

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

**APLICAÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS
PARA ANÁLISE DE DESLIZAMENTOS DE ENCOSTAS E
IMPACTO EM BARREIRAS**

GIOVANNA MONIQUE ALELVAN

ORIENTADOR: MANOEL PORFÍRIO CORDÃO NETO, DSc.

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM GEOTECNIA
PUBLICAÇÃO: G.DM 290/2017

BRASÍLIA/DF: JULHO/2017

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

**APLICAÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS
PARA ANÁLISE DE DESLIZAMENTOS DE ENCOSTAS E
IMPACTO EM BARREIRAS**

GIOVANNA MONIQUE ALELVAN

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE
ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO
PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE
MESTRE.**

APROVADA POR:

Manoel Porfírio Cordão Neto, DSc. (ORIENTADOR)

André Pacheco de Assis, PhD. (EXAMINADOR INTERNO)

Raydel Lorenzo Reinaldo, DSc. (EXAMINADOR EXTERNO)

DATA: BRASÍLIA/DF, 26 DE JULHO DE 2017.

FICHA CATALOGRÁFICA

ALELVAN, GIOVANNA MONIQUE

Aplicação do método dos elementos finitos para análise de deslizamentos de encostas e impacto em barreiras. [Distrito Federal] 2017

xix,120p. (ENC/FT/UnB, Mestre, Geotecnia, 2017)

Dissertação de Mestrado - Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.
Departamento de Engenharia Civil e Ambiental

1. Movimentos de massa

2. Arbitrário Lagrangeano Euleriano

3. Mecanismo de Dano

4. Estabilidade de encostas

I. ENC/FT/UNB

II. Mestre

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

ALELVAN, G. M. (2017). Aplicação do Método dos Elementos Finitos para Análise de Deslizamentos de Encostas e Impacto em Barreiras. Dissertação de Mestrado, Publicação G-DM-290/2017, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 120p.

CESSÃO DE DIREITOS

NOME DO AUTOR: Giovanna Monique Alelvan

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO Aplicação do Método dos Elementos Finitos para Análise de Deslizamentos de Encostas e Impacto em Barreiras.

GRAU / ANO: Mestre / 2017

É concedida à Universidade de Brasília a permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

Giovanna Monique Alelvan

SQN 407, Bloco E, Apto. 108.

CEP: 70855-050, Asa Norte, Brasília, DF - Brasil.

giovannaalelvan@gmail.com

DEDICATÓRIA

*“É um dom, uma certa magia,
uma força que nos alerta,
uma mulher que merece
viver e amar
como outra qualquer do planeta.”*

À minha mãe Sandra Helena.

Ao meu pai Jiuvan e minha irmã Debora.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço à Deus, por me guiar em todos os momentos da minha vida com saúde física e mental, colocando sempre em meu caminho pessoas abençoadas que me ajudam a atingir meus objetivos.

Aos meus pais Sandra e Jiuvan, e minha irmã Debora que desde os primeiros anos da vida educacional se esforçam para que eu tenha acesso a todas as oportunidades. Agradeço-lhes pelo esforço, pela dedicação e por confiarem na minha capacidade. Sem vocês nada seria possível.

Ao Tatsuro Sakamoto pelo apoio, cumplicidade e lealdade. Obrigada por ser meu melhor amigo, companheiro e apoiador dos meus sonhos.

À Emília Sakamoto e ao Henrique Sakamoto que são como uma família para mim, e que há anos me apoiam e me incentivam nessa empreitada acadêmica.

Ao meu orientador, professor Manoel Porfírio, que sabe como estimular seus alunos e oferecer-lhes as melhores oportunidades. Obrigada pela paciência, pelos conhecimentos compartilhados e pela forma de orientação que supera as expectativas.

As duas queridas doutoras Karla Wingler e Simone Hashiguti, que são exemplo de determinação e competência, e que me foram grandes incentivadoras e fonte de inspiração.

À Ana Carolina que de longa data compartilha comigo importantes momentos pessoais e acadêmicos. Firmamos uma parceria que já rendeu muitos frutos e que, se Deus quiser, continuará assim.

Aos amigos que a geotecnia proporcionou, Andressa, Chan, Isaac, Igor, Juliana e Laís, agradeço pelo apoio no desenvolvimento deste trabalho e pela amizade. Com certeza esses anos tornaram-se mais produtivos e leves graças a vocês, obrigada!

Aos meus amigos de longa data que devido as contingências da vida nos levaram para caminhos diferentes, mas que a distância nunca nos impediu de admirar e torcer uns pelos outros.

Aos professores do programa de Pós-Graduação em Geotecnia, que são referências em diversas áreas, e que nos inspiram.

À CAPES pelo apoio financeiro.

APLICAÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS PARA ANÁLISE DE DESLIZAMENTOS DE ENCOSTAS E IMPACTO EM BARREIRAS.

RESUMO

Os movimentos de massa, especialmente os deslizamentos de terra, são responsáveis por diversos danos financeiros e ambientais, além de causarem, anualmente, muitas mortes de pessoas. Esses movimentos possuem sempre um elemento deflagrador, que em geral, são: terremoto, chuva, degelo, mudança no lençol freático, erosões ou alguma sobrecarga não determinada. Existem diversas formas de mitigar os riscos em eventos de movimento de massa, e uma delas é a previsão e a quantificação das consequências. Porquanto, de posse dessas determinações, é possível antever medidas de contenção para o evento. Dessa forma, este trabalho buscou avaliar, por intermédio do Método dos Elementos Finitos, o fenômeno do movimento de massa e do impacto em barreiras de contenção. Para descrever o deslocamento da massa deslizante foi aplicado o Método Lagrangeano Euleriano Arbitrário (ALE), que supera os problemas de distorção nas malhas de elementos finitos. E, para gerar o desprendimento da massa rompida da intacta, utilizou-se as propriedades do mecanismo de dano. O trabalho foi desenvolvido no software ABAQUS®, no qual foram feitos vários modelos de validação. Em todos os modelos, o programa mostrou ser muito eficiente em análises dinâmicas e nas que envolvem impactos. No entanto, o método ALE não apresenta robustez suficiente para descrever o fenômeno de movimento de massa. Por outro lado, o uso do mecanismo de dano para prever mecanismos de ruptura em encostas foi muito satisfatório.

ABSTRACT

Mass movements, especially landslides, are responsible for various damages and environmental damage, as well as issuing many deaths annually. These movements always have a trigger element, which in general are: earthquake, rain, thaw, change in water table, erosion or some undetermined overload. There are several ways to mitigate risks in mass-movement events, and one of them is the forecasting and quantification of consequences. Because of in possession of these determinations, it is possible to envisage containment measures for the event. In this way, this work tried to evaluate, through the Finite Element Method, the phenomenon of mass movement and the impact on containment barriers. To describe the sliding mass displacement, the Arbitrary Lagrangian Eulerian Method (ALE) has applied, which overcomes the problems of distortion in finite element meshes. And, to generate the detachment of the ruptured mass of the intact, the properties of the damage mechanism were used. The work has developed in ABAQUS® software, in which several validation models has done. In all models, the program proved to be very efficient in dynamic and impact analysis. However, the ALE method is not robust enough to describe the mass movement phenomenon. On the other hand, the use of the mechanism of damage to predict mechanisms of rupture in slopes was very satisfactory.

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1	1
1.1. APRESENTAÇÃO.....	1
1.2. IDENTIFICAÇÃO DO PROBLEMA.....	4
1.4. HIPÓTESE	4
1.5. OBJETIVOS.....	5
1.6. METODOLOGIA DE PESQUISA	5
1.7. ESTRUTURA DO TRABALHO	6
CAPÍTULO 2	8
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	8
2.1. MOVIMENTOS DE MASSA	8
2.1.1. FLUXO DE DETRITOS	9
2.1.2. FLUXO GRANULAR	10
2.2. BARREIRAS DE CONTENÇÃO.....	11
2.3. MÉTODOS PARA ANÁLISES DE ESTABILIDADE DE TALUDES	14
2.4. MÉTODOS NUMÉRICOS PARA GRANDES DEFORMAÇÕES.....	14
2.4.1. MÉTODO DO PONTO MATERIAL (MPM).....	16
2.4.2. LAGRANGEANO EULERIANO ARBITRÁRIO (ALE).....	21
2.4.2.1 MÉTODOS DE ADVECCÃO.....	24
2.4.2.2 APLICAÇÕES NA GEOTECNIA.....	25
2.4.3. MÉTODO DOS ELEMENTOS DISCRETOS (DEM).....	28
CAPÍTULO 3	32
3.1. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	32
3.2. DESCRIÇÕES CINEMÁTICAS DE MOVIMENTO.....	32
3.2.1. DESCRIÇÕES LAGRANGEANA E EULERIANA.....	34
3.2.2. DESCRIÇÃO LAGRANGEANA EULERIANA ARBITRÁRIA (ALE).....	38
3.3. FERRAMENTA DE MODELAGEM: SOFTWARE ABAQUS®.....	41
3.3.1. TÉCNICAS DE MALHA ADAPTATIVA.....	42
3.3.2. PROCEDIMENTOS PARA CRIAÇÃO E RECRIAÇÃO DA MALHA NO ABAQUS®.....	43
3.4. MODELOS CONSTITUTIVOS	47

3.4.1.	MODELOS ELASTOPLÁSTICOS	47
3.4.2.	CRITÉRIO DE RUPTURA DE DRUCKER-PRAGER.....	50
3.5.	MECANISMO DE DANO	53
CAPÍTULO 4.....		57
4.1.	MODELOS MECÂNICOS PARA VALIDAÇÃO.....	58
4.2.	BLOCO EM PLANO INCLINADO	59
4.2.1.	ANÁLISE DAS PROPRIEDADES DO ALE	62
4.2.2.	ANÁLISE DA QUALIDADE DA MALHA DE ELEMENTOS FINITOS.....	67
4.3.	QUEDA LIVRE DE ESFERA SOBRE BARREIRA	70
4.3.1.	ANÁLISE DA INTERFACE	73
4.3.2.	ANÁLISE DO MÓDULO DE YOUNG.....	75
4.4.	MODELO DE CISALHAMENTO DIRETO	80
4.4.1.	ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DOS PARÂMETROS	83
4.4.2.	ANÁLISE DA INTERFACE PÓS DANO	87
4.5.	TÓPICOS CONCLUSIVOS	88
CAPÍTULO 5		90
5.	APLICAÇÕES DO MEF PARA ANÁLISE DE ENCOSTAS	90
5.1.	DESLOCAMENTO E IMPACTO DE MASSA EM BARREIRA FLEXÍVEL	90
5.1.1.	ANÁLISE NUMÉRICA DO IMPACTO EM BARREIRA FLEXÍVEL	92
5.1.2.	ANÁLISE ANALÍTICA DO IMPACTO EM BARREIRA FLEXÍVEL.....	97
5.2.	DEFINIÇÃO DA SUPERFÍCIE DE RUPTURA UTILIZANDO O MECANISMO DE DANO	102
5.2.1.	COMPARAÇÃO DO MECANISMO DE DANO COM MEL.....	104
5.2.2.	AVALIAÇÃO DO ÂNGULO DE ATRITO E DO MÓDULO DE ELASTICIDADE.....	109
5.3.	TÓPICOS CONCLUSIVOS	111
CAPÍTULO 6.....		112
5.1.	CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS	112
5.1.1.	CONCLUSÕES.....	112

5.1.2.	SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS.....	114
	REFERÊNCIAS BIBLIGRÁFICAS.....	115

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1. Opções de técnicas adaptativas no ABAQUS® (modificado – ABAQUS, 2013).	42
Tabela 4.1. Dados do critério EDP.	82
Tabela 4.2. Parâmetros do mecanismo de dano.....	83
Tabela 4.3. Demais parâmetros do mecanismo de dano.	84
Tabela 4.4. Parâmetros finais para mecanismo de dano.	85
Tabela 5.1. Dados do critério EDP.	90
Tabela 5.2. Dados do critério EDP.	92
Tabela 5.3. Comparativo entre as soluções numérica e analítica.	101
Tabela 5.4. Propriedades do modelo de dano.	104

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1. Habitações danificadas por desastres naturais no Brasil (CEPED UFSC, 2016).....	2
Figura 1.2. Porcentagens do valor total de danos materiais para as regiões do Brasil (modificado - CEPED UFSC, 2016).....	3
Figura 2.1. Fluxo granular após terremoto na China em 2008 (Jiang & Towhata, 2011)	11
Figura 2.2. Barreira flexível contendo 71 m ³ de material (Von Boetticher <i>et al.</i> 2011).....	12
Figura 2.3. Barreira rígida de gabião (MACCAFERRI, 2017).....	13
Figura 2.4. Comparativo métodos sem malha e MEF (modificado - Liu, 2003 <i>apud</i> Shin, 2009).....	16
Figura 2.5. Esquema de discretização do MPM (modificado - Coetzee <i>et al.</i> , 2005).....	17
Figura 2.6. Curva tensão deformação para soluções analítica e numérica (Beuth <i>et al.</i> , 2008).....	19
Figura 2.7. Curva de comparação com soluções do MPM e do FEM (Beuth <i>et al.</i> , 2008).	19
Figura 2.8. Deslocamentos horizontais na análise dinâmica. (Andersen & Andersen, 2010).....	20
Figura 2.9. Comparativo das descrições para caso unidimensional (a) Lagrangeana; (b) ALE; (c) Euleriana. (modificado – ABAQUS, 2005).....	21
Figura 2.10. Sequência da técnica ALE <i>operator split</i> (modificado - Nazem, 2006).....	23
Figura 2.11. Comparativo das descrições ALE e Lagrangeana.....	24
Figura 2.12. Distorção na malha pela descrição Lagrangeana.....	24
Figura 2.13. Esquema dos métodos SALE e MMALE (Savidis <i>et al.</i> , 2008).....	26
Figura 2.14. Distorção na malha para uma sapata sobre um solo não saturado em diferentes métodos. (a) pequenas deformações q=40 (kPa), t= 5100 dias; (b) pequenas deformações, q=100 kPa, t=35 dias; (c) UL, q=40 (kPa), t=630 dias; (d) UL, q=100 (kPa), t=77 dias; (e) ALE, q=40 (kPa), t=330 dias; (f) ALE, q=100 (kPa), t=3100 dias; (Nazem <i>et al.</i> , 2008)	26
Figura 2.15. Análise de penetração dinâmica no incremento final. (a) ALE; (b) LA. (Nazem <i>et al.</i> , 2010)	28
Figura 2.16. Modelo DEM para a configuração (a) inicial e (b) final. (Calvetti <i>et al.</i> , 2016). 30	30
Figura 3.1. Sistemas de coordenadas de referência e atualizado.....	33
Figura 3.2. Descrição Lagrangeana. (Donea <i>et al.</i> , 2004).....	35
Figura 3.3. Descrição ALE (modificado - Donea <i>et al.</i> , 2004).....	38
Figura 3.4. Passos para construção de um modelo utilizando o ABAQUS®.....	41
Figura 3.5. Métodos de suavização (ABAQUS, 2013).....	44

Figura 3.6. Métodos de segunda ordem (ABAQUS, 2013).....	46
Figura 3.7. Superfície de plastificação (modificado – FARIAS, 2016).....	48
Figura 3.8. Relação elastoplástica perfeita (modificado – FARIAS, 2016).....	49
Figura 3.9. Superfície de plastificação no critério de Drucker-Prager (DESAI & SIRIWARDANE, 1984).....	51
Figura 3.10. Critério de linear de Drucker-Prager: superfície de plastificação e direção do vetor de fluxo no plano p-q (modificado – ABAQUS, 2013).....	53
Figura 3.11. Comportamento uniaxial com modelo de dano (modificado - ABAQUS, 2013).....	54
Figura 3.12. Critérios de situações de falha. (a) critério dúctil; (b) critério de falha por cisalhamento. (ABAQUS, 2005).....	54
Figura 3.13 Gráfico tensão-deformação com dano progressivo. (ABAQUS, 2005)	56
Figura 3.14 Lei de evolução por deslocamento exponencial (ABAQUS, 2005)..	57
Figura 4.1. Fluxograma para modelos de validação.....	58
Figura 4.2. Modelo de escorregamento de bloco em rampa. (a) geometria; (b) malha de elementos finitos	59
Figura 4.3. Detalhe da malha de MEF para o bloco e a barreira. (a) bloco; (b) barreira	60
Figura 4.4. Análise da velocidade do bloco sobre plano inclinado para t=1s	60
Figura 4.5. Análise da velocidade do bloco sobre plano inclinado para t=1s.....	61
Figura 4.6. Gráfico do módulo da velocidade com tempo para o bloco sobre plano inclinado...62	
Figura 4.7. Impacto do bloco na barreira sobre plano inclinado.....	62
Figura 4.8. Modelo de escorregamento de bloco em rampa. (a) geometria; (b) malha de elementos finitos.....	63
Figura 4.9. Relação dos tempos máximos de análise com a frequência e a varredura.....	65
Figura 4.10. Relação dos tempos máximos de análise com a frequência e a varredura	65
Figura 4.11. Valores de deslocamento vertical variando-se a frequência e varredura.....	66
Figura 4.12. Valores de velocidade vertical variando-se a frequência e varredura.....	66
Figura 4.13. Valores de velocidade horizontal variando-se a frequência e varredura.....	67
Figura 4.14. Qualidade da malha de elementos finitos. (a) sem ALE; (b) com ALE.....	67
Figura 4.15. Realocação dos nós da malha de elementos finitos. (a) contornos antes de deformar; (b) após a deformação; (c) após a realocação (modificado - NAZEM <i>et al.</i> , 2007)....	68
Figura 4.16. Bloco com malha grosseira.....	69
Figura 4.17. Modelo de escorregamento com malha refinada. (a) $\Delta t=0.1$; (b) $\Delta t=1$	69
Figura 4.18. Configurações da parte elipsoidal. (a) inicial. (b) final.	70

Figura 4.19. Esquema de um corpo em queda livre	71
Figura 4.20. Esfera em queda livre sobre barreira.	72
Figura 4.21. Energia total do sistema de esfera e barreira durante o tempo de análise	73
Figura 4.22. Comparação do gráfico de deslocamento vertical por tempo entre as interfaces.74	
Figura 4.23. Comparação do gráfico de deslocamento horizontal por tempo entre as interfaces	74
Figura 4.24. Momento do impacto para barreira com módulos de Young de 70 GPa.....	75
Figura 4.25. Momento do impacto para barreira com módulos de Young de 7 GPa.....	76
Figura 4.26. Momento do impacto para barreira com módulos de Young de 0.7 GPa.....	76
Figura 4.27. Momento do impacto para barreira com módulos de Young de 0.07 GPa.....	77
Figura 4.28. Deslocamento do centro da barreira	77
Figura 4.29. Comparação entre os módulos de Young para a energia cinética	78
Figura 4.30. Velocidade vertical para E=0.07 e 70GPa.....	79
Figura 4.31. Velocidade vertical para E=0.07 e 70GPa.	79
Figura 4.32. Geometria caixa de cisalhamento contínua no início do ensaio	81
Figura 4.33. Geometria caixa de cisalhamento descontínua no final do ensaio.....	81
Figura 4.34. Malha 3D do modelo de cisalhamento direto, com cargas e condições de contorno	82
Figura 4.35. Tensão cisalhante por deslocamento para avaliação do parâmetro k_s	83
Figura 4.36. Tensão cisalhante por deslocamento para avaliação do parâmetro α	84
Figura 4.37. Modelo de cisalhamento final ilustrado com os deslocamentos horizontais. (a) $u=0$; (b) $u=0.15m$; (c) $u=0.25m$; (d) $0.30m$; (e) $u=0.35m$; (f) $u=0.40m$; (g) $u=0.45m$; (h) $u=1m$	86
Figura 4.38. Modelo após o dano sem interface	87
Figura 4.39. <i>Script</i> para declaração da superfície	88
Figura 4.40. <i>Script</i> para definição do contato	88
Figura 5.1. Geometria do modelo de talude com dano	89
Figura 5.2. Comparação dos alcances da massa deslocada para diversos valores de E. (a) E=25 MPa; (b) 50 MPa; (c) 100 MPa; (d) 200 MPa.....	90
Figura 5.3. Comparação dos valores de velocidade para diversos valores de E.....	91
Figura 5.4. Geometria e malha de elementos finitos.....	92
Figura 5.5. Deslocamento de massa para diversos tempos (a) $t = 0.35s$; (b) $t=0.70s$; (c) 1.40s; (d) 2.10s.	93
Figura 5.6. Impacto na barreira em $t=0,5s$	94
Figura 5.7. Impacto na barreira em $t=0,7s$	94

Figura 5.8. Impacto na barreira em $t=0,8s$	94
Figura 5.9. Comparação entre as velocidades dos pontos da massa deslocada.	95
Figura 5.10. Barreira flexível. (a) configuração inicial; (b) configuração deformada.	96
Figura 5.11. Força de reação no topo da barreira.	96
Figura 5.12. Força de reação na base da barreira	96
Figura 5.13. Impacto inicial de um fluxo de detritos em uma barreira. (Volkwein, 2014).	97
Figura 5.14. Preenchimento da barreira por fluxo de detritos (Volkwein, 2014).	97
Figura 5.15. Situação de carregamento com sobreposição da barreira que apresenta altura útil reduzida em relação a altura inicial (Volkwein, 2014).	98
Figura 5.16. Carregamento barreira em $t=0.5s$	99
Figura 5.17. Carregamento barreira em $t=0.7s$	100
Figura 5.18. Carregamento barreira em $t=0.8s$	100
Figura 5.19. Geometria e malha de MEF do modelo de talude com dano.....	102
Figura 5.20. Variação do módulo do deslocamento vertical com o tempo	103
Figura 5.21. Formação dos mecanismos de ruptura (a) $t=0s$; (b) $t=0.15s$; (c) $t=0.45s$; (d) $0.60s$;	105
Figura 5.22. Evolução do mecanismo de ruptura e vetores de velocidade para vários tempos. (a) $t=0,60$; (b) $t= 0,675s$; (c) $t= 0,750s$; (d) $t= 0,825s$; (e) $t= 0,900s$; (f) $t= 0,975s$; (g) $t= 1,050s$; (h) $t= 1,125s$	106
Figura 5.23. Talude com novo mecanismo de ruptura e trincas de tração na superfície em $t=.1125s$	107
Figura 5.24. Superfície com $FS=1.050$ no GEOSTUDIO®	107
Figura 5.25. Superfície de ruptura utilizando o critério de dano no ABAQUS®	108
Figura 5.26. Talude com novo mecanismo de ruptura e trincas de tração na superfície $t=1.125s$	109

LISTA DE SÍMBOLOS, NOMEMCLATURA E ABREVIATURAS

ALE	Lagrangeano Euleriano Arbitrário
DEM	Método dos Elementos Discretos
FLIP	<i>Fluid Implicit Particle</i>
GIMP	<i>Generalized Interpolation of Material Point Method</i>
LT	Lagrangeano Total
LA	Lagrangeano Atualizado
MEF	Método dos Elementos Finitos
MEL	Método do Equilíbrio Limite
MPM	Método do Ponto Material
PIC	<i>Particle in Cell Method</i>
RITSS	<i>Remeshing and InTerpolation with Small Strain</i>
a	Aceleração
c	Velocidade convectiva
c'	Coesão para o critério de Drucker Prager convencional
c_p	Velocidade da onda de compressão
d	Coesão para o critério de Drucker Prager Estendido
d	Escalar para medida de dano no ponto de integração
D	Escalar para medida total de dano
E_c	Energia cinética
$F(\sigma)$	Função de plastificação
F_{ij}	Gradiente do deslocamento
F^{int}	Vetor de forças internas
F^{ext}	Vetor de forças externas
F_{at}	Vetor de força de atrito
F_r^x	Vetor de força resultante na direção x
g	Gravidade
$G(\sigma)$	Função potencial plástico
H	Lei de endurecimento

h	Altura
\mathbf{I}	Função identidade
I_1	Invariante de tensão
\mathbf{J}	Matriz jacobiana
$\sqrt{J_{2D}}$	Invariante de tensão
\mathbf{K}	Superfície no espaço octaédrico
K	Coefficiente de empuxo de terra
k_s	Parâmetro do material no mecanismo de dano
$[\mathbf{K}_{ij}^{LT}]$	Matriz de rigidez da parte linear para a descrição Lagrangeana Total
$[\mathbf{K}_{ij}^{NL}]$	Matriz de rigidez da parte não-linear para a descrição Lagrangeana Total
$[\mathbf{K}_{ij}^{LA}]$	Matriz de rigidez da parte linear para a descrição Lagrangeana Atualizada
$[\mathbf{K}_{ij}^{NL}]$	Matriz de rigidez da parte não-linear para a descrição Lagrangeana Atualizada
$[\mathbf{K}_{ij}^m]$	Matriz de rigidez relacionada ao deslocamento do material
$[\mathbf{K}_{ij}^r]$	Matriz de rigidez relacionada ao deslocamento da malha
m	Massa
\mathbf{N}	Vetor de força normal
N_i	Função de forma
\mathbf{P}	Vetor de força peso
p	Tensão média
p_{stat}	Pressão hidrostática
p_{dyn}	Pressão hidrodinâmica
q	Tensão desviadora
$R\chi$	Configuração no sistema referencial
\mathbf{R}_T	Reação no topo da barreira
\mathbf{R}_B	Reação na base da barreira
S	Espaço nas funções de movimento
\mathbf{u}_i	Deslocamento
\mathbf{U}_{ij}	Vetor da variação dos deslocamentos
\bar{u}^{pl}	Deslocamento equivalente plástico para mecanismo de dano
v	Módulo da velocidade

\mathbf{v}_i	Velocidade do material
$\hat{\mathbf{v}}$	Velocidade da malha no domínio espacial
\mathbf{w}	Velocidade da malha no domínio material
w_s	Variável de estado para mecanismo de dano
\mathbf{X}_i	Vetor coordenadas materiais
\mathbf{x}_i	Vetor coordenadas espaciais
χ_i	Vetor coordenadas referencial
y	Limite de plastificação
β	Ângulo de atrito no critério de Drucker Prager Estendido
ϕ'	Ângulo de atrito do critério de Drucker Prager convencional
γ	Ângulo de dilatação
θ'	Ângulo do plano inclinado
μ	Coefficiente de atrito
α'	Coefficiente de empuxo
ν	Coefficiente de Poisson
ξ	Coordenada local
η	Coordenada local
λ	Constante da lei de fluxo
$\bar{\epsilon}^{pl}$	Deformação plástica equivalente
ρ	Densidade
α	Expoente da função exponencial
Φ_i	Função que mapeia a configuração material e a espacial
ϕ	Função que mapeia a configuração referencial para espacial
Ψ	Função que mapeia a configuração referencial para material
Δt	Intervalo de tempo
$\dot{\gamma}^{pl}$	Taxa de deformação cisalhante plástica equivalente
$\dot{\bar{\epsilon}}^{pl}$	Taxa de deformação plástica equivalente
Δx	Tamanho da menor célula usada
θ	Temperatura

τ	Tensão cisalhante atuante
τ_{max}	Tensão cisalhante máxima
θ_s	Tensão de cisalhamento para o mecanismo de dano
$\bar{\sigma}$	Tensão equivalente para critério de Drucker Prager Estendido
σ^p	Tensão de plastificação
σ_v	Tensão vertical
ε_{ij}	Tensor de deformações
σ_{ij}	Tensor de tensões
ΔS	Variação de espaço
f_i	Variáveis predefinidas no critério de Drucker Prager Estendido
$d\varepsilon^p$	Vetor de fluxo

CAPÍTULO 1

1.1 APRESENTAÇÃO

O processo de urbanização no Brasil, ou seja, a migração da população da zona rural para os centros urbanos, iniciou principalmente devido a três causas: a modernização das técnicas de produção agrícola, que substituiu a mão de obra humana por maquinários; a estrutura fundiária concentradora, que fez com que os pequenos produtores não conseguissem manter suas propriedades; e a necessidade das indústrias ou centros urbanos por trabalhadores.

Em razão disso, a população não encontrava mais meios para sobreviver no campo, fazendo com que houvesse um grande êxodo rural para as cidades em busca de emprego e melhores condições de vida.

A urbanização, porém, ocorreu de forma desordenada gerando diversos problemas sociais relacionados à saúde, ao transporte, ao emprego e à habitação. Os operários que não tinham renda suficiente para residir nos centros urbanos, fixavam-se nas periferias, sem nenhum planejamento urbano e sem acesso a serviços básicos de saneamento.

As periferias, em geral, são locais com terreno mais acidentado e com condições para instalação de edificações mais complexas, e por isso, as indústrias localizavam-se nas regiões planas, formando os centros urbanos e conurbações metropolitanas.

Deste então, as cidades não pararam de crescer, tanto pela migração da população rural, quanto pelo crescimento populacional. Essa ocupação do solo sem planejamento gera consequências até os dias atuais, uma vez que os deslizamentos de encostas têm aumentado consideravelmente nos últimos anos no Brasil. Isto pode ser comprovado pelo aumento de danos habitacionais, devido a desastres naturais apresentado na Figura 1.1 (CEPED UFSC, 2016).

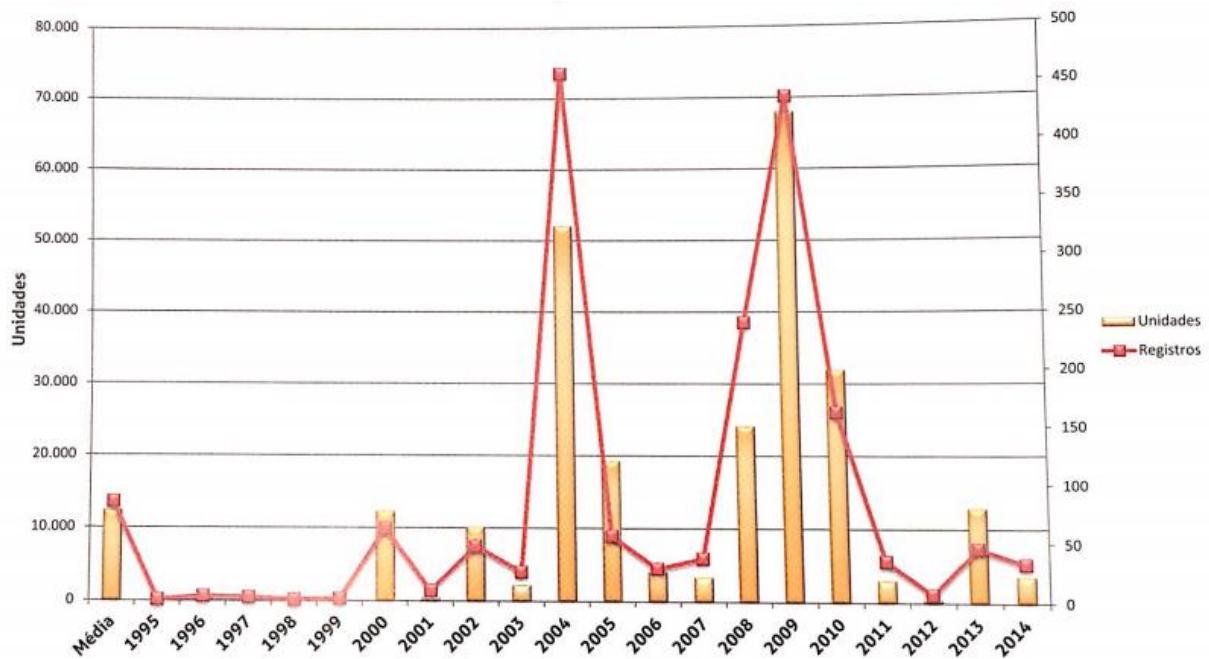


Figura 1.1. Habitações danificadas por desastres naturais no Brasil (CEPED UFSC, 2016).

Esses movimentos de solo provocam consequências graves, como soterramento de casas e danos em estradas de rodagem por erosão ou deslizamento de encostas, causando perda de vidas humanas. Segundo CEPED UFSC (2016), no período de 1995-2014 houve, em todo o Brasil, 1.843.567 habitações danificadas e 185.547 habitações destruídas devido a algum desastre natural. O valor financeiro dos danos em habitações para o mesmo período foi estimado em R\$ 16.133.566.069 e os danos em infraestrutura foram ainda superiores, atingindo a cifra de R\$ 26.987.966.665.

Os danos materiais totais, que envolvem os danos relacionados à infraestrutura, habitações e outras instalações, segundo estimativas apresentadas por CEPED UFSC (2016), foram na ordem de R\$ 45.940.483 para o mesmo período de 1995-2014. As porcentagens entre as regiões do país são apresentadas na Figura 1.2.

De uma forma geral, no período compreendido entre os anos de 1995-2014, contabilizou-se perdas diretas e indiretas de R\$ 182.7 bilhões, dos quais R\$ 137.3 bilhões se referem a prejuízos públicos e privados informados e R\$ 45.4 bilhões a danos materiais. Dados que, segundo CEPED UFSC (2016), demonstram que o Brasil sofre com desastres naturais, e que anualmente são reportadas perdas superiores a R\$ 9 bilhões.

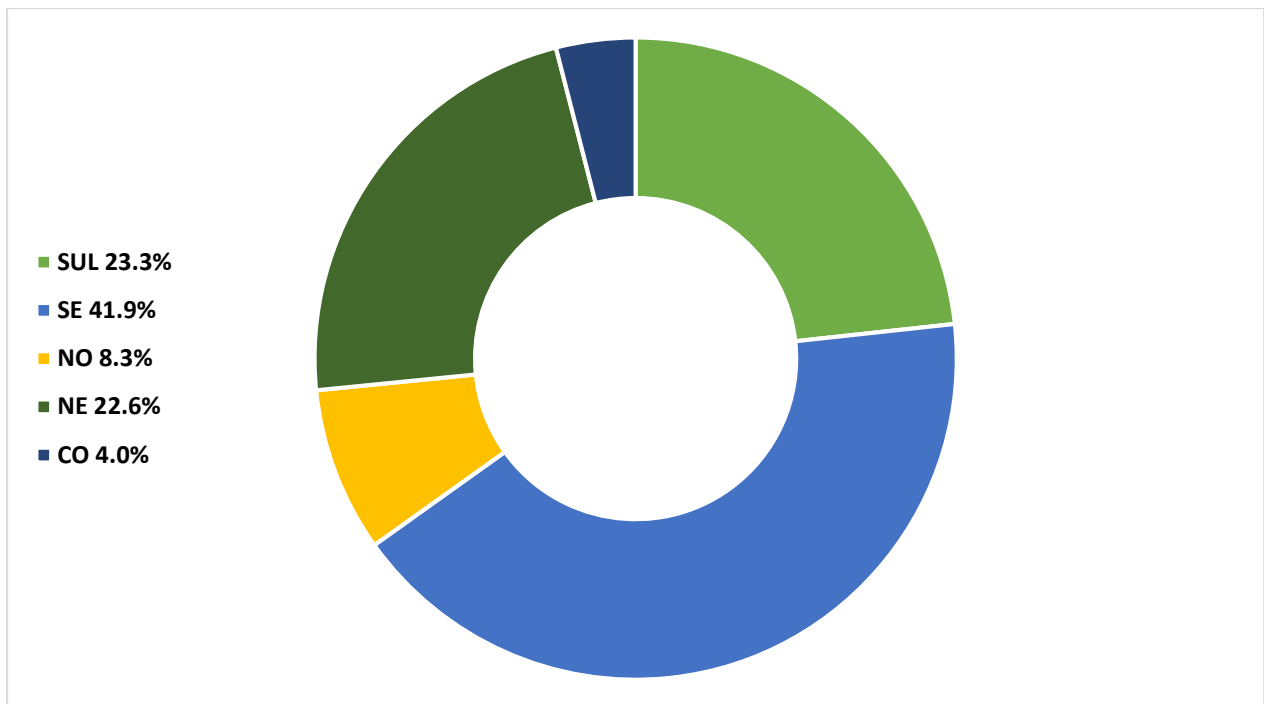


Figura 1.2. Porcentagens do valor total de danos materiais para as regiões do Brasil (modificado - CEPED UFSC, 2016).

Ocorre que, em todos os casos observa-se falta de planejamento e ausência de projetos que analisem e previnam os danos de forma rigorosa. Pois, um bom planejamento impede a ocorrência de possíveis danos, mediante projetos aptos para considerar os riscos, com medidas necessárias em suas mitigações.

1.2 IDENTIFICAÇÃO DO PROBLEMA

Existem diversas formas de mitigar os riscos em eventos de movimento de massa, e uma delas é a previsão e a quantificação das consequências. Isto porque, de posse dessas determinações, é possível antever medidas de contenção para o evento.

Atualmente, as estruturas de contenção são dimensionadas a partir de dados empíricos, obtidos por ensaios em escala real, os quais são muito onerosos; ou através de formulações analíticas simples que não retratem totalmente a situação real. Por isso, o uso de métodos numéricos deve ser cada vez mais desenvolvido nesta área, como uma ferramenta de previsão e como provedor de dados para dimensionamento de estruturas de contenção.

Nesse contexto, tem-se o problema, a partir do qual foi desenvolvido este trabalho: como o fenômeno do movimento de massa e o impacto em barreiras físicas podem ser representados pelo Método dos Elementos Finitos (MEF)?

1.3 JUSTIFICATIVA

A avaliação numérica dos problemas de movimentos de massa lida com questões complexas. Dessa forma, são necessários métodos específicos para tratar esses problemas de maneira abrangente e completa.

O Método dos Elementos Finitos já é consolidado na engenharia e é aplicável em diversas situações. Contudo, o MEF em sua forma tradicional, não consegue reproduzir problemas envolvendo grandes deformações, devido à ocorrência de distorções na malha de elementos finitos.

Para aplicar o MEF em problemas de encostas, é necessário, portanto, utilizar o método Lagrangeano Euleriano Arbitrário (ALE), já que este método supera os problemas de distorção da malha de elementos finitos.

Além disso, para verificar a quantidade de massa deslocada, os critérios de ruptura tradicionais não dispõem da possibilidade de separar a parte intacta da rompida. Sendo assim, para tal propósito faz-se necessário a utilização agregada das propriedades do Mecanismo de Dano.

Deste modo, visando trazer alguma contribuição para a Geotecnia, esta dissertação procura uma melhor forma de avaliar os fenômenos de movimento de massa e impacto em barreiras. Para tanto, utiliza-se o Método dos Elementos Finitos, juntamente com o método Lagrangeano Euleriano Arbitrário e o Mecanismo de Dano.

1.4 HIPÓTESE

Diante de todo o exposto, esta dissertação deverá comprovar a seguinte hipótese:

O Método dos Elementos Finitos (MEF) é capaz de simular problemas dinâmicos de grandes deformações, envolvendo movimento de massa e impacto.

1.5 OBJETIVOS

O objetivo desta pesquisa é abordar o problema de forma exploratória, e tem como objetivo principal ampliar os conhecimentos em análise de movimentos de massa e impacto em barreiras, utilizando o Método dos Elementos Finitos.

Já os objetivos específicos são:

- Validar problemas de impacto no módulo dinâmico do ABAQUS®.
- Endossar as vantagens de utilizar o método ALE.
- Simular a ruptura de um talude pelo Mecanismo de Dano.
- Simular o impacto em barreira de uma massa oriunda de um talude.

1.6 METODOLOGIA DE PESQUISA

O método de abordagem foi o hipotético-dedutivo, ou seja, a partir do problema encontrado definiu-se uma hipótese e desenvolveu-se a pesquisa, na tentativa de comprovar sua validade.

Etapa 1 – Revisão Bibliográfica

Na primeira etapa é realizada a revisão bibliográfica sobre os principais temas necessários para compreensão da pesquisa, sendo eles: movimentos de massa, barreiras de contenção, ruptura de encostas e métodos numéricos para grandes deformações.

Etapa 2 – Estudo do software e dos modelos existentes

A segunda etapa destina-se ao estudo do software e, por conseguinte, da fixação de conceitos relacionados ao Método dos Elementos Finitos. Ademais, faz-se uma busca por modelos no ABAQUS® que auxiliem na compreensão do problema da pesquisa.

Etapa 3 – Validação de modelos

Na terceira etapa são realizados modelos mecânicos que permitam o entendimento e a calibração dos parâmetros para atingir o objetivo da pesquisa. Deve-se buscar a compreensão de situações envolvendo ALE, modelos dinâmicos, impacto e Mecanismo de Dano. Deve-se ressaltar que esta etapa é muito importante, em virtude do caráter exploratório do objetivo geral desta dissertação.

Etapa 4 – Modelagem do deslizamento e impacto

Definido os conceitos, compreendido as necessidades de entendimento sobre o assunto e calibrado os modelos, a etapa 4 torna-se possível. Dessa forma, nesta fase são realizadas simulações numéricas do rompimento de encostas e impacto em barreiras.

Etapa 5 – Conclusões e recomendações

Na última etapa são expostas as conclusões sobre as análises feitas e sobre a robustez do software e do método para esse tipo de problema. Ademais, são apresentadas as recomendações para trabalhos futuros.

1.7 ESTRUTURA DO TRABALHO

A dissertação está estruturada em cinco capítulos, incluindo a introdução, com o propósito de atingir os objetivos e convalidar a hipótese formulada.

O Capítulo 1 faz a introdução ao tema, apresentando o problema que motivou este trabalho, bem como a hipótese, a justificativa, a metodologia e os objetivos. Além disso, é apresentado o resumo da estrutura geral e do conteúdo de cada capítulo desta dissertação.

No Capítulo 2 é feita a revisão da bibliografia, na qual são citados os trabalhos já realizados, relacionados com o tema desta dissertação. O capítulo apresenta também uma introdução do embasamento teórico necessário para compreensão deste trabalho.

No Capítulo 3 é apresentada a formulação das descrições cinemáticas de movimento e do método Lagrangeano Euleriano Arbitrário (ALE), implementado no software ABAQUS®. Além disso, são apresentadas as opções fornecidas pelo programa e qual a melhor maneira de adequá-las às situações de movimento de massa. Estabelece-se também, conceitos sobre a teoria da plasticidade e sobre o Mecanismo de Dano.

No Capítulo 4 são levantados alguns problemas mecânicos relacionados ao entendimento deste método, dos problemas de impacto e do Mecanismo de Dano que convalidam o software para as análises de interesse.

No Capítulo 5 são descritos os modelos de ruptura de encostas e de impacto de massa em barreiras, além de um pré-dimensionamento destas.

No Capítulo 6 são apresentados os resultados, as conclusões e as propostas para futuros trabalhos científicos.

CAPÍTULO 2

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo são apresentados os principais temas que fundamentam dissertação, sendo eles: movimentos de massa, barreiras de contenção, estabilidade de encostas e métodos numéricos para grandes deformações.

2.1 MOVIMENTOS DE MASSA

Os movimentos de massa, especialmente os deslizamentos de terra, são responsáveis por diversos danos financeiros e ambientais, além de causarem várias mortes de pessoas, anualmente. Esses movimentos sempre possuem um deflagrador, que em geral são chuvas, terremotos, degelo, mudança no lençol freático, erosões ou alguma sobrecarga não determinada.

Segundo Schuster, citado por Dai *et al.* (2002), a tendência é que os deslizamentos de terra continuem causando desastres devido aos três principais motivos: aumento da urbanização e ocupação de áreas montanhosas; desflorestamento continuado em encostas; aumento das precipitações regionais devido às mudanças climáticas. Além disso, sabe-se também que os deslizamentos são processos naturais gerados pela evolução geológica da crosta.

De uma forma geral, o termo movimento de massa pode ser associado a qualquer movimento de descida sob efeito da gravidade de um solo, rocha, material orgânico, taludes artificiais ou a combinação desses fatores (USGS, 2004).

Segundo a classificação de Varnes (1978), existem seis principais tipos de movimento: queda, tombamento, escorregamentos (rotacional e translacional), espalhamentos laterais, corridas/fluxos e os complexos, que são a combinação de dois ou mais tipos de movimentos. Subcategorias quanto ao tipo do material, podendo existir esses movimentos para rochas, solos finos e grosseiros (detritos) (USGS, 2004).

2.1.1 FLUXO DE DETRITOS

Fluxo de detritos, do inglês *debris flow*, são massas deformáveis que contém partículas de variados materiais e com grande quantidade de líquido entre elas. Esses materiais podem ter diversas granulometrias e origens, como partículas finas de solo, blocos de rochas e material orgânico como galhos de árvores. Rickenmann (1999) diz que o fluxo de detritos pode ser definido como um movimento intermediário entre escorregamento e transporte de sedimentos.

Hungr *et al.* (2001) dividem o movimento de escorregamento de acordo com a granulometria, dessa forma classificado como detrito, se houver mais de 20% de material rochoso na massa, ou como solo, caso o percentual seja inferior a 20%. Ainda segundo os autores, o termo detrito remete a um material solto e de baixa plasticidade.

Diversos autores como Takahashi (2009), Iverson (1997), Ayote & Hungr (2000), dentre outros, classificam três diferentes tipos de mecanismos para iniciação dos fluxos detriticos: erosão fluvial em canais de drenagem, ocorrência de deslizamentos geradores de liquefação e aumento da poro-pressão por mecanismos de infiltração. Além desses, Evans & Hungr (1993), Sassa (1985), Lacerda & Schilling (1992) também incluem o aumento de poro-pressão gerado nos depósitos no fundo de vales causado pelo impacto de movimentos de massa originados nas encostas a montante.

Os fluxos detriticos por erosão são processos essencialmente fluviais e são gerados quando há entrada de fluxo de água em canais de drenagem, ocasionando uma erosão dos sedimentos depositados, que aumentam a vazão e a concentração de sólidos no fluxo (Avelar, 2003). Takahashi (2009) apresenta um modelo matemático para este tipo de fenômeno.

O mecanismo de iniciação devido a deslizamento é tido como o mais comum de ocorrer, sendo porém, difícil o diagnóstico de quando o deslizamento se tornou fluxo. Em geral, o que acontece é a transformação do comportamento sólido para fluido devido a liquefação da massa que estava em deslocamento (Avelar, 2003).

A variação da poropressão devido a elevação do nível freático como mecanismo de iniciação é um fenômeno complexo, uma vez que ocasiona tanto uma ruptura por cisalhamento no interior da massa por onde passa o fluxo, quanto uma liquefação de uma região do solo que irá compor o fluxo propriamente dito (Avelar, 2003).

Existem diversos registros no Brasil associados a fluxo de detritos pelos canais de drenagem das encostas, entre os quais pode-se citar: bacias do Rio Quitite e Papagaio na zona oeste da cidade do Rio de Janeiro em 1996; Cubatão em 1994 e 1996; e mais recentemente em 2011, na Região Serrana do Estado do Rio de Janeiro, nos municípios de Petrópolis, Sumidouro, Bom Jardim, Teresópolis e Nova Friburgo, causando mais de 1.000 mortes (Santos, 2013).

Para evitar esses tipos de desastres, a melhor forma é prever o movimento. De acordo com Cruz *et al.* (1997) e Gramani & Kanji, citado por *apud* Polanco (2010), a melhor maneira de previsão de ocorrência de fluxo de detritos é conhecendo tais parâmetros: índice pluviométrico médio da região; inclinação da encosta; declividade do canal já existente; área da bacia; altura da encosta; uso e ocupação/vegetação e aspectos geológicos.

2.1.2 FLUXO GRANULAR

Nos últimos anos, regiões montanhosas têm sido ocupadas para fins habitacionais, construção de estradas, turismo ou atividades recreativas. Dessa forma, com essas incessantes intervenções, vem ocorrendo desastres, com prejuízos materiais e humanos devido a fluxos granulares e queda de rochas.

O fluxo de materiais granulares é composto por grandes blocos de cascalho e fragmentos de rocha. Esse tipo de deslizamento é classificado como o mais perigoso, devido às altas velocidades e elevadas forças de impacto pela grande distância que percorrem. Ademais, são de difícil previsão (Albaba *et al.*, 2015).

Os propulsores desses eventos podem ser terremotos, chuvas intensas, degelo e outros eventos meteorológicos (Jiang & Towhata, 2013). A Figura 2.1 mostra um deslizamento ocorrido em uma estrada, causado pelo terremoto Wenchuan, em 2008 na China.



Figura 2.1. Fluxo granular após terremoto na China em 2008 (Jiang & Towhata, 2013).

Diversos estudos foram propostos para modelar os fluxos granulares. Existem os trabalhos que trataram o fluxo como um meio contínuo e analisaram pela descrição Euleriana de movimento, tais como: Hutter *et al.* (1995) e Azana *et al.* (1999).

2.2 BARREIRAS DE CONTENÇÃO

Para evitar os danos causados por movimentos de massa existem barreiras que fazem a contenção desses materiais, não permitindo que atinjam áreas abaixo das regiões de queda. Há diversos tipos de estruturas de contenção na literatura, mas que em geral, podem ser classificadas como barreiras rígidas e flexíveis.

Países como China e Japão estão habituados a utilizar barreiras rígidas para proteção de quedas de rochas e fluxos granulares, muito comuns em seus territórios. Entretanto, nas últimas décadas vem sendo desenvolvidos outros tipos de barreiras flexíveis de cabos de aço e de origem polimérica para serem utilizadas em casos específicos e onde é necessário conter fluxo de detritos (Albaba *et al.*, 2015).

Canelli *et al.* (2012) ressaltam em estudos sobre fluxo de detritos, que não se deve generalizar a metodologia aplicada para deslizamentos de rochas para deslizamento superficial, uma vez que a natureza do impacto na barreira é completamente diferente. Além disso, a consequência na barreira após um deslizamento de detritos de grande volume deve ser estudada, já que o colapso da estrutura pode ser desastroso.

As barreiras flexíveis são projetadas para uso em fluxo de detritos e deslizamento superficial, e em geral, são feitas com cabos de aço emaranhados, formando uma rede, conforme ilustrado na Figura 2.2. As barreiras flexíveis são vantajosas sobre as rígidas, já que a energia de impacto é dissipada lentamente e também permitem a drenagem (Von Boetticher *et al.*, 2011).



Figura 2.2. Barreira flexível contendo 71 m³ de material (Von Boetticher *et al.* 2011).

Este tipo de barreira pode ser usada em várias situações, como por exemplo na forma de várias barreiras instaladas em série com a proposta de conter um maior volume de material. Neste caso, as barreiras previnem a erosão do canal por onde está o fluxo e pode até conter por completo fluxos de menor escala (Volkwein, 2014).

As barreiras rígidas, por sua vez, podem ser definidas como estruturas para reter o solo ou outros materiais que tenham uma mudança rápida de elevação (Brooks & Nielsen, 2013). Em geral são utilizadas para reter deslizamentos de rochas e fluxos granulares. A Figura. 2.3 ilustra essa estrutura na forma de muro feito de gabiões.



Figura 2.3. Barreira rígida de gabião (MACCAFERRI, 2017).

A vantagem das barreiras flexíveis, em relação ao impacto, está na capacidade de dissipação da força de impacto com o tempo se deformando, o que não acontece com as barreiras rígidas. Além disso, por serem formadas por telas, as barreiras flexíveis permitem drenagens, em caso de fluxos que contenham parcelas líquidas (Volkwein, 2014).

Wendeler (2008) *apud* Volkwein (2014) apresenta diversos ensaios de laboratório e simulações numéricas sobre o dimensionamento dessas barreiras, baseado nas forças de impacto. Segundo Volkwein (2014), metodologias baseadas no cálculo das forças de impacto para efetuar o dimensionamento das barreiras, apresentam resultados mais compatíveis com os de campo do que aquelas baseadas no cálculo da energia cinética, conforme a proposta por Kwan & Cheng (2012).

A proposta de Wendeler (2008) *apud* Volkwein (2014) utiliza tais parâmetros, fluxo de detritos: densidade, velocidade do fluxo, altura do fluxo, volume total, diâmetro de um bloco, inclinação do talude e ângulo de sedimentação. Segundo o autor, a densidade é decisiva para a classificação do tipo de fluxo (granular ou fluido), pois depende das condições geológicas, da distribuição granulométrica e da composição de água na mistura.

2.3 MÉTODOS PARA ANÁLISES DE ESTABILIDADE DE TALUDES

É muito comum que a análise da estabilidade de taludes seja feita utilizando o Método do Equilíbrio Limite (MEL), que propõe o cálculo de um fator de segurança (FS), para o qual, certos pontos do maciço estejam na iminência de ruptura.

Esse método, apesar de já ser consolidado, possui certas limitações para o caso de análises de taludes heterogêneos reforçados com tirantes, com geossintéticos, para escavações com estaca prancha, dentre outros. A alternativa para executar essas análises é o Método dos Elementos Finitos (MEF), que também é um método reconhecido e que possui a vantagem de considerar o estado de tensão e a deformação do material.

Na década de 1970 começou-se a aplicar o MEF para análises de estabilidade de taludes. Surgiu então uma técnica chamada de *Shear Strength Reduction* (SSR), baseada na definição de fator de segurança, em que as propriedades do material são reduzidas até induzir o colapso. A partir de então, é possível prever o fator de segurança do local de rompimento.

As vantagens do SSR estão na capacidade deste método em prever a ruptura de um talude e ao mesmo tempo de possibilitar o conhecimento das deformações, dos momentos e das cargas atuantes. Além disso, o SSR permite análises de encostas reforçadas e com diversos tipos de materiais.

A técnica de SSR, porém, necessita de um custo computacional maior quando comparado com o MEL, já que requer mais parâmetros do material. Dessa forma, exige modelos constitutivos apropriados para obter análises confiáveis.

A proposta deste trabalho é utilizar o MEF para gerar a superfície de ruptura de encostas, por meio de um mecanismo de dano que é inserindo no modelo constitutivo do material.

2.4 MÉTODOS NUMÉRICOS PARA GRANDES DEFORMAÇÕES

O Método dos Elementos Finitos (MEF) está cada vez mais presente na resolução de problemas de engenharia, devido a sua alta precisão e abrangência, havendo diversos software disponíveis no mercado. Existem, porém, algumas situações de engenharia com difícil modelagem

numérica, como é o caso dos impactos, grandes deformações, descontinuidades e interações entre materiais de diferentes fases.

Situações que envolvam grandes deformações utilizando o MEF na sua forma tradicional, ou seja, na forma Lagrangeana em que os nós do material estão unidos aos nós da malha, leva a grandes distorções na malha de elementos finitos, fazendo com que não se obtenham resultados confiáveis. Diante disso, a opção é utilizar a descrição Euleriana, na qual a malha é desacoplada do material, mas, esta não permite a avaliação das variáveis em um mesmo ponto do material durante o tempo.

Os problemas numéricos que envolvem grandes deformações precisam de uma boa descrição cinemática, para que a atualização das deformações e das tensões no passo de tempo seja eficaz. Porém, como a configuração do corpo se altera durante a análise, é necessário então estabelecer qual a configuração que será usada como referência para descrever as equações da mecânica dos meios contínuos.

Hibbitt *et al.* (1970) foram os primeiros autores a escrever a equação de equilíbrio utilizando a configuração do corpo inicial, empregando o tensor de deformação Green-Lagrange e o segundo tensor de tensão Piola-Kirchhoff para medida de deformação e tensão, respectivamente. Já Osias & Swedlow (1974) propuseram uma formulação baseada na configuração atualizada do corpo, levando em consideração as grandes deformações para materiais elasto-plásticos.

Bathe *et al.* (1975) apresentaram dois métodos bem formulados que possibilitam grandes deformações e grandes deslocamentos, sendo eles: Lagrangeano Total (LT) e Lagrangeano Atualizado (LA). Os métodos se diferenciam de acordo com a configuração de referência utilizada, sendo na LT a inicial e na LA a atualizada no espaço de tempo. Para o desenvolvimento das formulações, os autores também aplicaram os tensores de Green-Lagrange e Piola-Kirchhoff.

Segundo Nazem *et al.* (2006), LT e LA são duas diferentes formas de linearizar a equação de equilíbrio, devendo levar a mesma solução do problema. Em teoria, essas abordagens deveriam ser capazes de resolver problemas com grandes deformações. Contudo, ainda segundo o autor, elas perdem acurácia e convergência quando grandes distorções ocorrem na malha.

Para superar essa ineficiência dos métodos LT e LA, foi desenvolvido, mais recentemente, o método Lagrangeano Euleriano Arbitrário (ALE). Esse método permite que a malha se mova independentemente do material, não gerando assim distorções na malha de elementos finitos para grandes deformações (Nazem *et al.*, 2006).

Existem também os métodos chamados de livres de malha (do inglês *mesh free* ou *meshless methods*) os quais foram desenvolvidos a partir da década de 1980 com o intuito de serem independentes de malha, no tratamento de problemas com grandes deformações, como o método *Smooth Particle Hydrodynamics*. A Figura 2.4 exemplifica as diferenças entre esses métodos e o MEF.

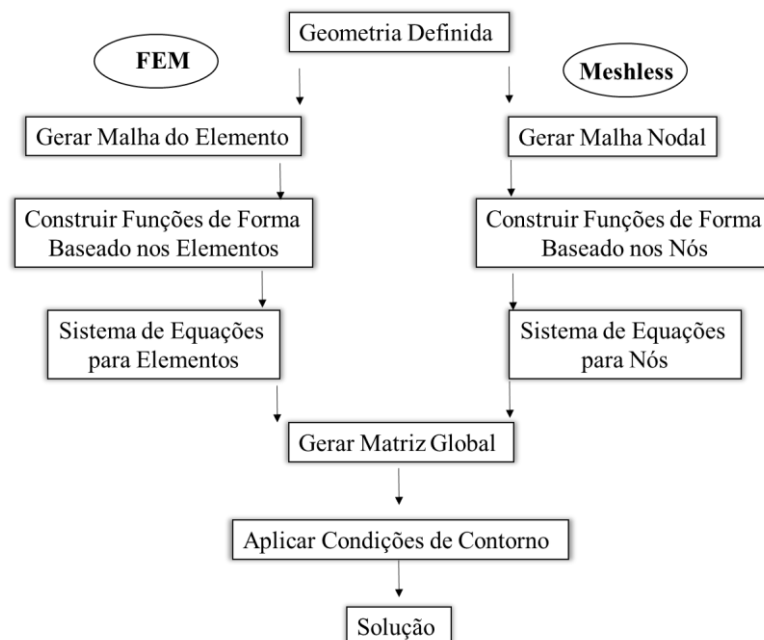


Figura 2.4. Comparativo métodos sem malha e MEF. (modificado - Liu, 2003 *apud* Shin, 2009).

2.4.1 MÉTODO DO PONTO MATERIAL (MPM)

O Método do Ponto Material (MPM) é um tipo de Método do Ponto da Partícula (PIC – *Particle in Cell Method*). O PIC trabalha com uma junção das descrições Lagrangeana e Euleriana, em que a primeira é responsável por mapear os pontos que compõem o corpo e a segunda discretiza o domínio (Harlow, 1964).

O MPM é uma extensão para a mecânica dos sólidos de um método chamado de *Fluid Implicit Particle* (FLIP), o qual era aplicado majoritariamente aos problemas de fluidos (Bardenhagen

et al., 2000). Atualmente o MPM é capaz de resolver problemas dinâmicos com grandes deformações, problemas de impacto ou de contato entre corpos, em que há perda de contato entre eles.

Um corpo no MPM é modelado através de um grupo de partículas não conectadas, as quais transportam massa e outras propriedades, de acordo com o tipo de situação analisada. Atrás dessas partículas, existe uma malha de cálculo onde as variáveis são analisadas, conforme ilustra a Figura 2.5.

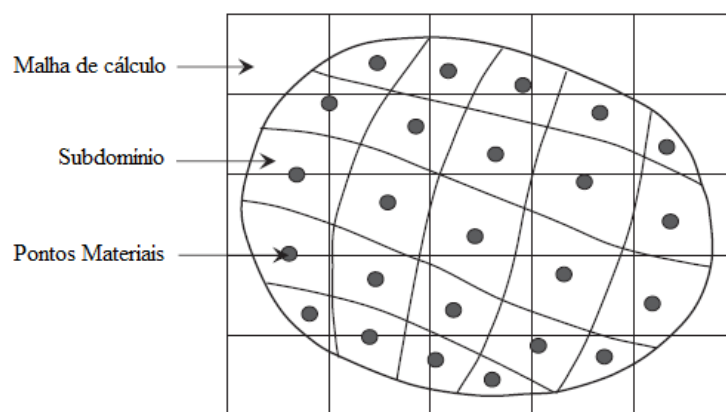


Figura 2.5. Esquema de discretização do MPM (modificado - Coetzee *et al.*, 2005).

Após os cálculos, os resultados são transportados para as partículas através de funções de interpolação, e na sequência são atualizadas as variáveis de estado nas partículas. Esse procedimento, que se repete a cada intervalo de tempo, permite que um ponto material possa se deslocar para qualquer célula da malha de cálculo em todo o domínio (Serna, 2012).

Conforme ressaltam Bardenhagen *et al.* (2000), no MPM o domínio não é delimitado pelas fronteiras dos corpos, mas sim pelo potencial espaço, onde ocorrerá a análise. Em outras palavras, a malha de elementos finitos é estendida pela área onde espera-se que o material se mova.

Assim como o MPM, o Método do Ponto Material Generalizado, conhecido pela sigla em inglês: GIMP (*Generalized Interpolation of Material Point Method*), é um tipo de PIC. Contudo, o GIMP propõe solucionar o problema numérico (ruído), gerado quando uma partícula atravessa uma célula no MPM, por meio da mudança das funções de forma.

Segundo Serna (2012), esse ruído originado no MPM pode gerar respostas de cálculo de tensões imprecisas ou até inválidas em modelos não elásticos. Ainda de acordo com o autor, esse problema pode ser minimizado através da extensão das funções de interpolação, para cobrir o domínio de outras células adjacentes.

No estudo apresentado por Bardenhagen & Kober (2004), foi feita uma suavização dos pontos materiais que conseguiu eliminar esse ruído. Dessa forma, atualmente é recomendado que a forma tradicional do MPM seja aplicada apenas aos problemas com deformações moderadas, nos casos em que o ponto material não sobreponha o limite de uma célula para um intervalo de tempo (Serna 2012).

A primeira aplicação do MPM, ainda como FLIP, foi apresentada por Harlow (1964) em um estudo de um escoamento de fluido por uma malha fixa. Sulsky *et al.* (1996) apresentaram o método aplicado à mecânica dos sólidos e atribuiu-lhe o nome de MPM. Bardenhagen *et al.* (2000) estenderam o método para aplicações, envolvendo contato entre corpos deformáveis.

Wieckowski *et al.* (1998) foram os primeiros autores a simular o fluxo granular, modelando um problema de esvaziamento de silo. Com isso, o MPM mostrou-se muito eficiente para tratar o grande deslizamento de material e também as colisões entre as partículas.

Coetzee *et al.* (2005) estudaram a aplicação do MPM para ensaio de arrancamento de tirantes e outros problemas envolvendo grandes deformações. Os autores concluíram que o MPM é capaz de simular esse tipo de ensaio, com resultados semelhantes aos obtidos na literatura de ensaios de campo reais.

Beuth *et al.* (2008) também apresentaram estudos para análises quase-estáticas com grandes deformações utilizando o MPM, porém, para modelos com integração implícita. Os autores simularam duas situações da geotecnia: o ensaio edométrico para estudo do adensamento do solo e uma análise de estabilidade de taludes.

O ensaio edométrico testou a acurácia do método já que foi possível compará-lo à solução analítica com facilidade. Beuth *et al.* (2008) apresentaram a curva tensão deformação de um ponto no centro da amostra, conforme mostra a Figura 2.6, demonstrando que a solução analítica é coincidente à numérica.

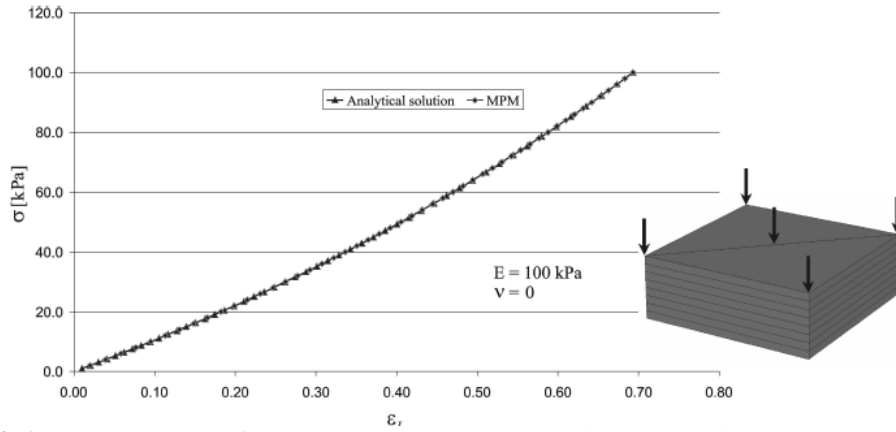


Figura 2.6. Curva tensão deformação para soluções analítica e numérica (Beuth *et al.*, 2008).

Comprovada a eficácia do método, Beuth *et al.* (2008) realizaram análises de grandes deformações através da simulação de análise de estabilidade de taludes com diferentes módulos de Young e Poisson.

Por meio de incrementos no peso específico foi possível analisar um ponto no topo do talude, com relação ao seu deslocamento para análises utilizando o MPM e o FEM. Como resultados, pode-se observar que o FEM, devido à alta distorção da malha, não consegue continuar a análise, depois de um certo valor de peso específico. O MPM, por sua vez, apresenta resultados satisfatórios até o final dos incrementos da análise. A Figura 2.7 mostra essas comparações para os módulos de Young de 50 kPa e 200 kPa.

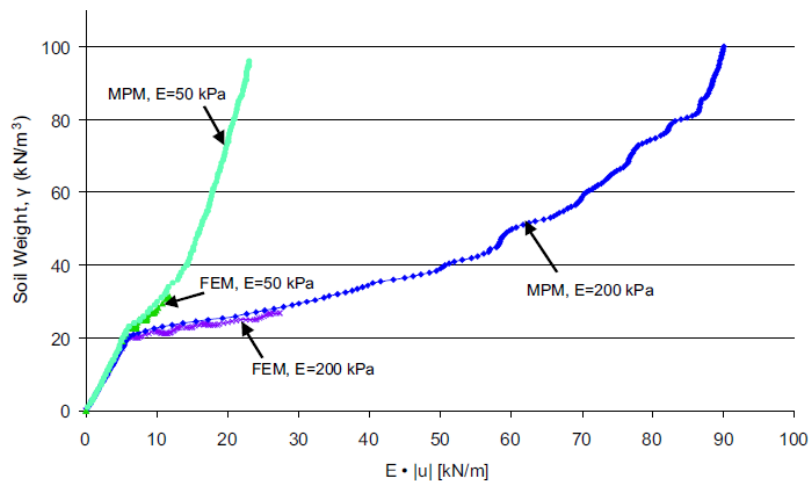


Figura 2.7. Curva de comparação com soluções do MPM e do FEM (Beuth *et al.*, 2008).

Beuth *et al.* (2008) concluíram que o MPM é um excelente método para modelar problemas de grandes deformações. Concluíram também, que um maior refinamento da malha produz resultados de deslocamento mais confiáveis. Ademais, os autores propuseram que esse método pode ser usado para diversos problemas de geotecnia.

Andersen & Andersen (2010) também realizaram simulações de estabilidade de taludes, aplicando o GIMP. As análises foram feitas em duas etapas: determinação do estado de tensão do talude e análise dinâmica da evolução do fluxo de massa.

A análise dinâmica foi feita utilizando integração explícita. Para levar a ruptura do talude, foi feita a retirada da coesão do material para provocar uma reação plástica, conforme o critério de plastificação escolhido no trabalho.

Andersen & Andersen (2010) apresentam então diversas simulações variando o ângulo de atrito e quantidade de elementos do GIMP. A fim de ilustração, a Figura 2.8 mostra a evolução da análise dinâmica, e pelo gráfico de cores os deslocamentos horizontais.

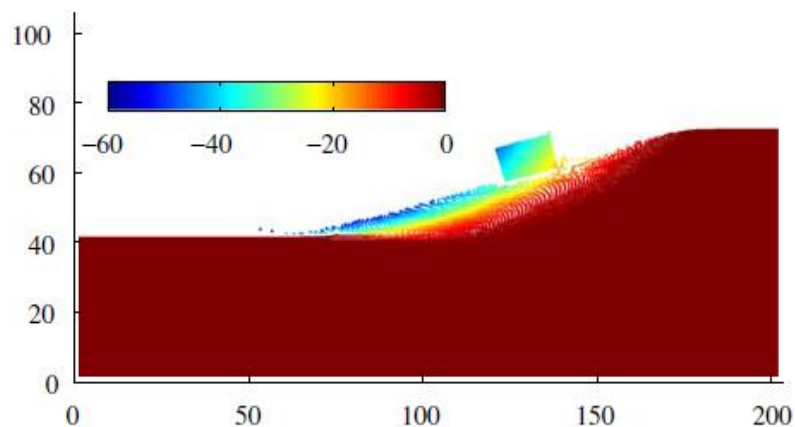


Figura 2.8. Deslocamentos horizontais na análise dinâmica. (Andersen & Andersen, 2010)

Reinaldo (2015) simulou a cravação de estacas de deslocamento em solo utilizando o MPM através de um código *NairnMPM*, que se baseia neste método. Primeiramente, o autor simulou a cravação de uma estaca prancha em um solo de condições não drenadas, e em seguida, uma estaca circular cravada em areia seca. Além disso, foi implementado no código, modelos constitutivos relevantes para a geotecnia, como o Cam Clay Modificado (MCC) e o Subloading Cam Clay (SCC).

2.4.2 LAGRANGEANO EULERIANO ARBITRÁRIO (ALE)

O ALE surgiu na mecânica dos sólidos como uma necessidade de suprir as deficiências nas descrições clássicas de movimento para problemas de grandes deformações. Esse método pode ser visto como uma junção das descrições Lagrangeana Atualizada e Euleriana, ao utilizar as vantagens de ambas para solucionar o problema de distorção da malha de elementos finitos.

Ao contrário dos métodos LA e LT, o ALE não utiliza um sistema de referência fixo ao espaço e nem ao corpo. O sistema utilizado pelo ALE é denominado de Sistema de Referência Computacional (SRC). Neste, como a posição dos pontos não é dada, pode-se fixá-lo no espaço ou no corpo, dependendo da etapa da análise.

O ALE pode ser usado para casos que envolvam grandes deformações, uma vez que os pontos materiais são desacoplados dos nós de cálculo, permitindo que o corpo se desloque independentemente da malha, não gerando distorção nesta. Um comparativo entre as descrições citadas é mostrado na Figura 2.9.

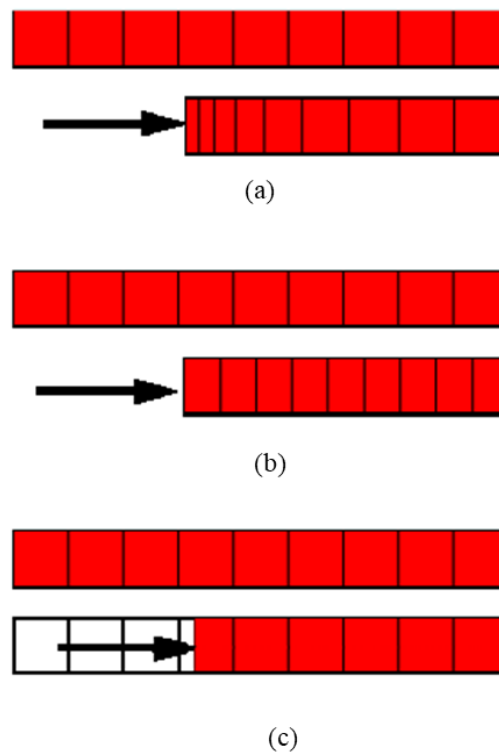


Figura 2.9. Comparativo das descrições para caso unidimensional (a) Lagrangeana; (b) ALE; (c) Euleriana (modificado – ABAQUS, 2005).

A proposta inicial do ALE foi apresentada por Noh (1964), para problemas de mecânica dos fluidos, no qual se referia ao método como Quase-Eulerian e Coupled Eulerian-Lagrangian. Trulio (1964) e Hirt (1970) desenvolveram estudos com o método já propondo o nome ALE e, Hirt *et al.* (1974) apresentaram uma metodologia para tratar problemas de hidrodinâmica bidimensionais e tridimensionais.

Até então, todos os trabalhos desenvolvidos com ALE eram feitos empregando diferenças finitas; o que foi substituído pelo MEF, em trabalho abordando fluxo transiente e interação com estruturas, desenvolvido por Donea *et al.* (1977).

Belytschko & Kennedy (1978) continuaram os estudos sobre fluidos, dessa vez em canais estreitos, analisando as vantagens do método ALE para problemas com interação fluido-estrutura. Neste caso, o fluido foi modelado utilizando o método ALE e a estrutura pela descrição Lagrangeana.

Nota-se, portanto, que o método ALE foi desenvolvido, a princípio, para a mecânica dos fluidos. Porém, logo percebeu-se que o método poderia ser aplicado também para a mecânica dos sólidos, em problemas envolvendo grandes deformações. Liu *et al.* (1986) *apud* Nazem (2006) foram os primeiros autores a aplicar nesse contexto, em busca de superar os problemas de distorção.

Benson (1989) introduziu a técnica do *operator splitting*, que posteriormente foi denominado simplesmente de *operator split*. Esta técnica é responsável por separar em duas etapas as análises ALE: a etapa Lagrangeana atualizada e a etapa Euleriana. Na primeira etapa não há desacoplamento entre a malha e o material, e a solução dos deslocamentos é obtida pela descrição LA. Após atingido o equilíbrio do corpo, o passo Euleriano se executa em dois processos: o geométrico ou de movimento de malha, no qual são realocados os nós da malha para evitar sua distorção; e o passo físico, que é a transferência das variáveis de estado da malha antiga para a nova (Nazem, 2006).

Esse processo de realocação da malha é arbitrário, como o próprio nome do método sugere; existindo diversas possibilidades de encontrar uma malha otimizada para o problema. Apesar de arbitrária, a nova malha deve atender a dois critérios: adaptar-se ao contorno do domínio, sendo que a tipologia e a conectividade da malha devem permanecer a mesma da anterior. Essas

exigências devem ser garantidas a fim de possibilitar o mapeamento das variáveis da malha antiga para a nova (Nazem, 2006).

A realocação no passo Euleriano é iniciada pelos elementos do contorno, ou seja, movimentando-os de forma que fiquem em uma disposição otimizada. Portanto, comparando os nós realocados com o da malha inicial, tem-se o deslocamento de toda a malha em todos os limites (Nazem, 2006).

Uma vez que os deslocamentos das bordas são conhecidos, uma análise elástica é conduzida na malha inicial com o objetivo de obter um deslocamento ótimo dos nós internos da malha. Em posse dos deslocamentos totais da malha, as variáveis de estado são transferidas para a nova malha. Um resumo dos passos de uma análise ALE utilizando a técnica do *operator split* é apresentada na Figura 2.10.

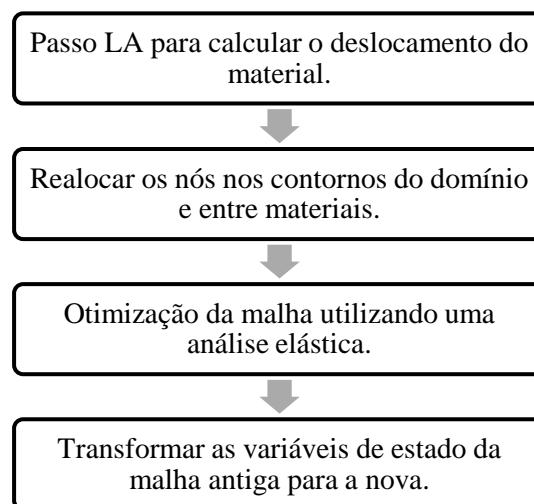


Figura 2.10. Sequência da técnica ALE *operator split* (modificado - Nazem, 2006).

A Figura 2.11 mostra a reprodução de um exemplo presente no manual do software ABAQUS®, que permite a comparação entre a distorção das malhas utilizando a descrição ALE com a técnica *operator split* e a Lagrangeana Atualizada. Nela é possível notar a variação no cálculo de deslocamento entre as descrições a partir do gráfico de cores.

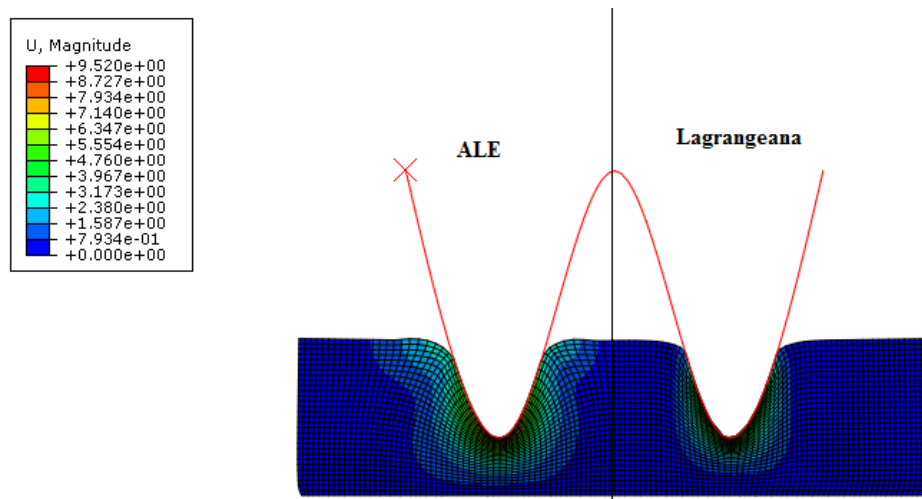


Figura 2.11. Comparativo das descrições ALE e Lagrangeana.

Na Figura 2.12 é mostrada uma aproximação no vértice da parábola, podendo notar a distorção na malha no caso Lagrangeano (2.12-b).

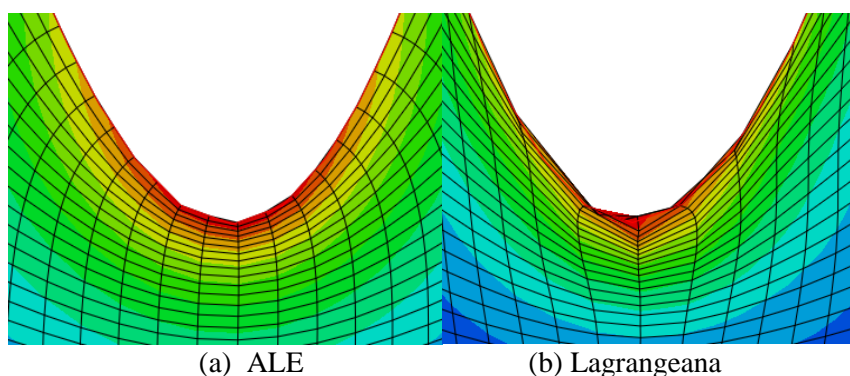


Figura 2.12. Distorção na malha pela descrição Lagrangeana.

2.4.2.1 MÉTODOS DE ADVECCÃO

Conforme apresentado, o ALE permite grandes deformações graças ao desacoplamento dos deslocamentos da malha e do material analisado. Contudo, quando é feita a realocação da malha na posição deformada do material em cada incremento de tempo, é necessário transportar as variáveis da antiga malha para a nova. Esse processo é chamado de advecção.

Um dos primeiros métodos de advecção foi apresentado por Huetink (1982), no qual a ideia era inserir campos adicionais de tensão e deformação, por meio da interpolação dos valores nodais dessas variáveis. Assim, os termos advectivos eram calculados a partir do produto dos gradientes desses campos adicionais e do incremento de deslocamento. Contudo, o método não demonstrou ser acurado e estável numericamente.

Van Leer (1977) propôs o método chamado de Segunda Ordem, que fundamenta-se na transposição de uma variável da malha antiga para a nova, por intermédio da observação da distribuição dessa variável em todos os elementos antigos. No Capítulo 3 desse trabalho é apresentado uma descrição mais detalhada do método, uma vez que ele está implementado no software ABAQUS®.

Mais recentemente, Hu & Randolph (1998) apresentaram uma técnica chamada de RITSS (do inglês: *Remeshing and InTerpolation with Small Strain*), em que o material deformado é remalhado periodicamente, e um cálculo Lagrangeano é implementado através de um esquema de integração implícita (Tian *et al.*, 2014; Wang *et al.*, 2015).

2.4.2.2 APLICAÇÕES NA GEOTECNIA

Nazem & Sheng (2004) realizaram comparações entre análises com a formulação ALE, a LA e LT, utilizando o software SNAC desenvolvido na Universidade de New Castle, na Austrália. Os modelos foram de sapatas e análise de taludes, nos quais concluíram que o ALE foi o único método capaz de atingir a convergência para todas as tentativas, sem distorção de malha. Os autores puderam verificar ainda, que o método LT subestima os deslocamentos, nos caso dos taludes.

Savidis *et al.* (2008) fazem um apanhado geral da formulação ALE, apresentando a técnica do *operator Split*; além de estudos sobre não linearidade em solos drenados e não drenados. Além disso, os autores fazem a diferenciação entre duas subdivisões do ALE: o Simple Lagrangeano Euleriano Arbitrário (SALE) ou Multi-material Arbitrário Lagrangeano Euleriano (MMALE).

Eles se diferenciam de acordo com a composição do domínio que será aplicado o ALE, ou seja, no caso do SALE em todos os elementos, existem apenas um tipo de material e os contornos são resolvidos explicitamente por elementos de bordas. O MMALE, por sua vez, diferentes materiais podem fluir pela malha, e em geral os elementos de borda não são alinhados com os limites do material. A Figura 2.13 ilustra melhor esses métodos (Savidis *et al.*, 2008).

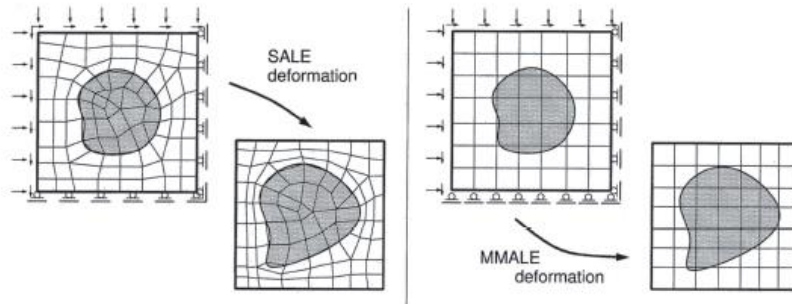


Figura 2.13. Esquema dos métodos SALE e MMALE (Savidis *et al.*, 2008)

Nazem & Sheng (2005) estudaram casos de problemas de adensamento de forma acoplada para problemas de grandes deformações utilizando o ALE e o LA. Os autores concluíram que o ALE apresenta larga vantagem sobre o LA, uma vez que apenas ele foi capaz de conduzir a análise até a previsão final de recalque do modelo simulado.

Nazem *et al.* (2008) continuaram os estudos sobre análises acopladas, apresentando as equações do método para esse tipo de situação e propuseram um algoritmo para refinamento da malha. Os autores realizaram ainda, comparativos com análises para pequenas deformações, com a descrição Lagrangeana Atualizada e com ALE. A Figura 2.14 mostra as malhas deformadas para um modelo de sapata sobre um solo não saturado.

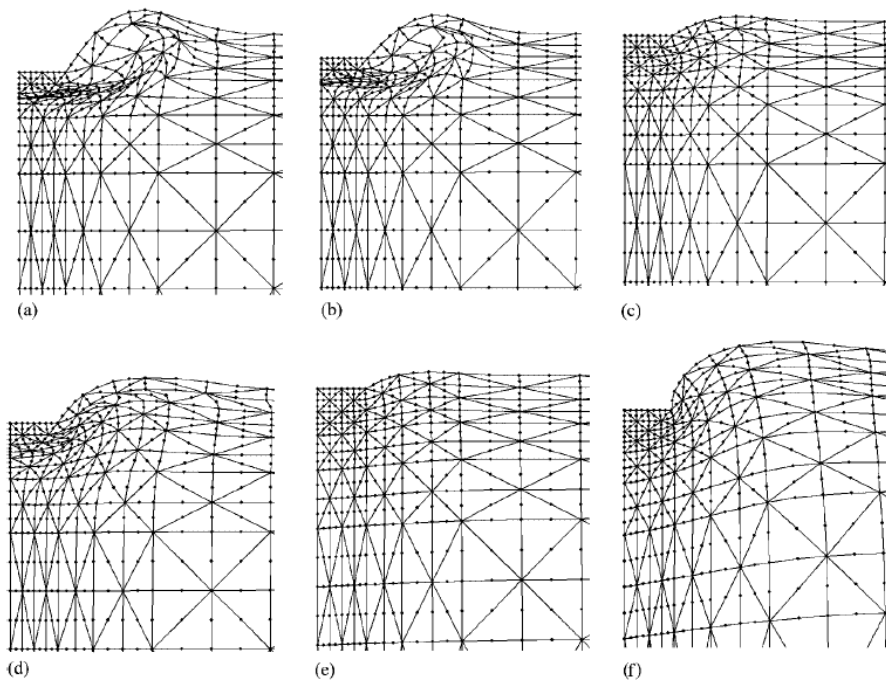


Figura 2.14. Distorção na malha para uma sapata sobre um solo não saturado em diferentes métodos. (a) pequenas deformações $q=40$ (kPa), $t=5100$ dias; (b) pequenas deformações, $q=100$ kPa, $t=35$ dias; (c) UL, $q=40$ (kPa), $t=630$ dias; (d) UL, $q=100$ (kPa), $t=77$ dias; (e) ALE, $q=40$ (kPa), $t=330$ dias; (f) ALE, $q=100$ (kPa), $t=3100$ dias; (Nazem *et al.*, 2008)

As Figuras 2.14(b) e 2.14(d) foram retiradas momentos antes da ruptura, podendo-se notar que para os casos das análises com pequenas deformações, a malha estava totalmente distorcida. Já para o caso utilizando a descrição LA, apenas alguns elementos apresentam-se distorcidos. Contudo, é possível notar pela Figura 2.14(c) que a análise pelo método ALE é a que menos causa distorção na malha da elementos finitos (Nazem *et al.*, 2008).

De uma forma geral, para análises acopladas e problemas de adensamento com grandes deformações, Nazem *et al.* (2008) concluíram que o método LA não foi capaz de gerar soluções, ao contrário do método ALE com *operator split*. Os autores apontaram também, que a técnica de refinamento da malha proposto no trabalho foi eficaz para essas situações.

Por fim, Nazem *et al.* (2008) ressaltou que a dificuldade de trabalhar com análises acopladas encontra-se no transporte dos valores das poropressões e da atualização das permeabilidades para a malha nova. Os autores recomendam mais estudos nessa área, para garantir que após a etapa de transferência das variáveis, não seja violada a equação de equilíbrio.

Nazem *et al.* (2010) apresentaram modelos com não linearidade, devido ao modelo constitutivo, grandes deformações, mudança nas condições de contorno e aplicação de cargas dinâmicas. Neste último, foi feita análise da queda livre de um penetômetro em um solo não drenado para os métodos LA e ALE.

Para o caso dinâmico, Nazem *et al.* (2010) demonstraram que, ao utilizar o método LA, a análise foi encerrada devido ao excesso de distorção na malha no tempo $t=0.0097$ s. Já o método ALE foi capaz de prever a penetração final no tempo $t=0.082$ s, com uma boa qualidade da malha, conforme nota-se na Figura 2.15.

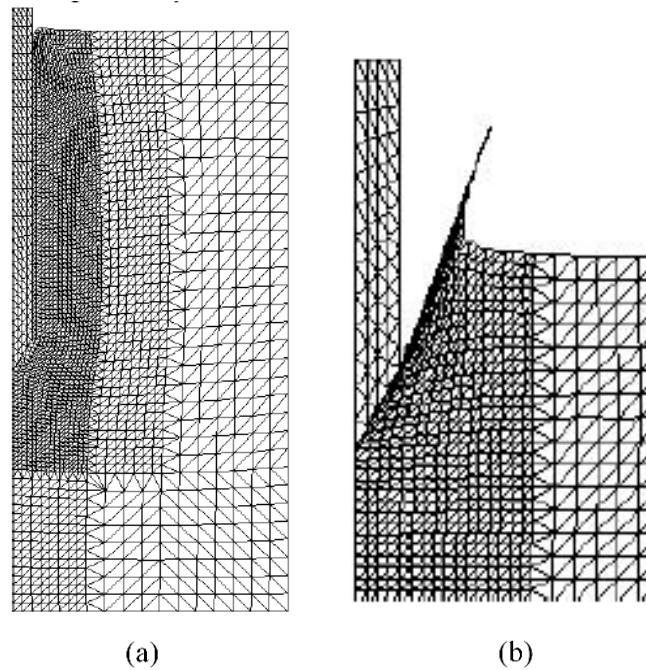


Figura 2.15. Análise de penetração dinâmica no incremento final. (a) ALE; (b) LA. (Nazem *et al.*, 2010)

Walker & Yu (2006) também apresentaram um modelo dinâmico com integração explícita, utilizando o software ABAQUS® de um cone penetrando em um solo não drenado. Os autores obtiveram bons resultados de distorção, utilizando o ALE, e apresentaram diversos aspectos ligados ao software para o caso de grandes deformações.

Souli & Shahrour (2012) apresentaram estudos sobre o ALE para problemas de interação entre solo e estrutura, e comprovaram a eficácia do método em alguns modelos comuns para a engenharia civil. Aubram (2013) também apresentou resultados e comparativos com ensaios experimentais de cravação de estacas em areia utilizando o ALE no software ANSYS®.

2.4.3 MÉTODO DOS ELEMENTOS DISCRETOS (DEM)

Para simulação de um sistema, pode-se fazer aproximações da forma contínua ou discreta. Para meios considerados contínuos o comportamento é reproduzido através de leis constitutivas, expostas na forma de equações as quais relacionam parâmetros mecânicos de tensão e deformação. Já para meios considerados discretos, assume-se que ele é formado por um conjunto de partículas individuais e independentes (Tedesco, 2016).

O DEM, sigla em inglês para: *Discrete Element Method*, trata-se de uma modelagem numérica, que considera o meio como uma junção de várias partículas, as quais possuem propriedades mecânicas próprias e geometria definida. É um método capaz de analisar solos e outros materiais granulares, baseando-se no princípio de compreender o macroscópico a partir das características microscópicas (Cundall & Starck, 1979).

Segundo Albuquerque (2016), o método foi desenvolvido para solucionar problemas da mecânica das rochas, por Cundall em 1971; apesar da base teórica ter sido apresentada desde em 1697, com o trabalho de Isaac Newton. Portanto, os princípios para descrever o movimento das partículas baseiam-se nas leis de Newton, já a interação entre elas é descrita pela mecânica dos contatos (Hassanpour & Pasha, 2015).

O modelo DEM em uma representação mecânica, consiste num sistema de partículas livres (com translação e rotação), e para simular as interações nos contatos, existem molas, amortecedores e/ou blocos deslizantes. Quando duas partículas se distanciam, é como se a mola, amortecedor e/ou blocos, fossem removidos e rompido o contato. De forma contrária, quando as partículas se aproximam, esses elementos são criados na formação de novos contatos (O'Sullivan, 2011).

O contato entre as partículas pode ser feito de duas formas no DEM: contatos suaves e não suaves. A diferença entre elas é que a primeira permite a penetração de uma partícula na outra, como forma de simular a deformação relativa das superfícies oriunda do impacto entre elas, já a segunda não permite penetração (Zuluaga, 2016).

Quando considera-se os contatos suaves, é possível que haja transmissão de forças de tração e compressão na direção normal e tangencial do contato, as quais podem ser mensuradas pelo tamanho da interpenetração entre as partículas. Já as forças de tensão entre as partículas podem ser medidas pela distância que as separam, sendo que quando ultrapassado um limite é considerado não haver contato entre elas (Kishino, 1999 *apud* Tedesco, 2016).

O DEM vem sendo aplicado em problemas de geotecnia, sendo assim diversos estudos na área estão contribuindo para sua formação em diversos problemas. A justificativa do uso desse método para tratamento dos materiais da geotecnia é muito plausível, uma vez que esse ramo da engenharia lida com materiais granulares, os quais possuem propriedades e geometrias distintas e ainda interagem entre si. Sendo assim, pode-se dizer que o solo e o enrocamento comportam-se de maneira discreta.

De acordo com Neves (2009), o uso do DEM na geotecnia permite realizar, para meios granulares, modelagem micromecânica e macromecânica do comportamento tensão-deformação, com modelos constitutivos relativamente simples. Sendo ainda possível representar o comportamento não linear e determinar relações entre suas propriedades macroscópica e microscópica.

O estudo do fluxo de detritos e materiais granulares é um ramo com vasta aplicação do DEM. Albaba *et al.* (2015) simularam, com o uso do software YADE e utilizando o DEM, o impacto de um fluxo granular em uma barreira rígida. Além disso, os autores compararam com resultados experimentais. O estudo mostrou-se satisfatório, e a estimativa da força normal na barreira rígida foi feita pela medida em várias partes dela.

Calvetti *et al.* (2016) propuseram um estudo para mensurar a força de impacto de um fluxo granular em uma barreira rígida, sem levar em consideração as possíveis causas desse movimento. As partículas estavam confinadas por suas paredes laterais e foi então imposto um movimento para gerar a colisão delas com a parede. A Figura 2.16 mostra o modelo inicial e a final após o impacto.

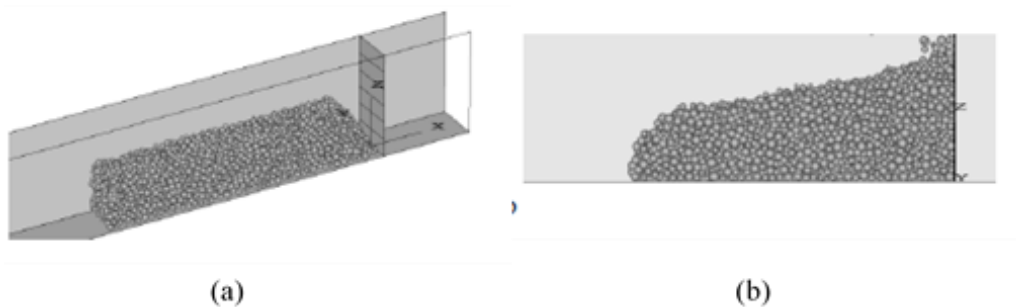


Figura 2.16. Modelo DEM para a configuração (a) inicial e (b) final. (Calvetti *et al.*, 2016)

Apesar das vantagens e da adaptação desse método; a geotecnia, com recursos computacionais normalmente existentes, compreende que ainda não é possível realizar grandes simulações. Isto porque, é necessário um alto custo computacional para a verificação dos contatos existentes entre as partículas.

Zuluaga (2016) realizou ensaios em laboratório e simulações numéricas no software YADE utilizando o DEM. O autor tinha como objetivo analisar, para solos granulares, as características microestruturais e o comportamento macroscópico. Ele concluiu que o método foi satisfatório, inclusive foi possível a implementação numérica para simular a quebra dos grãos.

Tedesco (2016) propôs estudar a influência do comportamento microscópico de enrocamentos nos parâmetros macroscópicos. A autora concluiu que o DEM foi capaz de reproduzir o comportamento real, desde que os parâmetros das partículas sejam devidamente calibrados.

Albuquerque (2016), por sua vez, ressaltou que a calibração do método para simular o comportamento real deve levar em consideração um conjunto de parâmetros, que de fato vão afetar o desempenho do sistema específico. Dessa forma, o autor focou o estudo na influência do atrito interparticular nas propriedades globais do meio.

CAPÍTULO 3

3.1 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A fundamentação teórica deste trabalho está baseada nos conceitos necessários para utilizar as ferramentas propostas. Em síntese, os principais temas são: análises não lineares e problemas dinâmicos.

Alguns tipos de problemas de engenharia devem ser avaliados utilizando análises não lineares que, juntamente com bons modelos constitutivos, levam a resultados confiáveis que trarão interpretações físicas coerentes. Análises não lineares são realizadas em situações envolvendo dano, colapso de estruturas, impacto, contato entre diferentes materiais, dentre outros.

De uma forma geral existem dois tipos de não linearidade: a material e a geométrica. A primeira ocorre quando a relação tensão-deformação não é linear, e a segunda quando há a mudança da geometria devido a grandes deformações.

Análises dinâmicas não lineares utilizando o MEF apresentam uma maior complexidade, pois, há a adição do tempo como uma nova variável. Nas análises estáticas isso só acontece quando se tem materiais com propriedades dependentes do tempo, como os viscosos.

3.2 DESCRIÇÕES CINEMÁTICAS DE MOVIMENTO

Simulações numéricas de problemas não lineares na mecânica dos sólidos e de problemas dinâmicos na mecânica dos fluidos, em geral, resultam em grandes distorções no meio contínuo necessitando de uma boa descrição cinemática para descrever esses movimentos. Isto porque, em análises dinâmicas é necessário que seja feito o cálculo dos valores atualizados das variáveis de estado a cada incremento de tempo.

Para compreensão das formulações das descrições cinemáticas de movimento são necessários o estabelecimento de alguns conceitos iniciais sobre as relações básicas da cinemática, usadas na mecânica dos sólidos.

Considerando um corpo B em movimento tem-se dois sistemas de coordenadas distintos:

- O sistema material, no qual B possui a configuração R_x e cuja localização dos pontos materiais é dada pelo vetor \mathbf{X}_i .
- O sistema espacial, no qual B possui a configuração R_x e cuja localização dos pontos espaciais é dada pelo vetor \mathbf{x}_i .

O sistema de coordenadas material é fixo no espaço e representa a configuração do corpo no tempo $t=0$, enquanto que o sistema espacial acompanha o movimento do corpo e indica sua posição no espaço para um tempo t . A Figura 3.1 ilustra ambos.

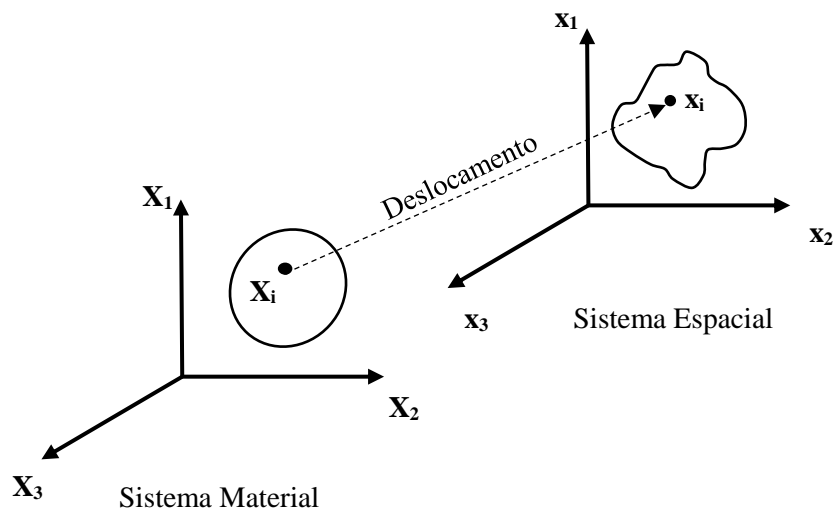


Figura 3.1. Sistemas de coordenadas de referência e atualizado.

O movimento de um ponto no sistema material pode ser considerado como uma transformação dele no sistema espacial, através do uso de uma função $\boldsymbol{\varphi}$ que mapeia a configuração material e a espacial da forma:

$$\mathbf{x}_i = \boldsymbol{\varphi}_i(\mathbf{X}_j, t) \quad (3.1)$$

A partir dessa definição pode-se estabelecer o deslocamento de um ponto como a diferença entre a posição atualizada e a inicial, dada por:

$$\mathbf{u}_i(\mathbf{X}_j, t) = \boldsymbol{\varphi}_i(\mathbf{X}_j, t) - \mathbf{X}_i \quad (3.2)$$

De forma simplificada, tem-se:

$$\mathbf{u}_i = \mathbf{x}_i - \mathbf{X}_i \quad (3.3)$$

A partir de então é possível definir a velocidade do material \mathbf{v}_i , obtida pelo gradiente da posição, expressa da forma:

$$\mathbf{v}_i = \frac{\partial \mathbf{x}_i}{\partial t} = \frac{\partial \mathbf{u}_i}{\partial t} \quad (3.4)$$

Por outro lado, o gradiente de deslocamento pode ser obtido conforme:

$$\mathbf{F}_{ij} = \frac{\partial \boldsymbol{\varphi}_i}{\partial \mathbf{X}_j} \quad (3.5)$$

Com a condição que:

$$J = \det \mathbf{F}_{ij} > 0 \quad (3.6)$$

Após a definição destes conceitos básicos, são apresentadas as formulações das duas descrições cinemáticas clássicas: a Lagrangeana e a Euleriana, e após o método Lagrangeano Euleriano Arbitrário (ALE), que combina as duas.

3.2.1 DESCRIÇÕES LAGRANGEANA E EULERIANA

Na descrição Lagrangeana cada nó da malha (ou domínio) está relacionado a uma partícula do material durante toda a análise. Dessa forma, o movimento das coordenadas materiais (\mathbf{X}) com as coordenadas espaciais (\mathbf{x}) pode ser obtido através da função $\boldsymbol{\varphi}$, ilustrada na Figura 3.2 e definida como:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varphi}: \mathbf{R}\mathbf{X} \times [t_0, t_{\text{final}}[&\rightarrow \mathbf{R}\mathbf{x} \times [t_0, t_{\text{final}}[\\ (\mathbf{X}, t) &\rightarrow \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{X}, t) = (\mathbf{x}, t) \end{aligned} \quad (3.7)$$

Para permitir que se tenha as coordenadas materiais \mathbf{X} coincidentes com as espaciais \mathbf{x} tem-se:

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}(\mathbf{X}, t), \quad t = t \quad (3.8)$$

Nota-se que as coordenadas \mathbf{x} dependem tanto do material quanto do tempo, sendo que este é o mesmo para ambas as coordenadas.

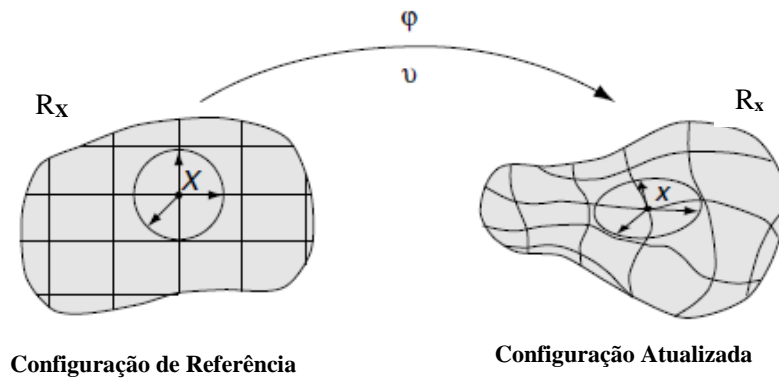


Figura 3.2. Descrição Lagrangeana. (Donea *et al.*, 2004)

As descrições Lagrangeana Total (LT) e Lagrangeana Atualizada (LA) se diferenciam de acordo com o sistema de coordenadas de referência que adota para calcular a configuração no tempo $t+\Delta t$. Para a primeira, o sistema de referência indica a configuração do corpo no tempo $t=0$. Já para a segunda, a configuração de referência é a atualizada, ou seja, as variáveis são referidas a última configuração de equilíbrio em um tempo t .

Considerando agora uma variável f escalar qualquer descrita em termos de coordenadas materiais $f(\mathbf{X}, t)$ e de coordenadas espaciais $f(\mathbf{x}, t)$. Conforme apresentado, ambas podem ser relacionadas através da função φ , da forma:

$$f(\mathbf{X}, t) = f(\varphi(\mathbf{X}, t), t) \quad (3.9)$$

O gradiente da Equação 3.9 pode então ser definido por:

$$\frac{\partial f}{\partial(\mathbf{X}, t)}(\mathbf{X}, t) = \frac{\partial f}{\partial(\mathbf{x}, t)}(\mathbf{x}, t) \frac{\partial \varphi}{\partial(\mathbf{X}, t)}(\mathbf{X}, t) \quad (3.10)$$

De forma matricial, tem-se:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial \mathbf{X}} \quad \frac{\partial f}{\partial t} \right) = \left(\frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} \quad \frac{\partial f}{\partial t} \right) \begin{pmatrix} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}} & \mathbf{v} \\ 0^T & 1 \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

onde 0^T é um vetor nulo e \mathbf{v} é a velocidade do material. A velocidade do material é definida por:

$$\mathbf{v}(\mathbf{X}, t) = \left. \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t} \right|_{\mathbf{x}} \quad (3.12)$$

Executando a multiplicação na Equação 3.11 tem-se uma derivada espacial, expressa por:

$$\frac{\partial f}{\partial \mathbf{X}} = \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} \cdot \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}} \quad (3.13)$$

E uma derivada material, dada por:

$$\frac{Df}{Dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{v} \quad (3.14)$$

Compreende-se através das Equações 3.13 e 3.14 que, durante o movimento de um corpo, uma grandeza que varia no domínio espacial se modifica devido a dois fatores: mudança no sistema de coordenadas e mudança no tempo.

Por outro lado, no caso de um corpo rígido, a variação das coordenadas materiais será equivalente a variação das coordenadas espaciais, e desta forma, as grandezas só irão variar devido ao tempo, valendo-se apenas a Equação 3.13.

Na descrição Lagrangeana, em que os nós da malha estão relacionados sempre ao mesmo ponto do material, entende-se que, mesmo após o corpo sofrer deformações, a variável a ser medida estará sempre no mesmo local do material. Isso faz com que não haja termos convectivos nos cálculos desta descrição, e a derivação se reduz a apenas a forma temporal.

Do ponto de vista computacional há uma grande vantagem de não haver estes termos convectivos, por outro lado, o fato de cada elemento da malha de elementos finitos estar fixo ao material gera problemas de distorção em problemas de grandes deformações.

Os problemas de distorção da malha de elementos finitos são superados pela descrição Euleriana, muito utilizada na mecânica dos fluidos, na qual o meio contínuo está livre para se deslocar sobre a malha, que é fixa. Nesta abordagem, são analisadas as variáveis com a evolução do tempo nas partículas que passam sobre a malha fixa.

A formulação desta descrição está baseada nas coordenadas espaciais \mathbf{x} e no tempo \mathbf{t} . A velocidade do material \mathbf{v} em um ponto da malha corresponde a velocidade do ponto material coincidente no tempo \mathbf{t} considerado. A velocidade do material \mathbf{v} é expressa em relação a um elemento fixo da malha sem nenhuma referência a configuração inicial do corpo e das coordenadas materiais. Dessa forma, tem-se:

$$\mathbf{X} : \mathbf{v} = \mathbf{v}(\mathbf{x}, t) \quad (3.15)$$

A limitação da descrição Euleriana está no fato de que apenas são analisadas variáveis e funções que tem significado instantâneo em uma região fixa no espaço. Dessa forma, a velocidade do material em um nó da malha corresponde a velocidade do material que está coincidente com este nó em um tempo t qualquer.

Utilizando a equação do Método de Elementos Finitos, pode-se escrever a equação de equilíbrio através de matrizes para a descrição LT

$$([\mathbf{K}_{ij}^{LT}] + [\mathbf{K}_{ij}^{NL}])\{\Delta\mathbf{U}_{ij}\} = \{\mathbf{F}_i^{\text{ext}}\} - \{\mathbf{F}_i^{\text{int}}\} \quad (3.16)$$

e para LA,

$$([\mathbf{K}_{ij}^{LA}] + [\mathbf{K}_{ij}^{NL}])\{\Delta\mathbf{U}_{ij}\} = \{\mathbf{F}_i^{\text{ext}}\} - \{\mathbf{F}_i^{\text{int}}\} \quad (3.17)$$

onde ${}_L K$ e ${}_{NL} K$ são as matrizes de rigidez para a parte linear e não linear, \mathbf{U}_{ij} é o vetor da variação dos deslocamentos, \mathbf{F}^{ext} é o vetor de força externa e \mathbf{F}^{int} representa o vetor de força interna. A derivação desta equação pode ser encontrada em referências como Bathe (2014).

3.2.2 DESCRIÇÃO LAGRANGEANA EULERIANA ARBITRÁRIA (ALE)

Para compreender a formulação ALE é necessário inserir um terceiro sistema de coordenadas, chamado de sistema referencial, no qual um corpo B possui configuração $R\chi$ e coordenadas χ_i . A Figura 3.3 mostra como esses domínios se relacionam.

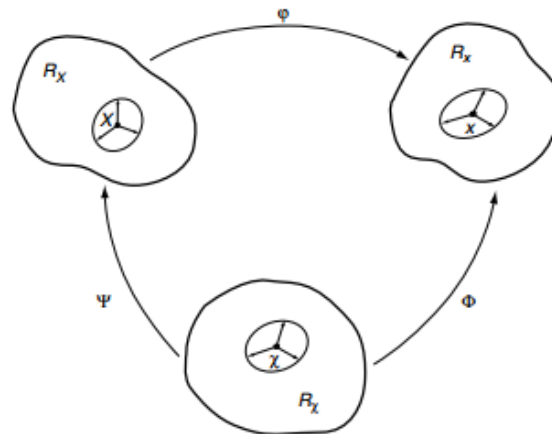


Figura 3.3. Descrição ALE (modificado - Donea *et al.*, 2004).

A configuração referencial $R\chi$ é estabelecida através do mapeamento das configurações no sistema material e no sistema espacial pelas funções Ψ e ϕ , respectivamente. O movimento das partículas ϕ pode então ser expresso por:

$$\phi = \phi \cdot \Psi^{-1} \quad (3.18)$$

Pela Equação 3.18, nota-se que existem três funções de mapeamento não independentes. A função ϕ pode ser entendida como o movimento da malha no domínio espacial, e é representada por:

$$\phi: R\chi \times [t_0, t_{\text{final}}[\rightarrow R\mathbf{x} \times [t_0, t_{\text{final}}[(\chi, t) \rightarrow \phi(\chi, t) = (\mathbf{x}, t) \quad (3.19)$$

O gradiente da função ϕ é obtido analogamente a Equação 3.10, dessa forma tem-se:

$$\frac{\partial \phi}{\partial (\chi, t)} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \chi} & \hat{\mathbf{v}} \\ 0^T & 1 \end{pmatrix} \quad (3.20)$$

onde $\hat{\mathbf{v}}$ é a velocidade da malha. A velocidade da malha é definida por:

$$\hat{\mathbf{v}}(\mathbf{x}, t) = \left. \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t} \right|_{\mathbf{x}} \quad (3.21)$$

A função Ψ pode então ser definida diretamente de forma inversa por:

$$\begin{aligned} \Psi^{-1}: \mathbf{R}^n \times [t_0, t_{\text{final}}[&\rightarrow \mathbf{R}^n \times [t_0, t_{\text{final}}[\\ (\mathbf{X}, t) &\rightarrow \Psi^{-1}(\mathbf{X}, t) = (\mathbf{x}, t) \end{aligned} \quad (3.22)$$

O gradiente da função Ψ , analogamente a Equação 3.11, é dado por:

$$\frac{\partial \Psi^{-1}}{\partial (\mathbf{X}, t)} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}} & w \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{pmatrix} \quad (3.23)$$

onde \mathbf{w} é a velocidade da partícula no domínio referencial. Dessa forma, \mathbf{w} é definida por:

$$\mathbf{w} = \left. \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t} \right|_{\mathbf{x}} \quad (3.24)$$

Uma relação entre as velocidades \mathbf{v} , $\hat{\mathbf{v}}$ e \mathbf{w} pode ser obtida pela diferenciação da Equação 3.18, expressa por:

$$\frac{\partial \phi}{\partial (\mathbf{X}, t)}(\mathbf{X}, t) = \frac{\partial \phi}{\partial (\mathbf{x}, t)}(\Psi^{-1}(\mathbf{X}, t)) \cdot \frac{\partial \Psi^{-1}}{\partial (\mathbf{X}, t)}(\mathbf{X}, t) \quad (3.25)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial (\mathbf{X}, t)}(\mathbf{X}, t) = \frac{\partial \phi}{\partial (\mathbf{x}, t)}(\mathbf{x}, t) \cdot \frac{\partial \Psi^{-1}}{\partial (\mathbf{X}, t)}(\mathbf{X}, t) \quad (3.26)$$

Na forma matricial, tem-se:

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}} & \mathbf{v} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{x}} & \hat{\mathbf{v}} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}} & \mathbf{w} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{pmatrix} \quad (3.27)$$

Efetuada a multiplicação, da Equação 3.27, tem-se:

$$\mathbf{v} = \hat{\mathbf{v}} + \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \boldsymbol{\chi}} \cdot \mathbf{w} \quad (3.28)$$

$$\mathbf{c} := \mathbf{v} - \hat{\mathbf{v}} = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \boldsymbol{\chi}} \cdot \mathbf{w} \quad (3.29)$$

onde \mathbf{c} é definido como velocidade convectiva, a qual é a velocidade relativa entre o material e a malha.

Deve-se ressaltar que a velocidade convectiva é diferente da velocidade \mathbf{w} , uma vez que, \mathbf{w} é a velocidade da partícula medida no sistema referencial, e \mathbf{c} é a velocidade da partícula relativa a da malha analisada no sistema espacial. A única possibilidade de $\mathbf{c} = \mathbf{w}$ se o termo que multiplica \mathbf{w} for o tensor identidade (\mathbf{I}), o que significa que o movimento da malha é puramente translacional, sem rotação ou deformação de nenhuma natureza (Donea *et al.*, 2004).

É importante notar que com a definição da formulação ALE as descrições clássicas cinemáticas passam a ser casos particulares daquela. Por exemplo, caso a função $\boldsymbol{\Psi} = \mathbf{I}$, na Equação 3.22, tem-se $\mathbf{X} \equiv \boldsymbol{\chi}$, e a velocidade da malha e do material serão coincidentes resultando na descrição Lagrangeana, onde \mathbf{c} (na Equação 3.29) é de fato nula (Donea *et al.*, 2004).

Por outro lado, se houver $\boldsymbol{\phi} = \mathbf{I}$ na Equação 3.19 simplifica para $\mathbf{x} \equiv \boldsymbol{\chi}$ implicando na descrição Euleriana, já que obtém-se velocidade nula na Equação 3.21. Porém, neste caso tem-se que \mathbf{c} é idêntica a velocidade do material \mathbf{v} (Donea *et al.*, 2004).

Da mesma forma que para as descrições Lagrangeana, apresenta-se a equação de equilíbrio expressa em termos gerais do MEF:

$$\left(\left[\mathbf{K}_{ij}^m \right] \right) \{ \Delta \mathbf{U}_j \} + \left(\left[\mathbf{K}_{ij}^r \right] \right) \{ \Delta \mathbf{U}_j^r \} = \{ \Delta \mathbf{F}_i^{\text{ext}} \} \quad (3.30)$$

onde \mathbf{K}_{ij}^m é a matriz de rigidez relacionada ao deslocamento do material U_i , e \mathbf{K}_{ij}^r representa a matriz de rigidez relacionada ao deslocamento da malha U_j^r . O desenvolvimento é apresentado na literatura, como em Bathe (2013) e Nazem (2006). Outras formulações do método ALE estão presentes também em trabalhos de Donea *et al.* (2004), Nazem *et al.* (2003), entre outros.

3.3 FERRAMENTA DE MODELAGEM: SOFTWARE ABAQUS®

Uma análise completa no software ABAQUS® consiste em três etapas: pré-processamento, simulação e pós-processamento. Na primeira etapa é definida a geometria, atribuído os materiais, as seções, as possíveis interações, condições de contorno e malha de elementos finitos, ou seja, tudo que retrate o problema físico. Para definir esse arquivo de entrada, pode-se utilizar o módulo ABAQUS/CAE® ou um editor de textos, como o bloco de notas para Windows e Gedit para Linux.

De posse desse arquivo de entrada, é feita então a resolução do problema numérico em segundo plano pelo módulo ABAQUS/Explicit® ou ABAQUS/Standard®. Esses se diferenciam pela forma na qual é feita a integração numérica, sendo explícita no caso do primeiro e implícita no segundo.

Após a análise numérica são gerados arquivos binários que ficam armazenados no banco de dados de saída e que podem ser visualizados através do módulo de visualização do ABAQUS/CAE®. Existem diversas formas de analisar os resultados, incluindo forma deformada, animações, gráfico de cores e gráficos cartesianos.

A Figura 3.4 ilustra as etapas de construção de um modelo no software ABAQUS® e a extensão dos arquivos gerados em cada etapa.

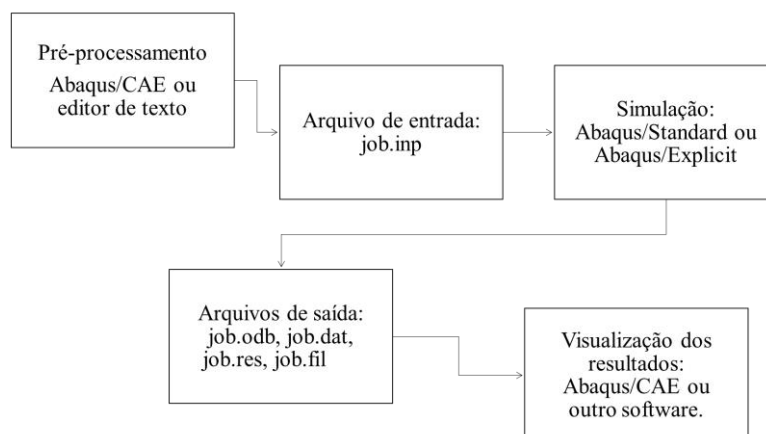


Figura 3.4. Passos para construção de um modelo utilizando o ABAQUS®.

3.3.1 TÉCNICAS DE MALHA ADAPTATIVA

O ABAQUS® possui técnicas de refazer a malha de elementos finitos para evitar problemas de distorção e obter maior acurácia, sendo elas: método ALE, técnica de tipologia variável (*adaptive remeshing*) e mapeamento malha por malha (*mesh-to-mesh solution mapping*). Cada um desses métodos possui objetivo de aplicação diferenciado, conforme apresenta a Tabela 3.1.

Tabela 3.1. Opções de técnicas adaptativas no ABAQUS® (modificado - ABAQUS, 2013).

	Acurácia	Controle de distorção	Única malha	Múltiplas malhas
ALE		✓	✓	
<i>Adaptive remeshing</i>	✓			✓
<i>Mesh-to-mesh</i>		✓		✓

A técnica de tipologia variável consiste um processo iterativo de geração de múltiplas malhas em busca de uma única malha que atenda melhor o problema em relação a custo operacional e acurácia. Ou seja, o objetivo é melhorar e consertar possíveis erros de discretização cometidos pelo usuário. Essa opção só está disponível para análises com ABAQUS/Standard® usando o pré-processador ABAQUS/CAE®.

A solução de mapeamento malha por malha também trabalha com a geração de múltiplas malhas, porém para solucionar problemas de distorção. Entre os passos de uma análise, esse método cria uma nova malha sobre o corpo deformado, em seguida mapeia e transfere as variáveis de estado da antiga para recém criada.

Já o método ALE, foco deste trabalho, é aplicado essencialmente para evitar distorção da malha e indiretamente contribui para a acurácia da análise. Ele difere-se dos outros métodos, pois, trabalha apenas sobre a definição de uma única malha que é suavemente adaptada durante os incrementos de tempo.

Para utilizar o ALE no ABAQUS® é necessário pré-definir uma malha de elementos finitos no material. Contudo, a solução ALE não altera a tipologia (elementos e conexões) e nem adiciona ou exclui elementos, dependendo assim do bom estabelecimento de malha inicial pelo usuário.

Apesar do ALE estar disponível no ABAQUS®/Standard e ABAQUS®/Explicit, os objetivos de análises e a funcionalidade do método são diferentes em cada um. No módulo de integração implícita o método propõe analisar problemas com domínio acústico, problemas de abalo sísmico e ondas. Pode ser usado também para situações com não linearidade geométrica, fluxo estacionário, análises acopladas de fluxo e tensão, e acopladas de temperatura e deslocamento.

Já na forma explícita, o método tem como objetivo tratar grandes deformações, inclusive análises transientes como impactos dinâmicos e penetração. Ademais, também é possível analisar problemas estacionários, análises acopladas de tensão e temperatura e fases transientes em problemas estacionários.

3.3.2 PROCEDIMENTOS PARA CRIAÇÃO E RECRIAÇÃO DA MALHA NO ABAQUS®

O ALE é separado no ABAQUS® em dois passos fundamentais: criação da nova malha (*meshing*) e transferência das variáveis de estado da antiga para a nova (*remeshing*), através de um processo chamado advecção. Neste processo é conservada a massa, momento e a energia.

A criação de uma nova malha não é feita em todos os passos de uma análise, e então para definir o intervalo de tempo com que isso acontece é necessário que o usuário entre com um valor chamado frequência. De acordo com o manual do software, este é o parâmetro que mais afeta a eficiência do modelo e também o custo computacional.

Durante um passo de tempo com ALE, ou seja, onde será feita a criação de uma nova malha, são executados dois processos: varredura da malha antiga e advecção das variáveis para a nova malha.

O processo de varredura de malha é feito de forma iterativa sobre o domínio ALE. Durante cada varredura de malha os nós do domínio são realocados, baseado nas posições destes e dos seus adjacentes para reduzir a distorção no elemento.

Esse número de varredura da malha é definido pelo usuário, e é relativo ao processo para cada incremento de malha adaptativa. Quanto maior este valor, melhor será a qualidade da nova malha criada. Em caso de assumir valores baixos para o número de varredura de malha, a análise

pode terminar antes que o ALE possa ser aplicado no domínio, devido ao excesso de distorção no elemento.

Para o cálculo da nova malha o ABAQUS®/Explicit baseia-se na combinação de três métodos de suavização básicos: suavização de volume, suavização laplaciana e suavização equipotencial. O primeiro é o método padrão do ABAQUS® e movimenta um nó, através do cálculo da média ponderada dos centros dos elementos que circundam o nó. A Figura 3.5 ilustra esse método, onde a posição no ponto M é determinada pela média ponderada em volume das posições dos centros dos elementos vizinhos, e que tenderá a deslocar o ponto para longe de C1 e mais próximo de C3 diminuindo a distorção.

Já o método de suavização laplaciana exige menos custo computacional, porém não possui a mesma eficiência do método anterior. Esse método calcula a posição de um nó através da média das posições dos nós adjacentes, conectados por lados de elementos. Na Figura 3.5 o nó M seria deslocado para mais próximo de L2 e L3 para equilibrar os lados conectados e assim, evitando a distorção.

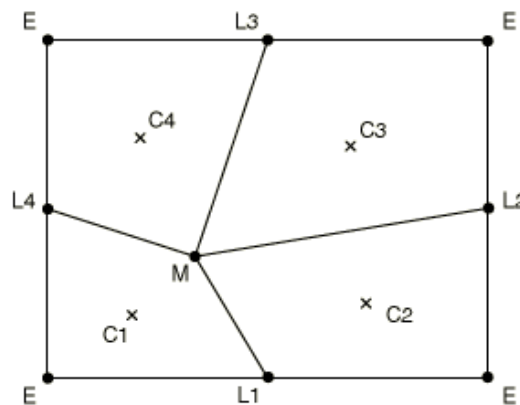


Figura 3.5. Métodos de suavização (ABAQUS, 2013).

Por fim, o método de suavização equipotencial calcula a nova posição de um nó baseado nas ordens dos nós adjacentes. É um método de solução bastante complexo e utiliza a resolução da equação de Laplace para tal.

O ABAQUS® permite ainda que se faça a combinação entre os três métodos. Para isso, o deve-se escolher o peso que cada método terá e então o software calcula a posição final do nó a partir da média das posições dos três métodos.

Após o término da varredura da malha, é feito o mapeamento das variáveis de estado da malha antiga para nova, pelo processo chamado de advecção (*advection sweep*). Idealmente, esse processo seria realizado apenas uma vez, contudo, são necessárias verificações para manter a estabilidade numérica e por isso a quantidade de vezes que esse processo é realizado é estabelecido pelo software, não sendo possível alteração.

O ABAQUS® faz essas verificações da seguinte forma: se após uma varredura de malha o movimento total acumulado de qualquer nó no domínio for superior a 50% do comprimento característico de qualquer elemento adjacente, é realizado um processo de advecção para transportar os valores das variáveis da solução da malha antiga para uma malha intermediária. As varreduras de malha irão continuar até um numérico especificado ou até o movimento do nó exceder novamente o limite de 50%. Neste momento, a advecção é realizada novamente, para mapear as variáveis da última malha intermediária para uma nova malha intermediária. O ciclo continuará até que o número de varreduras da malha atinja o especificado.

A variáveis de estado do elemento e do material mapeadas da antiga malha para a nova malha dependem do modelo do material e da formulação do elemento. De uma forma geral, as variáveis: tensão, energia interna e densidade são sempre soluções de qualquer análise.

Existem dois métodos usados no ABAQUS® para a etapa de advecção: método de segunda ordem (baseado no trabalho de Van Leer, 1977) e o método de primeira ordem (baseado *donor cell differencing*).

O método de segunda ordem baseia-se na transposição de uma variável para a malha nova, através da observação da distribuição linear dessa variável em cada elemento da malha antiga, conforme ilustra a Figura 3.6.

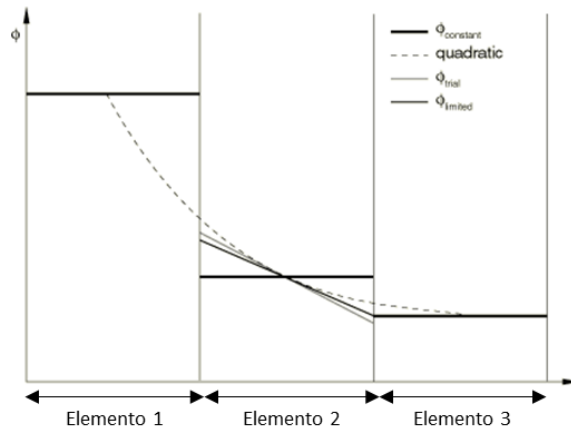


Figura 3.6. Método de segunda ordem (ABAQUS, 2013).

A sequência do método consiste nos passos:

- Uma função quadrática é construída usando os valores das variáveis nos pontos de integração de um elemento central e dos adjacentes a ele;
- Uma distribuição linear da variável é encontrada diferenciando a função quadrática no ponto de integração do elemento central.
- Essa tentativa de linearização é limitada reduzindo o gradiente até o valor mínimo e máximo do intervalo da média dos elementos adjacentes.
- Definida a distribuição linear para todos os elementos da malha antiga, essa distribuição é integrada em todos os elementos da malha nova. Por fim, o novo valor da variável é encontrando, dividindo o valor de cada integral pelo volume do elemento.

Já o método de primeira ordem, apesar de computacionalmente eficiente, é aconselhado a ser usado apenas em análises quase-estáticas, isto porque ele tende a difundir gradientes acentuados ao longo do tempo. A proposta do método é assumir o valor constante de uma variável da malha antiga para a nova, e então no elemento novo efetuar uma nova integração. O resultado da variável é obtido através da divisão de cada integral pelo novo volume do elemento.

Existem ainda os métodos para transpor o valor dos momentos, para garantir que haja a conservação dos momentos na malha nova. O ABAQUS®/Explicit oferece dois métodos para tal: o método de projeção do elemento central e o *half-index shift method*, sendo este último baseado no trabalho de Benson (1992).

O método de projeção do elemento central requer poucas operações numéricas, uma vez que o momento na malha antiga é calculado a partir da massa e das velocidades nodais. Esse valor é então transportado para a malha nova através dos mesmos algoritmos dos métodos de primeira ordem e segunda ordem, citados anteriormente.

O *half-index shift method*, na malha antiga, desloca as variáveis de momento nodal dos nós de um elemento para o centro dele. Essas variáveis são então transferidas para a malha nova pelos mesmos algoritmos de primeira e segunda ordem, resultando em valores do momento no centro dos elementos que posteriormente são deslocados para os nós. É um método que exige mais computacionalmente, comparado ao anterior.

3.4 MODELOS CONSTITUTIVOS

Na mecânica dos meios contínuos as relações estabelecidas entre as grandezas de tensão e deformação são chamadas de leis constitutivas do tipo tensão-deformação. De acordo com o tipo do material, essas leis podem ser agrupadas em modelos constitutivos que buscam descrever o comportamento desses. Sendo assim, foram criados diversos modelos dos tipos: elástico, elastoplástico, viscoelástico, viscoplástico, dentre outros.

Os materiais com comportamento elástico, após um ciclo de carregamento e descarregamento, as deformações são totalmente recuperáveis. Isso significa que não existem deformações permanentes. A relação tensão-deformação pode ser linear ou não linear.

Dessa forma, para maior compreensão, é apresentado em detalhes do modelo elastoplásticos para definição do critério de ruptura de Drucker Prager Estendido, utilizado neste trabalho.

3.4.1 MODELOS ELASTOPLÁSTICOS

Os materiais que, quando carregados e descarregados, não retornam à configuração inicial apresentam comportamento elastoplástico. Isso quer dizer que o corpo retém deformações a partir de um certo nível de tensão. A Teoria da Plasticidade é responsável por estudar os materiais com esse comportamento, e existem três conceitos básicos que a fundamenta: Função de Plastificação (F), Lei de Fluxo e Função Potencial Plástico (G) e Lei de Endurecimento (H).

A Função de Plastificação avalia o espaço de tensões e define a partir das quais quando ocorrem deformações plásticas. Para o caso 2D, a Função de Plastificação define uma curva no espaço de tensões que delimita o domínio elástico, onde a função sobre ela possui valor $F(\boldsymbol{\sigma}) = 0$. Dentro desta curva a função de plastificação possui valor negativo ($F(\boldsymbol{\sigma}) < 0$), e indica o domínio elástico. Fora dela, situação impossível para a teoria da plasticidade, a função possui valor maior que zero ($F(\boldsymbol{\sigma}) > 0$). Cabe ressaltar que quando o estado de tensão é levado além da curva, ocasiona deformações plásticas. A Figura 3.7 ilustra uma superfície de plastificação.

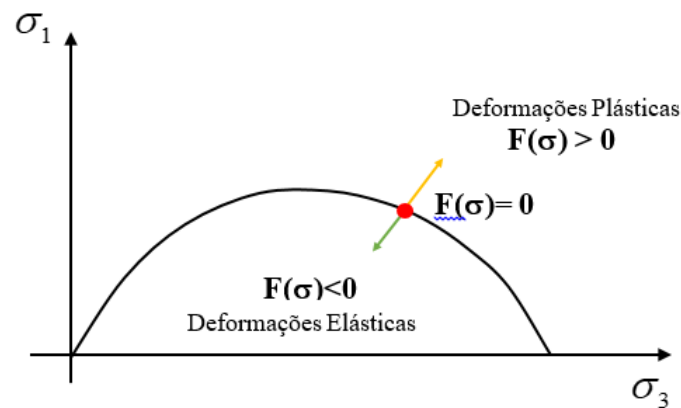


Figura 3.7. Superfície de Plastificação (modificado - FARIAS, 2016).

Já no caso tridimensional, é gerada uma superfície de plastificação no espaço das tensões com o mesmo princípio do caso 2D. Matematicamente, a superfície é descrita em função das componentes do tensor de tensão, cuja fórmula específica depende do modelo constitutivo adotado. Ademais, segundo os Postulados de Prager, a superfície de plastificação deve ser convexa e deve também englobar a origem.

Outro importante conceito para a Teoria da Plasticidade é a Lei de Fluxo Plástico, a qual define a direção do incremento de deformações plásticas pelo Vetor de Fluxo ($d\boldsymbol{\varepsilon}^P$) através de uma função $G(\boldsymbol{\sigma})$ chamada de Função Potencial Plástica. A relação é apresentada na Equação 3.30, onde λ é uma constante de proporcionalidade não negativa.

$$d\boldsymbol{\varepsilon}^P = d\lambda \frac{\partial G}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (3.31)$$

Caso $G(\boldsymbol{\sigma}) \equiv F(\boldsymbol{\sigma})$ a Lei de Fluxo é dita associada, e caso contrário é não associada.

O último conceito relacionado aos preceitos básicos da Teoria da Plasticidade é o Endurecimento. Considerando um material que fora carregado além da tensão de plastificação inicial, caso ele seja descarregado e carregado novamente, haverá uma nova tensão de plastificação. Essa expansão do domínio elástico ou aumento do limite de plastificação é chamado de Endurecimento.

A chamada Lei de Endurecimento relaciona o limite de plastificação (y), com as deformações plásticas através de um módulo de endurecimento (H), expressa da forma:

$$H = \frac{dy}{d\varepsilon^p} \quad (3.32)$$

No início dos estudos da Teoria da Plasticidade focou-se em definir a carga de ruptura e por isso, a maior parte dos modelos iniciais foram do tipo elástico perfeitamente plástico (EPP). Dessa forma, os critérios de plastificação podem ser tidos como critérios de ruptura. Os mais conhecidos são: Tresca, Von Mises, Mohr Coulomb, Drucker-Prager, Lade-Duncan, Matsuoka-Nakai, entre outros.

As relações elasto-plásticas perfeitas (EPP) não consideram o efeito do endurecimento, o que quer dizer que não há aumento do domínio elástico. Neste caso, conforme ilustra a Figura 3.8 para um estado uniaxial, as tensões até o ponto A geram de forma linear deformações elásticas, e após ele, qualquer carregamento gera deformações permanentes (plásticas) que aumentam infinitamente em ensaios de tensão controlada (FARIAS, 2016).

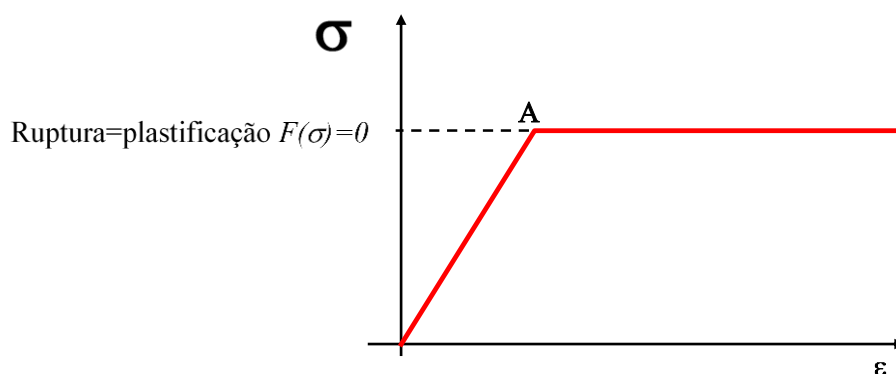


Figura 3.8. Relação elasto-plástica perfeita (modificado - FARIAS, 2016).

3.4.2 CRITÉRIO DE RUPTURA DE DRUCKER-PRAGER

O software ABAQUS® oferece diversos critérios de ruptura e modelos elastoplásticos para vários tipos de materiais. Dentre os oferecidos para solos tem-se: Mohr Coulomb, Drucker-Prager modificado com CAP, Drucker-Prager Estendido e Modelo de Estado Crítico para Argilas. Neste trabalho, por razões que serão explicadas mais adiante, utilizou-se o critério de Drucker-Prager Estendido.

O critério original de Drucker- Prager é do tipo elástico perfeitamente plástico e considera os efeitos de todas as tensões principais, já que utiliza na sua formulação os invariantes de tensão I_1 e $\sqrt{J_{2D}}$. A formulação proposta por Drucker e Prager é considerada uma extensão do critério de Morh-Couloumb, e a função de plastificação dada como

$$F(\sigma_q, \sigma_m) = \sqrt{J_{2D}} - \alpha I_1 - k = 0 \quad (3.33)$$

onde

$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \quad (3.34)$$

$$\sqrt{J_{2D}} = \frac{\sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_x - \sigma_z)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2)]}}{\sqrt{3}} \quad (3.35)$$

Para ensaios de compressão triaxial convencional (CTC):

$$\alpha = \frac{2 \operatorname{sen}\phi'}{\sqrt{3} (3 - \operatorname{sen}\phi')} \quad (3.36)$$

$$k = \frac{6 c' \operatorname{sen}\phi'}{\sqrt{3} (3 - \operatorname{sen}\phi')} \quad (3.37)$$

onde c' é a coesão e ϕ' é o ângulo de atrito.

Para ensaios de deformação plana:

$$\alpha = \frac{\operatorname{tg} \phi}{(9 - 12 \operatorname{tg}^2 \phi)^{\frac{1}{2}}} \quad (3.38)$$

$$k = \frac{3 c'}{(9 - 12 \operatorname{tg}^2 \phi)^{\frac{1}{2}}} \quad (3.39)$$

No plano octaédrico é formado um círculo, mostrado na Figura 3.9(a), cujo raio aumenta linearmente com σ_m gerando um cone ao longo do eixo hidrostático, ilustrado na Figura 3.9(b). A vantagem deste método está no fato de que não existem os pontos de singularidades do critério de Mohr-Coulomb, que se encontram nos cantos do prisma hexagonal deste.

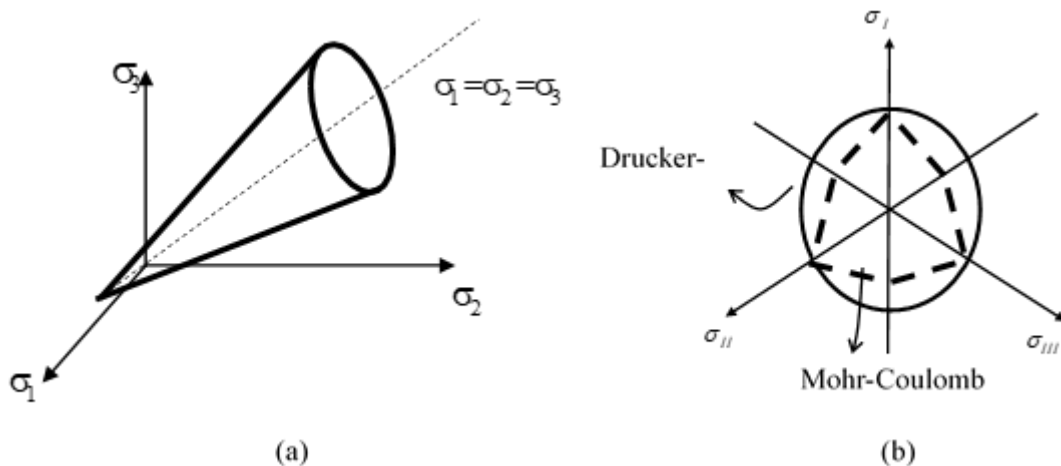


Figura 3.9. Superfície de plastificação no critério de Drucker-Prager (DESAI & SIRIWARDANE, 1984).

Já a formulação implementada no software ABAQUS®, chamada de Drucker Prager Estendido, se diferencia do original pois apresenta endurecimento, ou seja, deixa de ser elástico perfeitamente plástico e pode haver o crescimento da superfície de plastificação. O endurecimento é do tipo isotrópico, que quer dizer que a superfície de plastificação aumenta igualmente em todas as direções.

A evolução da superfície de plastificação com as deformações plásticas é descrita em termos de uma tensão equivalente $\bar{\sigma}$, para a qual se pode escolher três formulações: endurecimento devido a compressão, a tração ou ao cisalhamento.

A função de Endurecimento devido ao cisalhamento que será usada neste trabalho, pode ser definida como:

$$\bar{\sigma} = d (\bar{\varepsilon}^{pl}, \dot{\bar{\varepsilon}}^{pl}, \theta, f_i) \quad (3.40)$$

$$\bar{\varepsilon}^{pl} = \int_0^t \dot{\varepsilon}^{pl} dt \quad (3.41)$$

$$\dot{\varepsilon}^{pl} = \frac{\dot{\gamma}^{pl}}{\sqrt{3}} \quad (3.42)$$

Onde \mathbf{d} é a coesão, que faz o papel de c nas Equações 3.36 e 3.38, $\bar{\varepsilon}^{pl}$ é a deformação plástica equivalente (definida na Equação 3.2), $\dot{\varepsilon}^{pl}$ é a taxa de deformação plástica equivalente (definida na Equação 3.3), θ é a temperatura, f_i outras variáveis predefinidas e $\dot{\gamma}^{pl}$ é a taxa de deformação cisalhante plástica equivalente.

A coesão neste modelo do software também se difere da formulação original pois ela é dependente dos dados de entrada, sendo a formulação dada por

$$\mathbf{d} = \frac{\sqrt{3}}{2} \tau \left(1 + \frac{1}{K}\right) \quad (3.43)$$

para o caso de endurecimento devido ao cisalhamento (τ). Onde K é representa a variação da função de plastificação no plano octaédrico, sendo igual a 1 para o critério de Drucker-Prager original e coincidente com o critério de Von Mises.

A função de potencial plástica é definida por

$$G = q - p \tan \Psi \quad (3.44)$$

onde ψ é o ângulo de dilatância (plano p-q) que retrata a variação volumétrica causada por cisalhamento. Uma interpretação geométrica de ψ é mostrada na Figura 3.10, onde β é o ângulo de atrito e $d\varepsilon^{pl}$ é o vetor de fluxo.

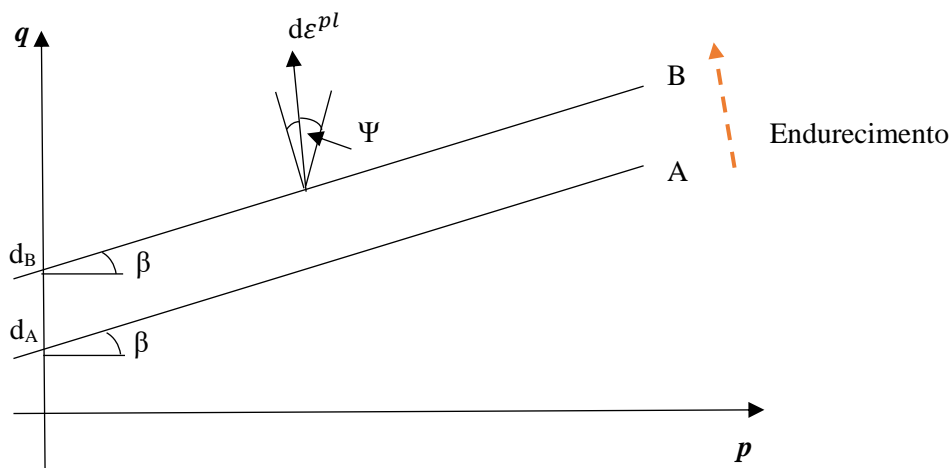


Figura 3.10. Critério de linear de Drucker-Prager: superfície de plastificação e direção do vetor de fluxo no plano p-q (modificado – ABAQUS, 2013).

A partir da Figura 3.10 compreende-se portanto que, devido ao endurecimento, existem duas superfícies de plastificação neste critério: a inicial (A) e a última (B). Até a superfície A as deformações para estes estágios de tensões são elásticas; a partir de então iniciam-se as deformações plásticas com endurecimento até atingir a superfície B onde ocorre a ruptura.

3.5 MECANISMO DE DANO

O mecanismo de dano considera a não linearidade, ou seja, mudança do módulo com o nível de tensão. Um material é considerado danificado quando começa a perder capacidade de resistir a cargas que antes era capaz. Isso ocorre devido a redução do módulo que relaciona a tensão com a deformação. Neste trabalho, serão utilizados os princípios desta lei que a propriedade degradada é o módulo de elasticidade (E).

Na Figura 3.11 é apresentada uma resposta típica de um material que sofre um processo de dano. Nota-se um comportamento elástico de a-b, elastoplástico de b-c e continuaria de c-d se não houvesse dano. Contudo no ponto c é iniciado a degradação de E, onde a evolução é vista de c-e até que no ponto “e” há total perda de rigidez, já que não há mais capacidade de resistir a carregamentos externos.

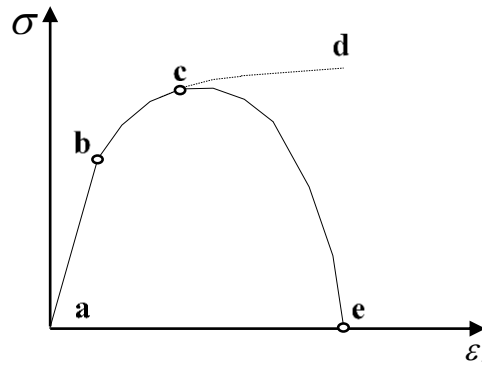


Figura 3.11. Comportamento uniaxial com modelo de dano (modificado – ABAQUS, 2013).

No software ABAQUS® são oferecidos modelos de danos que se baseiam em três etapas: definição do início do dano, critério de evolução e escolha de remoção do elemento. Na primeira etapa é estabelecido o início da degradação da rigidez, que pode ser baseado no critério de falha dúctil ou no critério de falha por cisalhamento.

O critério de falha dúctil é apropriado para casos de dano devido a formação de nucleação e agrupamento de vazios. Já o critério de falha por cisalhamento é adequado para situações em que o dano ocorre devido a formação de uma zona de cisalhamento localizada. A Figura 3.12 ilustra as situações descritas, para uma situação de tração uniaxial.



Figura 3.12. Critérios de situações de falha. (a) critério dúctil; (b) critério de falha por cisalhamento. (ABAQUS, 2005).

Os solos resistem bem as tensões de compressão, contudo apresentam baixa resistência a tração e ao cisalhamento. Nos problemas de estabilidade de encostas, barragens, aterros e fundações as rupturas são caracterizadas pelo deslocamento relativo entre as partículas, sendo, portanto, adequado aplicar o critério de falha por cisalhamento.

O critério de falha por cisalhamento assume que a deformação plástica equivalente presente no início do dano é função de uma variável chamada de taxa de tensão de cisalhamento (θ_s) e da taxa de deformação ($\dot{\epsilon}^{pl}$), conforme

$$\dot{\epsilon}_D^{pl} = f(\theta_s, \dot{\epsilon}^{pl}) \quad (3.45)$$

a qual é uma relação empírica, não fornecida pelo software ABAQUS®.

A taxa de tensão de cisalhamento (θ_s) é então dada pela Equação 3.46, onde k_s é um parâmetro do material, τ_{max} é a máxima tensão cisalhante, p e q são invariantes mostrados na Equação 3.47 e 3.48, respectivamente, em que os índices 1, 2 e 3 são as direções principais.

$$\theta_s = \left(\frac{q + k_s p}{\tau_{max}} \right) \quad (3.46)$$

$$p = -\frac{1}{3}(\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}) \quad (3.47)$$

$$q = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + 3(\sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 + \sigma_{33}^2)]} \quad (3.48)$$

Para cada incremento, a deformação plástica equivalente é calculada em cada ponto de integração, e é feita a comparação entre esta e a deformação plástica no início do dano. É definida então uma variável de estado que é incrementada até quando o somatório atingir 1 e o dano é iniciado, a qual é expressa por:

$$ws = \int \frac{d \dot{\epsilon}^{pl}}{\dot{\epsilon}_D^{pl}(\theta_s, \dot{\epsilon}^{pl})} = 1 \quad (3.49)$$

Uma vez definido o ponto de início de dano, deve-se então descrever a evolução, ou seja, a taxa com que haverá a degradação da rigidez do material. Para isso, é definido um escalar D que

mede o grau de dano do elemento, sendo $D = 1$ quando a ruptura ocorre. Esse escalar relaciona-se com o tensor de tensão devido ao dano (σ) através da equação

$$\sigma = (1 - D)\bar{\sigma} \quad (3.50)$$

onde $\bar{\sigma}$ é o tensor de tensão que estaria atuando se não houvesse a degradação da propriedade.

A Figura 3.13 mostra a modificação da variável D durante a curva tensão-deformação com dano progressivo.

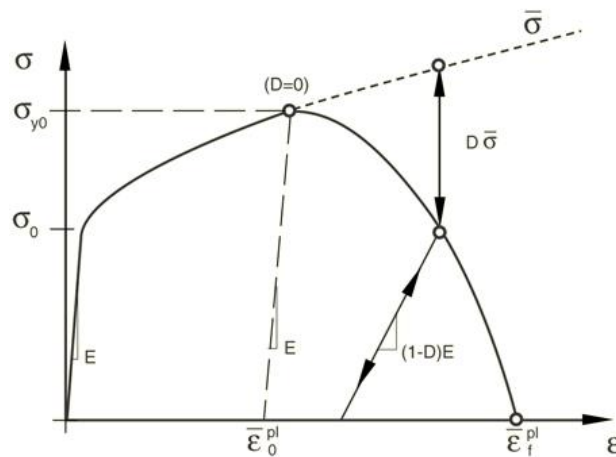


Figura 3.13 Gráfico tensão-deformação com dano progressivo. (ABAQUS, 2005).

As leis de evolução do dano no ABAQUS® podem ser escritas em termos de energia ou em deslocamento equivalente plástico (\bar{u}^{pl}). Ambos podem ser especificados para o software, através de tabelas por funções linear ou exponencial.

Neste trabalho optou-se por utilizar a lei de evolução do dano baseada no deslocamento equivalente plástico pela lei exponencial, ilustrada na Figura 3.14. A variável d é definida como:

$$d = \frac{1 - e^{-\alpha \left(\frac{\bar{u}^{pl}}{\bar{u}_f^{pl}} \right)}}{1 - e^{-\alpha}} \quad (3.51)$$

Sendo assim, a variável d é uma medida do dano no ponto de integração, diferente do escalar D que avalia em todo o elemento, que é considerado com perda total de rigidez quando todos os pontos de integração atingem $d = 1$.

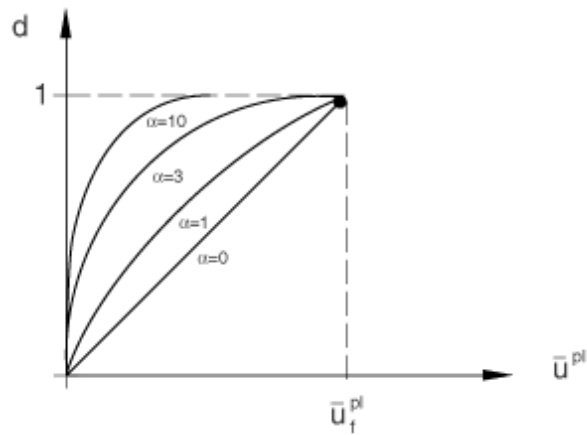


Figura 3.14. Lei de evolução por deslocamento exponencial (ABAQUS, 2005).

CAPÍTULO 4

4.1 MODELOS MECÂNICOS PARA VALIDAÇÃO

Nesta etapa do trabalho são apresentados modelos que permitem um melhor entendimento do processo de simulação numérica dos problemas de escorregamento de talude e impacto em barreira. Este estágio de validação dos modelos numéricos é de suma importância para que resultados confiáveis sejam atingidos.

O objetivo das validações é chegar à conclusões sobre o uso do software ABAQUS®, do MEF, do ALE e do Mecanismo de Dano para as aplicações de interesse. Para tanto, os modelos propostos são primeiramente avaliados, ou seja, os resultados alcançados são comparados às soluções já existentes; em seguida, são analisados a fim de identificar fatores que contribuíram para tal desempenho; e por fim, são feitas recomendações sobre o tópico. A Figura 4.1 apresenta o fluxograma para as validações.



Figura 4.1. Fluxograma para modelos de validação.

Dessa forma, são apresentados modelos de deslizamento de um bloco sobre plano inclinado, impacto de esfera em barreiras e ensaio em larga escala de cisalhamento direto.

4.2 BLOCO EM PLANO INCLINADO

A simulação de um bloco sobre um plano inclinado possibilita um entendimento maior de problemas dinâmicos, utilizando o método dos elementos finitos. Dessa forma, para validar esse tipo de problema no software ABAQUS®, simulou-se o deslizamento de um bloco rígido sobre um plano inclinado e impactando em uma barreira, em que o coeficiente de atrito entre as partes foi de 0,3.

A geometria e a malha de elementos finitos utilizada pode ser vista na Figura 4.2 e na Figura 4.3, a qual é composta por elementos do tipo CPE4R (elementos quadriláteros, deformação plana e com integração reduzida). No bloco foram utilizados 4343 nós e 4200 elementos; no plano inclinado 2215 nós e 2142 elementos; e na barreira 638 nós e 570 elementos.

Integração reduzida quer dizer que os elementos contam apenas com um ponto de Gauss para a integração. Apesar de trazer vantagens em relação ao custo operacional, este tipo de integração pode levar às instabilidades numéricas. Cabe ressaltar que o uso da integração reduzida é obrigatório no software para modelos que utilizem o ALE e as propriedades de dano, por isso foi usado em todos os modelos de validação.

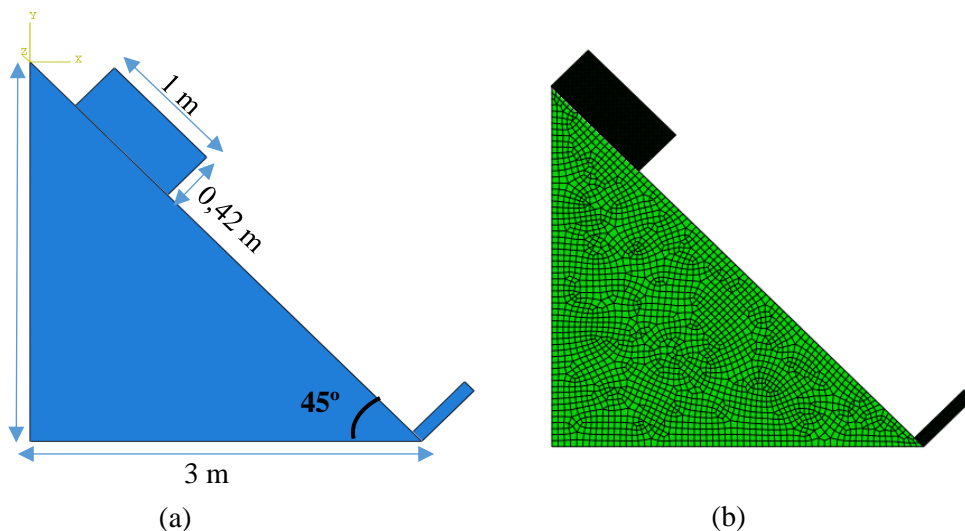


Figura 4.2. Modelo de escorregamento de bloco em rampa. (a) geometria; (b) malha de elementos finitos.

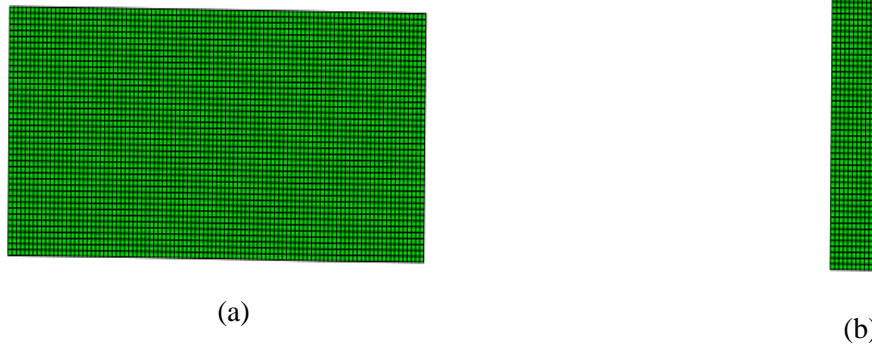


Figura 4.3. Detalhe da malha de MEF para o bloco e a barreira. (a) bloco; (b) barreira.

A fim de comparar com o resultado numérico, foi feita a análise analítica, utilizando o diagrama de corpo livre, ilustrado na Figura 4.4. É possível visualizar a força peso (\mathbf{P}), com direção vertical e sentido negativo no eixo y, que pode ser decomposta em relação ao ângulo do plano inclinado. Além disso, tem-se a força normal (\mathbf{N}) no bloco gerado pelo apoio ao plano, e por fim, a força de atrito (\mathbf{F}_{at}) contrária a tendência de movimento.

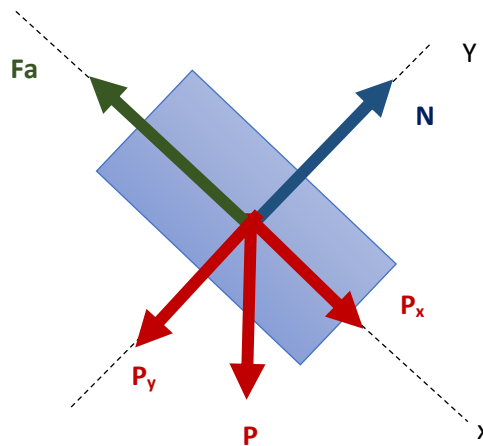


Figura 4.4. Análise da velocidade do bloco sobre plano inclinado para $t=1s$.

De posse das devidas forças e decomposições, equaciona-se o equilíbrio de forças na direção do eixo x, obtendo-se a força resultante na direção x (\mathbf{F}_r^x) conforme

$$\mathbf{F}_r^x = \mathbf{P} \operatorname{sen}\theta' - \mathbf{F}_{at} \quad (4.1)$$

e após simplificações, tem-se:

$$a = g \cdot (\text{sen}\theta' - \mu \cos\theta') \quad (4.2)$$

A aceleração pode então ser calculada em função do ângulo de atrito, do ângulo do plano inclinado e da gravidade, conforme:

$$a_x = 10 \cdot (\text{sen}45 - 0,3 \cos 45) = 4,94 \text{ m/s}^2 \quad (4.3)$$

A partir da aceleração, a velocidade (v) pode ser calculada para qualquer tempo. Dessa forma, para o tempo de 1 s, tem-se

$$v_x = t \cdot a = 1 \cdot 4,94 = 4,94 \text{ m/s} \quad (4.4)$$

Conforme o resultado da Equação 4.4 e comparando com a Figura 4.5, nota-se a conformidade nos resultados analíticos e numéricos para o cálculo da velocidade.

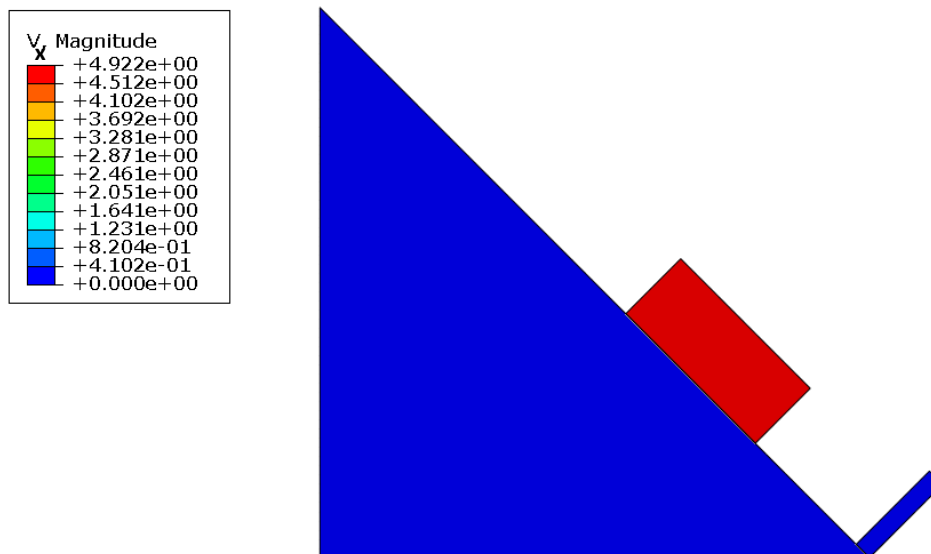


Figura 4.5. Análise da velocidade do bloco sobre plano inclinado para t=1s.

O resultado também pode ser observado na Figura 4.6, que apresenta o gráfico da variação do módulo da velocidade do bloco com o tempo.

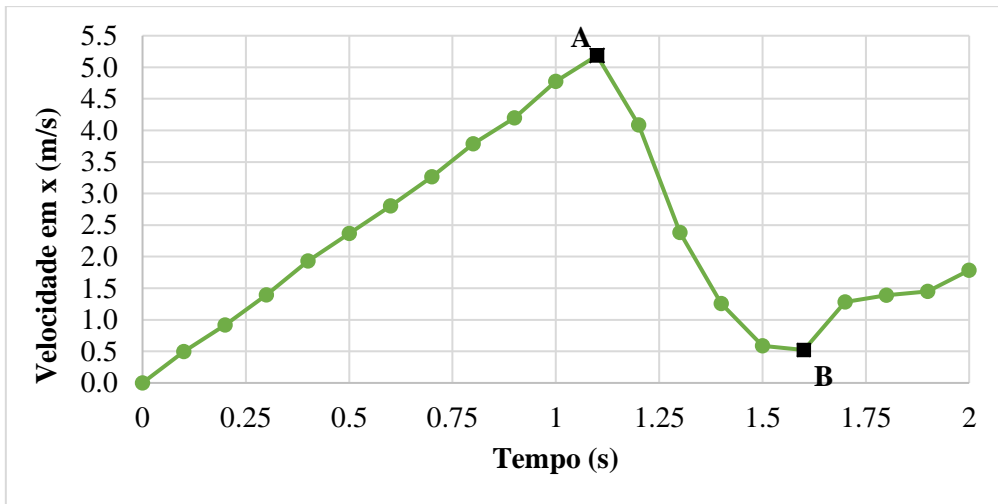


Figura 4.6. Gráfico do módulo da velocidade com tempo para o bloco sobre plano inclinado.

A partir da Figura 4.6 nota-se que a velocidade do bloco cresce até impactar na barreira no ponto A. E, a partir de então, o bloco inicia o movimento de subida no plano, porém perdendo velocidade até o ponto B, onde volta a descer o plano aumentando sua velocidade novamente. O momento do impacto pode ser visualizado na Figura 4.7.

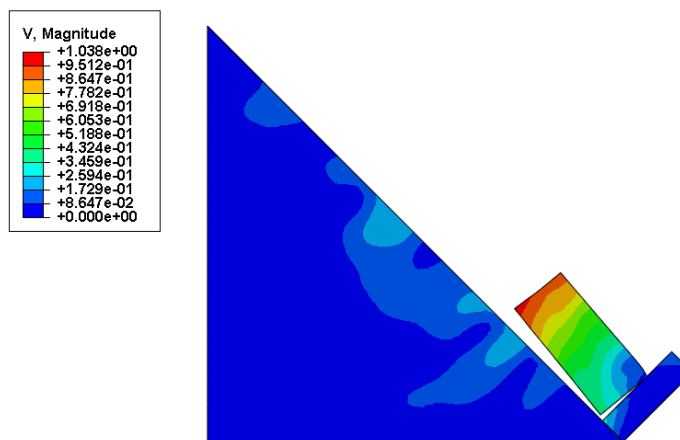


Figura 4.7. Impacto do bloco na barreira sobre plano inclinado.

4.2.1 ANÁLISE DAS PROPRIEDADES DO ALE

Para a análise das funções oferecidas pelo ABAQUS® para o ALE e também para analisar a influência destas nos resultados, fez-se a mesma simulação de escorregamento do bloco sobre plano inclinado, apresentada na Figura 4.2, onde o domínio ALE foi estabelecido no bloco.

Neste caso o bloco possui densidade de 1000 kg/cm^3 e comporta-se de forma elástica com módulo de Young de 1 kPa e Poisson de $0,49$. Essas propriedades foram definidas para um caso hipotético e crítico, apenas para avaliar problemas de distorção, já que tais características levam a grandes distorções na malha. A Figura 4.8 ilustra o comportamento deformado do material.

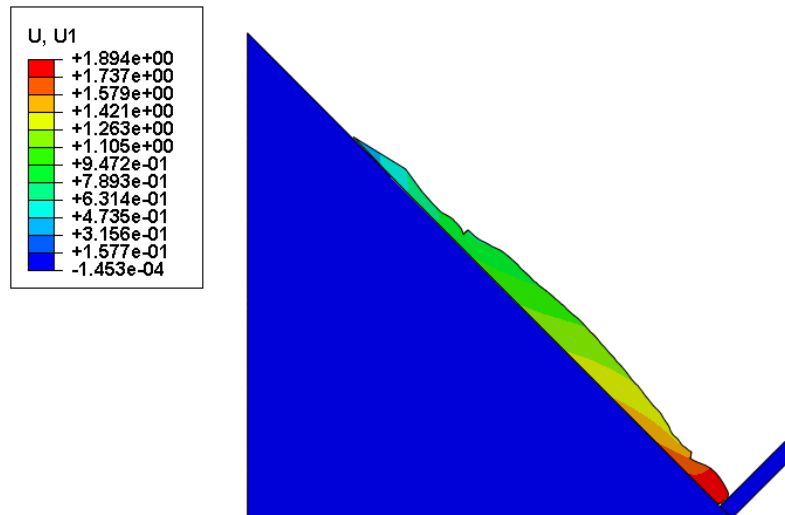


Figura 4.8. Modelo de escorregamento de bloco em rampa. (a) geometria; (b) malha de elementos finitos.

A rampa possui comportamento elástico linear com módulo de Young de 10^9 kPa , Poisson de $0,33$ e densidade de $3,8 \text{ kg/cm}^3$. A interação desta com o bloco se dá através da propriedade de fricção tangencial admitida com o valor de $0,3$.

O método para recriação da malha foi escolhido como o de volume, sendo então definido com peso 1 e 0 para o laplaciano e o equipotencial. Ademais, o método de advecção para variáveis em geral foi estabelecido como o de segunda ordem e para advecção de momento o método da projeção do elemento central. Todos estes métodos foram definidos na Seção 3.2.2 no capítulo anterior.

Para verificar os resultados obtidos por meio das variações nos parâmetros do método, conduziu-se a análise até o encerramento desta pelo software devido a um erro diagnosticado, como excesso de distorção no elemento. Esse erro ocorre quando o ALE já não é mais capaz de realocar os nós da malha de forma que não cause problemas para o cálculo numérico. Este erro numérico é devido a matriz jacobiana (J) expressa por

$$J = \begin{bmatrix} \sum \frac{\partial N_i}{\partial \xi} X_i & \sum \frac{\partial N_i}{\partial \xi} Y_i \\ \sum \frac{\partial N_i}{\partial \eta} X_i & \sum \frac{\partial N_i}{\partial \eta} Y_i \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

a qual é dependente do tipo de elemento (das funções de forma, N) e da geometria, cujo objetivo é o mapeamento dos elementos das coordenadas locais (ξ, η) para as globais (X, Y) .

Pode-se dizer que para casos bidimensionais o determinante da matriz J representa a área, e para tridimensionais o volume do elemento. Sendo assim, compreende-se que o determinante da matriz J não deve possuir valor negativo, e para que isso não aconteça, os elementos lineares devem possuir sempre ângulos internos menores que 180° .

Com o excesso de deformação na malha, alguns elementos podem apresentar essa configuração que gera resultados negativos no determinante da matriz J, fazendo com que o software não consiga mais fazer o mapeamento das coordenadas locais para as globais e, portanto, encerrando a análise pelo erro de excesso de deformação no elemento.

Dessa forma, para esse modelo foram feitos diversos testes alterando a frequência com que uma nova malha é criada e também o número de varreduras da malha antiga, ou seja, a quantidade de vezes que os nós da malha são realocados. Vale ressaltar, que para todas as análises foram mantidas as mesmas geometrias, modelos constitutivos, condições de contorno, interações e malha de elementos finitos.

O manual do ABAQUS® recomenda que a frequência de remalhamento esteja entre um valor de 5-100, e que para grandes deformações o número de varredura seja alto. Por exemplo, caso tenha-se uma análise com um tempo total de 1s e incrementos a cada 0,1s, se for definida uma frequência de 2, a cada 0,2s será feita a realocação dos nós, ou seja, a criação de uma nova malha.

A partir do exposto, para este modelo, foram feitas simulações variando a frequência em 1, 5 e 10 e as varreduras de 1, 10, 100 e 1000 em busca de alguma relação entre elas.

Analisando os tempos máximos de análises para os pares de frequência e varredura, tem-se o gráfico da Figura 4.9. Nota-se que com o aumento do número de varreduras, ou seja, a quantidade máxima com que os nós são realocados, o tempo máximo de análise reduz. Ressalta-se também que a frequência de 1 levou a erro por distorção mais rapidamente.

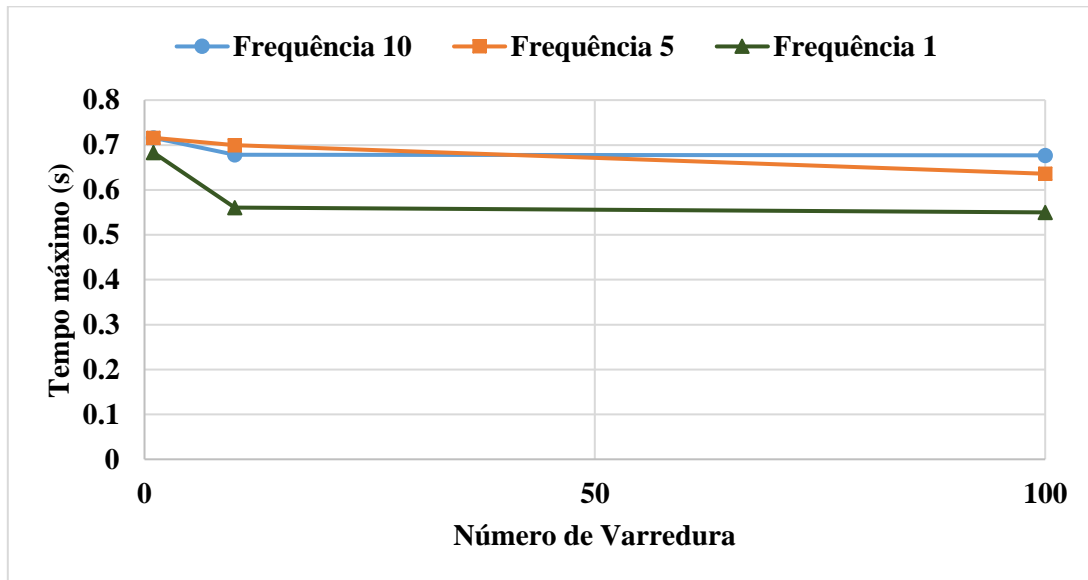


Figura 4.9. Relação dos tempos máximos de análise com a frequência e a varredura.

Analisou-se também a influência dessas propriedades nos resultados das variáveis. Para um mesmo ponto do bloco obteve-se os dados de velocidade e deslocamento vertical e horizontal. Conforme nota-se na Figura 4.10, para uma mesma varredura, com o aumento da frequência o deslocamento horizontal é minorado. Além disso, nota-se que com o aumento da varredura os resultados de deslocamento são maiores.

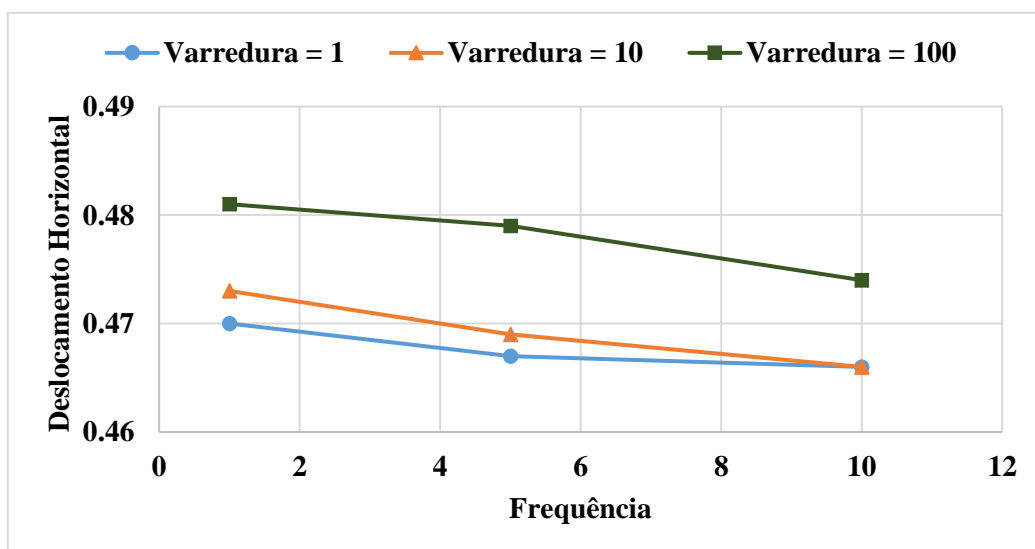


Figura 4.10. Valores de deslocamento horizontal variando a frequência e a varredura.

Já o deslocamento vertical, apresentado na Figura 4.11, manteve-se igual para um mesmo valor de varredura.

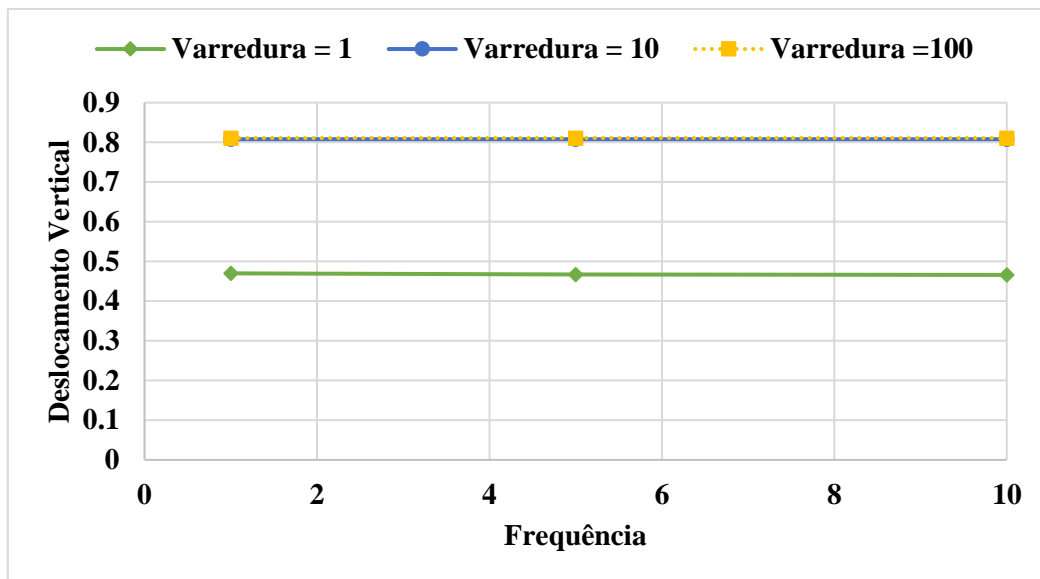


Figura 4.11. Valores de deslocamento vertical variando a frequência e a varredura.

Para os resultados velocidade vertical nota-se pela Figura 4.12, que com o aumento da frequência e da varredura os obtêm-se resultados maiores. O contrário acontece para os valores de velocidade horizontal, apresentados na Figura 4.13, os quais diminuem com o aumento da frequência, porém são maiores para varreduras superiores

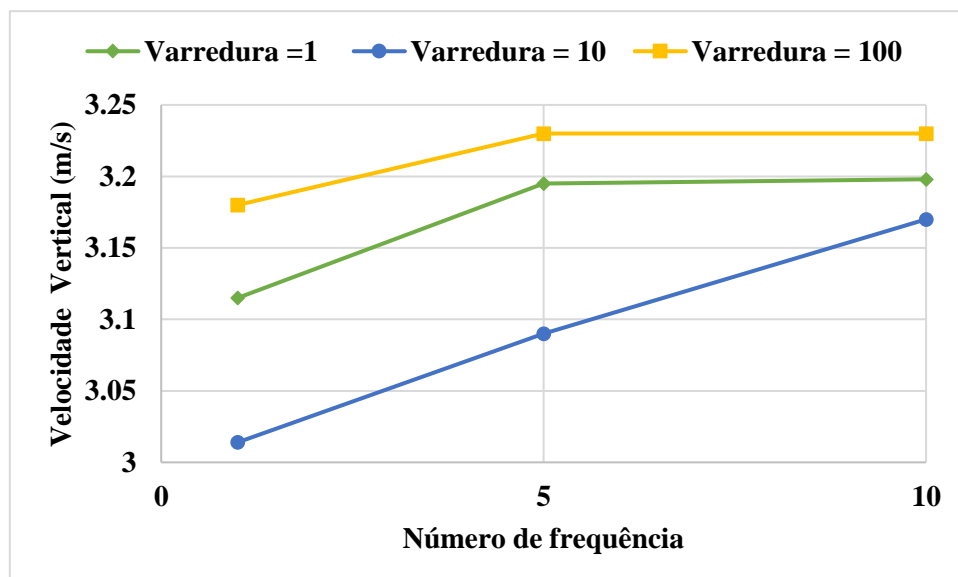


Figura 4.12. Valores de velocidade vertical variando-se a frequência e varredura.

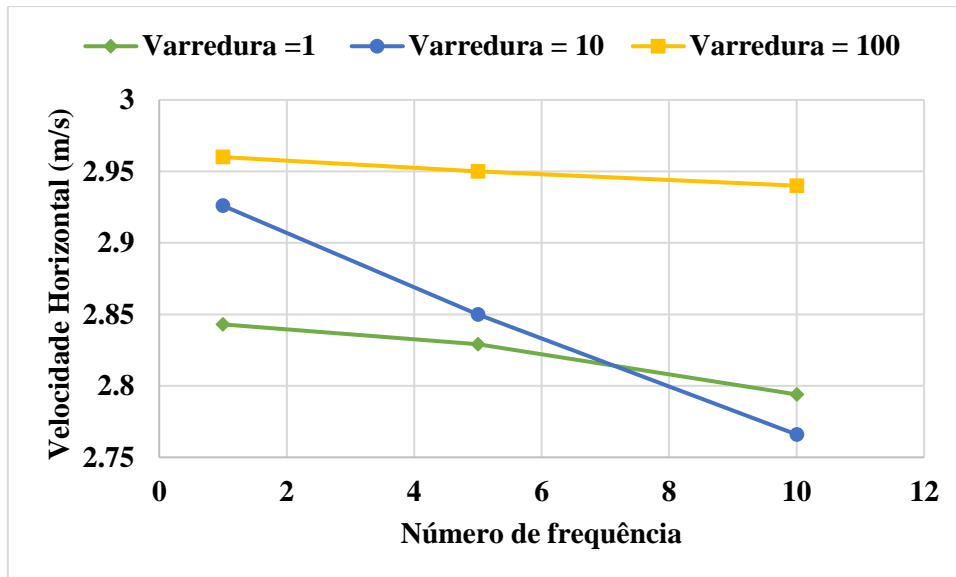


Figura 4.13. Valores de velocidade horizontal variando-se a frequência e varredura.

4.2.2 ANÁLISE DA QUALIDADE DA MALHA DE ELEMENTOS FINITOS

Conforme já abordado, a qualidade da malha de elementos finitos é essencial para resultados condizentes com a realidade. Existem vários fatores que influenciam na manutenção da forma da malha durante a análise, e conforme já visto, o ALE é exatamente um método para tal.

Considerando um o bloco sobre um plano inclinado com comportamento elástico, e com densidade de 1000 kg/m^3 , módulo de Young de 1 kPa e Poisson de $0,49$, para induzir grandes deformações sem variar o volume, com o domínio ALE estabelecido novamente no bloco. Nota-se a qualidade da malha no bloco sem e com a utilização do método ALE para um mesmo tempo $t=0,2\text{s}$ na Figura 4.14.

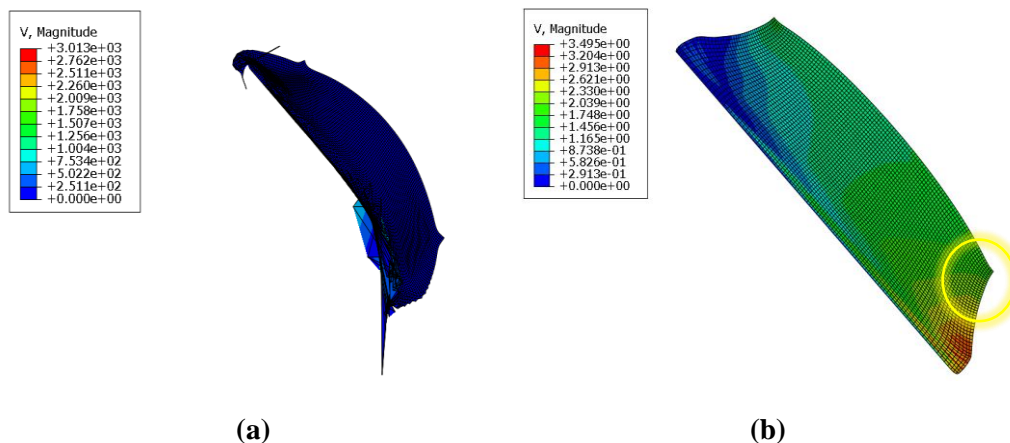


Figura 4.14. Qualidade da malha de elementos finitos. (a) sem ALE; (b) com ALE.

Com respeito as propriedades do ALE, é possível concluir que quando a frequência de remalhamento é menor, a malha se mantém com melhor qualidade durante um tempo maior de análise. Entretanto, conforme ressaltado na Figura 4.7(b), os elementos de ponta não são realocados durante a análise e tendem a distorcer-se.

Isso acontece, pois, conforme apresentado, a análise utilizando a técnica do *operator split* calcula primeiro os deslocamentos do material e em seguida os da malha. Admitindo que os nós em um contorno encontram-se uniformes (Figura 4.15 (a)), e após o passo LA tornam-se distorcidos (Figura 4.15(b)), é necessário então a realocação destes para o cálculo do deslocamento da malha (Figura 4.15(c)). Este reposicionamento é baseado no comprimento total da superfície e na quantidade de nós, fazendo com que seja uniforme a distância entre eles (NAZEM *et al.*, 2007).

Contudo, os nós das extremidades dos contornos não são realocados uma vez que são usados como referência para cálculo da distância dos demais. Causando, portanto, o efeito ressaltado na Fig. 4.15(b).

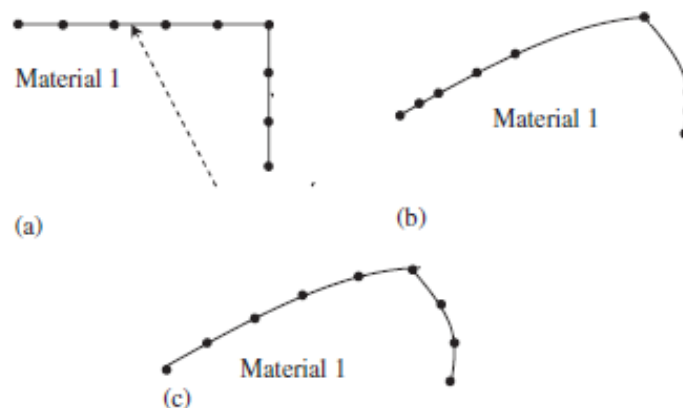


Figura 4.15. Realocação dos nós da malha de elementos finitos. (a) contornos antes de deformar; (b) após a deformação; (c) após a realocação (modificado - NAZEM *et al.*, 2007).

Esse problema numérico pode ser minorado de duas formas principais: refinamento da malha ou diminuição do intervalo de tempo (Δt). Na Figura 4.16 é mostrado o efeito em uma malha grosseira, com 55 nós e 70 elementos, para um tempo $t=0,2$ s, e na Figura 4.17 com uma malha refinada para o mesmo t .

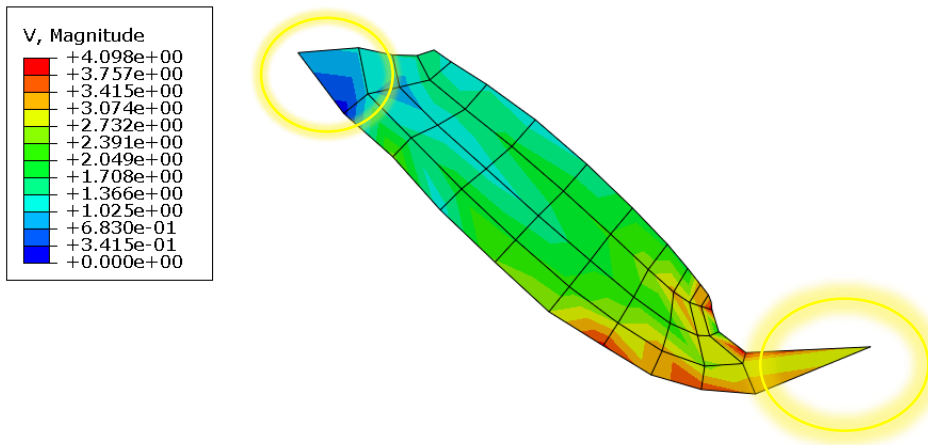


Figura 4.16. Bloco com malha grosseira.

Com relação ao intervalo de tempo constata-se que com uma diminuição neste valor há uma melhoria nos cantos, conforme ilustra a Figura 4.17(a) e Figura 4.17(b), oriundas de um mesmo incremento, porém com intervalos de tempo com 10 vezes de diferença.

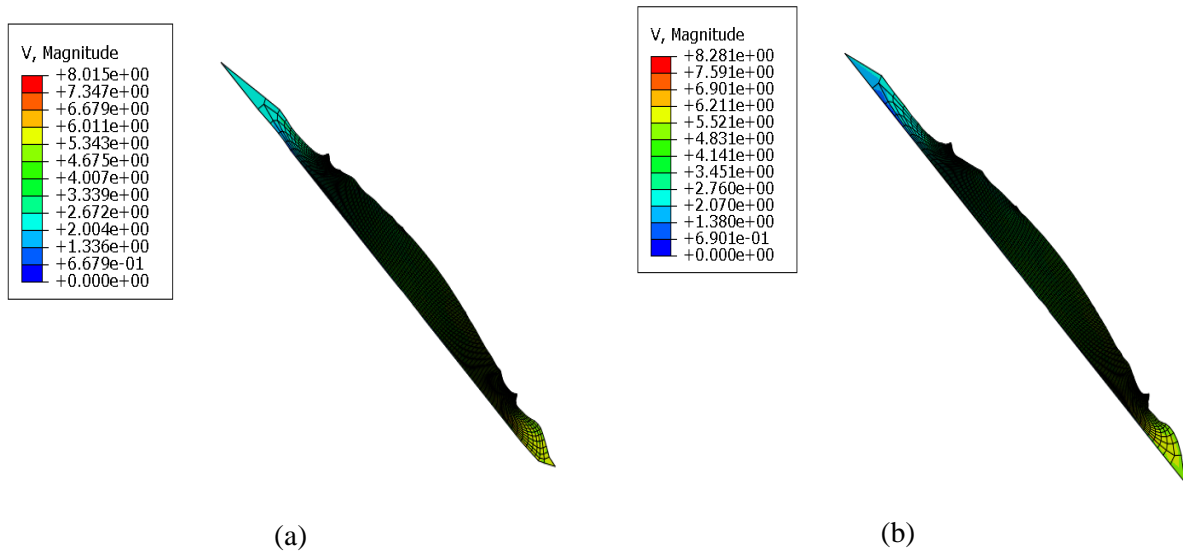


Figura 4.17. Modelo de escorregamento com malha refinada. (a) $\Delta t=0,1$; (b) $\Delta t=1$.

Para comparar, foi feita a simulação com as mesmas condições do bloco, porém com formato elipsoidal. E como não há cantos não houve esses pontos não adaptativos. O grande inconveniente é que com essas propriedades e geometria, o corpo se deforma muito mais facilmente permitindo apenas baixos tempos de análise. A Figura 4.18 mostra a configuração

inicial e final do corpo elipsoidal em um incremento da análise, onde já houve grandes deslocamentos. Para este caso foi usado frequência de 1 e varredura de 400.

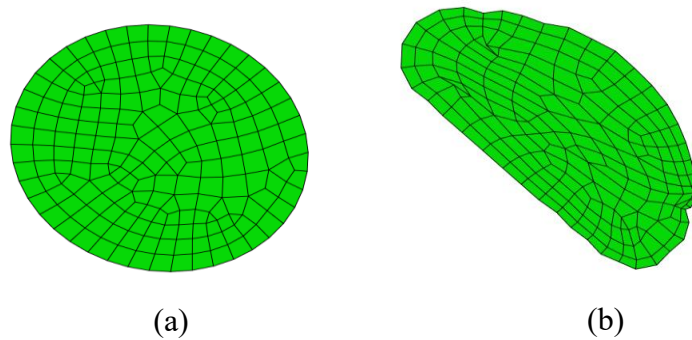


Figura 4.18. Configurações da parte elipsoidal. (a) inicial. (b) final.

4.3 QUEDA LIVRE DE ESFERA SOBRE BARREIRA

Para validar problemas de impacto no software ABAQUS/Explicit® foram feitas simulações de uma esfera em movimento de queda livre sobre uma barreira. Sendo assim, foi então avaliado os resultados numéricos com analíticos e analisados a influência da interface e do módulo de Young.

Em um movimento de queda livre, que é um tipo de movimento retilíneo uniformemente variado (MRUV), os físicos comprovaram que corpos abandonados de uma mesma altura no vácuo ou em local com resistência do ar desprezível possuem o mesmo tempo de queda, independentemente da massa.

Sendo assim, para o movimento de queda livre tem-se as três equações da física básica: equação horária de velocidade, dada por:

$$v = v_0 + g \cdot t \quad (4.6)$$

Além da equação horária das coordenadas, expressa por:

$$S = S_0 + v_0 \cdot t + \frac{g \cdot t^2}{2} \quad (4.7)$$

E, por fim, a equação de Torricelli, dada por:

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot g \cdot \Delta S \quad (4.8)$$

onde t é tempo, v é velocidade, S é espaço e g a gravidade.

Considerando-se uma esfera com velocidade inicial nula, ilustrada na Figura 4.19, sob ação da aceleração da gravidade de $9,8 \text{ m/s}^2$, desprezando-se a resistência do ar e utilizando as Equações 4.8 e 4.9, calcula-se a velocidade que este corpo estará após $0,5\text{m}$ de queda livre como:

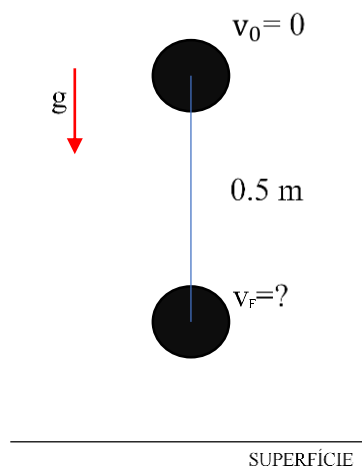


Figura 4.19. Esquema de um corpo em queda livre.

$$0,5 = \frac{9,8 \cdot t^2}{2} \rightarrow t = 0,319 \text{ s} \quad (4.9)$$

$$v = g \cdot t \rightarrow v = 9,8 \cdot 0,319 \rightarrow v = 3,13 \text{ m/s} \quad (4.10)$$

Para esta mesma posição, em posse da velocidade, é possível calcular a energia cinética do sistema, como:

$$E_c = \frac{m \cdot v^2}{2} \rightarrow E_c = \frac{1,5 \cdot (3,13)^2}{2} \rightarrow E_c = 7,35 \text{ Joules} \quad (4.11)$$

Para o modelo numérico, a esfera foi dita como corpo rígido de massa $m=1,5 \text{ kg}$, com raio de $0,35 \text{ m}$, distante verticalmente $0,005 \text{ m}$ da barreira, com momento de inércia de $0,077 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ e com velocidade inicial de $3,13 \text{ m/s}$, como se já estivesse iniciado sua queda há $0,5 \text{ m}$ da

superfície. A energia cinética inicial, portanto, é dada conforme Equação 4.11, e a potencial inicial por

$$E_p = m \cdot g \cdot h = E_c = 1,5 \cdot 9,8 \cdot 0,005 = 0,0735 \text{ Joules} \quad (4.12)$$

A barreira foi descrita com propriedades elástico linear, com Poisson de 0,34 e engastada em todos os lados, na qual foi feita a variação do Módulo de Young para analisar o efeito deste em colisões. Para possibilitar o efeito de impacto no software, definiu-se uma interface entre a esfera e a barreira, para a qual também foram feitos testes variando o valor que a define, que será explicado mais adiante.

A Figura 4.20 ilustra o modelo do software com a malha de elementos finitos. Na esfera foram usados 383 nós e 381 elementos, enquanto que na barreira 20402 nós e 10000 elementos.

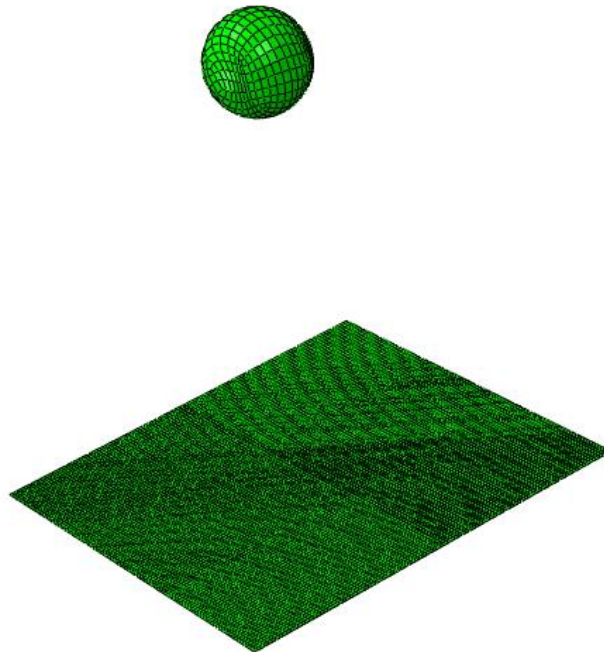


Figura 4.20. Esfera em queda livre sobre barreira.

Para verificar a possibilidade destas análises dinâmicas tridimensionais no software, avaliou-se a da energia cinética para todos os modelos e, conforme ilustra a Figura 4.21 para um dos casos, conclui-se que a energia cinética inicial de 7,35 J é verificada.

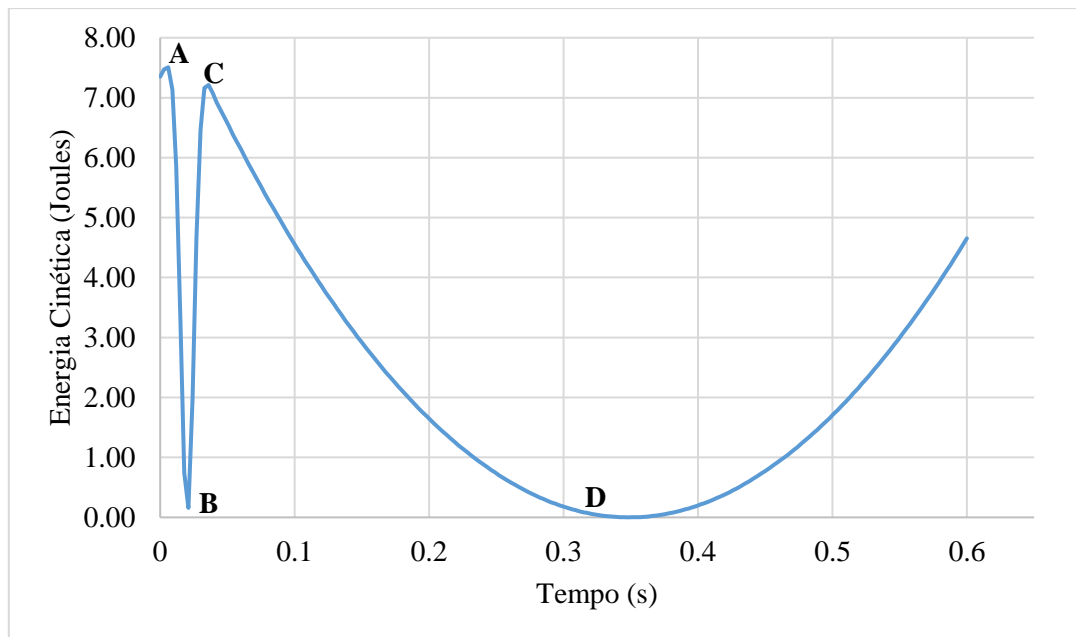


Figura 4.21. Energia total do sistema de esfera e barreira durante o tempo de análise.

Pela Figura 4.21 é possível notar também que no ponto **A** ocorre o impacto da esfera na barreira, a qual perde velocidade até parar no ponto **B**. De **B** para **C** a esfera é impulsionada e adquire velocidade até o ponto **C**, onde atinge a altura máxima e inicia a queda novamente até **D**. Neste local, é iniciado o impulso novamente.

4.3.1 ANÁLISE DA INTERFACE

Para modelar situações que envolvem dois corpos em contato no ABAQUS/Explicit® é necessário inserir uma interação entre eles. Para isso, o software oferece uma série de interfaces que devem ser analisadas para definir qual descreve melhor a situação modelada.

No caso da esfera colidindo com a barreira escolheu-se um modelo de contato que retrata a fricção existente entre os dois materiais através da teoria básica de Coulomb. Sendo assim, é dado um valor de entrada para o programa chamado de coeficiente de fricção (μ), que é a tangente da reta de ruptura de Coulomb no espaço de tensão cisalhante com tensão normal. Para melhor entendimento, se o μ for nulo quer dizer que não haverá nenhuma tensão cisalhante no contato e as superfícies estarão livres para deslizarem uma sobre a outra.

Para avaliar então a influência deste μ adotou-se os seguintes valores: 0,001, 0,3 e 1. Espera-se que, como não há perda de energia no sistema, a esfera retorne para a posição 0,505 m. Além

disso, presume-se também que não há motivo de haver deslocamento horizontal, uma vez que o movimento e as forças no sistema atuam apenas na direção vertical.

Dessa forma, analisando as três interfaces para um mesmo módulo de Young, tem-se o deslocamento vertical e horizontal da esfera ilustrado na Figura 4.22 e na Figura 4.23, respectivamente. Vale ressaltar que o comportamento da interface foi o mesmo para todos os módulos de Young testados.

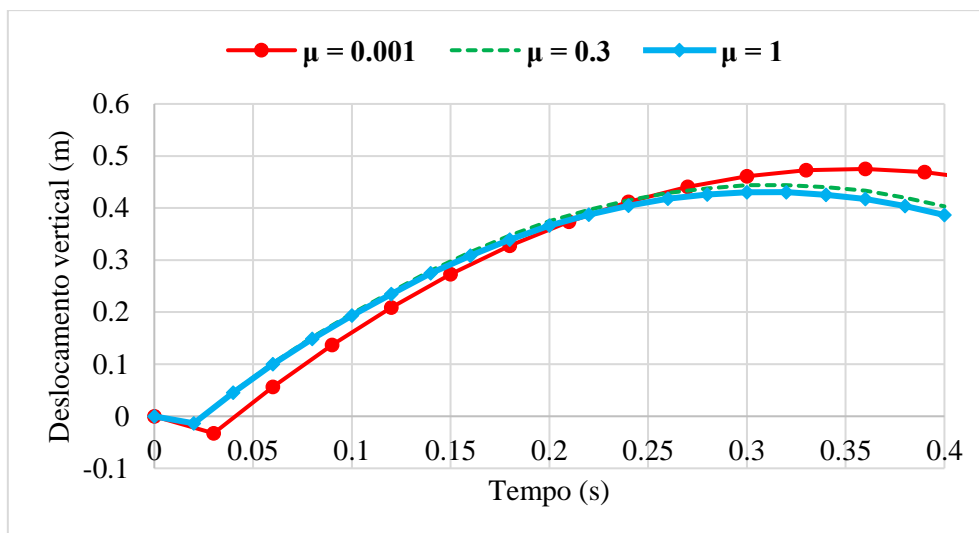


Figura 4.22. Comparação do gráfico de deslocamento vertical por tempo entre as interfaces.

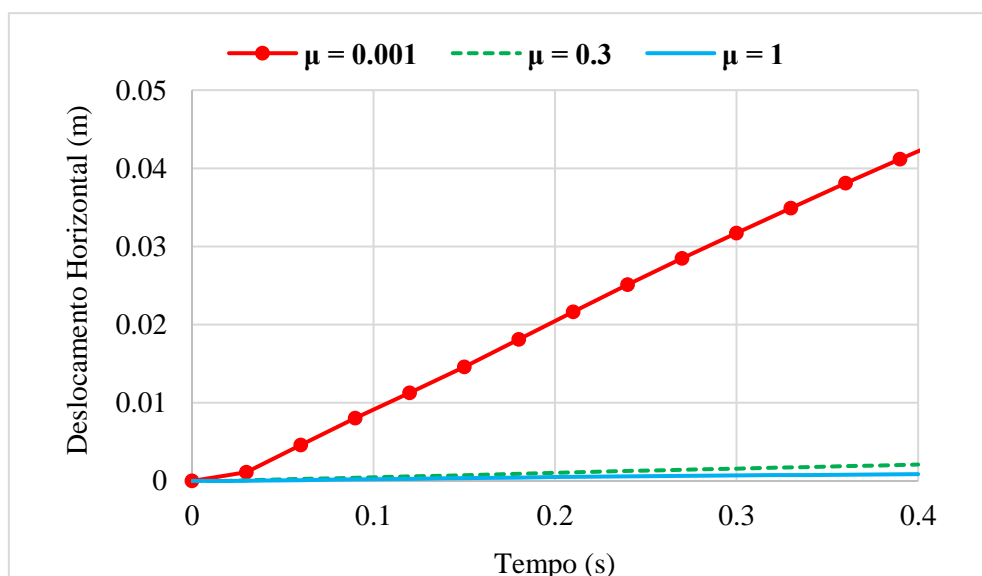


Figura 4.23. Comparação do gráfico de deslocamento horizontal por tempo entre as interfaces.

Através da análise dos resultados de deslocamento vertical constata-se que foi a interface de menor valor de fricção que retratou o problema mais próximo do esperado, em que a altura alcançada foi de 0,48 m. Contudo, o deslocamento horizontal também foi maior para a mesma interface, o que é um erro numérico já que não deve existir esse movimento.

4.3.2 ANÁLISE DO MÓDULO DE YOUNG

A análise do módulo de Young (E) é muito importante principalmente para verificar o comportamento do impacto em barreiras flexíveis e rígidas. Para isso, foram feitos modelos com barreiras de E igual a 0,07 GPa, 0,7 GPa, 7 GPa e 70 GPa. A diferença na rigidez das barreiras pode ser vista nas Fig. 4.24, 4.25, 4.26 e 4.27 que mostram o comportamento deformado durante o impacto para os módulos em ordem decrescente, respectivamente.

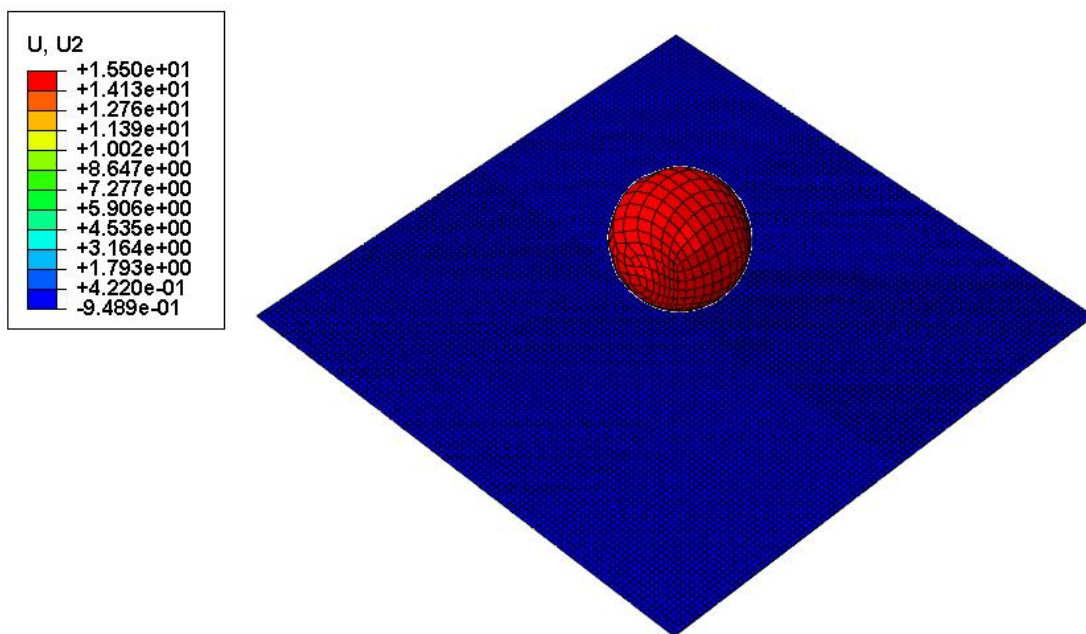


Figura 4.24. Momento do impacto para barreira com módulos de Young de 70 GPa.

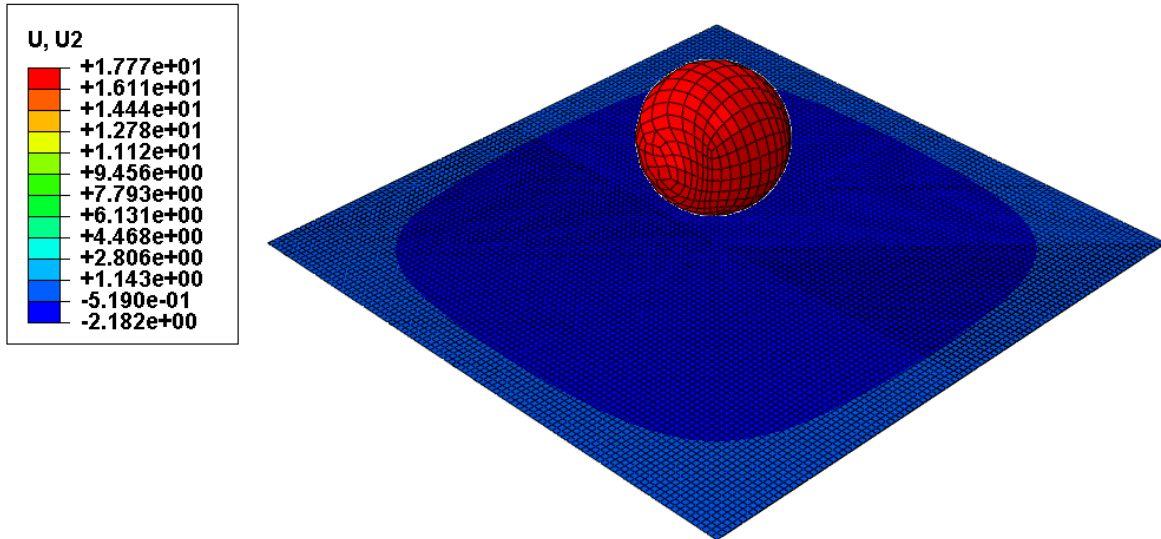


Figura 4.25. Momento do impacto para barreira com módulos de Young de 7 GPa.

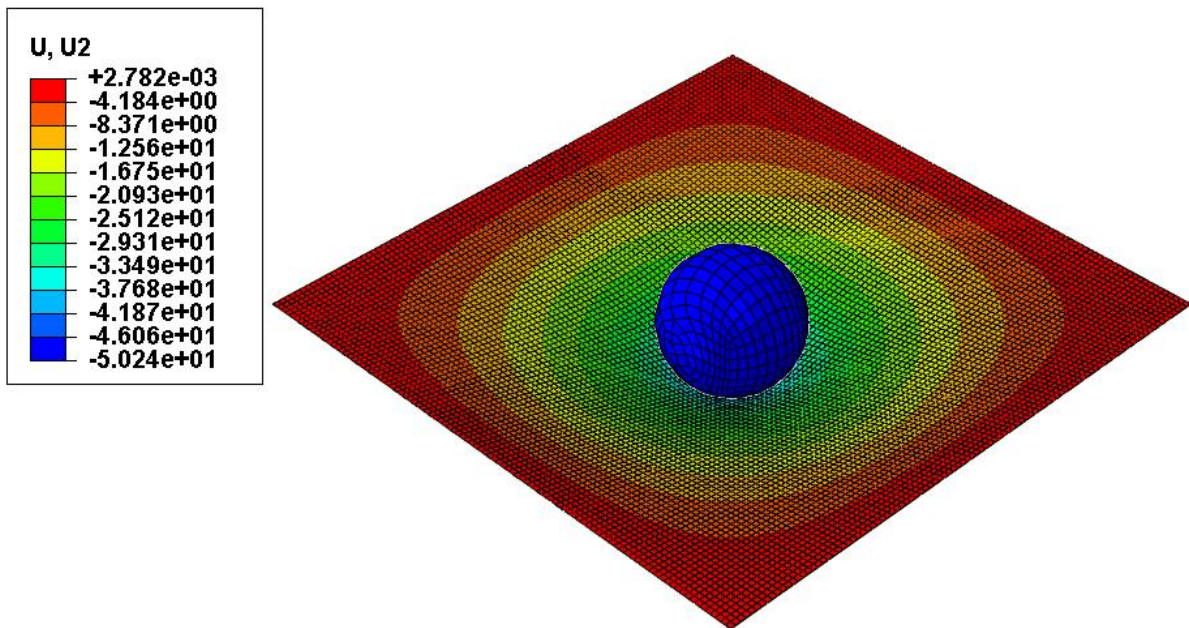


Figura 4.26. Momento do impacto para barreira com módulos de Young de 0.7 GPa.

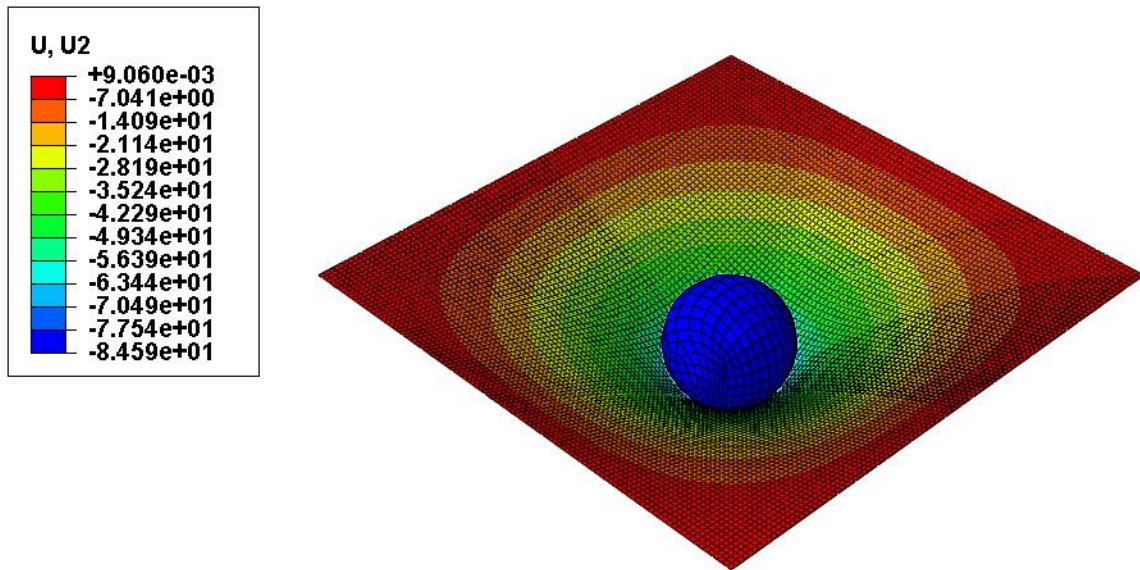


Figura 4.27. Momento do impacto para barreira com módulos de Young de 0.07 GPa.

Como avaliou-se que a interface com valor $\mu=0,001$ descreve melhor esse problema para fins de comparação com a solução analítica, a análise dos módulos será feita para este valor de fricção.

O deslocamento vertical no centro da barreira é mostrado na Figura 4.28 para todos os módulos. Percebe-se que para a barreira mais flexível o deslocamento foi maior e também a oscilação após o impacto.

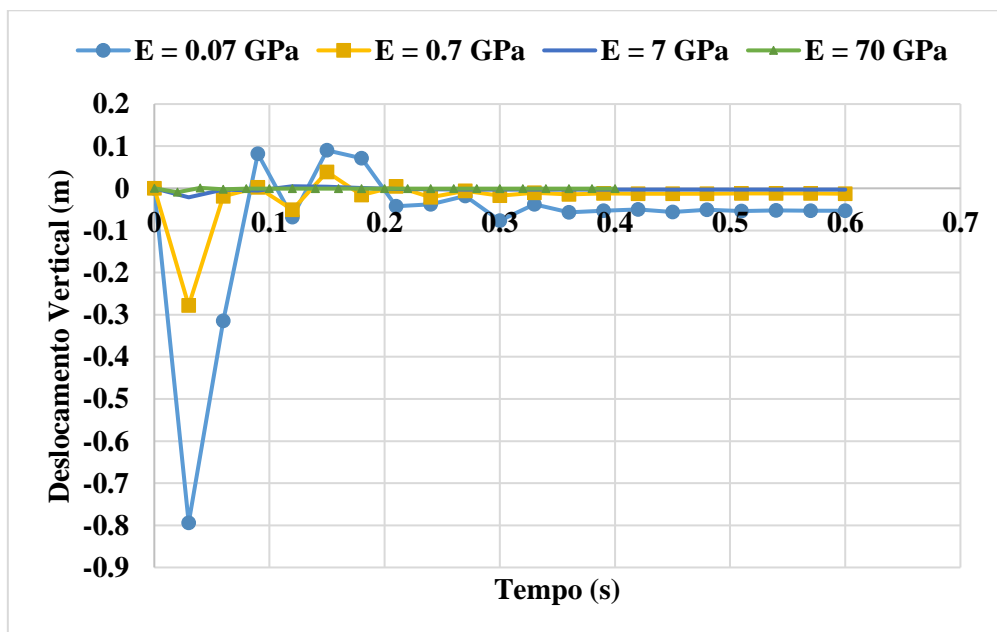


Figura 4.28. Deslocamento do centro da barreira.

Conforme apresenta a Figura 4.29, e a partir do cálculo na Equação 4.13 do exemplo anterior, a energia cinética inicial de 7,35 J foi comprovada para todos os módulos. A Figura 4.29 também ilustra um comparativo entre as energias cinéticas dos valores de E analisados.

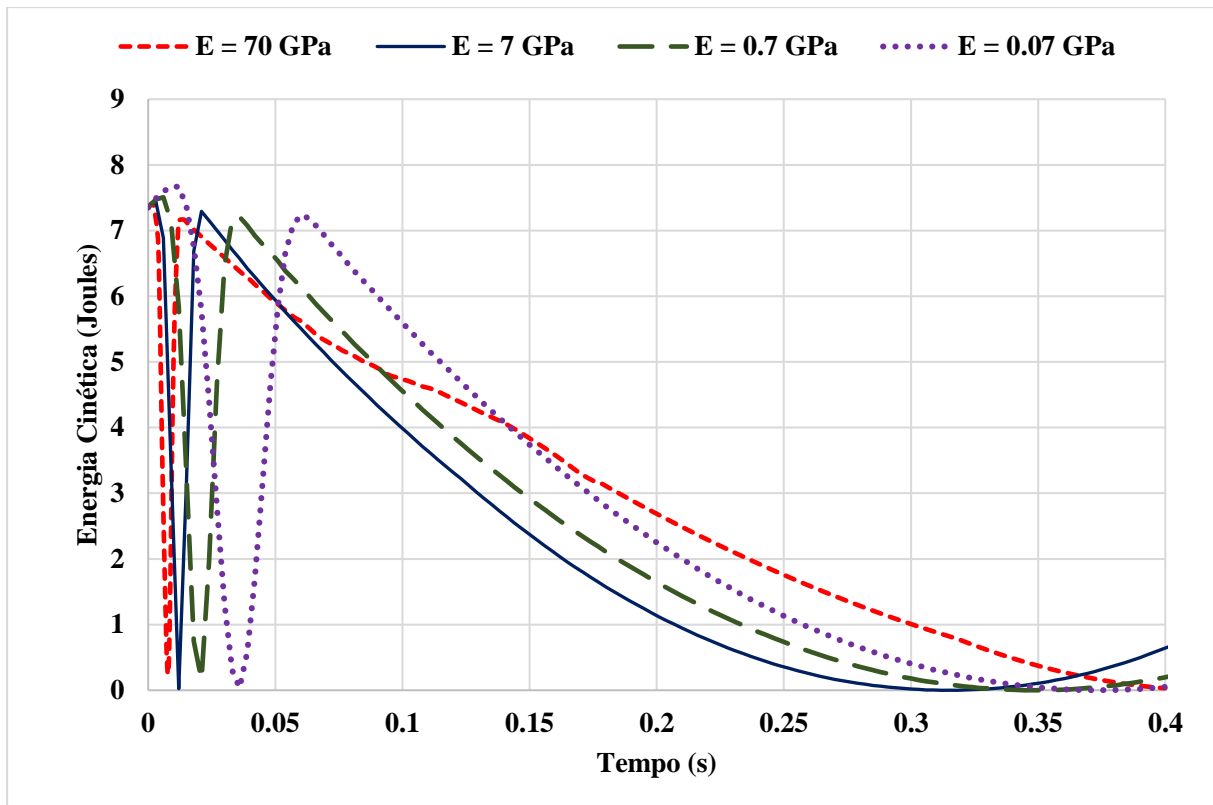


Figura 4.29. Comparação entre os módulos de Young para a energia cinética.

Nota-se, portanto, que há uma variação na curva de energia cinética para cada módulo e que ela se desloca para direita conforme diminui esses valores. Isto deve-se ao fato de que para barreiras mais flexíveis o impacto é amortecido, ou seja, a esfera vai perdendo velocidade em um espaço maior de tempo. O mesmo acontece após a parada da esfera para então retorno, em que ela readquire velocidade durante um tempo maior.

O contrário é observado para barreiras mais rígidas, nas quais o aumento da velocidade se dá em um curto espaço de tempo. A Figura 4.30 faz um comparativo do início da análise entre as velocidades verticais da barreira mais flexível (0,07 GPa) e da mais rígida (70 GPa).

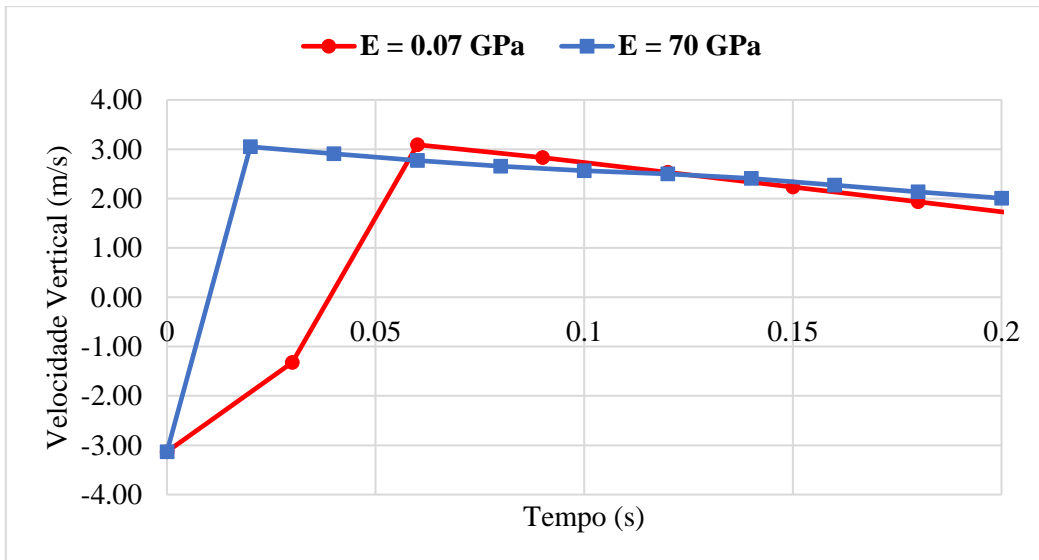


Figura 4.30. Velocidade vertical para E=0.07 e 70GPa.

Através do gráfico de velocidade vertical também nota-se uma mudança na inclinação da reta, que ocorreria devido ao efeito da interface que provocou deslocamento horizontais, conforme abordado anteriormente. Contudo, esse efeito se deu principalmente nas barreiras mais flexíveis, nas quais durante o impacto houve o surgimento de uma componente de velocidade horizontal que alterou a vertical. A Figura 4.31 ilustra as velocidades verticais para barreiras com E=0,07, para todas as interfaces, no trecho inicial da análise.

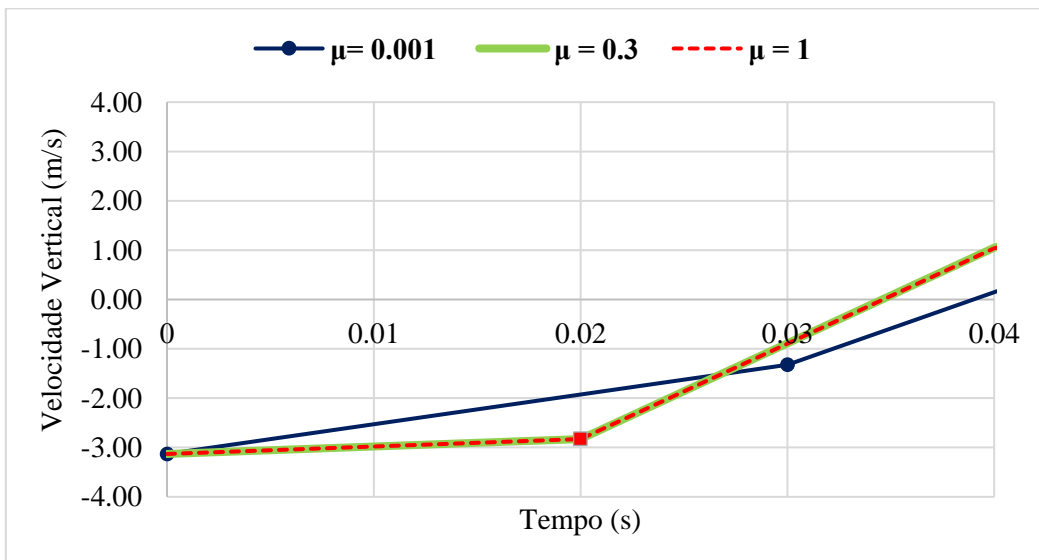


Figura 4.31. Velocidade vertical para E=0.07 e 70GPa.

Todavia, quando aplica-se uma rigidez muito elevada na barreira ocorre um problema numérico para cálculo do passo de tempo a ser aplicado nas análises. Para garantir a estabilidade numérica da solução é necessário que seja cumprida a condição de Courant-Friedrichs-Levy (CFL), que define o passo de tempo a ser aplicado nas análises com integração de tempo explícita, conforme

$$\Delta t < \frac{\Delta x}{c_p} \quad (4.13)$$

onde Δx é o tamanho da menor célula usada na análise, Δt é o intervalo de tempo que garante a estabilidade numérica da solução e c_p é a velocidade da onda de compressão, calculada por

$$c_p = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho(1+\nu)(1-2\nu)}} \quad (4.14)$$

onde E é o módulo de elasticidade, ν o coeficiente de Poisson e ρ a densidade.

Através da Equação 4.9 nota-se que valores de E elevados gerarão c_p altos e que, por conseguinte, o intervalo de tempo para garantir a estabilidade numérica será muito pequeno e a análise irá levar um tempo muito maior para alcançar a posição requerida. E, por isso, os modelos com E muito alto para as barreiras não atingiram o tempo solicitado de análise.

4.4 MODELO DE CISALHAMENTO DIRETO

O modelo de cisalhamento direto foi desenvolvido com o objetivo de calibrar as propriedades do mecanismo de dano, que será necessário para aplicação em encostas. Dessa forma, foram feitas simulações no ABAQUS/Explicit® de um ensaio de cisalhamento direto em larga escala, para que fosse possível ter uma maior compreensão do modelo na mesma ordem de grandeza de um talude.

No modelo numérico tridimensional foi feito uma caixa de cisalhamento inicialmente contínua, e após a aplicação do deslocamento utilizando propriedades de dano, obteve-se a separação das caixas. Utilizou-se modelo tridimensional pois as propriedades de interface inseridas só podem

ser aplicadas para esses casos. A Figura 4.32 ilustra a caixa contínua com as dimensões, e a Figura 4.33 após a simulação do ensaio.

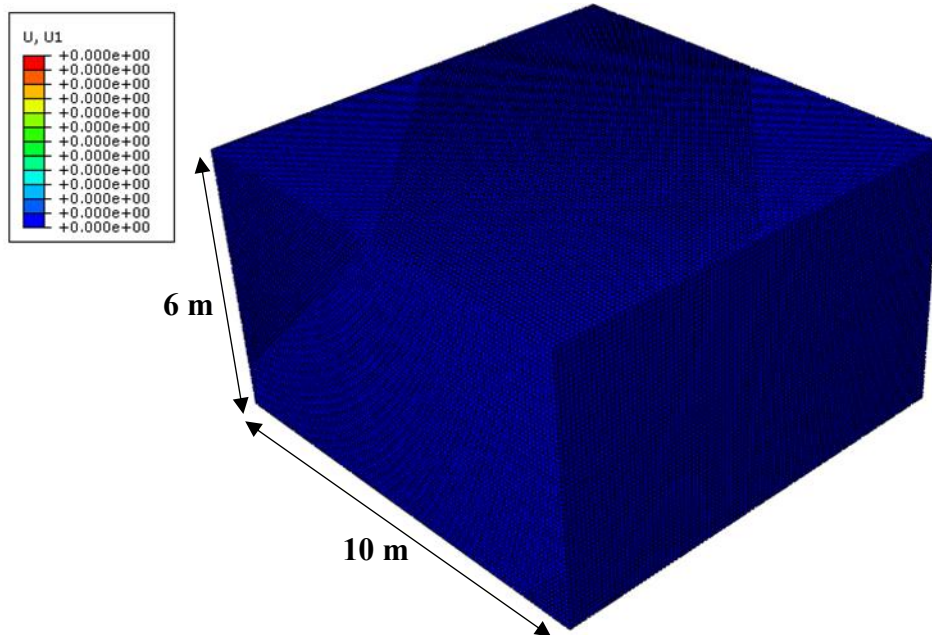


Figura 4.32. Geometria caixa de cisalhamento contínua no início do ensaio.

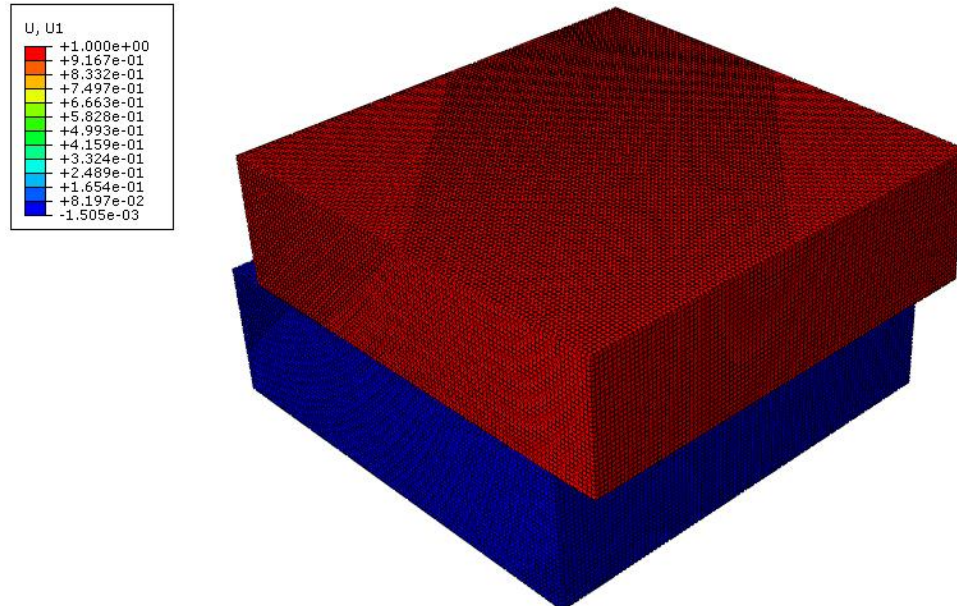


Figura 4.33. Geometria caixa de cisalhamento descontínua no final do ensaio.

Ao material foi atribuído um comportamento elastoplástico com endurecimento isotrópico, utilizando Drucker Prager Estendido (EDP) como critério de ruptura. As propriedades são mostradas na Tabela 4.1.

Tabela 4.1. Dados do critério EDP

Propriedade	Símbolo	Valor
Ângulo de atrito	β	45°
Superfície no espaço octaédrico	K	1
Ângulo de dilatância	γ	0
Tensão de plastificação	σ^p	100 kPa

A análise foi feita em dois estágios: o primeiro, com tempo de 0,001s, no qual foi feita a aplicação da carga vertical de $\sigma_v = 5\text{kPa}$ na superfície da caixa; o segundo, com tempo de 1s, em que foi prescrito um deslocamento horizontal de 1m à uma velocidade de 1 m/s na caixa superior.

Em relação as condições de contorno, a parte inferior da caixa foi impedida de se deslocar na direção vertical e horizontal. Durante toda a análise, a região inferior continua nessas condições, porém na superior é liberada o movimento horizontal no segundo passo para permitir o deslocamento. Além disso, a gravidade foi prescrita em toda a análise.

A malha de elementos finitos é constituída por elementos sólidos hexaédricos de 8 nós, com interpolação linear e com integração reduzida, ou seja, apenas um ponto de integração localizado no centro do elemento. O tamanho dos elementos é de 0,1 m. Na Figura 4.34 é apresentado o modelo malhado, com os carregamentos e as condições de contorno no segundo passo. Foram utilizados 622261 nós e 600000 elementos.

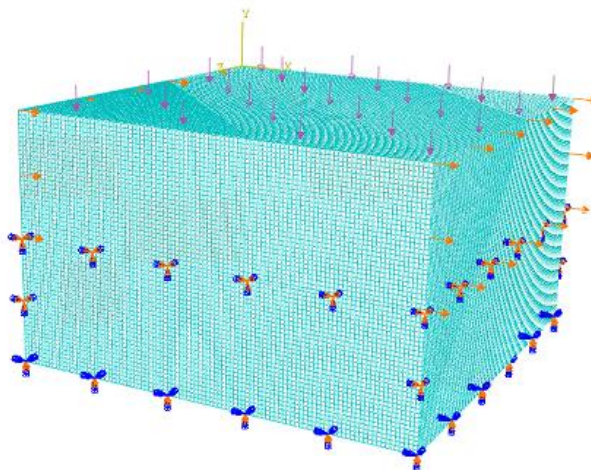


Figura 4.34. Malha 3D do modelo de cisalhamento direto, com cargas e condições de contorno.

Para ocorrer a minoração das propriedades do material cisalhado e, por conseguinte, a eliminação do modelo e criação da interface, foram utilizadas as propriedades de dano por cisalhamento e evolução, através do deslocamento do tipo exponencial. Para compreender a influência dos parâmetros de dano foram variados os valores de k_s , α , \bar{u}^{pl} .

4.4.1 ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DOS PARÂMETROS

O primeiro parâmetro avaliado foi o k_s , que é descrito como uma constante do material e que tem como referência o valor de 0,3 para alumínio. Não há na literatura informação de valores para solos, dessa forma avaliou-se para um intervalo de 0 a 100, a influência deste na tensão cisalhante. Os demais dados utilizados na análise são mostrados na Tabela 4.2.

Tabela 4.2. Parâmetros do mecanismo de dano.

θ_s	2
$\dot{\epsilon}_D^{pl}$	0,1
$\dot{\epsilon}^{pl}$	0,001
α	5
\bar{u}^{pl}	0,1

A variação do k_s não alterou a tensão cisalhante pelo deslocamento, deixando todos os pontos coincidentes. O efeito do dano e remoção dos elementos também não foi alterado. Sendo assim, a Figura 4.35 apresenta o resultado de tensão cisalhante por deslocamento para $k_s=0$, sendo coincidente para os demais.

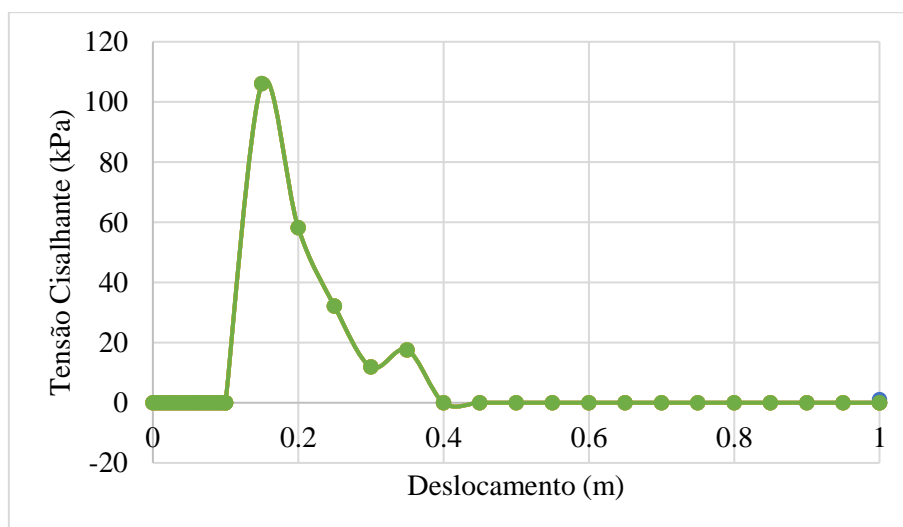


Figura 4.35. Tensão cisalhante por deslocamento para avaliação do parâmetro k_s .

A partir dessa análise, definiu-se que k_s como zero para todas as análises posteriores. Dessa forma, passou-se a avaliar a influência dos parâmetros do modelo de evolução do dano por deslocamento exponencial.

Desse modo, é necessário então definir o parâmetro α , que significa a taxa com que os deslocamentos no domínio plástico causarão dano ao elemento. Para isso, variou-se α de valores entre 1 a 30 e o efeito deste parâmetro pode ser analisado nos resultados de tensão cisalhante por deslocamento, exibidos na Figura 4.36. Os demais parâmetros são mostrados na Tabela 4.3.

Tabela 4.3. Demais parâmetros do mecanismo de dano.

θ_s	2
$\dot{\epsilon}_D^{pl}$	0,1
$\dot{\epsilon}^{pl}$	0,001
k_s	0
\bar{u}^{pl}	0,1

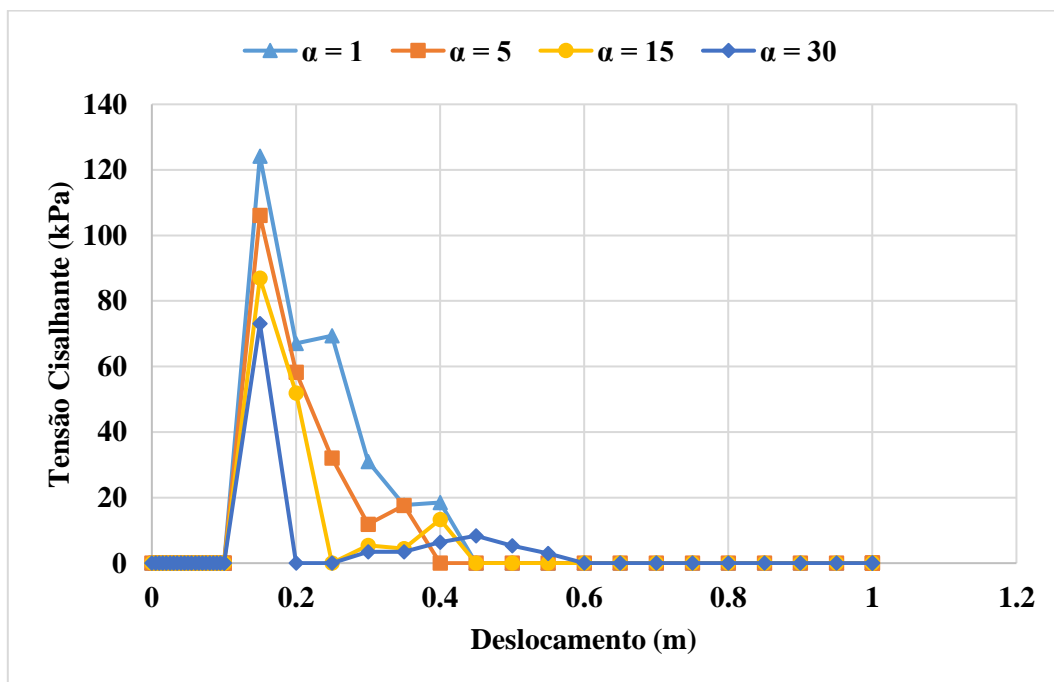


Figura 4.36. Tensão cisalhante por deslocamento para avaliação do parâmetro α .

Através da análise da Figura 4.36 pode-se notar que os valores de tensão cisalhante foram coincidentes para o período antes de iniciar o dano, e as tensões de pico ocorreram para um mesmo deslocamento. Contudo, o efeito de α está de fato relacionado a velocidade com que o dano ocorre, sendo assim quanto maior o valor de α menor a tensão cisalhante de ruptura.

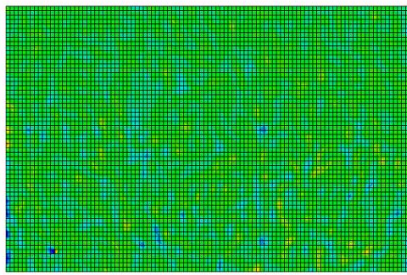
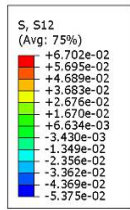
Para análise de como o \bar{u}^{pl} influencia no mecanismo de dano, adotou-se α como 5 e manteve-se as variáveis restantes conforme Tabela 2. Constatou-se que o valor ideal para este estudo é de \bar{u}^{pl} como 0,1, uma vez que para valores acima deste, o modelo de validação não atende ao objetivo de eliminação dos elementos cisalhados.

Isso ocorre, pois com o aumento de \bar{u}^{pl} passa a ser necessário grandes deslocamentos para gerar o dano, o que não é viável para a aplicação em talude; já que o objetivo de inserir o mecanismo de dano é de ser o gatilho para a geração do movimento de massa.

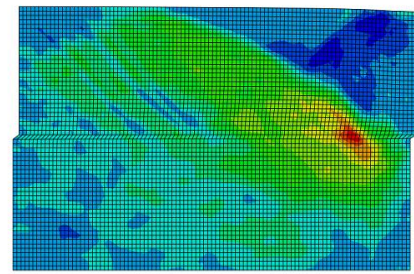
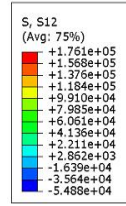
A partir dessas análises, conclui-se que para o problema estudado os dados da Tabela 4.4 representam bem a situação. Com isso, a Figura 4.37 ilustra o modelo final com relação a tensão cisalhante e deslocamento horizontal (u), com os parâmetros definidos. Cabe ressaltar que a convenção de sinais do software é positivo para tensões de tração.

Tabela 4.4. Parâmetros finais para mecanismo de dano

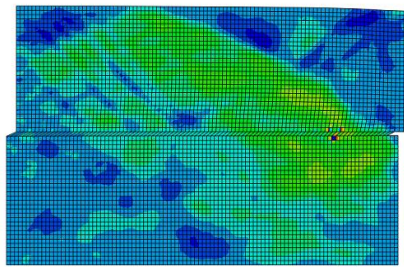
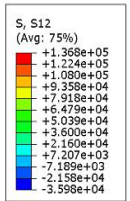
θ_s	2
$\dot{\varepsilon}_D^{pl}$	0,1
$\dot{\varepsilon}^{pl}$	0,001
k_s	0
\bar{u}^{pl}	0,1
α	5



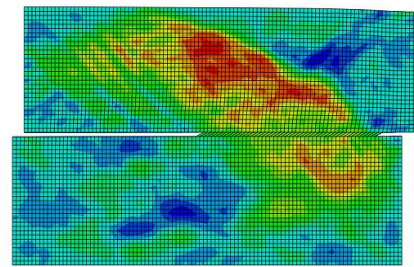
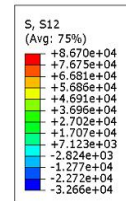
(a) $u = 0$



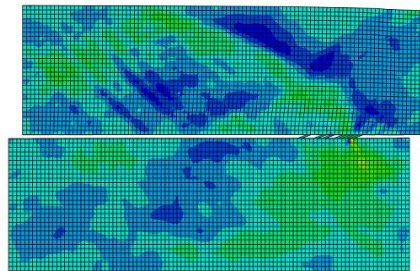
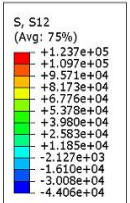
(b) $u = 0,15 \text{ m}$



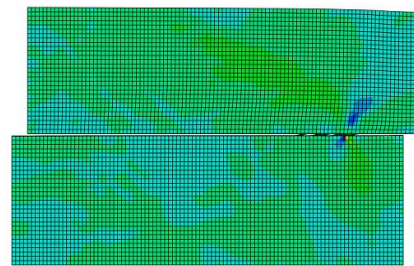
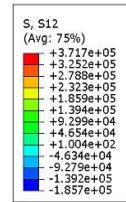
(c) $u = 0,25 \text{ m}$



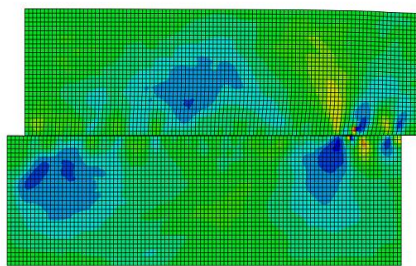
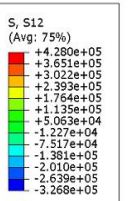
(d) $u = 0,30 \text{ m}$



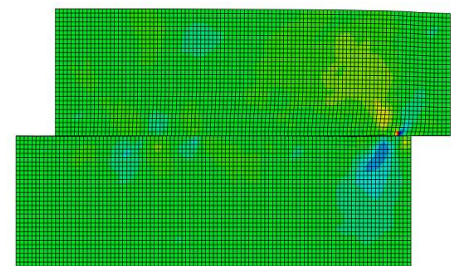
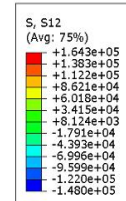
(e) $u = 0,35 \text{ m}$



(f) $u = 0,40 \text{ m}$



(g) $u = 0,45 \text{ m}$



(h) $u = 1 \text{ m}$

Figura 4.37. Tensão cisalhante ilustrada com os deslocamentos horizontais. (a) $u=0$; (b) $u=0.15\text{m}$; (c) $u=0.25\text{m}$; (d) 0.30m ; (e) $u=0.35\text{m}$; (f) $u=0.40\text{m}$; (g) $u=0.45\text{m}$; (h) $u=1\text{m}$.

4.4.2 ANÁLISE DA INTERFACE PÓS DANO

Após a ocorrência do dano há a criação de duas superfícies que no início do modelo não existiam. Para que o software interprete a existência de uma relação entre elas, é necessário informá-lo as propriedades desse novo contato.

No ABAQUS®/Explicit essa necessidade de informar a interação entre corpos deve acontecer sempre que houver em problemas dinâmicos, corpos com movimentações independentes, como foi o caso do bloco com o plano inclinado e a esfera com a barreira. A vantagem é que esse tipo de integração numérica resolve bem problemas com não linearidade.

Existem dois tipos de algoritmos para modelar contatos no ABAQUS®/Explicit, chamados de contato geral e pares de contato. No primeiro é possível definir o contato entre diversos corpos com apenas uma interação. Já no segundo é necessário definir duas superfícies que estão em contato.

A superfície gerada pelo dano é um caso especial uma vez que os nós que antes eram internos passam a ser expostos e por isso os modelos de interação propostos no ABAQUS®/CAE não reproduzem apropriadamente. Para fazer então o contato entre os nós internos é necessário que se altere diretamente o arquivo de entrada.

Sem a definição deste contato, no modelo de cisalhamento direto após o dano há a interpenetração das novas superfícies geradas, conforme ilustra a Figura 4.38, o que não faz nenhum sentido físico.

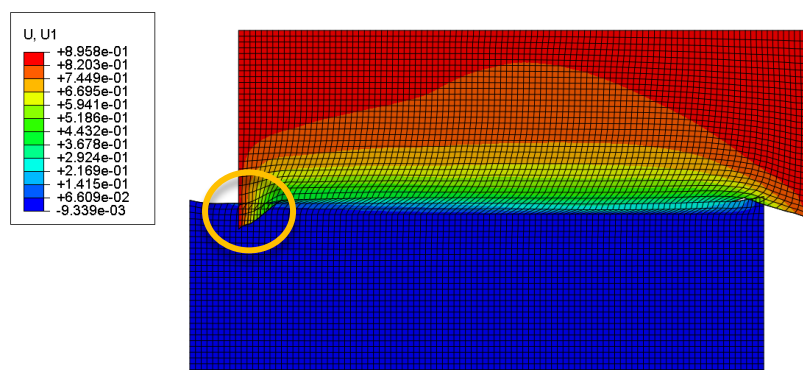


Figura 4.38. Modelo após o dano sem interface.

Sendo assim, conforme dito no capítulo anterior, existem maneiras distintas de se criar modelos no ABAQUS/Explicit®, podendo ser pela interface ou utilizando arquivos de texto. E ainda que caso seja optado pela primeira, o próprio software irá criar um arquivo com extensão *.inp* com toda a descrição do modelo.

A alteração no arquivo de entrada foi feita em dois passos: definição da superfície que inclui os elementos da face e do interior, e em seguida, inclusão de um contato geral entre todos os elementos e os do interior. Os scripts do primeiro e do segundo passo são mostrados na Figura 4.39 e 4.40, respectivamente.

```
[1]*Surface, type=ELEMENT, name=topo
[2]tudo,
[3]tudo,interior
```

Figura 4.39. *Script* para declaração da superfície.

```
[1]**
[2]** INTERACTIONS
[3]**
[4]** Interaction: GeneralContact
[5]*Contact, op=NEW
[6]*Contact Inclusions, ALL EXTERIOR
[7]*Contact Property Assignment
[8], , IntProp-1
[9]**
```

Figura 4.40. *Script* para definição da contato.

4.5 TÓPICOS CONCLUSIVOS

Conclui-se que:

- Problemas dinâmicos de fato podem ser modelados utilizando o ABAQUS/ Explicit®, notando-se conformidade dos resultados numéricos com os analíticos.
- O software também é capaz de simular problemas envolvendo impacto com precisão.
- O método ALE é uma boa ferramenta para problemas de distorção da malha, e suas propriedades devem ser previamente analisadas antes de serem utilizadas nos modelos.
- As propriedades de dano por cisalhamento conseguem reproduzir o que acontece no solo durante o ensaio, e por isso, devem ser capazes de representar em outras situações onde há perda de rigidez.

CAPÍTULO 5

5. APLICAÇÕES DO MEF PARA ANÁLISE DE ENCOSTAS

Neste capítulo são avaliadas as possibilidades de uso do MEF para: previsão do deslocamento de massas; simulação do impacto em barreira flexível; para o cálculo dos esforços necessários para dimensionamento destas; e também para a verificação da superfície de ruptura em taludes através do mecanismo de dano. Cabe ressaltar que foram aplicados os conhecimentos adquiridos no Capítulo 4 para a criação dos modelos.

5.1 DESLOCAMENTO E IMPACTO DE MASSA EM BARREIRA FLEXÍVEL

Para avaliar o deslocamento de massas oriundas do rompimento de encostas foram feitas simulações nas quais a superfície de deslizamento já fora definida. Como a massa que se desloca sofre grandes deformações, estabeleceu-se o ALE para esta região.

No primeiro modelo o objetivo foi analisar a influência do módulo de Young no deslocamento da massa sem a presença de uma barreira de contenção. Desta forma, a geometria e a malha de elementos finitos são ilustradas na Figura 5.1, onde foram utilizados 6647 nós e 12704 elementos do tipo CPE3R (elementos da biblioteca do modo explícito, deformação plana, de primeira ordem, 3 nós com integração reduzida) com maior refinamento na região de movimento.

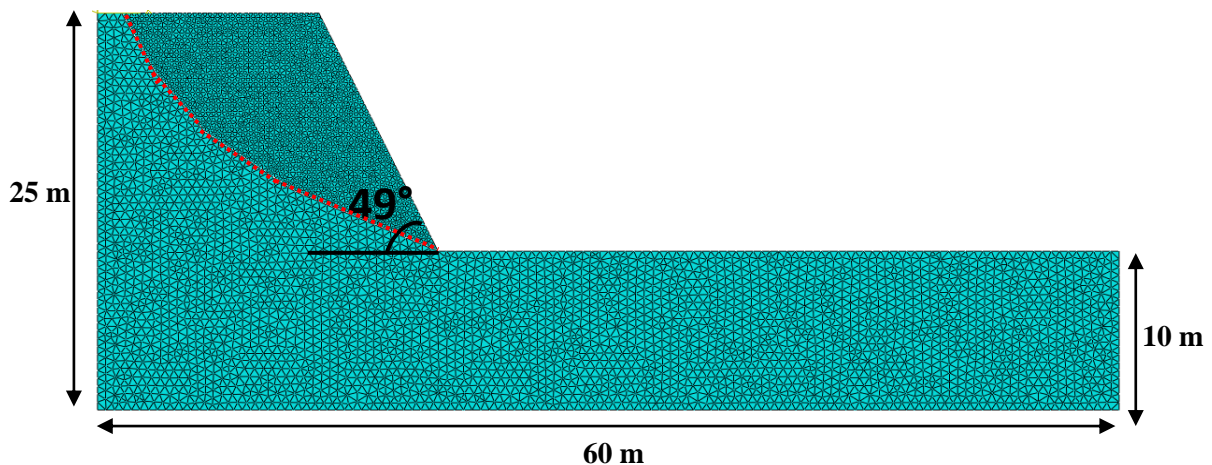


Figura 5.1. Geometria do modelo de talude com dano.

Para o material admitiu-se comportamento elastoplástico com densidade de 1800 kg/m³, Poisson de 0,33 e com critério de ruptura de Drucker Prager Estendido. As propriedades são apresentadas na Tabela 5.1.

Tabela 5.1. Dados do critério EDP

Propriedade	Símbolo	Valor
Ângulo de atrito	β	40,89°
Superfície no espaço octaédrico	K	1
Ângulo de dilatância	γ	0
Tensão de plastificação	σ^p	100 kPa

Com relação aos parâmetros do método ALE admitiu-se frequência de 1 e varredura de 100. Além disso, estabeleceu-se uma interface entre as partes de 0,33, para simular o contato entre a parte intacta e a que se desloca.

Sendo assim, realizou-se a análise para o módulo de Young com valor de 25MPa, 50 MPa, 100MPa e 200 MPa. O comparativo entre os alcances é ilustrado na Figura 5.2, onde nota-se que com o aumento de E há uma diminuição na distância percorrida, e ainda que o maior alcance de 13,1 m não é superior à altura do talude de 15 m.

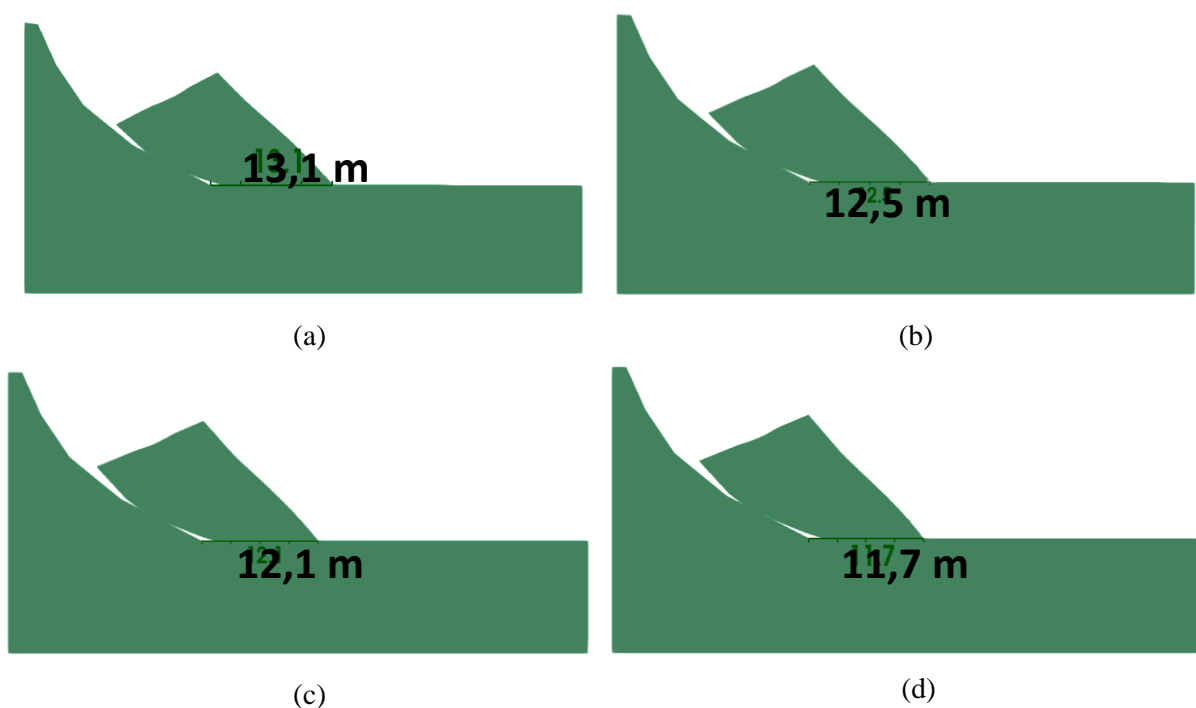


Figura 5.2. Comparação dos alcances da massa deslocada para diversos valores de E. (a) E = 25 MPa; (b) 50 MPa; (c) 100 MPa; (d) 200 MPa.

Além disso, por meio do gráfico de velocidades para um mesmo ponto nas massas apresentado na Figura 5.3, confirma-se que com o aumento de E há uma diminuição da velocidade para todos os tempos, conforme já esperado pelos resultados de deslocamento.

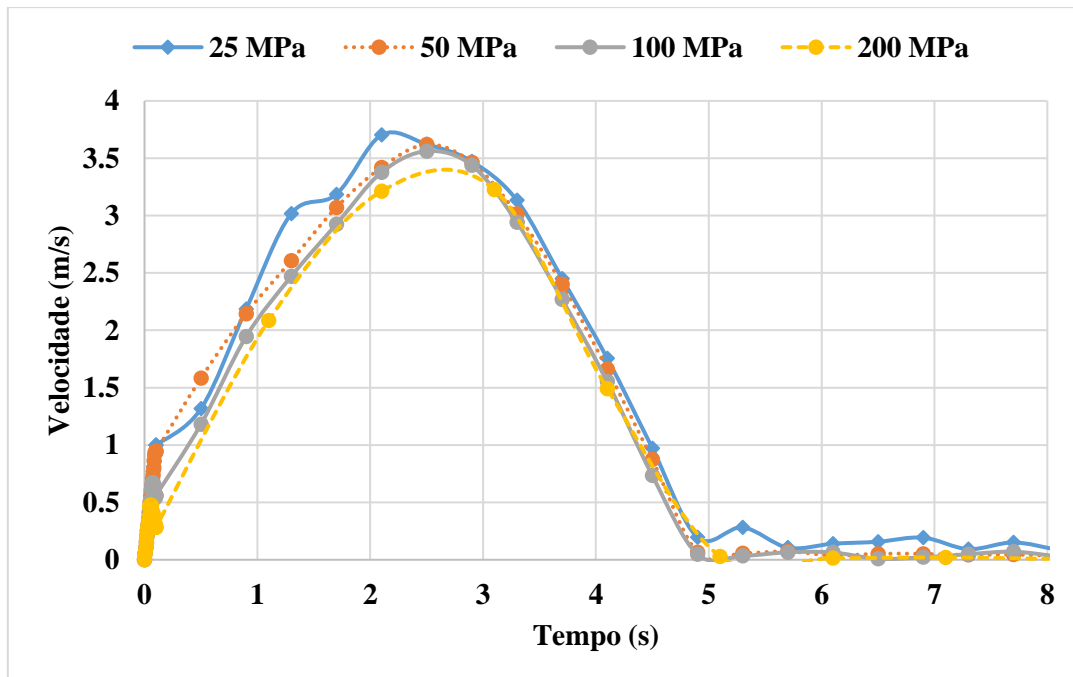


Figura 5.3. Comparação dos valores de velocidade para diversos valores de E.

5.1.1. ANÁLISE NUMÉRICA DO IMPACTO EM BARREIRA FLEXÍVEL

Sabendo-se que é possível prever o deslocamento de uma massa despreendida de um talude, propôs-se realizar o impacto desta na barreira, uma vez que o fenômeno do impacto já fora validado nos modelos apresentados no Capítulo 4.

Contudo, devido ao alto custo computacional destes modelos que envolvem impacto e o uso do método ALE, adotou-se uma nova geometria com dimensões menores, ilustrada na Figura 5.4, para que fosse possível aumentar o refinamento na malha e ainda diminuir a quantidade de elementos.

O aumento do refinamento é importante tanto para o desempenho do método ALE, conforme já provado na Seção 4.1.2 no Capítulo 4, quanto para o cálculo das variáveis relacionadas ao impacto. Dessa forma utilizou-se 2056 nós e 3821 elementos no talude; 702 nós e 700 elementos na barreira e 2583 nós e 4915 elementos na fundação.

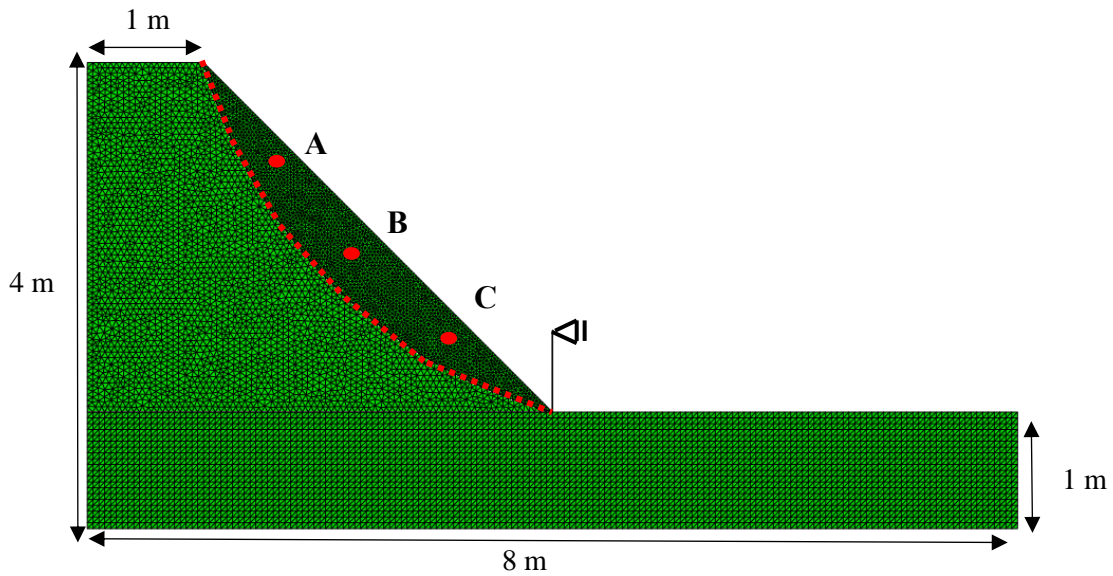


Figura 5.4. Geometria e malha de elementos finitos.

Com relação aos materiais, a fundação foi admitida com densidade de 2800 kg/m^3 e comportamento elástico linear com módulo de Young de 4 GPa e Poisson de $0,33$. O talude possui inclinação de 45° , densidade de 2200 kg/m^3 e foi admitido comportamento elastoplástico, com módulo de Young de $32,8 \text{ MPa}$ e com critério de ruptura de Drucker Prager Estendido. As propriedades são apresentadas na Tabela 5.2.

Tabela 5.2. Dados do critério EDP

Propriedade	Símbolo	Valor
Ângulo de atrito	β	31°
Superfície no espaço octaédrico	K	1
Ângulo de dilatância	γ	0
Tensão de plastificação	σ^p	100 kPa

A respeito das propriedades do método ALE, admitiu-se frequência de 1 e varredura de 100. Além disso, estabeleceu-se uma interface entre as partes de $0,33$, conforme modelos anteriores.

A princípio realizou-se a análise retirando a barreira do modelo apresentado na Figura 5.4 a fim de avaliar também o alcance da massa. Na Figura 5.5 são apresentados os deslocamentos da massa deslizante para diversos tempos, onde o software encerrou a análise em $t=2,10\text{s}$ quando a massa atingiu velocidades muito baixas.

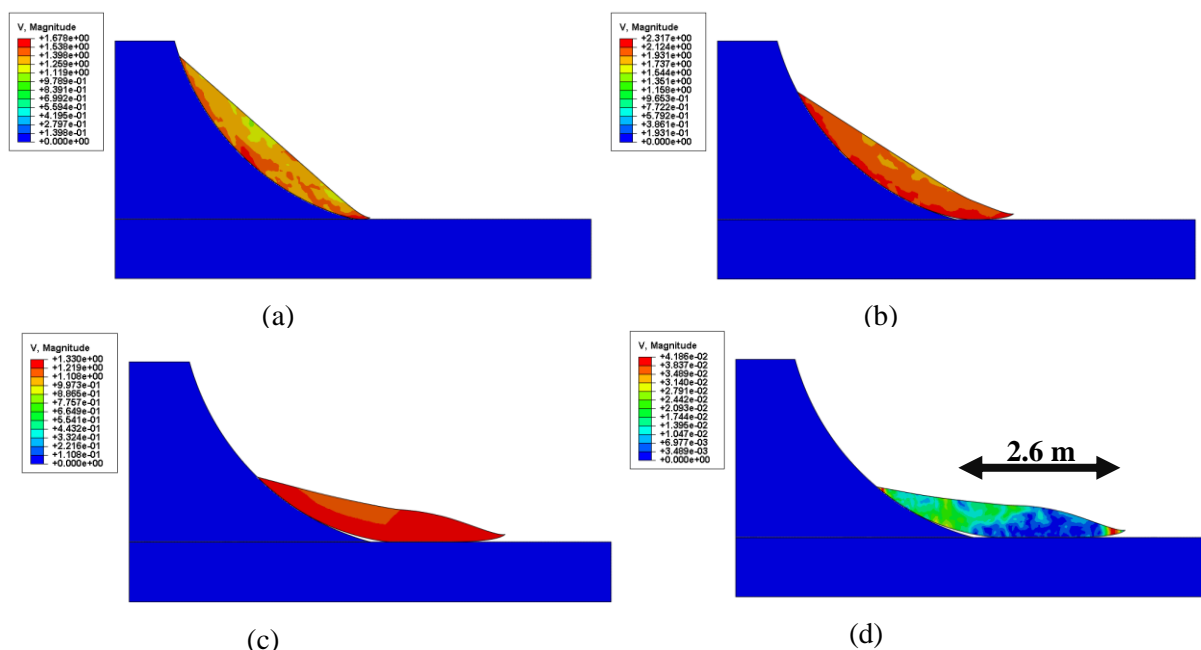


Figura 5.5. Deslocamento de massa para diversos tempos. (a) $t=0,35s$; (b) $t=0,70s$; (c) $t=1,40s$; (d) $t=2,10s$.

Através da análise da Figura 5.5 constatou-se que o alcance final de 2,6 m também foi inferior à altura do talude, que é de 3 m. Verifica-se ainda que, apesar do encerramento da análise pelo software, muitos pontos ainda possuem velocidade e por isso poderiam se deslocar mais.

De posse destes resultados, inseriu-se a barreira no modelo para então de fato avaliar o impacto. A barreira é do tipo flexível e possui 0,002 m de espessura e 0,70 m de altura, e propriedades elásticas de $E=70$ MPa e Poisson de 0,33. Outras tentativas foram feitas para barreiras rígidas, porém para essa configuração o elemento da ponta da massa se distorce excessivamente quando impacta com a estrutura e o software não é capaz de prosseguir a análise.

Sendo assim, a evolução do impacto da massa na barreira flexível é apresentada nas Figuras 5.6, 5.7 e 5.8 para os tempos de 0,5s, 0,7s e 0,8s, respectivamente. Nota-se que, conforme exposto na literatura, há o aparecimento de uma zona morta na região inferior da barreira que cresce com o decorrer da análise, e que há outra zona que tenta sobrepor a primeira.

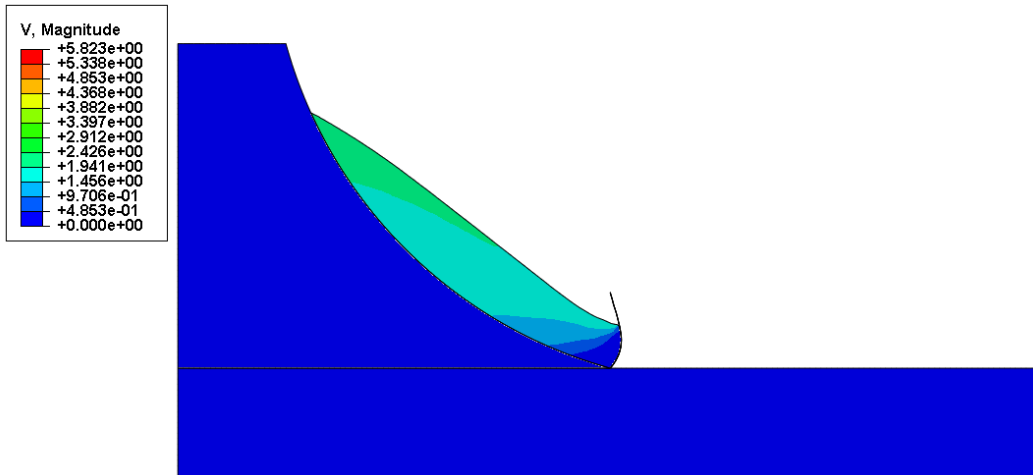


Figura 5.6. Impacto na barreira em $t=0,5s$.

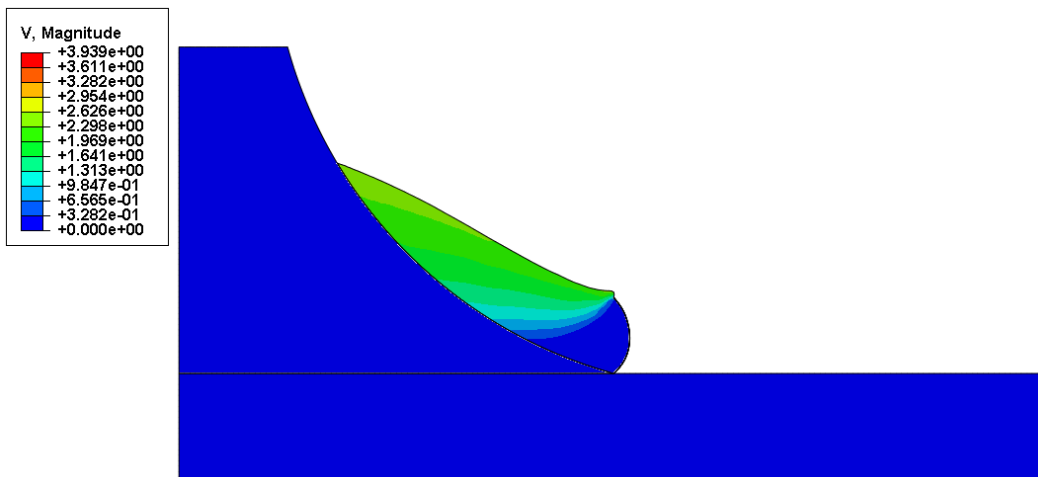


Figura 5.7. Impacto na barreira em $t=0,7s$.

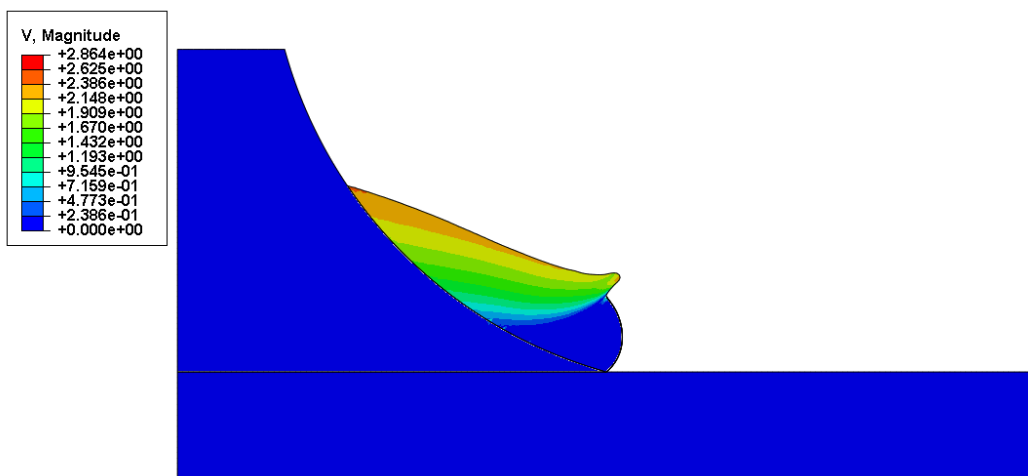


Figura 5.8. Impacto na barreira em $t=0,8s$.

A partir da Figura 5.8 o software não é mais capaz de simular a sobreposição da massa na barreira devido uma restrição do MEF, já que seria necessário alterar a tipologia da malha, o que não é possível. Ainda na mesma figura é possível constatar que há uma zona de cisalhamento no interior da massa entre a região da zona morta e superior a ela devido a diferença de velocidades.

Para verificar a diferença entre as velocidades dos pontos na massa deslizante apresenta-se na Figura 5.9 o gráfico do módulo da velocidade para três pontos: o primeiro na parte superior (A), o segundo no meio (B) e o terceiro próximo ao pé do talude (C), ilustrados na Figura 5.9.

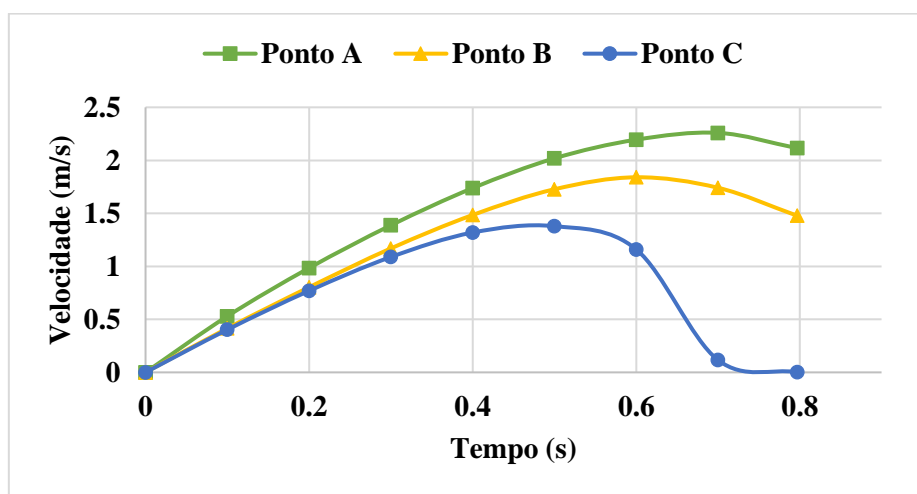


Figura 5.9. Comparação entre as velocidades dos pontos da massa deslocada.

Percebe-se que os pontos mais próximos ao pé do talude reduzem sua velocidade mais rapidamente formando a zona morta, ao contrário dos superiores que ainda possuem energia para sobrepor a barreira.

Com relação a barreira, na Figura 5.10 é apresentada a deformada da estrutura com o deslocamento central obtido. Além disso, nas Figuras 5.11 e 5.12 são apresentadas as reações no topo e na base da barreira, respectivamente. Esses valores de reações serão usados mais adiante para comparação com solução analítica.

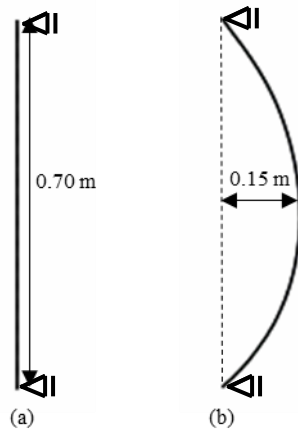


Figura 5.10. Barreira flexível. (a) configuração inicial; (b) configuração deformada.

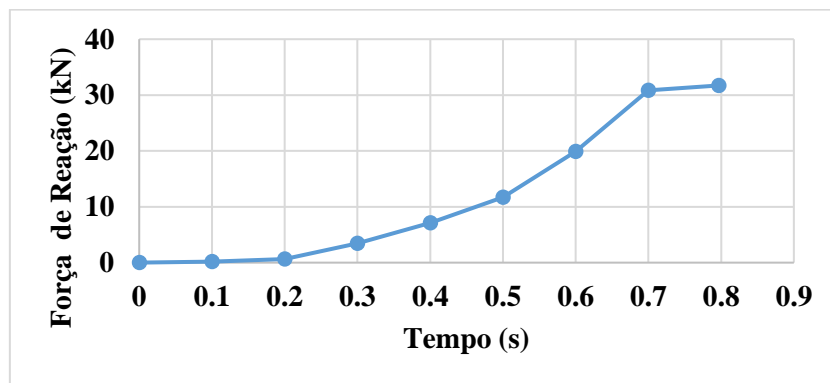


Figura 5.11. Força de reação no topo da barreira.

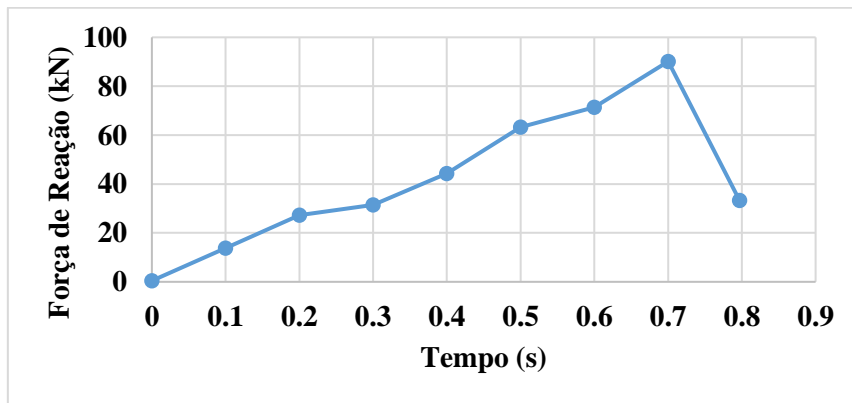


Figura 5.12. Força de reação na base da barreira.

5.1.2 ANÁLISE ANALÍTICA DO IMPACTO EM BARREIRA FLEXÍVEL

A partir da obtenção dos esforços na barreira por solução numérica e utilizando a metodologia proposta por Wendeler (2008) é possível fazer um pré-dimensionamento de uma barreira flexível e verificar a compatibilidade da ordem de grandeza das variáveis obtidas.

Wendeler (2008) apresenta uma metodologia para cálculo de barreiras flexíveis para retenção de fluxo de detritos e fluxo granular. Segundo a proposta deste autor, o impacto destes materiais em uma barreira pode ser dividido em três estágios distintos de carregamento: impacto inicial, preenchimento e sobreposição.

Conforme ilustra a Figura 5.13, durante o impacto inicial são calculadas as componentes de pressão hidrostática (p_{hyd}) e pressão hidrodinâmica (Δp).

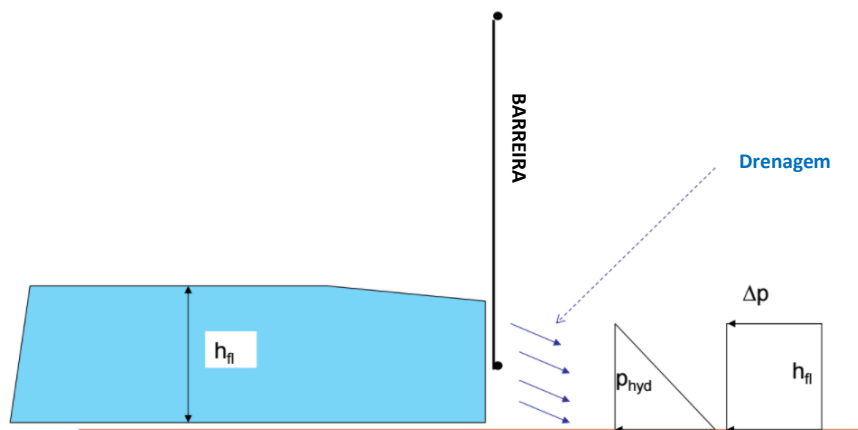


Figura 5.13. Impacto inicial de um fluxo de detritos em uma barreira (modificado - Volkwein, 2014).

Após esse impacto inicial, a barreira é preenchida pelo resto do material em um processo contínuo dividido em passos iguais de carregamento, conforme ilustra a Figura 5.14.

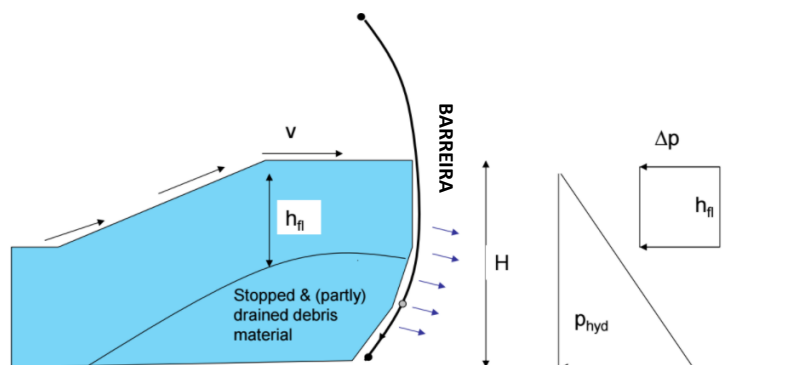


Figura 5.14. Preenchimento da barreira por fluxo de detritos (modificado - Volkwein, 2014).

No terceiro estágio, são geradas as tensões cisalhantes oriundas da sobreposição da massa na barreira, ilustrado na Figura 5.15.

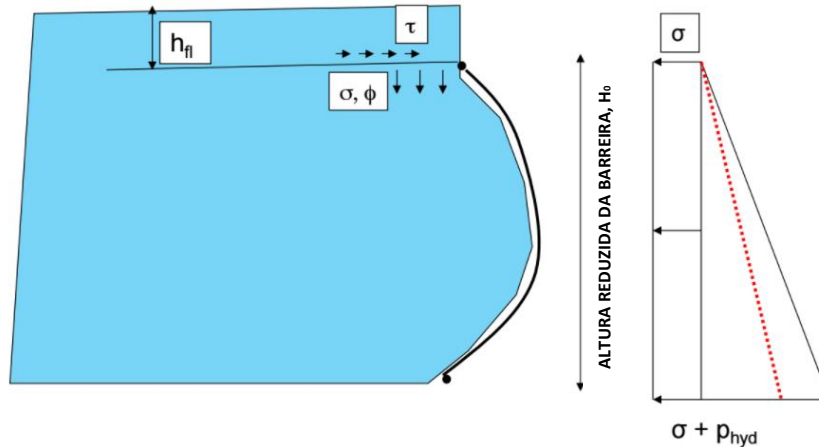


Figura 5.15. Situação de carregamento com sobreposição da barreira que apresenta altura útil reduzida em relação a altura inicial (Volkwein, 2014).

Conhecida as três principais configurações, estabelece-se a formulação das forças atuantes necessárias. A pressão hidrodinâmica [N/m²] é calculada como

$$p_{dyn} = \alpha \cdot \rho \cdot v^2 \quad (5.1)$$

onde v é a velocidade de impacto, α é um coeficiente de empuxo e ρ é a densidade do detrito. Segundo Volkwein (2014) α pode ser admitido como 2 para o caso de $\rho > 1900 \text{ kg/m}^3$. Já a pressão hidrostática é calculada como

$$p_{stat} = K \cdot H \cdot \rho \cdot g \quad (5.2)$$

onde K é o coeficiente de empuxo de terra, H é a altura de detritos presente na barreira e g é a gravidade.

De posse das definições, é possível aplicá-las para o modelo apresentado no tópico 5.1.1 e na Figura 5.13. Definiu-se, portanto, três tempos para aplicar a metodologia: impacto inicial em $t=0,5\text{s}$ (Figura 5.6), máximo preenchimento em $t=0,7\text{s}$ (Figura 5.7) e sobreposição em $t=0,8\text{s}$ (Figura 5.8).

- Para $t=0,5\text{s}$ tem-se a pressão hidrodinâmica como:

$$p_{dyn} = \alpha \cdot \rho \cdot v^2 = 2 \cdot 2200 \cdot 1,7^2 = 12716 \text{ N/m}^2 \quad (5.3)$$

onde a velocidade escolhida foi a média do maior volume do material impactante. A pressão hidrostática é dada por:

$$p_{stat} = K \cdot H \cdot \rho \cdot g = 1 \cdot 0,40 \cdot 2200 \cdot 9,81 = 8632,8 \text{ N/m}^2 \quad (5.4)$$

Com esses resultados, calcula-se as reações no topo (R_T) e na base (R_B) da barreira. Os esforços na barreira em $t=0,5s$ são mostrados na Figura 5.16, para a qual obtém $R_T = 1,78 \text{ kN}$ e $R_B = 5,029 \text{ kN}$.

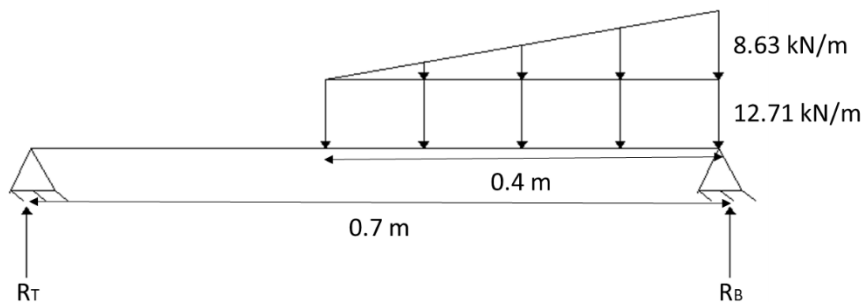


Figura 5.16. Carregamento na barreira em $t=0,5s$.

- Para $t=0,7s$ tem-se a pressão hidrodinâmica como:

$$p_{dyn} = \alpha \cdot \rho \cdot v^2 = 2 \cdot 2200 \cdot 2,3^2 = 23276 \text{ N/m}^2 \quad (5.5)$$

onde admitiu-se o valor de velocidade dos pontos superiores a massa estática acumulada. A pressão hidrostática é dada por:

$$p_{stat} = K \cdot H \cdot \rho \cdot g = 1 \cdot 0,70 \cdot 2200 \cdot 9,81 = 15107,4 \text{ N/m}^2 \quad (5.6)$$

onde desconsiderou-se a redução na altura da barreira H por estar a favor da segurança.

A situação de carregamento da barreira para $t=0,7s$ é apresentada na Figura 5.17. Efetuando os cálculos para essa configuração, obtém-se $R_T = 9,88 \text{ kN}$ e $R_B = 11,62 \text{ kN}$.

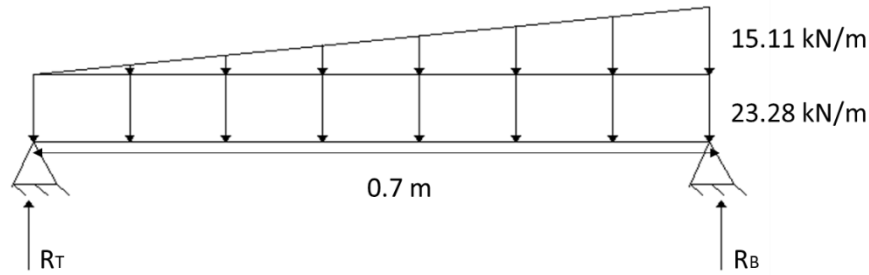


Figura 5.17. Carregamento na barreira em t=0,7s.

- Para t=0,8s tem-se a pressão hidrodinâmica como:

$$p_{dyn} = \alpha \cdot \rho \cdot v^2 = 2 \cdot 2200 \cdot 1,85^2 = 15059 \text{ N/m}^2 \quad (5.7)$$

onde admitiu-se o valor de velocidade dos pontos que sobrepõem a barreira. A pressão hidrostática é dada por:

$$p_{stat} = K \cdot H \cdot \rho \cdot g = 1 \cdot 0,70 \cdot 2200 \cdot 9,81 = 4316,4 \text{ N/m}^2 \quad (5.8)$$

Os esforços na barreira para t=0,8s são mostrados na Figura 5.18, para a qual foram obtidos os valores de $R_T = 5,77 \text{ kN}$ e $R_B = 6,26 \text{ kN}$.

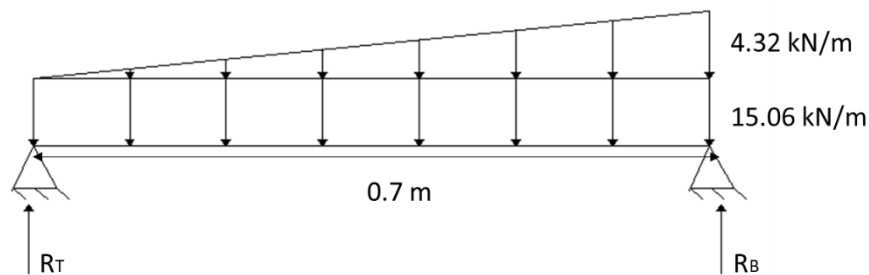


Figura 5.18. Carregamento na barreira em t=0,8s.

Para comparar os resultados numéricos com os analíticos obtidos, apresenta-se a Tabela 5.3. A partir da observação desta, conclui-se que os valores de reação obtidos por meio da análise numérica são superiores aos valores da solução analítica. Possivelmente, os valores analíticos são minorados pois, apenas considera o efeito do impacto da massa próxima à barreira, e não da anterior à esta que ainda possui velocidade.

Tabela 5.3. Comparativo entre as soluções numérica e analítica.

	R_T		R_B	
	Analítico	Numérico	Analítico	Numérico
t=0,5s	1,78 kN	11,71 kN	5,03 kN	63,33 kN
t=0,7s	9,88 kN	30,85 kN	11,62 kN	90,13 kN
t=0,8s	5,77 kN	31,72 kN	6,26 kN	33,23 kN

5.2 DEFINIÇÃO DA SUPERFÍCIE DE RUPTURA UTILIZANDO O MECANISMO DE DANO

Visto que o MEF é capaz de simular o impacto em barreiras, para completar a concepção de um modelo de deslizamento em encostas faz-se necessária a criação da superfície de ruptura automaticamente na malha de elementos finitos, e não imposta como nos modelos anteriores.

Essas superfícies em geral são obtidas pelo Método do Equilíbrio Limite (MEL), o qual preconiza que há uma região na qual os pontos estão na iminência de ruptura. Para avaliar essa possibilidade, o método propõe o cálculo de um fator de segurança (FS) para todas as possíveis superfícies.

Esse método, apesar de já ser consolidado, possui certas limitações para o caso de análises de taludes heterogêneos reforçados, com tirantes, para escavações com estaca prancha, entre outros. A alternativa para executar essas análises é utilizando o MEF que também é um método reconhecido e que possui a vantagem de considerar o estado de tensão e deformação do material.

Com o MEF é possível verificar a região em que está ocorrendo uma concentração de deformações cisalhantes e, portanto, o possível local de ruptura. Contudo, não é possível obter diretamente o fator de segurança.

No software ABAQUS® não há o Método do Equilíbrio Limite implementado, e por isso, não é gerado o fator de segurança de possíveis superfícies de ruptura. Porém, neste trabalho, o interesse não é de apenas encontrar essa região, mas também de fazer com que essa massa rompida se solte da intacta.

Para então gerar esse desprendimento da massa intacta com a massa rompida foram utilizadas as propriedades de dano, a partir das quais são excluídos os elementos no interior do talude que falham por cisalhamento. Após isso, uma nova zona de contato é definida e a análise continua com o deslocamento da região desprendida.

Diante do exposto, foi feito utilizando o ABAQUS/Explicit® o modelo de um talude com apenas a gravidade agindo. Na malha de elementos finitos foram usados 27166 elementos CPE4R, ou seja, elemento de quatro nós, deformação plana e com integração reduzida. A Figura 5.19 ilustra a geometria e a Figura 5.2 a malha de elementos finitos.

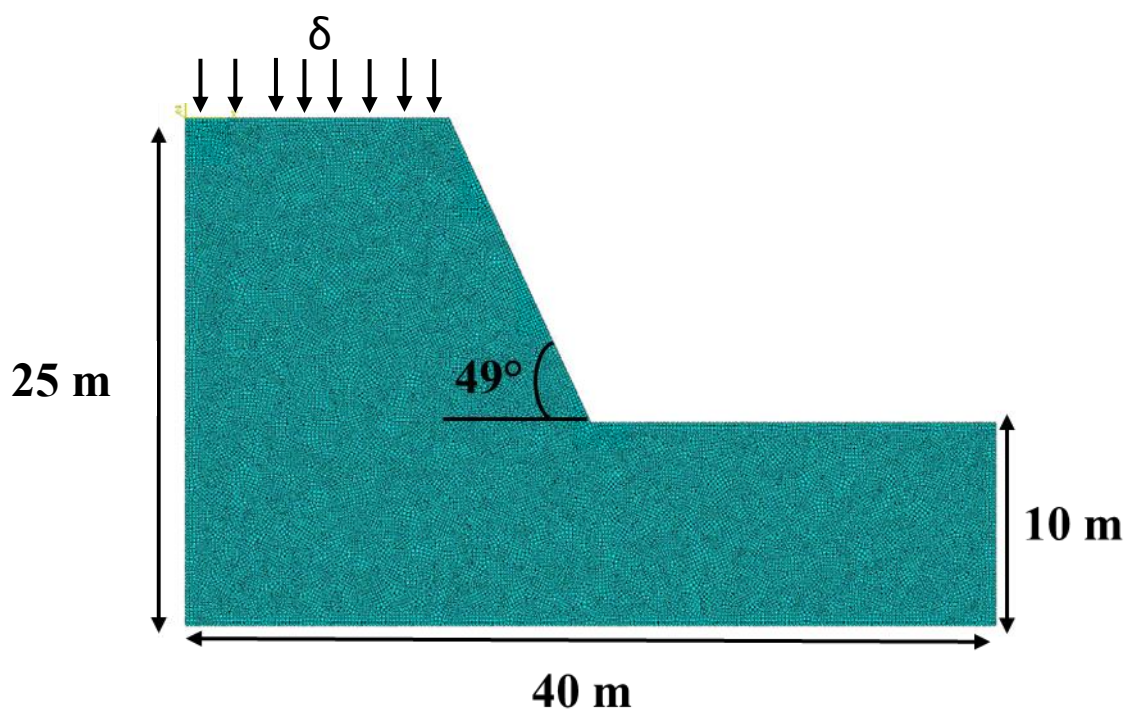


Figura 5.19. Geometria e malha de MEF do modelo de talude com dano.

A análise ocorreu em dois passos: primeiramente a aplicação da gravidade e, em seguida, de um deslocamento (δ) no topo do talude a fim de desestabilizá-lo. O deslocamento foi aplicado em estágios, conforme ilustra o gráfico deste com o tempo, apresentado na Figura 5.20.

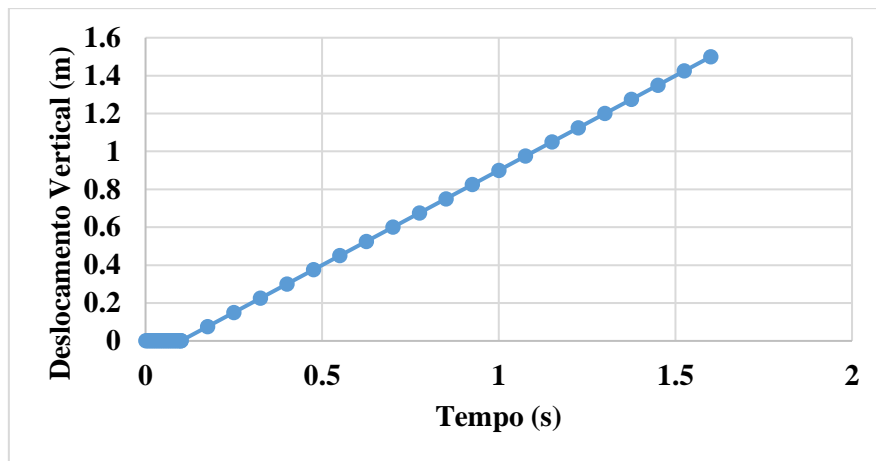


Figura 5.20. Variação do módulo do deslocamento vertical com o tempo.

Vale ressaltar que neste trabalho, cujo foco é análise mecânica, não é de interesse avaliar os possíveis causadores de ruptura de encostas, mas sim, como esse rompimento ocorre e os danos gerados por ele. Por isso a aplicação do deslocamento foi arbitrária apenas para alterar o estado de tensão e induzir a formação do mecanismo de ruptura.

Como condição de contorno do modelo apresentado foram impostas restrição ao deslocamento vertical na base da fundação, e ao deslocamento horizontal na lateral do maciço. Já como condição inicial, executou-se o passo geostático para estabelecimento das tensões *in situ*.

Para este modelo foi feita a comparação do mecanismo de dano com o Método do Equilíbrio Limite, a variação do Módulo de Young e do ângulo de atrito.

5.2.1 COMPARAÇÃO DO MECANISMO DE DANO COM MEL

O objetivo desta primeira simulação é validar o mecanismo de ruptura formado pelas propriedades de dano do software ABAQUS® através da comparação com as possíveis superfícies de ruptura obtidas no software GEOSTUDIO®, o qual utiliza o Método do Equilíbrio Limite.

Devido a limitações de ambos os softwares não foi possível utilizar o mesmo critério de ruptura, já que no GEOSTUDIO® não há implementado o critério de Drucker Prager Estendido e no ABAQUS® o critério de Mohr Coulomb não é compatível com o uso das propriedades de dano.

Para então superar essas limitações, no software ABAQUS® estabeleceu-se um material com alta rigidez, para que este se comporte de forma elástica perfeitamente plástica conforme o critério de Mohr Coulomb e, portanto, seja possível fazer a comparação.

Dessa forma, considerou-se um material com densidade de 1800 kg/m³, E de 300 MPa e Poisson de 0.33. Em relação ao comportamento elastoplástico, adotou-se o critério de ruptura de Drucker Prager Estendido, com ângulo de atrito de 40.89°, ângulo de dilatação de 0° e com tensão de plastificação de 100 kPa.

As propriedades do mecanismo de dano por cisalhamento são mostradas na Tabela 5.3, os quais foram obtidos através da calibração no ensaio de cisalhamento apresentado na seção 4.3 no Capítulo 4 deste trabalho.

Tabela 5.3. Propriedades de dano do modelo.

θ_s	2
$\bar{\epsilon}_p^{pl}$	0.1
$\dot{\epsilon}^{pl}$	0.001
α	5
\bar{u}^{pl}	0.1

Durante a evolução da análise é possível identificar a formação de diversos mecanismos de ruptura por meio da observação das deformações plásticas cisalhantes (PE). A Figura 5.21 ilustra essa variável para vários tempos.

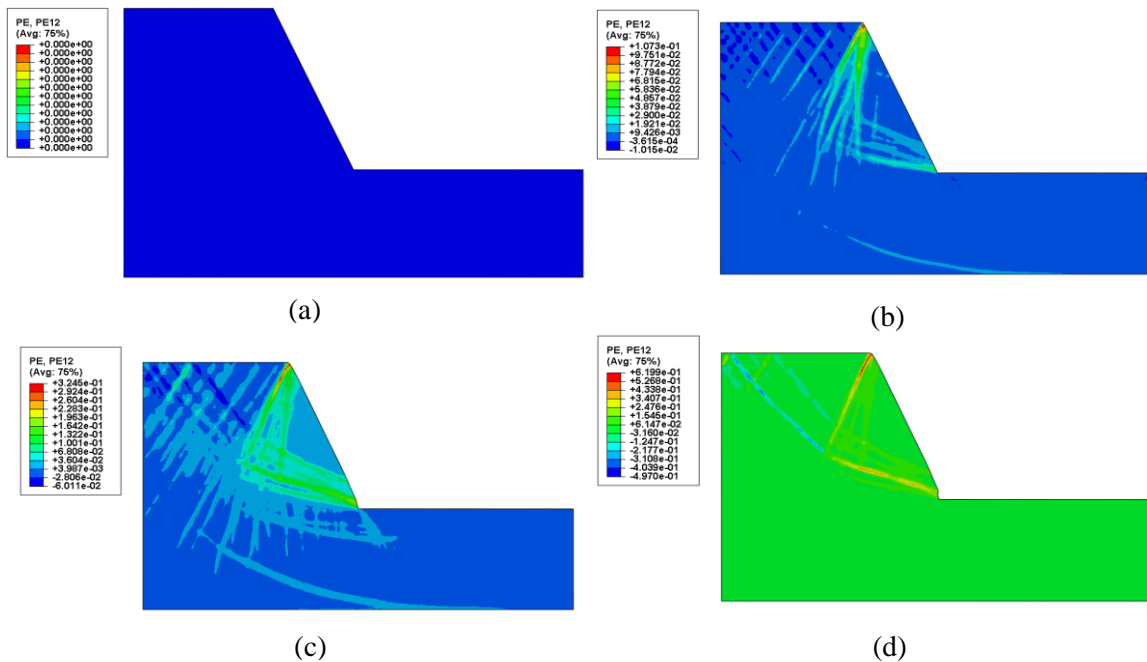


Figura 5.21. Formação dos mecanismos de ruptura (a) $t=0s$; (b) $t=0,15s$; (c) $t=0,45s$; (d) $t=0,60s$.

Apesar de haver variadas possibilidades, há a formação de um mecanismo principal de ruptura devido a concentração de deformações plásticas, conforme ilustrado na Figura 5.21(d). Dessa forma, apresenta-se na Figura 5.22 a formação deste mecanismo cinematicamente admissível, onde começa a haver ruptura do material no tempo $t=0,675s$, o qual é compatível ao deslocamento imposto do topo de 0,675 m.

Nota-se também pela Figura 5.22 que apenas a massa rompida está se deslocando, já que a massa intacta não possui velocidade. Devido a esse movimento, ocorre o início de um novo mecanismo de ruptura no tempo $t=0,975s$. Além disso, para o tempo $t=1,050s$ percebe-se trincas de tração surgindo na superfície do talude.

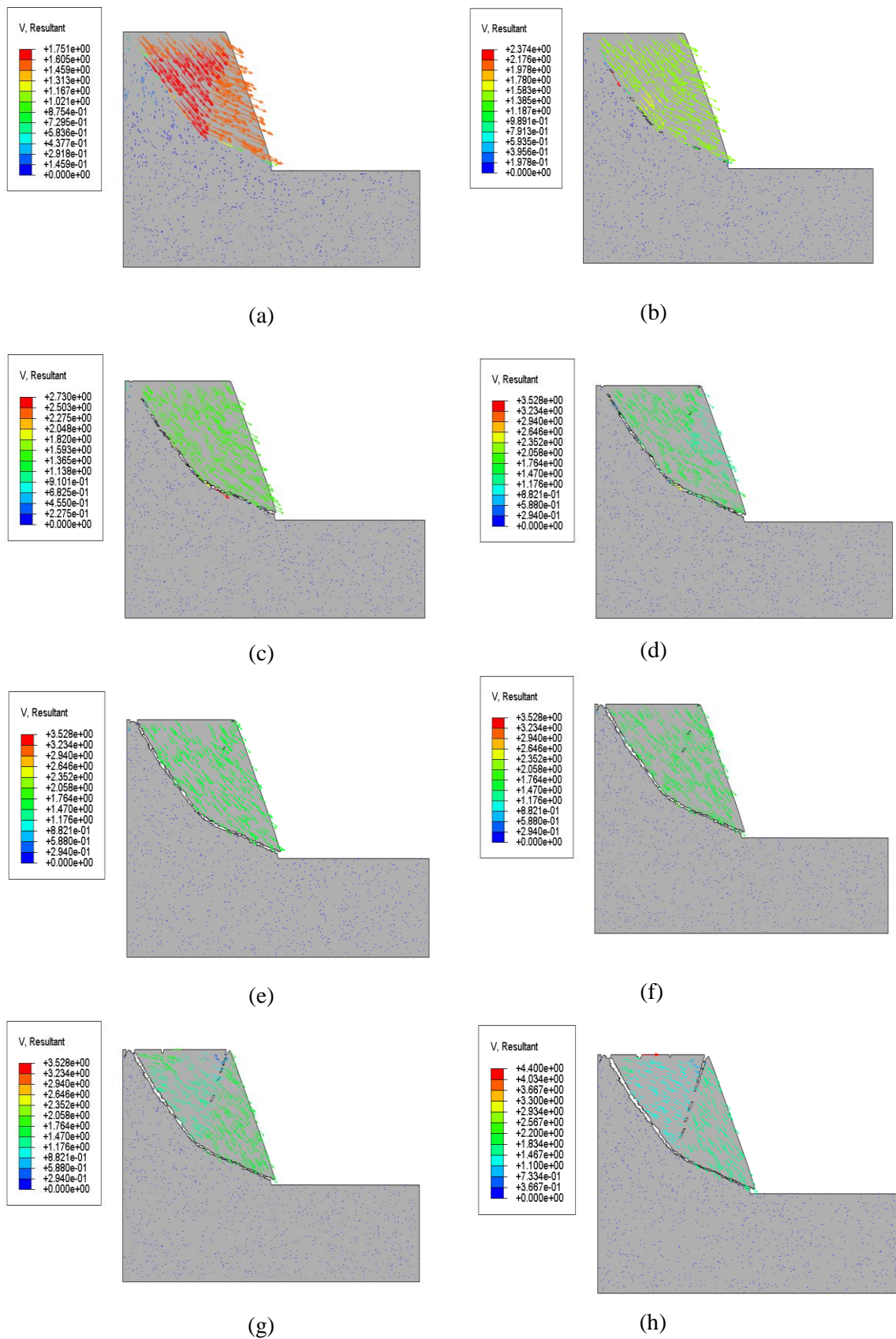


Figura 5.22. Evolução do mecanismo de ruptura e vetores de velocidade para vários tempos. (a) $t=0,6$; (b) $t=0,675s$; (c) $t=0,750s$; (d) $t=0,825s$; (e) $t=0,900s$; (f) $t=0,975s$; (g) $t=1,050s$; (h) $t=1,125s$.

A Figura 5.23 ilustra em detalhe o talude para o tempo $t=1,125s$, a partir da qual percebe-se claramente a superfície principal formada desde o pé do talude, o novo mecanismo de dano oriundo do deslocamento da massa rompida e as trincas na superfície do talude.

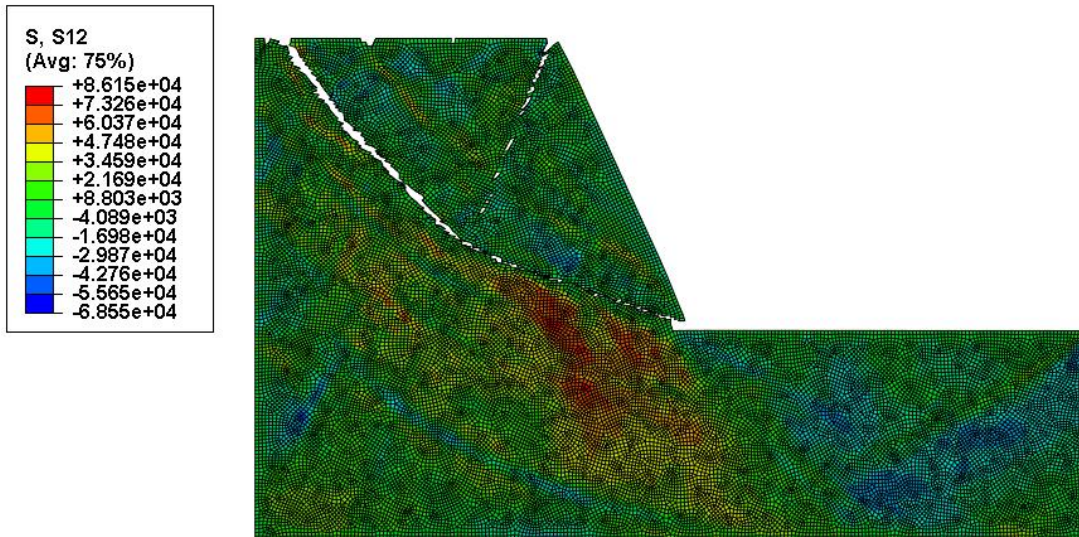


Figura 5.23. Talude com novo mecanismo de ruptura e trincas de tração na superfície em $t=1,125s$.

Uma vez estabelecido o mecanismo principal de ruptura pode-se compará-lo com as superfícies geradas pelo MEL no GEOSTUDIO®, apresentada na Figura 5.24, para um material com ângulo de atrito de 30° , e a obtida pelo mecanismo de dano, ilustrada na Figura 5.25.

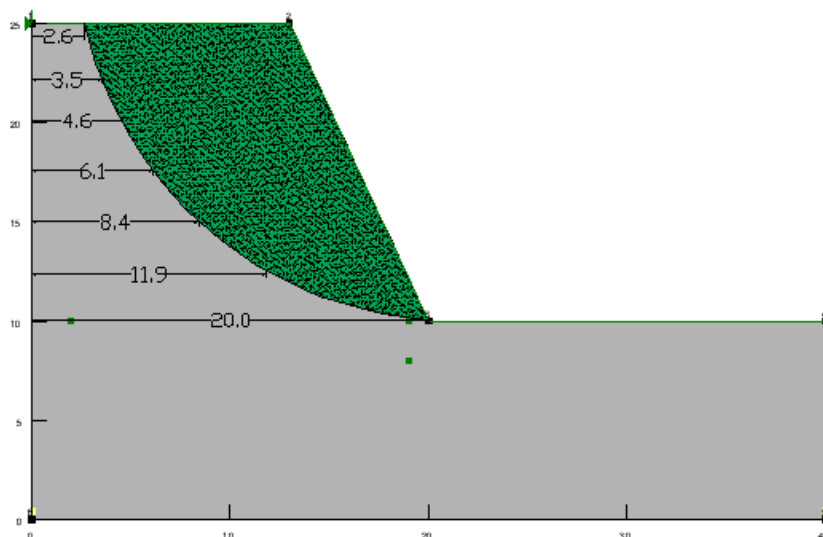


Figura 5.24. Superfície com $FS=1,05$ no GEOSTUDIO®.

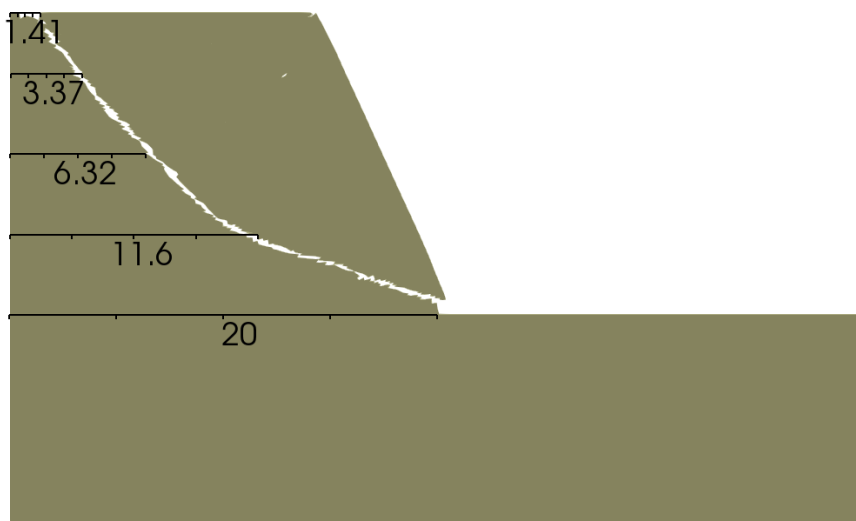


Figura 5.25. Superfície de ruptura utilizando o critério de dano no ABAQUS®.

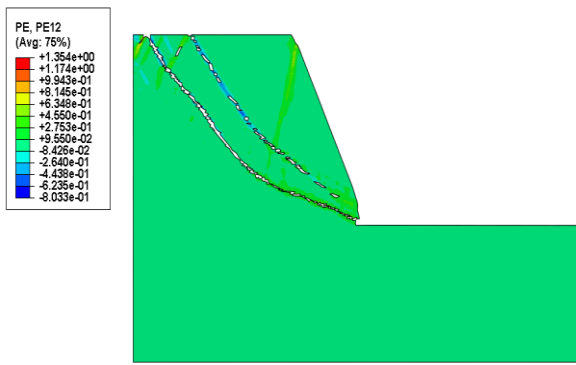
Apesar das diferenças nos critérios de ruptura e de que no GEOSTUDIO® não foi aplicado deslocamento no topo do talude, o resultado foi satisfatório, uma vez que as superfícies ficaram muito próximas.

5.2.2 AVALIAÇÃO DO ÂNGULO DE ATRITO E MÓDULO DE ELASTICIDADE

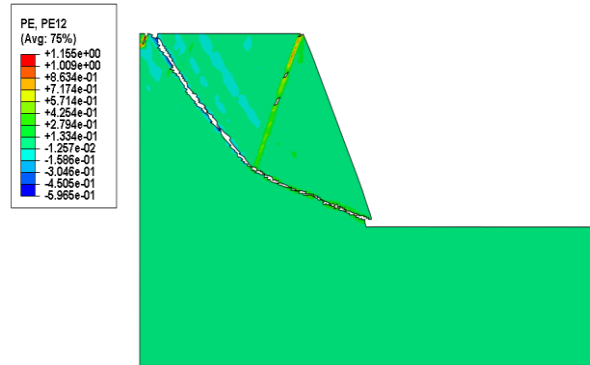
O objetivo destes modelos é avaliar a influência do ângulo de atrito e do módulo de Young na formação dos mecanismos de ruptura. Sendo assim, utilizando a mesma geometria, malha de elementos finitos e demais propriedades, exceto E e β , notou-se que há uma variação dos mecanismos de ruptura gerados.

Na Figura 5.26 são apresentados os mecanismos de ruptura formados para $\beta = 45^\circ$ e $\beta = 40,89^\circ$ e para $E = 300$ MPa, $E = 100$ MPa, $E = 50$ MPa e $E = 25$ MPa. Todas as análises foram avaliadas para $t=1,05s$, exceto no módulo de $E = 100$ MPa, pois esta não atingiu esse tempo.

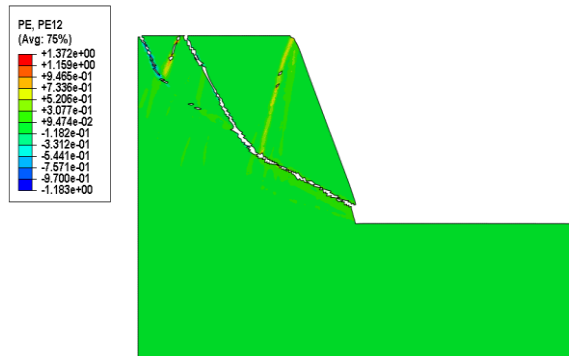
Nota-se que para $\beta = 45^\circ$ há a geração de uma maior quantidade de mecanismos de ruptura do que para $\beta = 40,89^\circ$ para um mesmo tempo. O mesmo acontece com o aumento do módulo de Young, já que se constata não haver mais uma superfície principal, como ocorrera para $E = 300$ MPa. Para $E=25$ MPa percebe-se uma redução nos mecanismos cinematicamente possíveis, havendo em maioria rupturas internas no maciço, possivelmente oriundas das trincas de tração na superfície do talude.



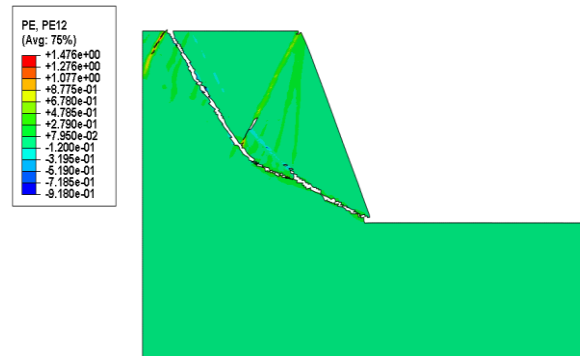
(a) $E = 300 \text{ MPa} - \beta = 45^\circ - t = 1,050 \text{ s}$



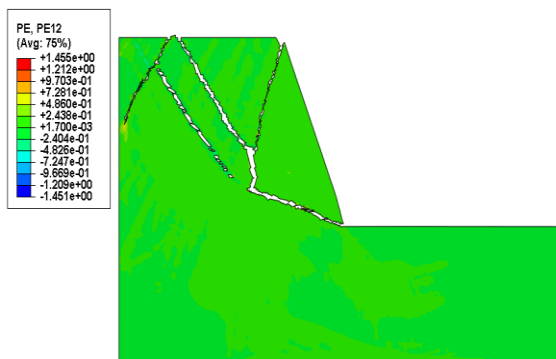
(b) $E = 300 \text{ MPa} - \beta = 40,89^\circ - t = 1,050 \text{ s}$



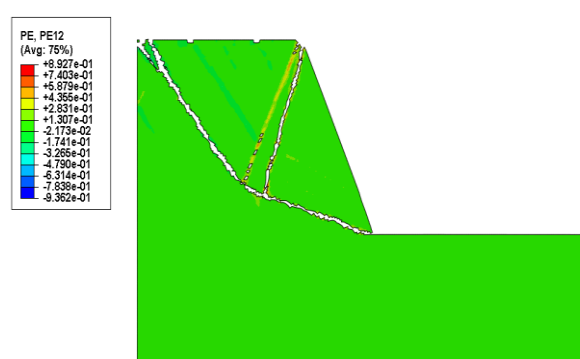
(c) $E = 100 \text{ MPa} - \beta = 45^\circ - t = 0,90 \text{ s}$



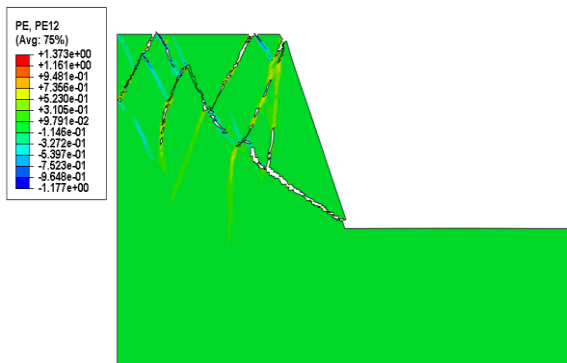
(d) $E = 100 \text{ MPa} - \beta = 40,89^\circ - t = 0,90 \text{ s}$



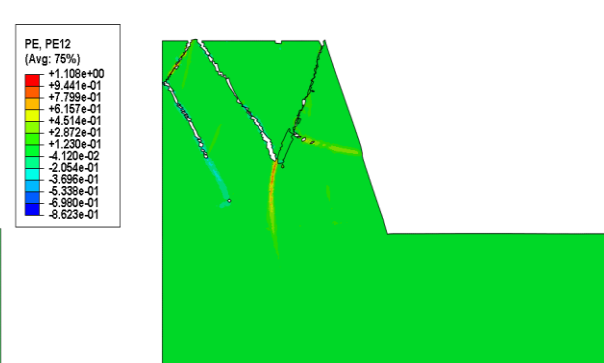
(e) $E = 50 \text{ MPa} - \beta = 45^\circ - t = 1,050 \text{ s}$



(f) $E = 50 \text{ MPa} - \beta = 40,89^\circ - t = 1,050 \text{ s}$



(g) $E = 25 \text{ MPa} - \beta = 45^\circ - t = 1,050 \text{ s}$



(h) $E = 25 \text{ MPa} - \beta = 40,89^\circ - t = 1,050 \text{ s}$

Figura 5.26. Talude com novo mecanismo de ruptura e trincas de tração na superfície em $t = 1,125 \text{ s}$.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABAQUS (2005). ABAQUS/Explicit: Advanced Topics. Copyright ABAQUS, Inc.

ABAQUS (2013). ABAQUS: User's Manual. Version 6.13.

ALBABA, A., LAMBERT, S., NICOT, F. & CHAREYRE, B. (2015). Relation Between Microstructure and Loading Applied by a Granular Flow to a Rigid Wall Using DEM Modeling. Granular Matter, Springer-Verlag Berlin Heidelberg.

ALBUQUERQUE, B.C.R. (2016). Influência do Ângulo de Atrito da Partícula nos Parâmetros Macroscópicos de Resistência do Meio no Estado Plano de Deformações. Tese de Doutorado, Universidade de Brasília, Programa de Pós Graduação em Geotecnia, Brasília, DF.

ANDERSEN, S. & ANDERSEN, L. (2010). Modelling of Landslides with the Material Point Method. Comput Geosci, 14:137-147.

AUBRAM, D. (2013). An Arbitrary Lagrangian-Eulerian Method for Penetration into Sand at Finite Deformation. Technischen Universität Berlin, Berlin, Germany.

AVELAR, A. S. (2003). Iniciação e desenvolvimento de fluxo detríticos em encosta: Ensaios triaxiais de choque e em caixa experimental abordando o caso do Soberbo (RJ). Tese de Doutorado, UFRJ-COPPE, Rio de Janeiro, RJ, 247p.

AYOTE, D. & HUNGR, O. (2000). Calibration of a Runout Prediction Model for Debris-Flows and Avalanches. Debris-Flow Hazards Mitigation: Mechanics, Prediction and Assessment, pp. 505-514.

AZANA, E., CHEVOIR, F. & MOUCHERONT, P. (1999). Experimental study of collisional granular flows down na inclined plane. J. Fluid Mech., 400:199-227.

BATHE, K. J., RAMM, E. & WILSON, E. L. (1975). Finite Element Formulations for Large Deformations Dynamic Analysis. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 9:353-386.

BATHE, K. J. (2014). Finite Element Procedures. Prentice Hall, Pearson Education, Inc.

BARDENHAGEN, S. G., BRACKBILL, J. U., SULSKY, D. (2000). Method for Granular Materials. Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering, 187:529-541.

BARDENHAGEN, S. G. & KOBER, E. M. (2004). The Generalized Interpolation Material Point Method. Tech Science Press, 5(6):477-495.

BELYSCHKO, T. & KENNEDY, J. M. (1978). Computer Models for Subassembly Simulation. Nuclear Engineering and Design, 49:17-38.

BENSON, D. J. (1989). An Efficient, Accurate and Simple ALE Method for Nonlinear Finite Element Programs. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 72: 305-350.

BEUTH, L., BENZ, T., VERMEER, P. A., WIECKOWSKI, Z. (2008). Large Deformation Analysis Using a Quasi-Static Material Point Method. Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 38:45-60.

- BROOKS, H. & NIELSEN, J. P. (2013) Basics of Retaining Wall Design. HBAP Publications, Newport Beach, California, USA. 60 p.
- CANELLI, L., FERRERO, A. M., MIGLIAZZA, M. & SEGALINI, A. (2012). Debris Flow Risk Mitigation by the Means of Rigid and Flexible Barriers – experimental tests and impact analysis. *Natural Hazards and Earth System Sciences*, 12: 1693-1699.
- CALVETTI, F., PRISCO, C. & VAIRAKTARIS, E. (2016). Dry Granular Flows Impacts on Rigid Obstacles: DEM Evaluation of a Design Formula for The Impact Force. VI Italian Conference of Researches in Geotechnical Engineering, Parma, Italy.
- CEPED UFSC (2010). Relatório de Danos – Materiais e Prejuízos Decorrentes de Desastres Naturais no Brasil. Centro Universitário de Estudos e Pesquisas sobre Desastres; Banco Mundial, Florianópolis, 230p.
- COETZEE, C. J. (2004). The Modelling of Granular Flow Using the Particle-in-Cell Method, PhD Thesis, Department of Mechanical Engineering, University of Stellenbosch, South Africa.
- COETZEE, C. J., VERMEER, P. A. & BASSON, A. H. (2005). The Modelling of Anchors Using the Material Point Method. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 29:879-895.
- CRUZ, P. T & MASSAD, F. (1977). Debris Flow: na Attempt to Define Design Parameters. Symposium on recent Developments in Soil and Pavement Mechanics, RJ, Brasil, pp. 6.
- CUNDALL, P., STARCK, O. D. L. (1979). A Discrete Numerical Model for Granular Assemblies. *Géotechnique*, pp. 29-47.
- DAI, F. C., LEE, C. F. & NGAI, Y. Y. (2002). Landslide risk assessment and management: an overview. *Engineering Geology*, 64:65-87.
- DESAI, C. S. & SIRIWARDANE, H. J. (1984). Constitutive Laws for Engineering Materials with Emphasis on Geologic Materials, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey.
- DONEA, J., FASOLI-STELLA, P. & GIULIANI, S. (1977). Lagrangian and Eulerian Finite Element Techniques for Transient Fluid-Structure Interaction Problems. Euratom Joint Research Centre, Ispra Establishment, Department A, Ispra (Varese), Italy.
- DONEA, J., HUERTA, A., PONTHOT, J.-PH. & RODRÍGUEZ-FERRAN, A. (2004). Arbitrary Lagrangian-Eulerian methods. *Encyclopedia of Computational Mechanics*. 1:1-21.
- EVANS, S. G. & HUNGR, O. (1993) The Assessment of Rockfall Hazard at the Base of Talus Slope, *Canadian Geotechnical Journal*, 30:620-636.
- FARIAS, M. M. (2016). Notas de aula da disciplina de Elasticidade e Plasticidade. Programa de Pós-Graduação em Geotecnia, Universidade de Brasília, Brasília, Brasil.
- HARLOW, F. H. (1964). The Particle-in-Cell Computing Method in Fluid Dynamics. *Methods in Computational Physics*, 3:319-343.

HASSANPOUR, A., PASHA, M. (2015). Discrete Element Method Applications in Process Engineering. Introduction to Software for Chemical Engineering. Ed. Boca Raton, FL: CRC Press.

HIBBITT, H. D., MARCAL, P. V. & RICE, J. R. (1970). A Finite Element Formulation for Problems of Large Strain and Large Displacement. International Journal of Solids and Structures, 6:1069-1086.

HIRT, C. W. (1970). Proceedings of the Second International Conference on Numerical Methods in Fluid Dynamics, Berkeley.

HIRT, C. W., AMSDEN, A. A. & COOK, J. L. (1974). An Arbitrary Lagrangian-Eulerian Computing Method for All Flow Speed. Journal of Computational Physics, 14: 227-253.

HU, Y. & RANDOLPH, M. F. (1998). A practical numerical approach for Large Deformation Problems in Soils. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 22:327-350.

HUETINK, J. & VREEDE, P. T. (1982). Progress in mixed Eulerian-Lagrangian Finite Element Simulation of Forming Processes. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 30:1441-1457.

HUNGR, O., EVANS, S. G., BOVIS, M. J. & HUTCHINSON, J. N. (2001). A review of the classification of landslides of the flow type. Environmental & Engineering Geoscience, 7:221-238.

HUTTER, K., KOCH, T., PLUOSS, C. & SAVAGE, S. B. (1995). The Dynamics of Avalanches of Granular Materials from Initiation to Runout. Part II. Experiments. Acta Mechanica, pp. 127-165.

IVERSON, R. M. (1997). The Physics of Debris Flow. Reviews of Geophysics, 35:245-196.

JIANG, Y. & TOWHATA (2013). Experimental Study of Dry Granular Flow and Impact Behavior Against a Rigid Retaining Wall. Rock Mech. Rock Eng, 46:713-729.

KWAN, J. S. H. & CHENG, R. W. M. (2012). Suggestions on Design Approaches for Flexible Debris-resisting Barriers, incl. Appendix C Comments and responses, Discussion Note DN 1/2012, GEO, Hong Kong.

LACERDA, W. A. & SCHILLING, G. H. (1992) Rain Induced Creep-Rupture of Soberbo Road Landslide. Proceedings of the 6th International Symposium on Landslides, New Zealand, Christchurch, 1:145-152.

LOHSE, H. R. S. (2015). Análise Elasto-Plástica com não Linearidade Geométrica Usando uma Formulação Arbitrária Lagrangeana-Euleriana (ALE). Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFGRS. Porto Alegre, RS.

MACCAFERRI. (2017). MACCAFERRI: Soluções de engenharia civil e geotécnica. Site. Disponível em: <https://www.maccaferri.com/br/>. Acessado em: fev. 2017.

NAZEM, M. (2006). Numerical Algorithms for Large Deformation Problems in Geomechanics. Thesis. University of Newcastle. New Castle. Australia.

- NAZEM, M. & SHENG, D. (2004). Alternative Solution Methods for Large Deformations in Geomechanics. Proceedings of the 9th symposium on numerical models in geomechanics – NUMOG IX, Ottawa, Canada, pp. 265-271.
- NAZEM, M., DAICHAO, S. & CARTER, J. P. (2006). Stress Integration and Mesh Refinement for Large Deformation in Geomechanics. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 65:1002-1027.
- NAZEM, M., DAICHAO, S., CARTER, J. P. & SLOAN, S.W. (2008). Arbitrary Lagrangian-Eulerian Method for Large-Strain Consolidation Problems. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics. 32:1023-1050.
- NAZEM, M., CARTER, J. P. & AIREY, D. W. (2010). Arbitrary Lagrangian-Eulerian Method for Non-linear Problems of Geomechanics. IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 10 (2010) 012074. DOI:10.1088/1757899X/10/1/012074.
- NOH, W. F. (1964). A Time Dependent Two-space-dimensional Coupled Eulerian Lagrangian Code. Computational Physics, vol. 3, Academic Press, New York, USA.
- NEVES, C. E. V. (2009). Comportamento de Materiais Granulares Usando o Método dos Elementos Discretos. Dissertação de Mestrado em Geotecnia, Universidade de Brasília, Programa de Pós-Graduação em Geotecnia, Brasília, DF.
- NUMADA, M., KONOgai, K., ITO, H. & JOHANSSON, J. (2003). Material Point Method for Run-Out Analysis of Earthquake Induced Long-Traveling Soil Flows. JSCE Journal of Earthquake Engineering, 27:3-6.
- OSIAS, J. R. & SWENDLOW, J. L. (1974). Finite Elastoplastic Deformation-I Theory and Numerical Examples. International Journal of Solids and Structures, 10: 321-339.
- O’SULLIVAN, C. (2011). Particulate Discrete Element Modelling – A Geomechanics Perspective. Applied Geotechnics, vol. 4, New York, USA.
- POLANCO, L. S. E. (2010). Correlações Empíricas para Fluxo de Detritos. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ.
- REINALDO, R. L. (2015). Análise Numérica do Processo de Instalação de Estacas de Deslocamento Utilizando o Método do Ponto Material. Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, D.F., 159 p.
- RICKENMANN, D. (1999). Empirical Relationships for Debris Flow. Swiss Federal Institute for Forest, Snow and Landscape Research, Switzerland.
- SANTOS, G. A. (2013). Uso de Barreiras Flexíveis para Controle de Fluxo de Detritos. Projeto de Graduação, Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ.
- SASSA., K. (1985) The Mechanism of Debris Flow. Proceedings of the 11th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, San Francisco, California, USA, 3:1173-1176.

- SAVIDIS, S. A., AUBRAM, D., RACKWITZ, F. (2008). Arbitrary Lagrangian-Eulerian Finite Element Formulation for Geotechnical Construction Processes. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, Sofia, 2008, 38:165-194.
- SERNA, M. A. L. (2012). Aplicações do Método do Ponto Material (MPM) a Problemas Geotécnicos. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, D.F., 175 p.
- SHIN, W. K. (2009). Numerical Simulation of Landslides and Debris Flow Using an Enhanced Material Point Method. Tese Doutorado, University of Washington, United States.
- SOULI, M. & SHAHROUR, I. (2012). Arbitrary Lagrangian Eulerian formulation for soil structure interaction problems. *Soil Dynamic and Earthquake Engineering*, 35:72-79.
- SULSKY, D., SCHREYER, H. L. (1996). Axisymmetric Form of the Material Point Method with Applications to Upsetting and Taylor Impact Problems. *Comput Methods Appl. Mech. Engng*, 139: 409-429.
- TAKAHASHI, T. (2009) A Review of Japanese Debris Flow Research. *International Journal of Erosion Control Engineering*, Vol. 2, No. 1.
- TEDESCO, B. M. M. S. (2016). Modelagem Numérica de Ensaios de Enrocamento. Dissertação de Mestrado em Geotecnia, Universidade de Brasília, Programa de Pós Graduação em Geotecnia, Brasília, DF.
- TIAN, Y., CASSIDY, M. J., RANDOLPH, M. F., WANG, D. & GAUDIN, C. (2014). A Simple implementation of RITSS and its application in large deformation analysis. *Computers and Geotechnics*, 56:160-167.
- USGS (2004). Landslide Types and Processes. U.S. Department of the Interior e U.S. Geological Survey. Fact Sheet 2004-3072. Disponível em: <https://pubs.usgs.gov/fs/2004/3072/FS2004-3072.pdf>. Acessado em: fev. de 2017.
- VAN LEER, B. (1977). Towards the Ultimate Conservative Difference Scheme IV. A New Approach to Numerical Convection. *Journal of Computational Physics*, v. 23, pp. 276-299.
- VARNES, D. J. (1978). Slope Movement Types and Process. In: R.L. Schuster and R. J. Krizek, (eds.), *Special report 176-Landslides: Analysis and control*, TRB, National Research Council, Washington, D. C., pp. 11-33.
- VOLKWEIN, A. (2014) Flexible debris flow barriers – Design and application. WSL Ber. 18:29 pp.
- VON BOETTICHER, A., HUBL, J., WENDELER, C. & VOLKWIEN, A. (2011). Modeling the impact of shallow landslides on flexible protection barriers. IAMG Conference, Salzburg, Austria.
- WALKER, J. & YU, H. S. (2006). Adaptive finite element analysis of cone penetration in clay. *Acta Geotechnica*, 1: 43-57.
- WANG, D., BIENEN, B., NAZEM, M., TIAN, Y., ZHENG, J. & PUCKER, T. (2015). Large deformation finite element analysis in geotechnical engineering. *Computers and Geotechnics*, 65:104-114.

WIECKOWSKI, Z. (1998). A Particle-in-Cell Method in Analysis of Motion of a Granular Material in Silo, Computational Mechanics: New Trends and Applications, CIMNE, Barcelona, 1998.

YACOUB, T. (2016). Using Shear Strength Reduction Method for 2D and 3D Slope Stability Analysis. Annual Kansas City Geotechnical Conference, Toronto, Canada.

ZULUAGA, R. A. G. (2016). Relação entre Características Microestruturais e o Comportamento Macroscópico de Solos Granulares. Tese de Doutorado em Geotecnia, Universidade de Brasília, Programa de Pós Graduação em Geotecnia, Brasília, DF.