



**REDUÇÃO DE ORDEM PARAMÉTRICA DE MODELOS
APLICADA À ANÁLISE DE ESTABILIDADE
ELETROMECCÂNICA A PEQUENOS SINAIS
EM SISTEMAS DE POTÊNCIA**

YUSSEF GUARDIA ISMAEL ACLE
ORIENTADOR: FRANCISCO DAMASCENO FREITAS

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

FACULDADE DE TECNOLOGIA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

REDUÇÃO DE ORDEM PARAMÉTRICA DE MODELOS
APLICADA À ANÁLISE DE ESTABILIDADE
ELETROMECCÂNICA A PEQUENOS SINAIS EM SISTEMAS
DE POTÊNCIA

YUSSEF GUARDIA ISMAEL ACLE

ORIENTADOR: FRANCISCO DAMASCENO FREITAS

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM
ENGENHARIA ELÉTRICA

PUBLICAÇÃO: PPGEE.DM - 663/2017

BRASÍLIA/DF: 6 DE JULHO - 2017

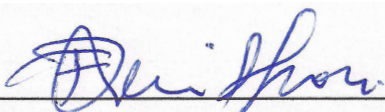
UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

REDUÇÃO DE ORDEM PARAMÉTRICA DE MODELOS
APLICADA À ANÁLISE DE ESTABILIDADE
ELETROMECAÂNICA A PEQUENOS SINAIS EM SISTEMAS
DE POTÊNCIA

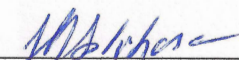
YUSSEF GUARDIA ISMAEL ACLE

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO
DE ENGENHARIA ELÉTRICA DA FACULDADE DE TECNOLOGIA
DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA, COMO PARTE DOS REQUISITOS
NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM
ENGENHARIA ELÉTRICA.

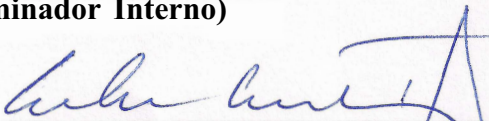
APROVADA POR:



Prof. Francisco Damasceno Freitas, Dr. (ENE-UnB)
(Orientador)



Prof. João Yoshiyuki Ishihara, Dr. (ENE-UnB)
(Examinador Interno)



Dr. Nelson Martins, Ph. D.
(Examinador Externo)

BRASÍLIA/DF, 6 DE JULHO DE 2017

FICHA CATALOGRÁFICA

ACLE, YUSSEF GUARDIA ISMAEL

REDUÇÃO DE ORDEM PARAMÉTRICA DE MODELOS
APLICADA À ANÁLISE DE ESTABILIDADE ELETROMECAÂNICA
A PEQUENOS SINAIS EM SISTEMAS DE POTÊNCIA.

[Distrito Federal] 2017.

xvi, 135 páginas, 297 mm (ENE/FT/UnB, Mestre, Engenheiros Eletricistas,
2017). Dissertação de Mestrado - Universidade de Brasília.

Faculdade de Tecnologia. Departamento de Engenharia Elétrica.

- | | |
|---------------------------------|---------------------------|
| 1. Redução de Ordem Paramétrica | 2. Truncamento Balanceado |
| 3. Métodos ADI | 4. Ajuste de PSS |
| I. ENE/FT/UnB | II. Título |

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

Acle, Y. G. I. (2017). REDUÇÃO DE ORDEM PARAMÉTRICA DE MODELOS APLICADA À ANÁLISE DE ESTABILIDADE ELETROMECAÂNICA A PEQUENOS SINAIS EM SISTEMAS DE POTÊNCIA. Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica, Publicação PPGEE.DM-663/2017, Departamento de Engenharia Elétrica, Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 135 páginas.

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Yussef Guardia Ismael Acle

TÍTULO: REDUÇÃO DE ORDEM PARAMÉTRICA DE MODELOS APLICADA À ANÁLISE DE ESTABILIDADE ELETROMECAÂNICA A PEQUENOS SINAIS EM SISTEMAS DE POTÊNCIA

GRAU / ANO: Mestre em Engenharia Elétrica / 2017

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta monografia de graduação e para emprestar tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta monografia de graduação pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

Yussef Guardia Ismael Acle

Brasília – DF

AGRADECIMENTOS

Agradeço pela oportunidade de realizar este trabalho de mestrado do curso de Engenharia Elétrica, que me forneceu esta importante formação acadêmica. Agradeço ao Professor Francisco Damasceno por me ajudar e orientar neste trabalho. Agradeço aos senhores desta banca examinadora, pelas contribuições que poderão agregar a este trabalho e a trabalhos futuros.

Agradeço aos meus pais, os quais nada impediu que tudo me provesses. Espero que este trabalho possa expressar minha gratidão.

Yussef

REDUÇÃO DE ORDEM PARAMÉTRICA DE MODELOS APLICADA À ANÁLISE DE ESTABILIDADE ELETROMECHANICA A PEQUENOS SINAIS EM SISTEMAS DE POTÊNCIA

AUTOR: Yussef Guardia Ismael Acle

ORIENTADOR: FRANCISCO DAMASCENO FREITAS

Trabalho de Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade de Brasília. Brasília/DF: 6 DE JULHO - 2017

Palavras-chave: Redução de Ordem Paramétrica de Modelo, Estabilidade a pequenos sinais, Truncamento Balanceado, Método ADI, SLRCF-ADI, Matriz Jacobiana Aumentada, Estabilizador de Sistemas de Potência, PacDyn

RESUMO

Este trabalho propõe, detalha e investiga quatro abordagens para Redução de Ordem Paramétrica de Modelos (ROPM), aplicadas em estabilidade eletromecânica a pequenos sinais de Sistemas de Potência. Cada abordagem é aplicada sobre um sistema na representação de sistema descritor com matriz jacobiana aumentada, resultando em um sistema reduzido com determinados parâmetros de interesse explicitamente acessíveis. O método de Truncamento Balanceado via SLRCF-ADI foi empregado na redução da parte do sistema que não varia com os parâmetros de interesse.

A primeira abordagem proposta considera como constantes as matrizes de transformação de ordem, obtidas na redução de ordem de modelo (ROM) em determinada configuração de parâmetros e as reaproveita para gerar modelos reduzidos em outras configurações de parâmetros de interesse. A segunda abordagem retira do sistema as equações e variáveis associadas, no caso, a Estabilizadores de Sistemas de Potência (ESP), realiza a ROM e, em seguida, utiliza uma metodologia proposta para reacoplar as equações dos ESPs. A terceira abordagem é semelhante à segunda, porém retira do sistema apenas as equações que contém os parâmetros de interesse. A quarta abordagem associa ramos em paralelo a ramos que contenham parâmetros de interesse, realiza a ROM sem estes ramos paralelos, e os reacopla ao sistema reduzido.

Testes foram efetuados buscando-se avaliar o desempenho de cada abordagem de redução paramétrica em diferentes circunstâncias. Dada a grande quantidade de variações e graus de liberdade, alguns testes específicos foram selecionados para a avaliação de desempenho.

Ao final, as abordagens foram aplicadas no ajuste de ESPs via análise de lugar geométrico das raízes, com finalidade de realocar modos instáveis e pouco amortecidos presentes no sistema. As segunda, terceira e quarta abordagens apresentaram resultados mais do que satisfatórios quanto à suas capacidades de manter resposta em frequência, no tempo e estabilidade de seus modos muito próximos do comportamento do sistema original, a níveis de erro aceitáveis.

PARAMETRIC MODEL ORDER REDUCTION APPLIED IN SMALL-SIGNAL ELECTROMECHANICAL OF POWER SYSTEMS

AUTHOR: Yussef Guardia Ismael Acle

SUPERVISOR & ADVISOR: FRANCISCO DAMASCENO FREITAS

Concluding Dissertation of Electrical Engineering Master's Degree – Electrical Engineering Graduate Program at University of Brasilia. Brasilia/DF: JULY, 6 - 2017

Keywords: Parametric Model Order Reduction, Small-signal Stability, Balanced Truncation, ADI method, SLRCF-ADI, Unreduced Jacobian Matrix, Power System Stabilizer, PacDyn

ABSTRACT

This work proposes and investigates four approaches for parametric model order reduction (PMOR), which are applied to the power system small-signal stability problem. Each PMOR approach is determined considering a power system model whose modeling is based on a highly sparse descriptor system representation also known as unreduced Jacobian matrix approach. The problem formulation is established in such way to take into account explicitly accessible parameters of the original problem and a constant portion. This constant part in general has large scale dimension. Balanced Truncation via SLRCF-ADI method was employed for the reduction of the constant part of the system.

The first PMOR approach assumes that the transformation matrices to determine the PMOR are constant, because they are computed for fixed parameters. Despite be constant, they are employed to compute MORs for a parameter range around the fixed ones. The second approach considers that the equations and variables associated to a given controller are removed from the full order model (FOM). Then a MOR is computed from the remaining FOM. After this step, the removed equations and preserved variables are reincorporated to the MOR. The third PMOR approach is similar to the second one; however it removes from the FOM only the equations that contain parameters of interest. The fourth approach associates parallel branches to those branches that contain only parameters of interest. Then it is computed the MOR without those parallel branches and finally recouple them to the reduced system.

Experiments were performed in a large-scale power system model in order to evaluate each PMOR approach performance. The approaches were employed for tuning Power System Stabilizer (PSS) via Root Locus analysis. The second, third and fourth PMOR approaches presented better performances regarding their capacity to maintain frequency and time responses and modal stability very close to the original system behavior. But the fourth approach presented the best performance regarding parameter range changing and smaller model order than second and third approaches.

Sumário

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	MOTIVAÇÃO E ESTADO DA ARTE	1
1.2	OBJETIVOS DESTA TRABALHO	3
1.3	CONTRIBUIÇÕES DESTA DISSERTAÇÃO	4
1.4	ORGANIZAÇÃO DO TEXTO	6
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	7
2.1	MATRIZES, AUTOVALORES E AUTOVETORES	7
2.2	ORTONORMALIZAÇÃO E DECOMPOSIÇÕES MATRICIAIS	9
2.3	REPRESENTAÇÃO EM ESPAÇO DE ESTADOS E SISTEMA DESCRITOR	11
2.4	ESPARSIDADE DE MATRIZES E OPERAÇÕES IMPLÍCITAS	13
2.5	ESTABILIDADE E EQUAÇÃO MATRICIAL DE LYAPUNOV	17
2.6	TRUNCAMENTO BALANCEADO DE FORMA GERAL	19
2.7	CÁLCULO DE MÚLTIPLAS RESPOSTAS EM FREQUÊNCIA	24
2.8	CONSIDERAÇÕES FINAIS DESTA CAPÍTULO	26
3	MÉTODO ADI	27
3.1	<i>Alternating Direction Implicit</i> (ADI)	27
3.2	MELHORIAS DO MÉTODO DE TRABALHOS ANTERIORES	28
3.3	OBTENÇÃO DOS PARÂMETROS ADI	33
3.4	RAZÕES PARA A ESCOLHA DESTA MÉTODO	34
3.5	CONSIDERAÇÕES FINAIS DESTA CAPÍTULO	34
4	MODELAGEM DE SEP E PACDYN	35
4.1	TRANSFORMADOR DE DOIS ENROLAMENTOS	35
4.2	LINHAS DE TRANSMISSÃO	37
4.3	MATRIZ DE ADMITÂNCIA DE BARRA	39
4.4	PROBLEMA DE FLUXO DE CARGA	39
4.5	GERADOR SÍNCRONO	41
4.6	NOÇÕES DE ESTABILIDADE ELETROMECAÂNICA	43
4.7	REGULADOR DE TENSÃO E PSS	44

4.8	INFORMAÇÕES ADICIONAIS DO PACDYN	46
4.9	EXEMPLO COM SISTEMA MÁQUINA-BARRA INFINITA	49
4.10	CONSIDERAÇÕES FINAIS DESTE CAPÍTULO	52
5	ABORDAGENS PARA REDUÇÃO PARAMÉTRICA	53
5.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS	53
5.2	ABORDAGEM NO. 1	54
5.3	ABORDAGEM NO. 2	55
5.4	ABORDAGEM NO. 3	60
5.5	ABORDAGEM NO. 4	63
5.6	PROPOSTA DE PADRONIZAÇÃO PARA AS ABORDAGENS 3 E 4	66
5.7	CONSIDERAÇÕES FINAIS DESTE CAPÍTULO	69
6	RESULTADOS DE TESTES COMPUTACIONAIS	70
6.1	ANÁLISE PRÉVIA E CONDIÇÕES DE REALIZAÇÃO DOS TESTES	70
6.2	TESTES DE DESEMPENHO DAS ABORDAGENS PROPOSTAS	84
6.2.1	TESTES DE DESEMPENHO DA ABORDAGEM 1	84
6.2.2	TESTES DE DESEMPENHO DA ABORDAGEM 2	91
6.2.3	TESTES DE DESEMPENHO DA ABORDAGEM 3	94
6.2.4	TESTES DE DESEMPENHO DA ABORDAGEM 4	97
6.2.5	COMPARAÇÃO ENTRE AS ABORDAGENS	101
6.3	AJUSTE DE PSS VIA <i>Root Locus</i>	104
6.3.1	SISTEMA TESTE COMPLETO	105
6.3.2	SISTEMA RESULTANTE DA ABORDAGEM 1	108
6.3.3	SISTEMA RESULTANTE DA ABORDAGEM 2	111
6.3.4	SISTEMA RESULTANTE DA ABORDAGEM 3	113
6.3.5	SISTEMA RESULTANTE DA ABORDAGEM 4	115
6.3.6	COMPARAÇÃO ENTRE AS ABORDAGENS	117
6.4	CONSIDERAÇÕES FINAIS DESTE CAPÍTULO	120
7	CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	121
7.1	CONCLUSÕES GERAIS	121
7.2	SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS	124
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	125
	APÊNDICE A	132
	APÊNDICE B	134

Lista de Tabelas

4.1	Tabela das variáveis do PSS.	51
6.1	Parâmetros selecionados e valores iniciais \mathbf{p}_0	71
6.2	Polos Indesejáveis e os respectivos fatores de participação, em módulo .	78
6.3	Polos e fatores de participação resultantes, em módulo, após pequeno ajuste nos PSSs de Espora e Capivara.	80
6.4	Definição de outras configurações de parâmetros em \mathbf{p}	89
6.5	Definição de outras configurações de parâmetros em \mathbf{p}	99
6.6	Valores médios de Tempo de Processamento (TP)	103

Lista de Figuras

2.1	Estrutura matricial da matriz de estado A	14
2.2	Estrutura matricial da matriz jacobiana aumentada A_a	14
4.1	(a) Diagrama unifilar ilustrando modelo de transformador com dois enrolamentos, com tap do lado da barra m ; (b) Circuito elétrico equivalente em π para representar um transformador com tap.	36
4.2	(a) Modelo de transformador com tap em ambos os lados; (b) Circuito equivalente do transformador com tap em ambos os lados.	36
4.3	(a) Modelo de LT diferencial com a distância; (b) Modelo de LT média com parâmetros concentrados.	38
4.4	(a) Modelo de gerador síncrono de polos salientes; (b) Diagrama da Transformada de Park.	42
4.5	Modelo de RAT estático rápido.	45
4.6	Modelo de RAT de Excitação IEEE do tipo 1.	45
4.7	Modelo de RAT de Excitação IEEE do tipo 2.	45
4.8	Modelo com topologia genérica de PSS com um ganho, dois estágios de avanço/atraso de fase e um bloco <i>washout</i>	46
4.9	Diagrama para variáveis de entrada no sistema gerado pelo PACDYN.	48
4.10	Estrutura utilizada pelo PacDyn para a construção da matriz Jacobiana aumentada.	48
4.11	Modelo PSS com blocos LDLG decompostos conforme PacDyn.	49
4.12	Modelo de sistema máquina-barra infinita.	49
4.13	Diagrama de blocos do sistema exemplo com PSS em detalhes.	50
4.14	Diagrama de blocos do sistema exemplo com ramos LDLG do PSS desmembrados.	50
4.15	(a) <i>Root Locus</i> do sistema exemplo para variação do ganho do PSS; (b) Ampliação do mesmo <i>Root Locus</i>	52
5.1	Diagrama da abordagem n° 2.	56
5.2	Modelo genérico de PSS.	60
5.3	Modelo genérico de PSS conforme PacDyn.	61

5.4	Região problemática do PSS após se retirar eq. (5.29).	61
5.5	Acréscimo de variáveis auxiliares ao PSS para contornar problema na Fig. 5.4.	62
5.6	Desmembramento de ramos do PSS com parâmetros de interesse.	63
5.7	Acréscimo de ramos em paralelo ao modelo de PSS.	64
5.8	Desmembramento dos ramos em paralelo no PSS.	65
5.9	Acréscimo de variáveis auxiliares aos ramos em paralelo no PSS.	65
5.10	Desmembramento de ramos do PSS conforme abordagem nº 4.	66
5.11	Diagrama para equações adicionais.	67
5.12	Diagrama de bloco de avanço e atraso decomposto em dois ramos paralelos.	67
6.1	Diagrama de blocos do PSS de Itaipu (60 Hz) com os parâmetros.	73
6.2	Diagrama de blocos do PSS de Jacuí com os parâmetros.	73
6.3	Diagrama de blocos do PSS de Xingó com os parâmetros.	74
6.4	Diagrama linearizado do PSS de Xingó com os parâmetros.	75
6.5	Região de polos indesejáveis.	76
6.6	Polos do sistema original no plano complexo.	77
6.7	Polos do sistema original no plano complexo (ampliado).	77
6.8	Polos do sistema após pequeno ajuste nos PSSs das usinas de Espora e Capivara.	79
6.9	Magnitude da resposta em frequência H_{11}	82
6.10	Magnitude das demais respostas em frequência H_{ij}	83
6.11	IER em \mathbf{p}_0 em função da ordem k utilizada pelo Truncamento Balanceado.	84
6.12	(a) Resposta em frequência para diferentes números de iterações ADI; (b) Desvio em frequência para diferentes números de iterações ADI.	85
6.13	(a) Resposta em frequência para diferentes ordens do MOR; (b) Desvio em frequência para diferentes ordens do MOR.	85
6.14	IER na variação de γ_{Itaipu} , diferentes números de iterações ADI.	86
6.15	IER na variação de γ_{Itaipu} , diferentes ordens do MOR.	86
6.16	Polos do sistema teste quando $\gamma_{Itaipu} = 0.2184$	87
6.17	Ilustração do efeito de polo sobre eixo imaginário.	87
6.18	IER na variação de γ_{Xingo} , diferentes números de iterações ADI.	88
6.19	IER na variação de γ_{Xingo} , diferentes ordens do MOR.	89
6.20	IER na variação de γ_{Itaipu} , ROM em diferentes parâmetros.	90
6.21	IER na variação de γ_{Xingo} , ROM em diferentes parâmetros.	90
6.22	IER em função da ordem k utilizada pelo método ADI, sistema teste original e auxiliares.	91

6.23	(a) Resposta em frequência para diferentes ordens do MOR; (b) Desvio em frequência para diferentes ordens do MOR.	92
6.24	IER na variação de γ_{Itaipu} , diferentes valores para k	93
6.25	IER na variação de γ_{Xingo} , diferentes valores para k	93
6.26	IER em função da ordem k utilizada pelo método ADI, sistema teste original e auxiliares.	94
6.27	(a) Resposta em frequência para diferentes ordens do MOR; (b) Desvio em frequência para diferentes ordens do MOR.	95
6.28	IER na variação de γ_{Itaipu} , diferentes valores para k	96
6.29	IER na variação de γ_{Xingo} , diferentes valores para k	96
6.30	IER em \mathbf{p}_0 em função da ordem k utilizada pelo Truncamento Balanceado.	97
6.31	(a) Resposta em frequência para diferentes ordens do MOR; (b) Desvio em frequência para diferentes ordens do MOR.	98
6.32	IER na variação de γ_{Itaipu} , diferentes valores para k	98
6.33	IER na variação de γ_{Xingo} , diferentes valores para k	99
6.34	IER na variação de γ_{Itaipu} , ROM em diferentes parâmetros.	100
6.35	IER na variação de γ_{Xingo} , ROM em diferentes parâmetros.	100
6.36	IER em \mathbf{p}_0 em função da ordem k utilizada pelo Truncamento Balanceado, diferentes abordagens.	101
6.37	IER na variação de γ_{Itaipu} , diferentes abordagens, $k = 200$	102
6.38	IER na variação de γ_{Xingo} , diferentes abordagens, $k = 200$	102
6.39	<i>Root Locus</i> do sistema teste pela variação (a) do ganho do PSS de Itaipu; (b) da constante de tempo do PSS de Xingó; (c) do ganho do PSS de Jacuí; (d) da constante de tempo do PSS de Jacuí.	105
6.40	<i>Root Locus</i> do ajuste no sistema completo que resulta na estabilização.	107
6.41	<i>Root Locus</i> de ajuste no sistema completo que resulta na estabilização.	107
6.42	<i>Root Locus</i> do sistema resultante da Abordagem 1 pela variação (a) do ganho do PSS de Itaipu; (b) da constante de tempo do PSS de Xingó; (c) do ganho do PSS de Jacuí; (d) da constante de tempo do PSS de Jacuí.	108
6.43	<i>Root Locus</i> do ajuste no sistema resultante da Abordagem 1 que resulta na estabilização do sistema teste.	109
6.44	(a) Resposta no tempo ao degrau do sistema resultante da Abordagem 1 comparada à resposta do FOM; (b) Desvio absoluto no tempo entre estas curvas.	110

6.45	<i>Root Locus</i> do sistema resultante da Abordagem 2 pela variação (a) do ganho do PSS de Itaipu; (b) da constante de tempo do PSS de Xingó; (c) do ganho do PSS de Jacuí; (d) da constante de tempo do PSS de Jacuí.	111
6.46	<i>Root Locus</i> do ajuste no sistema resultante da Abordagem 2 que resulta na estabilização do sistema teste.	112
6.47	(a) Resposta no tempo ao degrau do sistema resultante da Abordagem 2 comparada à resposta do FOM; (b) Desvio absoluto no tempo entre estas curvas.	112
6.48	<i>Root Locus</i> do sistema resultante da Abordagem 3 pela variação (a) do ganho do PSS de Itaipu; (b) da constante de tempo do PSS de Xingó; (c) do ganho do PSS de Jacuí; (d) da constante de tempo do PSS de Jacuí.	113
6.49	<i>Root Locus</i> do ajuste no sistema resultante da Abordagem 3 que resulta na estabilização do sistema teste.	114
6.50	(a) Resposta no tempo ao degrau do sistema resultante da Abordagem 3 comparada à resposta do FOM; (b) Desvio absoluto no tempo entre estas curvas.	114
6.51	<i>Root Locus</i> do sistema resultante da Abordagem 4 pela variação (a) do ganho do PSS de Itaipu; (b) da constante de tempo do PSS de Xingó; (c) do ganho do PSS de Jacuí; (d) da constante de tempo do PSS de Jacuí.	115
6.52	<i>Root Locus</i> do ajuste no sistema resultante da Abordagem 4 que resulta na estabilização do sistema teste.	116
6.53	(a) Resposta no tempo ao degrau do sistema resultante da Abordagem 4 comparada à resposta do FOM; (b) Desvio absoluto no tempo entre estas curvas.	116
6.54	<i>Root Loci</i> gerado pela variação do ganho do PSS de Itaipu (γ_{Itaipu}). . .	117
6.55	<i>Root Loci</i> gerado pela variação da constante de tempo do PSS de Xingó (γ_{Xingo}).	118
6.56	<i>Root Loci</i> gerado pela variação do ganho do PSS de Jacuí (γ_{Jacui}^{ganho}). . . .	118
6.57	<i>Root Loci</i> gerado pela variação da constante de tempo do PSS de Jacuí (γ_{Jacui}^{tempo}).	119
6.58	<i>Root Loci</i> do ajuste que resulta na estabilização do sistema teste. . . .	119

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolos Latinos

M	Matriz genérica
A, B, C, D	Matrizes de estado, entrada, saída e de transmissão direta
\mathbf{x}	Vetor de variáveis de estado
$\dot{\mathbf{x}}$	Derivada de \mathbf{x} no tempo
\mathbf{u}	Vetor de entradas
\mathbf{y}	Vetor de saídas
\mathbf{z}	Vetor de variáveis algébricas
f	Frequência em Hz
$H(s)$	Resposta em frequência com variável s
$J_1, J_2, J_3,$ $J_4, B_1, B_2,$ C_1, C_2, D_a	Matrizes esparsas da representação descritora
A_a, B_a, C_a	Matrizes esparsas aumentadas da representação descritora
X_B, X_C	Matrizes gramianas de controlabilidade e observabilidade
T_L, T_R	Matrizes de transformação de ordem esquerda e direita
$A_R, B_R,$ C_R, D_R	Representação do MOR em espaço de estados
k	Ordem do MOR
$A_S, B_S,$ C_S, D_S	Sistema originado dos polos e resíduos capturados pelo SADPA
Z_B, Z_C	Fatores de Cholesky das matrizes gramianas de controlabilidade e observabilidade
H^+, H^-	Matrizes de <i>Ritz</i> referentes a A e A^{-1}
k^+, k^-	Número de valores de <i>Ritz</i> referentes a A e A^{-1}
\mathcal{K}_w^E	Subespaço estendido de Krylov de dimensão $2w$
\mathbf{p}	vetor de parâmetros utilizados na ROPM
\mathbf{p}_0	vetor de valores iniciais dos parâmetros utilizados na ROPM

Símbolos Gregos

σ_i	i -ésimo valor singular
μ_i	O i -ésimo parâmetro ADI
α	Shift ou deslocamento realizado para estabilizar sistemas
λ_i	Autovalor i
ω	Frequência angular, em rad/s
β	Valor de shift para funcionamento da fatoração de Cholesky

Siglas

FOM	<i>Full Order Model</i>
MOR	Modelo de Ordem Reduzida
ROM	Redução de Ordem de Modelo
ROPM	Redução de Ordem Paramétrica de Modelo
CEPEL	Centro de Pesquisas de Energia Elétrica
SADPA	<i>Subspace Accelerated Dominant Pole Algorithm</i>
SVD	<i>Singular Value Decomposition</i>
ADI	<i>Alternate Direction Implicit</i>
LR-ADI	<i>Low Rank ADI</i>
LRCF-ADI	<i>Low Rank Cholesky Factors ADI</i>
SLRCF-ADI	<i>Sparse LRCF-ADI</i>
EKS	<i>Extended Krylov Subspace</i>
TP	Tempo de Processamento (em segundos)
IER	Índice de Erro Relativo
MATLAB	Matrix Laboratory, <i>software</i> interativo de alta performance voltado para o cálculo numérico
PACDYN	Programa de Análise Linear e Controle do Amortecimento de Oscilações em Sistemas de Potência
PSS	<i>Power System Stabilizers</i>
ESP	<i>Estabilizador de Sistemas de Potência</i>
pu	Por unidade
SEP	Sistema Elétrico de Potência

Capítulo 1 INTRODUÇÃO

1.1 MOTIVAÇÃO E ESTADO DA ARTE

Os sistemas elétricos de potência, quando modelados em determinado ponto de operação, levam a representações lineares que podem incluir centenas, milhares e mesmo milhões de estados [1, 2]. A análise desses modelos, para fins de estudos de estabilidade, controle, resposta em frequência e no tempo, etc., pode demandar muito tempo de processamento, ou até mesmo se tornar inviável. Por isso, justifica-se a importância para a investigação da redução de ordem de tais modelos. Neste tipo de estudo, ocorre a geração de modelos de ordens significativamente inferiores aos originais, mas com comportamento e respostas praticamente iguais aos do sistema original (FOM, *Full Order Model*). Esses modelos são conhecidos como modelos de ordem reduzida (MOR).

Diversas técnicas para a redução de ordem de sistemas lineares são encontradas na literatura científica. Entre as mais contempladas estão o truncamento modal [3–9] e o truncamento balanceado [3, 7, 10–17]. Esta última é o alvo de enfoque no presente trabalho.

Truncamento modal baseia-se na identificação dos polos dominantes de um sistema original e na constituição de um MOR com esses polos e seus respectivos resíduos. Um dos métodos mais eficientes para o cálculo exato dos polos dominantes é o *Subspace Accelerated Dominant Pole Algorithm* (SADPA) [9]. Este algoritmo tem sido utilizado em diversos trabalhos e frequentemente adaptado e combinado a outros métodos.

Uma desvantagem dos métodos de truncamento modal, em comparação com métodos de truncamento balanceado, está na necessidade do cálculo de um número maior de polos para a realização do sistema reduzido, podendo requerer considerável tempo de processamento [7].

Truncamento balanceado não objetiva o cálculo exato dos polos dominantes do sistema original, mas sim um MOR de ordem bastante reduzida e com alta fidedignidade de respostas e comportamento em relação ao modelo original.

Entre os métodos de truncamento balanceado mais competitivos destacados na literatura se encontram os métodos que envolvem fatores *Alternate Direction Implicit* (ADI) [3, 10–12] e os métodos baseados em projeções em subespaços de Krylov [13–17]. Estes métodos para truncamento balanceado são capazes de realizar a redução de ordem em tempos inferiores ao do truncamento modal, por exemplo, e ainda mantêm relativa qualidade no desempenho dos MORs gerados.

O truncamento balanceado se inicia pela resolução de um par de equações matriciais de Lyapunov, denominadas de controlabilidade e de observabilidade. Além disso, as soluções das equações de Lyapunov, por exemplo, X_B e X_C , são chamadas de matrizes gramianas de controlabilidade e de observabilidade, respectivamente. Em seguida, são computados os valores singulares de Hankel pela decomposição em SVD (do inglês, *Singular Value Decomposition*) do produto $X_B^* X_C$ (a notação de uma matriz genérica X^* refere-se à matriz transposta conjugada de X). O truncamento balanceado ocorre no sentido de desprezar os valores de Hankel de menor magnitude. As matrizes de vetores singulares à direita e à esquerda são ajustadas em dimensões apropriadas de acordo com o truncamento efetuado e utilizadas para a obtenção do MOR por meio do truncamento balanceado de raiz quadrada [3, 12, 17].

Adicionalmente, é possível se levar em conta também a necessidade de se reduzir um modelo e se impor a condição de que o sistema MOR acompanhe o comportamento do FOM original para uma dada variação de parâmetros do modelo, em uma faixa de interesse, dentro de níveis de erro aceitáveis. Neste caso, o processo é denominado Redução de Ordem Paramétrica de Modelo (ROPM), traduzido do inglês *Parametric Model Order Reduction* (*pMOR*) [18–21]; porém poderia ser traduzido como Redução de Ordem de Modelos Parametrizados, uma opção que pode evitar ambiguidades.

Há vários trabalhos e investigações nesse assunto [18–30]. Contudo, a maioria deles envolve amostragens de valores dos parâmetros de interesse, a realização de redução de ordem com o sistema FOM, constante, configurado em cada um destes valores amostrados dos parâmetros, gerando-se os chamados modelos reduzidos locais

(MORs locais) e, por fim, técnicas de interpolação destes MORs locais de forma a permitir a variação paramétrica. A necessidade de reduzir o sistema FOM diversas vezes, como se fosse constante para cada uma das configurações de parâmetros amostrados, se torna uma clara desvantagem destas metodologias.

A principal contribuição deste trabalho é propor e detalhar uma nova metodologia de ROPM, em que é obtido um modelo resultante de ordem significativamente menor que o FOM original, porém com os parâmetros de interesse explicitamente acessíveis, de forma que o sistema resultante acompanhe o comportamento do FOM. Este tipo de abordagem não é usual na literatura, visto que na redução clássica o objetivo é obter um modelo reduzido, mas considerando-se o sistema FOM constante para um único ponto de operação.

Este processo de ROPM proposto pode ser aplicado nos estudos de estabilidade eletromecânica a pequenos sinais de Sistemas Elétricos de Potência (SEP), em que representações linearizadas do sistema elétrico possuem milhares e dezenas de milhares de variáveis. Uma aplicação vislumbrada trata-se do ajuste de Estabilizadores de Sistemas de Potência (ESPs) (do inglês, *Power System Stabilizers* - PSSs). Estes controladores são projetados com o objetivo de introduzir conjugado de amortecimento positivo no sistema visando a estabilização ou mesmo o amortecimento de oscilações eletromecânicas pouco amortecidas. Apenas alguns parâmetros do PSS, em geral, precisam ser explicitamente variados para a realização do ajuste, enquanto que algumas variáveis são fixadas na estrutura desse controlador. Outras aplicações de ROPM pode ser verificado em cálculos como respostas no tempo e frequência, assim como em análise modal.

1.2 OBJETIVOS DESTE TRABALHO

O presente trabalho tem a finalidade de estudar algumas abordagens para redução de ordem paramétrica de modelos utilizados em estudos de estabilidade eletromecânica a pequenos sinais de Sistemas Elétricos de Potência. Por meio de um processo de redução, deseja-se obter um sistema de ordem reduzida e, ainda, acesso a parâmetros de interesse do sistema explicitamente. Neste trabalho em específico, almeja-se acessar os parâmetros necessários para ajuste de ESPs ou PSSs.

Em termos mais específicos, os objetivos são:

- O levantamento teórico de conceitos fundamentais, modelagem de SEP e dos métodos de redução de ordem, em particular o truncamento balanceado pelo método SLRCF-ADI [3];
- Proposição e detalhamento de quatro abordagens de ROPM que permitam reduzir o modelo linear e ainda preservar o acesso a determinados parâmetros de interesse do sistema;
- Realização de testes buscando avaliar o desempenho de cada abordagem de redução paramétrica em diferentes circunstâncias. Dada a grande quantidade de variações e graus de liberdade, alguns testes específicos foram selecionados para a avaliação de desempenho;
- Realização de testes de ajuste de PSS com os sistemas resultantes de cada abordagem de ROPM, por meio de análise do lugar geométrico das raízes (*root locus*), com finalidade de realocar modos instáveis e pouco amortecidos presentes no sistema.

1.3 CONTRIBUIÇÕES DESTA DISSERTAÇÃO

Nesta dissertação, as principais contribuições são:

- Proposição e detalhamento de quatro abordagens para redução de ordem de modelos lineares mantendo-se o acesso explícito a determinados parâmetros de interesse, aplicado a análise de estabilidade eletromecânica a pequenos sinais de SEP;
- Avaliação de desempenho das quatro abordagens propostas, especificamente, por meio de testes de resposta em frequência e medição dos erros entre sistemas reduzidos e sistema original de ordem completa (em inglês, *Full Order Model - FOM*) ;
- Aplicação das abordagens propostas no ajuste de PSS para fins de estabilidade eletromecânica a pequenos sinais de SEP;

As contribuições na forma de produção de artigos relacionados ao assunto desta dissertação foram:

- Aceite do artigo “*Model Order Reduction Enhancement with Optimization Metaheuristics*” [31] no congresso internacional *CAIP 2017*, em que o método de otimização metaheurístico *Bees Algorithm* é aplicado sobre os polos, zeros e ganho de uma MOR com fins de melhorar seu desempenho;
- Aceite do artigo “*Conditioning of Unstable Systems for Model Order Reduction Computation of Large-scale Systems*” [32] no congresso internacional *CAIP 2017*, em que o efeito de polos instáveis é estudado por meio de deslocamento dos polos do modelo original, especificamente, por truncamento balanceado via EKS [13–17];
- Aceite do artigo “*Efeitos da ortonormalização na redução de ordem de modelos de sistema de potência por truncamento balanceado com projeção via EKS*” [33] no congresso nacional *SBAI 2017*, que propõe uma investigação sobre os efeitos de diferentes métodos de reortonormalização no processo de construção de matrizes que projetam equações matriciais algébricas de Lyapunov no subespaço estendido de Krylov (EKS), para o processo de ROM via truncamento balanceado [14–17]. Um novo esquema de reortonormalização é proposto, visando reduzir o tempo de processamento, ao mesmo tempo em que busca preservar a precisão dos resultados.

Outras contribuições visando estudos futuros, considerando possíveis incertezas de parâmetros foram:

- Aceite e publicação do artigo “*Effectiveness evaluation of the Lagrangian modified barrier function method on solving the optimal reactive power flow considering time-varying power demand*” [34] no periódico indexado *PRZEGLAD ELEKTROTECHNICZNY*, em que o método Função Lagrangiana Barreira Modificada é aplicado em sistema elétrico com demanda de potência variante no tempo e com incertezas;
- Aceite do artigo “*Reactive Optimal Power Flow with Stochastic Parameter solved via Method of Lagrangian Modified Barrier Function*” [35] no congresso internacional *CAIP 2017*, em que o método Função Lagrangiana Barreira Modificada é aplicado em sistema elétrico modelado com parâmetros estocásticos.

1.4 ORGANIZAÇÃO DO TEXTO

Esta dissertação possui 7 capítulos. Além deste capítulo introdutório, os demais são:

- **Capítulo 2**, em que são apresentados os conceitos teóricos gerais considerados essenciais para o entendimento do assunto desenvolvido nos capítulos seguintes;
- **Capítulo 3**, em que é realizado um levantamento teórico geral do método ADI e as melhorias que recebeu em trabalhos anteriores, assim como descrições e observações sobre sua forma de operação;
- **Capítulo 4**, em que são apresentados conceitos básicos de modelagem de SEP e informações sobre o programa PacDyn [36] (Programa de Análise Linear e Controle do Amortecimento de Oscilações em Sistemas de Potência), utilizado na modelagem de sistemas para estudos de estabilidade eletromecânica a pequenos sinais de SEP;
- **Capítulo 5**, em que são apresentadas quatro abordagens para redução de ordem paramétrica de forma a preservar o acesso a parâmetros de interesse. Os procedimentos para construção e obtenção do modelo reduzido resultante foram detalhados;
- **Capítulo 6**, em que são apresentados os principais resultados computacionais das comparações e análises de desempenho das quatro abordagens apresentadas no Capítulo 5. Em seguida, é realizada uma aplicação no ajuste de PSS por meio de análise de *Root Loci*, ou lugares geométricos das raízes;
- **Capítulo 7**, em que são discutidas as conclusões deste trabalho e são apresentadas sugestões para trabalhos futuros.

Capítulo 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O entendimento para a determinação de MOR passa pela compreensão dos fundamentos teóricos relativos ao cálculo de gramianiana. Por isso, este capítulo visa descrever a forma de representação do sistema dinâmico a ser estudado nos próximos capítulos, destacando as principais características entre uma abordagem por representação de estados e por sistema descritor. Com este intuito, ilustra-se como operações envolvendo matrizes esparsas conduzem a desdobramentos eficientes.

A finalidade neste ponto é focar o cálculo de gramianianas, por método tradicional, sem levar em conta aspectos de armazenamento esparsas das matrizes.

Um outro aspecto a ser considerado diz respeito ao cálculo de matrizes de transferência, na situação em que se considera haver parâmetros variáveis na matriz de estados. A determinação de procedimento que permita o cálculo mais eficiente dessas matrizes é apresentado ao final do capítulo.

2.1 MATRIZES, AUTOVALORES E AUTOVETORES

Seja uma matriz genérica M com n linhas e m colunas, ou seja, $M \in \mathbb{C}^{n \times m}$. Um elemento da i -ésima linha e j -ésima coluna de M será denotado por (m_{ij}) . Nesta seção são apresentadas algumas definições que serão utilizadas ao longo deste trabalho.

O *rank*, ou posto, da matriz M é o menor entre o máximo número de linhas linearmente independentes entre si e o máximo número de colunas linearmente independentes entre si [37, 38]. Ou ainda, $rank(M) = \min(dim(L_n), dim(C_m))$, em que L_n e C_m são, respectivamente, os subespaços de maior dimensão que podem ser gerados pelas linhas e colunas de M .

A transposta de M , denotada por M^T , consiste no rearranjo dos elementos de M de forma que, para cada linha i e coluna j de M^T , o elemento (m_{ij}^T) seja igual a

(m_{ji}) de M . A transposta conjugada de M , denotada M^* , é a matriz resultante após se obter o conjugado complexo elemento a elemento de M^T .

Uma matriz é simétrica se $M^T = M$, o que obriga que M seja matriz quadrada, ou seja, com mesmo número de linhas e colunas.

A inversa de uma matriz quadrada $M_{n \times n}$, denotada por M^{-1} , é tal que $MM^{-1} = M^{-1}M = I_{n \times n}$. A matriz identidade de ordem n será representada por $I_{n \times n}$. A inversa de M existe e é única se o rank de M é igual a n , ou seja, M é de posto completo, o que é equivalente à condição do determinante de M ser não nulo.

Uma matriz a elementos reais é ortogonal se $M^T M = M M^T = I_{n \times n}$, válido também somente para matrizes quadradas. Para os casos complexos, se uma matriz de norma unitária possui inversa igual à sua transposta conjugada, $M^{-1} = M^*$, é chamada de unitária.

O espaço nulo \mathcal{N} de uma matriz quadrada $M_{n \times n}$ é definido da seguinte forma: $\mathcal{N}(M) = \{x \in \mathbb{R}^n : Mx = \mathbf{0}\}$. Em outras palavras, é o espaço que engloba todas as soluções do sistema linear homogêneo para a matriz M . A seguinte propriedade é válida: $rank(M) + dim(\mathcal{N}(M)) = n$.

Os autovalores λ_i de uma matriz quadrada M são as soluções para a equação:

$$\det(\lambda I - M) = 0 \tag{2.1}$$

O polinômio $p(\lambda) = \det(\lambda I - M)$ é chamado de polinômio característico de M . O maior valor absoluto entre os autovalores é chamado de raio espectral de M . Para determinado autovalor λ_i de M , se existir um vetor não nulo x_i que satisfaça $(\lambda_i I - M)x_i = 0$, então x_i é chamado de autovetor (à direita) de M associado ao autovalor λ_i .

As soluções dos sistemas

$$(\lambda_i I - M)w_i = \mathbf{0} ,$$

para o i -ésimo autovalor λ_i de M , compõem os respectivos espaços nulos $\mathcal{N}(\lambda_i I - M)$. Cada vetor não nulo $w_i \in \mathbb{C}^n$ é chamado autovetor à direita de M associado ao autovalor λ_i [37–39].

Analogamente, as soluções dos sistemas

$$(\lambda_i^* I - M^*)v_i^* = \mathbf{0} ,$$

para o i -ésimo autovalor λ_i de M , compõem os respectivos espaços nulos $\mathcal{N}(\lambda_i^* I - M^*)$. Cada vetor não nulo $v_i \in \mathbb{C}^{1 \times n}$ é chamado autovetor à esquerda de M associado ao autovalor λ_i [37–39].

Uma matriz quadrada M a elementos reais é positiva definida se $x^T M x > 0$, para todo vetor $x \neq \mathbf{0}$. Neste caso, todos os autovalores de M são positivos. De forma análoga, chama-se matriz negativa definida se $x^T M x < 0$ para todo vetor $x \neq \mathbf{0}$, com autovalores todos negativos.

A norma-2 de um vetor, também chamada de norma euclidiana, é definida da seguinte forma [37]: $\|x\|_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^{\dim(x)} (x_i)^2}$. Para matrizes, a norma-2 é da forma $\|x\|_2 = \sqrt{\sigma(M)}$, em que $\sigma(M)$ é o maior autovalor de $M^T M$.

2.2 ORTONORMALIZAÇÃO E DECOMPOSIÇÕES MATRICIAIS

Decomposição QR

A fatoração QR [37,40] expressa uma matriz $M_{n \times m}$ como $M = QR$. A matriz Q é uma matriz ortogonal em $\mathbb{R}^{n \times n}$ e R é uma matriz triangular superior em $\mathbb{R}^{n \times m}$ [37,40]. Ainda existe a decomposição QR econômica, em que se $n > m$, apenas as m primeiras colunas de Q e as m primeiras linhas de R são computadas. Esta fatoração será utilizada para ortonormalizar entre si as colunas de determinada matriz.

Decomposição LUPQR

A decomposição LUPQR [41] consiste em uma decomposição aprimorada da fatoração LU de uma matriz, da forma $M = LU$, em que L é uma matriz triangular inferior e U é triangular superior.

Conforme padronizado em documentação de Matlab [40], a fatoração LUPQR é da forma $P(R^{-1}M)Q = LU$ e só é realizada para matrizes M esparsas não nulas, conforme é explicado na Seção 2.4. Rescrevendo-se os termos, obtém-se:

$$M = RP^{-1}LUQ^{-1}. \tag{2.2}$$

A matriz L é triangular inferior, U é triangular superior, P e Q são matrizes de permutação e R é uma matriz diagonal de escala. Este tipo de fatoração será revisto na Seção 2.4.

Fatoração de Cholesky

A fatoração de Cholesky [3,37] tradicionalmente realiza a decomposição na forma $M = LL^*$, em que L é uma matriz triangular inferior. Para que a fatoração funcione e seja única, M deve ser positiva definida.

Ainda há a decomposição de M em fatores de Cholesky de baixo rank [3,37], da forma $M = ZZ^*$. Neste trabalho, esta decomposição será feita da seguinte forma [3,37]: dada a matriz $M_{n \times n}$ e o fator de Cholesky de baixo rank $Z_{n \times m}$, com $n \gg m$, é utilizada uma transformação matricial com uma matriz $V_{n \times m}$ de forma que $M = VYV^T$ e em seguida é feita a fatoração: $M = Vchol(Y)V^T = VLL^TV^T = (VL)(VL)^T = ZZ^T$. O operador $chol(\cdot)$ indica a decomposição de Cholesky.

Decomposição em SVD

A decomposição em valores singulares (SVD, do inglês *Singular Value Decomposition*) [3,37,38] normalmente é utilizada em abordagens de aproximação para resolução de sistemas lineares não inversíveis por conta das matrizes não serem quadradas, no sentido de minimizar o erro quadrático desta aproximação. O interesse de se utilizar SVD neste trabalho está na obtenção dos valores singulares de Hankel, como será explicado em seções posteriores.

Dada a matriz $M_{n \times m}$, a decomposição inicia-se pelo problema de autovalores e autovetores de MM^T :

$$\det(\lambda I - MM^T) = 0, \tag{2.3}$$

$$(\lambda_i I - MM^T)x_i = 0. \tag{2.4}$$

A raiz quadrada dos autovalores de MM^T leva aos valores singulares de M , denotados por $\sigma(M)$, ou seja, $\sigma_i = \sqrt{\lambda_i}$. A decomposição SVD de M é dada na forma:

$$M = U\Sigma V^* \tag{2.5}$$

em que $U \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $V \in \mathbb{R}^{m \times m}$ e ambas são ortonormais. As colunas de U e de V são chamadas de vetores singulares à esquerda e vetores singulares à direita, respectivamente. Além disso, os autovetores x_i obtidos na eq. (2.4) formam as colunas da matriz U . A matriz $\Sigma \in \mathbb{R}^{n \times m}$ possui elementos não nulos apenas em sua diagonal principal e estes correspondem aos valores singulares de M , dispostos em ordem decrescente do canto superior esquerdo ao canto inferior direito de Σ .

2.3 REPRESENTAÇÃO EM ESPAÇO DE ESTADOS E SISTEMA DESCRITOR

Um sistema linear invariante no tempo, com n estados, m entradas, q saídas, pode ser representado na forma de espaço de estados Σ_{SS} [3, 42]:

$$\Sigma_{ss} \equiv \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + B\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) = C\mathbf{x}(t) + D\mathbf{u}(t) \end{cases} \quad (2.6)$$

em que $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$ é o vetor de estados; $\mathbf{u}(t) \in \mathbb{R}^m$, o vetor de entrada (ou de controle); e $\mathbf{y}(t) \in \mathbb{R}^q$, o vetor de saída; $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ é a matriz de estado ou de sistema; $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ é a matriz de entrada, $C \in \mathbb{R}^{q \times n}$ é a matriz de saída e $D \in \mathbb{R}^{q \times m}$ é a matriz de transmissão direta.

Com auxílio da transformada de Laplace, a função de transferência ou resposta em frequência associada ao sistema (2.6) é definida por $H(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$, em que $s \in \mathbb{C}^n$ é o operador da transformada de Laplace.

É possível mostrar que, para a representação em espaços de estados, os autovalores da matriz de estado A na eq. (2.6), obtidos em $\det(sI - A) = 0$, são iguais aos polos da função de transferência do sistema, caso não ocorra cancelamento exato de polos com zeros, isto é, caso o sistema seja de ordem mínima. O conhecimento da posição dos autovalores ou polos de um sistema é de fundamental importância para a análise de estabilidade. Assim, para um sistema de ordem mínima, os n autovalores representam os modos naturais do sistema e aparecem na resposta temporal ao se desenvolver expressões da forma $e^{\lambda_n t}$ [42, 43]. Eles podem ser reais ou complexos. Se os autovalores forem complexos e o sistema físico for real, como no caso dos sistemas de potência, os autovalores sempre aparecem em pares conjugados.

A resposta de um sistema é composta por uma resposta natural e uma resposta forçada [42, 43]. Quando o sistema apresenta todos os seus autovalores reais negativos,

a resposta natural do sistema decresce exponencialmente e o valor final da saída será o da resposta forçada, adequadamente modificada em magnitude e fase. Se apresentar um autovalor complexo conjugado, com a parte real negativa, esse modo oscilará com amplitudes que decrescem exponencialmente em torno da resposta forçada. Nesse caso, com o tempo a resposta forçada será dominante. Por fim, se o sistema apresentar um autovalor real positivo, ou com parte real positiva, a resposta do sistema cresce exponencialmente e nunca tende à resposta forçada, o que caracteriza um sistema instável.

Um conceito muito importante, utilizado no Capítulo 6, é o de fatores de participação. Conforme apresentado em [39], o fator de participação é definido como

$$P_{ik} \triangleq w_{ik}v_{ik}, \quad i, k = 1, \dots, n, \quad (2.7)$$

em que w_{ik} é a i -ésima componente do autovetor à direita associado ao autovalor λ_k , v_{ik} é a i -ésima componente do autovetor à esquerda associado ao autovalor λ_k . Conforme explicado em [39], P_{ik} mede o quanto o i -ésimo estado afeta o modo λ_k . Em geral o valor absoluto de P_{ik} é utilizado.

Os estados representados no vetor de estados \mathbf{x} constituem o conjunto, normalmente mínimo, de variáveis necessárias para representar o comportamento dinâmico do sistema linear. A representação de sistema descritor acrescenta, ainda, variáveis adicionais que não trazem acréscimo de informação a respeito da dinâmica do sistema (modelada por equações diferenciais), mas apenas explicitam informações de conexões e relações, entre grandezas, que não armazenam energia ao longo do tempo. Estas são as n_z variáveis algébricas do sistema. Uma representação particular na forma descritora pode ser colocada na seguinte forma [3, 7, 9, 44]:

$$\Sigma_J \equiv \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) & = J_1\mathbf{x}(t) + J_2\mathbf{z}(t) + B_1\mathbf{u}(t) \\ \dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{0} & = J_3\mathbf{x}(t) + J_4\mathbf{z}(t) + B_2\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) & = C_1\mathbf{x}(t) + C_2\mathbf{z}(t) + D_a\mathbf{u}(t) \end{cases} \quad (2.8)$$

em que $\mathbf{z}(t) \in \mathbb{R}^{n_z}$ é um vetor de variáveis algébricas e $J_1[n \times n]$, $J_2[n \times n_z]$, $J_3[n_z \times n]$, $J_4[n_z \times n_z]$, $B_1[n \times m]$, $B_2[n_z \times m]$, $C_1[q \times n]$, $C_2[q \times n_z]$, e $D_a[q \times m]$ são matrizes esparsas de tamanho adequado. Para estudos do problema de oscilações eletromecânicas em modelos adotados em sistemas de potência, J_4 é sempre *invertível* [5, 45]. As matrizes J_i são submatrizes de uma matriz A_a aumentada denominada matriz jacobiana em razão de ser resultado da aproximação linear de primeiro grau no

processo de linearização do sistema. Neste trabalho, será utilizada a modelagem linear adotada no aplicativo PacDyn [36,43].

Denotando-se o vetor de estados aumentado por $\bar{\mathbf{x}} = [\mathbf{x}^T \ \mathbf{z}^T]^T$, pode-se rescrever Σ_J da eq. (2.8):

$$\Sigma_J \equiv \left\{ \begin{array}{l} E\dot{\bar{\mathbf{x}}} = \begin{bmatrix} I_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times n_z} \\ \mathbf{0}_{n_z \times n} & \mathbf{0}_{n_z \times n_z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \mathbf{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \\ \mathbf{y}(t) \end{array} \right. = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} \mathbf{u} \quad (2.9)$$

$$= \begin{bmatrix} C_1 & C_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{z} \end{bmatrix} + D_a \mathbf{u}(t)$$

Define-se a matriz jacobiana aumentada A_a e as matrizes aumentadas B_a e C_a da seguinte forma:

$$A_a = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

$$B_a = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix}, C_a = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

As matrizes da representação em espaço de estados, eq. (2.6), podem ser recuperadas a partir das matrizes $J_1, J_2, J_3, J_4, B_1, B_2, C_1, C_2$, e D_a por meio de [3]:

$$\begin{aligned} A &= J_1 - J_2 J_4^{-1} J_3, & B &= B_1 - J_2 J_4^{-1} B_2, \\ C &= C_1 - C_2 J_4^{-1} J_3, & D &= D_a - C_2 J_4^{-1} B_2. \end{aligned} \quad (2.12)$$

2.4 ESPARSIDADE DE MATRIZES E OPERAÇÕES IMPLÍCITAS

Matrizes esparsas são aquelas que possuem uma grande quantidade de elementos nulos [46,47]. Convencionou-se que matrizes esparsas possuam menos de 1% de seus elementos não nulos.

Conforme pode ser visto na Figura 2.1, a topologia da matriz de estados A de um determinado sistema de potência é muito densa, com cerca de 41, 12% de elementos não nulos. Em contrapartida, a respectiva matriz jacobiana aumentada A_a possui apenas cerca de 0, 068%, muito esparsa, como pode ser visto na Figura 2.2.

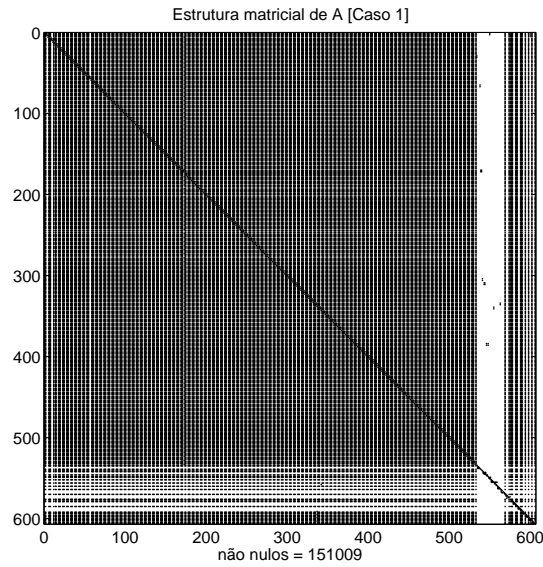


Figura 2.1: Estrutura matricial da matriz de estado A .

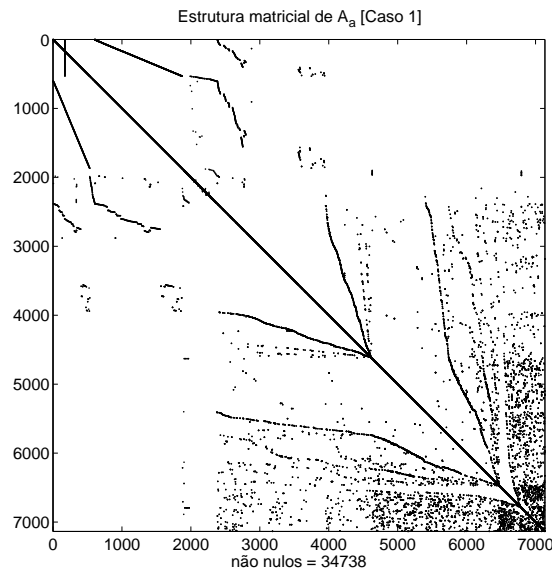


Figura 2.2: Estrutura matricial da matriz jacobiana aumentada A_a .

Além disso, a estrutura matricial da matriz jacobiana aumentada e posição dos elementos não nulos não é completamente aleatória, mas apresenta certos padrões que permitem ser melhor exploradas em determinadas operações, conforme é discutido mais adiante.

Na representação por espaço de estados de sistemas de potência, a matriz de estados A geralmente é densa, com poucos elementos nulos. Em muitos casos, dada a elevada ordem das matrizes de sistemas elétricos de potência, o cálculo de operações de inversão (A^{-1}) e produtos matriciais se tornam dispendiosos e

provavelmente inviáveis no âmbito numérico-computacional. Uma alternativa que tem sido amplamente utilizada na literatura científica trata-se do uso de estruturas matriciais esparsas da representação na forma descritora para a realização das mesmas operações mencionadas, apenas de uma forma diferente, chamada implícita.

Enquanto que as operações ditas explícitas são realizadas diretamente na forma de produtos AV e $A^{-1}V$, as operações implícitas utilizam as matrizes esparsas da representação descritora $(J_1, J_2, J_3, J_4, B_1, B_2, C_1, C_2, e D_a)$, como visto nas equações (2.8). Desta forma, não há o cálculo e armazenamento de A ou A^{-1} nas operações implícitas. Uma otimização para o desempenho das operações implícitas é o uso de determinadas fatorações, como a LUPQR [41].

A seguir mostra-se como realizar as operações de multiplicação e inversão matricial de forma implícita.

Inversão Matricial de forma implícita

Para a inversão matricial [3], inicia-se com a forma explícita $X = A^{-1}B$, em que se deseja calcular X , o que implica realizar a resolução do sistema linear $AX = B$. Com base na eq. (2.12), substitui-se para A e B :

$$(J_1 - J_2J_4^{-1}J_3)X = (B_1 - J_2J_4^{-1}B_2). \quad (2.13)$$

Ou melhor,

$$J_1X + J_2J_4^{-1}(-J_3X + B_2) = B_1 \quad (2.14)$$

Criando-se a variável intermediária $\Gamma = J_4^{-1}(-J_3X + B_2)$, chega-se ao sistema linear modificado

$$J_1X + J_2\Gamma = B_1, \quad (2.15)$$

$$J_3X + J_4\Gamma = B_2. \quad (2.16)$$

Agrupando-se em forma matricial, obtém-se [3]:

$$\begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ \Gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix}. \quad (2.17)$$

O sistema linear na eq. (2.17) é eficientemente resolvido, de forma esparsa. Tendo em vista que se deseja obter apenas a solução parcial $X_{n \times m}$, e não a solução completa

$\begin{bmatrix} X & \Gamma \end{bmatrix}^T$, faz-se:

$$X_{n \times m} = \begin{bmatrix} I_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times n_z} \\ \mathbf{0}_{n_z \times n} & \mathbf{0}_{n_z \times n_z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ \Gamma \end{bmatrix}. \quad (2.18)$$

No caso de ser necessária uma operação da forma $X = A^{-1}V$, em que V não possui uma forma descritora como definido para B_a , pode-se utilizar, em lugar da eq. (2.17), a eq. (2.19):

$$\begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ \Gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V \\ \mathbf{0}_{n_z \times 1} \end{bmatrix}. \quad (2.19)$$

A operação de inversão matricial pode ser ainda mais otimizada agora que são utilizadas matrizes esparsas. Optou-se por realizar a fatoração LUPQR [41] de A_a , ou seja, $A_a = R_{aa}P_{aa}^{-1}L_{aa}U_{aa}Q_{aa}^{-1}$, com subíndice aa, da seguinte forma

$$A_a \begin{bmatrix} X \\ \Gamma \end{bmatrix} = R_{aa}P_{aa}^{-1}L_{aa}U_{aa}Q_{aa}^{-1} \begin{bmatrix} X \\ \Gamma \end{bmatrix} = B_a. \quad (2.20)$$

A solução é da forma

$$X = \begin{bmatrix} I_{n \times n} & \mathbf{0}_{n \times n_z} \\ \mathbf{0}_{n_z \times n} & \mathbf{0}_{n_z \times n_z} \end{bmatrix} Q_{aa}U_{aa}^{-1}L_{aa}^{-1}P_{aa}R_{aa}^{-1}B_a. \quad (2.21)$$

Os procedimentos para inversão matricial envolvendo a matriz C ao invés de B são análogos aos realizados anteriormente para esta última, pois os cálculos agora são do tipo $X = A^{-T}C^T$, em que o superíndice $-T$ indica operação de inversão e transposição da matriz.

Multiplicação Matricial de forma implícita

Para a multiplicação matricial, inicia-se com a forma explícita $X = AB$, em que se deseja calcular X . Com base na eq. (2.12), substitui-se para A e B :

$$X = (J_1 - J_2J_4^{-1}J_3)(B_1 - J_2J_4^{-1}B_2). \quad (2.22)$$

Apesar de se utilizar a matriz A de forma implícita, na multiplicação matricial convém recuperar as matrizes B e C do espaço de estados utilizando-se as eq. (2.12),

já que esta recuperação demanda pouco esforço computacional e pouco tempo. A recuperação inicia-se pela fatoração LUPQR de J_4 . Ou seja, supõe-se que a matriz quadrada J_4 possa ser fatorada como $J_4 = R_{j_4} P_{j_4}^{-1} L_{j_4} U_{j_4} Q_{j_4}^{-1}$, com subíndice j_4 atribuídos aos fatores dessa operação, e em seguida:

$$B = B_1 - J_2 J_4^{-1} B_2 = B_1 - J_2 Q_{j_4} U_{j_4}^{-1} L_{j_4}^{-1} P_{j_4} R_{j_4}^{-1} B_2, \quad (2.23)$$

$$C = C_1 - C_2 J_4^{-1} J_3 = C_1 - \left[R_{j_4}^{-T} P_{j_4}^T L_{j_4}^{-T} U_{j_4}^{-T} Q_{j_4}^T C_2^T \right]^T J_3. \quad (2.24)$$

em que o superíndice $-T$ indica operação de inversão e transposição da matriz.

Portanto, uma vez recuperadas as matrizes B e C , a multiplicação é simplesmente conduzida da seguinte forma:

$$X = J_1 B - J_2 J_4^{-1} J_3 B. \quad (2.25)$$

Novamente, a decomposição LUPQR [41] pode ser utilizada para melhorar o desempenho dos cálculos, de forma esparsa, da forma:

$$X = J_1 B - J_2 Q_{j_4} U_{j_4}^{-1} L_{j_4}^{-1} P_{j_4} R_{j_4}^{-1} J_3 B. \quad (2.26)$$

Similarmente, como no caso da resolução de sistemas lineares, os procedimentos para multiplicação envolvendo a matriz C são análogos, pois é realizada com base na expressão $X = A^T C^T$. O mesmo é observado pela multiplicação por qualquer matriz genérica V , de dimensões adequadas, ao invés de C ou B .

2.5 ESTABILIDADE E EQUAÇÃO MATRICIAL DE LYAPUNOV

Seja um sistema não linear $\dot{x} = f(x)$ aproximado linearmente pela forma:

$$\dot{x} = Ax(t) \quad (2.27)$$

Um primeiro método para verificação da estabilidade de sistemas lineares passa pelo conceito de modos estáveis e instáveis do próprio sistema. Como no caso as variáveis são contínuas, os autovalores instáveis de A se localizam à direita no plano complexo (polos sobre o eixo imaginário $j\omega$ levam a uma situação marginalmente

estável, e são chamados de autovalores críticos). Já no caso discreto, a instabilidade é verificada pela presença de polos na região externa a um círculo unitário, no domínio da transformada z . Esta metodologia de análise de estabilidade, de um ponto de equilíbrio, é referenciada como primeiro método de Lyapunov para sistemas lineares [38, 48].

O segundo método de Lyapunov consiste no estudo do comportamento de determinadas funções de campo vetorial que, para a estabilidade, devem assintoticamente atingir algum ponto de equilíbrio e permanecer em determinada vizinhança deste ponto de equilíbrio, a partir de certo instante de tempo.

A estabilidade de Lyapunov é enunciada a seguir [38, 48].

“Um ponto de equilíbrio de um sistema dinâmico invariante no tempo é estável se existe uma função escalar de Lyapunov $L(x)$ continuamente diferenciável, de forma que, ao longo de toda e qualquer trajetória do sistema o seguinte é satisfeito:”

$$L(x) > 0, \quad \forall x \neq 0 \quad L(0) = 0 \quad (2.28)$$

$$\dot{L}(x) = \frac{dL}{dt} = [\nabla_x L] \dot{x} \leq 0. \quad (2.29)$$

Normalmente, a função de Lyapunov utilizada é da forma quadrática $L(x) = x^T P x$, em que P é uma matriz simétrica positiva definida e invariante no tempo.

Para sistemas lineares, dado que as condições nas eq. (2.28) e eq. (2.29) devem valer para qualquer estado do sistema na eq. (2.27), pode-se desenvolver:

$$\begin{aligned} \dot{L}(x) &= \frac{d(x^T P x)}{dt} = \\ &= \dot{x}^T P x + x^T P \dot{x} = \\ &= (Ax)^T P x + x^T P Ax = \\ &= x^T A^T P x + x^T P Ax = \\ &= x^T (A^T P + P A) x \\ &= -x^T Q x \end{aligned} \quad (2.30)$$

em que foi definido $A^T P + P A = -Q$, e Q deve ser matriz positiva definida para que $\dot{L}(x) < 0$. Se for possível encontrar uma matriz P positiva definida que leve a estes resultados, o sistema é estável segundo concepção de Lyapunov.

Encontrar P é equivalente a encontrar a solução da equação algébrica de Lyapunov para sistemas contínuos

$$A^T P + P A = -Q, \quad (2.31)$$

Todas as matrizes da eq. (2.31) são quadradas e de mesmas dimensões que A .

Se a matriz $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ possui todos os seus autovalores com parte real negativa, ou seja, se é negativa definida, então a eq. (2.31) *possui uma única solução* P positiva definida [48]. Neste caso, a solução P pode ser determinada resolvendo-se

$$P = \int_0^{\infty} e^{A\tau} Q e^{A^T \tau} d\tau. \quad (2.32)$$

Note-se que P na eq. (2.32) converge para um valor constante, porque assume-se que a matriz A tem todos seus autovalores localizados no semiplano esquerdo do plano complexo.

2.6 TRUNCAMENTO BALANCEADO DE FORMA GERAL

Nesta seção, o truncamento balanceado na redução de ordem é descrito de forma generalizada, com propósito de apresentar mais à frente como o método é utilizado conforme concepção deste trabalho.

É importante ressaltar que a técnica de truncamento balanceado não objetiva a obtenção dos valores exatos de polos do sistema original (FOM), como é feito em truncamento modal, mas sim criar um MOR de ordem muito reduzida com polos que podem ou não coincidir com os polos do FOM. Em geral alguns polos tendem a coincidir, como os de maior resíduo [3, 10–12].

Dado um sistema linear representado na forma de espaço de estados, ou na forma descritora, conforme Seção 2.3, o primeiro passo do truncamento balanceado é resolver um par de equações de Lyapunov, uma de controlabilidade e outra de observabilidade.

A solução P da eq. (2.31) foi renomeada de X_B e X_C , respectivamente. Estas soluções são chamadas de matrizes gramianas de controlabilidade e observabilidade, respectivamente.

Enquanto a equação de controlabilidade possui $Q = BB^T$, a equação de observabilidade, em estrutura transposta, possui $C^T C$ em lugar de Q e A^T em lugar de A , em referência à eq. (2.31).

$$AX_B + X_B A^T = -BB^T \quad (2.33)$$

$$A^T X_C + X_C A = -C^T C. \quad (2.34)$$

O par de equações (2.33) e (2.34) pode ser resolvido por métodos tradicionais, como Bartels-Stewart [49]. Contudo, em razão da elevada ordem dos sistemas que poderão ser reduzidos, os métodos tradicionais se tornam ineficazes por demandarem tempo de processamento muito elevado. Esta é a razão de se utilizar outros métodos, como o EKS [13–17] e ADI [3, 10–12], para a solução rápida das equações de Lyapunov, mesmo que estas soluções sejam aproximadas.

Uma vez obtidas as soluções X_B e X_C , é realizada a decomposição em SVD do produto $X_B^* X_C$ com a finalidade de obter os valores singulares de Hankel.

Em contraposição com a Seção 2.2, a decomposição SVD será expressa na forma $X_B^* X_C = U_B \Sigma U_C^*$, em lugar da forma padrão $U \Sigma V^*$, apenas uma mudança de escrita. Dado que $X_B^* X_C$ é uma matriz quadrada de ordem n , pode-se escrever:

$$X_B^* X_C = \begin{bmatrix} ub_{11} & ub_{12} & \dots & ub_{1n} \\ ub_{21} & ub_{22} & \dots & ub_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ ub_{n1} & ub_{n2} & \dots & ub_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} uc_{11} & uc_{12} & \dots & uc_{1n} \\ uc_{21} & uc_{22} & \dots & uc_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ uc_{n1} & uc_{n2} & \dots & uc_{nn} \end{bmatrix}^T \quad (2.35)$$

em que (ub_{ij}) e (uc_{ij}) são os elementos de U_B e U_C , respectivamente, e $\sigma_1 > \sigma_2 > \dots > \sigma_n$ são os n valores singulares de Hankel, dispostos na diagonal de Σ de forma decrescente.

Após a obtenção dos valores singulares de Hankel, é realizado o truncamento até o k -ésimo maior valor singular, o que definirá a ordem $k \ll n$ do MOR,

$$U_B^k = \begin{bmatrix} ub_{11} & ub_{12} & \dots & ub_{1k} \\ ub_{21} & ub_{22} & \dots & ub_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ ub_{n1} & ub_{n2} & \dots & ub_{nk} \end{bmatrix} \quad \Sigma_k = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_k \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

$$U_C^k = \begin{bmatrix} uc_{11} & uc_{12} & \dots & uc_{1k} \\ uc_{21} & uc_{22} & \dots & uc_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ uc_{n1} & uc_{n2} & \dots & uc_{nk} \end{bmatrix}^T$$

Em seguida, são construídas as matrizes de transformação de ordem esquerda $T_L(n \times k)$ e de transformação de ordem direita $T_R(n \times k)$, tal que $T_L^T T_R = I_{k \times k}$ [3]:

$$\begin{aligned} T_L &= \text{real}(X_B) U_B^k \Sigma_k^{-1/2} \\ T_R &= \text{real}(X_C) U_C^k \Sigma_k^{-1/2} \end{aligned} \quad (2.37)$$

em que $\text{real}(X)$ significa a forma real da graminiana X , já que esta pode assumir valores complexos, mas as matrizes de transformação de ordem devem ser reais. Na realidade, a contribuição da parte imaginária de X é numericamente desprezível, visto que é possível se determinar uma forma real para a graminiana X .

Finalmente, o MOR é montado da seguinte forma:

$$\begin{aligned} A_R &= T_L^T A T_R, \\ B_R &= T_L^T B, \\ C_R &= C T_R, \\ D_R &= D \end{aligned} \quad (2.38)$$

O Algoritmo 1 resume o procedimento geral para o truncamento balanceado [3].

Algorithm 1 / Algoritmo 1: Truncamento balanceado de forma geral.

ENTRADA: Matrizes do sistema na representação de espaço de estados (A, B, C, D) ou descritora $(J_1, J_2, J_3, J_4, B_1, B_2, C_1, C_2, D_a)$, ordem k do MOR.

SAIDA: MOR na representação de espaço de estados (A_R, B_R, C_R, D_R)

- 1: Inicialização (fatorações, cálculo de parâmetros e cálculos iniciais).
- 2: Resolução das equações de Lyapunov com a obtenção das matrizes gramianas X_B e X_C .

$$AX_B + X_B A^T = -BB^T$$

$$A^T X_C + X_C A = -C^T C$$

- 3: Decomposição SVD de $X_B^* X_C$.

$$U_B \Sigma U_C^* = X_B^* X_C$$

- 4: Truncamento após o k -ésimo maior valor singular de Hankel:

$$U_B^k = U_B(:, 1:k) \quad \Sigma_k = \Sigma(1:k, 1:k) \quad U_C^k = U_C(:, 1:k)$$

- 5: Cálculo das matrizes de transformação de ordem reais T_L e T_R como

$$T_L = \text{real}(X_B) U_B^k \Sigma_k^{-1/2} \text{ e } T_R = \text{real}(X_C) U_C^k \Sigma_k^{-1/2},$$

em que $\Sigma_k^{-1/2}$ corresponde à matriz com o inverso da raiz quadrada de elemento a elemento de Σ_k .

- 6: Montagem do MOR $(A_R, B_R, C_R$ e $D_R)$:

$$A_R = T_L^T A T_R, \tag{2.39}$$

$$B_R = T_L^T B, \tag{2.40}$$

$$C_R = C T_R, \tag{2.41}$$

$$D_R = D$$

Conforme concebido teoricamente, o truncamento balanceado requer que o sistema a ser reduzido seja estável. Contudo, muitos sistemas elétricos de potência, quando linearizados em certo ponto de operação, ocasionalmente geram modelos que podem incluir alguns poucos modos instáveis de parte real positiva não muito grande. Isto se torna ainda mais acentuado quando não são incluídos dispositivos projetados para estabilizar a rede elétrica, como os PSSs (*Power System Stabilizers*) [39, 44, 50].

Um artifício que tem sido utilizado em alguns trabalhos [3, 17, 32, 44, 51] consiste em realizar um pequeno deslocamento/shift α na variável s da transformada de Laplace, de forma que $s = \rho + \alpha$. Pode ser mostrado que, ao se realizar esta operação, o plano complexo na variável ρ possui os seus polos deslocados à esquerda, em direção à estabilidade. Em termos da representação de espaço de estados, a única alteração consiste em realizar um deslocamento/shift na matriz de estados, tal que

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = A_{\alpha}\mathbf{x} + B\mathbf{u} = (A - \alpha I_{n \times n})\mathbf{x} + B\mathbf{u} \\ \mathbf{y}(t) = C\mathbf{x} + D\mathbf{u} \end{cases} \quad (2.42)$$

é um sistema estável, para um valor adequado de α , maior que a parte real do polo mais à direita do plano complexo.

Após esta operação, a redução de ordem ocorre sobre este novo sistema e após obtido o MOR $(A_{R\alpha}, B_R, C_R, D_R)$, é realizado um deslocamento/shift inverso da matriz $A_{R\alpha}$, de modo que:

$$A_R = A_{R\alpha} + \alpha I_{k \times k}. \quad (2.43)$$

Em lugar de utilizar a eq. (2.43), outra opção é simplesmente reconstruir o MOR com as eq. (2.38) utilizando a matriz A original sem shift.

No caso da representação da forma descritora, o shift é feito da seguinte forma:

$$\begin{aligned} A - \alpha I &= J_1 - J_2 J_4^{-1} J_3 - \alpha I = \\ (J_1 - \alpha I) - J_2 J_4^{-1} J_3 &= J_{1\alpha} - J_2 J_4^{-1} J_3, \end{aligned} \quad (2.44)$$

ou seja, basta realizar o shift na matriz J_1 . No shift inverso, a eq. (2.43) pode ser utilizada, ou simplesmente utilizar J_1 original, sem shift.

Normalmente, quando há polos instáveis nos modelos a serem reduzidos, estes polos possuem resíduos associados relativamente elevados. Conseqüentemente, o MOR geralmente incorpora fielmente as instabilidades do FOM, sem maiores dificuldades.

2.7 MÉTODO PARA CÁLCULO SIMULTÂNEO DE RESPOSTAS EM FREQUÊNCIA QUANDO DA VARIAÇÃO DE ALGUNS PARÂMETROS

Nesta seção, apresenta-se um método para determinação da resposta em frequência de um sistema que supostamente contém em sua matriz de estado generalizado alguns poucos elementos que variam (parâmetros variáveis). Com esta finalidade, realocam-se as equações de estados que contém estes parâmetros como sendo as últimas e de modo que a parte variável da matriz de estado seja uma submatriz de dimensões bastante reduzidas.

Primeiramente, supõe-se que o vetor de estados generalizados \mathbf{x} global, de elevada dimensão n , possa ser separado em dois vetores de estados generalizados, \mathbf{x}_1 e \mathbf{x}_2 , com respectivas dimensões n_1 e n_2 tais que $n_1 + n_2 = n$. Admitindo-se o caso particular em que a matriz E seja diagonal, a equação

$$\begin{cases} E\dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + B\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) = C\mathbf{x}(t) + D\mathbf{u}(t) \end{cases} \quad (2.45)$$

pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\begin{cases} E_1\dot{\mathbf{x}}_1(t) = A_1\mathbf{x}_1(t) + A_2\mathbf{x}_2(t) + B_1\mathbf{u}(t) \\ E_2\dot{\mathbf{x}}_2(t) = A_3\mathbf{x}_1(t) + A_4\mathbf{x}_2(t) + B_2\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) = C_1\mathbf{x}_1(t) + C_2\mathbf{x}_2(t) + D\mathbf{u}(t) \end{cases} \quad (2.46)$$

Aplicando-se a transformada de Laplace sobre a eq. (2.46), segue o seguinte sistema no domínio da frequência:

$$\begin{cases} (sE_1 - A_1)\mathbf{X}_1(s) = A_2\mathbf{X}_2(s) + B_1\mathbf{U}(s) \\ (sE_2 - A_4)\mathbf{X}_2(s) = A_3\mathbf{X}_1(s) + B_2\mathbf{U}(s) \\ \mathbf{Y}(s) = C_1\mathbf{X}_1(s) + C_2\mathbf{X}_2(s) + D\mathbf{U}(s) \end{cases} \quad (2.47)$$

Desenvolvendo-se (2.47), chega-se aos seguintes resultados:

$$\mathbf{X}_1(s) = (sE_1 - A_1)^{-1}A_2\mathbf{X}_2(s) + (sE_1 - A_1)^{-1}B_1\mathbf{U}(s) \quad (2.48)$$

Por meio de algumas manipulações algébricas, determina-se o sistema linear no domínio da frequência

$$\begin{aligned} [I - (sE_2 - A_4)^{-1}A_3(sE_1 - A_1)^{-1}A_2]\mathbf{X}_2(s) = \\ = [(sE_2 - A_4)^{-1}A_3(sE_1 - A_1)^{-1}B_1 + (sE_2 - A_4)^{-1}B_2]\mathbf{U}(s) \end{aligned} \quad (2.49)$$

Por meio da equação (2.49), observa-se que é possível isolar o conjunto de variáveis $X_2(s)$ da variável que contempla todos os estados generalizados $X(s)$. Isto favorece a ideia de separação levando-se em conta equações que contenham somente parâmetros fixos e outras que podem conter parâmetros variáveis.

Convencionando-se $K_{fixo,1} = (sE_1 - A_1)^{-1}A_2$, $K_{fixo,2} = (sE_1 - A_1)^{-1}B_1$, $K_{variavel,1} = (sE_2 - A_4)^{-1}A_3$ e $K_{variavel,2} = (sE_2 - A_4)^{-1}B_2$, as eqs. (2.48) e (2.49) podem ser expressas da seguinte forma:

$$\mathbf{X}_1(s) = K_{fixo,1}\mathbf{X}_2(s) + K_{fixo,2}\mathbf{U}(s) \quad (2.50)$$

$$\mathbf{X}_2(s) = [I - K_{variavel,1}K_{fixo,1}]^{-1}[K_{variavel,1}K_{fixo,2} + K_{variavel,2}]\mathbf{U}(s) \quad (2.51)$$

O resultado anterior indica que variáveis do vetor $X_1(s)$ dependem de $X_2(s)$ e de $U(s)$. No entanto, a menos do operador s , possui apenas fatores supostos fixos. Por outro lado, o vetor de variáveis $X_2(s)$ é dependente apenas de $U(s)$, mas é influenciado por fatores que supostamente são variáveis, devido a parâmetros.

Como consequência da separação em elementos $X_1(s)$ e $X_2(s)$, (2.51) pode ser utilizada em (2.50), e ambas podem ser utilizadas na equação de saída em (2.47):

$$\mathbf{Y}(s) = C_1\mathbf{X}_1(s) + C_2\mathbf{X}_2(s) + D\mathbf{U}(s) \quad (2.52)$$

No caso em que se desejar alterar alguns poucos elementos da matriz A em (2.45), pode-se reordenar A e alocar estes elementos no bloco A_4 em (2.46), de forma que $n_1 \gg n_2$. Desta forma, o usuário precisará resolver os seguintes sistemas lineares de grande porte

$$(sE_1 - A_1)_{[n_1 \times n_1]}K_{fixo,1} = A_2 \quad (2.53)$$

$$(sE_1 - A_1)_{[n_1 \times n_1]}K_{fixo,2} = B_1 \quad (2.54)$$

apenas uma vez, para dada frequência complexa s_k , enquanto que possui liberdade para variar os elementos alocados em A_4 , de forma que apenas terá que resolver, repetidamente, sistemas de pequeno porte da forma

$$(sE_2 - A_4)_{[n_2 \times n_2]}K_{variavel,1} = A_3 \quad (2.55)$$

$$(sE_2 - A_4)_{[n_2 \times n_2]}K_{variavel,2} = B_2 \quad (2.56)$$

para obter várias respostas em frequência do sistema em (2.45), com variações em alguns dos elementos de A . Note também que o termo $[I - K_{variavel,1}K_{fixo,1}]^{-1}$ na eq. (2.51) possui dimensões $[n_2 \times n_2]$.

Diante dos resultados anteriores, a matriz de transferência de dimensão $q \times m$, para um dado valor de frequência complexa s_k e um dado conjunto de parâmetros p , pode ser calculada como:

$$H(s_k, p) = C_1 K_{fixo,2} + (C_2 + C_1 K_{fixo,1}) [I_{[n_2 \times n_2]} - K_{variavel,1} K_{fixo,1}]^{-1} \times \\ \times [K_{variavel,1} K_{fixo,2} + K_{variavel,2}] + D \quad (2.57)$$

em que a dependência com a frequência s_k fica explicitada nas variáveis $K_{fixo,1}$, $K_{fixo,2}$, $K_{variavel,1}$ e $K_{variavel,2}$.

2.8 CONSIDERAÇÕES FINAIS DESTE CAPÍTULO

Este capítulo teve como objetivo apresentar detalhes sobre representações dos sistemas a serem estudados em capítulos mais à frente. Descreveu-se a representação na forma de espaço de estados e na forma da matriz jacobiana aumentada. O primeiro tipo de representação apresenta matriz de estado com armazenamento denso, ao contrário da matriz jacobiana aumentada que é bastante esparsa. Operações implícitas de produto de matrizes e de produto de matriz inversa por outra matriz foram discutidas a fim de demonstrar o potencial em se trabalhar com matrizes esparsas.

Foram apresentados conceitos relativos ao cálculo de gramianias, sem levar em conta aspectos de armazenamento esparsas das matrizes. A partir do cálculo das gramianias e de procedimentos apropriados, apresentou-se algoritmo para determinação de modelo de ordem reduzida. No capítulo seguinte, são exploradas técnicas mais eficientes, considerando esparsidade, para o cálculo de MOR.

Por fim, apresentou-se um método para realização do cálculo de matrizes de transferência, na situação em que se considera haver parâmetros variáveis na matriz de estados generalizados. O procedimento permite o cálculo mais eficiente de matrizes de transferências na situação em que se tem um conjunto de parâmetros variáveis.

Capítulo 3 MÉTODO ADI

Neste capítulo será abordado o método *Alternating Direction Implicit* (ADI), apresentando-se as principais melhorias e otimizações do método provenientes de trabalhos anteriores. Em seguida, uma seção está reservada para discutir acerca dos parâmetros ADI e como podem ser obtidos. Ao final, são explicitadas as razões para a escolha deste método para ser utilizado no processo de Truncamento Balanceado.

3.1 *Alternating Direction Implicit* (ADI)

Originalmente, o *Alternating Direction Implicit* (ADI) é um método iterativo de diferenças finitas para a solução numérica de equações diferenciais parciais, com a vantagem de simplificar o problema ao resolver, em passos alternados, a diferenciação com respeito a cada variável [52].

O desenvolvimento explicitado será apenas da equação de Lyapunov de controlabilidade $AX_B + X_B A^T = -BB^T$. Analogamente, os resultados podem ser diretamente estendidos para a equação de observabilidade.

A equação de Lyapunov de controlabilidade possui a seguinte forma iterativa ADI [3, 10, 11, 53], com $i = 1, 2, \dots, i_{max}$:

$$\begin{aligned} (A + \mu_i I)X_{(i-1/2)} &= -X_{(i-1)}(A^T - \mu_i I) - BB^T \\ (A + \mu_i I)X_i^* &= -X_{(i-1/2)}^*(A^T - \mu_i I) - BB^T \end{aligned} \quad (3.1)$$

em que $\mu_i \in \mathbb{C}^-$ é o i -ésimo de J parâmetros ADI de shift. O algoritmo inicia com $i = 0$ e $X = \mathbf{0}_{n \times n}$. Se o número de iterações for maior que o número J de parâmetros ADI, estes são utilizados ciclicamente na forma de μ_k , ou seja, na iteração $i = J + 1$, a contagem do índice k é reiniciada e são utilizados novamente μ_1, \dots, μ_J , tal que $k = i \bmod J$. O processo, portanto, continua até que i_{max} seja atingido ou alguma tolerância de erro para o cálculo da gramianiana.

Embora os parâmetros ADI também realizem um deslocamento/shift na matriz

A (ou J_1 , no caso implícito), estes não devem ser confundidos com o shift α utilizado com o propósito de estabilizar o sistema (a estabilização é necessária a fim de que se tenha solução positiva definida da equação de Lyapunov). Essencialmente, a função dos parâmetros ADI é realizar um condicionamento para a realização do processo iterativo, como apresentado nas equações (3.1).

Desenvolvendo-se as equações (3.1),

$$X_{(i-1/2)} = -(A + \mu_i I)^{-1} X_{(i-1)} (A^T - \mu_i I) - (A + \mu_i I)^{-1} B B^T \quad (3.2)$$

$$X_i = -(A^T - \mu_i I)^* X_{(i-1/2)} (A + \mu_i I)^{-*} - B B^T (A + \mu_i I)^{-*} \quad (3.3)$$

Substituindo-se a eq. (3.2) na eq. (3.3),

$$\begin{aligned} X_i = & (A^T - \mu_i I)^* (A + \mu_i I)^{-1} X_{(i-1)} (A^T - \mu_i I) (A + \mu_i I)^{-*} + \\ & + (-\mu_i - \mu_i^*) (A + \mu_i I)^{-1} B B^T (A + \mu_i I)^{-*} \end{aligned} \quad (3.4)$$

O processo iterativo nas equações (3.1) é equivalente a [3, 12]:

$$X_i = A_{\mu_i} X_{(i-1)} A_{\mu_i}^* - 2\rho_i A_i^{-1} B B^T A_i^{-*}, \quad (3.5)$$

em que $A_{\mu_i} = (A^T - \mu_i I)^* (A + \mu_i I)^{-1}$, $A_i = (A + \mu_i I)$ e $\rho_i = \text{real}(\mu_i)$, [3].

O termo A_{μ_i} corresponde à transformação espectral de Cayley [54], que mapeia a transformação conforme do semiplano complexo esquerdo para um disco unitário, também utilizada para transformar a equação de Lyapunov contínua na forma discreta [48]. Para a convergência do método, o raio espectral de A_{μ_i} deve ser menor que 1, logo os parâmetros ADI são essenciais para a velocidade de convergência do método [10, 48]. A forma como são obtidos é discutida na Seção 3.3.

3.2 MELHORIAS DO MÉTODO DE TRABALHOS ANTERIORES

O método ADI sofreu diversas adaptações e melhorias ao longo dos anos. Uma delas consiste em observar que as soluções X_B e X_C podem possuir baixo *rank* e são simétricas [10, 12, 55], o que permite a escrita da gramiana X como o produto de fatores de Cholesky de baixo *rank* [3, 10, 55]:

$$X_i = Z_i Z_i^*. \quad (3.6)$$

Em [10–12, 55, 56] é mostrado, com a substituição da eq. (3.6) na eq. (3.5), que pode-se chegar ao chamado CF-ADI (do inglês, *Cholesky Factor ADI*):

$$\begin{aligned} Z_1 &= \sqrt{-2\rho_1}(A + \mu_1 I)^{-1}B, \\ Z_i &= \begin{bmatrix} A_{\mu_i} Z_{(i-1)} & \sqrt{-2\rho_i}(A + \mu_i I)^{-1}B \end{bmatrix}. \end{aligned} \tag{3.7}$$

em que $Z_i \in \mathbb{C}^{n \times m}$, e m é o número de colunas de B , ou número de entradas do sistema. Este algoritmo é muito mais eficiente ao lidar com os fatores de Cholesky em lugar das matrizes $X_{n \times n}$. Contudo, da forma como aparece nas equações (3.7), o termo $A_{\mu_i} Z_{(i-1)}$ é crítico, pois $Z_{(i-1)}$ aumenta m colunas a cada iteração.

O problema com o termo $A_{\mu_i} Z_{(i-1)}$ é resolvido em [56], com um reordenamento dos parâmetros ADI e a inserção de um passo intermediário, de forma a tornar constante o número de colunas nas operações matriciais antes de aumentar Z_i . Este método é referido como LRCF-ADI (do inglês, *low-rank Cholesky Factor ADI*):

$$\begin{aligned} Z_1 &= T_1 = \sqrt{-2\rho_1}(A + \mu_1 I)^{-1}B, \\ T_i &= \sqrt{\frac{-\rho_i}{-\rho_{(i-1)}}} [T_{(i-1)} - \gamma_i(A + \mu_i I)^{-1}T_{(i-1)}], \\ Z_i &= \begin{bmatrix} Z_{(i-1)} & T_i \end{bmatrix}, \quad i = 2, 3, \dots, i_{max} \end{aligned} \tag{3.8}$$

em que $\gamma_i = \mu_i + \mu_{(i-1)}^*$ [3, 12].

Uma maior otimização do método ADI é realizada adaptando-se o LRCF-ADI para operações implícitas com matrizes esparsas e na forma de sistema descritor [3, 44]. Esta técnica foi denominada SLRCF-ADI (do inglês, *sparse LRCF-ADI*). Neste método, são utilizadas as matrizes da forma descritora, conforme vistas nas Seções 2.3 e 2.4. Os parâmetros ADI são inseridos tal como procedeu-se para a incorporação do shift α . A sua inclusão, portanto, ocorre promovendo alteração apenas na diagonal da matriz J_1 . Os termos como $(A + \mu_1 I)^{-1}B$ e $(A + \mu_i I)^{-1}T_{(i-1)}$ são calculados de forma implícita, genericamente chamados de M nas expressões a seguir.

$$\begin{bmatrix} J_1 + \mu_1 I & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M \\ \Gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix}, \tag{3.9}$$

$$\begin{bmatrix} J_1 + \mu_i I & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M \\ \Gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{(i-1)} \\ 0 \end{bmatrix}. \tag{3.10}$$

Em seguida, estes resultados M são utilizados nas expressões em (3.8). Para maior otimização, a fatoração LUPQR pode ser utilizada, já que as matrizes envolvidas são esparsas (ver Seção 2.4 para maiores detalhes).

Os Algoritmos 2 e 3 a seguir apresentam, de forma resumida, a forma como foram calculados Z_B e Z_C neste trabalho. Já o Algoritmo 4 apresenta como o método ADI foi empregado no truncamento balanceado.

Algorithm 2 / Algoritmo 2: Cálculo de Z_B , em que $X_B = Z_B Z_B^*$.

ENTRADA: Matrizes do sistema na representação de espaço de estados (A, B) ou descritora ($J_1, J_2, J_3, J_4, B_1, B_2$), parâmetros ADI ($\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_J$) reais ou em pares complexos conjugados, número máximo de iterações (i_{max}).

SAIDA: Fator de Cholesky de baixo *rank* da gramianiana de controlabilidade (Z_B).

- 1: Inicialização com fatorações LUPQR de A_a , se houver.
- 2: Cálculo pelas equações (3.8), (3.9) e (3.10).

$$\begin{bmatrix} J_1 + \mu_1 I & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M \\ \Gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix},$$

$$Z_1 = T_1 = \sqrt{-2\rho_1} M.$$

Para $i = 2, \dots, i_{max}$

$$\mu_i = \mu_{(i \bmod J)},$$

$$\begin{bmatrix} J_1 + \mu_i I & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M \\ \Gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{(i-1)} \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$T_i = \sqrt{\frac{-\rho_i}{-\rho_{(i-1)}}} [T_{(i-1)} - \gamma_i M],$$

$$Z_i = \begin{bmatrix} Z_{(i-1)} & T_i \end{bmatrix}.$$

Fim

Algorithm 3 / Algoritmo 3: Cálculo de Z_C , em que $X_C = Z_C Z_C^*$.

ENTRADA: Matrizes do sistema na representação de espaço de estados (A, C) ou descritora $(J_1, J_2, J_3, J_4, C_1, C_2)$, parâmetros ADI $(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_J)$ reais ou em pares complexos conjugados, número máximo de iterações (i_{max}) .

SAIDA: Fator de Cholesky de baixo rank da gramianiana de observabilidade (Z_C) .

- 1: Inicialização com fatorações LUPQR de A_a^T , ou transposição de cada fator LUPQR de A_a .
- 2: Cálculo pelas equações (3.8), (3.9) e (3.10).

$$\begin{bmatrix} J_1 + \mu_1 I & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} M \\ \Gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1^T \\ C_2^T \end{bmatrix},$$

$$Z_1 = T_1 = \sqrt{-2\rho_1} M.$$

Para $i = 2, \dots, i_{max}$

$$\mu_i = \mu_{(i \bmod J)},$$

$$\begin{bmatrix} J_1 + \mu_i I & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} M \\ \Gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{(i-1)} \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$T_i = \sqrt{\frac{-\rho_i}{-\rho_{(i-1)}}} [T_{(i-1)} - \gamma_i M],$$

$$Z_i = \begin{bmatrix} Z_{(i-1)} & T_i \end{bmatrix}.$$

Fim

Algorithm 4 / Algoritmo 4: Truncamento Balanceado com Método ADI conforme utilizado neste trabalho.

ENTRADA: Matrizes do sistema na representação de espaço de estados (A, B, C, D) ou descritora $(J_1, J_2, J_3, J_4, B_1, B_2, C_1, C_2, D_a)$, parâmetros ADI $(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_J)$, número máximo de iterações (i_{max}) , ordem k do MOR, shift α .

SAIDA: MOR na representação de espaço de estados (A_R, B_R, C_R, D_R) .

- 1: Inicialização (fatorações, shift com α , cálculo de parâmetros (ADI) e cálculos iniciais).
- 2: Cálculo de Z_B e Z_C pelos Algoritmos 2 e 3.
- 3: Decomposição SVD de $Z_B^* Z_C$.

$$U_B \Sigma U_C^* = Z_B^* Z_C$$

- 4: Truncamento após o k -ésimo maior valor singular de Hankel:

$$U_B^k = U_B(:, 1:k) \quad \Sigma_k = \Sigma(1:k, 1:k) \quad U_C^k = U_C(:, 1:k)$$

- 5: Cálculo das matrizes de transformação de ordem T_L e T_R como

$$T_L = \text{real}(Z_B) U_B^k \Sigma_k^{-1/2} \text{ e } T_R = \text{real}(Z_C) U_C^k \Sigma_k^{-1/2},$$

- 6: Montagem do MOR $(A_R, B_R, C_R \text{ e } D_R)$, com operações matriciais explícitas ou implícitas (seção 2.4):

$$A_R = T_L^T A T_R, \tag{3.11}$$

$$B_R = T_L^T B, \tag{3.12}$$

$$C_R = C T_R, \tag{3.13}$$

$$D_R = D$$

3.3 OBTENÇÃO DOS PARÂMETROS ADI

Os parâmetros ADI assumem vital função no método, pois impactam diretamente na taxa de convergência das iterações, no caso de convergência. Há diferentes técnicas que buscam os parâmetros ótimos e subótimos [10, 11, 55–63].

Uma forma tradicional [3, 10, 53, 55, 63] se baseia na resolução de um problema de mini-max

$$\min_{\{\mu_1, \dots, \mu_J\}} \left\{ \max_{x \in \mathcal{R}} \left| \prod_{j=1}^J \frac{\mu_j^* - x}{\mu_j + x} \right| \right\} \quad (3.14)$$

em que $\mathcal{R} \subset \mathbb{C}^-$, e \mathcal{R} contém os autovalores da matriz de estados estável A .

Um procedimento heurístico [10, 11, 47] para resolver o problema da eq. (3.14) consiste em utilizar o processo de Arnoldi [64] para estimar os autovalores dominantes de A . Basicamente, gera-se uma matriz de projeção $V_{n \times w}$ ($w \ll n$), cujas colunas, ortonormais entre si, formam uma base em um subespaço conveniente, comumente o subespaço de Krylov [14, 64, 65]. A partir de então, uma matriz de *Ritz* é obtida por

$$H_{w^+ \times w^+}^+ = (V_{w^+ \times n}^T) A_{n \times n} V_{n \times w^+} \quad (3.15)$$

e, como a dimensão de H^+ é reduzida, rapidamente são computados os seus autovalores, chamados de valores de *Ritz* estáveis, para A estável. Estes w^+ autovalores aproximam os w^+ maiores (em magnitude) polos de A . O mesmo processo é feito para A^{-1} :

$$H_{w^- \times w^-}^- = (V_{w^- \times n}^T) A_{n \times n}^{-1} V_{n \times w^-} \quad (3.16)$$

em que os w^- autovalores de H^- são também valores estáveis de *Ritz* e aproximam os w^- menores (em magnitude) polos de A . Os $(w^+ + w^-)$ valores de *Ritz* compõem \mathcal{R} . O número $(w^+ + w^-)$ deve ser maior que $2J$ para se obter J parâmetros ADI.

Uma alternativa para o cálculo dos parâmetros ADI seria a possibilidade do próprio usuário do método fixar manualmente os valores $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_J$ de interesse. Essa escolha de valores pode ser baseada na experiência do usuário, na análise de picos da resposta em frequência do sistema [44], ou simplesmente arbitrária. Desta forma, pode-se poupar tempo de processamento e esforço computacional se a escolha dos parâmetros for adequada.

3.4 RAZÕES PARA A ESCOLHA DESTE MÉTODO

A escolha do método SLRCF-ADI para ser utilizado juntamente ao Truncamento Balanceado se deve ao fato deste método ser altamente eficiente, robusto e têm recebido diversos aprimoramentos desde versões iniciais.

Em especial, este método apresenta resultados com qualidades superiores se comparadas com, por exemplo, métodos de projeção em subespaços de Krylov [65]. Ainda, o método SLRCF-ADI é compatível com sistemas *Multiple Input Multiple Output* (MIMO), o que é fundamental no desenvolvimento das abordagens de ROPM, conforme será visto no Capítulo 5.

Além disso, a robustez do método permite reduções de ordem de sistemas mesmo que, a rigor, estejam com alguns poucos modos instáveis. Isto é, possibilidade de fazer a redução de ordem com shift $\alpha = 0$, já que o interesse é por valores numéricos dentro de uma faixa de frequência estreita (0,2 a 2,5 Hz).

Nos capítulos subsequentes esta abordagem será explorada e adaptada para incorporar o cálculo de MOR que permitam a manipulação de parâmetros variáveis.

3.5 CONSIDERAÇÕES FINAIS DESTE CAPÍTULO

Este capítulo apresentou os principais conceitos do método ADI e os aprimoramentos de diferentes trabalhos que culminaram na eficiente versão SLRCF-ADI. Detalhes e particularidades deste método foram explicitados, assim como as razões para a escolha de tal método.

Capítulo 4 MODELAGEM DE SEP E PACDYN

Este capítulo apresenta um breve resumo da modelagem de componentes de Sistemas Elétricos de Potência, considerando um sistema trifásico equilibrado, o que permite a análise do ponto de vista da componente de sequência positiva apenas [1, 2, 66, 67]. Ao longo do texto, são apresentadas informações mostrando como a modelagem é realizada no aplicativo PacDyn [36]. Em seguida, são apresentadas algumas informações adicionais sobre este aplicativo. Um exemplo com sistema máquina-barra infinita é apresentado ao final do capítulo para ilustrar melhor o processo de retirada e inclusão de um controlador ao sistema. O equacionamento envolvendo este último aspecto será mais explorado nos Capítulos 5 e 6.

4.1 TRANSFORMADOR DE DOIS ENROLAMENTOS

Em uma análise simplificada, o transformador de potência de dois enrolamentos pode ser modelado como uma reatância série, desprezando-se as perdas ativas, efeitos de magnetização, etc. Contudo, muitas vezes há a necessidade de incluir o tap do transformador na modelagem. Isto é realizado não apenas para permitir um maior controle das relações de tensões do transformador, mas também para lidar com o problema de conflitos de base em sistema pu [1, 2, 66–69]. Para um transformador de dois enrolamentos com tap assumindo valor real a em um dos lados, aqui adotado como o lado direito, um modelo é apresentado na Figura 4.1(a) [1, 2, 67–69], com o tap no lado em que está a barra m . Baseando-se na teoria de quadripolos [70], um circuito π equivalente apenas com admitâncias é obtido a partir desse modelo e é apresentado na Fig. 4.1(b).

O quadripolo escrito em termos da matriz de admitâncias é da seguinte forma.

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_{km} \\ \bar{I}_{mk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (A + B) & -A \\ -A & (A + C) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_k \\ \bar{V}_m \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

Em que $A = (a)\bar{y}_{trafo}$, $B = (a^2 - a)\bar{y}_{trafo}$, $C = (1 - a)\bar{y}_{trafo}$, e \bar{y}_{trafo} consiste na admitância do transformador, ou simplesmente o inverso de sua impedância jX_{trafo} ,

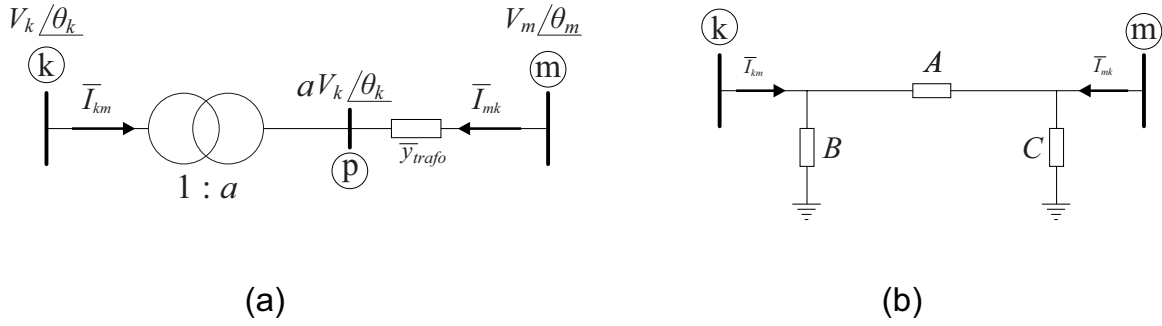


Figura 4.1: (a) Diagrama unifilar ilustrando modelo de transformador com dois enrolamentos, com tap do lado da barra m ; (b) Circuito elétrico equivalente em π para representar um transformador com tap.

conforme dedução em [1, 2, 69]. Ressalta-se que o tap do transformador se encontra do lado da admitância C na Fig. 4.1(b).

Caso haja necessidade de inserção de tap real em ambos os lados do transformador, uma alternativa seria utilizar o modelo da Fig. 4.2(a) e repartir a impedância $\bar{z}_{trafo} = jX_{trafo}$ do transformador em duas em série: $\bar{z}_{trafo} = \bar{z}_{T1} + \bar{z}_{T2}$, de forma que

$$\bar{y}_{trafo} = \frac{1}{\bar{z}_{T1} + \bar{z}_{T2}} = \frac{(\bar{y}_{T1})(\bar{y}_{T2})}{\bar{y}_{T1} + \bar{y}_{T2}}. \quad (4.2)$$

Em seguida, cada lado com o seu devido tap é modelado por um circuito equivalente π equivalente, e os dois circuitos são concatenados, como na Figura 4.2(b).

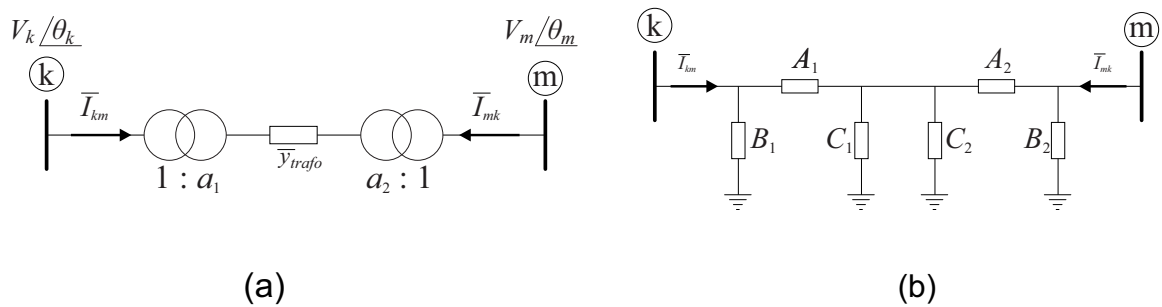


Figura 4.2: (a) Modelo de transformador com tap em ambos os lados; (b) Circuito equivalente do transformador com tap em ambos os lados.

Definindo-se como \bar{V}_x a tensão nodal entre os dois circuitos π da Figura 4.2(b), e admitindo que não há injeção externa de corrente neste ponto, é construída a matriz de admitância de rede para o circuito da Fig. 4.2(b):

$$\begin{bmatrix} (A_1 + B_1) & -A_1 & 0 \\ -A_1 & (A_1 + C_1 + A_2 + C_2) & -A_2 \\ 0 & -A_2 & (A_2 + B_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_k \\ \bar{V}_x \\ \bar{V}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{I}_{km} \\ 0 \\ \bar{I}_{mk} \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Em seguida, reordena-se os elementos da matriz de admitância:

$$\begin{bmatrix} (A_1 + B_1) & 0 & -A_1 \\ 0 & (A_2 + B_2) & -A_2 \\ -A_1 & -A_2 & (A_1 + C_1 + A_2 + C_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_k \\ \bar{V}_m \\ \bar{V}_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{I}_{km} \\ \bar{I}_{mk} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

e define-se a seguinte partição:

$$\begin{bmatrix} Y_1 & Y_2 \\ Y_3 & Y_4 \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{cc|c} (A_1 + B_1) & 0 & -A_1 \\ 0 & (A_2 + B_2) & -A_2 \\ \hline -A_1 & -A_2 & (A_1 + C_1 + A_2 + C_2) \end{array} \right], \quad (4.5)$$

para que então seja realizada a redução de Kron [1, 2, 66]: $Y_{resultante} = Y_1 - Y_2 Y_4^{-1} Y_3$. Conforme eq. (4.1),

$$\begin{aligned} A_1 &= a_1 \bar{y}_{T1} & A_2 &= a_2 \bar{y}_{T2} \\ B_1 &= a_1(a_1 - 1) \bar{y}_{T1} & B_2 &= a_2(a_2 - 1) \bar{y}_{T2} \\ C_1 &= (1 - a_1) \bar{y}_{T1} & C_2 &= (1 - a_2) \bar{y}_{T2} \end{aligned} \quad (4.6)$$

Desenvolvendo-se $Y_{resultante} = Y_1 - Y_2 Y_4^{-1} Y_3$, chega-se a

$$\begin{bmatrix} (a_1^2) \bar{y}_{trafo} & -(a_1 a_2) \bar{y}_{trafo} \\ -(a_1 a_2) \bar{y}_{trafo} & (a_2^2) \bar{y}_{trafo} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_k \\ \bar{V}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{I}_{km} \\ \bar{I}_{mk} \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

A partir do qual é possível obter um circuito π equivalente como na Fig. 4.1(b). Basta fazer $A = (a_1 a_2) \bar{y}_{trafo}$, $B = a_1(a_1 - a_2) \bar{y}_{trafo}$ e $C = a_2(a_2 - a_1) \bar{y}_{trafo}$.

4.2 LINHAS DE TRANSMISSÃO

A depender do comprimento \mathcal{L} da linha de transmissão, diferentes modelos podem ser adotados para estudo de comportamento da mesma. Para linhas mais longas, o modelo de linha com perdas utilizado se baseia em parâmetros distribuídos com base na teoria eletromagnética e no modelo originalmente desenvolvido por O. Heaviside [1, 2, 67–69, 71, 72]. O modelo constitui representações da linha de transmissão como inúmeros trechos diferenciais modelados pelo circuito da Figura 4.3(a).

Sejam r , l , g e c , respectivamente, os parâmetros distribuídos de resistência (série), indutância (série), condutância (em paralelo) e capacitância (em paralelo).

Estes parâmetros são função da distância (em metros, ou, como adotado, em km) e também podem ser função da frequência. Estes parâmetros são calculados com base na geometria das torres de transmissão, características dos condutores e do meio, etc. [1, 2, 67–69, 71, 72]. Ainda, os parâmetros de linha podem ser considerados como grandezas estocásticas [35].

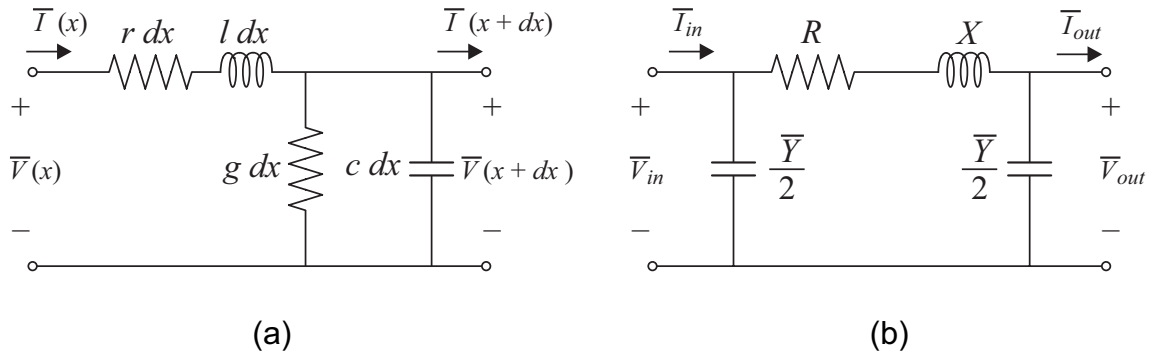


Figura 4.3: (a) Modelo de LT diferencial com a distância; (b) Modelo de LT média com parâmetros concentrados.

O modelo da Fig. 4.3(a) é descrito pelas equações do telégrafo [1, 2, 68, 71, 72]:

$$\frac{\partial^2 \bar{V}(x)}{\partial x^2} = \gamma^2 \bar{V}(x) \quad \text{e} \quad \frac{\partial^2 \bar{I}(x)}{\partial x^2} = \gamma^2 \bar{I}(x) \quad (4.8)$$

Em que \bar{V} é a tensão ao longo da linha e está diretamente relacionada ao campo elétrico que se propaga ao longo desta. Analogamente, a corrente $\bar{I}(x)$ está ligada ao campo magnético que se propaga na linha. A variável x representa a distância ao longo da linha, em km. O termo γ , tal como na equação diferencial clássica da onda, significa a constante de propagação da onda eletromagnética pela linha e é dada por $\gamma = \sqrt{(r + j\omega l)(g + j\omega c)}$. O campo elétrico se relaciona com o campo magnético pela impedância característica $Z_c = \sqrt{\frac{r + j\omega l}{g + j\omega c}}$.

Para o programa PACDYN [36], é suficiente modelar a linha para comprimento médio. Para linhas com comprimento médio, passa-se a utilizar parâmetros concentrados, conforme Figura 4.3(b), em que os parâmetros R , X e \bar{Y} são, respectivamente, a resistência série, reatância série e admitância shunt. Estes parâmetros geralmente são obtidos multiplicando-se os parâmetros distribuídos diretamente pelo comprimento da linha \mathcal{L} e podem ser fornecidos em pu, em ohms/siemens, em termos do carregamento da linha, etc.

4.3 MATRIZ DE ADMITÂNCIA DE BARRA

A teoria de quadripolos [70] se utiliza de matrizes (quer seja de admitâncias, de impedâncias, de transmissão ou de parâmetros híbridos) para relacionar linearmente um vetor de variáveis que contém tensões e/ou correntes com outro vetor de mesmo tamanho com as tensões e/ou correntes restantes. A limitação da teoria de quadripolos está no fato de relacionar apenas duas barras (ou entrada e saída) de cada vez.

Para o estudo e análise de SEP, o conceito de quadripolos é estendido para o caso de n barras, com a ideia de multipolos (ou $2n$ -polos), que relaciona um conjunto com n elementos, que contém tensões e/ou correntes, com o conjunto de variáveis restantes, também de dimensão restante. Ou seja, de forma genérica, um multipolo é descrito da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} V_{in} \\ I_{in} \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} V_{out} \\ I_{out} \end{bmatrix}, \quad (4.9)$$

em que $V_{in} = [V_1 \dots V_j]^T$, $I_{in} = [I_1 \dots I_k]^T$, $V_{out} = [V_{(j+1)} \dots V_n]^T$, $I_{out} = [I_{(k+1)} \dots I_n]^T$, com $j+k=n$. M é a matriz que relaciona linearmente um conjunto ao outro. No caso particular em que $j=0$ e $k=n$, tem-se que $M = Y_{BUS}$ é a matriz de admitância nodal ou de barra [1, 66, 67, 69]. Ou seja,

$$\begin{bmatrix} I_{in} \end{bmatrix} = Y_{BUS} \begin{bmatrix} V_{out} \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

No caso de uma rede elétrica modelada por elementos passivos como resistores, indutores e capacitores, o processo de construção elemento a elemento da matriz Y_{BUS} é simples e direto [1, 66, 69]:

$$[Y_{BUS}]_{ij} = \begin{cases} \bar{y}_k + \sum_{k=1}^L \bar{y}_{ik}, & \text{se } i = j \\ -\bar{y}_{ij}, & \text{se } i \neq j \end{cases} \quad (4.11)$$

em que \bar{y}_{ik} é a admitância da interligação, se houver, entre a barra i e a k ; y_k é a admitância entre a barra k e o terra; L é o número de ligações na rede.

4.4 PROBLEMA DE FLUXO DE CARGA

Em diversos problemas relacionados ao SEP, há a necessidade de determinar um ponto de operação da rede elétrica a fim de que outras análises possam prosseguir. No

ponto de operação, as variáveis de interesse para análise são as tensões em todas as barras, os fluxos de potência entre barras, assim como as potências injetadas em todas as barras. O problema de fluxo de carga/potência objetiva formular um problema cuja solução fornecerá todas as tensões de barra, com fases referidas em relação à tensão de uma barra de referência, chamada de barra *swing*. Os fluxos de potência podem ser calculados uma vez obtidas todas as tensões de barra. Neste texto, é apresentada a formulação tradicional polar de fluxo de potência [1, 2, 67–69], na qual a tensão é trabalhada de forma complexa polar e há três categorias de barras: a *swing*, com tensão já definida, barras PV que fixam a magnitude de tensão e injeção de potência ativa no sistema, e barras PQ, cujas tensões necessitam ser determinadas. Outras abordagens mais aprofundadas permitem ainda estabelecer um problema de fluxo de carga ótimo com limites de operação de tensões e inclusive de injeção de potência reativa pelos geradores [34].

As premissas do problema de fluxo de carga tradicional é que são conhecidas as potências ativa e reativa injetadas nas barras de consumo de carga (PQ), são conhecidas a tensão e injeção de potência ativa nas barras de geração (PV) e tem-se uma barra com tensão pré-definida, em magnitude e em fase. Além disso, pressupõe-se que a topologia da rede é conhecida, em termos das interconexões entre todas as barras, e conexões shunt. Todas as informações são então agrupadas na matriz de admitância de rede Y_{BUS} . Os geradores são modelados simplesmente como fontes de tensão conectadas às barras PV e *swing*.

Utilizando-se da matriz de admitância da rede e a definição de que $\bar{S} = P + jQ = \bar{V}\bar{I}^*$, é feita em [1, 2, 68, 69] a seguinte dedução.

Para determinada barra k de um total de N_B barras, tem-se que a potência injetada no sistema é

$$\bar{S}_k = P_k + jQ_k = \bar{V}_k \bar{I}_k^* \quad (4.12)$$

Da matriz Y_{BUS} , tem-se que $\bar{I}_k = \sum_{m=1}^{N_B} Y_{km} \bar{V}_m$. Logo,

$$\begin{aligned} \bar{S}_k &= \bar{V}_k \bar{I}_k^* = \bar{V}_k \left(\sum_{m=1}^{N_B} Y_{km} \bar{V}_m \right)^* = \bar{V}_k \sum_{m=1}^{N_B} (Y_{km})^* (\bar{V}_m)^* = \\ &= \bar{V}_k \sum_{m=1}^{N_B} (G_{km} - jB_{km}) \bar{V}_m e^{j\theta_{km}} \end{aligned} \quad (4.13)$$

Separando-se as componentes real e imaginária da potência complexa, chega-se às equações deduzidas em [1, 2, 68, 69].

$$\begin{aligned} P_k &= V_k \sum_{m=1}^{N_B} V_m [G_{km} \cos(\theta_{km}) + B_{km} \text{sen}(\theta_{km})] \\ Q_k &= V_k \sum_{m=1}^{N_B} V_m [G_{km} \text{sen}(\theta_{km}) - B_{km} \cos(\theta_{km})] \end{aligned} \quad (4.14)$$

Em que $Y_{km} = G_{km} + jB_{km}$ é um determinado elemento da matriz de admitâncias. Estas equações possuem validade para todas as barras, ou seja, para $k = 1, \dots, N_B$. No entanto, para o problema de fluxo de carga, as equações da potência ativa são escritas somente para barras PQ e PV e as equações de potência reativa são escritas apenas para barras PQ.

O conjunto de equações não lineares formuladas na eq. (4.14) tradicionalmente são resolvidas empregando-se um método numérico iterativo como o de Newton-Raphson [1, 2, 67–69], no qual as equações são reescritas na forma de desvios/*mismatches* que devem ser nulos, e as variáveis a serem resolvidas são de magnitudes e ângulos de tensão. O método de Newton-Raphson utiliza uma matriz jacobiana, originada derivando-se cada equação por cada variável do problema, no processo iterativo de atualização dos valores associados às variáveis, que rapidamente convergem para a solução do problema, dentro de determinada tolerância.

No entanto, ao se considerar o aplicativo PacDyn [36], os resultados na forma polar, obtidos do resultado do fluxo de carga convergido, são convertidos em dados na forma retangular. Este processo torna-se necessário, porque os sinais de tensão na forma de pequenas perturbações nesse aplicativo são na forma retangular.

4.5 GERADOR SÍNCRONO

Basicamente, a máquina mais utilizada na conversão para energia elétrica, o gerador síncrono se baseia no princípio de um rotor com campo constante, impulsionado por uma força motriz externa, rotaciona e induz tensão no conjunto de espiras do estator, que se encontra posicionado ao redor do rotor [73–75]. A Fig. 4.4(a) foi extraída de [69] para ilustrar melhor o esquema físico em um máquina ideal, destacando-se a concepção física estator-rotor.

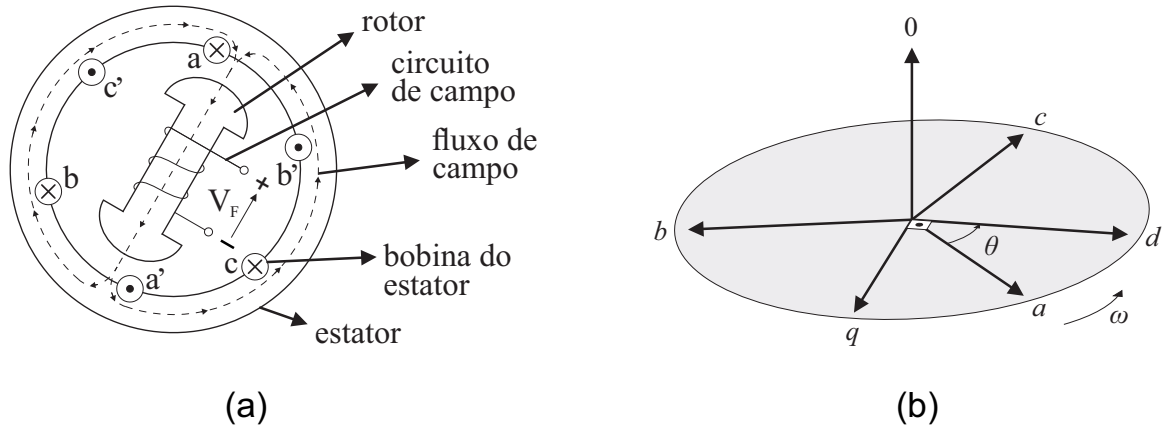


Figura 4.4: (a) Modelo de gerador síncrono de polos salientes; (b) Diagrama da Transformada de Park.

No equacionamento do modelo de gerador síncrono, muitas relações e parâmetros dependem do ângulo em que se encontra o rotor, que está em movimento. Com finalidade de retirar a dependência com o movimento do rotor e simplificar as equações, para o caso de sistema trifásico equilibrado, a transformada de Park é utilizada para mudar a referência estática para uma referência que gira sincronamente com o rotor. A transformada de Park que transforma grandezas de fase abc para o domínio $dq0$ (eixos direto, em quadratura e zero) é dada como [73–75]:

$$f_{dq0} = [K_{Park}]f_{abc} \quad (4.15)$$

em que

$$K_{Park} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ -\text{sen}(\theta) & -\text{sen}(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\text{sen}(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

Existem diferentes modelos para o gerador síncrono, com diversos níveis de complexidade de acordo com a necessidade e profundidade do estudo realizado. O PacDyn possui 8 modelos de gerador síncrono para estudos de estabilidade eletromecânica [36]. Em particular, destaca-se o modelo # 6 do PACDYN [36], utilizado neste capítulo para ilustrar as principais equações de um modelo de gerador síncrono. O modelo em questão considera os efeitos transitório e subtransitário no eixo em quadratura e apenas o efeito transitório no eixo direto. Este modelo é indicado para modelar máquinas síncronas com polos salientes [43]. As equações deste modelo são apresentadas a seguir.

$$\begin{aligned}
 V_d &= E_d'' + X_q'' I_q - R_a I_d \\
 V_q &= E_q'' - X_d'' I_d - R_a I_q \\
 \frac{dE_d''}{dt} &= \frac{1}{T_{d0}''} [-E_d'' + (X_q - X_q'') I_q] \\
 \frac{dE_q''}{dt} &= \frac{1}{T_{d0}'} \left[E_{fd} + \frac{X_d - X_d'}{X_d' - X_l} E_q'' - \frac{X_d - X_l}{X_d' - X_l} E_q' - \frac{(X_d - X_d')(X_d'' - X_l)}{X_d' - X_l} I_d - SAT \right] \\
 \frac{dE_q''}{dt} &= \frac{1}{T_{d0}''} [-E_q'' + E_q' - (X_d' - X_d'') I_d] + \frac{X_d'' - X_l}{X_d' - X_l} \frac{dE_q'}{dt} \\
 SAT &= A e^{(B|E_q'| - C)}
 \end{aligned} \tag{4.17}$$

em que grandezas com subíndices d e q são grandezas nos eixos direto e em quadratura da transformada de Park; grandezas com sobreíndice $'$ e $''$ foram modeladas para regimes transitório e subtransitório da máquina síncrona; E , V , I e T são tensão interna do gerador, tensão e corrente nos terminais do gerador e constante de tempo de circuito aberto da máquina síncrona, respectivamente; E_{fd} é a tensão do circuito de campo; X_l é a reatância de dispersão; R_a é a resistência da armadura, ou estator; SAT é o modelo de saturação considerado, em que A , B e C são parâmetros que dependem da curva de saturação da máquina.

4.6 NOÇÕES DE ESTABILIDADE ELETROMECAÂNICA

O bom funcionamento de um SEP depende do equilíbrio dinâmico entre os conjugados ou torques mecânicos, que propulsionam o movimento das máquinas motrizes, que por sua vez acionam os rotores dos geradores síncronos que abastecem a rede elétrica, e entre os conjugados eletromagnéticos, resultantes da existência de cargas e perdas no sistema que consomem esta energia, que contrapõem o movimento das máquinas motrizes, na tentativa de freá-las. O balanço perfeito e sincronizado de conjugados permite o funcionamento da unidade geradora a velocidades mecânicas constantes, e frequência elétrica constante ao longo do sistema elétrico, em determinado ponto de operação [1, 39, 67–69].

Entretanto, distúrbios na rede elétrica, como mudanças abruptas de carga, faltas, desligamentos de cargas e geradores, aberturas de linhas de transmissão, sobredemanda, etc., podem afetar esta interação entre conjugados e ameaçar a boa operação do sistema. Sistemas mais robustos e estáveis recebem tais perturbações, oscilam entre alguns pontos de operações, porém logo se acomodam em alguma condição de operação segura. Por outro lado, sistemas fracos e instáveis perdem controle do ângulo e da velocidade angular do rotor de seus geradores e colapsam. O objetivo da análise de estabilidade eletromecânica é avaliar um sistema quanto à sua capacidade de lidar com

tais oscilações e, caso não seja, como implementar soluções, na forma de ajustes de operação, adição de controladores, alteração de topologia de rede, etc., para tornar o sistema em estudo menos vulnerável [1, 39, 67–69].

Os estudos de estabilidade eletromecânica geralmente levam em consideração a modelagem das dinâmicas dos geradores, como as equações dispostas em (4.17), a modelagem da rede elétrica (cargas, linhas de transmissão, transformadores, etc.) como elementos estáticos e acrescentam o vínculo entre conjugados mecânico e eletromagnético por meio das equações de *swing* de cada gerador. Normalmente, trabalha-se com potências mecânica e elétrica em lugar de conjugados. As equações de *swing* do gerador síncrono são dadas por [1, 39, 67–69]:

$$\begin{aligned} \frac{2H}{\omega_0} \frac{d\omega(t)}{dt} + D(\omega(t) - \omega_0) &= P_m(t) - P_e(t) \\ \frac{d\delta}{dt} &= \omega(t) - \omega_0 \end{aligned} \quad (4.18)$$

em que H é a constante de inércia do equivalente do rotor; ω é a velocidade angular do rotor do gerador; ω_0 é a velocidade angular de referência, geralmente considerada a velocidade síncrona da rede; D é o coeficiente de torque de amortecimento; δ é o ângulo do rotor; P_m e P_e são as potências mecânica e elétrica.

Nas equações de *swing* do gerador, a potência mecânica assume valor constante nesta análise, contudo um regulador de velocidade poderia ser inserido para análises mais específicas com variação lenta da potência mecânica [1].

4.7 REGULADOR DE TENSÃO E PSS

Os SEP possuem diferentes dispositivos que os tornam mais robustos e capazes de suportar muitos distúrbios, até mesmo imprevisíveis. Em referência a estes dispositivos, esta seção aborda brevemente os controladores Regulador de Tensão (RAT) e Estabilizador de Sistemas de Potência (ESP, do inglês *Power Systems Stabilizer* – PSS). O usuário do PacDyn pode utilizar os modelos dedicados *built-in* do próprio programa ou pode construir o seu modelo personalizado por meio de *User Defined Controllers* (UDC). O regulador de velocidade não é trabalhado nesta dissertação pois sua atuação é lenta demais em comparação com a faixa de frequências de 0.2 Hz a 2.5 Hz de observação para estudo de estabilidade eletromecânica. Contudo, o efeito do poderia ser incluído via PacDyn.

O Regulador Automático de Tensão (RAT) tem como função regular a tensão nos terminais do gerador síncrono, no sentido de mantê-la constante. O RAT atua por meio de controle do sistema de excitatriz da máquina síncrona, especificamente sobre a tensão de campo E_{fd} . As Figuras 4.5 a 4.7 apresentam três modelos de RAT já incluídos da forma *built-in* no programa PacDyn: o modelo estático rápido; o sistema de excitação IEEE do tipo 1 e o sistema de excitação IEEE do tipo 2 [36, 39, 43].

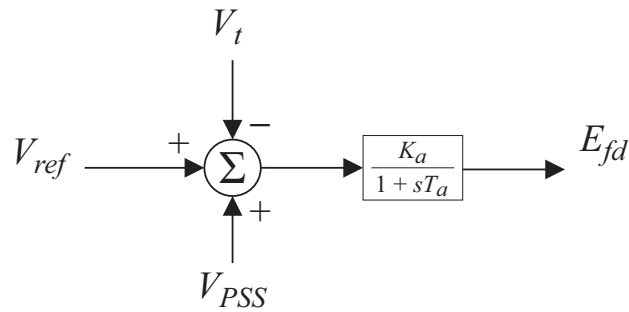


Figura 4.5: Modelo de RAT estático rápido.

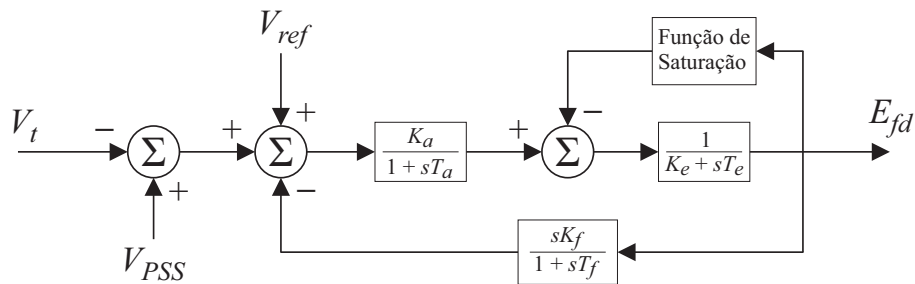


Figura 4.6: Modelo de RAT de Excitação IEEE do tipo 1.

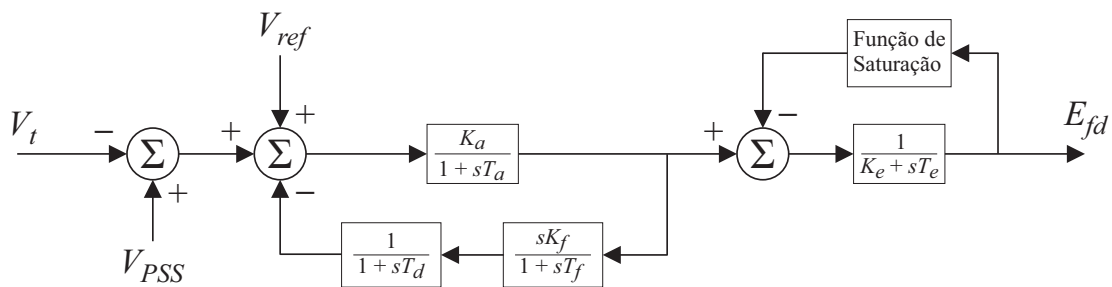


Figura 4.7: Modelo de RAT de Excitação IEEE do tipo 2.

O RAT é caracterizado como controle primário de regulação de tensão. Elementos de controle suplementar, ou adicional, podem ser inseridos para tornar o sistema mais robusto. Um destes elementos é o Estabilizador de Sistemas de Potência (ESP, do

inglês *Power Systems Stabilizer – PSS*). A função do PSS é introduzir conjugado de amortecimento ao sistema, da mesma natureza que aquele relacionado com o termo D nas equações de *swing*, (4.18).

O PSS atinge o seu objetivo ao modular os sinais de entrada tais como velocidade do rotor, potência elétrica terminal do gerador, variação da frequência de tensão de barra, potência acelerante, ou mesmo uma combinação de alguns destes sinais. Nesta dissertação, utiliza-se sinal misto compreendido por velocidade e potência elétrica. A saída do PSS consiste em sinal adicional/suplementar que é alimentado na entrada do RAT (sinal de referência). A Figura 4.8 apresenta um modelo genérico de PSS cuja entrada de sinal é a velocidade angular do rotor. O sinal de saída do PSS é limitado, por exemplo, na faixa $\pm 0,1$ pu. Porém, neste trabalho, por se considerar apenas a abordagem linear, este bloco limitador será ignorado. No entanto, uma vez projetado, mas incorporado ao modelo não linear de sistema, simulações não lineares precisariam ser realizadas para validar o projeto do PSS.

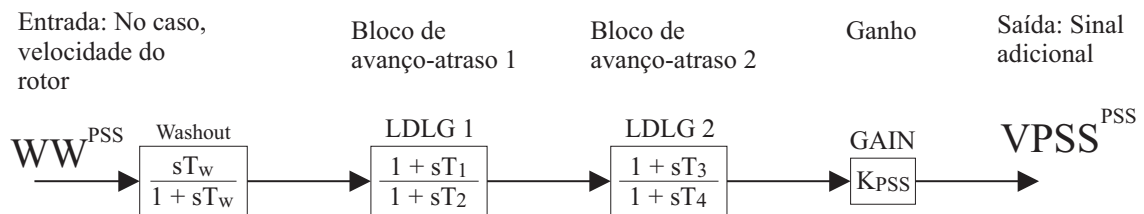


Figura 4.8: Modelo com topologia genérica de PSS com um ganho, dois estágios de avanço/atraso de fase e um bloco *washout*.

Em se tratando de ajustes realizados em PSS para fins de estabilidade eletromecânica a pequenos sinais, geralmente as constantes de tempo de denominador, como T_2 e T_4 na Fig. 4.8, que introduzem polos no sistema em malha fechada, são fixadas e as constantes de tempo de numerador (zeros do controlador), como T_1 e T_3 na Fig. 4.8, assim como o ganho K_{PSS} , se tornam parâmetros de ajuste.

4.8 INFORMAÇÕES ADICIONAIS DO PACDYN

O PacDyn (Programa de Análise e Controle de Oscilações Eletromecânicas em Sistemas de Potência) [36], do CEPEL, é um programa computacional para estudos e análise de estabilidade eletromecânica a pequenos sinais e ressonância subsíncrona de SEP.

O programa possui poderosas ferramentas e eficientes algoritmos incorporados, o que permite o cálculo de respostas no tempo e frequência, análise modal, com solução de modos dominantes, análise de sensibilidade, lugar geométrico das raízes, suporte para ajuste de controladores de SEP, etc. [36].

Uma das funcionalidades de grande uso do aplicativo PacDyn é a linearização de um modelo dinâmico não-linear, em torno de um ponto de operação, para estudo de estabilidade eletromecânica e a geração de um arquivo de dados que pode ser incorporado e trabalhado no Matlab [40], em que o sistema linearizado é representado na forma descritora no formato:

$$\begin{cases} [E_{PAC}]\dot{\mathbf{x}}_{PAC}(t) = [A_{PAC}]\mathbf{x}_{PAC}(t) + [B_{PAC}]\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}_{PAC}(t) = [C_{PAC}]\mathbf{x}_{PAC}(t) + [D_{PAC}]\mathbf{u}(t) \end{cases} \quad (4.19)$$

em que A_{PAC} é a matriz jacobiana aumentada.

Como o sistema gerado pelo PacDyn é uma linearização em torno de um ponto de operação, idealmente suas variáveis deveriam ser denotadas como desvios ou incrementos, tal como $\Delta\omega$ denota o desvio para a velocidade ω no modelo não-linear. Contudo, uma vez definido que os sistemas trabalhados nesta dissertação são linearizados e para não sobrecarregar a notação, o uso de Δ na notação das variáveis é omitido neste texto.

O vetor de estados generalizados \mathbf{x}_{PAC} na eq. (4.19) engloba todas as variáveis de estado, variáveis algébricas e as variáveis utilizadas como entrada, conforme apresentado na seção 2.3. Em outras palavras,

$$\mathbf{x}_{PAC} = \Omega_i \left\{ \begin{bmatrix} x \\ z \\ u \end{bmatrix} \right\} \quad (4.20)$$

em que símbolo adotado $\Omega_i \{ \}$ representa um ordenamento i ao longo da dimensão do vetor no argumento entre chaves. Uma das particularidades do sistema gerado pelo PacDyn é que cada linha e coluna da matriz jacobiana aumentada A_{PAC} e de E_{PAC} , e cada linha B_{PAC} e coluna de C_{PAC} é associada a uma das variáveis em \mathbf{x}_{PAC} , cujo elemento se encontra na diagonal principal de A_{PAC} . Desta forma, em cada linha de A_{PAC} somente a variável associada àquela linha pode ser solicitada como entrada. Caso uma linha requeira alguma entrada que não seja a variável associada àquela linha, primeiramente a equação, algébrica, da variável desejada como entrada deve transformar a variável de entrada em variável de estado generalizada; em seguida,

qualquer equação poderá solicitar agora a nova variável de estado algébrica. A Figura 4.9 ilustra esse processo.

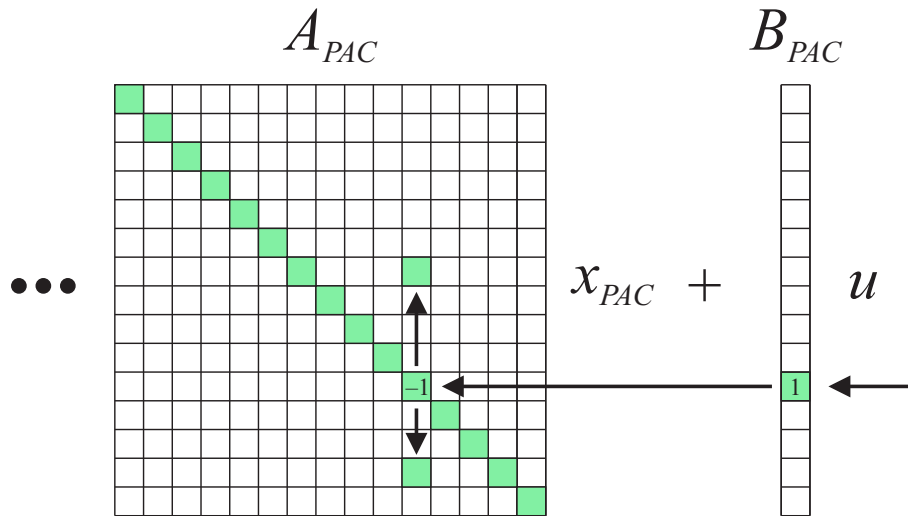


Figura 4.9: Diagrama para variáveis de entrada no sistema gerado pelo PACDYN.

A Figura 4.10, extraída de [36], apresenta a estrutura matricial da matriz jacobiana aumentada A_{PAC} . A matriz jacobiana aumentada A_{PAC} na eq. (4.19) é construída principalmente na estrutura de bloco diagonal, em que blocos contendo as variáveis de cada gerador, cada PSS, cada RAT, são dispostos ao longo da diagonal da matriz, e alguns poucos elementos fora destes blocos realizam a interconexão entre os mesmos, por meio de equações algébricas em maioria. Esta seria a submatriz J_a apresentada na Figura 4.10, uma matriz extremamente esparsa. A rede elétrica modela os elementos estáticos, cujas informações se encontram na matriz de admitância Y_{BUS} , e se encontra na submatriz J_d . As submatrizes J_b e J_c tratam de realizar as interconexões entre os componentes dinâmicos da rede e a parte estática da rede.

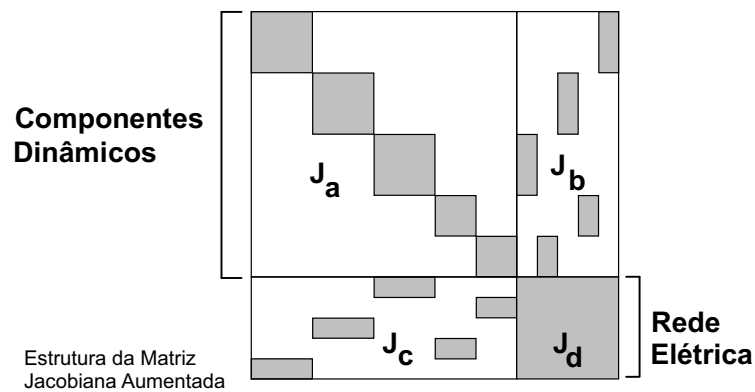


Figura 4.10: Estrutura utilizada pelo PacDyn para a construção da matriz Jacobiana aumentada.

Além disso, ao tratar de blocos de avanço-atraso (LDLG, do inglês *lead-lag*) como os presentes no modelo genérico de PSS, da Fig. 4.8, o PacDyn realiza um desmembramento em dois ramos paralelos, como pode ser visto na Fig. 4.11.

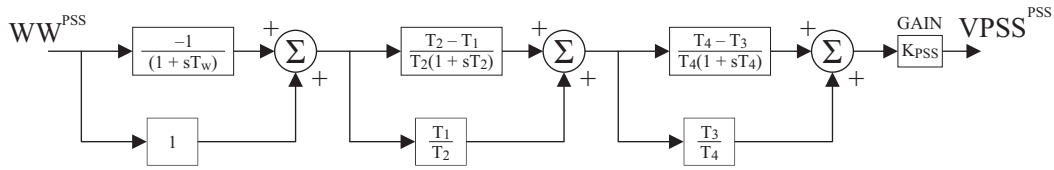


Figura 4.11: Modelo PSS com blocos LDLG decompostos conforme PacDyn.

4.9 EXEMPLO COM SISTEMA MÁQUINA-BARRA INFINITA

Esta seção trata de ilustrar o equacionamento do PacDyn para o PSS e a extração destas informações a partir do modelo gerado pelo PacDyn, para um sistema simples consistindo de gerador síncrono ligado a um barramento infinito, que mantém a tensão a níveis fixos. **Ver Apêndice A para dados deste sistema exemplo.**

O diagrama unifilar deste sistema é apresentado na Fig. 4.12. Apenas uma reatância de 0.05 pu é utilizada para modelar a interconexão entre máquina e barra infinita. A tensão no barramento infinito é fixada em $1\angle 0^\circ$ pu. O primeiro passo consiste em se determinar as tensões do problema de fluxo de carga. Para este sistema, a tensão terminal do gerador é $V_t = 1\angle 30^\circ$ (ver Apêndice A).

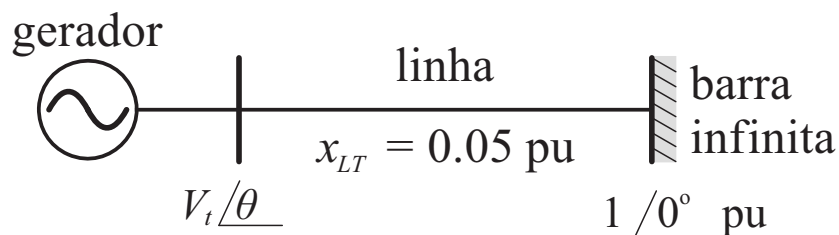


Figura 4.12: Modelo de sistema máquina-barra infinita.

Efetuuou-se a simulação do sistema exemplo no PacDyn e este carregou os resultados de fluxo de potência, com informações da rede elétrica, carregou o modelo dinâmico deste sistema, que inclui as eq. (4.17) do gerador, as eq. (4.18), e carregou os modelos de RAT e de PSS. O PacDyn gerou um sistema linearizado para Matlab.

Foram utilizados como entrada e saída a tensão de referência V_{ref} e a potência ativa de terminal P_t , respectivamente. A Figura 4.13 apresenta o diagrama de blocos do sistema, com o PSS destacado em detalhes. O PSS foi modelado como um UDC. Os valores dos parâmetros são: $T_w = 3$ s; $K_{PSS} = 15$; $T_1 = T_3 = 0.06$ s; $T_2 = T_4 = 0.015$ s.

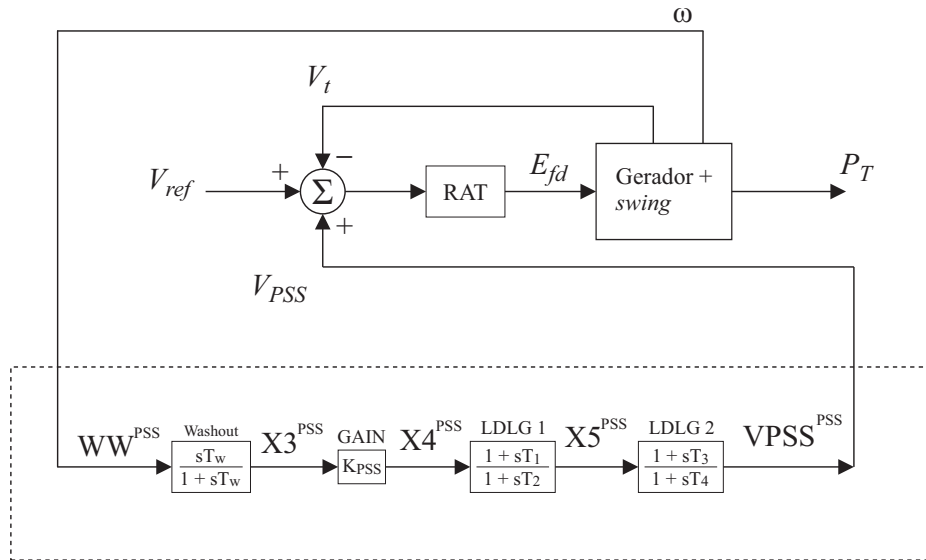


Figura 4.13: Diagrama de blocos do sistema exemplo com PSS em detalhes.

Conforme já visto, na modelagem do PacDyn, os blocos de *lead-lag* devem ser convertidos em outra forma, de modo que novas variáveis são criadas. O novo formato em diagramas de blocos é apresentado na Figura 4.14, com o PSS destacado.

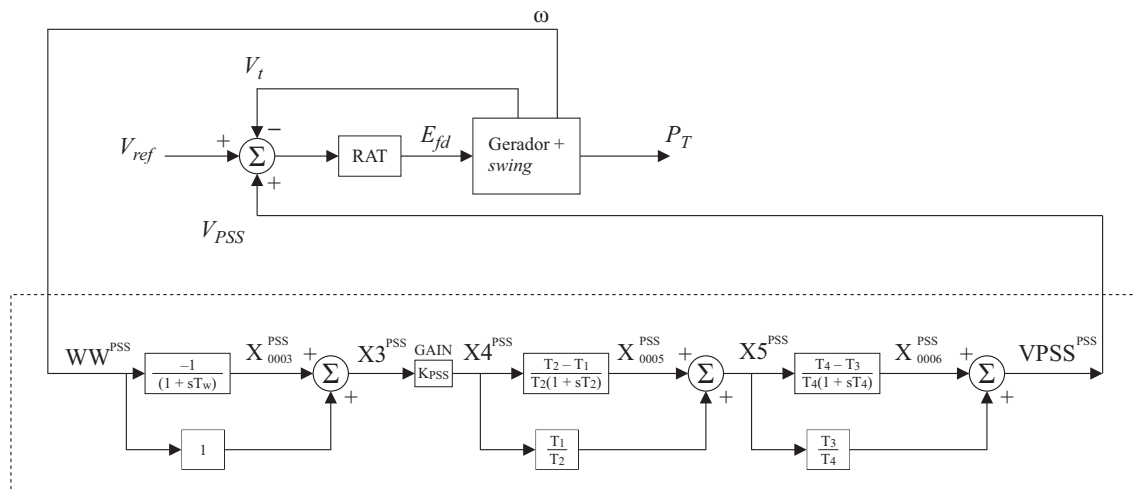


Figura 4.14: Diagrama de blocos do sistema exemplo com ramos LDLG do PSS desmembrados.

A matriz A_{PAC} é de ordem 35. Desta, apenas 8 equações e 8 variáveis são do PSS. A Tabela 4.1 apresenta as variáveis do PSS identificadas no sistema linearizado e sua posição em x_{PAC} , o seu nome e o valor correspondente em E_{PAC} , que é diagonal e carrega a informação de termos com derivadas no equacionamento.

Tabela 4.1: Tabela das variáveis do PSS.

Ordem	Posição i em x_{PAC}	Nome	$E_{PAC}(i, i)$
1 ^o	24	WW^{PSS}	0
2 ^o	25	X_{0003}^{PSS}	1
3 ^o	26	$X3^{PSS}$	0
4 ^o	27	$X4^{PSS}$	0
5 ^o	28	X_{0005}^{PSS}	1
6 ^o	29	$X5^{PSS}$	0
7 ^o	30	X_{0006}^{PSS}	1
8 ^o	31	$VPSS^{PSS}$	0

Com base nestas informações, as equações do PSS são levantadas a seguir:

$$\begin{aligned}
 \frac{dWW^{PSS}}{dt} &= 0 = \omega_{gerador} - WW^{PSS} \\
 \frac{dX_{0003}^{PSS}}{dt} &= \left(-\frac{1}{T_w}\right)WW^{PSS} + \left(-\frac{1}{T_w}\right)X_{0003}^{PSS} \\
 \frac{dX3^{PSS}}{dt} &= 0 = (1)WW^{PSS} + (1)X_{0003}^{PSS} + (-1)X3^{PSS} \\
 \frac{dX4^{PSS}}{dt} &= 0 = (K_{PSS})X3^{PSS} + (-1)X4^{PSS} \\
 \frac{dX_{0005}^{PSS}}{dt} &= \left(-\frac{T_2-T_1}{T_2^2}\right)X4^{PSS} + \left(-\frac{1}{T_2}\right)X_{0005}^{PSS} \\
 \frac{dX5^{PSS}}{dt} &= 0 = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)X4^{PSS} + (1)X_{0005}^{PSS} + (-1)X5^{PSS} \\
 \frac{dX_{0006}^{PSS}}{dt} &= \left(-\frac{T_4-T_3}{T_4^2}\right)X5^{PSS} + \left(-\frac{1}{T_4}\right)X_{0006}^{PSS} \\
 \frac{dVPSS^{PSS}}{dt} &= 0 = \left(\frac{T_3}{T_4}\right)X5^{PSS} + (1)X_{0006}^{PSS} + (-1)VPSS^{PSS}
 \end{aligned} \tag{4.21}$$

Com base nestas equações e a posição das variáveis, pela Tabela 4.1, são localizados na matriz A_{PAC} os parâmetros de ganho K_{PSS} e constantes de tempo de numerador T_1 e T_3 . Para ilustrar o efeito de acessar tais parâmetros na matriz A_{PAC} , variou-se o ganho K_{PSS} , elemento (27, 26) de A_{PAC} de zero a 50. O *Root Locus* foi traçado conforme o deslocamento dos polos, como pode ser visto na Fig. 4.15(a), e a sua ampliação, Fig. 4.15(b). Pode ser observado como o aumento do ganho K_{PSS} deslocou um par de polos instáveis para o semiplano complexo esquerdo, estabilizando o sistema. Os pequenos números distribuídos radialmente na Fig. 4.15(b) delimitam a razão de amortecimento no plano complexo.

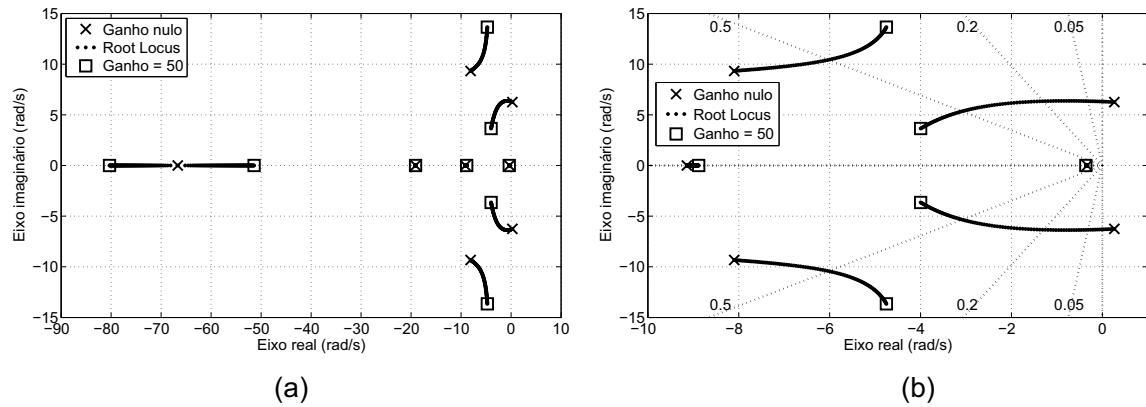


Figura 4.15: (a) *Root Locus* do sistema exemplo para variação do ganho do PSS; (b) Ampliação do mesmo *Root Locus*.

4.10 CONSIDERAÇÕES FINAIS DESTA CAPÍTULO

Neste capítulo foram apresentadas, de forma breve, as modelagens dos seguintes componentes de Sistemas Elétricos de Potência:

- Transformador de potência, em que foram descritos um modelo com tap real em um dos lados e um modelo com tap real em ambos os lados do transformador;
- Linhas de transmissão, em que uma breve introdução apresenta a modelagem de linhas por circuitos diferenciais na distância e equações do telégrafo, assim como descreveu-se o modelo π equivalente para linhas de comprimento médio;
- Construção da matriz de admitância Y_{BUS} para os elementos estáticos da rede elétrica;
- Formulação do problema de fluxo de carga na forma polar tradicional e indicação de como resolver via método de Newton-Raphson;
- Noções do princípio de funcionamento e modelagem de geradores síncronos, assim como apresentação do modelo utilizado pelo PacDyn;
- Noções de estabilidade eletromecânica e equações de *swing* do gerador síncrono;
- Finalidade e apresentação de alguns modelos de RAT e PSS;
- Informações adicionais do PacDyn que podem ser úteis a usuários iniciantes;
- Exemplo com sistema máquina - barra infinita para ilustrar a extração de informações sobre PSS no modelo gerado pelo PacDyn.

A ilustração destacando as equações do PSS é importante para a compreensão das abordagens envolvendo a explicitação dos parâmetros de controladores e as propostas de redução de ordem de modelos com variação paramétrica, conforme será discutido com mais detalhes nos próximos dois capítulos.

Capítulo 5 ABORDAGENS CONSIDERADAS PARA REDUÇÃO PARAMÉTRICA

Este capítulo objetiva a proposta, apresentação e detalhamento de quatro abordagens para a redução paramétrica de modelos de grande porte para estudo de estabilidade a pequenos sinais de Sistemas de Potência.

5.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Seja um sistema representado na forma descritora no formato do aplicativo PacDyn, conforme visto em capítulos anteriores,

$$\begin{cases} [E_{PAC}]\dot{\mathbf{x}}_{PAC}(t) = [A_{PAC}]\mathbf{x}_{PAC}(t) + [B_{PAC}]\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}_{PAC}(t) = [C_{PAC}]\mathbf{x}_{PAC}(t) + [D_{PAC}]\mathbf{u}(t) \end{cases} \quad (5.1)$$

e seja $\mathbf{p} = [p_1, p_2, \dots, p_{N_{par}}]^T$ o vetor que contém todos os parâmetros de interesse, tal que alguns elementos de A_{PAC} são função de \mathbf{p} , o que permite escrever

$$A_{PAC} = A_{PAC}(\mathbf{p}) = \{[A_{PAC}]_{ij}(\mathbf{p})\}. \quad (5.2)$$

Neste trabalho, os parâmetros de interesse são os ganhos e as constantes de tempo referentes aos zeros que determinados dispositivos PSSs inserem no sistema em malha fechada. Para maiores detalhes sobre PSS, ver Seção 4.7.

A seguir são elencadas quatro abordagens de como se aplicar a redução de ordem ao sistema de forma que ainda se tenha acesso a tais parâmetros. Estas abordagens de ROPM foram enumeradas de 1 a 4 conforme o grau crescente de dificuldade de implementação.

Estas abordagens foram desenvolvidas para serem aplicadas diretamente em sistemas representados conforme formato do PacDyn, mas também são válidas para qualquer sistema na representação de sistema descritor.

5.2 ABORDAGEM NO. 1

Esta abordagem é a de mais simples implementação entre as apresentadas neste texto. Utiliza-se o sistema completo, para determinado valor \mathbf{p}_0 de seus parâmetros, e realiza-se a redução de ordem sobre este, obtendo-se as matrizes de transformação de ordem T_R e T_L para a condição de parâmetros estabelecida.

De fato, as matrizes T_R e T_L são originadas para cada sistema FOM e a princípio são dependentes dos parâmetros que se tem interesse em variar. Ou seja,

$$T_R = T_R(\mathbf{p}) \quad \text{e} \quad T_L = T_L(\mathbf{p}) \quad (5.3)$$

Esta abordagem consiste simplesmente em aproximar as matrizes $T_R(\mathbf{p}_0)$ e $T_L(\mathbf{p}_0)$ tais como se fossem constantes. Em outras palavras, é feito

$$T_R(\mathbf{p}) \approx T_R(\mathbf{p}_0) \quad \text{e} \quad T_L(\mathbf{p}) \approx T_L(\mathbf{p}_0) \quad (5.4)$$

A partir de então, os parâmetros no sistema FOM podem ser variados conforme interesse, e a redução de ordem pode ser implementada utilizando as matrizes $T_R(\mathbf{p}_0)$ e $T_L(\mathbf{p}_0)$. Conforme visto previamente, já que $A_{PAC} = A_{PAC}(\mathbf{p})$, segue que

$$A_{PAC}(\mathbf{p}) = \begin{bmatrix} J_1(\mathbf{p}) & J_2(\mathbf{p}) \\ J_3(\mathbf{p}) & J_4(\mathbf{p}) \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

Conforme estrutura da matriz A_{PAC} construída pelo PacDyn, os parâmetros de interesse podem se encontrar nas quatro matrizes J_1 , J_2 , J_3 e J_4 .

Portanto, o modelo reduzido com acesso aos parâmetros é dado por:

$$\begin{aligned} A_R &= T_L^T(\mathbf{p}_0)[A_{SS}(\mathbf{p})]T_R(\mathbf{p}_0) = T_L^T(\mathbf{p}_0)[J_1(\mathbf{p}) - J_2(\mathbf{p})J_4^{-1}(\mathbf{p})J_3(\mathbf{p})]T_R(\mathbf{p}_0), \\ B_R &= T_L^T(\mathbf{p}_0)B_{SS}, \\ C_R &= C_{SS}T_R(\mathbf{p}_0), \\ D_R &= D \end{aligned} \quad (5.6)$$

em que A_{SS} é a matriz de estados na formulação de espaço de estados. Inconvenientemente, as operações apresentadas nas eq. (5.6) devem ser repetidas a cada variação no parâmetro \mathbf{p} para obtenção do modelo configurado em \mathbf{p} .

Apesar da fácil implementação desta abordagem, é esperado que para valores de parâmetros que se distanciem da condição em que o processo de redução foi de fato realizado, ou seja, em \mathbf{p}_0 , o sistema ROM deixe de acompanhar o sistema FOM de forma aceitável.

5.3 ABORDAGEM NO. 2

Na abordagem anterior, o sistema inteiro, incluindo os parâmetros de interesse, é utilizado na redução de ordem. A ideia principal para as abordagens n° 2, 3 e 4, discutidas a partir deste ponto, consiste em separar do sistema equações que contenham de fato os parâmetros desejados. Após esta etapa de identificação, efetua-se a redução de ordem, mas somente na parte do sistema restante, ou seja, aquela que é constante e independe explicitamente da variação de parâmetros. Após realizar a ROM, uma estratégia é elaborada para reincorporar as equações que haviam sido separadas no MOR da parte invariável.

Esta abordagem n° 2 consiste em retirar do sistema original todas as equações relativas aos blocos do controlador PSS cujos parâmetros deseja-se variar. A Figura 5.1 esquematiza este processo para o caso de um PSS que possui entradas de sinais velocidade angular do rotor e potência terminal do gerador. O sistema FOM resultante então é reduzido e as equações que haviam sido retiradas são reacopladas ao sistema ROM.

Espera-se que esta abordagem diminua os erros encontrados na primeira abordagem. Entretanto, como todo o bloco do controlador é retirado do sistema, é provável que o conjunto formado pelo ROM e as equações dos controladores PSS possua dimensões não mais tão reduzidas como nas demais abordagens.

Adota-se a partição do vetor de estados generalizados $\mathbf{x}_{PAC} = [\mathbf{x}_{PAC,1}^T \ \mathbf{x}_{PAC,2}^T]^T$. Admitindo-se que a matriz E_{PAC} seja diagonal, como tratado nos casos testes desta dissertação, também é adotado:

$$E_{PAC} = \begin{bmatrix} E_{PAC,1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & E_{PAC,2} \end{bmatrix} \quad A_{PAC} = \begin{bmatrix} A_{PAC,1} & A_{PAC,2} \\ A_{PAC,3} & A_{PAC,4} \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

$$B_{PAC} = \begin{bmatrix} B_{PAC,1} \\ B_{PAC,2} \end{bmatrix} \quad C_{PAC} = \begin{bmatrix} C_{PAC,1} & C_{PAC,2} \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

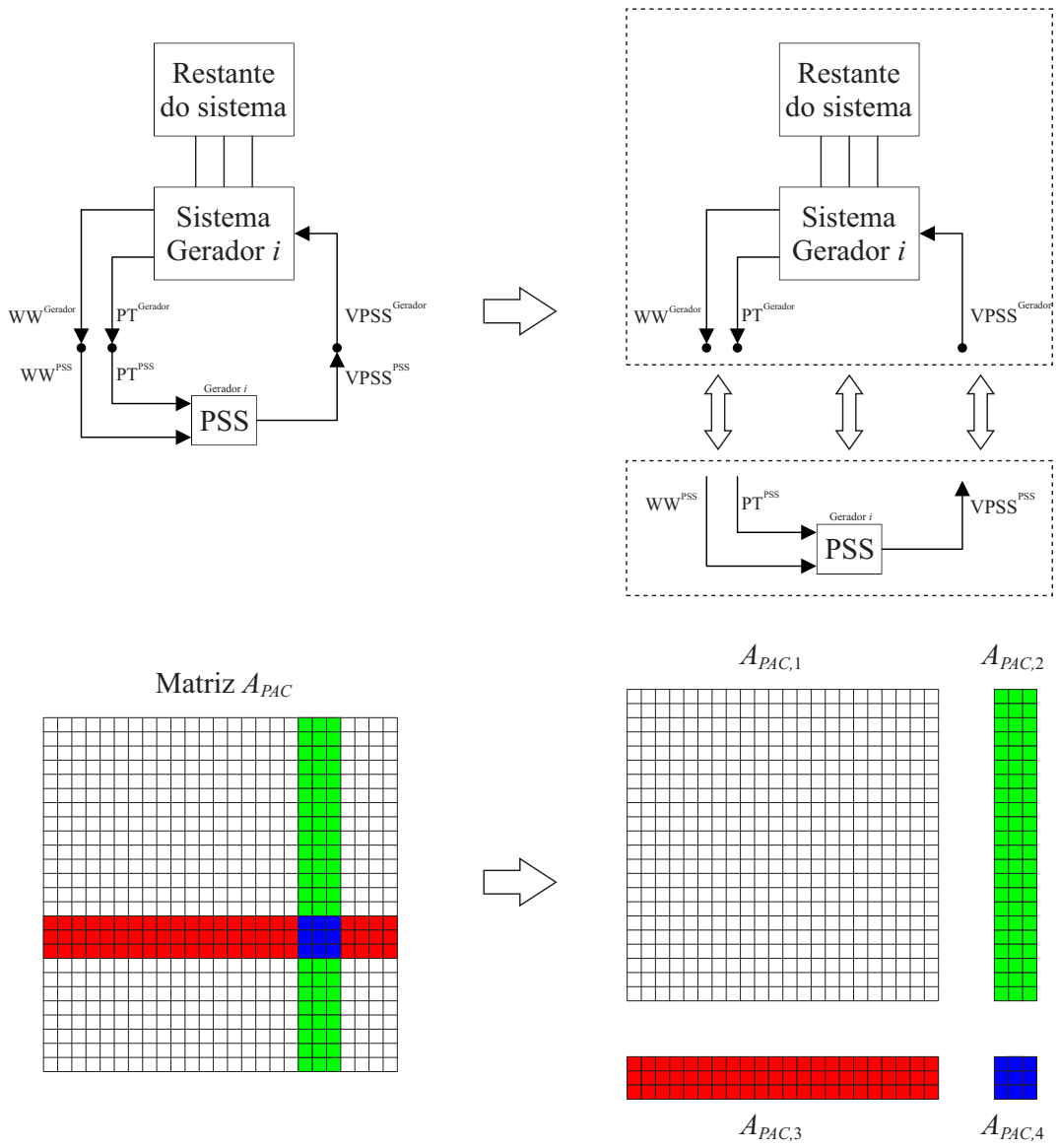


Figura 5.1: Diagrama da abordagem nº 2.

o que resulta em

$$[E_{PAC,1}] \dot{\mathbf{x}}_{PAC,1}(t) = [A_{PAC,1}] \mathbf{x}_{PAC,1}(t) + \begin{bmatrix} A_{PAC,2} & B_{PAC,1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{PAC,2}(t) \\ \mathbf{u}(t) \end{bmatrix} \quad (5.9a)$$

$$[E_{PAC,2}] \dot{\mathbf{x}}_{PAC,2}(t) = [A_{PAC,3}] \mathbf{x}_{PAC,1}(t) + \begin{bmatrix} A_{PAC,4} & B_{PAC,2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{PAC,2}(t) \\ \mathbf{u}(t) \end{bmatrix} \quad (5.9b)$$

$$\mathbf{y}_{PAC}(t) = [C_{PAC,1}] \mathbf{x}_{PAC,1}(t) + \begin{bmatrix} C_{PAC,2} & D_{PAC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{PAC,2}(t) \\ \mathbf{u}(t) \end{bmatrix} \quad (5.9c)$$

Um reordenamento é realizado sobre $\mathbf{x}_{PAC,1}$ de forma a separar as variáveis de

estado e as variáveis algébricas, nesta ordem:

$$\mathbf{x}_{PAC,1} \xrightarrow{\text{Ordenamento}} \Omega_{i0} \{ \mathbf{x}_{PAC,1} \} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{PAC,1}^{est} \\ \mathbf{x}_{PAC,1}^{alg} \end{bmatrix}, \quad (5.10)$$

em que o símbolo adotado $\Omega_{i0} \{ \cdot \}$ representa um ordenamento i ao longo da primeira dimensão (ao longo de linhas) do argumento entre chaves. Caso o ordenamento seja realizado ao longo da segunda dimensão (ao longo de colunas) do argumento entre chaves, é utilizado o símbolo $\Omega_{0i} \{ \cdot \}$. Como no caso $\mathbf{x}_{PAC,1}$ somente possui a primeira dimensão, este é reordenado conforme ordenamento Ω_{i0} . Este reordenamento afeta todas as equações (5.9a) a (5.9c). Além disso, conforme visto anteriormente, a matriz E_{PAC} é diagonal com elementos diferentes de zero apenas iguais a 1.

Desta forma, resulta:

$$E_{PAC,1} \xrightarrow{\text{Ordenamento}} \Omega_{ii} \{ E_{PAC,1} \} = \begin{bmatrix} I & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

$$A_{PAC,1} \xrightarrow{\text{Ordenamento}} \Omega_{ii} \{ A_{PAC,1} \} = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

$$\begin{bmatrix} A_{PAC,2} & B_{PAC,1} \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Ordenamento}} \Omega_{i0} \left\{ \begin{bmatrix} A_{PAC,2} & B_{PAC,1} \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} B_{MIMO,1} \\ B_{MIMO,2} \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

$$C_{PAC,1} \xrightarrow{\text{Ordenamento}} \Omega_{0i} \{ C_{PAC,1} \} = \begin{bmatrix} C_{MIMO,1} & C_{MIMO,2} \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

$$A_{PAC,3} \xrightarrow{\text{Ordenamento}} \Omega_{0i} \{ A_{PAC,3} \} = \begin{bmatrix} A_{PAC,31} & A_{PAC,32} \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

Aplicando-se o reordenamento nas equações (5.9a) e (5.9c), resulta o sistema que deverá passar por redução de ordem:

$$\begin{bmatrix} I & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_{PAC,1}^{est} \\ \dot{\mathbf{x}}_{PAC,1}^{alg} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{PAC,1}^{est} \\ \mathbf{x}_{PAC,1}^{alg} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{MIMO,1} \\ B_{MIMO,2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{PAC,2} \\ \mathbf{u}(t) \end{bmatrix} \quad (5.16)$$

$$\mathbf{y}_{PAC}(t) = \begin{bmatrix} C_{MIMO,1} & C_{MIMO,2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{PAC,1}^{est} \\ \mathbf{x}_{PAC,1}^{alg} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{PAC,2} & D_{PAC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{PAC,2} \\ \mathbf{u} \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

equações que podem ser reescritas como:

$$\dot{\mathbf{x}}_{PAC,1}^{est} = [J_1] \mathbf{x}_{PAC,1}^{est} + [J_2] \mathbf{x}_{PAC,1}^{alg} + [B_{MIMO,1}] \mathbf{x}_{input} \quad (5.18a)$$

$$\mathbf{0} = \dot{\mathbf{x}}_{PAC,1}^{alg} = [J_3] \mathbf{x}_{PAC,1}^{est} + [J_4] \mathbf{x}_{PAC,1}^{alg} + [B_{MIMO,2}] \mathbf{x}_{input} \quad (5.18b)$$

$$\mathbf{y}_{PAC} = [C_{MIMO,1}] \mathbf{x}_{PAC,1}^{est} + [C_{MIMO,2}] \mathbf{x}_{PAC,1}^{alg} + [D_{input}] \mathbf{x}_{input} \quad (5.18c)$$

em que

$$\mathbf{x}_{input} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{PAC,2} \\ \mathbf{u}(t) \end{bmatrix}$$

e

$$D_{input} = \begin{bmatrix} C_{PAC,2} & D_{PAC} \end{bmatrix}$$

O sistema MIMO descrito pelas equações (5.18a) a (5.18c) sofre o processo de redução, pelo qual é realizada a transformação de variáveis

$$\mathbf{x}_{PAC,1}^{est} = [T_R] \hat{\mathbf{x}}_{PAC,1}^{est} \quad (5.19)$$

e o MOR é da seguinte forma:

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{x}}}_{PAC,1}^{est}(t) = [A_R] \hat{\mathbf{x}}_{PAC,1}^{est}(t) + [B_R] \mathbf{x}_{input} \\ \hat{\mathbf{y}}_{PAC}(t) = [C_R] \hat{\mathbf{x}}_{PAC,1}^{est}(t) + [D_R] \mathbf{x}_{input} \end{cases} \quad (5.20)$$

Resta acoplar as informações da equação (5.9b) ao sistema reduzido em (5.20). Primeiramente, (5.15) deve ser utilizada em (5.9b):

$$[E_{PAC,2}] \dot{\mathbf{x}}_{PAC,2} = [A_{PAC,31}] \mathbf{x}_{PAC,1}^{est} + [A_{PAC,32}] \mathbf{x}_{PAC,1}^{alg} + [F_{input}] \mathbf{x}_{input} \quad (5.21)$$

em que

$$F_{input} = \begin{bmatrix} A_{PAC,4} & B_{PAC,2} \end{bmatrix}$$

A partir de (5.18b), e admitindo que J_4 seja inversível, segue que

$$\mathbf{x}_{PAC,1}^{alg} = -[J_4^{-1}][J_3] \mathbf{x}_{PAC,1}^{est} - [J_4^{-1}][B_{MIMO,2}] \mathbf{x}_{input} \quad (5.22)$$

Substituindo-se (5.22) em (5.21), resulta

$$\begin{aligned} [E_{PAC,2}] \dot{\mathbf{x}}_{PAC,2} &= [A_{PAC,31} - A_{PAC,32} J_4^{-1} J_3] \mathbf{x}_{PAC,1}^{est} + \\ &+ [F_{input} - A_{PAC,32} J_4^{-1} B_{MIMO,2}] \mathbf{x}_{input} \end{aligned} \quad (5.23)$$

Observando-se que a relação de transformação entre as variáveis de estado do sistema FOM e as variáveis de estado do sistema MOR, dada por (5.19), trata-se de uma aproximação, (5.23) pode ser escrita da forma

$$\begin{aligned} [E_{PAC,2}] \dot{\mathbf{x}}_{PAC,2} &= [A_{PAC,31} - A_{PAC,32} J_4^{-1} J_3] [T_R] \hat{\mathbf{x}}_{PAC,1}^{est} + \\ &+ [F_{input} - A_{PAC,32} J_4^{-1} B_{MIMO,2}] \mathbf{x}_{input} \end{aligned} \quad (5.24)$$

Retomando o fato que $\mathbf{x}_{input} = [\mathbf{x}_{PAC,2}^T \quad \mathbf{u}^T]^T$, e definindo-se $F_{input}^{novo} = [F_{input} - A_{PAC,32}J_4^{-1}B_{MIMO,2}]$, pode-se particionar as colunas de F_{input}^{novo} entre $\mathbf{x}_{PAC,2}$ e \mathbf{u} , ou seja,

$$F_{input}^{novo} = \begin{bmatrix} F_{input, \mathbf{x}_{PAC,2}}^{novo} & F_{input, \mathbf{u}}^{novo} \end{bmatrix} \quad (5.25)$$

Procedendo-se com a mesma partição sobre B_R e D_R em (5.20), segue que

$$\begin{aligned} B_R &= [B_{R, \mathbf{x}_{PAC,2}} & B_{R, \mathbf{u}}] \\ D_R &= [D_{R, \mathbf{x}_{PAC,2}} & D_{R, \mathbf{u}}] \end{aligned} \quad (5.26)$$

Definindo-se $A_{PAC,33} = [A_{PAC,31} - A_{PAC,32}J_4^{-1}J_3][T_R]$ e utilizando-se as equações (5.20) e (5.24) a (5.26), segue que

$$\left\{ \begin{aligned} \dot{\hat{\mathbf{x}}}_{PAC,1}^{est}(t) &= [A_R]\hat{\mathbf{x}}_{PAC,1}^{est}(t) + [B_{R, \mathbf{x}_{PAC,2}}]\mathbf{x}_{PAC,2} + [B_{R, \mathbf{u}}]\mathbf{u} \\ [E_{PAC,2}]\dot{\hat{\mathbf{x}}}_{PAC,2} &= [A_{PAC,33}]\hat{\mathbf{x}}_{PAC,1}^{est} + [F_{input, \mathbf{x}_{PAC,2}}^{novo}]\mathbf{x}_{PAC,2} + [F_{input, \mathbf{u}}^{novo}]\mathbf{u} \\ \hat{\mathbf{y}}_{PAC}(t) &= [C_R]\hat{\mathbf{x}}_{PAC,1}^{est}(t) + [D_{R, \mathbf{x}_{PAC,2}}]\mathbf{x}_{PAC,2} + [D_{R, \mathbf{u}}]\mathbf{u} \end{aligned} \right. \quad (5.27)$$

Finalmente, tem-se o sistema resultante:

$$\left\{ \begin{aligned} \begin{bmatrix} I & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & E_{PAC,2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\hat{\mathbf{x}}}_{PAC,1}^{est} \\ \dot{\hat{\mathbf{x}}}_{PAC,2} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_R & B_{R, \mathbf{x}_{PAC,2}} \\ A_{PAC,33} & F_{input, \mathbf{x}_{PAC,2}}^{novo} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_{PAC,1}^{est} \\ \mathbf{x}_{PAC,2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{R, \mathbf{u}} \\ F_{input, \mathbf{u}}^{novo} \end{bmatrix} \mathbf{u} \\ \hat{\mathbf{y}}_{PAC}(t) &= [C_R \quad D_{R, \mathbf{x}_{PAC,2}}] \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_{PAC,1}^{est}(t) \\ \mathbf{x}_{PAC,2}(t) \end{bmatrix} + [D_{R, \mathbf{u}}]\mathbf{u}(t) \end{aligned} \right. \quad (5.28)$$

Como no método de redução de ordem estudado a matriz de transferência direta D_{input} não é alterada, tem-se $D_R = D_{input}$. Portanto, conforme (5.18c), segue que $D_{R, \mathbf{x}_{PAC,2}} = C_{PAC,2}$ e $D_{R, \mathbf{u}} = D_{PAC}$. Além disso, particionando-se a matriz $B_{MIMO,2} = [B_{MIMO,2(\mathbf{x}_{PAC,2})} \quad B_{MIMO,2(\mathbf{u})}]$, pode-se chegar a $F_{input, \mathbf{x}_{PAC,2}}^{novo} = A_{PAC,4} - A_{PAC,32}J_4^{-1}B_{MIMO,2(\mathbf{x}_{PAC,2})}$. Portanto, como todos os parâmetros de interesse se encontram em $A_{PAC,4}$, logo se encontram em $F_{input, \mathbf{x}_{PAC,2}}^{novo}$.

Como nesta abordagem são retiradas todas as equações relativas aos PSS que se deseja separar do sistema, $\mathbf{x}_{PAC,2}$ inclui muitas variáveis internas de PSS que não

estão presentes nas equações em (5.16). Isto significa que muitas das colunas de $[(B_{MIMO,1})^T \ (B_{MIMO,2})^T]^T$ são inteiramente nulas, de forma que não influenciam a redução de ordem e podem ser descartadas durante este processo. Além disso, as colunas repetidas de $[(B_{MIMO,1})^T \ (B_{MIMO,2})^T]^T$ também podem ser desconsideradas durante o processo de ROM sem maiores prejuízos.

Uma grande vantagem desta abordagem consiste na possibilidade de se alterar a topologia do PSS, dado que as equações dos PSS são posteriormente acopladas ao MOR, em lugar de reduzir o sistema inteiro para determinada condição de parâmetros \mathbf{p}_0 . Em razão disto, espera-se que esta abordagem resulte melhor que a primeira. Entretanto, pelo fato de retirar muitas equações do processo de redução de ordem, o MOR final provavelmente não terá uma ordem muito reduzida. No entanto, o sistema reduzido ainda possui ordem muito baixa comparada a um FOM de grande porte (acima de 1000 variáveis de estado, por exemplo, como em um sistema típico de grande porte para estudo de estabilidade eletromecânica a pequenos sinais em SEP).

5.4 ABORDAGEM NO. 3

Esta abordagem é muito semelhante à anterior, porém com a diferença de que consiste em retirar do sistema original apenas as equações que contêm os parâmetros de interesse, não todas as equações que constituem o PSS. As demais equações do PSS permanecem no sistema a sofrer redução de ordem.

Esta abordagem requer adaptações no sistema original para que seja implementada. Supõe-se o modelo de PSS na Figura 5.2. Conforme visto, no PacDyn a modelagem deste PSS realiza uma decomposição de cada bloco de avanço e atraso (LDLG) em dois ramos em paralelo, como pode ser observado na Figura 5.3.

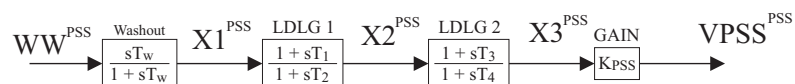


Figura 5.2: Modelo genérico de PSS.

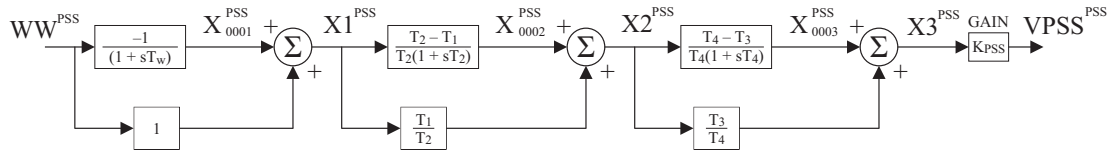


Figura 5.3: Modelo genérico de PSS conforme PacDyn.

Caso o parâmetro de ganho do PSS seja de interesse, deve-se retirar de A_{PAC} a equação

$$0 = \frac{d(VPSS^{PSS})}{dt} = (K_{PSS})X3^{PSS} - (1)VPSS^{PSS} \quad (5.29)$$

assim como se deve retirar toda a coluna em que se encontra o parâmetro K_{PSS} , no caso, a coluna referente à variável $X3^{PSS}$. Contudo, como pode ser visto na Figura 5.4, dois ramos em paralelo, que se somariam e resultariam em $X3^{PSS}$, conforme equações

$$\frac{d(X_{0003}^{PSS})}{dt} = \left(\frac{T_4 - T_3}{(T_4)^2} \right) X2^{PSS} + \left(\frac{-1}{T_4} \right) X_{0003}^{PSS} \quad (5.30)$$

$$0 = \frac{d(X3^{PSS})}{dt} = \left(\frac{T_3}{T_4} \right) X2^{PSS} + (1)X_{0003}^{PSS} - (1)X3^{PSS} \quad (5.31)$$

agora resultam em

$$\frac{d(X_{0003}^{PSS})}{dt} = \left(\frac{T_4 - T_3}{(T_4)^2} \right) X2^{PSS} + \left(\frac{-1}{T_4} \right) X_{0003}^{PSS} \quad (5.32)$$

$$0 = \left(\frac{T_3}{T_4} \right) X2^{PSS} + (1)X_{0003}^{PSS} \quad (5.33)$$

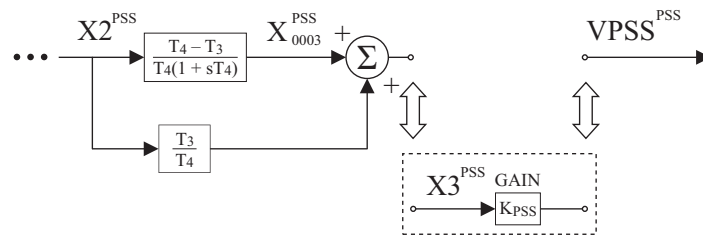


Figura 5.4: Região problemática do PSS após se retirar eq. (5.29).

Observa-se que a eq. (5.33) impõe sobre (5.32) a condição $X_{0003}^{PSS} = \left(\frac{-T_3}{T_4} \right) X2^{PSS}$, o que traz instabilidade numérica para o sistema por completo e torna J_4 singular. Basicamente, o problema é originado ao se retirar de A_{PAC} as colunas referentes a variáveis que são saída de algum bloco somador do diagrama de blocos.

De forma similar, no caso em que o parâmetro de interesse seja a constante de tempo T_3 , que influencia diretamente o zero introduzido pelo PSS no sistema, é verificado que a retirada das equações (5.30) e (5.31) de A_{PAC} e a retirada das colunas referentes a $X2^{PSS}$ e X_{0003}^{PSS} causa também o mesmo problema no somador que resulta em $X2^{PSS}$.

Com intenção de contornar este problema, duas alternativas são propostas neste trabalho. A primeira alternativa é adequada para se tratar apenas de parâmetros na forma de ganho em equações algébricas do formato de (5.29). Neste caso, pode-se dividir a equação pelo ganho, o que resulta em

$$0 = (1)X3^{PSS} + \left(\frac{-1}{K_{PSS}}\right)VPSS^{PSS}, \quad (5.34)$$

e, em seguida, basta se retirar de A_{PAC} a coluna referente a variável $VPSS^{PSS}$, que incorporou o parâmetro K_{PSS} conforme (5.34). Após obtenção do MOR e acoplamento das equações retiradas, pode-se remultiplicar a equação (5.34) pelo ganho K_{PSS} caso haja interesse em fazer o ganho nulo.

A segunda alternativa é mais geral, atendendo tanto parâmetros de ganho como também parâmetros que sejam na forma de constante de tempo, etc. Trata-se de acrescentar em A_{PAC} variáveis auxiliares que sejam intermediárias entre variáveis que sejam saída de blocos somadores e variáveis referentes às colunas que devem ser retiradas de A_{PAC} como concebido nesta abordagem. Estas variáveis seriam acrescentadas na forma de ramos série de ganho unitário. Desta forma, o parâmetro de interesse é transferido de uma coluna de A_{PAC} que não deve ser removida, para uma coluna adicional, que pode ser destacada do sistema sem maiores problemas. A Figura 5.5 apresenta como estas variáveis auxiliares, com subíndice “ INT ”, são acrescentadas ao PSS. A Figura 5.6 apresenta o desmembramento do PSS realizado apenas nos ramos que contêm parâmetros de interesse.

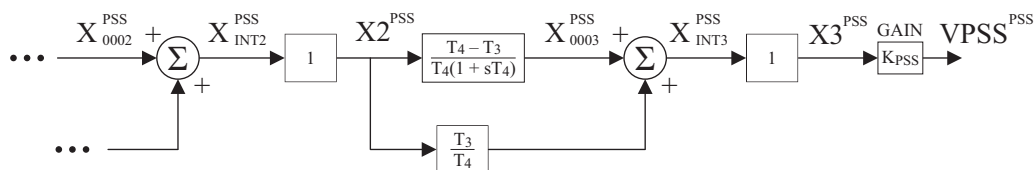


Figura 5.5: Acréscimo de variáveis auxiliares ao PSS para contornar problema na Fig. 5.4.

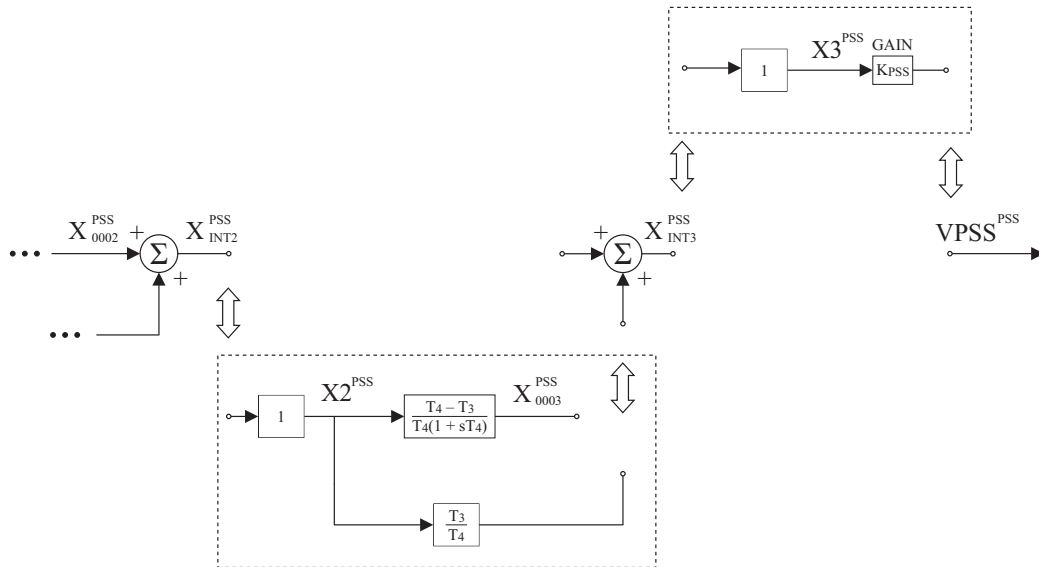


Figura 5.6: Desmembramento de ramos do PSS com parâmetros de interesse.

5.5 ABORDAGEM NO. 4

Em princípio, as abordagens nº 2 e nº 3 realizam a redução de ordem sobre o sistema com as malhas dos devidos PSS em aberto. Contudo, como as malhas destes PSS são fechadas ao se acoplar as correspondentes equações ao sistema reduzido, idealmente o sistema resultante deve apresentar comportamento adequado durante a variação dos parâmetros. Entretanto, como estas abordagens dependem essencialmente da qualidade do processo de ROM, é possível que o MOR não responda adequadamente se acoplado com equações de parâmetros com grandes variações.

Neste sentido, pode ser desejável a realização da ROM em uma condição que não seja com as malhas do PSS em aberto, porém com um controle adicional do valor dos parâmetros após a ROM. Esta abordagem representa um modelo híbrido das abordagens nº 1 e nº 3, e consiste em reduzir o sistema original com determinados valores dos parâmetros de interesse (\mathbf{p}_0). Em seguida, são acoplados ao MOR ramos paralelos àqueles ramos, do diagrama de blocos original, que contêm os devidos parâmetros de interesse.

Assim como na abordagem anterior, esta requer adaptações no sistema FOM para

que seja implementada. Além disso, a implementação desta abordagem, por lidar com ramos em paralelo, torna difícil a manipulação de polos, mas permite alterar ganhos e zeros associados a constantes de tempo no numerador.

Basicamente, esta abordagem consiste em adicionar ao sistema original ramos em paralelo exatamente onde estão os parâmetros de interesse. Em seguida, as equações referentes a estes ramos em paralelo e as colunas de A_{PAC} referentes às variáveis associadas são retiradas do sistema a ser reduzido. Contudo, esta operação requer alguns detalhes adicionais, pois foi observado o mesmo problema visto na abordagem anterior.

Supõe-se que a redução de ordem será realizada sobre o sistema com os parâmetros $\mathbf{p}_0 = [T_3 \ K_{PSS} \ \dots]^T$ e também é suposto que, após a redução de ordem, seja de interesse que o sistema tenha parâmetros em $\mathbf{p} = [T_3^{novo} \ K_{PSS}^{novo} \ \dots]^T$. A Figura 5.7 apresenta, em um mesmo modelo genérico de PSS tal como na Fig. 5.3, como seria o acréscimo de ramos em paralelo para contemplar os parâmetros desejados de ganho e constante de tempo no numerador associada a um zero no PSS. Observa-se que tornou-se necessária a adição de uma variável de estado extra, XN_{0003}^{PSS} .

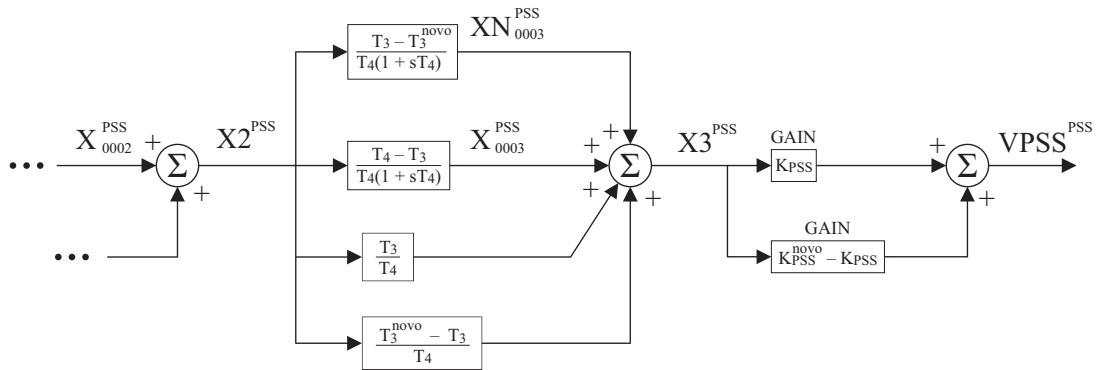


Figura 5.7: Acréscimo de ramos em paralelo ao modelo de PSS.

Em seguida, o desmembramento é realizado, como observado na Figura 5.8, de forma que as equações associadas são removidas de A_{PAC} assim como as colunas associadas, no caso, às variáveis $X2^{PSS}$, XN_{0003}^{PSS} e $X3^{PSS}$. Contudo, como identificado na abordagem nº 3, a retirada das colunas de A_{PAC} associadas às variáveis $X2^{PSS}$ e $X3^{PSS}$, saídas de blocos somadores, torna o sistema inadequado e singular.

A solução apresentada neste trabalho se assemelha ao apresentado para a abordagem nº 3. Variáveis adicionais em ramos série de ganho unitário são adicionadas

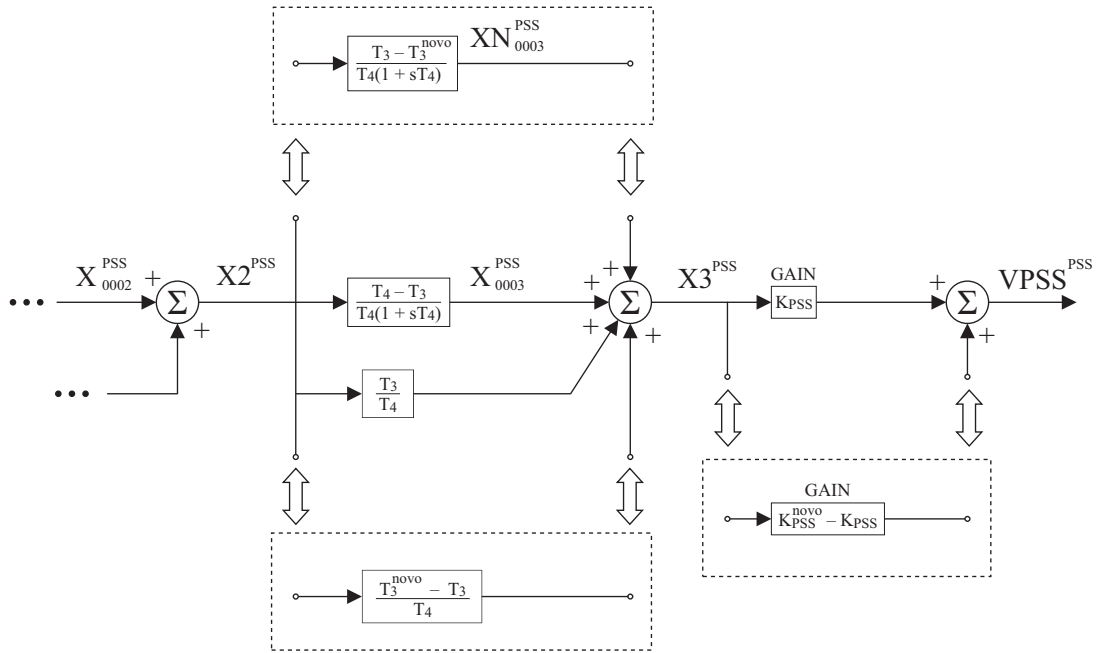


Figura 5.8: Desmembramento dos ramos em paralelo no PSS.

ao sistema, conforme Figura 5.9.

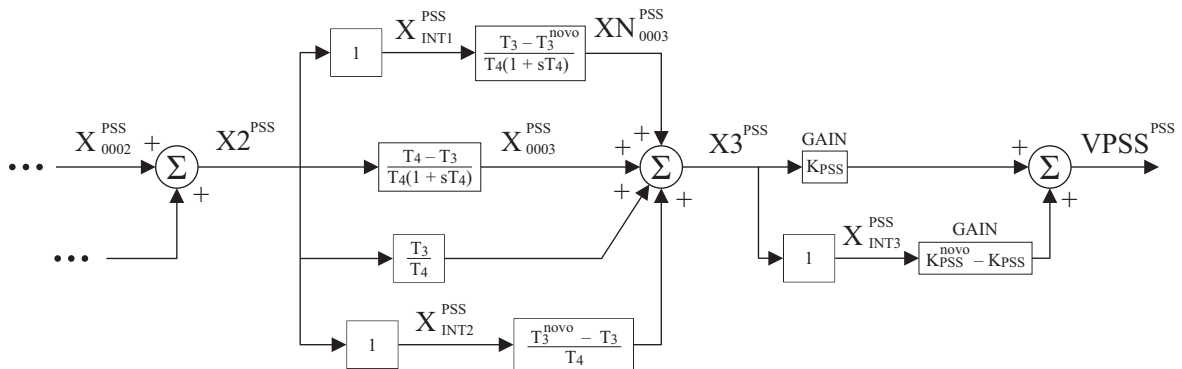


Figura 5.9: Acréscimo de variáveis auxiliares aos ramos em paralelo no PSS.

O desmembramento para a redução de ordem é ilustrado na Figura 5.10. Embora esta abordagem seja mais elaborada, no sentido de requerer inclusão de equações e variáveis adicionais ao sistema antes de retirada de equações para a ROM, o sistema resultante final poderá ter ordem bastante reduzida, além de incorporar as vantagens das abordagens nº 1 e nº 3. Uma desvantagem desta abordagem, em comparação com as demais, é o fato de que apenas podem ser considerados os parâmetros que permitam a decomposição em ramos paralelos, ou seja, as constantes de tempo de denominador no PSS não podem ser desmembradas em ramos paralelos, pelo menos não da forma direta como foi apresentado.

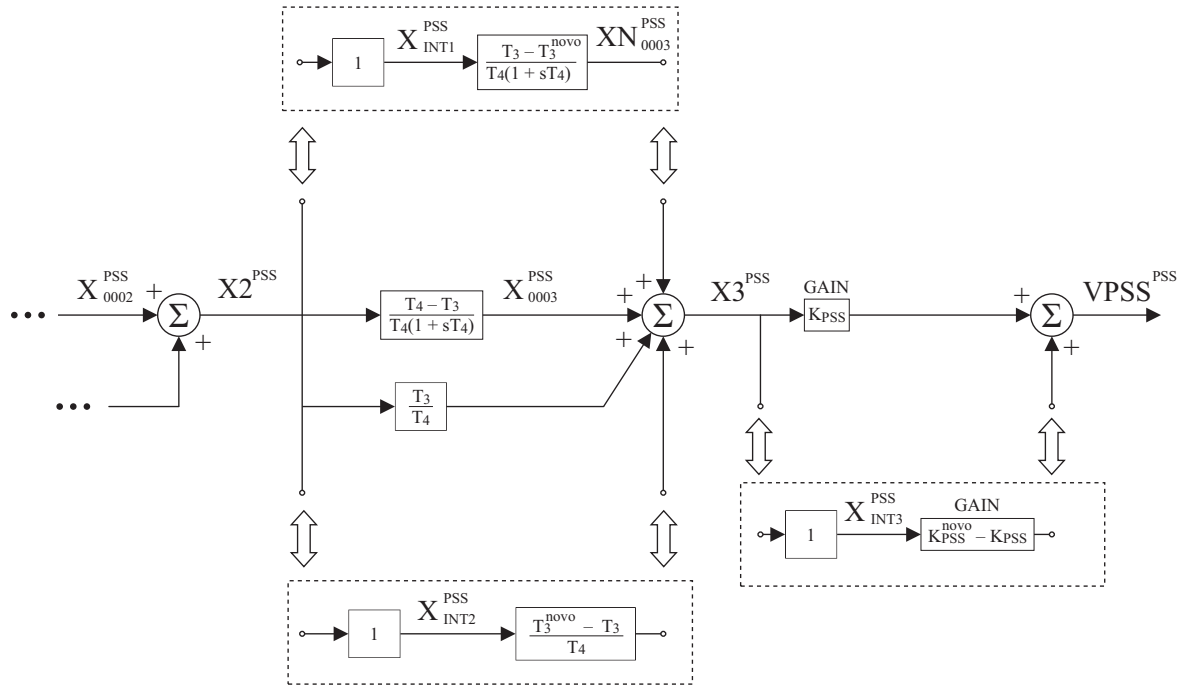


Figura 5.10: Desmembramento de ramos do PSS conforme abordagem nº 4.

5.6 PROPOSTA DE PADRONIZAÇÃO PARA AS ABORDAGENS 3 E 4

Nesta seção é proposta uma forma de padronizar a implementar as equações adicionais necessárias para as abordagens nº 3 e 4. No caso da abordagem nº 3, as equações adicionais se referem aos ramos série de ganho unitário de forma a permitir o destacamento de equações de interesse, que por conveniência também são transferidas para as equações adicionais. Já no caso da abordagem nº 4, as equações adicionais se referem aos ramos em paralelos àqueles que contenham os parâmetros de interesse. A vantagem desta proposição consiste em poder fazer $A_{PAC,1} = A_{PAC}$ e utilizar as variáveis e equações adicionais para montar $A_{PAC,2}$, $A_{PAC,3}$ e $A_{PAC,4}$, sendo que este último contém os parâmetros. Esta padronização permite fácil localização dos parâmetros de interesse.

Considerando-se o diagrama da Fig. 5.11, em que i_1, \dots, i_m são as linhas e colunas de A_{PAC} da submatriz S_1 envolvida com determinado parâmetro de interesse. As linhas e colunas j_1, \dots, j_k de $A_{PAC,4}$ são o endereçamento das submatrizes correspondentes S_2 , S_3 e S_4 que estão relacionadas às equações adicionais. Como pode ser visto, a construção de $A_{PAC,4}$ é em bloco diagonal de submatrizes.

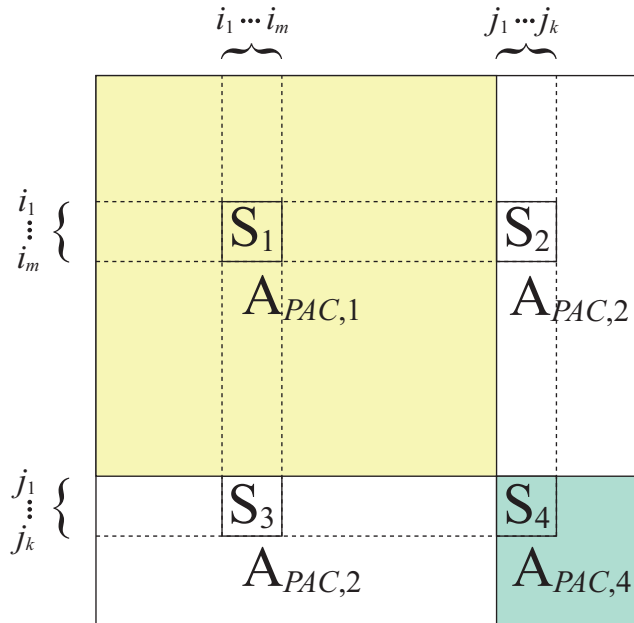


Figura 5.11: Diagrama para equações adicionais.

Considerando-se a abordagem No. 3

Se o parâmetro de interesse for um ganho, localiza-se a linha e coluna de A_{PAC} em que o parâmetro se encontra, sendo $m = 1$ e $S_1 \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$, $k = 2$ e $S_2 \in \mathbb{R}^{1 \times 2}$, $S_3 \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$ e $S_4 \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$. Em seguida, deve-se impor:

$$S_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \quad S_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad S_4 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ S_1 & -1 \end{bmatrix} \quad (5.35)$$

Após esta definição, deve-se fazer $S_1 = 0$. Caso o elemento $[E_{PAC}]_{(i_1, i_1)}$ não seja nulo, deve-se anulá-lo. Além disso, deve-se completar as matrizes E_{PAC} , B_{PAC} e C_{PAC} com zeros para adequar as dimensões.

Caso o parâmetro seja uma constante de tempo de numerador, considera-se a Fig. 5.12.

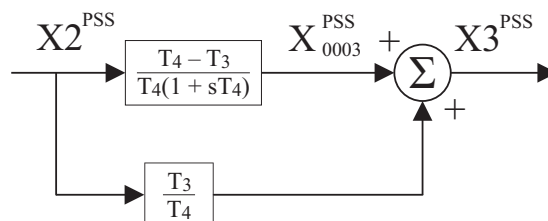


Figura 5.12: Diagrama de bloco de avanço e atraso decomposto em dois ramos paralelos.

Deve-se localizar as equações referentes a $X2^{PSS}$, X_{0003}^{PSS} e $X3^{PSS}$ e associar a elas os índices i_1 a i_3 , sendo $m = 3$ e $S_1 \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$, $k = 3$ e $S_2 \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$, $S_3 \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ e $S_4 \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$. Em seguida, deve-se impor:

$$S_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad S_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad S_4 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ (\frac{T_4 - T_3}{T_4^2}) & (\frac{-1}{T_4}) & 0 \\ (\frac{T_3}{T_4}) & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (5.36)$$

O elemento (j_2, j_2) de E_{PAC} deve ser 1 e o restante nulo, para os índices $j_1 \dots, j_3$. Após esta definição, deve-se fazer $S_1 = -I_{(3 \times 3)}$, em que I é uma matriz identidade. Além disso, deve-se completar as matrizes E_{PAC} , B_{PAC} e C_{PAC} com zeros para adequar as dimensões.

Considerando-se a abordagem No. 4

Se o parâmetro de interesse for um ganho, localiza-se a linha e coluna de A_{PAC} em que o parâmetro se encontra, sendo $m = 1$ e $S_1 \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$, $k = 2$ e $S_2 \in \mathbb{R}^{1 \times 2}$, $S_3 \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$ e $S_4 \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$. Em seguida, deve-se impor:

$$S_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \quad S_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad S_4 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ (K^{novo} - S_1) & -1 \end{bmatrix} \quad (5.37)$$

Após esta definição, deve-se completar as matrizes E_{PAC} , B_{PAC} e C_{PAC} com zeros para adequar as dimensões.

Caso o parâmetro seja uma constante de tempo de numerador, considera-se a Fig. 5.12. Deve-se localizar as equações referentes a $X2^{PSS}$, X_{0003}^{PSS} e $X3^{PSS}$ e associar a elas os índices i_1 a i_3 , sendo $m = 3$ e $S_1 \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$, $k = 3$ e $S_2 \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$, $S_3 \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ e $S_4 \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$. Em seguida, deve-se impor:

$$S_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad S_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad S_4 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ (\frac{T_3^{antigo} - T_3^{novo}}{T_4^2}) & (\frac{-1}{T_4}) & 0 \\ (\frac{T_3^{novo} - T_3^{antigo}}{T_4}) & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (5.38)$$

O elemento (j_2, j_2) de E_{PAC} deve ser 1 e o restante nulo, para os índices $j_1 \dots, j_3$. Além disso, deve-se completar as matrizes E_{PAC} , B_{PAC} e C_{PAC} com zeros para adequar as dimensões.

5.7 CONSIDERAÇÕES FINAIS DESTE CAPÍTULO

Neste capítulo foram propostas e detalhadas quatro abordagens de ROPM, aplicada a sistemas para estudo de estabilidade eletromecânica a pequenos sinais. Contudo, estas abordagens podem ser prontamente estendidas para a ROPM de outros modelos na representação de sistema descritor.

A abordagem n° 1 possui a implementação mais simples das quatro. Contudo, o uso de matrizes de transformação de ordem T_L e T_R constantes não deve gerar bons resultados para parâmetros distantes da condição em que a redução de ordem foi realizada.

A abordagem n° 2 envolve a retirada completa de determinados PSSs do sistema, a redução de ordem deste sistema resultante, seguida do reacoplamento dos PSSs ao sistema MOR. As maiores dificuldades desta abordagem se encontram nos índices e localizações dos elementos em cada matriz utilizada.

A abordagem n° 3 envolve a retirada de alguns ramos de determinados PSSs do sistema, a redução de ordem deste sistema resultante, seguida do reacoplamento dos ramos ao sistema MOR, fechando a malha dos PSSs. As maiores dificuldades desta abordagem se encontram nos índices e localizações dos elementos em cada matriz utilizada, porém são facilitadas considerando-se a proposta de adição de equações da Seção 5.6.

A abordagem n° 4 envolve a adição de ramos paralelos a alguns ramos de determinados PSSs do sistema, a redução de ordem deste sistema resultante, seguida do reacoplamento dos ramos paralelos ao sistema MOR. As maiores dificuldades desta abordagem se encontram nos índices e localizações dos elementos em cada matriz utilizada, porém são facilitadas considerando-se a proposta de adição de equações da Seção 5.6.

Capítulo 6 RESULTADOS DE TESTES COMPUTACIONAIS

Este capítulo tem por finalidade apresentar os principais resultados obtidos de testes e simulações computacionais, a partir da implementação dos métodos de ROPM expostos no capítulo 5, aplicado em sistema teste modelado para análise de estabilidade eletromecânica a pequenos sinais. Primeiramente é realizada uma análise prévia do sistema e as condições de realização dos testes. Em seguida, são apresentados os resultados de testes de desempenho de cada abordagem de ROPM utilizando-se como base o erro de resposta em frequência. Finalmente, são apresentadas análises via *Root Locus* de ajustes de controladores PSS para cada uma das abordagens de ROPM, em comparação ao sistema original.

6.1 ANÁLISE PRÉVIA DO SISTEMA E CONDIÇÕES DE REALIZAÇÃO DOS TESTES

O sistema teste utilizado neste trabalho é derivado do modelo BIPS07 (*Brazilian Interconnected Power System*) para uma topologia de rede elétrica do ano de 2007. O modelo foi obtido com base em caso prático de ponto de operação do sistema elétrico brasileiro, com cenário de carga pesada relativo ao ano de 2007.

Os dados do sistema linearizado foram processados e gerados pelo software PacDyn, do CEPTEL [36]. Para maiores detalhes, ver Apêndice B para dados do sistema teste. Os testes computacionais para cálculo de modelos reduzidos e demais simulações foram realizados em software Matlab [40].

Neste estudo, os dispositivos PSS de interesse para este sistema são aqueles associados a alguns geradores estratégicos, ou seja, que podem causar significativa alteração na dinâmica do sistema sob ação de PSS. Eles são capazes de influenciar modos inter-área e local na análise de estabilidade eletromecânica. Desta forma, foram selecionados para esta investigação os PSS de Itaipu (60 Hz), de Xingó e de Jacuí. O sistema originalmente não possuía um PSS em Jacuí com a topologia adotada neste

trabalho. Portanto, um PSS com essa topologia padrão foi inserido artificialmente nesta usina.

O sistema originalmente apresentava $n = 2898$ variáveis de estado e $n_z = 17485$ variáveis algébricas, incluindo-se as variáveis NULL (redundância apresentada no PacDyn para indicar que alguns parâmetros de modelo no gerador não existem, apesar da equação ser prevista). Após inclusão artificial do PSS de Jacuí, este sistema passou a ter $n = 2904$ variáveis de estado. Além disso, o número de variáveis algébricas passou para $n_z = 17498$, mas de fato há $n_z = 16990$ variáveis algébricas, ao se desconsiderar as variáveis NULL.

Neste trabalho, um total de 14 parâmetros dos três PSS foram selecionados, conforme apresentados na Tabela 6.1. Ainda, esta tabela apresenta os valores iniciais (\mathbf{p}_0) atribuídos aos parâmetros. Quando nada for mencionado, será considerada como configuração padrão o sistema com os parâmetros ajustados em \mathbf{p}_0 .

Tabela 6.1: Parâmetros selecionados e valores iniciais \mathbf{p}_0

Notação	Nome	Valor inicial \mathbf{p}_0
PSS de Itaipu (60 Hz)		
$K_{PT}^{ItaipuPSS}$	Ganho da malha de PT	0
$K_{WW}^{ItaipuPSS}$	Ganho da malha de WW	0
PSS de Jacuí		
$K_{PT}^{JacuiPSS}$	Ganho da malha de PT	2.2
$T_{X2X3}^{JacuiPSS}$	Constante de tempo de X2 para X3 (numerador)	0.2
$T_{X3X4}^{JacuiPSS}$	Constante de tempo de X3 para X4 (numerador)	0.2
$K_{WW}^{JacuiPSS}$	Ganho da malha de WW	10.35
$T_{X7X8}^{JacuiPSS}$	Constante de tempo de X7 para X8 (numerador)	0.2
$T_{X8X9}^{JacuiPSS}$	Constante de tempo de X8 para X9 (numerador)	0.2
PSS de Xingó		
$K_{KPSS}^{XingoPSS}$	Ganho KPSS	35.0
$T_{X12X13}^{XingoPSS}$	Constante de tempo de X12 para X13 (numerador)	3.75
$T_{X15X16}^{XingoPSS}$	Constante de tempo de X15 para X16 (numerador)	3.75
$T_{X16X17}^{XingoPSS}$	Constante de tempo de X16 para X17 (numerador)	0.073
$T_{X17X18}^{XingoPSS}$	Constante de tempo de X17 para X18 (numerador)	0.073
$K_{saida}^{XingoPSS}$	Ganho na saída do PSS	1.0

Dada a grande quantidade de graus de liberdade dos parâmetros selecionados (14), foram definidos 4 parâmetros auxiliares de forma a restringir a variação dos parâmetros da Tabela 6.1, de forma a simplificar a execução dos testes numéricos. Estes parâmetros são definidos por

$$\begin{bmatrix} K_{PT}^{ItaipuPSS} \\ K_{WW}^{ItaipuPSS} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_{Itaipu} \\ (5)\gamma_{Itaipu} \end{bmatrix}, \quad (6.1)$$

$$\begin{bmatrix} T_{X12X13}^{XingoPSS} \\ T_{X15X16}^{XingoPSS} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_{Xingo} \\ \gamma_{Xingo} \end{bmatrix}, \quad (6.2)$$

$$\begin{bmatrix} K_{PT}^{JacuiPSS} \\ K_{WW}^{JacuiPSS} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_{Jacui}^{ganho} \\ (\frac{10.35}{2.2})\gamma_{Jacui}^{ganho} \end{bmatrix}, \quad (6.3)$$

$$\begin{bmatrix} T_{X2X3}^{XingoPSS} \\ T_{X3X4}^{XingoPSS} \\ T_{X7X8}^{XingoPSS} \\ T_{X8X9}^{XingoPSS} \end{bmatrix} = \gamma_{Jacui}^{tempo} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (6.4)$$

ou seja, em lugar de se variar os 14 parâmetros de \mathbf{p} , pode-se variar γ_{Itaipu} , γ_{Xingo} , γ_{Jacui}^{ganho} e γ_{Jacui}^{tempo} de forma que \mathbf{p} sofrerá variação, sujeito às restrições impostas pelas equações 6.1 a 6.4.

A Figura 6.1 apresenta um diagrama de blocos do PSS de Itaipu (60 Hz), com os parâmetros selecionados em destaque.

Analogamente, o diagrama do PSS de Jacuí, inserido artificialmente, com os devidos parâmetros, é apresentado na Figura 6.2.

ITA60PSS # 971
Itaipu PSS 60 Hz

Entradas:	PT	ITAIPU60-9GR# 1107
	WW	ITAIPU60-9GR# 1107
Saídas:	VPSS	ITAIPU60-9GR# 1107

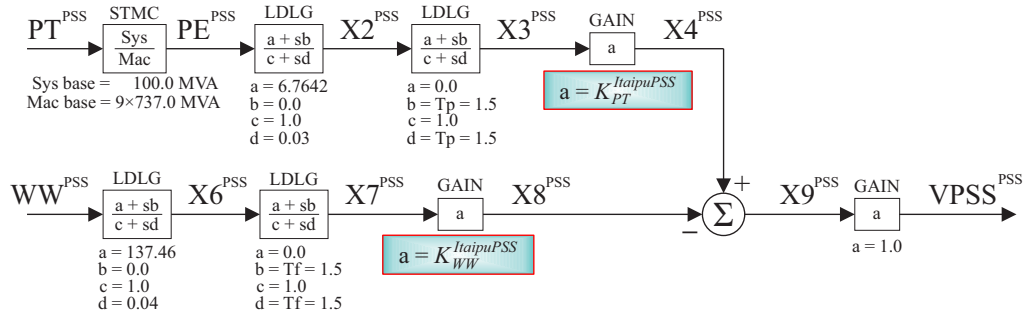


Figura 6.1: Diagrama de blocos do PSS de Itaipu (60 Hz) com os parâmetros.

JACUIPSS # 1163
Jacui PSS

Entradas:	PT	JACUI----4GR# 1162
	WW	JACUI----4GR# 1162
Saídas:	VPSS	JACUI----4GR# 1162

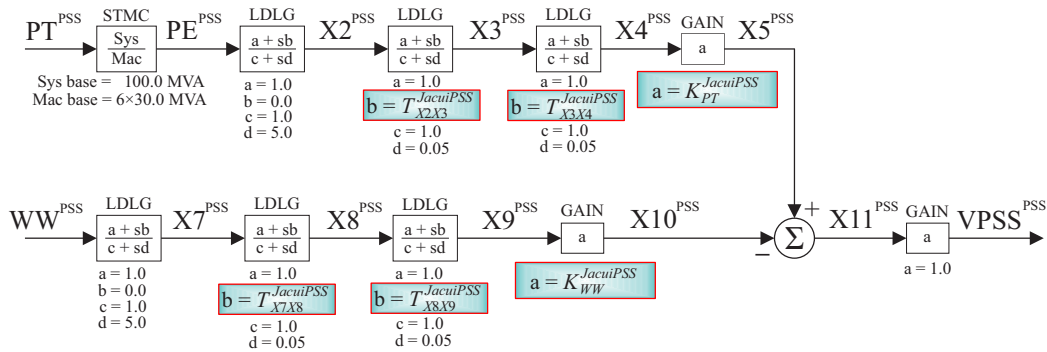


Figura 6.2: Diagrama de blocos do PSS de Jacuí com os parâmetros.

Ambos os PSS de Itaipu e Jacuí já se encontram em uma representação linear. Entretanto, o PSS de Xingó possui representação não-linear, conforme visto no diagrama de blocos na Figura 6.3, que contém os parâmetros seleccionados.

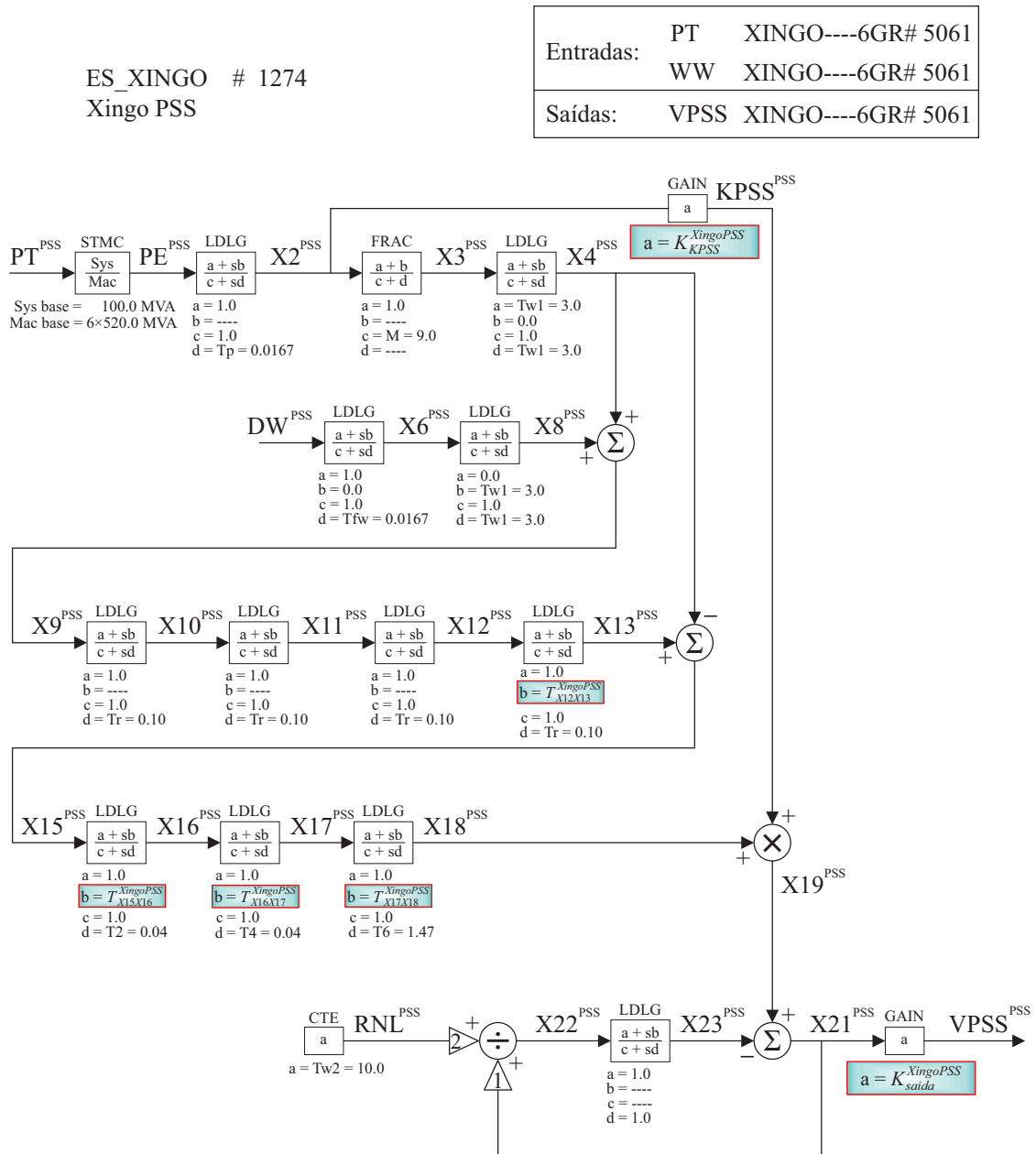


Figura 6.3: Diagrama de blocos do PSS de Xingó com os parâmetros.

O próprio PacDyn linearizou o PSS de Xingó na condição de operação utilizada (carga pesada em 2007). A Figura 6.4 apresenta o digrama de blocos linearizado do PSS de Xingó, que, para todos os efeitos, é o que foi utilizado neste trabalho.

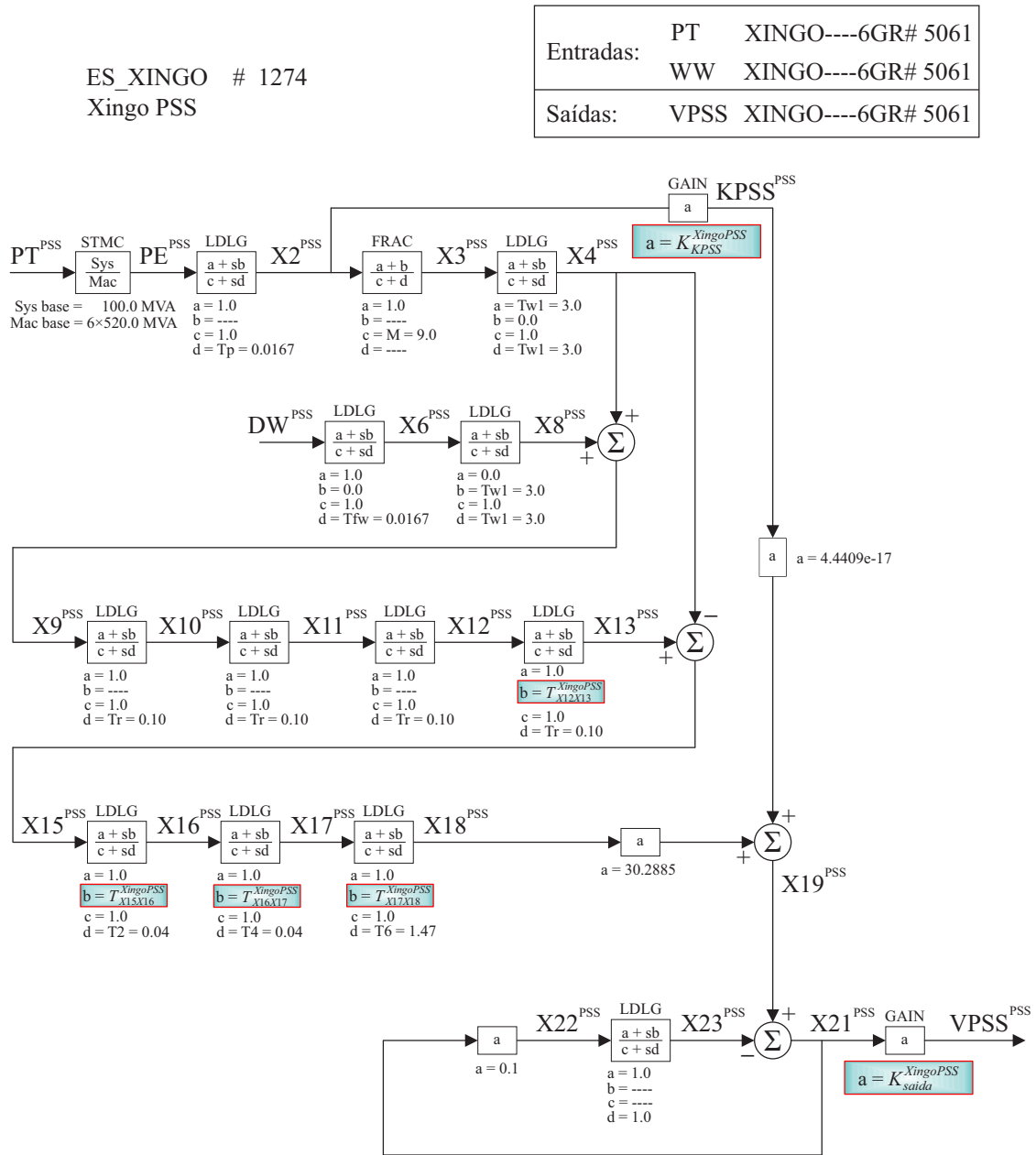


Figura 6.4: Diagrama linearizado do PSS de Xingó com os parâmetros.

Com intuito de garantir o bom funcionamento do sistema durante pequenos sinais de perturbações, os modos do sistema, com os parâmetros configurados em \mathbf{p}_0 (Tabela 6.1), são analisados. A Figura 6.5 apresenta a região de polos indesejáveis em hachurado.

Os modelos utilizados para análise de estabilidade eletromecânica a pequenos sinais em SEP caracteristicamente podem conter polos nas vizinhanças da origem do plano complexo, porém são polos não observáveis e não controláveis. Excetuando-se os modos muito próximos da origem, a região indesejável contém todos os modos instáveis, ou seja, com parte real positiva maior que zero, e os modos com razão de amortecimento baixa, menor que 5% (o que confere um ângulo $\theta = \text{acos}(0.05)$). Com fins de evitar redundância, apenas os polos reais e os polos com parte imaginária positiva são verificados. Para evitar os modos muito próximos da origem $s = 0 + j0$ rad/s do plano complexo, os modos indesejáveis devem ter um valor absoluto maior que r_0 (utilizou-se $r_0 = 10^{-8}$ rad/s), como mostrado na Figura 6.5.

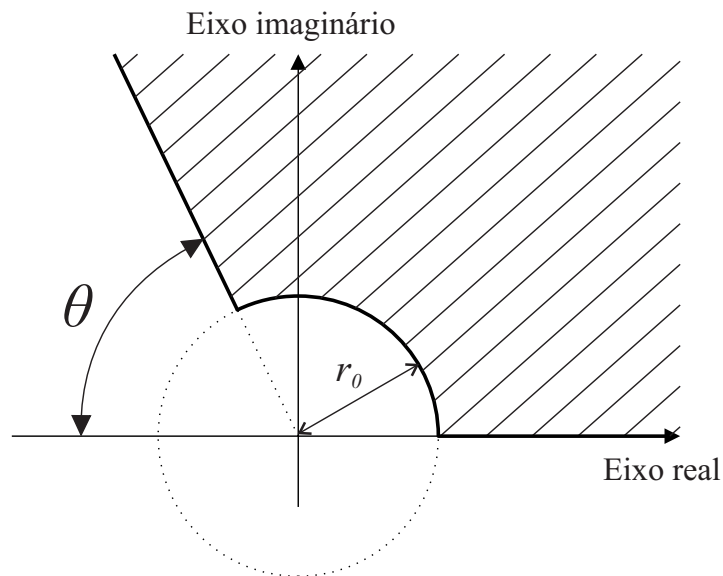


Figura 6.5: Região de polos indesejáveis.

A Figura 6.6 apresenta quase a totalidade dos polos do sistema. Incluíram-se traços radiais para delimitar as regiões de diferentes razões de amortecimento.

Uma ampliação de Figura 6.6 é vista na Figura 6.7, que apresenta detalhes nas proximidades de $s = 0 + j0$ rad/s. Pode ser observada a existência de dois modos instáveis e quatro modos com amortecimento abaixo de 5%.

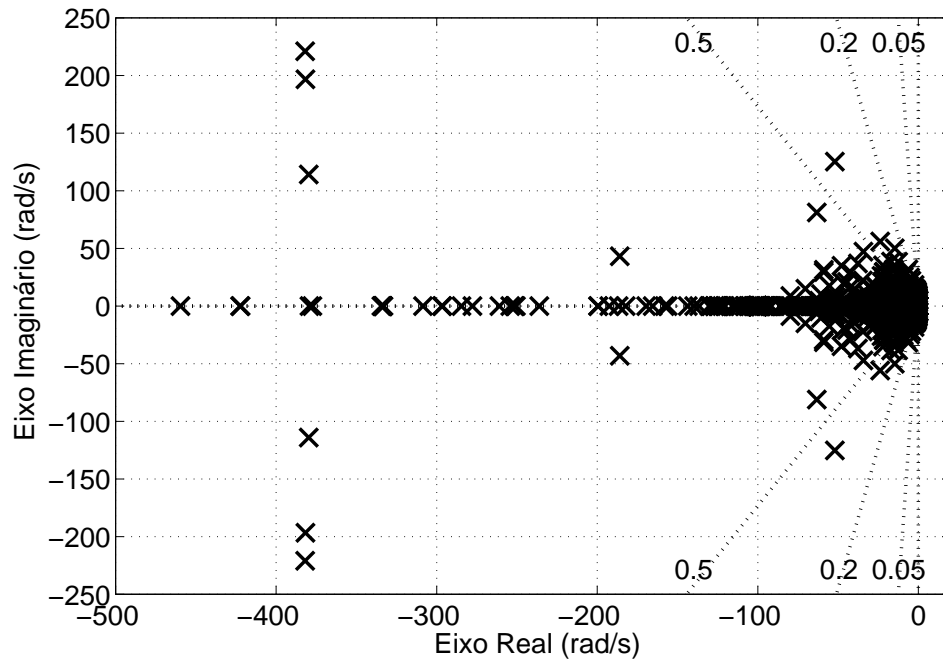


Figura 6.6: Polos do sistema original no plano complexo.

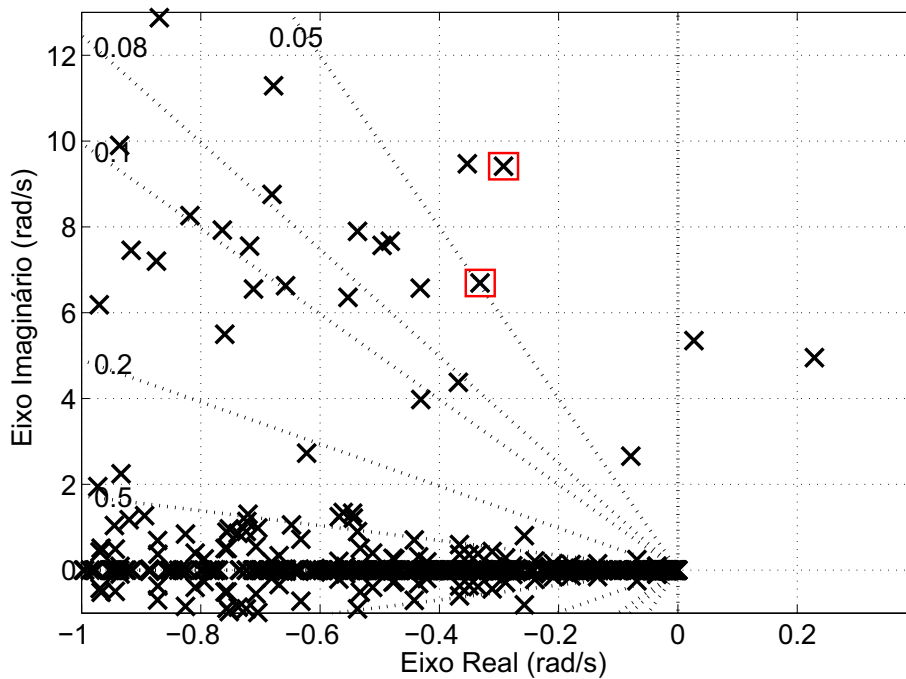


Figura 6.7: Polos do sistema original no plano complexo (ampliado).

Com o auxílio do aplicativo SADPA [9], foram calculados os respectivos autovetores à direita e à esquerda dos seis polos indesejáveis identificados. Calculou-se

os fatores de participação P_{ik} de todas as variáveis de estado em relação a estes 6 polos.

A Tabela 6.2 apresenta os polos indesejáveis e os 5 maiores módulos dos fatores de participação associados a cada modo e os respectivos estados correspondentes.

Tabela 6.2: Polos Indesejáveis e os respectivos fatores de participação, em módulo

Polo	$ P_{ik} $	Estados associados
$-0.35309 + 9.4708i$	2.5284	WW XINGO- - - -6GR# 5061
	2.4978	X 0004 ES_XINGO # 1274
	0.40048	X 0006 ES_XINGO # 1274
	0.39247	X 0002 ES_XINGO # 1274
	0.21933	DELT XINGO- - - -6GR# 5061
$-0.29236 + 9.4124i$	0.44468	DELT ESPORA- - -3GR# 3744
	0.38936	WW ESPORA- - -3GR# 3744
	0.076403	X 0004 ESPORPSS # 4470
	0.068094	EQ' ESPORA- - -3GR# 3744
	0.065476	X 0028 ESPORRAT # 4400
$-0.33175 + 6.6941i$	0.19105	DELT PROMISSA - 2GR# 519
	0.1902	WW PROMISSA - 2GR# 519
	0.18186	DELT CHAVANTE- 4GR# 514
	0.18149	WW CHAVANTE- 4GR# 514
	0.08266	WW CAPIVARA - 4GR# 507
$0.22887 + 4.9517i$	0.25829	WW ITAIPU60 - 9GR# 1107
	0.2426	DELT ITAIPU60 - 9GR# 1107
	0.22531	DELT JACUI - - - - 4GR# 1162
	0.21853	WW JACUI - - - - 4GR# 1162
	0.062339	EQ' JACUI - - - - 4GR# 1162
$0.02694 + 5.3496i$	0.41887	DELT JACUI - - - - 4GR# 1162
	0.40694	WW JACUI - - - - 4GR# 1162
	0.11759	EQ' JACUI - - - - 4GR# 1162
	0.096972	WW ITAIPU60 - 9GR# 1107
	0.091923	DELT ITAIPU60 - 9GR# 1107
$-0.078975 + 2.6565i$	1.5933	X 0004 ES_XINGO # 1274
	1.5164	WW XINGO - - - - 6GR# 5061
	0.31392	X 0013 ES_XINGO # 1274
	0.22271	X 0050 RV_XINGO # 1261
	0.19375	X 0017 RV_XINGO # 1261

Como pode ser observado na Tabela 6.2, os dois modos em destaque, $-0.29236 \pm 9.4124i$ e $-0.33175 \pm 6.6941i$, possuem baixo amortecimento e não são fortemente influenciados por ajustes nos PSS de Itaipu, Jacuí ou Xingó. A unidade de Espora possui PSS, assim como a unidade de Capivara, e os seus parâmetros poderiam ter sido considerados para esta investigação. Contudo, como se tratam de unidades pequenas com influência local quanto a estabilidade eletromecânica, a pequenos sinais, adotou-se o seguinte procedimento: um pequeno ajuste fixo foi realizado em parâmetros de ambos os PSS, de forma a aumentar o amortecimento destes modos para valores superiores a 5%. Este ajuste deve ser conservado até o final das investigações e simulações.

A Figura 6.8 apresenta os polos do sistema após o mencionado ajuste nos PSSs de Capivara e Espora. Pode ser visto que restaram ainda dois modos de baixo amortecimento e dois modos instáveis.

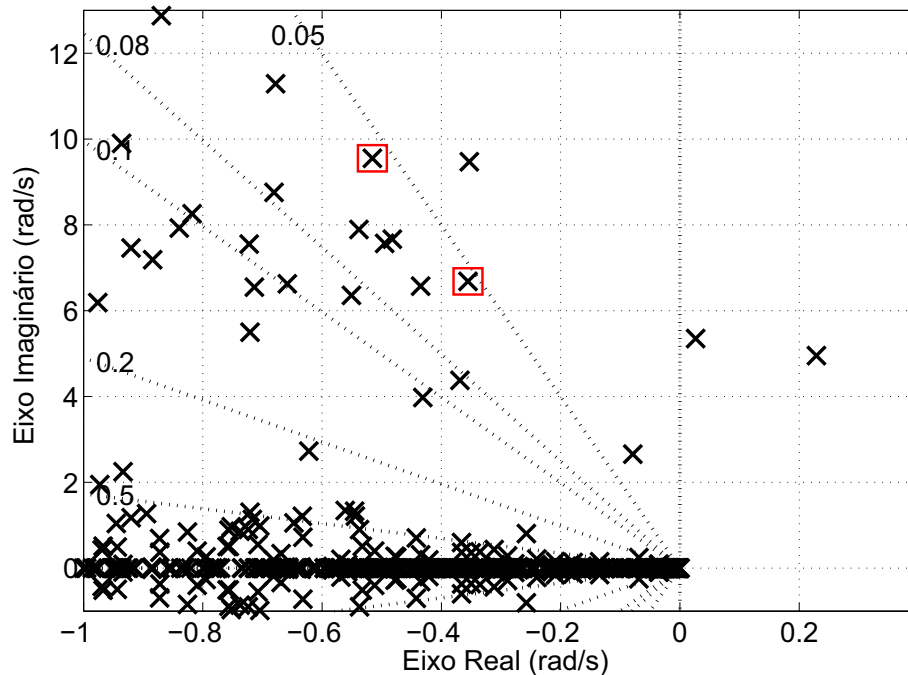


Figura 6.8: Polos do sistema após pequeno ajuste nos PSSs das usinas de Espora e Capivara.

A Tabela 6.3 apresenta os polos indesejáveis e seus respectivos cinco maiores fatores de participação, em módulo, assim como os estados associados. Os valores dos polos diferem minimamente dos valores na Tabela 6.2, e os fatores de participação não apresentam grandes alterações.

Tabela 6.3: Polos e fatores de participação resultantes, em módulo, após pequeno ajuste nos PSSs de Espora e Capivara.

Polo	$ P_{ik} $	Estados associados
$-0.35315 + 9.4708i$	2.5275	WW XINGO- - - -6GR# 5061
	2.497	X 0004 ES_XINGO # 1274
	0.40034	X 0006 ES_XINGO # 1274
	0.39233	X 0002 ES_XINGO # 1274
	0.21926	DELT XINGO- - - -6GR# 5061
$0.02694 + 5.3496i$	0.42018	DELT JACUI - - - - 4GR# 1162
	0.40822	WW JACUI - - - - 4GR# 1162
	0.11797	EQ' JACUI - - - - 4GR# 1162
	0.096898	WW ITAIPU60 - 9GR# 1107
	0.091852	DELT ITAIPU60 - 9GR# 1107
$0.22887 + 4.9517i$	0.25851	WW ITAIPU60 - 9GR# 1107
	0.2428	DELT ITAIPU60 - 9GR# 1107
	0.22497	DELT JACUI - - - - 4GR# 1162
	0.21821	WW JACUI - - - - 4GR# 1162
	0.062245	EQ' JACUI - - - - 4GR# 1162
$-0.078975 + 2.6565i$	1.5933	X 0004 ES_XINGO # 1274
	1.5164	WW XINGO - - - - 6GR# 5061
	0.31396	X 0013 ES_XINGO # 1274
	0.22274	X 0050 RV_XINGO # 1261
	0.19377	X 0017 RV_XINGO # 1261

Os fenômenos associados a estabilidade eletromecânica geralmente ocorrem na faixa de frequência entre 0.2 Hz e 2.5 Hz. Para tanto, os resultados no domínio da frequência são apresentados dentro do intervalo entre $\omega = 10^{-2}rad/s$ e $\omega = 2 \times 10^2 rad/s$ (em maioria de magnitude e erros, pois nos testes realizados foi verificado que a resposta da fase possui comportamento análogo ao de magnitude, para as mesmas faixas de frequência).

Como padrão, os testes com redução de ordem pelo método SLRCF-ADI foram configurados com os parâmetros ($\mu_J = \{-1/15, -0.7, -6, -13, -200\}$). Os parâmetros ADI μ_J foram ajustados manualmente. O ajuste inicial para o número de iterações ADI é $i_{max} = 200$, porém uma pequena calibragem é realizada nos testes da Subseção 6.2.1 para confirmar este valor. Usualmente, conforme realizado em [65], a ordem do MOR

após o Truncamento Balanceado é fixada em um valor como $k = 40$. Contudo, o valor de k selecionado para a ordem do MOR se mostrou um fator essencial na qualidade da ROPM e deve ser avaliado para cada uma das abordagens propostas no Capítulo 5.

Como o sistema teste configurado em \mathbf{p}_0 é instável, a rigor deveria ser utilizado um deslocamento/shift α em J_1 antes da redução de ordem. Contudo, a redução de ordem tem sido realizada sem problemas com $\alpha = 0$. Caso não seja informado o contrário, estes são os parâmetros que foram utilizados nos testes.

Como índices para a avaliação do tempo computacional e da qualidade das respostas dos modelos reduzidos frente o sistema original, convencionou-se o uso dos indicativos de qualidade descritos a seguir.

TEMPO DE PROCESSAMENTO (TP): com o uso do Matlab, trata-se apenas da simples aferição do tempo requerido na geração do MOR desde a inicialização do método de redução de ordem até a montagem das matrizes de ordem reduzida.

ÍNDICE DE ERRO RELATIVO (IER): seja H_{FOM} e H_{MOR} algum tipo de resposta do sistema FOM e MOR, respectivamente, seja no domínio do tempo ou da frequência, para as mesmas formas de entradas. O IER é utilizado para tentar representar numericamente uma espécie de erro relativo entre o desempenho do MOR e do FOM. O IER é calculado da seguinte forma:

$$IER = \frac{\|H_{FOM} - H_{MOR}\|}{\|H_{FOM}\|}, \quad (6.5)$$

em que $\| \cdot \|$ é a norma-2 do vetor H , em cada caso. No caso, o erro é relativo porque compara a norma da diferença entre H_{FOM} e H_{MOR} com a referência, no caso H_{FOM} . No caso de resposta em frequência, tem-se

$$IER = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^N [|H_{FOM}(f_i) - H_{MOR}(f_i)|]^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^N [|H_{FOM}(f_i)|]^2}}, \quad (6.6)$$

em que N é o nº de pontos de frequência considerados, f_i é um ponto na frequência, $H_{FOM}(f_i)$ e $H_{MOR}(f_i)$ são as respostas em frequência na frequência f_i , para o sistema original e para o sistema reduzido, respectivamente.

Em alguns testes, foram utilizados o que se definiu de desvio na resposta em frequência e desvio absoluto no tempo. O desvio na resposta em frequência é

simplesmente o valor absoluto da diferença, a cada ponto de frequência f_i , entre as respostas em frequência de dois sistemas, como

$$Desvio_{frequencia}(f_i) = |H_{FOM}(f_i) - H_{MOR}(f_i)|. \quad (6.7)$$

Analogamente, o desvio absoluto no tempo é o valor absoluto da diferença, a cada ponto de tempo t_i , entre as respostas no tempo de dois sistemas, como

$$Desvio_{tempo}(t_i) = |y_{FOM}(t_i) - y_{MOR}(t_i)|. \quad (6.8)$$

Em termos de entradas e saídas, foram consideradas como entradas as referências de tensão V_{REF} das três unidades, Itaipu (60 Hz), Jacuí e Xingó. Para saída foram selecionadas as potências ativas do terminal das máquinas síncronas, P_T , das mesmas três unidades. Este sistema MIMO possui uma matriz de transferência da forma

$$\begin{bmatrix} H_{11}(s) & H_{12}(s) & H_{13}(s) \\ H_{21}(s) & H_{22}(s) & H_{23}(s) \\ H_{31}(s) & H_{32}(s) & H_{33}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{P_T^{Itaipu}}{V_{REF}^{Itaipu}}(s) & \frac{P_T^{Itaipu}}{V_{REF}^{Jacui}}(s) & \frac{P_T^{Itaipu}}{V_{REF}^{Xingo}}(s) \\ \frac{P_T^{Jacui}}{V_{REF}^{Itaipu}}(s) & \frac{P_T^{Jacui}}{V_{REF}^{Jacui}}(s) & \frac{P_T^{Jacui}}{V_{REF}^{Xingo}}(s) \\ \frac{P_T^{Xingo}}{V_{REF}^{Itaipu}}(s) & \frac{P_T^{Xingo}}{V_{REF}^{Jacui}}(s) & \frac{P_T^{Xingo}}{V_{REF}^{Xingo}}(s) \end{bmatrix} \quad (6.9)$$

A Figura 6.9 apresenta $H_{11}(s)$, função de transferência que será considerada como referência principal nos testes e simulações, especialmente quanto às medições de erros em frequência.

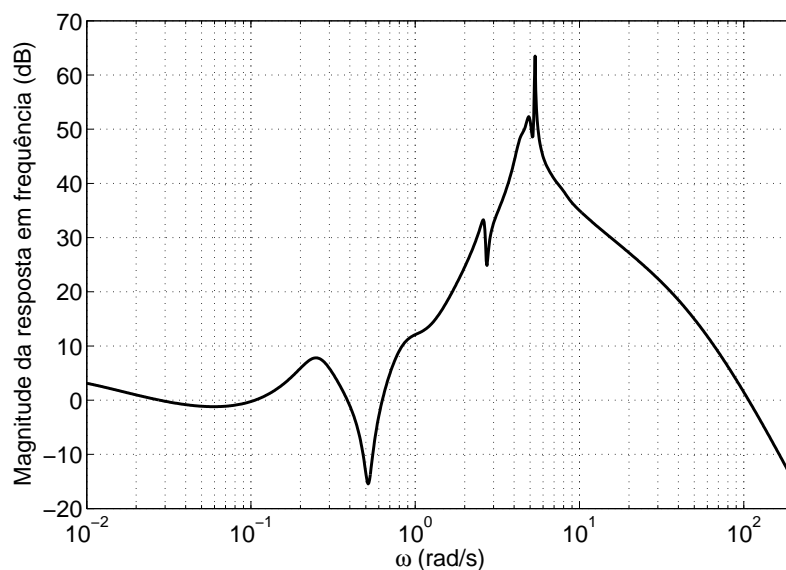


Figura 6.9: Magnitude da resposta em frequência H_{11} .

A Figura 6.10 apresenta as demais respostas em frequências presentes na matriz de transferência em (6.9).

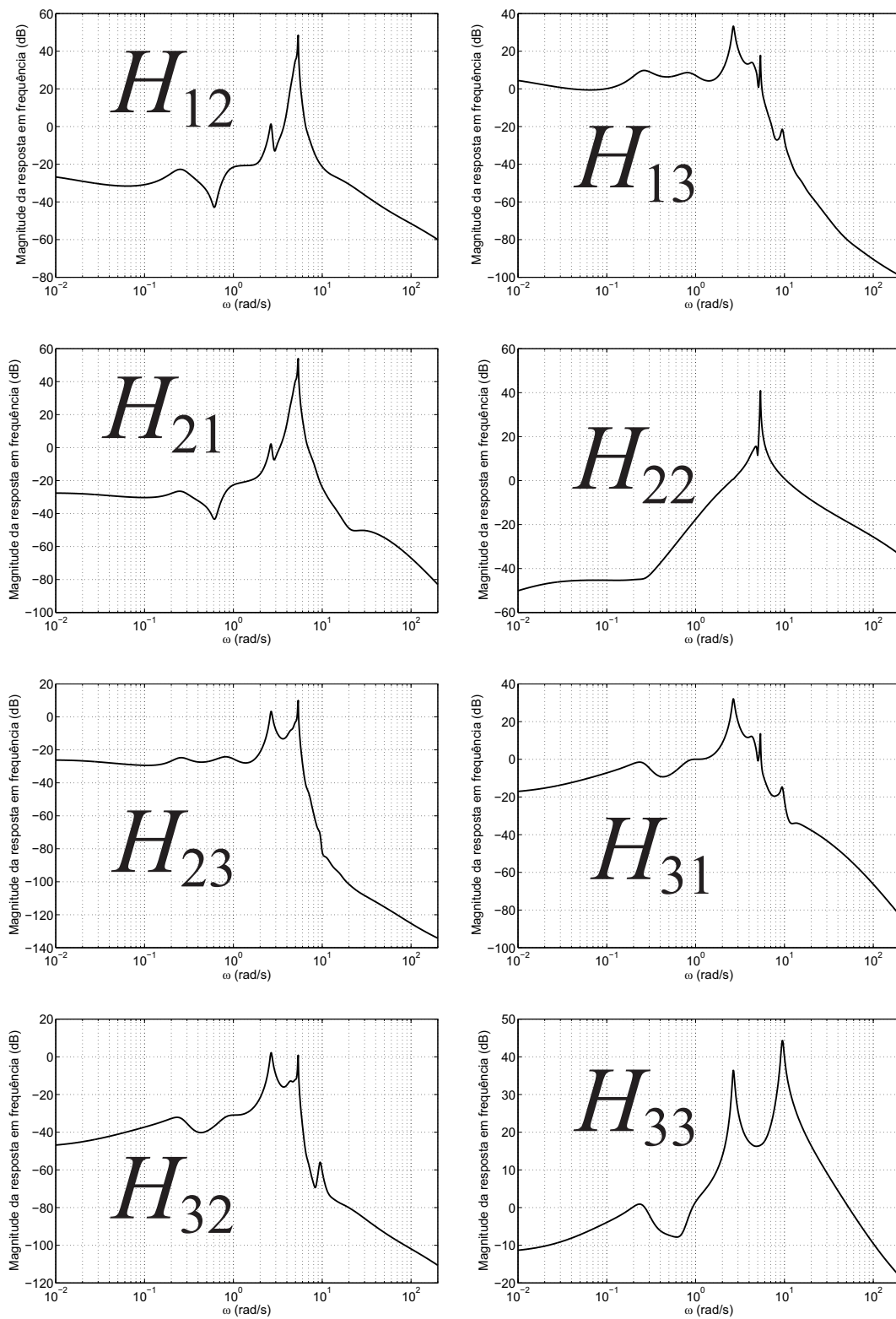


Figura 6.10: Magnitude das demais respostas em frequência H_{ij} .

6.2 TESTES DE DESEMPENHO DAS ABORDAGENS PROPOSTAS

Esta seção objetiva avaliar se os sistemas resultantes das abordagens de ROPM propostas no Capítulo 5 são capazes de reproduzir resultados do sistema teste original FOM, quando os devidos parâmetros são variados em uma determinada faixa de valores. Essencialmente, a resposta e erro em frequência foram utilizados para aferir o desempenho em cada caso.

6.2.1 TESTES DE DESEMPENHO DA ABORDAGEM 1

Esta subseção visa avaliar o desempenho da Abordagem 1. Primeiramente, considerando-se a condição do sistema em \mathbf{p}_0 , é avaliado como o Índice de Erro Relativo (IER) evolui conforme a ordem k selecionada para o MOR, como ilustrado na Figura 6.11. Pode ser visto um rápido decaimento do IER, ou seja, um baixo valor de k é suficiente para reproduzir bem o sistema FOM, pelo menos localmente em \mathbf{p}_0 .

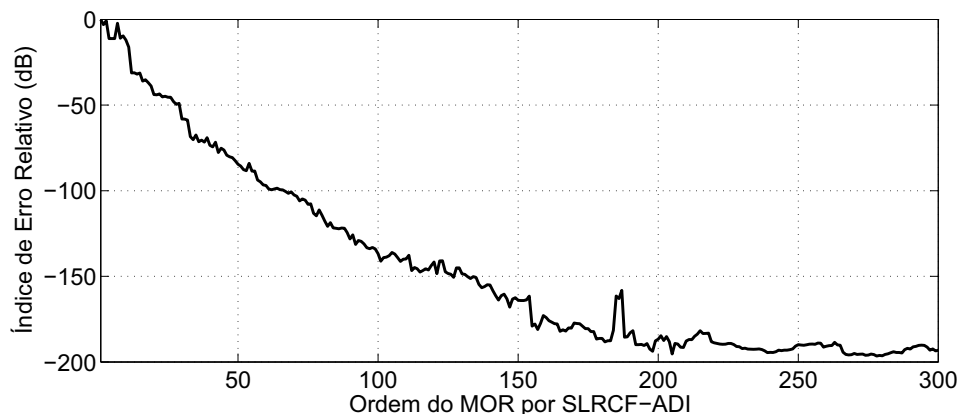


Figura 6.11: IER em \mathbf{p}_0 em função da ordem k utilizada pelo Truncamento Balanceado.

Para uma breve calibragem dos parâmetros do próprio processo de redução, a Fig. 6.12 apresenta tanto a resposta em frequência como o desvio em frequência em relação ao sistema FOM, para diferentes números de iterações utilizadas no método SLRCF-ADI (100, 200 e 300), na condição inicial dos parâmetros, \mathbf{p}_0 .

Além disso, a Fig. 6.13 apresenta tanto a resposta em frequência como o desvio em frequência em relação ao sistema FOM, para diferentes ordens de MOR ($k = 20$, $k = 40$, $k = 60$), na condição inicial dos parâmetros, \mathbf{p}_0 .

Embora o uso de 100 iterações no método SLRCF-ADI não seja suficiente, os resultados com 200 e 300 iterações são próximos e apresentam baixos desvios em relação ao sistema original. Por outro lado, a qualidade do MOR aumenta consideravelmente com a ordem do mesmo. Para os fins deste trabalho, a precisão adquirida com ordem 40 é considerada satisfatória, em \mathbf{p}_0 .

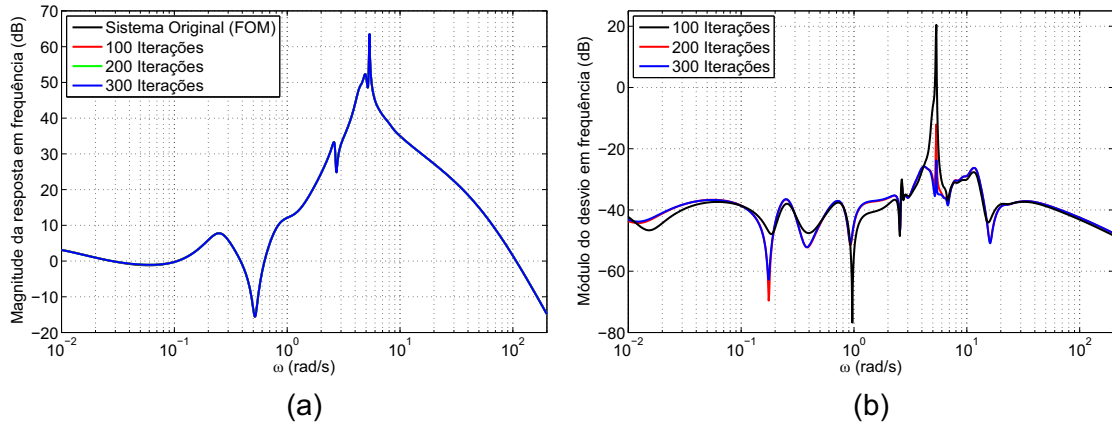


Figura 6.12: (a) Resposta em frequência para diferentes números de iterações ADI; (b) Desvio em frequência para diferentes números de iterações ADI.

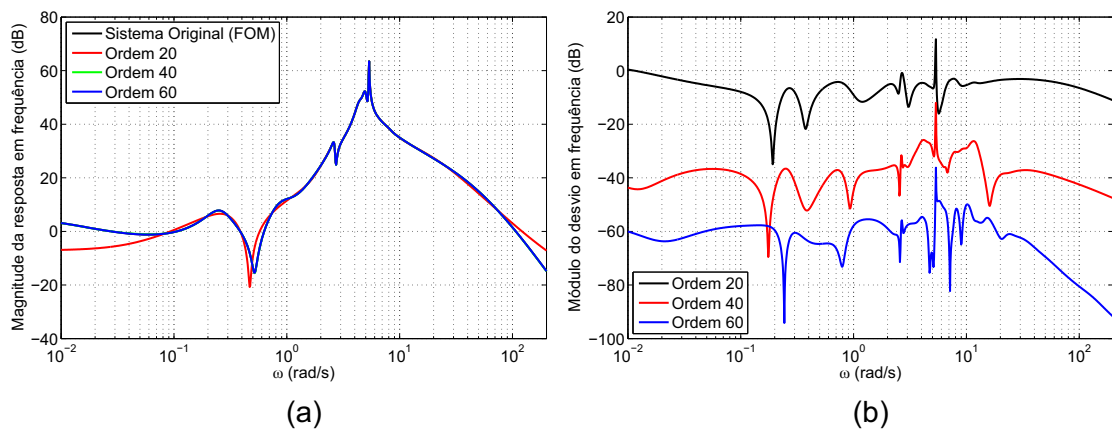


Figura 6.13: (a) Resposta em frequência para diferentes ordens do MOR; (b) Desvio em frequência para diferentes ordens do MOR.

Dada a grande quantidade de graus de liberdade com 14 parâmetros em \mathbf{p} , adotou-se um novo parâmetro γ_{Itaipu} de forma a restringir a variação dos parâmetros $K_{PT}^{ItaipuPSS}$ e $K_{WW}^{ItaipuPSS}$ de forma que, quando γ_{Itaipu} variar, a variação observada será

$$\begin{bmatrix} K_{PT}^{ItaipuPSS} \\ K_{WW}^{ItaipuPSS} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_{Itaipu} \\ (5)\gamma_{Itaipu} \end{bmatrix}, \quad (6.10)$$

enquanto que os demais parâmetros de \mathbf{p} permanecem constantes.

Mantendo-se os demais parâmetros constantes e iguais aos seus valores em \mathbf{p}_0 , realizou-se a variação de $\gamma_{Itaipu} = 0$ (condição em \mathbf{p}_0) até $\gamma_{Itaipu} = 10^4$, tanto no sistema teste original como no sistema resultante da ROPM. As Figuras 6.14 e 6.15 apresentam o IER (entre sistema teste completo e sistema resultante da ROPM) durante essa variação, para diferentes números de iterações ADI (100, 200 e 300) e para diferentes ordens do MOR ($k = 20, k = 40, k = 60, k = 200$), respectivamente. A escala logarítmica foi utilizada para propiciar melhor visualização dos resultados gráficos, uma vez que a escala linear não permitiu visualização adequada.

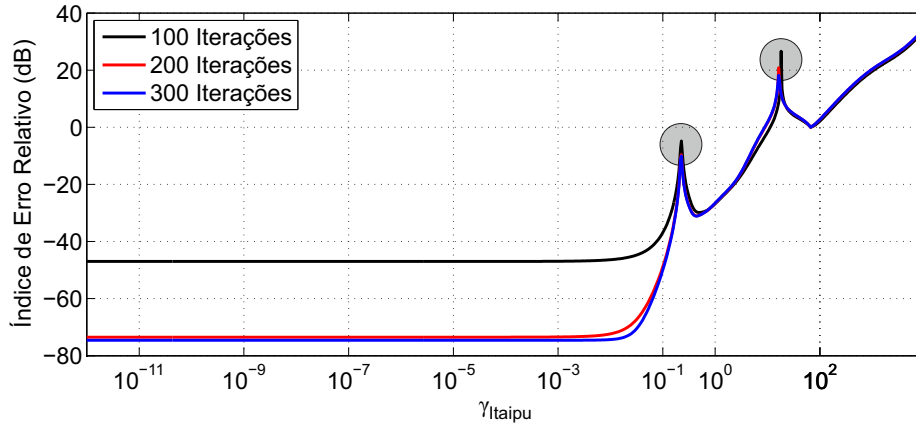


Figura 6.14: IER na variação de γ_{Itaipu} , diferentes números de iterações ADI.

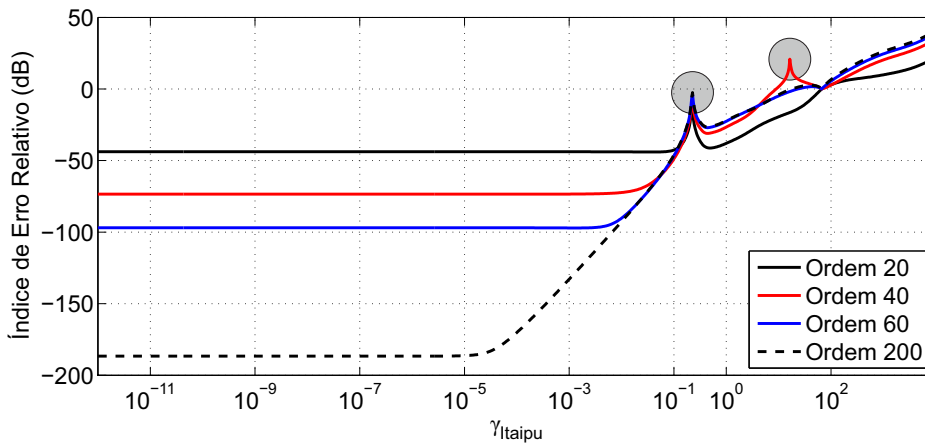


Figura 6.15: IER na variação de γ_{Itaipu} , diferentes ordens do MOR.

Conforme observado na Figura 6.14, não há diferenças significativas entre utilizar 200 e 300 iterações do método SLRCF-ADI. Logo, para esta aplicação, o uso de 300 iterações é injustificável, visto que demanda maior processamento computacional que o uso de 200 iterações. Já na Fig. 6.15, pode ser observado que, embora ordens maiores de MOR aumentem localmente a precisão (o sistema foi reduzido em \mathbf{p}_0 , com $\gamma_{Itaipu} = 0$), a excursão para grandes valores de γ_{Itaipu} é igualmente limitada, independente da ordem.

Em ambas as Fig. 6.14 e 6.15, foram observados e destacados picos de IER para valores específicos de γ_{Itaipu} . Por exemplo, tomando-se o primeiro pico observado na Fig. 6.14, este ocorre por volta de $\gamma_{Itaipu} = 0.2184$. Obtendo-se os autovalores do sistema teste FOM para esse valor de γ_{Itaipu} , resulta na Fig. 6.16, que evidencia a presença de um polo sobre o eixo imaginário do plano complexo.

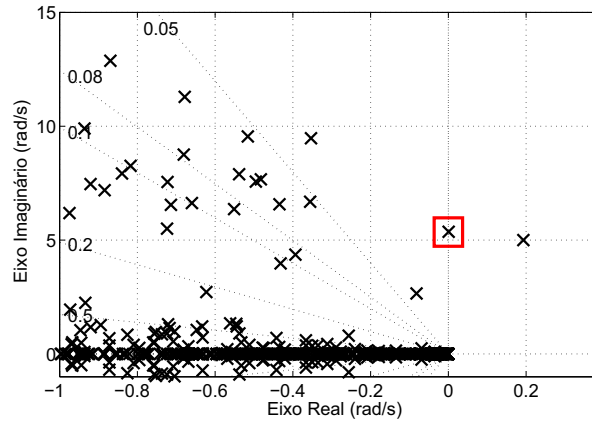


Figura 6.16: Polos do sistema teste quando $\gamma_{Itaipu} = 0.2184$.

Justamente por utilizar-se a resposta em frequência do sistema sobre o eixo imaginário positivo, este polo sobre o eixo impossibilita a observação e medição do comportamento entre FOM e o sistema resultante da Abordagem 1, já que o sistema possui resposta em frequência praticamente infinita na frequência do polo demarcado na Fig. 6.16. A Figura 6.17 ilustra esta explicação.

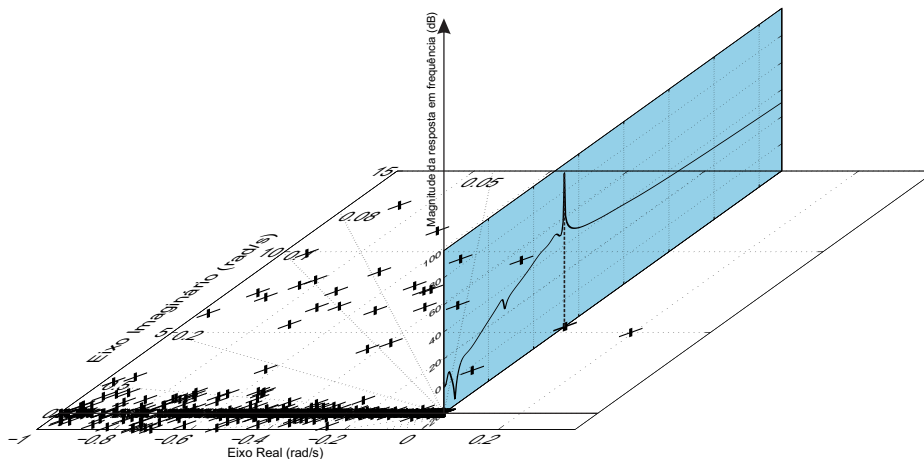


Figura 6.17: Ilustração do efeito de polo sobre eixo imaginário.

Portanto, os picos observados nas Fig. 6.14 e 6.15 se devem a polos que cruzam o eixo complexo imaginário no FOM e/ou no sistema resultante da ROPM. Ou seja,

quando uma singularidade atravessa a janela de observação utilizada, no caso o eixo imaginário positivo do plano complexo, a medição de IER se torna inviabilizada, pois estaria trabalhando com valores praticamente infinitos neste ponto.

Analogamente ao realizado na eq. (6.10), é definido um novo parâmetro, γ_{Xingo} , de forma a restringir a variação dos parâmetros $T_{X12X13}^{XingoPSS}$ e $T_{X15X16}^{XingoPSS}$ da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} T_{X12X13}^{XingoPSS} \\ T_{X15X16}^{XingoPSS} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_{Xingo} \\ \gamma_{Xingo} \end{bmatrix}. \quad (6.11)$$

Mantendo-se os demais parâmetros constantes e iguais aos seus valores em \mathbf{p}_0 , realizou-se a variação de $\gamma_{Xingo} = 10^{-3}$ até $\gamma_{Xingo} = 10^3$. As Figuras 6.18 e 6.19 apresentam o IER durante essa variação, para diferentes números de iterações ADI e para diferentes ordens do MOR, respectivamente.

Novamente, o uso de 300 iterações ADI não se justifica, por não apresentar melhora significativa em relação ao uso de 200 iterações.

Quanto à ordem do MOR, o IER para maiores ordens é melhor apenas localmente, nas proximidades do valor em que a redução de ordem foi realizada, $\gamma_{Xingo} = 3.75$. Enquanto que para valores γ_{Xingo} ligeiramente distantes de 3.75 todas curvas de IER se deterioram rapidamente. Ou seja, a faixa de valores de γ_{Xingo} em que o sistema da Abordagem 1 representa o FOM de forma satisfatória é muito estreita, apenas em torno do valor em que foi realizada a ROM.

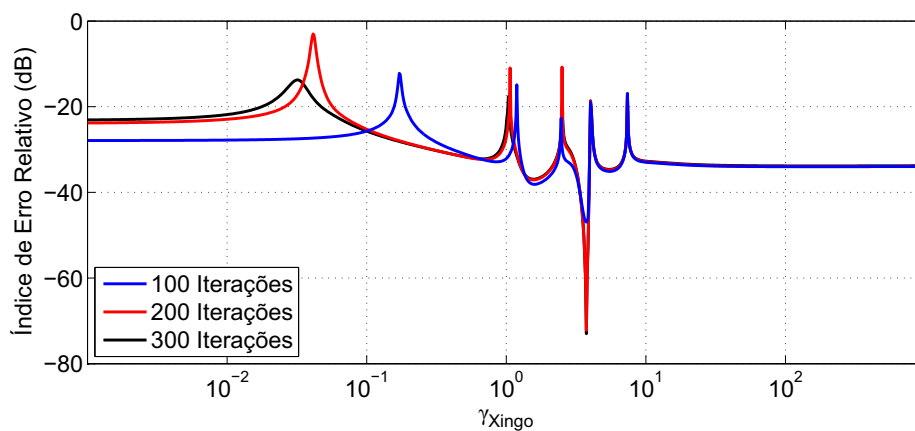


Figura 6.18: IER na variação de γ_{Xingo} , diferentes números de iterações ADI.

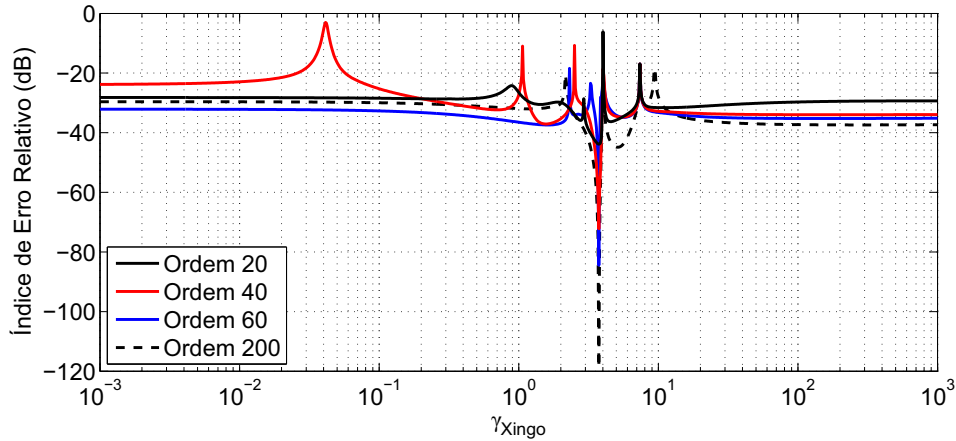


Figura 6.19: IER na variação de γ_{Xingo} , diferentes ordens do MOR.

Uma vantagem da Abordagem 1 é a possibilidade de realizar a redução de ordem da parte constante na configuração de parâmetros \mathbf{p} de interesse. Com intuito de avaliar esta vantagem, a Tabela 6.4 apresenta valores de parâmetros ligeiramente diferentes de \mathbf{p}_0 .

Tabela 6.4: Definição de outras configurações de parâmetros em \mathbf{p} .

Notação	Valores
\mathbf{p}_1	$\gamma_{Itaipu} = 10^{-1}$, demais parâmetros iguais aos valores em \mathbf{p}_0
\mathbf{p}_2	$\gamma_{Itaipu} = 10$, demais parâmetros iguais aos valores em \mathbf{p}_0
\mathbf{p}_3	$\gamma_{Xingo} = 0.375$, demais parâmetros iguais aos valores em \mathbf{p}_0
\mathbf{p}_4	$\gamma_{Xingo} = 10^{-2}$, demais parâmetros iguais aos valores em \mathbf{p}_0

Considerando-se \mathbf{p}_0 , \mathbf{p}_1 e \mathbf{p}_2 como condições em que a redução de ordem foi implementada, o parâmetro γ_{Itaipu} sofre variação de $\gamma_{Itaipu} = 0$ (condição em \mathbf{p}_0) até $\gamma_{Itaipu} = 10^4$. A Figura 6.20 apresenta a evolução do IER com a variação de γ_{Itaipu} . Adotou-se $k = 40$ para a ordem do MOR e 200 iterações ADI em todas as curvas.

A Figura 6.21 apresenta a evolução do IER com a variação de γ_{Xingo} , considerando uma variação de $\gamma_{Xingo} = 10^{-3}$ até $\gamma_{Xingo} = 10^3$, para MOR originado nas condições

\mathbf{p}_0 , \mathbf{p}_3 e \mathbf{p}_4 . Adotou-se $k = 40$ para a ordem do MOR e 200 Iterações ADI em todas as curvas.

Em ambas as Figuras 6.20 e 6.21, é visto como o IER é satisfatório apenas em uma faixa estreita de valores em torno do qual a redução de ordem foi realizada.

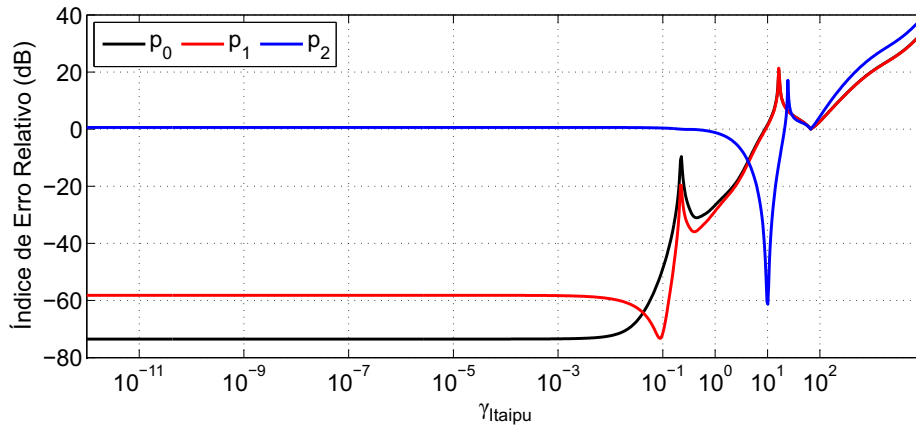


Figura 6.20: IER na variação de γ_{Itaipu} , ROM em diferentes parâmetros.

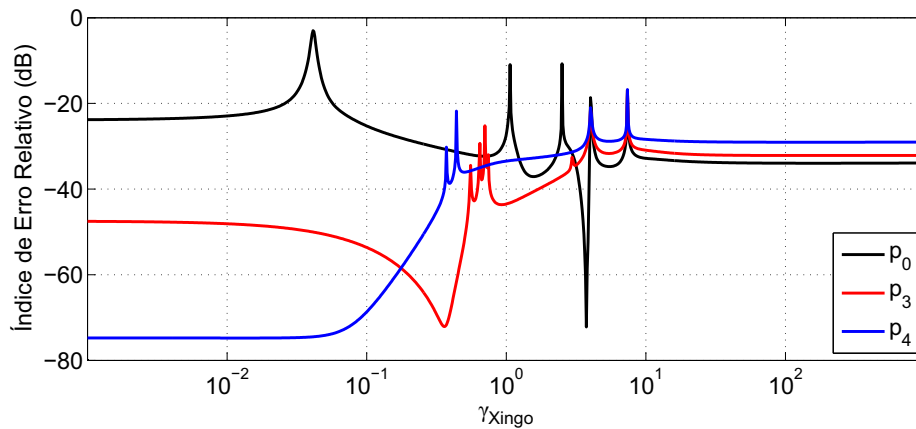


Figura 6.21: IER na variação de γ_{Xingo} , ROM em diferentes parâmetros.

6.2.2 TESTES DE DESEMPENHO DA ABORDAGEM 2

Conforme visto no Capítulo 5, a ordem k utilizada no método SLRCF-ADI para a redução não é a ordem final do sistema, pois as equações referentes aos PSS ainda são reacopladas ao MOR da parte constante. Para o sistema teste, as equações referentes aos PSS de Itaipu, Xingó e Jacuí totalizam 69, sendo 22 equações diferenciais e 47 equações algébricas.

De forma análoga à Abordagem 1, os testes se iniciam pela evolução do IER em função da ordem k do Truncamento Balanceado. Contudo, para evidenciar algumas informações importantes a respeito das Abordagens 2 e 3, são definidos dois sistemas testes auxiliares. O sistema auxiliar 1 é igual ao sistema teste original, porém com o PSS de Xingó desativado, fazendo-se $K_{saída}^{XingoPSS} = 0$. O sistema auxiliar 2 também é igual ao sistema teste original, entretanto com os PSS de Xingó e de Jacuí desativados, fazendo-se $K_{saída}^{XingoPSS} = 0$ e $K_{PT}^{JacuiPSS} = K_{WW}^{JacuiPSS} = 0$.

A partir destas informações, a Fig. 6.22 apresenta a evolução do IER em função de k tomando-se o desempenho entre o sistema resultante da Abordagem 2 e cada um dos sistemas FOM (teste original e auxiliares 1 e 2).

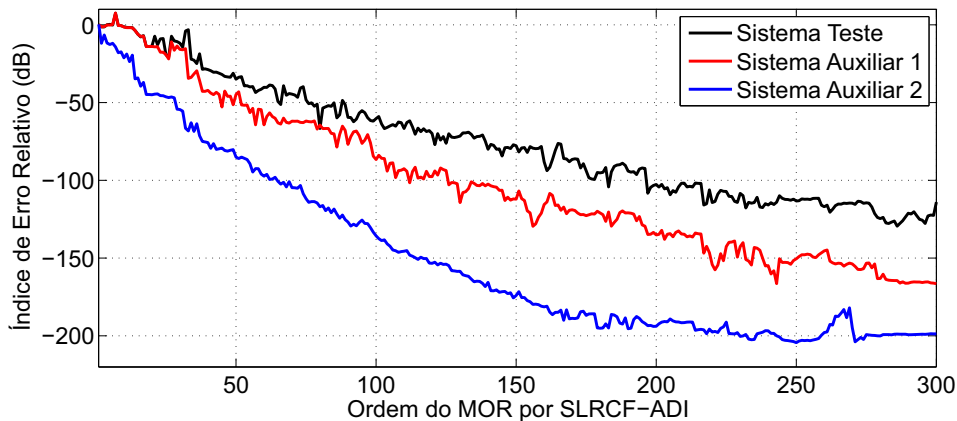


Figura 6.22: IER em função da ordem k utilizada pelo método ADI, sistema teste original e auxiliares.

Conforme apresentado na Fig. 6.22, o IER decai mais rapidamente quando o sistema FOM, no caso o sistema auxiliar 2, possui todos os PSS desligados. Isso ocorre porque, de acordo com a concepção da Abordagem 2, a parte do sistema que é reduzida não contém nenhum dos três PSS mencionados, visto que suas equações foram completamente retiradas. Portanto o sistema MOR foi reduzido a partir de um

sistema que, equivalentemente, tem $K_{saída}^{XingoPSS} = 0$ e $K_{PT}^{JacuiPSS} = K_{WW}^{JacuiPSS} = 0$, logo o melhor desempenho do MOR será nesta configuração. Apenas para operar em \mathbf{p}_0 o sistema resultante da Abordagem 2 necessita realizar uma variação paramétrica, pois em \mathbf{p}_0 apenas o PSS de Itaipu está desativado.

Em outras palavras, as equações dos PSS reacopladas ao MOR precisam alcançar os estados internos $\hat{x}_{PAC,1}^{est}$ do MOR e impor que o sistema resultante opere em \mathbf{p}_0 . Para tanto, o MOR necessita de um maior valor para k , de forma a melhorar esta interação com as equações reacopladas, essencialmente devido à construção da matriz de transformação de ordem esquerda T_L .

A Fig. 6.23 apresenta tanto a resposta em frequência como o desvio em frequência em relação ao sistema FOM, diferentes ordens de MOR ($k = 100$, $k = 200$, $k = 300$), na condição inicial dos parâmetros, \mathbf{p}_0 . De fato, o sistema resultante da ROPM necessita de pelo menos $k = 200$ para um erro em níveis satisfatórios.

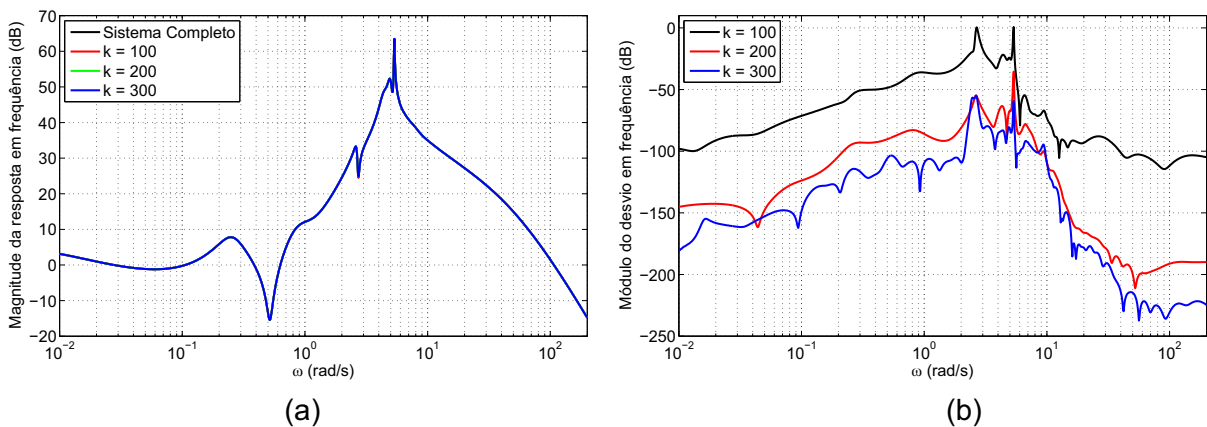


Figura 6.23: (a) Resposta em frequência para diferentes ordens do MOR; (b) Desvio em frequência para diferentes ordens do MOR.

Mantendo-se os demais parâmetros constantes e iguais aos seus valores em \mathbf{p}_0 , realizou-se a variação de $\gamma_{Itaipu} = 0$ (condição em \mathbf{p}_0) até $\gamma_{Itaipu} = 10^4$. A Figura 6.24 apresenta o IER durante essa variação, para diferentes ordens do MOR ($k = 100$, $k = 200$, $k = 300$). Fora os picos observados, a faixa de excursão do parâmetro γ_{Itaipu} em que o IER é satisfatório é ampla, desde que para $k = 200$ ou maior.

Mantendo-se os demais parâmetros constantes e iguais aos seus valores em \mathbf{p}_0 ,

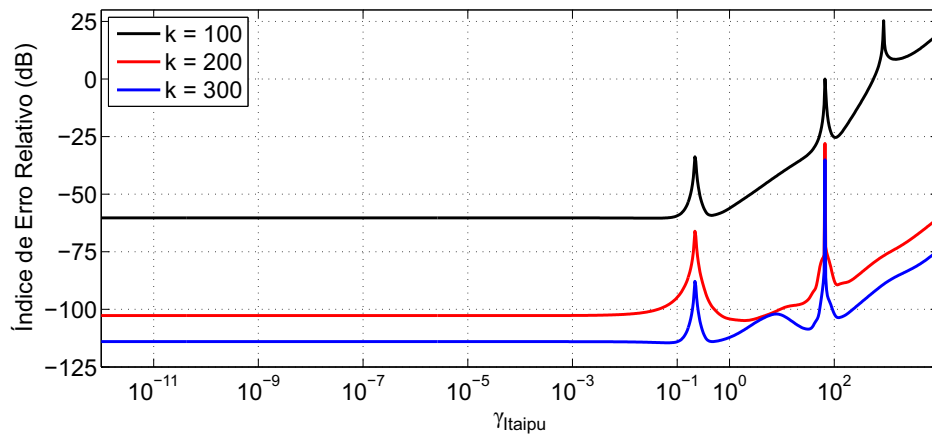


Figura 6.24: IER na variação de γ_{Itaipu} , diferentes valores para k .

realizou-se a variação de $\gamma_{Xingo} = 10^{-3}$ até $\gamma_{Xingo} = 10^3$. A Figuras 6.25 apresenta o IER durante essa variação, para diferentes ordens do MOR ($k = 100$, $k = 200$, $k = 300$). Observa-se uma excelente excursão do parâmetro γ_{Xingo} em que o IER é mantido a níveis muito baixos.

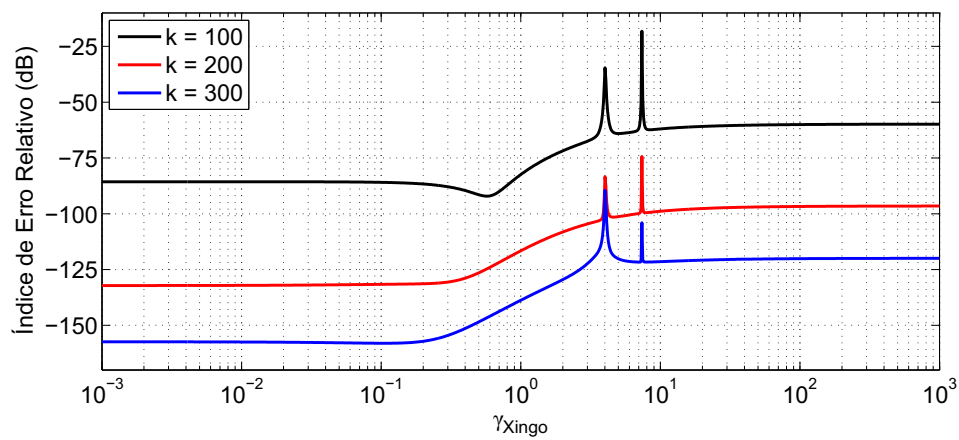


Figura 6.25: IER na variação de γ_{Xingo} , diferentes valores para k .

6.2.3 TESTES DE DESEMPENHO DA ABORDAGEM 3

Conforme visto no Capítulo 5, a ordem k utilizado no Truncamento Balanceado com SLRCF-ADI não é a ordem final do sistema, pois as equações referentes aos ramos de PSS e equações adicionais, que haviam sido retiradas, ainda são reacopladas ao MOR da parte constante. Para o sistema teste, as equações referentes a esses ramos dos PSS de Itaipu, Xingó e Jacuí totalizam 36, sendo 8 equações diferenciais e 28 equações algébricas.

Os testes se iniciam pela evolução do IER em função da ordem k do Truncamento Balanceado. Contudo, para evidenciar algumas informações importantes a respeito das Abordagens 2 e 3, são definidos dois sistemas testes auxiliares. O sistema auxiliar 1 é igual ao sistema teste original, porém com o PSS de Xingó desativado, fazendo-se $K_{saída}^{XingoPSS} = 0$. O sistema auxiliar 2 também é igual ao sistema teste original, entretanto com os PSS de Xingó e de Jacuí desativados, fazendo-se $K_{saída}^{XingoPSS} = 0$ e $K_{PT}^{JacuiPSS} = K_{WW}^{JacuiPSS} = 0$.

A partir destas informações, a Fig. 6.26 apresenta a evolução do IER em função de k tomando-se o desempenho entre o sistema resultante da Abordagem 3 e cada um dos sistemas FOM (teste original e auxiliares 1 e 2).

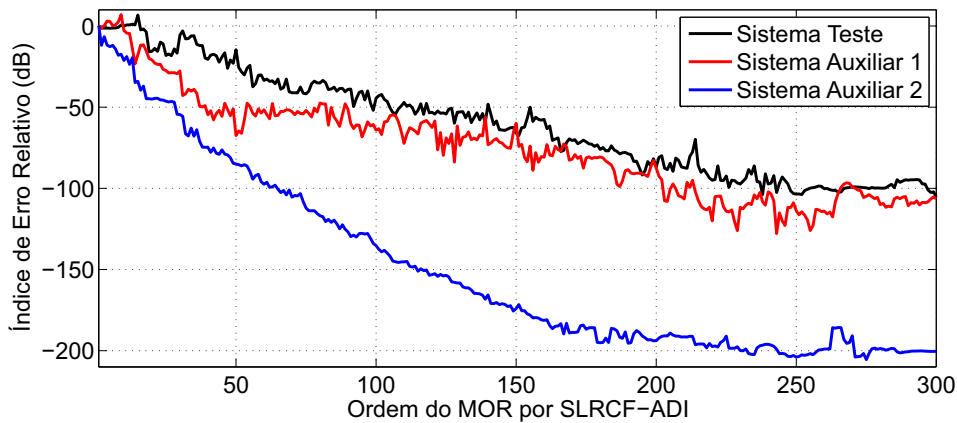


Figura 6.26: IER em função da ordem k utilizada pelo método ADI, sistema teste original e auxiliares.

Conforme apresentado na Fig. 6.26, o IER decai mais rapidamente quando o sistema FOM, no caso o sistema auxiliar 2, possui todos os PSS desligados. Isso ocorre porque, de acordo com a concepção da Abordagem 3, ao se retirar equações de ramos série dos três PSS mencionados, a malha de cada PSS fica aberta e o sistema enxerga

como se nada ali houvesse. Portanto o sistema MOR foi reduzido a partir de um sistema que, equivalentemente, tem $K_{saída}^{XingoPSS} = 0$ e $K_{PT}^{JacuiPSS} = K_{WW}^{JacuiPSS} = 0$. Logo, o melhor desempenho do MOR será nesta configuração. Apenas para operar em \mathbf{p}_0 , o sistema resultante da Abordagem 3 necessita realizar uma variação paramétrica, pois em \mathbf{p}_0 apenas o PSS de Itaipu está desativado.

Em outras palavras, as equações dos ramos de PSS reacopladas ao MOR fecham o laço de cada PSS e precisam alcançar os estados internos $\hat{x}_{PAC,1}^{est}$ do MOR e impor que o sistema resultante opere em \mathbf{p}_0 . Para tanto, o MOR necessita de um maior valor para k , de forma a melhorar esta interação com as equações reacopladas, essencialmente devido à construção da matriz de transformação de ordem esquerda T_L .

A Fig. 6.27 apresenta tanto a resposta em frequência como o desvio em frequência em relação ao sistema FOM, diferentes ordens de MOR ($k = 100, k = 200, k = 300$), na condição inicial dos parâmetros, \mathbf{p}_0 . De fato, o sistema resultante da ROPM necessita de pelo menos $k = 200$ para um erro em níveis satisfatórios.

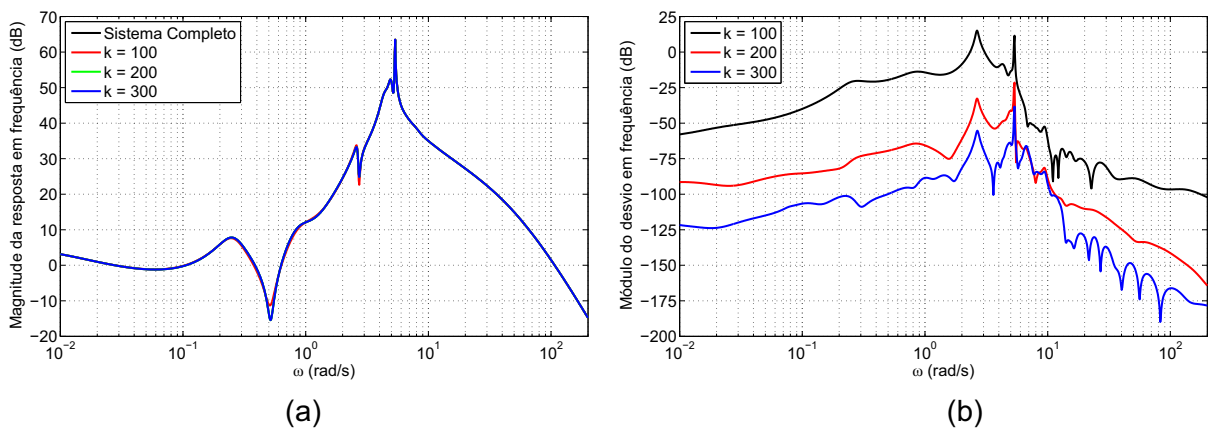


Figura 6.27: (a) Resposta em frequência para diferentes ordens do MOR; (b) Desvio em frequência para diferentes ordens do MOR.

Mantendo-se os demais parâmetros constantes e iguais aos seus valores em \mathbf{p}_0 , realizou-se a variação de $\gamma_{Itaipu} = 0$ (condição em \mathbf{p}_0) até $\gamma_{Itaipu} = 10^4$. A Figura 6.28 apresenta o IER durante essa variação, para diferentes ordens do MOR ($k = 100, k = 200, k = 300$). Fora os picos observados, a faixa de excursão do parâmetro γ_{Itaipu} em que o IER é satisfatório é ampla, desde que para $k = 200$ ou maior.

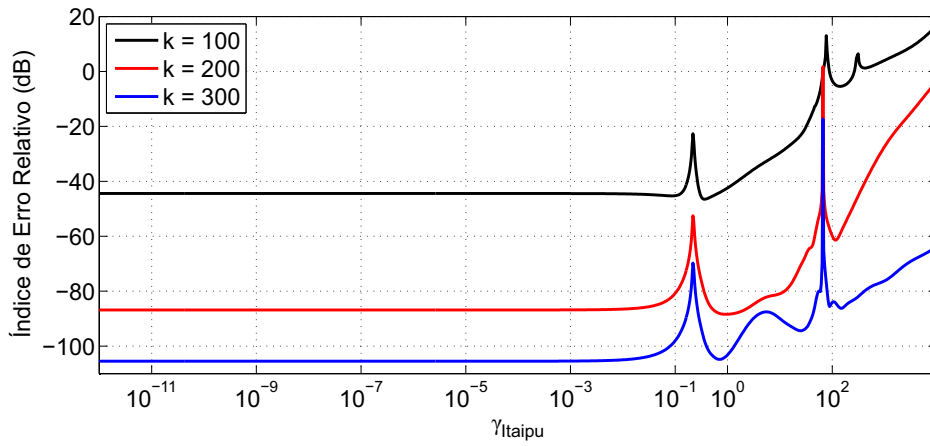


Figura 6.28: IER na variação de γ_{Itaipu} , diferentes valores para k .

Mantendo-se os demais parâmetros constantes e iguais aos seus valores em \mathbf{p}_0 , realizou-se a variação de $\gamma_{Xingo} = 10^{-3}$ até $\gamma_{Xingo} = 10^3$. A Figuras 6.29 apresenta o IER durante essa variação, para diferentes ordens do MOR ($k = 100$, $k = 200$, $k = 300$). Observa-se uma excelente excursão do parâmetro γ_{Xingo} em que o IER é mantido a níveis muito baixos.

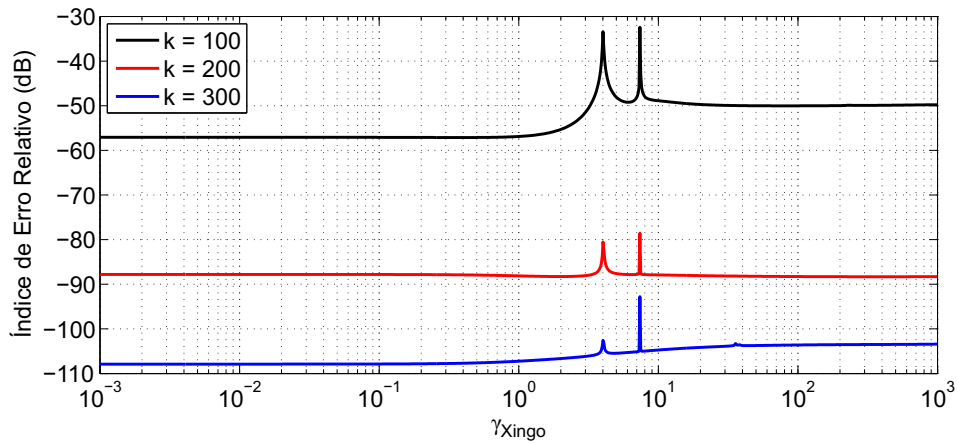


Figura 6.29: IER na variação de γ_{Xingo} , diferentes valores para k .

6.2.4 TESTES DE DESEMPENHO DA ABORDAGEM 4

Conforme visto no Capítulo 5, a ordem k utilizada no Truncamento Balanceado com SLRCF-ADI não é a ordem final do sistema, pois as equações referentes aos ramos paralelos de PSS e equações adicionais, que haviam sido retiradas, ainda são reacopladas ao MOR da parte constante. Para o sistema teste, as equações referentes a esses ramos paralelos dos PSS de Itaipu, Xingó e Jacuí totalizam 36, sendo 8 equações diferenciais e 28 equações algébricas. A Abordagem 4 é um método híbrido entre as abordagens 1 e 3, logo se espera que seu desempenho incorpore características de ambas abordagens.

Primeiramente, considerando-se a condição do sistema em \mathbf{p}_0 , é avaliado como o Índice de Erro Relativo (IER) evolui conforme a ordem k selecionada para o truncamento balanceado que gerou o MOR, conforme mostrado na Figura 6.30. Assim como na Abordagem 1, pode ser visto um rápido decaimento do IER, ou seja, um baixo valor de k é suficiente para reproduzir bem o sistema FOM, pelo menos localmente em \mathbf{p}_0 .

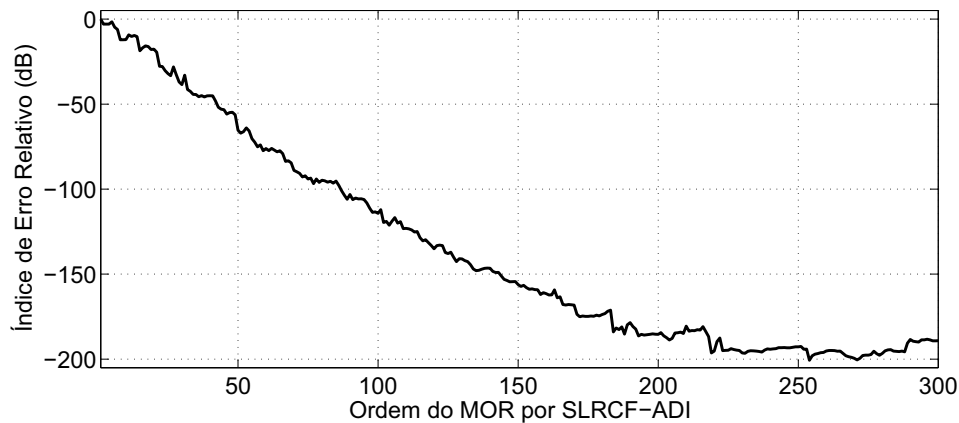


Figura 6.30: IER em \mathbf{p}_0 em função da ordem k utilizada pelo Truncamento Balanceado.

A Fig. 6.31 apresenta tanto a resposta em frequência como o desvio em frequência em relação ao sistema FOM, diferentes ordens de MOR ($k = 80$, $k = 140$, $k = 200$, $k = 260$), na condição inicial dos parâmetros, \mathbf{p}_0 . De fato, o sistema resultante da ROPM necessita de pelo menos $k = 140$ para se obter um erro em níveis satisfatórios, inferior ao erro medido nas abordagens 2 e 3.

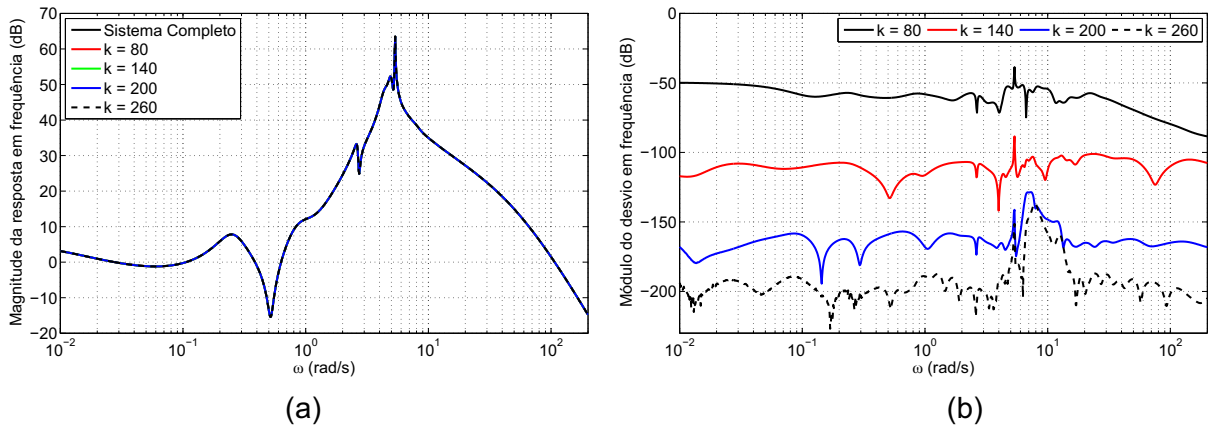


Figura 6.31: (a) Resposta em frequência para diferentes ordens do MOR; (b) Desvio em frequência para diferentes ordens do MOR.

Mantendo-se os demais parâmetros constantes e iguais aos seus valores em \mathbf{p}_0 , realizou-se a variação de $\gamma_{Itaipu} = 0$ (condição em \mathbf{p}_0) até $\gamma_{Itaipu} = 10^4$. A Figura 6.32 apresenta o IER durante essa variação, para diferentes ordens do MOR ($k = 80, k = 140, k = 200, k = 260$). Fora os picos observados, observa-se que para baixos valores de k , o sistema resultante de ROPM se comporta muito semelhante à Abordagem 1, em que há grande precisão localmente em \mathbf{p}_0 , porém com uma excursão limitada do parâmetro γ_{Itaipu} , pois o IER se eleva rapidamente com o aumento do parâmetro. Contudo, ao se aumentar a ordem k , o sistema começa a se comportar como a Abordagem 3, melhorando o alargamento da faixa de excursão do parâmetro γ_{Itaipu} a níveis de IER satisfatórios.

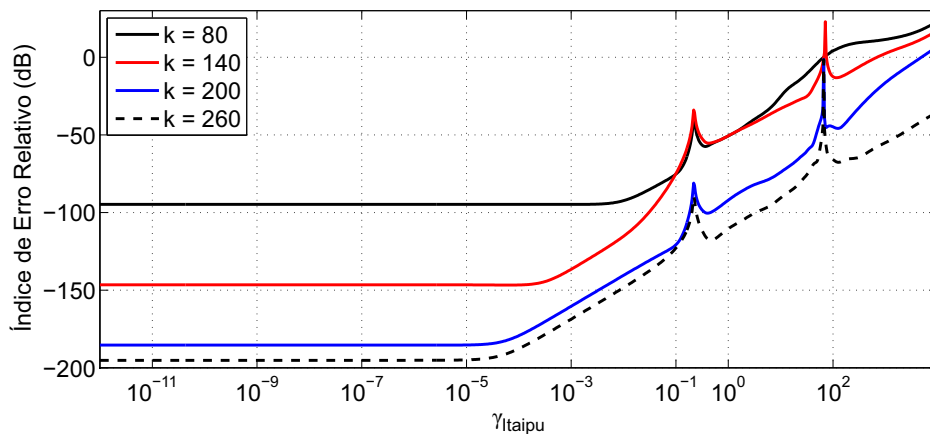


Figura 6.32: IER na variação de γ_{Itaipu} , diferentes valores para k .

Mantendo-se os demais parâmetros constantes e iguais aos seus valores em \mathbf{p}_0 , realizou-se a variação de $\gamma_{Xingo} = 10^{-3}$ até $\gamma_{Xingo} = 10^3$. A Figuras 6.33 apresenta o IER durante essa variação, para diferentes ordens do MOR ($k = 100, k = 200,$

$k = 300$). Semelhante ao discutido sobre a Fig. 6.32, para baixas ordens de k , o sistema praticamente se comporta como a Abordagem 1, enquanto que a elevação de k diminui os níveis gerais de IER, porém mantendo o formato da curva, em que uma faixa muito estreita em torno de \mathbf{p}_0 é altamente precisa.

Este comportamento híbrido desta abordagem permite que se utilize uma ordem k menor em relação às abordagens 2 e 3, mas ainda com erros satisfatórios.

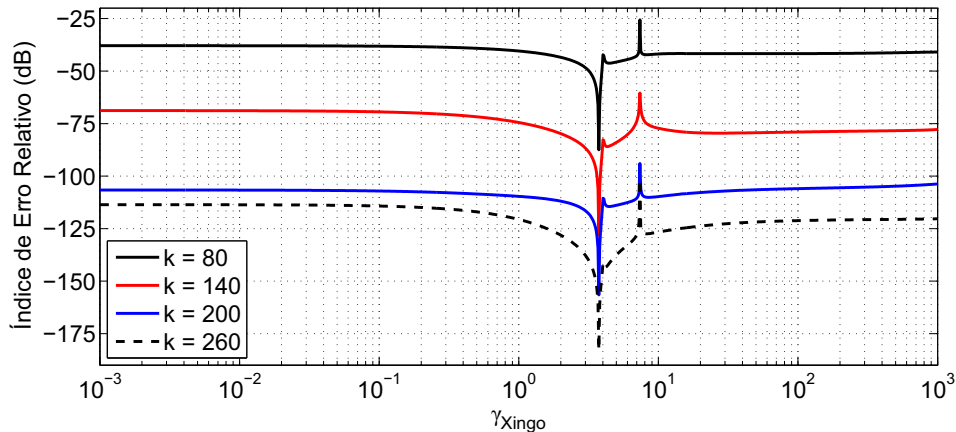


Figura 6.33: IER na variação de γ_{Xingo} , diferentes valores para k .

Uma vantagem da Abordagem 4 é a possibilidade de realizar a redução de ordem da parte constante na configuração de parâmetros \mathbf{p} de interesse. Com intuito de avaliar esta vantagem, a Tabela 6.4 é repetida a seguir, com valores de parâmetros ligeiramente diferentes de \mathbf{p}_0 .

Tabela 6.5: Definição de outras configurações de parâmetros em \mathbf{p} .

Notação	Valores
\mathbf{p}_1	$\gamma_{Itaipu} = 10^{-1}$, demais parâmetros iguais aos valores em \mathbf{p}_0
\mathbf{p}_2	$\gamma_{Itaipu} = 10$, demais parâmetros iguais aos valores em \mathbf{p}_0
\mathbf{p}_3	$\gamma_{Xingo} = 0.375$, demais parâmetros iguais aos valores em \mathbf{p}_0
\mathbf{p}_4	$\gamma_{Xingo} = 10^{-2}$, demais parâmetros iguais aos valores em \mathbf{p}_0

Considerando-se \mathbf{p}_0 , \mathbf{p}_1 e \mathbf{p}_2 como condições em que a redução de ordem foi implementada, o parâmetro γ_{Itaipu} sofre variação de $\gamma_{Itaipu} = 0$ (condição em \mathbf{p}_0) até $\gamma_{Itaipu} = 10^4$. A Figura 6.34 apresenta a evolução do IER com a variação de γ_{Itaipu} . Adotou-se $k = 140$ para a ordem do MOR e 200 Iterações ADI em todas as curvas.

A Figura 6.35 apresenta a evolução do IER com a variação de γ_{Xingo} , considerando uma variação de $\gamma_{Xingo} = 10^{-3}$ até $\gamma_{Xingo} = 10^3$, para MOR originado nas condições

\mathbf{p}_0 , \mathbf{p}_3 e \mathbf{p}_4 . Adotou-se $k = 140$ para a ordem do MOR e 200 iterações ADI em todas as curvas.

Em ambas as Figuras 6.34 e 6.35, é visto como o IER é muito reduzido apenas em uma faixa estreita de valores em torno do qual a redução de ordem foi realizada, porém os níveis gerais de IER também são inferiores aos observados nos testes com a Abordagem 1, o que se assemelha mais às abordagens 2 e 3.

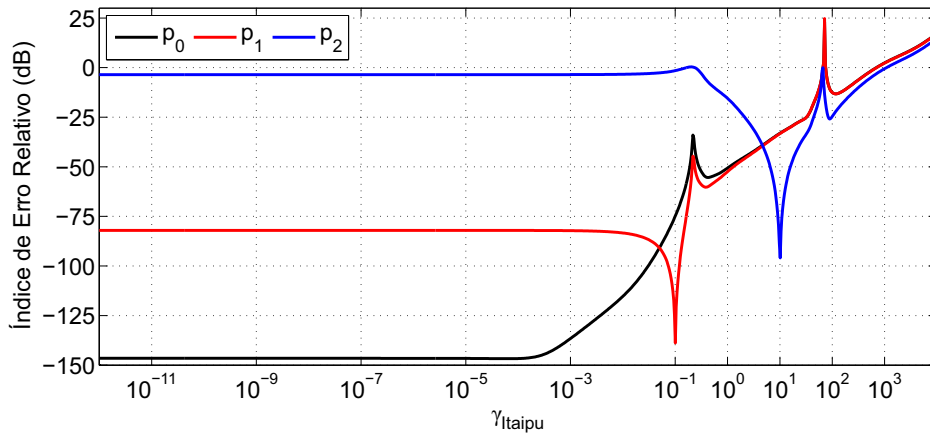


Figura 6.34: IER na variação de γ_{Itaipu} , ROM em diferentes parâmetros.

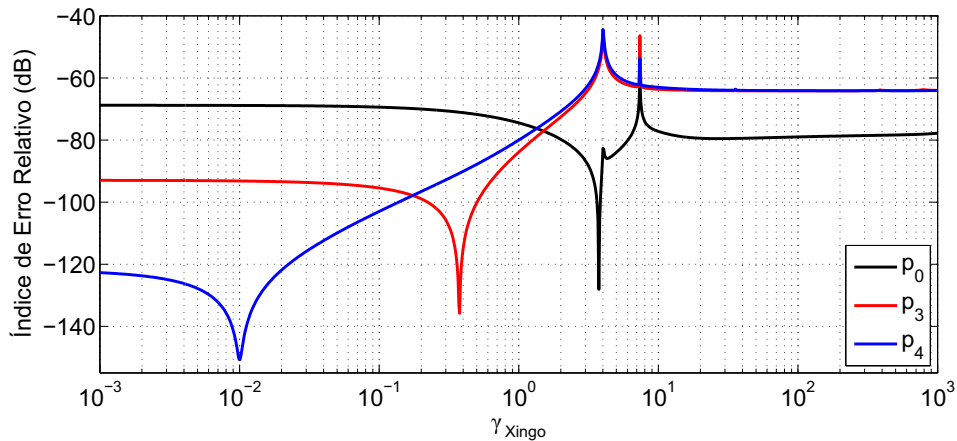


Figura 6.35: IER na variação de γ_{Xingo} , ROM em diferentes parâmetros.

6.2.5 COMPARAÇÃO ENTRE AS ABORDAGENS

Nesta subsecção é realizada uma comparação direta entre o desempenho das quatro abordagens de ROPM propostas no Capítulo 5.

Primeiramente, considerando-se a condição do sistema em \mathbf{p}_0 (Tabela 6.1), é avaliado como o Índice de Erro Relativo (IER) evolui conforme a ordem k selecionada para o MOR, conforme mostrado na Figura 6.36.

Pode-se observar que para a Abordagem 4 o IER decai quase tão rapidamente quanto para a Abordagem 1, o que favorece o uso de ordens menores. Entretanto, ambas as abordagens 2 e 3 requerem uma alta ordem k para atingir níveis de erro satisfatórios em \mathbf{p}_0 , sendo a abordagem 2 ligeiramente melhor que a 3.

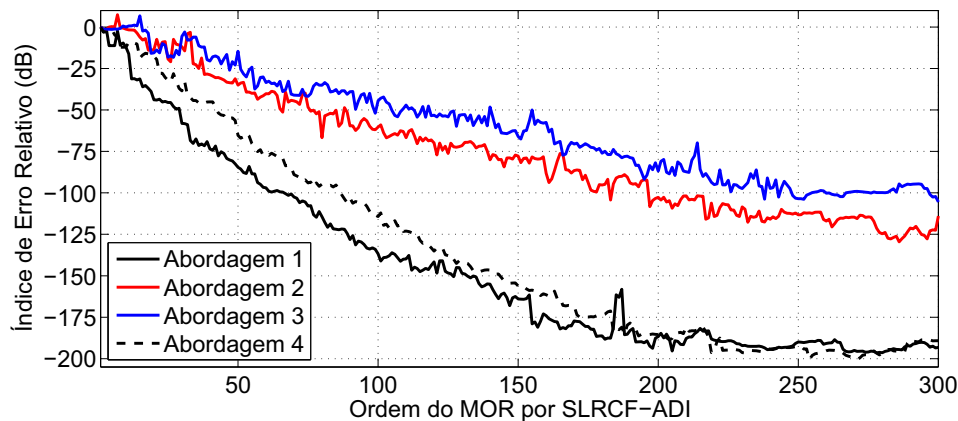


Figura 6.36: IER em \mathbf{p}_0 em função da ordem k utilizada pelo Truncamento Balanceado, diferentes abordagens.

Mantendo-se os demais parâmetros constantes e iguais aos seus valores em \mathbf{p}_0 , realizou-se a variação de $\gamma_{Itaipu} = 0$ (condição em \mathbf{p}_0) até $\gamma_{Itaipu} = 10^4$. A Figura 6.37 apresenta o IER durante essa variação, para as quatro abordagens de ROPM e valor de ordem de Truncamento balanceado fixado em $k = 200$. Como pode ser observado, as abordagens 2, 3 e 4 permitem grandes excursões do parâmetros γ_{Itaipu} em níveis satisfatórios de IER, e até excelentes. Ainda, claramente é visto que a abordagem 4 incorpora o IER extremamente reduzido localmente em \mathbf{p}_0 , como na abordagem 1, assim como mantém o IER reduzido para valores elevados de γ_{Itaipu} , se assemelhando às abordagens 2 e 3. Observa-se que a abordagem 2 possui maior resiliência quanto ao IER, ou seja, embora não possua elevada precisão local como as abordagens 1 e 4,

é capaz de manter o IER a níveis mínimos para variações extremamente grandes do parâmetro.

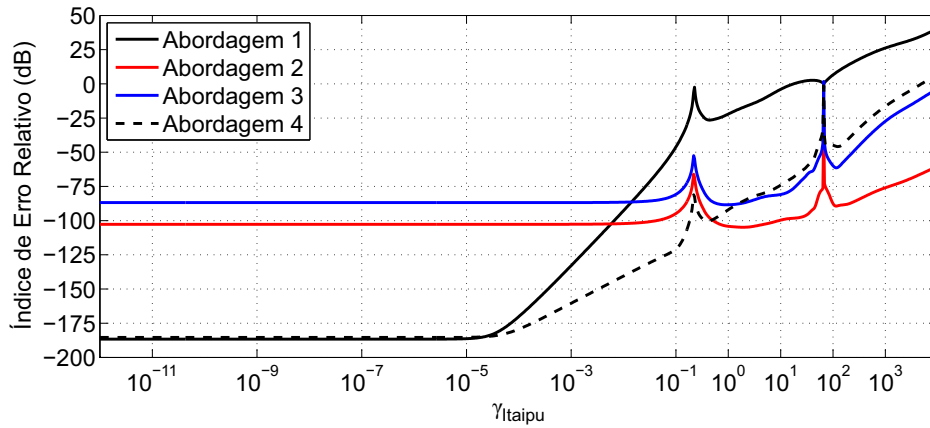


Figura 6.37: IER na variação de γ_{Itaipu} , diferentes abordagens, $k = 200$.

Mantendo-se os demais parâmetros constantes e iguais aos seus valores em \mathbf{p}_0 , realizou-se a variação de $\gamma_{Xingo} = 10^{-3}$ até $\gamma_{Xingo} = 10^3$. A Figuras 6.38 apresenta o IER durante essa variação, para as quatro abordagens de ROPM e valor de ordem de Truncamento balanceado fixado em $k = 200$. Apenas a abordagem 1, que apresenta IER satisfatório apenas localmente em \mathbf{p}_0 , não permite grandes excursões do parâmetro γ_{Xingo} sem que o IER se eleve rapidamente. As demais abordagens produziram IER em nível excelente para grandes variações do parâmetro γ_{Xingo} , sendo que cada curva possui um formato característico, como por exemplo a curva para a abordagem 4, em que para $\mathbf{p} = \mathbf{p}_0$, ou seja, $\gamma_{Xingo} = 3.75$, existe uma extrema precisão local, já registrada em testes anteriores.

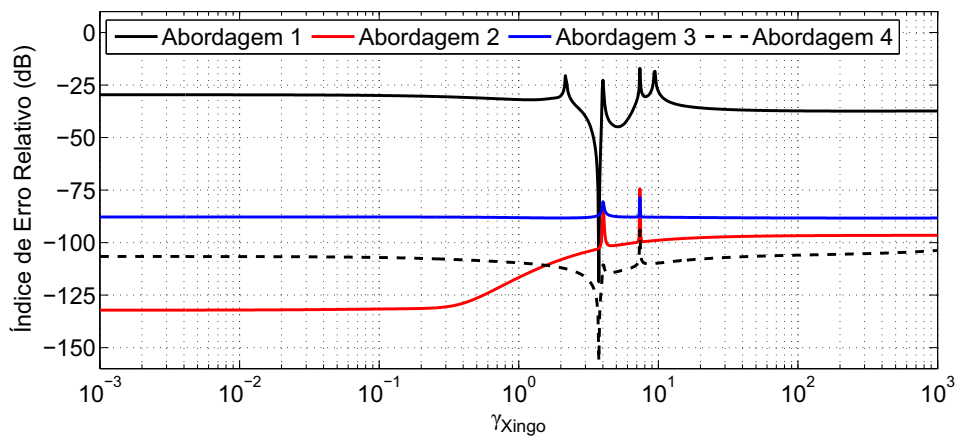


Figura 6.38: IER na variação de γ_{Xingo} , diferentes abordagens, $k = 200$.

A Tabela 6.6 apresenta o Tempo de Processamento (TP) médio do processo de redução de ordem via SLRCF-ADI, cálculo da resposta em frequência e cálculo dos autovalores do sistema, após 100 realizações de cada caso. Estes números justificam o uso do sistema resultante de ROPM, já que a redução de ordem exige menos tempo que repetidos cálculos envolvendo o sistema completo FOM.

Na resposta em frequência, uma resolução de 1000 pontos em escala logarítmica foi considerada, assim são apresentados os números de estados e variáveis algébricas utilizadas em cada sistema. O cálculo de polos utilizou o método QR conforme implementado no Matlab [40]. Vale ainda ressaltar que as abordagens 2 a 4 permitem o uso do cálculo simultâneo de resposta em frequência, conforme visto na Seção 2.7.

Os menores valores de TP foram destacados em negrito na Tabela 6.6. Embora a abordagem 1 tenha reduzidos valores de TP, os testes com sistemas resultantes desta abordagem detectaram um desempenho não satisfatório, com elevados erros em relação ao sistema FOM original. A abordagem 4, embora demande um maior tempo computacional no processo de ROM, oferece um melhor custo-benefício no cálculo de resposta em frequência e de polos, já que permite obter bons modelos reduzidos com ordens de truncamento balanceado inferiores às ordens requeridas nas abordagens 2 e 3, para níveis de erros comparáveis.

Tabela 6.6: Valores médios de Tempo de Processamento (TP)

	TP médio após 100 realizações (segundos)		
	Redução de Ordem (200 Iterações SLRCF-ADI)	Resposta em frequência (1000 pontos)	Polos (método QR, [40])
Sistema Completo	---	48.25 ($n = 2904, n_z = 16990$)	11.457 ($n = 2904$)
Abordagem 1	8.1023	0.2858 ($n = 60, n_z = 0$)	0.00043812 ($n = 40$) 0.015275 ($n = 200$)
Abordagem 2	12.982	2.6496* ($n = 222, n_z = 47$)	0.020443 ($n = 222$)
Abordagem 3	20.970	2.1929* ($n = 208, n_z = 28$)	0.018695 ($n = 208$)
Abordagem 4	28.296	1.1897* ($n = 148, n_z = 28$)	0.0067507 ($n = 148$)

* As abordagens 2, 3 e 4 permitem o uso de cálculo simultâneo de resposta em frequência, conforme visto na seção 2.7.

6.3 AJUSTE DE PSS VIA *Root Locus*

Nesta seção é implementado o ajuste de PSS do sistema teste e dos sistemas resultantes das abordagens propostas no Capítulo 5 por meio de análise do lugar geométrico das raízes, ou *Root Locus*. Embora a redução de ordem por Truncamento Balanceado não objetiva a preservação dos modos dominantes do FOM, é esperado que a estabilidade do MOR tenha comportamento semelhante ao do FOM dada variação de parâmetros.

Conforme Tabela 6.1, o vetor de parâmetros $\mathbf{p} = [K_{PT}^{ItaipuPSS}, K_{WW}^{ItaipuPSS}, K_{PT}^{JacuiPSS}, T_{X2X3}^{JacuiPSS}, T_{X3X4}^{JacuiPSS}, K_{WW}^{JacuiPSS}, T_{X7X8}^{JacuiPSS}, T_{X8X9}^{JacuiPSS}, K_{KPSS}^{XingoPSS}, T_{X12X13}^{XingoPSS}, T_{X15X16}^{XingoPSS}, T_{X16X17}^{XingoPSS}, T_{X17X18}^{XingoPSS}, K_{saída}^{XingoPSS}]^T$ possui valor inicial $\mathbf{p}_0 = [0, 0, 2.2, 0.2, 0.2, 10.35, 0.2, 0.2, 35.0, 3.75, 3.75, 0.073, 0.073, 1.0]^T$, no qual o sistema teste está inicialmente configurado.

Dada a grande quantidade de graus de liberdade com 14 parâmetros em \mathbf{p} , adotou-se um novo parâmetro γ_{Jacui}^{ganho} de forma a restringir a variação dos parâmetros $K_{PT}^{JacuiPSS}$ e $K_{WW}^{JacuiPSS}$ de forma que, quando γ_{Jacui} variar, a variação observada será

$$\begin{bmatrix} K_{PT}^{JacuiPSS} \\ K_{WW}^{JacuiPSS} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_{Jacui}^{ganho} \\ (\frac{10.35}{2.2})\gamma_{Jacui}^{ganho} \end{bmatrix}. \quad (6.12)$$

Analogamente, é definido um novo parâmetro, γ_{Jacui}^{tempo} , de forma a restringir a variação dos parâmetros de constante de tempo do PSS de Jacuí ($T_{X2X3}^{JacuiPSS}, T_{X3X4}^{JacuiPSS}, T_{X7X8}^{JacuiPSS}, T_{X8X9}^{JacuiPSS}$) da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} T_{X2X3}^{XingoPSS} \\ T_{X3X4}^{XingoPSS} \\ T_{X7X8}^{XingoPSS} \\ T_{X8X9}^{XingoPSS} \end{bmatrix} = \gamma_{Jacui}^{tempo} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (6.13)$$

Desta forma, os novos parâmetros γ_{Jacui}^{ganho} , γ_{Jacui}^{tempo} e os parâmetros γ_{Itaipu} e γ_{Xingo} , definidos na Seção 6.2, foram utilizados em testes nos quais sofrem excursões a fim de se gerar os gráficos de *Root Loci*.

Os testes de *Root Locus* realizados foram:

- Teste 1 de *Root Locus*: Variação de γ_{Itaipu} de 0 a 10, demais parâmetros constantes em \mathbf{p}_0 , 300 pontos de resolução, escala linear;
- Teste 2 de *Root Locus*: Variação de γ_{Xingo} de 0.01 a 20, demais parâmetros constantes em \mathbf{p}_0 , 300 pontos de resolução, escala linear;

- Teste 3 de *Root Locus*: Variação de $\gamma_{Jacuí}^{ganho}$ de 0 a 10, demais parâmetros constantes em \mathbf{p}_0 , 300 pontos de resolução, escala linear;
- Teste 4 de *Root Locus*: Variação de $\gamma_{Jacuí}^{tempo}$ de 0.02 a 1, demais parâmetros constantes em \mathbf{p}_0 , 300 pontos de resolução, escala linear.

Nas subseções a seguir são apresentados os resultados para o sistema teste e os sistemas resultantes das abordagens de ROPM.

6.3.1 SISTEMA TESTE COMPLETO

A Figura 6.39 apresenta os gráficos de *Root Loci* para o sistema teste completo. A orientação nos ramos dos *Root Loci* indicam o sentido crescente do parâmetro excursionado no teste.

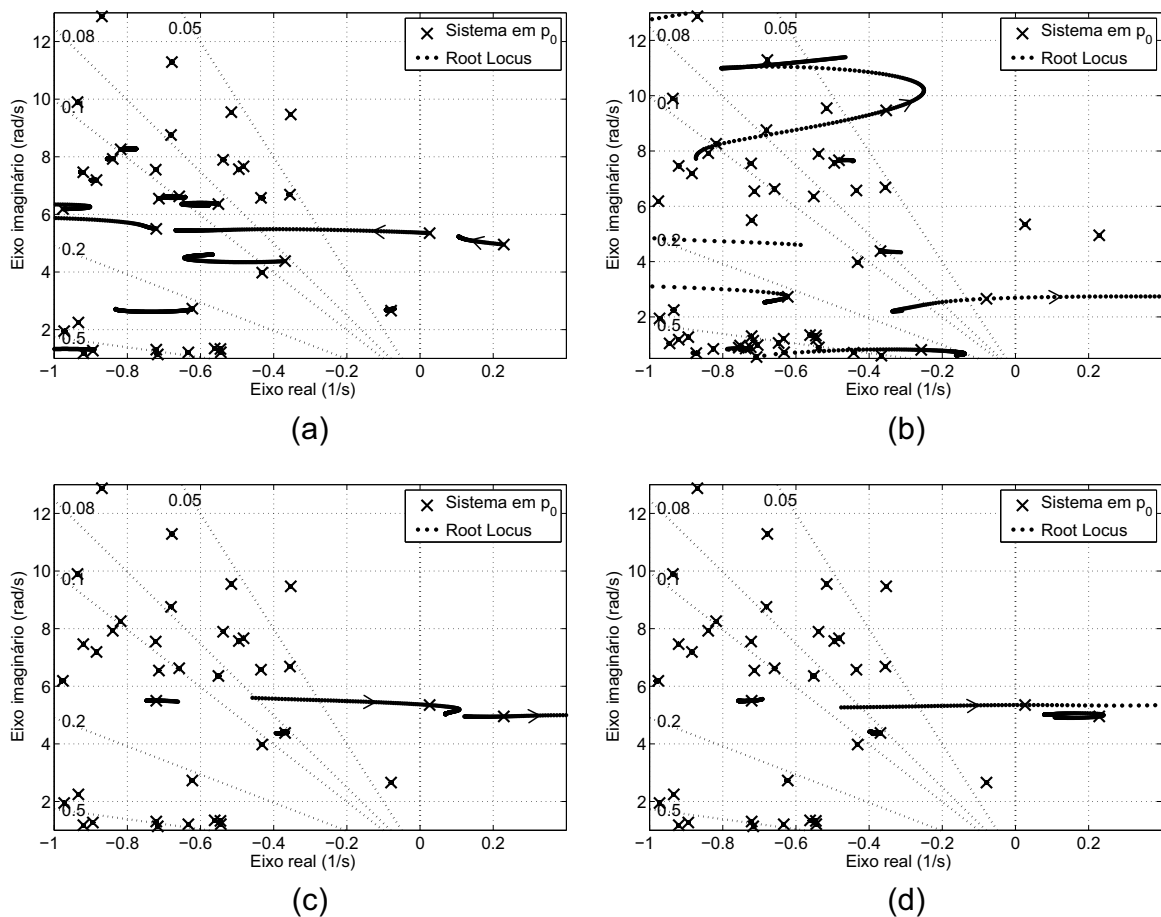


Figura 6.39: *Root Locus* do sistema teste pela variação (a) do ganho do PSS de Itaipu; (b) da constante de tempo do PSS de Xingó; (c) do ganho do PSS de Jacuí; (d) da constante de tempo do PSS de Jacuí.

Na Figura 6.39(a) é visto que o aumento de γ_{Itaipu} melhora a condição dos dois polos instáveis, conseguindo estabilizar o polo que se encontrava em $0.02694 + 5.3496i$ e deslocando mais à esquerda o polo que estava em $0.22887 + 4.9517i$. Na Figura 6.39(b), é possível concluir que a diminuição de γ_{Xingo} torna satisfatória a razão de amortecimento dos polos em $-0.35315 + 9.4708i$ e $-0.078975 + 2.6565i$ na condição \mathbf{p}_0 . A Figura 6.39(c) apresenta um comportamento semelhante ao visto na Fig. 6.39(a), entretanto no sentido em que γ_{Jacui}^{ganho} decresce. Finalmente, a Fig. 6.39(d) permite observar que a diminuição de γ_{Jacui}^{tempo} melhora a condição dos polos que se localizavam em $0.02694 + 5.3496i$ e $0.22887 + 4.9517i$.

Após diversos testes de variação dos parâmetros e análise do lugar geométrico das raízes, definiu-se um ajuste mais do que suficiente para estabilizar o sistema e tornar os modos suficientemente amortecidos:

$$\begin{bmatrix} \gamma_{Itaipu} \\ \gamma_{Xingo} \\ \gamma_{Jacui}^{ganho} \\ \gamma_{Jacui}^{tempo} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.0 \\ 3.75 \times 10^{-2} \\ 1.1 \\ 0.02 \end{bmatrix} \quad (6.14)$$

de tal forma que, com esse ajuste, resulta o vetor final de parâmetros $\mathbf{p}_{final} = [2.0 , 10.0 , 1.1 , 0.02 , 0.02 , 5.175 , 0.02 , 0.02 , 35.0 , 3.75 \times 10^{-2} , 3.75 \times 10^{-2} , 0.073 , 0.073 , 1.0]^T$, o qual será utilizado como referência nas comparações do sistema completo e dos sistemas resultantes das abordagens propostas no Capítulo 5.

Considerando-se \mathbf{p}_{final} , é gerado o gráfico de *Root Locus* no qual os polos do sistema teste partem da condição em \mathbf{p}_0 e sofrem os efeitos da variação em conjunto dos parâmetros de \mathbf{p}_0 até \mathbf{p}_{final} , o que é realizado por meio de um parâmetro auxiliar α :

$$\mathbf{p} = (1 - \alpha)\mathbf{p}_0 + (\alpha)\mathbf{p}_{final}, \quad \alpha \in [0, 1]. \quad (6.15)$$

A Figura 6.40 apresenta este *Root Locus* para uma resolução de 300 pontos, escala linear, no qual é visto que todos os autovalores localizados na região indesejável (semiplano complexo direito e região com razão de amortecimento inferior a 0.05) se deslocam para fora desta região, estabilizando o sistema teste e garantindo um amortecimento satisfatório para seus modos.

Por meio de integração numérica com regra trapezoidal [37, 76], com passo de integração de 5×10^{-3} s, obteve-se a resposta no tempo a um degrau de 0.1 pu

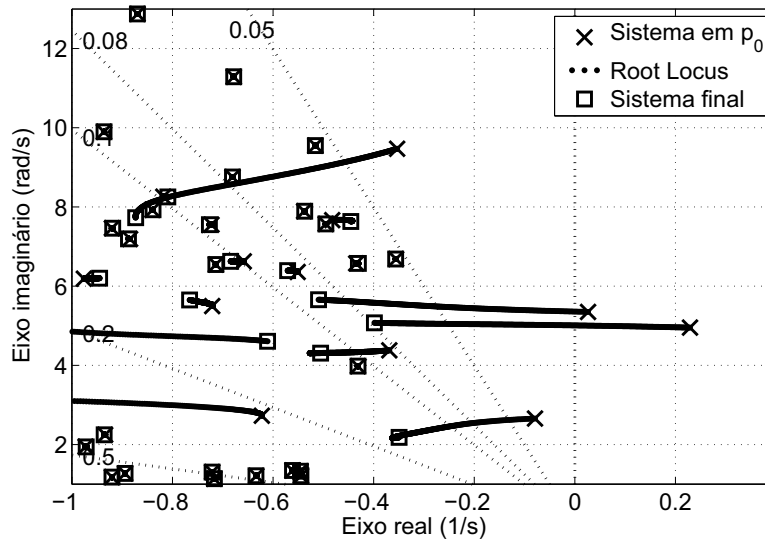


Figura 6.40: *Root Locus* do ajuste no sistema completo que resulta na estabilização.

de magnitude, considerando-se como entrada e saída as mesmas consideradas para resposta em frequência, ou seja, referência de tensão V_{REF} em Itaipu e potência ativa do terminal das máquinas síncronas P_T em Itaipu, respectivamente. A Figura 6.41 apresenta a resposta no tempo para o sistema teste, instável, em \mathbf{p}_0 , e para o sistema teste estabilizado em \mathbf{p}_{final} .

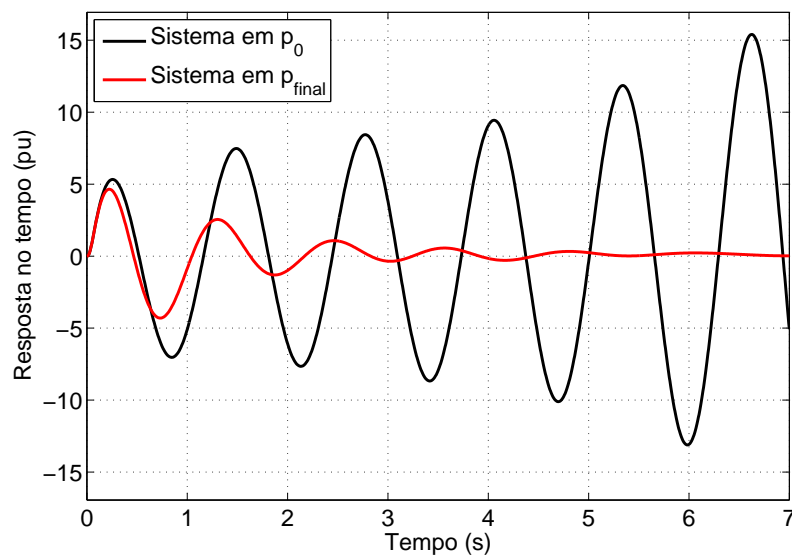


Figura 6.41: *Root Locus* de ajuste no sistema completo que resulta na estabilização.

6.3.2 SISTEMA RESULTANTE DA ABORDAGEM 1

A Figura 6.42 apresenta os gráficos de *Root Loci* para o sistema resultante da Abordagem 1, com ordem de redução, da parte constante por SLRCF-ADI, $k = 200$. A orientação nos ramos dos *Root Loci* indicam o sentido crescente do parâmetro excursionado no teste.

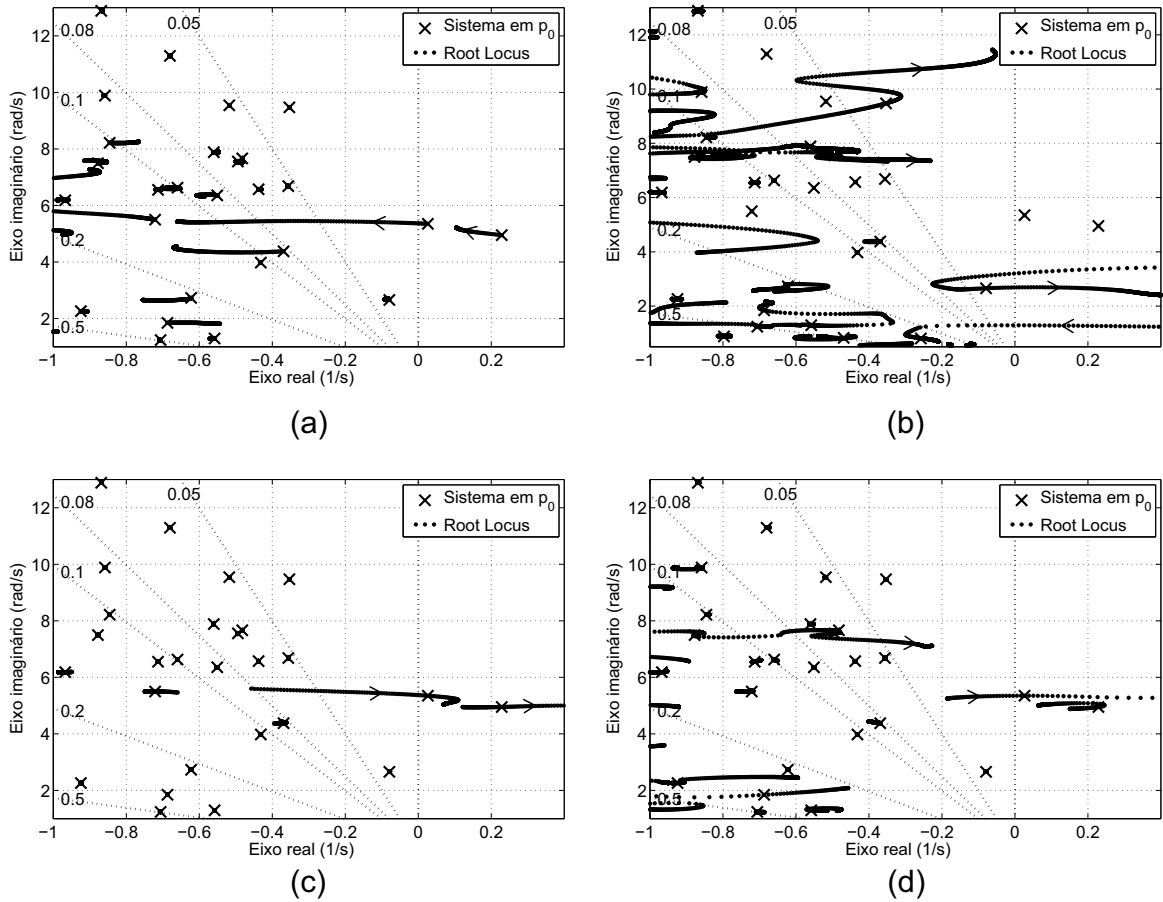


Figura 6.42: *Root Locus* do sistema resultante da Abordagem 1 pela variação (a) do ganho do PSS de Itaipu; (b) da constante de tempo do PSS de Xingó; (c) do ganho do PSS de Jacuí; (d) da constante de tempo do PSS de Jacuí.

Nas Figuras 6.42(a) e 6.42(c) é visto que o comportamento dos autovalores quanto à variação de parâmetros de ganho, como γ_{Itaipu} e $\gamma_{Jacuí}^{ganho}$, se assemelha razoavelmente ao comportamento visto no sistema completo, na Fig. 6.39. Especialmente no que diz respeito aos polos instáveis. Contudo, quando os parâmetros de constante de tempo são variados, como nas Figuras 6.42(b) e 6.42(d), o comportamento é anômalo em relação ao sistema teste. Neste caso, um número significativamente maior de polos se

mostrou sensível à variação dos parâmetros. Existem polos na Figura 6.42(b) que se tornam instáveis com a diminuição de γ_{Xingo} . Além disso, na Fig. 6.42(b) o polo que se encontra em $-0.078975 + 2.6565i$ fica instável aumentando-se e também diminuindo-se o valor de γ_{Xingo} , o que diverge gravemente do sistema original e ainda dificulta encontrar um ajuste que estabilize o sistema como um todo.

De forma a confirmar se a Abordagem 1 realmente é incapaz de reproduzir os efeitos que a variação dos parâmetros surtem na estabilidade do sistema original, considera-se o ajuste de parâmetros \mathbf{p}_{final} , conforme mostrado na Subseção 6.3.1. Com este objetivo, gera-se o gráfico de *Root Locus*, no qual os polos do sistema da Abordagem 1 partem da condição em \mathbf{p}_0 e sofrem os efeitos da variação em conjunto dos parâmetros de \mathbf{p}_0 até \mathbf{p}_{final} , conforme mostrado na equação (6.15).

A Figura 6.43 apresenta este *Root Locus* para uma resolução de 300 pontos, escala linear, no qual é visto que os autovalores do sistema final não se comportaram conforme o sistema teste original. Enquanto que os polos instáveis $0.02694 + 5.3496i$ e $0.22887 + 4.9517i$ adentraram o semiplano complexo esquerdo, o polo que se encontrava em $-0.078975 + 2.6565i$ tornou-se instável. Ainda, alguns modos se tornaram pouco amortecidos, abaixo da razão de amortecimento de 0.05.

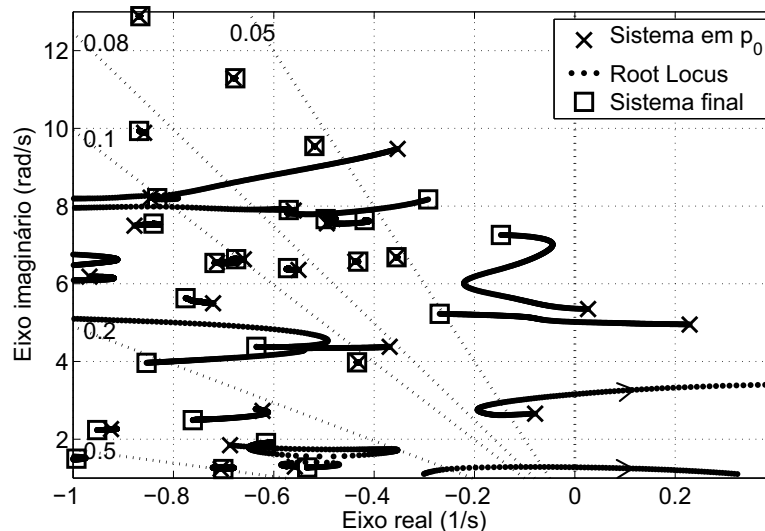


Figura 6.43: *Root Locus* do ajuste no sistema resultante da Abordagem 1 que resulta na estabilização do sistema teste.

Por meio de integração numérica com regra trapezoidal [37, 76], com passo de integração de 5×10^{-3} s, obteve-se a resposta no tempo a um degrau de 0.1 pu

de magnitude, considerando-se como entrada e saída as mesmas consideradas para resposta em frequência, ou seja, referência de tensão V_{REF} em Itaipu e potência ativa do terminal das máquinas síncronas P_T em Itaipu, respectivamente.

A Figura 6.44(a) apresenta a resposta no tempo do sistema da Abordagem 1 e a resposta do sistema teste, ambos em \mathbf{p}_{final} , para comparação. A Figura 6.44(b) apresenta o desvio absoluto no tempo entre as duas curvas da Fig. 6.44(a). Pode-se claramente visualizar que o sistema pela Abordagem 1 é instável e difere do sistema teste original.

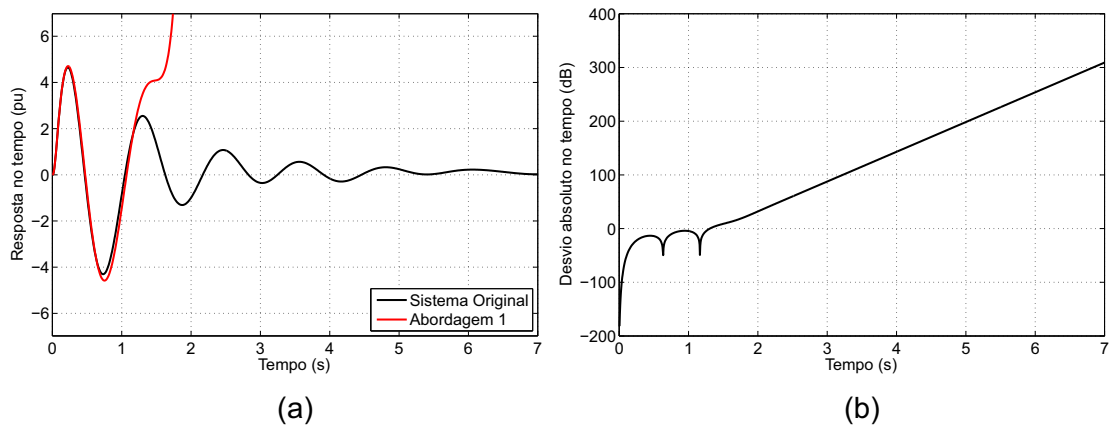


Figura 6.44: (a) Resposta no tempo ao degrau do sistema resultante da Abordagem 1 comparada à resposta do FOM; (b) Desvio absoluto no tempo entre estas curvas.

Embora, para pequenas variações dos parâmetros, o sistema da Abordagem 1 acompanhe o sistema teste localmente de forma razoável, é incapaz de acompanhar o sistema FOM em variações de parâmetro que sejam necessárias para ajuste de controladores PSS, por exemplo.

6.3.3 SISTEMA RESULTANTE DA ABORDAGEM 2

A Figura 6.45 apresenta os gráficos de *Root Loci* para o sistema resultante da Abordagem 2, com ordem de redução, da parte constante por SLRCF-ADI, $k = 200$. A orientação nos ramos dos *Root Loci* indicam o sentido crescente do parâmetro excursionado no teste.

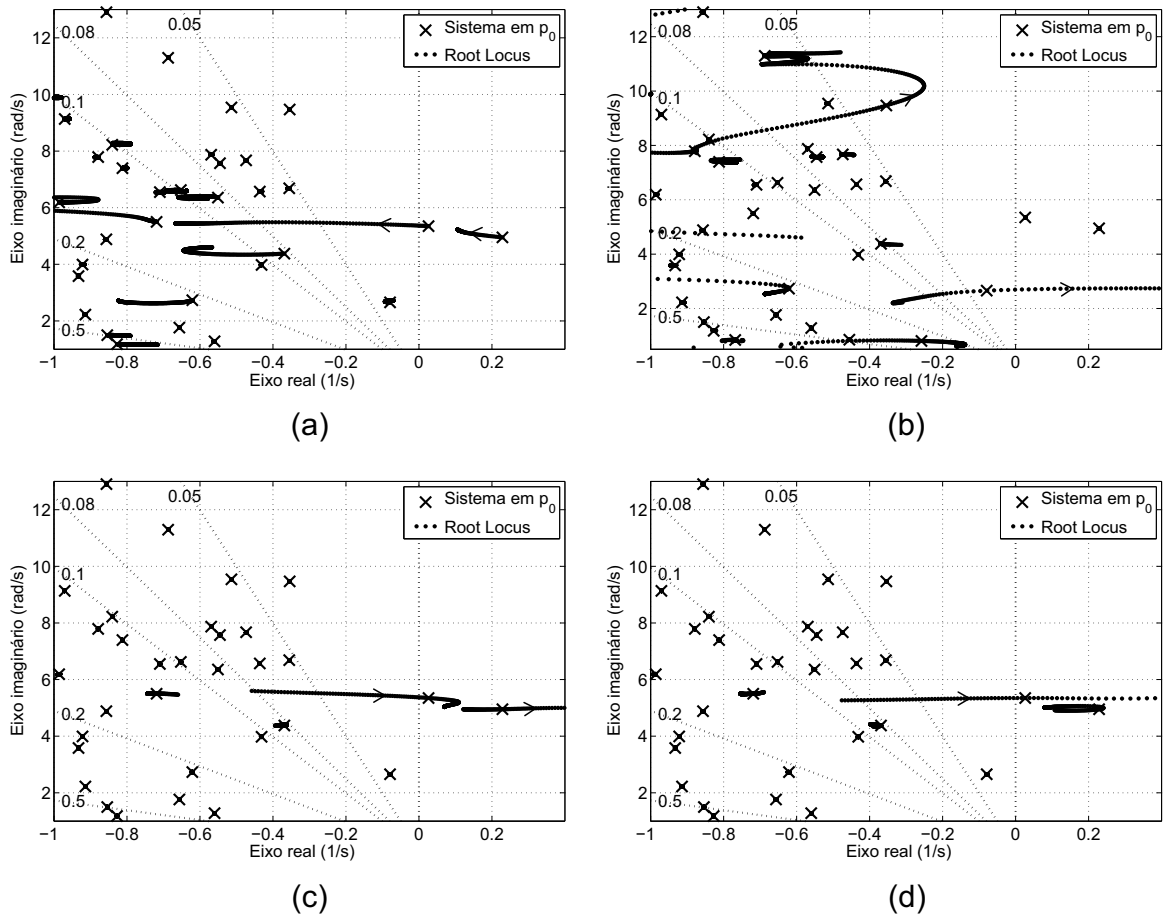


Figura 6.45: *Root Locus* do sistema resultante da Abordagem 2 pela variação (a) do ganho do PSS de Itaipu; (b) da constante de tempo do PSS de Xingó; (c) do ganho do PSS de Jacuí; (d) da constante de tempo do PSS de Jacuí.

Em todas as Figuras 6.45(a) a 6.45(d) os traços dos *Root Loci* são praticamente idênticos aos observado nas Fig. 6.39, com exceção talvez na Fig. 6.45(b), em que o *Root Locus* para o polo $-0.35315 + 9.4708i$ é ligeiramente diferente para altos valores de $\gamma_{Xingó}$.

Repetindo-se a variação de parâmetros de \mathbf{p}_0 até \mathbf{p}_{final} , conforme mostrado na Subseção 6.3.1, equação (6.15), a Figura 6.46 apresenta o *Root Locus* para uma resolução de 300 pontos, escala linear, no qual é visto que todos os autovalores instáveis e/ou pouco amortecidos se deslocam para uma região estável com bom fator de amortecimento. Ainda, as curvas do *Root Locus* para estes polos são visualmente

idênticas às observadas na Fig. 6.40. Embora o método de Truncamento Balanceado não vise à reprodução dos valores exatos dos polos dominantes, pelo menos capturou de forma muito precisa o comportamento dos modos mais críticos (no semiplano complexo direito e na região com razão de amortecimento inferior a 0.05) para este estudo de estabilidade eletromecânica a pequenos sinais.

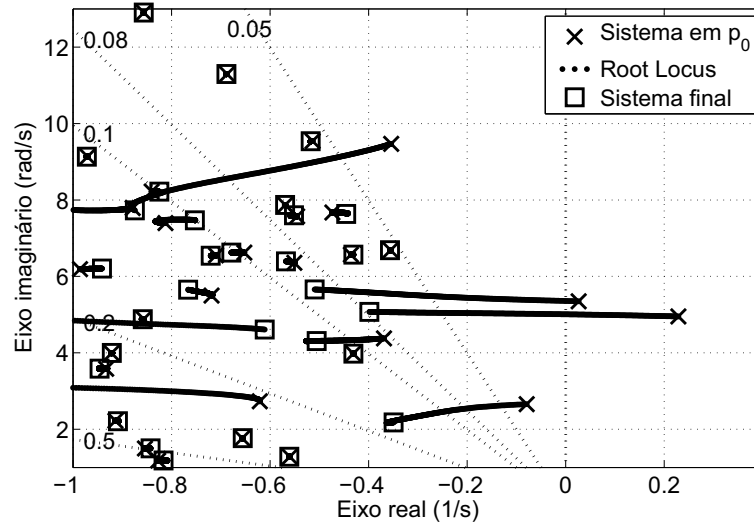


Figura 6.46: *Root Locus* do ajuste no sistema resultante da Abordagem 2 que resulta na estabilização do sistema teste.

Por meio de integração numérica com regra trapezoidal [37, 76], com passo de integração de 5×10^{-3} s, a Figura 6.47(a) apresenta a resposta no tempo do sistema da Abordagem 2 e a resposta do sistema teste, ambos em \mathbf{p}_{final} , para comparação. A Figura 6.47(b) apresenta o desvio absoluto no tempo entre as duas curvas da Fig. 6.47(a). Pode-se observar que as duas curvas são visivelmente indistinguíveis com um baixo desvio absoluto no tempo. Conclui-se, então, que a Abordagem 2 é bastante apropriada para representação do sistema original.

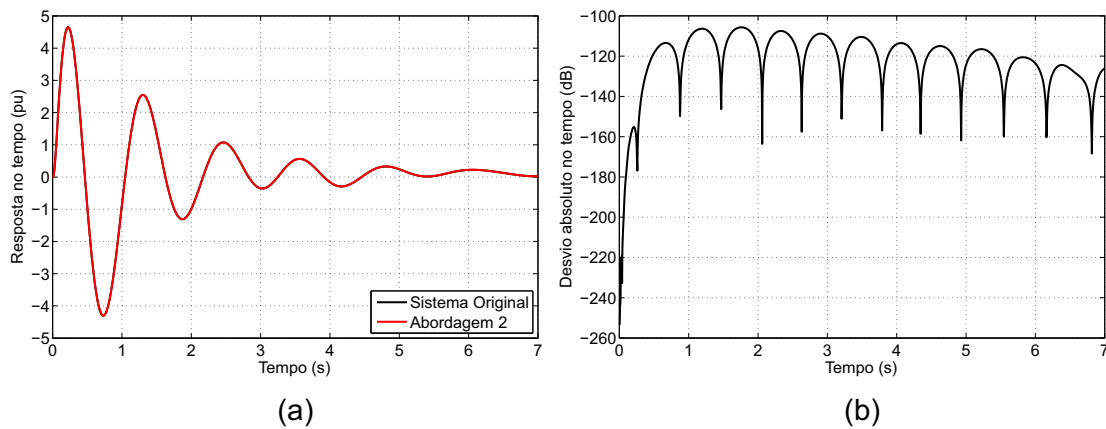


Figura 6.47: (a) Resposta no tempo ao degrau do sistema resultante da Abordagem 2 comparada à resposta do FOM; (b) Desvio absoluto no tempo entre estas curvas.

6.3.4 SISTEMA RESULTANTE DA ABORDAGEM 3

A Figura 6.48 apresenta os gráficos de *Root Loci* para o sistema resultante da Abordagem 3, com ordem de redução, da parte constante por SLRCF-ADI, $k = 200$. A orientação nos ramos dos *Root Loci* indicam o sentido crescente do parâmetro variado no teste.

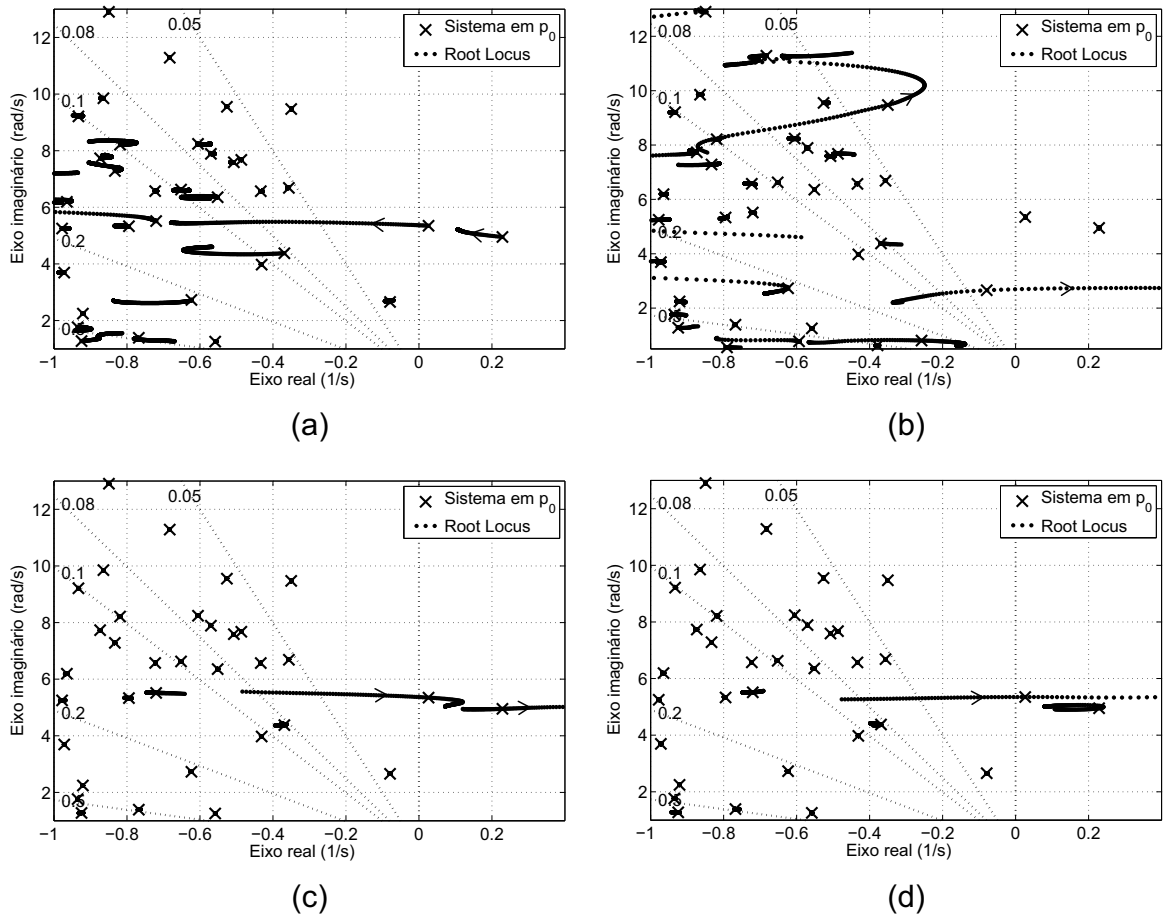


Figura 6.48: *Root Locus* do sistema resultante da Abordagem 3 pela variação (a) do ganho do PSS de Itaipu; (b) da constante de tempo do PSS de Xingó; (c) do ganho do PSS de Jacuí; (d) da constante de tempo do PSS de Jacuí.

Similar à Abordagem 2, nas Fig. 6.48(a) a 6.48(d), os traços dos *Root Loci* são praticamente idênticos aos observado nas Fig. 6.39, com exceção talvez na Fig. 6.48(b), em que o *Root Locus* para o polo $-0.35315 + 9.4708i$ é ligeiramente diferente para altos valores de $\gamma_{Xingó}$.

Repetindo-se a variação de parâmetros de \mathbf{p}_0 até \mathbf{p}_{final} , conforme mostrado na subseção 6.3.1, equação (6.15), a Figura 6.49 apresenta o *Root Locus* para uma resolução de 300 pontos, escala linear, no qual é visto que todos os autovalores instáveis e/ou pouco amortecidos se deslocam para uma região estável com bom fator de amortecimento. Ainda, as curvas do *Root Locus* para estes polos são visualmente

idênticas às observadas na Fig. 6.40. Observa-se, portanto, que o comportamento dos modos mais críticos para este estudo de estabilidade eletromecânica a pequenos sinais é representado adequadamente pelo MOR obtido via Truncamento Balanceado.

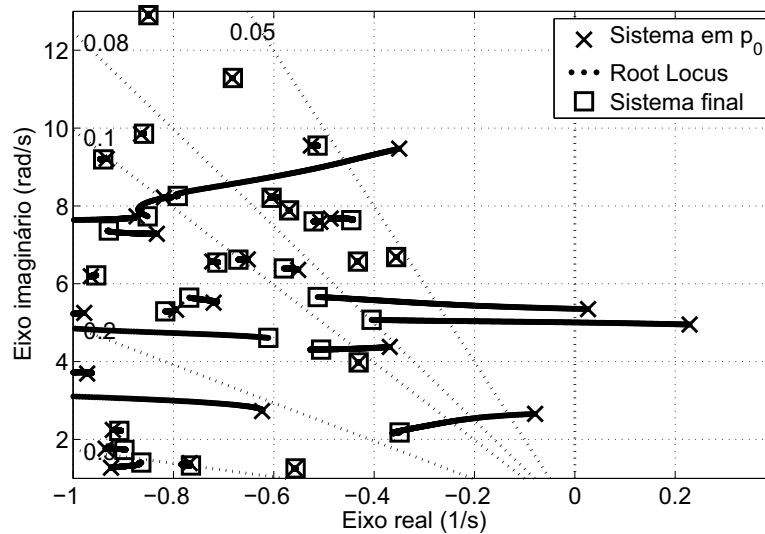


Figura 6.49: *Root Locus* do ajuste no sistema resultante da Abordagem 3 que resulta na estabilização do sistema teste.

Por meio de integração numérica com regra trapezoidal [37, 76], com passo de integração de 5×10^{-3} s, a Figura 6.50(a) apresenta a resposta no tempo do sistema da Abordagem 3 e a resposta do sistema teste, ambos em \mathbf{p}_{final} , para comparação. A Figura 6.50(b) apresenta o desvio absoluto no tempo entre as duas curvas da Fig. 6.50(a). Pode-se observar que as duas curvas são visivelmente indistinguíveis com um baixo desvio absoluto no tempo, ligeiramente maior que o da Abordagem 2. Observa-se, portanto, que a Abordagem 3 também é adequada para representação do sistema original sob variação paramétrica.

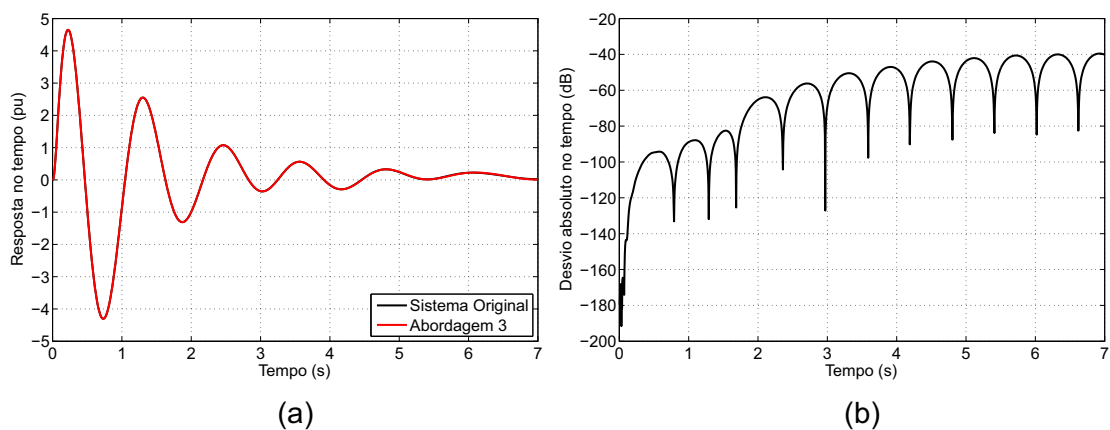


Figura 6.50: (a) Resposta no tempo ao degrau do sistema resultante da Abordagem 3 comparada à resposta do FOM; (b) Desvio absoluto no tempo entre estas curvas.

6.3.5 SISTEMA RESULTANTE DA ABORDAGEM 4

A Figura 6.51 apresenta os gráficos de *Root Loci* para o sistema resultante da Abordagem 4, com ordem de redução, da parte constante por SLRCF-ADI, $k = 140$! Como nos casos anteriores, a orientação nos ramos dos *Root Loci* indicam o sentido crescente do parâmetro variado no teste.

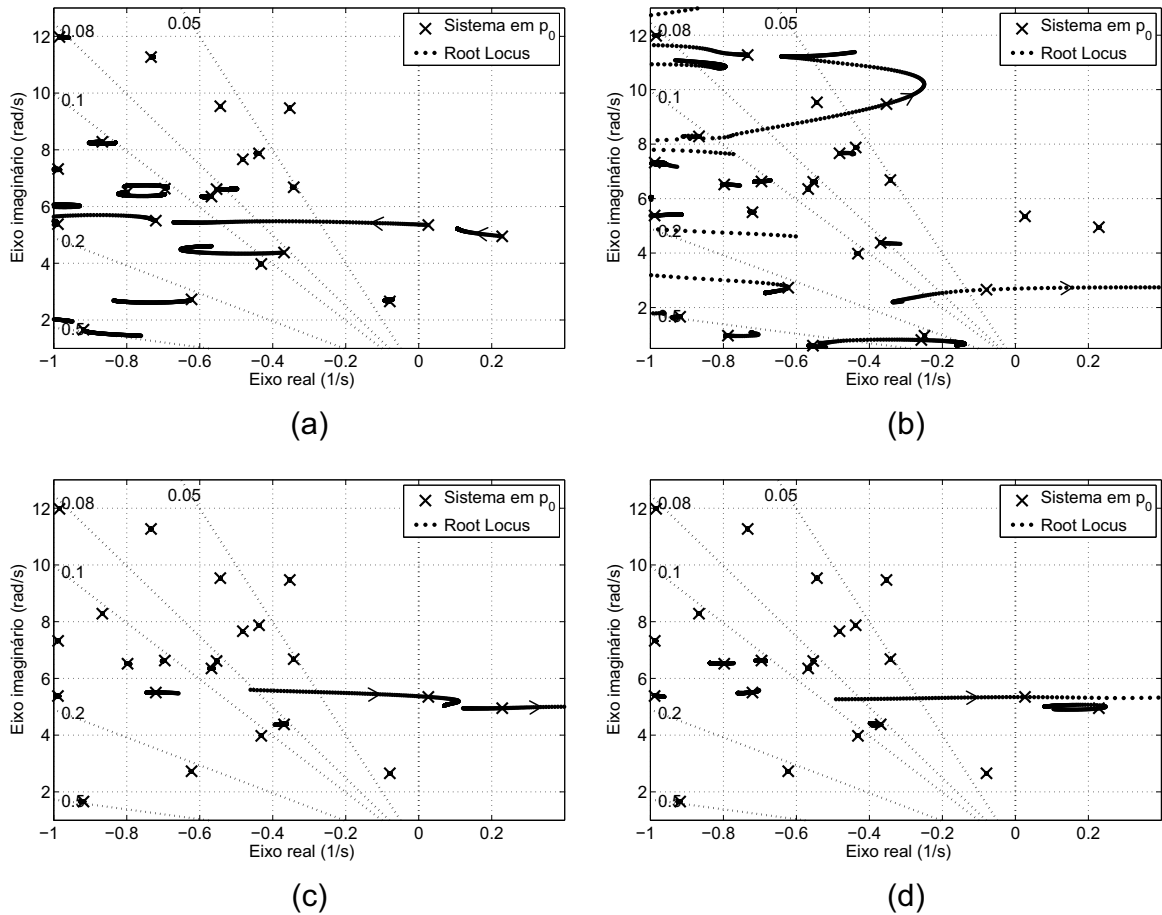


Figura 6.51: *Root Locus* do sistema resultante da Abordagem 4 pela variação (a) do ganho do PSS de Itaipu; (b) da constante de tempo do PSS de Xingó; (c) do ganho do PSS de Jacuí; (d) da constante de tempo do PSS de Jacuí.

Similar às Abordagens 2 e 3, nas Fig. 6.51(a) a 6.51(d) os traços dos *Root Loci* dos polos mais sensíveis são praticamente idênticos aos observado nas Fig. 6.39.

Repetindo-se a variação de parâmetros de \mathbf{p}_0 até \mathbf{p}_{final} , conforme mostrado na subseção 6.3.1, equação (6.15), a Figura 6.52 apresenta o *Root Locus* para uma resolução de 300 pontos, escala linear, no qual é visto que todos os autovalores instáveis e/ou pouco amortecidos se deslocam para uma região estável com bom fator de amortecimento. Ainda, as curvas do *Root Locus* para estes polos são muito similares às observadas na Fig. 6.40. A exemplo dos resultados com as Abordagens 2 e 3,

O comportamento dos modos mais críticos com a Abordagem 4, para este estudo de estabilidade eletromecânica a pequenos sinais, foi bem capturado pelo método de Truncamento Balanceado.

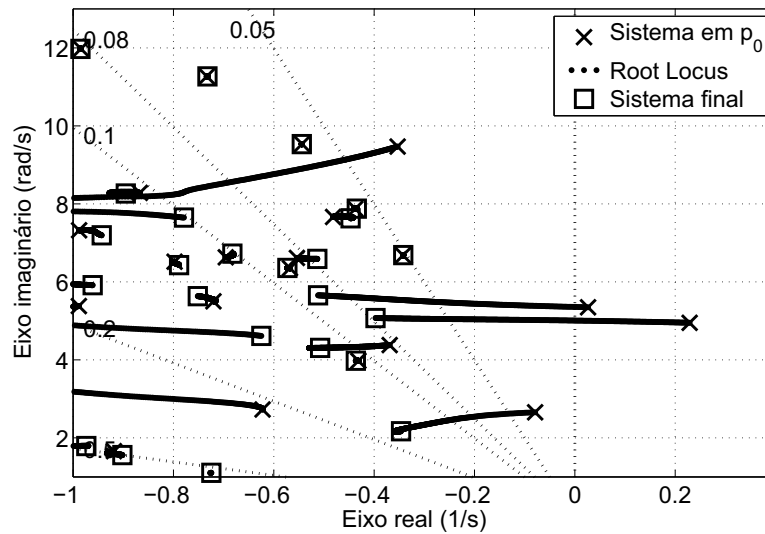


Figura 6.52: *Root Locus* do ajuste no sistema resultante da Abordagem 4 que resulta na estabilização do sistema teste.

Por meio de integração numérica com regra trapezoidal [37, 76], com passo de integração de 5×10^{-3} s, a Figura 6.53(a) apresenta a resposta no tempo do sistema da Abordagem 4 e a resposta do sistema teste, ambos em \mathbf{p}_{final} , para comparação. A Figura 6.53(b) apresenta o desvio absoluto no tempo entre as duas curvas da Fig. 6.53(a). Pode-se observar que as duas curvas estão visivelmente sobrepostas com um baixo desvio absoluto no tempo, maior que o das Abordagens 2 e 3. A Abordagem 4, portanto, também é adequada para representação do sistema original, e com ordem menor que as abordagens investigadas previamente.

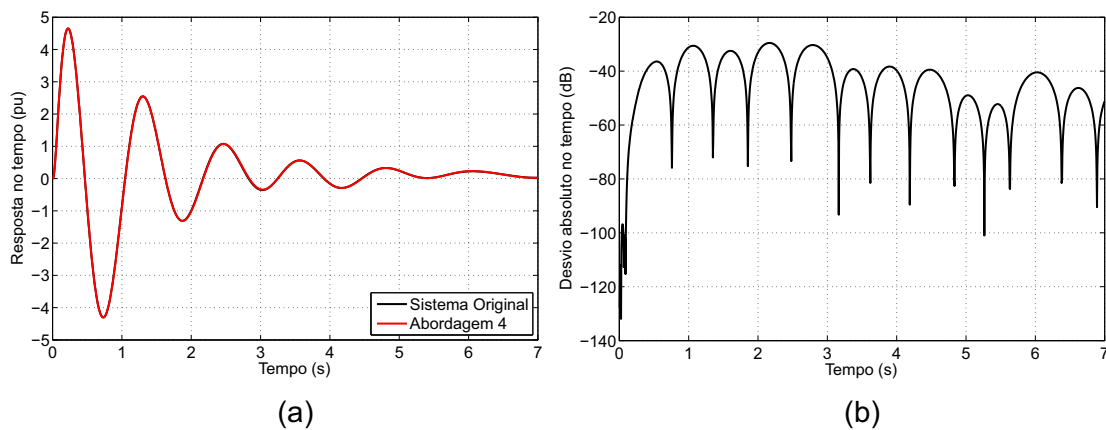


Figura 6.53: (a) Resposta no tempo ao degrau do sistema resultante da Abordagem 4 comparada à resposta do FOM; (b) Desvio absoluto no tempo entre estas curvas.

6.3.6 COMPARAÇÃO ENTRE AS ABORDAGENS

Nesta subseção, os gráficos de ajuste de PSS, anteriormente apresentados para cada abordagem, são sobrepostos, de forma a permitir a análise comparativa dos resultados de cada abordagem de ROPM em relação ao sistema teste completo. Em outras palavras, os gráficos apresentados nas Figuras 6.39, 6.40, 6.42, 6.43, 6.45, 6.46, 6.48, 6.49, 6.51 e 6.52 são sobrepostos.

Como pode ser observado nas Figuras 6.54 e 6.56, para a variação que envolve parâmetros de ganho como γ_{Itaipu} e γ_{Jacui}^{ganho} , as quatro abordagens acompanham bem o movimento dos polos mais críticos (instáveis e pouco amortecidos) do sistema teste completo.

Entretanto, como visto nas Fig. 6.55 e 6.57, a abordagem 1 apresenta comportamento anômalo no movimento dos polos em relação ao sistema original, dada a variação que envolve parâmetros de constante de tempo, no caso γ_{Xingo} e γ_{Jacui}^{tempo} . Já as demais abordagens (2, 3 e 4) acompanham bem o movimento dos polos mais críticos do sistema original.

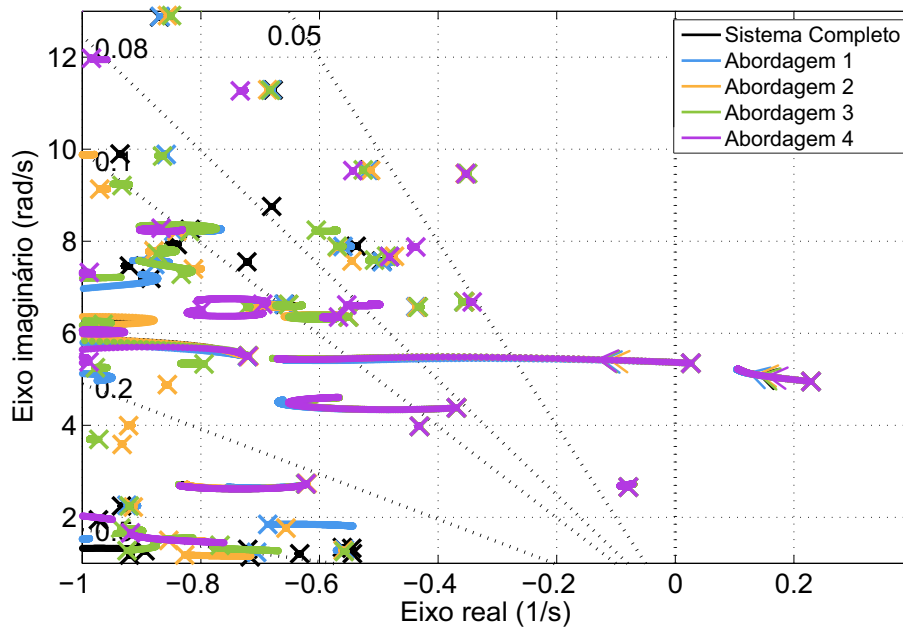


Figura 6.54: *Root Loci* gerado pela variação do ganho do PSS de Itaipu (γ_{Itaipu}).

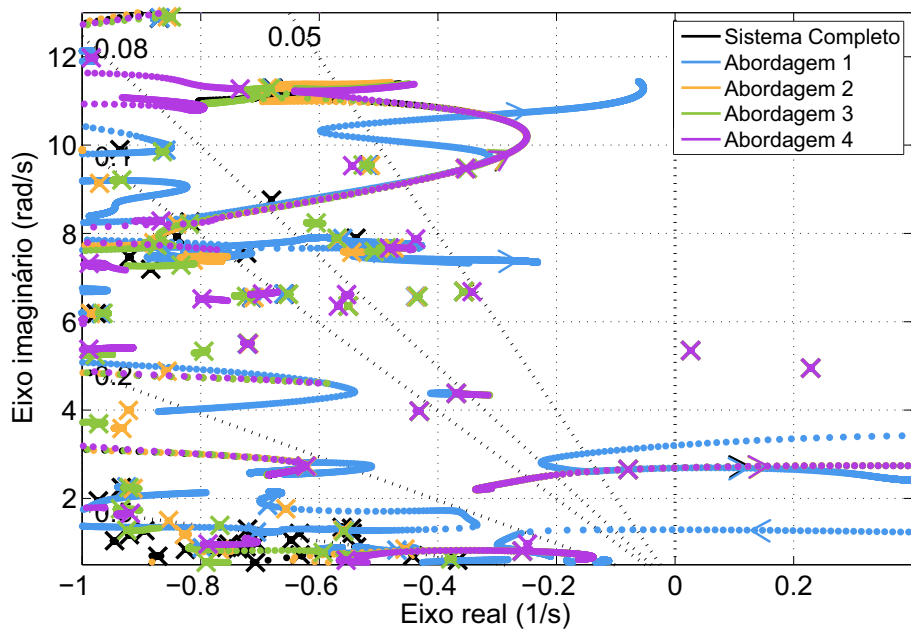


Figura 6.55: *Root Loci* gerado pela variação da constante de tempo do PSS de Xingó ($\gamma_{Xingó}$).

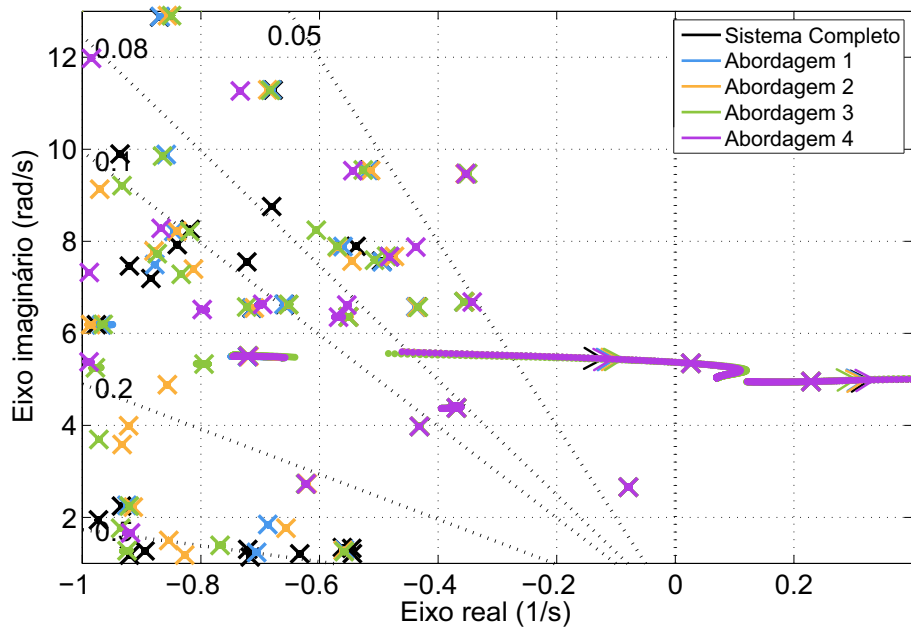


Figura 6.56: *Root Loci* gerado pela variação do ganho do PSS de Jacuí ($\gamma_{Jacuí}^{ganho}$).

Como esperado, na Fig. 6.58 é detectado que o sistema resultante da abordagem 1 não estabilizou, divergindo severamente do *Root Locus* do sistema original. As demais abordagens (2, 3 e 4) conseguiram movimentar os polos de forma muito semelhante ao sistema teste original. Ressalta-se que o método de redução de ordem utilizado, por

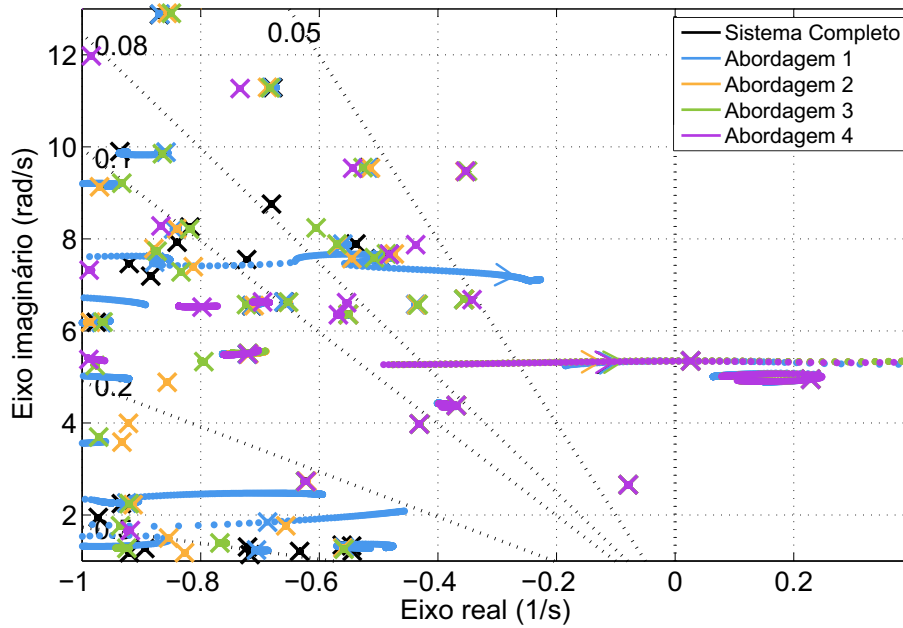


Figura 6.57: *Root Loci* gerado pela variação da constante de tempo do PSS de Jacuí ($\gamma_{Jacuí}^{tempo}$).

truncamento balanceado, não objetiva a preservação dos modos do sistema original; a constatação de que, mesmo assim, as abordagens 2, 3 e 4 foram capazes de reproduzir satisfatoriamente o lugar das raízes dos polos mais críticos do sistema FOM original é um resultado de destaque, ainda mais para a abordagem 4, que permitiu utilizar ordem de truncamento balanceado menor que as demais abordagens.

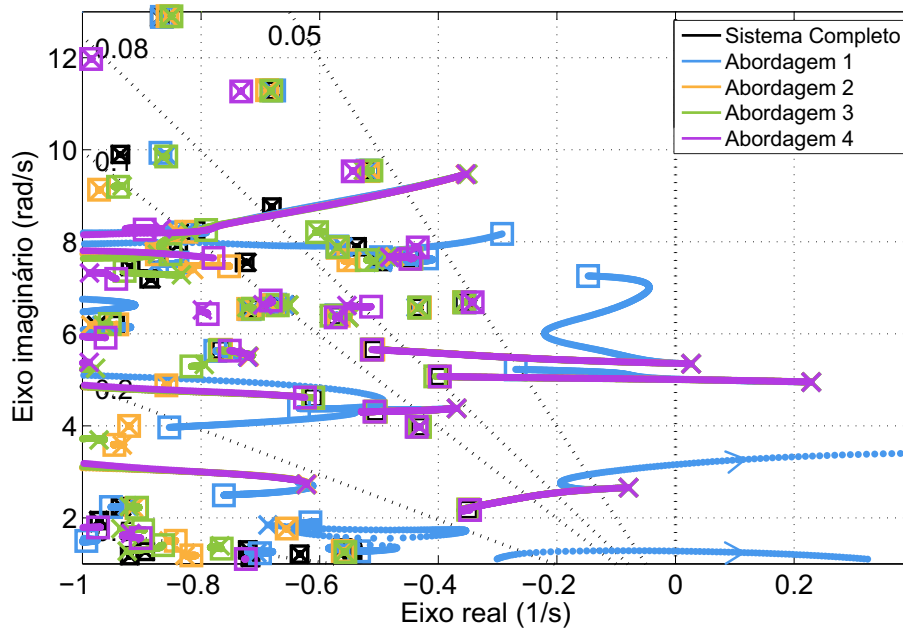


Figura 6.58: *Root Loci* do ajuste que resulta na estabilização do sistema teste.

6.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS DESTE CAPÍTULO

Neste Capítulo foram apresentados os resultados de testes computacionais que avaliaram o desempenho e qualidade de cada uma das quatro abordagens de ROPM propostas no Capítulo 5.

Uma análise prévia e preparação do sistema teste permitiram a análise dos modos mais críticos para a estabilidade eletromecânica do sistema. O uso dos fatores de participação auxiliou a detecção de quais estados e, conseqüentemente, geradores e PSS possuíam uma influência maior para cada polo instável e/ou pouco amortecido.

Testes de desempenho utilizando-se a resposta e erro em frequência avaliaram as quatro abordagens frente desempenho aferido a partir do sistema teste original. Este estudo considerou a mesma variação de parâmetros específicos tanto nos sistemas reduzidos como no sistema FOM. A Abordagem 1 apresentou níveis de erro razoáveis apenas localmente na configuração de parâmetros em que ocorreu a ROPM (\mathbf{p}_0). Já para excursões fora das vizinhanças de \mathbf{p}_0 , ocorreram elevadas discrepâncias entre sistema reduzido e sistema FOM. Por outro lado, as abordagens 2, 3 e 4 apresentaram níveis de erro excelentes, mesmo para grandes variações paramétricas, desde que a ordem k do Truncamento Balanceado não fosse muito pequena. Destaca-se que a abordagem 4 apresentou comportamento híbrido, incorporando a alta precisão local da abordagem 1 e a ampla faixa de variação paramétrica observada nas abordagens 2 e 3. Para variações de parâmetro extremamente elevadas, recomenda-se a abordagem 2 por ser mais resiliente quanto ao erro em relação ao sistema original.

Teste para o ajuste de PSS via análise de *Root Loci* foram conduzidos. Enquanto que a Abordagem 1 diferiu significativamente do sistema FOM, alocando os polos de forma completamente anômala, dado ajuste que estabilizou o sistema FOM. As abordagens 2, 3 e 4 reproduziram fielmente o movimento dos polos mais críticos, e ainda estabilizando o sistema e apresentando resposta no tempo extremamente compatível com a resposta do sistema FOM estabilizado. Ainda, a abordagem 4 permitiu o uso de menor ordem de truncamento k , uma vantagem em relação às abordagens 2 e 3.

Capítulo 7 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

7.1 CONCLUSÕES GERAIS

Este trabalho tratou da proposição, detalhamento e testes de quatro abordagens de Redução de Ordem Paramétrica de Modelos (ROPM), aplicada a modelos de estabilidade eletromecânica de Sistemas Elétricos de Potência (SEP) a pequenos sinais. Destacou-se neste estudo:

- O levantamento teórico do método de ROM SLRCF-ADI, sua implementação e particularidades para a redução de ordem por truncamento balanceado;
- O levantamento teórico de modelagem de SEP e informações a respeito do programa PacDyn (Programa de Análise Linear e Controle do Amortecimento de Oscilações em Sistemas de Potência) do CEPEL [36];
- A proposição e detalhamento de quatro abordagens de ROM;
- Realização de testes buscando avaliar o desempenho de cada abordagem, dada uma variação de parâmetros;
- Realização de testes para ajuste de PSS com as abordagens de ROM propostas.

No Capítulo 2 desta dissertação, dedicou-se ênfase para revisão de alguns conceitos matemáticos de interesse para o bom entendimento dos fundamentos de redução de ordem de modelos. Descreveu-se a modelagem de sistemas dinâmicos na forma de espaço de estados e sistema descritor. Enfatizou-se a representação por sistema descritor como mais adequada para estudo de estabilidade eletromecânica a pequenos sinais baseado na abordagem via matriz jacobiana aumentada. Com base nessas representações, formulou-se o problema básico para obtenção de modelos reduzidos, via método clássico embasado em balanceamento truncado.

O capítulo 3 apresentou metodologias encontradas na literatura e que abordam a determinação de modelos reduzidos, mas diferentemente do abordado no Capítulo 2, baseados no cálculo de gramianas de baixo *rank*. A ênfase, neste caso, é voltada para métodos que usam fatores ADI.

O capítulo 4 apresentou resumidamente os principais conceitos de modelagem de SEP utilizados e informações a respeito do aplicativo PacDyn.

O capítulo 5 apresentou e detalhou quatro abordagens, denominadas 1, 2, 3 e 4, para redução de ordem paramétrica de modelo. Em todas estas abordagens, tem-se acesso explícito à variação paramétrica de interesse. Foi apresentado amplo detalhamento matemático, esclarecendo-se as particularidades de cada uma das abordagens. Na formulação do problema, expôs-se as diversas formas de explicitação dos parâmetros variáveis, bem como o impacto sobre a robustez do ROPM e da ordem final do modelo.

O Capítulo 6 da dissertação foi dedicado a testes e resultados a fim de validar os métodos propostos. Primeiramente, foram realizados diversos testes para se avaliar o desempenho de cada abordagem proposta de ROPM frente o sistema teste FOM. Alguns testes contemplaram estudos de variação de parâmetros que afetam a precisão dos modelos e a eficácia dos métodos para obtê-los. Em seguida, as abordagens de ROPM foram utilizadas em uma análise de *Root Loci* para ajuste de PSS com finalidade de realocar modos instáveis e pouco amortecidos.

Em termos específicos dos resultados dos testes, verificou-se:

- As vantagens da realização de operações gerais de cálculos na forma implícita, que exigem menor esforço computacional;
- As vantagens do método de ROM por Truncamento Balanceado por SLRCF-ADI;
- A possibilidade de utilizar a Abordagem de ROPM 1 apenas para variações muito pequenas de parâmetros;
- A vantagem e acurácia de se utilizar a Abordagem de ROPM 2 para variações de parâmetros, no caso, de interesse para estabilidade eletromecânica de SEP;
- A vantagem e acurácia de se utilizar a Abordagem de ROPM 2 para ajuste de PSS via análise de *Root Locus* e outros métodos;

- A vantagem e resiliência da abordagem 2, que permite variações extremamente elevadas de parâmetros, principalmente de parâmetros de ganho;
- A vantagem e acurácia de se utilizar a Abordagem de ROPM 3 para variações de parâmetros, no caso, de interesse para estabilidade eletromecânica de SEP;
- A vantagem e acurácia de se utilizar a Abordagem de ROPM 3 para ajuste de PSS via análise de *Root Locus* e outros métodos;
- A vantagem e acurácia de se utilizar a Abordagem de ROPM 4 para variações de parâmetros, no caso, de interesse para estabilidade eletromecânica de SEP;
- A vantagem e acurácia de se utilizar a Abordagem de ROPM 4 para ajuste de PSS via análise de *Root Locus* e outros métodos;
- A vantagem da Abordagem de ROPM 4 permitir utilizar ordens k de Truncamento Balanceado menores que as abordagens 2 e 3.

Entre todas as quatro Abordagens investigadas, a abordagem 1 foi a que propiciou menor ordem de ROPM, porém esta também se mostrou pouco robusta para variações paramétricas ao se considerar uma faixa de variação ampla de parâmetros. Em contrapartida, a Abordagem 4 apresentou melhor custo-benefício de desempenho, frente a médias e grandes variações paramétricas, apesar de demandar ordem bem mais elevada que Abordagem 1. Este fato é justificado, porque todas as abordagens, exceto a 1, preservam as equações onde são encontrados os parâmetros variáveis. Em particular, a Abordagem 4 é um método híbrido que contempla aspectos das Abordagens 1 e 3.

Ficou demonstrado que ajustes de controladores utilizando o ROPM são possíveis. Sendo recomendada a Abordagem 4 por admitir uma variação média e até mesmo grande na faixa de um parâmetro e por requerer ordem mais reduzida que aquelas que são obtidas a partir das Abordagens 2 e 3. Caso haja interesse em variações de parâmetros extremamente elevadas, a abordagem 2 é recomendada por ser a mais resiliente. A abordagem 3 é a segunda abordagem mais resiliente, com contrapartida de gerar modelos resultantes com ordens ligeiramente inferiores à abordagem 2. A abordagem 1 apresenta baixa ordem de modelo, mas seria recomendada apenas para estudos em que pequenas variações paramétricas são o alvo.

7.2 SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS

Como sugestões de trabalhos que podem ser desenvolvidos no futuro, são sugeridas as seguintes opções:

- Aplicação de métodos de controle ótimo no projeto de controladores, como PSS [6, 45], utilizando-se as abordagens de ROPM propostas, particularmente as abordagens nº 2, 3 e 4;
- Aplicação de métodos metaheurísticos, como em [31], para otimização do ajuste de controladores como PSS, utilizando-se as abordagens de ROPM propostas;
- Aplicação dos métodos ADI e EKS na resolução de equações algébricas de Riccati [44, 77];
- Aplicação das abordagens 2, 3 e 4 de ROPM propostas em outros problemas que requeiram variação paramétrica de modelos lineares;
- Avaliação da possibilidade de adaptar as abordagens de ROPM propostas para o uso em sistemas variantes no tempo [78].

Referências Bibliográficas

- [1] P. Kundur. “*Power system control and stability*”. McGraw-Hill, New York, 1994.
- [2] J. J. Grainger & W. D. Stevenson. “*Power system analysis*”. McGraw-Hill, 1994.
- [3] F. D. Freitas & J. Rommes & N. Martins. “Gramian-based reduction method applied to large sparse power system descriptor models”. *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 23(3):1258–1270, 2008.
- [4] N. Martins & L. T. G. Lima & H.J.C.P. Pinto. “Computing dominant poles of power system transfer functions”. *IEEE Trans. on Power Systems*, 11(1):162–170, 1996.
- [5] N. Martins. “Efficient eigenvalue and frequency response methods applied to power system small-signal stability studies”. *IEEE Trans. on Power Systems*, 1(1):217–224, 1986.
- [6] N. Martins & F. G. Silva & P. C. Pellanda & A. de Castro & P. E. M. Quintão. “Utilizing transfer function modal equivalents of low-order for the design of power oscillation damping controllers in large power systems”. In *IEEE/PES General Meeting*, pages 2642–2648, 2005.
- [7] S. L. Varricchio & F. D. Freitas & N. Martins. “Hybrid modal-balanced truncation method based on power system transfer function energy concepts”. *Generation, Transmission & Distribution, IET*, 9(11):1186–1194, 2015.
- [8] G. Troullinos & J. Dorsey & H. Wong & J. Myers. “Reducing the order of very large power system models”. *IEEE Trans. on power systems*, 3(1):127–133, 1988.
- [9] J. Rommes & N. Martins. “Efficient computation of transfer function dominant poles using subspace acceleration”. *IEEE Trans. on Power Systems*, 21(3):1218, 2006.
- [10] T. Penzl. “A cyclic low-rank Smith method for large sparse Lyapunov equations”. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 21(4):1401–1418, 1999.

-
- [11] T. Penzl. “*LYAPACK a MATLAB Toolbox for Large Lyapunov and Riccati Equations, Model Reduction Problems, and Linear–Quadratic Optimal Control Problems Users*” Guide (Version 1.0). Citeseer, 1999.
- [12] P. Benner. “Numerical linear algebra for model reduction in control and simulation”. *GAMM-Mitteilungen*, 29(2):275–296, 2006.
- [13] D. Chaniotis & M. Pai. “Model reduction in power systems using Krylov subspace methods”. *IEEE Trans. on Power Systems*, 20(2):888–894, 2005.
- [14] V. Simoncini. “A new iterative method for solving large-scale Lyapunov matrix equations”. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 29(3):1268–1288, 2007.
- [15] L. Knizhnerman & V. Simoncini. “Convergence analysis of the extended Krylov subspace method for the Lyapunov equation”. *Numerische Mathematik*, 118(3):567–586, 2011.
- [16] T. Stykel & V. Simoncini. “Krylov subspace methods for projected Lyapunov equations”. *Applied Numerical Mathematics*, 62(1):35–50, 2012.
- [17] Z. Zhu & G. Geng & Q. Jiang. “Power system dynamic model reduction based on extended Krylov subspace method”. *IEEE Trans. on Power Systems*, 2016.
- [18] P. Benner & S. Gugercin & K. Willcox. “A survey of projection-based model reduction methods for parametric dynamical systems”. *SIAM review*, 57(4):483–531, 2015.
- [19] D. Amsallem & C. Farhat. “Interpolation method for adapting reduced-order models and application to aeroelasticity”. *AIAA journal*, 46(7):1803–1813, 2008.
- [20] U. Baur & C. Beattie & P. Benner & S. Gugercin. “Interpolatory projection methods for parameterized model reduction”. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 33(5):2489–2518, 2011.
- [21] P. Binev & A. Cohen & W. Dahmen & R. DeVore & G. Petrova & P. Wojtaszczyk. “Convergence rates for greedy algorithms in reduced basis methods”. *SIAM journal on mathematical analysis*, 43(3):1457–1472, 2011.
- [22] B. N. Bond & L. Daniel. “A piecewise-linear moment-matching approach to parameterized model-order reduction for highly nonlinear systems”. *IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*, 26(12):2116–2129, 2007.

- [23] J. Degroote & J. Vierendeels & K. Willcox. “Interpolation among reduced-order matrices to obtain parameterized models for design, optimization and probabilistic analysis”. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 63(2):207–230, 2010.
- [24] J. L. Eftang & B. Stamm. “Parameter multi-domain empirical interpolation”. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 90(4):412–428, 2012.
- [25] B. Haasdonk & M. Dihlmann & M. Ohlberger. “A training set and multiple bases generation approach for parameterized model reduction based on adaptive grids in parameter space”. *Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems*, 17(4):423–442, 2011.
- [26] C. Lieberman & K. Willcox & O. Ghattas. “Parameter and state model reduction for large-scale statistical inverse problems”. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 32(5):2523–2542, 2010.
- [27] H. Panzer & J. Mohring & R. Eid & B. Lohmann. “Parametric model order reduction by matrix interpolation”. *at-Automatisierungstechnik Methoden und Anwendungen der Steuerungs-, Regelungs-und Informationstechnik*, 58(8):475–484, 2010.
- [28] B. Peherstorfer & D. Butnaru & K. Willcox & H. Bungartz. “Localized discrete empirical interpolation method”. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 36(1):A168–A192, 2014.
- [29] N. T. Son. “A real time procedure for affinely dependent parametric model order reduction using interpolation on grassmann manifolds”. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 93(8):818–833, 2013.
- [30] P. Benner & L. Feng & S. Li & Y. Zhang. “Reduced-order modeling and ROM-based optimization of batch chromatography”. Springer, 2015.
- [31] Y. G. I. Aclé & F. D. Freitas. “Model Order Reduction Enhancement with Optimization Metaheuristics”. *CAIP, 13º CONGRESO INTERAMERICANO DE COMPUTACIÓN APLICADA A LA INDUSTRIA DE PROCESOS*, –(–):–, 2017.
- [32] Y. G. I. Aclé & F. D. Freitas. “Conditioning of Unstable Systems for Model Order Reduction Computation of Large-scale Systems”. *CAIP, 13º CONGRESO INTERAMERICANO DE COMPUTACIÓN APLICADA A LA INDUSTRIA DE PROCESOS*, –(–):–, 2017.

- [33] Y. G. I. Acle & F. D. Freitas. “Efeitos da ortonormalização na redução de ordem de modelos de sistema de potência por truncamento balanceado com projeção via EKS”. *SBAI, Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente*, –(–):–, 2017.
- [34] Y. G. I. Acle & F. D. Freitas & J. Y. Ishihara. “Effectiveness evaluation of the Lagrangian modified barrier function method on solving the optimal reactive power flow considering time-varying power demand”. *Przeład Elektrotechniczny*, 93(7):108–112, 2017.
- [35] Y. G. I. Acle & F. D. Freitas. “Reactive Optimal Power Flow with Stochastic Parameter solved via Method of Lagrangian Modified Barrier Function”. *CAIP, 13° CONGRESO INTERAMERICANO DE COMPUTACIÓN APLICADA A LA INDUSTRIA DE PROCESOS*, –(–):–, 2017.
- [36] S. Gomes Jr. & T. S. Amaral & F. L. LÍrio. “User’s manual: PacDyn version 9.4”, 2012.
- [37] R. L. Burden e D. C. Faires. “*Análise numérica*”. Cengage Learning, 8a edição, 2008.
- [38] M. W. Spong & S. Hutchinson & M. Vidyasagar. “*Robot modeling and control*”. John Wiley & Sons, 2nd edition, 2006.
- [39] F. D. Freitas. “*Ajuste de estabilizadores de sistemas de potencia via controle otimo com restricoes estruturais*”. Teste de Doutorado. Universidade Federal de Santa Catarina, 1995.
- [40] Matlab, software. MathWorks.
- [41] T. A. Davis & E. P. Natarajan. “Algorithm 907: Klu, a direct sparse solver for circuit simulation problems”. *ACM Transactions on Mathematical Software (TOMS)*, 37(3):36, 2010.
- [42] N. S. Nise. “*Engenharia de Sistemas de Controle*”, volume 3. LTC, 2002.
- [43] T. L. Pena e J. R. J. Müller. “*Ferramenta computacional para análise de estabilidade a pequenos sinais de sistemas elétricos de potência*”. Monografia de Graduação. Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade de Brasília, 2011.
- [44] F. D. Freitas & J. Rommes & N. Martins. “Low-rank gramian applications in dynamics and control”. In *Communications, Computing and Control Applications (CCCA), 2011 International Conference on*, pages 1–6. IEEE, 2011.

-
- [45] F. D. Freitas & A. S. Costa. “Computationally efficient optimal control methods applied to power systems”. *IEEE Trans. on power systems*, 14(3):1036–1045, 1999.
- [46] Y. Saad. “*Iterative methods for sparse linear systems*”. SIAM, 2003.
- [47] Y. Saad. “*Numerical methods for large eigenvalue problems*”, volume 158. SIAM, 1992.
- [48] Z. Gajic & M. T. J. Qureshi. “*Lyapunov matrix equation in system stability and control*”. Courier Corporation, 2008.
- [49] R. H. Bartels & G. W. Stewart. “Solution of the matrix equation $AX + XB = C$ [F4]”. *Communications of the ACM*, 15(9):820–826, 1972.
- [50] J. Rommes & N. Martins. “Computing large-scale system eigenvalues most sensitive to parameter changes, with applications to power system small-signal stability”. *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 23(2):434–442, 2008.
- [51] V. Simoncini. “Extended Krylov subspace for parameter dependent systems”. *Applied numerical mathematics*, 60(5):550–560, 2010.
- [52] D. W. Peaceman & H. H. Rachford Jr. “The numerical solution of parabolic and elliptic differential equations”. *Journal of the Society for industrial and Applied Mathematics*, 3(1):28–41, 1955.
- [53] E. L. Wachspress. “Iterative solution of the Lyapunov matrix equation”. *Applied Mathematics Letters*, 1(1):87–90, 1988.
- [54] A. Cayley. “Sur quelques propriétés des déterminants gauches.”. *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, 32:119–123, 1846.
- [55] J-R. Li & J. White. “Low rank solution of Lyapunov equations”. *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications*, 24(1):260–280, 2002.
- [56] J-R. Li. “*Model reduction of large linear systems via low rank system gramians*”. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, 2000.
- [57] N. S. Ellner & E. L. Wachspress. “Alternating direction implicit iteration for systems with complex spectra”. *SIAM journal on numerical analysis*, 28(3):859–870, 1991.
- [58] M-P. Istace & J-P. Thiran. “On the third and fourth Zolotarev problems in the complex plane”. *SIAM journal on numerical analysis*, 32(1):249–259, 1995.

- [59] G. Starke. “Optimal alternating direction implicit parameters for nonsymmetric systems of linear equations”. *SIAM journal on numerical analysis*, 28(5):1431–1445, 1991.
- [60] G. Starke. “Fejér-Walsh points for rational functions and their use in the ADI iterative method”. *Journal of computational and applied mathematics*, 46(1-2):129–141, 1993.
- [61] E. L. Wachspress. “Optimum alternating-direction-implicit iteration parameters for a model problem”. *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, 10(2):339–350, 1962.
- [62] E. L. Wachspress. “*The ADI model problem*”. Springer, 2013.
- [63] E. L. Wachspress. “The ADI minimax problem for complex spectra”. *Applied Mathematics Letters*, 1(3):311–314, 1988.
- [64] W. E. Arnoldi. “The principle of minimized iterations in the solution of the matrix eigenvalue problem”. *Quarterly of Applied Mathematics*, 9(1):17–29, 1951.
- [65] Y. G. I. Acle. “*Redução de Modelo via Técnicas de Truncamento Balanceado*”. Monografia de Graduação. Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade de Brasília, 2016.
- [66] Wilson Gonçalves de ALMEIDA and Francisco Damasceno Freitas. “Circuitos polifásicos”. *Fundação de Empreendimentos Científicos e Tecnológicos. Brasília*, 1995.
- [67] J. D. Glover & M. S. Sarma & T. Overbye. “*Power System Analysis & Design*”, *SI Version*. Cengage Learning, 2012.
- [68] L. C. Zanetta Jr. “*Fundamentos de sistemas elétricos de potência*”. Editora Livraria da Física, 2006.
- [69] F. D. Freitas. *Apostila didática do curso de Análise de Sistemas de Potência*. Disponibilizada aos alunos da disciplina, do curso de Engenharia Elétrica, Universidade de Brasília.
- [70] J. D. Irwin. “*Basic engineering circuit analysis*”. John Wiley & Sons, 2007.
- [71] S. L. Varricchio. “*Modelagem e análise de redes elétricas e métodos de redução da ordem de modelos dinâmicos de baixa e alta frequência*”. Teste de Doutorado. Universidade de Brasília, 2016.

-
- [72] M. N. O. Sadiku. “*Elements of electromagnetics*”. Oxford university press, 2014.
- [73] P. C. Krause & O. Wasynczuk & S. D. Sudhoff. “*Analysis of electric machinery and drive systems*”. John Wiley & Sons, 2002.
- [74] S. Chapman. “*Electric machinery fundamentals*”. McGraw-Hill, 2005.
- [75] A. E. Fitzgerald & C. Kingsley & S. D. Umans. “*Electric machinery*”. McGraw-Hill, 1990.
- [76] F. D. Freitas. *Apostila didática do curso de Tópicos em Sistemas de Potência 1*. Disponibilizada aos alunos da disciplina de mestrado, do curso de Engenharia Elétrica, Universidade de Brasília.
- [77] A. S. Hodel & K. R. Poolla. “Heuristic approaches to the solution of very large sparse Lyapunov and algebraic Riccati equations”. In *Decision and Control, 1988., Proceedings of the 27th IEEE Conference on*, pages 2217–2222. IEEE, 1988.
- [78] H. Sandberg & A. Rantzer. “Balanced truncation of linear time-varying systems”. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 49(2):217–229, 2004.

APÊNDICE A

Dados do Sistema Máquina-Barra Infinita utilizado no Capítulo 4

PacDyn - Small Signal Stability Analysis of Electrical Power Systems

CEPEL - Centro de Pesquisas de Energia Eletrica

Case Title

/// Maquina x Barra Infinita ///

System Frequency : 60.0 Hertz

System MVA Base : 100.0 MVA

AnaRede history case #0001 restored.

Case title:

Maquina x Barra infinita reatância 5%

BUS DATA

```
X---X---X---X---X---X---X---X---X---X---X---X---X---X---X---X---X
BUS          VOLTAGE      GENERATION      LOAD      SHUNT
NUM NAME TP AR MAGNIT. ANGLE MW Mvar MW Mvar MW Mvar
X---X---X---X---X---X---X---X---X---X---X---X---X---X---X---X---X
1 Maq1000MW 1.0000 30.000 1000.00 267.95 0.00 0.00
2 Barra Inf. 1.0000 0.000 -1000.00 267.95 0.00 0.00
```

LINE DATA

```
X---X---X---X---X---X---X---X---X---X---X---X---X---X---X---X---X
BUS CIRC RESIST. REACT. SUSCEP. TAP ANGLE
FROM TO NUM. pu pu Mvar pu Degree
X---X---X---X---X---X---X---X---X---X---X---X---X---X---X---X---X
1 2 1 0.0000 0.0500 0.0000
```

Converged Load Flow

Synchronous Machine Dynamic Data

Identification		Mechanical		Reactances (pu)						Time Constants (s)				Saturation										
S Bus	Gen.	MVA	Damp	Transient	Synchronous	Sub-Transient	Ra	Transient	Sub-Transient	Freq.	A	B	C	(Hz)										
T No.	No.	Bus Name	M UP	Inert. (1/s)	D-axis	Q-axis	D-axis	Q-axis	D-axis	Q-axis	Potier (pu)	D-axis	Q-axis	D-axis	Q-axis									
1	0	Maq1000MW	6	6	184.0	4.938	0.00	0.3500	0.3500	1.1380	0.6810	0.2880	0.2880	0.0000	0.0000	5.600	0.000	0.080	0.150	0.013	7.920	0.800	60.00	
2	0	Barra Inf.	0	100.0	0.000	0.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.000	0.000	0.000						60.00
2	0	Barra Inf.	Machine modeled as infinite bus.																					

USER DEFINED CONTROLLER DATA

UDC (-Block-)(- Variable -)(Parameters)

No.	Type	Input	Output	A	B	C	D	E
1 ----- RAT								
1	OUT	efd	efd	1				
2	IN	vb	vb	1				
3	IN	vref	vref	1				
4	IN	vpss	vpss	1				
5	SUM	-vb	x4	1.0				
		vref		1.0				
		vpss		1.0				
6	LDLG	x4	efd	100.0		1.0	0.05	

STOP

2 ----- PSS								
1	OUT	vpss	vpss	1				
2	IN	ww	ww	1				
3	LDLG	ww	x3		3.0	1.0	3.0	
4	GAIN	x3	x4	15.0				
5	LDLG	x4	x5	1.0	0.06	1.0	0.015	
6	LDLG	x5	vpss	1.0	0.06	1.0	0.015	

STOP

%Dynamic data file line # 49.

INITIAL CONDITIONS

(bus name)	(s/m no. no.)	rotor angle degree	mechanic power MW	(terminal power) active MW	(terminal power) reactive Mvar	(terminal voltage) modulus pu	(terminal voltage) angle degree	terminal current pu	field voltage pu
Maq1000MW	1	0	57.895	1000.00	267.95	1.0000	30.000	10.353	1.7583

USER DEFINED CONTROLLER VARIABLES

UDC Var.	Init. Value	Variation	Mismatch
1 VB	1.0000	0.0000	0.0000
VREF	1.0176	-0.78160E-16	0.0000
VPSS	0.0000	0.0000	0.0000
X4	0.17583E-01	-0.78160E-16	0.0000
efd	1.7583	0.0000	0.0000
2 WW	1.0000	0.0000	0.0000
X3	0.0000	0.0000	0.0000
X4	0.0000	0.0000	0.0000
X5	0.0000	0.11102E-15	0.0000
VPSS	0.0000	0.44409E-15	-0.11102E-15

Number of iterations to calculate initial values of UDC variables: 2.

System Summary	On	Off	Tot.	Max.
AC buses			2	16000
AC branches			1	25000
Non-linear loads			0	16000
Dynamic loads			0	16000
PV/Slack buses			0	3000
Infinite buses			1	16000
Induction motors	0		0	500
HVDC converters	0		0	40
Synchronous machines	1	0	1	3000
Excitation systems (built-in)	0	0	0	3000
Excitation systems (UDC)	1	0	1	4000
Rotor speed control systems (built-in)	0	0	0	3000
Rotor speed control systems (UDC)	0	0	0	4000
Power system stabilizers (built-in)	0	0	0	1000
Power system stabilizers (UDC)	1	0	1	4000
FACTS devices (built-in)	0	0	0	20
User defined controllers	2	0	2	4000

System Summary	
Reference generator bus number	0
Reference generator number	0
Abort on power flow error ?	NO

Matrix Summary: Jacobian & State Matrices

Description	Num.	Max.
Jacobian matrix dimension	35	150000
Number of non-zero elements	85	900000
Number of state variables	9	
Number of algebraic variables	23	
Number of null variables	3	
State matrix dimension (for full system eigensolution)	9	4000

Synchronous Machine Control Data

Bus No.	Gen. Bus Name	Gen. No. M	Synchr. Condens. (M)/UD	AVR (M)/UD	GOV (M)/UD	PSS (M)/UD	Inp1	Inp2	Inp3 ...
1	Maq1000MW	0 6	no	1			2	WW	

Spining Reserve Data

Bus No.	Gen. No.	Bus Name	No. Unt.	MVA Unit	Base Total	Gener. MVA	Load %	Status
1	0	Maq1000MW	6	184.0	1104.0	1035.3	93.8	Ok

APÊNDICE B

Dados do Sistema Teste utilizado no Capítulo 6

Case Title

```

/// BANCO DE DADOS DINAMICOS DO PACDYN ///
/// SISTEMA INTERLIGADO S-SE/N-NE ///
    
```

System Data

```

System Frequency : 60.0 Hertz
System MVA Base : 100.0 MVA
Initializing network data
Reading network data .....
AnaRede history case #0001 restored.
Case title:
ONS - 1Q2007 - Fevereiro Pesada
Comments on restored case:
None
    
```

Converged Load Flow

Maximum specified tolerances:

```

Voltage module: 0.00072 (pu ).
Voltage angle : 0.05000 (degrees).
Active power: 1.00000 (% ).
Reactive power: 1.00000 (% ).
Maximum differences found :
    
```

```

Voltage module: 0.11442E-06 (pu ) on bus 1328.
Voltage angle : 0.53149E-05 (degrees) on bus 3335.
Active power: 0.63883E-04 (MW ) on bus 10.
Reactive power: 0.11159E-03 (Mvar ) on bus 16.
    
```

Number of iterations to calculate initial values of UDC variables: 9.

System Summary	On	Off	Tot.	Max.
AC buses			3584	16000
AC branches			5056	25000
Non-linear loads			3469	16000
Dynamic loads			0	16000
PV/Slack buses			0	3000
Infinite buses			0	16000
Induction motors	0		0	500
HVDC converters	8		8	40
Synchronous machines	173	62	235	3000
Excitation systems (built-in)	0	0	0	3000
Excitation systems (UDC)	170	0	170	4000
Rotor speed control systems (built-in)	0	0	0	3000
Rotor speed control systems (UDC)	139	0	139	4000
Power system stabilizers (built-in)	0	0	0	1000
Power system stabilizers (UDC)	96	0	96	4000
FACTS devices (built-in)	7	0	0	20
User defined controllers	420	100	520	4000

System Summary

Reference generator bus number	0
Reference generator number	0
Abort on power flow error ?	NO

Matrix Summary: Jacobian & State Matrices

Description	Num.	Max.
Jacobian matrix dimension	20402	150000
Number of non-zero elements	72605	900000
Number of state variables	2904	
Number of algebraic variables	16990	
Number of null variables	508	
State matrix dimension (for full system eigensolution)	2904	4000

DARE

(Ar (Xchg) (Identificacao da area) (Xmin) (Xmax)

1	0.	*	FURNAS	*
2	0.	*	CEMIG G/T	*
3	0.	*	CEMIG D	*
4	0.	****	CTEEP - GRANDE SAO PAULO	****
5	0.	*****	C T E E P	*****
6	0.	****	C T E E P - SECUNDARIA	****
7	0.		CPFL	
8	0.	*****	C E S P	*****
9	0.	*	LIGHT	*
10	0.	*	AMPLA	*
11	0.	*	ESELISA	*
12	0.	*	CELG	*
13	0.	*	CEB	*
14	0.	*	AES TIETE	*
15	0.	*****	DUKE ENERGY - GP	*****
16	0.		CELTINS	
17	0.	*	ITAIPU	*
18	0.	*****	CATAGUAZES	*****
19	0.	*	TRACTEBEL ENERGIA - SUL	*
20	0.	*	ELETROSUL	*
21	0.	*	COPEL	*
22	0.	*	COPEL - SECUNDARIA	*
23	0.	*	CEEE - TRANSMISSORA	*
24	0.	*	CEEE - DISTRIBUIDORA	*
25	0.	*	CELESC	*
26	0.	*	ENERSUL	*
27	0.	*****	EMAE	*****
28	0.	*****	ELETROPAULO	*****
29	0.	*	BANDEIRANTE	*
30	0.	*****	ELEKTRO	*****
31	0.	*	AES SUL	*
32	0.	*	RGE	*
33	0.	*	CIEN	*
34	0.	*	AES URUGUAIANA	*
35	0.	***	GRUPO REDE ** AREA SAO PAULO	***
36	0.	**	CMS-ENERGY * GRUPO PAULISTA	**
37	0.	*****	C. L. F. SANTA CRUZ	*****
38	0.	*	COPEL-GERACAO	*
39	0.	*	DEMAIS AGENTES S/MS	*
41	0.	****	PRODUTORES INDEPENDENTES	****
42	0.		COMPANHIA PIRATININGA DE FORÇA E LUZ	
43	0.	*	DEMAIS AGENTES MT	*
44	0.	*	ELETRONUCLEAR	*
45	0.	*	ENORTE (MATO GROSSO)	*
46	0.	*	CEMAT	*
51	0.	***	COMPLEXO PAF + UAS + ULG + UX	***
52	0.	***	AREA CENTRO	***
53	0.	***	SUDOESTE DA BAHIA	***
54	0.	***	AREA SUL	***
55	0.	***	AREA LESTE	***
56	0.	***	AREA NORTE	***
57	0.	***	AREA OESTE	***
58	0.	***	AREA MARANHAO	***
59	0.	***	AREA TUCURUI-BELEM	***
61	0.	***	ALBRAS + ALUMAR	***
62	0.	***	SALGEMA	***
63	0.	***	INTERLIGACAO NORTE-SUL	***
64	0.	*	CPFL - GERACAO	*
65	0.	*****	CENF	*****
66	0.	*	*CONSUMIDOR LIVRE RIO GRANDE DO SUL*	*
67	0.	*	PORTO PRIMAVERA TRANSMISSORA	*
68	0.	*	CONSUMIDOR LIVRE PARANA	*
70	0.	*	CGTEE	*
71	0.	*	CONSUMIDOR LIVRE - SAO PAULO	*
72	0.	*	CONSUMIDOR LIVRE - MINAS GERAIS	*
73	0.	*	CONSUMIDOR LIVRE - GOIAS	*

99999

DELO