Universidade de Brasília
Instituto de Ciências Exatas
Departamento de Matemática

Por que alunos do ensino médio apresentam baixo desempenho em Geometria Plana?

por

José Gutembergue Lima Rodrigues

Brasília, 2016

Ficha catalográfica elaborada automaticamente,
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

R696q

Rodrigues, José Gutembergue Lima
Por que alunos do ensino médio apresentam baixo desempenho em Geometria Plana? / José Gutembergue Lima Rodrigues; orientador Mauro Luiz Rabelo. -- Brasília, 2016.
154 p.

Dissertação (Mestrado - Mestrado em Matemática) -- Universidade de Brasília, 2016.

1. Ensino de Geometria Plana no Brasil. 2. Movimento da Matemática Moderna (MMM). 3. Avaliações Nacionais em Larga Escala. 4. Desempenho de Alunos e Professores [em Geometria Plana]. 5. Secretaria de Educação do Distrito Federal. I. Rabelo, Mauro Luiz, orient. II. Título.

José Gutembergue Lima Rodrigues

Por que alunos do ensino médio apresentam baixo desempenho em Geometria Plana?

Dissertação apresentada ao Departamento de Matemática da Universidade de Brasília, como parte dos requisitos "Programa" de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, para obtenção do grau de Mestre.

Universidade de Brasília – UnB
Departamento de Matemática – MAT
PROFMAT – SBM

Orientador: Prof. Dr. Mauro Luiz Rabelo

Brasília
2016

Universidade de Brasília
Instituto de Ciências Exatas
Departamento de Matemática

Por que alunos do ensino médio apresentam baixo desempenho em Geometria Plana?

por

JOSÉ GUTEMBERGUE LIMA RODRIGUES

Dissertação apresentada ao Departamento de Matemática da Universidade de Brasília, como parte dos requisitos "Programa" de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, para obtenção do grau de

MESTRE

Brasília, 12 de agosto de 2016.

Comissão Examinadora:

Prof. Dr. Mauro Luiz Rabelo – MAT/UnB (Orientador)

Prof. Dr. Antônio Luiz de Melo – FUP/UnB

Prof. Dr. Paulo Roberto Menezes Lima Junior – IF/UnB

Dedicatória

Dedico este trabalho à minha família,
em especial aos meus filhos,
pelo apoio e incentivo,
mesmo[eles] não tendo noção dessa força.

Agradecimentos

A Deus.
Aos meus pais, pois sei do esforço em me educar.
À minha família, pois sinto a satisfação e o esforço que é.
Aos professores que ministraram aulas na minha turma do PROFMAT: professores Ari, Baigorri, Carlos, Diego, Kellcio, Lineu, Hélder e Mauro Rabelo.
Aos professores Eliezer e Alda da UFSC.
Ao professor e coordenador Rui que se dedicou bastante para a nossa conclusão.
A *secretaria* da Pós-Graduação sempre presente durante o curso.
Ao professor Dr. Mauro Rabelo, meu orientador pela calma e revisão excelentes.
Aos professores: Dr. Antônio e Dr. Paulo que aceitaram participar de minha banca.
A Evelyn nossa "representante" de turma.
Aos colegas que revisaram meus escritos e questionários, em especial ao Augusto, o senhor LaTeX.
Aos diretores, professores e alunos das escolas que realizei minhas atividades de campo.
Ao Curso Seleção.
A minha turma, que além de matemática, realizou muitos chás de fraldas.

Agradecimentos Institucionais

UNB – Universidade de Brasília.
CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior.
IMPA – Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada.
SEDF – Secretaria de Estado de Educação do DF.

Epigrafe

O ato de aprender, durante muito tempo significou simples memorização; depois seu sentido passou a incluir a compreensão e expressão do que fora ensinado; por último, envolveu algo mais: ganhar um modo de agir. Só aprendemos quando assimilamos uma coisa de tal jeito que, chegado o momento oportuno, sabemos agir de acordo com o aprendido. Não se aprendem apenas ideias ou fatos, mas também atitudes, ideais e senso crítico – desde que a escola disponha de condições para exercitá-los.

Anísio Teixeira.

Resumo

Minha experiência como professor de matemática da educação básica tem mostrado que a maioria dos alunos tem grandes dificuldades no aprendizado da geometria plana e completo desconhecimento das demonstrações dos teoremas. Para a maioria deles, tudo não passa de um conjunto de fórmulas e aplicações. Sempre me questionei acerca dos motivos que explicariam o porquê de eles saberem muito pouco de geometria e, por isso, resolvi investigar esse problema neste trabalho, tentando responder à seguinte pergunta: **Por que alunos do ensino médio apresentam baixo desempenho em geometria plana?** Para isso, iniciou-se com uma análise documental, estudando legislações, publicações, artigos e revistas especializadas. Fez-se um resgate histórico, a partir de 1940, e "caminhou-se" pelo Movimento da Matemática Moderna (MMM), principal responsável pelo escanteamento da geometria plana do meio escolar, amplificado pelo tecnicismo da década de 1970 e pela Lei de Diretrizes e Bases de 1971. A análise história passa pela década de 1980, após o regime militar, quando começam a ocorrer congressos, encontros e grupos de estudo voltados para a educação matemática e que provocam o reinício da "presença" da geometria plana na educação básica (na época 1º e 2º graus). Avança-se para a década seguinte, com destaque para a Constituição Federal de 1988 (Estado-Educador), que permitiu a criação de Leis, Decretos e Portarias, que estimularam políticas nacionais e uniformizaram a educação no país, e para a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) de 1996, que coloca o ensino médio como educação básica e, mais recentemente, em 2013, inclui também a pré-escola. Exploram-se também as contribuições para o estudo oriundas dos Parâmetros Curriculares Nacionais, do Plano Nacional da Educação (PNE), dos indicadores associados às avaliações de larga escala, do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP). Para concluir esse passeio histórico, faz-se uma análise do documento denominado Currículo em Movimento, de 2014, da Secretaria de Educação do Distrito Federal (SEDF). Com todo esse aparato a favor da educação, continua sem justificativa adequada o baixo desempenho de nossos estudantes em geometria. Para aprofundar a questão, decidiu-se ir a campo, aplicando questionários a alunos e professores de sete turmas do 3º ano do ensino médio de três escolas públicas do Distrito Federal – uma no plano piloto e duas no Guará. A maior surpresa relativa aos resultados está na ausência do ensino de geometria plana, em parte, no ensino fundamental, e quase que por completo no ensino médio. As razões incluem falta de espaço na grade horária, pois atualmente há apenas três aulas semanais de matemática para o ensino médio. Outros pontos revelados na pesquisa foram: a ausência de demonstração dos teoremas básicos de geometria plana tanto nos livros didáticos quanto pelos professores; a reivindicação dos professores por mais aulas; as reivindicações dos alunos por aulas práticas, dinâmicas, com exemplos do dia a dia (contextualização e aplicações no cotidiano) e com mais exercícios. Um fator observado foi que, em 2016, 76% dos alunos farão ENEM e apenas 43% farão o PAS.

Palavras-chave: Movimento da Matemática Moderna. MMM. Geometria plana. Ensino médio. SEDF. Desempenho em matemática.

Abstract

My experience as a Mathematics teacher of the basic education has shown that the most part of the students have big difficulties in the learning of the plane geometry and complete unfamiliarity with the demonstrations of the theorems. For the most part of them, these are not but a group of formulas and applications. I have always wondered about the causes that could explain the reason they know very little about the geometry, and, because of this, I decided to investigate this problem in this research. To accomplish this objective, I will try to answer the question: **Why do the high school's students show low performance in plane geometry?** To accomplish this goal, it was started with a documental analysis, studying laws, publications, articles and specialized magazines. It was made a historic research, since 1940, passing for the Modern Mathematics Movement (MMM), the main responsible for the omission of the plane geometry in the school environment and amplified for the technicality of the decades of 1970 and for the Law of Guidelines and Basis of 1971. The historical analysis goes by the 1980's decade, after the Military Regime, when congresses have started, as well, meetings and groups of studies about the mathematic teaching, and then, it caused the restart of the presence of the plane geometry in the basic education (Middle and High School). In the next decade, the Constitution of 1988 (State-Educator), allowed the creation of Laws, Decrees and Ordinances, that encouraged national policies and unified the education in the country, and for the Law of Guidelines and Basis of the National Education (LDB) of 1996, that allocates the High School as basic education and, recently in 2013, includes also the kindergarten. It is explored also the contributions to the study from the National Curricular Parameters, the National Education Plane (PNE), the indicators associated with the evaluations of large scale, the National Exam of The High School (ENEM) and the Brazilian Olympics of Mathematics of the Public Schools (OBMEP). To conclude this historic tour, it is analyzed the document called Curriculum in Movement, of 2014, from the Secretary of Education of the Distrito Federal (SEDF). With all of this display in favor of the education, it continues without a proper reason for the low level of our students in geometry. To develop the question, it was decided to research in the field, applying a questionnaire to students and teachers from seven classes of the 3rd year of the High School from three public schools from Distrito Federal – one at Plano Piloto and two at GuarÃ¡. The biggest surprise related to the results is about the absence of the teaching of the plane geometry, partly, in the middle school, and almost complete in the high school. The reasons include the lack of space in the schedule, because nowadays there are only three mathematics classes per week. The research showed also: the absence of demonstrations of the basics theorems of the plane geometry from the teacher and the textbook; the claim of the teachers for more classes; the claims of the students for more practical classes, with day-to-day's examples (contextualization e applications in the daily lives) and with more exercises. To conclude, it was observed also that in 2016, 76% of the students will do to the National Exams of the High School (ENEM) and only 43% will do the Serial Evaluation Program (PAS).

Keywords: Modern Mathematics Movement. MMM. Plane Geometry. High School. SEDF. Mathematics Performance.

Sumário

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Lista de Quadros

Abreviaturas e Siglas

ANEB	Avaliação Nacional da Educação
ANRESC	Avaliação Nacional do Rendimento Escolar
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CBEM	Congresso Brasileiro de Ensino de Matemática
CMB	Colégio Militar de Brasília
DCNEM	Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio
EBREM	Encontro Brasiliense de Educação Matemática
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
FIES	Fundo de Financiamento Estudantil
FNDE	Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação
GDF	Governo do Distrito Federal
GEPEM	Grupo de Estudo e Pesquisa de Matemática
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
IMPA	Instituto de Matemática Pura e Aplicada
MMM	Movimento da Matemática Moderna
OBM	Olimpíada Brasileira de Matemática
OBMEP	Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas
OCDE	Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico
PAS	Programa de Avaliação Seriada
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PNE	Plano Nacional da Educação
PNLD	Programa Nacional do Livro Didático
PPP	Projeto Político-Pedagógico
PROFMAT	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
PROUNI	Programa Universidade para Todos
RPM	Revista do Professor de Matemática
SARESP	Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo
SBEM	Sociedade Brasileira de Educação Matemática SBEM
SBM	Sociedade Brasileira de Matemática
UnB	Universidade de Brasília
UNICAMP	Universidade de Campinas

Introdução

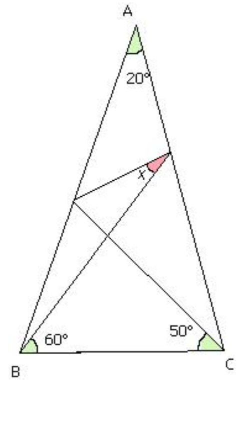
O primeiro contato que me recordo com a Geometria Plana ocorreu quando "Descobri" o diâmetro da lua seguindo as orientações do livro – A Conquista da Matemática, de autoria dos professores José Ruy Giovanni e Benedito Castrucci, em 1986. Já gostava de matemática e foi com a Geometria Plana que, de fato, me envolvi com a matéria.

> *Um deles segurou uma moeda de 10 centavos em frente à imagem da Lua, enquanto outro observava o exato momento em que a moeda cobriria levemente esta imagem. O terceiro auxiliou, medindo com uma trena, a distância entre o observador e a moeda e encontrou 2,32 m. O diâmetro da moeda, medido com uma régua milimetrada, foi de 21 mm. Considerando que a distância da Terra à Lua em média é 384.405 km e de posse dos conhecimentos adquiridos através do material didático do Eixo Geometrias, você poderia ajudá-los no cálculo do diâmetro da Lua?*

Questão adaptada

Prossegui meus estudos e aprendizagens com a matemática, mas, na maioria das vezes, de forma autodidata. Na sexta série (atual sétimo ano), fomos até regra de três; na sétima série, lembro de chegarmos a polinômios e, na oitava, aprendemos equações biquadradas. Ao concluir o 1.° grau, mudei de escola, hoje compreendo por que as escolas de minha cidade, no interior do Ceará, só iam até o 1.° grau – o ensino médio só fará parte da educação básica após a LDB de 1996, tornando-se, portanto, obrigação do Estado. No 1.° ano do ensino médio, aprendi somente progressões aritmética e geométrica, P.A. e P.G. O que também me fascinou foi física, mesmo tendo apreendido pouca coisa de mecânica. Mantive meu fascínio por matemática e fui aprendendo o que conseguia e novamente me deparei com a geometria. Dessa vez foi com uma questão que demorei cerca de dois anos pra conseguir resolvê-la. E isso me deixou ainda mais fascinado.

Figura 1: Triângulo Russo



Sabendo que no triângulo ao lado, AB=AC, encontre o valor do ângulo x

Consegui um livro "Exercícios de Geometria Plana" do autor Edgar de Alencar Filho, e aí meus problemas nunca acabaram!

Passado algum tempo, entrei na tão sonhada universidade, a UnB, onde cursei Matemática. Ministrei aulas em cursinhos pré-vestibulares de 2000 a 2006. Em 2005, quando fui ministrar aulas de geometria plana no Curso Seleção – um cursinho pré-militar de Brasília – com foco para o Colégio Naval (CN)[1] e a Escola Preparatória de Cadetes do AR (EPCAR)[2] , ambos de ensino fundamental, e para a Academia da Força Aérea (AFA)[3] , de ensino médio.

Os alunos eram bastante heterogêneos considerando as escolas de origem, mas a maioria, cerca de 50%, era oriunda do Colégio Militar de Brasília (CMB), tanto os do 1º grau, como os do 2º. Algo me chamou a atenção: os alunos (quase todos) tinham dificuldades hercúleas em geometria plana e completo desconhecimento das demonstrações dos teoremas. Para eles, tudo não passava de fórmulas e aplicações - o que naturalmente tira o brilho que a disciplina reserva.

Me questionei o porquê de eles não saberem geometria. Acreditava ser o aluno o responsável, mas isso não era possível, afinal os desempenhos dos alunos dos Colégios Militares são, em geral, acima da média. Isso também me fazia descartar o colégio como motivo – até hoje ministra-se aula de desenho geométrico nessas escolas.

> Do ponto de vista estrutural, esses colégios estão, de fato, [em termos de desempenho de seus alunos] bem acima das demais escolas da rede de ensino público do País. Em comum, as 12 instituições militares possuem instalações variadas e em ótimo estado de conservação, que incluem ginásios, piscinas semiolímpicas, quadras de tênis, laboratórios de química, física, biologia e informática, além de outros espaços de convivência. Toda essa infraestrutura permite que os alunos permaneçam na escola fora do horário regular, realizando atividades extracurriculares, outro diferencial. "Nós estimulamos a participação dos alunos em atividades que vão além da sala de aula", diz o coronel Heimo, diretor do Colégio Militar de Brasília, que recebeu nota 6,7 no Ideb 2011, a melhor classificação entre as escolas públicas do Distrito Federal. "Nossos alunos podem optar por realizar atividades como equitação, coral, dança, teatro e até robótica". Atualmente, três mil estudantes estão matriculados no Colégio Militar de Brasília. Destes, apenas 550 são filhos de civis.
> [...]
> Na opinião do especialista Luiz Prazeres, consultor em processos de avaliação educacional e professor do Centro Pedagógico da Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG), a disciplina dos colégios militares faz diferença, mas não é o único fator determinante para o sucesso dos estudantes egressos desse sistema de ensino "Os alunos desses colégios representam uma elite intelectual. A prova para admissão nessas instituições é muito rigorosa, e acaba selecionando apenas os melhores", diz Prazeres. "São escolas públicas, mas não inclusivas. São estabelecimentos de ensino fechados, acessíveis apenas a privilegiados", completa. (ROCHA & AQUINO, 2016)

Esses resultados também foram observados em olimpíadas, provas de exames vestibulares e de sistemas de avaliação de larga escala, de uma forma geral, constata-se que os estudantes apresentam baixo desempenho em matemática, especialmente no que se refere a temas relacionados à geometria plana. Destacamos que na 57ª Olimpíada Internacional de Matemática

[1]https://www1.mar.mil.br/cn/
[2]http://www2.fab.mil.br/epcar/
[3]http://www2.fab.mil.br/afa/

(IMO)[4], realizada nos dias 11 e 12 de julho de 2016, em Hong Kong, na pontuação geral por equipe, o Brasil ficou em 15ª lugar (melhor posição do país em toda a história da Olimpíada)[5], com cinco medalhas de prata e uma de bronze. O problema 3 dessa prova foi de geometria plana e os nossos seis alunos tiraram zero nele [a nota de cada problema varia de 0 a 7]. Nas duas IMOs anteriores, o problema 3 também foi de geometria plana; na IMO de 2015 cinco notas 1 e uma nota zero, na IMO de 2014 cinco notas zero e uma nota 1.

Ausentei-me das salas de aulas em 2008, retornando em 2016 e a situação é similar, diria até que a proporção dos alunos do CMB aumentou. Por isso, resolvi investigar esse problema neste trabalho, tentando responder à seguinte pergunta:

Por que alunos do ensino médio apresentam baixo desempenho em geometria plana?

Para isso, decidimos iniciar com uma análise documental, estudando legislações, publicações, artigos e revistas especializadas, fazendo um resgate histórico, a partir de 1940 – apesar de leituras a período anteriores –, e "caminhamos" pelo Movimento da Matemática Moderna (MMM), principal responsável pelo escanteamento da geometria plana do meio escolar, amplificado pelo tecnicismo da década de 1970 e pela Lei de Diretrizes e Bases de 1971.

Pode-se dizer que esse período foi o crucial para "a vida da geometria plana" como é conhecida e tratada hoje. Foi um período onde ela sofreu grandes mudanças em sua abordagem didático-pedagógica, fase em que a geometria de Euclides foi chamada de velha, em encontros internacionais que preconizaram o MMM e, por isso, deveria ser modernizada. As mudanças que ela sofreu estavam em diversas possibilidades: introdução da linguagem dos conjuntos, inclusão de conceitos topológicos elementares (como interior, exterior e fronteira), transformações geométricas, novos axiomas embasados nos números reais ou ainda vetores e espaços vetoriais.

Com tanta "complexidade", a forma com que passou a ser ensinada a Geometria fez com que ela perdesse sua importância curricular e fosse relegada a segundo plano, sendo gradativamente abandonada. O professor Castrucci constata essa afirmação:

> Os professores não concordam com o ensino tradicional de geometria, mas era inacessível, tanto para eles como para seus alunos, ensinar e aprender geometria por meio de espaços vetoriais ou por meio de transformações, como pregava a matemática moderna. E, a geometria foi sendo abandonada (CASTRUCCI, apud VIANNA, 1988)

A análise história feita neste trabalho continua e passa pela década de 1980, após o regime militar, quando começam a ocorrer congressos, encontros, seminários e grupos de estudo voltados para a educação matemática e que provocam o reinício da "presença" da geometria plana na educação básica (na época 1.º e 2.º graus). Na realidade, alguns grupos e seminários já haviam iniciado essa retomada na década anterior – como o I Seminário sobre o Ensino de Matemática, em 1976.

Essa década será extremamente importante, o país passa por um fato histórico marcante, tornando-se democrático e com destaque para a promulgação da Constituição Federal de 1988

[4] https://www.imo.official.org/team_r.aspx?code=BRA&year=2016. Acesso: em 22 jul. 2016

[5] http://www.obm.org.br/opencms/fique_por_dentro/novidades/novidade_0085.html. Acesso: em 22 jul. 2016

(Estado-Educador), que permitiu a criação de Leis, Decretos e Portarias, que estimularam políticas nacionais e uniformizaram a educação no país. O destaque ficará, já na década seguinte, com a LDB de 1996, que coloca o ensino médio como educação básica e, recentemente, em 2013, inclui-se também a pré-escola. Essas conquistas permitem avanços significativos no país, pois teremos mais jovens na escola (de 3 a 17 anos de idade).

No contexto da LDB de 1996, serão produzidos também os Parâmetros Curriculares Nacionais e o Plano Nacional da Educação (PNE), que estipulou 20 metas para a educação brasileira para a década de 2014-2024, Destaca-se a meta 7, que traz os Índices de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) que devem ser alcançados e, por fim, a meta 20 que define investimentos para a educação que ficam a cargo do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE), que executa inúmeros projetos e programas, como o Alimentação Escolar, o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD)[6]. Investimentos na educação vêm crescendo significativamente, como destaca a OCDE[7]:

> O Brasil é o terceiro país que mais investiu proporcionalmente na educação, aponta o relatório *Education at a Glance*, divulgado nesta terça-feira [24 de Nov 2015] em Brasília pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE). Mais de 17% do total do investimento público brasileiro foi destinado à educação em 2012. Apenas México e Nova Zelândia apresentaram maior proporção do que o Brasil entre os 38 países analisados nesta categoria. O volume de recursos que o País aplicou nos últimos anos na Educação Básica também demonstra os avanços no sistema educacional brasileiro. Em 2000, o Brasil havia investido 2,4% do Produto Interno Bruto (PIB) na Educação Básica. No ano de 2012, o valor praticamente dobrou, para 4,7% do PIB, acima da média recomendada pela OCDE, de 3,7%. (BRASIL, 2015)

Passando para a década de 1990, merece destaque o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), criado com uma perspectiva de avaliação, mas que que se tornou, também, um mecanismo de seleção para o ensino superior. As informações obtidas a partir de seus resultados são utilizadas para acompanhamento da qualidade do ensino médio no País, para implementação de políticas públicas, criação de referência nacional para o aperfeiçoamento dos currículos do ensino médio, desenvolvimento de estudos e indicadores sobre a educação brasileira e estabelecimento de critérios de acesso do participante a programas governamentais, como o Programa Universidade para Todos (PROUNI) e Fundo de Financiamento Estudantil (FIES).

Na década seguinte, de 2000, teremos especificamente para a matemática a criação da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), em 2005, que tem como objetivo estimular o estudo da matemática por meio da resolução de problemas que despertem o interesse e a curiosidade de professores e estudante e revelar talentos na área.

Chegamos, por fim, ao Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT)[8], que tem como objetivo "Estimular a melhoria do ensino de Matemática em todos os níveis" e que ilustra uma das maneiras de cumprir o que se estabelece na meta 16 do PNE:

---

[6]http://www.fnde.gov.br/fnde/institucional. Acesso: em 24 jul. 2016

[7]http://www.brasil.gov.br/educacao/2015/11/brasil-e-pais-que-mais-investe-em-educacao-diz-ocde. Acesso: em 24 jul. 2016

[8]http://www.profmat-sbm.org.br/organizacao/apresentacao. Acesso: em 24 Jul. 2016

> Formar, em nível de pós-graduação, 50% dos professores da Educação Básica, até o último ano de vigência deste PNE, e garantir a todos os(as) profissionais da Educação Básica formação continuada em sua área de atuação, considerando as necessidades, demandas e contextualizações dos sistemas de ensino. (BRASIL, PNE 2014)

E concluindo esse passeio, que na realidade foi a primeira investigação, constatamos que a Secretaria de Educação do Distrito Federal (SEDF) tem trabalhado continuamente no aperfeiçoamento dos currículos das escolas do DF e divulgou, em 2014, o Currículo em Movimento, um conjunto com sete documentos que cobre cada área da educação básica, por exemplo, os currículos da Educação Infantil e Educação Especial, que trazem componentes específicos a esse público, demonstrando uma preocupação com o seu corpo discente.

Com todo esse *aparato* a favor da educação, continua sem justificativa adequada o baixo desempenho de nossos estudantes em geometria. Desse modo, ainda não satisfeito com o que foi encontrado nas análises documentais, para aprofundar a questão, decidiu-se ir a campo, aplicando questionários a alunos e professores de sete turmas do 3º ano do ensino médio de três escolas públicas do Distrito Federal – uma no Plano Piloto e duas situadas no Guará. A maior surpresa relativa aos resultados está na ausência do ensino de geometria plana, em parte, no ensino fundamental, e quase que por completo no ensino médio. As razões incluem falta de espaço na grade horária, pois, atualmente, há apenas três aulas semanais de matemática para o ensino médio. Outro ponto que a pesquisa revelou é a ausência de demonstração dos teoremas básicos de geometria plana tanto nos livros didáticos quanto pelos professores.

Desta maneira, para responder a essa questão, foram definidos o objetivo geral e os objetivos específicos do presente estudo que apresentamos a seguir.

As diretrizes para o trabalho

Objetivo:

Investigar, em algumas escolas públicas do Distrito Federal, possíveis razões para o baixo desempenho dos estudantes do ensino básico em geometria plana.

Objetivos Específicos:

- Analisar os livros didáticos utilizados em algumas escolas da rede pública do DF e sua resenha/estudo feitos no PNLD/2015;
- Acompanhar o planejamento das aulas de geometria plana pelos professores das escolas, preferencialmente do terceiro ano;
- Acompanhar o desempenho dos alunos das escolas durante algumas aulas;
- Aplicar um questionário aos estudantes levantando indicadores sobre "seus gostos" matemáticos e sobre seu conhecimento matemática, em especial a geometria plana;
- Aplicar um questionário aos professores para conhecer a sua formação, seu ambiente de trabalho, seus alunos, e sua relação com o conteúdo de geometria plana;
- Propor tratamento dos resultados a partir das respostas dos estudantes e professores;
- Apresentar os resultados às escolas envolvidas.

Metodologia

- Aplicação dos questionários;
- Avaliação quantitativa;

Para atingir os propósitos explicitados, este trabalho teve uma parte bem significativa de pesquisas documentais já descrito anteriormente.

****

Capítulo 1

Ensino da Geometria no Brasil

1.1 A Geometria está em todo lugar

A geometria está presente em quase toda parte. Mesmo que não se saiba nada de "geometria escolar", qualquer pessoa conseguirá perceber formas geométricas com uma simples contemplação da natureza, dos objetos; ao tatear, poderá perceber se é curvo, se tem canto, se é redondo, se tem ponta, não há como negar sua existência, tão pouco sua importância.

A Geometria, conforme Wikipédia (2016), (em grego antigo $\gamma\epsilon\omega\mu\epsilon\tau\rho\iota\alpha$, geo- "terra", -metria "medida") é um ramo da matemática dedicado ao estudo da forma, tamanho e posição relativa de figuras planas e espaciais, entre outras propriedades do espaço. Surgiu independentemente em várias culturas antigas como um conjunto de conhecimentos práticos sobre comprimento, área e volume. Por volta do século III a.C., a geometria foi posta em uma forma axiomática por Euclides, cujo tratamento, chamado de geometria euclidiana, estabeleceu um padrão que perdurou por séculos. Arquimedes desenvolveu técnicas engenhosas para calcular áreas e volumes, antecipando em várias maneiras o moderno cálculo integral. O campo da astronomia, especialmente o mapeamento das estrelas e planetas na esfera celestial e a descrição das relações entre os movimentos dos corpos celestiais, foi uma das mais importantes fontes de problemas geométricos durante os mil e quinhentos anos seguintes. A geometria foi considerada no mundo clássico parte do *Quadrivium*[9] que junto com o *Trivium* (lógica, gramática e retórica), compunha as sete artes liberais ministradas nas universidades, cujo domínio era considerado essencial para o cidadão livre. A influência da geometria sobre as ciências físicas foi enorme. Como exemplo, quando o astrônomo Kepler mostrou que as relações entre as velocidades máximas e mínimas dos planetas, propriedades intrínsecas das órbitas, estavam em razões que eram harmônicas – relações musicais –, ele afirmou que essa era uma música que só podia ser percebida com os ouvidos da alma – a mente do geômetra. A geometria tem uma aplicação ampla e suas ideias são constantemente transferidas para as nossas atividades mais fundamentais, como a construção de casas, ferramentas, objetos para uso do dia a dia. Também é frequente nas atividades humanas, como a Arquitetura, as Artes e a Comunicação.

[9]Quadrivium (latim: Quadrívio) nome dado ao conjunto de quatro matérias (aritmética, geometria, astronomia e música) ensinadas nas universidades [helénicas] na fase inicial do percurso educativo, cujo ápice eram as disciplinas teológicas. https://pt.wikipedia.org/wiki/Quadrívio. Acesso em: 28 Jun. 2016

Mas foi na ciência que a ela encontrou (encontra) a sua aplicabilidade mais importante, afinal praticamente todas as ciências usam seus recursos, a Física, a Química, a Astronomia, a Geografia, a Engenharia, outras. É na Matemática que a geometria encontra sua expressão mais abstrata e mais vasta. Euclides (323 - 285 a.C) deu uma grande contribuição à Geometria, escrevendo o livro "Elementos", que é constituído por 13 volumes, sendo 10 deles dedicados a essa ciência. Este livro estabeleceu um método de abordagem da geometria utilizado até hoje depois de muitos aperfeiçoamentos, como se explicita no trecho a seguir.

> Na verdade, para justificar a necessidade de se ter a Geometria na escola, bastaria o argumento de que sem estudar Geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem essa habilidade, elas dificilmente conseguirão resolver as situações de vida que forem geometrizadas; também não poderão se utilizar da Geometria como fator altamente facilitador para a compreensão e resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano. Sem conhecer a Geometria, a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das ideias fica reduzida e a visão da Matemática torna-se distorcida". "A Geometria está por toda parte", desde antes de Cristo, mas é preciso conseguir enxergá-la [...] mesmo não querendo, lidamos em nosso cotidiano com as ideias de paralelismo, perpendicularismo, congruência, semelhança, proporcionalidade, medição (comprimento, área, volume), simetria: seja pelo visual (formas), seja pelo uso no lazer, na profissão, na comunicação oral, cotidianamente estamos envolvidos com a Geometria. (LORENZATO, 1995)

Diante de tanta importância e participação no cotidiano como é que a geometria não figura como uma das disciplinas de maior aprendizagem e com uma grade escolar invejável?

1.2 As Reformas Curriculares

Pelo contrário, ela passou por reformas curriculares que praticamente a excluíram das escolas e seu ensino foi abandonado devido às políticas educacionais no século XX. Para comentar sobre o Ensino da Geometria no Brasil nas últimas décadas, vamos nos referenciar, em grande maioria, no trabalho de pesquisa de mestrado da Professora Regina Pavanello, que focalizou o abandono do ensino da Geometria no Brasil, e foi defendido em 1989 na UNICAMP, e teve sua divulgação por meio de um ótimo artigo publicado em 1993 na revista Zetetiké[10] e também dos comentários feitos pela professora Maria Laura Magalhães no I Seminário de Ensino de Geometria da Universidade Federal de Ouro Preto[11], 16 de agosto de 2007, na Mesa Redonda[12]: "O ensino de Geometria no Brasil: uma leitura das últimas décadas". Pavanello realiza, em seu artigo, uma atenciosa reconstituição da história da educação no Brasil do início do século XX até os anos 1970, quando coloca em evidência as modificações sócio-político-econômicas produzidas durante esse período, conectando-as ao desenvolvimento das políticas educacionais e, em especial, com o ensino da Geometria. É possível destacar, desse trabalho, alguns aspectos principais, resumindo-os a seguir:

[10]disponível em: http://ojs.fe.unicamp.br/ged/zetetike/article/view/2611/2353 Acesso: em Dez. 2015

[11]http://www.mat.ufmg.br/ ibero/seminario/

[12]Compunham a mesa redonda as professoras Dra. Maria Laura M. Gomes (UFMG) e Dra. Regina Maria Pavanello (UEM) e como Moderadora a Dra. Marger da C. Ventura Viana (UFOP)

- predominou no Brasil até o final dos anos 1950 e início dos anos 1960 uma escola secundária restrita às elites socioeconômicas que aspiravam ao ensino superior;
- a expansão contínua da rede escolar, a partir desse período, foi sempre acompanhada da formação insuficiente de professores, tanto numérica quanto qualitativamente;
- a produção, em consequência da associação entre as propostas mal sucedidas do movimento da matemática moderna (MMM), a lei de diretrizes e bases da educação nacional de 1971 e a preparação aligeirada dos docentes que veio a se configurar, de um quadro de ausência do ensino de Geometria na maior parte das escolas públicas brasileiras;
- a presença e permanência do ensino da geometria com suas características anteriores ao movimento da matemática moderna nas escolas voltadas para as classes econômicas mais favorecidas.

A Reforma Gustavo Capanema de 1942 manteve a estrutura do ensino secundário em cursos ginasial (atualmente ensino fundamental segundo ciclo) e colegial (atualmente ensino médio), alterando sua duração: o primeiro passou a ter quatro anos e o segundo três. Assim como a reforma anterior – Reforma Francisco Campos –, manteve-se para a geometria a proposta de um curso propedêutico de caráter intuitivo e experimental: nas duas primeiras séries do ginásio, os tópicos geométricos colam-se logo abaixo do título "geometria intuitiva", e as duas últimas séries, eles figuram após o título "geometria dedutiva". Também para a Reforma Capanema, a análise de coleções de livros didáticos mostra pouca presença do enfoque intuitivo e maior destaque para os aspectos formais da geometria, desconsiderando a forma como os programas para as quatro séries ginasiais foram propostos.

Tendo em vista o papel proeminente do livro didático na educação brasileira, é razoável supor que a abordagem intuitiva e experimental teve pouca repercussão nas práticas escolares desenvolvidas pelos professores de Matemática.

> Para a abordagem formal e dedutiva, que foi a prevalecente nos livros didáticos, o modelo utilizado era, em última análise, o dos Elementos de Euclides, e os autores claramente se inspiravam nessa obra da Antiguidade Grega Clássica (FIORENTINI; MIGUEL; MIORIM, 1992; IMENES, 1987); tal característica pode ser constatada através de um rápido exame dos manuais publicados em nosso país pelo menos até a década de 1960. Muito sinteticamente, pode-se descrever a abordagem axiomático-dedutiva presente nos livros destinados aos dois últimos anos do curso ginasial da seguinte maneira: a apresentação dos elementos primitivos (ponto, reta e plano) é seguida pelas definições, postulados e teoremas, destacando-se, para esses últimos, a hipótese, a tese e a demonstração. (GOMES, 2007)

1.2.1 Movimento Da Matemática Moderna

A partir de 1950, face aos avanços científicos e tecnológicos, o cenário mundial suscitava mudanças curriculares, mais condizentes com a nova realidade social. A preocupação com a adequação do ensino, frente às demandas científicas da sociedade, chega ao Brasil, no momento em que se iniciam as discussões das ideias, disseminadas internacionalmente pelo Movimento da Matemática Moderna (MMM), desencadeando um processo mais efetivo de modernização da Matemática. Essas alterações ocorrem rapidamente e, logo em 1955, no I Congresso do Ensino de Matemática – **primeiro**, realizado em Salvador/BA, foi aprovado um programa de Matemática, no qual o ensino teria início na 3ª série ginasial (equivalente à sétima série/oitavo ano). Dois anos depois, em 1957, ocorreu o II Congresso realizado em Porto Alegre/RS que aprovou um novo programa de Matemática, onde o ensino de geometria aparece na 1ª série ginasial (equivalente à quinta série/sexto ano), e refere-se ao "ensino intuitivo das principais figuras planas e sólidas" e sua continuidade se daria nas duas últimas séries ginasiais (3ª e 4ª séries), com uma geometria dedutiva. Após dois anos, 1959, ocorre, no Rio de Janeiro/RJ, o III Congresso com a proposta de que a geometria tenha início na segunda série ginasial e aborde apenas o sistema métrico, continuando na 4ª série a "geometria dedutiva plana, em cujas aplicações devem ser utilizados, tanto quanto possível, os conhecimentos de álgebra adquiridos".

Em quatro anos, os congressos e debates não sabem o que fazer com a geometria, têm decisões e propostas que são imediatamente descartadas, afinal, em dois anos, não foi possível a implementação de qualquer proposta pedagógica ou curricular e mesmo que tivesse ocorrido já seria descartada.

Pode-se dizer que os promotores da reforma que se iniciava com esses congressos consideravam a matemática ensinada nas escolas antiquada e os currículos deveriam contemplar progressos mais recentes, como a álgebra moderna lógica e simbólica, noções de topologia e teoria dos conjuntos. Tudo deveria ser apresentado como estrutura axiomática, e, naturalmente, essa proposta é bastante problemática pois axiomas são verdades inquestionáveis universalmente válidas, o que na geometria isso não cabe. Vejamos alguns comentários do professor Geraldo Ávila (2010).

> Ao mesmo tempo outras estruturas matemáticas foram surgindo durante a maior parte do século XIX. Primeiro foram os grupos na Álgebra; depois vieram anéis, corpos e outras estruturas mais. O desenvolvimento de todas essas estruturas foi influenciado pelo que estava acontecendo na Geometria. Aliás, essa influência da Geometria cresceu ainda mais com o referido livro de Hilbert, intensificando a axiomatização da Matemática no século XX, a qual seria o carro-chefe da reforma do ensino que estava por acontecer.
> [...]
> A apresentação de certos ramos da Matemática em estruturas logicamente organizadas, como os números racionais e os complexos, a Aritmética e a Álgebra, ainda que mais fácil se comparada com a da Geometria, é ainda impraticável no ensino fundamental. Mais impraticável ainda é o ensino da Geometria axiomatizada com rigor. **Euclides necessitou de cinco axiomas** em sua estruturação axiomática da Geometria, **mas Hilbert precisou de vinte para livrar o trabalho de Euclides de suas imperfeições**. Não é de estranhar, portanto, que os reformistas do ensino nunca conseguissem achar um modo de apresentar os fatos geométricos segundo seus critérios de rigor, e que fosse, ao mesmo tempo, didaticamente viável nas escolas.

> Foi por causa disso que aquela geometria antiga, que, com todos os seus defeitos, tinha também muitas virtudes, foi sendo descartada. Vários reformistas propuseram uma drástica redução do que se devia ensinar de Geometria, e alguns grupos chegaram ao absurdo de propor que a Geometria fosse totalmente abolida. As tentativas de axiomatizar rigorosamente a Geometria eram (e ainda são!) difíceis para os próprios professores. O resultado é que, no cumprimento dos programas, a Geometria ia sendo relegada para o final do ano e acabava não sendo ensinada devidamente. Desde então, depois de muitas outras reformas do ensino que têm sido implementadas até os dias de hoje, o ensino da Geometria nunca mais foi contemplado com a atenção que deve receber. Do pretenso rigor que os reformistas de 50 anos atrás recomendavam, o que ainda resta hoje em vários livros é um excesso de linguagem e notação de conjuntos. Tivemos oportunidade de examinar vários textos de uso corrente nas escolas; e notamos que muitos deles chegam ao exagero de enunciar teorema após teorema sem ao menos mencionar que tais proposições precisam ser demonstradas! Do mesmo modo, outros resultados, como as fórmulas de áreas e volumes, são apresentados como simples "decorebas", num verdadeiro insulto à inteligência dos leitores. (ÁVILA, 2010), grifo nosso)

O impulso que essa reforma precisava ocorreu em 1957 quando a União Soviética (URSS)[13] lançou o primeiro satélite artificial, o *Sputnik*. Nessa época, os Estados Unidos (EUA) trabalhavam o lançamento de seu satélite há mais de um ano e viu-se surpreendido pela URSS. Isso pôs em dúvida o avanço cientifico e tecnológico daquele país[14]. Os proponentes da reforma do ensino da matemática aproveitam para argumentar que era urgente que a reforma fosse feita para que se melhorasse o aprendizado de matemática e ciências nas escolas. Esses argumentos foram reforçados [Ávila, RPM 71] com relatos de chefes militares da 2ª Guerra Mundial que "reclamaram" da grande deficiência em matemática e ciências nos recrutas.

Ávila continua que com todos esses argumentos o resultado foi imediato e as sociedades de Matemática, as agências de pesquisa, as universidades, enfim, todos se uniram para apressar a reforma. Esse intenso movimento de reforma nos EUA estendeu-se rapidamente pelos países das Américas e da Europa.

Importante destacar que o MMM é um movimento de âmbito internacional e que surgiu a partir de ideias estruturalistas[15] que propuseram três estruturas matemáticas centrais: as estruturas topológicas, algébricas e de ordem. Desde a década de 1950, matemáticos, pedagogos, professores de matemática, psicólogos, lógicos analisam e debatem propostas para o ensino da matemática escolar. Muitas dessas reuniões e discussões ocorreram na Europa e também nas Américas.

[13] URSS – União das Repúblicas Socialistas Soviéticas foi um estado socialista que existiu entre 1922 e 1991.

[14] Havia outros projetos americanos em outras áreas, como a física. Por exemplo, o Projeto Havard – https://pt.wikipedia.org/wiki/Projeto_Harvard. Acesso em: 18 Jul. 2016

[15] Estruturalismo - na matemática é o estudo de que estruturas dizem o que um objeto matemático é, e como a ontologia (estudo do Ser) dessas estruturas deveria ser entendida.

> As primeiras ideias de estrutura associadas aos conceitos matemáticos são desenvolvidas por um grupo de pesquisadores chamados de bourbakistas[a] . Desse modo, o grupo estruturalista da matemática – os bourbakistas – ganha papel de destaque internacional para a condução e divulgação das propostas do MMM, em âmbito internacional. Na psicologia, a ideia de estrutura é adotada por Jean Piaget, que se interessa pela matemática, o que o faz com que as ideias de Bourbaki lhe sejam úteis. (NEUZA BERTONI & VALENTE, 2014)
>
> [a]Nicolas Bourbaki é o nome de grupo de matemáticos organizados numa associação, na França, que tem por objetivo, a partir dos anos 1930, conduzir o ensino da matemática de forma rigorosa. Bourbaki é referência maior na organização estrutural das matemáticas. Jean Dieudonné (1906-1994) é um dos membros mais ativos e produtivos do grupo. (*apud* Neuza Bertoni e Wagner)

Essas ideias estruturalistas já permearam o II Congresso Brasileiro de Ensino de Matemática (CBEM), como se pôde notar com a proposta do programa de Matemática ganharam impulso com o fato histórico ocorrido entre EUA e União Soviética.

O mesmo ocorreu com o III Congresso, que já partilhava das ideias estruturalistas e, assim, pode-se dizer que a reforma e o currículo nacional começavam a tomar corpo.

> A penetração das ideias do Movimento da Matemática Moderna no Brasil foi grande. Em 1959, o 3º Congresso Brasileiro de Ensino de Matemática, realizado no Rio de Janeiro, agregou 500 professores de 18 estados e nesse evento se verificaram as primeiras manifestações sobre o Movimento da Matemática Moderna em nosso país. Formaram-se, em vários estados, grupos cujo objetivo era preparar os professores para atuar em sintonia com as novas diretrizes propostas. Desses grupos, um dos mais importantes foi o Grupo de Estudos do Ensino da Matemática (GEEM), fundado em São Paulo, em 1961, sob a liderança de Osvaldo Sangiorgi, que havia realizado, em meados do ano anterior, um estágio nos Estados Unidos, na Universidade do Kansas. (GOMES, 2012)

1.2.1.1 Implantação da Matemática Moderna

Em 1962, ocorreu o IV CBEM, em Belém/PA, quando o GEEM apresentou algumas experiências realizadas com a Matemática Moderna, bem como um programa para a Matemática da escola secundária, baseado nas ideias modernizadoras. Esses trabalhos inspiraram a criação de novos grupos, como o de Porto Alegre: Grupo de Estudo do Ensino da Matemática de Porto Alegre – GEEMPA – e o do Rio de Janeiro: Grupo de Estudo e Pesquisa de Matemática – GEPEM. No Paraná, criou-se, em 1962, o Núcleo de Estudos e Difusão do Ensino da Matemática – NEDEM.

> O grupo NEDEM, coordenado pelo professor Osny Antonio Dacól era composto inicialmente pelos professores: Clélia Tavares Martins, Esther Holzmann, Gliquéria Yarentchuk e Henvieta Diminski Arruda; cuja sede era o Colégio Estadual do Paraná, onde foram desenvolvidas experiências em classes primárias e ginasiais, com o objetivo de implementar a proposta de Matemática Moderna. O NEDEM divulgava sua proposta por meio de apostilas fornecidas aos alunos e posteriormente por livros didáticos publicados pelo grupo. (FERREIRA, 2005)

Em 1966, o 5º CBEM, realizado em São José dos Campos/SP, teve como foco principal a discussão do MMM na escola secundária e sua articulação com o ensino primário e universitário. Contou com a presença de defensores da reforma modernista em outros países, como os professores Marshall Stone, dos Estados Unidos, e Georges Papy, da Bélgica, entre outros, conforme se explicita no trecho a seguir, retirado dos anais do evento.

> Ao fazer a abertura do congresso, o coordenador do evento, professor Oswaldo Sangiorgi argumentou a favor da reestruturação do ensino de Matemática frente às grandes e rápidas transformações da ciência, destacando a "extraordinária evolução da técnica" como fator impulsionador do progresso da civilização. Nesse sentido, conclamou os esforços dos professores de Matemática para a elevação da educação científica da população escolarizada. Com isso, desafiou os educadores responsáveis pela formação da juventude "a se inteirarem dos novos princípios que estruturam a ciência atual". (MEC/CADES: Anais do 5° Congresso Brasileiro de Ensino da Matemática, 1966, p. 22 *apud* (NEUZA BERTONI P., 2006)

1.2.1.2 A Matemática Moderna Recebe Críticas

Temos, portanto a implantação da reforma e a conclamação da comunidade dos educadores para se empenharem no alcance desses novos princípios. Na realidade, o MMM já vinha ocorrendo a partir dos centros, desde 1960, e alcançou as escolas mais distantes via livro didático.

> Ainda um tanto nebulosa, no Brasil, a matemática moderna ancora primeiramente nos grandes centros e começa, nos anos 60, a ser lentamente difundida nas escolas mais longínquas, a maioria delas recebendo-a de sobressalto, via livro didático. Carregada de simbolismos e enfatizando a precisão de uma nova linguagem, professores e alunos passam a conviver com a teoria dos conjuntos, com as noções de estrutura e de grupo. Repleta de promessas de um ensino mais atraente e descomplicado em superação à rigorosa matemática tradicional, no entanto, a Matemática Moderna parece ter ancorado nas escolas brasileiras carregada de formalismos como destacou Morris Kline (1976) ao tecer críticas ao MMM em sua obra: "O fracasso da Matemática Moderna". (NEUZA BERTONI, 2006)

A implantação dessa reforma apresentou inúmeras críticas, pois não atenderia aos exames para os concursos de habilitação, principalmente, as escolas militares, conforme aponta o autor Benedito Castrucci, em sua publicação.

> Em virtude da última reforma de programas do curso secundário, aliás infeliz, no que se refere à Matemática, os livros didáticos colegiais seriados se tornaram insuficientes para os concursos de habilitação, principalmente no que tange à Geometria.
> Este é o motivo desta nossa publicação, que tem desenvolvimento maior que o exigido nos cursos de ingresso, contudo, repetimos os acréscimos feitos, de interesse a completar os conhecimentos do estudante diligente e curioso. (CASTRUCCI, 1964)

1.2.1.3 A Geometria Sofre com a Alteração nos Livros Didáticos

Como se percebe, a alteração nos livros didáticos e na didática apresentada vai proporcionar um "dano" enorme na matemática, em especial na geometria euclidiana, pois mesmo os livros didáticos da época não trazem efetivamente alterações substanciais no conteúdo, apresentam o conteúdo geométrico de forma axiomática, o que irá reduzir drasticamente as demonstrações que "sumirão" dos livros e continuam ausentes até hoje, conforme nos pontua Imenes.

> No Brasil, onde a Matemática Moderna chegou no início dos anos 60, estas propostas difundiram-se pouco. Foram mais exploradas em outros países. Entre nós, nesta fase do citado movimento, a geometria apresentada nos programas oficiais e nos livros didáticos habituais sofreu poucas mudanças. Com a introdução dos conjuntos, alterou-se um pouco a Linguagem. Assim por exemplo, passou-se a usar termo *figuras congruentes no lugar de figuras iguais*. A mudança a explicava-se: **figuras são conjuntos de pontos** e dois conjuntos são iguais se e somente se são ambos vazios ou possuem os mesmos elementos. Disto decorre que uma figura só e igual a ela mesma.
> (IMENES, 1987) (grifo nosso)

O autor continua com o comentário sobre a abordagem feita na geometria em sala de aula e no seu abandono.

> A geometria está ausente da maioria de nossas salas de aula. Esta ausência é, sem dúvida, seu problema principal. Entretanto, mesmo quando ela é trabalhada pelo professor de Matemática, tenho observado que, salvo exceções, há falhas graves na sua abordagem. (Idem)

Imenes evidencia nesse artigo que o caminho que se passou a seguir para o ensino da Geometria marcou-se pela despersonalização, pois as abordagens que se vieram a adotar não podem ser caracterizadas nem como intuitivas, nem como formalizadas. Para ele, o que passou a predominar após o MMM foi um enfoque meramente informativo: os estudantes não descobriam as propriedades geométricas mediante experiências, e também não chegavam a elas por meio de deduções – apenas recebiam informações isoladas e sem qualquer justificativa. Imenes explica a razão de sua insistência no argumento de que os alunos eram apenas "informados" sobre as propriedades das figuras: para ele, o que acontecia era a ausência de uma construção das ideias contidas nas proposições apresentadas aos estudantes, e a ausência de tal construção acarretaria a impossibilidade da percepção das relações entre as ideias pelos alunos. O autor criticou de forma contundente esse enfoque:

> A geometria apresentada desta maneira reduz-se a uma série de receitas. Nem é intuitiva ou experimental, nem é dedutiva. Deste modo, as verdades geométricas transformam-se em dogmas. Os fatos geométricos carecem de significado. A geometria perde seu encanto. (Ibidem)

É importante pontuar que está presente no artigo de Imenes o aspecto tecnicista que também foi bastante impulsionado no final dos anos 50, pelo plano de metas do Presidente Juscelino Kubitschek, e pelo regime militar que teria início em 1964.

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – Lei n. 4.024, de 20 de dezembro de 1961, apresentou uma espécie de equivalência entre os ensinos técnicos e os cursos secundários, o que permitiria àqueles, acesso ao ensino superior. Dessa forma, os cursos técnicos tiveram um crescente número de alunos, e é fácil imaginar que os professores e os conteúdos teriam aspectos técnicos, conforme nos ensina Lima Filho a seguir.

> Ao longo dos anos de 1960, as escolas técnicas federais experimentaram significativo crescimento em suas matrículas, ao mesmo tempo em que ampliavam e diversificavam progressivamente sua oferta educacional – no quadro de preparação intensiva e de qualificação da mão-de-obra empreendido pela ditadura militar como integrante do projeto nacional de desenvolvimento constava a preparação de mão-de-obra de nível intermediário destinada ao crescimento e diversificação da indústria nacional e à expansão da infraestrutura de serviços estatais – redirecionando suas prioridades para a formação de técnicos industriais de nível médio. Com vistas a suprir estas demandas, a Escola Técnica Federal do Paraná (ETFPR) criou novos cursos técnicos industriais: o de Eletrotécnica, em 1959; Eletrônica, em 1962; Desenho Técnico Mecânico, em 1966; e Telecomunicações, em 1967. A oferta de novas vagas para o ginásio industrial, que também cresceu significativamente ao longo da década, foi encerrada em 1969 e as últimas turmas concluíram este curso em 1972. [...]
> No contexto das reformas educacionais conduzidas pela ditadura militar, as escolas técnicas federais tiveram particular importância. Em primeiro lugar, em função da qualidade das instalações que possuíam, do seu quadro docente e de sua reconhecida experiência na preparação para o trabalho, passaram a ser consideradas instituições educacionais de referência para as demais escolas de 1º e 2º graus na implementação compulsória do ensino profissionalizante, conforme dispunha a Lei n.° 5.692/71. Em segundo lugar, dentre as escolas técnicas federais que possuíam melhores instalações, algumas passariam a oferecer cursos superiores de curta-duração e mais integrados ao mercado de trabalho, com o propósito de constituir caminhos alternativos à universidade, em conformidade com as proposições que inspiraram a reforma educacional do ensino superior empreendida pela Lei n.° 5.540/68. Ademais, contaram com recursos externos, sobretudo os provenientes do Contrato de Empréstimo Internacional n.° 755/BR, junto ao Banco Mundial, o qual previa a reforma e ampliação das escolas técnicas industriais e de escolas agrícolas, bem como a construção de novas unidades, [...]
> Em 1960, a Escola Técnica Federal do Paraná possuía um total de 518 alunos, estando 468 matriculados no ginásio industrial e 50 nos Cursos Técnicos Industriais. Em 1970 o total era de 3.361 matriculados, 1.009 deles no ginásio industrial e 2.352 nos Cursos Técnicos Industriais (LIMA FILHO, 2002)

Não trataremos diretamente desse tema neste texto, mas o trabalho de Lima Filho apresenta um excelente histórico sobre a ensino técnico no Brasil.

Um dos efeitos da disseminação das ideias do MMM, conforme apontam vários autores, foi a redução da presença dos conteúdos geométricos nas práticas pedagógicas realizadas nas escolas. Isso ocorre pela a importância dada à álgebra e pela falta de preparo dos professores para efetivar as propostas modernistas para a geometria.

> A coerência do movimento exige a proposição de um trabalho com geometria sob o enfoque das transformações. Ora, o ensino da geometria na abordagem tradicional já enfrentava grande problemas em relação ao conhecimento do professor, aos métodos utilizados, à dificuldade em se estabelecer uma ponte entre a geometria prática indicada para a escola elementar e a abordagem axiomática introduzida no secundário. Problemas ainda maiores surgem com a proposição de programas nos quais a geometria é desenvolvida sob o enfoque das transformações. A maioria dos professores de matemática não domina esse assunto, o que acaba por fazer com que muitos deles deixem de ensinar geometria sob qualquer enfoque. Em vez de geometria – ou ao lado dessa geometria algébrica que como diz Not, não privilegia o desenvolvimento do raciocínio hipotético-dedutivo, enfatiza-se a álgebra. (PAVANELLO, 1993)

Pavanello sinaliza ainda que devido à ampliação da rede de escolas públicas e das políticas educacionais daquele momento em que o país era governado pelos militares, a partir de 1968 são criados cursos de natureza aligeirada para formar professores para atender as demandas urgentes que surgiam. O investimento era insuficiente para a preparação para o ensino da geometria, e como consequência da penetração do ideário modernista e desse contexto, configurou-se, no Brasil, aquilo que se passou a denominar "o abandono do ensino da geometria".

1.2.2 A Lei de Diretrizes e Bases de 1971

Um fator importante para a história do ensino brasileiro são as mudanças apresentadas pela Lei de Diretrizes e Bases para o Ensino de 1º e 2º graus – Lei 5692 de 1971. Essa lei dividiu o ensino em dois níveis. O primeiro grau, com a duração de oito anos, unindo primário e ginásio, retirando a exigência de exame de admissão. O 2º grau foi proposto como curso de preparação profissional, buscando desviar parte da demanda pelo ensino superior, que não oferecia vagas suficientes para todos os concluintes da escola secundária.

Segundo Pavanello, a profissionalização não foi possível nas escolas públicas, que careciam de recursos humanos e materiais para tais tarefas, enquanto as escolas particulares, interpretando a legislação de acordo com seus interesses, mantiveram um ensino preparatório para o nível superior. O que se verificou, em parte devido à expansão da rede escolar desacompanhada do oferecimento de uma formação docente de qualidade em larga escala, num contexto em que a álgebra assumiu papel preponderante, foi quase a total ausência do ensino da geometria nas escolas públicas nas décadas de 1970 e 1980.

Observa-se o surgimento da escola particular com força similar à que vemos hoje devido a essa lacuna deixada pela reforma, que não previu o acesso em massa de alunos na rede pública, o que a tornou superlotada e sem condições de se reestabelecer, pois os professores que eram mal remunerados e não podiam se indispor com o sistema, sofriam a sobrecarga do trabalho e, assim, ocorria o sucateamento da escola.

> Se houve ampliação da rede oficial de ensino em todos os níveis, ela foi acompanhada de um processo de deterioração – física e cognitiva – da escola pública, a única acessível às camadas menos favorecidas da população.
> Persiste, assim, até hoje, a dualidade histórica do ensino brasileiro (escola da elite x escola do povo) traduzida, agora, em termos de escola particular x escola pública. (PAVANELLO, 1993)

Do ponto de vista educacional, a geometria continua sendo ensinada nas escolas particulares e nas escolas militares. Trabalhada sob diversas orientações e enfoques, fazendo com que os professores busquem a se adequar. Segundo Pavanello, a dualidade tradicinal de nosso ensino poderia, então, ser reformulada com: *"escola onde se ensina a geometria" (escola da elite) versus "escola onde não se ensina a geometria" (escola do povo).*

No final de 1970, o MMM recebe críticas em diversos países. Uma delas vem dos Estados Unidos, do renomado matemático Morris[16] Kline e outra, de René Thom[17] , da França. Eles apresentam posicionamento contra as propostas do movimento, a crítica é a ênfase na Matemática pela Matemática, em seu formalismo e nos aspectos estruturais, assim como a preocupação excessiva com a linguagem e os símbolos.

> A dificuldade em lembrar os significados e a desagradabilidade das expressões simbólicas afugentam e perturbam os estudantes; símbolos são como estandartes hostis adejando sobre uma cidadela aparentemente inexpugnável. O próprio fato de o simbolismo ter entrado na matemática até certo ponto significativo por volta dos séculos dezesseis e dezessete indica que não vem sem dificuldade para as pessoas. O simbolismo pode servir a três propósitos. Pode comunicar ideias eficazmente; pode ocultálas e pode ocultar a ausência delas. Quase sempre parece dar-se a impressão de que os textos de matemática moderna empregam o simbolismo para ocultar a pobreza de ideias. Alternativamente, o propósito de seu simbolismo parece ser o de tornar inescrutável o que é óbvio e afugentar, portanto, a compreensão. (Kline, 1976, *apud* (NEUZA BERTONI, 2006)

1.2.3 O Início do Fim da Matemática Moderna

No Brasil, a crítica ao MMM e a discussão sobre seu fracasso no ensino também ocorrem no final da década de 1970 e início dos anos 1980, que compuseram um contexto de renovação dos ideais educacionais, estimulado pelo fim da ditadura militar. Segundo Gomes (2007), em relação às propostas curriculares para a Matemática, no nível anteriormente chamado 1º grau, surgem alternativas ao ideário modernista, como a representada pelo documento oficial do estado de São Paulo, em 1986, que, centrada em três grandes temas – números, medida e geometria – apresenta características opostas às prevalecentes durante a predominância das concepções associadas à Matemática Moderna.

O MMM recebe críticas até mesmo do professor Osvaldo Sangiorgi – seu implantador e um dos maiores defensores –, que percebe os problemas (atrasos) que a MMM criaram para a matemática.

> O professor Sangiorgi apontou quais foram os principais efeitos da Matemática Moderna no ensino:
>
> - Abandono paulatino do salutar hábito de calcular (não sabendo mais a "tabuada" em plena 5ª e 6ª séries!) porque as operações sobre conjuntos (principalmente com os vazios!) prevalecem acima de tudo; acrescenta-se ainda o exclusivo e prematuro uso das maquininhas de calcular, que se tornaram populares do mesmo modo que brinquedos eletrônicos.

[16] Morris Kline (1908-1992), professor da Universidade de Nova Iorque e historiador da Matemática norte-americano, publicou, em 1973, um livro em que expunha sua oposição radical ao ideário do Movimento da Matemática Moderna, intitulado **Why Johnny Can't Add: The Failure of the New Mathematics**, que foi editado no Brasil em 1976, com o título de **O fracasso da Matemática Moderna**

[17] René Thom (1923-2002), matemático francês, ganhador, em 1958, do mais importante prêmio internacional de Matemática, a medalha *Fields*, é o criador da Teoria das Catástrofes. Escreveu textos contra as ideias do Movimento da Matemática Moderna. Como exemplo, tem-se o artigo denominado **Matemática "moderna": um erro pedagógico e filosófico?**

> - Deixa-se de aprender frações ordinárias e sistema métrico decimal – de grande importância para toda a vida – para se aprender, na maioria das vezes incorretamente, a teoria dos conjuntos, que é extremamente abstrata para a idade que se encontra o aluno.
> - Não se sabe mais calcular áreas de figuras geométricas planas muito menos dos corpos sólidos que nos cercam, em troca da exibição de rico vocabulário de efeito exterior, como por exemplo "transformações geométricas".
> - Não se resolvem mais problemas elementares – da vida quotidiana – por causa da invasão de novos símbolos e de abstrações complementarmente fora da realidade, como: "O conjunto das partes de um conjunto vazio é um conjunto vazio?", proposto em livro de 5ª série.
>
> (Sangiorgi, 1975b *apud* (NEUZA BERTONI, 2006))

Tem-se, portanto, o cenário ideal para iniciar o processo de mudança, para recuperar esse período "parado" em que o ensino da matemática não evoluiu. Há a possibilidade de se resgatar a geometria nos moldes euclidianos para que ela tivesse seus aspectos dedutivos reinseridos na didática e na aprendizagem, ou seja, poderíamos ter o retorno da matemática demonstrativa.

1.2.4 Sinais da Retomada do Ensino da Matemática

Outros marcos relevantes quanto ao ensino da Matemática no Brasil, segundo (GOMES, 2007), nos últimos trinta anos do século XX, são a implantação de programas de pós-graduação em Matemática nas universidades, desde 1971, e, a partir de 1987, a criação de cursos específicos de pós-graduação em Educação Matemática, em nível de especialização, mestrado e doutorado, em vários estados brasileiros.

Salienta-se, ainda, a realização de inúmeros encontros locais, estaduais e nacionais de Educação Matemática e a fundação, em 1988, da Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM –, uma sociedade civil, de caráter científico e cultural, cuja finalidade principal é congregar profissionais da área de Educação Matemática ou áreas afins. Os membros da SBEM são pesquisadores, professores e alunos que atuam na educação básica e superior no Brasil.

As discussões nesse período, entre outras, são para um aspecto experimental da geometria, de modo geral, a importância, para a aprendizagem dos estudantes, de experiências sensoriais, sobretudo visuais e tácteis, bem como de atividades que privilegiem a ação, a manipulação e a experimentação com materiais concretos e jogos. Situando o início da penetração desse ideário em nosso país, a partir da década de 1920, e que teve seu ressurgimento na década de 1970, uma certa crítica aos questionamentos que se fizeram ao MMM.

Essa ideia também é apresentada por Imenes (1987):

> No trabalho com a geometria experimental é importante compreender, claramente, qual é o papel desempenhado pelos materiais e instrumentos. Eles não valem por si sós. São apenas acessórios do processo. Sem dúvida, são acessórios importantes. Mas o material didático, sozinho, não desencadeia o processo de aprendizagem. Fundamentais são as operações mentais que a criança realiza quando desenvolve certas atividades com ele. Disto decorre a importância fundamental do professor e da maneira como ele trabalha com seus alunos, usando o material didático de forma adequada. (IMENES, 1987)

Esse novo cenário permitirá reinserir a geometria atacando os pontos que causaram o seu abandono: a influência em seu ensino devida ao Movimento da Matemática Moderna; a má ou ausência de formação dos professores devido a deficiência em alguns cursos de licenciatura; e a supressão da geometria demonstrativa em livros didáticos.

Tais pontos serão detalhados e apresentados nos capítulos 4 e 5 que tratarão da análise dos livros no Programa nacional do Livro Didático de 2015 (PNLD), do desempenho dos alunos e professores, respectivamente.

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação de 1996 (LDB/96) teve como principal reformulação a inclusão do Ensino Médio como etapa final da Educação Básica. Isso permitiu, além do acesso à educação por grande parte da população, a proposta de currículos que visassem objetivos educacionais para uma continuidade educacional iniciada no Ensino Fundamental. Esses estudos e pesquisas produzirão os parâmetros Curriculares Nacionais, em 1998.

> Os Parâmetros Curriculares Nacionais constituem um referencial de qualidade para a educação no Ensino Fundamental em todo o País. Sua função é orientar e garantir a coerência dos investimentos no sistema educacional, socializando discussões, pesquisas e recomendações, subsidiando a participação de técnicos e professores brasileiros, principalmente daqueles que se encontram mais isolados, com menor contato com a produção pedagógica atual.
>
> Por sua natureza aberta, configuram uma proposta flexível, a ser concretizada nas decisões regionais e locais sobre currículos e sobre programas de transformação da realidade educacional empreendidos pelas autoridades governamentais, pelas escolas e pelos professores. Não configuram, portanto, um modelo curricular homogêneo e impositivo, que se sobreporia à competência político-executiva dos Estados e Municípios, à diversidade sociocultural das diferentes regiões do País ou à autonomia de professores e equipes pedagógicas. (MEC/BRASIL, 1997)

Acrescente-se a isso os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM), quando diz que:

> Partindo de princípios definidos na LDB, o Ministério da Educação, num trabalho conjunto com educadores de todo o País, chegou a um novo perfil para o currículo, apoiado em competências básicas para a inserção de nossos jovens na vida adulta. Tínhamos um ensino descontextualizado, compartimentalizado e baseado no acúmulo de informações. Ao contrário disso, buscamos dar significado ao conhecimento escolar, mediante a contextualização; evitar a compartimentalização, mediante a interdisciplinaridade; e incentivar o raciocínio e a capacidade de aprender.
>
> Estes Parâmetros cumprem o duplo papel de difundir os princípios da reforma curricular e orientar o professor na busca de novas abordagens e metodologias. Ao distribuí-los, temos a certeza de contar com a capacidade de nossos mestres e com o seu empenho no aperfeiçoamento da prática educativa. Por isso, entendemos sua construção como um processo contínuo: não só desejamos que influenciem positivamente a prática do professor, como esperamos poder, com base nessa prática e no processo de aprendizagem dos alunos, revê-los e aperfeiçoá-los. (MEC/BRASIL, 2000)

A reformulação curricular do Ensino Médio estabeleceu a divisão do conhecimento escolar em três áreas: Linguagens, Códigos e suas Tecnologias, Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, e Ciências Humanas e suas Tecnologias, cuja organização tem como base a reunião daqueles conhecimentos que compartilham objetos de estudo e, portanto, mais facilmente se comunicam, criando condições para que a prática escolar se desenvolva numa perspectiva de interdisciplinaridade.

Essas três áreas são hoje bastante conhecidas devido aos exames de larga escala, por exemplo, o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). Para cada uma das áreas, foi formulado um PCN+, que possui inúmeras orientações e sugestões de forma a complementar os PCNEM, pois têm em vista a escola em sua totalidade. Pode-se dizer que os PCN+ se assemelham a manuais ou guias do usuário conforme se infere do excerto a seguir.

> a presente publicação tem, entre seus objetivos centrais, o de facilitar a organização do trabalho da escola, em termos dessa área de conhecimento. Para isso, explicita a articulação das competências gerais que se deseja promover com os conhecimentos disciplinares e apresenta um conjunto de sugestões de práticas educativas e de organização dos currículos que, coerente com tal articulação, estabelece temas estruturadores do ensino disciplinar na área. Além de abrir um diálogo sobre o projeto pedagógico escolar e de apoiar o professor em seu trabalho, o texto traz elementos para a continuidade da formação profissional docente na escola. (MEC/BRASIL, 2002)

Nos PCNEM, a área de Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias é apresentada, entre outros, como apropriação e construção de sistemas de pensamentos mais abstratos que devem ser ressignificados. Nele, destaca-se que a Matemática é um instrumento formal de expressão e comunicação para diversas áreas:

> E, ainda, cabe compreender os princípios científicos presentes nas tecnologias, associá-las aos problemas que se propõe solucionar e resolver os problemas de forma contextualizada, aplicando aqueles princípios científicos a situações reais ou simuladas.
> Enfim, a aprendizagem na área de Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias indica a compreensão e a utilização dos conhecimentos científicos, para explicar o funcionamento do mundo, bem como planejar, executar e avaliar as ações de intervenção na realidade. (MEC/BRASIL, 2000)

O que vimos nesse capítulo foi uma espécie de massacre com a matemática, sendo a geometria plana a mais atingida. Felizmente os esforços iniciados na década de 1970 estimularam e se multiplicaram permitindo a retomada, aos poucos, do ensino de geometria. Serão essas retomadas, em forma de seminários, cursos de aperfeiçoamentos, palestras, entre outros que veremos no próximo capítulo.

Capítulo 2

Diagnóstico da aprendizagem do ensino de Geometria Plana No Brasil

2.1 A Geometria Plana pós Matemática Moderna

A discussão e as apresentações feitas no capítulo anterior mostraram o cenário que o ensino da geometria plana ingressou no país, inicialmente sofreu uma axiomatização numa tentativa de substituir a abordagem preponderantemente euclidiana clássica por uma mais atualizada e rigorosa, isso tornou o seu ensinamento um *informativo* ao aluno e, como consequência, o seu ensino – quando não abandonado – passa a assumir uma abordagem eclética.

> [...] o novo enfoque proposto para o ensino da Geometria não conseguiu se impor na prática escolar. O que acabou acontecendo foi a introdução da linguagem dos conjuntos na Geometria, de conceitos topológicos elementares tais como: interior, exterior e fronteira, e de alguns tópicos de Geometria das transformações, descaracterizando assim a abordagem axiomático-dedutiva e dando lugar a uma abordagem eclética. O caráter eclético que passa a assumir a Geometria – decorrente, em grande parte, do descrédito no papel que se acreditava estar ela desempenhando até então no ensino e da incompreensão do novo papel e do novo enfoque que deveria passar a desempenhar – acaba relegando-a a um segundo plano e, gradativamente, por essa e outras razões, passa a configurar-se um quadro no qual a Geometria não ocupa um lugar significativo no currículo escolar. (MIGUEL, FIORENTINI, & MIORIM, 1992)

Naturalmente, as demonstrações e provas tornaram-se menos exigidas pelos professores, o que perdura até os dias de hoje, com fácil constatação em livros didáticos atuais, nos quais verifica-se ser escassa a demonstração das inúmeras fórmulas e teoremas apresentados, não havendo sequer um apêndice nas obras que possa atrair e estimular um aluno mais curioso pelo formalismo matemático.

A geometria plana estava realmente fadada à exclusão das salas de aula e dos livros didáticos para as escolas públicas durante as décadas de 1950, 1960, 1970, 1980, pois, aliado ao MMM, houve o golpe militar, a reforma universitária de 1968[18] – que impulsionou o ensino

[18] Lei 5.540/68 - Fixa normas de organização e funcionamento do ensino superior e sua articulação com a escola média, e dá outras providências. http://www2.camara.leg.br/legin/fed/lei/1960-1969/lei-5540-28-novembro-1968-359201-publicacaooriginal-1-pl.html

profissionalizante – e a aprovação das pela Lei de Diretrizes e Bases para o Ensino de 1º e 2º graus de 1971, Lei 5540/68, que selam o destino da geometria no ensino fundamental, conforme Pavanello (1993)

> A reformulação do ensino superior, fixada pela Lei 5540/1968, e a reorganização dos ensinos primários e médio (o ginasial e o colegial), determinada pela Lei 5692/71, fazem parte de uma série de atos oficiais editados pelos governos militares que se instalam no poder a partir de março de 1964. Tais atos visam estabelecer uma política educacional condizente com o novo modelo econômico adotado no pais após o golpe militar. (PAVANELLO, 1993)

Essa reformulação é justificada como forma de conter o grande número dos que procuram os cursos superiores e que a cada ano tem demanda maior que a expansão desse ensino e há cada vez mais excedentes. A reforma altera significativamente a estrutura interna das escolas que têm de se adequar a elas, destaque para a matrícula em disciplinas semestrais, vestibular classificatório para ingresso e criação de licenciaturas curtas.

> Art. 17. Nas universidades e nos estabelecimentos isolados de ensino superior poderão ser ministradas as seguintes modalidades de cursos:
> a) de graduação, abertos à matrícula de candidatos que hajam concluído o ciclo colegial ou equivalente e tenham sido classificados em concurso vestibular;
> [...]
> Art. 23. Os cursos profissionais poderão, segundo a área abrangida, **apresentar modalidades diferentes quanto ao número e à duração**, a fim de corresponder às condições do mercado de trabalho.
> §1º Serão organizados **cursos profissionais de curta duração**, destinados a proporcionar habilitações intermediárias de grau superior.
> §2º Os estatutos e regimentos disciplinarão o aproveitamento dos estudos dos ciclos básicos e profissionais, inclusive os de curta duração, entre si e em outros cursos. (BRASIL, Lei da Reforma Universitária, 1968), grifo nosso)

O Estado consegue, assim, o controle sobre a expansão e a orientação da demanda ao ensino superior por meio do planejamento da distribuição de vagas. Desobriga-se, por outro lado, de investir maiores recursos na expansão desse ensino, liberando a criação de inúmeros cursos superiores particulares. À iniciativa privada caberá, dai por diante, a responsabilidade pelo aumento de vagas nos diferentes cursos.

Essa estruturação mostra que a preocupação com a aprendizagem não era o objetivo, pois, o Estado está se desresponsabilizando de suas atribuições e repassando à iniciativa privada, por mais que se tenha controle, o que impera é o capital financeiro, já que o lucro é uma premissa nesse setor. Essa situação ainda é atual e, como exemplo, citamos a quantidade de cursos de Direito no Brasil que, em 2010, eram 1.240 contra 1.110 do restante do mundo[19].

> A ampliação das redes públicas de ensino de 1º e 2º graus, acentua a partir de 68, impõe a necessidade da preparação de um maior contingente de profissionais para suprir o mercado. A maioria dos cursos superiores particulares criados neste período volta-se, então para a formação de professores para o magistério de 1º e 2º graus.

[19] http://www.oab.org.br/noticia/20734/brasil-sozinho-tem-mais-faculdades-de-direito-que-todos-os-paises. Acesso em: 11 de Jul. de 2016.

> Os cursos de licenciatura até então existentes já eram bastante criticados, especialmente quanto à falta de "unidade" entre as disciplinas de conteúdo e as pedagógicas. Os novos cursos criados a partir daí, além de incorrerem nas mesmas falhas, dão margem a outras críticas: estabelecem critérios pouco rigorosos de ingresso e, principalmente, são organizados, em sua maioria, como "licenciatura curta" em determinadas áreas de estudo, seguidas de especialização em uma das disciplinas dessa área. A maioria dos professores de matemática que atuam na rede pública provém dessas instituições, o que determina a necessidade de realização de cursos de treinamento e reciclagem para completar sua formação. (PAVANELLO, 1993)

A estratégia do governo militar iniciada com a reforma universitária se completa com a LDB de 1971, apesar de universalisar o ensino fundamental, quanto unificou o primário e o ginasial em um 1º grau (de oito anos), eliminando a exigência de exame de admissão ao ginásio. Isso acarretou aumento de matrículas, superlotando as escolas da rede pública e multiplicando os períodos concomitantes à diminuição de sua duração.

2.1.1 A diferença do ensino público pro privado

Os professores passaram a trabalhar sob pressão do Estado, que lembra a todo momento o custo da manutenção de um aluno em sala (na escola), e também precisam se adequar à nova realidade que conta com público diferente daquele com que vinha atuando, e convivem com falta de apoio pedagógico ou tempo e espaço para debates e/ou reflexão sobre o seu trabalho.

> É instituído, por outro lado, uma escola de 2º grau cujo objetivo é a profissionalização, a "qualificação para o trabalho". Essa reformulação, ditada pelas necessidades do novo modelo econômico, tem ainda o objetivo de desviar, pela formação profissional neste grau de ensino, parte da demanda ao superior. (PAVANELLO, 1993)

Nesse novo cenário, o ensino do 2º grau na rede pública é ofertado, geralmente, no período noturno. As disciplinas sofreram modificações, fazendo com que seu currículo deixasse de ter a função preparatória para o ensino superior. Também fica comprometida a função profissionalizante por falta de recursos humanos e materiais necessários ao cumprimento dessa tarefa.

Cabe comentar que as escolas particulares interpretaram a LDB/71 e aplicaram a legislação conforme lhe convieram, de modo que, no tocante ao 2º grau, continuaram praticamente como antes – com um ensino preparatório para o ensino superior.

> Art. 4º Os currículos do ensino de 1º e 2º graus terão um núcleo comum, obrigatório em âmbito nacional, e uma parte diversificada para atender, conforme as necessidades e possibilidades concretas, às peculiaridades locais, **aos planos dos estabelecimentos e às diferenças individuais dos alunos**. (BRASIL, 1971), grifo nosso)

Nessas escolas e nas academias militares o ensino de geometria continuou ocorrendo, o que obrigava os professores a abordá-la independente de sua formação. Essas exigências fizeram com que os professores buscassem se especializar para atender a essa clientela. Mantendo as devidas proporções, vê-se que o ensino no país é ministrado de forma diferente para as escolas particulares e pública, o que se mantém até hoje. O resultado do ENEM 2014, demonstra essa situação. Por exemplo, vejamos um recorte da matéria veiculada pelo portal de notícias G1-Globo[20], em 05 de agosto de 2015.

> A comparação entre as médias aritméticas das provas objetivas mostram um abismo entre as escolas privadas e públicas. No Enem 2014, só 93 escolas públicas entraram na lista de mil melhores. Isso representa menos de 10% do total. Apesar disso, esse número representa um avanço em relação à edição anterior, quando só 78 escolas públicas (7,8% do total).
> [...]
> **Veja algumas das 20 escolas com as maiores médias nas PROVAS OBJETIVAS do Enem 2014**
> 1º) Colégio Objetivo Integrado (São Paulo/SP) – privada – média 742,96
> 2º) Colégio Farias Brito – unidade central (Fortaleza/CE) – privada – média 737,88
> 3º) Colégio Olimpo Integral (Goiânia/GO) – privada – média 735,02
> 4º) Christus Colégio Pré-Universitário (Fortaleza/CE) – [privada] – média 731,38
> 5º) Colégio Bernoulli – Uni Lourdes (Belo Horizonte/MG) – privada – média 730,33
> 6º) Colégio Ari de Sá - Uni Major Facundo (Fortaleza/CE) - privada - média 725,09
> 7º) Col e Curso Ponto de Ens. – Tijuca (Rio de Janeiro/RJ) – privada – média 720,73
> 8º) Colégio Elite Vale do Aço (Ipatinga/MG) – privada – média 719,81
> 9º) Coleguium (Belo Horizonte/MG) – privada – média 719,71
> 10º) Colégio Objetivo Integrado (Mogi das Cruzes/SP) – privada – média 718,66
> [...]
> 19º) Colégio Anglo Leonardo da Vinci (Carapicuíba/SP) – privada – média 701,11
> 20º) Colégio Lerote Ltda (Teresina/PI) – privada – média 700,86
>
> Ao contrário da edição do ano passado, **neste ano nenhuma escola do "top 20" é pública** (no Enem 2013, apenas uma, o Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Viçosa, o Coluni, se encaixava nesta categoria). Além disso, **não há escolas das regiões Norte e Sul entre as 20 melhores**. Um quarto das 20 escolas com notas mais altas estão em São Paulo, e só cinco colégios na lista ficam fora de capitais.
> [...]
> **As 10 escolas Públicas com as maiores médias nas PROVAS OBJETIVAS do Enem 2014**
> 1º) Ifes – Campus Vitória (Vitória/ES) – federal – média 700,30
> 2º) Colégio de Aplicação da UFV – Coluni (Viçosa/MG) – federal – média 693,32
> 3º) Colégio Politécnico da UFSM (Santa Maria/RS) – federal – média 689,44
> 4º) Colégio de Aplicação do CE da UFPE (Recife/PE) – federal – média 674,65
> 5º) Colégio Militar de Belo Horizonte/MG) – federal – média 665,94
> 6º) Escola Preparatória de Cadetes do Ar (Barbacena/MG) – federal – média 664,50
> 7º) Coltec – Colégio Técnico da UFMG (Belo Horizonte/MG) – federal – média 661,66
> 8º) Campus 1 – BH (Belo Horizonte/MG) – federal – média 658,67
> 9º) Centro de Educação Tecnológica de Minas Gerais – Cefet – campus Timóteo - federal – média 658,04
> 10º) Etec de São Paulo (São Paulo/SP) – estadual – média 657,59
> Na lista acima, é possível verificar que apenas uma escola estadual figura na lista das escolas públicas. Nove estabelecimentos são instituições federais.
> (G1: MORENO, TENENTE, & LUIZ, 2015)

[20]http://g1.globo.com/educacao/noticia/2015/08/ranking-unico-de-escolas-no-enem-e-como-luta-ronda-x-minotauro-diz-inep.html, Acesso em 24 Jul. 2016

A título de curiosidade, a tabela 2.1 apresenta o *ranking* das 25 primeiras escolas do Distrito Federal no ENEM de 2014[21]. Examinando essa tabela veremos que a primeira escola pública figura na 21ª posição, é o Colégio Militar de Brasília. O segundo está na 25ª posição e é o Colégio Militar Dom Pedro II.

Tabela 2.1: *Ranking*(Rk) das 25 primeiras escolas do DF no ENEM 2014.

Rk Est/Nac	Nome da Escola	Munícipio	Rede	Média (Provas Obje)
1/26	Col Olimpo	Brasília	Privada	697.02
2/65	Col Olimpo - Aguas Claras	Brasília	Privada	673.97
3/70	Col Ideal	Brasília	Privada	672.15
4/101	Col Podion	Brasília	Privada	660.39
5/166	Ced Sigma	Brasília	Privada	648.66
6/178	Ced Sigma - Asa Norte	Brasília	Privada	647.30
7/184	Col Galois	Brasília	Privada	646.59
8/186	Col Alub	Brasília	Privada	646.17
9/421	Coc Brasília	Brasília	Privada	627.38
10/429	Col Sagrado Coração de Maria	Brasília	Privada	627.03
11/454	Ced Sigma Águas Claras	Brasília	Privada	625.85
12/460	Col Alub	Brasília	Privada	625.68
13/475	Ced Leonardo da Vinci - Asa Norte	Brasília	Privada	624.96
14/536	Ced Leonardo da Vinci - Taguatinga	Brasília	Privada	621.62
15/653	Ced Leonardo da Vinci	Brasília	Privada	616.24
16/685	Col Presbiteriano Mackenzie	Brasília	Privada	614.93
17/686	Ce Candanguinho - Cecan	Brasília	Privada	614.86
18/700	Col Marista Joao Paulo II	Brasília	Privada	614.08
19/795	Col Marista de Brasilia	Brasília	Privada	610.10
20/917	Col CIMAN	Brasília	Privada	605.82
21/926	Col Militar de Brasília	Brasília	Federal	605.41
22/1017	Cem Delta	Brasília	Privada	602.50
23/1057	Col Alub - sede VI	Brasília	Privada	601.33
24/1082	Ced Católica de Brasília	Brasília	Privada	600.28
25/1419	Col Militar Dom Pedro II	Brasília	Estadual	591.99

Fonte: G1-Globo

A LDB/71 definiu como deveriam ser compostos os currículos. Isso permitia uma infinidade de currículos, pois cada localidade tinha liberdade para compor o seu. Ora, isso deveria ser bom se o tratamento fosse sério e comprometido, mas o que se constata é o quase abandono da geometria, a escola assumindo um aspecto profissionalizante, pois, entre muitas propostas, havia a preocupação "o que fazer com os alunos que não ingressassem no ensino superior?". Então o tecnicismo terá a sua vez.

> Art. 5º As disciplinas, áreas de estudo e atividades que resultem das matérias fixadas na forma do artigo anterior, com as disposições necessárias ao seu relacionamento, ordenação e sequência, constituirão para cada grau o currículo pleno do estabelecimento. § 1º Observadas as normas de cada sistema de ensino, o currículo pleno terá uma parte de educação geral e outra de formação especial, sendo organizado de modo que:
>
> a) no ensino de primeiro grau, a parte de educação geral seja exclusiva nas séries iniciais e predominantes nas finais;
>
> b) será fixada, quando se destina a iniciação e habilitação profissional, em consonância com as necessidades do mercado de trabalho local ou regional, à vista de levantamentos periodicamente renovados.

[21]http://especiais.g1.globo.com/educacao/enem/2014/home-medias-por-escola/, Acesso: em 24 Jul. 2016

> § 3º Excepcionalmente, a parte especial do currículo poderá assumir, no ensino de 2º grau, o caráter de aprofundamento em determinada ordem de estudos gerais, para atender a aptidão específica do estudante, por indicação de professores e orientadores. Art. 6º As habilitações profissionais poderão ser realizadas em regime de cooperação com as empresas. Parágrafo único. O estágio não acarretará para as empresas nenhum vínculo de emprego, mesmo que se remunere o aluno estagiário, e suas obrigações serão apenas as especificadas no convênio feito com o estabelecimento. (BRASIL, 1971)

A elaboração de um currículo a partir das propostas anteriores, não deixa espaço para muitas disciplinas e, no mais, o cenário nacional à época apontava para o mercado de trabalho. Como resultado disso, a matemática perderá espaço nas grades horárias para diversas disciplinas que serão inseridas/criadas conforme demanda. "...será fixada, quando se destina a iniciação e habilitação profissional, **em consonância com as necessidades do mercado de trabalho local ou regional, à vista de levantamentos periodicamente renovados**."

Nesse período, teremos os chamados magistério e científico, o primeiro voltado para a educação, serão os professores (mesmo precário), o segundo é para os que desejam ingressar no ensino superior.

Importante destacar que o termo magistério já vinha sendo utilizado e fora implantado pela Lei 4.024/61 por meio das Escolas Normais. A reformulação dos cursos de 1º e 2º graus, por força da LDB/71, em relação à formação de professores, extinguiu as Escolas Normais instituindo em seu lugar, a Habilitação Específica de 2º grau para o exercício do magistério de 1º grau (HEM). Para o magistério a LDB/71 definiu:

> Art. 77. Quando a oferta de professores, legalmente habilitados, não bastar para atender às necessidades do ensino, permitir-se-á que lecionem, em caráter suplementar e a título precário:
> a) no ensino de 1º grau, até a 8ª série, os diplomados com habilitação para o magistério ao nível da 4ª série de 2º grau;
> b) no ensino de 1º grau, até a 6ª série, os diplomados com habilitação para o magistério ao nível da 3ª série de 2º grau;
> c) no ensino de 2º grau, até a série final, os portadores de diploma relativo à licenciatura de 1º grau. (Idem)

2.2 A Retomada do Ensino de Matemática no País

As discussões sobre o ensino da geometria retornaram cerca de dez anos após a LDB/71, inicialmente indagando a sua ausência em congressos e similares, e foram os grupos citados no capítulo anterior, os grandes responsáveis por esse reinício, recolocando a geometria nas escolas, reinserindo-a na grade curricular e dando aspecto de disciplina, capacitando e formando professores.

Entre os grupos, destaca-se o Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática – (GEPEM)[22], fundando em 1976, um dos mais antigos e em plena atividade. Teve como

[22] //www.gepem.ufrrj.br/paginas/home.php?id=Historico – O GEPEM foi criado em 1976, no Rio de Janeiro, com a finalidade de ser um grupo de estudo e pesquisa em Educação Matemática, nesta ocasião agregava cerca de 20 membros

primeiro presidente a professora Maria Laura Leite Lopes[23] – que permaneceu por oito anos nessa função.

O GEPEM teve como primeira atividade a organização do I Seminário sobre o Ensino de Matemática, de 12 a 16 de abril de 1976, patrocinado pela Academia Brasileira de Ciências e o Programa de Expansão e Melhoria do Ensino (PREMEN), cujos objetivos foram: **obter um panorama da situação do ensino da matemática no Brasil** e preparar para o III Congresso Internacional de Educação Matemática. Contou com a presença de, aproximadamente, 200 professores de 20 Estados e de todos os níveis de ensino. Desde a sua criação, o GEPEM publica o seu Boletim, em cujos dois primeiros foram inseridas as conclusões do referido seminário, além do artigo: **Matemática no Pré-Escolar**, de autoria de Maria Laura, tratando sobre a educação geométrica. No boletim nº 3 é publicado, pela mesma autora, o artigo: **Justificativa de um Currículo de Matemática para o ensino Pré-escolar**. Já temos mostra de que havia o interesse pela retomada da educação matemática no país e, conhecendo-se a história da professora Maria Laura, certamente.

A sociedade Brasileira de Matemática (SBM), fundada em 1969, não apresenta ponderações sobre o tema, apesar de ter Benedito Castrucci[24] como um de seus fundadores, até que, em 1982, inicia a publicação da Revista do Professor de Matemática, com escopo de "se constituir num ponto de encontro de professores de Matemática atuantes nos 1º e 2º graus, contando experiências, procurando respostas, discutindo sugestões, divulgando notícias." Editorial da RPM-01 (1982)

> Os professores de Matemática, espalhados pelo nosso imenso País, que se dedicam a sua profissão, muito mais pelo amor que têm pela matéria que escolheram do que pela remuneração, quase sempre parca, formam uma classe não apenas numerosa, mas bastante diversificada.
> Essa diversidade provém da variada formação intelectual, do treinamento universitário que tiveram, dos recursos materiais de que dispõem suas escolas, do nível cultural da região onde trabalham, a se refletir em seus alunos, e de tantos aspectos contrastantes que existem nos muitos sistemas escolares estaduais.
> Em que pesem todas essas diferenças, há, ao lado do fascínio pela Matemática, outro traço comum a todos os professores desta disciplina, a saber, o isolamento intelectual, a se traduzir na falta de estímulo científico e na dificuldade para obter orientação e informações que os ajudem a progredir, a conhecer melhor aquilo que devem ensinar, a se porem em dia com os progressos da Matemática, para poderem dar melhores lições e se sentirem mais confiantes na sala de aula.
> As janelas naturais para arejar a mente do professor são os livros. Mas a literatura disponível em língua portuguesa, no nível a que nos referimos, praticamente se limita aos livros de texto que o professor adota.
> Estes, porém, na maioria dos casos, se restringem a expor o programa de modo seco, nem sempre inteligível, sem maiores motivações ou exemplos atraentes, não fornecendo ao professor aquele "algo mais" que ele tanto deseja para penetrar nos assuntos, dirimir as grandes dúvidas que o afligem a propósito de certos conceitos cruciais, entender a importância, a origem e a utilidade dos tópicos que deve ensinar, ampliar e solidificar seus conhecimentos sobre assuntos tradicionais e consagrados, ou simplesmente adquirir um repertório de episódios e exemplos interessantes para ilustrar suas aulas.

[23]http://www.abc.org.br/article.php3?id_article=2777, Acesso: em 13 de Jul. de 2016

[24]O professor Castrucci foi crítico da forma que a geometria foi tratada nos currículos na década de 1960.

> A qualidade dos livros didáticos em nosso País tem melhorado ultimamente. Alguns trazem mesmo boas apresentações para certos tópicos que abordam. Mas a média está longe de ser satisfatória. Além disso, a própria finalidade a que se propõem jamais fará deles o guia intelectual do professor, a janela aberta a que nos referimos acima.
> As constatações que acabamos de expor, aliadas à consciência de sua responsabilidade, levaram a Sociedade Brasileira de Matemática a criar a Revista do Professor de Matemática. Nossa intenção é que a RPM seja uma das janelas através das quais o professor possa oxigenar-se, enxergar um horizonte mais amplo e também possa fazer-se ouvir; não apenas receber, mas também dar, contribuir e participar.
> Nossos ideais, cremos que são honestos; nossa ambição, reconhecemos que é grande. Mas nossa presunção é limitada: não pretendemos acertar em cheio, logo de saída. Em vez disso, nosso método será o das aproximações sucessivas. Em cada novo número, queremos estar mais perto do nosso objetivo. Para orientar-nos é indispensável a colaboração dos nossos leitores. Mandem dizer como receberam os dois primeiros números. Não façam apenas elogios. Estes certamente nos alegram, confortam e dão mais ânimo para prosseguir, mas façam também críticas (de preferência, construtivas) e nos enviem sugestões. (RPM 02, 1983)

Temos, portanto, o ingresso de pesos significativos na recuperação/retomada do ensino da matemática. E como se constata no tocante à geometria, sua ausência se deveu à formação do professor, aos livros didáticos e ao MMM.

A RPM se tornará um excelente meio de comunicação, e, pode-se dizer que atingiu seu objetivo. Além de apresentar o cenário atual [1982] e cotidiano, desde então, do ensino da matemática no país sem uma formalização acadêmica, por meio de artigos e relatos que a compunham, ainda divulga informes e faz chamadas para cursos, artigos, seminários, encontros, olímpiadas de matemática, diversos, que ocorriam, principalmente, no Brasil. E o mais importante que o público principal são professores dos ensinos de 1º e 2º graus.

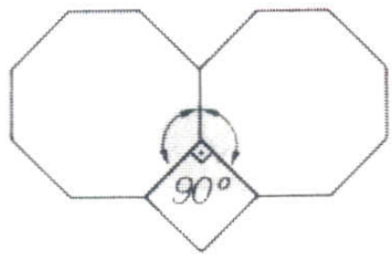
2.2.1 Como Deverá Ser o Ensino da Geometria Plana?

Algumas discussões ao longo da década de 1980 contemplam a forma com que a geometria deveria ser ensinada, em especial no primeiro grau, a pergunta mais comum era: experimental ou dedutiva?

> A aprendizagem da geometria inicia-se (ou deveria iniciar-se) nas primeiras séries do primeiro grau. Através da exploração sensorial de objetos, cedo a criança aprende a reconhecer formas e classificar figuras. Mais tarde aprende a comparar e medir comprimentos; descobre propriedades das figuras, identifica paralelismos e perpendicularismos etc. Neste processo, desenvolve a sua percepção do espaço.
> Nesta aprendizagem é fundamental o uso de materiais e instrumentos: papel, cartolina, tesoura, cola, lápis coloridos, régua, esquadro, compasso, transferidor, ladrilhos, embalagens etc.
> Caixas e embalagens têm formas geométricas variadas. Trabalhando com elas, a criança classifica figuras, planifica, estabelece relações entre figuras planas e a figura espacial, identifica as faces arestas e vértices de um poliedro etc.

> Com ladrilhos e mosaicos, a criança faz recobrimentos e prepara o terreno para o cálculo de áreas. Também descobre propriedades dos polígonos. Assim, por exemplo, podemos propor que observe este mosaico onde foram combinados quadrados e octógonos.
> Sabendo que o azulejo octogonal tem lados e ângulos iguais, pedimos que descubra a medida de seus ângulos, sem usar transferidor, vide a figura2.1. (LORENZATO, 1995)

Figura 2.1: Sem transferidor



Essa forma visual de ensinar é predominante na geometria plana, pois basicamente em toda situação que envolve geometria plana há imagens e é possível reproduzir ou produzir um desenho. Talvez, por isso, as aulas de geometria plana com "fórmulas" e teoremas sem demonstrações não prendam a atenção dos alunos; que pedem aulas mais dinâmicas e práticas. Isso foi verificado e constatado neste trabalho e está lançado no capítulo 7 que aborda a metodologia e os resultados obtidos com a "investigação" realizada nas três escolas visitadas – total de sete turmas.

A geometria plana até poderia ter o aspecto abstrato, tal como a álgebra, mas sua presença cotidiana "pede" figuras, elaboração de modelos, exploração. Isso pode ser justificado pelo fato da geometria estar presente no dia a dia e poder ser vista com um dos mais importantes entre os cinco sentidos[25], justificando essa necessidade do dinamismo, da prática.

É claro que a forma com que a geometria deveria ser ensinada se associa diretamente com os problemas citados e que impactam o seu desenvolvimento nas escolas. Por isso é relevante decidir de qual maneira ela deveria ser desenvolvida, principalmente, nos livros didáticos.

2.2.2 Há Necessidade de Qualificação Para Retomar o Ensino

Há, então, no início da década de 1980, a movimentação da comunidade matemática para retomar o seu ensino e a reinserir a geometria plana no meio escolar. Ao longo dessa década, surgiram diversos polos no Brasil que apresentaram palestras, ministraram cursos, encontros e muitos outros eventos com o fim de retomar o ensino da matemática no país. A geometria plana tem um destaque especial nessa reinserção, pois foi a mais prejudicada nas três décadas anteriores.

Os objetivos principais dos cursos estavam focados no ensino fundamental e médio (1º e 2º graus) e buscavam aprimorar, qualificar e formar professores, mas havia também cursos para alunos do 2º grau.

Os encontros e palestras focavam também no ensino, mas prioritariamente na discussão curricular e organização do ensino fundamental e médio.

As publicações, teses, artigos e outros apresentavam o problema, ou as origens dos problemas que justificavam o fato da geometria estar naquele descaso, abandono.

Uma coisa é unânime se pensamos na interseção desses três tópicos – cursos, palestras/debates, publicações/pesquisa – não se sabia como estava a comunidade escolar e o quão

[25]http://vivaescolamaissaude.blogspot.com.br/2010/11/os-5-sentidos.html, Acesso: em 13 de Jul. de 2016

grande era a lacuna que foi criada devido aos anos de estagnação no ensino da geometria plana. Talvez, por isso, foram necessários dezesseis anos para a aprovação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), em 1996.

De qualquer modo, a busca pela retomada do ensino de matemática foi bastante feroz e, em pouco anos, já estava no cenário nacional com as propostas e cursos sendo ministrados. A seguir, a partir das divulgações feita pela RPM, apresentamos alguns recortes do programa e chamamento desses cursos e encontros que estavam ocorrendo no país na década de 1980.

> **★ Formação permanente para professores de 1°, 2° e 3° graus**
> Recebemos o Resumo do Relatório das Atividades, em 1982, do Projeto com o título acima, desenvolvido no Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro sob a coordenação da Professora Maria Laura Mouzinho Leite Lopes, com participação de alunos de licenciatura e de professores de 1°, 2º e 3º graus. A ideia deste Projeto surgiu da constatação (na análise das respostas de testes aplicados, no ano anterior, a alunos da 5º série em quatro escolas municipais no Rio de Janeiro) de pontos de estrangulamento no ensino de Matemática no 1° grau.
> A equipe reuniu-se nas tardes das quartas feiras, na sede do Instituto, onde foram tratados vários assuntos diretamente ligados ao Projeto ou tópicos de Matemática e Educação. (RPM 02)

> **★ Cursos de verão**
> Como em anos anteriores, o Instituto de Matemática e Estatística da USP (IME-USP), está planejando oferecer a professores de Matemática no Ensino Médio, um curso no período Verão de 1984. Informações podem ser obtidas com a:
> Comissão dos Cursos de Verão - 1984
> IME-USP, Caixa Postal 20570, 01000 São Paulo-SP
> no mês de outubro de 1983, mês em que são aceitas as inscrições. (RPM 02)

> **★ Geometria + laboratório + M. C. Escher**[a]
> Um curso de verão para alunos do 2º grau na UnB e uma ideia para a formação de um Laboratório de Geometria para o 1º e 2º graus.
> Nilza Eigenheer Bertoni
> Departamento de Matemática
> Universidade de Brasília, 70910 - Brasília - DF
> O Departamento de Matemática de UnB tem oferecido, desde algum tempo, cursos de extensão voltados para o ensino do 2º grau. Alguns desses cursos foram dirigidos a professores, outros a alunos.
> Como parte das atividades da Escola de Verão/82 do departamento, desenvolve-se mais um curso de extensão em Áreas e Volumes, destinado a alunos do 2º grau.
> [...]
> 1. Geometria plana
> 2. Sólidos e volumes
> 3. Geometria e arte (RPM 02)
>
> [a]Maurits Cornelis Escher (1898-1972) é um dos artistas gráficos mais famosos do mundo. Ele é mais famoso por suas chamadas construções impossíveis, tais como ascendente e descendente, relatividade, suas impressões de transformação, como Metamorphosis I, Metamorphosis II e III Metamorphosis, Sky & Water I ou répteis. http://www.mcescher.com/about/biography/ – Acesso: em 13 de Jul. de 2016

★ Continuaram, durante este semestre [1º semestre 1984], as **palestras sobre ensino de Matemática no Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro**, desta feita, nas tardes de segunda feira. Para informações, dirija-se à Cx. P 68530, CEP: 21944 - Rio de Janeiro - RJ. (RPM 03, informação nossa)

★Cursos de Verão para professores do curso secundário

Como em anos anteriores, o Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo, IME/USP, estará oferecendo cursos de extensão universitária aos docentes das 5.as séries do 1.° grau às 3.as séries do 2.° grau no próximo mês de janeiro. Informações podem ser obtidas, no mês de setembro, no seguinte endereço: IME/USP - XV Programa de Verão CxP: 20570, CEP 01498 São Paulo - SP; Tel.: (011) 813 8164. (RPM 06)

★ Cursos de Verão para professores do curso secundário

O GEPEM (Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática) informa sua programação para o ano de 1986: **Curso de Pós-Graduação em Educação Matemática ("lato-sensu")** inscrições para o 1.° semestre, de 03 a 10/03 e para o 2° semestre, de 28/07 a 04/08. No 2.° semestre, haverá também um curso de Nivelamento com inscrições de 28/07 a 04/08.
Informações no GEPEM – R. Fernando Ferrari, 75 sala 306/prédio VI, Universidade Santa Ursula. 22.231 - Botafogo - Rio de Janeiro - RJ. (RPM 07)

★ Centro de Treinamento para Professores de Primeiro e Segundo Graus

O Instituto de Matemática e Estatística da USP está instalando, em convênio com a Secretaria de Educação, este Centro, que terá uma biblioteca especializada e onde serão promovidos cursos de reciclagem, seminários, conferências, etc. Informações sobre este centro e também sobre os Cursos de Verão-87 para professores do curso secundário, poderão ser obtidas, a partir de setembro, no seguinte endereço:
IME – USP
Caixa Postal 20570
01498 São Paulo, SP
Telef. (011)813-8164-R. 211 (RPM 08)

★ Curso de Aperfeiçoamento para Professores de Matemática de 1° e 2° Graus

O Departamento de Matemática e do Mestrado de Psicologia da UFPE, com a colaboração das Secretarias de Educação do Estado e do Município de Recife e com o apoio financeiro do subprograma Educação para a Ciência, PADCT/CAPES, está oferecendo um curso de pós-graduação, latu sensu, para professores de Matemática. Informações: Departamento de Matemática da UFPE; Centro de Ciências Exatas e da Natureza – Campus da UFPE; Telef. (081) 271-1951, 271-1833. (RPM 08)

★ Seminário Interestadual de Educação Matemática

O Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática – GEPEM, realizou na Universidade Santa Úrsula, RJ, de 14 a 15 de abril p.p. um seminário interestadual de Educação Matemática. Os temas debatidos foram: Pós-graduação em Educação Matemática; Reencontro com a Geometria; A Experiência Matemática; O Impacto da Informática. (RPM 08)

★ I ENEM – O Encontro Nacional de Educação Matemática
será realizado na PUC – São Paulo de 2 a 6 de fevereiro de 1987 e constará de conferências, mini-cursos, apresentação de trabalhos, "posters" e painéis.
Os trabalhos sobre temas de Educação Matemática relativos ao 1°, 2° e 3° graus podem ser submetidos até 30/11/86. A taxa de inscrição será de Cz$ 300,00 (até 30/11/86) ou de Cz$ 400,00 (até 02/02/87) e deverá ser enviada em cheque nominal à Tânia Maria Mendonça Campos. Para inscrições, trabalhos e mais informações use o endereço: Rua Cássio Martins Vilaça, 408, CEP 01249 – São Paulo – SP, tel.: (011) 263-4647 (RPM 09)

★ Curso de Aperfeiçoamento em Matemática
é oferecido desde 1984 pelo Departamento de Matemática do IMECC-UNICAMP. Um dos objetivos do curso é contribuir para melhorar o ensino de Matemática no 1° e 2° graus. Informações:
Curso de Aperfeiçoamento em Matemática, IMECC – UNICAMP. Caixa Postal 6065 13100 – Campinas – SP (RPM 09)

★ Segundo Encontro Estadual de Professores de Matemática de 1 ° e 2° graus
Realizar-se-á, nos dias 28, 29 e 30 de outubro, no Departamento de Matemática – IGCE – UNESP – Rio Claro, SP.
Para o Encontro estão previstos: 3 conferências plenárias, 2 mesas redondas com 4 expositores cada uma e 10 mini-cursos de 6 horas cada.
Informações: Prof. Luiz Roberto Dante; C.P. 178, 13500 Rio Claro, SP. (RPM 10)

★ II Encontro Nacional de Educação Matemática
24 a 29 de janeiro 1988 – Universidade Estadual de Maringá.
Entrega dos trabalhos: até 30 de julho de 1987.
Ternário – Instruções aos autores de trabalhos – Informações:
Departamento de Matemática Universidade Estadual de Maringá Cx. Postal 331 – CEP 87020 – Maringá – PR
Tel.: (0442) 22-4242 – r. 333 (RPM 10)

★ O papel da Geometria na formação do professor das séries iniciais
Kátia Cristina. S.Smole
Marília Ramos Centurión
Eliane Reame de Souza
Maria Ignez de S.V.Diniz

Tendo em vista a realidade problemática da Habilitação Específica para o Magistério (HEM), que se encontra perdida entre o 1.° e o 2.° graus,
[...]
Com o objetivo de melhorar este quadro, desde fevereiro de 1989 o CAEM(Centro de Aperfeiçoamento do Ensino de Matemática do IME/USP) desenvolve um projeto de elaboração de uma proposta curricular de Matemática para a HEM. Participam desse esforço a equipe técnica da CENP (Coordenadoria de Ensino e Normas Pedagógicas da Secretaria da Educação do Estado de São Paulo) e vinte e um professores de Matemática de alguns CEFAMs (Centros Específicos de Formação e Aperfeiçoamento do Magistério) da Grande São Paulo, além de outros profissionais interessados nesta questão.
Todo o trabalho foi apresentado e discutido em dois encontros com todos os professores de Matemática dos CEFAMs do Estado de São Paulo e divulgados através de cursos de aperfeiçoamento para professores da HEM em convênio entre a USP e a Secretaria de Educação do Estado. (RPM 16)

Os encartes anteriores apresentam e demonstram os esforços da comunidade educacional para reinserção do tema da educação matemática no dia a dia escolar, o que se constatou foi o quanto "atrasados" estavam os alunos e professores. Para ilustrar esse argumento, apresentaremos relatos dos ministrantes de dois desses cursos, um para alunos e outro para professores. Essa abordagem é apenas para relatar um pouco do que deve ter sido encontrado pelo pais.

2.2.2.1 Alunos Enfrentam Dificuldades com Geometria Plana

Para os alunos separamos o curso[26] **Geometria + laboratório + M. C. Escher**, pelo fato de ter sido ministrado na Universidade de Brasília (UnB). A seguir, apresentam-se pequenos recortes, com algumas adaptações, de relatos da professora Nilza Bertoni sobre sua visão dos alunos:

> Como parte das atividades da **Escola de Verão/82** do departamento de matemática da UnB, desenvolve-se mais um curso de extensão em Áreas e Volumes, destinado a alunos do 2º grau. Reunimos para o mesmo **31 alunos das mais variadas escolas** da rede oficial do Distrito Federal, tanto de Brasília como de cidades satélites. O Curso **teve 7 semanas de duração e 6 horas-aula semanais**.
> Verificamos, logo no começo, que a classe era heterogênea e que os alunos tinham **escasso conhecimento de figuras planas, de suas propriedades, fórmulas das áreas e justificativas das mesmas**.
> Decidimos repor a etapa não vivenciada nos anos anteriores de aprendizagem. Nosso curso ficou então dividido em três partes:
> 1. Geometria plana
> 2. Sólidos e volumes
> 3. Geometria e arte"
>
> [. . .]
> Como levar os alunos a adquirirem rapidamente uma visão da geometria das figuras planas, e como assegurar a permanência desse aprendizado?
> Optamos pela técnica de recortes, medições e dobraduras – através dela os alunos foram levados a intuir, descobrir e verificar propriedades geométricas.
> [. . .]
> Como exemplos de "descobertas" e "experimentos", objetivando exploração de propriedades das figuras planas, tivemos:
> - Construir um triângulo arbitrário e marcar suas 3 alturas
> - Idem, marcar as 3 medianas
> - Idem, marcar as 3 bissetrizes
> - Idem, marcar as 3 mediatrizes
>
> [. . .]
> - Descobrir a área de um trapézio. Os alunos sugeriam 3 processos. Trabalharam em grupos, para chegar a uma fórmula simplificada. Tivemos:
>
> a) Decomposição do trapézio em um retângulo e 2 triângulos:
> b) Decomposição do trapézio em 2 triângulos:
> c) Juntar 2 trapézios iguais formando um paralelogramo:
> [. . .]
> Nesta etapa, o Laboratório apresentava-se com inúmeros cartazes, feitos pelos alunos, justificando propriedades de figuras planas e de áreas, bem como conjuntos numéricos, modelos de dobraduras, etc.

[26] Maiores detalhes sobre o programa assuntos tratados nesse curso podem ser consultados na RPM 02

> [. . .]
> Nesta etapa, o Laboratório apresentava-se com inúmeros cartazes, feitos pelos alunos, justificando propriedades de figuras planas e de áreas, bem como conjuntos numéricos, modelos de dobraduras, etc.
> [. . .]
> Todas as fórmulas usuais para volumes foram inferidas e deduzidas: prismas, cilindros, pirâmides, cones, esfera.
> [. . .]
> Um dos problemas propostos foi o do gomo: Se uma esfera for dividida em 12 gomos absolutamente iguais, qual será a área total externa de cada gomo? (Não conte a seus alunos, não imagine que eles têm o mesmo poder visual espacial que você tem – dê-lhes o ensejo de fazerem um rudimentar modelo concreto, e contenha sua impaciência, esperando que eles cheguem por si ao resultado. O entusiasmo e a surpresa que demonstrarão valem a experiência).
> [. . .]
> Foram realizadas duas provas (uma sobre Geometria Plana e outra Espacial), com aprovação final de quase todos os alunos. Mais do que isto, o que importou foi a certeza de **termos quebrado uma barreira**, e tê-los introduzido de maneira confiante e interessada no mundo da Geometria.

O que se pode verificar é que alunos do 2º grau não tinham conhecimento básico de Geometria Plana e de suas demonstrações e que ela não era abordada, ao menos não era comum no ambiente escolar.

A figura 2.2, a seguir, é uma reprodução de um trabalho de Maurits Cornelis Escher.

Figura 2.2: Waterfall – 1961 Lithograph

Fonte: http://www.mcescher.com/gallery/impossible-constructions/

2.2.2.2 Professores Enfrentam Dificuldades com Geometria Plana

Para os professores, iremos utilizar o artigo inaugural da nova seção que a Revista do Professor de Matemática criou a partir do nº 16 – Magistério em Ação –, o tema: **O papel da Geometria na formação do professor das séries iniciais**.[27]. Esse curso fez parte de um projeto de elaboração de uma proposta Curricular para a Habilitação Específica para o Magistério (HEM) proposto pelo CAEM (Centro de Aperfeiçoamento do Ensino de Matemática do IME/USP) com a participação da equipe técnica da CENP (Coordenadoria de Ensino e Normas Pedagógicas da Secretaria da Educação do Estado de São Paulo) e 21 professores de Matemática de alguns CEFAMs (Centros Específicos de Formação e Aperfeiçoamento do Magistério) da Grande São Paulo, além de outros profissionais interessados nesta questão.

> O CAEM escolheu esse tema [O papel da Geometria na formação do professor das séries iniciais] justificando: **"a Geometria é indispensável na formação do futuro professor** e é com base nessa discussão que elegemos o tema para tratarmos no primeiro artigo desta seção".
> Para que **o futuro professor possa desenvolver em si mesmo** e, futuramente, em seus alunos as habilidades de observação, percepção, argumentação, representação gráfica, habilidades lógicas... e inter-relacionar o estudo de Geometria com outros campos do conhecimento.
> Além disso, mesmo no ensino de números são empregados modelos geométricos que devem ser dominados, e, por outro lado, esquemas geométricos que poderiam auxiliar a visualização de certos problemas e propriedades deixam de ser empregados por inaptidão em trabalhar dentro do quadro geométrico.
> Dos levantamentos feitos, concluímos que o aluno que inicia a HEM não tem, em geral, qualquer experiência em Geometria, conteúdo este que deveria ser trabalhado desde as séries inciais. Assim, decidimos que não tem sentido iniciar o estudo a partir de uma teoria axiomática, pois a "arrumação" em Geometria só tem significado para quem vivenciou a "desarrumação". Deste modo, as definições e as generalizações devem nascer das observações do aluno, mal formuladas e imprecisas, para que depois, por reformulações sucessivas, se obtenha a forma concisa formal.
> Outra opção do grupo foi a de iniciar pelo estudo dos sólidos geométricos, tentando fazer caminhar juntas a Geometria Plana e a Geometria Espacial.
> Deseja-se enfatizar que existem diferentes níveis de sistematização que devem ser feitos no desenrolar de cada atividade, culminando com **o estudo sistematizado (axiomático)** que deverá ser feito no momento em que os alunos conseguirem certa autonomia de trabalho neste campo, para que possam desenvolver habilidades de argumentação, tirar conclusões e demonstrar propriedades já existentes.
> **No entanto, é importante ressaltar que atividades de manipulação não devem ser infantilizadas tendo em vista que a clientela da HEM é constituída por alunos do 2.° grau**.
> Finalmente, a fim de se evitar a frequente desculpa "não dá tempo...", sugere-se que o estudo de **Geometria seja garantido ao longo de toda o curso**, com pelo menos uma aula por semana.

A escassez, a precariedade e, muitas vezes, ausência do ensino de geometria plana produziu esse distanciamento entre o que se esperava, conforme relatos acima, e a realidade que se encontrou.

[27]Maiores detalhes sobre o programa assuntos tratados nesse curso podem ser consultados na RPM 16

2.2.3 A Sociedade Brasileira de Educação Matemática

Por fim, durante o II Encontro Nacional de Educação Matemática (II ENEM), realizado na Universidade Estadual de Maringá, Paraná, em janeiro de 1988, foi fundada a Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM)[28], que tem como finalidade ampla buscar meios para desenvolver a formação matemática de todo cidadão de nosso país. Para isso, ela congrega profissionais e alunos envolvidos com a área de Educação Matemática e com áreas afins e procura promover o desenvolvimento desse ramo do conhecimento científico, por meio do estímulo às atividades de pesquisa e de estudos acadêmicos. É também objetivo da SBEM a difusão ampla de informações e de conhecimentos nas inúmeras vertentes da Educação Matemática.

Podemos dizer que com a fundação da SBEM teremos um fórum organizado de discussões para o tema educação matemática, que começara no início da década de 1980 de forma desorganizada, do ponto de vista de unificação da discussão ou sua simultâneidade.

Neste capítulo o que se viu foi a organização de professores e comunidade escolar em um esforço para a retomada do "rumo" na educação matemática, em especial no ensino da geometria plana.

No próximo capítulo, com essas ideias consolidadas por meio do PCN, PCNEM, outros currículos e do PNLD apresenta-se a problemática na educação dos professores e rendimentos escolares, apresentando alguns desempenhos, ainda que quantitativamente, em alugns casos, dos atores do cenário atual da educação básica.

[28]http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/

Capítulo 3

Avaliações Educacionais, Situação do Ensino, da Educação e da Aprendizagem

3.1 A percepção da insuficiência no ensino de Geometria e reflexão pelos alunos e pelos professores.

Os capítulos anteriores apresentaram um cenário no qual o ensino da matemática, no tocante à geometria plana, sofreu grandes transformações de 1950 a 1990. Iniciando com seu novo enfoque axiomático, no Movimento da Matemática Moderna (MMM), passando pelo período tecnicista (auge na década de 1970) e culminando com sua "exclusão" nas salas de aula e sendo colocada no final dos livros didáticos, consolidando a nova forma de ensiná-la ou de deixar de ensiná-la e culminando ou reiniciando, de certa forma, com os grupos que se organizaram para a sua reinserção no ensino – durante a década de 1980 –, quando surge, por exemplo, a Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM).

Durante a década de 1980, conforme demonstrado no capítulo anterior, algumas universidades brasileiras ministraram cursos de matematica para a comunidade escolar, professores e alunos, com fins de motivar e familiarizar este e qualificar ou ensinar àquele. Na Universidade de Brasília, apontamos um curso de verão, ocorrido em 1983, para alunos do então 2.o grau, conforme relata a professora Maria Terezinha Gaspar, na RPM 05[29]

> Várias vezes o Departamento de Matemática da Universidade de Brasília já ofereceu cursos de verão para alunos do 2.º grau. Pretendemos relatar aqui os resultados dessa experiência no curso oferecido no verão de 1983, que esteve a nosso cargo. O objetivo desses cursos tem sido o de estimular vocações matemáticas em alunos que ainda estejam cursando a escola de 2.º grau.
> [...]
> O curso, intitulado "Problemas – Algumas Técnicas de Soluções", teve cinco semanas de duração, com seis horas-aula semanais e contou com a participação de 26 alunos das 2.ª e 3.ª séries do segundo grau. O objetivo específico do curso era desenvolver nos alunos certas atitudes que pudessem ajudá-los a encontrar soluções para problemas onde seus conhecimentos de Álgebra e Geometria pudessem ser aplicados, bem como despertar a criatividade dos alunos na solução desses problemas.

[29]Maiores detalhes sobre o programa assuntos tratados nesse curso podem ser consultados na RPM 05

Dividimos o curso em duas partes:
1. Resolução de problemas de construção geométrica com o auxílio de régua e compasso.
2. Resolução de problemas com o auxílio da Álgebra.

Nas duas partes do curso usamos os livros "A Arte de Resolver Problemas" e "Mathematical Discovery", ambos de autoria de G. Polya. O primeiro desses livros serviu como auxiliar na tentativa de levar o aluno, através de perguntas sugestivas, a elaborar um plano para resolver os problemas propostos. O segundo livro mencionado, apesar de ainda não ter sido traduzido para o Português, é de fácil entendimento e apresenta uma variada lista de problemas a nível de 2.º grau e sugestões de como professor e aluno podem chegar às soluções desses problemas.

1 – Resolução de problemas de construção geométrica com régua e compasso. Nesta primeira parte do curso constatamos, logo no início, **a falta de familiaridade da maioria dos alunos com a Geometria Euclidiana (medidas de triângulos, bissetrizes, etc). Pudemos também detectar, não apenas nesta parte, mas em todo o curso, a passividade dos alunos diante de soluções apresentadas pelo professor ou encontradas nos livros. Durante o curso propusemos alguns problemas cujas soluções já eram do conhecimento de alguns alunos e notamos que esses alunos não procuravam encontrar novas soluções, mas se restringiam a apresentar a solução já conhecida. Constatamos, porém, através de perguntas, que os alunos não sabiam justificar as etapas das soluções por eles mesmos apresentadas e ficavam surpresos diante da necessidade de justifica-las**.
Dentre os problemas discutidos na primeira parte do curso, podemos citar:
- construir um triângulo sendo dadas as medianas;
- circunscrever um círculo num triângulo dado;
- inscrever um quadrado num triângulo dado, de modo que os quatro vértices do quadrado fiquem sobre os lados do triângulo;
- construir um paralelogramo conhecendo um lado e as duas diagonais;
- inscrever um círculo num triângulo dado;
- desenhar um círculo tangente a duas retas paralelas dadas e passando por um ponto P, entre elas, dado. (grifo nosso)

Essas observações da professora Maria Terezinha apontam para o que havia sido herdado dos anos de ausência de geometria no ensino dos estudantes; é possível inferir que há outros problemas no ensino da matemática, mais notadamente, na parte de demonstração dos possíveis teoremas que eram apresentados *"... os alunos não sabiam justificar as etapas das soluções por eles mesmos apresentadas"*.

A exemplo do que foi mencionado no capítulo anterior, há novamente um "problema" com a geometria plana e a forma com que ela vinha sendo ensinada, pois, alunos dos 2.º e 3.º anos não poderiam apresentar essa falta de "familiaridade" com os conceitos iniciais da geometria plana. Mas o que se quer mostrar aqui é o papel da universidade na preocupação com a formação, inserção eu difusão dos conteúdos matemáticos a alunos que desejassem se aprofundar ou conhecê-los. Essa ação demonstra a universidade exercendo um de seus papeis com a sociedade. A realidade nacional do ensino de geometria não parecia distante do observado no relato acima e muitos esforços ocorreram pelo país, como já foi observado anteriormente.

Algumas universidades se preocupam sobre as aulas ministrada nas séries inciais (ensino fundamental) e propõem cursos de aperfeiçoamento a professores da Habilitação Específica para Magistério (HEM) como forma de melhorar essa qualificação/formação. Conforme vimos no capítulo anterior, o Centro de Aperfeiçoamento do Ensino de Matemática do Instituto de Matemática e Estatística da USP, desenvolveu, em 1989, uma proposta curricular de Matemática para o HEM[30] e motivou seus trabalhos na importância que o ensino da geometria exerce na formação do professor e no dia a dia da sociedade. A proposta aponta, de certa forma, os esforços no sentido de que esse problema seja solucionado de forma definitiva (ao menos em São Paulo):

> Com o objetivo de melhorar este quadro, desde fevereiro de 1989, o CAEM (Centro de Aperfeiçoamento do Ensino de Matemática do IME/USP) desenvolve um **projeto de elaboração de uma proposta curricular de Matemática para a HEM**.
> [...]
> Dentre os temas apontados pelo grupo, foi unânime que a Geometria é indispensável na formação do futuro professor e é com base nessa discussão que elegemos o tema para tratarmos no primeiro artigo desta seção.
> **Por que Geometria na HEM?**
> Para que o futuro professor possa desenvolver em si mesmo e, futuramente, em seus alunos as habilidades de observação, percepção, argumentação, representação gráfica, habilidades lógicas... e inter-relacionar o estudo de Geometria com outros campos do conhecimento. Além disso, mesmo no ensino de números são empregados modelos geométricos que devem ser dominados, e, por outro lado, esquemas geométricos que poderiam auxiliar a visualização de certos problemas e propriedades deixam de ser empregados por inaptidão em trabalhar dentro do quadro geométrico.
> (RPM 16, 1990)

O artigo continua enfatizando o fato de a geometria não estar presente na vida dos professores de HEM e como se espera superar essa "deficiência". No entanto, deixa no ar a herança do que pode ter sido a formação dos professores na época escolar, mencionando apenas que "viveu essa desarrumação":

> Dos levantamentos feitos, concluímos que o aluno que inicia a HEM não tem, em geral, **qualquer experiência em Geometria**, conteúdo este que deveria ser trabalhado desde as séries inciais. Assim, decidimos que não tem sentido iniciar o estudo a partir de uma teoria axiomática, pois a "arrumação" em Geometria só tem significado para quem vivenciou a "desarrumação". Deste modo, as definições e as generalizações devem nascer das observações do aluno, mal formuladas e imprecisas, para que depois, por reformulações sucessivas, se obtenha a forma concisa formal.
> Outra opção do grupo foi a de iniciar pelo estudo dos sólidos geométricos, tentando fazer caminhar juntas a Geometria Plana e a Geometria Espacial.
> Queremos enfatizar que existem diferentes níveis de sistematização que devem ser feitos no desenrolar de cada atividade, culminando com o estudo sistematizado (axiomático) que deverá ser feito no momento em que estes alunos conseguirem certa autonomia de trabalho neste campo, para que possam desenvolver habilidades de argumentação, tirar conclusões e demonstrar propriedades já existentes. (grifo nosso, idem)

[30]Detalhes desse artigo podem ser consultados na RPM 16 (1990)

3.2 A Constituição Federal como ponto de partida para um Estado-Educador.

Interessantíssimo que, nessa década de 80, em 1988, foi promulgada a Constituição da República Federativa do Brasil (CF) e que os constituintes, a exemplo dos grupos, estavam preocupados com a educação e o ensino no país de modo que a Seção I do Capítulo III da Carta Magna tratará da Educação, contemplando isso nos artigos de 205 a 214.

A educação foi uma pauta que norteou a CF de 1988 e estava nas discussões de educadores que defendiam um Estado-Educador que não apenas se preocupasse, mas privilegiasse a educação escolarizada, tornando o acesso e a permanência na escola, ao longo dos anos, cada vez maior, principalmente para os mais pobres.

Esses esforços e a atuação federal significarão um grande avanço na educação nacional, afinal serão estabelecidas políticas nacionais e não locais, o que representa, antes de tudo, uma uniformização e busca comum no país.

As ações educacionais, mesmo não ocorrendo na velocidade que era esperada, ou que deveria ocorrer, pois, gerações inteiras não serão atendidas adequadamente por programas e incentivos que figurarão nesses projetos, são implementadas, a exemplo do caso da Lei de Diretrizes e Bases de Educação Nacional (Lei n.o 9394/1996) – (LDB) publicada oito anos após a CF, mas que representou um ganho e avanço sem precedentes para a educação nacional, se comparados com o que estabeleciam as formulações anteriores da LDB.

Essa lei reflete os artigos 205 a 214 da CF, dando-lhes mais abrangência. Trouxe a obrigatoriedade e gratuidade do ensino fundamental, incluindo a educação infantil como primeira etapa da educação (creches e pré-escola) e a inclusão do ensino médio como parte da educação básica.

> Art. 4º O dever do Estado com educação escolar pública será efetivado mediante a garantia de:
> I - educação básica obrigatória e gratuita dos 4 (quatro) aos 17 (dezessete) anos de idade, organizada da seguinte forma: (Redação dada pela Lei nº 12.796, de 2013)
> a) pré-escola; (Incluído pela Lei nº 12.796, de 2013)
> b) ensino fundamental; (Incluído pela Lei nº 12.796, de 2013)
> c) ensino médio; (Incluído pela Lei nº 12.796, de 2013) II - educação infantil gratuita às crianças de até 5 (cinco) anos de idade; (Redação dada pela Lei nº 12.796, de 2013)
> III - atendimento educacional especializado gratuito aos educandos com deficiência, transtornos globais do desenvolvimento e altas habilidades ou superdotação, transversal a todos os níveis, etapas e modalidades, preferencialmente na rede regular de ensino; (Redação dada pela Lei nº 12.796, de 2013) (BRASIL LDB, 1996).

A inclusão da educação infantil é algo fantástico, pois vem ao encontro do que já foi apresentado no quando/como ensinar geometria que, notadamente, é uma "disciplina" visual e as crianças têm seus primeiros contatos e brincadeiras com suas formas; basta um olhar em um parquinho onde as crianças brincam, ou em uma sala de consultório (infantil), em um posto de vacinação, e, principalmente, em um local de recreação que lá estarão as formas geométricas; qual desenho infantil não apresenta formas geométricas? E os primeiros quebra-cabeças? Afinal, nessa idade, em geral, a criança ainda não lê, mas tem contato físico e visual, ou seja, "lê" visual e tatilmente. É um laboratório da vida.

Outro ponto relevante da LDB é a destinação dos recursos financeiros para a manutenção da Educação, destaque para a obrigação da União aplicar, anualmente, nunca menos de 18%, e os Estados, o Distrito Federal e os Municípios, 25%. O avanço em relação à Constituição Federal (CF) de 1988 está na obrigatoriedade de o percentual mínimo ser destinado ao ensino público. Se o Poder Público pretender destinar recursos oriundos de impostos a escolas particulares (o que é permitido pela CF e pela LDB), tais recursos não poderão fazer parte do percentual mínimo.

> Art. 68. Serão recursos públicos destinados à educação os originários de:
> I - receita de impostos próprios da União, dos Estados, do Distrito Federal e dos Municípios;
> II - receita de transferências constitucionais e outras transferências;
> III - receita do salário-educação e de outras contribuições sociais;
> IV - receita de incentivos fiscais;
> V - outros recursos previstos em lei.
> Art. 69. A União aplicará, anualmente, **nunca menos de dezoito**, e os Estados, o Distrito Federal e os Municípios, **vinte e cinco por cento**, ou o que consta nas respectivas Constituições ou Leis Orgânicas, da receita resultante de impostos, compreendidas as transferências constitucionais, na manutenção e desenvolvimento do ensino público.
> § 1º A parcela da arrecadação de impostos transferida pela União aos Estados, ao Distrito Federal e aos Municípios, ou pelos Estados aos respectivos Municípios, não será considerada, para efeito do cálculo previsto neste artigo, receita do governo que a transferir.
> § 2º Serão consideradas excluídas das receitas de impostos mencionadas neste artigo as operações de crédito por antecipação de receita orçamentária de impostos.
> § 3º Para fixação inicial dos valores correspondentes aos mínimos estatuídos neste artigo, será considerada a receita estimada na lei do orçamento anual, ajustada, quando for o caso, por lei que autorizar a abertura de créditos adicionais, com base no eventual excesso de arrecadação.
> § 4º As diferenças entre a receita e a despesa previstas e as efetivamente realizadas, que resultem no não atendimento dos percentuais mínimos obrigatórios, serão apuradas e corrigidas a cada trimestre do exercício financeiro.
> § 5º O repasse dos valores referidos neste artigo do caixa da União, dos Estados, do Distrito Federal e dos Municípios ocorrerá imediatamente ao órgão responsável pela educação, observados os seguintes prazos:
> I - recursos arrecadados do primeiro ao décimo dia de cada mês, até o vigésimo dia;
> II - recursos arrecadados do décimo primeiro ao vigésimo dia de cada mês, até o trigésimo dia;
> III - recursos arrecadados do vigésimo primeiro dia ao final de cada mês, até o décimo dia do mês subsequente.
> § 6º O atraso da liberação sujeitará os recursos a correção monetária e à responsabilização civil e criminal das autoridades competentes.
>
> (BRASIL LDB, 1996)

3.3 Os Planos Nacionais de Educação – PNE 2001 e PNE 2014. Objetivos, Metas e o Acompanhamento do Rendimento Escolar

As conquistas possibilitadas pela LDB são bastante relevantes, como destacadas em seu artigo 4 acima. Aliada a essas conquistas e ao fato de o Brasil ser signatário da Declaração Mundial sobre Educação para Todos[31], alguns objetivos e metas devem ser cumpridos. Então o Brasil deverá, entre outros, conforme determina a LDB, criar um plano nacional de educação e o acompanhamento do rendimento escolar:

> Art. 9º A União incumbir-se-á de:
> I - elaborar o Plano Nacional de Educação, em colaboração com os Estados, o Distrito Federal e os Municípios;
> [. . .]
> VI - assegurar processo nacional de avaliação do rendimento escolar no ensino fundamental, médio e superior, em colaboração com os sistemas de ensino, objetivando a definição de prioridades e a melhoria da qualidade do ensino;

3.3.1 Os Planos Nacionais de Educação: objetivos e metas

O item I dará origem ao Plano Nacional de Educação (PNE-2001), Lei n.º 10.172 de 09 de janeiro de 2001, que trouxe objetivos e metas que o país deveria cumprir no decênio 2001-2010. Esse plano sofreu algumas críticas pelo fato de não apresentar diagnóstico dos resultados das metas propostas.

> A Exposição de Motivos (EM) nº 33/2010 criticou o PNE 2001-2010 por sua estrutura baseada no tripé "diagnóstico-diretrizes-metas", na medida em que as metas vinham desacompanhadas das estratégias necessárias para seu cumprimento. Além disso, explicou a opção pela redução a vinte metas, acompanhadas pelas estratégias, como forma de favorecer o engajamento da sociedade civil e o controle social na execução do plano, fundamentais para seu sucesso.
> A opção, aparentemente correta, foi incompleta, por abandonar uma das bases do tripé – o diagnóstico –, que também era fundamental para que a sociedade pudesse compreender as metas e estratégias, debatê-las e, eventualmente, apontar lacunas do projeto. (Câmara dos Deputados, 2014)

De qualquer modo, os objetivos do PNE-2001 podem ser reunidos em quatro pontos de suma importância.

- Elevação do nível de escolaridade da população;
- Melhoria da qualidade da educação;
- Democratização educacional – social e regional;
- Democratização da gestão do ensino público.

[31] http://www.unicef.org/brazil/pt/resources_10230.htm. Acesso: em 19 jul. 2016.

Dessa maneira, o tratamento dado ao acesso, qualidade e democratização do ensino, reunidos com o direito da educação para todos demonstra a eleição de prioridades para o tratamento da educação.

A mesma EM nº 33 reconheceu contribuições do PNE 2001 quando cita:

> contribuiu para a construção de políticas e programas voltados à melhoria da educação, muito embora tenha vindo desacompanhado dos instrumentos executivos para consecução das metas por ele estabelecidas. (Exposição de Motivos n° 33, 2010)

Neste trabalho, iremos tratar das metas do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB[32]). Ao leitor que desejar maior abrangência de análise e discussão, recomenda-se a leitura de (SOUZA, 2014)[33].

Mais recente, foi aprovado o PNE-2014[34], Lei n.º 13.005 de 25 de junho de 2014, em substituição ao PNE 2001. Esse plano veio mais "enxuto" que o anterior e apresentou objetivamente 20 metas – PNE 2014/2024.

> Há metas estruturantes para a garantia do direito à educação básica com qualidade, que dizem respeito ao acesso, à universalização da alfabetização e à ampliação da escolaridade e das oportunidades educacionais. (BRASIL PNE, 2014)

Podemos dizer que as demandas públicas que motivam o PNE podem ser notadas nas desigualdades educacionais, na necessidade de ampliar o acesso à educação e à escolaridade média da população, na baixa qualidade do aprendizado e nos desafios relacionados à valorização dos profissionais da educação, à gestão democrática e ao financiamento da educação.

Considerando a abordagem do nosso trabalho, iremos tratar da meta 7, também chamada de *"aprendizagem na idade certa"*.

Meta 7: fomentar a qualidade da educação básica em todas as etapas e modalidades, com melhoria do fluxo escolar e da aprendizagem, de modo a atingir as médias nacionais, apresentadas na tabela 3.1, para o Ideb:

Tabela 3.1: Índices da META 7

IDEB	2013	2015	2017	2019	2021
Anos iniciais do Ensino Fundamental	4,9	5,2	5,5	5,7	6,0
Anos Finais do Ensino Fundamental	4,4	4,7	5,0	5,2	5,5
Ensino Médio	3,9	4,3	4,7	5	5,2

Fonte: INEP/MEC

Para o alcance desta meta, o MEC apresentou 36 estratégias, vejamos a 7.11:

[32]IDEB, criado pelo Inep em 2007, é um indicador que reune dois conceitos igualmente importantes para a qualidade da educação: fluxo escolar e médias de desempenho nas avaliações. Ele agrega ao enfoque pedagógico dos resultados das avaliações em larga escala do Inep a possibilidade de resultados sintéticos, facilmente assimiláveis, e que permitem traçar metas de qualidade educacional para os sistemas. O indicador é calculado a partir dos dados sobre aprovação escolar, obtidos no Censo Escolar, e médias de desempenho nas avaliações do Inep, o Saeb – para as unidades da federação e para o país, e a Prova Brasil – para os municípios. Fonte INEP, com adaptações.

[33]http://www.fcc.org.br/pesquisa/publicacoes/eae/arquivos/1942/1942.pdf. Acesso em: 18 jul. 2016.

[34]O PNE deveria ter sido aprovado em 2011, mas só foi ocorrer em 2014 e atualmente pode ser consultado no sítio http://pne.mec.gov.br/. Acesso em: 18 de jul. 2016.

7.11) melhorar o desempenho dos alunos da educação básica nas avaliações da aprendizagem no Programa Internacional de Avaliação de Estudantes – PISA, tomado como instrumento externo de referência, internacionalmente reconhecido, de acordo com as projeções apresentadas na tabela 3.2 a seguir:

Tabela 3.2: Índices da META PISA

PISA	2015	2018	2021
Média dos resultados em matemática, leitura e ciências	438	455	473

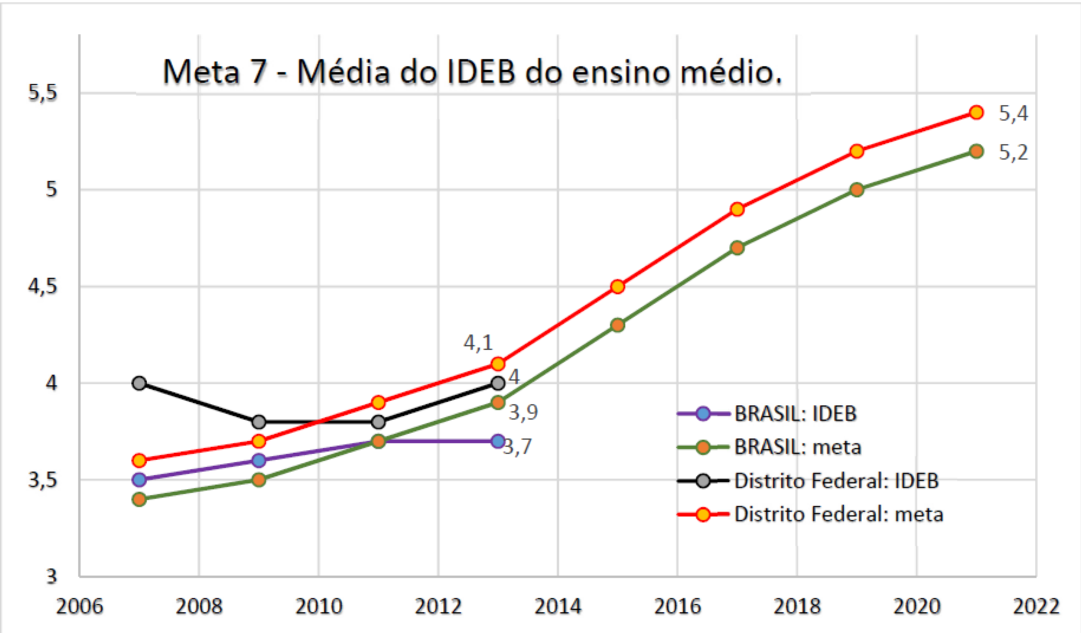
Fonte: INEP/MEC

Os resultados com os dados das metas de 1 a 17 estão disponíveis no sítio do MEC[35] , até em cumprimento ao que o PNE-2014 estabelece:

> A cada 2 (dois) anos, ao longo do período de vigência deste PNE, o Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira – INEP publicará estudos para aferir a evolução no cumprimento das metas estabelecidas no Anexo desta Lei, com informações organizadas por ente federado e consolidadas em âmbito nacional, tendo como referência os estudos e as pesquisas de que trata o art. 4.°, sem prejuízo de outras fontes e informações relevantes. (BRASIL PNE, 2014)

A seguir, na figura 3.1, são apresentados os resultados do Brasil e do DF até o resultado IDEB-2013[36] , para o ensino médio, conforme meta 7.

Figura 3.1: Gráfico com médias e Meta 7 – IDEB Ensino Médio



Fonte: INEP

[35]http://pne.mec.gov.br/monitorando-e-avaliando/monitoramento-das-metas-do-pne-2014-2024. Acesso em: 20 Jul. 2016

[36]Os resultados preliminares do IDEB 2015 estão em fase de consulta pelas escolas e devem se tornar públicos até setembro. http://portal.inep.gov.br/visualizar/-/asset_publisher/6AhJ/content/resultados-preliminares-podem-ser-consultados-pelas-escolasAcesso: em 24 Jul. 2016

3.3.2 Os Planos Nacionais de Educação: os acompanhamentos de desempenho

A garantia do direito à educação requer que ela seja significativa, isto é, munida da qualidade que transforme a vida dos indivíduos e que esses, por sua vez, sejam capazes de modificar positivamente a sociedade. Monitorar se esse processo tem ocorrido, avaliar sua qualidade e também as políticas que o respaldam é parte característica da própria realização do direito à educação.

Portanto, um tópico crucial para o atual PNE é o fato de suas metas terem definição objetiva de onde a educação brasileira deve chegar, em inúmeras áreas, até 2024. Para tal desafio, o papel do INEP é essencial para subsidiar o monitoramento e a avaliação do Plano, além da publicação dos indicadores relativos ao rendimento escolar, à avaliação institucional e ao IDEB, tarefas que já desempenha.

> A universalização da educação básica, a ampliação do acesso ao ensino profissionalizante, ao ensino superior, à educação de jovens e adultos, à pós-graduação, o aperfeiçoamento das políticas inclusivas, a qualificação e a valorização dos profissionais da educação e dos docentes, entre outros objetivos do PNE, devem ser observados sob a ótica da universalização e também da redução das desigualdades que incidem sobre cada uma dessas dimensões e que impõem, por vezes, uma apropriação desequilibrada das oportunidades educacionais.
> Os indicadores e suas desagregações aqui apresentados assumem um significado especial quando se tem em conta sua função de explicitar onde e sobre quais populações recaem as privações do direito educacional, subsidiando a tomada de decisões institucionais e o controle democrático. (BRASIL-INEP 2015, Presidência do Inep)

3.3.2.1 O Sistema de Avaliação da Educação Básica – SAEB

Para os acompanhamentos, o MEC se ancora no Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB)[37], cujo principal objetivo é avaliar a Educação Básica brasileira e contribuir para a melhoria de sua qualidade e para a universalização do acesso à escola, oferecendo subsídios concretos para a formulação, reformulação e o monitoramento das políticas públicas voltadas para a Educação Básica. Além disso, procura também oferecer dados e indicadores que possibilitem maior compreensão dos fatores que influenciam o desempenho dos alunos nas áreas e anos avaliados. A figura 3.2 apresenta as três avaliações externas em larga escala do SAEB.

Figura 3.2: Organograma SAEB

[37]http://portal.inep.gov.br/web/saeb/aneb-e-anresc. Acesso em: 18 Jul. 2016.

- **Avaliação Nacional da Educação Básica – Aneb**[38] : abrange, de maneira amostral, alunos das redes públicas e privadas do país, em áreas urbanas e rurais, matriculados na 4ª série/5ºano e 8ªsérie/9ºano do Ensino Fundamental e no 3º ano do Ensino Médio, tendo como principal objetivo avaliar a qualidade, a equidade e a eficiência da educação brasileira. Apresenta os resultados do país como um todo, das regiões geográficas e das unidades da federação.

- **Avaliação Nacional do Rendimento Escolar – Anresc (também denominada "Prova Brasil")**: trata-se de uma avaliação censitária envolvendo os alunos da 4ª série/5ºano e 8ªsérie/9ºano do Ensino Fundamental das escolas públicas das redes municipais, estaduais e federal, com o objetivo de avaliar a qualidade do ensino ministrado nas escolas públicas. Participam desta avaliação as escolas que possuem, no mínimo, 20 alunos matriculados nas séries/anos avaliados, sendo os resultados disponibilizados por escola e por ente federativo.

- **A Avaliação Nacional da Alfabetização – ANA** : avaliação censitária envolvendo os alunos do 3º ano do Ensino Fundamental das escolas públicas, com o objetivo principal de avaliar os níveis de alfabetização e letramento em Língua Portuguesa, alfabetização Matemática e condições de oferta do Ciclo de Alfabetização das redes públicas. A ANA foi incorporada ao Saeb pela Portaria n.° 482, de 7 de junho de 2013[39] .

3.3.2.2 Um Pouco Da História Do Saeb

De acordo com o INEP, a primeira aplicação do Saeb aconteceu em 1990 com a participação de uma amostra de escolas que ofertavam as 1.ª, 3.ª, 5.ª e 7.ª séries do Ensino Fundamental das escolas públicas da rede urbana. Os estudantes foram avaliados em Língua Portuguesa, Matemática e Ciências. As 5.ª e 7.ª séries também foram avaliadas em redação. Este formato se manteve na edição de 1993.

A partir de 1995, adotou-se uma nova metodologia de construção do teste e análise de resultados, a Teoria de Resposta ao Item (TRI)[40], abrindo a possibilidade de comparabilidade entre os resultados das avaliações ao longo do tempo. Neste ano, foi decidido que o público avaliado seriam as etapas finais dos ciclos de escolarização: 4.ª e 8.ª séries do Ensino Fundamental (que correspondem ao 5.º e 9.º ano atualmente) e 3.º ano do Ensino Médio. Além da amostra da rede pública, em 1995 foi acrescentada uma amostra da rede privada. Naquele ano, não foram aplicados testes de Ciências.

[38] Por manter as mesmas características, a ANEB recebe o nome do SAEB em suas divulgações

[39] http://download.inep.gov.br/educacao_basica/prova_brasil_saeb/legislacao/2013/portaria_n_482_07062013_mec_inep_saeb.pdf. Acesso em: 19 de Jul. 2016

[40] TRI é uma modelagem estatística criada para mensurar características que não podem ser medidas diretamente por meio de instrumentos apropriados, como ocorre com altura e peso. http://portal.inep.gov.br/rss_enem/-/asset_publisher/oV0H/content/id/76818. Acesso em: 19 de jul. 2016.

Nas edições de 1997 e 1999, os estudantes matriculados nas 4.ª e 8.ª séries foram avaliados em Língua Portuguesa, Matemática e Ciências, e os estudantes de 3.º ano do Ensino Médio em Língua Portuguesa, Matemática, Ciências, História e Geografia.

Nas edições de 1990 e 2003, as provas foram aplicadas a um grupo de escolas sorteadas em caráter amostral, o que possibilitou a geração de resultados para unidades da federação, regiões e Brasil.

É importante ressaltar que, a partir da edição de 2001, o Saeb passou a avaliar apenas as áreas de Língua Portuguesa e Matemática. Tal formato se manteve nas edições de 2003, 2005, 2007, 2009, 2011, 2013 e 2015.

Em 2005, o SAEB foi reestruturado pela Portaria Ministerial n.º 931, de 21 de março de 2005, passando a ser composto por duas avaliações: Avaliação Nacional da Educação Básica (Aneb) e Avaliação Nacional do Rendimento Escolar (Anresc), conhecida como Prova Brasil.

Na edição de 2005, o público alvo da Anresc (Prova Brasil) foi composto pelas escolas públicas com no mínimo 30 estudantes matriculados na última etapa dos anos iniciais (4.ª série/5.º ano) ou dos anos finais (8.ª série/9.º ano) do Ensino Fundamental. A metodologia utilizada nessa avaliação foi similar à utilizada na avaliação amostral, com testes de Língua Portuguesa e Matemática, com foco, respectivamente, em leitura e resolução de problemas.

Em 2007, passaram a participar da Anresc (Prova Brasil) as escolas públicas rurais que ofertam os anos iniciais (4.ª série/5.º ano) e que tinham o mínimo de 20 estudantes matriculados nesta série. A partir dessa edição, a Anresc (Prova Brasil) passou a ser realizada em conjunto com a aplicação da Aneb – a aplicação amostral do Saeb – com a utilização dos mesmos instrumentos.

Na edição de 2009, os anos finais (8.ª série/9.º ano) do Ensino Fundamental de escolas públicas rurais que atendiam ao mínimo de alunos matriculados também passaram a ser avaliados. Em 2011, 55.924 escolas públicas participaram da parte censitária e 3.392 escolas públicas e particulares participaram da parte amostral. Os resultados estão disponíveis em "Saeb/Prova Brasil 2011: primeiros resultados".

Na edição de 2013, a partir da divulgação da portaria n.º 482, de 7 de junho de 2013, a Avaliação Nacional da Alfabetização (ANA), prevista no Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa - PNAIC, passou a compor o Saeb. Outra inovação desta edição foi a inclusão, em caráter experimental, da avaliação de Ciências, que será realizada com os estudantes da 8.ª série/9.º ano do Ensino Fundamental e da 3.a série do Ensino Médio.

O SAEB possui oito níveis de proficiência para o ensino médio, com variação de 25 em 25 (meio desvio-padrão) com início em 225. A tabela 3.3 a seguir apresenta os níveis de acordo com as faixas de proficiências dos estudantes.

Tabela 3.3: Níveis de Proficiência SAEB – Ensino Médio

NIVEL	1	2	3	4	5	6	7	8
Média	225-250	250-275	275-300	300-325	325-350	350-375	375-400	400-425

Fonte: INEP

Descreveremos apenas os níveis 5 e 7 de Espaço e forma, Grandezas e medidas, no quadro 3.1. No sítio do INEP, é possível ver todos os níveis descritos.

Quadro 3.1: Descrição para os níveis 5 e 7 da proficiência – Espaço e forma, Grandezas e medidas

Nível 5	**Espaço e forma:** Não existem itens âncora para esse nível **Grandezas e medidas:** Nesse nível, o estudante pode ser capaz de determinar medidas de segmentos por meio da semelhança entre dois polígonos
Nível 7	**Espaço e forma:** Nesse nível, o estudante pode ser capaz de determinar: a medida de um dos lados de um triângulo retângulo, por meio de razões trigonométricas, fornecendo ou não as fórmulas; com o uso de do teorema de Pitágoras, a medida de um dos catetos de um triângulo retângulo não pitagórico. **Grandezas e medidas:** Nesse nível, o estudante pode ser capaz de determinar a área de um polígono não convexo composto por retângulos e triângulos, a partir de informações fornecidas na figura. Além disso, é provável que consigam resolver problemas: por meio de semelhança de triângulos sem apoio de figura; envolvendo perímetros de triângulos equiláteros que compõem uma figura.

As tabelas a seguir mostram a série histórica da proficiência média, em matemática do 3.º ano do ensino médio, para o Brasil (total) tabela 3.4 e Distrito Federal (DF) tabela 3.5, das redes estadual e pública e das instituições privadas.

Tabela 3.4: Médias SAEB – Série histórica Brasil

REDE	2005	2007	2009	2011	2013
Total	271,29	272,89	274,72	274,83	270,15
Estadual	260,03	262,88	265,45	264,94	260,65
Pública	260,81	263,66	265,92	265,38	261,06
Privada	333,31	329,55	329,29	332,89	321,59

Fonte: INEP

Tabela 3.5: Médias SAEB – Série histórica Distrito Federal

REDE	2005	2007	2009	2011	2013
Total	297,83	300,31	285,65	290,16	287,49
Privada	345,26	328,05	335	328,73	333,85
Estadual	282,79	286,45	264,28	272,17	264,64

Fonte: INEP

O movimento Todos Pela Educação (TPE) [41] utiliza os dados do INEP e realiza alguns estudos, fazendo projeções e inferências. A partir deles foi possível construir a próxima tabela, a tabela 3.6, que representa o percentual de alunos que atingiram (ou superaram) o nível adequado de aprendizagem no 3º ano do ensino médio no Brasil.

O TPE justifica os índices da tabela 3.6 após estabelecer parâmetros inspirados no desempenho médio dos países da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) em 2006, ano da fundação do movimento, o que dará para o 3.º ano – ensino médio matemática – uma proficiência de 350 pontos.

[41] http://www.todospelaeducacao.org.br/ Acesso em: 20 Jul. 2016.

Tabela 3.6: percentual de alunos que atingiram (ou superaram) o nível adequado de aprendizagem no 3º ano do EM

Ano	1999	2001	2003	2005	2007	2009	2011	2013
3° ano EM	11,9	11,6	12,8	10,9	9,8	11,0	10,3	9,3

Fonte: todospelaeducação

Para o DF, em 2013, esse índice foi de **17,0 %**.

O que concluímos dos resultados acima é que há muito o que melhorar em matemática, apesar da GP não está destacada, é possível inferir que o desempenho dos estudantes deve ser baixo, conforme sinaliza a última tabela apresentada.

3.3.2.3 Sistema de Avaliação da Educação Superior e o ENADE

Para a Educação Superior, o MEC se ancora no Sistema Nacional de Avaliação da Educação Superior (SINAES)[42], que é formado por três componentes(eixos) principais: a avaliação das instituições, dos cursos e do desempenho dos estudantes. O SINAES avalia todos os aspectos que giram em torno desses três eixos: o ensino, a pesquisa, a extensão, a responsabilidade social, o desempenho dos alunos, a gestão da instituição, o corpo docente, as instalações e vários outros aspectos.

A avaliação externa ocorre pelo Exame Nacional de Desempenho de Estudantes (ENADE), que avalia o rendimento dos concluintes dos cursos de graduação, em relação aos conteúdos programáticos, habilidades e competências adquiridas em sua formação. O Enade é obrigatório e a situação de regularidade do estudante no Exame deve constar em seu histórico escolar. A primeira aplicação do Enade ocorreu em 2004 e a periodicidade máxima da avaliação é trienal para cada área do conhecimento.

A prova do ENADE contempla 10 questões de formação geral (8 objetivas e 2 discursivas), comuns a todos os cursos avaliados, 30 de conhecimentos específicos (27 objetivas e 3 discursivas). A análise dos resultados é pela Teoria Clássica dos Testes (TCT), o que impede uma comparação de desempenhos entre exames diferentes. O conceito ENADE é bastante complexo e a cada exame é produzida uma nota técnica explicando o resultado. Em 2014, foram aplicados os exames de Matemática e Licenciatura em Matemática.

> A metodologia contempla a aplicação de prova única para cada curso, com itens não calibrados e que não são pré-testados. O processo de construção do banco de itens para o exame é bem mais complexo do que o adotado nas avaliações de conhecimento a a serem cobertos. Por isso, para o ENADE, utiliza-se apenas a Teoria Clássica dos Testes para as análises dos resultados de desempenho e não se constrói interpretação de escala de proficiência. Infelizmente, a metodologia adotada também não permite a construção de série histórica para análise de evolução de aprendizagem, já que os resultados de desempenho de um ciclo para o outro não são comparáveis.
>
> (RABELO, 2013)

[42]http://www.todospelaeducacao.org.br/ Acesso em: 20 jul. 2016.

A tabela 3.7 a seguir apresenta os resultados em Licenciatura em Matemática para o ciclo 2014[43], e o conceito ENADE[44], para Instituições de Ensino Superior de Brasília

Tabela 3.7: ENADE-2014 Licenciatura em Matemática IES

Nome da IES	Inscritos	Participantes	NB FG	NP FG	NB CE	NP CE	NB Geral	NP Geral	Conceito Enade (Contínuo)	Conceito Enade Faixa)	Conceito Enade (Contínuo)	Conceito Enade Faixa)
UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA	61,0	43,0	58,7	3,2	41,3	4,4	45,7	4,6	4,1	5,0	4,1	5,0
UNIVERSIDADE PAULISTA	9,0	8,0	63,9	3,9	38,1	3,9	44,6	4,4	3,9	4,0	3,9	4,0
UNIVERSIDADE CATÓLICA DE BRASÍLIA	34,0	22,0	50,3	2,1	32,9	3,0	37,3	3,1	2,8	3,0	2,8	3,0
FACULDADE JESUS MARIA JOSÉ	16,0	10,0	50,9	2,2	21,3	1,0	28,7	1,6	1,3	2,0	1,3	2,0
FACULDADE ANHANGUERA DE TAGUATINGA	67,0	44,0	50,1	2,1	20,6	0,9	28,0	1,4	1,2	2,0	1,2	2,0
FACULDADE DE CIÊNCIAS SOCIAIS E TECNOLÓGICAS FACITEC	11,0	7,0	53,2	2,5	31,3	2,7	36,8	3,0	2,7	3,0	2,7	3,0
FACULDADE DAS ÁGUAS EMENDADAS - FAE	49,0	33,0	42,7	1,2	23,9	1,5	28,6	1,5	1,4	2,0	1,4	2,0

Resultado ENADE-2014 Licenciatura em Matemática IES – Brasília – Fonte INEP
Onde: NB - Nota Bruta, NP - Nota Padronizada, FG - Formação Geral, FE - Formação Específica.

3.3.2.4 O Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM

O Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) foi criado em 1998 e tinha o objetivo de avaliar o desempenho do estudante ao fim da educação básica. Tem como eixos estruturadores a interdisciplinaridade e a contextualização dos conhecimentos expressos em forma de situações-problema, o que é considerado seu "carro chefe".

A partir de 2009, foram realizadas algumas adequações e o ENEM passou a utilizar a TRI, possibilitando a criação de uma série histórica do desempenho dos alunos egressos do ensino médio. A maior mudança foi a sua utilização como mecanismo de seleção para o ingresso no ensino superior, pode-se dizer que a democratização das oportunidades de acesso às vagas oferecidas por Instituições Federais de Ensino Superior (IFES). O Enem também é utilizado para o acesso a programas oferecidos pelo Governo Federal, tais como o Programa Universidade para Todos (ProUni), o Fundo de Financiamento Estudantil (FIES).

Assim como o SAEB, o ENEM apresenta uma matriz de referência, cuja base se fundamenta nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM) e está dividida (ou contemplada) em cinco EIXOS COGNITIVOS (comuns a todas as áreas de conhecimento). A seguir, são listados cinco e, para exemplificar, apresenta-se a descrição do V.

I. Dominar linguagens (DL);

II. Compreender fenômenos (CF);

III. Enfrentar situações-problema (SP);

IV. Construir argumentação (CA); e

V. Elaborar propostas (EP): recorrer aos conhecimentos desenvolvidos na escola para elaboração de propostas de intervenção solidária na realidade, respeitando os valores humanos e considerando a diversidade sociocultural.

[43] http://portal.inep.gov.br/educacao-superior/indicadores/conceito-enade. Acesso em: 20 Jun. 2016.
[44] http://portal.inep.gov.br/educacao-superior/indicadores/notas-tecnicas. Acesso em: 20 Jun. 2016.

A matriz de matemática foi dividida também em sete competências de área e em trinta habilidades. A geometria plana está contemplada nas competências de área 2 e 3, reproduzidas a seguir, com suas respectivas habilidades.

Competência de área 2 (C2) – Utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela.

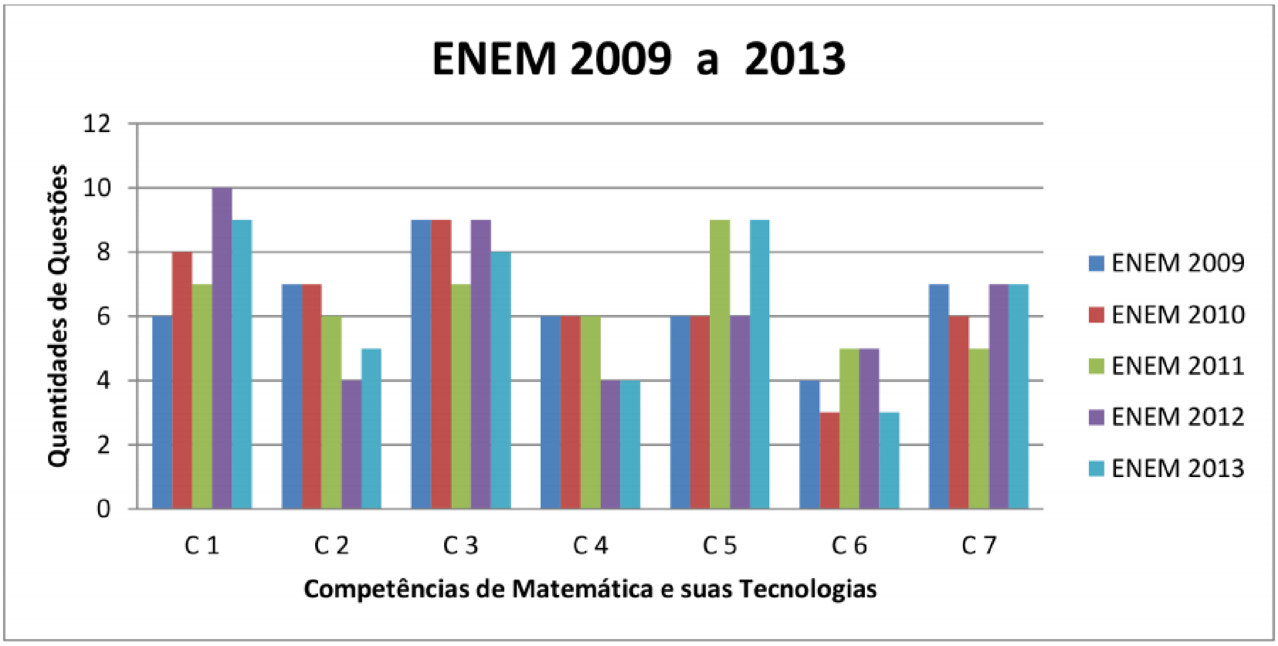
H6 - Interpretar a localização e a movimentação de pessoas/objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional.
H7 - Identificar características de figuras planas ou espaciais.
H8 - Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma.
H9 - Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano.

Competência de área 3 (C3) – Construir noções de grandezas e medidas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.

H10 - Identificar relações entre grandezas e unidades de medida.
H11 - Utilizar a noção de escalas na leitura de representação de situação do cotidiano.
H12 - Resolver situação-problema que envolva medidas de grandezas.
H13 - Avaliar o resultado de uma medição na construção de um argumento consistente.
H14 - Avaliar proposta de intervenção na realidade utilizando conhecimentos geométricos relacionados a grandezas e medidas.

Como é possível notar, foi dada grande atenção à Geometria por parte da equipe que elaborou a matriz. Isso também se refletiu nas provas do ENEM, conforme se vê nos exames de 2009 a 2013 catalogados por Ferreira em seu trabalho de mestrado, do qual reproduzimos no gráfico da figura 3.3.

Figura 3.3: Gráfico com a distribuição das questões por competência ENEM 2009 a 2013



Fonte: (FERREIRA, 2014)

Na tabela 3.4, Ferreira apresenta a relação entre as competências, habilidades e eixos cognitivos x quantitativo das habilidades para os exames do Enem de 2009 a 2013.

Figura 3.4: Itens por competências e habilidades

Competências de Matemática e suas Tecnologias	Dominar linguagens (DL)	Compreender fenômenos (CF)	Enfrentar situações-problema (SP)	Construir argumentação (CA)	Elaborar propostas (EP)
C1	6	9	8	8	8
C2	6	9	7	7	
C3	6	9	10	8	9
C4		5	7	8	6
C5	8	7	7	7	7
C6			6	7	7
C7		8	7	9	8

Fonte: Reprodução de (FERREIRA 2014)[45]

A nota do Enem não é calculada diretamente pelo número de acertos, existe uma relação entre o número de acertos e a nota calculada pela TRI. Isso quer dizer que um participante que teve um número de acertos alto terá nota alta no Enem, e um participante que teve pouco acerto terá nota baixa, notas essas relacionadas com os valores mínimos e máximos de cada prova. Para maiores detalhes, consultar o sítio do INEP[46].

Mesmo sem conseguir mensurar a nota, vemos o quanto a geometria está presente no ENEM, exame que se tornou o principal "vestibular" do país.

3.3.2.5 O *Programme for International Student Assessment* (Pisa)

O PISA é um Programa Internacional de Avaliação de Estudantes – é uma iniciativa de avaliação comparada, aplicada a estudantes na faixa dos 15 anos de idade, em que se pressupõe o término da escolaridade básica obrigatória na maioria dos países.

O programa é desenvolvido e coordenado pela OCDE. Em cada país participante, há uma coordenação nacional, sendo que, no Brasil, é de responsabilidade do INEP.

Seu objetivo é produzir indicadores que contribuam para a discussão da qualidade da educação nos países participantes, de modo a subsidiar políticas de melhoria do ensino básico. A avaliação procura verificar até que ponto as escolas de cada país participante estão preparando seus jovens para exercer o papel de cidadãos na sociedade contemporânea.

As avaliações do Pisa acontecem a cada três anos e abrangem três áreas do conhecimento – Leitura, Matemática e Ciências – havendo, a cada edição do programa, maior ênfase em cada uma dessas áreas. Em 2000, o foco foi em Leitura; em 2003, Matemática; e em 2006, Ciências. O Pisa 2009 iniciou um novo ciclo do programa, com o foco novamente recaindo sobre o domínio de Leitura; em 2012, retorna para Matemática; e, em 2015, Ciências, além da inclusão de novas áreas do conhecimento: Competência Financeira e Resolução Colaborativa de Problemas.

[45] A soma final dará 224 itens, o autor não incluiu um deles. Não havia, no texto, explicação para essa ausência.

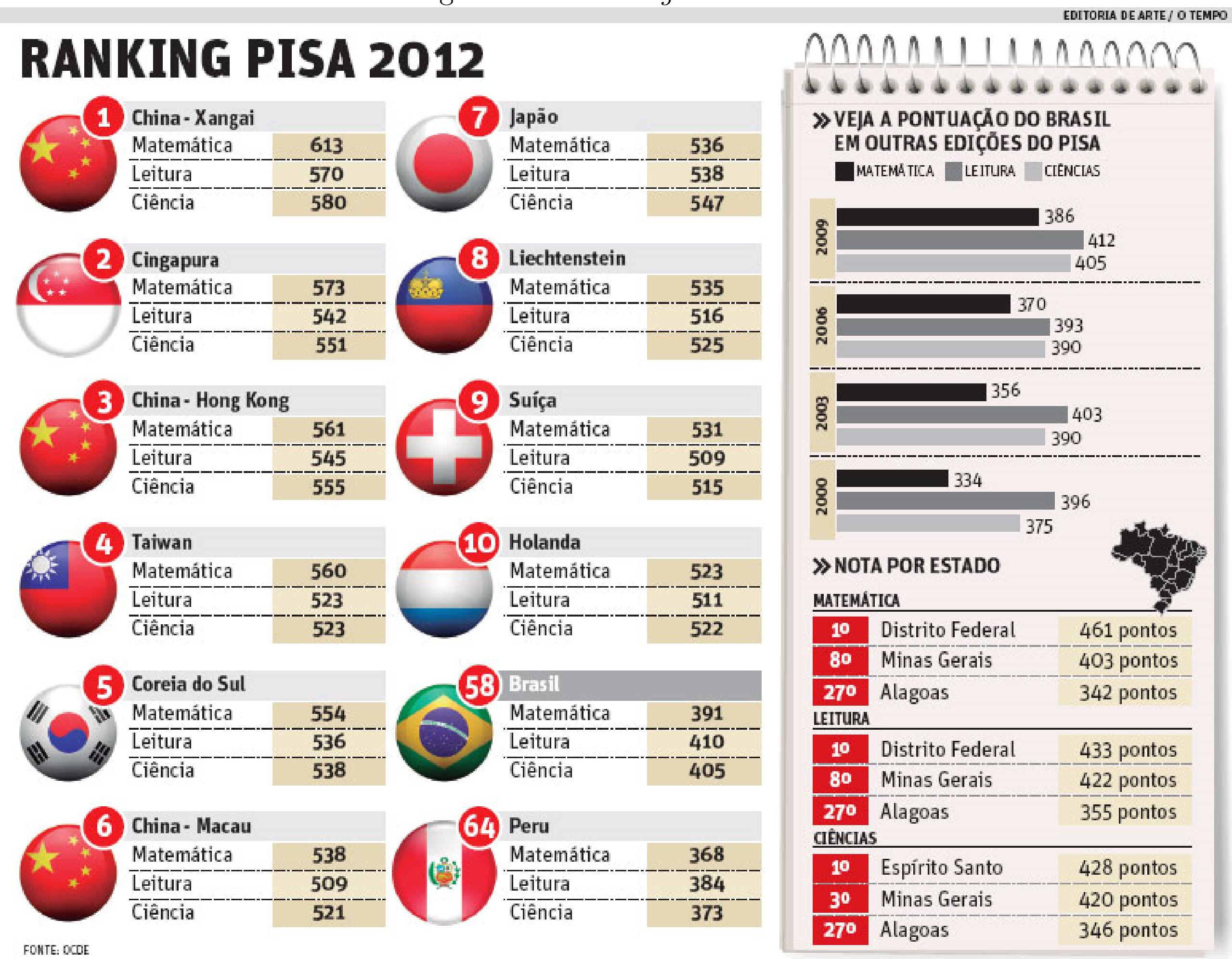
[46] http://mapaitensenem.inep.gov.br/mapaNota/. Acesso em: 21 jul. 2016

A avaliação do Pisa coleta informações para a elaboração de indicadores contextuais, os quais possibilitam relacionar o desempenho dos alunos a variáveis demográficas, socioeconômicas e educacionais. Essas informações são coletadas por meio da aplicação de questionários específicos para os alunos, para os professores e para as escolas. Essas informações são muito interessantes e servem para derrubar alguns mitos como: "Alunos pobres estão destinados a fracassar na escola". Os resultados do Pisa mostram que 10% dos estudantes de 15 anos de idade mais pobres em Xangai, na China, sabem mais matemática do que 10% dos estudantes mais privilegiados dos Estados Unidos e de vários países europeus[47].

Em 2015, o foco foi em Ciências. Novas áreas do conhecimento entram nas avaliações: Competência Financeira e Resolução Colaborativa de Problemas. As informações contextuais serão coletadas por meio de três tipos de questionários: Questionário do Aluno, Questionário do Professor e Questionário da Escola.

A figura 3.5 ilustra a situação do Brasil no PISA de 2012.

Figura 3.5: *Ranking* PISA 2012



Fonte: Reprodução do Jornal Evangelho e Cidadania[48]

[47]http://www.bbc.com/portuguese/noticias/2015/04/150408_educacao_sete_mitos_mv. Acesso em: 22 de jul. 2016.

3.3.2.6 A Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP)

A OBMEP é uma realização do Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) e tem como objetivo estimular o estudo da matemática e revelar talentos na área.

A primeira edição ocorreu em 2005 e a motivação para a sua criação foram os alunos das escolas públicas, de certa forma motivado pelo baixo desempenho desses alunos em matemática, o que constatamos até hoje.

Os números da OBMEP, no que tange aos inscritos é bastante expressivo, conforme as tabelas 3.8 e 3.9:

Tabela 3.8: Evolução de inscritos na 1ª fase da OBMEP

OBMEP 2016 - Inscrições 1ª Fase							
Ano	2016	2015	2014	2013	2012	2011	2010
Escolas	47.474	47.580	46.711	47.144	46.728	44.691	44.717
Alunos	17.839.424	17.972.333	18.192.526	18.762.859	19.166.371	18.720.068	19.665.928
Municípios	99,59%	99,48%	99,41%	99,35%	99,42%	98,90%	99,16%

Fonte: OBMEP

Tabela 3.9: Inscritos na 2ª fase da OBMEP

OBMEP 2015 - Inscrições 2ª Fase						
Ano	2015	2014	2013	2012	2011	2010
Escolas	42.316	41.302	42.480	40.770	39.935	39.929
Alunos	889.018	907.446	954.926	823.871	818.566	863.000
Municípios	97,62%	99,41%	98,83%	98,50%	98,10%	98,30%

Fonte: OBMEP

Os trabalhos de COSTA (2015) e VILARINHO (2015) apresentam propostas que permitiriam um retorno bastante interessante do exame da OBMEP, pois o desempenho dos estudantes nos itens da primeira etapa foi analisado com o uso da TRI, ilustrando como seria possível construir uma série histórica, permitindo o estabelecimento de políticas diretamente relacionadas com o desempenho em matemática. Seriam contemplados o ensino fundamental a partir do sexto ano e o ensino médio. Caso isso fosse feito, seria possível mapear por área de conhecimento da matemática o desempenho, sinalizando onde estariam os principais problemas de aprendizagem.

Dado o gigantismo da Olimpíada, poderia ser utilizada a metodologia do PISA para dar feedback do contexto social dos estudantes, por meio da aplicação de questionários.

O número de participantes é muito superior ao do ENEM. Há, portanto, um potencial enorme para o trabalho da matemática no país, e esse público é bastante constante, afinal tendo sido feito um esforço para que os estudantes fiquem na escola na idade certa, desafio posto no próprio PNE.

O próximo capítulo iniciará com os investimentos do governo por meio Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) e em programas como o PROFMAT.

[48] http://jornalevangelhoecidadania.blogspot.com.br/2015/04/7-mitos-sobre-educacao-que-acabam-de.html. Acesso em: 22 jul. 2016.

Capítulo 4

O Finaciamento da Educação e o Papel do Professor

4.1 Os Parâmetros Nacionais Curriculares

No 1º capitulo, vimos a geometria plana sofrendo influência modernista na década de 1960, o que comprometeu seu ensinamento. Também foram produzidos livros didáticos com diversas abordagens devido a interpretações que os autores foram tendo de como deveria ser a nova geometria e, por fim, vimos o seu abandono. O conteúdo (qualidade se pensarmos no que se ensina) desses livros didáticos no tocante à geometria se tornou insatisfatório, conforme pontuaram críticos respeitáveis à época, como o professor Castrucci "*os livros didáticos colegiais seriados se tornaram insuficientes para os concursos de habilitação, principalmente no que tange à Geometria*".

Nessa época, os professores apresentavam grande dificuldade de trabalhar com a geometria dedutiva, há escassez de material adequado (recomendado) no país para essa prática. Pode-se observar esse fato na apresentação do livro: Introdução ao Curso de Geometria Plana, autor Lucas Nicolas Hendrick, de 1963, publicado pelo INEP (Fundo de Cultura) sob o apoio do Dr. Anísio Teixeira. Quem faz a apresentação dessa obra (traduzida) é o professor Amaury Pereira Muniz, então diretor do Colégio Nova Friburgo.

> O ensino da Geometria tem sido, no entanto, uma das maiores senão a maior dificuldade que os professores de Matemática têm encontrado no exercício de sua função, principalmente no que se refere ao início do estudo da Geometria Dedutiva, que os antigos programas de nossa escola secundária localizavam na terceira série ginasial.
> [...]
> Nos vários cursos de aperfeiçoamento organizados para professores dessa disciplina [matemática], a preocupação quanto ao ensino da Geometria Racional é uma constante.
> [...]
> Ora, um primeiro curso de geometria lecionado de acordo como estilo clássico, tem tudo para, ao contrário, inibir o aluno, pois é um molde pronto de raciocínio dedutivo.

> Um curso de geometria bem planejado tem que começar por estudo intuitivos, onde os meninos tenham a oportunidade de construir figuras; [...] permitam a passagem gradual das experiências do tipo manipulativo aos processos mais lógico e formais da Geometria Dedutiva. (Amaury Pereira Muniz, 1963)

Também vimos no 2º capitulo que o ensino da geometria retomou seu local adequado, após o esforço de grupos, encontros e seminários para, finalmente, esse empenho ser coroado quando da aprovação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino médio (PCNEM), sendo recolocada adequadamente nos currículos e no cenário escolar – na sala de aula. Os PCN do Terceiro e Quarto Ciclos do Ensino Fundamental – Matemática mencionam o que é o estudo da geometria

> O estudo da Geometria é um campo fértil para trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula o aluno a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades etc. (MEC/BRASIL, 1997)

A preocupação do PCNEM com a geometria se revela na forma como ela deverá ser estimulada:

> As habilidades de visualização, desenho, argumentação lógica e de aplicação na busca de soluções para problemas podem ser desenvolvidas com um trabalho adequado de Geometria, para que o aluno possa usar as formas e propriedades geométricas na representação e visualização de partes do mundo que o cerca.
> (MEC/BRASIL, Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio), 2000)

No PCN+ ocorre uma retomada à maneira que a geometria era abordada antigamente, aproximando-se muito do que foi discutido ao logo deste trabalho

> A Geometria, ostensivamente presente nas formas naturais e construídas, é essencial à descrição, à representação, à medida e ao dimensionamento de uma infinidade de objetos e espaços na vida diária e nos sistemas produtivos e de serviços. No ensino médio, trata das formas planas e tridimensionais e suas representações em desenhos, planificações, modelos e objetos do mundo concreto. Para o desenvolvimento desse tema, são propostas quatro unidades temáticas: geometrias plana, espacial, métrica e analítica. (MEC/BRASIL, (PCN+) - Ciências da Natureza e suas Tecnologias, 2002)

Não há dúvida do retorno da geometria e da atenção e importância até um pouco exagerada dada a ela. Isso se configurou também na prática, como a quantidade de questões nos exames do ENEM, conforme evidenciado no capítulo anterior.

A consolidação desses projetos apresentados em forma de parâmetros se consolidará efetivamente com livros didáticos que atendam a essas propostas pedagógicas e curriculares.

4.2 O Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação

O capítulo anterior apresentou alguns dos indicadores de desempenho da educação nacional. A partir deles, o governo define políticas educacionais e os investimentos na educação operacionalizando-os por meio do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE)[48].

[48] http://www.fnde.gov.br/

O FNDE é uma autarquia federal criada pela Lei nº 5.537, de 21 de novembro de 1968, e alterada pelo Decreto-Lei nº 872, de 15 de setembro de 1969. Trabalha para alcançar a melhoria e garantir uma educação de qualidade a todos, em especial a educação básica da rede pública. Para isso, o FNDE se tornou o maior parceiro dos 26 estados, dos 5.565 municípios e do Distrito Federal. Neste contexto, os repasses de dinheiro são divididos em constitucionais, automáticos e voluntários (convênios).

4.3 Investimentos na Educação: o Livro Didático

Há sob a responsabilidade do FNDE inúmeros projetos e programas – Alimentação Escolar, Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), Dinheiro Direto na Escola, Biblioteca da Escola, Transporte do Escolar, Caminho da Escola, Reestruturação e Aquisição de Equipamentos para a Rede Escolar Pública de Educação Infantil – além dos financiamentos- Fundo de Financiamento Estudantil (FIES), Fundo de Manutenção e Desenvolvimento da Educação Básica e de Valorização dos Profissionais da Educação (FUNDEB).

Iremos tratar apenas do PNLD (ensino médio) por se relacionar diretamente ao tema do trabalho. O sítio do FNDE apresenta inúmeros documentos que ajudam a quem desejar mais detalhes sobre os demais trabalhos da autarquia.

O PNLD tem por objetivo prover as escolas públicas de ensino fundamental e médio com livros didáticos e acervos de obras literárias, obras complementares e dicionários. A execução ocorre em ciclos trienais alternados. Assim, a cada ano, o FNDE adquire e distribui livros para todos os alunos de determinada etapa de ensino e repõe e complementa os livros reutilizáveis para outras etapas.

São reutilizáveis os seguintes componentes: Matemática, Língua Portuguesa, História, Geografia, Ciências, Física, Química e Biologia. Os consumíveis são: Alfabetização Matemática, Letramento e Alfabetização, Inglês, Espanhol, Filosofia e Sociologia. A escolha é realizada por cada escola, de acordo com os seus professores, entre as obras constantes dos Guias de Livros Didáticos (GLD)[49] após avaliação e aprovação do MEC.

> Um edital especifica todos os critérios para inscrição das obras. Os títulos inscritos pelas editoras são avaliados pelo MEC, que elabora o Guia do Livro Didático, composto das resenhas de cada obra aprovada, que é disponibilizado às escolas participantes pelo FNDE.
> Cada escola escolhe democraticamente, dentre os livros constantes no referido Guia, aqueles que deseja utilizar, levando em consideração seu planejamento pedagógico.
> Para garantir o atendimento a todos os alunos, são distribuídas também versões acessíveis (áudio, Braille e MecDaisy[50]) dos livros aprovados e escolhidos no âmbito do PNLD. (BRASIL, FNDE, 2016)

[49]http://www.fnde.gov.br/programas/livro-didatico/guias-do-pnld/item/5940-guia-pnld-2015

[50]O MecDaisy trata-se de uma ferramenta tecnológica que permite a produção de livros em formato digital acessível. Possibilita a geração de livros digitais falados e sua reprodução em áudio, gravado ou sintetizado e apresenta facilidade de navegação pelo texto, permitindo a reprodução sincronizada de trechos selecionados, o recuo e o avanço de parágrafos e a busca de seções ou capítulos.

O ensino médio está no ciclo PNLD-2015. A tabela 4.1 a seguir apresenta o custo financeiro desse programa.

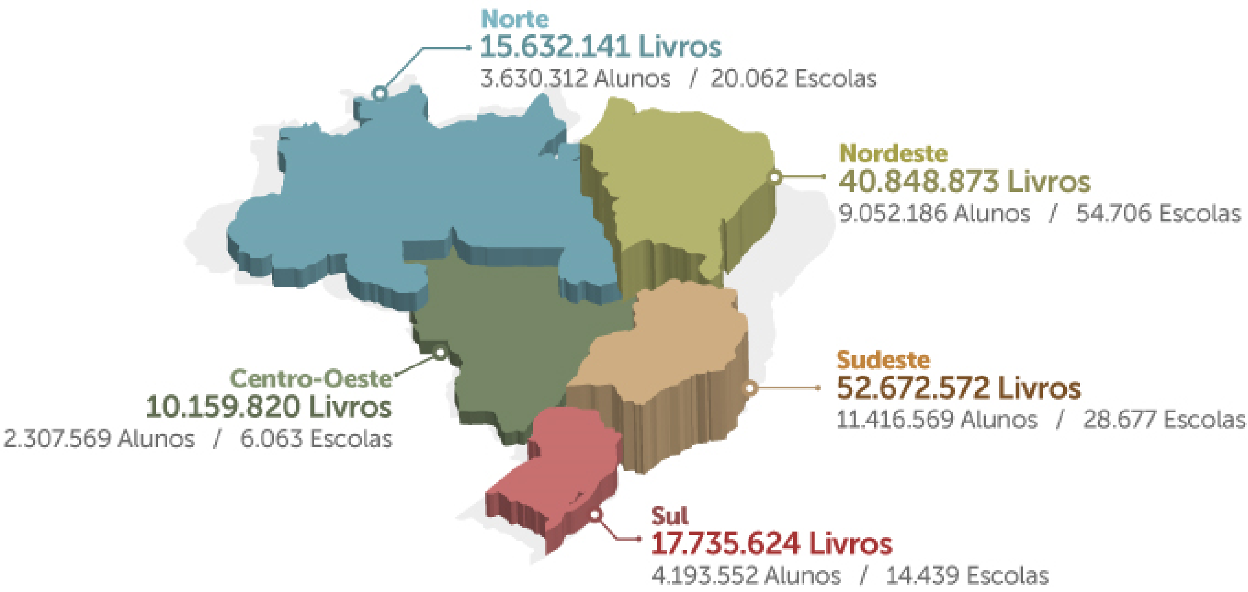
Tabela 4.1: Custo do PNLD-2015

Ano do PNLD	Escolas Beneficiadas	Alunos Beneficiados	Exemplares	Valores (R$)		Atendimento
				Aquisição	Distribuição	
	47.225	10.764.129	25.454.102	173.222.891,86	30.677.077,02	Ensino Fundamental: 1º ao 5º ano
PNLD 2015	58.180	1.950.211	3.609.379	22.178.101,43	10.289.895,22	Ensino Fundamental: 1º ao 5º ano (Educação do Campo)
	51.762	10.774.512	27.605.870	192.661.598,51	34.641.441,68	Ensino Fundamental: 6º ao 9º ano
	119.345	23.488.852	56.669.351	388.062.591,80	75.608.413,92	Subtotal: Ensino Fundamental
	19.363	7.112.492	87.622.022	787.905.386,58	111.041.941,71	Ensino Médio: 1ª a 3ª série
	123.947	30.601.344	144.291.373	1.175.967.978,38	186.650.355,63	Total do PNLD 2015

Fonte: FNDE - consultada em 22 Jul.2016

Tratam-se de números bastante significativos, um desembolso de 1,36 bilhão de reais para cerca de 144 mil livros. Os livros atuais – matemática – são os do PNLD-2015. Na figura 4.1 a seguir está a distribuição, por regiões brasileiras, desse programa.

Figura 4.1: Custo do PNLD-2015



Fonte: FNDE - consultado em 22 Jul.2016

Para a matemática, foram selecionados seis livros que atendiam aos critérios constantes no edital do PNLD, entre os quais se destaca:

> **Critérios de avaliação de todos os componentes curriculares**
> 1. respeito à legislação, às diretrizes e às normas oficiais relativas ao ensino médio;
> 2. observância de princípios éticos necessários à construção da cidadania e ao convívio social republicano;
> 3. coerência e adequação da abordagem teórico-metodológica assumida pela obra, no que diz respeito à proposta didático-pedagógica explicitada e aos objetivos visados;
> 4. correção e atualização de conceitos, informações e procedimentos;
> 5. observância das características e finalidades específicas do Manual do Professor e adequação da obra à linha pedagógica nela apresentada;
> 6. adequação da estrutura editorial e do projeto gráfico aos objetivos didático-pedagógicos da obra. (BRASIL PNLD, 2014)

O Guia do Livro Didático justifica a seleção dos livros e reforça a importância da matemática, explicando a evolução histórica, a importância, a aplicação, entre outros que a matemática representa.

> Produzida e organizada no decorrer da história, a Matemática é uma das mais significativas conquistas do conhecimento humano. Além disso, faz parte do cotidiano das pessoas, contribui para as atividades das outras ciências e de diferentes tecnologias.
> [...]
> Dois aspectos articulam-se de forma complexa e indissociável na Matemática. O primeiro é o das aplicações às várias atividades humanas, que têm sido origem de muitos dos belos modelos abstratos dessa ciência. Outro é o da especulação pura, voltada para problemas gerados no próprio edifício da Matemática e que, em muitos casos, revelaram-se fonte das mais surpreendentes aplicações.
> [...]
> No entanto, especialmente a partir da civilização grega, o método dedutivo tem predominado e assume a primazia de ser o único método aceito, na comunidade científica, para comprovação de um fato matemático. **Os conceitos de axioma, definição, teorema e demonstração são o cerne desse método** e, por extensão, passaram a ser, para muitos, a face mais visível da Matemática. Trata-se de um método de validação do fato matemático, muito mais do que um método de descoberta ou de uso do conhecimento matemático. Na construção efetiva desse saber, faz-se uso permanente da imaginação, de raciocínios indutivos ou plausíveis, de conjecturas, de tentativas, de verificações empíricas, enfim, recorre-se a uma variedade complexa de outros procedimentos.
> No que diz respeito à Matemática, **enquanto conhecimento acumulado e organizado**, é preciso dosar, em progressão criteriosa, o emprego de seu método próprio de validação dos resultados: o método dedutivo. É indispensável que o aluno estabeleça gradualmente a diferença entre os vários procedimentos de descoberta, invenção e validação. Em particular, é interessante que ele compreenda a distinção entre uma prova lógico-dedutiva e uma verificação empírica, seja essa baseada na visualização de desenhos, na construção de modelos materiais ou na medição de grandezas. Dessa forma, o ensino médio cumpre seu papel de ampliação, aprofundamento e organização dos conhecimentos matemáticos adquiridos **no ensino fundamental, fase esta em que predominam, na abordagem da Matemática, os procedimentos indutivos, informais, não rigorosos**. (idem, grifo nosso)

Outro critério que tem de ser atendido é o **Componente Curricular Matemática**, conforme descrito a seguir.

> Componente Curricular Matemática:
> 1. incluir todos os campos da Matemática escolar, a saber, números, funções, equações algébricas, geometria analítica, geometria, estatística e probabilidade;
> 2. privilegiar a exploração dos conceitos matemáticos e de sua utilidade para resolver problemas;
> 3. apresentar os conceitos com encadeamento lógico, evitando: recorrer a conceitos ainda não definidos para introduzir outro conceito, utilizar-se de definições circulares, confundir tese com hipótese em demonstrações matemáticas, entre outros;
> 4. propiciar o desenvolvimento, pelo aluno, de competências cognitivas básicas, como: observação, compreensão, argumentação, organização, análise, síntese, comunicação de ideias matemáticas, memorização, entre outras. (Ibidem, grifo nosso)

A aprovação do PCN significou a consolidação do retorno da geometria plana, e ainda mais, a definição de currículos que deverão compor os livros, no mínimo, com o que está na componente curricular. Considerando o PNLD, podemos dizer que o conteúdo será "entregue" aos alunos e passa por um controle de qualidade. Afinal, a submissão aos filtros e condições elencadas anteriormente, além de outras constantes no edital PNLD, demonstram o esforço dos envolvidos em propor um ensino uniforme (ao menos os conteúdos) e adequado à educação básica em todo o país.

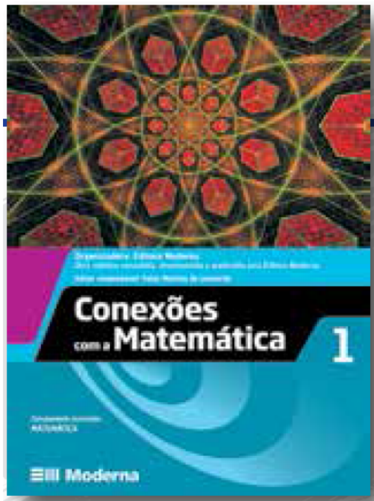
Um contaponto está na reduzida carga horária, no caso de matemática, são três aulas semanais. Os estudos da Base Nacional Comum Curricular estão, dentre outros, voltados a equacionar a grade de horários, disciplinas e conteúdos por meio do chamado "objetivos de aprendizagem".

4.4 Os Livros Selecionados no PNLD-2015

Das seis coleções selecionadas no PNLD-2015, analisamos diretamente duas – **Contexto & Aplicações, autor Luiz Roberto Dante e Matemática Paiva, autor Manoel Paiva.**

Apesar disso, apresentaremos a seguir as coleções com as resenhas de análise da abordagem dos conteúdos – geometria plana extraídas diretamente do Guia do Livro Didático-2014.

4.4.1 Conexões com a Matemática – Fábio Martins de Leonardo



CONEXÕES COM A MATEMÁTICA

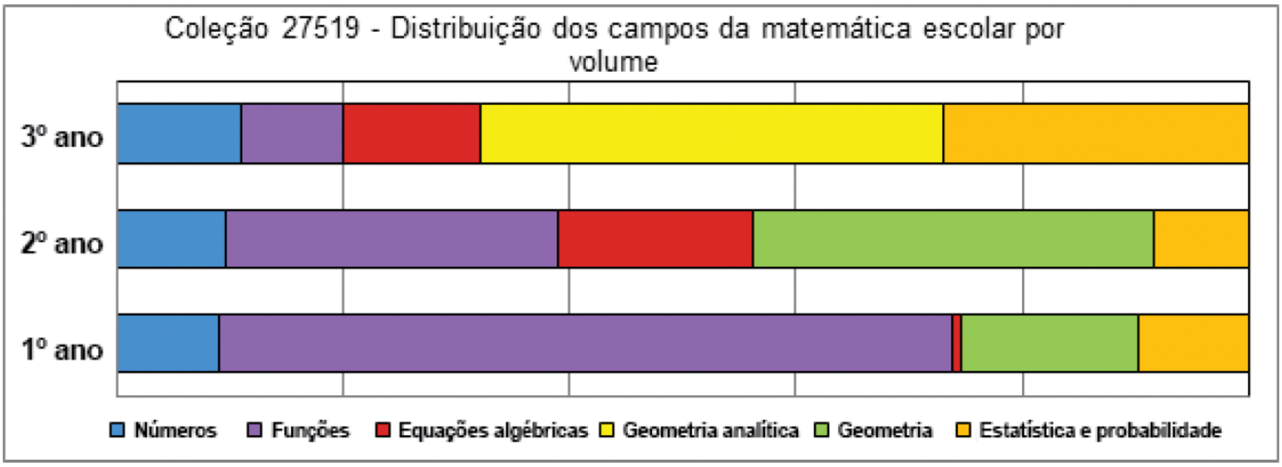
Fábio Martins de Leonardo

27519COL02
Coleção Tipo 2

Editora Moderna
2ª edição 2013

http://www.moderna.com.br/pnld2015/conexoescomamatematica/

Abordagem dos conteúdos matemáticos



Geometria

Vários conceitos da geometria plana são retomados e ampliados de forma satisfatória, por meio de algumas validações empíricas e dedutivas. Há destaque para a demonstração do Teorema de Tales apoiada na fórmula da área de triângulos. Ao longo da coleção, nota-se um predomínio das provas dedutivas que são bem realizadas e justificadas adequadamente.

4.4.2 Contexto & Aplicações – Luiz Roberto Dante

MATEMÁTICA: CONTEXTO & APLICAÇÕES

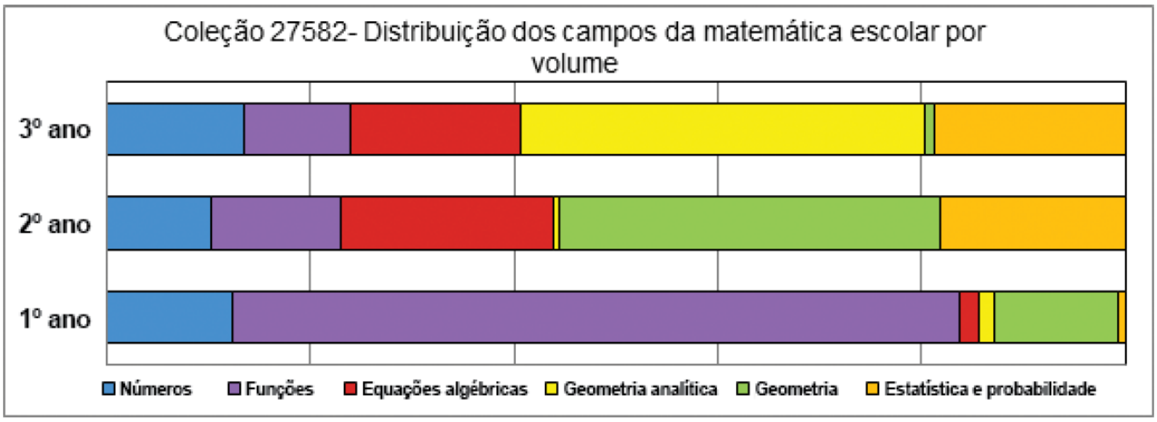
Luiz Roberto Dante

27582COL02
Coleção Tipo 2

Editora Ática
2ª edição 2013

www.atica.com.br/pnld2015/
matematicacontextoeaplicacoes

Abordagem dos conteúdos matemáticos



Geometria

O estudo da geometria é, em geral, realizado de maneira satisfatória. Na geometria plana, é feita uma revisão de polígonos e de áreas de figuras planas, com demonstrações claras e breves, o que é positivo. O Teorema de Tales é demonstrado somente para o caso dos segmentos de reta comensuráveis, mas há uma oportuna menção à sua validade no caso dos segmentos incomensuráveis. Observa-se uma articulação satisfatória entre a geometria e os demais campos da matemática escolar. Em muitos momentos, por exemplo, são bem estabelecidas as relações entre a geometria e o campo das grandezas e medidas.

Em contrapartida, a geometria espacial de posição é estudada de modo extenso, fragmentado e com excesso de classificações sobre as posições relativas de retas e planos, além de haver muitos exercícios repetitivos.

Comentários: O livro é insuficiente na abordagem das demonstrações. Por exemplo, chama de propriedade o teorema: toda paralela a um lado de um triângulo que intersecta os outros dois lados em pontos distintos determina outro triângulo semelhante ao primeiro. No livro, não é apresentado "paralelas cortadas por transversais" para se utilizar dos ângulos correspondentes e aí justificar a semelhança pelo caso Ângulo Ângulo (AA). Há bastante exercícios. No final, traz vestibulares de Norte a Sul e "caiu no ENEM".

4.4.3 Matemática - Paiva – Manoel Paiva

MATEMÁTICA – PAIVA

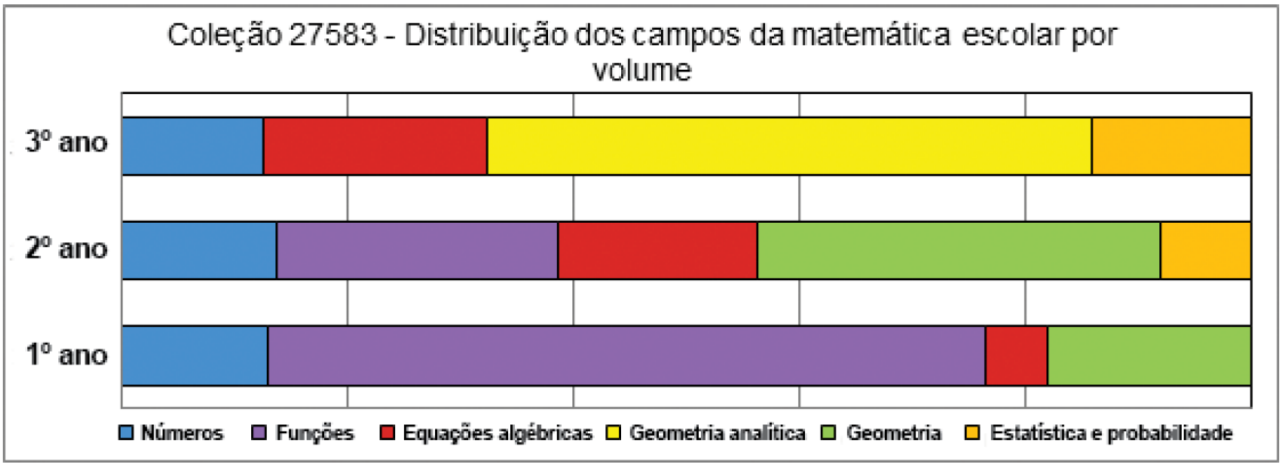
Manoel Rodrigues Paiva

27583COL02
Coleção Tipo 2

Editora Moderna
2ª edição 2013

http://www.moderna.com.br/pnld2015/matematicapaiva/

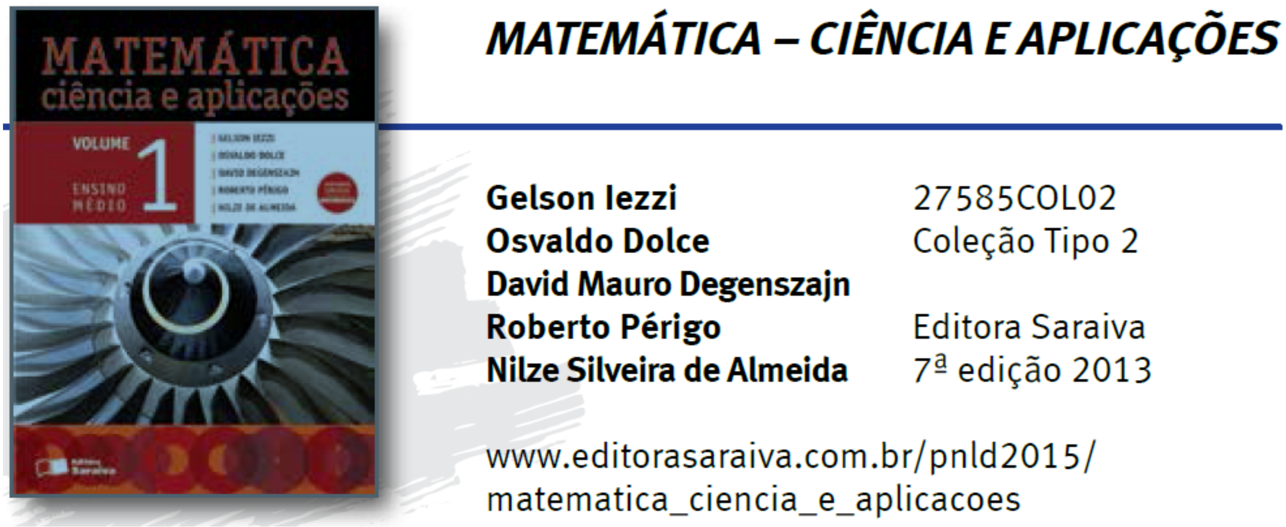
Abordagem dos conteúdos matemáticos



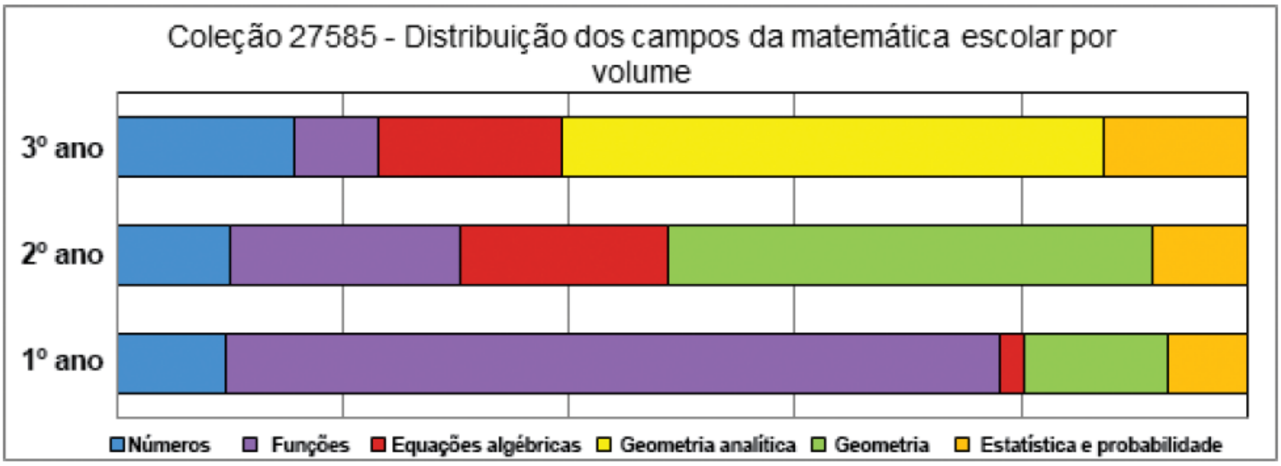
Geometria Em geral, o estudo das figuras geométricas planas é apresentado por meio de suas conexões com propriedades de objetos do mundo físico. A geometria espacial e posição é iniciada com a comparação entre figuras planas e não planas. Poliedros, prismas, pirâmides, cilindros, cones, troncos e esferas são abordados com rigor adequado ao nível de ensino a que se destina a obra. O Princípio de Cavalieri é empregado corretamente para a obtenção do volume de sólidos geométricos. No geral, é feita uma articulação satisfatória entre os três domínios que integram o estudo da geometria: os conceitos, os objetos do mundo físico associados a esses conceitos e as representações verbais ou gráficas.

Comentários: Há raríssimas demonstrações. Apresenta uma boa quantidade de exercícios o que permitirá um embasamento, mas insuficiente para uma boa assimilação, será necessário complementar esses conteúdos com outros livros. No volume três, a geometria plana está ausente até nos exercícios.

4.4.4 CMatemática – Ciência e Aplicações – Gelson Iezzi



Abordagem dos conteúdos matemáticos



Geometria No trabalho aqui desenvolvido, predominam os conteúdos ligados ao cálculo de comprimentos, áreas, volumes e amplitude de ângulos. A ênfase recai, assim, na geometria métrica. Em geral, são cuidadosas as deduções das fórmulas do volume de poliedros e dos sólidos redondos mais comuns, com base no Princípio de Cavalieri. Porém, há imprecisão no método escolhido para o cálculo da área de uma superfície esférica, visto que não é possível ladrilhar a referida superfície do modo adotado no livro.

4.4.5 Matemática – Ensino Médio – Kátia Stocco

MATEMÁTICA – ENSINO MÉDIO

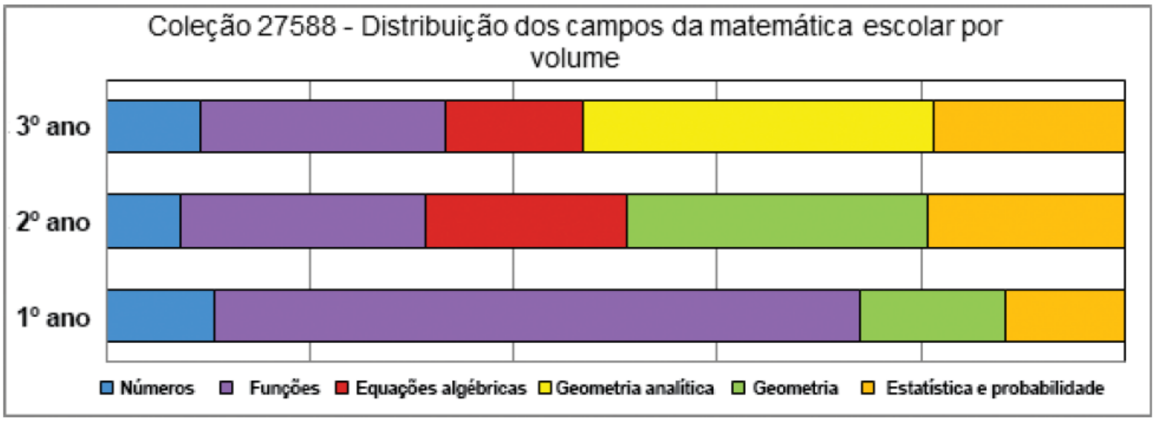
Kátia Cristina Stocco Smole
Maria Ignez de Souza Vieira Diniz

27588COL02
Coleção Tipo 2

Editora Saraiva
8ª edição 2013

www.editorasaraiva.com.br/pnld2015/matematica para ensino medio

Abordagem dos conteúdos matemáticos



Geometria

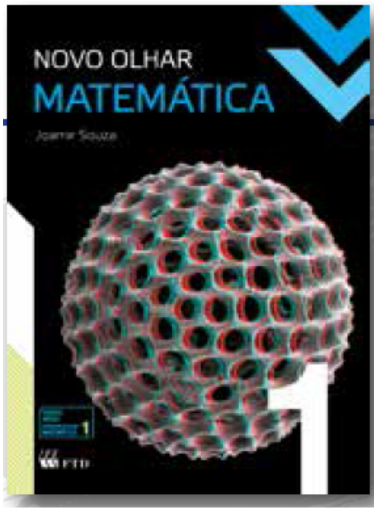
No campo, foi priorizada uma abordagem intuitiva, com apelo à visualização de imagens gráficas e sem preocupação de se formalizar o encadeamento lógico, com base no método axiomático. Um exemplo disso é o tratamento da geometria espacial de posição, que é restrito ao estudo de casos particulares. As definições das figuras geométricas, ainda que não formais, possuem rigor satisfatório.

A geometria dos poliedros é, em geral, bem conduzida, embora haja excesso de nomenclatura.

A geometria métrica nos sólidos ocupa toda uma unidade no livro do segundo ano, com ênfase na obtenção de fórmulas para o volume dos sólidos e para a área das superfícies que o limitam. Para tanto, recorre-se, de modo apropriado, ao Princípio de Cavalieri e às formulas da geometria métrica plana. Além disso, opta-se por tomar a fórmula do volume do paralelepípedo reto-retângulo como um postulado. Embora seja uma escolha possível, ela não é suficientemente discutida na obra. Além disso, há imprecisão no estudo da área da superfície esférica.

As construções com régua e compasso estão presentes em exercícios, mas, em sua maioria, sem discussão sobre a validação dos procedimentos utilizados. Softwares livres são sugeridos em várias atividades, por intermédio de situações interessantes e instigantes.

4.4.6 Novo Olhar: Matemática – Ensino Médio – Joamir Souza



NOVO OLHAR: MATEMÁTICA

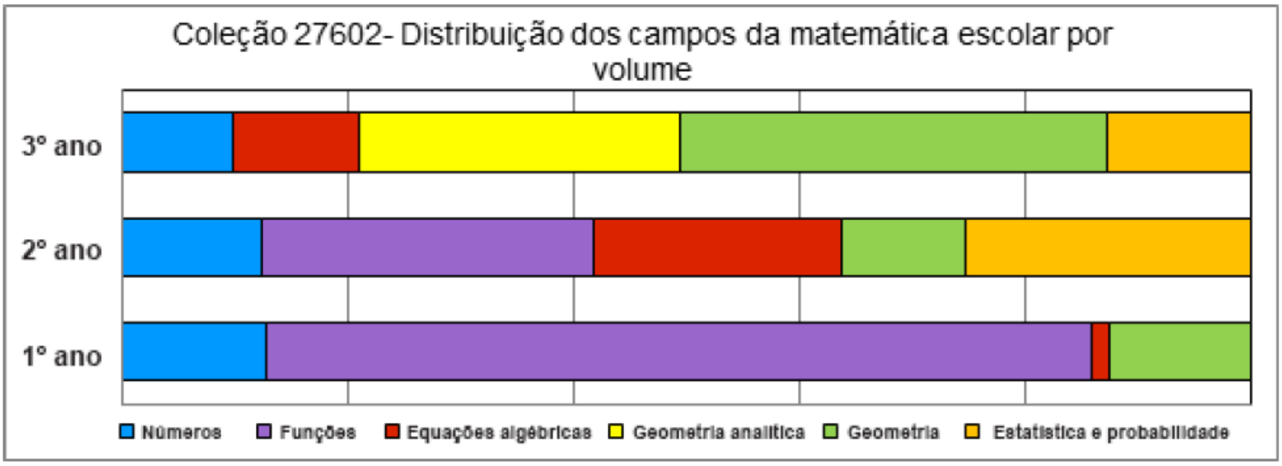
Joamir Souza

27602COL02
Coleção Tipo 1

Editora FTD
2ª edição 2013

www.ftd.com.br/pnld2015/novoolharmatematica

Abordagem dos conteúdos matemáticos



Geometria

O estudo do campo inicia-se com uma revisão adequada de conceitos de geometria plana. Destaca-se a utilização de diferentes processos para o cálculo de áreas de polígonos. Em geometria de posição, são enunciados postulados e propriedades sobre retas e planos, em alguns casos, com excesso de formalismo.

Os sólidos geométricos são tratados, no livro do 3º ano, com abordagens que exploram de maneira equilibrada métodos dedutivos e estratégias de visualização.

É feito um bom uso do Princípio de Cavalieri no cálculo de volumes. Contudo, a relação entre os objetos tridimensionais e as superfícies que os limitam não é esclarecida.

Observa-se que, entre as numerosas atividades, algumas requerem a mera aplicação de fórmulas, enquanto outras trazem contextos interessantes e desafiadores para os alunos, a exemplo da discussão do Teorema de Pick. Além disso, notam-se boas associações entre conceitos e objetos geométricos e os contextos tecnológicos.

4.4.7 Comentários gerais sobre os livros do PNLD 2015

Considerando as resenhas e as duas coleções analisadas vimos que, em geral, têm abordagem cotidiana e se baseiam no ENEM, em grande parte isso se constatou nos exercícios; uma delas tem até uma seção que chama "Pensando no ENEM". Para exames vestibulares podemos dizer que os conteúdos serão cobertos, a ressalva fica pela ausência de demonstrações de teoremas apresentados, um apêndice resolveria isso. Um estudante esforçado poderá adquirir habilidade adequada resolvendo os exercícios propostos e se aprofundar um pouco com o auxílio de mais bibliografias.

Do professor será exigido uma boa organização (no manual do professor há sugestões para auxiliá-lo) para cobrir esses conteúdos dentro do cronograma que dispõe. Mas o maior desafio é estimular o aluno a realizar os exercícios e indagar suas resoluções como exploração e busca por inovar, criando novas sinapses e novos olhares sobre o mesmo. É como escrever um texto, a ideia central é a mesma, mas é escrito de diversas formas. A matemática, apesar de não ser tão flexível quanto a língua (sinônimos), os raciocínios o são e, assim, os caminhos, ainda que intuitivamente, feitos por cada serão assimilados (uma espécie de vocabulário e modo próprio) cada um tem uma maneira diferente de raciocinar. Por isso, é tão importante a demonstração, pois ela provoca esse conhecimento, o "aprender a andar" e deveria ser estimulada, pois já estimularia o aluno.

xxxxxxx

Capítulo 5

O Desempenho de Alunos e Professores e Percepção Deles Sobre o Ensino da Geometria Plana

5.1 Análise Psicométrica de Itens

Nesse capítulo iremos apresentar alguns resultados de alunos e professores em provas que foram analisadas – pelos autores dos trabalhos – segundo a psicométrica de itens (PCI). As provas serão da primeira fase da OBMEP e do Exame de Acesso no PROFMAT[51], que detalharemos mais adiante. Não será analisada a validade dos testes e nem se os itens apresentam falhas pedagógicas. As analises serão apenas quantitativas.

De acordo com Pasquali (2009), a Psicometria representa a teoria e a técnica de medidas de processos mentais e procura, de modo geral, explicar o sentido que tem as respostas dadas pelo sujeito a uma série de tarefas, tipicamente chamada de itens.

A psicometria moderna tem duas vertentes: a teoria clássica dos testes (TCT) e a teoria de resposta ao item (TRI). Para tornar compreensível a abordagem que será feita, iremos apresentar suscintamente a análise pela Teoria Clássica dos Testes (TCT) e a Teoria de Resposta ao Item (TRI) e a Análise Gráfica do Item (AGI). Aos leitores interessados em compreender mais sobre essas teorias, recomendamos o livro: Avaliação Educacional: fundamentos, metodologia e aplicações no contexto brasileiro, autor Mauro Rabelo (47).

5.1.1 Teoria Clássica dos Testes

Em avaliação educacional, a TCT tem como elemento central a prova como um todo e seus resultados são expressos em escore bruto, ou seja, no número total ou no percentual de itens respondidos corretamente.

A TCT se preocupa em explicar o resultado final total, isto é, a soma das respostas dadas a uma série de itens, expressa no chamado escore total (T). Por exemplo, o T em um teste de 10 itens de aptidão seria a soma dos itens corretamente acertados. Se for dado 1 para

[51]http://www.profmat-sbm.org.br/memoria/exames

um item acertado e 0 para um item errado, e o sujeito acertou 7 itens e errou 3, terá escore T igual a 7. Portanto, a TCT tem foco no individuo, pois há, para esse exemplo, um total de possibilidades P, com

$$P = \binom{10}{7} = 120 \; possibilidades$$

sem ser levado em conta quais foram os itens acertados ou os errados.

O modelo da TCT foi elaborado por Spearman[52] e detalhado por Gulliksen[53], a seguir o modelo:

$\boldsymbol{T = V + E}$

em que

T = escore bruto ou empírico do sujeito, que é a soma dos pontos obtidos no teste;

V = escore verdadeiro, que seria a magnitude real daquilo que o teste quer medir no sujeito e que seria o próprio T se não houvesse o erro de medida;

E = o erro cometido nesta medida.

Dessa forma, o escore empírico é a soma do escore verdadeiro e do erro e, consequentemente, $\boldsymbol{E = T - V}$, bem como, $\boldsymbol{V = T - E}$.

Portanto, os resultados para a TCT são expressos em escore bruto, que é o número total ou o percentual de itens respondidos corretamente. As propriedades psicométricas dos itens de uma prova relacionam-se aos parâmetros: índice de dificuldade, índice de discriminação e correlação bisserial.

O **índice de dificuldade** do item é a razão do número de indivíduos que acertaram o item pelo total que responderam o item. A tabela 5.1 mostra os índices de dificuldade na TCT.

Tabela 5.1: Classificação e percentual esperado para os índices de dificuldade na TCT

Classificação	Intervalo de dificuldade **D**
Muito fácil	D ≥ 0,9
Fácil	0,7 ≤ D < 0,9
Moderado	0,3 ≤ D < 0,7
Difícil	0,1 ≤ D < 0,3
Muito difícil	D < 0,1

Fonte: (PASQUALI, 2003) *apud* (VILARINHO, 2015)

O **índice de discriminação** mede a capacidade do item de diferenciar os participantes com maior habilidade daqueles com menor habilidade. Para o cálculo os participantes são divididos em três grupos: o grupo superior (27% maiores acertos), o grupo inferior (27% menores acertos) e os demais 46% ficam no grupo intermediário. Esse parâmetro corresponderá à diferença entre o percentual de acerto do primeiro grupo e do segundo grupo. Quanto maior for a diferença, maior será a discriminação do item.

[52]Charles Edward Spearman (10 set 1863 - 7 set 1945) foi um psicólogo inglês conhecido pelo seu trabalho na área da estatística

[53]Harold Oliver Gulliksen (18 Jul 1903 - 27 out 1996) foi um psicólogo americano. Foi professor na Universidade de Princeton e pioneira no campo da psicométrica

A **correlação ponto-bisserial (bisserial de ponto)** é uma comparação entre o escore total dos indivíduos que acertaram um item em particular com o escore total dos indivíduos no teste (sua interpretação é similar à do coeficiente de Pearson).

$$\rho_{pb} = \frac{M_p - M}{\sigma}\sqrt{\frac{p}{1-p}}$$

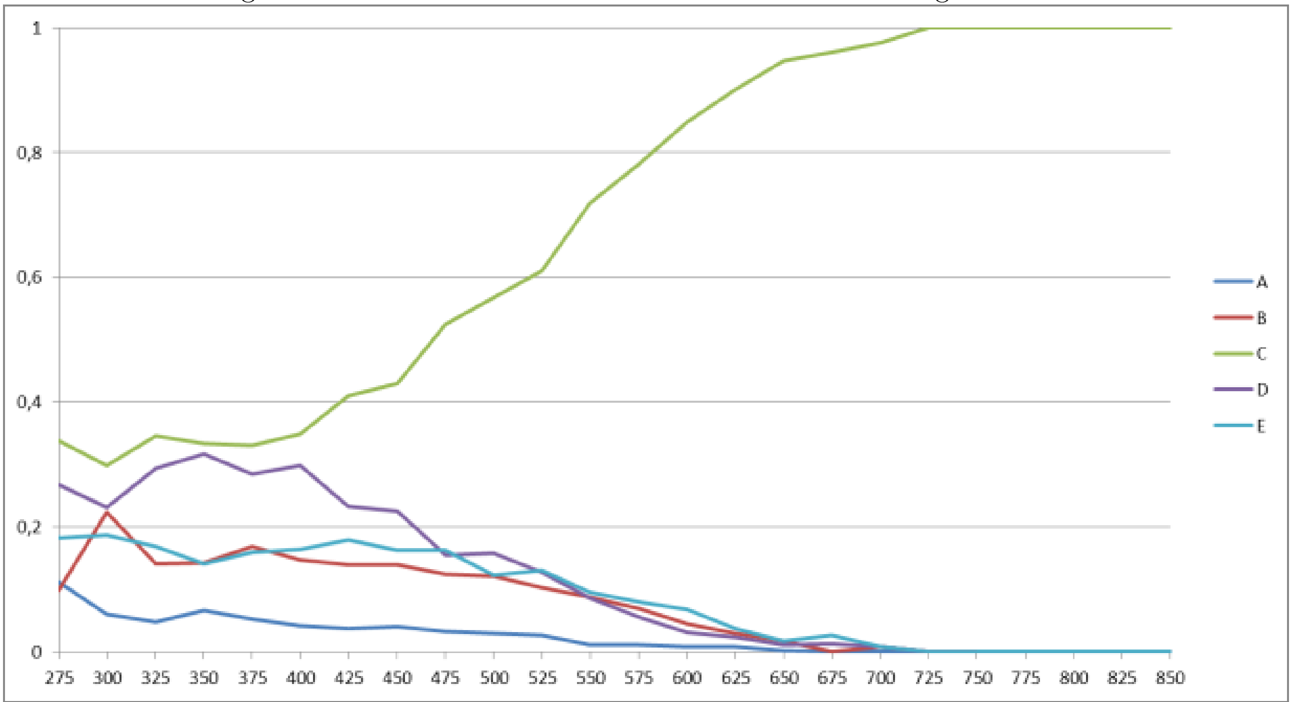
em que
M_p: é média no teste dos examinados que acertaram o item;
M: é a média total do teste;
ρ: é o desvio padrão do teste; e
p: é a proporção dos que acertaram o item.

5.1.2 Análise Gráfica do Item

Na teoria clássica, temos a Análise Gráfica do Item – AGI, representada por um gráfico de linhas – no eixo das abscissas ficam os escores brutos total no teste e no das ordenadas a proporção de alunos que marcaram corretamente cada uma das alternativas do item, em cada uma das faixas das notas.

Espera-se na AGI que a linha correspondente ao gabarito do item cresça e que as linhas correspondentes aos distratores[54] decresçam na medida em que o escore aumenta, como exemplo o gráfico da figura 5.1, afinal os indivíduos com maior desempenho total tendem a acertar o item enquanto os indivíduos com menores desempenhos tendem a errá-lo.

Figura 5.1: Gráfico de uma curva AGI de um item - gabarito C

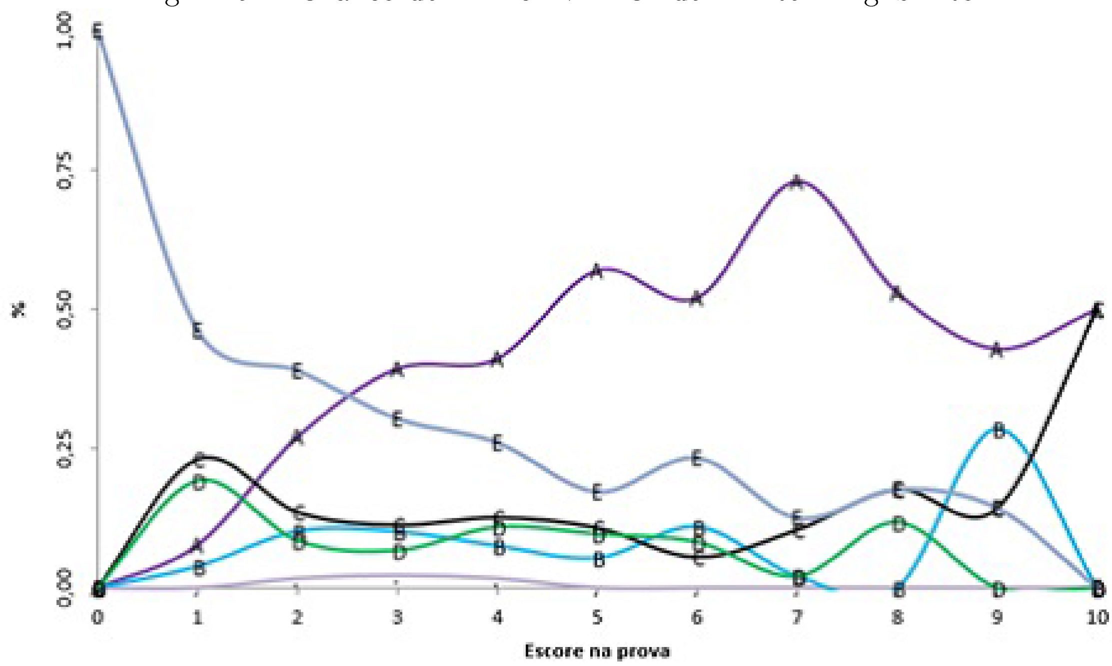


Fonte: (TAVARES, 2014)

[54]São as alternativas "erradas" do item

O exemplo do gráfico da figura 5.2 traz um item que não apresenta as características esperadas para a AGI.

Figura 5.2: Gráfico de uma curva AGI de um item – gabarito A



Fonte: (VILARINHO, 2015)

5.1.3 Teoria de Resposta ao Item

A TRI é uma modelagem estatística criada para mensurar características que não podem ser medidas diretamente por meio de instrumentos apropriados, como ocorre com altura e peso.

Como não há nenhum aparelho que possa medir, por exemplo, a proficiência de um estudante em matemática ou a intensidade da depressão de uma pessoa, foram criadas formas de avaliação indireta. Essas características são chamadas de traço latente ou construto.

Essa medida indireta se dá a partir de respostas apresentadas a um conjunto de itens, elaborados de modo a formar um instrumento de medida que possa permitir a sua quantificação de modo fidedigno.

A utilização da TRI para análise de testes de conhecimento representa um grande ganho, pois com ela é possível a comparabilidade de desempenho de indivíduos que se submetem a testes diferentes, permitindo, portanto, criar séries históricas, como é o caso do SAEB, do ENEM.

O modelo matemático da TRI usado nos trabalhos que serão apresentados considera o modelo logístico de três parâmetros (informações) essenciais para avaliar a qualidade do item e, consequentemente, a qualidade da medida. Esse modelo permite estimar o nível de aptidão (ou traço latente) de um indivíduo acertar um item em função de sua habilidade (θ), da dificuldade, da discriminação e da probabilidade de acerto ao acaso, popularmente conhecida como – parâmetro de chute ou carteado.

- **parâmetro de discriminação** (a): é o poder de discriminação que cada questão (item) possui para diferenciar os participantes que dominam a habilidade avaliada naquela questão (item) dos que não a dominam;

- **parâmetro de dificuldade** (b): associado à dificuldade da habilidade avaliada na questão, quanto maior seu valor, mais difícil é a questão. Ele é expresso na mesma escala da proficiência. Em uma prova de qualidade, devemos ter questões de diferentes níveis de dificuldade para avaliar adequadamente os participantes em todos os níveis de conhecimento;

- **parâmetro de acerto casual** (c): em provas de múltipla escolha, um participante que não domina a habilidade avaliada em uma determinada questão da prova pode responder corretamente a esse item por acerto casual. Assim, esse parâmetro representa a probabilidade de um participante acertar a questão não dominando a habilidade exigida.

Segundo apresentado em Rabelo (2013), a probabilidade de um indivíduo j acertar um item i, é definido por:

$$P(X_{ij} = 1|\theta_j) = c_i + \frac{(1 - c_i)}{1 + exp[-Da_i(\theta_j - b_i)]}$$

em que

- X_{ij} é a resposta ao item i (igual a 1, se o indivíduo acerta, 0, caso contrário);

- $a_i > 0$ é o parâmetro de discriminação i;

- b_i é o parâmetro de posição (ou de dificuldade) do item, medido na mesma escala de habilidade;

- $0 < c_i < 1$ é o parâmetro da assíntota inferior do item i, refletindo as chances de um estudante de proficiência muito baixa selecionar a opção de resposta correta;

- θ_j representa a habilidade ou traço latente do j-ésimo indivíduo;

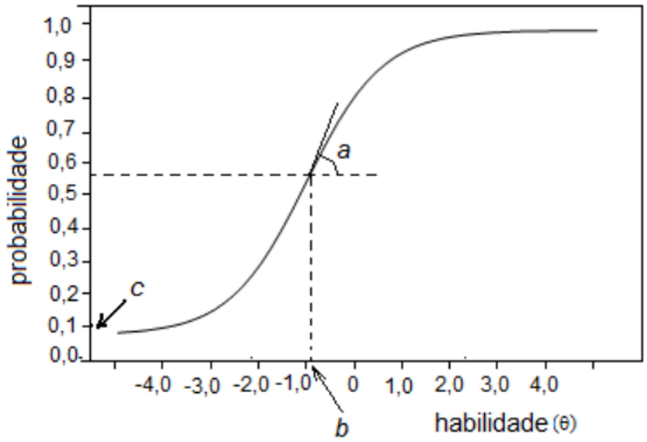
- D é um fator de escala, que é igual a 1 na métrica logística e igual a 1,7 na métrica normal.

O número $P(X_{ij} = 1|\theta_j)$ é a proporção de respostas corretas dadas ao item i pelos indivíduos com habilidades θ_j. Ao construir o gráfico de P, por exemplo a figura5.3, teremos a Curva Característica do Item (CCI)[55].

O que se estuda com a TRI é o comportamento do indivíduo diante de cada item que ele responde.

[55]Essa curva é uma sigmoide

Figura 5.3: Gráfico da Curva Característica do Item (CCI)



Fonte: (RABELO, 2013)

5.2 Resultados de Alunos e Professores em Provas e em Avaliações

Nas avaliações em larga escala no pais não foi localizado dados com resultados por área de conteúdo (objetos de conhecimento) da matemática, por exemplo, da Geometria Plana. Os dados, de uma forma geral, são difíceis de serem obtidos. Não estão à disposição nos sítios oficiais, é preciso superar alguma burocracia para tê-los.

Há no PCN uma tabela, reproduzida a seguir, com resultados do SAEB 1995.

Tabela 5.2: Resultados SAEB – 1995

Área de Conteúdo	Série	Compreensão de Conceitos	Conhecimento de Procedimentos	Aplicação ou Resolução de Problemas
Números e Operações	4ª	41,0	31,0	31,0
	8ª	41,4	46,8	38,6
Medidas	4ª	51,0	43,0	30,0
	8ª	58,7	34,5	29,1
Geometria	4ª	48,0	41,0	23,0
	8ª	40,2	31,3	22,7
Análise de Dados, Estatística e Probabilidade	4ª	-	-	-
	8ª	59,7	41,9	42,5
Álgebra e Funções	4ª	-	-	-
	8ª	48,5	35,0	28,1

Fonte: MEC/SEDIAE/DAEB - Consolidação dos Relatórios Preliminares da Avaliação do SAEB/1995.

Seria extremamente válido se tivéssemos, por exemplo, o desempenho dos alunos no ENEM, em matemática, para a competência de área 2 e habilidade H9.

> **Competência de área 2** - Utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela.
> [. . .]
> **H9** - Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano.

Os resultados vêm completos, seria possível, por exemplo, tratar a partir dos microdados disponíveis no sítio do INEP, mas seria necessário uma dedicação e maior conhecimento estatístico para lidar com as planilhas, aos interessados sugerimos FRIAS (Uma ferramenta para a obtenção e análise de dados do ENEM, 2015).

Para contornar essa situação e analisar alguns dados, recorreu-se aos trabalhos acadêmicos que submeteram a avaliação à TRI. Temos dados de Institutos Federais, Exames Nacionais de Acesso ao PROFMAT (ENA), OBMEP, simulados ENEM em escolas, dados de Escola Estadual do Rio de Janeiro, entre outros.

Os exames ou provas que apresentaram alunos da rede pública, entre os pesquisados, foram apenas dois da OBMEP, ambos realizados em escolas do Distrito Federal. Selecionamos o trabalho da VILARINHO (2015), intitulado "**Uma proposta de análise de desempenho dos estudantes e de valorização da primeira fase da OBMEP**", a justificativa será apresentada no subitem "5.2.1 – Os resultados na OBMEP".

Para o PROFMAT, há estatísticas do ENA 2013 apresentados por CAPES (2013) dando que 93% dos professores que responderam ao questionário, atuam na rede pública.

> No que concerne às escolas onde atuam os discentes, 81% dos respondentes atuam apenas na escola pública, enquanto que 12% em ambas e 7% somente em escola privada, o que parece indicar que o PROFMAT está de fato atendendo ao professorado das escolas públicas, aspecto importante na medida em que um dos objetivos do PROFMAT é a melhoria do ensino básico em Matemática e que o seu principal público alvo são os professores das escolas públicas. No entanto, ainda que 72% atuem numa única escola, cabe salientar que 22% atuam em duas escolas e 6% em três, o que mostra a carga horária pesada dos discentes que estão cursando o PROFMAT. (CAPES/PROFMAT, 2013)

Conforme, PROFMAT (2013), para o ENA-2013 se inscreveram 15.629 candidatos e 11.270 realizaram a prova. Destes, 9.053 responderam ao questionário e **8.076 são formados em Matemática**, aproximadamente 90%.

Então, considerar os dados que vêm do ENA-2013 refletirá bem o cenário para professores de matemática.

Cabe um comentário para o resultado do ENA-2016 ingreso na UnB[56], das vinte vagas apenas 11 são da rede pública.

Para o propósito deste estudo, serão selecionadas apenas a questões de geometria plana.

5.2.1 Os resultados na OBMEP

O trabalho da Vilarinho (2015) foi escolhido pois a prova analisada pela autora –a da primeira fase do nível II de 2014–, foi aplicada aos alunos de uma escola em "tempo real". A seguir o objetivo descrito pela autora e a justificativa da escolha da escola e procedimento para a geração dos dados.

[56]http://www.mat.unb.br/pagina/pos-profmat-calendario Acesso em Jun. 2016

> Com a finalidade de investigar e analisar as respostas dos estudantes, foi escolhida uma escola em uma Região Administrativa do Distrito Federal, na qual **534 estudantes se submeteram à avaliação**. Portanto, para realização deste trabalho, utilizou-se uma amostragem não probabilística por conveniência, definida pela facilidade de contato entre a autora do estudo e os diretores e coordenadores da escola.
> [...]
> **Os gabaritos originais dos estudantes que não foram selecionados** para a Segunda Fase da OBMEP **foram cedidos para o estudo**, enquanto **os gabaritos dos estudantes selecionados** para etapa seguinte da avaliação **foram fotografados e escaneados** antes de serem enviados pelos correios aos organizadores da prova para dar prosseguimento à avaliação.
> Apesar de terem sido inscritos 729 estudantes no Nível II, aproximadamente 25% dos estudantes não compareceram no dia de aplicação do exame. Desse modo, a prova foi realizada por apenas 534 estudantes. Entre os estudantes inscritos na Primeira Fase, aproximadamente 5%, ou seja, 37 alunos com maior desempenho foram selecionados para a segunda etapa. Para a seleção, o critério de desempate[a] utilizado pela escola foi o valor da nota em Matemática no bimestre anterior.
> A prova é constituída por 20 itens e o melhor desempenho registrado no colégio foi de dois estudantes que acertaram 50% dos itens, obtendo escore bruto de 10 pontos. Outros estudantes que passaram para segunda etapa conquistaram notas superiores ou iguais a 7.
> [...]
> Com os dados tabelados e com o apoio do Centro Brasileiro de Pesquisa em Avaliação e Seleção e de Promoção de Eventos (CEBRASPE), (...) foram produzidas estatísticas do tipo descritivas, no caso da TCT, e do tipo descritivo-probabilísticas, no caso da TRI, utilizadas posteriormente para a análise de cada um dos itens e da prova como um todo, gerando valores para os parâmetros de dificuldade, discriminação, acerto ao acaso, ponto-bisserial e proficiência. Nessa pesquisa, utilizou-se uma abordagem quantitativa e qualitativa, pois, além de determinar valores para parâmetros via TCT e TRI, buscou-se entender e dar significado pedagógico aos resultados.
> (VILARINHO, 2015)
>
> [a] A OBMEP deixa a critério da escola a definição do desempate.

Selecionaremos apenas os itens que têm relação com a geometria plana para realizarmos os comentários. Apesar de os alunos serem do ensino fundamental (nível II – 8.° e 9.° anos), a análise será válida, pois é nesse ciclo escolar que a geometria plana tem o maior espaço na grade de matemática, ao menos nos livros didáticos, conforme se constata no PNLD-2014, em que praticamente todas as coleções apresentam geometria e grandezas e medidas com mais 40% do conteúdo.

Antes de irmoa aos itens, vejamos o que comentou, na RPM 68, a professora Suely Druck sobre uma questão da OBMEP 2008, na época em que era Diretora Acadêmica da OBMEP.

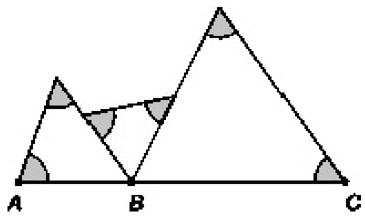
> A segunda questão, aplicada na prova do nível 2, trata de **Geometria, assunto que tem sido muito sacrificado**, quando não completamente omitido das nossas salas de aula. O pouco, ou quase nenhum, tempo dedicado à Geometria em muitas escolas tem como **consequência o baixo desempenho de nossos alunos em questões sobre o assunto**, mesmo naquelas que só envolvem conhecimentos absolutamente elementares de Geometria. É comum nas provas da OBMEP os alunos confundirem perímetro com área ou, mesmo ainda, ignorarem o significado da palavra **"perímetro"**. DRUCK, 2008) (grifo nosso)

5.2.1.1 Itens de Geometria Plana da OBMEP – primeira fase do nível II de 2014

As questões (itens) selecionados foram o **3**, **5**, **9** e **12**, reproduzidos a seguir, incluindo os dados psicométricos, de acordo com VILARINHO (2015), os comentários são **deste subscritor**.

Questão 3. Na figura, os pontos A, B e C estão alinhados. Qual é a soma dos ângulos marcados em cinza?

A) 120°
B) 180°
C) 270°
D) 360°
E) 540°



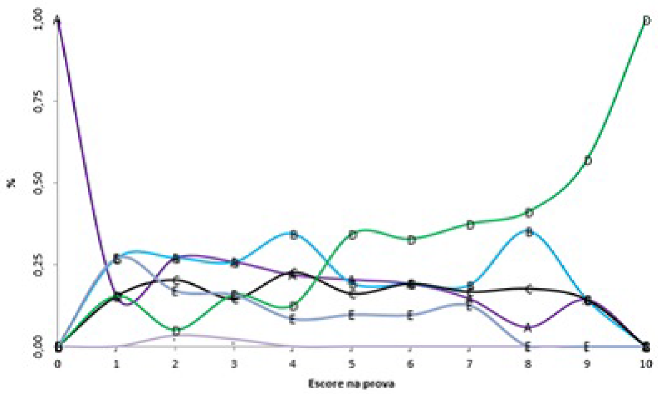
A seguir os gráficos da questão 3.

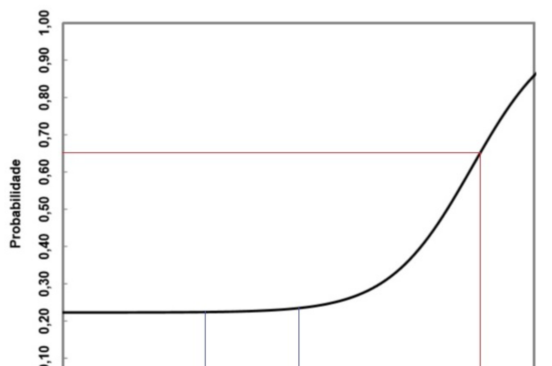
TCT	Gabarito	Dificuldade	Discriminação	Bisserial
	D	0,230	0,254	0,379

p_A	p_B	p_C	p_D	p_E	p_.
0,210	0,253	0,182	0,230	0,118	0,007

Bis_A	Bis_B	Bis_C	Bis_D	Bis_E	Bis_.
-0,133	-0,085	-0,011	0,379	-0,198	-0,370

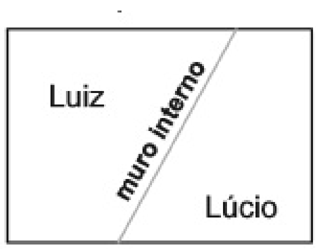
TRI	*a*	*b*	*c*
	0,004451	1300,400797	0,22282





Comentários: apenas 23% dos estudantes acertaram esse item e a probabilidade de acerto ao acaso é de 22,82%. A soma de ângulos em polígonos é uma matéria base e os alunos deveriam dominá-la. No ensino médio, vai se deparar com ângulo diedros, poliedros, sólidos em geral e secções, possivelmente apresentará dificuldades devido a essa falta de conhecimento, pois, olhando de outra forma, **estamos com 77%** "que não sabem" relacionar soma de ângulo internos e ângulos suplementares. Uma análise de erros poderia apontar que ações deveriam ser tomadas para melhorar a proficiência nessa habilidade. Chama a atenção a dificuldade ser superior a 1.300, demonstrando que o item se revelou extremamente difícil para os respondentes, mas é possível verificar que esse item não deveria "ser" tão difícil.

Questão 5. Os irmãos Luiz e Lúcio compraram um terreno cercado por um muro de 340 metros. Eles construíram um muro interno para dividir o terreno em duas partes. A parte de Luiz ficou cercada por um muro de 260 metros e a de Lúcio, por um muro de 240 metros. Qual é o comprimento do muro interno?



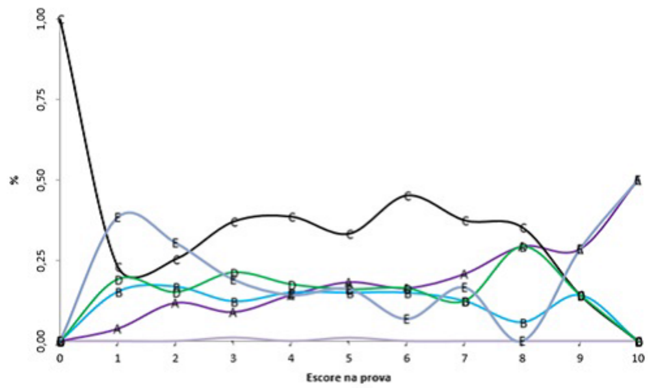
A) 80 m
B) 100 m
C) 160 m
D) 180 m
E) 200 m

A seguir os gráficos da questão 5.

TCT	Gabarito	Dificuldade	Discriminação	Bisserial
	A	0,150	0,113	0,220

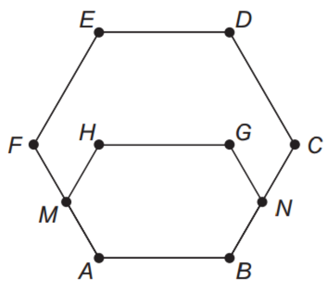
p_A	p_B	p_C	p_D	p_E	p_.
0,150	0,142	0,356	0,174	0,174	0,004

Bis_A	Bis_B	Bis_C	Bis_D	Bis_E	Bis_.
0,220	-0,044	0,056	-0,025	-0,214	-0,071



Comentário: A TRI não convergiu para esse item: "O item foi descartado para o processamento da TRI, pois apresentou discriminação e bisserial negativos na primeira fase da rodada da teoria clássica pelo software" por isso, não temos os parâmetros da TRI. Pelo percentual de acertos, 15%, conclui-se que a ideia de relacionar perímetro com um sistema de equações é uma dificuldade que, infelizmente, da forma que está o item não há como saber se a dificuldade dos alunos está em deles ou ambos. Observação cabe às marcações nos distratores D ou E, pois estão mal elaborados, afinal 340 dividido por 2 dá 170, caso em que o terreno seria degenerado[57], mas essa análise foi um dos pontos do trabalho da Vilarinho.

Questão 9. O polígono ABCDEF é um hexágono regular. Os pontos M e N são pontos médios dos lados AF e BC, respectivamente. O hexágono ABNGHM é simétrico em relação à reta que passa por M e N. Qual é a razão entre as áreas dos hexágonos ABNGHM e ABCDEF?



A) $\frac{3}{10}$
B) $\frac{4}{11}$
C) $\frac{3}{7}$
D) $\frac{7}{15}$
E) $\frac{5}{12}$

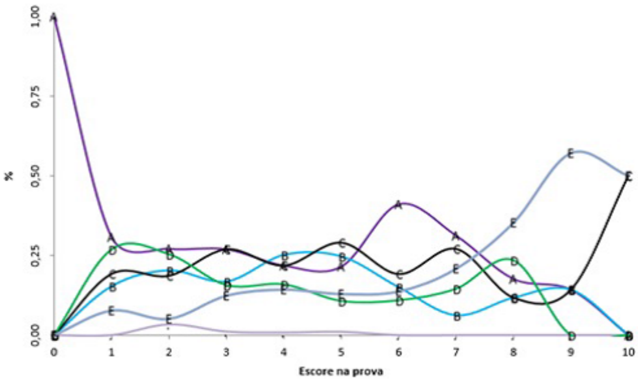
[57]Diz-se degenerado quando os vértices estão alinhados, são colineares, tem, portanto, área zero.

A seguir os gráficos da questão 9.

TCT	Gabarito	Dificuldade	Discriminação	Bisserial
	E	0,142	0,119	0,266

p_A	p_B	p_C	p_D	p_E	p_.
0,270	0,189	0,232	0,157	0,142	0,009

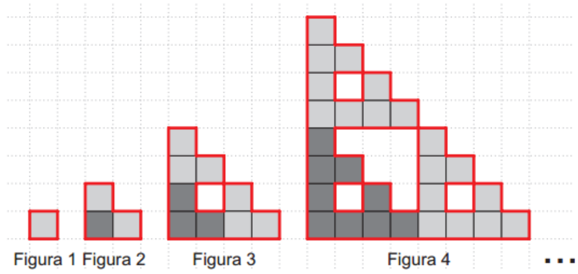
Bis_A	Bis_B	Bis_C	Bis_D	Bis_E	Bis_.
0,005	-0,088	0,011	-0,147	0,266	-0,240



Comentário: A TRI também não convergiu para esse item. Apresenta apenas 14,2% de acerto, enquanto há vários recursos para se chegar à solução. Dividindo-se a figura, convenientemente, em triângulos equiláteros, o menor hexágono ficará com 10. Outra maneira consiste em dividir os hexágonos, cada um, em dois trapézios. É uma questão criativa, mas o percentual de acerto demonstra inabilidade e/ou falta de familiaridade em lidar com área de figuras planas, outro conteúdo essencial aos estudantes.

Questão 12. Começando com um quadrado de 1 cm de lado, formamos uma sequência de figuras, como na ilustração. Cada figura, a partir da segunda, é formada unindo-se três cópias da anterior. Os contornos destacados em vermelho das quatro primeiras figuras medem, respectivamente, 4 cm, 8 cm, 20 cm e 56 cm. Quanto mede o contorno da Figura 6?

A) 88 cm
B) 164 cm
C) 172 cm
D) 488 cm
E) 492 cm



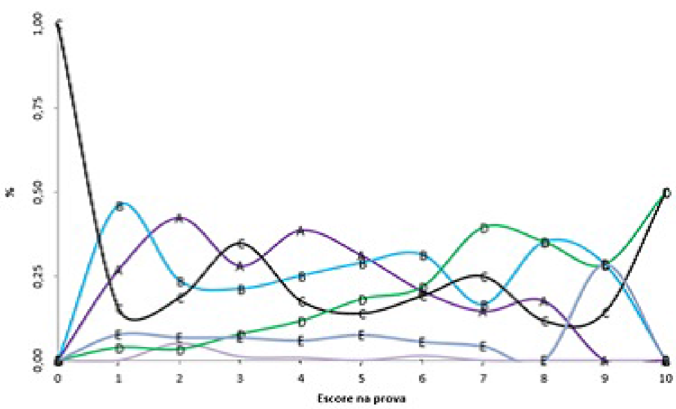
A seguir os gráficos da questão 12.

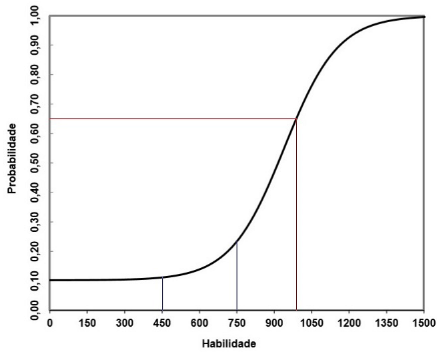
TCT	Gabarito	Dificuldade	Discriminação	Bisseria
	D	0,159	0,242	0,412

p_A	p_B	p_C	p_D	p_E	p_.
0,294	0,264	0,208	0,159	0,064	0,011

Bis_A	Bis_B	Bis_C	Bis_D	Bis_E	Bis_.
-0,192	-0,022	-0,058	0,412	-0,019	-0,252

TRI	*a*	*b*	*c*
	0,005445	939,9269265	0,10197





Comentário: esse item teve 15,9% de acertos demonstrando a dificuldade dos alunos em montar uma lógica de construção, algo mais intuitivo que não se prende a formulários e nem a padrões já conhecidos. O item requer uma observação construtiva (no sentido de construir), ou seja, perceber um padrão de formação, criar hipóteses e testar para chegar a uma lei de formação, é um item interessante, criativo e difícil.

5.2.2 Os resultados nos ENA do PROFMAT, 2011 a 2014

Os trabalhos do PROFMAT selecionados foram os Exames Nacionais de Acesso (ENAs) ao PROFMAT de 2011 a 2014, que foram defendidos em 2014 no Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), em trabalhos realizados sob a orientação do professor Paulo Cezar Pinto Carvalho.

Os títulos foram: A Teoria de Resposta ao Item na Avaliação em Larga Escala: PROFMAT *ANO*, chamaremos de PROFMAT-2011, 2012, 2013 e 2014.

As defesas foram feitas pelos estudantes: MARTINS (2014) – PROFMAT-2011; GOMES (2014) – PROFMAT-2012; CUNHA (2014) – PROFMAT-2013; e TAVARES (2014) – PROFMAT-2014.

Os critérios para escolha dos itens classificados como de geometria ou afins é o apresentado no trabalho acadêmico, que é o citado pelo PROFMAT, quando da divulgação do gabarito. Esses trabalhos estão bastante interessantes e há enquadramento em escalas de proficiência, além de outras análises. Iremos reproduzir, apenas, os itens dos exames, que, **pela TCT, tiveram acerto inferior a 30%** – apenas um paralelo com grupo inferior da TCT.

A tabela 5.3 a seguir apresenta o número de professores que realizaram os ENAs nos anos de 2011 a 2014 e os itens por exame. Os itens em negrito são os que apresentaram acerto abaixo de 30%

Tabela 5.3: Quantidade de professores que realizaram as provas do PROFMAT e os itens de geometria plana. Em negrito os com percentual de acerto inferior a 30%

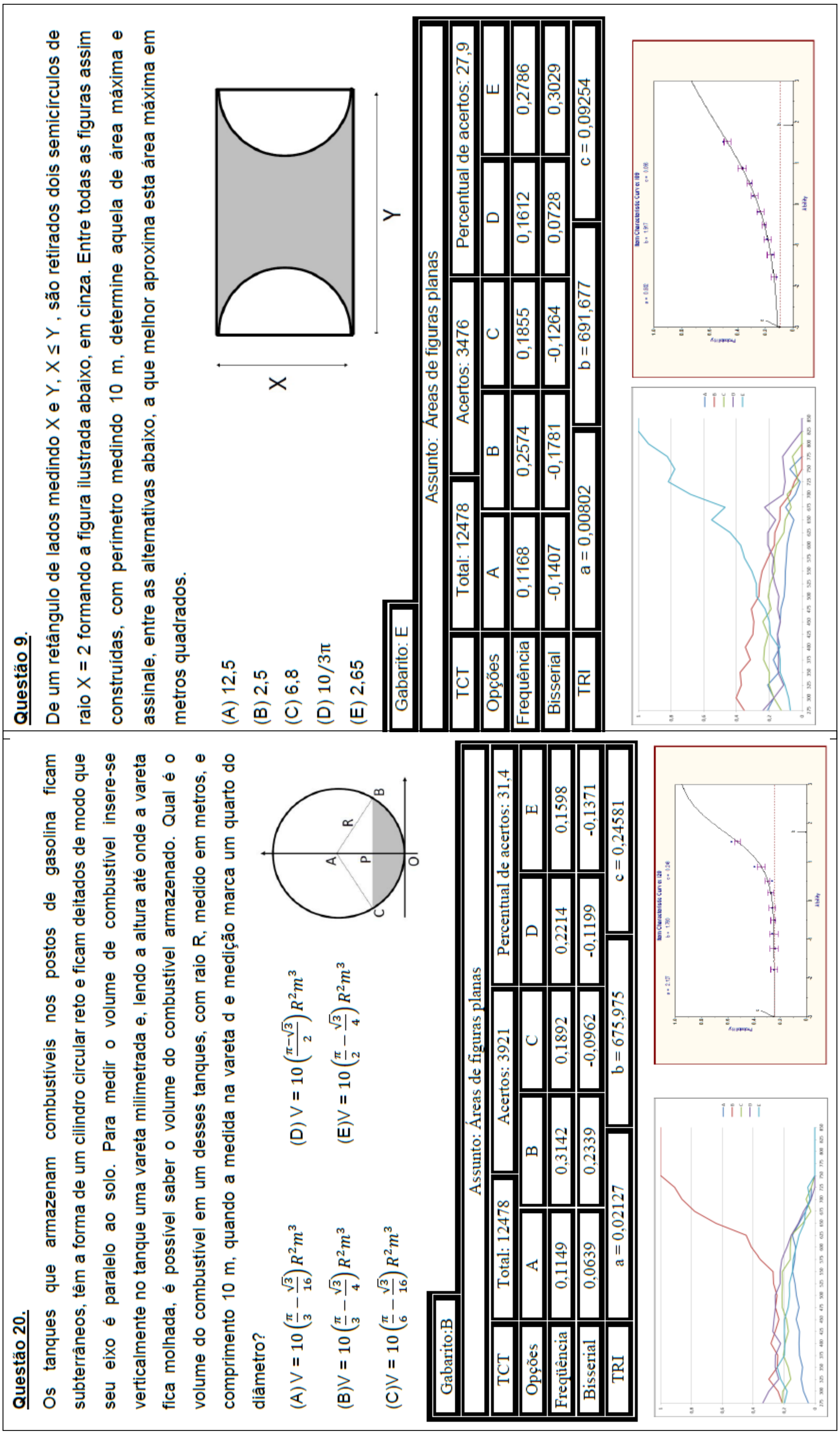
ENA-PROFMAT	Professores (presentes)	Itens
2014	12.478	6, 7, **9**, 13, **20** ,21, **25**, **30**, **33**, 36 e 39
2013	11.270	1, 12, **19**, 20, **28**, **31**, **32**, **34**,**35**
2012	16.332	4, **8**, **12**,13, 16, **19**, 27, 29
2011	15.262	6, 12, 26 e 29

.

Fonte: o Autor

5.2.2.1 PROFMAT-2014

Esse exame, os de 2015 e 2016 foram de 40 itens, os anteriores foram de 35 itens e três questões discursivas. O próximo exame, o PROFMAT-2017, será de 30 itens.



Questão 20.

Os tanques que armazenam combustíveis nos postos de gasolina ficam subterrâneos, têm a forma de um cilindro circular reto e ficam deitados de modo que seu eixo é paralelo ao solo. Para medir o volume de combustível insere-se verticalmente no tanque uma vareta milimetrada e, lendo a altura até onde a vareta fica molhada, é possível saber o volume do combustível armazenado. Qual é o volume do combustível em um desses tanques, com raio R, medido em metros, e comprimento 10 m, quando a medida na vareta d e medição marca um quarto do diâmetro?

(A) $V = 10\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{16}\right)R^2m^3$

(B) $V = 10\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}\right)R^2m^3$

(C) $V = 10\left(\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{16}\right)R^2m^3$

(D) $V = 10\left(\frac{\pi-\sqrt{3}}{2}\right)R^2m^3$

(E) $V = 10\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\sqrt{3}}{4}\right)R^2m^3$

Gabarito:B

Assunto: Áreas de figuras planas					
TCT	Total: 12478	Acertos: 3921		Percentual de acertos: 31,4	
Opções	A	B	C	D	E
Freqüência	0,1149	0,3142	0,1892	0,2214	0,1598
Bisserial	0,0639	0,2339	-0,0962	-0,1199	-0,1371
TRI	a = 0,02127		b = 675,975		c = 0,24581

Questão 9.

De um retângulo de lados medindo X e Y, X ≤ Y , são retirados dois semicírculos de raio X = 2 formando a figura ilustrada abaixo, em cinza. Entre todas as figuras assim construídas, com perímetro medindo 10 m, determine aquela de área máxima e assinale, entre as alternativas abaixo, a que melhor aproxima esta área máxima em metros quadrados.

(A) 12,5
(B) 2,5
(C) 6,8
(D) 10/3π
(E) 2,65

Gabarito: E

Assunto: Áreas de figuras planas					
TCT	Total: 12478	Acertos: 3476		Percentual de acertos: 27,9	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,1168	0,2574	0,1855	0,1612	0,2786
Bisserial	-0,1407	-0,1781	-0,1264	0,0728	0,3029
TRI	a = 0,00802		b = 691,677		c = 0,09254

Questão 30:

A área de 3 hexágonos regulares, cada um de lado 10 cm, é equivalente a:

(A) área de um triângulo equilátero de 30 cm de lado.

(B) área de um triângulo equilátero de 60 cm de lado.

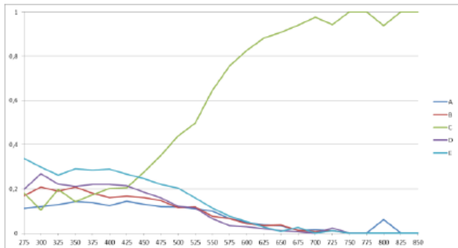
(C) área de dois triângulos equiláteros de 30 cm de lado.

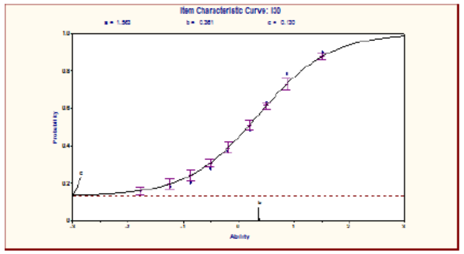
(D) área de três triângulos equiláteros de 30 cm de lado.

(E) área de um hexágono regular de 30 cm de lado.

Gabarito: C

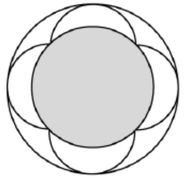
Assunto: Áreas de Figuras Planas					
TCT	Total: 12478	Acertos: 6034		Percentual de acertos: 48,4	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,1037	0,1162	0,4836	0,1263	0,1688
Bisserial	-0,1532	-0,2253	0,5249	-0,3122	-0,2822
TRI	a = 0,1563		b = 536,144		c = 0,13026





Questão 25:

A figura mostra duas circunferências concêntricas e quatro arcos semicirculares congruentes, cujos extremos são os vértices de um quadrado inscrito na circunferência interna. A circunferência externa tangencia os arcos semicirculares. Se a área do círculo interno é 1, qual é a área do círculo externo?



(A) 4

(B) $5\pi/2$

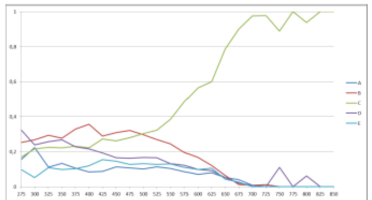
(C) 2

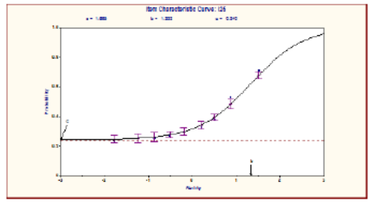
(D) 2π

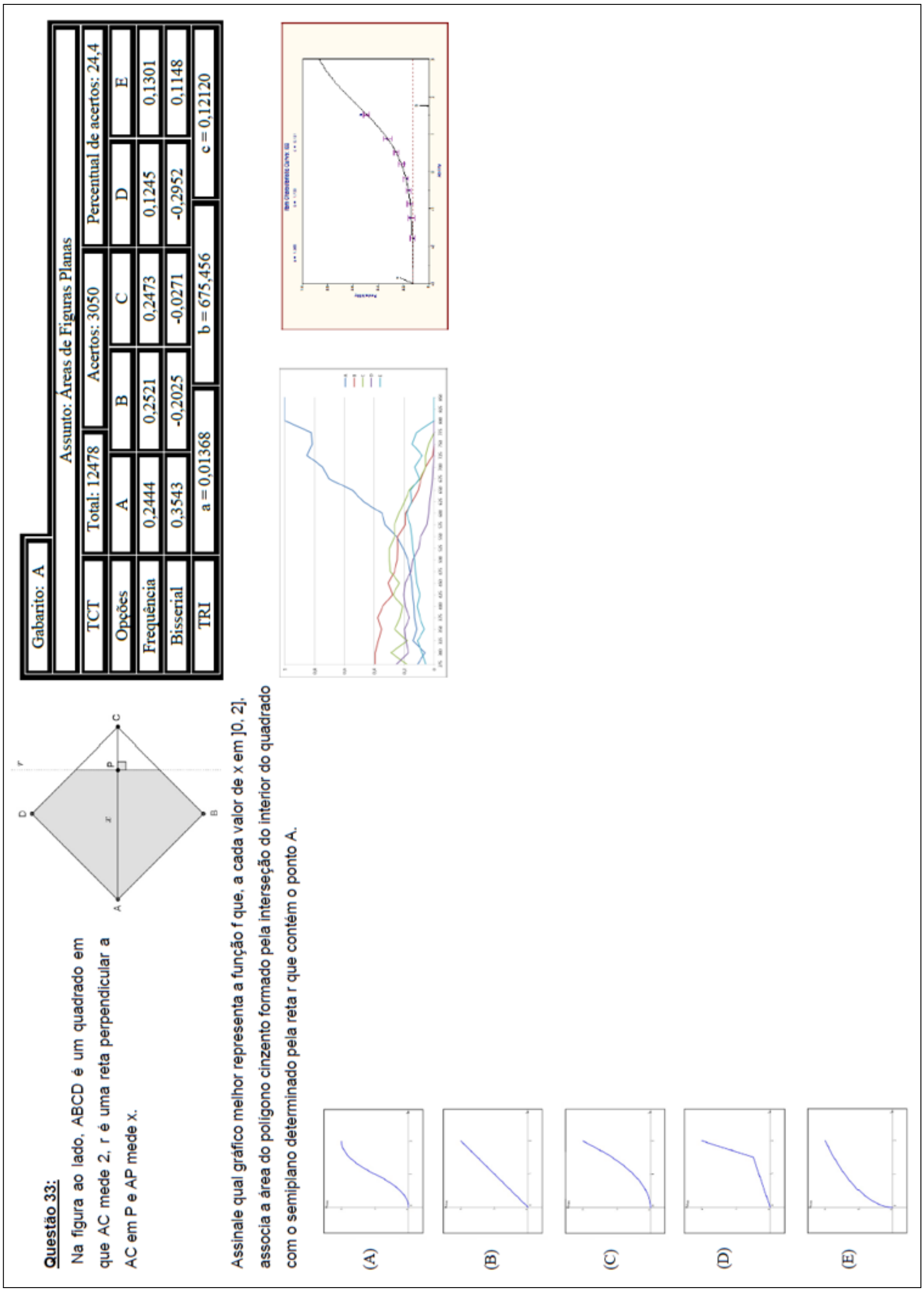
(E) 3

Gabarito: C

Assunto: Áreas de Figuras Planas					
TCT	Total: 12478	Acertos: 4710		Percentual de acertos: 37,7	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,1016	0,2468	0,3775	0,1556	0,1176
Bisserial	-0,0999	-0,1729	0,3376	-0,1958	-0,0424
TRI	a = 0,01665		b = 633,226		c = 0,2400







Questão 33:

Na figura ao lado, ABCD é um quadrado em que AC mede 2, r é uma reta perpendicular a AC em P e AP mede x.

Assinale qual gráfico melhor representa a função f que, a cada valor de x em]0, 2], associa a área do polígono cinzento formado pela interseção do interior do quadrado com o semiplano determinado pela reta r que contém o ponto A.

(A)

(B)

(C)

(D)

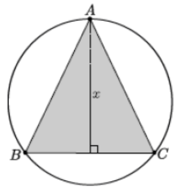
(E)

Gabarito: A					
	Assunto: Áreas de Figuras Planas				
TCT	Total: 12478		Acertos: 3050	Percentual de acertos: 24,4	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,2444	0,2521	0,2473	0,1245	0,1301
Bisserial	0,3543	-0,2025	-0,0271	-0,2952	0,1148
TRI	a = 0,01368		b = 675,456		c = 0,12120

Comentários: Tratam-se de itens comuns da geometria plana. A dificuldade (b) se apresentou próxima dos 700, adequada a professores, mas o que vimos é um desempenho comprometedor. Podemos inferir que esses professores têm dificuldade em geometria plana e necessitam de capacitação ou aulas para que essa disciplina seja assimilada, projetos similares ao Programa de Aperfeiçoamento para Professores de Matemática do Ensino Médio (PAPMEM) deveriam ocorrer mais. É bem possível que esses professores se esquivem de ministrar geometria plana. De um jeito ou de outro os alunos serão prejudicados, já que não terão uma *profundidade* adequada e/ou haverá uma substituição por outro conteúdo.

5.2.2.2 PROFMAT-2013

Questão 28- Considere um triângulo isósceles inscrito em um círculo de raio 3 metros, como mostra a figura. Se x representa a medida, em metros, da altura desse triângulo com relação à sua base, então sua área, em metros quadrados, é igual a

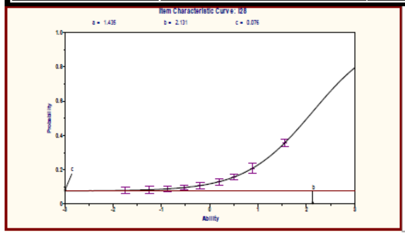


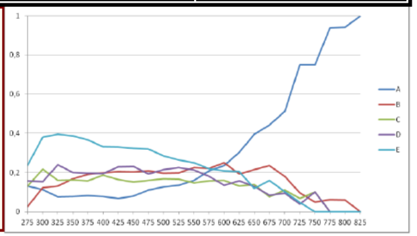
(A) $x\sqrt{x(6-x)}$ (B) $\frac{x}{2}\sqrt{x(6-x)}$

(C) $x\sqrt{x(3-x)}$ (D) $\frac{x}{2}\sqrt{x(3-x)}$

(E) $\frac{x^2\sqrt{3}}{2}$

Gabarito: A					
Assunto: Relações Métricas nos Triângulos, Polígonos Inscritos, Área					
TCT	Total: 11270	Acertos: 1799		Percentual de acertos: 15,95	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,1595	0,2010	0,1548	0,1966	0,2791
Bisserial	0,3590	0,0468	-0,0524	-0,0744	-0,1909
TRI	a = 0,01435 (alta)	b = 713,09 (muito difícil)		c = 0,07579	

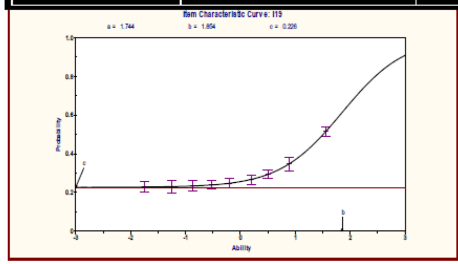


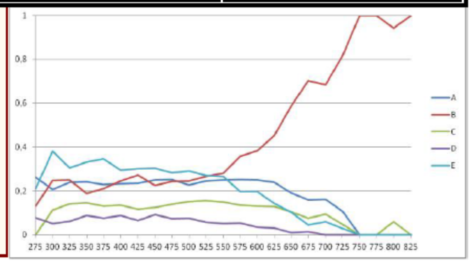


Questão 19- Sejam A e B dois pontos distintos no plano. O conjunto dos pontos C desse plano tais que a área do triângulo ABC é igual a 1 é

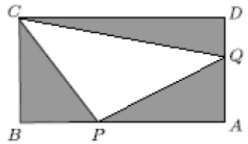
(A) uma reta
(B) um par de retas
(C) uma parábola
(D) vazio
(E) impossível de se determinar

Gabarito: B					
Assunto: Áreas					
TCT	Total: 11270	Acertos: 3413		Percentual de acertos: 30,28	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,2373	0,3028	0,1340	0,0619	0,2587
Bisserial	-0,0156	0,2536	-0,0064	-0,1486	-0,1858
TRI	a = 0,01744 (muito alta)	b = 685,368 (muito difícil)		c = 0,22646	





Questão 31- No retângulo $ABCD$ da figura os triângulos cinzentos têm todos a mesma área. Quanto vale $\frac{AP}{BP}$?

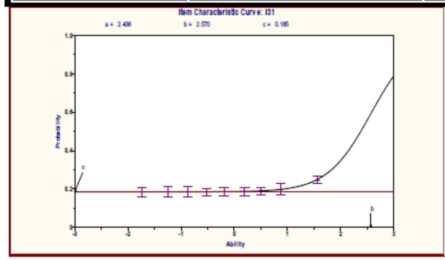


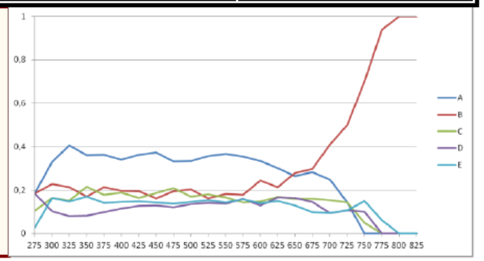
(A) $\frac{3}{2}$ (B) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

(C) $\sqrt{3}$ (D) $\frac{9}{5}$

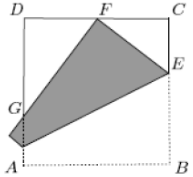
(E) 2

Gabarito: B					
Assunto: Área					
TCT	Total: 11270	Acertos: 2283		Percentual de acertos: 20,25	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,3426	0,2025	0,1738	0,1295	0,1444
Bisserial	-0,0644	0,0991	-0,0423	0,0750	-0,0247
TRI	a = 0,02436 (muito alta)	b = 756,952 (muito difícil)		c = 0,1848	





Questão 32- A figura mostra uma folha de papel quadrada $ABCD$ de lado 1, dobrada de modo que o ponto B coincida com o ponto médio F do lado CD. A medida FG é

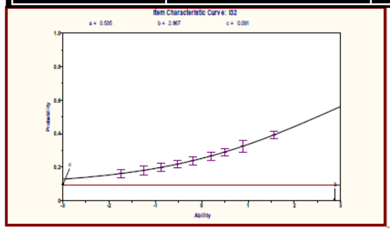


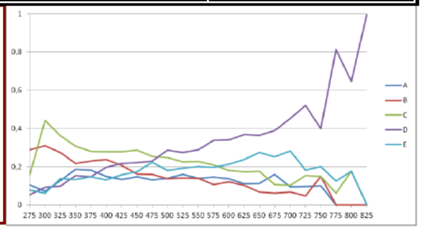
(A) $\frac{5}{8}$ (B) $\frac{2}{3}$

(C) $\frac{3}{4}$ (D) $\frac{5}{6}$

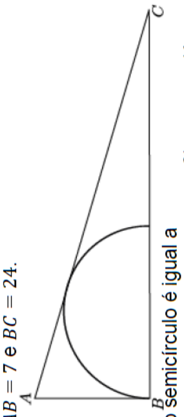
(E) $\frac{7}{8}$

Gabarito: D					
Assunto: Relações Métricas e Semelhança de Triângulos					
TCT	Total: 11270	Acertos: 2973		Percentual de acertos: 26,40	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,1412	0,1567	0,2429	0,2640	0,1878
Bisserial	-0,0371	-0,1861	-0,1437	0,2090	0,1220
TRI	a = 0,00535 (baixa)	b = 786,742 (muito difícil)		c = 0,09058	





Questão 34- O semicírculo da figura está inscrito no triângulo retângulo ABC de catetos $AB = 7$ e $BC = 24$.

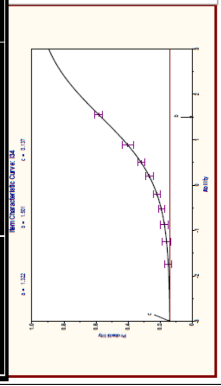


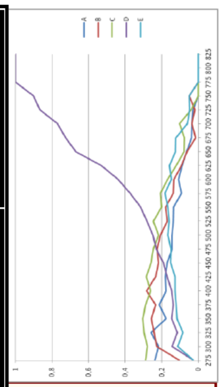
O raio do semicírculo é igual a

(A) $2\sqrt{5}$ (B) 5 (C) $3\sqrt{3}$ (D) $\frac{21}{4}$ (E) $\frac{16}{3}$

Gabarito: D

Assunto: Polígonos Circunscritos e Semelhança de Triângulos					
TCT	Total: 11270	Acertos: 3309	Percentual de acertos: 29,38		
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,1432	0,1865	0,2235	0,2938	0,1450
Bisserial	-0,1649	-0,1903	-0,1710	0,3859	0,0439
TRI	a = 0,01322 (moderada)	b = 650,093 (muito difícil)	c = 0,13654		





Questão 35- Em um triângulo retângulo conhecem-se a soma s dos catetos e a altura h relativa à hipotenusa. Qual das expressões abaixo representa o valor da hipotenusa em função de s e h?

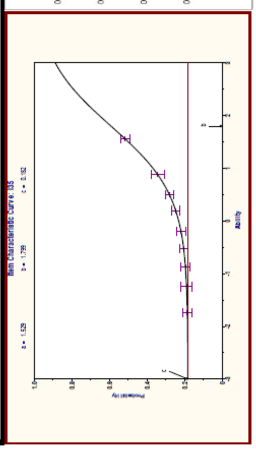
(A) $s - h$ (B) $\sqrt{h^2 + s^2}$

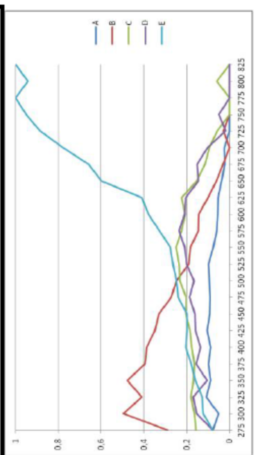
(C) $s - \sqrt{s^2 - h^2}$ (D) $\sqrt{h^2 + 4s^2} - h$

(E) $\sqrt{h^2 + s^2} - h$

Gabarito: E

Assunto: Relações Métricas no Triângulo					
TCT	Total: 11270	Acertos: 3163	Percentual de acertos: 28,07		
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,0809	0,2493	0,2043	0,1758	0,2807
Bisserial	-0,1070	-0,3518	0,0282	0,0704	0,3099
TRI	a = 0,01529 (alta)	b = 679,88 (muito difícil)	c = 0,18222		





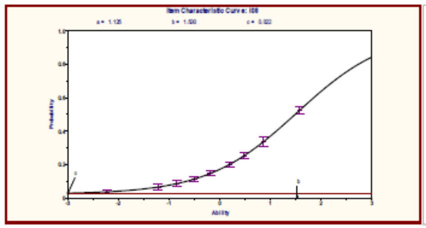
Comentários: Até esse exame, o formato era de 35 objetivas e 3 discursivas. Ele apresentou itens com dificuldade superior a 750. De qualquer forma, o desempenho do professores é insatisfatório e as observações são similares as do comentário anterior que mostram professores sem domínio do conteúdo o que claramente prejudicará uma explanação em sala de aula.

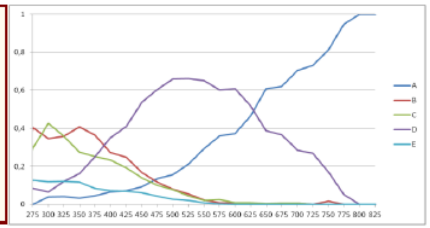
5.2.2.3 PROFMAT-2012

Questão 8. Se a medida do diâmetro de um círculo aumenta em 100%, então a medida de sua área aumenta em:

A) 300% B) 100% C) 200% D) 400% E) 314%

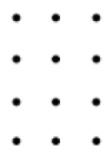
Gabarito: A					
Assunto: Áreas.					
TCT	Total: 16332		Acertos: 3549	Percentual de acertos: 21,7	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,2171	0,110	0,091	0,520	0,035
Bisserial	0,4575	-0,4110	0,2607	0,2042	-0,2981
TRI	a = 0,01125 (moderada)		b = 652,96 (muito difícil)	c = 0,02239	



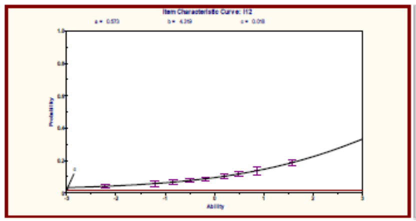


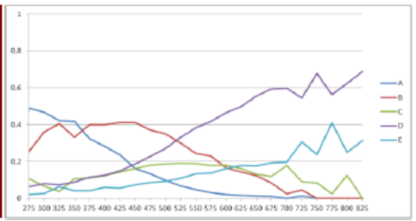
Questão 12. Os pontos da figura abaixo estão igualmente espaçados. Quantos retângulos podemos traçar com vértices nesses pontos?

A) 6 B) 12 C) 16 D)18 E) 20



Gabarito: E					
Assunto: Polígonos e contagem.					
TCT	Total: 16332		Acertos: 1703	Percentual de acertos: 10,43	
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,1201	0,2971	0,1604	0,2902	0,1043
Bisserial	-0,3806	-0,1939	0,0672	0,4124	0,2250
TRI	a = 0,00573 (baixa)		b = 931,885 (muito difícil)	c = 0,01841	



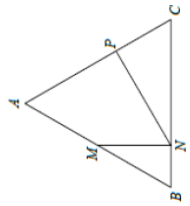


Questão 19. Na figura ao lado, *ABC* é um triângulo equilátero, *M* é o ponto médio do lado *AB*, o segmento *MN* é perpendicular ao lado *BC* e o segmento *NP* é perpendicular ao lado *AC*.

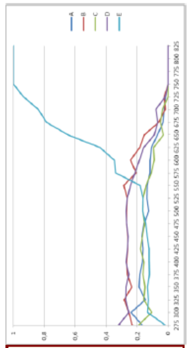
Sabendo que AP = 12 unidades, a medida do lado do triângulo *ABC* nessa mesma unidade é:

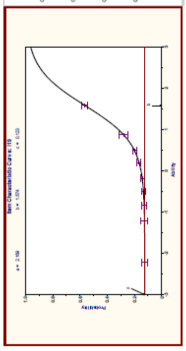
A) 15,2 B) 16,4 C) 17,5

D) 18,6 E)19,2



Gabarito: E					
Assunto: Semelhança de triângulos.					
TCT	Total: 16332		Acertos: 3595		Percentual de acertos: 22,01
Opções	A	B	C	D	E
Frequência	0,1361	0,0175	0,1381	0,2319	0,2201
Bisserial	-0,0834	-0,0438	-0,0734	-0,0733	0,4255
TRI	a = 0,02169 (muito alta)		b = 657,42 (muito difícil)		c = 0,12349





Comentários: A exceção do item 12, com dificuldade 931, os outros dois apresentam dificuldade em torno de 650, ainda assim há uma grande quantidade de *erros*. Esse exame foi feto por 16.332 candidatos. A exemplo dos comentários anteriores, pode-se comprovar a dificuldade que os professores apresentam em geometria, e assim, inferirmos que refletirá na sua aula. É urgente a necessidade de qualificação desses docentes, pois apresentam baixo conhecimento em geometria plana.

5.2.2.4 PROFMAT-2011

Não houve itens com índice abaixo de 30%. O percentual de acerto para os itens foi: 6) 41,8%; 12) 31,6%; 26) 45,6% e 29) 51,1%. A dificuldade, por volta dos 550. Esses resultados são indicativos de que os professores de matemática estão com dificuldades em geometria e necessitam de apoio e qualificação para que o ensino retome um nível adequado nessa área.

5.2.2.5 Comentários gerais

Apesar de não possível uma comparação direta entre os ENAs, pode-se inferir que cerca de 40% dos professores estão na escala de proficiência 450–550, de acordo com Tavares (2014), tabela 8.1.

Observando-se as questões/itens, é possível constatar que são itens do cotidiano escolar e dos livros didáticos, mas que a maioria dos docentes não domina. Não há como apontar qual parte da geometria plana está deficitária, apenas por esses itens, mas ela é notada pelo desempenho neles. Portanto, esses docentes necessitam de qualificação para alcançar um nível adequado para a sua segurança e de conhecimento para transmitir aos alunos.

Capítulo 6

Secretaria de Educação do Distrito Federal

6.1 A Proposta de um Currículo

A aprendizagem dos estudantes é tema de interesse não somente da comunidade escolar, mas também dos governantes. Para o educador Paulo Freire, não há ensino sem aprendizagem, pois, na sua visão, educar alguém é um processo dialógico, uma troca constante. Nessa relação, ora o educador é educando ora o educando é educador, uma troca frequente de papeis.

No processo pedagógico, alunos e professores devem assumir seus papeis conscientemente, pois são seres humanos com histórias e trajetórias únicas. O educador no processo de ensino e aprendizagem deverá reconhecer o "outro" (professor e aluno) em toda a sua complexidade, em suas esferas biológicas, sociais, culturais, afetivas, linguísticas, entre outras.

O ensino e aprendizagem proporcionam o diálogo entre o conteúdo curricular (formal) e os conteúdos únicos (vivência, história, individualidade) tanto do professor quanto do estudante, conforme nos ensina Paulo Freire.

> O diálogo é uma exigência existencial. E, se ele é o encontro em que se solidarizam o refletir e o agir de seus sujeitos endereçados ao mundo a ser transformado e humanizado, não pode reduzir-se a um ato de depositar ideias de um sujeito no outro, nem tampouco tornar-se simples troca de ideias a serem consumidas pelos permutantes.
> (FREIRE, 1987)

Por isso é possível inferir, e até mesmo constatar de forma empírica, que uma pedagogia centrada na figura do professor não tem mais sustentação nos modelos e práticas atuais, sem desconsiderar que cabe ao docente a tarefa de ensinar, ao menos na sala de aula, todos os elementos envolvidos na aprendizagem. No entanto, muitas vezes, as interferências do Estado que propõe as diretrizes para a educação transformam todos – secretarias de educação, docentes, discentes e comunidade – em atores desse cenário.

Há, portanto, dois pontos importantes a se discutir: a composição dos currículos escolares e as formas de verificação da aprendizagem.

No primeiro, a composição curricular está em plena discussão, pois o país está atualmente avaliando a proposta do currículo único para a educação básica, chamada de Base

Nacional Comum Curricular (BNCC). Os objetivos preliminares de aprendizagem estão divididos segundo o contexto de experiência dos alunos, de abordagem lúdica, nos anos iniciais, até conceitos mais abstratos, no fim do ensino médio.

Na proposta, o currículo seria responsável por cobrir aproximadamente 60% do conteúdo. O restante ficaria por conta das secretarias municipais e estaduais, para que, inclusive, considerem componentes com assuntos regionais/locais. No segundo, em âmbito nacional, conta-se com inúmeros indicadores produzidos pelas as avalições em larga escala, como o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP), Prova Brasil, Exame Nacional de Desempenho de Estudantes (ENADE), entre outros, que apresentam relatórios bastante precisos, contemplando indicadores acerca do nível de aprendizado dos estudantes. Essas avaliações apresentam um "boletim"/retrato do quadro de aprendizagem dos estudantes brasileiros e, por meio delas, elaboram-se relatórios que apresentam uma visão macro da situação da educação do país, dos estados e municípios. É claro que, dependendo da avaliação e dos indicadores a ela associados, há condições de maior abrangência e aprofundamento nesses relatórios.

A elaboração e disponibilização para os docentes desses relatórios permite ao professor a investigação das causas que justificam aqueles resultados, reforçando práticas que estão "dando certo" e provocando a reorganização dos métodos e das práticas pedagógicas que não estão "dando certo". Um bom exemplo desse tipo de documento é o Relatório Pedagógico do SARESP[58].

> A divulgação e análise dos resultados do SARESP adquire especial importância pois o conhecimento e discussão das suas informações deverão inspirar ações de melhoria nos projetos – em âmbito central, regional e local – e aperfeiçoar as atividades de formação continuada, aprimorando o conjunto das políticas públicas.
>
> Os Relatórios Pedagógicos, ao analisarem e explicitarem os resultados da avaliação realizada, por meio de interpretações e orientações pedagógicas, propiciam também às escolas um olhar para seu processo de ensino-aprendizagem e sua proposta pedagógica, baseado em dados objetivos e realizando cotejamentos e análises para tomadas de decisão na esfera de sua governabilidade.
>
> Dessa forma, cada instância, nas suas esferas de gestão, deve acompanhar e apoiar as atividades necessárias e fundamentais, para que juntas – Escolas – Diretorias de Ensino – Coordenadorias – Secretarias Municipais – Secretaria de Estado – prossigam no aprimoramento de programas e projetos destinados à Educação Básica, com vistas à constante melhoria da qualidade da educação ofertada aos alunos paulistas.
>
> (SARESP, 2016)

Muitas das análises apresentadas nesses relatórios estão diretamente relacionadas aos erros cometidos pelos estudantes nas avaliações aplicadas. Eles são parte importante no processo de aprendizagem e devem ser encarados como indicadores da atuação dos processos formadores da aprendizagem e, nesse contexto, deverão ser exploradas pelos professores para que utilizem esses dados para uma melhor abordagem e revisão dos conteúdos e de seus métodos de ensino.

O professor pode identificar os erros evidenciados pelas avaliações e dar o tratamento adequado para tentar sanar os problemas que possivelmente estejam contribuindo para esses

[58]disponível em http://www.educacao.sp.gov.br/saresp

resultados, o que pode ser visto como uma oportunidade didática rica tanto para o aluno como para o professor, pois implica a adoção de novas estratégias de avaliação e formas diferenciadas de comunicar aos alunos os seus respectivos estágios de desenvolvimento em relação às habilidades avaliadas.

Assim, toda a produção do aluno, e não apenas seus acertos, passa a ser uma fonte de investigação e informação sobre o real conhecimento do assunto, partindo das próprias resoluções, certas ou não. Essa atitude coaduna-se com a perspectiva construtivista, por meio da qual não se pode exigir que o aluno apague o que fez e copie a forma exposta pelo professor, mas, pelo contrário, é preciso levá-lo à compreensão do que fez, e, assim, possa transferir o aprendizado para outras situações. A esse respeito, é pertinente relembrar Perrenoud, quando diz:

> Não se pode pedir que a avaliação substitua o ensino. Em contrapartida, ela não deveria jamais impedir uma pedagogia diferenciada, ativa, construtivista, aberta, cooperativa, eficiente, mas se colocar a seu serviço. Isso não dispensa de desenvolver prioritariamente essa pedagogia, com suas dimensões avaliativas, além de todas as demais. (PERRENOUD, 1998)

É adequado concluir que a análise do erro trará resultados surpreendentes, pois proporciona inúmeras possibilidades de diálogo entre professor e aluno e, consequentemente, uma evolução para ambos.

Segundo Radatz (1979), são cinco os tipos de erros:

- **erros devido a dificuldades na linguagem:** são apresentados na utilização de conceitos, vocabulário e símbolos matemáticos, e ao efetuar a passagem da linguagem corrente para linguagem matemática.
- **erros devido a dificuldades para obter informação espacial (dificuldades em obter informação a partir de representações gráficas):** aparecem na representação espacial de uma situação matemática ou um problema geométrico.
- **erros devido a uma aprendizagem deficiente de fatos, habilidades e conceitos prévios (deficiência de pré-requisitos):** são os cometidos por deficiências na manipulação de algoritmos, fatos básicos, procedimentos, símbolos e conceitos matemáticos.
- **erros devido a associações incorretas ou a rigidez de raciocínio:** são causados pela falta de flexibilidade no pensamento para adaptar-se a novas situações; compreendem os erros por persistência, erros de associação, de interferência e de assimilação.
- **erros devido à aplicação de regras ou estratégias irrelevantes:** são produzidas por aplicação de regras ou estratégias semelhantes em diferentes conteúdos. (RADATZ, 1979)

Ao leitor interessado em fazer um aprofundamento sobre o tema da análise do erro, sugere-se o trabalho de COSTA (2015, pp. 86-102), quando a autora aborda de forma detalhada esse tema, seguido de uma aplicação feita para questões aplicadas na Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas, pp. 118-159.

O tema da análise do erro em matemática também tem sido bastante debatido em simpósios no DF, como ocorreu no 2° Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática, ocorrido de 14 a 16 de agosto de 2015, no Colégio Militar de Brasília, e em Encontros de Educação Matemática, como o VI Encontro Brasiliense de Educação Matemática (VI EBREM), realizado na UnB de 19 a 21 de setembro de 2014.

6.2 O Currículo em Movimento

O Governo do Distrito Federal (GDF) também promoveu debates com sua comunidade docente sobre a temática, quando da elaboração do Currículo da Educação Básica da Secretaria de Estado de Educação (SEDF), ocorrida de 2011 a 2013, conforme se verifica no excerto a seguir, extraído do Currículo em Movimento da Educação Básica – Pressupostos Teóricos.

> A discussão teve início no primeiro semestre de 2011 com a avaliação diagnóstica da versão experimental do Currículo entregue no ano de 2010. Os espaços de coordenação pedagógica coletiva das escolas foram planejados para estudos e avaliação com a identificação de potencialidades, fragilidades e sugestões para melhoria do Documento.
> [...]
> Em 2012, a continuidade das discussões com os Grupos de Trabalho e a elaboração de uma minuta, organizada por cadernos, denominada Currículo em Movimento, submetida às escolas para validação no ano letivo de 2013. Os grupos de trabalho tiveram o importante papel de analisar e sistematizar as contribuições dos profissionais da educação feitas em plenárias regionais e materializadas no documento disponibilizado na Rede, no início do ano letivo de 2013.
> [...]
> Em 2013, o processo de validação do Currículo em Movimento nas CREs e nas unidades escolares da rede pública se deu por meio de formação nas próprias escolas (EAPE nas Escolas) e de plenárias regionais que produziram materiais encaminhados à SUBEB para sistematização. (SEDF, 2014a)

O Currículo sustenta-se na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), no Plano Nacional de Educação (PNE) e nas Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (DCNEM), e apresenta como eixos integradores **a ciência, o trabalho, a cultura e o mundo do trabalho**.

Além desses eixos integradores de conhecimentos previstos pelas DCNEM, em uma perspectiva de educação integral, no sentido amplo do termo, esse currículo do GDF teve ainda a concepção a partir de três eixos transversais: **Educação para a Diversidade, Cidadania e Educação em e para os Diretos Humanos e Educação para a Sustentabilidade**. Essa organização advém do fato de que a SEDF se propõe a uma organização curricular integrada, incluindo temas e conteúdos atuais e de relevância social que, geralmente, são relegados a um segundo plano no processo educacional. O GDF lança, então, oito cadernos – lista a seguir– intitulando-os de currículos.

- Currículo em Movimento da Educação Básica – Pressupostos Teóricos
- Currículo em Movimento da Educação Básica – Educação Infantil;

- Currículo em Movimento da Educação Básica – Ensino Fundamental Anos Iniciais;
- Currículo em Movimento da Educação Básica – Ensino Fundamental Anos Finais;
- Currículo em Movimento da Educação Básica – Ensino Médio;
- Currículo em Movimento da Educação Básica – Educação Profissional à Distância;
- Currículo em Movimento da Educação Básica – Educação de Jovens e Adultos; e
- Currículo em Movimento da Educação Básica – Educação Especial.

Cada currículo apresenta suas particularidades, claramente percebido se compararmos, por exemplo, Educação Especial e Educação de Jovens e Adultos.

6.2.1 A Matemática no Currículo em Movimento

Para as análises deste trabalho, trataremos do currículo do **Ensino Médio** da SEDF. Este, além dos eixos já citados, caracteriza-se ainda pela organização dos conteúdos em dimensões curriculares interdisciplinares e pela opção por uma matriz curricular dividida em catorze dimensões, por área do conhecimento, definidas a partir da perspectiva geral da Pedagogia dos Multiletramentos.

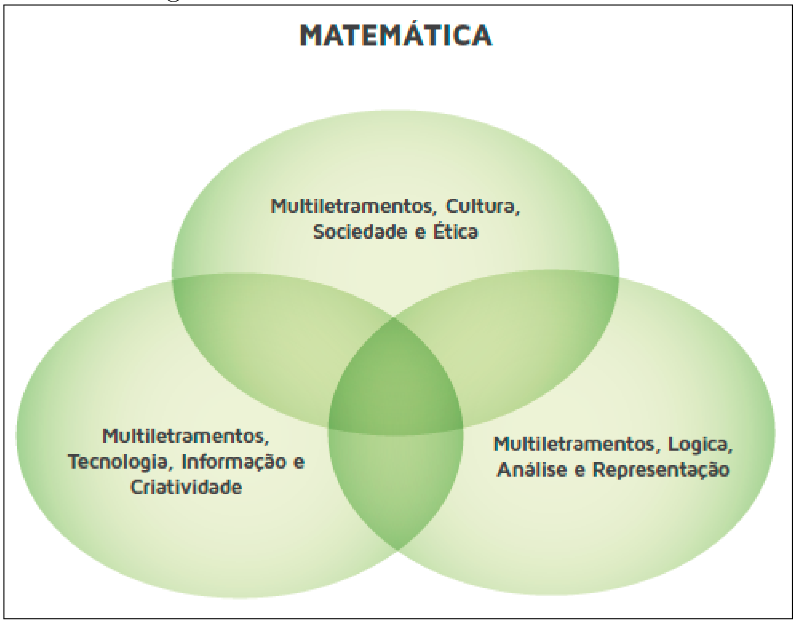
> A proposta curricular do Ensino Médio aponta para procedimentos metodológicos interdisciplinares e contextualizados, assim o processo avaliativo deve convergir para uma avaliação formativa que propicie a aprendizagem dos estudantes, favorecendo a formação para a cidadania e para a autonomia. Os processos avaliativos devem ser sensíveis às diferenças que permeiam a sala de aula e o contexto socioeducacional, devendo a prática avaliativa facilitar o diálogo e a mediação entre as várias histórias de vida que a instituição educacional acolhe
> [...]
> **Área de matemática**
> * Multiletramentos, cultura, sociedade e ética
> * Multiletramentos, tecnologia, informação e criatividade
> * Multiletramentos, lógica, análise e representação. (SEDF, 2014b)

Em linhas gerais, a Pedagogia dos Multiletramentos baseia-se na multiplicidade semiótica dos textos e na multiculturalidade que caracteriza a sociedade contemporânea, a fim de que se adote uma perspectiva de abordagem dos conteúdos que favoreça o empoderamento dos estudantes na perspectiva de uma participação ativa na sociedade do conhecimento, caracterizada pela circulação de um grande e diversificado volume de informações e que proporcione maior grau de autonomia, ampliando-se as condições para o exercício da cidadania e, consequentemente, para o desenvolvimento da nação.

A matriz curricular da área de Matemática é dividida em três dimensões, figura 6.1, organizadas didaticamente em: Multiletramentos, Cultura, Sociedade e Ética; Multiletramentos, Tecnologia, Informação e Criatividade; Multiletramentos, Lógica, Análise e Interpretação.

> A matriz curricular em dimensões prevê que os conteúdos sejam abordados sob o signo da interdisciplinaridade e da flexibilidade, em que o ponto de partida seja norteado pelo levantamento de conhecimentos prévios do grupo de estudantes no qual o professor atua. Apoiado no diagnóstico que indica o que os estudantes sabem e o que ainda precisam saber, a relação do professor com o currículo pressupõe um exercício constante de reflexão e avaliação de sua turma e de sua atuação pedagógica frente ao desafio de promover a aprendizagem de todos.
> Na efetivação dessa prática pedagógica reflexiva – práxis, que constitui um permanente processo de ação-reflexão-ação do fazer pedagógico, os conteúdos organizados em dimensões que se interconectam e que se internalizam impõem o desafio de promover a ampliação da abordagem pedagógica que garanta aprendizagens contextuais, dialógicas e significativas. Por meio do exercício de conversar e analisar conteúdos, é importante destacar que os conhecimentos podem ser introduzidos, trabalhados sistematicamente, consolidados e ampliados. O diagnóstico da turma deve indicar o que deve ser retomado, tendo como referência metas previstas para o ano/série, a serem contempladas no projeto político-pedagógico da escola. (Idem)

Figura 6.1: Dimensões da Matemática



Fonte: (SEDF, Currículo em Movimento da Educação Básica: Ensino-Médio, 2014b)

6.3 As Diretrizes de Avaliação Educacional do GDF

O GDF aprovou em 2014 **as Diretrizes de Avaliação Educacional: Aprendizagem, Institucional e em Larga Escala 2014-2016**, que regulamentaram, entre outros, as formas de avaliação a que seriam submetidos os discentes. A articulação definiu três níveis da avaliação: aprendizagem, institucional e em larga escala (ou de redes), tendo a função formativa como indutora dos processos que atravessam esses três níveis, por comprometer-se com a garantia das aprendizagens de todos.

Com esse sentido, a SEDF sinaliza que a avaliação não se resume na aplicação de testes ou exames. Também não se confunde com medida, pois menciona que medir é apenas uma pequena parte do processo avaliativo, correspondendo à obtenção de informações. Reforça que analisá-las para promover intervenções constantes é o que compõe o ato avaliativo; por isso, as afirmativas como "enquanto se aprende se avalia e enquanto se avalia ocorrem aprendizagens", são válidas tanto por parte do docente quanto do estudante.

Em seus documentos de Avaliação em Larga Escala, a SEDF defende e almeja a Educação Integral.

> A concepção de educação defendida e almejada pela SEDF é a Educação Integral. Nessa perspectiva, o ser em formação é multidimensional, com identidade, história, desejos, necessidades, sonhos, isto é, um ser único, especial e singular, na inteireza de sua essência, na inefável complexidade de sua presença. Ao valorizar o ser humano multidimensional e os direitos coletivos, a Educação Integral provoca ruptura estrutural na lógica do poder punitivo comumente percebido nos processos avaliativos e fortalece o comprometimento com a Educação para a Diversidade, Cidadania, Educação em e para os Direitos Humanos e Educação para a Sustentabilidade.
> (SEDF, 2014c)

Nesse documento também se destaca que é importante que a proposta avaliativa de cada escola componha seu Projeto Político-Pedagógico (PPP), documento de "identidade" da escola, organizador de seu trabalho como um todo e da sala de aula, especificamente. Da mesma forma, é relevante destacar a Coordenação Pedagógica na escola, espaço de tempo primordial de estudo, discussão de concepções e práticas avaliativas, bem como de autoavaliação da escola; espaço do planejamento pedagógico com vistas à constituição de processos didáticos emancipatórios nos quais ensinar, aprender, pesquisar e avaliar não se dão isoladamente ou em momentos distintos.

Não há dúvida da importância do PPP e que se este deverá nortear muitas das atividades escolares, haja vista o tempo esguio que o professor de matemática dispõe em sala de aula, esses direcionamentos aliados ao planejamento escolar irão proporcionar um bom rendimento nas atividades que vierem a ser propostas aos alunos.

A avaliação dos estudantes no GDF está definida no Regimento Escolar das Instituições Educacionais da Rede Pública de Ensino do Distrito Federal de 2015 – Título V, artigos 170 a 233. São abordadas todas as situações e séries/anos dos alunos.

A partir das observações anteriores, já é possível deduzir que a SEDF estabelece diretrizes que não tem o foco na avaliação, mas, sim, na aprendizagem, deixando isso claro, em inúmeros documentos produzidos, conforme se depreende do artigo 170 do Regimento Escolar, transcrito a seguir.

> Art. 170. O Sistema Permanente de Avaliação Educacional do Distrito Federal tem como princípio a centralidade da ação educativa nos estudantes e possibilita aos gestores educacionais e à comunidade escolar acompanhar as aprendizagens dos estudantes, por meio de dados emanados da unidade escolar e das análises realizadas pela SEDF, com vistas a garantir os direitos às aprendizagens. (Distrito Federal (Brasil), 2015)

O regimento traz também, em seu artigo 183, de uma forma geral, o que se espera da avaliação e o que se espera avaliar, listando inclusive **oito** itens que poderão compor a avalição formativa, deixando o último deles a critério do docente.

> Art. 183. No Ensino Fundamental séries/anos finais e no **Ensino Médio**, os critérios adotados para a avaliação da aprendizagem deverão estar em consonância com o Currículo em Movimento da Educação Básica e com as Diretrizes de Avaliação Educacional da SEDF.
> §1º A avaliação formativa pressupõe o diagnóstico contínuo das condições de aprendizagem dos estudantes, a fim de identificar os aspectos exitosos e aqueles que merecem ser melhorados, bem como promover a intervenção imediata em favor do seu desenvolvimento.
> §2º A avaliação formativa busca evidências de aprendizagens por meio de instrumentos e de procedimentos variados, **não sendo aceito um único meio para avaliar, para aprovar ou para reprovar**.
> §3º Os instrumentos e procedimentos da avaliação formativa incluem avaliação por pares ou colegas:
> I. provas;
> II. portifólio ou webfólio;
> III. registros reflexivos;
> IV. seminários;
> V. pesquisas;
> VI. trabalhos em pequenos grupos;
> VII. autoavaliação;
> VIII. outros. (Idem, grifo nosso)

As avaliações nas escolas públicas do GDF atendem ao Regimento. Apresentam a composição da nota do aluno como sendo 50% em avaliação formativa e os outros 50% em somativa.

> Art. 184. Os resultados bimestrais e finais da avaliação do processo de aprendizagem dos estudantes do Ensino Fundamental – anos finais/ séries finais e do Ensino Médio, deverão ser expressos por meio de notas, que variam numa escala de 0,0 (zero) a 10,0 (dez).
> [...]
> § 3º No caso de serem adotados testes/provas como instrumento de avaliação, o valor a eles atribuído **não poderá ultrapassar 50% (cinquenta por cento) da nota final** de cada componente curricular, por bimestre. (Ibidem, grifo nosso)

A avaliação incluída pelo GDF é a formativa, que deverá compor 50% da nota final do estudante. Naturalmente essa abordagem é bastante rica, afinal o professor poderá interagir com a turma utilizando-se de atividades lúdicas ou outras formas que possibilitem uma interação, discussão e criatividade dos alunos. Poderá, ainda, observar o aluno de forma mais individualizada entendendo suas dificuldades de aprendizagem, de relacionamento, de cooperação, entre outras.

Essa forma de avaliação permite também melhorar as notas dos alunos reduzindo as reprovações e indiretamente impede um diagnóstico da aprendizagem e absorção dos conteúdos, o que se refletirá no IDEB, como descrito no capítulo 3.

É natural que essa avaliação demandará mais empenho do professor que do aluno, pois aquele terá toda a turma para acompanhar, enquanto este terá o professor na maioria das vezes como o interventor. Mas essa avaliação é de fato exigente, pois o bom senso do professor é que identificará as dificuldades ou potencialidades nos alunos, eis que seu papel é muito nobre, conforme aponta Perrenoud.

> Proponho considerar como formativa toda prática de avaliação contínua que pretenda contribuir para melhorar as aprendizagens em curso, qualquer que seja o quadro e qualquer que seja a extensão concreta da diferenciação do ensino. Essa ampliação corre o risco, de um ponto de vista prescritivo, de fazer com que a ideia de avaliação formativa perca seu rigor. Na perspectiva descritiva que aqui adoto, essa ampliação autoriza a dar conta das práticas correntes de avaliação contínua sob o ângulo de sua contribuição almejada ou efetiva para a regulação das aprendizagens durante o ano escolar. Ensinar é esforçar-se para orientar o processo de aprendizagem para o domínio de um currículo definido, o que não acontece sem um mínimo de regulação dos processos de aprendizagem no decorrer do ano escolar. (PERRENOUD, 1998)

Apesar das propostas previstas de avaliação na perspectiva formativa nos documentos da SEDF, o que ocorre, com poucas exceções, é uma transmissão ou apresentação do conteúdo ao aluno para que sejam cumpridos o programa e o cronograma escolar que estabelece um mínimo de dias letivos. Claramente, essa realidade é bastante distante da proposta de Freire, pois torna o professor e a escola elementos ativos e, o aluno, passivo, quase que em um monólogo, distante da visão dialógica.

No que se refere especificamente à Matemática, ressalta-se que são poucas as aulas semanais dessa matéria. Hoje, na rede pública do Distrito Federal, as turmas do ensino médio **contam com apenas três aulas de 45 minutos** – o que torna a "vida" do professor de matemática desgastante e corrida. Ele precisa ser bastante organizado para realizar um planejamento capaz de fazer caber dentro dessa pouca carga horária tudo que está previsto para que seja ministrado, de forma a não prejudicar os alunos, em especial, os que irão realizar exames vestibulares, PAS, ENEM, entre outros, sob pena de terem conteúdos não "vistos".

Analisando as Diretrizes de Avaliação do GDF, nota-se a ênfase em uma perspectiva inovadora e desafiadora para o ensino médio, que reafirma a avaliação formativa como pressuposto da evolução e da maturidade que osa jovens precisam desenvolver, e rejeita a avalição somativa como forma de avaliação e seleção, repudiando, de certa forma, os exames de admissão, como vestibulares, ENEM, conforme se infere do excerto a seguir.

> O ensino médio requer organização do trabalho pedagógico voltado para a conquista das aprendizagens por todos os estudantes e para a superação da avaliação quantitativa e classificatória, dando lugar à avaliação formativa, cujos princípios exigem que a avaliação diagnóstica que a acompanha aponte as necessidades de intervenções pedagógicas, oferecidas constantemente. É importante ressaltar que os instrumentos/procedimentos avaliativos devem expressar claramente os objetivos de aprendizagens e os critérios de avaliação. No Ensino Médio, os estudantes são incentivados a participarem da construção de objetivos de aprendizagem e dos critérios de avaliação. Assim como nas demais etapas da Educação Básica, as várias atividades realizadas pelos estudantes do Ensino Médio constituem instrumentos/procedimentos avaliativos, como os trabalhos individuais, em grupos, debates, júris simulados, produção de textos nos diferentes gêneros, listas de exercícios, testes ou provas, produções orais, relatórios de pesquisas e visitas, entrevistas gravadas ou não, montagem de curtas, documentários, painéis, além dos instrumentos e procedimentos apresentados no quadro específico contido neste documento (Quadro de Instrumentos e Procedimentos)[a].
>
> [a]não reproduzidos nesse trabalho

> Sinalizam a possibilidade de a escola realizar outra sistemática de avaliação, desde que envolva os estudantes e sejam negociados os critérios e objetivos a serem atingidos para que a formação seja, de fato, de boa qualidade. Segundo a perspectiva da avaliação formativa, não se adotam esses instrumentos/procedimentos simplesmente para atribuição de nota, mas para que se constate o que os estudantes aprenderam e se identifiquem as intervenções a serem realizadas. Este é o sentido da avaliação formativa. As produções dos estudantes devem ser apreciadas e analisadas com o intuito de se oferecerem novas possibilidades de aprendizagem. Comparam-se as aprendizagens do próprio estudante para conhecer sua trajetória e impulsioná-la. Igualmente importante e necessária é a real participação dos estudantes no processo avaliativo. O protagonismo estudantil iniciado no Ensino Fundamental ganha força no Ensino Médio, por meio da autoavaliação pelo estudante e da avaliação por pares (avaliação por colegas). O fato de os estudantes se avaliarem e avaliarem as produções dos colegas contribui para seu amadurecimento intelectual e pessoal, ao mesmo tempo em que potencializa suas aprendizagens de forma colaborativa e propositiva. A mediação docente é fundamental e pode ser decisiva; afinal, o professor é ao mesmo tempo avaliador e pesquisador de sua prática por refletir, juntamente com os estudantes, sobre os avanços e as dificuldades inerentes ao cotidiano das ações, no interior da escola. Considerando que o Ensino Médio é a última etapa da Educação Básica e que muitas escolas, estudantes e muitas famílias atribuem aos exames e simulados com vistas aos vestibulares como sendo a maior função dessa etapa, solicitamos grande cautela quanto ao enfoque. Lembramos que a função social da escola se revela eticamente quando consegue garantir as aprendizagens de todos. Caso os estudantes aprendam (os conteúdos que não são apenas cognitivos) e desenvolvam valores, entendemos que terão condições de avançar nas escolhas futuras que se seguirão após a conclusão do Ensino Médio. Convém ressaltar que os estudantes são, em sua maioria, adolescentes e estão sendo pressionados por decisões sérias, como a escolha da profissão que desenvolverão para o resto de suas vidas. Além disso, são meninos e meninas em fase de desenvolvimento humano, regida, inclusive, por mudanças físicas e biológicas que os tornam muito vulneráveis às pressões sociais e ao clima de tensão e competição imputado aos momentos de provas, testes e simulados. Reiteramos que, se a escola focar apenas nessas práticas, todo seu Projeto Político-Pedagógico estará desmerecendo ou invalidando o Currículo em Movimento da Educação Básica, que se propõe garantir as aprendizagens de todos. Não se trata de defender ou criticar o uso de provas, testes ou simulados; contudo, creditamos ao trabalho pedagógico sério, processual e comprometido, realizado antes como garantia de parte dos bons resultados. Não discordamos; ao contrário, defendemos que a inserção dos estudantes e de suas famílias como corresponsáveis pelas aprendizagens tornará essa etapa elo e não um fim em si. Nossa compreensão vai ao encontro da clareza de que serão imensos os desafios a que esses jovens estudantes serão submetidos na sociedade em que vivemos e que, caso sejam excluídos durante a Educação Básica, por meio da avaliação que praticarmos, não teremos conseguido atingir a função social da escola.
>
> (SEDF, 2014c)

Apesar de não ser o foco deste trabalho analisar do ponto de vista crítico os documentos dos GDF, há necessidade de contrapor o que está escrito, conforme mencionado anteriormente. Vejamos "[...] são meninos e meninas em fase de desenvolvimento humano, regida, inclusive, por mudanças físicas e biológicas que os tornam muito vulneráveis às pressões sociais e ao clima de tensão e competição imputado aos momentos de provas, testes e simulados" (p.18), observa-se que seria preciso comentar de que maneira essa postura se ajusta a outras funções que são atribuídas à escola. Como a escola do ensino médio deve preparar também o aluno para o ingresso na educação superior, o que ocorre por meio de processos seletivos, que são exemplos claros de avaliações somativas, um aluno que enfrentou simulados durante a vida escolar poderá lidar mais facilmente com a pressão emocional inerente dos processos seletivos, beneficiando-se em relação àquele que não teve essa oportunidade durante sua formação. Portanto, não se pode negar ao aluno da escola pública a vivência desse tipo de situação, necessitando a escola fazer um equilíbrio em relação aos tipos de avaliação a ser praticados. É preciso ajudar o estudante a superar o nervosismo quando participa de seleções, evitando-se os famosos "brancos", o "colei as placas", sem perder de vista que a avaliação da aprendizagem na escola não deve ser sinônimo de seleção, de competição e punição.

É provável que a próxima versão do currículo já apresente adequações quanto a simulados, pois a SEDF homenageou em 2015 professores de seu quadro que realizaram simulados para a rede no estilo ENEM e PAS.

> As professoras Adriana Batista, Idilene Bento e Diva Rodrigues receberam, nesta quinta-feira (10) certificados em agradecimento ao esforço e dedicação para a realização do simulado referente ao Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e ao Programa de Avaliação Seriada (PAS), em setembro deste ano. As homenagens foram feitas na reunião técnica do Programa "Por Dentro dos Exames do Ensino Médio", realizada na Escola Parque da 308 Sul. Em um trabalho realizado antes e depois das provas, as homenageadas tiveram um papel especial nesta edição.
>
> (ASCOM/SEDF, 2015)

O simulado desse ano, 2016, ocorreu nos dias 5 e 6 de julho e uma novidade foi a participação dos alunos da rede privada do DF.

> Quarenta mil estudantes da rede pública e privada de ensino no Distrito Federal realizam nesta quarta e quinta-feira (6 e 7) um simulado de preparação para as provas do Exame Nacional do Ensino Médio (Enem). Quem estuda em escola pública foi inscrito automaticamente e poderá fazer as provas no horário de aula normal. Na rede particular, as provas começam às 13h15. As escolas se inscreveram com antecedência para oferecer a atividade aos alunos.
>
> [...]
>
> O GDF espera 18 mil estudantes a mais do que o ano passado na prova preparatória. As questões objetivas serão corrigidas pelo Centro Brasileiro de Pesquisa em Avaliação e Seleção e de Promoção de Eventos (Cebraspe). (G1DF, 2016)

6.4 O Censo Escolar do GDF

A organização curricular das escolas de GDF está bastante ajustada e bem definida, o que permite aos gestores obter relatórios e dados estatísticos sobre reprovações, matriculas, abandonos, entre outras. O público também pode conferir esses dados no sítio da SEDF[59] .

Interessante ressaltar que o impulso para a elaboração dos currículos ocorreu devido a altos índices de reprovação e evasão escolar. A tabela 6.1 mostra a evolução de 2004 a 2013 para o ensino médio.

[59] http://www.se.df.gov.br

Tabela 6.1: Taxas de Rendimento Escolar do Ensino Médio da Rede Pública Estadual do Distrito Federal, segundo série e turno, 2004-2013.

Taxas de Rendimento Escolar - Ensino Médio																			
	% Aprovação Diurno									% Reprovação Diurno					% Abandono Diurno				
Ano	1ª Série		2ª Série		3ª Série		Correção de Fluxo	Total		1ª Série	2ª Série	3ª Série	Correção de Fluxo	Total	1ª Série	2ª Série	3ª Série	Correção de Fluxo	Total
	Sem dep.	Com dep	Sem dep.	Com dep	Sem dep.	Com dep		Sem dep.	Com dep										
2004	37,97	20,83	46,33	24,68	73,92	0,58		**49,02**	**17,27**	30,75	22,28	19,98		**25,58**	10,45	6,71	5,52		**8,12**
2005	41,13	20,12	51,77	21,63	74,53	-		**52,30**	**15,86**	28,89	19,82	19,81		**23,92**	9,86	6,79	5,66		**7,91**
2006	37,59	22,48	46,11	25,12	77,41	-		**49,39**	**18,11**	29,83	21,38	16,48		**24,16**	10,09	7,38	6,11		**8,34**
2007	37,48	21,08	48,37	24,32	76,06	-		**49,36**	**17,44**	33,14	22,12	18,82		**26,56**	8,30	5,19	5,12		**6,63**
2008	49,98	23,05	61,50	22,52	86,56	-		**62,07**	**17,43**	20,49	12,13	9,93		**15,50**	6,48	3,85	3,51		**4,99**
2009	43,80	19,85	55,29	23,95	83,68	-		**55,07**	**17,00**	24,65	15,90	12,12		**18,67**	11,70	4,85	4,18		**8,26**
2010	41,04	21,10	54,35	24,06	82,56	-	52,09	**53,56**	**16,70**	27,79	16,92	13,82	11,22	**21,10**	10,06	4,67	3,62	16,17	**7,59**
2011	39,26	20,76	52,04	24,26	83,63	-	25,54	**51,98**	**17,10**	29,83	18,94	12,90	4,52	**22,59**	10,15	4,75	3,46	13,47	**7,24**
2012	39,28	19,80	52,77	23,53	83,55	-	35,98	**52,67**	**16,21**	30,22	17,79	12,02	10,12	**22,20**	10,69	5,91	4,43	17,99	**8,11**
2013	46,55	21,93	58,23	22,56	85,86	-	26,54	**58,61**	**17,19**	23,30	14,28	10,42	16,20	**17,70**	8,23	4,92	3,73	30,45	**6,36**

Fonte: SEDF

Esse cenário obrigou o GDF a procurar soluções e a se reorganizar, também pedagogicamente. Atualmente, a SEDF tem duas formas de organização do Ensino Médio: a seriada, em regime anual, e a organização escolar em semestres, com dois blocos de componentes curriculares, em regime anual.

> Essa organização vem ao encontro de uma reformulação espaço-temporal do trabalho pedagógico e do currículo com vistas a funcionalidade e ao aproveitamento do tempo e do espaço da escola, o que melhora as condições de trabalho do professor e de aprendizagem dos estudantes e centrada no processo de aprendizagem, possibilita uma reconfiguração das relações com o conhecimento e das relações inter e intrapessoais, na medida em que amplia os horizontes interacionais entre estudantes e estudantes, professores e estudantes, gestores e estudantes, gestores e professores, escola e comunidade. (SEDF, 2014b)

Para esses dois tipos de organização, a expectativa é de que o Ensino Médio no DF assegure a progressão curricular, aproximando os conhecimentos científicos dos saberes constituídos em diferentes espaços sociais.

Apesar de não ser objetivo desse trabalho a avaliação no GDF é possível apontar que a maneira que está: 50% formativa e 50% somativa reduzirá as reprovações, pois um aluno esforçado que cumpra todas as atividades e tarefas propostas está próximo da nota mínima, sem ser, ainda, avaliado o seu conteúdo. Esse é um tema bastante interessante e complexo e seria necessário uma análise pontual e mais qualificada.

Capítulo 7

A IDA A CAMPO

Para aprofundar a objeto de estudo desta investigação, fomos a campo e aplicamos questionários a 129 alunos – sete turmas do 3.º ano do ensino médio de três escolas públicas do Distrito Federal – e a 4 professores dessas escolas. Pretendíamos levantar as opiniões e coletar informações dos atores principais no cenário do ensino básico, em particular, no que se refere ao ensino e ao estudo da geometria plana.

Justificamos a escolha das turmas do 3.° ano por entendermos que já deveriam ter passado por todo o conteúdo de geometria plana da educação básica.

7.1 Metodologia

A coleta de dados ocorreu em maio de 2016. Inicialmente, seriam quatro escolas – três turmas por escola, mas decidiu-se por três [escolas] por acharmos que cerca de 100 questionários seriam suficientes. O critério foi que os livros didáticos fossem diferentes (considerando os do PNLD-2015). Escolheu-se uma do Plano Piloto e duas do Guará. Especificamente, os livros adotados nas escolas visitadas são os dos subitens: 4.4.3 – Matemática – Paiva – Manoel Paiva, 4.4.5 – Matemática – Ensino Médio – Kátia Stocco, e 4.4.6 – Novo Olhar: Matemática – Ensino Médio – Joamir Souza.

A visita inicial às escolas ocorreu em fevereiro de 2016, antes do início do ano letivo, quando foi apresentado aos dirigentes o projeto e discutido a necessidade de acompanhar a rotina de preparação das aulas de geometria plana, o comportamento da turma em aulas e a aplicação de um questionário juntamente com um teste aos alunos e um questionário aos professores. A recepção foi excelente e todos aceitaram participar e foi marcado para meados de março uma reunião com os professores que ficariam com as turmas do 3.°. Após novos contatos, a reunião com os professores ocorreu, de fato, em abril. Em uma das escolas, todo o processo foi realizado com o dirigente.

Nessas reuniões foram apresentados os objetivos do trabalho investigativo proposto e discutidos o cronograma e metodologia de aplicação dos questionários e testes. Os conteúdos ministrados nesse semestre letivo, nas escolas visitadas, não contemplaram geometria, prejudicando a observação que seria feita do planejamento dessas aulas. Foram observadas duas aulas em duas turmas para verificar o empenho dos alunos, comportamento, entre outros fatores. O professor não foi objeto dessa observação, pois o conteúdo ministrado – análise combinatória – era diferente do que queríamos.

Os modelos dos questionários e do teste estão nos **apêndices A e B** – a primeira página do questionário do aluno contém o termo de livre participação e, no questionário do professor, o termo de livre participação e consentimento. As escolas não serão citadas neste trabalho, mesmo autorizado, verbalmente pelos dirigentes, e no termo, pelos professores.

No **apêndice D** estão as respostas dos professores.

No **apêndice C**, estão as respostas dos alunos por total e percentual. Esses quantitativos poderão, em alguma resposta, apresentar soma diferente de 100%, devido à ausência de algumas respostas que não figurarão nos dados, geralmente em branco, ou por arredondamentos na apresentação dos dados, por exemplo, a pergunta 5 cujas respostas estão na tabela 7.1 a seguir, apresenta soma percentual igual 99,80.

Tabela 7.1: Distribuição de respostas dos alunos a uma pergunta feita (questionário) a eles

5) Faz alguma atividade extra além das aulas, fora da escola?	**139**	**100%**
a) Não.	38	27,3%
b) Sim, estudo língua estrangeira.	24	17,3%
c) Sim, faço academia (atividade física).	19	13,7%
d) Sim, faço aula de música.	4	2,9%
e) Sim, faço estágio.	16	11,5%
f) Sim, trabalho. Qual?	3	2,2%
b, c	9	6,5%
b, d	6	4,3%
Cursinho	6	4,3%
b, c, e	2	1,4%
b, e	2	1,4%
c, d	1	0,7%
b, c, f	1	0,7%
c, d, f	2	1,4%
b, c, d	2	1,4%
Cursinho e trabalho	2	1,4%
d, e	2	1,4%

Fonte: o autor

A aplicação dos questionários e do teste foi bastante tranquila. Dispusemos de uma hora para aplicá-los, o professor acompanhou e respondeu o seu questionário.

Os alunos foram colaborativos e apenas um não desejou participar. No entanto, o interesse pelo teste foi desastroso, apenas uns quatro alunos, por turma, se interessaram em resolvê-lo e se concentraram durante todo o período, enquanto a grande maioria devolveu em branco os testes e ficaram dispensados, mas em sala, conversando, utilizando esse tempo em distrações sociais[60] etc.

[60] Facebook, WhatApp, Twitter, Pokémon GO, outras

7.2 Respostas dos Alunos

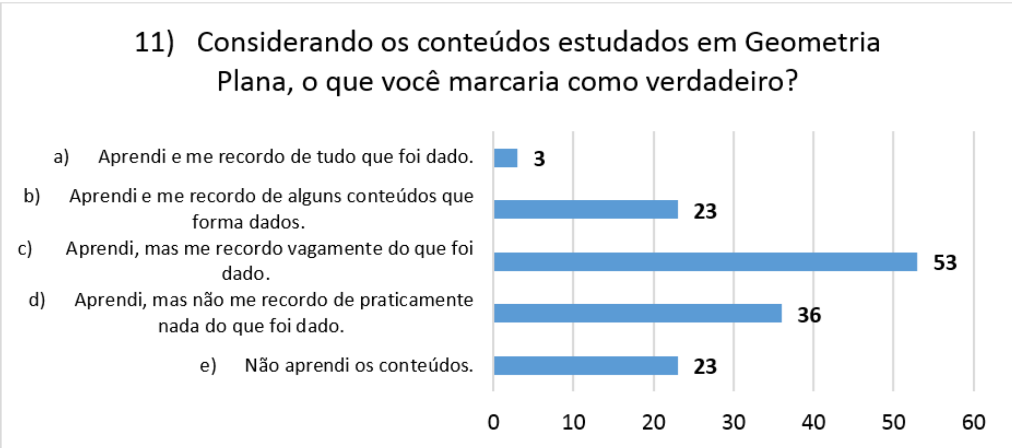
Considerando Gerhardt e Silveira (2009), podemos definir nossa pesquisa como: quantitativa, aplicada, exploratória e de campo.

Apesar de **não** fazermos análises por gênero, dos 139 alunos – 62 eram homens e 77 mulheres.

Uma visão geral desse grupo de alunos nos aponta que cerca de 36% já reprovaram ao menos uma vez, apenas 38% não têm atividade extra além das aulas, que 75% farão o ENEM e apenas 43% (60 alunos) farão o PAS, alguns justificaram o fato do GDF não ter custeado a inscrição[61]. Para a matemática, mais de 70% se consideram medianamente motivados, cerca de 60% acham os conteúdos medianos ou fáceis, percentual similar aos que disseram achá-la muito interessante e que gostam das aulas. Por outro lado, quando respondem porque estudam matemática, apenas 19% dizem "porque gostam", enquanto a maioria das respostas, 38%, foram "para se preparar para exames como o ENEM, Vestibulares, PAS".

Para geometria plana, cerca de 55% dos alunos a consideram mediana ou fácil, mas, quando considerados os conteúdos, apenas 2% (3 alunos) disseram ter aprendido e se lembrar dele, o gráfico da figura 7.1 a seguir apresenta a distribuição para essa indagação, por alunos.

Figura 7.1: Sobre conteúdos estudados de geometria plana – quantidade de alunos



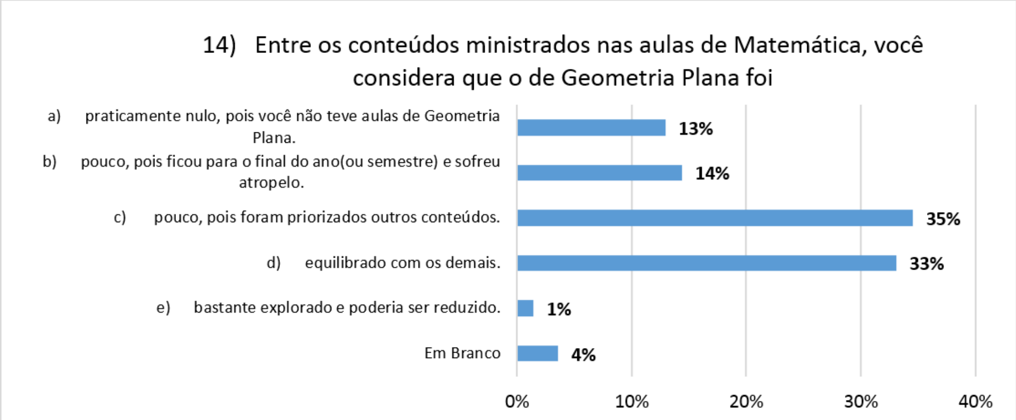
Fonte: o autor

O livro didático desempenha papel importante, pois 75% dos alunos julgaram com conteúdo ou exercícios suficientes e que 68% disseram que foi nele que viram os conteúdos de geometria plana.

Considerando os conteúdos de geometria plana, 62% apontam não terem visto o suficiente. O gráfico da seguir 7.2 apresenta detalhes, em percentual, sobre essa indagação.

[61]Está tramitando Projeto de Lei que pretende resolver evitar esse tipo de situação http://g1.globo.com/distrito-federal/noticia/2016/06/camara-recebe-projeto-que-autoriza-gdf-pagar-inscricao-do-pas-da-unb.html

Figura 7.2: O conteúdo ministrado de geometria plana – percentual aluno

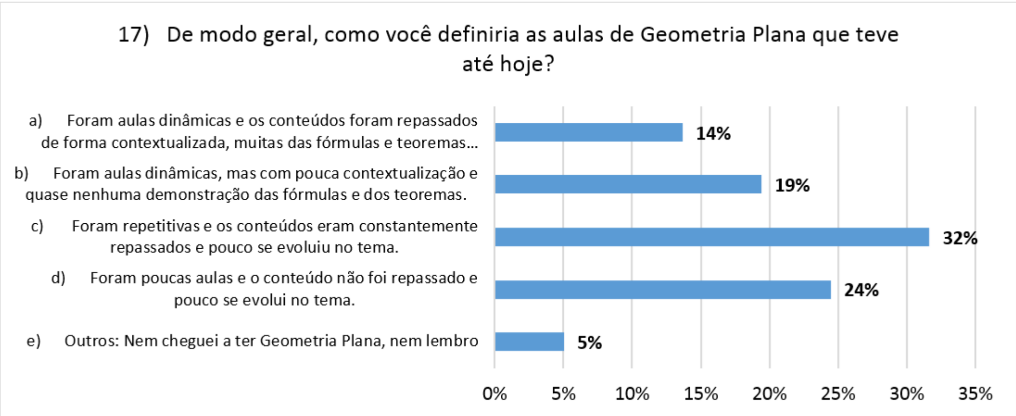


Fonte: o autor

A maioria dos alunos disseram que a dificuldade em aprender geometria plana está no fato do conteúdo ser mais teórico que prático. Isso evidencia a ideia de que geometria plana é uma disciplina mais lúdica, tal qual nas primeiras brincadeiras, ainda criança pequena. Essa ideia também é vista pelo professor Marcelo Viana, diretor do IMPA, que em uma entrevista ao jornal Folha de São Paulo[62], citou “Nossa experiência diz que todas as crianças pequenas gostam de matemática”.

As aulas de geometria plana foram definidas, em sua maioria, como repetitivas, conforme se infere do gráfico da figura 7.3, que apresenta a distribuição das respostas pelos alunos à pergunta 17.

Figura 7.3: Aulas de geometria plana tidas até hoje – percentual alunos



Fonte: o autor

Os alunos demonstraram compreender as explicações do professor de matemática. De uma forma geral, esse foi o melhor índice 96%, ou seja, durante uma aula de matemática, nessas turmas, teremos quase todos os alunos compreendendo o que se está apresentado.

[62]http://www1.folha.uol.com.br/ciencia/2016/01/1734373-ensino-de-matematica-no-brasil-e-catastrofico-diz-novo-diretor-do-impa.shtml. Acesso em: 11 Jun.2016

Das sugestões para o pedido na pergunta vinte: *20) Dê sugestões de como o aprendizado de matemática, em especial da Geometria Plana, pode se tornar mais agradável e estimulante para o aluno (Essas sugestões poderiam ser consideradas "dicas" que você daria ao professor de matemática)*, listamos algumas das "dicas" sugeridas e apresentamos alguns recortes dessas respostas na figura 7.4.

Aulas dinâmicas; aplicações cotidianas – do dia a dia; aplicações práticas; utilizar diferente materiais; jogos e materiais extras - experimentos na sala de aula; mais exercícios; mais aulas de geometria plana; menos repetições

---

Figura 7.4: Algumas respostas dos alunos à pergunta 20

Se aumentada a dinâmica da aula, diminuindo repetições de conteúdo, talvez o nível de aprendizado pelos alunos seria maior.

daria ao professor de matemática).

Com atividades mais dinamizadas que mostre na prática que é uma matéria importante.

daria ao professor de matemática).

Que desse mais foco nessa matéria, não deixando a de lado.

Aulas mais dinamicas, ~~saf~~ menos Teoria e mais aulas praticas sobre geometria.

Aulas práticas, simulados que visam a fixação do conteúdo de forma eficaz para que coopere com nossas provas futuras, pois no ensino público é passado de maneira básica

Fonte: o autor

Quanto aos testes, que foram feitos com auxílio do GeoGebra[63], não iremos apresentar resultados, pois menos de 30% se empenharam em resolver algum dos dez itens. Parabéns aos cerca de 10 (dez) alunos que se empenharam durante todo o tempo disponível, destaque para o *teste* com 08 corretas. Agradecimento a todos que participaram.

[63]GeoGebra (aglutinação das palavras Geometria e Álgebra) é um aplicativo de matemática dinâmica que combina conceitos de geometria e álgebra em uma única interface gráfica de usuário. Sua distribuição é livre, nos termos da GNU General Public License, e é escrito em linguagem Java, o que lhe permite estar disponível em várias plataformas.

7.3 Respostas dos Professores

Os questionários foram respondidos **por quatro professores** com mais de dez anos de experiência no ensino da matemática; dois com título de especialistas e um com mestrado em matemática (PROFMAT). Um deles tem curso em geometria[64], um considera que a SEDF não investe na formação continuada dos professores, enquanto um considera que sim, mas, de forma precária. Entre os dois que consideram o investimento, apenas um participa dos cursos, mas comenta que a SEDF não investe para o doutorado. Todos tiveram aulas de geometria plana durante o curso se graduação na universidade.

Todos os docentes disseram conhecer o Currículo em Movimento do GDF, mas apenas um afirmou que a escola utiliza, dois alegaram que isso ocorre de forma parcial e o quarto, que não é utilizado.

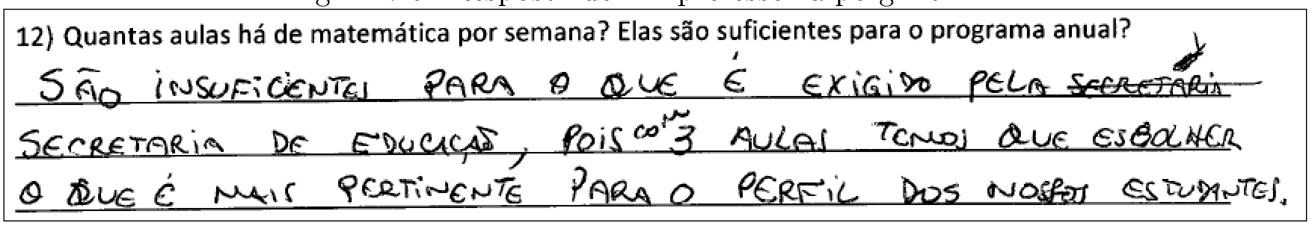
Neste semestre eles estão com:

- **Professor 1:** 10 turmas, média de 30 alunos por turma – 6 primeiros anos e 4 terceiros;
- **Professor 2:** 8 turmas, média de 36 alunos por turma – 6 terceiros e 2 segundos;
- **Professor 3:** 4 turmas, média de 25 a 30 alunos por turma – 2 primeiros e 2 segundos; e
- **Professor 4:** 9 turmas todas do terceiro com média de 40 alunos.

Quanto à estrutura da escola e das salas de aulas, eles se dividiram igualmente em: ruim/ruins; regular/razoáveis; boa/boas; e ótima/ótimas.

O número semanal de aulas de matemática é de apenas três e todos concordam que esse quantitativo é insuficiente para o programa anual, conforme recorte do comentário de um dos professores, reproduzido a seguir, na figura 7.5

Figura 7.5: Resposta de um professor à pergunta 12.


12) Quantas aulas há de matemática por semana? Elas são suficientes para o programa anual?

SÃO INSUFICIENTES PARA O QUE É EXIGIDO PELA ~~SECRETARIA~~ SECRETARIA DE EDUCAÇÃO, POIS COM 3 AULAS TENHO QUE ESCOLHER O QUE É MAIS PERTINENTE PARA O PERFIL DOS NOSSOS ESTUDANTES.

Fonte: o autor

Nessa resposta podemos inferir que o professor terá que definir o que deverá ministrar no ano, o que pode significar exclusão de algum conteúdo.

Na preferência dos professores em ministrar aulas, Álgebra foi a primeira com três números 1 e um número 3; seguida de Aritmética, com um número 1, dois números 2 e

[64]Não foi questionado o tipo de curso e duração, mas seria possível utilizar o que foi desenvolvido nele em alguma atividade que envolvesse os alunos.

um número 4; a seguinte foi Geometria, com dois números 2, um número 3 e um número 4. Estatística foi incluída por dois professores.

Os professores mencionaram que **o conteúdo de Geometria é diluído ao longo dos semestres**, apenas um deles ministra essa disciplina no 1° bimestre. Em relação ao domínio do conteúdo de geometria plana, um deles se considera com ótimo domínio, dois deles com bom domínio e um com regular domínio. Eles afirmam que organizam as aulas com apoio do livro didático e dois disseram que utilizam também outros materiais.

Os livros didáticos também foram objeto de questão sobre o conteúdo de geometria plana que apresentam. Nesse quesito, os professores responderam o que segue[65]:

- Livro *do* MANOEL PAIVA – *Relativamente oscila entre bom e fraco, pois ele trata assuntos de forma superficial e a integração entre os assuntos deixa a desejar*;
- Livro *do* DANTE – *fraca e superficial*;
- Livro *da* KATIA STOCCO – *Uma abordagem padrão comum a vários livros nacionais*; e
- Livro *do* JOMAIR SOUZA – *Razoável.*

Os professores responderam que a Geometria Plana é, no mínimo, importante na formação dos estudantes, assim como alguns teoremas que são demonstrados nas aulas. Dois responderam que os estudantes têm algumas dificuldades nas aulas de geometria, enquanto os outros dois mencionaram ser de muita dificuldade. Para eles, as avaliações a que são submetidos os alunos são 50% formativas e 50% somativas, atendendo às diretrizes do GDF. Alegam também que há disponibilidade dos professores para tirar dúvidas dos alunos – eles são constantemente procurados –, aulas de reforço, monitorias, e, em duas delas, há grupos de estudo em matemática cujo principal foco é diminuir a evasão escolar, preparar para o ENEM/PAS.

Os professores *concluíram* respondendo a duas perguntas (29 e 30 do questionário):

I – Geometria Plana é um conteúdo negligenciado?

P**rof 1** – Dependendo do perfil dos estudantes creio que sim;

Prof 2 – SIM. Conteúdo proposto muito extenso. Este conteúdo é composto de 80% álgebra e não, por falta de tempo (poucas aulas) **a geometria fica de lado**. Até mesmo a álgebra não é vencida;

Prof 3 – Na verdade, não é negligenciado, pois algo é visto no decorrer dos estudos escolares. O que é mais negligenciado é a lógica matemática, que daria suporte ao entendimento da Geometria Plana. O que realmente é negligenciado é a Geometria Esférica e a Hiperbólica, bem como topologia e geometria diferencial.

Prof 4 – Desde a educação infantil, passando pelo Ensino Fundamental I e II e culminando com as séries iniciais de Ensino Médio **é evidente o descaso e falta de interesse**

[65]apesar de terem sido visitadas três escolas, cada professou comentou um livro, sendo que o Livro *do* DANTE não é de nenhuma das três escolas visitadas, conforme comentado na metodologia 7.1

tanto do corpo discente quanto docente na execução dos conteúdos de Geometria Plana, sendo negligenciado e esquecido uma das "desculpas" ou dificuldade apresentadas mais evidente é o pequeno número de aulas.

II – Em sua opinião, o que deveria haver ou ser feito nas escolas públicas para que a aprendizagem dos alunos seja realmente significativa?

Prof 1 – Ter um projeto de parte diversificada só para Geometria com Professor Especifico para esse fim, como tem um para Redação.

Prof 2 – Existir dois professores (álgebra e geometria). Assim a geometria fica com característica de disciplina.

> $*$ As monitorias que acontecem aqui[na escola] ajudam muito na aprendizagem, pois os alunos, se dedicam mais tempo nos conteúdos. Tem trazido bons resultados.
> $*$ Aulas de demonstração de teoremas e tal até mesmo, aulas práticas (construções de sólidos etc.)

Prof 3 – A escola poderia tratar de outros assuntos mais importantes com p. ex. fazer uma comida, uma horta, análise lógica do discurso. . .

Prof 4 – Aumentar o número de aulas de matemática e investir mais em materiais lúdico e de apoio pedagógico/didático, principalmente no que se refere ao Ensino da Geometria como um todo.

As respostas dos professores demonstram que a geometria plana está relegada a segundo plano e, em alguns casos, ela nem é ministrada, já que ***[...]a geometria fica de lado. Até mesmo a álgebra não é vencida***. Na fala de outro professor, isso se constata novamente ***é evidente o descaso e falta de interesse tanto do corpo discente quanto docente na execução dos conteúdos de Geometria Plana***.

Depreende-se também dessa fala o desinteresse dos alunos com o conteúdo de geometria plana. Uma justificava/motivo é a forma com que ela é ministrada, com pouco dinamismo e de modo repetitivo. Naturalmente, essa situação é bastante preocupante, pois estamos falando de "poucas" aulas de geometria plana e temos os alunos desinteressados/desmotivados, o que é uma combinação desastrosa para essa disciplina.

De um modo geral temos que os alunos não viram o conteúdo de geometria plana, como se infere da figura 7.3, e isso reflete na falta de conhecimento e desempenho nessa disciplina.

Há também a falta de tempo ou espaço curricular para que ela seja trabalhada, descrito pelos professores na figura 7.5. isso, numa análise simples, vai de encontro as reivindicações dos alunos, figura 7.4, que pede mais aplicações, exemplos etc. demonstrando, por outro lado, a necessidade do professor se atualizar, planejar, criar, inovar para atender a todas essas demandas. Realmente um super herói.

Capítulo 8

Considerações Finais

Após identificar que os alunos apresentavam dificuldades com exercícios de geometria plana imaginou-se que isso residiria em problemas como: a escola onde os alunos estudam; os livros didáticos apresentarem, em geral, o conteúdo de geometria apenas em seu final; os professores não ministrarem o conteúdo por não julgarem importante, priorizando outras áreas da matemática; os currículos não contemplarem a geometria adequadamente, entre outros.

A hipótese das escolas, se levarmos em conta o espaço físico não parece ser esse um fator significante, o problema com elas, conforme nossas pesquisas, está na ausência do conteúdo e de atividades complementares que suprissem essa e eventuais lacunas a determinada aula, mas geometria plana não está contemplada em atividades complementares, o que foi verificado nesse período foram duas gincanas e uma feira de ciências como atividades complementares e como avaliações formativas.

Entendendo que o currículo é um norteador do trabalho docente, resolveu-se investigar o praticado no GDF – o Currículo em Movimento. Trata-se de um documento amplo e dotado de uma matriz curricular que está em sintonia com as propostas presentes nos PCN. A única divergência encontrada, no que se refere à matemática, foi o fato de os livros constantes do PNLD-2015 trazerem os conteúdos referentes a logaritmos, Progressões Aritméticas e Geometrias nos livros do 1º ano, enquanto o Currículo do GDF apresenta esses conteúdos no segundo ano. No entanto, talvez isso gerasse algum problema se fosse o contrário. Com essas observações, o Currículo foi excluído da problemática.

Resolveu-se, então, investigar as origens do ensino de geometria plana no Brasil. A data inicial escolhida para estudo foi 1940, pois contemplou a Reforma Gustavo Capanema de 1942 e passaríamos a ter um contexto histórico para vir acompanhando até os dias de hoje. Realmente, até 1971, o ensino no Brasil sofreu transformações marcantes como a LDB/1961 que "equiparou ensinos técnicos com cursos secundários", a reforma universitária em 1968, quando são implantados cursos profissionais de curta duração e a LDB/1971, que reorganiza a educação básica em dois níveis: 1.° e 2.° graus.

Durante esse período, mais especificamente a partir de 1950 a 1980, há no país o Movimento da Matemática Moderna (MMM), que pretendia modernizar o ensino da matemática. Inúmeros congressos ocorreram e vários grupos surgiram com essa visão e o destaque ficou por conta do Grupo de Estudos do Ensino da Matemática – GEEM de 1961, que teve à frente o prof.

Osvaldo Sangiorgi, que conseguiria implantar o MMM no país impulsionado, principalmente, pelo embate científico entre Estados Unidos e a extinta União Soviética. No Brasil, o cenário político era o regime militar e uma fase tecnicista se implantava, configurando-se um período perfeito para a implantação e difusão dessas ideias.

A pesquisa mostrou que as transformações que o MMM impôs na Geometria Plana foram nefastas e são sentidas até hoje. Lembramos que a geometria passou a ser axiomatizada (lembrando que Hilbert transformou cinco axiomas de Euclides em vinte), ou seja, um conjunto de propriedades era assumido como verdade, e as demonstrações dos teoremas foram eliminadas dos livros didáticos. Pouco a pouco a geometria plana perdeu a importância e foi sendo deixada de lado e praticamente excluída do ensino público.

Encontramos um dos principais motivos para os problemas do ensino e da aprendizagem da geometria atual em nosso país, mas como isso se manteve mesmo após o regime militar, afinal já passamos por novas e estruturantes reformas educacionais com a implantação de currículos e diretrizes que tenderiam a retomar o rumo perdido nos tempos do MMM.

A realidade não é tão simples assim. Retornando a 1980 quando o país inicia essa retomada pelo norte de nossa educação matemática, nos deparamos com um caos no ensino de geometria, tendo sido necessário um recomeço, o que foi feito por inúmeros grupos e universidades. Ocorreram nessa década vários congressos, cursos e propostas curriculares para a valorização e aprendizagem da GP. Inúmeros expoentes surgiram nesse cenário, destacando-se a professora Maria Laura Leite Lopes, primeira presidente do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática – (GEPEM), fundado em 1976.

Esse trabalho todo foi recompensado com a promulgação da CF de 1988, que trouxe grandes conquistas para a educação, que foram materializadas pela LDB/1996, quando incluiu o ensino médio na educação básica, pelos PCN, que sugerem currículos a serem seguidos na educação básica, pelo PNE, que define metas para a educação básica, e pelo PNLD, que distribui os livros aos estudantes. Com esses regulamentos, controles e assistência deveríamos ter a geometria plana de volta as salas de aula.

No entanto, a realidade não caminha com a mesma velocidade com que se elabora a legislação, e a formação de professores é um exemplo disso. Vejamos o que disse em fevereiro de 2016 o diretor do IMPA, o professor Marcelo Viana.

> Tem gente que diz que a matemática no Brasil é um paradoxo, porque ao mesmo tempo temos um Medalha Fields [maior láurea científica do país, concedida a Artur Ávila, pesquisador do Impa] e um dos piores desempenho na educação básica.
> O paradoxo tem explicações. **Começa com o fato de que a matemática é uma desconhecida, uma incompreendida na nossa sociedade**. A meta de quem organiza o congresso é ter um instrumento para mudar isso. Começa nas famílias. O que a criança tem de contato com os pais é pouco. Aí vai *pra* escola **com carências de instalações físicas, de recursos, de tempo, de formação dos professores**. Nossa experiência diz que todas as crianças pequenas gostam de matemática. **São os professores que se encarregam de acabar com isso**. Nós queremos ajudar nesse quadro catastrófico, mas não podemos resolver os problemas do país. Podemos atuar no nível de disseminação de conhecimento, de consciência de que a matemática é importante, útil e necessária. (VIANA, 2016) ,grifo nosso)

Com o fim de compreender o cenário atual, resolvemos verificar o desempenho de professores de matemática e alunos, ainda que esses dados não apresentassem um tratamento estatístico poderiam servir às observações.

Para os professores utilizamos quatro trabalhos desenvolvidos no âmbito do PROFMAT – MARTINS (2014), GOMES (2014), CUNHA (2014) e TAVARES (2014) –, que estudaram o ENA-PROFMAT dos anos de 2011 a 2014, respectivamente. O retorno das observações no tocante à geometria plana demonstrou um despreparo, nessa área, dos professores de matemática que se submeteram aos citados exames. Segundo esses trabalhos, a maioria dos professores apresentou proficiência inferir a 550, como exemplo, a tabela 16 que mostra os dados do PROFMAT-2014 distribuídos por faixa de proficiência. Uma análise desses dados permitirá concluir que, nesse caso, o percentual dos professores com proficiência até 550 foi superior a 70%, conforme tabela 8.1.

Tabela 8.1: Distribuição entre os níveis de proficiência – PROFMAT 2014

Nível de proficiência	Proporção de candidatos
0 (< 350)	6,2%
1 (350 – 450)	24,3%
2 (450 – 550)	40,2%
3 (550 – 650)	24,9%
4 (650 – 750)	3,9%
5 (> 750)	0,5%

Fonte: TAVARES, (2014)

Para investigar o desempenho dos alunos, utilizamos o trabalho de VILARINHO (2015), que analisou da aplicação da primeira fase da OBMEP – nível II, em algumas escolas públicas do DF. Desse trabalho, o retorno foi que os alunos não têm(apresentaram) base em geometria plana, face aos resultados apurados, pode-se observar sim! Uma grande deficiência/carência nos conteúdos dessa disciplina.

A finalização do nosso trabalho foi a ida a campo, quando foram visitadas três escolas do GDF e aplicados, em maio de 2016, 139 questionários e testes a alunos do 3° ano do ensino médio e questionários a 4 professores.

O empenho dos alunos em resolver o teste foi ruborizante, pois não se dedicaram nessa tarefa, a exceção de três ou quatro por turma, uma justificativa possível – em uma das escolas o dia não tenha sido bom, eles tinham saindo de uma semana de provas. Poucos fizeram perguntas sobre como seria estudar na Universidade e dois disseram querer fazer matemática, esperava-se mais perguntas. Algumas respostas em branco a quesitos relevantes em sua educação, podem revelar um jovem despreocupado ou cansado, por exemplo, para a pergunta *13) O livro didático adotado na escola para o seu 1° e 2º anos (qual era?).* Houve treze em branco. A investigação retornou que o ensino de geometria, quando houve, foi superficial e incompleto. Talvez a aplicação do questionário num outro cenário, com alguma atividade dinâmica – como eles pediram nas questões –, tivesse dado uma motivação à turma.

Quanto aos professores, estes demonstraram (em uma escola tratamos com o dirigente) interesse em compartilhar o ensinamento com os alunos, apesar de dois deles revelarem insegurança com a geometria plana, mas tinham a favor mais de dez anos de experiência. Criticaram uma grade horária com apenas três aulas semanais para matemática, o que excluía a geometria plana do planejamento normal, apesar de citarem que a *diluem* ao longo do ano.

Concluímos que o ensino de geometria plana é um conteúdo negligenciado e os principais fatores são: escassez de aulas de geometria plana, falta de motivação de professores e alunos, pouca carga horária para o ensino de matemática, falta de empenho da escola em propor atividades complementares, falta de ação governamental para ampliar a participação da matemática na escola e processo histórico de exclusão do tema dos currículos das escolas.

Sugerimos como ações que poderiam reverter esse quadro: motivação dos professores, incluindo realização de cursos de aperfeiçoamento, especializações, mestrados profissionalizantes como o PROFMAT, doutorados, oportunidades profissionais como tocar um projeto olímpico ou similar em matemática ou em área afim, que envolva e valorize o professor e envolva a comunidade escolar, assim haverá mais dinamismo, inovação e criatividade nessa disciplina – alguns dos pedidos dos alunos; motivação dos alunos, com palestras esclarecedoras sobre a importância da matemática, do ensino superior, das políticas de inclusão – cotas das escolas públicas, cotas raciais, programas do governo ProUni, competições do tipo gincana que estimulassem a criatividade e a participação desses alunos com a comunidade de uma forma geral; para a escola, propor desafios (metas) e acompanhar esse progresso, permitir e incentivar projetos científicos que envolvam os alunos em atividades extras e criativas. Fazendo-os, além de atores, diretores e roteiristas desse cenário e assim teremos uma troca, um diálogo e, certamente, uma constante evolução.

"Sou um homem de causas.
Vivi sempre pregando e lutando, como um
cruzado, pelas causas que me comovem.
Elas são muitas, demais... Na verdade,
somei mais fracassos que vitórias em
minhas lutas, mas isto não importa.
Horrível seria ter ficado ao lado dos que
nos venceram nessas batalhas."
Darcy Ribeiro

Bibliografia

1 ASCOM/SEDF, C. D. (11 de Dezembro de 2015). Secretária de Educação. Acesso em 24 de Junho de 2016, disponível em Secretaria de Educação do Distrito Federal: http://www.se.df.gov.br/

2 ÁVILA, G. (2010). Reflexões Sobre o Ensino da Geometria. RPM 71.

3 BERTONI, N. E. (1982). Geometria + laboratório + M. C. Escher. (S. B. matemática, Ed.) Revista do Professor de Matemática.

4 BRASIL. (29 de 11 de 1968). Lei da Reforma Universitária. Lei n.º 5.540, de 29 de novembro de 1968. Lei da Reforma Universitária. Fixa normas de organização e funcionamento do ensino superior e sua articulação com a escola média, e dá outras providências.

5 BRASIL. (12 de Agosto de 1971). Lei n.º 5692, de 11 de agosto de 1971. Fixa Diretrizes e Bases para o ensino de 1° e 2º graus, e dá outras providências. Publicada no D.O.U. de 12.8.1971.

6 BRASIL. (2014). guia de Livros Didáticos PNLD 2015 Ensino Médio. Brasília: MEC.

7 BRASIL. (2016). FNDE. Acesso em 22 de Jan. de 2016, disponível em Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação: http://www.fnde.gov.br/

8 BRASIL CF. (1988). Constituição da República Federativa do Brasil de 1988. Brasília: D.O.U Brasília, 5 de outubro de 1988.

9 BRASIL LDB. (1996). Lei n.º 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as Diretrizes e Bases da Educação Nacional. . Brasília: D.O.U. de 23.12.1996.

10 BRASIL PNDE. (2001). Lei n.º 10.172, de 9 de janeiro de 2001. Aprova o Plano Nacional de Educação e dá outras providências. . D.O.U. de 10.01.2001.

11 BRASIL PNLD. (2014). Decreto n.º 7.084, de 27 de janeiro de 2010. Dispõe sobre os programas de material didático e dá outras providências. D.O.U. de 27.1.2010 – Edição extra.

12 BRASIL, M. d. (1998). Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. (3º e 4º ciclos do ensino fundamental). Brasília: Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental.

13 BRASIL, M. d. (2014). Guia de livros didáticos : PNLD 2015 : matemática : ensino médio. Brasília: MEC-Secretaria de Educação Básica. Acesso em 22 de Jan. de 2016, disponível em FNDE: http://www.fnde.gov.br/programas/livro-didatico

14 BRASIL, P. (24 de Novembro de 2015). Brasil é o 3º país que mais investe em educação, diz OCDE. Acesso em 2016 de Julho de 2016, disponível em Portal Brasil: http://www.brasil.gov.br

15 BRASIL PNE. (2014). Lei n.º 13.005, de 25 de junho de 2014. Aprova o Plano Nacional de Educação – PNE e dá outras providências. . Brasília: D.O.U. de 26.6.2014.

16 CAPES/PROFMAT. (2013). Relatório de acompanhamento e avaliação (CAPES). Acesso em 22 de Fev. de 2016, disponível em PROFMAT: www.profmat-sbm.org.br/documentos/relatorios

17 COSTA, M. L. (2012). História do Ensino da Matemática: uma introdução. UFMG: CAED-UFMG.

18 COSTA, R. Q. (2015). Análise da prova da primeira fase da OBMEP como subsidio para orientar a prática docente. orientador Mauro Luiz Rabelo. Brasília: Tese de Mestrado.

19 CUNHA, D. d. (2014). A TEORIA DE RESPOSTA AO ITEM NA AVALIAÇÃO EM LARGA ESCALA: um estudo sobre o Exame Nacional de Acesso do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT 2013. Orientador: Paulo Cezar Pinto Carvalho. Rio de Janeiro.

20 Distrito Federal (Brasil), S. d. (2015). Regimento Escolar da Rede Pública de Ensino do Distrito Federal, 6ª Ed. Brasília: GDF. Fonte: http://www.se.df.gov.br/

21 DRUCK, S. (2008). Um Pouco da OBMEP. RPM 68.

22 Editorial, R. . (1982). Editorial. Revista do Professor de Matemática - 01.

23 FERREIRA, A. C. (03 a 05 de Outubro de 2005). Ensino da Geometria no Brasil: enfatizando o período do Movimento da Matemática Moderna. Curitiba, PR, Brasil. Acesso em 20 de Jan. de 2016, disponível em http://www.pucpr.br/eventos/educere/educere2005/anaisEvento/documentos/painel/TCCI136.pdf

24 FERREIRA, E. M. (2014). Análise da Abrangência da Matriz de Referência do ENEM com Relação às Habilidades Avaliadas nos Itens de Matemática Aplicados de 2009 a 2013. PROFMAT. Brasília.

25 FREIRE, P. (1987). Pedagogia do Oprimido. Rio de Janeiro: Paz e Terra.

26 FRIAS, J. L. (2015). Uma ferramenta para a obtenção e análise de dados do ENEM. Orientador: Sinésio Pesco; co-orientador: Paulo Cezar Pinto Carvalho.

27 G1DF. (04 de Julho de 2016). Alunos do ensino médio do DF fazem simulado do Enem nesta semana. Fonte: G1 Distrito Federal: http://g1.globo.com/distrito-federal/noticia/2016/07/alunos-do-ensino-medio-do-df-fazem-simulado-do-enem-nesta-semana.html

28 GOMES, L. d. (2014). A TEORIA DE RESPOSTA AO ITEM NA AVALIAÇÃO EM LARGA ESCALA: um estudo sobre o Exame Nacional de Acesso do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT 2012. Orientador: Paulo Cezar Pinto Carvalho. Rio de Janeiro.

29 GOMES, M. L. (2007). Ensino da Geometria no Brasil nas últimas décadas: da ausência à presença com prevalência das abordagens experimentais. Ouro Preto, MG, Brasil. GOMES, M. L. (2012). História do Ensino da Matemática: uma introdução. CAED-UFMG.

30 HENDRICK, L. N. (1963). Introdução ao Curso de Geometria Plana. INEP (Fundo de Cultura).

31 IMENES, L. M. (Out de 1987). A GEOMETRIA DO PRIMEIRO GRAU: EXPERIMENTAL OU DEDUTIVA. Revista de Ensino de Ciências. Acesso em 24 de Jan. de 2016

32 INEP. (2016). Entenda a sua Nota no Enem Guia do Participante. Acesso em 20 de Jul. de 2016, disponível em INEP-ENEM: http://portal.inep.gov.br/web/enem/enem

33 LIMA FILHO, D. L. (2002). O Ensino Técnico-Profissional e as Transformações do Estado-Nação Brasileiro no Século XX. Natal, RN, Brasil. Acesso em 01 de Julho de 2016, disponível em http://sbhe.org.br/novo/congressos/cbhe2/pdfs/Tema6/0668.pdf

34 LORENZATO, S. (1995). Por que não ensinar Geometria? Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática n. 4, 1° semestre 95, jan./jun., p. 3-13.

35 MARTINS, V. L. (2014). PROFMAT 2011. Orientador: Paulo Cezar Pinto Carvalho. Rio de Janeiro.

36 MEC/BRASIL, M. d. (1997). Parâmetros curriculares nacionais: introdução aos parâmetros curriculares nacionais. Brasília, Brasil: MEC/SEF.

37 MEC/BRASIL, M. d. (2000). Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio). Brasília: Secretaria de Educação Média e Tecnológica. MEC.

38 MEC/BRASIL, M. d. (2002). Parâmetros Curriculares Nacionais + (PCN+) – Ciências da Natureza e suas Tecnologias. Brasília: MEC – Secretaria da Educação Média e Tecnológica.

39 MIGUEL, A., FIORENTINI, D., & MIORIM, M. Â. (1992). Álgebra ou geometria: para onde pende o pêndulo? In: Pró-Posições, v. 3., n. 1(7), 39-54.

40 MORENO, A. C., TENENTE, L., & LUIZ, G. (05 de Agosto de 2015). Ranking único de escolas no Enem é como luta Ronda x Minotauro, diz Inep. Acesso em Jul. de 2016, disponível em Do G1, em São Paulo e em Brasília: http://g1.globo.com/educacao/noticia/2015/08/ranking-unico-de-escolas-no-enem-e-como-luta-ronda-x-minotauro-diz-inep.html

41 NEUZA BERTONI, N. B., & VALENTE, W. R. (2014). Quando a Geometria tornou-se moderna: tempos do MMM. Em M. C. (orgs.), A Geometria nos Primeiros Anos Escolares (1ª ed., p. 144). Papirus Editora.

42 NEUZA BERTONI, P. (17 a 20 de Abril de 2006). PRÁTICAS ESCOLARES DO MOVIMENTO DA MATEMÁTICA MODERNA. Acesso em 2016 de Jan. de 20, disponível em FACED - Universidade Federal de Uberlândia: http://www2.faced.ufu.br/colubhe06/anais/arquivos/364NeuzaPinto.pdf

43 PASQUALI, L. (2009). Psicometria. Revista da Escola de Enfermagem da USP 43. SPE (2009), pp. 992-999.

44 PAVANELLO, R. M. (1989). O abandono do ensino de Geometria: uma visão histórica. (Dissertação em Educação). Campinas: Universidade Estadual de Campinas.

45 PAVANELLO, R. M. (1993). O abandono do ensino da Geometria no Brasil: causas e consequências. Revista Zetetiké. Ano I, n° 1, 7-17.

46 PERRENOUD, P. (1998). A Avaliação: da excelência à regularização das aprendizagens: entre duas lógicas. Porto Alegre: Artmed.

47 RABELO, M. L. (2013). Avaliação Educacional: fundamentos, metodologia e aplicações no contexto brasileiro. Rio de Janeiro: SBM. 69

48 RADATZ, H. (1979). Error Analysis in Mathematics Education. Journal for Research in Mathematics Education v.10, n.2 p. 163-172. Maio, 1979. , p. 163-172.

49 ROCHA, P., & AQUINO, W. (21 de JANEIRO de 2016). A fórmula dos colégios militares. Acesso em 24 de Julho de 2016, disponível em ISTO É: http://istoe.com.br/243465_A+FORMULA+DOS+COLEGIOS+MILITARES/

50 RPM 02, E. (1983). Editorial. Revista do Professor de Matemática 02.

51 SARESP, S. (20 de Janeiro de 2016). SARESP. Fonte: Da Secretaria de Educação do Estado de São paulo: http://www.educacao.sp.gov.br/saresp/

52 SEDF. (24 de Junho de 2014a). Currículo em Movimento da Educação Básica: Pressupostos Teóricos. Brasília, DF, Brasil: SEEDF. Fonte: Secretaria de Educação do Distrito Federal: http://www.se.df.gov.br/

53 SEDF. (2014b). Currículo em Movimento da Educação Básica: Ensino-Médio. Brasília, DF, Brasil: SEDF. Acesso em 24 de Junho de 2016, disponível em http://www.se.df.gov.br/

54 SEDF. (2014c). DIRETRIZES DE AVALIAÇÃO EDUCACIONAL: Aprendizagem, Institucional e em Larga Escala 2014-2016. Brasilia, DF, Brasil: SEDF. Acesso em 19 de Janeiro de 2016, disponível em http://www.se.df.gov.br/

55 SILVA, E. M. (marco de 2008). Concepções sobre o ensino-aprendizagem de geometria plana e espacial em escolas públicas. Acesso em 07 de Dezembro de 2015, disponível em Jozeildo.com/: http://www.jozeildo.com/documentos/artigo-concepcoes-sobre-o-ensino-de-geometria.pdf

56 SOUZA, D. B. (set/dez de 2014). Avaliações finais sobre o PNE 2001-2010 e preliminares do PNE 2014-2024. Estudos em Avaliação Educacional, São Paulo, v. 25, n. 59, pp. 140-170. Acesso em 18 de Jul. de 2016, disponível em FCC: http://www.fcc.org.br/pesquisa/publicacoes/eae/arquivos/1942/1942.pdf

57 TAVARES, C. M. (2014). A Teoria de Resposta ao Item na Avaliação em Larga Escala: PROFMAT-2014. Orientador: Paulo Cezar Pinto Carvalho. Rio de Janeiro, 2014. VIANA, M. (28 de Jan. de 2016). Ensino de matemática no Brasil é catastrófico, diz novo diretor do Impa. (G. Alves, & M. Versolato, Entrevistadores)

58 VILARINHO, A. P. (2015). Uma proposta de análise de desempenho dos estudantes e de valorização da primeira fase da OBMEP. orientador Mauro Luiz Rabelo - Brasília.

59 Wikipédia, a. e. (28 de Junho de 2016). Geometria. Fonte: Wikipédia, a enciclopédia livre.: https://pt.wikipedia.org/wiki/Geometria#cite_note-1

Apêndice A – Termo de livre participação, questionário e teste aplicado aos alunos

Universidade de Brasília
Departamento de Matemática
Mestrado Profissional em Matemática
Orientador: Prof. Dr. Mauro Luiz Rabelo

PROFMAT

Este questionário e os **dez** problemas ao final fazem parte da pesquisa para elaboração da dissertação de Mestrado Profissional em Matemática da Universidade de Brasília.

Todas as informações apresentadas serão analisadas apenas de modo estatístico não sendo em nenhum momento identificado o respondente em qualquer parte do documento de dissertação.

Sua opinião/respostas contribuirão muito para compreensão e análise do trabalho. Conto com a sua colaboração para o preenchimento do questionário e resolução das questões.

Ao final, todos receberão as questões com as soluções.

Questionário do ALUNO

1) Escola: ____

2) Data de Nascimento: ___/____/_______

3) Sexo: (   )F   (   )M

4) Já reprovou de ano alguma vez?
   a) Não.
   b) Sim, uma vez.
   c) Sim, duas vezes.
   d) Sim, três vezes.
   e) Sim, mais de três vezes.

5) Faz alguma atividade extra além das aulas, fora da escola?
   a) Não.
   b) Sim, estudo língua estrangeira.
   c) Sim, faço academia (atividade física).
   d) Sim, faço aula de música.
   e) Sim, faço estágio.
   f) Sim, trabalho. Qual? ______________________________________

6) Assinale os exames que está realizando ou pretende realizar neste ano.
   (   ) PAS – Programa de Avaliação Seriada.
   (   ) Vestibulares em uma ou mais Faculdades/Universidades.
   (   ) ENEM – Exame Nacional do Ensino Médio.
   (   ) Prova de escola técnica.
   (   ) Outros (indique) ____________________

7) O que você diria a respeito da seguinte frase? Eu acho a Matemática muito interessante e gosto das aulas de Matemática.
   a) Concordo totalmente.
   b) Concordo.
   c) Indiferente.
   d) Discordo.
   e) Discordo totalmente.

8) Em relação à sua capacidade de compreensão dos conteúdos matemáticos, você considera que a Matemática é uma disciplina

   a) muito fácil.
   b) fácil.
   c) mediana.
   d) difícil.
   e) muito difícil.

Por quê?____

9) Considerando apenas a área de Geometria Plana, você considera que ela é
   a) muito fácil
   b) fácil.
   c) mediana.
   d) difícil.
   e) muito difícil.

Por quê?____

10) Em geral, você estuda Matemática
   a) porque gosta.
   b) para conseguir boas notas e ser aprovado.
   c) para conseguir boas notas e agradar seus pais/familiares.
   d) para se preparar para os exames, como ENEM, Vestibular, PAS.
   e) porque será bom para seu futuro.

Outro (especifique) ____

11) Considerando os conteúdos estudados em Geometria Plana, o que você marcaria como verdadeiro?
   a) Aprendi e me recordo de tudo que foi dado.
   b) Aprendi e me recordo de alguns conteúdos que forma dados.
   c) Aprendi, mas me recordo vagamente do que foi dado.
   d) Aprendi, mas não me recordo de praticamente nada do que foi dado.
   e) Não aprendi os conteúdos.

12) Os conteúdos de Geometria Plana foram
   a) ministrados, na maior parte, conforme o livro didático.
   b) ministrados com o uso do livro didático e de outros materiais, como apostilas, listas etc.
   c) incompletos, pois o professor não cumpriu o livro didático.
   d) praticamente nulos, pois não houve aulas de Geometria Plana.

13) O livro didático adotado na escola para o seu 1 e 2º anos (qual era? ______________________)
   a) apresentava o conteúdo e exercícios suficientes.
   b) apresentava o conteúdo suficiente e poucos exercícios.
   c) apresentava conteúdo insuficiente e exercícios suficientes.
   d) apresentava conteúdo insuficiente e poucos exercícios.
   e) Outro (especifique) ____

14) Entre os conteúdos ministrados nas aulas de Matemática, você considera que o de Geometria Plana foi
   a) praticamente nulo, pois você não teve aulas de Geometria Plana.
   b) pouco, pois ficou para o final do ano(ou semestre) e sofreu atropelo.
   c) pouco, pois foram priorizados outros conteúdos.
   d) equilibrado com os demais.
   e) bastante explorado e poderia ser reduzido.

15) A sua dificuldade de aprender Geometria Plana (mesmo que pouca) está relacionada principalmente com que elemento do processo de ensino aprendizagem?

   a) Consigo mesmo. Você se sente desinteressado em estudar matemática.
   b) Consigo mesmo. Você tem interesse de aprender, mas não tem tempo para estudar em casa.
   c) Com o conteúdo. Em sua maioria, é mais teórico do que aplicado.
   d) Com o professor. A didática dele costuma ser desestimulante e descontextualizada.
   e) Com o professor. A didática dele costuma ser desestimulante, apesar de contextualizada.

16) O quanto você se sente motivado nas aulas de matemática?
   a) Nada motivado.
   b) Pouco motivado.
   c) Medianamente motivado.
   d) Muito motivado.

Por quê? ____

17) De modo geral, como você definiria as aulas de Geometria Plana que teve até hoje?
   a) Foram aulas dinâmicas e os conteúdos foram repassados de forma contextualizada, muitas das fórmulas e teoremas foram demonstrados, às vezes tínhamos aulas práticas.
   b) Foram aulas dinâmicas, mas com pouca contextualização e quase nenhuma demonstração das fórmulas e dos teoremas.
   c) Foram repetitivas e os conteúdos eram constantemente repassados e pouco se evoluiu no tema.
   d) Foram poucas aulas e o conteúdo não foi repassado e pouco se evolui no tema.
   e) Outros: ____

18) Quanto às explicações do professor de Matemática, de uma maneira geral, você
   a) nunca compreende.
   b) às vezes compreende.
   c) na maioria das vezes compreende.
   d) sempre compreende.

19) Como foi o professor de Matemática nas aulas de Geometria Plana?

____

20) Dê sugestões de como o aprendizado de matemática, em especial da Geometria Plana, pode se tornar mais agradável e estimulante para o aluno (Essas sugestões poderiam ser consideradas "dicas" que você daria ao professor de matemática).

____

____

____

Universidade de Brasília
Departamento de Matemática
Mestrado Profissional em Matemática

Data de Nascimento ____/____/__________ Sexo : ( )M ( ) F

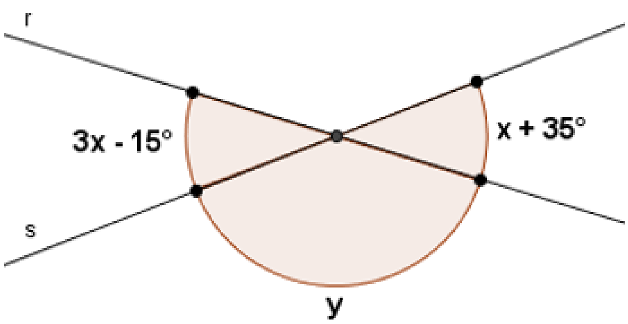
Colégio __________________________

Nas questões a seguir coloque nos **espaços apropriados** sua resposta.

Atividade vai depender da série e dependendo da quantidade dos alunos é bom fazer de múltipla escolha.

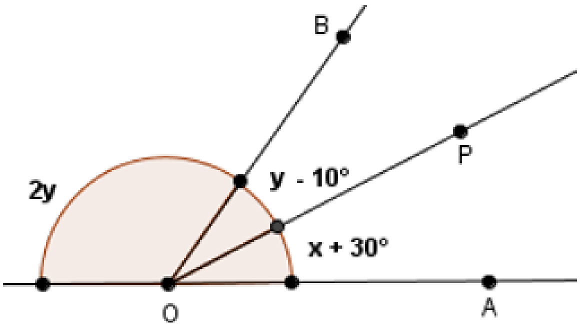
RASCUNHO

1. Considerando que r e s são retas concorrentes, determine os valores de x e y na figura a seguir.



Resposta:

2. Se OP é bissetriz do ângulo AOB, representado a seguir, determine o valor de y



Resposta:

RASCUNHO

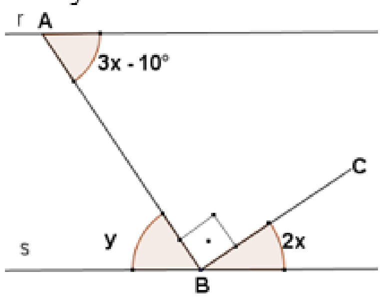
3. Relacione os conceitos apresentados na primeira coluna com a descrição feita na segunda.

( ) Baricentro	1 – Encontro das bissetrizes
( ) Circuncentro	2 – Encontro das medianas
( ) Incentro	3 – Encontro das mediatrizes
( ) Ortocentro	4 – Encontro das alturas

4. Classifique cada uma das afirmações a seguir como verdadeira (V) ou falsa (F).

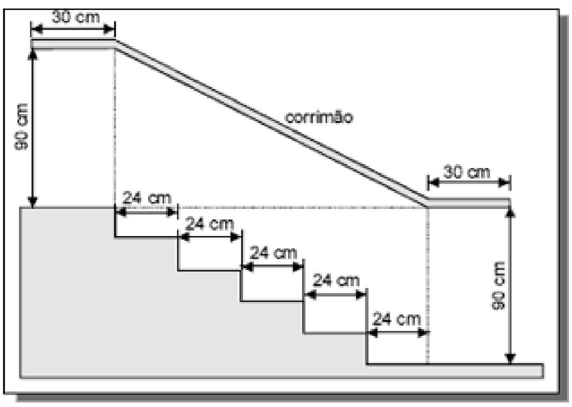
( ) Todo triângulo isósceles é equilátero.
( ) Todo triângulo equilátero é isósceles.
( ) Um triângulo escaleno pode ser isósceles.
( ) Todo triângulo isósceles é triângulo acutângulo.
( ) Todo triângulo retângulo é triângulo escaleno.
( ) Existe triângulo isósceles obtusângulo.
( ) Existe triângulo retângulo isósceles.
( ) Todo triângulo acutângulo ou é isósceles ou é equilátero.

5. As retas *r* e *s* da figura são paralelas e o ângulo formado pelos segmentos de reta AB e BC é reto. Nessa situação, determine os valores de x e y.



Resposta:

6.



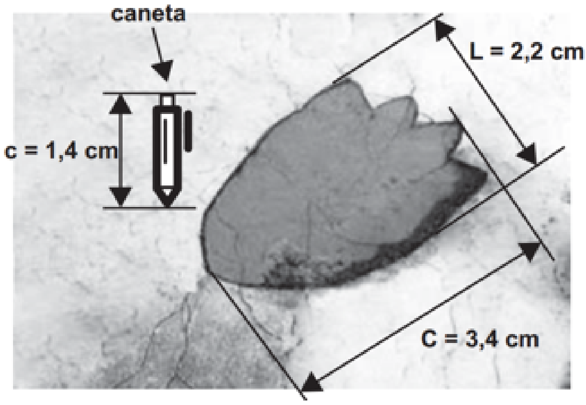
(Fonte: Enem 2006)

RASCUNHO

Na figura acima, que representa o projeto de uma escada com 5 degraus de mesma altura, o comprimento total do corrimão é igual a

a) 1,8m
b) 1,9m
c) 2,0m
d) 2,1m
e) 2,2m

7. Um pesquisador, ao explorar uma floresta, fotografou uma caneta de 16,8 cm de comprimento ao lado de uma pegada. O comprimento da caneta (c), a largura (L) e o comprimento (C) da pegada, na fotografia, estão indicados no esquema abaixo.



(Fonte Enem 2015)

A largura e o comprimento reais da pegada, em centímetros, são, respectivamente, iguais a

a) 4,9 e 7,6
b) 8,6 e 9,8
c) 14,2 e 15,4
d) 26,4 e 40,8
e) 27,5 e 42,5

8. Classifique cada uma das afirmações a seguir como verdadeira (V) ou falsa (F).

( ) Todo retângulo é um paralelogramo.
( ) Todo paralelogramo é retângulo.
( ) Todo quadrado é retângulo.
( ) Todo retângulo é quadrado.
( ) Todo paralelogramo é losango.
( ) Todo quadrado é losango.

9. Em um triângulo isósceles ABC, de base BC, o ângulo do vértice A é a metade de cada um dos ângulos da base. Determine os ângulos do triângulo.

Resposta:

RASCUNHO

10. Entre as medidas apresentadas nas opções a seguir, qual delas se aproxima mais da medida de cada ângulo externo do heptágono regular da moeda de R$ 0,25 ilustrada abaixo?

a) 83°
b) 60°
c) 51°
d) 45°
e) 36°

Apêndice B – Termo de livre participação e questionário aplicado aos professores

Universidade de Brasília

PROFMAT

Departamento de Matemática

Mestrado Profissional em Matemática

Orientador: Prof. Dr. Mauro Luiz Rabelo

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Prezado(a) participante:

Sou estudante do curso de pós-graduação do programa PROFMAT – Mestrado Profissional em Matemática, do Departamento de Matemática da Universidade de Brasília. Estou realizando uma pesquisa sob supervisão do professor Mauro Luiz Rabelo, cujo objetivo é: **Investigação Dos Motivos Pelos Quais Os Alunos Do Ensino Médio Apresentam Baixo Desempenho Em Geometria Plana** como meio para oferecer subsídios para a prática docente de professores de matemática.

Sua participação envolve o preenchimento de um questionário e a permissão para a aplicação, em uma turma do 3º ano, de um questionário e de uma pequena avaliação com quatro questões sobre Geometria Plana. O material do aluno foi elaborado pensando num tempo médio de 34 minutos (10 minutos para o questionário e 24 para as questões).

A participação nesse estudo é voluntária e se você decidir não participar ou quiser desistir de continuar em qualquer momento, tem absoluta liberdade de fazê-lo.

Na publicação dos resultados desta pesquisa, sua identidade será mantida no mais rigoroso sigilo. Serão omitidas todas as informações que permitam identificá-lo e também os estudantes em estudo.

Haverá apenas citação à escola, pois o questionário será aplicado em outras três.

Mesmo não tendo benefícios diretos em participar, indiretamente você estará contribuindo para a compreensão do fenômeno estudado e para a produção de conhecimento científico. Quaisquer dúvidas relativas à pesquisa poderão ser esclarecidas pelo pesquisador José **Gutembergue** Lima Rodrigues por telefone ou por e-mail.

Questionário do PROFESSOR

1) Idade: ____ anos.
2) Sexo: (   )F   (   )M
3) Qual a sua formação acadêmica?

4) Você fez cursos de especialização ou mestrado na área de educação? Qual(is)?

5) Há quanto tempo leciona matemática?
   a) Menos de três anos.
   b) Mais de três e menos de seis anos.
   c) Mais de seis e menos de 10 anos.
   d) Mais de 10 anos.
6) A Secretaria de Educação do DF investe na formação Continuada dos professores? Você participa? Por quê?

____

7) Considerando o currículo em Movimento do Governo do Distrito Federal ele é
   a) Conhecido e utilizado na escola
   b) Conhecido, mas não utilizado na escola
   c) Não é conhecido
   d) Outro (especifique)

____

8) Neste ano, você está com quantas e quais turmas?

____

9) Em média, quantos alunos há em cada uma de suas turmas?

____

10) A infraestrutura da sua escola é
    a) ótima.
    b) boa.
    c) regular.
    d) ruim.
11) As condições das salas de aula são
    a) ótimas.
    b) boas.
    c) razoáveis.
    d) ruins.

12) Quantas aulas há de matemática por semana? Elas são suficientes para o programa anual?

____

____

13) Ordene (1º, 2º, 3, 4º) as áreas da matemática de sua preferência em ministrar aulas:

( ) Álgebra

( ) Aritmética

( ) Geometria

( ) Análise Combinatória/Probabilidade

( ) Outra

____

14) No planejamento anual, como prefere ensinar Geometria Plana?

a) No 1º bimestre.

b) No 4º bimestre.

c) *Diluída* ao longo dos semestres.

15) Qual é o livro didático adotado na sua escola?

____

16) De forma sucinta, comente o que você acha da parte de Geometria Plana do livro didático adotado.

____

17) Estudou Geometria Plana durante o curso de Graduação (ou Licenciatura)?

a) Sim.

b) Não.

18) Como você considera seu nível de domínio em Geometria Plana?

a) Ótimo.

b) Bom.

c) Regular.

d) Ruim.

19) Você ministra suas aulas de Geometria Plana

a) seguindo as recomendações do livro didático.

b) preparando outros materiais (lista, provas etc.) em complemento ao livro didático.

c) Outra

____

20) Para a formação dos estudantes, o conteúdo da Geometria Plana é

  a) muito importante.
  b) importante.
  c) indiferente.
  d) pouco importante.

21) Como você definiria a Geometria Plana?

  a) Raciocínio lógico.
  b) Interpretação de conteúdo.
  c) Interpretação de figuras.
  d) Aplicação de fórmulas e medidas do cotidiano.

e) Outra (especifique)

____

22) Em suas aulas de Geometria Plana, as fórmulas e os teoremas são

  a) Demonstrados com frequência.
  b) Alguns são demonstrados.
  c) Raramente são demonstrados

23) As demonstrações de teoremas e fórmulas em Geometria Plana

  a) são importantes, pois auxiliam o aprendizado dos estudantes.
  b) são de pouca importância, pois os estudantes não compreendem.
  c) não são importantes.

d) Outro (especifique)

____

24) Normalmente os alunos durante as aulas de Geometria Plana

  a) compreendem e participam.
  b) compreendem, mas não participam.
  c) têm algumas dificuldades.
  d) têm muita dificuldade.

25) Com que frequência os alunos procuram você para **esclarecer dúvidas?**

  a) Frequentemente.
  b) Regularmente.
  c) Poucas vezes.
  d) Outro(especifique)

26) Comente um pouco sobre a forma com que você avalia os alunos (provas, trabalhos etc.). É possível identificar os alunos que têm mais dificuldades?

27) Há na escola algum acompanhamento para os alunos que apresentam desempenho abaixo do esperado?

28) Há grupos de estudos com foco em matemática na sua escola? Quais os principais objetivos desses grupos?

29) Faça um pequeno texto respondendo ao seguinte: Geometria Plana é um conteúdo negligenciado?

30) Em sua opinião, o que deveria haver ou ser feito nas escolas públicas para que a aprendizagem dos alunos seja realmente significativa?

Obrigado pela participação

x-x-x-x-x

Apêndice C – Resposta dos alunos ao questionário

Universidade de Brasília

Departamento de Matemática

Questionário do ALUNO	TOTAL DAS ESCOLAS			TOTAL
1) Escola: Aplicado em maio de 2016 – três Escolas do GDF	**M**	**F**	**T**	**%**
3) Sexo:	**62**	**77**	**139**	**100%**
4) Já reprovou de ano alguma vez?	**62**	**77**	**139**	**100%**
a) Não.	44	45	89	64%
b) Sim, uma vez.	15	26	41	29%
c) Sim, duas vezes.	3	4	7	5%
d) Sim, três vezes.	0	0	0	0%
e) Sim, mais de três vezes.	0	1	1	1%
Branco	0	1	1	1%
5) Faz alguma atividade extra além das aulas , fora da escola?	**62**	**77**	**139**	**100%**
a) Não.	19	19	38	27%
b) Sim, estudo língua estrangeira.	9	15	24	17%
c) Sim, faço academia (atividade física).	9	10	19	14%
d) Sim, faço aula de música.	0	4	4	3%
e) Sim, faço estágio.	9	7	16	12%
f) Sim, trabalho. Qual?	1	2	3	2%
b, c	4	5	9	6%
b, d	0	6	6	4%
Cursinho	3	3	6	4%
b, c, e	1	1	2	1%
b, e	1	1	2	1%
c, d, f	1	1	2	1%
b, c, d	1	1	2	1%
Cursinho e trabalho	1	1	2	1%
d, e	1	1	2	1%
c, d	1	0	1	1%
b, c, f	1	0	1	1%
6) Assinale os exames que está realizando ou pretende realizar neste ano.	**62**	**77**	**139**	**100%**
a) PAS – Programa de Avaliação Seriada.	1	0	1	1%
b) Vestibulares em uma ou mais Faculdades/Universidades.	2	1	3	2%
c) ENEM – Exame Nacional do Ensino Médio.	19	23	42	30%
d) Prova de escola técnica.	0	0	0	0%
e) Outro	5	3	8	6%

a, c	17	20	37	27%
b, c	8	16	24	17%
a, b, c	8	14	22	16%
c, e	2	0	2	1%
7) O que você diria a respeito da seguinte frase? Eu acho a Matemática muito interessante e gosto das aulas de Matemática.	**62**	**77**	**139**	**100%**
a) Concordo totalmente.	13	12	25	18%
b) Concordo.	24	31	55	40%
c) Indiferente.	12	22	34	24%
d) Discordo.	7	10	17	12%
e) Discordo totalmente.	6	2	8	6%
8) Em relação à sua capacidade de compreensão dos conteúdos matemáticos, você considera que a Matemática é uma disciplina	**62**	**77**	**139**	**100%**
a) muito fácil.	0	0	0	0%
b) fácil.	14	7	21	15%
c) mediana.	23	39	62	45%
d) difícil.	21	27	48	35%
e) muito difícil.	4	4	8	6%
9) Considerando apenas a área de Geometria Plana, você considera que ela é	**62**	**77**	**139**	**100%**
a) muito fácil	1	1	2	1%
b) fácil.	11	8	19	14%
c) mediana.	28	27	55	40%
d) difícil.	14	34	48	35%
e) muito difícil.	7	6	13	9%
BRANCO	1	1	2	1%
10) Em geral, você estuda Matemática	**62**	**77**	**139**	**100%**
a) porque gosta.	5	6	11	8%
b) para conseguir boas notas e ser aprovado.	15	16	31	22%
c) para conseguir boas notas e agradar seus pais/familiares.	4	2	6	4%
d) para se preparar para os exames, como ENEM, Vestibular, PAS.	10	23	33	24%
e) porque será bom para seu futuro.	8	6	14	10%
Outro (especifique) **passar de ano e cursar faculdade**	3	1	4	3%
b, d	3	7	10	7%
a, e	5	1	6	4%
d, e	2	3	5	4%
a, b, c, d, e	1	4	5	4%
a, d	0	4	4	3%
Demais	3	1	4	3%
b, d, e	1	2	3	2%
b, c, d	0	1	1	1%
b, e	1	0	1	1%
c, d, e	1	0	1	1%

11) Considerando os conteúdos estudados em Geometria Plana, o que você marcaria como verdadeiro?	**62**	**77**	**139**	**100%**
a) Aprendi e me recordo de tudo que foi dado.	1	2	3	2%
b) Aprendi e me recordo de alguns conteúdos que forma dados.	11	12	23	17%
c) Aprendi, mas me recordo vagamente do que foi dado.	26	27	53	38%
d) Aprendi, mas não me recordo de praticamente nada do que foi dado.	15	21	36	26%
e) Não aprendi os conteúdos.	9	14	23	17%
BRANCO	0	1	1	1%
12) Os conteúdos de Geometria Plana foram	**62**	**77**	**139**	**100%**
a) ministrados, na maior parte, conforme o livro didático.	13	16	29	21%
b) ministrados com o uso do livro didático e de outros materiais, como apostilas, listas etc.	33	32	65	47%
c) incompletos, pois o professor não cumpriu o livro didático.	8	14	22	16%
d) praticamente nulos, pois não houve aulas de Geometria Plana.	7	11	18	13%
BRANCO	1	4	5	4%
13) O livro didático adotado na escola para o seu 1 e 2º anos (qual era?)	**62**	**77**	**139**	**100%**
a) apresentava o conteúdo e exercícios suficientes.	29	25	54	39%
b) apresentava o conteúdo suficiente e poucos exercícios.	9	10	19	14%
c) apresentava conteúdo insuficiente e exercícios suficientes.	13	18	31	22%
d) apresentava conteúdo insuficiente e poucos exercícios.	4	9	13	9%
e) Outro (especifique) Contéudo de difícil entendimento	4	5	9	6%
BRANCO	3	10	13	9%
14) Entre os conteúdos ministrados nas aulas de Matemática, você considera que o de Geometria Plana foi	**62**	**77**	**139**	**100%**
a) praticamente nulo, pois você não teve aulas de Geometria Plana.	5	13	18	13%
b) pouco, pois ficou para o final do ano(ou semestre) e sofreu atropelo.	8	12	20	14%
c) pouco, pois foram priorizados outros conteúdos.	21	27	48	35%
d) equilibrado com os demais.	24	22	46	33%
e) bastante explorado e poderia ser reduzido.	2	0	2	1%
BRANCO	2	3	5	4%
15) A sua dificuldade de aprender Geometria Plana (mesmo que pouca) está relacionada principalmente com que elemento do processo de ensino aprendizagem?	**62**	**77**	**139**	**100%**
a) Consigo mesmo. Você se sente desinteressado em estudar matemática.	13	16	29	21%
b) Consigo mesmo. Você tem interesse de aprender, mas não tem tempo para estudar em casa.	20	14	34	24%
c) Com o conteúdo. Em sua maioria, é mais teórico do que aplicado.	13	31	44	32%
d) Com o professor. A didática dele costuma ser desestimulante e descontextualizada.	5	4	9	6%

e) Com o professor. A didática dele costuma ser desestimulante, apesar de contextualizada.	6	2	8	6%
a, c	1	0	1	1%
a, e	0	0	0	0%
NÃO TIVE GEOMETRIA	0	1	1	1%
BRANCO	2	5	7	5%
Demais	2	4	6	4%
16) O quanto você se sente motivado nas aulas de matemática?	**62**	**77**	**139**	**100%**
a) Nada motivado.	4	3	7	5%
b) Pouco motivado.	13	14	27	19%
c) Medianamente motivado.	27	47	74	53%
d) Muito motivado.	17	11	28	20%
Por quê? **Depende da Matéria**	1	1	2	1%
BRANCO	0	1	1	1%
17) De modo geral, como você definiria as aulas de Geometria Plana que teve até hoje?	**62**	**77**	**139**	**100%**
a) Foram aulas dinâmicas e os conteúdos foram repassados de forma contextualizada, muitas das fórmulas e teoremas foram demonstrados, às vezes tínhamos aulas práticas.	10	9	19	14%
b) Foram aulas dinâmicas, mas com pouca contextualização e quase nenhuma demonstração das fórmulas e dos teoremas.	13	14	27	19%
c) Foram repetitivas e os conteúdos eram constantemente repassados e pouco se evoluiu no tema.	22	22	44	32%
d) Foram poucas aulas e o conteúdo não foi repassado e pouco se evolui no tema.	12	22	34	24%
e) Outros: **Nem cheguei a ter Geometria Plana, nem lembro**	3	4	7	5%
BRANCO	2	5	7	5%
18) Quanto às explicações do professor de Matemática, de uma maneira geral, você	**62**	**77**	**139**	**100%**
a) nunca compreende.	1	1	2	1%
b) às vezes compreende.	26	24	50	36%
c) na maioria das vezes compreende.	31	35	66	47%
d) sempre compreende.	4	14	18	13%
BRANCO	0	3	3	2%
19) Como foi o professor de Matemática nas aulas de Geometria Plana?	**62**	**77**	**139**	**100%**
20) Dê sugestões de como o aprendizado de matemática, em especial da Geometria Plana, pode se tornar mais agradável e estimulante para o aluno (Essas sugestões poderiam ser consideradas “dicas” que você daria ao professor de matemática).	**62**	**77**	**139**	**100%**

Apêndice D – Respostas dos professores ao questionário

Universidade de Brasília
Departamento de Matemática
Mestrado Profissional em Matemática
Orientador: Prof. Dr. Mauro Luiz Rabelo

PROFMAT

Questionário do PROFESSOR (respostas)

1) Idade: ____ anos.

   Prof A – 49
   Prof B – 43
   Prof C – 40
   Prof D – 53

2) Sexo: (   )F   (   )M

   Prof A – M
   Prof B – F
   Prof C – M
   Prof D – M

3) Qual a sua formação acadêmica?

   Prof A: Especialização
   Prof B: Especialização em Matemática
   Prof C: Licenciado
   Prof D: Mestrado

4) Você fez cursos de especialização ou mestrado na área de educação? Qual(is)?

   Prof A: Cursos em Geometria, Álgebra
   Prof B: Não
   Prof C: Não
   Prof D: Sim. Pós, Especialização em Administração Escolar com ênfase em Legislação Escolar.

5) Há quanto tempo leciona matemática?

   a) Menos de três anos.
   b) Mais de três e menos de seis anos.
   c) Mais de seis e menos de 10 anos. **Prof A Prof B Prof C Prof D**
   d) Mais de 10 anos.

6) A Secretaria de Educação do DF investe na formação Continuada dos professores? Você participa? Por quê?

Prof A: Investe de forma precária. Não. Não despertando interesse pelos ofertados.
Prof B: Sim. Participo. Penso ser importante se atualizar, mas ainda não incentivou o mestrado e doutorado.
Prof C: Não. Não participo. Falta de tempo e interesse no que é apresentado.
Prof D: Sim. Não. Nunca participei por que busquei uma formação continuada fora da SCDF para ter uma formação mais especifica em matemática.

7) Considerando o currículo em Movimento do Governo do Distrito Federal ele é

a) Conhecido e utilizado na escola **Prof B**
b) Conhecido, mas não utilizado na escola **Prof D**
c) Não é conhecido **Prof A: Conhecido e POUCO utilizado**
Prof C: Conhecido e parcialmente utilizado na escola

8) Neste ano, você está com quantas e quais turmas?

Prof A: 10 turmas: 6 primeiras (A, B, C, D, D,E,F), 4 terceiros (A, B, C, D)
Prof B: 8 Turmas: 6 de 3º ano e 2 de 2º.
Prof C: 4 Turmas: duas 1º ano e duas 2.º.
Prof D: 9 Turma – todas do 3º ano (A, B, C, D, E, F, G, H, I)

9) Em média, quantos alunos há em cada uma de suas turmas?

Prof A: 30, (total 300)
Prof B: 36, (total 264)
Prof C: 25 a 30 (Total de 100 a 120)
Prof D: 40 (Total 360)

10) A infraestrutura da sua escola é

a) ótima. **Prof C**
b) boa. **Prof A**
c) regular. **Prof D**
d) ruim. **Prof B**

11) As condições das salas de aula são

a) ótimas. **Prof C**
b) boas. **Prof A**
c) razoáveis. **Prof D**
d) ruins. **Prof B**

12) Quantas aulas há de matemática por semana? Elas são suficientes para o programa anual?

Prof A: Três Aulas (03). São insuficientes para o que é exigido pela Secretaria de Educação, pois com 3 aulas temos que escolher o que mais pertinente para o perfil dons nossos estudantes.
Prof B: Três aulas (03). Não são suficientes.
Prof C: Três aulas (03). Não são suficientes
Prof D: Três aula (03). Evidentemente que não. Deveríamos ter "no mínimo" 5 aulas semanais.

13) Ordene (1º, 2º, 3, 4º) as áreas da matemática de sua preferência em ministrar aulas:

( ) Álgebra
( ) Aritmética
( ) Geometria
( ) Análise Combinatória/Probabilidade
( ) Outra
Prof A: 1-2-3-4 e 5 Estatística
Prof B: 1-2-4-3
Prof C: 1-4-2-3
Prof D: 3-1-2-4 e 5 Estatística

14) No planejamento anual, como prefere ensinar Geometria Plana?

a) No 1º bimestre. **Prof D**
b) No 4º bimestre.
c) *Diluída* ao longo dos semestres. **Prof A Prof B Prof C**

15) Qual é o livro didático adotado na sua escola?

Prof A: Manoel Paiva
Prof B: Dante
Prof C: Matemática Ensino Médio - Kátia Stocco
Prof D: Novo Olhar – Matemática – Joamir Souza

16) De forma sucinta, comente o que você acha da parte de Geometria Plana do livro didático adotado.

Prof A: Relativamente oscila entre bom e fraco, pois ele trata assuntos de forma superficial e a integração entre os assuntos deixa a desejar
Prof B: Fraca, Superficial
Prof C: Uma abordagem padrão comum a vários livros nacionais
Prof D: Razoável

17) Estudou Geometria Plana durante o curso de Graduação (ou Licenciatura)?

a) Sim. **Os quatro responderam Sim**

b) Não.

18) Como você considera seu nível de domínio em Geometria Plana?

a) Ótimo. **Prof A**
b) Bom. **Prof B Prof D**
c) Regular. **Prof C**
d) Ruim.

19) Você ministra suas aulas de Geometria Plana

a) seguindo as recomendações do livro didático. **Prof A Prof D**
b) preparando outros materiais (lista, provas etc.) em complemento ao livro didático. **Prof B Prof C**
c) Outra __

20) Para a formação dos estudantes, o conteúdo da Geometria Plana é

a) muito importante. **Prof B Prof C**
b) importante. **Prof A prof D**
c) indiferente.
d) pouco importante.

21) Como você definiria a Geometria Plana?

a) Raciocínio lógico.
a) Interpretação de conteúdo.
b) Interpretação de figuras. **Prof A Prof B**
c) Aplicação de fórmulas e medidas do cotidiano.
d) Outra (especifique) **Prof C:** É um conjunto de axiomas que gera a Geometria Plana
Prof D: Permite e ajuda no desenvolvimento conjunto dos itens a, b, c, d.

22) Em suas aulas de Geometria Plana, as fórmulas e os teoremas são

a) Demonstrados com frequência.
b) Alguns são demonstrados. **Prof A Prof B Prof D**
c) Raramente são demonstrados **Prof C**

23) As demonstrações de teoremas e fórmulas em Geometria Plana

a) são importantes, pois auxiliam o aprendizado dos estudantes. **Prof B Prof D**
b) são de pouca importância, pois os estudantes não compreendem. **Prof A**
c) não são importantes.
d) Outro (especifique)

Prof C: d – Alguns teoremas fáceis de demonstrar e outros teoremas de grande utilização, creio que esses devem ser demonstrados, pois não há como demonstrar todos os teoremas

Prof D marcou b e justificou – Devido ao número de aulas, fica muito improvável as demonstrações.

24) Normalmente os alunos durante as aulas de Geometria Plana

a) compreendem e participam.
b) compreendem, mas não participam.
c) têm algumas dificuldades. **Prof A Prof B**
d) têm muita dificuldade. **Prof C Prof D**

25) Com que frequência os alunos procuram você para **esclarecer dúvidas?**

a) Frequentemente. **Prof B Prof D**
b) Regularmente. **Prof C**
c) Poucas vezes. **Prof A**
d) Outro(especifique)

26) Comente um pouco sobre a forma com que você avalia os alunos (provas, trabalhos etc.). É possível identificar os alunos que têm mais dificuldades?

Prof A: As avaliações são aplicadas de forma direta/ou indireta. Sim é possível.
Prof B: Teste em sala - Provão interdisciplinar - atividades em sala -site com prova on line(moodle) – monitorias(presença) em turno contrário para reforço.
Prof C: Dou valor para aqueles que ajudam os colegas. A Ideia é que o conhecimento tem que sem compartilhado.
Prof D: Divido a pontuação em 5 pontos Qualitativos (comportamento, frequência, assiduidade, participação e interesse), trabalhos e pesquisa em sala e os pontos 5 Quantitativos (provas, testes e avaliações).

27) Há na escola algum acompanhamento para os alunos que apresentam desempenho abaixo do esperado?

Prof A: Aulas de reforço
Prof B: Monitorias citadas anteriormente. Estas são ministradas por alunos concluintes da UnB, cursos de matemática licenciatura
Prof C: Sim, no turno inverso.
Prof D: Sim, temos um projeto chamado Letramento Matemático que é formado por professores de Física, Química e Matemática ministrando aulas de reforço.

28) Há grupos de estudos com foco em matemática na sua escola? Quais os principais objetivos desses grupos?

Prof A: Sim. Diminuir a Evasão Escolar
Prof B: Sim. Grupo G2 - Objetivo ENEM. Área de exatas aulas ministradas por estagiários[ ]
Prof C: Sim. Há grupos gerais de estudos, de pessoa s que irão prestar o vestibular/ENEM.
Prof D: Não

29) Faça um pequeno texto respondendo ao seguinte: Geometria Plana é um conteúdo negligenciado?

Prof A: Dependendo do perfil dos estudantes creio que sim
Prof B: SIM. Conteúdo proposto muito extenso. Este conteúdo é composto de 80% álgebra e não, por falta de tempo (poucas aulas) a geometria fica de lado. Até mesmo a álgebra não é vencida.
Prof C: Na verdade não é negligenciado, pois algo é visto no decorrer dos estudos escolares. O que é mais negligenciado é a lógica matemática, que daria suporte ao entendimento da Geometria Plana.
O que realmente é negligenciado é a Geometria Esférica e a Hiperbólica, bem como topologia e geometria diferencial.
Prof D: Desde a educação infantil, passando pelo Ensino Fundamental I e II e culminando com as séries iniciais de Ensino Médio é evidente o descaso e falta de interesse tanto do corpo discente quanto docente na execução dos conteúdos de Geometria Plana, sendo negligenciado e esquecido uma das "desculpas" ou dificuldade apresentadas mais evidente é o pequeno número de aulas.

30) Em sua opinião, o que deveria haver ou ser feito nas escolas públicas para que a aprendizagem dos alunos seja realmente significativa?

Prof A: Ter um projeto de parte diversificada só para Geometria com Professor Especifico para esse fim, como tem um para Redação.
Prof B: Existir dois professores (álgebra e geometria). Assim a geometria fica com característica de disciplina.
- As monitorias que acontecem aqui[na escola] ajudam muito na aprendizagem, pois os alunos, se dedicam mais tempo nos conteúdos. Tem trazido bons resultados.
-Aulas de demonstrações de teoremas e falou até mesmo em aulas práticas (construções de sólidos etc).
Prof C: A escola poderia tratar de outros assuntos mais importantes como, por exemplo, fazer uma comida, uma horta, análise lógica do discurso.
Prof D: Aumentar o número de aulas de matemática e investir mais em materiais lúdicos e de apoio pedagógico/didático, principalmente no que se refere ao Ensino da Geometria como um todo.

Obrigado pela participação

x-x-x-x-x