



**ANÁLISE COMPUTACIONAL DE VIGAS REFORÇADAS AO CISALHAMENTO COM
SISTEMAS EB-FRP: EFEITOS DA INTERAÇÃO ESTRIBOS – FIBRAS**

NICOLÁS ROA ROJAS

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

FACULDADE DE TECNOLOGIA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**ANÁLISE COMPUTACIONAL DE VIGAS REFORÇADAS AO
CISALHAMENTO COM SISTEMAS EB-FRP: EFEITOS DA
INTERAÇÃO ESTRIBOS – FIBRAS**

NICOLÁS ROA ROJAS

ORIENTADOR: GUILHERME SALES SOARES DE AZEVEDO MELO

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ESTRUTURAS E

CONSTRUÇÃO CIVIL

PUBLICAÇÃO: E.DM-12A/17

BRASÍLIA/DF: MARÇO - 2017

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**ANÁLISE COMPUTACIONAL DE VIGAS REFORÇADAS AO
CISALHAMENTO COM SISTEMAS EB-FRP: EFEITOS DA
INTERAÇÃO ESTRIBOS – FIBRAS**

NICOLÁS ROA ROJAS

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO
DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL DA FACULDADE DE
TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE
DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU
DE MESTRE EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL.**

APROVADO POR:

**Prof. Guilherme Sales Soares de Azevedo Melo, Dr. Ing.
(PECC/ENC/UnB)
(Orientador)**

**Prof. Raúl Darío Durand Farfá, PECC/ENC/UnB
(Examinador Interno)**

**Vladimir Villaverde Barbán, PROEST – Engenharia
(Examinador Externo)**

BRASÍLIA/DF, 30 DE MARÇO DE 2017

FICHA CATALOGRÁFICA

ROJAS, NICOLÁS ROA

Análise computacional de vigas reforçadas ao cisalhamento com sistemas EB-FRP: Efeitos da interação Estribos – Fibras.

xxiii, 128p., 297 mm (ENC/FT/UnB, Mestre, Estruturas e Construção Civil, 2017).

Dissertação de Mestrado – Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.

1.INTERAÇÃO

2.FIBRA DE CARBONO

3.REFORÇO AO CORTANTE

4.SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL

I.ENC/FT/UnB

II.Título (Mestre)

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

ROJAS, N. R., (2017).Análise computacional de vigas reforçadas ao cisalhamento com sistemas EB-FRP: Efeitos da interação Estribos – Fibras. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil, Publicação E.DM-12A/17 Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 104p.

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Nicolás Roa Rojas.

TÍTULO: Análise computacional de vigas reforçadas ao cisalhamento com sistemas EB-FRP: Efeitos da interação Estribos – Fibras.

GRAU: Mestre

ANO: 2017

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

Nicolás Roa Rojas

Colina - Campus Universitário Darcy Ribeiro, Bloco K - Apt 105 - Setor Asa Norte
70904 - 111 Brasília – DF – Brasil.

AGRADECIMENTOS

A culminação de toda etapa nos faz crescer em diversos aspetos da vida, reconhecer o caminho percorrido e lembrar as diferentes experiências vividas ao longo do mesmo nos permite engrandecer ainda mais nossas vitórias. Quero agradecer primeiramente à vida por me brindar e rodear de pessoas maravilhosas, pelo apoio incondicional brindado por minha família composta por Patrícia Rojas e William Roa e meu irmão Camilo Andrés, por ser meus amigos e me escutarem e aconselharem nos diversos aspectos da vida. Quero agradecer a minha tia Ana Jourdan e meu tio Ricardo Roa pelo companheirismo e apoio ante diferentes circunstancias. Me sinto muito orgulhoso e grato por contar com pessoas como vocês de meu lado.

Ao professor Guilherme Salles e a professora Nivea Albuquerque pela orientação brindada. A todos os professores do Programa de Pós-Graduação em Estruturas e Construção Civil e à Universidade de Brasília e à Capes por me brindar as ferramentas e o apoio financeiro no desenvolvimento deste pesquisa.

Agradeço a cada um de meus amigos pelo companheirismo e apoio brindado em diversos momentos: Adeilson Sousa, Alejandro Ceballos, Beatriz Elena, Carlos Valbson, Denise Cardoso, Eduardo Fontes, Fellipe Sobreira, Francisco Alva, Fernando Hipólito, Gabriel Oliveira, Guilherme Oliveira, Guilherme Vialves, Herlys Cañizares, Ivonne Narváez, Izabel Castro, Jairo Caicedo, Jairo Muñoz, Fabiano Moreira, Kezya Coelho, Luis Hernandez, Maria Paz, Maria Salomão, Matheus Leoni, Nathaly Sarasty, Nelson Afanador, Ruby Bravo, Samara Pimentel, Tatiana Lopez, Thiarly Lavôr e Yina Muñoz. Especialmente quero agradecer a Álvaro Martins, Jéssica Borges, Iago Freitas, Carlos Monte, Marília Marcy, Dyaloisio Fonteles e Eduardo Pains por me acompanhar incondicionalmente e me fazer sentir em casa cada instante.

RESUMO

ANÁLISE COMPUTACIONAL DE VIGAS REFORÇADAS AO CISALHAMENTO COM SISTEMAS EB-FRP: EFEITOS DA INTERAÇÃO ESTRIBOS- FIBRAS

Autor: Nicolás Roa Rojas

Orientador: Guilherme Sales Soares de Azevedo Melo

Coorientadora: Nivea Gabriela Benevides de Albuquerque

Programa de Pós-graduação em Estruturas e Construção Civil

Brasília, Março de 2017

O reforço de vigas de concreto armado através da colagem externa (EB) de compósitos de fibra de reforço polimérico (FRP) tem-se tornado uma das técnicas de reforço mais eficientemente empregadas nas últimas décadas. O presente trabalho apresenta o estudo do sistema EB-FRP no reforço ao cisalhamento de estruturas, dando ênfase às contribuições de resistência e aos efeitos de interação existentes entre estribos e fibras de carbono. Os modelos de cálculo de dimensionamento utilizados por normas e outros propostos por autores são apresentados com o objetivo de avaliar a precisão das contribuições de resistência das fibras com respeito a resultados experimentais. Observou-se que os modelos de cálculo que consideram os efeitos de interação no cálculo das contribuições de resistência são mais precisos, ensejando a necessidade de se atentar à sua influência nas normas vigentes. Foram desenvolvidas simulações computacionais no programa de elementos finitos Abaqus 6.14 (2014), considerando-se o modelo plástico do concreto. As armaduras foram definidas com comportamento elásto-plástico perfeito e as fibras foram modeladas com propriedades elásticas de comportamento unidirecional e com um modelo de contato perfeito com às superfícies de concreto. Na sequência, as propriedades dos materiais foram verificadas e a resposta global da estrutura foi calibrada com respeito aos resultados experimentais reportados por Salles Neto (2000). Os modelos computacionais permitiram observar que à medida que se aumenta taxas de armadura transversal, a eficiência das fibras enquanto reforço ao cisalhamento é afetada, uma vez que as tensões atuantes em cada material se apresentam em proporções diferentes ao longo do processo de carregamento. De forma geral, a capacidade de carga das vigas aumentou com o uso do reforço, sendo comentadas algumas características dos reforços que podem gerar sistemas mais eficientes.

Palavras-chaves: Interação, Fibra de carbono, Reforço ao cortante.

ABSTRACT

COMPUTATIONAL ANALYSIS OF SHEAR STRENGTHENING OF REINFORCED CONCRETE BEAMS WITH EB-FRP: INTERACTION BETWEEN STIRRUPS AND FIBERS

Author: Nicolás Roa Rojas

Supervisor: Guilherme Sales Melo

Co supervisor: Nivea Gabriela Benevides de Albuquerque

Postgraduate Program in Structures and Civil Construction

Brasilia, March of 2017

Strengthening of reinforced concrete beams through the external bonding (EB) of fiber reinforced polymer composites (FRP), has become one of the most efficiently applied strengthening technique in the last decades. The current work presents the study of the EB-FRP system in strengthening structures to shear, with emphasis on their contributions and on the interaction effects that exist between stirrups and carbon fibers. The sizing calculation models used by standards and others proposed by authors are presented with the aim of evaluated the accuracy of the fiber strength contributions with respect to experimental results. The models that consider the effects of interaction in the calculation of resistance contributions are more precise, which constitutes the impetuous need to consider these effects in the current codes. Computational simulations were developed in Abaqus finite element software. Assuming the plastic behavior on the concrete. The steel bars were defined with perfect elastic–plastic behavior and the fibers were modeled with elastic properties with unidirectional behavior and with a perfect contact model to the concrete surfaces. Finally, the defined properties of the materials was verified and the overall structure response were calibrated with respect to experimental results of Salles (2000). These models allowed to observe how high rates of transverse steel affect negatively the fiber efficiency as a shear reinforcement since the tensions acting on each material present in different proportions throughout the loading process. In conclusion, it can be noted that the load capacity of the represented beams increased with the application of reinforcement. Some characteristics of reinforcements that can generate more efficient systems are commented on.

Key-words: *Interaction, Carbon fiber, shear retrofit.*

SUMÁRIO

LISTA DE TABELAS	x
LISTA DE FIGURAS	xiv
LISTA DE SÍMBOLOS E NOMENCLATURAS	xv
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS	1
1.2 OBJETIVOS	2
1.2.1 Objetivo Geral	2
1.2.2 Objetivos Específicos	2
1.3 LIMITAÇÕES DO ESTUDO	3
1.4 METODOLOGIA	3
1.5 ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO	4
2 REVISÃO DA LITERATURA	5
2.1 Generalidades dos sistemas de reforço com materiais poliméricos.	5
2.1.1 Materiais poliméricos	6
2.1.2 Sistemas de Reforço EB - FRP	9
2.1.3 Reforço ao Cisalhamento	11
2.2 Pesquisas Experimentais	14
2.2.1 Kim et al. (2014)	14
2.2.2 Mofidi e Chaallal (2014)	17
2.2.3 Bouselham e Chaallal (2006)	20
2.3 Pesquisa Analíticas e Computacionais	22
2.3.1 Chen et al. (2010)	23
2.3.2 Chen et al. (2012)	28
2.3.3 Sarturi (2014)	32
2.4 Modelo de dano plástico (CDP)	38
2.4.1 Critério de escoamento	51
2.4.2 Regra de escoamento plástico	54
2.4.3 Variável dano plástico	54
2.4.4 Relação entre coesão - dano plástico (c - k)	57
2.5 Aproximação no método dos elementos finitos (MEF)	59
3 MODELOS DE CÁLCULO DE DIMENSIONAMENTO DAS CONTRIBUIÇÕES DE RESISTÊNCIA AO CISALHAMENTO DAS FRP	61

3.1	PRESCRIÇÕES NORMATIVAS	62
3.1.1	Bulletin14, 2001	62
3.1.2	CN-RDT200 (2004)	63
3.1.3	ACI440.2R (2008)	64
3.2	MODELOS DE DIMENSIONAMENTO SEMI - EMPÍRICOS	65
3.2.1	Khalifa e Nanni (2002)	66
3.2.2	Chen e Teng (2003)	68
3.2.3	Chen et al. (2012)	70
3.3	ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE ESTIMATIVAS DE RESISTÊNCIA.	73
4	MODELO COMPUTACIONAL	79
4.1	GENERALIDADES	79
4.1.1	Programa computacional utilizado	79
4.1.2	Elementos de modelagem	79
4.1.3	Modelo constitutivo dos materiais	80
4.1.4	Condições de contorno e restrições	83
4.1.5	Malhas e Convergência	85
4.2	CALIBRAÇÃO DOS MODELOS	86
4.2.1	Verificação dos parâmetros utilizados nos modelos constitutivos dos materiais	86
4.2.2	Modelo computacional	91
4.3	MODELOS E PARÂMETROS A AVALIAR	98
4.3.1	Descrição dos modelos	98
4.3.2	Parâmetros e Efeitos de Estudo	101
5	RESULTADOS E DISCUSSÕES	102
5.1	Apresentação dos resultados	102
5.1.1	Comparação das contribuições de V_f pela norma ACI 440.2R - 08 e os modelos simulados.	104
5.1.2	Análise das vigas com diferentes taxas de aço transversal e sem reforço com fibra - Grupo A	105
5.1.3	Efeito do incremento do aço transversal na eficiência das fibras - Grupos B1 e B2	108
5.1.4	Análise do desenvolvimento de tensões atuantes nas fibras para uma e duas camadas de reforço e diferentes taxas de aço transversal - Grupo C1, C2 e C3	110
5.1.5	Efeito do incremento das taxas de fibra no desenvolvimento de tensões no aço transversal - Grupos D1, D2 e D3	112
5.1.6	Tensões atuantes nos materiais ao longo do processo de carga	114
5.1.7	Análise das tensões nos estribos ao longo do vão e altura da viga	115

5.1.8	Análise das tensões nas fibras ao longo do vão e altura da viga . . .	118
6	CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	122
6.1	CONCLUSÕES	122
6.2	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	123
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	128

LISTA DE TABELAS

2.1	Propriedades dos materiais implementados no reforço. Adaptado Obaidat (2011)	9
2.2	Dados e resultados pesquisa experimental. Adaptado Kim et al. (2014) . . .	15
2.3	Dados e resultados pesquisa experimental. Adaptado Mofidi e Chaallal (2014)	18
2.4	Dados e resultados pesquisa experimental. Adaptado Bousselham e Chaallal (2006)	22
2.5	Dados e resultados pesquisa experimental. Adaptado Chen (2010)	25
3.1	Parâmetros considerados nos modelos numéricos de estimativa. Autores . .	74
3.2	Parâmetros considerados nos modelos de cálculo de dimensionamento. Autores	75
3.3	Resultados $V_{f,exp}$ e $V_{f,est.}$ sob o critério de falha por descolamento. Autores	76
3.4	Coefficiente de determinação (R^2) entre $V_{f,estimado}$ e $V_{f,experimental}$	77
4.1	Tipos de partes utilizadas.	80
4.2	Parâmetros do Concreto. Autores	82
4.3	Propriedades da fibra ortotrópica. Autores	83
4.4	Caraterísticas dos elementos finitos.	86
4.5	Caraterísticas dos aços. Adaptado Salles (2000)	90
4.6	Propriedades dos materiais.	93
4.7	Taxas ρ_{sw} e ρ_{fv} para as configurações de reforço.	100
4.8	Taxas ρ_{sw} e ρ_{fv} para os modelos simulados.	100
4.9	Descrição geral dos modelos simulados.	100
4.10	Grupos de análise e efeitos em estudo. Autores	101
5.1	Comparação das contribuições de resistência V_f calculadas pela norma ACI440.2R (2008) e as captadas nas simulações.	104
5.2	Comparação das contribuições de resistência V_f calculadas pela norma ACI440.2R (2008) e as captadas nas simulações.	105
5.3	Cargas e deslocamento de ruptura - Grupo A	107
5.4	Carga e deslocamento para o escoamento dos estribos	107
5.5	Tensões atuantes em cada parcela de carga.	114

LISTA DE FIGURAS

2.1	Diagrama Tensão - Deformação de materiais poliméricos. Adaptado (Machado, 2010)	7
2.2	Representação esquemática do sistema de fibra de carbono. Adaptado (Machado, 2010)	8
2.3	Relação de Tensão - Deformação materiais compósitos. Adaptado Obaidat (2011)	8
2.4	Esquema do reforço EB-FRP. Adaptado Machado (2010)	10
2.5	Formatos de reforço ao cisalhamento. Adaptado ACI440.2R (2008)	11
2.6	Variações no reforço ao cisalhamento. Adaptado Obaidat (2011)	12
2.7	Tipos de falhas em vigas reforçadas ao cisalhamento através do reforço EB-FRP. Adaptado Kim et al. (2013)	13
2.8	Caraterísticas da seção reforçada. Adaptado Kim et al. (2014)	14
2.9	Formatos de reforço com faixas verticais e inclinadas. Adaptado Kim et al. (2014)	15
2.10	Contribuições ao cisalhamento dos materiais. Adaptado Kim et al. (2014)	16
2.11	Curva de resposta de vigas com e sem sistemas de ancoragem adesivos. Adaptado Kim et al. (2014)	16
2.12	Características do modelo. Adaptado Mofidi e Chaallal (2014)	18
2.13	Carga vs deslocamento no ponto de carga. Adaptado Mofidi e Chaallal (2014)	19
2.14	Resposta dos reforços transversais ao longo do carregamento. Adaptado Mofidi e Chaallal (2014)	19
2.15	Contribuições de resistência dos estribos e das fibras. Adaptado Mofidi e Chaallal (2014)	20
2.16	Caraterísticas da seção e sistema de carga. Adaptado Boussselham e Chaallal (2006)	21
2.17	Esquema do modelo da viga reforçada com FRP. Adaptado Chen (2010)	24
2.18	Variações da tensão na fibra ao longo do carregamento. Adaptado Chen (2010)	26
2.19	Tensões atuantes nos materiais ao longo do processo de carga. Adaptado Chen (2010)	27
2.20	Contribuições de resistência ao cisalhamento de cada material. Adaptado Chen et al. (2012)	29
2.21	Esquema do modelo de reforço estudado. Adaptado Chen et al. (2012)	30
2.22	Comparação do fator de mobilização (K_s). Adaptado Chen et al. (2012)	31
2.23	Desenvolvimento do fator de interação ao cisalhamento K^* . Adaptado Chen et al. (2012)	32

2.24	Lei bilinear de tração - separação. Adaptado Obaidat (2011)	33
2.25	Caraterísticas geométricas da viga analisada. Adaptado Obaidat (2011) . . .	34
2.26	Condições de simetria e malha do modelo. Adaptado Obaidat (2011)	35
2.27	Comparação da falha por descolamento da fibra. Adaptado Obaidat (2011) .	37
2.28	Percurso das fissuras através dos elementos danificados. Adaptado Obaidat (2011)	37
2.29	Resposta do concreto para tensão uniaxial de tração e de compressão. . . .	39
2.30	Espaço de tensões de <i>Haigh-Westergaard</i> . Adaptado <i>Hu e Schnobrich (1989)</i>	42
2.31	Exemplo de uma superfície de falha olhando-se pelo eixo hidrostático. . . .	43
2.32	Exemplo de interseção da superfície de falha com o plano definido por σ_1 e σ_2 .	43
2.33	Possíveis estados de tensão em relação à superfície de falha (observada pelo eixo hidrostático).	44
2.34	Estado de tensão em um ponto projetado no plano desviador. Adaptado Chen e Han (2007)	45
2.35	Forma geral da superfície de falha para um material isotrópico. Adaptado Chen e Han (2007)	46
2.36	Comportamento de encruamento do material. Adaptado Hu e Schnobrich (1989)	47
2.37	Representação bidimensional de diferentes modelos da lei de encruamento do material. Adaptado Hu e Schnobrich (1989)	48
2.38	Regra associativa e não associativa de escoamento plástico. Adaptado Hu e Schnobrich (1989)	49
2.39	Superfície de escoamento de <i>Drucker-Prager</i> e plano meridiano.	51
2.40	Plano desviador da superfície de falha para o modelo CDP. Adaptado Kmieciak e Kamiński (2011)	53
2.41	Superfície de falha para o modelo CDP no estado plano de tensões. Adaptado Lee e Fenves (1998)	54
2.42	Curvas tensão-deformação plástica ($\sigma^p \varepsilon$) na tração e na compressão.	55
2.43	Aproximação para o campo de deslocamentos. Adaptado Torres, 2003	60
2.44	Propriedades das funções de forma para o MEF. Adaptado Torres (2003) . .	60
3.1	Caraterísticas da seção reforçada. Adaptado CN-RDT200 (2004)	64
3.2	Variáveis dimensionais adotadas. Adaptado Khalifa e Nanni (2002)	66
3.3	Fator de redução K graficamente. Adaptado Khalifa <i>et al</i> , (1998)	67
3.4	Parâmetros da seção reforçada. Adaptado Chen e Teng (2003)	68
3.5	V_f estimado vs V_f experimental, contribuições de resistência ao cortante dada pela fibra de carbono. Autores	77
4.1	Características da seção.	80
4.2	Modelo estrutural e dimensões.	80

4.3	Curvas de comportamento compressão e tração do concreto. Adaptado Xu et al. (2014)	81
4.4	Condições de apoio.	83
4.5	Condições de aplicação de carga.	84
4.6	Armadura embebidas no concreto.	84
4.7	Contato Fibras - Concreto.	85
4.8	Direção das tensões nas fibras de carbono.	85
4.9	Modelo axi-simétrico teste de compressão e tração axial do concreto.	87
4.10	Estado uniaxial de tensões.	87
4.11	Compressão uniaxial para concreto de f_{ck} 40 MPa - Validação do material.	88
4.12	Tração uniaxial para concreto de f_{ct} 3,2 MPa.	88
4.13	Modelo tração uniaxial armaduras de aço. Autores.	89
4.14	Estado de tensões axial nas armaduras de aço.	89
4.15	Tensão-deformação para tipos de armaduras.	90
4.16	Modelo para teste das direções da fibra.	91
4.17	Tensões-deformações na fibra em cada direção.	91
4.18	Características do modelo simulado. Autores	93
4.19	Malhas para diferentes tipos de elementos finitos.	94
4.20	Curva de resposta para diferentes tipos de Elemento Finito.	95
4.21	Malhas para diferentes tamanhos de elemento finito tipo (C3D10).	96
4.22	Curva de resposta para diferentes tamanhos de Elemento Finito.	97
4.23	Malha do modelo calibrado. Autores	98
4.24	Curvas de calibração do modelos. Força - Deslocamento.	98
4.25	Sistema estrutural de carga - Ensaio a flexão em quatro pontos.	99
5.1	Posições dos elementos de controle estribos e fibras.	102
5.2	Nomenclatura e posição dos elementos e pontos de Controle.	103
5.3	Curvas de resposta carga - deslocamento em modelos do grupo A	106
5.4	Tensões σ_{xx} nos elementos de controle dos estribos em modelos do grupo A	107
5.5	Carga - Deslocamento modelos dos grupos B1 e B2	108
5.6	Tensões - Deslocamento vertical. Fibras Grupo B1	109
5.7	Tensões - Deslocamento vertical. Fibras Grupo B2	110
5.8	Tensão cisalhantes τ_{xy} - Deslocamento verticais dos modelos do Grupos C .	111
5.9	Tensão axial σ_{xx} vs Deslocamento/Carga nos estribos modelos Grupo D . .	113
5.10	Tensões solicitantes nos materiais	114
5.11	Nomenclatura dos estribos analisados	115
5.12	Tensões axiais σ_{xx} nos elementos finitos dos estribos.	117
5.13	Tensões axiais σ_{xx} nos estribos	118
5.14	Nomenclatura e elementos finitos das fibras	118

5.15	Tensões atuantes σ_{yy} nas fibras.	119
5.16	Tensões σ_{yy} nas fibras de reforço.	120
5.17	Tensões de flexão σ_{zz} - Formação da biela de compressão	120
5.18	Registro fotográfico da fissura principal de falha ao cortante em pesquisas experimentais	121

LISTA DE SÍMBOLOS E NOMENCLATURAS

Símbolos do Alfabeto Grego

μ	Fator de interação das contribuições de resistência
α	Ângulo de inclinação do reforço de FRP
α^*	Coefficiente de cálculo
β	Ângulo de inclinação das tiras de reforço
β_w	Coefficiente da largura da faixa de fibra modelo Chen et al. (2012)
γ	Fator igual a 1,0 no modelo da norma CN-RDT200 (2004)
ϕ_s	Diâmetro do estribo
ρ_{fv}	Taxa de reforço com fibra de carbono
ρ_{sw}	Taxa de armadura transversal
$\sigma_{db,max}$	Tensão máxima da resina
$\sigma_{f,max}$	Tensão máxima de aderência da resina
τ_f	Máxima tensão interfacial de cisalhamento
θ	Ângulo da fissura principal de falha ao cortante
ε_{fe}	Deformação efetiva da fibra
ϖ	Ângulo de inclinação dos estribos
β_L	Coefficiente de aderência relacionado com o comprimento de ancoragem
β_W	Coefficiente do ensaio de aderência
δ_f	Deslizamento interfacial entre fibra e concreto
γ_{fb}	Fator de segurança para a FRP em falha por descolamento
γ_f	Fator de segurança para a FRP
γ_m	Fator parcial para materiais
γ_{Rd}	Fator parcial para os modelos de resistência

ρ_f	Taxa de FRP
σ_{fmx}	Tensão máxima na fibra
$\varepsilon_{fd,e}$	Valor da deformação efetiva das FRP
$\varepsilon_{fk,e}$	Valor característico da deformação efetiva das FRP
ε_{fu}	Deformação última da fibra
Γ_{FK}	Valor característico da energia
ζ	Relação definida pela geometria do reforço
$w_{e,p}$	Comprimento da largura vertical da fissura de falha

Nomenclaturas

CDP	Dano plástico do concreto
CFRP	Reforço polimérico de fibra de carbono
E1	Modelos com estribos de diâmetro igual a 4.2 mm
E1-F0	Viga de controle com estribos de 4.2 mm e sem reforço com fibra
E1-F1	Viga com estribos de 4.2 mm e reforçada com uma camada de fibra
E1-F2	Viga com estribos de 4.2 mm e reforçada com duas camadas de fibra
E2	Modelos com estribos de diâmetro igual a 5.0 mm
E2-F0	Viga de controle com estribos de 5.0 mm e sem reforço com fibra
E2-F1	Viga com estribos de 5.0 mm e reforçada com uma camada de fibra
E2-F2	Viga com estribos de 5.0 mm reforçada com duas camadas de fibra
E3	Modelos com estribos de diâmetro igual a 6.3 mm
E3-F0	Viga de controle com estribos de 8.0 mm e sem reforço com fibra
E3-F1	Viga com estribos de 8.0 mm e reforçada com uma camada de fibra
E3-F2	Viga com estribos de 8.0 mm e reforçada com duas camadas de fibra
EB - FRP	Sistema de reforço estrutural
F0	Modelos sem fibras de carbono como reforço

F1	Modelos com uma camada de fibra de carbono de reforço
F2	Modelos com duas camadas de fibra de carbono de reforço
FE	Elementos finitos
FRP	Fibras de reforço Polimérico
HR	Alta taxa de reforço transversal
MFE	Método dos elementos finitos
MR	Moderada taxa de reforço transversal
NR	Baixa taxa de reforço transversal

Símbolos do Alfabeto Romano - Maiúsculas

E_f	Módulo de elasticidade da fibra
K	Fator de redução
K_b	Cobertura - coeficiente de fator de escala
K_b	Coeficiente geométrico
K_f	Fator de mobilização de tensões da fibra
K_s	Fator de mobilização de tensões do aço
P_f	Espaçamento das faixas de FRP ou FRP semi - aberto descontínuo
Z_b	Coordenada inferior da fibra
Z_t	Coordenada superior da fibra
A_{frp}	Área da fibra, definida como $A_{frp} = n \cdot t_f W_f$
A_{fv}	Área das fibras
$A_{s,p}$	Área dos estribos que costuram a fissura
A_{sv}	Área dos estribos
D_{frp}	Fator de distribuição da tensão modelo Chen e Teng (2003)
E_f	Módulo de elasticidade da fibra
E_s	Módulo de elasticidade do aço

G_f	Energia de fratura entre superfícies
K^*	Fator de interação estribos - fibras
K_v	Fator de aderência que depende do cisalhamento
L	Comprimento de aderência da fibra
L_e	Comprimento efetivo de aderência da fibra
L_{mx}	Comprimento máximo de aderência da fibra
S_e	Espaçamento entre estribos
S_{fe}	Espaçamento efetiva das fibras
V_{cd}	Força cortante de projeto do concreto
V_c	Contribuição de resistência do concreto
$V_{f,p}$	Contribuição de resistência no instante máximo
V_{fd}	Força de projeto ao cisalhamento suportada pelas FRP
V_f	Contribuição de resistência ao cisalhamento da fibra
$V_{Rd,f}$	Contribuição da fibra ao cisalhamento
$V_{Rd,max}$	Máximo valor de resistência de projeto ao cisalhamento
V_{Rd}	Valor de resistência de projeto para cisalhamento
V_{swd}	Contribuição de resistência do aço
V_s	Contribuição de resistência do aço
V_u	Resistência última ao cortante da viga
W_{fe}	Largura efetiva das fibras
W_f	Largura das fibras
H_{fe}	Altura efetiva da fibra no modelo Chen e Teng (2003)
K_1	Fator de redução que depende da resistência do concreto
K_2	Fator de redução que depende do formato de reforço
L_{mx}	Comprimento máximo de aderência

- R Relação de tensão efetiva na fibra
- R Fator de redução modelo de Khalifa e Nanni (2002)

Símbolos do Alfabeto Romano - Minúsculas

- $d_{f,t}$ Distância entre a face comprimida e a extremidade superior da fibra
- f_d Fator de cálculo equivalente a 1,5
- f_{fdd} Resistência de descolamento de projeto para o reforço com FRP
- f_{mk} Resistência à característica à compressão da alvenaria
- f_{mk} Resistência à compressão do concreto
- f_{mtm} Valor médio de resistência à tensão da alvenaria
- f_{mtm} Resistência à tração do concreto
- l_e Comprimento efetivo de ancoragem
- t_f Espessura da fibra de reforço
- t_f Espessura da fibra
- b Largura da seção
- b_f Largura das fibras de reforço
- b_w Largura da seção
- d Altura útil da viga
- d_{fv} Profundidade efetiva da fibra ao cisalhamento
- f_{cu} Resistência à compressão do cubo de concreto
- $f_{f,e}$ Tensão efetiva na fibra
- f_{fed} Resistência efetiva da fibra ao cisalhamento
- f_{fe} Tensão média efetiva na fibra
- f_{fu} Tensão última da fibra
- f_f Tensão na fibra
- f_{yk} Valor característico de tensão de escoamento em reforço não protendido

f_y	Tensão de escoamento do aço
h_b	Recobrimento inferior do aço longitudinal tracionado
$h_{f,e}$	Altura efetiva da fibra
h_m	Altura da viga
h_t	Altura efetiva da fibra, altura da mesa se for viga, se for retangular é igual a zero
p_f	Espaçamento das fibras
s	Espaçamento das barras
t	Espessura da fibra
$w_{e,p}$	Largura da fissura de falha
$w_{e,p}$	Máxima espessura da trinca
w_{fe}	Comprimento efetivo das fibras
w_f	Largura das fibras
f'_c	Resistência à compressão do concreto
h_{df}	Altura útil da fibra modelo de Chen et al. (2012)
$h_{f,e}$	Altura útil da fibra
n	Número de camadas da fibra

1 - INTRODUÇÃO

1.1 - CONSIDERAÇÕES INICIAIS

No que se refere à recuperação de estruturas de concreto armado é preciso remontar a casos ocorridos anteriormente. Em muitos casos estas são necessárias devido a mudanças nas solicitações ao longo do tempo de serviço (reformas, ampliações, outras), processos de deterioração e eventualidades acidentais de origem natural como sismos, furacões e maremotos ou de origem bélica. Nestes casos é importante tomar as medidas pertinentes no tempo hábil para evitar consequências desastrosas. (Obaidat (2011), Bousselham e Chaallal (2004)). Nestas circunstâncias existem duas soluções para os sistemas estruturais: substituição de elementos ou reforço estrutural. A substituição total dos elementos estruturais danificados nem sempre podem ser feitas, já que implica grandes custos de operação, repercussões consideráveis devido à suspensão total. Portanto, quando as condições o permitem a melhor solução é a manutenção e reforço estrutural de elementos danificados.

Ao longo das últimas décadas o desenvolvimento de materiais compósitos e resinas de alta resistência permitiram usar novos sistemas de reforço estrutural de alto desempenho, dentre as quais destaca-se a técnica conhecida como "*Externally bonded Fiber Reinforcement Polymers*" (EB-FRP). Esta consiste na colagem externa de materiais compósitos de diversos tipos mediante resinas industriais. Na atualidade considera-se o uso de compósitos de fibra de carbono no reforço de estruturas civis devido a que este material possui ótimas características de incrementos de resistência e versatilidade segundo Obaidat (2011). Diversas pesquisas são desenvolvidas atualmente visando a compreensão dos mecanismos de colapso do sistema de reforço para diferentes usos. Particularmente, a técnica é de grande aplicação no reforço ao cisalhamento de vigas de concreto armado, uma vez que este mecanismo de colapso possui características de alto risco.

Modelos de cálculo de dimensionamento permitem estimar as contribuições de resistências ao cisalhamento das fibras como materiais de reforço. Nas equações de cálculo dos modelos são considerados diversos parâmetros físicos e geométricos dos materiais, dado que o cisalhamento é um comportamento abrangente que sofre influência das características da peça estrutural. Bousselham e Chaallal (2004) consideram que algumas das mais influentes são: altura da viga, relação de esbeltez, taxas e características da armadura transversal, formato de reforço da fibra de carbono, propriedades da resina, posição da carga, entre outras. No entanto, pesquisas recentes desenvolvidas por (Chen et al., 2010;

Chen et al., 2012; Mofidi e Chaallal, 2014) apontam à consideração dos efeitos da interação entre estribos e fibras no desenvolvimento de tensões, uma vez que este desempenham um papel importante na eficiência das fibras de carbono como reforço ao cisalhamento. Novos modelos são propostos, os quais consideram os efeitos de interação (Bousselham e Chaallal, 2004; Chen, 2010; El-Maaddawy e Chekfeh, 2013), e permitem obter estimativas menos conservadoras às determinadas pelos modelos de cálculo utilizados pelas normas ACI440.2R (2008), Bulletin14 (2001) e CN-RDT200 (2004).

Com base nesses argumentos, considera-se que é importante entender o comportamento das tensões em estribos e fibras quando são variadas as taxas de reforço estrutural. Assim, neste trabalho são desenvolvidas simulações computacionais no programa comercial de elementos finitos Abaqus (*Ver. 6-14*). Apresentam-se as propriedades definidas para os materiais e as condições de contorno das simulações, e posteriormente são verificadas as propriedades dos materiais e a calibração do modelo simulado com respeito a resultados experimentais reportados por Salles (2000).

1.2 - OBJETIVOS

1.2.1 - Objetivo Geral

Estudar através de simulações computacionais as tensões atuantes em estribos e fibras de carbono utilizadas como reforço ao cortante em vigas de concreto armado.

1.2.2 - Objetivos Específicos

Dentro da análise global de vigas de concreto armado reforçadas com sistemas EB-FRP, objetiva-se a avaliação dos seguintes tópicos:

- ✓ Estudar os efeitos de interação que existem entre compósitos de fibras de carbono e estribos mediante a comparação das contribuições calculadas através dos modelos de dimensionamento com respeito a resultados experimentais achados na literatura.

- ✓ Desenvolver simulações computacionais que permitam estudar o comportamento das tensões atuantes nos estribos e fibras.

- ✓ Avaliar o efeito devido ao incremento da taxa de aço transversal no desenvolvimento de tensões atuantes nas fibras de carbono, assim como o incremento da taxa de fibra no desenvolvimento das tensões atuantes nos estribos.

✓Estudar as tensões atuantes em cada material ao longo do processo de carga.

1.3 - LIMITAÇÕES DO ESTUDO

A pesquisa limita-se à avaliação de tensões atuantes em estribos e fibras de carbono como reforço ao cortante. As simulações consistiram num ensaio à flexão em quatro pontos. Foi aplicada carga estática, sem considerar as etapas de pre - fissuração nas simulações computacionais. O contato entre as armaduras e o concreto e entre as fibras de reforço e o concreto foram definidos através dos modelos disponibilizados pelo programa Abaqus (*Ver: 6-14*). Estes despreziam os efeitos de deslizamento das barras embebidas no concreto e o descolamento das fibras com as superfícies, impossibilitando a avaliação da falha por descolamento das fibras de reforço. As fibras foram modeladas com comportamento unidirecional e unicamente com propriedades elásticas, portanto, possuem resistência indefinida, e impede igualmente a avaliação da falha do sistema por ruptura do compósito. Desta forma, o estudo foca-se na análise do fluxo de tensões atuantes em estribos e fibras ante as variações paramétricas dos reforços.

1.4 - METODOLOGIA

Inicialmente, são apresentados trabalhos experimentais e numéricos na área de reforço estrutural ao cisalhamento mediante sistemas de colagem externa de materiais compósitos (EB-FRP), onde se destacam os efeitos de interação entre estribos e fibras no desenvolvimento de tensões atuantes nos materiais. Define-se na sequência, as diretrizes do estudo de vigas reforçadas ao cisalhamento. São apresentados os modelos de cálculo da contribuição de resistência da fibra de carbono como material de reforço ao cortante utilizados por normas vigentes e outros propostos por autores e comparados com respeito a resultados experimentais a fim de avaliar sua precisão.

Finalmente, são desenvolvidas simulações computacionais de vigas de concreto armado reforçadas ao cisalhamento através de sistemas EB -FRP. Esta etapa consiste na mais abrangente, envolvendo diversas considerações relacionadas com as propriedades e comportamento dos materiais utilizados da mesma maneira que as condições de contorno do problema em estudo. As simulações foram feitas através do programa comercial Abaqus (*Ver: 6-14*). Assim, é apresentada a calibração do modelos simulado com respeito a resultados experimentais.

1.5 - ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

De início, introduz-se o assunto abordado nesta dissertação, realizando-se uma apresentação histórica e uma descrição dos sistemas de reforço estrutural e da relevância do estudo. São ainda apresentados os principais pesquisadores da área. Destaca-se os efeitos de interação que existem entre fibras e estribos como materiais de reforço ao cisalhamento, além de salientar a importância da consideração desta nos modelos de cálculo de dimensionamento.

O Capítulo 2 aborda a descrição dos sistemas de reforço EB-FRP usados no reforço ao cisalhamento de estruturas de concreto, incluindo as principais características e o processo de execução. Também elenca a revisão de trabalhos experimentais e numéricos desenvolvidos na área, fazendo uma descrição dos estudos e das principais observações e conclusões feitas pelos autores. Finalmente é apresentada a descrição do modelo de dano plástico do concreto utilizado pelo programa *Ver. 6-14*.

Com a finalidade de avaliar os modelos de dimensionamento utilizados por normas vigentes e outras novas propostas de autores, o Capítulo 3 aborda descrição de cada um dos modelos. Além disso, os valida através da comparação com resultados experimentais retirados da literatura, o que permite observar a importância dos efeitos de interação entre os materiais de reforço e corrobora a necessidade de consideração desta nos modelos de dimensionamento, a fim de se obter estimativas de resistência das fibras menos conservadoras.

Como anteriormente exposto, o Capítulo 4 discorre sobre a descrição das características gerais dos modelos simulados, compreendendo as especificações das propriedades dos materiais, as condições de contorno do problema e a análise de convergência. Posteriormente, apresenta-se a verificação das propriedades dos materiais e a calibração do modelo global mediante comparação com resultados experimentais. Ao final, são descritos os modelos simulados e efeitos a serem avaliados, formulando-se os grupos de análise para cada.

O Capítulo 5 trata dos resultados das simulações. São apresentados gráficos de comparação que permitem entender os efeitos de interação existentes entre estribos e fibras, assim como os efeitos gerados pelo incremento das taxas de aço transversal e de fibra, além dos consequentes efeitos no desenvolvimento de tensões atuantes em cada material.

O Capítulo 6 descreve as principais considerações e conclusões da pesquisa e os trabalhos sugeridos.

2 - REVISÃO DA LITERATURA

São apresentados ao longo deste capítulo algumas características dos materiais poliméricos, principalmente da fibra de carbono como material de reforço estrutural através da colagem externa, abordando diversos formatos de reforços ao cisalhamento e suas principais características. Posteriormente apresentam-se trabalhos experimentais sobre reforço ao cisalhamento nos quais são comparadas as contribuições de resistência das fibras encontradas em ensaios experimentais e as estimadas pela norma ACI440.2R (2008). Em geral, os resultados de Dirar et al. (2012) de que a falta de precisão nas estimativas das normas refletem o fato que os modelos de cálculo de dimensionamento não considerarem o efeito de interação entre estribos e fibras como material de reforço como também é salientado por Pellegrino e Modena (2006). No final desta seção são apresentados trabalhos computacionais que usam simulações computacionais com o objetivo de avaliar os efeitos de interação entre os materiais de reforço ao cisalhamento. Assim, são elencadas as novas propostas de cálculo de dimensionamento que levam em consideração um maior número de parâmetros de influencia no comportamento.

2.1 - GENERALIDADES DOS SISTEMAS DE REFORÇO COM MATERIAIS POLIMÉRICOS.

As estruturas civis encontram-se submetidas a inúmeras solicitações dependentes dos diferentes tipos de ações atuantes, sendo estes carregamentos axiais (excêntricos ou não), laterais (empuxo de água, cargas de vento), dinâmicos (mar, elevadores, trânsito) ou de impacto (usuais na indústria) e, por este motivo, estão sujeitas a grandes incertezas provenientes de diversas naturezas. Em decorrência disso, é comum serem considerados coeficientes de minoração na previsão das resistências dos elementos estruturais, assim como coeficientes de majoração das cargas solicitantes ou de seus efeitos, isto com o objetivo de gerar condições de segurança que permitam garantir um bom funcionamento ao longo da sua vida útil. Em caso de situações excepcionais que levem os elementos à ruptura, deve-se garantir que o tipo de falha estrutural seja tal que proporcione o tempo e as características necessárias para se tomar as medidas pertinentes, evitando assim o colapso imediato indesejado.

O reforço estrutural surge como uma medida face às situações excepcionais, tais como:

- ✓ Considerações não observadas ao longo do projeto;

- ✓ Processos construtivos de elaboração de elementos estruturais inadequados;
- ✓ Solicitações acima do prevista, do tipo natural ou/e acidentais;
- ✓ Baixa resistência dos materiais adotados;
- ✓ Más condições de uso e manutenção;

Podendo assim comprometer o bom funcionamento de elementos locais com possibilidade de afetar o desempenho global da estrutura, o que implica num possível risco de colapso.

O uso de fibras de reforço polimérico (FRP) providencia uma técnica eficiente no âmbito do reforço estrutural, apresentando boas características de incremento de resistência, versatilidade e durabilidade.

2.1.1 - Materiais poliméricos

Ao longo da história o desenvolvimento de materiais poliméricos avançados permitiram fornecer a diversas áreas, tais como a industrial, aeronáutica, naval e esportiva. Inicialmente o uso de compósitos poliméricos encontravam-se limitados devido ao seu alto custo e a falta de pesquisas na implementação destes como materiais de reforço de estruturas. Posteriormente, com a evolução dos mercados e dos processos industriais foram-se tornando mais acessíveis permitindo, assim, o desenvolvimento de pesquisas focadas ao uso destes no âmbito da construção civil. Tais atividades, finalmente, geraram um vasto conhecimento básico, sendo possível estabelecer uma avaliação teórica em bases confiáveis e seguras específicas para o projeto e detalhamento dos reforços das estruturas de concreto armado com materiais poliméricos avançados (Machado, 2010).

Dentre os materiais poliméricos usados como reforço estrutural, a fibra de carbono teve destaque devido às ótimas características de resistência e execução. Os primeiros usos dos materiais poliméricos reportam-se da década dos anos 50, mas começaram a ser fabricados e utilizados industrialmente no ano de 1982, tendo a primeira aplicação no reforço feito na Suíça através a colagem externa da fibra de carbono mediante resinas epóxicas de alta resistência, embora um dos principais grandes passos foi dado pelo Japão devido à necessidade de fornecer melhores características de resistência às pontes que faziam parte do seu sistema rodoviário, as quais encontravam-se constantemente solicitadas pela alta frequência de terremotos. Dessa forma, focaram-se não somente nos processos de recuperação rápida, como também nas medidas de prevenção ante futuras eventualidades. A partir daí, tais técnicas migraram para a Europa e posteriormente para os Estados Unidos, até que finalmente a técnica se difundiu pelo mundo inteiro, com grandes aplicações na área

civil.

A fibra de carbono é considerada um dos materiais compósitos de maior aplicação no reforço de estruturas. As fibras de carbono surgem do tratamento térmico (carbonização) de fibras precursoras orgânicas tais como poliacrilonitrila (PAN) ou com base no alcatrão derivado do petróleo ou do carvão (PITCH) em um ambiente inerte. Durante esse processo, os átomos de carbono são perfeitamente alinhados ao longo da fibra precursora, características que fornece uma ótima resistência mecânica à tração, quanto maior é a temperatura durante o processo de fabricação é maior o modelo de elasticidade. A relação entre tensão e deformação de diferentes tipos de compósitos é apresentada na Figura 2.1

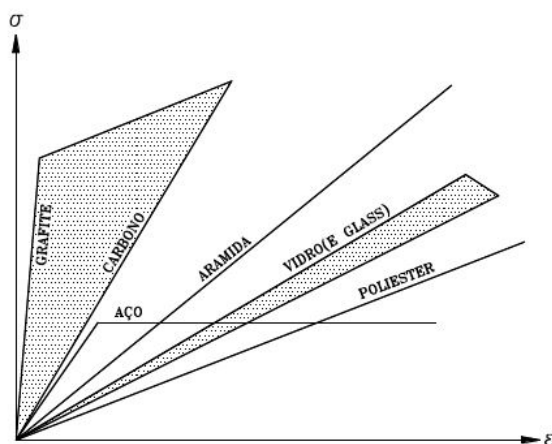


Figura 2.1 – Diagrama Tensão - Deformação de materiais poliméricos. Adaptado (Machado, 2010)

Algumas das principais características dos materiais poliméricos segundo Machado (2010) são:

- ✓ Alta resistência mecânica;
- ✓ Alta tenacidade;
- ✓ Bom comportamento à fadiga e às cargas cíclicas;
- ✓ Elevada resistência a ataques químicos e boa durabilidade;
- ✓ Extrema leveza, devido ao baixo peso específico do sistema (da ordem de 1,6 g/cm³ a 1,9 g/cm³, cerca de 5 vezes menor à do aço) chegando-se ao ponto de não se considerar o seu peso próprio nos reforços.

Os sistemas de compósitos estruturados com fibras de carbono, são compostos por dois elementos distintos e fundamentais:

✓ Matriz polimérica, cuja função é manter as fibras em ligação, propiciando a transferência das tensões entre os dois elementos estruturais, concreto e fibra de carbono.

✓ Elemento estrutural, constituído pelas fibras de carbono. As fibras dispostas unidirecionalmente dentro das matrizes poliméricas absorvem as tensões de tração decorrentes dos esforços solicitantes atuantes.

A Figura 2.2 apresenta-se esquematicamente o sistema composto. Nesta os bastonetes representam as fibras de carbono imersas na matriz polimérica, onde as armaduras (fibras) são responsáveis pela resistência mecânica do sistema, cabendo à matriz polimérica a transferência das tensões do substrato de concreto para o sistema composto (Machado, 2010).

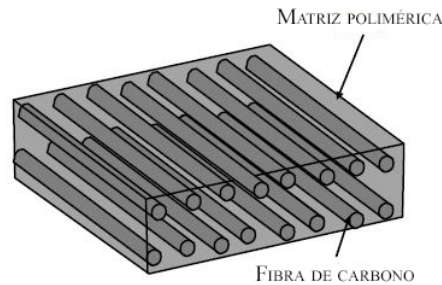


Figura 2.2 – Representação esquemática do sistema de fibra de carbono. Adaptado (Machado, 2010)

O comportamento da fibra de carbono é considerado como linear elástico até a ruptura e posteriormente há uma queda súbita da resistência, apresentando características de um material frágil. A Figura 2.3 mostra a relação tensão - deformação dos materiais que compõem o compósito, com destaque à zona de escoamento da matriz e a linearidade da fibra que gera um comportamento com uma leve variação da rigidez do material compósito.

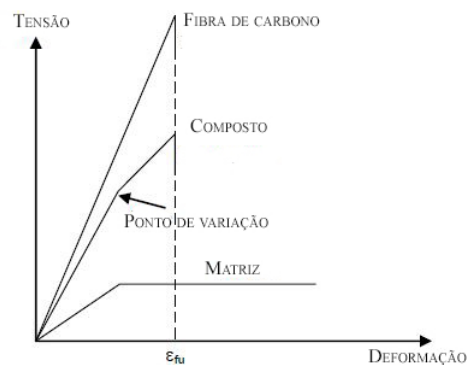


Figura 2.3 – Relação de Tensão - Deformação materiais compósitos. Adaptado Obaidat (2011)

Os compósitos são frequentemente anisotrópicos com alta rigidez na direção das fibras. Em aplicações práticas de reforço estrutural as fibras unidirecionais predominam.

Os compósitos de fibras de carbono possuem um coeficiente de dilatação térmica que varia em função das direções e das proporções dos materiais que o compõem. Os coeficiente longitudinal e transversal encontram-se na ordem de $10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ a 0 e de $22 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ a $23 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$, respectivamente. Somente como referência o coeficiente de dilatação térmica do concreto é da ordem de 4 a $6 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$. Outra importante propriedade térmica da fibra de carbono é a temperatura de transição vítrea, acima desta o módulo de elasticidade decresce significativamente devido às mudanças na estrutura molecular, sendo esta em torno de 80°C a 100°C para a resina e muito maior para a fibra de carbono 1.500°C .

A rigidez e resistência de um compósito unidirecional com uma porcentagem de 65 % em volume de fibra de carbono são apresentadas na Tabela 2.1 com a finalidade de comparar em relação ao aço. Também são especificadas as propriedades de diferentes tipos de fibras e da resina epóxica, conforme os dados de (Obaidat, 2011).

Tabela 2.1 – Propriedades dos materiais implementados no reforço. Adaptado Obaidat (2011)

Material	Resist. Tensão (MPa)	Mod. Elast. (GPa)	Densidade (Kg/m^3)	Mod. Elast./Densidade. (Mm^2/s^2)
Carbon	2200-5600	240-830	1800-2200	130-380
Aramid	2400-3600	130-160	1400-1500	90-110
Glass	3400-4800	70-90	2200-2500	31-33
Epoxy	60	2.5	1100-1400	1.8-2.3
CFRP	1500-3700	160-540	1400-1700	110-320
Steel	280-1900	190-210	7900	24-27

Entre os procedimentos de reforço pesquisados, destaca-se a utilização da técnica de colagem externa de compósitos poliméricos aos elementos estruturais, cujas principais características deste método de reforço são abordadas posteriormente.

2.1.2 - Sistemas de Reforço EB - FRP

O sistema de colagem externa de compósitos poliméricos como reforço estrutural, em Inglês “External Bonded Fiber Reinforced Polymers” (EB-FRP) é conhecido atualmente como uma das técnicas de reforço estrutural mais eficientes. Destaca-se o uso da fibra de carbono como um dos materiais de maior aplicações na engenharia Civil.

Em 1997 foi criado o sistema Compósito Estrutural *MBrance* com a utilização de tecidos, inicialmente estes eram manufaturados pela indústria Japonesa. Em 1999 o sistema *MBrance* passou a produzir o tecido de fibra de carbono nos Estados Unidos. A primeira aplicação

deste sistema na América Latina foi no Brasil no ano de 1998 com o reforço estrutural do viaduto de Santa Teresa, na cidade de Belo Horizonte - MG. Essa obra foi particularmente interessante por se tratar de uma estrutura de concreto armado construída no ano de 1927 e tombada pelo Patrimônio Histórico e Cultural do estado de Minas Gerais. Atualmente podem se contar mais de 150 obras somente no Brasil reforçadas pelo sistema *MBrance* em estruturas de concreto armado, protendido e em estruturas metálicas de obras de arte, edificações comerciais, residenciais e comerciais, segundo (Machado, 2010).

A técnica de reforço EB-FRP é amplamente pesquisada e usada na atualidade, ela apresenta boas características de resistência, facilidades de execução e durabilidade, e é reconhecida por diversos pesquisadores como (Bousselham e Chaallal, 2004; Chen et al., 2010) como uma técnica altamente eficiente enquanto solução de problemas estruturais. O bom desempenho do sistema encontra-se diretamente relacionado com um correto processo de execução. A Figura 2.4 mostra esquematicamente os componentes do reforço.

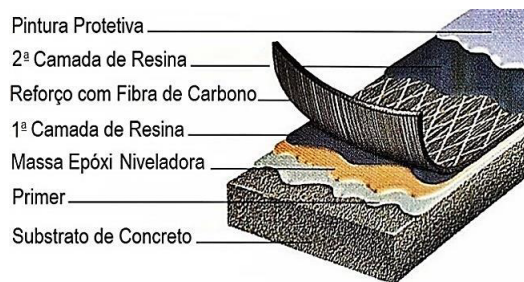


Figura 2.4 – Esquema do reforço EB-FRP. Adaptado Machado (2010)

As etapas que compõem um processo adequado de reforço estrutural adotando-se o sistema EB-FRP segundo Machado (2010) são:

- ✓ Recuperação do substrato de concreto armado para que o sistema possa ser aderido com segurança;
- ✓ Imprimação da superfície sobre a qual será aplicado o sistema para se estabelecer uma ponte de aderência entre o substrato de concreto e o sistema composto;
- ✓ Regularização e correção das imperfeições superficiais do substrato de concreto, de modo a estabelecer um plano adequadamente nivelado;
- ✓ Aplicação da primeira camada de resina saturante com alto teor de sólidos que servirá para impregnar (saturar) a lâmina de fibra de carbono e aderi-la à superfície do concreto;
- ✓ Aplicação da lâmina de fibra de carbono que vai reforçar o sistema composto;
- ✓ Aplicação da segunda camada de resina saturante para completar a impregnação da

lâmina de fibra de carbono e acabando de conformar a matriz epoxídica que envelopa o sistema;

✓ Aplicação (opcional) de película de acabamento com elevado teor de sólidos, alto brilho e resistente à corrosão, com o objetivo de proteção e/ou acabamento estético para o sistema.

Esta metodologia fornece uma potente ferramenta na área de recuperação estrutural, tendo aplicação no reforço ante diversos tipos de tensões (normais e tangenciais). Posteriormente, é abordado de maneira específica o reforço ao cisalhamento de estruturas de concreto armado (vigas) através de sistemas EB-FRP.

2.1.3 - Reforço ao Cisalhamento

A metodologia de colagem externa (EB) de fibras de reforço polimérico (FRP) pode ser implementada no incremento de capacidade ao cisalhamento de elementos estruturais, permitindo que em caso de colapso estes falhem sob condições de ductilidade e segurança, comparativamente bem mais satisfatória que as características da ruptura por cisalhamento.

Quando uma viga de concreto armado possui uma resistência ao cortante inferior que à de flexão há necessidade de realizar o reforço. A Figura 2.5 apresenta os formatos de reforço ao cisalhamento para vigas de concreto armado, sendo estes: (a) reforço fechado, com recobrimento nas quatro faces do elemento; (b) reforço semi aberto, com recobrimento em três faces do elemento e; (c) reforço aberto com recobrimento em duas faces laterais, sendo mais eficientes enquanto tiver um maior número de faces reforçadas.



Figura 2.5 – Formatos de reforço ao cisalhamento. Adaptado ACI440.2R (2008)

Os formatos de reforço podem ser executados por mantas contínuas de reforço “*sheets*” ou por faixas de reforço de menor largura (W_f) “*strips*”, estas segundas são apresentadas esquematicamente na Figura 2.6, observando-se que possibilitam a instalação em diferentes ângulos de inclinação (β) com um espaçamento qualquer (S_f) o qual possibilita a costura

da fissura de cisalhamento de maneira perpendicular sendo mais eficientes. Também é possível definir o sentido principal de trabalho das fibras.

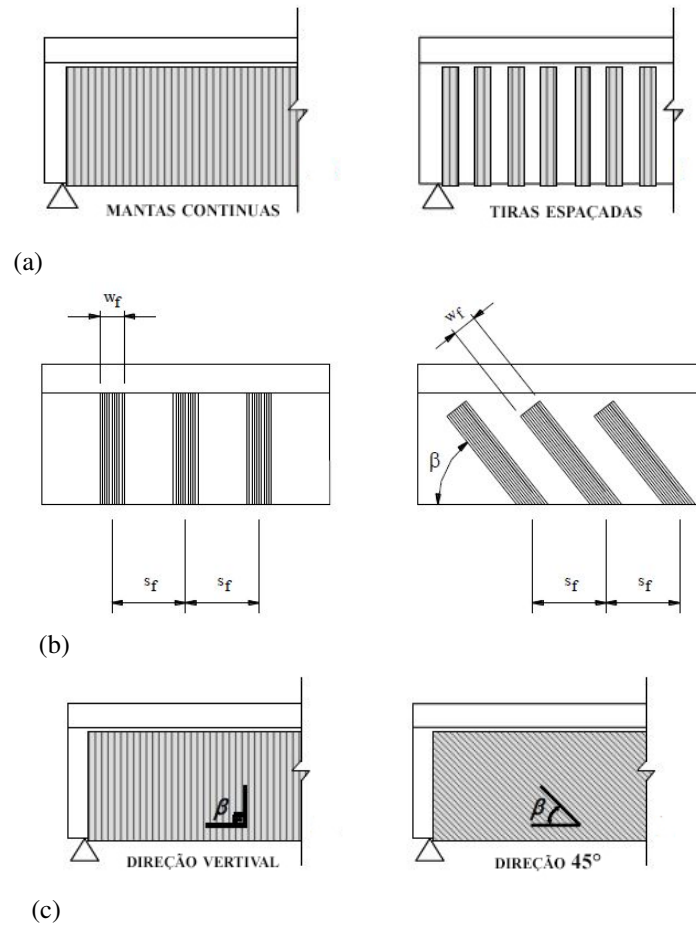


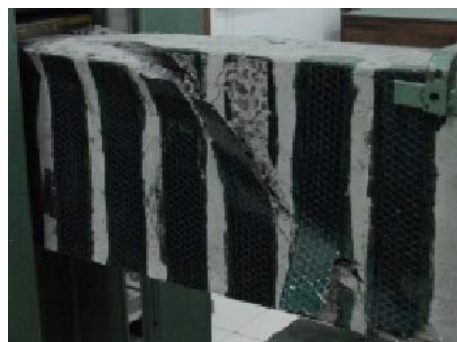
Figura 2.6 – Variações no reforço ao cisalhamento. Adaptado Obaidat (2011)

Trabalhos experimentais reportam que reforços feitos com mantas contribuem maiores resistências, embora apresentem problemas de descolamento da fibra, o qual é reportado como o principal mecanismo de falha do sistema EB-FRP segundo Adhikary et al. (2004). No entanto, o reforço com faixas espaçadas é mais eficiente devido as fibras trabalharem isoladamente e em maior proporção ao não transmitir efeitos de descolamento local, assim, em caso de problemas de descolamento se apresentara a perda das contribuições de resistência de uma única faixa e não se afetará o sistema de reforço global.

A Figura 2.7 ilustra os tipos de falhas comuns no sistema EB-FRP, tendo-se falhas por rasgamento da fibra de carbono comuns em formato de reforço fechado, falha por descolamento da fibra e falha por deslocamento da superfície de concreto, sendo estes últimos comuns em formato de reforço aberto e semi aberto.



(a)
Rasgamento



(b)
Desplacamento



(c)
Descolamento

Figura 2.7 – Tipos de falhas em vigas reforçadas ao cisalhamento através do reforço EB-FRP. Adaptado Kim et al. (2013)

O principal problema do sistema EB-FRP encontra-se relacionado com a superfície de aderência entre o concreto e a fibra de carbono, a qual é feita através de resinas epóxicas de alta resistência. Quando a tensão máxima de tração na resina é atingida, inicia-se o descolamento da fibra segundo Dirar et al. (2012). A falha pelo deslocamento da superfície de concreto acontece quando a resistência do inter travamento entre os agregados do concreto é atingida, a fibra é desprendida com parte do concreto de recobrimento. Ambos tipos de falhas repercutem em uma perda significativa da resistência do elemento estrutural.

A falha por cisalhamento apresenta características de insegurança, devido a que ocorre subitamente, portanto, o reforço ao cisalhamento através do sistema EB-FRP surge como uma eficiente técnica de reforço.

2.2 - PESQUISAS EXPERIMENTAIS

Ao longo desta seção são apresentadas pesquisas experimentais desenvolvidas com o objetivo de avaliar as fibras de carbono como reforço ao cisalhamento e os efeitos de interação entre estribos e fibras segundo as taxas dos reforço. São descritas as características de cada estudo e as principais observações e conclusões reportadas pelos autores.

2.2.1 - Kim et al. (2014)

A pesquisa intitulada: *Reforço de vigas “T” de concreto armado utilizando materiais de ancoragem de fibra de carbono*. Se trata de um trabalho experimental que contou com 16 vigas variando diferentes parâmetros, tais como: taxas de aço transversal e de fibra, relação geométrica entre vão e altura (a/d), tipo de resina de aderência, inclinação dos sistemas de ancoragem, entre outras, Apresenta-se aqui os comentários e observações dos autores.

As vigas ensaiadas têm seção tipo “T”, com comprimento de 4267 mm e uma relação geométrica (a/d) igual a 3,0. A Figura 2.8a mostra as características da seção transversal armada. Foi utilizado um sistemas de ancoragem adesiva com o objetivo de melhorar a eficiência das fibras, este consistem num sistema colado superficialmente com resinas e ancorado através de um furo feito na superfície de concreto, dita condição pode ser observada na Figura 2.8b.

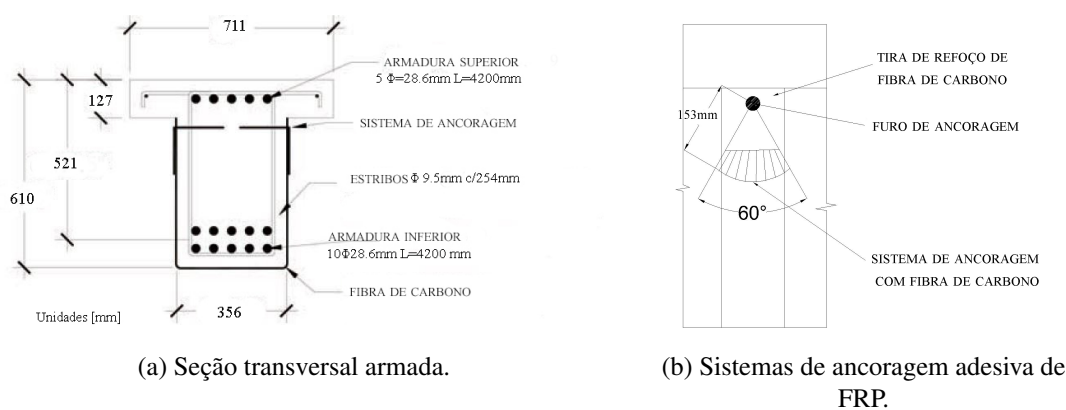


Figura 2.8 – Características da seção reforçada. Adaptado Kim et al. (2014)

A carga é aplicada de baixo para cima devido as características das máquinas de teste, portanto, foi necessário rotacionar a viga em 180°, formando assim um sistema estrutural de ensaio à flexão a três pontos. Somente foi considerado o reforço com fibra em um dos vãos, travando-se o outro para garantir que a falha por cisalhamento acontecesse do lado reforçado. A Figura 2.9 mostra as características da montagem do ensaio. As contribuições

de resistência dos estribos e das fibras foram monitoradas por meio de medidores de deformação.

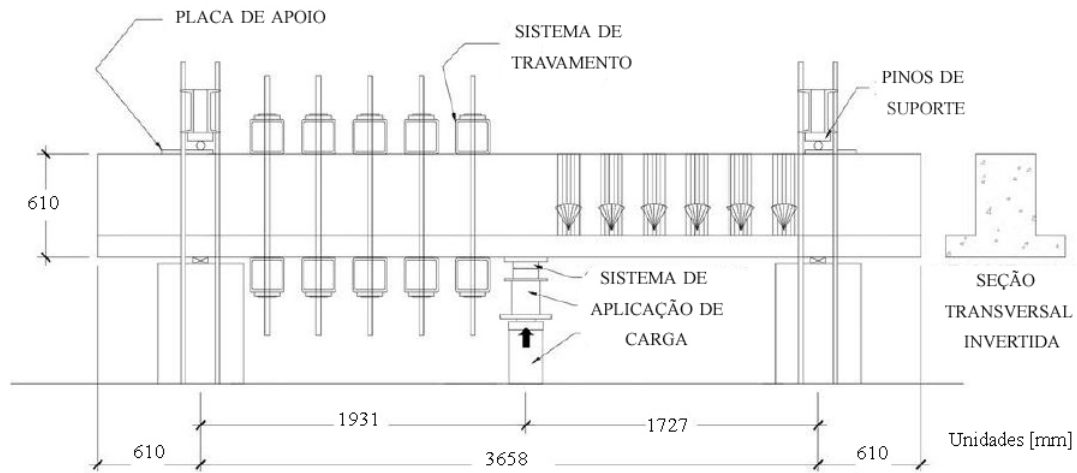


Figura 2.9 – Formatos de reforço com faixas verticais e inclinadas. Adaptado Kim et al. (2014)

A Tabela 2.2 apresenta a descrição dos elementos testados e as contribuições de resistência das fibras de carbono em 10 vigas com diferentes condições de reforço e uma relação geométrica (a/d) igual a 3.

Tabela 2.2 – Dados e resultados pesquisa experimental. Adaptado Kim et al. (2014)

Viga	Descrição	Taxa Estribos	$V_{nexp.}$ (kN)	V_{fexp} (kN)	V_f %	V_{fACI} (kN)	V_{fexp} / V_{fACI}	Tipo de previsão
3-C	Viga controle	$\Phi 9.5\text{mm c/ } 254\text{mm}$	105	0	0,0	0	-	-
3-S	Ref. 1 camada	$\Phi 9.5\text{mm c/ } 254\text{mm}$	152	33	21,7	27	1,22	Conservador
3-2S	Ref. 2 camadas	$\Phi 9.5\text{mm c/ } 254\text{mm}$	153	59	38,6	53	1,11	Conservador
3-NA	Sem ancoragem	$\Phi 9.5\text{mm c/ } 254\text{mm}$	109	13	11,9	10	1,30	Conservador
3-NB	Pobre aderência	$\Phi 9.5\text{mm c/ } 254\text{mm}$	118	12	10,2	27	0,44	Não conservador
3-NB	Boa aderência	$\Phi 9.5\text{mm c/ } 254\text{mm}$	148	25	16,9	27	0,93	Não conservador
3-SB	Fibra tipo B	$\Phi 9.5\text{mm c/ } 254\text{mm}$	145	31	21,4	25	1,24	Conservador
3-SC	Fibra tipo C	$\Phi 9.5\text{mm c/ } 254\text{mm}$	135	37	27,4	56	0,66	Não conservador
3-S2	Disposição contínua	$\Phi 9.5\text{mm c/ } 254\text{mm}$	165	62	37,6	53	1,17	Conservador
3-IA	Furo de ancoragem.	$\Phi 9.5\text{mm c/ } 254\text{mm}$	146	34	23,3	27	1,26	Conservador

As estimativas de resistência calculadas através do modelo de dimensionamento da norma ACI440.2R (2008) são pouco precisas em comparação aos valores obtidos experimentalmente, sendo estas em sua maioria conservadoras. Portanto, os autores concluem que as equações de cálculo devem ser ajustadas considerando a interação existente entre o concreto, estribos de aço e compósitos de FRP.

Os resultados permitiram observar que as contribuições de resistência dos materiais não acontecem paralelamente ao longo do processo de carga. A Figura 2.10 mostra que

inicialmente o concreto resiste uma maior parcela, e que as contribuições do aço e da fibra aumentam consideravelmente à medida que se aproxima da ruptura. Posteriormente, quando os estribos chegam na tensão de escoamento, as fibras geram contribuições de resistência em maior proporção.

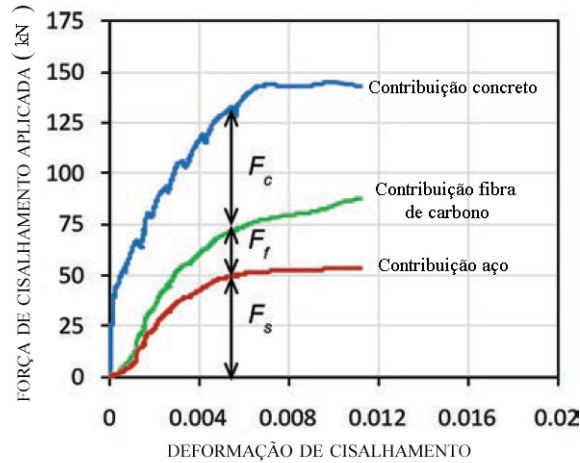


Figura 2.10 – Contribuições ao cisalhamento dos materiais. Adaptado Kim et al. (2014)

A Figura 2.11 mostra vigas com sistemas de ancoragem possuem maiores capacidades de carga, portanto, o uso de destes resultam eficientes nos sistemas de reforço EB-FRP.

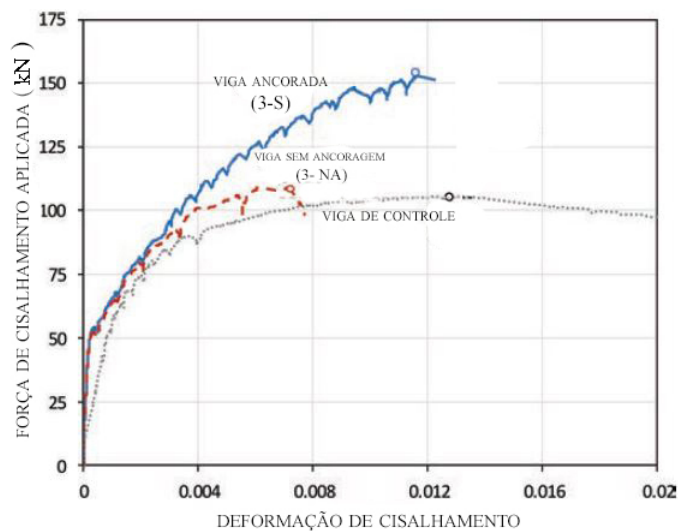


Figura 2.11 – Curva de resposta de vigas com e sem sistemas de ancoragem adesivos. Adaptado Kim et al. (2014)

Um parâmetro muito importante é a resina epóxica utilizada, devido a que esta limita a capacidade da fibra, observou-se nesta pesquisa que 40% das vigas falharam pela descolamento ao ser atingida a capacidade máxima a tração da resina. Por este motivo

considera-se importante a utilização de sistemas de ancoragem, permitindo assim obter maiores resistências nas fibras de carbono.

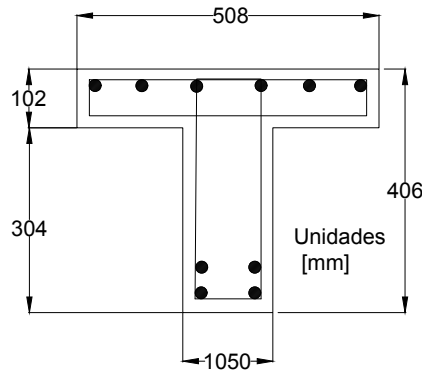
Finalmente, Kim et al. (2014) atentaram que com a utilização de sistemas de ancoragem é possível levar as fibras a sua tensão máxima. As contribuições de resistência estimada pelo modelo de dimensionamento da norma ACI440.2R (2008) estima acréscimos de carga devido ao aumento do número das camadas de reforço da ordem de 133 kN e experimentalmente o máximo incremento registrado foi de 49 KN, obtendo assim estimativas consideravelmente conservadoras. Também foi observado que as taxas de fibra de carbono não afetam as contribuições de resistência dos estribos. Portanto, se tem que existem interações entre os três materiais resistentes (concreto, aço e fibra) que ainda não é considerada modelos de dimensionamento vigentes.

2.2.2 - Mofidi e Chaallal (2014)

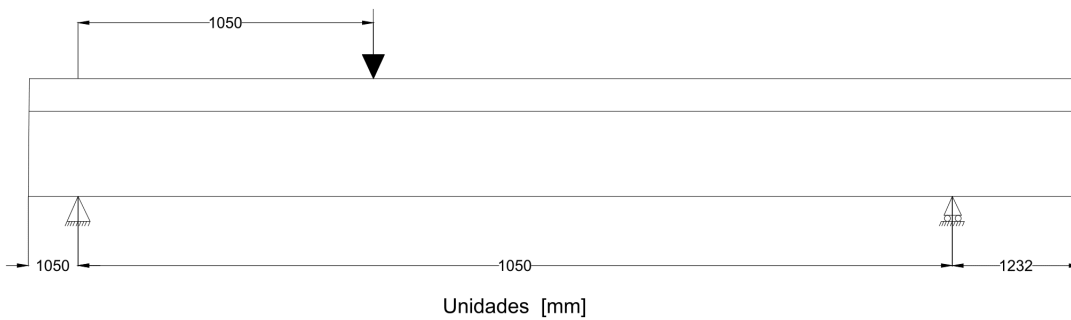
A pesquisa intitulada *Efeito dos estribos na resistência devida a colagem externa de fibras de reforço polimérico em tiras e mantas*, trata de um trabalho onde foram ensaiadas nove vigas com relação geométrica ($a/d = 3$), e diferentes taxas de fibra variadas através do número de camadas de reforço e diferentes formatos de reforço, sendo consideradas faixas e mantas. Também foram variadas as taxas de aço transversal através das variações dos espaçamentos entre os estribos. Observou-se nos resultados a falta de precisão das estimativas de resistência das fibras mediante os modelos de dimensionamento utilizado pela norma ACI440.2R (2008) com relação aos resultados experimentais.

Das vigas confeccionadas considerou-se três sem reforço com fibra e diferentes taxas de armadura transversal, sendo dispostas como vigas de controle para comparação dos resultados. As outras seis vigas foram reforçadas com diferentes configurações dos reforços. A Figura 2.12 mostra as características geométricas da seção transversal e do esquema de solicitação o qual foi imposto através da aplicação de carga.

A Tabela 2.3 apresenta a descrição dos elementos ensaiados e as contribuições de resistência das fibras de carbono. são definidas as nomenclaturas utilizadas pelos autores para os diferentes modelos, considerando-se que: NR, MR e HR indicam vigas sem estribos e com taxas moderadas e altas de aço transversal, respetivamente. ST e SH, indicam o tipo de formato do reforço considerando-se vigas com faixas e mantas respetivamente. Também é definida a taxa das fibras através das nomenclaturas NF, LF e HG, significando nula, baixa e alta taxa de fibra de carbono.



(a) Características geométricas da seção armada.



(b) Sistema estrutural de carga.

Figura 2.12 – Características do modelo. Adaptado Mofidi e Chaallal (2014)

Tabela 2.3 – Dados e resultados pesquisa experimental. Adaptado Mofidi e Chaallal (2014)

Viga	Taxa Estribos	S_{FRP} (mm)	V_{nExp} (kN)	V_{fExp} (kN)	% V_f %	V_{fACI} (kN)	V_{fExp}/V_{nExp}	Tipo de previsão
NR-NF	—	-	81,2	0	0	—	—	—
NR-ST-LF	—	175	134,5	53,3	66	20,5	2,60	Conservadora
NR-ST-HF	—	125	150,6	69,3	85	28,6	2,42	Conservadora
NR-SH	—	—	120	38,7	48	40,9	0,95	Não conservadora
HR-NF	Φ9,5mm c/87,5mm	—	232,2	0 0	—	—	—	—
HR-ST-LF	Φ9,5mm c/87,5mm	175	246,7	14,5	6	20,5	0,71	Não conservadora
HR-ST-HF	Φ9,5mm c/87,5mm	125	253,9	21,7	9	28,6	0,76	Não conservadora
HR-SH	Φ9,5mm c/87,5mm	—	250,6	18,4	8	40,9	0,45	Não conservadora
MR-NF	Φ9,5mm c/175mm	—	194,7	0	0	—	—	—
MR-SH	Φ9,5mm c/175mm	—	222	27,3	14	44,1	0,62	Não conservadora

Através dos resultados experimentais foram feitos estudos paramétricos, buscando avaliar a resposta à flexão e interpretação dos gráficos de carga vs deslocamento e carga vs deformação nas fibras e nos estribos. A Figura 2.13 mostra como o reforço em formato de faixas de fibra (*strips*) possui melhores características com respeito às leituras máximas de deslocamento. Isto ocorre porque estas trabalham isoladamente e não transmitem

problemas locais de descolamento. Também pode-se observar que a flecha das vigas diminui após de ser atingida a carga de falha.

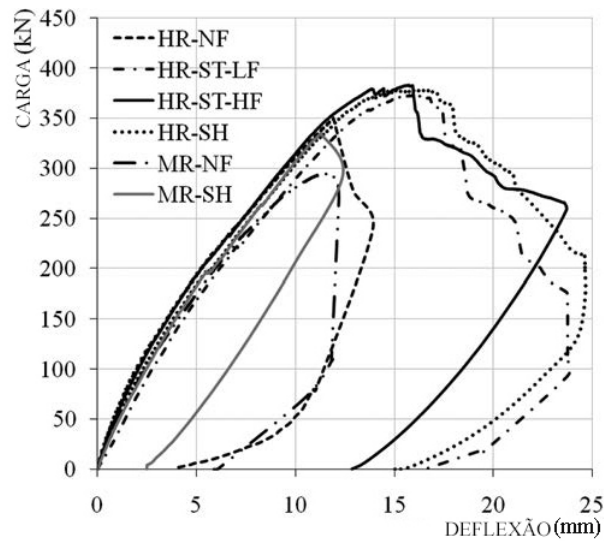


Figura 2.13 – Carga vs deslocamento no ponto de carga. Adaptado Mofidi e Chaallal (2014)

A Figura 2.14 apresenta as deformações das fibras e dos estribos para os diferentes modelos adotados. Pode-se observar como na etapa inicial do carregamento as tensões atuantes pertencem à seção de concreto e posteriormente iniciam as contribuições dos estribos e as fibras.

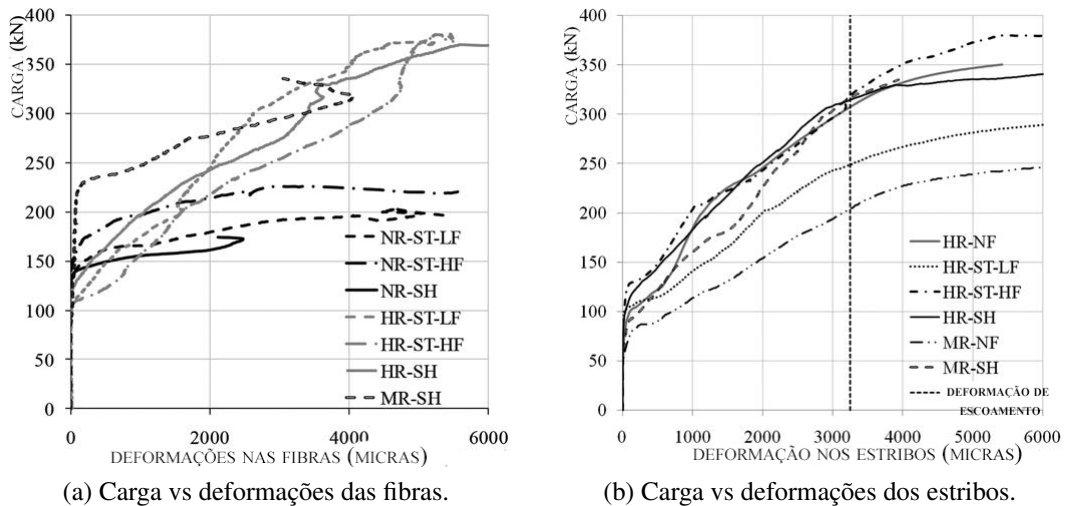


Figura 2.14 – Resposta dos reforços transversais ao longo do carregamento. Adaptado Mofidi e Chaallal (2014)

A Figura 2.15 mostra as contribuições de resistência ao cisalhamento dos estribos (V_s) e das fibras (V_f) para vigas com diferentes condições de reforço, podendo-se observar que o tipo de reforço com fibra não afeta as contribuições de resistência dos estribos, chegando

todos eles a atingir a tensão de escoamento. No entanto, o efeito oposto é observado quando são incrementadas as taxas de armadura transversal as contribuições de resistência das fibras diminuem.

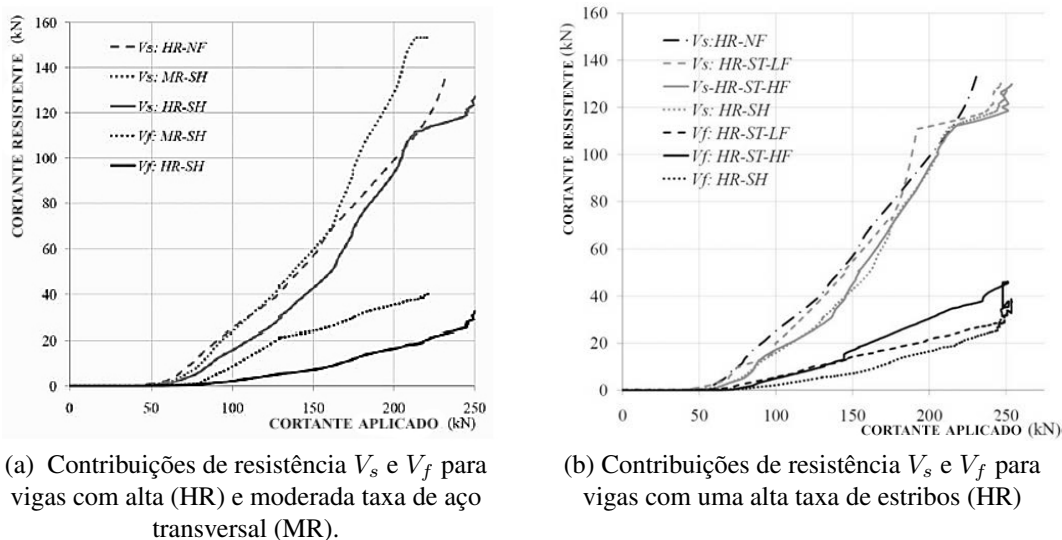


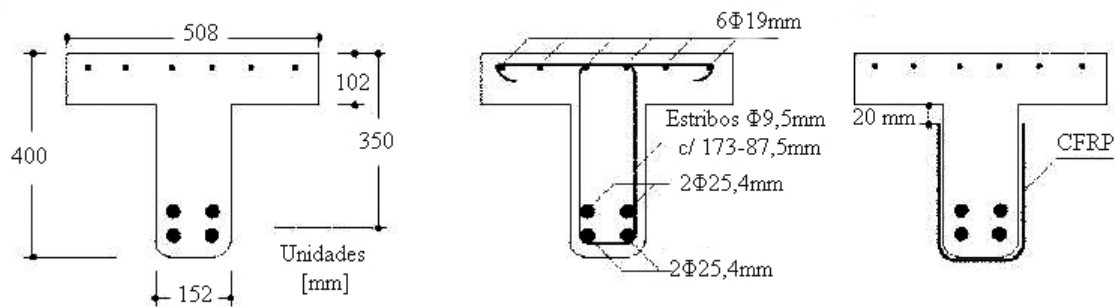
Figura 2.15 – Contribuições de resistência dos estribos e das fibras. Adaptado Mofidi e Chaallal (2014)

Os resultados da pesquisa mostram como o incremento das taxas de aço transversal (NR-MR-HR) influenciam na eficácia das fibras como reforço. Os modelos NR-ST-LF e NR-ST-HR, assim como os modelos HR-ST-LF e HR-ST-HF permitiram concluir que à medida que se aumenta as taxas de FRP através da diminuição do espaçamento entre as faixas, ocorrem incrementos nas contribuições de resistência dos modelos ensaiados. Além disso, o cálculo das contribuições de resistência das fibras através dos modelos de dimensionamento adotados pela norma ACI440.2R (2008) encontram-se afastadas dos resultados experimentais, conduzindo à necessidade de gerar mais estudos que permitam avaliar e entender os efeitos que existem no comportamento em estudo.

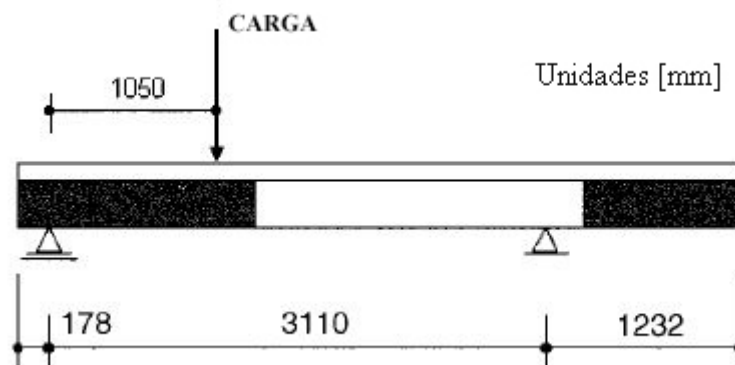
2.2.3 - Bouselham e Chaallal (2006)

A pesquisa intitulada *Comportamento de vigas "T" de concreto armado reforçadas ao cortante com fibras de reforço polimérico, um estudo experimental*, trata-se de um trabalho onde foram ensaiadas 22 vigas com diferentes condições dos reforços, das quais são apresentadas 11 com a relação geométrica vão / altura (a/d) igual a 3.

As vigas possuem seção transversal "T" e um comprimento de 4520 mm. A Figura 2.16 apresenta as características da seção transversal e o esquema de carga.



(a) Seção transversal armada.



(b) Esquema de carga

Figura 2.16 – Características da seção e sistema de carga. Adaptado Bousselham e Chaallal (2006)

A Tabela 2.4 apresenta a descrição dos elementos testados e as contribuições de resistência aportadas pelas fibras de carbono. Os modelos são definidos considerando a seguinte nomenclatura: S0, S1 e S2, representam taxas nulas, médias e altas de estribos, respectivamente. 0L, 0,5L, 1L e 2L representam as taxas de fibra de carbono, considerando-se reforço nulo, meia camada de fibra, uma camada e duas camadas de fibra, respectivamente.

Tabela 2.4 – Dados e resultados pesquisa experimental. Adaptado Bousselham e Chaallal (2006)

Viga	Taxa Estribos	s_{FRP} (mm)	$V_{nExp.}$ (kN)	V_{fExp} (kN)	V_f %	V_{fACI} (kN)	$V_{fExp}/$ $V_{nExp.}$	Tipo de previsão
S0-0L	—	0	81,2	0	0,0	0	—	—
S0-0.5L	—	0,5	102,4	21,2	20,7	24,7	0,86	Não conservador
S0-1L	—	1	120	38,7	32,3	40,8	0,95	Não conservador
S0-2L	—	2	121,7	40,4	33,2	62,4	0,65	Não conservador
S1-0L	Φ9,5mm c/ 175mm	0	262,8	0	0,0	0	—	—
S1-0.5L	Φ9,5mm c/ 175mm	0,5	282	19,2	6,8	24,7	0,78	Não conservador
S1-1L	Φ9,5mm c/ 175mm	1	255	-	-	40,8	Ensaio suspenso.	—
S1-2L	Φ9,5mm c/ 175mm	2	267,2	4,4	1,7	62,4	0,07	Não conservador
S2-0L	Φ9,5mm c/ 87,5mm	0	295,1	0	0,0	0	Falha por flexão	—
S2-1L	Φ9,5mm c/ 87,5mm	1	309,4	14,3	4,6	40,8	—	—
S2-2L	Φ9,5mm c/ 87,5mm	2	297,2	2,1	0,7	62,4	—	—

Os resultados experimentais mostram como o aumento da taxa de fibra definido através das variações das camadas de reforço (0.5L - 1L - 2L) não geram o incremento esperado conforme as estimativas das contribuições de resistência obtidas através dos modelo de dimensionamento da norma ACI440.2R (2008).

As contribuições de resistência das fibras são menores para as maiores taxas de aço transversal, observando-se o efeito de interação o qual se atribui como negativo devido a afetar na eficácia da fibra como reforço.

Os resultados de vigas com a taxa de aço transversal S2 foram desconsideradas em função de atingirem a carga de ruptura por flexão. Os autores salientam que nem o incremento de rigidez da fibra, nem a taxa de aço transversal, nem mesmo a relação de vão/altura são considerados pelo modelo de dimensionamento adotado pela norma ACI440.2R (2008), cujos fatores foram elencados como consideravelmente influentes nas contribuições de resistência estimadas pelo reforço com fibra de carbono.

2.3 - PESQUISA ANALÍTICAS E COMPUTACIONAIS

Esta seção apresenta trabalhos computacionais desenvolvidos na área de reforço estrutural com sistemas EB-FRP. Os autores salientam os efeitos de interação entre estribos e fibras como reforço ao cisalhamento de vigas de concreto armado. Também utilizam simulações computacionais com a finalidade de compreender melhor os efeitos, e posteriormente. São propostos novos modelos de cálculo de dimensionamento, os quais consideram diversos parâmetros influentes na eficácia das fibras como reforço ao cisalhamento. Estes modelos são abordados de maneira complementar na seção 3.2.

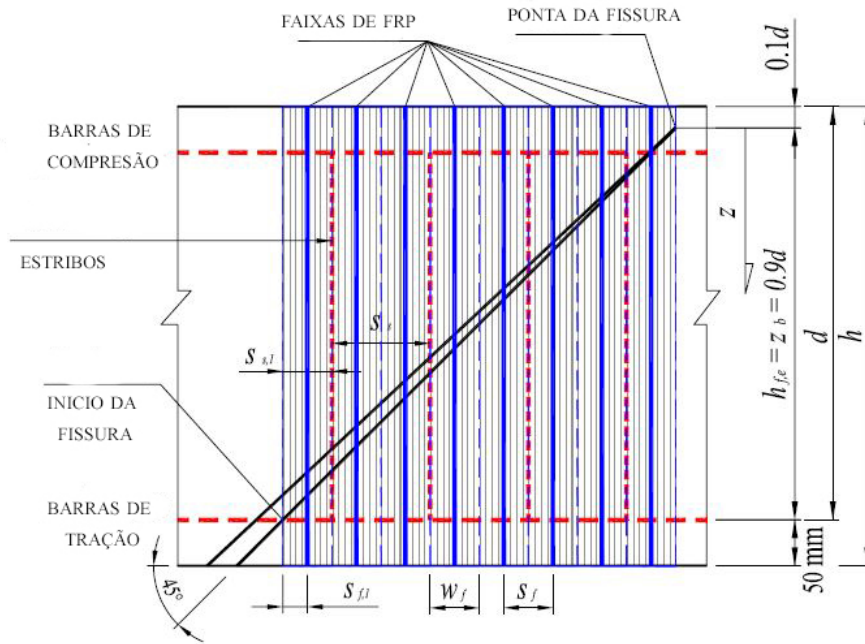
2.3.1 - Chen et al. (2010)

A pesquisa intitulada: *Interação entre estribos e fibras como reforço ao cortante em vigas de concreto armado*, tem como objetivo avaliar a interação dos estribos e fibras de carbono como reforço ao cisalhamento ao longo do processo de carga. Os autores consideram um modelo de contato entre a fibras e o concreto com a finalidade de estudar a falha por descolamento do sistema EB-FRP. São considerados novos fatores de mobilização de tensão para os reforços, além de desenvolverem uma análise paramétrica, isto com o objetivo de enriquecer os modelos de cálculo de dimensionamento. De forma geral os resultados mostram como o incremento de taxas de aço transversal afetam à eficácia das fibras nas contribuições de resistência ao cisalhamento, salientando que este efeito deve ser considerado pelas normas de projeto vigentes.

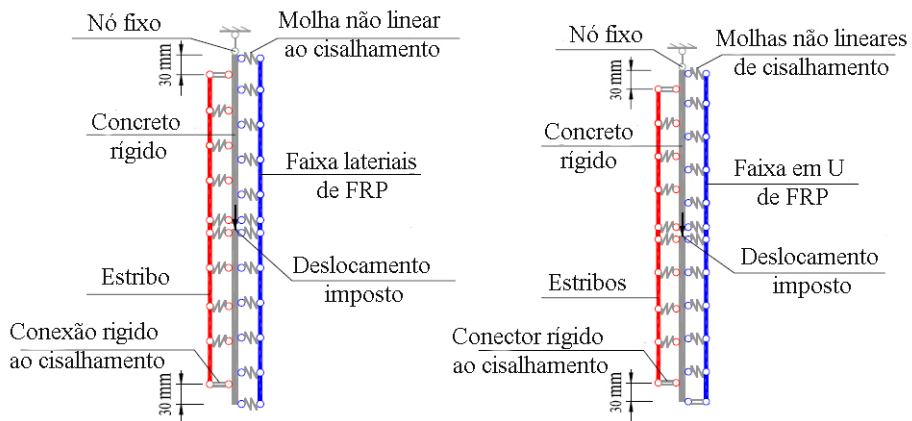
Com o objetivo de avaliar as tensões atuantes nas fibras de reforço e nos estribos, foi considerado um modelo computacional, que consistiu na simulação do processo de carga através da abertura da fissura principal de falha. Tal modelo considera um modelo de contato entre a fibra e o concreto com o objetivo de avaliar os problemas de descolamento descritos em pesquisas experimentais. Algumas características dos modelos desenvolvidos pelos autores são:

- ✓ Utilização do software Abaqus V.6.5;
- ✓ A viga foi totalmente simétrica em taxas de armaduras, características geométricas e apoios. Portanto, foi modelada unicamente meia viga, melhorando o tempo computacional da análise;
- ✓ As fibras foram definidas como materiais unidirecionais.;
- ✓ A fissura principal de falha foi simulada através de dois elementos de barra com uma inclinação de 45° com relação ao eixo longitudinal.

A Figura 2.17 mostra as principais características do modelo computacional e define alguns parâmetros envolvidos.



(a) Vista lateral



(b) Seção do reforço lateral e em "U"

Figura 2.17 – Esquema do modelo da viga reforçada com FRP. Adaptado Chen (2010)

A solicitação dos estribos e fibras foi simulada através da modelagem da fissura principal de falha ao cisalhamento, que varia de espessura ao longo da altura da viga.

No modelo computacional foram especificados os modelos de contato entre a fibra e o concreto, da mesma maneira que entre o concreto e o armadura segundo os modelos propostos por Lu et al. (2005) e o proposto pelo Comitê Internacional Europeu do Concreto - Federação da protensão CEB-FIP (1993), respectivamente.

Tanto as fibras como os estribos foram modelados através de elementos de barra definidos pela nomenclatura T2D2 a qual representam um elemento de treliça (*truss*) de duas dimensões e com 2 nós disponibilizado na biblioteca do programa Abaqus 6.5. O concreto acima e embaixo da fissura de falha ao cisalhamento é apresentado mediante barras rígidas usando o mesmo tipo de elemento. A abertura da fissura que simula a evolução do processo de carga é dado através de um deslocamento imposto (W) entre as barras rígidas que definem o concreto.

O contato entre concreto e fibras é modelado através de molas não lineares ao cisalhamento de nomenclatura *SPRING2* no programa Abaqus 6.5. conectando os nós das fibras com os do concreto. O mesma consideração é dada para o contacto entre a armadura e o concreto. Também foram definidos conectores rígidos entre os estribos e as barras longitudinais, simulando perfeita transferência de tensões entre estes.

O tamanho dos elementos finitos foi definido avaliando a máxima tensão de escoamento nos elementos localizados na região inferior da viga, zona na qual se apresentam as maiores solicitações por se ter um maior abertura da fissura de falha. Similarmente, o espaçamento das fibras e estribos foi definido para as maiores relações de estribo - fibra, a fim de avaliar o efeito de interação.

A Tabela 2.5 apresenta as propriedades adotadas para os materiais no modelo computacional.

Tabela 2.5 – Dados e resultados pesquisa experimental. Adaptado Chen (2010)

Parâmetro	Valor definido
Tensão de escoamento f_y estribo de 8mm	250 MPa
Tensão de escoamento f_y estribo de 10mm	460 MPa
Modulo de elasticidade do aço E_s	200 GPa
Resistência a compressão f_c	30 MPa
Modulo de elasticidade da fibra E_f	$2.3 \cdot 10^5$ MPa
Tensão de escoamento da fibra f_f	3,900 MPa
Espessura da fibra e_f	0,11 mm

Foi definido o conceito de fator de mobilização da carga para avaliar as contribuições dadas pelos estribos K_s e pelas fibras K_f . Estes coeficientes são definidos considerando as tensões atuantes às e as capacidades máximas, portanto, esses fatores são variáveis ao longo do processo de carga.

A Equação 2.1 redefine a resistência última ao cisalhamento de elementos reforçados com EB-FRP pelo princípio de superposição das contribuições de cada material, tendo-se:

$$V_u = V_c + K_s \cdot V_s + K_f \cdot V_f \quad (2.1)$$

onde, V_u , é a resistência última ao cortante da viga, V_c , é a contribuição de resistência ao cisalhamento do concreto, $K_s \cdot V_s$, é a contribuição de resistência ao cortante dos estribos e $K_f \cdot V_f$ e é a contribuição de resistência ao cortante das fibras.

Sistema de reforço em formato aberto e semi-aberto tipo "U" e lateral foram estudados considerando a avaliação do processo de descolamento através da relação entre as tensões nos materiais e a abertura da fissura. A Figura 2.18 mostra o processo de descolamento, o qual é descrito por 4 etapas, sendo estas: (1) Antes de ser atingida a tensão máxima da superfície de contato (2) quando a tensão máxima de contato é atingida (3) o início da redução abrupta da resistência e (4) após o descolamento acontecer.

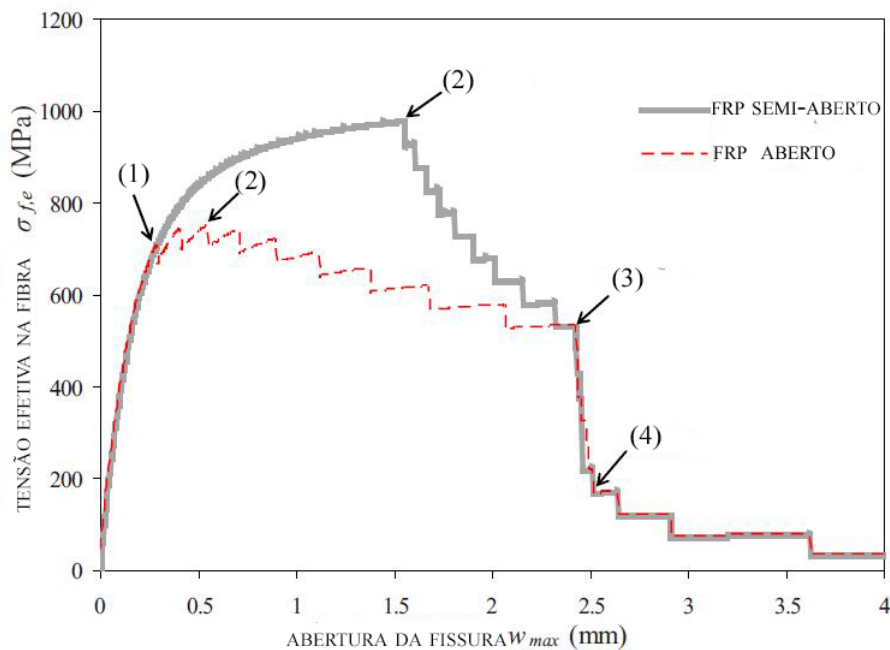
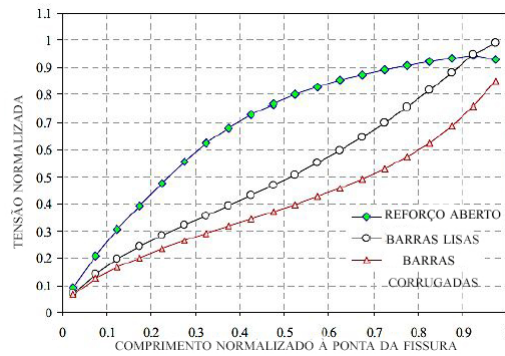
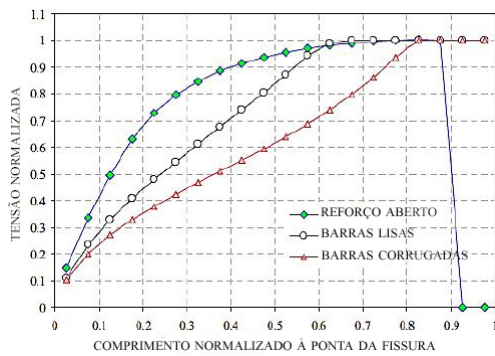


Figura 2.18 – Variações da tensão na fibra ao longo do carregamento. Adaptado Chen (2010)

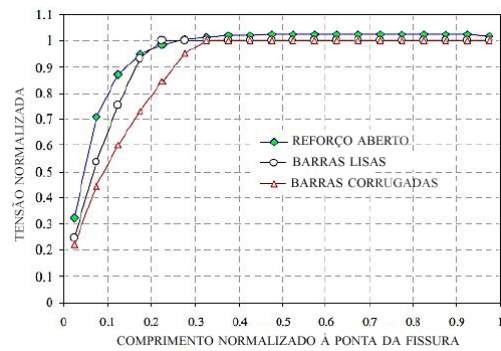
A Figura 2.19 mostra as tensões atuantes em estribos lisos e corrugados e nas fibras ao longo do processo de carga para ambos formatos de reforço. As tensões foram normalizadas σ_s e da fibra $\sigma_{f,e}$ com as capacidades máximas de cada material, sendo, tensão de escoamento f_y para o aço e tensão de ruptura para a fibra f_f . O comprimento de análise l_i foi normalizado com relação ao comprimento total da fissura de falha l_f , podendo-se observar que os estribos mais solicitados encontram-se na região onde a abertura da fissura de falha é maior.



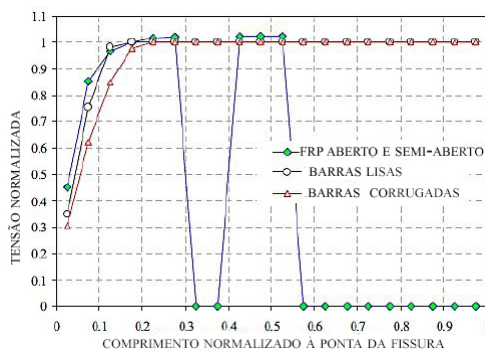
(a) Tensões atuantes nos materiais



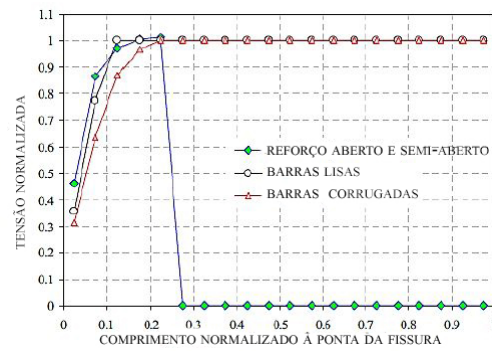
(b) Tensões atuantes nos materiais



(c) Tensões atuantes nos materiais



(d) Tensões atuantes nos materiais



(e) Tensões atuantes nos materiais

Figura 2.19 – Tensões atuantes nos materiais ao longo do processo de carga. Adaptado Chen (2010)

As principais considerações do estudo das tensões atuantes nos materiais ao longo do comprimento da fissura de falha são:

- ✓ Figura 2.19a: As tensões observadas nas fibras e nos estribo são inferiores às tensões máximas de cada material;
- ✓ Figura 2.19b: Os maiores valores de tensão nas fibras e nos estribos acontecem na região de maior abertura da trinca;
- ✓ Figura 2.19c: O reforço semi - aberto mostra contribuições de resistência maiores que

o reforço lateral;

✓ Figura 2.19d: As tensões nas fibras são decrescentes ao longo do processo de carga, devido à falta de transferência de tensão por parte do elemento de contato, atribuindo-se isto ao processo de descolamento. As tensões atuantes nos estribos conseguem atingir a capacidade máxima dos materiais;

Da análise paramétrica realizada, explorou-se o efeito de altura da viga h , a resistência a compressão do concreto f'_c , rigidez axial da fibra com as variações da espessura do reforço, o diâmetro dos estribos ϕ_s e a tensão de escoamento do aço f_y . As principais considerações e conclusões são:

✓ O efeito da altura da viga e da rigidez da fibra podem ser relacionados mediante o parâmetro, $h_{normal}=h_f/L_e$, mostrando que a medida que este aumenta, o efeito da interação diminui. Os autores salientam que as variações da altura podem ser considerada uns dos fatores que mais influenciam no efeito de interação dos reforços;

✓ Variações da resistência à compressão do concreto f'_c não é um parâmetro significativo no efeito de interação dos reforços, principalmente para concretos com resistências superiores a 30 MPa;

✓ O incremento da rigidez axial da fibra através do número de camadas, mostra incrementos nas cargas últimas de ruptura, para menores deslocamentos verticais;

✓ Estribos de menor diâmetro são mais efetivos e afetam em menor proporção a eficácia da fibra;

✓ Estribos de menor diâmetro alcançam com maior facilidade a tensão de escoamento, gerando contribuições de resistência maiores;

✓ Considerando a interação que existe entre os estribos e as fibras através dos fatores de mobilização, pode-se chegar em uma melhor previsão das contribuições de resistência ao cisalhamento em vigas reforçadas com sistemas de FRP. No entanto, considerar máximos valores dos coeficientes K_s e K_f podem contribuir para estimativas conservadoras. Dessa forma, é importante avaliar as combinações mais frequentes ao longo do processo de carga.

2.3.2 - Chen et al. (2012)

A pesquisa intitulada *Modelo de reforço ao cisalhamento através de FRP em vigas de concreto armado considerando o efeito de interação entre fibras e estribos*, trata de um novo modelo de cálculo que leva em consideração o efeito de interação que existe entre os estribos

e as fibras pela introdução do fator K^* . Este por sua vez, incorpora o conceito de fluxo de tensões usando os fatores de mobilização K_s e K_f , para estribos e fibras respectivamente, e o efeito de interação entre eles através do parâmetro μ . Cabe informar que este modelo permite avaliar a resposta dos reforços em diferentes etapas da sollicitação, fazendo deste um dos modelos mais completos na estimativa das contribuições de resistência das fibras de carbono. O modelo propõe o cálculo das contribuições de resistência ao cisalhamento em vigas reforçadas com sistemas EB-FRP através da Equação 2.2.

$$V_u = V_c + V_s + K^* \cdot V_f \quad (2.2)$$

onde, V_u , é a resistência última ao cortante da viga, V_c , é a contribuição de resistência do concreto, V_s , é a contribuição de resistência do aço, K^* , é o fator de interação e V_f é a contribuição de resistente da fibra.

As contribuições de resistência ao cisalhamento por cada material são apresentadas na Figura 2.20. Pode-se observar que a resistência total ao cisalhamento é descrita pela superposições das contribuições de resistência definidas na Equação 2.2. Segundo os autores, este pressuposto contribui para estimativas conservadoras já que as máximas contribuições de resistência em cada materiais não acontecem no mesmo instante nem leva em conta os efeitos de interação entre estes. Assim, introduz-se um fator de interação μ é definido através da relação das contribuições de resistência dos estribos e das fibras.

A Figura 2.21 mostra as características do modelo computacional. O processo de evolução do carregamento é simulado através da abertura da fissura de falha, que é considerada sob variações lineares. somente as tensões presentes nos estribos e nas fibras interceptados pela fissura de falha ao cortante são avaliados.

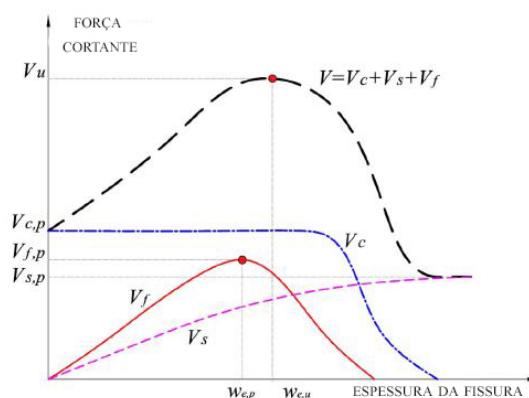


Figura 2.20 – Contribuições de resistência ao cisalhamento de cada material. Adaptado Chen et al. (2012)

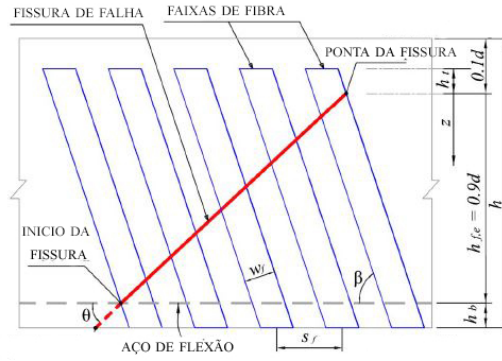


Figura 2.21 – Esquema do modelo de reforço estudado. Adaptado Chen et al. (2012)

O novo modelo de cálculo de dimensionamento proposto por Chen et al. (2012) estima as contribuições de resistência ao cortante pela fibra de carbono através dos fatores de mobilização de tensão para estribos K_s e fibras K_f , também é considerada a interação entre os materiais através do fator μ . Finalmente, estes efeitos são capturados num único fator de interação ao cortante K^* , é definido como:

$$K^* = K_f + (K_s - 1) \cdot \mu \quad (2.3)$$

onde, o fator de mobilização da fibra K_f é definido pela Equação 2.4, o fator de mobilização para o aço K_s é definido pela Equação 2.5. Esta nova definição considera o efeito da altura da viga h , altura efetiva da fibra $h_{f,e}$, o diâmetro dos estribos ϕ_s e a tensão de escoamento do aço transversal f_y através do parâmetro α definido pela Equação 2.7

$$K_f = \frac{\sigma_{f,e}}{f_f} \quad (2.4)$$

$$K_s = \frac{w_{e,v}^{1.4}}{\alpha^* + w_{e,v}^{1.4}} \quad (2.5)$$

$$\alpha^* = \frac{A}{(\cos\theta)^{1.4}} \quad (2.6)$$

$$A = \frac{4,94[\ln(h_{f,e}) - 3,34] \cdot (f_y - 173)(\phi_s + 0,935)}{10000} \quad (2.7)$$

onde: $\sigma_{f,e}$ é a tensão efetiva na fibra, f_f é a tensão de ruptura da fibra, A é o parâmetro que capta as propriedades geométricas e mecânicas dos reforços, $w_{e,v}$ é o comprimento da largura máxima vertical da fissura de falha, ϕ_s é o diâmetro dos estribos e f_y é a tensão de escoamento do aço transversal.

A Figura 2.22 mostra a boa convergência da Equação 2.5 no fator de mobilização para o aço

em barras lisas e corrugadas com respeito aos valores achados em trabalhos anteriores Chen et al. (2012). Pode-se observar uma boa correspondência nas trajetórias das curvas, onde os resultados permitem concluir que os parâmetros mais sensíveis estão relacionados com a altura da viga.

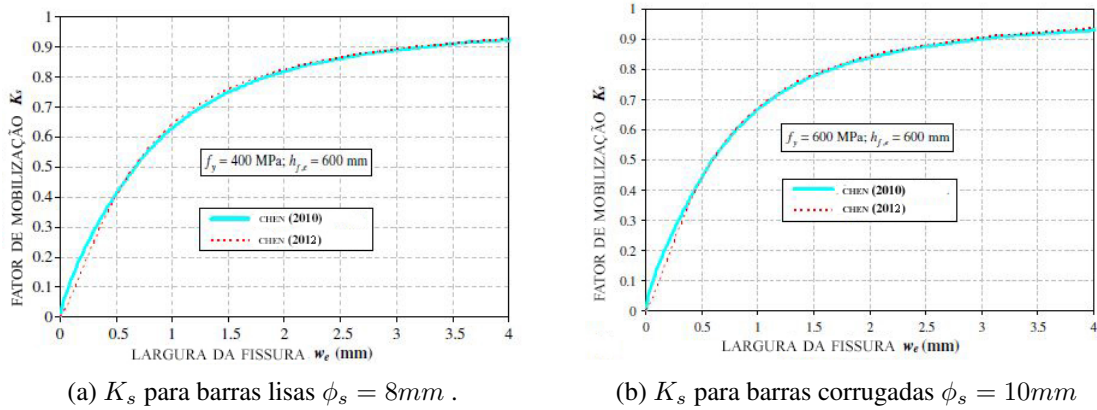


Figura 2.22 – Comparação do fator de mobilização (K_s). Adaptado Chen et al. (2012)

O fator de interação entre estribos e fibras é definido pela Equação 2.8, encontra-se em função das contribuições de resistência ao cisalhamento de cada material. A Figura 2.23 mostra a relação entre $K^* - w_e$, pode-se observar que para maiores valores de (μ) diminui o fator de interação de cortante K para uma espessura de trinca w_e , indicando que a eficácia da fibra diminui com maiores taxas de aço transversal. Este parâmetro correlaciona as contribuições máximas de resistência ao cisalhamento, considerando a interação entre estribos e fibra, e é aplicado num novo modelo de dimensionamento para estruturas reforçadas com sistemas EB-FRP.

$$\mu = \frac{f_y A_s}{f_{f,e} A_{frp}} \quad (2.8)$$

onde: f_y , é a tensão de escoamento do aço transversal, A_s é a área do reforço transversal, $f_{f,e}$ é a tensão efetiva na fibra e A_{frp} é a área do reforço de fibra.

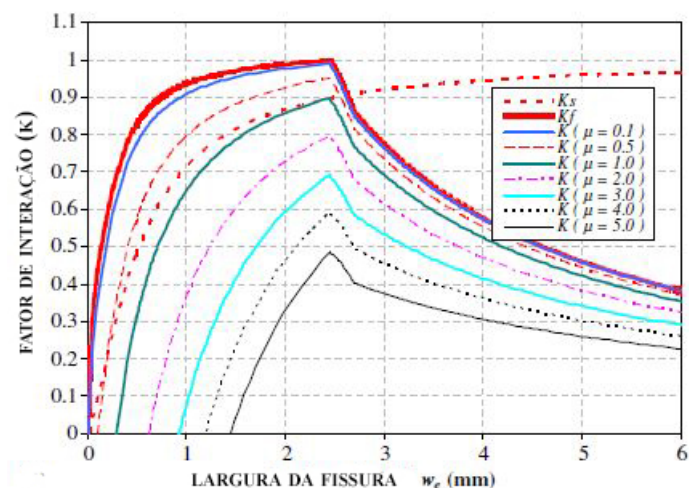


Figura 2.23 – Desenvolvimento do fator de interação ao cisalhamento K^* . Adaptado Chen et al. (2012)

As principais considerações desta pesquisa são:

✓ O novo modelo de dimensionamento proposto pelos autores ainda não sendo de fácil aplicação é mais preciso que a norma ACI440.2R (2008);

✓ O modelo é definido sob a consideração do descolamento pela propagação da fissura de falha. Isto implica certas aproximações, já que no comportamento real apresenta um padrão de de fissuras que tem efeitos significativos no mecanismo de colapso;

✓ A nova expressão proposta para o fator de mobilização do aço considera a altura da vida (h), a altura efetiva da fibra ($h_{f,e}$), o diâmetro dos estribos (ϕ_s) e a tensão de escoamento da armadura transversal (f_y), podendo-se observar como estes influenciam consideravelmente no fluxo de tensões atuantes.

2.3.3 - Sarturi (2014)

A pesquisa intitulada *Simulação Computacional de Estruturas de Concreto Reforçadas com Aço e Compósitos de Fibra de Carbono*, apresenta uma análise de sistemas de reforço estrutural com diferentes considerações. Inicialmente é abordado o estudo de tensões em elemento utilizados para simular a região de contato entre duas chapas. Também, são avaliados reforços à flexão através da colagem externa de fibras de carbono em vigas de aço e concreto, fornecendo algumas características de interesse no desenvolvimento das simulações computacionais.

A modelagem computacional do concreto é bastante complexa e abrangente. Diferentes

autores formularam e testaram seus modelos constitutivos, chegando a resultados de simulações muito próximos dos obtidos em ensaios experimentais. Neste trabalho foi utilizado o modelo de dano plástico disponibilizado no programa Abaqus (Ver: 6-14). Este permite representar o comportamento não linear à compressão e à tração do concreto através do modelo constitutivo proposto por Lubliner et al. (1989) o qual é baseado na teoria da plasticidade e a mecânica do dano. Posteriormente, os conceitos de dano são modificados em consideração do tipo de solicitações (compressão e tensão). Portanto estes são incorporados através do modelo proposto por Lee e Fenves (1998). Salienta-se que no modelo de Lubliner et al. (1989) é considerada uma função de escoamento a qual leva em conta a coesão do material, de forma similar aos definidos pelos critérios de Mohr-Coulumb e Drucker Prager. Na regra de escoamento plástico do modelo constitutivo de Lubliner et al. (1989) é utilizada a função de potencial plástica clássica de Mohr-Coulumb. As armaduras de aço foram modeladas atendendo um modelo elasto-plástico perfeito e as fibras de carbono foram modeladas atendendo um modelo elástico linear com comportamento unidirecional.

Os autores, salientam a necessidade da utilização de elementos de contato com modelos de coesão para modelar a superfície de interação entre a fibra de carbono e o concreto, isto objetivando de avaliar os problemas de descolamento da fibra. Com o objetivo de comparar dois modelos de contato, os autores utilizaram duas abordagens. A primeira considera a transferência perfeita de tensões através da definição de contato perfeito entre os materiais e a segunda é definido um modelo de zona coesivo. A Figura 2.24 mostra a lei de tensão de tração e separação em termos de tensão τ e deslocamento δ .

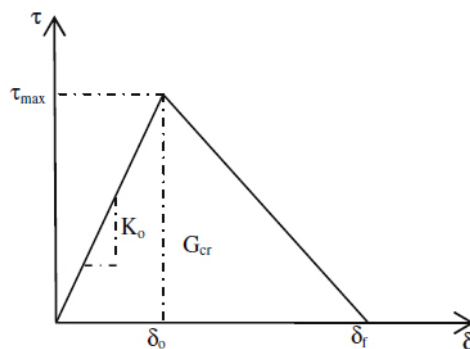


Figura 2.24 – Lei bilinear de tração - separação. Adaptado Obaidat (2011)

A interface é modelada considerando uma pequena espessura com uma rigidez inicial igual a K_0 , definido pela Equação 2.9.

$$K_0 = \frac{1}{\frac{t_i}{G_i} + \frac{t_c}{G_c}} \quad (2.9)$$

onde, t_i é a espessura da resina, t_c espessura do concreto e G_i e G_c são os módulos de cisalhamento da resina e do concreto, respetivamente.

Elementos contínuos de 3 dimensões com 8 nós e integração reduzida (C3D8R) foram utilizados para o concreto. As armaduras de aço foram usados elementos de treliça de 3 dimensões e 2 nós e integração reduzida (T3D2). A fibra foi modelada com elementos de membrana de 3 dimensões com 4 nós e integração reduzida e finalmente a superfície de contato foi modelada com elementos de coesão de 3 dimensões e 8 nós (COH3D8).

São apresentadas algumas das simulações desenvolvidas pelo autor, fornecendo critérios de modelagem muito úteis.

• **Viga de Concreto Armado Reforçada a flexão com CFRP:** Vigas de concreto armado foram modeladas por Sarturi (2014), baseando-se nas pesquisas desenvolvidas por Obaidat (2011). A Figura 2.25 define a geometria e as condições de carregamento da viga padrão estudada.

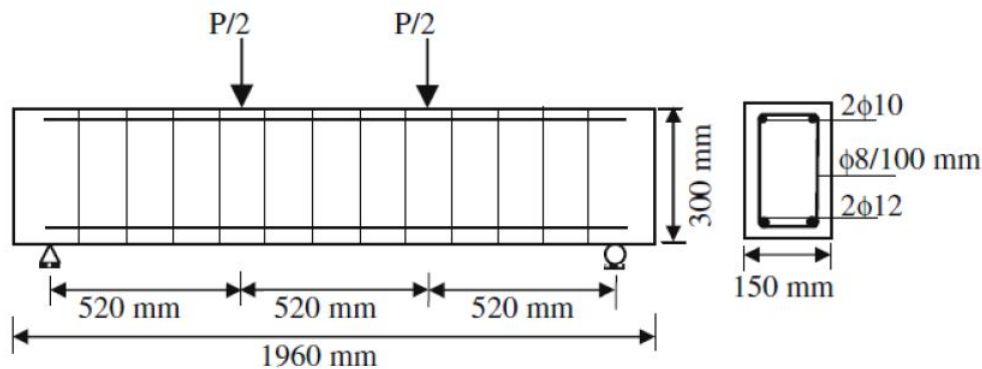


Figura 2.25 – Características geométricas da viga analisada. Adaptado Obaidat (2011)

Um quarto de viga foi modelado como é apresentado na Figura 2.26 aproveitando as condições de dupla simetria especificadas na Figura 2.26b. A Figura 2.26c mostra uma malha refinada para obter resultados de boa precisão.

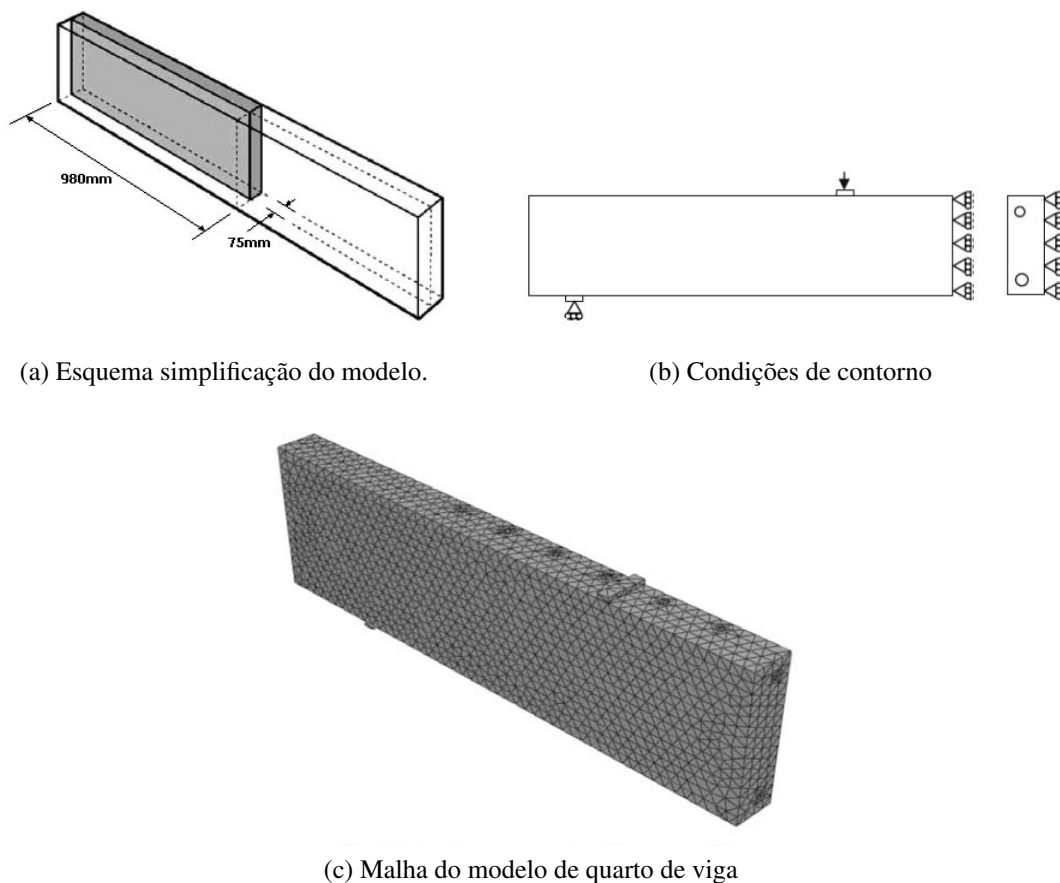


Figura 2.26 – Condições de simetria e malha do modelo. Adaptado Obaidat (2011)

As simulações computacionais desenvolvidas por Sarturi (2014) contaram com o número de elementos finitos igual a 10.184, menos de 7% do número de elementos simulado por Obaidat et al. (2010). Finalmente as simulações apresentaram curvas de resposta próximas validando assim as condições de simetria utilizadas.

Na caracterização da aderência entre a armadura e o concreto, foi utilizada a condição de “*embedded region*” disponível no Abaqus (Ver. 6-14). Com esta técnica são criadas condições de vinculações entre as duas malhas de elementos finitos no qual há perfeita concordância de deslocamentos entre os elementos de concreto e aço. Nas regiões de apoio e aplicação de cargas, conforme foram criados elementos sólidos que proporcionam a distribuição da força concentrada para evitar distorções de resultados devido a concentração de tensão. A sollicitação foi feita através da aplicação de deslocamento controlado, sendo este subdividido em várias parcelas menores para a convergência da análise.

O reforço com fibra de carbono foi colado à face inferior da viga com as fibras orientadas na direção axial da viga. Foram considerados dois tipos de fibras unicamente com propriedades elásticas, a primeira como material isotrópico e a segunda como um material ortótropo. Finalmente, observou-se que os resultados obtidos com a consideração de isotropia foram

muito similares à condição de ortotropia devido a que a disposição do reforço se encontra na mesma direção das tensões flexoras que dominam o problema em estudo. Entretanto, a carga última alcançada na viga com reforço ortotrópico foi menor que no modelo isotrópico, devendo-se ao fato deste último ter uma maior rigidez na direção transversal ao eixo da viga.

Nos testes experimentais realizados por Obaidat et al. (2011), não se observou colapso pelo rasgamento das fibras ou da matriz de reforço, ao contrário foram observados problemas de descolamento da fibra. Portanto, nos modelos realizados por Obaidat (2011) desconsiderou-se a definição da capacidade máxima da fibra, sendo unicamente definida para os elementos da interface. Foram utilizados dois modelos para caracterizar a região de interface fibra - concreto, no qual primeiro considera a aderência perfeita (contato tipo *tie*) entre os dois materiais e o segundo atribui propriedades coesivas ao material de ligação através de um modelo de zona coesiva. Os resultados mostram como o modelo de aderência perfeita tipo *tie* representam bem o comportamento do sistema em níveis de carregamento baixos. Para cargas maiores os resultados obtidos não conseguem captar o comportamento realisticamente, tendo-se que a consideração de uma região coesiva para representar a resina de união deve ser capaz de contornar estas dificuldades.

Ao realizar o reforço com FRP é possível evidenciar um incremento da capacidade de carga resistente o qual foi de aproximadamente 34 % com relação à viga sem reforço. Apesar do aumento da capacidade resistente das vigas com a adição de reforços, observa-se uma mudança significativa do comportamento dos elementos estruturais, tornando-os com características de um materiais frágeis.

Nos ensaios experimentais observa-se a perda da capacidade resistente do adesivo químico (resina epóxica), dando origem ao descolamento da fibra. Este fato é apresentado na Figura 2.27 para o ensaios experimentais e os modelos desenvolvidos, podendo-se observar um comportamento similar, indicando que a simulação consegue captar este mecanismo de colapso.

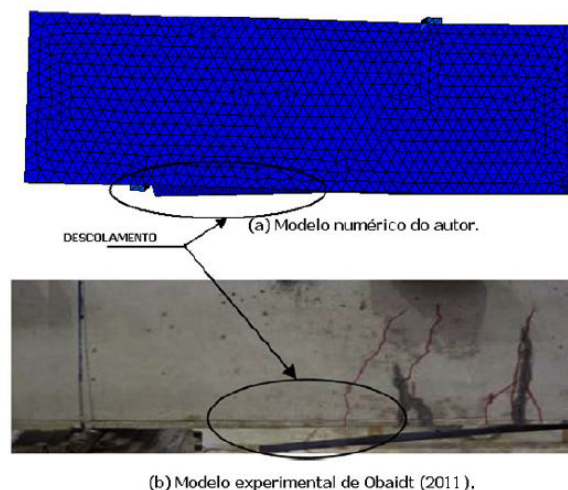


Figura 2.27 – Comparação da falha por descolamento da fibra. Adaptado Obaidat (2011)

Apesar do modelo constitutivo utilizado para o concreto (CDP) não apresentar o conceito de fissuras, foi observado através da variável de saída QUADSCRT disponibilizada pelo programa Abaqus (*Ver. 6-14*) o percurso dos elementos mais danificados, os quais descrevem às fissuras de flexão encontradas nos ensaios experimentais feitos por (Obaidat, 2011).

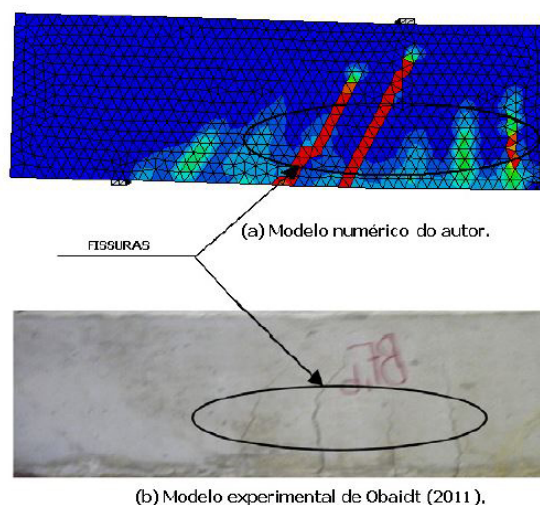


Figura 2.28 – Percurso das fissuras através dos elementos danificados. Adaptado Obaidat (2011)

As principais considerações e conclusões deste trabalho são apresentadas a seguir:

✓ Sistema de reforço de estruturas com FRP ou chapas de aço aderidos externamente é uma técnica que gera aumento da capacidade resistente da estrutura;

✓ Um dos pontos fundamentais na modelagem computacional de estruturas de concreto armado é a consideração da interface entre a armadura e o concreto através do modelo de

barras embebidas disponibilizado pelo programa Abaqus (Ver: 6-14). Este foi utilizado nos modelos desenvolvidos por Sarturi (2014), observando que dita consideração não provocou distorções significativas nos resultados;

✓ Um modelo correto da região de contato entre fibra - concreto é determinante na qualidade dos resultados obtidos na simulação. Os resultados mostraram que a consideração da união perfeita entre a fibra e concreto não conseguem representar o comportamento real devido à falha pelo descolamento da fibra observado nas pesquisas experimentais feitas por Obaidat et al. (2010).

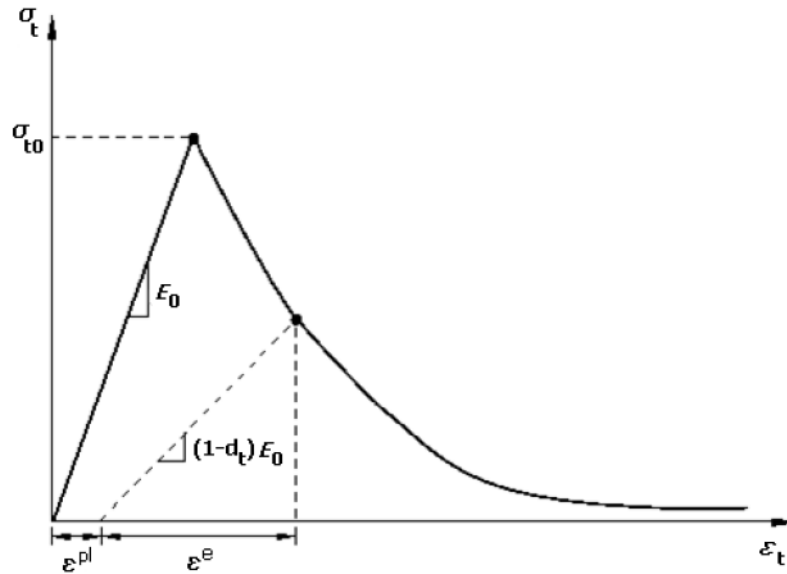
✓ Não foi observada uma diferença considerável nos resultados para fibras definidas como materiais isotrópicos e ortotrópicos, mostrando uma leve diferença da capacidade de carga. Isto pode ser atribuído a que as tensões de flexão que dominam o problema encontram-se dispostas na mesma direção na qual as fibras trabalham em maior proporção;

✓ Comparando-se o padrão de fissuração do modelo através do dano com os ensaios experimentais, percebe-se uma boa similaridade entre estes, indicando que o modelo pode capturar os mecanismos de colapso da viga;

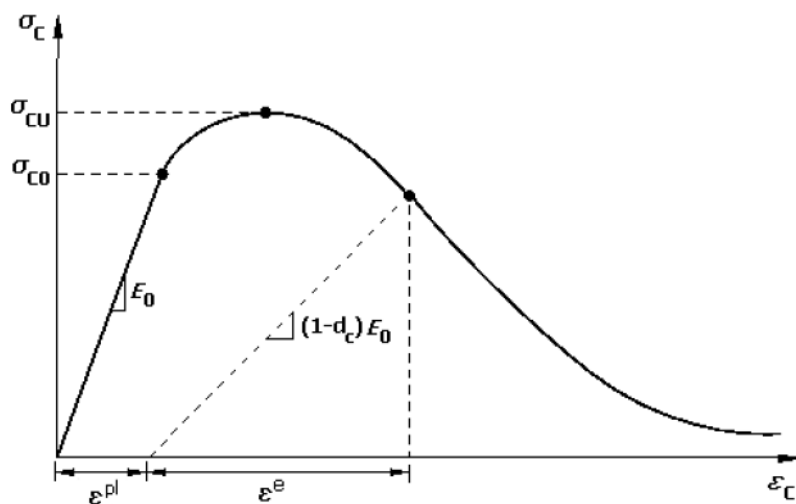
✓ A utilização do método dos elementos finitos (MEF) através do programa comercial Abaqus (Ver: 6-14), consegue simular o comportamento real de estruturas de concreto armado e de elementos reforçados com sistemas EB-FRP. Disponibilizando uma ferramenta versátil e útil para projetos e estudos semelhantes.

2.4 - MODELO DE DANO PLÁSTICO (CDP)

Buscando expressar o comportamento não-linear do concreto, incluindo a sua falha tanto na compressão e na tração, Lubliner et al. (1989) propôs um modelo baseado na Teoria da Plasticidade e também na Mecânica do Dano Contínuo. Assim, os conceitos de danos são incorporados em um modelo plástico (Lee e Fenves, 1998), ou seja, o conceito de tensões efetivas da Mecânica do Dano é utilizado para representar a perda de rigidez. Neste tipo de modelo, o concreto e outros materiais são vistos como materiais coesivos com atrito, sendo que uma eventual perda de rigidez (dano) pode ser relacionada a uma perda de coesão (Lubliner et al., 1989). As duas principais formas de danificação neste modelo são as fissuras devido à tração e o esmagamento devido à compressão, onde a Figura 2.29 representa separadamente o comportamento do material na tração e na compressão uniaxial, já que as respostas a estes dois tipos de carregamentos são bastante distintas.



(a) Comportamento à tração do concreto.



(b) Comportamento à compressão do concreto

Figura 2.29 – Resposta do concreto para tensão uniaxial de tração e de compressão.

Pela Figura 2.29a, o comportamento do material é elástico linear até o valor da tensão de falha na tração σ_{to} ser atingida, sendo que esta falha corresponde ao surgimento de microfissuras no concreto. Após esta tensão, a formação de microtrincas é representada por um amolecimento na curva tensão-deformação, o que induz à deformação localizada na estrutura de concreto. Para a compressão (Figura 2.29b) a resposta é linear até a tensão de escoamento. No regime plástico, a resposta típica é caracterizada por um aumento na tensão até ser atingida a tensão última σ_{co} seguida por um amolecimento caracterizado pela diminuição da tensão com o aumento da deformação.

Considerando-se que as deformações elásticas não provocam dano e representando o módulo de elasticidade por E , através Figura 2.29 pode-se decompor as deformações totais ε em suas parcelas elástica ε_e e plástica ε^{pl} . Matematicamente, a seguinte equação é válida:

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^{pl}; \quad \varepsilon^e = \frac{\sigma}{E} \quad (2.10)$$

A Equação 2.10 representa o caso genérico de tensão-deformação, sendo que na Figura 2.29 a tração está separada da compressão.

Pode-se perceber pela Figura 2.29 que, após ser atingida a parte de deformação plástica das curvas, a resposta no descarregamento é caracterizada por uma diminuição da rigidez da parte elástica (diminuição do módulo de elasticidade inicial E_0), ou seja, pode-se considerar que houve danificação do material. As mesmas equações do capítulo anterior podem ser reutilizadas neste capítulo. O módulo de elasticidade danificado (ou efetivo) pode ser relacionado com o módulo elástico inicial através da Equação 2.11,

$$E^* = (1 - d)E_0 \quad (2.11)$$

obtendo-se a seguinte relação entre tensão e deformação:

$$\sigma = (1 - d)E_0(\varepsilon - \varepsilon^{pl}) \quad (2.12)$$

ou separando a compressão da tração para o caso uniaxial

$$\sigma_t = (1 - d_t)E_0(\varepsilon_t - \varepsilon_t^{pl}) \quad (2.13)$$

$$\sigma_c = (1 - d_c)E_0(\varepsilon_c - \varepsilon_c^{pl}) \quad (2.14)$$

onde d_t e d_c são as variáveis de dano escalar na tração e compressão, respectivamente. A tensão efetiva σ^* se relaciona com a tensão nominal σ por:

$$\sigma^* = \frac{\sigma}{(1 - d)} \quad (2.15)$$

sendo d a variável de dano escalar no caso de dano isotrópico. Rearranjando as expressões anteriores e separando-se a tração da compressão, a tensão efetiva se relaciona com a tensão

elástica inicial por:

$$\sigma_t^* = \frac{\sigma_t}{(1 - d_t)} E_0 (\varepsilon_t - \varepsilon_t^{pl}) \quad (2.16)$$

$$\sigma_c^* = \frac{\sigma_c}{(1 - d_c)} E_0 (\varepsilon_c - \varepsilon_c^{pl}) \quad (2.17)$$

Até aqui foram apresentadas as relações constitutivas para o estado uniaxial de tensões, entretanto, sabe-se que na prática uma estrutura dificilmente está sob estas condições e que a resposta do concreto é totalmente diferente em estados mais complexos de tensão. Como exemplo, Kmiecik e Kamiński (2011) citam o fato do concreto sob estado compressivo bi-axial ter uma resistência entre 10% e 20% maior que no estado compressivo uniaxial enquanto em um estado hidrostático de tensões (compressão tri-axial uniforme) a sua resistência é teoricamente infinita. Necessita-se então definir as relações para o caso genérico de tensões. Para isso, sabe-se pela teoria da plasticidade que os elementos essenciais para a determinação de um modelo constitutivo são:

✓ Critério de escoamento: indica, através do tensor de tensões, o nível de tensão no qual ocorrerá o início da plastificação (escoamento) do material. A representação geométrica deste critério é conhecida como superfície de escoamento ou de falha;

✓ Regra de encruamento: é uma lei que expressa o comportamento do critério de escoamento com a evolução da deformação plástica.

✓ Regra de escoamento: define o comportamento entre tensão e deformação após a plastificação, considerando a deformação total e os componentes elástico e plástico.

A condição onde se inicia o escoamento, ou critério de escoamento, é de fundamental importância para prever o comportamento de determinado material. Em um carregamento axial, como os que ocorrem em ensaios de tração ou compressão, o escoamento plástico ocorre quando é atingida a tensão de escoamento. Entretanto, no estado múltiplo de tensões, empregam-se relações matemáticas que definem as condições em que ele se inicia, sendo que na sua forma mais geral pode ser escrita por:

$$F = (\sigma, \alpha) = 0 \quad (2.18)$$

onde σ é o tensor de tensões e α é um conjunto de variáveis que dependem do material. O critério de escoamento pode ser representado graficamente, entretanto, para melhor entendimento, primeiramente precisa-se definir o espaço de tensões de *Haigh-Westergaard*,

o que será feito a seguir baseado no trabalho de (Chen e Han, 2007).

O tensor de tensões real ou de Cauchy (σ), por ter seis componentes independentes, pode ser representado graficamente em um espaço hexa-dimensional, de difícil manuseio. Uma alternativa é trabalhar com as tensões principais σ_1, σ_2 e σ_3 como coordenadas em um espaço tridimensional de tensões, sendo este espaço conhecido com espaço de tensões de *Haigh-Westergaard*. Neste espaço, cada ponto com coordenadas σ_1, σ_2 e σ_3 representa um possível estado de tensões. A Figura 2.30 mostra este espaço juntamente com uma superfície genérica de escoamento, cuja representação matemática é dada pela Equação 2.18. A função de escoamento pode ter diversas formas com representações geométricas distintas.

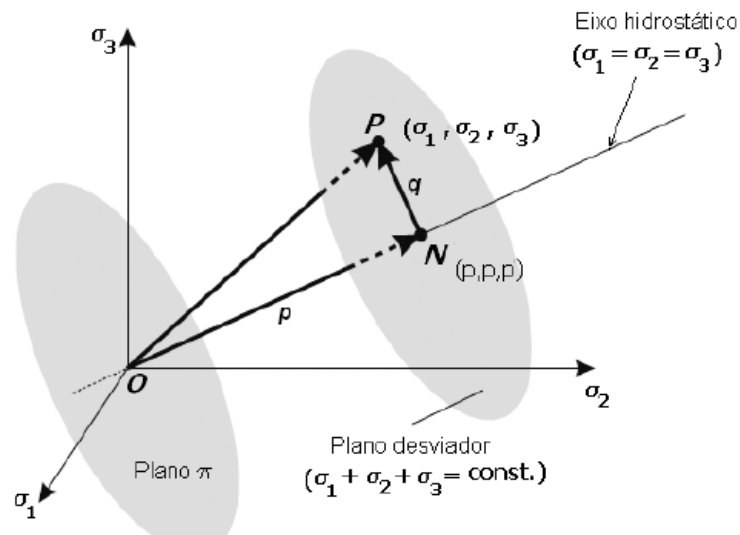


Figura 2.30 – Espaço de tensões de *Haigh-Westergaard*. Adaptado *Hu e Schnobrich (1989)*

Na Figura 2.30 está representado também o eixo hidrostático, ou seja, um eixo onde as tensões principais são iguais ($\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$). Conseqüentemente, cada ponto desta linha corresponde a um estado de tensões hidrostático ou esférico. Qualquer plano perpendicular ao eixo hidrostático é chamado de plano desviador (conforme Figura 2.30), sendo que matematicamente este plano é representado por

$$\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = \sqrt{3}p \quad (2.19)$$

onde p é a distância da origem do espaço de tensões até o plano desviador medida ao longo do eixo hidrostático, conforme esquematizado na Figura 2.30. Um caso particular de plano

desviador é aquele que passa pela origem, conhecido como plano p , sendo que a equação 2.19 se torna:

$$\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 0 \quad (2.20)$$

Outra forma bastante comum de representação gráfica do espaço de *Haigh - Westergaard* é aquela onde o observador está olhando através do eixo hidrostático, conforme a Figura 2.32, podendo-se observar de forma mais clara o formato da superfície de falha ao longo do plano desviador.

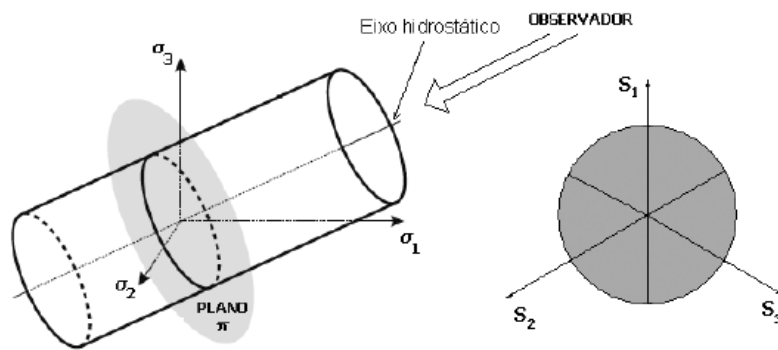


Figura 2.31 – Exemplo de uma superfície de falha olhando-se pelo eixo hidrostático.

A interseção da superfície de falha com o plano definido por σ_1 e σ_2 também é uma forma interessante de observar a superfície de falha, sendo que esta representação decorre, por exemplo, da inexistência de σ_3 conforme a Figura 2.33.

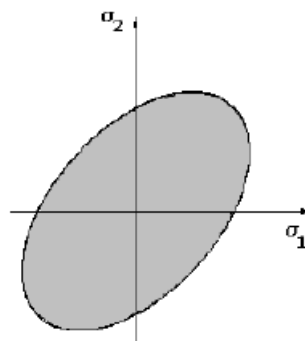


Figura 2.32 – Exemplo de interseção da superfície de falha com o plano definido por σ_1 e σ_2 .

Como já definido, no espaço de *Haigh-Westergaard* o estado de tensões de um elemento infinitesimal qualquer é caracterizado pelas tensões principais σ_1 , σ_2 e σ_3 . Caso as tensões

principais representem um ponto interno à superfície de falha, têm-se um comportamento elástico, ou seja, não há escoamento do material. Se o ponto estiver exatamente sobre a superfície de falha, têm-se o início do escoamento do sólido infinitesimal e caso a tensão de escoamento seja ultrapassada o ponto estará fora da superfície de falha, sendo que neste caso duas situações são possíveis (Kmieciak e Kamiński, 2011):

- ✓ Aumento na deformação sem mudança na tensão (plasticidade ideal);
- ✓ Ruptura do material.

A Figura 2.33 resume os possíveis estados de tensão em relação à superfície de falha, essa observada a partir do plano desviador.

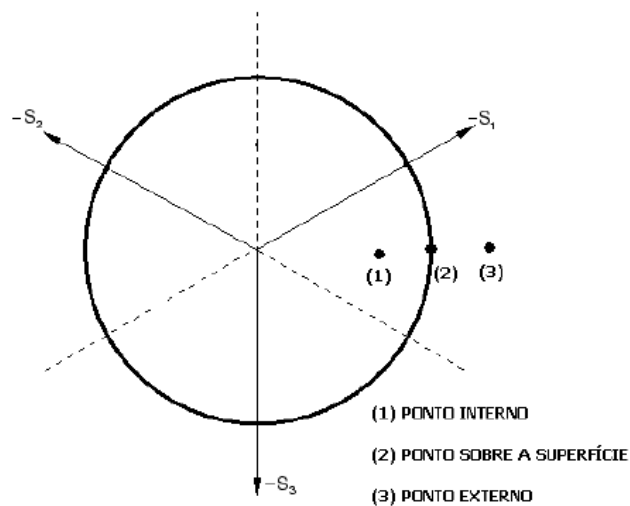


Figura 2.33 – Possíveis estados de tensão em relação à superfície de falha (observada pelo eixo hidrostático).

O estado de tensões $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ também pode ser expresso pelas coordenadas de *Haigh-Westergaard* (p, q, θ) , sendo que a coordenada p já foi definida anteriormente e representa a distância da origem do espaço ao plano desviador ao longo do eixo hidrostático (Figura 2.30), a coordenada q representa a distância no plano desviador do ponto P de tensões $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ até o eixo hidrostático (Figura 2.30) e o ângulo θ , também conhecido com ângulo de Lode, corresponde o ângulo formado pelo vetor que liga o ponto de tensões P $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ à origem do espaço de tensões com a projeção do eixo σ_1 no plano desviador (σ_1) , sendo melhor visualizado na Figura 2.34.

Matematicamente, pode-se definir p e q por:

$$p = -\frac{1}{3}\sigma I \quad (2.21)$$

$$\sqrt{\frac{3}{2}S \cdot S} \quad (2.22)$$

onde I é o tensor identidade e S é a parte desviadora do tensor de tensões σ , sendo q conhecido também tensão equivalente de Von Mises.

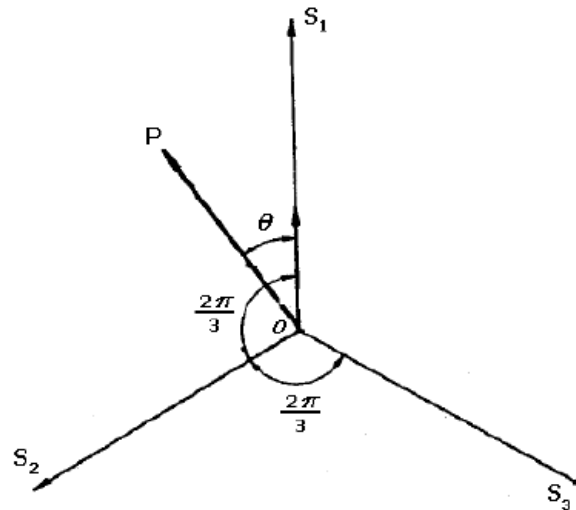


Figura 2.34 – Estado de tensão em um ponto projetado no plano desviador. Adaptado Chen e Han (2007)

A forma geral da superfície de falha em um espaço tri-dimensional pode ser descrita por uma seção ao longo do plano desviador como visto anteriormente e também por seus meridianos. Os meridianos da superfície de falha são as curvas de interseção entre a superfície de falha e um plano (plano meridiano) contendo o eixo hidrostático com $\theta =$ constante, como apresentado de forma genérica na Figura 2.35a para o caso de um material isotrópico. Neste caso os índices 1, 2 e 3 indicados nos eixos do sistema de coordenadas da Figura 2.35b são arbitrários, sendo necessário, devido à simetria, investigar apenas os setores com $\theta = 0$ o até $\theta = 60^\circ$.

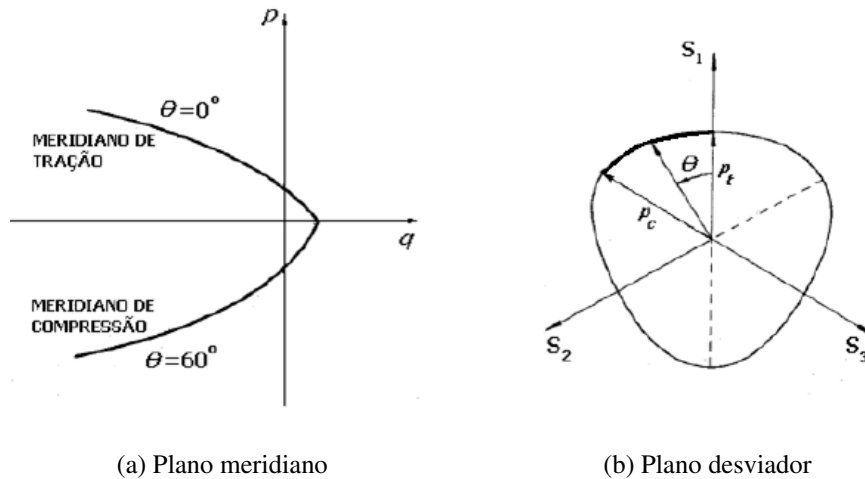


Figura 2.35 – Forma geral da superfície de falha para um material isotrópico. Adaptado Chen e Han (2007)

O setor típico destacado na Figura 2.35b por uma linha mais grossa corresponde à ordem comum das tensões principais, $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$, sendo que com esta ordem há dois casos extremos:

$$\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3 \quad (2.23)$$

$$\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3 \quad (2.24)$$

correspondendo a $\theta_1 = 60^\circ$ e $\theta_2 = 0^\circ$, respectivamente. O meridiano correspondente a $\theta_1 = 60^\circ$ é chamado de meridiano compressivo ou de compressão e a Equação 2.23 representa um estado hidrostático de tensões com uma componente de compressão se destacando em uma direção. O meridiano determinado por $\theta_2 = 0^\circ$ representa um estado hidrostático de tensões com uma componente de tração se destacando em uma direção, sendo então chamado de meridiano de tração. Assim, o espaço de tensões de *Haigh-Westergaard* fica caracterizado.

Já se sabe que uma estrutura ao ser carregada além do seu limite elástico por determinado carregamento qualquer não recupera a configuração inicial, ou seja, ocorrem deformações permanentes. Para exemplificar, volta-se ao caso de tensão uniaxial, representado pela curva tensão-deformação da Figura 2.36a. Nesta figura, a estrutura ao ser carregada até o ponto representado por A, terá uma deformação permanente após o descarregamento, representado pelo ponto B. Caso ocorra novamente um carregamento, até o ponto A o comportamento será elástico, sendo que uma nova plastificação ocorrerá somente neste ponto, podendo-se dizer que o limite de escoamento aumentou, já que originalmente o escoamento ocorria

no ponto A' , ou seja, ocorreu encruamento. Pode-se generalizar este conceito para o caso multiaxial de tensões, onde a tensão de escoamento é substituída pela superfície de escoamento, podendo ocorrer mudança na sua forma à medida que a plastificação ocorre (Figura 2.36b, sendo que a regra ou lei que rege este comportamento é conhecida como regra de encruamento).

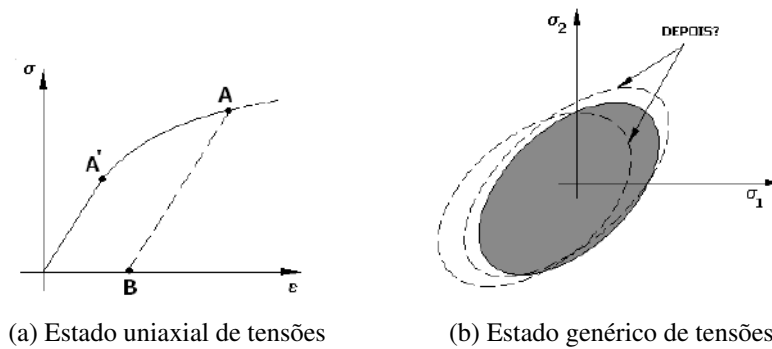


Figura 2.36 – Comportamento de encruamento do material. Adaptado Hu e Schnobrich (1989)

Em relação ao fato da superfície de escoamento poder se alterar tem-se diferentes comportamentos, podendo-se classificá-los em três modelos básicos diferentes:

✓1) Modelo Isotrópico: A superfície de escoamento no estágio seguinte, provocada pelo incremento de deformação plástica, é uma expansão uniforme da superfície de escoamento do estágio anterior. Para o caso bidimensional, a representação é dada pela Figura 40 (a);

✓2) Modelo Cinemático: A superfície de escoamento no estágio seguinte, provocada pelo incremento de deformação plástica, mantém a mesma forma, porém sofre uma translação no espaço das tensões como um corpo rígido (Figura 40 (b));

✓3) Modelo de Endurecimento distorcional: Admite a expansão, translação e a rotação da superfície de escoamento, e/ou inclusive a sua mudança de forma (Figura 40 (c)).

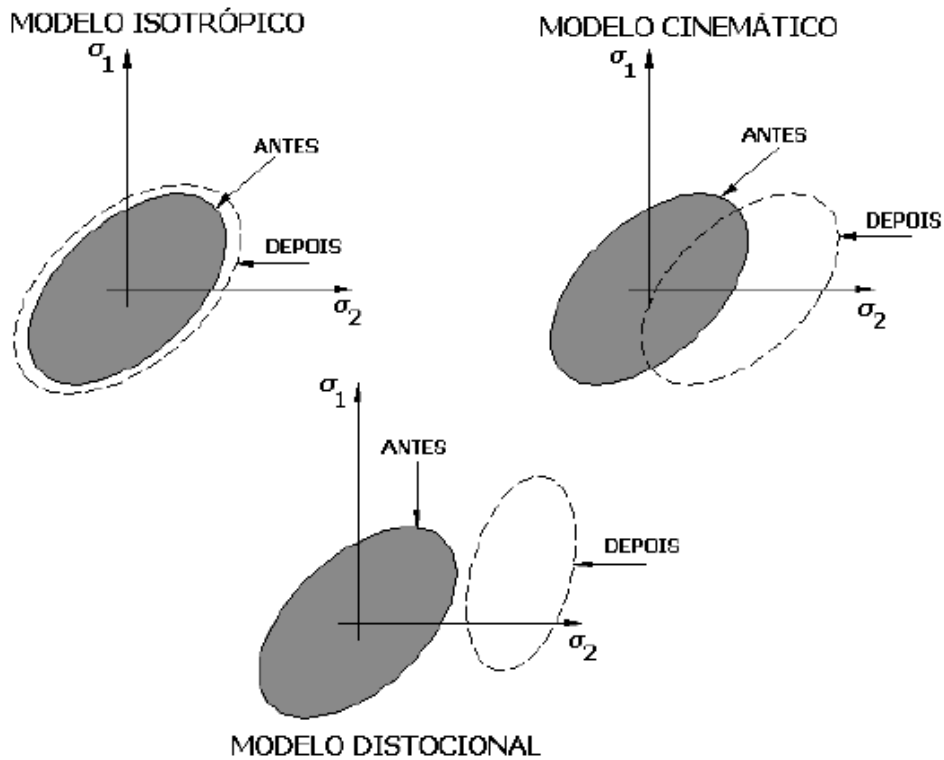


Figura 2.37 – Representação bidimensional de diferentes modelos da lei de encruamento do material. Adaptado Hu e Schnobrich (1989)

Conforme apresentado para o caso unidimensional da Figura 2.37, as deformações não são determinadas apenas pelo conhecimento do estado de tensões, pois dependem da história do carregamento atuante sobre a estrutura. Na determinação da evolução das deformações da estrutura, devem-se determinar os incrementos de deformação plástica à medida que o carregamento é aplicado. A deformação total é obtida pelo somatório destes incrementos. A relação matemática que expressa a evolução das deformações com as tensões é conhecida como regra de escoamento plástico.

A regra de escoamento plástico pode ser determinada considerando-se que o incremento de deformação plástica é obtido por intermédio da derivada de uma função potencial. Essa função (G) é uma função escalar do tensor de tensões a partir do qual os incrementos de deformação plástica podem ser determinados por derivadas parciais em relação aos componentes do tensor de tensões,

$$d\varepsilon^{pl} = d\gamma \cdot \frac{dG}{d\sigma} \quad (2.25)$$

ou de forma mais geral

$$d\varepsilon_{ij}^{pl} = d\gamma \cdot \frac{dG}{d\sigma_{ij}} \quad (2.26)$$

onde $d\gamma$ é uma constante de proporcionalidade maior que zero, denominada multiplicador plástico. A regra de escoamento é chamada de associativa se o potencial plástico coincide com a função de escoamento, ou seja, $G = F$. Caso contrário, a regra é chamada de não associativa, ou seja, $G \neq F$. A Figura 2.38 expressa graficamente estas duas possibilidades.

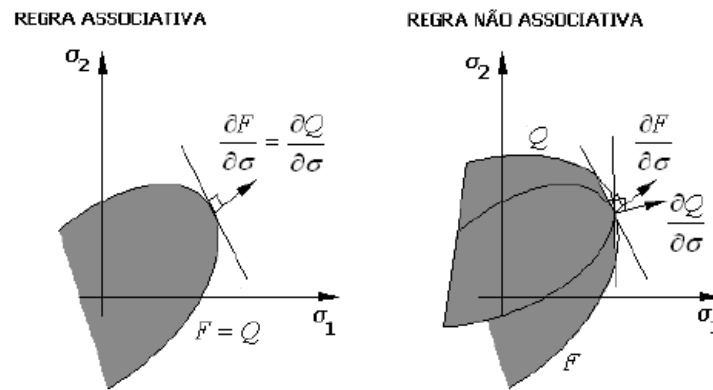


Figura 2.38 – Regra associativa e não associativa de escoamento plástico. Adaptado Hu e Schnobrich (1989)

Foram vistos anteriormente conceitos genéricos da Teoria da Plasticidade, apresentando-se a partir de agora o modelo desenvolvido por Lubliner et al. (1989), também conhecido como modelo de Barcelona. Neste modelo, para definir os conceitos de dano plástico, a coesão deve ser estabelecida na função de escoamento conforme a seguinte equação,

$$F(\sigma) = c \quad (2.27)$$

onde σ é o tensor de tensões de Cauchy, c a coesão e $F(\sigma)$ é uma função homogênea positiva de primeira ordem em relação ao tensor de tensões, ou seja, conforme definido em Zhang et al. (2010),

$$F(x\sigma) = xF(\sigma), \quad x > 0 \quad (2.28)$$

onde x é um número real positivo.

O critério da equação 2.27 vale para diversas teorias clássicas, como a de *Mohr Coulomb* e *Drucker Prager*. Entretanto, conforme Lubliner et al. (1989) elas não representam bem o comportamento do concreto. Inúmeras outras teorias de escoamento e falha foram propostas por diversos autores para caracterizar o comportamento do concreto, mas não utilizam a forma da Equação 2.27 no sentido de definir a regra de escoamento como uma função homogênea do tensor de tensões. O trabalho de Lubliner et al. (1989) propôs um novo

critério de escoamento na forma da Equação 2.27 que esteja em acordo com os resultados experimentais, sendo então adaptado por diversos outros autores e implementado em diversos programas comerciais, obtendo grande sucesso em simulações envolvendo estruturas de concreto.

No modelo de Barcelona, o valor inicial da coesão c é definido como a tensão inicial de escoamento em um ensaio de compressão uniaxial σ_{c0} , definida na Figura 2.29b. Ainda, neste modelo, a regra de encruamento da Teoria Clássica da Plasticidade é substituída por uma variável de dano-plástico, k , similar à variável de dano no caso uniaxial, sendo que o seu valor aumenta à medida que a deformação plástica ocorre. Esta variável escalar, baseada nos conceitos da energia de fratura, é utilizada para representar todos os estados de danificação do material, sejam eles fissuras ou deformações permanentes. Uma vantagem do modelo de dano plástico é que o dano, que era originalmente acoplado na equação constitutiva, pode ser desacoplado da deformação plástica linearizando-se as equações de evolução de dano.

Relacionando a coesão com a variável de dano k , quando $c = \sigma_{c0}$ não há dano, ou seja, $k = 0$. Já quando a coesão for nula ($c = 0$) a variável de dano tem seu valor máximo ($k = 1$). Entretanto, ao contrário dos modelos clássicos da plasticidade com encruamento isotrópico, a coesão não é uma função simples do dano k , sendo que seu valor depende do processo de carregamento, ou seja, a coesão é assumida como uma variável interna, governada por uma taxa \dot{c} que é proporcional a taxa de dano \dot{k} . A equação assumida por Lubliner et al. (1989) para a taxa de dano \dot{k} tem da seguinte forma:

$$\dot{k} = h^T(\sigma, c, d) \cdot \dot{\varepsilon}^{pl} \quad (2.29)$$

onde $\dot{\varepsilon}^{pl}$ taxa de deformação plástica, ou regra de escoamento, definida genericamente por:

$$\dot{\varepsilon}^{pl} = \lambda \frac{\partial G}{\partial \sigma} \quad (2.30)$$

sendo que a variável λ representa o fator de carregamento e $\partial G / \partial \sigma$ o gradiente de deformação plástica. A taxa de coesão \dot{c} é proposta no modelo de Barcelona da seguinte forma,

$$\dot{c} = k(\sigma, c, d) \dot{k} \quad (2.31)$$

A seguir será apresentado detalhadamente cada item que faz parte do modelo proposto por Lubliner et al. (1989), definindo-se o critério de escoamento e a sua representação geométrica, a regra de escoamento plástico, a variável de dano plástico que substitui o critério de encruamento da Teoria Clássica da Plasticidade e também a relação entre a coesão e o

dano, relação $c - k$.

2.4.1 - Critério de escoamento

Como apresentado anteriormente, uma das questões fundamentais do modelo de Lubliner et al. (1989) é definir a função de escoamento ($F(\sigma)$) de forma homogênea até primeira ordem e que leve em consideração a coesão do material, sendo que os critérios de *Mohr-Coulomb* e *Drucker-Prager* também o fazem de forma similar.

De um modo geral, os critérios citados acima são quadráticos na tensão cisalhante octaédrica (ou equivalente a $\sqrt{J^2}$, onde J^2 é o segundo invariante do tensor desviador) e lineares na tensão normal média (ou em I_1 , o primeiro invariante do tensor de tensões). O terceiro invariante entra através do ângulo polar θ (ou ângulo de Lode) no plano desviador. Com esta forma, os meridianos no espaço de tensão são curvos, sendo que a superfície de falha tende para um cilindro circular assim que o eixo hidrostático tende ao infinito ($I_1 \rightarrow \infty$), conforme a Figura 2.39, que representa o critério de *Drucker-Prager*.

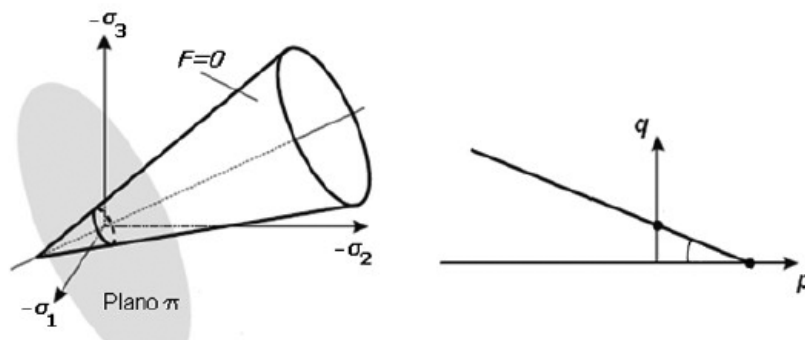


Figura 2.39 – Superfície de escoamento de *Drucker-Prager* e plano meridiano.

Caso as regiões de alta-pressão sejam excluídas, os invariantes de tensão citados acima e outros dados de falha podem ser adequados na Equação 2.32 da seguinte forma:

$$F(\sigma) = \frac{1}{1 - \alpha} \cdot (\sqrt{3J_2} + \alpha I_1 + \beta \langle \sigma_{max} \rangle - \gamma \langle -\sigma_{max} \rangle) \quad (2.32)$$

onde α , β e γ são constantes adimensionais e σ_{max} é o valor algébrico máximo das tensões principais, sendo esta a forma matemática da superfície de falha desenvolvida por Lubliner et al. (1989). Quando $\sigma_{max} = 0$, por exemplo, em compressão biaxial, a equação 2.32 se torna o critério de *Drucker-Prager*.

A constante adimensional a pode ser obtida comparando-se os valores obtidos em ensaios experimentais das tensões de escoamento na compressão no caso uniaxial σ_{c0} e equi-biaxial σ_{b0} , através de:

$$\alpha = \frac{\sigma_{b0} - \sigma_{c0}}{2\sigma_{b0} - \sigma_{c0}}; \quad 0 \leq \alpha \leq 0,5 \quad (2.33)$$

Valores típicos obtidos em laboratório para a relação $\frac{\sigma_{b0}}{\sigma_{c0}}$ variam entre 1,10 e 1,16, geralmente obtendo-se entre 0,08 e 0,12.

Uma vez conhecido o valor de α , a constante β pode ser determinada conhecendo-se a tensão de escoamento na tração no caso uniaxial σ_{t0} , que geralmente é a mesma que a tensão de tração última, podendo-se determinar β por:

$$\beta = (\alpha - 1) \frac{\sigma_{c0}}{\sigma_{t0}} - (1 + \alpha) \quad (2.34)$$

A tensão de escoamento na tração biaxial σ_{bt0} depende das constantes a e b e quase sempre é cerca de 2% menor que no caso uniaxial σ_{t0} (Lublimer et al., 1989).

O parâmetro G deve ser definido no ensaio triaxial do concreto. Denotando-se, na superfície de escoamento, o meridiano de tração ($\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$) por TM e o meridiano de compressão ($\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$) por CM, tem-se, para o primeiro,

$$\sigma_{max} = \frac{1}{3}(I_1 + 2\sqrt{3J_2}) \quad (2.35)$$

e para o segundo

$$\sigma_{max} = \frac{1}{3}(I_1 + \sqrt{3J_2}) \quad (2.36)$$

Com $\sigma_{max} < 0$, a equação de cada meridiano fica

$$(2\gamma + 3)\sqrt{3J_2} + (\gamma + 3\alpha)I_1 = (1 - \alpha)\sigma_{c0}(TM) \quad (2.37)$$

$$(\gamma + 3)\sqrt{3J_2} + (\gamma + 3\alpha)I_1 = (1 - \alpha)\sigma_{c0}(CM) \quad (2.38)$$

onde σ_c é a tensão crítica na compressão uniaxial, sendo a tensão de escoamento para a superfície de escoamento e a tensão última para a superfície de falha.

Definindo-se a razão entre o segundo invariante do tensor desviador no meridiano de tração

pelo de compressão,

$$K_c = \frac{(\sqrt{J_2})_{TM}}{(\sqrt{J_2})_{CM}} \quad (2.39)$$

e substituindo as equações 2.37 e 2.38 na equação 2.39, obtém-se:

$$K_c = \frac{\gamma + 3}{2\gamma + 3} \quad (2.40)$$

que é uma constante. Valores típicos de K_c variam entre $0,5 < K_c \leq 1$. A partir da equação 2.40, pode-se determinar o valor de γ ,

$$\gamma = \frac{3(1 - K_c)}{2K_c - 1} \quad (2.41)$$

Fisicamente, o valor de K_c representa a razão entre a distância do eixo hidrostático ao meridiano de tração e de compressão no plano desviador. A Figura 2.40 mostra a representação gráfica da superfície de falha no plano desviador. O valor de $K_c = 2/3$ é normalmente recomendado para o modelo CDP segundo Kmiecik e Kamiński (2011), sendo que a forma gráfica para este valor de K_c no plano desviador (Figura 2.40) corresponde à combinação de três elipses tangentes. Com valor de $K_c = 1$, a superfície de falha se torna um círculo, como no critério clássico de *Drucker-Prager*. A Figura 2.41 mostra a superfície de escoamento para o estado plano de tensões.

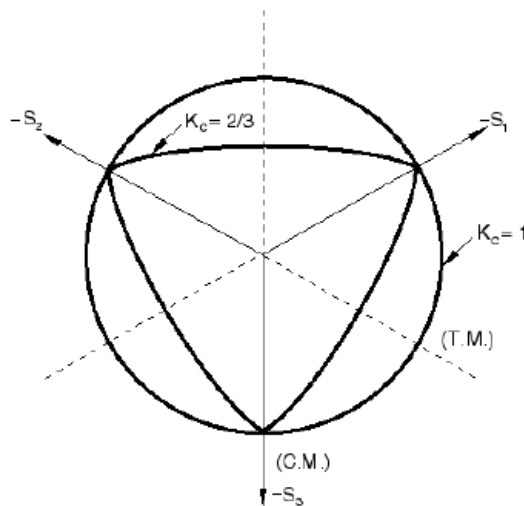


Figura 2.40 – Plano desviador da superfície de falha para o modelo CDP. Adaptado Kmiecik e Kamiński (2011)

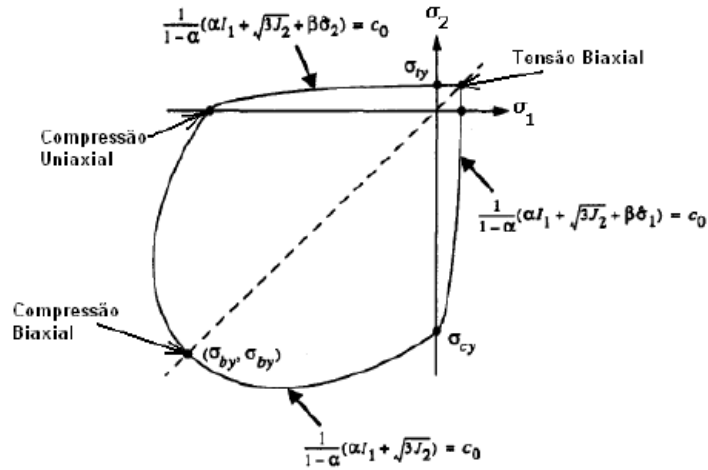


Figura 2.41 – Superfície de falha para o modelo CDP no estado plano de tensões. Adaptado Lee e Fenves (1998)

A próxima definição necessária para a caracterização do modelo de Barcelona é com relação à Regra de Escoamento, apresentada a seguir.

2.4.2 - Regra de escoamento plástico

Os materiais granulares, como o concreto, podem exibir uma mudança significativa de volume causada por severas deformações plásticas. Esta mudança de volume pode ser bem reproduzida utilizando-se uma função potencial plástica G adequada na definição da regra de escoamento, dada genericamente pela Equação 2.30.

No trabalho de Lubliner et al. (1989), a função potencial plástica clássica de *Mohr-Coulumb* foi utilizada, sendo que o ângulo de dilatância ψ foi substituído pelo ângulo de atrito interno ϕ :

$$G(\sigma, \psi) = \frac{I_1}{3} \text{sen}\psi + \sqrt{J_2} \cdot \left(\cos\theta - \frac{\text{sen}\theta \text{sen}\psi}{\sqrt{3}} \right) \quad (2.42)$$

sendo essa uma regra de escoamento associativa.

2.4.3 - Variável dano plástico

Primeiramente, a variável de dano plástico será caracterizada para o estado uniaxial de tensões, generalizando-se o conceito posteriormente.

Através da transformação do gráfico tensão-deformação de um ensaio de tração/compressão uniaxial em uma curva tensão-deformação plástica ($\sigma^{pl}\varepsilon$), conforme a Figura 2.4.3, e calculando-se a área abaixo dos gráficos, g_t para o ensaio de tração e g_c para o de compressão, pode-se definir:

$$k = \frac{1}{g_t} \int_0^{\varepsilon^{pl}} \sigma d\varepsilon^p \quad (2.43)$$

$$k = \frac{1}{g_c} \int_0^{\varepsilon^{pl}} \sigma d\varepsilon^p \quad (2.44)$$

para o ensaio de tração e compressão respectivamente, sendo k uma variável independente de dano.

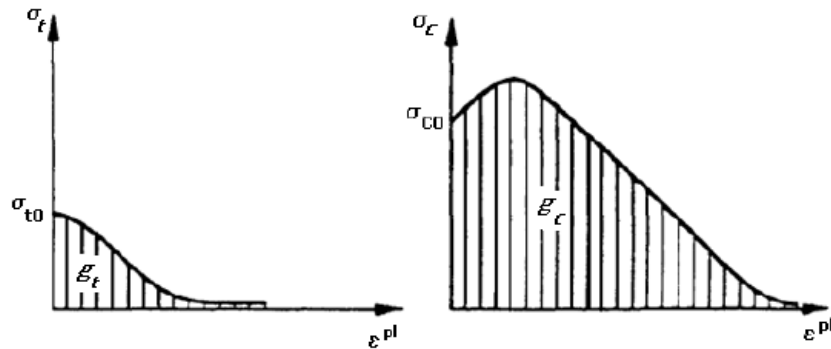


Figura 2.42 – Curvas tensão-deformação plástica ($\sigma^p\varepsilon$) na tração e na compressão.

Definido-se uma função analítica conveniente $\sigma = \sigma(k)$ válida tanto para a tração como para a compressão, de tal forma que:

$$\sigma_t(0) = \sigma_{t0} \quad e \quad \sigma_t(1) = 0 \quad (2.45)$$

$$\sigma_c(0) = \sigma_{c0} \quad e \quad \sigma_c(1) = 0 \quad (2.46)$$

e observando o fato de que experimentalmente as curvas tensão-deformação tendem para um nível de tensão nula assintoticamente, a relação analítica $\sigma - \varepsilon^{pl}$ tanto para a tração como

para a compressão pode ser representada por:

$$\sigma = \sigma_0[(1 + a)\exp(-b\varepsilon^{pl}) - a\exp(-2b\varepsilon^{pl})] \quad (2.47)$$

onde as constantes adimensionais a e b podem ser obtidas considerando-se:

$$g = \int_0^\infty \sigma d\varepsilon^{pl} \quad e \quad \left(\frac{d\sigma}{d\varepsilon^{pl}}\right)_{\varepsilon^{pl}=0} \quad (2.48)$$

e finalmente chegando-se a:

$$g = \frac{\sigma_0}{b} \left(1 + \frac{a}{2}\right) \quad (2.49)$$

$$\left(\frac{d\sigma}{d\varepsilon^{pl}}\right)_{\varepsilon^{pl}=0} = \sigma_0 b(a - 1) \quad (2.50)$$

Quando a constante $a > 1$, tem-se encruamento inicial no gráfico tensão - deformação plástica (Figura), e quando $a < 1$ tem-se um amolecimento logo após o escoamento.

Através da integração de funções, obtém-se a expressão para a variável de dano plástico k ,

$$k - \frac{1}{g} \int_0^{\varepsilon^{pl}} \sigma d\varepsilon^{pl} = 1 - \frac{1}{2 + a} [2(1 + a)\exp(-b\varepsilon^{pl}) - \exp(-2b\varepsilon^{pl})] \quad (2.51)$$

e, para $a \neq 0$,

$$\sigma = \sigma(k) = \frac{\sigma_0}{a} [(1 + a)\sqrt{1 + a(2 + a)k} - 1 + a(2 + a)k] \quad (2.52)$$

que é a relação entre a tensão e a variável de dano plástico.

Pode-se estender os conceitos apresentados acima para o estado multiaxial de tensões. Para isso, Lubliner et al. (1989) utiliza a taxa k da variável k através de uma equação que contempla todos os estados de tensão, dada por:

$$k = -\frac{r(\sigma)}{g_t} \sigma_t(k) \varepsilon_1^{pl} - \frac{1 - r(\sigma)}{g_c} \sigma_c(k) \varepsilon_3^{pl} \quad (2.53)$$

onde $r(\sigma)$ é um fator de peso de tensão multiaxial, continuamente dependente do tensor de tensões σ de tal forma que $0 \leq r(\sigma) \leq 1$ com $r(\sigma) = 1$ se $\sigma_i \geq 0$ (tensão pura) para $i = 1, 2, 3$ e $r(\sigma) = 0$ se $\sigma_i \leq 0$ (compressão pura) para todo i . Uma forma particular de definir $r(\sigma)$ é

$$r(\sigma) = \frac{\sum_{i=1}^3 \langle \sigma_i \rangle}{\sum_{i=1}^3 |\sigma_i|} \quad (2.54)$$

onde $\langle \cdot \rangle$ corresponde ao operador de Macauley, definido por

$$\langle x \rangle = \frac{|x| + x}{2} \quad e \quad \frac{\langle x \rangle}{x} = 0 \quad x = 0 \quad (2.55)$$

Este operador retorna o valor de 0 caso a variável arbitrária seja negativa e a própria variável caso ela seja positiva.

O último item que precisa ser definido para caracterizar o modelo de Barcelona será apresentado a seguir, correspondendo à relação entre a coesão e a variável de dano plástico.

2.4.4 - Relação entre coesão - dano plástico (c - k)

Conforme visto anteriormente, a coesão deve ser definida de tal forma que quando o dano atingir o valor máximo $k = 1$ deve-se ter perda de coesão $c = 0$. De uma forma geral, a equação da taxa para a coesão c , definida genericamente na Equação 2.31 e reproduzida abaixo, deve ter a solução $c = \sigma_c(k)$ na compressão uniaxial $c = \left(\frac{\sigma_{co}}{\sigma_{to}}\right)\sigma_t(k)$ para a tração.

$$c = k(\sigma, c, k)k \quad (2.56)$$

Analisando-se a Equação 2.56, a função $k(\sigma, k, c)$ deve atender aos valores estabelecidos anteriormente, sendo que Lubliner et al. (1989) propôs a seguinte relação:

$$k(\sigma, c, k) = c \left\{ \frac{r(\sigma)}{\sigma_t(k)} \sigma_t(k) + \frac{1 - r(\sigma)}{\sigma_c(k)} \sigma_c(k) \right\} \quad (2.57)$$

onde o fator de peso $r(\sigma)$ é definido com anteriormente pela Equação 2.54.

Para demonstrar que a condição $c = 0$ para $k = 1$ é válida para qualquer processo, através

das equações 2.54 e 2.57, a equação 2.56 pode se reescrita por:

$$d \ln c = r d \ln \sigma_t + (1 + r) \ln \sigma_c \quad (2.58)$$

e através da integração por partes, reescreve-se a equação anterior para:

$$d \ln c = d(r d \ln \sigma_t + (1 + r) \ln \sigma_c) + \ln(\sigma_c / \sigma_t) dr \quad (2.59)$$

Finalmente, pode-se integrar a Equação 2.59 para se obter a relação entre $c - k$,

$$c = \sigma_{c0} \left(\frac{\sigma_t}{\sigma_{t0}} \right)^r \left(\frac{\sigma_c}{\sigma_{c0}} \right)^{1-r} \exp \left[\int_{r=0}^{r=1} \ln \frac{\sigma_c}{\sigma_t} dr \right] \quad (2.60)$$

já que $\sigma = \sigma(k)$

Com isso, todos os conceitos necessários para o entendimento do modelo de Barcelona foram definidos. Entretanto, este modelo não é adequado para representar o comportamento do concreto sob cargas cíclicas, fato explicado nas modificações propostas por (Lee e Fenves, 1998).

Resumidamente, para definir o modelo CDP necessita-se de curvas tensão-deformação para o caso de tração e compressão uniaxial, sendo que o efeito tension stiffening da curva de tração pode ser representada pela energia de fratura, pela deformação plástica ou pelo deslocamento. Ainda, necessita-se definir a variável de dano na tração e compressão com a evolução das deformações compressivas e de tração, respectivamente.

Para representar os efeitos do estado multiaxial de tensões, quatro parâmetros são fundamentais para o modelo CDP, sendo eles:

1) $\sigma_{b0} / \sigma_{c0}$, correspondendo à razão entre as tensões de escoamento no ensaio equibiaxial e no ensaio uniaxial (o valor típico está em torno de 1,16);

2) K_c , representando a razão entre a distância do eixo hidrostático ao meridiano de tração e de compressão no plano desviador. Deve ter valores compreendidos entre $0,5 \leq K_c \leq 1$ sendo $K_c = 2/3$ valor mais utilizado;

3) ψ , sendo o ângulo de dilatação medido no plano meridional p-q em pressões confinantes elevadas. Valores típicos para o concreto variam entre $35^\circ \leq \psi \leq 40^\circ$;

4) m , correspondendo à excentricidade, sendo um valor pequeno que expressa a taxa de

aproximação da hipérbole da sua assíntota no plano $p - q$, sendo que seu valor deve estar compreendido entre $0 \leq m \leq 1$.

2.5 - APROXIMAÇÃO NO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS (MEF)

O MEF é o método mais utilizado na mecânica dos sólidos para análise de estruturas. O método consiste em dividir o domínio contínuo do problema em subdomínios que são pequenos elementos cujos vértices são denominados nós. Diante dessas características, pode-se construir aproximações dentro do domínio do elemento através da interpolação de valores nodais.

Para o campo unidimensional R^1 , pode-se estabelecer a aproximação para o campo dos deslocamentos, como é mostrado na Equação 2.61

$$u(x) = \sum_{j=1}^n N_j(x) \cdot \alpha_j \quad (2.61)$$

No qual N_j são as funções de forma do elemento finito e α_j são constantes.

As constantes α_j tem seus valores coincidentes com valores discretos da função $u(x)$ nos nós, isso é uma característica do MEF como se visualiza nas equações abaixo.

$$\alpha_j = u_j \quad (2.62)$$

$$u(x) = \sum_{j=1}^n N_j(x) \cdot u_j \quad (2.63)$$

As funções $N_j(x)$ de forma têm que possuir valor unitário no nó x_j e zero nos demais nós e o somatório das funções de forma em cada elemento é igual à unidade estabelecendo a propriedade da Partição de Unidade (PU). A Figura 2.43 mostra a aproximação de deslocamentos descrita pela Equação 2.63 e a Figura 2.44 mostra as propriedades das funções de forma para o MEF.

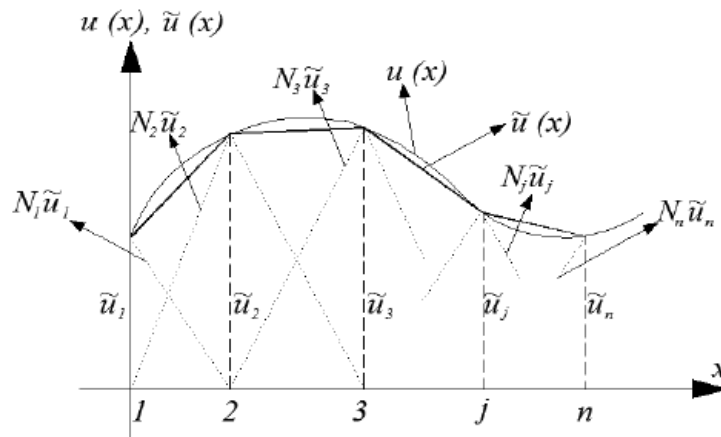


Figura 2.43 – Aproximação para o campo de deslocamentos. Adaptado Torres, 2003

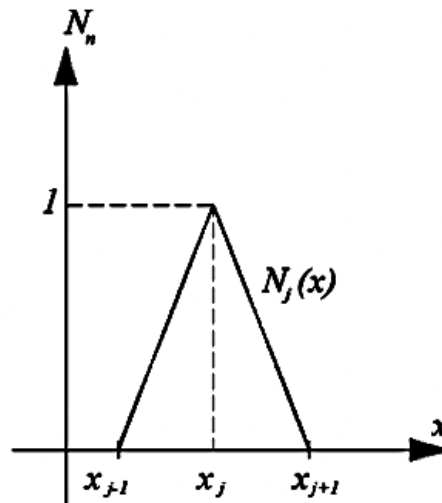


Figura 2.44 – Propriedades das funções de forma para o MEF. Adaptado Torres (2003)

O MEF obtém soluções aproximadas de problemas de valor de contorno pelo Método dos Resíduos Ponderados ou pelo Princípio dos Trabalhos Virtuais. Aplicando em problemas lineares, a função aproximadora gera um sistema de equações também linear obtendo como incógnitas os valores nodais. No sistema de equações, o vetor independente é o vetor de forças nodais e a matriz dos coeficientes desse sistema de equações é denominada matriz de rigidez.

3 - MODELOS DE CÁLCULO DE DIMENSIONAMENTO DAS CONTRIBUIÇÕES DE RESISTÊNCIA AO CISALHAMENTO DAS FRP

O sistema de reforço EB-FRP é eficiente face aos diversos tipos de solicitações existentes, o que o torna uma metodologia de vasta aplicação no campo do reforço estrutural. É, no entanto, imprescindível que as estimativas de resistência sejam precisas. Embora o reforço ao cisalhamento tornasse complexo devido à influência de diferentes parâmetros geométricos e físicos, torna-se imperioso que os modelos numéricos considerem seus efeitos, a fim de se obter estimativas das contribuições de resistência mais próximas às achadas em testes experimentais, de maneira que se permita o uso deste sistema de reforço de forma eficiente e segura segundo (Tumialan, 2007). A quantificação da deformação efetiva ε_{fe} ou da tensão efetiva f_{fe} da fibra é a grande dificuldade imposta ao cálculo da capacidade resistente às tensões de cisalhamento do sistema de reforço, uma vez que a fibra não atinge a tensão de ruptura.

Os modelos e prescrições normativas apresentados adiante se baseiam na treliça clássica de *Mörsch* (com inclinação das bielas de compressão $\theta = 45^\circ$) para determinar o valor da parcela da tensão de cisalhamento resistida pela fibra, V_f , a qual é função da deformação específica efetiva ε_{fe} ou sua correspondente tensão efetiva f_{fe} . Da mesma forma, é adotado um procedimento análogo para o cálculo da parcela das tensões de cisalhamento resistidas pela armadura transversal de aço. Assim, as prescrições normativas consideram que a capacidade resistente nominal ao cisalhamento é dada pela superposição das parcelas de resistência de cada um dos materiais.

Pesquisas experimentais e computacionais salientam os efeitos de interações entre estribos e fibras ainda não consideradas nos modelos de cálculo de dimensionamento usados por normas atuais. Este efeito de interação afeta a eficácia das fibras, tendo-se que os materiais não contribuem com a máxima capacidade num mesmo instante, portanto, o cálculo da resistência nominal ao cisalhamento através do princípio de superposição gera estimativas conservadoras segundo (Mofidi e Chaallal, 2014; Pellegrino e Modena, 2006; Kim et al., 2014).

Este capítulo compreende na seção 3.1, as prescrições normativas Bulletin14 (2001), CN-RDT200 (2004) e ACI440.2R (2008). A seção 3.2 apresentados os modelos semi - empíricos propostos por diferentes autores que consideram o efeito de interação. Finalmente, na seção 3.3, se mostra uma análise comparativa das contribuições de

resistência pelos modelos anteriormente descritos. De um banco de dados de 200 vigas foram selecionadas 20 vigas considerando o mesmo critério de falha e algumas características em comum dos reforços. Posteriormente foi feito o cálculo das contribuições de resistência para cada modelo de cálculo de dimensionamento e foram comparadas com as cargas reportadas experimentalmente. Observando como os modelos que consideram os efeitos de interação são mais precisos que os utilizados pelas normas. .

3.1 - PRESCRIÇÕES NORMATIVAS

A seguir é apresentada uma breve descrição das normas Bulletin14 (2001), ACI440.2R (2008) e a guia de projeto Italiana CN-RDT200 (2004), utilizadas no dimensionamento de estruturas reforçadas com sistemas EB-FRP. São apresentadas as prescrições para reforço ao cisalhamento em vigas de concreto armado. Cabe salientar que atualmente não existe norma específica no Brasil para reforço estrutural com fibras de carbono, embora existam manuais de reforço estrutural com fibras de carbono que consideram os modelos de dimensionamento de normas estrangeiras.

3.1.1 - Bulletin14, 2001

As prescrições do Bulletin14 (2001) da Federação Internacional do Concreto (*fib*) seguem o formato do *Institution* (2004) baseado no modelo apresentado por Triantafillou e Antonopoulos (2000). A capacidade resistente à força cortante devido à fibra é dada por:

$$V_{fd} = 0,9 \cdot \varepsilon_{fd,e} E_f \rho_f b_w d (\cot\theta + \cot\beta) \text{sen}\beta \quad (3.1)$$

Onde, a deformação específica da fibra ($\varepsilon_{fd,e}$) é definida pelas Equações 3.2 - 3.4:

$$\varepsilon_{fde} = \frac{\varepsilon_{fke,e}}{\gamma_f} \quad (3.2)$$

$$\varepsilon_{fke} = K \varepsilon_{fe} \quad (3.3)$$

A deformação na fibra segue o modelo semi - empírico proposto por Triantafillou (1998), o qual é definido na Equação 3.4:

$$\varepsilon_{fe} \begin{cases} 0,0119 - 0,0205 \cdot (\rho_f E_f) + 0,014(\rho_f E_f)^2 & \text{Para } 0 \leq (\rho_f E_f) \leq 1 \\ -0,00065 \cdot (\rho_f E_f) + 0,000245 & \text{Para } (\rho_f E_f) > 1 \end{cases} \quad (3.4)$$

O coeficiente de segurança parcial do reforço sugerido pelo Bulletin14 (2001) é de $\gamma_f = \gamma_{fb} = 1,30$ se o colapso da viga é dominado pelo descolamento da fibra, e varia entre 1,20 e 1,35 dependendo do tipo de aplicação do reforço, conforme especificado na Tabela 3-1 do Bulletin14 (2001) se o colapso da viga é controlado pela ruptura da fibra.

Como recomendação adicional, a norma sugere que o espaçamento das fibras em faixas (S_{fe}), este é definido pela Equação 3.5

$$S_{fe} \begin{cases} \leq 0,9d - W_f/2 & \text{Para seção retangular.} \\ \leq d - t - s - W_f/2 & \text{Para seção "T".} \end{cases} \quad (3.5)$$

O valor de projeto da força cortante resistente da viga reforçada V_{Rd} , deve ser limitado à $V_{Rd,max}$.

$$V_{Rd} = V_{cd} + V_{swd} + V_{fd} \leq V_{Rd,max} \quad (3.6)$$

No estado limite de serviço admite-se que a fibra possui aderência perfeita com a superfície de concreto, sempre e quando não se tenham problemas do tipo penetração da umidade ou propagação de fissura. A Equação 3.7 define a expressão adotada como valor limite para a deformação da fibra ε_{fke} .

$$\varepsilon_{fk,e} = \frac{0,8f_{yk}}{E_s} \quad (3.7)$$

Os parâmetros para cada equação encontram-se descritos na lista de símbolos desta dissertação. As unidades das equações dentro do modelo são aplicáveis para sistema internacional considerando-se tensões e comprimentos em MPa e mm, respectivamente.

3.1.2 - CN-RDT200 (2004)

A guia de projeto e construção de sistemas de reforço em estruturas existentes através da colagem externa de FRP é parte do código italiano e baseia-se nas pesquisas desenvolvidas por Monti (2007). A contribuição de resistência ao cortante devido ao reforço em tiras de fibra é calculada mediante a Equação 3.8:

$$V_{Rd,f} = \frac{1}{\gamma_{Rd}} 0,9 \cdot d \cdot f_{fed} \cdot t_f (\cot\theta + \cot\beta) \cdot \frac{W_f}{P_f} \quad (3.8)$$

Onde, γ_{Rd} , é um fator parcial, igual a 1,2 para cortante e a tensão efetiva da fibra (f_{fed}) é estimada considerando falha por descolamento é calculada pela Equação 3.9.

$$f_{fed} = f_{fdd} \cdot \left\{ 1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{l_e \cdot \text{Sen}\beta}{\text{Min}\{0,9d; h_m\}} \right\} \quad (3.9)$$

As características da seção reforçada são mostradas na Figura 3.1.

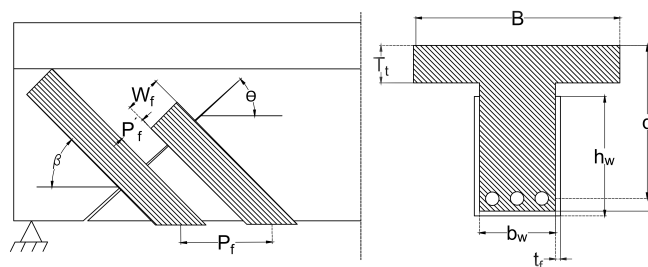


Figura 3.1 – Características da seção reforçada. Adaptado CN-RDT200 (2004)

O comprimento efetivo de ancoragem é calculado através da Equação 3.10.

$$l_e = \sqrt{\frac{E_f \cdot t_f}{2 \cdot f_{mtm}}} \quad (3.10)$$

A resistência de descolamento de projeto para o reforço (f_{fdd}) é calculada como:

$$f_{fdd} = \frac{1}{\gamma_{fd} \cdot \sqrt{\gamma_m}} \cdot \sqrt{\frac{2E_f \Gamma_{FK}}{t_f}} \quad (3.11)$$

Onde, f_d , é um fator de cálculo equivalente a 1,5; γ , é igual a 1,0 e o valor característico da energia específica de fratura Γ_{FK} , é definido pela Equação 3.12

$$\Gamma_{FK} = 0,03 \cdot K_b \sqrt{f_{mk} \cdot f_{mtm}} \quad (3.12)$$

$$K_b = \sqrt{\frac{2 - \frac{b_f}{b}}{1 + \frac{b_f}{400}}} \geq 1 \quad (3.13)$$

$$f_{mtm} = 0,1 f_{mk} \quad (3.14)$$

Os parâmetros para cada equação encontram-se descrito na lista de símbolos desta dissertação. As unidades das equações dentro do modelo são aplicáveis para sistema internacional considerando-se tensões e comprimentos em MPa e mm, respectivamente.

3.1.3 - ACI440.2R (2008)

O Instituto Americano do Concreto estabelece o modelo de cálculo das contribuições de resistência ao cortante em elementos reforçados com FRP baseado nas pesquisas

desenvolvidas na Universidade de Missouri por Khalifa et al. (1998). Este modelo considerando colapso pelo descolamento da fibra. A contribuição de resistência da fibra é descrita pela Equação 3.15:

$$V_f = \frac{A_{fv} \cdot f_{fe} \cdot (Sen\alpha + Cosa)d_{fv}}{S_f} \quad (3.15)$$

$$A_{fv} = 2 \cdot n \cdot t_f \cdot W_f \quad (3.16)$$

$$f_{fe} = \varepsilon_{fe} \cdot E_f \quad (3.17)$$

A deformação efetiva das fibras ε_{fe} é influenciada pelo comprimento efetivo de aderência da fibra L_e . Uma vez que o fator K_v é função da resistência a compressão do concreto, do sistema de reforço utilizado e da rigidez da fibra, :

$$\varepsilon_{fe} = K_v \varepsilon_{fu} \leq 0,004 \quad (3.18)$$

O comprimento efetivo de aderência é definido pela Equação 3.19.

$$L_e = \frac{23,300}{(n \cdot t_f \cdot E_f)^{0.58}} \quad (3.19)$$

O fator de aderência K_v é definido como:

$$K_v = \frac{K_1 K_2 L_e}{11,900 \varepsilon_{fu}} \leq 0,75 \quad (3.20)$$

As expressões para o cálculo dos fatores de mobilização são definidos pelas Equações 3.21 e 3.22

$$K_1 = \left(\frac{f'_c}{27} \right)^{2/3} \quad (3.21)$$

$$K_2 = \frac{d_{fv} - L_e}{d_{fv}}; \text{ Para reforço em U.} \quad (3.22)$$

Os parâmetros para cada equação encontram-se descrito na lista de símbolos desta dissertação. As unidades das equações dentro do modelo são aplicáveis para sistema internacional considerando-se tensões e comprimentos em MPa e mm, respetivamente.

3.2 - MODELOS DE DIMENSIONAMENTO SEMI - EMPÍRICOS

Nesta seção são apresentados os modelos de dimensionamento propostos por Khalifa e Nanni (2002); Chen e Teng (2003) e Chen et al. (2012). Cada um destes levam em consideração

diferentes premissas teóricas e avaliam parâmetros que influenciam no desenvolvimento de tensões resistentes da fibra como material de reforço.

3.2.1 - Khalifa e Nanni (2002)

Os autores propõem uma expressão similar à formulada pelo Bulletin14, 2001 Equação 3.1 para estimar a contribuição de resistência ao cisalhamento das fibras:

$$V_{fd} = \frac{f_{fe}}{\gamma_f} \cdot \frac{0,9A_f d_f (1 - \cot\beta) \cdot \text{Sen}\beta}{S_f} \quad (3.23)$$

A Figura 3.2 mostra as variáveis dimensionais notadas pelos autores.

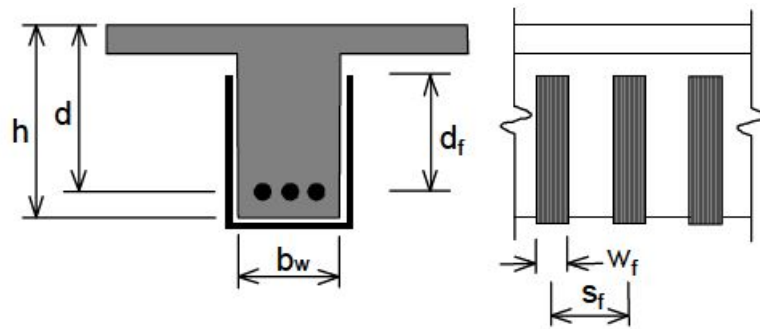


Figura 3.2 – Variáveis dimensionais adotadas. Adaptado Khalifa e Nanni (2002)

Os autores consideram que no estado limite último não é possível atingir a resistência última da fibra, uma vez que a falha do sistema de reforço pode acontecer por:

- Rasgamento da fibra com uma tensão inferior à capacidade máxima, devido à ocorrência de concentração de tensões junto à fissura ou nas arestas da viga reforçada;
- Descolamento da fibra da superfície do concreto;
- Diminuição significativa da capacidade resistente do concreto à força cortante devido à redução da contribuição do intertravamento dos agregados.

Finalmente, é considerado o uso de um fator de redução (R) com o objetivo de quantificar a tensão média efetiva na fibra, tendo-se que a tensão na fibra é definida pela Equação 3.24

$$f_{fe} = R \cdot f_f \quad (3.24)$$

Para calcular este coeficiente de redução R utilizam-se duas equações que dependem do modo de colapso da viga reforçada. Os autores estabelecem um limite superior para este coeficiente de modo a controlar a largura das fissuras e a redução da contribuição do engrenamento dos agregados.

Falha por rasgamento da fibra: O coeficiente de redução R é calculado através de um polinômio estabelecido em função dos parâmetros $\rho_f E_f$. Este foi obtido com base no modelo proposto por Triantafillou (1998). Posteriormente, Khalifa et al. (1998) analisaram dados experimentais e propuseram uma pequena modificação no modelo. Por fim, foi considerado um gráfico o qual considera a relação entre a deformação específica efetiva da fibra e a deformação específica última, $R = \varepsilon_{fe} / \varepsilon_{fu}$, e a rigidez axial do compósito, $\rho_f E_f$, derivando a Figura 3.3, que estabeleceu a Equação 3.25 para o cálculo da relação de tensão efetiva R.

$$R = 0,56(\rho_f E_f)^2 - 1,22(\rho_f E_f) + 0,78 \quad (3.25)$$

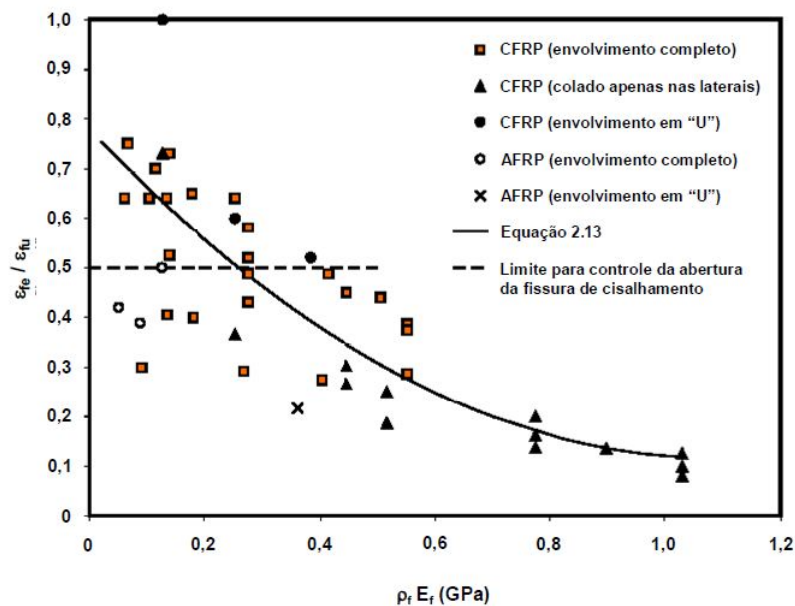


Figura 3.3 – Fator de redução K graficamente. Adaptado Khalifa *et al*, (1998)

Falha pelo descolamento da fibra: O coeficiente de redução (R) é calculado através da Equação 3.26, sendo função da resistência do concreto, da rigidez axial da fibra entre 20 mmGPa - 90 mmGPa, da largura efetiva da fibra e do tipo de reforço.

$$R = \frac{(f'_c)^{2/3} W_{fe}}{\varepsilon_{fu} d_{fv}} \cdot [738,93 - 4,06(t_f E_f)] \times 10^{-6}. \quad (3.26)$$

No caso de reforço fechado, ou semiaberto em forma de "U" com sistema de ancoragem, o descolamento da fibra não se tem em conta, desconsiderando o coeficiente de redução R.

Os parâmetros para cada equação encontram-se descrito na lista de símbolos desta dissertação. As unidades das equações dentro do modelo são aplicáveis para sistema internacional considerando-se tensões e comprimentos em MPa e mm, respetivamente.

3.2.2 - Chen e Teng (2003)

Os autores propõem um modelo de dimensionamento baseado no conceito da distribuição não linear de deformações na fibra. A contribuição de resistência da fibra é estimada através da Equação 3.27.

$$V_f = 2f_{f,e}W_f \frac{h_{f,e}}{S_f} ((\cot \theta + \cot \beta) \sin \beta) \quad (3.27)$$

Estes parâmetros são definidos pelas Equações 3.28 - 3.30.

$$h_{f,e} = Z_b - Z_t \quad (3.28)$$

$$Z_t = d_{f,t} \quad (3.29)$$

$$Z_b = d_{fv} - h + 0,9 \cdot d \quad (3.30)$$

A Figura 3.4 mostra alguns destes parâmetros:

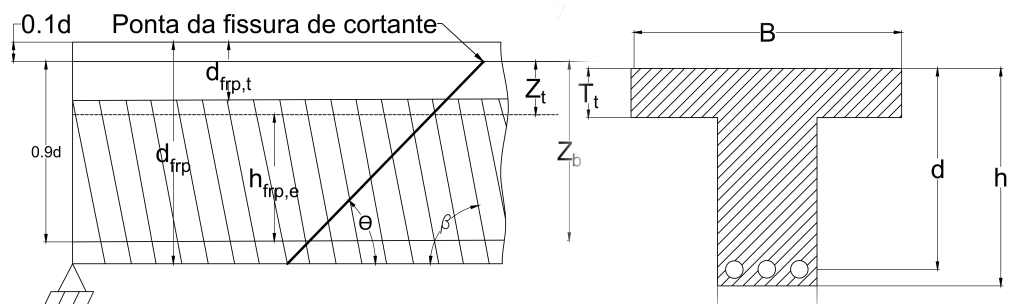


Figura 3.4 – Parâmetros da seção reforçada. Adaptado Chen e Teng (2003)

A tensão média da fibra $f_{f,e}$ é obtida considerando-se os dois principais modos de colapso, sendo estes: a) Falha pelo descolamento da fibra; b) Falha por rasgamento da fibra. Os autores consideram que a distribuição de tensão na fibra longo da fissura crítica devido às tensões de cisalhamento não é uniforme para o estado limite último, portanto, a tensão máxima na fibra $\sigma_{f,max}$ é limitada por um fator de distribuição da tensão D_{frp} , a tensão efetiva na fibra é calculada como:

$$f_{f,e} = \sigma_{f,max} \cdot D_{frp} \quad (3.31)$$

Falha pelo descolamento da fibra: Neste caso a resistência ao cisalhamento encontra-se

relacionada à resistência de aderência da superfície de contato entre fibra e o concreto, alcançando seu valor máximo no local onde a fibra tem o maior comprimento de aderência. Portanto, a tensão máxima na fibra é limitada pela resistência à tração última e pela tensão máxima da resina de aderência, sendo descrita pela Equação 3.32.

$$\sigma_{f,máx} = \text{Min} \begin{cases} f_{fu} \\ 0,427 \cdot \beta_W \cdot \beta_L \cdot \sqrt{\frac{E_f \cdot \sqrt{f'_c}}{t_f}} \end{cases} \quad (3.32)$$

A equação para o cálculo da resistência por aderência é proveniente do modelo proposto por Cao et al. (2001), baseado nos resultados obtidos de ensaios de aderência. Outros parâmetros são:

$$\beta_W = \sqrt{\frac{2 - \frac{W_f}{S_f \cdot \sin \beta}}{1 + \frac{W_f}{S_f \cdot \sin \beta}}} \quad (3.33)$$

$$\beta_L = \begin{cases} 1 & \lambda \geq 1 \\ \sin\left(\frac{\pi \cdot \lambda}{2}\right) & \lambda < 1 \end{cases} \quad (3.34)$$

Tendo-se que tais parâmetros são definidos pelas Equações 3.35 - 3.37.

$$\lambda = \frac{L_{mx}}{L_e} \quad (3.35)$$

$$L_{max} = \frac{H_{fe}}{\sin \beta} \quad (3.36)$$

$$L_e = \sqrt{\frac{E_f \cdot t_f}{\sqrt{f'_c}}} \quad (3.37)$$

Falha pelo rasgamento da fibra: O colapso da viga começa quando o ponto mais tracionado da fibra que intercepta a fissura principal de falha alcança a resistência à tração última do material f_f , condição descrita pela Equação 3.38:

$$\sigma_{f,max} = f_f \quad (3.38)$$

Para a análise da distribuição de tensões os autores propuseram uma distribuição de tensão parabólica ao longo da fissura, como uma simples aproximação. Adotaram um modelo de distribuição linear no qual a tensão na fibra aumenta de zero na extremidade superior da fissura até o valor da resistência à tração última na extremidade inferior da mesma. As Equações 3.39 - 3.40 definem a expressão par o cálculo do fator de distribuição.

$$D_{frp} = \frac{1 + \zeta}{2} \quad (3.39)$$

$$\zeta = \frac{Z_t}{Z_b} \quad (3.40)$$

Para o reforço fechado tem-se que a relação $\zeta = 0$ e $D_{frp} = 0,5$.

Os parâmetros para cada equação encontram-se descrito na lista de símbolos desta dissertação. As unidades das equações dentro do modelo são aplicáveis para sistema internacional considerando-se tensões e comprimentos em MPa e mm, respectivamente.

3.2.3 - Chen et al. (2012)

Embora advindo da mesma corrente científica, este trabalho é baseado no desenvolvimento da tese de doutorado de Chen (2010). O trabalho traz novas contribuições para o cálculo da resistência contribuída pela fibra, levando em consideração o efeito de interação existente entre os estribos e as fibras através da introdução do parâmetro K^* , cujo fator incorpora o fluxo de tensões através de fatores de mobilização K_s e K_f , para estribos e fibra, respectivamente que, por sua vez, levam em conta o efeito da interação entre os mesmos através do parâmetro μ . Ressalta-se que este modelo permite avaliar a resposta do reforço em diferentes etapas do carregamento, o qual o torna um modelo bastante completo.

A resistência nominal das vigas é obtida através do princípio de superposição das contribuições de resistência do concreto, aço e a fibra. Considerando-se o produto da última parcela pelo fator de interação K^* , o qual leva em consideração os diversos parâmetros que influenciam no desempenho da fibra como reforço ao cortante.

$$V_u = V_c + V_s + K^* \cdot V_f \quad (3.41)$$

$$V_f = K^* \cdot V_{f,p} \quad (3.42)$$

O fator de interação K^* em conjunto com os fatores de mobilização são definidos pelas Equações 3.43 - 3.46.

$$K^* = K_f + (K_s - 1) \cdot \mu \quad (3.43)$$

$$K_s = \frac{w_{e,p}^{1,4}}{\alpha^* + w_{e,p}^{1,4}} \quad (3.44)$$

$$\alpha^* = \frac{A}{(Cos\theta)^{1,4}} \quad (3.45)$$

$$A = \frac{4,94[\text{Ln}(h_{f,e}) - 3,34] \cdot (f_y - 173)(\phi_s + 0,935)}{10000} \quad (3.46)$$

O fator de mobilização para o aço K_s é definido pela Equação 3.44, esta nova definição considera o efeito da altura da viga h , altura efetiva da fibra $h_{f,e}$, o diâmetro dos estribos ϕ_s e a tensão de escoamento do aço transversal f_y através do parâmetro α definido pela Equação 3.45. O fator de mobilização de tensões para a fibra K_f , é definido pela Equação 3.47. O parâmetro $\sigma_{f,e}$, representa o nível de tensão efetiva na fibra para qualquer instante do processo de carga, portanto, se tem que estes não são constantes. Assim, podem ser utilizadas simulações computacionais para estima-los em qualquer instante do processo de carga.

$$K_f = \frac{\sigma_{f,e}}{f_f} \quad (3.47)$$

A interação entre os estribos e as fibras é definido na Equação 3.48. Este efeito é função da relação das contribuições feitas por cada material que, por sua vez, depende das propriedades físicas e características geométricas dos reforços.

$$\mu = \frac{f_y A_{s,p}}{f_{f,e} A_{frp}} \quad (3.48)$$

A tensão na fibra é calculada através do mecanismo de falha que depende do fator de distribuição de tensões definido por Chen e Teng (2003). Neste novo modelo de cálculo de dimensionamento, ocorre falha pelo descolamento da fibra através de conceitos de mecânica da fratura nas resistências da superfície de aderência.

A seguir, são apresentados os critérios para cada um dos mecanismos de falha, tendo-se que para qualquer deles, o valor da tensão efetiva na fibra e calculado pela Equação 3.49.

$$f_{f,e} = \sigma_{f,max} D_{frp} \quad (3.49)$$

Falha por descolamento da fibra: A máxima tensão suportada pelo sistema de reforço será limitado pela máxima capacidade da superfície de aderência definida pelas propriedades da resina. Apresentam-se as equações que permitem calcular a contribuição da fibra através da determinação da tensão máxima efetiva e do fator de distribuição de tensões para este mecanismo de falha.

$$\sigma_{f,max} = \sigma_{db,max} \quad (3.50)$$

A tensão na superfície de aderência encontra-se em função dos comprimentos de

ancoragem, os quais por sua vez, dependem das características geométricas do reforço segundo a Equação 3.51.

$$\sigma_{db,max} \begin{cases} \sqrt{\frac{2E_f G_f}{t_f}} & L_{max} \geq L_e \\ \sin\left(\frac{\pi}{2} \frac{L}{L_e}\right) \sqrt{\frac{2E_f G_f}{t_f}} & L_{max} < L_e \end{cases} \quad (3.51)$$

onde, o comprimento máximo de ancoragem da fibra L_{max} e o comprimento efetivo de aderência L_e são definidos pelas Equações 3.52 e 3.56, respetivamente.

$$L_{max} = \frac{h_{f,e} + h_t + h_b}{\sin \beta} \quad (3.52)$$

O cálculo do fator de distribuição de tensões D_{frp} proposto por Chen e Teng (2003), considera diferentes aspectos que influenciam o desenvolvimento de tensões nas fibras, tais como: o modelo de aderência da superfície de contato, as propriedades físicas dos materiais, a direção da fissura de falha, entre outros. As Equações 3.53 - 3.62 especificam cada um dos parâmetros envolvidos no modelo de cálculo.

$$D_{frp} = 1 - \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) \frac{h_{df}}{h_{f,e}} \quad \text{Reforço em "U"} \quad (3.53)$$

$$h_{df} = 2 \cdot \delta_f \cdot \frac{1 + \frac{\pi}{2} \cdot \left(\frac{h_{f,e}}{L_e \cdot \sin \beta} - 1\right)}{\sin(\theta + \beta)} \quad (3.54)$$

$$w_{e,p} = \delta_f \cdot \frac{1 + \frac{\pi}{2} \cdot \left(\frac{h_{f,e}}{L_e \cdot \sin \beta} - 1\right)}{\sin(\theta + \beta)} \quad (3.55)$$

$$L_e = \sqrt{\frac{E_f \cdot t_f}{\sqrt{f'_c}}} \quad (3.56)$$

$$\delta_f = 2 \cdot \frac{G_f}{\tau_f} \quad (3.57)$$

$$G_f = 0,308 \cdot \beta_w^2 \cdot \sqrt{f_t} \quad (3.58)$$

$$\tau_f = 1,5 \cdot \beta_w \cdot f_t \quad (3.59)$$

$$\beta_w = \sqrt{\frac{2 - \frac{W_f}{S_f \cdot \sin \beta}}{1 + \frac{W_f}{S_f \cdot \sin \beta}}} \quad (3.60)$$

$$f_t = 0,395 \cdot f_{cu}^{0,55} \quad (3.61)$$

$$f_{cu} = \frac{f'_c}{0,8} \quad (3.62)$$

Falha por rasgamento da fibra: Neste caso a tensão na fibra igualara sua capacidade máxima ($\sigma_{f,max} = f_f$) e o cálculo do fator de distribuição de tensões será o mesmo definido anteriormente.

Conhecendo-se a tensão efetiva na fibra ($f_{f,e}$), descrita pela Equação 3.49 para qualquer mecanismo de falha, pode-se estimar contribuição ao cortante da fibra através da Equação 3.63.

$$V_{f,p} = 2 \cdot f_{f,e} \cdot t_f \cdot W_f \cdot \frac{h_{f,e} \cdot (\cot \theta + \cot \beta) \cdot \sin \beta}{S_f} \quad (3.63)$$

3.3 - ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE ESTIMATIVAS DE RESISTÊNCIA.

Com o objetivo de avaliar precisão dos modelos de cálculo de dimensionamento anteriormente apresentados, foram coletados resultados de pesquisas experimentais que avaliam as contribuições de resistência ao cisalhamento das fibras de carbono em vigas com diferentes condições de reforço. Em total 250 vigas são reportadas experimentalmente por Bousseham e Chaallal (2004) e Chen et al. (2012) dentre as quais somente foram consideradas 20 vigas com algumas características em comum, entre estas: Vigas reforçadas com fibra de carbono através de faixas espaçadas e em formato de reforço semi-aberto tipo "U". Também devem possuir aço transversal com a finalidade de avaliar os modelos de dimensionamento que consideram os efeitos de interação. Além disso, todas falharam pelo descolamento da fibra, de maneira que foi possível comparar elementos estruturais com características similares para assim avaliar de forma geral a precisão dos modelos de dimensionamento.

O cálculo das contribuições de resistência ao cortante das fibras foi feito para quatro modelos, considerando-se duas normas, a norma Americana ACI440.2R (2008) e a guia de projeto italiana CN-RDT200 (2004) e dois modelos empíricos propostos por Chen e Teng (2003) e Chen et al. (2012) os quais consideram os efeitos de interação. Finalmente são comparadas

as contribuições calculadas V_f para cada modelo de dimensionamento com as contribuições reportados nos ensaios experimentais.

Os modelos de cálculo de dimensionamento apresentados levam em consideração diferentes parâmetros, sendo destacados na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 – Parâmetros considerados nos modelos numéricos de estimativa. Autores

Modelo de V_f	Deformação da fibra (ε_f)	Energia de fratura (G_f)	Comprimento Efetivo (L_e)	Relação (W_f/S_f)	Ângulo de falha (θ)	Efeito estribos
ACI 440.2R (2008)	X	-	X	X	-	-
CNR-DT200 (2004)	X	-	X	X	X	-
Chen e Teng (2003)	-	-	X	X	X	-
Chen (2013)	-	X	X	X	X	X

Na Tabela 3.2, são apresentadas as características geométricas e propriedades dos materiais de reforço das vigas selecionadas para a análise comparativa, onde dezoito possuem seção retangular e duas seção transversal tipo "T". Somente foram avaliadas vigas reforçadas com faixas espaçadas de fibra de carbono e com aço transversal, considerando avaliar os efeitos de interação para as configurações de reforço mais eficientes segundo Mofidi e Chaallal (2014).

Os resultados e características dos ensaios experimentais foram obtidos através dos registros feitos nas pesquisas de (Chen et al., 2012; Monti, 2007; Bousselham e Chaallal, 2004). O trabalho fonte de cada uma das vigas selecionadas é especificado através do numero entre parêntesis na nomenclatura de cada viga e reportados no roda pê da Tabela 3.2.

Tabela 3.2 – Parâmetros considerados nos modelos de cálculo de dimensionamento. Autores

Trabalho fonte	# viga	ID Viga	Resul. Exp (kN)	Propriedades da seção				Propriedades da fibra						Propriedades do aço				Ângulo fissura θ (°)					
				f_c (MPa)	b_w (mm)	h (mm)	d (mm)	Seção	Formato	E_{FRP} (GPa)	t_f (mm)	F_f (MPa)	S_f (mm)	W_f (mm)	b (°)	Tipo aço	ϕ_s (mm)		S_s (mm)	E_s (GPa)	F_y (MPa)		
Bousselham e Chaallal (2004)	1	BS2 (1)	41,20	35,1	200	450	420	R	U	280	0,11	2800	400	100	90	C	8	200	200	500	45		
Chen <i>et al.</i> , (2010)	2	BSS (2)	33,40	36,0	200	450	390	R	U	233	0,11	3500	400	50	90	C	6	400	200	590	29,4		
	3	PU1 (3)	32,50	40,0	130	450	425	R	C	U	105	0,43	1400	200	40	90	L	6	300	200	240	45	
	4	PU2 (3)	20,00	40,0	130	450	425	R	C	U	105	0,43	1400	250	40	90	L	6	300	200	240	45	
	5	PU3 (3)	44,50	40,0	130	450	425	R	C	U	105	0,43	1400	300	40	45	L	6	300	200	240	45	
	6	PU4 (3)	40,00	40,0	130	450	425	R	C	U	105	0,43	1400	350	40	45	L	6	300	200	240	45	
	Chen <i>et al.</i> , (2012)	7	T6S4-90(4)	85,30	44,1	140	600	520	T	U	230	0,11	3400	100	50	90	L	6	400	200	520	27	
8		SB1-5 (5)	69,50	32,6	150	360	314	R	C	U	235	0,22	4200	120	40	90	L	6	135	200	395	45	
9		SB1-6 (5)	53,50	32,6	150	360	314	R	C	U	235	0,22	4200	120	40	90	L	6	135	200	395	45	
10		SB1-9 (5)	63,50	32,6	150	360	314	R	C	U	235	0,44	4200	120	40	90	L	6	135	200	395	45	
11		SB1-10 (5)	66,50	32,6	150	360	314	R	C	U	235	0,44	4200	120	40	90	L	6	135	200	395	45	
12		SB2-3 (5)	52,00	32,6	150	360	314	R	C	U	235	0,22	4200	120	40	90	L	6	135	200	395	45	
13		SB3-2 (5)	35,00	32,6	150	360	314	R	C	U	235	0,22	4200	120	40	90	L	6	135	200	395	45	
14		2S-M(2)(6)	39,80	39,7	180	400	360	T	C	U	218,4	0,352	2863	114	60	90	C	6	300	200	542	60	
Tumialan (2010)		15	US45++ (7)	35,50	13,3	250	450	410	R	C	U	390	0,22	3790	150	50	45	C	8	400	200	500	45
		16	US45+A (7)	69,00	13,3	250	450	410	R	C	U	390	0,22	3790	225	150	45	C	8	400	200	500	45
		17	US45++B (7)	74,00	13,3	250	450	410	R	C	U	390	0,22	3790	225	150	45	C	8	400	200	500	45
		18	US45++C (7)	85,00	13,3	250	450	410	R	C	U	390	0,22	3790	225	150	45	C	8	400	200	500	45
		19	US45++E (7)	66,50	13,3	250	450	410	R	C	U	390	0,22	3790	300	150	45	C	8	400	200	500	45
		20	US45++D (7)	66,50	13,3	250	450	410	R	C	U	390	0,22	3790	300	150	45	C	8	400	200	500	45

Convenção: Seção: R: Retangular; T: Viga "T"; Tipo: C: Carbono; Formato: U: Faixa em U; Tipo aço: L: Liso; C: Corrugado.

(1)Therwe et al. (1997); (2) Matthys (2000);(3) Diagam et al. (2003);(4)Deniaud e Cheng (2001);(5) Chaallal et al. (1998);(6) Dias e Barros (2010);(7) Bianco et al. (2007)

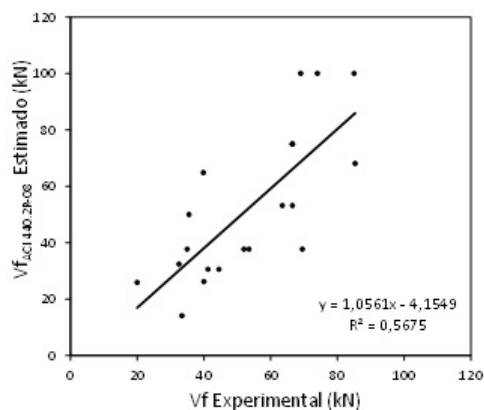
A Tabela 3.3 apresenta os resultados experimentais e os valores calculados para cada modelo de dimensionamento. A precisão de cada modelo é avaliada através da relação $V_{f,exp}/V_{f,est}$.

Tabela 3.3 – Resultados $V_{f,exp}$ e $V_{f,est}$. sob o critério de falha por descolamento. Autores

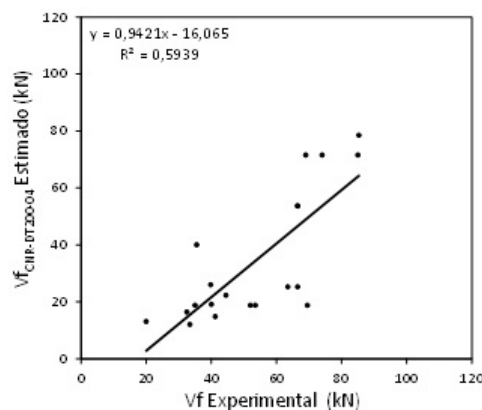
Trabalho fonte	# Viga	ID Viga	$V_{f,exp}$ (KN)	Resistências calculadas $V_{f,est}$				Relação $V_{f,exp}/V_{f,est}$			
				ACI 440.2R (2008)	CNR - DT 200 (2004)	Chen - Teng (2003)	Chen <i>et al.</i> (2012)	ACI 440.2R (2008)	CNR - DT 200 (2004)	Chen - Teng (2003)	Chen <i>et al.</i> (2012)
Bousselham e Chaallal (2004)	1	BS2	41,20	30,61	14,82	37,96	31,36	1,35	2,78	1,09	1,31
Chen (2010)	2	BS5	33,40	14,13	12,06	31,39	26,39	2,36	2,77	1,06	1,27
	3	PU1	32,50	32,43	16,38	39,33	39,71	1,00	1,98	0,83	0,82
	4	PU2	20,00	25,95	13,10	32,35	32,67	0,77	1,53	0,62	0,61
	5	PU3	44,50	30,58	22,28	38,33	36,50	1,46	2,00	1,16	1,22
	6	PU4	40,00	26,21	19,10	33,48	31,88	1,53	2,09	1,19	1,25
	7	T6S4-90	85,30	68,12	78,50	116,99	126,13	1,25	1,09	0,73	0,68
	8	SB1-5	69,50	37,74	18,78	42,90	41,09	1,84	3,70	1,62	1,69
Chen et al., (2013)	9	SB1-6	53,50	37,74	18,78	42,90	41,09	1,42	2,85	1,25	1,30
	10	SB1-9	63,50	53,19	25,27	57,17	55,81	1,19	2,51	1,11	1,14
	11	SB1-10	66,50	53,19	25,27	57,17	55,81	1,25	2,63	1,16	1,19
	12	SB2-3	52,00	37,74	18,78	42,90	41,09	1,38	2,77	1,21	1,27
	13	SB3-2	35,00	37,74	18,78	42,90	41,09	0,93	1,86	0,82	0,85
	14	2S-M(2)	39,80	64,84	25,96	37,95	42,71	0,61	1,53	1,05	0,93
	15	US45++	35,50	50,01	40,04	75,65	48,57	0,71	0,89	0,47	0,73
	16	US45+A	69,00	100,02	71,53	109,50	91,48	0,69	0,96	0,63	0,75
Tumialan (2010)	17	US45++B	74,00	100,02	71,53	109,50	91,48	0,74	1,03	0,68	0,81
	18	US45++C	85,00	100,02	71,53	109,50	91,48	0,85	1,19	0,78	0,93
	19	US45++E	66,50	75,02	53,65	96,89	83,38	0,89	1,24	0,69	0,80
	20	US45++D	66,50	75,02	53,65	96,89	83,38	0,89	1,24	0,69	0,80

Comparando-se as resistências calculadas para os modelos de dimensionamento com os resultados experimentais observa-se que as normas ACI440.2R (2008) e CN-RDT200 (2004) apresentam estimativas conservadoras. Embora a norma ACI440.2R (2008) tenha apresentado uma relação $V_{f,exp}/V_{f,est}$ média de 1,16, nota-se que a dispersão dos resultados é considerável, gerando coeficiente de variação de 38%. Similarmente a guia Italiana CN-RDT200 (2004) mostrou um coeficiente de variação de 42% para uma relação $V_{f,exp}/V_{f,est}$ média de 1,93. Tais resultados mostram que os modelos de dimensionamento das normas são conservadoras. Por outro lado, as contribuições calculadas pelos modelos propostos por Chen e Teng (2003) e Chen et al. (2010) se mostram mais precisas com valores da relação $V_{f,exp}/V_{f,est}$ média de 0,94 e 1,02, respectivamente, mas com coeficientes de variação altos da ordem de 31% e 28%, respectivamente. Estas variações podem se dever à grandes variações nas propriedades e características geométricas entre as vigas selecionadas.

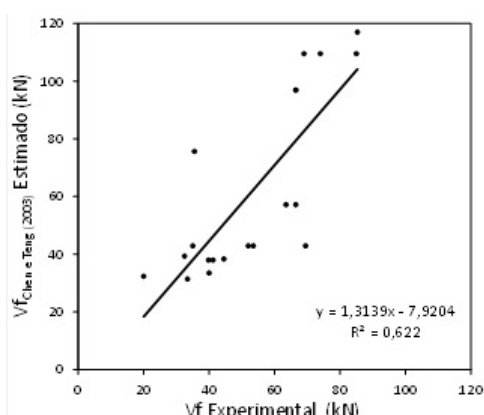
Foram feitas regressões lineares tipo Pearson para avaliar a correlação entre as contribuições calculadas e os resultados experimentais, a Figura 3.5 apresenta a dispersão para cada modelo de dimensionamento, ressalta-se o coeficiente de determinação (R^2) para cada modelo o qual representa a correlação entre os resultados experimentais e as contribuições calculadas, sendo especificados na Tabela 3.4.



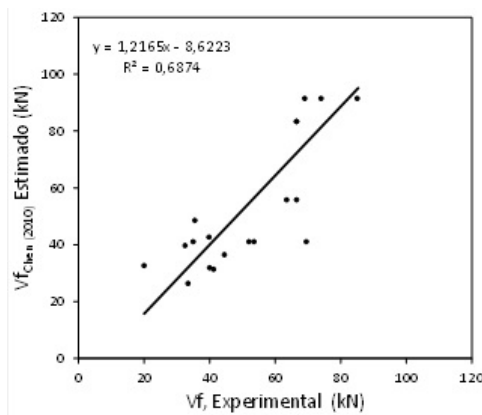
(a) Norma americana ACI 440.2R (2008).



(b) Guia italiana CNR-DT200 (2004).



(c) Modelo de Chen - Teng (2003).



(d) Modelo de Chen *et al.*, (2013).

Figura 3.5 – V_f estimado vs V_f experimental, contribuições de resistência ao cortante dada pela fibra de carbono. Autores

Tabela 3.4 – Coeficiente de determinação (R^2) entre $V_{f\text{estimado}}$ e $V_{f\text{experimental}}$.

Modelo numérico	R^2
ACI 440.2R-08	0,568
CNR DT200-04	0,594
Chen e Teng, (2003a,b)	0,622
Chen <i>et al.</i> , (2013)	0,687

Nota-se que o modelo proposto por Chen et al. (2012) mostra um coeficiente de determinação igual a $R^2=0,687$, o que representa que este modelo de dimensionamento se aproxima em 68,7% .com respeito aos resultados experimentais. O modelo proposto por Chen e Teng (2003) apresentou uma boa precisão, com previsões ligeiramente mais arrojadas em termos de resistência. As estimativas segundo as normas ACI440.2R (2008) e CN-RDT200 (2004) foram as mais conservadoras.

A precisão dos modelos de cálculo de dimensionamento foi feita através da comparação com

resultados experimentais. As principais considerações e observações são:

✓ Os modelos estudados são baseados em premissas diferentes com respeito ao desempenho da fibra de carbono como reforço ao cortante, tomando em conta diferentes parâmetros no cálculo das contribuições de resistência ao cortante. De modo geral, conclui-se que os modelos que levam em consideração os efeitos de interação entre estribos e fibras são mais precisos com resultados experimentais.

✓ Existem interações entre o aço transversal e a fibra de carbono como material de reforço ao cisalhamento, cujos efeitos decorrem do desenvolvimento de tensões resistentes das fibras. É, portanto, imprescindível avaliar modelos que considerem tal efeito. Dos modelos de dimensionamento apresentados o proposto por Chen et al. (2012) gera as estimativas mais precisas com respeito aos resultados experimentais. O modelo proposto por Chen e Teng (2003) apresentou boa consistência.

✓ A análise de vigas reforçadas ao cortante através de sistemas EB-FRP depende de um grande número de parâmetros físicos e geométricos, como altura da viga, altura efetiva do reforço, rigidez relativa da fibra de carbono, taxas de aço transversal, modelo de coesão considerado, relação geométrica de carga a/l , entre outras. Evidencia-se, assim, a necessidade de validação de resultados teóricos compatíveis com os dados experimentais, de maneira que as características das vigas permitam comparações confiáveis às contribuições da fibra de carbono.

✓ É necessário gerar refinamento dos modelos de cálculo de dimensionamento utilizados por normas vigentes no projeto de estruturas reforçadas com sistemas de reforço estrutural EB-FRP tendo em conta os efeitos de interação.

4 - MODELO COMPUTACIONAL

Este capítulo apresenta as características dos modelos simulados no estudo do comportamento de vigas de concreto armado reforçadas ao cisalhamento. Estes devem ser precisos e realísticos. Algumas das características mais importantes dos modelos incluem os tipos de elementos utilizados na modelagem, os modelos constitutivos dos materiais envolvidos, as condições de contorno do problema, os tipos de elemento finito e a integração utilizada. Através do refinamento dos modelos e da calibração com respeito a resultados reais pode-se garantir que estes são confiáveis na avaliação dos efeitos em estudo.

4.1 - GENERALIDADES

Os modelos computacionais são desenvolvidos com a finalidade de se estudar o fluxo de tensões atuantes nos estribos e fibras como materiais de reforço ao cortante. São definidas as principais características dos modelos simulados e as propriedades dos materiais para a calibração do modelo computacional com respeito a resultados experimentais da viga 4 reportada por Salles (2000).

4.1.1 - Programa computacional utilizado

O programa comercial de elementos finitos Abaqus (*Ver. 6-14*) foi utilizado no desenvolvimento dos modelos simulados. Este programa proporciona facilidades através de diversos módulos, permitindo analisar os efeitos em estudo.

4.1.2 - Elementos de modelagem

Simulações em três dimensões (3D) foram utilizadas. Os modelos encontram-se compostos por três tipos de armadura longitudinal e dois tipos de estribos (horizontal e vertical). As fibras de carbono como material de reforço e a viga de concreto. A Tabela 4.1 define o tipo de elemento utilizado para cada componente e as características.

Tabela 4.1 – Tipos de partes utilizadas.

Elemento	Dimensão	Característica
Viga de Concreto	3D	Sólido
Barra Long. $\phi 20$ mm	2D	Treliça
Barra Long. $\phi 16$ mm	2D	Treliça
Barra Long. $\phi 5.0$ mm	2D	Treliça
Est. Horizontal $\phi 5.0$ mm	2D	Treliça
Est. Vertical $\phi 4.2$ mm	2D	Treliça
Fibra de carbono	3D	Membrana

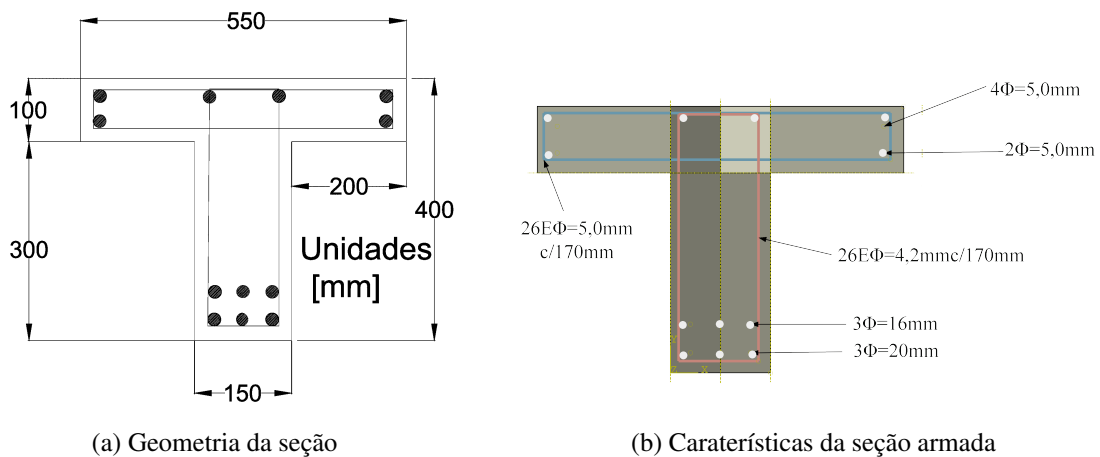


Figura 4.1 – Características da seção.

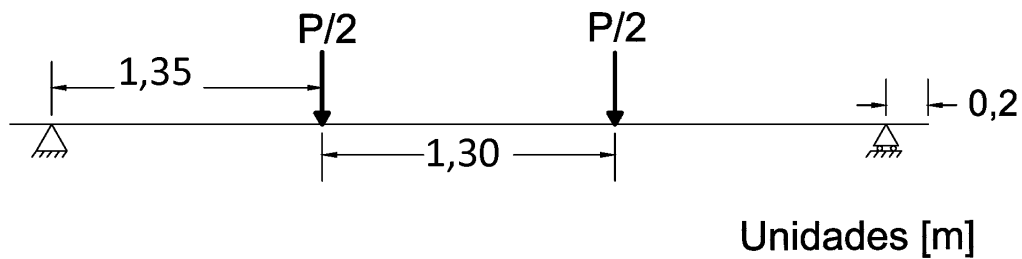


Figura 4.2 – Modelo estrutural e dimensões.

4.1.3 - Modelo constitutivo dos materiais

Concreto:

A modelagem computacional do concreto é bastante complexa e abrangente. Diversos pesquisadores formularam e testaram seus modelos, chegando a resultados de simulações muito próximos aos obtidos em ensaios experimentais. Neste trabalho é definido o comportamento plástico do concreto através do modelo constitutivo proposto por Lubliner

et al. (1989) e complementado posteriormente por Lee e Fenves (1998). Cabe salientar que no estudo contempla unicamente carregamento estático, portanto, as considerações dos parâmetros de dano a tração (d_t) e compressão (d_c) utilizados no modelo melhorado de Lee e Fenves (1998), não foram definidos. O comportamento a compressão e tração do concreto foi definido através de dados de tensão - deformação que definem a curva apresentada na Figura 4.3.

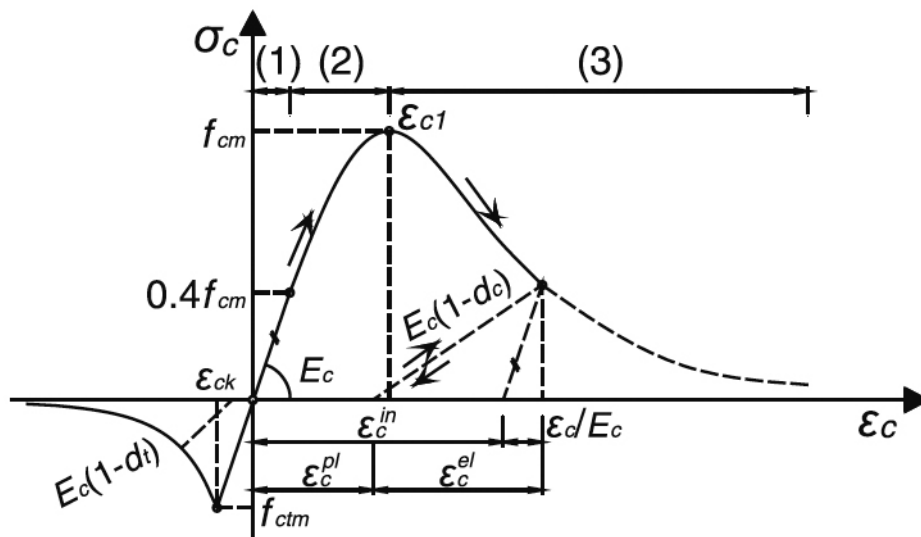


Figura 4.3 – Curvas de comportamento compressão e tração do concreto. Adaptado Xu et al. (2014)

O comportamento elástico do concreto é definido como material isotrópico com um módulo de elasticidade igual a 29 GPa e um coeficiente de Poisson equivalente a 0,17. A Tabela 4.2 especifica os parâmetros utilizados na definição das curvas de plasticidade à compressão e à tração do concreto.

Tabela 4.2 – Parâmetros do Concreto. Autores

Módulo de Elasticidade	Coef.Poisson	Parâmetro plástico	
29 GPa	0,17	Ângulo de dilatação Excentricidade Relação tensão Biaxial - Uniaxial Relação 2° invariante Viscosidade	$\phi = 36^\circ$ $\epsilon = 0,1$ $f_{bo}/f_{co} = 1,16$ $K_c = 0,667$ $\nu = 0$
Curva Tensão - Deformação à Compressão		Curva Tensão - Deformação à Tração	
Tensão (MPa)	Deformação plástica (m/m)	Tensão (MPa)	Deslocamento (mm)
32,00	0	3,2	0
36,50	0,0004	1,94	0,06619
39,00	0,0008	1,3	0,12286
40,00	0,0012	0,87	0,17343
39,50	0,0016	0,59	0,22019
38,00	0,002	0,39	0,26472
35,50	0,0024	0,26	0,30801
28,00	0,0036	0,18	0,35105
20,00	0,005	0,12	0,39414
4,00	0,01	0,08	0,43774
		0,05	0,48217

Os valores de tensão - deformação na definição do comportamento do concreto foram determinados através de testes experimentais reportados Lubliner et al. (1989).

No capítulo 2, seção 2.4, apresenta-se o modelo de dano plástico proposto por Lubliner et al. (1989).

Armadura de aço: Os diferentes aços foram simuladas atendendo um comportamento elásto-plástico perfeito. Os parâmetros definidos foram a tensão de escoamento (f_y) definidos na Tabela 4.6 e o coeficiente de Poisson ($\mu = 0,3$). Posteriormente, na seção 4.2, é apresentada a calibração das propriedades com respeito a testes experimentais.

Fibra de carbono: As fibras foram definidas com para atingir um modelo elástico linear de comportamento unidirecional, portanto as propriedades ortotrópicas foram definidas através do tipo *engineering constants* disponível no programa Abaqus (Ver. 6-14).

Os módulos de elasticidade, módulos de cisalhamento e os coeficientes de *Poisson* para cada direção são definidos na Tabela 4.3.

Tabela 4.3 – Propriedades da fibra ortotrópica. Autores

	Modulo de Elásticidade [GPa]	Modulo de Cisalhamento [GPa]	Coefficiente de Poisson
Fibra de Carbono	$E_1 = 30$ $E_2 = 228$ $E_3 = 30$	$G_{12} = 5,12$ $G_{12} = 5,12$ $G_{12} = 5,12$	$\mu_{12} = 0,3$ $\mu_{13} = 0,3$ $\mu_{23} = 0,3$

4.1.4 - Condições de contorno e restrições

Nesta seção são definidas de maneira breve as considerações gerais dos modelos simulados com respeito à aplicação de carga, condições de apoio, armadura embebido no concreto, contato fibras -concreto e a orientação das fibras.

Condições de apoio: Foram consideradas as mesmas restrições do ensaio experimental com o objetivo de calibrar o modelo. Ambos apoios foram definidos em linhas através de apoios de primeiro gênero ($R_x = R_y = 0$) e de segundo gênero ($R_z = 0$) como se mostra na Figura 4.4.

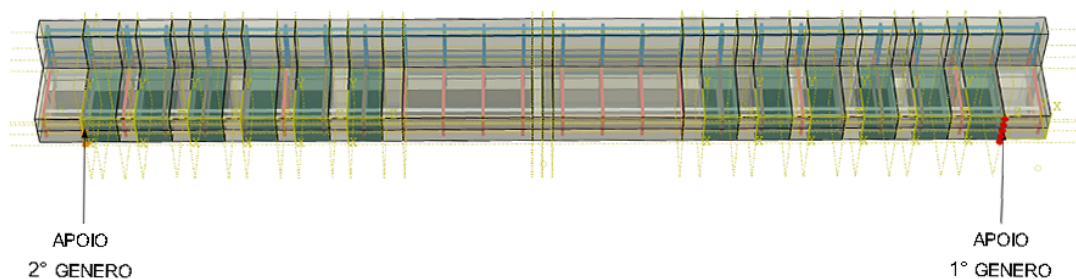
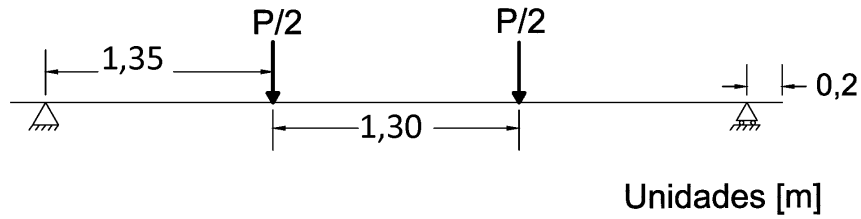
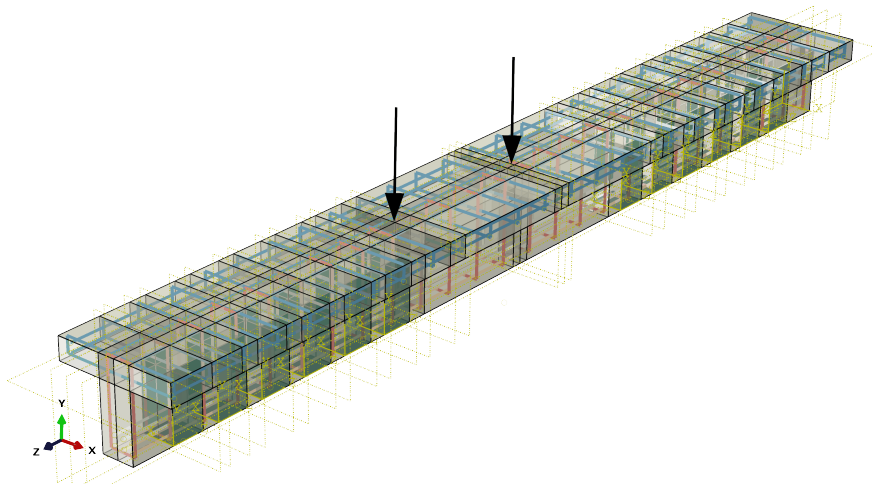


Figura 4.4 – Condições de apoio.

Solicitação: A solicitação do modelo foi feita através de deslocamento imposto nas superfícies definidas nos terços centrais da viga como se mostra na Figura 4.5.



(a) Posição das solicitações em vista 2D.



(b) Posição das solicitações em vista 3D.

Figura 4.5 – Condições de aplicação de carga.

Armadura embebida: A armadura longitudinal e transversal foi definida como embebida no concreto mediante a restrição tipo *Embedded region* disponível no programa Abaqus (Ver. 6-14) como se mostra na Figura 4.6.

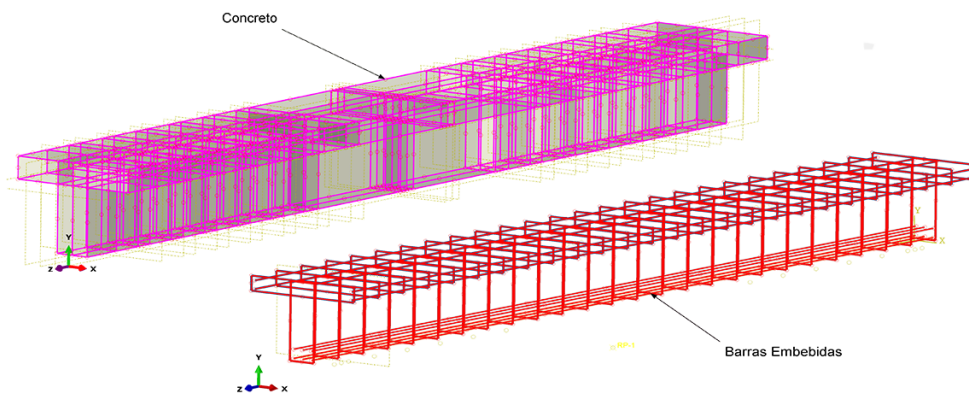


Figura 4.6 – Armadura embebidas no concreto.

Contato Fibra - Concreto: Contato perfeito foi definido entre as fibras e a superfície de concreto. Este tipo de contato considera que não existe deslocamento relativo entre as superfícies envolvidas, e, portanto se gera uma transferência perfeita de tensões. Os dois

tipos de superfícies definidas são apresentados na Figura 4.7.

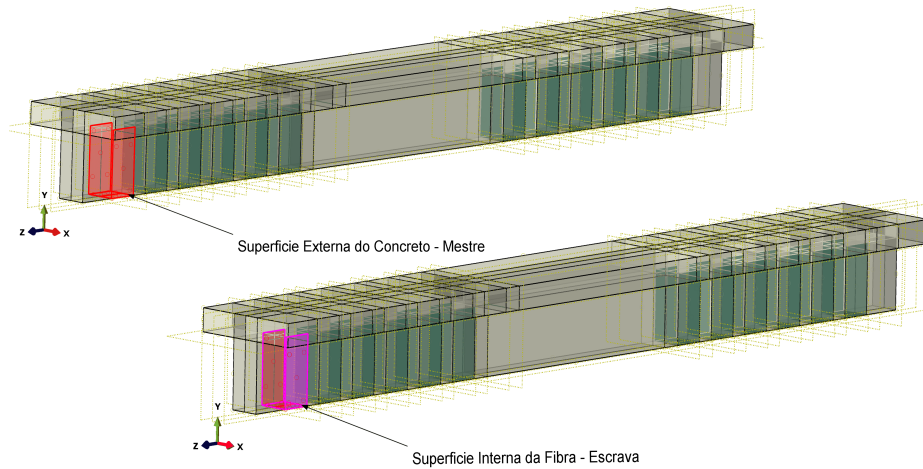


Figura 4.7 – Contato Fibras - Concreto.

Orientação das fibras: A fibra de carbono trabalha como um material unidirecional. O formato de reforço semi-aberto tipo "U" mostra na simulação orientações diferentes para cada superfície, portanto, tem-se a necessidade de definir uma orientação comum para todo o reforço através de um sistema de coordenadas local. Esta consideração complementa as propriedades ortotrópicas definidas para a fibra de carbono. A Figura 4.8 mostra as direções das tensões a ser avaliadas nas fibras de carbono.

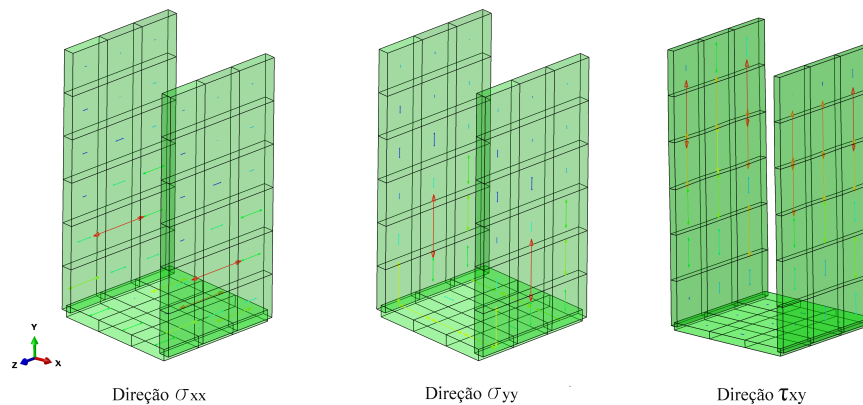


Figura 4.8 – Direção das tensões nas fibras de carbono.

4.1.5 - Malhas e Convergência

Resultados preliminares obtidos com modelos com malhas grosseiras mostram dificuldades na convergência da simulação, enquanto que modelos com malhas mais finas geram resultados mais precisos. A Tabela 4.4 apresenta as características dos tipos de elementos

finitos utilizados nas simulações, sendo baseado nos trabalhos de Obaidat (2011) e Sarturi (2014).

Tabela 4.4 – Características dos elementos finitos.

Elemento	Característica	Ordem interpolação	Nomenclatura	Número de elementos		
				Tamanho [m]	Nº Elementos [Unid]	Nº Nós [Unidades]
Viga de Concreto	Sólido	Quadrática	C3D10	0,05	30,682	306,820
Barra Long. 20 mm	Treliça	Linear	T3D2	0,1	43	258
Barra Long. 16 mm	Treliça	Linear	T3D2	0,1	43	258
Barra Long. 5.0 mm	Treliça	Linear	T3D2	0,1	43	430
Est. Horizontal. 5.0 mm	Treliça	Linear	T3D2	0,052	22	1444
Est. Vertical 4.2 mm	Treliça	Linear	T3D2	0,037	26	1352
Fibra de concreto	Membrana	Linear	M3D4R	0,05	45	2160

4.2 - CALIBRAÇÃO DOS MODELOS

As propriedades definidas para os materiais e os modelos constitutivos utilizados são parte essencial na representação do comportamento real de estruturas através de simulações. Apresenta-se, nesta seção as verificações dos parâmetros utilizados nos modelos constitutivos dos materiais e a calibração do modelo simulado com respeito aos resultados da viga V4 testada experimentalmente por Salles (2000).

4.2.1 - Verificação dos parâmetros utilizados nos modelos constitutivos dos materiais

Concreto: O comportamento do concreto foi abordado na seção 4.1.3, com a finalidade de validar a resposta elásto-plástico ante às solicitações de compressão e tração. Foi simulado um teste uniaxial, similar ao ensaio de compressão simples, com a diferença de que neste foram aplicadas cargas de compressão e tração.

Foram utilizados elementos finitos axi-simétricos de quatro nós de integração (CAX4R), o modelo foi discretizado através de 150 elementos finitos de 0,0075 x 0,02 m. A Figura 4.9 mostra a seção simulada com as condições de simetria.

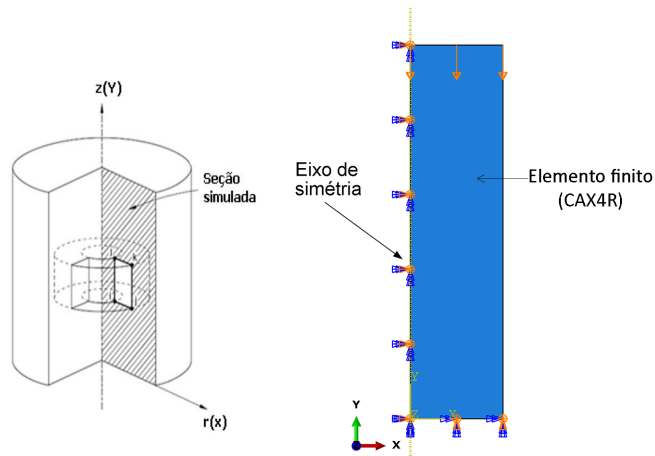


Figura 4.9 – Modelo axi-simétrico teste de compressão e tração axial do concreto.

Foram captados valores de tensão σ_{yy} e deformação unitária ε_{yy} em um elemento finito qualquer devido a que todos os estes encontra-se submetidos num único esta de tensões em função do tipo de sollicitação. A Figura 4.10 mostra os resultados dos testes uniaxiais.

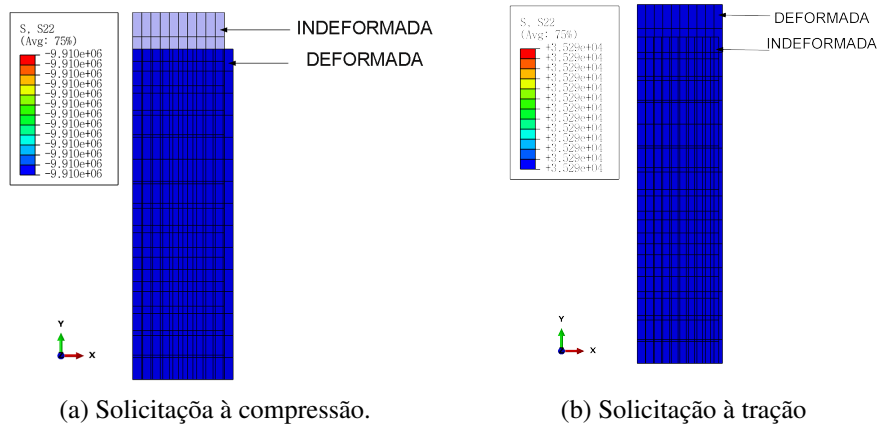


Figura 4.10 – Estado uniaxial de tensões.

Figura 4.11 mostra a curva de resposta do concreto a compressão obtida pela simulação. Salles (2000) mostra o comportamento do concreto somente no campo elástico devido as limitações dos equipamentos de laboratório. Dessa forma o comportamento é similar para ambos resultados no campo elástico. Com a finalidade de verificar o comportamento do concreto no campo plástico, foram reportados os resultados experimentais de Jankowiak e Lodygowski (2005) para um concreto de características similares, observa-se que ainda sendo concretos com módulos de elasticidade diferentes e a mesma resistência máxima a compressão f_{ck} é possível ver resultados similares no trecho de plastificação do concreto, portanto, considera-se que os parâmetros utilizados na definição do concreto representam satisfatoriamente o comportamento deste material.

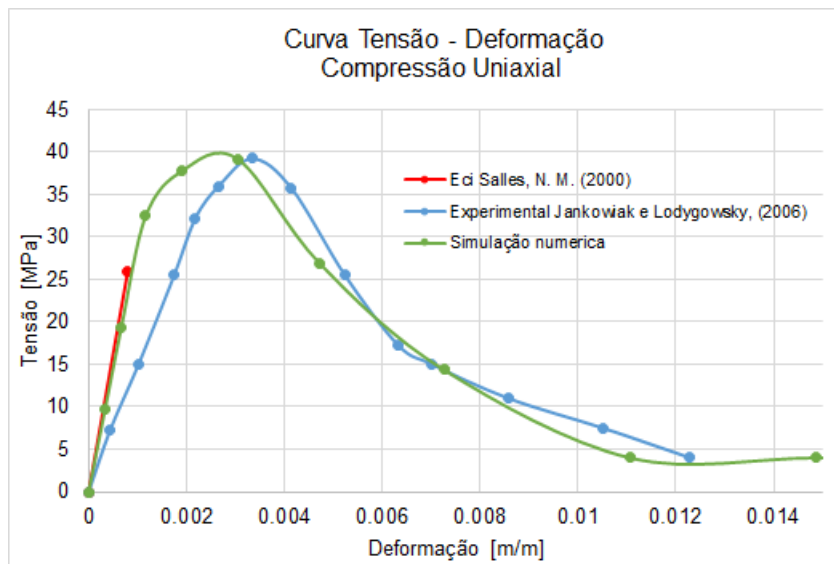


Figura 4.11 – Compressão uniaxial para concreto de f_{ck} 40 MPa - Validação do material.

Figura 4.11 mostra a curva de resposta do concreto à tração obtida pela simulação. Observa-se como o material apresenta uma diminuição das tensões resistentes após de alcançar a tensão de fissuração f_{ct} .

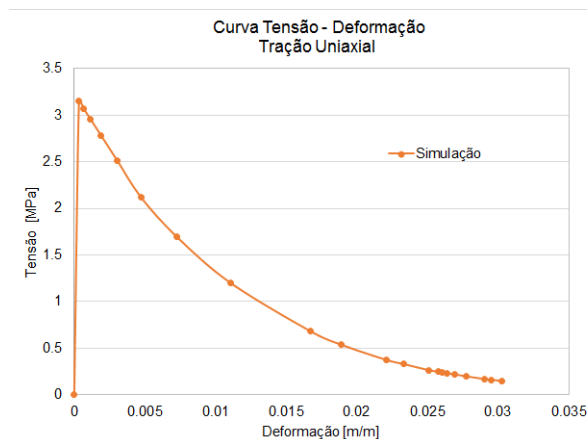


Figura 4.12 – Tração uniaxial para concreto de f_{ct} 3,2 MPa.

Armadura de aço Com a finalidade de verificar o comportamento das armaduras de aço foram desenvolvidas simulações de um teste de tração uniaxial como se apresenta na Figura 4.13, este consiste numa barra de aço de 10 cm de comprimento com condições de contorno para se deformar na direção axial.

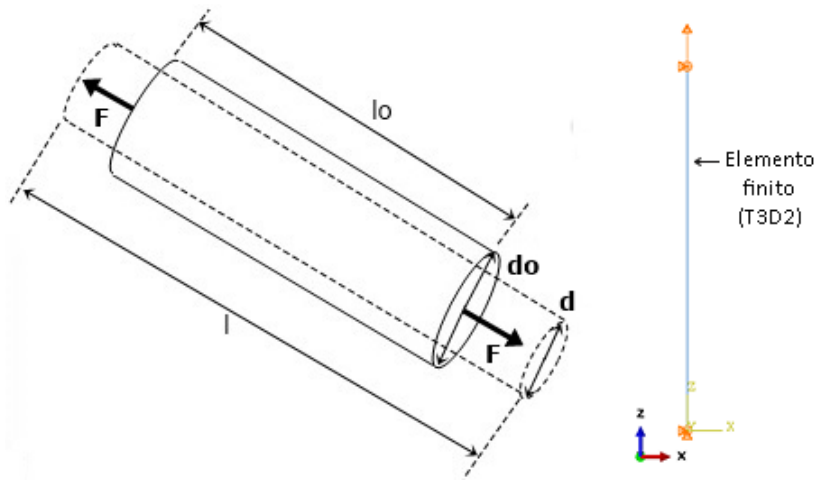


Figura 4.13 – Modelo tração uniaxial armaduras de aço. Autores.

O elemento finito utilizado foi um elemento de barra tipo treliça com dois nós de integração (T3D2) discretizado através de 20 elementos finitos de comprimento igual a 0,005m. A Figura 4.14 mostra o resultado da simulação do teste uniaxial.

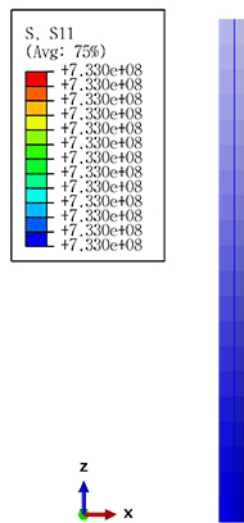
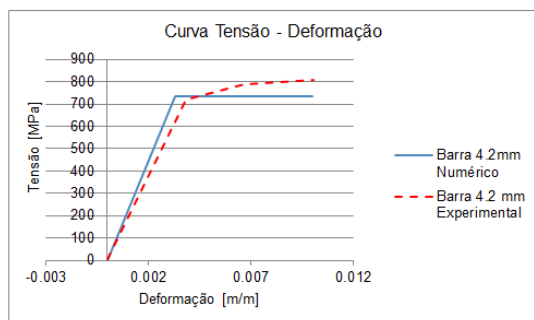
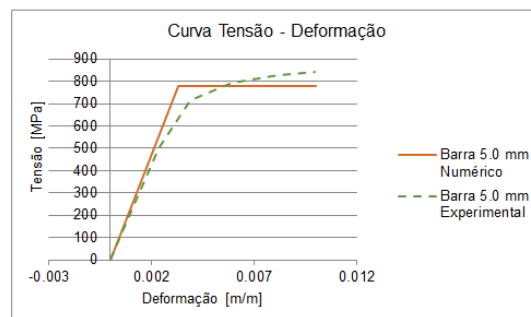


Figura 4.14 – Estado de tensões axial nas armaduras de aço.

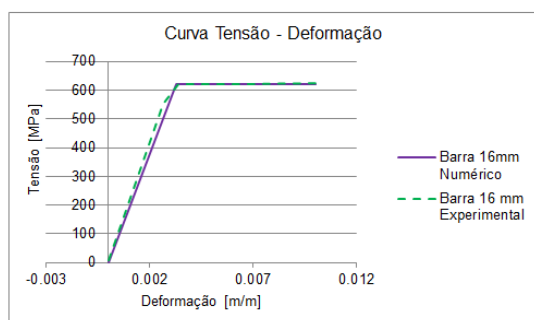
As armaduras de aço foram simuladas atingindo um modelo elásto-plástico perfeito. As propriedades dos tipos de armaduras utilizadas são especificadas na Tabela 4.5. A Figura 4.15 mostra o comportamento das armaduras captados pelas simulações e pelos resultados experimentais de Salles (2000), mostrando comportamentos similares.



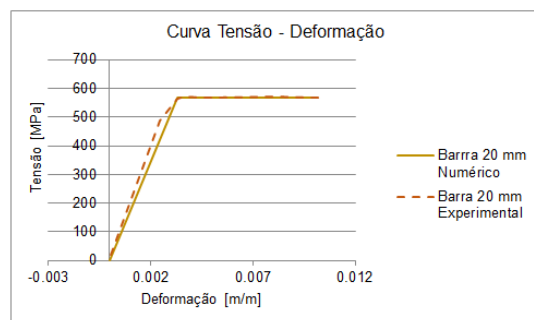
(a) Aço 4.2 mm



(b) Aço 5.0 mm.



(c) Aço 16 mm



(d) Aço 20 mm

Figura 4.15 – Tensão-deformação para tipos de armaduras.

Tabela 4.5 – Características dos aços. Adaptado Salles (2000)

Diâmetro [mm]	E_s [GPa]	f_y [MPa]	f_r [MPa]	ε_y [°/∞∞]
4.2	208,0	773	812	5,722
5.0	205,8	781	843	5,951
16.0	203,9	619	755	5,003
20.0	203,7	568	648	4,712

Fibra de Carbono: As fibras foram definidas com propriedades lineares elásticas com características ortotrópicas como foi definido na seção 4.1.4. Portanto verifica-se o comportamento unidirecional das fibras e não sua capacidade máxima. A simulação utilizada para validar dita condição foi o modelo de uma viga submetida à flexão em quatro pontos com as condições de contorno da seção 4.1.4, representando assim as condições do modelo em estudo.

A Figura 4.16 mostra o modelo utilizado, as orientações definidas e os elementos finitos da fibra, foram utilizados elementos tipo membrana de quatro nós de integração (M3D4R), em total cada manta encontra-se discretizada por 45 elementos quadrados de 0,05 x 0,05 m.

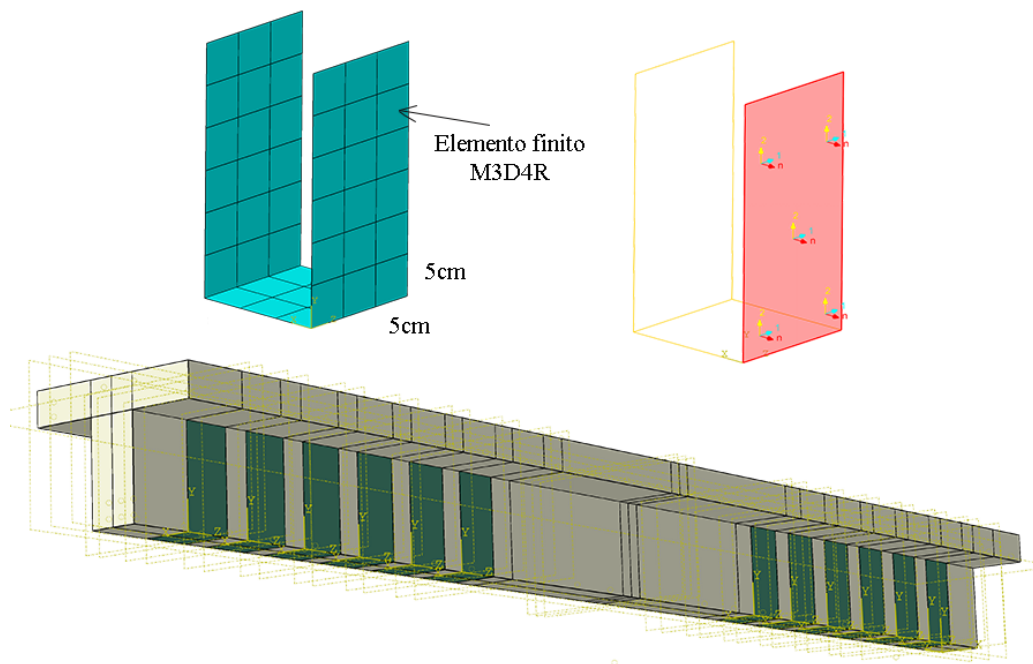


Figura 4.16 – Modelo para teste das direções da fibra.

As características ortotrópicas foram verificadas através da plotagem das tensões e deformações unitárias em cada direção. A Figura 4.17, mostra como as fibras dispostas possui um comportamento unidirecional predominante na orientação de interesse.

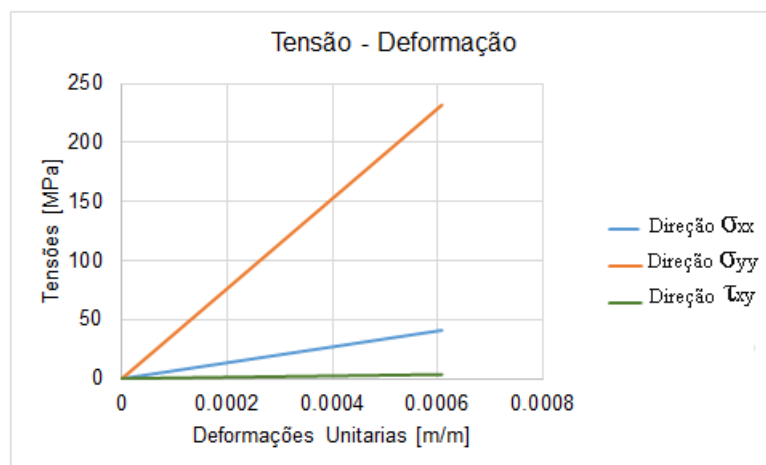


Figura 4.17 – Tensões-deformações na fibra em cada direção.

4.2.2 - Modelo computacional

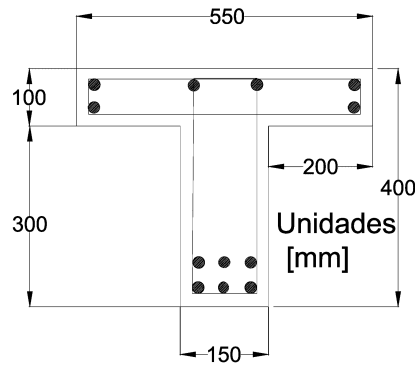
O modelo computacional foi calibrado através da comparação das curvas de força x deslocamento da simulação e da viga 4 ensaiada na pesquisa de Salles (2000). Devido as

considerações tidas nas simulações com respeito à perfeita transferência de tensões entre as fibras e concreto e às propriedades elásticas lineares definidas para as fibras de carbono não é possível comparar modelos reforçados com FRP, portanto, somente são comparadas vigas de concreto armado, desta forma pode-se verificar se os modelos simulados conseguem se comportar de maneira similar aos reais.

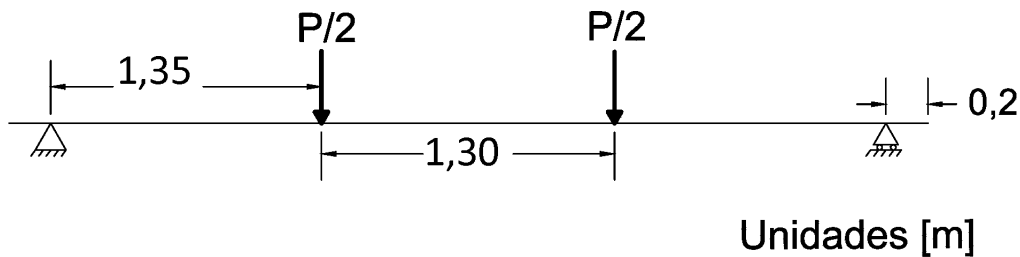
A simulação computacional da viga de concreto armado apresenta algumas diferenças consideráveis com respeito à viga 4 testada experimentalmente por Salles (2000), estas sendo explicadas a seguir.

A simulação do ensaio à flexão foi feita em quatro pontos, embora, a posição das cargas solicitantes tenha sido modificada em relação às do trabalho experimental de Salles Neto (2000), devido a um erro de interpretação. Dessa forma, cabe informar que foi modificada a relação geométrica (a/d) de 3,01 para 3,8. Considera-se, no entanto, que como ambas relações de vãos de cisalhamento (a/d) são maiores que 2,5, a transmissão do fluxo de tensões de cisalhamento continua válida, funcionando como viga esbelta, onde a distribuição das deformações atendem os pressupostos de uma região tipo B.

O comportamento plástico do concreto foi definido através de curvas de dados de ensaios experimentais, a captura das leituras de deformação e tensão no campo plástico do material precisam de equipamento de laboratório especializado sistemas servo-controlados com o qual não se contava no desenvolvimento da pesquisa de Salles (2000). Assim foram consideradas as propriedades achadas na literatura para um concreto com uma resistência à compressão f_{ck} igual a 40 MPa e um módulo de elasticidade E_c igual a 30 GPa diferindo também dos valores reportados para a viga 4 por Salles (2000) a qual foi feita com um concreto com resistência a compressão f_{ck} igual a 31 MPa e um módulo de elasticidade E_c de 33,9 GPa. Tais diferenças têm efeito considerável na comparação dos resultados. No entanto, são úteis na calibração do modelo através da comparação das tendências das curvas de força x deslocamento vertical. As características geométricas do modelo simulado são apresentadas na Figura 4.18



(a) Dimensões da seção transversal.



(b) Dimensões do modelo estrutural.

Figura 4.18 – Características do modelo simulado. Autores

As propriedades dos materiais são apresentadas na Tabela 4.6. À execução do concreto, as armaduras de aço e as fibras de carbono possuem as mesmas propriedades dos materiais utilizados nas vigas experimentais de Salles (2000).

Tabela 4.6 – Propriedades dos materiais.

Concreto	Armaduras de aço			Fibra de carbono
	ϕ [mm]	E_s [GPa]	f_y [MPa]	
$E_c = 30$ GPa	4,2	208,0	773	$E_f = 228$ GPa
$f_{ck} = 40$ MPa	5,0	205,8	781	$f_{fu} = 3,792$ MPa
$f_t = 3,2$ MPa	16,0	203,9	619	
	20,0	203,7	568	

A calibração do modelo foi feita através de um processo de refinamento ou estudo de sensibilidade composto pelas seguintes etapas:

- ✓ *Etapa 1:* Avaliação de diferentes tipos de elementos finitos;
- ✓ *Etapa 2:* Avaliação do tipo de interpolação;
- ✓ *Etapa 3:* Avaliação do tamanho representativo da malha;

Inicialmente foram consideradas malhas grosseiras com tamanho representativo de 0,1 m para analisar o elemento finito que conseguisse representar melhor a curva de carga vs deslocamento experimental. Conjuntamente foram avaliadas as etapas 1 e 2 através de diferentes tipos de elementos finitos para ordem geométrica linear e quadrática. A Figura 4.19 mostra as malhas grosseiras para cada tipo de elementos, considerando-se elementos de nomenclatura (C3D8R) sendo este um elemento hexaédrico contínuo de 8 nós com integração reduzida e de ordem geométrica linear, (C3D20R) elemento hexaédrico contínuo de 20 nós com integração reduzida de ordem geométrica quadrada, (C3D4) elemento tetraédrico contínuo de 4 nós com ordem geométrica linear e (C3D10) elemento tetraédrico contínuo de 10 nós com ordem geométrica quadrada.

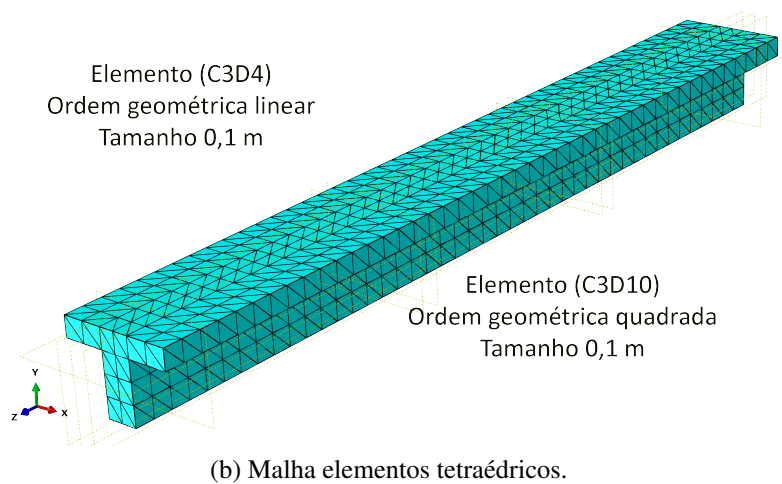
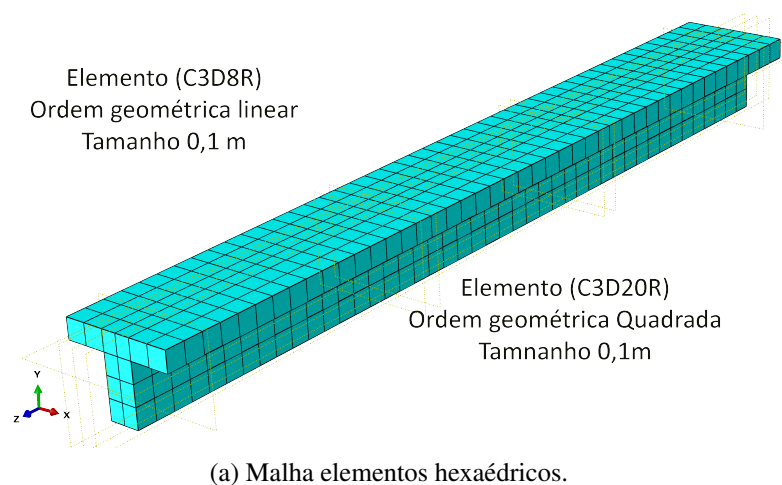


Figura 4.19 – Malhas para diferentes tipos de elementos finitos.

As curvas de resposta de carga vs deslocamento vertical são apresentadas na Figura 4.20. Pode-se observar diferentes aproximações ao resultado da viga experimental reportada por Salles (2000). Cabe salientar como a inclinação das curvas de resposta são diferentes no trecho inicial, isto atribui-se a que os algoritmo de integração para cada tipo de elemento finito são diferentes, observando assim respostas com rigidezes iniciais diferentes.

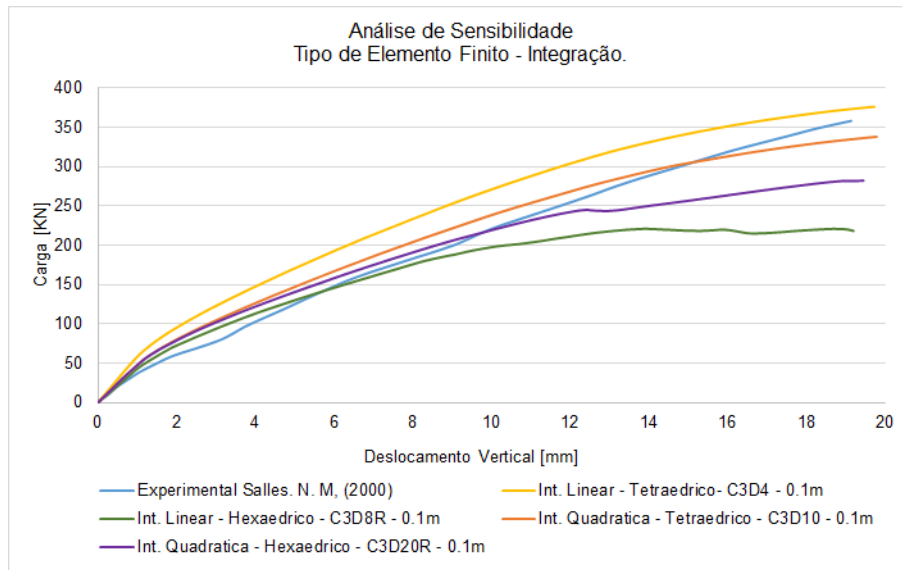
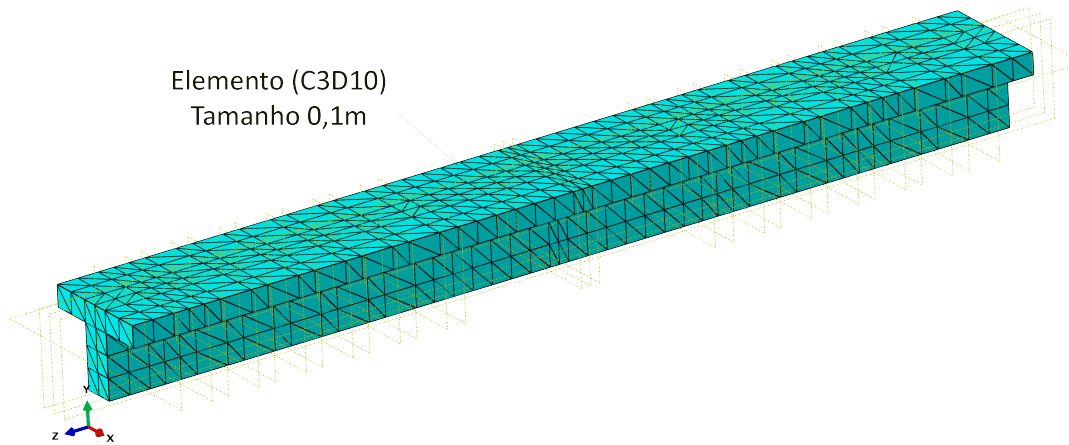


Figura 4.20 – Curva de resposta para diferentes tipos de Elemento Finito.

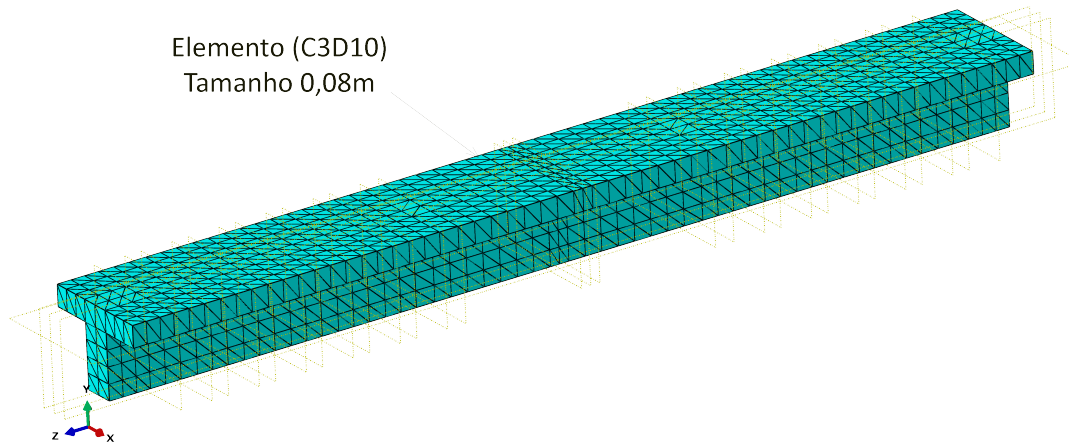
O elemento tetraédrico de 10 nós e ordem geométrica quadrática (C3D10) consegue se aproximar melhor à curva experimental, portanto, considera-se a avaliação do tamanho da malha para este tipo de elemento. A Figura 4.21 apresenta as malhas de elementos finitos avaliadas.

A Figura 4.22 mostra a curva de resposta para diferentes tamanhos do elemento (C3D10), este tipo de elemento gera poucos problemas nas formulações de contato nó - superfície segundo Xu et al. (2014). Observa-se que malhas grosseiras com elementos de 0,1[m] são um pouco menos precisas com respeito às malhas mais finas. Finalmente considerou-se uma malha de tamanho representativo de 0,05m para a viga de concreto.

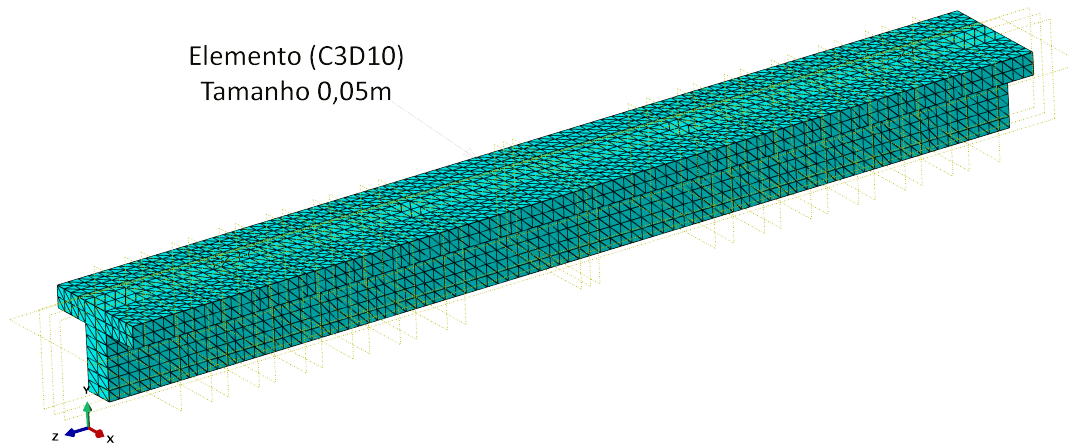
O modelo possuiu aproximadamente 313.000 nós em 33.000 elementos finitos . O tempo da simulação com esta malha foi de aproximadamente 5 hs, usando um processador i5 - 4210U (2.4 GHz - Core Five) e com uma memoria RAM de 8 GB.



(a) Malha tamanho 0,1m.



(b) Malha tamanho 0,08m.



(c) Malha tamanho 0,05m.

Figura 4.21 – Malhas para diferentes tamanhos de elemento finito tipo (C3D10).

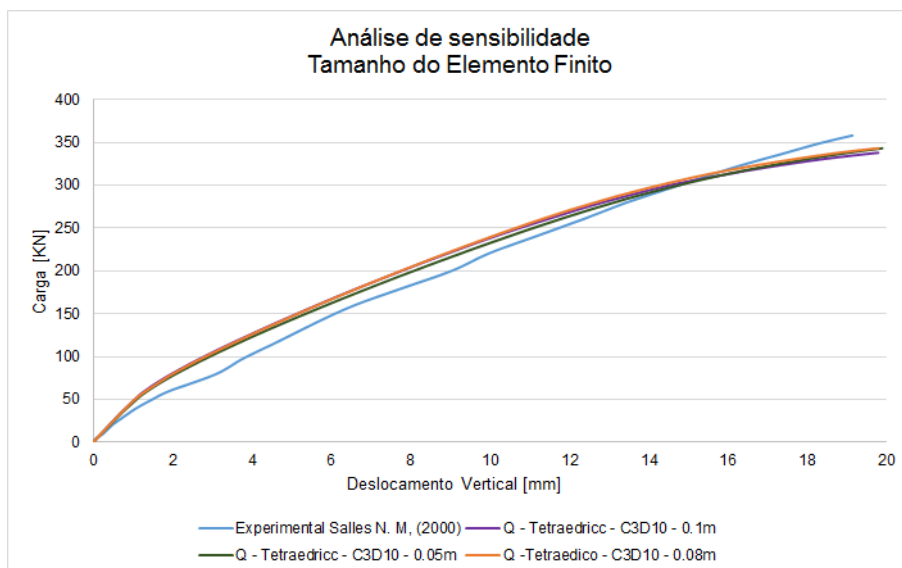


Figura 4.22 – Curva de resposta para diferentes tamanhos de Elemento Finito.

O modelo simulado com o qual foi obtida a curva força vs deslocamento na calibração possui elementos contínuos tetraédricos de 10 nós com ordem geométrica quadrada (C3D10) e tamanho representativo da viga de concreto igual a 0,05 m.

As Figuras 4.23 e 4.24 mostram a malha do modelo calibrado e a curva de resposta do modelo simulado com o resultado experimental da viga V4 reportada por Salles (2000), respectivamente. A simulação mostra uma tendência de comportamento mais rígido do que a viga experimental, até uma carga de aproximadamente 300 kN. Isto é atribuído às propriedades do concreto utilizado com uma resistência maior à compressão f_{ck} e à diferença da posição de aplicação da carga. Também considera-se que o modelo utilizado na definição das armaduras embebidas no concreto contribuem rigidez ao modelo, de forma geral salienta-se que obter a resposta idêntica através de uma simulação computacional não é possível devido a que é uma representação ou aproximação de um comportamento real. Desta maneira, considera-se que o modelo simulado, ainda não tendo as mesmas características da viga experimental, conseguiu captar de maneira aproximada o comportamento em estudo. Portanto, a partir da calibração deste modelo são propostos modelos paramétricos, com o objetivo de avaliar as tensões atuantes e os efeitos de interação entre os materiais de reforço, ditos modelos são apresentados posteriormente na seção 4.3.1.

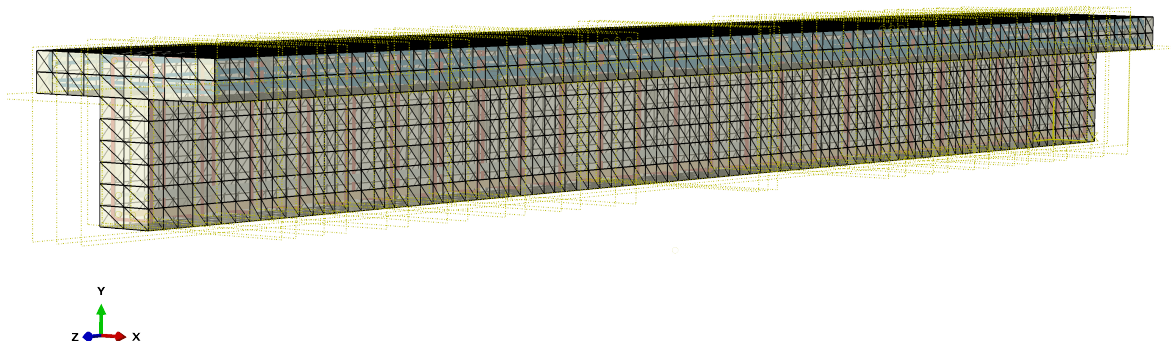


Figura 4.23 – Malha do modelo calibrado. Autores

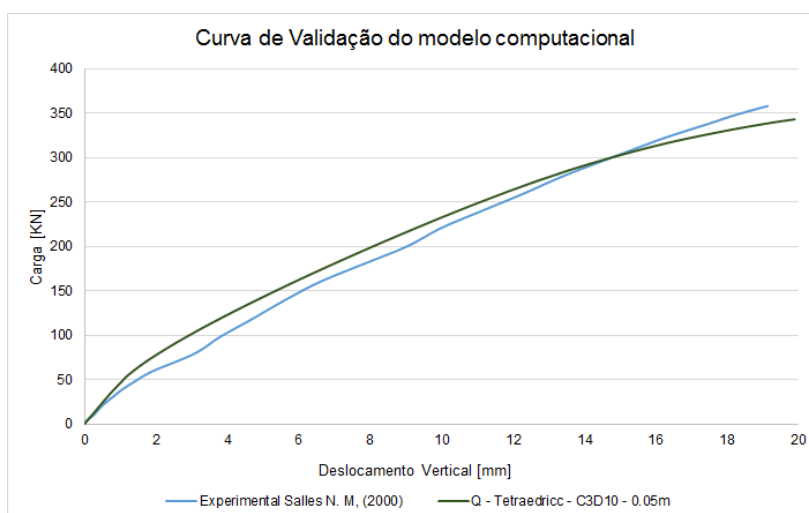


Figura 4.24 – Curvas de calibração do modelos. Força - Deslocamento.

4.3 - MODELOS E PARÂMETROS A AVALIAR

4.3.1 - Descrição dos modelos

Os modelos têm como objetivo avaliar o fluxo de tensões atuantes e os efeitos de interação entre os materiais com diferentes taxas de reforço. Os modelos simulados são apresentados na Tabela 4.9, estes possuem as dimensões e propriedades dos materiais definidos na Figura 4.6 e na Tabela 4.18, respectivamente.

A Figura 4.25 mostra o sistema estrutural de carga o qual consistiu em um ensaio à flexão em quatro pontos com tensões de cisalhamento somente no terço inicial e final da viga, sendo

estas as regiões reforçadas com fibra de carbono.

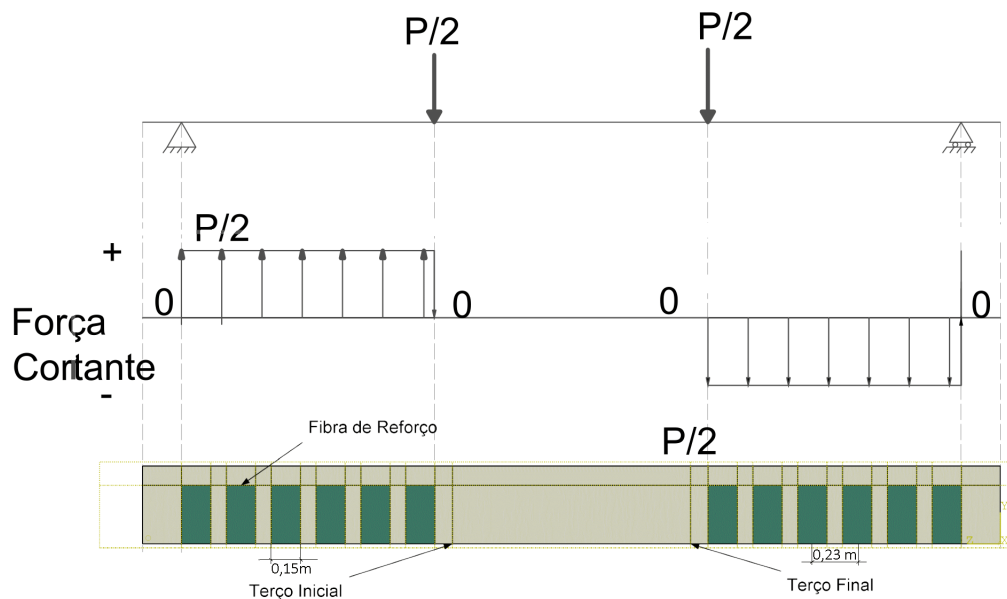


Figura 4.25 – Sistema estrutural de carga - Ensaio a flexão em quatro pontos.

A partir do modelo calibrado foram propostos nove modelos paramétricos com diferentes taxas dos materiais de reforço. Três taxas de aço transversal foram avaliadas através das variações do diâmetro dos estribos e com espaçamento constante igual a 0,17 m. Consideram-se diâmetros de 4.2 mm, 5.0 mm e 6.3 mm denominados com a nomenclatura E1, E2 e E3, respectivamente. Duas taxas de reforço com fibra de carbono foram avaliadas através do número de camadas de fibra com espessura igual a 0,165 mm, uma e duas camadas de reforço foram consideradas nos modelos e denominadas com a nomenclatura F1 e F2, respectivamente. Também foram modeladas vigas sem fibra de reforço denominadas com a nomenclatura F0 e utilizados como vigas de controle para comparação das contribuições de resistência à força cortante pelas fibras.

Para cada modelo são especificadas as taxas de reforço, estas foram calculadas para os estribos através da Equação 4.1 e para a fibra de carbono pela Equação 4.2.

$$\varphi_{sw} = \frac{A_{sw}}{b_f \cdot S_e \cdot \text{sen}(\varpi)} \quad (4.1)$$

$$\varphi_{fv} = \frac{A_{fv}}{b_f \cdot S_f \cdot \text{sen}(\alpha)} \quad (4.2)$$

Os parâmetros para cada equação encontram-se descrito na lista de símbolos desta dissertação.

A Tabela 4.7 mostra as taxas por metro linear de armadura transversal ρ_{sw} e de fibra de carbono ρ_{fv} para as variações consideradas nos estribos e na fibra de carbono. As taxas de armadura transversal e fibra para cada modelo são apresentadas na Tabela 4.8.

Tabela 4.7 – Taxas ρ_{sw} e ρ_{fv} para as configurações de reforço.

Elemento	Nomenclatura	ρ_{sw} /metro	ρ_{fv} /metro
Estribos ϕ 4,2mm	E1	0,000608	-
Estribos ϕ 5,0mm	E2	0,000861	-
Estribos ϕ 6,3mm	E3	0,001367	-
Uma camada de fibra	F1	-	0,0014
Duas camada de fibra	F2	-	0,0028

Tabela 4.8 – Taxas ρ_{sw} e ρ_{fv} para os modelos simulados.

Nº Modelo	Nomenclatura	ρ_{sw} /metro	ρ_{fv} /metro
1	E1-F0	0,000608	-
2	E1-F1	0,000608	0,0014
3	E1-F2	0,000608	0,0028
4	E2-F0	0,000861	-
5	E2-F1	0,000861	0,0014
6	E2-F2	0,000861	0,0028
7	E3-F0	0,001367	-
8	E3-F1	0,001367	0,0014
9	E3-F2	0,001367	0,0028

As características de cada um dos modelos são apresentadas na Tabela 4.9.

Tabela 4.9 – Descrição geral dos modelos simulados.

Nº Modelo	Nomenclatura	Descrição
1	E1-F0	Viga de controle com estribos de ϕ 4,2 mm c/0,17 m - sem reforço com fibra.
2	E1-F1	Viga com estribos de ϕ 4,2 mm c/0,17 m e uma camada de fibra espaçadas c/0,23 m.
3	E1-F2	Viga com estribos de ϕ 4,2 mm c/0,17 m e duas camada de fibra espaçadas c/0,23 m.
4	E2-F0	Viga de controle com estribos de ϕ 5,0 mm c/0,17 m - sem reforço com fibra.
5	E2-F1	Viga com estribos de ϕ 5,0 mm c/0,17 m e uma camada de fibra espaçadas c/0,23 m.
6	E2-F2	Viga com estribos de ϕ 5,0 mm c/0,17 m e duas camada de fibra espaçadas c/0,23 m.
7	E3-F0	Viga de controle com estribos de ϕ 6,3 mm c/0,17 m - sem reforço com fibra.
8	E3-F1	Viga com estribos de ϕ 6,3 mm c/0,17 m e uma camada de fibra espaçadas c/0,23 m.
9	E3-F2	Viga com estribos de ϕ 6,3 mm c/0,17 m e duas camada de fibra espaçadas c/0,23 m.

4.3.2 - Parâmetros e Efeitos de Estudo

Os modelos descritos na Tabela 4.9 permitem gerar a avaliação de diferentes efeitos. Assim, são conformados grupos de análise compostos por diferentes modelos que permitem estudar diferentes efeitos, estes são definidos na Tabela 4.10.

Tabela 4.10 – Grupos de análise e efeitos em estudo. Autores

Grupo de Análise	Nomenclatura do Modelo	Efeito a ser avaliado
A	E1-F0 E2-F0 E3-F0	Vigas de controle para comparação com os modelos reforçados com fibra, permitem avaliar o desenvolvimento de tensões para diferentes taxas de aço transversal.
B1	E1-F1 E2-F1 E3-F1	Efeito do incremento de aço transversal em vigas reforçadas com uma camada fibra mediante a análise de tensões em elementos de controle nas fibras.
B2	E1-F2 E2-F2 E3-F2	Efeito do incremento de aço transversal em vigas reforçadas com duas camada fibra mediante a análise de tensões em elementos de controle nas fibras.
C1	E1-F1 E1-F2	Avaliação das tensões resistente nas fibras em vigas com uma e duas camadas e com estribos de $\phi 4.2$ mm
C2	E2-F1 E2-F2	Avaliação das tensões resistente nas fibras em vigas com uma e duas camadas e com estribos de $\phi 5.0$ mm
C3	E3-F1 E3-F2	Avaliação das tensões resistente nas fibras em vigas com uma e duas camadas e com estribos de $\phi 6.3$ mm
D1	E1-F0 E1-F1 E1-F2	Efeito do incremento das camadas de reforço de fibra no desenvolvimento de tensões nos estribos de $\phi 4.2$ mm.
D2	E2-F0 E2-F1 E2-F2	Efeito do incremento das camadas de reforço de fibra no desenvolvimento de tensões nos estribos de $\phi 5.0$ mm.
D3	E3-F0 E3-F1 E3-F2	Efeito do incremento das camadas de reforço de fibra no desenvolvimento de tensões nos estribos de $\phi 6.3$ mm.

5 - RESULTADOS E DISCUSSÕES

Este capítulo aborda os resultados obtidos através das simulações. São apresentadas comparações das contribuições de resistência das fibras V_f com respeito às estimativas feitas através do modelo de dimensionamento da norma ACI440.2R (2008). Gráficos de tensões em elementos de controle para estribos e fibras e curvas de carga vs deslocamento vertical, que permitem avaliar a resposta global dos modelos. Além disso, são estudadas as tensões atuantes em cada um dos materiais ao longo do processo de carga e as tensões nos materiais ao longo da altura e do vão reforçado na viga em procura do padrão de fissuração de falha por cisalhamento.

5.1 - APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS

Os resultados são apresentados em função dos efeitos avaliados para cada um dos grupos de análise definidos na Tabela 4.10 do capítulo anterior. São analisados os resultados obtidos através de elementos de controle para estribos e fibras, os quais são comuns a todas as simulações computacionais. Considerou-se a avaliação de tensões do reforço transversal no Estribo $N^{\circ}7$ na parte superior da alma da viga "T" apresentado na Figura 5.2a. O elemento de controle das fibras foi definido na fibra $N^{\circ}5$ na parte superior do reforço como se apresenta na Figura 5.2b. A nomenclatura considerada para as fibras e estribos indicada na Figura 5.2 assim como que os pontos de leitura de força de reação e deslocamento vertical.

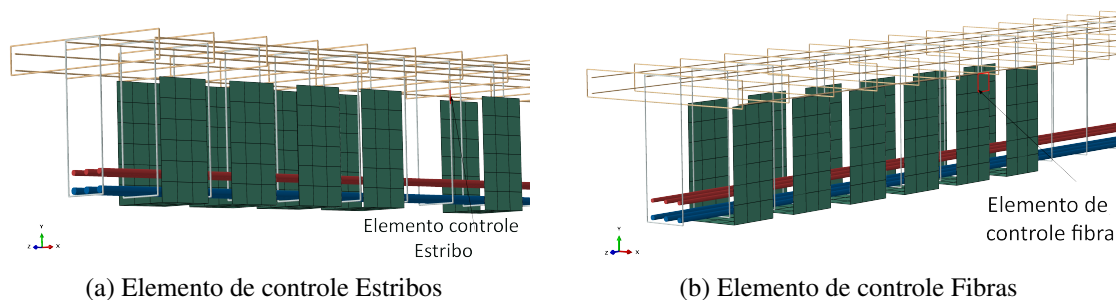
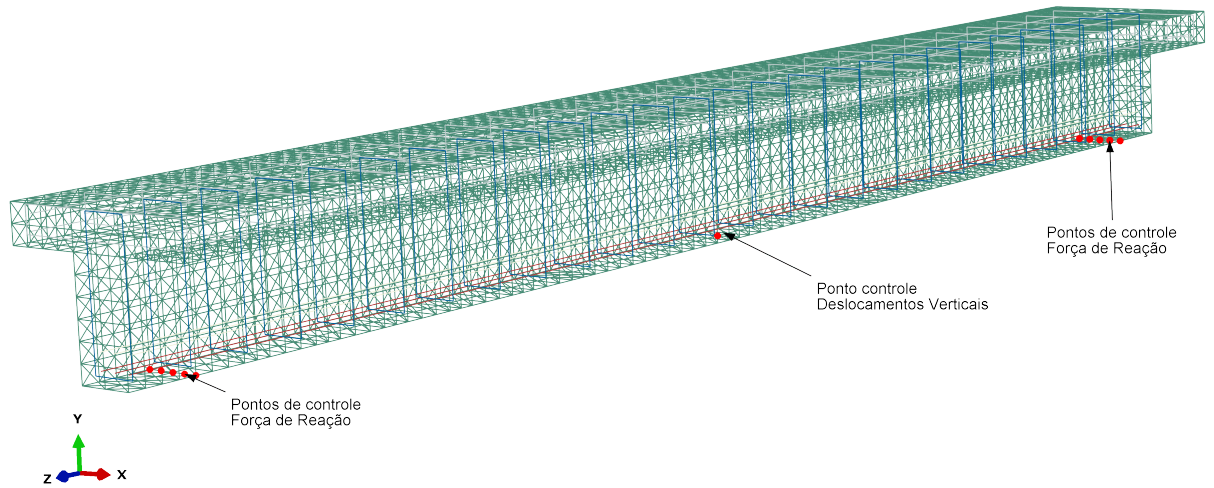
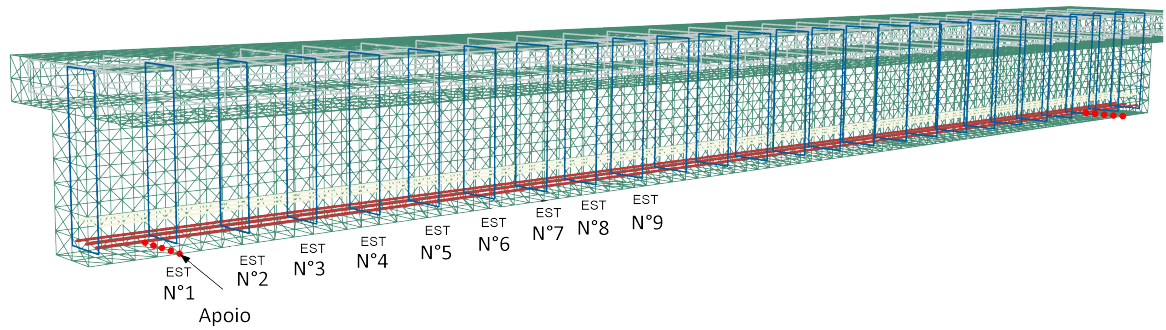


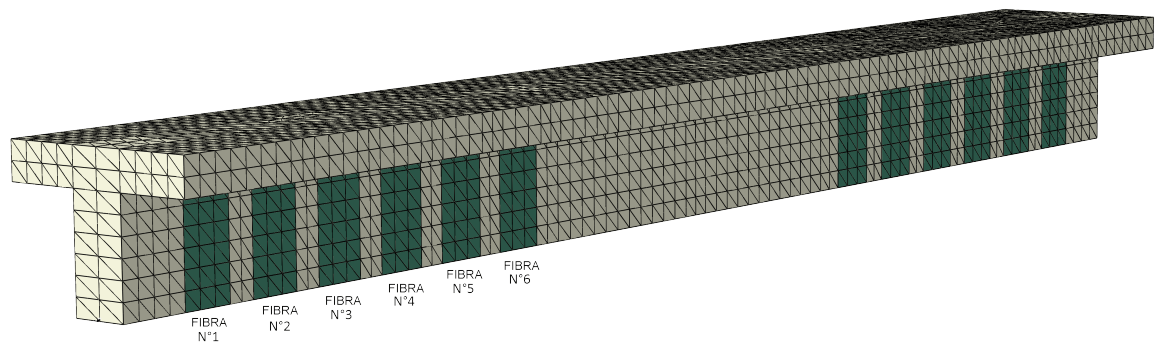
Figura 5.1 – Posições dos elementos de controle estribos e fibras.



(a) Pontos de controle - Leitura das Forças de reação e deslocamentos verticais



(b) Nomenclatura e posição dos Estribos



(c) Nomenclatura e posição das Fibras

Figura 5.2 – Nomenclatura e posição dos elementos e pontos de Controle.

5.1.1 - Comparação das contribuições de V_f pela norma ACI 440.2R - 08 e os modelos simulados.

Esta seção apresenta a comparação entre as contribuições de resistência ao cortante calculadas através do modelo de dimensionamento utilizado pela norma (ACI440.2R, 2008) para os modelos simulados e descritos na Tabela 4.9.

Essa comparação é feita com o objetivo de avaliar quão próxima são as simulações ainda que sob as condições de perfeita transferência de tensões e com propriedades elásticas das fibras.

Utilizando o modelo da norma ACI440.2R (2008) foi feito o cálculo para cada modelo simulado com as respectivas características dos reforços, no entanto, cabe salientar que esta norma considera o colapso do sistema de reforço pelo descolamento da fibra através do fator de redução de aderência K_v definido na Equação 3.20. A consideração de uma superfície de aderência através de um elemento de contato não foi considerado nas simulações, portanto as comparações não são feitas sob o mesmo mecanismo de falha. Assim, julgou-se mais apropriado gerar o cálculo das contribuições para falha pelo descolamento e pelo rasgamento da FRP, através da Equação 3.15 definida na seção 3.1.3.

A determinação das contribuições de carga dos modelos simulados foram estimadas através da diferença de carga entre os modelos reforçados (modelos com uma e duas camadas de fibra) e as vigas de controle (modelos sem reforço). As leituras de carga são determinadas para os mesmos valores de deslocamento vertical para cada modelo, desta maneira são comparadas sob um estado similar de sollicitação. Essas leituras são apresentadas na Tabela 5.1.

Tabela 5.1 – Comparação das contribuições de resistência V_f calculadas pela norma ACI440.2R (2008) e as captadas nas simulações.

Modelo	Deslocamento Vertical [mm]	Carga [kN]	Contribuição V_f por diferença [kN]
E1-F0	24,57	357,65	-
E1-F1	24,58	390,36	32,71
E1-F2	24,50	402,5	44,85
E2-F0	26,56	390,43	-
E2-F2	26,57	416,88	26,45
E2-F2	26,53	425,22 9	34,79
E3-F0	31,11	438,13	-
E3-F1	31,15	452,31	14,18
E3-F2	31,12	455,7	17,57

As contribuições de carga captadas pelas simulações mostram como os estas são inferiores

a medida que as taxas de armadura transversal são maiores, mostrando assim como estribos de diâmetros maiores afetam a eficácia da fibra de carbono como reforço ao cisalhamento.

A Tabela 5.2 mostra as cargas dos modelos simulados e as contribuições de resistência ao cortante estimadas pela norma ACI440.2R (2008). Salienta-se que o modelo de dimensionamento da norma ACI440.2R (2008) não considera o efeito das taxas da armadura transversal no cálculo das contribuições de resistência das fibras V_f , portanto tem-se que as contribuições estimadas são iguais para os modelos com a mesma taxa de fibra de carbono.

Tabela 5.2 – Comparação das contribuições de resistência V_f calculadas pela norma ACI440.2R (2008) e as captadas nas simulações.

Modelo	Estribo	Fibra	Carga total [kN]	Contribuição norma ACI440.2R (2008)		
				V_f Descolamento [kN]	V_f Rasgamento [kN]	V_f Simulação [kN]
E1-F0	$\phi = 4,2mm$	Sem fibra	357,65	-	-	-
E1-F1	$\phi = 4,2mm$	Uma camada	390,36	58,88	64,57	32,71
E1-F2	$\phi = 4,2mm$	Duas camadas	402,5	98,40	129,13	44,85
E2-F0	$\phi = 5,0mm$	Sem fibra	390,43	-	-	-
E2-F2	$\phi = 5,0mm$	Uma camada	416,88	58,88	64,57	26,45
E2-F2	$\phi = 5,0mm$	Duas camadas	425,22	98,40	129,13	34,79
E3-F0	$\phi = 6,3mm$	Sem fibra	438,13	-	-	-
E3-F1	$\phi = 6,3mm$	Uma camada	452,31	58,88	64,57	14,18
E3-F2	$\phi = 6,3mm$	Duas camadas	455,7	98,40	129,13	17,57

De forma geral, podemos observar que as simulações mostram menor eficácia das fibras para maiores taxas de armadura transversal, deixando claro o efeito de interação entre os materiais. Pontualmente não é possível fazer afirmações com respeito a comparação dos valores devido a que os modelos não possuem um elemento de contato que permita avaliar a falha por descolamento nem uma tensão máxima da fibra para comparar a falha por rasgamento da fibra. No entanto, considera-se que as contribuições captadas pelos modelos são inferiores aos estimados pela norma para ambos mecanismos de falha.

5.1.2 - Análise das vigas com diferentes taxas de aço transversal e sem reforço com fibra - Grupo A

O comportamento de vigas com diferentes taxas de aço transversal e sem reforço com fibra foi designado com o grupo de análise A, composto pelos modelos E1-F0, E2-F0 e E3-F0. As configurações da seção armada para os três modelos estudados consideram a ocorrência de falha por cisalhamento, esta é gerada pela formação da biela de compressão e posterior formação da fissura principal de falha, que intercepta os estribos ao longo do vão reforçado,

gerando assim a solicitação e subsequente escoamento da armadura transversal. Cabe salientar que vigas super armadas não permitem observar fissuras de flexão evidentes devido a armadura longitudinal não atingir a tensão de escoamento, gerando sobre solicitações da armadura transversal e dando origem à ruptura por cisalhamento a qual acontece de maneira súbita ou espontânea, assim, este tipo de colapso deve ser evitado a todo custo.

A Figura 5.3 mostra as curvas carga x deslocamento para os modelos. Na etapa final do carregamento observa-se como os modelos com estribos de maior diâmetro possuem uma maior rigidez, o que gera consequentemente maiores valores de carga última. Na etapa inicial do carregamento, a rigidez dos três modelos é quase a mesma e somente capta-se a diferença desta a partir dos valores de deslocamento vertical superiores a 15 mm ou com cargas maiores a 300 kN, ponto definido na curva no qual atribui-se a formação total da biela de compressão que dá origem à fissura de falha por cisalhamento. Nesse instante as armaduras transversais iniciam o desenvolvimento de tensões resistentes em diferentes proporções em função da seção transversal. Cabe salientar que os valores de carga máxima no teste V4 experimental de Salles (2000) reportou uma carga de falha igual a 368.4 kN e a simulação do modelo E1-F0 uma carga de ruptura igual a 357.7 kN, tendo-se uma boa correspondência.

Ao se avaliar a Figura 5.4a observa-se que para um mesmo valor de tensão em cada estribo os deslocamentos verticais são diferentes. Isto pode ser explicado em função da rigidez da biela de compressão crescer à medida que se tem maiores taxas de aço transversal. Isto gera uma maior solicitação da armadura inferior tracionada na flexão e, em decorrência, apresentara maiores deslocamentos verticais. Outra analogia pode ser feita ao tomar-se um mesmo nível de tensão em estribos de diferentes diâmetros. Aquele com maior área requer maior valor de deformação unitária, a qual é diretamente proporcional ao deslocamento vertical do elemento estrutural. Desta maneira, chega-se a um diagnóstico do comportamento encontrado no desenvolvimento de tensões nos estribos.

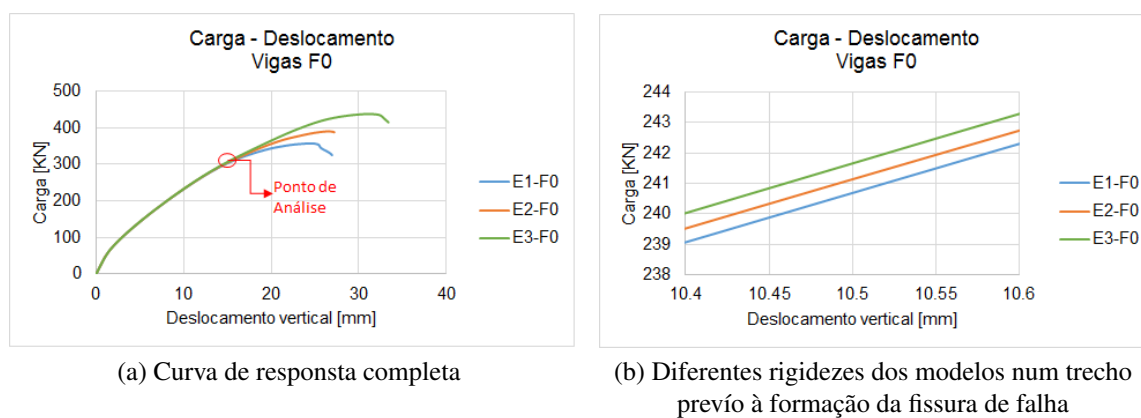


Figura 5.3 – Curvas de resposta carga - deslocamento em modelos do grupo A

A Tabela 5.3 especifica os valores de carga e deslocamento de ruptura para cada modelo. Embora a viga com maiores taxas de aço transversal, que deveria apresentar menores deslocamentos verticais para maiores valores de carga última, desde o conceito do incremento de rigidez, observa-se que a seção inferior se encontra bem mais solicitada, confirmada pelos maiores valores de deslocamento vertical.

Tabela 5.3 – Cargas e deslocamento de ruptura - Grupo A

Modelo	Carga ruptura [KN]	Deslocamento vertical [mm]
E1-F0	357,66	24,6
E2-F0	390,43	26,6
E3-F0	438,14	31,1

A Figura 5.4 mostra o desenvolvimento de tensões no elemento de controle dos estribos definidos na Figura 5.1. Nota-se como estribos de menor diâmetro atingem a tensão de escoamento com cargas ou deslocamento inferiores. A Tabela 5.4 especifica os valores de carga e deslocamento com os quais os estribos iniciam o escoamento.

Tabela 5.4 – Carga e deslocamento para o escoamento dos estribos

Modelo	Carga [KN]	Deslocamento vertical [mm]
E1-F0	318,19	16,5
E2-F0	338,46	18,08
E3-F0	411,48	24,65

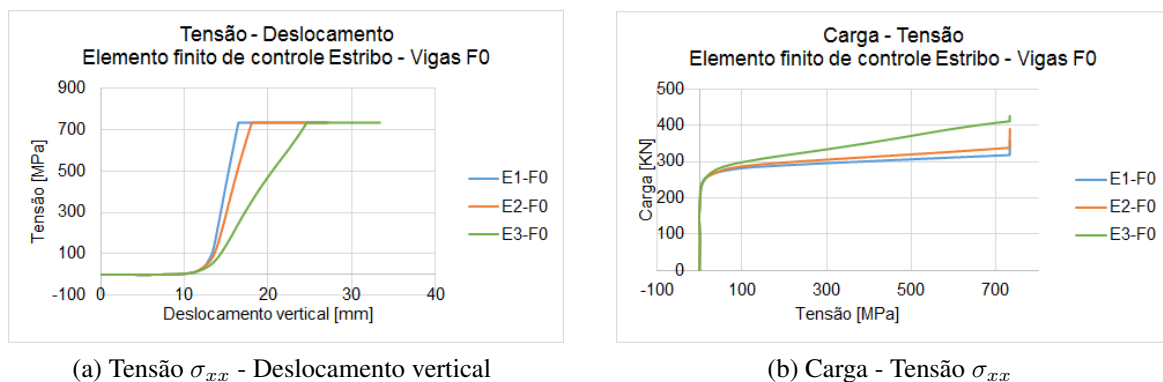


Figura 5.4 – Tensões σ_{xx} nos elementos de controle dos estribos em modelos do grupo A

É possível observar que nas vigas reforçadas com diferentes taxas de aço transversal, o desenvolvimento de tensões atuantes iniciam a partir de cargas superiores a 220 kN ou

um deslocamento próximo aos 12 mm, dando indicativo de que as tensões para valores inferiores a estes são desenvolvidos pela seção de concreto. Posteriormente na seção 5.1.5, é apresentada a avaliação do desenvolvimento de tensões resistentes para cada material ao longo do processo de carga.

5.1.3 - Efeito do incremento do aço transversal na eficiência das fibras - Grupos B1 e B2

Este efeito é avaliado junto dos modelos descritos nos grupos de análise B1 e B2, os quais são E1-F1, E2-F1, E3-F1 e E1-F2, E2-F2, E3-F2, respectivamente. A Figura 5.5 mostra a curva carga vs deslocamento vertical de cada modelo, observa-se como a rigidez é maior em vigas com maiores taxas de aço transversal e fibra. Novamente, tal diferença é perceptível na etapa final do carregamento, instante no qual são solicitadas as fibras e os estribos, devido à costura da fissura principal de falha. A Figura 5.5b mostra como as variações de rigidez em vigas com uma e duas camadas de fibra são maiores em vigas com estribos de menor diâmetro. Isto se atribui ao fato que em vigas com estribos de menor diâmetro, as fibras trabalham de maneira mais eficiente. Cabe lembrar que, nestes modelos, a fibra apenas foi modelada com propriedades elásticas lineares. Tal característica impede a avaliação dos modelos no estado último de rasgamento das fibras, embora se note que, para um mesmo valor de deslocamento vertical, as capacidades de carga são diferentes.

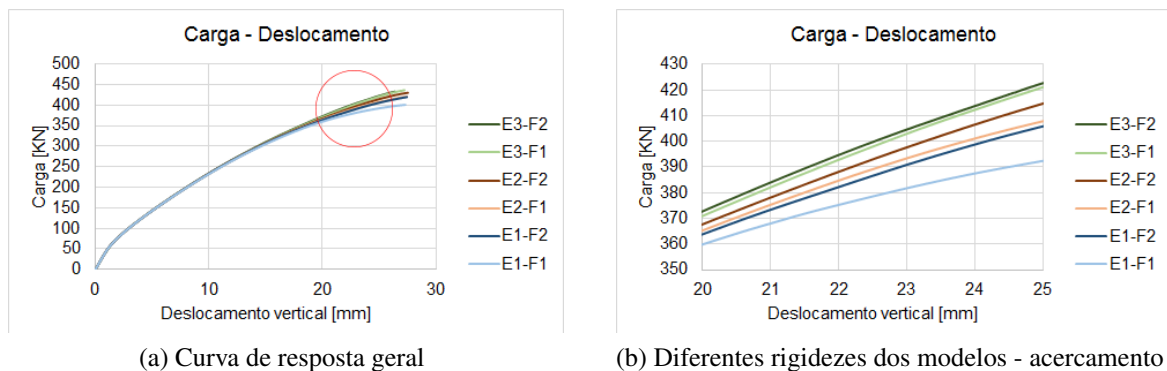


Figura 5.5 – Carga - Deslocamento modelos dos grupos B1 e B2

A Figura 5.6 e 5.7 mostram as tensões σ_{yy} e as cisalhantes τ_{xy} no elemento de controle da fibra em vigas reforçadas com uma e duas camadas, respectivamente. Observa-se como o nível de tensões atuantes nas fibras diminui consideravelmente quando são incrementadas as taxas de aço transversal para ambas taxas de fibra. Logo, tem-se que altas taxas de aço transversal afetam a eficácia das fibras de carbono como reforço ao cisalhamento, cujo efeito já foi descrito na pesquisa experimental desenvolvida por Mofidi e Chaallal (2014) e na pesquisa computacional de Chen et al. (2010). Tal efeito é atribuído ao desenvolvimento

de tensões nos estribos anterior às fibras de carbono. Ao se ter estribos maiores na região de formação da fissura de falha, tem-se que estas trabalham primeiramente, gerando uma diminuição das contribuições por parte das fibras. Este efeito é apresentado na seção 5.1.5 deste capítulo.

É importante salientar como em vigas reforçadas com uma e duas camadas de fibra, as tensões de cisalhamento nos elementos de reforço começam a desenvolver a partir de cargas superiores as 200 kN ou um deslocamento maiores a 10 mm, o que aponta para o fato de que uma grande parcela das tensões resistentes para valores inferiores a estes, são desenvolvidos pela seção de concreto e pelo reforço transversal. Este efeito também foi observado nos modelos do grupo A.

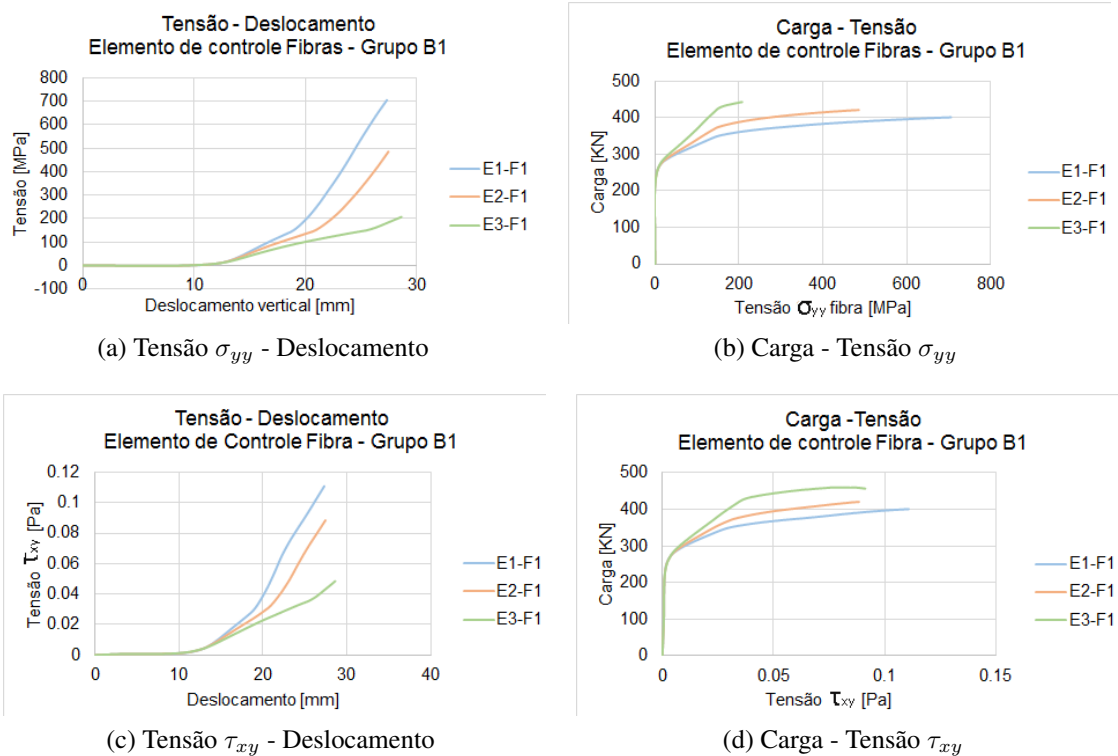


Figura 5.6 – Tensões - Deslocamento vertical. Fibras Grupo B1

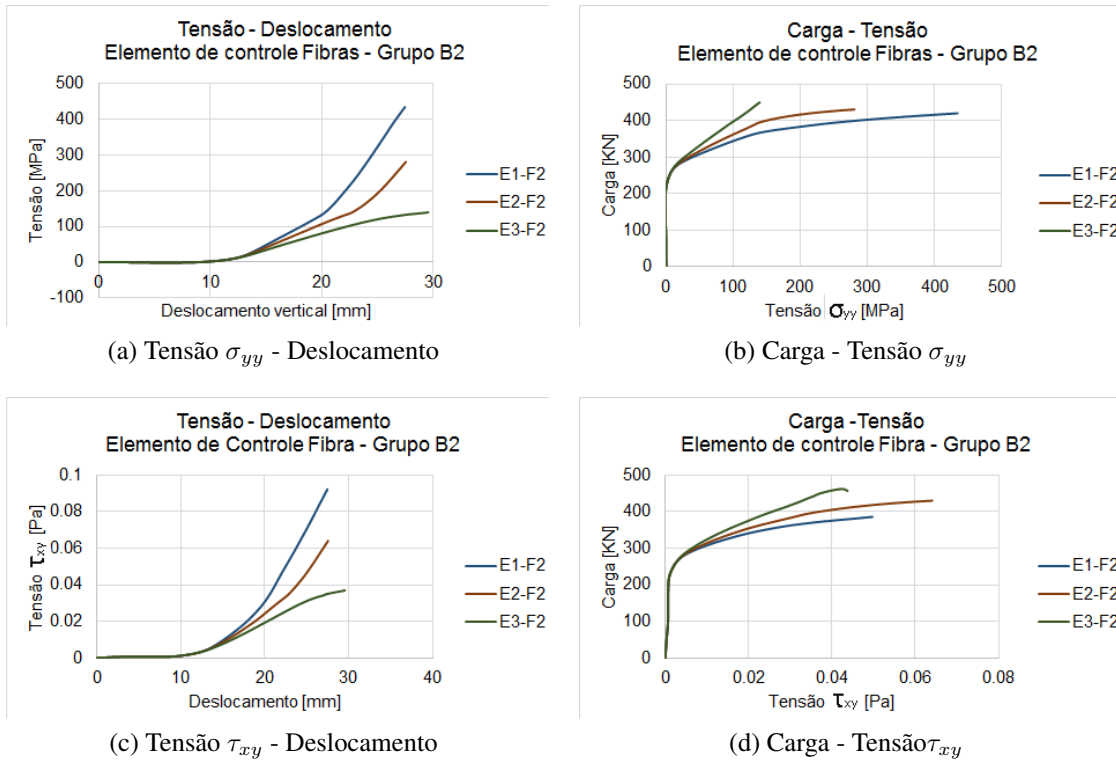
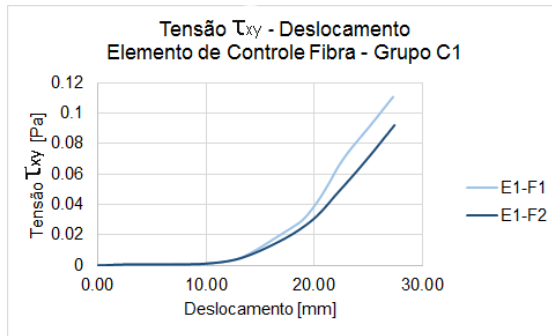


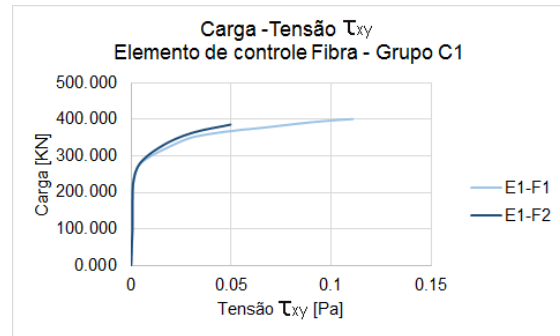
Figura 5.7 – Tensões - Deslocamento vertical. Fibras Grupo B2

5.1.4 - Análise do desenvolvimento de tensões atuantes nas fibras para uma e duas camadas de reforço e diferentes taxas de aço transversal - Grupo C1, C2 e C3

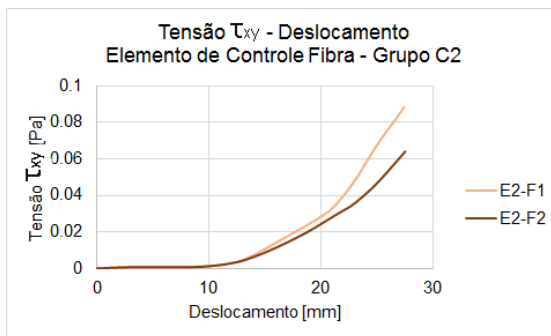
Nesta seção, avalia-se o desenvolvimento de tensões cisalhantes nas fibras para vigas reforçadas com uma e duas camadas de reforço e diferentes taxas de aço transversal, sendo discutido através dos grupos de análise C1, C2 e C3, compostos pelos modelos E1-F1, E1-F2; E2-F1, E2-F2 e E3-F1, E3-F2, respectivamente. A Figura 5.8 mostra as tensões de cisalhamento nas fibras com respeito a carga e deslocamento para cada modelo.



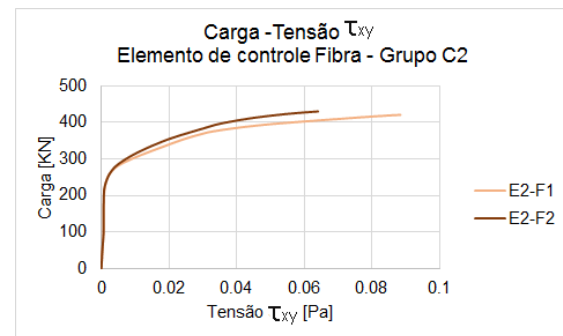
(a) Tensão τ_{xy} - Deslocamento vertical- Grupo C1



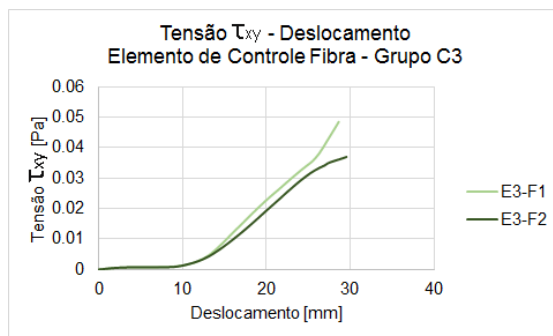
(b) Carga - Tensão τ_{xy} - Grupo C1



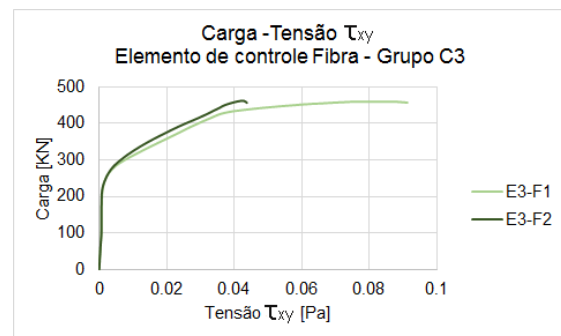
(c) Tensão τ_{xy} - Deslocamento vertical- Grupo C2



(d) Carga - Tensão τ_{xy} - Grupo C2



(e) Tensão τ_{xy} - Deslocamento vertical - Grupo C3



(f) Carga - Tensão τ_{xy} - Grupo C3

Figura 5.8 – Tensão cisalhantes τ_{xy} - Deslocamento verticais dos modelos do Grupos C

Observa-se que os valores de tensões cisalhantes em todos os modelos reforçados com uma camada de fibra são maiores que os achados para modelos com duas camadas de reforço. Esta tendência faz sentido, dado o conceito de tensão axial $\sigma = P/A$, pois ao duplicar-se o número de camadas de fibra, amplia-se a área de distribuição de tensões atuantes e, portanto a magnitude das tensões nos modelos com duas camadas de reforço devem ser menores. No entanto, observa-se que os valores de tensão não diminuem de forma proporcional às variações das espessuras do reforço, portanto, pode-se considerar que o incremento das camadas não representa a forma mais eficiente de gerar o incremento das taxas de reforço com fibra.

5.1.5 - Efeito do incremento das taxas de fibra no desenvolvimento de tensões no aço transversal - Grupos D1, D2 e D3

Este efeito é avaliado a través dos modelos descritos nos grupos de análise D1, D2 e D3, os quais são E1-F0, E1-F1, E1-F2, E2-F0, E2-F1, E2-F2 e E3-F0, E3-F1, E3-F2, respetivamente. A Figura 5.9 mostra as tensões no elemento de controle dos estribos definido na Figura 5.2a ao longo do processo de carga.

Os modelos dos grupos de análise D1 e D2 mostram que as tensões atuantes nos estribos acontece para valores próximos de deslocamento aproximadamente de 10 mm ou com uma carga de 230 kN nos modelos sem reforço com fibra (F0) e reforçados com uma camada de fibra (F1). Os modelos reforçados com duas camadas de fibra (F2) mostram que as tensões nos estribos iniciam com menores valores de deslocamento ou carga, fato atribuído aos modelos de maior rigidez.

Os modelos do grupo D3, mostram que as tensões nos estribos iniciam com valores próximos de deslocamento e carga para os três modelos sem importar as taxas de fibra. Daí infere-se que os estribos têm uma maior representatividade no desenvolvimento de tensões atuantes ao longo do processo de carga.

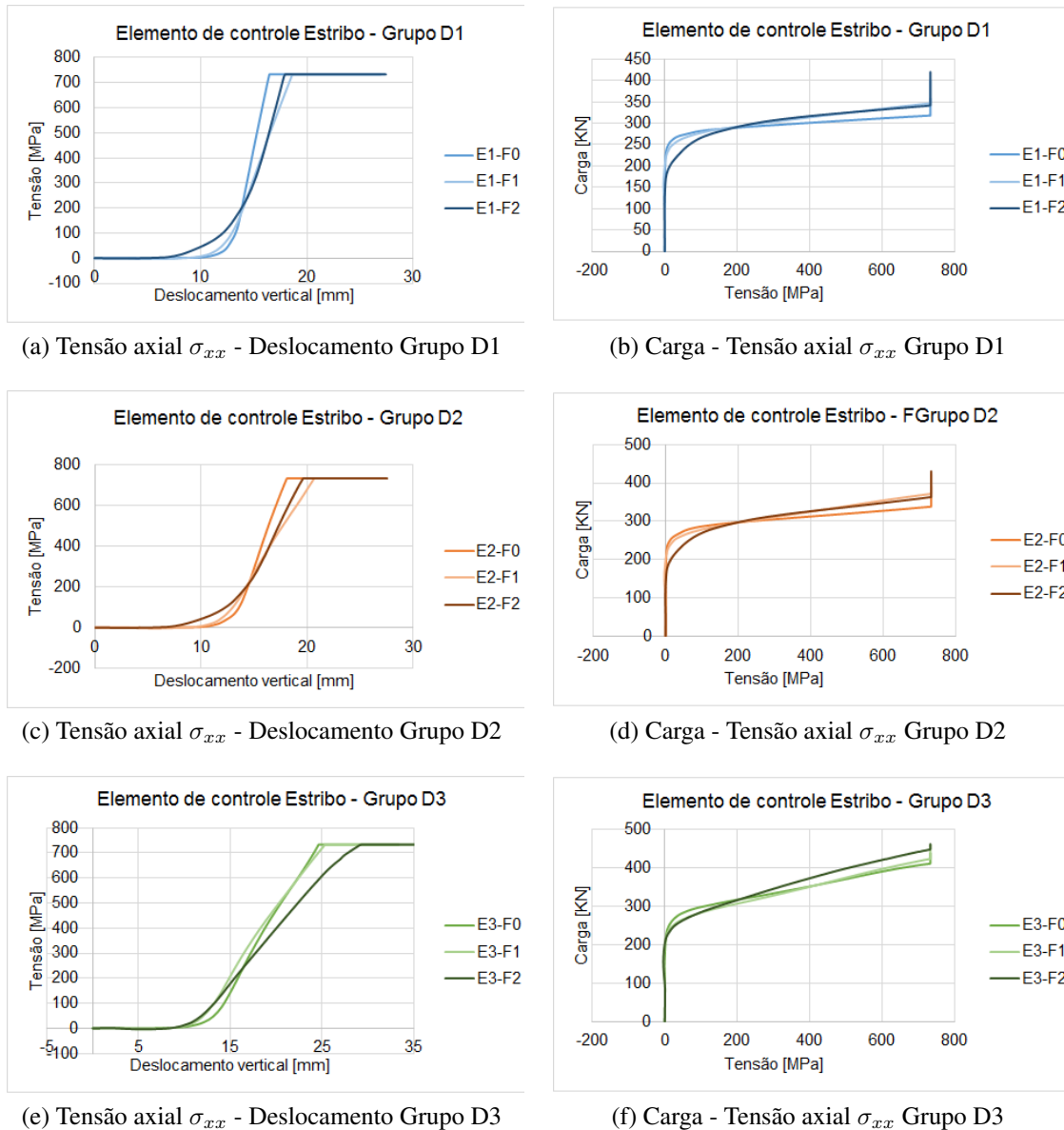


Figura 5.9 – Tensão axial σ_{xx} vs Deslocamento/Carga nos estribos modelos Grupo D

De forma geral pode-se observar como todos os tipos de estribos dos modelos conseguiram atingir a tensão de escoamento, constatando como as taxas de fibra não influenciam consideravelmente a eficiência dos estribos como reforço ao cisalhamento. Esta afirmação é igualmente expressa na pesquisa experimental desenvolvida por Mofidi e Chaallal (2014). Tal consideração é concordante com as premissas de cálculo adotadas pela norma ACI440.2R (2008) a qual assume que os estribos chegam na tensão de escoamento sem importar a configuração dos reforços com fibras. Portanto as contribuições de resistência dos estribos não são influenciadas pelas taxas de fibra, podendo ser estimadas pela norma de projeto para estruturas não reforçadas (ACI318-14, 2014).

5.1.6 - Tensões atuantes nos materiais ao longo do processo de carga

Os materiais inicia as contribuições de resistência para diferentes níveis de carga. Esta seção tem como objetivo avaliar o desenvolvimento de tensões no concreto, estribos e fibras ao longo do processo de carga. Foram considerados elementos de controle e a definição de quatro parcelas de carga. Esta análise é desenvolvida para o modelo E1-F1 considerando-se que este possui as melhores características dos reforços.

As quatro parcelas de carga foram atendem a seguinte divisão: Etapa 1 aplicação de carga de 0 a 100 kN; Etapa 2 de 100 kN - 200 kN; Etapa 3 de 200 kN - 300 kN; Etapa 4 de 300 kN - 400 kN. A Figura 5.10 mostra as tensões atuantes em cada material. O concreto inicia a contribuição resistente desde a etapa inicial da aplicação de carga, a diferença dos estribos e as fibras as quais iniciam as contribuições de resistência para cargas superiores a 200 kN e 250 kN, respetivamente.

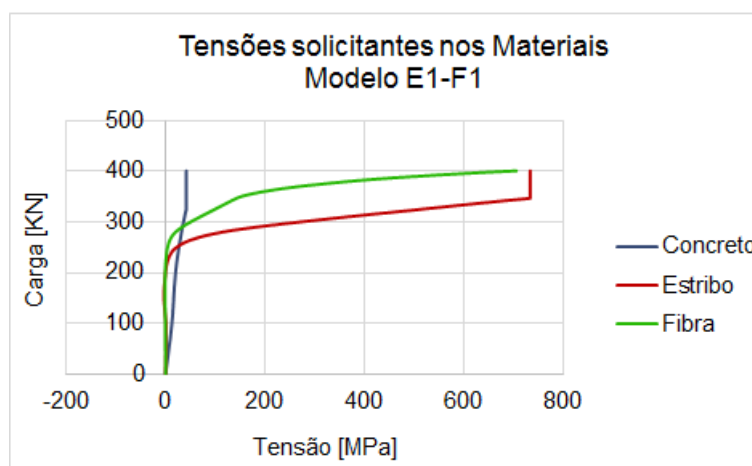


Figura 5.10 – Tensões solicitantes nos materiais

A Tabela 5.5 apresenta as tensões atuante em cada material e as compara percentualmente com respeito às capacidades máximas de cada material ao longo das quatro parcelas de carga estudadas.

Tabela 5.5 – Tensões atuantes em cada parcela de carga.

Etapa	Faixa de carga [kN]	Tensão atuante nos materiais			% Capacidade máxima		
		Concreto σ_{zz} [MPa]	Estribo σ_{xx} [MPa]	Fibra σ_{yy} [MPa]	Concreto $\frac{f_{ck}}{\sigma_{zz}}$	Estribo $\frac{f_y}{\sigma_{xx}}$	Fibra $\frac{f_{fu}}{\sigma_{yy}}$
1	0 - 100	12,59	0,5	0,0	31,5%	0,1%	0,0%
2	100 - 200	19,95	0,7	0,3	49,9%	0,3%	0,0%
3	200 - 300	35,90	270,1	50,0	89,7%	36,8%	1,3%
4	300 - 400	40,0	733,0	705,0	100%	100%	18,6%

Cada material tem um nível de participação diferente ao longo do processo de carga, atribui-se a maior participação ao concreto nas primeiras duas parcelas de carga conseguindo chegar a 50% da resistência máxima à compressão f_{ck} . A terceira parcela de carga mostra maior trabalho por parte dos estribos devido a que o concreto atinge aproximadamente a 90% da sua capacidade permitindo que os estribos atinjam uma tensão porcentual do 36,8% com respeito a tensão de escoamento f_y . Na quarta parcela existe um trabalho em conjunto por parte dos estribos e das fibras, nesta parcela os materiais de reforço trabalham em maior proporção, os estribos conseguem atingir a tensão de escoamento f_y contribuindo assim o 100% da sua capacidade, desta forma as fibras iniciam as contribuições em maior proporção, chegando a ser da ordem porcentual de 18,6% com respeito a capacidade última da fibra reportada pelo fabricante f_{fu} . Isto atribui-se a que nestas últimas parcelas de carga acontece a formação da biela de compressão que da origem à fissura principal de falha do sistema.

5.1.7 - Análise das tensões nos estribos ao longo do vão e altura da viga

Todos os modelos simulados correspondem a vigas projetadas para falha por cisalhamento. Este tipo de colapso se caracteriza pela solicitação em maior proporção da armadura transversal que a longitudinal, isto devido à formação da biela de compressão e posterior fissura principal de falha a qual se forma na direção diagonal descrita entre as regiões de apoio e aplicação de carga. Ao longo desta seção, são estudadas as tensões atuantes nos estribos dispostos na região de formação da fissura de falha. Vale lembrar que esta análise é desenvolvida unicamente para o modelo E1-F1 devido às características dos reforços e a que os outros modelos o comportamento é similar.

A Figura 5.11 mostra os nove estribos estudados com a respectiva nomenclatura e os dez elementos finitos de comprimento igual a 3,7 cm que discretizam o estribo na região vertical a qual trabalha no fechamento da fissura de falha.

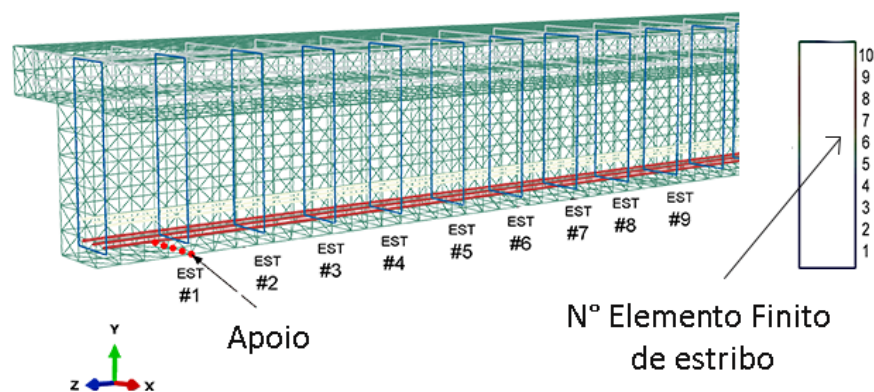


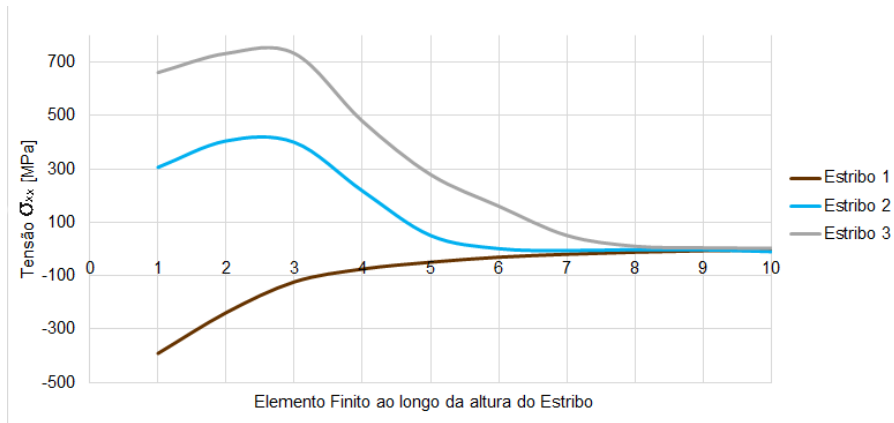
Figura 5.11 – Nomenclatura dos estribos analisados

Com o objetivo de analisar o desenvolvimento de tensões atuantes nos nove estribos estudados, foi considerada uma análise por grupos, composta pelos estribos localizados mais perto da região de apoio, os estribos na região central e os estribos localizados perto da zona de aplicação de carga. A Figura 5.12 mostra as tensões axiais máximas σ_{xx} em cada elemento finito dos estribos.

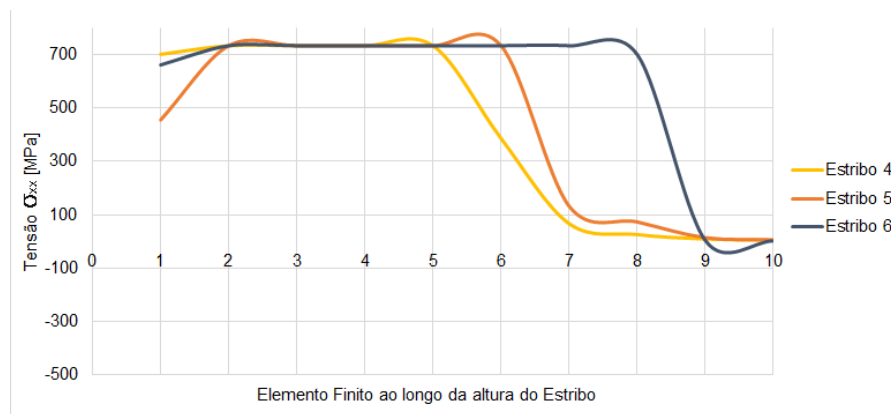
A Figura 5.12a mostra o primeiro grupo de análise. No estribo 1 localizado na mesma seção de definição do apoio, observa-se valores de tensão axial negativa pelo efeito da reação, sendo estes maiores nos elementos finitos da região inferior da viga definida pelos elementos finitos $N^{\circ}1, 2, 3$. Os Estribos 2 e 3 mostram tensões axiais de tração positivas ao longo da altura dos estribos, sendo estas maiores nos elementos finitos da região inferior da viga e com valores de tensão próximos aos de escoamento.

O segundo grupo corresponde aos Estribos 4, 5, 6 localizados na região média do vão, mostram valores de tensão axial menores aos de escoamento nos elementos finitos inferiores do estribo (Elemento finito $N^{\circ}1$). Para os elementos superiores a este, tem-se valores de tensão iguais a tensão de escoamento proporcionando a máxima contribuição de resistência no fechamento da fissura de falha. Cabe salientar que o Estribo 6 está mais solicitado ao longo da sua altura, já se encontra mais perto da zona de aplicação de carga, região onde o esmagamento do concreto é maior.

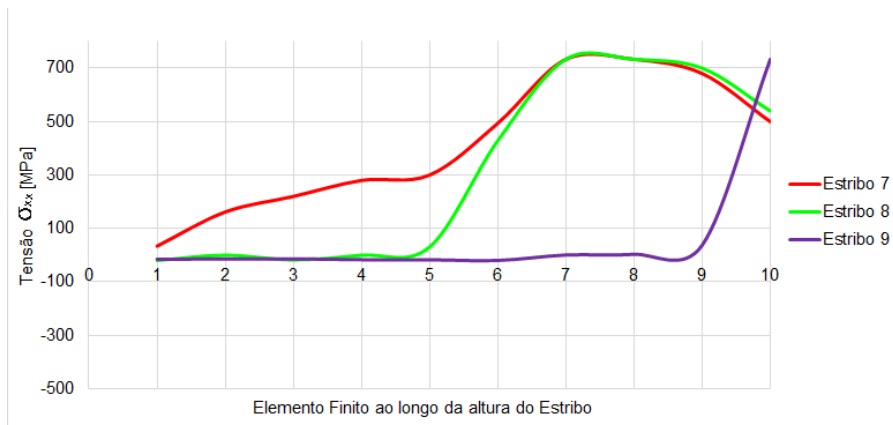
O terceiro grupo de análise composto pelos Estribos 7, 8, 9 localizados perto da zona de aplicação de carga, mostram tensões axiais σ_{xx} da ordem da tensão de escoamento nos elementos finitos localizados na região superior da altura da viga (Elementos finitos $N^{\circ}8, 9, 10$). Observa-se também que as tensões axial nos elementos inferiores do Estribo 9 são praticamente nulas. Este comportamento ocorre devido à distribuição da força cortante para o sistema estrutural especificado na Figura 4.25 do capítulo 4.



(a) Tensões axial σ_{xx} ao longo da altura - Estribos N°1,2,3



(b) Tensões axiais σ_{xx} ao longo da altura - Estribos N°4,5,6



(c) Tensões axiais σ_{xx} ao longo da altura - Estribos N°7,8,9

Figura 5.12 – Tensões axiais σ_{xx} nos elementos finitos dos estribos.

Esta análise permitiu observar como os estribos ao longo da altura e do vão de reforço descrevem o fechamento da fissura principal de falha ao cisalhamento. Tal consideração pode ser observada na Figura 5.13, onde se identifica as intensidades de tensão representadas a través de uma escala de cores.

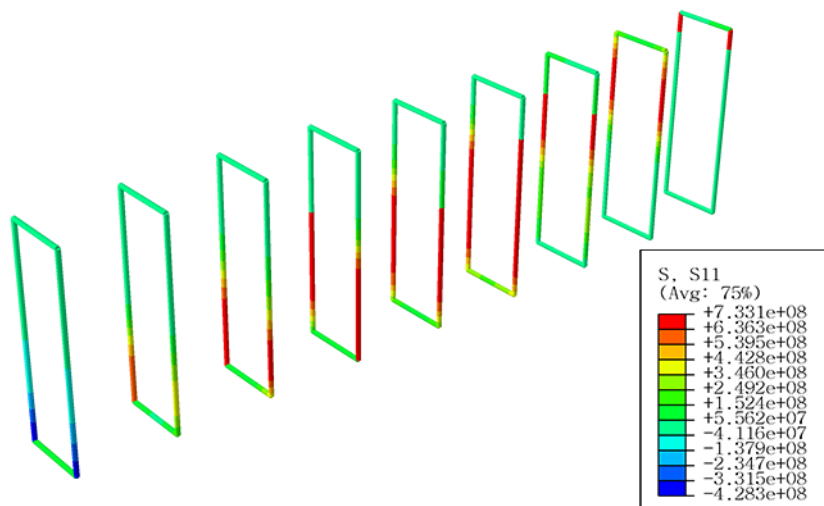


Figura 5.13 – Tensões axiais σ_{xx} nos estribos

5.1.8 - Análise das tensões nas fibras ao longo do vão e altura da viga

Ao longo desta seção são estudadas as tensões σ_{yy} nas fibras ao longo da região de formação da fissura principal de falha. Esta análise é desenvolvida apenas para o modelo E1-F1 devido às características dos reforços e a que o comportamento é similar nos outros modelos.

A Figura 5.14 mostra as seis fibras estudadas com a respectiva nomenclatura discretizadas por 42 elementos finitos de 5 x 5 cm em total. São estudados os elementos de uma face lateral da fibra a qual contribui no fechamento da fissura de falha.

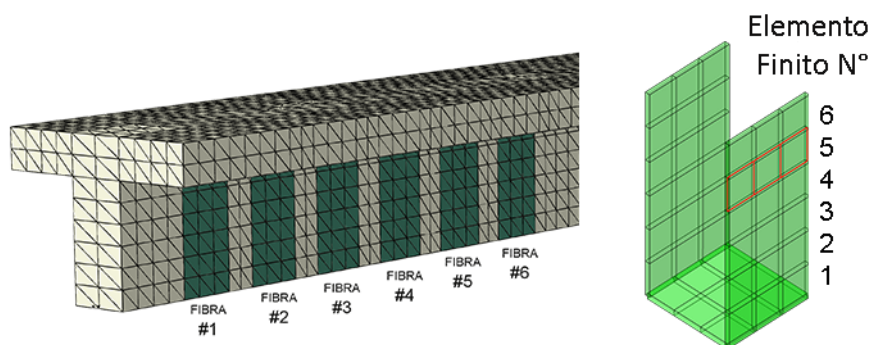
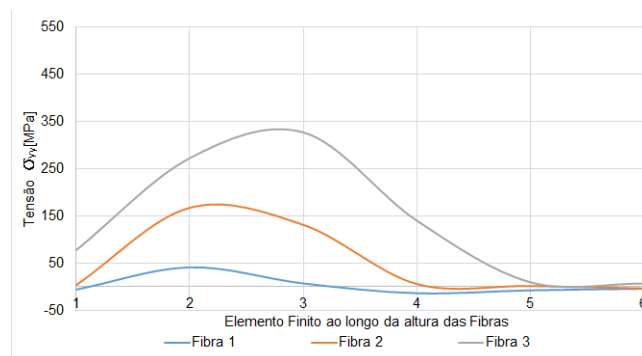


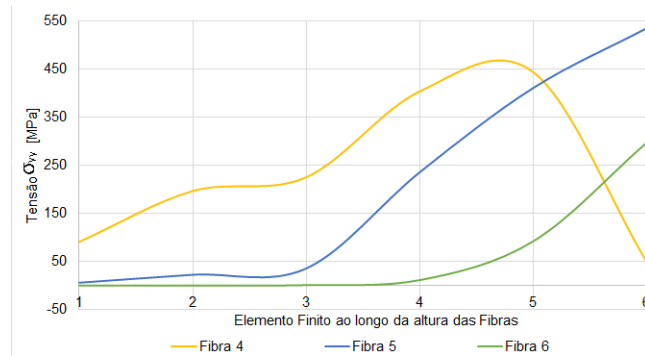
Figura 5.14 – Nomenclatura e elementos finitos das fibras

Com o objetivo de avaliar as tensões em cada uma das fibras foi estimada a tensão média nos três elementos finitos localizados num mesmo nível. A Figura 5.15 apresenta as tensões médias para cada uma das fibras. Nela, pode-se observar como as Fibras 1, 2 e 3 mostram valores de tensão maiores nos elementos localizados na região inferior da viga definida

principalmente pela fileira de elementos finitos $N^{\circ}1,2,3$. Destaca-se que a Fibra 3 mostra maiores valores de tensão devido estar localizada mais próxima da zona de aplicação de carga, local no qual se concentra o esmagamento do concreto e a formação da fissura de falha. A Fibra 4 apresenta maiores valores de tensão nas regiões médias da altura da viga, definida pelas fileiras de elementos finitos $N^{\circ}3, 4$ e 5. Nesta região observa-se o percurso da fissura de falha, que não chega a alcançar a parte superior da viga. A Fibra 5, localizadas exatamente abaixo da zona de aplicação de carga, apresenta os maiores valores de tensão na região superior da viga, definida pelas fileiras de elementos finitos $N^{\circ}5$ e 6. A Fibra 6 mostra valores de tensão baixos nos elementos da região inferior da altura da viga. Na região superior, os valores de tensão já são consideráveis devido ainda estarem próximas à região de aplicação de carga, onde a fissura encontra-se na parte superior da viga.



(a) Tensões σ_{yy} ao longo da altura - Fibras 1,2,3



(b) Tensões σ_{yy} ao longo da altura - Fibras 4,5,6

Figura 5.15 – Tensões atuantes σ_{yy} nas fibras.

A Figura 5.16 mostra as intensidades de tensão σ_{yy} nas fibras de reforço. Pode-se observar que, da mesma forma que na análise de tensões nos estribos, estas encontram-se fechando a fissura principal de cisalhamento, sendo muito mais solicitadas as fibras que se encontram próximas à zona de aplicação de carga.

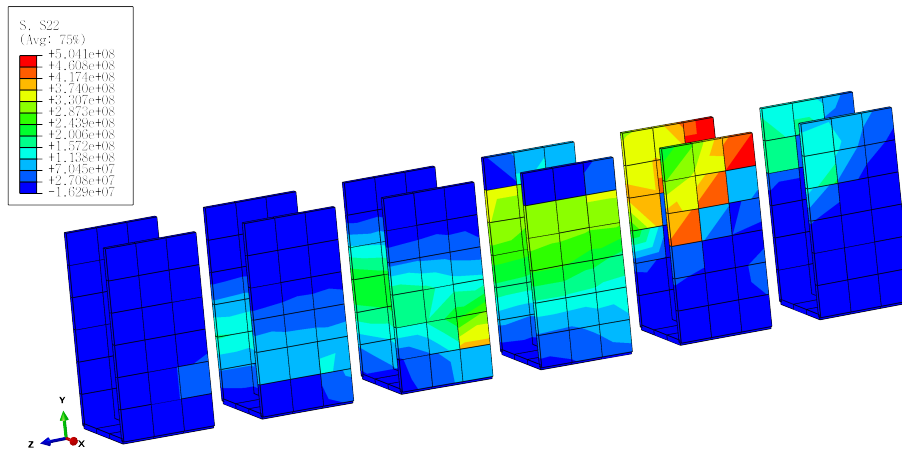
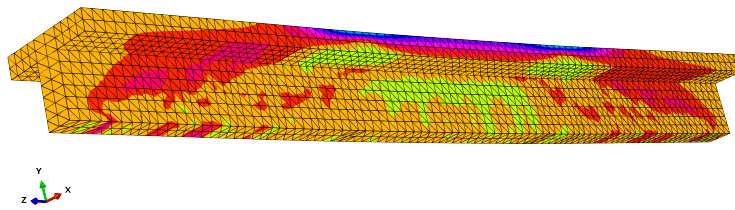
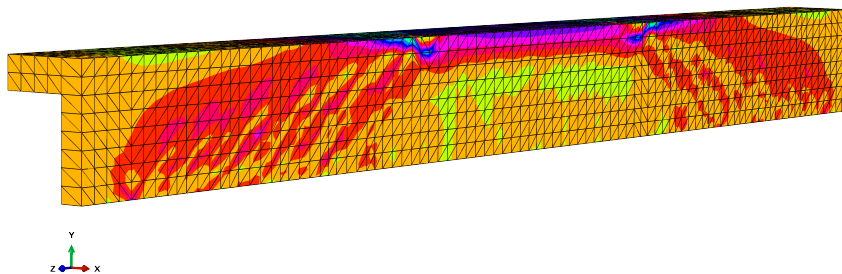


Figura 5.16 – Tensões σ_{yy} nas fibras de reforço.

A formação da biela de compressão dá origem à fissura principal de falha por cisalhamento na viga de concreto. As Figuras 5.17 à 5.18 mostram as tensões de flexão na viga de concreto. Assim pode-se observar a formação da biela de compressão a qual dá origem à fissura de falha em estudo.



(a) Tensões de flexão σ_{zz} - Modelo completo isométrico.



(b) Tensões de flexão σ_{zz} - Modelo corte longitudinal.

Figura 5.17 – Tensões de flexão σ_{zz} - Formação da biela de compressão

A Figura 5.18 apresentam fotografias de testes experimentais as quais mostram a fissura de falha a qual corresponde com os resultados achados através das simulações.



(a) Fissura principal de falha por cortante. Dirar et al. (2012)



(b) Fissura principal de falha por cortante. Salles (2000)



(c) Fissura principal de falha por cortante. Mofidi e Chaallal (2014)

Figura 5.18 – Registro fotográfico da fissura principal de falha ao cortante em pesquisas experimentais

6 - CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

6.1 - CONCLUSÕES

O uso de simulações permitiu entender de melhor forma o comportamento de vigas de concreto armado reforçadas ao cisalhamento com sistemas de reforço EB-FRP. Algumas das principais conclusões obtidas através das simulações são:

✓ O incremento das taxas de aço transversal afetam a eficácia das fibras como reforço ao cisalhamento. Observa-se como as tensões nas fibras decrescem para maiores taxa de aço transversal, ratificando assim o efeito negativo de interação. Isto deve-se aos estribos começarem a trabalhar primeiramente. Portanto, estribos de maior seção trabalham mais no fechamento da fissura de falha dando menos representatividade às contribuições das fibras.

✓ As taxas de reforço com fibra não influenciam a eficácia da armadura transversal. Foi observado como todos os estribos atingiram a tensão de escoamento gerando as máximas contribuições de resistência. Esta consideração é concordante com as premissas de cálculo adotadas pela norma ACI440.2R (2008) que assume que os estribos escoam sem importar as características do sistemas de reforço EB-FRP. Portanto as contribuições de resistência ao cortante dos estribos podem ser estimadas através dos modelos de dimensionamento do código de projeto para estruturas não reforçadas (ACI318-14, 2014).

✓ O incremento das camadas não representa a forma mais eficiente de gerar o incremento das taxas de reforço. Observou-se como as tensões não diminuem de forma proporcional às variações das espessuras do reforço.

✓ Os materiais contribuem à resistência ao cisalhamento em proporções diferentes ao longo do processo de carga. Inicialmente observou-se que o concreto contribui de maneira considerável, após a resistência máxima à compressão é atingida, se forma a biela de compressão, a qual dá origem a fissura principal de falha, nesse instante, os estribos contribuem prioritariamente e as fibras secundariamente e em menor proporção.

✓ A comparação das contribuições de resistência ao cortante captadas pelos modelos simulados e as calculadas pela norma ACI440.2R (2008), são consideravelmente diferentes. Salienta-se que a diferença dos modelos utilizados pela norma, as simulações conseguem captar o efeito negativo de altas taxas de armadura transversal na eficácia das fibras.

Os métodos de dimensionamento foram estudados através da análise comparativa. Estimativas conservadoras e pouco precisas atribuem-se à falta de consideração do efeito de interação entre estribos e fibras de carbono. Portanto, considera-se necessária a otimização dos modelos de dimensionamentos utilizados por normas vigentes, com o objetivo de melhorar o projeto de reforço de estruturas através da técnica EB-FRP.

6.2 - SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

O desenvolvimento desta pesquisa abre a possibilidade a novas pesquisas na área do reforço de estruturas mediante a colagem externa de fibras de carbono. A seguir, são descritas de maneira sucinta algumas a serem consideradas;

- ✓ Avaliar o sistema de reforço segundo a consideração da modelagem da superfície de contato definida mediante um modelo de coesão, isto com o objetivo de avaliar o colapso do sistema pelo descolamento das fibras de reforço;

- ✓ Estudar os desempenho dos elementos de reforço mediante o incremento das taxas a través das variações dos espaçamentos dos estribos e das faixas de fibra, assim como a avaliação da orientação de instalação das fibras;

- ✓ Desenvolver simulações computacionais que recriem o processo real de carga e reforço da estrutura com sistemas EB - FRP, considerando a etapa de carga, pré fissuração e posterior reforço, isto com o objetivo de avaliar o desempenho das fibras em condições reais de sollicitação;

- ✓ Desenvolver sistemas de ancoragem e avaliar a eficiência ante a falha por descolamento da fibra de carbono.

nomenclature[M] S_f , Espaçamento entre fibras

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Abaqus, Benchmarks. *Ver. 6-14*. Dassault Systemes Simulia Corp.

ACI318-14, Code (2014). *Building code requirements for structural concrete (ACI 318-14) and commentary*. American Concrete Institute.

ACI440.2R, Code (2008). *Guide for the design and construction of externally bonded FRP systems for strengthening concrete structures*. ACI Committee. American Concrete Institute.

Adhikary, B, B. H Mutsuyoshi e M Ashraf (2004). “Shear strengthening of reinforced concrete beams using fiber-reinforced polymer sheets with bonded anchorage”. Em: *Structural Journal* 101.5, pp. 660–668.

Bianco, V., J. Barros e G. Monti (2007). “Shear Strengthening of RC beams by means of NSM CFRP strips: a proposal for modeling debonding”. Em: *Shear strengthening of RC beams by means of NSM CFRP strips: a proposal for modeling debonding*, pp. 1–48.

Bousselham, A. e O. Chaallal (2004). “Shear strengthening reinforced concrete beams with fiber-reinforced polymer: Assessment of influencing parameters and required research”. Em: *Structural Journal* 101.2, pp. 219–227.

— (2006). “Behavior of reinforced concrete T-beams strengthened in shear with carbon fiber reinforced polymer an experimental study”. Em: *ACI Structural Journal* 103.3, p. 339.

Bulletin14 (2001). *Design and use of externally bonded fibre reinforced polymer reinforcement (FRP EBR) for reinforced concrete structures*. Task Group 9.3 FRP.

Cao, S., J. Chen e J. Pan (2001). “Experimental study on the shear performance of RC beams retrofitted by bonding GFRP strips”. Em: *FRP composites in civil engineering-proceedings of the international conference on FRP composites in civil engineering held, Hong Kong-volume I*.

CEB-FIP (1993). “Comite Euro-International du Beton”. Em: *Bulletin 14 fib* 213, p. 214.

Chaallal, O., MJ. Nollet e D. Perraton (1998). “Strengthening of reinforced concrete beams with externally bonded fiber-reinforced-plastic plates: design guidelines for shear and flexure”. Em: *Canadian Journal of Civil Engineering* 25.4, pp. 692–704.

Chen, G. (2010). “Behaviour and strength of RC beams shear-strengthened with externally bonded FRP reinforcement”. Tese de doutorado. The Hong Kong Polytechnic University.

- Chen, GM, JG. Teng, JF. Chen e OA. Rosenboom (2010). “Interaction between steel stirrups and shear-strengthening FRP strips in RC beams”. Em: *Journal of Composites for Construction* 14.5, pp. 498–509.
- Chen, GM, JG. Teng e JF Chen (2012). “Shear strength model for FRP-strengthened RC beams with adverse FRP-steel interaction”. Em: *Journal of Composites for Construction* 17.1, pp. 50–66.
- Chen, JF. e JG. Teng (2003). “Shear capacity of fiber-reinforced polymer-strengthened reinforced concrete beams: fiber reinforced polymer rupture”. Em: *Journal of Structural Engineering* 129.5, pp. 615–625.
- Chen, WF. e DJ. Han (2007). *Plasticity for structural engineers*. J. Ross Publishing.
- CN-RDT200 (2004). *Guide for the Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Strengthening Existing Structures*. National Research Council.
- Deniaud, C. e JJ. R. Cheng (2001). “Shear behavior of reinforced concrete T-beams with externally bonded fiber-reinforced polymer sheets”. Em: *Structural Journal* 98.3, pp. 386–394.
- Diagana, C., A. Li, B. Gedalia e Y. Delmas (2003). “Shear strengthening effectiveness with CFF strips”. Em: *Engineering Structures* 25.4, pp. 507–516.
- Dias, S. JE. e J. AO. Barros (2010). “Performance of reinforced concrete T beams strengthened in shear with NSM CFRP laminates”. Em: *Engineering Structures* 32.2, pp. 373–384.
- Dirar, S., J. Lees e C. Morley (2012). “Precracked reinforced concrete T-beams repaired in shear with bonded carbon fiber-reinforced polymer sheets”. Em: *ACI Structural Journal* 109.2, p. 215.
- El-Maaddawy, T. e Y. Chekfeh (2013). “Shear strengthening of t-beams with corroded stirrups using composites”. Em: *ACI Structural Journal* 110.5, p. 779.
- Hu, HT. e W.C. Schnobrich (1989). “Constitutive modeling of concrete by using nonassociated plasticity”. Em: *Journal of Materials in Civil Engineering* 1.4, pp. 199–216.
- Institution, British Standards (2004). *Eurocode 2: Design of Concrete Structures: Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings*. British Standards Institution.
- Jankowiak, T. e T. Lodygowski (2005). “Identification of parameters of concrete damage plasticity constitutive model”. Em: *Foundations of civil and environmental engineering* 6.1, pp. 53–69.

- Khalifa, A. e A. Nanni (2002). “Rehabilitation of rectangular simply supported RC beams with shear deficiencies using CFRP composites”. Em: *Construction and building materials* 16.3, pp. 135–146.
- Khalifa, A., W. J. Gold, A. Nanni e Abdel A. (1998). “Contribution of externally bonded FRP to shear capacity of RC flexural members”. Em: *Journal of Composites for Construction* 2.4, pp. 195–202.
- Kim, I., J. O. Jirsa e O. Bayrak (2013). “Anchorage of carbon fiber-reinforced polymer on side faces of reinforced concrete beams to provide continuity”. Em: *ACI Structural Journal* 110.6, p. 1089.
- Kim, Y., K. Quinn, W. M. Ghannoum e J. O Jirsa (2014). “Strengthening of reinforced concrete T-beams using anchored CFRP materials”. Em: *ACI Structural Journal* 111.5, p. 1027.
- Kmiecik, P. e M. Kamiński (2011). “Modelling of reinforced concrete structures and composite structures with concrete strength degradation taken into consideration”. Em: *Archives of civil and mechanical engineering* 11.3, pp. 623–636.
- Lee, J. e G. L. Fenves (1998). “Plastic-damage model for cyclic loading of concrete structures”. Em: *Journal of engineering mechanics* 124.8, pp. 892–900.
- Lu, XZ., JG. Teng, LP. Aye e JJ; Jiang (2005). “Bond–slip models for FRP sheets/plates bonded to concrete”. Em: *Engineering structures* 27.6, pp. 920–937.
- Lubliner, J., J. Oliver, S. Oller e E. Onate (1989). “A plastic-damage model for concrete”. Em: *International Journal of solids and structures* 25.3, pp. 299–326.
- Machado, A. (2010). “Manual de reforço das estruturas de concreto armado com fibras de carbono”. Em: *São Paulo: Viapol*.
- Matthys, S. (2000). “Structural behaviour and design of concrete members strengthened with externally bonded FRP reinforcement”. Tese de doutorado. Ghent University.
- Mofidi, A. e O. Chaallal (2014). “Effect of steel stirrups on shear resistance gain due to externally bonded fiber-reinforced polymer strips and sheets”. Em: *ACI Structural Journal* 111.2, p. 353.
- Monti, G. (2007). “Tests and design equations for FRP-strengthening in shear”. Em: *Construction and Building Materials* 21.4, pp. 799–809.
- Obaidat, Y. (2011). *Structural retrofitting of concrete beams using FRP-debonding issues*. Department of Construction Sciences, Lund University.

- Obaidat, Y. T., S. Heyden e O. Dahlblom (2010). “The effect of CFRP and CFRP/concrete interface models when modelling retrofitted RC beams with FEM”. Em: *Composite Structures* 92.6, pp. 1391–1398.
- Obaidat, Y. T., S. Heyden, O. Dahlblom, G. Abu-Farsakh e Y. Abdel-Jawad (2011). “Retrofitting of reinforced concrete beams using composite laminates”. Em: *Construction and Building Materials* 25.2, pp. 591–597.
- Pellegrino, C e C. Modena (2006). “Fiber-reinforced polymer shear strengthening of reinforced concrete beams: experimental study and analytical modeling”. Em: *ACI Structural Journal* 103.5, p. 720.
- Salles, N. M. (2000). “Comportamento ao cisalhamento de vigas T de concreto armado reforçadas com compósitos de fibra de carbono”. Em: *Brasília: ENC/FT/UnB*.
- Sarturi, F. D. (2014). “Simulação computacional de estruturas de concreto reforçadas com aço e compósitos de fibra de carbono”.
- Taerwe, L., H. Khalil e S. Matthys (1997). “Behaviour of RC beams strengthened in shear by external CFRP sheets”. Em: *Proceedings of the Third International Symposium on Non-Metallic (FRP) Reinforcement for Concrete Structures (FRPRCS-3), Sapporo (Japan), 14-16 oktober Volume 1*.
- Torres, I. F. (2003). “Desenvolvimento e aplicação do método dos elementos finitos generalizados em análise tridimensional não-linear de sólidos”. Tese de doutorado. Universidade de São Paulo.
- Triantafillou, T. C. (1998). “Shear strengthening of reinforced concrete beams using epoxy-bonded FRP composites”. Em: *Structural Journal* 95.2, pp. 107–115.
- Triantafillou, T. C. e C. P. Antonopoulos (2000). “Design of concrete flexural members strengthened in shear with FRP”. Em: *Journal of composites for construction* 4.4, pp. 198–205.
- Tumialan, R. P. (2007). “Performance evaluation of existing analytical methods to compute the shear contribution provided by externally bonded FRP sheets in concrete structures”. Em:
- Xu, X., Y. Liu e J. He (2014). “Study on mechanical behavior of rubber-sleeved studs for steel and concrete composite structures”. Em: *Construction and Building Materials* 53, pp. 533–546.
- Zhang, J., Z. Zhang e C. Chen (2010). “Yield criterion in plastic-damage models for concrete”. Em: *Acta Mechanica Solida Sinica* 23.3, pp. 220–230.