



DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Modelagem e controle de heave em coluna de perfuração

Tássio Melo Linhares

Brasília, Março de 2017

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**

FACULDADE DE TECNOLOGIA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
Faculdade de Tecnologia

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**Modelagem e controle de heave em coluna de perfuração**

**Tássio Melo Linhares**

*Dissertação submetida ao Departamento de Engenharia Mecânica  
da Faculdade de Tecnologia da Universidade de Brasília como requisito parcial  
para obtenção do grau de Mestre Engenheiro em Sistemas Mecatrônicos.*

Banca Examinadora

Prof. Dr. Eugênio L. F. Fortaleza, ENM/UnB  
*Orientador*

\_\_\_\_\_

Prof. Dr. Guilherme Caribé de Carvalho, ENM/UnB  
*Examinador interno*

\_\_\_\_\_

Prof. Dr. Marcus Vinicius Girão de Moraes,  
ENM/UnB  
*Examinador externo*

\_\_\_\_\_

## FICHA CATALOGRÁFICA

LINHARES, TÁSSIO MELO

Modelagem e controle de heave em coluna de perfuração

[Distrito Federal] 2017.

xii, NP.54, 210 x 297 mm (ENM/FT/UnB, Mestre, Sistemas Mecatrônicos, 2017).

Dissertação de Mestrado - Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Mecânica.

1. Controle de heave

2. Coluna de Perfuração

3. Filtro de Kalman

4. Estimação de perturbação

I. ENM/FT/UnB

II. Título (série)

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

LINHARES, T.M. (2017). Modelagem e controle de heave em coluna de perfuração, Dissertação de Mestrado em Sistemas Mecatrônicos, Publicação ENM.DM-118/2017, Departamento de Engenharia Mecânica, Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, Brasília, DF, NP.54

## CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Tássio Melo Linhares

TÍTULO: Modelagem e controle de heave em coluna de perfuração.

GRAU: Mestre ANO: 2017

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desse trabalho de conclusão de curso pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

---

Tássio Melo Linhares

Endereço

Bairro

CEP XXXX-XXX - Brasília - DF - Brasil

---

## RESUMO

Este trabalho apresenta o desenvolvimento, análise e comparação de diferentes metodologias para o projeto de compensadores de heave em coluna de perfuração.

Primeiramente, é apresentada uma revisão dos trabalhos já realizados, presentes na literatura. Na sequência, é apresentado um estudo da modelagem da coluna de perfuração. Continuando os estudos, uma metodologia de projeto de compensador de heave passivo é apresentada e realizada em um protótipo de pequena escala. Com o intuito de obter maiores níveis de atenuação, projetos de compensadores ativos são realizados.

Assim, o estudo de observadores, estimadores e filtros, como o filtro de Kalman é desenvolvido. Três metodologias de controle ativo são apresentadas, alocação de polos, alocação de polos com rejeição de perturbação (usando planicidade diferencial) e controle robusto backstepping. Por fim, os resultados das simulações numéricas são apresentados e analisados.

**Palavras-chave:** Controle de heave; Coluna de perfuração; Filtro de Kalman; Estimação de perturbação.

---

## ABSTRACT

This master thesis presents the development, analysis and comparison of different heave compensator methodologies for drill string.

Firstly, a review of previous studies about the subject is presented. Next, is presented a study of drill string modelling. Following the studies, a methodology to design a passive heave compensator is develop and validated by using a small scale prototype. In order to obtain higher levels of attenuation, active heave compensators are designed.

Hence, the study of observers, estimators and filters, such as Kalman filter is developed. Three methodologies of active controls are presented, pole placement, pole placement with disturbance rejection using flatness and backstepping robust control. Finally, numerical simulations results are presented and analysed.

**Keywords:** Heave control; Drill string; Kalman filter; Disturbance estimator.

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>Introdução.....</b>	<b>1</b>
1.1	CONTEXTUALIZAÇÃO.....	1
1.2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	1
1.3	OBJETIVO GERAL .....	6
<b>2</b>	<b>Modelagem.....</b>	<b>7</b>
2.1	MODELO DE 1 GRAU DE LIBERDADE .....	7
2.2	MODELO N GRAUS DE LIBERDADE - EDP DISCRETIZADA .....	11
2.2.1	MODELO DE N GRAUS DE LIBERDADE .....	12
2.3	COLUNA DE PERFURAÇÃO DURANTE PERFURAÇÃO - APOIADA NO SOLO .....	14
2.4	REDUÇÃO MODAL.....	16
<b>3</b>	<b>Controle.....</b>	<b>19</b>
3.1	INTRODUÇÃO.....	19
3.2	CONTROLE PASSIVO .....	19
3.3	ALOCAÇÃO DE POLOS/ REALIMENTAÇÃO DE ESTADOS .....	19
3.3.1	ACKERMANN .....	20
3.3.2	ALOCAÇÃO DE POLOS COM INTEGRADOR.....	21
3.4	OBSERVADOR.....	21
3.5	CONTROLE COLUNA SOLTA - ALOCAÇÃO DE POLOS .....	23
3.6	FILTRO DE KALMAN .....	24
3.7	CONTROLE COM REJEIÇÃO DE PERTURBAÇÃO .....	26
3.7.1	KF - ESTIMAÇÃO DE PERTURBAÇÃO .....	26
3.8	PLANICIDADE DIFERENCIAL .....	27
3.8.1	FORMA CANÔNICA DE BRUNOVSKY.....	28
3.8.2	CONTROLE BASEADO EM PLANICIDADE DIFERENCIAL.....	29
3.8.3	ESTIMAÇÃO DAS FORÇAS DE PERTURBAÇÃO COM O FILTRO DE KALMAN.....	29
3.9	BACKSTEPPING .....	30
<b>4</b>	<b>Resultados.....</b>	<b>32</b>
4.1	ANÁLISE DOS MODELOS DE PERTURBAÇÃO EM MALHA ABERTA - COLUNA SOLTA	33
4.2	ANÁLISE DOS MODELOS DE PERTURBAÇÃO EM MALHA ABERTA - COLUNA FIXA	33
4.3	ALOCAÇÃO DE POLOS .....	36
4.4	PLANICIDADE DIFERENCIAL .....	37

4.5	BACKSTEPPING .....	38
<b>5</b>	<b>Conclusões.....</b>	<b>39</b>
5.1	TRABALHOS FUTUROS.....	39
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>40</b>

# LISTA DE FIGURAS

1.1	Ilustração esquemática do sistema controlado.....	2
2.1	Ilustração esquemática do sistema controlado.....	7
2.2	Diagrama de blocos do sistema de 1 GL.....	9
2.3	Diagrama de blocos do sistema de 1 GL, com a mudança de variáveis. ....	10
2.4	Diagrama de blocos do sistema de 1 GL, considerando $\delta$ . ....	11
2.5	Representação discreta da coluna .....	12
2.6	Coluna discretizada durante perfuração. ....	14
3.1	Ilustração esquemática da malha de controle.....	22
3.2	Sistema em malha fechada submetido ao degrau unitário.....	23
4.1	Deslocamento da plataforma $x_0$ (Ni et al., 2009).....	32
4.2	Resposta dos modelos (2.11) , (2.16), (2.25) e (2.26), $n=1000$ . ....	33
4.3	Respostas do modelo da coluna fixa de 1 GL.....	34
4.4	Respostas do modelo da coluna fixa de 1 GL, 10 GLs e reduzido para 1 GL. ....	35
4.5	Respostas do modelo da coluna fixa de 1 GL, 100 GLs e reduzido para 1 GL.....	35
4.6	Respostas do modelo (3.10) para entrada de controle como aceleração.....	36
4.7	Resposta do modelo (3.10) submetido à perturbação Sea Condition 4 sem ruído e com ruído de medida, entrada de controle como deslocamento. ....	37
4.8	Conjunto de gráficos para o controle Flatness com rejeição de perturbação .....	37
4.9	Conjunto de gráficos para o controle Backstepping usando $r_x = 10^{-15}$ .....	38

# LISTA DE TABELAS

4.1	Parâmetros da coluna de perfuração e da simulação .....	32
-----	---	----

# LISTA DE SÍMBOLOS

## Sistema $E$

$x_0$	Deslocamento do navio
$\dot{x}_0$	Velocidade do navio
$b_c$	Amortecimento do compensador hidropneumático
$k_c$	Rigidez do compensador hidropneumático
$M$	Massa total da coluna
$u$	Sinal de comando do atuador
$Z_n$	Coordenadas da coluna
$m$	Massa dos elementos discretizados da coluna
$z_n$	Deslocamentos dos elementos da coluna
$\dot{z}_n$	Velocidade dos elementos da coluna
$\ddot{z}_n$	Aceleração dos elementos da coluna
$x_n$	Estados dos elementos da coluna
$\mathbf{x}$	Vetor de estados
$\mathbf{A}$	Matriz de estados do espaço de estados
$\mathbf{B}$	Matriz de entrada do espaço de estados
$\mathbf{C}$	Matriz de saída do espaço de estados
$\Phi$	Matriz de perturbação do espaço de estados
$\mathbf{D}$	Matriz de transmissão direta do espaço de estados
$w$	Sinal de perturbação / Ruído de processo
$v$	Ruído de Medição
$\beta$	Estado artificial da coluna
$\delta$	Sinal de perturbação
$\dot{\delta}$	Derivada do sinal de perturbação
$F_p$	Força de perturbação
$b$	Amortecimento do material da coluna
$\mathbf{K}$	Ganho do controle por realimentação de estados
$\xi$	Integral do erro entre a referência e a saída
$\dot{\xi}$	Erro entre a referência e a saída
$\mathbf{K}_e$	Ganho do observador
$\tilde{\mathbf{x}}$	Estados Estimados
$\tilde{\mathbf{y}}$	Saída estimada

$\mathbf{A}_{ob}$	Matriz de estados do observador
$\mathbf{B}_{ob}$	Matriz de entrada do observador
$\mathbf{C}_{ob}$	Matriz de saída do observador
$\mathbf{D}_{ob}$	Matriz de transmissão direta do observador
$\mathbf{D}_{ob}$	Matriz de transmissão direta do observador

# 1 Introdução

## 1.1 Contextualização

No ambiente offshore, a embarcação é submetida ao movimento de *heave* (deslocamentos verticais) devido às ondas do mar. A fim de reduzir o deslocamento transferido do navio para os equipamentos é usado um compensador de heave. Na indústria de perfuração, por exemplo, o deslocamento vertical da coluna de perfuração pode gerar variações de carga sobre a broca, *swabbing* (pistoneio) e flambagem da coluna de perfuração. Conseqüentemente, esses problemas podem colapsar a parede do poço, gerar *kick* (fluxo de fluidos para dentro do poço durante operações de perfuração) e danificar tanto a broca quanto a coluna de perfuração. Quando o compensador não é capaz de compensar a oscilação, o processo de perfuração é interrompido para evitar o risco de acidentes, acarretando em perda de tempo de operação e de dinheiro.

## 1.2 Revisão Bibliográfica

Na literatura, os compensadores de heave podem ser classificados em quatro categorias: Compensador de Heave Passivo (PHC), Compensador de Heave Ativo (AHC), Compensador de Heave Semi-Ativo (SAHC) e Compensador de Heave Híbrido (HHC).

### **Compensador de Heave Passivo (PHC)**

Sistema de controle passivo é definido como um sistema que não requer uma fonte externa de energia para a operação e utiliza o movimento da estrutura para desenvolver as forças de controle. Essas forças de controle são desenvolvidas no sistema de controle passivo em função da resposta da estrutura.

A teoria de isolamento de vibração está bem estabelecida em muitos livros texto, por exemplo, Inman (2001), Rao (2011) e Wowk (1991). Na maioria dos sistemas de isolamento de vibrações, um conjunto em paralelo de mola e amortecedor é colocado em série antes da carga que o projetista deseja isolar. O conjunto mola-amortecedor age como um filtro passa-baixa mecânico, no qual diferentes valores de rigidez e de amortecimento produzem diferentes frequências de corte.

Butler (1973) apresenta um protótipo de compensador de *heave* para coluna de perfuração sendo testado em uma perfuração offshore. Os testes mostraram o isolamento bem sucedido da coluna de perfuração em relação ao movimento de *heave* do navio, resultando em janelas

operacionais mais longas e aumento dos lucros. O sucesso destes e de outros testes similares permitiu a compensação de heave tornar-se amplamente aceita na indústria de perfuração, levando a uma maior investigação e desenvolvimento.

É comum usar alguma variação de pistão hidráulico e acumulador de gás (como uma mola) para a compensação passiva, Figura 1.1. Exemplos desse tipo de acumulador podem ser encontrados em PHC desenvolvidos por Huster et al. (2009), assim como patentes de Bolding and Person (1973), Ormond (2011) e Kammerer (1964). O acumulador é carregado com gás sob pressão de um lado da membrana. A pressão do gás é ajustada para manter a carga no estado estacionário enquanto uma membrana separa o gás do óleo hidráulico. A pressão no gás é a mesma do óleo hidráulico, que segura a carga, empurrando o pistão Woodacre et al. (2015).

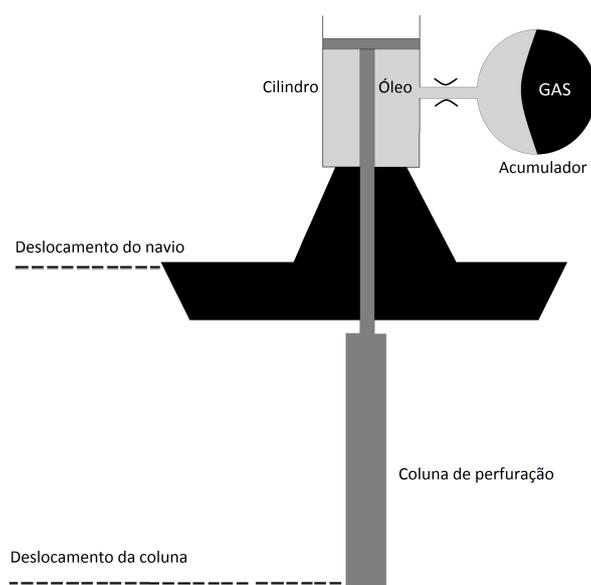


Figura 1.1: Ilustração esquemática do sistema controlado.

O aumento da massa suportada (coluna de perfuração) acarreta na compressão do gás do acumulador, ou seja, a rigidez da "mola equivalente" aumenta. Dessa forma, o compensador hidropneumático confere ao sistema uma menor variação da frequência natural quando a massa é alterada, apesar da rigidez equivalente da mola ser não linear com relação a massa Cuellar and Fortaleza (2014) e Cuellar and Fortaleza (2015) .

Um compensador passivo estritamente pneumático foi totalmente tratado matematicamente por Stricker em sua tese de 1975 Stricker (1975). Jordan (1987) sugere que os sistemas estritamente pneumáticos não são comumente utilizados porque uma ruptura do cabo resultaria em movimentos bruscos do cilindro, potencialmente provocando danos. Enquanto que em um sistema hidráulico o movimento do cilindro é limitado pela taxa de fluxo de óleo para dentro do cilindro. Woodall-Mason and Tilbe (1976) publicaram um trabalho revendo o uso de sistemas de compensação e encontraram que sistemas pneumáticos foram de fato utilizados, e válvulas de fechamento rápido foram usadas para limitar o movimento do atuador em caso de ruptura do cabo. Woodall-Mason and Tilbe (1976) sugeriram que os sistemas pneumáticos estão em desvantagem, uma vez que eles

precisam de algum aparato mecânico para travar o compensador em uma configuração específica. Por outro lado, um sistema hidráulico consegue prover o mesmo resultado simplesmente fechando uma válvula que conduz ao atuador, permitindo bloqueio do fluido e travando o atuador.

Nos casos em que o movimento do navio é maior do que o curso do compensador, pode tornar-se necessário aumentar a rigidez. O enrijecimento do sistema pode reduzir a amplitude da resposta, ou bloquear totalmente o compensador Driscoll et al. (1998). O endurecimento ou bloqueio do sistema evita o choque do pistão nas extremidades do cilindro, o que poderia danificar ambos.

Geralmente, aumentando o volume do acumulador de gás no PHC irá melhorar a capacidade de dissociar o movimento. No entanto, simulações por Ni et al. (2009) mostram que não necessariamente o aumento do volume de gás acarreta em uma melhora. Eles descobriram que o desempenho do sistema, eventualmente, passa a ser dominado pelo tamanho e o comprimento do tubo que conecta o acumulador e o cilindro, ou seja a perda de carga do óleo nesta tubulação.

Hatleskog and Dunnigan (2006) afirmam que um compensador passivo não pode ser mais do que cerca de 80% eficiente, informação que os autores sustentam através da experiência de campo e de simulações numéricas.

De acordo com Kidera (1983), muitos dos primeiros sistemas passivos sofreram do problema de travamento do pistão, onde a fricção estática era demasiada grande para a carga superar. Kidera, no entanto, relata que um sistema pesquisado na época tinha uma força de ruptura para o atrito estático de aproximadamente 15 lbs, enquanto era capaz de transportar 4.000 lbs em funcionamento. Em trabalhos atuais, não foram encontrados estudos que analisam os efeitos do atrito não linear em cilindros hidráulicos em relação ao PHCs. Romper o "travamento" inicial para começar a mover o cilindro exige certa quantidade de força, que depende do tamanho do sistema. Se um sistema é mal dimensionado, a carga pode não ser grande o suficiente para quebrar essa força de atrito.

Hatleskog and Dunnigan (2006) consideraram a dinâmica do compensador passivo para uma plataforma de perfuração de petróleo e uma das principais conclusões que eles fizeram foi a de que, no mundo real, a única maneira de aumentar a atenuação acima de 80% é usando um compensador ativo. Hatleskog e Dunnigan mencionam que o desejo de aumentar a atenuação era uma das forças motrizes por trás do desenvolvimento de compensadores ativos na década de 1990. Além disso, compensadores passivos são ineficazes em aplicações tais como a transferência de carga de navio-navio ou na sincronização de onda quando transferindo carga do ar para a água. Nos casos de transferência de carga e sincronização de onda, PHCs são incapazes de compensar o movimento relativo entre duas referências que se deslocam de forma independente. Para estas aplicações, um compensador ativo deve ser usado.

### **Compensador de Heave Semi-Ativo (SAHC)**

Sistema de controle semi-ativo pode ser definido como um sistema que requer tipicamente uma pequena fonte externa de energia para a operação e utiliza o movimento da estrutura para desenvolver as forças de controle, a magnitude dessas forças pode ser modificada pela fonte de energia externa. Forças de controle são desenvolvidas com base no feedback de sensores que medem

a excitação e/ou a resposta da estrutura. O feedback da resposta pode ser medido em localizações remotas em relação a localização do sistema de controle semi-ativo Symans and Constantinou (1999).

Dispositivos de controle de rigidez semi-ativos são utilizados para modificar a rigidez e, assim, as características de vibração natural da estrutura a que estão ligados. Tais sistemas têm sido investigados por Kobori et al. (1993), Nemir et al. (1994), Loh and Ma (1994), Yamada and Kobori (1995), Yang et al. (1996) e Nagarajaiah (1997). Amortecedores Eletro-reológicos (ER) consistem tipicamente em um cilindro hidráulico com partículas dielétricas minúsculas suspensas num fluido (geralmente óleo). Na presença de um forte campo elétrico, as partículas polarizam-se e tornam-se alinhadas, oferecendo assim um aumento da resistência ao fluxo. Ao variar o campo elétrico, o comportamento dinâmico de um amortecedor ER pode ser modulado. Amortecedores Eletro-reológicos foram investigados por Ehrgott and Masri (1993), Gavin et al. (1994), Makris (1997), Burton et al. (1996), McMahan and Makris (1997) e Gordaninejad et al. (1994).

### **Compensador de Heave Ativo (AHC)**

Sistema de controle ativo pode ser definido como um sistema que requer tipicamente uma grande fonte de energia para a operação de atuadores eletro-hidráulicos ou eletromecânicos que fornecem forças de controle. Essas forças de controle são desenvolvidas com base na realimentação de sensores que medem a excitação e/ou a resposta da estrutura. A realimentação da resposta pode ser medido em localizações remotas em relação a localização do sistema de controle ativo.

Pouco trabalho publicado é encontrado entre 1980 e 1990 sobre os sistemas mecânicos AHC - provavelmente porque neste período o controle por computador em tempo real não era maduro o suficiente para integrar em um sistema complicado. Além disso, na década de 1980 sistemas passivos foram geralmente suficientes para a indústria de petróleo e gás, que foi uma das principais forças motrizes para a investigação inicial de compensadores de heave. Um dos primeiros compensadores ativos foi apresentado por Southerland (1970), onde uma corda elástica foi anexada entre o braço de um guindaste em um navio e a plataforma de um segundo navio.

A patente de Barber (1982) mostra o circuito de um sistema AHC em que o movimento de heave é detectado e um circuito fixo foi implementado para controlar o movimento de heave. A desvantagem do circuito fixo é que ele não pode ser alterado. Se alterações do esquema de controle precisam ser implementadas, é necessário refazer a placa de circuito.

Outra patente, agora por Hutchins (1978) mostra como um simples circuito integrador duplo foi usado para converter dados do acelerômetro em dados de movimento vertical, como parte de um circuito de controle sonar. Neste caso, a sonda foi usada para mapear o fundo do oceano. Tendo os dados de posição vertical permitiu a sonda se ajustar ao pulso sonar, efetivamente corrigindo para movimento vertical on-board e demonstrando um dos primeiros exemplos da transição do feedback mecânico ao feedback eletrônico em sistema AHC (antes do controle por computador tornar-se dominante).

Um método melhorado para aquisição do movimento de *heave* nos dados do sonar foi apresentado por El-Hawary (1982). O autor analisou os dados do sonar usando Transformada rápida de

Fourier (em inglês *Fast Fourier Transform*, FFT) para determinar a frequência dos componentes de heave do navio e, através da aplicação de um filtro de Kalman otimizado, foi capaz de remover seletivamente o movimento de heave no pós-processamento. Devido a capacidade de cálculo necessária, a análise não pode ser aplicada em tempo real, devido à falta de recursos computacionais disponíveis naquela época.

Uma patente concedida a Jones and Cherbonnier (1990) é um dos primeiros exemplos de um sistema AHC controlado por microprocessador. Como se trata de uma patente, detalhes sobre o método de controle são limitados. No entanto, a patente de Robichaux and Hatleskog (1993) sugere que os benefícios de um microprocessador vêm principalmente da adaptabilidade. O microprocessador permite que a alteração dos parâmetros de controle ou do método de controle seja feito pelo simples fornecimento de um novo software para o controlador.

Korde (1998) desenvolveu um modelo matemático de um sistema AHC usado para estabilizar a coluna de perfuração para um navio de perfuração. Em seu sistema, os dados do acelerômetro foram utilizados para o feedback da posição e da força em um sistema de controle de posição ativo e também um absorvedor de vibração ativo. Os resultados da simulação, utilizando um modelo linear, mostram que o sistema é capaz de propiciar uma atenuação total do movimento de heave.

Do and Pan (2008) propuseram um modelo não-linear e um controle ativo para o movimento de heave em uma coluna de perfuração semelhante ao que foi examinado por Korde (1998). Ao utilizar um modelo não-linear, Do and Pan (2008) foram incapazes de atenuar totalmente o movimento de heave transferido da embarcação para a coluna de perfuração, sugerindo que o uso de um modelo de sistema linear pode ser muito simplificado para representar a dinâmica de todo o sistema.

Nos sistemas AHC, um fator de extrema relevância é a aquisição de dados. Atualmente existem as unidades de medição inercial (IMU), também chamadas de unidades de referência do movimento (MRU), utilizadas para determinar os movimentos do navio em tempo real. Usando acelerômetros de 3 eixos e giroscópios uma IMU determina os movimentos do navio com base em algoritmos similares aos apresentados por Godhaven (1998). IMUs marítimos tendem a ser caros, portanto, uma alternativa promissora foi apresentada num artigo por Blake et al. (2008), um GPS de baixo custo.

Os algoritmos de um sistema ativo podem ser tão simples como um PID e uma alocação de polos, ou tão avançado quanto os sistemas que usam filtragem e observadores de Kalman para incluir dinâmicas complicadas. Em qualquer sistema de controle, correções para o atraso inerente, talvez introduzido pelo sistema hidráulico ou através da comunicação lenta entre a IMU e o sistema de controle, deve ser feito para garantir o controle ideal. Um sistema por Kyllingstad (2012), por exemplo, aplica filtros de função de transferência para corrigir para o desfasamento em tempo / fase no seu sistema geral. Alternativamente, Kuchler et al. (2011) usaram algoritmos para prever o movimento de heave do navio com base em medições anteriores e, em seguida, aplicou-se o controle com base nesses movimentos previstos. A qualidade do controle em sistemas AHC melhora com o uso de algoritmos mais avançados e melhores sensores. No entanto, existem desvantagens devido a inclusão de componentes mais avançados.

Em um sistema ativo, eletrônica, sensores e atuadores estão todos conectados, aumentando o

custo de concepção e de produção, bem como introduzindo a necessidade de formação de pessoal treinado para solução de problemas e reparos. Em um compensador passivo, sistemas de feedback e controle não são necessários, tornando a solução de problemas uma tarefa relativamente fácil, devido à natureza simples do sistema. Com um sistema estritamente ativo, não só o problema pode ser de difícil solução, mas além disso, o alto consumo energético deve ser considerado. Um sistema ativo requer atuadores alimentados tanto hidráulicamente como eletricamente e requer que a fonte de energia esteja sempre disponível para garantir que o sistema funcione conforme esperado. Se o fornecimento de energia é um fator limitante, um sistema híbrido ativo-passivo pode ser uma opção, uma vez que permite a compensação ativa, mas em caso de falha ou desligamento do controle ativo, o controle passivo entra em atuação evitando danos.

### **Compensador de Heave Híbrido (HHC)**

Sistemas de controle híbridos consistem da combinação de dispositivos passivos e ativos ou dispositivos passivos e semi-ativos.

Um compensador híbrido projetado para uma coluna de perfuração é apresentado por Hatleskog and Dunnigan (2007). Esse compensador combina um sistema passivo para suportar a maior parte da carga, e um sistema ativo para propiciar uma atenuação maior. O sistema híbrido é projetado para manter passivamente uma carga 1.000.000 lbf e requer um atuador capaz de fornecer apenas 100.000 lbf para a parte ativa. Robichaux and Hatleskog (1993) também patentearam um sistema muito semelhante em 1993.

Nicoll et al. (2008) simulou um compensador passivo instalado próximo a carga e um sistema ativo operado na superfície. Embora os resultados mostram maior atenuação em comparação com o sistema ativo ou passivo separadamente, este sistema requer que o sistema ativo suporte toda a carga e caso seja necessário ajuste no sistema passivo, este deve retornar para a superfície.

## **1.3 Objetivo Geral**

O objetivo principal é desenvolver um sistema de controle que atenda as especificações de atenuação, robustez em relação ao ruído de medida e ter uma utilização não excessiva dos atuadores.

Além do objetivo principal, pode-se definir objetivos secundários, sendo eles

- Propor modelo que represente a dinâmica da coluna;
- Propor diferentes metodologias de controle;
- Realizar estimação/filtragem dos estados;
- Realizar estimação da perturbação externa;
- E por fim, comparar os resultados das simulações numéricas para as diferentes metodologias de controle.

## 2 Modelagem

Este capítulo analisa e compara diferentes modelos propostos para representar a dinâmica da coluna de perfuração.

### 2.1 Modelo de 1 Grau de Liberdade

O primeiro modelo a ser apresentado considera a coluna como um corpo rígido e portanto o modelo é representado por um sistema de 1 grau de liberdade, como observado em Hatleskog and Dunnigan (2007). A Figura 2.1 apresenta o desenho esquemático do sistema de um grau de liberdade, em que  $Z_1$  é a coordenada da massa suspensa  $M$  (coluna de perfuração),  $x_0$  é a posição da embarcação,  $k_c$  é o coeficiente de rigidez e  $b_c$  é o coeficiente de amortecimento entre a embarcação e a coluna.

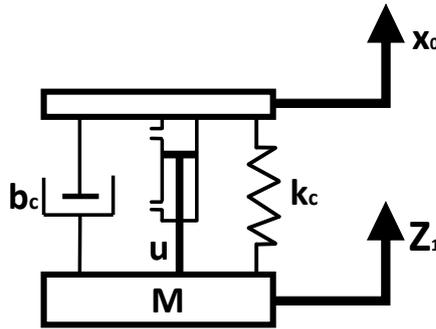


Figura 2.1: Ilustração esquemática do sistema controlado.

A dinâmica do atuador, tal como atrito seco e saturação, não é considerada nesse processo de modelagem. Além disso, a dinâmica da embarcação em relação ao oceano não é modelada, pois o compensador ativo de heave deve trabalhar sujeito a qualquer perturbação, ou seja, o compensador deve atuar independente do movimento relativo entre a embarcação e as ondas do mar.

O deslocamento  $z_1$  pode ser medido por meio de Unidades de Medidas Inerciais (IMU, sigla em inglês), como por exemplo acelerômetros, giroscópios, magnetômetros e combinações desses instrumentos.

Como explicado por Kuchler et al. (2011), existe um atraso entre a aquisição de dado e a atuação do controle, esse atraso não é considerado neste trabalho. A equação (2.1) apresenta as forças atuando na massa suspensa  $M$ .

$$M\ddot{z}_1 = -k_c z_1 - b_c \dot{z}_1 + k_c x_0 + b_c \dot{x}_0 + u, \quad (2.1)$$

em que  $\dot{z}_1$  é a velocidade da massa suportada,  $\ddot{z}_1$  é a aceleração da massa suportada,  $\dot{x}_0$  é a velocidade da embarcação e  $u$  é o sinal de controle.

A equação (2.1) pode ser escrita em espaço de estados usando as variáveis de estado  $x_1$  e  $x_2$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\frac{k_c x_1}{M} - \frac{b_c x_2}{M} + \frac{k_c x_0}{M} + \frac{b_c \dot{x}_0}{M} + \frac{u}{M}, \end{cases} \quad (2.2)$$

que pode ser reescrita na sua forma matricial dada por:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{X}} &= \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}u + \mathbf{\Phi}\omega \\ \mathbf{Y} &= \mathbf{C}\mathbf{X}, \end{aligned} \quad (2.3)$$

onde

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{-k_c}{M} & \frac{-b_c}{M} \end{bmatrix} \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M} \end{bmatrix} \mathbf{\Phi} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{k_c}{M} & \frac{b_c}{M} \end{bmatrix} \\ \mathbf{C} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \omega = \begin{bmatrix} x_0 \\ \dot{x}_0 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (2.4)$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{-k_c}{M} & \frac{-b_c}{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M} \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{k_c}{M} & \frac{b_c}{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ \dot{x}_0 \end{bmatrix} \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (2.5)$$

em que  $\mathbf{A}$  é a matriz de estados que descreve a dinâmica da planta,  $\mathbf{B}$  é a matriz de entrada que descreve a dinâmica de entrada do atuador,  $\mathbf{\Phi}$  é a matriz de entrada da perturbação que descreve a dinâmica da perturbação e  $\mathbf{C}$  é a matriz de saída que descreve a dinâmica de saída da planta.

A matriz  $\mathbf{B}$  tem relação direta com o atuador, na definição de  $\mathbf{B}$  em 2.4 é considerado que  $u$  (o sinal de comando) é uma força. No entanto, também é possível que  $u$  seja aceleração ou deslocamento. Nesses casos,  $\mathbf{B}$  é representado, respectivamente, por

$$\mathbf{B}_a = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{ou} \quad \mathbf{B}_d = \begin{bmatrix} \frac{b_c}{M} \\ -\frac{b_c^2 - bb_c}{M^2} + \frac{k_c}{M} \end{bmatrix}. \quad (2.6)$$

A Figura 2.2 apresenta a representação em diagram de blocos do sistema (2.2)

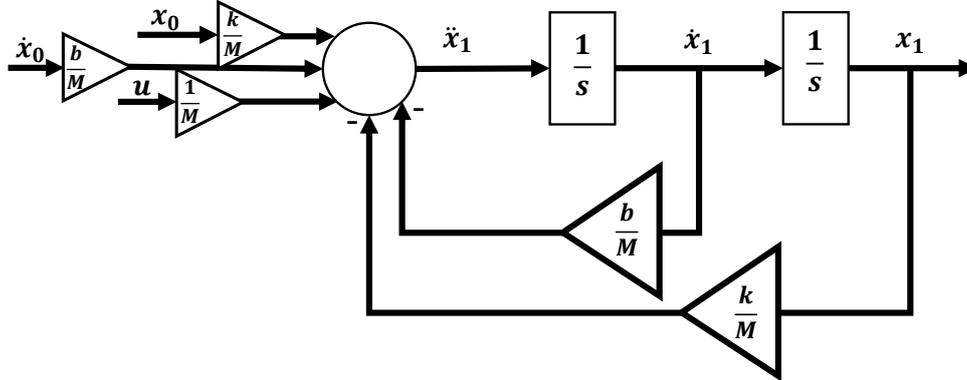


Figura 2.2: Diagrama de blocos do sistema de 1 GL.

Como pode-se observar o sistema possui três entradas, duas para a perturbação e uma para o sinal de controle. Com o objetivo de representar o sistema com apenas uma entrada para a perturbação é possível fazer a seguinte manipulação de variáveis:

$$\dot{z}_1 = \beta + \frac{b_c}{M}x_0 \quad (2.7)$$

e derivando a equação (2.7)

$$\ddot{z}_1 = \dot{\beta} + \frac{b_c}{M}\dot{x}_0. \quad (2.8)$$

Substituindo (2.7) e (2.8) em (2.1), temos:

$$\dot{\beta} = -\frac{k_c z_1}{M} - \frac{b_c \beta}{M} + \left(-\frac{b_c^2}{M^2} + \frac{k_c}{M}\right)x_0 + \frac{u}{M}. \quad (2.9)$$

Utilizando essa mudança de variáveis, o sistema é escrito em espaço de estados

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \beta + \frac{b_c}{M}x_0 \\ \dot{\beta} = -\frac{k_c x_1}{M} - \frac{b_c \beta}{M} + \left(-\frac{b_c^2}{M^2} + \frac{k_c}{M}\right)x_0 + \frac{u}{M}, \end{cases} \quad (2.10)$$

em forma matricial temos

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{\beta} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{-k_c}{M} & \frac{-b_c}{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \beta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M} \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} \frac{b_c}{M} \\ \Lambda \end{bmatrix} x_0 \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \beta \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (2.11)$$

sendo que

$$\Lambda = -\frac{b_c^2}{M^2} + \frac{k_c}{M}. \quad (2.12)$$

O diagrama de blocos da mudança de variáveis pode ser vista na Figura 2.3

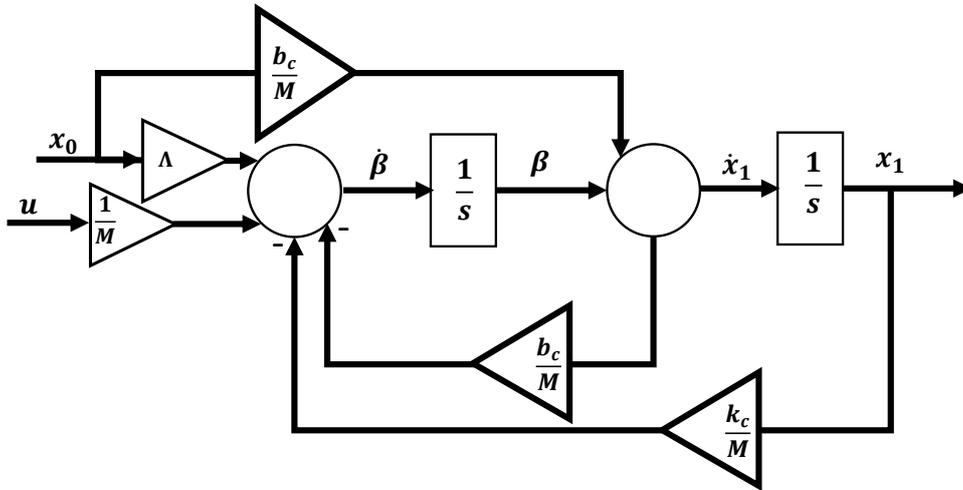


Figura 2.3: Diagrama de blocos do sistema de 1 GL, com a mudança de variáveis.

Outra forma de representar o sistema com apenas uma entrada para a perturbação é considerar

$$\delta = \frac{F_p}{M}, \quad (2.13)$$

em que  $\delta$  é a aceleração da perturbação e  $F_p$  é a força da perturbação transmitida à massa devido ao movimento da embarcação,

$$F_p = k_c x_0 + b_c \dot{x}_0. \quad (2.14)$$

Com esta consideração, a equação (2.1) pode ser reescrita em espaço de estados

$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\frac{k_c x_1}{M} - \frac{b_c x_2}{M} + \frac{u}{M} + \frac{F_p}{M}, \end{cases} \quad (2.15)$$

em forma matricial temos

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{-k_c}{M} & \frac{-b_c}{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M} \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} [\delta] \quad (2.16)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}.$$

O diagrama de blocos considerando  $\delta$ , é apresentado na Figura 2.4

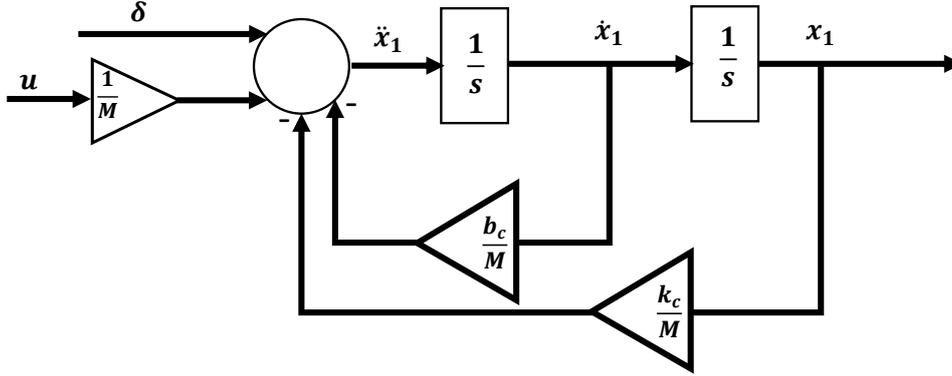


Figura 2.4: Diagrama de blocos do sistema de 1 GL, considerando  $\delta$ .

A seção 4.1 apresenta resultados de simulações numéricas comparando os modelos (2.11) e (2.16).

## 2.2 Modelo n Graus de Liberdade - EDP discretizada

Nesta seção, é apresentado o modelo discreto da coluna de perfuração a partir da discretização da EDP que descreve a dinâmica da coluna.

A vibração longitudinal da coluna de perfuração pode ser modelada como a vibração longitudinal de uma barra, que é apresentada em Rao (2011):

$$\frac{E}{\rho} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2}(z, t) = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}(z, t), \quad (2.17)$$

em que  $E$  é o modulo de elasticidade do material da coluna e  $\rho$  é a densidade volumétrica do material da coluna.

Com o intuito de realizar a discretização da coluna é utilizado o método de diferenças finitas, aplicando a forma geral:

$$\frac{\partial^2 \Psi_n}{\partial z^2} = \frac{\Psi_{n+1} - 2\Psi_n + \Psi_{n-1}}{\Delta x^2}. \quad (2.18)$$

Substituindo 2.18 em 2.17 e expandindo o termo de densidade volumétrica tem-se:

$$\frac{EA\Delta x}{m} \left( \frac{\Psi_{n+1} - 2\Psi_n + \Psi_{n-1}}{\Delta x^2} \right) = \ddot{\Psi}_n, \quad (2.19)$$

sabendo que a rigidez da coluna é dada por

$$k = \frac{EA}{\Delta x}, \quad (2.20)$$

a equação (2.19) pode ser reescrita

$$k(\Psi_{n+1} - 2\Psi_n + \Psi_{n-1}) = m\ddot{\Psi}_n. \quad (2.21)$$

Sabendo que a representação do amortecimento obedece o mesmo padrão da rigidez, pode-se escrever:

$$m\ddot{\Psi}_n = k(\Psi_{n+1} - 2\Psi_n + \Psi_{n-1}) + b(\dot{\Psi}_{n+1} - 2\dot{\Psi}_n + \dot{\Psi}_{n-1}). \quad (2.22)$$

A próxima seção, Seção 2.2.1, apresenta outra forma de obter o modelo discretizado da coluna.

### 2.2.1 Modelo de n Graus de Liberdade

Outra forma de obter o modelo discreto da coluna é a partir da modelagem da coluna de perfuração como um sistema massa-mola-amortecedor de n massas, ou seja, n graus de liberdade. A Figura 2.5 apresenta a coluna com 3 graus de liberdade (GLs).

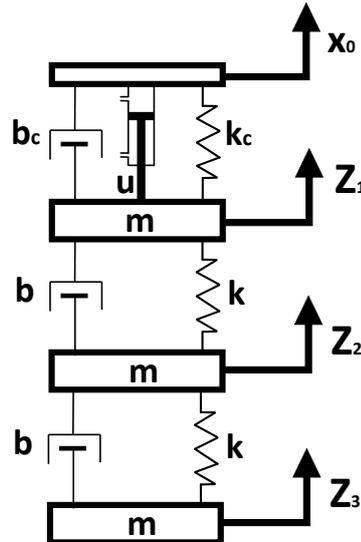


Figura 2.5: Representação discreta da coluna

em que  $b$ ,  $k$  e  $m$  representam, respectivamente, o amortecimento, a rigidez e a massa dos elementos discretos representativos da coluna e  $Z_1$ ,  $Z_2$  e  $Z_3$  são as coordenadas desses elementos. Por uma questão de simplicidade o amortecimento da coluna será considerado como um amortecimento viscoso. Como a coluna foi discretizada em 3 graus de liberdade, têm-se 3 equações diferenciais ordinárias (EDOs) de segunda ordem

$$\begin{cases} m\ddot{z}_1 &= k_c x_0 - (k_c + k) z_1 + k z_2 + b_c \dot{x}_0 - (b_c + b) \dot{z}_1 + b \dot{z}_2 \\ m\ddot{z}_2 &= k z_1 - 2k z_2 + k z_3 + b \dot{z}_1 - 2b \dot{z}_2 + b \dot{z}_3 \\ m\ddot{z}_3 &= k z_2 - k z_3 + b \dot{z}_2 - b \dot{z}_3. \end{cases} \quad (2.23)$$

As equações (2.23) podem ser representadas em espaço de estados

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{-k_c - k}{m} & \frac{k}{m} & 0 & \frac{-b_c - b}{m} & \frac{b}{m} & 0 \\ \frac{k}{m} & \frac{-2k}{m} & \frac{k}{m} & \frac{b}{m} & \frac{-2b}{m} & \frac{b}{m} \\ 0 & \frac{k}{m} & \frac{-k}{m} & 0 & \frac{b}{m} & \frac{-b}{m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_3 \\ x_5 \\ x_2 \\ x_4 \\ x_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{m} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{k_c}{m} & \frac{b_c}{m} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ \dot{x}_0 \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_3 \\ x_5 \\ x_2 \\ x_4 \\ x_6 \end{bmatrix}.$$

Para representar a perturbação do espaço de estados (2.24) com apenas uma entrada são feitas as alterações apresentadas na Seção 2.1. Para a representação utilizando  $\beta$ , substitui-se as equações (2.7) e (2.8) em (2.24)

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{\beta} \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{-k_c - k}{m} & \frac{k}{m} & 0 & \frac{-b_c - b}{m} & \frac{b}{m} & 0 \\ \frac{k}{m} & \frac{-2k}{m} & \frac{k}{m} & \frac{b}{m} & \frac{-2b}{m} & \frac{b}{m} \\ 0 & \frac{k}{m} & \frac{-k}{m} & 0 & \frac{b}{m} & \frac{-b}{m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_3 \\ x_5 \\ \beta \\ x_4 \\ x_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{m} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} \frac{b_c}{m} \\ 0 \\ 0 \\ \frac{-b_c^2 - b b_c}{m^2} + \frac{k_c}{m} \\ \frac{b_c b}{m^2} \\ 0 \end{bmatrix} x_0 \quad (2.25)$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_3 \\ x_5 \\ \beta \\ x_4 \\ x_6 \end{bmatrix}.$$

Para a representação utilizando  $\delta$ , substituíem-se as equações (2.13) e (2.14) em (2.24)

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{-kc-k}{m} & \frac{k}{m} & 0 & \frac{-b_c-b}{m} & \frac{b}{m} & 0 \\ \frac{k}{m} & \frac{-2k}{m} & \frac{k}{m} & \frac{b}{m} & \frac{-2b}{m} & \frac{b}{m} \\ 0 & \frac{k}{m} & \frac{-k}{m} & 0 & \frac{b}{m} & \frac{-b}{m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_3 \\ x_5 \\ x_2 \\ x_4 \\ x_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{m} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \delta \quad (2.26)$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_3 \\ x_5 \\ x_2 \\ x_4 \\ x_6 \end{bmatrix}.$$

Os modelos obtidos para 3 GLs podem ser estendidos para qualquer n graus de liberdade.

A Seção 4.1 apresenta resultados de simulações numéricas comparando os modelos (2.25) e (2.26).

### 2.3 Coluna de perfuração durante perfuração - apoiada no solo

Até agora a coluna foi considerada solta na extremidade inferior. Outra situação a ser considerada é durante o processo de perfuração, em que a broca na extremidade inferior possui uma alta aderência. Portanto, é apresentado um modelo que represente essa nova dinâmica.

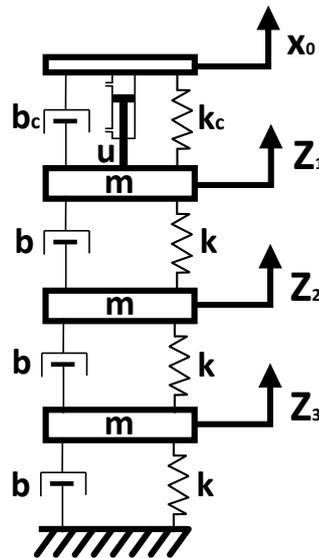


Figura 2.6: Coluna discretizada durante perfuração.

$$\begin{cases} m\ddot{z}_1 = k_c x_0 - (k_c + k) z_1 + k z_2 + b_c \dot{x}_0 - (b_c + b) \dot{z}_1 + b \dot{z}_2 \\ m\ddot{z}_2 = k z_1 - 2k z_2 + k z_3 + b \dot{z}_1 - 2b \dot{z}_2 + b \dot{z}_3 \\ m\ddot{z}_3 = k z_2 - 2k z_3 + b \dot{z}_2 - 2b \dot{z}_3. \end{cases} \quad (2.27)$$

As equações (2.27) podem ser representadas em espaço de estados

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{-k_c - k}{m} & \frac{k}{m} & 0 & \frac{-b_c - b}{m} & \frac{b}{m} & 0 \\ \frac{k}{m} & \frac{-2k}{m} & \frac{k}{m} & \frac{b}{m} & \frac{-2b}{m} & \frac{b}{m} \\ 0 & \frac{k}{m} & \frac{-2k}{m} & 0 & \frac{b}{m} & \frac{-2b}{m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_3 \\ x_5 \\ x_2 \\ x_4 \\ x_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{m} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{k_c}{m} & \frac{b_c}{m} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ \dot{x}_0 \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_3 \\ x_5 \\ x_2 \\ x_4 \\ x_6 \end{bmatrix}.$$

Para representar a perturbação do espaço de estados (2.24) com apenas uma entrada são feitas as alterações apresentadas na Seção 2.1. Para a representação utilizando  $\beta$ , substitui-se as equações (2.7) e (2.8) em (2.28)

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{\beta} \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{-k_c - k}{m} & \frac{k}{m} & 0 & \frac{-b_c - b}{m} & \frac{b}{m} & 0 \\ \frac{k}{m} & \frac{-2k}{m} & \frac{k}{m} & \frac{b}{m} & \frac{-2b}{m} & \frac{b}{m} \\ 0 & \frac{k}{m} & \frac{-2k}{m} & 0 & \frac{b}{m} & \frac{-2b}{m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_3 \\ x_5 \\ \beta \\ x_4 \\ x_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{m} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} \frac{b_c}{m} \\ 0 \\ 0 \\ \frac{-b_c^2 - b b_c}{m^2} + \frac{k_c}{m} \\ \frac{b_c b}{m^2} \\ 0 \end{bmatrix} x_0 \quad (2.29)$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_3 \\ x_5 \\ \beta \\ x_4 \\ x_6 \end{bmatrix}.$$

Para a representação utilizando  $\delta$ , substitui-se as equações (2.13) e (2.14) em (2.28)

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{-kc-k}{m} & \frac{k}{m} & 0 & \frac{-b_c-b}{m} & \frac{b}{m} & 0 \\ \frac{k}{m} & \frac{-2k}{m} & \frac{k}{m} & \frac{b}{m} & \frac{-2b}{m} & \frac{b}{m} \\ 0 & \frac{k}{m} & \frac{-2k}{m} & 0 & \frac{b}{m} & \frac{-2b}{m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_3 \\ x_5 \\ x_2 \\ x_4 \\ x_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{m} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \delta \quad (2.30)$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_3 \\ x_5 \\ x_2 \\ x_4 \\ x_6 \end{bmatrix}.$$

Os modelos obtidos para 3 GLs podem ser estendidos para qualquer n graus de liberdade.

A Seção 4.2 apresenta resultados de simulações numéricas comparando os modelos (2.29) e (2.30).

## 2.4 Redução Modal

A maioria das teorias de controle clássico lidam com sistemas representados por poucas variáveis de estado. Por isso, uma forma de aplicar os métodos clássicos de controle em sistemas discretizados de alta ordem é a partir da redução modal Monteiro et al. (2015).

A metodologia de redução modal utilizada pode ser agrupada em 3 procedimentos principais Fortaleza (2009):

- Decomposição modal
- Escolha dos modos mais representativos
- Correção da transferência direta/ Inclusão do atraso

### Decomposição modal

A Decomposição modal representa a mudança de coordenadas para a base modal, que usa os autovalores do sistema. Com essa mudança de coordenada é possível analisar a influência de cada estado na saída do sistema, o que não era possível com as coordenadas anteriores. Porém, o uso dos autovalores como a matriz de estados do sistema acarreta na introdução de números complexos. Para evitar isso, é usado uma matriz diagonal, em que cada par de autovalor complexo conjugado é representado por uma submatriz 2 x 2.

Dado o modelo discreto da coluna



$$\begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{W}}_j \\ \dot{\mathbf{W}}_{j+1} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_j & 0 \\ 0 & \lambda_{j+1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{W}_j \\ \mathbf{W}_{j+1} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \mathbf{B}_{Mj} \\ \mathbf{B}_{Mj+1} \end{Bmatrix} u \quad (2.35)$$

Reescrevendo a dinâmica do sistema com essas novas coordenadas, faz os subsistemas independentes entre eles. Assim, é possível analisar a resposta de cada subsistema separadamente e selecionar um possível modelo de ordem reduzida que apresente a mesma dinâmica do modelo original.

### Escolha dos modos mais representativos

Considerando o sistema representado na sua base modal por (2.32), a redução modal sugerida consiste em basicamente manter os modos associados aos maiores ganhos estáticos.

$$\begin{cases} \dot{W}' &= \mathbf{A}'_M W' + \mathbf{B}'_M u \\ y &= \mathbf{C}'_M W' + \mathbf{D}'_M u \end{cases} \quad (2.36)$$

A matriz  $\mathbf{A}'_M$  e os vetores  $\mathbf{B}'_M$ ,  $\mathbf{C}'_M$  e  $W'$  são partes menores do sistema original que aproximam a dinâmica da estrutura associada aos autovalores escolhidos. Os demais modos são representados na transferência direta  $\mathbf{D}'_M$ , seu valor é o ganho estático da parte removida do sistema original

$$\mathbf{D}'_M = \mathbf{C}'_M \mathbf{A}'_M{}^{-1} \mathbf{B}'_M - \mathbf{C}_M \mathbf{A}_M{}^{-1} \mathbf{B}_M, \quad (2.37)$$

assim o modelo reduzido conserva o ganho estático.

### Correção da transferência direta/ Inclusão do atraso

No modelo reduzido (2.36), a transferência direta  $\mathbf{D}'_M$  dá ao modelo um comportamento de alta frequência, que não está de acordo com o comportamento da estrutura. Para corrigir esse problema, propoe-se introduzir um atraso ao modelo (2.36), (Fortaleza, 2009)

$$\begin{cases} \dot{W}' &= \mathbf{A}'_M W' + \mathbf{B}_D u(t - \epsilon) \\ y &= \mathbf{C}'_M W' + \mathbf{D}_D u(t - \epsilon), \end{cases} \quad (2.38)$$

em que

$$\begin{cases} \mathbf{B}_D &= \mathbf{A}'_M \left( e^{\epsilon \mathbf{A}'_M} - \mathbf{I} \right) \mathbf{A}'_M{}^{-1} \mathbf{B}'_M + \mathbf{B}'_M \\ \mathbf{D}_D &= \mathbf{C}'_M \left( e^{\epsilon \mathbf{A}'_M} - \mathbf{I} \right) \mathbf{A}'_M{}^{-1} \mathbf{B}'_M + \mathbf{D}'_M. \end{cases} \quad (2.39)$$

Mais detalhes e provas de estabilidade e causalidade dessa técnica de redução modal podem ser encontradas em Fortaleza (2009).

## 3 Controle

### 3.1 Introdução

Nesta seção, propõe-se um sistema de controle com o objetivo de manter o sistema na posição de equilíbrio estático, ou seja, o objetivo é cancelar a perturbação que age sobre o sistema.

Assumindo que apenas se consegue obter informações acerca do deslocamento da coluna de perfuração, utiliza-se observadores para estimar os demais estados do sistema, assim como se apresenta uma metodologia para estimar a perturbação.

Para isso, compara-se diferentes metodologias de controle para a solução do problema em questão.

### 3.2 Controle Passivo

O compensador de heave mais comum é o compensador hidropneumático, que utiliza um reservatório de gás como "mola" e a perda de carga do fluxo do óleo como principal responsável pelo amortecimento, Figura 1.1.

Dessa forma, Cuellar et al. (2017b) apresentam uma metodologia para o projeto de compensadores passivos e esta metodologia é verificada experimentalmente. Para mais detalhes sobre a metodologia e os resultados experimentais consultar Cuellar et al. (2017b), que também traz uma análise de compensadores semi-ativos presentes na literatura.

### 3.3 Alocação de polos/ Realimentação de estados

Para a realização do controle, a forma matricial (2.3) é agora representada como

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{Cx}.\end{aligned}\tag{3.1}$$

É importante observar que para a realização do controle por alocação de polos a parte da entrada relacionada com a entrada da perturbação não é considerada. A dinâmica da perturbação não é considerada no desenvolvimento do controle.

O controle por alocação de polos objetiva fornecer ao sistema em malha fechada a dinâmica desejada. A partir do ganho fornecido pelo controlador, pode-se impor ao sistema em malha fechada os polos desejados.

Para que o valor do polo a ser alocado seja escolhido arbitrariamente, a condição necessária e suficiente é de que o sistema seja completamente controlável, (Ogata, 2010). Agora, para se alocar todos os polos do sistema, é necessário que todas as variáveis de estado possam ser medidas com sucesso, ou, pode-se utilizar um observador de estado para estimar essas variáveis de estado.

O primeiro passo na abordagem de projeto por alocação de polos consiste em escolher a localização dos polos de malha fechada desejados. A técnica mais frequentemente utilizada está baseada na escolha desses polos com base na experiência do projeto pelo lugar das raízes, alocando um par de polos dominantes de malha fechada e escolhendo os outros polos de modo que eles fiquem bem distantes, à esquerda dos polos dominantes de malha fechada, (Ogata, 2010).

Pode-se citar mais de uma metodologia de alocação de polos, dentre elas, o polinômio de Hurwitz e Ackermann que serão empregados nesta seção.

### Polinômio de Hurwitz

Polinômio de Hurwitz é um polinômio em que as raízes estão localizadas no lado esquerdo do plano complexo ou no eixo imaginário, ou seja, a parte real de toda raiz é negativa ou zero. Portanto, esse tipo de polinômio deve ter coeficientes reais positivos.

Um polinômio  $P(s)$ , em que  $s$  é uma variável complexa, é considerado um polinômio de Hurwitz se satisfizer as seguintes condições:

- $P(s)$  é real quando  $s$  é real
- As raízes de  $P(s)$  tem parte real negativa ou igual a zero.

Um polinômio  $P(s)$  também pode ser caracterizado como sendo Hurwitz pelo critério de estabilidade Routh-Hurwitz.

Polinômios de Hurwitz são importantes em teoria de controle, pois representam as equações características de sistemas lineares estáveis.

### 3.3.1 Ackermann

Considerando a planta (3.1), a fórmula de Ackermann para a determinação da matriz de ganho  $\mathbf{K}$  de realimentação de estado, para um sistema de ordem  $n$ , é Ogata (2010)

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{AB} & \dots & \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B} \end{bmatrix}^{-1} \phi(\mathbf{A}), \quad (3.2)$$

em que  $\phi(\mathbf{A})$  é a equação característica desejada, obtida pelos os polos desejados em malha fechada. Por exemplo,  $\phi(\mathbf{A})$  pode ser o polinômio de Hurwitz,  $P(s)$ .

Dessa forma, o sinal de controle por realimentação de estado é representado por

$$u = -\mathbf{K}\mathbf{x}. \quad (3.3)$$

Supondo que o sistema seja de estado completamente controlável, o uso do controle por realimentação de estado  $u$ , modifica a equação do sistema (3.1) para

$$\dot{\mathbf{x}} = (\mathbf{A} - \mathbf{BK})\mathbf{x}. \quad (3.4)$$

### 3.3.2 Alocação de polos com integrador

Para inserir um integrador no sistema, o princípio básico é inserir um integrador no ramo direto entre o comparador de erro e a planta, ou seja, a integral do erro (entre a referência e a saída) passa a ser um estado que realimentará a planta.

Considerando a planta (3.1), o sinal de controle (3.3) é agora representado como

$$u = -\mathbf{K}\mathbf{x} + k_1\xi \quad (3.5)$$

em que  $k_1$  é o ganho do integrador e  $\xi$  é a integral do erro, sendo o erro definido como

$$\dot{\xi} = r - y = r - \mathbf{C}\mathbf{x}, \quad (3.6)$$

onde  $r$  é o sinal de referência. Na forma matricial tem-se:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{\xi} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \xi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ 1 \end{bmatrix} r \\ y &= [\mathbf{C} \ 0]. \end{aligned} \quad (3.7)$$

## 3.4 Observador

Na prática, nem sempre todas as variáveis estão disponíveis para realimentação. Então, precisa-se estimar as variáveis de estado não disponíveis. Um observador de estado estima as variáveis de estado baseado nas medidas das variáveis de saída e das variáveis de controle Ogata (2010).

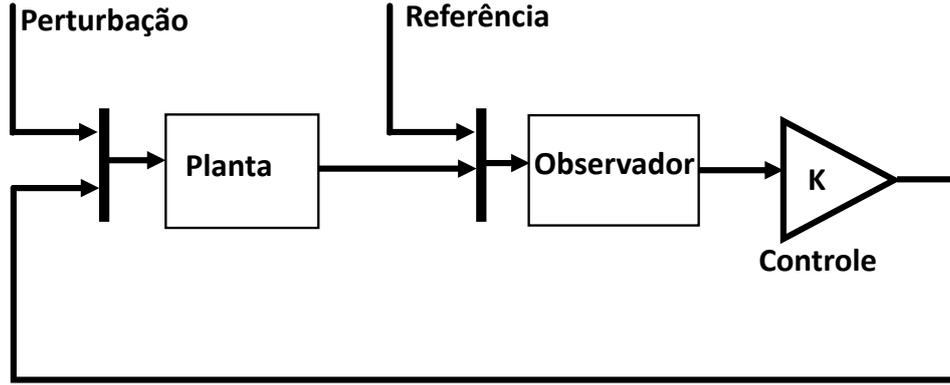


Figura 3.1: Ilustração esquemática da malha de controle.

Considerando a planta da equação (3.1), o observador é um subsistema reconstrutor do vetor de estado da planta. O modelo matemático do observador é basicamente o mesmo que o da planta, exceto pelo termo adicional que incorpora o erro de estimação para compensar as incertezas nas matrizes  $\mathbf{A}$  e  $\mathbf{B}$  e a ausência do erro inicial. O erro de estimação ou erro de observação é a diferença entre a saída medida e a saída estimada. O erro inicial é a diferença entre o estado inicial e o estado inicial estimado. Portanto, define-se o modelo matemático do observador como

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{B}u + \mathbf{K}_e(y - \mathbf{C}\tilde{\mathbf{x}}) = (\mathbf{A} - \mathbf{K}_e\mathbf{C})\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{B}u + \mathbf{K}_ey \quad (3.8)$$

onde  $\tilde{\mathbf{x}}$  é o estado estimado e  $\mathbf{C}\tilde{\mathbf{x}}$  é a saída estimada. As entradas do observador são a saída  $y$  e a entrada de controle  $u$ . A matriz  $\mathbf{K}_e$ , denominada matriz de ganho do observador, é uma matriz de penalização do termo de correção que envolve a diferença entre a saída medida  $y$  e a saída estimada  $\mathbf{C}\tilde{\mathbf{x}}$ . Esse termo corrige continuamente a saída do modelo e aumenta o desempenho do observador.

Considerando que é utilizado um controle do tipo realimentação de estado, em que  $u = -\mathbf{K}\tilde{\mathbf{x}}$ , a equação do observador torna-se

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\mathbf{x}}} &= (\mathbf{A} - \mathbf{K}_e\mathbf{C} - \mathbf{BK})\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{K}_ey \\ \tilde{\mathbf{y}} &= \mathbf{I}\tilde{\mathbf{x}}, \end{aligned} \quad (3.9)$$

em que  $\mathbf{I}$  é a matriz identidade.

A matriz de ganho do observador  $\mathbf{K}_e$  também é calculada a partir da fórmula de Ackermann, à semelhança do ganho do controlador  $\mathbf{K}$ . No caso de  $\mathbf{K}_e$  são escolhidos polos mais rápidos, geralmente entre 5 a 10 vezes a parte real do polo mais rápido do controlador.

### 3.5 Controle coluna solta - Alocação de Polos

Para o controle da coluna solta é utilizado o modelo de 1GL, pois é o mais simples e a dinâmica representada por esse modelo é, em essência, a mesma do modelo de maior ordem. Desta forma, o modelo utilizado para determinar a alocação de polos é

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{\beta} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{-kc}{M} & \frac{-b_c}{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \beta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M} \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \beta \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (3.10)$$

Para a determinação dos polos desejados, primeiramente é simulada a resposta do sistema em malha fechada (ganho unitário) a um degrau unitário, Figura 3.2. A partir dessa resposta, são estabelecidos parâmetros desejados de tempo de pico e sobresinal. Com esses parâmetros são determinados os polos desejados  $p_1$ ,  $p_2$  e  $p_3$ . Os polos  $p_1$  e  $p_2$  são complexos conjugados e o polo  $p_3$  é real puro sendo 5 vezes a parte real de  $p_1$ . O polo  $p_3$  é o polo responsável pela parte integral do controlador.

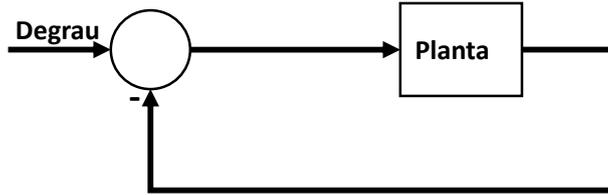


Figura 3.2: Sistema em malha fechada submetido ao degrau unitário.

Para o calculo do ganho  $\mathbf{K}$  associado à alocação dos 3 polos  $p_1$ ,  $p_2$  e  $p_3$ , utiliza-se a fórmula de Ackermann, como apresentado na Seção 3.3.1, sendo a equação (3.7) representada agora por

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{\beta} \\ \dot{\xi} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{-kc}{M} & \frac{-b_c}{M} & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \beta \\ \xi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M} \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} r \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \beta \\ \xi \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (3.11)$$

Dessa forma, as matrizes  $\mathbf{A}$  e  $\mathbf{B}$  consideradas para o calculo do ganho  $\mathbf{K}$  são

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{-kc}{M} & \frac{-b_c}{M} & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M} \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (3.12)$$

Para a realização do control, utiliza-se um observador de ordem completa para estimar o vetor de estados  $\tilde{\mathbf{x}}$ . Pois, além de ser suposto que é medido apenas  $x_1$ , os estados  $\beta$  e  $\xi$  não podem ser medidos. Como apresentado em (3.9), o espaço de estados do observador, já assumindo o ganho  $\mathbf{K}$  do controle, é representado por:

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{\mathbf{X}}}_{\text{ob}} &= \tilde{\mathbf{A}}_{\text{ob}}\tilde{\mathbf{X}}_{\text{ob}} + \tilde{\mathbf{B}}_{\text{ob}}\tilde{\mathbf{u}}_{\text{ob}} \\ \mathbf{Y}_{\text{ob}} &= \tilde{\mathbf{C}}_{\text{ob}}\tilde{\mathbf{X}}_{\text{ob}},\end{aligned}\tag{3.13}$$

em que

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{X}}_{\text{ob}} &= \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{\beta} \\ \tilde{\xi} \end{bmatrix} \quad \tilde{\mathbf{A}}_{\text{ob}} = \begin{bmatrix} [A - Ke * C]_{2 \times 3} - [B * K]_{2 \times 3} \\ \hline 0_{1 \times 3} \end{bmatrix}_{3 \times 3} \\ \tilde{\mathbf{B}}_{\text{ob}} &= \begin{bmatrix} 0_{2 \times 1} & Ke_{2 \times 1} \\ \hline 1 & -1 \end{bmatrix}_{3 \times 2} \quad \tilde{\mathbf{C}}_{\text{ob}} = \begin{bmatrix} -K \end{bmatrix}_{1 \times 3} \quad \tilde{\mathbf{D}}_{\text{ob}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}_{1 \times 2},\end{aligned}\tag{3.14}$$

ou

$$\tilde{\mathbf{C}}_{\text{ob}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{3 \times 3} \quad \tilde{\mathbf{D}}_{\text{ob}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{3 \times 2},\tag{3.15}$$

sendo que  $\mathbf{K}_e$  é obtido alocando 2 polos idênticos 10 vezes maiores do que  $p_3$ .

A Seção 4.3 apresenta os resultados das simulações numéricas com a utilização do observador (3.14), na planta (3.10), com o ganho (3.2).

### 3.6 Filtro de Kalman

Um outro exemplo de observador largamente utilizado é o filtro de Kalman. O filtro de Kalman (KF, do inglês *Kalman Filter*) nada mais é do que um estimador recursivo ótimo Aguirre (2015). O algoritmo originalmente proposto por Kalman só se aplica a sistemas lineares Kalman (1960).

Dado o sistema linear discreto

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{k+1} = \Phi_k \mathbf{x}_k + \Gamma_k u_k + \Upsilon_k \mathbf{w}_k \\ \mathbf{y}_{k+1} = \mathbf{H}_{k+1} \mathbf{x}_{k+1} + \mathbf{v}_{k+1}, \end{cases}\tag{3.16}$$

em que  $\mathbf{x}_k$  é o vetor de estados discreto,  $\Phi_k$  é a matriz de estados discreta,  $\Gamma_k$  é a matriz de entrada discreta,  $\mathbf{H}_{k+1}$  é a matriz de saída discreta,  $\mathbf{w}$  é o ruído de processo e  $\mathbf{v}$  é o ruído de medição.

O filtro de Kalman fornece uma solução ótima ao problema de estimar  $\hat{\mathbf{x}}_k$  dado o modelo (3.16), as condições iniciais  $\hat{\mathbf{x}}_0$  e sua matriz de covariância  $P_0$ , bem como a sequência das entradas  $\mathbf{u}_k$  e as medições  $\mathbf{y}_k$ . No KF assume-se que as fontes de erro têm distribuições gaussianas.

Então, para estimar os estados do sistema dinâmico (3.16), a propagação do vetor de estados estimados é

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1}^- = \Phi_k \mathbf{x}_k^+ + \Gamma_k u_k \quad (3.17)$$

em que o índice  $k$  indica a iteração atual e  $k + 1$  a iteração seguinte. O sinal sobrescrito  $+$  indica que a informação  $\mathbf{y}_k$  foi incluída na grandeza  $\mathbf{x}$  no instante  $k$ . Analogamente, o sobrescrito  $-$  indica que a informação  $\mathbf{y}_{k+1}$  ainda não foi incluída na grandeza  $\mathbf{x}$  no instante  $k + 1$ .

A equação (3.17) mostra a etapa de propagação (ou predição), em que de posse dos estados  $\mathbf{x}_k$  e da entrada de controle  $\mathbf{u}_k$  no instante  $k$  é possível prever os estados no instante seguinte  $\mathbf{x}_{k+1}$ .

Com a chegada da nova medição  $\mathbf{y}_{k+1}$  no instante  $k + 1$  é possível *assimilar* essa nova medição à estimativa propagada. Assim, nessa etapa denominada de assimilação, o vetor de estados troca o sobrescrito  $-$ , por  $+$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1}^+ = \hat{\mathbf{x}}_{k+1}^- + K_{k+1} [\mathbf{y}_{k+1} - H_{k+1} \hat{\mathbf{x}}_{k+1}^-], \quad (3.18)$$

em que  $H_{k+1} \hat{\mathbf{x}}_{k+1}^-$  é o valor esperado para a saída do modelo no instante  $k + 1$ , utilizando informação até o instante  $k$ .

Então  $\mathbf{y}_{k+1} - H_{k+1} \hat{\mathbf{x}}_{k+1}^-$  é o erro da predição, esse erro é ponderado e corrigido por

$$K_{k+1} = P_{k+1}^- H_{k+1}^T [H_{k+1} P_{k+1}^- H_{k+1}^T + R_{k+1}]^{-1}, \quad (3.19)$$

em que  $R_{k+1}$  é a matriz de covariância do ruído de medição.

Assim, pode-se resumir que o filtro de Kalman é a fusão de duas etapas: a de propagação e a de assimilação. Isso confere ao KF a estrutura *preditora – corretora*.

A sequência de cálculo do KF discreto pode assim ser compactado como

$$\left\{ \begin{array}{l}
\textit{Estrutura Preditora} \\
\hat{x}_{k+1}^- = \Phi_k \hat{x}_k^+ + \Gamma_k u_k; \\
P_{k+1}^- = \Phi_k P_k^+ \Phi_k^T + \Upsilon_k Q_k \Upsilon_k^T; \\
K_{k+1} = P_{k+1}^- H_{k+1}^T [H_{k+1} P_{k+1}^- H_{k+1}^T + R_{k+1}]^{-1}; \\
\textit{Estrutura Corretora} \\
\hat{x}_{k+1}^+ = \hat{x}_{k+1}^- + K_{k+1} [y_{k+1} - H_{k+1} \hat{x}_{k+1}^-]; \\
P_{k+1}^+ = P_{k+1}^- - K_{k+1} H_{k+1} P_{k+1}^-;
\end{array} \right. \quad (3.20)$$

em que  $P_{k+1}$  é a matriz de covariância dos estados e  $Q_k$  é a matriz de covariância do ruído de processo.

## 3.7 Controle com rejeição de Perturbação

### 3.7.1 KF - Estimação de Perturbação

Nesta seção, serão apresentadas metodologias de controle que fornecem um sinal de comando que considera o sinal de perturbação, com o objetivo de atenuar essas perturbações externas.

Com o objetivo de estimar a perturbação  $\delta$ , é usado o filtro de Kalman de ordem estendida. A expansão de ordem inclui dois integradores digitais em série. É considerado que todas as perturbações do sistema são classificadas como ruído branco na entrada dos integradores em série e que a saída dos integradores vai diretamente para a entrada do sistema real. Estes integradores são usados no Filtro de Kalman para estimar o valor da perturbação e suas derivadas. Os integradores servem para modificar o espectro de frequência da perturbação de branco para rosa. Este ruído rosa é mais próximo do caso real de perturbações, assegurando assim uma melhor estimação dos estados.

Sem perda de generalidade, a dinâmica do termo da perturbação é descrito por sua segunda derivada e condições iniciais associadas Rigatos (2015). Dessa forma, pode-se estender o espaço de estados (3.1), que passa a ter como variáveis de estado adicionais os termos de perturbação  $\delta$  e  $\dot{\delta}$ , na forma matricial

$$\dot{\tilde{\mathbf{X}}}_p = \tilde{\mathbf{A}} \tilde{\mathbf{X}}_p + \tilde{\mathbf{B}} \tilde{v}, \quad \mathbf{Y} = \tilde{\mathbf{C}} \tilde{\mathbf{X}}_p, \quad (3.21)$$

em que

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{X}}_p &= \begin{bmatrix} x_1 \\ \beta \\ \delta \\ \dot{\delta} \end{bmatrix} & \tilde{v} &= \begin{bmatrix} v \\ \ddot{\delta} \end{bmatrix} & \tilde{\mathbf{A}} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -k/m & -b/m & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \tilde{\mathbf{B}} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T & \tilde{\mathbf{C}} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (3.22)$$

Para o espaço de estados estendido descrito, pode-se propor um estimador de estados da forma

$$\dot{\tilde{\mathbf{X}}}_p = \tilde{\mathbf{A}}_o \tilde{\mathbf{X}}_p + \tilde{\mathbf{B}}_o \tilde{v} + \mathbf{K}_o (Y^{meas} - \tilde{\mathbf{C}}_o \tilde{\mathbf{X}}_p), \quad (3.23)$$

em que  $\tilde{\mathbf{A}}_o = \tilde{\mathbf{A}}$  e  $\tilde{\mathbf{C}}_o = \tilde{\mathbf{C}}$ , enquanto para a matriz  $\tilde{\mathbf{B}}_o$  tem-se

$$\tilde{\mathbf{B}}_o = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T. \quad (3.24)$$

Além disso, o ganho dos estimadores  $\mathbf{K}_o \in \mathbb{R}^{4 \times 1}$  são computados através do algoritmo do filtro de Kalman. Então, define-se  $\Phi$ ,  $\Gamma_k$  e  $\mathbf{H}$  como matrizes discretas equivalentes de  $\tilde{\mathbf{A}}_o$ ,  $\tilde{\mathbf{B}}_o$  e  $\tilde{\mathbf{C}}_o$ , respectivamente. O filtro de Kalman é dado por (3.20), Rigatos (2015).

### 3.8 Planicidade Diferencial

Comumente encontrado em aplicações robóticas móveis, a propriedade de planicidade diferencial foi proposta e desenvolvida por Fliess et al. (1992). O sistema  $\dot{x} = F(x, u)$  com estados  $x \in \mathbb{R}^n$  e entradas  $u \in \mathbb{R}^m$ , com  $n > m$ , é considerado diferencialmente plano se é possível encontrar saídas  $z \in \mathbb{R}^m$  como abaixo:

$$z = \xi_z(x, u, \dot{u}, \dots, u^{(q)}), \quad (3.25)$$

em que  $z$  representa a saída plana do sistema e  $q$  é um numero finito.

Então, as expressões dos estados e das entradas são representados como:

$$x = \xi_x(z, \dot{z}, \dots, z^{(q)}), \quad (3.26)$$

$$u = \xi_u(z, \dot{z}, \dots, z^{(q+1)}), \quad (3.27)$$

em que  $\xi_z$ ,  $\xi_x$  e  $\xi_u$  são funções suaves de vetores e todos os componentes são diferencialmente independentes Fliess et al. (1995).

Então, pode-se dizer que um sistema diferencialmente plano é aquele em que as variáveis podem ser expressas como funções dessas saídas planas e suas derivadas temporais, sem a necessidade

de resolver operações de intergração. Além disso, todos os sistemas dinâmicos que satisfazem as propriedades de planicidade diferencial podem ser transformados através de mudança de variáveis (difeomorfismo) em sistemas lineares controláveis na forma canônica de Brunovsky, na qual as saídas planas constituem o vetor de estados Martin (2002).

Por criar uma bijeção local entre os estados do sistema e trajetórias arbitrárias na saída do espaço plano, esta parametrização diferencial exerce um papel chave, em ambos, nos problemas de planejamento de trajetória e de acompanhamento de trajetória Sira-Ramírez and Agrawal (2004). Por exemplo, sabendo a trajetória nominal  $z^*(t)$ , é possível computar  $x^*(t)$  e  $u^*(t)$  sem resolver as equações diferenciais usando (3.26) e (3.27), respectivamente. Dessa forma, Planicidade diferencial permite, de uma maneira off-line, checar e ajustar o comportamento desejado do sistema de variáveis com relativa facilidade.

Nas subseções seguintes, primeiro, é explorada a propriedade flatness do modelo sem perturbação (3.1) para projetar a lei de controle durante o acompanhamento de trajetória. Depois, assumindo o termo de perturbação atuante na forma canônica de Brunovsky, estima-se simultaneamente os elementos não mensuráveis assim como a perturbação externa com o uso do filtro de Kalman Rigatos (2015).

### 3.8.1 Forma canônica de Brunovsky

Assumindo a inexistência de perturbação externa, ou seja, por exemplo na equação (2.31)  $F_p = 0$ , pode ser mostrado que através de manipulações algébricas o modelo do sistema dado em (2.31) é diferencialmente plano, em que a saída plana é dada por  $x_1$ :

$$\begin{cases} x_2 &= \dot{x}_1 \\ u &= m\ddot{x}_1 + kx_1 + c\dot{x}_1. \end{cases} \quad (3.28)$$

Definindo como novo comando de entrada

$$v = -\frac{kx_1}{m} - \frac{c\dot{x}_1}{m} + \frac{u}{m}, \quad (3.29)$$

o sistema (2.31) pode ser transformado em um sistema linear na forma canônica de Brunovsky, em que a representação em espaço de estados é dado por:

$$\dot{\mathbf{X}}_p = \mathbf{A}\mathbf{X}_p + \mathbf{B}v, \quad \mathbf{Y} = \mathbf{C}\mathbf{X}_p, \quad (3.30)$$

onde

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_p &= \begin{bmatrix} x & \dot{x} \end{bmatrix}^T & \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{B} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}^T & \mathbf{C} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (3.31)$$

### 3.8.2 Controle baseado em Planicidade Diferencial

Com o sistema escrito na forma diferencialmente plana, é definido o erro do acompanhamento de trajetória para a saída plana

$$e_1 = x_1 - x_1^*(t) \quad (3.32)$$

e a dinâmica do erro como:

$$\ddot{e}_1 + k_1 \dot{e}_1 + k_0 e_1 = 0. \quad (3.33)$$

Sabendo que  $\ddot{x}_1 = v$ , equação (3.29), é proposto um controle por realimentação de estados que garanta o acompanhamento da trajetória desejada  $x_1^*(t)$ :

$$v = \ddot{x}_1^*(t) - k_1 (\dot{x}_1 - \dot{x}_1^*(t)) - k_0 (x_1 - x_1^*(t)), \quad (3.34)$$

em que  $k_1, k_0 > 0$  representam os coeficientes do polinômio de Hurwitz  $p(s) = s^2 + k_1 s + k_0$ . Assim, assegurando que o comportamento do erro de acompanhamento da trajetória é assintoticamente exponencialmente convergente para zero.

### 3.8.3 Estimação das forças de perturbação com o filtro de Kalman

A transformação do modelo do sistema em uma forma canônica através da aplicação da teoria de planicidade diferencial apresentada na subseção 3.8.1, facilita não apenas o projeto do controle de trajetória mas também o projeto dos filtros para a estimação de elementos não mensuráveis do vetor de estados do sistema, assim como a estimação dos termos da perturbação externa afetando o sistema Rigatos (2015).

Considerando que a perturbação externa  $F_p$  afeta o sistema na forma canônica de Brunovsky (i.e.  $F_p \neq 0$ ), obtém-se:

$$\ddot{x}_1 = v + \delta, \quad (3.35)$$

em que o termo da perturbação é redefinido como  $\delta = F_p/m$ .

Aplicando a metodologia apresentada na subseção 3.7.1, pode-se estimar a perturbação a partir do espaço de estados estendido. Assim o sistema na forma canônica de Brunovsky com estimação de perturbação é representado na forma matricial

$$\dot{\tilde{\mathbf{X}}}_p = \tilde{\mathbf{A}}\tilde{\mathbf{X}}_p + \tilde{\mathbf{B}}\tilde{v}, \quad \mathbf{Y} = \tilde{\mathbf{C}}\tilde{\mathbf{X}}_p, \quad (3.36)$$

com

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{X}}_p &= \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \delta \\ \dot{\delta} \end{bmatrix} & \tilde{v} &= \begin{bmatrix} v \\ \ddot{\delta} \end{bmatrix} & \tilde{\mathbf{A}} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \tilde{\mathbf{B}} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T & \tilde{\mathbf{C}} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (3.37)$$

A estimação dos estados é feito com o filtro de Kalman como apresentado na subseção 3.7.1.

Assim, para compensar os efeitos da força de perturbação é suficiente modificar o comando de entrada (3.34) que é aplicado em (3.30) para:

$$v = \ddot{x}_1^*(t) - k_1 (\dot{x}_1 - \dot{x}_1^*(t)) - k_0 (x_1 - x_1^*(t)) - \tilde{\delta}, \quad (3.38)$$

em que  $\tilde{\delta}$  corresponde ao termo de perturbação estimado através do filtro de Kalman.

Finalmente, como  $\ddot{x}_1 = v$ , a lei de controle  $v$  é transformada na entrada de controle original  $u$  como segue:

$$u = mv + kx_1 + c\dot{x}_1. \quad (3.39)$$

### 3.9 Backstepping

Nesta seção, é proposta uma estratégia de controle usando Backstepping combinado com a função Nussbaum e com o KF de ordem estendida como estimador de perturbação. Considerando a saturação do atuador, o objetivo principal é reduzir os picos de energia consumidos pelos equipamentos e assim reduzir o numero de equipamentos necessários para suportar esse picos de energia.

Em síntese, o controle proposto é uma versão simplificada do trabalho de Wen et al. (2011), que apresenta um controle robusto de sistemas não lineares incertos na presença de saturação do atuador e perturbação externa. As principais diferenças são a suposição de que os parâmetros da planta linear são conhecidos e a utilização do KF para estimar as perturbações externas. Portanto, é considerado um controle robusto de uma entrada na presença de saturação do atuador e perturbação externa desconhecida.

Primeiro, o Backstepping, uma metodologia de controle robusto, é desenvolvido com a utilização de uma função suave definida e usando a função de Nussbaum. A função de Nussbaum é introduzida para compensar os termos não lineares vindos da saturação do atuador. Diferentemente de alguns esquemas de controle para sistemas com saturação, o controle proposto não necessita assumir conhecimento prévio dos limites da perturbação externa. Apesar de apresentar estabilidade global, a performance do transiente é estabelecida e pode ser ajustada pelo ajuste dos parâmetros de projeto.

Em seguida, como o controle deve compensar também erros de modelagem e perturbações externas atuantes sobre o sistema, o algoritmo do KF de ordem estendida, responsável por estimar perturbações externas é utilizado.

O desenvolvimento do controle Backstepping é apresentado em Cuellar et al. (2017a). Os resultados da simulação numérica da metodologia de controle robusto utilizada são apresentados na Seção 4.5.

## 4 Resultados

Este capítulo apresenta os resultados das simulações numéricas obtidas para as condições de modelagem previamente informadas, também com a utilização dos controles e observadores apresentados.

Os parâmetros utilizados para a realização das simulações numéricas são:

Tabela 4.1: Parâmetros da coluna de perfuração e da simulação

Símbolo	Definição	Valor
$d_{ext}$	diâmetro externo	0.2 m
$d_{in}$	diâmetro interno	0.1 m
$E$	modulo de elasticidade	210 GPa
$L$	comprimento da coluna	6 km
$M$	massa da coluna	286 tonnes
$k_c$	rigidez do compensador	60.2 kN/m
$\zeta$	taxa de amortecimento do compensador	0.1
$T_s$	tempo de amostragem	0.0737 s
$n$	numero de elementos discretizados	1, 100, 1000

Para a realização das simulações é utilizado como perturbação o perfil de deslocamento de ondas Sea Condition 4, retirado de Ni et al. (2009):

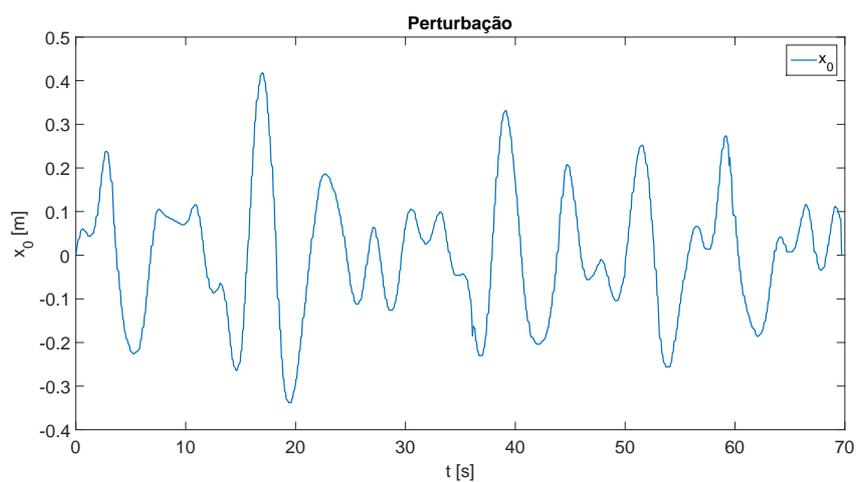


Figura 4.1: Deslocamento da plataforma  $x_0$  (Ni et al., 2009).

## 4.1 Análise dos modelos de perturbação em malha aberta - Coluna solta

A Figura 4.2 apresenta os resultados para os modelos (2.11) , (2.16), (2.25) e (2.26) com  $n=1000$ .

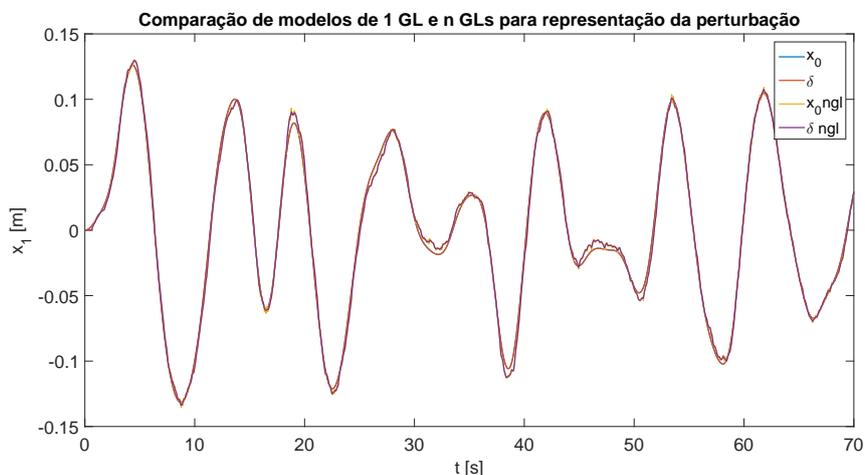


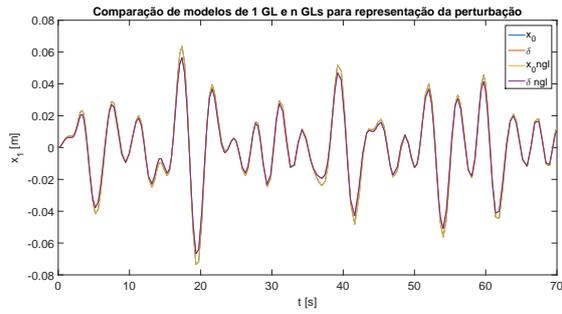
Figura 4.2: Resposta dos modelos (2.11) , (2.16), (2.25) e (2.26),  $n=1000$ .

Com esses resultados é possível perceber que o modelo de 1 GL e 1000GL possuem em essência a mesma dinâmica. A única diferença é que os modelos de maior grau de liberdade apresentam na composição de suas respostas componentes de alta frequência. Portanto, para as simulações numéricas o modelo a ser utilizado será o modelo de 1GL, devido sua simplicidade e boa resposta.

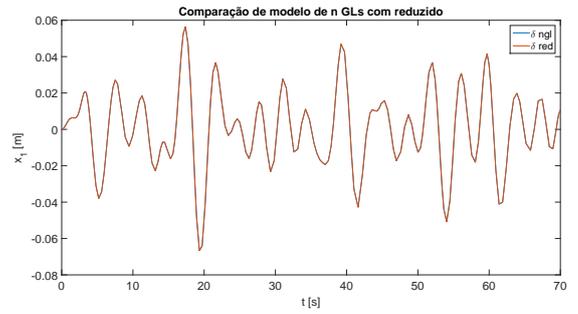
Os resultados da Figura 4.2 também mostram que os dois modelos de perturbação, por  $\beta$  (4.2) e por  $\delta$  (2.16), apresentam a mesma resposta para o sistema em malha aberta. Assim, pode-se usar qualquer um dos dois.

## 4.2 Análise dos modelos de perturbação em malha aberta - Coluna fixa

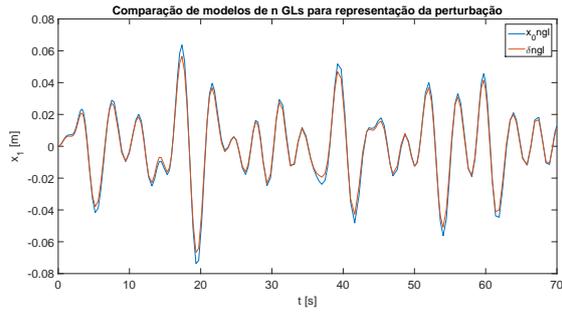
Nesta seção, são apresentados os resultados das simulações numéricas dos modelos de coluna apoiada presentes na Seção 2.3.



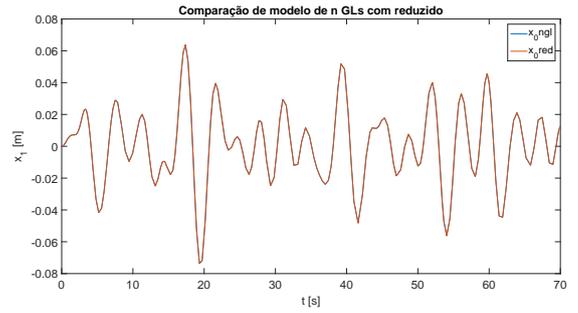
(a) Resposta dos modelos (2.29) e (2.30) para 1 GL.



(b) Resposta do modelo (2.30) comparado com a redução modal.



(c) Resposta dos modelos (2.29) e (2.30) para 1 GL.



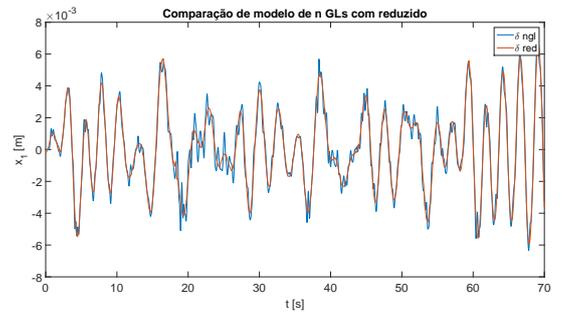
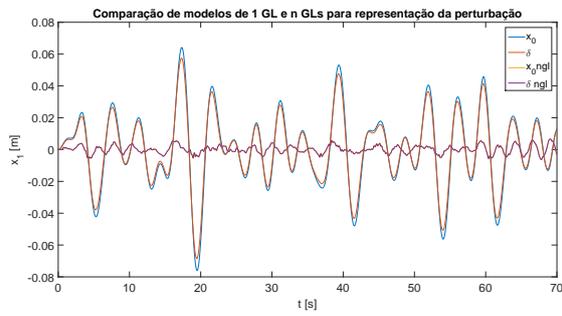
(d) Resposta do modelo (2.29) comparado com a redução modal.

Figura 4.3: Respostas do modelo da coluna fixa de 1 GL.

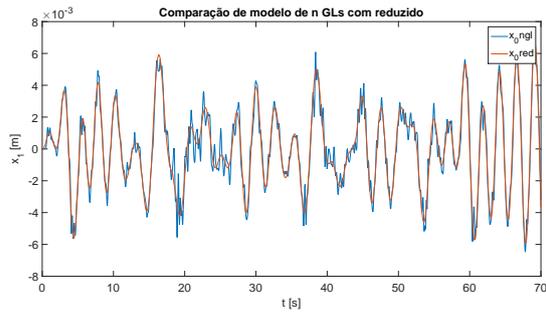
O conjunto de gráficos da Figura 4.3 mostra que os modelos de perturbação por  $\beta$  (2.29) e por  $\delta$  (2.30) apresentam a mesma resposta para a coluna representada por 1GL.

O conjunto de gráficos da Figura 4.4 mostra que os modelos de 1GL e 10GLs para a coluna apoiada não apresentam a mesma resposta Figura 4.4(a), como ocorreu para a coluna solta. Dessa forma, é utilizado o método de redução modal apresentado na Seção 2.4, que permite obter um modelo reduzido de ordem 2 (1 GL), a partir do modelo de ordem 20, 10 GL, Figuras 4.4(b) e 4.4(c). O modelo reduzido a partir do modelo de 10 GL apresenta boa aproximação.

O conjunto de gráficos da Figura 4.5 mostra que os modelos de 1GL e 100GLs para a coluna apoiada também não apresentam a mesma resposta, Figura 4.5(a). Dessa forma, é realizado o mesmo procedimento de redução modal. Os resultados mostram que o modelo reduzido de ordem 2 (1 GL) a partir do modelo de 100 GLs, sendo a perturbação representada por  $\delta$  4.5(b), apresenta uma boa aproximação. Porém, o modelo reduzido de ordem 2 (1 GL) a partir do modelo de 100 GLs, sendo a perturbação representada por  $x_0$  4.5(c), não apresenta uma boa aproximação.

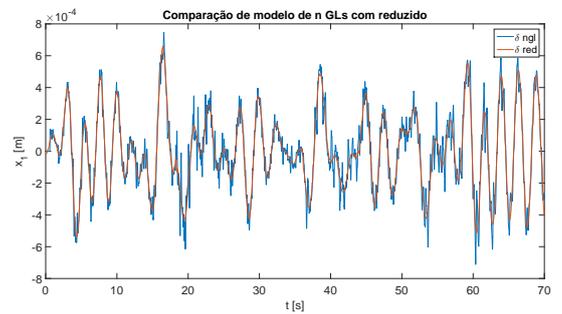
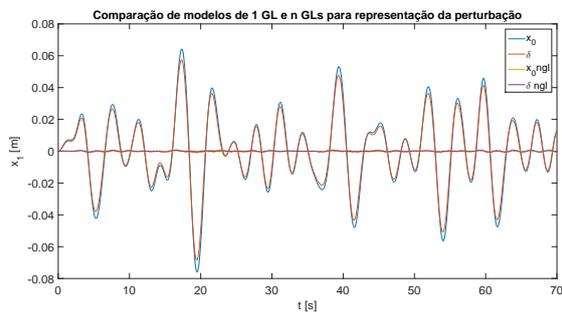


(a) Resposta dos modelos (2.29) e (2.30) para 1 GL e 10 GLs. (b) Resposta do modelo (2.30) com  $n=10$  comparado com a redução modal para 1 GL.

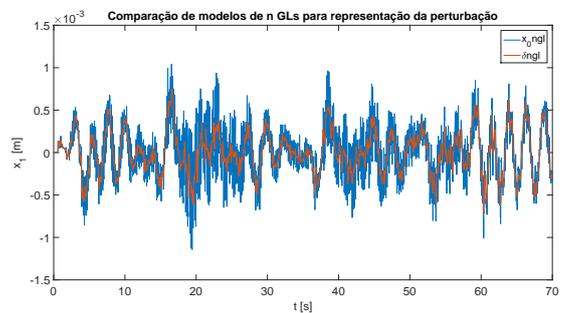
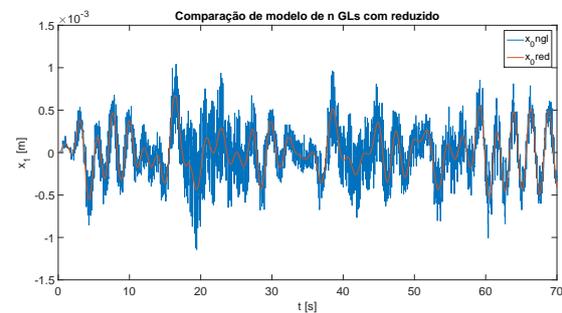


(c) Resposta do modelo (2.29) com  $n=10$  comparado com a redução modal para 1 GL.

Figura 4.4: Respostas do modelo da coluna fixa de 1 GL, 10 GLs e reduzido para 1 GL.



(a) Resposta dos modelos (2.29) e (2.30) para 1 GL e 100 GLs. (b) Resposta do modelo (2.30) com  $n=100$  comparado com a redução modal para 1 GL.



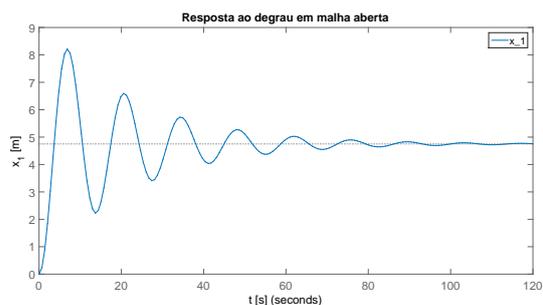
(c) Resposta do modelo (2.29) com  $n=100$  comparado com a redução modal para 1 GL. (d) Resposta dos modelos (2.29) e (2.30) para 100 GLs.

Figura 4.5: Respostas do modelo da coluna fixa de 1 GL, 100 GLs e reduzido para 1 GL.

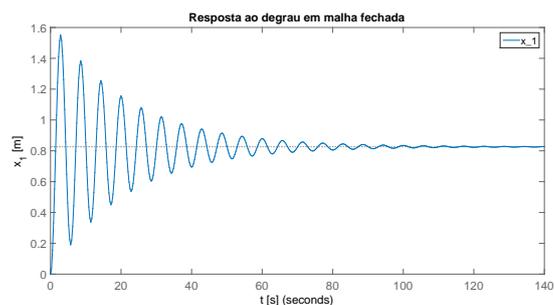
## 4.3 Alocação de Polos

Esta seção apresenta os resultados da Seção 3.5, que apresenta a metodologia para a implementação do controle por alocação de polos utilizando observador de ganho estático e integrador de erro.

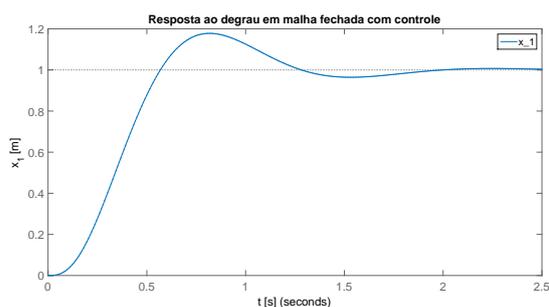
A Figura 4.6(a) mostra a resposta do modelo (3.10) ao degrau unitário em malha aberta, as Figuras 4.6(b), (c) e (d) mostram os passos para a obtenção do controle final, que correspondem a alocação de polos com integrador e à utilização do observador.



(a) Resposta do modelo (3.10) ao degrau unitário em malha aberta.



(b) Resposta do modelo (3.10) ao degrau unitário em malha fechada com ganho unitário.



(c) Resposta do modelo (3.10) ao degrau unitário com controle de alocação de polos.



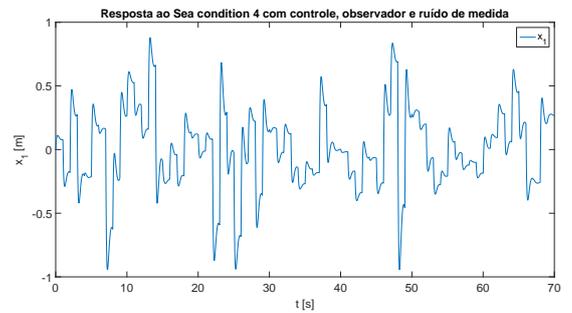
(d) Resposta do modelo (3.10) ao degrau unitário com controle de alocação de polos e observador.

Figura 4.6: Respostas do modelo (3.10) para entrada de controle como aceleração.

Para o controle desenvolvido é utilizado o sinal de perturbação Sea Condition 4, Figura 4.1 (Ni et al., 2009). A Figura 4.7(a) mostra a resposta do controle sem considerar ruído de medida. Agora, a Figura 4.7(b) soma ao sinal de saída do sistema um ruído branco gaussiano de média nula e variância 0.1, percebe-se que o controle não é capaz de atenuar o sinal de perturbação.



(a) Sem ruído de medida.

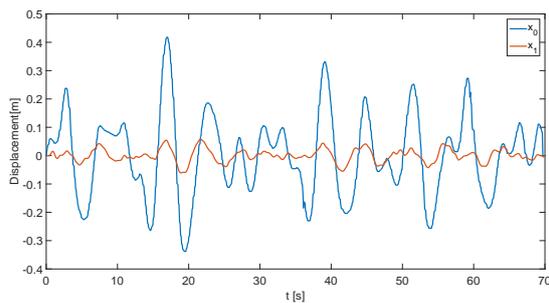


(b) Com ruído de medida.

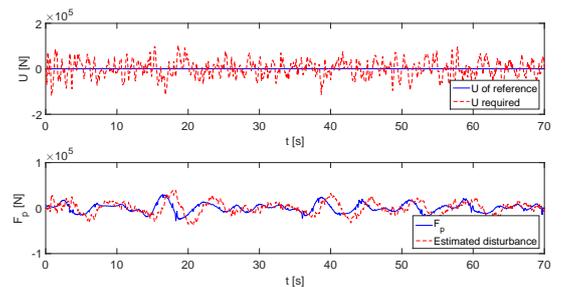
Figura 4.7: Resposta do modelo (3.10) submetido à perturbação Sea Condition 4 sem ruído e com ruído de medida, entrada de controle como deslocamento.

## 4.4 Planicidade Diferencial

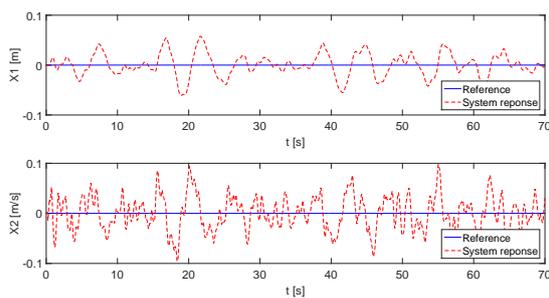
Nesta seção, são apresentados os resultados da metodologia de controle com Planicidade Diferencial, Seção 3.8. Essa metodologia de controle incorpora a estimação da perturbação, realizada pelo KF de ordem estendida, ao sinal de controle, desenvolvido por alocação de polos.



(a) Resposta do sistema submetido à perturbação Sea Condition 4



(b) Sinal de controle e perturbação  $F_p$



(c) Evolução no tempo da posição da massa suspensa  $x_1$  e da velocidade  $x_2$

Figura 4.8: Conjunto de gráficos para o controle Flatness com rejeição de perturbação

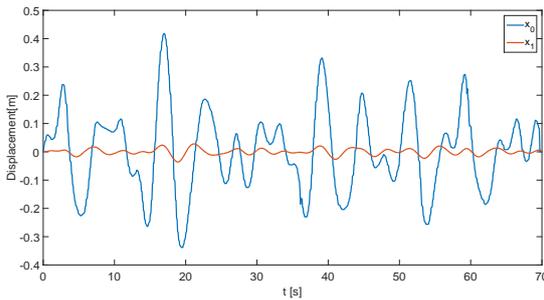
A Figura 4.8(a) apresenta o sinal de perturbação, azul, e a resposta do sistema controlado, vermelho. Como parâmetro de atenuação é realizado o cálculo percentual entre a maior amplitude

do sinal de perturbação e a maior amplitude da resposta do sistema controlado. Dessa forma, obtém-se que o controle foi capaz de propiciar uma atenuação de 83.4%.

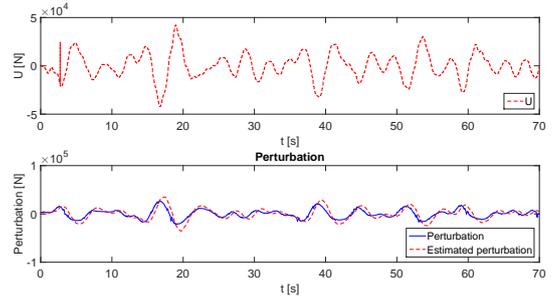
A Figura 4.8(b) apresenta no gráfico superior o sinal de comando do atuador. O atuador possui um sinal de controle com valor médio na ordem de  $10^5 N$ . O gráfico inferior da Figura 4.8(b) apresenta o sinal de perturbação medido, azul, e estimado, vermelho. O valor médio do sinal de perturbação é também na ordem de  $10^5 N$ , (Linhares et al., 2016).

## 4.5 Backstepping

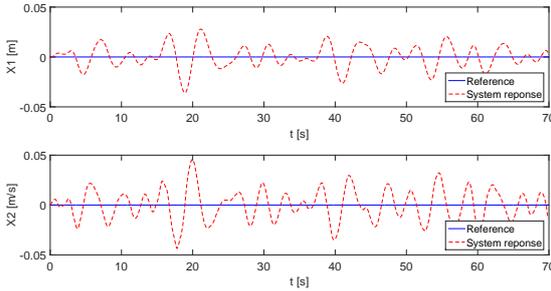
Nesta seção, são apresentados os resultados para o controle Backstepping da Seção 3.9



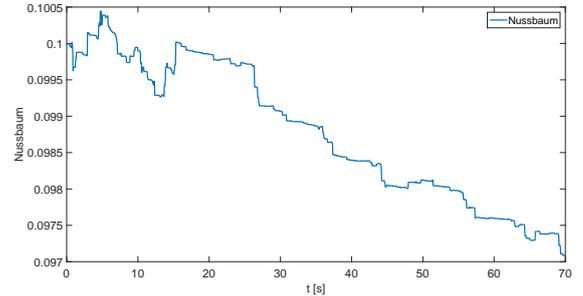
(a) Resposta do sistema submetido à perturbação Sea Condition 4



(b) Sinal de controle e perturbação  $F_p$



(c) Evolução no tempo da posição da massa suspensa  $x_1$  e da



(d) Resposta ao degrau do sistema reduzido em malha fechada com controle de regime transiente e permanente - presença do integrador

Figura 4.9: Conjunto de gráficos para o controle Backstepping usando  $r_x = 10^{-15}$

À semelhança da Seção 4.4, a Figura 4.9(a) apresenta o sinal de perturbação, azul, e a resposta do sistema controlado, vermelho. Como parâmetro de atenuação é realizado o cálculo percentual entre a maior amplitude do sinal de perturbação e a maior amplitude da resposta do sistema controlado. Dessa forma, obtém-se que o controle foi capaz de propiciar uma atenuação de 92.4%.

A Figura 4.9(b) apresenta no gráfico superior o sinal de comando do atuador. O atuador possui um sinal de controle com valor médio na ordem de  $10^4 N$ . O gráfico inferior da Figura 4.9(b) apresenta o sinal de perturbação medido, azul, e estimado, vermelho. Comparando com o resultado usando Planicidade Diferencial, percebe-se que o controle Backstepping apresenta maior atenuação com menor exigência do atuador.

## 5 Conclusões

Primeiramente, no processo de modelagem foi possível obter um modelo simples que representa a dinâmica da coluna para a configuração de coluna solta. Para a configuração de coluna apoiada, os estudos foram iniciados, porém ainda não foi possível alcançar um modelo simplificado representativo, mais estudos serão realizados.

Para a metodologia de compensador passivo, os resultados experimentais para o protótipo em pequena escala apresentaram concordância com os resultados teóricos esperados, permitindo uma primeira validação da metodologia.

Comparando os resultados obtidos por meio de simulações numéricas das três metodologias de controle ativo, foi possível verificar que o controle robusto é aquele que apresenta melhor atenuação e com menor exigência do atuador, apresentando uma atenuação de 92.4 %. Assim, é possível verificar que a utilização de observadores e estimadores, contribui para a melhoria e eficiência do controle. Além de que, a metodologia de estimação de perturbação externa também contribuiu para o aperfeiçoamento do controle.

### 5.1 Trabalhos Futuros

Durante o desenvolvimento das atividades de mestrado, novos interesses e trabalhos constantemente surgem.

Nesta seção, são apresentados alguns trabalhos que deseja-se realizar no futuro próximo.

A modelagem da coluna será aprimorada, as junções entre as partes da coluna serão consideradas, valores para a rigidez representativa de tais junções foram recentemente apresentadas na literatura. A modelagem do atuador é outra melhoria que deseja-se acrescentar.

Com relação à modelagem, ainda pretende-se desenvolver o controle para o caso da coluna apoiada. Nesta dissertação, o estudo da coluna apoiada foi apenas iniciado.

Outra vertente dos trabalhos futuros será a utilização de novas técnicas de controle, como por exemplo a abordagem Fuzzy Takagi - Sugeno.

Por fim, outro interesse que se tem é obter resultados experimentais para os controles ativos propostos, à exemplo dos resultados experimentais para o controle passivo.

# REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aguirre, L. A. (2015). *Introdução à identificação de sistemas*, volume 4. UFMG.
- Barber, N. R. (1982). Control means for motion compensation devices.
- Blake, S., Hill, C., Moore, T., Hide, C., and Park, D. (2008). A heave compensation algorithm based on low cost gps receivers. *Journal of Navigation*, 61(2):291 – 305.
- Bolding, V. E. and Person, A. (1973). Heave compensation apparatus for a marine mining vessel.
- Burton, S. A., Makris, N., Konstantopoulos, I., and Antsaklis, P. J. (1996). Modeling the response of er damper phenomenology and emulation. *Journal of Engineering Mechanics*, 122(9):897 – 906.
- Butler, B. (1973). Heave compensation. In *Second Annual European Meeting of the Society of Petroleum Engineers of AIME, Society of Petroleum Engineers.*, pages 195 – 199. SPE.
- Cuellar, W. and Fortaleza, E. (2014). Semi-active hydropneumatic heave compensator. *OMAE2014*, pages 1–6.
- Cuellar, W. H. and Fortaleza, E. (2015). Compact hydropneumatic heave compensator. In *2nd IFAC Workshop on Automatic Control in Offshore Oil and Gas Production, 2015, Florianopolis, Brazil*, pages 195 – 199. IFAC.
- Cuellar, W. H., Linhares, T. M., Limaverde, J. O. A., Vargas, J. A. R., and Fortaleza, E. L. F. (2017a). Robust control for heave compensator with the use of kalman filter-based disturbances estimator. In *Proceedings of the ASME 2017 36th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering, OMAE2017, June 25-30, 2017, Trondheim, Norway*. ASME.
- Cuellar, W. H., Linhares, T. M., Neto, A. B., and Fortaleza, E. L. F. (2017b). Passive and semi-active heave compensator: project design methodology and control strategies. *Plos One*.
- Do, K. D. and Pan, J. (2008). Nonlinear control of an active heave compensation system. *J. Ocean. Engineering*, 35:558 – 571.
- Driscoll, F. R., Nahon, M., and Lueck, R. G. (1998). A comparison between ship-mounted and cage-mounted passive heave compensation systems. In *OCEANS 98 Conference Proceedings*, pages 1449 – 1454. IEEE.

- Ehrgott, R. C. and Masri, S. F. (1993). Structural control applications of an electrorheological device. In *Proceedings of International Workshop on Structural Control, Honolulu, HI*, pages 115 – 129.
- El-Hawary, F. (1982). Compensation for source heave by use of a kalman filter. *J. Ocean. Eng.*, 7(2):89 – 96.
- Fliess, M., Lévine, J., Martin, P., and Rouchon, P. (1992). Sur les systèmes non linéaires différentiellement plats. *C. R. Acad. Sciences*, 315:619–624.
- Fliess, M., Lévine, J., and Rouchon, P. (1995). Flatness and defect of nonlinear systems: Introductory theory and examples. *International Journal of Control*, 61:1327–1361.
- Fortaleza, E. (2009). *Active Control Applied to Offshore Structures: Positioning and Attenuation of Vortex Induced Vibrations*. PhD thesis, École Nationale Supérieure des Mines de Paris.
- Gavin, H. P., Hose, Y. D., and Hanson, R. D. (1994). Design and control of electrorheological dampers. In *Proceedings of First World Conference on Structural Control, Los Angeles, CA*, pages 115 – 129.
- Godhaven, J. M. (1998). Adaptive tuning of heavefilter in motion sensor. In *OCEANS 98 Conference Proceedings*, volume 1, pages 174 – 178. IEEE.
- Gordaninejad, F., Ray, A., and Bindu, R. (1994). Vibration control of structures using hybrid er/viscous fluid dampers. In *Proceedings of First World Conference on Structural Control, Los Angeles, CA*. International Association for Structural Control.
- Hatleskog, J. T. and Dunnigan, M. W. (2006). Heave compensation simulation for noncontact operations in deep water. In *OCEANS 2006, Conference Proceedings*, pages 1 – 6. IEEE.
- Hatleskog, J. T. and Dunnigan, M. W. (2007). Active heave crown compensation sub-system. In *OCEANS 2007 - Europe*, pages 1 – 6. IEEE.
- Huster, A., Bergstrom, H., Gosior, J., and White, D. (2009). Design and operational performance of a standalone passive heave compensation system for a work class rov. In *OCEANS 2009, MTS/IEEE Biloxi – Marine Technology for Our Future: Global and Local Challenges*, pages 1 – 8. MTS/IEEE.
- Hutchins, R. (1978). Heave compensation system.
- Inman, D. J. (2001). *Engineering Vibration*, volume 2. Prentice Hall PTR.
- Jones, A. B. and Cherbonnier, T. D. (1990). Active reference system.
- Jordan, L. B. (1987). Hydropneumatic cable tensioner.
- Kalman, R. E. (1960). A new approach to linear filtering and prediction problems. *Journal of Basic Engineering*, 82(1):35 – 45.
- Kammerer, A. W. (1964). Hydraulic weight control and compensating apparatus.

- Kidera, E. (1983). At-sea handling and motion compensation. In *OCEANS 83, Conference Proceedings*, pages 766 – 770. IEEE.
- Kobori, T., Takahashi, M., Nasu, T., Niwa, N., and Ogasawara, K. (1993). Seismic response controlled structure with active variable stiffness system. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 22:925 – 941.
- Korde, U. A. (1998). Active heave compensation on drill-ships in irregular waves. *J. Ocean. Eng.*, 25(7):541 – 561.
- Kuchler, S., Mahl, T., Neupert, J., Schneider, K., and Sawodny, O. (2011). Active control for an offshore crane using prediction of the vessels motion. *IEEE/ASME TRANSACTIONS ON MECHATRONICS*, 16(2):297 – 309.
- Kyellingstad, A. (2012). Method and apparatus for active heave compensation.
- Linhares, T. M., Limaverde, J. O. A., Cuellar, W. H., and Fortaleza, E. L. F. (2016). Active heave compensator using kalman filter-based disturbance estimator. In *XXI Congresso Brasileiro de Automática (CBA 2016), Vitória/ES*. SBA.
- Loh, C. and Ma, M. (1994). Active-damping or active-stiffness control for seismic excited buildings. In *Proceedings of First World Conference on Structural Control, Los Angeles, CA*. International Association for Structural Control.
- Makris, N. (1997). Rigidity-plasticity-viscosity: can electrorheological dampers protect base-isolated structures from near-source ground motions? *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 26:571 – 591.
- Martin, P. (2002). *Contributions à l'étude des systèmes linéaires différentiellement plats*. PhD thesis, École Nationale Supérieure des Mines de Paris.
- McMahon, S. and Makris, N. (1997). Large-scale er-damper for seismic protection of bridges. In *Proceedings of Structures Congress XV, Portland, OR*, pages 1451 – 1455.
- Monteiro, F. R., Limaverde, J. O., and Fortaleza, E. L. (2015). Modal reduction based tracking control for installation of subsea equipments. *IFAC papers online*, 48(6):15 – 20.
- Nagarajaiah, S. (1997). Semi-active control of structures. In *Proceedings of Structures Congress XV, ASCE, Portland, OR*. ASCE.
- Nemir, D. C., Lin, Y., and Osegueda, R. A. (1994). Semiactive motion control using variable stiffness. *Journal of Structural Engineering*, 120(4):1291 – 1306.
- Ni, J., Liu, S., Wang, M., Hu, X., and Dai, Y. (2009). The simulation research on passive heave compensation system for deep sea mining. In *Proceedings of the 2009 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation August 9 - 12, Changchun, China*, pages 5111 – 5116. IEEE.

- Nicoll, R. S., Buckham, B. J., and Driscoll, F. R. (2008). Optimization of a direct drive active heave compensator. In *18th 2008 International Offshore and Polar Engineering Conference. Vancouver, BC, Canada, July*, pages 241 – 248.
- Ogata, K. (2010). *Engenharia de controle moderno*, volume 5. Pearson education.
- Ormond, M. J. (2011). Depth compensated subsea passive heave compensator.
- Rao, S. S. (2011). *Mechanical Vibrations*, volume 5 of *Prentice Hall*. Pearson Education.
- Rigatos, G. G. (2015). *Nonlinear control and filtering using differential flatness approaches: applications to electromechanical systems*, volume 25 of *Studies in Systems, Decision and Control (SSDC)*. Springer.
- Robichaux, L. R. and Hatleskog, J. T. (1993). Semi-active heave compensation system for marine vessels.
- Sira-Ramírez, H. and Agrawal, S. K. (2004). *Differentially Flat Systems*. Control Engineering Series. Marcel Dekker, New York, USA.
- Southerland, A. (1970). Mechanical systems for ocean engineering. *Naval Eng. J.*, 82(5):63 – 74.
- Stricker, P. A. (1975). Active–passive motion compensation systems for marine towing. Master’s thesis, University of British Columbia.
- Symans, M. D. and Constantinou, M. C. (1999). Semi-active control systems for seismic protection of structures: a state-of-the-art review. *Engineering Structures*, 21:469 – 487.
- Wen, C., Zhou, J., Liu, Z., and Su, H. (2011). Robust adaptive control of uncertain nonlinear systems in the presence of input saturation and external disturbance. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 56(7):1672–1678.
- Woodacre, J. K., Bauer, R. J., and Irani, R. A. (2015). A review of vertical motion heave compensation systems. *Ocean Engineering*, 104(2):140 – 154.
- Woodall-Mason, N. and Tilbe, J. R. (1976). Value of heave compensators to floating drilling. *Journal of Petroleum Technology*, 28(8):938 – 946.
- Wowk, V. (1991). *Machinery Vibration: Measurement and Analysis*, volume 1. McGraw Hill Professional.
- Yamada, K. and Kobori, T. (1995). Seismic response controlled structure with active variable stiffness system. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 24:1085 – 1099.
- Yang, J. N., Wu, J. C., and Li, Z. (1996). Semi-active control systems for seismic protection of structures: a state-of-the-art review. *Engineering Structures*, 18(8):589 – 596.