



DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**ESTUDO SOBRE MÉTODOS PARA CÁLCULO DA
AMPLITUDE DE TENSÃO CISALHANTE EM
MODELOS DE PLANO CRÍTICO**

**Por
Alex de Mello Faria**

Brasília, 28 de fevereiro de 2018.

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

**FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM CIÊNCIAS MECÂNICAS

**ESTUDO SOBRE MÉTODOS PARA CÁLCULO DA
AMPLITUDE DE TENSÃO CISALHANTE EM MODELOS DE
PLANO CRÍTICO**

ALEX DE MELLO FARIA

ORIENTADOR: JOSÉ ALEXANDER ARAÚJO

**PUBLICAÇÃO: ENM-DM 274/2018
BRASÍLIA, 28 de fevereiro de 2018**

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
Faculdade de Tecnologia
Departamento de Engenharia Mecânica

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**ESTUDO SOBRE MÉTODOS PARA
CÁLCULO DA AMPLITUDE DE TENSÃO
CISALHANTE EM MODELOS DE PLANO
CRÍTICO**

Por,

Alex de Mello Faria

Dissertação de Mestrado em
Ciências Mecânicas.

Banca Examinadora

Prof. José Alexander Araújo, UnB/ ENM (Orientador)

Prof. Jorge Luiz de Almeida Ferreira, UnB/ ENM

Prof. Luis Augusto Veloso, UnB/ ENM

Brasília, 28 de fevereiro de 2018

FICHA CATALOGRÁFICA

FARIA, ALEX DE MELLO

ESTUDO SOBRE MÉTODOS PARA CÁLCULO DA AMPLITUDE DE TENSÃO CISALHANTE EM MODELOS DE PLANO CRÍTICO, [Distrito Federal] 2018. xiv, 101p., 210 x 297 mm (ENM/FT/UnB, Mestre, Ciências Mecânicas, 2018).

Dissertação de Mestrado - Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia. Departamento de Engenharia Mecânica.

- | | |
|-----------------------------------|------------------------------|
| 1. Fadiga Multiaxial | 2. Plano Crítico |
| 3. Amplitude da tensão Cisalhante | 4. MCC, MRH e MOI |
| I. ENC/FT/ UnB. | II. Título (ENM-DM 274/2018) |

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

Faria, A.M. (2018). ESTUDO SOBRE MÉTODOS PARA CÁLCULO DA AMPLITUDE DE TENSÃO CISALHANTE EM MODELOS DE PLANO CRÍTICO., Publicação ENM-DM 274/2018, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília, DF, xiv, 101p.

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Alex de Mello Faria

TÍTULO: ESTUDO SOBRE MÉTODOS PARA CÁLCULO DA AMPLITUDE DE TENSÃO CISALHANTE EM MODELOS DE PLANO CRÍTICO

GRAU: Mestre

ANO: 2018

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

Alex de Mello Faria

Correio Eletrônico: alexfaria@hotmail.com.br

AGRADECIMENTOS

À Deus por ter me dado concentração, paz e saúde para a superação de todas as dificuldades.

Aos meus pais, irmãs, esposa e recém-nascida filha que demonstraram apoio incondicional em todos os momentos críticos desta jornada e me ajudaram de forma decisiva na conclusão do meu objetivo.

Ao Professor José Alexander Araújo, orientador deste trabalho que conduziu meus passos com excelência, paciência, dedicação, atenção e boa vontade durante todo o período de estudo e principalmente naquele de maior dificuldade.

Ao recém-formado engenheiro Vinícius Zanardi, aluno de Iniciação Científica, que me ajudou substancialmente em todas as etapas de forma receptiva e com muita dedicação.

Aos funcionários, professores e colegas do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Brasília que me proporcionaram um ambiente excelente de respeito e aprendizagem.

RESUMO

A presente dissertação avalia três métodos para cálculo da amplitude de tensão cisalhante equivalente utilizada em modelos de fadiga multiaxial baseados na abordagem do plano crítico. Avaliou-se o Método da Mínima Circunferência Circunscrita (*MCC*), o Método da Caixa (*MRH*) e o Método do Momento de Inércia (*MOI*). Com os resultados desses métodos foram aplicados três critérios de fadiga multiaxial: o critério de Susmel e Lazzarin (2002), o critério de Findley (1956) e o critério de Matake (1977). O objetivo foi a avaliação de quais métodos aplicados aos critérios resultam em melhores estimativas de resistência à fadiga multiaxial. Para a validação da análise, foram utilizados dados disponíveis na literatura para espécimes fabricados em ligas de aço submetidos a carregamentos combinados de flexão e torção em iminência de falha por fadiga. Um Índice de Erro (IE), que fornece uma medida da distância entre a previsão dos modelos e os dados experimentais foi utilizado como medida da acurácia nesta análise. Conclui-se que, em um contexto geral, para os dados sob carregamentos síncronos em fase ou fora de fase, os melhores resultados foram obtidos pelo Método MRH aplicado conjuntamente com o modelo de Findley (1956) e, para os dados sob assíncronos, as melhores estimativas foram obtidas quando o MRH foi utilizado juntamente com o modelo de Susmel e Lazzarin (2002).

Palavras-chave: Fadiga Multiaxial, Plano Crítico, MCC, MRH, MOI

ABSTRACT

This thesis evaluate three different methods that calculate the equivalent shear stress amplitude using Multiaxial Fatigue models based on the Critical Plane approach. It was evaluated the Minimum Circumscribed Circle (MCC), the Maximum Rectangular Hull (MRH) and the Moment of Inertia (MOI). With the result of these methods on hands, it was applied three multiaxial fatigue criteria: Susmel and Lazzarin (2002), the Findley (1956) criteria and the Matake (1977) criteria. The aim of this was to evaluate which of these methods applied in these criteria result in the closest estimated of multiaxial fatigue resistance. In order to validate the analysis, it was used available data base to different types of steel loaded to combined torsion and bending at the limit of fatigue failure. In this way, a percentual error index was used to measure how distant the prediction of the criteria was to the empirical result. Therefore, it was showed that the best results were obtained by using the MRH method when applied to the Findley criteria for synchronous loadings and, for asynchronous loadings, the same method using the Susmel and Lazzarin (2002) criteria.

KEYWORDS: Multiaxial Fatigue, MCC, Critical Plane, MRH, MOI

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Forças externas atuantes em um componente arbitrário em um plano de corte Ω	8
Figura 2.2- Comportamento do vetor tensão no plano Ω	9
Figura 2.3- Comportamento do vetor tensão t no plano Ω e θ	9
Figura 2.4- Elemento infinitesimal e respectivas componentes de tensões	10
Figura 2.5- Elemento infinitesimal e simetria do tensor das tensões.....	11
Figura 2.6. - Vetores no plano de Corte Ω	12
Figura 2.14- Sistema de coordenadas de um plano de corte arbitrário	13
Figura 2.15 -Projeção do vetor normal.....	13
Figura 2.16- Projeção do vetor unitário e_A	13
Figura 2.17- Projeção do vetor unitário e_B	14
Figura 2.7- Representação de história de tensões proporcional	16
Figura 2.8- Distribuição das tensões axiais e torcionais de um nó selecionado para o virabrequim de um cilindro de motor a gás (Leitner et.al., 2016)	16
Figura 2.9- Diagrama de tensões τ_{xy} vs σ_y comparativo	17
Figura 2.10- Variação da tensão em um carregamento periódico arbitrário	18
Figura 2.11 - Tipos de ciclos de carregamento no tempo.....	20
Figura 2.12- Curva S-N para componente arbitrário	22
Figura 2.13- Efeito da tensão média na vida do Alumínio 7075-T6 (Dowling, 1999) ..	23
Figura 2.18 - Modo A e B de crescimentos de trincas (Ritchie & Y.Murakami, 2003)	25
Figura 2.19- Barra maciça	26
Figura 3.1- Projeção da tensão normal e cisalhante em um plano de corte arbitrário ...	29
Figura 3.2- Método da maior projeção.....	30
Figura 3.3- Método da maior corda	31
Figura 3.4- Método da Menor Circunferência Circunscrita.....	32
Figura 3.5- Método do Maior Retângulo Circunscrito.....	34
Figura 3.6 - Decomposição do vetor u ao rotacionar o sistema de coordenadas.....	35
Figura 3.7= Método do Momento de Inércia (MOI).....	36
Figura 4.1- Crescimento da trinca em modo I (Gonçalves, 2006)	40
Figura 4.2- Crescimento da trinca em modo II (Gonçalves, 2006).....	40
Figura 4.3- Círculo de Mohr para flexão pura.....	42
Figura 4.4- Círculo de Mohr para torsão pura	43
Figura 4.5- Comportamento da variável ρ ao longo da vida do componente	45
Figura 5.1- Histórias de carregamentos dos testes 1 a 10.....	49
Figura 5.2- Histórias de carregamentos dos testes 11 a 20.....	50
Figura 5.3- Efeito da variação da amplitude de tensão normal máxima vs amplitude de tensão cisalhante.....	52
Figura 5.4- Planos críticos potenciais para o teste 1	54
Figura 5.5 - Amplitude de Tensão Cisalhante máxima encontrada pelo Modelo de Susmel e Lazzarin (2002) – Testes 1 à 10.....	60
Figura 5.6- Amplitude de Tensão Cisalhante máxima encontrada pelo Modelo de Susmel e Lazzarin (2002) – Testes 11 à 20.....	61
Figura 5.7- IE (%) dos métodos no modelo de Susmel e Lazzarin – Carregamentos Síncronos.....	62
Figura 5.8 IE(%) dos métodos no modelo de Susmel e Lazzarin – Carregamentos Assíncronos	63

Figura 5.9 - - Amplitude de Tensão Cisalhante máxima encontrada pelo Modelo de Findley (1959) – Testes 1 à 10.....	68
Figura 5.10 - Amplitude de Tensão Cisalhante máxima encontrada pelo Modelo de Findley (1959) – Testes 11 à 20.....	69
Figura 5.11- IE (%) dos métodos no modelo de Findley(1959) – Carregamentos Síncronos.....	70
Figura 5.12- IE (%) dos métodos no modelo de Findley(1959) – Carregamentos Assíncronos.....	71
Figura 5.13- Amplitude de Tensão Cisalhante máxima encontrada pelo Modelo de Matake (1977) – Testes 1 à 10.....	76
Figura 5.14- Amplitude de Tensão Cisalhante máxima encontrada pelo Modelo de Matake (1977) – Testes 11 à 20.....	77
Figura 5.15- IE (%) dos métodos no modelo de Matake – Carregamentos Síncronos ...	78
Figura 5.16- IE (%) dos métodos no modelo de Matake – Carregamentos Assíncronos	79
Figura 5.17– IE (%) para carregamentos síncronos.....	81
Figura 5.18– IE (%) para carregamentos assíncronos.....	83
Figura 5.19– Menores IE (%) encontrados por método e modelo.....	85
Figura 5.20– Tempos de processamento dos métodos para determinação da maior amplitude de tensão cisalhante.....	86

LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1 – Experimentos solicitando corpos de prova à carregamentos de flexão e torção, síncronos, em fase e fora de fase.....	48
Tabela 5.2 - Resultados obtidos para carregamentos de flexão e torção síncronos (testes 1 a 10) e assíncronos (testes 11 a 20) em fase e fora de fase obtidos através do critério de Susmel e Lazzarin (2002) utilizando o MCC para determinação do Plano Crítico ...	57
Tabela 5.3 - Resultados obtidos para carregamentos de flexão e torção síncronos (testes 1 a 10) e assíncronos (testes 11 a 20) em fase e fora de fase obtidos através do critério de Susmel e Lazzarin (2002) utilizando o MRH para determinação do Plano Crítico ...	58
Tabela 5.4 Resultados obtidos para carregamentos de flexão e torção síncronos (testes 1 a 10) e assíncronos (testes 11 a 20) em fase e fora de fase obtidos através do critério de Susmel e Lazzarin (2002) utilizando o MOI para determinação do Plano Crítico	59
Tabela 5.5 - Resultados obtidos para carregamentos de flexão e torção síncronos (testes 1 a 10) e assíncronos (testes 11 a 20) em fase e fora de fase obtidos através do critério de Findley (1959) utilizando o MCC para determinação do Plano Crítico	65
Tabela 5.6 - Resultados obtidos para carregamentos de flexão e torção síncronos (testes 1 a 10) e assíncronos (testes 11 a 20) em fase e fora de fase obtidos através do critério de Findley (1959) utilizando o MRH para determinação do Plano Crítico	66
Tabela 5.7 - Resultados obtidos para carregamentos de flexão e torção síncronos (testes 1 a 10) e assíncronos (testes 11 a 20) em fase e fora de fase obtidos através do critério de Findley (1959) utilizando o MOI para determinação do Plano Crítico.....	67
Tabela 5.8 - Resultados obtidos para carregamentos de flexão e torção síncronos (testes 1 a 10) e assíncronos (testes 11 a 20) em fase e fora de fase obtidos através do critério de Mataka (1977) utilizando o MCC para determinação do Plano Crítico.....	73
Tabela 5.9- Resultados obtidos para carregamentos de flexão e torção síncronos (testes 1 a 10) e assíncronos (testes 11 a 20) em fase e fora de fase obtidos através do critério de Mataka (1977) utilizando o MRH para determinação do Plano Crítico.....	74
Tabela 5.10- Resultados obtidos para carregamentos de flexão e torção síncronos (testes 1 a 10) e assíncronos (testes 11 a 20) em fase e fora de fase obtidos através do critério de Mataka (1977) utilizando o MOI para determinação do Plano Crítico.....	75
Tabela 5.11 -Desvio Padrão dos métodos nos modelos estudados	86

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolos Latinos

A	razão de amplitude
a_1	comprimento do lado do retângulo na direção A
a_2	comprimento do lado do retângulo na direção B
dm	massa infinitesimal do fio
dp	perímetro do fio infinitesimal
dp_A	comprimento do fio infinitesimal na direção A
dp_B	comprimento do fio infinitesimal na direção B
e_A	vetor unitário na direção A
e_B	vetor unitário na direção B
f_{-1}	limite de resistência a fadiga para flexão alternada
$g(*)$	função periódica
I_o	momento de inércia da origem
I_{cm}	momento de inércia do centro de massa
$I_{cm,t}$	momento de inércia total do fio
k	parâmetro material
L	comprimento
M	massa total do fio
n	vetor unitário de um plano
n_x, n_y, n_z	componentes do vetor unitário n
N_f	número de ciclos
p_i, q_i	pontos de tangência do retângulo na história de tensões cisalhantes
P	perímetro total do fio
R	razão de carregamento
R_{rot}	matriz de rotação
r	razão de carregamento
t	vetor tensão
t_n	vetor tensão normal
t	variável tempo
t_{-1}	limite de resistência a torção alternada

Símbolos Gregos

ΔF	força resultante
ΔS	elemento de área
$\Delta\sigma_{Mises}$	tensão equivalente de Von Mises
τ	vetor tensão cisalhante
τ_a	amplitude da tensão cisalhante
τ_m	tensão cisalhante média
τ_i	tensão cisalhante do i-ésimo instante
τ_A	tensão cisalhante na direção A
τ_B	tensão cisalhante na direção B
τ_1	tensão cisalhante na direção A para o Método da Caixa
τ_2	tensão cisalhante na direção B para o Método da Caixa
$\tau_{c,A}$	distância do centro do fio infinitesimal à origem O, na direção A
$\tau_{c,B}$	distância do centro do fio infinitesimal à origem O, na direção B

$\tau_{m,A}$	tensão média na direção A
$\tau_{m,B}$	tensão média na direção B
σ	tensor tensão de segunda ordem
σ_n	tensão normal
σ_x	tensão normal na direção x
σ_y	tensão normal na direção y
σ_{zz}	tensão normal na direção z
σ_f'	coeficiente de resistência à fadiga
$\sigma_{ij,a}$	amplitude da componente da tensão
$\bar{\sigma}_{ij}$	tensão normal média
σ_{min}	tensão mínima
σ_{max}	tensão máxima
σ_a	amplitude da tensão
σ_m	tensão média
$\sigma_{n,max}$	tensão normal máxima
α	expoente de resistência à fadiga
α_{ij}	frequência angular
ϕ^c, θ^c	coordenadas esféricas do plano crítico
λ	parâmetro material
λ_{xy}	relação de frequência entre componentes da tensão
ρ	razão de tensão
ρ_{lim}	limite máximo da razão de tensão

Subscritos

-1	relativo ao carregamento periódico alternado
O	relativo a origem
a	relativo a amplitude
max	relativo ao máximo valor
min	relativo ao mínimo valor
n	relativo à tensão normal
xx	relativo à componente do tensor tensão
yy	relativo à componente do tensor tensão
zz	relativo à componente do tensor tensão
xy	relativo à componente do tensor tensão
x, y, z	relativo aos eixos coordenados no sistema O .xyz
m	relativo a médio
A	relativo a direção A
B	relativo a direção B
cm	relativo ao centro de massa
total	relativo ao total
i	relativo ao i-ésimo ponto/instante

Sobrescritos

c relativo ao plano crítico

Siglas

MCC Minimum Circumscribed Circle
MRH Maximum Rectangular Hull
MOI Moment of Inertia

SUMÁRIO

RESUMO	v
ABSTRACT.....	vi
1 CAPÍTULO 1.....	1
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 FADIGA E ASPECTOS MOTIVACIONAIS.....	1
1.2 CONTEXTO HISTÓRICO DA FADIGA	3
1.3 OBJETIVO.....	6
1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO.....	6
2 CAPÍTULO 2.....	8
2 CONCEPÇÕES BÁSICAS DO ESTUDO E DEFINIÇÕES.....	8
2.1 O VETOR TENSÃO	8
2.2 HISTÓRIAS DE CARREGAMENTO	14
2.3 FADIGA UNIAXIAL.....	17
2.4 ESTADO MULTIAXIAL DE TENSÕES.....	23
2.5 MOMENTO DE INÉRCIA DE MASSA.....	25
3 CAPÍTULO 3.....	28
3 FADIGA MULTIAXIAL E A AMPLITUDE DA TENSÃO CISALHANTE	28
3.1 DEFINIÇÕES PRELIMINARES	28
3.2 MÉTODO DA MAIOR PROJEÇÃO	29
3.3 MÉTODO DA MAIOR CORDA.....	30
3.4 MÉTODO DA MENOR CIRCUNFERÊNCIA CIRCUNSCRITA	32
3.5 MÉTODO DA CAIXA	33
3.6 MÉTODO DO MOMENTO DE INÉRCIA.....	36
4 CAPÍTULO 4.....	39
4 MODELOS DE FADIGA MULTIAXIAL UTILIZANDO O PLANO CRÍTICO	39
4.1 INTRODUÇÃO	39
4.2 MODELO DE FINDLEY	40
4.3 MODELO DE MATAKE.....	42
4.4 MODELO DE SUSMEL E LAZZARIN	43
5 CAPÍTULO 5.....	46
5 RESULTADOS E DISCUSSÕES	46
5.1 DADOS EXPERIMENTAIS.....	47

5.2	DISCUSSÕES DE APLICAÇÃO DO PLANO CRÍTICO.....	51
5.3	AValiação COMPARATIVA	55
5.4	MÉTODOS APLICADOS AO MODELO DE SUSMEL E LAZZARIN	55
5.5	MÉTODOS APLICADOS AO MODELO DE FINDLEY	64
5.6	MÉTODOS APLICADOS AO MODELO DE MATAKE.....	72
5.7	COMPARATIVO MÉTODO/MODELO	80
6	CONCLUSÃO E DISCUSSÕES.....	87
7	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	88
8	ANEXOS	93
8	ROTINAS MATLAB	93
8.1	FUNÇÃO PARA CÁLCULO DA MAIOR AMPLITUDE DE TENSÃO CISCALHANTE UTILIZANDO O MOI.....	93
8.2	FUNÇÃO PARA CÁLCULO DA MAIOR AMPLITUDE DE TENSÃO CISCALHANTE UTILIZANDO O MRH.....	94
8.3	FUNÇÃO PARA CÁLCULO DA MAIOR AMPLITUDE DE TENSÃO CISCALHANTE UTILIZANDO O MCC	95
8.4	FUNÇÃO PARA CÁLCULO DO CRITÉRIO DE FINDLEY	95
8.5	FUNÇÃO PARA CÁLCULO DO CRITÉRIO DE MATAKE.....	97
8.6	FUNÇÃO PARA CÁLCULO DO CRITÉRIO DE SUSMEL E LAZZARIN	99
8.7	FUNÇÃO DE GERAÇÃO DOS RESULTADOS	101

CAPÍTULO 1

1 INTRODUÇÃO

1.1 FADIGA E ASPECTOS MOTIVACIONAIS

Considerada uma das formas mais comuns de falha mecânica, o fenômeno da fadiga ocorre em componentes solicitados à carga (s) cíclica (s) e variáveis no tempo que, mesmo estando comumente bem abaixo do limite de escoamento do material, causam danos estruturais. A fadiga pode ser caracterizada em três estágios. Primeiramente, durante um número elevado de ciclos, o dano se evolui a um nível microscópico, crescendo até o estágio de trinca macroscópica, ou seja, aquela que pode ser observada à olho nu. Esta trinca, em nível macroscópico, cresce repetidamente à cada ciclo, até alcançar um estágio de comprimento crítico. Em algumas aplicações, este estágio não pode ser observado, uma vez que a trinca cresce subitamente ao ponto de causar uma falha repentina na estrutura do material. Então, o componente mecânico sofre uma falha em sua estrutura, pois não consegue mais suportar os esforços mecânicos a que é submetido.

A fadiga dos materiais começou a ser estudada mais profundamente em meados de 1950, quando duas falhas catastróficas ocorreram com o jato comercial Haviland Comet. A primeira ocorreu em maio de 1953, onde a aeronave da empresa BOAC partiu de Calcutá e explodiu repentinamente, caindo no mar. Oito meses após esta tragédia, em janeiro de 1954, outra aeronave do mesmo modelo que havia decolado de Roma também se desintegrou e caiu sobre o mar.

Após severas investigações da causa dos acidentes, descobriu-se que a aeronave, primeira que possuía cabine pressurizada, tinha janelas quadradas que, pressurizadas a cada decolagem/aterisagem, começaram a trincar seus cantos. Estas trincas cresceram durante o voo até chegar ao ponto de ruptura do componente. (Atkinson, R. J et. Al, 1960). Estas duas falhas catastróficas, que levaram a óbito 68 pessoas, despertaram o interesse da comunidade científica sobre o tema, visando a elaboração de projetos mais seguros que pudessem evitar este tipo de falha.

Anteriormente à era dos computadores, o desenvolvimento de projetos que previam a vida em fadiga era todo efetuado em ensaios de escala real, pois as tensões à que o elemento era submetido não só variavam no tempo, mas de direção e sentido, o que dificultava a utilização dos conceitos de fadiga uniaxial. Comumente era construído o componente e colocado em bancadas de teste para ensaio, aplicando ciclos de carregamento e observando quando o mesmo iria se romper. Estes ensaios eram feitos com diversas amostras e, quando se era

observada falhas previamente ao tempo desejado, o projeto era todo reanalisado e um novo ensaio era efetuado. O procedimento era muito caro e demorado. (Takahashi, 2014).

Com o desenvolvimento da tecnologia, estes tipos de ensaio começaram a ser realizados computacionalmente, objetivando reproduzir cargas cíclicas e variáveis tanto em sentido e direção quanto em amplitude gerando, conseqüentemente, estados de tensão multiaxiais a estruturas de diversas geometrias e materiais. O atributo computacional ganhou uma enorme importância após o entendimento do conceito de dano por fadiga onde, para cada ponto da estrutura, é efetuada uma análise em série de vários passos para quantificar o dano que o material sofreu ao longo do tempo. Este conceito elucidada, portanto, a necessidade de utilização de programas capazes de processar e analisar uma quantidade extensa de informações, ou seja, o uso de computadores.

Neste contexto, a dificuldade atual se encontra em efetuar modelos capazes de reproduzir a fadiga com precisão de componentes submetidos à carregamentos em estado de tensão cíclicos e multiaxiais. Para tal, as teorias de fadiga mais aceitas pela comunidade científica para estimar a resistência de um componente ou a vida do mesmo se baseiam nos modelos de deformação propostos por Brown-Miller (1973) e Socie (1987,1988) e outros, modelos baseados na energia proposto por Ellyin (1991,1993) e modelos baseados em tensões, propostos entre outros por Dang Van (1993), Papadopoulos (1995), McDiarmid (199) e Carpinteri (2000,2001). Recentemente, um novo critério elaborado por Susmel e Lazzarin (2002) utilizou a abordagem do plano crítico e a curva biparamétrica de Wöhler para estimar a vida do componente em fadiga multiaxial. Este método parte do princípio de que há um plano onde as componentes normais e cisalhantes da tensão é mais susceptível à fratura (plano crítico) e que esses parâmetros influenciam no dano por fadiga. (Dantas & Araújo, 2006).

A avaliação de componentes submetidos a histórias de tensão complexas é um tópico desafiador, e a abordagem do plano crítico possui alguns problemas, principalmente quando se trata de utilizá-la como uma ferramenta de projeto no ramo industrial. Uma das dificuldades é definir a amplitude de tensão cisalhante em um caminho de tensão complexo desenvolvido ao longo do tempo e com o vetor tensão cisalhante variando no plano material em carregamentos proporcionais ou não. A definição deste plano altera significativamente a precisão, o custo computacional e popularidade de um modelo.

Além disso, é muito comum encontrar situações onde a amplitude de tensão cisalhante não varia em um grande número de planos, enquanto que a tensão normal varie muito. Determinar a amplitude de tensão cisalhante num plano material é, de certa maneira, uma tarefa mais simples do que determiná-la em espaços multidimensionais de tensão. No entanto, determinar a amplitude para cada plano do material demanda um tempo computacional considerável. Segundo Araújo et al (2009), o Método da Menor Circunferência Circunscrita (MCC) consegue uma boa solução em

casos triviais de problemas de máximo e mínimo, mas em alguns casos de carregamentos, o MCC encontra os mesmos valores para histórias de tensão proporcionais e não proporcionais. Em contrapartida, o Método da Caixa (MRH) consegue distinguir eficientemente as histórias de carregamento proporcionais e não proporcionais, além de requerer uma memória computacional bastante inferior à utilizada pelo MCC (J.A. Araújo et.al, 2011).

Ainda, segundo (Meggiolaro & Castro, 2015)., em termos de caminhos de tensão representados em 2D, os chamados métodos de superfícies envoltórias possuem algumas inconsistências aonde, para o Método da Caixa e derivados do MCC, o autor se refere aos mesmos como métodos empíricos que tentam interpolar os casos limites entre uma história de tensão proporcional e uma altamente não proporcional. Outra dificuldade nesses métodos se refere à perda de informação, pois os métodos de superfície envoltória arquivam apenas a superfície convexa associada à carga que o elemento está sendo solicitado e não o caminho real do mesmo (Meggiolaro & Castro, 2015).

A importância do estudo da fadiga continua a crescer, visto que as empresas se esforçam cada dia mais para serem mais eficazes, pois economizar material também significa economizar dinheiro. Visualizando uma produção em massa de latas de refrigerantes, por exemplo, a redução mínima de espessura pode significar uma grande economia de material/dinheiro. Esta redução, de maneira segura, se dá também estudando até que ponto o material suporta as cargas cíclicas que ele porventura possa ser solicitado.

Conforme pode ser observado, as aplicações deste estudo se estendem para uma gama de componentes mecânicos com funções estruturais dos mais diversos ramos industriais como o aeronáutico, naval, ferroviário, rodoviário e de muitos outros setores de fabricação.

1.2 CONTEXTO HISTÓRICO DA FADIGA

Anteriormente à era das locomotivas pouco se entendia sobre o conceito de fadiga dos materiais pois os componentes mecânicos existentes da época, projetados baseando-se nas teorias clássicas da mecânica estática, eram utilizados em máquinas com baixas velocidades de operação e carregamentos relativamente pequenos. Ademais, os coeficientes de segurança aplicados aquelas peças eram elevados e, quando algum componente falhava em operação, logo era substituído por outro mais robusto (Dantas & Araújo, 2006). Com a chegada das máquinas a vapor, as velocidades de operação e, conseqüentemente, os carregamentos cíclicos aumentaram, levando a falhas repentinas de diversos componentes, o que forçava aos engenheiros da época o aprofundamento nos conceitos de fadiga. Em 1837, o engenheiro Wilhelm Albert efetuou uma máquina capaz de correlacionar a carga aplicada e a durabilidade de correntes que içavam pequenos carregamentos (Schütz, 1996). Enquanto os estudos se

aprofundavam, o descarrilamento de uma locomotiva na França provocou a morte de mais de 50 pessoas em 8 de maio de 1842. Mais tarde, a fadiga teve seu primeiro trabalho científico registrado pelo engenheiro August Wöhler (1860). Neste, foram registrados 10 anos de ensaios de fadiga com o âmbito de se entender as falhas sistêmicas que ocorriam nos eixos de locomotivas e vagões. Foi neste estudo que o termo fadiga foi primeiramente utilizado como analogia entre o cansaço humano após longas jornadas de atividades com o material sendo solicitado também durante muito tempo. (Takahashi, 2014).

A primeira máquina rotativa capaz de elaborar ensaios de flexão e torção foi construída por Lanzu (1887) e exibida no primeiro estudo sobre a Fadiga Multiaxial. Ewing e Humphrey (1903) definiram a Teoria da Cristalização, que propôs que as falhas por fadiga se iniciavam nos defeitos microscópicos de cada componente e que a fratura em fadiga era originada por apenas uma trinca principal. Basquin (1910) observou que a vida dos componentes diminuía conforme a tensão aplicada, criando assim a curva S-N. No ano seguinte, ao realizar ensaios de fadiga acima do limite de escoamento do material, Bairstow (1911) encontrou o fenômeno conhecido como Laços de Histerese. A. Palmgren (1924) criou a hipótese do acúmulo linear do dano por fadiga, esta difundida por Miner (1945) hoje amplamente conhecida como Regra de Palmgren-Miner. Carregamentos multiaxiais cíclicos simultâneos simulados em laboratório permitiram que Gough et.al. (1951) pudessem propor equações de estimativa da vida em fadiga multiaxial de materiais frágeis e dúcteis. Nos trabalhos de Coffin (1954) e Manson (1953) a deformação cíclica ϵ foi utilizada para estimar a vida do componente em fadiga, ao invés do uso das tensões. Com esse novo método, as curvas de Wöhler foram modificadas para o comparativo ϵ -N de cada material, denominada como Equação de Coffin-Manson.

Seguindo a cronologia dos marcos históricos em Fadiga Multiaxial, o conceito de Plano Crítico é então, aplicado ao critério desenvolvido por William Nichols Findley em 1959 (Critério de Findley), que permitiu estimar a vida em fadiga de componentes solicitados a carregamentos multiaxiais cíclicos. Neste critério, a localização do plano crítico se dá através de uma combinação linear da tensão cisalhante e a tensão normal máxima atuante no plano crítico. Posteriormente Paris (1961), cria a Teoria de Propagação das Trincas, que aplica um fator de intensidade de tensões em carregamentos cíclicos para prever a taxa de crescimento de uma trinca individual. Matsuishi & Endo (1968) desenvolvem o Método Rainflow, algoritmo capaz de estimar a vida em fadiga de componentes solicitados à carregamentos aleatórios, intencionando reproduzir as tensões aleatórias que ocorrem nas máquinas automobilísticas, navais e aeroespaciais.

O primeiro trabalho efetuado com propósito do cálculo da amplitude de tensão cisalhante foi efetuado por Grubisic e Simbürger (1976). Neste, foi desenvolvido o método da maior projeção da história de tensões cisalhantes. Em que pese os critérios de Plano Crítico em Fadiga Multiaxial,

Matake (1977) elaborou um critério onde a tensão cisalhante é a responsável majoritária do dano. Dessa forma, este critério se contrasta com o proposto por Findley (1959) por considerar que o plano crítico é aquele onde a máxima amplitude de tensão cisalhante atuante e combinada linearmente com a máxima tensão normal daquele plano. Lemaitre & Chaboche (1985) e Fuchs e Stephens (1980) propuseram que a amplitude de tensão cisalhante máxima fosse calculada através da avaliação da diferença entre os dois pontos mais distantes entre si dentre todos os outros possíveis numa curva fechada de tensão (Método da Maior Corda). A amplitude máxima de tensão cisalhante foi novamente calculada por Dang Van (1984) através do método da Menor Circunferência Circunscrita, que determina que através do raio da mínima circunferência que circunscribe toda a história de tensão é possível encontrar a amplitude de tensão cisalhante máxima no componente naquele plano. McDiarmid (1987) aplica os conceitos de trincas do tipo A e B para determinar, de acordo com cada modo, o plano crítico correspondente. Wang & Brown (1996) desenvolvem um método multiaxial da regra de Palmgren-Miner, identificando o número de ciclos de componentes solicitados à carregamentos multiaxiais de amplitude variável, método conhecido como Método de Wang-Brown. Bin Li et al. (2000) aplica um novo método de determinação da amplitude da tensão cisalhante efetiva em um carregamento multiaxial conhecido como Método do Mínimo Elipsoide Circunscrito.

O método de Susmel e Lazzarin (2002) correlaciona as curvas modificadas de Wohler com a máxima amplitude de tensão cisalhante. Mamiya et.al. (2009) propuseram um novo método de cálculo da amplitude de tensão cisalhante denominado Método da Caixa (MRH), que analisa o maior retângulo capaz de circunscrever uma curva fechada representativa da história de tensões. Meggiolaro & Castro (2015) criam o Método do Momento de Inércia (MOI) que calcula o momento de inércia de um fio homogêneo de massa unitária representativo da história de tensões. Percebe-se que o número de métodos de estimativas da maior amplitude de tensão cisalhante na literatura cresceu recentemente.

A principal justificativa para tal crescimento se deve à complexidade de se obter a amplitude de tensão cisalhante máxima e respectivo planos preferenciais de iniciação de trincas. De acordo com Dantas A., 2009, devido à complexidade referida, muitos pesquisadores consideram o método MCC, proposto por Dang Van (1984) e aperfeiçoado por Papadopoulos (1987) o melhor para representação da amplitude de tensão cisalhante em carregamentos multiaxiais.

1.3 OBJETIVO

O objetivo desta dissertação é avaliar três métodos para cálculo da amplitude de tensão cisalhante equivalente utilizando modelos de fadiga multiaxial baseados na abordagem do plano crítico. Os métodos avaliados foram o MCC (Método da Circunferência Circunscrita), o MRH (Método da Caixa) e o MOI (Método do Momento de Inércia) aplicando-se seus respectivos resultados em três critérios de fadiga multiaxial: o critério de Susmel e Lazzarin (2002), o critério de Findley (1956) e o critério de Matake (1977). Dessa forma, foi possível ser efetuada uma avaliação de quais métodos aplicados aos critérios resultam em melhores estimativas de resistência à fadiga multiaxial. Para mensurar a acurácia destes resultados, dados disponíveis na literatura para espécimes fabricados em ligas de aço submetidos a carregamentos combinados de flexão e torção em iminência de falha por fadiga foram utilizados em conjunto com Índice de Erro (IE) capaz de averiguar a distância entre a previsão dos modelos e os dados experimentais. Quanto menor o IE, mais próximo o resultado simulado estava do resultado real. Com os comparativos efetuados para cada teste apresentado nesta dissertação, uma análise final de método/modelo por teste será apresentada.

1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO

A presente dissertação está estruturada de forma a apresentar, em seu capítulo 1 a introdução, os objetivos, os conceitos que definem a Fadiga Multiaxial, como ela foi observada com o passar dos anos, os aspectos que motivaram a comunidade científica a estudar este tópico, o problema abordado nesta dissertação e sua consequente finalidade.

No segundo capítulo, aborda-se os fundamentos básicos e definições para o estudo da Fadiga em materiais, apresentando conceitos elementares como o vetor Tensão e seu respectivo Teorema de Cauchy, análises das histórias de tensão, o estado de tensão uniaxial e multiaxial e as tensões em um plano material e os conceitos básicos sobre o Momento de Inércia de Massa.

Os métodos de determinação da amplitude de tensão cisalhante (método da projeção, da corda, o MRH, o MCC e o MOI) são apresentados no capítulo 3.

Subsequentemente, o quarto capítulo faz uma síntese dos modelos de fadiga multiaxial que utilizam os critérios de plano crítico de tensões, especificamente os modelos de Findley (1959), Matake (1977) e Susmel e Lazzarin (2002).

O capítulo 5 apresenta os resultados obtidos após efetuar as programações computacionais desenvolvidas no software Matlab® capazes de reproduzir dados extraídos da literatura para incremento nos métodos e critério aqui abordados. Adicionalmente, este capítulo faz uma análise

comparativa entre os três modelos e os três métodos para avaliar amplitudes da tensão cisalhante no plano crítico e os índices de erros obtidos no cruzamento destas informações.

Por fim, o capítulo 6 sintetizará as considerações finais e, no capítulo 7, as recomendações obtidas do presente estudo para futuros trabalhos.

CAPÍTULO 2

2 CONCEPÇÕES BÁSICAS DO ESTUDO E DEFINIÇÕES

2.1 O VETOR TENSÃO

Definido como uma grandeza física que não se caracteriza apenas por sua magnitude (variável escalar), o vetor só pode ser determinado quando se é especificado também sua direção e sentido. Em Mecânica, o vetor tensão é conceituado como aquele capaz de verificar a influência das forças externas em um ponto e plano arbitrário. Este vetor foi primeiramente constatado por Augustin Louis Cauchy, em 1821, quando o mesmo analisou o comportamento das forças internas em um corpo sólido sollicitado à carregamentos externos, como o apresentado na Figura 2.1

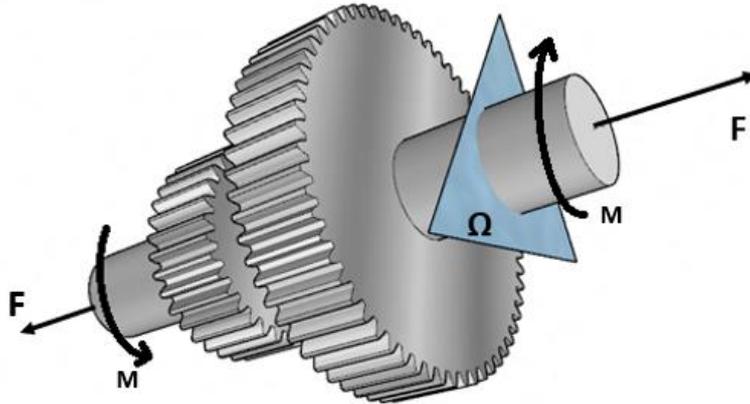


Figura 2.1 - Forças externas atuantes em um componente arbitrário em um plano de corte Ω

Para efetuar tal análise, Cauchy supôs primeiramente que, dado um corpo sólido qualquer num plano Ω , há existência de apenas uma densidade de força de superfície $t(\mathbf{n}, \mathbf{x}, t)$ em cada vetor unitário \mathbf{n} e para cada caminho de trajetória (\mathbf{x}, t) . Ou seja, suponha-se que o ponto \mathbf{x} da Figura 2.2 esteja sendo analisado no plano Ω . Ao se analisar o mesmo ponto no plano θ apresentado na Figura 2.3, e se θ tiver sua superfície tangente orientada para Ω em \mathbf{x} e tendo também o mesmo vetor unitário \mathbf{n} , então a força por unidade de área em \mathbf{x} é a mesma tanto no plano Ω como no plano θ . Quando se trata de Mecânica do Contínuo, esta suposição, designada como Hipótese de Cauchy, é caracterizada como um dos mais importantes axiomas de forças de contato (Gurtin, 1981).

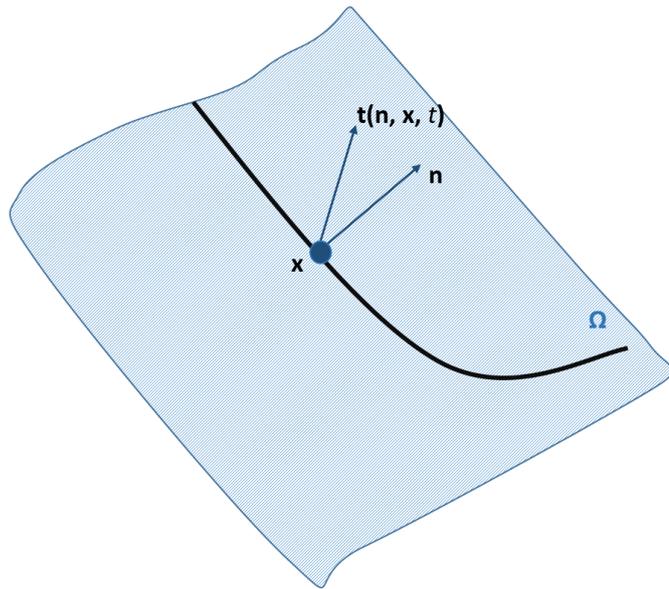


Figura 2.2- Comportamento do vetor tensão no plano Ω

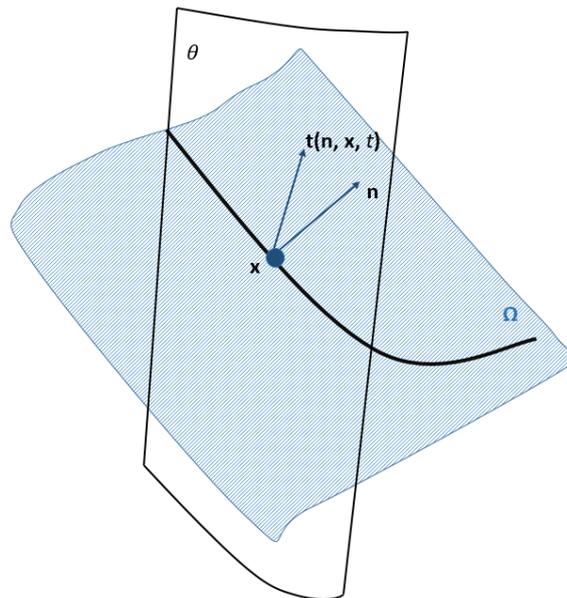


Figura 2.3- Comportamento do vetor tensão t no plano Ω e θ

O plano imaginário Ω , representado na Figura 2.1, é definido por seu vetor unitário \mathbf{n} e pelo vetor tensão \mathbf{t} no ponto arbitrário \mathbf{x} , consequência de uma força resultante ΔF em um elemento de área ΔS , que é representado pela Eq.2.1.

$$\mathbf{t} = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta F}{\Delta S} \right) \quad (2.1)$$

Partindo-se da Hipótese de Cauchy, definiu-se que o vetor tensão \mathbf{t} depende linearmente do vetor unitário \mathbf{n} perpendicular ao plano de corte Ω , expresso pelo Teorema de Cauchy e representado na Eq.2.2.

$$\mathbf{t} = \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n} \quad (2.2)$$

Onde σ é o Tensor Tensão de Cauchy, definido como um tensor simétrico de segunda ordem e que, caso o mesmo seja conhecido, é capaz de representar totalmente o estado de tensão em um ponto no componente.

Assim, considerando um sistema de coordenadas ortogonal composto pelos vetores unitários em cada direção do plano cartesiano (\mathbf{nx} , \mathbf{ny} e \mathbf{nz}), o estado tridimensional pode ser representado matricialmente da seguinte maneira:

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

A Figura 2.4 representa esta matriz em um elemento infinitesimal de um corpo arbitrário, onde σ_x , σ_y e σ_z representam as componentes normais do tensor e as demais as componentes cisalhantes.

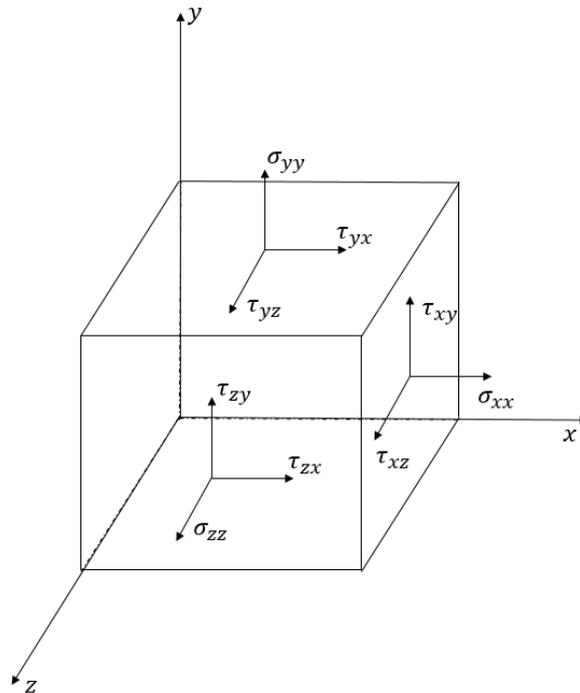


Figura 2.4- Elemento infinitesimal e respectivas componentes de tensões

A simetria do tensor pode ser avaliada aplicando o princípio de momento angular para um elemento infinitesimal do corpo. Suponha-se que, no elemento da Figura 2.4, haja um ponto A distante à um diferencial Δx na direção horizontal e um diferencial Δy na direção vertical do ponto B no plano cartesiano, conforme apresentado na Figura 2.5.

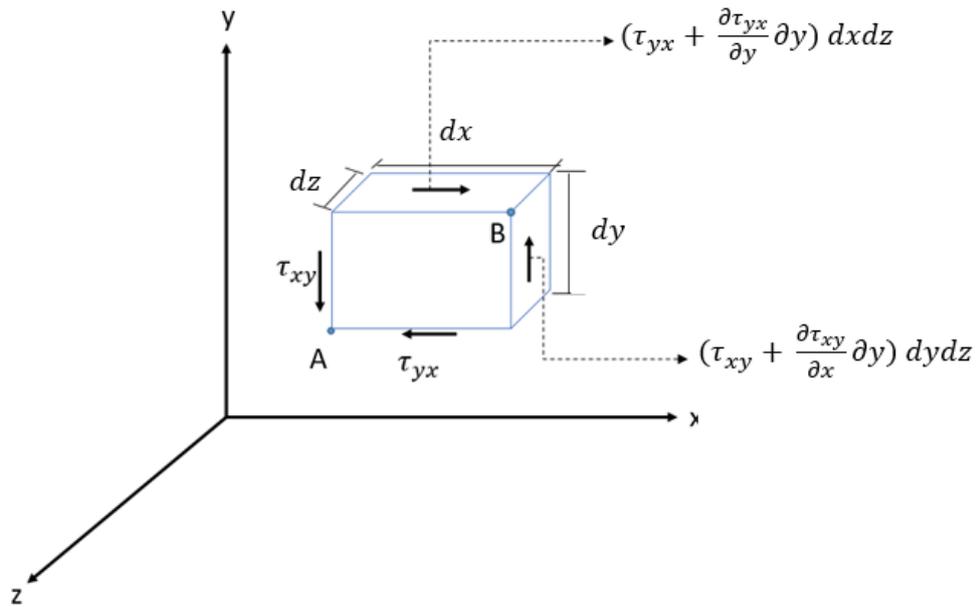


Figura 2.5- Elemento infinitesimal e simetria do tensor das tensões

A simetria do tensor pode ser calculada somando os momentos angulares no ponto A, conforme Eq.2.4:

$$\sum M_A = (\tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \partial y) dx dz dy - (\tau_{xy} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} \partial x) dx dz dy = 0 \quad (2.4)$$

Ao se eliminar os termos de ordem superior ($dx dz dy$) devido ao seu valor infinitesimal, conclui-se que $\tau_{yx} = \tau_{xy}$ e, analogamente, $\tau_{yz} = \tau_{zy}$ e $\tau_{zx} = \tau_{xz}$. Dessa forma, o Tensor Tensão σ se torna simétrico com apenas seis escalares independentes para definir o estado de tensão de um ponto.

O vetor tensão \mathbf{t} pôde, então, ser decomposto em um vetor normal ao plano de corte, denominado como vetor tensão normal \mathbf{t}_n e outro paralelo ao plano de corte, rotulado como vetor tensão cisalhante $\boldsymbol{\tau}$, conforme explicitado na Figura 2.6.

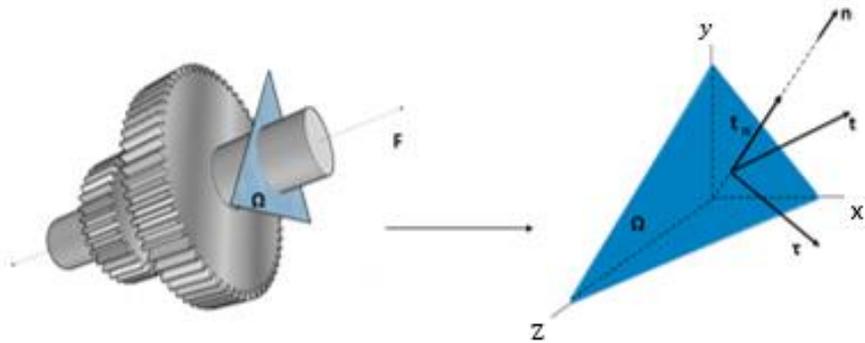


Figura 2.6. - Vetores no plano de Corte Ω

Dessa forma, o vetor \mathbf{t} é definido como o somatório do tensão cisalhante $\boldsymbol{\tau}$ e do vetor tensão normal \mathbf{t}_n .

$$\mathbf{t} = \mathbf{t}_n + \boldsymbol{\tau}. \quad (2.5)$$

Na direção normal ao plano de cisalhamento Ω , o vetor tensão normal é definido por seu escalar σ_n na direção \mathbf{n} :

$$\mathbf{t}_n = \sigma_n \mathbf{n} = (\mathbf{t} \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n} = (\boldsymbol{\sigma} \mathbf{n} \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n}. \quad (2.6)$$

Através da subtração do vetor \mathbf{t} pelo vetor tensão normal, é definido o vetor tensão cisalhante:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{t} - \mathbf{t}_n = \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n} - (\boldsymbol{\sigma} \mathbf{n} \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n}. \quad (2.7)$$

Com o intuito de apresentar os modelos de fadiga baseados nas aproximações de plano crítico, um novo sistema de coordenadas será apresentado na Figura 2.7, plano de corte arbitrário, onde o vetor unitário \mathbf{eA} é paralelo ao plano xy e varia de direção através do ângulo θ . Já o vetor unitário \mathbf{eB} aponta no sentido da coordenada cartesiana z, e é função tanto do ângulo θ como o ângulo ϕ .

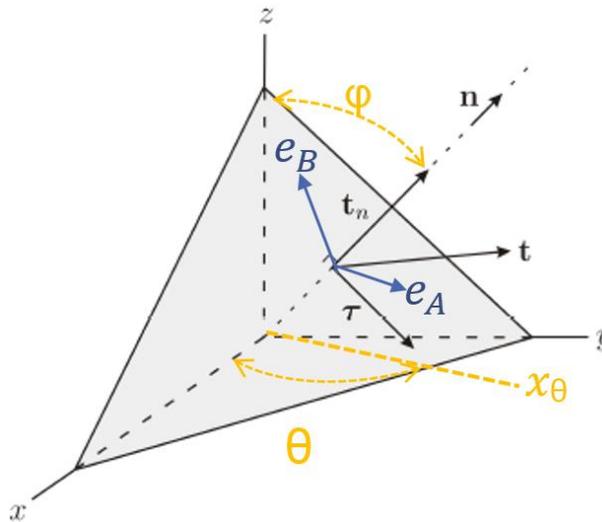


Figura 2.7– Sistema de coordenadas de um plano de corte arbitrário

A Eq.2.8 e a Figura 2.8 representam a projeção do vetor \mathbf{n} no novo sistema de coordenadas supramencionado.

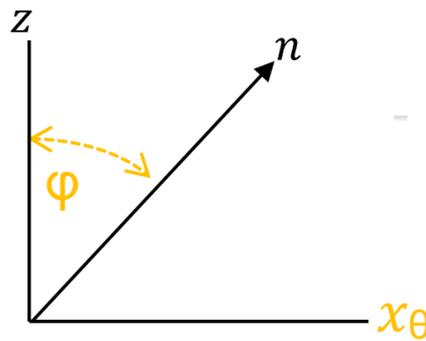


Figura 2.8 –Projeção do vetor normal

$$\mathbf{n} = \begin{pmatrix} \sin\phi\cos\theta \\ \sin\phi\sin\theta \\ \cos\phi \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

Analogamente, a Eq.2.9 e a Figura 2.9 representam a projeção do vetor unitário \mathbf{e}_A no sistema de coordenadas.

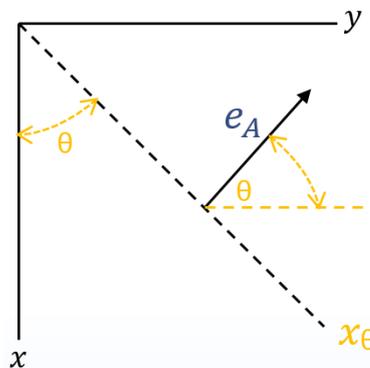


Figura 2.9- Projeção do vetor unitário \mathbf{e}_A

$$\mathbf{e}_A = \begin{pmatrix} -\sin\theta \\ \cos\theta \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (2.9)$$

Para projetar o vetor unitário \mathbf{e}_B , faz-se necessária primeiro a projeção do mesmo no plano $zx\theta$ para depois decompô-lo no plano xy (Figura 2.10). Com a decomposição nesses dois planos é possível determinar a variação do vetor segundo os ângulos θ e ϕ , conforme determinado na Eq.2.10.

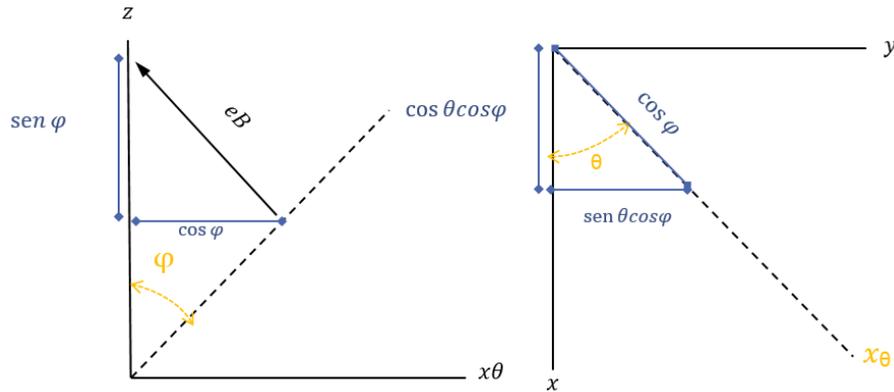


Figura 2.10- Projeção do vetor unitário \mathbf{e}_B

$$\mathbf{e}_B = \begin{pmatrix} -\cos\phi\cos\theta \\ -\cos\phi\sin\theta \\ \sin\phi \end{pmatrix}. \quad (2.10)$$

Dessa forma, as componentes cisalhantes do vetor tensão (τ_A e τ_B) podem ser decompostas em função dos vetores \mathbf{e}_A e \mathbf{e}_B conforme Eq.2.11, além da componente normal do vetor σ_n projetado na direção do vetor unitário \mathbf{n} .

$$\mathbf{t} = \tau_A \mathbf{e}_A + \tau_B \mathbf{e}_B + \sigma_n \mathbf{n} \quad (2.11)$$

Ainda, pelo Teorema de Cauchy, os vetores cisalhantes podem ser decompostos em função da projeção ortogonal do vetor tensão na direção normal ao plano de corte, conforme a Eq.2.12.

$$\tau_A = \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n} \cdot \mathbf{e}_A, \quad \tau_B = \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n} \cdot \mathbf{e}_B, \quad \sigma_n = \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n} \cdot \mathbf{n} \quad (2.12)$$

2.2 HISTÓRIAS DE CARREGAMENTO

Os carregamentos cíclicos efetuados em um componente mecânico podem variar substancialmente de acordo com as suas características, que variam de acordo com a função do objeto. Por exemplo, quando o componente é um corpo de prova solicitado às cargas axiais e momentos num laboratório, as histórias de carregamento à que ele é submetido são comumente constantes e cíclicas no tempo, podendo ou não variar de frequência. Ao se imaginar o rotor de uma bomba centrífuga horizontal operando em um circuito de moagem de minério, por exemplo, as histórias de carregamento à que o mesmo é submetido variam de amplitude, frequência e, em

muitos casos, aleatoriamente, já que as condições operacionais (espessura da polpa de minério, velocidade angular aplicada, vazão de bombeamento, etc.) são definidas arbitrariamente. De uma forma geral, uma história de tensões pode ser representada como o tensor tensão aplicado no tempo, conforme Eq.2.13.

$$\boldsymbol{\sigma}(t) = \begin{pmatrix} \sigma_{xx}(t) & \tau_{xy}(t) & \tau_{xz}(t) \\ \tau_{yx}(t) & \sigma_{yy}(t) & \tau_{yz}(t) \\ \tau_{zx}(t) & \tau_{zy}(t) & \sigma_{zz}(t) \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

Representação da história de Tensão

Os fatores representativos em uma história de carregamento cíclico são a amplitude das tensões ($\sigma_{x,a}$ e $\tau_{xy,a}$), os valores da tensão/deformação média ($\bar{\tau}$ e $\bar{\sigma}$), a razão entre as frequências angulares das amplitudes de tensões (λ), o ângulo de fase entre as tensões (β), a frequência angular (ω), as funções periódicas \mathbf{g} e o número total de ciclos de tensão/deformação, estes definidos conforme Eq.2.14 para determinar os valores de tensão no plano xy.

$$\begin{aligned} \sigma_x(t) &= \bar{\sigma}_x + \sigma_{x,a} \mathbf{g}(\omega t), \\ \tau_{xy}(t) &= \bar{\tau}_{xy} + \tau_{xy,a} \mathbf{g}(\lambda_{xy} \omega t - \beta_{xy}) \end{aligned} \quad (2.14)$$

As histórias de tensões em carregamentos cíclicos podem ser classificadas quanto à sua proporcionalidade (histórias de tensões proporcionais e não proporcionais) e quanto à sua frequência (histórias de tensões síncronas e assíncronas).

Os carregamentos proporcionais são caracterizados como aqueles em que suas histórias de tensões mantêm uma relação proporcional ao longo do ciclo à que o componente é solicitado (Dantas & Araújo, 2006), ou seja, a razão e direção das tensões principais são constantes em um carregamento cíclico. Portanto, a Eq.2.14 pode ser definida, em um carregamento proporcional no plano xy, conforme Eq.2.15, onde k é o coeficiente de proporcionalidade.

$$\sigma_x = k \tau_{xy}, \quad (2.15)$$

Ao se avaliar o círculo de Mohr, por exemplo, durante carregamentos cíclicos de amplitude constante, como a magnitude das tensões variam com o tempo, o tamanho do círculo de tensões de Mohr também varia.

Em alguns casos, mesmo que o tamanho do ciclo de Mohr varie, a orientação das tensões principais permanecem constantes, caracterizando assim um carregamento proporcional. Ou seja, ao se plotar as tensões em um carregamento axial-torsional, quando as mesmas estão em

fase (a máxima e mínima tensão axial e torsional ocorrem simultaneamente) o carregamento é considerado proporcional, conforme ilustrado na Figura 2.11

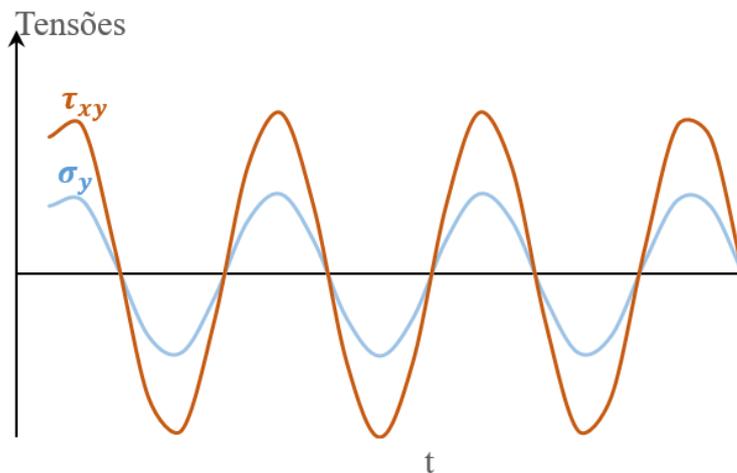


Figura 2.11– Representação de história de tensões proporcional

Em alguns casos, todavia, a direção das tensões principais não são fixas, contrastando ao apresentado na Figura 2.11, onde as tensões principais mudam de orientação e não apresentam um fator de proporcionalidade. Um exemplo típico desse tipo de componente solicitado a estes carregamentos são os virabrequins de automóveis, onde as tensões são aplicadas fora de fase, conforme observa-se na Figura 2.12.

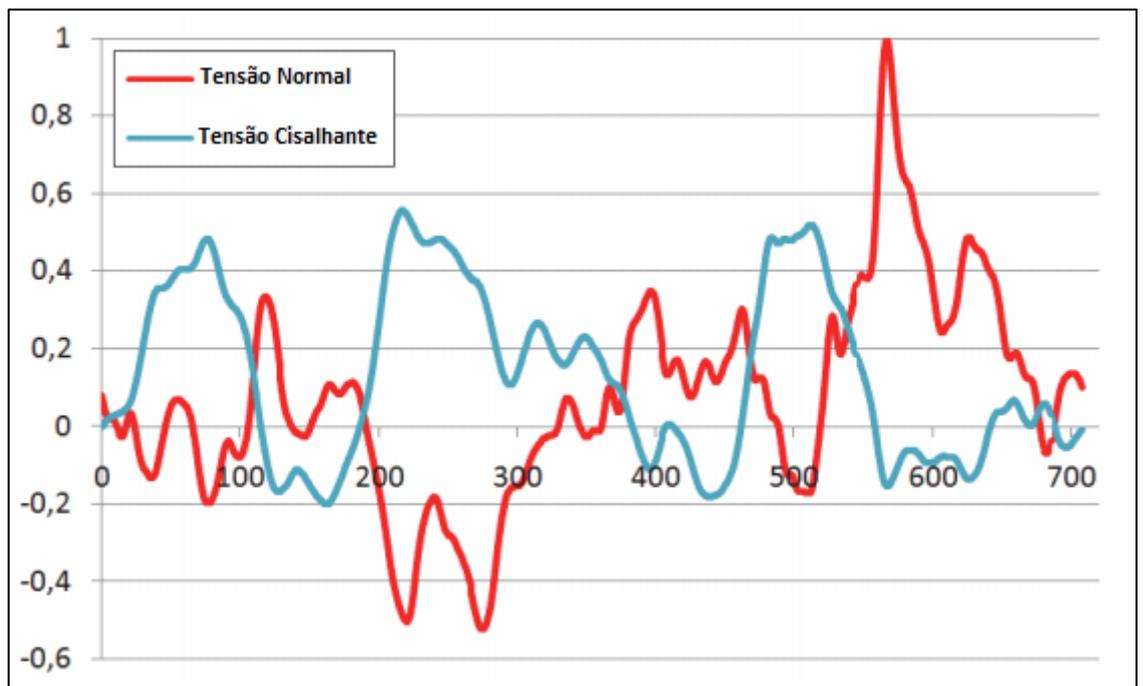


Figura 2.12- Distribuição das tensões axiais e torcionais de um nó selecionado para o virabrequim de um cilindro de motor a gás (Leitner et.al., 2016)

Se o carregamento estiver 90° fora de fase, a razão entre a tensão axial e a tensão torsional varia continuamente durante o ciclo, e a história de tensões se assemelha à uma elipse. Caso o

carregamento possuir razão equivalente durante o ciclo e o ângulo de fase for 0° a história de tensões equivale a um segmento de reta. Ambos os casos estão representados no diagrama de tensões τ_{xy} vs σ_y da Figura 2.13.

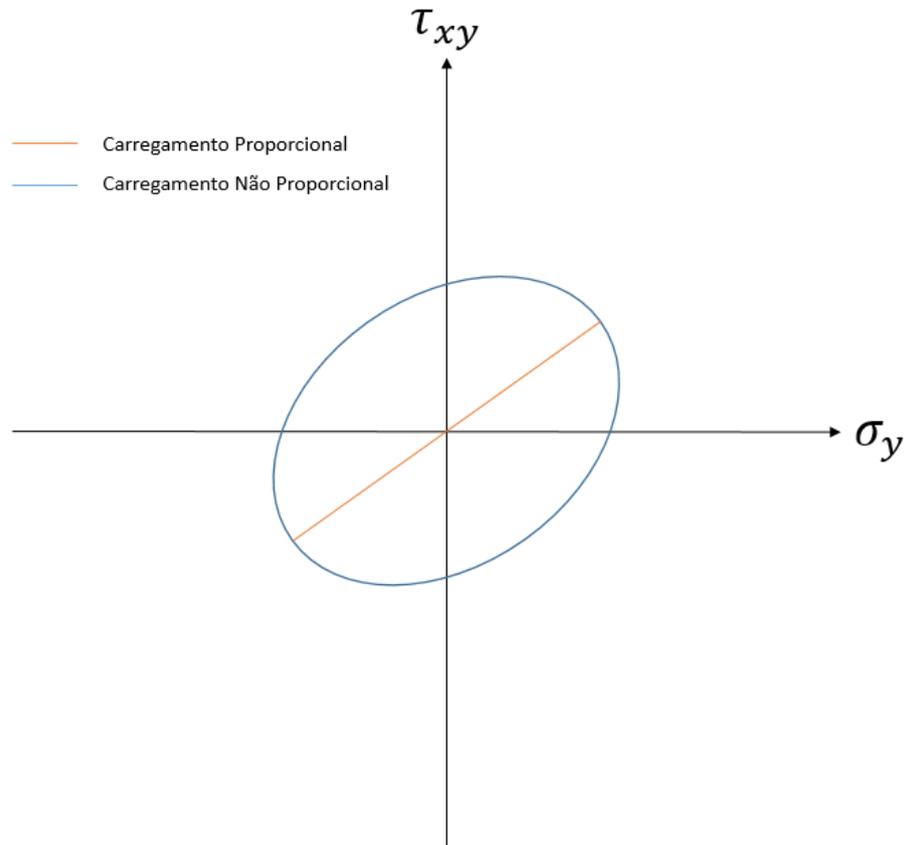


Figura 2.13– Diagrama de tensões τ_{xy} vs σ_y comparativo

Quando as componentes do tensor das tensões estão na mesma frequência angular λ_{ij} ou os períodos são equivalentes, a história de tensão é denominada síncrona. Já um carregamento com histórias de tensões assíncrona é representado nos casos onde a relação supracitada não pode ser observada.

2.3 FADIGA UNIAXIAL

Um estado uniaxial de tensão é definido quando o tensor das tensões possuir amplitude cíclica de carregamento em apenas uma direção, conforme exemplo da Eq.2.16.

$$\sigma(t) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz}(t) \end{pmatrix} \quad (2.16)$$

Dessa forma, a tensão cíclica obtida naquela direção pode ser calculada em função da velocidade angular (ω), da média $\overline{\sigma_{zz}}$ e da amplitude da componente da tensão $\sigma_{zz,a}$ conforme Eq.2.17.

$$\sigma_{zz}(t) = \overline{\sigma_{zz}} + \sigma_{zz,a} \text{sen}(\omega t) \quad (2.17)$$

O gráfico da Figura 2.14 exemplifica um caso de carregamento de amplitude constante, aonde σ_a , σ_m , σ_{max} e σ_{min} são respectivamente a amplitude, a média, o valor máximo e o valor mínimo das tensões solicitadas.

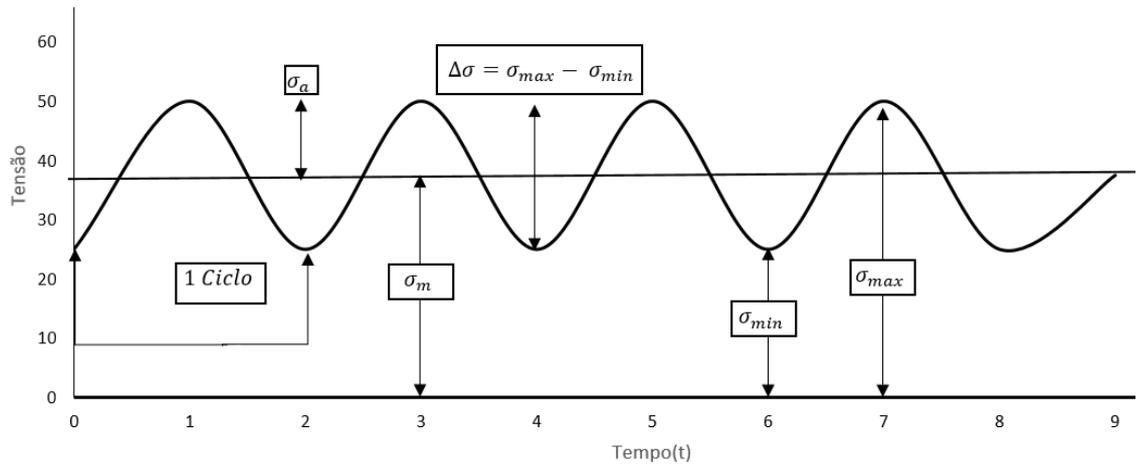


Figura 2.14- Variação da tensão em um carregamento periódico arbitrário

Dessa forma, as seguintes equações podem ser obtidas:

$$\sigma_a = \Delta\sigma = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \quad (2.18)$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} \quad (2.19)$$

$$\sigma_{max} = \sigma_m + \sigma_a \quad (2.20)$$

$$\sigma_{min} = \sigma_m - \sigma_a \quad (2.21)$$

É possível também quantificar a tensão média σ_m através da razão de tensão R, determinada através da seguinte equação:

$$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} \quad (2.22)$$

Nos casos de ciclos alternados de tensões, o valor obtido da razão de tensão é de $R=-1$. Já para os casos de ciclos repetidos/flutuantes, o valor é $R=0$. (Fadel, 2010).

Em um ciclo alternado de tensões, a tensão média σ_m é nula e o módulo da tensão máxima σ_{max} é igual ao módulo da mínima tensão σ_{min} , variando apenas a direção. O ciclo representado na Figura 2.14 é do tipo repetido com tensão média σ_m positiva. Este tipo de ciclo também pode possuir sua tensão negativa. A tensão mínima σ_{min} para estes casos é nula e o ciclo é conhecido como pulsante.

Os gráficos da Figura 2.15 apresentam os tipos ciclos de tensão comumente encontrados em fadiga. Imagine um eixo rotativo de uma bomba de água, operando a uma velocidade constante e ausente de elementos causadores de sobrecarga no componente (ex.: sólidos obstruindo a vazão de entrada/saída do componente). Neste caso específico, o ciclo de tensão se aproxima de uma curva senoidal, pois o eixo é solicitado à tração em sua porção superior e à compressão em seu elemento inferior com razão de tensão equivalente, portanto, a -1. Dessa forma, as tensões máximas e positivas (tensões de tração) e mínimas e negativas (tensões de compressão) são iguais em módulo, representando respectivamente os picos e vales da Figura 2.15 (a). A Figura 2.15 (b) representa um gráfico típico de um elemento sendo solicitado a um carregamento flutuante, onde a tensão média não é nula, e os módulos da tensão máxima e mínima se diferem. Este tipo de ciclo de tensão pode se deslocar em todo o eixo das ordenadas, ou seja, pode ser um ciclo totalmente de compressão (<0) ou totalmente no campo da tração (>0). Ainda pode haver casos em que as tensões máximas e mínimas possuem sinais opostos.

Outro caso característico de ciclo de carregamento em fadiga é aquele onde a amplitude de tensão varia por blocos, ou seja, a amplitude de tensão alternada (σ_a) e média (σ_m) variam periodicamente e de maneira constante. Este caso é representado Figura 2.15 (c).

Há também casos onde o ciclo característico de tensão alterna totalmente suas variáveis (carregamentos aleatórios), como o caso de um eixo de uma bomba de minério, onde as tensões solicitadas nele variam conforme diversas variáveis, inclusive a densidade da polpa do material. Estes tipos de ocorrências são comumente encontrados no ramo industrial e podem ser exemplificadas pela Figura 2.15 (d). Há ainda casos onde o ciclo de tensão se comporta de maneira triangular, Figura 2.15 (e), e trapezoidal como na Figura 2.15 (f). (Fadel, 2010).

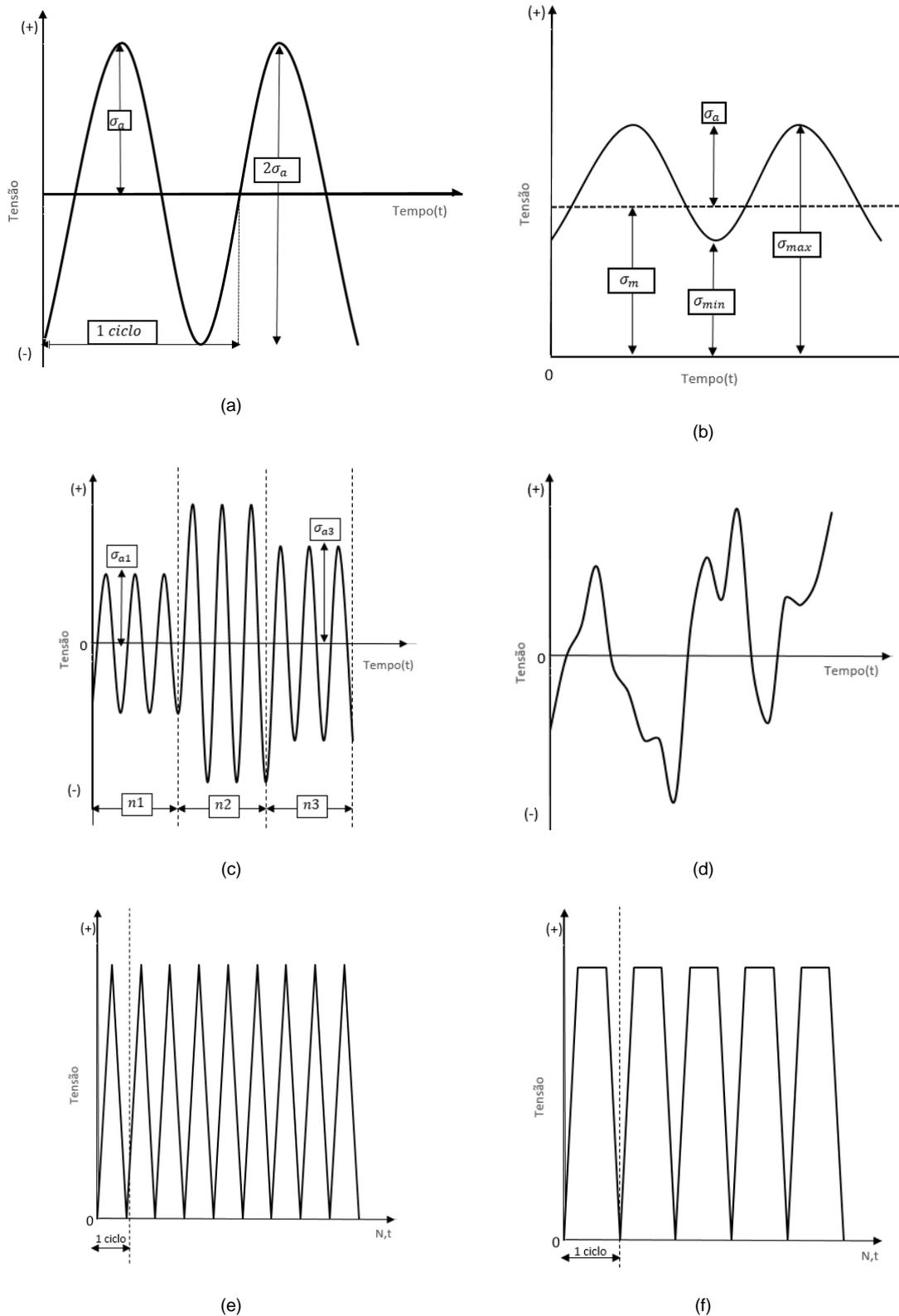


Figura 2.15 – Tipos de ciclos de carregamento no tempo

A avaliação da fadiga em um componente é efetuada através da análise do dano causado durante a variação das tensões ao longo do tempo. As tensões cíclicas aceitáveis para evitar a falha por fadiga são definidas pelo limite de fadiga, que varia conforme as propriedades materiais

do componente e do critério utilizado (dependente da tensão cisalhante ou da tensão normal). Este limite é, assim, definido empiricamente através de ensaios laboratoriais em corpos de provas. O dano por fadiga é considerado de alto ciclo quando o mesmo é observado abaixo do limite de escoamento do material.

Ressalta-se que não há um valor específico para separar os danos por fadiga de alto e baixo ciclo. Normalmente, a região de médio ciclo é denominada quando está em 10^5 ciclos, pois a diferença entre os valores de deformação plástica e elástica são bem pequenos. Este trabalho se resumirá a apenas dois campos, o do dano por fadiga de baixo ciclo, encontrado entre valores de 1 à 10^3 ciclos e o dano por fadiga de alto ciclo, que será considerado como os acima de 10^3 ciclos. A fadiga de baixo ciclo é característica de carregamentos com alta amplitude de tensões e baixa frequência de deformações plásticas.

As metodologias que caracterizam a vida do componente dependentes da tensão nominal tiveram sua origem ao trabalho desenvolvido por Wöhler (1860), que avaliou a fadiga em componentes ferroviários criando a curva S-N, também conhecida como Diagrama de Wöhler. A base do método consiste em testes laboratoriais de pequenos corpos de prova até a falha onde as tensões são comparadas ao limite de fadiga do material, ou seja, a curva permite avaliar a relação da amplitude de tensão nominal com a quantidade de ciclos que o mesmo foi solicitado até atingir a falha. Historicamente, estes testes eram conduzidos em ensaios de corpos de prova solicitados a torsões rotativas. Contudo, o método é hoje empregado também em carregamentos axiais. O comportamento em fadiga do material considerado neste estudo parte da premissa que o mesmo não possui nenhuma trinca preexistente.

Baseando-se no trabalho desenvolvido por Wöhler a Eq.2.23, desenvolvida por Basquin, relaciona a amplitude de tensão σ_a com o número de ciclos até a falha (N_f) através do expoente de resistência à fadiga (α) e o coeficiente de resistência a fadiga σ_f' .

$$\sigma_a = \sigma_f' (2N_f)^\alpha \quad (2.23)$$

A utilização da equação de Basquin é amplamente utilizada em materiais metálicos de engenharia ausentes de entalhes e solicitados a carregamentos uniaxiais de alto ciclo e com tensão média nula ($\sigma_m = 0$). Nestes carregamentos, a Eq.2.23 permite ilustrar graficamente o comportamento do componente mecânico ao ser solicitado a tensões cíclicas e de amplitude variada, como demonstrado na Figura 2.16, onde o limite de resistência à fadiga é atingido a aproximadamente 10^6 ciclos.

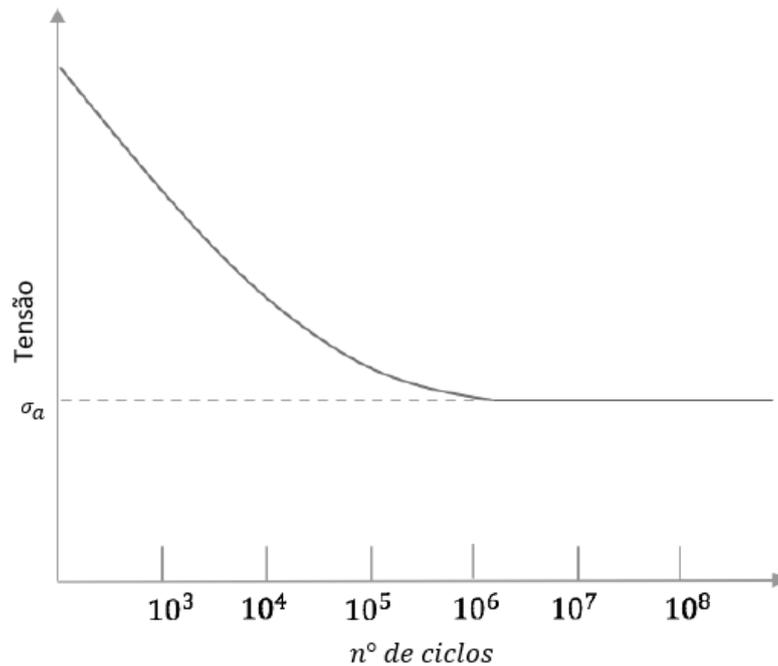


Figura 2.16- Curva S-N para componente arbitrário

Portanto, a amplitude de tensão σ_a da Figura 2.16 que ocorre quando o material atinge 10^5 ciclos, é o limite de resistência à fadiga daquele componente. Ou seja, σ_a é a máxima tensão que o material pode ser solicitado sem que os danos por fadiga ocorram, mesmo quando à ciclos de tensões elevados.

A equação desenvolvida por Basquin não se aplica a carregamentos com tensões médias, pois uma tensão máxima maior com mesma amplitude de tensão de um carregamento cíclico com tensão média nula pode eventualmente modificar o número de ciclos necessários para causar dano. Isto ocorre devido ao aumento das tensões nas microtrincas presentes e ortogonais a estas tensões no componente. O gráfico da Figura 2.17 exemplifica este tipo de ocorrência, no qual o processo inverso (tensão média de compressão) também tem efeito na vida do componente que, para estes casos, como as microtrincas agora tendem a se comprimirem, a vida do componente pode se estender ao se comparar ao processo normal.

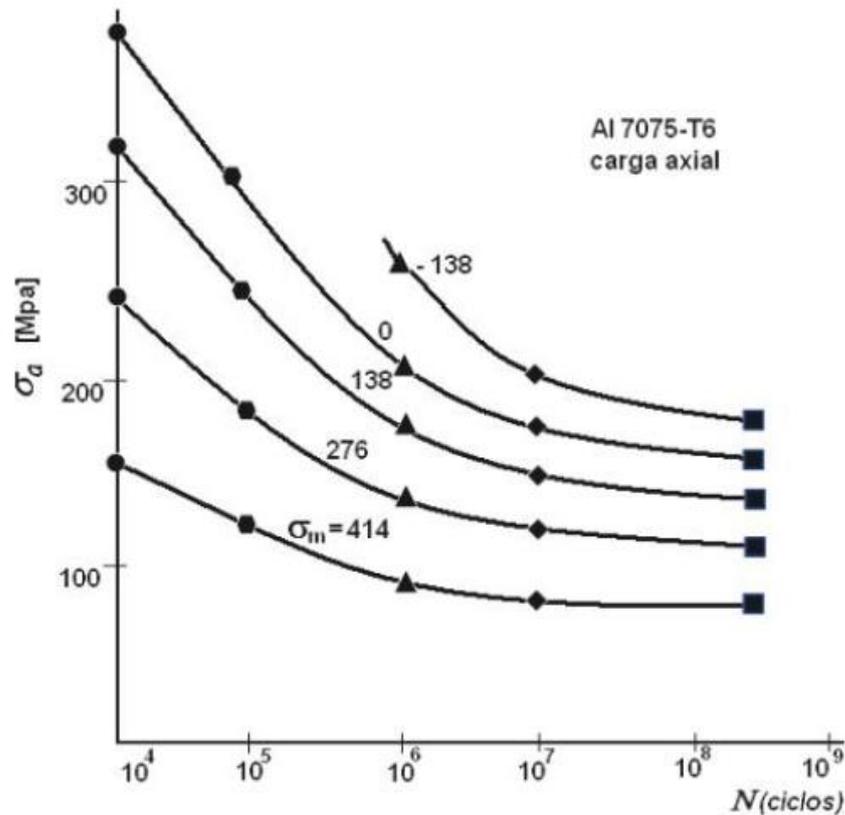


Figura 2.17– Efeito da tensão média na vida do Alumínio 7075-T6 (Dowling, 1999)

Com o intuito de incluir os efeitos de tensão média, Morrow propôs uma modificação da relação de Basquin desenvolvendo a Eq.2.24.

$$\sigma_a = (\sigma'_f - \sigma'_m) (2N_f)^\alpha \tag{2.24}$$

Equação de Basquin Modificada

2.4 ESTADO MULTIAXIAL DE TENSÕES

Baseando-se, inicialmente, nos estudos realizados em fadiga uniaxial, a fadiga multiaxial passou a ser estudada diante da necessidade de se ampliar o conhecimento do comportamento dos sólidos para situações práticas comuns, onde geralmente é encontrado carregamentos complexos em que as tensões principais correspondentes são não proporcionais, e/ou suas direções alteram durante os ciclos destes carregamentos. Diferentes pesquisadores da fadiga multiaxial chegaram a diferentes conclusões em carregamentos multiaxiais complexos (Lee, 1980).

Ao se projetar uma peça mecânica resistente a falha por fadiga, faz-se necessário identificar onde os esforços mais críticos estão atuando. Considere uma história de tensões genérica como a da Eq.2.25 para um carregamento multiaxial cíclico, em que $\bar{\sigma}_{ij}$ é a

componente de tensão média, $\sigma_{ij,a}$ a amplitude de tensão, β_{ij} ao ângulo de fase, λ_{ij} a frequência angular, e $g()$ uma função periódica.

$$\boldsymbol{\sigma}(t) = \begin{pmatrix} \sigma_{xx}(t) & \sigma_{xy}(t) & \sigma_{xz}(t) \\ \sigma_{yx}(t) & \sigma_{yy}(t) & \sigma_{yz}(t) \\ \sigma_{zx}(t) & \sigma_{zy}(t) & \sigma_{zz}(t) \end{pmatrix}, \quad \sigma_{ij}(t) = \bar{\sigma}_{ij} + \sigma_{ij,a}g(\lambda_{ij}\omega t - \beta_{ij}), \quad (2.25)$$

Partindo do princípio de se tentar reduzir os carregamentos multiaxiais complexos aplicando regras ou critérios que os simplificam a um carregamento uniaxial, os pesquisadores revisaram várias teorias que foram sugeridas a partir dos anos 70. Dessas avaliações, chegou-se à conclusão que a fadiga multiaxial é afetada pelo ambiente ao qual o material está operando (água, poeira, etc.) e pelas características do material. (You & Lee, 1996)

As teorias de fadiga multiaxial podem ser dirimidas em cinco diferentes formas:

- Fórmulas empíricas ou modificações da equação de Coffin-Manson;
- Aplicação de invariantes de tensão ou deformação;
- Uso de médias espaciais de tensão ou deformação;
- Aproximações de plano crítico e
- Uso da energia que os materiais acumularam ao serem solicitados.

Depois de um detalhado estudo do comportamento da propagação de pequenas trincas, Brown e Miller (1973) encontraram dois modos dominantes de crescimento com esforços cisalhantes. No primeiro modo (caso A), observa-se que a tensão cisalhante atua na superfície livre paralela ao comprimento da trinca, ou seja, não há nenhuma tensão cisalhante atuando perpendicularmente à superfície livre ao longo da profundidade da trinca, resultando em trincas mais superficiais e com pequenos raios. Para o caso B, as trincas resultam-se de tensões cisalhantes fora do plano e representam o tipo de trinca encontrado no modelo de intrusão-extrusão (Ritchie & Y. Murakami, 2003). Na Figura 2.18 os carregamentos possuem a mesma tensão cisalhante tanto para o caso A quanto para o caso B, e reproduzem os modos de crescimento de trinca mencionados.

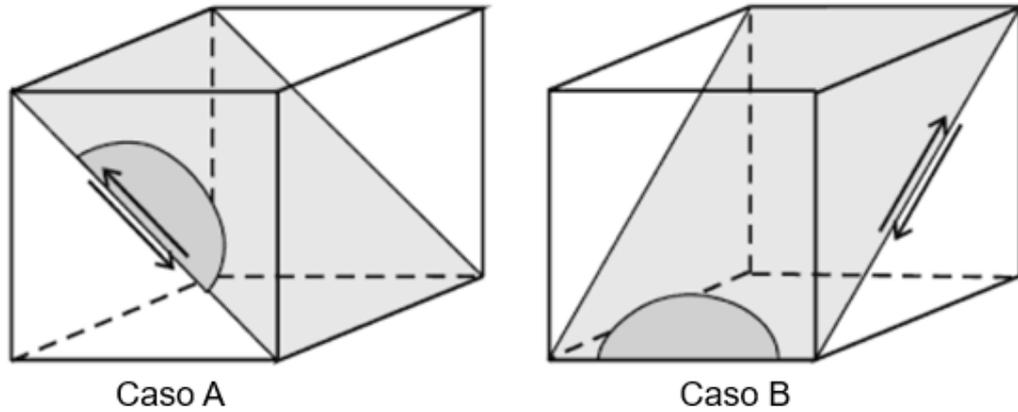


Figura 2.18 – Modo A e B de crescimentos de trincas (Ritchie & Y.Murakami, 2003)

Analogamente às equações fornecidas nos planos dos vetores unitários \mathbf{eA} e \mathbf{eB} , o ângulo θ fornece, portanto, o crescimento da trinca em relação ao eixo x e o ângulo φ é o ângulo de penetração da trinca no sólido.

2.5 MOMENTO DE INÉRCIA DE MASSA

O momento de inércia foi estudado nos movimentos de translação aplicados nas Leis de Newton, em que se partiu da definição de que se um objeto em movimento de translação possui uma força de restrição ao movimento (inércia), na rotação é necessário determinar como a massa desse objeto se comporta em relação ao seu eixo de rotação (Machado, 2014). Efetuando-se uma analogia à dificuldade que um corpo de massa maior tem de entrar em movimento quando comparado a um corpo de inércia menor, Sears et.al.(1985) observaram que a resistência à rotação do corpo dependia também da posição em que o eixo de rotação se situava em relação ao seu centro de massa.

Considere uma roda de massa m sendo solicitada por uma força N que reproduz na roda uma velocidade u . Ao se aplicar a mesma força N a um corpo com massa $\frac{m}{2}$, a resistência oposta pelo corpo para rotacionar é menor do que o primeiro caso. Esta resistência de rotação é conceituada como o momento de inércia de massa. Portanto, este momento é função da massa e da distância ao seu eixo de rotação.

A velocidade de um corpo rígido girando em torno de um eixo fixo é função de sua velocidade angular ω e de sua distância r em relação ao eixo de rotação, conforme Eq.2.26

$$v = \omega r \quad (2.26)$$

Para mensurar a energia cinética produzida por uma velocidade v em um corpo de massa m , o cálculo é dado conforme a Eq.2.27.

$$E_c = \frac{mv^2}{2} \quad (2.27)$$

Decompondo-se a velocidade demonstrada na Eq. 2.26 e Eq. 2.27, tem-se a Eq.2.28.

$$E_c = \frac{m(\omega r)^2}{2} \quad (2.28)$$

Dessa forma, a soma de todas as energias cinéticas de um corpo rígido composto por n partículas constitui a energia cinética rotacional do mesmo na Eq.2.29.

$$E_{cr} = \frac{\omega^2}{2} (\sum_{i=1}^n m_i r_i^2) \quad (2.29)$$

O termo $(\sum_{i=1}^n m_i r_i^2)$ é definido como o Momento de Inércia de Massa I do corpo rígido em torno de seu eixo de rotação e, caso este corpo seja composto por várias partículas de massa infinitesimal, a integral expressa na Eq.2.30 pode ser utilizada.

$$I = \int r^2 dm \quad (2.30)$$

Como exemplo, considere uma barra totalmente maciça com centro de massa na origem do sistema de coordenadas cartesiano, tal qual expresso na Figura 2.19. A densidade linear de massa ρ é, portanto, um valor constante definido como a massa total do corpo M dividida por seu comprimento total L .

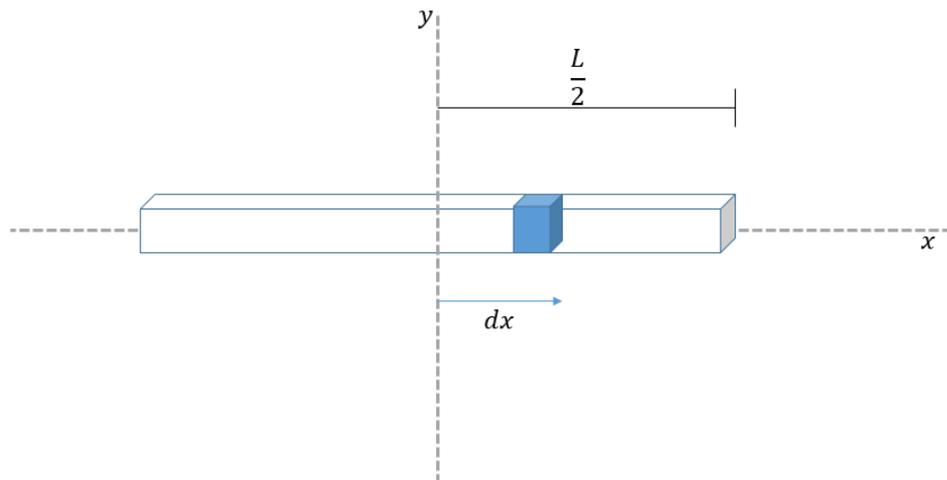


Figura 2.19– Barra maciça

Para determinação do momento de inércia da barra girando em torno de um eixo perpendicular ao plano do corpo e passando pelo seu centro de massa, tem-se a seguinte equação:

$$I = \int_{-L/2}^{L/2} x^2 \left(\frac{M}{L}\right) dx = \left(\frac{M}{L}\right) \frac{x^3}{3} = \frac{ML^2}{12} \quad (2.31)$$

É possível, ainda, determinar o momento de inércia de um corpo sob rotação em torno de um eixo qualquer em relação a um outro eixo que passa por seu centro de massa, através do Teorema de Steiner ou Teorema de Eixos Paralelos. Ou seja, ao se determinar o momento de inércia de massa de um corpo através de um eixo que passa por seu centroide (I_{CM}) é possível, através do

Teorema de Steiner, calcular o momento de Inércia I_P de um outro eixo deslocado à uma distância x do centroide deste corpo, utilizando a Eq.2.32.

$$I_P = I_{CM} + mx^2 \quad (2.32)$$

CAPÍTULO 3

3 FADIGA MULTIAXIAL E A AMPLITUDE DA TENSÃO CISALHANTE

3.1 DEFINIÇÕES PRELIMINARES

O objetivo principal deste capítulo consiste em efetuar uma descrição de diferentes propostas de se mensurar a amplitude da tensão cisalhante ao longo de uma história de tensões, com foco na abordagem de avaliação do plano crítico, que é a mais contemporaneamente utilizada nos estudos de fadiga multiaxial de alto ciclo. O conceito de plano crítico pressupõe que há uma tensão crítica combinada (tensão normal e tensão cisalhante) que age de maneira mais severa em um ponto do material. Este ponto está inserido em um plano denominado crítico.

Conforme já elucidado no item 2.1, o vetor tensão normal ao plano de corte do componente varia apenas de magnitude, pois a direção é, em todos os casos, perpendicular ao plano. Dessa forma, o cálculo da amplitude, tensão média, valor máximo e mínimo só alteram de maneira escalar e em função da história de carregamento. Com o intuito de exemplificar tal afirmação, imagine um componente solicitado à um carregamento cíclico arbitrário e que possui um tensor tensão σ em função do tempo e do ponto ao qual ele está sendo analisado. Neste ponto, aqui denominado de ponto \mathbf{O} , inserido em um plano Δ que contém perpendicularmente um vetor tensão normal \mathbf{n} , é possível determinar o vetor tensão normal no instante de tempo t , a amplitude de tensão σ_a e amplitude de tensão média σ_m através das 3.1, 3.2 e 3.3, respectivamente.

$$\mathbf{t}(t) = (\sigma(t)\mathbf{n} \cdot \mathbf{n})\mathbf{n} \quad (3.1)$$

$$\sigma_a = \Delta\sigma = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \quad (3.2)$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} \quad (3.3)$$

Segundo o Teorema de Cauchy, das equações supracitadas é possível determinar o vetor tensão cisalhante τ em função do tempo t ao subtrair-se o tensor tensão projetado na direção de \mathbf{n} pelo vetor tensão normal, através da Eq.3.4.

$$\boldsymbol{\tau}(t) = \boldsymbol{\sigma}(t)\mathbf{n} - (\boldsymbol{\sigma}(t)\mathbf{n} \cdot \mathbf{n})\mathbf{n} \quad (3.4)$$

Da Eq.3.4, observa-se que o vetor tensão cisalhante atua de forma tangencial ao plano Δ e contrasta com a tensão normal, pois o mesmo não necessariamente possui a mesma magnitude, direção e sentido durante todo o ciclo do carregamento. Em termos gráficos, a Figura 3.1 indica a projeção da tensão normal em um plano de corte arbitrário variando apenas sua magnitude e

demonstra as variações de caminhos percorridos que o vetor tensão cisalhante pode obter em uma história de tensões não proporcional. Na referida figura, os instantes de tempo t estão representados em cores distintas permitindo observar a variação escalar do vetor tensão normal \mathbf{n} e a variação escalar, direcional e de sentido do vetor tensão cisalhante τ .

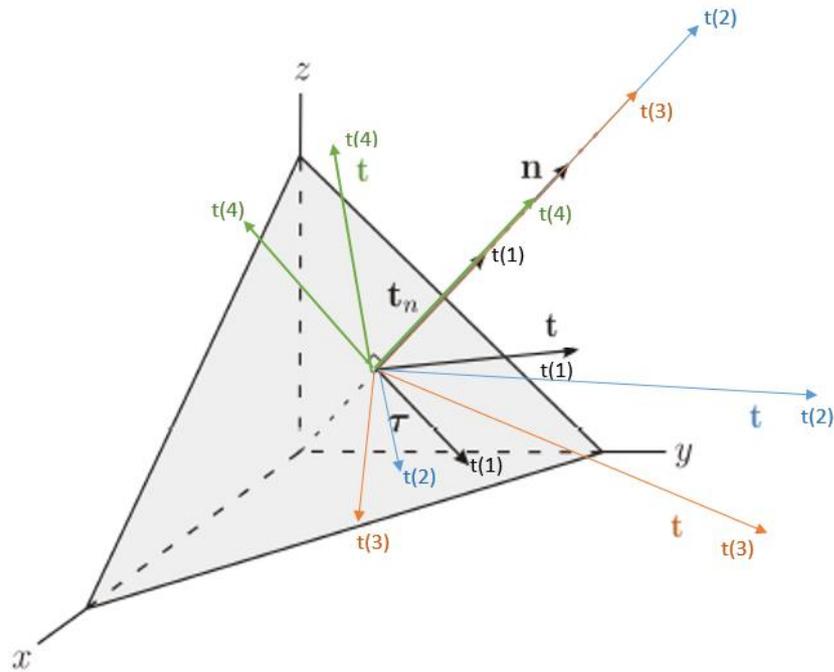


Figura 3.1- Projeção da tensão normal e cisalhante em um plano de corte arbitrário

Com isso, várias propostas foram sugeridas para se projetar a amplitude de tensão cisalhante τ_a no plano de corte. Dentre estas, a mais popularmente conhecida é a efetuada por Crossland (1956), que consiste na elaboração da menor hiperesfera que circunscreve a história de tensões projetada em plano de corte arbitrário. A revisão deste método e de outros que calculam a tensão cisalhante τ_a será efetuada neste capítulo, que ainda exporá o método do Momento de Inércia elaborado na PUC-RJ adaptando-se este para o conceito de τ_a em um plano de corte.

3.2 MÉTODO DA MAIOR PROJEÇÃO

Historicamente, as primeiras tentativas de se encontrar a amplitude da tensão cisalhante e a tensão cisalhante média foram efetuadas por Grubisic e Simbürger (1976) com o Método da Maior Projeção. Este método consiste em projetar retas provenientes das tensões cisalhantes da história de carregamento no plano de corte do componente.

Graficamente representado na Figura 3.2, o método da maior projeção utiliza a linha M_p obtida ao se projetar a história de tensão cisalhante representada pela curva φ em cada linha do plano $\mathbf{e}_A \mathbf{e}_B$, partindo da origem O.

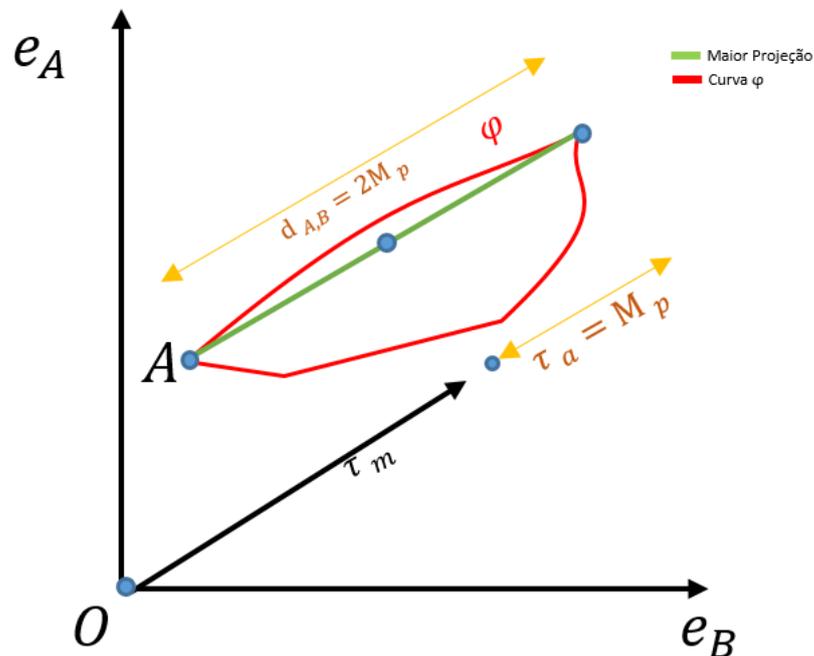


Figura 3.2- Método da maior projeção

Dessa forma, o método da maior projeção armazena o valor da tensão cisalhante τ_a e tensão média τ_m em todos os planos do componente, para cada ciclo do carregamento. A análise é, então, suprimida ao maior valor de tensão cisalhante e tensão média encontrados dentre todos os planos analisados.

No entanto, conforme observado por Bernasconi e Papadopoulos (2005), a Maior Projeção não discerne um carregamento proporcional de um não proporcional. Por exemplo, se o carregamento fosse exatamente o segmento de reta da base do trapézio representado na Figura 3.2 (carregamento proporcional), os valores encontrados de amplitude de tensão cisalhante tanto para o carregamento da figura geométrica quanto para o referido segmento de reta seriam os mesmos. Além disso, as observações permitiram verificar que o método é inconsistente também quanto aos valores de tensão média.

3.3 MÉTODO DA MAIOR CORDA

O método da maior corda de uma história de tensão cisalhante avalia a diferença entre os dois pontos mais distantes entre si dentre todos os outros possíveis na curva fechada de tensão φ . Este método foi proposto por Fuchs e Stephens (1980) e está graficamente exemplificado na Figura 3.3, onde A e B são os pontos extremos da história da curva fechada φ , C_o é o ponto médio da Maior Corda (MC), $d_{A,B}$ o comprimento da corda, $MC = \frac{d_{A,B}}{2}$ a metade do comprimento, P_o a

projeção da corda na linha ortogonal à direção do segmento OP e $LO = \frac{P_0}{2}$ a metade desta projeção.

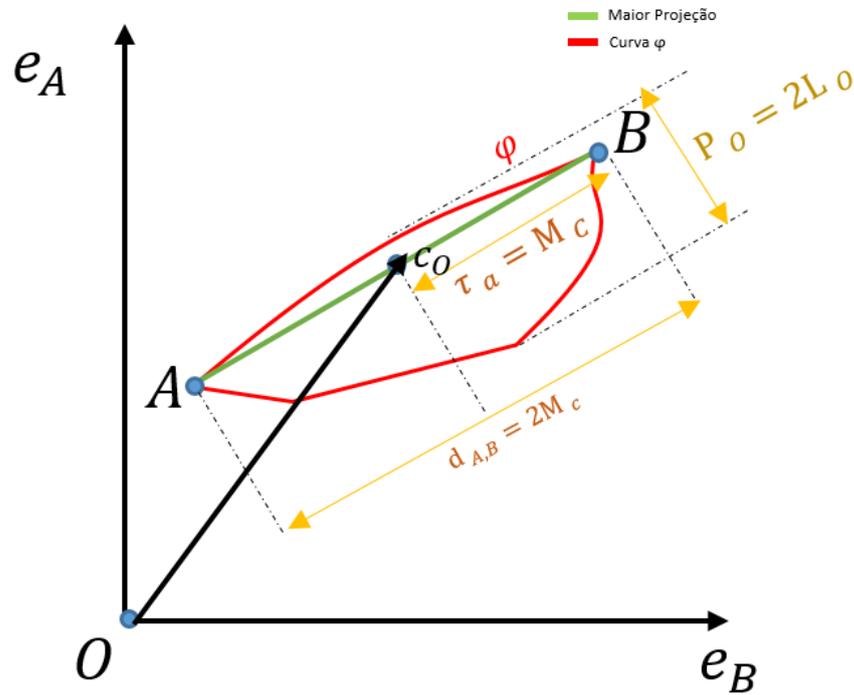


Figura 3.3- Método da maior corda

Dessa forma, a tensão cisalhante τ_a pode ser calculada conforme Eq.3.5, onde t é um instante de tempo arbitrário e t^* é outro instante de tempo também arbitrário. Ou seja, para encontrar a amplitude de tensão cisalhante com este método, efetua-se uma busca da máxima magnitude de tensão cisalhante ocorrida em cada plano do componente em todo o ciclo e subtrai-se este valor ao mínimo valor encontrado. A metade desta diferença representa a amplitude de tensão cisalhante τ_a em todos os planos possíveis do componente.

$$\tau_a = \frac{1}{2} \max_{t^*} \left\{ \max_t \|\tau(t) - \tau(t^*)\| \right\}, \quad (3.5)$$

Após encontrado o máximo valor da amplitude de tensão cisalhante, os valores de $\tau(t)$ e $\tau(t^*)$ armazenados são somados, e a metade do valor encontrado é a tensão média τ_m (Eq.3.6) em que t^* e t são dois instantes de tempos quaisquer. Sendo assim, o valor médio τ_m pode ser definido como o comprimento do vetor na direção do meio da corda, assim:

$$\tau_m = \frac{1}{2} \|\tau(t) + \tau(t^*)\|. \quad (3.6)$$

Analogamente ao Método da Maior Projeção, segundo Bernasconi e Papadopoulos (2005), o método da Maior Corda possui a mesma dificuldade de diferir um carregamento proporcional de um não proporcional e, também, não consegue determinar apenas um valor para a amplitude de tensão média τ_m .

3.4 MÉTODO DA MENOR CIRCUNFERÊNCIA CIRCUNSCRITA

Considerado um dos métodos mais populares de se determinar a amplitude de tensão cisalhante utilizando o critério de avaliação do plano crítico, o Método da Menor Circunferência Circunscrita (MCC) proposto primeiramente por Dang Van (1973) e, posteriormente, por Papadopoulos (1994) determina que através do raio da mínima circunferência que circunscribe toda a história de tensão é possível encontrar a amplitude de tensão cisalhante máxima no componente naquele plano.

Considere uma história de tensões cisalhantes representada na Figura 3.4 pela curva fechada φ no plano $e_A e_B$ onde, de alguma maneira, o vetor tensão médio τ_m está localizado neste plano. Ao se encontrar o vetor tensão médio, a distância máxima deste vetor até outro da história de tensões, contido na curva fechada φ , equivale à maior amplitude de tensão cisalhante τ_a encontrada naquele plano para aquela história de tensões cisalhantes.

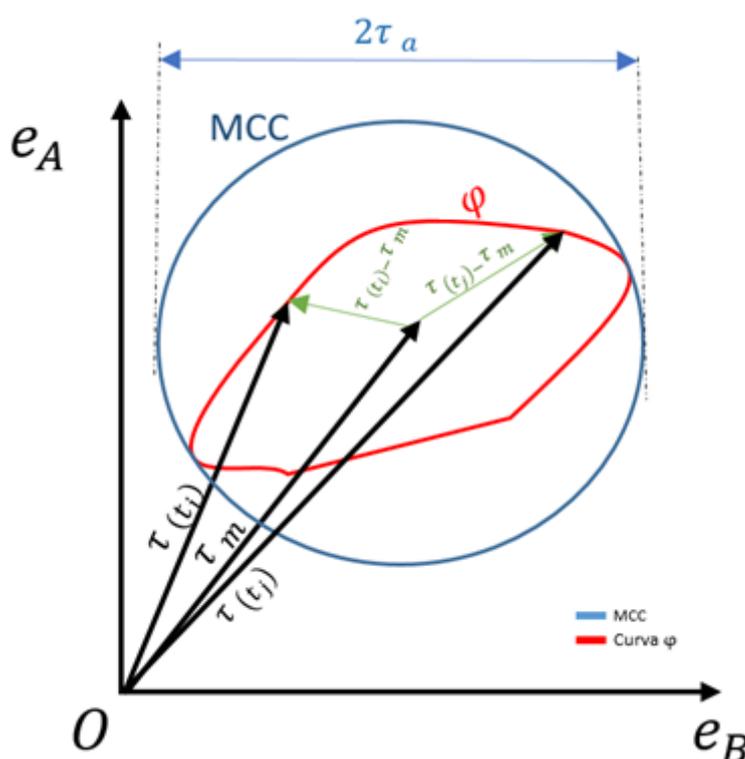


Figura 3.4- Método da Menor Circunferência Circunscrita

O problema de se encontrar a tensão cisalhante média e, conseqüentemente, sua amplitude de tensão cisalhante equivale, em termos geométricos, ao de se obter o mínimo círculo que circunscribe todos os pontos de um polígono de n vértices. Para tal, há diversos algoritmos propostos na literatura que efetuam o cálculo deste mínimo círculo, cujos mais destacados são:

- Algoritmos de Combinação De Pontos (Weber et.al, 1999)
- Algoritmos aleatórios (Krevelde et.al., 1998)

- Algoritmos pré-definidos em pacotes comerciais (MATLAB)
- Algoritmo incremental (Papadopoulos I. V.,1987)

A comparação abordada em Bernasconi & Papadopoulos (2005) mostrou que quando o número de pontos da curva fechada φ é menor do que 40, os algoritmos de combinação de pontos são mais efetivos. No entanto, os algoritmos incrementais são os mais utilizados, pois apesar de possuírem diferentes tempos de execução, se mostram com um tempo médio mais rápido em diversos casos.

Para implementação de um algoritmo incremental capaz de reproduzir o menor círculo que circunscreve toda a história de tensões cisalhantes, pode-se efetuar uma análise geométrica de determinação do ponto central. Ou seja, é necessário determinar o ponto no plano em que as distâncias são máximas entre eles e, paralelamente, que os pontos da curva sejam os mínimos.

Em termos matemáticos, o supracitado pode ser descrito pela Eq.3.7, onde x e y são as coordenadas do ponto central, x_a e y_a são as coordenadas de um ponto arbitrário e x_γ e y_γ as coordenadas da curva representativa da história de tensões.

$$(x, y) = \min_{x_a, y_a} \left(\max_{\gamma=1+N} \sqrt{(x_\gamma - x_a)^2 + (y_\gamma - y_a)^2} \right) \quad (3.7)$$

Assim, as distâncias entre os pontos da curva (x_γ e y_γ) e o centro (x_a e y_a) são menores ou iguais ao raio R do menor círculo circunscrito, conforme Eq.3.8.

$$D_{c,\gamma} = \sqrt{(x_\gamma - x)^2 + (y_\gamma - y)^2} \leq R \quad (3.8)$$

Determina-se, em um primeiro momento, um ponto arbitrário (x_a, y_a) contido no plano de corte como um candidato a ser o ponto central do círculo. O número de círculos que pode circunscrever a história de tensões é infinito, mas, após um loop de N iterações, encontra-se o menor deles. Após este ser encontrado com seu respectivo raio, o centro deste círculo equivale ao vetor tensão médio τ_m e o valor da tensão média somado ao raio do círculo equivale a amplitude de tensão máxima τ_a daquele plano. O passo seguinte deste algoritmo consiste na variação dos ângulos dos vetores e_A e e_B armazenando, em cada um deles, a máxima amplitude de tensão cisalhante τ_a e tensão média τ_m relativa.

3.5 MÉTODO DA CAIXA

A partir dos conhecimentos obtidos pelo MCC, o Método da Caixa ou Método do Maior Retângulo Circunscrito (MRC) foi proposto por Mamiya et.al. (2009) e consiste numa

implementação numérica simplificada para o cálculo da amplitude de tensão cisalhante em modelos de plano crítico (Dantas & Araújo, 2006). O método efetua a geração do maior retângulo capaz de circunscrever a curva fechada φ representativa da história de tensões.

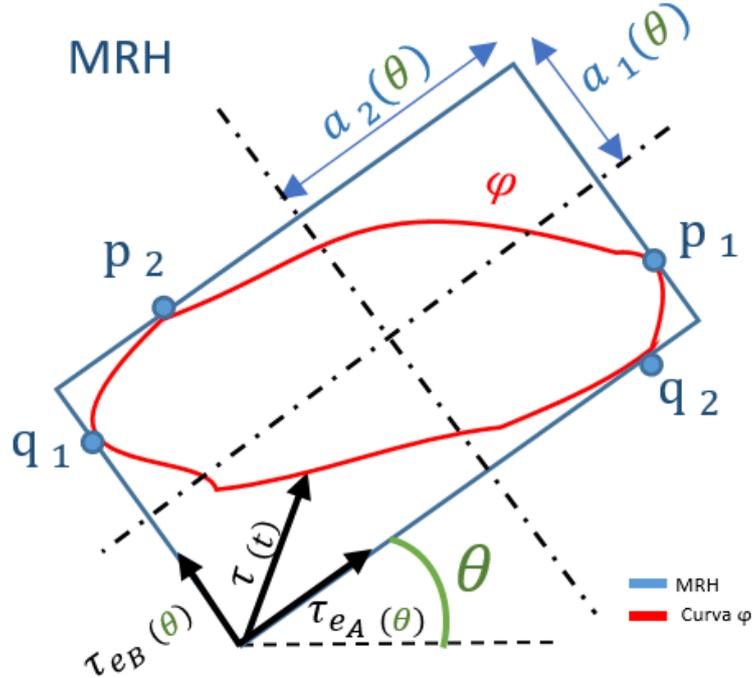


Figura 3.5- Método do Maior Retângulo Circunscrito

Conforme pode ser visualizado na Figura 3.5, os pontos q_1, q_2, p_1 e p_2 , pertencentes à curva fechada φ , são tangentes ao retângulo em um plano arbitrário. Em termos matemáticos, esta análise pode ser descrita conforme Eq.3.9 e Eq.3.10, onde $\tau_i(\theta, t)$ é a representação da projeção da i -ésima componente do vetor tensão cisalhante ao longo do tempo $\tau(t)$ projetado em um plano de corte qualquer no instante t orientado na base do ângulo de rotação do retângulo θ .

$$p_i(\theta) = \arg \left\{ \max_t \tau_i(\theta, t) \right\}, \quad i = e_A, e_B \quad (3.9)$$

$$q_i(\theta) = \arg \left\{ \min_t \tau_i(\theta, t) \right\}, \quad i = e_A, e_B \quad (3.10)$$

Com isso, os valores dos pontos que contornam a história de tensões naquele plano podem ser armazenados para cada ângulo de rotação do retângulo θ . Estes pontos são utilizados para definição da amplitude de tensão que, para o MRH, é dada pela metade da subtração do valor máximo e mínimo da história de tensão projetada para cada variação angular de cada retângulo, conforme Eq.3.11.

$$a_i(\theta) = \frac{1}{2} \left\{ \max_t \tau_i(\theta, t) - \min_t \tau_i(\theta, t) \right\}, \quad i = e_A, e_B \quad (3.11)$$

Para variar o ângulo dos retângulos na história de tensões, utiliza-se a matriz de rotação no espaço 2D. Esta matriz pode ser exemplificada utilizando-se a Figura 3.6, que demonstra a

decomposição do vetor u de amplitude unitária (Eq.3.12) na direção das coordenadas x e y e após a variação de sua orientação com o ângulo θ .

$$u = \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

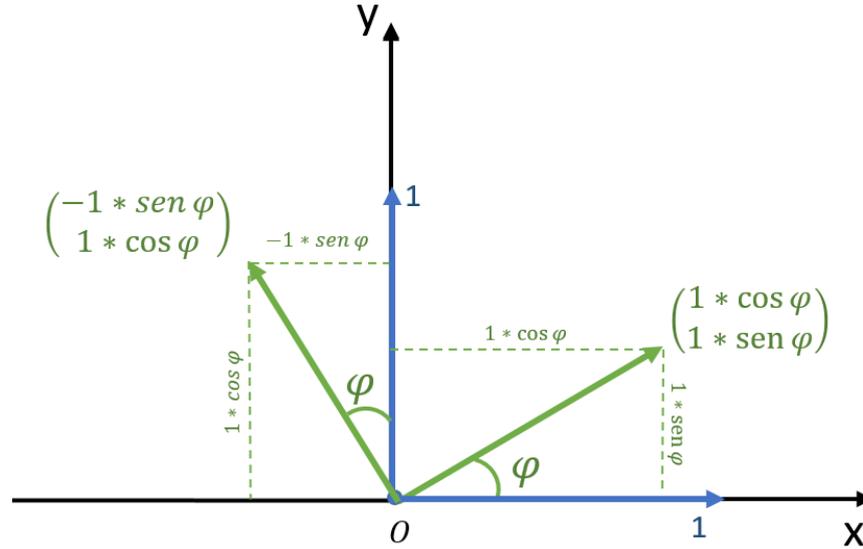


Figura 3.6 – Decomposição do vetor u ao rotacionar o sistema de coordenadas

Dessa forma, a rotação do vetor u na orientação do ângulo θ resulta na matriz de rotação R , discretizada conforme Eq.3.13.

$$u_\theta = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\text{sen } \theta \\ \text{sen } \theta & \cos \theta \end{pmatrix} = R \quad (3.13)$$

Ao se aplicar a matriz de rotação nas componentes de tensão cisalhante nas direções e_A e e_B , os componentes de tensão cisalhante na direção e_A se relacionam com o ângulo θ conforme a Eq.3.14.

$$\tau_{e_A}(\theta, t) = \cos(\theta)\tau_{e_A}(t) + \sin(\theta)\tau_{e_B}(t) \quad (3.14)$$

A Eq.3.15 demonstra a relação para o componente de tensão cisalhante na direção de e_B .

$$\tau_{e_B}(\theta, t) = -\sin(\theta)\tau_{e_A}(t) + \cos(\theta)\tau_{e_B}(t) \quad (3.15)$$

Então, de acordo com o MRH, a amplitude de tensão cisalhante máxima em um plano arbitrário pode ser definida como o maior valor de amplitude encontrado dentre todos os retângulos rotacionados, conforme explicitado na Eq.3.16

$$\tau_a = \max_{\theta} \sqrt{a_1(\theta)^2 + a_2(\theta)^2} \quad (3.16)$$

3.6 MÉTODO DO MOMENTO DE INÉRCIA

Um novo modelo de cálculo de amplitude de tensão cisalhante e consequente determinação do plano crítico foi proposto recentemente por Meggiolaro & Castro (2015). O método parte da premissa que a história de tensões cisalhantes em um plano qualquer pode ser considerada como um fio homogêneo de massa unitária, conceito este que contrasta com os métodos supramencionados, visto que não se trata de um método de superfície envoltória.

Ao se considerar a história de tensões como um fio de massa unitário, o centro de massa (centroide) deste é definido como a tensão média τ_m que, se decomposta nas direções dos vetores \mathbf{e}_A e \mathbf{e}_B , podem ser definidas como $\tau_{m_{e_A}}$ e $\tau_{m_{e_B}}$. Com os valores médios da tensão cisalhante nas direções mencionadas determinados, é possível definir a amplitude de tensão cisalhante para cada comprimento infinitesimal do fio, conforme demonstrado na Figura 3.7.

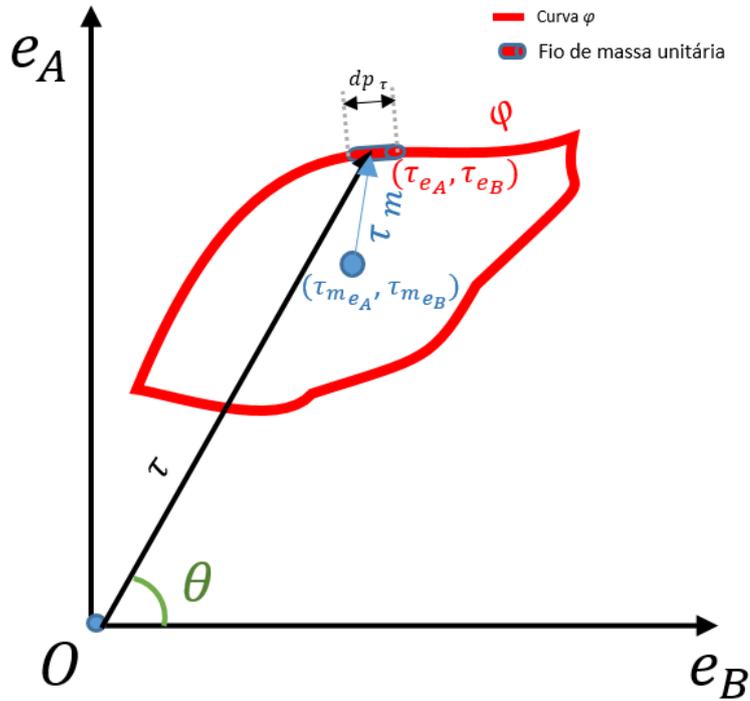


Figura 3.7= Método do Momento de Inércia (MOI)

Subtraindo-se o valor da tensão cisalhante em um tempo t de um valor no tempo subsequente a este (t^*), obtém-se o perímetro infinitesimal do fio supramencionado nas direções \mathbf{e}_A (Eq.3.17) e \mathbf{e}_B (Eq.3.18), ao passo que o módulo do vetor resultante destes perímetros (Eq.3.19) é o comprimento infinitesimal do fio.

$$dp_{e_A} = \tau_{e_A}(t^*) - \tau_{e_A}(t), \quad (3.17)$$

$$dp_{e_B} = \tau_{e_B}(t^*) - \tau_{e_B}(t) \quad (3.18)$$

$$dp = \sqrt{dp_{e_A}^2 + dp_{e_B}^2} \quad (3.19)$$

Já o perímetro total do fio (história de tensões cisalhantes) é definido, segundo este método, como a integral de todos os comprimentos infinitesimais dp , conforme Eq.3.20

$$P = \int dp \quad (3.20)$$

Para o cálculo da tensão média é necessário, primeiramente, calcular o valor da tensão cisalhante no centro de massa de cada comprimento infinitesimal da história de tensões cisalhantes, conforme Eq.3.21 (para a direção e_A) e Eq.3.22 (para a direção e_B).

$$\tau_{c,e_A} = \frac{\tau_{e_A}(t^*) - \tau_{e_A}(t)}{2} \quad (3.21)$$

$$\tau_{c,e_B} = \frac{\tau_{e_B}(t^*) - \tau_{e_B}(t)}{2} \quad (3.22)$$

As magnitudes encontradas dos vetores τ_{c,e_A} e τ_{c,e_B} representam a distância destes em relação à origem do eixo do plano e_A vs e_B . Efetuando-se uma analogia ao cálculo do centro de massa de um corpo rígido, resultado da soma da multiplicação de cada distância d pela massa m , dividida pela massa total do corpo M (Eq.3.23) é possível, então, determinar a tensão média τ_{m,e_A} na direção e_A e τ_{m,e_B} na direção e_B através da Eq.3.24 e Eq.3.25, respectivamente.

$$CM = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^n d \cdot \quad (3.23)$$

$$\tau_{m,e_A} = \frac{1}{P} \int \tau_{c,e_A} \cdot dp_{e_A} \quad (3.24)$$

$$\tau_{m,e_B} = \frac{1}{P} \int \tau_{c,e_B} \cdot dp_{e_B} \quad (3.25)$$

Observa-se que, para este método, como a massa de cada subsegmento do fio é unitária, a massa total do fio corresponde ao perímetro total deste permitindo, assim, relacionar o perímetro total P e seu comprimento infinitesimal dp com a massa do fio M e sua respectiva massa infinitesimal dm , conforme demonstrado na Eq.3.26.

$$\frac{dm}{M} = \frac{dp}{P}, \quad dm = \left(\frac{Mdp}{P} \right) \quad (3.26)$$

Considerando cada subsegmento do fio, ou seja, cada história de tensão no tempo t e tempo subsequente t^* , para determinar o momento de inércia deste em relação ao centroide, é necessário aplicar o Teorema de Steiner. O cálculo do centro de massa I_{cm} é análogo ao elucidado no exemplo do item 2.5. Dessa forma, o momento de inércia para cada fio infinitesimal se dá conforme Eq.3.27.

$$I_o = \int \frac{mL^2}{12} dm + \int m(\tau_{c,e_A})^2 dm + \int m(\tau_{c,e_B})^2 dm \quad (3.27)$$

Partindo das premissas do método (massa m de valor unitário e comprimento L igual ao perímetro do fio infinitesimal dp), a Eq.3.27 pode ser simplificada para a seguinte.

$$I_o = \frac{1}{P} \int \left(\frac{dp^2}{12} + \tau_{c,A}^2 + \tau_{c,B}^2 \right) dp \quad (3.28)$$

Assim, para determinação do momento de inércia I_{CM} do centroide de toda a história de tensões, e sabendo-se que $I_p = I_{CM} + mx^2$, onde m equivale a 1 e x^2 é o valor da tensão cisalhante nas direções e_A e e_B , tem se que:

$$I_{CM} = \frac{1}{P} \int \left(\frac{dp^2}{12} + \tau_{c,A}^2 + \tau_{c,B}^2 \right) dp - (\tau_{m,e_A}^2 + \tau_{m,e_B}^2) \quad (3.29)$$

Com o valor de I_{CM} calculado e aplicando a relação de Von Mises para determinação de tensões em metais dúcteis, é possível encontrar a amplitude de tensão máxima num plano arbitrário da história de tensões com a Eq.3.30.

$$\tau_a = \frac{\Delta\sigma_{Mises}}{2} = \sqrt{3 I_{cm,h}} \quad (3.30)$$

CAPÍTULO 4

4 MODELOS DE FADIGA MULTIAXIAL UTILIZANDO O PLANO CRÍTICO

4.1 INTRODUÇÃO

Ao se observar um componente mecânico sendo solicitado a um carregamento periódico com tensões em diversas direções e sentidos (multiaxial), a determinação do plano e consequente magnitude de tensões ao qual o componente está sendo mais solicitado é uma das formas mais popularmente conhecidas para dimensionar a vida de uma peça por fadiga multiaxial de alto ciclo. Em termos micro estruturais, a tensão cíclica provoca no grão do material uma indução a um plano de escorregamento preferencial que, após um número de ciclos, resulta em uma iniciação de microtrincas. O plano onde a combinação das tensões é maior é determinado de Plano Crítico.

Depois de determinada a tensão cisalhante máxima no plano, pesquisadores definiram parâmetros ao qual a combinação desta tensão cisalhante com a normal explicaria o comportamento do componente solicitado a carregamentos multiaxiais. Outros, em contrapartida, utilizaram apenas a tensão cisalhante máxima para determinação do Plano Crítico. Destes parâmetros, surgiram-se modelos de fadiga, onde a aplicação, na prática, concluiu que a nucleação de trincas nos componentes em fadiga multiaxial tende a ocorrer em planos onde a combinação das tensões é mais severa.

O primeiro pesquisador a utilizar o conceito de plano crítico foi Findley, que indicou que os planos onde as tensões normais atuam em conjunto com a tensão cisalhante máxima afetam o processo de dano por fadiga. Posteriormente, Brown & Miller (1973) sugeriram que os parâmetros que regem o processo de fadiga são a máxima tensão normal em conjunto com a deformação normal atuante nesses planos.

Todavia, Socie demonstrou que os danos por fadiga em carregamentos não proporcionais são também afetados pelo endurecimento cíclico do material provocando, assim, ciclos de vida menores. Ainda, Socie e Fatemi demonstraram que a trinca por fadiga poderia crescer em modo I, ou modo II, dependendo do tipo de carregamento, magnitude ou deformação e características dos materiais. O modo I é aquele onde o carregamento é efetuado em tração, deslocando as superfícies da trinca de modo perpendicular entre si, conforme observado na Figura 4.1. Já o modo II se deve a um carregamento em cisalhamento, onde as superfícies da trinca se deslocam de forma paralela entre si e de modo perpendicular em relação à propagação da trinca (Figura 4.2).

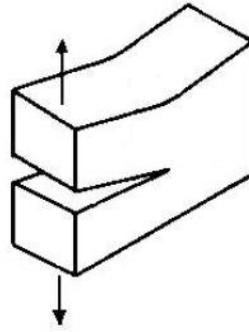


Figura 4.1– Crescimento da trinca em modo I (Gonçalves, 2006)

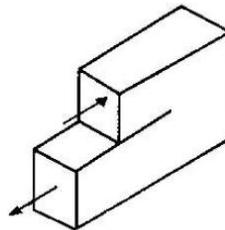


Figura 4.2– Crescimento da trinca em modo II (Gonçalves, 2006)

Nas seções subsequentes serão apresentados os modelos baseados em tensões, abordagem principal deste estudo, de estimativas de vida com abordagem do plano crítico considerados.

Os modelos selecionados para a análise comparativa foram o de Findley (1959), por ser o primeiro modelo baseado em tensões efetuado e que faz uma relação linear entre a amplitude de tensão cisalhante e na tensão normal, o modelo de Matake (1977), que considera que a tensão cisalhante é ainda mais responsável pelo dano em fadiga e, o modelo de Susmel e Lazzarin (2002) que efetua a estimativa de resistência à fadiga de alto ciclo em carregamentos multiaxiais com base na teoria da deformação cíclica em cristais e aplicando-se as curvas modificadas de Wölher.

4.2 MODELO DE FINDLEY

O modelo proposto por Findley (1959) considera que a tensão cisalhante alternada τ_a é responsável majoritária pela falha por fadiga no componente, e a máxima tensão normal $\sigma_{n,max}$ tem um efeito menor (Socie & Marquis, 2000). Dessa forma, a falha no componente mecânico ocorre quando o dano por fadiga (lado esquerdo da Eq.4.1) atinge o limite λ_F .

$$\max(\tau_a + k_F \sigma_{n,max}) = \lambda_F \quad (4.1)$$

Onde k_F é o fator de sensibilidade à tensão normal de Findley, que representa como a tensão normal máxima no plano influencia o dano por fadiga e λ_F é o limite de fadiga em tensões multiaxiais.

Assim, a ação conjunta da tensão normal máxima e correspondente tensão cisalhante no plano provoca danos por fadiga, e a Eq.4.1 no plano, em termos de coordenadas esféricas (c em θ e ϕ) e materiais (k), pode ser reestruturada conforme Eq.4.2.

$$(\theta^c, \phi^c) : \max_{\theta, \phi} \{ \tau_a(\theta, \phi) + k_F \sigma_{n, max}(\theta, \phi) \}, \quad (4.2)$$

Em termos práticos, o modelo de Findley propõe que, se a combinação das tensões apresentadas na Eq.4.1 não apresentarem valores superiores ou iguais a λ_F , o componente solicitado estará, dessa forma, dimensionado para não falhar por fadiga em alto ciclo. A expressão, então, pode ser reescrita da seguinte maneira:

$$\max_{\theta, \phi} (\tau_a + k_F \sigma_{n, max}) \leq \lambda_F \quad (4.3)$$

Para determinação das constantes λ_F e k_F , segundo Socie & Marquis (2000), é necessário aplicar a Eq.4.1 em dois estados de tensão diferentes. O primeiro para o estado de torção totalmente reverso ($R=-1$) que, se utilizado, a Eq.4.1 pode ser reescrita da seguinte maneira:

$$\lambda_F = \sqrt{1 + k_F^2} * \tau_a \quad (4.4)$$

Após determinado o valor λ_F em função singularmente de k_F , pode-se, então, efetuar mais um teste sob carregamento uniaxial de tração-compressão completamente reverso ($R=-1$). Daí a Eq.4.1 se transforma em:

$$\lambda_F = (\sqrt{\sigma_a + (k_F \cdot \sigma_{n, max})^2} + k_F \cdot \sigma_{n, max}) * 0,5 \quad (4.5)$$

A determinação dos parâmetros λ_F e k_F pode também ser feita a partir de testes elaborados em flexão alternada cíclica f_{-1} e torção alternada cíclica τ_{-1} através das seguintes relações:

$$k_F = \frac{1-0,5R}{\sqrt{R-1}}, \quad \lambda_F = \frac{f_{-1}}{2\sqrt{R-1}} \quad (4.6)$$

Onde $R = f_{-1}/\tau_{-1}$.

O critério de Findley, segundo Karolczuk & Macha (2005), pode ser utilizado principalmente em componentes mecânicos de características materiais de metais dúcteis e frágeis relatando, ainda, que a constante k_F possui um valor baixo (entre 0,2 e 0,3) para metais dúcteis, e que o plano crítico encontrado constantemente se aproxima da tensão cisalhante máxima nestes materiais. Já para metais frágeis, a constante k_F é comumente elevada, e o plano crítico encontrado é normalmente próximo do plano normal à amplitude de tensão máxima sinalizada (Socie & Marquis, 2000).

4.3 MODELO DE MATAKE

O modelo de Matake, também considerado um modelo baseado em tensões, tem uma diferença singular em relação ao modelo de Findley. Neste, ao invés de se encontrar o plano onde a combinação da $k_F \cdot \sigma_{n,max}$ somada à tensão cisalhante é máxima, se encontra a máxima tensão cisalhante do espécime neste plano, soma-se a tensão normal correspondente e, se o mesmo não atingir o limite de resistência à fadiga λ , então o material não sofrerá falha por fadiga.

$$\max_{\theta, \phi}(\tau_a) + k_m \sigma_n \leq \lambda_m \quad (4.7)$$

Através dos ensaios de flexão e torção alternada pura, é possível determinar as constantes k_m e λ_m do modelo. Primeiramente, para um ensaio de flexão totalmente alternada pura, o maior valor da tensão cisalhante ocorre no plano a 90° do ensaio, onde o valor da tensão cisalhante é igual ao valor da tensão normal naquele plano. Desta forma, o tensor das tensões, aqui representado por uma história de carregamento senoidal, resume à Eq.4.8.

$$\sigma(t) = \begin{pmatrix} \sigma_{-1} \text{sen}(\omega t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.8)$$

Conforme círculo de Mohr, explicitado na Figura 4.3, o valor onde a máxima tensão cisalhante é encontrado é no plano a 45° em um ensaio de flexão alternada pura é igual à metade do valor da flexão máxima f_{-1} .

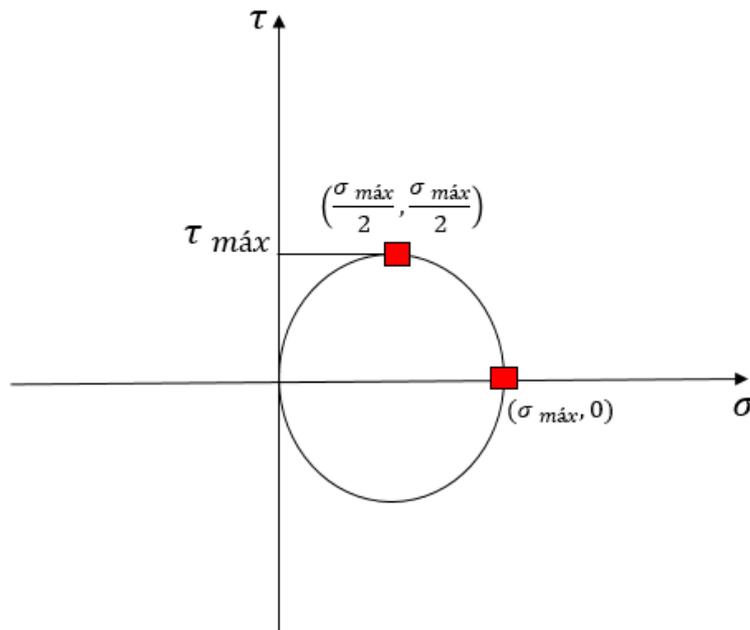


Figura 4.3– Círculo de Mohr para flexão pura

Dessa forma, a Eq.4.5 pode ser reescrita da seguinte maneira:

$$\frac{f_{-1}}{2} + k_m \frac{f_{-1}}{2} \leq \lambda_m \quad (4.9)$$

Analogamente, o maior valor da tensão cisalhante em um ensaio de torção totalmente alternada pura t_{-1} ocorre no plano onde o valor da tensão normal é nula, conforme Círculo de Mohr representado na Figura 4.4.

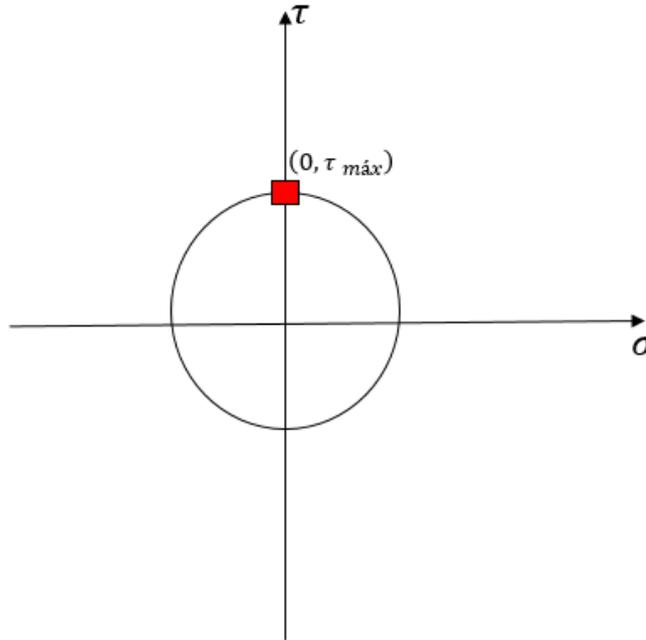


Figura 4.4– Círculo de Mohr para torção pura

Dessa forma, a Eq.4.7 pode ser reescrita da seguinte maneira:

$$t_{-1} + k_m 0 \leq \lambda_m \quad (4.10)$$

Assim, as constantes k_m e λ_m podem ser determinadas conforme a Eq.4.11.

$$k = \frac{2t_{-1}}{f_{-1}} - 1, \quad \lambda = t_{-1}, \quad (4.11)$$

4.4 MODELO DE SUSMEL E LAZZARIN

O modelo de Susmel e Lazzarin (2002), também conhecido como Método das Curvas Modificadas de Wöhler, difere do modelo de Findley por considerar que o plano crítico de um componente submetido à uma história de tensões multiaxiais coincide com o local de máxima tensão cisalhante encontrada, dentre todos os planos possíveis, conforme pode ser visualizado na Eq.4.13.

$$\tau_a = \max_{\theta, \phi} \{\tau_a(\theta, \phi)\} = \tau(\theta^c, \phi^c) \quad (4.12)$$

Neste modelo, a teoria da deformação cíclica em um simples cristal é utilizada relacionando, assim, a deformação cisalhante elástica macroscópica com a deformação cisalhante plástica microscópica através da determinação da maior amplitude de tensão cisalhante e sua respectiva tensão normal máxima para trincas no Modo I (Dantas & Araújo, 2006).

Comumente, a tensão cisalhante máxima é encontrada em mais de um plano. Por exemplo, dada uma história de carregamento, descobriu-se que o plano de coordenadas esféricas $\theta = 45^\circ$ e $\phi = 60^\circ$ possuía a tensão cisalhante máxima dentre todos os outros planos possíveis e que esta mesma amplitude de tensão cisalhante é também encontrada no plano de coordenadas esféricas $\theta = 45^\circ$ e $\phi = 270^\circ$. Quando isto ocorre, compara-se à tensão normal maior nestes dois planos para, assim, determinar o plano crítico.

Adicionalmente, o modelo propõe que os efeitos da tensão média modificam a resistência do material à fadiga. Por isso, Susmel e Lazzarin propuseram que, se o lado esquerdo da Eq.4.14 satisfizer o limite de fadiga em tensões multiaxiais λ (lado direito), a peça está carregada em sua condição limite de falha por fadiga.

$$\tau_a(\theta^c, \phi^c) + k\rho(\theta^c, \phi^c) \leq \lambda \quad (4.13)$$

Onde k é o fator de sensibilidade à tensão normal e ρ é a razão entre a amplitude de tensão normal máxima pela tensão cisalhante no local onde a susceptibilidade de iniciação de uma trinca por fadiga é maior (plano crítico), definidas pela Eq.4.15, em uma condição multiaxial cíclica.

$$k = t_{-1} - \frac{f_{-1}}{2}, \quad \rho = \frac{\sigma_{n,max}}{\tau_a} \quad (4.14)$$

O efeito da tensão média foi observado por Wöhler, que criou as Curvas Modificadas de Wöhler representadas na Figura 4.5, onde o a tensão normal modifica o valor da amplitude de tensão cisalhante encontrado. Os dados extremos são carregamentos em torção pura (sem tensão normal), levando à maiores amplitudes de tensão cisalhante suportadas pelo material ($\rho = 0$) e à flexão, onde o valor da tensão normal se equivale à tensão cisalhante no plano ($\rho = -1$). Os valores de ρ arbitrários entre esses dois extremos alteram, portanto, o limite de resistência à fadiga no material. Os valores de N_f correspondem à vida estimada em fadiga do material. Ou seja, quanto mais o componente é solicitado a tensões características de um estado de flexão, menor o limite de resistência à fadiga deste.

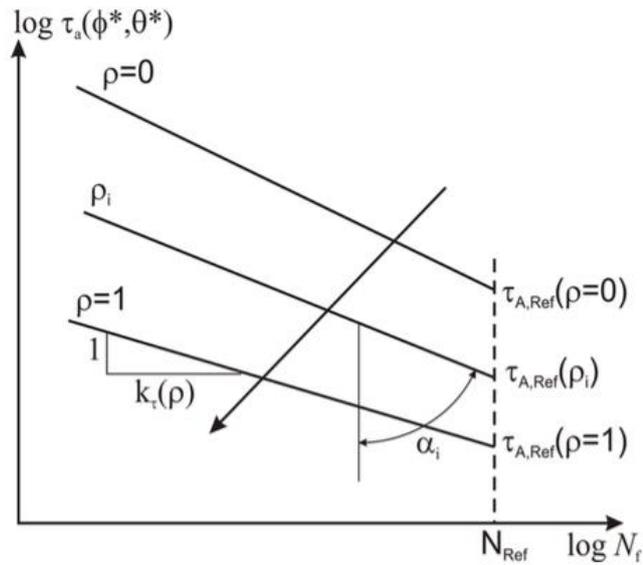


Figura 4.5– Comportamento da variável ρ ao longo da vida do componente

A relação da tensão normal com a cisalhante depende ainda, de um valor limite de ρ explicitado na Eq.4.15, onde expressa que o parâmetro f_{-1} é o limite de resistência à fadiga em um estado de flexão completamente alternada e o valor de t_{-1} corresponde ao limite de resistência à fadiga em um estado de torção completamente alternada.

$$\rho_{lim} = \frac{f_{-1}}{2t_{-1}-f_{-1}} \quad (4.15)$$

Em teoria, para valores onde a tensão normal perpendicular ao plano crítico é muito maior que a amplitude de tensão cisalhante máxima (valores de ρ elevados), a razão ρ se torna maior que o ρ_{lim} e, assim, o dano por fadiga não é mais governado pela tensão cisalhante. Mais precisamente, a utilização do critério de plano crítico só é aplicável em situações onde a amplitude de tensão cisalhante relativa ao plano crítico atua incisivamente no dano material.

Para um carregamento torsional alternado puro, o parâmetro ρ da Eq.4.15 é nulo, uma vez que a maior tensão cisalhante neste caso ocorre na amplitude de tensão normal nula. Com isso, é possível determinar o valor do limite de resistência à fadiga em tensões multiaxiais λ , expressos pela Eq.4.16.

$$\lambda = t_{-1}, \quad (4.16)$$

CAPÍTULO 5

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Até aqui foram apresentados os conceitos básicos de fadiga dos materiais que embasaram a presente dissertação, principalmente aqueles que tangem o conceito de plano crítico, com os principais métodos para o cálculo da amplitude de tensão em um plano de corte arbitrário num componente solicitado às histórias cíclicas de tensões e os modelos de fadiga posteriormente utilizados para definir a criticidade de cada tensão encontrada em cada plano do componente analisado.

Ademais, quanto aos métodos de determinação da amplitude de tensão cisalhante, foi apresentado o Método do Momento de Inércia (MOI), que será utilizado para um comparativo com o método da Menor Circunferência Circunscrita (MCC) e com Método do Maior Retângulo Circunscrito (MRH).

Os dados utilizados para efetuar as comparações deste capítulo foram retirados da literatura e envolvem carregamentos proporcionais e não proporcionais em fadiga biaxial do tipo torção/flexão para seis materiais com ligas de aço diferentes sob condições de limite de fadiga multiaxial, com frequências síncronas e assíncronas e sinais harmônicos fora e em fase. No total, foram utilizados vinte experimentos diferentes, que objetivaram a comparação das estimativas de resistência a fadiga fornecidas pelos modelos de Susmel e Lazzarin (2002), Findley (1956) e Matake (1977) ao se aplicar os resultados da máxima amplitude de tensão cisalhante obtidas pelo MCC, MRH e MOI.

Com o intuito de avaliar os resultados obtidos neste capítulo, estabeleceu-se um índice percentual de resistência em fadiga IE (%) que possibilita aferir quão distante a situação imposta nos carregamentos está da condição de falha do material (limite de fadiga), segundo cada modelo multiaxial aplicado. Para o critério de Susmel e Lazzarin (2002), o IE (%) é dado pela Eq.5.1, para o de Findley (1956) a Eq.5.2 e, para o critério proposto por Matake (1977), a Eq.5.3 é utilizada.

$$IE_{SusmeleLazzarin}(\%) = \frac{\tau_a(\theta^c, \phi^c) + k \frac{\sigma_{n,max}(\theta^c, \phi^c) - \lambda}{\tau_a}}{\lambda} \cdot 100 \quad (5.1)$$

$$IE_{Findley}(\%) = \frac{\tau_a(\theta^c, \phi^c) + k_F \sigma_{n,max}(\theta^c, \phi^c) - \lambda_F}{\lambda_F} \cdot 100 \quad (5.2)$$

$$IE_{Matake}(\%) = \frac{\tau_a(\theta^c, \phi^c) + k_m \sigma_n(\theta^c, \phi^c) - \lambda_m}{\lambda_m} \cdot 100 \quad (5.3)$$

Valores desse índice inferiores a zero indicam que a espécime não sofrerá falha até 2×10^6 ciclos sendo, portanto, menores que o limite de resistência à fadiga do material.

5.1 DADOS EXPERIMENTAIS

Os dados experimentais utilizados são os mesmos apresentados em Dantas & Araújo, 2006, que foram extraídos de Nishihara & Kawamoto (1945) - testes 1 a 10, os testes 11, 12, 13, 18, 19 e 20 de Liu (1991), os testes 14 e 15 de Froustey (1987) e os testes 16 e 17 de Bernasconi (2008) para carregamentos senoidais síncronos e assíncronos de flexão/torção, onde σ_{xa} e τ_{xya} correspondem respectivamente à amplitude da tensão normal e amplitude da tensão cisalhante, λ_{xy} é razão de frequência entre o sinal de τ_{xy} e σ_x , e β_{xy} a diferença de fase.

Os testes de 1 a 10 representam carregamentos síncronos, ou seja, com frequência de solitação $\lambda = 1$ e os demais são testes assíncronos. Há variações também na fase dos testes, onde alguns estão fora de fase (não proporcionais como os testes nº2 e 3) e outros em fase (carregamentos proporcionais como o teste nº1). Os ensaios são do tipo torção/flexão em situações de iminência de falha por fadiga para os seguintes materiais: aço duro, aço 34Cr4, aço GGG60, aço 30NCD16, aço 39NiCrMo3 e aço 25CrMo4. Ainda, os testes foram efetuados em ciclos alternados de tensões, portanto, com a razão de tensão $R=-1$ e, conseqüentemente, tensão média nula.

A Tabela 5.1, originada dos dados dos experimentos supracitados, indica a máxima combinação de tensões suportada por cada espécime para um limite de 2×10^6 ciclos de carregamento. Os valores obtidos em torção alternada pura (t_{-1}) e flexão alternada pura (f_{-1}) estão discriminados também na referida tabela.

Todas as histórias de carregamento obtidas após simulação dos testes no software Matlab® estão dispostas nas figuras subsequentes, onde estão exemplificados carregamentos síncronos fora de fase, como o da Figura 5.1 (h), e em fase, como a Figura 5.1 (i), e assíncronos em fase, representado pela Figura 5.2(g) e fora de fase, como o da Figura 5.2(j) respectivamente para os testes 8,9, 17 e 20.

Tabela 5.1 – Experimentos solicitando corpos de prova à carregamentos de flexão e torção, síncronos, em fase e fora de fase

<i>Teste</i>	σ_{xa} (MPa)	τ_{xa} (MPa)	λ_{xy}	β_{xy} (°)
<i>Material: Aço Duro; $f_{-1}=319,9$ MPa; $t_{-1}=196,2$ MPa</i>				
1	138,1	167,1	1	0
2	140,4	169,9	1	30
3	145,7	176,3	1	60
4	150,2	181,7	1	90
5	245,3	122,6	1	0
6	249,7	124,8	1	30
7	252,4	126,2	1	60
8	258,0	129,0	1	90
9	299,1	62,8	1	0
10	304,5	63,9	1	90
<i>Material: Aço 34Cr4; $f_{-1}=415,0$ MPa; $t_{-1}=259,0$ MPa</i>				
11	263,0	132,0	4	0
<i>Material: Aço GGG60; $f_{-1}=275,0$ MPa; $t_{-1}=249,0$ MPa</i>				
12	186,0	93,0	0,25	0
13	185,0	93,0	4	0
<i>Material: Aço 30NCD16; $f_{-1}=585,0$ MPa; $t_{-1}=405,0$ MPa</i>				
14	285,0	285,0	0,25	0
15	290,0	290,0	4	0
<i>Material: Aço 39NiCrMo3; $f_{-1}=367,5$ MPa; $t_{-1}=265,0$ MPa</i>				
16	259,5	150,0	2	0
17	266,0	153,6	3	0
<i>Material: Aço 25CrMo4; $f_{-1}=340,0$ MPa; $t_{-1}=228,0$ MPa</i>				
18	210,0	105,0	0,25	0
19	220,0	110,0	2	0
20	242,0	121,0	2	90

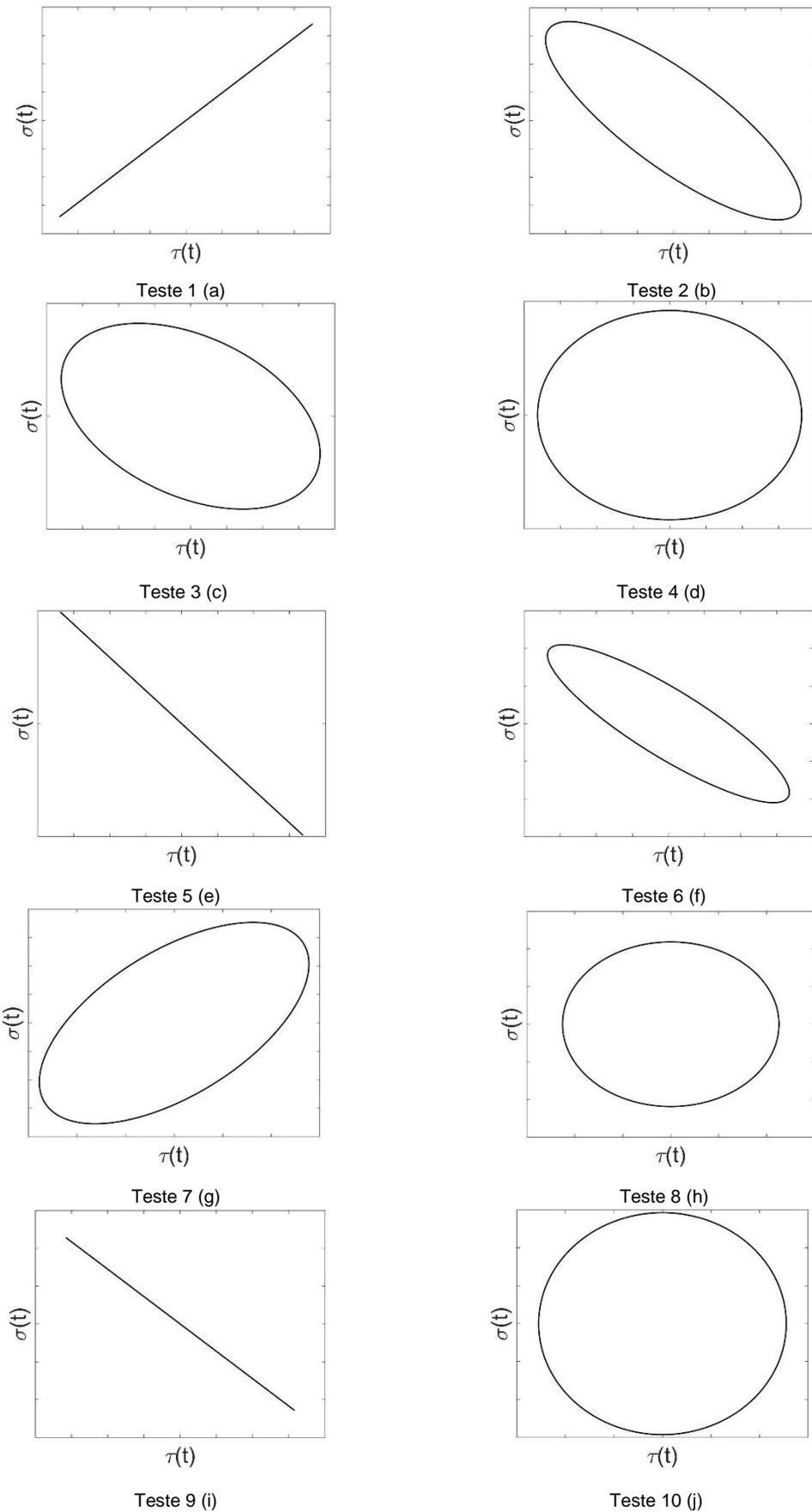
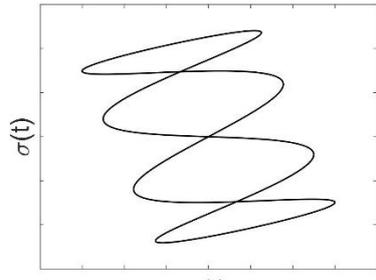
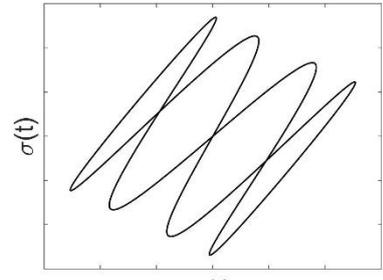


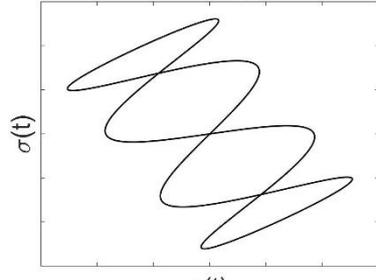
Figura 5.1– Histórias de carregamentos dos testes 1 a 10



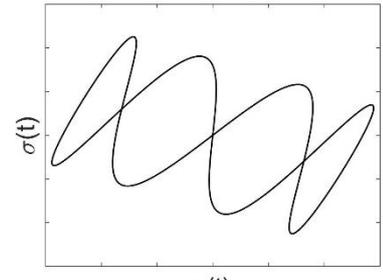
Teste 11 (a)



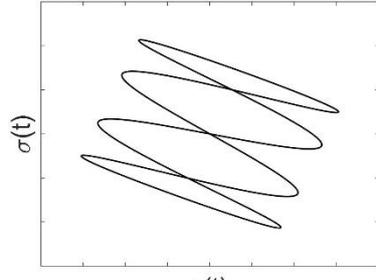
Teste 12 (b)



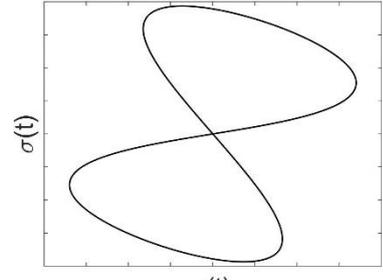
Teste 13 (c)



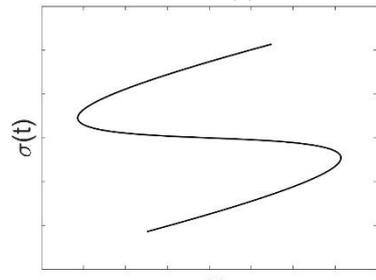
Teste 14 (d)



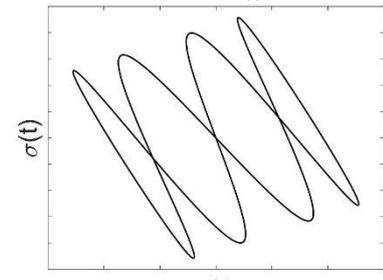
Teste 15 (e)



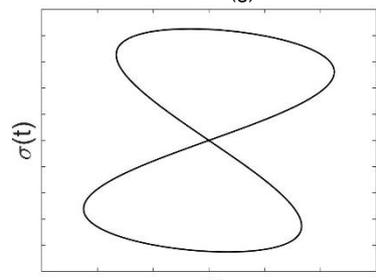
Teste 16 (f)



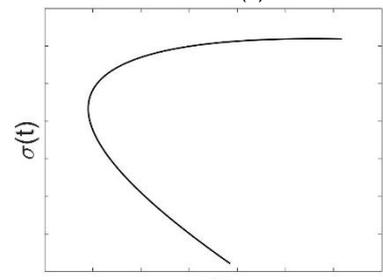
Teste 17 (g)



Teste 18 (h)



Teste 19 (i)



Teste 20 (j)

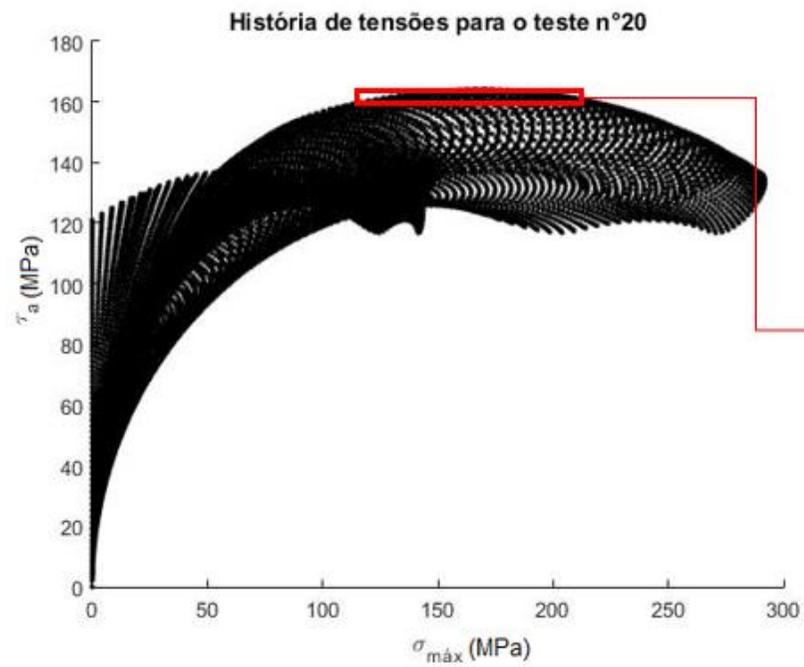
Figura 5.2- Histórias de carregamentos dos testes 11 a 20

5.2 DISCUSSÕES DE APLICAÇÃO DO PLANO CRÍTICO

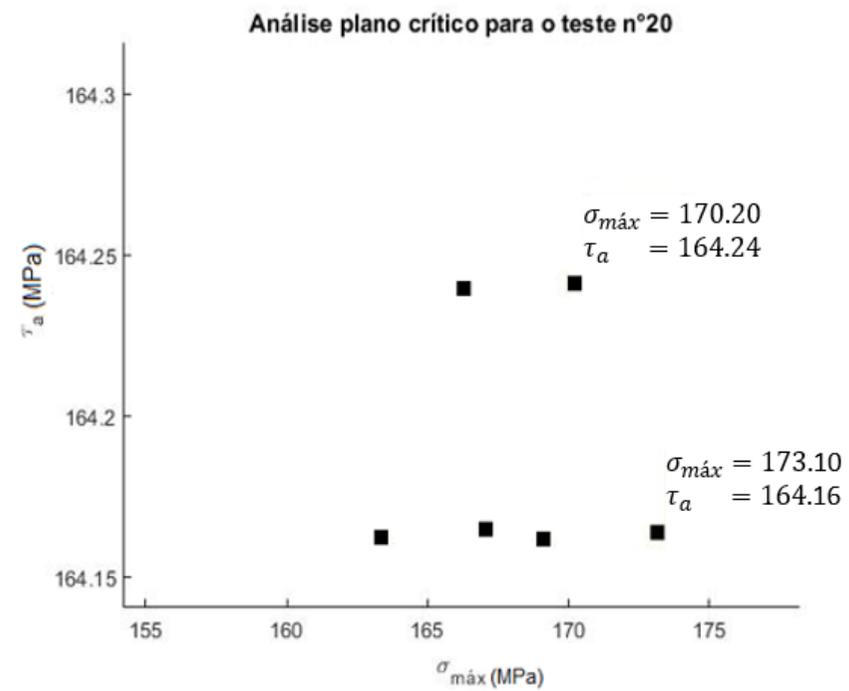
Existem, na literatura contemporânea de Fadiga Multiaxial, diversas maneiras de se abordar o conceito de plano crítico. Em um contexto geral e segundo Socie (2000), os critérios de plano crítico para fadiga de alto ciclo se assemelham na perspectiva que todos consideram as amplitudes de tensão cisalhante e de tensão normal, partindo-se das observações de que as trincas em materiais dúcteis decorrem de tensões cisalhantes cíclicas, a existência de tensões normais de tração reduz a resistência à fadiga do material e que as tensões médias que comprimem a trinca aumentam a resistência à fadiga do material.

Primeiramente, Findley (1959) determinou o plano crítico como aquele onde há a combinação linear maximizada da amplitude de tensão cisalhante com a tensão normal máxima. Posteriormente, Brown e Miller (1973) definiram o plano crítico como aquele onde o material experimenta a maior amplitude de tensão cisalhante introduzindo, em seu modelo, o conceito de trincas do Caso A (trincas que se propagam na superfície do material) e do Caso B (trincas que se propagam da superfície para o interior do material). Analogamente à Brown e Miller, McDiarmid (1994) aplicou o mesmo conceito para fadiga de alto ciclo, implicando que o plano crítico seria aquele onde houvesse a combinação linear de amplitude de tensão cisalhante e de máxima tensão normal no plano de máxima amplitude de tensão cisalhante, não importando o tipo de trinca. Por último, o conceito de Susmel e Lazzarin (2002) considera que a amplitude de tensão cisalhante é maximizada em pelo menos dois planos, e que o plano crítico é aquele que apresenta maior tensão normal quando comparado com todos aqueles de maior amplitude de tensão cisalhante.

Dantas e Araújo (2009) observaram que nem sempre a tensão normal máxima no valor máximo absoluto da amplitude de tensão cisalhante é, de fato, o plano crítico do material. Assim, após simulações de diversas tolerâncias, verificou-se que, para os experimentos deste estudo, a variação de amplitude de tensão cisalhante com tolerância de 0,1Mpa obteria os melhores resultados quanto à criticidade nos planos θ vs φ . Como exemplo, a Figura 5.3 (a) representa os valores obtidos da máxima tensão normal pela amplitude de tensão cisalhante utilizando o modelo do MRH em cada plano do corpo para o experimento de n°20., com variações de 1° para θ e φ à cada iteração. Observa-se, pela Figura 5.3 (b), que para uma pequena variação de amplitude de tensão cisalhante (valores rotulados como Y), há uma variação de quase 3 Mpa na tensão normal máxima (valores rotulados como X). Ou seja, caso a amplitude de tensão cisalhante seja minimamente maior, se não houver esta tolerância, este seria o plano crítico escolhido. Utilizando-se a definição clássica adotada por Susmel e Lazzarin (2002) ou a de Matake (1977), os valores obtidos subestimariam a influência da tensão normal.



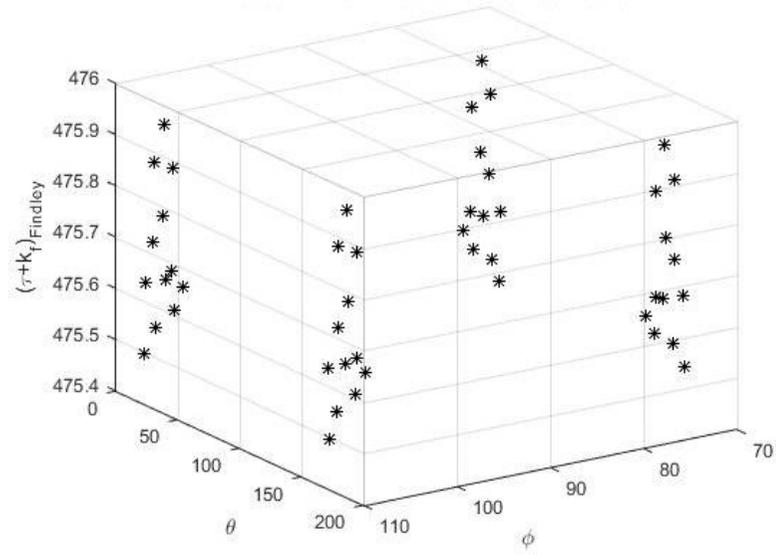
(a)



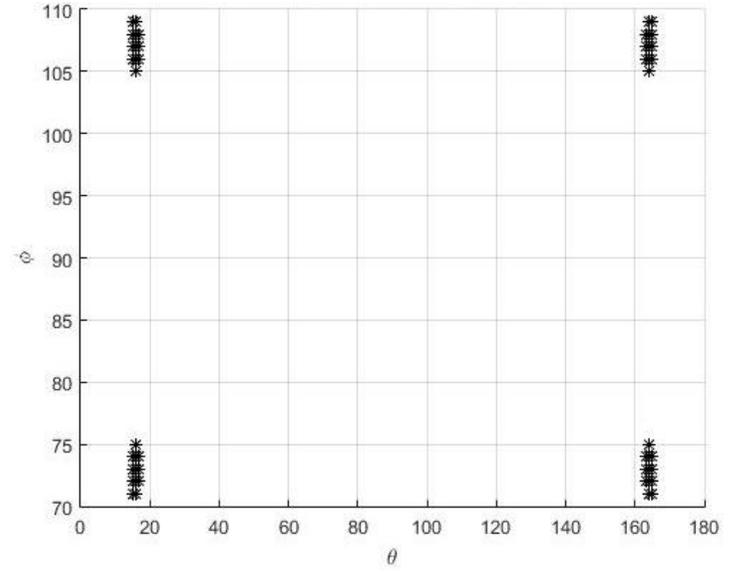
(b)

Figura 5.3– Efeito da variação da amplitude de tensão normal máxima vs amplitude de tensão cisalhante

Outro importante fator a ser considerado se refere aos potenciais planos observados ao se aplicar o critério proposto por Findley (1959). Observou-se que, para uma variação muito pequena de $(\tau_a + k_F \sigma_{n,max})$, diversos planos são potenciais candidatos a plano crítico. Na Figura 5.3, relativa aos resultados obtidos aplicando o método MRH no experimento de n°14, nota-se que para uma variação inferior a 0,5 MPa da combinação proposta por Findley (1959), há elevado número de planos passíveis de serem considerados críticos. A Figura 5.4 (a) demonstra a baixa variação da combinação de Findley e os planos encontrados, e Figura 5.4 (b) é a vista superior desta, onde demonstra que há variações de pelo menos 5° entre os candidatos a plano crítico.



(a)



(b)

Figura 5.4– Planos críticos potenciais para o teste 1

5.3 AVALIAÇÃO COMPARATIVA

Neste capítulo, serão apresentados os resultados obtidos para cada experimento (Tabela 5.1), através dos métodos da Caixa (MRH), da Menor Circunferência Circunscrita (MCC) e do Momento de Inércia (MOI). Além disso, estes resultados serão aplicados aos modelos de fadiga propostos por Findley (1959), Mataka (1977) e Susmel e Lazzarin (2002) a fim de se verificar as melhores combinações método/modelo para a estimativa de resistência a fadiga. Dessa forma, com o intuito de averiguar se os resultados empíricos se aproximam dos resultados experimentais, também será calculado o Índice de Erro (IE) baseado no critério de Findley (1956), de Susmel e Lazzarin (2002) e de Mataka (1977), encontrando-se a diferença percentual entre os resultados de resistência a fadiga obtidos por cada modelo e os dados experimentais apresentados na Tabela 5.1. Quanto mais o resultado numérico se aproxima do resultado experimental, menor o índice de erro encontrado.

5.4 MÉTODOS APLICADOS AO MODELO DE SUSMEL E LAZZARIN

A Figura 5.2 apresenta os valores de amplitude de tensão cisalhante τ_a , tensão normal máxima σ_n no plano θ e φ que, segundo o critério de Susmel e Lazzarin (2002), é crítico para os experimentos correspondentes, além dos respectivos índices de erro de cada experimento. A Tabela 5.2 apresenta os valores obtidos aplicando-se o método da Menor Circunferência Circunscrita.

Analogamente à tabela antecedente, a Tabela 5.3 apresenta os valores obtidos através do método da Menor Circunferência Circunscrita (MCC) para o Critério de Susmel e Lazzarin. A Tabela 5.4 apresenta os valores calculados utilizando o Método do Momento de Inércia (MOI) e seu respectivo índice de erro percentual (IE).

A Figura 5.5 ilustra graficamente os valores de amplitude de tensão cisalhante máxima (τ_a) encontrados para cada método nos carregamentos síncronos (experimentos 1 a 10) aplicado ao modelo de Susmel e Lazzarin (2002). Observa-se que, quando as histórias de tensões são proporcionais, as máximas amplitudes das tensões cisalhantes, a tensão normal máxima no plano crítico e o plano crítico são exatamente iguais independentemente do método utilizado para cálculo da amplitude da tensão cisalhante. Isto fora observado na comparação efetuada Dantas A. (2009) entre os métodos MCC e MRH e pode se estender para o MOI. Ainda, especificamente para o teste n°2, caracterizado como um carregamento não proporcional com ângulo de fase de 30°, todos os testes encontraram os mesmos valores nas variáveis aqui citadas. Nota-se ainda que, nestes testes, o método MOI sempre encontra tensões iguais ou superiores aos demais métodos, em planos também diferentes.

Quanto aos carregamentos assíncronos dos testes 11 a 20, representados graficamente pela Figura 5.6, nota-se que os valores de amplitude de tensão cisalhante, planos e tensões normais

correspondentes são mais semelhantes entre os métodos MRH e MOI do que no MCC, que apresenta amplitudes de tensões cisalhantes bem superiores aos demais, em todos os casos observados.

Os índices de erro foram, assim, compilados em 2 gráficos, um para os testes enumerados de 1 a 10 (Figura 5.7) e outro para os carregamentos assíncronos cujo testes foram enumerados de 11 a 20 (Figura 5.8), objetivando determinar para quais casos qual método se aplica melhor para o modelo de Susmel e Lazzarin (2002).

Observa-se que para carregamentos síncronos (testes 1 a 10), o MRH em todos os casos tem um índice de erro IE menor ou igual aos demais. Assim, permite-se dizer que para os carregamentos síncronos utilizando o modelo de Susmel e Lazzarin nos testes observados, o Método do Maior Retângulo Circunscrito é o que mais se aproxima dos resultados empíricos, seguido pelo MCC e, posteriormente, pelo MOI.

Para os carregamentos assíncronos, os testes 11,12,13,18 e 20 obtiveram resultados mais próximos do limite de resistência à fadiga do modelo quando aplicado o MRH. O teste 19 obteve índice de erro menor ao aplicar-se o MCC e, para os testes 14,15,16 e 17, o MOI obteve os menores erros.

Tabela 5.2 - Resultados obtidos para carregamentos de flexão e torção síncronos (testes 1 a 10) e assíncronos (testes 11 a 20) em fase e fora de fase obtidos através do critério de Susmel e Lazzarin (2002) utilizando o MCC para determinação do Plano Crítico

Método Mínima Circunferência (MCC) aplicado ao Modelo de Susmel e Lazzarin

<i>Teste</i>	τ_a (MPa)	$\sigma_{n,c}$ (MPa)	θ (°)	φ (°)	IE (%)
1	180,7	73,9	78	90	-0,32
2	180,7	90,6	170	90	1,38
3	180,5	129,6	174	90	5,26
4	181,7	150,2	0	90	7,88
5	173,4	125,7	158	90	1,77
6	170,4	146,2	158	90	2,71
7	154,5	185,7	157	90	0,96
8	129,0	258,0	0	90	2,70
9	162,2	153,0	147	90	0,08
10	152,2	170,0	136	90	-1,80
11	179,4	301,1	22	90	2,63
12	126,9	219,4	23	90	28,40
13	126,3	211,9	158	90	25,85
14	303,0	391,9	14	90	10,74
15	319,4	381,5	167	90	12,04
16	178,0	280,3	162	90	15,45
17	203,1	237,7	21	90	12,54
18	143,2	247,7	23	90	6,82
19	137,3	230,1	17	90	2,86
20	136,9	289,0	20	90	13,7

Tabela 5.3 - Resultados obtidos para carregamentos de flexão e torção síncronos (testes 1 a 10) e assíncronos (testes 11 a 20) em fase e fora de fase obtidos através do critério de Susmel e Lazzarin (2002) utilizando o MRH para determinação do Plano Crítico

Método Maior Retângulo Circunscrito(MRH) aplicado ao Modelo de Susmel e Lazzarin

<i>Teste</i>	$\tau_a(\text{MPa})$	$\sigma_{n,c}(\text{MPa})$	$\theta(^{\circ})$	$\varphi(^{\circ})$	<i>IE (%)</i>
1	180,7	73,9	78	90	-0,32
2	180,7	90,6	170	90	1,38
3	180,5	129,6	174	90	5,26
4	181,7	150,2	0	90	7,88
5	173,4	125,7	158	90	1,77
6	170,4	146,2	158	90	2,71
7	159,7	164,1	169	59	0,36
8	161,2	164,6	0	53	1,03
9	162,2	153,0	147	90	0,08
10	158,9	162,9	0	133	-0,07
11	222,29	176,48	0	55	1,61
12	158,22	121,74	0	54	-2,00
13	156,42	124,33	1	55	-1,59
14	353,43	213,75	0	120	4,07
15	367,25	221,84	0	119	7,46
16	215,01	182,52	0	57	7,16
17	225,72	175	4	58	8,95
18	178,63	137,45	0	54	-2,08
19	169,19	147,62	0	55	-3,60
20	164,16	173,13	1	57	-1,17

Tabela 5.4 Resultados obtidos para carregamentos de flexão e torção síncronos (testes 1 a 10) e assíncronos (testes 11 a 20) em fase e fora de fase obtidos através do critério de Susmel e Lazzarin (2002) utilizando o MOI para determinação do Plano Crítico

Método do Momento de Inércia(MOI) aplicado ao Modelo de Susmel e Lazzarin

<i>Teste</i>	$\tau_a(\text{MPa})$	$\sigma_{n,c}(\text{MPa})$	$\theta(^{\circ})$	$\varphi(^{\circ})$	<i>IE (%)</i>
1	180,7	73,9	78	90	-0,32
2	180,7	90,6	170	90	1,38
3	186,1	115,5	176	8	6,32
4	194,2	123,4	0	115	10,71
5	173,4	125,7	158	90	1,77
6	173,4	147,4	164	66	4,08
7	186,5	163,3	174	56	11,22
8	196,5	168,9	0	54	16,02
9	162,2	153,0	147	90	0,08
10	174,4	173,4	0	131	7,26
11	187,58	160,01	2	129	-10,61
12	128,55	132,9	1	57	-2,08
13	131,97	113,44	3	129	-8,51
14	326,67	248,4	0	69	1,78
15	296,86	244,02	1	66	-3,87
16	196,87	165,82	178	53	0,12
17	199,42	173,03	179	53	1,86
18	150,68	130,5	178	52	-11,88
19	157,85	136,72	178	52	-8,73
20	168,82	157	1	53	-2,30

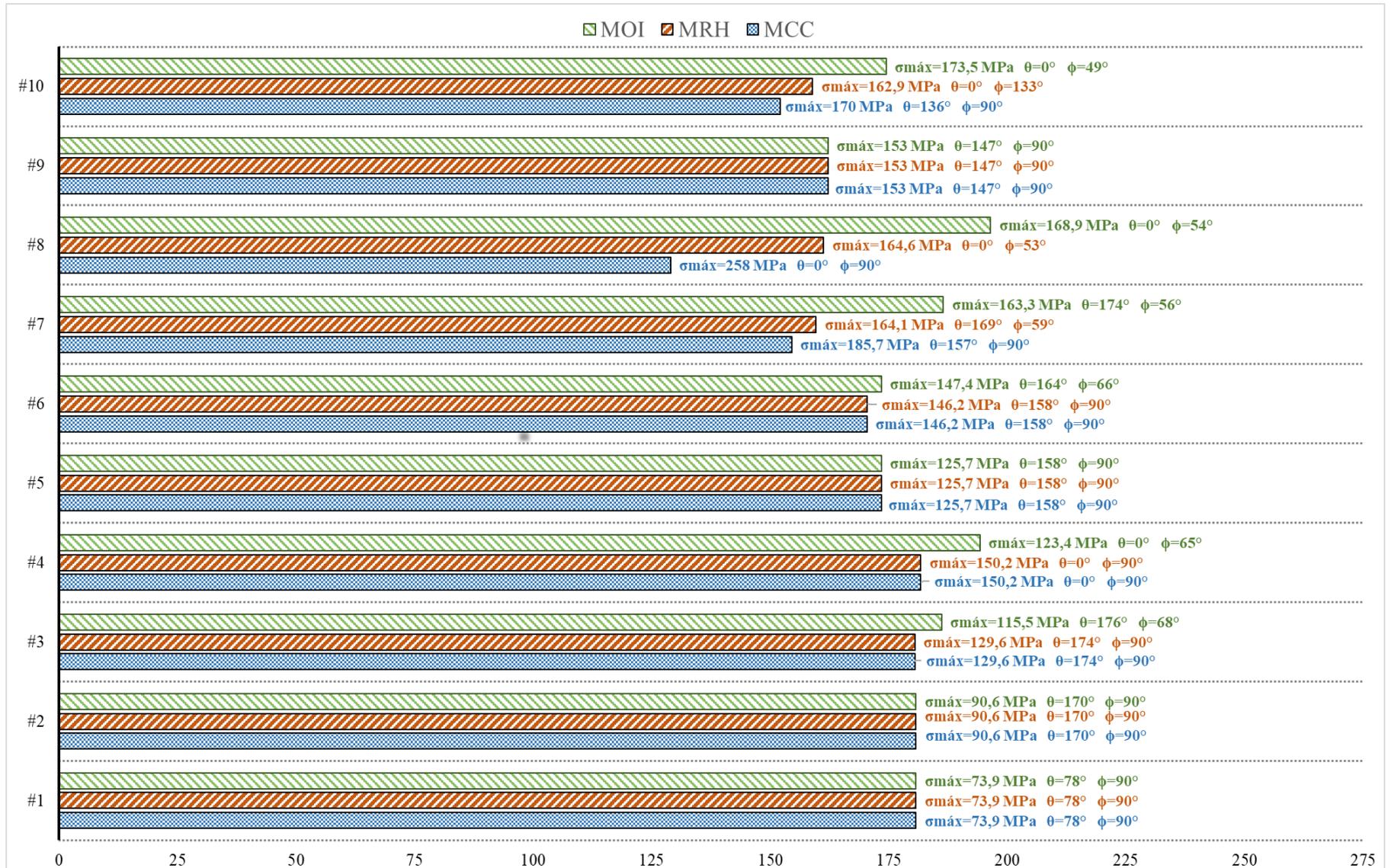


Figura 5.5 - Amplitude de Tensão Cisalhante máxima encontrada pelo Modelo de Susmel e Lazzarin (2002) – Testes 1 à 10

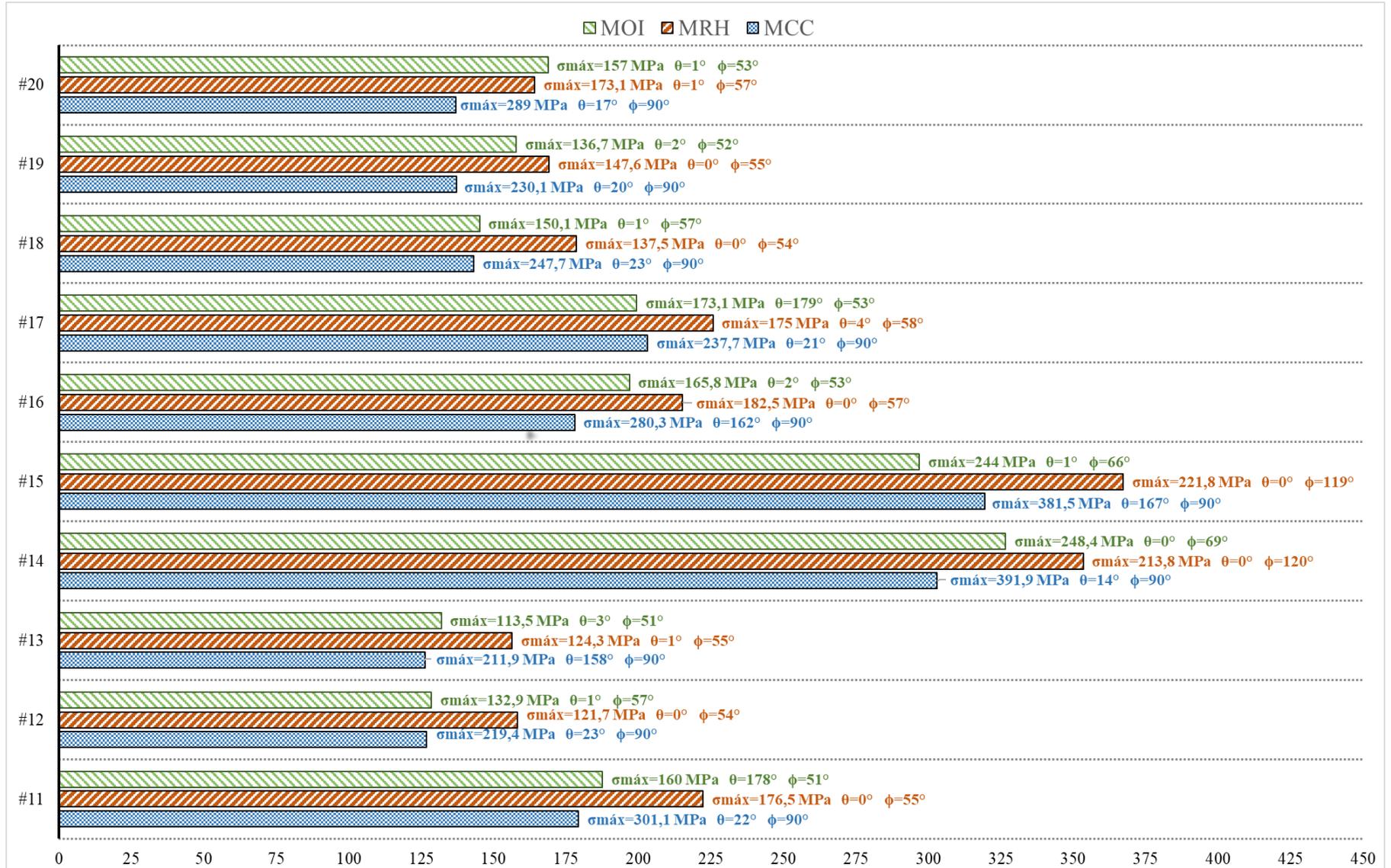


Figura 5.6- Amplitude de Tensão Cisalhante máxima encontrada pelo Modelo de Susmel e Lazzarin (2002) – Testes 11 à 20

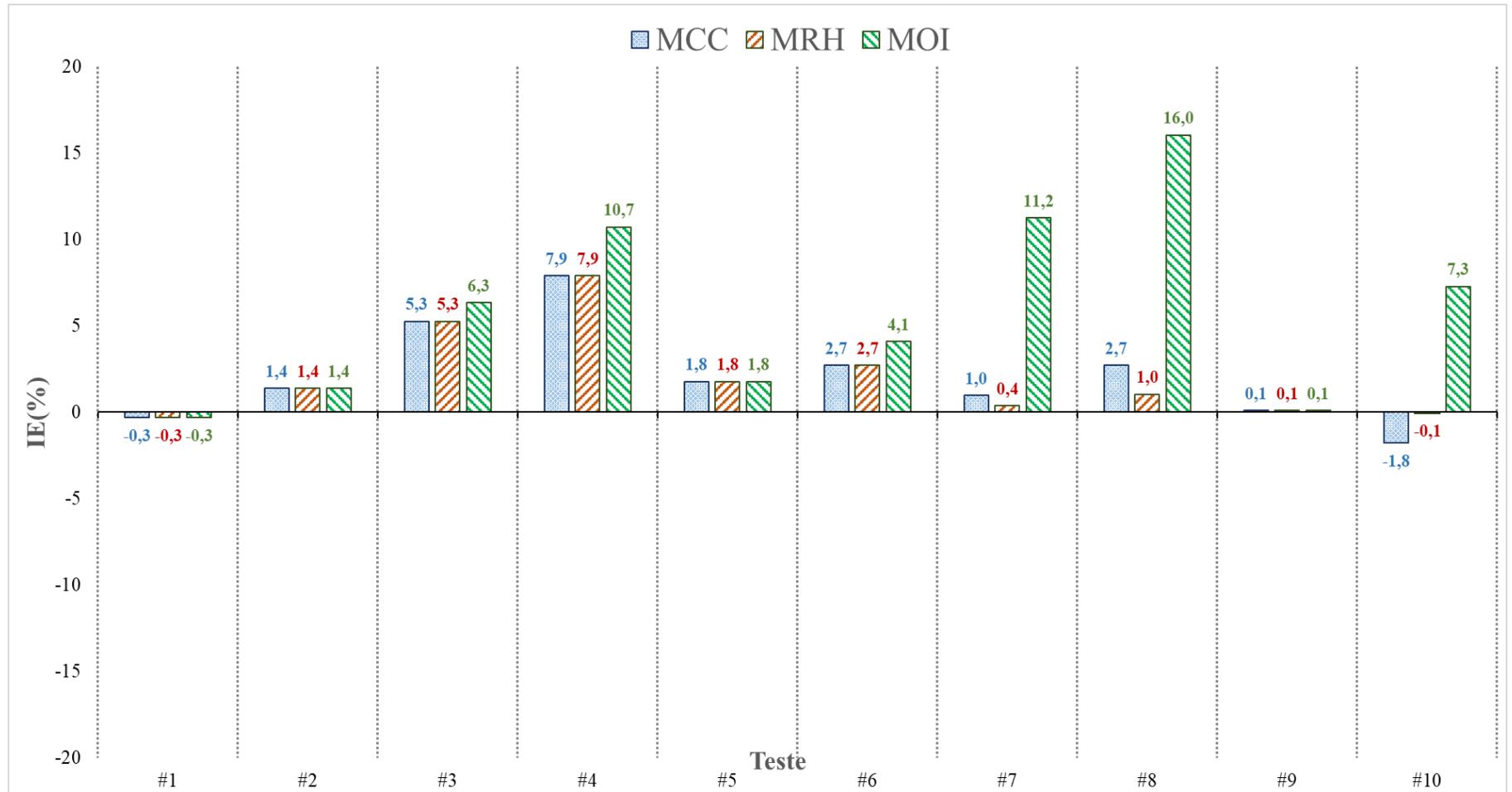


Figura 5.7- IE (%) dos métodos no modelo de Susmel e Lazzarin – Carregamentos Síncronos

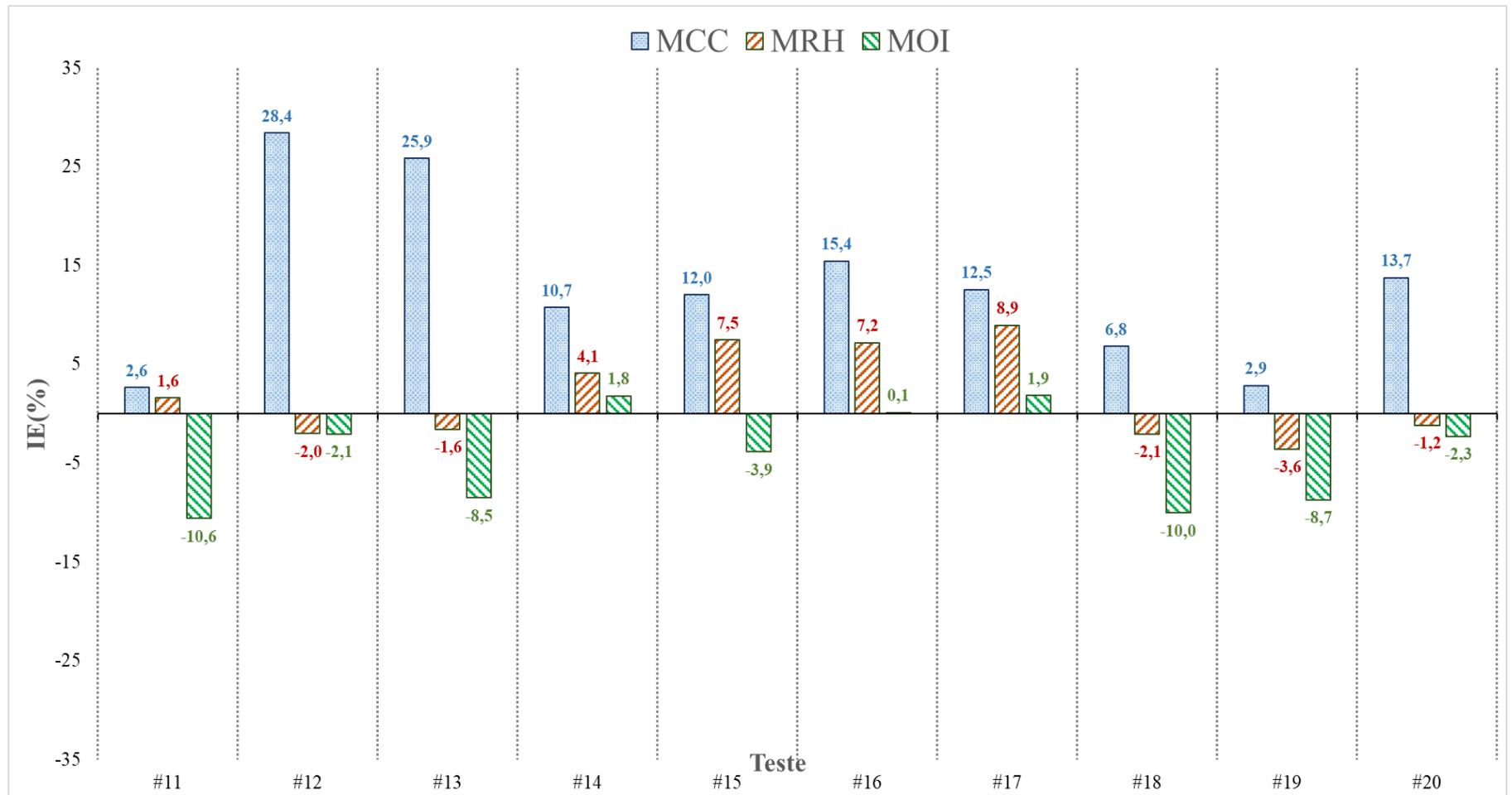


Figura 5.8 IE(%) dos métodos no modelo de Susmel e Lazzarin – Carregamentos Assíncronos

5.5 MÉTODOS APLICADOS AO MODELO DE FINDLEY

Os métodos do MRH, MCC e MOI também foram aplicados ao modelo proposto por Findley. A Tabela 5.5 apresenta os valores de amplitude de tensão cisalhante τ_a , tensão normal máxima σ_n no plano θ e φ que, segundo o critério de Findley (1959) aplicado ao Método da Menor Circunferência Circunscrita (MCC) é crítico para os experimentos correspondentes, além dos respectivos índices de erro de cada experimento. Analogamente, os valores calculados utilizando o MRH aplicado ao Critério de Findley estão discriminados na Tabela 5.6. Os resultados calculados aplicando-se o Método do Momento de Inércia no Modelo de Findley estão dispostos na Tabela 5.7.

As representações gráficas das magnitudes de tensão cisalhante e respectivos valores de tensão normal máxima $\sigma_{n,c}$ e plano θ vs φ estão dispostas na Figura 5.9 para casos síncronos (testes 1 a 10) e na Figura 5.10 (testes 11 a 20) para os testes assíncronos. É possível perceber que os valores de τ_a se equivalem para os casos 1,2,5 e 9. Assim como no método de Susmel e Lazzarin, todos os carregamentos proporcionais efetuados (testes 1,5 e 9) encontraram os mesmos valores de $\tau_a, \sigma_{n,c}, \theta$ e φ não obstante ao modelo utilizado. Ainda para os testes síncronos, as tensões cisalhantes encontradas utilizando o método MOI a este modelo são iguais ou superiores às encontradas nos demais modelos.

Nos casos assíncronos representados na Figura 5.10, nota-se que os valores de amplitude de tensão cisalhante, planos e tensões normais de todos os métodos se assemelham para os experimentos 12 e 13. Nos demais testes, observa-se que o MRH possui os menores valores de τ_a e o MCC os maiores.

A Figura 5.11 demonstra que o Modelo de Findley obtém resultados bastantes satisfatórios ao ser aplicado à carregamentos síncronos. Dentre estes, destaca-se o MRH com os menores índices de erro encontrados. Para os carregamentos assíncronos representados na Figura 5.12, o MOI apresentou índice de erros menores nos testes 14,15,16 e 17. O MRH obteve melhores resultados nos experimentos 11,18 e 19 e o MCC obteve o menor índice de erro no teste 20. Para os ensaios 12 e 13, o MRH e MCC obtiveram os mesmos índices de erro, com resultados mais próximos ao limite de resistência do que aqueles apresentados pelo MOI.

Tabela 5.5 - Resultados obtidos para carregamentos de flexão e torção síncronos (testes 1 a 10) e assíncronos (testes 11 a 20) em fase e fora de fase obtidos através do critério de Findley (1959) utilizando o MCC para determinação do Plano Crítico

Método Mínima Circunferência (MCC) aplicado ao Modelo de Findley

<i>Teste</i>	τ_a (MPa)	$\sigma_{n,c}$ (MPa)	θ (°)	φ (°)	IE (%)
1	175,77	111,41	72	90	0,13
2	177,98	114,68	175	90	1,60
3	179,84	134,32	176	90	4,79
4	181,70	150,20	0	90	7,55
5	168,97	161,69	164	90	2,56
6	167,57	171,50	163	90	3,00
7	151,86	208,00	164	90	-0,59
8	129,00	258,00	0	90	-6,16
9	157,90	186,65	153	90	-0,05
10	148,53	198,94	38	90	-3,29
11	179,39	300,96	21,0	90	-4,06
12	126,71	219,58	22,0	90	1,29
13	126,26	211,88	158,0	90	-1,33
14	297,50	417,27	19,0	90	7,43
15	313,36	412,80	162,0	90	10,62
16	177,68	281,39	19,0	90	7,09
17	166,21	329,15	163,0	90	11,18
18	143,22	247,72	23,0	90	-3,88
19	137,30	230,12	20,0	90	-8,96
20	136,66	290,01	18,0	90	-0,26

Tabela 5.6 - Resultados obtidos para carregamentos de flexão e torção síncronos (testes 1 a 10) e assíncronos (testes 11 a 20) em fase e fora de fase obtidos através do critério de Findley (1959) utilizando o MRH para determinação do Plano Crítico

Método do Maior Retângulo Circunscrito (MRH) aplicado ao Modelo de Findley

<i>Teste</i>	τ_a (MPa)	$\sigma_{n,c}$ (MPa)	θ (°)	φ (°)	IE (%)
1	175,77	111,41	72	90	0,13
2	177,98	114,68	175	90	1,60
3	179,84	134,32	176	90	4,79
4	181,70	150,20	0	90	7,55
5	168,97	161,69	164	90	2,56
6	167,57	171,50	163	90	3,00
7	155,89	194,57	168	70	-0,14
8	157,15	197,36	0	61	0,81
9	157,90	186,65	153	90	-0,05
10	154,99	194,22	0	53	-0,62
11	219,26	203,85	7	121	1,54
12	126,71	219,58	22	90	1,29
13	126,26	211,88	158	90	-1,33
14	322,37	368,54	16	73	8,47
15	334,50	370,76	16	74	11,45
16	201,62	237,52	12	111	7,87
17	207,08	263,11	170	67	13,99
18	165,76	205,55	17	114	-0,90
19	162,41	182,49	174	115	-5,73
20	147,97	264,54	15	74	0,59

Tabela 5.7 - Resultados obtidos para carregamentos de flexão e torção síncronos (testes 1 a 10) e assíncronos (testes 11 a 20) em fase e fora de fase obtidos através do critério de Findley (1959) utilizando o MOI para determinação do Plano Crítico

Método do Momento de Inércia (MOI) aplicado ao Modelo de Findley

<i>Teste</i>	τ_a (MPa)	$\sigma_{n,c}$ (MPa)	θ (°)	φ (°)	IE (%)
1	175,8	111,4	72,0	90,0	0,13
2	178,0	114,7	175,0	90,0	1,60
3	184,5	127,8	178,0	107,0	6,36
4	193,3	130,9	0,0	69,0	11,06
5	169,0	161,7	164,0	90,0	2,56
6	169,4	177,4	170,0	68,0	4,59
7	183,3	187,6	179,0	60,0	12,67
8	193,3	193,5	0,0	60,0	18,33
9	157,9	186,7	153,0	90,0	-0,05
10	170,5	204,3	0,0	55,0	8,26
11	181,9	212,7	15,0	58,0	-11,57
12	107,4	218,7	18,0	90,0	-3,53
13	106,1	211,4	26,0	90,0	-6,23
14	300,2	397,6	165,0	90,0	6,18
15	269,3	388,4	14,0	90,0	-1,74
16	177,6	245,3	19,0	69,0	1,03
17	173,7	302,7	159,0	108,0	9,31
18	132,4	221,2	13,0	107,0	-12,32
19	147,7	185,0	16,0	64,0	-11,43
20	150,0	261,0	21,0	109,0	0,89

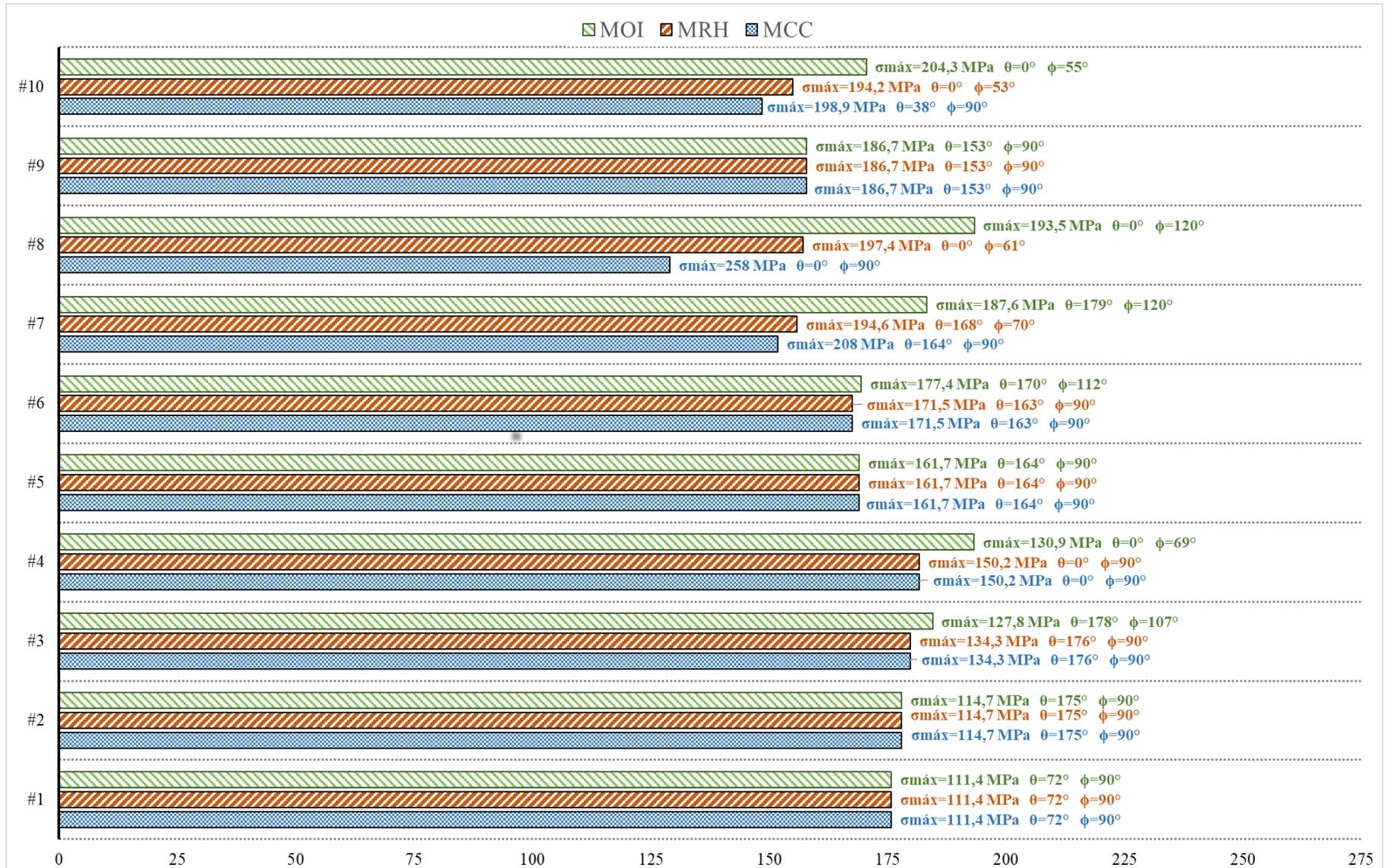


Figura 5.9 - - Amplitude de Tensão Cisalhante máxima encontrada pelo Modelo de Findley (1959) – Testes 1 à 10

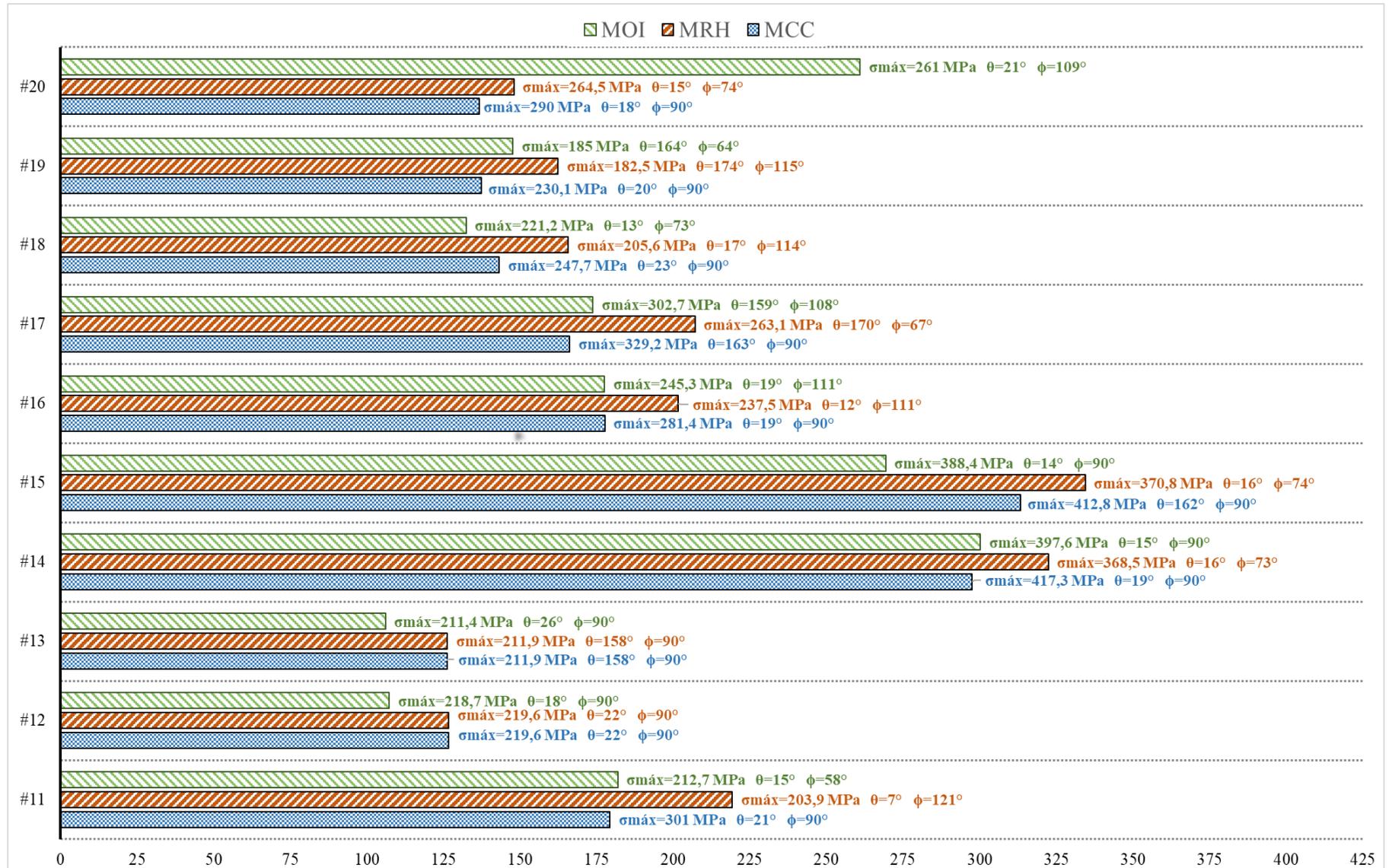


Figura 5.10 - Amplitude de Tensão Cisalhante máxima encontrada pelo Modelo de Findley (1959) – Testes 11 à 20

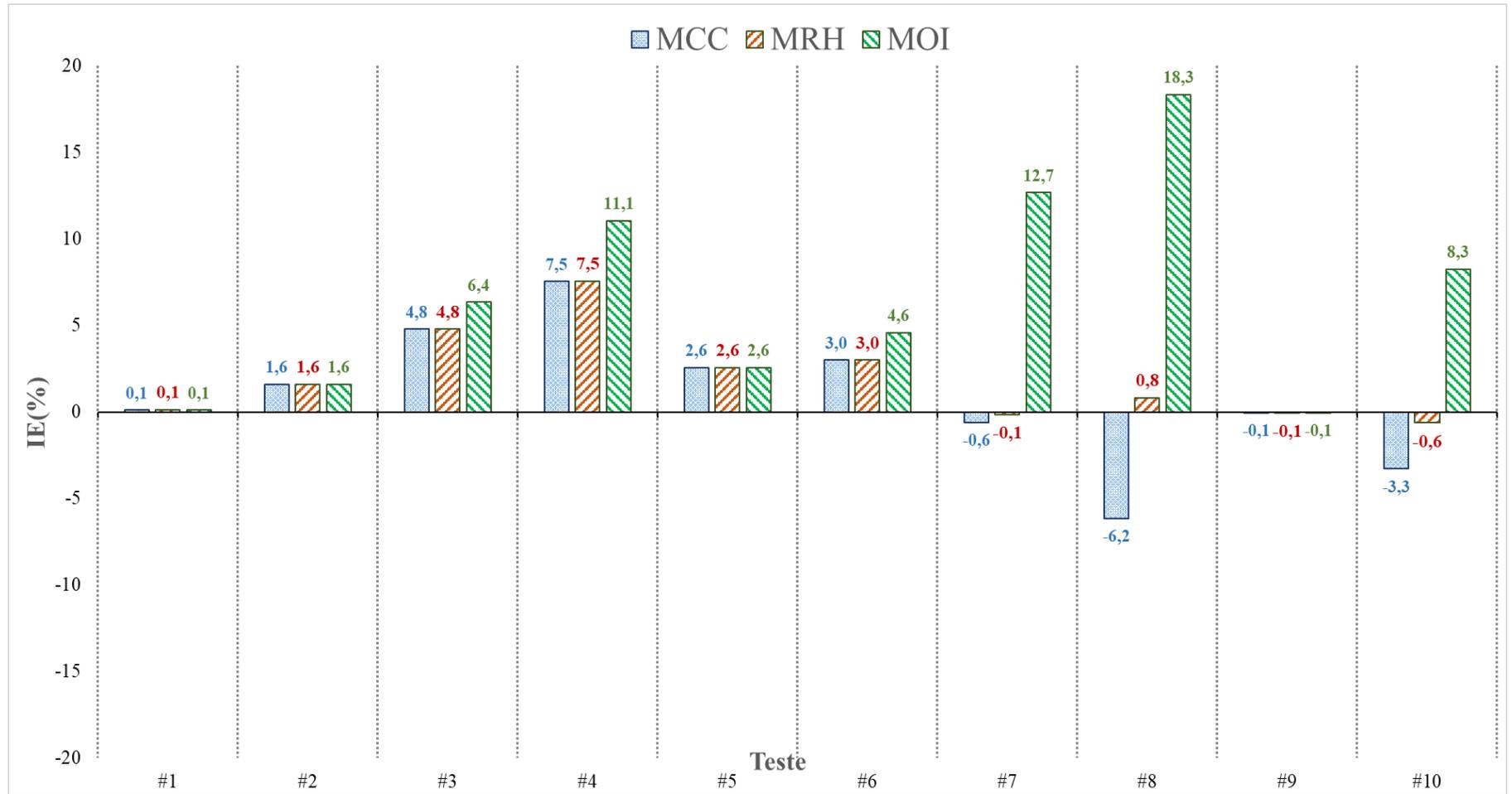


Figura 5.11- IE (%) dos métodos no modelo de Findley(1959) – Carregamentos Síncronos

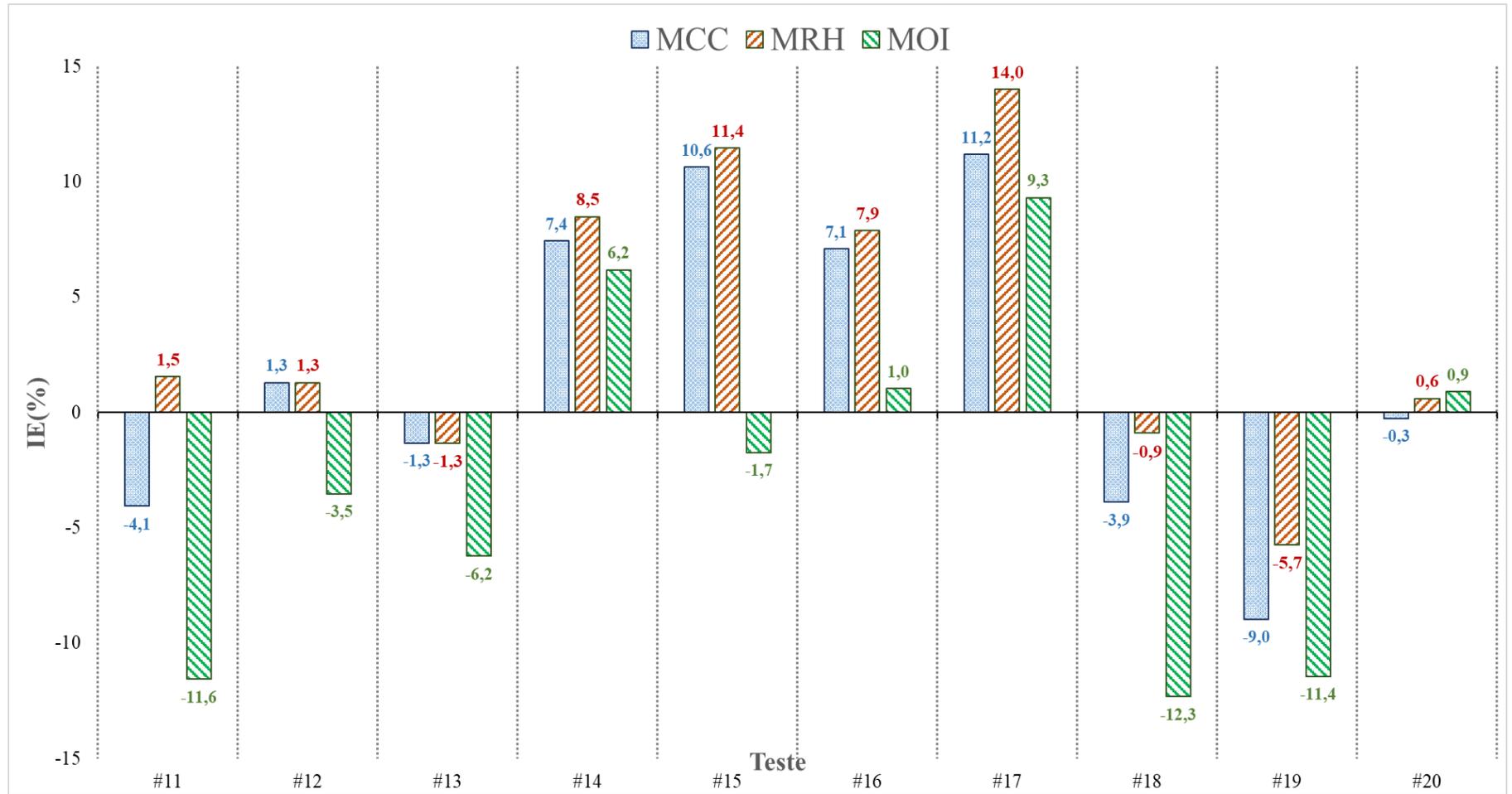


Figura 5.12- IE (%) dos métodos no modelo de Findley(1959) – Carregamentos Assíncronos

5.6 MÉTODOS APLICADOS AO MODELO DE MATAKE

O modelo de Matake também foi aplicado em conjunto com os métodos MCC, MRH e MOI. Os resultados obtidos de acordo com cada método estão discriminados na Tabela 5.8, Tabela 5.9 e Tabela 5.10, respectivamente para o MCC, MRH e MOI.

No modelo de Matake (1977) nota-se que, em carregamentos síncronos, os métodos MRH e MCC obtêm planos e amplitudes de tensão normal e cisalhante mais semelhantes quando comparadas com a aplicação do MOI. Em analogia ao já apresentado nos resultados antecedentes, os métodos aplicados ao critério de Matake encontram o mesmo plano crítico e tensões correspondentes quando os carregamentos são proporcionais.

Quando o carregamento é assíncrono e, conseqüentemente, não proporcional, observa-se que os métodos MOI e MRH obtêm resultados de tensões e planos mais próximos entre si quando comparados aos MCC. Os experimentos que obtiveram amplitudes de tensão cisalhante foram obtidos aplicando o método MRH ao 7, 8 e 10 tiveram com o MRH os melhores resultados. Para os testes 1, 2, 5 e 9 todos os métodos apresentaram os mesmos índices. Nos testes 3, 4 e 6, os menores índices de erro foram encontrados com o uso do MRH e/ou do MCC.

Em carregamentos assíncronos, os ensaios 11 e 18 obtiveram os menores índices de erro através do método MCC. Para os testes 12, 13, 19 e 20, o MRH obteve os menores índices. Nos demais testes (14, 15, 16 e 17), o MOI obteve os resultados mais próximos ao limite de resistência λ_m . A Figura 5.15 e a Figura 5.16 demonstram os resultados de IE (%) obtidos ao se aplicar os respectivos métodos ao modelo.

Tabela 5.8 - Resultados obtidos para carregamentos de flexão e torção síncronos (testes 1 a 10) e assíncronos (testes 11 a 20) em fase e fora de fase obtidos através do critério de Mataka (1977) utilizando o MCC para determinação do Plano Crítico

Método Mínima Circunferência (MCC) aplicado ao Modelo de Mataka

<i>Teste</i>	τ_a (MPa)	$\sigma_{n,c}$ (MPa)	$\theta(^{\circ})$	$\varphi(^{\circ})$	IE(%)
1	180,74	73,94	78	90	0,66
2	180,74	90,58	170	90	2,58
3	180,49	129,58	174	90	6,96
4	181,7	150,2	0	90	9,96
5	173,39	125,71	158	90	2,90
6	170,42	146,15	158	90	3,74
7	154,51	185,74	157	90	0,21
8	129	258	0	90	-4,45
9	162,16	153,01	147	90	0,32
10	152,16	170,01	136	90	-2,81
11	179,35	301,07	22	90	-1,90
12	126,85	219,41	23	90	22,40
13	126,26	211,88	158	90	19,71
14	302,96	391,93	14	90	12,03
15	319,38	381,49	167	90	15,09
16	177,97	280,31	162	90	13,93
17	203,14	237,72	21	90	16,32
18	143,22	247,72	23	90	-0,12
19	137,3	230,12	17	90	-5,35
20	151,03	253,13	20	90	4,12

Tabela 5.9- Resultados obtidos para carregamentos de flexão e torção síncronos (testes 1 a 10) e assíncronos (testes 11 a 20) em fase e fora de fase obtidos através do critério de Matake (1977) utilizando o MRH para determinação do Plano Crítico

Método do Maior Retângulo Circunscrito(MRH) aplicado ao Modelo de Matake

<i>Teste</i>	τ_a (MPa)	$\sigma_{n,c}$ (MPa)	θ (°)	φ (°)	IE(%)
1	180,74	73,935	78	90	0,66
2	180,74	90,58	170	90	2,58
3	180,49	129,58	174	90	6,96
4	181,7	150,2	0	90	9,96
5	173,39	125,71	158	90	2,90
6	170,42	146,15	158	90	3,74
7	159,65	164,1	169	59	0,33
8	161,22	164,56	0	53	1,18
9	162,16	153,01	147	90	0,32
10	158,91	162,87	0	133	-0,19
11	222,29	176,48	0	55	2,74
12	158,22	121,74	0	54	3,19
13	156,42	124,33	1	55	3,31
14	353,43	213,75	0	120	7,57
15	367,25	221,84	0	119	11,75
16	215,01	182,52	0	57	11,59
17	225,72	175	4	58	14,38
18	178,63	137,45	0	54	-1,09
19	169,19	147,62	0	55	-3,70
20	164,16	173,13	1	57	-2,09

Tabela 5.10- Resultados obtidos para carregamentos de flexão e torção síncronos (testes 1 a 10) e assíncronos (testes 11 a 20) em fase e fora de fase obtidos através do critério de Matake (1977) utilizando o MOI para determinação do Plano Crítico

Método do Momento de Inércia (MOI) aplicado ao Modelo de Matake

<i>Teste</i>	τ_a (MPa)	$\sigma_{n,c}$ (MPa)	θ (°)	φ (°)	IE(%)
1	180,74	73,935	78	90	0,66
2	180,74	90,58	170	90	2,58
3	186,11	115,47	176	8	8,20
4	194,18	123,37	0	115	13,22
5	173,39	125,71	158	90	2,90
6	173,4	147,36	164	66	5,40
7	186,47	163,31	174	56	13,90
8	196,48	168,86	0	54	19,65
9	162,16	153,01	147	90	0,32
10	174,4	173,44	0	131	8,92
11	187,58	160,01	2	129	-12,24
12	128,55	132,9	1	57	-5,09
13	131,97	113,44	3	129	-10,06
14	326,67	248,4	0	69	4,25
15	296,86	244,02	1	66	-3,53
16	196,87	165,82	178	53	1,96
17	199,42	173,03	179	53	4,12
18	150,68	130,5	178	52	-14,38
19	157,85	136,72	178	52	-10,31
20	168,82	157	1	53	-2,46

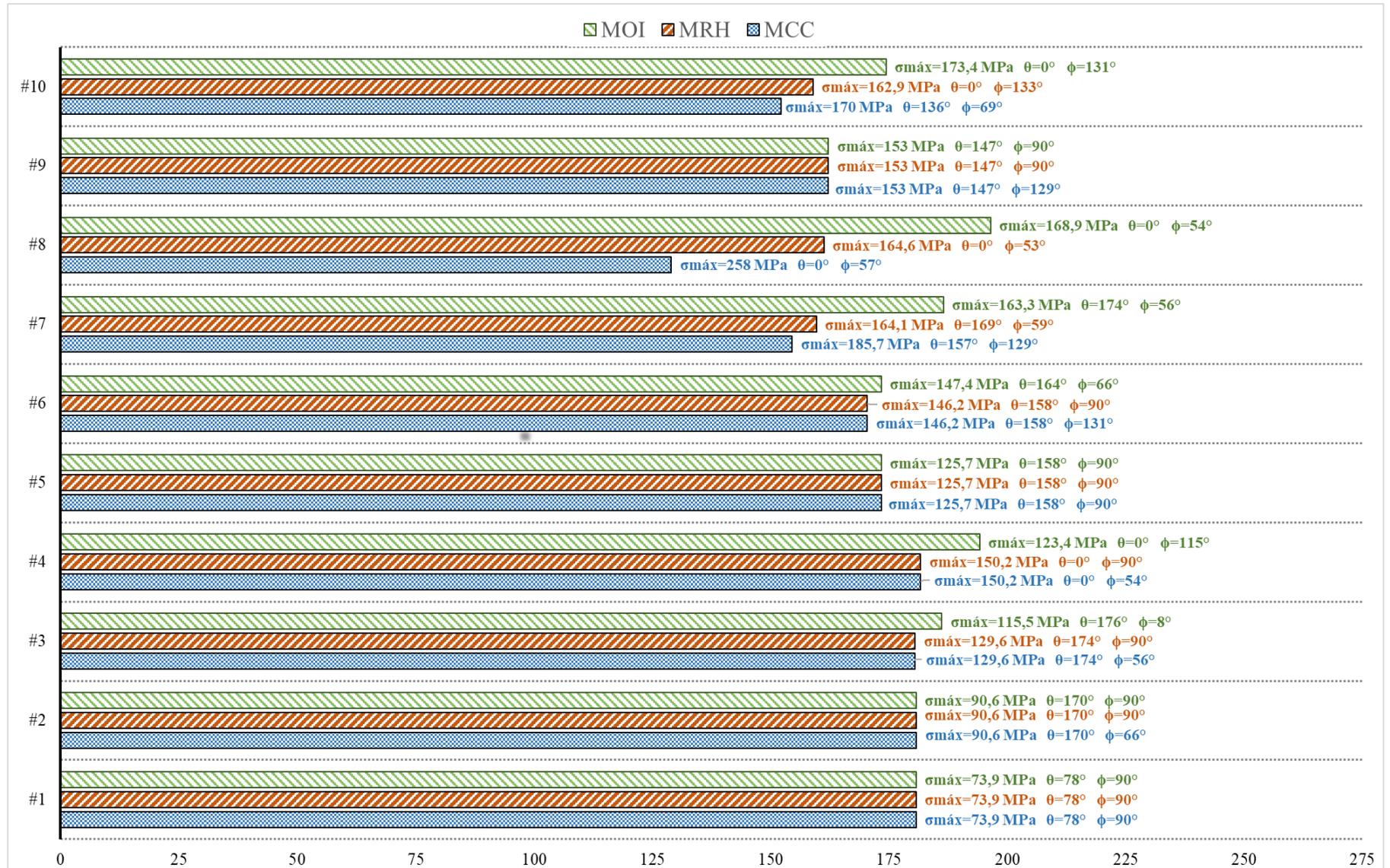


Figura 5.13- Amplitude de Tensão Cisalhante máxima encontrada pelo Modelo de Matake (1977) – Testes 1 à 10

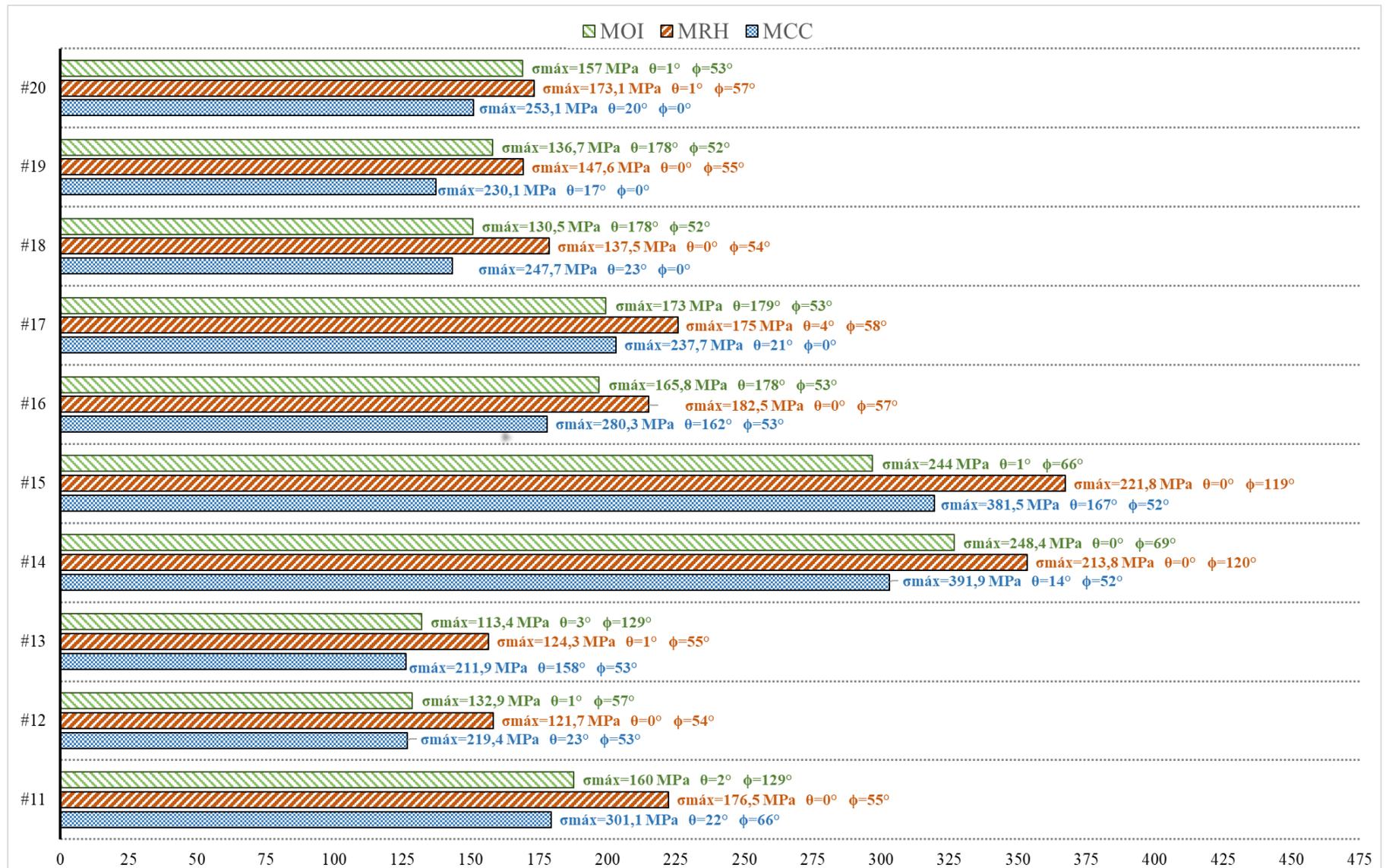


Figura 5.14- Amplitude de Tensão Cisalhante máxima encontrada pelo Modelo de Matake (1977) – Testes 11 à 20

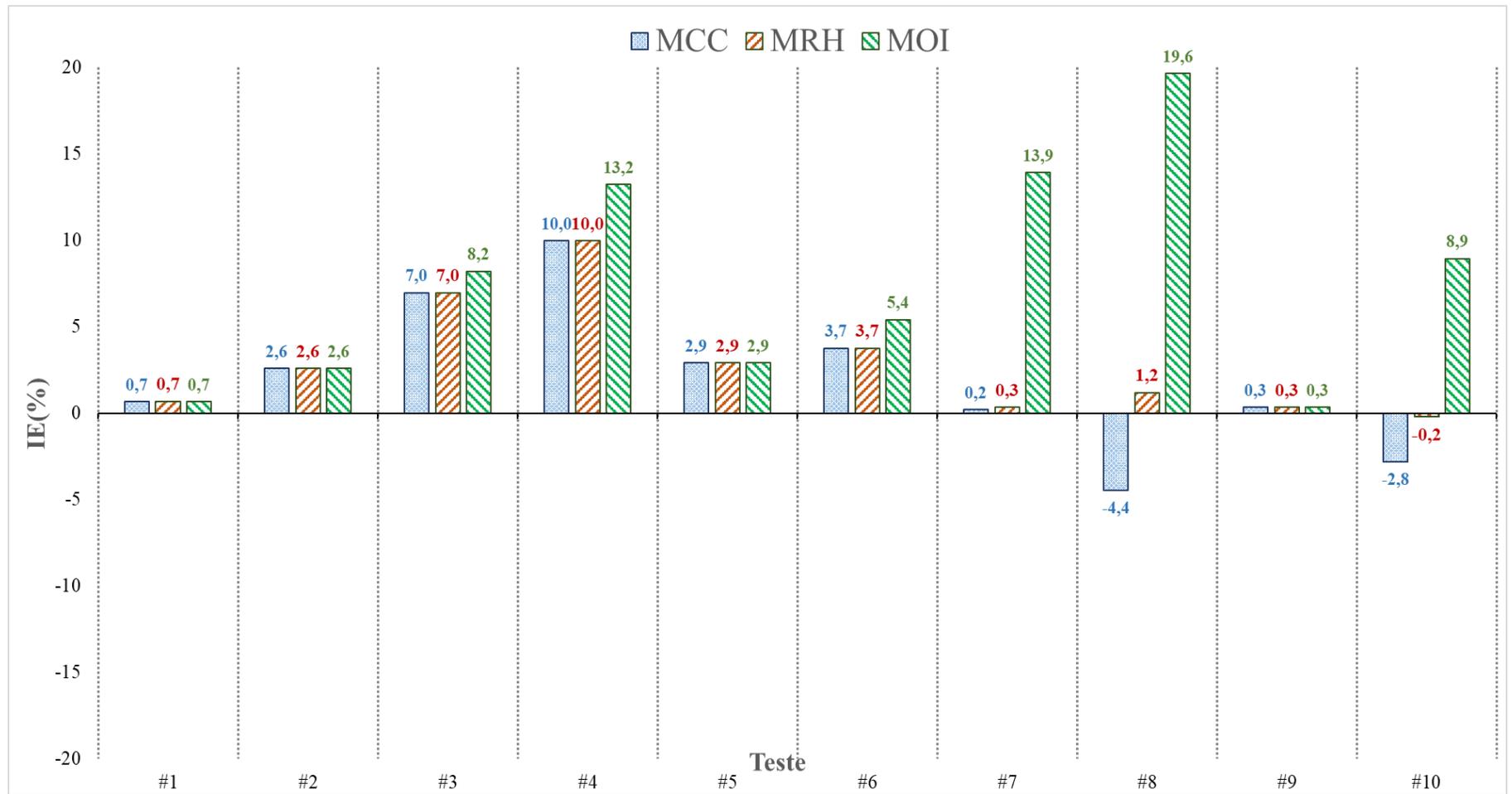


Figura 5.15- IE (%) dos métodos no modelo de Mataka – Carregamentos Síncronos

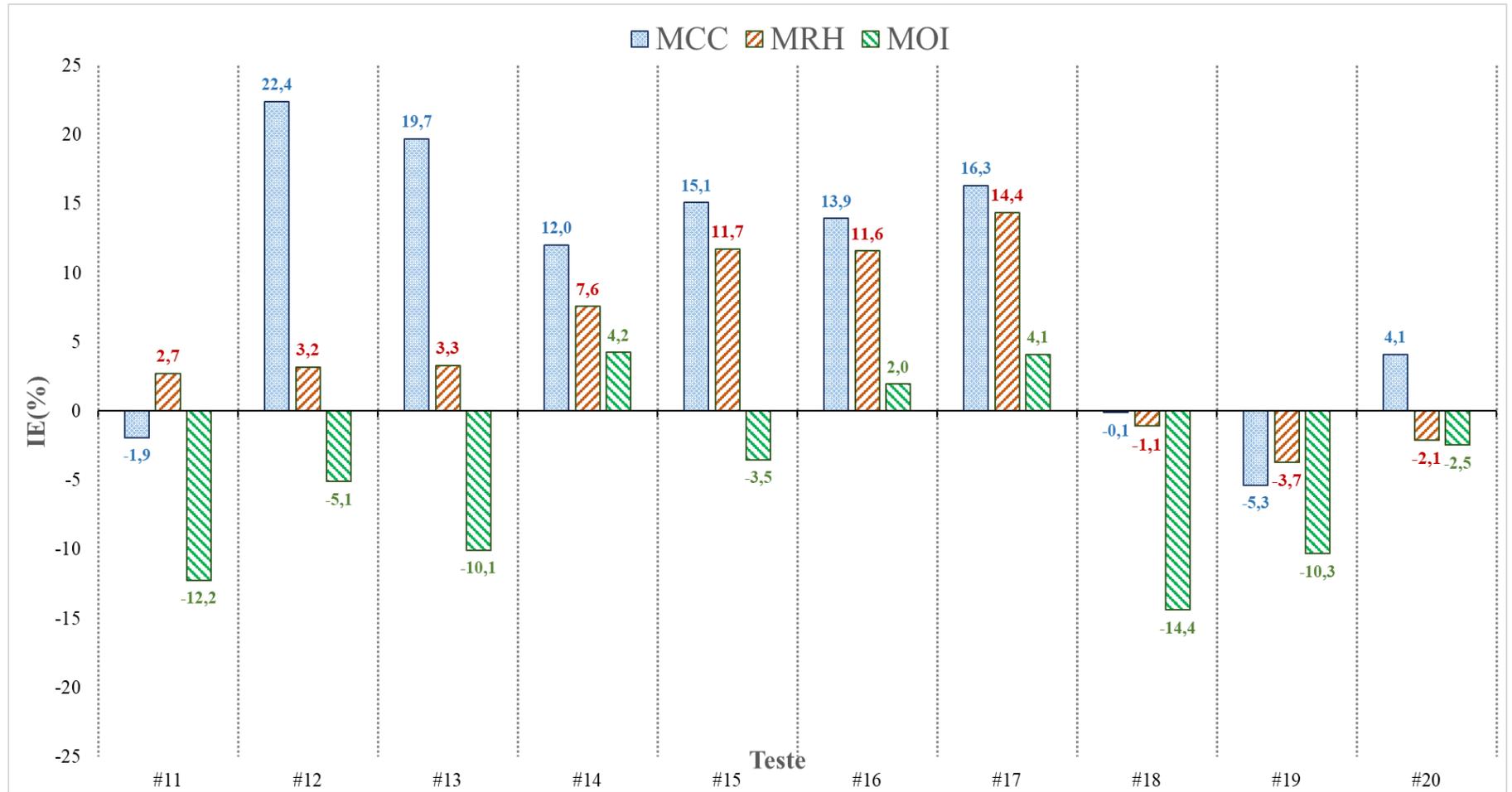


Figura 5.16- IE (%) dos métodos no modelo de Matake – Carregamentos Assíncronos

5.7 COMPARATIVO MÉTODO/MODELO

A Figura 5.17 expressa graficamente os valores obtidos em termos de índice de erro percentual ao se aplicar, apenas nos testes síncronos (testes 1 a 10), os métodos MCC, MRH e MOI nos modelos de Susmel e Lazzarin (2002), Findley (1959) e Mataka (1977). Nota-se que para os testes 1,2,5,6 e 9, a utilização de qualquer método e de qualquer modelo não altera significativamente os resultados obtidos. Ao se comparar os métodos, verifica-se que o MRH é o que mais se aproxima dos resultados ideais (IE próximo de 0) principalmente nos testes 3,4,8 e 10.

Quanto ao método MOI, os resultados obtidos demonstram que este possui erros maiores quando comparado com MCC e o MRH nos experimentos 4,7,8 e 10. Estes, por sua vez, têm a característica de serem não proporcionais com ângulo de fase de 60° e 90° . Para os carregamentos não proporcionais com ângulos de fase iguais a 30° , o MOI possui resultados mais próximos aos dos outros métodos. O MRH apresentou índice de erro médio de 2,36%, o MCC de 2,97% e o MOI de 6,68%. Estes índices de erro médio para cada método foram calculados somando-se os índices de erro estimados em todos os experimentos para cada modelo multiaxial estudado e dividindo-se pelo número total de análises (30).

Em termos de Modelo de Fadiga, ainda pela Figura 5.17, é possível perceber que, em geral, os critérios de Findley (1959) e Susmel e Lazzarin (2002) possuem resultados de IE mais próximos de 0% do que aqueles apresentados pelo modelo de Mataka.

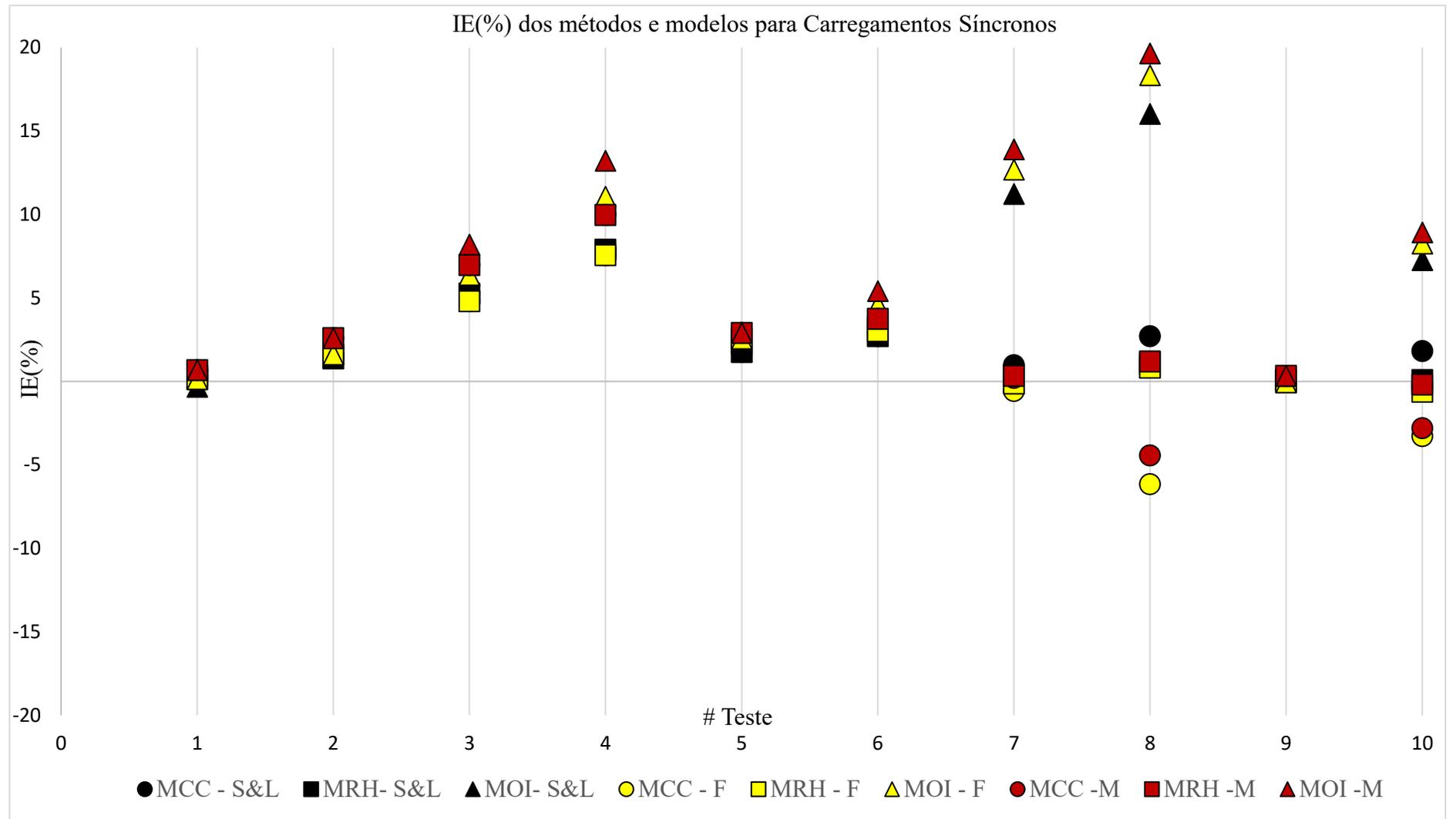


Figura 5.17– IE (%) para carregamentos síncronos

Nos carregamentos assíncronos dispostos na Figura 5.18, o método do MOI possui resultados bastantes satisfatórios, principalmente nos experimentos 14 a 17, no qual ele se aproxima bem mais do IE nulo do que os demais. Exceto nos testes 18 a 20, o MCC apresenta resultados com mais variações quando comparado com os demais

Os resultados percentuais de IE aplicando o MRH possuem pouca variação, em torno de $\pm 5\%$ do resultado ideal, exceto nos testes 14 a 17, onde o MOI se destaca. Para os modelos, os propostos por Findley (1959) e Susmel e Lazzarin (2002) destoam, em termos de acurácia, do critério de Mataka (1977), onde este só é mais relevante no teste 18. O MRH apresentou índice de erro médio de 5,14%, o MOI de 6,08% e o MCC de 9,94%.

A distância observada do ângulo de fase em 60° e 90° nos carregamentos síncronos aplicando o MOI não pôde ser observada nos carregamentos assíncronos, uma vez que o teste 20, único com ângulo de fase de 90° , resultou em índice de erro satisfatório aplicando tal modelo. Contudo, nos testes 11, 18 e 19, o MOI apresentou maiores índices de erro do que o MRH e o MCC.

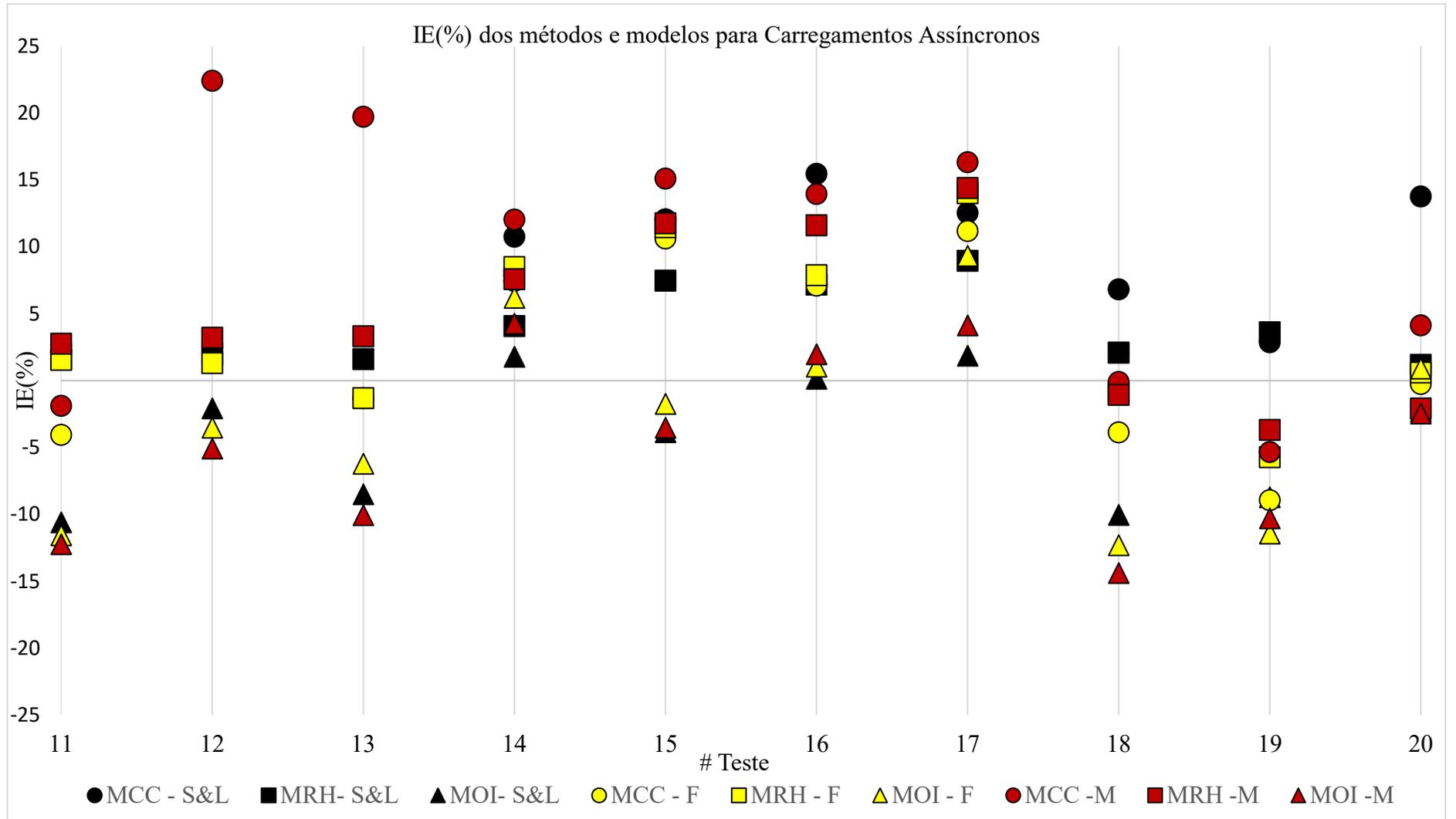


Figura 5.18– IE (%) para carregamentos assíncronos

A Figura 5.19 apresenta os menores valores percentuais de índice de erro de cada teste obtidos para cada método quando aplicado a cada modelo. Os rótulos de cada ponto descrevem, sequencialmente, o melhor método, o melhor modelo e a diferença de fase β_{xy} de cada teste. Caso todos os métodos encontrassem o mesmo valor, o método no ponto é omitido (Ex.: teste 1). Para os carregamentos síncronos, nota-se que o modelo proposto por Findley (1959) é o que mais se aproxima dos dados experimentais, apresentando menores índices de erro nos experimentos 1,3,4,7,8 e 9. O critério proposto por Susmel e Lazzarin (2002) apresenta os menores índices de erro para os ensaios 2,5,6 e 10. Quanto aos métodos, o MRH demonstrou-se mais próximo do resultado experimental para os testes 7,8 e 10 e, para os ensaios 3,4 e 6, tanto o MCC quanto o MRH demonstraram-se igualmente acurados. Nos demais testes síncronos, a utilização de qualquer método resulta no mesmo índice de erro.

Quanto aos carregamentos assíncronos, o modelo de Susmel e Lazzarin (2002) demonstrou-se melhor quando aplicado aos testes 14,16,17 e 19. Para os demais testes, o modelo de Findley (1959) obteve os menores índices de erro, exceto no experimento 18, que teve no modelo de Mataka (1977) o menor índice de erro. O método MRH em conjunto com o MCC obteve os menores índices de erro nos testes 12 e 13. O MRH obteve o menor índice de erro no teste 11 e o MOI apresentou melhores resultados nos testes 14 a 17. Para os demais (testes 18 a 20), o MCC obteve os menores índices.

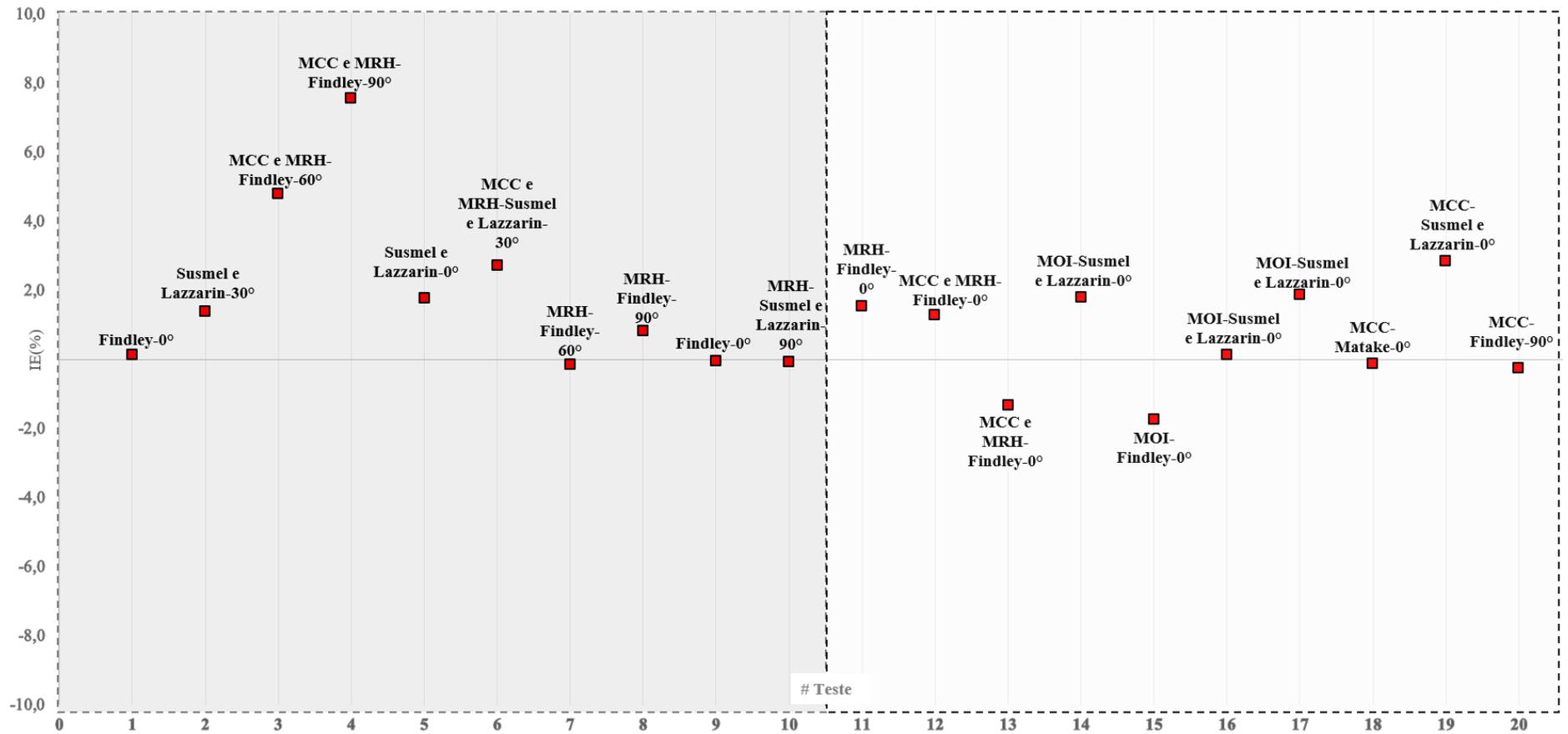


Figura 5.19– Menores IE (%) encontrados por método e modelo

A Tabela 5.11 apresenta, ainda, os percentuais de desvios médios padrão de índice de erro de cada método em cada modelo. É possível verificar que o MRH apresenta índices mais consistentes, variando menos do que aqueles apresentados pelos outros métodos em qualquer modelo utilizado tanto nos casos síncronos e assíncronos. Destaca-se o desvio padrão de apenas 2,51% e 2,46% obtido por este método utilizando o modelo de Susmel e Lazzarin (2002) e de Findley (1957), respectivamente nos casos síncronos. Esta estabilidade de resultados não é visualizada nos métodos MOI e MCC.

Tabela 5.11 -Desvio Padrão dos métodos nos modelos estudados

	<i>Susmel e Lazzarin</i>			<i>Findley</i>			<i>Matake</i>		
	MCC	MRH	MOI	MCC	MRH	MOI	MCC	MRH	MOI
<i>Desvio Síncrono</i>	2,67	2,51	5,19	3,72	2,46	6,31	4,06	3,13	6,10
<i>Desvio Assíncrono</i>	8,15	4,43	4,88	6,50	6,01	6,07	9,20	5,98	6,48

Em termos de tempo de processamento, a aplicação do MOI mostrou-se expressivamente mais rápida quando comparada com os demais métodos, sendo aproximadamente 10 vezes mais rápido que o MRH. Estes métodos, por sua vez, apresentaram tempos de processamento melhores que o MCC conforme demonstrado na Figura 5.20, que avaliou a aplicação dos métodos no processamento do teste nº1 desta dissertação. Outra importante observação no tempo de processamento do MRH foi quanto ao ângulo de rotação do retângulo que, nos códigos efetuados, foi variado de 1 em 1 grau.

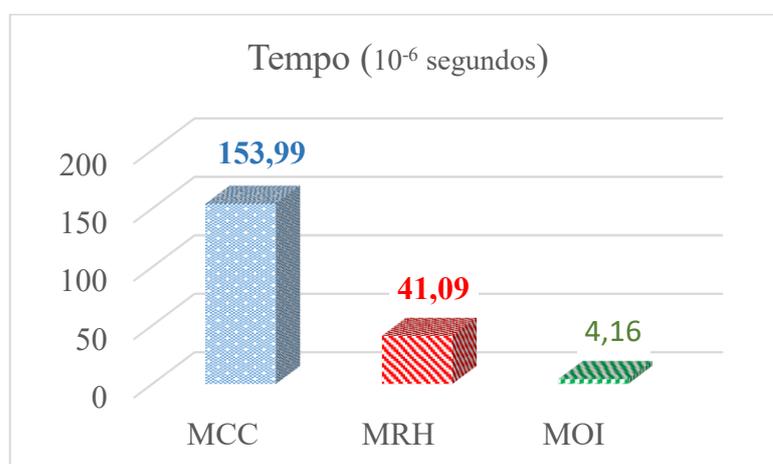


Figura 5.20– Tempos de processamento dos métodos para determinação da maior amplitude de tensão cisalhante

A avaliação dos resultados obtidos pelos diferentes métodos e modelos aplicados e analisados nesta dissertação permite verificar aspectos relevantes quanto às melhores formas de se aplicar o MRH, o MCC e o MOI nos critérios de Findley, Matake e Susmel e Lazzarin. Observa-se que o MRH é o método que possui os resultados mais constantes, corroborado pela Tabela 5.11 onde, em todos os casos, o MRH apresentou os menores valores de desvio padrão em todos os cenários analisados e, dentre estes, os menores valores observados são obtidos pelo critério de Susmel e Lazzarin (2002).

CONCLUSÃO E DISCUSSÕES

A partir das análises dos resultados obtidos neste trabalho quanto ao desempenho dos métodos para cálculo da amplitude de tensão de cisalhamento em modelos multiaxiais de plano crítico e quanto a acurácia destes modelos pode-se concluir que:

- O método MRH é o que possui os resultados mais constantes, onde o desvio padrão altera menos quando aplicado a qualquer tipo de modelo.
- A aplicação do MRH é aquela que exige menor complexidade numérica e, assim como o MCC, é de fácil visualização dos resultados. Contudo, o MOI demonstrou ser o método mais rápido quando comparado com os demais.
- O uso dos modelos de Susmel e Lazzarin (2002) e de Findley (1959) apresentaram resultados mais acurados quando comparados com o modelo de Matake (1977).

SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

A presente dissertação avaliou três métodos de determinação da amplitude de tensão cisalhante máxima aplicadas à três diferentes modelos de plano crítico para fadiga multiaxial de alto ciclo. Com os resultados obtidos, sugere-se estudos mais aprofundados sobre o tópico uma vez que, para os diferentes tipos de materiais aplicados à variadas tensões multiaxiais, pôde-se verificar que as amplitudes máximas de tensões cisalhantes encontradas, principalmente àquelas referentes à carregamentos assíncronos, diferem muito por tipo de método/critério. Ainda, nestes tipos de carregamentos, percebe-se que o MOI obtivera seus melhores resultados onde o carregamento era assíncrono, especificamente para os aços 30NCD16 e 39NiCrMo3. Além disso, verificou-se também que o método do Momento de Inércia em carregamentos síncronos não proporcionais com diferença de fase β_{xy} igual ou superior à 60° obteve resultados mais discrepantes aplicados a qualquer critério.

Com isso, propõe-se estender este trabalho para novos experimentos comparando o MOI, MCC e MRH em carregamentos assíncronos com ângulos de fase não nulos, utilizando principalmente os critérios de Findley (1959) e Susmel e Lazzarin (2002), que obtiveram os melhores resultados em um contexto geral.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Atkinson, R. J.; Winkworth, W. J.; Norris, G. M. (1960). *Behaviour of skin fatigue cracks at the corners of windows in a comet fuselage*.
- Bairstow, L. (1911). The Elastic Limits of Iron and Steel under Cyclical Variations of Stress. *Phil. Trans. Roy. Soc. London, Ser.A, vol.210*.
- Basquin, O. (1910). The exponential law of endurance tests. *Proceedings of the American Society for Testing and Materials*, 625-630.
- Bernasconi, A., & Papadopoulos, I. (2005). *Comp. Mat. Science*, 355-368.
- Brown, M., & Miller, K. (1973). A theory for fatigue failure under multiaxial stress strain condition. *Proc Inst Mech Engrs*, 187:745-755.
- Coffin, L. F. (1954). A Study of the Effects of Cyclic Thermal Stresses on a Ductile Metal. *Trans. ASME, Vol. 76*, 931-950.
- Dang Van, K. (1973). Sur la résistance à la fatigue des métaux. *Sci Tech L'armement*. 47:429-53.
- Dang Van, K. L. (1984). Lieurade H.P. Multiaxial fatigue limit: a new approach. *Proc. 6th Int. Conf. Fract. Advances in Fracture Research. Pergamon Press, Oxford*, 1879-1885.
- Dantas, A. (2009). *Proposta Alternativa para Cálculo da Amplitude de tensão cisalhante e uso de Algoritmos Genéticos para determinação do Plano Crítico em Fadiga Multiaxial*. Brasília: Departamento de Engenharia Mecânica, UNB.
- Dantas, A. P., & Araújo, J. A. (2006). *Procedimentos Numéricos para Determinar a Amplitude da Tensão 16° POSMEC*. Uberlândia.
- de, M., Kreveld, M. v., Overmars, M., & Schwarzkopf, O. (1998). *Computational Geometry: Algorithms and Applications*. Berlin: Spinger-Verlag.
- Dowling, N. E. (1999). *Mechanical Behavior of Materials: Engineering Methods for Deformation, Fracture and Fatigue*. New Jersey -EUA: Prentice Hall, Second Ed.
- Ewing, D., & Humphrey, J. (1903). The fracture of metals under rapid alternation of stress. *Phil. Trans. Roy. Soc. London, A200*, 241-250.
- Fadel, A. A. (2010). *Avaliação do Efeito de Tracionamento em Elevados Níveis de EDS sobre a Resistência em Fadiga do Condutor IBIS (CAA 397,5 MCM)*. Brasília.
- Fuchs, H., & Stephens, R. (1980). *Metal Fatigue in Engineering*. Nova Iorque: John Wiley and Sons.
- Gonçalves, C. (2006). *Fadiga Multiaxial Policíclica: Modelagem e Simulação*. Brasília: UNB.

- Gough, H., Pollardand, H., & Clenshaw, W. (1951). Some Experiments on the Resistance of Metals to Fatigue under Combined Stresses. *Aero Research Council, R&M, London*, 2522.
- Grubisic, V., & Simbürger, A. (1976). Fatigue under combined out of phase multiaxial stress. *Proc. Int. Conf. Fatigue Testing and Design, Society of Environmental Engineers, Londres*, 27.1-27.8.
- Gurtin, M. E. (1981). *An Introduction to Continuum Mechanics*. Pittsburgh, Pennsylvania: Academic Press.
- J.A.Araújo, Dantas, A., Castro, F., Mamiya, E., & Ferreira, J. (2011). On the characterization of the critical plane with a simple and fast alternative measure of the shear stress amplitude in multiaxial fatigue. *Elsevier*, 1099.
- Karolczul, A., & Macha, E. (2005). A review of critical plane orientations in multiaxial fatigue failure criteria of metallic materials. *International Journal of Fracture*, 134, 267-304.
- Lanzu, G. (1887). Notes on the Engineering Laboratories of the Massachusetts Institute of Technology. *Minutes of the Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Part I. Vol. 91*, 347-365.
- Lee, S. (1980). *Evaluation of Theories on Multiaxial Fatigue with Discriminating Specimens*. Stanford: Stanford University.
- Leitner, M., Grün, F., Tuncali, Z., Steiner, R., & Chen, W. (2016). Multiaxial fatigue assessment of crankshafts by local stress and critical plane approach. *Frattura ed Integrità Strutturale*, 47-53.
- Lemaitre, J., & Chaboche, J. (1985). *Mecanique des Materiaux Solides*. Dunod, Paris.
- Machado, V. (2014). Determinación del momento de inercia de una barra rectangular con el eje fuera de lo centro de masa: una actividad experimental. *Revista Brasileira de Física Tecnológica Aplicada*, 35-42.
- Mamiya, E., Araújo, J., & Castro, F. (2009). Prismatic hull: A new measure of shear stress amplitude in multiaxial high cycle fatigue. *International Journal of Fatigue*. Vol 31, 1144-1153.
- Manson, S. S. (1953). Behaviour of Materials under Conditions of Thermal Stresses. *University of Michigan Engineering Research Institute*, 9-75.
- Matake, T. (1977). An explanation on fatigue limit under combined stress. *Bulletin of Japan Society Mechanical Engineering*, vol. 20, no. 141, 257-263.
- MATLAB. (s.d.). The language of technical computing. The MathWorks, Inc.
- Matsuishi, M., & Endo, T. (1968). Fatigue of metals subjected to varying stress. *Japan Society of Mechanical Engineers, Fukuoka*.

- McDiarmid, D. (1994). A shear stress based critical-plane criterion for multiaxial fatigue failure for design and life prediction. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, vol. 17, no. 12, 1475-1485.
- McDiarmid, D. (1987). Fatigue under out-of-phase bending and torsion. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, 9(6), 457-475.
- Meggiolaro, M. A., & Castro, J. T. (2015). The moment of inertia method to calculate equivalent ranges in non-proportional tension–torsion histories. *Elsevier*, 231.
- Miner, M. (1945). Cumulative damage in fatigue. *Journal of Applied Mechanics*, A159-A164.
- Palmgren, A. (1945). Die Lebensdauer von Kugellagern, *Verfahrenstechnik*, Vol.68. Berlin, 339-341.
- Papadopoulos, I. (1994). A new criterion of fatigue strength for out-of phase bending. 16:377-84.
- Papadopoulos, I. V. (1987). Fatigue Polycyclique des métaux: une nouvelle approche. *La plus*., Annexe A-1.
- Papadopoulos, I. V. (1998). Critical Plane Approaches in High-Cycle Fatigue On the definition of the amplitude and the mean value of the shear. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, 21:269-285.
- Ritchie, R., & Y. Murakami. (2003). *Comprehensive Structural Integrity: Cyclic loading and fatigue Vol.4*. Elsevier Pergamon.
- Schütz, W. (1996). A History of Fatigue. *Engineering Fracture Mechanics*., 263-300.
- Sears, F., ZEMANSKY, M., & YOUNG, H. (1985). *Física: mecânica da partícula e dos corpos rígidos*. Rio de Janeiro: LTC.
- Socie, D., & Marquis, G. (2000). *Multiaxial Fatigue*. Warrendale, PA: SAE International.
- Susmel, L., & Lazzarin, P. (2002). A bi-parametric Wöhler curve for high cycle multiaxial fatigue assessment. *Blackwell Science Ltd. Fatigue Fract Engng Mater Struct* 25, 63-78.
- Takahashi, B. X. (2014). *Metodologia Moderna para Análise de Fadiga baseada em elementos finitos de componentes sujeitos a fadiga uni e multiaxial*. São Paulo.
- Wang, C., & Brown, M. (1996). Life prediction techniques for variable amplitude multiaxial fatigue - part 1: Theories. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 118, 367-370.
- Weber, W., Keunmeugne, B., Clement, J., & Robert, J. (1999). Improvements of multiaxial fatigue criteria computation for a strong reduction of calculation duration. *Comp. Mater. Sci. Vol 15*, 381-399.
- Wöhler, A. (1860). Versuche über die Festigkeit der Eisenbahnwagenachsen. *Zeitschrift für Bauwesen 10; English summary (1867)*, Vol.4, 160-161.

You, B.-R., & Lee, S.-B. (1996). A critical review on multiaxial fatigue assessments of metal.
Elsevier Science Limited Vol.18, No.4, 235-244.

ANEXOS

8 ROTINAS MATLAB

8.1 FUNÇÃO PARA CÁLCULO DA MAIOR AMPLITUDE DE TENSÃO CISALHANTE UTILIZANDO O MOI

```
function[Ta_MOI]=functionmoi(TA,TB) %ENTRADA DOS VETORES NAS DIREÇÕES DAS
COMPONENTES DO VETOR TENSÃO CISALHANTE

i=1;
L=length(TA);

while i < L
%Cálculo do comprimento infinitesimal do perímetro e somas
dTA(i,1)=TA(i+1,1)-TA(i,1);
dTB(i,1)=TB(i+1,1)-TB(i,1);
dp1(i,1)=sqrt((dTA(i,1)^2)+(dTB(i,1)^2)); %derivada do perímetro

%Para tensões principais no centroide
TAc(i,1) = (TA(i+1,1)+TA(i,1))/2; %Centroide de TA
TBc(i,1) = (TB(i+1,1)+TB(i,1))/2; %Centroide de TB

TAm1(i,1)=TAc(i,1)*dp1(i,1); %Tensão principal TA
TBm1(i,1)=TBc(i,1)*dp1(i,1); %Tensão principal TB

%Para momento polar de inércia (PMOI)
Io1(i,1)=(dp1(i,1).^2/12).*dp1(i,1); %haste (Icm)
Io2(i,1)=TAc(i,1).^2.*dp1(i,1); %TAc
Io3(i,1)=TBc(i,1).^2.*dp1(i,1); %TBc

Io(i,1)=Io1(i,1)+Io2(i,1)+Io3(i,1); %I_P= +mx^2(direção de eA)+mx^2(direção
de eB)

i=i+1;
end

TAm=sum(TAm1);
TBm=sum(TBm1);
Iorigem=sum(Io);

%Cálculo das tensões médias no centroide do perímetro em cada plano
tauAm=(1/sum(dp1))*TAm; %tauAm
tauBm=(1/sum(dp1))*TBm; %tauBm

%Cálculo do Momento de Inércia Origem
Iorigem = (1/sum(dp1))*Iorigem;

%Teorema dos eixos paralelos
I = Iorigem - (tauAm^2 + tauBm^2);%(I_CM

tensao_mises=sqrt(3*I);
Ta_MOI=max(tensao_mises);
```

8.2 FUNÇÃO PARA CÁLCULO DA MAIOR AMPLITUDE DE TENSÃO CISALHANTE UTILIZANDO O MRH

```
function [diagonal,angulo,a1,a2,X_Y,x,y]=functionmrh(v1,v2)
cont=1;%contador
tol=0.9999;%tolerância utilizada

retangz=0.001;
for fi=0:pi/180:pi/2

    %Matriz de rotação
    s11= (cos(fi)*v1)-(sin(fi)*v2);
    s21= (sin(fi)*v1)+(cos(fi)*v2);
    %Lados do retângulo/2
    diagx=(max(s11)-min(s11))/2;
    diagy=(max(s21)-min(s21))/2;

    diag=sqrt(diagx.^2+diagy.^2);%valor da amplitude
    dig=sqrt(s11.^2+s21.^2);
    mini1=min(s11);%mínimo valor na direção s1
    mini2=min(s21);%mínimo valor na direção s2

    arm(cont,:)=diagx diagy fi diag mini1 mini2 cont]; %matriz de
armazenamento
    cont=cont+1;
end
maxx=max(arm(:,4));%máximo valor da diagonal
g=find(arm(:,4)>=tol*maxx);%máximo valor da diagonal com tolerância
Mp=arm(g,:);%matriz de armazenamento de maiores valores

if Mp(1,2)==0
    Mp(1,2)=retangz;
else
    Mp(1,2)=Mp(1,2);
end
if Mp(1,1)==0
    Mp(1,1)=retangz;
else
    Mp(1,1)=Mp(1,1);
end

w=2*Mp(1,1);%comprimento
h=2*Mp(1,2); %altura
%posição dos cantos
x=Mp(1,5);
y=Mp(1,6);

xv=[x x+w x+w x x];
yv=[y y y+h y+h y];

%rotacionar angulo alpha
R=[xv ;yv];
alpha=(Mp(1,3));
X_Y=[cos(alpha) sin(alpha);-sin(alpha) cos(alpha)]*R;
% figure
% plot(X_Y(1,:),X_Y(2,:), 'r');
```

```

% hold on
% plot(v1,v2,'b');
angulo=alpha*180/pi;
diagonal=2*Mp(1,4);
a1=Mp(1,1);
a2=Mp(1,2);

```

8.3 FUNÇÃO PARA CÁLCULO DA MAIOR AMPLITUDE DE TENSÃO CISALHANTE UTILIZANDO O MCC

```

function [Rn]=functionmcc(v1,v2)
%Primeira suposição para o centro é o Centro Geométrico do caminho.

%Variaveis de entrada
a = 0.05;
tol = 10^-6;
valmax = 10^10;
%% Input
Input = [v1 v2]; % [x,y]
[m,n] = size(Input);
%% Raio
Ro = 0.01;
Rn = 0.02;
C = mean(Input);
i = 0;
while (Rn-Ro)/Rn > tol && i<valmax
for j=1:m-1
S = Input(j,:);
D = norm(S-C);
if D>Ro
Ro = Rn;
Rn = Rn + a*(D-Rn);
C = C + ((D-Rn)/D)*(S - C);
end
j = j+1;
end
i = i+1;
end

Rn;

```

8.4 FUNÇÃO PARA CÁLCULO DO CRITÉRIO DE FINDLEY

```

function [Ta,normal, t, p]= Findley(sigmamax,tauxya,lam,angdefase,f_1,t_1)

passo=1*pi/180;
R=f_1/t_1;
k=(1-0.5*R)/sqrt(R-1)
tensao_nor_max=0;
fase=angdefase*pi/180;
periodo=2*pi;

if lam<1
periodo=2*pi/lam;
end

```

```

%Tensor tensão
T = [sigmaxa tauxya 0; tauxya 0 0; 0 0 0];

%Variação dos planos
i=1;
for theta=0:passo:pi-passo
    for phi=0:passo:pi-passo

        %Vetores unitários dos planos
        n = [sin(phi)*cos(theta); sin(phi)*sin(theta); cos(phi)];
        ea = [-sin(theta); cos(theta); 0];
        eb = [-cos(phi)*cos(theta); -cos(phi)*sin(theta); sin(phi)];

        ii=1;

        for t = 0:pi/32:periodo

            tensor_c=[ (T(1,1)*sin(t))      (T(1,2)*sin(t*lam - fase))
(T(1,3)*sin(t)) ;
            (T(1,2)*sin(t*lam - fase))      (T(2,2)*sin(t*lam - fase))
(T(2,3)*sin(t)) ;
            (T(1,3)*sin(t))      (T(2,3)*sin(t))      (T(3,3)*sin(t))
];

            %Cálculo do vetor tensão
            vet_t = tensor_c*n; %vetor tensão
            vet_escalar_normal=vet_t'*n; %produto escalar
            vet_normal=vet_t'*n*n;
            vetor_cis(:, :, ii)=vet_t - vet_normal; %armazena toda cisalhante
em cada intervalo de tempo

            %Projeção do vetor cisalhante no plano ea x eb
            vetcis_ea(ii,1)=vetor_cis(:, :, ii)'*ea; %TA --> produto escalar
            vetcis_eb(ii,1)=vetor_cis(:, :, ii)'*eb; %TB --> produto escalar

            if vet_escalar_normal > tensao_nor_max
                tensao_nor_max=vet_escalar_normal;
            end

            ii=ii+1;

        end

        TA=vetcis_ea;
        TB=vetcis_eb;

        [radius]=functionmcc(TA,TB); %Aqui se altera os métodos utilizados
para o critério de Findley.
        %Caso se deseje utilizar o MOI, alterar a função functionmcc para
        %functionmoi. Caso deseje-se utilizar o MRH, alterar para a função
        %functionmrh e utilizar a saída da diagonal.

        Radius(i,1)=radius;
        Theta(i,1)=theta;
        Phi(i,1)=phi;
        Normal(i,1)=tensao_nor_max;
    end
end

```

```

        soma=radius + k*tensao_nor_max;
        Armazena_soma(i,1)=soma;

        matrix(i,:)=[radius tensao_nor_max theta phi soma];
        tensao_nor_max=0;
        i=i+1;
    end
end

% SÍNCRONO
Soma=max(matrix(:,5)); %Fornece um único valor
[x,y]=find(matrix(:,5) == Soma);
H=matrix(x,:); %Extrai toda a matriz com as linhas que contém máxima soma
S=max(H(:,5)); %Maior valor da soma
[w,z]=find(H(:,5) == S,1); %Encontro a respectiva linha onde está o valor
da maior soma da Normal com a Cisalhante

normal_soma=H(w,2); %Tensão Normal para a maior soma
Ta=H(w,1); %Máxima cisalhante para a maior soma

theta=H(w,3); %Plano de máxima cisalhante
phi=H(w,4); %Plano de máxima cisalhante

normal=normal_soma;
t=theta*180/pi; %Theta do plano crítico
p=phi*180/pi; %Phi do plano crítico

```

8.5 FUNÇÃO PARA CÁLCULO DO CRITÉRIO DE MATAKE

```

Function [Ta,normal,t,p,tempo]=Matake(sigmamaxa,tauxya,lam,angdefase,f_1,t_1)

passo=1*pi/180;
R=f_1/t_1;
k=2*1/R;
tensao_nor_max=0;
fase=angdefase*pi/180;
periodo=2*pi;

if lam<1
    periodo=2*pi/lam;
end

%Tensor tensão
T = [sigmamaxa tauxya 0; tauxya 0 0; 0 0 0];

%Variação dos planos
i=1;
for theta=0:passo:pi-passo
    for phi=0:passo:pi-passo

        %Vetores unitários dos planos
        n = [sin(phi)*cos(theta); sin(phi)*sin(theta); cos(phi)];
        ea = [-sin(theta); cos(theta); 0];
        eb = [-cos(phi)*cos(theta); -cos(phi)*sin(theta); sin(phi)];
    end
end

```

```

ii=1;

for t = 0:pi/32:periodo

    tensor_c=[ (T(1,1)*sin(t))      (T(1,2)*sin(t*lam - fase))
(T(1,3)*sin(t)) ;
              (T(1,2)*sin(t*lam - fase))  (T(2,2)*sin(t*lam - fase))
(T(2,3)*sin(t)) ;
              (T(1,3)*sin(t))      (T(2,3)*sin(t))      (T(3,3)*sin(t))
];

    %Cálculo do vetor tensão
    vet_t = tensor_c*n; %vetor tensão
    vet_escalar_normal=vet_t'*n; %produto escalar
    vet_normal=vet_t'*n*n;
    vetor_cis(:, :, ii)=vet_t - vet_normal; %armazena toda cisalhante
em cada intervalo de tempo

    %Projeção do vetor cisalhante no plano ea x eb
    vetcis_ea(ii,1)=vetor_cis(:, :, ii)'*ea; %TA --> produto escalar
    vetcis_eb(ii,1)=vetor_cis(:, :, ii)'*eb; %TB --> produto escalar

    if vet_escalar_normal > tensao_nor_max
        tensao_nor_max=vet_escalar_normal;
    end

    ii=ii+1;

end

TA=vetcis_ea;
TB=vetcis_eb;
tic
[radius]=functionmcc(TA,TB); %Aqui se altera os métodos utilizados
para o critério de Mataka.
%Caso se deseja utilizar o MOI, alterar a função functionmcc para
%functionmoi. Caso deseja-se utilizar o MRH, alterar para a função
%functionmrh e utilizar a saída da diagonal.

tempo(i,1)=toc;
Radius(i,1)=radius;
Theta(i,1)=theta;
Phi(i,1)=phi;
Normal(i,1)=tensao_nor_max;
soma=radius+k*tensao_nor_max ;
Armazena_soma(i,1)=soma;

matrix(i,:)=[radius tensao_nor_max theta phi soma];
tensao_nor_max=0;
i=i+1;

end
end

% SÍNCRONO

```

```

Soma=max(matrix(:,1)); %Fornece um único valor
[x,y]=find(matrix(:,1) >= Soma-0.1); %valores de máxima cisalhante com
tolerância de 0.1 MPa
H=matrix(x,:); %Extrai toda a matriz com as linhas que contém máxima soma
S=max(H(:,2)); %Maior valor da soma
[w,z]=find(H(:,2) == S,1); %Encontro a respectiva linha onde está o valor
da maior soma da Normal com a Cisalhante

normal_soma=H(w,2); %Tensão Normal para a maior soma
Ta=H(w,1); %Máxima cisalhante para a maior soma

theta=H(w,3); %Plano de máxima cisalhante
phi=H(w,4); %Plano de máxima cisalhante

normal=normal_soma;
t=theta*180/pi; %Theta do plano crítico
p=phi*180/pi; %Phi do plano crítico
tempo=mean(tempo);

```

8.6 FUNÇÃO PARA CÁLCULO DO CRITÉRIO DE SUSMEL E LAZZARIN

```

function [Ta,normal,t,p, tempo]=MOI(sigmamaxa,tauxya,lam,angdefase,f_1,t_1)

passo=1*pi/180;
R=f_1/t_1;
k=t_1-(0.5*f_1);
tensao_nor_max=0;
fase=angdefase*pi/180;
periodo=2*pi;

if lam<1
    periodo=2*pi/lam;
end

%Tensor tensão
T = [sigmamaxa tauxya 0; tauxya 0 0; 0 0 0];

%Variação dos planos
i=1;
for theta=0:passo:pi-passo
    for phi=0.0001:passo:pi-passo

        %Vetores unitários dos planos
        n = [sin(phi)*cos(theta); sin(phi)*sin(theta); cos(phi)];
        ea = [-sin(theta); cos(theta); 0];
        eb = [-cos(phi)*cos(theta); -cos(phi)*sin(theta); sin(phi)];

        ii=1;
        for t = 0:pi/32:periodo

            tensor_c(1,1) = T(1,1)*sin(t);
            tensor_c(1,2) = T(1,2)*sin(t*lam - fase);
            tensor_c(1,3) = T(1,3)*sin(t);
            tensor_c(2,2) = T(2,2)*sin(t*lam - fase);

```

```

tensor_c(2,3) = T(2,3)*sin(t);
tensor_c(3,3) = T(3,3)*sin(t) ;

tensor_c=[ tensor_c(1,1)    tensor_c(1,2)    tensor_c(1,3) ;
           tensor_c(1,2)    tensor_c(2,2)    tensor_c(2,3) ;
           tensor_c(1,3)    tensor_c(2,3)    tensor_c(3,3)  ];

%Cálculo do vetor tensão
vet_t = tensor_c*n;
vet_escalar_normal=vet_t'*n;
vet_normal=vet_t'*n*n;
vetor_cis(:, :, ii)=vet_t - vet_normal; %armazena toda cisalhante
em cada intervalo de tempo

%Projeção do vetor cisalhante no plano ea x eb
vetcis_ea(ii,1)=vetor_cis(:, :, ii)'*ea; %TA --> produto escalar
vetcis_eb(ii,1)=vetor_cis(:, :, ii)'*eb; %TB --> produto escalar

if vet_escalar_normal > tensao_nor_max
    tensao_nor_max=vet_escalar_normal;
end

ii=ii+1;

end

TA=vetcis_ea;
TB=vetcis_eb;
tic
    [Ta_MOI]=functionmoi(TA,TB); %Aqui se altera os métodos
utilizados para o critério de Sismel.
    %Caso se deseja utilizar o MCC, alterar a função functionmoi para
    %functionmcc. Caso deseja-se utilizar o MRH, alterar para a função
    %functionmrh e utilizar a saída da diagonal.

tempo(i,1)=toc;
Tensao_cis(i,1)= Ta_MOI;
Theta(i,1)=theta;
Phi(i,1)=phi;
Normal(i,1)=tensao_nor_max;

vetcis_max(:, :, i)=max(vetor_cis);
vetcis_max2=max(vetcis_max);
vetcis_max3(i,1)=max(vetcis_max2);

matrix(i,:)=[ Ta_MOI tensao_nor_max theta phi];
tensao_nor_max=0;

i=i+1;
end
end

tempo=mean(tempo);
Taa=max(matrix(:,1));
[x,y]=find(matrix(:,1) >= Taa-0.1); %Tolerância de 0.1 MPa
H=matrix(x,:); %Pega todas as LINHAS da matriz que contém máx diagonal
max_normal=max(matrix(x,2)); %máximo valor da normal

```

```
[w,z]=find(matrix(x,2)==max_normal,1); %Pega as tensões normais das máx diagonais
```

```
Amplitude=H(w,:); % Máxima Cisalhante com maior normal
Ta=H(w,1); %Máxima cisalhante na maior normal
normal=H(w,2);
theta=H(w,3); %Plano de máxima cisalhante
phi=H(w,4); %Plano de máxima cisalhante
t=theta*180/pi;
p=phi*180/pi;
```

8.7 FUNÇÃO DE GERAÇÃO DOS RESULTADOS

```
clear all
clc
%Valores dos dados experimentais:
sigmaxa=[138.1 140.4 145.7 150.2 245.3 249.7 252.4 258 299.1 304.5 263 186
185 285 290 259.5 266 210.0 220.0 242.0];
tauxya=[167.1 169.9 176.3 181.7 122.6 124.8 126.2 129 62.8 63.9 132 93 93
285 290 150 153.6 105 110 121];
lam=[1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 4 0.25 4 0.25 4 2 3 0.25 2 2];
angdefase=[0 30 60 90 0 30 60 90 0 90 0 0 0 0 0 0 0 0 0 90];
t_1=[196.2 196.2 196.2 196.2 196.2 196.2 196.2 196.2 196.2 196.2 259 249
249 405 405 265 265 228 228 228];
f_1=[319.9 319.9 319.9 319.9 319.9 319.9 319.9 319.9 319.9 319.9 415 275
275 585 585 367.5 367.5 340 340 340];

for i=1:1
    [Ta normal t p
tempo]=MOI(sigmaxa(1,i),tauxya(1,i),lam(1,i),angdefase(1,i),f_1(1,i),t_1(1,
i));
    %Esta função está configurada para o MOI. Caso seja desejado verificar os
%valores obtidos para os outros métodos, somente é necessária a alteração
%da função MOI para MCC ou MRH
    tabela(i,:)=[Ta normal t p tempo];
    tau(i,:)=Ta;
    sigma(i,:)=normal;
    theta(i,:)=t;
    phi(i,:)=p;
    teste(i,:)=i;
end
table(teste,tau,sigma, theta, phi, tempo)
```