



**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

**ANÁLISE DOS EFEITOS DETERMINÍSTICOS E  
ALEATÓRIOS DO VENTO NA RESPOSTA  
DINÂMICA DE UMA TRANSMISSÃO  
ELETROMECAÂNICA**

Por,  
**Eduardo Akira Pinheiro Uema**

**Brasília, 24 de Fevereiro de 2017**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**

FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECANICA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
Faculdade de Tecnologia  
Departamento de Engenharia Mecânica

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**ANÁLISE DOS EFEITOS DETERMINÍSTICOS E  
ALEATÓRIOS DO VENTO NA RESPOSTA  
DINÂMICA DE UMA TRANSMISSÃO  
ELETROMECAÂNICA**

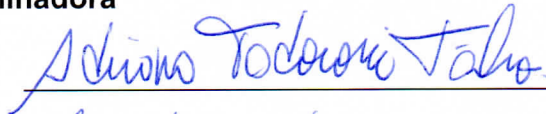
POR,

**Eduardo Akira Pinheiro Uema**

Relatório submetido como requisito parcial para obtenção  
do grau de Mestre em Ciências Mecânicas.

**Banca Examinadora**

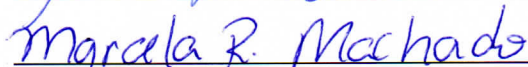
Prof. Adriano Todorovic Fabro, UnB/ ENM  
(Orientador)



Profª. Aline Souza de Paula, UnB/ ENM



Profª. Marcela Rodrigues Machado, UnB/ ENM



Brasília, 24 de Fevereiro de 2017

## **Agradecimentos**

*Agradeço aos meus pais, cujo apoio foi crucial para a concretização deste trabalho de mestrado.*

*Agradeço à minha avó Jesuína pelo grande apoio e pelas palavras de alento e sabedoria.*

*Agradecimento especial ao prof. Alberto Diniz, que foi uma pessoa essencial na minha graduação e que tornou possível a minha entrada no programa de mestrado.*

*Agradeço ao meu orientador prof. Adriano Fabro, pela enorme paciência em me orientar. Em muitas ocasiões, as orientações recebidas foram cruciais para nortear o trabalho desde seu início ao fim.*

*Agradeço aos meus queridos colegas e aos demais professores do Grupo de Dinâmica de Sistemas da UnB, cuja convivência foi fundamental para meu crescimento intelectual e acadêmico. Agradeço por me tornar capaz de manter a motivação necessária para realizar este trabalho.*

*Eduardo Akira Pinheiro Uema*

---

## RESUMO

Este trabalho apresenta a modelagem matemática de um sistema de transmissão eletromecânica típico de uma turbina eólica incorporando modelos de flutuações determinísticas de cisalhamento do vento (*wind shear*) e de sombreamento da torre (*tower shadow*) e de perfis estocásticos de velocidade do vento, utilizando as densidades espectrais de potência de Davenport e Kaimal. Num primeiro instante, apresenta-se a formulação matemática do modelo do sistema de transmissão utilizado que inclui rotor, caixa multiplicadora e gerador síncrono de ímãs permanentes. Posteriormente, apresenta-se a formulação de dois efeitos determinísticos, um de cisalhamento do vento e outro de sombreamento da torre. Acrescentam-se ainda os perfis estocásticos de velocidade do vento usando as densidades espectrais de potência supracitadas. É apresentada também uma análise paramétrica do modelo variando a velocidade do vento à altura do cubo e o raio do rotor da turbina. O fenômeno de oscilações 3p é observado em quase todos os parâmetros de saída do modelo. A presença da torre gera um perfil dente de serra nesses parâmetros que, quando combinado com a flutuação devido ao cisalhamento do vento, é suavizado. A corrente e tensão elétrica no sistema trifásico não apresentaram diferenças significativas. A introdução de perfis estocásticos de velocidade do vento apresentou variações no coeficiente de potência e na tensão elétrica no sistema trifásico gerada pelo modelo.

Palavras chaves: turbina eólica, energia renovável, oscilações 3p, cisalhamento do vento, sombreamento da torre, modelo torque aerodinâmico

---

## ABSTRACT

This work presents the mathematical modelling of an electromechanical transmission system most commonly found in wind turbines, incorporating models of deterministic fluctuations caused by the effects of wind shear and tower shadow, as well as stochastic effects using Davenport's and Kaimal's power spectral densities. Initially, the mathematical formulation of the power train is presented, including the rotor, drivetrain and permanent magnet synchronous generator (PMSG). Additionally, the effects of both wind shear and tower shadow as well as the aforementioned power spectral densities are included afterwards. A parametric analysis is also presented, varying the wind speed at hub height and the radius of the rotor. The phenomenon characterised by the 3p oscillations is observed in almost all output parameters of the model. The presence of the tower generates a sawtooth wave in these parameters, which is smoothed when combined with the wind shear effect. The current and voltage in the three-phase system have not shown any significant change when considering the deterministic fluctuations alone. The introduction of stochastic wind velocities has caused variations in the power coefficient and the three-phase voltage of the transmission system.

Keywords: wind turbine, renewable energy, 3p oscillations, wind shear, tower shadow, aerodynamic torque model

# SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
1.1 FONTES DE ENERGIA RENOVÁVEL NO BRASIL E NO MUNDO – UM PANORAMA	1
1.2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	7
1.3 OBJETIVOS	9
1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO	9
<b>2 MODELO MATEMÁTICO DO SISTEMA ELETROMECAÂNICO DA TURBINA EÓLICA</b>	<b>10</b>
2.1 ROTOR DA TURBINA	11
2.2 CAIXA MULTIPLICADORA	13
2.3 GERADOR ELÉTRICO	17
2.4 MODELO COMPLETO DA TURBINA	26
<b>3 MODELAMENTO DAS FLUTUAÇÕES DETERMINÍSTICAS</b>	<b>27</b>
3.1 CISALHAMENTO DO VENTO	28
3.2 SOMBREAMENTO DA TORRE	30
3.3 DETERMINAÇÃO DA VELOCIDADE DO VENTO EQUIVALENTO E MODELO DE TORQUE AERODINÂMICO	35
3.4 IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO DE VENTO AO MODELO DE TURBINA EÓLICA	42
<b>4 MODELAMENTO DA FLUTUAÇÃO ESTOCÁSTICA DA VELOCIDADE DO VENTO</b>	<b>46</b>
4.1 REVISÃO DA TEORIA DA PROBABILIDADE E VARIÁVEIS ALEATÓRIAS	47
4.2 FUNÇÃO DENSIDADE DE PROBABILIDADE CONJUNTA E COVARIÂNCIA	51
4.3 MÉDIA DO CONJUNTO DE AMOSTRAS	53
4.4 CORRELAÇÃO E AUTOCORRELAÇÃO	54
4.5 ANÁLISE DE FOURIER	57
4.5.1 Transformada discreta de Fourier e transformada rápida	59
4.6 DENSIDADE ESPECTRAL DE POTÊNCIA	61
4.7 MODELOS DE DENSIDADE ESPECTRAL DE POTÊNCIA PARA O VENTO	64
<b>5 RESULTADOS</b>	<b>66</b>
5.1 RESULTADOS DO MODELO COMPLETO DA TURBINA	69
5.2 RESULTADOS DO MODELO COMPLETO COM FLUTUAÇÕES DETERMINÍSTICAS	77
5.2.1 Cisalhamento do vento	77
5.2.2 Sombreamento da torre	83
5.2.3 Efeito combinado do cisalhamento do vento e do sombreamento da torre	89
5.3 RESULTADOS DO MODELO COMPLETO COM FLUTUAÇÕES DETERMINÍSTICAS E ESTOCÁSTICAS	96
5.3.1 Espectro de Daveport	96
5.3.2 Espectro de Kaimal	103
5.4 ANÁLISE PARAMÉTRICA	110
5.4.1 Velocidade do vento $V_H$	110
5.4.2 Raio do rotor	114
5.5 COMENTÁRIOS FINAIS	119
<b>6 CONCLUSÕES</b>	<b>121</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>123</b>
<b>ANEXOS</b>	<b>126</b>

# LISTA DE FIGURAS

1.1	Emissão de dióxido de carbono devido ao uso de combustíveis fósseis (Andres et al, 1999) .....	2
1.2	Fontes usadas para geração de energia no mundo (Kumar et al.,2010) .....	2
1.3	Principais países emissores de gases estufa na atmosfera (Pereira et al. 2012) .....	4
1.4	Mapa do potencial eólico brasileiro (CEPEL, 2002).....	5
1.5	Comparação entre o fluxo do rio São Francisco e ventos típicos na costa e no interior do nordeste brasileiro (Filgueiras e Silva, 2003) .....	5
1.6	O parque eólico de Alegria no Rio Grande do Norte .....	6
2.1	Desenho esquemático da turbina Vestas, modelo V82 – 1,65 MW – HH70.....	10
2.2	Desenho esquemático da caixa multiplicadora da TGM (Kalkmann, 2012) .....	13
2.3	Gerador síncrono de polos salientes trifásico com estator em estrela e dois pólos (Bernardes, 2009) .....	18
2.4	Coordenadas síncronas dq com relação às fases abc (Bernardes, 2009).....	20
2.5	Circuito equivalente dq do PMSG (Bernardes, 2009) .....	23
2.6	Modelo de turbina eólica conectado a uma carga terminal (Vásquez, 2014).....	24
3.1	Variação da velocidade em função de diferentes parâmetros .....	30
3.2	Dimensões usadas na formulação matemática do tower shadow (Das, 2011) .....	31
3.3	Escoamento do vento ao redor da torre com dipolo superposto (Das, 2011).....	31
3.4	Variação de $m = \frac{V_0}{V_H}$ em função de $\alpha$ para diferentes $\frac{R}{H}$ .....	33
3.5	Efeito de sombreamento da torre para diferentes raios de rotor com $a = 0.85$ m e $x = 2.9$ m .....	34
3.6	Velocidade equivalente e torque normalizados devido aos efeitos individuais de cisalhamento do vento e sombreamento da torre e a combinação deles .....	40
3.7	Velocidade equivalente e torque normalizados conforme obtidos por Dolan e Lehn (2006) .....	41
3.8	(a) Torques mecânico ( $T_{mecg}$ ) e elétrico ( $T_{el}$ ) do modelo completo. Em (b), O detalhe mostra o perfil da oscilação do torque durante o transiente antes de se estabilizar. (Ohara, 2014).....	43
3.9	(a) Torque mecânico devido ao cisalhamento do vento e (b) detalhe da flutuação entre 200 e 210 segundos .....	44
3.10	(a) Torque mecânico devido ao sombreamento da torre e (b) detalhe da flutuação entre 200 e 210 segundos .....	44
3.11	Efeito combinado cisalhamento do vento e sombreamento mecânico no torque mecânico.....	45
4.1	Exemplos de excitações aleatórias. (a) Exemplo de registro de atividade sísmica e (b) exemplo de uma onda marítima aleatória (Karadeniz, 2013) .....	46
4.2	Conjunto de amostras de variáveis aleatórias ao longo do tempo (Karadeniz, 2013) .....	48
4.3	Função densidade de probabilidade típica da distribuição normal .....	50
4.4	Função densidade de probabilidade de segunda ordem (Newland, 1993) .....	51
4.5	Função densidade de probabilidade conjunta normal .....	53
4.6	Correlação entre variáveis aleatórias x e y. (a) x e y não apresentam correlação e (b) x e y apresentam correlação (Newland, 1993) .....	54
4.7	Correlação perfeita para (a) $\rho_{xy} = 1$ e (b) $\rho_{xy} = -1$ . (c) As variáveis não apresentam correlação ( $\rho_{xy} = 0$ ) (Newland, 1993).....	56
4.8	A área abaixo da curva da densidade espectral é a média quadrática de x (Newland, 1993) .....	62
4.9	Densidade espectral de (a) um processo banda estreita e (b) processo banda larga (Newland, 1993) .....	62

4.10	Função de autocorrelação no caso de $\omega_1 = 0$ (Newland, 1993) .....	63
5.1	Dimensões de uma pá de rotor de turbina eólica (Kalkmann, 2012) .....	68
5.2	Deslocamento angular dos componentes da caixa multiplicadora no modelo caixa e gerador (Ohara, 2014) .....	69
5.3	Velocidade angular dos componentes da caixa multiplicadora no modelo caixa e gerador (Ohara, 2014) .....	70
5.4	Potências mecânica, elétrica e ativa do modelo caixa e gerador (Ohara, 2014) .....	71
5.5	Torques mecânico e elétrico do modelo caixa e gerador (Ohara, 2014).....	71
5.6	Correntes $i_a$ , $i_b$ e $i_c$ do modelo caixa e gerador (Ohara, 2014).....	71
5.7	Correntes $i_d$ e $i_q$ do modelo caixa e gerador (Ohara, 2014) .....	72
5.8	Voltagens $V_a$ , $V_b$ e $V_c$ do modelo caixa e gerador (Ohara, 2014).....	72
5.9	Voltagens $V_d$ e $V_q$ do modelo caixa e gerador (Ohara, 2014) .....	72
5.10	Eficiência do modelo caixa e gerador (Ohara, 2014).....	72
5.11	Variação da velocidade do vento usada por Ohara (2014) .....	73
5.12	Deslocamento angular dos componentes da caixa multiplicadora no modelo completo, sujeito a um perfil de velocidade de vento constante por partes (Ohara, 2014) .....	73
5.13	Velocidade angular dos componentes da caixa multiplicadora no modelo completo, sujeita a um perfil de velocidade de vento constante por partes (Ohara, 2014) .....	74
5.14	Potências mecânica, elétrica e ativa, sujeitas a um perfil de velocidade de vento constante por partes (Ohara, 2014).....	74
5.15	Torques mecânico e elétrico, sujeitos a um perfil de velocidade de vento constante por partes (Ohara, 2014) .....	74
5.16	Velocidade angular do gerador, sujeita a um perfil de velocidade de vento constante por partes (Ohara, 2014) .....	75
5.17	Correntes $i_d$ e $i_q$ , sujeitas a um perfil de velocidade de vento constante por partes (Ohara, 2014).....	75
5.18	Correntes $i_a$ , $i_b$ e $i_c$ , sujeitas a um perfil de velocidade de vento constante por partes (Ohara, 2014) .....	75
5.19	Voltagens $V_d$ e $V_q$ , sujeitas a um perfil de velocidade de vento constante por partes (Ohara, 2014).....	75
5.20	Voltagens $V_a$ , $V_b$ e $V_c$ , sujeita a um perfil de velocidade de vento constante por partes (Ohara, 2014) .....	76
5.21	<i>Tip speed ratio</i> , sujeita a um perfil de velocidade de vento constante por partes (Ohara, 2014).....	76
5.22	Coefficiente de potência, sujeito a um perfil de velocidade de vento constante por partes (Ohara, 2014) .....	76
5.23	Eficiência do modelo, sujeito a um perfil de velocidade de vento constante por partes (Ohara, 2014) .....	76
5.24	Deslocamento angular dos componentes do modelo completo com cisalhamento do vento .....	77
5.25	(a) Velocidade angular dos componentes com cisalhamento do vento e (b) detalhe da flutuação na velocidade angular do rotor.....	78
5.26	(a) Potência gerada com cisalhamento do vento, (b) detalhe da flutuação na potência mecânica gerada, (c) Detalhe da flutuação na potência eletromecânica e (d) detalhe da flutuação da potência ativa .....	78
5.27	(a) Torque mecânico devido ao cisalhamento do vento e (b) detalhe da flutuação no torque elétrico .....	79
5.28	(a) Velocidade angular do gerador em rpm e (b) detalhe da flutuação na velocidade .....	79
5.29	(a) Correntes em coordenadas síncronas, (a) flutuação na corrente $i_d$ e (b) flutuação na corrente $i_q$ .....	80
5.30	(a) Correntes nas três fases e (b) detalhe da oscilação de cada fase .....	80
5.31	(a) <i>Tip speed ratio</i> e (b) detalhe da flutuação da <i>tip speed ratio</i> .....	81
5.32	(a) Coeficiente de potência e (b) detalhe da flutuação do coeficiente de potência .....	81
5.33	(a) Voltagens em coordenadas síncronas d e q, (b) Detalhe da flutuação da tensão elétrica $V_d$ e (c) detalhe da flutuação da tensão elétrica $V_q$ .....	82

5.34 (a) Voltagens nas três fases e (b) detalhe da oscilação das voltagens em cada fase .....	82
5.35 (a) Eficiência do sistema eletromecânica e (b) detalhe da flutuação na eficiência ..	83
5.36 Deslocamento angular dos componentes do modelo completo com cisalhamento do vento .....	83
5.37 (a) Velocidade angular dos componentes com sombreamento da torre e (b) detalhe da flutuação na velocidade angular do rotor e carrier (1) .....	84
5.38 Detalhes das flutuações nas velocidades angulares dos componentes do sistema devido ao efeito de sombreamento da torre. (a) Engrenagem planeta 3, (b) engrenagem solar 4 e carrier (2), (c) engrenagem planeta 6 e (d) engrenagem solar 7 e gerador .....	84
5.39 (a) Potências geradas pelo sistema eletromecânico, (b) perfil da potência mecânica, (c) flutuação na potência eletromecânica e (d) flutuação na potência ativa .....	85
5.40 (a) Perfil da flutuação do torque mecânico e (b) detalhe da flutuação do torque elétrico.....	85
5.41 (a) Velocidade angular do gerador em rpm e (b) detalhe da flutuação da velocidade angular .....	86
5.42 (a) Correntes em coordenadas síncronas, (b) detalhe da flutuação da corrente $i_d$ e (c) detalhe da flutuação da corrente $i_q$ .....	86
5.43 (a) Correntes no sistema trifásico e (b) oscilação da corrente nas três fases .....	87
5.44 (a) <i>Tip speed ratio</i> e (b) sua respectiva flutuação .....	87
5.45 (a) Coeficiente de potência e (b) sua flutuação.....	88
5.46 (a) Voltagens em coordenadas síncronas, (b) detalhe da flutuação da tensão elétrica $V_d$ e (c) detalhe da flutuação da tensão elétrica $V_q$ .....	88
5.47 (a) Tensão elétrica no sistema trifásico e (b) detalhe da oscilação da tensão elétrica nas três fases .....	89
5.48 (a) Eficiência do sistema eletromecânico e (b) detalhe da oscilação da eficiência ..	89
5.49 Deslocamento angular dos componentes .....	90
5.50 (a) Velocidade angular dos componentes e flutuações do (b) rotor e carrier 1, (c) engrenagem planeta 3, (d) engrenagem solar 4 e carrier 2, (e) engrenagem planeta 6 e (f) engrenagem solar 7 e gerador .....	90
5.51 (a) Potência gerada, (b) detalhe da flutuação da potência mecânica, (c) flutuação da potência eletromecânica e (d) flutuação da potência ativa .....	91
5.52 (a) Torque gerado, (b) detalhe da flutuação do torque mecânico e (c) detalhe da flutuação do torque elétrico .....	91
5.53 (a) Velocidade angular do gerador e (b) detalhe da sua flutuação.....	92
5.54 (a) Correntes em coordenadas síncronas, (b) detalhe da flutuação da corrente $i_d$ e (c) detalhe da flutuação da corrente $i_q$ .....	92
5.55 (a) Correntes no sistema trifásico e (b) detalhe da oscilação da corrente em cada fase .....	93
5.56 (a) <i>Tip speed ratio</i> e (b) detalhe de sua flutuação.....	93
5.57 (a) Coeficiente de potência e (b) detalhe de sua flutuação .....	94
5.58 (a) Tensão elétrica em coordenadas síncronas, (b) detalhe da flutuação da tensão elétrica $V_d$ e (c) detalhe da flutuação da tensão elétrica $V_q$ .....	94
5.59 (a) Tensão elétrica no sistema trifásico e (b) detalhe da oscilação da tensão elétrica	95
5.60 (a) Eficiência do sistema e (b) sua flutuação .....	95
5.61 (a) Perfil de velocidade do vento de Davenport com $V_H = 15$ m/s e (b) detalhe da flutuação de velocidade entre 200 e 204 segundos .....	96
5.62 Deslocamento angular dos componentes .....	97
5.63 (a) Velocidade angular dos componentes do sistema e detalhes da flutuação do (b) rotor e carrier 1, (c) engrenagem planeta 3, (d) engrenagem solar 4 e carrier 2, (e) engrenagem planeta 6 e (f) engrenagem solar 7 e gerador.....	97
5.64 (a) Potência mecânica gerada, detalhe da oscilação da (b) potência mecânica, (c) potência eletromecânica e (d) potência ativa .....	98
5.65 (a) Torque gerado, detalhes da flutuação do (b) torque mecânico e do (c) torque elétrico.....	98
5.66 (a) Velocidade angular do gerador e (b) sua flutuação.....	99



5.67 (a) Correntes em coordenadas síncronas, detalhe da flutuação da corrente (b) $i_d$ e (c) $i_q$ .....	99
5.68 (a) Correntes no sistema trifásico e (b) detalhe de sua oscilação no tempo .....	99
5.69 (a) <i>Tip speed ratio</i> e (b) detalhe de sua flutuação .....	100
5.70 (a) Coeficiente de potência e (b) detalhe de sua flutuação .....	100
5.71 (a) Tensão elétrica em coordenadas síncronas e detalhe da flutuação da (b) tensão elétrica $V_d$ e da (c) tensão elétrica $V_q$ .....	101
5.72 (a) Tensão elétrica no sistema trifásico e (b) detalhe da oscilação da tensão elétrica nas três fases .....	101
5.73 (a) Eficiência do sistema eletromecânico e (b) detalhe da flutuação da eficiência. (c) Detalhe da área de inconsistência observada a partir aproximadamente de 325s. Os picos ultrapassam o valor 1 .....	102
5.74 Eficiência do sistema calculada a partir da potência mecânica RMS .....	102
5.75 (a) Perfil de velocidade de Kaimal e (b) detalhe da flutuação de velocidade do vento .....	103
5.76 Deslocamento angular dos componentes .....	103
5.77 (a) Velocidade angular dos componentes e detalhes da flutuação da velocidade angular do (b) rotor e do carrier 1, (c) engrenagem planeta 3, (d) engrenagem solar 4 e carrier 2, (e) engrenagem planeta 6 e (f) engrenagem solar 7 e gerador.....	104
5.78 (a) Potência mecânica gerada, detalhe da oscilação da (b) potência mecânica, (c) potência eletromecânica e (d) potência ativa .....	104
5.79 (a) Torque gerado, detalhes da flutuação do (b) torque mecânico e do (c) torque elétrico.....	105
5.80 (a) Velocidade angular do gerador e (b) sua flutuação.....	105
5.81 (a) Correntes em coordenadas síncronas, detalhe da flutuação da corrente (b) $i_d$ e (c) $i_q$ .....	105
5.82 (a) Correntes no sistema trifásico e (b) detalhe de sua oscilação no tempo .....	106
5.83 (a) <i>Tip speed ratio</i> e (b) detalhe de sua flutuação .....	106
5.84 (a) Coeficiente de potência e (b) detalhe de sua flutuação .....	107
5.85 (a) Tensão elétrica em coordenadas síncronas e detalhe da flutuação da (b) tensão elétrica $V_d$ e da (c) tensão elétrica $V_q$ .....	107
5.86 (a) Tensão elétrica no sistema trifásico e (b) detalhe da oscilação da tensão elétrica nas três fases .....	108
5.87 (a) Eficiência do sistema eletromecânico e (b) detalhe da flutuação da eficiência. (c) Detalhe da área de inconsistência observada a partir aproximadamente de 250s. Os picos ultrapassam o valor unitário .....	108
5.88 Eficiência do sistema calculada a partir da potência mecânica RMS .....	109
5.89 Análise espectral das tensões no sistema trifásico e suas interharmônicas .....	110
5.90 Velocidade angular dos componentes do sistema para (a) $V_H = 15$ m/s, (b) $V_H = 20$ m/s e (c) $V_H = 30$ m/s .....	110
5.91 Potência gerada para (a) $V_H = 15$ m/s, (b) $V_H = 20$ m/s e (c) $V_H = 30$ m/s.....	111
5.92 Torque gerado para (a) $V_H = 15$ m/s, (b) $V_H = 20$ m/s e (c) $V_H = 30$ m/s.....	111
5.93 Corrente gerada nas três fases para (a) $V_H = 15$ m/s, (b) $V_H = 20$ m/s e (c) $V_H = 30$ m/s.....	112
5.94 Tensão elétrica gerada nas três fases para (a) $V_H = 15$ m/s, (b) $V_H = 20$ m/s e (c) $V_H = 30$ m/s.....	112
5.95 Coeficiente de potência para (a) $V_H = 15$ m/s, (b) $V_H = 20$ m/s e (c) $V_H = 30$ m/s.....	113
5.96 Eficiência do sistema eletromecânico para (a) $V_H = 15$ m/s, (b) $V_H = 20$ m/s e (c) $V_H = 30$ m/s.....	113
5.97 Eficiência do sistema eletromecânico calculada a partir da potência mecânica RMS para (a) $V_H = 15$ m/s, (b) $V_H = 20$ m/s e (c) $V_H = 30$ m/s .....	114
5.98 Velocidade angular dos componentes do sistema para (a) $R = 20$ m, (b) $R = 40$ m e (c) $R = 60$ m.....	114
5.99 Potência gerada pelo sistema para (a) $R = 20$ m, (b) $R = 40$ m e (c) $R = 60$ m .....	115
5.100 Detalhe da oscilação da potência para $R_{rotor} = 60$ m. (a) Potência mecânica e (b) Potências eletromecânica e ativa .....	115
5.101 Torque gerado pelo sistema para (a) $R = 20$ m, (b) $R = 40$ m e (c) $R = 60$ m.....	116

5.102 Detalhe da oscilação do torque. (a) Torque mecânico a $R_{\text{rotor}} = 20 \text{ m}$ , (b) torque elétrico a $R_{\text{rotor}} = 20 \text{ m}$ , (c) torque mecânico a $R_{\text{rotor}} = 60 \text{ m}$ e (d) torque elétrico a $R_{\text{rotor}} = 60 \text{ m}$ .....	116
5.103 Corrente no sistema trifásico para (a) $R_{\text{rotor}} = 20 \text{ m}$ , (b) $R_{\text{rotor}} = 40 \text{ m}$ e (c) $R_{\text{rotor}} = 60 \text{ m}$ ; e seus respectivos detalhes (d), (e) e (f) .....	117
5.104 Tensão elétrica no sistema trifásico para (a) $R_{\text{rotor}} = 20 \text{ m}$ , (b) $R_{\text{rotor}} = 40 \text{ m}$ e (c) $R_{\text{rotor}} = 60 \text{ m}$ ; e seus respectivos detalhes (d), (e) e (f) .....	117
5.105 Coeficiente de potência para (a) $R_{\text{rotor}} = 20 \text{ m}$ , (b) $R_{\text{rotor}} = 40 \text{ m}$ e (c) $R_{\text{rotor}} = 60 \text{ m}$ ; e seus respectivos detalhes (d), (e) e (f) .....	118
5.106 Eficiência do sistema para (a) $R_{\text{rotor}} = 20 \text{ m}$ , (b) $R_{\text{rotor}} = 40 \text{ m}$ e (c) $R_{\text{rotor}} = 60 \text{ m}$ ; e seus respectivos detalhes (d), (e) e (f) .....	118
5.107 Eficiência do sistema calculada a partir da potência RMS para (a) $R_{\text{rotor}} = 20 \text{ m}$ , (b) $R_{\text{rotor}} = 40 \text{ m}$ e (c) $R_{\text{rotor}} = 60 \text{ m}$ .....	119

## LISTA DE TABELAS

3.1	Valores típicos de $\alpha$ para cada tipo de terreno (Das et al., 2011) .....	28
3.2	Diferença entre os valores máximo e mínimo da velocidade do vento em uma volta completa do rotor para diferentes valores de $V_H$ .....	29
5.1	Dados dos componentes da caixa multiplicadora TGM. (Ohara, 2014) .....	67
5.2	Dados de entrada do gerador (Ohara, 2014) .....	69

# LISTA DE SÍMBOLOS

## Símbolos Latinos

$A$	Área	[m <sup>2</sup> ]
$C$	Amortecimento viscoso	[N.m.s]
$C_p$	Coefficiente de potência	
$E_c$	Energia cinética	[J]
$E[X]$	Esperança matemática	
$F_X$	Função de distribuição acumulada	
$H$	Altura do cubo da turbina	[m]
$J$	Momento de inércia	[kg.m <sup>2</sup> ]
$K$	Rigidez	[N.m]
$L$	Indutância	[H]
$M(V_0)$	Momento na base da pá para uma velocidade de vento $V_0$	[N.m]
$P$	Probabilidade	
$P_{mec}$	Potência mecânica	[W]
$R$	Resistência (cap. 2)	[ohm]
$R$	Raio do rotor (cap. 3)	[m]
$R_x$	Função de autocorrelação	
$S_{dav}$	Densidade espectral de potência de Davenport	
$S_{kai}$	Densidade espectral de potência de Kaimal	
$S_x$	Densidade espectral de potência	
$T$	Torque	[N.m]
$V$	Tensão elétrica	[V]
$V_H$	Velocidade média do vento à altura do cubo	[m/s]
$V_0$	Velocidade média espacial do vento	[m/s]
$Z$	Número de dentes da engrenagem	
$a$	Raio da torre	[m]
$a_i$	Constantes de aproximação da curva de potência	
$f_X$	Função densidade de probabilidade	
$i$	Corrente elétrica	[A]
$j$	$\sqrt{-1}$	
$m$	Massa (cap. 2)	[kg]
$m$	Razão entre $V_0$ e $V_H$ (cap. 3)	
$\dot{m}$	Fluxo mássico de ar	[kg/s]
$r$	Comprimento ao longo do raio do rotor	[m]
$v_{eq}$	Velocidade de vento equivalente	[m/s]
$x$	Distância entre o rotor e a torre	[m]

## Símbolos Gregos

$\alpha$	Expoente empírico de cisalhamento do vento	
$\beta$	Ângulo de passo da pá	[°]
$\varphi$	Deslocamento angular dos componentes da caixa multiplicadora	[rad]
$\dot{\varphi}$	Velocidade angular dos componentes da caixa multiplicadora	[rad]
$\lambda$	<i>Tip speed ratio</i>	
$\mu$	Coefficiente de atrito seco	
$\rho$	Densidade do ar	[m <sup>3</sup> /kg]

$\rho_{xy}$	Coeficiente de correlação de Pearson	
$\sigma^2$	Variância	
$\psi$	Fluxo magnético (cap. 2)	[Wb]
$\psi$	Função de corrente (cap.3)	
$\theta$	Ângulo azimutal varrido pelo rotor	[rad]
$\dot{\theta}_e$	Velocidade angular elétrica	[rad/s]
$\tau$	Tempo adimensional (cap. 2)	
$\tau$	Intervalo de tempo (cap. 4)	[s]
$\omega_n$	Frequência natural	[Hz]
$\omega_{rot}$	Velocidade angular do rotor	[rpm]

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 FONTES DE ENERGIA RENOVÁVEL NO BRASIL E NO MUNDO – UMA PERSPECTIVA HISTÓRICA

O uso de combustíveis fósseis, principalmente na era da primeira Revolução Industrial, foi um dos fatores principais que possibilitaram avanços importantes na produção agrícola e industrial. O alto grau de mecanização dos meios de produção tornou o trabalho manual, em muitos setores da indústria, obsoleto.

Na época do desenvolvimento industrial ocorrido na primeira metade do século XIX, havia o entendimento tácito de que os recursos de energia eram, para fins práticos, ilimitados e não havia nenhum outro fator em vista que afetasse negativamente o desenvolvimento do bem-estar da humanidade. A estratégia de desenvolvimento energético foi delineada por esse pensamento nas décadas subsequentes (Afgan et al., 1998). No final do século, Arrhenius foi um dos primeiros a buscar descrever os impactos do dióxido de carbono no clima da Terra. No entanto, somente a partir da década de 1950 é que suas ideias passaram a ser consideradas. (Höök e Tang, 2012). Com a crise do petróleo no início dos anos 1970, tornou-se cada vez mais imperativa a busca por fontes renováveis de energia. Desde essa época, realizam-se pesquisas no campo de sistemas de geração de energia renovável (Dincer, 2000).

Desde a segunda metade do século XX, discussões acerca do uso de combustíveis fósseis intensificaram-se consideravelmente, analisando-se seus impactos ambientais, sociais, políticos e econômicos.

Andres et al (1999) compilou uma série temporal de emissão de dióxido de carbono devido ao uso de combustível fóssil entre 1751 e 1950, constituindo um período de 200 anos. A série mostrada na figura 1.1 mostra um crescimento considerável da emissão a partir de 1860. É interessante notar que a emissão por combustíveis fósseis sólidos tem aumentado significativamente desde a segunda metade do século XIX, enquanto que a emissão por combustíveis líquidos e sólidos passam a ser consideráveis somente a partir do século XX.

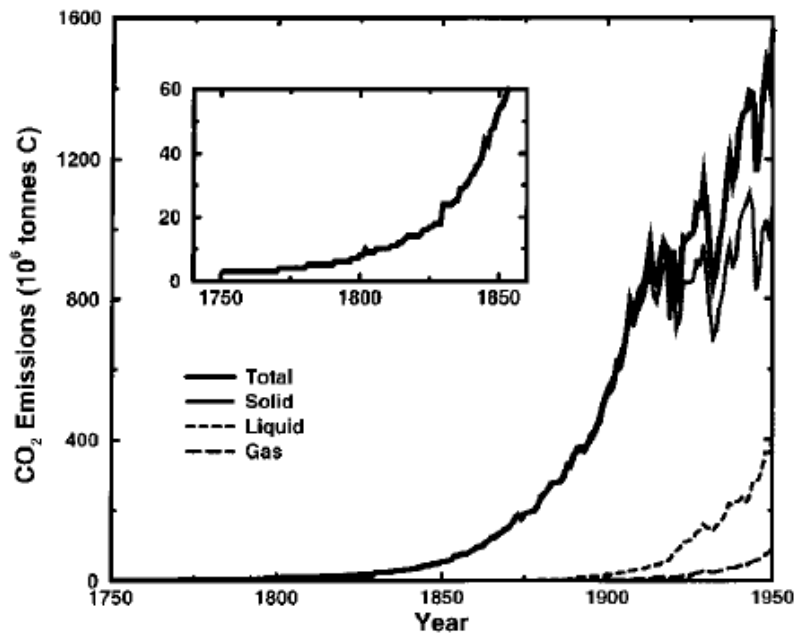


Figura 1.1 – Emissão de dióxido de carbono devido ao uso de combustíveis fósseis (Andres et al, 1999)

A figura 1.2 abaixo mostra a participação de fontes de energia no consumo mundial. Combustíveis fósseis continuam sendo a principal fonte de energia do mundo, com 79% da energia produzida mundialmente oriunda dessa fonte (Kumar et al., 2010; Pereira et al., 2012). A demanda por energia aumenta vertiginosamente à medida que a população global aumenta e os países continuam a fomentar o crescimento de suas economias, juntamente com o esgotamento cada vez mais eminente dessa fonte. Há um crescente interesse em desenvolver formas de desenvolvimento energético sustentável. Diante desse cenário, o uso maior de fontes de energias renováveis e de suas tecnologias apresenta-se como uma solução viável para contornar esse problema.

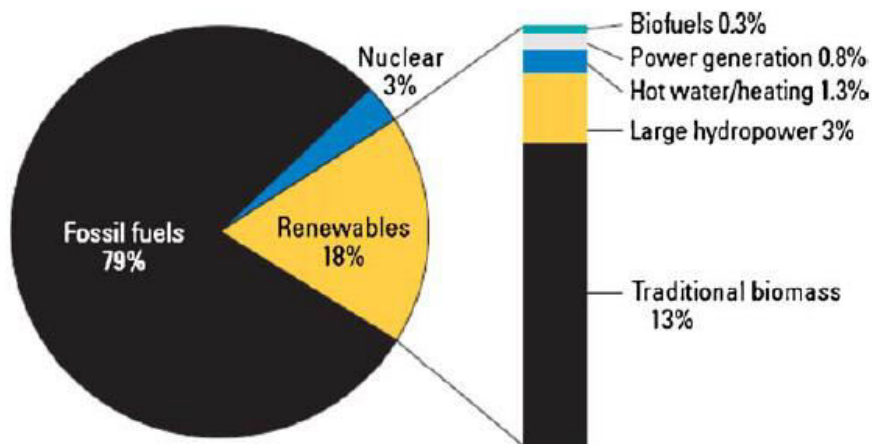


Figura 1.2 – Fontes usadas para geração de energia no mundo (Kumar et al.,2010)

Rigorosamente falando, todas as fontes de energia são renováveis de uma forma ou de outra, diferindo essencialmente na escala de tempo. Se o tempo necessário para sua renovação for curto, para fins práticos, consideram-se essas fontes como “renováveis” (Afgan et al., 1998). Dentre essas fontes, pode-se citar energia solar, eólica, marés, geotérmica e biomassa, que estão prontamente disponíveis. Fontes de energia como petróleo, gás natural e carvão mineral renovam-se somente através de processos geológicos que ocorrem numa escala de tempo demasiadamente grande.

A produção e consumo de energia vêm acompanhadas de efeitos colaterais indesejáveis. Desde então, o conceito de sustentabilidade tem se tornado cada vez mais presente nas discussões sobre o uso de recursos e na criação de políticas ambientais. A Comissão Mundial sobre o Meio Ambiente e Desenvolvimento da ONU, presidida por Gro Harlem Brundtland, definiu sustentabilidade como sendo o “desenvolvimento que atende às necessidades do presente sem comprometer a habilidade das futuras gerações de atender às suas próprias necessidades”. (Afgan, 1998).

Lund (2006) afirma que as estratégias de desenvolvimento em energia sustentável envolvem três grandes mudanças tecnológicas: economia de energia no lado da demanda, melhoras na eficiência na produção de energia e a substituição de combustíveis fósseis por várias outras fontes de energia renovável. A política energética da Dinamarca focou nos dois primeiros pontos no período que se seguiu à crise do petróleo de 1973. Através de políticas de conservação de energia e uso de sistemas de cogeração, foi capaz de manter o mesmo nível de consumo por 30 anos mesmo tendo um aumento de 70% no PIB, tendo substituído 14% dos combustíveis fósseis por fontes de energia renovável (Lund, 2006). É um exemplo mundial em desenvolvimento de energia eólica no mundo tendo alcançado a maior parcela de fornecimento de energia eólica (28% em 2011) (Seljom e Tomasgard, 2015).

Outro país que se viu na necessidade de reformular suas políticas energéticas foi o Japão. Pobre em recursos naturais, foi severamente devastado na Segunda Guerra Mundial. Na época de sua recuperação econômica, o país passou a depender enormemente de petróleo oriundo do Oriente Médio. Contudo, com as crises do petróleo na década de 70, sua economia sofreu sérios abalos registrando pela primeira vez no pós-guerra taxas de crescimento negativo.

As políticas, nessa época, concentraram-se na segurança energética do país, buscando diminuir cada vez mais sua dependência em combustíveis fósseis, principalmente petróleo (Vivoda, 2012). Dessa forma, a energia nuclear mostrou a ser a opção mais viável, pois era relativamente barata com emissões consideravelmente baixas de gases estufa na atmosfera. Durante essa época, outras formas de energia renovável tiveram muito pouca atenção. Energia solar fotovoltaica e eólica, por exemplo, representavam somente 0.24% de toda energia produzida em 2008 (Huenteler et al., 2012).

O acidente da usina nuclear de Fukushima em 2011 forçou uma mudança drástica na política energética do Japão. O Primeiro-Ministro na ocasião Naoto Kan afirmou que o país deveria recomeçar do zero ao recriar uma nova política energética para o país (Vivoda, 2012), um desafio enorme para



um país que representa 1.9% da população mundial e consome cerca de 5.3% da energia gerada no mundo. No entanto, energia eólica ainda enfrenta grandes obstáculos para ser implementada em larga escala. É mais cara, comparando com a Europa, além de haver, no presente momento, um certo desinteresse em sua implementação pelos provedores de serviços de utilidade pública (Valentine, 2009).

O Brasil historicamente tem mantido sua matriz energética majoritariamente renovável, sendo predominantemente hidroelétrica. A emissão de gases estufa pelo Brasil apresenta-se em níveis significativamente mais baixos que países como os EUA e a China (Figura 1.3). A capacidade hidroelétrica em 2003 correspondia a 91.4% da capacidade instalada no país. Essa dependência quase exclusiva de energia hidroelétrica mostrou ser um dos principais fatores da crise energética de 2001. A geração de energia do nordeste brasileiro, por exemplo, estava concentrada em 8 usinas hidrelétricas situadas ao longo do rio São Francisco (Filgueiras e Silva, 2003).

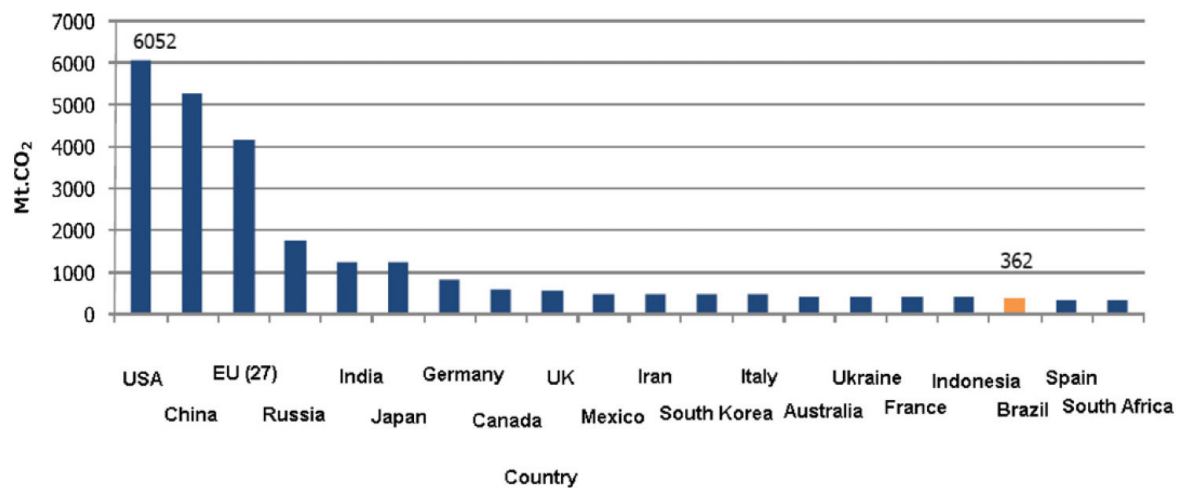


Figura 1.3 – Principais países emissores de gases estufa na atmosfera (Pereira et al. 2012)

No entanto, o uso de energia eólica no Brasil ainda é bastante incipiente, embora o país tenha um grande potencial eólico. A figura 1.4 ilustra o potencial eólico brasileiro. A região nordeste apresenta as áreas mais promissoras para extração de energia eólica, além do fato de que as maiores velocidades de vento ocorrem na região justamente quando o nível do rio São Francisco atinge o seu mínimo conforme ilustra a figura 1.5 (Filgueiras e Silva, 2003).

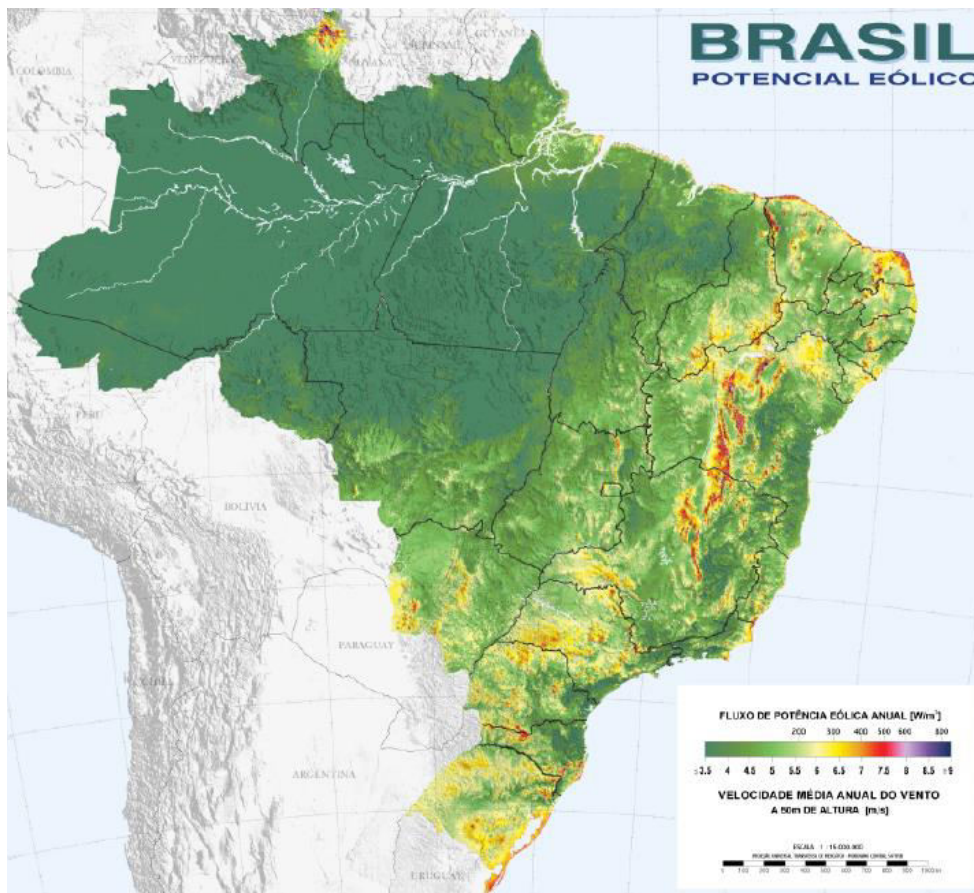


Figura 1.4 – Mapa do potencial eólico brasileiro (CEPEL, 2002)

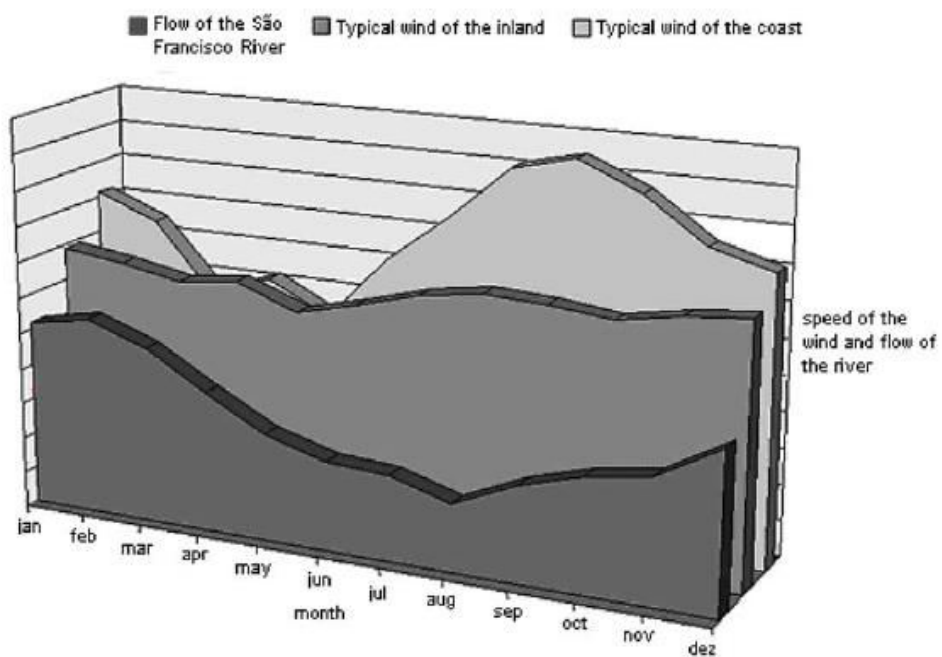


Figura 1.5 – Comparação entre o fluxo do rio São Francisco e ventos típicos na costa e no interior do nordeste brasileiro (Filgueiras e Silva, 2003)

O Brasil tem hoje o parque eólico de Alegria, situado no município de Guamaré no Rio Grande do Norte a aproximadamente 170 km de Natal. É considerado o maior parque eólico da América Latina. Possui duas unidades: Alegria I e Alegria II. A unidade Alegria I foi inaugurada em fevereiro de 2011 e possui 31 turbinas do modelo citado anteriormente, com uma capacidade de geração de energia de 51.15 MW. Alegria II, inaugurada em novembro de 2012, possui 61 turbinas instaladas, gerando um total de 100.65 MW. O parque inteiro traz um total de 92 turbinas em funcionamento e possui uma capacidade de geração de 151.8 MW e ocupa uma área de 2243 hectares. A figura 1.6 mostra um mapa do parque.



Figura 1.6 – O parque eólico de Alegria no Rio Grande do Norte

O campo de energias renováveis a ser explorado é extremamente vasto, porém energia eólica mostra-se uma alternativa extremamente promissora. O fato de ser uma fonte renovável, limpa, amplamente distribuída ao redor do mundo com emissão zero de gases estufa faz com que seja altamente atraente. A inclusão da energia eólica na matriz energética do país dá-se de maneira relativamente tardia com relação a países com redes hidrográficas menores. Contudo, sua importância pode vir a crescer ainda mais, uma vez que a água está gradativamente tornando-se um recurso escasso e sujeito a controle mais rígido (Pereira et al, 2012).

## 1.2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O uso de energia eólica para realização das mais variadas tarefas data desde os tempos mais remotos. No entanto, a partir do final do século XIX é que seu uso para geração de energia elétrica passou a se tornar mais comum (Burton et al., 2001).

Modelos de componentes de turbina são encontrados abundantemente. Peeters et al. (2005) apresentou três tipos diferentes de modelos de sistemas multicorpo para analisar a dinâmica interna de um trem de engrenagem de uma turbina eólica. Em anos posteriores, foi usada uma metodologia genérica baseada em técnica de multicorpos flexíveis para análise dinâmica de uma turbina eólica (Peeters et al., 2005; Peeters et al., 2006). Girsang et al. (2013) buscou implementar um modelo dinâmico da caixa de engrenagem na ferramenta computacional FAST desenvolvida pela National Renewable Energy Laboratory (NREL) para testar sistemas de controle avançado, estendendo, assim, a vida útil do componente.

Na Universidade de Brasília, Vitorino (2012) desenvolveu um modelo de caixa multiplicadora de velocidades implementado em Simulink que serviu de base para trabalhos posteriores.

Com relação a geradores, Voltolini (2007) desenvolveu um modelo de geradores de indução duplamente alimentado com e sem escovas a ser usado em sistemas eólicos de velocidade variável. Nesse trabalho, foi desenvolvida uma metodologia de sincronização do gerador com a rede elétrica na partida. Foi possível demonstrar que o gerador de indução sem escova é capaz de substituir seu correspondente com escovas, associando a robustez das máquinas sem escova com o baixo custo dos conversores de potência utilizados nesse tipo de gerador.

Vásquez (2014) desenvolveu um modelo matemático de gerador síncrono de ímãs permanentes para ser usado em sistemas hidrocínéticos. Dada a semelhança com sistemas eólicos, o modelo é perfeitamente viável para se usar em turbinas de vento. Há inúmeras vantagens em se usar ímãs permanentes em geradores. Pode-se citar o fato de que o ímã permanente dispensa a existência de um enrolamento de campo e, com isso, a presença de uma fonte externa de excitação. Por não haver perdas por efeito joule no rotor, a eficiência do gerador é consideravelmente alta, chegando passar dos 90% em alguns casos.

Modelos completos de turbinas eólicas com todos os componentes integrados já foram abordados por Tapia et al. (2003). Neste trabalho, uma turbina eólica com gerador de indução duplamente alimentado é modelada simulando condições típicas encontradas por uma turbina real desse tipo num parque eólico. Santoso e Le (2007) descreve a estrutura geral de modelagem de turbina de velocidade fixa no domínio do tempo. Neste trabalho, um modelo de turbina é dividido em 4 blocos, a saber, aerodinâmico, mecânico, elétrico e controle, facilitando estudos posteriores que visem analisar outros aspectos como interações dinâmicas entre turbinas diferentes, estabilidade dinâmica

etc. O modelo pode ainda ser incrementado com controladores de potência e ângulo de ataque para análise de turbinas de velocidade variável.

Kalkmann (2015) simulou uma bancada de testes de turbinas eólicas em MATLAB/Simulink, na qual foi incluído o comportamento dinâmico de eixos, caixas de engrenagens e de gerador. O modelo de turbina eólica principal usado neste trabalho foi desenvolvido por Ohara (2014). A formulação apresentada por Ohara traz consigo o modelo de caixa multiplicadora de Kalkmann (2015) e o gerador de ímãs permanentes de Vásquez (2014). Também foi incluído no modelo um fator de atrito sugerido por De Paula et al. (2006). O modelo completo possibilita a implementação de variados modelos de ventos, sendo possível, assim, simular condições mais reais de funcionamento da turbina.

Para se compreender melhor fatores que afetam a qualidade da energia gerada, Dolan e Lehn (2006) desenvolveram um modelo de vento levando em consideração dois efeitos determinísticos importantes. O primeiro efeito está associado à diferença de altura com relação ao chão da área total varrida pelas pás da turbina, chamado de cisalhamento do vento (wind shear). O segundo está associado à presença da torre, chamado de sombreamento da torre (tower shadow). A cada vez que uma pá passa em frente à torre, há uma queda brusca no torque aerodinâmico. Numa turbina de 3 pás, essa queda ocorre 3 vezes em uma rotação completa do rotor, caracterizando o fenômeno de oscilações 3p. Neste trabalho, propõe-se a utilização desses dois efeitos devido ao vento no modelo de turbina de Ohara (2014). Utiliza-se a abordagem proposta por Das et al. (2011), que, baseando-se no modelo de Dolan e Lehn, desenvolve um modelo no domínio do tempo desses mesmos efeitos determinísticos, separando-os em módulos distintos de modo a possibilitar o estudo isolado de cada efeito no modelo.

Por último, efeitos estocásticos são adicionados no modelo de vento de Dolan e Lehn (2006). O espectro de vento mais amplamente usado na literatura foi desenvolvido empiricamente por Davenport (1961) ao realizar um estudo de cerca de 70 espectros diferentes de componentes horizontais de rajadas de vento em alturas inferiores a 500 pés (152.4 m). Dados foram coletados em diferentes lugares no Reino Unido. O objetivo do estudo foi oferecer uma expressão de espectro de vento para estudos de carregamento de vento de estruturas. No entanto, há aplicações diversas no campo de energia eólica. Sørensen et al. (2002) utiliza o espectro de Davenport para simular os efeitos estocásticos do vento no estudo dos efeitos de interação dinâmica entre turbinas eólicas em um parque eólico.

Kaimal et al. (1972), analisando dados coletados no estado americano do Kansas, desenvolveu espectros de flutuações de velocidade de vento e temperatura. O espectro de Kaimal obedece à lei de  $\frac{5}{3}$  de Kolmogorov, tendendo a um limite assintótico proporcional a  $n^{-\frac{5}{3}}$ . Neste trabalho, o modelo de espectro também foi implementado para fins de comparação com o espectro de Davenport.

### 1.3 OBJETIVOS

Modelagem de turbinas eólicas é uma ferramenta indispensável na pesquisa de energia eólica e ainda são poucos os softwares que simulam o funcionamento de aerogeradores desse tipo.

O objetivo deste trabalho é buscar compreender um pouco mais sobre o comportamento de turbinas eólicas de eixo horizontal expostas às condições normais de funcionamento através da simulação de efeitos de vento de natureza determinística e estocástica, considerando diferentes perfis de velocidade. Espera-se que os resultados aqui apresentados sirvam de base para estudos nos mais variados campos.

### 1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO

O trabalho foi dividido em 6 capítulos. O primeiro capítulo corresponde a esta introdução, contendo uma breve discussão sobre as energias renováveis e seu status em escala global, com uma análise curta das situações na Dinamarca e no Japão, bem como a situação atual no Brasil. Os objetivos estão também delineados aqui, bem como uma visão panorâmica dos trabalhos mais pertinentes à composição desta dissertação.

O **capítulo 2** traz toda a formulação matemática da transmissão eletromecânica da turbina eólica proposta por Ohara (2014), com uma discussão detalhada dos módulos aerodinâmicos, mecânicos e elétricos.

O **capítulo 3** apresenta a formulação de Dolan e Lehn (2006) dos efeitos determinísticos da turbina. Neste capítulo, é derivada uma equação de torque aerodinâmico a ser usada como entrada do modelo descrito no capítulo 2.

O **capítulo 4** introduz uma revisão breve da teoria de probabilidade e processos estocásticos, necessários para a aplicação dos espectros de Davenport e Kaimal, que também são apresentados brevemente.

O **capítulo 5** apresenta os resultados das simulações do modelo completo e seus efeitos no desempenho da transmissão eletromecânica. Inicialmente são mostrados os efeitos obtidos por Ohara (2014), com entrada de vento constante ou constante por partes e, gradualmente, adicionam-se os modelos de vento com efeitos determinísticos de cisalhamento e sombreamento, e finalmente as flutuações estocásticas geradas pelos espectros de Davenport e Kaimal. Há uma análise de variação de parâmetros do modelo para avaliar sua sensibilidade.

O **capítulo 6** traz a conclusão e as considerações finais. Faz-se também sugestões de prováveis rumos que este trabalho pode fundamentar.

## 2 MODELO MATEMÁTICO DO SISTEMA ELETROMECÂNICO DA TURBINA EÓLICA

Turbinas eólicas são, em suma, máquinas que têm por objetivo converter a energia cinética do vento em energia elétrica. O uso do vento para geração de energia elétrica tem sua história que data desde o século XIX. No entanto, o interesse nessa modalidade de geração energia tem crescido exponencialmente desde a segunda metade do século XX. A abundância de vento torna os aerogeradores uma opção a ser considerada.

Conhecer o comportamento de uma turbina eólica em funcionamento é fundamental para fazer decisões acerca de sua viabilidade. Busca-se, nesse sentido, descrever matematicamente todo o sistema composto pela turbina, relacionando as potências de entrada e saída.

O modelo matemático desenvolvido por Ohara (2014) é apresentado neste capítulo. O modelo descreve a dinâmica de uma turbina comercial da empresa dinamarquesa Vestas modelo V82 – 1,65 MW – HH70, usado em larga escala no parque eólico Alegria.

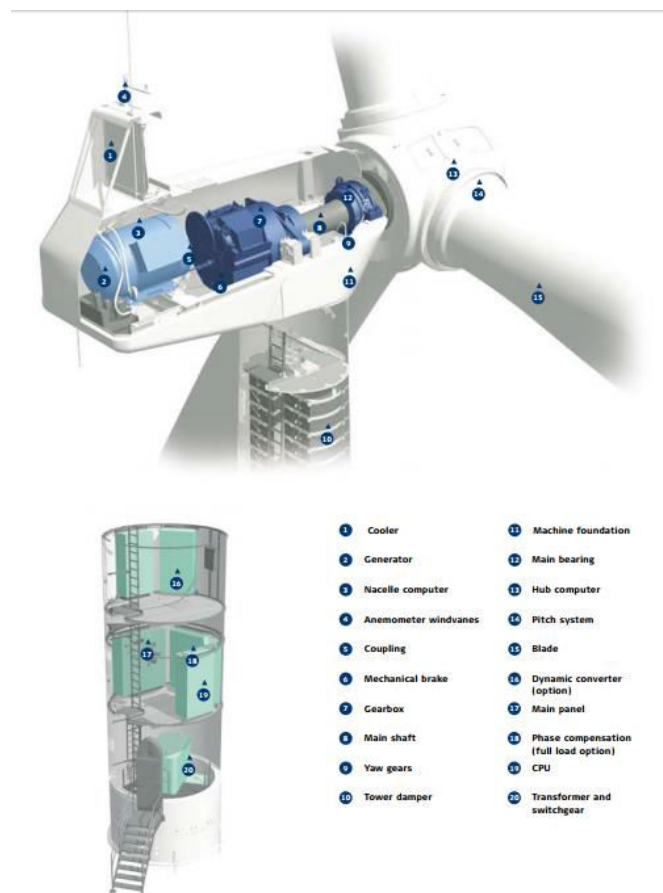


Figura 2.1 – Desenho esquemático da turbina Vestas, modelo V82 – 1,65 MW – HH70

O modelo desenvolvido por Ohara (2014) traz os componentes básicos da turbina: o rotor, a caixa multiplicadora e o gerador. Não será incluído um módulo de controle da turbina. Num primeiro momento, é feito um estudo isolado desses três componentes básicos e, posteriormente, os três modelos são acoplados. Os modelos de cada componente serão descritos nas seções que se seguem.

## 2.1 ROTOR DA TURBINA

O rotor da turbina corresponde às pás e o cubo, estrutura na qual estão fixadas as pás. A energia cinética do vento é transformada em energia mecânica de rotação, que, por sua vez, será usada para gerar o torque mecânico de entrada na caixa multiplicadora. O rotor da turbina analisada aqui é do tipo horizontal (HAWT em inglês, *horizontal-axis wind turbine*) e *upwind*, ou seja, está situado à frente da turbina.

A energia cinética  $E_c$  contida no vento de velocidade  $V_0$  pode ser quantificada através de

$$E_c = \frac{1}{2} m V_0^2. \quad (2.1)$$

onde,  $m$  denota a massa do volume de ar.

Entende-se por potência a variação na energia no tempo, ou seja

$$P = \frac{dE_c}{dt} = \frac{1}{2} \dot{m} V_0^2. \quad (2.2)$$

A grandeza  $\dot{m}$  representa um fluxo mássico de ar através de um volume de controle, dada por

$$\dot{m} = \rho A V_0. \quad (2.3)$$

Substituindo a equação 2.3 em 2.2, obtém-se:

$$P = \frac{1}{2} \rho A V_0^3, \quad (2.4)$$

onde  $A$  é a área varrida pelas pás da turbina. A potência mecânica da equação anterior pode ser escrita em função do raio da turbina, ou seja

$$P = \frac{1}{2} \rho \pi r^2 V_0^3, \quad (2.5)$$

que quantifica a potência contida no vento. No entanto, a turbina não converte completamente essa potência em energia elétrica. Betz (1919) determinou um limite máximo de aproveitamento dessa



potência, representado por uma grandeza adimensional denominada coeficiente de potência  $C_p$ , cujo valor teórico máximo é  $\frac{16}{27}$ , ou seja, 59.3% da energia do vento entram, de fato, no sistema de conversão da turbina.

O coeficiente de potência é função da geometria da pá do rotor, do número de Reynolds, ângulo de passo  $\beta$  da turbina e de uma grandeza  $\lambda$  – também adimensional – que é a razão entre a velocidade da ponta de pá e a velocidade do vento, comumente conhecida como *tip speed ratio*. Segundo Vásquez (2014), a influência que o número de Reynolds exerce no coeficiente é baixa, podendo ser desconsiderada em algumas situações.

Dessa maneira, a potência mecânica é descrita por

$$P_{mec} = \frac{1}{2} \rho \pi r^2 V_0^3 C_p(\lambda, \beta). \quad (2.6)$$

Conhecendo a natureza da potência mecânica, é possível deduzir uma expressão para o torque de entrada no sistema. Sabendo que a potência relaciona-se com o torque através da equação a seguir, tem-se

$$P = T_{mec} \omega_{rot}, \quad (2.7)$$

onde a grandeza  $\omega_{rot}$  representa a velocidade angular da turbina.

Substituindo a equação 2.6 na 2.7, obtém-se uma expressão para o torque.

$$T_{mec} = \frac{\rho \pi r^2 V_0^3 C_p(\lambda, \beta)}{2 \omega_{rot}} \quad (2.8)$$

Há expressões para  $C_p$  determinadas numericamente. Heier (2006) traz uma aproximação em termos de  $\lambda$  e  $\beta$

$$C_p(\lambda, \beta) = a_1 \left( \frac{a_2}{\lambda_i} - a_3 \beta - a_4 \beta^{a_5} - a_6 \right) e^{-\frac{a_7}{\lambda_i}}, \quad (2.9)$$

em que o termo  $\lambda_i$  é dado por:

$$\lambda_i = \frac{1}{\frac{1}{\lambda + a_8 \beta} - \frac{a_9}{\beta^3 + 1}} \quad (2.10)$$

As constantes  $a_i$  com  $i = 1, \dots, 9$  podem ser modificadas conforme o tipo de turbina a ser analisada para melhor ajuste (Ohara, 2014).

## 2.2 CAIXA MULTIPLICADORA

A equação 2.8 representa o torque de entrada na caixa multiplicadora da turbina em função da velocidade do vento. Kalkmann (2012) desenvolveu um modelo matemático para uma caixa multiplicadora comercial da TGM de dois estágios através das equações de Lagrange. A figura a seguir traz o desenho esquemático da caixa multiplicadora.

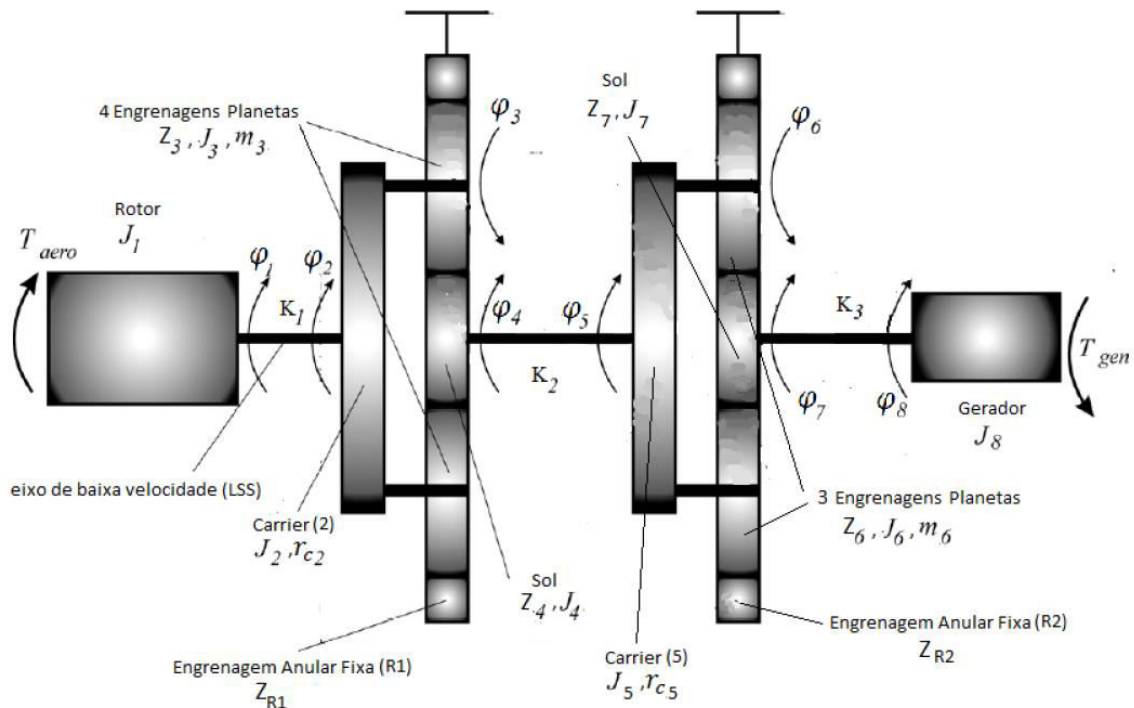


Figura 2.2 – Desenho esquemático da caixa multiplicadora da TGM (Kalkmann, 2012)

A caixa multiplicadora é composta por dois estágios em série de trens de engrenagens planetárias. O primeiro estágio possui quatro engrenagens planetárias enquanto que o segundo estágio possui somente três engrenagens planetárias. As grandezas  $J_i$ ,  $Z_i$  e  $m_i$  representam respectivamente ao momento de inércia, o número de dentes das engrenagens e à massa das engrenagens planetas. Este último parâmetro torna-se necessário para contabilizar a energia cinética de translação dessas engrenagens no trem epicycloidal. As grandezas  $r_{c,i}$  dizem respeito aos *carriers* dos estágios 1 e 2. Os deslocamentos angulares de cada componente estão representados por  $\varphi_i$  e as rigidezes dos eixos, por  $K_i$ .

O índice  $i$  que aparece como subscrito nas variáveis descritas no parágrafo anterior variam da seguinte forma:  $i = 1,2,3,4,R1,5,6,7,R2,8$ ; e representam respectivamente ao rotor, *carrier* do primeiro estágio, engrenagens planetas, engrenagem solar, engrenagem anular, *carrier* do segundo estágio, engrenagens planetas, engrenagem solar, engrenagem anular e, por fim, o gerador.

Primeiramente, define-se o valor do trem de engrenagens  $e$  como sendo

$$e = \frac{\prod Z_{motores}}{\prod Z_{movidas}}. \quad (2.11)$$

onde as grandezas  $Z_i$  representam o número de dentes das engrenagens. Para um trem de engrenagens planetárias, tem-se

$$e = \frac{\omega_L - \omega_C}{\omega_F - \omega_C} \quad (2.12)$$

onde  $\omega_L$ ,  $\omega_F$  e  $\omega_C$  são respectivamente a velocidade angular da última engrenagem, da primeira engrenagem e do *carrier*. Essa expressão é usada para escrever as velocidades angulares de algumas engrenagem em função das outras (Kalkmann, 2012; Ohara, 2014). Dessa forma, as velocidades  $\dot{\phi}_3$ ,  $\dot{\phi}_4$ ,  $\dot{\phi}_6$  e  $\dot{\phi}_7$  são escritas como

$$\dot{\phi}_3 = \left(1 - \frac{Z_{R1}}{Z_3}\right) \dot{\phi}_2, \quad (2.13)$$

$$\dot{\phi}_4 = \left(1 + \frac{Z_{R1}}{Z_4}\right) \dot{\phi}_2, \quad (2.14)$$

$$\dot{\phi}_6 = \left(1 - \frac{Z_{R2}}{Z_6}\right) \dot{\phi}_5, \quad (2.15)$$

$$\dot{\phi}_7 = \left(1 + \frac{Z_{R2}}{Z_7}\right) \dot{\phi}_5. \quad (2.16)$$

definindo-se os termos  $\gamma_i$  como

$$\gamma_1 = 1 - \frac{Z_{R1}}{Z_3}, \quad (2.17)$$

$$\gamma_2 = 1 + \frac{Z_{R1}}{Z_4}, \quad (2.18)$$

$$\gamma_3 = 1 - \frac{Z_{R2}}{Z_6}, \quad (2.19)$$

$$\gamma_4 = 1 + \frac{Z_{R2}}{Z_7}. \quad (2.20)$$

o modelo completo da caixa multiplicadora é, então, escrito na forma:

$$\begin{cases} J_1\ddot{\varphi}_1 + K_1\varphi_1 - K_1\varphi_2 = T_{mec} \\ [J_2 + 4m_3r_{c2}^2 + 4J_3\gamma_1^2 + J_4\gamma_2^2]\ddot{\varphi}_2 + [K_1 + \gamma_2^2K_2]\varphi_2 - K_1\varphi_1 - \gamma_2K_2\varphi_5 = 0 \\ [J_5 + 3m_6r_{c5}^2 + 3J_6\gamma_3^2 + J_7\gamma_4^2]\ddot{\varphi}_5 + [K_2 + \gamma_4^2K_3]\varphi_5 - \gamma_2K_2\varphi_2 - \gamma_4K_3\varphi_8 = 0 \\ J_8\ddot{\varphi}_8 + K_3\varphi_8 - K_3\gamma_4\varphi_5 = T_{gen} \end{cases} \quad (2.21)$$

o que dá origem à seguinte equação matricial

$$\mathbf{J}\ddot{\boldsymbol{\varphi}} + \mathbf{K}\boldsymbol{\varphi} = \mathbf{T} \quad (2.22)$$

Os termos  $\mathbf{J}$ ,  $\mathbf{K}$  e  $\mathbf{T}$  são respectivamente as matrizes de inércia, rigidez e torque dadas por

$$\mathbf{J} = \text{diag}\{J_1 \quad [J_2 + 4m_3r_{c2}^2 + 4J_3\gamma_1^2 + J_4\gamma_2^2] \quad [J_5 + 3m_6r_{c5}^2 + 3J_6\gamma_3^2 + J_7\gamma_4^2] \quad J_8\}, \quad (2.23)$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_1 & -K_1 & 0 & 0 \\ -K_1 & K_1 + \gamma_2^2K_2 & -\gamma_2K_2 & 0 \\ 0 & -\gamma_2K_2 & K_2 + \gamma_4^2K_3 & -\gamma_4K_3 \\ 0 & 0 & -K_3\gamma_4 & K_3 \end{bmatrix}, \quad (2.24)$$

$$\mathbf{T} = [T_{mec} \quad 0 \quad 0 \quad -T_{ger}]^T. \quad (2.25)$$

A matriz de amortecimento viscoso  $\mathbf{C}$  é dada, considerando as energias dissipadas nos eixos do sistema, por

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} C_1 & -C_1 & 0 & 0 \\ -C_1 & C_1 + \gamma_2^2C_2 & -\gamma_2C_2 & 0 \\ 0 & -\gamma_2C_2 & C_2 + \gamma_4^2C_3 & -\gamma_4C_3 \\ 0 & 0 & -C_3\gamma_4 & C_3 \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

onde  $C_i, i = 1, \dots, 3$

A equação 2.27 mostra a forma matricial da equação considerando o amortecimento.

$$\mathbf{J}\ddot{\boldsymbol{\varphi}} + \mathbf{C}\dot{\boldsymbol{\varphi}} + \mathbf{K}\boldsymbol{\varphi} = \mathbf{T} \quad (2.27)$$

Ohara (2014) usou o mesmo modelo desenvolvido por Kalkmann (2012) com a adição de um fator de atrito seco. Dessa forma, a equação 2.27 toma a seguinte forma.

$$\mathbf{J}\ddot{\boldsymbol{\phi}} + \mathbf{C}\dot{\boldsymbol{\phi}} + \mathbf{K}\boldsymbol{\phi} + \boldsymbol{\mu} \operatorname{sgn}(\dot{\boldsymbol{\phi}}) = \mathbf{T} \quad (2.28)$$

A matriz  $\boldsymbol{\mu}$  é uma matriz diagonal que traz os valores dos coeficientes de atrito relacionados a cada variável independente do sistema.

$$\boldsymbol{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mu_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mu_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu_4 \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

A função sinal  $\operatorname{sgn}(x)$  é uma função que extrai o sinal de um número real e é definida da seguinte forma:

$$\operatorname{sgn}(x) := \begin{cases} 1 & \text{se } x > 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \\ -1 & \text{se } x < 0 \end{cases} \quad (2.30)$$

Essa função é introduzida no modelo da caixa devido à natureza da força de atrito. O atrito sempre assume a direção contrária à velocidade. No entanto, apresenta uma descontinuidade em  $x = 0$ . Para facilitar a manipulação numérica, usa-se uma aproximação suave para a função.

Há diferentes maneiras de se aproximar a função sinal. Nesse caso, aproxima-se a função sinal pela equação 2.31 abaixo (Van de Vraande et al, 1998; Leine, 2000; De Paula et al., 2006).

$$\operatorname{sgn}(x) \approx \frac{2}{\pi} \arctan(\varepsilon x) \quad (2.31)$$

O parâmetro  $\varepsilon$  é um parâmetro de precisão. À medida que se aumenta esse parâmetro, a inclinação da função aumenta consideravelmente em torno de  $x = 0$  (Van de Vraande et al., 1998). Adota-se um valor de  $\varepsilon = 10^6$ . Definindo  $\bar{\boldsymbol{\mu}} = \frac{2}{\pi} \boldsymbol{\mu}$ , a equação 2.28 fica:

$$\mathbf{J}\ddot{\boldsymbol{\phi}} + \mathbf{C}\dot{\boldsymbol{\phi}} + \mathbf{K}\boldsymbol{\phi} + \bar{\boldsymbol{\mu}} \arctan(\varepsilon \dot{\boldsymbol{\phi}}) = \mathbf{T} \quad (2.32)$$

Uma adimensionalização foi feita no modelo da caixa multiplicadora para diminuir o custo computacional na integração numérica das equações diferenciais. Para isso, define-se o tempo adimensional  $\tau$  em função do tempo  $t$  por

$$\tau = \omega_n t, \quad (2.33)$$

em que o termo  $\omega_n$  refere-se a uma das frequências naturais do sistema. Assim, as derivadas são definidas por

$$\frac{d}{dt} = \omega_n \frac{d}{d\tau} \quad (2.34)$$

$$\frac{d^2}{dt^2} = \omega_n^2 \frac{d^2}{d\tau^2} \quad (2.35)$$

A equação 2.32 é adimensionalizada na seguinte forma.

$$\mathbf{J}\omega_n^2 \boldsymbol{\varphi}'' + \mathbf{C}\omega_n \boldsymbol{\varphi}' + \mathbf{K}\boldsymbol{\varphi} + \bar{\boldsymbol{\mu}} \arctan(\boldsymbol{\varepsilon} \cdot \omega_n^2 \boldsymbol{\varphi}') = \mathbf{T} \quad (2.36)$$

## 2.3 GERADOR ELÉTRICO

A formulação anterior da caixa multiplicadora permite conhecer os movimentos angulares de cada engrenagem que transmite a potência do rotor em função de quatro deslocamentos  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$ ,  $\varphi_5$  e  $\varphi_8$ . O deslocamento  $\varphi_8$  corresponde ao deslocamento do eixo do gerador, logo a velocidade  $\dot{\varphi}_8$  é a velocidade de entrada do gerador.

O modelo desenvolvido do gerador elétrico descreve o funcionamento de um gerador síncrono de ímãs permanentes. O princípio de funcionamento do gerador é baseado no fenômeno de indução eletromagnética.

O fenômeno de indução eletromagnética consiste basicamente na geração de tensão elétrica num condutor quando exposto a um campo magnético variável. No caso do gerador, a tensão é gerada nas bobinas do estator através do campo magnético rotativo do rotor. O rotor é construído por um material ferromagnético e uma bobina que produz um campo eletromagnético ou, alternativamente, podem ser usados ímãs permanentes no rotor. (Vásquez, 2014).

A figura a seguir ilustra um esquema de um gerador síncrono de polos salientes trifásico, onde  $as$ ,  $bs$  e  $cs$  representam os enrolamentos do estator dispostos em um ângulo de  $120^\circ$  entre si. Cada um deles possui resistência  $R_s$  e indutâncias  $L_a$ ,  $L_b$  e  $L_c$  correspondentes a cada enrolamento respectivamente. A resistência e a indutância do rotor são representadas por  $R_{fd}$  e  $L_{fd}$  respectivamente.

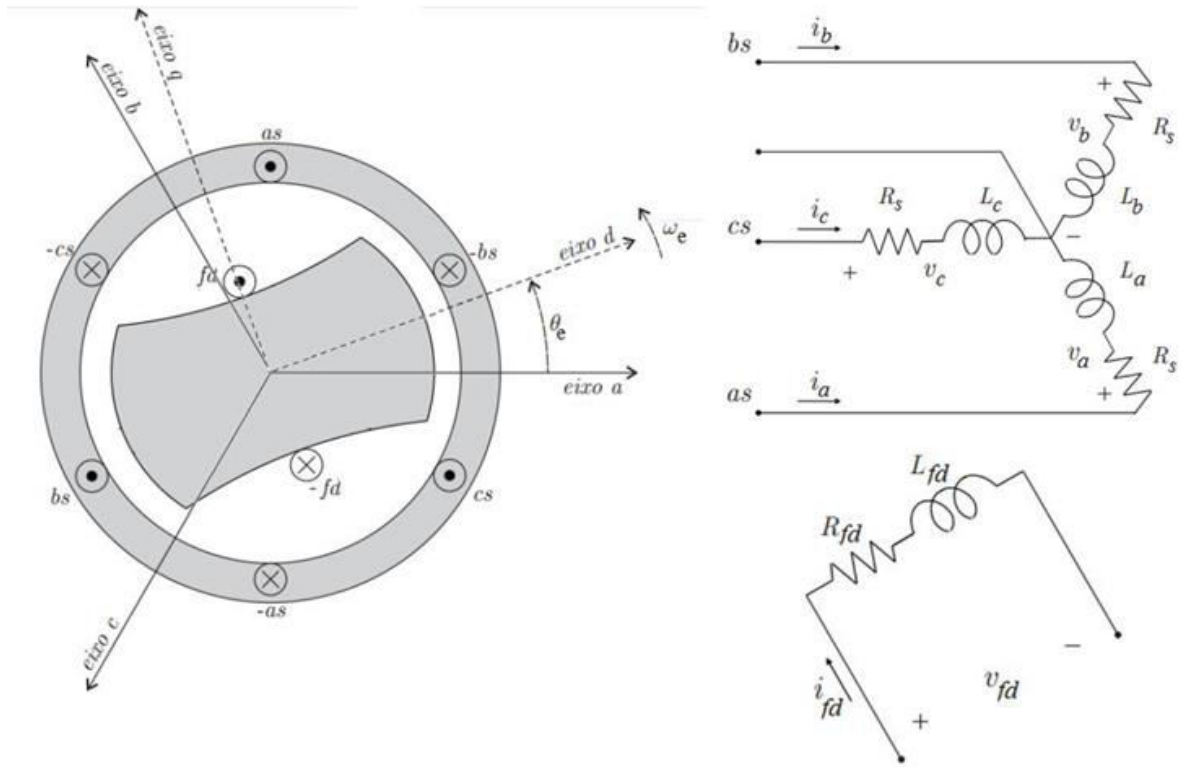


Figura 2.3 – Gerador síncrono de polos salientes trifásico com estator em estrela e dois pólos  
(Bernardes, 2009)

As tensões elétricas  $v_i$ ,  $i = a, b, c$ , geradas em cada fase são dadas por:

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \end{bmatrix}, \quad (2.37)$$

em que as grandezas  $i_i$  correspondem à corrente elétrica em cada fase e  $\psi_i$  referem-se ao fluxo magnético em cada enrolamento. Esses fluxos podem ser dados por:

$$\begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_a & M_{ab} & M_{ac} \\ M_{ab} & L_b & M_{bc} \\ M_{ac} & M_{bc} & L_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \psi_{pm_a} \\ \psi_{pm_b} \\ \psi_{pm_c} \end{bmatrix}, \quad (2.38)$$

onde  $M_{ij}$  representa as indutâncias mútuas entre  $i$  e  $j$ , com  $i$  e  $j = a, b, c$  e  $i \neq j$ . As grandezas  $\psi_{pm_i}$  são os fluxos acoplados.

As equações 2.37 e 2.38 podem ainda ser escritas na forma matricial

$$\mathbf{v}_{abc} = \mathbf{R}_s \mathbf{i}_{abc} + \frac{d}{dt} \Psi_{abc} \quad (2.39)$$

$$\Psi_{abc} = \mathbf{L}_{abc} \mathbf{i}_{abc} + \Psi_{pmabc} \quad (2.40)$$

As indutâncias e os fluxos são variáveis no tempo e dependem do deslocamento angular do rotor. Dessa forma, as indutâncias de cada fase ficam

$$\begin{cases} L_a = L_0 + L_m \cos(2\theta_e) \\ L_b = L_0 + L_m \cos\left(2\theta_e - \frac{2\pi}{3}\right) \\ L_c = L_0 + L_m \cos\left(2\theta_e + \frac{2\pi}{3}\right) \end{cases} \quad (2.41)$$

em que  $\theta_e$  representa o deslocamento angular do eixo do gerador. E as indutâncias mútuas são dadas por

$$\begin{cases} M_{ab} = -\frac{L_0}{2} + L_m \cos\left(2\theta_e + \frac{2\pi}{3}\right) \\ M_{bc} = -\frac{L_0}{2} + L_m \cos(2\theta_e) \\ M_{ac} = -\frac{L_0}{2} + L_m \cos\left(2\theta_e - \frac{2\pi}{3}\right) \end{cases} \quad (2.42)$$

onde os termos  $L_0$  e  $L_m$  são parâmetros físicos do gerador (Bernardes, 2009; Ohara, 2014).

Por fim, os fluxos magnéticos concatenados são dados por

$$\begin{cases} \psi_{pm_a} = \psi_{pm} \cos(\theta_e) \\ \psi_{pm_b} = \psi_{pm} \cos\left(\theta_e - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \psi_{pm_c} = \psi_{pm} \cos\left(\theta_e + \frac{2\pi}{3}\right) \end{cases} \quad (2.43)$$

As indutâncias e os fluxos dependem do deslocamento angular do rotor, o que torna a análise demasiadamente complexa. Para simplificar a análise, é preciso transformar os vetores trifásicos  $abc$  em um referencial síncrono de dois eixos  $d$  e  $q$ . Esse artifício é chamado de transformação  $dq0$ . Um caso particular dessa transformação foi proposta por Robert H. Park pela primeira vez em 1929 e leva o seu nome (Park, 1929).



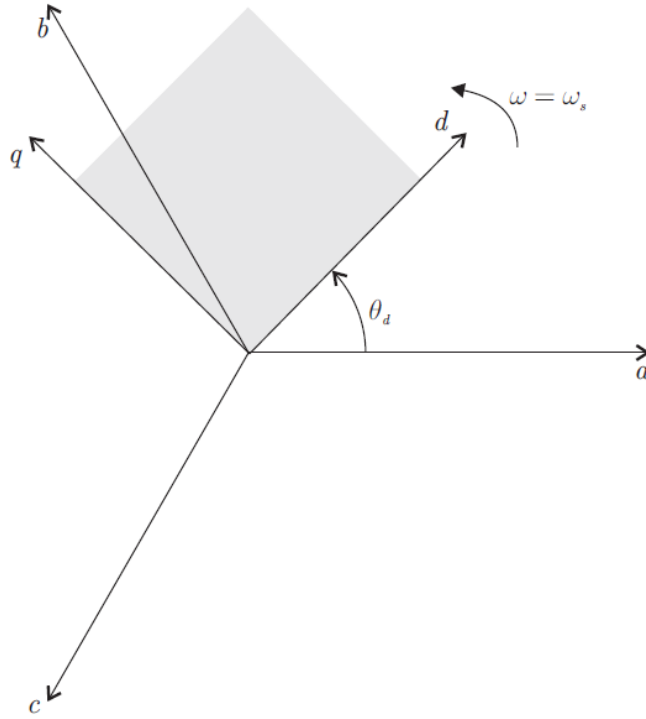


Figura 2.4 – Coordenadas síncronas  $dq$  com relação às fases  $abc$  (Bernardes, 2009)

Nesse caso, faz-se a decomposição dos vetores trifásicos  $abc$  nos dois eixos  $d$  e  $q$ . Assim, denominando  $\hat{a}$ ,  $\hat{b}$ ,  $\hat{c}$ ,  $\hat{d}$  e  $\hat{q}$  os vetores unitários referentes a cada eixo, obtém-se

$$\begin{cases} \hat{a} = \cos(\theta_e) \hat{d} - \text{sen}(\theta_e) \hat{q} \\ \hat{b} = \cos\left(\frac{2\pi}{3} - \theta_e\right) \hat{d} + \text{sen}\left(\frac{2\pi}{3} - \theta_e\right) \hat{q} \\ \hat{c} = -\cos\left(\frac{\pi}{3} - \theta_e\right) \hat{d} - \text{sen}\left(\frac{2\pi}{3} - \theta_e\right) \hat{q} \end{cases} \quad (2.44)$$

Ou pode ser escrito na seguinte forma.

$$\begin{cases} \hat{a} = \cos(\theta_e) \hat{d} - \text{sen}(\theta_e) \hat{q} \\ \hat{b} = \cos\left(\theta_e - \frac{2\pi}{3}\right) \hat{d} - \text{sen}\left(\theta_e - \frac{2\pi}{3}\right) \hat{q} \\ \hat{c} = \cos\left(\theta_e + \frac{2\pi}{3}\right) \hat{d} - \text{sen}\left(\theta_e + \frac{2\pi}{3}\right) \hat{q} \end{cases} \quad (2.45)$$

Definindo  $\mathbf{f}_{abc} = [\hat{a} \ \hat{b} \ \hat{c}]^T$  e  $\mathbf{f}_{dq0} = [\hat{d} \ \hat{q} \ \hat{z}_0]^T$ , pode-se escrever a equação 2.45 na forma

$$\mathbf{f}_{abc} = \mathbf{A}_{dq0}^{-1} \cdot \mathbf{f}_{dq0} \quad (2.46)$$

A matriz  $\mathbf{A}_{dq0}^{-1}$  é dada por

$$\mathbf{A}_{dq0}^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_e) & -\text{sen}(\theta_e) & 1 \\ \cos\left(\theta_e - \frac{2\pi}{3}\right) & -\text{sen}\left(\theta_e - \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \\ \cos\left(\theta_e + \frac{2\pi}{3}\right) & -\text{sen}\left(\theta_e + \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

Ou, inversamente, a equação 2.46 é escrita da seguinte maneira.

$$\mathbf{f}_{dq0} = \mathbf{A}_{dq0} \cdot \mathbf{f}_{abc} \quad (2.48)$$

E o termo  $\mathbf{A}_{dq0}$  que aparece em 2.48 é a matriz de transformação de Park. Ela permite descrever as variáveis  $abc$  em coordenadas síncronas  $dq0$  e é dada por:

$$\mathbf{A}_{dq0} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta_e) & \cos\left(\theta_e - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta_e + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\text{sen}(\theta_e) & -\text{sen}\left(\theta_e - \frac{2\pi}{3}\right) & -\text{sen}\left(\theta_e + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

Dessa forma, cada uma das variáveis é escrita em termos de  $\mathbf{A}_{dq0}$

$$\begin{cases} \mathbf{i}_{dq} = \mathbf{A}_{dq0} \cdot \mathbf{i}_{abc} \\ \mathbf{v}_{dq} = \mathbf{A}_{dq0} \cdot \mathbf{v}_{abc} \\ \Psi_{dq} = \mathbf{A}_{dq0} \cdot \Psi_{abc} \\ \Psi_{pm_{dq}} = \mathbf{A}_{dq0} \cdot \Psi_{pm_{abc}} \end{cases} \quad (2.50)$$

$$\begin{cases} \mathbf{i}_{dq} = [i_d \quad i_q]^T \\ \mathbf{v}_{dq} = [v_d \quad v_q]^T \\ \Psi_{dq} = [\psi_d \quad \psi_q]^T \\ \Psi_{pm_{dq}} = [\psi_{pm_d} \quad \psi_{pm_q}]^T \end{cases} \quad (2.51)$$

Combinando 2.50 com as equações 2.39 e 2.40, obtém-se

$$\mathbf{A}_{dq0}^{-1} \cdot \mathbf{v}_{dq} = \mathbf{R}_s \mathbf{A}_{dq0}^{-1} \mathbf{i}_{dq} + \frac{d}{dt} \left( \mathbf{A}_{dq0}^{-1} \Psi_{pm_{dq}} \right) \quad (2.52)$$

$$\mathbf{A}_{dq0}^{-1} \cdot \Psi_{dq} = \mathbf{L}_{abc} \mathbf{A}_{dq0}^{-1} \mathbf{i}_{dq} + \mathbf{A}_{dq0}^{-1} \Psi_{pm_{dq}} \quad (2.53)$$

Isolando os termos  $\mathbf{v}_{dq}$  e  $\Psi_{dq}$  das duas equações anteriores, obtêm-se as seguintes expressões

$$\mathbf{v}_{dq} = \mathbf{A}_{dq0} \mathbf{R}_s \mathbf{A}_{dq0}^{-1} \mathbf{i}_{dq} + \mathbf{A}_{dq0} \left( \frac{d}{dt} \mathbf{A}_{dq0}^{-1} \right) \Psi_{dq} + \mathbf{A}_{dq0} \mathbf{A}_{dq0}^{-1} \frac{d}{dt} (\Psi_{dq}) \quad (2.54)$$

$$\Psi_{dq} = \mathbf{A}_{dq0} \mathbf{L}_{abc} \mathbf{A}_{dq0}^{-1} \mathbf{i}_{dq} + \mathbf{A}_{dq0} \mathbf{A}_{dq0}^{-1} \Psi_{pm_{dq}} \quad (2.55)$$

Dessa forma, a matriz de tensão em coordenadas síncronas é escrita da seguinte maneira.

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \dot{\theta}_e \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

Os fluxos magnéticos também são escritos em forma matricial.

$$\begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \psi_{pm} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

Combinando 2.56 com 2.57, tem-se o modelo dinâmico do gerador síncrono de ímãs permanentes.

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & -\dot{\theta}_e L_q \\ \dot{\theta}_e L_d & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta}_e \psi_{pm} \end{bmatrix} \quad (2.58)$$

Isolando  $\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix}$ ,

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d} & \frac{\dot{\theta}_e L_q}{L_d} \\ \frac{\dot{\theta}_e L_d}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{\dot{\theta}_e \psi_{pm}}{L_q} \end{bmatrix} \quad (2.59)$$

Nas equações 2.58 e 2.59, os termos  $L_d$  e  $L_q$  são dados por

$$\begin{cases} L_d = \frac{3}{2} (L_0 - L_m) \\ L_q = \frac{3}{2} (L_0 + L_m) \end{cases} \quad (2.60)$$

A figura a seguir ilustra o circuito equivalente do gerador.

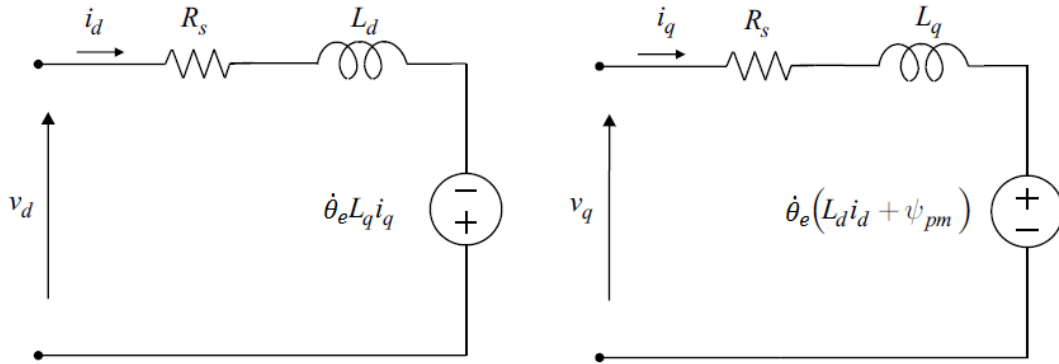


Figura 2.5 – Circuito equivalente  $dq$  do PMSG (Bernardes, 2009)

A potência aparente  $S$  gerada pela turbina é dada por

$$S = P + Q \quad (2.61)$$

em que  $P$  representa a potência ativa do sistema e  $Q$ , a reativa. A potência ativa é a de maior interesse, pois é a que tem a capacidade de realizar trabalho. Para as três fases, tem-se

$$P = v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c \quad (2.62)$$

Em coordenadas síncronas,

$$P = \frac{3}{2} (v_d i_d + v_q i_q) \quad (2.63)$$

Substituindo a equação 2.58 em 2.63, deriva-se outra expressão para a potência ativa.

$$P = \frac{3}{2} \left[ R_s (i_d^2 + i_q^2) + \left( i_d \frac{d\psi_d}{dt} + i_q \frac{d\psi_q}{dt} \right) + \dot{\theta}_e (\psi_d i_q - \psi_q i_d) \right] \quad (2.64)$$

A equação anterior ilustra a potência ativa escrita em três termos. O primeiro termo está associado a perdas por efeito Joule no estator. O segundo refere-se à energia armazenada nas indutâncias. O último termo é a parte da potência mecânica que é convertida em potência elétrica ( $P_e$ ). Portanto,

$$P_e = \frac{3}{2} \dot{\theta}_e (\psi_d i_q - \psi_q i_d) \quad (2.65)$$

E a velocidade angular elétrica  $\dot{\theta}_e$  relaciona-se com a velocidade angular de saída da caixa multiplicadora ( $\dot{\phi}_8$ ) da seguinte forma.

$$\dot{\theta}_e = \frac{N_p}{2} \dot{\phi}_8 \quad (2.66)$$

onde  $N_p$  é o número de pólos.

Sabendo que a potência elétrica relaciona-se com o torque elétrico ( $T_e$ ) de acordo com a equação 2.67 a seguir e substituindo 2.57 em 2.65,

$$P_e = T_e \dot{\phi}_8 \quad (2.67)$$

obtem-se uma expressão para o conjugado elétrico.

$$T_e = \frac{3N_p}{4} [\psi_{pm} i_q + i_d i_q (L_d - L_q)] \quad (2.68)$$

Por fim, adiciona-se uma carga de resistência  $R_L$  e indutância  $L_L$  conectadas aos terminais do estator (Vásquez, 2014), representada pela figura a seguir.

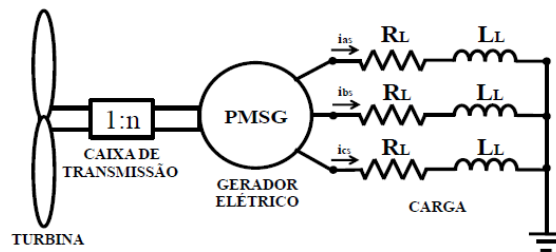


Figura 2.6 – Modelo de turbina eólica conectado a uma carga terminal (Vásquez, 2014)

A tensão e a corrente podem ser escritas em coordenadas síncronas  $d$  e  $q$  de modo que

$$V = v_d + jv_q \quad (2.69)$$

$$I = i_d + ji_q \quad (2.70)$$

onde  $j = \sqrt{-1}$ .

A tensão num indutor é dada pela equação a seguir

$$V_L = L_L \frac{di}{dt} \quad (2.71)$$

Em termos de  $i_d$  e  $i_q$ , a equação 2.71 fica

$$V_L = L_L \frac{di_d}{dt} + jL_L \frac{di_q}{dt} \quad (2.72)$$

Através da lei de Ohm,

$$V_R = IZ \quad (2.73)$$

Na equação 2.73, o termo  $Z$  representa a impedância da carga  $L$  adicionada, que é dada por:

$$Z = R_L + jX_L \quad (2.74)$$

Ou, substituindo a reatância indutiva  $X_L$ ,

$$Z = R_L + j\hat{\theta}_e L_L \quad (2.75)$$

A tensão total, portanto, é

$$V = V_R + V_L \quad (2.76)$$

ou seja,

$$V = IZ + L_L \frac{di_d}{dt} + jL_L \frac{di_q}{dt} \quad (2.77)$$

Substituindo 2.69 e 2.70 em 2.77,

$$v_d + jv_q = (i_d + ji_q)(R_L + j\hat{\theta}_e L_L) + L_L \frac{di_d}{dt} + jL_L \frac{di_q}{dt} \quad (2.78)$$

de onde pode deduzir que

$$v_d = R_L i_d - i_q \dot{\theta}_e L_L + L_L \frac{di_d}{dt} \quad (2.79)$$

$$v_q = R_L i_q + i_d \dot{\theta}_e L_L + L_L \frac{di_q}{dt} \quad (2.80)$$

Utilizando as equações 2.79 e 2.80 para substituir  $v_d$  e  $v_q$  na equação 2.58, derivam-se as equações que compõem o modelo do gerador síncrono de ímãs permanentes a seguir.

$$\begin{cases} (L_L + L_d) \frac{di_d}{dt} = -(R_L + R_s) i_d + (L_L + L_q) \dot{\theta}_e i_q \\ (L_L + L_q) \frac{di_q}{dt} = -(R_L + R_s) i_q - (L_L + L_d) \dot{\theta}_e i_d - \dot{\theta}_e \psi_{pm} \end{cases} \quad (2.81)$$

## 2.4 MODELO COMPLETO DA TURBINA

Com os resultados obtidos nas seções anteriores, é possível apresentar o modelo completo da turbina eólica acoplado a equação 2.32 com as equações 2.81. A variável  $\dot{\theta}_e$  em 2.81 relaciona-se à variável  $\dot{\varphi}_8$  conforme estipulado pela equação 2.66. O modelo completo da turbina eólica é dado a seguir

$$\begin{cases} \mathbf{J}\ddot{\boldsymbol{\varphi}} + \mathbf{C}\dot{\boldsymbol{\varphi}} + \mathbf{K}\boldsymbol{\varphi} + \bar{\boldsymbol{\mu}} \arctan(\boldsymbol{q} \cdot \boldsymbol{\varphi}) = \mathbf{T} \\ (L_L + L_d) \frac{di_d}{dt} = -(R_L + R_s) i_d + (L_L + L_q) \frac{N_p}{2} \dot{\varphi}_8 i_q \\ (L_L + L_q) \frac{di_q}{dt} = -(R_L + R_s) i_q - (L_L + L_d) \frac{N_p}{2} \dot{\varphi}_8 i_d - \frac{N_p}{2} \dot{\varphi}_8 \psi_{pm} \end{cases} \quad (2.82)$$

Usando a equação 2.36 em vez da 2.32, obtém-se o modelo com o tempo adimensional, conforme a equação 2.83 a seguir.

$$\begin{cases} \mathbf{J}\omega_n^2 \boldsymbol{\varphi}'' + \mathbf{C}\omega_n \boldsymbol{\varphi}' + \mathbf{K}\boldsymbol{\varphi} + \bar{\boldsymbol{\mu}} \arctan(\boldsymbol{\varepsilon} \cdot \omega_n^2 \boldsymbol{\varphi}') = \mathbf{T} \\ (L_L + L_d) i_d' \omega_n = -(R_L + R_s) i_d + (L_L + L_q) \frac{N_p}{2} \varphi_8' \omega_n i_q \\ (L_L + L_q) i_q' \omega_n = -(R_L + R_s) i_q - (L_L + L_d) \frac{N_p}{2} \varphi_8' \omega_n i_d - \frac{N_p}{2} \varphi_8' \omega_n \psi_{pm} \end{cases} \quad (2.83)$$

### 3 MODELAMENTO DAS FLUTUAÇÕES DETERMINÍSTICAS

Em uma turbina real, o torque varia consideravelmente devido à natureza do vento. Pode-se observar que nas flutuações de torque há contribuições de natureza estocástica e também de natureza determinística com comportamento periódico. Neste capítulo é apresentado um modelo de vento que traz em sua formulação dois efeitos independentes e concomitantes que caracterizam o efeito periódico na velocidade do vento.

A velocidade do vento observada num determinado local não é uniforme, apresentando tanto flutuações de natureza determinística quanto de natureza estocástica, esta última devido aos efeitos de turbulência, que serão apresentadas no capítulo 4.

As duas flutuações determinísticas a serem consideradas são o cisalhamento do vento (*wind shear* em inglês) e o sombreamento da torre (*tower shadow*). O cisalhamento do vento diz respeito à variação espacial da velocidade do vento de acordo com a altura com relação ao chão, ao longo das pás. Passa a ser um efeito considerável, dada a ordem de grandeza dos diâmetros dos rotores das turbinas convencionais.

Já o sombreamento da torre está associado ao efeito na velocidade do vento devido à presença física da torre. Cada vez que a pá passa à frente da torre, ocorre uma queda na velocidade do vento, que, por sua vez, reduz o torque mecânico. Nas turbinas convencionais de três pás, esse efeito de pulsação do torque ocorre três vezes a cada volta completa do rotor, o que é denominado de oscilações  $3p$  (*3p oscillations*).

Nas seções seguintes, são mostrados os modelos usados para cada efeito desenvolvido por Dolan e Lehn (2006).



### 3.1 CISALHAMENTO DO VENTO

Esse efeito ocorre principalmente devido às diferenças de velocidade observadas em alturas diferentes. Quando o rotor dá uma volta completa, as pás encontram condições diferentes de velocidade ocasionando assim variações periódicas no torque mecânico. A modelagem desse efeito começa a partir da seguinte lei exponencial

$$V_{ws}(z) = V_H \left( \frac{z}{H} \right)^\alpha, \quad (3.1)$$

que determina a velocidade do vento a uma determinada altura  $z$  tomada com relação a uma referência (geralmente o chão). O subscrito  $ws$  em 3.1 denota a velocidade do vento devido ao efeito de cisalhamento (*wind shear*). A grandeza  $H$  é a altura em que se encontra o centro do cubo do rotor e a velocidade do vento no cubo é dada por  $V_H$ . A constante  $\alpha$  é o expoente empírico de cisalhamento do vento. Esse último parâmetro depende do terreno e das condições locais. Valores típicos de  $\alpha$  são mostrados na tabela 3.1.

Tabela 3.1 – Valores típicos de  $\alpha$  para cada tipo de terreno (Das et al., 2011)

Tipo de superfície	$\alpha$
Suave, areia, lago, oceano	0.10
Suave, grama aparada	0.14
Gramma alta, pequenos arbustos e poucas árvores	0.20
Várias árvores, prédios ocasionais	0.24

A equação 3.1 pode ser escrita em coordenadas polares, resultando na expressão seguinte

$$V_{ws}(r, \theta) = V_H \left( \frac{r \cos \theta + H}{H} \right)^\alpha, \quad (3.2)$$

onde  $r$  representa o raio da turbina e  $\theta$  o ângulo azimutal varrido pelo rotor. Interessa para análise introduzir uma função  $W_s(r, \theta)$ , de forma a reescrever a eq. 3.2 como

$$V_{ws}(r, \theta) = V_H [1 + W_s(r, \theta)] \quad (3.3)$$

em que  $W_s(r, \theta)$  quantifica a perturbação observada na velocidade do vento devido ao efeito de *wind shear*. Ela é aproximada utilizando expansão em série de Taylor truncada até o termo de terceira ordem, de modo que

$$W_s(r, \theta) \approx \alpha \left(\frac{r}{H}\right) \cos \theta + \frac{\alpha(\alpha - 1)}{2} \left(\frac{r}{H}\right)^2 \cos^2 \theta + \frac{\alpha(\alpha - 1)(\alpha - 2)}{6} \left(\frac{r}{H}\right)^3 \cos^3 \theta. \quad (3.4)$$

A figura 3.1 ilustra como a velocidade varia em função de diferentes parâmetros, algo semelhante feito por Das et al (2011). Na parte (a) da mesma figura, pode-se observar a variação de velocidade em função de  $V_H$ . Para  $V_H = 14 \frac{m}{s}$ , a velocidade do vento atinge seu mínimo em  $7.497 \frac{m}{s}$  quando o rotor gira  $180^\circ$ . Nessa posição, uma das pás está apontando verticalmente para baixo. Para o mesmo valor de  $V_H$ , quando uma pá situa-se no ponto mais alto, a velocidade também atinge seu máximo em  $17.56 \frac{m}{s}$ . Em uma volta completa do rotor, a velocidade do vento sofre uma variação de aproximadamente  $10 \frac{m}{s}$ . Da mesma forma, essa diferença pode ser computada para diferentes valores de  $V_H$ . A tabela 3.2 mostra a diferença entre os valores máximo e mínimo da velocidade do vento em uma volta completa do rotor para diferentes  $V_H$ . Nota-se uma diferença cada vez maior entre esses valores de velocidade à medida que  $V_H$  aumenta, conforme ilustra a tabela 3.2.

Tabela 3.2 – Diferença entre os valores máximo e mínimo da velocidade do vento em uma volta completa do rotor para diferentes valores de  $V_H$ .

$V_H$ (m/s)	$\Delta V$ (m/s)
12	8.624
13	9.348
14	10.063

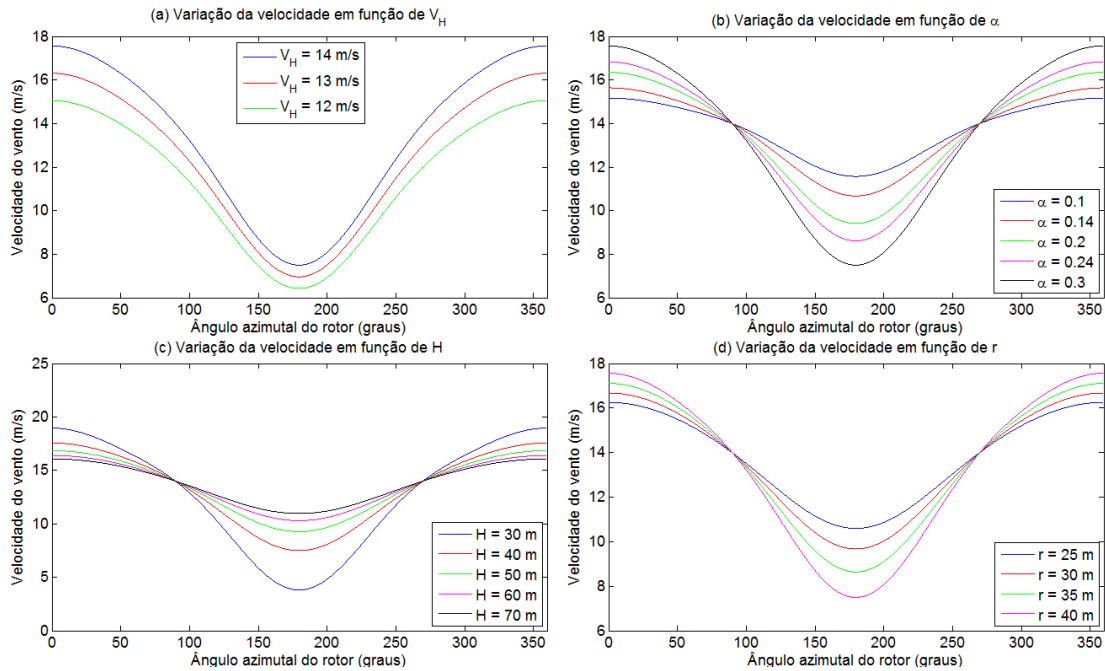


Figura 3.1 – Variação da velocidade em função de diferentes parâmetros

Observando a figura 3.1 (b), pode-se constatar que o efeito de cisalhamento do vento aumenta com  $\alpha$ , ou seja, quanto maior a rugosidade do terreno, maiores variações na velocidade serão observadas. Em (c), variou-se a altura  $H$  do cubo e vê-se que os efeitos são maiores para baixos valores de  $H$  e em (d), observa-se essa variação em função da posição  $r$  ao longo do raio do rotor. Esses efeitos tornam-se maiores em pontos longe do centro, como esperado.

### 3.2 SOMBREAMENTO DA TORRE

O sombreamento da torre (*tower shadow*) é o efeito que consiste na alteração do escoamento do vento devido à presença da torre. Quando uma das pás situa-se exatamente à frente da torre, ela entra numa região em que a velocidade do vento é mínima. Numa turbina de três pás, esse efeito ocorre três vezes a cada revolução completa do rotor.

Esse efeito é mais pronunciado em turbinas do estilo *downwind*, uma das razões pelas quais turbinas *upwind* são mais populares (Dolan e Lehn, 2006). No entanto, mesmo nesse tipo de turbina, o efeito de sombreamento da torre observado é significativo. Aqui será descrita a formulação matemática para o modelamento do sombreamento em turbinas do tipo *upwind*.

A figura 3.2 traz alguns parâmetros importantes na formulação matemática. O efeito de sombreamento depende da posição angular do rotor  $\theta$ , da distância  $x$  do rotor à torre, raio da turbina  $r$  e do raio da torre  $a$ .

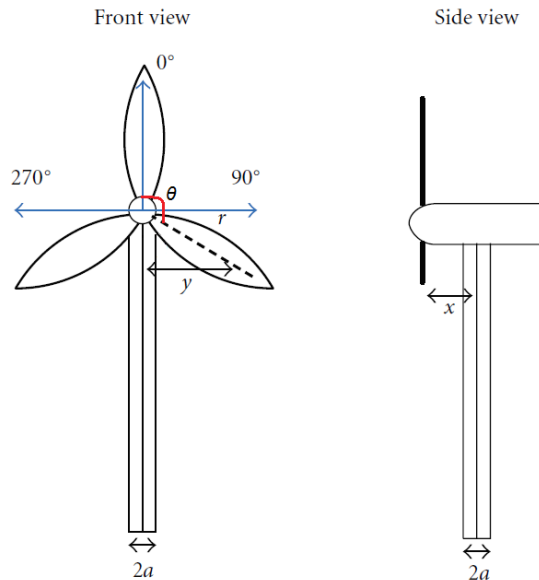


Figura 3.2 – Dimensões usadas na formulação matemática do *tower shadow* (Das, 2011)

A formulação é feita utilizando a teoria do escoamento potencial. A figura 3.3 mostra a seção transversal da torre e as linhas de corrente circundando-a. De acordo com a teoria do escoamento potencial, esse escoamento pode ser modelado como um dipolo, em que as linhas de corrente divergem no ponto marcado como fonte (*source*) e voltam a convergir no ponto marcado como sorvedouro (*senk*).

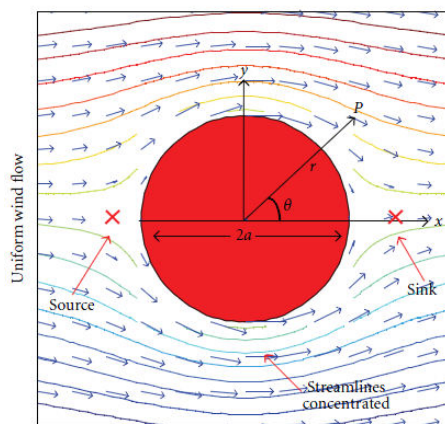


Figura 3.3 – Escoamento do vento ao redor da torre com dipolo superposto (Das, 2011)

Dessa forma, a função de corrente  $\psi$  é escrita como uma superposição do escoamento uniforme com o dipolo

$$\psi = \psi_{uniforme} + \psi_{dipolo} \quad (3.5)$$

de modo que

$$\psi = V_0 y \left( 1 - \frac{a^2}{x^2 + y^2} \right) \quad (3.6)$$

em que  $V_0$  é a velocidade média espacial do vento calculada ao longo da área varrida pelo rotor.

A derivada parcial de  $\psi$  com relação a  $y$  dá a componente da velocidade na direção  $x$ . Portanto,

$$V_{ts}(y, x) = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad (3.7)$$

$$V_{ts}(y, x) = V_0 \left[ 1 + \frac{a^2(y^2 - x^2)}{(x^2 + y^2)^2} \right]$$

em que o subscrito  $ts$  denota a velocidade do vento por sombreamento da torre (*tower shadow*).

Pode-se, então, escrever a velocidade em função da velocidade média espacial do vento ( $V_0$ ) e a flutuação de velocidade devido ao sombreamento da torre  $V_{tower}$ .

$$V_{ts}(y, x) = V_0 + V_{tower}, \quad (3.8)$$

com

$$V_{tower}(y, x) = V_0 \frac{a^2(y^2 - x^2)}{(x^2 + y^2)^2} \quad (3.9)$$

Além do mais, usando a relação  $y = r \sin \theta$ , obtém-se

$$V_{tower}(r, \theta, x) = V_0 \frac{a^2(r^2 \sin^2 \theta - x^2)}{(r^2 \sin^2 \theta + x^2)^2}. \quad (3.10)$$

O modelo acima exposto depende da variável  $V_0$ , que representa a velocidade média espacial do vento, enquanto o modelo de *wind shear* está escrito em termos da velocidade do vento à altura do cubo do rotor ( $V_H$ ). Faz-se necessário encontrar uma expressão que correlacione as duas velocidades. Esse cálculo foi realizado por Dolan e Lehn (2006).

A velocidade média espacial pode ser calculada a partir da expressão de *wind shear*. Integrando a equação 3.3 ao longo da área do rotor e dividindo pela área total varrida pelo rotor, obtém-se

$$V_0 = \frac{1}{\pi R^2} \int_0^{2\pi} \int_0^R V_H [1 + W_s(r, \theta)] r dr d\theta. \quad (3.11)$$

Substituindo 3.4 em 3.11, tem-se

$$V_0 = \frac{1}{\pi R^2} \int_0^{2\pi} \int_0^R V_H \left[ 1 + \alpha \left( \frac{r}{H} \right) \cos \theta + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2} \left( \frac{r}{H} \right)^2 \cos^2 \theta + \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)}{6} \left( \frac{r}{H} \right)^3 \cos^3 \theta \right] r dr d\theta. \quad (3.12)$$

A integral da eq. 3.12 tem solução analítica e resulta em uma expressão da seguinte forma

$$V_0 = mV_H, \quad (3.13)$$

em que a constante  $m$  é dada por

$$m = 1 + \frac{\alpha(\alpha-1)R^2}{8H^2}. \quad (3.14)$$

A constante  $m$  é a razão entre  $V_0$  e  $V_H$ . A figura a seguir ilustra a variação de  $m$  em função de  $\alpha$  para diferentes razões  $\frac{R}{H}$ .

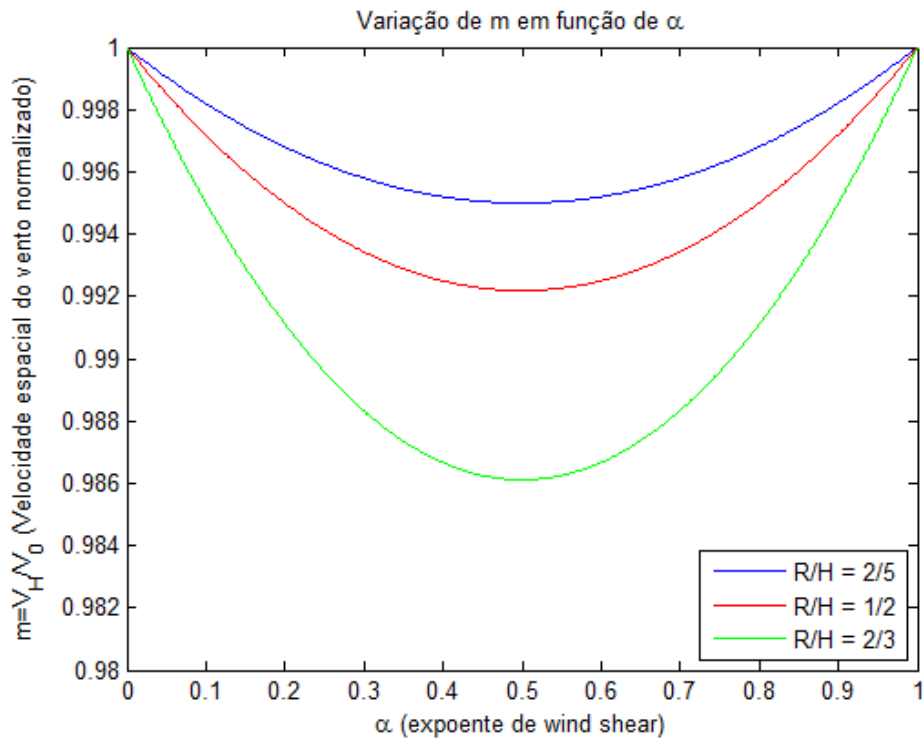


Figura 3.4 – Variação de  $m = \frac{V_0}{V_H}$  em função de  $\alpha$  para diferentes  $\frac{R}{H}$

O valor de  $m$  atinge seu mínimo em  $\alpha = 0.5$  e, para uma razão de  $\frac{R}{H} = \frac{2}{3}$ ,  $m = 0.9861$ , o que configura uma diferença de aproximadamente 0.014. Em muitos casos, a aproximação  $V_H = V_0$  é justificável. No entanto, para maior precisão, será considerada a relação explicitada na equação 3.13.

Dessa forma, a equação 3.10 torna-se

$$V_{tower}(r, \theta, x) = mV_H \frac{a^2(r^2 \text{sen}^2 \theta - x^2)}{(r^2 \text{sen}^2 \theta + x^2)^2}, \quad (3.15)$$

ou, dividindo por  $V_H$ , obtém-se a flutuação  $V_{tower}$  normalizada dada por

$$\tilde{V}_{tower}(r, \theta, x) = ma^2 \frac{(r^2 \text{sen}^2 \theta - x^2)}{(r^2 \text{sen}^2 \theta + x^2)^2}, \quad (3.16)$$

É importante notar que as equações 3.15 e 3.16 só são válidas para valores de  $\theta$  que estejam no intervalo  $90^\circ \leq \theta \leq 270^\circ$ , visto que o vento não sofre obstrução da torre na parte superior do rotor. A fig. 3.5 ilustra a perturbação sofrida pela pá enquanto ela atravessa a região de sombreamento para diferentes raios de rotor. É importante notar que, quanto mais próximo do cubo do rotor, o efeito de sombreamento é observado por um tempo maior. A queda na velocidade atinge o mínimo no mesmo ponto independentemente do raio do rotor.

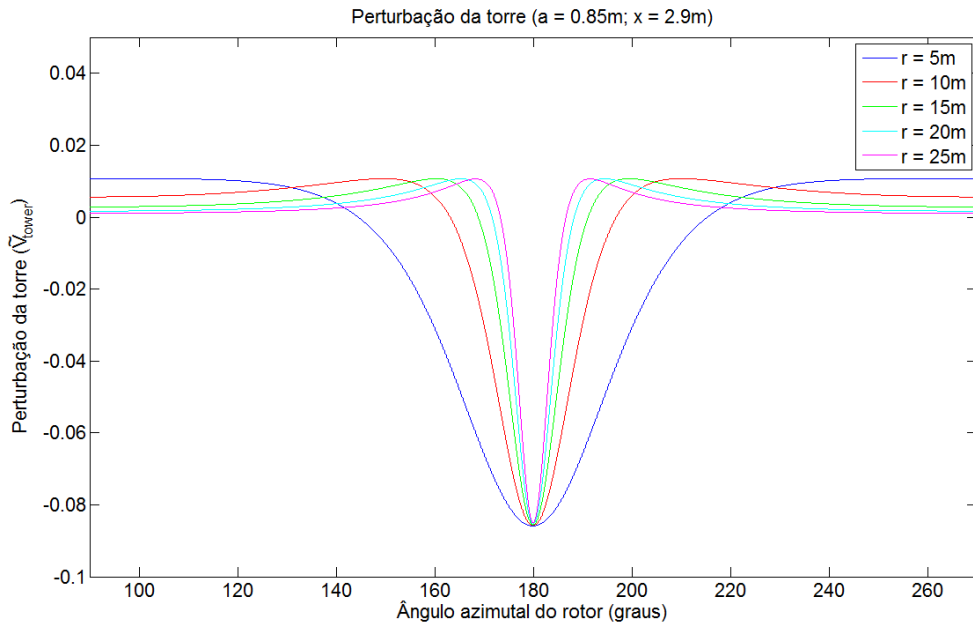


Figura 3.5 – Efeito de sombreamento da torre para diferentes raios de rotor com  $a = 0.85 m$  e  $x = 2.9 m$

### 3.3 DETERMINAÇÃO DA VELOCIDADE DO VENTO EQUIVALENTE E MODELO DE TORQUE AERODINÂMICO

Tendo desenvolvido modelos para os dois efeitos, resta determinar uma equação para velocidade equivalente do vento. Inicialmente, o campo de velocidades  $V(t, r, \theta)$  é dado por

$$V(t, r, \theta) = V_H \frac{V_{ws}}{V_H} \frac{V_{ts}}{V_H}. \quad (3.17)$$

Os termos  $\frac{V_{ws}}{V_H}$  e  $\frac{V_{ts}}{V_H}$  representam as proporções nas quais a velocidade do vento flutua. Substituindo as equações 3.3 e 3.8, obtém-se

$$V(t, r, \theta) = V_H [1 + W_s(r, \theta)] [m + \tilde{V}_{tower}(r, \theta, x)]. \quad (3.18)$$

Expandindo a eq. 3.18, tem-se

$$V(t, r, \theta) = V_H [m + mW_s(r, \theta) + \tilde{V}_{tower}(r, \theta, x) + W_s(r, \theta)\tilde{V}_{tower}(r, \theta, x)]. \quad (3.19)$$

O termo  $W_s(r, \theta)\tilde{V}_{tower}(r, \theta, x)$ , por ser um produto entre flutuações de velocidade, é de uma ordem de grandeza menor do que os outros termos, podendo ser, portanto, ignorado, de modo que

$$V(t, r, \theta) = V_H [m + mW_s(r, \theta) + \tilde{V}_{tower}(r, \theta, x)] \quad (3.20)$$

é uma boa aproximação. Sørensen (2002) desenvolveu um método de cálculo de vento equivalente a ser usado no modelo de torque mecânico. O torque aerodinâmico  $T_{aero}$  produzido em um rotor de três pás imerso num campo de velocidade  $V(t, r, \theta)$  é dado por

$$T_{aero}(t, \theta) = 3M(V_0) + \sum_{b=1}^3 \int_{r_0}^R \psi(r) [V(t, r, \theta_b) - V_0] dr, \quad (3.21)$$

onde  $M(V_0)$  é o momento na base da pá para uma velocidade média espacial de vento  $V_0$ ,  $r_0$  é o raio onde o perfil da pá se inicia,  $R$  é o raio do rotor,  $\psi(r)$  é o coeficiente de influência do carregamento aerodinâmico no momento na base da pá a um raio  $r$  específico.

O vento equivalente  $v_{eq}$  é definido de forma a proporcionar o mesmo torque aerodinâmico sem variar com o raio do rotor. Assim, a equação anterior pode ser escrita como



$$T_{aero}(t, \theta) = 3M(V_0) + \sum_{b=1}^3 \int_{r_0}^R \psi(r) [V_{eq}(t, \theta_b) - V_0] dr. \quad (3.22)$$

Igualando 3.21 a 3.22, tem-se uma expressão para a velocidade equivalente

$$V_{eq}(t, \theta) = \frac{1}{3} \sum_{b=1}^3 \frac{\int_{r_0}^R \psi(r) v(t, r, \theta_b) dr}{\int_{r_0}^R \psi(r) dr}. \quad (3.23)$$

Sørensen (2002) assume  $\psi(r)$  como proporcional a  $r$  e Dolan e Lehn (2006) atribui  $kr$  a  $\psi(r)$ , em que  $k$  é uma constante de proporcionalidade. Definindo  $s = 1 - n^2$ , em que  $n = \frac{r_0}{R}$ , a equação 3.22 torna-se

$$V_{eq}(t, \theta) = \frac{2mV_H}{3sR^2} \sum_{b=1}^3 \int_{r_0}^R \left[ r + \frac{r^2 \alpha}{H} \cos \theta_b + \frac{r^3 \alpha (\alpha - 1)}{2H^2} \cos^2 \theta_b + \frac{r^4 \alpha (\alpha - 1)(\alpha - 2)}{6H^3} \cos^3 \theta_b + \frac{a^2 (r^3 \sin^2 \theta_b - rx^2)}{(r^2 \sin^2 \theta_b + x^2)^2} \right] dr. \quad (3.24)$$

Nota-se que a equação 3.24 possui três componentes. O componente  $v_{eq_0}$  está associado à velocidade média espacial do vento, o componente  $v_{eq_{ws}}$  está associado ao efeito de cisalhamento do vento e  $v_{eq_{ts}}$ , ao efeito de sombreamento da torre. Dessa forma,

$$V_{eq}(t, \theta) = v_{eq_0} + v_{eq_{ws}} + v_{eq_{ts}}, \quad (3.25)$$

onde cada termo é dado por

$$v_{eq_0} = \frac{2mV_H}{3sR^2} \sum_{b=1}^3 \int_{r_0}^R r dr, \quad (3.26)$$

$$v_{eq_{ws}} = \frac{2mV_H}{3sR^2} \sum_{b=1}^3 \int_{r_0}^R \left[ \frac{r^2 \alpha}{H} \cos \theta_b + \frac{r^3 \alpha (\alpha - 1)}{2H^2} \cos^2 \theta_b + \frac{r^4 \alpha (\alpha - 1)(\alpha - 2)}{6H^3} \cos^3 \theta_b \right] dr, \quad (3.27)$$

e

$$v_{eqts} = \frac{2mV_H}{3sR^2} \sum_{b=1}^3 \int_{r_0}^R \left[ \frac{\alpha^2 (r^3 \sin^2 \theta_b - rx^2)}{(r^2 \sin^2 \theta_b + x^2)^2} \right] dr, \quad (3.28)$$

Cada integral é resolvida separadamente, de modo que

$$v_{eq_0} = mV_H, \quad (3.29)$$

Aproximando  $r_0 = 0.1R$  (Dolan e Lehn, 2006), obtém-se

$$v_{eqws} = \frac{2mV_H}{3R^2} \sum_{b=1}^3 \left[ \frac{R^3 \alpha}{3H} \cos \theta_b + \frac{R^4 \alpha (\alpha - 1)}{4 \cdot 2H^2} \cos^2 \theta_b + \frac{R^5 \alpha (\alpha - 1)(\alpha - 2)}{5 \cdot 6H^3} \cos^3 \theta_b \right]. \quad (3.30)$$

Escrevendo os ângulos das duas últimas pás em função da primeira, têm-se

$$\theta = \theta_1; \theta_2 = \theta_1 + \frac{2\pi}{3}; \theta_3 = \theta_1 + \frac{4\pi}{3}. \quad (3.31)$$

O somatório da equação 3.30 pode ainda ser reescrita da seguinte forma, usando as relações mostradas em 3.31 e as relações trigonométricas

$$\sum_{b=1}^3 \cos \theta_b = 0, \quad (3.32)$$

$$\sum_{b=1}^3 \cos^2 \theta_b = \frac{3}{2}, \quad (3.33)$$

e

$$\sum_{b=1}^3 \cos^3 \theta_b = \frac{3}{4} \cos \theta, \quad (3.34)$$

por

$$v_{eqws} = mV_H \left[ \frac{\alpha(\alpha-1)}{8} \left(\frac{R}{H}\right)^2 + \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)}{60} \left(\frac{R}{H}\right)^3 \cos 3\theta \right]. \quad (3.35)$$

A equação obtida em 3.35 é, de fato, o modelo de cisalhamento do vento usado nas análises mostradas nas seções subsequentes.

A última equação a ser resolvida é a 3.28 do termo associado ao sombreamento de vento. Resolvendo a integral, a expressão 3.28 torna-se

$$v_{eqts} = \frac{2mV_H}{3sR^2} \sum_{b=1}^3 \left[ \frac{a^2 \ln(R^2 \sin^2 \theta_b + x^2)}{2 \sin^2 \theta_b} - \frac{a^2 \ln(r_0^2 \sin^2 \theta_b + x^2)}{2 \sin^2 \theta_b} + \frac{a^2 x^2}{\sin^2 \theta_b (R^2 \sin^2 \theta_b + x^2)} - \frac{a^2 x^2}{\sin^2 \theta_b (r_0^2 \sin^2 \theta_b + x^2)} \right], \quad (3.36)$$

que pode ser simplificada ainda mais, fazendo  $r_0 = R$ . Assim,  $s = 1$ .

$$v_{eqts} = \frac{mV_H}{3R^2} \sum_{b=1}^3 \left[ \frac{a^2}{\sin^2 \theta_b} \ln \left( \frac{R^2 \sin^2 \theta_b}{x^2} + 1 \right) - \frac{2a^2 R^2}{R^2 \sin^2 \theta_b + x^2} \right]. \quad (3.37)$$

A equação 3.37 é o modelo de sombreamento da torre usado para obtenção dos resultados mostrados adiante.

A partir de agora, faz-necessário encontrar uma expressão para o torque aerodinâmico. A expressão clássica do torque é dada pela equação seguinte

$$T_{aero}(t, \theta) = \frac{1}{2} \rho A V^2 R \frac{C_p(\lambda, \beta)}{\lambda}. \quad (3.38)$$

onde  $\lambda$  é a *tip speed ratio*,  $\beta$  é o ângulo de ataque da pá e  $C_p(\lambda, \beta)$  é o coeficiente de potência.

Linearizando-se em torno de  $\lambda_0$  e  $V_0$ , 3.38 torna-se

$$T_{aero}(t, \theta) = T_{aero}(t, \theta) \Big|_{\lambda=\lambda_0}^{V=V_0} + \frac{\partial T_{aero}(t, \theta)}{\partial V} \Big|_{\lambda=\lambda_0}^{V=V_0} \Delta V. \quad (3.39)$$

O parâmetro  $\lambda_0$  é o *tip speed ratio* calculado a uma velocidade média espacial do  $V_0$ . Dessa forma,

$$T_{aero}(t, \theta) = \frac{1}{2} \rho A m^2 V_H^2 R \frac{C_p(\lambda_0)}{\lambda_0} + \rho A m V_H R \frac{C_p(\lambda_0)}{\lambda_0} \Delta V \quad (3.40)$$

Fazendo  $\Delta V = v_{eq}(t, \theta) - mV_H$  e substituindo 3.25 em 3.40, obtém-se

$$T_{aero}(t, \theta) = \frac{1}{2} \rho A m^2 V_H^2 R \frac{C_p(\lambda_0)}{\lambda_0} + \rho A m V_H R \frac{C_p(\lambda_0)}{\lambda_0} [v_{eq_{ws}} + v_{eq_{ts}}]. \quad (3.41)$$

que é o modelo de torque aerodinâmico completo e ainda pode ser igualada à eq. 3.22 para calcular os seguintes termos

$$M(V_0) = \frac{1}{6} \rho A V_0^2 R \frac{C_p(\lambda_0)}{\lambda_0}, \quad (3.42)$$

$$k = \frac{2\rho A V_0 C_p(\lambda_0)}{3sR\lambda_0}. \quad (3.43)$$

A equação 3.42 é o momento observado na base de uma pá da turbina. Seu somatório, portanto, é a expressão clássica comumente encontrada na literatura para o torque aerodinâmico. A expressão 3.43 calcula o valor da constante  $k$  que aparece na função de coeficiente de influência do carregamento aerodinâmico no momento na base da pá  $\psi(r)$ .

É importante notar que o modelo de torque aerodinâmico descrito pela equação 3.41 pode ainda ser reescrito da forma abaixo, dividindo-o em módulos de modo que seja possível analisar cada efeito isoladamente.

$$T_{aero}(t, \theta) = T_{clássico}(t, \theta) + T_{ws}(t, \theta) + T_{ts}(t, \theta) \quad (3.44)$$

Na equação anterior,  $T_{clássico}$  corresponde à equação 3.38, ou seja, a expressão clássica do torque, e os termos  $T_{ws}$  e  $T_{ts}$  correspondem às flutuações no torque devido aos efeitos de cisalhamento do vento e sombreamento da torre, respectivamente dados por

$$T_{ws}(t, \theta) = \rho A m V_H R \frac{C_p(\lambda_0)}{\lambda_0} v_{eq_{ws}}, \quad (3.45)$$

$$T_{ts}(t, \theta) = \rho A m V_H R \frac{C_p(\lambda_0)}{\lambda_0} v_{eqts}. \quad (3.46)$$

A velocidade equivalente normalizada pode ser obtida dividindo a equação 3.25 por  $V_H$

$$\frac{v_{eq}(t, \theta)}{V_H} = m + \frac{v_{eqws}}{V_H} + \frac{v_{eqts}}{V_H}. \quad (3.47)$$

O mesmo pode ser feito com o torque dividindo a equação 3.41 por 3.42.

$$\tilde{T}_{aero}(t, \theta) = 1 + \frac{2}{mV_H} [v_{eqws} + v_{eqts}]. \quad (3.48)$$

A figura 3.6 é uma reprodução dos resultados obtidos pelas equações 3.47 e 3.48. A figura 3.6(a) mostra a flutuação da velocidade equivalente para cada efeito isolado e a combinação deles em função da posição angular da turbina e 3.6(b) mostra a flutuação de torque aerodinâmico para os mesmos efeitos. A oscilação provocada somente por cisalhamento do vento corresponde a menos de 1%, sendo, portanto, relativamente pequena quando comparada com os efeitos provocados pela presença da torre. É importante notar que, tanto nos casos de cisalhamento do vento quanto de sombreamento da torre, as oscilações atingem seus respectivos mínimos no caso em que uma das pás está situada no ponto mais baixo e atingem seus máximos quando uma das pás ocupa o ponto mais alto. Isso ocorre em posições angulares do rotor bem definidas, a saber, em  $60^\circ$ ,  $180^\circ$  e  $300^\circ$ , caracterizando o fenômeno de oscilações 3p.

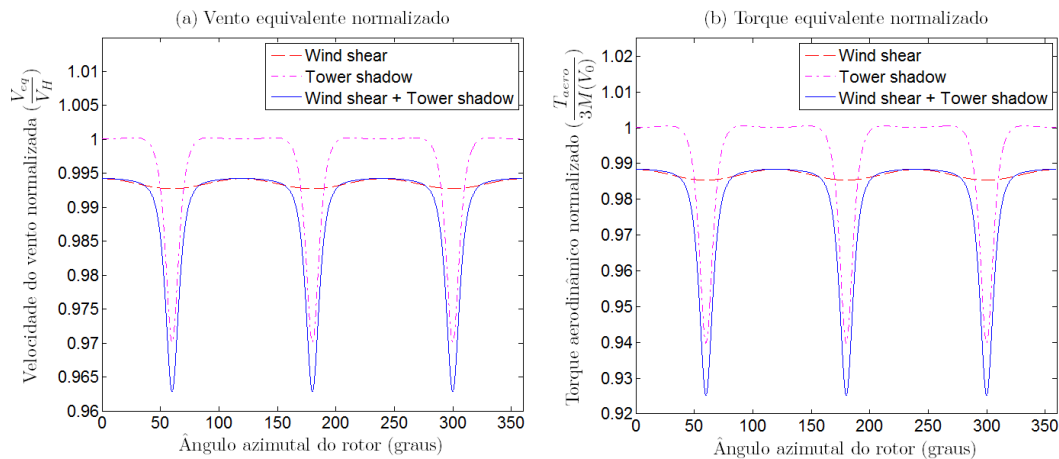


Figura 3.6 - Velocidade equivalente e torque normalizados devido aos efeitos individuais de cisalhamento do vento e sombreamento da torre e a combinação deles.

Esse fenômeno é de extremo interesse, pois a flutuação da velocidade do vento devido às oscilações  $3p$  causa a oscilação do torque aerodinâmico e, em redes consideradas eletricamente fracas, a magnitude da flutuação de tensão por *flicker* é consideravelmente grande, tornando-se um fator limitante para a conexão de turbinas à rede elétrica (Moreno et al., 2002). No caso de um parque eólico com várias turbinas funcionando simultaneamente, dependendo do número de pás de turbina sincronizadas, o efeito de *flicker* torna-se desiadamente severo (Das et al., 2011). Para se determinar se a rede é eletricamente fraca, é preciso satisfazer a condição

$$\frac{SCC}{P_n} < 20. \quad (3.49)$$

onde  $SCC$  é a capacidade de curto-circuito da rede na sua sigla em inglês dada por  $SCC = \frac{V_{rede}^2}{Z}$ , com  $V_{rede}$  sendo a tensão nominal da rede e  $Z$  a sua impedância, e  $P_n$  é a potência nominal da turbina (Arbaoui et al., 2010).

Os resultados da figura 3.6 diferem ligeiramente dos obtidos por Dolan e Lehn (2006), mostrados na figura 3.7. O torque normalizado gerado pelos efeitos combinados na figura 3.6 tem seu valor médio (DC offset) deslocado com relação ao mostrado na figura 3.7.

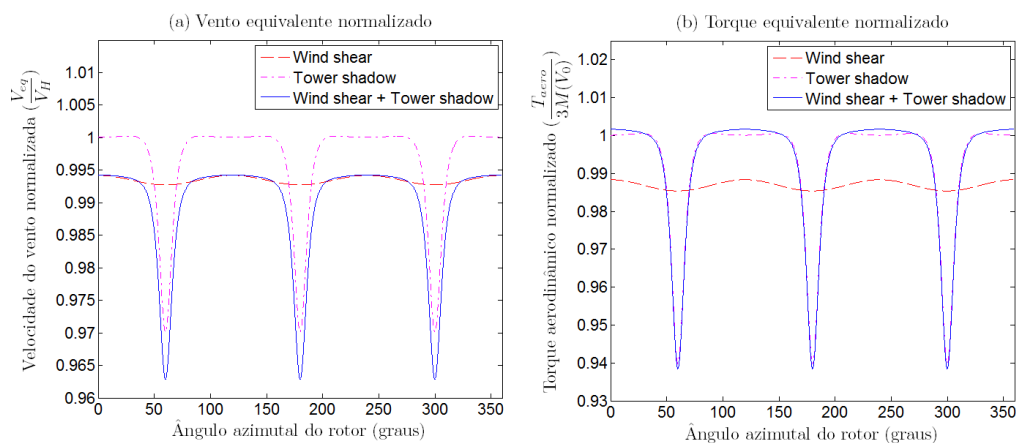


Figura 3.7 – Velocidade equivalente e torque normalizados conforme obtidos por Dolan e Lehn (2006)

Dolan e Lehn (2006) calculam a expressão para o torque usando a seguinte equação do campo de velocidade por sombreamento da torre

$$V_{ts}(y, x) = V_H + V_{tower}. \quad (3.50)$$

A diferença entre as equações 3.8 e 3.50 é que a última usa a velocidade  $V_H$  em vez da velocidade média espacial do vento  $V_0$ . No entanto, o termo  $V_{tower}$  é escrito em função de  $V_0$  e corresponde à equação 3.9. Isso gera uma pequena diferença na formulação e a formulação proposta por Dolan e Lehn (2006) será brevemente discutida a seguir.

Como mostrado anteriormente,  $V_0$  pode ser escrito em termos da constante  $m$ , de modo que a equação 3.50 torna-se

$$V(r, \theta, x) = V_H + mV_H \frac{a^2(r^2 \sin^2 \theta - x^2)}{(r^2 \sin^2 \theta + x^2)^2}. \quad (3.51)$$

Normalizando a equação 3.51, obtém-se

$$\tilde{V}(r, \theta, x) = 1 + \frac{ma^2(r^2 \sin^2 \theta - x^2)}{(r^2 \sin^2 \theta + x^2)^2}. \quad (3.52)$$

A equação 3.52, quando usada em 3.17, transforma-a em

$$V(t, r, \theta) = V_H[1 + W_s(r, \theta)][1 + \tilde{V}_{tower}(r, \theta, x)]. \quad (3.53)$$

Repetindo o mesmo processo já descrito anteriormente para o cálculo do torque aerodinâmico total, nota-se o aparecimento do termo  $(1 - m)V_H$ , conforme mostrado abaixo

$$\tilde{T}_{aero}(t, \theta) = 1 + \frac{2}{mV_H} [v_{eqws} + v_{eqts} + (1 - m)V_H]. \quad (3.54)$$

Essa diferença nasce da oscilação de torque devido ao cisalhamento do vento. O modelo de cisalhamento apresentado foi desenvolvido em função de  $V_H$ , enquanto que o torque aerodinâmico clássico é dado em função de  $V_0$ . Optou-se pelo uso de  $V_H$  por este ser obtido mais facilmente, já que a velocidade  $V_0$  requer o cálculo de um campo espacial de velocidade que normalmente não estaria prontamente disponível (Dolan e Lehn, 2006). Quando se faz a normalização, dividindo a equação de torque total pela equação de torque aerodinâmico clássico, há o deslocamento do valor médio da curva. O termo  $(1 - m)V_H$  corrige esse deslocamento.

### 3.4 IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO DE VENTO AO MODELO DETURBINA EÓLICA

O próximo passo é implementar o modelo de torque desenvolvido nas seções anteriores ao modelo de turbina eólica desenvolvido por Ohara (2014), dado pela equação 2.82 reproduzida abaixo. Nesta seção, será apresentado brevemente o comportamento do torque mecânico sob a atuação dos efeitos de flutuação descritos neste capítulo.

$$\begin{cases} \mathbf{J}\ddot{\boldsymbol{\varphi}} + \mathbf{C}\dot{\boldsymbol{\varphi}} + \mathbf{K}\boldsymbol{\varphi} + \bar{\boldsymbol{\mu}} \arctan(q \cdot \dot{\boldsymbol{\varphi}}) = \mathbf{T} \\ (L_L + L_d) \frac{di_d}{dt} = -(R_L + R_s)i_d + (L_L + L_q) \frac{N_p}{2} \dot{\varphi}_8 i_q \\ (L_L + L_q) \frac{di_q}{dt} = -(R_L + R_s)i_q - (L_L + L_d) \frac{N_p}{2} \dot{\varphi}_8 i_d - \frac{N_p}{2} \dot{\varphi}_8 \psi_{pm} \end{cases} \quad (3.55)$$

A primeira equação representa a parte mecânica da turbina (rotor e caixa multiplicadora). Os vetores  $\boldsymbol{\varphi}$  e  $\mathbf{T}$  são dados por

$$\boldsymbol{\varphi} = \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_5 \\ \varphi_8 \end{bmatrix}, \quad (3.56)$$

e

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} T_{aero} \\ 0 \\ 0 \\ -T_e \end{bmatrix} \quad (3.57)$$

Ohara (2014) usou a expressão clássica do torque aerodinâmico, eq. 3.38, como entrada do modelo. A fig. 3.8 (a) ilustra o comportamento dos torques mecânico e elétrico em função do tempo para uma velocidade média espacial do vento de 15 m/s sem a implementação de efeitos de flutuação determinística. A fig. 3.8 (b) mostra o perfil da oscilação transiente do torque mecânico.

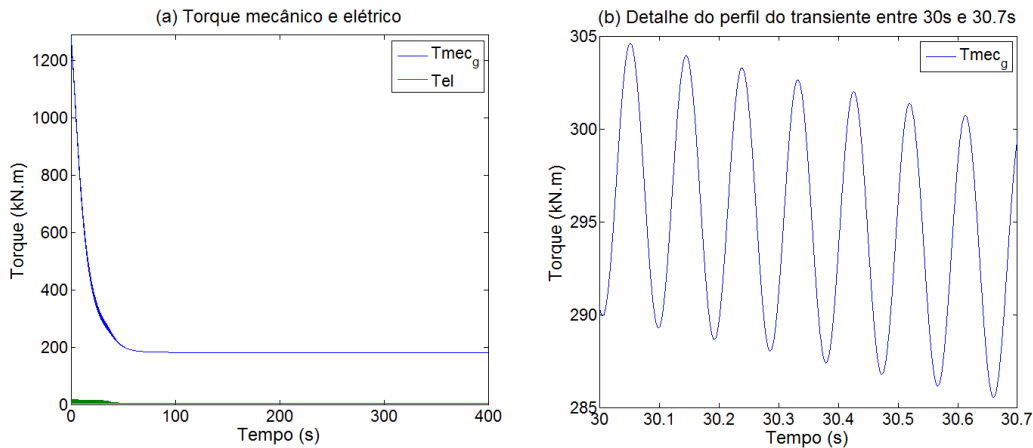


Figura 3.8 – (a) Torques mecânico ( $T_{mec_g}$ ) e elétrico ( $T_{el}$ ) do modelo completo. Em (b), O detalhe mostra o perfil da oscilação do torque durante o transiente antes de se estabilizar. (Ohara, 2014)

A implementação é feita substituindo a equação 3.44 em 3.57. A equação de velocidade equivalente do vento, como visto na seção anterior, depende da posição angular do rotor, representada pela variável  $\theta$  na formulação apresentada. Essa variável corresponde à grandeza  $\varphi_1$  da equação 3.56. A parte mecânica do modelo é, portanto, da forma



$$\mathbf{J}\ddot{\boldsymbol{\phi}} + \mathbf{C}\dot{\boldsymbol{\phi}} + \mathbf{K}\boldsymbol{\phi} + \bar{\boldsymbol{\mu}} \arctan(q \cdot \boldsymbol{\phi}) = \mathbf{T}(t, \varphi_1). \quad (3.58)$$

As figs. 3.9 e 3.10 ilustram os efeitos isolados de cisalhamento do vento e sombreamento da torre respectivamente. Na figura 3.9 (b), é possível observar um comportamento periódico semelhante aos obtidos por Dolan e Lehn (2006) na figura 3.7. O intervalo de tempo entre 200 e 210 segundos foi escolhido arbitrariamente na região da turbina já em regime permanente.

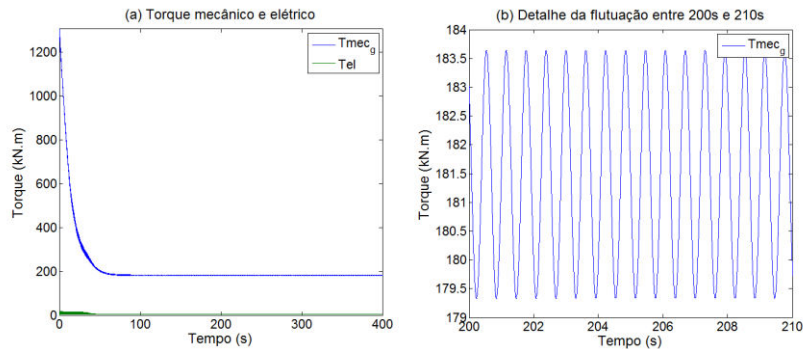


Figura 3.9 – (a) Torque mecânico devido ao cisalhamento do vento e (b) detalhe da flutuação entre 200 e 210 segundos.

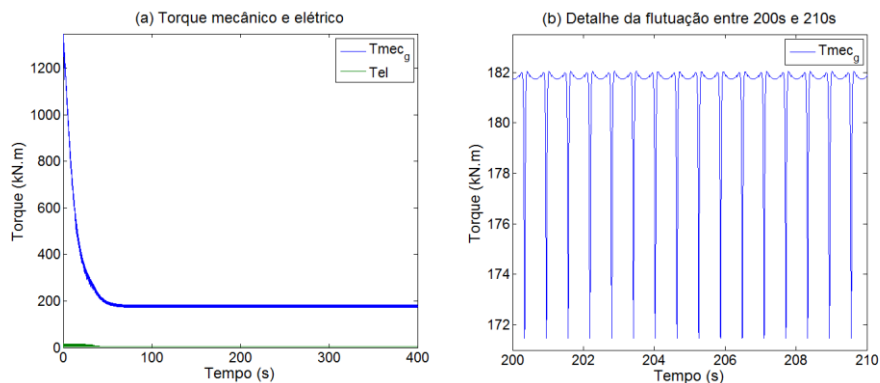


Figura 3.10 – (a) Torque mecânico devido ao sombreamento da torre e (b) detalhe da flutuação entre 200 e 210 segundos.

Na figura 3.10 (b), a queda de torque devido aos efeitos de sombreamento está bem definida. Os efeitos de sombreamento também estão condizentes com os resultados de Dolan e Lehn (2006) ilustrados na figura 3.7.

O efeito combinado dos efeitos está ilustrado na figura 3.11 abaixo.

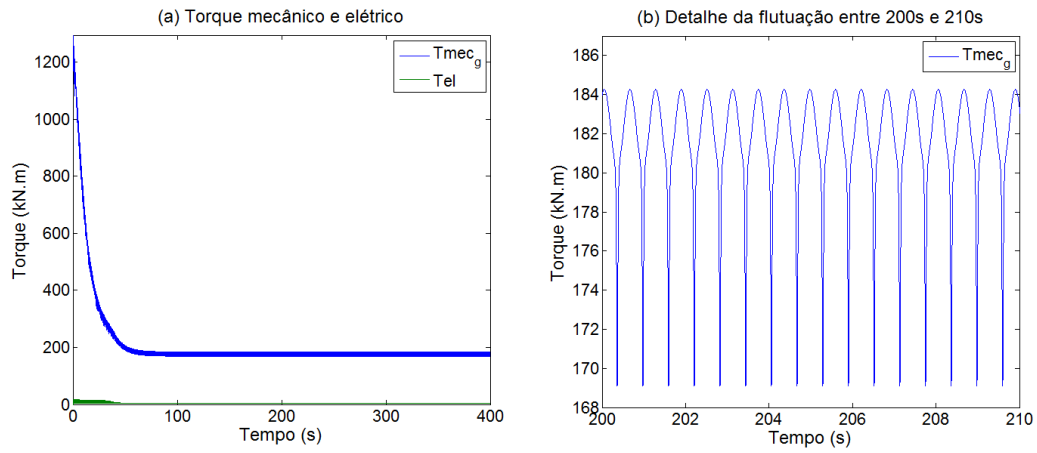


Figura 3.11 – Efeito combinado cisalhamento do vento e sombreamento mecânico no torque mecânico

Os resultados mostrando como os torques apresentados acima impactam o modelo como um todo serão mostrados posteriormente no capítulo 5. Resta agora incluir modelos estocásticos para substituir pela variável  $V_H$  na equação do torque. Essa formulação será apresentada no capítulo seguinte.

## 4 MODELAMENTO DA FLUTUAÇÃO ESTOCÁSTICA DA VELOCIDADE DO VENTO

Até o presente momento, foram implementadas as equações do torque mecânico devido aos efeitos de cisalhamento do vento e de sombreamento da torre, ambos de natureza determinística. É interessante, a partir desse ponto, adicionar efeitos de flutuações estocásticas na velocidade do vento à equação do torque e avaliar seus efeitos no sistema completo.

Fenômenos estocásticos, ao contrário dos determinísticos, têm como principal característica o fato de que não é possível conhecer exatamente as respostas de vibração em um determinado instante de tempo  $t$ . Devido à indeterminação inerente ao fenômeno, há uma quantidade considerável de caminhos possíveis ao longo dos quais o processo pode evoluir, portanto, pode ser visto como uma coleção de fenômenos aleatórios  $X_t$  indexados no tempo (Lawler, 2006).

A figura 4.1 ilustra alguns exemplos de fenômenos aleatórios observados na natureza.

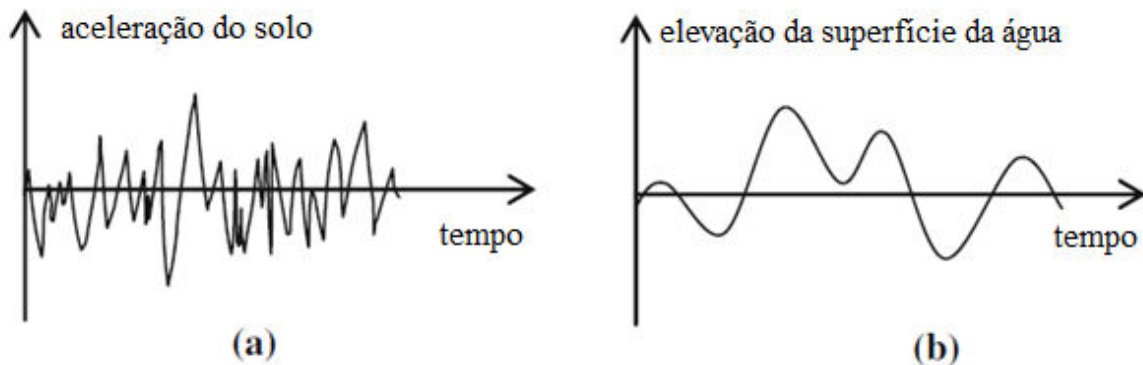


Figura 4.1 – Exemplos de excitações aleatórias. (a) Exemplo de registro de atividade sísmica e (b) exemplo de uma onda marítima aleatória (Karadeniz, 2013)

Newland (1993) traz como exemplo uma folha vibrando ao vento. A excitação do vento, caracterizada por sua velocidade, é um fator importante na caracterização desse fenômeno. Além da velocidade, é importante considerar a massa, rigidez e amortecimento do sistema composto pela folha.

A velocidade do vento à altura do cubo da turbina é necessária para se calcular o torque aerodinâmico de entrada do sistema de transmissão eletromecânica. Nas páginas subsequentes, o foco será dado em maneiras de se gerar um perfil estocástico para a velocidade  $V_H$  para ser usado no modelo de torque aerodinâmico descrito pela eq. 3.40.

## 4.1 REVISÃO DE TEORIA DA PROBABILIDADE E VARIÁVEIS ALEATÓRIAS

Embora não seja possível saber o valor da velocidade do vento em um instante de tempo  $t$ , é possível trabalhar com a probabilidade de a velocidade variar um dado valor. Faz-se então necessário introduzir determinados conceitos de teoria de probabilidade.

Probabilidade é definida como sendo a medida das ocorrências de um determinado evento  $A$  dentre todas as ocorrências observáveis. Sendo  $N$  a quantidade de ocorrências observáveis e fazendo-a tender a infinito, pode-se escrever matematicamente a probabilidade  $P(A)$  de  $A$  ocorrer da seguinte forma

$$P(A) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{N_A}{N} \quad (4.1)$$

onde  $N_A$  representa o número de vezes em que o evento  $A$  foi observado.

Probabilidade condicional  $P(A|B)$  é a probabilidade de um evento  $A$  ocorrer dado que outro evento anterior  $B$  ocorreu e é definida por

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad (4.2)$$

Se os eventos  $A$  e  $B$  são independentes entre si,  $P(A \cap B)$  resume-se ao produto  $P(A)P(B)$  e, conseqüentemente, a equação 4.2 reduz-se a

$$P(A|B) = P(A) \quad (4.3)$$

Muitas vezes, ao se analisar um determinado fenômeno, as variáveis envolvidas apresentam discrepâncias cada vez que são observadas. Por exemplo, quando se realiza medições da aceleração da gravidade  $g$  através de um experimento com um pêndulo simples, o valor encontrado para  $g$  varia a cada observação, podendo ser considerado uma variável aleatória.

Em outras palavras, uma variável aleatória é definida como um dos possíveis valores assumidos por uma determinada grandeza observada em um fenômeno aleatório. Pode também ser visto como uma função que mapeia inteiramente o espaço amostral  $S$  em uma reta real variando em  $\pm\infty$  (Karadeniz, 2013).

Se a variável aleatória assume valores distintos enumeráveis, é denominada variável aleatória discreta. Caso o número de valores possíveis seja incontável, considera-se o intervalo no qual o valor assumido pode se encontrar. A variável aleatória é, então, contínua.

Existe uma função densidade de probabilidade associada à variável aleatória contínua. A função densidade de probabilidade traz informações importantes a respeito da probabilidade de uma variável aleatória  $X$  assumir um valor dentro de um intervalo finito  $[x, x + dx]$ . É uma função  $f_X(x)$  tal que

$$P(x \leq X \leq x + dx) = f_X(x)dx \quad (4.4)$$

onde  $P(x \leq X \leq x + dx)$  é a probabilidade de  $X$  estar no intervalo  $[x, x + dx]$ . Chama-se de função densidade de probabilidade de primeira ordem quando ela se refere a somente uma variável aleatória.

Integrando a função densidade de probabilidade  $f_X(x)$  de  $-\infty$  a um determinado valor  $x^*$ , obtém-se a função de distribuição acumulada  $F_X(x)$ , conforme a equação a seguir

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^{x^*} f_X(x)dx. \quad (4.5)$$

Se cada variável aleatória  $X$  depende do tempo, é possível obter um conjunto de amostras ao longo do tempo que caracteriza um processo aleatório. Cada amostra temporal é denominada realização da variável aleatória e o processo é chamado de estocástico. A figura abaixo ilustra um conjunto contendo quatro realizações temporais de  $X$ .

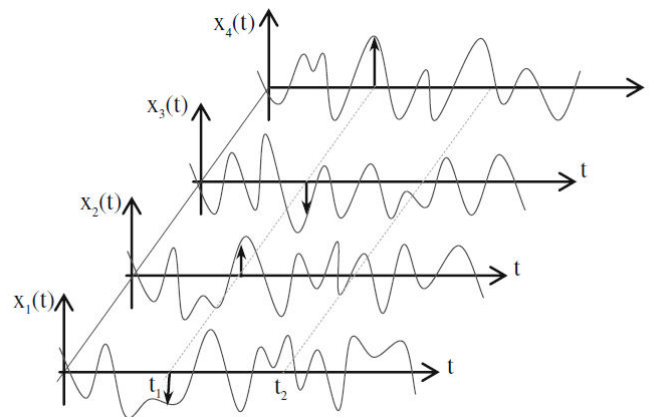


Figura 4.2 – Conjunto de amostras de variáveis aleatórias ao longo do tempo (Karadeniz, 2013)

Dessa forma, a probabilidade de  $X$  pertencer a certo intervalo  $[x_1, x_2]$  será dependente do tempo  $t$ . De acordo com a equação 4.4, pode-se escrever

$$P(x_1(t) \leq X(t) \leq x_2(t)) = \int_{x_1}^{x_2} f_X(\xi, t)d\xi \quad (4.6)$$

A função de distribuição acumulada é

$$F_X(x, t) = \int_{-\infty}^x f_X(\xi, t) d\xi \quad (4.7)$$

Dois conceitos importantes a serem introduzidos são o de expectância e variância. Expectância  $E[X]$  (ou esperança matemática) é a média ponderada dos valores possíveis da variável aleatória em que os pesos são dados pela probabilidade de cada valor. No caso discreto,

$$E[X] = \sum_{i=1}^N x_i P(x_i) \quad (4.8)$$

Para o caso contínuo, usa-se a função densidade de probabilidade  $f_X(x)$  como peso.

$$E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x) dx \quad (4.9)$$

A variância  $\sigma^2$  é uma medida de dispersão da variável de sua média  $\bar{x}$ . Pode ser interpretada como a expectância da diferença da variável e sua média ao quadrado. Ou seja,

$$\sigma^2 = E[(X - \bar{x})^2] \quad (4.10)$$

que pode também ser escrita como

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \bar{x})^2 f_X(x) dx \quad (4.11)$$

ou ainda,

$$\sigma^2 = E[x^2] - (E[x])^2 \quad (4.12)$$

A raiz quadrada da variância é chamada de desvio-padrão, representada simplesmente por  $\sigma$ .

A função densidade de probabilidade mais comumente usada é a distribuição normal ou gaussiana. De acordo com o Teorema do Limite Central, quando um processo aleatório resulta da soma infinita de vários eventos aleatórios elementares, esse processo tenderá a ter distribuição de probabilidade gaussiana (Newland, 1993). A distribuição normal é dada por

$$f_{norm}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\sigma^2\pi}} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}} \quad (4.13)$$

e a função de distribuição acumulada  $F_{norm}(x)$  é

$$F_{norm}(x) = \Phi\left(\frac{x - \bar{x}}{\sigma}\right) \quad (4.14)$$

onde  $\Phi = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{u^2}{2}} du$  e é a função de distribuição acumulada padrão em que a média é 0 e a variância é igual a 1.

A figura 4.3 ilustra uma distribuição normal típica. No caso específico, a média é igual a 0 e a variância é igual a 1, sendo, portanto, uma distribuição normal padrão.

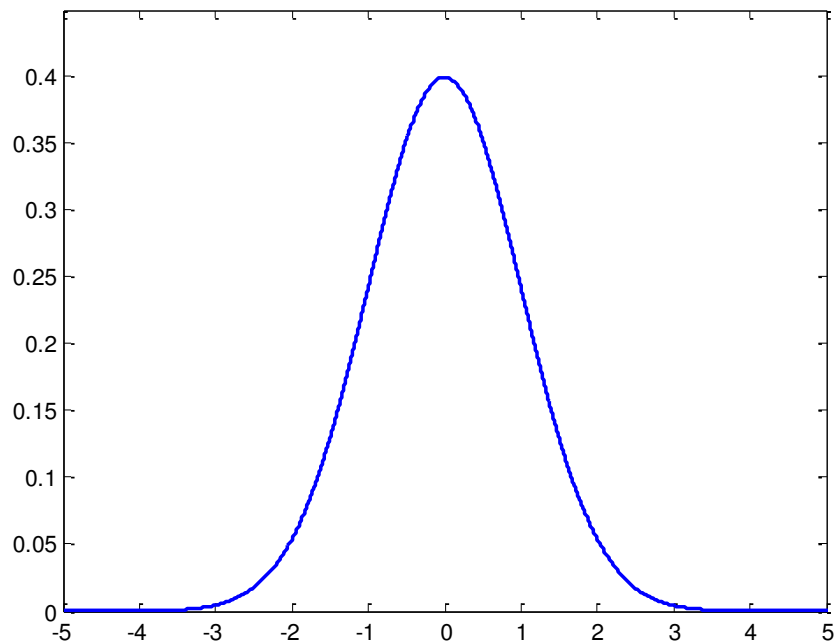


Figura 4.3 – Função densidade de probabilidade típica da distribuição normal

## 4.2 FUNÇÃO DENSIDADE DE PROBABILIDADE CONJUNTA E COVARIÂNCIA

Pode-se estender os conceitos de probabilidade apresentados até agora para o caso de haver duas ou mais variáveis aleatórias. No caso de duas variáveis  $X$  e  $Y$ , é possível obter uma função densidade que descreva as probabilidades conjuntas de ambas. Analogamente à equação 4.4,

$$P(x \leq x(t_0) \leq x + dx \text{ e } y \leq y(t_0) \leq y + dy) = f_{XY}(x, y) dx dy \quad (4.15)$$

onde  $f_{XY}(x, y)$  é a função densidade de probabilidade conjunta ou função densidade de probabilidade de segunda ordem.

A probabilidade de  $X$  estar num intervalo  $[x_1, x_2]$  e  $Y$  estar em  $[y_1, y_2]$  é, portanto,

$$P(x_1 \leq X \leq x_2 \text{ e } y_1 \leq Y \leq y_2) = \int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} f_{XY}(x, y) dx dy \quad (4.16)$$

Se ambos os valores variam de  $-\infty$  a  $\infty$ , é certo que os valores  $X$  e  $Y$  estarão nesse intervalo, portanto,

$$P(-\infty \leq X \leq \infty \text{ e } -\infty \leq Y \leq \infty) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_{XY}(x, y) dx dy = 1 \quad (4.17)$$

Graficamente, a função densidade conjunta é representada através de uma superfície em que o eixo  $z$  representa a probabilidade conjunta. A figura a seguir ilustra uma função densidade conjunta típica.

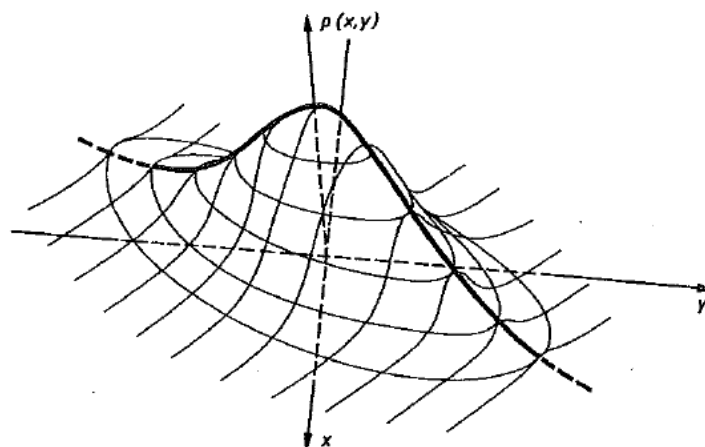


Figura 4.4 – Função densidade de probabilidade de segunda ordem (Newland, 1993)



A expectância conjunta  $E[f(x, y)]$  pode ser calculada de maneira análoga à equação 4.9.

$$E[f(x, y)] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) f_{XY}(x, y) dx dy \quad (4.18)$$

onde  $f(x, y)$  representa uma função dependente de  $x$  e  $y$  qualquer.

A covariância  $\sigma_{XY}$  é uma medida de variabilidade conjunta de duas variáveis  $X$  e  $Y$  e é dada da seguinte forma

$$\sigma_{XY} = E[(x - \bar{x})(y - \bar{y})] \quad (4.19)$$

$\bar{x}$  e  $\bar{y}$  são as médias de  $x$  e  $y$  respectivamente.

É importante notar que, no caso especial em que  $Y = X$ , a equação 4.19 resume-se à variância de  $X$ , dada pela equação 4.10.

$$\sigma_{XX} = E[(x - \bar{x})(x - \bar{x})] = E[(x - \bar{x})^2] \quad (4.20)$$

É possível definir uma distribuição normal conjunta dada pela seguinte equação

$$f_{norm}(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-\rho_{xy}^2}} e^{-\frac{1}{2(1-\rho_{xy}^2)}\left\{\frac{(x-\bar{x})^2}{\sigma_x^2} + \frac{(y-\bar{y})^2}{\sigma_y^2} - \frac{2\rho_{xy}(x-\bar{x})(y-\bar{y})}{\sigma_x\sigma_y}\right\}} \quad (4.21)$$

onde  $\rho_{xy}$  é chamado de coeficiente de correlação e é dado por  $\rho_{xy} = \frac{E[(x-\bar{x})(y-\bar{y})]}{\sigma_x\sigma_y}$

Se  $x$  e  $y$  não são correlacionados,  $\rho_{xy} = 0$ . Nesse caso, a equação 4.22 pode ser fatorada para ser escrita na forma

$$f_{norm}(x, y) = \left(\frac{1}{\sigma_x\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma_x^2}}\right) \left(\frac{1}{\sigma_y\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(y-\bar{y})^2}{2\sigma_y^2}}\right) \quad (4.22)$$

onde os termos  $\sigma_x$  e  $\sigma_y$  correspondem à raiz quadrada das variâncias de  $x$  e  $y$ , chamada de desvio-padrão. A equação 4.22 mostra que a distribuição conjunta é o produto das distribuições normais de  $X$  e  $Y$ . A figura abaixo ilustra um exemplo.

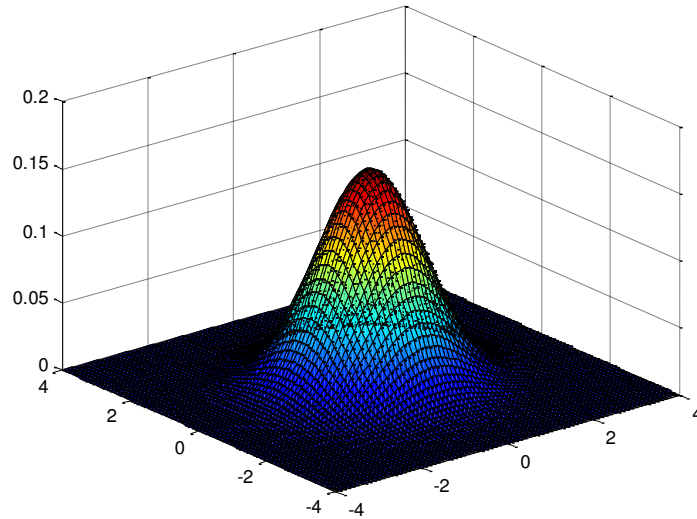


Figura 4.5 – Função densidade de probabilidade conjunta normal

### 4.3 MÉDIA DO CONJUNTO DE AMOSTRAS

Para um dado processo estocástico  $X$ , o conjunto de suas amostras vai ser algo semelhante à figura 4.2. Para certo conjunto de amostras, interessa muitas vezes observar a variação num dado instante de tempo  $t_1$  ao longo das amostras. Se o processo for gaussiano, ele possui distribuição normal de probabilidade ao longo do conjunto nesse instante. Analisando um outro instante de tempo  $t_2$ , observa-se como se dá a variação ao longo do conjunto.

Os tempos  $t_1$  e  $t_2$  podem ser tratados como duas variáveis aleatórias distintas, determinando-se, então, a função densidade de segunda ordem. Quanto mais instantes de tempo considerados, determinam-se funções densidade de ordens maiores.

O processo cujo conjunto de amostras apresenta distribuição de probabilidade que não depende do tempo absoluto é dito estacionário. Dessa forma, todas suas propriedades estatísticas como média, variância etc. não variam com o tempo.

Caso a média ao longo de uma amostra seja igual à média ao longo do conjunto, o processo é classificado como ergódico. É importante notar que, nesse caso, a média é independente do tempo, sendo também um processo estacionário.

## 4.4 CORRELAÇÃO E AUTOCORRELAÇÃO

Correlação diz respeito à relação estatística entre duas variáveis aleatórias. A figura abaixo mostra dois casos de pontos em um sistema de coordenadas cartesianas. As coordenadas  $x$  e  $y$  dos pontos podem ser tratadas como variáveis aleatórias.

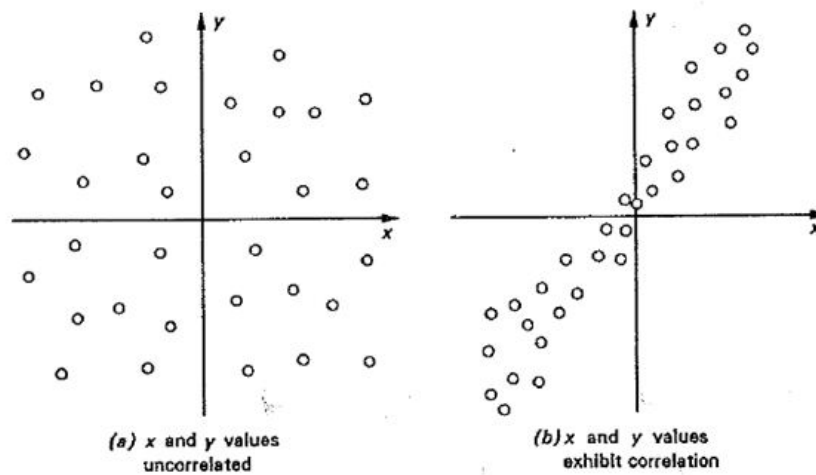


Figura 4.6 – Correlação entre variáveis aleatórias  $x$  e  $y$ . (a)  $x$  e  $y$  não apresentam correlação e (b)  $x$  e  $y$  apresentam correlação (Newland, 1993)

Através da análise de regressão linear, determina-se a reta da forma  $y = mx$ , em que  $m$  é o coeficiente angular da reta, que melhor se ajusta aos pontos. Considera-se também que  $E[x] = E[y] = 0$ . O erro  $\varepsilon$  é dado pela diferença entre o valor real de  $y$  e o da função  $mx$ . Logo,

$$\varepsilon = y - mx. \quad (4.23)$$

Utiliza-se, então, o método dos mínimos quadrados. A expectância do quadrado do erro é dada por

$$E[\varepsilon^2] = E[(y - mx)], \quad (4.24)$$

ou seja,

$$E[\varepsilon^2] = E[y^2] + m^2E[x^2] - 2mE[xy]. \quad (4.25)$$

Derivando em relação a  $m$ , obtém-se

$$0 = 2mE[x^2] - 2E[xy]. \quad (4.26)$$

A partir da equação 4.26, é possível calcular uma expressão para  $m$

$$m = \frac{E[xy]}{E[x^2]}. \quad (4.27)$$

Da equação 4.12, as variâncias de  $x$  e  $y$  são dadas por

$$\sigma_x^2 = E[x^2] \text{ e } \sigma_y^2 = E[y^2]. \quad (4.28)$$

Manipulando os termos e usando a equação 4.28, pode-se reescrever a equação 4.27 da seguinte forma

$$m = \frac{E[xy] \sigma_y}{\sigma_x \sigma_y \sigma_x}. \quad (4.29)$$

Dessa forma, a reta pode ser escrita conforme abaixo

$$y = \left( \frac{E[xy] \sigma_y}{\sigma_x \sigma_y \sigma_x} \right) x. \quad (4.30)$$

Rearranjando os termos, obtém-se

$$\frac{y}{\sigma_y} = \left( \frac{E[xy]}{\sigma_x \sigma_y} \right) \frac{x}{\sigma_x}. \quad (4.31)$$

A equação 4.31 traz um termo importante. O coeficiente angular  $\frac{E[xy]}{\sigma_x \sigma_y}$  reta é chamado de coeficiente de correlação de Pearson ( $\rho_{xy}$ ) e, para o caso em que as médias de  $x$  e  $y$  são diferentes de zero, é escrito na forma

$$\rho_{xy} = \frac{E[(x - \bar{x})(y - \bar{y})]}{\sigma_x \sigma_y}, \quad (4.32)$$

que aparece também na equação da distribuição normal conjunta (eq. 4.21)

Diz-se que há correlação perfeita entre as variáveis quando  $\rho_{xy} = \pm 1$ . No caso de  $\rho_{xy} = 0$ , não há correlação entre as variáveis e as retas de regressão são perpendiculares entre si, conforme ilustra a figura abaixo.

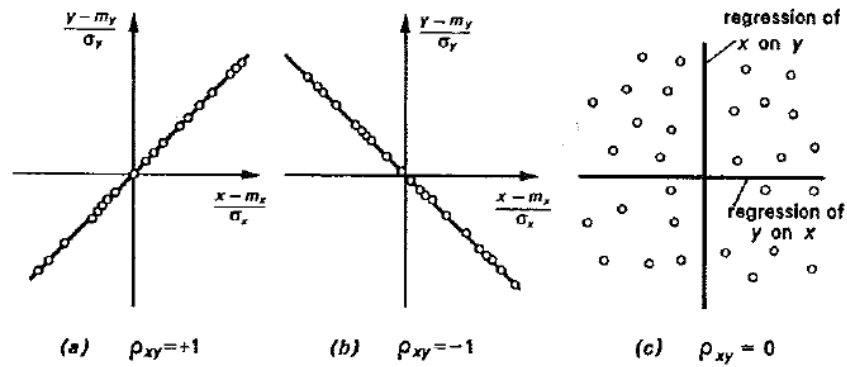


Figura 4.7 – Correlação perfeita para (a)  $\rho_{xy} = 1$  e (b)  $\rho_{xy} = -1$ . (c) As variáveis não apresentam correlação ( $\rho_{xy} = 0$ ) (Newland, 1993).

No entanto, quando se analisa um sinal aleatório, faz-se necessário conhecer como ele se correlaciona consigo próprio em instantes diferentes de tempo. A isso, dá-se o nome de autocorrelação. Para um processo aleatório  $x$ , considera-se o sinal no instante de tempo  $t$  e em um outro instante depois de transcorrido um intervalo de tempo  $\tau$ . A expectância do produto entre  $x(t)$  e  $x(t + \tau)$  gera uma função chamada função de autocorrelação  $R_x(t, \tau)$ , dada por

$$R_x(t, \tau) = E[x(t)x(t + \tau)]. \quad (4.33)$$

Se o processo for estacionário, suas propriedades estatísticas são invariantes com o tempo e, assim, a função de autocorrelação passa a depender somente do intervalo de tempo  $\tau$ .

$$R_x(\tau) = E[x(t)x(t + \tau)]. \quad (4.34)$$

Essa função é de suma importância para a construção da função de densidade espectral de potência, que será discutida mais adiante. Nesse momento é interessante notar que, caso  $\tau = 0$ , a equação 4.34 reduz-se a

$$R_x(0) = E[x(t)^2], \quad (4.35)$$

que é a média quadrática do processo

Para valores grandes de  $\tau$ , os valores tendem a ser não-correlacionados, já que, à medida que se distanciam, não é possível estabelecer uma relação coerente entre os dois instantes. Portanto, para  $\tau \rightarrow \infty$ ,

$$R_x \rightarrow \bar{x}^2. \quad (4.36)$$

## 4.5 ANÁLISE DE FOURIER

Nas seções anteriores, foi apresentada a teoria probabilística e estatística necessária para se compreender fenômenos estocásticos. Nesta seção, serão apresentados de maneira breve os fundamentos da análise de Fourier para se construir as funções de densidade espectral de potência a partir das quais se construirá os perfis de velocidade de vento aleatório usado no modelo de turbina eólica.

A análise de Fourier teve seus primórdios na análise da vibração da corda e, posteriormente, o estudo da transferência de calor por Joseph Fourier (Stein e Shakarchi, 2003). Uma função periódica  $x(t)$  dependente do tempo com período  $T$  pode ser escrita como uma série trigonométrica da forma

$$x(t) = a_0 + a_1 \cos \frac{2\pi t}{T} + a_2 \cos \frac{4\pi t}{T} + \dots + b_1 \sin \frac{2\pi t}{T} + b_2 \sin \frac{4\pi t}{T} + \dots \quad (4.37)$$

De uma maneira mais compacta, a equação 4.37 fica

$$x(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \left( a_k \cos \frac{2\pi kt}{T} + b_k \sin \frac{2\pi kt}{T} \right). \quad (4.38)$$

Os coeficientes  $a_0$ ,  $a_k$  e  $b_k$  são dados por

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) dt, \quad (4.39)$$

$$a_k = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \cos \frac{2\pi kt}{T} dt, \text{ para } k \geq 1, \quad (4.40)$$

$$b_k = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \sin \frac{2\pi kt}{T} dt, \text{ para } k \geq 1, \quad (4.41)$$

A quantidade  $\frac{2\pi k}{T}$  é chamada de frequência angular e é comumente representada por  $\omega_k$ . Logo,

$$\omega_k = \frac{2\pi k}{T}. \quad (4.42)$$

Conforme ilustra a equação 4.42, a frequência angular é inversamente proporcional ao período  $T$ . Para valores grandes de  $T$ , a frequência diminui. Fazendo  $T \rightarrow \infty$ , o somatório da equação 4.38 transforma-se em uma integral, chamada de integral de Fourier.

$$x(t) = 2 \left( \int_{-\infty}^{\infty} A(\omega) \cos \omega t d\omega + \int_{-\infty}^{\infty} B(\omega) \text{sen } \omega t d\omega \right). \quad (4.43)$$

Os termos  $A(\omega)$  e  $B(\omega)$  são componentes da transformada de Fourier de  $x(t)$  definidos por

$$A(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cos \omega t dt \quad (4.44)$$

$$B(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \text{sen } \omega t dt \quad (4.45)$$

Definindo  $X(\omega)$  como a transformada de Fourier de  $x(t)$ , é escrita na forma complexa em termos das equações 4.44 e 4.45, da seguinte maneira

$$X(\omega) = A(\omega) + iB(\omega) \quad (4.46)$$

que resulta em

$$X(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) (\cos \omega t - i \text{sen } \omega t) dt \quad (4.49)$$

onde  $i = \sqrt{-1}$

Usando a identidade de Euler  $e^{\theta i} = \cos \theta + i \text{sen } \theta$ , é possível escrever 4.47 na forma

$$X(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-i\omega t} dt \quad (4.48)$$

que é a definição clássica da transformada de Fourier

É importante lembrar que a integral de Fourier, para aplicações de engenharia, só está definida caso a seguinte condição seja satisfeita

$$\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)| dt < \infty \quad (4.49)$$

### 4.5.1 Transformada discreta de Fourier e transformada rápida

Uma função periódica  $x(t)$  com período  $T$  pode ser sempre escrita na forma da equação 4.38 em que os coeficiente  $a_k$  e  $b_k$  são dados por 4.40 e 4.41 respectivamente. Usando notação complexa, é possível combinar essas equações em uma só equação. Dessa forma, define-se  $X_k$  da forma

$$X_k = a_k - ib_k \quad (4.50)$$

e a exponencial

$$e^{-i\left(\frac{2\pi kt}{T}\right)} = \cos\frac{2\pi kt}{T} - i \operatorname{sen}\frac{2\pi kt}{T}. \quad (4.51)$$

Dessa forma,  $X_k$  pode ser escrita pela integral

$$X_k = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) e^{-i\left(\frac{2\pi kt}{T}\right)} dt \quad (4.52)$$

É importante notar que os limites da integral foram alterados para o intervalo  $[0, T]$ , enquanto que as eqs. 4.38, 4.40 e 4.41 foram escritas usando o intervalo  $\left[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}\right]$ . Essa mudança, na verdade, não traz nenhuma diferença significativa uma vez que se assume que  $x(t)$  tem período  $T$ .

Agora, supõe-se que a função temporal  $x(t)$  não seja conhecida e que só esteja disponível uma série temporal  $\{x_r\}$  com  $r = 0, 1, 2, \dots, (N-1)$ . A série  $\{x_r\}$  é conhecida em valores de  $t$  tal que  $t = r\Delta$  com  $\Delta = \frac{T}{N}$ . Nesse caso, a integral em 4.52 é substituída pela soma

$$X_k = \frac{1}{T} \sum_{r=0}^{N-1} x_r e^{-i\left(\frac{2\pi k}{T}\right)(r\Delta)} \Delta. \quad (4.53)$$

Definindo  $T = N\Delta$ , a equação 4.53 torna-se

$$X_k = \frac{1}{N} \sum_{r=0}^{N-1} x_r e^{-i\left(\frac{2\pi kr}{N}\right)}, \text{ com } k = 0, 1, 2, \dots, (N-1). \quad (4.54)$$

O inverso é dado por

$$x_r = \sum_{k=0}^{N-1} X_k e^{i\left(\frac{2\pi kr}{N}\right)}, \text{ com } r = 0, 1, 2, \dots, (N-1). \quad (4.55)$$

As equações 4.54 e 4.55 são as definições formais da transformada discreta de Fourier e sua inversa respectivamente.



O custo computacional para o cálculo das transformadas discretas pode ser demasiadamente alto. O cálculo envolve  $N$  multiplicações do produto  $x_r e^{-i\left(\frac{2\pi kr}{N}\right)}$  para se determinar um termo  $X_k$  e, portanto, para se determinar a sequência inteira, seria necessário o cálculo de  $N^2$  multiplicações.

A transformada rápida de Fourier (FFT na sua sigla em inglês) é um algoritmo para se reduzir o custo computacional do cálculo da transformada discreta. A ideia é particionar a sequência temporal  $\{x_r\}$  em duas sequências menores  $\{y_r\}$  e  $\{z_r\}$  de tal forma que

$$y_r = x_{2r} \quad (4.56)$$

$$z_r = x_{2r+1} \quad (4.57)$$

onde  $r = 0, 1, 2, \dots, (N-1)$

As sequências  $\{y_r\}$  e  $\{z_r\}$  correspondem aos termos de  $\{x_r\}$  de índice par e ímpar respectivamente. Suas transformadas discretas  $Y_k$  e  $Z_k$  são dadas por

$$Y_k = \frac{2}{N} \sum_{r=0}^{\frac{N}{2}-1} y_r e^{-i\left(\frac{2\pi kr}{\frac{N}{2}}\right)} \quad (4.58)$$

$$Z_k = \frac{2}{N} \sum_{r=0}^{\frac{N}{2}-1} z_r e^{-i\left(\frac{2\pi kr}{\frac{N}{2}}\right)} \quad (4.59)$$

Separando os termos ímpares dos pares na equação 4.54, obtém-se

$$X_k = \frac{1}{N} \left\{ \sum_{r=0}^{\frac{N}{2}-1} x_{2r} e^{-i\left(\frac{2\pi(2r)k}{N}\right)} + \sum_{r=0}^{\frac{N}{2}-1} x_{2r+1} e^{-i\left(\frac{2\pi(2r+1)k}{N}\right)} \right\} \quad (4.60)$$

Substituindo 4.56 e 4.57 em 4.60, tem-se

$$X_k = \frac{1}{N} \left\{ \sum_{r=0}^{\frac{N}{2}-1} y_r e^{-i\left(\frac{2\pi rk}{\frac{N}{2}}\right)} + e^{-i\left(\frac{2\pi k}{N}\right)} \sum_{r=0}^{\frac{N}{2}-1} z_r e^{-i\left(\frac{2\pi rk}{\frac{N}{2}}\right)} \right\}, \quad (4.61)$$

que pode ser escrita em termos de  $Y_k$  e  $Z_k$  da forma

$$X_k = \frac{1}{2} \left\{ Y_k + e^{-i\left(\frac{2\pi k}{N}\right)} Z_k \right\}, \quad \text{para } k = 0, 1, 2, \dots, \left(\frac{N}{2} - 1\right). \quad (4.62)$$

É importante notar que a eq. 4.62 dá somente os valores da primeira metade da sequência visto que  $k$  varia somente de 0 a  $\frac{N}{2} - 1$ . Como  $Y_k$  e  $Z_k$  são periódicos em  $k$ , tem-se que

$$Y_{k-\frac{N}{2}} = Y_k \quad (4.63)$$

$$Z_{k-\frac{N}{2}} = Z_k \quad (4.64)$$

Dessa forma, para se calcular toda a sequência  $X_k$ , tem-se que

$$\begin{cases} X_k = \frac{1}{2} \left\{ Y_k + e^{-i\left(\frac{2\pi k}{N}\right)} Z_k \right\}, \text{ para } k = 0, 1, 2, \dots, \left(\frac{N}{2} - 1\right) \\ X_k = \frac{1}{2} \left\{ Y_{k-\frac{N}{2}} - e^{-i\left(\frac{2\pi k}{N}\right)} Z_{k-\frac{N}{2}} \right\}, \text{ para } k = \frac{N}{2}, \left(\frac{N}{2} + 1\right), \dots, (N - 1) \end{cases} \quad (4.65)$$

## 4.6 DENSIDADE ESPECTRAL DE POTÊNCIA

Introduz-se aqui nesta seção o conceito de densidade espectral de potência. Analisar o histórico temporal de um processo aleatório qualquer  $x(t)$  é uma tarefa extremamente complexa, pois a função  $x(t)$  não apresenta periodicidade. Em um processo aleatório a condição descrita pela equação 4.49 jamais será satisfeita e isso dificulta a aplicação direta da transformada de Fourier para se determinar o espectro.

Para se contornar esse problema, em vez de se analisar diretamente a função temporal, analisa-se sua função de autocorrelação. Lembrando que, de acordo com 4.36, para valores de  $\tau$  muito grandes, a função de autocorrelação  $R_x$  tende à média quadrática  $\bar{x}^2$ . Se o processo for normalizado, sua média passa a ser zero e, portanto, a condição 4.49 é satisfeita.

A transformada de Fourier da função de autocorrelação é chamada de densidade espectral de potência, representada por  $S_x$ , de modo que

$$S_x(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_x(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau. \quad (4.66)$$

A função de autocorrelação pode ser determinada a partir da transformada inversa.

$$R_x(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega. \quad (4.67)$$

No caso de  $\tau = 0$ , a equação 4.66 torna-se

$$R_x(0) = \int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega) d\omega. \quad (4.68)$$

De acordo com a equação 4.35, pode-se escrever

$$E[x(t)^2] = \int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega) d\omega. \quad (4.69)$$

Graficamente, a equação 4.69 mostra que a área abaixo da curva  $S_x(\omega)$  é justamente a média quadrática do valor do processo estacionário  $x(t)$ .

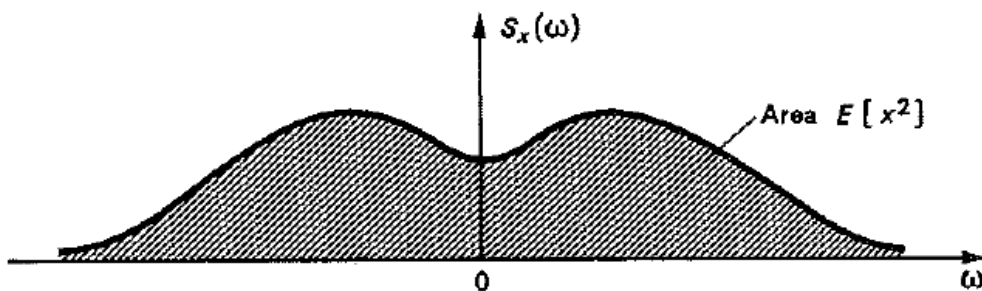


Figura 4.8 – A área abaixo da curva da densidade espectral é a média quadrática de  $x$  (Newland, 1993)

Quando o espectro do processo cobre uma faixa pequena de frequências, é denominado processo de banda estreita. Caso cubra uma faixa grande, o processo é dito de banda larga.

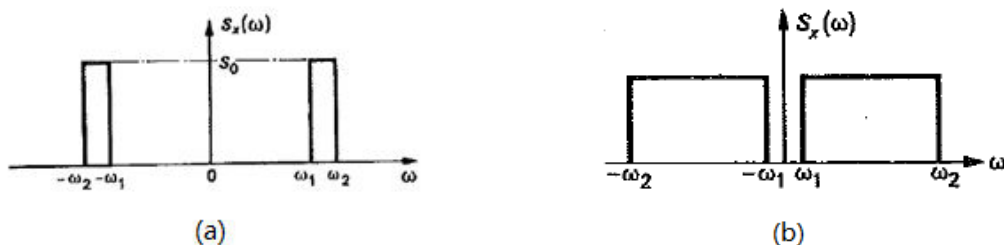


Figura 4.9 – Densidade espectral de (a) um processo banda estreita e (b) processo banda larga (Newland, 1993)

No caso em que o processo cobre todas as frequências ( $0 \leq \omega \leq \infty$ ), o espectro é denominado ruído branco. O nome é uma analogia à luz branca, que possui espectro constante ao longo de toda faixa de frequência visível.

Para um processo de banda estreita que apresenta densidade espectral como da figura 4.9 (a), usando a equação 4.69

$$E[x(t)^2] = 2S_0(\omega_2 - \omega_1). \quad (4.70)$$

E a função de autocorrelação é dada pela transformada inversa de  $S_x$ , resultando em

$$R_x(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega) \cos \omega \tau d\omega. \quad (4.71)$$

Logo,

$$R_x(\tau) = 2 \int_{\omega_1}^{\omega_2} S_0 \cos \omega \tau d\omega. \quad (4.72)$$

que resulta em

$$R_x(\tau) = \frac{4S_0}{\tau} \cos\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}\tau\right) \cdot \text{sen}\left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2}\tau\right). \quad (4.73)$$

No caso de  $\omega_1 = 0$  e  $\omega_2$  ser um valor suficientemente grande, a equação 4.73 reduz-se a

$$R_x(\tau) = \frac{4S_0}{\tau} \cos\left(\frac{\omega_2}{2}\tau\right) \cdot \text{sen}\left(\frac{\omega_2}{2}\tau\right), \quad (4.74)$$

que, usando a relação trigonométrica  $\text{sen } \alpha \cos \beta = \frac{\text{sen}(\alpha+\beta) + \text{sen}(\alpha-\beta)}{2}$ , com  $\alpha = \beta = \frac{\omega_2 \tau}{2}$ , pode ser reescrito como

$$R_x(\tau) = \frac{2S_0}{\tau} \text{sen}(\omega_2 \tau), \quad (4.75)$$

cujo gráfico é ilustrado abaixo

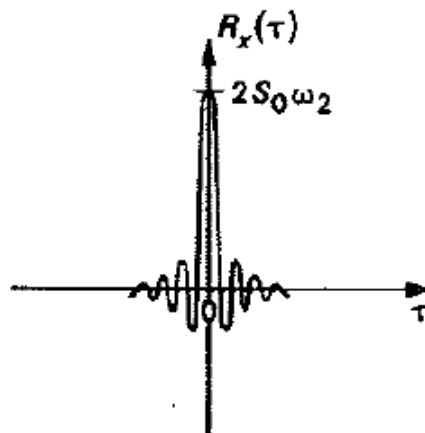


Figura 4.10 – Função de autocorrelação no caso de  $\omega_1 = 0$  (Newland, 1993)

No caso de  $\omega_2 \rightarrow \infty$ , a equação 4.75 é escrita em termos da função delta de Dirac.

$$R_x(\tau) = 2\pi S_0 \delta(\tau). \quad (4.76)$$

A função delta de Dirac é definida de forma que  $\delta(\tau) = 0$  para todo valor de  $\tau$  que seja diferente de zero e de modo que sua integral de  $-\infty$  a  $\infty$  seja igual a 1. Para uma função qualquer  $f(t)$ , a convolução  $(\delta * f)(t)$  entre a função delta e  $f(t)$  dada pela integral  $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - \tau) f(\tau) d\tau$  é tal que

$$(\delta * f)(t) = f(t) \quad (4.77)$$

e seu valor é justamente a função  $f(t)$  quando  $t = \tau$ .

Calculando a densidade espectral da equação 4.76, obtém-se

$$S_x(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} 2\pi S_0 \delta(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau, \quad (4.78)$$

que tem como resultado

$$S_x(\omega) = S_0. \quad (4.79)$$

A densidade espectral de um ruído branco é uma constante para todas as frequências.

## 4.7 MODELOS DE DENSIDADE ESPECTRAL DE POTÊNCIA PARA O VENTO

Os modelos de densidade espectral de potência utilizados como velocidade do vento neste trabalho serão brevemente delineados aqui.

Davenport (1961) realizou um estudo no qual foram analisadas medições de velocidades de ventos em três locais distintos: Sale (Austrália), Cardington e Cranfield, ambos em Bedfordshire na Inglaterra. Também faz comparação com resultados obtidos em Ann Arbor, Michigan (Bushnell e Huss, 1957), e Brookhaven, Long Island em Nova Iorque (Van der Hoven e Panofsky, 1954). A densidade espectral de Davenport é dada por

$$\frac{\omega S_{dav}(\omega)}{\kappa V_H^2} = \frac{4\chi^2}{(1 + \chi^2)^{\frac{4}{3}}} \quad (4.80)$$

onde  $\kappa$  é o coeficiente de arraste na superfície e  $\chi = \frac{\omega L}{V_H}$ . Para o espectro de Davenport,  $L$  é um comprimento de escala e geralmente assume o valor de 1200 m (Kaasen, 1999).

Outra equação de densidade espectral usada é a de Kaimal ( $S_{kai}$ ) dada pela equação 4.81. (Burton et al., 2001)

$$\frac{\omega S_{kai}(\omega)}{\sigma_u^2} = \frac{\frac{4\omega L_k}{V_H}}{\left(1 + \frac{6\omega L_k}{V_H}\right)^{\frac{5}{3}}}. \quad (4.81)$$

O espectro de Kaimal foi derivado a partir de análises de flutuação de velocidade do vento a partir de dados coletados no Kansas, Estados Unidos (Kaimal, 1972).

A série temporal discreta  $\{V_H\}$  é calculada através da inversa da transformada discreta de Fourier conforme a equação 4.82 a seguir

$$\{V_H\} = IFFT\left(\sqrt{S(\omega)} \exp i\theta\right) \quad (4.82)$$

onde,  $IFFT$  denomina a inversa da transformada discreta de Fourier,  $S(\omega)$  é a densidade espectral de potência utilizada e  $i = \sqrt{-1}$ .

Os valores da série temporal  $\{V_H\}$  para a velocidade do vento são substituídos pela variável  $V_H$  no modelo de torque aerodinâmico dado pela equação 3.40.

## 5 RESULTADOS

Nos capítulos anteriores, foi apresentada toda a modelagem mecânica e respectiva formulação matemática para se chegar a um modelo de transmissão eletromecânica típica de uma turbina eólica, considerando também flutuações determinísticas devido à presença física da torre e diferença de altura ao longo da pá e flutuações estocásticas de velocidade do vento. Nas seções subsequentes, serão apresentados resultados de simulações envolvendo a caixa multiplicadora com o gerador e gradativamente serão incluídos os efeitos de flutuações determinísticas e estocásticas do vento.

O modelo completo é dado pela equação 3.52, reproduzida abaixo.

$$\begin{cases} \mathbf{J}\ddot{\boldsymbol{\phi}} + \mathbf{C}\dot{\boldsymbol{\phi}} + \mathbf{K}\boldsymbol{\phi} + \bar{\boldsymbol{\mu}} \arctan(q \cdot \boldsymbol{\phi}) = \mathbf{T} \\ (L_L + L_d) \frac{di_d}{dt} = -(R_L + R_s)i_d + (L_L + L_q) \frac{N_p}{2} \dot{\phi}_8 i_q \\ (L_L + L_q) \frac{di_q}{dt} = -(R_L + R_s)i_q - (L_L + L_d) \frac{N_p}{2} \dot{\phi}_8 i_d - \frac{N_p}{2} \dot{\phi}_8 \psi_{pm} \end{cases} \quad (5.1)$$

Pela equação 2.25, o vetor  $\mathbf{T}$  é dado por

$$\mathbf{T} = [T_{aero} \quad 0 \quad 0 \quad -T_{ger}]^T. \quad (5.2)$$

em que  $T_{aero}$  é dado pela equação 3.44.

Inicialmente, foi considerado somente o termo  $T_{clássico}(t, \theta)$ , reproduzindo, dessa forma os resultados obtidos por Ohara (2014). Os efeitos determinísticos de cisalhamento do vento e sombreamento da torre são incluídos nos termos  $T_{ws}(t, \theta)$  e  $T_{ts}(t, \theta)$  respectivamente.

As informações sobre a caixa multiplicadora e o gerador são dadas nas tabelas 5.1 e 5.2. A inércia do rotor  $J_1$  é calculada considerando o rotor como um cilindro usando as medidas da figura 5.1. Kalkmann (2012) aproxima o valor da inércia  $J_1$  através da seguinte expressão

$$J_1 = 3 \left( \frac{1}{4} m_{pá} r_{pá}^2 + \frac{1}{3} m_{pá} L_{pá}^2 \right) \quad (5.3)$$

Considerando  $m_{pá} = 772.6 \text{ kg}$ , a inércia  $J_1$  é igual a  $13700 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ .

A matriz de inércia é dada através da equação 2.25. Substituindo os valores da tabela, a matriz de inércia torna-se

$$\mathbf{J} = \text{diag}(13700 \quad 289 \quad 83 \quad 22) \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \quad (5.4)$$

As rigidezes são dadas por

$$K = \frac{\pi G d_{\text{eixo}}^4}{32 L_{\text{eixo}}} \quad (5.5)$$

em que

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (5.6)$$

Tabela 5.1 – Dados dos componentes da caixa multiplicadora TGM. (Ohara, 2014)

<b>Elemento</b>	<b>Quantidade</b>	<b>Massa (kg)</b>	<b>Inércia total (kg · m<sup>2</sup>)</b>	<b>Número de dentes (Z)</b>	<b>Diâmetro (mm)</b>	<b>Comprimento (mm)</b>
Rotor	1	772.6	-	-	-	-
Eixo entrada	1	-	-	-	340	710
Carrier 2	1	-	$J_2 = 160.96$	-	676	-
Engrenagens planetas 3	4	20.64	$J_3 = 5.7649$	25	-	-
Engrenagem solar 4	1	-	$J_4 = 2.2026$	17	-	-
Engrenagem anular R1	1	-	-	67	-	-
Eixo 2	1	-	-	-	220.5	438.75
Carrier 5	1	-	$J_5 = 53.0721$	-	588	-
Engrenagens planetas 6	3	11.0867	$J_6 = 3.2232$	42	-	-
Engrenagem solar 7	1	-	$J_7 = 0.1765$	17	-	-
Engrenagem anular R2	1	-	-	100	-	-
Eixo 3	1	-	-	-	113.25	265.5
Gerador	1	-	$J_8 = 22.2548$	-	-	-





Figura 5.1 – Dimensões de uma pá de rotor de turbina eólica (Kalkmann, 2012).

Com  $E = 205 \text{ GPa}$  (módulo de elasticidade do aço) e coeficiente de Poisson  $\nu = 0.29$ , calcula-se a matriz de rigidez através da equação 2.25. Assim, a matriz  $\mathbf{K}$  fica

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 146.8 & -146.8 & 0 & 0 \\ -146.8 & 1173 & -207.7 & 0 \\ 0 & -207.7 & 271 & -33.3 \\ 0 & 0 & -33.3 & 4.8 \end{bmatrix} \times 10^6 \frac{N}{m} \quad (5.7)$$

O amortecimento usado é 0.05% da rigidez (Ohara,2014). Usando a equação 2.27, a matriz amortecimento  $\mathbf{C}$  fica

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 734.1 & -734.1 & 0 & 0 \\ -734.1 & 5864.9 & -1038.4 & 0 \\ 0 & -1038.4 & 1354.8 & -166.3 \\ 0 & 0 & -166.3 & 24.2 \end{bmatrix} \times 10^2 \frac{N \cdot s}{m} \quad (5.8)$$

A matriz de atrito seco  $\boldsymbol{\mu}$  foi calculada como sendo 1% dos valores de amortecimento viscoso.

Lembrando que  $\bar{\boldsymbol{\mu}} = \frac{2}{\pi} \boldsymbol{\mu}$ , tem-se

$$\bar{\boldsymbol{\mu}} = \begin{cases} \mu_{ij} = 0, \text{ para } i \neq j \\ \mu_{ij} = \frac{2}{\pi} \times 0.01 C_{ij}, \text{ para } i = j \end{cases} \quad (5.9)$$

O torque do gerador  $T_{ger}$  é dado pela equação 2.68 reproduzida abaixo

$$T_{ger} = \frac{3N_p}{4} [\psi_{pm} i_q + i_d i_q (L_d - L_q)] \quad (5.10)$$

Tabela 5.2 – Dados de entrada do gerador (Ohara, 2014)

Indutância $L_d$	Resistência $R_s$	Fluxo magnético $\psi_{pm}$
0.00899995 H	0.0218463 $\Omega$	4.759 Wb

A carga resistiva do gerador  $R_L$  considerada é igual a 5  $\Omega$  e e foi usada uma carga indutiva  $L_L$  de 0.008 H.

## 5.1 RESULTADOS DO MODELO COMPLETO DA TURBINA

Ohara (2014), em suas simulações, considerou inicialmente um torque mecânico constante igual a 318 kNm. Nesse primeiro instante, a análise é feita somente considerando a caixa multiplicadora e o gerador. O desenho esquemático da caixa multiplicadora é dado pela figura 2.3. As figuras 5.2 a 5.10 apresentam as respostas para o deslocamento, velocidade angular dos componentes, potências mecânica e elétrica, torque aerodinâmico e do gerador, corrente e tensão elétrica em coordenadas síncronas e no sistema trifásico, *tip speed ratio*, coeficiente de potência e eficiência do sistema de transmissão.

As figuras 5.2 e 5.3 representam o deslocamento angular e a velocidade angular dos componentes dados por  $\varphi$  e  $\dot{\varphi}$  e são calculados diretamente a partir da solução da equação 5.1.

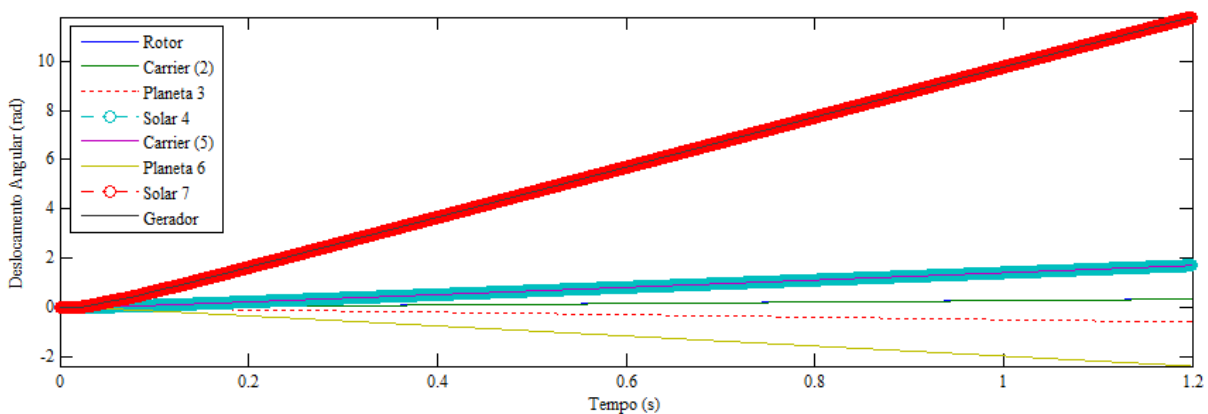


Figura 5.2 – Deslocamento angular dos componentes da caixa multiplicadora no modelo caixa e gerador sujeito a um torque constante (Ohara, 2014).

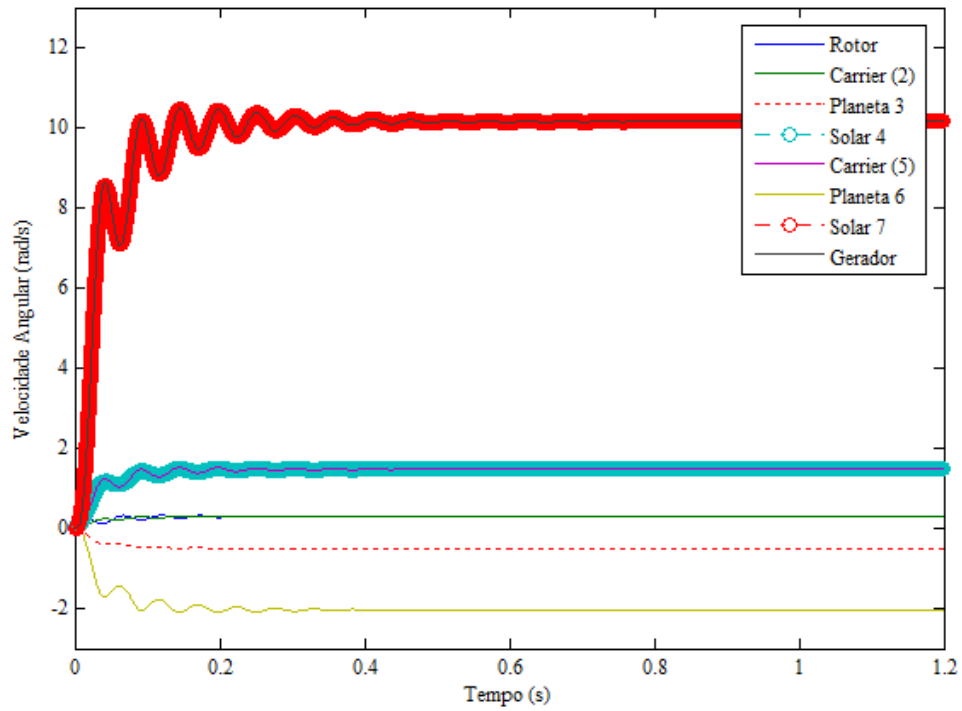


Figura 5.3 – Velocidade angular dos componentes da caixa multiplicadora no modelo caixa e gerador sujeito a um torque constante (Ohara, 2014).

A potência mecânica é calculada diretamente a partir do torque, de acordo com

$$P_{mec} = T_{aero}\dot{\phi}_1 \quad (5.11)$$

em que  $T_{aero}$  é o torque aerodinâmico que, no caso da figura 5.4, vale  $318 \text{ kNm}$  e  $\dot{\phi}_1$  é a velocidade angular do rotor.

Na figura 5.4, além da potência mecânica, estão ilustradas também as potências eletromecânica  $P_{el}$  e ativa  $P_{at}$ , definidas por

$$P_{el} = T_e\dot{\phi}_8 \quad (5.12)$$

em que  $T_e$  é dado pela equação 2.68 e  $\dot{\phi}_8$  é a velocidade angular do gerador, e

$$P_{at} = \frac{3}{2}(v_d i_d + v_q i_q) \quad (5.13)$$

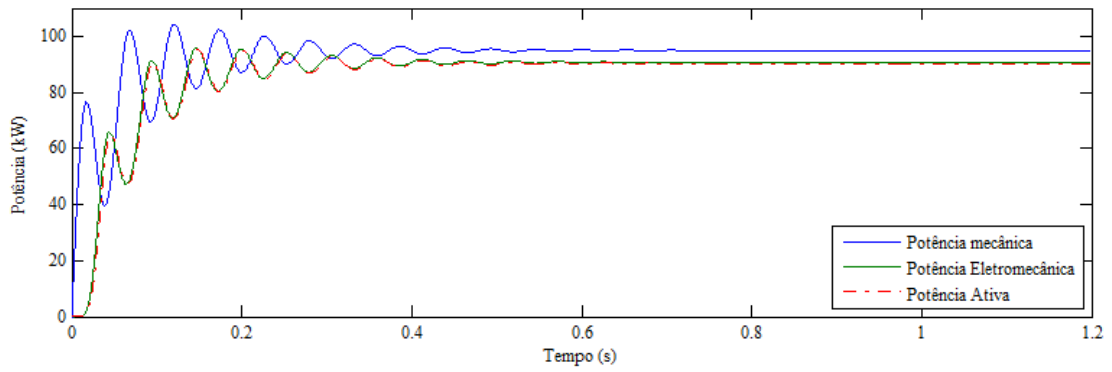


Figura 5.4 – Potências mecânica, elétrica e ativa do modelo caixa e gerador sujeito a um torque constante (Ohara, 2014).

O torque mecânico, neste primeiro instante, é constante. O torque elétrico é dado pela equação 5.10.

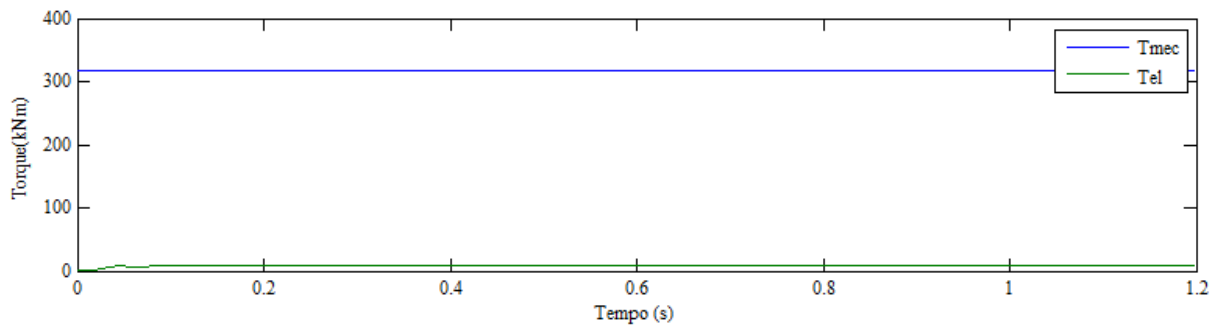


Figura 5.5 – Torques mecânico e elétrico do modelo caixa e gerador sujeito a um torque constante (Ohara, 2014).

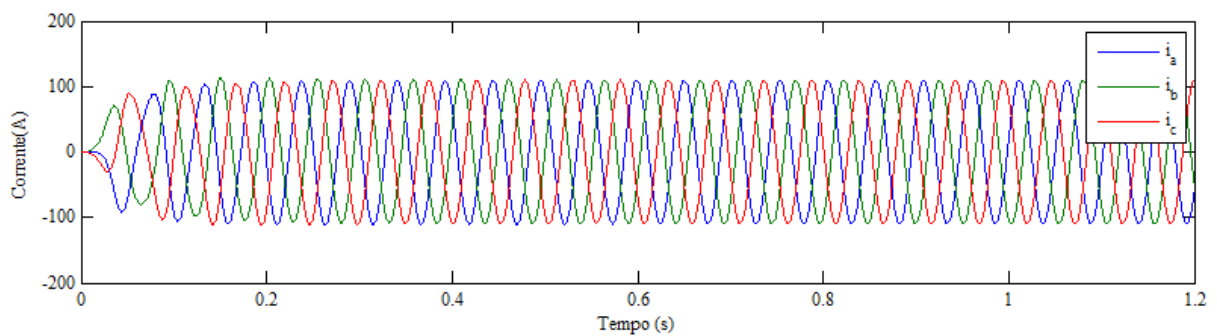


Figura 5.6 – Correntes  $i_a$ ,  $i_b$  e  $i_c$  do modelo caixa e gerador sujeito a um torque constante (Ohara, 2014).

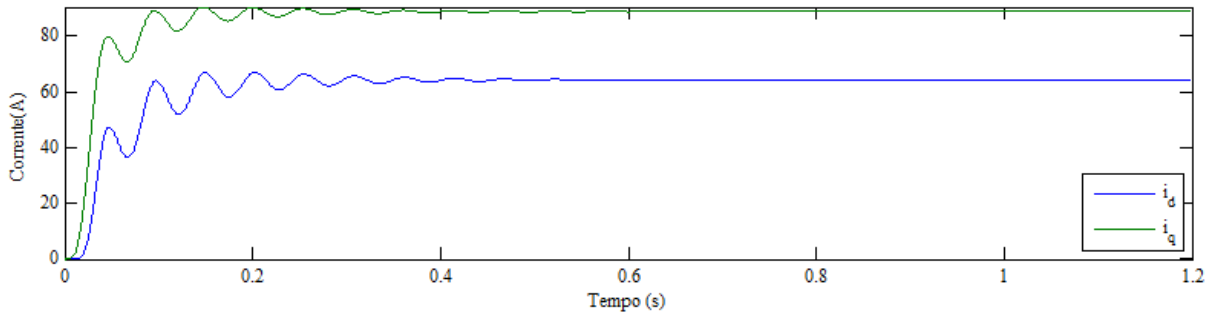


Figura 5.7 – Correntes  $i_d$  e  $i_q$  do modelo caixa e gerador sujeito a um torque constante (Ohara, 2014).

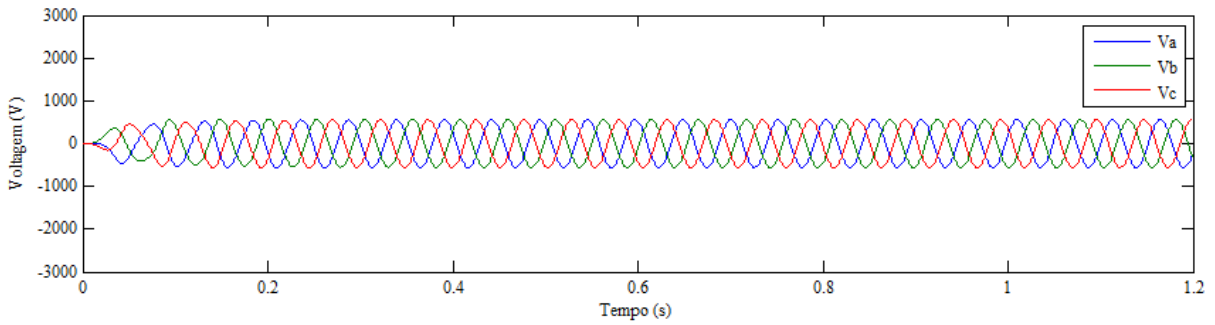


Figura 5.8 – Voltagens  $V_a$ ,  $V_b$  e  $V_c$  do modelo caixa e gerador sujeito a um torque constante (Ohara, 2014).

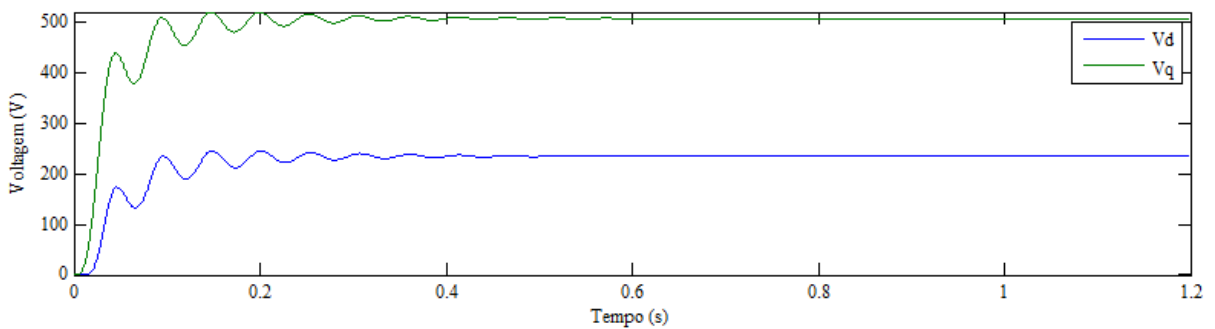


Figura 5.9 – Voltagens  $V_d$  e  $V_q$  do modelo caixa e gerador sujeito a um torque constante (Ohara, 2014).

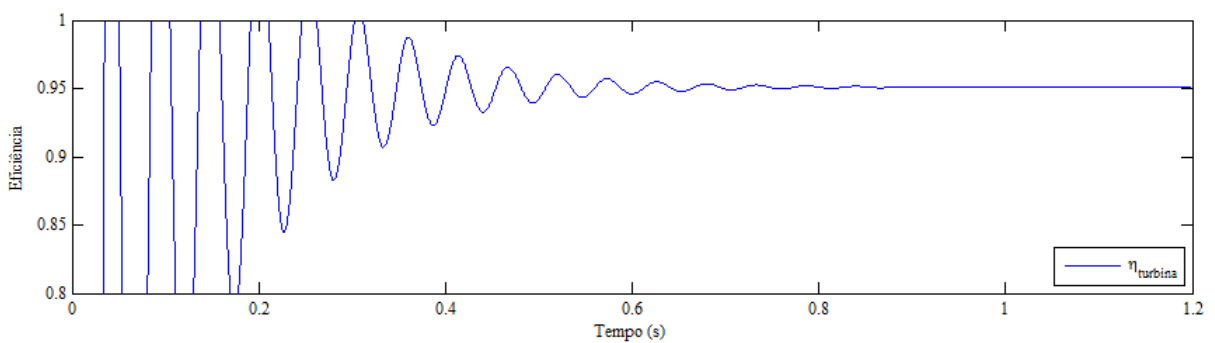


Figura 5.10 – Eficiência do modelo caixa e gerador sujeito a um torque constante (Ohara, 2014).

A figura 5.10 mostra a eficiência do sistema calculada a partir da razão entre a potência ativa e a potência mecânica.

$$\eta_{turbina} = \frac{P_{at}}{P_{mec}} \quad (5.14)$$

Observa-se claramente a existência de um transiente oscilatório, resultado da interação do módulo mecânico com o elétrico. Pela fig. 5.4, a diferença entre a potência mecânica de entrada e a eletromecânica é maior que a diferença entre a potência ativa e a eletromecânica, o que indica que a maior perda de potência se dá na caixa multiplicadora (Ohara, 2014).

Ao implementar o modelo de torque aerodinâmico clássico, Ohara (2014) variou a velocidade à altura do cubo conforme mostra a figura 5.11.

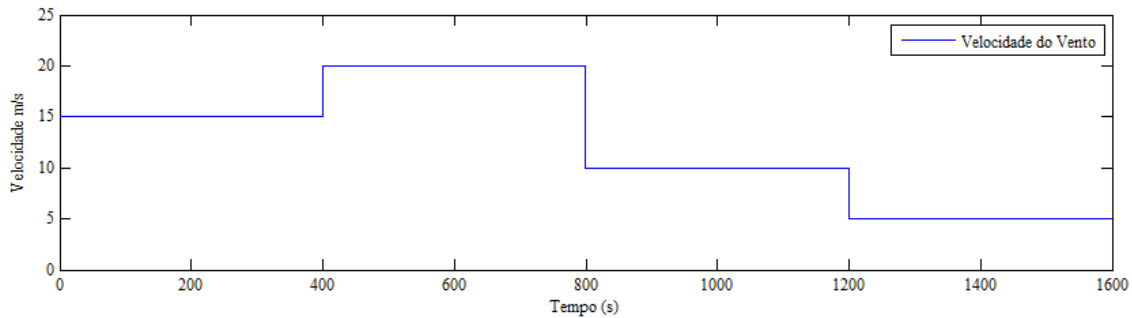


Figura 5.11 – Variação da velocidade do vento usada por Ohara (2014)

As figuras 5.12 a 5.23 ilustram a resposta do sistema para as mesmas saídas mostradas nas figuras 5.2 a 5.10. Nos pontos onde a velocidade do vento muda, há um breve período de transiente até a respectiva variável se estabilizar em um valor específico. Em  $V_0 = 10 \text{ m/s}$ , contudo, observa-se uma instabilidade durante todo o intervalo de tempo em que a velocidade do vento assume esse valor.

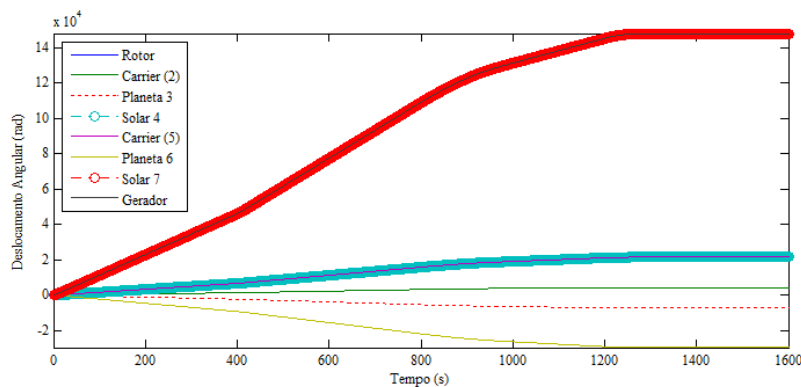


Figura 5.12 – Deslocamento angular dos componentes da caixa multiplicadora no modelo completo, sujeito a um perfil de velocidade de vento constante por partes (Ohara, 2014).

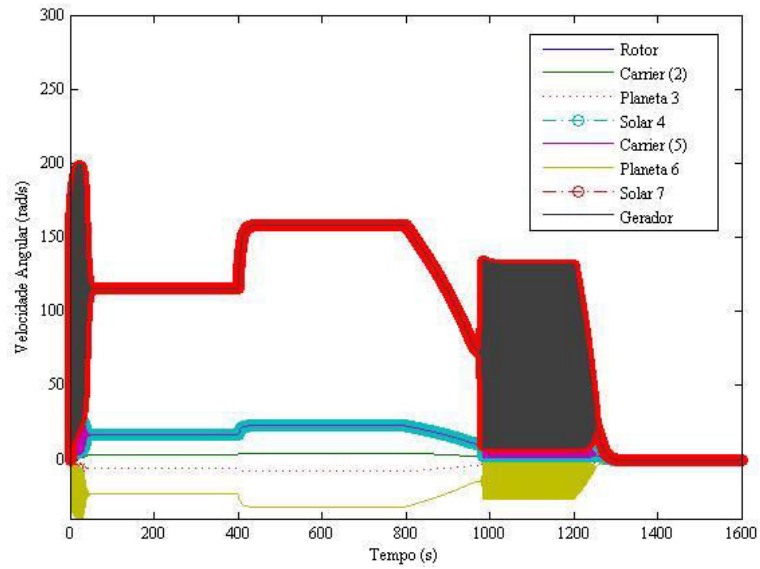


Figura 5.13 – Velocidade angular dos componentes da caixa multiplicadora no modelo completo, sujeita a um perfil de velocidade de vento constante por partes (Ohara, 2014).

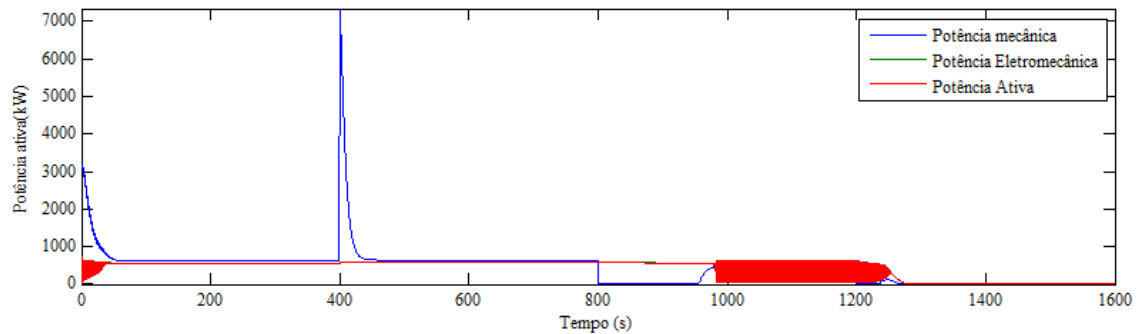


Figura 5.14 – Potências mecânica, elétrica e ativa, para a transmissão sujeita a um perfil de velocidade de vento constante por partes (Ohara, 2014).

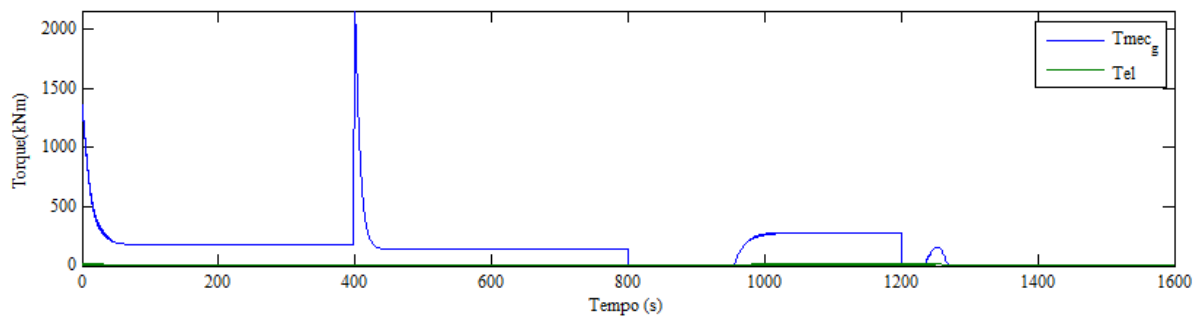


Figura 5.15 – Torques mecânico e elétrico, para o sistema eletromecânico sujeito a um perfil de velocidade de vento constante por partes (Ohara, 2014).

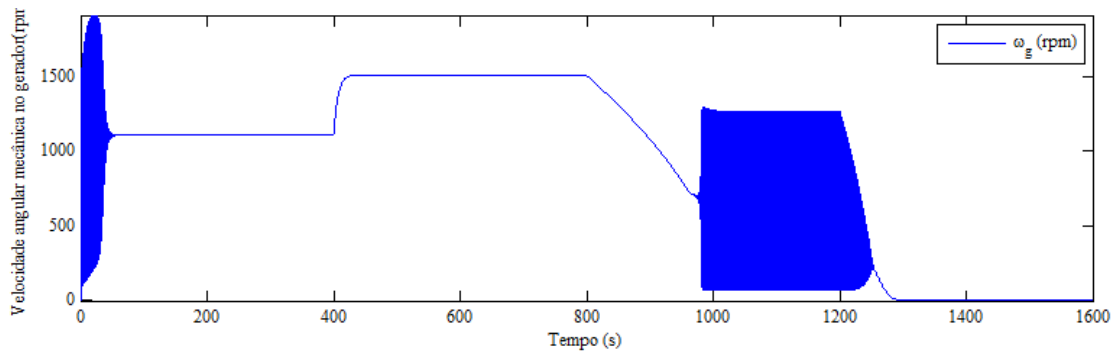


Figura 5.16 – Velocidade angular do gerador do sistema eletromecânico sujeito a um perfil de velocidade de vento constante por partes (Ohara, 2014).

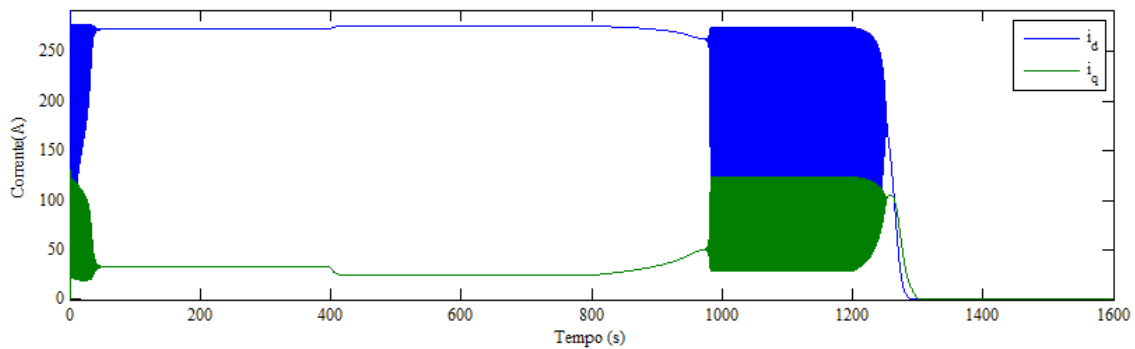


Figura 5.17 – Correntes  $i_d$  e  $i_q$  do sistema eletromecânico sujeito a um perfil de velocidade de vento constante por partes (Ohara, 2014).

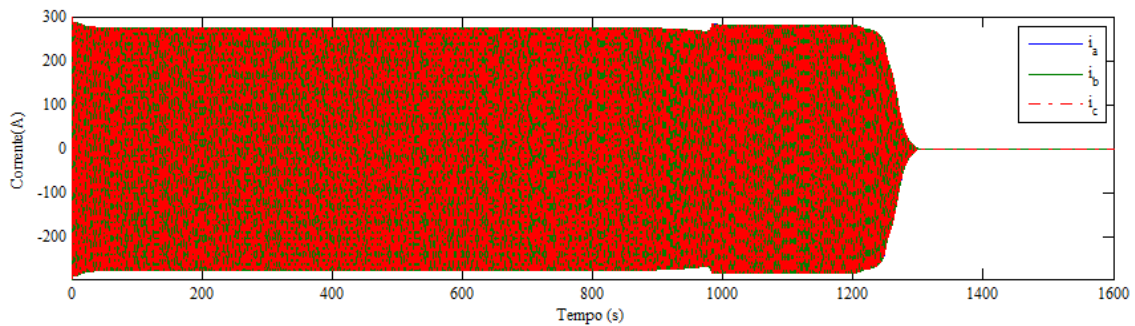


Figura 5.18 – Correntes  $i_a$ ,  $i_b$  e  $i_c$  do sistema eletromecânico sujeito a um perfil de velocidade de vento constante por partes (Ohara, 2014).

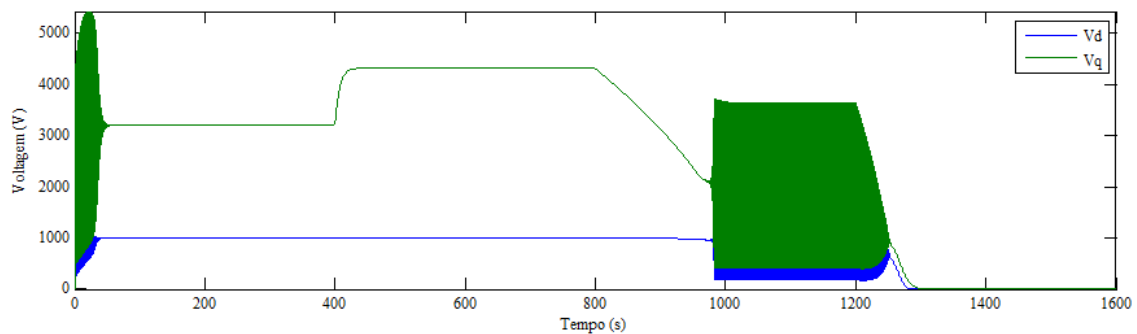


Figura 5.19 – Voltagens  $V_d$  e  $V_q$  do sistema eletromecânico sujeito a um perfil de velocidade de vento constante por partes (Ohara, 2014).



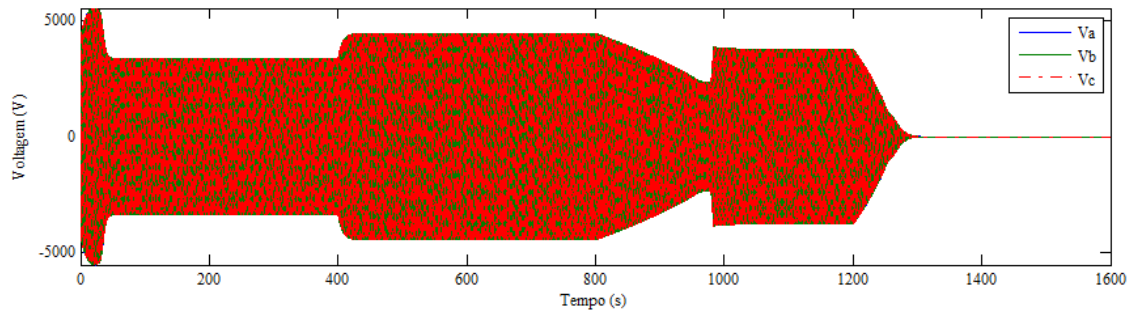


Figura 5.20 – Voltagens  $V_a$ ,  $V_b$  e  $V_c$  do sistema eletromecânico sujeito a um perfil de velocidade de vento constante por partes

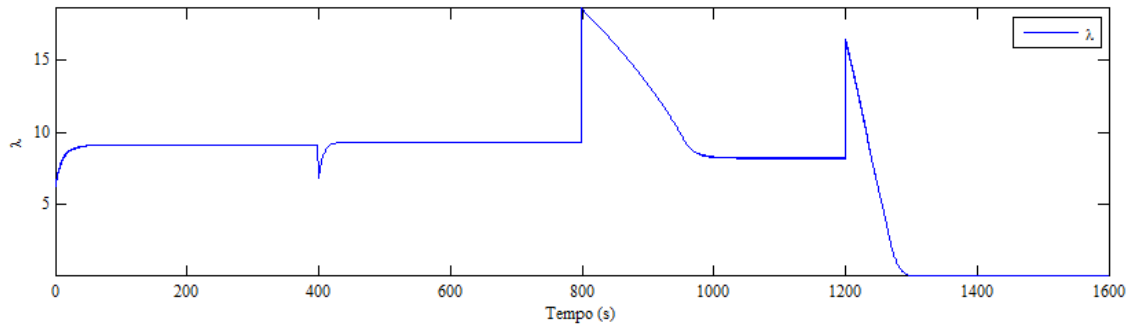


Figura 5.21 – Tip speed ratio do sistema eletromecânico sujeito a um perfil de velocidade de vento constante por partes (Ohara, 2014)

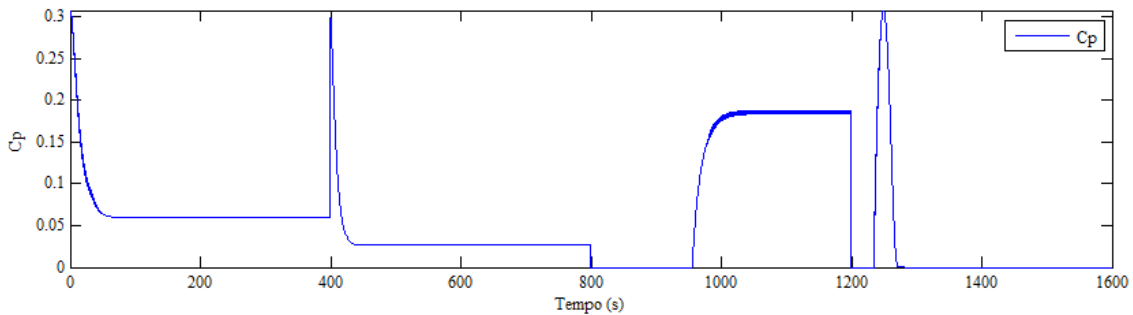


Figura 5.22 – Coeficiente de potência do sistema eletromecânico sujeito a um perfil de velocidade de vento constante por partes (Ohara, 2014).

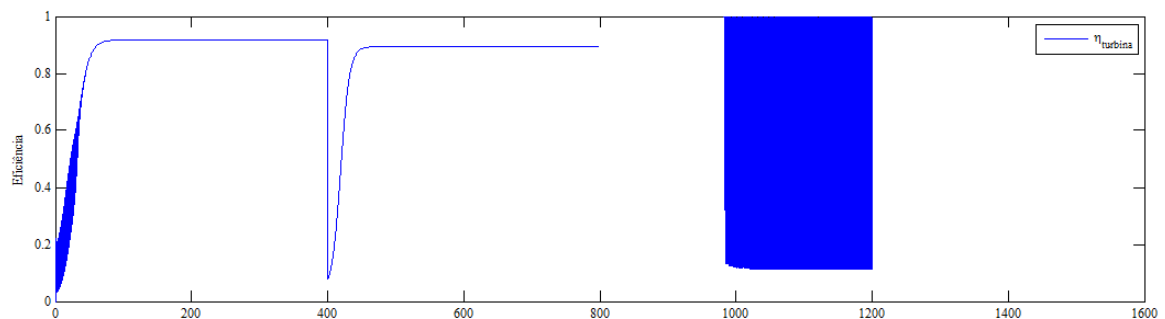


Figura 5.23 – Eficiência do modelo quando sujeito a um perfil de velocidade de vento constante por partes (Ohara, 2014).

Foi observado que, para velocidades de vento de 15  $m/s$  e 20  $m/s$ , a turbina estabiliza após um breve período de transiente. O mesmo não ocorre quando a velocidade de vento é de 10  $m/s$ . Os resultados mostram uma instabilidade nesse intervalo. Para velocidade igual a 5  $m/s$ , o torque não é suficiente para manter a rotação do rotor (Ohara, 2014).

## 5.2 RESULTADOS DO MODELO COMPLETO COM FLUTUAÇÕES DETERMINÍSTICAS

Nesta seção, o modelo de flutuação determinística descrito no capítulo 3 foi considerado no modelo da turbina. Nas subseções subsequentes, serão mostrados os efeitos isolados e depois a combinação deles.

### 5.2.1 Cisalhamento do vento

A figura 5.24 ilustra o deslocamento angular dos componentes do sistema. Não se observa diferença com relação ao modelo sem os efeitos. A velocidade do vento considerada é constante e igual a 15  $m/s$ .

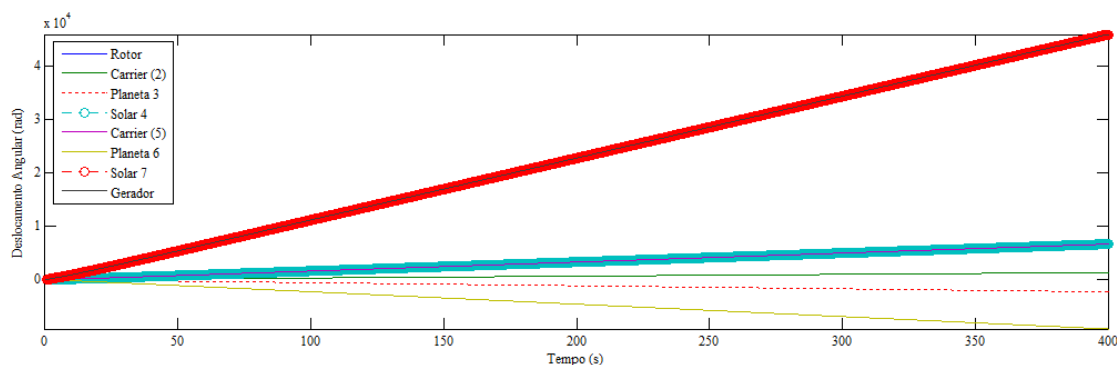


Figura 5.24 – Deslocamento angular dos componentes do modelo completo com cisalhamento do vento

A figura 5.25 (a) ilustra a velocidade angular de cada componente da caixa multiplicadora e do gerador. Após um breve período de transiente, as velocidades parecem estabilizar em regime permanente, contudo, conforme mostra a figura 5.25 (b), é possível observar uma pequena flutuação na velocidade angular do rotor. Esse comportamento também é observado na velocidade angular de todos os componentes do sistema.

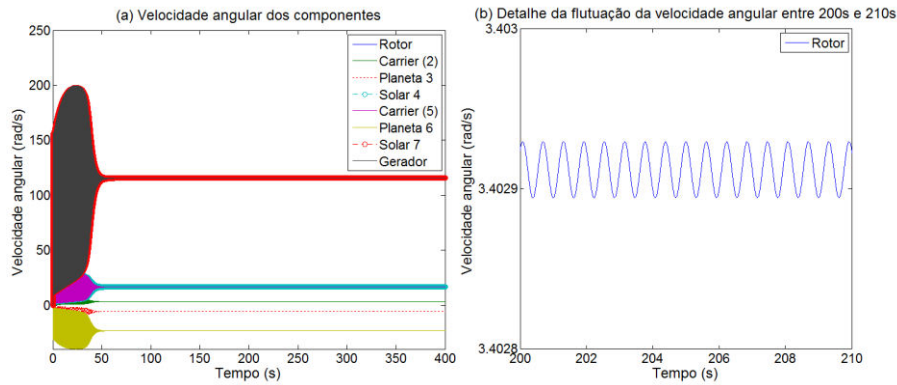


Figura 5.25 – (a) Velocidade angular dos componentes com cisalhamento do vento e (b) detalhe da flutuação na velocidade angular do rotor

Essa flutuação também está presente quando se observa a potência gerada pelo sistema. A figura 5.26 (a) mostra a potência gerada e as figs. 5.26 (b), (c) e (d), o detalhe da flutuação da potência mecânica, eletromecânica e ativa respectivamente. É importante notar que a flutuação observada nas potências eletromecânica e ativa é de uma ordem de grandeza menor que a potência mecânica.

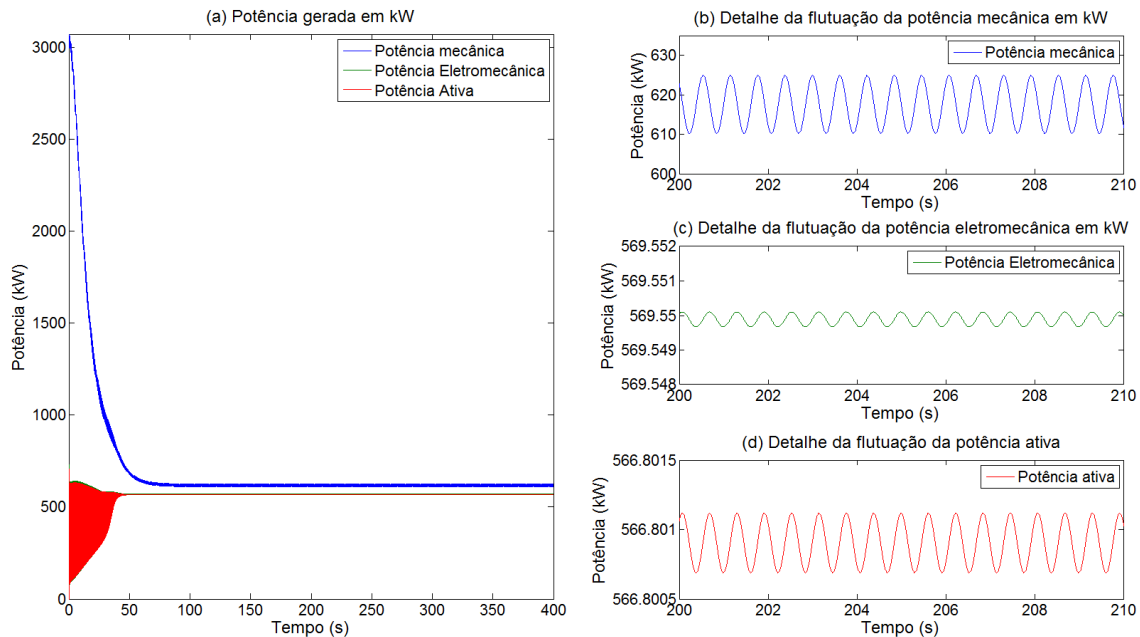


Figura 5.26 – (a) Potência gerada considerando-se o efeito de cisalhamento do vento, (b) detalhe da flutuação na potência mecânica gerada, (c) detalhe da flutuação na potência eletromecânica e (d) detalhe da flutuação da potência ativa

A influência no torque mecânico já foi mostrada na figura 3.9. A figura 5.27 (a) é uma reprodução da figura 3.9 (a) e 5.27 (b) mostra a flutuação no torque elétrico. Nota-se a diferença de ordem de grandeza.

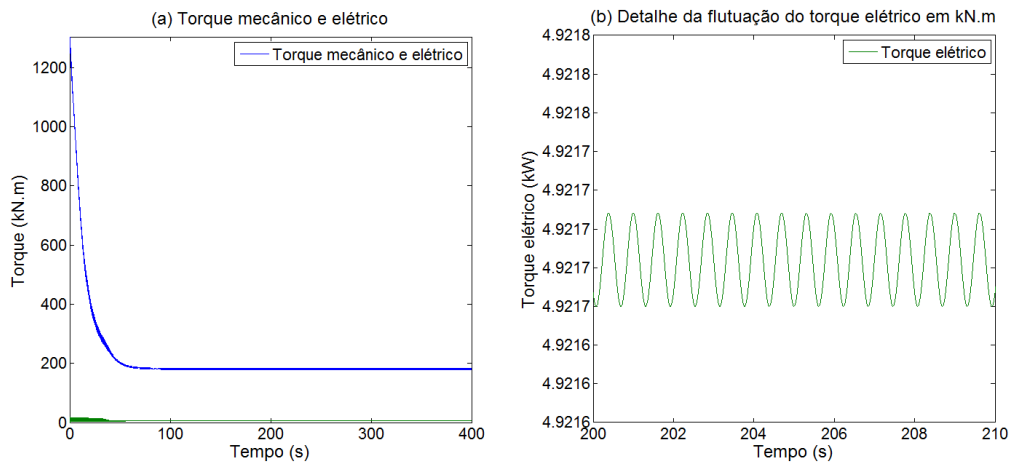


Figura 5.27 – (a) Torque mecânico devido ao cisalhamento do vento e (b) detalhe da flutuação no torque elétrico

A figura 5.28 mostra a velocidade angular do gerador e a sua flutuação.

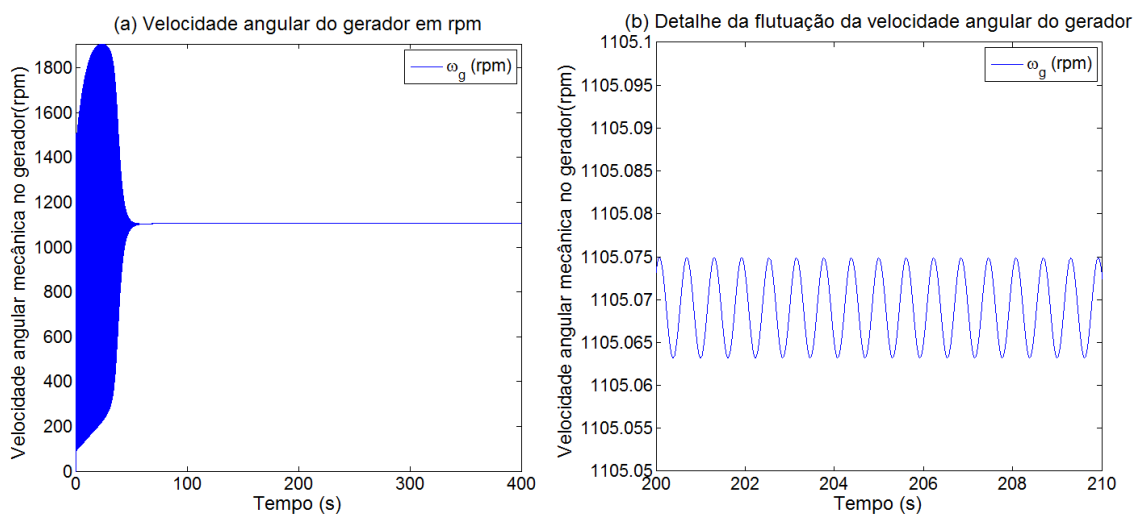


Figura 5.28 – (a) Velocidade angular do gerador em rpm e (b) detalhe da flutuação na velocidade

A figura 5.29 mostra as correntes em coordenadas síncronas. As respectivas flutuações são observada conforme ilustram as figuras 5.29 (b) e (c).

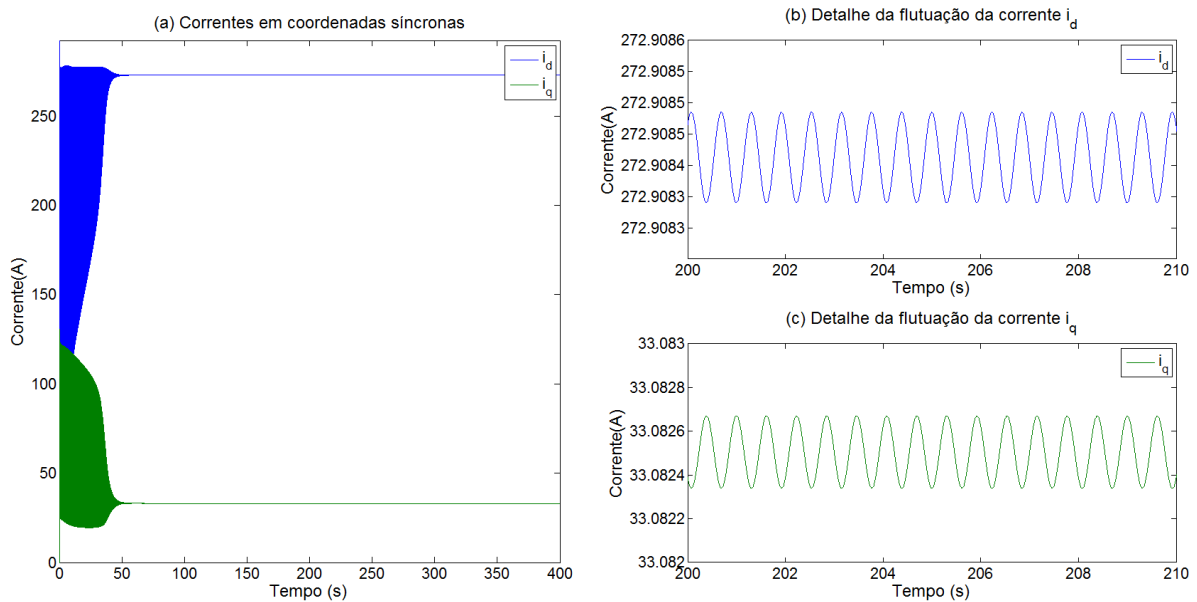


Figura 5.29 – (a) Correntes em coordenadas síncronas, (a) flutuação na corrente  $i_d$  e (b) flutuação na corrente  $i_q$ .

A figura 5.30 (a) traz as correntes no sistema trifásico. Não foi observada nenhuma variação significativa nas correntes quando comparado ao modelo de torque simples, sem efeito de cisalhamento. A fig. 5.30 (b) mostra o detalhe da oscilação senoidal das correntes.

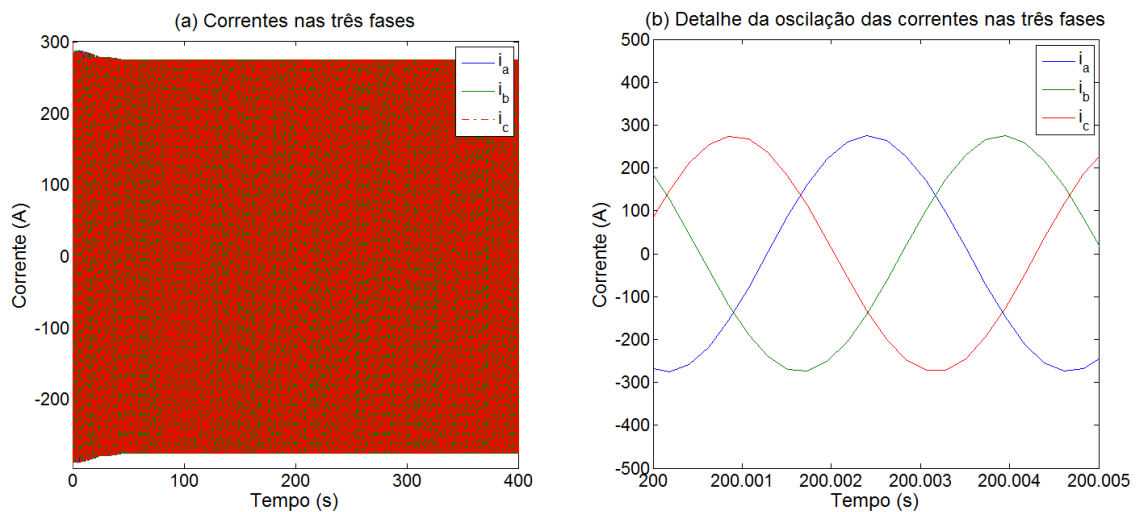


Figura 5.30 – (a) Correntes nas três fases e (b) detalhe da oscilação de cada fase

A fig. 5.31 ilustra a *tip speed ratio* e sua flutuação.

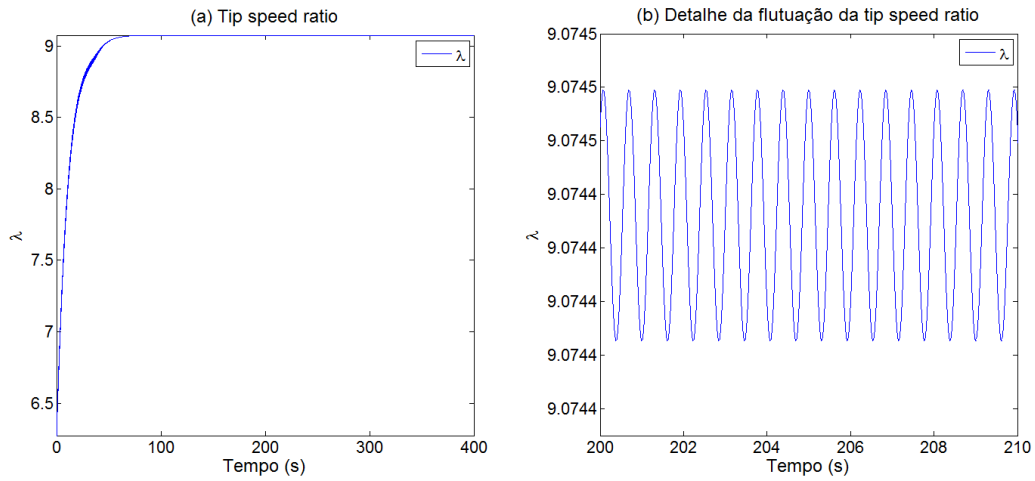


Figura 5.31 – (a) *Tip speed ratio* e (b) detalhe da flutuação da *tip speed ratio*

A figura 5.32 mostra o coeficiente de potência. Como na simulação proposta por Ohara, o coeficiente de potência se estabiliza em valores baixos. No entanto, devido ao efeito de cisalhamento, o valor oscila conforme a figura 5.32 (b).

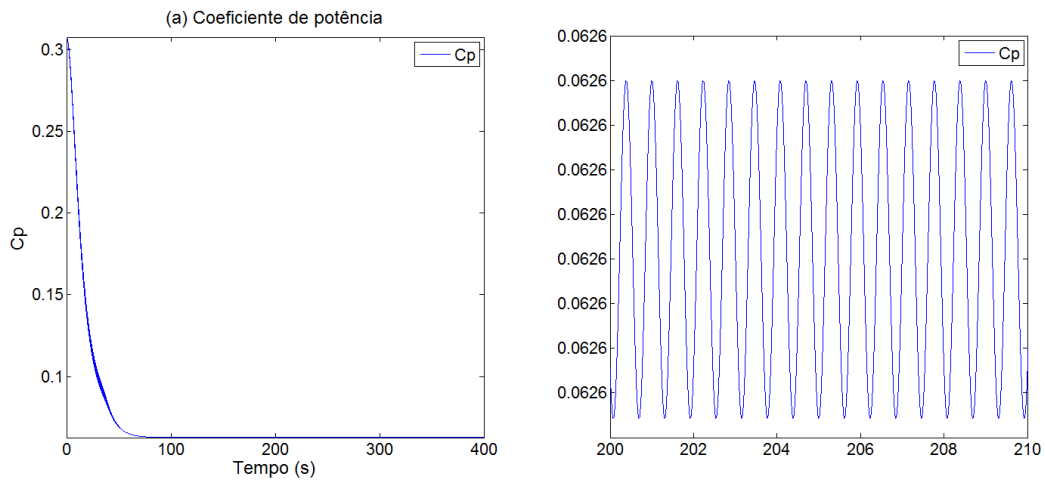


Figura 5.32 – (a) Coeficiente de potência e (b) detalhe da flutuação do coeficiente de potência

A fig. 5.33 (a) mostra as voltagens em coordenadas síncronas e suas respectivas flutuações estão ilustradas na fig. 5.33 (b) e (c).

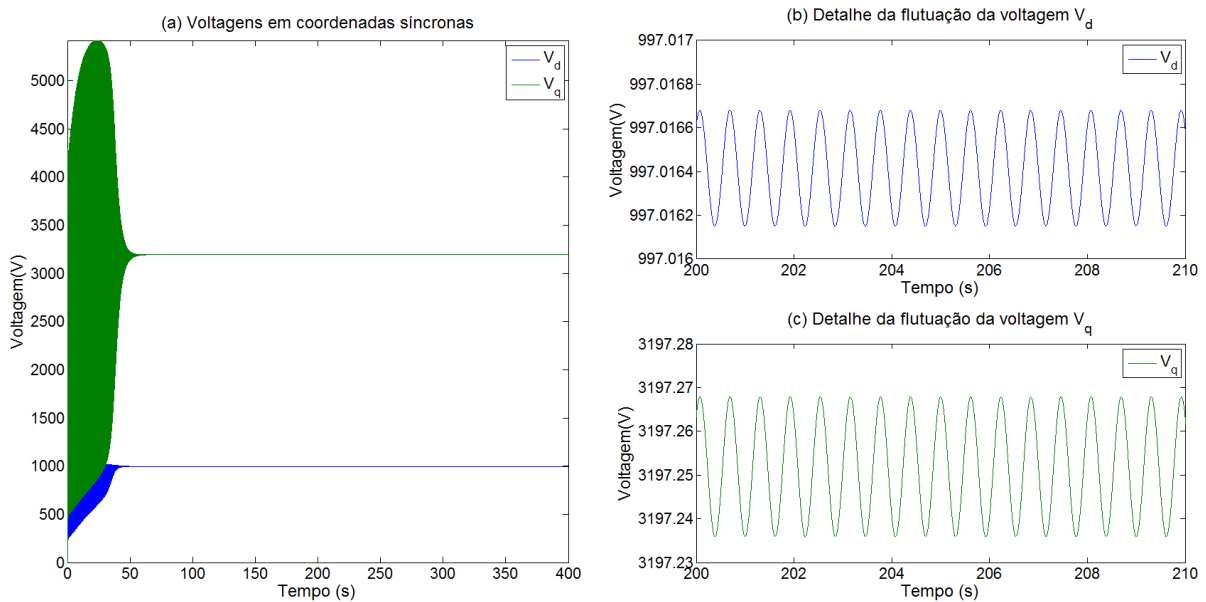


Figura 5.33 – (a) Voltagens em coordenadas síncronas  $d$  e  $q$ , (b) Detalhe da flutuação da tensão elétrica  $V_d$  e (c) detalhe da flutuação da tensão elétrica  $V_q$

Da mesma forma que as correntes, as tensões também não apresentaram variações significativas. A fig. 5.34 mostra a oscilação de cada fase.

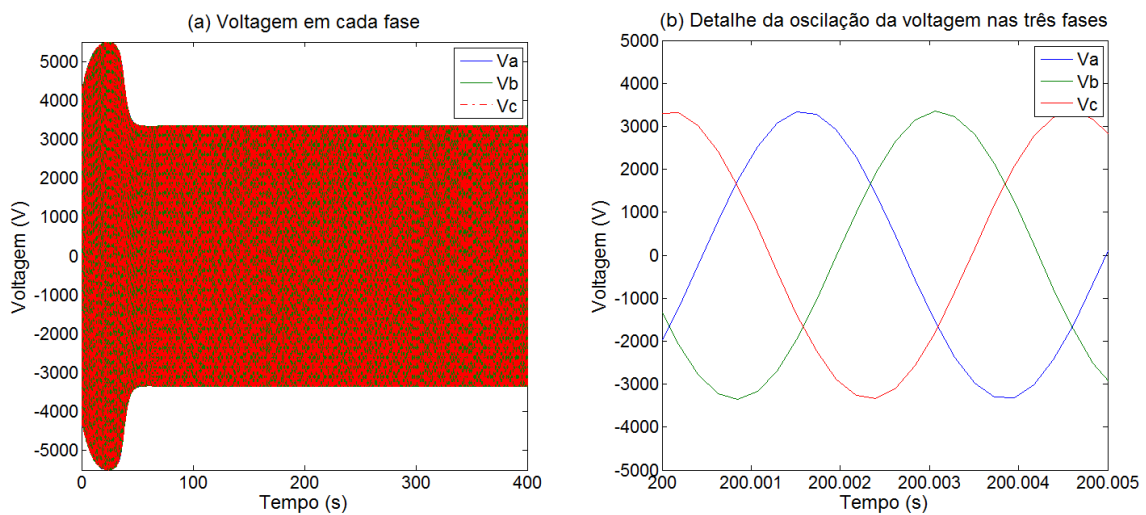


Figura 5.34 – (a) Voltagens nas três fases e (b) detalhe da oscilação das tensões em cada fase

Por fim, a fig. 5.35 traz a eficiência do sistema eletromecânico e sua flutuação devido ao efeito de cisalhamento.

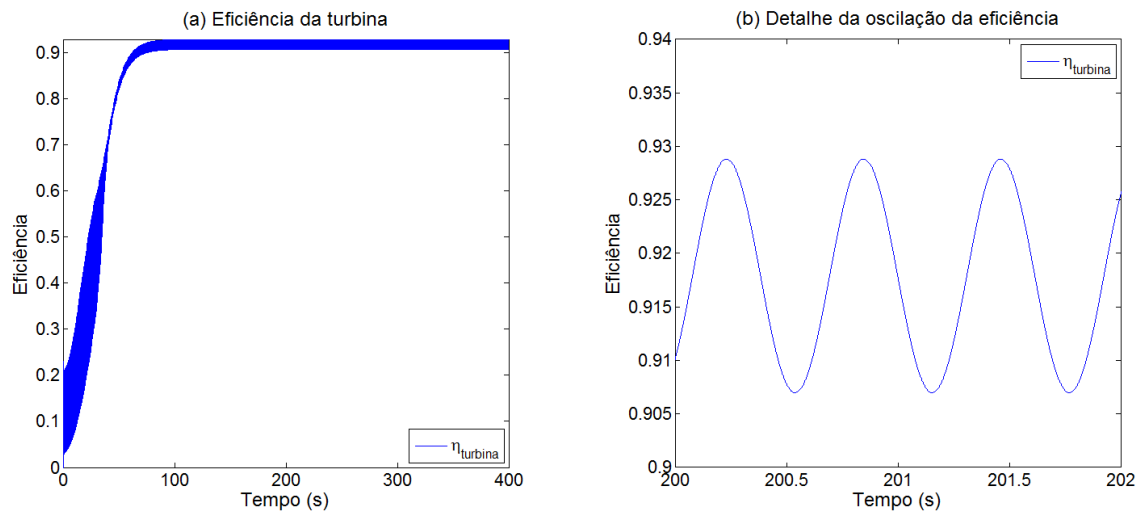


Figura 5.35 – (a) Eficiência do sistema eletromecânica e (b) detalhe da flutuação na eficiência

## 5.2.2 Sombreamento da torre

As figuras a seguir mostram o comportamento do sistema quando exposto ao efeito da presença da torre. A fig. 5.36 mostra o deslocamento angular dos componentes.

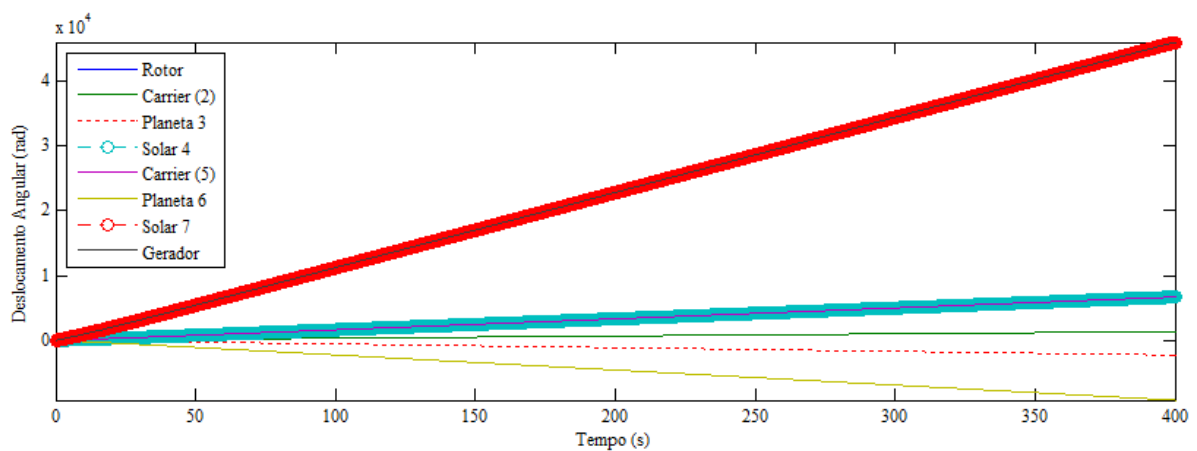


Figura 5.36 – Deslocamento angular dos componentes do modelo completo com cisalhamento do vento

Nota-se que as diferenças começam a aparecer na velocidade angular dos componentes. A fig. 5.37 mostra as velocidades angulares e o detalhe das flutuações presentes nelas.



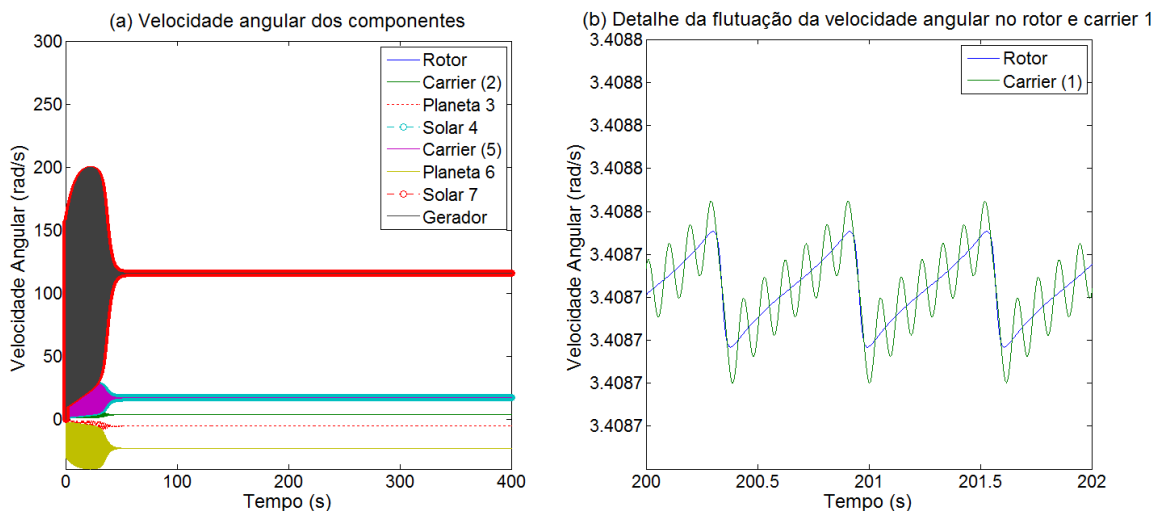


Figura 5.37 – (a) Velocidade angular dos componentes com sombreamento da torre e (b) detalhe da flutuação na velocidade angular do rotor e carrier (1).

É interessante notar na fig. 5.37 (b) o perfil de onda dente de serra na velocidade angular do rotor e a flutuação da velocidade do carrier 1 em torno do perfil. A figura 5.38 mostra a flutuação nos demais componentes.

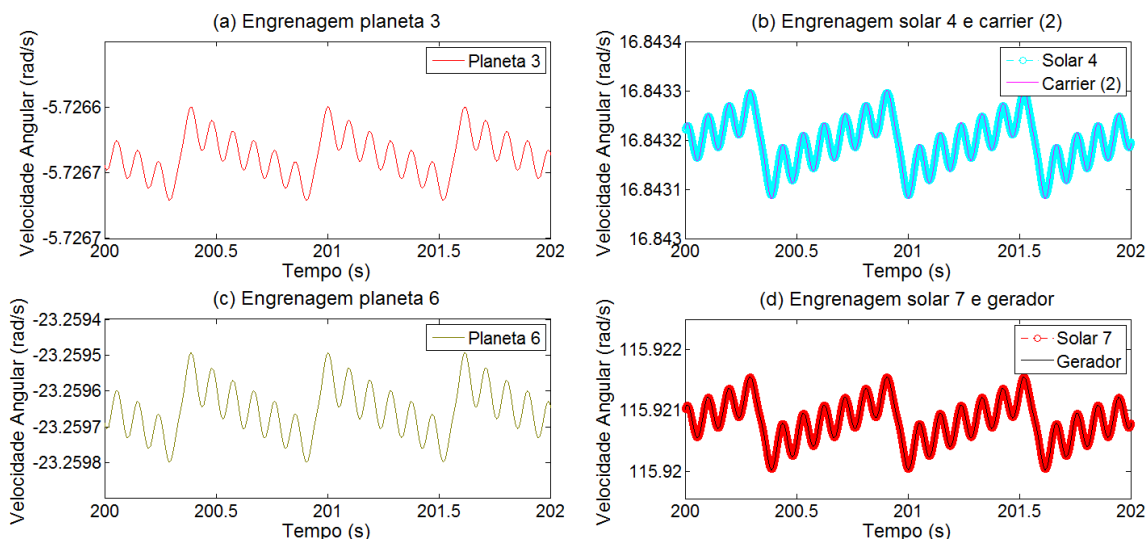


Figura 5.38 – Detalhes das flutuações nas velocidades angulares dos componentes do sistema devido ao efeito de sombreamento da torre. (a) Engrenagem planeta 3, (b) engrenagem solar 4 e carrier (2), (c) engrenagem planeta 6 e (d) engrenagem solar 7 e gerador

A figura 5.39 mostra o comportamento da potência gerada pelo sistema. Na fig. 5.39 (b) é possível observar claramente o fenômeno das oscilações 3p na potência mecânica. Nas figuras 5.39 (c) e (d), as potências eletromecânica e ativa oscilam em torno de um perfil de dente de serra.

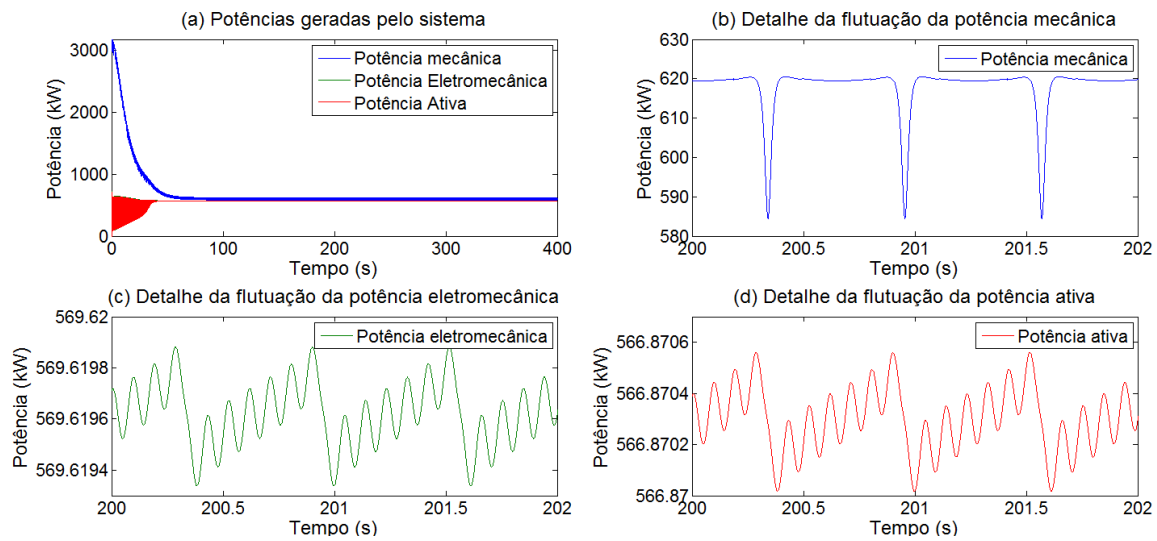


Figura 5.39 – (a) Potências geradas pelo sistema eletromecânico, (b) perfil da potência mecânica, (c) flutuação na potência eletromecânica e (d) flutuação na potência ativa

O comportamento do torque foi mostrado na figura 3.10. Os detalhes estão ilustrados na figura 5.40. Assim como a potência mecânica, o torque mecânico na fig. 5.40 (a) apresenta o perfil das oscilações 3p e, na fig. 5.40 (b), é possível ver o torque elétrico oscilar em torno de um perfil de dente de serra.

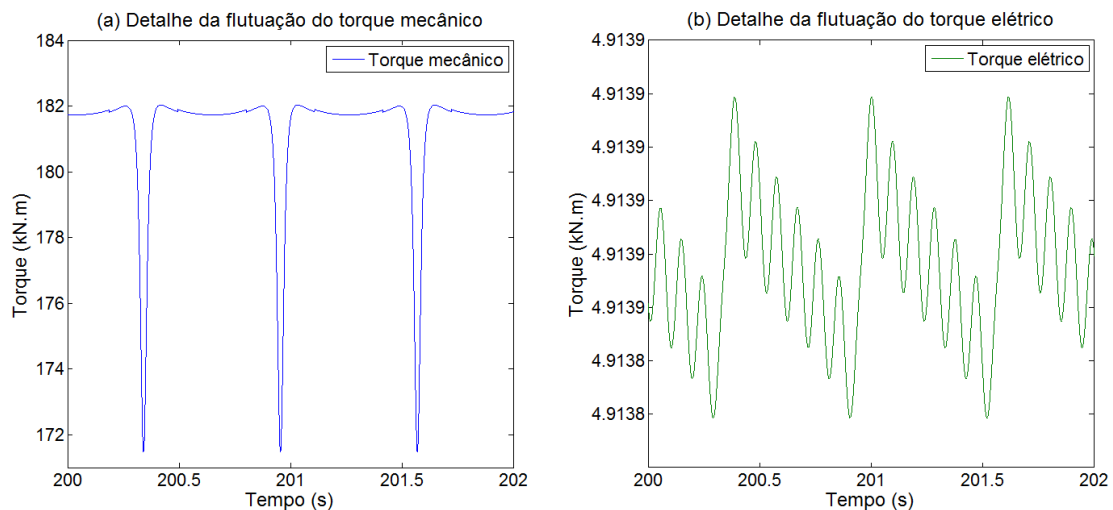


Figura 5.40 – (a) Perfil da flutuação do torque mecânico e (b) detalhe da flutuação do torque elétrico

A figura 5.41 mostra a velocidade angular do gerador e sua respectiva flutuação.

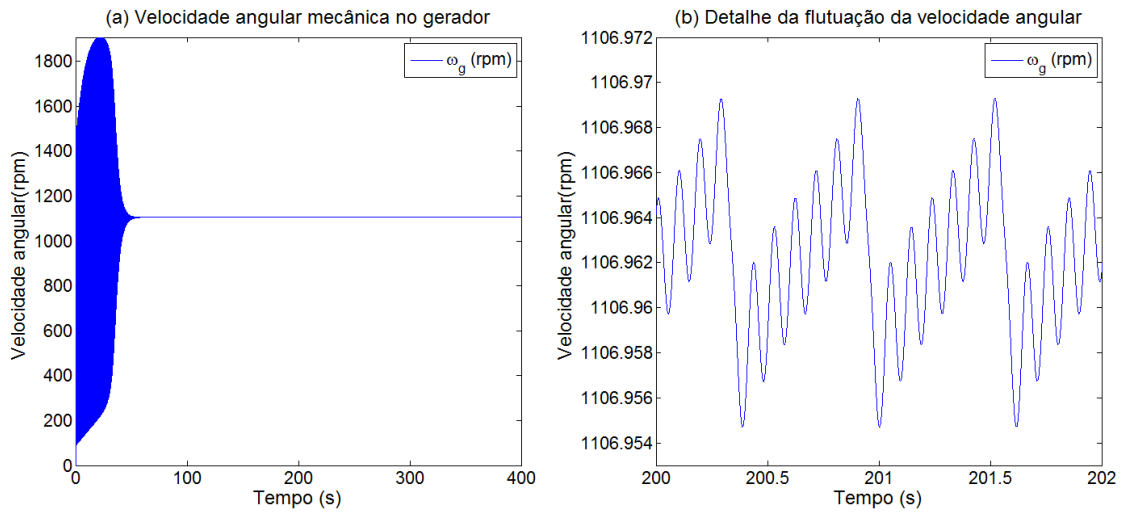


Figura 5.41 – (a) Velocidade angular do gerador em rpm e (b) detalhe da flutuação da velocidade angular

A fig. 5.42 mostra a corrente em coordenadas síncronas e suas respectivas flutuações devido ao efeito de sombreamento da torre.

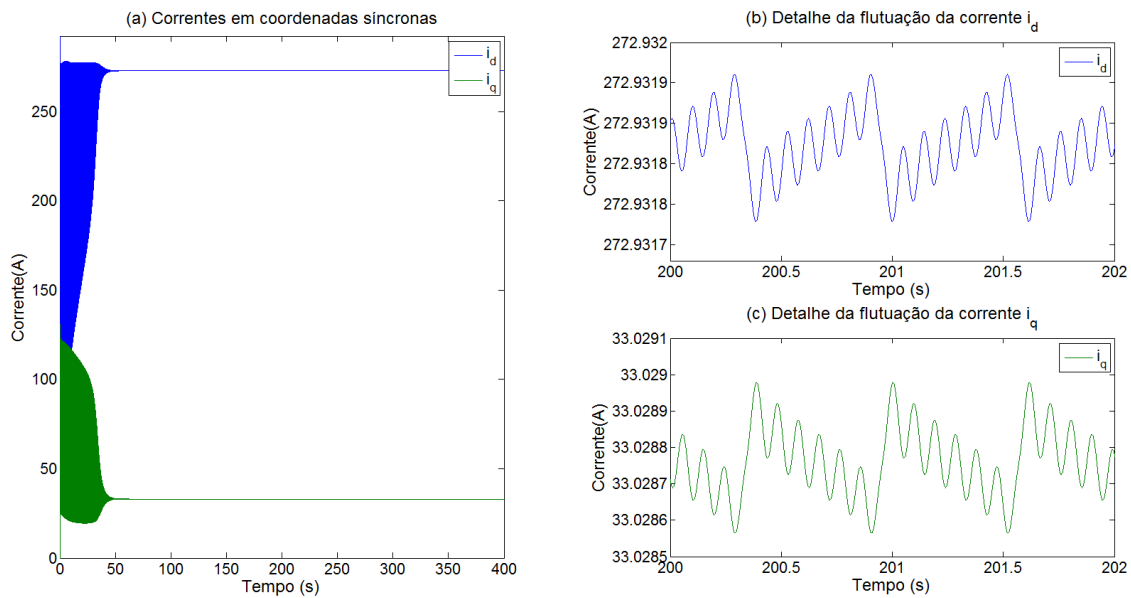


Figura 5.42 – (a) Correntes em coordenadas síncronas, (b) detalhe da flutuação da corrente  $i_d$  e (c) detalhe da flutuação da corrente  $i_q$

As correntes nas três fases não sofreram maiores mudanças. A fig. 5.43 ilustra a corrente nas três fases.

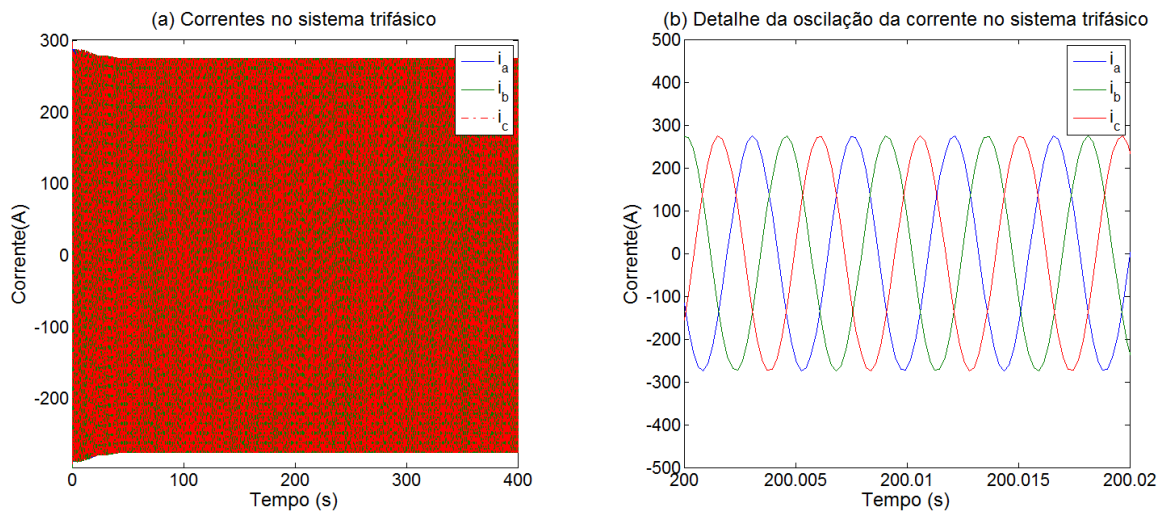


Figura 5.43 – (a) Correntes no sistema trifásico e (b) oscilação da corrente nas três fases

A figura 5.44 (a) mostra a *tip speed ratio* e, conforme ilustra a fig. 5.44 (b), a oscilação se dá através de um perfil de onda de dente de serra.

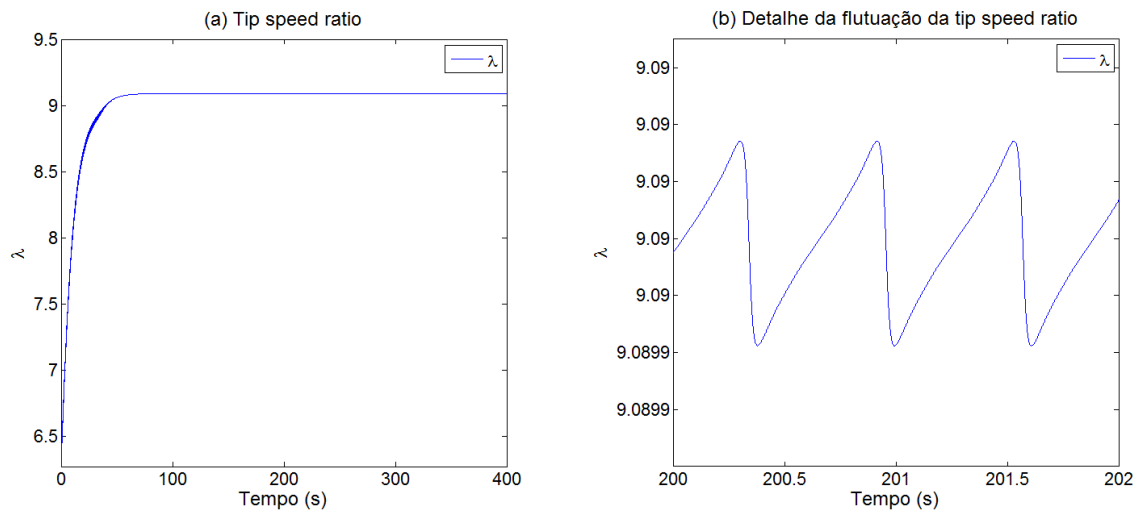


Figura 5.44 – (a) *Tip speed ratio* e (b) sua respectiva flutuação

A figura 5.45 (a) mostra o coeficiente de potência e a fig. 5.45 (b), sua oscilação.

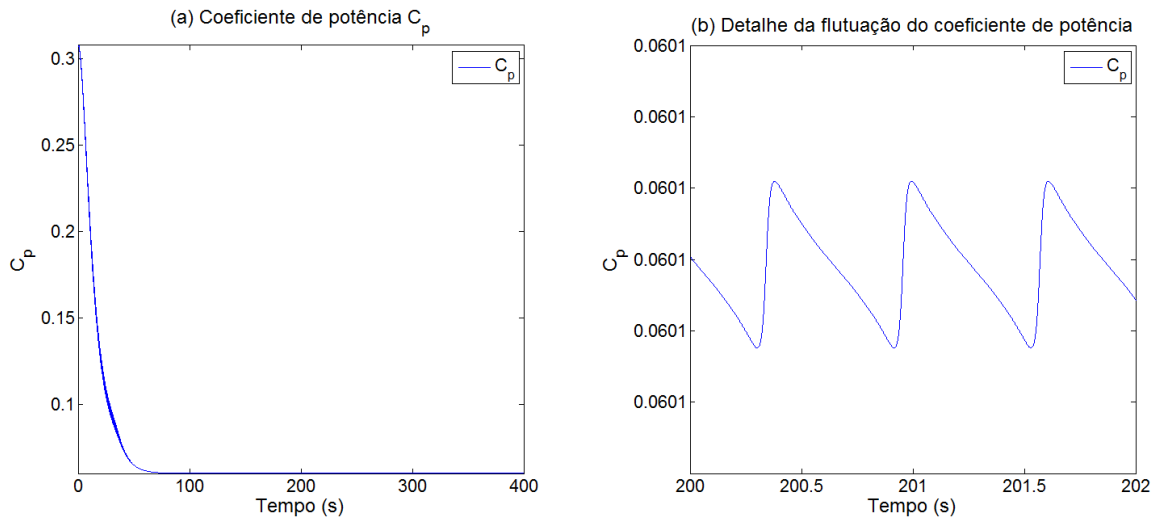


Figura 5.45 – (a) Coeficiente de potência e (b) sua flutuação

A fig. 5.46 mostra a tensão elétrica em coordenadas síncronas. Ambas as voltagens  $V_d$  e  $V_q$  oscilam em torno de um perfil de dente de serra conforme ilustram as fig. 5.46 (b) e (c).

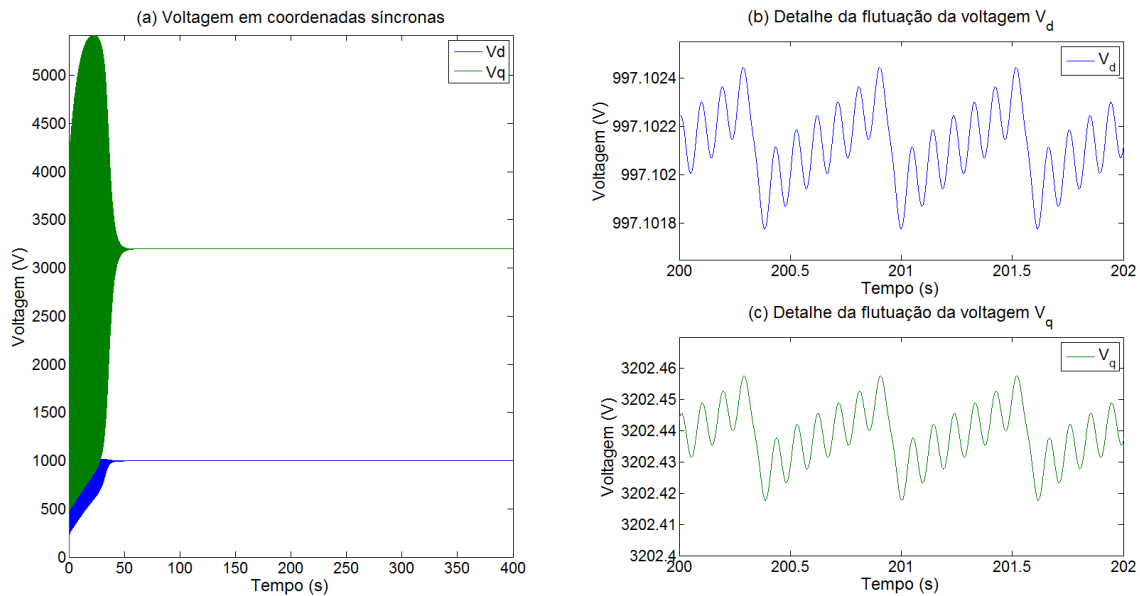


Figura 5.46 – (a) Voltagens em coordenadas síncronas, (b) detalhe da flutuação da tensão elétrica  $V_d$  e (c) detalhe da flutuação da tensão elétrica  $V_q$

As voltagens nas três fases não demonstraram grandes variações. A fig. 5.47 mostra a tensão elétrica no sistema trifásico.

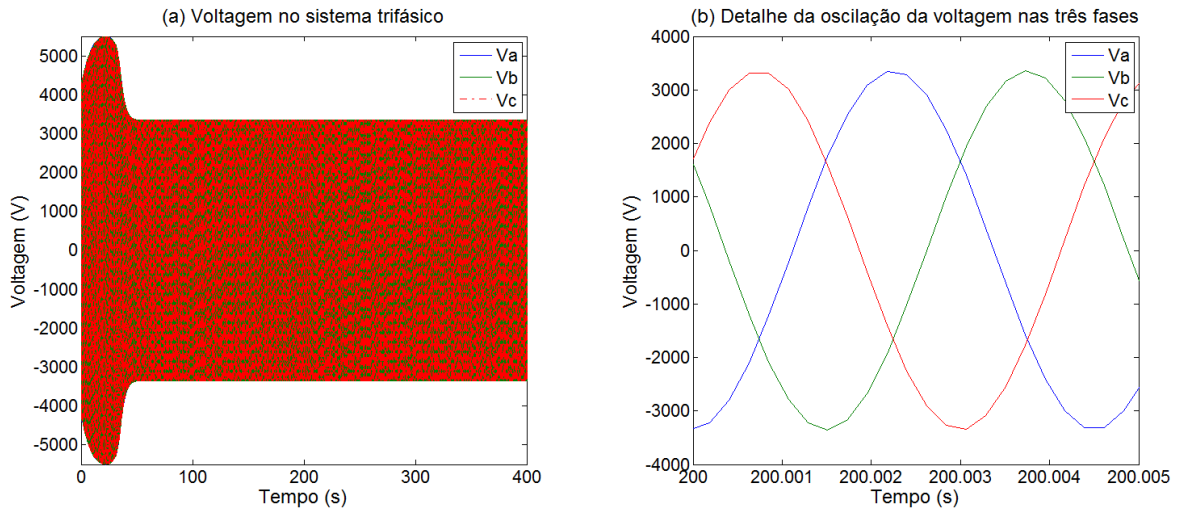


Figura 5.47 – (a) Tensão elétrica no sistema trifásico e (b) detalhe da oscilação da tensão elétrica nas três fases

E, por fim, a fig. 5.48 traz a eficiência do sistema eletromecânico. A eficiência varia também de acordo com as oscilações 3p.

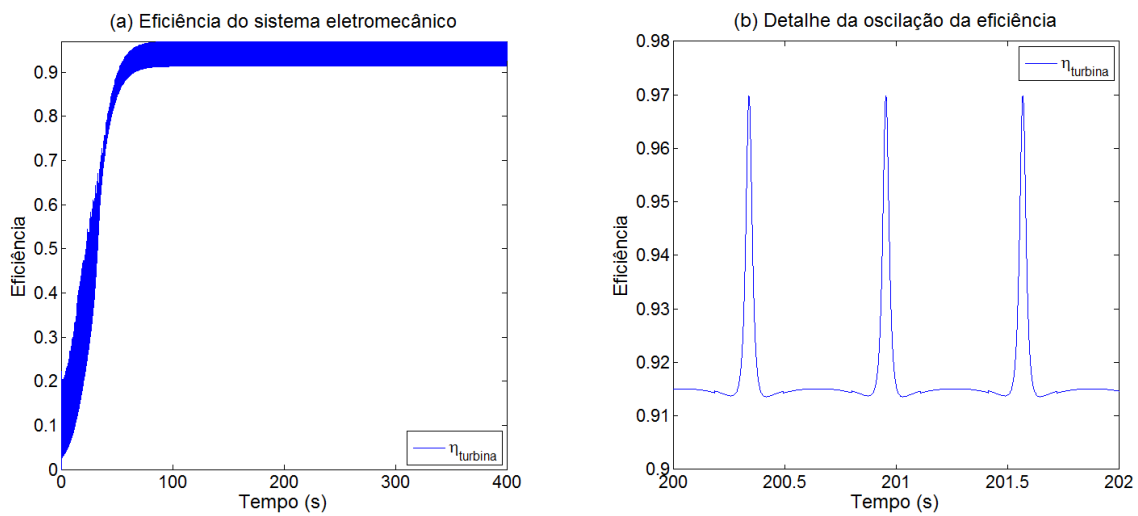


Figura 5.48 – (a) Eficiência do sistema eletromecânico e (b) detalhe da oscilação da eficiência

### 5.2.3 Efeito combinado do cisalhamento do vento e do sombreamento da torre

Nesta subseção avalia-se o efeito combinado das duas flutuações determinísticas, considerando-se ainda um vento constante de  $15 \text{ m/s}$ . A fig. 5.49 mostra o deslocamento angular dos componentes.

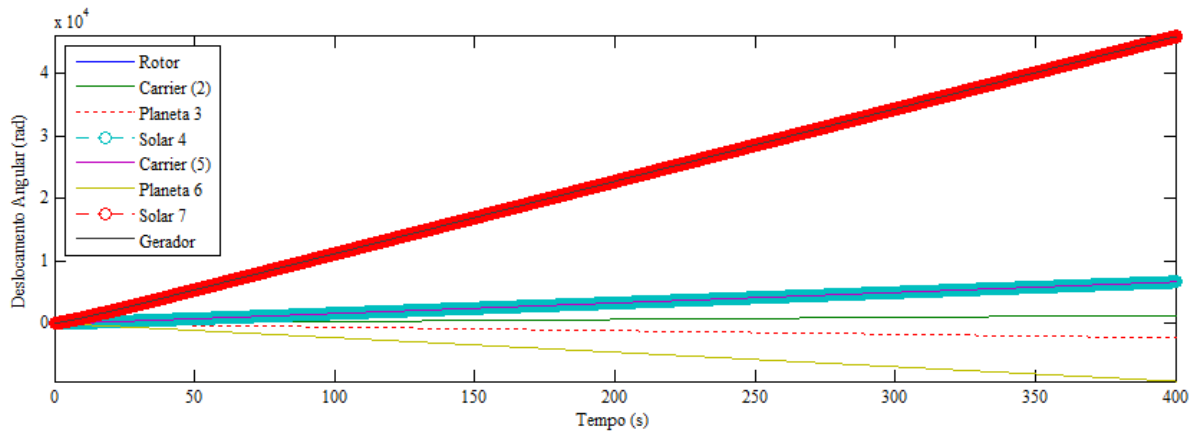


Figura 5.49 – Deslocamento angular dos componentes

A fig. 5.50 mostra a velocidade angular dos componentes. É possível ver nas figs. 5.50 (b) a (f) a flutuação na velocidade angular. O efeito de cisalhamento de vento presente suaviza o perfil dente de serra causado pelo sombreamento da torre.

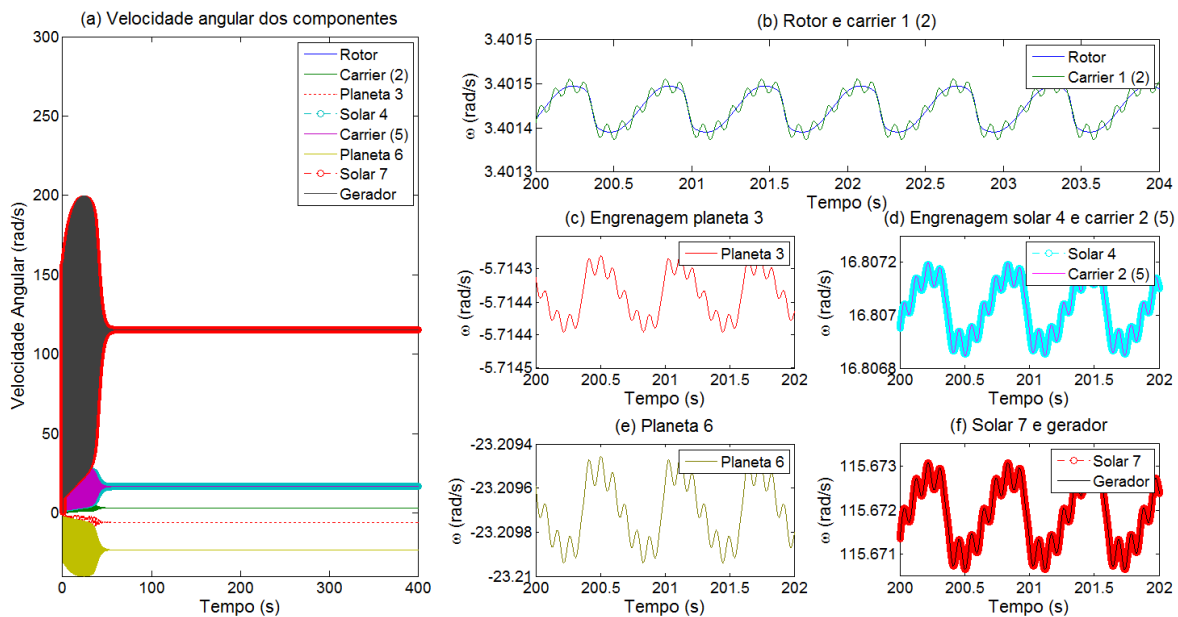


Figura 5.50 – (a) Velocidade angular dos componentes e flutuações do (b) rotor e carrier 1, (c) engrenagem planeta 3, (d) engrenagem solar 4 e carrier 2, (e) engrenagem planeta 6 e (f) engrenagem solar 7 e gerador

A fig. 5.51 mostra as potências mecânica, eletromecânica e ativa geradas. A potência mecânica sofre uma queda a cada vez que a pá passa em frente à torre e tem seu pico quando uma pá se encontra na posição mais alta. Isso está ilustrado na fig. 5.51 (b). As potências eletromecânica e

ativa flutuam em torno de um perfil dente de serra suavizado, conforme ilustram as partes (c) e (d) da fig. 5.51.

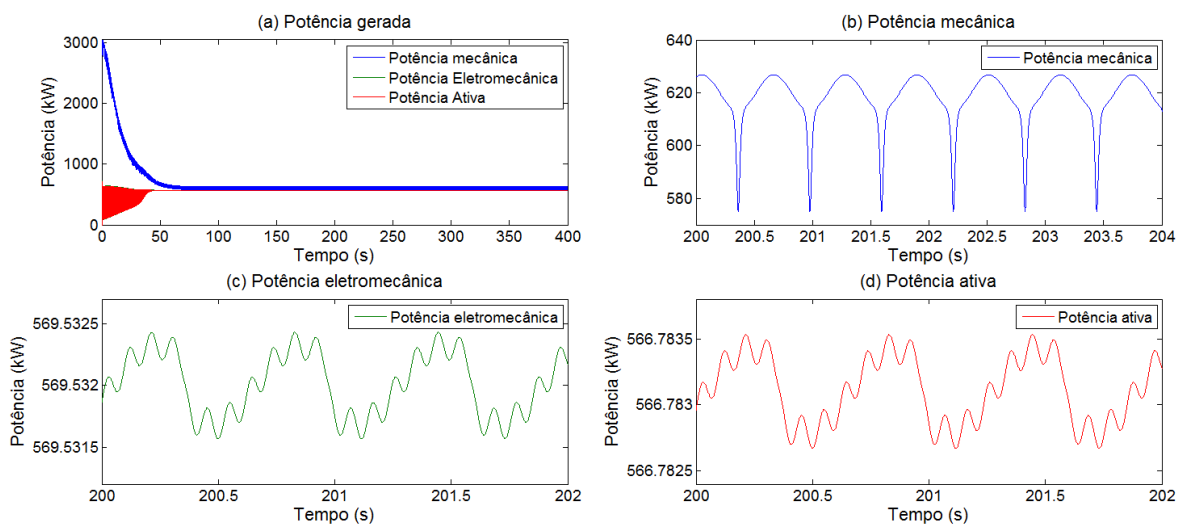


Figura 5.51 – (a) Potência gerada, (b) detalhe da flutuação da potência mecânica, (c) flutuação da potência eletromecânica e (d) flutuação da potência ativa

Na fig. 5.52, está ilustrado o comportamento do torque quando exposto aos dois efeitos determinísticos.

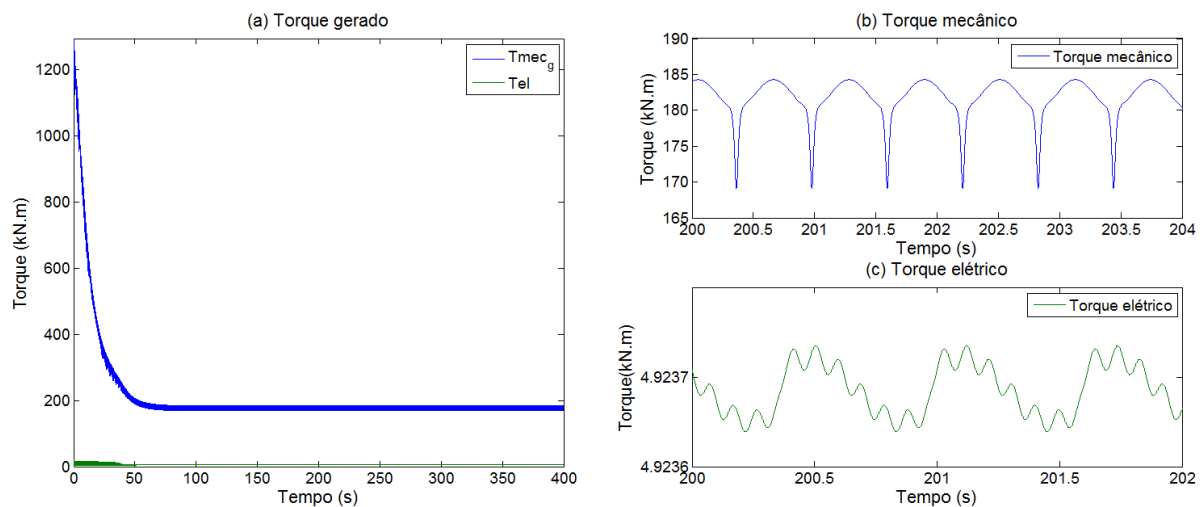


Figura 5.52 – (a) Torque gerado, (b) detalhe da flutuação do torque mecânico e (c) detalhe da flutuação do torque elétrico

A fig. 5.53 (a) mostra a velocidade angular do gerador e a fig. 5.53 (b) mostra sua flutuação.



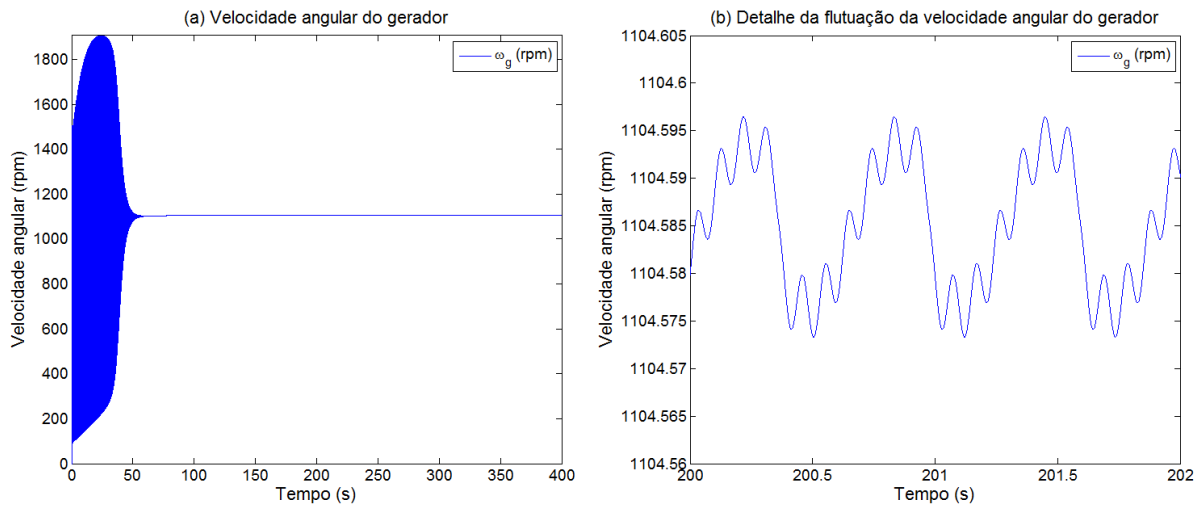


Figura 5.53 – (a) Velocidade angular do gerador e (b) detalhe da sua flutuação

A fig. 5.54 mostra as correntes em coordenadas síncronas  $i_d$  e  $i_q$  e suas respectivas flutuações. É importante notar que a corrente  $i_q$  oscila em torno de uma onda dente de serra inversa. A fig. 5.55 mostra a corrente nas três fases do sistema.

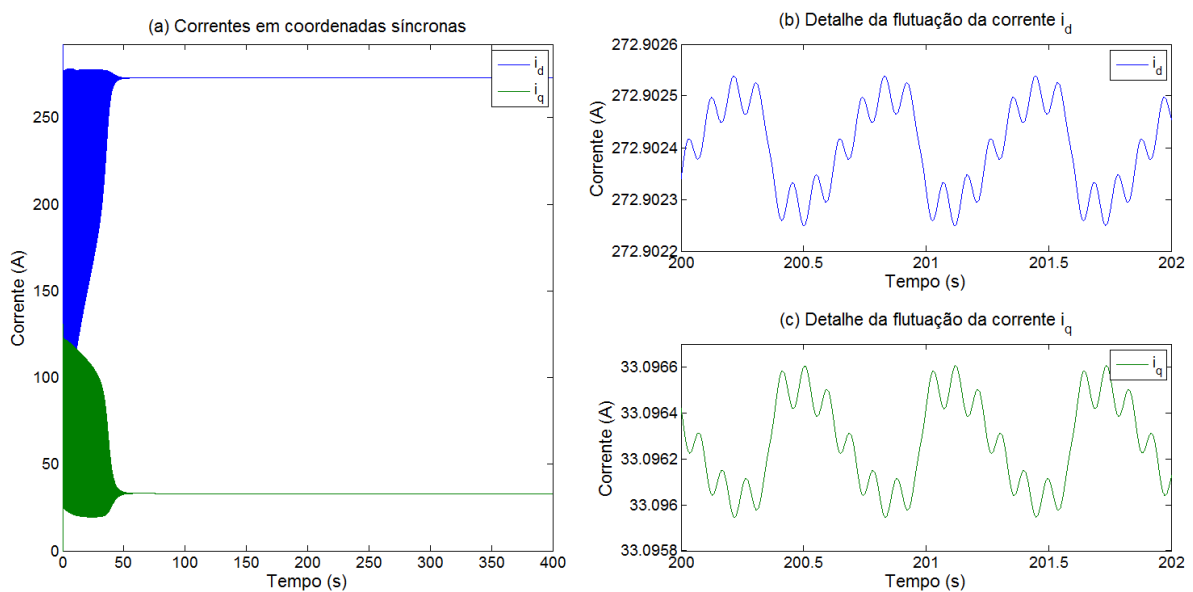


Figura 5.54 – (a) Correntes em coordenadas síncronas, (b) detalhe da flutuação da corrente  $i_d$  e (c) detalhe da flutuação da corrente  $i_q$

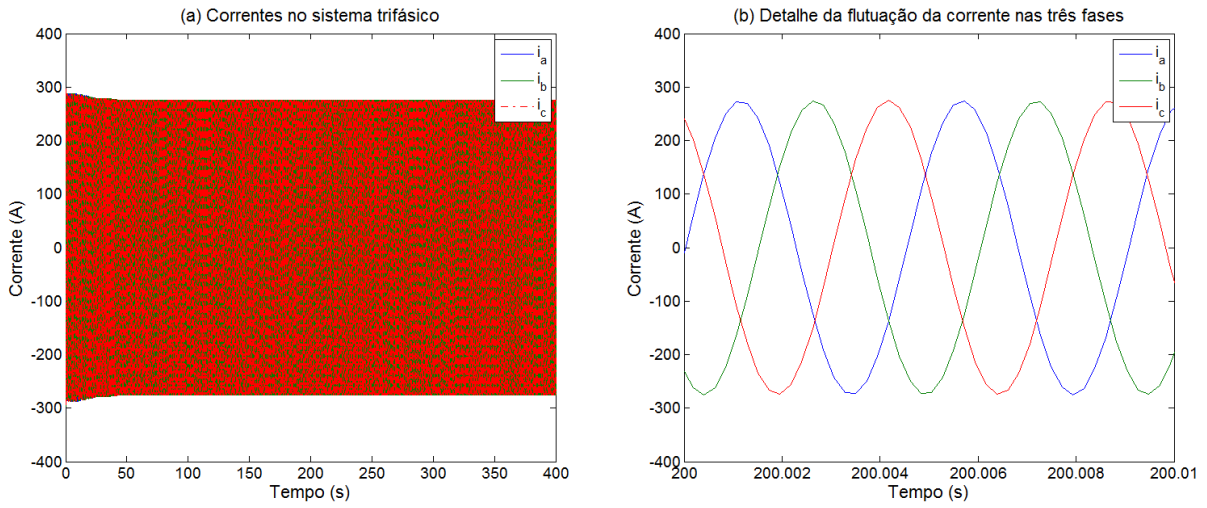


Figura 5.55 – (a) Correntes no sistema trifásico e (b) detalhe da oscilação da corrente em cada fase

A fig. 5.56 mostra a *tip speed ratio* da turbina e sua flutuação.

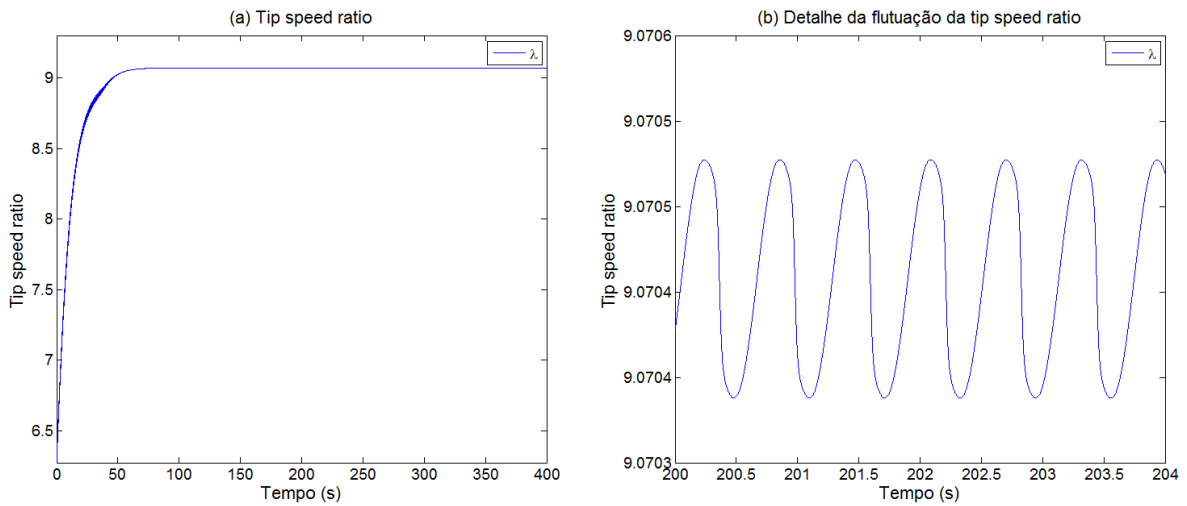


Figura 5.56 – (a) *Tip speed ratio* e (b) detalhe da sua flutuação

A fig. 5.57 mostra o coeficiente de potência e sua flutuação.

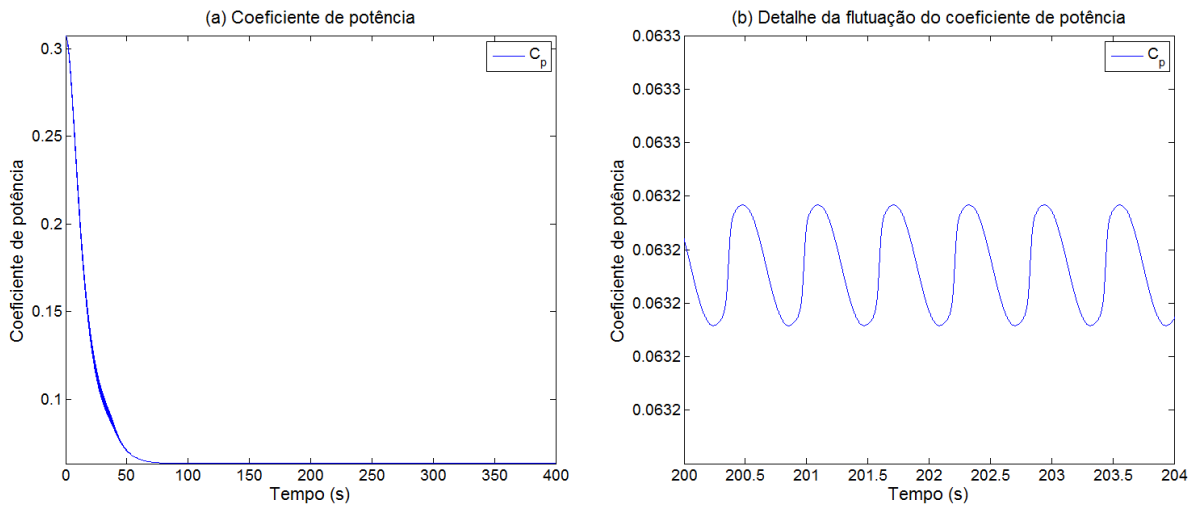


Figura 5.57 – (a) Coeficiente de potência e (b) detalhe de sua flutuação

A figura 5.58 mostra a tensão elétrica em coordenadas síncronas. Os detalhes de suas flutuações estão ilustradas na fig. 5.58 (b) e (c).

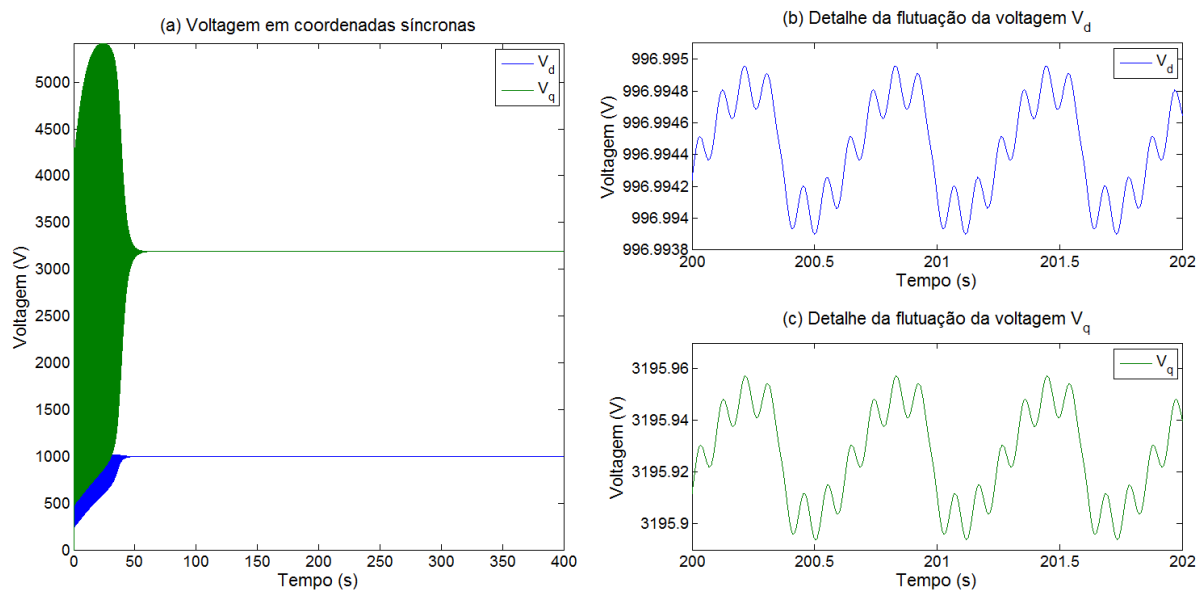


Figura 5.58 – (a) Tensão elétrica em coordenadas síncronas, (b) detalhe da flutuação da tensão elétrica  $V_d$  e (c) detalhe da flutuação da tensão elétrica  $V_q$

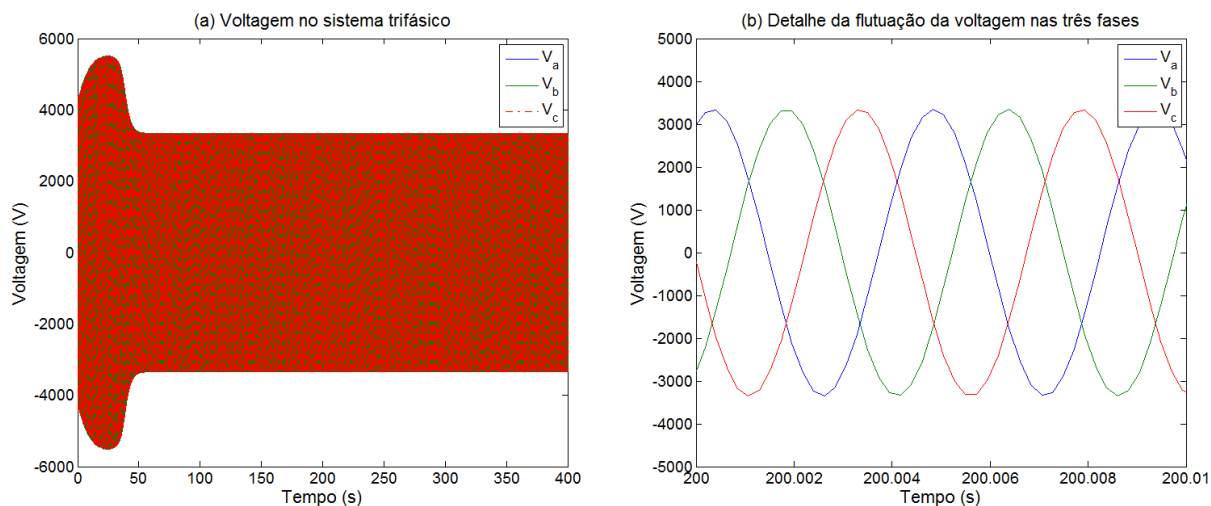


Figura 5.59 – (a) Tensão elétrica no sistema trifásico e (b) detalhe da oscilação da tensão elétrica

Por fim, a figura 5.60 mostra a eficiência do sistema quando submetido a ambos os efeitos.

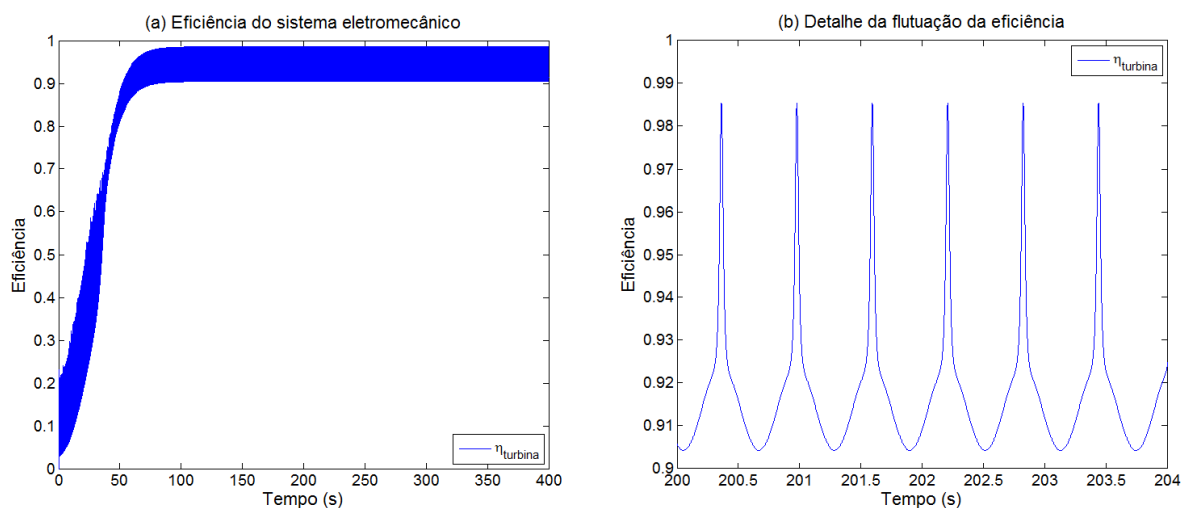


Figura 5.60 – (a) Eficiência do sistema e (b) sua flutuação

É interessante notar que a corrente e a tensão elétrica no sistema trifásico não sofreram mudanças significativas com a introdução dos efeitos determinísticos. A eficiência da transmissão manteve-se alta, sempre variando em torno de 0.9 e 0.99, figs 5.35, 5.48 e 5.60 apesar de ter apresentado um baixo coeficiente de potência, figs. 5.32, 5.45 e 5.57. A razão de o coeficiente de potência ter se mantido em patamares baixos é a ausência de um sistema de controle, conforme apontado por Ohara (2014). De acordo com a eq. 2.10, o coeficiente de potência também depende do ângulo de ataque  $\beta$  da pá. Variando esse ângulo, é possível que se obtenha valores para  $\lambda$  de tal modo que o coeficiente de potência atinja níveis mais elevados. Isso quer dizer que, nas condições em que foram realizadas as simulações, uma quantidade pequena de energia cinética do vento é, de fato,

aproveitada como potência mecânica no rotor. No entanto, a eficiência da conversão da potência de entrada em potência utilizável é alta.

O perfil de onda dente de serra observado nas respostas com sombreamento da torre são consequência direta das oscilações  $3p$ . No momento em que há a queda de torque, as velocidades angulares do componente respondem com uma queda abrupta em seu valor. Esse comportamento também é observado em outros parâmetros como potência eletromecânica e ativa, torque elétrico, corrente e tensão elétrica em coordenadas síncronas, *tip speed ratio* e coeficiente de potência.

Quando os dois efeitos agem concomitantemente na turbina, nota-se que o perfil dente de serra é suavizado pelo cisalhamento do vento.

### 5.3 RESULTADOS DO MODELO COMPLETO COM FLUTUAÇÕES DETERMINÍSTICAS E ESTOCÁSTICAS

Nesta seção, serão introduzidos os perfis de velocidade de acordo com os espectros de Davenport ao modelo de torque mecânico com efeitos de cisalhamento do vento e sombreamento da torre. Posteriormente, o espectro de Kaimal também será utilizado para fins de comparação.

#### 5.3.1 Espectro de Davenport

As figuras que se seguem mostram o comportamento do sistema quando exposto ao espectro de Davenport. O perfil de velocidade foi gerado usando o espectro da equação 4.61 usando uma velocidade média padrão  $V_H$  de  $15 \text{ m/s}$  e está ilustrado na fig. 5.61.

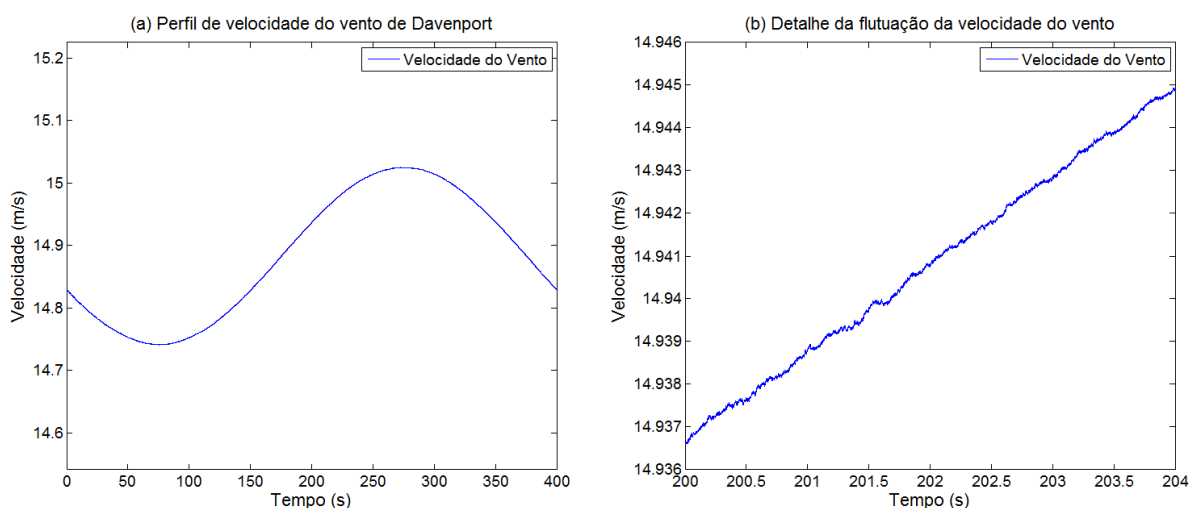


Figura 5.61 – (a) Perfil de velocidade do vento de Davenport com  $V_H = 15 \text{ m/s}$  e (b) detalhe da flutuação de velocidade entre 200 e 204 segundos

A figura 5.62 mostra o deslocamento angular dos componentes do sistema.

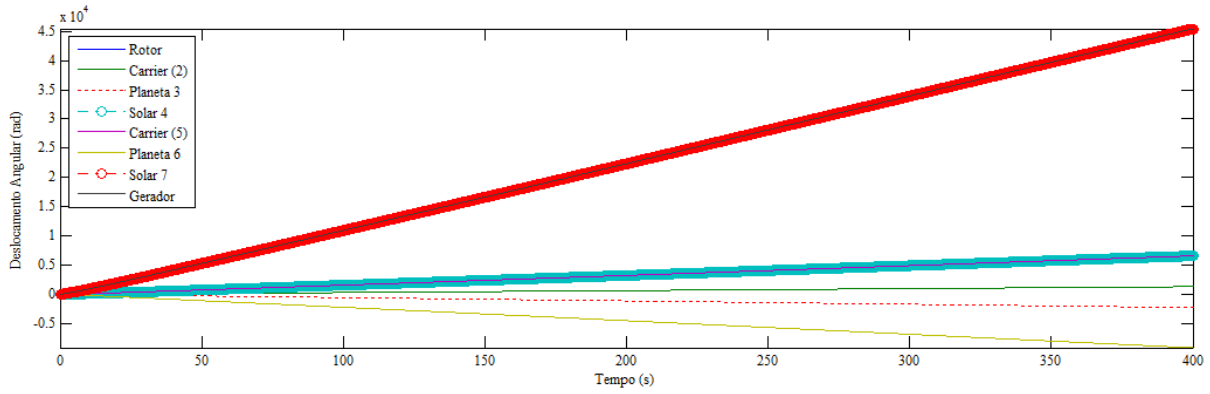


Figura 5.62 – Deslocamento angular dos componentes

A fig. 5.63 mostra a velocidade angular dos componentes. A oscilação das velocidades segue o perfil de velocidade da fig. 5.61 (a). A fig 5.63 de (b) a (f) detalha a flutuação em cada componente.

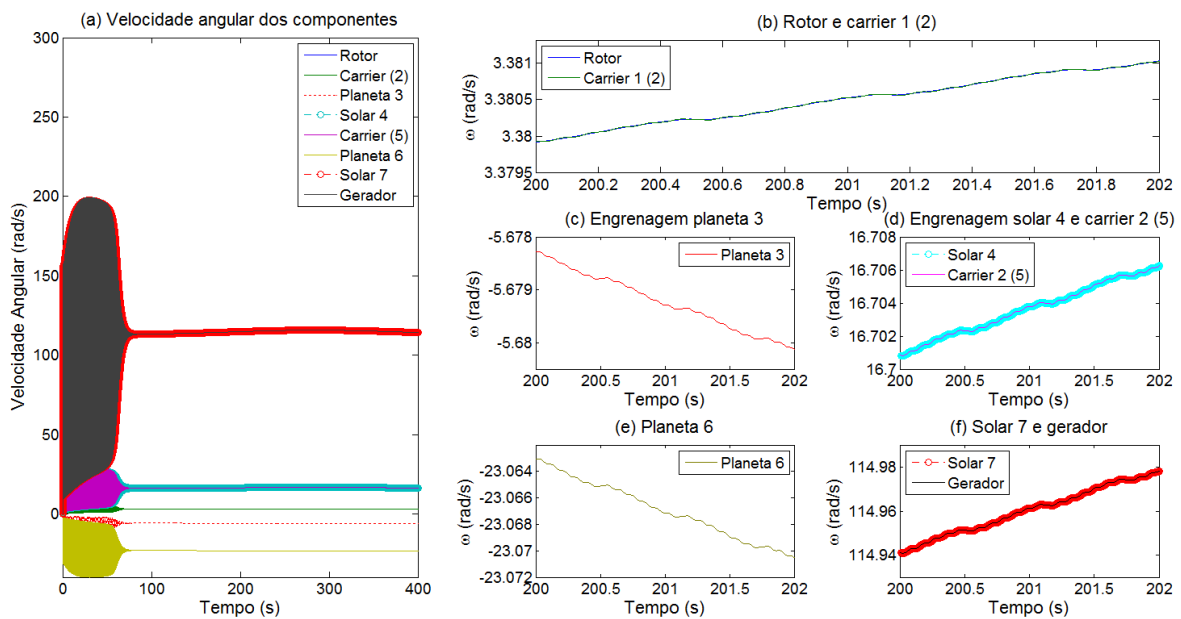


Figura 5.63 – (a) Velocidade angular dos componentes do sistema e detalhes da flutuação do (b) rotor e carrier 1, (c) engrenagem planeta 3, (d) engrenagem solar 4 e carrier 2, (e) engrenagem planeta 6 e (f) engrenagem solar 7 e gerador.

A fig. 5.64 ilustra a potência mecânica gerada. Foi adicionada também uma curva de potência mecânica RMS para o cálculo de eficiência da turbina. Essa curva foi calculada de acordo com a equação 5.11.

$$P_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{t_f - t_i} \int_{t_i}^{t_f} P(t)^2 dt} \quad (5.11)$$

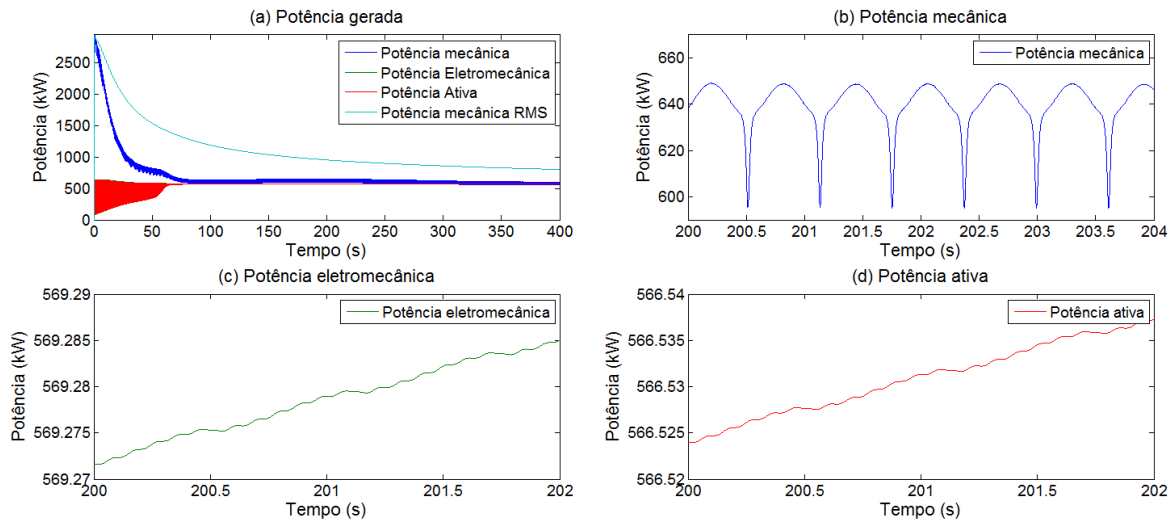


Figura 5.64 – (a) Potência mecânica gerada, detalhe da oscilação da (b) potência mecânica, (c) potência eletromecânica e (d) potência ativa

A fig. 5.65 mostra o comportamento do torque.

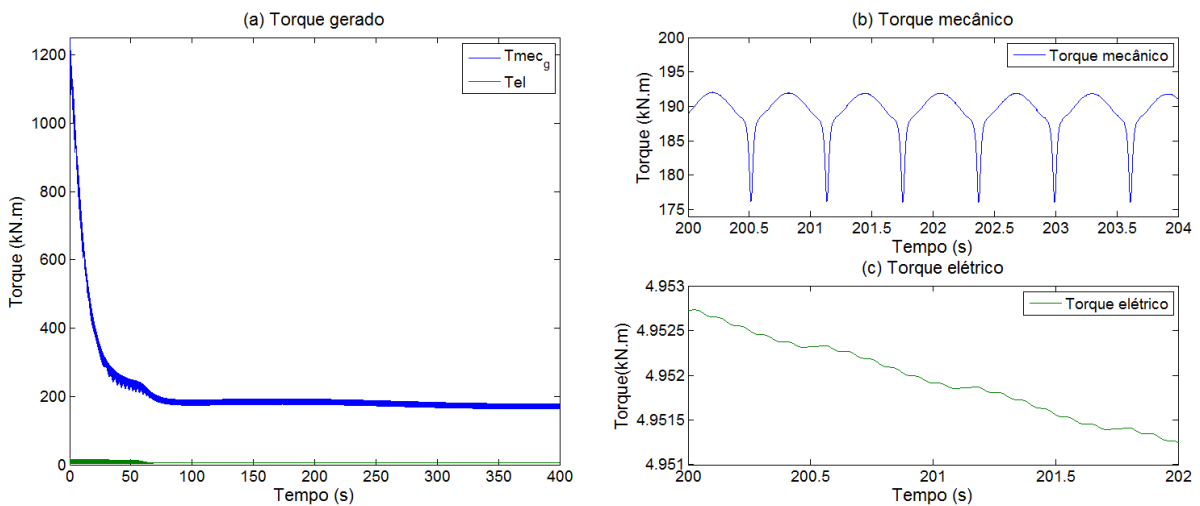


Figura 5.65 – (a) Torque gerado, detalhes da flutuação do (b) torque mecânico e do (c) torque elétrico

A fig. 5.66 mostra a velocidade angular do gerador e sua flutuação.

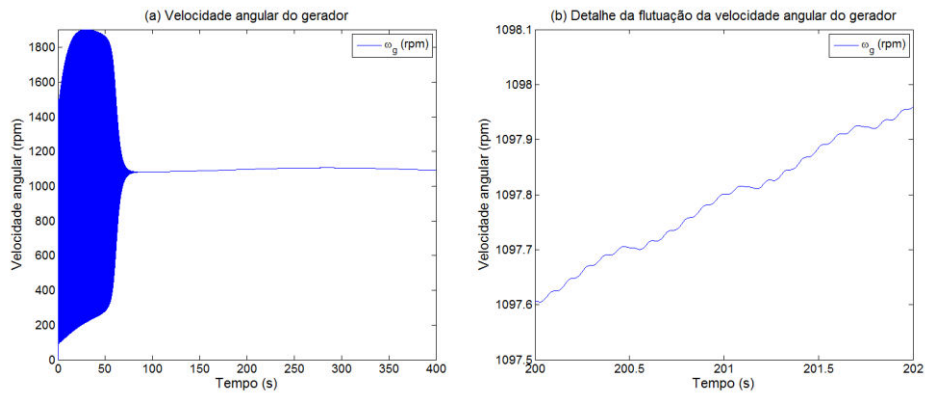


Figura 5.66 – (a) Velocidade angular do gerador e (b) sua flutuação

A fig. 5.67 traz as correntes em coordenadas síncronas e suas respectivas flutuações.

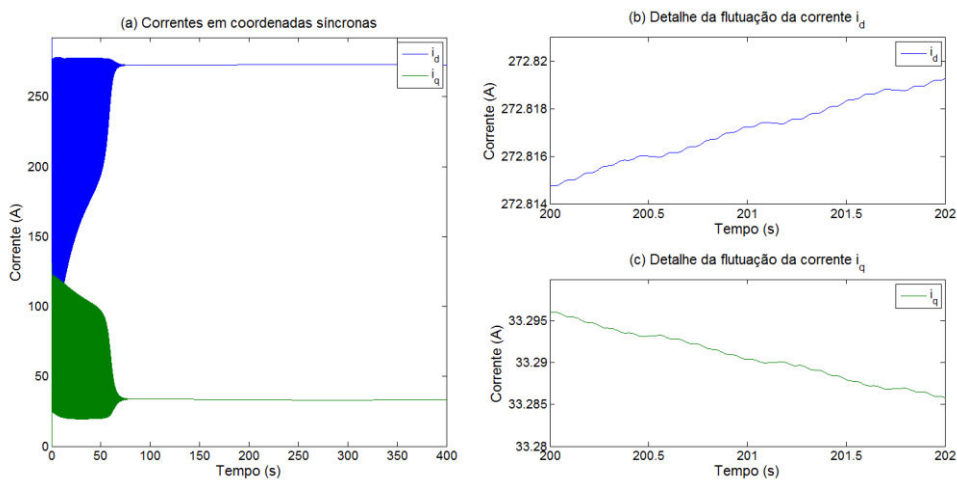


Figura 5.67 – (a) Correntes em coordenadas síncronas, detalhe da flutuação da corrente (b)  $i_d$  e (c)  $i_q$

A figura 5.68 mostra a corrente no sistema trifásico e sua oscilação no tempo.

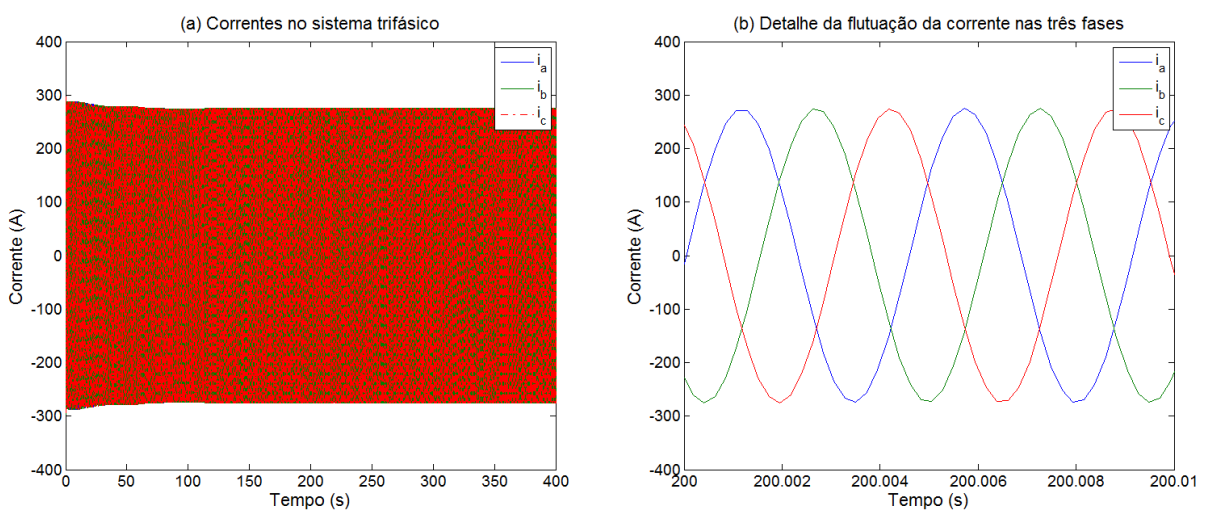


Figura 5.68 – (a) Correntes no sistema trifásico e (b) detalhe de sua oscilação no tempo



A figura 5.69 mostra a variação da *tip speed ratio* e detalhe de sua flutuação no tempo. A figura 5.70 mostra o coeficiente de potência.

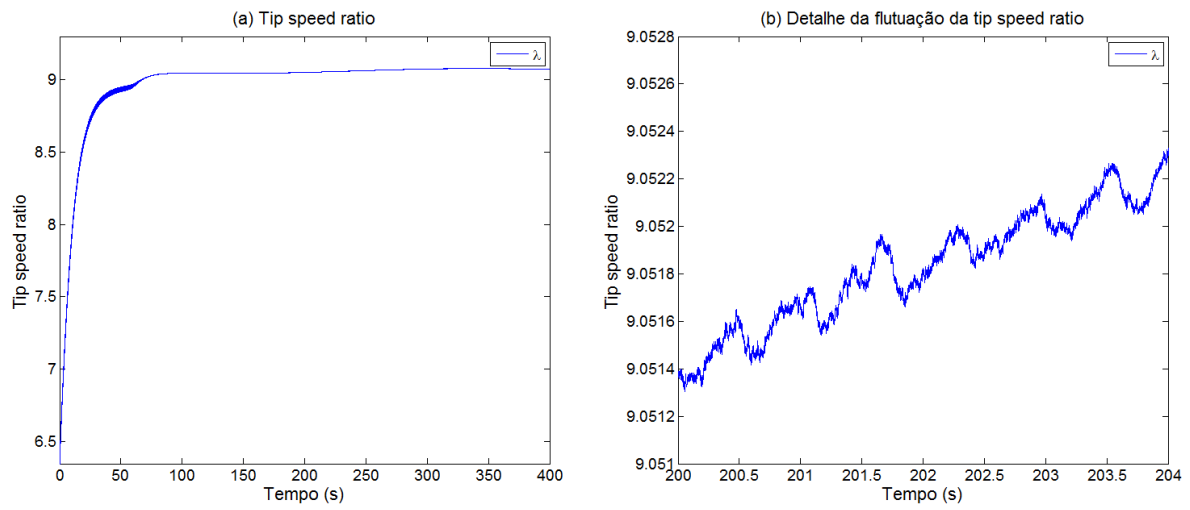


Figura 5.69 – (a) *Tip speed ratio* e (b) detalhe de sua flutuação

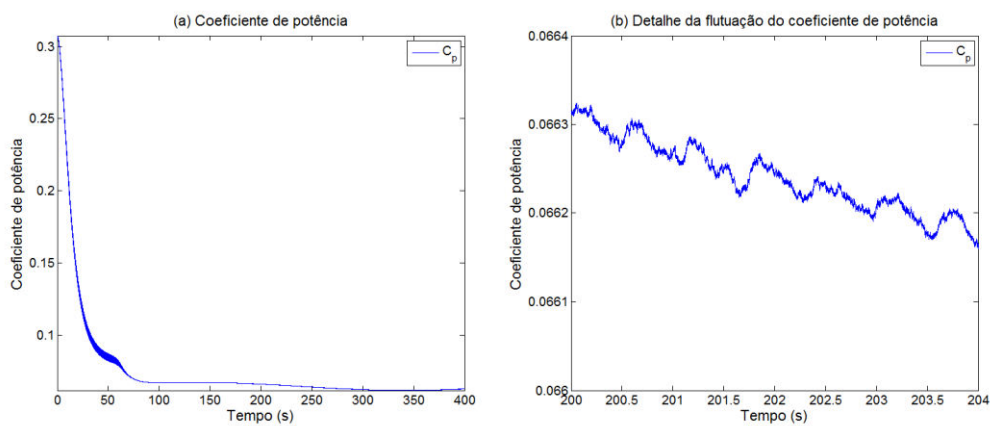


Figura 5.70 – (a) Coeficiente de potência e (b) detalhe de sua flutuação

A figura 5.71 mostra a tensão elétrica em coordenadas síncronas. A figura 5.72 mostra a tensão elétrica no sistema trifásico.

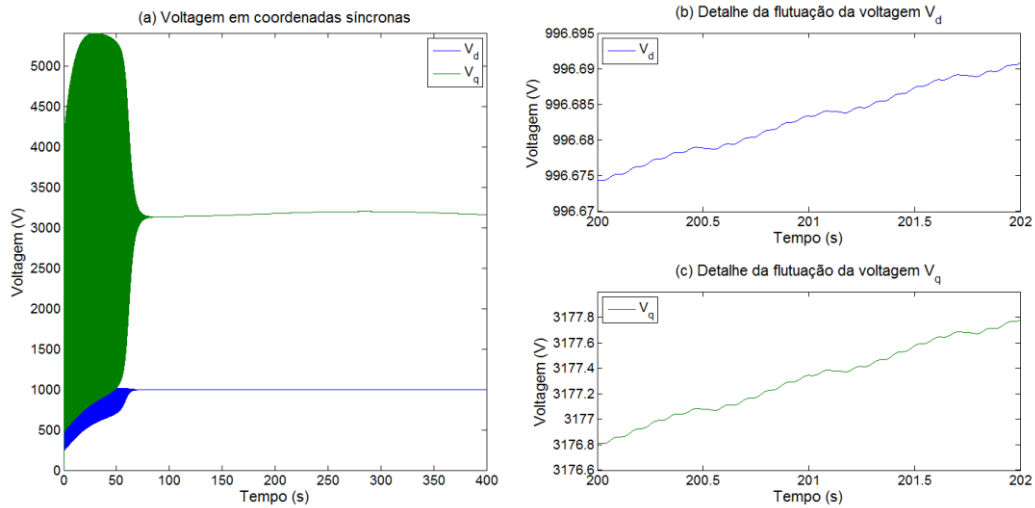


Figura 5.71 – (a) Tensão elétrica em coordenadas síncronas e detalhe da flutuação da (b) tensão elétrica  $V_d$  e da (c) tensão elétrica  $V_q$

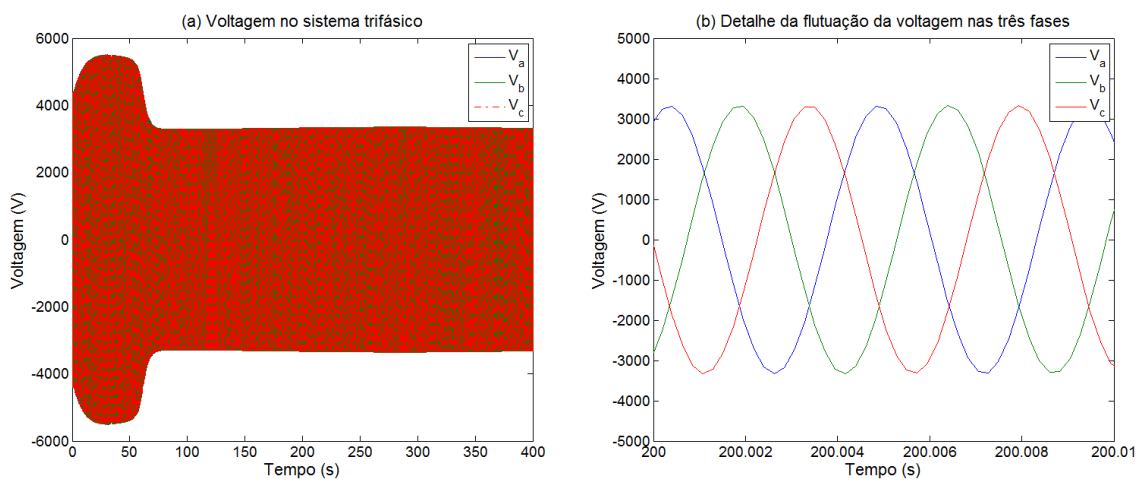


Figura 5.72 – (a) Tensão elétrica no sistema trifásico e (b) detalhe da oscilação da tensão elétrica nas três fases

A figura 5.73 traz a eficiência do sistema e sua flutuação. Como se pode ver na fig. 5.73 (a), a partir de 300 segundos a oscilação da potência mecânica atinge níveis inferiores à potência ativa calculada, levando a inconsistência de se obter valores de eficiência maior que 1. Para contornar o problema, a figura 5.74 traz a eficiência do sistema calculada através da potência mecânica RMS.

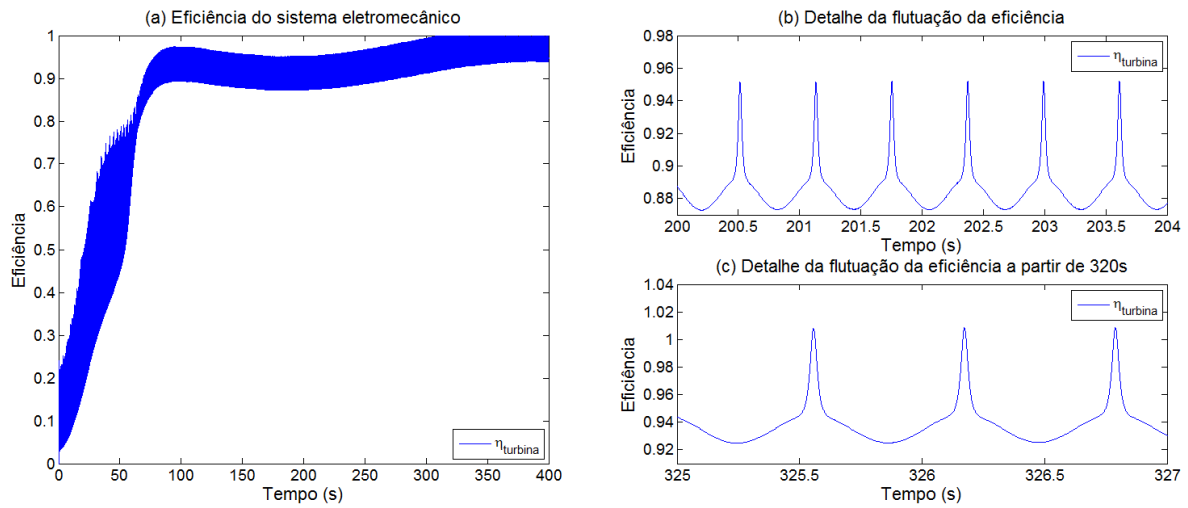


Figura 5.73 – (a) Eficiência do sistema eletromecânico e (b) detalhe da flutuação da eficiência. (c) Detalhe da área de inconsistência observada a partir aproximadamente de 325s.

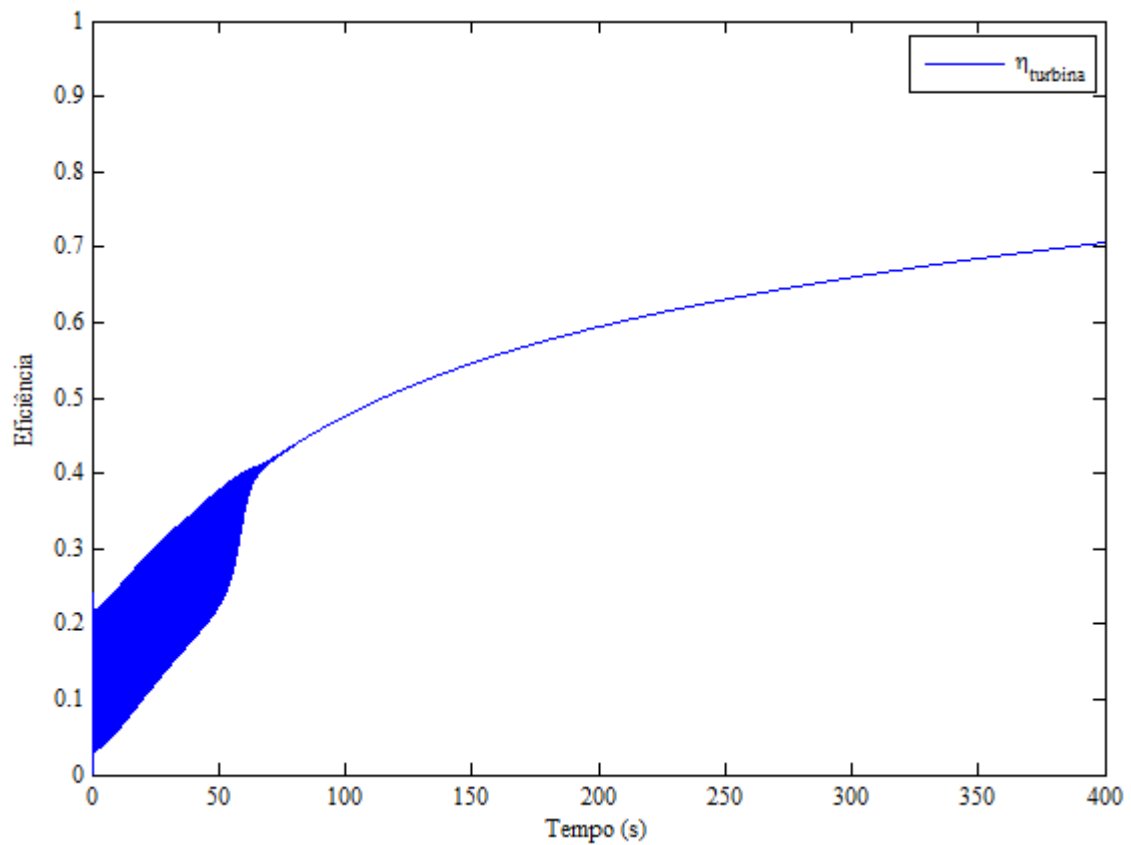


Figura 5.74 – Eficiência do sistema calculada a partir da potência mecânica RMS

### 5.3.2 Espectro de Kaimal

Nesta seção, serão apresentados os resultados utilizando o espectro de Kaimal com velocidade  $V_H = 15 \text{ m/s}$ , conforme a figura 5.75.

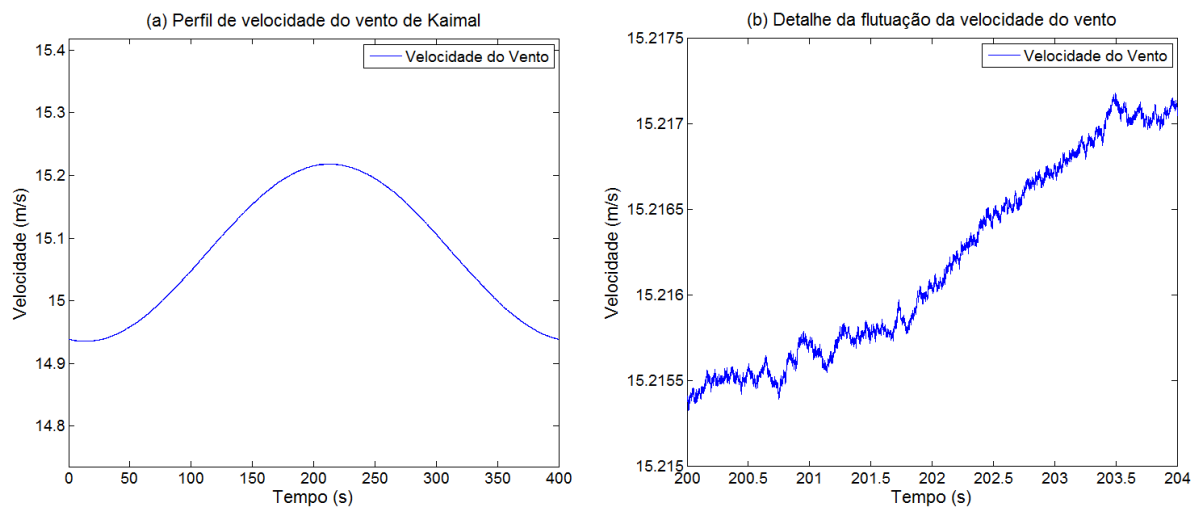


Figura 5.75 – (a) Perfil de velocidade de Kaimal e (b) detalhe da flutuação de velocidade do vento

O deslocamento angular dos componentes estão ilustrados na fig. 5.76.

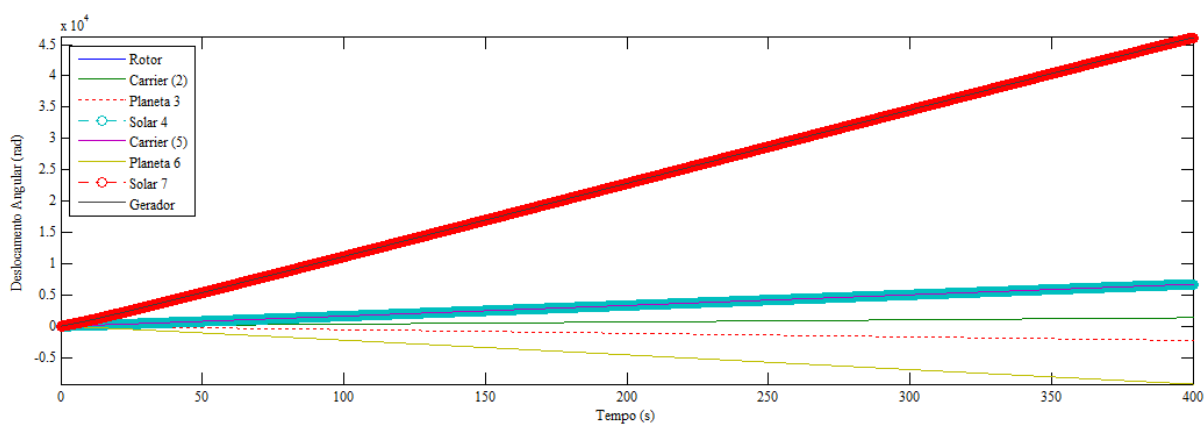


Figura 5.76 – Deslocamento angular dos componentes

A velocidade angular dos componentes está ilustrada na fig. 5.77.

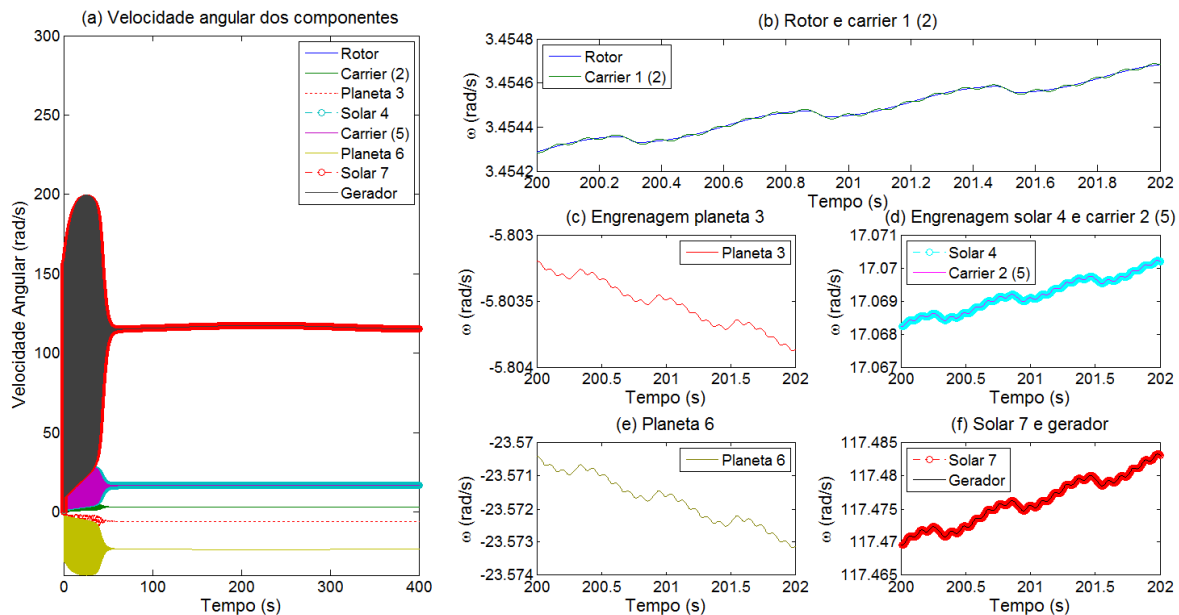


Figura 5.77 – (a) Velocidade angular dos componentes e detalhes da flutuação da velocidade angular do (b) rotor e do carrier 1, (c) engrenagem planeta 3, (d) engrenagem solar 4 e carrier 2, (e) engrenagem planeta 6 e (f) engrenagem solar 7 e gerador.

A potência gerada está ilustrada na fig. 5.78. A potência mecânica RMS foi calculada usando a Eq. 5.11

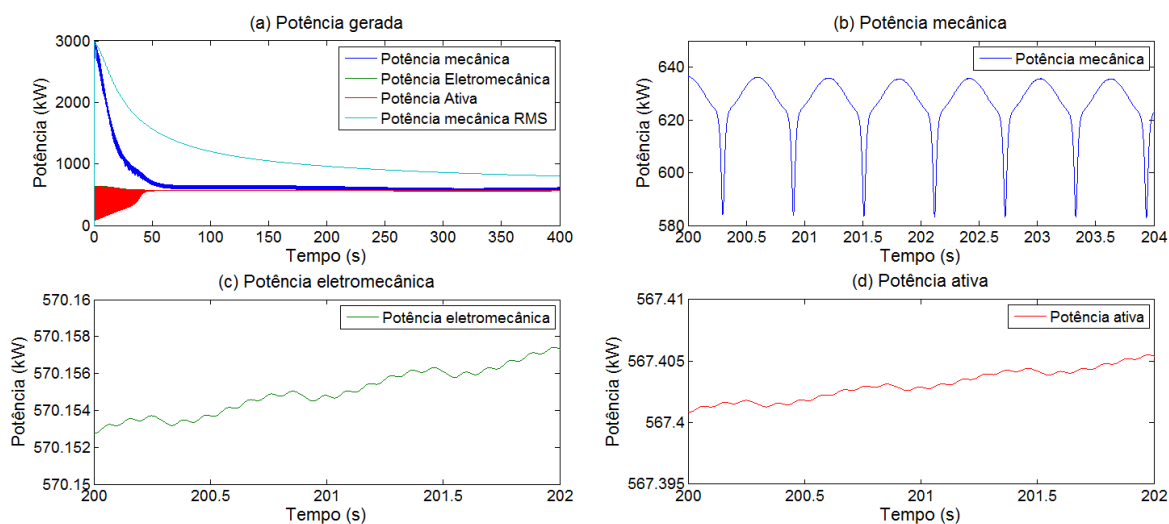


Figura 5.78 – (a) Potência mecânica gerada, detalhe da oscilação da (b) potência mecânica, (c) potência eletromecânica e (d) potência ativa

O torque gerado está ilustrado na fig. 5.79.

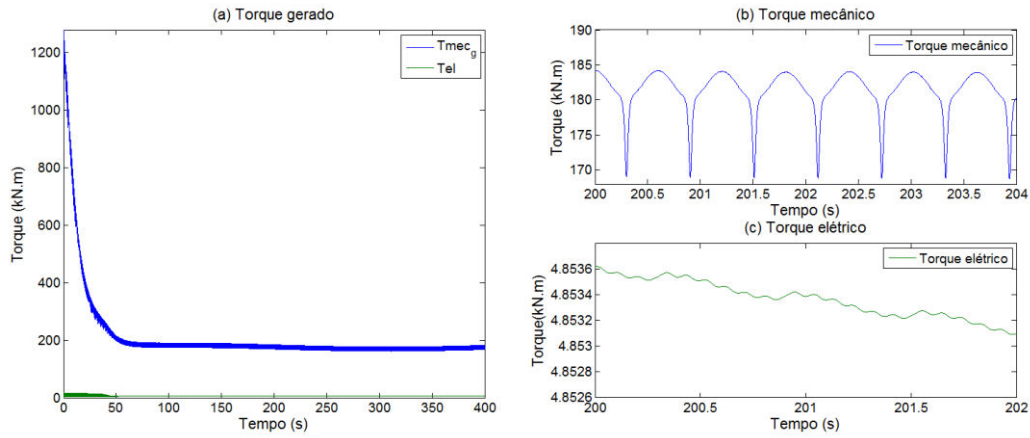


Figura 5.79 - (a) Torque gerado, detalhes da flutuação do (b) torque mecânico e do (c) torque elétrico

A fig. 5.80 mostra a velocidade angular do gerador em rpm.

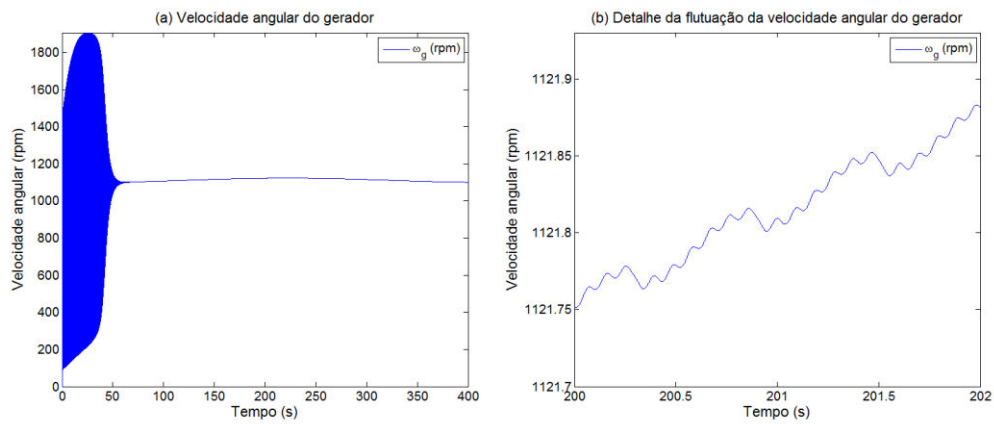


Figura 5.80 – (a) Velocidade angular do gerador e (b) sua flutuação

A fig. 5.81 mostra a corrente em coordenadas síncronas e sua flutuação. A fig. 5.86 mostra as correntes no sistema trifásico.

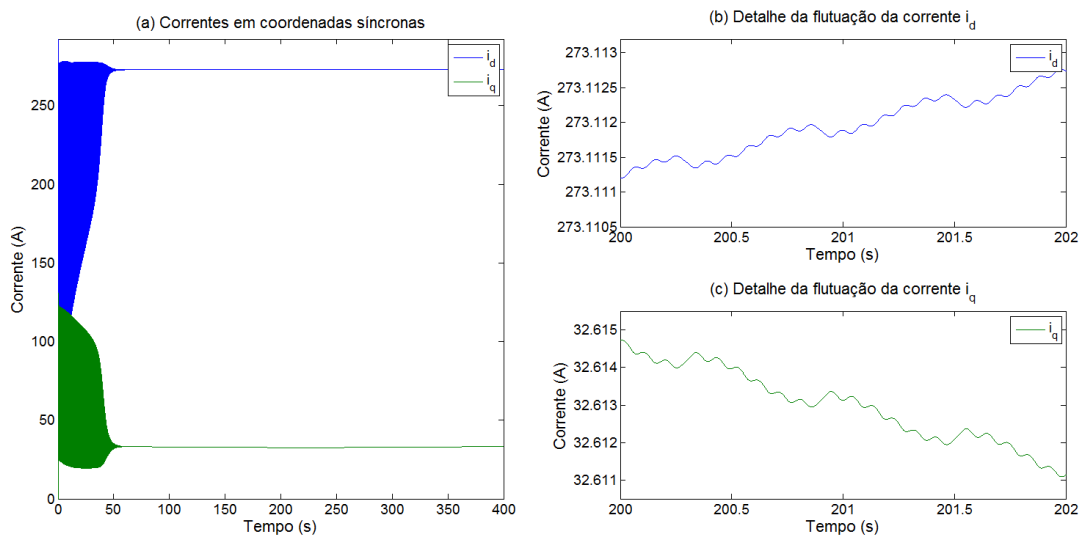


Figura 5.81 – (a) Correntes em coordenadas síncronas, detalhe da flutuação da corrente (b)  $i_d$  e (c)  $i_q$

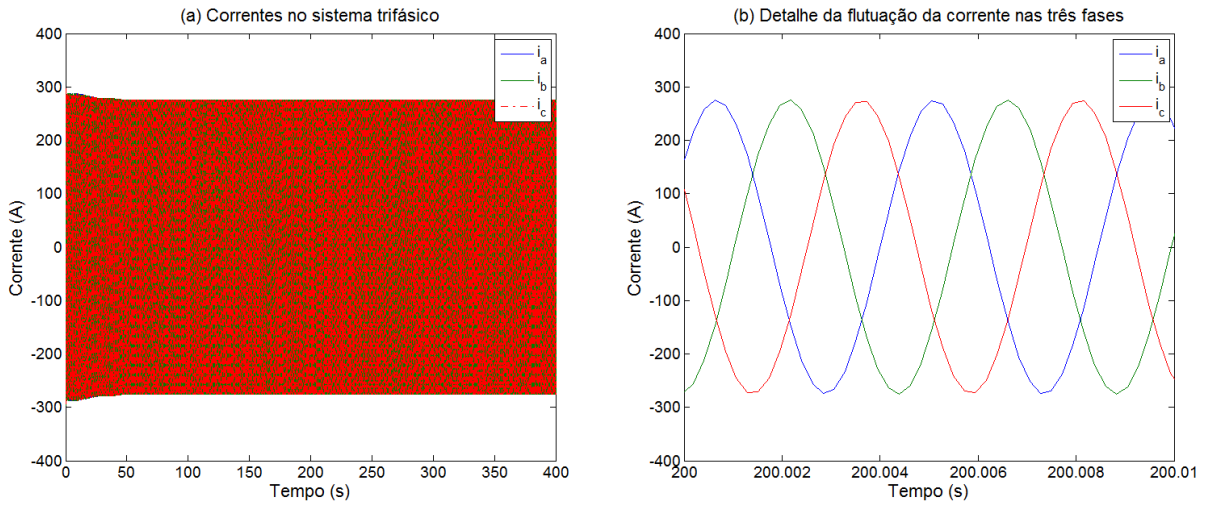


Figura 5.82 – (a) Correntes no sistema trifásico e (b) detalhe de sua oscilação no tempo

A *tip speed ratio* está ilustrada na fig. 5.83.

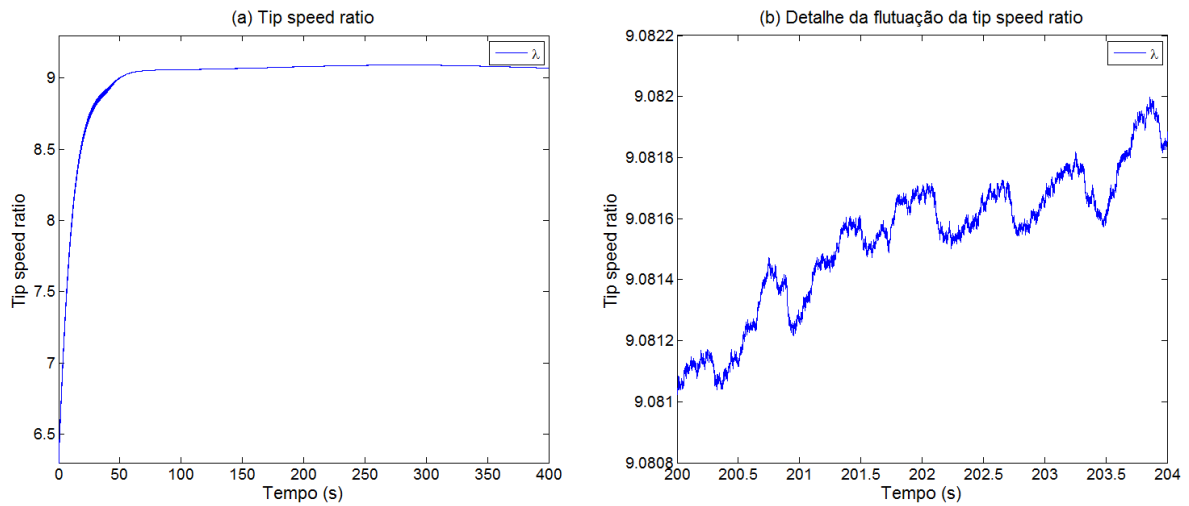


Figura 5.83 – (a) *Tip speed ratio* e (b) detalhe de sua flutuação

Na figura 5.84, estão o coeficiente de potência e sua flutuação.

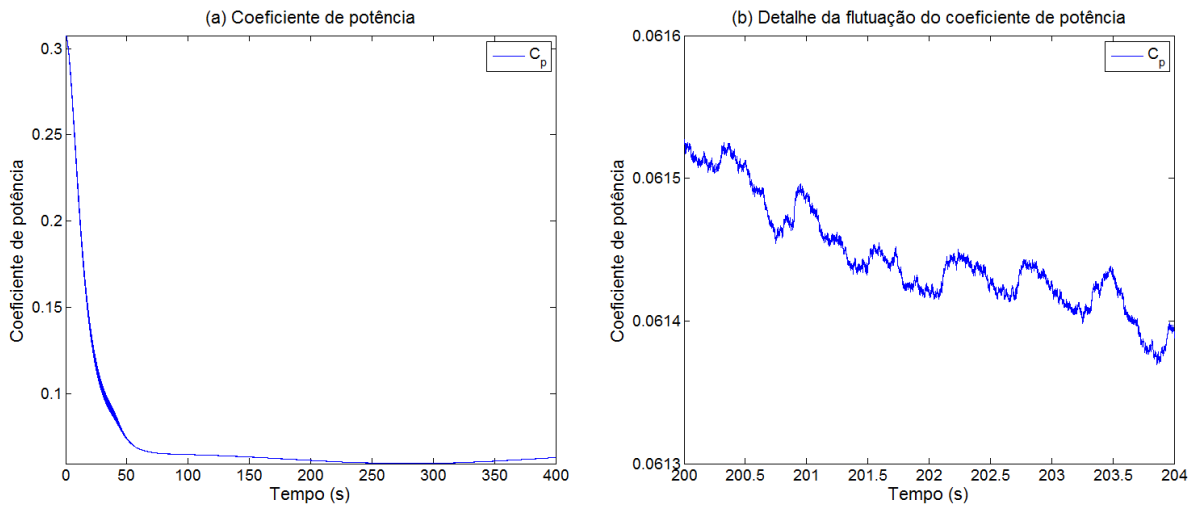


Figura 5.84 – (a) Coeficiente de potência e (b) detalhe de sua flutuação

A fig. 5.85 traz a tensão elétrica em coordenadas síncronas. A tensão elétrica no sistema trifásico é dada pela fig. 5.86.

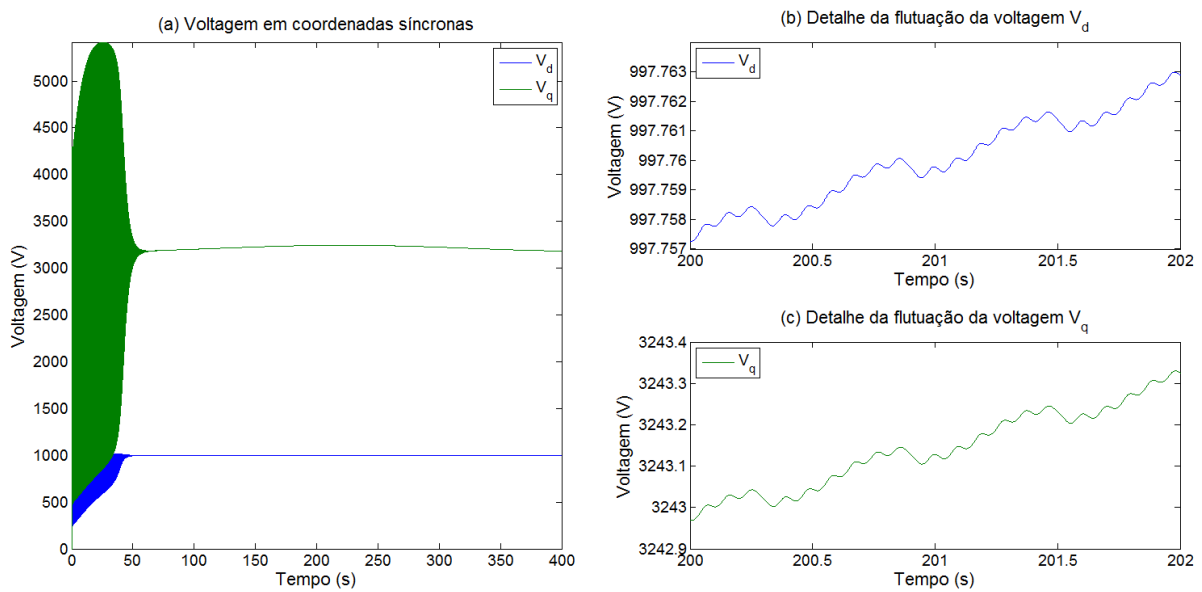


Figura 5.85 – (a) Tensão elétrica em coordenadas síncronas e detalhe da flutuação da (b) tensão elétrica  $V_d$  e da (c) tensão elétrica  $V_q$



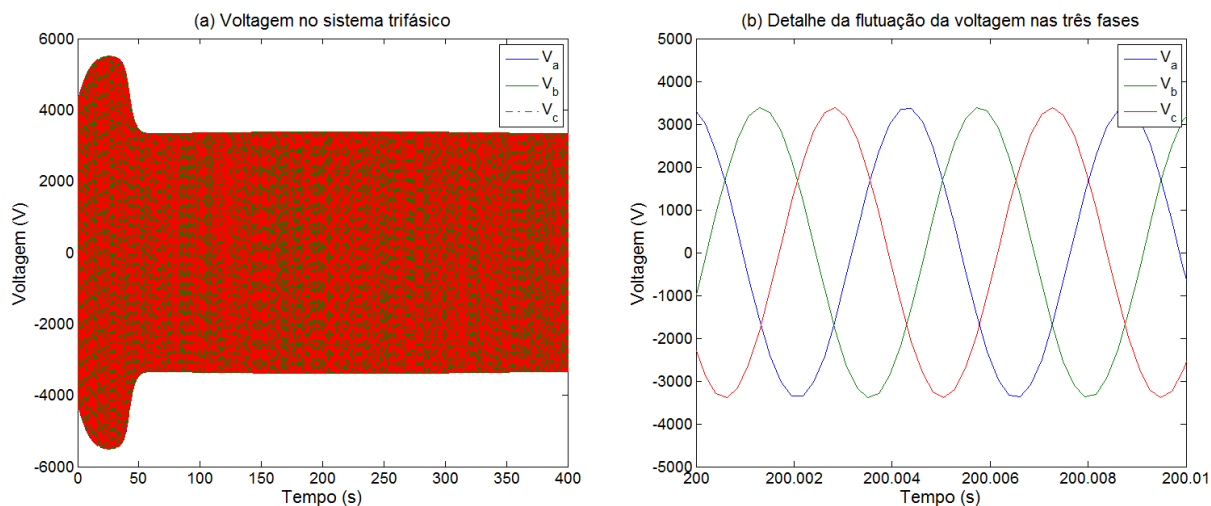


Figura 5.86 – (a) Tensão elétrica no sistema trifásico e (b) detalhe da oscilação da tensão elétrica nas três fases

Assim como observado no espectro de Davenport, há intervalos nos quais a eficiência ultrapassa o valor unitário. Conforme a fig. 5.87 (a), a partir de aproximadamente 250 segundos começa a se observar valores inconsistentes para eficiência. Da mesma maneira, utilizou-se a potência mecânica RMS para o cálculo da eficiência.

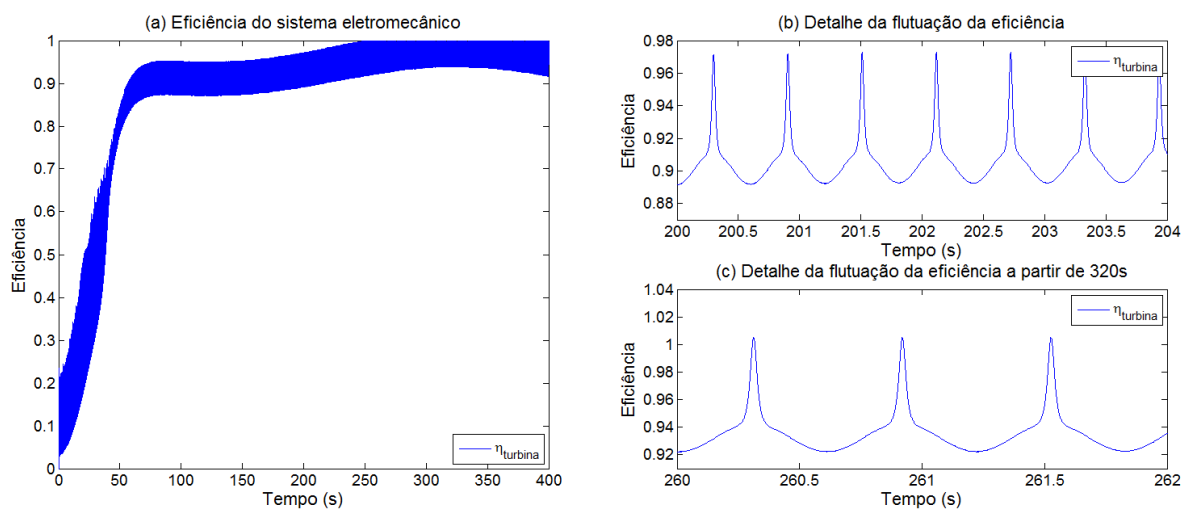


Figura 5.87 – (a) Eficiência do sistema eletromecânico e (b) detalhe da flutuação da eficiência. (c) Detalhe da área de inconsistência observada a partir aproximadamente de 250s. Os picos ultrapassam o valor unitário

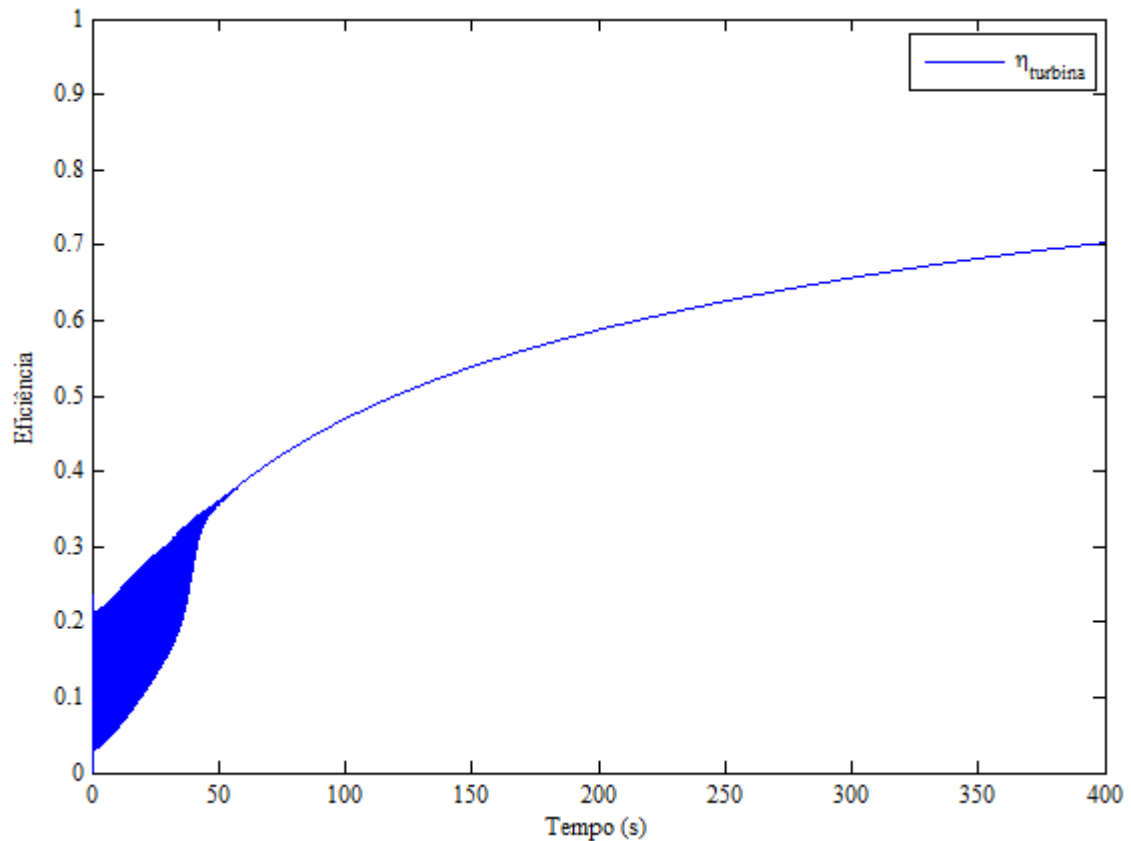


Figura 5.88 – Eficiência do sistema calculada a partir da potência mecânica RMS

A introdução de perfis de velocidade de vento estocástica introduziu uma oscilação nas respostas da velocidade angular dos componentes, nas potências mecânica, eletromecânica e ativa. Não se observou diferenças significativas entre o perfil de Davenport e Kaimal de maneira geral. Nas respostas da tensão elétrica no sistema trifásico, é possível identificar um leve envelope (figs 5.76 e 5.86). A corrente, no entanto, manteve-se com a mesma amplitude durante todo tempo de simulação. A eficiência RMS do sistema eletromecânico chegou a 0.7.

A figura 5.89 mostra a análise espectral da tensão elétrica no sistema trifásico. É possível observar a presença de interharmônicas espaçadas de maneira aproximadamente uniforme de 10 em 10 Hz. Esse resultado é de particular importância no que diz respeito à qualidade de energia gerada. A presença de interharmônicas próximos à frequência fundamental é uma das causas do efeito de cintilação luminosa, também conhecida como *flicker*, e é um dos fatores de interesse para qualidade da energia elétrica gerada (Li et al., 2003).

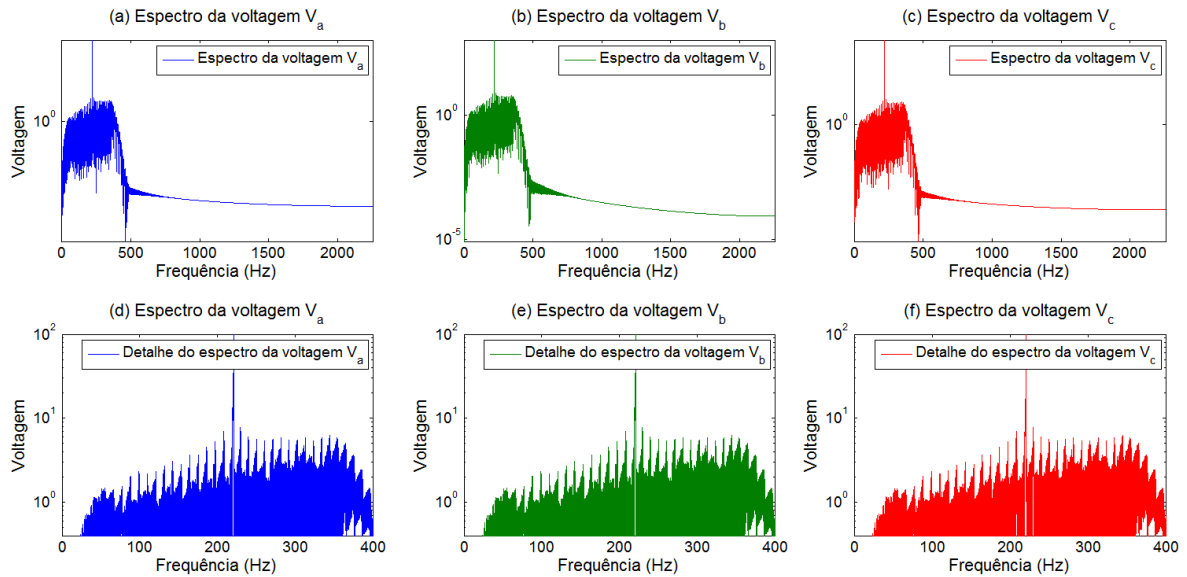


Figura 5.89 – Análise espectral das tensões no sistema trifásico e suas interharmônicas

## 5.4 ANÁLISE PARAMÉTRICA

Nesta seção, será avaliada a resposta do sistema mudando a velocidade do vento  $V_H$  e o raio do rotor, utilizando o espectro de Davenport e considerando os efeitos de flutuações determinísticas.

### 5.4.1 Velocidade do vento $V_H$

A figura 5.90 mostra a resposta da velocidade angular dos componentes para diferentes velocidades do vento  $V_H$ . Nota-se que, à medida que a velocidade do vento aumenta, o intervalo de instabilidade do transiente é menor.

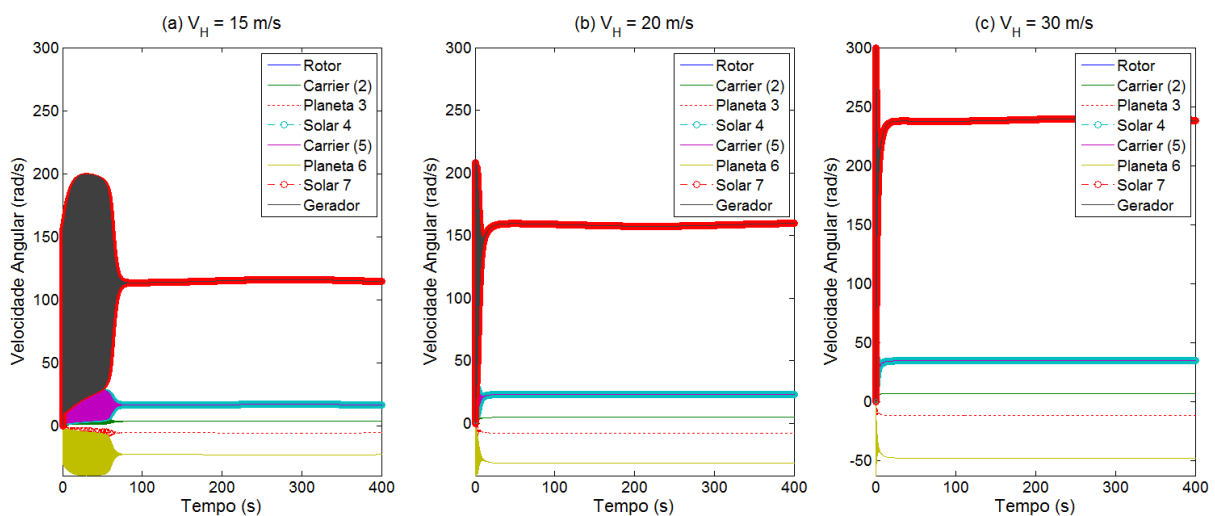


Figura 5.90 – Velocidade angular dos componentes do sistema para (a)  $V_H = 15 \text{ m/s}$ , (b)  $V_H = 20 \text{ m/s}$  e (c)  $V_H = 30 \text{ m/s}$

A potência ativa vai diminuindo com o aumento da velocidade do vento conforme ilustra a figura 5.91.

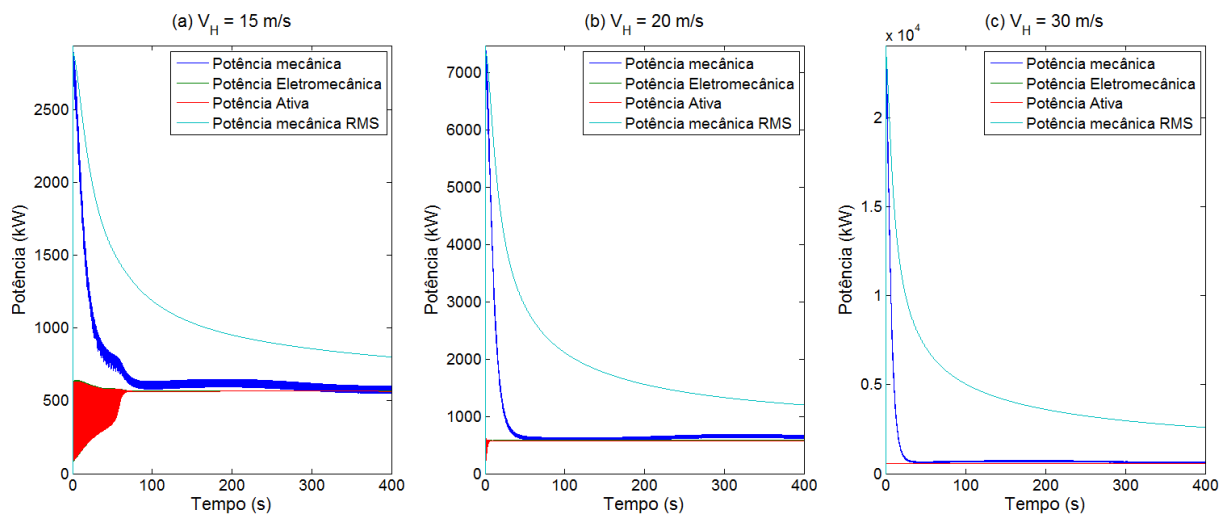


Figura 5.91 – Potência gerada para (a)  $V_H = 15 \text{ m/s}$ , (b)  $V_H = 20 \text{ m/s}$  e (c)  $V_H = 30 \text{ m/s}$

O torque apresenta comportamento semelhante na fig. 5.92

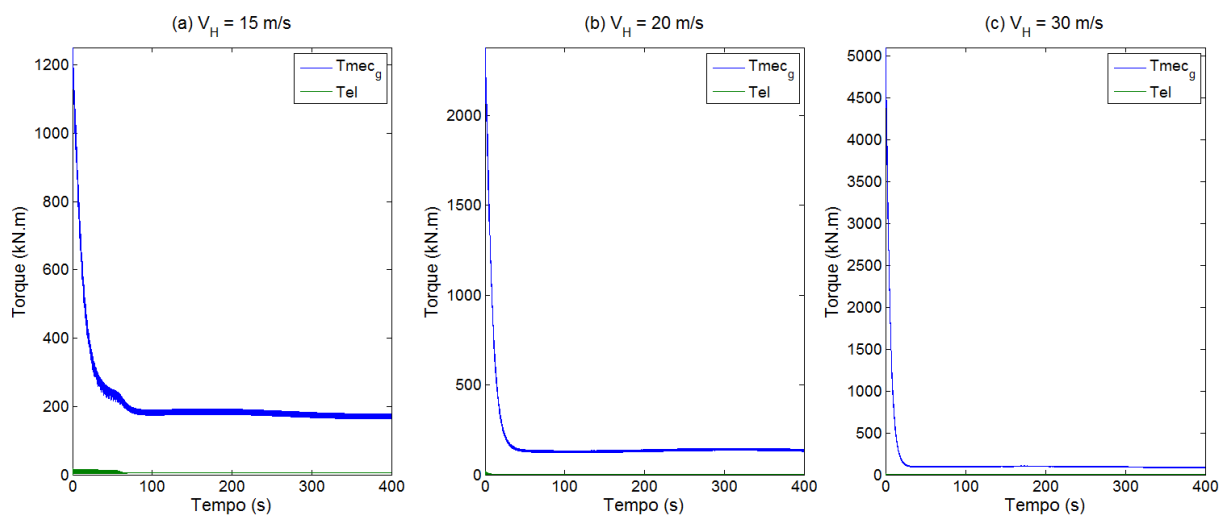


Figura 5.92 – Torque gerado para (a)  $V_H = 15 \text{ m/s}$ , (b)  $V_H = 20 \text{ m/s}$  e (c)  $V_H = 30 \text{ m/s}$

As correntes nas três fases apresentaram um período de instabilidade menor com o aumento na velocidade do vento.

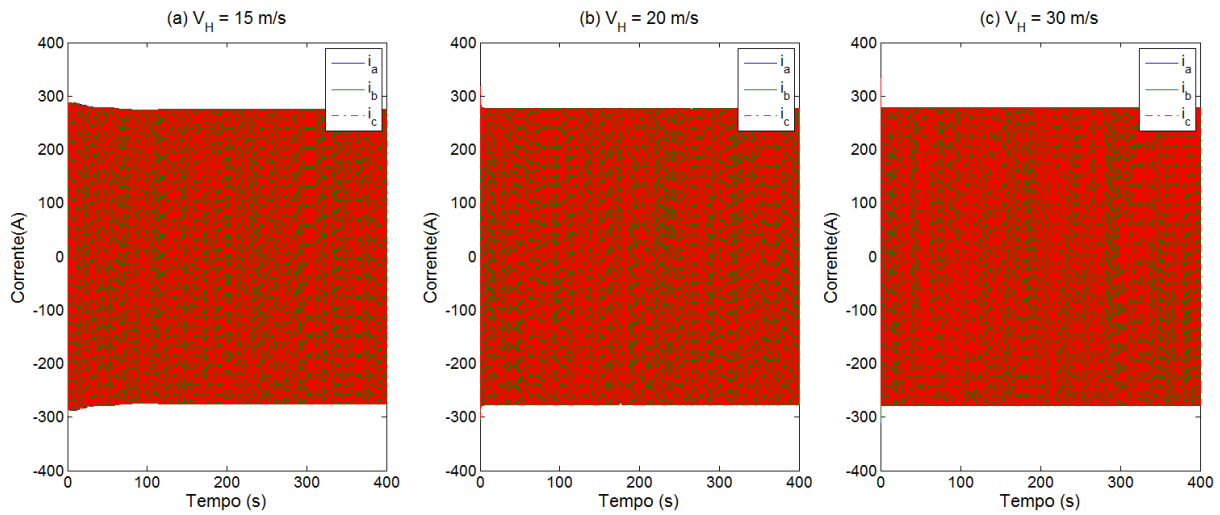


Figura 5.93 – Corrente gerada nas três fases para (a)  $V_H = 15 \text{ m/s}$ , (b)  $V_H = 20 \text{ m/s}$  e (c)  $V_H = 30 \text{ m/s}$

A tensão elétrica, além de apresentar um período de transiente menor, cresce à medida que  $V_H$  aumenta, conforme a figura 5.94.

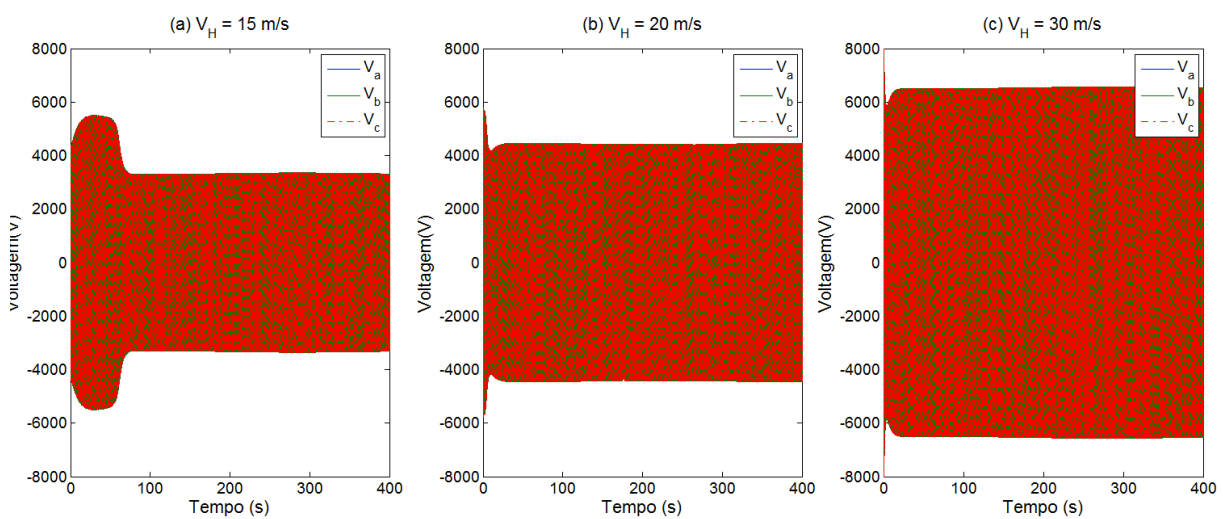


Figura 5.94 – Tensão elétrica gerada nas três fases para (a)  $V_H = 15 \text{ m/s}$ , (b)  $V_H = 20 \text{ m/s}$  e (c)  $V_H = 30 \text{ m/s}$

A figura 5.95 traz o coeficiente de potência à medida que a velocidade do vento aumenta.

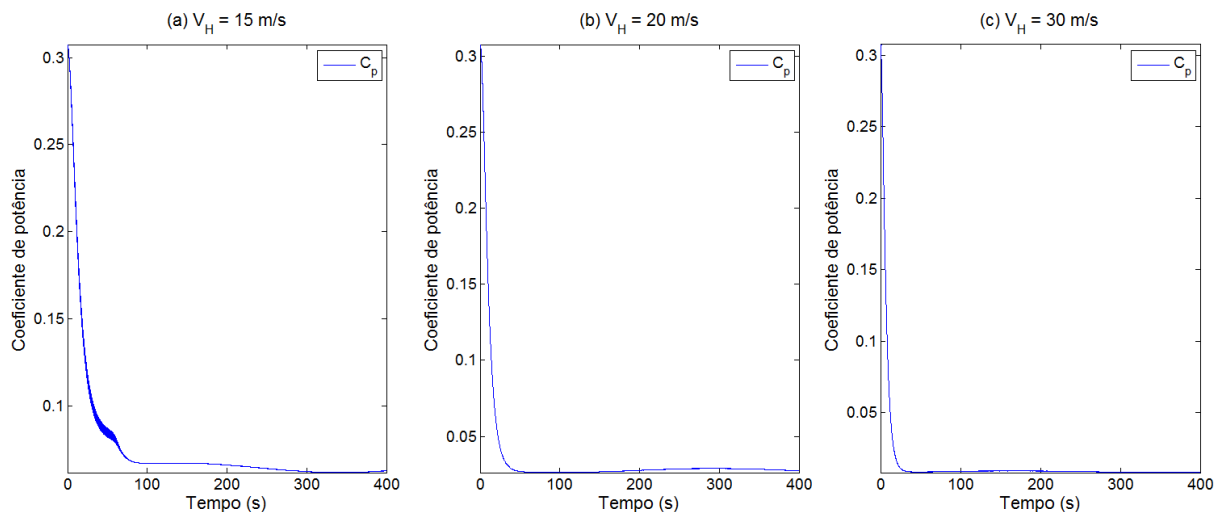


Figura 5.95 – Coeficiente de potência para (a)  $V_H = 15 \text{ m/s}$ , (b)  $V_H = 20 \text{ m/s}$  e (c)  $V_H = 30 \text{ m/s}$

A figura 5.96 mostra a eficiência do sistema eletromecânico. À medida que a velocidade aumenta, a eficiência vai diminuindo. Isso pode ser observado de maneira geral calculando-se a eficiência através da potência mecânica RMS. A fig. 5.97 mostra a eficiência RMS para diferentes velocidades do vento. Para  $V_H = 15 \text{ m/s}$ , a curva chega a cerca de 0.7 após 400 segundos de simulação, enquanto que, para  $V_H = 30 \text{ m/s}$ , a eficiência ficou em pouco mais de 0.2. O aumento da velocidade do vento provoca uma queda considerável de eficiência do sistema.

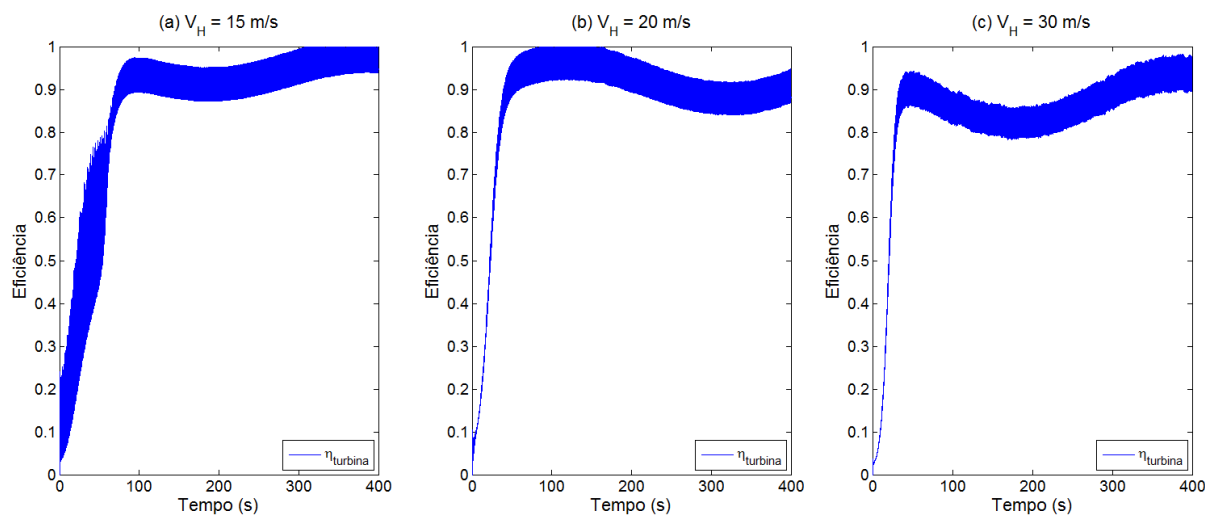


Figura 5.96 – Eficiência do sistema eletromecânico para (a)  $V_H = 15 \text{ m/s}$ , (b)  $V_H = 20 \text{ m/s}$  e (c)  $V_H = 30 \text{ m/s}$

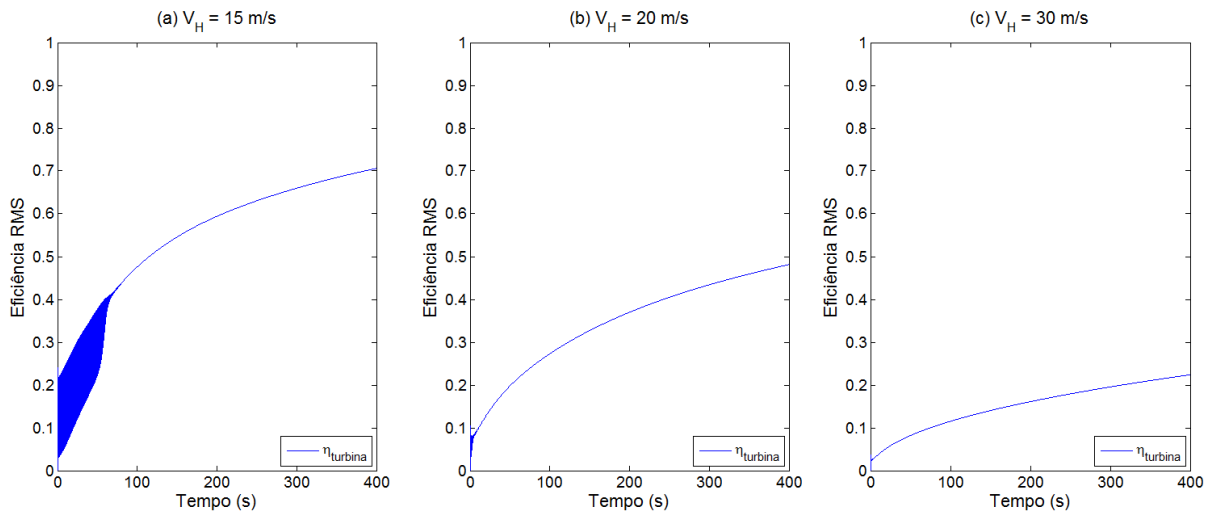


Figura 5.97 – Eficiência do sistema eletromecânico calculada a partir da potência mecânica RMS para (a)  $V_H = 15 \text{ m/s}$ , (b)  $V_H = 20 \text{ m/s}$  e (c)  $V_H = 30 \text{ m/s}$

### 5.4.2 Raio do rotor

Nesta subseção, serão mostrados os resultados para diferentes valores do raio da turbina, mantendo os efeitos determinísticos e o espectro de Davenport com velocidade  $V_H = 15 \text{ m/s}$ .

A velocidade angular dos componentes apresentou um período de transiente menor para raios mais baixos. A fig. 5.98 ilustra a velocidade angular dos componentes para diferentes valores de  $R$ .

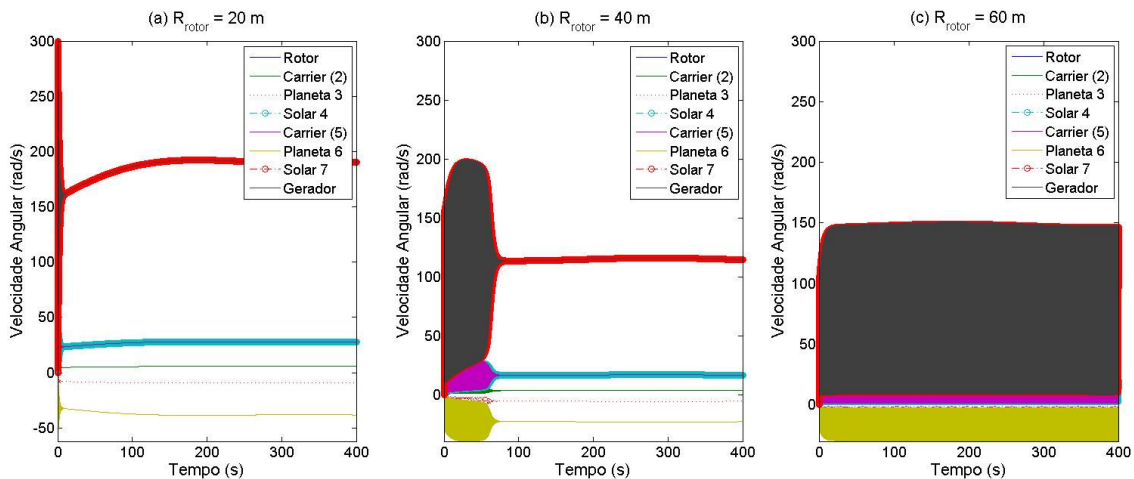


Figura 5.98 – Velocidade angular dos componentes do sistema para (a)  $R = 20 \text{ m}$ , (b)  $R = 40 \text{ m}$  e (c)  $R = 60 \text{ m}$

A fig. 5.99 traz a comparação da potência para três raios de rotor distintos. A potência ativa foi maior para  $R_{rotor} = 20 \text{ m}$  enquanto que, para  $R_{rotor} = 60 \text{ m}$ , tanto a potência eletromecânica e ativa apresentaram oscilação considerável.

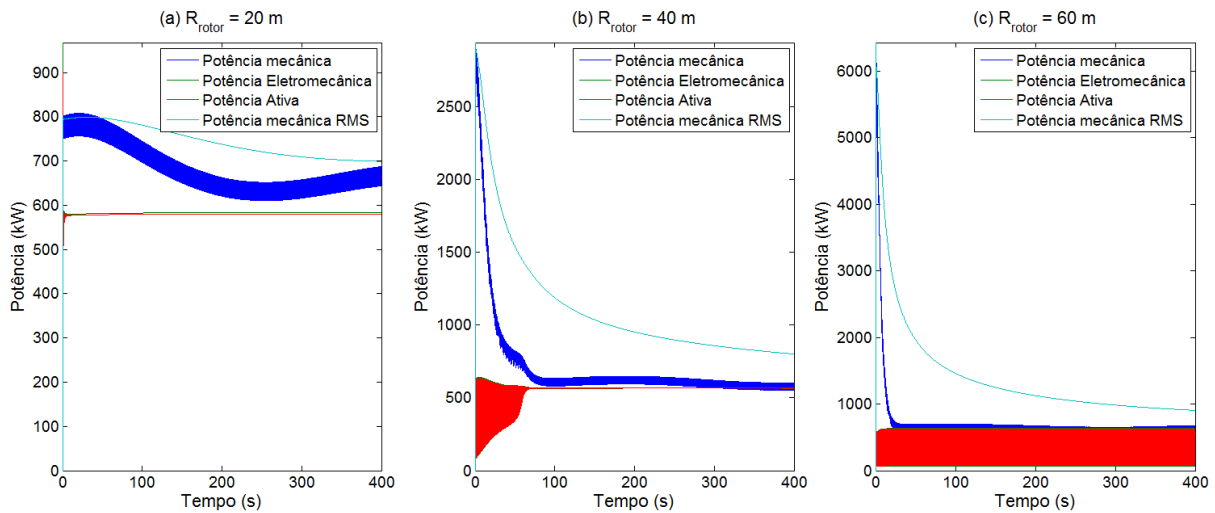


Figura 5.99 – Potência gerada pelo sistema para (a)  $R = 20\text{ m}$ , (b)  $R = 40\text{ m}$  e (c)  $R = 60\text{ m}$

O detalhe da oscilação das potências para  $R_{rotor} = 60\text{ m}$  está ilustrado na fig. 5.100.

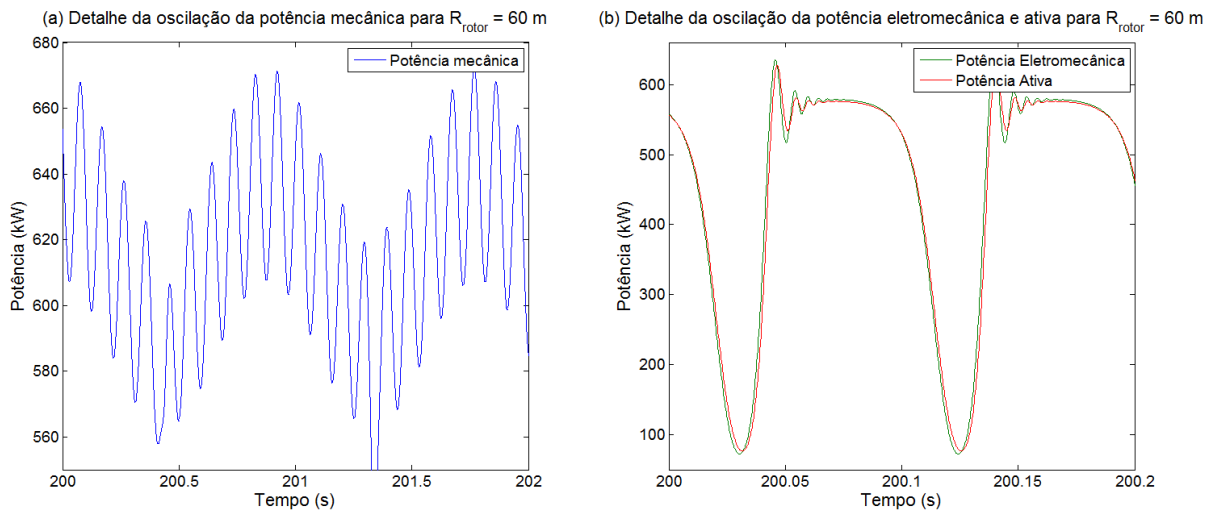


Figura 5.100 – Detalhe da oscilação da potência para  $R_{rotor} = 60\text{ m}$ . (a) Potência mecânica e (b) Potências eletromecânica e ativa

A fig 5.101 mostra a variação do torque para diferentes raios de rotor. À medida que o raio aumenta, a oscilação no torque também aumenta.



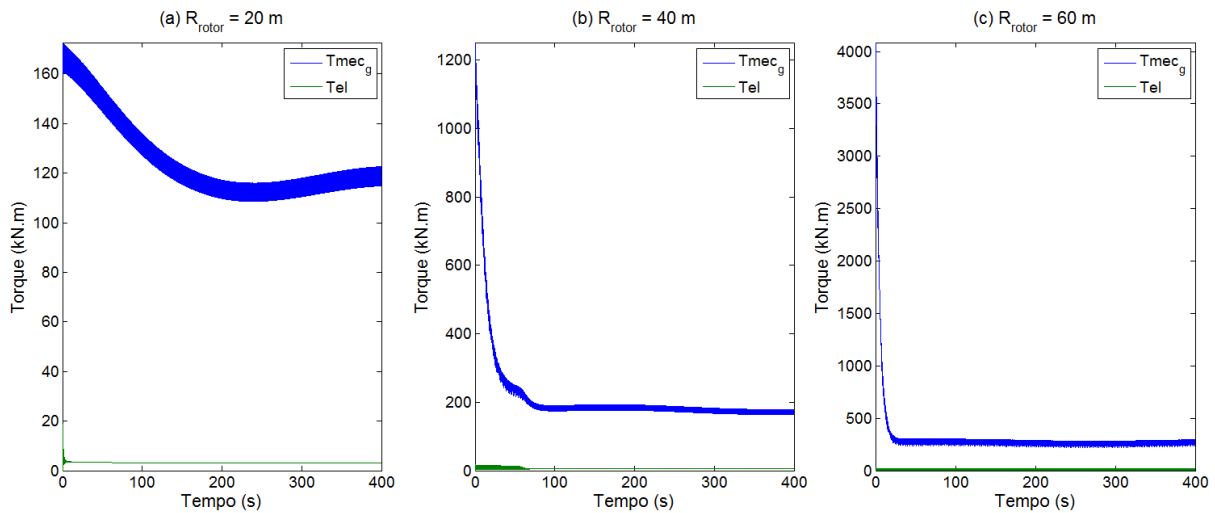


Figura 5.101 – Torque gerado pelo sistema para (a)  $R = 20\text{ m}$ , (b)  $R = 40\text{ m}$  e (c)  $R = 60\text{ m}$

A fig. 5.102 mostra o detalhe das flutuações para  $R_{rotor} = 20\text{ m}$  e  $R_{rotor} = 60\text{ m}$ . É interessante notar na fig. 5.102 (a) que, quanto menor o raio do rotor, mais o perfil do torque aproxima-se dos resultados obtidos por Dolan e Lehn (2006) conforme mostrado na fig 3.7 (b). Quanto maior o raio do rotor, maior as oscilações do torque mecânico.

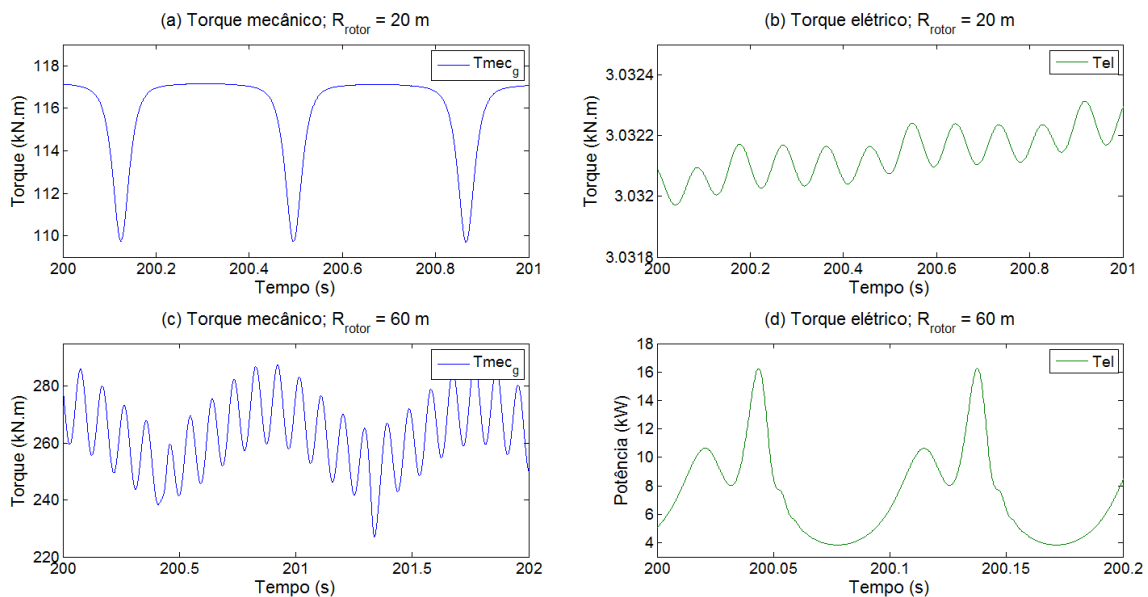


Figura 5.102 – Detalhe da oscilação do torque. (a) Torque mecânico a  $R_{rotor} = 20\text{ m}$ , (b) torque elétrico a  $R_{rotor} = 20\text{ m}$ , (c) torque mecânico a  $R_{rotor} = 60\text{ m}$  e (d) torque elétrico a  $R_{rotor} = 60\text{ m}$

A figura 5.103 mostra as correntes no sistema trifásico para diferentes valores de raio do rotor. É importante notar que para raios grandes, há a formação de nós na oscilação das correntes.

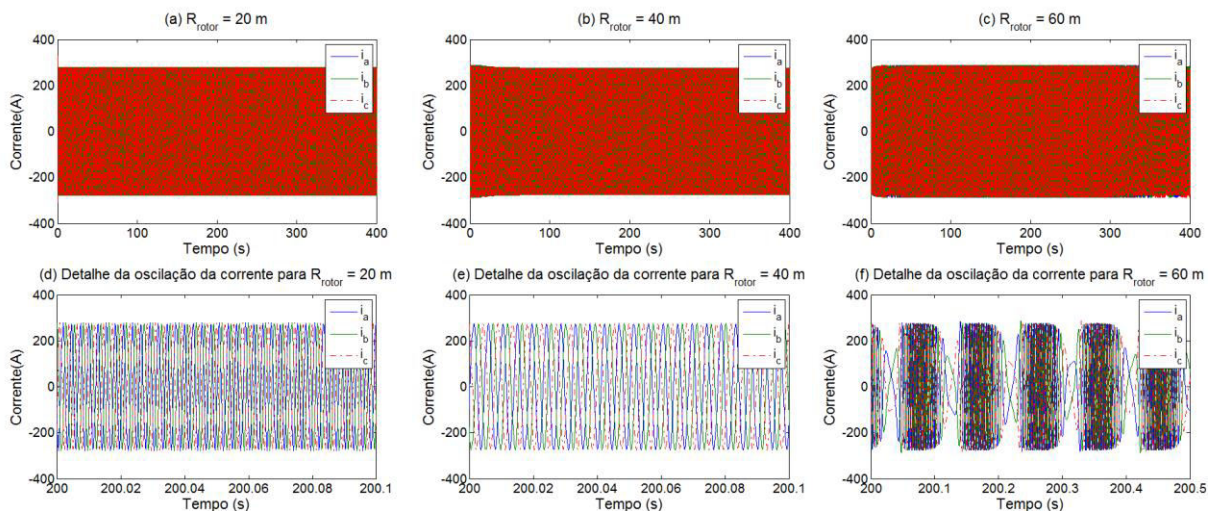


Figura 5.103 – Corrente no sistema trifásico para (a)  $R_{rotor} = 20\text{ m}$ , (b)  $R_{rotor} = 40\text{ m}$  e (c)  $R_{rotor} = 60\text{ m}$ ; e seus respectivos detalhes (d), (e) e (f)

A figura 5.104 mostra a tensão elétrica no sistema trifásico. Para  $R_{rotor} = 20\text{ m}$ , observa-se um pequeno envelope na oscilação da tensão elétrica. Para  $R_{rotor} = 60\text{ m}$ , há a formação de nós nas três fases.

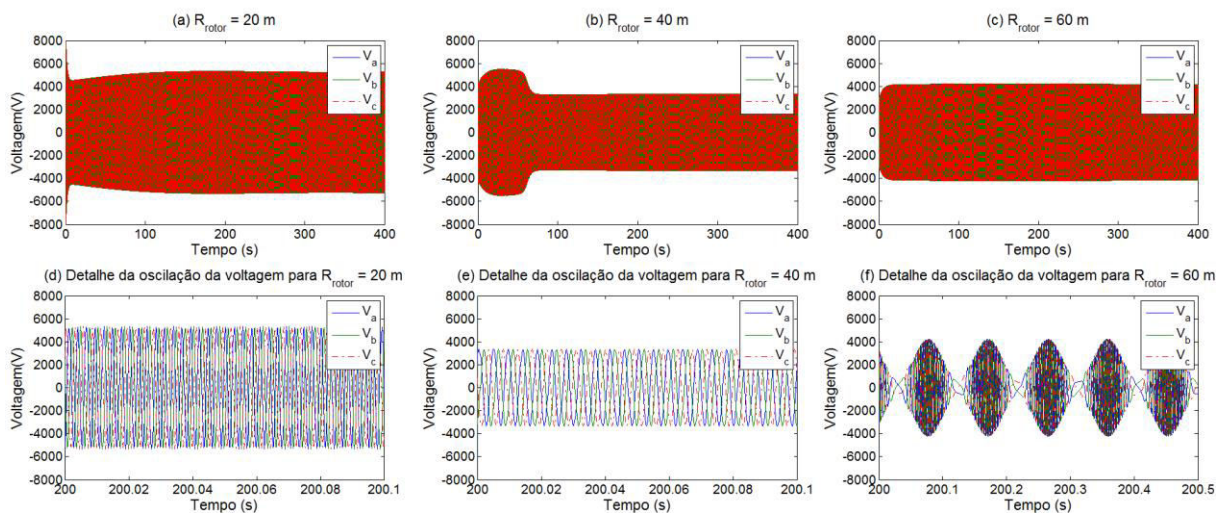


Figura 5.104 – Tensão elétrica no sistema trifásico para (a)  $R_{rotor} = 20\text{ m}$ , (b)  $R_{rotor} = 40\text{ m}$  e (c)  $R_{rotor} = 60\text{ m}$ ; e seus respectivos detalhes (d), (e) e (f)

A fig. 5.105 mostra o coeficiente de potência.

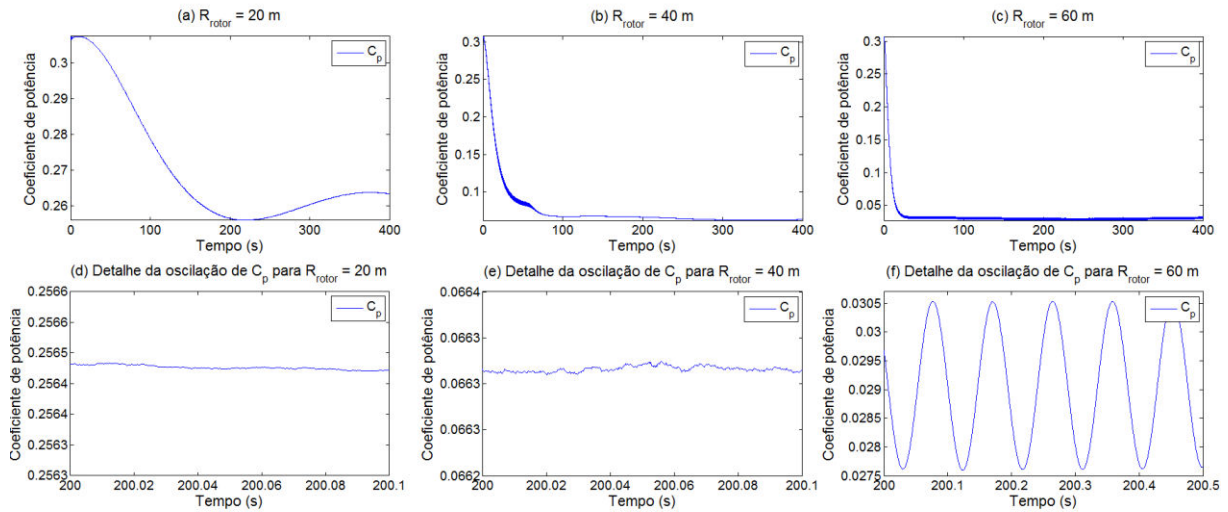


Figura 5.105 – Coeficiente de potência para (a)  $R_{rotor} = 20\text{ m}$ , (b)  $R_{rotor} = 40\text{ m}$  e (c)  $R_{rotor} = 60\text{ m}$ ; e seus respectivos detalhes (d), (e) e (f)

A fig. 5.106 mostra a flutuação da eficiência. É possível observar que a eficiência do sistema cai à medida que se aumenta o raio do rotor. A fig 5.107 mostra a eficiência calculada a partir da potência mecânica RMS. A oscilação presente na fig. 5.107 (c) é devido à oscilação da potência ativa que não se estabilizou durante toda a simulação.

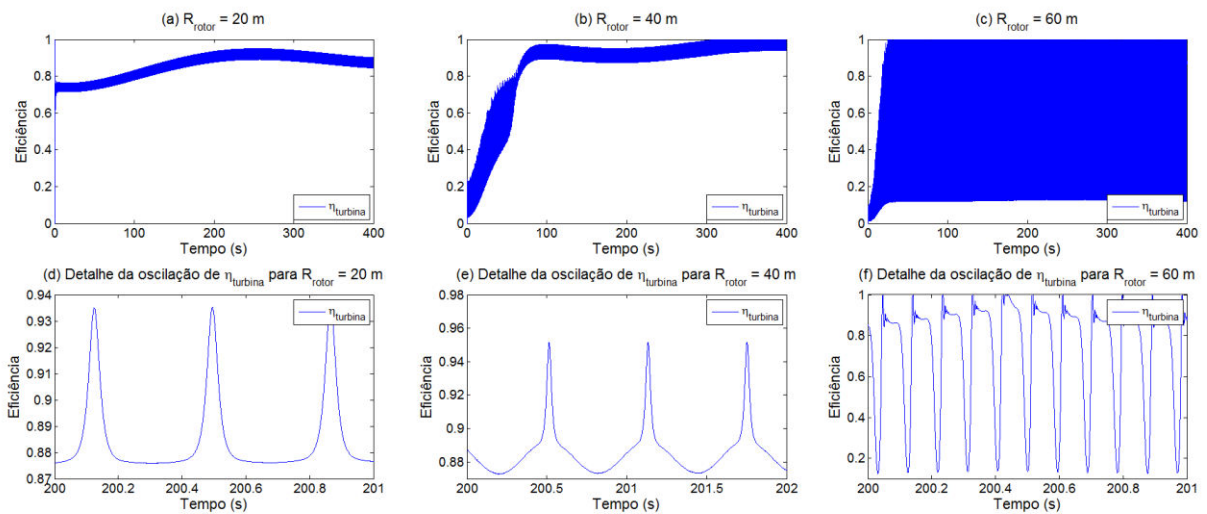


Figura 5.106 – Eficiência do sistema para (a)  $R_{rotor} = 20\text{ m}$ , (b)  $R_{rotor} = 40\text{ m}$  e (c)  $R_{rotor} = 60\text{ m}$ ; e seus respectivos detalhes (d), (e) e (f)

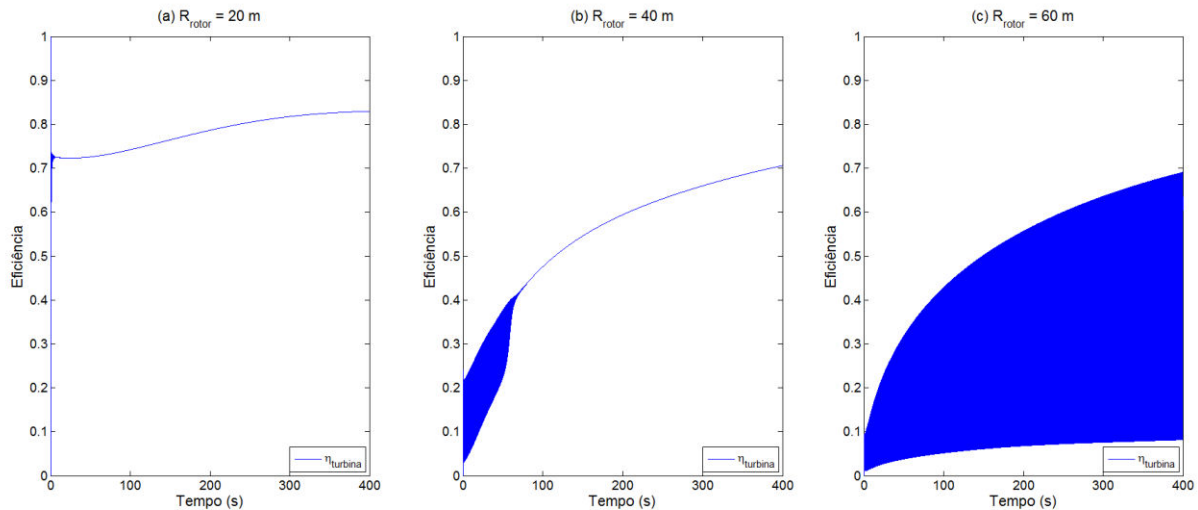


Figura 5.107 – Eficiência do sistema calculada a partir da potência RMS para (a)  $R_{rotor} = 20\text{ m}$ , (b)  $R_{rotor} = 40\text{ m}$  e (c)  $R_{rotor} = 60\text{ m}$ .

## 5.5 COMENTÁRIOS FINAIS

Os resultados apresentados até agora refletem aspectos diversos de uma transmissão eletromecânica de uma turbina eólica, de modo que há uma miríade de possibilidades de análise a partir dos dados gerados pelo modelo a partir das saídas do modelo, que vão desde deslocamento e velocidade angular dos componentes até a corrente e tensão elétrica gerada no ponto de conexão com a rede elétrica. Entretanto, há fatores relevantes que são decorrentes de efeitos determinísticos que não são contemplados pela equação clássica do torque aerodinâmico.

Um fator de importância a ser citado como exemplo é a qualidade da energia elétrica gerada. Espera-se que, através de um modelo que contemple as condições de vento comumente encontradas nos parques eólicos, seja possível aprofundar estudos que identifiquem fatores de natureza mecânica que influenciam na qualidade da energia gerada. Muitos trabalhos já desenvolvidos para avaliar aspectos de qualidade tendem a simplificar demasiadamente as considerações de wind shear e tower shadow no torque aerodinâmico (Das et al., 2011). Este trabalho oferece um modelo de transmissão eletromecânica submetido a flutuações determinísticas desse tipo.

Considerar densidades espectrais de potência para a velocidade do vento tem por objetivo recriar as flutuações estocásticas geradas pela turbulência do vento. O modelo de torque aerodinâmico desenvolvido por Dolan e Lehn (2006) focou exclusivamente no fenômeno das oscilações 3p. Este trabalho complementa o modelo de torque de Dolan e Lehn (2006), introduzindo uma velocidade de vento estocástica na formulação do torque e avaliando seus efeitos na resposta dinâmica de uma transmissão eletromecânica. Embora se tenha considerado dois espectros para o vento (Davenport e

Kaimal), o modelo é flexível de modo que admite outras densidades espectrais de potência que se adequem melhor ao local que se encontra a turbina que se queira analisar. Pela análise do coeficiente de potência calculado considerando ambas as densidades espectrais, foi observada uma queda nas curvas das figs. 5.70 e 5.84. De modo geral, o coeficiente de potência observado foi baixo oscilando em valores pouco acima de 0.06, no entanto, usando a densidade espectral de Kaimal, o coeficiente atingiu níveis inferiores a 0.06. O comportamento estocástico do vento traz efeitos relevantes no coeficiente de potência.

## 6 CONCLUSÕES

Em vista da necessidade de se buscar fontes renováveis de energia, o uso de energia eólica tem-se tornado uma solução bastante atrativa devido ao fato de limpa e amplamente disponível. No entanto, de maneira geral, seu uso ainda é incipiente, com poucos países no mundo tendo avançado em estudos nessa área. O Brasil possui um potencial eólico vasto e o uso de energia eólica pode auxiliar o país a atingir uma segurança energética maior. Nesse contexto, torna-se importante a produção de conhecimento cada vez mais aprofundado nessa área.

Foi dentro desse contexto que este trabalho buscou reproduzir numericamente as condições de vento sob as quais está sujeita uma turbina eólica. Para isso, considerou-se um modelo de transmissão eletromecânica da turbina e incorporou-se alguns efeitos adicionais de torque aerodinâmico decorrentes da presença da torre (*tower shadow*) e de cisalhamento do vento (*wind shear*), uma vez que a velocidade do vento não é uniforme ao longo da área varrida pelo rotor. O modelo de flutuações determinísticas do vento foi desenvolvido de tal forma que fosse possível simular cada efeito separadamente. O modelo da transmissão eletromecânica utilizado inclui o rotor, caixa multiplicadora e gerador. Ao modelo do rotor, foram adicionados os módulos de *wind shear* e *tower shadow*.

A natureza estocástica do vento também foi considerada neste trabalho. Foram incorporados ao modelo de torque aerodinâmico perfis de velocidade de vento gerados a partir de duas densidades espectrais de potência, Davenport e Kaimal. Dessa forma, foi possível simular efeitos de turbulência comuns observados na atmosfera.

De maneira geral, foi observado que, embora o modelo tenha aproveitado uma fração muito pequena da energia cinética total contida no vento, a eficiência da transmissão eletromecânica deu-se em patamares altos. Com os efeitos determinísticos, a eficiência oscilou em valores acima de 0.9. Os parâmetros de potência eletromecânica e ativa, torque elétrico, velocidade angular dos componentes, corrente e tensão elétrica em coordenadas síncronas apresentaram um perfil de onda senoidal quando submetido ao efeito de cisalhamento do vento e de onda dente de serra quando se considera o efeito de sombreamento da torre. No resultado conjunto dos dois efeitos, observa-se que o perfil dente de serra, decorrente da presença da torre, é suavizado pelo efeito de cisalhamento. A corrente e tensão elétrica no sistema trifásico não apresentaram diferenças significativas com relação ao resultado do modelo sem ambos os efeitos determinísticos.

Ao se incluir perfis estocásticos de velocidade do vento, foram observadas algumas inconsistências no cálculo da eficiência e, por isso, optou-se por calcular a eficiência a partir da potência mecânica RMS. Observou-se que a eficiência RMS atingiu 0.7. A corrente no sistema trifásico não apresentou grandes mudanças. A tensão elétrica apresentou uma mudança de amplitude que segue a variação da velocidade do vento gerada pelo perfil estocástico.

O baixo valor do coeficiente de potência em todos os casos deu-se devido ao fato de que o ângulo de ataque da pá manteve-se constante durante todas as simulações.

Foi investigado o efeito de variação da velocidade do vento e do raio do rotor nos parâmetros de resposta do modelo. Um aumento da velocidade do vento diminuiu o período de transiente do sistema. A tensão elétrica no sistema trifásico aumentou com a velocidade do vento. Por outro lado, observou-se uma queda significativa na eficiência RMS.

A variação do raio mostrou que a turbina torna-se instável para valores muito altos. Para um raio de 60 metros, a turbina não entrou em regime permanente durante todo tempo de simulação. Tanto a corrente quanto a tensão elétrica no sistema trifásico apresentaram batimentos. Para um raio menor, no caso 20 metros, observou-se um período de transiente menor. A eficiência RMS observada neste caso foi maior.

O modelo apresentado neste trabalho pode ser usado em trabalhos futuros. Faz-se extremamente importante a análise de sensibilidade do modelo para conhecer os parâmetros que têm maior influência nas respostas. Aliado a isso, uma análise de confiabilidade do modelo também pode ser realizada para assegurar que a turbina apresentará o desempenho que lhe é esperado.

Não foi considerado no modelo nenhum módulo de controle. Os resultados mostraram um coeficiente de potência baixo e, portanto, faz-se necessário ajustar o ângulo de ataque da pá para se extrair uma parcela maior de energia do vento. O modelo aqui apresentado pode ser incrementado desenvolvendo-se um módulo de controle.

Além disso, outros fenômenos físicos devem ser modelados para um modelo mais completo da caixa de transmissão, como, por exemplo, o efeito de *backlash* dos dentes de engrenagem.

# REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Afgan, N. H.; Al Gobaisi, D.; Carvalho, M. G.; Cumo, M.; *Sustainable Energy Development*. Renewable and Sustainable Energy Reviews, Reino Unido, p. 235-286, 1998.

Alkmin, M. H. *Controle de vibrações em turbina eólica utilizando absorvedor passivo de coluna de líquido sentonizado*. 2015. Projeto de Graduação. Departamento de Engenharia Mecânica - Universidade de Brasília. Brasília. 2015.

Andres, R. J.; Fielding, D. J.; Marland, G.; Boden, T. A.; Kumar, N.; Kearney, A. T.; *Carbon Dioxide Emissions from Fossil Fuel Use, 1751-1950*. Tellus B, Reino Unido, p. 759-765, 1999.

Arbaoui, A.; Asbik, M.; Loudiyi, K.; Benhamou, K. *Added value of power control in improving the integration of wind turbines in weak grid conditions*. Energy and Power Engineering, vol. 2, nº 4 Marrocos, p. 230-237, 2010.

Bernardes, T. A. *Análise e Controle de Gerador Síncrono a Ímã Permanente Aplicado a Sistema de Conversão de Energia Eólica*. 2009. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica - Universidade Federal de Santa Maria. Santa Maria, RS. 2009.

BIANCHI, F. D.; De BATTISTA, H.; MANTZ, R. J. *Wind Turbine Control Systems: Principles, Modelling and Gain Scheduling Design*. Alemanha: Springer, 2007. 208 p.

Burton, T.; Sharpe, D.; Jenkins, N.; Bossanyi, E. *Wind Energy Handbook*. Reino Unido: John Wiley e Sons, West Sussex, 2001. 643 p.

Bushnell, R. H.; Huss, P. O. *A Power Spectrum of Surface Winds*. Journal of Meteorology, Akron, p. 180-183, Jun. 1957.

CEPEL. Atlas do Potencial Eólico Brasileiro, 2002.

Das, S.; Karnik, N.; Santoso S. *Time-Domain Modeling of Tower Shadow and Wind Shear in Wind Turbines*. ISRN Renewable Energy, Austin, p. 1-11, Jul. 2011.

Davenport, A. G. *The spectrum of horizontal gustiness near the ground in high winds*. Quarterly Journal of Royal Meteorological Society, Bristol, p. 194-211, Oct. 1961.

De Paula, A. S.; Savi, M. A.; Pereira-Pinto F. H. I. *Chaos and Transient Chaos in an Experimental Nonlinear Pendulum*. Journal of Sound and Vibration, Rio de Janeiro, v. 294, p. 585-595, Jan. 2006.

Dincer, I. *Renewable Energy and Sustainable Development: A Crucial Review*, Renewable and Sustainable Energy Reviews, p. 157-175, Jan. 2000.

Dolan, S. L.; Lehn, P. W. *Simulation Model of Wind Turbine 3p Torque Oscillations due to Wind Shear and Tower Shadow*, IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 21, n. 3, p. 717-724, Out/Nov. 2006.

Filgueiras, A.; Silva, T. M. V. *Wind energy in Brazil – present and future*. Renewable and Sustainable Energy Reviews, Fortaleza, p. 439-451, Abr. 2003.

Girsang, I. P.; Dhupia, J. S.; Muljadi, E.; Sengh, M.; Pao, L. Y. *Gearbox and drive train models to study dynamic effects of modern wind turbines*. IEEE Energy Conversion Congress and Exposition, Denver, p. 1-9, Set. 2013.



- Höök, M.; Tang, X.; *Depletion of Fossil Fuels and Anthropogenic Climate Change – A Review*. Energy Policy, Uppsala, p. 797-809, Nov. 2012.
- Huenteler, J.; Schmidt, T. S.; Kanie, N. *Japan's Post-Fukushima challenge – Implications from the German Experience on Renewable Energy Policy*. Energy Policy, Zurich, p. 6-11, Mar. 2012.
- Kaasen, K. E. *Time Domain Model Representations of Standard Wind Gust Spectra*. International Society of Offshore and Polar Engineers, Trondheim, p. 74-78, Jun. 1999.
- Kaimal, J. C.; Wyngaard, J. C.; Izumi, Y.; Coté, O. R. *Spectral Characteristics of Surface-Layer Turbulence*. Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society, p. 563-589, Feb. 1972.
- Kalkmann, A. *Modelagem Matemática e Análise Dinâmica de uma Caixa Multiplicador de Velocidades de uma Turbina Hidrocinética*. 2012. Relatório PIBIC. Departamento de Engenharia Mecânica - Universidade de Brasília. Brasília. 2012.
- Kalkmann, A. *Modelagem de Bancada de Testes para Avaliação do Comportamento Dinâmico de Powertrains de Turbinas Eólicas ou Hidrocinéticas*. 2015. Projeto de Graduação. Departamento de Engenharia Mecânica - Universidade de Brasília. Brasília. 2015.
- Karadeniz, H. *Stochastic Analysis of Offshore Steel Structures*. Reino Unido: Springer London, 2013. 410 p.
- Kumar, A.; Kumar, K.; Kaushik, N.; Sharma, S.; Mishra, S.; *Renewable Energy in India: Current Status and Future Potentials*. Renewable and Sustainable Energy Reviews, Nova Delhi, p. 2434-2442, 2010.
- Lawler, G. F. *Introduction to Stochastic Processes*. Estados Unidos: Chapman & Hall, 2006. 248 p.
- Leine, R. I. *Bifurcations in discontinuous mechanical systems of Filippov-type*. 2000. 164 f. Tese (Doutorado), Technische Universiteit Eindhoven, Eindhoven. 2000.
- Li, C; Xu, W.; Tayjasanant, T. *Interharmonics: basic concepts and techniques for their detection and measurement*. Elsevier, Electric Power Systems Research vol. 17, Canadá, p. 39-48, 2003.
- Lund, H. *Renewable Energy Strategies for Sustainable Development*. Science Direct, Aalborg, p. 912-919, Dec. 2006.
- Moreno, C. V.; Duarte, H. A.; Garcia, J. U. *Propagation of flicker in electric power networks due to wind energy conversions systems*. IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 17, nº 2 Espanha, p. 267-272, 2002.
- Newland, D. E. *An Introduction to Random Vibrations, Spectral and Wavelet Analysis*. Estados Unidos: Dover, 1993. 477 p.
- Ohara, F. M. *Análise Dinâmica do Sistema de Transmissão Eletromecânica de uma Turbina Eólica*. 2014. Projeto de Graduação. Departamento de Engenharia Mecânica - Universidade de Brasília. Brasília. 2014.
- Park R. H. *Two-Reaction Theory of Synchronous Machines: Generalized Method of Analysis*. AIEE, Nova Iorque, p. 716-727, Jan. 1929.
- Peeters, J. *Simulation of dynamic drivetrain loads in a wind turbine*. 2006. Tese de doutorado. Departamento de Engenharia Mecânica – Universidade Católica de Leuven. Leuven. 2006.

- Peeters R. H.; Vandepitte, D.; Sas, P. *Analysis of Internal Drive Train Dynamics in a Wind Turbine*. Wiley Interscience, Leuven, p. 1-21, Set. 2005.
- Peeters R. H.; Vandepitte, D.; Sas, P. *Structural analysis of a wind turbine and its drive train using the flexible multibody simulation technique*. Proceedings of ISMA 2006: International Conference on Noise and Vibration Engineering, vols. 1-8, Leuven, p. 3665-3679, 2006.
- Pereira, M. G.; Camacho, C. F.; Freitas, M. A. V.; da Silva, N. F.; *The Renewable Energy Market in Brazil: Current Status and Potential*. Renewable and Sustainable Energy Reviews, Rio de Janeiro, p. 3786-3802, 2012.
- Pinto, M. *Fundamentos de Energia Eólica*. Rio de Janeiro: LTC, 2014. 368 p.
- Santoso S.; Le H. T. *Fundamental Time-Domain Wind Turbine Models for Wind Power Studies*. Renewable Energy, Austin, vol. 32, n. 14, p. 2436-2452, Feb. 2007.
- Seljom, P.; Tomasgard, A. *Short-term Uncertainty in Long-Term Energy System Models – A Case Study of Wind Power in Denmark*. Energy Economics, Trondheim, p. 157-167, Feb. 2015.
- Sørensen P.; Hansen A. D.; Rosas P. A. C. *Wind models for simulation of power fluctuations from wind farms*. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, Lyngby, vol. 90, p. 1381-1402, Dec. 2002.
- Stein, E. M.; Shakarchi, R. *Fourier Analysis – An Introduction*. Estados Unidos: Princeton University, 2003. 326 p.
- Tapia, A.; Tapia, G.; Ostolaza, X.; Sáenz, J. R. *Modeling and control of a wind turbine driven doubly fed induction generator*. IEEE Transactions on Energy Conversion, San Sebastian, vol. 18, n. 02, p. 194-204, Jun. 2003.
- Valentine, S. V. *Japanese Wind Energy Development Policy: Grand Plan or Group Think?*. Energy Policy, Cingapura, p. 6842-6854, Out. 2009.
- Van de Vrande, B. L.; Van Campen, D. H.; De Kraker A. *An Approximate Analysis of Dry-Friction-Induced Stick-Slip Vibrations by a Smoothing Procedure*. Nonlinear Dynamics, Eindhoven, v. 19, p. 157-169, Dec. 1998.
- Vanhollebeke, F. *Dynamic analysis of a wind turbine gearbox: towards prediction of mechanical tonalities*. 2015. Tese de doutorado. Faculdade de Engenharia – Universidade Católica de Leuven. Leuven. 2015.
- Vázquez, F. A. M. *Análise de Geradores Síncronos de Ímãs Permanentes em Sistemas Hidrocinéticos*. 2014. Dissertação de Mestrado. Departamento de Engenharia Mecânica - Universidade de Brasília. Brasília. 2014.
- Vivoda, V. *Japan's Energy Security Predicament Post-Fukushima*. Energy Policy, Nathan, p. 135-143, Abr. 2012.
- Vitorino, C. R. S. *Modelagem Dinâmica de Caixa Multiplicadora de Velocidades de Aerogeradores*, Universidade de Brasília, Brasília, 2012.
- Voltolini, H. *Modelagem e controle de geradores de indução duplamente alimentados com aplicação em sistemas eólicos*. Tese de doutorado. Departamento de Engenharia Elétrica – Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis. Mar. 2007.

## ANEXOS

		Pág.
Anexo I	Modelo de Dolan e Lehn (2006) implementado em MATLAB	127
Anexo II	Código MATLAB desenvolvido por Ohara (2014) adaptado para simular os efeitos de flutuação determinística e o vento estocástico	130
Anexo III	Função geradora de perfil estocástico de vento – código originalmente desenvolvido por Alkmin (2015) adaptado para ser usada como função	141

```

% Modelo de torque de Dolan e Lehn (2006) considerando oscilações 3p

clf; clc; close all; clear

%% Parâmetros

rho = 1.225; % Densidade do ar
Vh = 20; % Velocidade do vento na altura do hub
alpha = 0.3; % Expoente empírico de wind shear
H = 40; % Altura do hub
a = 0.85; % Raio da torre
R = 20; % Raio do rotor
Arotor = pi*R^2; % Área do rotor
beta = 5; % Ângulo de passo
r0 = 0.1*R; % Raio do hub
x = 2.9; % Distância do rotor à torre
m = 1 + ((alpha*(alpha-1)*R^2)/(8*H^2));
V0 = m*Vh;
n = r0/R;
s = 1 - n^2;

%% Ângulo azimutal do rotor

theta = 0:0.0001:2*pi;
theta_deg = rad2deg(theta);
phase = 0;

%% Efeito de cisalhamento de vento (wind shear) [veq_ws]

veq_ws = m*Vh*(((alpha*(alpha-1))/8)*(R/H)^2+((alpha*(alpha-1)...
*(alpha-2))/60)*(R/H)^3*cos(3*theta));

%% Efeito de sombreamento da torre (tower shadow) [veq_ts]

[q,j] = size(theta);
prox_val = 1.389999999999999;

for i = 1:j
    if theta(i) >= pi/2 && theta(i) <= 3*pi/2
        blade(i,1) =
(a^2./(sen(theta(i)+phase)^2)).*log(R^2*sen(theta(i)...
+phase)^2/x^2+1)-
((2*a^2*R^2)./(R^2*sen(theta(i)+phase)^2+x^2));
    else
        blade(i,1) = prox_val;
    end
end
phase = phase + 2*pi/3;

for i = 1:j
    if theta(i) <= 5*pi/6 || theta(i) >= 11*pi/6
        blade(i,2) =
(a^2./(sen(theta(i)+phase)^2)).*log(R^2*sen(theta(i)...
+phase)^2/x^2+1)-
((2*a^2*R^2)./(R^2*sen(theta(i)+phase)^2+x^2));
    else

```

```

        blade(i,2) = prox_val;
    end
end
phase = phase + 2*pi/3;

for i = 1:j
    if theta(i) <= pi/6 || theta(i) >= 7*pi/6
        blade(i,3) =
(a^2./(sen(theta(i)+phase)^2)).*log(R^2*sen(theta(i)...
+phase)^2/x^2+1)-
((2*a^2*R^2)./(R^2*sen(theta(i)+phase)^2+x^2));
    else
        blade(i,3) = prox_val;
    end
end
end

veq_ts = ((m*Vh/(3*R^2))*sum(transpose(blade)))-0.075;

%% Torque aerodinâmico normalizado (Tae_norm)

Tae_norm_ws = 1+(2/(m*Vh))*veq_ws;
Tae_norm_ts = 1+(2/(m*Vh))*veq_ts;
Tae_norm = 1+(2/(m*Vh))*(veq_ws+veq_ts+(1-m)*Vh);

%% Plotagem de gráficos

fontsize = 16;
figure('Position',[50,150,1500,600])
first_plot = subplot(1,2,1);
pos01 = get(first_plot,'Position');
pos01(1) = pos01(1)*0.8;
pos01(2) = pos01(2)*0.95;
pos01(3) = pos01(3)*1.1;
% pos01(4) = pos01(4)*1.15;
set(first_plot,'Position',pos01);
set(gca,'FontSize',fontsize);
plot(theta_deg,veq_ws/Vh+1,'--r')
hold on
plot(theta_deg,veq_ts/Vh+1,'-.m')
hold on
plot(theta_deg,(veq_ws+veq_ts)/Vh+1)
xlabel('\^Angulo azimutal do rotor
(graus)','Interpreter','latex','FontSize',18)
ylabel('Velocidade do vento normalizada ($$\frac{V_{eq}}{V_H}$$)',...
'Interpreter','latex','FontSize',18)
axis([0 360 0.96 1.015])
legend('Wind shear','Tower shadow','Wind shear + Tower shadow')
title('(a) Vento equivalente
normalizado','Interpreter','latex','FontSize',18)

second_plot = subplot(1,2,2);
pos02 = get(second_plot,'Position');
% pos02(1) = pos02(1)*0.8;
pos02(2) = pos02(2)*0.9;
pos02(3) = pos02(3)*1.1;
pos02(4) = pos02(4)*1.005;
set(second_plot,'Position',pos02);

```

```

set(gca, 'FontSize', fontsize);
plot(theta_deg, Tae_norm_ws, '--r')
hold on
plot(theta_deg, Tae_norm_ts, '-.m')
hold on
plot(theta_deg, Tae_norm)
axis([0 360 0.93 1.025])
xlabel('\^Angulo azimutal do rotor
(graus)', 'Interpreter', 'latex', 'FontSize', 18)
ylabel('Torque aerodin\^amico normalizado
($$\frac{T_{aero}}{3M(V_0)}$$)', ...
'Interpreter', 'latex', 'FontSize', 18)
legend('Wind shear', 'Tower shadow', 'Wind shear + Tower shadow')
title('(b) Torque equivalente
normalizado', 'Interpreter', 'latex', 'FontSize', 18)

```

## ANEXO II: Código MATLAB desenvolvido por Ohara (2014) adaptado para simular os efeitos de flutuação determinística e o vento estocástico

---

```
% Modelo de turbina eólica desenvolvido por Ohara (2014) adaptado
% considerando as flutuações determinísticas de wind shear e tower shadow
% bem como os perfis estocásticos gerados a partir das densidades
% espectrais de potência de Davenport e Kaimal.

% Este programa também foi adaptado para que o usuário escolha qual modelo
% de vento estocástico deseja usar e quais efeitos de flutuação
% determinística deseja implementar. É possível também inserir a velocidade
% do vento desejada.

% Este programa necessita dos seguintes arquivos:
% - eq_comp_cg_AD.m
% - rk4.m
% - wind_prof.m
% - CorrNoise.m
% - depx.m
%


---



tic
clear all;
close all
clc;

prompt1 = ['Qual modelo de vento a ser usado?\n(1) Davenport\n'...
          '(2) Kanai-Tajimi\n(3) Kaimal\n(4) Ruído branco\n'...
          '(5) Vento de valor constante\nEscolha: '];
answer1 = input(prompt1);

if answer1 < 1 || answer1 > 5
    fprintf('Favor escolher um modelo de vento entre 1 e 5!\n')
    return
end

prompt2 = ['\nEfeitos de flutuação determinística: \n(1) Wind shear\n'...
          '(2) Tower shadow\n(3) Wind shear + Tower shadow\n(4) Nenhum\nEscolha:
'];
answer2 = input(prompt2);

if answer2 < 1 || answer2 > 4
    fprintf('Favor escolher uma opção entre 1 e 4!\n')
    return
end

prompt3 = '\nVelocidade inicial do vento (m/s): ';
Vel_i = input(prompt3);

start_time = clock;

if answer1 == 1
    fprintf('\nUsando espectro de Davenport...\n')
elseif answer1 == 2
    fprintf('\nUsando espectro de Kanai-Tajimi...\n')
elseif answer1 == 3
    fprintf('\nUsando espectro de Kaimal...\n')
```

```

elseif answer1 == 4
    fprintf('\nUsando um ruído branco...\n')
elseif answer1 == 5
    fprintf('\nUsando velocidade de vento constante...\n')
end

if answer2 == 1
    fprintf('Implementando efeito de wind shear...\n')
elseif answer2 == 2
    fprintf('Implementando efeito de tower shadow...\n')
elseif answer2 == 3
    fprintf('Implementando efeito de wind shear e tower shadow...\n')
elseif answer2 == 4
    fprintf('Desconsiderando flutuações determinísticas...\n')
end

fprintf('\nHorário de início da
execução: %i:%02i\n',start_time(4),start_time(5))

global A D np psi Ld Lq Rs LL RL neq B LM

%% Dados de Entrada do Rotor:
ro=1.225;           % densidade (kg/m^3)
alpha = 0.3;       % expoente empírico de cisalhamento de vento
H = 40;            % altura do rotor (m)
R=40;              % raio da turbina (m)
apa=1.5;           % Raio da base da pá (m)
mpa=7500;          % Peso da pá(kg)
Npas=3;            % Número de pás da turbina
Bp=5;              % Ângulo de passo (graus)
A_rotor=pi*R^2;    % Área varrida pelo rotor (m^2)
r_tower=0.85;      % Raio da torre (m)
x = 2.9;           % Distância do rotor à torre (m)
m = 1+((alpha*(alpha-1)*R^2)/(8*H^2));
a = [0.73,151,0.58,0.002,2.14,13.2,18.4,-0.02,-0.003]; %coeficientes

%-----
%Dados de Entrada da Caixa Multiplicadora:
J1=13.7e3;         %inércia do rotor (Kg.m^2)
J2=160.9612;      %inércia do carrier(2) (Kg.m^2)
m3=20.64;         %massa de engrenagem planeta de entrada (Kg)
J3=5.7649;        %inércia da engrenagem planeta de entrada (Kg.m^2)
J4=2.2026;        %inércia da engrenagem solar de entrada (Kg.m^2)
J5=53.0721;       %inércia do carrier(5) (Kg.m^2)
J6=3.2232;        %inércia da engrenagem planeta saída (Kg.m^2)
m6=11.0867;       %massa de engrenagem planeta de saída (Kg)
J7=0.1765;        %inércia da engrenagem solar de saída (Kg.m^2)
rc2=0.338;        %raio do carrier(2) (m)
rc5=0.294;        %raio do carrier(5) (m)
Zr1=67;           %Número de dentes da engrenagem anelar 1
Z3=25;            %Número de dentes da engrenagem planetária de entrada
Z4=17;            %Número de dentes da engrenagem solar de entrada
Zr2=100;          %Número de dentes da engrenagem anelar 2
Z6=42;            %Número de dentes da engrenagem planetária de saída
Z7=17;            %Número de dentes da engrenagem solar de saída
%-----
%Dados de Entrada do Gerador:
Jg=22.2548;       % Inércia do gerador(Kg.m^2)
np=24;            % Número de polos

```



```

psi=-4.759;      % Amplitude do fluxo magnético
Ld=0.0089995;   % Indutância de Eixo Direto
Lq=0.0218463;  % Indutância de Eixo de Quadratura
Rs=0.02425;    % Resistência do estator
LL=0.008;      % Carga Indutiva
RL=5;          % Carga Resistiva
%-----
%-----Rotor-----
%Determinação de lambda inicial para Cp máximo

lam_t=linspace(0,15,1000); %faixa de TSR
lam_i=1./(1./(lam_t+a(8)*Bp)-a(9)./(Bp^3+1));
Cp_t=a(1).*(a(2)./lam_i-a(3).*Bp-a(4).*Bp^a(5)-a(6)).*exp(-a(7)./lam_i);

for i=1:1000
    if Cp_t(i)<0
        Cp_t(i)=0;
    end;
end;

[Cpmax,k]=max(Cp_t);
lambda_max=lam_t(k);
%-----
%-----Caixa e Gerador-----
%Relações de Transmissão:
y1=(1-(Zr1/Z3));
y2=(1+(Zr1/Z4));
y3=(1-(Zr2/Z6));
y4=(1+(Zr2/Z7));

%Valores de Rigidez dos eixos:
E=205e9;      % Módulo de elasticidade do material- aço (Pa)
v=0.29;      % Coeficiente de Poisson
G=E/(2*(1+v));
l=[710 438.75 265.5]*10^(-3); % largura dos eixos (m)
d=[340 220.5 113.25]*10^(-3); % diametro dos eixos (m)
for i=1:3
    k(i)=(pi*G*(d(i))^4)/(32*l(i));
end

%-----
%Definição da Matrizes de Inércia e Rigidez:

%Matriz de Inércia:
J=zeros(4);
J(1,1)=3*(mpa*apa^2/4+mpa*R^2/3);
J(2,2)=J2+(4*J3*(y1^2))+(4*m3*(rc2^2))+(J4*(y2^2));
J(3,3)=J5+(3*J6*(y3^2))+(3*m6*(rc5^2))+(J7*(y4^2));
J(4,4)=Jg;

%Matriz de Rigidez:
K=zeros(4);
K(1,1)=k(1);
K(1,2)=-k(1);
K(2,1)=-k(1);
K(2,2)=k(1)+((y2^2)*k(2));
K(2,3)=-y2*k(2);
K(3,2)=-y2*k(2);
K(3,3)=k(2)+((y4^2)*k(3));
K(3,4)=-y4*k(3);

```

```

K(4,3)=-y4*k(3);
K(4,4)=k(3);

%-----
% Autovalores e autovetores
[V,LM]=eig(K,J);
% w=(1/(2*pi))*sqrt(diag(LM));

%-----
% Matriz Amortecimento:
c=zeros(1,3);
for i=1:3
c(i)=0.0005*k(i);
end
    C(1,1)=c(1);
    C(1,2)=-c(1);
    C(2,1)=-c(1);
    C(2,2)=c(1)+(y2^2)*c(2);
    C(2,3)=-y2*c(2);
    C(3,2)=-y2*c(2);
    C(3,3)=c(2)+(y4^2)*c(3);
    C(3,4)=-y4*c(3);
    C(4,3)=-y4*c(3);
    C(4,4)=c(3);

% %Matriz Atrito Seco:
F=eye(4);
for i=1:4
F(i,i)=2/pi*0.01*C(i,i);
end

%-----
%Matriz Dinâmica
A= 1*[ zeros(4,4) eye(4); ...
      (-inv(J)*K/(LM(2,2)^2) (-inv(J)*C/LM(2,2))];

D=1*[ zeros(4,8); ...
      ( zeros(4,4) (-inv(J)*F/(LM(2,2)^2))];

aw0=round(LM(2,2));
h=1;
npp=400/h*aw0;

%% Resolução da EOM
lambda=lambda_max;
wr=lambda*Vel_i/R;

ti=0;
t2=100*LM(2,2);
t3=200*LM(2,2);
t4=300*LM(2,2);
tf=400;

neq=10;

serie=zeros(npp,neq+1);
t=ti;

```

```

yout=1*zeros(1,10)'; %Condições iniciais: [phi1 phi2 phi5 phi8 omh1 omh2
omh5 omh8 id iq];
yout(5)=wr;
yout(5:8)=yout(5:8)/LM(2,2);

TMEC = zeros(1,npp);
TEL = zeros(1,npp);
LAMB=zeros(1,npp);
CP=zeros(1,npp);
PMEC=zeros(1,npp);
PMEC_M=zeros(1,npp);

sigma = 0.1;
[v_wn,v_kaimal,v_kt,v_dav] = wind_prof(Vel_i,sigma,npp);

if answer1 == 1
    Vel = Vel_i+v_dav;      % Velocidade Davenport
elseif answer1 == 2
    Vel = Vel_i+v_kt;      % Velocidade Kanai-Tajimi
elseif answer1 == 3
    Vel = Vel_i+v_kaimal;  % Velocidade Kaimal
elseif answer1 == 4
    Vel = Vel_i+v_wn;      % Velocidade Ruído Branco
elseif answer1 == 5
    Vel = zeros(1,npp);
    Vel(1:npp)=Vel_i;
end

fprintf('Computando resultado... ')
s_pot = 0;

for j=1:npp,

    fprintf('%.1f%%',j/npp*100)
    y = yout;
    wr=abs(y(5))*LM(2,2);
    lambda=R*wr/Vel(j);
    lambda_i=1/(1/(lambda+a(8)*Bp)-a(9)/(Bp^3+1));
    Cp=a(1)*(a(2)/lambda_i-a(3)*Bp-a(4)*Bp^a(5)-a(6))*exp(-a(7)/lambda_i);
    if Cp<0
        Cp=0;
    end;
    veq_ws = m*Vel(j)*((alpha*(alpha-1)/8)*(R/H)^2+(alpha*(alpha-
1)*(alpha-2)/60)...
        *(R/H)^3*cos(3*y(1)));

    phase=0;
    aprox_val = 1.3899999999999999;
    if wrapTo2Pi(y(1)) >= pi/2 && wrapTo2Pi(y(1)) <= 3*pi/2;
        blad1 = (r_tower^2/(sen(y(1)+phase)^2))*log(R^2*sen(y(1)...
            +phase)^2/x^2+1)-
        ((2*r_tower^2*R^2)/(R^2*sen(y(1)+phase)^2+x^2));
    else
        blad1 = aprox_val;
    end
    phase=2*pi/3;
    if wrapTo2Pi(y(1)) <= 5*pi/6 || wrapTo2Pi(y(1)) >= 11*pi/6;
        blade2 = (r_tower^2/(sen(y(1)+phase)^2))*log(R^2*sen(y(1)...
            +phase)^2/x^2+1)-
        ((2*r_tower^2*R^2)/(R^2*sen(y(1)+phase)^2+x^2));
    else

```

```

        blade2 = aprox_val;
    end
    phase=4*pi/3;
    if wrapTo2Pi(y(1)) <= pi/6 || wrapTo2Pi(y(1)) >= 7*pi/6;
        blade3 = (r_tower^2/(sen(y(1)+phase)^2))*log(R^2*sen(y(1)...
            +phase)^2/x^2+1)-
((2*r_tower^2*R^2)/(R^2*sen(y(1)+phase)^2+x^2));
    else
        blade3 = aprox_val;
    end

    sumblade = blade1+blade2+blade3;

    veq_ts = ((m*Vel(jp)/(3*R^2))*sumblade)-0.075;
    Tmec_ws = (ro*A_rotor*m*Vel(jp)*Cp*R/lambda)*veq_ws;
    Tmec_ts = (ro*A_rotor*m*Vel(jp)*Cp*R/lambda)*veq_ts;
    % Tmec=Pmec./wr;

    if answer2 == 1
        Tmec=0.5*ro*pi*R^2*m^2*Vel(jp)^3*Cp./wr+(ro*A_rotor*m*Vel(jp)*...
            Cp*R/lambda)*(1-m)*Vel(jp)+Tmec_ws;
    elseif answer2 == 2
        Tmec=0.5*ro*pi*R^2*m^2*Vel(jp)^3*Cp./wr+(ro*A_rotor*m*Vel(jp)*...
            Cp*R/lambda)*(1-m)*Vel(jp)+Tmec_ts;
    elseif answer2 == 3
        Tmec=0.5*ro*pi*R^2*m^2*Vel(jp)^3*Cp./wr+(ro*A_rotor*m*Vel(jp)*...
            Cp*R/lambda)*(1-m)*Vel(jp)+Tmec_ws+Tmec_ts;
    elseif answer2 == 4
        Tmec=0.5*ro*pi*R^2*m^2*Vel(jp)^3*Cp./wr;
    end
    Pmec=Tmec.*wr;
    Tel=-3/4*np*(psi*y(10)+(Ld-Lq)*y(9)*y(10));
    T=[Tmec 0 0 -Tel]';
    B=1*[zeros(4,1); ...
        (J\T/(LM(2,2)^2))];

    serie(jp,:)= [t y(1:neq)'];
    [yout]=rk4(y,t,h,'eq_comp_cg_AD');

    TMEC(jp)=Tmec;
    TEL(jp)= Tel;
    LAMB(jp)=lambda;
    CP(jp)=Cp;
    PMEC(jp)=Pmec;
    if jp > 1
        s_pot = s_pot+trapz([serie(jp-1,1) serie(jp,1)], [PMEC(jp-1)^2
PMEC(jp)^2]);
        PMECC(jp) = sqrt(s_pot/serie(jp,1));
    end

    t=t+h;

    number_str = sprintf('%.1f%%',jp/npp*100);
    fprintf(repmat('\b',1,numel(number_str)))
end;

fprintf('%.1f%%\n',jp/npp*100)
fprintf('\nPlotando resultados...\n')

```

```

TEL=TEL';
t=serie(:,1)/LM(2,2);
y=serie(:,2:neq+1);
y(:,5:8)=y(:,5:8)*LM(2,2);

n_fla=numel(t);
i0=zeros(n_fla,1);

%-----
%Denominação das variáveis
phi1=y(:,1);
omh1=y(:,5);
phi2=y(:,2);
omh2=y(:,6);
phi5=y(:,3);
omh5=y(:,7);
phi8=y(:,4);
omh8=y(:,8);
id=y(:,9);
iq=y(:,10);

%-----
%Determinação das demais variáveis da Caixa Multiplicadora
phi3=y1*phi2;
omh3=y1*omh2;

phi4=y2*phi2;
omh4=y2*omh2;

phi6=y3*phi5;
omh6=y3*omh5;

phi7=y4*phi5;
omh7=y4*omh5;

%-----
%Determinação das demais variáveis do Gerador

PELE=TEL.*omh8; % Potência elétrica
Vd=RL.*id-omh8.*np/2.*LL.*iq+LL*((-
(Rs+RL).*id+np/2*(Lq+LL).*iq.*omh8)/(Ld+LL)); % Tensão Vd
Vq=RL.*iq+omh8.*np/2.*LL.*id+LL*((- (Rs+RL).*iq-np/2.*(Ld+LL).*id.*omh8-
np/2.*psi.*omh8)/(Lq+LL)); %Tensão Vq
PAT=3/2*(Vd.*id+Vq.*iq); % Potência ativa

%-----
%Determinação das Correntes ia, ib, ic e Tensões Va, Vb, Vc
theta_e = zeros(1,npp);
ia = zeros(1,npp);
ib = zeros(1,npp);
ic = zeros(1,npp);
Va = zeros(1,npp);
Vb = zeros(1,npp);
Vc = zeros(1,npp);
for j=1:n_fla,
    theta_e(j)=phi8(j)*np/2;
    TP=[cos(theta_e(j)) -sen(theta_e(j)) 1; cos(theta_e(j)-2/3*pi) -
sen(theta_e(j)-2/3*pi) 1; cos(theta_e(j)+2/3*pi) -sen(theta_e(j)+2/3*pi)
1];

```

```

    ia(j)=TP(1,:)*[id(j) iq(j) i0(j)]';
    ib(j)=TP(2,:)*[id(j) iq(j) i0(j)]';
    ic(j)=TP(3,:)*[id(j) iq(j) i0(j)]';

    Va(j)=TP(1,:)*[Vd(j) Vq(j) i0(j)]';
    Vb(j)=TP(2,:)*[Vd(j) Vq(j) i0(j)]';
    Vc(j)=TP(3,:)*[Vd(j) Vq(j) i0(j)]';
end

%-----
%Eficiência
PMEC=PMEC';
ni=PAT./PMEC_M';

%-----

margin = 0.2;
min_vel = min(Vel)-margin;
max_vel = max(Vel)+margin;

%Plotando os gráficos
figure(1)
plot(t,phi1,t,phi2,t,phi3,':',t,phi4,'o-',t,phi5,t,phi6,t,phi7,'or-
.',t,phi8,'LineWidth',1);
set(gca,'fontsize',9,'fontname','Times New Roman');
set(gca,'LooseInset',get(gca,'TightInset'));
set(gcf,'PaperUnits','centimeters');
set(gcf,'PaperPosition',[0 0 15 8]);
xlabel('Tempo (s)');
ylabel('Deslocamento Angular (rad)');
legend('Rotor','Carrier (2)','Planeta 3','Solar 4','Carrier (5)','Planeta
6','Solar 7','Gerador',2);
axis([0 tf -inf inf])
% saveas(gcf,'T14 Caixa deslocamento M COMP.tif')
% saveas(gcf,'T14 Caixa deslocamento M COMP.fig')

figure(2)
plot(t,omh1,t,omh2,t,omh3,':',t,omh4,'o-',t,omh5,t,omh6,t,omh7,'or-
.',t,omh8,'LineWidth',1);
set(gca,'fontsize',9,'fontname','Times New Roman');
set(gca,'LooseInset',get(gca,'TightInset'));
set(gcf,'PaperUnits','centimeters');
set(gcf,'PaperPosition',[0 0 15 11]);
xlabel('Tempo (s)');
ylabel('Velocidade Angular (rad/s)');
l=legend('Rotor','Carrier (2)','Planeta 3','Solar 4','Carrier
(5)','Planeta 6','Solar 7','Gerador',1);
axis([0 tf -inf 300])
set(l,'Position',[.6 .75 .25 .25])
% saveas(gcf,'T14 Caixa velocidade M COMP.tif')
% saveas(gcf,'T14 Caixa velocidade M COMP.fig')

figure (3)
plot(t,PMEC/1000,t,PELE/1000,t,PAT/1000,t,PMEC_M/1000)
legend('Potência mecânica','Potência Eletromecânica','Potência
Ativa','Potência mecânica média')
set(gca,'fontsize',9,'fontname','Times New Roman');
set(gca,'LooseInset',get(gca,'TightInset'));
set(gcf,'PaperUnits','centimeters');
set(gcf,'PaperPosition',[0 0 15 5]);

```

```

xlabel('Tempo (s)');
ylabel('Potência ativa(kW)');
axis([0 tf -inf inf])
% saveas(gcf,'T14 Potência M COMP.tif')
% saveas(gcf,'T14 Potência M COMP.fig')

figure(4)
plot(t,TMEC/1000,t,TEL/1000)
legend('Tmec_g','Tel')
set(gca,'fontsize',9,'fontname','Times New Roman');
set(gca,'LooseInset',get(gca,'TightInset'));
set(gcf,'PaperUnits','centimeters');
set(gcf,'PaperPosition',[0 0 15 5]);
xlabel('Tempo (s)');
ylabel('Torque(kNm)');
axis([0 tf -inf inf])
% saveas(gcf,'T14 Caixa Torques M COMP.tif')
% saveas(gcf,'T14 Caixa Torques M COMP.fig')

figure(5)
plot(t,omh8./(2*pi).*60)
legend('\omega_g (rpm)')
set(gca,'fontsize',9,'fontname','Times New Roman');
set(gca,'LooseInset',get(gca,'TightInset'));
set(gcf,'PaperUnits','centimeters');
set(gcf,'PaperPosition',[0 0 15 5]);
xlabel('Tempo (s)');
ylabel('Velocidade angular mecânica no gerador(rpm)');
axis([0 tf -inf inf])
% saveas(gcf,'T14 omh8 M COMP.tif')
% saveas(gcf,'T14 omh8 M COMP.fig')

figure (6)
plot(t,id,t,iq)
legend('i_d','i_q')
set(gca,'fontsize',9,'fontname','Times New Roman');
set(gca,'LooseInset',get(gca,'TightInset'));
set(gcf,'PaperUnits','centimeters');
set(gcf,'PaperPosition',[0 0 15 5]);
xlabel('Tempo (s)');
ylabel('Corrente(A)');
axis([0 tf -inf inf])
% saveas(gcf,'T14 Correntes DQ M COMP.tif')
% saveas(gcf,'T14 Correntes DQ M COMP.fig')

figure (7)
plot(t,ia,t,ib,t,ic,'-.','LineWidth',1)
legend('i_a','i_b','i_c')
set(gca,'fontsize',9,'fontname','Times New Roman');
set(gca,'LooseInset',get(gca,'TightInset'));
set(gcf,'PaperUnits','centimeters');
set(gcf,'PaperPosition',[0 0 15 5]);
xlabel('Tempo (s)');
ylabel('Corrente(A)');
axis([0 tf -inf inf])
% saveas(gcf,'T14 Correntes ABC M COMP.tif')
% saveas(gcf,'T14 Correntes ABC M COMP.fig')

figure (8)
plot(t,LAMB)
legend('\lambda')

```

```

set(gca, 'fontsize', 9, 'fontname', 'Times New Roman');
set(gca, 'LooseInset', get(gca, 'TightInset'));
set(gcf, 'PaperUnits', 'centimeters');
set(gcf, 'PaperPosition', [0 0 15 5]);
xlabel('Tempo (s)');
ylabel('\lambda');
axis([0 tf -inf inf])
% saveas(gcf, 'T14 lambda M COMP.tif')
% saveas(gcf, 'T14 lambda M COMP.fig')

figure (9)
plot(t, CP)
legend('Cp')
set(gca, 'fontsize', 9, 'fontname', 'Times New Roman');
set(gca, 'LooseInset', get(gca, 'TightInset'));
set(gcf, 'PaperUnits', 'centimeters');
set(gcf, 'PaperPosition', [0 0 15 5]);
xlabel('Tempo (s)');
ylabel('Cp');
axis([0 tf -inf inf])
% saveas(gcf, 'T14 Cp M COMP.tif')
% saveas(gcf, 'T14 Cp M COMP.fig')

figure (10)
plot(t, Vd, t, Vq)
legend('Vd', 'Vq')
set(gca, 'fontsize', 9, 'fontname', 'Times New Roman');
set(gca, 'LooseInset', get(gca, 'TightInset'));
set(gcf, 'PaperUnits', 'centimeters');
set(gcf, 'PaperPosition', [0 0 15 5]);
xlabel('Tempo (s)');
ylabel('Tensão elétrica (V)');
axis([0 tf -inf inf])
% saveas(gcf, 'T14 Voltagens DQ M COMP.tif')
% saveas(gcf, 'T14 Voltagens DQ M COMP.fig')

figure (11)
plot(t, Va, t, Vb, t, Vc, '-.', 'LineWidth', 0.5)
legend('Va', 'Vb', 'Vc')
set(gca, 'fontsize', 9, 'fontname', 'Times New Roman');
set(gca, 'LooseInset', get(gca, 'TightInset'));
set(gcf, 'PaperUnits', 'centimeters');
set(gcf, 'PaperPosition', [0 0 15 5]);
xlabel('Tempo (s)');
ylabel('Tensão elétrica (V)');
axis([0 tf -inf inf])
% saveas(gcf, 'T14 Voltagens ABC M COMP.tif')
% saveas(gcf, 'T14 Voltagens ABC M COMP.fig')

figure (12)
plot(t, ni)
legend('\eta_{turbina}')
set(gca, 'fontsize', 9, 'fontname', 'Times New Roman');
set(gca, 'LooseInset', get(gca, 'TightInset'));
set(gcf, 'PaperUnits', 'centimeters');
set(gcf, 'PaperPosition', [0 0 15 5]);
xlabel('Tempo (s)');
ylabel('Eficiência');
axis([0 tf 0 1]);
% saveas(gcf, 'T14 Eficiencia M COMP.tif')
% saveas(gcf, 'T14 Eficiencia M COMP.fig')

```



```

figure (13)
plot(t, Vel)
legend('Velocidade do Vento')
set(gca, 'fontsize', 9, 'fontname', 'Times New Roman');
set(gca, 'LooseInset', get(gca, 'TightInset'));
set(gcf, 'PaperUnits', 'centimeters');
set(gcf, 'PaperPosition', [0 0 15 5]);
xlabel('Tempo (s)');
ylabel('Velocidade m/s');
axis([0 tf min_vel max_vel])
% saveas(gcf, 'T14 Velocidade Vento M COMP.tif')
% saveas(gcf, 'T14 Velocidade Vento M COMP.fig')
time_elapsed = toc/60;
end_time = clock;
fprintf('\nHorário de término da
execução: %i:%02i\n', end_time(4), end_time(5))
fprintf('\nTempo de execução: %.2f minutos\n', time_elapsed)

```

ANEXO III: Função geradora de perfil estocástico de vento – código originalmente desenvolvido por Alkmin (2015) adaptado para ser usada como função

---

```
function [v_wn,v_kaimal,v_kt,v_dav] = wind_prof(v_hub,sigma,npp)

n = npp/1024;
N = npp; % # points per block
Nb = N/n; % length of the signal

dt = 2.2153e-004;

df = 1/(Nb*dt);
dw = 2*pi*df;

w = 0.01:(dw):dw*(N-1);

Xi_g=.317; %characteristic damping
wg =10.5;
L_k = 8.10 * 0.7 * 60;
Xi = 1200*w/v_hub;

S0_wn =sigma^2*ones(1,N); %White Noise
S0_kaimal = (4*sigma^2*(L_k/v_hub))./(1+(6.*w*(L_k/v_hub)).^(5/3));
S0_dav = (4.*Xi.^2./(3.*(1+Xi.^2).^(4/3))).*(sigma./w); %Davenport
S0_kt = (1 + 4.*Xi_g^2.*(w./wg).^2).*sigma./((1 - (w./wg).^2).^2 +
4.*Xi_g^2.*(w./wg).^2); %Kanai-Tajimi

Sk_wn = 2*df*[S0_wn(1:N/2), fliplr(conj(S0_wn(1:N/2)))]; %continuous to
discrete normalization
v_wn = CorrNoise(sigma, Sk_wn, N, df);
% [Sxx_wn,~]=depX(v_wn,dt,Nb);

Sk_kaimal = 2*df*[S0_kaimal(1:N/2),
fliplr(conj(S0_kaimal(1:N/2)))]; %continuous to discrete normalization
v_kaimal = CorrNoise(sigma, Sk_kaimal, N, df);
% [Sxx_kaimal,~]=depX(v_kaimal,dt,Nb);

Sk_kt = 2*df*[S0_kt(1:N/2), fliplr(conj(S0_kt(1:N/2)))]; %continuous to
discrete normalization
v_kt = CorrNoise(sigma, Sk_kt, N, df);
% [Sxx_kt,~]=depX(v_kt,dt,Nb);

Sk_dav = 2*dw*[S0_dav(1:N/2), fliplr(conj(S0_dav(1:N/2)))]; %continuous
to discrete normalization
v_dav = CorrNoise(sigma, Sk_dav, N, df);
% [Sxx_dav,~]=depX(v_dav, dt, Nb);
```