



**ESTUDO NUMÉRICO EM CONCRETO REFORÇADO COM FIBRAS DE AÇO UTILIZANDO
O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS E MODELOS CONSTITUTIVOS**

Thalles Morais Faria

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

FACULDADE DE TECNOLOGIA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**ESTUDO NUMÉRICO EM CONCRETO REFORÇADO COM
FIBRAS DE AÇO UTILIZANDO O MÉTODO DOS
ELEMENTOS FINITOS E MODELOS CONSTITUTIVOS**

Thalles Morais Faria

ORIENTADOR: Raúl Darío Durand Farfán

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO
CIVIL**

PUBLICAÇÃO: 22A/17

BRASÍLIA/DF: AGOSTO - 2017.

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**ESTUDO NUMÉRICO EM CONCRETO REFORÇADO COM FIBRAS
DE AÇO UTILIZANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS E
MODELOS CONSTITUTIVOS**

THALLES MORAIS FARIA

**DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA
CIVIL E AMBIENTAL DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA
UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS
NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM
ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL.**

APROVADO POR:

**Prof. Raúl Darío Durand Farfán, Dr. (ENC-UnB)
(Orientador)**

**Prof. William Taylor Matias Silva, Dr. Ing. (ENC-UnB)
(Examinador Interno)**

**Prof. Carlos Eduardo Luna de Melo, Dr. (FAU-UnB)
(Examinador Externo)**

BRASÍLIA/DF, AGOSTO DE 2017

FICHA CATALOGRÁFICA

MORAIS FARIA, THALLES

Estudo Numérico Em Concreto Reforçado Com Fibras De Aço Utilizando O Método Dos Elementos Finitos E Modelos Constitutivos [Distrito Federal] 2017.

xvi, 78p., 297 mm (ENC/FT/UnB, Mestre, Estruturas e Construção Civil, 2017). Dissertação de Mestrado – Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.

1.Elementos Finitos

2.Concreto Reforçado

I.ENC/FT/UnB

3.Fibras de Aço

4.Modelos Constitutivos

II.Título (Mestre)

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

FARIA, T. M. (2017). Estudo Numérico Em Concreto Reforçado Com Fibras De Aço Utilizando O Método Dos Elementos Finitos E Modelos Constitutivos. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 78p.

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Thalles Morais Faria.

TÍTULO: Estudo Numérico Em Concreto Reforçado Com Fibras De Aço Utilizando O Método Dos Elementos Finitos E Modelos Constitutivos.

GRAU: Mestre

ANO: 2017

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

Thalles Morais Faria

QNM 36 Conj. W Casa 42 Taguatinga Norte

72.145-623 Brasília – DF – Brasil.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus por sempre me guiar pelo melhor caminho.

Agradeço à minha família por todo apoio prestado durante todo o mestrado. Aos meus pais, Cláudia, Ronan, Joaquim e Amanda por me incentivarem a estudar e me apoiarem em minhas decisões. Aos meus irmãos Willamys, Rayan e Giovana por todo o companheirismo prestado, assim como, todos os momentos de alegria que passamos juntos. Por fim, agradeço, também, aos meus tios Calmon e Maria Luzia que ajudaram em momentos difíceis. Reitero aqui, meu muito obrigado a todos vocês.

Ao professor Raul Durand, meus sinceros agradecimentos por todo o tempo dedicado aos ensinamentos, bem como ao desenvolvimento desta pesquisa. Muito obrigado, por além de dedicar os dias de semana, dedicar-se também seus finais de semana - sábados e domingos. Agradeço também ao professor Cláudio Pereira por todos os ensinamentos na área de materiais compósitos. Agradeço ao Programa de Pós-graduação em Estruturas e Construção Civil e aos professores pela oportunidade.

Agradeço aos amigos de curso de graduação e de Pós-graduação: Gabriel Costa, Tiago Silva, Matheus Leoni, Sirlane Gomes, Ana Paula, Raíra Mercadante, Filipe Battisti, Jullyana Santos, Maria Clara, Aurélio Caetano, Renato Abreu, Glediston Júnior, Eduardo Pains, José Fabiano, Adeilson, Yadian, Guilherme Oliveira, Fernando Hipólito, ...

Agradeço à minha namorada, Jéssica Siqueira, pela paciência, pelo amor, pelo carinho e pelo companheirismo que me foi entregue e ofertado mesmo à distância. Agradeço, ainda, a sua família por todo o companheirismo dado nos finais de semana.

Por fim, agradeço à CAPES pelo apoio financeiro.

ESTUDO NUMÉRICO EM CONCRETO REFORÇADO COM FIBRAS DE AÇO UTILIZANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS E MODELOS CONSTITUTIVOS

Autor: Thalles Morais Faria

Orientador: Raúl Darío Durand Farfán

Programa de Pós-graduação em Estrutura e Construção Civil

Brasília, agosto 2017

RESUMO

Sabendo que o concreto possui um comportamento frágil, sendo esta uma peculiaridade negativa para projetos estruturais, a adição de fibras de aço no processo de produção vem se tornando uma das soluções em destaque para a diminuição dessa fragilidade. Isto posto, o concreto reforçado com fibras está, cada vez mais, presente em obras de Construção Civil como, por exemplo, túneis e obras de saneamento básico. Com a grande variedade de fibras, os ensaios experimentais, muitas vezes, torna-se inviável para avaliação do comportamento do compósito reforçado com diferentes tipos de fibra. Neste sentido, este trabalho apresenta simulações em elementos finitos de corpos de prova de concreto com adição de fibras de aço para os ensaios de arrancamento, tração e flexão. Para a inclusão das fibras de aço nos elementos sólidos foram utilizados o método embutido e o método semi-embutido. Nessas simulações, o concreto foi simulado utilizando modelos constitutivos não lineares de dano e de trinca embutida. Por sua vez, para as fibras, o modelo constitutivo utilizado foi o elástico perfeitamente plástico. Para simular o contato foi utilizado o modelo tensão cisalhante-deslizamento proposto pelo *CEB-FIP*. Por fim, os resultados obtidos numericamente apresentaram boa concordância quando comparados com ensaios experimentais.

Palavras Chaves: Concreto reforçado, Fibras de aço, Elementos Finitos, Modelos constitutivos.

NUMERICAL STUDY ON STEEL FIBER REINFORCED CONCRETE USING FINITE ELEMENTS METHOD AND CONSTITUTIVE MODELS

Autor: Thalles Morais Faria

Orientador: Raúl Darío Durand Farfán

Programa de Pós-graduação em Estrutura e Construção Civil

Brasilia, august 2017

ABSTRACT

It is widely acknowledged that the concrete has a fragile behavior, which is a negative trait for structural projects. The addition of steel fibers on the production process is becoming one of the outstanding solutions for reducing this fragility. To that extent, the use of fiber reinforced concrete in constructions is growing rapidly. Experimental tests in this composite material, however, are not widely performed due to costs and the required time. In this sense, this work presents finite elements' simulations of a set of concrete specimens with reinforcing steel fibers, these are: pull out tests, tensile tests and bending tests. The embedded and semi embedded methods were used to consider the steel fibers in the finite element mesh. In the simulations, the concrete was modeled using damage and embedded crack constitutive models. For the fibers an elastic-plastic constitutive model was used. Finally, to simulate the contact, the shear stress vs sliding model proposed by *CEB-FIP* was used. The numerical results were compatible with available experimental results.

Key words: Reinforced concrete, Steel fibers, Finite Elements, Constitutive Models.

SUMÁRIO

LISTA DE TABELAS	ix
LISTA DE FIGURAS	xii
LISTA DE SÍMBOLOS E NOMENCLATURA	xiii
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 OBJETIVOS	3
1.2 ESTRUTURA DO TRABALHO	3
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	5
2.1 COMPÓSITOS	5
2.1.1 TEOR DE FIBRAS	7
2.1.2 FATOR DE FORMA	9
2.2 FASE MATRIZ	10
2.3 FIBRAS PARA REFORÇO ESTRUTURAL	10
2.3.1 FIBRAS DE AÇO	10
2.4 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS (MEF)	13
2.5 ABORDAGEM NUMÉRICA DE INCLUSÕES	15
2.6 MODELAGEM CONSTITUTIVA DOS MATERIAIS	18
2.6.1 MODELO ELÁSTICO LINEAR	18
2.6.2 MODELO UNIAXIAL ELÁSTICO PERFEITAMENTE PLÁSTICO .	19
2.6.3 MODELO CONSTITUTIVO DE KOTSOVOS PARA O CONCRETO .	20
2.6.4 MODELO DE DANO PARA CONCRETO	23
2.6.5 MODELO DE DRUCKER-PRAGER	25
2.7 ESTUDOS EXPERIMENTAIS	28
2.8 ESTUDOS NUMÉRICOS	35
3 METODOLOGIA	41
3.1 ESTUDO DOS MODELOS CONSTITUTIVOS	41
3.1.1 MODELOS CONSTITUTIVOS PARA O CONCRETO E PARA AS FIBRAS	41
3.1.2 INTERFACE ENTRE FIBRAS DE AÇO E CONCRETO	42
3.2 INCLUSÃO DE FIBRAS DE AÇO EM ANÁLISES DE ELEMENTOS FINITOS	43
3.2.1 MÉTODO EMBUTIDO	43
3.2.2 MÉTODO SEMI-EMBUTIDO	45
3.3 UTILIZAÇÃO DE PROGRAMAS COMPUTACIONAIS	48

3.4	GERAÇÃO DE MALHAS COM FIBRAS	49
4	ANÁLISE NUMÉRICA DAS SIMULAÇÕES REALIZADAS	50
4.1	SIMULAÇÕES DE ENSAIO DE ARRANCAMENTO	50
4.1.1	MALHA DE ELEMENTOS FINITOS UTILIZADA	52
4.1.2	RESULTADOS E DISCUSSÕES DAS ANÁLISES NUMÉRICAS . .	53
4.2	SIMULAÇÃO DE TRAÇÃO COM ENTALHE NO MEIO DO CORPO DE PROVA	57
4.2.1	MALHA DE ELEMENTOS FINITOS UTILIZADA	59
4.2.2	RESULTADOS E DISCUSSÕES DAS ANÁLISES NUMÉRICAS . .	60
4.3	SIMULAÇÃO DE TRAÇÃO EM UM CORPO DE PROVA CÚBICO	62
4.3.1	MALHA DE ELEMENTOS FINITOS UTILIZADA	63
4.3.2	RESULTADOS E DISCUSSÕES DAS ANÁLISES NUMÉRICAS . .	64
4.4	SIMULAÇÃO DE VIGA À FLEXÃO	67
4.4.1	MALHA DE ELEMENTOS FINITOS UTILIZADA	69
4.4.2	RESULTADOS E DISCUSSÕES DAS ANÁLISES NUMÉRICAS . .	69
5	CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	73
5.1	CONCLUSÕES	73
5.2	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	75

LISTA DE TABELAS

2.1	Classificação das fibras de acordo com a norma (<i>ABNT NBR 15530: 2007</i>).	11
2.2	Classificação de acordo com a geometria (Figueiredo, 2011).	12
2.3	Média das tensões obtidas por Gokoz e Naaman (1981) no ensaio de arrancamento.	29
2.4	Resumo dos resultados obtidos por Mohamed et al. (1995).	38
4.1	Propriedades mecânicas e geométricas das fibras utilizadas.	51
4.2	Parâmetros utilizadas no modelo elástico perfeitamente plástico.	51
4.3	Parâmetros para o modelo de dano.	52
4.4	Parâmetros para o modelo de junta.	52
4.5	Parâmetros para o modelo de dano para simulação de tração com entalhe no meio da altura.	58
4.6	Parâmetros utilizados para as fibras para a simulação de tração com entalhe no meio da altura.	59
4.7	Parâmetros utilizados para as fibras para a simulação de tração em um corpo de prova cúbico.	62
4.8	Parâmetros para o modelo de dano para a simulação de tração no cubo.	63
4.9	Parâmetros para o modelo de junta na simulação de tração no cubo.	63
4.10	Propriedades utilizadas no modelo elástico perfeitamente plástico na simulação de viga à flexão.	68
4.11	Parâmetros para o modelo de Kotsovos para simulação à flexão.	68
4.12	Parâmetros para o modelo de dano para simulação à flexão.	68
4.13	Parâmetros para o modelo de junta para simulações de flexão.	68

LISTA DE FIGURAS

2.1	Forças atuantes em uma porção infinitesimal de fibra (BENTUR E MINDESS, 2007).	6
2.2	Distribuição de tensões em função do comprimento crítico (CALLISTER, 2008).	7
2.3	Curva típica tensão-deformação para ausência, baixo e alto volume de fibras (BENTUR E MINDESS, 2007).	8
2.4	(a) Fator de Forma para fibras com seção circular; (b) Fator de Forma para fibras com seção retangular.	9
2.5	(a) Configuração do ensaio de arrancamento experimental realizado por Cunha (2010) ; (b) Configuração esquemática do ensaio de arrancamento realizado por Cunha (2010)	13
2.6	(a) Exemplo de elementos tridimensionais; (b) Exemplo de elementos bidimensionais; (c) Exemplo de elementos lineares.	14
2.7	Exemplo de um elemento reforçado com uma barra pela abordagem discreta.	16
2.8	Exemplo de um elemento reforçado com uma barra pela abordagem embutida.	17
2.9	Exemplo de um elemento reforçado com uma barra pela abordagem semi-embutida.	18
2.10	Curva idealizada da tensão-deformação para o material elástico perfeitamente plástico.	19
2.11	Eixos locais para os pontos de integração com uma e duas trincas (a primeira paralela ao plano OAB e a segunda paralela ao plano ABC).	22
2.12	Curva tensão <i>versus</i> deformação para o modelo de dano.	23
2.13	Superfície de escoamento do modelo de Drucker-Prager.	26
2.14	Seção do cone da superfície de Mohr-Coulomb com aproximações de Drucker-Prager.	27
2.15	Aproximação de Drucker-Prager à superfície Mohr-Coulomb em tensão e compressão uniaxial e biaxial.	27
2.16	Dimensões e esquema dos corpos de provas ensaiados por Gokoz e Naaman (1981) para avaliação da influência da velocidade na força de arrancamento.	29
2.17	Porcentagem de fibras arrancadas nos ensaios de Gokoz e Naaman (1981)	30
2.18	Geometria dos corpos ensaiados por Banthia (1990).	31
2.19	Geometria dos corpos ensaiados para flexão por Toutanji e Bayasi (1998).	32
2.20	Curva de Força de arrancamento <i>versus</i> deslizamento das fibras.	33
2.21	Influência do teor de fibras para ensaio de compressão de Yoo et al. (2013)	34
2.22	Influência do teor de fibras para ensaios de três pontos de Yoo et al. (2013).	34

2.23	Influência do comprimento das fibras para os ensaios de compressão realizado por Yoo et al. (2014)	35
2.24	Resultados para os modelos testados	36
2.25	Comparação dos resultados obtidos por Mohamed et al. (1995), Li (1992) e experimentais.	37
2.26	Comparação dos resultados experimental e numérico obtidos por Van Hauwaert e Van Mier (1998).	38
2.27	Comparação dos resultados numéricos de Sena-Cruz (2005) e experimentais de outros autores.	39
2.28	Comparação dos resultados obtidos por Cunha et al. (2011).	40
2.29	Comparação dos resultados obtidos por Mihai et al. (2016).	40
3.1	Curva do Código Modelo CEB-FIP 2010.	42
3.2	Representação da discretização da armadura pela abordagem embutida.	43
3.3	(a) Representação da discretização da armadura pela abordagem semi-embutida (DURAND E FARIAS, 2012); (b) Representação do elemento reforçado pelo método semi-embutido.	45
3.4	Representação do elemento de junta no espaço Tridimensional (Durand e Farias, 2012).	46
3.5	Representação, de maneira esquemática, da superposição de elementos pelo método semi-embutido.	46
4.1	Dimensões dos corpos de prova para o ensaio de arrancamento.	50
4.2	Esquema de aplicação de condições de contorno para o ensaio de arrancamento.	51
4.3	(a) Vista frontal do corpo de prova ensaiado numericamente; (b) Vista superior do corpo de prova ensaiado numericamente.	53
4.4	Resultados experimentais e numéricos dos ensaios de arrancamentos.	54
4.5	(a) Tensão axial na fibra Tipo A; (b) Tensão axial na fibra Tipo B; (c) Tensão axial na fibra Tipo C.	55
4.6	(a) Tensão no concreto com fibra Tipo A; (b) Tensão no concreto com fibra Tipo B; (c) Tensão no concreto com fibra Tipo C	56
4.7	(a) Vista superior do bloco no ensaio a tração com entalhes; (b) Vista frontal do bloco com entalhe.	57
4.8	Vista frontal das condições de contorno aplicadas ao modelo no ensaio de tração com entalhe.	58
4.9	(a) Bloco criado inicialmente; (b) Malha 2D inicial.	59
4.10	(a) Vista superior do bloco no ensaio a tração; (b) Vista frontal do bloco com entalhe; (c) Vista do bloco com entalhe reforçado com fibras.	60
4.11	Diagrama Tensão-Deslocamento para simulações ensaio de tração com entalhe no meio do corpo de prova.	61

4.12	Tensões axiais nas fibras para a simulação de tração com entalhe no meio do corpo de prova.	61
4.13	Vista frontal das condições de contorno aplicadas ao cubo no ensaio de tração. .	63
4.14	Vista frontal do cubo simulado em tração.	64
4.15	(a) Cubo com 500 fibras embutidas na simulação de tração; (b) Cubo com 1000 fibras embutidas na simulação de tração; (c) Cubo com 2000 fibras embutidas na simulação de tração.	64
4.16	Diagrama tensão-deformação para diferentes teores de fibras utilizando o método embutido.	65
4.17	Diagrama tensão-deformação para teor de fibras de 5,4% utilizando os métodos embutido e semi-embutido.	66
4.18	(a) Tensões axiais nas fibras com o método embutido; (b) Tensões axiais nas fibras com o método semi-embutido.	67
4.19	Dimensões e localização das condições de contorno da viga no ensaio de quatro pontos.	67
4.20	Viga discretizada com a distribuição das fibras nas simulações à flexão.	69
4.21	Diagrama Força-deslocamento para o ensaio de viga submetida à flexão.	70
4.22	Vista frontal da viga com os elementos trincados para o deslocamento de 0,18 mm.	71
4.23	Vista frontal da viga com os elementos danificados para o deslocamento de 0,12 mm.	71
4.24	Vista frontal da viga com as tensões axiais nas fibras para o modelo de Kotsovos para o deslocamento de 0,18 mm.	72
4.25	Vista frontal da viga com as tensões axiais nas fibras para o modelo de dano para o deslocamento de 0,12 mm.	72

LISTA DE SÍMBOLOS E NOMENCLATURA

Símbolos do Alfabeto Grego

α	Constante do material para o modelo de Drucker-Prager
α	Constante para calibração do ramo ascendente
α_C	Coefficiente ponderador em compressão
α_T	Coefficiente ponderador em tração
β	Fator de retenção
η	Eixo Local
μ	Módulo volumétrico
ν	Coefficiente de Poisson
Π	Funcional de energia
σ	Tensão
σ_c	Resistência à compressão
σ_{fu}	Resistência última da fibra
σ_p	Tensão plástica
σ_t	Resistência à tração
ε	Deformação
ε_{ep0}	Deformação máxima permitida para o início do dano
ε_{eq}	Deformação principal equivalente
ε_{i+}	Deformação da parte positiva
ε_p	Deformação plástica
ξ	Eixo Local
ζ	Eixo Local
κ	Constante do material para o modelo de Drucker-Prager

- τ_{fu} Tensão de aderência última entre fibra e matriz
- τ_{max} Tensão cisalhante máxima entre a fibra e a matriz

Símbolos do Alfabeto Latino

- B** Matriz deformação-deslocamento
- D_{junt} Matriz constitutiva do elemento de junta
- K_{junt} Matriz de rigidez do elemento de interface
- K_n Rigidez normal de contato
- K_s Rigidez tangencial de contato
- \bar{c} Parâmetros do material
- \bar{u} Vetor de deslocamentos relativos ao longo da região do contato
- N** Matriz que contém as funções de interpolação
- R** Matriz de cossenos diretores
- A_C Parâmetro adimensional do modelo de dano
- A_T Parâmetro adimensional do modelo de dano
- B_C Parâmetro adimensional do modelo de dano
- B_T Parâmetro adimensional do modelo de dano
- D_C Dano em compressão
- d_e Diâmetro equivalente
- D_T Dano em tração
- f_{bc} Tensão biaxial à compressão
- f_{bt} Tensão biaxial à tração
- f_c Resistência à compressão
- f_t Resistência à tração
- J_2 Invariante da tensão desviadora
- L_c Comprimento crítico

N_i	Funções de Forma
N_{ij}	Matriz que representa as funções de forma
p	Tensão hidrostática
S_i	Deslizamento relativo entre a fibra e a matriz
u_{atr}	Deslocamento relativo ao nó do elemento atravessado
u_{emb}	Deslocamento relativo ao nó embutido
V_f	Volume de fibras
b	Forças de Corpo
F	Vetor de Forças
K	Matriz de Rigidez
t	Tensão Superficiais
D	Valor escalar do dano
d	Diâmetro
E	Módulo de Young
e	Altura da seção transversal da fibra
G	Módulo cisalhante
L	Comprimento da fibra
r	Raio
U	Energia de deformação
W	Trabalho realizado pela força externa
w	Base da seção transversal da fibra

Nomenclatura

FEM Finite Element Method

FIHP Federación Iberoamericana de Hormigón Premesclado

FPM *Fiber Pullout Model*

FPRM *Fiber Pullout Rupture Model*

MEF Método dos Elementos Finitos

SIFCON *Slurry Infiltrated Fiber Concrete*

1 - INTRODUÇÃO

O concreto é um dos materiais constitutivos mais utilizados no mundo. Estima-se que no ano de 2016 foram consumidas 11 bilhões de toneladas de concreto, o que dá, segundo a Federación Iberoamericana de Hormigón Premezclado (FIHP), aproximadamente, um consumo médio de 1,9 tonelada de concreto por habitante por ano, valor inferior apenas ao consumo de água. O fato de assumir diferentes formas e de possuir um baixo custo no processo de produção, contribui para que o concreto seja utilizado em larga escala. Ao longo dos anos características como a capacidade resistiva a compressão, a trabalhabilidade e a durabilidade vêm sucessivamente sendo melhoradas. Mesmo com os avanços tecnológicos do concreto, o comportamento frágil ainda é uma característica negativa desse material. Aplicado a projetos estruturais, o comportamento frágil pode se tornar um problema, visto que a resistência decresce subitamente após a ruptura. Para a minoração desse problema, torna-se necessária a incorporação de armadura ou reforço do concreto, assim promovendo maior ductilidade ao conjunto e o tornando um material menos frágil. Como nem sempre o uso de armaduras é viável, como, por exemplo, em concreto projetado em túneis, outra opção que a alguns anos vem sendo empregada com sucesso, mas que ainda necessita de mais estudos, é a utilização de fibras.

Com o desenvolvimento tecnológico, é cada vez mais comum a utilização de fibras para reforço de peças estruturais. As fibras adicionadas ao concreto produzem um compósito reforçado dividido em duas fases. Apesar de o concreto, por definição, ser um material compósito, no concreto reforçado com fibras, esse é considerado como fase matriz e as fibras, consideradas como fase dispersa do compósito. O intuito da combinação entre materiais com diferentes propriedades é produzir um material com características mais adequadas às solicitações. As características como tensão de tração, ações de impactos e até mesmo a rigidez do elemento reforçado são influenciadas por essa combinação.

No mercado brasileiro existem diversos tipos de fibras para reforço estrutural. Segundo Figueiredo (2011), a utilização de fibras de aço no Brasil acontece basicamente em obras de infraestrutura como, por exemplo, em pavimentos, em concreto projetado e em pré-moldado. Assim como no Brasil, nos países desenvolvidos, Figueiredo (2011) afirma ainda que a utilização de concreto reforçado com fibras de aço está direcionada a obras de infraestrutura. Entretanto, nesses países, devido a falta de demanda para esse tipo de obra, o enfoque do concreto reforçado volta-se a aplicações mais sofisticadas como, por exemplo, em concreto auto-adensável, nos concretos de alta resistência e de elevados teores de fibras.

O comportamento pós fissuração do compósito está ligado, diretamente, a escolha do tipo e dosagem das fibras. As fibras de aço, por exemplo, são um tipo de fibra facilmente encontradas no mercado brasileiro, possuindo variedades nas propriedades, nas formas e nos comprimentos. Essas variedades, por um lado, trazem diversas opções na escolha da fibra, em contrapartida, com a gama de variedade tão elevada existe a necessidade de mais estudos do comportamento do compósito reforçado com fibras de aço. Com isso, torna-se indispensável, por meio de ensaios experimentais, o estudo e a análise de cada fibra de aço para um entendimento pleno de seu comportamento e peculiaridade.

Os ensaios experimentais, para a avaliação das diferentes variações de fibras, muitas vezes, tornam-se inviáveis devido a: elevados custos, necessidade de grandes espaços e demanda tempo. Dessa maneira, estudos numéricos auxiliam os estudos experimentais realizando simulações para análise prévia do comportamento do compósito com a variação de parâmetros. Essa análise pode ser feita de maneira mais rápida, uma vez que, as simulações numéricas são mais rápidas que os ensaios experimentais.

Com o passar dos anos, métodos numéricos são aprimorados com a finalidade de se obter soluções mais próximas das exatas. O Método dos Elementos Finitos (MEF) é um dos métodos numéricos mais utilizado na Engenharia. Esse método consiste em discretizar um domínio global em pequenos domínios locais, permitindo de forma simplificada, a obtenção da solução de um dado problema. Além disso, o MEF permite que sejam feitas inclusões de elemento unidimensional no seu domínio de análise, podendo ser realizadas por meio de diferentes métodos, dentre eles se destacam: o método discreto e o homogeneizado. Na inclusão, pelo método discreto, os nós dos elementos inseridos devem ser compatíveis com os nós da malha. Por outro lado, no método homogeneizado, as propriedades dos elementos reforçados são modificados para se levar em consideração o reforço.

Neste trabalho são utilizadas duas abordagens para as inclusões do reforço sendo elas: o método embutido e o semi-embutido proposto por Durand (2008) para simular o concreto reforçado com fibras de aço. Na abordagem pelo método embutido, a rigidez dos elementos inseridos é incorporada a rigidez do elemento atravessado. Por sua vez, o último método combina, concomitantemente, características do método embutido e discreto como, por exemplo, a possibilidade de inserção de fibras de maneira aleatória no elemento reforçado, sem a necessidade de geração de uma nova malha para cada configuração de reforço, além disso, incorpora o emprego de elementos de interface permitindo simular a ruptura da aderência entre o aço e o concreto. Para a representação o concreto foi utilizado o modelo constitutivo de dano. Com a utilização desses métodos são propostas algumas simulações numéricas, que reproduzem os ensaios experimentais para avaliar o comportamento dos compósitos reforçados. Dentre elas, os ensaios de flexão e de arrancamento simples de fibras de aço, simulados no espaço tridimensional. Por último, comparam-se os resultados numéricos com os

experimentais a fim de validar os modelos numéricos.

1.1 - OBJETIVOS

O objetivo geral deste trabalho é estudar a aplicação dos métodos embutido e semi-embutido na simulação do concreto reforçado com fibras. As etapas necessárias para atingir este objetivo foram:

- Apresentar uma revisão bibliográfica sobre a aplicação do uso de fibras de aço no concreto e sobre os métodos numéricos necessários para a simulação do concreto reforçado com fibras;
- Estudar as propriedades mecânicas do concreto reforçado com fibras visando a obtenção de parâmetros necessários para realizar análises numéricas;
- Estudar a aplicação do método semi-embutido e do método embutido para simulação de concreto reforçado com fibras;
- Estudar, a partir da análises numéricas os efeitos da adição de fibras ao concreto e comparar as análises numéricas com estudos experimentais;

1.2 - ESTRUTURA DO TRABALHO

Esta pesquisa está dividida em cinco capítulos, sendo o Capítulo 1 referente à introdução ao assunto estudado, o objetivo da pesquisa. No Capítulo 2, primeiramente é apresentada a definição de compósitos, uma breve revisão sobre as fibras para o reforço estrutural e a fase matriz. Em seguida, apresenta-se uma revisão sobre a parte numérica que aborda de forma sucinta o método dos elementos finitos e os modelos constitutivos utilizados na pesquisa. Além disso, são apresentados em ordem cronológica alguns estudos experimentais e numéricos com materiais compósitos realizados por outros autores.

No Capítulo 3, é apresentada a metodologia utilizada para a realização das simulações numéricas propostas nesta pesquisa. Inicialmente, é apresentado o estudo dos modelos constitutivos utilizados na pesquisa. Em seguida, são exibidos detalhes a respeito das inclusões realizadas ao concreto. Posteriormente, são apresentadas as ferramentas computacionais necessárias para a realização da pesquisa. Por fim, é apresentado a geração as malhas de elementos finitos.

Por sua vez, no Capítulo 4, são apresentados os resultados encontrados para as simulações. Primeiramente, são exibidos os resultados para as forças de arrancamento de fibra simples

(numérico e experimental), além da avaliação das tensões no concreto e na fibra. Em seguida, são apresentados os resultados para as simulações de tração com entalhe no meio do corpo de prova. Posteriormente, o resultados obtidos para as simulações de tração em um corpo de prova cúbico. Por último, são apresentados os resultados das simulações dos ensaios à flexão. Por fim, no Capítulo 5, são apontadas as conclusões da pesquisa realizada, assim como sugestões para trabalhos futuros.

2 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este capítulo apresenta a revisão bibliográfica do estudo dividida em três etapas. Na primeira, apresenta-se uma abordagem sobre as propriedades físicas e mecânicas dos materiais. Em seguida, é feita uma revisão sobre a abordagem numérica para o concreto e concreto reforçado com fibras. Finalmente, são apresentados análises de alguns autores que desenvolveram pesquisas experimentais ou numéricas em compósitos reforçados com fibras de aço.

2.1 - COMPÓSITOS

Os compósitos são, por definição, materiais que possuem dois ou mais constituintes, ou seja, que possuem duas fases cada qual com propriedades distintas em sua composição. Assim, o concreto, por definição, é material compósito, constituído de duas fases: a pasta de cimento e os agregados. Outro exemplo de material compósito é o concreto reforçado com fibras, o qual é constituído por um material frágil, o concreto, denominado de fase matriz, e outro dúctil, a fibra, denominada de fase dispersa. Nesse caso, o concreto é considerado como um material constituído de uma única fase, não sendo mais tratado como material compósito. Combinações desse tipo são frequentes na Engenharia, com intuito de em sua aliança formarem compósitos com diferentes propriedades mecânicas, se comparado a cada um dos materiais de forma independente. Nessa combinação é importante destacar, que engenheiros buscam utilizá-los de maneira racional, a fim de obter o máximo aproveitamento dos materiais empregados.

A fase dispersa determina o tipo de compósito e possuem três classificações principais: compósitos reforçados com partículas, compósitos estruturais e compósitos reforçados com fibras. Em compósitos reforçados com partículas, as dimensões em todas as direções são aproximadamente as mesmas. Já para os compósitos estruturais, as combinações resultam em um material homogêneo. Por sua vez, nos compósitos reforçados com fibras, a geometria dos elementos adicionados possui grande razão entre o comprimento e o diâmetro (CALLISTER, 2008)

Os compósitos reforçados com partículas, em sua maioria, possuem a fase de partículas mais dura e rígida em relação à fase matriz. O concreto simples é um exemplo de compósito reforçado com partículas, sendo esse formado por cimento como a fase matriz, areia e brita como a fase dispersa. Em se tratando de compósitos estruturais, estes são formados por materiais com propriedades semelhantes sendo bastante utilizados na produção de ligas metálicas.

Por sua vez, o compósito reforçado com fibras possui como principal objetivo, na maioria dos projetos, obter o aumento da resistência (tração e compressão) e a ductilidade do material em relação ao peso próprio (BENTUR E MINDESS, 2007) . Esse aumento depende, principalmente, do comprimento crítico da fibra utilizada. A definição para o comprimento crítico, segundo Bentur e Mindess (2007), é tratada como o menor comprimento necessário para o desenvolvimento de tensões ao longo das fibras, sendo estas tensões iguais à sua resistência última da fibra. A Figura 2.1 mostra as forças atuantes em uma porção infinitesimal de fibra.

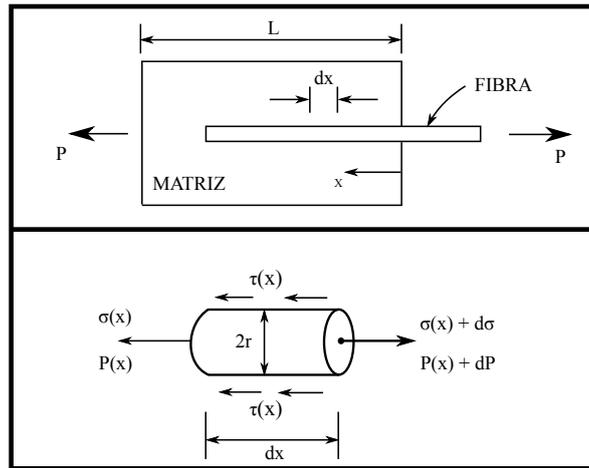


Figura 2.1 – Forças atuantes em uma porção infinitesimal de fibra (BENTUR E MINDESS, 2007).

O comprimento crítico depende da tensão de aderência entre fibra-matriz (τ_{fu}), determinada pela relação entre a força aplicada na fibra e área de contato entre a fibra e a matriz, da tensão última (σ_{fu}), determinada pela relação entre força aplicada e o raio da fibra. Cabe destacar que, o comprimento crítico é inversamente proporcional a tensão de aderência.

$$L_c = \frac{\sigma_{fu}}{\tau_{fu}} r \quad (2.1)$$

A Eq. 2.1 mostra como pode ser encontrado o comprimento crítico, em que, L_c é o comprimento crítico da fibra, σ_{fu} é a resistência última da fibra, τ_{fu} é a tensão de aderência entre a fibra e a matriz e r é o raio equivalente da fibra. Para casos em que, $L < L_c$, o reforço não é tão eficiente, visto que nenhum ponto do reforço atinge a tensão máxima. Para casos no qual o comprimento embutido L for igual ao comprimento crítico L_c , ($L = L_c$), a tensão máxima na fibra é atingida apenas em seu centro. O reforço proporcionado pela fibra se torna mais eficiente à medida que o comprimento L aumenta ($L > L_c$) (Figura 2.2).

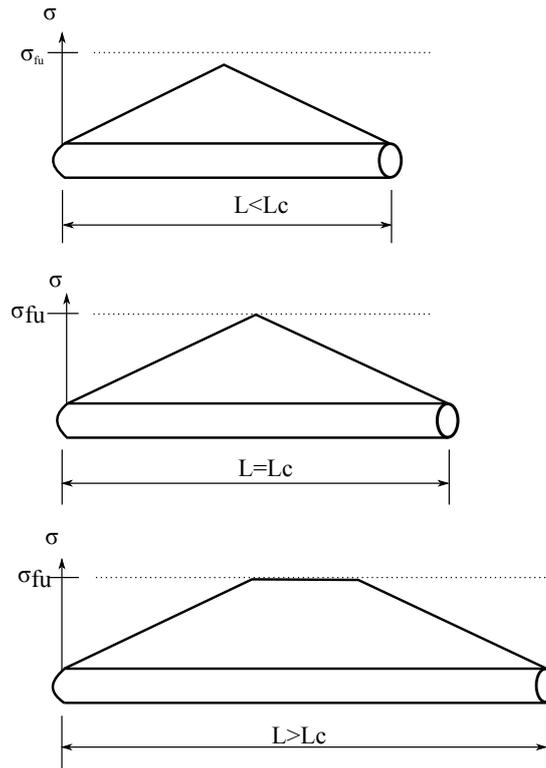


Figura 2.2 – Distribuição de tensões em função do comprimento crítico (CALLISTER, 2008).

Além do comprimento crítico, Callister (2008) afirma que outro fator que influencia nas propriedades físicas e mecânicas do compósito, é a orientação das fibras em relação umas as outras. Por exemplo, nos ensaios de flexão, fibras orientadas de maneira uniforme perpendicular as forças aplicadas fornecem propriedades mecânicas melhores quando comparadas com fibras distribuídas aleatoriamente. Além disso, a concentração das fibras também vai influenciar de maneira significativa no comportamento final do compósito. A interação entre fibra e matriz e o comportamento final do compósito vão depender de outros fatores como o fator de forma da fibra e o tipo de fibra utilizado.

2.1.1 - TEOR DE FIBRAS

Um dos principais fatores que interferem na interação fibra-matriz é o teor de fibras utilizado na combinação do compósito. Esse fato é explicado pela principal função desempenhada pela fase dispersa (fibra) na fase matriz (concreto), que está associada ao controle de fissuração do concreto após a abertura da primeira fissura. As fibras dispersas, na fase matriz, funcionam como pontes de transferências de tensões. A Figura 2.3 mostra como o incremento de fibras modifica a curva típica de tensão-deformação do compósito, com isso, aumentando sua tenacidade. Esta é calculada pela área do alongamento da curva tensão-deformação do

compósito. Nessa figura, são apresentadas curvas típicas de um concreto sem adição de fibras, com baixo volume de fibras e com alto volume de fibras. Observa-se na figura que, para concretos sem adição de fibras, o comportamento é típico de um material frágil, com queda súbita da sua tensão para uma determinada deformação. Por sua vez, na curva com baixo volume de fibras o compósito apresenta a queda na tensão de maneira mais suave, aumentando assim, sua tenacidade em relação ao concreto sem fibras. Por outro lado, no compósito com alto volume de fibras a sua tensão aumenta mesmo após a sua ruptura, caracterizando o comportamento de materiais dúcteis. Além disso, cabe destacar que, não há diferenças significativas no comportamento do trecho elástico.

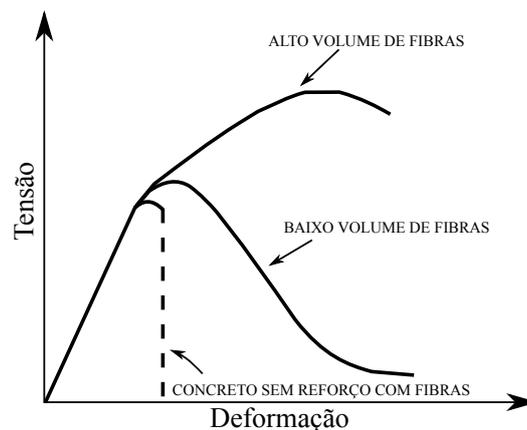


Figura 2.3 – Curva típica tensão-deformação para ausência, baixo e alto volume de fibras (BENTUR E MINDESS, 2007).

Como pode ser observado, pela figura, à medida que se aumenta os teores de fibras utilizados no reforço do concreto, aumentam, conseqüentemente, o número de fibras que funcionarão como pontes de transferência de tensões para a fase matriz. Esse fato faz com que ocorra uma melhora no comportamento do compósito pós fissuração da fase matriz. Além disso, nota-se que não há diferenças significativas no comportamento no trecho elástico. Em contrapartida, elevados volumes de fibras geram problemas na trabalhabilidade dos compósitos, com isso, há necessidade da utilização de técnicas especiais para mistura, elevando com o custo final.

Um exemplo de técnicas de mistura para altos volumes de fibras é a SIFCON (*Slurry Infiltrated Fiber Concrete*), na qual as fibras de aço são distribuídas inicialmente em uma forma, e posteriormente o concreto é infiltrado com uma pasta de cimento fluida. Essa técnica permite misturas de teores entre 8% a 12% de fibras, havendo registros de misturas em teores superiores a 25% (GARCEZ, 2005).

2.1.2 - FATOR DE FORMA

A definição para esse parâmetro é dada pela relação entre o comprimento (L) e o diâmetro da fibra (d). Em casos em que a seção da fibra não são circulares, o diâmetro pode ser encontrado por um diâmetro equivalente dado por:

$$d_e = \sqrt{\frac{4.e.w}{\pi}} \quad (2.2)$$

em que, d_e é o diâmetro equivalente, e é a altura e w é a base. Esse parâmetro é capaz de influenciar na eficiência da fibra para a melhoria da tenacidade do compósito, uma vez que, é aumentada a área de contato entre fibra e matriz, conseqüentemente, aumentando a tensão de aderência.

A Figura 2.4 mostra duas fibras com ancoragem em sua extremidade, possuindo, dessa forma, um comprimento equivalente (L); além disso são apresentadas as seções transversais de cada uma das fibras. A Figura 2.4(a) mostra uma fibra com seção circular e o comprimento (L), assim o fator de forma é encontrado pela relação direta entre (L/d). Por sua vez, a Figura 2.4(b) mostra uma fibra com seção retangular e o mesmo comprimento (L). Entretanto, o cálculo do fator de forma agora é encontrado pela relação entre (L/d_e). Segundo (Mehta e Monteiro, 1994) A variação do fator de forma pode proporcionar melhorias nas propriedades mecânicas do compósito.

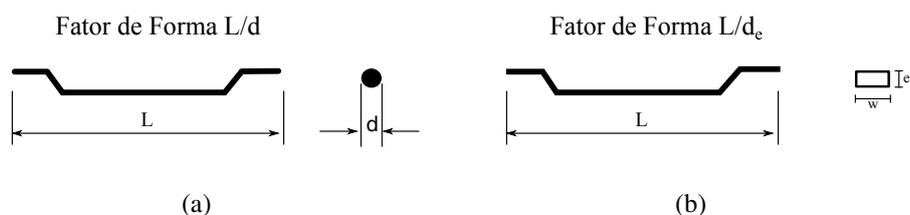


Figura 2.4 – (a) Fator de Forma para fibras com seção circular; (b) Fator de Forma para fibras com seção retangular.

Nunes e Agopyan (1998), em seus ensaios em concretos reforçados com fibras de aço com mesmo comprimento e fatores de forma diferentes, observaram que ocorreu um aumento na tenacidade do compósito. Os autores ressaltam ainda que a influência do fator de forma é menos significativa do que o teor total de fibras usadas.

2.2 - FASE MATRIZ

A fase matriz dos compósitos pode ser constituída por materiais metálicos, poliméricos ou cerâmicos. As matrizes com base de metais e polímeros que formam os compósitos é frequentemente encontrada sem a combinação de outro material, pelo fato desses materiais formadores possuírem alguma ductilidade. Por outro lado, em matrizes cerâmicas ou com comportamento é frágil é comum a adição do reforço com o intuito de melhorar a tenacidade do compósito.

Dentre as diversas funções que a fase matriz possui, destaca-se principalmente, a função de unir as fibras dispersas. Além disso, a matriz tem função de proteger as fibras contra danos mecânicos e químicos. Uma boa interação entre fibra-matriz permite que a transferência de tensão externa seja aplicada para as fibras, ou seja, apenas uma porção da tensão externa é absorvida pela fase matriz. Já a função de proteção das fibras é importante, pois estas servirão como pontes de transferências de tensões.

Figueiredo (2011) mostra em sua pesquisa a importância do módulo de elasticidade da fibra na interação entre fibra-matriz. Callister (2008) recomenda que o material da matriz seja dúctil e as fibras devem ter módulo de elasticidade maior que a matriz, este fato ajuda na interação entre fibra-matriz. De acordo com Callister (2008), a resistência do compósito depende, em boa parte, da magnitude dessa interação. De acordo com o próprio autor, uma boa interação faz com que seja maximizada a transmissão da tensão da matriz para fibras, que por sua vez, são mais resistentes que a matriz.

2.3 - FIBRAS PARA REFORÇO ESTRUTURAL

Diferentes tipos de fibras podem ser utilizadas como reforço de matrizes frágeis. As fibras mais utilizadas para este fim são as fibras: de aço, de vidro, sintéticas e naturais. A escolha pelo tipo de fibra a ser empregada como reforço depende das características do compósito que se almeja alcançar. Diversos autores mostram uma comparação entre os diferentes tipos de fibras utilizados para reforço. Assim, a presente dissertação traz uma breve revisão sobre as fibras de aço.

2.3.1 - FIBRAS DE AÇO

A norma de especificação de fibras de aço no Brasil é a ABNT NBR 15530:2007, esta as classifica utilizando quatro parâmetros. Primeiramente, em relação aos tipos de geometria de fibra utilizados, sendo estes (A, C e R); posteriormente, em relação as classes, sendo estas (I, II

e III); em seguida, em relação ao fator de forma e ; finalmente, em relação a resistência última à tração.

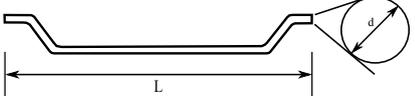
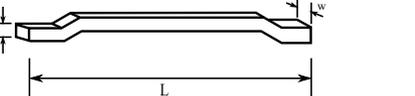
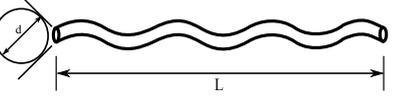
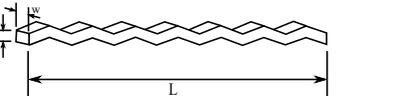
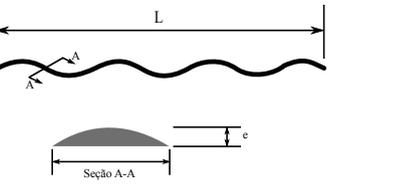
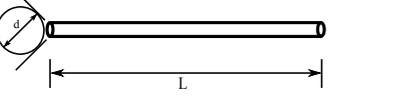
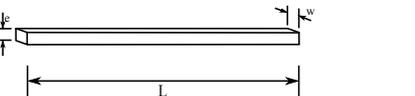
As fibras tipo A são fibras com ancoragem em suas extremidades, as tipo C são fibras corrugadas e as tipo R são fibras retas. Por sua vez, os processos de produções das fibras interferem em suas classes. Segundo ABNT NBR 15530:2007, fibras oriundas de arame trefilado a frio são classificadas como classe I, as oriundas de chapas laminadas cortadas são fibras classe II e as fibras de arames trefilados e escarificados são fibras classe III. A Tabela 2.1 apresenta os tipos, classes, fatores de forma e limites mínimos resistência última à tração das fibras de aço produzidas especialmente para o uso em concreto.

Tabela 2.1 – Classificação das fibras de acordo com a norma (ABNT NBR 15530: 2007).

Tipo (Geometria)	Classe da fibra	Fator de forma mínimo (λ)	Limite de resistência à tração no aço F_u [MPa]
A	I	40	1000
	II	30	500
C	I	40	800
	II	30	500
	III	30	800
R	I	40	1000
	II	30	500

A Tabela 2.2, por sua vez, possui as geometrias especificadas por norma. Nessa tabela pode-se observar a configuração geométrica dos tipos e classes de fibras. Segundo Figueiredo (2011), essa tabela buscou englobar o máximo de fibras de aço disponíveis no mercado existentes até o ano 2007.

Tabela 2.2 – Classificação de acordo com a geometria (Figueiredo, 2011).

Tipo	Classe da fibra	Geometria
A	I	
	II	
C	I	
	II	
	III	
R	I	
	II	

O tipo de fibra utilizado interfere na interação fibra-matriz. Por exemplo, fibras com ancoragens em suas extremidades possuem uma energia de arrancamento maior em relação a fibras retas. Cunha (2010) apresentou um estudo sobre a influência da geometria no arrancamento de fibra simples. No estudo realizado foram utilizadas diferentes fibras (com ancoragem e reta), sendo embutido 15 mm de cada fibra na fase matriz, variando a geometria, as seções transversais e a resistência última de cada fibra. A Figura 2.5 apresenta a configuração do ensaio experimental realizada por Cunha. Nota-se na figura que na região superior foi colocada uma placa de alumínio para estabilizar a fibra. Além disso, o corpo de prova foi fixo por outra placa de alumínio, para o controle de deslocamento foi instalado LVDT conforme figura. Assim, o autor observou que as fibras com ancoragem necessitam, aproximadamente, de duas vezes mais força para o arrancamento. Além disso, foi observado que fibras com maiores seções transversais possuem maiores forças de arrancamento. Por fim, Cunha (2010) notou que a tensão última das fibras não interferem na força de arrancamento.

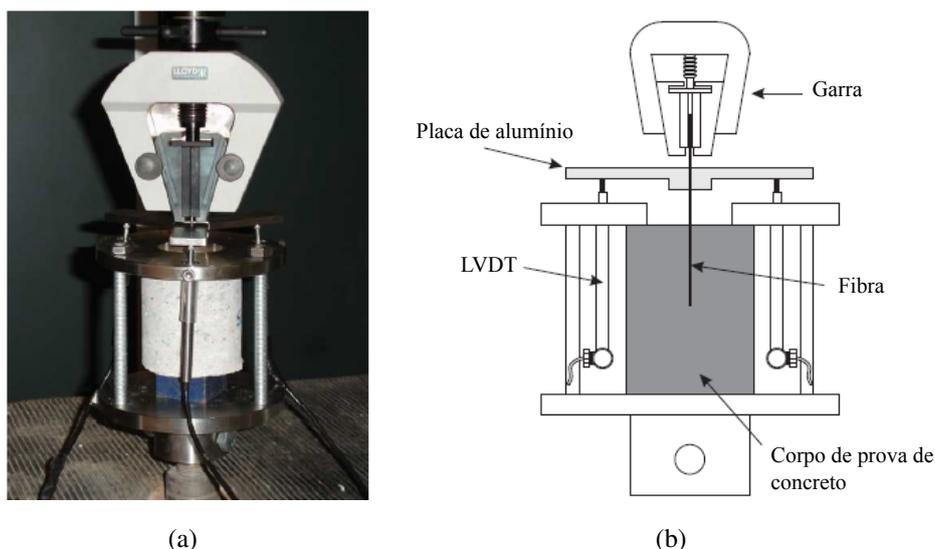


Figura 2.5 – (a) Configuração do ensaio de arrancamento experimental realizado por Cunha (2010) ; (b) Configuração esquemática do ensaio de arrancamento realizado por Cunha (2010)

2.4 - MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS (MEF)

O MEF é um procedimento numérico amplamente utilizado para análise de estruturas em geral. Esse é um método baseado no conceito de discretização de um determinado domínio em pequenos subdomínios (elementos), com a finalidade de transformar problemas complexos em problemas mais simples. Assim, o MEF busca soluções locais para cada elemento discretizado, de forma a determina a solução global do problema.

Como o MEF depende da discretização do domínio, para se obter soluções mais acuradas, é importante a escolha da quantidade e qualidade de funções de aproximação dos elementos a serem usados para descrever o problema. De modo geral, quanto maior o número de elementos utilizados para discretizar o domínio, os resultados são mais próximos da solução real do problema. Entretanto, a qualidade dos resultados de um determinado problema não dependem apenas do número de elementos, mas também, do tipo de elemento, das condições de contorno e dos modelos constitutivos empregados para descrever o comportamento dos materiais.

Após discretizado o domínio, aplica-se as condições de contorno nos nós, em uma análise de equilíbrio, como forças e deslocamentos. Destaca-se que em casos nos quais possuam forças distribuídas, essas são calculadas como forças nodais equivalentes. Dessa forma, de modo geral, existem dois tipos diferentes de condições de contorno, sendo elas: condições de contorno essenciais e condições de contorno naturais.

Além das condições de contorno, o MEF traz em sua composição diferentes tipos de

elementos, a utilização desses elementos depende da finalidade do estudo. Um desses elementos é o elemento de barra, considerados 1D: unidimensionais, pois o seu comprimento é muito maior que a área da seção transversal. Esses elementos podem ser usados tanto no espaço 1D como também nos espaços 2D e 3D. Além disso, existem os elementos de viga, sendo estes elementos um pouco mais complexos que os de barra, pois nesses elementos existe a possibilidade de suportar carregamento transversal e esforços de flexão. Além desses dois tipos de elementos ainda encontra-se na literatura elementos bidimensionais e tridimensionais. A Figura 2.6 mostra alguns dos elementos utilizados no MEF.

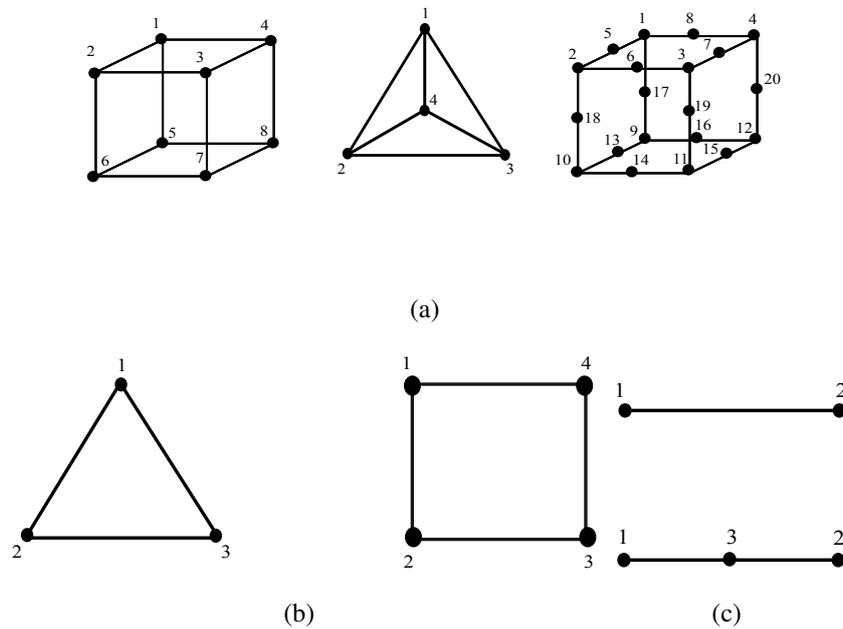


Figura 2.6 – (a) Exemplo de elementos tridimensionais; (b) Exemplo de elementos bidimensionais; (c) Exemplo de elementos lineares.

A escolha de um determinado tipo de elemento é feita no nível de interpolação desejada por meio do uso de funções chamadas funções de forma. Por exemplo, as funções de forma para um elemento tetraedro de quatro nós são dadas por:

$$N_1 = 1 - \xi - \eta - \zeta \quad (2.3a)$$

$$N_2 = \xi \quad (2.3b)$$

$$N_3 = \eta \quad (2.3c)$$

$$N_4 = \zeta \quad (2.3d)$$

em que N_1, N_2, N_3, N_4 são as funções de forma do elemento, para cada nó, e ξ, ζ, η representam

coordenadas naturais de um ponto. Essas funções são dependentes das coordenadas naturais, pois no espaço natural independente da forma no espaço global, os elementos possuem a mesma geometria.

A matriz de rigidez de um elemento pode ser derivada a partir da utilização do método de Rayleigh-Ritz, pelo princípio de energia potencial temos o seguinte funcional de energia:

$$\Pi = U - W = \frac{1}{2} \int_V \boldsymbol{\varepsilon} \boldsymbol{\sigma} dV - \int_V \mathbf{b} \mathbf{u} dV - \int_S \mathbf{u} \mathbf{t} ds \quad (2.4)$$

em que U é a energia de deformação; W é o trabalho realizado pelas forças externas; \mathbf{b} é o vetor forças equivalentes de peso do corpo; \mathbf{u} é o vetor de deslocamentos; $\boldsymbol{\varepsilon}$ é vetor de deformação dos elementos; $\boldsymbol{\sigma}$ é um vetor de tensões dos elementos e \mathbf{t} são forças de superfície do elemento.

Fazendo as relações: $\mathbf{u} = \mathbf{N}\mathbf{U}$, $\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B}\mathbf{U}$ e $\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}\boldsymbol{\varepsilon}$, pode-se obter.

$$\int_V \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dV \cdot \mathbf{U} = \int_S \mathbf{N}^T \mathbf{t} dS + \int_V \mathbf{N}^T \mathbf{b} dV \quad (2.5)$$

Desta forma o sistema de equações é dado por:

$$\mathbf{K}\mathbf{U} = \mathbf{F} \quad (2.6)$$

Assim a matriz de rigidez de elementos finitos pode ser encontrada através de:

$$\mathbf{K} = \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dV \quad (2.7)$$

O vetor de forças pode ser encontrado de maneira análoga.

$$\mathbf{F} = \int_S \mathbf{N}^T \mathbf{t} dS + \int_V \mathbf{N}^T \mathbf{b} dV \quad (2.8)$$

Com o conhecimento das condições de contorno impostas, condições de força e deslocamentos nodais e com a matriz de rigidez montada é possível a resolução do sistema de equações para a determinação dos deslocamentos nodais. Após a obtenção dos deslocamentos é possível determinar as deformações e finalmente as tensões nos elementos.

2.5 - ABORDAGEM NUMÉRICA DE INCLUSÕES

Esta seção apresenta uma breve revisão sobre as principais abordagens para inclusões de reforço em elementos finitos. O método dos elementos finitos é capaz de representar o

concreto reforçado com fibras por meio de algumas abordagens para inserção do reforço conhecidas. Dentre as abordagens estão os métodos discreto, embutido e semi-embutido.

Na abordagem pelo método discreto em estruturas reforçadas, os nós dos elementos de reforço são compatíveis com os nós dos elementos atravessados (Figura 2.7). Como nesse método os nós dos elementos de reforço se encontram conectados aos nós dos elementos atravessados, admite-se a hipótese de aderência perfeita entre o reforço e o elemento reforçado. Ressalta-se, como ponto negativo, que essa hipótese pode não ser condizente com a realidade, uma vez que, é possível a ruptura no contato entre aço e concreto. Outro ponto negativo do método, é que este possui um inconveniente de geração de malhas todas as vezes que se muda a configuração do reforço. Autores como: Živaljić et al. (2014), Tu et al. (2014), Asmanoglo e Menzel (2017), Miglietta et al. (2016), Lé et al. (2017), recentemente trabalharam com esse método, em concreto reforçado com barras de aço.

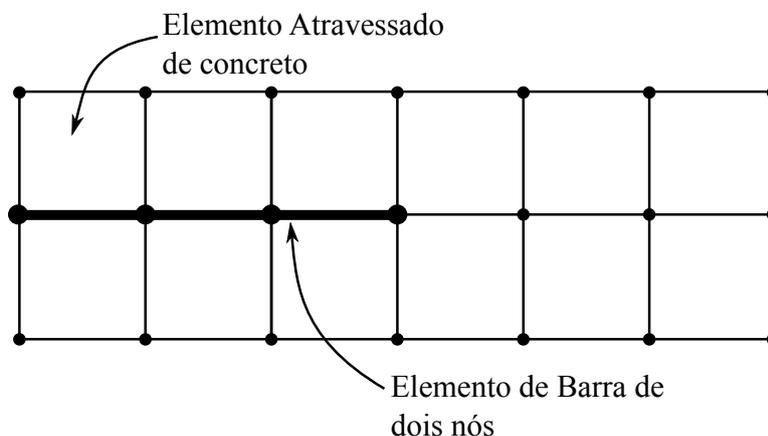


Figura 2.7 – Exemplo de um elemento reforçado com uma barra pela abordagem discreta.

Por outro lado, o inconveniente de geração de malha do método discreto não ocorre no método embutido (Figura 2.8). No método embutido, os elementos de reforço podem atravessar os elementos sólidos em qualquer posição, sem a necessidade de coincidência dos nós. Dessa maneira, em uma análise pelo método embutido, cada reforço é dividido nas interseções das arestas do elemento reforçado, transformando-se, assim, em pequenos segmentos de barra. Assim, a divisão desses elementos de barra depende dos elementos sólidos atravessados, com isso, cada elemento sólido atravessado possui um segmento do elemento de barra embutido que contribui com o aumento da rigidez do elemento atravessado.

Para a soma da rigidez do elemento de barra embutido, é necessário uma transformação na matriz de rigidez desse elemento, uma vez que, esses são unidimensionais e os elementos atravessados são, de modo geral, elementos tridimensionais. Sem essa transformação não seria possível a soma das matrizes. Uma limitação no método embutido é que não é possível a aplicação de condições de contorno diretamente no elemento de reforço, uma vez que, este

encontra-se embutido no elemento sólido. Este método foi utilizado recentemente por Liu et al. (2016), Lu et al. (2016), Wu et al. (2015), Zhang et al. (2015) e dentre outros em concretos reforçados.

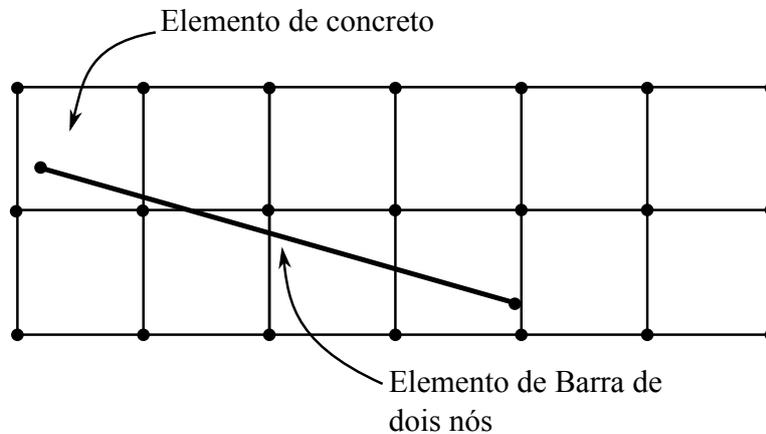


Figura 2.8 – Exemplo de um elemento reforçado com uma barra pela abordagem embutida.

Já o método semi-embutido, proposto por Durand (2008), combina características tanto do método discreto quanto do embutido. Dentre as características desse método, ressalta-se a possibilidade de aplicação de condições de contorno nos elementos de reforço, possibilitando, desse modo, o deslocamento relativo entre o concreto e a fibra. Nesse método os elementos são discretizados em trechos correspondentes a cada elemento atravessado, assim como, no método embutido. A diferença é que no método semi-embutido os trechos formados são considerados como elementos de barra e se conectam com os elementos sólidos por elementos de interface.

Outra característica do método é que os segmentos dos elementos de barra possuem conexão entre si, assim ocorrendo a transmissão de tensões entre os segmentos formados. Destaca-se que, como o segmento de barra não se encontra embutido no elemento atravessado, nesse método, é possível a visualização da tensão axial ao longo do elemento de reforço e a aplicação de condição de contorno. Uma descrição mais profunda desta metodologia será dada mais adiante. A Figura 2.9 apresenta o elemento de concreto reforçado com uma barra.

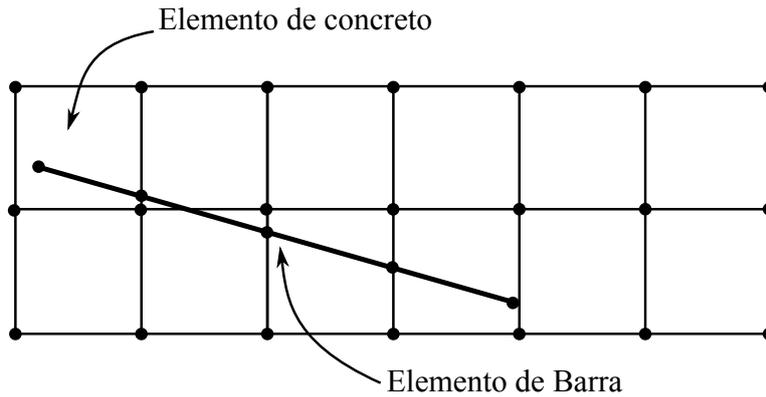


Figura 2.9 – Exemplo de um elemento reforçado com uma barra pela abordagem semi-embutida.

2.6 - MODELAGEM CONSTITUTIVA DOS MATERIAIS

As abordagens numéricas de concreto reforçado com fibras por meio do MEF, a escolha pelo modelo constitutivo dos materiais é de suma importância. Neste sentido, a seguir são apresentados alguns dos modelos constitutivos para os materiais.

2.6.1 - MODELO ELÁSTICO LINEAR

Neste modelo a relação entre tensão e deformação é dada pela Lei de Hooke generalizada para baixos níveis de tensão em que, o comportamento da curva tensão *versus* deformação é linear. Esse modelo pode ser utilizado tanto para o concreto quanto para o aço, em função de apenas dois parâmetros, o módulo de Young (E) e o coeficiente de Poisson (ν). Pela simplicidade, o modelo possui algumas limitações tais como a não previsão de ruptura do material e deformações permanentes. Para esse modelo a matriz constitutiva \mathbf{D} , que leva em consideração as propriedades do material, para casos tridimensionais é dada por:

$$\mathbf{D} = \frac{E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \begin{bmatrix} 1 - \nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1 - \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1 - \nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1 - 2\nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1 - 2\nu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1 - 2\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

podendo esta ser reduzida para casos em que ocorrem estado plano de deformações:

$$\mathbf{D} = \frac{E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \begin{bmatrix} 1 - \nu & \nu & 0 \\ \nu & 1 - \nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1 - 2\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

e para casos em que se têm estado plano de tensões, a matriz pode ser escrita por:

$$\mathbf{D} = \frac{E}{1 - \nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1 - \nu}{2} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

2.6.2 - MODELO UNIAXIAL ELÁSTICO PERFEITAMENTE PLÁSTICO

O modelo uniaxial elástico perfeitamente plástico é menos sofisticado quando comparado com outros modelos, pois o material entra no regime plástico quando a tensão plástica (σ_p) atinge um valor limite. Esse modelo é comumente utilizado para representar o comportamento não linear de elementos lineares, uma vez que esses elementos suportam apenas esforços uniaxiais. A Figura 2.10 mostra uma curva idealizada de tensão-deformação para o material elástico perfeitamente plástico.

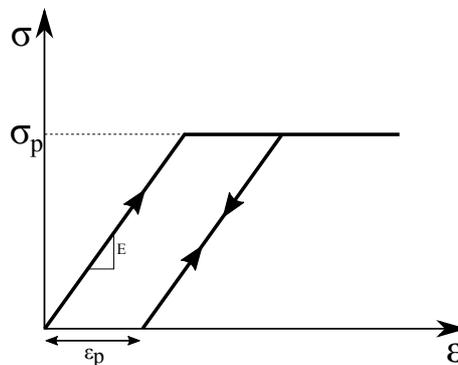


Figura 2.10 – Curva idealizada da tensão-deformação para o material elástico perfeitamente plástico.

Por meio da Figura 2.10 observa-se que o gráfico é dividido em dois trechos. O primeiro trecho da curva, no qual $\sigma < \sigma_p$, a tensão é linearmente proporcional a deformação. Denomina-se a esta parte do gráfico zona elástica e a relação da tensão-deformação é dada pela Lei de Hooke ($\sigma = E\varepsilon$) para estado de tensões uniaxiais, dado que E é o módulo de Young, σ é a tensão e ε é a deformação do elemento. Nessa zona, não se tem deformações plásticas, ou seja, quando descarregado o material retorna ao seu estado inicial sem a presença de deformações

residuais. O segundo trecho, em que o $\sigma = \sigma_p$, é caracterizado como a zona plástica. Nessa zona, diferentemente da zona elástica, surge uma parcela da deformação plástica (ε_p). Esse modelo é capaz de prever a ruptura quando $\sigma = \sigma_p$, sendo assim, a tensão σ em qualquer ponto nunca excederá a tensão plástica (σ_p). No regime elasto-plástico a equação para determinação da tensão é dada por:

$$\sigma = E(\varepsilon - \varepsilon_p) \quad (2.12)$$

em que ε_p é a deformação total plástica.

2.6.3 - MODELO CONSTITUTIVO DE KOTSOVOS PARA O CONCRETO

O método dos elementos finitos apresenta duas abordagens para modelagem de trincas em meios contínuos (discretas e distribuídas). A primeira delas, abordagem discreta, consiste na alteração da malha inicial, em que os elementos são separados e, portanto, mudando a malha no caminho percorrido pela trinca. Sendo assim, essa abordagem tem o inconveniente da atualização da malha durante a análise à medida que ocorre a propagação das trincas. Por outro lado, na abordagem de trincas distribuídas, não é preciso atualizar a malha à medida em que ocorre a fissura, uma vez que, a trinca atravessa o elemento sem separá-lo. Nessa abordagem, a propagação de trincas ocorre quando o ponto de integração atinge uma determinada tensão admissível de tração. Assim, ocorre a remoção ou redução da rigidez do material na direção ortogonal a trinca.

O modelo proposto por Kotsovos (2015) foi baseado na abordagem de trincas distribuídas. Segundo Kotsovos (2015), o modelo permite a possibilidade de análises tridimensionais e é capaz de prever até três trincas em um mesmo ponto de integração. As principais características relevantes dos mecanismos de fratura para o modelo são:

- Em relação ao aumento de tensão, o comportamento do concreto é de um contínuo isotrópico, ou seja, possui as mesmas propriedades físicas em todas as direções. De acordo com o autor, o concreto submetido a elevados esforços de compressão pode apresentar pelo menos uma componente com alto valor de tensão, o que implica em um elevado número de trincas no mesmo ponto de integração. Com isso, o concreto já não suportaria mais os esforços solicitantes e assim as componentes da matriz de rigidez seriam igualados a zero;
- Para casos em tração, forma-se um plano de trinca quando o ponto de integração atinge a tensão máxima admissível para a tração, sendo esse plano ortogonal a tensão principal; e
- As trincas ocorrem predominantemente em zonas de alta concentração de tensão, por exemplo, em regiões próximas aos locais de aplicações das cargas. Após o aparecimento

da primeira fissura, as tensões são redistribuídas aos pontos de integração adjacentes ao ponto fissurado. Esse processo faz com que a concentração de tensão seja aliviada e, em contrapartida, a redistribuição de tensões pode fazer com que pontos que não estavam fissurados apresentem trincas.

Neste modelo, a relação constitutiva do material sem apresentação de trincas é dada pela Lei de Hooke generalizada de acordo com:

$$\begin{bmatrix} \Delta\sigma_x \\ \Delta\sigma_y \\ \Delta\sigma_z \\ \Delta\tau_{xy} \\ \Delta\tau_{xz} \\ \Delta\tau_{yz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2G + \mu & \mu & \mu & 0 & 0 & 0 \\ \mu & 2G + \mu & \mu & 0 & 0 & 0 \\ \mu & \mu & 2G + \mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\varepsilon_x \\ \Delta\varepsilon_y \\ \Delta\varepsilon_z \\ \Delta\gamma_{xy} \\ \Delta\gamma_{xz} \\ \Delta\gamma_{yz} \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

em que, G e μ são o módulo cisalhante e o módulo volumétrico, respectivamente. Quando uma componente de tensão principal no ponto de integração atinge a resistência à tração é formado o primeiro plano de trincas, ortogonal à direção da tensão principal. Assim, com a formação da primeira trinca parte da rigidez do material é perdida e os componentes de rigidez da matriz constitutiva no plano em que ocorreu a fissura são igualados a zero. Sendo assim, admitindo que a primeira trinca ocorra no plano do eixo z' , a matriz constitutiva após o surgimento da trinca é dada por:

$$\begin{bmatrix} \Delta\sigma_{x'} \\ \Delta\sigma_{y'} \\ \Delta\sigma_{z'} \\ \Delta\tau_{xy'} \\ \Delta\tau_{xz'} \\ \Delta\tau_{yz'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2G + \mu & \mu & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mu & 2G + \mu & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \beta G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \beta G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\varepsilon_{x'} \\ \Delta\varepsilon_{y'} \\ \Delta\varepsilon_{z'} \\ \Delta\gamma_{xy'} \\ \Delta\gamma_{xz'} \\ \Delta\gamma_{yz'} \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Com a formação da primeira trinca as componentes correspondentes das tensões cisalhantes no plano onde ocorreu a primeira fissura são multiplicadas por um fator de retenção ao cortante β . Segundo Kotsovos (2015), após ensaios experimentais, os valores sugeridos de β para o concreto variam entre 0,1 a 0,5. Com o aumento do carregamento, caso outra componente de tensão principal no ponto de integração atinja a resistência à tração resulta em um segundo plano de trincas (Figura 2.11). Este plano somente será formado caso não seja coincidente ou muito próximo do eixo y'' , correspondente à direção perpendicular aos planos das duas trincas. Sendo assim, a relação tensão-deformação para o ponto de integração, agora com a segunda

trinca é dada por:

$$\begin{bmatrix} \Delta\sigma_{x''} \\ \Delta\sigma_{y''} \\ \Delta\sigma_{z''} \\ \Delta\tau_{xy''} \\ \Delta\tau_{xz''} \\ \Delta\tau_{yz''} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2G + \mu & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \beta G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \beta G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\varepsilon_{x''} \\ \Delta\varepsilon_{y''} \\ \Delta\varepsilon_{z''} \\ \Delta\gamma_{xy''} \\ \Delta\gamma_{xz''} \\ \Delta\gamma_{yz''} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

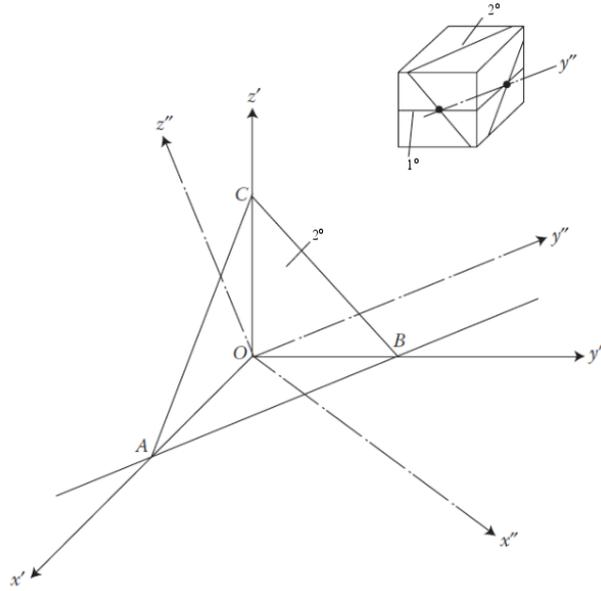


Figura 2.11 – Eixos locais para os pontos de integração com uma e duas trincas (a primeira paralela ao plano OAB e a segunda paralela ao plano ABC).

Conforme Kotsovos (2015), se o estado de tensões no ponto de integração continuar aumentando e atingir novamente a resistência à tração, são propostas duas opções para a matriz de rigidez do material. A primeira é a de que todas as componentes da matriz sejam igualadas a zero, o que poderia causar instabilidade numérica. Por sua vez, a segunda opção seria a formação da terceira trinca zerando a última componente da tensão axial. Com isso, a matriz da relação constitutiva é dada por:

$$\begin{bmatrix} \Delta\sigma_x \\ \Delta\sigma_y \\ \Delta\sigma_z \\ \Delta\tau_{xy} \\ \Delta\tau_{xz} \\ \Delta\tau_{yz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \beta G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \beta G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\varepsilon_x \\ \Delta\varepsilon_y \\ \Delta\varepsilon_z \\ \Delta\gamma_{xy} \\ \Delta\gamma_{xz} \\ \Delta\gamma_{yz} \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Por se tratar de um modelo simplificado, este possui algumas limitações. Dentre elas, a não previsão da redução contínua da rigidez cisalhante após a abertura das trincas. Isto pode acarretar no aumento da resistência ao cisalhamento após a ruptura. Por outro lado, o modelo é capaz de prever com certa precisão a carga máxima para abertura da primeira trinca.

2.6.4 - MODELO DE DANO PARA CONCRETO

O modelo constitutivo proposto por Mazars (1984) é considerado, para alguns autores, simples, porém robusto. Esse foi baseado na mecânica do dano, no qual, é possível reduzir a rigidez do material provocado por microfissuras no concreto. Além disso, o modelo proposto considera que o dano é isotrópico e o concreto com dano comporta-se como meio elástico. Desse modo, deformações plásticas evidenciadas experimentalmente são desprezadas.

O dano é representado por uma variável escalar D , que varia entre 0 e 1. Isto significa que, para materiais sem danos, o valor do escalar é 0 e, para materiais totalmente danificado, é 1. A propagação do dano depende da deformação principal equivalente do material, sendo esta calculada por:

$$\varepsilon_{eq} = \sqrt{\sum_{i=1}^3 \langle \varepsilon_i \rangle_+^2} \quad (2.17)$$

em que o ε_{eq} é a deformação principal equivalente e o $\langle \varepsilon_i \rangle_+$ é a deformação da parte positiva. Assim, o dano se inicia quando a deformação equivalente ultrapassa a deformação máxima permitida, ε_{ps0} . Esta deformação máxima pode ser obtida por meio de ensaios de tração uniaxial. A Figura 2.12 apresenta a curva tensão deformação obtida pelo modelo.

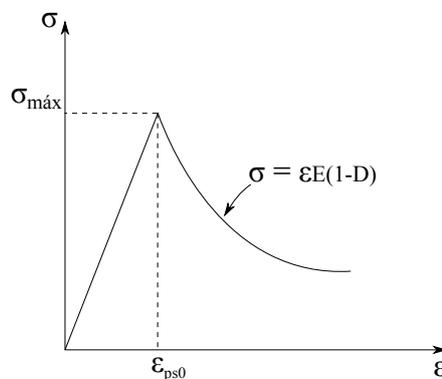


Figura 2.12 – Curva tensão *versus* deformação para o modelo de dano.

Nota-se, na figura, que o dano inicia após a deformação limite. Com a realização de ensaios experimentais, Mazars (1984) observou a não simetria do material no comportamento a tração e a compressão. Dessa maneira, o autor definiu duas variáveis para o dano, sendo estas: D_T (dano em tração) e D_C (dano em compressão). Estas dependem das deformações limite e equivalente, além dos parâmetros do material. As variáveis D_T e D_C podem ser encontradas por meio das expressões:

$$D_T(\varepsilon_{eq}) = 1 - \frac{\varepsilon_{ps0}(1 - A_T)}{\varepsilon_{eq}} - \frac{A_T}{\exp[B_T(\varepsilon_{eq} - \varepsilon_{ps0})]} \quad (2.18a)$$

$$D_C(\varepsilon_{eq}) = 1 - \frac{\varepsilon_{ps0}(1 - A_C)}{\varepsilon_{eq}} - \frac{A_C}{\exp[B_C(\varepsilon_{eq} - \varepsilon_{ps0})]} \quad (2.18b)$$

nos quais A_T , B_T , A_C e B_C são parâmetros adimensionais característicos do material em tração e em compressão, respectivamente, e ε_{ps0} é a deformação limite. Para estados mais complexos de tensão, como, por exemplo, em ensaios de flexão, o dano (D) é determinado pela combinação D_T e D_C por meio da seguinte condição:

$$D = \alpha_T D_T + \alpha_C D_C \quad (2.19)$$

$$\alpha_T + \alpha_C = 1 \quad (2.20)$$

em que α_T e α_C são coeficientes ponderadores e variam entre 0 e 1. Esses parâmetros podem ser calculados por:

$$\alpha_T = \frac{\sum_{i=1}^3 \langle \varepsilon_{T_i} \rangle_+}{\varepsilon_V} \quad (2.21)$$

$$\alpha_C = \frac{\sum_{i=1}^3 \langle \varepsilon_{C_i} \rangle_+}{\varepsilon_V} \quad (2.22)$$

Nas relações dadas pelas equações 2.21 e 2.22, ε_{T_i} , ε_{C_i} e ε_V são as componentes das deformações das partes positivas, negativas e total, respectivamente. Essas componentes podem ser encontradas por meio de:

$$\varepsilon_T = \frac{1 + \nu}{E} \langle \sigma \rangle_+ - \frac{\nu}{E} \left\langle \sum_{i=1}^3 \sigma_i \right\rangle_+ \mathbf{I} \quad (2.23)$$

$$\varepsilon_C = \frac{1 + \nu}{E} \langle \sigma \rangle_- - \frac{\nu}{E} \left\langle \sum_{i=1}^3 \sigma_i \right\rangle_- \mathbf{I} \quad (2.24)$$

$$\varepsilon_V = \sum_{i=1}^3 \langle \varepsilon_{T_i} \rangle_+ + \sum_{i=1}^3 \langle \varepsilon_{C_i} \rangle_+ \quad (2.25)$$

em que ν e E são o coeficiente de Poisson e o módulo de elasticidade, respectivamente, e os σ_+ são as tensões da parte positiva enquanto que os σ_- são as tensões da parte negativa do vetor de tensões principais. Dessa maneira, a tensão, para o modelo tridimensional proposto por Mazars (1984), é apresentada por :

$$\boldsymbol{\sigma} = (1 - D)\mathbf{D}_0\boldsymbol{\varepsilon} \quad (2.26)$$

em que relações dadas pela equação 2.26, \mathbf{D}_0 é o tensor elástico do material não danificado. É importante destacar que, Mazars (1984) propõem os seguintes valores para os parâmetros A_T , B_T , A_C e B_C , além da deformação limite.

$$\begin{aligned} 0.7 \leq A_T \leq 1 & & 10^4 \leq B_T \leq 10^5 & & 10^{-5} \leq \varepsilon_{ps0} \leq 10^{-4} \\ 1 \leq A_C \leq 1,5 & & 10^3 \leq B_C \leq 2 \cdot 10^3 & & \end{aligned} \quad (2.27)$$

2.6.5 - MODELO DE DRUCKER-PRAGER

O modelo proposto por Drucker e Prager na década de 1950 é uma aproximação da Lei de Mohr-Coulomb. Esse modelo consiste em uma modificação do critério de Von Mises, que considerada além do invariante da tensão desviadora, a pressão hidrostática. A plastificação do material ocorre quando o invariante da tensão desviadora (\mathbf{J}_2) e a tensão hidrostática (p) atingem uma combinação crítica. Dessa maneira, a plastificação inicia-se quando a seguinte equação é satisfeita:

$$\sqrt{\mathbf{J}_2(\mathbf{S})} + \eta p = \bar{c} \quad (2.28)$$

em que, $\mathbf{J}_2(\mathbf{S})$ é o invariante da tensão desviadora, η e \bar{c} são parâmetros do material e p é a tensão hidrostática. Sabendo disso, a superfície de escoamento para as três tensões principais é apresentada na Figura 2.13, na qual observa-se um cone circular cujo eixo central é a linha hidrostática.

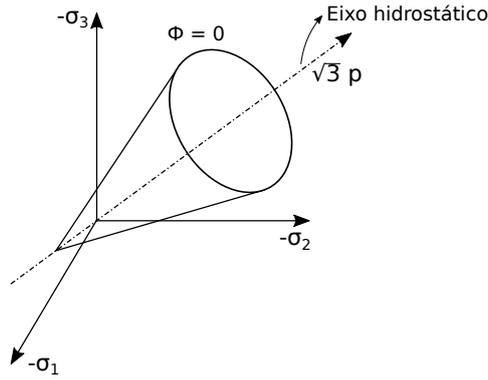


Figura 2.13 – Superfície de escoamento do modelo de Drucker-Prager.

Segundo Souza Neto et al. (2008), para se aproximar da superfície de escoamento de Mohr-Coulomb, torna-se conveniente definir a função de escoamento para o modelo de Drucker e Prager, como:

$$\Phi(\boldsymbol{\sigma}, c) = \sqrt{J_2(\mathbf{S}(\boldsymbol{\sigma}))} + \eta p(\boldsymbol{\sigma}) - \xi c \quad (2.29)$$

em que, c é a coesão do material e os parâmetros η e ξ dependem da aproximação para o critério de Mohr-Coulomb. Duas das aproximações mais comuns para as superfícies de escoamento de Drucker-Prager e Mohr-Coulomb são obtidas pela aproximação das bordas externas e internas da superfície de Mohr-Coulomb. Para a coincidência das bordas externas η e ξ , têm-se as expressões:

$$\eta = \frac{6 \sin \phi}{\sqrt{3}(3 - \sin \phi)}, \xi = \frac{6 \cos \phi}{\sqrt{3}(3 - \sin \phi)} \quad (2.30)$$

em que o ângulo ϕ depende da resistência à tração e à compressão do material. Por outro lado, quando as bordas internas são coincidentes η e ξ podem ser obtidos por:

$$\eta = \frac{6 \sin \phi}{\sqrt{3}(3 + \sin \phi)}, \xi = \frac{6 \cos \phi}{\sqrt{3}(3 + \sin \phi)} \quad (2.31)$$

De acordo com Souza Neto et al. (2008), os cones exteriores são conhecidos como cones de compressão, enquanto que os cones interiores são conhecidos como cones de extensão. Tais cones são apresentados na Figura 2.14. No critério de Mohr-Coulomb, o cone interior é coincidente em tração uniaxial e compressão biaxial. Em contrapartida, a aproximação da borda exterior coincide com a superfície de Mohr-Coulomb em compressão uniaxial e tensão biaxial.

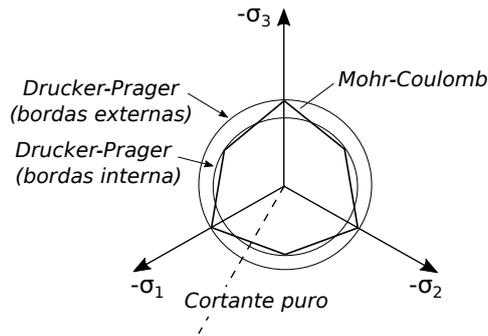


Figura 2.14 – Seção do cone da superfície de Mohr-Coulomb com aproximações de Drucker-Prager.

A Figura 2.15 apresenta o cone para o critério de ruptura de Drucker-Prager no estado plano de tensões. Para os pontos coincidentes dos critérios de Mohr-Coulomb com Drucker-Prager capazes de prever a ruptura uniaxial, f'_t ou f'_c , com as mesmas cargas, os parâmetros η e ξ são obtidos por meio de:

$$\eta = \frac{3 \sin \phi}{\sqrt{3}}, \xi = \frac{2 \cos \phi}{\sqrt{3}} \quad (2.32)$$

Para o mesmo estado, a Figura 2.15 apresenta os pontos coincidentes para a tensão biaxial (ponto f'_{bt}) e compressão biaxial (ponto f'_{bc}) η e ξ , obtidos por meio de:

$$\eta = \frac{3 \sin \phi}{2\sqrt{3}}, \xi = \frac{2 \cos \phi}{\sqrt{3}} \quad (2.33)$$

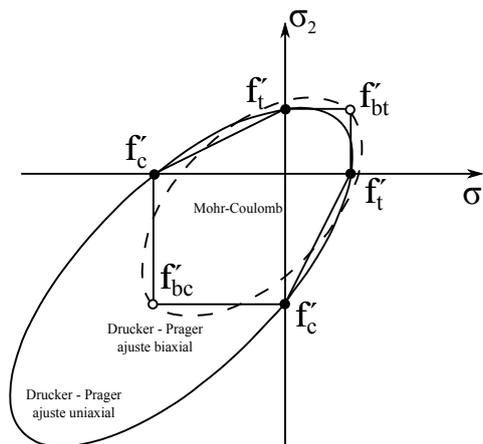


Figura 2.15 – Aproximação de Drucker-Prager à superfície Mohr-Coulomb em tensão e compressão uniaxial e biaxial.

Com a relação do tensor de tensões com o componente hidrostático e componente desviador, a

Eq. 2.29 pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\Phi(\boldsymbol{\sigma}, c) = \sqrt{J_2(\mathbf{S}(\boldsymbol{\sigma}))} + \alpha I_1(\boldsymbol{\sigma}) - \kappa \quad (2.34)$$

em que α e κ são constantes do material em função do ângulo de atrito e da coesão, respectivamente. Tanto o ângulo de atrito (ϕ) quanto a coesão do material (c) podem ser obtidos por meio de relações geométricas do círculo de Mohr-Coulomb. Esses valores são obtidos em função das resistências a compressão e tração do concreto, assim o ângulo de atrito e a coesão do material são encontrado por:

$$\phi = \arcsin \frac{\sigma_c - \sigma_t}{\sigma_c + \sigma_t}, c = \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_c \sigma_t} \quad (2.35)$$

no qual σ_c é a resistência a compressão e σ_t é a resistência a tração do material. A resistência a tração (σ_t) possui uma relação com a resistência à compressão (σ_c), assim sendo, σ_t representado por:

$$\sigma_t = 0.30 \sigma_c^{2/3} \quad (2.36)$$

Os parâmetros α e κ para um estado triaxial de compressão com aproximação das bordas externas do modelo de Mohr-Coulomb são expressos pela equação:

$$\alpha = \frac{2 \sin \phi}{\sqrt{3}(3 - \sin \phi)}, \kappa = \frac{6c \cos \phi}{\sqrt{3}(3 - \sin \phi)} \quad (2.37)$$

Já para se calcular os parâmetros α e κ para o estado uniaxial e biaxial de compressão podem ser obtidos, respectivamente, por:

$$\alpha = \frac{\sin \phi}{\sqrt{3}}, \kappa = \frac{2c \cos \phi}{\sqrt{3}} \quad (2.38a)$$

$$\alpha = \frac{\sin \phi}{2\sqrt{3}}, \kappa = \frac{2c \cos \phi}{\sqrt{3}} \quad (2.38b)$$

2.7 - ESTUDOS EXPERIMENTAIS

Esta seção apresenta trabalhos realizados de maneira experimental com fibras de aço, assim como, alguns resultados experimentais de ensaios a flexão e compressão apresentados por alguns pesquisadores. Dentre os pesquisadores que realizaram estudos experimentais com fibras de aço, pode-se destacar: Yoo et al. (2013), Yoo et al. (2014), Cunha et al. (2011), Figueiredo (2011) e Garcez (2005).

Gokoz e Naaman (1981) em seu trabalho apresentaram a influência da aplicação da força para o arrancamento de fibras. No estudo, eles comparam diferentes tipos de fibras sendo

submetidos ao arrancamento com diferentes velocidades. Assim os autores observaram as tensões de aderências, tensões de tração e quantidade de fibras arrancadas nos ensaios. As dimensões e o esquema do ensaio realizado podem ser vistos na Figura 2.16. Nota-se na figura que, o corpo de prova ensaiado possui duas partes, sendo estas separadas por um plástico. Nesse corpo de prova foram inseridas várias fibras com metade do seu comprimento embutido em cada parte do corpo de prova. Em seguida, uma prensa é inserida no vazio existente no corpo de prova para o arrancamento de uma das partes. Com isso, os autores observaram a influência da força e velocidade necessárias para o arrancamento de cada tipo de fibra no reforço da matriz de concreto.

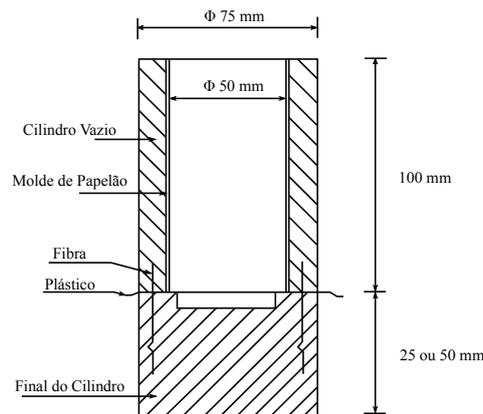


Figura 2.16 – Dimensões e esquema dos corpos de provas ensaiados por Gokoz e Naaman (1981) para avaliação da influência da velocidade na força de arrancamento.

A Tabela 2.3 apresenta o resumo dos resultados médios das tensões de tração e de aderência obtidos para os diferentes tipos de fibras com diferentes velocidades de aplicação da carga. Nessa tabela observa-se que as fibras de polipropileno possuem, entre as três fibras estudadas, as maiores tensões de tração para o ensaio de arrancamento com menor velocidade de aplicação da carga. Além disso, para o mesmo ensaio, as tensões de aderências para essas fibras são quase três vezes maior, quando comparadas com os outros tipos de fibras.

Tabela 2.3 – Média das tensões obtidas por Gokoz e Naaman (1981) no ensaio de arrancamento.

Tipos de Fibras	Média das Tensões de Tração [MN/m^2]				Tensão de Aderência Equivalente [MN/m^2]			
	0.846 cm/sec	50 cm/sec	150 cm/sec	200 cm/sec	0.846 cm/sec	50 cm/sec	150 cm/sec	200 cm/sec
Aço	187	271	506	-	1,49	2,15	4,02	-
Vidro	276	618	-	2040	1,04	2,36	-	7,73
Polipropileno	402	413	-	964	3,02	3,10	-	7,23

Outro ponto que Gokoz e Naaman (1981) observaram foi a porcentagem de fibras arrancadas dos corpos de prova, à medida que, variavam as velocidades nos arrancamentos. A Figura 2.17

apresenta os resultados obtidos nestas análises, nessa figura as fibras de vidro, independente das velocidades, não foram arrancadas da fase matriz, ou seja, essas foram rompidas. Por outro lado, as fibras de aço, em todas as velocidades, suportaram às solicitações, com isso as fibras não rompiam e eram arrancadas da fase matriz. Gokoz e Naaman (1981) também notaram que os arrancamentos das fibras de polipropileno dependiam das velocidades, nas quais eram executados os ensaios foi observado que, à medida que, se aumentava a velocidade no arrancamento, o número de fibras arrancadas, sem o rompimento, também era aumentado.

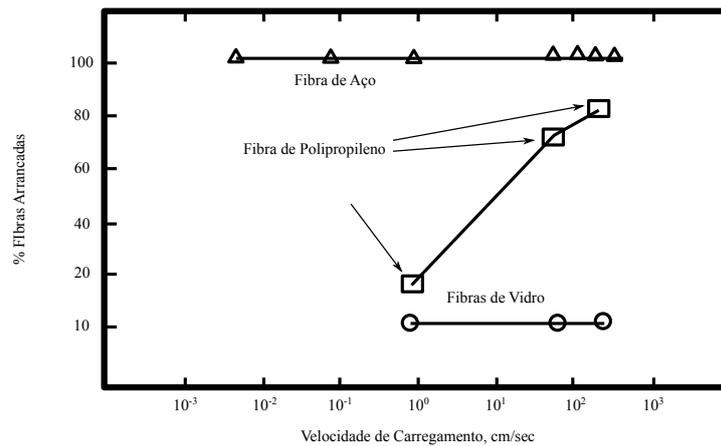


Figura 2.17 – Porcentagem de fibras arrancadas nos ensaios de Gokoz e Naaman (1981)

Dessa maneira, os autores concluíram que para os incrementos de velocidades menores que 50 cm/sec a carga do primeiro pico para a força de arrancamento não aumenta significativamente, esse fato, foi evidenciado para os três tipos de fibras utilizados. Além disso, Gokoz e Naaman (1981) concluíram que independente das velocidades, as fibras de vidro se rompiam, não suportando ao carregamento aplicado. Por outro lado, as fibras de aço geralmente eram arrancadas, ou seja, suportavam o carregamento. Finalmente, Gokoz e Naaman (1981) concluíram que o arrancamento das fibras de polipropileno dependia diretamente da velocidade de aplicação da carga. Sendo assim, para menores velocidades no arrancamento, mais fibras de polipropileno eram rompidas, em contrapartida, o aumento na velocidade do arrancamento aumentava o número de fibras arrancadas.

Já Banthia (1990) estudou a influência das geometrias das fibras e as propriedades das fases matrizes em um ensaio de arrancamento. No estudo, ele comparou a força máxima aplicada variando as geometrias das fibras de aço, assim como as propriedades das fases matrizes. Na pesquisa realizada, foram utilizadas oito tipos de matrizes cimentícias com relações água cimento e materiais diferentes, com objetivo de avaliar a influência de suas propriedades e seis tipos de fibras diferentes.

O modelo de ensaio pode ser visto na Figura 2.18. Nesta figura é apresentado um corpo de prova separado em duas partes por um plástico de espessura igual a 0.5 mm. Uma fibra de aço foi colocada ao longo do eixo central do corpo de prova com metade do comprimento embutido para cada uma das partes as conectam, conforme visto na Figura 2.18. Após a inserção da fibra, cada uma das metades foram puxadas na mesma direção com sentidos opostos.

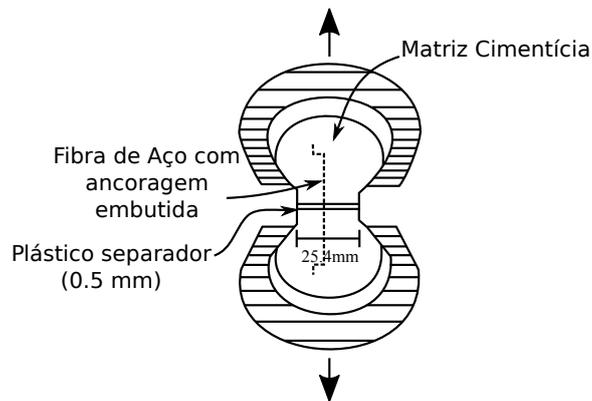


Figura 2.18 – Geometria dos corpos ensaiados por Banthia (1990).

Dessa forma, Banthia (1990) concluiu que a variação dos comprimentos embutidos das fibras de aço influenciam no arrancamento, uma vez que estes resultam no aumento da superfície de contato. Além do comprimento embutido, observou-se que o material utilizado na fase matriz e a geometria da fibra também influenciam na tensão de aderência da fibra. Com isso, pode-se gerar um aumento ou uma diminuição na força de arrancamento.

Posteriormente, Toutanji e Bayasi (1998) realizaram ensaios de flexão em vigas reforçadas com fibras de aço submetidas a diferentes procedimentos de cura. Além dos ensaios a flexão, Toutanji e Bayasi (1998) realizaram ensaios de compressão em corpos de prova cilíndricos, com o objetivo de também avaliar a influência do processo de cura na resistência à compressão. Nesse estudo os autores criaram compósitos fibrosos e os submetem a diferentes procedimentos de cura. Dentre os procedimentos de cura, têm-se cura por umidade, cura por vapor e cura ao ar livre.

Na pesquisa, Toutanji e Bayasi (1998) utilizaram dois corpos de prova cilíndricos, de dimensões de 150 mm de diâmetro e 300 mm de altura, para cada tipo de cura, com a finalidade de se obter os resultados dos ensaios à compressão. Por sua vez, para os ensaios à flexão foram utilizadas três vigas prismáticas submetidas aos diferentes procedimentos de cura. As dimensões dos corpos de prova e os esquemas das forças aplicadas, para os ensaios de flexão, podem ser vistos na Figura 2.19. Nessa figura, apresenta-se a viga com os apoios distantes 50 mm de suas extremidades e duas forças aplicadas a uma distância de 1/3 de cada um dos apoios.

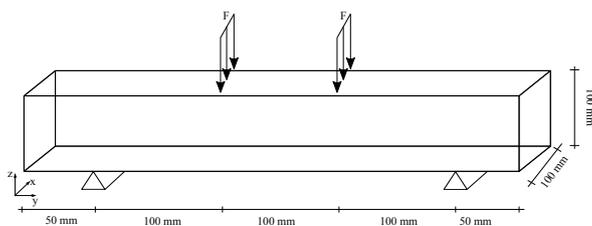


Figura 2.19 – Geometria dos corpos ensaiados para flexão por Toutanji e Bayasi (1998).

Com os estudos realizados nas vigas à flexão, Toutanji e Bayasi (1998) concluíram que não se tem uma diferença significativa para as forças máximas entre curas por vapor e por umidade. Por outro lado, os autores observaram que no ensaio à compressão a cura por vapor obteve resultados significativamente superiores aos da cura por umidade.

Garcez (2005), em sua dissertação de mestrado, variou diferentes fatores a fim de avaliar o comportamento do compósito dentre eles: os comprimentos das fibras, fatores de forma, teores de fibras e diâmetros máximos dos agregados existentes no compósito. Para a avaliação dos fatores investigados, a autora realizou diversos ensaios experimentais, dentre eles os influência do fator de forma e resistência à compressão simples.

A autora concluiu que o emprego de fibras de aço aumenta de maneira significativa a resistência ao impacto, de forma que, preferencialmente, devem-se utilizar teores de fibras mais elevados, porém com cuidados para a trabalhabilidade do compósito. Segundo Garcez (2005) as fibras mais longas e com fator de forma maior tendem a serem mais eficientes, desde que o volume de fibras seja considerado. Por fim, Garcez (2005) sugere que seja feito estudos para se determinar o volume mínimo para a eficiência do compósito.

Nos anos seguintes, Cunha (2010) realizou ensaios de arrancamento em fibras de aço conforme Figura 2.5. No estudo, ele utilizou corpos de prova cilíndricos maciços com diâmetros iguais a altura que possuíam valores de 80 mm, por sua vez, a fibra foi embutida 15 mm nesse corpo de prova. Para o estudo, o autor utilizou três fibras com ancoragens e três retas.

Cunha (2010) apresentou os resultados obtidos para fibras de aço com ancoragens e retas. A Figura 2.20 apresenta esses resultados em um gráfico de força *versus* deslocamento para os ensaios de arrancamento das fibras. A Figura 2.20(a) apresenta os resultados das fibras com ancoragens em suas extremidades, cede ressaltar que as ancoragens das fibras são todas iguais, variando a seção transversal e a resistência última das fibras. Nota-se que a fibra tipo B foi a que apresentou uma maior força para o arrancamento, pois essa fibra é a que apresenta o maior diâmetro. Já a Figura 2.20(b) apresenta os resultados das forças para o arrancamento da fibra reta. Nesse caso a fibra tipo B também obteve a maior força para o arrancamento, pois apresenta a maior área de contato.

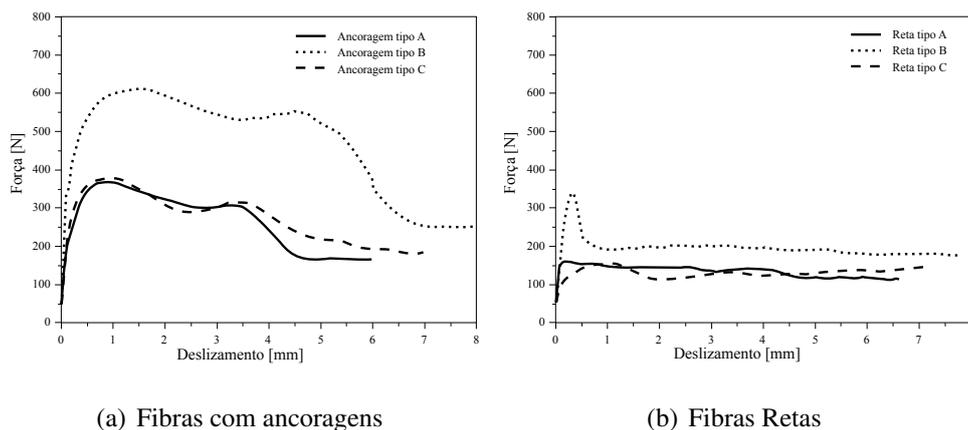


Figura 2.20 – Curva de Força de arrancamento *versus* deslocamento das fibras.

Cunha (2010) concluiu que as a diferença entre os valores de arrancamentos para as fibras A e C podem ser explicados pelo número de vazios do concreto, pois essas fibras apresentam a mesma área de concreto. Por sua vez, as fibras tipo B foram as que apresentaram os maiores resultados, pois essas fibras apresentam os maiores diâmetros e com isso maiores áreas de contato com a matriz.

Mais a frente, Yoo et al. (2013) realizaram ensaios em concretos de alta resistência com adição de fibras de aço em diferentes teores. No trabalho, foi realizada uma investigação sobre a influência do volume de fibras de aço em concretos de alta resistência. Os volumes de fibras adicionados foram de 1%, 2%, 3% e 4% (UH-V1, UH-V2, UH-V3 e UH-V4) do volume total do compósito.

Já as fibras empregadas nos ensaios foram micro fibras de comprimento de 13 mm e fator de forma de 65. As fibras utilizadas possuíam resistência última de 2500 MPa, diâmetro de 0,2 mm e um módulo de elasticidade de 200 GPa. Nos ensaios, à compressão foram utilizados corpos de prova cilíndricos com diâmetro de 100 mm e altura de 200 mm. Por sua vez, nos ensaios à flexão foram realizados ensaios de três pontos em vigas com dimensões de 100 x 100 x 400 mm.

A Figura 2.21 apresenta os resultados encontrados nos ensaios à compressão, em que observa-se que o aumento no teor de fibras não acarreta, necessariamente, em um aumento na resistência à compressão, uma vez que, para teores de 3% de fibras, as resistências foram superiores a teores de 4%. Isso ocorre devido ao aumento no número de fibras que ficam dispersas e a falta de matriz para conectá-las.

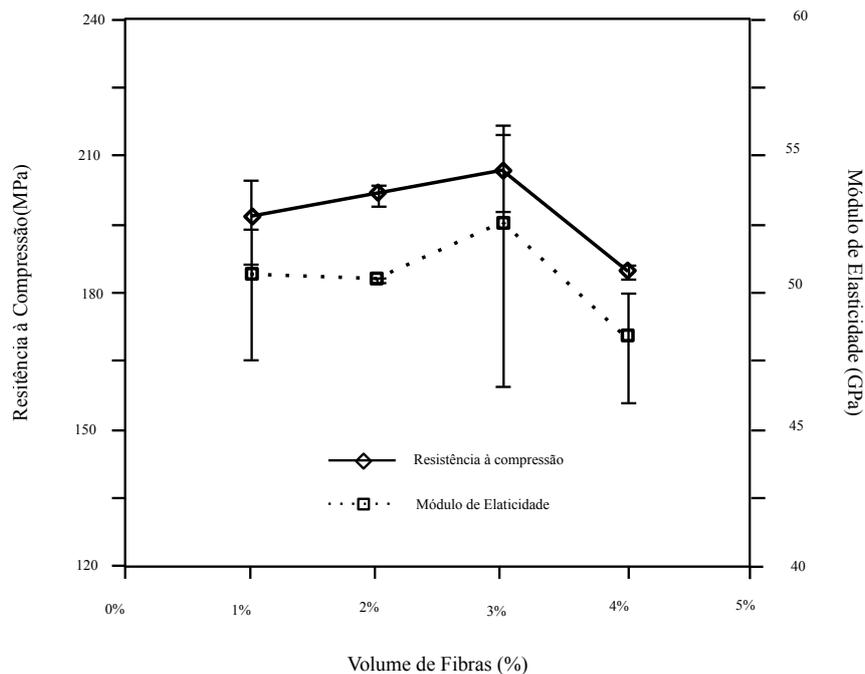


Figura 2.21 – Influência do teor de fibras para ensaio de compressão de Yoo et al. (2013)

A Figura 2.22 apresenta os resultados encontrados no ensaio de três pontos. Nessa figura Yoo et al. (2013) mostram que o aumento no teor de fibras acarreta em um aumento na força aplicada antes da ruptura, uma vez que com esse aumento, aumenta-se o número de fibras que funcionam como pontes de transferência de tensões.

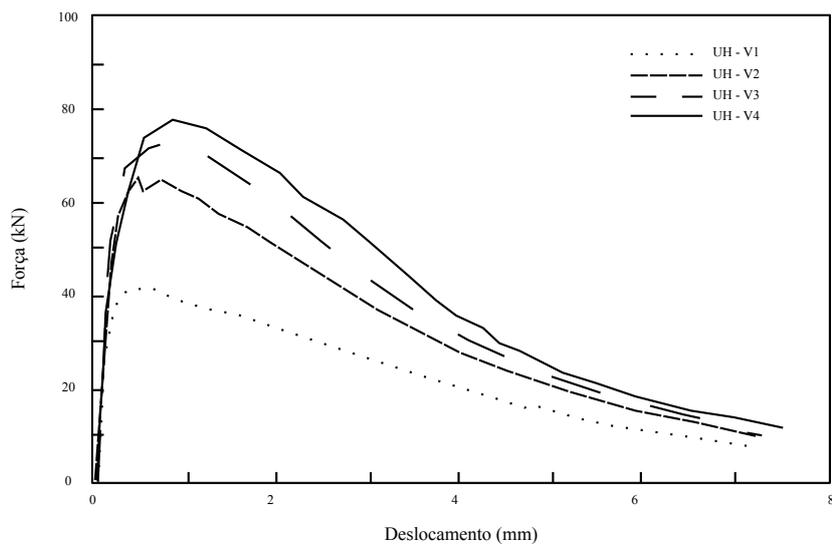


Figura 2.22 – Influência do teor de fibras para ensaios de três pontos de Yoo et al. (2013).

Com isso, Yoo et al. (2013) concluíram que o aumento no volume de fibras não acarreta no aumento na resistência à compressão. Em contrapartida, nos resultados dos ensaios à flexão ocorre um aumento na carga para a abertura da primeira fissura com o aumento no volume de fibras.

No ano seguinte, Yoo et al. (2014) avaliaram a influência do comprimento da fibra sobre o comportamento à compressão do compósito. No trabalho realizado, foi utilizado teor de fibras igual a 2% em todas as vigas variando apenas o comprimento.

A Figura 2.23 mostra os resultados obtidos com o ensaio à compressão junto com o módulo de elasticidade. Na figura, observa-se que não existe uma variação muito relevante entre os valores médios de resistência, que possuem valores aproximados de 200 MPa.

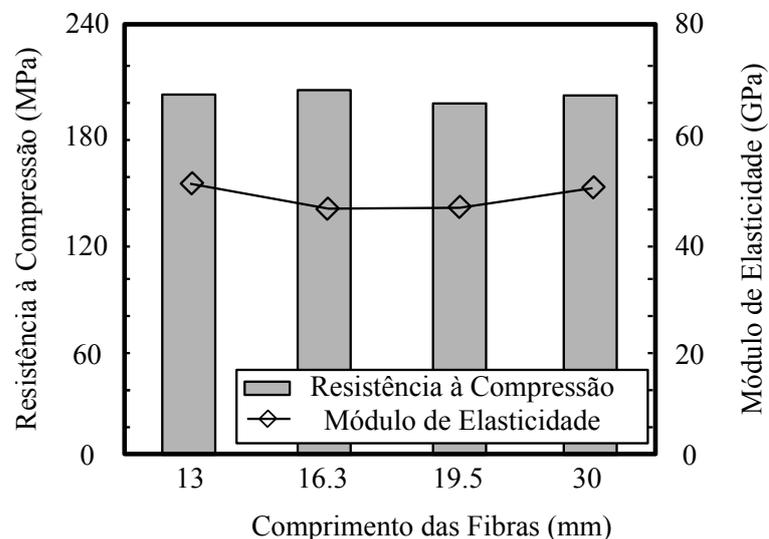


Figura 2.23 – Influência do comprimento das fibras para os ensaios de compressão realizado por Yoo et al. (2014)

Yoo et al. (2014) concluíram que o comprimento das fibras não interfere de maneira relevante nos resultados à compressão. Por outro lado, em relação ao módulo de elasticidade o comprimento das fibras interfere de maneira significativa com uma diferença de aproximadamente 9%.

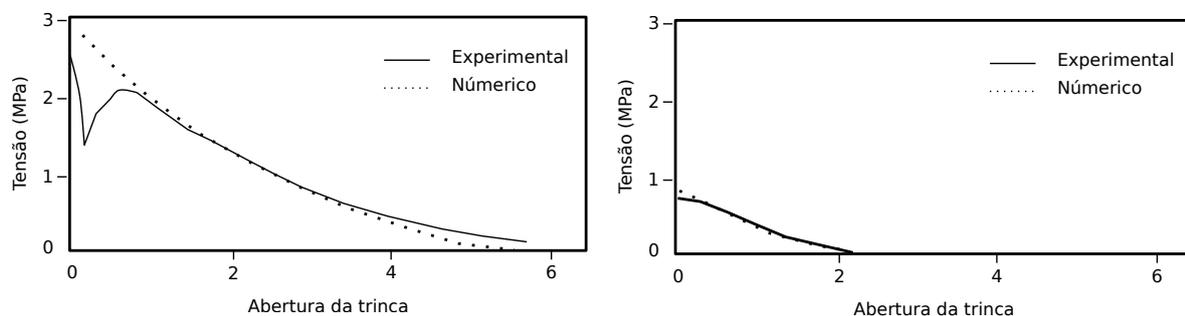
2.8 - ESTUDOS NUMÉRICOS

Nesta seção será apresentada uma revisão dos modelos numéricos anteriormente estudados por outros pesquisadores. Assim, a seção encontra-se organizada em ordem cronológica, em que primeiramente, são apresentados trabalhos dos anos de 1990, em seguida, alguns trabalhos nos

anos 2000 e por fim, trabalhos mais recentes.

Li et al. (1991) apresentaram em seu trabalho um modelo para previsão do comportamento da curva tensão de tração por abertura de fissura. Os autores fazem algumas premissas para o modelo estudado, dentre elas, esses consideraram que a deformação da fase matriz é insignificante no arrancamento da fibra. No estudo eles avaliam a influência da tensão de aderência variando os comprimentos e os volumes das fibras. Nas simulações foram observados o aumento na tensão de tração em detrimento do aumento dos comprimentos e dos volumes de fibras utilizados. Li et al. (1991) compararam os resultados numéricos do modelo com os experimentais, obtendo respostas razoavelmente próximas às obtidas pelos ensaios experimentais.

A Figura 2.24 apresenta a comparação entre os resultados numéricos com os experimentais para o arrancamento das duas amostras simuladas. A Figura 2.24(a) apresenta os resultados obtidos para o Mix S1. Já Figura 2.24(b) apresenta os resultados obtidos para o Mix SH, destaca-se que nessa simulação foram utilizados volumes e comprimentos menores de fibras que no modelo Mix S1. Nota-se pela Figura 2.24, que é necessária uma tensão maior para abertura de fissuras, se comparado Mix S1 com Mix SH. Esse fato é explicado pelo aumento no comprimento embutido e o maior volume de fibras utilizados no modelo Mix S1.



(a) Resultados para o modelo Mix S1

(b) Resultados para o modelo Mix SH

Figura 2.24 – Resultados para os modelos testados

Dessa maneira, Li et al. (1991) concluíram, com o desenvolvimento da pesquisa, que o modelo foi capaz de prever comportamentos físicos dos compósitos. Dentre eles inclui-se o efeito da aderência das fibras de aço na fase matriz, sendo que a quantidade de fibras rompidas depende diretamente da força de aderência. Além disso, Li et al. (1991) concluíram que a energia de fratura aumenta com o aumento do comprimento da fibra, em seguida diminuindo em razão do rompimento das mesmas. Por fim, Li et al. (1991) recomendaram que se tome cuidado com o modelo, pois este viola as propriedades da fase matriz, uma vez que, o modelo desconsidera a deformação da fase matriz.

Posteriormente, Mohamed et al. (1995) utilizaram um modelo micro-mecânico baseado em probabilística para simular o comportamento pós fissuração em matrizes frágeis reforçadas com fibras. O modelo proposto pelos autores foi capaz de prever a relação entre a tensão de tração por abertura de fissuras, além da energia de fratura da peça estrutural. Uma das premissas do modelo utilizado é a de que a tensão de aderência de atrito entre a fibra e a fase matriz é constante. No trabalho foi realizada uma comparação entre os resultados obtidos de maneira numérica e de maneira experimental, objetivando, inicialmente, a validação do modelo proposto. Posteriormente, Mohamed et al. (1995) variaram os comprimentos das fibras, os diâmetros, a resistência última e o efeito do atrito local, com o objetivo de avaliar o comportamento geral do compósito.

A Figura 2.25 apresenta os resultados obtidos nos ensaios experimentais e numéricos (Mohamed et al., 1995). Nota-se na figura que os resultados numéricos apresentados pelo modelo proposto por Mohamed et al. (1995) (FPRM - *Fiber Pullout Rupture Model*), obtiveram resultados próximos aos experimentais, pois, diferentemente do modelo anterior (Li, 1992) (FPM - *Fiber Pullout Model*), esse modelo é capaz de prever a ruptura da fibra no arrancamento. Observa-se pela Figura 2.25 que a curva obtida com o modelo anterior, sem a previsão da ruptura das fibras no arrancamento, apresentou resultados numéricos bem distantes dos experimentais, diferentemente, do novo modelo proposto.

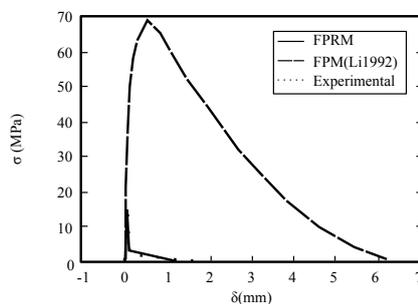


Figura 2.25 – Comparação dos resultados obtidos por Mohamed et al. (1995), Li (1992) e experimentais.

Após a validação do novo modelo proposto, Mohamed et al. (1995) variaram os parâmetros da fibra, a fim de avaliar o comportamento do compósito. Dentre os variados parâmetros estudados, encontram-se o comprimento, o diâmetro e a resistência última da fibra, a tensão de aderência e o efeito do atrito local.

A Tabela 2.4 apresenta o resumo dos resultados obtidos com as simulações de Mohamed et al. (1995) em detrimento da variação dos parâmetros estudados. Com o aumento no diâmetro observou-se que a resistência à tração do compósito não sofre influencia por esse parâmetro. Entretanto, foi observado que a energia de fratura aumenta. No segundo parâmetro, tensão de aderência, o seu aumento não influencia na resistência à tração do compósito, em

contrapartida, a energia de fratura diminui com o aumento dessa tensão de aderência. Já o aumento da resistência última da fibra, acarreta no aumento da resistência à tração e um aumento na energia de fratura. Finalmente, o aumento do coeficiente de atrito gera uma diminuição na resistência à tração e também diminuição na energia de fratura.

Tabela 2.4 – Resumo dos resultados obtidos por Mohamed et al. (1995).

Parâmetros	Tensão Máxima	Energia de Fratura
Diâmetro da fibra: $d_f \uparrow$	σ não interfere	G \uparrow
Tensão de aderência: $\tau \uparrow$	σ não interfere	G \downarrow
Resistência da fibra: $\sigma_{fu} \uparrow$	$\sigma \uparrow$	G \uparrow
Coefficiente de atrito: $f \uparrow$	$\sigma \downarrow$	G \downarrow

Com o trabalho, Mohamed et al. (1995) concluíram que a variação dos parâmetros do modelo pode acarretar em melhores características do compósito. A energia de fratura e a resistência à tração, por exemplo, são algumas das características que podem ser melhoradas com a variação desses parâmetros. O modelo proposto possui algumas limitações, pois devido à técnica de processamento, torna-se difícil de encontrar o comprimento ideal para a fibra.

No ano de 1998, Van Hauwaert e Van Mier empregaram um modelo de *Lattice* que segundo os autores é considerado um modelo simples pela necessidade da utilização de poucos parâmetros. Conforme Van Hauwaert e Van Mier (1998), os parâmetros do modelo são divididos em dois grandes grupos. O primeiro, de acordo com o comportamento elástico global da malha, e o segundo, com os parâmetros necessários para a Lei de fratura do material (fibra e interface).

Os resultados obtidos por Van Hauwaert e Van Mier (1998) podem ser vistos na Figura 2.26, na qual é apresentada as curvas força *versus* deslocamento das vigas ensaiadas e simuladas. A curva em tracejado demonstra o comportamento da viga obtido na simulação numérica, enquanto que a curva em linha sólida apresenta o comportamento da viga de maneira experimental. Por fim, os autores concluíram que apesar de ser um modelo simples, este consegue demonstrar a influência da interação entre a fibra e a fase matriz matriz.

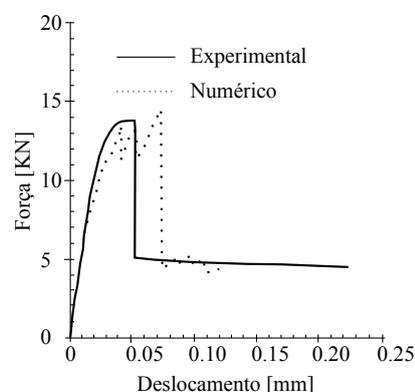


Figura 2.26 – Comparação dos resultados experimental e numérico obtidos por Van Hauwaert e Van Mier (1998).

Anos depois, Sena-Cruz (2005) apresenta em seu trabalho o modelo de múltiplas fissuras fixas. Na pesquisa, o autor utilizou resultados de outros pesquisadores para a validação das simulações numéricas.

A Figura 2.27 apresenta a envoltória dos resultados experimentais de outros autores junto com as curvas propostas pelo modelo de (SENA-CRUZ, 2005). A curva tracejada apresenta os resultados de amolecimento linear, enquanto que a curva pontilhada apresenta os resultados de amolecimento tri-linear e, por sua vez, a curva com a linha sólida representa o comportamento do amolecimento exponencial. O gráfico mostra que a curva com amolecimento tri-linear e exponencial apresentam resultados contidas na envoltória no pós pico.

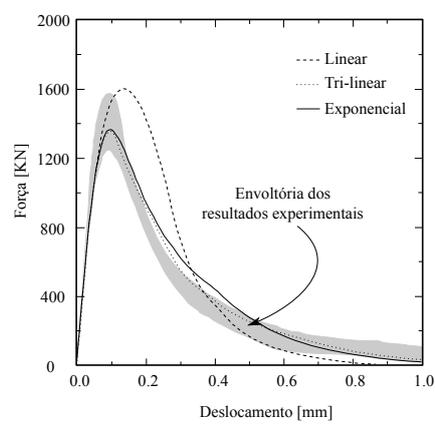


Figura 2.27 – Comparação dos resultados numéricos de Sena-Cruz (2005) e experimentais de outros autores.

Segundo Sena-Cruz (2005) conclui-se que o modelo proposto em sua pesquisa apresenta resultados próximos aos experimentais encontrados na literatura. Destaca-se que, para uma melhor aproximação dos resultados a escolha pelo tipo de curva de amolecimento é de suma importância.

Mais tarde, Cunha et al. (2011) realizaram ensaios numéricos de resistência a tração uniaxial. O modelo utilizado é o modelo de trinca distribuída multi-direcional em três dimensões. Os resultados obtidos nos ensaios numéricos e experimentais, para os corpos de prova com teores de 30 kg/m^3 , podem ser vistos na Figura 2.28, em que os resultados numéricos são representados pela curva tracejada, enquanto que a média da envoltória dos resultados experimentais é representada pela curva sólida. De posse das duas curvas é possível a comparação dos resultados.

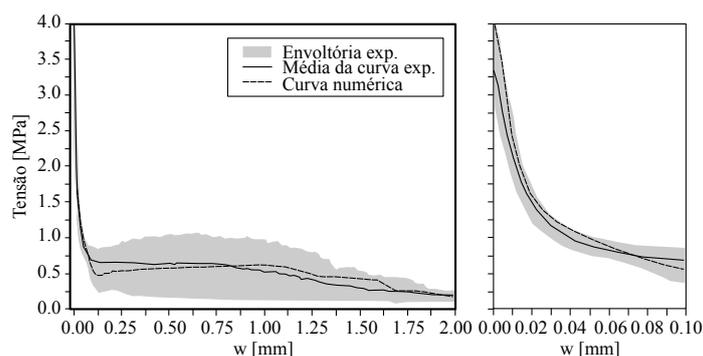


Figura 2.28 – Comparação dos resultados obtidos por Cunha et al. (2011).

Dessa maneira, Cunha et al. (2011) concluíram que o modelo utilizado apresenta boa acurácia se comparado aos resultados experimentais. Além disso, segundo Cunha et al. (2011) o modelo pode prever o comportamento macro mecânico dos compósitos.

Recentemente, Mihai et al. (2016) realizaram ensaios numéricos com modelo constitutivo de dano plástico, no qual é possível simular múltiplas fissuras com diferentes orientações embutidas em elementos sólidos. Nesse modelo, inclui-se uma componente plástica a fim de descrever o comportamento do compósito à compressão.

Os resultados obtidos numericamente foram comparados aos experimentais (Figura 2.29). Nela apresenta-se a curva tensão *versus* deformação do compósito para o ensaio de tração uniaxial. Nessa figura, é observado o aumento da resistência à tração à medida que se aumenta o teor de fibras utilizado.

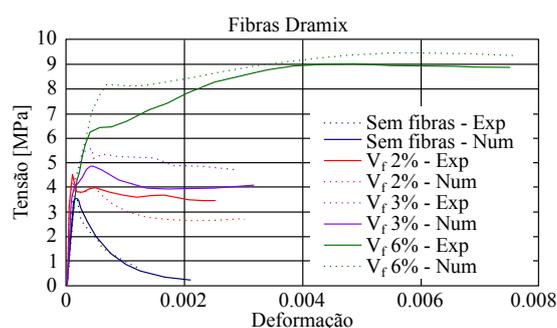


Figura 2.29 – Comparação dos resultados obtidos por Mihai et al. (2016).

Por fim, Mihai et al. (2016) concluíram que o modelo usado é capaz de simular fissura em diferentes direções, assim como, o comportamento do compósito tanto à tração como à compressão. Finalmente, Mihai et al. (2016) concluíram que o modelo proposto é capaz de reproduzir o comportamento experimental de maneira numérica com precisão.

3 - METODOLOGIA

Este capítulo contempla a metodologia das simulações numéricas tridimensionais realizados nesta pesquisa. Inicialmente, foram simulados ensaios de arrancamento de fibras simples, estes serviram para obtenção dos parâmetros do contato entre fibra e concreto que foram utilizados em análises posteriores. Para as inclusões das fibras nos elementos sólidos, os métodos utilizados foram o embutido e o semi-embutido, este último proposto por Durand (2008) e aprimorado por Durand e Farias (2012). Ademais, este capítulo apresenta os programas computacionais utilizados na pesquisa, além de detalhes de geração das malhas com fibras.

3.1 - ESTUDO DOS MODELOS CONSTITUTIVOS

Nesta seção serão apresentados os modelos constitutivos utilizados para os materiais como o concreto e as fibras, e também para o contato. Dessa forma, inicialmente, são apresentados os modelos constitutivos para o concreto e para as fibras e, em seguida, para o contato entre a fibra e o concreto.

3.1.1 - MODELOS CONSTITUTIVOS PARA O CONCRETO E PARA AS FIBRAS

A presente pesquisa utilizou para representação do concreto o modelo constitutivo de dano proposto por Mazars (1984) e o modelo constitutivo de trincas embutidas de Kotsovos (2015). Frisa-se que, o modelo de dano foi empregue em todas as simulações presentes nesta pesquisa, por outro lado, o modelo de trincas embutidas foi utilizado, apenas, na simulação de viga à flexão. As características de ambos os modelos podem ser vistas, respectivamente, nas seções 2.6.4 e 2.6.3.

Destaca-se, por fim, que as fibras em todas as análises foram representadas pelo modelo constitutivo uniaxial elástico perfeitamente plástico que foi apresentado na seção 2.6.2. Como visto anteriormente, esse modelo é relativamente simples e capaz de prever a plastificação do material.

3.1.2 - INTERFACE ENTRE FIBRAS DE AÇO E CONCRETO

O modelo constitutivo utilizado foi o sugerido no Código Modelo CEB-FIP (2010), baseado na relação "Tensão de aderência *versus* deslizamento". Neste código, as tensões de aderência locais (τ) são obtidas em função do deslizamento (S). A curva padrão do modelo CEB-FIP e a curva utilizada nas simulações são apresentadas na Figura 3.1. Os deslizamentos S_1 , S_2 e S_3 representam valores representativos em que se tem mudança no comportamento tensão-deformação.

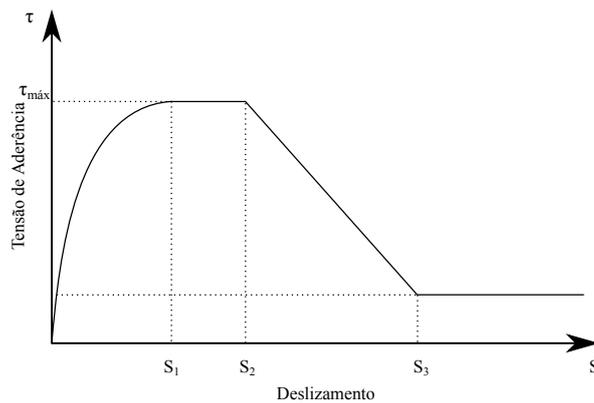


Figura 3.1 – Curva do Código Modelo CEB-FIP 2010.

Esse modelo CEB-FIP descreve a tensão de aderência em função do deslizamento, em que a função proposta encontra-se dividida em quatro estágios. O primeiro estágio da curva é dado pela parte ascendente, na qual $0 \leq S \leq S_1$, em que a relação de tensão é dada por:

$$\tau = \tau_{max} \left(\frac{S}{S_1} \right)^\alpha \quad (3.1)$$

em que τ é a tensão cisalhante no contato aço-concreto, τ_{max} é a tensão cisalhante máxima e α é uma constante utilizada para calibrar o ramo ascendente. Para casos nos quais $S_1 < S \leq S_2$, a tensão é dada por:

$$\tau = \tau_{max} \quad (3.2)$$

Por sua vez, nos casos em que $S_2 < S \leq S_3$, a tensão é dada por:

$$\tau = \tau_{max} - (\tau_{max} - \tau_f) \left(\frac{S - S_2}{S_3 - S_2} \right) \quad (3.3)$$

na qual τ_f é a tensão cisalhante última.

Por fim, se $S_3 < S$, a equação é dada por:

$$\tau = \tau_f \quad (3.4)$$

3.2 - INCLUSÃO DE FIBRAS DE AÇO EM ANÁLISES DE ELEMENTOS FINITOS

As inclusões de reforços, no MEF, podem ser realizadas por diferentes métodos, como apresentado anteriormente. Duas delas, utilizadas neste trabalho, serão realizadas por meio do método embutido e do método semi-embutido, que serão apresentados com maiores esclarecimentos a seguir.

3.2.1 - MÉTODO EMBUTIDO

Para aplicação desse método é necessário saber as posições dos reforços, para então, discretizá-los nas interseções. Destaca-se que, nesse método, não há incrementos nos graus de liberdade, uma vez que, o elemento de barra está embutido no elemento sólido. Assim, o reforço é dividido em elementos de barras denominados embutidos. A Figura 3.2 apresenta um elemento reforçado por uma barra e discretizado nas interseções.

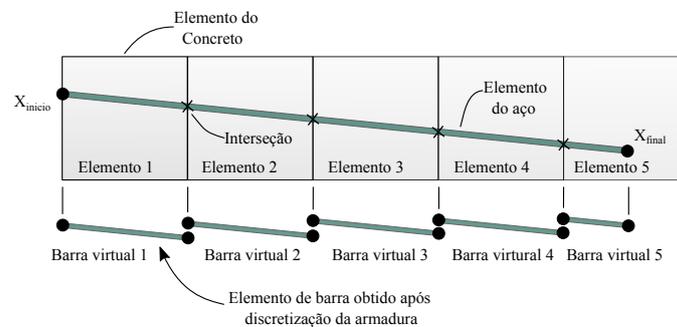


Figura 3.2 – Representação da discretização da armadura pela abordagem embutida.

Observa-se na figura que, no local em que a barra é interceptada, é formado um novo segmento de barra. Este segmento é considerado virtual, visto que, esse não possui conectividade com os elementos atravessados e, também, sua contribuição é dada com o aumento na rigidez do elemento atravessado. Para que o elemento embutido contribua na rigidez do elemento atravessado é necessário determinar uma matriz de rigidez equivalente com dimensões iguais as do elemento sólido. Assim, as matrizes de rigidez equivalente da barra embutida e do elemento atravessado podem ser somadas, formando a matriz de rigidez global.

Destaca-se que, a principal característica desse método é a consideração de aderência perfeita entre o elemento embutido e o atravessado. Em regra, essa consideração não existiria, uma vez que na prática, há a possibilidade de rompimento da interface formada entre esses elementos. Na hipótese de aderência perfeita, os dois materiais em contato possuem os mesmo deslocamentos e deformações. Assim, é possível a determinação da matriz de rigidez equivalente do elemento embutido. A formulação correspondente deste método é baseada no trabalho de (DURAND, 2008).

Por meio de funções de interpolação do elemento sólido atravessado, pode-se expressar os deslocamentos dos nós do elemento embutido em função dos deslocamentos nodais do elemento atravessado. Assim pode-se escrever essa relação como:

$$\begin{bmatrix} u_{emb_1} \\ v_{emb_1} \\ w_{emb_1} \\ u_{emb_2} \\ v_{emb_2} \\ \vdots \\ u_{emb_m} \\ v_{emb_m} \\ w_{emb_m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_{1,1} & 0 & 0 & N_{2,1} & 0 & \cdots & N_{n,1} & 0 & 0 \\ 0 & N_{1,1} & 0 & 0 & N_{2,1} & \cdots & 0 & N_{n,1} & 0 \\ 0 & 0 & N_{1,1} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & N_{n,1} \\ N_{1,2} & 0 & 0 & N_{2,2} & 0 & \cdots & N_{n,2} & 0 & 0 \\ 0 & N_{1,2} & 0 & 0 & N_{2,2} & \cdots & 0 & N_{n,2} & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ N_{1,m} & 0 & 0 & N_{2,m} & 0 & \cdots & N_{n,m} & 0 & 0 \\ 0 & N_{1,m} & 0 & 0 & N_{2,m} & \cdots & 0 & N_{n,m} & 0 \\ 0 & 0 & N_{1,m} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & N_{n,m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{atr_1} \\ v_{atr_1} \\ w_{atr_1} \\ u_{atr_2} \\ v_{atr_2} \\ \vdots \\ u_{atr_n} \\ v_{atr_n} \\ w_{atr_n} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

em que m é o número de nós da barra embutida, n é o número de nós do elemento atravessado, $u_{emb_1}, v_{emb_1}, w_{emb_1}, u_{emb_2}, v_{emb_2}, \dots, u_{emb_m}, v_{emb_m}, w_{emb_m}$ são os deslocamentos nodais da barra embutida, $u_{atr_1}, v_{atr_1}, w_{atr_1}, u_{atr_2}, v_{atr_2}, \dots, u_{atr_n}, v_{atr_n}, w_{atr_n}$ são os deslocamentos nodais do elemento atravessado e $N_{i,j}$ representa a função de forma do nó i do elemento atravessado avaliada na posição correspondente à do nó j do elemento embutido. A Equação 3.5 pode ser escrita de maneira mais simplificada como, $\mathbf{U}_{emb} = \mathbf{N}'\mathbf{U}_{atr}$, em que \mathbf{U}_{emb} é o vetor de deslocamentos da barra, \mathbf{U}_{atr} é vetor deslocamentos do elemento atravessado e \mathbf{N}' é a matriz que permite associar esses elementos.

A deformação axial da barra embutida ε pode ser escrita em função dos deslocamentos nodais do elemento atravessado como $\varepsilon = \mathbf{B}\mathbf{N}'\mathbf{U}_{atr}$ em que \mathbf{B} é a matriz deformação-deslocamento de um elemento de barra convencional. Considerando a matriz linha $\mathbf{B}_{emb} = \mathbf{B}\mathbf{N}'$, a deformação axial pode ser reescrita como:

$$\varepsilon = \mathbf{B}_{emb}\mathbf{U}_{atr} \quad (3.6)$$

Dessa maneira, com a deformação axial da barra embutida em função dos deslocamentos nodais do elemento atravessado, a matriz de rigidez equivalente do elemento embutido (K_{emb}) é dada por:

$$K_{emb} = \int_V B_{emb}^T D B_{emb} dV \quad (3.7)$$

3.2.2 - MÉTODO SEMI-EMBUTIDO

No método semi-embutido proposto por Durand (2008) e aprimorado por Durand e Farias (2012), os elementos de barra são discretizados nas interseções com os elementos sólidos. Além disso, os elementos de barra possuem conectividade, de forma que, torna-se possível a transferência de tensões axiais ao longo deles. A Figura 3.3(a) apresenta o modo como um elemento de barra qualquer é discretizado pela abordagem semi-embutida. Nessa figura, nota-se que são formados pequenos segmentos de barra nas interseções entre os elementos de concreto. Já, a Figura 3.3(b) apresenta, de maneira esquemática, a representação do elemento de junta que é responsável pela ligação entre o reforço e o elemento sólido. Além disso, destaca-se que, na figura, o elemento de junta não apresenta espessura, portanto h é aproximadamente igual a zero ($h \approx 0$).

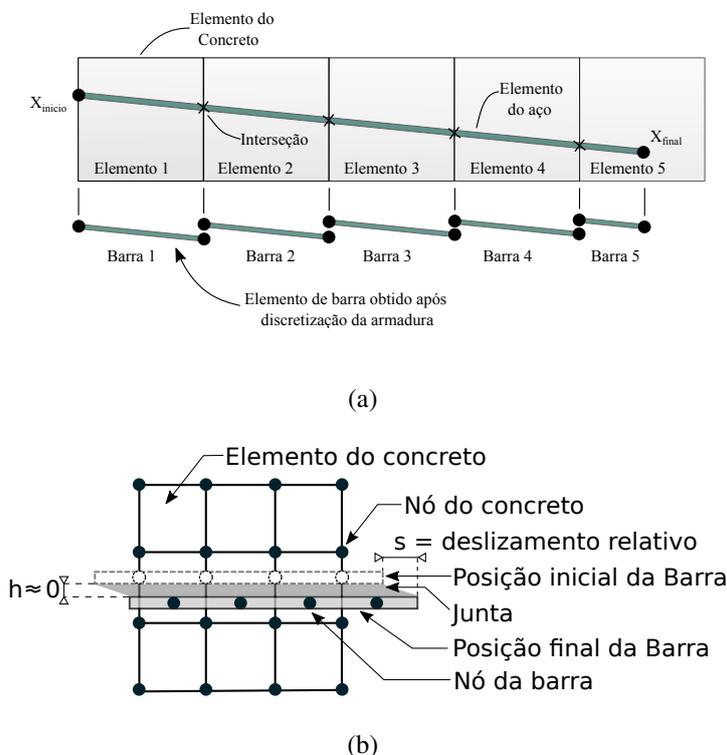


Figura 3.3 – (a) Representação da discretização da armadura pela abordagem semi-embutida (DURAND E FARIAS, 2012); (b) Representação do elemento reforçado pelo método semi-embutido.

A Figura 3.4 apresenta o elemento de junta utilizado, em geral, para análises tridimensionais. Nessa figura, os círculos azuis representam os nós do elemento de junta que serão ligados ao elemento atravessado. De maneira análoga, os círculos vermelhos representam nós que serão ligados ao elemento de reforço (barra). Por fim, os círculos brancos representam as posições iniciais dos elementos de barra, que permanecem fixos no elemento atravessado (nó de controle). A Figura 3.5 mostra, de maneira esquemática, a superposição do elemento de junta no elemento sólido e no elemento de barra de forma a obter um elemento reforçado.

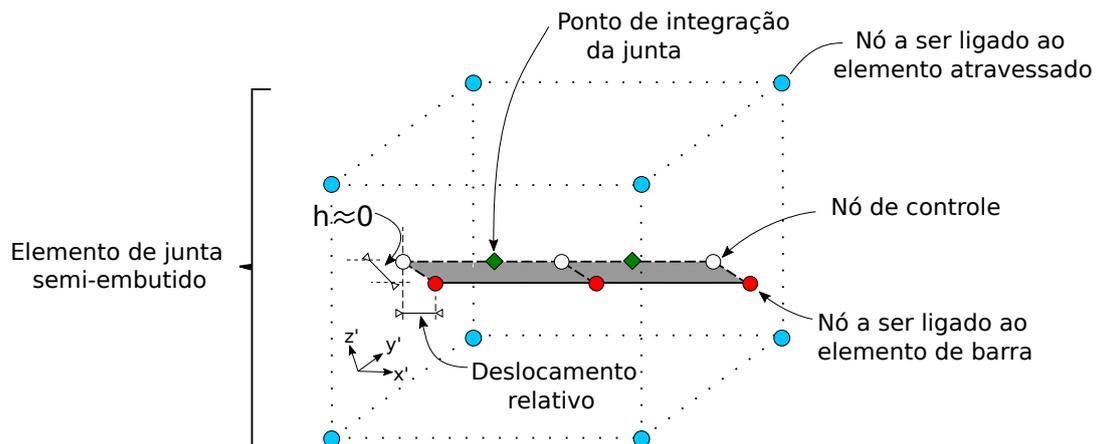


Figura 3.4 – Representação do elemento de junta no espaço Tridimensional (Durand e Farias, 2012).

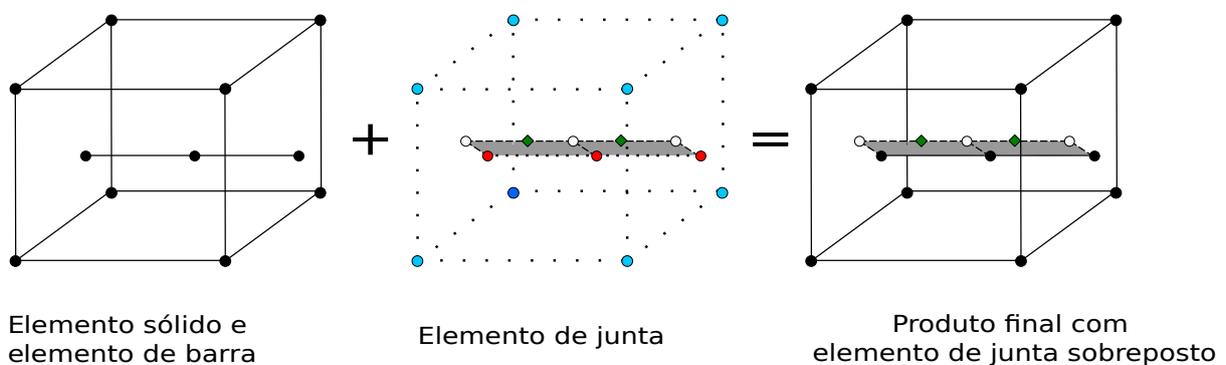


Figura 3.5 – Representação, de maneira esquemática, da superposição de elementos pelo método semi-embutido.

Na abordagem semi-embutida, os nós dos elementos de barra fazem parte do sistema global, gerando, assim, mais graus de liberdade. Dessa maneira, diferentemente do método embutido, na abordagem semi-embutida é possível a aplicação de condições de contorno nos nós das barras, o que permite, por exemplo, simulações de ensaios de arrancamento. Além disto, o método semi-embutido permite a consideração de diferentes propriedades de interface, sendo possível a simulação de reforços atravessando diferentes materiais. Destaca-se ainda, que esse método não considera a aderência perfeita entre o reforço e o elemento reforçado. As

formulações para esse método foram baseadas no trabalho de Durand e Farias (2012).

Para esse método, os deslocamentos relativos de um ponto ao longo da região de contato em função das coordenadas locais x', y', z' são dados pelo vetor $\bar{\mathbf{u}} = [u_{x'}^r, u_{y'}^r, u_{z'}^r]$. Este vetor pode ser calculado em função dos deslocamentos nodais do elemento de junta, por meio da matriz de transformação (\mathbf{B}), em que essa relação pode ser dada por:

$$\bar{\mathbf{u}} = \mathbf{B}\mathbf{u} \quad (3.8)$$

em que \mathbf{u} é o vetor de deslocamento da junta o qual compreende os deslocamentos nodais do elemento atravessado (\mathbf{u}^{tr}) e os deslocamentos nodais da barra (\mathbf{u}^b), como pode ser visto em:

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}^{tr} \\ \mathbf{u}^b \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Segundo Durand e Farias (2012), a matriz \mathbf{B} é fundamental para a formulação da matriz de rigidez do elemento de junta. Essa matriz relaciona os deslizamentos relativos da barra com a tensão cisalhante da interface e pode ser expressa por:

$$\mathbf{B} = \mathbf{R}[\mathbf{M}\mathbf{N} \quad - \mathbf{N}] \quad (3.10)$$

em que \mathbf{R} é uma matriz 3 x 3 que contém os cossenos diretores nas direções x', y' e z' , a matriz \mathbf{N} é a matriz que contém as funções de interpolação da região da interface, na qual essas funções são assumidas como sendo iguais as do elemento de barra, a qual é representa por:

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & \cdots & N_n & 0 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & \cdots & 0 & N_n & 0 \\ 0 & 0 & N_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & N_n \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

e, a matriz de interpolação \mathbf{M} é composta por M_{ij} que representam as funções de forma no nó i do elemento atravessado avaliados na posição do nó j do elemento embutido, dessa maneira, a

matriz \mathbf{M} é expressa por:

$$M = \begin{bmatrix} M_{1,1} & 0 & 0 & M_{2,1} & 0 & \cdots & M_{i,1} & 0 & 0 \\ 0 & M_{1,1} & 0 & 0 & M_{2,1} & \cdots & 0 & M_{i,1} & 0 \\ 0 & 0 & M_{1,1} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & M_{i,1} \\ M_{1,2} & 0 & 0 & M_{2,2} & 0 & \cdots & M_{i,2} & 0 & 0 \\ 0 & M_{1,2} & 0 & 0 & M_{2,2} & \cdots & 0 & M_{i,2} & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ M_{1,j} & 0 & 0 & M_{2,j} & 0 & \cdots & M_{i,j} & 0 & 0 \\ 0 & M_{1,j} & 0 & 0 & M_{2,j} & \cdots & 0 & M_{i,j} & 0 \\ 0 & 0 & M_{1,j} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & M_{i,j} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Dessa maneira, com o cálculo da matriz \mathbf{B} , a matriz de rigidez dos elementos de interface (\mathbf{K}_{junt}) pode ser escrita pela equação:

$$\mathbf{K}_{junt} = \int_0^L \mathbf{B}^T \mathbf{D}_{junt} \mathbf{B} P dx' \quad (3.13)$$

em que, P é o perímetro da barra, dx' é o diferencial de comprimento de contato da interface, L é o comprimento do elemento de contato e, por fim, \mathbf{D}_{junt} representa a matriz constitutiva do elemento de junta que é dada por:

$$\mathbf{D}_{junt} = \begin{bmatrix} K_s & 0 & 0 \\ 0 & K_n & 0 \\ 0 & 0 & K_n \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

na qual K_s é a rigidez tangencial de contato e K_n é a rigidez normal do contato. Destaca-se que, geralmente, a rigidez K_n é elevada com a intenção de permitir o deslizamento da barra apenas na direção tangencial.

3.3 - UTILIZAÇÃO DE PROGRAMAS COMPUTACIONAIS

Para o estudo foi utilizado uma biblioteca de elementos finitos desenvolvida em linguagem *Julia*. Essa biblioteca, denominada *FemLab*, permite que sejam realizadas simulações e análises nos espaços unidimensionais, bidimensionais e tridimensionais. Além disso, a biblioteca possui diferentes funções, como, por exemplo, a geração de malhas estruturadas. Para a caracterização dos materiais existem nessa biblioteca diferentes modelos constitutivos implementados, entre os quais encontra-se o modelo proposto por Drucker-Prager e Mazars. Essa biblioteca foi escolhida

por já está programada e também utilizada por outros pesquisadores.

Após o processamento de dados, para a visualização dos resultados, foi utilizado o programa computacional de código aberto *ParaView*. O programa possui diversos recursos, tais como filtros de células (elementos) e cortes transversais. Frisa-se que, para a leitura dos resultados, no *ParaView* foram utilizados arquivos de saída em formato padronizado com extensão VTK.

3.4 - GERAÇÃO DE MALHAS COM FIBRAS

As malhas utilizadas em todas as simulações dessa pesquisa foram produzidas por meio de funções da biblioteca *FemLab*. Dentre essas funções existe uma que define o bloco formado inicialmente por elementos sólidos. Essa função, no *FemLab*, chama-se *Block3D*, nela é necessária alguns dados de entrada como, por exemplo, as coordenadas dos vértices do bloco. Para casos em que o bloco criado é cúbico faz necessário apenas as coordenadas de dois vértices opostos. Após essa definição, a função permite que seja discretizado o bloco em n partes nos diferentes eixos (x, y, z) , ficando a escolha do usuário.

Sucessivamente à criação do bloco, as fibras foram inseridas por meio de outra função do *FemLab* (*BlockInset*). Esta função permite a inclusão de elementos de barra em um bloco sólido. Para os ensaios de tração simples e na simulação à flexão, as fibras foram inseridas de maneira aleatória. Dessa forma, as fibras foram sendo inseridas por meio de uma estrutura de repetição que verifica se todos os nós dos elementos de barra estão dentro do bloco sólido criado. Já para a geração de números aleatórios o *Julia* utiliza o algoritmo *Mersenne Twister*, sendo este um algoritmo utilizado por outras linguagens tais como *C++* e *Fortran*. Nos casos em que os elementos de barra se encontram com algum ponto fora do bloco, a estrutura de repetição redistribui os elementos. Por outro lado, nos casos em que as fibras possuem todos os pontos dentro do bloco, o contador é aumentado em 1 e, assim, se repete até que o número total de fibras, inicialmente definido, seja atingido.

Destaca-se que, na simulação de tração em corpo de prova cilíndrico com entalhe no meio da altura, foram utilizadas outras funções além das citadas anteriormente. Para esta malha foi criado um bloco 2D (*Block2D*) o qual foi transformado em um bloco 3D (*Block3D*) por meio da função *extrude* do *FemLab*. Além disso, devido à simetria do cilindro, foi criado, inicialmente, apenas um quarto de circunferência sendo esta completada posteriormente mediante a função *polar*. Assim, o bloco sólido para essa simulação foi criado e em seguida os elementos de barra foram inseridos do mesmo modo que nas simulações à tração no cubo e na viga submetida à flexão, citados anteriormente. Finalmente, com a criação dos blocos e as inserções das fibras, é gerada a malha de elementos finitos, de forma que a partir dessa malha será criada o domínio a ser analisado. Posteriormente, essas, as malhas, foram salvas em formato *vtk*.

4 - ANÁLISE NUMÉRICA DAS SIMULAÇÕES REALIZADAS

Neste capítulo são apresentadas características das simulações realizadas nesta dissertação. Inicialmente, são exibidas características das simulações de arrancamento com fibras de diferentes seções transversais. Posteriormente, são retratadas as simulações de tração em um cilindro com entalhe na meia altura e as simulações de tração em um corpo de prova cúbico. Finalmente, apresentam-se as simulações para a viga submetida à flexão. Ao final das simulações de arrancamento, de tração com entalhe no meio do corpo de prova e de viga à flexão, os resultados numéricos são comparados com resultados experimentais.

4.1 - SIMULAÇÕES DE ENSAIO DE ARRANCAMENTO

Nesta seção são expostas as características da simulação de arrancamento de fibras, como dimensões, condições de contorno e parâmetros dos modelos constitutivos utilizados, em seguida, a malha de elementos finitos utilizada e, por fim, os resultados numéricos obtidos. Este ensaio foi realizado para obtenção de parâmetros numéricos de contato entre fibra e matriz, uma vez que a interação elas é de suma importância, tornando-se indispensável para as simulações de tração simples e flexão.

Essas simulações utilizaram as mesmas dimensões e propriedades dos materiais dos ensaios experimentais realizados por Cunha (2010). Os resultados numéricos obtidos pela presente pesquisa foram comparados com os resultados de Cunha (2010). Nesse estudo foram utilizadas três fibras retas com seções transversais e propriedades físicas e mecânicas diferentes. O corpo de prova possui seção transversal cilíndrica com altura igual ao diâmetro. A Figura 4.1 apresenta as dimensões do corpo de prova e a localização da fibra inserida. Observa-se, também, na figura, que a fibra está localizada ao longo do eixo central do corpo de prova, com comprimento embutido de 15 mm para todos os casos.

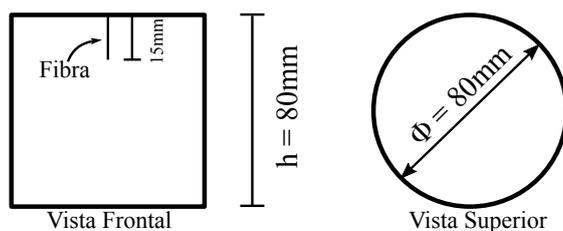


Figura 4.1 – Dimensões dos corpos de prova para o ensaio de arrancamento.

A representação das condições de contorno pode ser vista na Figura 4.2, em que todos os nós da face superior do sólido ficaram restritos aos deslocamentos em todas as direções (x, y, z). Frisa-se que o nó da fibra localizado nessa face não apresenta restrição. Com isso, a fibra pode deslizar à medida que são aplicados os deslocamentos prescritos em seu nó. Para o estudo foi aplicado um deslocamento total de 0,2 mm, fracionado em 50 incrementos, com a finalidade de se obter a força nodal correspondentes para cada incremento de deslocamento aplicado.

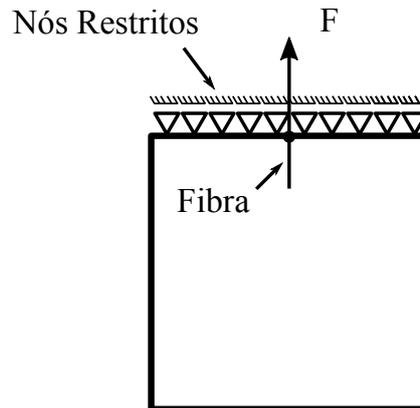


Figura 4.2 – Esquema de aplicação de condições de contorno para o ensaio de arrancamento.

Para as simulações foram utilizadas inicialmente três fibras retas com diferentes propriedades mecânicas e geométricas (Tabela 4.1). Essas propriedades apresentadas foram retiradas de Cunha (2010), que as obteve de maneira experimental.

Tabela 4.1 – Propriedades mecânicas e geométricas das fibras utilizadas.

Tipo de fibra	E [GPa]	Área [mm^2]	L_f [mm]	f_y [MPa]
A	200	0,43	60	1313
B	200	0,899	60	1153
C	200	0,43	60	1184

Já a Tabela 4.2 apresenta os parâmetros para o modelo elástico perfeitamente plástico que foi utilizado para caracterização da fibra de aço inserida. Nela são apresentados os tipos de fibra, o módulo de Young (E), a área da seção transversal da fibra e a resistência última das fibras.

Tabela 4.2 – Parâmetros utilizadas no modelo elástico perfeitamente plástico.

Tipos de Fibra	E [GPa]	Área [mm^2]	f_t [Mpa]
A	200	0,43	1313
B	200	0,899	1153
C	200	0,43	1184

Por sua vez, para o concreto os parâmetros utilizados são apresentados na Tabela 4.3. O módulo de Young (E) utilizado foi retirado de Cunha (2010), por outro lado, os parâmetros como coeficiente de Poisson (ν) e os adimensionais A_t , B_t , A_c e B_c foram parâmetros utilizados seguindo recomendações propostas por Mazars (1984).

Tabela 4.3 – Parâmetros para o modelo de dano.

E [GPa]	$[\nu]$	ε_{ps0}	A_t	B_t	A_c	B_c
29,9	0.2	$1e^{-4}$	0,9	5000	1	1500

Por fim, o modelo proposto pelo CEB-FIP (2010), baseado na relação entre tensão de aderência *versus* deslizamento, foi utilizado para caracterizar os elementos de contato. Na Tabela 4.4 são descritos os parâmetros que determinam os tipos de fibras. Esses parâmetros foram retirados da curva força de arrancamento *versus* deslizamento de Cunha (2010).

Tabela 4.4 – Parâmetros para o modelo de junta.

Tipo	K_s [GPa/mm]	ϕ [mm]	S_1 [mm]	S_2 [mm]	S_3 [mm]	τ_{res} [MPa]	τ_{max} [MPa]	α
A	28,4	0,74	0,13	0,18	0,20	3,30	4,30	0,9
B	20,11	1,07	0,20	0,30	0,75	2,00	4,50	0,8
C	8,60	0,74	0,50	1,25	2,00	2,30	3,30	0,8

4.1.1 - MALHA DE ELEMENTOS FINITOS UTILIZADA

Nesta seção é apresentada a malha estruturada de elementos finitos utilizada para análise das simulações do ensaio de arrancamento. Para as simulações de arrancamento de fibras simples foram criados dois blocos sólidos para cada análise, ambos com seções transversais cilíndricas de raio de 40 mm. O primeiro (bloco 1) possui altura de 20 mm e maior discretização, nele a fibra contém 15 mm de comprimento e foi inserida ao longo do eixo central desse bloco. Destaca-se que, a maior discretização nesse bloco foi realizada com o objetivo de minimizar possíveis erros numéricos, sendo assim o número de divisões ao longo do eixo vertical foi de 25. Por sua vez, o segundo bloco (bloco 2) possui uma altura de 60 mm com o número de divisões ao longo do eixo vertical de 5. Essa menor discretização se deu, pois neste bloco a fibra não apresentou influência. Para ambos (bloco 1 e 2) o número de divisões ao longo do raio da seção transversal foi igual 13. A Figura 4.3 apresenta o modelo com vistas superior e frontal para as simulações de arrancamentos simples. Para malha apresentada o número de elementos sólidos presente é de 10560 e o número de nós é de 11478. Assim, para esta simulação o número total de graus de liberdade foi de 34434.

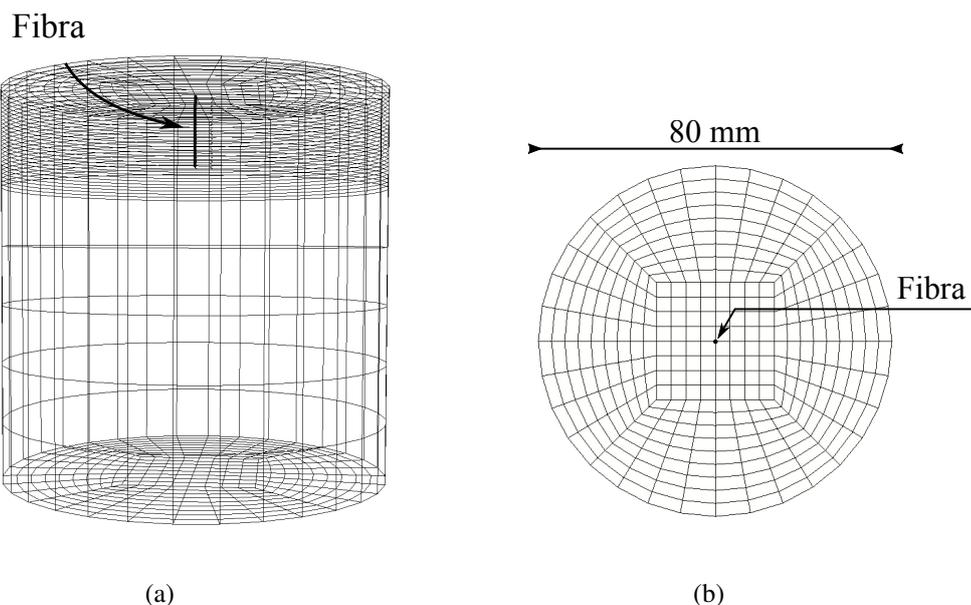


Figura 4.3 – (a) Vista frontal do corpo de prova ensaiado numericamente; (b) Vista superior do corpo de prova ensaiado numericamente.

4.1.2 - RESULTADOS E DISCUSSÕES DAS ANÁLISES NUMÉRICAS

Com os parâmetros dos materiais os resultados da força de arrancamento *versus* deslizamento são apresentados na Figura 4.4. Nessa figura as curvas pontilhadas representam os comportamentos do ensaio experimental, em contrapartida, a linha sólida representa os resultados obtidos numericamente. A curva numérica para fibra tipo B foi a que apresentou os resultados mais próximos da curva experimental obtida por Cunha (2010). Além disso, a fibra tipo B foi a que apresentou os maiores valores de força tanto para os ensaios numéricos quanto para os ensaios experimentais. Verifica-se ainda que a curva para fibra tipo C foi a que apresentou os resultados mais discrepantes, pois o modelo numérico utilizado para o contato é simples e não permite uma maior aproximação. A curva para fibra tipo A também apresenta resultados experimentais e numéricos relativamente próximos. Nota-se ainda que os valores máximos para as forças de arrancamento da fibra tipo A e C são próximos de 150 N, isto ocorre devido ao fato de ambas as fibras apresentarem áreas de contato iguais. Além disso, a figura apresenta as forças de pico próximas de 0,25 mm, 0,4 mm e 0,5 mm para as fibras tipo A, B e C, respectivamente. Por último, as forças residuais obtidas numericamente foram razoavelmente próximas em ambos os tipos de fibra.

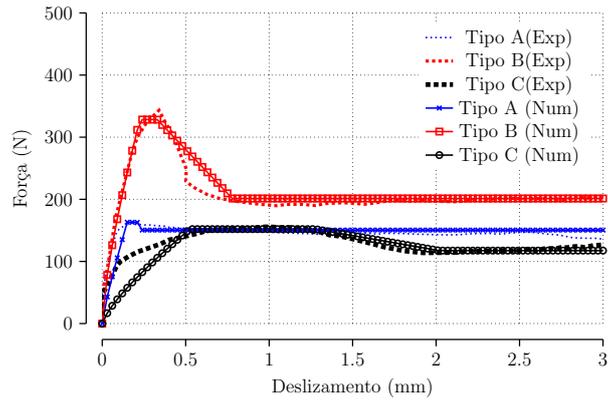
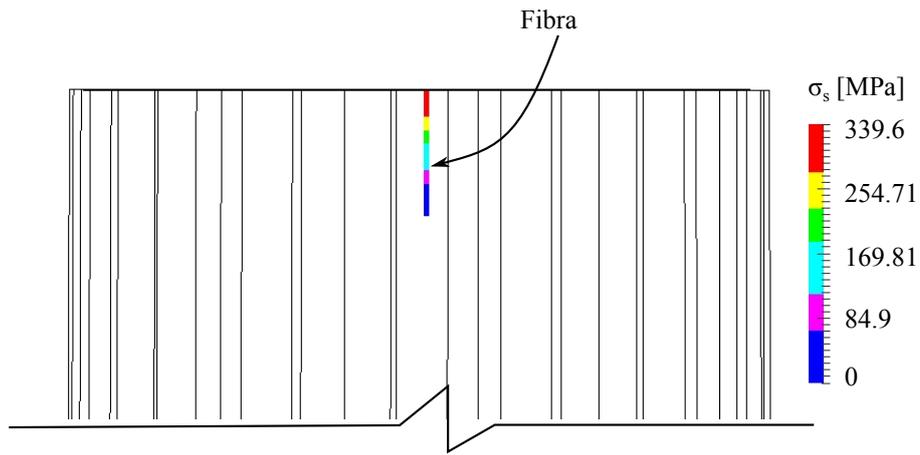
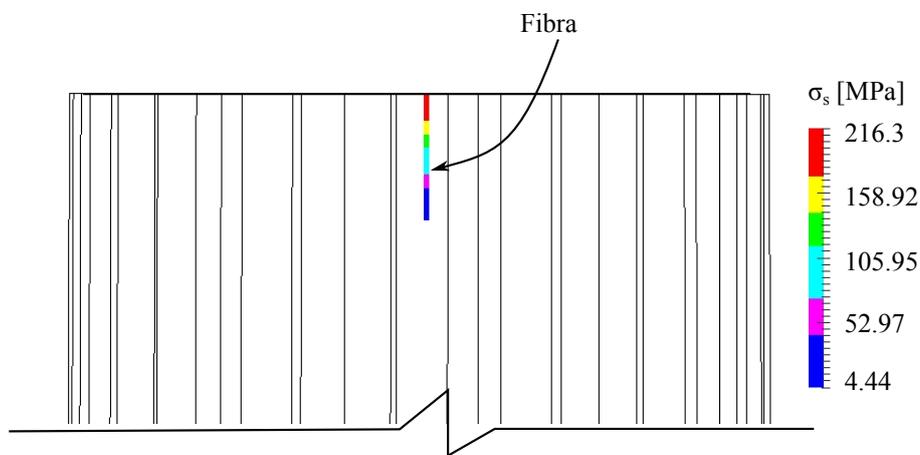


Figura 4.4 – Resultados experimentais e numéricos dos ensaios de arrancamentos.

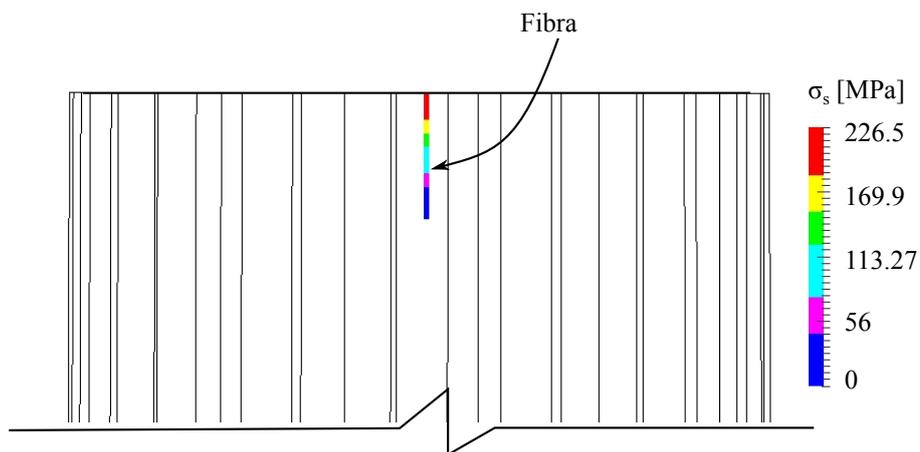
O método semi-embutido permite que sejam visualizadas as tensões axiais ao longo das fibras arrancadas. A Figura 4.5 apresenta as tensões axiais nas fibras simuladas, observa-se que em todos os casos as tensões axiais das fibras são crescentes em direção ao nó da extremidade em que está sendo aplicado o deslocamento prescrito. A Figura 4.5(a) apresenta os valores para as tensões axiais na fibra tipo A. Percebe-se que na extremidade da fibra o valor máximo para a tensão axial é de 339 MPa. Esse valor não é suficiente para plastificação da fibra, uma vez que, esta resiste 1313 MPa. Na Figura 4.5(b) é apresentado o valor para tensão axial ao longo da fibra tipo B. Nessa figura a tensão no nó da extremidade foi de 216 MPa valor que não atinge a plastificação (1153 MPa) da fibra. Por fim, a Figura 4.5(c) apresenta a tensão axial ao longo da fibra tipo C. Nessa figura a fibra tipo C apresenta 216 MPa de tensão axial máxima, ou seja, não ocorre sua plastificação (1184 MPa).



(a)



(b)



(c)

Figura 4.5 – (a) Tensão axial na fibra Tipo A; (b) Tensão axial na fibra Tipo B; (c) Tensão axial na fibra Tipo C.

As tensões no concreto são apresentadas na Figura 4.6. Constata-se que em todas as simulações

existe uma concentração de tensão de tração no centro do corpo de prova, pois existe nessa região a resistência do contato entre a fibra e o concreto. Por outro lado, os maiores valores para tensões de compressão ocorrem nas extremidades do corpo de prova. Para a fibra tipo A as tensões no concreto na direção do eixo z são apresentadas na Figura 4.6(a). Nesta figura a tensão de tração máxima no centro do corpo de prova foi de aproximadamente 4,20 MPa enquanto que para compressão os valores de tensões são próximos de zero. Com esta tensão o concreto não apresentou nenhuma trinca, uma vez que esse resiste a tensões de tração de 4,91 MPa. Na Figura 4.6(b), as tensões máximas de tração e de compressão são de aproximadamente 5,63 MPa e 0,08 MPa, respectivamente. Nessa simulação o concreto apresentou quatro elementos trincados no interior do sólido. Finalmente, na Figura 4.6(c) as tensões de tração e compressão máximas foram de 2,8 MPa e 1,40 MPa, respectivamente. Nessa simulação o concreto não apresentou trincas em seu interior.

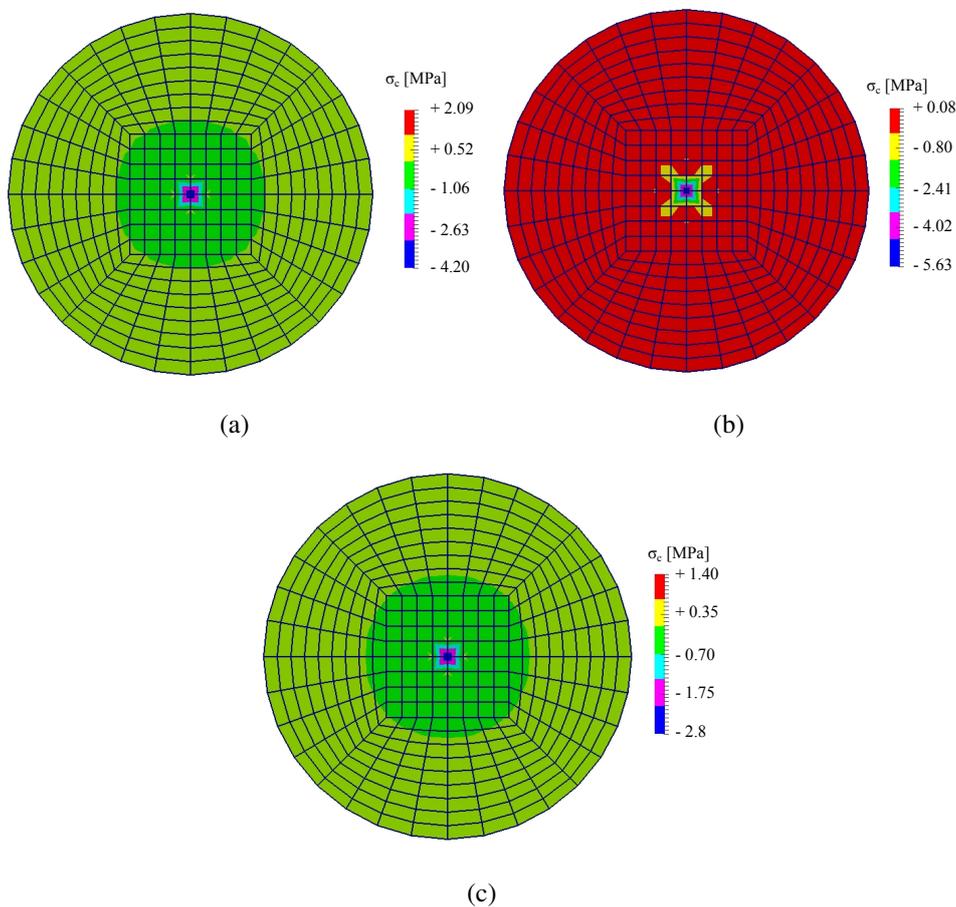


Figura 4.6 – (a) Tensão no concreto com fibra Tipo A; (b) Tensão no concreto com fibra Tipo B; (c) Tensão no concreto com fibra Tipo C

4.2 - SIMULAÇÃO DE TRAÇÃO COM ENTALHE NO MEIO DO CORPO DE PROVA

Esta simulação foi realizada para comparação dos resultados numéricos com experimentais de Cunha et al. (2011). As dimensões e as condições de contorno foram as propostas no ensaio experimental. O corpo de prova simulado possui um diâmetro de 15 cm com uma altura de 30 cm, além disso, possui um entalhe localizado no meio da altura de dimensões de 15 mm de profundidade ao longo do diâmetro e com espessura de 5 mm conforme, exposto na Figura 4.7. Por sua vez, a Figura 4.8 apresenta as condições de contorno aplicadas ao modelo.

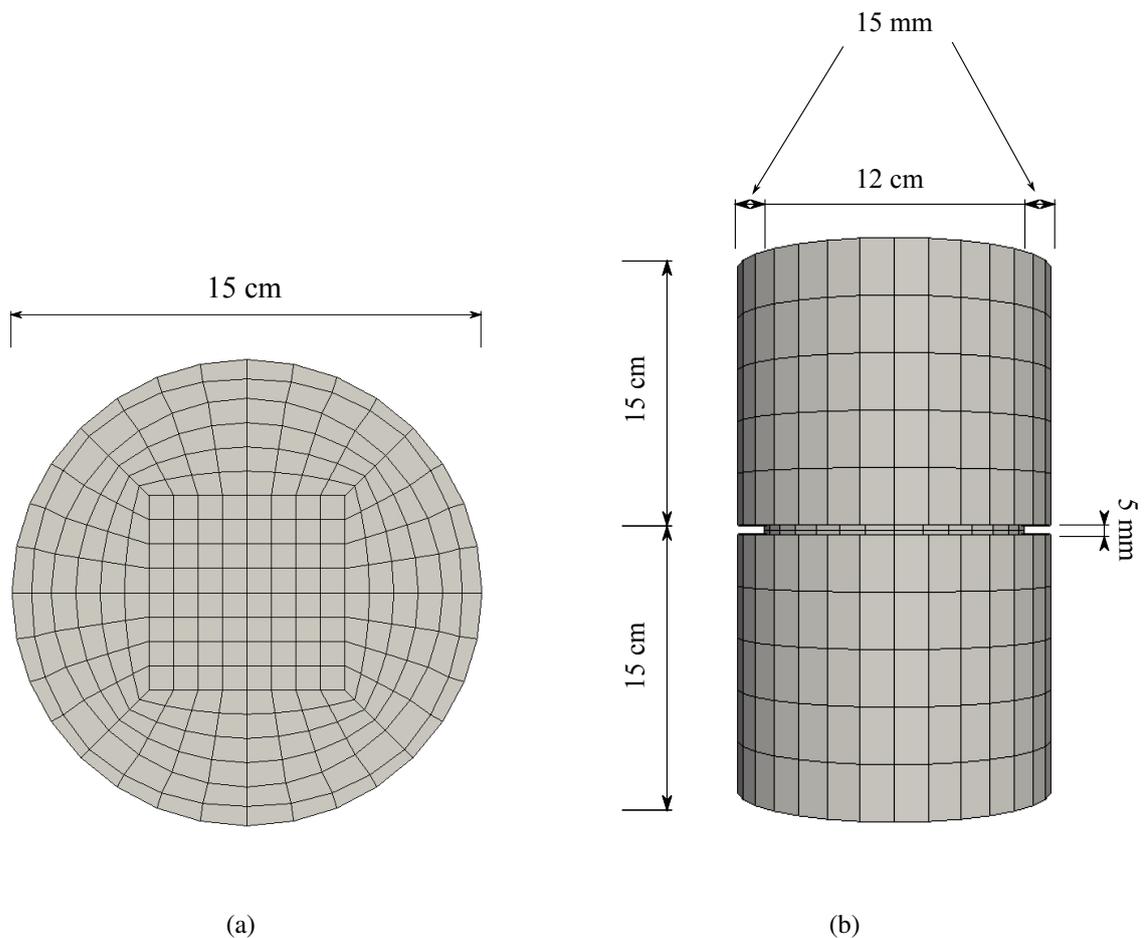


Figura 4.7 – (a) Vista superior do bloco no ensaio a tração com entalhes; (b) Vista frontal do bloco com entalhe.

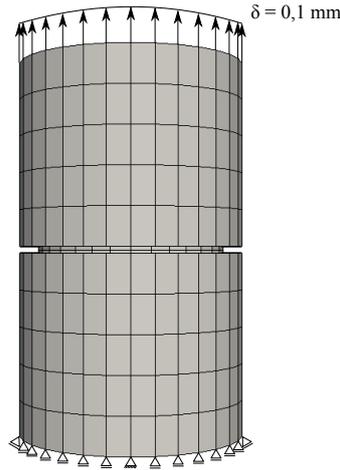


Figura 4.8 – Vista frontal das condições de contorno aplicadas ao modelo no ensaio de tração com entalhe.

Nota-se, na figura, que os nós localizados na parte inferior tiveram os deslocamentos na direção vertical restritos e apenas um nó, localizado no centro do corpo de prova, teve o movimento restrito em todas as direções. Ademais, observa-se que, na parte superior, o deslocamento imposto aplicado é de 0,1 mm.

Para essa simulação, o teor de fibras empregado foi de 45 kg/cm^3 , o qual representa um total de 349 fibras de aço tipo reta. As fibras possuem 60 mm de comprimento e 1,07 mm de diâmetro, além disso, possuem módulo de Young de 200 GPa e resistência última de 1153 MPa.

Para representar o concreto foram utilizados elementos hexaédricos de oito nós. Por outro lado, as fibras foram representadas por elementos de barra de três nós. Os modelos constitutivos utilizados para esta simulação são o modelo de dano e o modelo elástico perfeitamente plástico, para concreto e para a fibra de acordo com as Tabelas 4.5 e 4.6, respectivamente. Com os parâmetros da Tabela 4.5 a resistência à tração do concreto é de aproximadamente 6,72 MPa e a resistência à compressão foi de 67,2 MPa. Por fim, ressalta-se que nesta simulação foi utilizado o método embutido para análise, dessa maneira, não foi necessária a utilização de parâmetros de contato.

Tabela 4.5 – Parâmetros para o modelo de dano para simulação de tração com entalhe no meio da altura.

E [GPa]	ν	ε_{ps0}	A_T	B_T	A_C	B_C
40,6	0,2	$4e^{-5}$	0,9	50000	1	2000

Tabela 4.6 – Parâmetros utilizados para as fibras para a simulação de tração com entalhe no meio da altura.

E [GPa]	Área [mm^2]	f_y [MPa]
200	0,899	1153

4.2.1 - MALHA DE ELEMENTOS FINITOS UTILIZADA

Para este estudo foi utilizada uma malha de elementos finitos estruturada. Inicialmente, foram criados cinco blocos bidimensionais com as coordenadas nodais, considerando apenas um quarto da circunferência - Blocos 1, 2, 3, 4, 5. A Figura 4.9 apresenta o bloco bidimensional criado inicialmente.

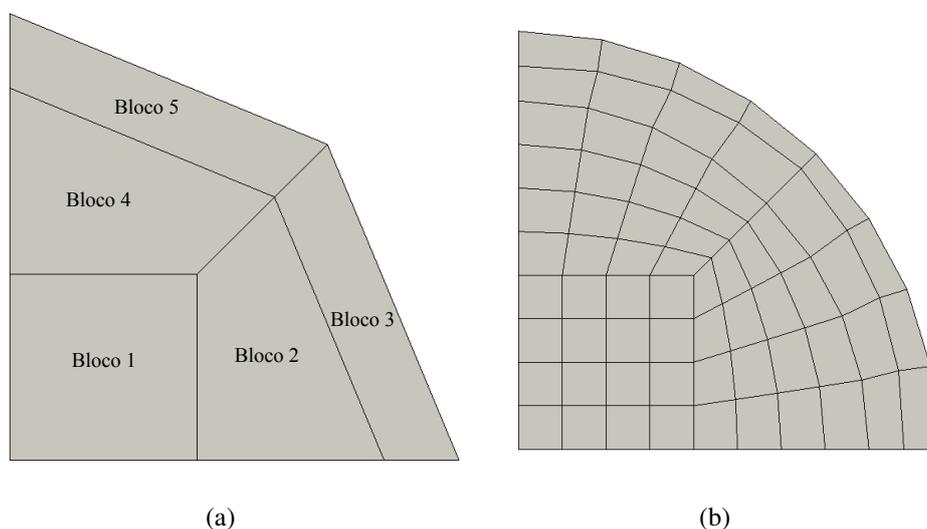


Figura 4.9 – (a) Bloco criado inicialmente; (b) Malha 2D inicial.

Em seguida, os blocos bidimensionais foram sendo transformados em blocos tridimensionais por meio de um processo de extrusão. Posteriormente, os blocos tridimensionais foram sendo movidos e colocados nas coordenadas finais. Por fim, com a criação de um quarto do corpo de prova, este foi copiado e rotacionado até se atingir o corpo de prova completo. Um vez obtido o volume do corpo de prova, as fibras foram inseridas de maneira aleatória. O número de elementos sólidos para essa malha foi de 2944 e o número de nós foi de 3485, assim o número de graus de liberdade foi de 10455. A Figura 4.10 apresenta o corpo de prova final sem e com fibras inseridas.

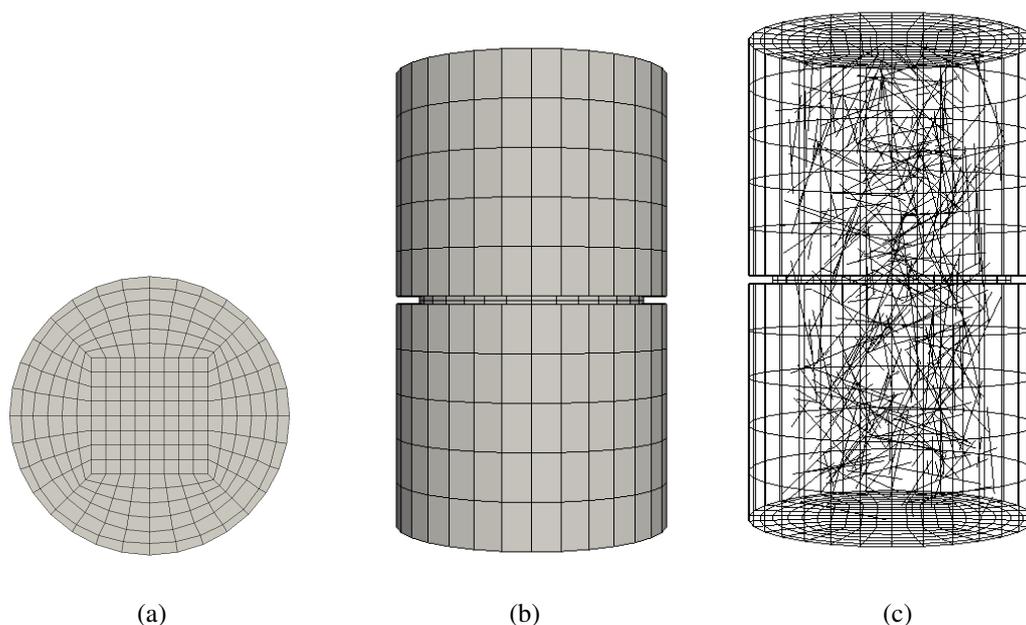


Figura 4.10 – (a) Vista superior do bloco no ensaio a tração; (b) Vista frontal do bloco com entalhe; (c) Vista do bloco com entalhe reforçado com fibras.

4.2.2 - RESULTADOS E DISCUSSÕES DAS ANÁLISES NUMÉRICAS

Esta seção apresenta os resultados para a simulação do ensaio de tração com um entalhe no meio do corpo de prova. A simulação foi realizada para comparação dos resultados numéricos com os experimentais obtidos por Cunha et al. (2011). Neste estudo foi avaliado a tensão resistente do corpo de prova com o deslocamento na região do entalhe. Dessa maneira, os resultados obtidos numericamente e experimentalmente são apresentados na curva tensão *versus* deslocamento (Figura 4.11). Nota-se na figura, que os resultados numéricos são relativamente próximos dos resultados experimentais. Na região ascendente da curva, há uma pequena diferença entre os dois resultados. Por outro lado, na região pós pico, as curvas são relativamente próximas, mostrando que os modelos utilizados podem ser empregados em outras análises. Os picos, tanto para curva experimental, quanto para a numérica ficaram próximos de 2,5 MPa, em que o deslocamento nesse ponto foi de 0,01 mm.

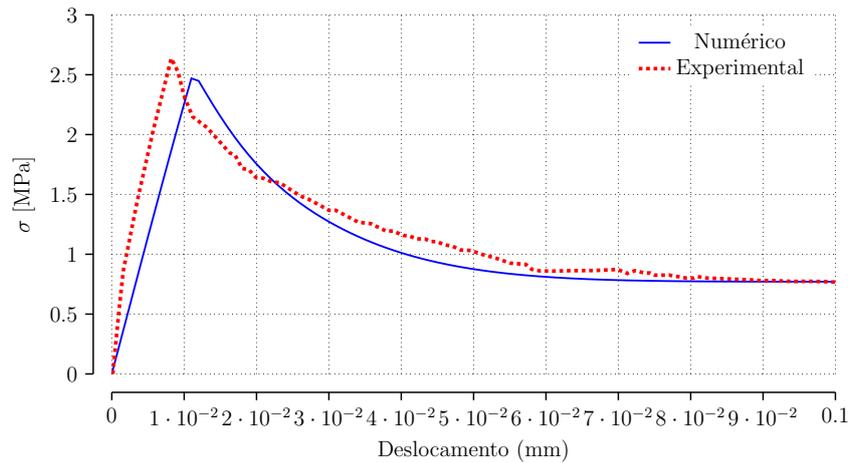


Figura 4.11 – Diagrama Tensão-Deslocamento para simulações ensaio de tração com entalhe no meio do corpo de prova.

A Figura 4.12 apresenta as tensões axiais nas fibras, em que, nota-se, que as fibras localizadas na região do entalhe apresentaram as maiores tensões de tração com valores aproximados de 50 MPa. Além disso, as fibras que apresentaram maiores valores para compressão encontram-se próximas as bordas. Por fim, tanto as fibras mais tracionadas como as fibras mais comprimidas resistiram aos esforços solicitados, assim, para os ensaios experimentais, tais fibras seriam arrancadas, pois ocorreria o rompimento do contato.

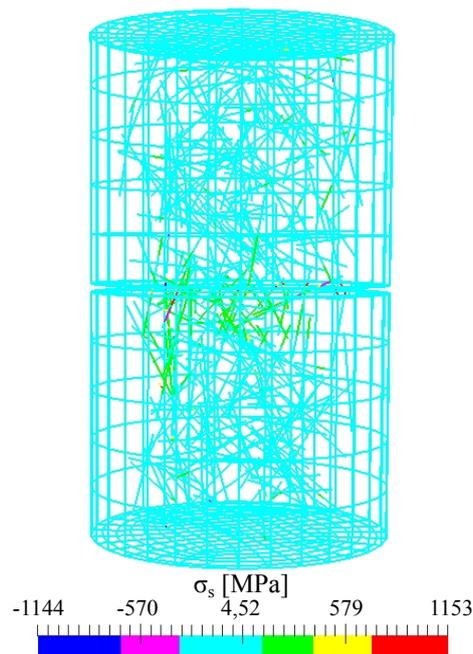


Figura 4.12 – Tensões axiais nas fibras para a simulação de tração com entalhe no meio do corpo de prova.

Destaca-se, por fim, que o tempo de processamento para essas simulações foram em média

de três horas para cada corpo de prova simulado, com o processador Intel core i7 1,6 GHz. Para o ajuste dos parâmetros do modelo de dano do concreto, foram realizadas mais de vinte simulações, o que demandou muito tempo até se atingir os resultados numéricos próximos aos resultados experimentais. Assim, finalizada a simulação do ensaio de tração com entalhe no meio do corpo de prova, foram realizadas outras simulações de tração (seção 4.3).

4.3 - SIMULAÇÃO DE TRAÇÃO EM UM CORPO DE PROVA CÚBICO

Nessas simulações, foram utilizadas diferentes quantidades de fibras, a fim de se avaliar o comportamento do compósito no ensaio de tração com diferentes teores em um corpo de prova cúbico com arestas de comprimento iguais a 10 cm. Nela foram utilizadas 0, 500, 1000, 2000 fibras, o que corresponde, respectivamente, a 0,0%, 2,7%, 5,4% e 10,8% do volume do corpo de prova. Dessa forma, é possível a visualização do comportamento do compósito com a adição de fibras. Outrossim, essa simulação apresenta dois métodos de inclusão de reforços, sendo esses: o embutido e o semi-embutido. Com isso, é possível comparar os resultados obtidos com as diferentes quantidades de fibras e métodos para inclusões de reforço no sólido.

Para todos os teores de fibras empregados nessas simulações, foi utilizado o método embutido. Todavia, destaca-se que, somente, o corpo de prova com teor de 5,4%, foi simulado com o método semi-embutido. Isso se deu, pois ao se analisar as tensões nas fibras com os dois métodos, observou-se que essas não apresentaram diferenças significativas. Dessa maneira, arbitrariamente, foi escolhido o teor de 5,4% para se comprovar o suposto de que os resultados para a tensão-deformação dos dois métodos seriam próximos, inclusive para os demais teores.

Para o estudo, em todos os casos, foram utilizados fibras retas com 1,07 mm de diâmetro e 60 mm de comprimento (fibra tipo B). Essas com módulo de Young de 200 GPa e com resistência máxima de 1153 MPa. As fibras foram representadas por elementos de barra de três nós e com o modelo constitutivo elástico perfeitamente plástico. A Tabela 4.7 apresenta os parâmetros utilizados para o modelo.

Tabela 4.7 – Parâmetros utilizados para as fibras para a simulação de tração em um corpo de prova cúbico.

E [GPa]	Área [mm^2]	f_y [MPa]
200	0,899	1153

Por sua vez, os elementos sólidos, que representam o concreto, foram elementos hexaédricos de oito nós e o modelo constitutivo utilizado para o concreto foi o modelo de dano proposto por Mazars (1984). A Tabela 4.8 apresenta os parâmetros utilizados no modelo de dano. Ressalta-se que, com tais parâmetros, a resistência à tração foi de aproximadamente 3,5 MPa e a resistência

a compressão foi de 35 MPa. Por fim, as condições de contorno utilizadas nessa simulação são apresentadas na Figura 4.13.

Tabela 4.8 – Parâmetros para o modelo de dano para a simulação de tração no cubo.

E [GPa]	ν	ε_{ps0}	A_t	B_t	A_c	B_c
30	0,2	$1e^{-4}$	0,9	5000	1	1500

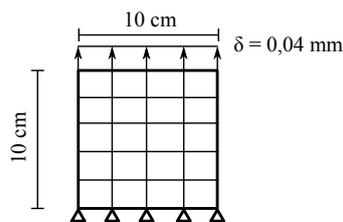


Figura 4.13 – Vista frontal das condições de contorno aplicadas ao cubo no ensaio de tração.

Nota-se, na figura, que os deslocamentos verticais nos nós na parte inferior foram restritos e que um nó da ponta inferior apresenta restrições de deslocamento em todas as direções. Além disso, observa-se que foi aplicado um deslocamento na parte superior de 0,04 mm.

Para o método embutido não é necessário a utilização de contato, uma vez que, esse método considera aderência perfeita entre o concreto e a fibra. Por outro lado, no semi-embutido isso não ocorre. Desse modo, existe a necessidade de um modelo para o contato. Portanto, utilizou-se o modelo de contato proposto pelo código modelo CEB-FIP (2010). Os parâmetros para esse modelo são apresentados na Tabela 4.9, em que α é um parâmetro adimensional que modifica a curvatura o trecho inicial da curva tensão de aderência *versus* deslocamento.

Tabela 4.9 – Parâmetros para o modelo de junta na simulação de tração no cubo.

K_s [GPa/mm]	τ_{max} [MPa]	τ_{res} [MPa]	α	S_1 [mm]	S_2 [mm]	S_3 [mm]	ϕ [mm]
21,2	6,84	3,96	0,2	0,34	0,41	1	1,07

4.3.1 - MALHA DE ELEMENTOS FINITOS UTILIZADA

Os corpos de prova cúbicos simulados foram discretizados nos eixos x , y e z , cada qual com 4 divisões ao longo de cada eixo. A Figura 4.14 apresenta o corpo de prova sem fibras simulado nas análises de tração simples. Esse apresenta 64 elementos sólidos e 125 nós. Por sua vez, a Figura 4.15 apresenta os corpos de prova simulados com fibras. Destaque-se que nos corpos de prova simulados com o método embutido o número de elementos sólidos, assim como os nós são os mesmos do corpo de prova sem fibras. Já no corpo de prova simulado com o método

semi-embutido, o número de nós aumenta de 125 para 9619, uma vez que, nesse método os nós das fibras são considerados.

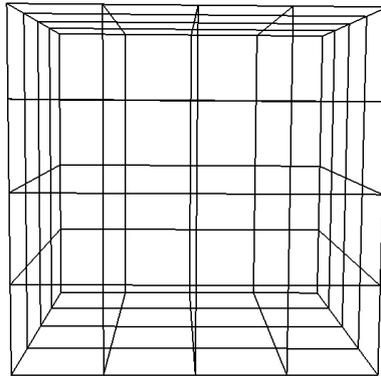


Figura 4.14 – Vista frontal do cubo simulado em tração.

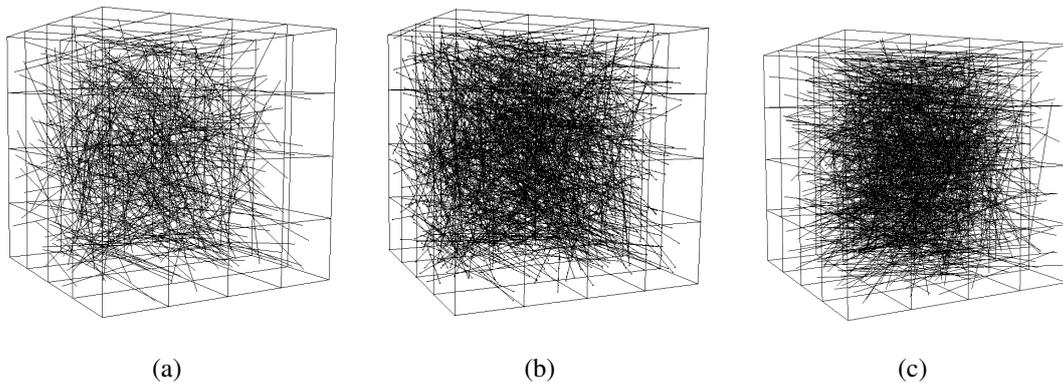


Figura 4.15 – (a) Cubo com 500 fibras embutidas na simulação de tração; (b) Cubo com 1000 fibras embutidas na simulação de tração; (c) Cubo com 2000 fibras embutidas na simulação de tração.

4.3.2 - RESULTADOS E DISCUSSÕES DAS ANÁLISES NUMÉRICAS

Nesta seção são apresentados os resultados para a simulação de tração em um corpo de prova cúbico que avalia o seu comportamento à tração após a adição de diferentes teores de fibras. Dessarte, essa simulação busca mostrar a importância do volume de fibras utilizado para o reforço do concreto. Além disso, neste ensaio são comparados os métodos embutido e semi-embutido com inclusões de reforço.

Com a definição dos modelos e seus parâmetros, os resultados obtidos para a curva tensão-deformação nas simulações de tração em um corpo de prova cúbico são apresentados na Figura 4.16. Nota-se pela figura que, nas simulações numéricas, o aumento no número de fibras gera um aumento na resistência à tração. Ressalta-se que isso também ocorre nos ensaios

experimentais obtidos pelos autores Yoo et al. (2015) e Mihai et al. (2016). Assim, o corpo de prova sem fibras foi o que apresentou a menor resistência à tração, com valores de, aproximadamente, 3,5 MPa. Dessa maneira, a simulação com 500 fibras obteve valores de resistência de, aproximadamente, 3,70 MPa. Já as simulações com 1000 fibras a resistência à tração foi de, aproximadamente, 3,77 MPa. Por fim, as simulações com 2000 fibras foram as que apresentaram as maiores resistências a tração com valores aproximados de 3,94 MPa. Além disso, destaca-se o aumento da tenacidade do compósito com o aumento no número de fibras, este fato ocorre também em ensaios experimentais. Dessa maneira, o corpo de prova com 2000 fibras foi o que apresentou a maior tensão residual com, aproximadamente, 2 MPa. Em seguida, o corpo de prova com 1000 fibras apresentou tensão residual de aproximadamente de 1,35 MPa. Por fim, os corpos de prova com menor teor, 0 e 500 fibras, apresentaram tensões residuais de 0 MPa e 0,9 MPa, respectivamente.

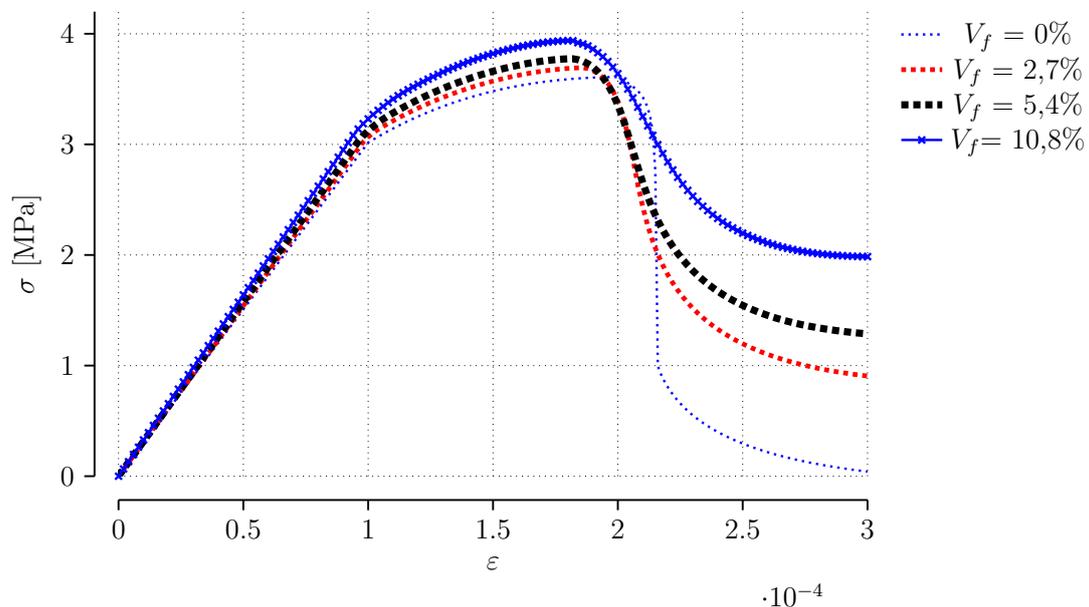


Figura 4.16 – Diagrama tensão-deformação para diferentes teores de fibras utilizando o método embutido.

Nesta simulação também foram comparados os resultados obtidos pelos métodos de inclusões de reforço (embutido e semi-embutido) - Figura 4.17. Observa-se na figura que, inicialmente, as tensões de tração são próximas, sendo a do semi-embutido ligeiramente maior que a do embutido. Por outro lado, na parte final do ensaio, em que ocorre o rompimento do contato as tensões residuais para o método embutido é superior a do semi-embutido, sendo essa de, aproximadamente, 1,35 MPa e 0,8 MPa, respectivamente. Destaca-se ainda, o tempo de processamento para essas simulações, em que o método embutido apresentou um tempo médio de processamento de trinta minutos para cada simulação realizada, enquanto que o método semi-embutido apresentou um tempo médio de processamento de uma hora e trinta minutos. Essa diferença nos tempos de processamento se deu pelo maior número de graus de liberdade

existes no método semi-embutido, bem como, a adição para os elementos de contato entre a fibra e o concreto.

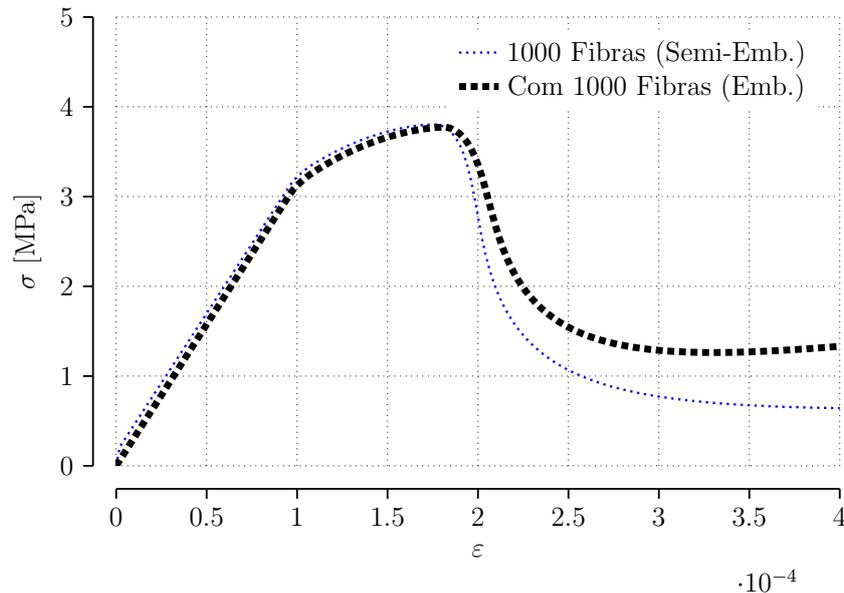


Figura 4.17 – Diagrama tensão-deformação para teor de fibras de 5,4% utilizando os métodos embutido e semi-embutido.

As tensões nas fibras com o deslocamento total, para os métodos embutido e semi-embutido, são apresentadas na Figura 4.18. Nota-se, na Figura 4.18(a), que as tensões no método embutido não são contínuas ao longo da barra, uma vez que nesse método, as barras virtuais criadas nas interseções não possuem conectividade entre si. Dessa forma, a rigidez das barras embutidas são incorporadas, proporcionalmente (a seu comprimento), em cada elemento atravessado. Além disso, pelos nós das barras não possuírem conectividade, as tensões axiais máximas nas fibras são apresentadas na região superior próximo ao local de aplicação das forças, pois nesse local, os elementos são mais solicitados. Por outro lado, no método semi-embutido (Figura 4.18(b)), as tensões axiais nas barras são contínuas, uma vez que, diferentemente do método embutido, as barras criadas nas interseções possuem conectividade entre si. Dessa maneira, as tensões axiais são distribuídas ao longo da barra e as tensões máximas apresentadas encontram-se próximas da região em que foi aplicado o deslocamento. Por fim, ressalta-se que, para os métodos embutido e semi-embutido as fibras não atingiram suas tensões de plastificação, deste modo elas não seriam rompidas e sim arrancadas junto ao concreto.

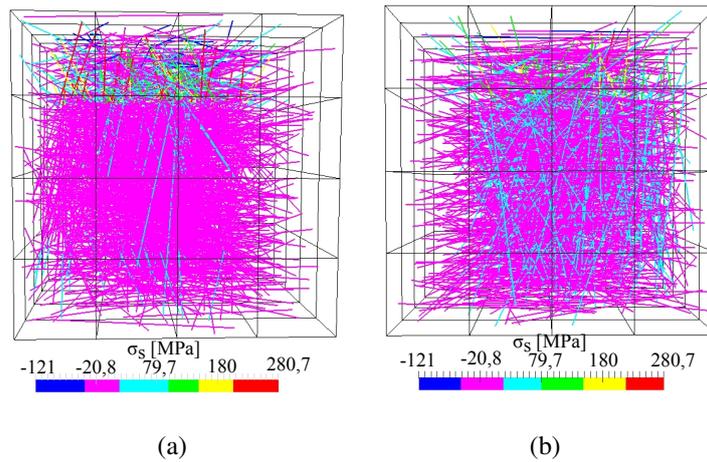


Figura 4.18 – (a) Tensões axiais nas fibras com o método embutido; (b) Tensões axiais nas fibras com o método semi-embutido.

4.4 - SIMULAÇÃO DE VIGA À FLEXÃO

Para esta simulação, as dimensões da viga, assim como o teor de fibras utilizado foram retirados de Yoo et al. (2015). Essa viga possui dimensões de 100 mm x 400 mm x 100 mm, na qual os apoios encontram-se a 50 mm das faces, resultando em um vão efetivo de 300 mm, conforme a Figura 4.19. Já as forças aplicadas ao domínio situam-se a um terço do vão da viga.

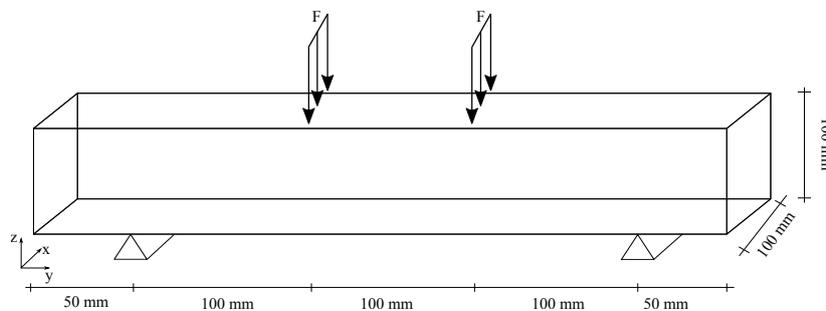


Figura 4.19 – Dimensões e localização das condições de contorno da viga no ensaio de quatro pontos.

Nos nós localizados na face superior da viga a um terço do vão (local de aplicação das forças), foi prescrito um deslocamento na direção do eixo z de $-0,15$ mm. Nos nós da face inferior, com coordenadas a 50 mm no eixo y (local do primeiro apoio), foram restritos os deslocamentos em todas as direções, enquanto que nos nós com coordenadas 350 mm no eixo y (local do segundo apoio) foram restritos apenas os deslocamentos na direção vertical, permitindo, dessa forma, com que a estrutura se deslocasse horizontalmente.

No estudo, foram utilizadas fibras retas com as seguintes propriedades: comprimento de 30 mm, diâmetro de 0,5 mm, fator de forma de 60, tensão última de 1195 MPa e módulo de Young de 200 GPa. Além disso, o volume de fibras utilizado nesse estudo foi de 0,5 % do volume total da viga, no qual resulta um total de 3395 fibras. O modelo constitutivo para representação das fibras foi o modelo elástico perfeitamente plástico. A Tabela 4.10 apresenta os parâmetros necessários para o modelo elástico perfeitamente plástico utilizado para caracterização das fibras.

Tabela 4.10 – Propriedades utilizadas no modelo elástico perfeitamente plástico na simulação de viga à flexão.

E [GPa]	Área [mm^2]	f_y [MPa]
200	0.196	1195.5

Por sua vez, nessa simulação, os modelos propostos por Kotsovos (2015) e Mazars (1984) foram utilizados para os elementos sólidos simulando o comportamento do concreto. Na Tabela 4.11, são expostos os parâmetros necessários para o modelo de Kotsovos (2015), os quais foram retirados do trabalho de Yoo et al. (2015). Já na Tabela 4.12, são expostos os parâmetros para o modelo proposto por Mazars (1984).

Tabela 4.11 – Parâmetros para o modelo de Kotsovos para simulação à flexão.

E [GPa]	$[\nu]$	$[\beta]$	f_t [MPa]
29,9	0,2	0,3	3,91

Tabela 4.12 – Parâmetros para o modelo de dano para simulação à flexão.

E [GPa]	ν	ε_{ps0}	A_T	B_T	A_C	B_C
29,9	0,2	$2,55e^{-4}$	0,9	5000	1	1500

Por último, o modelo proposto pelo CEB-FIP (2010) baseado na relação entre tensão de aderência *versus* deslizamento foi utilizado para caracterizar os elementos de contato para este ensaio. Na Tabela 4.13, são descritos os parâmetros necessários para o modelo. Destaca-se que esses parâmetros foram retirados da curva da fibra tipo B de Cunha (2010), uma vez que, no estudo realizado por Yoo et al. (2015), o autor não realiza ensaios experimentais de arrancamento. Esses parâmetros foram escolhidos por apresentar resultados numéricos mais próximos dos experimentais.

Tabela 4.13 – Parâmetros para o modelo de junta para simulações de flexão.

K_s [GPa/mm]	ϕ [mm]	S_1 [mm]	S_2 [mm]	S_3 [mm]	τ_{res} [MPa]	τ_{max} [MPa]	α
20,11	1,07	0,20	0,30	0,75	2,00	4,50	0,8

4.4.1 - MALHA DE ELEMENTOS FINITOS UTILIZADA

A malha de elementos finitos utilizada está exposta na Figura 4.20, em que apresenta a viga com as fibras inseridas. Na direção do maior vão, o número de divisões foi igual a 16, enquanto que nas outras direções o número de divisões foi igual a 7. Assim, o número de elementos sólidos, hexaédricos de oito nós, foi igual a 784. Com as fibras inseridas ao bloco, destaca-se que o número total de nós do sistema global foi de 27607 e o número de graus de liberdade foi de 82821.

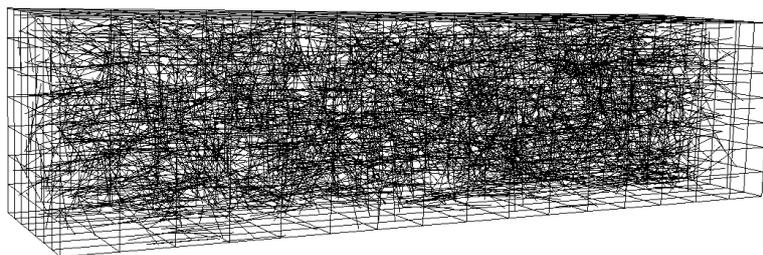


Figura 4.20 – Viga discretizada com a distribuição das fibras nas simulações à flexão.

4.4.2 - RESULTADOS E DISCUSSÕES DAS ANÁLISES NUMÉRICAS

Com os modelos constitutivos definidos, os resultados para o ensaio numérico e experimental para viga de quatro pontos são apresentados na Figura 4.21. Neste gráfico são mostrados as curvas forças *versus* deslocamentos de um nó de referência, localizado na parte inferior no meio do vão da viga. Nota-se, na figura, que, para o modelo proposto por Kotsovos (2015), as forças máximas são razoavelmente próximas, com valores de pico de, aproximadamente, 13 kN. Além disto, os deslocamentos onde ocorreram os pontos máximos também ficaram razoavelmente próximos com valores em torno de 0,05 mm. Esta diferença pode ser explicada pelo fato de não se ter dados reais para o contato, sendo estes uma aproximação do contato da fibra estudada por Cunha (2010).

Outro ponto é que esse modelo constitutivo para o concreto não é o mais adequado para este tipo de simulação, uma vez que, este não é capaz de prever a redução contínua da rigidez cisalhante fazendo com que a diferença após a abertura da primeira fissura seja grande. Esse modelo utilizado para o concreto é satisfatoriamente aplicável quando se deseja obter apenas a carga máxima para abertura de primeira fissura. Já no modelo proposto por Mazars (1984), o resultado numérico apresentou a força máxima um pouco maior que a experimental. Isso ocorre devido aos ajustes necessários para os parâmetros adimensionais. Nota-se que os dois modelos reproduzem satisfatoriamente o comportamento elástico no início da simulação, ou seja, a rigidez inicial dos modelos numéricos são condizentes com o modelo experimental. Além

disso, destaca-se que nesse modelo, assim como, no modelo proposto por Kotsovos (2015), as partes descendentes da curva não apresentam resultados coerentes. Essa diferença pode ser explicada pela falta das derivadas das funções dos modelos constitutivos, o efeito da tensão de cisalhamento e estado inválido de tensões.

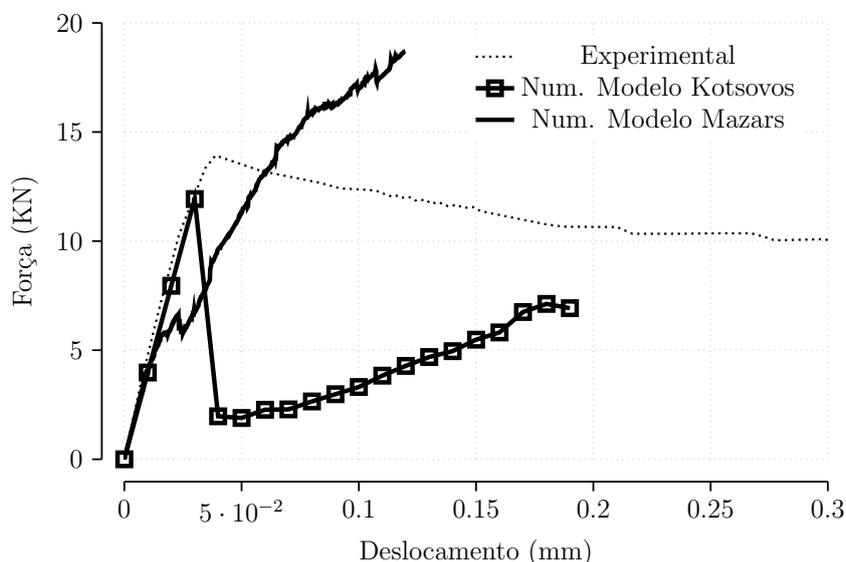


Figura 4.21 – Diagrama Força-deslocamento para o ensaio de viga submetida à flexão.

Com carregamento aplicado nesta simulação, nas maiores concentrações de tensões, surgiram fissuras nos pontos de integração dos elementos. Com o método semi-embutido utilizado nesta análise, é possível estimar as tensões axiais das fibras no local da abertura das trincas. A Figura 4.22 apresenta, para o estado final, a vista frontal da viga ensaiada com os elementos que atingiram a tensão máxima permitida em pelo menos um ponto de integração, para o modelo de Kotsovos (2015), e com isso, apresentaram fissuras. Na figura, os elementos com coloração azul não apresentaram tensões de tração acima do limite (f_t), deste modo não apresentaram fissuras nos seus pontos de integração.

Os elementos na região central apresentaram tensões de tração máximas acima do limite, apresentando fissuras em pelo menos um ponto de integração. A cor ciano representa os elementos que apresentaram pelo menos uma trinca em um dos quatro pontos de integração, os elementos em cor amarela apresentaram duas trincas em pelo menos um ponto de integração e, por fim, os elementos em cor vermelha apresentaram três trincas em pelo menos um dos quatro pontos de integração. Já a Figura 4.23 apresenta, para o estado final, a vista frontal da viga simulada com o modelo de dano proposto por Mazars (1984). Nota-se, nessa figura, que os elementos na região central atingiram a deformação limite e, assim, foram danificados. Além disso, observa-se que os elementos mais danificados encontram-se na parte inferior.

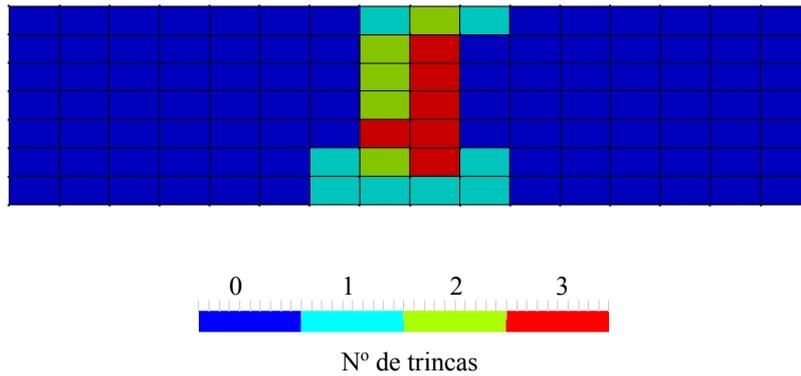


Figura 4.22 – Vista frontal da viga com os elementos trincados para o deslocamento de 0,18 mm.

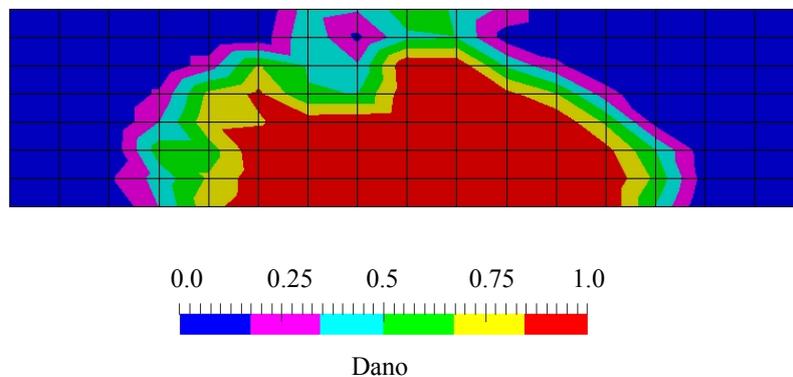


Figura 4.23 – Vista frontal da viga com os elementos danificados para o deslocamento de 0,12 mm.

As distribuições das tensões axiais das fibras, para o modelo de Kotsovos (2015), são apresentadas na Figura 4.24, em que as fibras mais solicitadas encontram-se na região central da viga (região em que ocorreram as fissuras). Além disto, nota-se que as fibras vão sendo solicitadas à medida que ocorrem as trincas nos pontos de integração. Portanto, as fibras em vermelho foram as que apresentaram as maiores tensões axiais, próximas de 65 MPa. Com isso, as fibras resistiram aos esforços, uma vez que, a tensão última das fibras é de 1195,5 MPa. Por outro lado, observa-se que a grande maioria das fibras, em cor azul, foram pouco solicitadas. Já a Figura 4.25 apresenta as distribuições das tensões axiais das fibras para o modelo de dano, em que as fibras mais solicitadas, assim como no modelo proposto por Kotsovos (2015), encontra-se na região central. Destaca-se que, as tensões máximas para a simulação com o modelo de dano foram de 2734 MPa, assim, as fibras utilizadas não resistiram aos esforços solicitados, pois a tensão última da fibra é de 1195,5 MPa. Nota-se, na figura, que a grande parte das fibras, da mesma maneira que nas simulações com o modelo de Kotsovos (2015), não foram solicitadas.

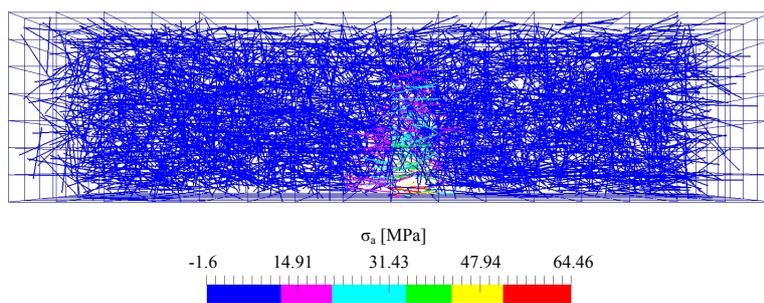


Figura 4.24 – Vista frontal da viga com as tensões axiais nas fibras para o modelo de Kotsovos para o deslocamento de 0,18 mm.

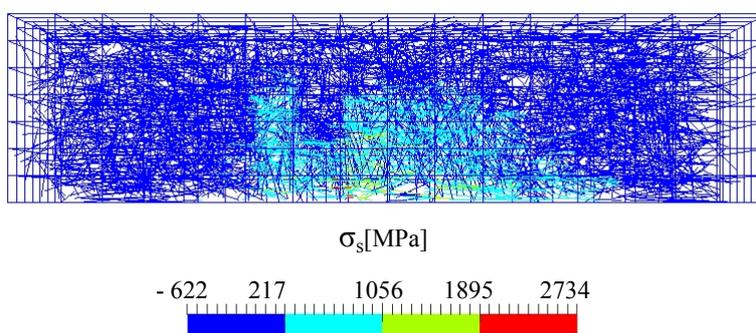


Figura 4.25 – Vista frontal da viga com as tensões axiais nas fibras para o modelo de dano para o deslocamento de 0,12 mm.

5 - CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Esta pesquisa apresentou simulações numéricas de concreto reforçado com fibras de aço utilizando os métodos embutido e semi-embutido para inclusões e reforços, além de modelos de dano para o concreto. As simulações realizadas foram de arrancamento de fibras simples embutidas, corpos de prova sujeitos à tração simples e de vigas submetidas à flexão. Para as análises foram utilizadas ferramentas computacionais tais como a biblioteca de elementos finitos *FemLab* desenvolvida em linguagem *Julia* e o programa de visualização e pós-processamento *Paraview*. Os resultados numéricos foram comparados com resultados experimentais encontrados na literatura. Para as simulações de arrancamento os resultados foram razoavelmente próximos dos resultados encontrados experimentalmente. Por outro lado, para a viga em flexão os resultados de força máxima resistente foram próximos, porém, devido às limitações dos modelos constitutivos utilizados para o concreto, para o comportamento pós abertura da primeira fissura os resultados numéricos foram discrepantes. A seguir, são apresentadas as conclusões deste trabalho e sugestões para trabalhos futuros.

5.1 - CONCLUSÕES

Após a análise dos resultados das simulações numéricas realizadas podem-se apresentar as seguintes conclusões:

- Foi verificado que a utilização do método semi-embutido permite realizar simulações mais realistas, uma vez que as rigidezes, da barra e do concreto, são independentes umas das outras. Além disso, o método não considera aderência perfeita entre a fibra e o concreto, ou seja, esse método permite que a interface entre esses elementos seja rompida;
- As tensões nas fibras, na simulação de arrancamento, são crescentes na direção da extremidade de aplicação dos deslocamentos prescritos. Dessa maneira, a plastificação da fibra ocorre primeiramente nos elementos próximos do nó de extremidade. Todavia, destaca-se que, as fibras nas simulações de arrancamento não atingiram a tensão de plastificação;
- No concreto, durante a simulação do ensaio de arrancamento, ocorreu uma concentração de tensões de tração na região em que estava a fibra. Esse fato pode ser explicado devido à tensão de aderência entre a fibra e o concreto. Nas regiões do concreto mais afastadas da fibra, as tensões (σ_z) não apresentaram valores significativos de tração, estando eles com tensões de

próximas de zero. Com isso, conclui-se que não existe necessidade de corpos de prova com elevadas dimensões para o diâmetro. Esses fatos foram evidenciados para as três diferentes fibras estudadas;

- Nas simulações de tração com entalhe no meio do corpo de prova, as fibras mais solicitadas encontraram-se na região do entalhe conforme esperado. Isso ocorre uma vez que o dano causado pelo deslocamento imposto inicia-se nessa região. Além disso, foi verificado que a maioria das fibras foi pouco solicitada.
- O modelo constitutivo utilizado para o concreto, nas simulações de tração com entalhe no meio do corpo de prova, apresentou resultados numéricos razoavelmente próximos dos resultados experimentais. Tornando esse modelo recomendável para simulações de tração simples;
- As simulações de tração em um corpo de prova cúbico mostrou o aumento da tenacidade com o aumento no teor de fibras. Esse fato ocorre, pois há um aumento na rigidez global com a inserção das fibras. Esse aumento na tenacidade também é visto nos ensaios experimentais, visto que, com o aumento na quantidade de fibras há um aumento de pontes de transferência de tensão;
- O tempo de análise, com o método semi-embutido, é em média três vezes maior do que o tempo de análise com o método embutido considerando o mesmo computador. Isso ocorre devido ao elevado número de graus de liberdade gerado pelo alto teor de fibras, uma vez que, o método semi-embutido considera todos os nós das fibras inseridas. Assim, para análise com elevado número de fibras como as propostas, o método embutido é mais recomendável;
- Os métodos para análise de inclusões embutido e semi-embutido apresentaram resultados razoavelmente próximos. A pequena diferença existente pode ser explicada, porque, no caso, estudado não ocorre à ruptura do contato e sim a ruptura do concreto;
- Na simulação de quatro pontos, o modelo constitutivo proposto por Kotsovos (2015) foi capaz de prever com certa precisão as forças máximas para flexão do compósito. Em contrapartida, o modelo proposto por Mazars (1984) não apresentou resultados satisfatórios para essas forças, uma vez que, as forças máximas para a flexão ficaram bem distantes. Além disso, no comportamento após a abertura da primeira fissura, ambos os modelos não foram capazes de prever o comportamento do compósito com boa precisão;
- O modelo proposto por Kotsovos (2015) apresentou vários problemas de convergência dos resultados, uma vez que, quando a tensão admissível no ponto de integração é atingida ocorre uma queda súbita na rigidez do material. Dessa maneira, a força resistente decresce subitamente, assim ocorrem picos muitos acentuados;

- Na região onde ocorreram as fissuras, a grande maioria das fibras apresentaram tensões axiais de tração. Estas foram as maiores tensões axiais apresentadas no compósito. Com isso, no ensaio de quatro pontos, conclui-se que, à medida que o concreto fissura, as fibras foram mais solicitadas. Além disso, foi observado que as fibras não apresentaram tensões axiais maiores que as tensões resistentes, portanto essas fibras seriam arrancadas e não rompidas;
- Nas regiões onde não ocorreram fissuras, as fibras apresentaram tensões de tração e compressão próximas de zero. Com isso, conclui-se que nas regiões em que não ocorreram fissuras, as fibras apresentaram pouca contribuição para o compósito, dessa maneira, essas teoricamente, elas estariam sendo desperdiçadas;
- Os modelos constitutivos utilizados para o concreto nas simulações de viga à flexão não são recomendáveis. Por se tratar de modelos relativamente simples, o comportamento do compósito pós fissuração não pode ser avaliado. Assim, para essa simulação não foi possível observar o aumento na tenacidade do compósito após a fissuração.

5.2 - SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Para trabalhos futuros são sugeridos os seguintes tópicos:

- Modificar o modelo constitutivo do concreto para avaliar o comportamento do compósito após abertura da primeira fissura. A razão para esta mudança é uma melhor avaliação do comportamento do compósito pós abertura da primeira fissura, dado que a principal função da fibra é a ponte de transferência de tensões após abertura da primeira fissura;
- Realizar ensaios experimentais de arrancamentos de fibras com diferentes comprimentos embutidos e seções transversais. Dessa maneira, seriam obtidos parâmetros mais precisos para o contato entre fibra e concreto, visto que a interação entre esses elementos é de suma importância;
- Avaliar o comportamento numericamente de elementos estruturais reforçados com mais de um tipo de fibra (compósitos híbridos) no mesmo compósito como, por exemplo, fibras de aço e polipropileno. O objetivo desse ensaio é de analisar o comportamento de compósitos reforçados de maneira híbrida; e
- Estudar técnicas de processamento paralelo nas análises numéricas de forma a reduzir o tempo de análise.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABNT NBR 15530: (2007). *Fibras de aço para concreto - Especificação*. Associação Brasileira de Normas Técnicas. Rio de Janeiro.

Asmanoglo, Tobias e Andreas Menzel (2017). “A multi-field finite element approach for the modelling of fibre-reinforced composites with fibre-bending stiffness”. Em: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*.

Banthia, N. (1990). “A study of some factors affecting the fiber-matrix bond in steel fiber reinforced concrete”. Em: *Canadian Journal of Civil Engineering* 17.4, pp. 610–620.

Bentur, A. e S. Mindess (2007). *Cementitious Composites*. 2ª ed., p. 625. ISBN: 0-415-25048-X.

Callister W. D., Jr (2008). *Ciência e Engenharia de Materiais Uma Introdução-LTC - Livros Técnicos e Científicos Editoras S.A. (2008).pdf*. 7ª ed. Rio de Janeiro, p. 693. ISBN: 978-85-216-1595-8.

Cunha, V. M. C. F. (2010). “Steel fibre reinforced self-compacting concrete - from micro-mechanics to composite behaviour”. Tese de doutorado. University of Minho, p. 365.

Cunha, V.M.C.F, J.A.O. Barros e J.M. Sena-Cruz (2011). “An integrated approach for modelling the tensile behaviour of steel fibre reinforced self-compacting concrete”. Em: *Cement and Concrete Research* 41.1, pp. 64–76.

Durand, R. (2008). “Análise tridimensional de estruturas geotécnicas submetidas a reforço e drenagem”. Tese de doutorado. Universidade de Brasília, p. 176.

Durand, R e M.M. Farias (2012). “Nonlinear joint element for the analysis of reinforcement bars using finite elements”. Em: *Blucher Mechanical Engineering Proceedings* 1.1, pp. 3253–3268.

Figueiredo, A. (2011). “Concreto reforçado com fibras”. Tese de doutorado. Universidade de São Paulo, p. 256.

Garcez, E.A. (2005). “Análise teórico-experimental do comportamento de concretos reforçados com fibras de aço submetidos a cargas de impacto”. Diss. de mestrado. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, p. 141.

- Gokoz, Ulker N e Antoine E Naaman (1981). “Effect of strain-rate on the pull-out behaviour of fibres in mortar”. Em: *International Journal of Cement Composites and Lightweight Concrete* 3.3, pp. 187–202.
- Kotsovos, M. D. (2015). *Finite-element Modelling of Structural Concrete: Short-term Static and Dynamic Loading Conditions*. CRC Press.
- Lé, Benoît, Grégory Legrain e Nicolas Moës (2017). “Mixed dimensional modeling of reinforced structures”. Em: *Finite Elements in Analysis and Design* 128, pp. 1–18.
- Li, V. C. (1992). “Postcrack scaling relations for fiber reinforced cementitious composites”. Em: *Journal of Materials in Civil Engineering* 4.1, pp. 41–57.
- Li, Victor C., Youjiang Wang e Stanley Backer (1991). “A micromechanical model of tension-softening and bridging toughening of short random fiber reinforced brittle matrix composites”. Em: *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 39.5, pp. 607–625.
- Liu, Hui et al. (2016). “Development of RVE-embedded solid elements model for predicting effective elastic constants of discontinuous fiber reinforced composites”. Em: *Mechanics of Materials* 93, pp. 109–123.
- Lu, Mengkai et al. (2016). “A multiscale finite element method with embedded strong discontinuity model for the simulation of cohesive cracks in solids”. Em: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 311, pp. 576–598.
- Mazars, Jacky (1984). “Application de la mécanique de l’endommagement au comportement non linéaire et à la rupture du béton de structure”. Tese de doutorado.
- Mehta, P. K. e P. J. M. Monteiro (1994). *Concreto: estrutura, propriedades e materiais*. Pini.
- Miglietta, Paola Costanza, Giovanni Grasselli e Evan C Bentz (2016). “Finite/discrete element model of tension stiffening in GFRP reinforced concrete”. Em: *Engineering Structures* 111, pp. 494–504.
- Mihai, Iulia C, Anthony D Jefferson e Paul Lyons (2016). “A plastic-damage constitutive model for the finite element analysis of fibre reinforced concrete”. Em: *Engineering Fracture Mechanics*.
- Mohamed, Maalej, Victor C. Li e Toshiyuki Hashida (1995). “Effect of fiber rupture on tensile properties of short fiber composites”. Em: *Journal of engineering mechanics* 121.8, pp. 903–913.

Nunes, L. N. e V. Agopyan (1998). “A Influência do Fator de Forma da Fibra na Tenacidade à Flexão do Concreto Reforçado com Fibras de Aço.” Em: *Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo.*

Sena-Cruz, José (2005). “Strengthening of concrete structures with near-surface mounted CFRP laminate strips”. Em:

Souza Neto, Eduardo A de, Djordje Peric e David Roger Jones Owen (2008). *Computational methods for plasticity: theory and applications*. John Wiley & Sons.

Toutanji, H. e Z. Bayasi (1998). “Effects of manufacturing techniques on the flexural behavior of steel fiber-reinforced concrete”. Em: *Cement and Concrete Research* 28.1, pp. 115–124.

Tu, Fubin et al. (2014). “Generalized bridging domain method for coupling finite elements with discrete elements”. Em: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 276, pp. 509–533.

Van Hauwaert, A e JGM Van Mier (1998). “Computational modelling of the fibre-matrix bond in steel fibre reinforced concrete”. Em: *Fracture mechanics of concrete structures, Freiburg, Germany*, pp. 561–71.

Wu, Jian-Ying, Feng-Bo Li e Shi-Lang Xu (2015). “Extended embedded finite elements with continuous displacement jumps for the modeling of localized failure in solids”. Em: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 285, pp. 346–378.

Yoo, Doo-Yeol, Joo-Ha Lee e Young-Soo Yoon (2013). “Effect of fiber content on mechanical and fracture properties of ultra high performance fiber reinforced cementitious composites”. Em: *Composite Structures* 106, pp. 742–753.

Yoo, Doo-Yeol, Su-Tea Kang e Young-Soo Yoon (2014). “Effect of fiber length and placement method on flexural behavior, tension-softening curve, and fiber distribution characteristics of UHPFRC”. Em: *Construction and Building Materials* 64, pp. 67–81.

Yoo, Doo-Yeol, Young-Soo Yoon e Nemkumar Banthia (2015). “Flexural response of steel-fiber-reinforced concrete beams: Effects of strength, fiber content, and strain-rate”. Em: *Cement and Concrete Composites* 64, pp. 84–92.

Zhang, Diantang et al. (2015). “Prediction of macro-mechanical properties of 3D braided composites based on fiber embedded matrix method”. Em: *Composite Structures* 134, pp. 393–408.

Živaljić, Nikolina, Željana Nikolić e Hrvoje Smoljanović (2014). “Computational aspects of the combined finite–discrete element method in modelling of plane reinforced concrete structures”. Em: *Engineering fracture mechanics* 131, pp. 669–686.