



DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**MODELAGEM ESTOCÁSTICA E
QUANTIFICAÇÃO DE
INCERTEZAS EM ESTRUTURAS
NOMINALMENTE IDÊNTICAS**

Por,
Jorge Hamilton Heine e Silva

Brasília, 21 de Agosto de 2017

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
Faculdade de Tecnologia
Departamento de Engenharia Mecânica

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM CIÊNCIAS
MECÂNICAS**

**MODELAGEM ESTOCÁSTICA E
QUANTIFICAÇÃO DE
INCERTEZAS EM ESTRUTURAS
NOMINALMENTE IDÊNTICAS**

Jorge Hamilton Heine e Silva

Orientador: Adriano Todorovic Fabro

Publicação: ENM.DM – 264/2017

Brasília/DF: 21 de agosto de 2017

Sumário

| | | |
|--------|--|----|
| 1. | Introdução..... | 7 |
| 1.1. | Motivação..... | 7 |
| 1.2. | Objetivos..... | 10 |
| 1.3. | Metodologia..... | 10 |
| 2. | Fundamentação Teórica..... | 13 |
| 2.1. | Análise modal experimental..... | 13 |
| 2.1.1. | Relações entradas / saídas de um sistema linear..... | 13 |
| 2.1.2. | Função de Resposta em Frequência (FRF)..... | 14 |
| 2.1.3. | Densidade Espectral de Potência (DEP)..... | 15 |
| 2.1.4. | Cálculo da DEP por Transformada de Fourier Discreta (TFD)..... | 15 |
| 2.1.5. | Relações entrada/saída em função das DEPs..... | 16 |
| 2.1.6. | Função de coerência ordinária..... | 18 |
| 2.2. | Método Monte Carlo..... | 20 |
| 2.2.1. | Lei dos Grandes Números..... | 21 |
| 2.2.2. | Teorema do Limite Central..... | 22 |
| 3. | Montagem de estruturas simples..... | 23 |
| 3.1. | Variabilidade de parâmetros..... | 23 |
| 3.2. | Flexibilidade da conexão..... | 24 |
| 3.3. | Variabilidade da ordem de montagem..... | 25 |
| 3.4. | Considerações finais..... | 26 |
| 4. | Caracterização dos componentes nominalmente idênticos..... | 28 |
| 4.1. | Considerações iniciais..... | 28 |
| 4.2. | Identificação experimental dos componentes..... | 29 |
| 4.3. | Modelagem em elementos finitos..... | 39 |
| 4.4. | Análise de sensibilidade..... | 42 |
| 4.5. | Análise de Monte Carlo..... | 46 |
| 4.6. | Considerações finais..... | 55 |
| 5. | Análise das Montagens..... | 59 |
| 5.1. | Modelagem em elementos finitos..... | 59 |
| 5.2. | Procedimento experimental..... | 60 |
| 5.3. | Resultados..... | 61 |
| 5.4. | Discussão..... | 63 |
| 5.5. | Montagem seletiva..... | 65 |
| 6. | Conclusões..... | 67 |
| 6.1. | Sugestões e trabalhos futuros..... | 68 |
| 6.2. | Lista de publicações..... | 68 |

Lista de Tabelas

| | |
|--|----|
| Tabela 1 – Parâmetros geométricos e de material das vigas 1, 2 e 3..... | 24 |
| Tabela 2 – Comprimentos das vigas 1, 2 e 3..... | 24 |
| Tabela 3 – Frequências naturais da análise modal referente às vigas..... | 24 |
| Tabela 4 – Frequências naturais dos modelos de junta rígida e flexível..... | 25 |
| Tabela 5 – Frequência natural de cada modo das possíveis montagens da viga..... | 26 |
| Tabela 6 – Frequências naturais experimentais de cada componente para os 3 modos analisados..... | 34 |
| Tabela 7 – Média, Desvio padrão e COV de cada frequência natural experimental relativos ao conjunto dos 10 componentes..... | 35 |
| Tabela 8 – Parâmetros de material e dimensionais definidos para os componentes..... | 40 |
| Tabela 9 – Parâmetros dimensionais relativo aos 10 componentes (média, desvio padrão e COV)..... | 43 |
| Tabela 10 – Frequências naturais obtidas via análise numérica para o componente..... | 43 |
| Tabela 11 – Influência absoluta das variações de $\pm 10\%$ dos parâmetros dimensionais nas frequências naturais..... | 46 |
| Tabela 12 – Variação percentual média das frequências naturais considerando as variações dos parâmetros dimensionais em $\pm 10\%$. Destaque para maiores (vermelho) e menores (amarelo) variações..... | 46 |
| Tabela 13 – Média e desvio padrão referente às distribuições de cada um dos parâmetros simulados isoladamente e as respectivas frequências naturais..... | 50 |
| Tabela 14 – Média e desvio padrão referente às distribuições de 3 parâmetros simulados simultaneamente e as respectivas frequências naturais da simulação..... | 52 |
| Tabela 15 – Média e desvio padrão referente às distribuições de todos os parâmetros simulados simultaneamente e as respectivas frequências naturais da simulação..... | 54 |
| Tabela 16 – Ordem de montagem dos componentes 10, 9 e 7..... | 61 |
| Tabela 17 – Frequências naturais obtidas de cada combinação para os 3 modos analisados..... | 62 |
| Tabela 18 – Média, desvio padrão e variação das frequências naturais relativas às 6 montagens..... | 62 |
| Tabela 19 – Comparação das frequências naturais (média, desvio padrão e variação) dos componentes e das montagens..... | 65 |

Lista de Figuras

| | |
|---|----|
| Figura 1 – Fluxograma do trabalho..... | 12 |
| Figura 2 – Modos típicos obtido com as três vigas montadas com conexões rígidas (esquerda) e flexíveis (direita)..... | 25 |
| Figura 3 – Modo típico obtido com as montagens 3-1-2 (esquerda) e 2-1-3 (direita). | 26 |
| Figura 4 – Fotografia do componente 10 apoiado sobre base de espuma. | 30 |
| Figura 5 – Desenho esquemático do componente com as 5 posições de medição e a posição de excitação | 31 |
| Figura 6 – Amplitude e Fase de uma FRF típica do componente 10 pendurada por fios (preto) e apoiado sobre espumas (vermelho)..... | 32 |
| Figura 7 – Amplitude, Fase e Coerência da FRF do componente 10 | 33 |
| Figura 8 – Zoom das banda de frequência analisada indicando os 3 picos de amplitude | 33 |
| Figura 9 – FRF de cada componente (preto) e FRF média (verde) focando na terceira frequência natural..... | 35 |
| Figura 10 – Envoltório (vermelho) e média (verde) das FRFs dos componentes nas 5 posições de medição | 36 |
| Figura 11 – Histograma das frequências naturais estimadas de todos os componentes. | 36 |
| Figura 12 – Modo de vibrar referente à ω_1 extraído da FRF do componente 10..... | 38 |
| Figura 13 – Modo de vibrar referente à ω_2 extraído da FRF do componente 10..... | 38 |
| Figura 14 – Modo de vibrar referente à ω_3 extraído da FRF do componente 10..... | 39 |
| Figura 15 – Modelo em elementos finitos simulando a conexão por solda entre as placas e vigas | 41 |
| Figura 16 – Modelos em elementos finitos no ANSYS para os componentes (direita) e as montagens (esquerda) | 41 |
| Figura 17 – Modelo em elementos finitos no ANSYS para análise modal dos componentes | 42 |
| Figura 18 – Solução da análise modal no ANSYS ilustrando o modo de vibrar referente a ω_1 | 44 |
| Figura 19 – Solução da análise modal no ANSYS ilustrando o modo de vibrar referente a ω_2 | 44 |
| Figura 20 – Solução da análise modal no ANSYS ilustrando o modo de vibrar referente a ω_3 | 45 |
| Figura 21 - Análise de convergência típica da média e desvio padrão referente ao o número de amostras, para todas as análises..... | 48 |
| Figura 22 – Análise considerando somente $Lviga$ como uma distribuição normal em volta do valor nominal..... | 48 |
| Figura 23 – Análise considerando somente $Lplaca$ como uma distribuição normal em volta do valor nominal..... | 49 |
| Figura 24 – Análise considerando somente $Wplaca$ como uma distribuição normal em volta do valor nominal..... | 49 |
| Figura 25 - Análise considerando somente E como uma distribuição normal em volta do valor nominal..... | 50 |
| Figura 26 – Análise conjunta de $Lviga$, $Lplaca$ e $Wplaca$ como uma distribuição normal em volta do valor nominal | 51 |
| Figura 27 – Análise conjunta de todos os parâmetros dimensionais como uma distribuição normal em volta do valor nominal | 53 |
| Figura 28 - Resposta dinâmica da estrutura com todos os parâmetros dimensionais submetidos a uma distribuição gaussiana..... | 53 |
| Figura 29 – Curva de crescimento do desvio padrão a cada frequência natural..... | 55 |
| Figura 30 – Modelo em elementos finitos simulando as conexões entre os componentes através de porcas e parafusos..... | 60 |
| Figura 31 – Fotografia do setup experimental da montagem 10-9-7..... | 61 |
| Figura 32 – Histograma das frequências naturais estimadas para as 6 montagens | 63 |
| Figura 33 - Envoltório (vermelho) e média (verde) das FRFs das montagens medidas na posição 1 | 63 |
| Figura 34 – Comparação dos envoltório e valor médio dos componentes (cima) e das montagens (baixo)..... | 64 |
| Figura 35 – FRFs das 6 montagens com o arranjo dos componentes 7, 9 e 10 com marcações das amplitudes na frequência de operação 255,5 Hz..... | 66 |

Símbolos Latinos

| | | |
|-----------|--|-----------------------|
| E | Módulo de elasticidade do material | [GPa] |
| L | Transformação linear | |
| H | Função de Resposta em Frequência | |
| $ H $ | Módulo da FRF | |
| $\arg(H)$ | Fase da FRF | |
| L_N | Comprimento do elemento N | [m] |
| W_N | Largura do elemento N | [m] |
| T_N | Espessura do elemento N | [m] |
| S_{ab} | Densidade Espectral de Potência Cruzada do sinal a com o sinal b | [EU ² /Hz] |
| T | Período | [s] |
| R | Correlação | [m] |
| e | Erro | |
| nb | Número de blocos | |
| N | Número de amostras por bloco | |
| f | Frequência | [Hz] |

Símbolos Gregos

| | | |
|-------------------------------|------------------------------|------|
| α | Coefficiente angular da reta | |
| $\frac{\partial}{\partial x}$ | Derivada parcial em x | |
| ω | Frequência natural | [Hz] |
| τ | Medida pequena de tempo | [s] |
| ϕ | Valor médio quadrático (RMS) | |
| Δ | Varição de uma grandeza | |

Siglas

| | |
|------|---|
| FEM | Método de Elementos Finitos |
| SFEM | Método de Elementos Finitos Estocástico |
| APDL | Ansys Parametric Design Language |
| MCS | Simulação Monte-Carlo |
| COV | Coefficiente de Variação |
| DEP | Densidade Espectral de Potência |
| FRF | Função de Resposta em Frequência |
| TFD | Transformada de Fourier Discreta |
| VDC | Voltagem em Corrente Contínua |

1. Introdução

1.1.Motivação

Com o passar dos anos, pelo crescimento populacional e restrição de espaço, as sociedades foram deixando a expansão horizontal e dando lugar à vertical, onde tipos de estruturas mais convenientes como pórticos e treliças passam a ser mais usados dentro do projeto de estruturas. O comportamento dessas estruturas depende, dentre outros fatores, das propriedades do material, do tipo de conexão existente entre os elementos, tipo de carregamento que age sobre a estrutura, condições do terreno e dimensões de fabricação. Na manufatura, quanto maior a precisão e a qualidade do material, mais caro o processo de fabricação, tornando-se de grande importância uma análise de sensibilidade dos parâmetros relevantes ao comportamento da estrutura. A variabilidade das propriedades de material e geometria das estruturas que são produzidos em larga escala faz com que haja um aumento no fator de segurança dos projetos nos quais são aplicados [1]. Para uma melhor previsão do comportamento das estruturas formadas por esses materiais, deve-se analisar a influência das variações dos parâmetros nominais de cada peça. A obtenção de fatores de segurança cada vez menores através de previsão numérica tem sido a busca de todo desenvolvedor de estruturas, pois acarreta diretamente na redução de custos de material e produção. Portanto, essas variações não devem ser ignoradas.

A variabilidade intrínseca ao processo de manufatura é inevitável, por isso deve ser tratada de forma adequada através de variáveis ou campos aleatórios. Um campo aleatório é um processo estocástico que descreve as variações de determinados parâmetros em relação ao espaço ou amostra [2–4]. Esses campos podem ter uma distribuição espacial em que o valor de parâmetro em cada posição é correlacionado à distância às próximas posições. No caso em que não exista uma variação espacial do parâmetro, i.e., uma variável aleatória, só é levado em consideração a alteração no valor único de cada amostra que será tratado estatisticamente para obter um valor médio e sua incerteza, bem como que tipo de distribuição essas amostras se assemelham [5]. Com a caracterização do tipo de aleatoriedade que se encaixa nas variáveis a serem tratadas, é preciso aplicar esse campo aleatório definido em um método que descreva a solução.

Na análise dinâmica de estruturas, as incertezas podem ser expressa pela aleatoriedade (*randomness*) que é variabilidade estocástica descrita pela teoria de probabilidade, e pela imprecisão (*fuzziness*) descrito pelos chamados “*fuzzy sets*” que descrevem as quantidades com suas determinadas probabilidades de ocorrência através da chamada “*membership function*” ou, em outra abordagem, através do método de intervalos de confiança definindo apenas as fronteiras de possibilidade. As incertezas podem ser divididas em duas categorias, determinística e não-determinística. A incerteza determinística é aquela em que se sabe os estatísticos (média e variância) no parâmetro porém não se sabe com certeza a fonte. Geralmente, modelos estocásticos (variáveis ou campos randômicos) ou *fuzzy* (variáveis ou campos com números *fuzzy*) são utilizados para descrevê-las. A incerteza não-determinística é aquela que não se sabe da incertezas no parâmetro, tendo variações nos estatísticos. Nesse tipo geralmente são utilizados uma mistura dos modelos apresentados para descrever a variabilidade local (parâmetro) e geral (média e variância). Vários estudos já foram realizados com essas abordagens de descrição de incertezas [6–11] combinados com análise por elementos finitos em diversas áreas como, materiais compósitos [7,12], cinemática de sistemas de múltiplos elementos [13], análise dinâmica com variabilidade geométrica e de material [12,14–17], dentre outros.

O cálculo do comportamento dinâmico através do Método de Elementos Finitos (FEM) é um procedimento bastante utilizado para projeto de estruturas [18]. Para a adição da variabilidade de manufatura, como descrito anteriormente, algum tipo de tratamento ou modelagem estatística das propriedades geométricas e de material é essencial, e sua utilização junto com o FEM introduz uma outra dimensão ao problema dinâmico, além do domínio do espaço e tempo/frequência [19,20], sendo conhecido por Método de Elementos Finitos Estocástico (SFEM) [14,21–23].

A simulação Monte Carlo (MCS) [24] é o mais comum para tratamento da variabilidade de resposta na análise por elementos finitos [19] principalmente devido à sua característica de ser um método não-intrusivo, i.e., não são necessárias alterações ad hoc nos códigos de Elementos Finitos, sendo possível o uso em conjunto de pacotes comerciais com bibliotecas de elementos estabelecidas. Nessa simulação é criado um vetor com n amostras que representam essa variação dos parâmetros e o problema é resolvido n vezes. Para cada simulação uma resposta diferente é obtida e a variabilidade

de resposta é calculada a partir de parâmetros estatísticos simples, como média e desvio padrão. A convergência desse resultado depende diretamente do número de amostras utilizadas, que em geral, se traduz numa grande quantidade de simulações de estruturas complexas e análises de vários tipos de parâmetros estocásticos, que podem aumentar significativamente seu custo computacional [20,24], porém com a vantagem de ser um método não intrusivo, ou seja, pacotes comerciais ou modelos já previamente estabelecidos podem ser utilizados em conjunto. Com tudo, além da influência que a variabilidade de um parâmetro tem sobre seu próprio comportamento, uma análise de como eles interagem entre si é algo que também deve ser levado em consideração.

Durante as últimas décadas, essa variabilidade de natureza randômica vem sendo considerada importante por pesquisadores e até pelo setor industrial, tornando relevante a avaliação de engenharia sobre essas incertezas desde a geo-física de fenômenos naturais até o nível molecular. A capacidade de conseguir incluir nos cálculos propriedades não-determinísticas é de grande importância para um projetista, pois garante uma estimativa melhor da confiabilidade real do sistema, se os parâmetros de análise forem bem definidos. A aplicação de uma análise probabilística, quando se tem informação limitada das incertezas, se torna pouco viável comparando-se os resultados obtidos e o custo computacional [6]. A mecânica computacional, desde então, vem sendo alvo de pesquisas para desenvolvimento de novos códigos e aprimoramento. Algumas linhas de pesquisa em várias áreas foram expostas em [25], inclusive o tratamento e controle de incertezas. O SFEM foi considerado o primeiro método de análise probabilística de estruturas com incertezas. Stefanou [19] forneceu um estudo com os recentes avanços na área de SFEM, indicando direções futuras de estudo e expectativas quanto a criação e aprimoramento de softwares. Dentro dessas novas abordagens de soluções os métodos de elementos finitos fuzzy (FFEM), interval (IFEM) e estocástico (SFEM) tem se tornado populares.

A maioria das estruturas em engenharia é produzida pela montagem de componentes, por meio de juntas ou soldas, por exemplo, e cada componente com suas variabilidades geométricas e de propriedades de material [26–28]. Geralmente, o efeito das variações no comportamento dinâmico de cada componente estrutural é pequeno, porém podem ter um efeito muito mais significativo no comportamento da estrutura montada como um todo [26]. Esse efeito é ainda mais relevante quando se considera a variabilidade introduzida por juntas e soldas [27,28]. Na modelagem dessas estruturas, a existência de uma

variabilidade nas dimensões faz com que as malhas na análise de elementos finitos sejam refeitas a cada montagem, o que torna o custo computacional maior, mas devido a importância dessa análise, métodos adicionais para diminuir este custo devem ser explorados.

Atualmente, a pequena quantidade de trabalhos explorando as variabilidades de manufatura [29–31], principalmente na montagem de estruturas modulares, torna o tema relevante, pois sabendo utilizar as variabilidades à favor do projeto pode-se reduzir custos significativos e obter uma gama de comportamentos diferentes, e consequentemente selecionar o padrão mais adequado para o projeto.

1.2.Objetivos

Este trabalho tem por objetivo a caracterização da influência da variabilidade de propriedades geométricas e de material na resposta dinâmica, avaliada pela utilização de FRFs, frequências naturais e modos de vibração, de um sistema composto por um conjunto de componentes estruturais com dimensões nominalmente idênticos, simulando a variabilidade de manufatura. Além disso, procura-se investigar as configurações de montagem dos módulos tais que se diminua a variabilidade da resposta dinâmica. Procura-se atingir esse objetivo geral através dos seguintes objetivos específicos:

- Estudo dos parâmetros e fatores que mais influenciam na resposta dinâmica
- Estudo de um conjunto de componentes complexos com variabilidade de manufatura nas suas dimensões.
- Análise estatística da resposta dinâmica do conjunto de componentes
- Estudo de um conjunto de montagens dos componentes complexos
- Comparação da variabilidade de montagem e de manufatura

1.3.Metodologia

Pretende-se alcançar os objetivos propostos através das seguintes etapas:

- **Montagem de estruturas simples**

Nesta etapa, é analisado o comportamento dinâmico de estruturas compostas de montagem de vigas retas e nominalmente idênticas. Tais vigas, ou componentes, apresentam variabilidade em parâmetros dimensionais e de material. Serão investigadas as diferenças do comportamento dinâmico entre as vigas separadamente, bem como a montagem delas, considerando alguns tipos de junta. Essa etapa servirá de estudo preliminar para investigação de estruturas um pouco mais complexas.

- **Modelagem do comportamento dinâmico dos componentes estruturais**

Nesta etapa, é feita a modelagem dinâmica dos módulos estruturais, ou componentes. É proposto um modelo de elementos finitos, e um conjunto de módulos nominalmente idênticos, é utilizado para identificação experimental. Cada módulo é rastreado, de modo a se obter um conjunto de valores para os parâmetros geométricos e de material.

- **Análise de sensibilidade dos componentes na resposta dinâmica da estrutura**

Nesta etapa, é feita uma análise de quais parâmetros geométricos e de material apresentam maior influência na variabilidade do comportamento dinâmico dos componentes e da estrutura montada, através de uma análise de sensibilidade simples. Dessa maneira, deve determinar quais destes parâmetros podem ser modelados como determinísticos ou não-determinísticos;

- **Modelagem estocástica e quantificação de incertezas**

Nesta etapa, pretende-se determinar um modelo estocástico para os parâmetros considerados como não-determinísticos. Para isso, serão utilizados os dados obtidos experimentalmente do conjunto de módulos, em conjunto com técnicas de modelagem estocástica. Também serão utilizados métodos de propagação de incertezas, como amostragem por Monte Carlo, para quantificar seus efeitos na resposta dinâmica das subestruturas.

- **Avaliação dos efeitos das incertezas na resposta dinâmica da montagem**

Nesta etapa, pretende-se determinar como a variabilidade da resposta dinâmica dos componentes é transmitido para a variabilidade da estrutura

como um todo. Pretende-se também investigar quais configurações de montagem dos subcomponentes minimizam a variabilidade da resposta da estrutura montada.

A Figura 1 mostra o fluxograma de desenvolvimento do trabalho ilustrando todas as etapas.

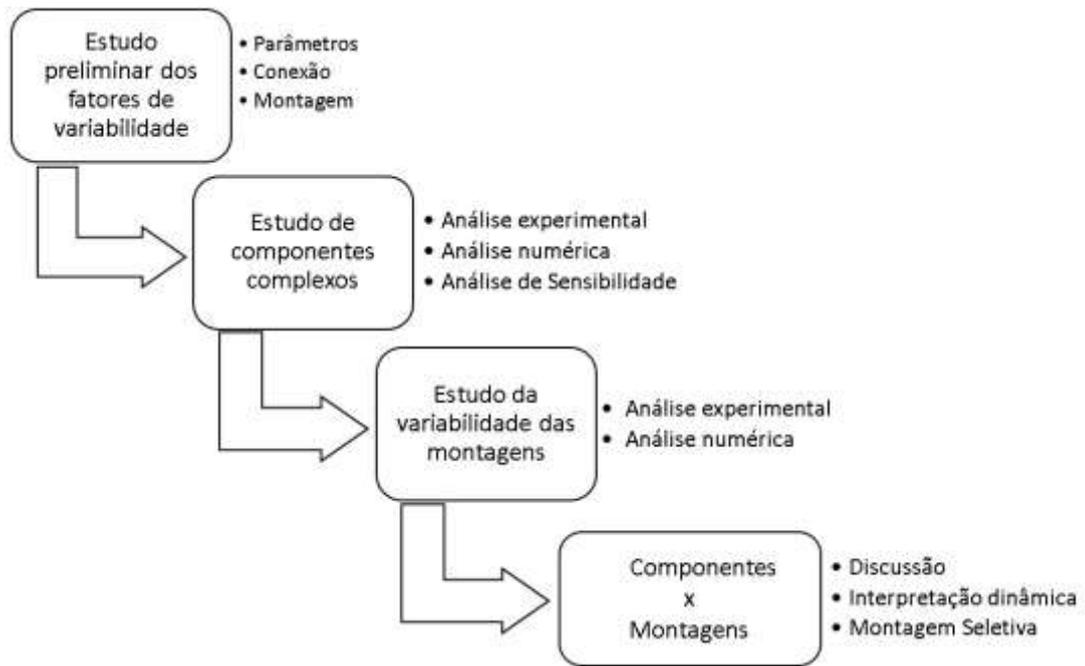


Figura 1 – Fluxograma do trabalho.

2. Fundamentação Teórica

2.1. Análise modal experimental

As observações experimentais são feitas por dois motivos principais: determinar a natureza e magnitude da resposta vibratória e fazer a validação de modelos teóricos. Uma das maiores necessidades na análise modal experimental é a integração de três fatores:

- base teórica das vibrações
- medição com precisão das vibrações
- análise realista e detalhada dos dados.

Para isso será necessário introduzir conceitos para ser feita uma análise de dados que seja compatível e comparável com os resultados teóricos.

2.1.1. Relações entradas / saídas de um sistema linear

Um sistema é uma regra para atribuir uma ligação entre uma função de entrada e outra de saída. Para entender o funcionamento de um sistema, deve-se primeiro entender suas classificações e o que cada uma delas implica no mesmo.

Por definição, um sistema é linear se [30]:

$$L[k_1x_1(t) + k_2x_2(t)] = k_1L[x_1(t)] + k_2L[x_2(t)] \quad (1)$$

O que implica valer o princípio da superposição, que diz basicamente que o efeito resultante à várias excitações é exatamente igual à soma dos efeitos parciais de cada excitação. Um sistema é dito causal ou fisicamente realizável se a resposta ou saída não depende de valores futuros da entrada, que pode ser representado por:

$$x(t) = 0 \rightarrow y(t) = 0, \quad t < \tau \quad (2)$$

Um sistema é dito invariante no tempo se:

$$L[x(t - \tau)] = y(t - \tau) \quad (3)$$

Para qualquer τ real.

2.1.2. Função de Resposta em Frequência (FRF)

A resposta de um sistema linear causal a uma entrada qualquer, é conhecida por integral de Duhamel, e é expressa por [30]:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t - \tau)d\tau \quad (4)$$

Para um sistema linear causal, a integral de Duhamel, pode ser expressa por:

$$y(t) = \int_0^t x(\tau)h(t - \tau)d\tau \quad (5)$$

Aplicando-se a transformada de Fourier à expressão acima, obtém-se:

$$Y(f) = X(f)H(f) \quad (6)$$

Em que

$$K(f) = \int_{-\infty}^{\infty} k(t)e^{-i2\pi ft} dt, \quad K = \{Y, X, H\} \text{ e } k = \{y, x, h\} \quad (7)$$

A função de função de resposta em frequência (FRF) é chamada $H(f)$, que analisa, em certa faixa de frequência, a intensidade de determinados parâmetros (amplitude, velocidade, aceleração, força, etc.) e a defasagem do sinal entre a excitação e a resposta. A FRF é definida como a razão entre a saída e a entrada de um sistema no domínio da frequência. Esta razão pode ser expressa por um número complexo que possui como módulo a razão entre o módulo da saída pelo de entrada e ângulo de defasagem como a diferença entre os ângulos de fase do sinais de saída pelo de entrada. Matematicamente, pode ser representado por:

$$H(f) = |H(f)|e^{i.arg(H(f))} \quad (8)$$

Caso a resposta seja dada em deslocamento, a FRF é conhecida como receptância ou compliância. Caso a resposta seja dada em velocidade, a FRF é conhecida como mobilidade. E para finalizar, caso a resposta seja dada em aceleração, a FRF é conhecida como acelerância. A análise pode ser feita tanto no domínio da frequência como no do tempo. A passagem de um domínio para o outro é feita aplicando a transformada de Fourier ($t \rightarrow f$), ou a inversa ($f \rightarrow t$).

2.1.3. Densidade Espectral de Potência (DEP)

A densidade espectral de potência descreve como a energia de um sinal será distribuída em uma banda de frequência. Seccionando um sinal aleatório em q amostras $x_k(t, T)$ da forma:

$$x_k(t, T) = \begin{cases} x(t), & t_k \leq t \leq t_k + T \\ 0, & \text{fora do intervalo} \end{cases} \quad (9)$$

Pode ser definida a Transformada de Fourier Finita (TFF) deste sinal num intervalo T como:

$$X_k(f, T) = \int_{-\infty}^{\infty} x_k(t, T) e^{-i2\pi ft} dt = \int_{t_k}^{t_k+T} x(t) e^{-i2\pi ft} dt \quad (10)$$

A densidade espectral de potência (DEP) pode ser definida a partir da TFF como:

$$S_{xx}(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \lim_{q \rightarrow \infty} \frac{1}{qT} \sum_{k=1}^q |X_k(f, T)|^2 \quad (11)$$

onde q é a quantidade de amostras e T é a duração de cada amostra. Após feitas a definição da DEP, cabe-se obter numericamente seus valores. A forma mais direta da obtenção é via Transformada de Fourier Finita (TFF).

2.1.4. Cálculo da DEP por Transformada de Fourier Discreta (TFD)

Pode-se aproximar esta transformada pela TFD, obtendo-se

$$X_k \left(f = \frac{r}{T}, T \right) = TX_r^{(k)}; \quad r = 0, \dots, N - 1, \quad (12)$$

onde $X_r^{(k)}$ é a TFD expressa pela equação

$$X_r^{(k)} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x_n^{(k)} n^w N^{-nr}; \quad r = 0, \dots, N - 1, \quad (13)$$

da série

$$x_n^{(k)} = x_k \left(t = \frac{nT}{N} \right); \quad n = 0, \dots, N - 1. \quad (14)$$

Desta forma pode-se obter a expressão da DEP através de:

$$S_{xx} \left(f = \frac{r}{T} \right) \cong \frac{1}{qT} \sum_{k=1}^q \left| TX_r^{(k)} \right|^2 = \frac{1}{\Delta f} \frac{1}{q} \sum_{k=1}^q \left| X_r^{(k)} \right|^2; \quad r = 0, \dots, N - 1, \quad (15)$$

onde $\Delta f = \frac{1}{T}$ e q é o número de amostras. Para $x_k(t, T)$ em unidades $[A]$, temos a DEP em unidades $\left[\frac{A^2}{Hz} \right]$. De forma análoga, pode-se obter as relações entre 2 sinais, $x(t)$ e $y(t)$:

$$S_{xy} \left(f = \frac{r}{T} \right) \cong \frac{1}{\Delta f} \frac{1}{q} \sum_{k=1}^q X_r^{(k)*} Y_r^{(k)}; \quad r = 0, \dots, N - 1. \quad (16)$$

2.1.5. Relações entrada/saída em função das DEPs

A partir das relações entre os sinais de entrada e saída, podemos chegar a uma relação entre as DEPs dos sinais no campo da frequência. A partir de:

$$Y(f) = H(f)X(f) \quad (17)$$

assumindo a validade desta relação para a TFF:

$$Y(f, T) = H(f, T)X(f, T) \quad (18)$$

E multiplicando pelo conjugado complexo do sinal $X(f, T)$, $X(-f, T)$ denotado por X^* por:

$$X^*Y(f, T) = H(f, T)X(f, T)X^* \quad (19)$$

Utilizando a definição da DEP, obtém-se:

$$S_{xy} = H_1(f)S_{xx} \quad (20)$$

onde:

$$S_{xy} = TE[X^*Y] \quad (21)$$

$$S_{xx} = TE[X^*X] \quad (22)$$

O operador $E[\]$ é função média de conjunto dos respectivos sinais indicados definidos por:

$$E[A^*B] = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N A_k^*(t)B_k(t) \quad (23)$$

Analogamente:

$$S_{yy} = H_2(f)S_{yx} \quad (24)$$

Numa análise de um sistema real, geralmente resolve-se o problema inverso, pois o que pode-se medir são os sinais aleatórios de entrada e saída. A partir destes, determina-se a FRF através dos estimadores, obtidos acima:

$$H_1(f) = \frac{S_{xy}(f)}{S_{xx}(f)} \quad (25)$$

$$H_2(f) = \frac{S_{yy}(f)}{S_{yx}(f)} \quad (26)$$

Juntamente com a estimação das FRFs, deve-se haver um parâmetro que determine a veracidade deste valor obtido na estimação chamado função de coerência.

2.1.6. Função de coerência ordinária

Dados dois sinais aleatórios, $x(t)$ e $y(t)$, pode-se definir o valor médio quadrático e as funções de autocorrelação e intercorrelação destes sinais por:

$$\phi_x^2(k) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k^2(t), \quad (27)$$

$$R_{xx}(k, \tau) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{\infty} x_k(t)x_k(t + \tau), \quad (28)$$

$$R_{xy}(k, \tau) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{\infty} x_k(t)y_k(t + \tau), \quad (29)$$

através dos gráficos dos pontos $(x(t), y(t))$ obtém-se uma reta com coeficiente angular α . Podemos então definir o erro quadrático através de

$$e(\tau, \alpha) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T [x(t) - \alpha y(t + \tau)]^2 dt. \quad (30)$$

A reta que dá o menor desvio pode ser obtida por

$$\frac{\partial e}{\partial \alpha} = 0, \quad (31)$$

de onde pode-se obter o erro mínimo, dado por

$$e_{min}(\tau) = \phi_x^2 \left(1 - \frac{R_{xy}^2(\tau)}{\phi_x^2 \phi_y^2} \right). \quad (32)$$

E por ser quadrático, o valor deste tem que ser não-negativo, obtendo-se a relação

$$|R_{xy}(\tau)|^2 \leq \phi_x^2 \phi_y^2 = R_{xx}(0)R_{yy}(0). \quad (33)$$

Filtrando esses sinais em torno de uma frequência f_0 com filtro passa-banda ideal de largura Δf , tem-se

$$R_{xx}(0) = \int_0^\infty G_{xx}(f)df = \int_{f_0 - \frac{\Delta f}{2}}^{f_0 + \frac{\Delta f}{2}} G_{xx}(f)df \cong G_{xx}(f_0)\Delta f, \quad (34)$$

que é análogo para $R_{xy}(0)$ e $R_{yy}(0)$, e pode ser substituído na desigualdade

$$|G_{xy}(f_0)|^2 \leq G_{xx}(f_0)G_{yy}(f_0) \quad (35)$$

Sendo este procedimento válido também para a DEP:

$$|S_{xy}(f)|^2 \leq S_{xx}(f)S_{yy}(f) \quad (36)$$

A partir desta relação, pode-se definir uma função da frequência chamada função de coerência ordinária:

$$\gamma_{xy}^2(f) = \frac{|S_{xy}(f)|^2}{S_{xx}(f)S_{yy}(f)}, \quad 0 \leq \gamma_{xy}^2 \leq 1 \quad (37)$$

ou seja, se $x(t)$ e $y(t)$ têm uma relação linear, a coerência é unitária. Portanto, pode-se interpretar a coerência como um coeficiente de correlação no domínio da frequência. Imaginando-se que ruídos de medição Gaussianos aditivos independentes contaminem a entrada e a saída de um sistema linear. Os estimadores H_1 e H_2 são os limites inferior e superior da FRF influenciada pelos ruídos de medição, e geralmente são os mais utilizados. O H_1 deve ser usado quando o ruído contamina principalmente o sinal de saída, enquanto H_2 deve ser usado quando a contaminação é na entrada. O ruído no sinal de entrada é característico de impulsos de banda larga sem realimentação que servem para manter uma intensidade constante de força. Como o sistema tende a ter uma reação menor na ressonância, a intensidade da força de entrada tende a diminuir na ressonância, obtendo-se baixos valores para a relação sinal/ruído. Para uma boa estimação da FRF a função de coerência deve estar próxima ao valor unitário. Caso o valor não seja próximo à unidade, deve-se a pelo menos um dos seguintes motivos:

- Ruído externo presente nas medições (geralmente de origem eletromagnética);
- Erro de polarização, ou viés estatístico, devido a uma resolução em frequência insuficiente;
- Não linearidades na relação entrada/saída;
- A saída obtida é devida a outros fatores além da entrada considerada.

Numa análise de um sistema real, procedemos definindo o número de amostras, n , dividida em nb blocos de forma que o número de amostras por bloco é N , e a frequência de amostragem f_a que denota o número de amostras por segundo. Pode-se relacionar cada um desses parâmetros com um tipo de erro na estimação.

- Número de blocos nb :

Está ligado diretamente ao erro estatístico, o qual denota a oscilação em torno do valor médio. Quando o número de blocos em que foram divididas as amostras é pequeno, o erro estatístico é elevado. O parâmetro nb é representado na Eq. (54) pelo parâmetro q .

- Número de amostras por bloco N :

Está ligado diretamente ao erro de polarização, pois um pequeno número de amostras (q) por bloco influencia nos valores estimados para picos de ressonância. Isto está ligado diretamente ao valor de Δf na Eq. (54)

Os números de blocos e de amostras por blocos devem ser combinados de forma que os valores dos estimadores $H_1(f)$ e $H_2(f)$ se aproximem ao máximo do valor real $H(f)$.

2.2.Método Monte Carlo

A capacidade do método de Monte Carlo em obter aproximações numéricas para problemas complexos o tornou uma importante ferramenta matemática. A maneira como é feita a implementação do método de Monte Carlo está intrinsecamente correlacionada com o problema no qual ele será aplicado. Porém, todas essas diferentes abordagens do método tendem a seguir um determinado padrão. Geralmente, deseja-se gerar realizações de um objeto estocástico (sujeito a alguma densidade de probabilidade) e posteriormente

utilizar as amostras obtidas para aproximar alguma função de interesse. Assim, o método faz uso de amostragem aleatória como ferramenta para produzir observações sobre as quais se realizam inferências estatísticas para extrair informações sobre as observações.

As etapas do método de Monte Carlo são tipicamente:

- Gerar realizações de um objeto estocástico com uma determinada densidade de probabilidade.
- Realizar cálculos determinísticos usando cada uma das amostras geradas.
- Agregar os resultados dos cálculos determinísticos no resultado final desejado (estatísticas ou aproximações da densidade de probabilidade da resposta).
- Fazer uma análise da convergência da resposta, ou seja, assegurar-se que os resultados são representativos e que alterando-se o número de realizações da variável ou vetor aleatório, as estatísticas da resposta permanecem dentro de uma margem de erro prescrita.

O método de Monte Carlo é fundamentado em dois teoremas:

- Lei dos Grandes Números: garante a convergência das aproximações obtidas através do método;
- Teorema do Limite Central: especifica a forma dessa convergência.

Nesses dois fundamentos são utilizados os conceitos de convergência de sequências de variáveis aleatórias.

2.2.1. Lei dos Grandes Números

Seja $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ uma sequência de variáveis aleatórias independentes, cada uma delas com média μ e variância finita σ^2 . Seja a variável $S_n = X_1 + X_2 + \dots + X_n$. Tem-se que S_n/n converge em média quadrática para μ .

$$\left\| \frac{S_n}{n} - \mu \right\| = \sqrt{E \left[\left(\frac{S_n}{n} - \mu \right)^2 \right]} \rightarrow 0, \text{ quando } n \rightarrow +\infty \quad (38)$$

2.2.2. Teorema do Limite Central

Seja $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ uma sequência de variáveis aleatórias independentes identicamente distribuídas, cada uma delas com média μ e variância σ^2 . Seja a variável $S_n = X_1 + X_2 + \dots + X_n$. Pela Lei dos Grandes Números tem-se que: $E[S_n] = \mu n$ e $var(S_n) = \sigma^2 n$. Seja Z_n a variável aleatória:

$$Z_n = \frac{S_n - \mu n}{\sigma \sqrt{n}}, \quad (39)$$

Em que $E[Z_n] = 0$ e $var(Z_n) = 1$. Quando $n \rightarrow +\infty$, Z_n converge em probabilidade para uma variável aleatória Z com distribuição cumulativa de probabilidade gaussiana de média nula e variância um. Assim, sendo P_{Z_n} , a função distribuição cumulativa de Z_n e P_Z a função distribuição cumulativa de Z :

$$P_{Z_n}(Z_n \leq x) \rightarrow P_Z(Z \leq x) \text{ quando } n \rightarrow +\infty, \forall x \text{ onde } P_Z \text{ é contínua} \quad (40)$$

Pode-se dizer que:

$$\Pr(Z_n \leq x) \rightarrow \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\beta^2}{2}} d\beta, \text{ quando } n \rightarrow +\infty. \quad (41)$$

3. Montagem de estruturas simples

Neste capítulo, apresenta-se uma análise preliminar dos efeitos de incertezas nos parâmetros de vigas retas individualmente nas frequências naturais e modos de vibrar, e em montagem de vigas, flexível e rigidamente conectadas. O comprimento de viga é o parâmetro geométrico considerado na análise por ser representativo para estrutura complexa analisada no final do trabalho. Pretende-se estabelecer uma metodologia simples de análise.

A simulação busca reproduzir de forma simplificada um conjunto de valores da forma *valor nominal* \pm *tolerância* de um componente, definidos como valores limites e central. Três vigas foram utilizadas para a simulação. Cada uma representa, em ordem crescente de numeração, o valor nominal, o valor nominal com 10% a mais do comprimento e o valor nominal com 10% a menos do comprimento. Na seção 2.1 as vigas foram simuladas cada uma separadamente para identificação das frequências naturais e comparação destas com a influência do respectivo parâmetro alterado. Na seção 2.2 as vigas foram conectadas de forma rígida e flexível afim de mostrar a diferença na frequência natural e no modo de vibrar imposta por esses dois tipos de junta. Na seção 2.3 as três vigas foram montadas nas seis combinações possíveis para mostrar a variabilidade introduzida pela ordem de montagem. Na seção 2.4 são apresentadas as considerações finais relativas aos 3 critérios abordados nas seções anteriores.

3.1. Variabilidade de parâmetros

Em uma estrutura do tipo viga Euler-Bernouli, como é de conhecimento geral, alguns parâmetros dimensionais (momento de inércia de área e comprimento) e de material (módulo de Young e massa específica) são necessários para definir o comportamento da estrutura formada pela mesma.

Foram realizadas 3 simulações com o intuito de definir como este parâmetro influencia nas frequências naturais, seguindo o planejamento experimental. O tipo de elemento utilizado para descrever a viga foi BEAM188, que pode ser utilizado para vigas esbeltas, sendo necessário definir os parâmetros mostrados na Tabela 1 onde são expostas as especificações de cada viga. Na Tabela 2 é mostrado o parâmetro dimensional que

simula o valor nominal e os limites de tolerância. A malha é formada por elementos lineares com 2 nós nas extremidades. Na Tabela 3 é mostrado as frequências naturais dos primeiros modos de cada uma das vigas.

Tabela 1 – Parâmetros geométricos e de material das vigas 1, 2 e 3

| Parâmetros das vigas | |
|---|---------------------|
| Módulo de Young [<i>Pa</i>] | 186.10 ⁹ |
| Coefficiente de Poisson | 0,290 |
| Massa específica [<i>kg/m</i> ³] | 7870 |
| Largura [<i>m</i>] | 0,020 |
| Espessura [<i>m</i>] | 0,005 |

Tabela 2 – Comprimentos das vigas 1, 2 e 3

| Parâmetro | Viga 1 | Viga 2 | Viga 3 |
|--------------------------|---------------|---------------|---------------|
| Comprimento [<i>m</i>] | 0,200 | 0,220 | 0,180 |

Tabela 3 – Frequências naturais da análise modal referente às vigas

| Frequência De Ressonância (Hz) | | |
|---------------------------------------|---------------|---------------|
| Viga 1 | Viga 2 | Viga 3 |
| 623,47 | 515,45 | 769,35 |
| 1713,1 | 1417,2 | 2112,2 |
| 2421,9 | 2012,1 | 2969,2 |
| 3343,1 | 2768,0 | 4117,0 |

3.2.Flexibilidade da conexão

Em estruturas montadas, o tipo de conexão entre os componentes é importantíssimo no comportamento dinâmico da estrutura, sendo que as juntas rígidas são muito usadas para garantir rigidez e transmissão de energia pela estrutura, enquanto juntas flexíveis podem ser utilizadas para refletir ou localizar modos de vibração, visto que foram consideradas como conservativas. Na prática, é muito difícil determinar a rigidez de uma conexão, e, em geral, aproximações são utilizadas. Essa é uma grande fonte de incerteza na modelagem de estruturas montadas. Para demonstrar essa influência, foi feita uma análise modal das vigas através do ANSYS para mostrar a influência dessas conexões nos modos de vibrar da estrutura composta pelas vigas 1, 2 e 3 conectadas.

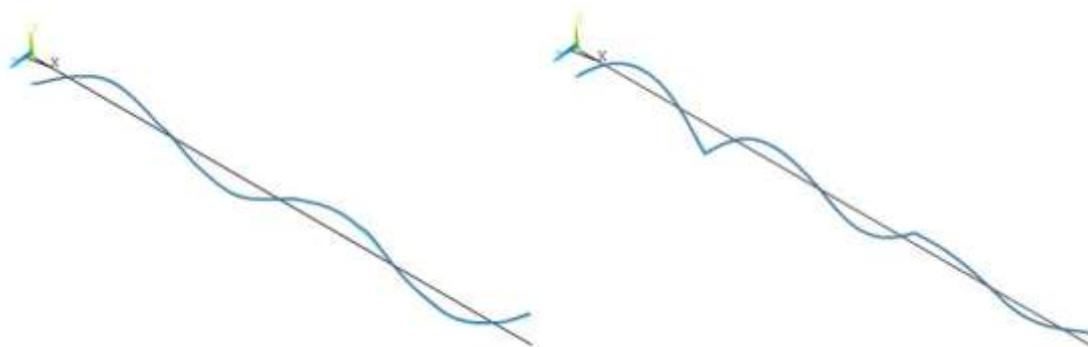


Figura 2 – Modos típicos obtido com as três vigas montadas com conexões rígidas (esquerda) e flexíveis (direita).

Tabela 4 – Frequências naturais dos modelos de junta rígida e flexível

| Frequência Naturais (Hz) | |
|---------------------------------|---------------------|
| Junta flexível | Junta rígida |
| 160.34 | 69.39 |
| 277.98 | 191.21 |
| 464.15 | 276.62 |
| 604.57 | 374.66 |
| 636.10 | 618.91 |
| 803.41 | 757.74 |
| 1097.2 | 923.76 |
| 1127.7 | 1288.9 |

Pode-se observar que as 3 vigas montadas com junta rígida se comportam como uma viga grande com a soma do comprimento das 3, pois o movimento é transmitido completamente de uma parte para outra, como mostrado na Figura 2 à esquerda. Entretanto, com as juntas flexíveis, tais como rebites ou parafusos com diferentes torques de aperto, os modos de vibrar de cada parte possuem mais liberdade com relação às outras partes, apresentando algum tipo de localização, misturando os modos de vibrar de cada seção (Figura 2 à direita) e mudando drasticamente as frequências naturais do sistema, como mostrados na Tabela 4. Com o aumento dessa rigidez da junta percebe-se que a junta flexível tende à junta rígida.

3.3. Variabilidade da ordem de montagem

Outro fator importante na montagem da estrutura em análise, é a ordem de montagem. Quando é considerada a variabilidade de produção das subestruturas, montagens em ordens diferentes pode levar a diferentes comportamentos dinâmicos, tanto

nos modos de vibrar quanto nas frequências naturais. Na Tabela 5 pode-se perceber estas diferenças observando as respectivas montagens das vigas 1, 2 e 3 com juntas flexíveis.

Tabela 5 – Frequência natural de cada modo das possíveis montagens da viga

| Frequência natural (Hz) | | | | | | |
|--------------------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Modo | 1-2-3 | 1-3-2 | 2-1-3 | 2-3-1 | 3-1-2 | 3-2-1 |
| 1° | 160,34 | 173,70 | 174,60 | 183,31 | 164,22 | 157,88 |
| 2° | 277,98 | 253,10 | 283,27 | 267,16 | 239,70 | 250,72 |
| 3° | 464,15 | 496,52 | 424,21 | 433,09 | 519,66 | 493,40 |
| 4° | 604,57 | 597,06 | 623,15 | 640,01 | 622,80 | 626,38 |

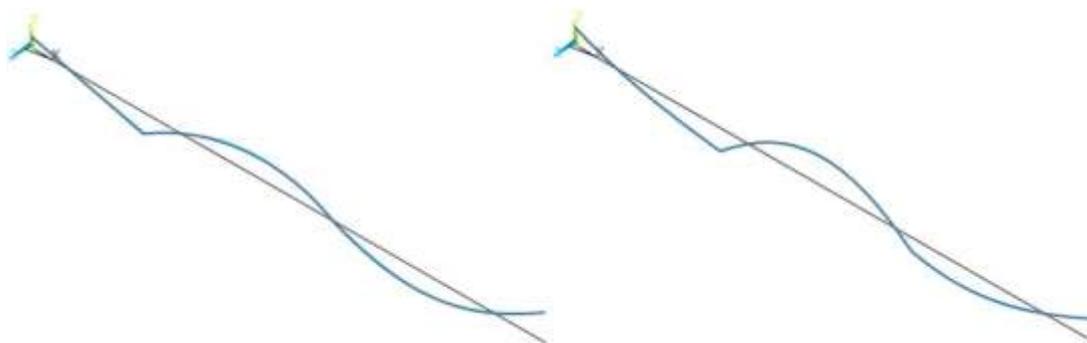


Figura 3 – Modo típico obtido com as montagens 3-1-2 (esquerda) e 2-1-3 (direita).

Considerando as 3 vigas montadas pode-se perceber uma diferença nos modos de vibrar de acordo com o ordenamento das vigas como mostrado na Figura 3.

3.4.Considerações finais

Pode-se observar que os três fatores abordados nessa seção, variabilidade de parâmetros, rigidez de conexão e ordem de montagem, são essenciais para a definição do comportamento dinâmico, implicando em alterações relevantes tanto nas frequências naturais como nos modos. Na análise de estruturas complexas, onde existe a opção de um conjunto de componentes que podem ser utilizados para o mesmo fim, uma análise da variabilidade dos parâmetros deve ser feita afim de procurar a melhor combinação de parâmetros que levem ao melhor comportamento dinâmico, de acordo com um critério de desempenho, com os menores custos. Além disso, na utilização de componentes para a construção de estruturas modulares, não pode-se ignorar a variabilidade devido à ordem

de montagem, pois apesar das estruturas terem o mesmo comprimento, no caso da montagem de vigas, e os modos de vibrar terem forma aproximada, as frequências naturais tiveram uma variação significativa, de até 20,23%. Ademais, como a maioria das estruturas de engenharia são feitas pela montagem de peças, constatou-se que diferentes padrões de junta com diferentes apertos podem levar a uma alteração significativa nos modos de vibrar da estrutura e frequências naturais, ou seja em seu comportamento dinâmico.

Posteriormente, uma análise semelhante é feita para um novo objeto de estudo que será descrito na secção seguinte. A análise foi dividida em duas partes relativas aos pórticos separadamente e às diferentes montagens.

4. Caracterização dos componentes nominalmente idênticos

Neste capítulo, apresenta-se uma análise, semelhante à feita no capítulo 2, porém utilizando-se um componente com comportamento dinâmico mais complexo. Este componente foi modelado utilizando-se elementos finitos, com um ajuste experimental e, posteriormente, teve seus parâmetros submetidos a uma análise de sensibilidade e posterior comparação do seu comportamento dinâmico com o das montagens.

Na secção 3.1, são apresentadas algumas considerações feitas e hipóteses assumidas para a definição dos modelos estruturais. Na secção 3.2, é apresentada a abordagem utilizada para a identificação experimental dos componentes, onde é feita uma descrição do procedimento para a medição das FRFs, são mostrados os resultados com posterior identificação de modos e suas respectivas frequências naturais, e ajuste dos parâmetros de elementos finitos. Na secção 3.3, é apresentado a modelagem de elementos finitos feita no ANSYS, com as considerações físicas, elementos e malha utilizados, modelo de conexão entre placas e vigas e entre componentes. Na secção 3.4, é apresentada uma análise de sensibilidade dos parâmetros dimensionais e de material relativa ao modelo de elementos finitos, sendo definidos os parâmetros que podem ser considerados estocásticos ou determinísticos e avaliando sua influência no comportamento dinâmico da estrutura. Na secção 3.5, é apresentada a MCS de cada um dos parâmetros e de todos eles utilizados simultaneamente, afim de mostrar o comportamento das frequências naturais com essa variabilidade imposta aos parâmetros, bem como as análises de convergência dos estatísticos das frequências naturais. Na secção 3.6, são apresentadas as conclusões parciais do capítulo, mostrando os parâmetros relevantes para alteração do comportamento dinâmico dos componentes, e são discutidos os desafios e complicações surgidas no processo, com as respectivas soluções propostas.

4.1. Considerações iniciais

Para prosseguir com a análise, algumas considerações iniciais são feitas. Todos os componentes são feitos de aço, com baixo fator de amortecimento estrutural. É considerado que todas as propriedades geométricas e de material tem uma distribuição homogênea nas placas e vigas que compõem o pórtico. A variação do comportamento dinâmico de cada estrutura é atribuída à variabilidade de material e geometria,

responsáveis pelas mudanças na matriz de massa e rigidez da estrutura. Assume-se que as incertezas geradas pela variabilidade de aperto entre os conjuntos de parafuso/porca nas montagens, pode ser negligenciada devido à normalização de aperto adotada através da utilização de um torquímetro. As juntas soldadas entre vigas e placas para garantir a fixação em cada componente, são similares em todos eles e adicionam massa que pode ser desprezada comparada com a massa do componente. Para desprezar os erros sistemáticos, 10 testes foram feitos em cada experimento e a partir deles realizado uma média. O componente 10 foi escolhido para representar e ilustrar o comportamento dos componentes.

4.2. Identificação experimental dos componentes

As estruturas utilizadas são pórticos, cada um composto por 2 placas soldadas em 4 vigas nos cantos, com 4 furos em cada placa para posterior montagem. As placas e vigas são feitas de aço com exceção do cordão de solda entre as vigas e placas. Os componentes foram numerados de 1 a 10 e marcados, em cada um deles, 5 pontos de medição e 1 ponto de excitação, sempre na placa superior, para futura identificação experimental. A Figura 4 apresenta uma imagem de um dos componentes.

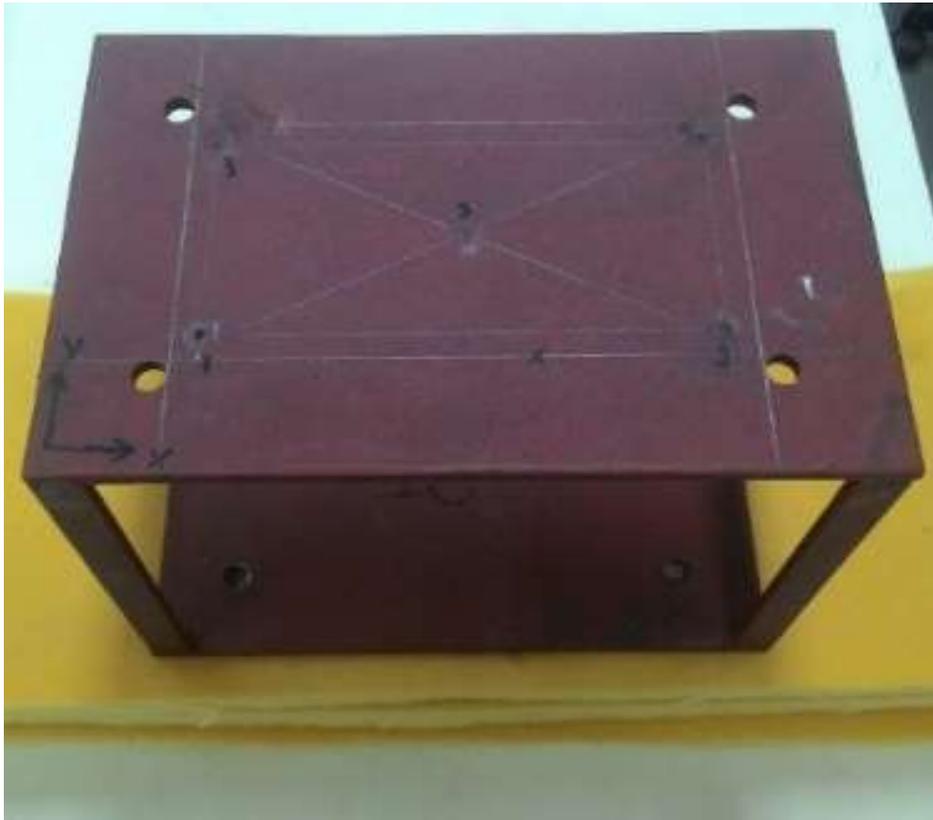


Figura 4 – Fotografia do componente 10 apoiado sobre base de espuma.

Nesta etapa, foi feita a caracterização do comportamento dinâmico dos módulos, onde a resposta de cada um dos 10 módulos estruturais foi medida via acelerômetro (PCB 353B03, 10 mV/g, 1-7000 Hz) com excitação por martelo de impacto (PCB 086C03) nas 5 posições marcadas em cima da placa superior, sempre utilizando o mesmo ponto de excitação. As FRFs foram estimadas com H_2 e o método de Welch (Periodograma) com a convergência de 10 amostras [32]. Todo o procedimento foi feito em Matlab, Anexo 1. A Figura 5 mostra o diagrama com as respectivas posições de medição e excitação. As medições da FRF são mostradas como $H_i^{(j)}$ e as frequências naturais como $\omega_k^{(j)}$, onde i é a posição de medição na placa superior e j é o número do componente e k determina qual frequência analisada. As medições foram adquiridas através de uma placa de aquisição de dados (NI cDAQ-9174, 4 slots USB, 15 W, 9-30 V, 5-500 Hz) e tratadas no software LABView.

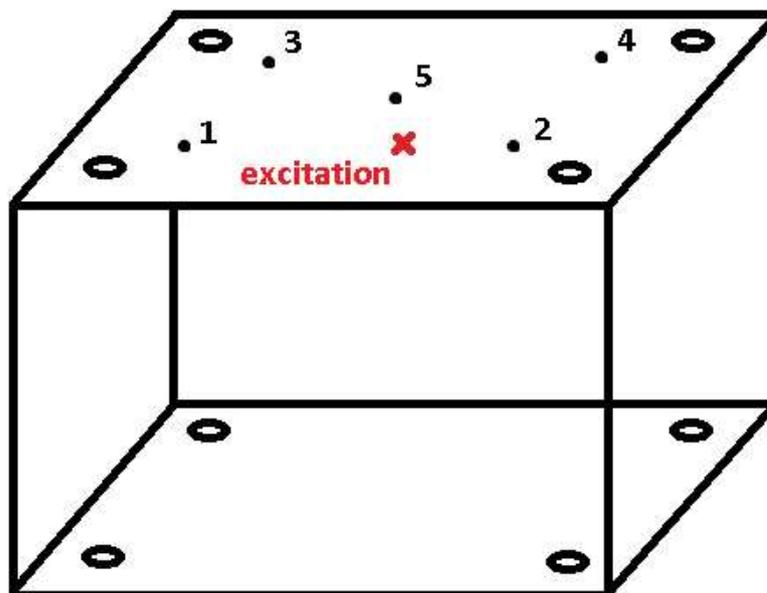


Figura 5 – Desenho esquemático do componente com as 5 posições de medição e a posição de excitação

Para o procedimento de análise modal experimental, foi imposta uma condição de contorno livre-livre. Uma das maneiras utilizadas para garantir essa condição, dentro de uma banda de frequência adequada, é pendurar a estrutura com fios de nylon ou barbante. Entretanto, esse procedimento é pouco prático à massa do objeto de estudo e da quantidade de estruturas utilizadas – 10 no total. Como alternativa, foram utilizadas camadas de espumas de base para o pórtico e suas respectivas montagens, alterando apenas a banda de baixa frequência (até aproximadamente 50 Hz). Entre a banda de 50 Hz a 500 Hz as FRFs, testadas com o pórtico pendurado e apoiado sobre espumas, apresentam ótima concordância e boa coerência, divergindo para altas frequências (acima de 500 Hz, aproximadamente), como mostrado na Figura 6. Uma pequena alteração no amortecimento é observada, porém esse parâmetro não é levado em conta na presente análise.

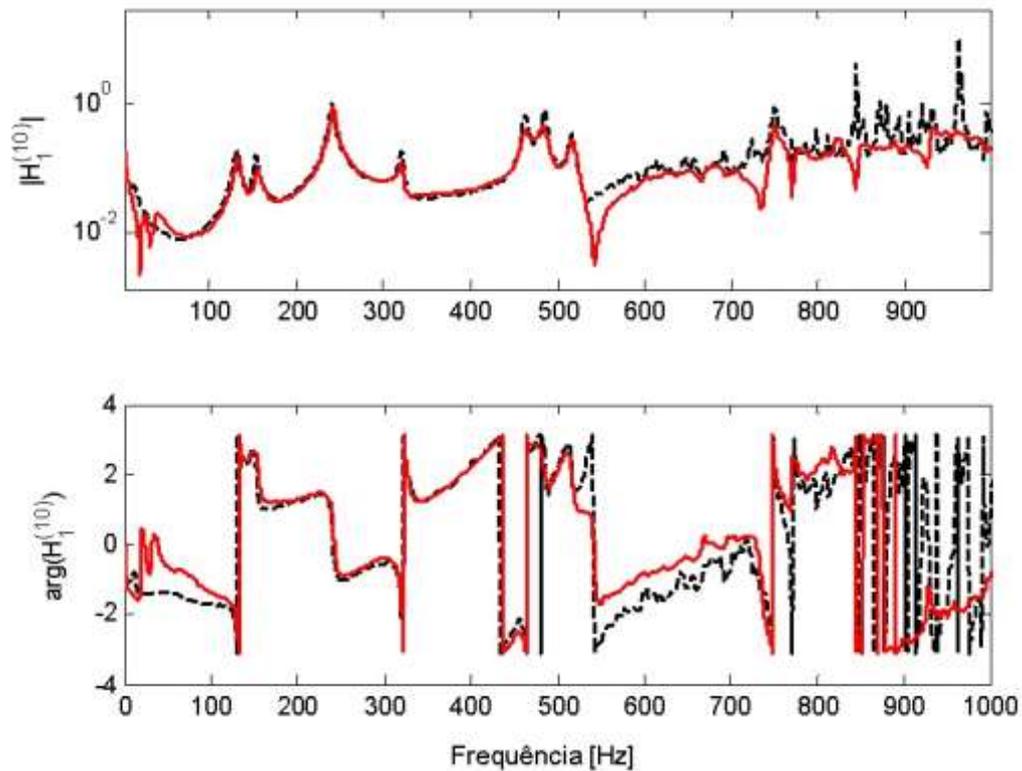


Figura 6 – Amplitude e Fase de uma FRF típica do componente 10 pendurada por fios (preto) e apoiado sobre espumas (vermelho)

Após realizados os experimentos com os componentes apoiados nas espumas, para ilustração do comportamento típico dos módulos, utilizou-se o módulo 10 como base para análise. Na Figura 7, é mostrado a amplitude, a fase e a coerência da FRF do componente 10 na posição 1, $H_1^{(10)}$. Nas baixas frequências (0 – 50 Hz), pode-se ver uma oscilação presente devido às espumas. Os 3 primeiros picos de ressonância analisados, devido às amplitudes elevadas acompanhadas das respectivas quedas de fase, podem ser vistos na Figura 8 entre 100 – 250 Hz, devido à boa coerência estatística. As 3 frequências naturais identificadas experimentalmente para cada componente na banda de análise estão sumarizadas na Tabela 6.

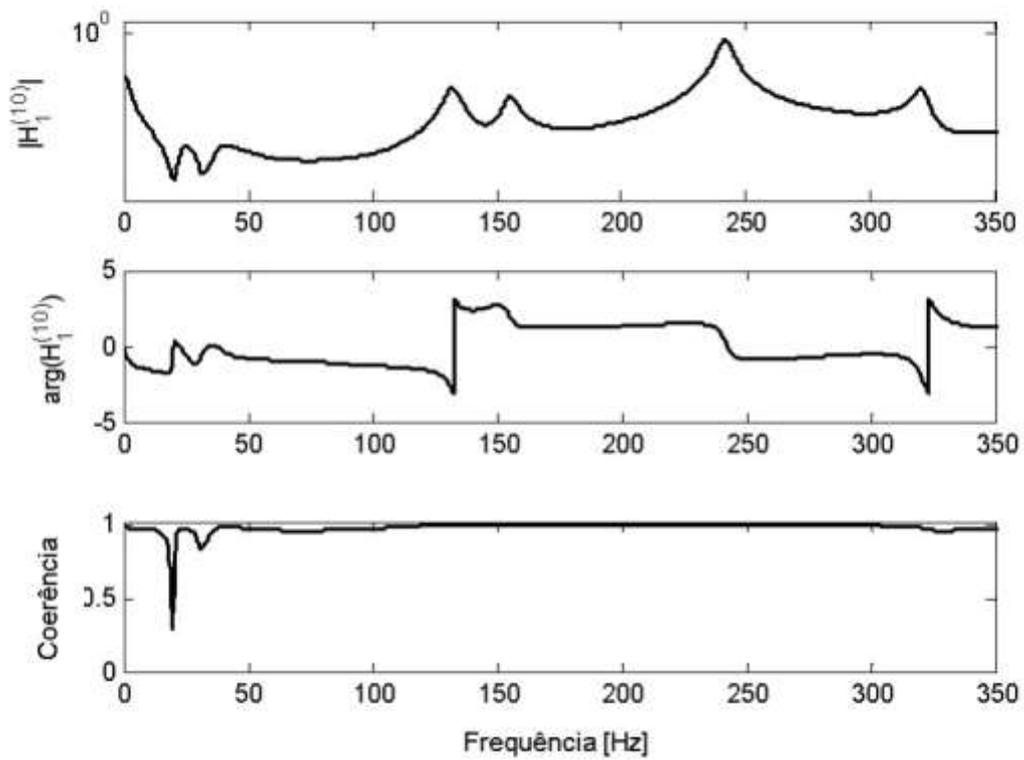


Figura 7 – Amplitude, Fase e Coerência da FRF do componente 10

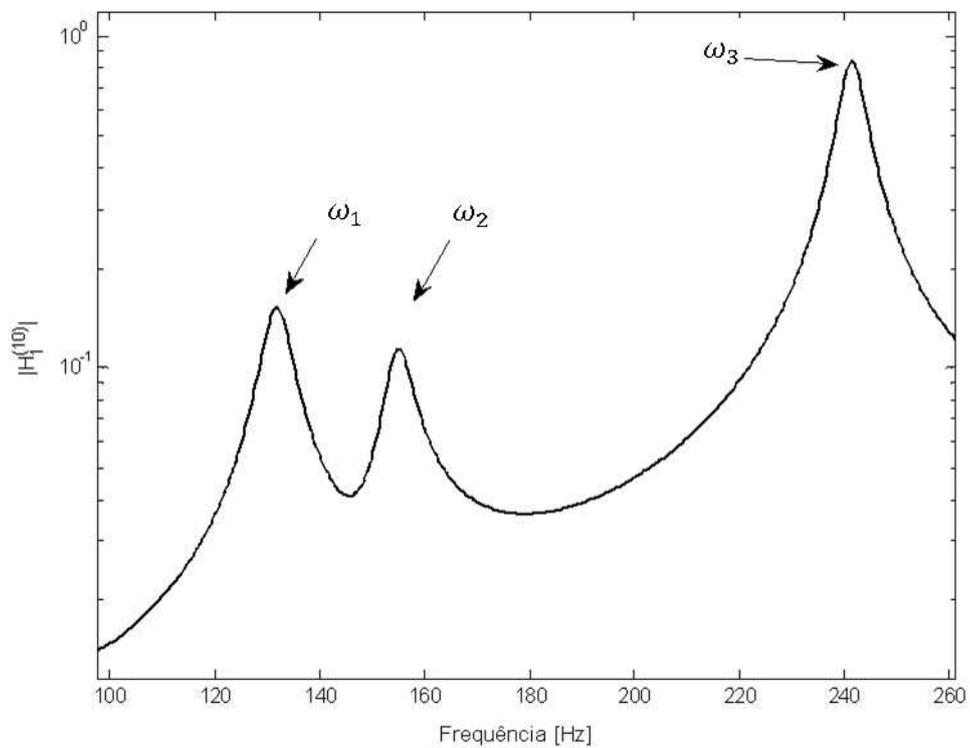


Figura 8 – Zoom das banda de frequência analisada indicando os 3 picos de amplitude

Tabela 6 – Frequências naturais experimentais de cada componente para os 3 modos analisados

| j | $\omega_1^{(j)}$ | $\omega_2^{(j)}$ | $\omega_3^{(j)}$ |
|-----------|------------------|------------------|------------------|
| 1 | 118,76 | 149,76 | 236,02 |
| 2 | 130,01 | 154,01 | 240,27 |
| 3 | 127,01 | 152,01 | 237,02 |
| 4 | 123,76 | 149,75 | 234,77 |
| 5 | 114,76 | 149,76 | 234,77 |
| 6 | 127,51 | 150,51 | 235,77 |
| 7 | 134,26 | 158,26 | 244,52 |
| 8 | 127,01 | 151,26 | 237,52 |
| 9 | 134,76 | 153,51 | 239,27 |
| 10 | 131,76 | 155,01 | 241,52 |

A Figura 9 mostra a FRF medida para cada componente, focando a terceira frequência natural, e o valor médio. Pode-se notar que a variabilidade devido às diferenças de propriedades de material e dimensões afetam significativamente, a resposta em frequência na banda analisada, como mostrado na Figura 9. A Tabela 7 mostra a média, desvio padrão e $COV = (desvio\ padrão)/(valor\ médio)$ calculados para cada frequência natural analisada.

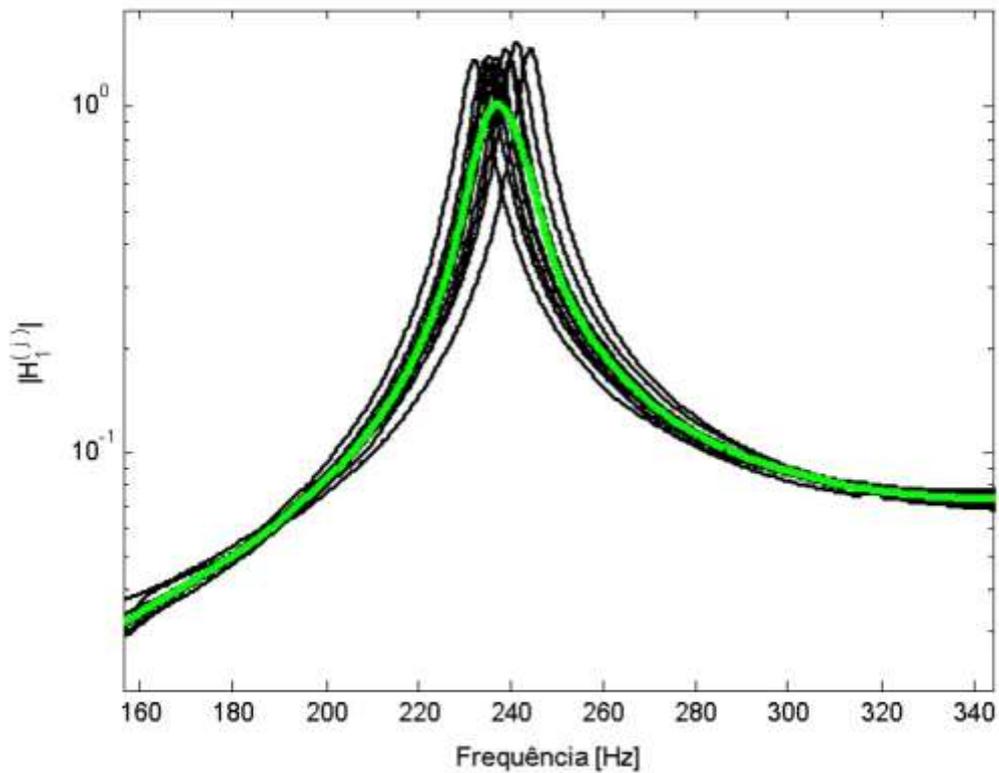


Figura 9 – FRF de cada componente (preto) e FRF média (verde) focando na terceira frequência natural

Tabela 7 – Média, Desvio padrão e COV de cada frequência natural experimental relativos ao conjunto dos 10 componentes

| Frequência | Valor médio \pm desvio padrão [Hz] | COV, % |
|-------------------|--|---------------|
| ω_1 | $126,91 \pm 6,46$ | 5,09 |
| ω_2 | $152,33 \pm 2,68$ | 1,75 |
| ω_3 | $238,08 \pm 3,18$ | 1,34 |

A Figura 10 mostra a análise de limites com a FRF média (verde) e os limites inferior e superior (vermelho) das FRFs dos 10 componentes estimadas nas 5 posições de medição para o set de componentes. A Figura 11 mostra o histograma das frequências naturais estimadas de todos os componentes.

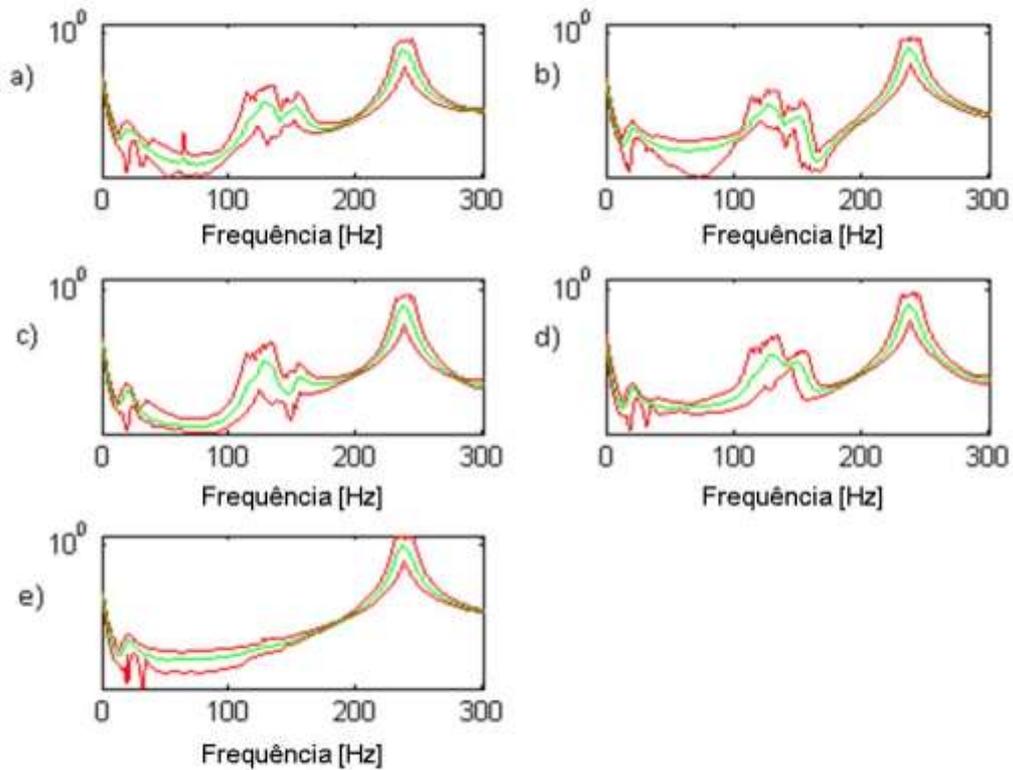


Figura 10 – Envoltório (vermelho) e média (verde) das FRFs dos componentes nas 5 posições de medição

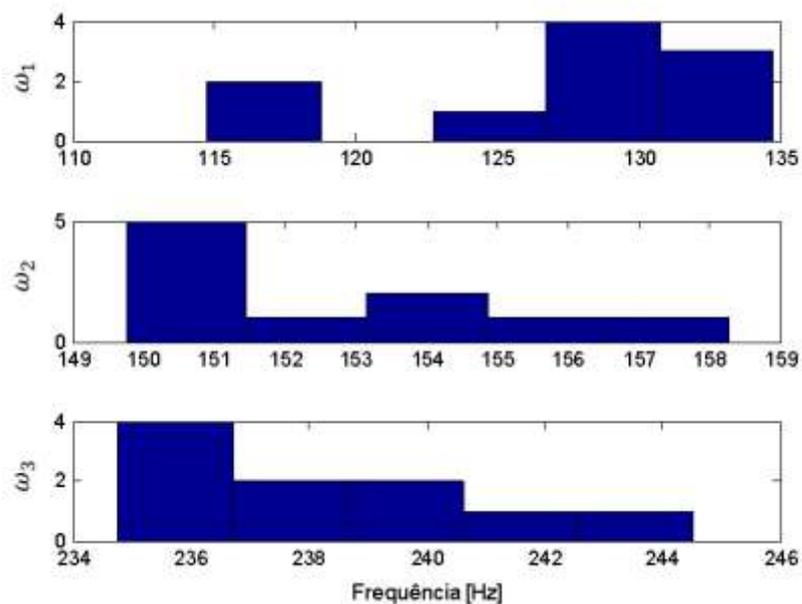


Figura 11 – Histograma das frequências naturais estimadas de todos os componentes.

Além das frequências naturais, o modo de vibrar também é essencial na análise de incerteza dos parâmetros, pois quando existem frequências naturais próximas,

dependendo das variações de parâmetro de uma amostra para outra, os modos associados a essas frequências naturais podem trocar de posição, tornando insuficiente a avaliação apenas pela frequência natural. Em princípio, para uma análise modal completa, são necessários tanto pontos quanto necessários para se ter uma resolução espacial adequada dos modos dentro da banda de análise. Entretanto, para tornar o ensaio experimental viável, devido ao grande número de amostras, foram escolhidos somente 5 pontos de medição, utilizando acelerômetro, somente na direção fora do plano da placa, ou seja, no eixo Y vertical, afim de determinar um formato para cada modo.

Os modos de vibrar foram aproximados pelas formas de deflexão operacionais (ODS – Operational Deflection Shapes). Essa aproximação é razoável pois nota-se que os modos são suficientemente espaçados. As amplitudes de cada modo foram retiradas das FRFs assumindo movimento harmônico da forma $\mathbf{H}(\omega) = H \cdot e^{i\omega t}$, utilizando o módulo da FRF, $|\mathbf{H}|$, e a fase da FRF, $\angle \mathbf{H}$, nas frequências ω_1, ω_2 e ω_3 , e posicionados em um sistema de coordenadas, de acordo com as posições de medição. Todo o procedimento foi feito em Matlab, Anexo 3. Nas Figura 12, Figura 13 e Figura 14 são mostrados os 3 modos de vibrar relativos à FRF do componente 10. Pela semelhança entre os modos de vibrar dos 10 componentes, apenas o componente 10 foi mostrado afim de ser comparado posteriormente com a forma modal numérica.

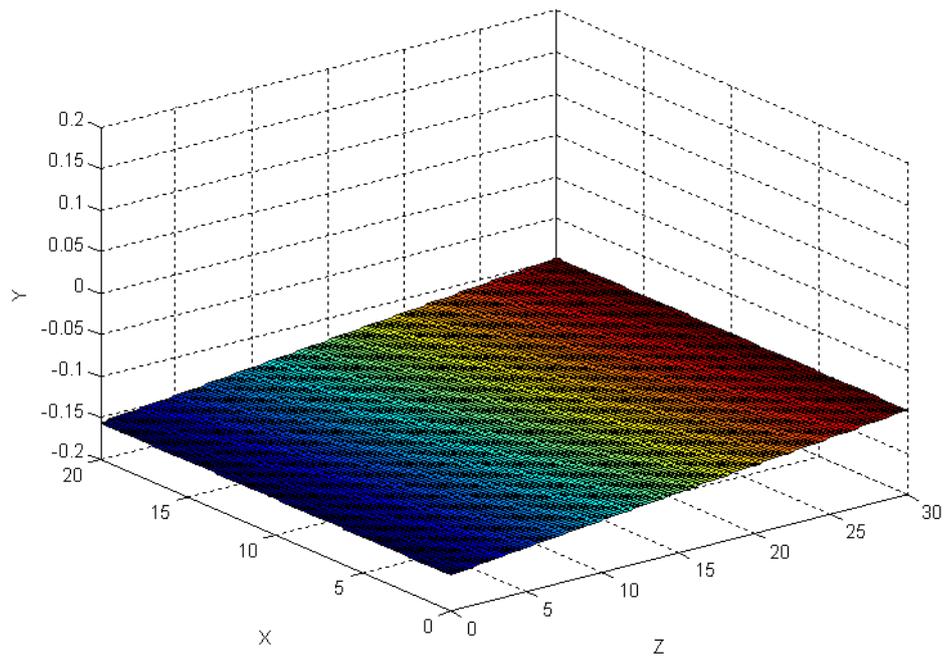


Figura 12 – Modo de vibrar referente à ω_1 extraído da FRF do componente 10

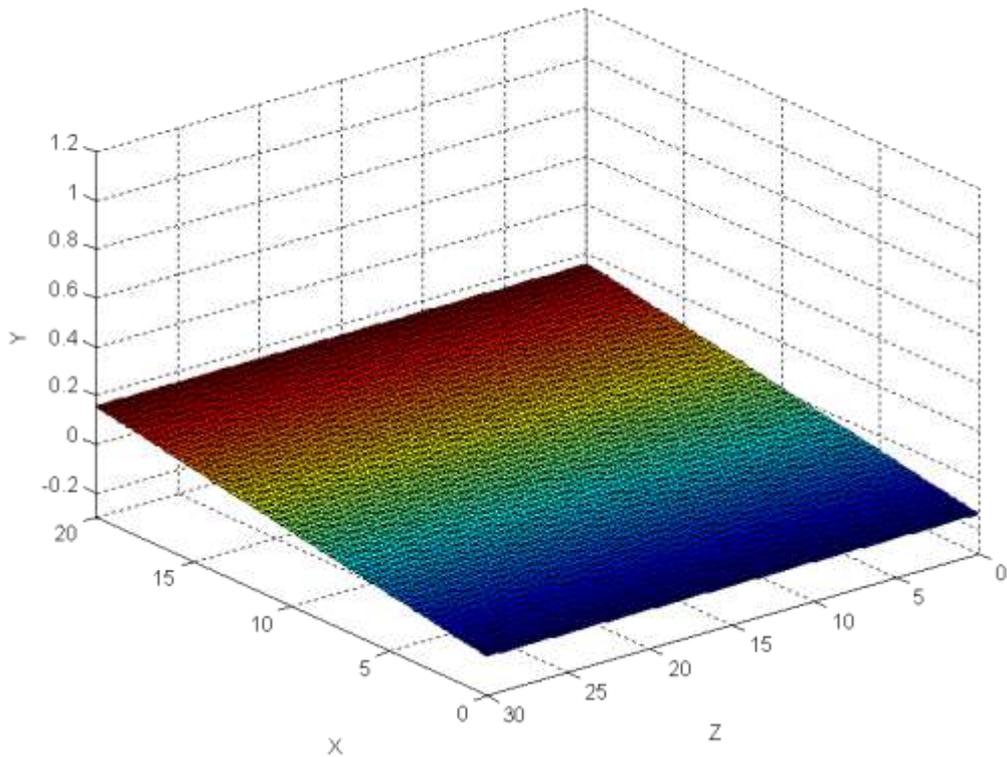


Figura 13 – Modo de vibrar referente à ω_2 extraído da FRF do componente 10

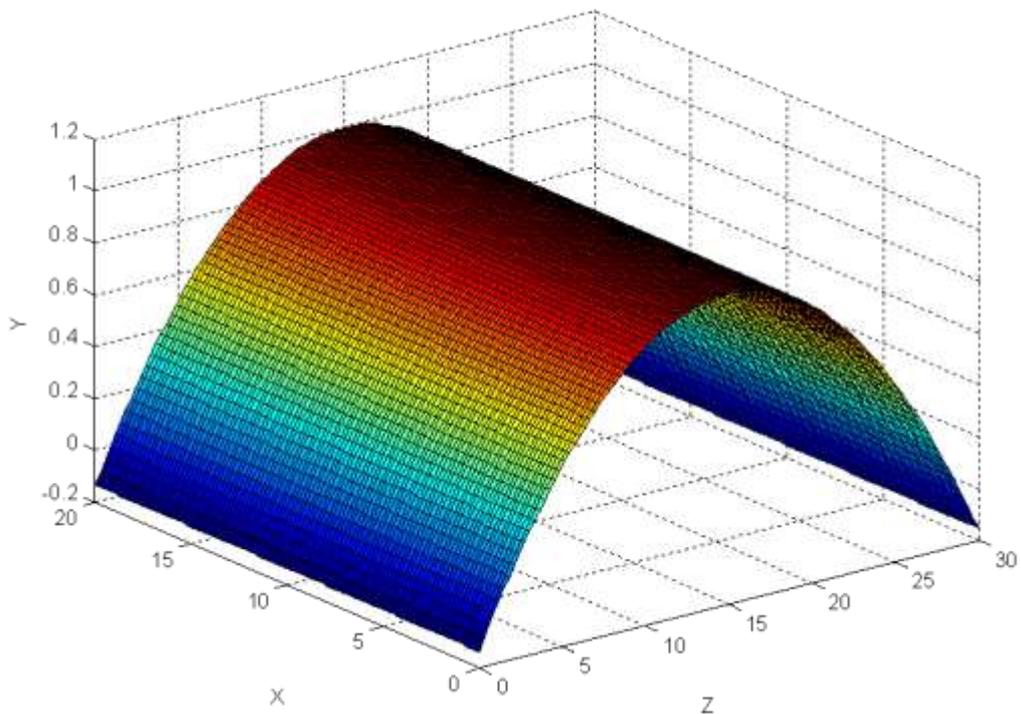


Figura 14 – Modo de vibrar referente à ω_3 extraído da FRF do componente 10

4.3. Modelagem em elementos finitos

Para fazer as simulações numéricas dos componentes, foi feito um modelo em elementos finitos no ANSYS utilizando linguagem de programação APDL, Anexo 4. Para isso, foram utilizados 2 tipos de elementos na construção do modelo. Para as barras que conectam as placas superior e inferior, foi utilizado o elemento BEAM188, que pode ser utilizado para vigas esbeltas, sendo necessário definir os parâmetros mostrados na Tabela 8, onde são expostas as especificações médias das 4 vigas do componente, de modo que se garante que as placas superior e inferior de cada módulo estejam paralelas. Para modelar as placas, foi utilizado o elemento SHELL63, que pode ser utilizado para placas finas, utilizando-se os valores dos parâmetros da Tabela 8.

Tabela 8 – Parâmetros de material e dimensionais definidos para os componentes.

| Parâmetros | Viga | Placa |
|---|---------------------|---------------------|
| Módulo de Young [<i>Pa</i>] | 186.10 ⁶ | 186.10 ⁶ |
| Coefficiente de Poisson | 0,290 | 0,290 |
| Massa específica [<i>kg/m</i>³] | 7571,5 | 7571,5 |
| Comprimento [<i>m</i>] | 0,221 | 0,298 |
| Largura [<i>m</i>] | 0,0192 | 0,198 |
| Espessura [<i>m</i>] | 0,00735 | 0,0075 |

As conexões entre as placas e vigas foram feitas de forma rígida, definindo o grau de liberdade do elemento da ponta da viga sendo igual ao da ponta da placa, sendo o procedimento repetido para todos os cantos das placas. A modelagem dessa conexão exige um cuidado adicional. Como a definição das vigas é feita através de elementos unidimensionais, e o cordão de solda está posicionado nas laterais, ao longo da secção transversal da viga em contato com a placa, modelo do contato da secção transversal da viga na placa foi definido de modo que os nós da malha da placa relativos a esse contato foram rigidamente conectados ao nó do elemento de viga, como mostrado na Figura 15. Isso garante um aumento local de rigidez e um modelo fisicamente compatível com a solda utilizada. Outrossim, para uma melhor regularização da malha em volta dos furos, foram feitas secções no círculo para aproximar para elementos trapezoidais as áreas através de um mapeamento de elementos com 4 lados, Figura 15. Os elementos de área foram feitos utilizando lado de 0,01m. Para as vigas foram utilizados 50 elementos ao longo da mesma.

Na Figura 16, são expostos os modelos feitos da montagem, à esquerda, e do componente, à direita. Na Figura 17 é mostrado uma imagem do modelo do pórtico feito no ANSYS.

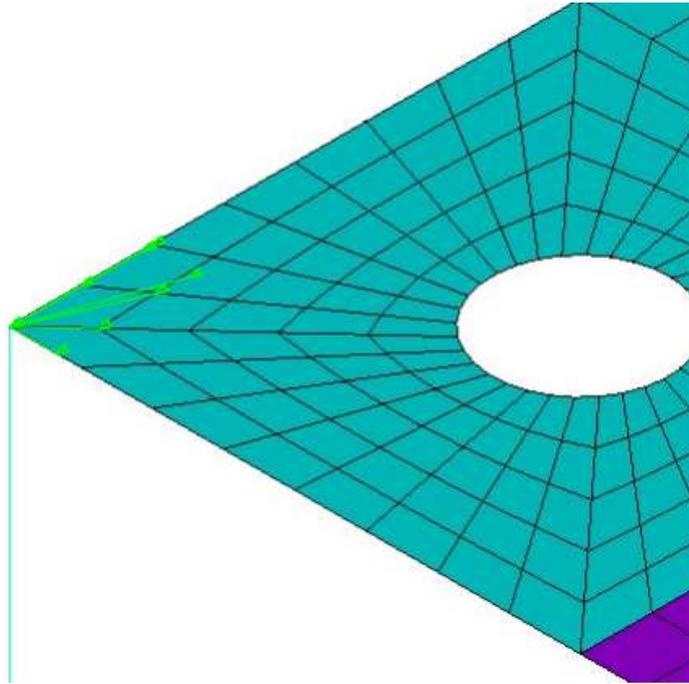


Figura 15 – Modelo em elementos finitos simulando a conexão por solda entre as placas e vigas

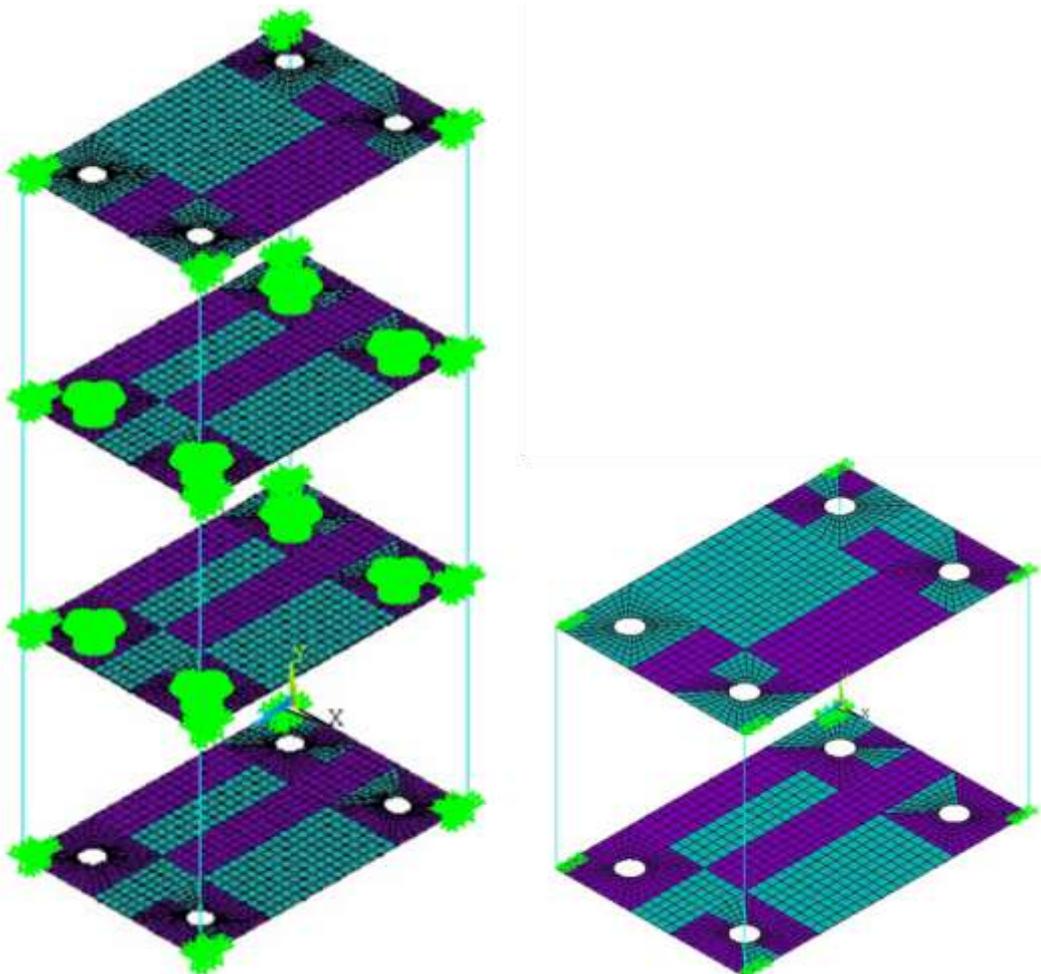


Figura 16 – Modelos em elementos finitos no ANSYS para os componentes (direita) e as montagens (esquerda)

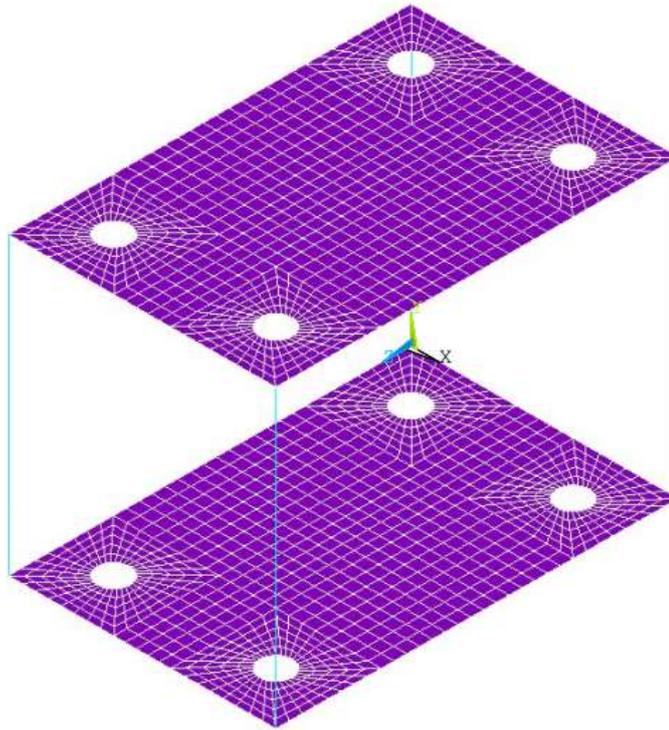


Figura 17 – Modelo em elementos finitos no ANSYS para análise modal dos componentes

4.4. Análise de sensibilidade

Para o estudo de variabilidade dos módulos, foi feita uma análise de como variações nos parâmetros dimensionais e de material influenciam na resposta dinâmica da estrutura, podendo assim definir quais são os parâmetros mais relevantes para a variabilidade de cada frequência natural. Para isso, os valores dos parâmetros dimensionais de cada módulo foram medidos e, a partir deles, calculados a média e desvio padrão para cada dimensão, para posterior comparação da resposta dos módulos com as variações de cada estrutura montada.

A Tabela 9 apresenta a média, desvio padrão e coeficiente de variação COV dos parâmetros geométricos medidos no conjunto de módulos. Percebe-se que as variações de cada dimensão não são superiores a 3,8 % (valor referente à largura da viga). Para analisar como é a influência desses parâmetros no comportamento dinâmico dos módulos, foram escolhidos 3 modos de vibração, identificados nas medições. O primeiro modo, associado à frequência ω_1 , e o segundo modo, associado a frequência ω_2 , são modos relativos à flexão das vigas, diferenciando-se pela direção de vibração, como mostrado nas Figura 18 e Figura 19, respectivamente. Já o terceiro modo de vibração, associado à

frequencia ω_3 , é relativo à flexão das placas, como mostrado na Figura 20. As frequências relativas a esses 3 modos de vibração são mostradas na Tabela 10.

Tabela 9 – Parâmetros dimensionais relativo aos 10 componentes (média, desvio padrão e COV)

| | Parâmetro | Média [mm] | Desvio Padrão [mm] | COV, % |
|--------------|------------------------|-------------------|---------------------------|---------------|
| Placa | Espessura (T) | 7,56 | 0,21 | 3,2 |
| | Comprimento (L) | 298,28 | 4,73 | 1,6 |
| | Largura (W) | 198,69 | 3,94 | 2,0 |
| Viga | Espessura (T) | 6,49 | 0,17 | 2,6 |
| | Comprimento (L) | 199,21 | 4,15 | 2,1 |
| | Largura (W) | 19,24 | 0,76 | 3,8 |

Tabela 10 – Frequências naturais obtidas via análise numérica para o componente

| | ω_1 | ω_2 | ω_3 |
|-------------------|------------|------------|------------|
| Frequência | 131,31 | 151,24 | 237,14 |

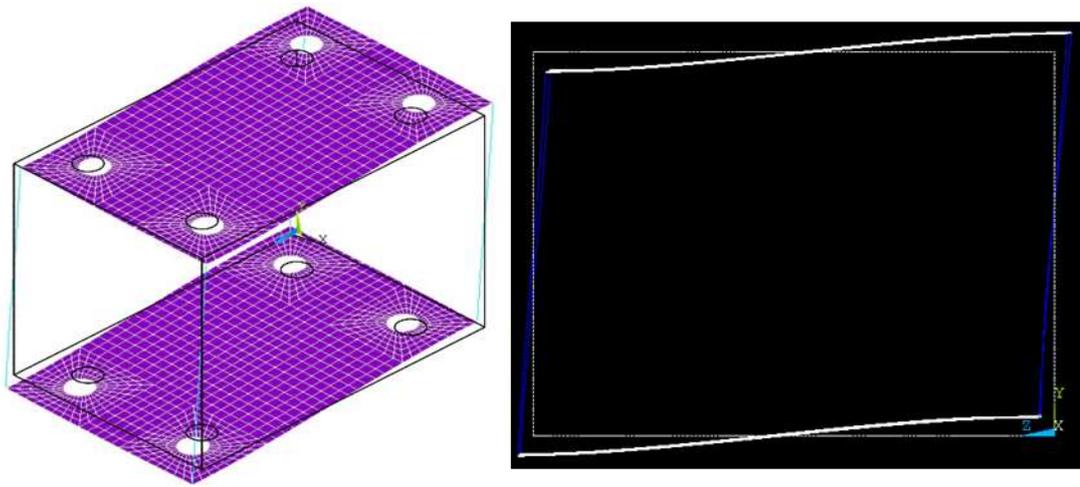


Figura 18 – Solução da análise modal no ANSYS ilustrando o modo de vibrar referente a ω_1

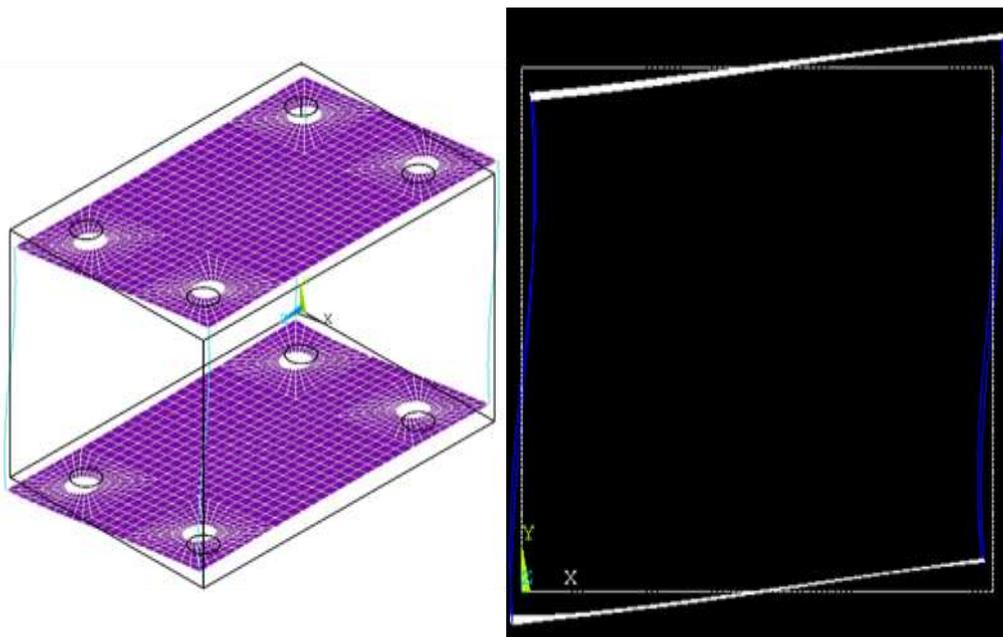


Figura 19 – Solução da análise modal no ANSYS ilustrando o modo de vibrar referente a ω_2

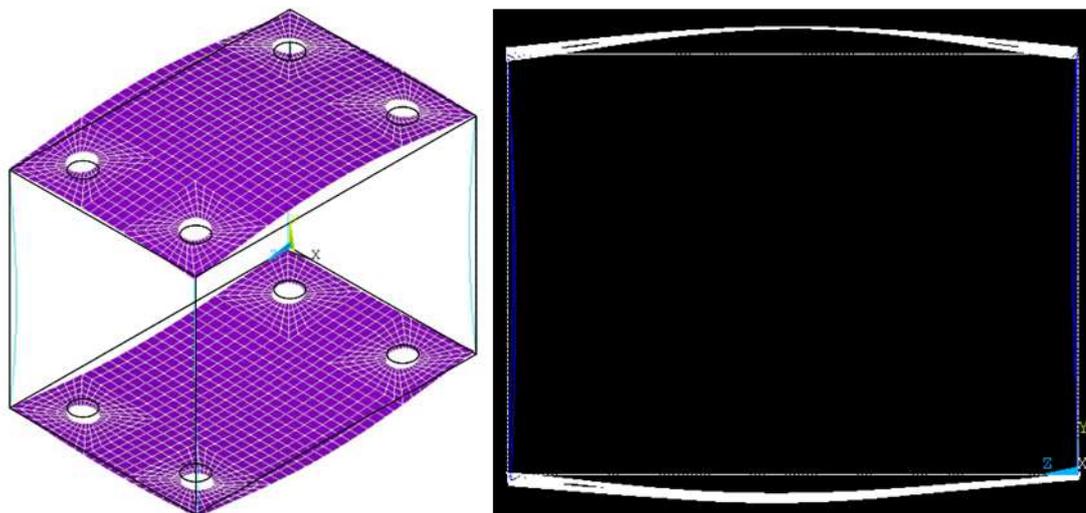


Figura 20 – Solução da análise modal no ANSYS ilustrando o modo de vibrar referente a ω_3

Utilizando esses 3 modos de vibração para análise, foi feita uma variação de $\pm 10\%$ de cada dimensão apresentada anteriormente, além do módulo de elasticidade, mostrando as mudanças apresentadas na frequência natural destes modos de vibração. Os valores estão contidos na Tabela 11. De acordo com os valores absolutos, foi feita uma média percentual da influência de cada parâmetro em cada frequência natural, exposto na Tabela 12. Nota-se que os parâmetros L_{placa} e W_{placa} são os que apresentam maior sensibilidade com relação aos três modos analisados. Isso faz sentido, dado que os modos são essencialmente dominados pelo movimento das placas inferior e superior.

Tabela 11 – Influência absoluta das variações de $\pm 10\%$ dos parâmetros dimensionais nas frequências naturais

| Parâmetro | Quantidade | ω_1 | ω_2 | ω_3 |
|--------------------------|-------------|---------------|---------------|---------------|
| Padrão | 100% | 131,31 | 151,24 | 237,14 |
| <i>L_{viga}</i> | 90% | 141,58 | 161,36 | 239,76 |
| | 110% | 123,36 | 142,89 | 234,46 |
| <i>W_{viga}</i> | 90% | 127,84 | 148,36 | 232,44 |
| | 110% | 134,37 | 153,76 | 240,98 |
| <i>T_{viga}</i> | 90% | 130,73 | 139,38 | 234,70 |
| | 110% | 131,76 | 162,40 | 239,52 |
| <i>L_{placa}</i> | 90% | 146,73 | 155,49 | 276,00 |
| | 110% | 117,70 | 142,91 | 203,57 |
| <i>W_{placa}</i> | 90% | 135,70 | 170,34 | 247,70 |
| | 110% | 125,47 | 132,03 | 225,47 |
| <i>T_{placa}</i> | 90% | 121,47 | 147,31 | 218,38 |
| | 110% | 140,84 | 154,43 | 254,48 |
| <i>E</i> | 90% | 124,57 | 143,48 | 224,97 |
| | 110% | 137,72 | 158,62 | 248,72 |

Tabela 12 – Variação percentual média das frequências naturais considerando as variações dos parâmetros dimensionais em $\pm 10\%$. Destaque para maiores (vermelho) e menores (amarelo) variações.

| Parâmetro | Variação, % | | |
|--------------------------|-------------|------------|------------|
| | ω_1 | ω_2 | ω_3 |
| <i>L_{viga}</i> | 6,94 | 6,11 | 1,12 |
| <i>W_{viga}</i> | 2,49 | 1,79 | 1,80 |
| <i>T_{viga}</i> | 0,39 | 7,61 | 1,02 |
| <i>L_{placa}</i> | 11,05 | 4,16 | 15,27 |
| <i>W_{placa}</i> | 3,90 | 12,67 | 4,69 |
| <i>T_{placa}</i> | 7,38 | 2,35 | 7,61 |
| <i>E</i> | 5,01 | 5,01 | 5,01 |

4.5. Análise de Monte Carlo

O método Monte-Carlo [24] é utilizado para obter soluções numéricas para problemas complexos que são difíceis de se prever analiticamente. É uma técnica muito usada em dinâmica estrutural, e que possibilita estimar uma distribuição de probabilidade para respostas ou parâmetros de saída através de repetidas simulações considerando os parâmetros de entrada sendo seus valores gerados baseado em uma distribuição

conhecida. Uma vantagem significativa do MCS é que pode ser utilizado sem ter que modificar os códigos para solução e ser utilizado em conjunto com pacotes comerciais.

Neste trabalho, o método Monte-Carlo foi utilizado para determinar como a resposta dinâmica de uma estrutura se comporta com a variação dos parâmetros desta simulados um a um e depois em conjunto. Para isso, foi feita uma rotina onde o MATLAB gera as distribuições normais para os parâmetros com n elementos e, em seguida, executa o ANSYS para fazer a leitura dos parâmetros e solucionar a estrutura n vezes. Em seguida os dados são tratados no matlab para gerar os gráficos de distribuição e de convergência. Todo este procedimento está descrito no Anexo 5.

A Figura 21, mostra uma análise de convergência típica da média e desvio-padrão de cada frequência natural, para determinar o número de amostras necessárias em cada simulação Monte Carlo. Para todos os casos, foram realizadas 1000 amostras. As Figura 22, Figura 23, Figura 24 e Figura 25 mostram o histograma típico de alguns dos parâmetros de entrada em conjunto com as distribuições obtidas das frequências naturais da estrutura.

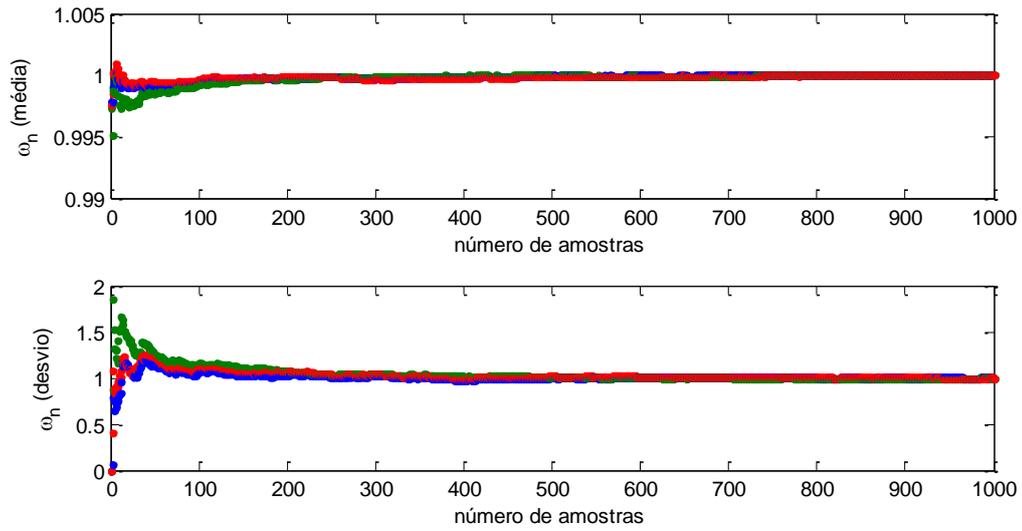


Figura 21 - Análise de convergência típica da média e desvio padrão referente ao o número de amostras, para todas as análises

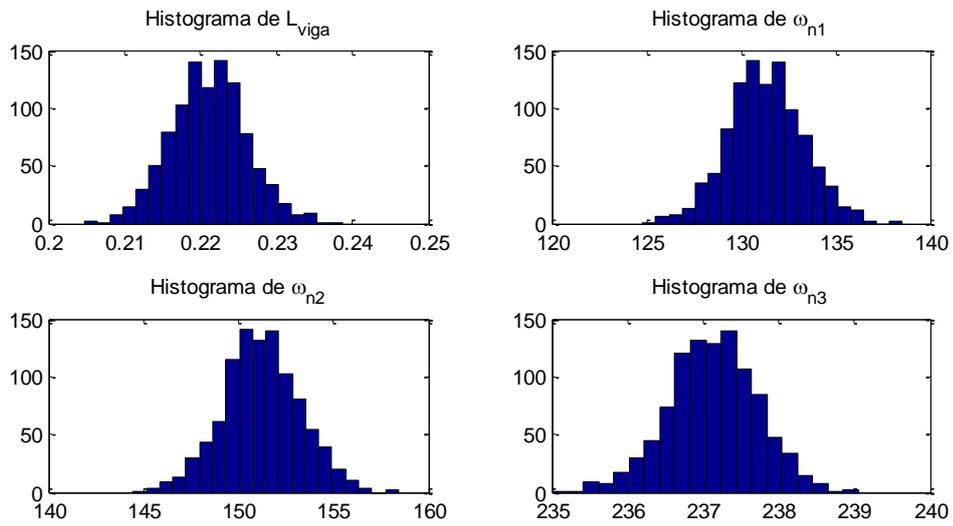


Figura 22 – Análise considerando somente L_{viga} como uma distribuição normal em volta do valor nominal

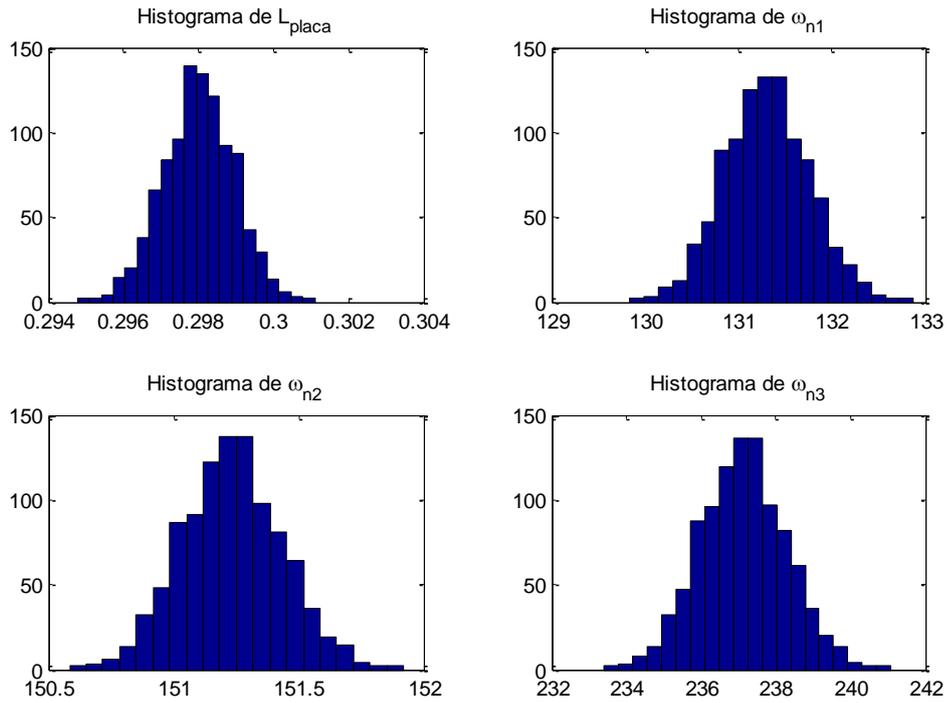


Figura 23 – Análise considerando somente L_{placa} como uma distribuição normal em volta do valor nominal

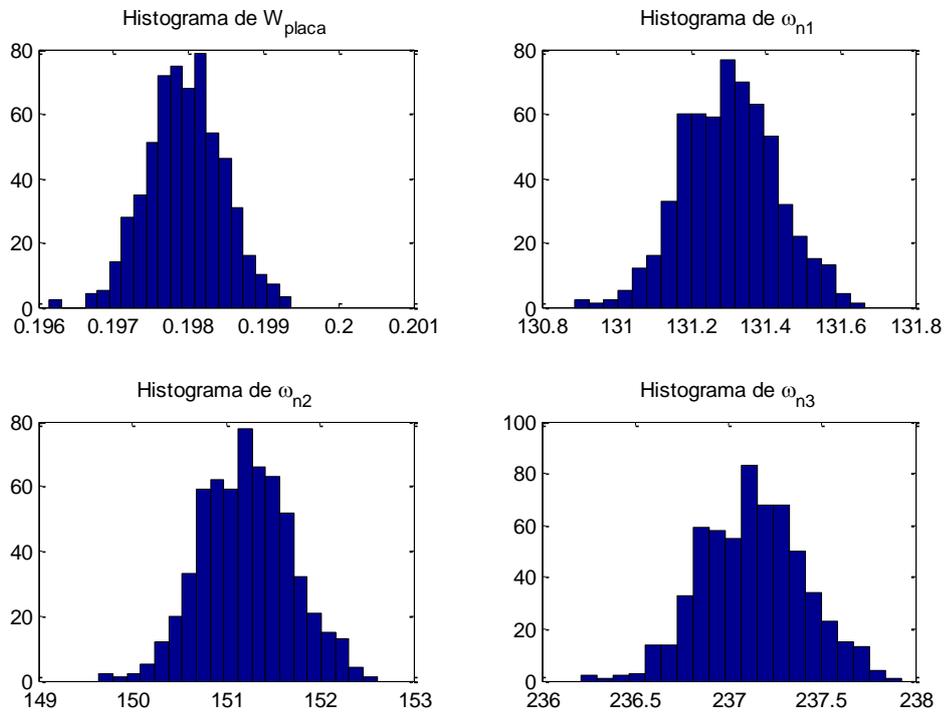


Figura 24 – Análise considerando somente W_{placa} como uma distribuição normal em volta do valor nominal

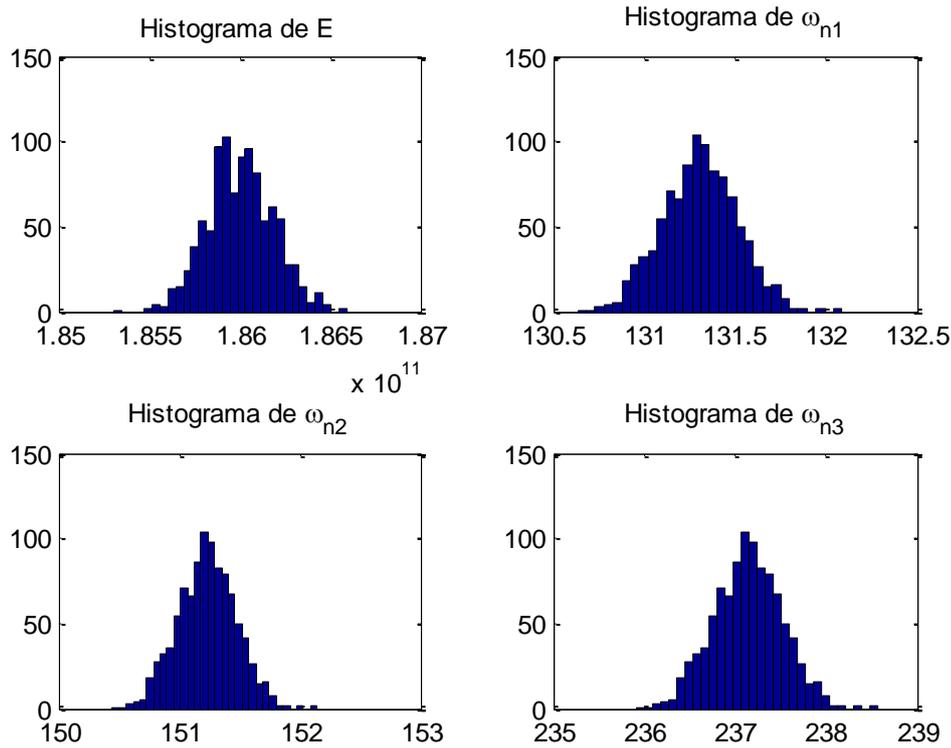


Figura 25 - Análise considerando somente E como uma distribuição normal em volta do valor nominal

Como pode ser visto, os parâmetros de entrada submetidos a distribuições gaussianas afetaram a resposta dinâmica dos componentes de forma semelhante, refletindo em distribuições gaussianas para as frequências naturais. Além disso, pode-se observar que a variabilidade de cada frequência natural, com relação a cada parâmetro, está de acordo com as encontradas na análise de sensibilidade mostrada na Tabela 12 e pode ser visto na Tabela 13.

Tabela 13 – Média e desvio padrão referente às distribuições de cada um dos parâmetros simulados isoladamente e as respectivas frequências naturais.

| Parâmetro | Média | Desvio Padrão | ω_1 | ω_2 | ω_3 |
|-------------|-----------------------|------------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| L_{viga} | 0,221 | 0,015 | $131,25 \pm 6,26$ | $150,73 \pm 6,72$ | $237,21 \pm 1,94$ |
| L_{placa} | 0,298 | 0,003 | $131,26 \pm 1,56$ | $150,71 \pm 0,63$ | $237,23 \pm 3,87$ |
| W_{placa} | 0,198 | 0,002 | $131,29 \pm 0,37$ | $150,82 \pm 1,43$ | $237,28 \pm 0,82$ |
| E | $1,86 \times 10^{11}$ | $0,006 \times 10^{11}$ | $131,25 \pm 0,73$ | $150,73 \pm 0,81$ | $237,21 \pm 1,23$ |

Em seguida, a MCS é feita utilizando os valores gerados para parâmetros simultaneamente, afim de observar se existe uma relação direta com as simulações isoladas. A Figura 26 mostra as distribuições dos parâmetros simulados em conjunto com a distribuição das frequências naturais obtidas.

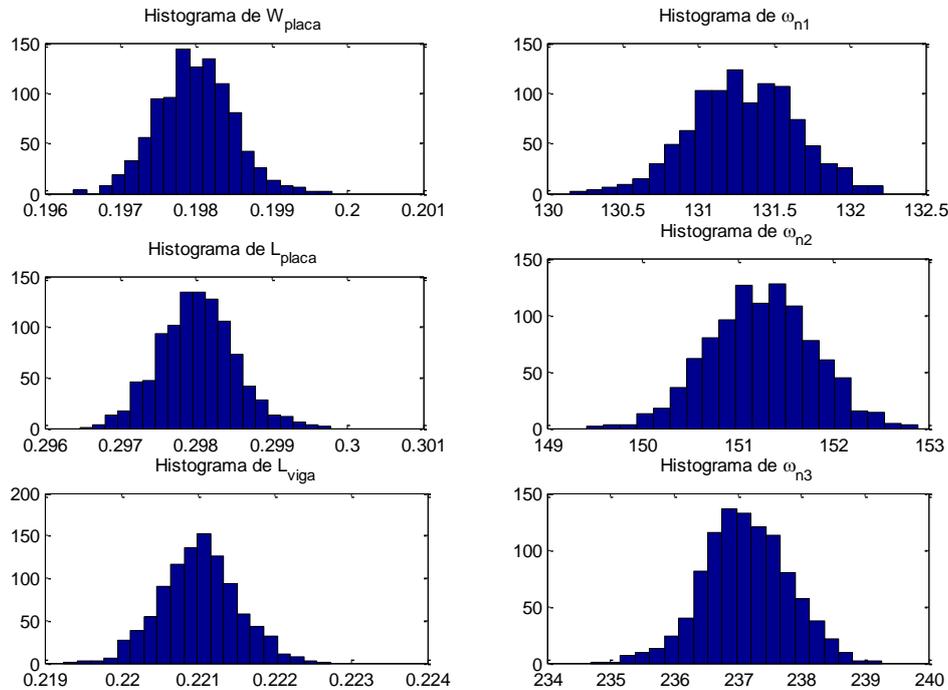


Figura 26 – Análise conjunta de L_{viga} , L_{placa} e W_{placa} como uma distribuição normal em volta do valor nominal

Pode-se observar que a utilização de distribuições gaussianas nos parâmetros de entrada, simulados simultaneamente, refletiram de forma semelhante na distribuição das frequências naturais. Entretanto, pode-se notar que as tolerâncias nas frequências naturais, expostas na Tabela 14, também foram alteradas com relação às estimadas na Tabela 12. Da mesma forma, na Figura 27 e Figura 28 pode-se notar o mesmo padrão quando são simulados todos os parâmetros dimensionais da estrutura, e pode ser visto na Tabela 15 as médias e desvios padrão referente as distribuições apresentadas na simulação de todos os parâmetros dimensionais simultaneamente.

Tabela 14 – Média e desvio padrão referente às distribuições de 3 parâmetros simulados simultaneamente e as respectivas frequências naturais da simulação.

| Parâmetro | Média | Desvio Padrão |
|------------------------------|--------------|----------------------|
| <i>L_{viga}</i> | 0,221 | 0,0015 |
| <i>L_{placa}</i> | 0,298 | 0,0017 |
| <i>W_{placa}</i> | 0,198 | 0,0017 |
| ω_1 | 131,22 | 1,04 |
| ω_2 | 151,74 | 1,79 |
| ω_3 | 237,26 | 1,98 |

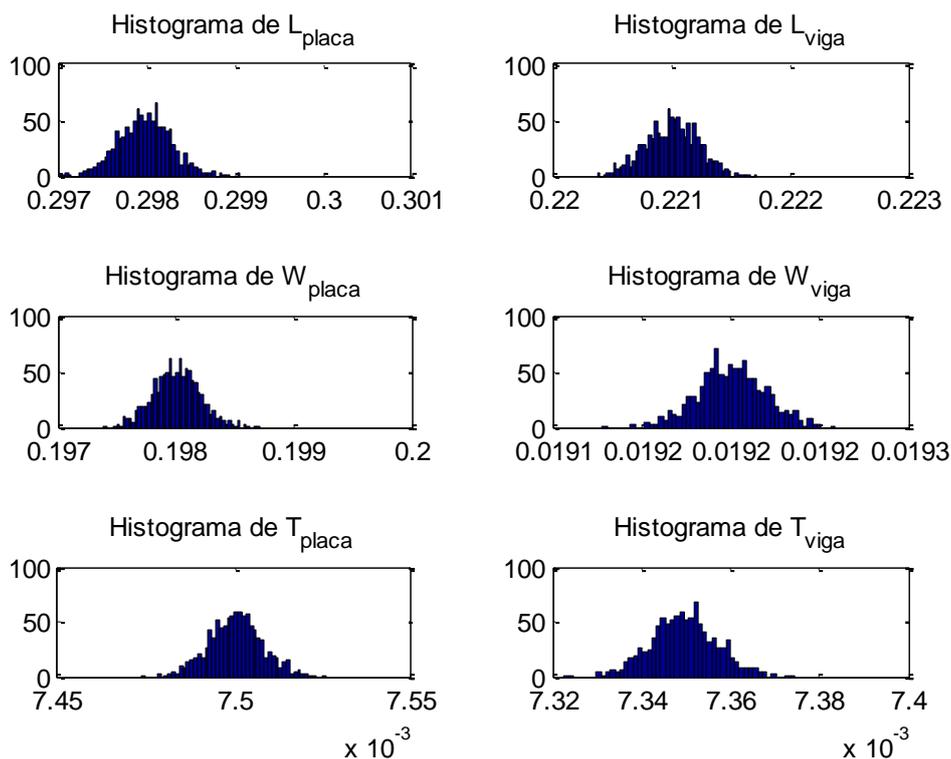


Figura 27 – Análise conjunta de todos os parâmetros dimensionais como uma distribuição normal em volta do valor nominal

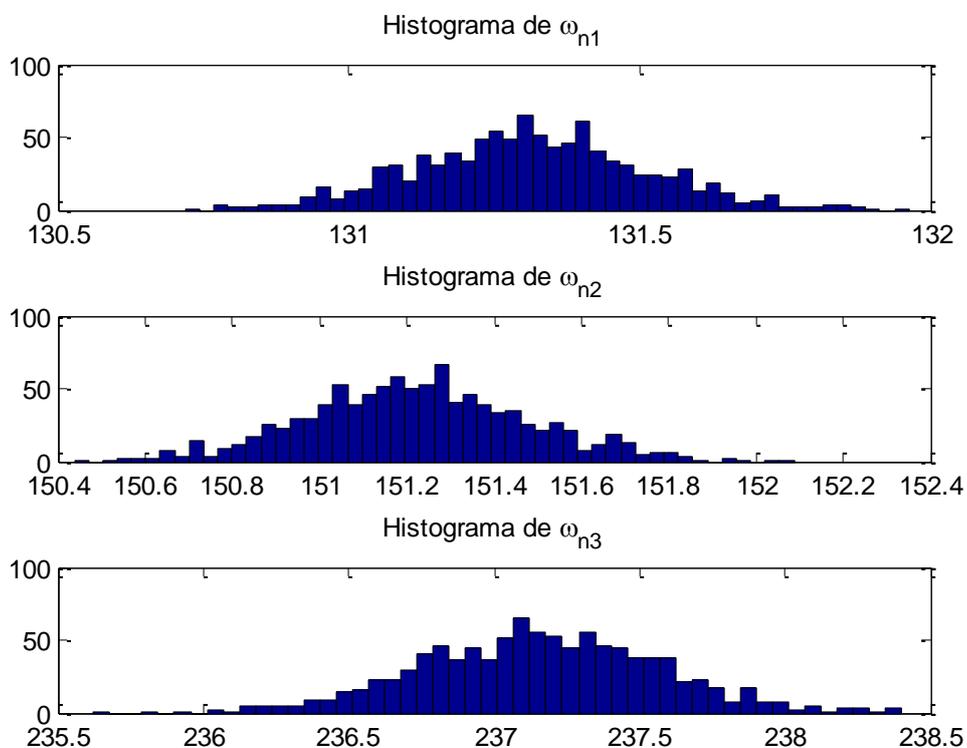


Figura 28 - Resposta dinâmica da estrutura com todos os parâmetros dimensionais submetidos à uma distribuição gaussiana

Tabela 15 – Média e desvio padrão referente às distribuições de todos os parâmetros simulados simultaneamente e as respectivas frequências naturais da simulação.

| Parâmetro | Média | Desvio Padrão |
|--------------------------|-----------------------|-----------------------|
| <i>L_{viga}</i> | 0,221 | 0,0006 |
| <i>W_{viga}</i> | 0,0192 | 3 x10 ⁻⁵ |
| <i>T_{viga}</i> | 7,35x10 ⁻³ | 2,1 x10 ⁻⁵ |
| <i>L_{placa}</i> | 0,298 | 0,0010 |
| <i>W_{placa}</i> | 0,198 | 0,0007 |
| <i>T_{placa}</i> | 7,5 x10 ⁻³ | 2,5 x10 ⁻⁵ |
| ω_1 | 131,23 | 0,61 |
| ω_2 | 151,71 | 0,75 |
| ω_3 | 237,31 | 1,22 |

De forma global, pode-se perceber um padrão de crescimento da variabilidade das frequências naturais conforme escolhemos bandas de frequência mais altas, como pode ser visto na Figura 29.

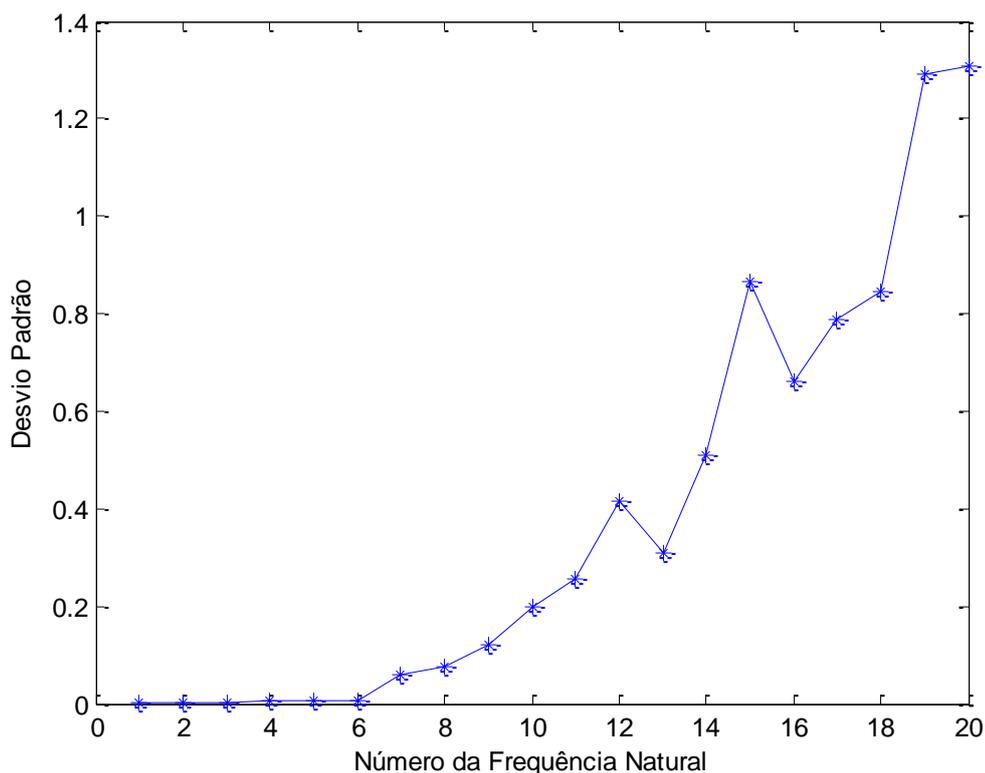


Figura 29 – Curva de crescimento do desvio padrão a cada frequência natural

4.6.Considerações finais

De acordo com os resultados de sensibilidade, mostrados na Tabela 12, existe uma relação intrínseca de cada parâmetro com cada um dos modos de vibração, com exceção do módulo de elasticidade, E , que para cada valor é igual em todos os pontos da estrutura fazendo com que a alteração se reflita em todos os modos de forma igual. Pode-se observar que os parâmetros de viga têm influência direta nos modos de flexão de viga, e os parâmetros de placa influenciam tanto os modos de viga como os de placa, de forma que:

- O comprimento da viga, L_{viga} , está diretamente ligado com os deslocamentos entre as placas, pois com o aumento do tamanho da viga ela vai se tornando mais flexível, afetando diretamente em ω_1 e ω_2 .

- A largura da viga, W_{viga} , não influencia tanto os modos de viga, pois esta ligado diretamente com o comprimento da placa, L_{placa} , que é dimensão predominante nessa direção, fazendo com que o W_{viga} ofereça pouca sensibilidade ao modo.
- A espessura da viga, T_{viga} , influencia o modo de vibração diretamente ligado à sua direção, apesar de ter um valor menor que o W_{viga} , um pequeno acréscimo em T_{viga} implica em uma grande mudança na matriz de rigidez e massa da viga resultando numa maior sensibilidade da frequência natural do modo ω_2 .
- O comprimento da placa, L_{placa} , foi a dimensão que apresentou maior sensibilidade na alteração das frequências naturais dos modos de placa ω_3 (15,27%) e de viga ω_1 (11,05%). Estes 2 modos estão diretamente ligados à direção de L_{placa} , de modo que aumentando este comprimento, implica diretamente na flexibilidade da placa e um pouco na massa também, e vice-versa. Além disso, esse aumento do comprimento da placa levou a uma flexibilização de um modo torsional, pois aumentou o raio de torção entre as 2 vigas nesta direção, fazendo com que esse modo aparecesse entre ω_2 e ω_3 . Pela impossibilidade de medição destes modos de torção experimentalmente, devido ao posicionamento dos acelerômetros na vertical, esses modos foram ignorados na sequência numérica dos modos.
- A largura da placa, W_{placa} , foi uma das dimensões que apresentou também maior sensibilidade só que de forma limitada, pois a direção da largura está na mesma direção de vibração de ω_2 (12,67%), apenas. Apesar disso, a mudança de massa e de rigidez proveniente de W_{placa} alteram de forma mais amena os outros modos, mas considerável, quando comparados com as dimensões da viga.
- A espessura da placa, T_{placa} , diferentemente das outras dimensões, não apresentou influência direta na mesma direção de medida, pois uma mudança de $\pm 10\%$ não é significante comparado com L_{viga} que encontra-se na mesma direção e predomina os efeitos de T_{placa} . Entretanto, uma pequena mudança de T_{placa} implica na maior mudança na rigidez e massa da placa afetando o modo relativo à flexibilidade da placa ω_3 e o modo de

flexão de viga ω_1 , pois está sobre o maior efeito de massa devido a L_{placa} . Além disso, como na análise das mudanças em L_{placa} , a flexibilização da placa levou ao aparecimento do mesmo modo de torção.

Portanto, comparando a análise de sensibilidade de cada parâmetro com os parâmetros medidos do conjunto de componentes, expostos na Tabela 9, percebe-se que apesar das pequenas variações das dimensões no conjunto de componentes, a peculiaridade de cada componente faz com que os modos de vibração sejam excitados em diferentes frequências, gerando uma distribuição em volta de um valor médio. Quando os componentes são montados, essa sensibilidade de comportamento pode se alterar, de forma significativa, como veremos no capítulo seguinte. Além disso, analisando conjuntamente com as simulações Monte-Carlo, diferentemente de considerar somente as fronteiras, pode-se constatar que a distribuição adotada para a variabilidade de cada parâmetro é semelhante em forma à da resposta dinâmica. Da mesma forma, nota-se também que a utilização em conjunto das variabilidades dos parâmetros dimensionais preservaram a forma da distribuição gaussiana, porém com mudança nos limites das distribuições das frequências naturais devido à interação das variações ocasionadas pelos parâmetros.

Comparando a análise feita experimentalmente e a numérica, o formato dos 3 modos analisados apresentou-se semelhantes nas duas análises. A partir das FRFs obtidas experimentalmente nos 5 pontos de medição foram calculadas as amplitudes da placa superior do componente e pela semelhança dos modos, o modelo foi considerado um bom representante do componente real, só sendo necessários alguns ajustes finos para ajustar os valores das frequências naturais para seus respectivos modos.

Analisando a modelagem feita no ANSYS, vários quesitos foram refinados até chegar numa resposta similar à experimental. Alguns desses parâmetros dimensionais tiveram que ser medidos com alta precisão, como a espessura média da placa, T_{placa} e a espessura média da viga, T_{viga} , devido à sensibilidade desses parâmetros em mudar a massa da placa e da viga consideravelmente. Além das dimensões precisas, os graus de liberdade definidos para simular o cordão de solda foram definidos além da secção transversal da viga, considerando até o último ponto do cordão de solda. Este rigor na

definição dos graus de liberdade dos nós dos elementos foi necessário para ajustar o modo de flexão relativo à dimensão da espessura da viga, ω_2 . Apesar da consideração dos materiais serem aço AISI1020, a massa específica do módulo medida experimentalmente foi bem diferente, influenciando bastante na matriz de massa do modelo do componente e conseqüentemente no comportamento dinâmico.

5. Análise das Montagens

Neste capítulo, apresenta-se uma análise da influência da montagem dos componentes na variabilidade da resposta dinâmica. Um modelo de elementos finitos é apresentado e sua resposta dinâmica é comparada com resultados experimentais. Um número reduzido de componentes é escolhido, a fim de viabilizar o procedimento experimental, mantendo um número adequado de amostras. Finalmente, seu comportamento dinâmico é comparado com os componentes isolados, a fim de analisar a variabilidade associada à montagem de estruturas, bem como as mudanças relativas à estrutura e a existência ou não de um padrão de variabilidade para os modos.

5.1. Modelagem em elementos finitos

Para fazer as simulações numéricas das montagens, foi feito um modelo em elementos finitos no ANSYS utilizando linguagem de programação APDL. O modelo de cada componente da montagem foi feito de forma semelhante à exposta na seção 4.3, sendo necessário modelar as conexões por porca e parafusos. As conexões entre os componentes foram modeladas definindo o mesmo grau de liberdade para o contorno dos furos sobrepostos, simulando assim a fixação entre os componentes com mesmo grau de aperto. A Figura 30 ilustra a conexão entre os componentes da montagem.

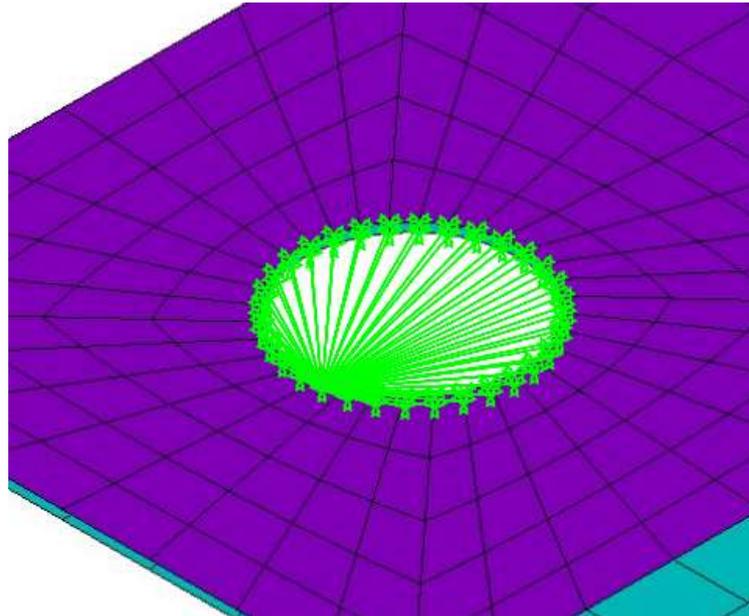


Figura 30 – Modelo em elementos finitos simulando as conexões entre os componentes através de porcas e parafusos

5.2.Procedimento experimental

Após analisar os módulos separadamente, estes foram montados de diferentes formas, utilizando parafusos e porcas para a fixação dos blocos entre si. Para isso, 3 componentes foram escolhidos e montados, como mostrado na Figura 31, dentro das 6 combinações possíveis, afim de analisar as variações impostas pela mudança de posição dos blocos. Todo o procedimento experimental foi feito em Matlab, Anexo 2



Figura 31 – Fotografia do setup experimental da montagem 10-9-7.

As medidas foram feitas na placa superior, sempre do componente mais elevado usando as mesmas posições utilizadas na caracterização dos módulos separados, como mostrado na Figura 5. Como existem $\binom{10}{3} \cdot 3! = 720$ montagens possíveis, foram selecionados somente os blocos 7, 9 e 10, por serem representativos, de modo a viabilizar a análise experimental, de modo que existem somente 6 possíveis combinações, como mostrado na Tabela 16.

Tabela 16 – Ordem de montagem dos componentes 10, 9 e 7

| C_i | Ordem de montagem |
|-------|-------------------|
| C_1 | 7-9-10 |
| C_2 | 7-10-9 |
| C_3 | 9-7-10 |
| C_4 | 9-10-7 |
| C_5 | 10-7-9 |
| C_6 | 10-9-7 |

5.3. Resultados

Definidas e identificadas as combinações dos blocos, todas foram ensaiadas e os dados foram tratados com o mesmo procedimento feito nos componentes separadamente. A Tabela 17 mostra as frequências naturais estimadas pelas 6 possíveis combinações de

montagem. A Tabela 18 mostra o valor médio, desvio padrão e COV das 3 frequências naturais sob análise. A Figura 32 mostra o histograma de medidas de cada montagem para cada frequência natural. A Figura 33 mostra a análise de limites com a FRF média (verde) e os limites inferior e superior (vermelho) das FRFs das montagens estimadas na posição 1 de medição.

Tabela 17 – Frequências naturais obtidas de cada combinação para os 3 modos analisados

| C_i | $\omega_1^{(j)}$ | $\omega_2^{(j)}$ | $\omega_3^{(j)}$ |
|-------|------------------|------------------|------------------|
| C_1 | 123.26 | 148.26 | 260.52 |
| C_2 | 123.76 | 146.01 | 258.52 |
| C_3 | 121.51 | 150.76 | 235.27 |
| C_4 | 121.01 | 137.51 | 224.76 |
| C_5 | 121.76 | 145.51 | 240.02 |
| C_6 | 121.26 | 139.51 | 252.77 |

Tabela 18 – Média, desvio padrão e variação das frequências naturais relativas às 6 montagens

| Frequência | Valor médio \pm Desvio padrão [Hz] | COV, % |
|------------|--------------------------------------|--------|
| ω_1 | 122.09 \pm 1.14 | 0,93 |
| ω_2 | 144.59 \pm 5.11 | 3,53 |
| ω_3 | 245.31 \pm 14.23 | 5,80 |

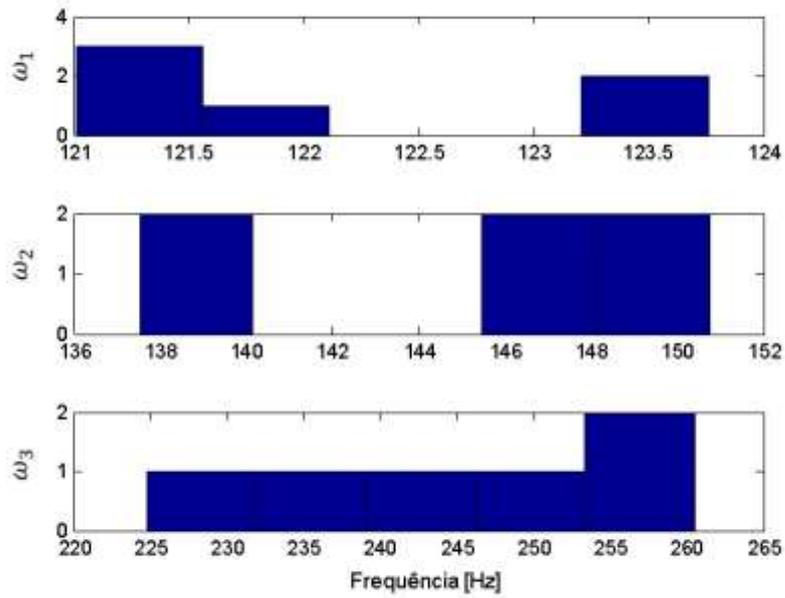


Figura 32 – Histograma das frequências naturais estimadas para as 6 montagens

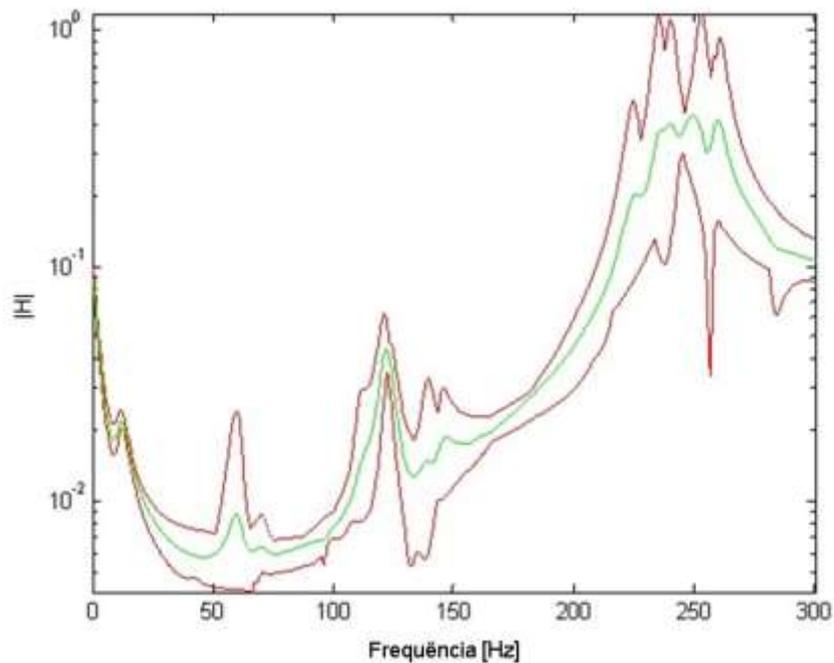


Figura 33 - Envoltório (vermelho) e média (verde) das FRFs das montagens medidas na posição 1

5.4. Discussão

Com os dados apresentados da análise experimental, referente ao comportamento dinâmico do conjunto de componentes e das montagens, é necessário discutir sobre alguns

pontos. A Figura 34 mostra a análise de limites dos componentes e das montagens medidos na posição 1, enfatizando 3 regiões onde ocorrem mudanças significativas na variabilidade do comportamento dinâmico da estrutura.

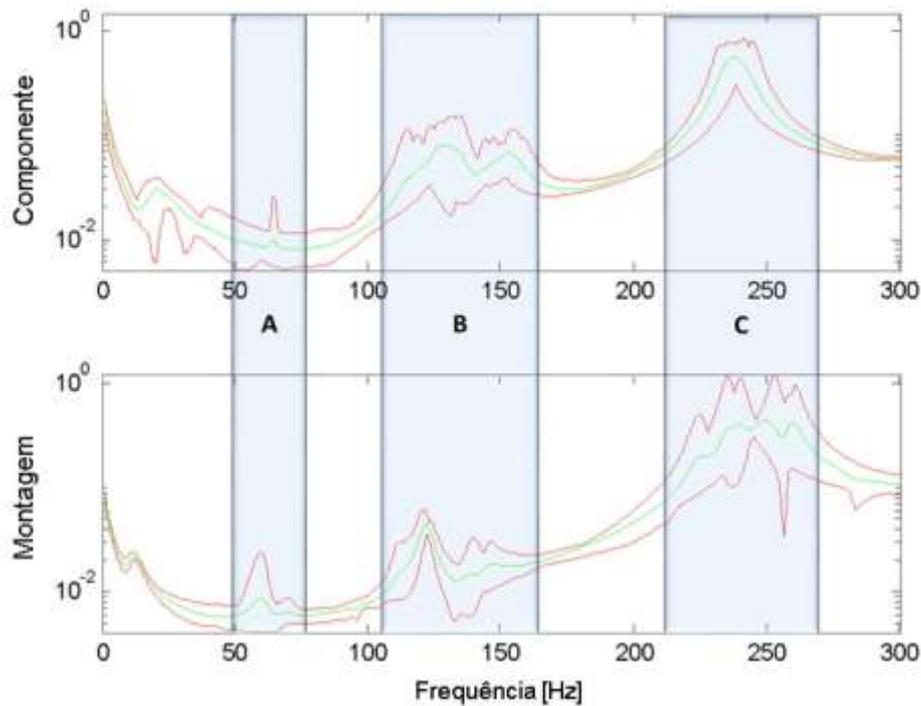


Figura 34 – Comparação dos envoltório e valor médio dos componentes (cima) e das montagens (baixo)

De maneira geral, pode-se notar que o comportamento dinâmico do conjunto de componentes e das montagens são completamente diferentes, devido às mudanças estruturais. De maneira geral, pode-se considerar a montagem como um componente que o L_{viga} é aproximadamente 3 vezes maior na altura. Esta mudança acarreta o aumento da flexibilidade das vigas, fazendo com que os picos relativos aos modos de flexão de viga, como mostrado na região B da Figura 34, diminuam suas frequências naturais, e dependendo do grau de mudança, pode-se notar a definição ou aparecimento de outros modos que até então não eram significativos, como os delimitados na região A da Figura 34. Já o modo de vibração que era relativa à flexão da placa, na região C da Figura 34, como foi medida no componente do topo da montagem, teve uma grande variação no valor devido a influência dos outros componentes adjacentes.

Além do mais, analisando apenas a variabilidade (análise de limites), pode-se notar que a ordem de grandeza da variabilidade das montagens, em algumas bandas de

frequência, é comparável com a do conjunto de componentes, mesmo levando em consideração apenas a mudança de ordem dos mesmos 3 componentes. Esse resultado sugere que a variabilidade de montagem é um grande fator a se considerar quando uma estrutura vai ser manufaturada, pois a partir dele pode-se definir um comportamento dinâmico viável para o seu projeto.

Além disso, a variabilidade de montagem afeta diferentemente os modos de vibrações em diferentes bandas de frequência. Pode-se notar que as frequências naturais tem diferentes sensibilidades devido ao tipo de montagem, através da conexão das placas na vertical por parafusos, agindo diretamente na flexibilidade da estrutura e fazendo com que a variabilidade do parâmetro vertical, L_{viga} , seja menos influente no comportamento geral. O mesmo tipo de variabilidade pode ser observado na Tabela 19.

Tabela 19 – Comparação das frequências naturais (média, desvio padrão e variação) dos componentes e das montagens.

| | Frequência | Valor médio ± desvio padrão [Hz] | COV, % |
|--------------------|-------------------|---|---------------|
| Montagens | ω_1 | 122,09 ± 1,14 | 0,93 |
| | ω_2 | 144,59 ± 5,11 | 3,53 |
| | ω_3 | 245,31 ± 14,23 | 5,80 |
| Componentes | ω_1 | 126,91 ± 6,46 | 5,09 |
| | ω_2 | 152,33 ± 2,68 | 1,75 |
| | ω_3 | 238,08 ± 3,18 | 1,34 |

5.5.Montagem seletiva

Nesta seção, procura-se direcionar a análise trabalho para formas de aplicação práticas. Tendo em vista que todos os projetos contém incertezas em diversos parâmetros, devido à inviabilidade econômico de eliminá-las, a utilização de um padrão seletivo para otimização dos resultados finais obtidos deve sempre ser considerada. De modo simplificado, pensando-se em uma frequência operacional, pode-se utilizar um critério de montagem seletiva para, por exemplo, aproximar ou distanciar a frequência de operação de uma frequência de ressonância.

Considerando hipoteticamente que a montagem dos pórticos seja utilizada em uma estrutura de uma torre ligada a um motor que transfira para a torre uma frequência de

255,5 Hz, pode-se notar que as montagens C_5 e C_6 se destacam-se, nesta frequência, como as que possuem mínima e máxima amplitudes de FRF, respectivamente. A Figura 35 apresenta as FRFs experimentais das montagens feitas com os componentes 7,9 e 10 com uma frequência de operação selecionada.

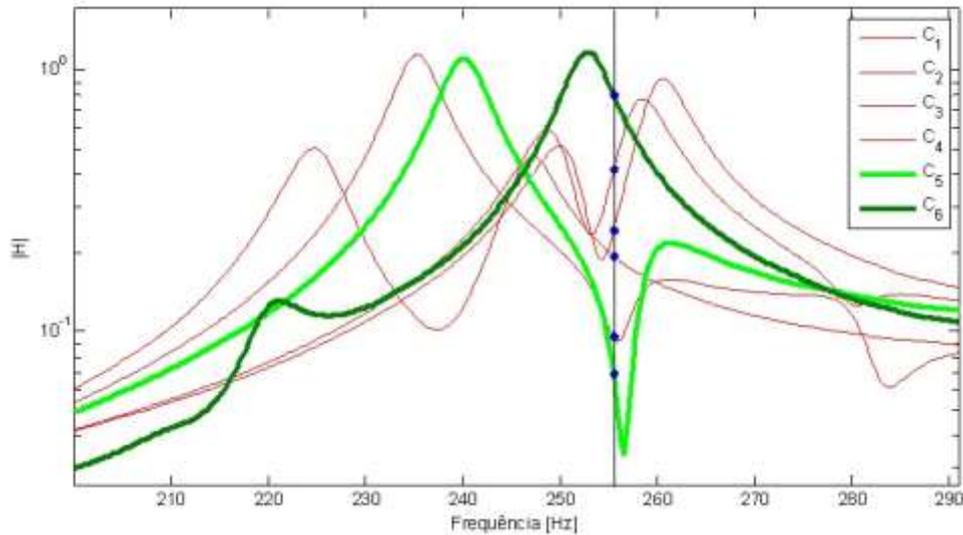


Figura 35 – FRFs das 6 montagens com o arranjo dos componentes 7, 9 e 10 com marcações das amplitudes na frequência de operação 255,5 Hz.

Para um motor, geralmente a necessidade é a diminuição de oscilações para preservar a operação e integridade da estrutura, sendo portanto a montagem C_5 a melhor opção para este critério, seguida pelas combinações em ordem crescente de amplitude até C_6 . Em outra perspectiva, se a estrutura estivesse utilizando a vibração para geração de energia, a utilização da montagem C_6 é a melhor opção, seguida em ordem decrescente de amplitude até C_5 .

6. Conclusões

Este trabalho investigou e caracterizou a influência da variabilidade de propriedades geométricas e de material na resposta dinâmica de componentes estruturais nominalmente idênticos isoladamente e um sistema composto por um conjunto destes componentes. Além disso, foi mostrada a importância de uma análise para montagem de estruturas devido às mudanças no comportamento dinâmico devido à ordem de montagem.

Em um primeiro momento, numa análise simplificada, foram analisados 3 fatores que podem influenciar o comportamento dinâmico de uma estrutura: variabilidade de parâmetros, rigidez de conexão e ordem de montagem, os quais provocam alterações relevantes tanto nas frequências naturais como nos modos.

Subsequentemente, foi introduzido um componente mais complexo, em forma de pórtico, para ser identificado experimentalmente e, após compatibilização com análise numérica, ter seus parâmetros dimensionais e de material analisados afim de descobrir a relevância de cada parâmetro no comportamento dinâmico do componente. Nessa direção, através de uma análise de sensibilidade, observou-se que cada parâmetro afetava de forma diferenciada os modos de vibrar do componente, o que torna possível a decisão de quais parâmetros são mais importantes, tendo em vista a física operacional da estrutura que este componente faz parte. Em seguida, foram feitas simulações Monte-Carlo para prever o comportamento dinâmico dos componentes, dado uma distribuição gaussiana nos parâmetros dimensionais e de material. Com esta análise mais profunda, foi possível observar que a variabilidade dos parâmetros influencia, quando analisados separadamente, de forma semelhante a variabilidade da frequência natural, carregando a forma da distribuição de variabilidade – gaussiana, neste caso – para a resposta dinâmica, e preservando as tolerâncias calculadas anteriormente na análise de sensibilidade. Da mesma forma, em uma análise conjunta da variabilidade dos parâmetros, percebe-se uma forma semelhante na resposta dinâmica, e uma consequente mudança nas tolerâncias devido à interação das variabilidades dos parâmetros.

Além disso, foram investigadas também as montagens entre os componentes, para comparação com os comportamentos dinâmicos dos componentes, e a influência do fator montagem na variabilidade da resposta. Foi observado a mudança significativa na forma

da resposta dinâmica entre os componentes e a montagem, devido às mudanças estruturais. Pode-se ainda observar que a montagem da estrutura acarretou em diferentes variações em diferentes bandas de frequência. Quanto ao estudo de variabilidade, é notória a influência do fator de montagem na mudança da resposta dinâmica, visto que as variações provocadas pelas montagens diferentes dos mesmo 3 componentes são comparáveis ou superiores à variabilidade de parâmetros nos componentes, sugerindo que o fator montagem não deve ser desconsiderado. Visto isto, a montagem seletiva foi abordada afim de mostrar como a influência da variabilidade pode ser usada a favor do projetista para otimizar a resposta pra determinada aplicação prática.

Percebe-se, no geral, que a variabilidade de parâmetros de montagem, advinda da redução de custos com a diminuição de tolerâncias, pode ser fator decisivo no âmbito operacional do projeto, o que pode ser mais agravado ainda quando se considera variabilidade de montagem. Porém, com a utilização computacional para prever comportamentos, como análises de sensibilidade para definir parâmetros relevantes para o sistema, montagem seletiva para selecionar as melhores configurações que promovam as melhores respostas, simulações Monte-Carlo, dentre outros, esses problemas podem ser resolvidos garantindo a economia de projetos de maior complexidade.

6.1.Sugestões e trabalhos futuros

Recomenda-se para futuros trabalhos:

- a utilização de procedimentos semelhantes para análise de estruturas mais complexas.
- Melhorar o modelo numérico de montagem de estruturas modulares
- Desenvolver no modelo numérico a variabilidade de aperto para as montagens

6.2.Lista de publicações

O seguinte trabalho foi apresentado e publicado em um congresso internacional

Silva, Jorge H. H.; Fabro, Adriano T.; Experimental investigation on the variability of the dynamic response of assemblies of nominally identical components, Proceedings of the XXXVII Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering - CILAMCE, 2016.

Referências

- [1] William D. Callister, Jr., *Materials Science and Engineering: An Introduction*, 7th ed., 2006.
- [2] Erick Vanmarcke, *Random Fields: Analysis and Synthesis*, MIT Press, Cambridge, MA, 1983.
- [3] L. Hinke, L. Pichler, H.J. Pradlwarter, B.R. Mace, T.P. Waters, Modelling of spatial variations in vibration analysis with application to an automotive windshield, *Finite Elem. Anal. Des.* 47 (2011) 55–62. doi:10.1016/j.finel.2010.07.013.
- [4] M.W. Zehn, A. Saitov, How can spatially distributed uncertainties be included in FEA and in parameter estimation for model updating?, *Shock Vib.* 10 (2003) 15–25.
- [5] A. Papoulis, *Probability, Random Variability and Stochastic Processes*, 3rd ed., McGraw-Hill, 1993.
- [6] D. Moens, D. Vandepitte, A survey of non-probabilistic uncertainty treatment in finite element analysis, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* 194 (2005) 1527–1555. doi:10.1016/j.cma.2004.03.019.
- [7] I. Babuška, M. Motamed, A fuzzy-stochastic multiscale model for fiber composites, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* 302 (2016) 109–130. doi:10.1016/j.cma.2015.12.016.
- [8] B. Möller, W. Graf, M. Beer, Fuzzy structural analysis using α -level optimization, *Comput. Mech.* 26 (2000) 547–565. doi:10.1007/s004660000204.
- [9] P. Sniady, K. Mazur-Sniady, R. Sieniawska, S. Zukowski, Fuzzy stochastic elements method. Spectral approach, *Mech. Syst. Signal Process.* 37 (2013) 152–162. doi:10.1016/j.ymssp.2012.09.016.
- [10] G. Muscolino, R. Santoro, A. Sofi, Reliability analysis of structures with interval uncertainties under stationary stochastic excitations, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* 300 (2016) 47–69. doi:10.1016/j.cma.2015.10.023.
- [11] C. Wang, Z. Qiu, X. Wang, D. Wu, Interval finite element analysis and reliability-based optimization of coupled structural-acoustic system with uncertain parameters, *Finite Elem. Anal. Des.* 91 (2014) 108–114. doi:10.1016/j.finel.2014.07.014.
- [12] R.E. Murray, D.A. Doman, M.J. Pegg, Finite element modeling and effects of material uncertainties in a composite laminate with bend–twist coupling, *Compos. Struct.* 121 (2015) 362–376. doi:10.1016/j.compstruct.2014.11.035.
- [13] T.M. Wasfy, A.K. Noor, Finite element analysis of flexible multibody systems with fuzzy parameters, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* 160 (1998) 223–243. doi:10.1016/S0045-7825(97)00297-1.
- [14] S. Shang, G.J. Yun, Stochastic finite element with material uncertainties: Implementation in a general purpose simulation program, *Finite Elem. Anal. Des.* 64 (2013) 65–78. doi:10.1016/j.finel.2012.10.001.
- [15] H.C. Noh, Stochastic behavior of Mindlin plate with uncertain geometric and material parameters, *Probabilistic Eng. Mech.* 20 (2005) 296–306. doi:10.1016/j.probengmech.2005.06.001.
- [16] G. Stefanou, M. Papadrakakis, Stochastic finite element analysis of shells with combined random material and geometric properties, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* 193 (2004) 139–160. doi:10.1016/j.cma.2003.10.001.
- [17] T.-P. Chang, Stochastic dynamic finite element analysis of bridge–vehicle system subjected to random material properties and loadings, *Appl. Math. Comput.* 242 (2014) 20–35. doi:10.1016/j.amc.2014.05.038.

- [18] O.C. Zienkiewicz, K. Morgan, *Finite Elements and Approximation*, Dover Ed edition, Dover Publications, Mineola, N.Y., 2006.
- [19] G. Stefanou, The stochastic finite element method: Past, present and future, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* 198 (2009) 1031–1051. doi:10.1016/j.cma.2008.11.007.
- [20] B. Sudret, A. Der Kiureghian, *Stochastic Finite Element methods and reliability: A state-of-Art report*, University of California, Berkeley, 2000.
- [21] H.G. Matthies, C.E. Brenner, C.G. Bucher, C. Guedes Soares, Uncertainties in probabilistic numerical analysis of structures and solids-Stochastic finite elements, *Struct. Saf.* 19 (1997) 283–336. doi:10.1016/S0167-4730(97)00013-1.
- [22] R. Ghanem, P.D. Spanos, *Stochastic Finite Elements: A Spectral Approach*, Revised edition, Dover Publications, Minneola, N.Y., 2012.
- [23] M. Ostoja-Starzewski, *Microstructural Randomness and Scaling in Mechanics of Materials*, 1 edition, Chapman and Hall/CRC, Boca Raton, 2007.
- [24] R.Y. Rubinstein, D.P. Kroese, *Simulation and the Monte Carlo method*, Second Edition, John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, NJ, USA, 2007.
- [25] J.T. Oden, T. Belytschko, I. Babuska, T.J.R. Hughes, Research directions in computational mechanics, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* 192 (2003) 913–922. doi:10.1016/S0045-7825(02)00616-3.
- [26] W D’Ambrogio, A Fregolent, Effect of uncertainties on substructure coupling: Modelling and reduction strategies, *Mech. Syst. Signal Process.* 23 (2009) 588–605. doi:doi:10.1016/j.ymsp.2008.07.018.
- [27] L. Hinke, F. Dohnal, B.R. Mace, T.P. Waters, N.S. Ferguson, Component mode synthesis as a framework for uncertainty analysis, *J. Sound Vib.* 324 (2009) 161–178. doi:10.1016/j.jsv.2009.01.056.
- [28] R. Octavio de Alba Alvarez, *Vibration analysis of uncertain spot-welded structures*, phd, University of Southampton, 2012. <http://eprints.soton.ac.uk/348956/> (accessed February 5, 2016).
- [29] Investigating the sources of variability in the dynamic response of built-up structures through a linear analytical model, *J. Sound Vib.* 387 (2017) 163–176. doi:10.1016/j.jsv.2016.10.007.
- [30] Contact parameter identification for vibrational response variability prediction, *Appl. Acoust.* 129 (2018) 291–305. doi:10.1016/j.apacoust.2017.08.011.
- [31] J. Xu, D. Wang, C. Dang, A marginal fractional moments based strategy for points selection in seismic response analysis of nonlinear structures with uncertain parameters, *J. Sound Vib.* 387 (2017) 226–238. doi:10.1016/j.jsv.2016.10.008.
- [32] Kihong Shin, Joseph K. Hammond, *Fundamentals of Signal Processing for Sound and Vibration Engineers*, 2008.

ANEXOS

1. Identificação experimental dos componentes

```
close all
clear all
clc
%Components

n_amostras=10;
n_pos=5;
dir=('C:\Users\Jorge\Desktop\Mestrado\Experimento Módulo\');
for mod=1:10
    ll{mod}=(['ensaio', num2str(mod)]);
    dir2=(['C:\Users\Jorge\Desktop\Mestrado\Experimento
Módulo\Módulo_', num2str(mod)]);
    cd(dir2);
    for k=1:n_pos
        for kk=1:n_amostras

arquivo=fopen(['C:\Users\Jorge\Desktop\Mestrado\Experimento
Módulo\Módulo_', num2str(mod) '\Módulo_', num2str(mod)
'_teste', num2str(kk) '_pos', num2str(k) '_tempo.txt']);

EnsaioTempo.(ll{mod}){k, kk}=(fscanf(arquivo, '%f', [3, 8197]))';
        fclose(arquivo);
        end

    cd(dir)
    % for k=1:n_pos

t = EnsaioTempo.(ll{mod}){1, 1}(:, 1);
dt = t(2)-t(1);

N = length(t);

fs = 1/dt;
df = fs/(N-1);

f = 0:df:df*(N-1);

tau = 50; %Force/exponential windowing

% figure;
% subplot(2,1,1)
```

```

    % plot(t,EnsaioTempo{k, kk}(:,2),t,EnsaioTempo{k, kk}(:,2).*exp(-
tau*t/t(N)))
    % subplot(2,1,2)
    % plot(t,EnsaioTempo{k, kk}(:,3),t,EnsaioTempo{k, kk}(:,3).*exp(-
tau*t/t(N)))
    % xlim([0 0.01*t(N)])

    for kk = 1:n_amostras;
        a.(ll{mod})(k, (kk-1)*N+1:kk*N) =
EnsaioTempo.(ll{mod}){k, kk}(:,2).*exp(-tau*t/t(N));
        F.(ll{mod})(k, (kk-1)*N+1:kk*N) =
EnsaioTempo.(ll{mod}){k, kk}(:,3).*exp(-tau*t/t(N));
    end

[Saa.(ll{mod})(k,:), Sff.(ll{mod})(k,:), Saf.(ll{mod})(k, :)] = depxyper(a.
(ll{mod})(k,:), F.(ll{mod})(k,:), dt, N); %Periodograma

Sfa.(ll{mod})(k, :) = conj(Saf.(ll{mod})(k, :));
n = floor(N/2);

% figure;
% subplot(221)
% semilogy(f(1:n), Saa(k, 1:n))
% subplot(222)
% semilogy(f(1:n), Sff(k, 1:n))
% subplot(223)
% semilogy(f(1:n), abs(Saf(k, 1:n)))
% subplot(224)
% plot(f(1:n), angle(Sfa(k, 1:n)))

% a/F = H -> a = HF

H1.(ll{mod})(k, :) = Sfa.(ll{mod})(k, :)./Sff.(ll{mod})(k, :);
H2.(ll{mod})(k, :) = Saa.(ll{mod})(k, :)./Saf.(ll{mod})(k, :);
Hw.(ll{mod})(k, :) = (Saa.(ll{mod})(k, :) -
Sff.(ll{mod})(k, :)+sqrt((Sff.(ll{mod})(k, :)-
Saa.(ll{mod})(k, :)).^2+4*abs(Sfa.(ll{mod})(k, :)).^2))./(2*Saf.(ll{mod})
)(k, :));

gamma.(ll{mod})(k, :) =
abs(Sfa.(ll{mod})(k, :)).^2./(Sff.(ll{mod})(k, :).*Saa.(ll{mod})(k, :));

% figure(k);
% % subplot(1,1,1)
% %
semilogy(f(1:n), abs(H1.(ll{mod})(k, 1:n)), 'k', f(1:n), abs(H2.(ll{mod})(k
, 1:n)), 'r--', f(1:n), abs(Hw.(ll{mod})(k, 1:n)), 'g:', 'linewidth', 2);
% % hold on
% subplot(1,1,1)
% semilogy(f(1:n), abs(H2.(ll{mod})(k, 1:n)), 'k', 'linewidth', 2)
% xlim([0 350])
% ylabel('|H_2|')
% hold on
% % subplot(3,1,2)
% % plot(f(1:n), angle(H2.(ll{mod})(k, 1:n)), 'k', 'linewidth', 2)
% % xlim([0 350])
% % ylabel('arg(H_2)')
% % hold on

```

```

%% % subplot(3,1,3)
%% % plot(f(1:n),gamma.(l1{mod})) (k,1:n), 'k', 'linewidth',2)
%% % xlim([0 350])
%% % ylim([0 1.02])
%% % ylabel('Coherence')
%% % xlabel('Frequency [Hz]')
%% % hold on
end
% end

pos_wn1=zeros(1);
pos_wn2=zeros(1);
pos_wn3=zeros(1);
for L=1:n_pos

pos_wn1(L)=min(find(abs(H2.(l1{mod}))(L,:))==max(abs(H2.(l1{mod}))(L,max
(find(f<110&f>109)):max(find(f<140&f>139))))));

pos_wn2(L)=min(find(abs(H2.(l1{mod}))(L,:))==max(abs(H2.(l1{mod}))(L,max
(find(f<150&f>149)):max(find(f<161&f>160))))));

pos_wn3(L)=min(find(abs(H2.(l1{mod}))(L,:))==max(abs(H2.(l1{mod}))(L,max
(find(f<235&f>234)):max(find(f<245&f>244))))));
Freq_res_wn1(mod,L)=f(pos_wn1(L));
Coerencia_wn1(mod,L)=gamma.(l1{mod})(pos_wn1(L));
Freq_res_wn2(mod,L)=f(pos_wn2(L));
Coerencia_wn2(mod,L)=gamma.(l1{mod})(pos_wn2(L));
Freq_res_wn3(mod,L)=f(pos_wn3(L));
Coerencia_wn3(mod,L)=gamma.(l1{mod})(pos_wn3(L));
end
end
L=1;
display(sprintf(['Freq_wn1\tCOF']))
display([Freq_res_wn1(:,L) Coerencia_wn1(:,L)]);
display(sprintf(['Freq_wn2\tCOF']))
display([Freq_res_wn2(:,L) Coerencia_wn2(:,L)]);
display(sprintf(['Freq_wn3\tCOF']))
display([Freq_res_wn3(:,L) Coerencia_wn3(:,L)]);
Freq_m1=mean(Freq_res_wn1(:,1:4),2);
Freq_m2=mean(Freq_res_wn2(:,1:4),2);
Freq_m3=mean(Freq_res_wn3,2);
sig1=std(Freq_m1);
sig2=std(Freq_m2);
sig3=std(Freq_m3);
media1=mean(Freq_m1);
media2=mean(Freq_m2);
media3=mean(Freq_m3);
Cov1=sig1/media1;
Cov2=sig2/media2;
Cov3=sig3/media3;
display(['\omega_n1=',num2str(media1),'+/-',num2str(sig1),'
COV=',num2str(Cov1)]);
display(['\omega_n2=',num2str(media2),'+/-',num2str(sig2),'
COV=',num2str(Cov2)]);
display(['\omega_n3=',num2str(media3),'+/-',num2str(sig3),'
COV=',num2str(Cov3)]);
media1(1:10)=media1;
media2(1:10)=media2;
media3(1:10)=media3;

%% PDFs

```

```

soma=zeros(size(H2.(1l{1,1})));
soma_mc2=zeros(size(H2.(1l{1,1})));
for mod=1:10
    ans=abs(H2.(1l{1,mod}));
    soma=soma+ans;
end
media=soma/10;
for mod=1:10
    ans=abs(H2.(1l{1,mod}));
    soma_k=(ans-media).^2;
    soma_mc2=soma_mc2+soma_k;
end
soma_mc2=soma_mc2/10;
desv=soma_mc2.^0.5;
for k=1:n_pos
    figure(k+5);
    subplot(211)
    semilogy(f(1:n),media(k,1:n),'r','linewidth',2)
    subplot(212)
    plot(f(1:n),desv(k,1:n),'k','linewidth',2)
    ylim([0 1])
end
k=1
figure;
for mod=1:10
    semilogy(f(1:n),abs(H2.(1l{mod}))(k,1:n),'k','linewidth',2)
    hold on
end
semilogy(f(1:n),media(k,1:n),'g','linewidth',3)
%% Percentil
figure(12);
for k=1:n_pos
    for aa=1:10
        H_matrix(aa,:)=abs(H2.(1l{aa}))(k,:);
    end
    H_up=prctile(H_matrix,95);
    H_bot=prctile(H_matrix,5);
    subplot(3,2,k)
    semilogy(f(1:n),H_up(1:n),'r',f(1:n),H_bot(1:n),'r',f(1:n),media(k,1:n)
    ),'g')
    xlabel('Frequency [Hz]')
    ylabel('|H|')
    xlim([f(find((abs(f-0))==min(abs(f-0)))) f(find((abs(f-300))==min(abs(f-300))))])
    ylim([min(H_bot(1:n)) 1.45])
    hold on
end
%% Histograma
figure;
subplot(311)
hist(Freq_res_wn1(:,L),5);
ylabel('\omega_n1')
subplot(312)
hist(Freq_res_wn2(:,L),5);
ylabel('\omega_n2')
subplot(313)
hist(Freq_res_wn3(:,L),5);
ylabel('\omega_n3')
xlabel('Frequency [Hz]')

```

2. Identificação experimental das montagens

```
close all
clear all
clc

%Assemblies
n_modulos=6;
n_amostras=10;
n_pos=1;
dir=('C:\Users\Jorge\Desktop\Mestrado\Experimento Módulo\');
set=['7-9-10';'7-10-9';'9-7-10';'9-10-7';'10-7-9';'10-9-7'];
for mod=1:n_modulos
    ll{mod}=('ensaio',num2str(mod));
    dir2=('C:\Users\Jorge\Desktop\Mestrado\Experimento
Módulo\',set(mod,:));
    cd(dir2);
    for k=1:n_pos
        for kk=1:n_amostras

arquivo=fopen('C:\Users\Jorge\Desktop\Mestrado\Experimento
Módulo\',set(mod,:) '\',set(mod,:) '_teste',num2str(kk)
'_pos',num2str(k) '_tempo.txt');

EnsaioTempo.(ll{mod}){k,kk}=(fscanf(arquivo,'%f',[3,8197]));
        fclose(arquivo);
        end

        cd(dir)
        % for k=1:n_pos

t = EnsaioTempo.(ll{mod}){1,1}(:,1);
dt = t(2)-t(1);

N = length(t);

fs = 1/dt;
df = fs/(N-1);

f = 0:df:df*(N-1);

tau = 50; %Force/exponential windowing

% figure;
% subplot(2,1,1)
% plot(t,EnsaioTempo{k,kk}(:,2),t,EnsaioTempo{k,kk}(:,2).*exp(-
tau*t/t(N)))
% subplot(2,1,2)
% plot(t,EnsaioTempo{k,kk}(:,3),t,EnsaioTempo{k,kk}(:,3).*exp(-
tau*t/t(N)))
% xlim([0 0.01*t(N)])

        for kk = 1:n_amostras;
            a.(ll{mod})(k,(kk-1)*N+1:kk*N) =
EnsaioTempo.(ll{mod}){k,kk}(:,2).*exp(-tau*t/t(N));
        end
    end
end
```

```

        F.(ll{mod})(k,(kk-1)*N+1:kk*N) =
EnsaioTempo.(ll{mod}){k,kk}(:,3).*exp(-tau*t/t(N));
        end

[Saa.(ll{mod})(k,:),Sff.(ll{mod})(k,:),Saf.(ll{mod})(k,)] = depxyper(a.
(ll{mod})(k,:),F.(ll{mod})(k,:),dt,N); %Periodograma

Sfa.(ll{mod})(k,:) = conj(Saf.(ll{mod})(k,:));
n = floor(N/2);

% figure;
% subplot(221)
% semilogy(f(1:n),Saa(k,1:n))
% subplot(222)
% semilogy(f(1:n),Sff(k,1:n))
% subplot(223)
% semilogy(f(1:n),abs(Saf(k,1:n)))
% subplot(224)
% plot(f(1:n),angle(Sfa(k,1:n)))

% a/F = H -> a = HF

H1.(ll{mod})(k,:) = Sfa.(ll{mod})(k,:)./Sff.(ll{mod})(k,:);
H2.(ll{mod})(k,:) = Saa.(ll{mod})(k,:)./Saf.(ll{mod})(k,:);
Hw.(ll{mod})(k,:) = (Saa.(ll{mod})(k,:)-
Sff.(ll{mod})(k,:)+sqrt((Sff.(ll{mod})(k,:)-
Saa.(ll{mod})(k,:).^2+4*abs(Sfa.(ll{mod})(k,:)).^2))./(2*Saf.(ll{mod}
)(k,:)));

gamma.(ll{mod})(k,:) =
abs(Sfa.(ll{mod})(k,:)).^2./(Sff.(ll{mod})(k,:).*Saa.(ll{mod})(k,:));

figure(k);
% subplot(1,1,1)
%
semilogy(f(1:n),abs(H1.(ll{mod})(k,1:n)),'k',f(1:n),abs(H2.(ll{mod})(k
,1:n)),'r--',f(1:n),abs(Hw.(ll{mod})(k,1:n)),'g:','linewidth',2);
% hold on
subplot(3,1,1)
semilogy(f(1:n),abs(H2.(ll{mod})(k,1:n)),'r','linewidth',1)
hold on
subplot(3,1,2)
plot(f(1:n),angle(H2.(ll{mod})(k,1:n)),'r','linewidth',1)
hold on
subplot(3,1,3)
plot(f(1:n),gamma.(ll{mod})(k,1:n),'k','linewidth',1)
hold on
end
% end

pos_wn1=zeros(1);
pos_wn2=zeros(1);
pos_wn3=zeros(1);
for L=1:n_pos

pos_wn1(L)=min(find(abs(H1.(ll{mod})(L,:)) == max(abs(H1.(ll{mod})(L,max
(find(f<116&f>115)):max(find(f<130&f>129))))))););

```

```

pos_wn2(L)=min(find(abs(H1.(ll{mod})(L,:))>=max(abs(H1.(ll{mod})(L,max
(find(f<132&f>131)):max(find(f<151&f>150)))))));

pos_wn3(L)=min(find(abs(H1.(ll{mod})(L,:))>=max(abs(H1.(ll{mod})(L,max
(find(f<220&f>219)):max(find(f<270&f>269)))))));
    Freq_res_wn1(mod,L)=f(pos_wn1(L));
    Coerencia_wn1(mod,L)=gamma.(ll{mod})(pos_wn1(L));
    Freq_res_wn2(mod,L)=f(pos_wn2(L));
    Coerencia_wn2(mod,L)=gamma.(ll{mod})(pos_wn2(L));
    Freq_res_wn3(mod,L)=f(pos_wn3(L));
    Coerencia_wn3(mod,L)=gamma.(ll{mod})(pos_wn3(L));
end
end
display(sprintf(['Freq_wn1\tCOF']))
display([Freq_res_wn1(:,L) Coerencia_wn1(:,L)]);
display(sprintf(['Freq_wn2\tCOF']))
display([Freq_res_wn2(:,L) Coerencia_wn2(:,L)]);
display(sprintf(['Freq_wn3\tCOF']))
display([Freq_res_wn3(:,L) Coerencia_wn3(:,L)]);
Freq_m1=mean(Freq_res_wn1,2);
Freq_m2=mean(Freq_res_wn2,2);
Freq_m3=mean(Freq_res_wn3,2);
sig1=std(Freq_m1);
sig2=std(Freq_m2);
sig3=std(Freq_m3);
media1=mean(Freq_m1);
media2=mean(Freq_m2);
media3=mean(Freq_m3);
Cov1=sig1/media1;
Cov2=sig2/media2;
Cov3=sig3/media3;
display(['\omega_n1=',num2str(media1),'+/-',num2str(sig1),'
COV=',num2str(Cov1)]);
display(['\omega_n2=',num2str(media2),'+/-',num2str(sig2),'
COV=',num2str(Cov2)]);
display(['\omega_n3=',num2str(media3),'+/-',num2str(sig3),'
COV=',num2str(Cov3)]);
media1(1:6)=media1;
media2(1:6)=media2;
media3(1:6)=media3;

%% PDFs
soma=zeros(size(H2.(ll{1,1})));
soma_mc2=zeros(size(H2.(ll{1,1})));
for mod=1:6
    ans=abs(H2.(ll{1,mod}));
    soma=soma+ans;
end
media=soma/6;
for mod=1:6
    ans=abs(H2.(ll{1,mod}));
    soma_k=(ans-media).^2;
    soma_mc2=soma_mc2+soma_k;
end
soma_mc2=soma_mc2/6;
desv=soma_mc2.^0.5;
for k=1:n_pos
figure(k+5);
subplot(211)
semilogy(f(1:n),media(k,1:n),'r','linewidth',2)

```

```

subplot(212)
plot(f(1:n),desv(k,1:n),'k','linewidth',2)
ylim([0 1])
end
%% Percentil
for aa=1:n_modulos
H_matrix(aa,:)=abs(H2.(11{aa}));
end
H_up=prctile(H_matrix,95);
H_bot=prctile(H_matrix,5);
figure(12);
% subplot(2,1,2)
semilogy(f(1:length(H_up)),H_up,'r',f(1:length(H_up)),H_bot,'r',f(1:le
ngth(H_up)),media,'g')
xlabel('Frequency [Hz]')
ylabel('|H|')
ylim([min(H_bot(1:n)) 1.175])
xlim([f(find((abs(f-0))==min(abs(f-0)))) f(find((abs(f-
300))==min(abs(f-300))))])
%% Histograma
figure;
subplot(311)
hist(Freq_res_wn1(:,L),5);
ylabel('\omega_n1')
subplot(312)
hist(Freq_res_wn2(:,L),5);
ylabel('\omega_n2')
subplot(313)
hist(Freq_res_wn3(:,L),5);
ylabel('\omega_n3')
xlabel('Frequency [Hz]')
%%
% figure;
% for mod=1:n_modulos
%
semilogy(f(1:n),abs(H2.(11{mod}))(k,1:n),'r',f(1:n),media(1:n),'g','li
newidth',1)
% hold on
% end

```

3. Extração de formas modais experimentais

```

close all
clear all
clc

n_amostras=10;
n_pos=5;
for k=1:n_pos
    for kk=1:n_amostras
        arquivo=fopen(['C:\Users\Jorge\Desktop\Mestrado\Experimento
Módulo\Módulo_10\Módulo_10_teste',num2str(kk) '_pos',num2str(k)
'_tempo.txt']);
        EnsaioTempo{k, kk}=(fscanf(arquivo,'%f',[3,8197]))';
        fclose(arquivo);
    end

t = EnsaioTempo{1,1}(:,1);
dt = t(2)-t(1);

```

```

N = length(t);

fs = 1/dt;
df = fs/(N-1);

f = 0:df:df*(N-1);

tau = 50; %Force/exponential windowing

% figure;
% subplot(2,1,1)
% plot(t,EnsaioTempo{k,kk}(:,2),t,EnsaioTempo{k,kk}(:,2).*exp(-
tau*t/t(N)))
% subplot(2,1,2)
% plot(t,EnsaioTempo{k,kk}(:,3),t,EnsaioTempo{k,kk}(:,3).*exp(-
tau*t/t(N)))
% xlim([0 0.01*t(N)])

for kk = 1:n_amostras;
    a(k,(kk-1)*N+1:kk*N) = EnsaioTempo{k,kk}(:,2).*exp(-tau*t/t(N));
    F(k,(kk-1)*N+1:kk*N) = EnsaioTempo{k,kk}(:,3).*exp(-tau*t/t(N));
end

[Saa(k,:),Sff(k,:),Saf(k,:)]=depxyper(a(k,:),F(k,:),dt,N);
%Periodograma

Sfa(k,:) = conj(Saf(k,:));
n = floor(N/2);

% figure;
% subplot(221)
% semilogy(f(1:n),Saa(k,1:n))
% subplot(222)
% semilogy(f(1:n),Sff(k,1:n))
% subplot(223)
% semilogy(f(1:n),abs(Saf(k,1:n)))
% subplot(224)
% plot(f(1:n),angle(Sfa(k,1:n)))

% a/F = H -> a = HF

H1(k,:) = Sfa(k,:)./Sff(k,:);
H2(k,:)= Saa(k,:)./Saf(k,:);

gamma(k,:) = abs(Sfa(k,:)).^2./(Sff(k,:).*Saa(k,:));

% figure;
% semilogy(f(1:n),abs(H2(k,1:n)),'k','linewidth',2)
figure;
subplot(3,1,1)
semilogy(f(1:n),abs(H1(k,1:n)),'k',f(1:n),abs(H2(k,1:n)),'r--',
'linewidth',2)
subplot(3,1,2)
plot(f(1:n),angle(H1(k,1:n)),'k',f(1:n),angle(H2(k,1:n)),'r--',
'linewidth',2)
subplot(3,1,3)
plot(f(1:n),gamma(k,1:n),'k','linewidth',2)

```

```

end

pos_wn1=zeros(1);
pos_wn2=zeros(1);
pos_wn3=zeros(1);
for L=1:n_pos

pos_wn1(L)=min(find(abs(H1(L,:))==max(abs(H1(L,max(find(f<120&f>119)):
max(find(f<141&f>140)))))))

pos_wn2(L)=min(find(abs(H1(L,:))==max(abs(H1(L,max(find(f<150&f>149)):
max(find(f<161&f>160)))))))

pos_wn3(L)=min(find(abs(H1(L,:))==max(abs(H1(L,max(find(f<235&f>234)):
max(find(f<245&f>244)))))))
end

for L=1:n_pos

amp1(L)=real(abs(H1(L,pos_wn1(L)))*exp(i*angle(H1(L,pos_wn1(L)))));

amp2(L)=real(abs(H1(L,pos_wn2(L)))*exp(i*angle(H1(L,pos_wn2(L)))));

amp3(L)=real(abs(H1(L,pos_wn3(L)))*exp(i*angle(H1(L,pos_wn3(L)))));
amp1c(L)=(abs(H1(L,pos_wn1(L)))*exp(i*angle(H1(L,pos_wn1(L)))));
amp2c(L)=(abs(H1(L,pos_wn2(L)))*exp(i*angle(H1(L,pos_wn2(L)))));
amp3c(L)=(abs(H1(L,pos_wn3(L)))*exp(i*angle(H1(L,pos_wn3(L)))));
end
amp1=amp1/max(amp1);
amp2=amp2/max(amp2);
amp3=amp3/max(amp3);

X=linspace(0,30,100);
Y=linspace(0,20,100);
Z=linspace(0,1,100);
AMP=zeros(100);
var=[amp1;amp2;amp3];

figure;
AMP(19,30)=var(1,1);
AMP(80,30)=var(1,2);
AMP(19,71)=var(1,3);
AMP(80,71)=var(1,4);
AMP(51,51)=var(1,5);
stem3(X,Y,AMP,'xb')
hold on
AMP(19,30)=var(2,1);
AMP(80,30)=var(2,2);
AMP(19,71)=var(2,3);
AMP(80,71)=var(2,4);
AMP(51,51)=var(2,5);
stem3(X,Y,AMP,'xr')
hold on
AMP(19,30)=var(3,1);
AMP(80,30)=var(3,2);
AMP(19,71)=var(3,3);
AMP(80,71)=var(3,4);
AMP(51,51)=var(3,5);
stem3(X,Y,AMP,'xg')
legend('\omega_n1','\omega_n2','\omega_n3')

```

```

z=var(:, [1,2,5]);
x=X([19 80 51]);
y=Y([30 71 51])
P(1,:)=polyfit(x(1:2),z(1,1:2),1)
kkk(1,:)=polyval(P(1,:),X)
P(2,:)=polyfit(y(1:2),z(2,1:2),1)
kkk(2,:)=polyval(P(2,:),Y)
P1(1,:)=polyfit(x,z(3,:),2)
kkk(3,:)=polyval(P1(1,:),X)

w111=meshgrid(kkk(1,:),X);
w222=meshgrid(kkk(2,:),Y);
w333=meshgrid(kkk(3,:),X);
dx=linspace(1,100,100)/100;

figure;surf(X,Y,w111);zlim([-0.2
0.2]);xlabel('Z');ylabel('X');zlabel('Y')
figure;surf(Y,X,w222);xlabel('Z');ylabel('X');zlabel('Y');zlim([-0.3
1.2])
figure;surf(X,Y,w333);zlim([-0.2
1.2]);xlabel('Z');ylabel('X');zlabel('Y')

```

4. Análise modal ansys

```

/batch
Finish
/clear
*DO,z,1,1000,1
/CWD, 'C:\Users\Jorge\Desktop\ ' !Trocando diretório
/mkdir,Mestrado !Fazendo diretório no WD atual
/CWD, 'C:\Users\Jorge\Desktop\Mestrado'

*dim,n_amostras,array,1,,,,,
*vread,n_amostras,n_amostras,txt,,,,,
(E10.7)

*set,eval_n_amostras,n_amostras(1)

*dim,length,array,1000,,,,,
*vread,length,medicao,txt,,,,,
(E10.7)
*dim,width,array,1000,,,,,
*vread,width,medicao2,txt,,,,,
(E10.7)
*dim,t,array,1000,,,,,
*vread,t,medicao3,txt,,,,,
(E10.7)
*dim,lviga,array,1000,,,,,
*vread,lviga,medicao4,txt,,,,,
(E10.7)
*dim,H,array,1000,,,,,
*vread,H,medicao5,txt,,,,,
(E10.7)
*dim,B,array,1000,,,,,
*vread,B,medicao6,txt,,,,,
(E10.7)
*dim,E,array,1000,,,,,
*vread,E,medicao7,txt,,,,,

```

(E10.7)

```
!z=1
*set,eval_width,width(z)
*set,eval_length,length(z)
*set,eval_t,t(z)
*set,eval_lviga,lviga(z)
*set,eval_H,H(z)
*set,eval_B,B(z)
*set,eval_E,E(z)

!Pre-processamento
/prep7
/title, Módulo Eólico

!Parâmetros físicos da placa e da viga(matweb.com --> AISI 1020 Steel,
cold rolled)

!eval_E=186E9           !Módulo de Elasticidade [Pa]
poisson=0.29           !Coeficiente de poisson
eval_t=0.00750         !Espessura da placa [m]
eval_lviga=0.221       !Comprimento da viga [m]
eval_length=0.298     !Comprimento da placa [m]
eval_width=0.198      !Largura da placa [m]
eval_B=0.00735
eval_H=0.0192
!rho=7870              !Massa específica do Aço [kg/m^3]
rho=7571.5             !Medida experimentalmente

!Definição dos elementos
ET,1,BEAM188

SECTYPE,1,BEAM,RECT,,0           !Definindo o tipo de secção da
viga (retangular)
SECDATA,eval_B,eval_H,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0           !Definindo os
valores da secção (B,H)

MP,EX,1,eval_E
MP,EY,1,eval_E
MP,EZ,1,eval_E
MP,PRXY,1,poisson
MP,PRYZ,1,poisson
MP,PRXZ,1,poisson
MP,DENS,1,rho

ET,2,SHELL63

R,1,eval_t !Espessura da placa [m]

MP,EX,2,eval_E
MP,EY,2,eval_E
MP,EZ,2,eval_E
MP,PRXY,2,poisson
MP,PRYZ,2,poisson
MP,PRXZ,2,poisson
MP,DENS,2,rho
```

!Vista Isometrica

/VIEW,1,1,1,1
/REP,fast

!Definindo os Keypoints

cont=0
cont2=8
cont3=2*cont2
cont4=3*cont2
cont5=4*cont2
cont6=5*cont2
cont7=6*cont2
cont8=7*cont2
cont9=8*cont2
cont10=9*cont2
cont11=10*cont2
cont12=11*cont2

*DIM,vigaz,ARRAY,8,1,1,,
*SET,VIGAZ(1,1,1),0.039
*SET,VIGAZ(2,1,1),-0.039
*SET,VIGAZ(3,1,1),0.039
*SET,VIGAZ(4,1,1),-0.039
*SET,VIGAZ(5,1,1),0.039
*SET,VIGAZ(6,1,1),-0.039
*SET,VIGAZ(7,1,1),0.039
*SET,VIGAZ(8,1,1),-0.039

*DIM,vigax,ARRAY,8,1,1,,
*SET,VIGAX(1,1,1),0.039
*SET,VIGAX(2,1,1),0.039
*SET,VIGAX(3,1,1),-0.039
*SET,VIGAX(4,1,1),-0.039
*SET,VIGAX(5,1,1),0.039
*SET,VIGAX(6,1,1),0.039
*SET,VIGAX(7,1,1),-0.039
*SET,VIGAX(8,1,1),-0.039

*DIM,fixaz,ARRAY,8,1,1,,
*SET,FIXAZ(1,1,1),0.0182
*SET,FIXAZ(2,1,1),-0.0182
*SET,FIXAZ(3,1,1),0.0182
*SET,FIXAZ(4,1,1),-0.0182
*SET,FIXAZ(5,1,1),0.0182
*SET,FIXAZ(6,1,1),-0.0182
*SET,FIXAZ(7,1,1),0.0182
*SET,FIXAZ(8,1,1),-0.0182

*DIM,fixax,ARRAY,8,1,1,,
*SET,FIXAX(1,1,1),0.00635
*SET,FIXAX(2,1,1),0.00635
*SET,FIXAX(3,1,1),-0.00635
*SET,FIXAX(4,1,1),-0.00635
*SET,FIXAX(5,1,1),0.00635
*SET,FIXAX(6,1,1),0.00635
*SET,FIXAX(7,1,1),-0.00635
*SET,FIXAX(8,1,1),-0.00635

```

*DO,lv,0,eval_lviga,eval_lviga
  *DO,ww,0,eval_width,eval_width
    *DO,ll,0,eval_length,eval_length
      cont=cont+1
      cont2=cont2+1
      cont3=cont3+1
      cont4=cont4+1
      cont5=cont5+1
      cont6=cont6+1
      cont7=cont7+1
      cont8=cont8+1
      cont9=cont9+1
      cont10=cont10+1
      cont11=cont11+1
      cont12=cont12+1
      K,cont,ww,lv,ll
      K,cont2,ww+vigax(cont,1,1),lv,ll+vigaz(cont,1,1)
      K,cont3,ww+vigax(cont,1,1),lv,ll
      K,cont6,ww+2*vigax(cont,1,1),lv,ll
      K,cont4,ww,lv,ll+vigaz(cont,1,1)
      K,cont5,ww,lv,ll+2*vigaz(cont,1,1)
      K,cont7,ww+2*vigax(cont,1,1),lv,ll+vigaz(cont,1,1)
      K,cont8,ww+vigax(cont,1,1),lv,ll+2*vigaz(cont,1,1)
      K,cont9,ww+2*vigax(cont,1,1),lv,ll+2*vigaz(cont,1,1)
      K,cont10,ww+fixax(cont,1,1),lv,ll+fixaz(cont,1,1)
      K,cont11,ww,lv,ll+fixaz(cont,1,1)
      K,cont12,ww+fixax(cont,1,1),lv,ll
      N,cont,ww,lv,ll
      N,cont2,ww+vigax(cont,1,1),lv,ll+vigaz(cont,1,1)
      N,cont3,ww+vigax(cont,1,1),lv,ll
      N,cont6,ww+2*vigax(cont,1,1),lv,ll
      N,cont4,ww,lv,ll+vigaz(cont,1,1)
      N,cont5,ww,lv,ll+2*vigaz(cont,1,1)
      N,cont7,ww+2*vigax(cont,1,1),lv,ll+vigaz(cont,1,1)
      N,cont8,ww+vigax(cont,1,1),lv,ll+2*vigaz(cont,1,1)
      N,cont9,ww+2*vigax(cont,1,1),lv,ll+2*vigaz(cont,1,1)
      N,cont10,ww+fixax(cont,1,1),lv,ll+fixaz(cont,1,1)
      N,cont11,ww,lv,ll+fixaz(cont,1,1)
      N,cont12,ww+fixax(cont,1,1),lv,ll
    *ENDDO
  *ENDDO
*ENDDO

*DO,i,1,4,1
L,i,i+4
*ENDDO
*DO,i,9,12,1
circle,i+4,0.012,i,1,,8
circle,i,0.012,i+4,1,,8
*ENDDO
GPLOT
LSTR,      6,      118
LSTR,     22,     117
LSTR,     46,     116
LSTR,     54,     115
LSTR,     70,     114
LSTR,     62,     113
LSTR,     38,     120
LSTR,     30,     119
LSTR,    149,      8
LSTR,    151,     48

```

| | | |
|-------|------|-----|
| LSTR, | 150, | 24 |
| LSTR, | 152, | 56 |
| LSTR, | 145, | 72 |
| LSTR, | 146, | 64 |
| LSTR, | 32, | 148 |
| LSTR, | 40, | 147 |
| LSTR, | 39, | 134 |
| LSTR, | 31, | 133 |
| LSTR, | 7, | 132 |
| LSTR, | 23, | 131 |
| LSTR, | 47, | 130 |
| LSTR, | 55, | 129 |
| LSTR, | 71, | 136 |
| LSTR, | 63, | 135 |
| LSTR, | 45, | 99 |
| LSTR, | 53, | 100 |
| LSTR, | 69, | 101 |
| LSTR, | 61, | 102 |
| LSTR, | 37, | 103 |
| LSTR, | 29, | 104 |
| LSTR, | 5, | 97 |
| LSTR, | 21, | 98 |
| LSTR, | 3, | 142 |
| LSTR, | 27, | 141 |
| LSTR, | 35, | 140 |
| LSTR, | 59, | 139 |
| LSTR, | 67, | 138 |
| LSTR, | 51, | 137 |
| LSTR, | 43, | 144 |
| LSTR, | 19, | 143 |
| LSTR, | 17, | 112 |
| LSTR, | 106, | 25 |
| LSTR, | 105, | 1 |
| LSTR, | 42, | 126 |
| LSTR, | 50, | 127 |
| LSTR, | 66, | 128 |
| LSTR, | 58, | 121 |
| LSTR, | 34, | 122 |
| LSTR, | 26, | 123 |
| LSTR, | 2, | 124 |
| LSTR, | 18, | 125 |
| LSTR, | 20, | 156 |
| LSTR, | 4, | 157 |
| LSTR, | 28, | 158 |
| LSTR, | 36, | 159 |
| LSTR, | 60, | 160 |
| LSTR, | 68, | 153 |
| LSTR, | 52, | 154 |
| LSTR, | 44, | 155 |
| LSTR, | 41, | 111 |
| LSTR, | 49, | 110 |
| LSTR, | 65, | 109 |
| LSTR, | 57, | 108 |
| LSTR, | 33, | 107 |
| LSTR, | 22, | 6 |
| LSTR, | 22, | 46 |
| LSTR, | 46, | 54 |
| LSTR, | 54, | 70 |
| LSTR, | 70, | 62 |
| LSTR, | 62, | 38 |
| LSTR, | 38, | 30 |

| | | |
|-------|-----|----|
| LSTR, | 30, | 6 |
| LSTR, | 48, | 24 |
| LSTR, | 24, | 8 |
| LSTR, | 8, | 32 |
| LSTR, | 32, | 40 |
| LSTR, | 64, | 40 |
| LSTR, | 64, | 72 |
| LSTR, | 72, | 56 |
| LSTR, | 56, | 48 |
| LSTR, | 39, | 63 |
| LSTR, | 63, | 71 |
| LSTR, | 71, | 55 |
| LSTR, | 55, | 47 |
| LSTR, | 47, | 23 |
| LSTR, | 23, | 7 |
| LSTR, | 7, | 31 |
| LSTR, | 31, | 39 |
| LSTR, | 69, | 53 |
| LSTR, | 53, | 45 |
| LSTR, | 45, | 21 |
| LSTR, | 21, | 5 |
| LSTR, | 5, | 29 |
| LSTR, | 29, | 37 |
| LSTR, | 37, | 61 |
| LSTR, | 61, | 69 |
| LSTR, | 37, | 38 |
| LSTR, | 62, | 61 |
| LSTR, | 70, | 69 |
| LSTR, | 46, | 48 |
| LSTR, | 54, | 56 |
| LSTR, | 70, | 72 |
| LSTR, | 72, | 71 |
| LSTR, | 69, | 71 |
| LSTR, | 53, | 55 |
| LSTR, | 45, | 47 |
| LSTR, | 63, | 64 |
| LSTR, | 39, | 40 |
| LSTR, | 34, | 58 |
| LSTR, | 58, | 66 |
| LSTR, | 66, | 50 |
| LSTR, | 50, | 42 |
| LSTR, | 42, | 18 |
| LSTR, | 18, | 2 |
| LSTR, | 2, | 26 |
| LSTR, | 26, | 34 |
| LSTR, | 44, | 52 |
| LSTR, | 52, | 68 |
| LSTR, | 68, | 60 |
| LSTR, | 60, | 36 |
| LSTR, | 36, | 28 |
| LSTR, | 28, | 4 |
| LSTR, | 4, | 20 |
| LSTR, | 20, | 44 |
| LSTR, | 67, | 59 |
| LSTR, | 59, | 35 |
| LSTR, | 35, | 27 |
| LSTR, | 27, | 3 |
| LSTR, | 3, | 19 |
| LSTR, | 19, | 43 |
| LSTR, | 43, | 51 |
| LSTR, | 51, | 67 |

| | | |
|-------|-----|----|
| LSTR, | 65, | 49 |
| LSTR, | 49, | 41 |
| LSTR, | 41, | 17 |
| LSTR, | 17, | 1 |
| LSTR, | 25, | 1 |
| LSTR, | 25, | 33 |
| LSTR, | 33, | 57 |
| LSTR, | 57, | 65 |
| LSTR, | 34, | 33 |
| LSTR, | 57, | 58 |
| LSTR, | 66, | 65 |
| LSTR, | 41, | 43 |
| LSTR, | 49, | 51 |
| LSTR, | 65, | 67 |
| LSTR, | 67, | 68 |
| LSTR, | 68, | 66 |
| LSTR, | 50, | 52 |
| LSTR, | 42, | 44 |
| LSTR, | 60, | 59 |
| LSTR, | 36, | 35 |

FLST,2,4,4
 FITEM,2,25
 FITEM,2,69
 FITEM,2,133
 FITEM,2,70
 AL,P51X
 FLST,2,4,4
 FITEM,2,24
 FITEM,2,70
 FITEM,2,134
 FITEM,2,71
 AL,P51X
 FLST,2,4,4
 FITEM,2,23
 FITEM,2,72
 FITEM,2,71
 FITEM,2,135
 AL,P51X
 FLST,2,4,4
 FITEM,2,73
 FITEM,2,22
 FITEM,2,72
 FITEM,2,136
 AL,P51X
 FLST,2,4,4
 FITEM,2,137
 FITEM,2,74
 FITEM,2,21
 FITEM,2,73
 AL,P51X
 FLST,2,4,4
 FITEM,2,138
 FITEM,2,75
 FITEM,2,74
 FITEM,2,28
 AL,P51X
 FLST,2,4,4
 FITEM,2,139
 FITEM,2,75

FITEM,2,76
FITEM,2,27
AL,P51X
FLST,2,4,4
FITEM,2,140
FITEM,2,76
FITEM,2,69
FITEM,2,26
AL,P51X
FLST,2,4,4
FITEM,2,136
FITEM,2,170
FITEM,2,147
FITEM,2,169
AL,P51X
FLST,2,4,4
FITEM,2,135
FITEM,2,169
FITEM,2,168
FITEM,2,148
AL,P51X
FLST,2,4,4
FITEM,2,78
FITEM,2,80
FITEM,2,59
FITEM,2,148
AL,P51X
FLST,2,4,4
FITEM,2,78
FITEM,2,141
FITEM,2,79
FITEM,2,58
AL,P51X
FLST,2,4,4
FITEM,2,79
FITEM,2,57
FITEM,2,77
FITEM,2,142
AL,P51X
FLST,2,4,4
FITEM,2,56
FITEM,2,83
FITEM,2,143
FITEM,2,77
AL,P51X
FLST,2,4,4
FITEM,2,55
FITEM,2,84
FITEM,2,83
FITEM,2,144
AL,P51X
FLST,2,4,4
FITEM,2,145
FITEM,2,82
FITEM,2,84
FITEM,2,54
AL,P51X
FLST,2,4,4
FITEM,2,146
FITEM,2,81
FITEM,2,82

FITEM, 2, 53
AL, P51X
FLST, 2, 4, 4
FITEM, 2, 81
FITEM, 2, 147
FITEM, 2, 80
FITEM, 2, 60
AL, P51X
FLST, 2, 4, 4
FITEM, 2, 176
FITEM, 2, 145
FITEM, 2, 175
FITEM, 2, 149
AL, P51X
FLST, 2, 4, 4
FITEM, 2, 171
FITEM, 2, 175
FITEM, 2, 146
FITEM, 2, 150
AL, P51X
FLST, 2, 4, 4
FITEM, 2, 171
FITEM, 2, 170
FITEM, 2, 167
FITEM, 2, 172
AL, P51X
FLST, 2, 4, 4
FITEM, 2, 167
FITEM, 2, 137
FITEM, 2, 166
FITEM, 2, 164
AL, P51X
FLST, 2, 4, 4
FITEM, 2, 166
FITEM, 2, 138
FITEM, 2, 165
FITEM, 2, 163
AL, P51X
FLST, 2, 4, 4
FITEM, 2, 97
FITEM, 2, 163
FITEM, 2, 96
FITEM, 2, 10
AL, P51X
FLST, 2, 4, 4
FITEM, 2, 9
FITEM, 2, 95
FITEM, 2, 96
FITEM, 2, 164
AL, P51X
FLST, 2, 4, 4
FITEM, 2, 157
FITEM, 2, 95
FITEM, 2, 8
FITEM, 2, 94
AL, P51X
FLST, 2, 4, 4
FITEM, 2, 158
FITEM, 2, 94
FITEM, 2, 93
FITEM, 2, 7

AL, P51X
FLST, 2, 4, 4
FITEM, 2, 6
FITEM, 2, 93
FITEM, 2, 100
FITEM, 2, 159
AL, P51X
FLST, 2, 4, 4
FITEM, 2, 100
FITEM, 2, 5
FITEM, 2, 160
FITEM, 2, 99
AL, P51X
FLST, 2, 4, 4
FITEM, 2, 161
FITEM, 2, 98
FITEM, 2, 99
FITEM, 2, 12
AL, P51X
FLST, 2, 4, 4
FITEM, 2, 98
FITEM, 2, 162
FITEM, 2, 97
FITEM, 2, 11
AL, P51X
FLST, 2, 4, 4
FITEM, 2, 157
FITEM, 2, 173
FITEM, 2, 172
FITEM, 2, 151
AL, P51X
FLST, 2, 4, 4
FITEM, 2, 152
FITEM, 2, 173
FITEM, 2, 174
FITEM, 2, 158
AL, P51X
FLST, 2, 4, 4
FITEM, 2, 151
FITEM, 2, 91
FITEM, 2, 90
FITEM, 2, 44
AL, P51X
FLST, 2, 4, 4
FITEM, 2, 91
FITEM, 2, 150
FITEM, 2, 92
FITEM, 2, 43
AL, P51X
FLST, 2, 4, 4
FITEM, 2, 42
FITEM, 2, 92
FITEM, 2, 85
FITEM, 2, 149
AL, P51X
FLST, 2, 4, 4
FITEM, 2, 41
FITEM, 2, 86
FITEM, 2, 85
FITEM, 2, 156
AL, P51X

FLST,2,4,4
FITEM,2,86
FITEM,2,87
FITEM,2,155
FITEM,2,40
AL,P51X
FLST,2,4,4
FITEM,2,88
FITEM,2,38
FITEM,2,89
FITEM,2,153
AL,P51X
FLST,2,4,4
FITEM,2,154
FITEM,2,88
FITEM,2,87
FITEM,2,39
AL,P51X
FLST,2,4,4
FITEM,2,37
FITEM,2,90
FITEM,2,89
FITEM,2,152
AL,P51X
FLST,2,4,4
FITEM,2,183
FITEM,2,117
FITEM,2,118
FITEM,2,31
AL,P51X
FLST,2,4,4
FITEM,2,118
FITEM,2,119
FITEM,2,32
FITEM,2,182
AL,P51X
FLST,2,4,4
FITEM,2,119
FITEM,2,33
FITEM,2,112
FITEM,2,181
AL,P51X
FLST,2,4,4
FITEM,2,34
FITEM,2,113
FITEM,2,112
FITEM,2,180
AL,P51X
FLST,2,4,4
FITEM,2,113
FITEM,2,114
FITEM,2,179
FITEM,2,35
AL,P51X
FLST,2,4,4
FITEM,2,178
FITEM,2,114
FITEM,2,115
FITEM,2,36
AL,P51X
FLST,2,4,4

FITEM,2,177
FITEM,2,116
FITEM,2,115
FITEM,2,29
AL,P51X
FLST,2,4,4
FITEM,2,30
FITEM,2,116
FITEM,2,117
FITEM,2,184
AL,P51X
FLST,2,4,4
FITEM,2,180
FITEM,2,217
FITEM,2,218
FITEM,2,185
AL,P51X
FLST,2,4,4
FITEM,2,186
FITEM,2,216
FITEM,2,217
FITEM,2,179
AL,P51X
FLST,2,4,4
FITEM,2,185
FITEM,2,126
FITEM,2,127
FITEM,2,62
AL,P51X
FLST,2,4,4
FITEM,2,127
FITEM,2,63
FITEM,2,120
FITEM,2,192
AL,P51X
FLST,2,4,4
FITEM,2,191
FITEM,2,64
FITEM,2,120
FITEM,2,121
AL,P51X
FLST,2,4,4
FITEM,2,122
FITEM,2,65
FITEM,2,121
FITEM,2,190
AL,P51X
FLST,2,4,4
FITEM,2,122
FITEM,2,123
FITEM,2,189
FITEM,2,66
AL,P51X
FLST,2,4,4
FITEM,2,67
FITEM,2,124
FITEM,2,123
FITEM,2,188
AL,P51X
FLST,2,4,4
FITEM,2,124

FITEM, 2, 187
FITEM, 2, 125
FITEM, 2, 68
AL, P51X
FLST, 2, 4, 4
FITEM, 2, 126
FITEM, 2, 61
FITEM, 2, 125
FITEM, 2, 186
AL, P51X
FLST, 2, 4, 4
FITEM, 2, 220
FITEM, 2, 219
FITEM, 2, 188
FITEM, 2, 194
AL, P51X
FLST, 2, 4, 4
FITEM, 2, 215
FITEM, 2, 219
FITEM, 2, 187
FITEM, 2, 193
AL, P51X
FLST, 2, 4, 4
FITEM, 2, 216
FITEM, 2, 215
FITEM, 2, 211
FITEM, 2, 214
AL, P51X
FLST, 2, 4, 4
FITEM, 2, 178
FITEM, 2, 210
FITEM, 2, 211
FITEM, 2, 208
AL, P51X
FLST, 2, 4, 4
FITEM, 2, 210
FITEM, 2, 177
FITEM, 2, 209
FITEM, 2, 207
AL, P51X
FLST, 2, 4, 4
FITEM, 2, 132
FITEM, 2, 207
FITEM, 2, 131
FITEM, 2, 15
AL, P51X
FLST, 2, 4, 4
FITEM, 2, 131
FITEM, 2, 16
FITEM, 2, 130
FITEM, 2, 208
AL, P51X
FLST, 2, 4, 4
FITEM, 2, 130
FITEM, 2, 17
FITEM, 2, 129
FITEM, 2, 201
AL, P51X
FLST, 2, 4, 4
FITEM, 2, 202
FITEM, 2, 129

FITEM,2,18
FITEM,2,128
AL,P51X
FLST,2,4,4
FITEM,2,128
FITEM,2,203
FITEM,2,109
FITEM,2,19
AL,P51X
FLST,2,4,4
FITEM,2,204
FITEM,2,109
FITEM,2,111
FITEM,2,20
AL,P51X
FLST,2,4,4
FITEM,2,111
FITEM,2,13
FITEM,2,110
FITEM,2,205
AL,P51X
FLST,2,4,4
FITEM,2,206
FITEM,2,132
FITEM,2,14
FITEM,2,110
AL,P51X
FLST,2,4,4
FITEM,2,202
FITEM,2,212
FITEM,2,199
FITEM,2,213
AL,P51X
FLST,2,4,4
FITEM,2,201
FITEM,2,213
FITEM,2,214
FITEM,2,200
AL,P51X
FLST,2,4,4
FITEM,2,200
FITEM,2,106
FITEM,2,45
FITEM,2,105
AL,P51X
FLST,2,4,4
FITEM,2,105
FITEM,2,46
FITEM,2,104
FITEM,2,193
AL,P51X
FLST,2,4,4
FITEM,2,104
FITEM,2,47
FITEM,2,103
FITEM,2,194
AL,P51X
FLST,2,4,4
FITEM,2,103
FITEM,2,102
FITEM,2,48

```

FITEM,2,195
AL,P51X
FLST,2,4,4
FITEM,2,102
FITEM,2,196
FITEM,2,101
FITEM,2,49
AL,P51X
FLST,2,4,4
FITEM,2,101
FITEM,2,197
FITEM,2,108
FITEM,2,50
AL,P51X
FLST,2,4,4
FITEM,2,51
FITEM,2,108
FITEM,2,107
FITEM,2,198
AL,P51X
FLST,2,4,4
FITEM,2,199
FITEM,2,107
FITEM,2,106
FITEM,2,52
AL,P51X

```

!!!!MALHANDO A LINHA

```

FLST,5,4,4,ORDE,2
FITEM,5,1
FITEM,5,-4
CM,_Y,LINE
LSEL,, , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,S,_Y
!*
!*
CMSEL,S,_Y1
LATT,1,1,1, , , ,1
CMSEL,S,_Y
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
!*
FLST,5,4,4,ORDE,2
FITEM,5,1
FITEM,5,-4
CM,_Y,LINE
LSEL,, , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,,_Y
!*
LESIZE,_Y1, , ,100, , , , ,1
!*
FLST,2,4,4,ORDE,2
FITEM,2,1
FITEM,2,-4
LMESH,P51X

```

!!!! MALHANDO A AREA

```
FLST,5,82,5,ORDE,2
FITEM,5,1
FITEM,5,-82
CM,_Y,AREA
ASEL,, , ,P51X
CM,_Y1,AREA
CMSEL,S,_Y
!*
CMSEL,S,_Y1
AATT,      2,      1,      2,      0,      1
CMSEL,S,_Y
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
!*
FLST,2,82,5,ORDE,2
FITEM,2,1
FITEM,2,-82
AESIZE,P51X,0.01*eval_width/0.198,
MSHAPE,0,2D
MSHKEY,1
!*
FLST,5,82,5,ORDE,2
FITEM,5,1
FITEM,5,-82
CM,_Y,AREA
ASEL,, , ,P51X
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
!*
AMESH,_Y1
!*
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
```

```
esel,all
eplot
```

!!!!!!SOLDA

```
FLST,4,9,1,ORDE,9
FITEM,4,6
FITEM,4,78
FITEM,4,86
FITEM,4,94
FITEM,4,199
FITEM,4,506
FITEM,4,675
FITEM,4,-676
FITEM,4,688
CP,8,ALL,P51X
FLST,4,9,1,ORDE,9
FITEM,4,8
FITEM,4,80
FITEM,4,88
```

FITEM,4,96
FITEM,4,401
FITEM,4,793
FITEM,4,814
FITEM,4,-815
FITEM,4,832
CP,7,ALL,P51X
FLST,4,9,1,ORDE,9
FITEM,4,7
FITEM,4,79
FITEM,4,87
FITEM,4,95
FITEM,4,300
FITEM,4,1564
FITEM,4,1568
FITEM,4,-1569
FITEM,4,1573
CP,6,ALL,P51X
FLST,4,9,1,ORDE,9
FITEM,4,5
FITEM,4,77
FITEM,4,85
FITEM,4,93
FITEM,4,98
FITEM,4,1370
FITEM,4,1390
FITEM,4,-1391
FITEM,4,1401
CP,5,ALL,P51X
FLST,4,9,1,ORDE,9
FITEM,4,2
FITEM,4,74
FITEM,4,82
FITEM,4,90
FITEM,4,198
FITEM,4,1646
FITEM,4,-1647
FITEM,4,1658
FITEM,4,1662
CP,4,ALL,P51X
FLST,4,9,1,ORDE,9
FITEM,4,4
FITEM,4,76
FITEM,4,84
FITEM,4,92
FITEM,4,400
FITEM,4,1937
FITEM,4,1963
FITEM,4,-1964
FITEM,4,1967
CP,3,ALL,P51X
FLST,4,9,1,ORDE,9
FITEM,4,3
FITEM,4,75
FITEM,4,83
FITEM,4,91
FITEM,4,299
FITEM,4,2708
FITEM,4,2713
FITEM,4,-2714
FITEM,4,2717

```

CP,2,ALL,P51X
FLST,4,9,1,ORDE,9
FITEM,4,1
FITEM,4,73
FITEM,4,81
FITEM,4,89
FITEM,4,97
FITEM,4,2517
FITEM,4,2535
FITEM,4,-2536
FITEM,4,2554
CP,1,ALL,P51X
finish

!Solução

/sol
antype,2          !Tipo de análise (2 --> Modal)
MODOPT,LANB,40,,, ,OFF !Método da solução
MXPAND,40        !expandir todos os modos
LUMPM,0          !Aproximação de massas enfileiradas
PSTRES,0         !Pre-Stress Effect

!/STATUS,SOLU    !Status do que vai ser feito
Solve

Finish

!Pós-processamento

/Post1
Set,list

*dim,Natfreq,ARRAY,20,,,,,
*DO,ii,1,20
  *get,Natfreq(ii),mode,ii,freq
*ENDDO

*CFOPEN,'ResultsNatfreq','txt', ,APPEND
*VWRITE,Natfreq(1), , , , , , , , ,
(F7.3)
*CFCLOSE

finish
/clear
*ENDDO

```

5. Simulações Monte-Carlo (MATLAB/ANSYS)

```

close all
clear all
clc

%n=input('quantas medidas?');
n=1000;
namostras=fopen('C:\Users\Jorge\Desktop\Mestrado\n_amostras.txt','wt')
;

```

```

fprintf(namostras, '%f\n', n);
fclose(namostras);
%% Placa
%length
medida=29.8*(1+0.001*randn(n,1))*0.01;
medicao=fopen('C:\Users\Jorge\Desktop\Mestrado\medicao.txt','wt');
fprintf(medicao, '%f\n', medida);
fclose(medicao);
%width
medida2=19.8*(1+0.001*randn(n,1))*0.01;
medicao2=fopen('C:\Users\Jorge\Desktop\Mestrado\medicao2.txt','wt');
fprintf(medicao2, '%f\n', medida2);
fclose(medicao2);
%thick
medida3=0.75*(1+0.001*randn(n,1))*0.01;
medicao3=fopen('C:\Users\Jorge\Desktop\Mestrado\medicao3.txt','wt');
fprintf(medicao3, '%f\n', medida3);
fclose(medicao3);
%% Viga
%length
medida4=22.1*(1+0.001*randn(n,1))*0.01;
medicao4=fopen('C:\Users\Jorge\Desktop\Mestrado\medicao4.txt','wt');
fprintf(medicao4, '%f\n', medida4);
fclose(medicao4);
%width
medida5=1.92*(1+0.001*randn(n,1))*0.01;
medicao5=fopen('C:\Users\Jorge\Desktop\Mestrado\medicao5.txt','wt');
fprintf(medicao5, '%f\n', medida5);
fclose(medicao5);
%thick
medida6=0.735*(1+0.001*randn(n,1))*0.01;
medicao6=fopen('C:\Users\Jorge\Desktop\Mestrado\medicao6.txt','wt');
fprintf(medicao6, '%f\n', medida6);
fclose(medicao6);
% Young Modulus
medida7=186E9*(1+0.001*randn(n,1));
medicao7=fopen('C:\Users\Jorge\Desktop\Mestrado\medicao7.txt','wt');
fprintf(medicao7, '%f\n', medida7);
fclose(medicao7);

path1 = [getenv('PATH') 'E:\Program Files\ANSYS
Inc\v160\ansys\bin\winx64']
setenv('PATH', path1)
!echo $PATH
input('Aguardando você rodar o ANSYS pelo "Read input from a
file"') %% não precisa mais
%% ANSYS
tic
!"E:\Program Files\ANSYS Inc\v160\ANSYS\bin\winx64\ansys160.exe" -p
ane3fl -dir "C:\Users\Jorge\Desktop\Mestrado" -j "100mestrado" -s
noread -l en-us -b -i "C:\Users\Jorge\Desktop\Mestrado\ESSE EH O
MELHOR pro matlab_todos.txt" -o
"C:\Users\Jorge\Desktop\Mestrado\Log.txt"
toc
%% PEGANDO OS DADOS
arquivo=fopen('C:\Users\Jorge\Desktop\Mestrado\ResultsNatfreq.txt');
nat_freq=fscanf(arquivo, '%f');
fclose(arquivo);

natfreq_n=zeros(20,n);
media=zeros(20,1);

```

```

desvio=zeros(20,1);
count=1;
for i=1:1:n
    for j=1:1:20
        natfreq_n(j,i)=nat_freq(count,1);
        count=count+1;
    end
end

desvio=std(natfreq_n)';
media=mean(natfreq_n)';

media_n=zeros(20,n);
desvio_n=zeros(20,n)

for i=1:1:n
    media_n(:,i)=mean(natfreq_n(:,1:i),2);
    desvio_n(:,i)=std(natfreq_n(:,1:i),0,2);
end
%% CONVERGÊNCIA
for i=1:1:n
figure(1);
    subplot(211);
    plot(i,media_n(10:12,i)./media_n(10:12,n),'.','linewidth',1);
    xlabel('número de amostras');
    ylabel('\omega_n (média)');
    hold on
    subplot(212);
    plot(i,desvio_n(10:12,i)./desvio_n(10:12,n),'.','linewidth',1)
    xlabel('número de amostras');
    ylabel('\omega_n (desvio)');
    hold on
    i
end
%% HISTOGRAMAS
arquivo=fopen('C:\Users\Jorge\Desktop\Mestrado\medicao.txt');
medida=fscanf(arquivo,'%f');
fclose(arquivo);
figure(2);
plot(desvio,'-*');
xlabel('Número da Frequência Natural')
ylabel('Desvio Padrão')
figure(3);
subplot(2,2,1)
hist(medida7,80);
title('Histograma de E')
subplot(2,2,2)
hist(natfreq_n(10,:),80);
title('Histograma de \omega_n_1')
subplot(2,2,3)
hist(natfreq_n(11,:),80);
title('Histograma de \omega_n_2')
subplot(2,2,4)
hist(natfreq_n(12,:),80);
title('Histograma de \omega_n_3')

figure(4);
hist(natfreq_n(:,100)
%% os 3 juntos
figure(10);
subplot(3,2,1)

```

```

hist(medida,20);
title('Histograma de W_p_l_a_c_a');
subplot(3,2,3)
hist(medida2,20);
title('Histograma de L_p_l_a_c_a');
subplot(3,2,5)
hist(medida3,20);
title('Histograma de L_v_i_g_a');
subplot(3,2,2)
hist(natfreq_n(10,:),20);
title('Histograma de \omega_n_1')
subplot(3,2,4)
hist(natfreq_n(11,:),20);
title('Histograma de \omega_n_2')
subplot(3,2,6)
hist(natfreq_n(12,:),20);
title('Histograma de \omega_n_3')
%% todos juntos
figure(10);
subplot(3,2,3)
hist(medida2,50);
title('Histograma de W_p_l_a_c_a');
subplot(3,2,1)
hist(medida,50);
title('Histograma de L_p_l_a_c_a');
subplot(3,2,5)
hist(medida3,50);
title('Histograma de T_p_l_a_c_a');
subplot(3,2,4)
hist(medida5,50);
title('Histograma de W_v_i_g_a');
subplot(3,2,2)
hist(medida4,50);
title('Histograma de L_v_i_g_a');
subplot(3,2,6)
hist(medida6,50);
title('Histograma de T_v_i_g_a');
figure(11)
subplot(3,1,1)
hist(natfreq_n(10,:),50);
title('Histograma de \omega_n_1')
subplot(3,1,2)
hist(natfreq_n(11,:),50);
title('Histograma de \omega_n_2')
subplot(3,1,3)
hist(natfreq_n(12,:),50);
title('Histograma de \omega_n_3')
%% SAVE
name=['Results_',num2str(n),'med.mat'];
a=input('wanna save results? (y/n) ','s');
if a=='y' || a=='Y'
    save(name)
end

```