UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
INSTITUTO DE FÍSICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO DE MESTRADO PROFISSIONAL
EM ENSINO DE FÍSICA
MESTRADO NACIONAL PROFISSIONAL EM ENSINO DE FÍSICA

PROPOSTA DE UMA METODOLOGIA PARA ABORDAGEM DA CONSERVAÇÃO DO MOMENTO ANGULAR NO ENSINO MÉDIO

Jefferson Maia da Costa

BRASÍLIA – DF
2015

Prezado(a) Professor(a),

Este material é fruto de pesquisa realizada junto aos livros didáticos de física do ensino médio, particularmente, aqueles que compõem o Plano Nacional de Livros Didáticos de 2015 (PNLD). Ao perceber a quase ausência da lei de Conservação do Momento Angular nestes materiais, proponho no texto a seguir uma forma de abordar esse tema como uma grande síntese dos vários assuntos estudados em Mecânica, que é geralmente o componente curricular na Física estudada na 1ª série de nossa educação básica.

É sabido que ferramentas matemáticas como o produto escalar e o produto vetorial são raramente exploradas no curso médio de nossas escolas. Nesse sentido, elaborei uma proposta de ensino que se apresenta ancorada e justificada apenas no instrumental matemático que é ensinado nos currículos de matemática da educação básica.

Trata-se de um diálogo com o(a) professor(a). Chamei-o de um *texto orientador narrado em prosa.* A ideia foi justamente criar situações em que eu me imaginava conversando com o(a) professor(s), cuja vontade e disposição, o motivariam ousar compartilhar estes conhecimentos da física com seus alunos. Procuro desenvolver todo o raciocínio matemático, que é ao mesmo tempo um raciocínio físico, de modo a valorizar a expressão da física também pela linguagem matemática. Como o desenrolar de uma história comum, as equações que expressam leis físicas evoluem em sua forma matemática na medida em que aparecem novos conceitos e raciocínios físicos. O leitor perceberá essa minha preocupação conceitual ao longo de todo o material.

Há várias experiências e orientações que o(a) professor(a) pode utilizar em situações análogas a outras comuns no cotidiano dos alunos. Além dessas, permeio o texto com diversas outras referências que sem dúvida enriquecem a proposta como um todo.

Minha motivação e satisfação pela profissão de professor aliada ao incentivo de produção da Sociedade Brasileira de Física tornaram possível esta realização. Espero que você, professor(a), utilize este material de forma proveitosa e prazerosa. Lembre-se que o valor pedagógico de qualquer ação educativa reside antes no próprio(a) professor(a). Torço para que este trabalho seja, no mínimo, útil e enriquecedor para você, querido(a) colega.

Jefferson Maia da Costa

Conservação do momento angular – uma proposta de ensino

Por que é possível equilibrar uma bola de basquete sobre o dedo quando ela está girando? (Figura 3.1)

Figura 0.1. Harlem Globetrotter ajuda garota a equilibrar a bola de basquete.

Foto de LARRY MAYER/Gazette Staff. Fonte: <http://billingsgazette.com/news/local/globetrotters-dazzle-arena-audience-with-their-deft-basketball-skills/article_49cf2193-654c-534e-8b9e-929cbdb72539.html>. Acesso em: 1º de outubro de 2015.

A MOTIVAÇÃO INICIAL

Caso seja possível – e o professor tenha treinado o suficiente – leve uma bola de basquete para a sala de aula e equilibre-a no dedo enquanto ela gira[1]. Deixe-a perder velocidade para que os alunos percebam como isso afeta o equilíbrio. Faça a bola ganhar velocidade novamente girando-a com a outra mão para que eles percebam que o equilíbrio está relacionado diretamente com a velocidade de rotação da bola. Mesmo que o professor não seja capaz de girar a bola, leve-a! É possível que algum dos seus alunos consiga! Se não tiver a bola de basquete, use um caderno de capa dura. É mais fácil! Pergunte aos alunos por quê?

Aproveite para dar outros exemplos de fenômenos que tem a ver com essa demonstração: um pião girando sobre uma mesa, um prato que pode ser equilibrado por uma vareta, um pneu fino de bicicleta que permanece "em pé" enquanto estiver rolando sobre uma superfície. Até mesmo os *Segways* (diciclos elétricos) da polícia, figura 3.2, têm a ver com o que estamos falando!

Figura 0.2. *Segways* da polícia militar de Pernambuco.

Fonte: <http://www.folhadoararipe.com.br/os-segways-sao-os-novos-equipamentos-da-policia-militar-de-pernambuco/>. Acesso em: 1º de outubro de 2015.

[1] Se não tiver a bola de basquete e/ou ninguém conseguir equilibrá-la, mostre o vídeo "Professor de física faz truque incrível e é 'convocado' pelo Globetrotters" no *YouTube* acessível através do link: < https://www.youtube.com/watch?v=RxQuot3pZQ4>. Acesso em: 11 de janeiro de 2016.

A EXPERIÊNCIA INICIAL

A proposta de experiência didática a seguir pode ser igualmente útil nas aulas dedicadas ao conceito de resultante centrípeta. Iremos explorar a relação entre a resultante centrípeta, velocidade, raio da trajetória circular e massa na equação fundamental da dinâmica (2ª lei de Newton) aplicada ao movimento circular. Caso ache necessário, recapitule os conceitos e as grandezas contidas na equação abaixo.

$$F_{cp} = ma_{cp} = m\frac{v^2}{r}$$

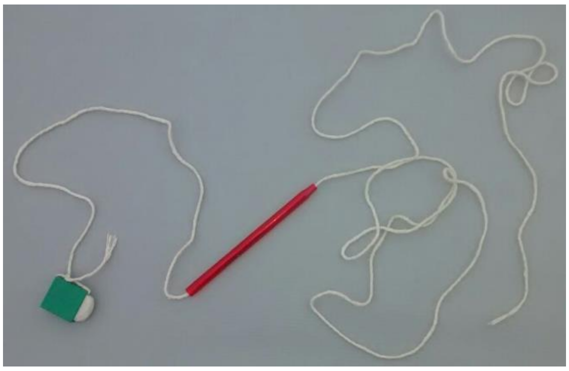
Sobretudo, as modificações propostas e os resultados observados na terceira abordagem da experiência descrita abaixo serão de especial interesse para o nosso trabalho, pois estarão relacionados à conservação do momento angular como veremos adiante.

Vamos utilizar o tubo de uma caneta esferográfica do tipo BIC, cerca de um metro e meio de um barbante e uma daquelas borrachas com capinhas de plástico (figura 3.3).

Figura 0.3. Materiais.

Retire a carga da caneta e passe o barbante que foi amarrado à capinha de plástico da borracha, por dentro do tubo como sugere o desenho abaixo. Ver montagem na figura 3.4.

Figura 0.4. Montagem.



Segurando o tubo da caneta com uma das mãos e a extremidade livre do barbante com a outra, faça a borracha girar em movimento circular em um plano horizontal paralelo ao chão, como sugere a figura 3.5.

Figura 0.5. Borracha girando em movimento circular em plano paralelo ao chão.

Solicite a participação de um aluno para segurar a extremidade livre do barbante, enquanto você, segurando o tubo, provoca o movimento circular na borracha. Faça a borracha girar num plano acima de sua cabeça. Cuidado! Alerte o seu aluno-ajudante que enrole ou amarre a extremidade por ele segura, a fim de que a borracha não saia "voando" pela sala fora! Se preferir, mude a disposição do aparato para que a borracha gire num plano vertical conforme sugere a figura 3.6. Tome os meus cuidados para a que o barbante nem a borracha se soltem durante a experiência!

Figura 0.6. Borracha girando em movimento circular em plano perpendicular ao chão.

Rigorosamente, em ambas as situações, a força gravitacional está agindo externamente sobre o conjunto. Serão necessárias algumas aproximações para que o sistema seja considerado “isolado”: a borracha não gira rigorosamente em plano horizontal paralelo ao chão (figura 3.5) e o módulo de sua velocidade muda constante quando gira em plano perpendicular ao solo (figura 3.6). Ao professor cabe a escolha de chamar a atenção de seus alunos para tais aproximações, a depender do nível de profundidade que deseja dar ao assunto, compatível ao grau de facilidade/dificuldade de acompanhamento da turma.

Enquanto a borracha estiver girando, pergunte ao seu aluno se ele precisa aplicar uma força muito ou pouco intensa para segurar a borracha. A intenção é que ele compartilhe suas sensações com a turma dizendo ao grupo se faz uma força maior ou menor ao segurar o barbante. Mais uma vez: assegure-se de que ele não soltará o barbante!

Faça a borracha girar com maior velocidade, tentando não modificar o comprimento do barbante que representa o raio de giro no movimento circular da borracha. Pergunte a ele sobre o esforço que faz para segurar a borracha. Num segundo momento, retire a borracha deixando o barbante enrolado apenas à capinha plástica. Repita a experiência. Novamente, tente fazer com que a peça de plástico gire num raio e velocidade parecidos com aqueles da situação anterior. Peça a ele que compare a força que está fazendo agora com aquela que precisava para segurar a capinha com a borracha dentro. Colocando novamente a borracha dentro da capinha, modifique o raio de giro, afastando ou aproximando o tubo das mãos do aluno enquanto o conjunto gira. O que ele percebe agora?

O objetivo aqui é obter respostas esperadas concernentes à teoria já desenvolvida quando do estudo das leis dinâmicas do movimento, sobretudo com relação à 2ª lei de Newton aplicada ao movimento circular. Vamos analisar cada uma das situações supracitadas, verificando, com o auxílio de nosso aluno-ajudante, como varia o módulo da resultante centrípeta em cada uma delas.

1ª) Modificando a velocidade: girando o tubo da caneta mais rapidamente.

A força com a qual o aluno segura o barbante é transmitida, em parte, à capinha com a borracha e atua como força centrípeta, garantindo que o conjunto permaneça em trajetória circular. Como o módulo da força centrípeta está relacionado ao quadrado do módulo da velocidade do objeto que sofre a ação desta força, pela equação dinâmica, percebemos que há uma relação de direta proporção entre ambos, desde que a massa e o raio da trajetória não se modifiquem. Daí a importância do professor tentar manter inalterado o comprimento do trecho do barbante que experimenta o movimento circular.

Isolando as grandezas físicas que permanecem constantes:

$$F_{cp} = m\frac{v^2}{r} \Leftrightarrow \frac{m}{r} = \frac{F_{cp}}{v^2} = constante$$

O módulo da resultante centrípeta é diretamente proporcional ao quadrado do módulo da velocidade, para massa e raio constantes.

$$F_{cp} \propto v^2$$

Isso justifica matematicamente porque o aluno dirá que sente aplicar uma força mais intensa para uma maior velocidade de giro, e menos intensa para uma menor velocidade de giro.

2ª) Modificando a massa: retirando a borracha de dentro da capinha.

Analisando a mesma equação e, sem se modificar nem a velocidade nem o raio da trajetória circular, vemos que o módulo da força centrípeta depende do valor da massa do objeto que gira.

Isolando as grandezas físicas inalteradas:

$$F_{cp} = m\frac{v^2}{r} \Leftrightarrow \frac{v^2}{r} = \frac{F_{cp}}{m} = constante$$

Nesse caso, o módulo da força centrípeta e o valor da massa são diretamente proporcionais, para velocidade e raio constantes.

$$F_{cp} \propto m$$

Esta verificação matemática é de fácil convencimento: o objeto de massa menor precisa de menor força para segurá-lo; um objeto de massa maior precisará de maior força para mantê-lo em movimento circular.

3ª) Modificando o raio: deslizando o tubo da caneta ao longo do barbante.

Repare que nas duas situações anteriores, procedemos de forma a modificar a velocidade e a massa do conjunto capinha-borracha, sempre procurando manter inalteradas as outras duas grandezas físicas que estavam presentes do lado direito da equação. Só o que fizemos até o momento foi verificar experimentalmente, analisando a proporcionalidade entre as grandezas físicas envolvidas, a veracidade da 2ª lei de Newton aplicada ao movimento circular.

Analisando a maneira pela qual decidimos alterar o raio da trajetória circular, percebemos que não só uma, mas duas grandezas se modificam invariavelmente: raio e velocidade. O efeito dessas duas variações sobre o módulo da resultante centrípeta pode ser analisado do mesmo modo que fizemos antes. Repare.

Isolando apenas a massa na equação:

$$F_{cp} = m\frac{v^2}{r} \Leftrightarrow m = F_{cp} \cdot \frac{r}{v^2} = constante$$

Ao se encurtar o raio de giro, concomitantemente o conjunto passa a girar a uma velocidade maior. Com numerador diminuindo e denominador aumentando na fração à direita, a razão entre o raio e o quadrado do módulo da velocidade diminui. O módulo da força centrípeta aumenta. Por outro lado, se aproximarmos o tubo das mãos do aluno, percebemos um aumento do raio de giro acompanhado de uma diminuição da velocidade do conjunto capinha-borracha. Nessa segunda situação, com aumento do numerador e decréscimo do denominador da fração, a razão entre o raio de giro e o quadrado do módulo da velocidade aumenta: a força centrípeta tem módulo menor agora. O aluno precisa fazer mais força para segurar a borracha no primeiro caso e sente aplicar uma força menor no segundo caso. Posto isso, conclui-se, que há uma relação inversa entre o módulo da força centrípeta e a razão entre o raio e quadrado do módulo da velocidade.

$$F_{cp} \propto \frac{1}{r/_{v^2}}$$

Até este ponto a discussão acima poderia encaixar-se de forma muito adequada em uma aula cujo tema se restringisse ao conceito e aplicações da força centrípeta: considerações sobre a velocidade ao tentar fazer uma curva, diferença na força de atrito exercida sobre carros e caminhões ao fazer uma curva, cuidados quanto ao traçado em curvas mais abertas ou mais fechadas em corridas, por exemplo. Entretanto, o que pretendemos indagar aqui é por que a velocidade da borracha muda ao alterarmos o raio da sua trajetória? O que fizemos nesta terceira situação foi reposicionar o tubo da caneta de modo a modificar o comprimento do barbante que gira preso à borracha. Ao arrastar o tubo da esferográfica sobre o barbante, a única interação que aparece além daquelas já existentes será uma força de atrito entre o barbante e a borda do tubo da caneta onde aquele desliza. Certamente, tal força de atrito não acarretaria um aumento, mas uma diminuição no módulo da velocidade do conjunto. Ainda que o aluno puxasse o barbante para si – diminuindo também dessa forma o raio de giro – a força aplicada seria transmitida ao longo da direção do barbante, atuando sobre a capinha com a borracha numa direção perpendicular ao movimento em cada instante. Alguém poderia argumentar que ao puxar a corda, realiza-se um trabalho sobre a borracha, fazendo com que a sua energia cinética aumente, justificando dessa forma por qual motivo a velocidade aumenta e o raio diminui. Mas esse argumento não pode ser igualmente utilizado quando alterávamos a posição do tubo deslizando-o sobre o barbante. Há uma forma diferente – e ao mesmo tempo correta e interessante – de explicar a dupla alteração das grandezas físicas raio e velocidade!

É neste ponto que começaremos a nossa argumentação no sentido de apresentar e explicar a lei de conservação do momento angular.

UMA APARENTE CONTRADIÇÃO

A força tensora no barbante – que atua como resultante centrípeta no movimento – não pode causar nenhum torque, pois esta força é paralela ao braço do momento (distância perpendicular do eixo de rotação à reta suporte da força) aqui materializado pelo trecho do barbante que tem direção radial ao movimento circular da borracha. Mas não há torque... Então por que a velocidade se modifica?

Os resultados obtidos de nossas observações em relação à terceira forma de abordar a experiência da borracha giratória parecem sugerir algum vínculo entre as grandezas físicas velocidade e raio: o aumento de uma está associado à redução da outra, e vice-versa. Mas repare que isso acontece ao longo de um movimento circular: a borracha gira! Faz uma curva! Ora, como há objetos experimentando movimentos giratórios nessa experiência, podemos supor que o momento de uma força – o torque – tenha algo a ver com tudo isso![2] A força transmitida pelo barbante à borracha de fato poderia alterar a sua velocidade. Se a força de tração do barbante sobre a borracha produzir um torque, ele poderá ajudar na rotação da borracha, ajudando-a a girar mais depressa. Dessa forma o módulo de sua velocidade aumentaria. Mas no caso específico da experiência não há torque algum! O torque provocado pela força tensora no barbante é nulo, pois, como já foi dito anteriormente, não há distância perpendicular entre o eixo de giro e a linha de ação da força de tração que é transmitida à borracha pelo barbante. Então como a velocidade muda? Afinal, há realmente outra maneira de explicar por que a velocidade fica diferente? Curiosamente a resposta que procuramos está “escondida” justamente no fato do torque ser nulo...

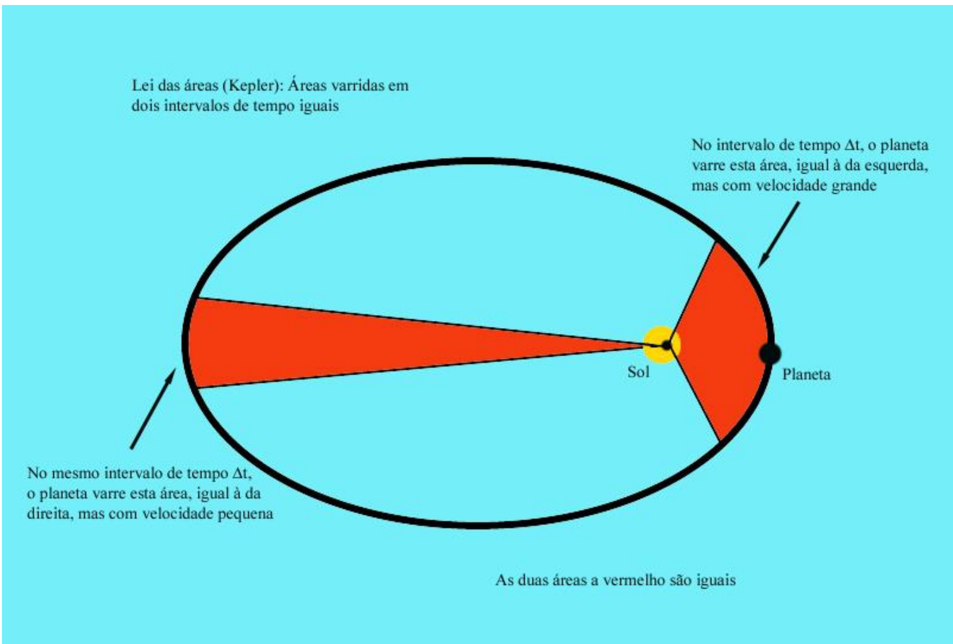
[2] Caso considere conveniente e/ou necessário, o professor pode aproveitar ‘este momento’ para relembrar o ‘conceito de momento’ (de uma força) com seus alunos.

HÁ MUITOS OUTROS EXEMPLOS

Pergunte aos seus alunos: será que já estudamos alguma situação em que isso também acontece? Outras situações em que o torque é nulo. É provável que alguns deles se lembrem das condições para o equilíbrio do corpo extenso. Mas a pergunta aqui se refere à outra coisa. Será que já vimos em algum outro assunto que foi estudado ao longo do ano, algo que aumentava a velocidade ao mesmo tempo em que uma distância (raio) diminuía? Instigue os seus alunos para que façam um esforço de tentarem lembrar-se de alguma outra situação onde um aumento/redução de uma distância era acompanhado de uma redução/aumento de velocidade, respectivamente. Se não for o suficiente, peça que pensem em algum movimento curvilíneo onde isso acontece! A ideia aqui é que eles se recordem da 2ª lei de Kepler.

Relembre com os seus alunos, as três leis de Kepler e a lei da Gravitação Universal de Newton. Uma das maneiras mais famosas de enunciar a 2ª lei de Kepler é dizer que o vetor posição de um planeta em relação ao Sol varre áreas iguais em tempos iguais. Como as órbitas são elípticas, os planetas não se movem ao redor do Sol com a mesma rapidez. Sua velocidade varia constantemente: é maior quando está mais próximo do Sol e menor quando está mais afastado, como é explicado na figura 3.7.

Figura 0.7. 2ª lei de Kepler: a "lei das áreas".



Fonte: <http://cmup.fc.up.pt/cmup/feynman/node3LeiAreas.html>. Acesso em 1º de outubro de 2015.

Lembre seus alunos que, embora Kepler soubesse dessa verdade, ele não sabia por que isso era verdade. Coube a Newton com a ideia de força gravitacional, responder esse por quê. De forma alternativa, aproveite o momento para retomar o conceito de trabalho de uma força e, em especial de uma força conservativa, onde ocorre o intercâmbio entre energia potencial e energia cinética: quando a distância ao Sol é menor, a velocidade é maior; quando a distância é maior, a velocidade é menor. Isso explica a aparente inversa proporção entre velocidade e distância. Mas e o torque da força gravitacional? Peça ajuda aos seus alunos no sentido de identificar a direção da força em cada instante e o braço do momento representado pela distância ao Sol. São paralelos. Não há torque. Da mesma forma ao que acontece na terceira modificação da experiência com a borracha.

Aproveite para mencionar que existem muitos outros casos onde o torque resultante é nulo e, ao mesmo tempo, uma compensação entre velocidade e distância parecem estar presentes. O caso de um redemoinho na água de uma pia ou banheira, causado por um ralo que se abre é especialmente interessante. Se houver algo boiando enquanto a água é drenada pelo ralo, será fácil perceber a mudança de velocidade desse objeto flutuante enquanto ele gira sobre o dreno: quanto mais próximo do buraco (menor distância), maior a rapidez. Na realidade, cada gota de água obedece ao mesmo movimento em espiral ao redor do ralo. De forma geral, objetos em rotação em situações onde o torque resultante externo é nulo, obedecem a uma mesma lei básica. Outros exemplos: o caso clássico de uma bailarina ou patinadora que, adquirindo um movimento de rotação inicial, consegue sem nenhuma interação externa, aumentar ou reduzir a sua velocidade de giro. Movimentos em piruetas executados por ginastas também têm a ver com o assunto em debate. Não revele ainda como eles conseguem causar essa mudança de velocidade! Tampouco fale, nesse ponto, de momento angular! Vamos em seguida, desenvolver uma argumentação matemática análoga àquela habitualmente apresentada nos livros de ensino médio para relacionar o Teorema do Impulso/Quantidade de Movimento com a 2ª lei de Newton. O que precisamos responder é: qual é exatamente a relação matemática entre a velocidade e o raio?

A EXPLICAÇÃO: RELAÇÃO ENTRE MOVIMENTO LINEAR E ANGULAR

Pela 2ª lei de Newton, a velocidade de um corpo é alterada se existir uma força externa não equilibrada aplicada sobre ele. Reciprocamente, se não houver forças – ou se a resultante das forças aplicadas for nula – a velocidade desse corpo não é modificada. Matematicamente, em módulo,

$$F_R = 0 \Rightarrow m \cdot a = 0 \Rightarrow m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t} = 0$$

Multiplicando por Δt ambos os lados da igualdade acima temos:

$$m \cdot \Delta v = 0 \Rightarrow m \cdot (v - v_0) = 0 \Rightarrow m \cdot v = m \cdot v_0 = constante$$

Ao produto da massa pela velocidade, demos o nome de Quantidade de Movimento ou Momento Linear:

$$p = m \cdot v \text{ (em módulo)}$$

Nas aulas de conservação da quantidade de movimento – aproveite para relembrar seus alunos – havíamos concluído que se a força externa é nula, o momento linear se conserva. Em outras palavras: a conservação da quantidade de movimento vem da lei de Newton. Para um corpo, essa afirmação é apenas uma forma diferente de enunciar a sua 1ª lei: por inércia, um corpo tende a manter o seu estado de movimento. Ou seja, é natural que um corpo já em movimento (em equilíbrio) permaneça em movimento (em equilíbrio). Chame a atenção de seus alunos – é provável que nós professores precisemos relembrar isso ainda muitas vezes – que essa lei diz respeito a dois tipos de equilíbrio: estático e dinâmico! Não há conservação do momento linear da borracha ou do planeta. Ambos variam sua velocidade, em módulo e em direção, ao percorrerem a trajetória curvilínea. Isso é razoável, já que existem forças atuando sobre eles. Mas são forças cujo torque é nulo! E daí?

Este é um momento importante da aula. Procuremos o que há de comum em situações de equilíbrio de translação e rotação. O que é necessário para cada um dos tipos de equilíbrio estar presente? Quando estudamos o Equilíbrio (Estático) de um Corpo Extenso – mais uma oportunidade para relembrar conceitos – havia duas condições para que um objeto se mantivesse em equilíbrio: força resultante nula e torque resultante nulo. Se a força resultante era nula, então o corpo não sofreria movimento de translação. Se o torque resultante era nulo, o corpo não experimentava movimento de rotação. Entretanto, se a força resultante é nula, a lei de Newton também prevê que o corpo pode estar em movimento: movimento retilíneo uniforme. Analogamente a isso, talvez, se o torque resultante for nulo, o corpo também pode estar em movimento e em equilíbrio! Um equilíbrio no movimento de rotação: um movimento circular uniforme. A intenção aqui, professor, é que mostremos aos nossos alunos que o torque é uma torção que, da mesma forma que a força, tem o papel de alterar estados de repouso e movimento. Enquanto a força é a grandeza física relacionada à alteração da velocidade de translação, o torque é a grandeza física relacionada à alteração da velocidade de rotação. A esta velocidade de rotação, já sabemos de aulas anteriores, damos o nome de velocidade angular.

Reescrevendo a definição matemática de torque de uma força resultante e usando a 2ª lei de Newton.

$$\tau_R = F_R \cdot d_\perp = m \cdot a \cdot d_\perp$$

Para o caso de uma força resultante perpendicular ao braço do momento num movimento circular uniforme temos

$$d_\perp = r$$

A relação entre a aceleração linear a e a aceleração angular α é dada por

$$a = \alpha \cdot r$$

Substituindo estas duas últimas expressões na definição matemática do torque de uma força temos:

$$\tau_R = m \cdot a \cdot d_\perp = m \cdot \ \alpha \cdot r \cdot r$$

$$\tau_R = m \cdot \ r^2 \cdot \alpha$$

Conduza seus alunos a compararem essa equação com a 2ª lei de Newton. O que há de semelhante? O que há de diferente? Não responda ainda! Deixe que eles pensem a respeito. Se não conseguirem, reescreva a equação assim:

Equação dinâmica do torque: $\tau_R = (m \cdot \ r^2) \cdot \alpha$

Equação dinâmica da força: $F_R = m \cdot a$

Quem sabe agora alguém consiga... O que se espera nesse momento é que algum de seus alunos consiga ver uma estrutura matemática parecida com a famosa 2ª lei de Newton com a qual eles trabalharam o ano inteiro! O termo entre parênteses equivale à massa presente na 2ª lei de Newton e ainda carrega consigo um fator quadrático de distância, o que poderia sugerir alguma relação com áreas – uma superfície circular, talvez... Mesmo sendo especulações, este exercício inquisitivo é de suma importância na produção científica. Incentive esse hábito em seus alunos! Quanto à semelhança entre as expressões matemáticas, diga para eles que são muitas as equações na física que acabam sendo conceitualmente idênticas: embora relacionem grandezas diferentes, os conceitos envolvidos – rapidez, mudança na rapidez, energia, ímpeto (= força, torque, pressão) – são os mesmos. Se achar conveniente, no intuito de ilustrar essa ideia, mostre outras equações da física onde essa equivalência está presente. A equação do trabalho de uma força e o trabalho de um gás; a lei da Gravitação Universal e a lei de Coulomb são exemplos. Ainda que algumas dessas equações não sejam reconhecidas, a ideia é ilustrar a semelhança entre os modelos matemáticos da física. Mais adiante, neste mesmo texto, daremos outros exemplos comparando os momentos (linear e angular) e as energias cinéticas de translação e de rotação. O mais importante nessa etapa de nossa explanação é chamar a atenção de seus alunos com respeito ao produto $m \cdot\ r^2$. Ele tem a ver com a resposta que procuramos. Peça a eles que memorizem esse termo! Vamos precisar que eles se lembrem desse produto mais adiante, pois ele irá reaparecer em outro contexto.

Se procedermos de forma semelhante àquela desenvolvida anteriormente quando fizemos $F_R = 0$, veremos que alguma outra coisa também é conservada!

Vejamos. Vamos supor que num sistema físico qualquer – mas agora em equilíbrio dinâmico, portanto em movimento circular uniforme – o torque resultante $\tau_R$seja nulo. Usaremos a “nova expressão” que contém a aceleração angular para o torque. Matematicamente, em módulo,

$$\tau_R = 0 \Rightarrow m \cdot\ r^2 \cdot \alpha = 0 \Rightarrow m \cdot\ r^2 \cdot \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = 0$$

Multiplicando por Δt ambos os lados da igualdade acima temos:

$$m \cdot\ r^2 \cdot \Delta\omega = 0 \Rightarrow m \cdot r^2 \cdot (\omega - \omega_0) = 0 \Rightarrow m \cdot r^2 \cdot \omega = m \cdot r^2 \cdot \omega_0 = constante$$

Isso é evidente, já que não há mudança da velocidade angular no movimento circular uniforme. Entretanto, em nossos dois exemplos – terceira modificação da experiência com a borracha e na 2ª lei de Kepler – há mudança da velocidade (v ou ω) acompanhada da mudança de r (distância). Repare: o termo que acabamos de destacar na expressão do torque resultante em comparação à 2ª lei de Newton contém o raio r. Além disso, em ambas as situações o torque resultante é nulo, o que sugere que o produto $m \cdot r^2 \cdot \omega$ seja constante. Aqui está a resposta que procurávamos!

Escreva no quadro a equação do momento angular (em módulo): $L = m \cdot r^2 \cdot \omega$ e peça para que os alunos comparem com a expressão $p = m \cdot v$. É provável que nesse ponto, você não precise mais colocar os parênteses no produto $m \cdot r^2$. Pergunte qual o nome da grandeza física que a letra p está representando na segunda equação. Agora peça para que digam o nome da grandeza física que v representa em comparação ao nome da grandeza física representada por ω. Assim é fácil induzi-los a eleger um nome para a grandeza física denotada por L na primeira expressão: Quantidade de Movimento Angular ou Momento Angular.

Aproveite este momento e compare novamente a equação do torque resultante $\tau_R = (m \cdot r^2) \cdot \alpha$ com a 2ª lei de Newton $F_R = m \cdot a$. Estamos tentando uniformizar a percepção conjunta de todos os nossos alunos para as equivalências conceituais das equações da física que debatemos há pouco.

Faça mais! A relação entre velocidade angular e velocidade (ou velocidade linear) é a seguinte:

$$\omega = \frac{v}{r}$$

Substitua a velocidade angular ω na equação do momento angular L pela relação acima:

$$L = m \cdot r^2 \cdot \omega = m \cdot r^2 \cdot \frac{v}{r}$$

Simplifique por r e teremos finalmente:

$$L = m \cdot r \cdot v$$

Perfeito! Se L é constante e m não varia (para a borracha e para o planeta), então r e v são inversamente proporcionais: se a velocidade aumenta o raio diminui; se a velocidade diminui, o raio aumenta! Aí está a correspondência matemática dos resultados obtidos experimentalmente!

Finalmente, diga que o produto $m \cdot r^2$ é chamado Momento de Inércia ou Inércia Rotacional. Representaremos este momento de inércia pela letra I. Dessa forma, podemos representar a Quantidade de Movimento Angular de um sistema físico pela equação matemática:

$$L = I \cdot \omega$$

Compare-a conceitualmente com a equação da Quantidade de Movimento Linear:

$$p = m \cdot v$$

Vamos sintetizar e articular todas as nossas descobertas. Procure explicar todo o conteúdo do parágrafo a seguir com riqueza de detalhes e exemplos.

Equivalente ao momento linear, que permanece constante em situações onde a força resultante é nula, o momento angular é a grandeza física que se conserva quando o torque resultante é nulo. A grandeza física momento de inércia ou inércia rotacional é a grandeza angular correspondente à massa inercial: Inércia Translacional de um corpo. A associação da massa com o quadrado do raio dada pelo produto $m \cdot r^2$ considera a distribuição da massa de um corpo qualquer em relação a um eixo imaginário em torno do qual esse corpo poderia girar. Para uma partícula de massa m, distante r de um eixo em torno do qual essa partícula gira, é dada exatamente por:

$$I_{PARTÍCULA} = m \cdot r^2$$

Ao girar, o vetor posição da partícula centrado no eixo varre uma área circular. Curiosamente a área de um círculo é proporcional a r^2, como especulávamos anteriormente!

A expressão geral para o cálculo do momento de inércia de um corpo em relação a um determinado eixo é a soma dos momentos de inércia de cada partícula de massa

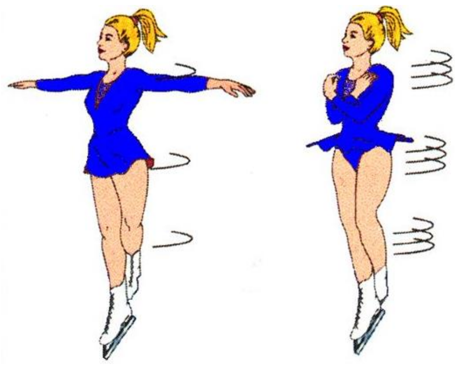
m_i constituinte desse corpo cuja distância r_i é o raio descrito por cada partícula em torno desse eixo:

$$I_{CORPO} = \sum m_i \cdot r_i^2$$

Mais adiante, ilustraremos, usando uma tabela, os momentos de inércia de alguns sólidos rígidos homogêneos.

Essa quantidade nos informa como a massa de um corpo girando se distribui em torno de um eixo de rotação. É por esse motivo que uma bailarina ou patinadora consegue modificar sua velocidade de rotação sem a necessidade de uma intervenção externa. Com os braços e/ou pernas afastados do corpo, ela gira com certo momento angular. Ao aproximar os braços e pernas do tronco, seu momento de inércia diminui, pois a distância de cada partícula de massa que compõem os seus membros aproximam-se do eixo de rotação imaginado longitudinalmente ao seu tronco (figura 3.8). Como não houve nenhuma ação física externa (torque resultante nulo), simultaneamente a sua velocidade angular aumenta, permitindo que ela consiga girar mais rapidamente.

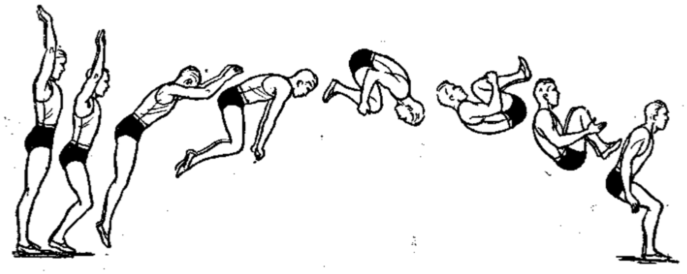
Figura 0.8. Patinadora em rodopio em torno de si mesma.



Fonte: <http://diadafisicacp2.blogspot.com.br/>. Acesso em: 1º de outubro de 2015.

O mesmo acontece quando um ginasta encolhe o corpo para conseguir realizar um salto mortal (figura 3.9).

Figura 0.9. Tipo de acrobacia realizada por um praticante.



Fonte: <https://aulasdeacrobacias.wordpress.com/numero-de-acrobatas/>. Acesso em: 1º de outubro de 2015.

Pode parecer estranho que algo consiga aumentar a sua velocidade sem que haja a necessidade de algum impulso (torque) externo. Mas, da mesma forma que massa e velocidade de translação compensam-se nos problemas que envolvem conservação da quantidade de movimento de translação (momento linear); nas situações onde a quantidade de movimento de rotação se conserva, momento de inércia e velocidade angular também procuram se contrabalançar. Se um corpo qualquer já tiver alguma velocidade angular inicial, ele pode modificá-la bastando alterar a distribuição de massa ao longo dos limites desse corpo. É por esse motivo que ao encurtar o raio de giro, a velocidade da borracha aumentava: para conservar o momento angular do conjunto, o seu momento de inércia diminuía na mesma proporção que sua velocidade angular aumentava, já que não havia torque resultante.

OUTRA EXPERIÊNCIA

É hora de fazer outra experiência!

Será de grande contribuição se você, professor, puder realizar a experiência da cadeira giratória da figura 3.10. Chame os alunos para participarem! Se não tiver os halteres, utilize garrafas de refrigerante de um litro cheias de água. Certamente a cadeira e as garrafas são de fácil obtenção.

Figura 0.10. Experiência da cadeira giratória com os alteres.

Foto: POMPEU/STUDIO 47. Fonte: TORRES, Física Ciência e Tecnologia, v.1, 3ª ed., p. 210.

Peça aos alunos que tentem explicar os resultados obtidos respondendo as seguintes perguntas (fonte: GREF, disponível em <http://www.if.usp.br/gref/mec/mec1.pdf>. Acesso em: 1º de outubro de 2015):

1. Por que a velocidade aumenta quando se encolhe os braços?
2. O momento de inércia é maior quando se usa halteres (garrafas de refrigerante)? Por quê?
3. Uma pessoa inicia o giro com 1 rad/s de velocidade e 3 $kg{\cdot}m^2$ de momento de inércia. Quando se encolhe, fica com 1,5 $kg{\cdot}m^2$ de momento de inércia. Qual será sua velocidade angular?

LEIS DE NEWTON PARA A ROTAÇÃO

Finalmente enunciamos a **Lei da Conservação do Momento Angular**:

“Em um sistema isolado, a quantidade de movimento angular total se conserva.”

Essa afirmação nada mais é do a 1ª lei de Newton para a rotação.

“Se o torque resultante das forças externas exercidas sobre um corpo for nulo, seu momento angular permanece constante: se já estiver parado, permanece parado; se já estiver em movimento de rotação, permanece em rotação.”

Finalmente conseguimos explicar porque a bola de basquete tende a permanecer em equilíbrio sobre o dedo quanto está girando. Ela não cai porque, por inércia, um objeto tende a manter também o seu movimento de rotação. Quanto maior for a sua velocidade, maior será o seu momento angular. Logo, com um momento angular maior, maior também será o torque externo necessário para alterar o movimento de rotação da bola. Claro que por causa do atrito com o dedo e com o ar (força e torque externos), a bola irá perdendo velocidade. Por esse motivo, o que precisamos fazer para manter a bola em equilíbrio é também aplicar um torque externo – com nossa outra mão – de modo a tentar “realimentar” o seu momento angular.

A 2ª lei de Newton para rotação fica então:

“O torque resultante associado às forças externas que atuam sobre um corpo rígido é igual ao produto do momento de inércia desse corpo pela sua aceleração angular.”

Se existem a 1ª e a 2ª leis de Newton para as rotações, abaixo está 3ª lei de Newton para as rotações:

“Se um corpo A exerce um torque sobre um corpo B, o corpo B exerce sobre A um torque de mesmo módulo, mas de sentido contrário.”

E há inúmeras situações onde essa última afirmação se revela! Quando um liquidificador, por exemplo, está desligado o momento angular é nulo, pois não há movimento de rotação. Quando ligamos o aparelho, as lâminas do triturador são acionadas pelo motor elétrico. Surge um torque interno que provoca a alteração da quantidade de movimento angular de uma das partes do equipamento. Imediatamente, outro torque interno tende a fazer com que a base e o copo do liquidificador tentem girar no sentido oposto ao da rotação das lâminas. Não percebemos essa rotação porque o copo está bem fixo à base, e esta por sua vez, apoiada sobre uma superfície cujo atrito é suficiente para não deixar o conjunto deslizar. Se a superfície de apoio estivesse livre de atrito, veríamos o liquidificar girar enquanto estivesse ligado! Isso não é diferente para qualquer eletrodoméstico que disponha de um motor que provoque movimentos de rotação. Batedeiras, espremedores de frutas, máquinas de lavar, enceradeiras. Até mesmo ventiladores poderiam girar se não estivessem apoiados a uma superfície ou aparafusados a algum suporte.

Para entender isso melhor, faça com que seus alunos se lembrem de situações já estudadas que envolviam a conservação da quantidade de movimento linear. É possível que o professor tenha trabalhado junto aos alunos, exercícios onde a quantidade de movimento total de um sistema físico isolado era igual a zero. Nestes casos, sempre apareciam, em partes diferentes do sistema físico, movimentos simultâneos e em sentidos opostos. Aqui não é diferente (conceitualmente). Rigorosamente, diferença há, pois a quantidade de movimento agora é angular. Dessa forma, surgem rotações de mesma quantidade de movimento angular, porém em sentidos contrários. Se suspendêssemos esses equipamentos, perceberíamos isso. Faça uma comparação novamente com a conservação do momento linear: uma arma, que suspensa por um fio dispara um projétil, sofre um recuo no sentido oposto. Claro que a rapidez de recuo da arma é bem menor que a velocidade de avanço do projétil. Aqui também não é diferente! Se o liquidificador pudesse girar livremente, pergunte aos seus alunos o que eles poderiam afirmar ao comparar essa rapidez de rotação da carcaça em relação à frequência de giro das lâminas que trituram os alimentos. Peça para que os alunos reconheçam outras situações similares a essas. Em suma, o que é preciso entender é que se algo gira para um lado, alguma outra coisa tende a girar no sentido contrário.

Há outro exemplo bem-humorado (e exagerado) em um dos episódios do desenho **Os Simpsons** no *YouTube* com o título “Science in Simpsons (Conservation of Momentum)” acessível através do link: <https://www.youtube.com/watch?v=6DiY5J2-RKg>. Acesso em: 1º de outubro de 2015.

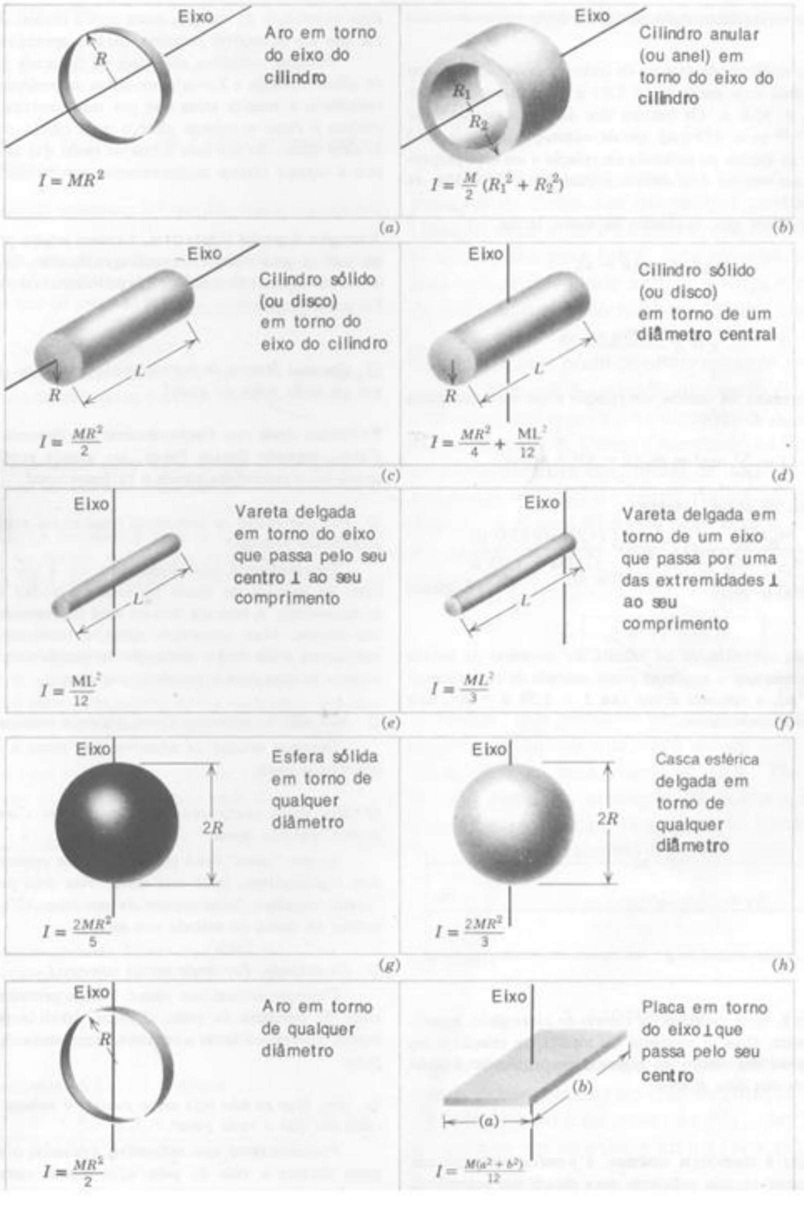
Caso o professor não disponha de TV ou projetor digital no espaço da sala de aula, peça para que seus alunos visualizem o vídeo em seus celulares. Hoje em dia, quase todo mundo tem celular...

Por fim, peça para algum aluno sentar na cadeira giratória novamente e, sem que ele apoie os seus pés no chão, tente girar o corpo em qualquer sentido. Incentive os demais alunos a tentarem responder por que ele tem dificuldades em fazê-lo.

MOMENTOS DE INÉRCIA

Abaixo, figura 3.11, encontra-se uma tabela que identifica os momentos de inércia de vários corpos que possuem certa simetria em relação a determinados eixos. Compare os valores de I para os diversos corpos, observando como a distribuição de massa em torno do eixo determina o momento de inércia de cada um.

Figura 0.11. Momentos de inércia de alguns sólidos homogêneos.



Fonte: HALLIDAY e RESNICK, Fundamentos da Física 1, v.1, 1ª ed., p. 223.

Observe que os momentos de inércia dos vários corpos acima são todos iguais a uma fração do momento de inércia do aro em torno de um eixo cilíndrico (figura 3.11 (*a*)). Por quê? Repare que cada momento de inércia é proporcionalmente menor quanto maior forem as porções de massa próximas ao eixo de rotação. Se todas as partículas que constituíssem um corpo qualquer estivessem à mesma distância do eixo de rotação, o momento de inércia desse corpo seria exatamente igual àquele de uma partícula de mesma massa M do corpo e distância R ao eixo de rotação, portanto: $M \cdot R^2$. Este resultado é compatível à simetria na distribuição de massa em torno do eixo de referência. A outra conclusão que tiramos dessas observações – e agora pelo resultado matemático – é que a mesma massa, dependendo de sua distribuição, acarreta diferentes momentos de inércia. Recorde seus alunos: lembram-se de que a quantidade de massa de um corpo media a quantidade de inércia do mesmo? E que tal quantidade de inércia estava relacionada a uma espécie de resistência à mudança no estado de repouso e movimento? Pois bem, o momento de inércia também mede uma resistência, mas em relação a um movimento de rotação. Quanto maior for o momento de inércia de um corpo em relação a um determinado eixo, maior será o torque necessário para fazê-lo girar em torno desse eixo e, de forma equivalente, tanto menor será a velocidade angular com a qual ele conseguirá girar. É fácil perceber e concordar com isso: tente girar uma vareta segurando-a próxima de uma de suas extremidades e compare com o esforço de girá-la com a sua mão próxima do centro. Dançar na chuva com o guarda-chuva aberto não é o mesmo que dançar sem chuva com o guarda-chuva fechado. E não estamos falando de resistências passivas!

Por fim, caso o professor disponha de mais tempo e/ou haja maior interesse dos alunos pelo tema em voga, há um roteiro de atividades utilizando material de baixo custo e de fácil confecção, no compêndio 'Leitura de Física', Mecânica, capítulo 10, pág. 37, desenvolvido pelo GREF e disponível em PDF para download pelo link: <http://www.if.usp.br/gref/mec/mec1.pdf>. Acesso em: 1º de outubro de 2015.

Podem-se utilizar latas de alumínio ao invés dos potinhos de filme fotográfico, que são muito incomuns em nossos tempos modernos.

EXISTE TAMBÉM ENERGIA DE ROTAÇÃO?

De posse dos conceitos de momento angular e momento de inércia, podemos agora fazer um estudo mais fidedigno dos movimentos. Quando se estudou lançamentos (vertical, horizontal, oblíquo) sempre fomos levados a considerar os objetos como pontos materiais. E sob esse modelo, os objetos executavam exclusivamente movimentos de translação: todos os pontos do corpo descreviam trajetórias paralelas. Não considerávamos as possíveis rotações que poderiam ocorrer nos corpos enquanto se movimentavam. Não é à toa que os professores de física desenham os objetos em problemas de diagramas de corpo livre como blocos, não como esferas – com exceção para os casos de esferas penduradas por fios. Pode ser que seu aluno ainda não tenha pensado nisso: uma bola só pode descer um plano inclinado deslizando se não houver atrito entre esta bola e o plano! Em grande parte dos exercícios resolvidos ao longo do ano letivo, o atrito era desprezado. Se houvesse atrito, parte da energia cinética da bola ao descer a rampa estaria relacionada ao seu movimento de rotação. Ou seja, na realidade existem dois tipos de energia cinética. É sobre isso que começaremos a debater agora.

ENERGIA CINÉTICA DE TRANSLAÇÃO E ROTAÇÃO

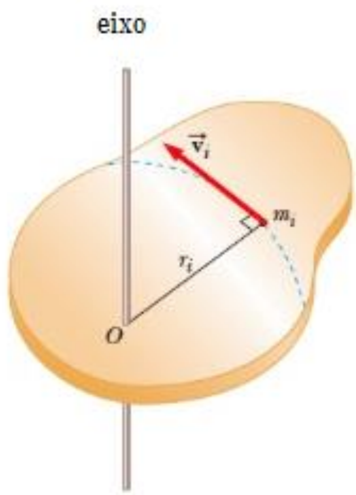
Falar da velocidade (linear) de um disco (um CD ou um DVD, por exemplo) que gira com o seu centro fixo sobre uma plataforma parece não fazer sentido ao menos por dois motivos: primeiro, o disco não apresenta movimento de translação; segundo, cada ponto do disco apresenta velocidade (linear) diferente. Por esse motivo, não há como caracterizar o movimento de rotação do disco pela velocidade linear. Essa argumentação justifica a criação de uma velocidade para caracterizar o movimento do disco. Poder-se-ia usar esse contexto para justificar o conceito de velocidade angular, por exemplo. Nos livros de ensino médio, de forma geral, com exceção do capítulo e dos exercícios que tratavam do equilíbrio de corpos extensos, todos os demais consideravam os corpos como partículas. Suas posições e velocidades sempre eram referentes aos seus centros de massa. Ora, o centro de massa do disco mencionado não gira. Não tem velocidade. Nem angular, nem linear. Dessa forma, se fosse tratado como partícula, tal objeto não deveria ter energia cinética.

Vamos nos lembrar da equação para o cálculo da energia cinética:

$$E_C = \frac{1}{2}mv^2$$

Mas o disco tem movimento! Se a energia cinética é a energia relacionada ao movimento, como podemos dizer que ele não tem energia cinética se ele gira? De fato, o disco não é uma partícula, mas constituído por uma infinidade delas. Com exceção daquela posicionada exatamente no seu centro, todas as demais têm velocidade, portanto, têm energia cinética. Vamos somar todas essas energias cinéticas.

Figura 0.12. Objeto rígido em rotação em torno de um eixo que passa pelo ponto *O*.



Fonte: <http://slideplayer.com.br/slide/328427/>. Acesso em: 1º de outubro de 2015.

Tomemos como base de compreensão a figura 3.12. Cada partícula do corpo de massa m_i em rotação movimenta-se com velocidade $\vec{v}_i$. A velocidade de cada uma depende da distância ao centro de rotação do disco. Todas as partículas, no entanto, compartilham da mesma velocidade angular ω, pois consideramos o disco como um corpo rígido. Como $v = \omega r$, então, para cada partícula temos que $v_i = \omega r_i$. A energia cinética de cada partícula é dada por:

$$E_{C_{PARTÍCULA}} = E_{C_i} = \frac{1}{2} m_i v_i^2 = \frac{1}{2} m_i \omega^2 r_i^2$$

Somando a energia cinética de todas as partículas que constituem o disco, temos:

$$E_{C_{DISCO}} = \sum E_{PARTÍCULA} = \sum E_{C_i} = \sum \frac{1}{2} m_i \omega^2 r_i^2 = \frac{1}{2} \omega^2 \sum m_i r_i^2$$

Pergunte ao seu aluno se ele reconhece o termo $\sum m_i r_i^2$ da equação acima. Trata-se da expressão para o cálculo do momento de inércia de um corpo!

No caso do disco, o seu momento de inércia é dado por

$$I_{DISCO} = \sum m_i r_i^2$$

Reescrevendo a expressão da energia cinética do disco:

$$E_{C_{DISCO}} = \frac{1}{2}\omega^2 I_{DISCO}$$

De forma geral, a energia cinética de rotação de um corpo que gira é dada por:

$$E_C = \frac{1}{2}I\omega^2$$

Peça para que seus alunos comparem a expressão acima com a conhecida equação da energia cinética dos capítulos de conservação da energia mecânica dos livros. Novamente, as equações são parecidas porque são conceitualmente idênticas. Embora sejam parecidas, não são iguais, pois representam energias de movimento relacionadas a tipos de movimentos diferentes. Não são espécies diferentes de energia. Ambas são energias cinéticas expressas em formas convenientes a cada contexto. Em resumo, se um corpo tem movimento de translação, ele tem energia cinética de translação; se um corpo tem movimento de rotação, ele tem energia cinética de rotação; se um corpo tem movimento de translação e movimento de rotação, ele tem as duas!

Esse é um momento importante para que o professor possa revisar e comparar a resolução de problemas que envolviam a conservação da energia mecânica quando objetos eram lançados de uma altura à outra sob a ação exclusiva do campo gravitacional. Pode ser que eles se lembrem de objetos que eram lançados pelo impulso causado por molas previamente comprimidas. Nesse último caso, comente e revise com seus alunos que a energia potencial elástica armazenada na mola era convertida em energia cinética e, em sequência, em energia potencial gravitacional após o corpo ser lançado. Na época, a energia cinética era exclusivamente energia de translação. A partir de agora, entende-se que enquanto viaja, o objeto pode fazê-lo girando em torno do seu centro de massa. Dessa forma, o objeto em questão possuirá tanto energia cinética de translação quanto energia cinética de rotação.

Pergunte a eles quem atingiria primeiro a base de uma rampa, caso partissem de uma mesma altura: uma bola que desliza numa rampa sem atrito ou uma bola que rola rampa abaixo com atrito? É provável que eles respondam que é a bola da primeira situação. Mas pergunte por que eles afirmaram isso. É igualmente provável que eles respondam que a segunda bola demora mais porque há atrito. Isso não está errado de forma alguma! Mas tente fazê-los entenderem o motivo que, relacionado ao tema debatido, está levando você, professor, a fazer tal pergunta. A resposta esperada está relacionada à conversão de energia potencial gravitacional inicial em energia cinética de translação no primeiro caso, e energia cinética de translação e rotação no segundo caso. Peça para que seus alunos pensem a respeito da seguinte questão. A altura atingida por uma bola de futebol é sempre a mesma, independente se ela subir girando ou não? De outra forma, se a bola for lançada do solo em duas situações dispondo da mesma energia cinética de translação, ela alcançara a mesma altura se subir girando ou não? Deixe que eles elaborem as suas respostas.

Para finalizar, coloque em debate o seguinte trecho retirado do site da internet: <http://polifutebol.blogspot.com.br/2012/11/a-arte-do-futebol-cobranca-de-falta.html>. Acesso em: 1º de outubro de 2015.

"O inglês Ken Bray, físico da Universidade de *Bath*, publicou em 2009 um livro chamado *How to Score: Science and Beautiful Game*, que tenta explicar o futebol através da ciência. O trecho do livro que fala sobre as cobranças de faltas afirma que o brasileiro Juninho 'Pernambucano' é o melhor batedor de faltas da história do futebol."

O físico afirma que Juninho é o melhor cobrador de faltas de todos os tempos porque ele consegue executar com maestria todas as três diferentes técnicas utilizadas nas cobranças de faltas do futebol moderno. Em uma das técnicas, a bola é chutada quase sem curva, mas é capaz de atingir velocidades impressionantes! Para isso, Juninho afirmava treinar chutes para que a bola se deslocasse sem girar. Você saberia dizer que justificativas científicas (físicas) confirmam a afirmação de Juninho?

E caso os seus alunos queiram aprender uma técnica de como equilibrar a bola de basquete no dedo...

Texto retirado do site *eHow Brasil*

Disponível em: <http://www.ehow.com.br/girar-bola-basquete-dedos-como_160864/>. Acesso em: 1º de outubro de 2015.

Como girar uma bola de basquete na ponta dos dedos

Figura 0.13. "Gire uma bola manipulando a gravidade e a velocidade."

Foto: Jupiterimages/Brand X Pictures/Getty Images. Acesso em: 1º de outubro de 2015.

Um público fica geralmente admirado com quem consegue girar uma bola de basquete na ponta dos dedos (figura 3.13). O truque parece desafiar a gravidade. Entretanto, depois de entender o básico, você pode executá-lo. Tudo que ele exige é o uso correto de equilíbrio e velocidade, assim como andar de bicicleta. Depois de aprender, pratique até conseguir manusear a bola e mantê-la na ponta dos seus dedos.

Instruções:

1. Segure a bola com sua mão dominante contra o seu peito. A palma deve ficar virada para você com o polegar apontando para cima.
2. Agarre a bola com a outra mão de modo que ela não repouse mais sobre o seu peito. A mão é posicionada entre a bola e o peito, em frente à mão oposta, com o polegar para baixo e a palma para fora.

3. Puxe os braços em direções opostas rapidamente. Mantenha-os nivelados em vez de puxar os cotovelos para baixo. Isso faz com que a bola gire paralela ao chão. Se a bola girar em ângulo, você não conseguirá equilibrá-la em seu dedo.
4. Lance a bola para cima conforme você a gira. Ela deve atingir a linha um pouco acima dos seus olhos.
5. Coloque o dedo médio da sua mão dominante sob a bola de basquete, posicionando-o no meio, assim que ela atingir a altura correta. Dobre um pouco o dedo e traga a bola para baixo, próximo ao seu peito.
6. Gire a bola com a mão oposta. Quanto mais rápido ela girar, melhor você pode mantê-la sob controle.

QUESTÕES DE VESTIBULARES

1. (UFRN 99) Com a mão, Jorge está girando sobre sua cabeça, em um plano horizontal, um barbante que tem uma pedra amarrada na outra extremidade, conforme se vê na figura ao lado. Num dado momento, ele para de impulsionar o barbante e, ao mesmo tempo, estica o braço da mão que segura o barbante, não mexendo mais na posição da mão, até o fio enrolar-se todo no carretel de linha. Jorge observa que a pedra gira cada vez mais rapidamente, à medida que o barbante se enrola em seu dedo. Isso pode ser explicado pelo princípio de conservação do(a)

A) momento linear

B) energia mecânica

C) momento angular

D) energia total.

2. (UFRN – 98) Uma bailarina inicia uma série de rodopios com os braços bem abertos e afastados do corpo e realiza os últimos rodopios com os braços encolhidos e bem juntos do corpo. Admita que o atrito das sapatilhas da bailarina com o solo seja desprezível. Analise as afirmações abaixo e, em seguida, assinale a opção cujos números correspondem a afirmativas corretas sobre o movimento da bailarina:

I) A bailarina realiza os últimos rodopios girando mais rapidamente do que quando começou.

II) A bailarina realiza os últimos rodopios girando mais lentamente do que quando começou.

III) A mudança da velocidade de rotação é explicada pelo princípio da conservação do momento angular.

IV) A mudança da velocidade de rotação é explicada pelo princípio da conservação do momento linear.

A) I e IV
B) II e III
C) I e III
D) II e IV

3. (UFRN 2002) Em revista de circulação nacional, uma reportagem destacou a reação da natureza às agressões realizadas pelo homem ao meio ambiente. Uma das possíveis consequências citadas na reportagem seria o derretimento das geleiras dos polos, o que provocaria uma elevação no nível do mar. Devido ao movimento de rotação da Terra, esse efeito seria especialmente sentido na região do equador, causando inundações nas cidades litorâneas que hoje estão ao nível do mar. Levando-se em conta apenas esse efeito de redistribuição da água devido ao degelo, podemos afirmar que

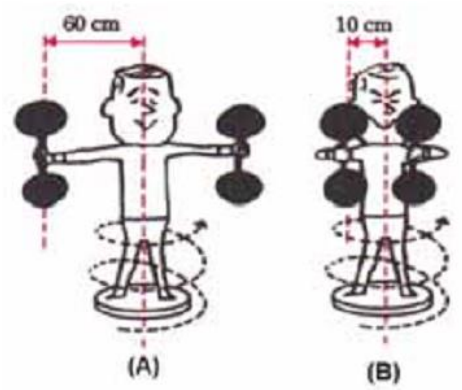
A) o momento de inércia da Terra, em relação ao seu eixo de rotação, aumentará.

B) a velocidade angular da Terra, em relação ao seu eixo de rotação, aumentará.

C) o período de rotação da Terra, duração do dia e da noite, diminuirá.

D) o momento angular da Terra, em relação ao seu centro de massa, diminuirá.

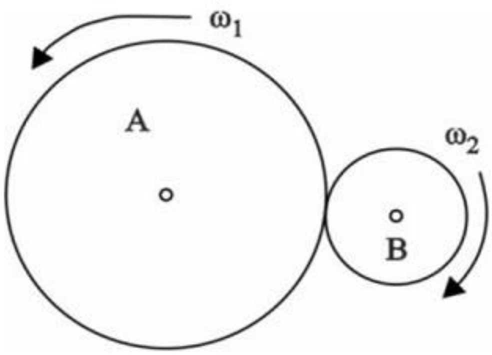
4. Um atleta, com os braços esticados, está girando em cima de uma mesa giratória segurando dois halteres, ambos a 60 cm do eixo de rotação da mesa, conforme ilustrado na figura A, abaixo. Em seguida, ele fecha os braços à altura do peito até que os halteres sejam trazidos a 10 cm do eixo, como esquematizado na figura B. Considerando essas informações e desprezando o momento angular do atleta em relação ao dos halteres e qualquer força dissipativa, julgue o item seguinte.



(C) (E) Na situação final, ilustrada na figura B, a velocidade de rotação do atleta é inferior à que ele tinha na situação ilustrada na figura A.

5. (C) (E) Um ioiô que for solto por um indivíduo de uma altura qualquer, girando a partir do repouso, com a ponta de sua corda presa ao dedo do indivíduo, levará menos tempo para atingir o solo do que se cair em queda livre dessa mesma altura, com a ponta de sua corda solta e sem girar, visto que o movimento de rotação aumenta sua velocidade de queda.

6. (C) (E) Em uma situação como a ilustrada na figura abaixo, em que se supõe que as roldanas A e B tenham a mesma massa e o movimento ocorra sem deslizamento, o módulo da velocidade angular dessas duas roldanas é o mesmo, assim como são iguais suas energias cinéticas.



7. (C) (E) O momento angular de Marte, em seu movimento de rotação ao redor do Sol, tem o mesmo valor, em módulo, tanto no afélio quanto no periélio.

8. (C) (E) A estabilidade da trajetória de um ciclista é função da intensidade e da conservação do momento angular.

GABARITO

1. C
2. C
3. A
4. E
5. E
6. E
7. C
8. C

Bibliografia

GASPAR, A. **Física 1: mecânica.** 2ª edição. São Paulo: Editora Ática, 2010. v. 1.

GREF (Grupo de Reelaboração do Ensino de Física). **Física 1: mecânica**. 7ª edição. São Paulo: Edusp, 2001.

______. **Leituras de Física: Mecânica**, cap. 10, p. 37. Disponível em: <http://www.if.usp.br/gref/mec/mec1.pdf>. Acesso em: 1º de outubro de 2015.

HALLIDAY, D; RESNICK, R. **Fundamentos da Física 1**. 1ª edição. Rio de Janeiro: LTC – Livros Técnicos e Científicos Ed., 1991. v. 1.

KANTOR, C. A.; PAOLIELLO JÚNIOR, L. A.; MENEZES, L. C.; BONETTI, M. C.; CANATA JÚNIOR, O.; ALVES, V. M. **Quanta Física**. 2ª edição. São Paulo: Pearson, 2013. v. 1.

MORALES, C. A. C. Prototipo para la Enseñanza de la Dinámica Rotacional (Conservación del Momento Angular). **Latin-American Journal of Physics Education**, v.3, n.2, p.446-448, 2009b.

RESNICK, R.; HALLIDAY, D.; KRANE, K. S. **Física**. 4ª edição. Rio de Janeiro: LTC – Livros Técnicos e Científicos Ed., 1996. v. 1.

The Mechanical Universe: Angular Momentum. Produção: California Institute of Technology (Caltech): Corporation for Community College Television e Annenberg/CPB Project, 1985. 28 min.

TORRES, C. M. A.; FERRARO N. G.; SOARES P. A. T.; PENTEADO, P. C. M. **Física Ciência e Tecnologia**. 3ª edição. São Paulo: Moderna, 2013. v. 1.