processing Using Two Different Modeling Approaches", Proc. IEEE Vehicular Technology Conference, 2003. VTC 2003 – Outono, Vol. 1, 6-9 de outubro de 2003, pp. 60 – 64.