

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**  
**FACULDADE UnB GAMA-FACULDADE DE TECNOLOGIA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM INTEGRIDADE DE**  
**MATERIAIS DA ENGENHARIA**

**A RELAÇÃO PARABÓLICA ENTRE ASSIMETRIA E CURTOSE EM**  
**UM EXPERIMENTO DE GASEIFICADOR FLUIDIZADO**

**LUANA DE SOUSA MOREIRA**

**ORIENTADOR: Dr. Rodrigo Andrés Miranda Cerda**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM INTEGRIDADE DE MATERIAIS**  
**DA ENGENHARIA**

**PUBLICAÇÃO: FGA.DM – 067A/2018**

**BRASÍLIA/DF: AGOSTO/2018**

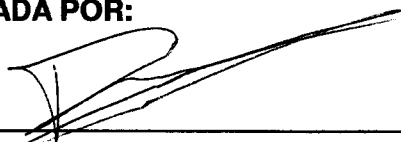
**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DO GAMA / FACULDADE DE TECNOLOGIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM INTEGRIDADE DE  
MATERIAIS DA ENGENHARIA**

**"A RELAÇÃO PARABÓLICA ENTRE ASSIMETRIA E CURTOSE EM UM  
EXPERIMENTO DE GASEIFICADOR FLUIDIZADO"**

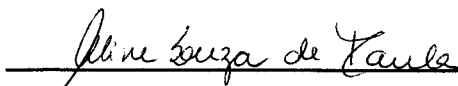
**LUANA DE SOUSA MOREIRA**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO  
EM INTEGRIDADE DE MATERIAIS DA ENGENHARIA DA FACULDADE DO GAMA E  
FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA, COMO PARTE DOS  
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM  
INTEGRIDADE DE MATERIAIS DA ENGENHARIA.**

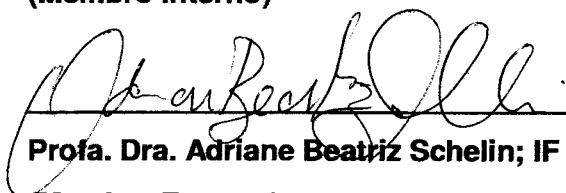
**APROVADA POR:**



**Prof. Dr. Rodrigo Andres Miranda Cerda; FGA / UnB  
(Orientador)**



**Profa. Dra. Aline Souza de Paula; FT / UnB  
(Membro Interno)**



**Profa. Dra. Adriane Beatriz Schelin; IF / UnB  
(Membro Externo)**

**Brasília / DF, 09 de agosto de 2018**

## FICHA CATALOGRÁFICA

LUANA DE SOUSA MOREIRA

A RELAÇÃO PARABÓLICA ENTRE ASSIMETRIA E CURTOSE EM UM EXPERIMENTO DE GASEIFICADOR FLUIDIZADO, [Distrito Federal] 2018.

132 p. 210 x 297 mm (FGA/FT/UnB, Mestre, Integridade de Materiais da Engenharia, 2018).

Dissertação de Mestrado - Universidade de Brasília. Faculdade UnB Gama. Programa de Pós-Graduação em Integridade de Materiais da Engenharia.

1. GASEIFICADOR DE LEITO FLUIDIZADO CIRCULANTE

2. CURTOSE

3. ASSIMETRIA

4. TURBULÊNCIA

I. FGA/FT/UnB

II. Mestre

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

MOREIRA, L. S. de (2018). A RELAÇÃO PARABÓLICA ENTRE ASSIMETRIA E CURTOSE EM UM EXPERIMENTO DE GASEIFICADOR FLUIDIZADO. Dissertação de Mestrado em Integridade de Materiais da Integridade da Engenharia, Publicação 067A/2018, Faculdade UnB Gama/FT/Universidade de Brasília, DF, 132 p.

## CESSÃO DE DIREITOS

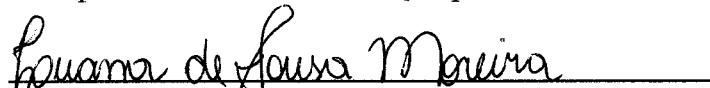
AUTOR: LUANA DE SOUSA MOREIRA

TÍTULO: A RELAÇÃO PARABÓLICA ENTRE ASSIMETRIA E CURTOSE EM UM EXPERIMENTO DE GASEIFICADOR FLUIDIZADO

GRAU: Mestre

ANO: 2018

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.



Luana de Sousa Moreira

CXAC CHÁCARA 18 CASA 18

71090-185 Brasília, DF – Brasil.

luanadesmoreira@gmail.com

*Dedico este trabalho e todas as minhas  
conquistas aos meus amados pais e a minha irmã  
que sempre estão ao meu lado me apoiando.*

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço de coração e alma, primeiramente a Deus, por me proporcionar saúde, alegria, sabedoria e força para eu alcançar meus objetivos.

Aos meus pais que amo tanto, Almiro Januário Moreira Filho e Lindalva de Sousa Moreira, pelo amor incondicional, companheirismo, apoio, compreensão, pela formação que vocês me proporcionaram e força nos momentos mais difíceis.

A minha amada irmã, minha melhor amiga, Lorena de Sousa Moreira, agradeço por sua amizade, pela atenção que tem comigo e por sempre acreditar em mim.

Aos meus familiares e amigos, pelo amor e carinho e por sempre torcerem pelo meu sucesso e felicidade. Em especial, Lucas Costa Amorim que é muito atencioso comigo e por me ajudar nos momentos difíceis.

Aos professores e a coordenação da Faculdade Gama - Universidade de Brasília e do Programa de Pós-Graduação em Integridade de Materiais da Engenharia por terem me passado os seus conhecimentos acadêmicos, contribuindo para a minha formação. E pelo o incentivo nos momentos difíceis durante o curso. Agradecimento em especial ao meu orientador Professor Rodrigo Andrés Miranda Cerda, por toda ajuda, disponibilidade, incentivo a começar o mestrado e nos momentos mais difíceis desse projeto e a cordialidade de sempre. A professora Aline Souza de Paula e ao David de Almeida Fiorillo pelo fantástico direcionamento ao tema, por disponibilizar os dados e por ter tirado inúmeras dúvidas quanto a obtenção dos dados resultados no experimento do David.

Meus sinceros agradecimentos a todos que contribuíram com a minha formação tanto como pessoa quanto acadêmica, eu serei eternamente grata a todos.

“Deus não olha para a grandeza das obras que fazemos,  
mas para o amor com que a fazemos.”

São Marcelino Champagnat

## RESUMO

Neste trabalho foi aplicada uma análise estatística para caracterizar as flutuações não-Gaussianas decorrentes de regimes de fluidização em um gaseificador de leito fluidizado circulante frio (LFC). Com o objetivo de quantificar os regimes de fluidização em um gaseificador de LFC a partir da relação da assimetria e da curtose, foram elaborados gráficos de funções de distribuição de probabilidade (PDFs) e da relação entre o terceiro momento estatístico (assimetria) e o quarto momento estatístico (curtose). As PDFs se desviam das estatísticas Gaussianas devido à presença de caudas largas. Os gráficos da curtose em função da assimetria, obtidos usando a técnica da janela deslizante, exibem uma forma parabólica comumente observada em séries temporais de fluxos turbulentos. Os resultados indicam que as bolhas formadas após a expansão do leito fluidizado são responsáveis por fortes flutuações não-Gaussianas observadas nas séries temporais e podem ser úteis para entender os diferentes regimes de fluxo em gaseificadores LFC. Além disso, realizou-se o ajuste dos pontos do gráfico da curtose em função da assimetria para uma curva parabólica através do método dos mínimos quadrados (MMQ), calculou-se o índice de correlação para verificar a qualidade do ajuste de maneira quantitativa, e a interpretação dos coeficientes das curvas parabólicas em termos de interação entre estruturas coerentes. Por fim, verificou-se que a relação da assimetria e da curtose está presente em um experimento de LFC, dando suporte à universalidade desse fenômeno.

**Palavras-chaves:** gaseificador de leito fluidizado circulante, não-Gaussianas, intermitência, turbulência, estruturas coerentes.

## ABSTRACT

In this work, a statistical analysis was applied to characterize non-Gaussian fluctuations due to fluidization regimes in a cold circulating fluidized bed (LFC) gasifier. In order to quantify the fluidization regimes in an LFC gasifier through the relation of skewness and kurtosis, graphs of probability distribution function (PDF) and the relation between the third statistical moment (skewness) and the fourth statistical moment (kurtosis) were investigated. The PDFs deviate from Gaussian statistics due to the presence of fat tails. The plots of kurtosis as a function of skewness, obtained using the sliding window technique, exhibit a parabolic shape commonly observed in time series of turbulent flows. The results indicate that the bubbles formed after the expansion of the fluidized bed are responsible for strong non-Gaussian fluctuations observed in the time series and may be useful to understand the different flow regimes in LFC gasifiers. In addition, we use the least squares method to fit the points of the kurtosis-skewness plot to a parabolic curve. In addition, we calculated the correlation index to check the quality of the adjustment quantitatively, and interpret the coefficients of the parabolic curves in terms of interaction between coherent structures. Our results demonstrate that the relation of skewness and kurtosis is present in an LFC experiment, supporting the universality of this phenomenon.

**Keywords:** Cold circulating fluidized bed gasifier, non-Gaussianity, intermittency, turbulence, coherent structures.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Curva característica de queda de pressão de regimes de fluidização. Fonte: Adaptado de YERUSHALMI et. al., 1976.....	18
Figura 2 - Regimes de escoamento de reatores de leito fluidizado. Fonte: Adaptado de BASU, 2010.....	25
Figura 3 – Gaseificador de leito fluidizado. Fonte: BELGIORNO et. al., 2003. ....	26
Figura 4 – Propriedade de $x \sim N(\mu; \sigma^2)$ . Fonte: Adaptado BOLFARINE, 2013. ....	30
Figura 5 – Área sob uma curva normal. Fonte: Adaptado MONTORIL, 2016.....	30
Figura 6 – Curva Normal Típica com os parâmetros representando média e o desvio padrão. Fonte: CONTI, 2009. ....	36
Figura 7 – Distribuição assimétrica positiva e negativa da curva representativa na distribuição. Fonte: LOPES, 2003. ....	38
Figura 8 – Distribuição simétrica da curva representativa da distribuição. Fonte: LOPES, 2003. ....	38
Figura 9 – Distribuição assimétrica positiva. Fonte: LOPES, 2003. ....	40
Figura 10 – Distribuição assimétrica negativa. Fonte: LOPES, 2003. ....	40
Figura 11 - Distribuição Platicúrticas, Mesocúrticas e Leptocúrticas. Fonte: LOPES, 2003. ....	41
Figura 12 – Estruturas coerentes em um Fluxo de um único cilindro circular. Fonte: Bimbato, 2012.....	44
Figura 13 – a) Medição da assimetria e curtose da temperatura diária da superfície do mar. Fonte: Adaptado SURA e SARDESHMUKH, 2007. b) Assimetria e curtose de sinais de densidade de elétrons em experimentos de confinamentos de plasmas.Fonte: Adaptado LABIT, et.al., 2007. ....	45
Figura 14 – a) Sistema de leito fluidizado circulante operando em regime rápido. Fonte: Adaptado de YANG,2003. b) Bancada experimental de leito fluidizado circulante. c) Montagem de malha circulante, destacando a selagem mecânica a partir da válvula L. d) Tomadas de pressão e posicionamento dos medidores de pressão estática da coluna LFC experimental. Fonte: Autorizado por FIORILLO, 2017. ....	48
Figura 15 - Definição dos regimes de fluidização experimental usados para nova proposta de quantificação. Fonte: Autorizado por FIORILLO, 2017. ....	50

Figura 16 – Ambiente do sistema operacional, com a janela de comandos em destaque para a Função do cálculo da assimetria. ....	50
Figura 17 – Ambiente do sistema operacional, com a janela de comandos em destaque para a função do cálculo da curtose. ....	51
Figura 18 – a) Série temporal Gaussiana. b) Histograma da série temporal Gaussiana. c) Função de distribuição de probabilidade da série Gaussiana. d) Gráfico da assimetria em relação a curtose da série Gaussiana. ....	54
Figura 19 – a) Série temporal de turbulência atmosférica. b) Histograma da série temporal de turbulência atmosférica. c) Função de distribuição de probabilidade da série de turbulência atmosférica. d) Gráfico da assimetria em relação a curtose da série de turbulência atmosférica. A curva vermelha representa o ajuste dos pontos do gráfico para uma curva parabólica. ....	55
Figura 20 – Séries temporais da pressão para a partícula areia – 1mm na base (cor azul), meio (cor vermelha) e topo (cor verde). As linhas verticais (cor violeta) representam intervalos transientes removidos da análise. ....	57
Figura 21 – Função de distribuição de probabilidade no regime expandido. a) Pressão na base. b) Pressão no meio. c) Pressão no topo. ....	58
Figura 22 – Gráfico da assimetria em função da curtose no regime expandido. a) Pressão na base. b) Pressão no meio. c) Pressão no topo. ....	60
Figura 23 – Série temporal da pressão no meio para o regime expandido, indicando os pontos extremos. ....	60
Figura 24 – Função de distribuição de probabilidade no regime borbulhante. a) Pressão na base. b) Pressão no meio. c) Pressão no topo. ....	62
Figura 25 – Gráfico da assimetria em função da curtose no regime borbulhante. a) Pressão na base. b) Pressão no meio. c) Pressão no topo. ....	63
Figura 26 – Função de distribuição de probabilidade no regime turbulento. a) Pressão na base. b) Pressão no meio. c) Pressão no topo. ....	65
Figura 27 – Gráfico da assimetria em função da curtose no regime turbulento. a) Pressão na base. b) Pressão no meio. c) Pressão no topo. ....	66
Figura 28 – Função de distribuição de probabilidade no regime rápido. a) Pressão na base. b) Pressão no meio. c) Pressão no topo. ....	68

Figura 29 – Gráfico da assimetria em função da curtose no regime rápido. a) Pressão na base. b) Pressão no meio. c) Pressão no topo. ....	70
Figura 30 – Gráfico da assimetria em função da curtose no regime rápido do salto de 250. a) Pressão na base. b) Pressão no meio. c) Pressão no topo. ....	70
Figura 31 - Dois sinais de amostra da TORPEX. Fonte: Labit et al., 2013. ....	122

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1- Valores dos coeficientes da correlação. Fonte: Adaptado HINKLE et. al., 2003. ....	52
Tabela 2 – Valores dos coeficientes e da correlação para o Regime Expandido.....	61
Tabela 3– Valores dos coeficientes e da correlação para o Regime Borbulhante. ....	64
Tabela 4 – Valores dos coeficientes e da correlação para o Regime Turbulento. ....	67
Tabela 5 – Valores dos coeficientes e da correlação para o Regime Rápido. ....	71
Tabela 6 – Valores dos coeficientes e da correlação para a partícula areia -1,2mm. ....	73
Tabela 7 – Valores dos coeficientes e da correlação para a partícula vidro - 355 $\mu$ m.....	75

## **LISTA DE GRÁFICOS**

- Gráfico 1 - Gráfico da correlação na pressão na base, meio e topo da partícula areia - 1mm..... 76
- Gráfico 2 - Gráfico da correlação na pressão na base, meio e topo da partícula areia - 1,2mm... 76
- Gráfico 3 - Gráfico da correlação na pressão na base, meio e topo da partícula vidro - 355 $\mu$ m.. 77

## LISTA DE SÍMBOLOS, NOMECLATURAS E ABREVIACÕES

S	Assimetria
CFB	Circulating Fluidized Bed
K	Curtose
$\sigma$	Desvio padrão
$f_i$	Frequência do conjunto
fdp	Funções densidade de probabilidade
PDF	Função de distribuição de probabilidade
LFC	Leito fluidizado circulante
$\mu$	Média
$\bar{x}$	Média aritmética
$M_d$	Mediana
$M_o$	Moda
$M_1$	Momento centrado de primeira ordem.
$M_2$	Momento centrado de segunda ordem.
$M_3$	Momento centrado de terceira ordem.
$M_4$	Momento centrado de quarta ordem.
$\mu_1$	Primeiro momento estatístico
$\mu_2$	Segundo momento estatístico
$\mu_3$	Terceiro momento estatístico
$\mu_4$	Quarto momento estatístico

$\sigma^2$  Variância

$s^2$  Variância por amostra da população

## SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO .....	17
1.1. CONTEXTUALIZAÇÃO E FORMULAÇÃO DO PROBLEMA .....	17
1.2. OBJETIVOS .....	20
<b>1.2.1. Objetivo geral</b> .....	20
<b>1.2.2. Objetivo Específico</b> .....	20
1.3. METODOLOGIA .....	21
1.4. ESTRUTURA DO TRABALHO .....	22
2. REFERENCIAL TEÓRICO .....	23
2.1. GASEIFICADORES .....	23
<b>2.1.1. Gaseificadores de leito fluidizado</b> .....	23
2.2. FUNÇÃO DE DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE .....	27
<b>2.2.1. Distribuição normal ou Gaussiana</b> .....	28
2.3. MOMENTO ESTATÍSTICO .....	30
<b>2.3.1. Primeiro Momento – Média</b> .....	33
<b>2.3.2. Segundo Momento – Variância</b> .....	34
<b>2.3.4. Quarto Momento – Curtose</b> .....	39
2.4. TURBULÊNCIA E ESTRUTURAS COERENTES .....	42
2.5. RELAÇÃO ENTRE ASSIMETRIA E A CURTOSE .....	44
3. METODOLOGIA .....	48
3.1. DESCRIÇÃO DE DADOS .....	48
3.2. ANÁLISE ESTATÍSTICA DE AMOSTRAS .....	49
3.3. AJUSTE DO GRÁFICO ASSIMETRIA - CURTOSE .....	52
4. RESULTADOS .....	53
4.1. RUÍDO GAUSSIANO .....	53
4.2. TURBULÊNCIA ATMOSFÉRICA .....	54
4.3. PRESSÃO EM UM GASEIFICADOR .....	56
<b>4.3.1. Partícula areia – 1mm</b> .....	56
<b>4.3.1.1. Regime Expandido</b> .....	58
<b>4.3.1.2. Regime Borbulhante</b> .....	62
<b>4.3.1.3. Regime Turbulento</b> .....	65



<b>4.3.1.4. Regime Rápido</b> .....	<b>68</b>
<b>4.3.2. Partícula areia – 1.2mm</b> .....	<b>71</b>
<b>4.3.3. Partícula vidro – 355<math>\mu</math>m</b> .....	<b>73</b>
<b>4.4. GRÁFICOS DE CORRELAÇÃO</b> .....	<b>76</b>
<b>5. CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	<b>78</b>
<b>5.1. TRABALHOS FUTUROS</b> .....	<b>79</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	<b>80</b>
<b>APÊNDICE</b> .....	<b>89</b>
<b>ANEXO</b> .....	<b>121</b>

# 1. INTRODUÇÃO

## 1.1. CONTEXTUALIZAÇÃO E FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

O leito fluidizado circulante (LFC) ou circulating fluidized bed (CFB) teve seu início em 1938, quando Warren Lewis e Edwing Gilliland conceberam um novo processo gás-sólido no Massachusetts Institute of Technology na tentativa de encontrarem processo apropriado para o craqueamento catalítico. No início da década de 80, em relação a geração energética térmica, foram introduzidos na indústria os leitos fluidizados a partir de combustores, essa ideia foi evoluindo a partir de esforços para encontrar processos que permitissem o controle de emissões sem usar processos auxiliares de limpeza de gases. Esta tecnologia permite queimar combustíveis a 750-950 °C, abaixo 1300 °C, onde os átomos de nitrogênio e oxigênio do ar combinam-se para formar poluentes como NO<sub>x</sub> [WANG *et. al.*, 2010; ENGSTROM, 1980]. Para as pesquisas de combustão limpa de carvão, a tecnologia de leito fluidizado incentivou a produção de diversos programas nessa área. Na primeira geração de combustores de leito fluidizado trabalharam com regimes borbulhante, conseqüentemente, baixas velocidades de fluidização, em condições de pressões atmosféricas ou pressurizados. Já a segunda geração de combustores de leito fluidizado trabalha com regime de fluidização rápido e efeito circulante, exigindo maior velocidade de fluidização e proporcionando maior eficiência de combustão. Um dos métodos que contribui para a redução da composição do gás de saída é o gaseificador de leito fluidizado circulante [OSKARSSON *et.al.*, 1997; FIORILLO, 2017].

O gaseificador de leito fluidizado produz energia, em forma de combustível gasoso. A velocidade de uma ascendente atravessa o leito de partículas provocando padrões ou regimes de fluidização no escoamento multifásico fluido-partícula. São descritos muitos regimes de fluidização pela literatura atual, tais como, leito fixo, particulado, borbulhante, golfadas, transição turbulenta, turbulento, rápido e transporte pneumático. Esses regimes de fluidização, conforme aumentam contato fluido-partícula, aumentam a eficiência de conversão de carbono dos gaseificadores de leito fluidizado.

Em um leito fluidizado de partículas finas, existe uma curva característica da queda de pressão em função do aumento do ar de entrada. Esta é representada pela Figura 1. Mesmo o comportamento dos regimes de fluidização em função do gradiente de pressão não são facilmente distinguíveis, observa-se que em um leito fluidizado apresenta os regimes expandido, borbulhante, turbulento, rápido e transporte [FIORILLO,2017].

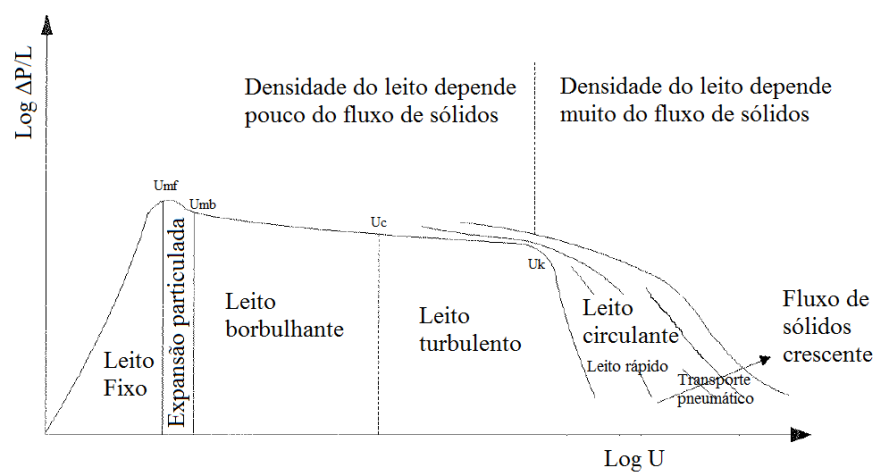


Figura 1 - Curva característica de queda de pressão de regimes de fluidização. Fonte: Adaptado de YERUSHALMI et. al., 1976.

No regime de leito expandido, o leito se expande suave e homoganeamente, vide destaque no regime expandido da Figura 1 (expansão particulada), a superfície do leito é bem definida e o movimento de partículas ocorre em pequena escala. O gás flui através dos interstícios de um leito de partículas [FIORILLO, 2017].

No regime borbulhante, formam-se vazios (bolhas), conforme destaque do regime borbulhante da Figura 1, próximo ao distribuidor, que coalescem e crescem. As bolhas sobem até a superfície e estouram, e seus tamanhos se aproximam do tamanho da seção transversal da coluna. A superfície superior se eleva e colapsa com frequência regular [FIORILLO, 2017].

No regime de fluidização turbulenta, pequenos vazios de gás e agrupamentos acentuados de partículas fazem movimento de sobe e desce, no caso de colunas verticais. A flutuação de pressão gradualmente decresce até o regime turbulento ser alcançado. As instabilidades podem

provocar aumento na movimentação de vazios (bolhas ou golfos), conforme destaque do regime turbulento da Figura 1 [FIORILLO, 2017].

O regime rápido é caracterizado pela formação de um escoamento núcleo-anelar, em que a região central da coluna possui movimento ascendente de fase diluída (pobre de partículas), enquanto, a região anular (borda da coluna), apresenta um movimento descendente de fase densa. O leito fica sem uma superfície bem definida e as partículas são transportadas em forma de agrupamentos, conforme destaque do regime rápido da Figura 1, e circulação externa, através de uma malha circulante [FIORILLO, 2017].

No transporte pneumático, não há leito bem definido, todas as partículas alimentadas são transportadas para o topo da coluna como uma fase diluída [ FIORILLO, 2017; YANG, 2003].

Em geral, fluidos turbulentos são caracterizados pela coexistência entre estruturas coerentes e flutuações aleatórias. As estruturas coerentes são responsáveis por flutuações de grande amplitude que seguem estatísticas não-Gaussianas, enquanto que as flutuações aleatórias seguem estatísticas Gaussianas [FRISCH, 1995].

De acordo com Moller e Silvestrini (2004) a definição de turbulência não é consensual. Existe uma ativa discussão sobre a definição objetiva de estruturas coerentes em turbulência [FRISCH,1995; DAVIDSON, 2004]. De acordo com Robinson (1991), “as estruturas coerentes são regiões tridimensionais onde pelo menos uma das variáveis fundamentais do escoamento (componente da velocidade, massa específica, temperatura, entre outras) apresenta uma significativa correlação com ela mesma ou com outra variável num intervalo temporal que é significativamente maior do que as menores escalas locais do escoamento”. A motivação disso se deve ao fato de ser possível quantificar os regimes obtidos através de ferramentas matemáticas, sendo que uma delas é o estudo estatístico [LIMA, 2014].

Um dos estudos estatísticos é a relação do terceiro momento estatístico (assimetria) com o quarto momento estatístico (curtose). A presença da relação de assimetria-curtose em diferentes cenários físicos tem atraído muita atenção, pois em vários casos distintos foram observadas dependências parabólica entre a assimetria (S) e a curtose (K), sendo associada à presença de flutuações não-Gaussianas, devido a estruturas coerentes [KROMMES, 2008; SATTIN *et. al.*, 2009; SANDBERG *et. al.*, 2009; GUSZEJNOV *et. al.*, 2013; BERGSAKER *et. al.*, 2015; LABIT

*et. al.*, 2007]. Foi encontrada esta relação em diversos assuntos diferentes, como em concentrações locais de contaminantes na turbulência atmosférica, por Mole e Clarke (1995) e dados de temperatura dos oceanos por Sura e Sardeshmukh (2007). Além disso, Guszejnov *et. al.* (2013) propuseram um modelo simplificado de uma série temporal sintética, construída a partir de um número aleatório de estruturas coerentes com amplitudes aleatórias embutidas em um ruído Gaussiano de fundo, e demonstraram que seu modelo pode prever uma relação parabólica S-K.

Diante de vários argumentos de autores sobre esse assunto, em aplicações diferentes, uma explicação teórica da relação parabólica entre a assimetria e a curtose de fluidos e plasmas turbulentos ainda é uma questão em aberto [GUSZEJNOV *et. al.*, 2013, MIRANDA *et. al.*, 2018].

## 1.2. OBJETIVOS

### 1.2.1. Objetivo geral

O principal objetivo deste trabalho é apresentar uma abordagem estatística para a quantificação dos regimes de fluidização em um gaseificador de LFC a partir de uma análise da relação da assimetria e da curtose. Foram utilizadas séries temporais de pressão estática de coluna LFC, de dados experimentais da tese do Fiorillo (2017). A partir dos resultados obtidos, caracterizou-se a presença de estruturas coerentes nos diferentes regimes de fluidização com a existência de flutuações Não-Gaussianas.

### 1.2.2. Objetivo Específico

Para alcançar os objetivos gerais pretende-se avaliar o estudo estatístico a partir dos dados obtidos do experimento de um leito fluidizado circulante frio, tendo como objetivos específicos:

- Revisar conceitos teóricos sobre gaseificadores, momentos estatísticos, função de distribuição de probabilidade e estruturas coerentes.

- Caracterizar estatisticamente as flutuações da pressão no experimento através da construção de funções de distribuição de probabilidade, e calcular a assimetria e a curtose de cada distribuição.
- Comparar os resultados obtidos no ponto anterior com dados de ruído Gaussiano, e dados de turbulência atmosférica.
- Construir gráficos da assimetria em função da curtose para verificar se existe uma relação parabólica.

### 1.3. METODOLOGIA

O presente trabalho analisou os dados obtidos a partir de séries temporais de pressão estática de coluna LFC empregado na tese de Fiorillo (2017). Nesse trabalho, os dados das séries foram coletados a partir de medidores de pressão localizados na base, no meio e no topo de uma coluna de fluidização. Foram utilizados três tipos de partículas diferentes (*areia* –  $1mm$ , *areia* –  $1.2mm$  e *vidro* –  $355\mu m$ ), submetidas às condições operacionais específicas (fluxos do ar de entrada). Em cada ensaio o leito foi submetido à quatro regimes de fluidização, chamados por regime expandido, borbulhante, turbulento e rápido.

Com a análise dos resultados, caracterizou-se a presença de estruturas coerentes nos diferentes regimes de fluidização pela presença de flutuações não-Gaussianas.

Para realizar a análise estatística, a partir das séries temporais de pressão estática de coluna LFC, foi construído histograma, função de distribuição da probabilidade e gráficos da relação da assimetria em função da curtose com o auxílio do programa *Matlab*.

Em seguida, realizou-se o ajuste através do Método dos Mínimos Quadrados, dos pontos dos gráficos ( $S, K$ ) para uma curva parabólica. Com isso, pode-se obter o índice de correlação que quantifica a qualidade do ajuste dos dados à uma curva parabólica, e os coeficientes que definem essa curva. Com esses coeficientes é possível fazer a interpretação seguindo o artigo de Guszejnov *et. al.* (2013) em termos de interação entre estruturas coerentes.

#### 1.4. ESTRUTURA DO TRABALHO

Este capítulo destina-se a introdução ao trabalho, apresentação dos objetivos, da metodologia empregada para solução do problema e a apresentação da estrutura desta dissertação.

O capítulo 2 introduz conceitos relativos a gaseificadores com o foco em leito fluidizado circulante; função de distribuição de probabilidade, introduzindo a distribuição Gaussiana; momentos estatísticos, explicando o significado e o cálculo de cada momento; turbulências e estruturas coerentes; e pôr fim a relação entre assimetria em função da curtose.

O capítulo 3 apresenta a metodologia do trabalho, realizando-se primeiro a análise dos dados obtidos pela tese de FIORILLO (2017), em seguida o método dos cálculos do terceiro e quarto momento, a construção dos histogramas e dos gráficos da relação de um momento para o outro, para confirmar a relação parabólica. E explica-se o método em que foi feito o ajuste para a curva parabólica, com o intuito de fazer a interpretação dos coeficientes seguindo o artigo de GUSZEJNOV *et. al.* (2013) e o cálculo da correlação entre os dados e a curva parabólica.

O capítulo 4 destina-se a apresentação dos resultados. Primeiro analisou-se uma série que representa ruído Gaussiano para confirmar os resultados esperados para uma distribuição Gaussiana. Para os demais resultados, analisou-se uma série temporal de turbulência atmosférica que representa a velocidade vertical do vento na copa da floresta Amazônica. Em seguida, mostrou-se os resultados da série temporal, PDF, Gráficos K-S e os valores dos coeficientes e da correlação para cada regime de três partículas, sendo elas areia de 1,00 milímetro de espessura, areia de 1,2 milímetro de espessura, e a partícula de vidro de 355 micrômetros de espessura.

O capítulo 5 consiste nas conclusões do trabalho e perspectiva para trabalhos futuros.

## 2. REFERENCIAL TEÓRICO

### 2.1. GASEIFICADORES

O procedimento de gaseificação é uma forma alternativa de geração de energia que consiste em uma reação termoquímica de um combustível sólido ou líquido que na presença de ar ou oxigênio, em quantidades inferiores à estequiométrica e vapor d'água, é convertido a gases que podem ser usados como fonte de energia térmica e elétrica, utilizando-se oxidação parcial a temperaturas elevadas [CHEREMISINOFF *et al*, 2005; ABCM, 2017 ]. É uma maneira simples de transformar qualquer material feito à base de carbono em energia limpa sem queimá-lo. A biomassa é o combustível alimentado ao reator de gaseificação, constituído por matéria orgânica que será transformada por reações químicas. Assim, além da matéria-prima são injetados oxigênio e vapor em alta pressão provocando a reação, em alta temperatura, que quebrará as moléculas das matérias-primas, o que facilitará a limpeza do gás energético, remoção das impurezas e de qualquer poluição contaminante. Esse processo resulta em um gás limpo, que será o gás produzido já pronto para a destinação, seja ela na geração de energia, combustíveis, fertilizantes ou produtos químicos [BARATA, 2014].

Os gaseificadores são diferenciados de acordo com os seguintes fatores: o poder calorífico do gás energético; tipo de agente gaseificador a ser utilizado, podendo ser o ar, vapor, oxigênio ou hidrogênio; movimento relativo entre o agente gaseificante e o combustível; pela pressão de trabalho e o tipo de biomassa utilizada. Com isso, há uma variedade de gaseificadores, que podem ser classificados como: leito fixo ascendente e descendente, leito fluidizado borbulhante e circulante [SÁNCHEZ *et al.*, 2010; BARATA, 2014; NASCIMENTO, 2014 ].

#### 2.1.1. Gaseificadores de leito fluidizado

Gaseificadores de leito fluidizado são tipos de gaseificadores sem zonas distintas de reação, apresentam um alto grau de mistura, gerando altas taxas de transferência de calor e de massa. Eles têm um leito isotérmico operado geralmente entre 700 a 900°C. Pela passagem de um fluido com



velocidade adequada através do fluido de partículas, os gaseificadores de leito fluidizado são constituídos por sólidos mantidos em semi-suspensão, em estado de fluidização. As partículas, em geral, são inseridas no leito, que se encontra em uma temperatura adequada para que o processo de gaseificação se inicie.

Na Figura 2 pode-se observar que há diferentes regimes de escoamentos. Os principais parâmetros para classificação são a velocidade superficial e a perda de pressão do fluido no leito. A velocidade superficial é a velocidade média do fluido na direção axial do equipamento, desconsiderando a presença de partículas dentro do mesmo. Os reatores que operam com baixa velocidade superficial irão apresentar perda de pressão através do leito que aumenta linearmente com a velocidade do fluido. Esse leito se caracteriza por uma faixa de velocidades variando entre zero e velocidade mínima de fluidização. Neste intervalo de velocidades o equipamento que será operado será o de leito fixo ou leito móvel. Assim, pode-se dizer que o fluido percola pelos espaços vazios entre as partículas estacionárias. Quando a velocidade superficial atinge a velocidade de mínima fluidização, o equipamento passa a operar no estado chamado de mínima fluidização ou fluidização incipiente. Com isso, ocorre uma expansão do leito e partículas serão suspensas com a passagem do fluido, provocando a separação e a movimentação intensa das partículas [RODRIGUES, 2008; MIRANDA, 2014].

Com o aumento da velocidade superficial, formam-se bolhas no leito e como consequência, a canalização do fluido, com a agitação forte e movimentação mais vigorosa dos sólidos suspensos. Assim, a velocidade com que as bolhas surgem é conhecida como velocidade mínima de borbulhante. E com essa velocidade atingida o leito não se expande muito, além do volume que caracteriza o regime de mínima fluidização, atingindo o chamado regime de fluidização borbulhante. As bolhas aumentam juntamente com o aumento da velocidade superficial, até atingir um ponto máximo em que a bolha ocupa quase toda a área do leito, que é formada pela coalescência de bolhas menores. A partir disso, ocorre o regime de fluidização intermitente, em que as bolhas percolam pelo leito, arrastando uma grande quantidade de sólidos e explodindo ao atingir a superfície. Com o aumento da velocidade superficial, a fronteira das bolhas é atravessada pelas partículas sólidas, até que não seja possível observar a distinção entre as regiões, sendo chamado como regime de fluidização turbulenta. Quando a velocidade superficial é superior à velocidade de fluidização turbulenta, dá-se o início ao regime de fluidização rápida. O regime de fluidização

rápida é caracterizado pelo arraste da maioria das partículas, consequentemente das altas velocidades aplicadas, superiores à velocidade terminal dos sólidos [MIRANDA, 2014].

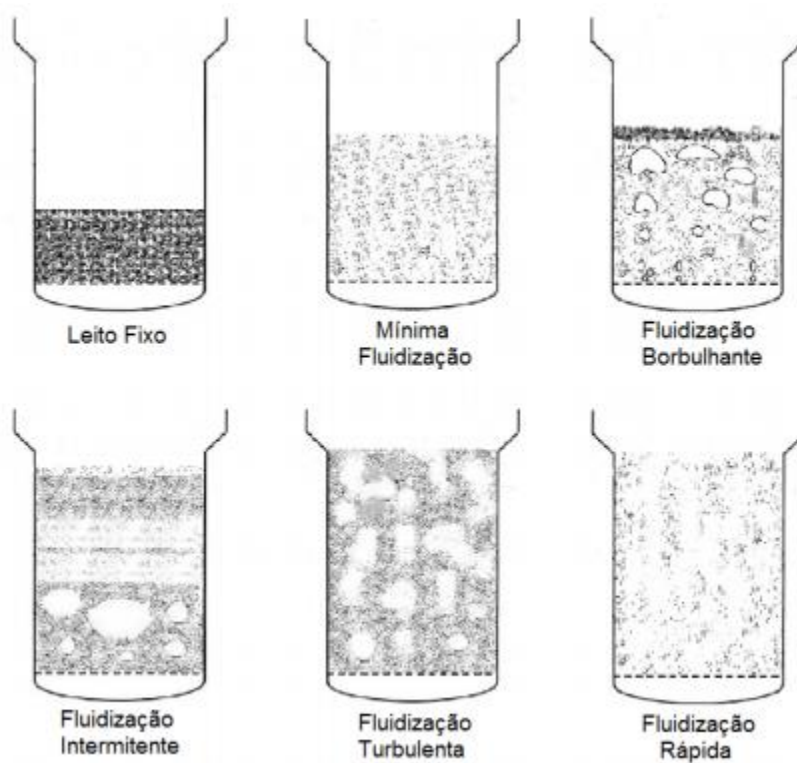


Figura 2 - Regimes de escoamento de reatores de leito fluidizado. Fonte: Adaptado de BASU, 2010.

As configurações básicas dos gaseificadores de leito fluidizado são: borbulhante e circulante, como pode ser observado ao esquema da Figura 3 [RODRIGUES, 2008; MIRANDA, 2014].

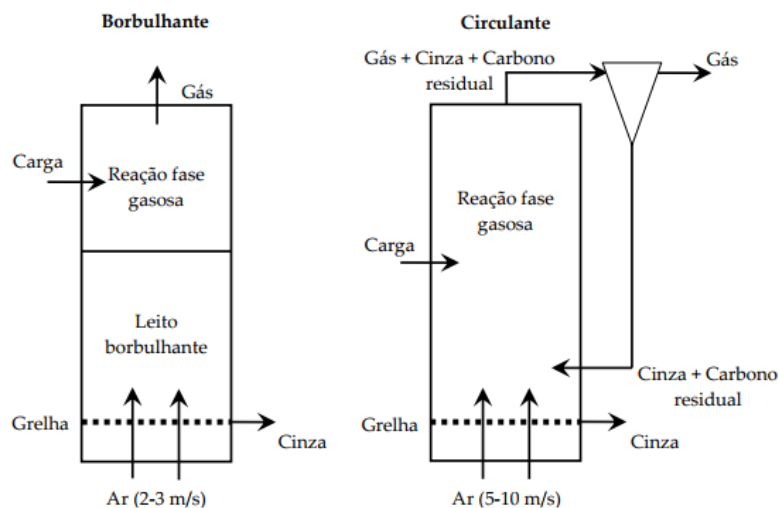


Figura 3 – Gaseificador de leito fluidizado. Fonte: BELGIORNO et. al., 2003.

No gaseificador de leito fluidizado borbulhante, a velocidade do fluxo de ar será de 2 a 3 m/s e a expansão do leito de partículas chega apenas à parte inferior do gaseificador. Isso mostra que os sólidos particulados não são impulsionados fora do reator devido à baixa velocidade. No caso específico dos gaseificadores de leito fluidizado circulante, a velocidade do fluxo de ar é aproximadamente de 5 a 10 m/s, resultando na expansão do leito ocupando inteiramente o reator em uma parte de sólidos particulados. Esta parte é capturada e sofre reciclo retornando ao reator. Para o sistema de controle de emissão de gases, utiliza-se de um ciclone que intercepta a corrente gasosa separando os sólidos por gravidade. Além disso, o sistema possui a característica de excelente mistura do combustível com o agente gaseificante, o que promove alta eficiência de conversão a gás combustível e possibilidades para o aproveitamento energético de combustíveis de baixa qualidade. Assim, pelas vantagens, a tecnologia de gaseificação em leito fluidizado circulante (LFC) vem sendo estudada como alternativa para a conversão eficiente de combustíveis sólidos [RODRIGUES, 2008; BARATA, 2014].

## 2.2. FUNÇÃO DE DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE

A função de distribuição de probabilidade (PDF) é uma função que pode ser utilizada para definir uma distribuição de probabilidade específica. Algumas vezes é conhecida como densidade de probabilidade. No caso de distribuição com variáveis discretas, o valor da função de distribuição de probabilidade corresponde à frequência relativa de que o resultado de um experimento seja igual ao argumento da função, por exemplo [CAEIRO, 2009; HINES *et. al.*, 2011; WaveMetrics, 2018]:

$$P(X = x) = f(x), \quad (1)$$

onde  $X$  é igual a uma variável aleatória e  $f(x)$  é a função de distribuição desta variável aleatória. Já no caso de distribuições contínuas, a área sob a curva da PDF para cada intervalo é igual à probabilidade da variável aleatória de cair nesse intervalo, ou seja, o valor da função densidade de probabilidade é tal que a integral da função sobre um intervalo corresponde a frequência relativa do resultado de um experimento que caia dentro do intervalo [CAEIRO, 2009; HINES *et. al.*, 2011; MONTGOMERY E RUNGER, 2009]. Para uma variável aleatória contínua  $X$ , tem-se para:

$$f(x) \geq 0; \quad (2)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1; \quad (3)$$

$$P(a \leq X \leq b) = \int_b^a f(x) dx = \text{área sob } f(x) \text{ de } a \text{ e } b \text{ para qualquer } a \text{ e } b. \quad (4)$$

As PDFs são úteis para o cálculo de probabilidades de eventos, funções características e momentos de uma distribuição de probabilidade. A função de distribuição de probabilidade descreve a forma da curva de distribuição e a probabilidade de ocorrência de cada valor da variável aleatória contínua. Existem vários tipos de função de densidade de probabilidade, como:

distribuição normal (Gaussiana), Log-normal, Exponencial, Gamma, Beta, Binomial, Cauchy, Qui-quadrado, Duplo exponencial, Erlang, Erro, Geométrico, Hiper-geométrica, Maxwell, Binomial negativo, Poisson, t de Student, entre outras. Porém, a mais utilizada na engenharia é a distribuição normal, conhecida também como distribuição Gaussiana [HINES *et. al.*,2011; MONTGOMERY E RUNGER, 2009; WAVEMETRICS, 2018].

### 2.2.1. Distribuição normal ou Gaussiana

O termo distribuição Gaussiana é mais utilizado na Física. Também é conhecida como distribuição normal na Estatística e na Matemática, e por distribuição de Gauss ou distribuição Laplace-Gauss por causa de sua forma curva. Nas Ciências Sociais é referida como a "curva do sino". A distribuição normal é uma distribuição de probabilidade normal, muito comum e a mais importante no domínio da estatística. É muito usada nas ciências naturais e sociais em que representam variáveis aleatórias de valor real, cujas distribuições não são conhecidas [WEISSTEIN, 2018].

A distribuição normal é também referida como distribuição de Gauss em homenagem a Karl Friedrich Gauss, mesmo este não nomeando e nem criando a distribuição, mas ajudou a derivar a sua equação. Na realidade, em 1733, Abraham De Moivre desenvolveu a equação matemática da curva normal, fornecendo uma base da qual grande parte da teoria de estatística indutiva é fundamentada. Em 1805, Legendre aplicou a curva normal para introduzir o método dos mínimos quadrados. Foi apenas em 1809 que Gauss formalizou a curva normal com a derivação da equação e utilizou-a para analisar dados astronômicos. Por fim, em 1872, Joufrett criou a designação curva em “forma de sino”, sendo que o nome curva de Gauss foi introduzido por Galton [PONTES, 2014].

A equação da curva normal é especificada usando-se dois parâmetros: a média ( $\mu$ ) e o desvio padrão ( $\sigma$ ), ou a variância ( $\sigma^2$ ). A média refere-se ao centro da distribuição, e o desvio padrão (ou variância) ao espalhamento da curva. A distribuição normal é simétrica em relação à média, como mostra a Figura 4. A distribuição normal em variável ( $x$ ) é uma distribuição

estatística com função de densidade de probabilidade definida pela expressão [CAEIRO, 2009; HINES *et.al.*, 2011; WEISSTEIN, 2018 ]:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (5)$$

no domínio  $x \in (-\infty, \infty)$ . Obtém-se que  $\mu$  é o valor esperado de  $x$ , com  $-\infty < \mu < \infty$ ;  $\sigma^2$  é a variância de  $x$ , com  $\sigma^2 > 0$ ; e a notação será  $X \sim N(\mu; \sigma^2)$ .

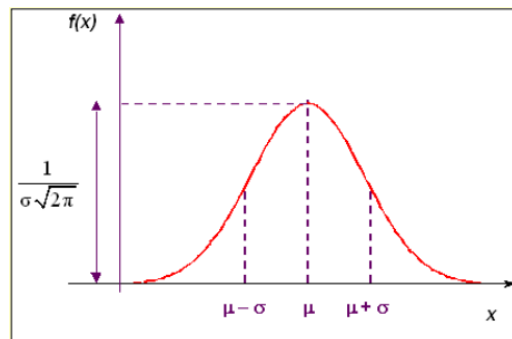


Figura 4 – Propriedade da curva normal . Fonte: Adaptado BOLFARINE, 2013.

As PDFs, em geral possuem as seguintes propriedades:

- A exigência para todas as funções de densidade  $\begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1 \\ f(x) \geq 0 \text{ para todo } x \end{cases}$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$  e  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ ;
- $E(x) = \mu$  será a média ou valor esperado;
- $Variância(x) = \sigma^2$  e  $Desvio\ padrão(x) = \sigma$ ;
- $x = \mu$  é o ponto máximo de  $f(x)$ ;
- $\mu - \sigma$  e  $\mu + \sigma$  são pontos de inflexão de  $f(x)$ ;
- A curva normal é simétrica em torno da média  $\mu$ .

O cálculo da função de distribuição de probabilidade é dado pela integral:

$$F(a < x < b) = \int_a^b \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx, \quad (6)$$

para o qual não existe solução analítica. Assim, é necessário recorrer a métodos numéricos para obter os valores desta função [CAEIRO, 2009; WEISSTEIN, 2018].

Como a área sob a curva normal é sempre unitária, para dois valores específicos pode-se determinar a proporção de área sob curva entre esses valores. Assim, para a distribuição normal, a proporção de valores abrangida por um, dois ou três desvios padrão da média, é indicada na Figura 5.

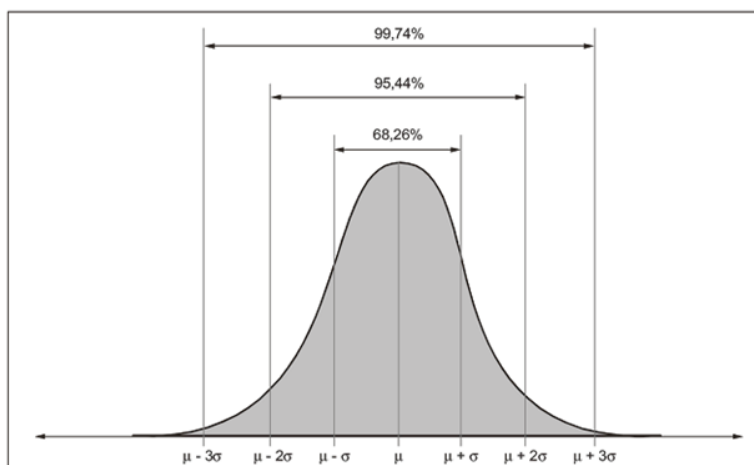


Figura 5 – Área sob uma curva normal. Fonte: Adaptado MONTORIL, 2016.

### 2.3. MOMENTO ESTATÍSTICO

Para caracterizar as distribuições de probabilidade de sinais estimados é possível usar a estatística baseadas em momentos. Os momentos são medidas descritivas de caráter geral e dão origem as demais medidas descritivas, sendo possível definir descritores de ordem mais alta da

distribuição. O momento de ordem  $n$  é definido como a esperança de  $x^n$ [LOPES, 2003]. O valor esperado é o valor médio esperado de uma variável aleatória,

$$E(x) = \sum_{x \in D} xp(x) \quad (7)$$

no caso contínuo,

$$E(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} xp(x)dx. \quad (8)$$

Assim, os momentos da seguinte ordem  $n$ , serão:

$$m_0 = E(x^0) = E(1) = \int p(x)dx = 1 \quad (9)$$

$$m_1 = E(x^1) = \mu = \text{valor médio} \quad (10)$$

$$m_2 = E(x^2) \quad (11)$$

$$m_3 = E(x^3) \quad (12)$$

$$m_4 = E(x^4) \quad (13)$$

A partir dos momentos de ordem 2, utilizam-se os momentos baseados nos desvios em relação à média. São chamados de momentos centrais.

$$\mu_2 = E[(x - \mu)^2] = \sigma^2 \quad (14)$$

$$\mu_3 = E[(x - \mu)^3] \quad (15)$$



$$\mu_4 = E[(x - \mu)^4] \quad (16)$$

Existem distribuições com todos os seus momentos possuindo valor infinito. Os momentos mais importantes e muito utilizados para caracterizar as funções densidade de probabilidade (fdp) são os quatro primeiros. A tendência central, dispersão, assimetria e curtose são caracterizados, respectivamente, pelo primeiro, segundo, terceiro e quarto momento de uma distribuição de probabilidades [MORETO, 2008]. Também, pode-se descrever momentos como momento simples de ordem  $r$  ou momento ordinário de ordem  $r$ , sendo definido por:

$$m_r = \sum_{i=1}^p f_i x_i^r = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^p n_i x_i^r \quad (17)$$

Onde,  $r$  representa o número inteiro positivo, por exemplo,

$$m_0 = \sum_{i=1}^p f_i x_i^0 = 1;$$

$$m_1 = \sum_{i=1}^p f_i x_i^1 = \bar{x} = \text{média aritmética};$$

$$m_2 = \sum_{i=1}^p f_i x_i^2 = \sigma^2 - \bar{x}^2.$$

E também é chamado como momento centrado de ordem  $r$  ou momento de ordem  $r$  centrado na média, sendo:

$$M_r = \sum_{i=1}^p f_i (x_i - \bar{x})^r = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^p n_i (x_i - \bar{x})^r, \quad (18)$$

por exemplo,

$$M_0 = 1;$$

$$M_1 = \sum_{i=1}^p f_i (x_i - \bar{x})^1 = \bar{x} - \bar{x} = 0;$$

$$M_2 = \sum_{i=1}^p f_i (x_i - \bar{x})^2 = \sigma^2.$$

Se a distribuição for simétrica (por exemplo, a distribuição normal ou gaussiana) os momentos centrados de ordem ímpar são nulos, pois para cada desvio negativo há um desvio positivo com o mesmo valor absoluto.

### 2.3.1. Primeiro Momento – Média

O primeiro momento estatístico ( $\mu_1$ ) é denominado de média ( $\bar{x}$ ). A média além de ser interpretada como um valor significativo de uma sequência de números é também definida como o valor que mostra para onde se concentram os dados estatísticos de uma distribuição, como o ponto de equilíbrio das frequências de um histograma [CASELLA *et. al*, 2010; MORETTO, 2008].

Para o primeiro momento, por ser um cálculo de valor esperado, o cálculo da variável aleatória do tipo contínua será:

$$\mu_1 = E(x^1) = \int_{-\infty}^{\infty} f_x(x)x^1 dx \quad (19)$$

e o cálculo da variável aleatória do tipo discreta será:

$$\mu_1 = E(x^1) = \sum_x [f_x(x)x^1]. \quad (20)$$

O resultado do primeiro momento nos cálculos das variáveis aleatórias do tipo discreta e contínuas será a média da variável  $x$ . Já calculando na equação da definição de momento central, o primeiro momento central será sempre igual a zero, como pode-se observar abaixo [CASELLA, 2010].

$$\mu_1 = E[X - E(X)]^1 = E(X) - E(X) = 0 \quad (21)$$

### 2.3.2. Segundo Momento – Variância

O segundo momento central é denominado de variância e sua raiz quadrada é o desvio padrão ( $\sigma$ ), assim,  $\mu_2 = \sigma^2$ . A variância de uma variável aleatória é a medida da sua dispersão estatística, o que irá indicar a distância dos resultados do valor esperado. Considerando a amostra de uma população, calcula-se a variância da seguinte maneira [CAEIRO,2009; LAPPONI, 2005]:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^p n_i (x_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^p f_i (x_i - \bar{x})^2 \quad (22)$$

que é equivalente à equação a seguir,

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^p n_i (x_i^2 - \bar{x}^2) = \sum_{i=1}^p f_i (x_i^2 - \bar{x}^2). \quad (23)$$

Em que,  $f_i$  representa a frequência do conjunto de dados.

Porém, se o conjunto de dados constitui uma amostra da população, a variância será denotada por  $s^2$ , calculada por:

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^p n_i (x_i - \bar{x})^2 \leftrightarrow s^2 = \frac{1}{n-1} (\sum_{i=1}^p n_i x_i^2 - n\bar{x}^2). \quad (24)$$

Para o segundo momento, por ser um cálculo de valor esperado, o cálculo da variável aleatória do tipo contínua será:

$$\mu_2 = E(x^2) = \int_{-\infty}^{\infty} f_x(x) x^2 dx \quad (25)$$

o cálculo da variável aleatória do tipo discreta será:

$$\mu_2 = E(x^2) = \sum_x [f_x(x) x^2]. \quad (26)$$

Calculando na equação da definição de momento central, o segundo momento central de uma variável aleatória será a sua variância, como pode-se observar abaixo [CASELLA, 2010].

$$\mu_2 = E[X - E(X)]^2 = \text{Variância}(X) = \sigma^2 \quad (27)$$

Podendo também ser escrito como:

$$\sigma^2 = E[X - \mu]^2 = \text{Variância}(X) \quad (28)$$

desde que o valor esperado de  $E[X - \mu]^2$  exista. A raiz quadrada positiva,  $\sigma = \sqrt{\text{Variância}(x)}$  é chamada de desvio padrão da variável aleatória de  $X$  [CAEIRO,2009].

Se  $X$  é uma variável aleatória, para qual existe variância,  $\text{Variância}(X) = E(X^2) - E^2(X)$ , então, algumas propriedades de uma variável aleatória são:

- Se  $\alpha$  é uma constante,  $\text{Variância}(\alpha) = 0$ ;
- Se  $\alpha$  e  $\beta$  são constantes,  $\text{Variância}(\alpha X + \beta) = \alpha^2 \text{Variância}(X)$ .

A figura 6 mostra uma representação gráfica de uma distribuição normal ou Gaussiana, a média e a variância da distribuição.

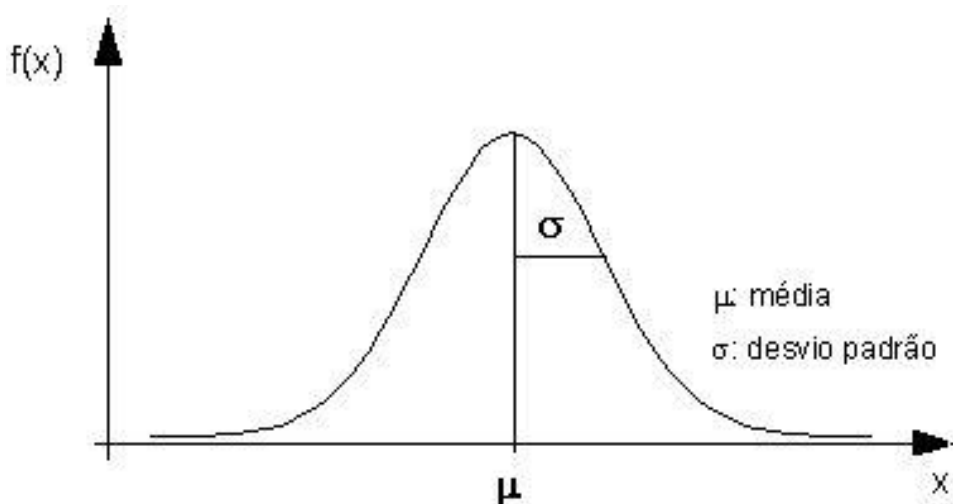


Figura 6 – Curva Normal Típica com os parâmetros representando média e o desvio padrão. Fonte: CONTI, 2009.

### 2.3.3. Terceiro Momento – Assimetria (*skewness*)

O momento central de terceira ordem é conhecido com *skewness*, podendo ser usado como uma medida de assimetria. A assimetria é definida pela equação,

$$\mu_3 = E\{(x - \bar{x})^3\} = \int_{-\infty}^{\infty} f_x(x)(x - \bar{x})^3 dx \quad (29)$$

Uma distribuição de valores poderá ser representada sempre por uma curva. Na investigação de assimetria nas distribuições, o terceiro momento centrado na média é utilizado. Nas distribuições unimodais essa investigação permite saber se existe assimetria positiva ou negativa, ou seja, se é significativo o alongamento de uma das caudas da distribuição (à direita ou à esquerda da média). A assimetria é um exemplo de parâmetro de forma que permite tornar a cauda da direita mais ou menos pesada. No caso da assimetria, um coeficiente próximo de zero significa simetria, caso contrário, uma tendência à esquerda para números negativos e, à direita para números positivos [DAVID, 2004; MORETTO, 2008].

$$S = \frac{\mu_3}{\mu_2^{\frac{3}{2}}}. \quad (30)$$

Considera-se:

- Se *Assimetria* < 0 a distribuição será assimétrica negativa;
- Se *Assimetria* > 0 a distribuição será assimétrica positiva;
- Se *Assimetria* = 0 a distribuição será Simétrica.

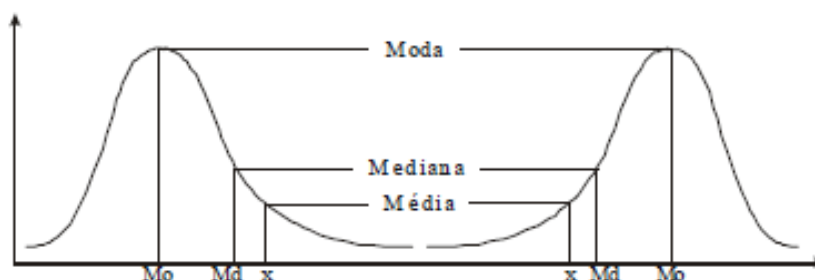


Figura 7 – Distribuição assimétrica positiva e negativa da curva representativa na distribuição. Fonte: LOPES, 2003.

A curva representada por uma distribuição de valor poderá apresentar várias formas, o valor da moda da distribuição será como o ponto de referência. Lembrando que a moda de um conjunto de dados trata do valor que ocorre com maior frequência ou o valor mais comum em um conjunto de dados, esse ponto será correspondente ao valor de ordenada máxima, o que dará o ponto mais alto da curva representativa da distribuição [LOPES, 2003]. A assimetria permite dividir as distribuições em três casos:

- Distribuição simétrica: quando existe uma exata repartição de valores em torno do ponto central, ou seja, a média ( $\bar{X}$ ), a mediana ( $M_d$ ) e a moda ( $M_o$ ) coincidem [ARALDI,2004]. A Figura 8 mostra um exemplo de distribuição simétrica.

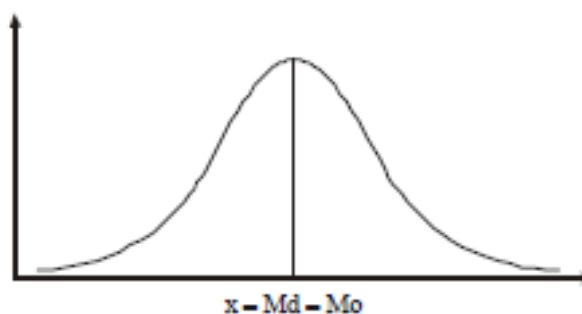


Figura 8 – Distribuição simétrica da curva representativa da distribuição. Fonte: LOPES, 2003.

- Distribuição assimétrica positiva: é quando predominam os valores mais altos das observações, isto é, a distribuição ou a curva de frequência tem uma “cauda” mais longa à direita da ordenada (frequência) máxima do que à esquerda. Assim, a mediana será maior

do que a moda ( $M_o$ ) e a média ( $\bar{X}$ ) maior do que a mediana ( $M_d$ ) [ARALDI,2004]. A figura 9 mostra um exemplo de distribuição assimétrica positiva.

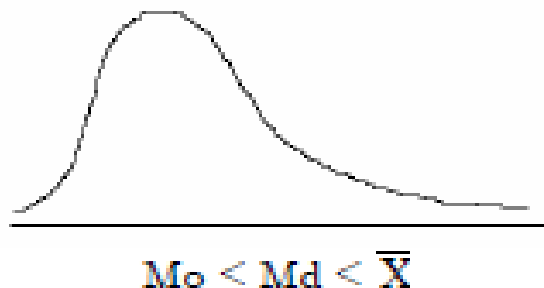


Figura 9 – Distribuição assimétrica positiva. Fonte: LOPES, 2003.

- Distribuição assimétrica negativa: é quando predominam os valores baixos das observações, isto é, a distribuição ou a curva de frequência tem uma “cauda” mais longa à esquerda da ordenada (frequência) máxima do que à direita. Assim, a mediana será menor do que a moda ( $M_o$ ) e a média ( $\bar{X}$ ) menor do que a mediana ( $M_d$ ) [ARALDI,2004]. A figura 10 mostra um exemplo de distribuição assimétrica negativa.

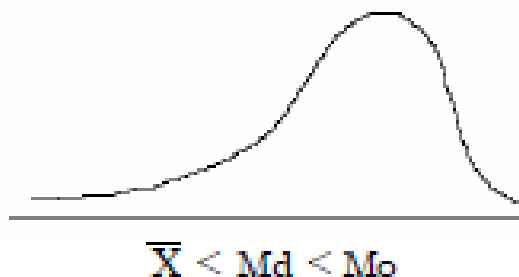


Figura 10 – Distribuição assimétrica negativa. Fonte: LOPES, 2003.

#### 2.3.4. Quarto Momento – Curtose

A curtose é uma estatística de quarta ordem, é uma medida que caracteriza o achatamento da curva da função de distribuição de probabilidade, mostrando até que ponto a curva representativa de uma distribuição é mais aguda ou mais achatada do que a curva normal, de altura média [LOPES,2003; MORETO, 2008]. O coeficiente de achatamento ou *kurtosis* é definido por,



$$K = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3 \quad (31)$$

Onde,

$\mu_4$  é o quarto momento central;

$\sigma$  é o desvio padrão.

A curtose é bastante usada em diversas áreas de aplicação, devido à sua simplicidade e propriedades [MORETO,2008]. Ela pode ser definida também pela Equação (32),

$$curtose(x) = E\{x^4\} - 3E\{x^2\}^2. \quad (32)$$

É comum calcular a curtose em uma versão normalizada, em que se divide a curtose definida na Equação (32) pelo quadrado da variância [MORETO,2008].

$$K(x) = \frac{E\{x^4\}}{E\{x^2\}^2} - 3 \quad (33)$$

$$K(x) = \frac{\mu_4}{\mu_2^2} - 3 = \frac{E(X-E(X))^4}{(E(X-E(X))^2)^2} - 3 \quad (34)$$

Para a distribuição Gaussiana, a curtose normalizada é nula, e na prática, será não-nula para distribuições não gaussianas, podendo ser usada com medida de normalidade. O valor da curtose poderá ser tanto positivo como negativo. Para positivo não há limite para os valores e pode existir curtose infinita, porém para a curtose normalizada negativa, o menor valor possível será  $-2$ , quando a variância for unitária [LOPES,2003; MORETO,2008]. A curtose permite classificar as distribuições em três tipos:

- Curva mesocúrtica ou normal: quando o valor da curtose for igual a zero, é considerada como curva padrão, pois tem o mesmo achatamento que a distribuição normal ou Gaussiana.
- Curva leptocúrtica: quando o valor da curtose for maior que zero, é a curva mais alta do que o normal, apresenta o topo relativamente alto, o que significa que os valores se acham mais agrupados em torno da moda. A curva leptocúrtica também possui caudas grossas, devido a presença de valores de grande amplitude, com sinal negativo e/ou positivo.
- Curva platicúrtica: quando o valor da curtose é menor que zero, é uma curva mais baixa do que a normal, apresenta o topo achatado, significando que várias classes apresentam frequências quase iguais.

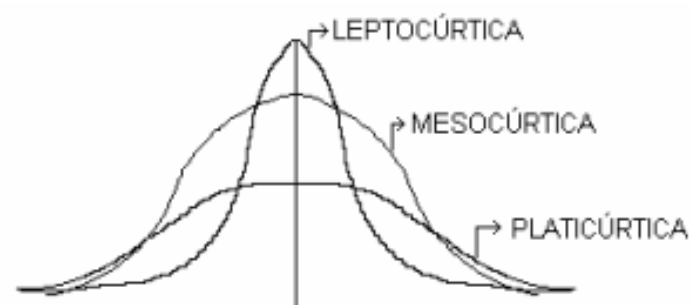


Figura 11 - Distribuição Platicúrticas, Mesocúrticas e Leptocúrticas. Fonte: LOPES, 2003.

Correspondendo ao momento abstrato de quarta ordem, o coeficiente momento de curtose ( $K$ )

$$k = \frac{M_4}{s^4}. \quad (35)$$

Em que,  $M_4$  é o momento centrado de quarta ordem. Assim,

- Se  $K < 0$  a distribuição será do tipo curva platicúrtica;
- Se  $K = 0$  será curva mesocúrtica;
- Se  $K > 0$  será curva leptocúrtica.

## 2.4. TURBULÊNCIA E ESTRUTURAS COERENTES

Para entender os mecanismos que dominam a dinâmica de fluidos é essencial o estudo de turbulência. Os primeiros estudos teóricos da turbulência hidrodinâmica analisaram as flutuações de velocidade usando uma abordagem estatística, devido à aparente imprevisibilidade da turbulência. Um dos poucos resultados teóricos não-triviais da turbulência hidrodinâmica foi obtido por Kolmogorov (1941), que demonstrou que a terceira ordem da função de estrutura (ou seja, o terceiro momento estatístico) das flutuações de velocidade de um fluido segue uma lei-de-escala, o que foi amplamente confirmado através de experimentos em laboratórios usando túneis de vento e instrumentos de alta precisão [FRISCH, 1995]. Porém, na tentativa de estender esse resultado para funções de estrutura de altas ordens observou-se uma discrepância entre a teoria e os resultados observacionais. Essa discrepância é devida à presença de estruturas coerentes de longa duração que coexistem com as flutuações randômicas da velocidade do fluido [FRISCH, 1995; DAVIDSON, 2004], responsáveis por uma variedade de fenômenos tais como intermitência nas séries temporais, funções de distribuições de probabilidade não-Gaussianas, sincronização de fase entre escalas [CHIAN et al., 2008] e comportamento fractal das séries temporais.

A definição de turbulência não é consensual. De acordo com Moller e Silvestrini (2004) é reconhecida através de suas características. Tennekes e Lumley (1972) relacionam a turbulência com sua tridimensionalidade, com os seus altos números de Reynolds e a sua continuidade. Já Maslov (1991) abordou três contribuições fundamentais para a geração de instabilidade e turbulência. São elas: na escala molecular, partículas em movimento se perturbam mutuamente; através da interface de contato na fronteira do escoamento, sendo afetado por irregularidades como vibrações e rugosidade; e na escala de corpos submersos, onde obstruções e curvas de superfícies

criam zonas de gradiente de pressão e, resultam na formação de recirculações e vórtices que transferem energia até a dissipação em calor, conforme o modelo de Kolmogorov [KIST,2013; MOLLER E SILVESTRINI, 2004].

A partir desses conceitos distintos, foram lançadas as proposições sobre estruturas coerentes, que afirmavam que a noção predominante era de uma turbulência composta por apenas movimentos de vórtices em total caos. Em seguida, o foco consistiu em modelos caóticos ou tratamento estatístico, que mesmo com valores importantes, sozinhos não explicavam a razão fundamental da vorticidade [HUSSAIN, 1983].

O conceito de estruturas coerentes é bastante comum na abordagem de fenômenos envolvendo meios contínuos. Sua noção intuitiva vem da abordagem desses fenômenos nos quais padrões especiais são identificados e associados a determinados comportamentos temporais [BARBEIRO,2012; LIMA, 2014]. Porém, não há uma definição precisa do que sejam estruturas coerentes, mesmo existindo vários trabalhos sobre o assunto. Pode-se dizer que uma estrutura coerente, de acordo com Hussain (1983), Moller e Silvestrini (2004), é uma massa de fluido turbulento com grande escala, com uma vorticidade correlata e em fase, sobre a região do fluido [KIST,2013; BARBEIRO, 2012]. Já Liseur (1997) afirmou as seguintes características para identificar coerência num vórtice: possuir uma concentração de vorticidade tal que trajetórias de fluido girem ao redor dele; ter um tempo de vida maior que o tempo de rotação local; e possuir a propriedade de imprevisibilidade [KIST,2013; LISEUR, 1997; MOLLER E SILVESTRINI, 2004]. Robinson (1991) propõe em aspectos mais amplos, afirma que um movimento coerente poderia ser definido através de qualquer variável fundamental, que dentro de uma região apresenta qualquer correlação significativa com si própria ou com qualquer outra variável ao longo de um intervalo de espaço e/ou tempo considerados maior do que as menores escalas locais do escoamento [ROBINSON, 1991; KIST,2013].

As estruturas coerentes estão relacionadas com vórtices, que surgem de fluidos turbulentos. Ocasionalmente dois ou mais vórtices se aproximam e se fundem, ou vórtice mais fracos são destruídos pelos os mais fortes.



Figura 12 – Estruturas coerentes em um Fluxo de um único cilindro circular. Fonte: Bimbato, 2012.

## 2.5. RELAÇÃO ENTRE ASSIMETRIA E A CURTOSE

Dados experimentais que envolvam turbulência em fluidos mostram que existe uma relação funcional entre assimetria ( $S$ ) e curtose ( $K$ ), que pode ser descrita como

$$k = \alpha S^2 + \beta, \quad (36)$$

onde o coeficiente  $\alpha \neq 0$  desempenha a propriedade de concavidade da parábola. Se o  $\alpha$  for positivo, a parábola terá concavidade para cima. O coeficiente  $\alpha$  negativo, a parábola terá concavidade para baixo. O coeficiente  $\beta$  indica onde a parábola intercepta o eixo  $Y$ , no caso seria o eixo da curtose [FRANÇA, 2016].

A presença da relação de assimetria-curtose em diferentes cenários físicos tem atraído muita atenção, sendo associada à presença de flutuações não-Gaussianas, devido a estruturas coerentes [KROMMES, 2008; SATTIN *et. al.*, 2009; SANDBERG *et. al.*, 2009; GUSZEJNOV *et. al.*, 2013; BERGSAKER *et. al.*, 2015; LABIT *et. al.*, 2007]. Mole e Clarke (1995) encontraram esta relação em concentrações locais de contaminantes na turbulência atmosférica. Sura e

Sardeshmukh (2007) encontraram uma relação parabólica similar entre a assimetria e a curtose usando dados globais de flutuações de temperatura da superfície do mar, com isso propuseram uma equação não-linear de Langevin com forçamento externo que pode explicar esta relação parabólica. Krommes (2008) estendeu este modelo para incluir instabilidades internas autogeradas em plasmas. Labit *et. al.* (2007) relataram uma dependência semelhante à assimetria-curtose em flutuações de densidade de elétrons em experimentos de confinamento de plasma. Sattin *et. al.* (2009) argumentaram que uma relação parabólica pode ser obtida como uma consequência natural de uma série de restrições esperadas para a maioria dos sistemas físicos. Guszejnov *et. al.* (2013) propuseram um modelo simplificado de uma série temporal sintética intermitente, construída a partir de um número aleatório de estruturas coerentes com amplitudes aleatórias embutidas em um ruído Gaussiano de fundo, e demonstraram que seu modelo pode prever uma relação parabólica S-K. Um estudo semelhante foi realizado por Bergsaker *et. al.* (2015) usando um modelo de eventos coerentes de fluxo de plasma. Já Medina e Díaz (2016) obtiveram esta relação parabólica para conjuntos de dados de tempos de reação humana para estímulos visuais. Entretanto, uma explicação teórica da relação parabólica entre a assimetria e a curtose de fluidos ainda é uma questão em aberto [MIRANDA *et. al.*, 2018].

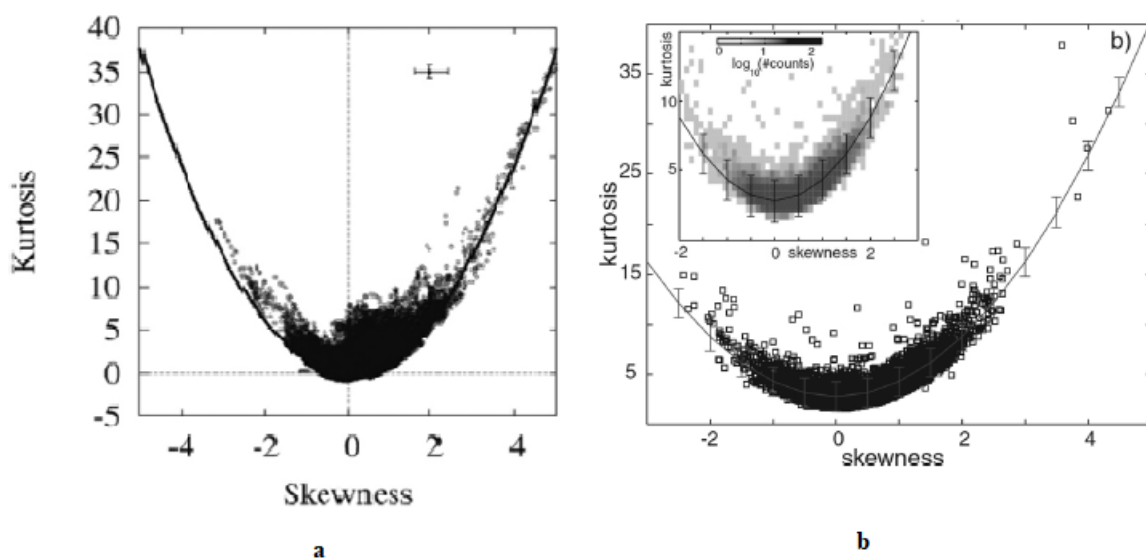


Figura 13 – a) Medição da assimetria e curtose da temperatura diária da superfície do mar. Fonte: Adaptado SURA e SARDESHMUKH, 2007. b) Assimetria e curtose de sinais de densidade de elétrons em experimentos de confinamentos de plasmas. Fonte: Adaptado LABIT, *et. al.*, 2007.

Como a explicação da relação S-K ainda não está clara, por meio de modelos de séries temporais sintéticas, chegou-se a um consenso de que a forma parabólica é devida a flutuações não-Gaussianas relacionada a estruturas coerentes, enquanto pontos próximos a  $(S, K) = (0,0)$  correspondem a flutuações Gaussianas. Este consenso é confirmado, por exemplo, Sandberg *et. al.* (2009) propôs um modelo e explicou em séries temporais intermitentes, em que consistia em uma superposição de flutuações aleatórias Gaussianas e não-Gaussianas. Seu modelo inclui um parâmetro que mede o desvio da Gaussianidade. A PDF resultante de seu modelo exibe caudas longas assimétricas que reproduzem distribuições medidas de flutuações da densidade do plasma em dispositivos de confinamento magnético [ANTAR *et. al.*, 2003]. Seu modelo também leva a uma relação parabólica entre  $S$  e  $K$ . Outro exemplo é de Bergsaker *et. al.* (2015) que observou uma transição de uma forma parabólica para os pontos  $(S, K) = (0,0)$  aumentando a intensidade do ruído Gaussiano em seu modelo de séries temporais sintéticas, adicionando flutuações determinísticas e ruído Gaussiano. No entanto, uma quantificação da forma parabólica é necessária para uma comparação objetiva entre diferentes conjuntos de dados. De acordo com Miranda *et. al.* (2018) o cálculo do índice de correlação permite que as séries temporais, denominadas por flutuações Gaussianas e não-Gaussianas, sejam claramente diferenciadas e o valor do índice de correlação mede quão bem os gráficos de dispersão S-K se ajustam com uma parábola. Apesar da simplicidade desta abordagem, ela representa uma maneira alternativa de comparar o grau de não-Gaussianidade devido a assimetrias e caudas grossas nos PDFs de diferentes conjuntos de dados, podendo ser aplicada a dados observacionais e resultados de simulações numéricas [MIRANDA *et.al.*, 2018].

Sattin *et. al.* (2009) argumenta que os coeficientes  $\alpha$  e  $\beta$  na Equação (36) não são capazes de oferecer informações relevantes sobre o processo subjacente. No entanto, Guszejnov *et. al.* (2013) discutiram uma interpretação dos coeficientes  $\alpha$  e  $\beta$  com base em seu modelo de uma série temporal sintética. Para o modelo dele em especial, o valor do coeficiente  $\alpha$  depende da estatística das flutuações devidas a estruturas coerentes e não é necessariamente constante no tempo. Para o coeficiente  $\beta$ , se o número de estruturas coerentes em uma série temporal for representado como variáveis independentes aleatórias que seguem uma função de distribuição de Poisson (que modela a ocorrência de eventos raros), então  $\beta = 3$ . Desvios deste valor podem ser interpretados como um desvio do pressuposto de independência, o que significa que há interação entre estruturas

coerentes. Se a curtose for definida como na Equação (31) a afirmação anterior é equivalente a  $\beta = 0$  [GUSZEJNOV *et. al.*, 2013].



### 3. METODOLOGIA

#### 3.1. DESCRIÇÃO DE DADOS

O presente trabalho analisou os dados obtidos a partir de séries temporais de pressão estática de coluna LFC obtidos na tese de Fiorillo (2017). Nesse trabalho, o autor quantificou os regimes em um protótipo de um gaseificador, conforme a Figura 14, com o intuito de obter um controle estável. E também, fez uma análise não-linear, que consistiu na avaliação da evolução de índices como a dimensão de correlação, entropia de Kolmogorov e o coeficiente de Hurst, das séries temporais de pressões estáticas.

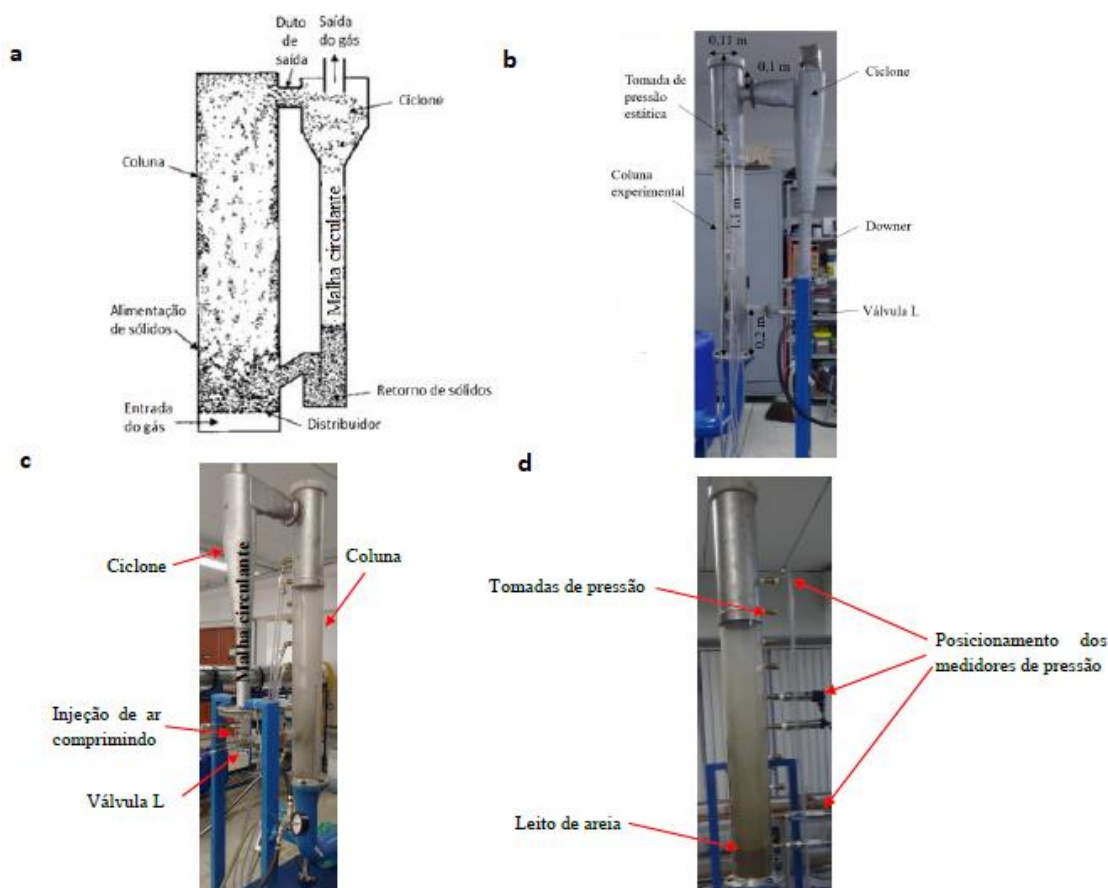
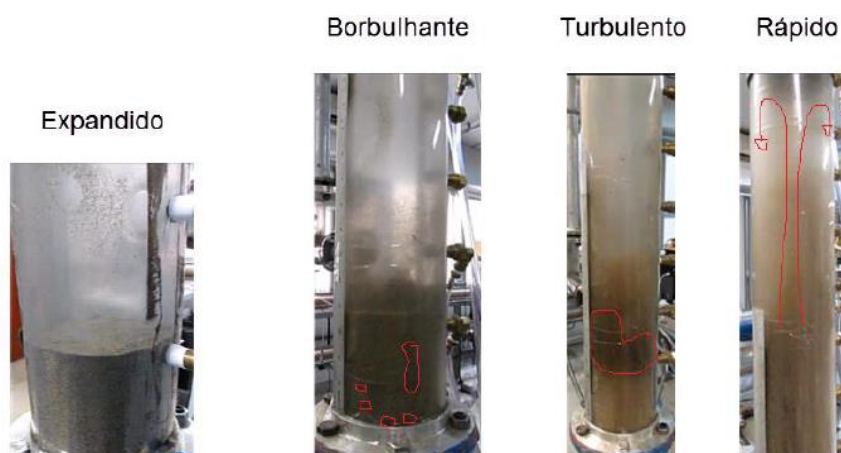


Figura 14 – a) Sistema de leito fluidizado circulante. Fonte: Adaptado de YANG,2003. b) Bancada experimental de leito fluidizado circulante. c) Montagem de malha circulante, destacando a selagem mecânica a partir da válvula L. d) Tomadas de pressão e posicionamento dos medidores de pressão estática da coluna LFC experimental. Fonte: Autorizado por FIORILLO, 2017.

Os dados das séries foram coletados a partir de medidores de pressão localizados na base, no meio e no topo de uma coluna de fluidização. Nos ensaios, foram utilizados três tipos de partículas diferentes (areia -  $1mm$ , areia -  $1.2mm$  e vidro -  $355\mu m$ ), submetidas a condições operacionais específicas (fluxos do ar de entrada). Em cada ensaio, o leito foi submetido a quatro regimes de fluidização durante um tempo de aproximadamente  $40\text{ min}$ . Esses regimes são chamados de expandido, borbulhante, turbulento e rápido.



*Figura 15 - Definição dos regimes de fluidização experimental usados para a proposta de quantificação.  
Fonte: Autorizado por FIORILLO, 2017.*

### 3.2. ANÁLISE ESTATÍSTICA DE AMOSTRAS

A análise estatística de amostras permite calcular parâmetros estatísticos, por exemplo, momentos, mediana, matriz de covariância e correlação, matriz de autocorrelação e a matriz de correlação cruzada. Os momentos caracterizam as distribuições de probabilidade, sendo os mais utilizados os quatro primeiros, caracterizados como a tendência central, dispersão, assimetria e curtose. Neste trabalho, com os dados obtidos das séries temporais de pressão estática de coluna LFC da tese de FIORILLO (2017), foi possível notar presentes flutuações turbulentas. As seguintes são as versões discretizadas dos momentos estatísticos, apresentados no Referencial Teórico, que podem ser calculados utilizando dados experimentais:

- O primeiro momento é equivalente à média

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (37)$$

- O segundo momento é equivalente à variância

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (38)$$

- O terceiro momento é equivalente à assimetria

$$S = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( \frac{x_i - \bar{x}}{\sigma_x} \right)^3 \quad (39)$$

- O quarto momento é equivalente à curtose

$$K = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( \frac{x_i - \bar{x}}{\sigma_x} \right)^4 - 3 \quad (40)$$

Todos os cálculos foram realizados utilizando código implementado no programa *Matlab*, de acordo com as figuras 16 e 17. Os códigos estão disponíveis nos Anexos 1, 2 e 3.



```

1 function S=assimetria(x)
2
3 %Quantidade de elementos
4
5 N=length(x);
6
7 %Cálculo da média
8
9 media = mean(x);
10
11 %Cálculo do desvio padrão
12
13 desviopadrao=std(x);
14
15 %Cálculo da assimetria
16
17 b=(1/N);
18
19 a=sum(((x-media)/desviopadrao).^3);
20
21 S = b*a;
22
23 return
24
25 end

```

Figura 16 – Ambiente do sistema operacional, com a janela de comandos em destaque para a Função do cálculo da assimetria.

```

1 function k = kurtose_mat(x)
2
3 %Quantidade de elementos
4
5 N=length(x);
6
7 %Cálculo da média
8
9 media = mean(x);
10
11 %Cálculo do desvio padrão
12
13 desviopadrao=std(x);
14
15 %Cálculo da assimetria
16
17 c=sum((x-media)/desviopadrao).^4;
18
19 d=(1/N);
20
21 k = (d*c)-3.;
22
23 return
24
25 end

```

Figura 17 – Ambiente do sistema operacional, com a janela de comandos em destaque para a função do cálculo da curtose.

A partir das séries temporais de pressão estática, o código constrói o histograma e a Função de Distribuição da Probabilidade. Depois, o código divide a série temporal em seções ou janelas, e calcula a assimetria ( $S$ ) e a curtose ( $K$ ) dentro de cada janela para posteriormente construir um gráfico de  $K$  em função de  $S$ . Durante a execução, o programa realiza os seguintes passos:

1. Seleciona-se uma janela de dados de tamanho 1500, desconsiderando 3 *segundos* no início e no final de cada regime, já que correspondem a flutuações transientes;
2. Calcula-se  $S$  e  $K$  nessa janela;
3. Plota-se o ponto ( $S, K$ ) no gráfico;
4. Desloca-se a janela em uma distância de 50 *pontos*;
5. Retorna-se ao ponto 1, fazendo-se o mesmo para todas as janelas.

### 3.3. AJUSTE DO GRÁFICO ASSIMETRIA - CURTOSE

Através dos gráficos obtidos com a relação da assimetria em função da curtose, foi feita uma inspeção visual para analisar se existe uma relação parabólica. Como mencionado na seção 2.5, essa relação parabólica está relacionada com flutuações não-Gaussianas, ou seja, flutuações que se desviam do valor  $(S, K) = (0,0)$  esperado para uma distribuição Gaussiana. Além disso, utilizando funções do programa *Matlab*, realizou-se o ajuste através do método dos mínimos quadrados, dos pontos do gráfico  $(S, K)$  para uma curva parabólica, equivalente a equação seguinte:

$$k = \alpha S^2 + \beta \quad (41)$$

Com isso, pode-se fazer a interpretação dos coeficientes  $\alpha$  e  $\beta$  seguindo o artigo de Guszejnov *et. al.* (2013) em termos de estruturas coerentes. O valor do coeficiente  $\alpha$  depende da distribuição espacial das estruturas coerentes, enquanto que o coeficiente  $\beta$  indica interação entre estruturas coerentes se o valor for diferente de zero. Finalmente, foi feito o cálculo da correlação entre a Equação (41) e o gráfico de  $K$  em função de  $S$ , para verificar a qualidade do ajuste de maneira quantitativa. Com esse valor e a Tabela 1 é possível interpretar o nível de correlação.

Tabela 1- Valores dos coeficientes da correlação. Fonte: Adaptado HINKLE *et. al.*, 2003.

Valor absoluto da correlação	Interpretação
> 0,9	correlação muito forte.
0,7 a 0,9	correlação forte.
0,5 a 0,7	correlação moderada.
0,3 a 0,5	correlação fraca.
0 a 0,3	correlação desprezível.

## 4. RESULTADOS

No presente capítulo serão apresentados os resultados da análise estatística para uma série de dados aleatórios de uma distribuição Gaussiana, séries temporais não-lineares de turbulências atmosféricas e os dados do experimento em um gaseificador obtido por FIORILLO (2017).

### 4.1. RUÍDO GAUSSIANO

Primeiramente, é analisada uma série temporal que representa um ruído Gaussiano, gerada utilizando o software *Matlab*, cujas obtidas estão disponíveis nos Apêndices 4 e 5, respectivamente. A série temporal é mostrada na Figura 18(a). Com essa série foram gerados o histograma e a PDF, apresentados nas Figuras 18(b) e 18(c) respectivamente.

Na Figura 18 e de acordo com a teoria abordada no subitem 2.2.1, observa-se que tanto o histograma quanto o PDF mostram um formato de sino, sendo simétrico. Com a construção do gráfico da assimetria em função da curtose para a série temporal Gaussiana, pode-se verificar que os pontos se concentram no ponto  $(0,0)$ , e que não formam uma relação parabólica. Os valores da assimetria e da curtose são respectivamente  $-0,0788$  e  $0,0461$ .

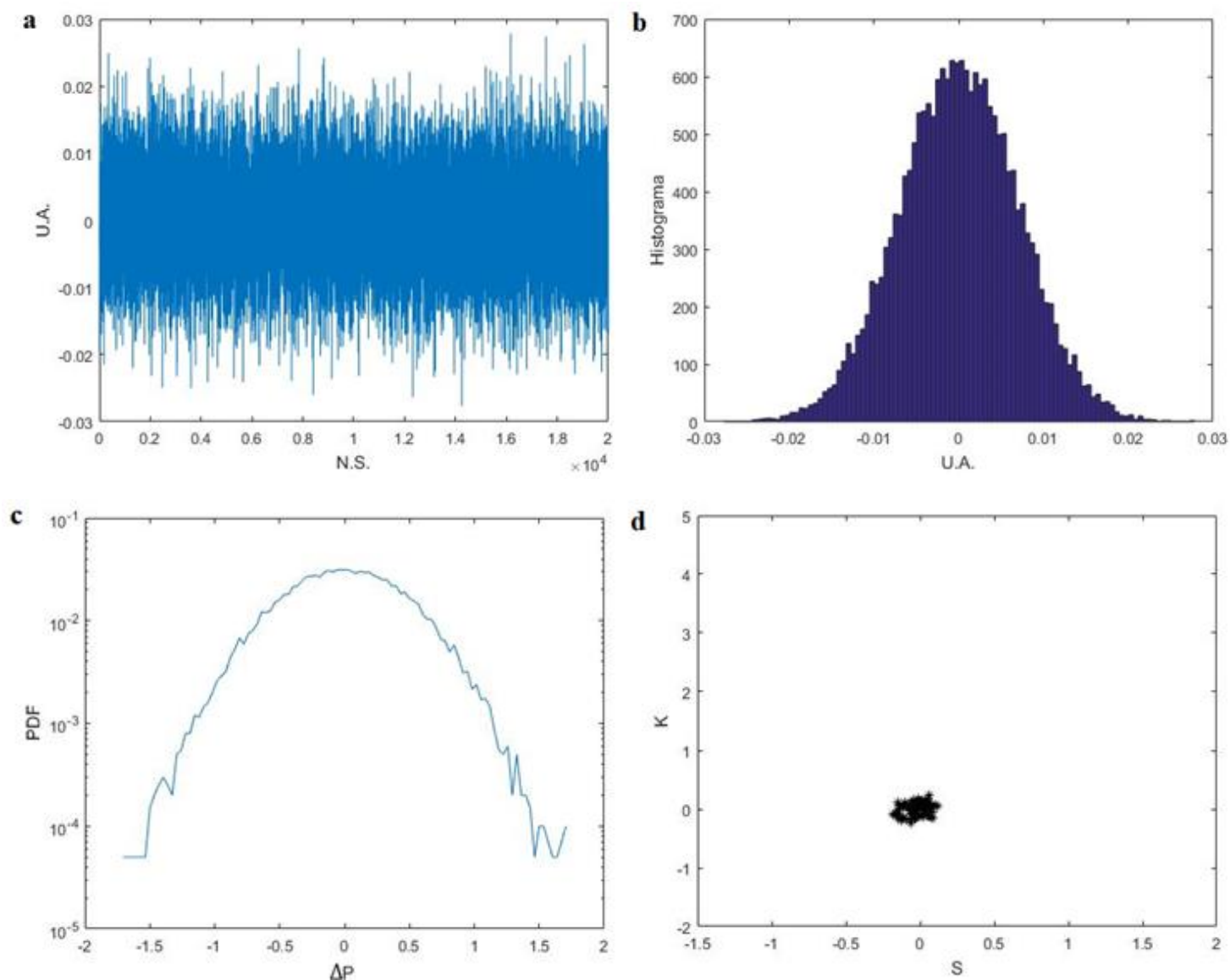


Figura 18 – a) Série temporal Gaussiana. b) Histograma da série temporal Gaussiana. c) Função de distribuição de probabilidade da série Gaussiana. d) Gráfico da assimetria em relação a curtose da série Gaussiana.

## 4.2 TURBULÊNCIA ATMOSFÉRICA

A continuação da análise permitiu avaliar uma série temporal da velocidade vertical do vento na copa da floresta Amazônica. Os dados foram obtidos utilizando instrumentos em uma torre micrometeorológica na copa da floresta Amazônica, localizada na Reserva Biológica de Jarú, no estado de Rondônia [DIAS *et. al.*, 2002; CHIAN *et. al.*, 2008]. A partir da série temporal,

construiu-se o histograma, o PDF e o gráfico da assimetria em relação a função da curtose, como mostra a Figura 19.

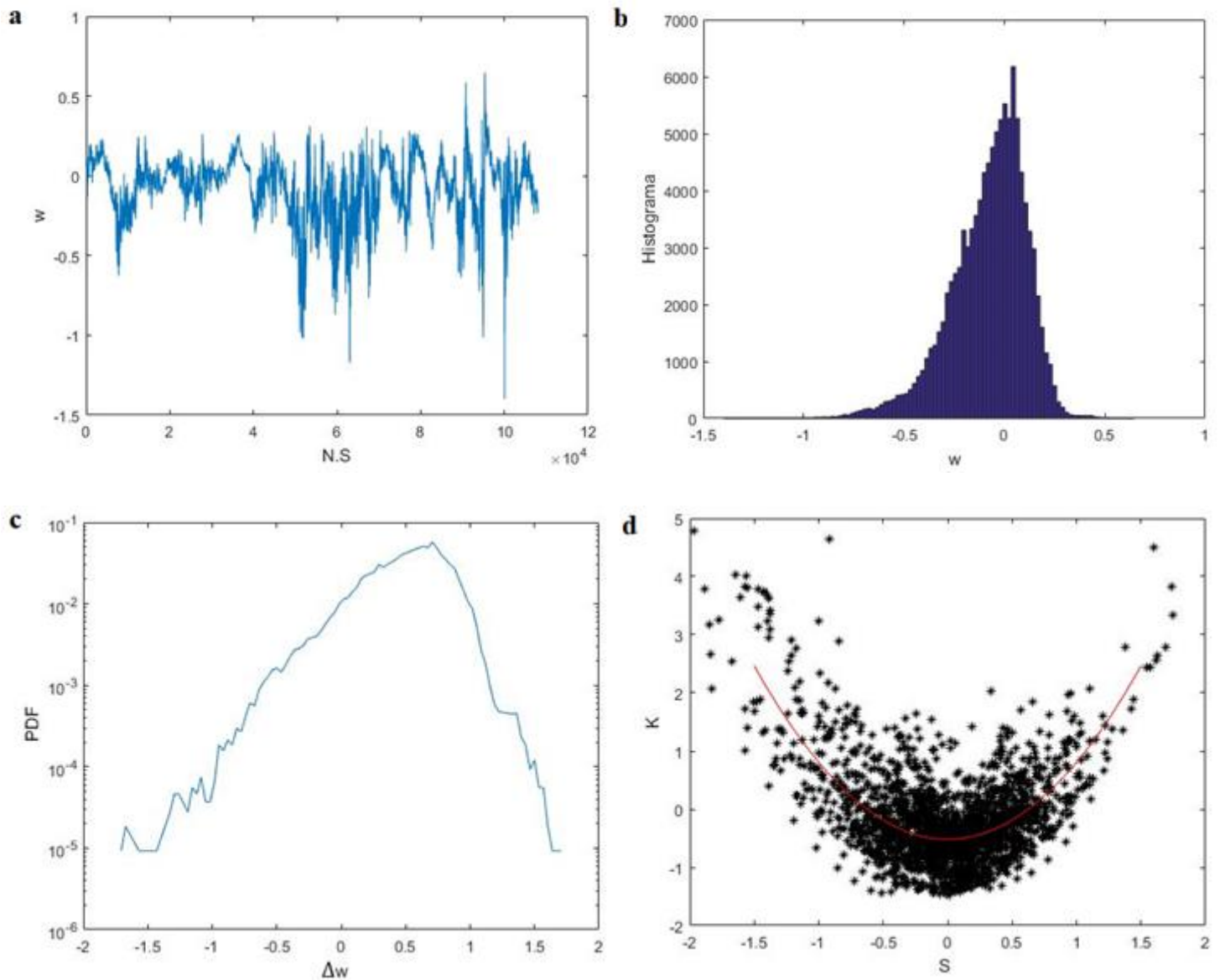


Figura 19 – a) Série temporal de turbulência atmosférica. b) Histograma da série temporal de turbulência atmosférica. c) Função de distribuição de probabilidade da série de turbulência atmosférica. d) Gráfico da assimetria em relação a curtose da série de turbulência atmosférica. A curva vermelha representa o ajuste dos pontos do gráfico para uma curva parabólica.



No histograma e no PDF, mostrados nas Figuras 19(b) e 19(c), respectivamente, verificou-se que o resultado da série temporal é diferente do ruído Gaussiano; por exemplo, pode-se dizer que a PDF não é simétrica e a série temporal da turbulência atmosférica na copa da floresta Amazônica é não-Gaussiana. O valor da assimetria é 0,3498 e o valor da curtose é 0,8049. Em relação ao gráfico da assimetria em função da curtose, pode-se observar que há uma relação parabólica entre os pontos. A curva vermelha representa o ajuste dos pontos do gráfico para uma curva parabólica, de acordo com a Equação (41). Os coeficientes da curva são  $\alpha = 1,3256$  e  $\beta = -0,5166$ , com a incerteza de  $2,2279 \times 10^{-5}$ , e a correlação do ajuste da curva parabólica igual a 0,7727.

### 4.3. PRESSÃO EM UM GASEIFICADOR

A partir das séries temporais na pressão de um gaseificador, apresenta-se a seguir os resultados dos dados de FIORILLO (2017) utilizando as partículas areia – 1mm, areia – 1,2 mm e vidro - 355 $\mu$ m, nessa ordem.

#### 4.3.1. Partícula areia – 1mm

A Figura 20 mostra as séries temporais da pressão na base (cor azul), no meio (cor vermelha) e no topo (cor verde). Os regimes expandido, borbulhante, turbulento e rápido estão indicados na figura. Foram desconsiderados três segundos de flutuações transitórias (transientes) entre regimes na análise.

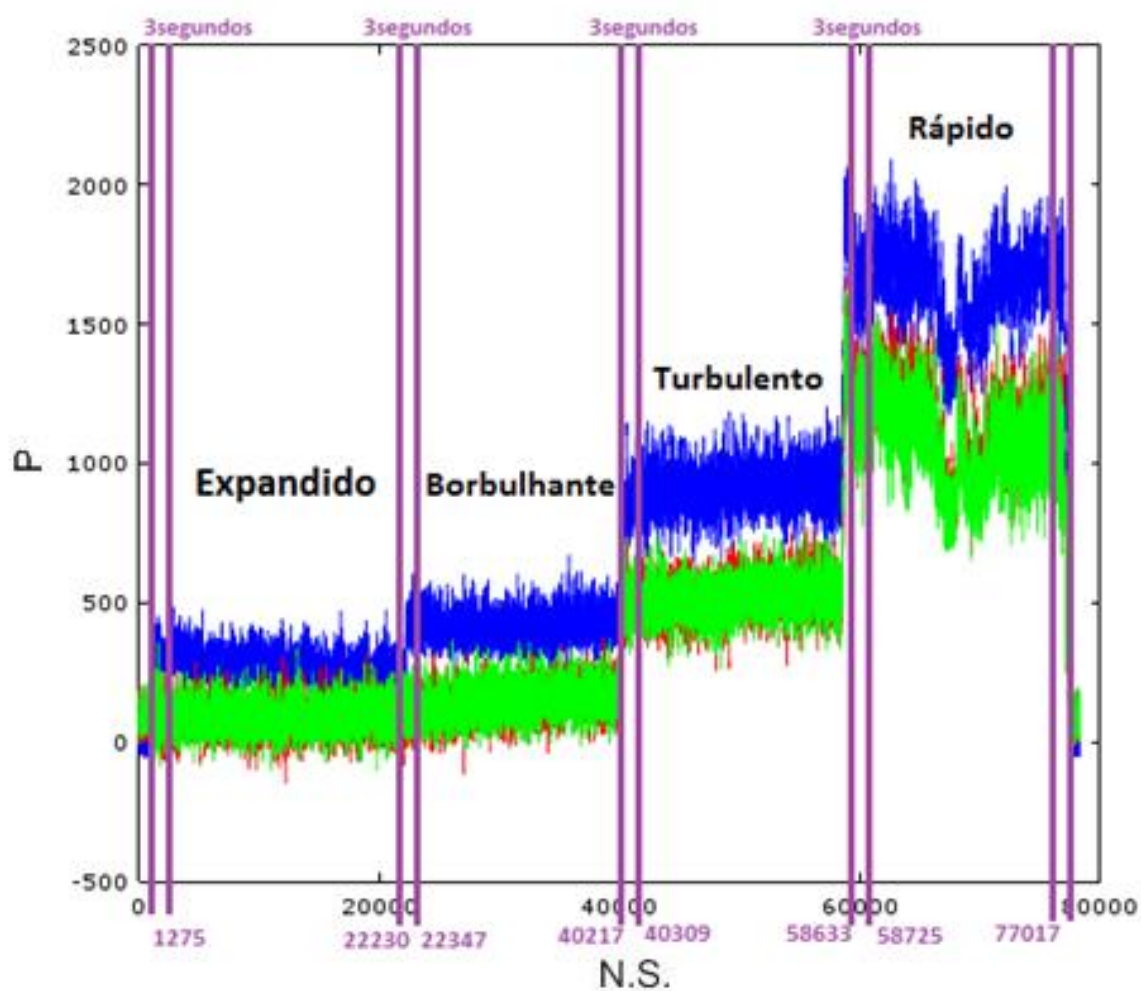


Figura 20 – Séries temporais da pressão para a partícula areia – 1mm na base (cor azul), meio (cor vermelha) e topo (cor verde). As linhas verticais (cor violeta) representam os intervalos transientes removidos da análise.

### 4.3.1.1. Regime Expandido

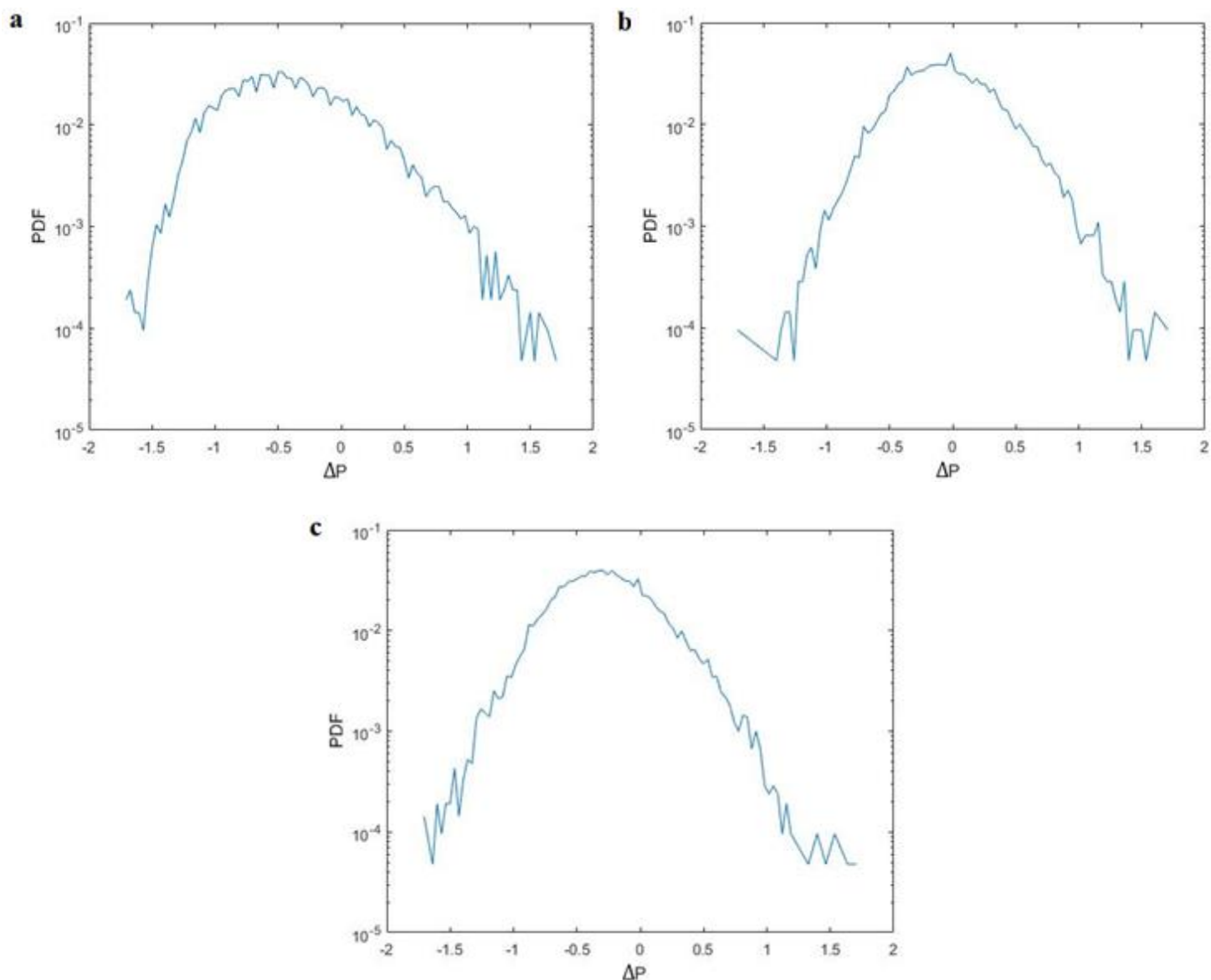


Figura 21 – Função de distribuição de probabilidade no regime expandido. a) Pressão na base. b) Pressão no meio. c) Pressão no topo.

A Figura 21 representa a função de distribuição de probabilidade no regime expandido para a pressão na base, no meio e topo. Pode-se observar que as PDFs apresentam assimetria positiva. Para a pressão na base, Figura (21a), o valor da assimetria é igual à 0,1604 e da curtose  $-0,2802$ , a moda dos dados está localizada à esquerda do centro da figura e a cauda à direita é alongada. Na

pressão no meio, Figura (21b), o valor da assimetria é igual à 0,0076 e da curtose  $-0,0314$ , e no topo o valor da assimetria é igual a 0,3342 e curtose 0,3613. Da Figura 21 observamos que a pressão na base e no topo possuem PDFs assimétricas, diferente da Gaussiana, enquanto que a pressão no meio possui PDF simétrica, com valores da assimetria e da curtose pequenos, como no caso da Gaussiana.

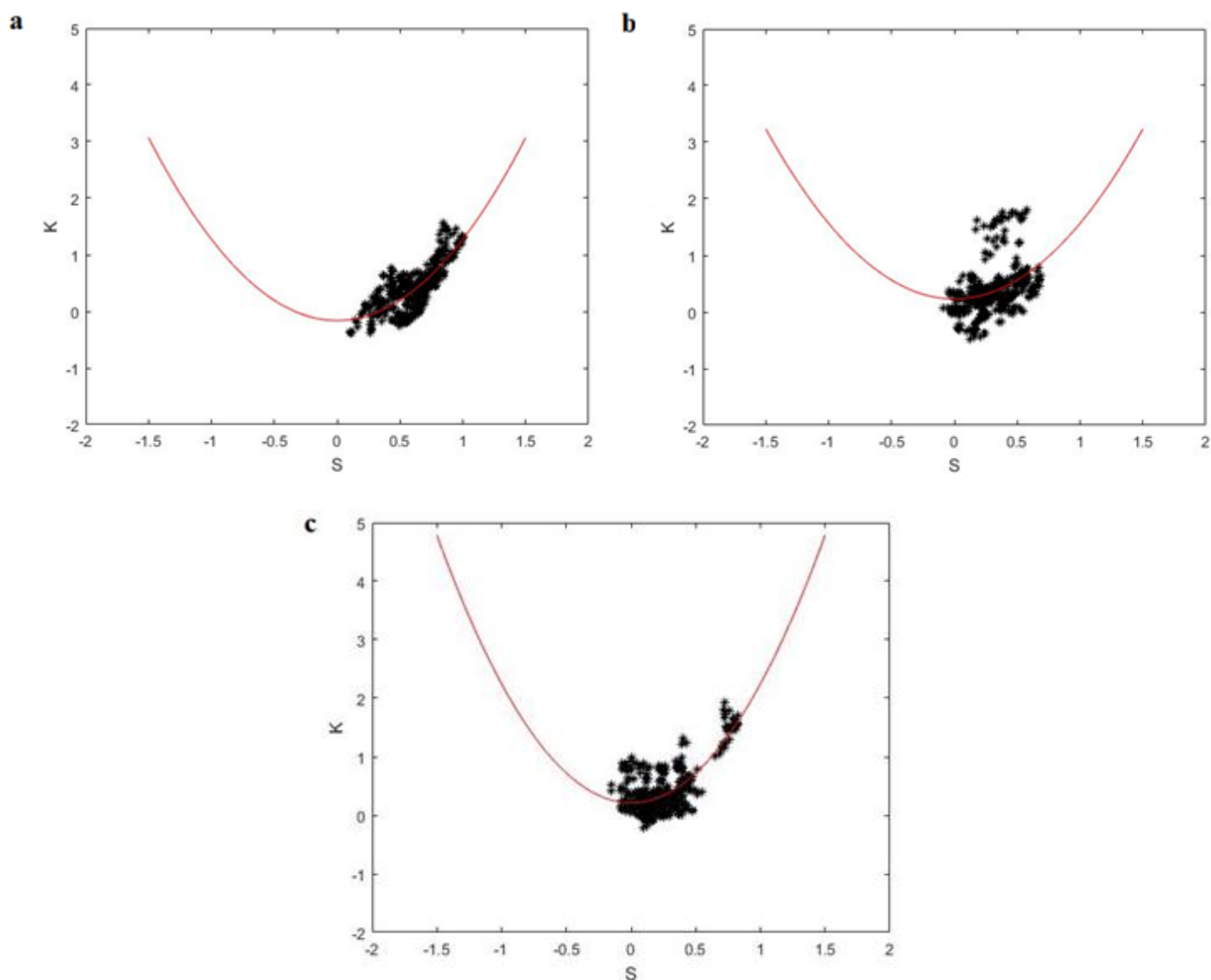


Figura 22 – Gráfico da assimetria em função da curtose no regime expandido. a) Pressão na base. b) Pressão no meio. c) Pressão no topo. Nota-se que na pressão no meio alguns pontos se afastam da curva de ajuste.

A Figura 22, apresenta os gráficos da assimetria em função da curtose no regime expandido na pressão na base, meio e topo para a janela de tamanho 1500 pontos e o salto de 50 pontos. A linha vermelha corresponde o ajuste da equação  $k = \alpha S^2 + \beta$ . Observa-se que para pressão na base os pontos ficaram mais próximos da curva parabólica. Já na pressão no meio e no topo a maioria dos pontos se encontram no intervalo  $S = [0; 0,5]$ . Analisando em detalhe a série da pressão do meio, detectou-se a presença de três valores extremos, ou seja, valores da pressão cujas amplitudes são maiores que as outras flutuações. Esses valores extremos são indicados na Figura 23. Verificou-se que os valores de S e K calculados das janelas que incluem esses pontos extremos dão origem aos pontos afastados do ajuste estatístico. Portanto, esses pontos na Figura 22(b) são devidos a esses valores extremos.

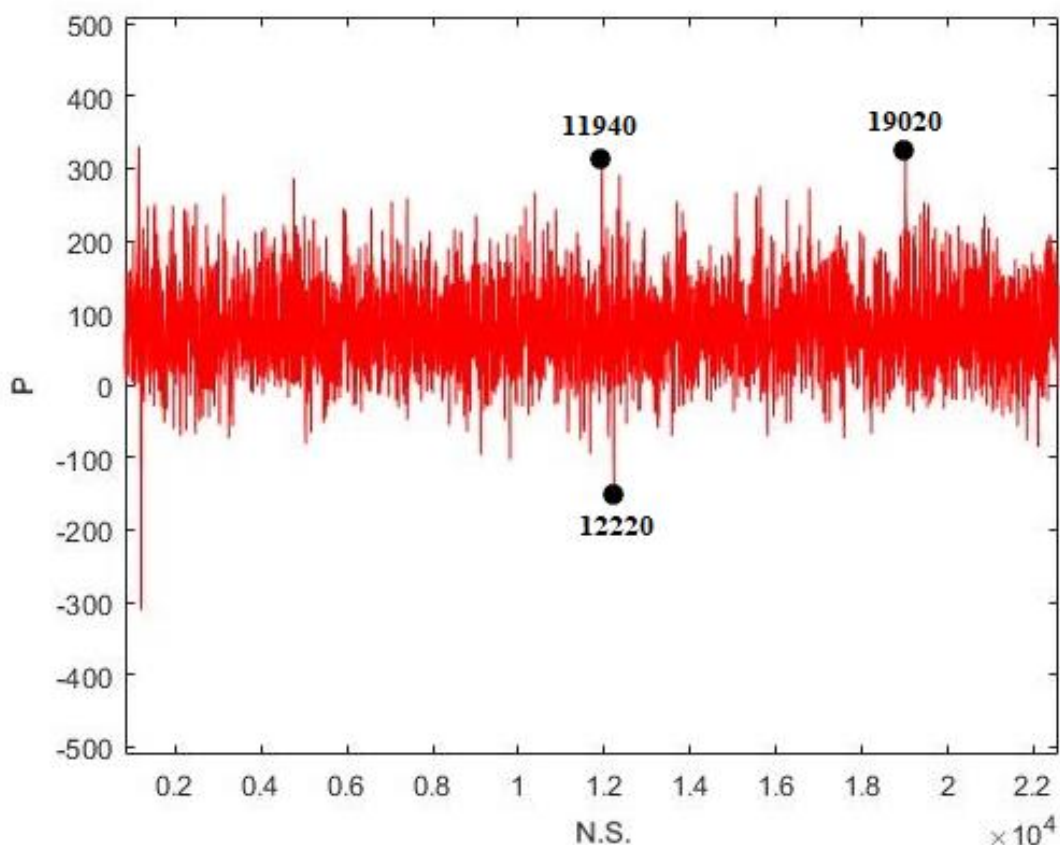


Figura 23 – Série temporal da pressão no meio para o regime expandido, indicando os pontos extremos.

A Tabela 2 mostra os valores correspondentes aos coeficientes  $\alpha$  e  $\beta$ , obtidos utilizando o método dos mínimos quadrados, a incerteza dos coeficientes, e os resultados da correlação. A correlação permite verificar a qualidade do ajuste de maneira quantitativa. Observou-se que para todas as posições da pressão as correlações foram positivas. Para as pressões na base e no topo observou-se uma correlação forte. Já na pressão no meio obteve-se uma correlação fraca. Em relação aos coeficientes  $\alpha$  e  $\beta$ , obteve-se valores diferentes para cada posição de pressão.

*Tabela 2 – Valores dos coeficientes e da correlação para o Regime Expandido.*

Regime	Expandido			
	$\alpha$	$\beta$	Incerteza	Correlação
Topo	2,033	0,2133	$\pm 0,001$	0,7546
Meio	1,335	0,2308	$\pm 0,003$	0,3501
Base	1,437	-0,1624	$\pm 0,001$	0,7781

### 4.3.1.2. Regime Borbulhante

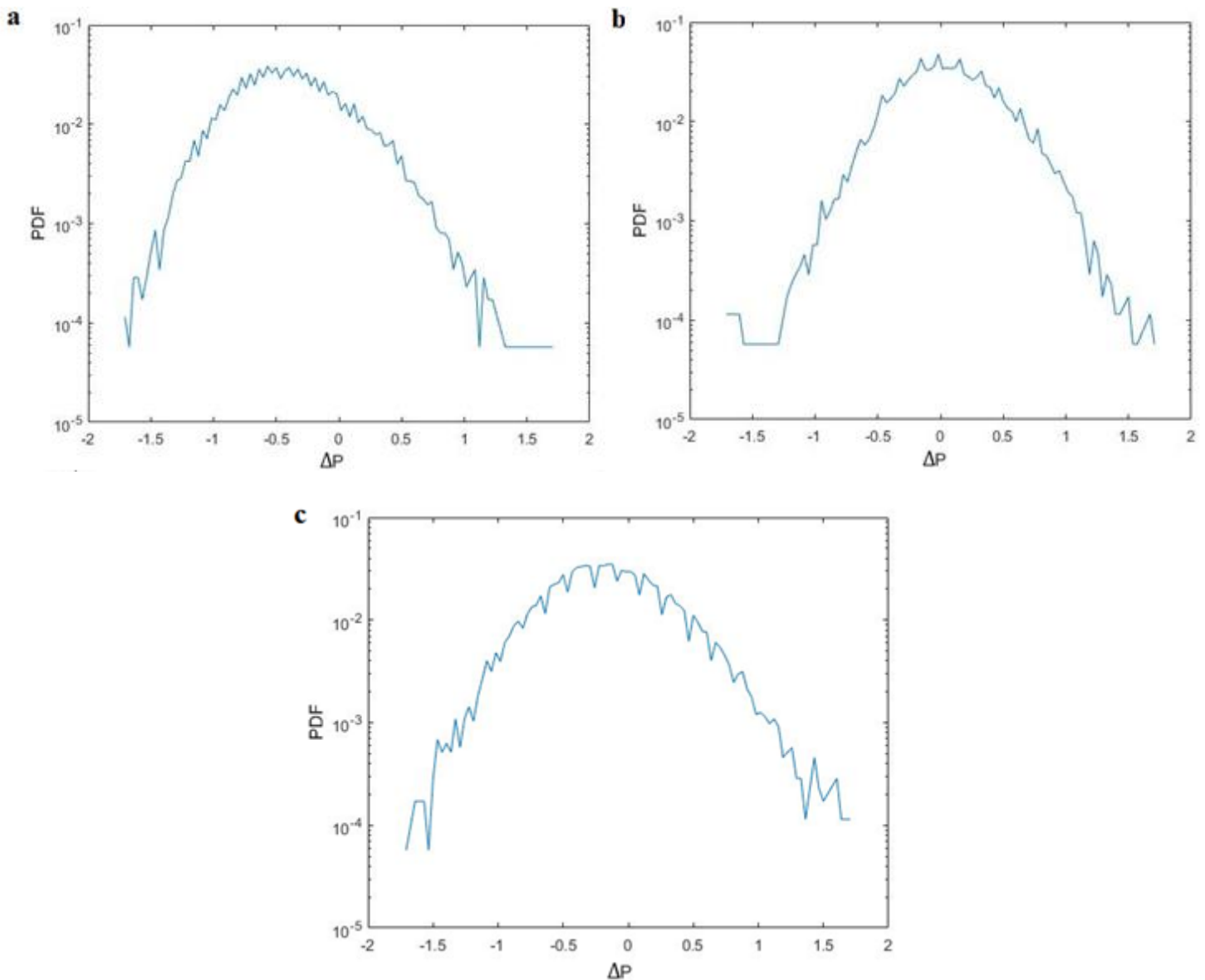


Figura 24 – Função de distribuição de probabilidade no regime borbulhante. a) Pressão na base. b) Pressão no meio. c) Pressão no topo.

A Figura 24 representa a função de distribuição de probabilidade no regime borbulhante para a pressão na base, no meio e topo. Pode-se observar que como no regime expandido as PDFs apresentam uma assimetria positiva. Para a pressão na base Figura 24(a) o valor da assimetria é igual a 0,3638 e da curtose 0,0231, a moda dos dados está localizada à esquerda do centro da

figura e a cauda à direita é alongada, semelhante ao do regime expandido. Na pressão no meio Figura 24(b), o valor da assimetria é igual a 0,3915 e da curtose 0,4355, e no topo Figura 24(c) o valor da assimetria é igual a 0,3596 e curtose 0,5878. Nota-se que a pressão na base, meio e topo possuem PDFs assimétrica, diferente da Gaussiana.

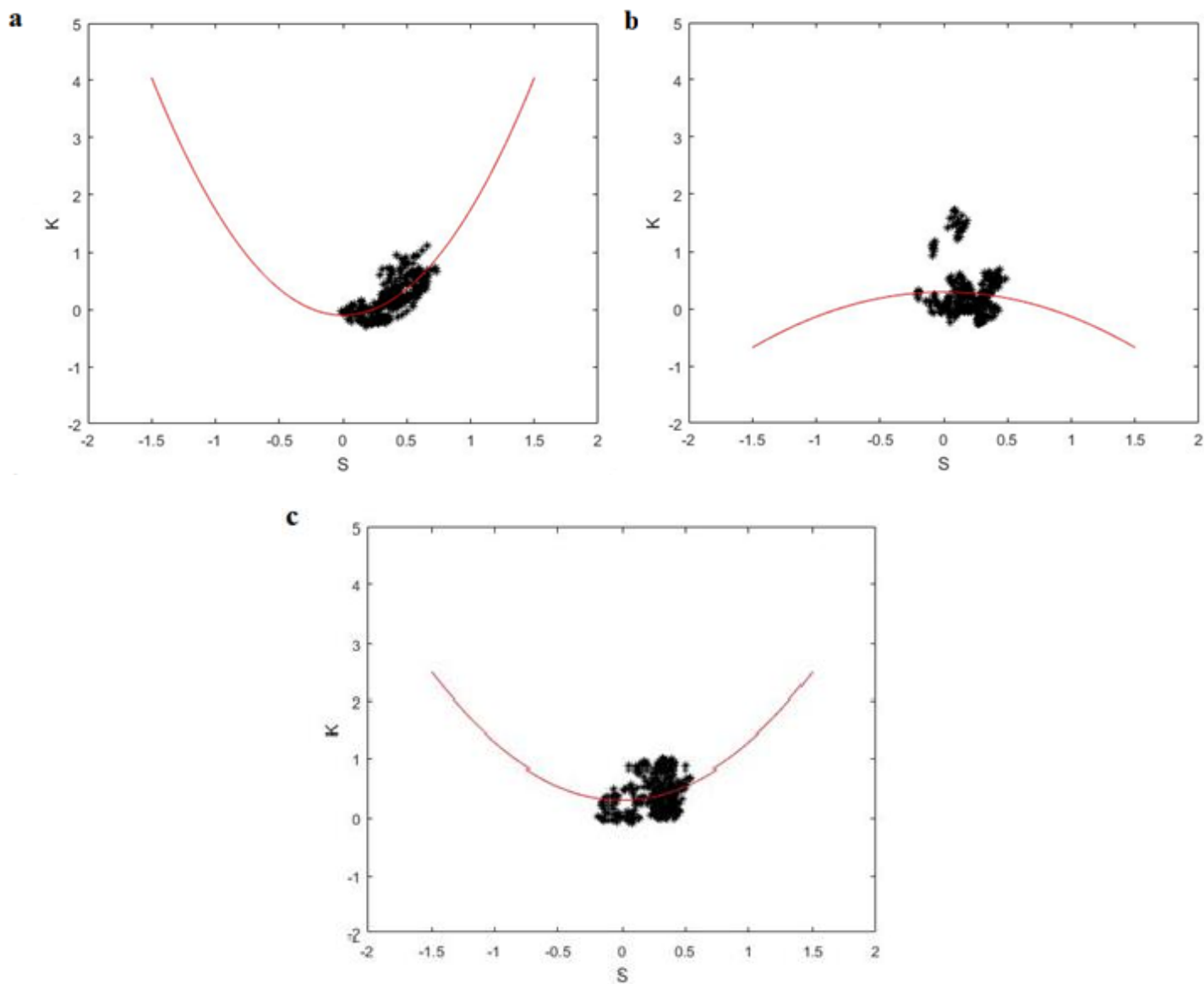


Figura 25 – Gráfico da assimetria em função da curtose no regime borbulhante. a) Pressão na base. b) Pressão no meio. c) Pressão no topo. Nota-se que na pressão no meio alguns pontos se afastam da curva de ajuste e a concavidade da parábola é voltada para baixo.



A Figura 25 apresenta os gráficos da assimetria em função da curtose no regime borbulhante na pressão na base, meio e topo para a janela de tamanho 1500 pontos e o salto de 50 pontos. Observa-se que para pressão na base, similar no regime expandido, os pontos ficaram mais próximos da curva parabólica. Na pressão no topo também, a maioria dos pontos estão próximos do intervalo  $S = [0; 0,5]$ . Na figura (25b), detectou-se alguns pontos afastados do ajuste estatístico, de maneira parecida ao observado na pressão no meio do regime expandido. Analisando o detalhe da série da pressão, comprovou-se que devido a presença de poucos pontos extremos na série, os valores da assimetria e da curtose calculados nas janelas produzem pontos que se afastam da curva, por isso para o regime borbulhante na pressão no meio apresenta a curva parabólica ao contrário.

A Tabela 3 representa os valores correspondentes aos coeficientes  $\alpha$  e  $\beta$ , a incerteza dos coeficientes e os resultados da correlação. Como no regime expandido, o valor da correlação obteve valores positivos para todas as posições da pressão. Para a pressão no meio e no topo obteve-se uma correlação desprezível. Já a pressão na base indicou uma correlação forte semelhante ao regime expandido. Em relação aos coeficientes  $\alpha$  e  $\beta$ , os resultados são diferentes para cada posição de pressão.

*Tabela 3– Valores dos coeficientes e da correlação para o Regime Borbulhante.*

Regime	Borbulhante			
	$\alpha$	$\beta$	Incerteza	Correlação
Topo	0,9925	0,2944	$\pm 0,001$	0,2184
Meio	-0,4320	0,2912	$\pm 0,003$	0,0568
Base	1,8453	-0,1030	$\pm 0,001$	0,7163

### 4.3.1.3. Regime Turbulento

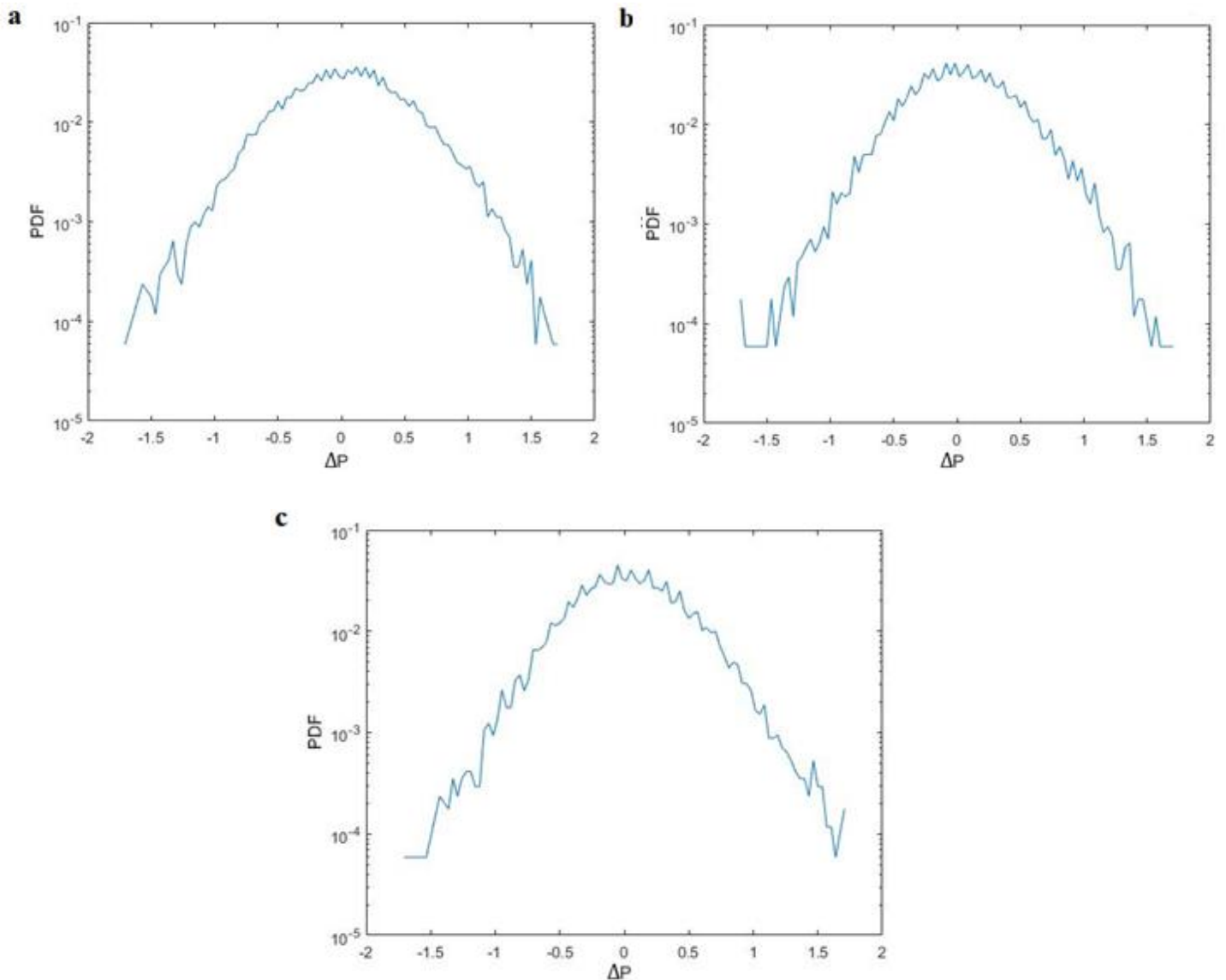


Figura 26 – Função de distribuição de probabilidade no regime turbulento. a) Pressão na base. b) Pressão no meio. c) Pressão no topo.

A Figura 26, representa a função de distribuição de probabilidade no regime turbulento para a pressão na base, no meio e topo. Observa-se que como no regime expandido e no borbulhante as PDFs nas pressões no meio e no topo apresentam uma assimetria positiva, com

exceção na base. De forma distinta dos regimes apresentados acima, a moda dos dados está localizada próximo ao centro com direção à direita. O valor da assimetria na pressão na base é próximo do valor da Gaussiana, é igual a  $-0,0381$ . Já na curtose é diferente, é igual a  $0,3364$ . Na pressão no meio, o valor da assimetria é igual a  $0,2726$  e da curtose  $0,1767$ . E na pressão no topo o valor da assimetria é igual a  $0,2197$  e a curtose é  $0,2222$ . Visualmente, nas três pressões as PDFs são semelhantes e menos assimétricas do que nos regimes abordados anteriormente.

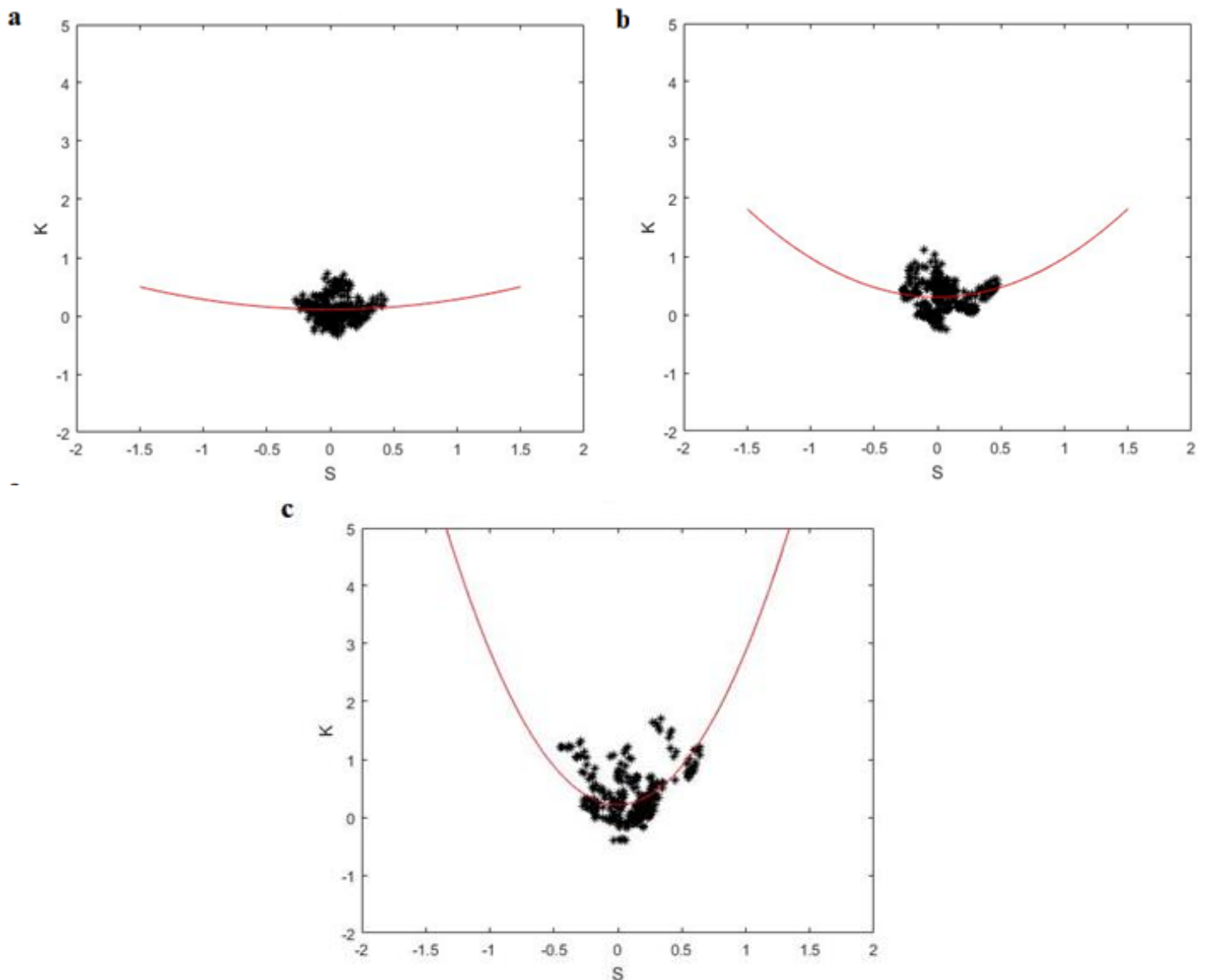


Figura 27 – Gráfico da assimetria em função da curtose no regime turbulento. a) Pressão na base. b) Pressão no meio. c) Pressão no topo. Nota-se que na pressão na base não forma curva parabólica.

A Figura 27 apresenta os gráficos da assimetria em função da curtose no regime turbulento na pressão na base, no meio e no topo para a janela de tamanho 1500 pontos e o salto de 50 pontos. Observa-se que para pressão na base e no meio a maioria dos pontos se encontram nos intervalos  $[-0,5; 0,5]$ , como estão centralizados, são semelhantes ao resultado da curva Gaussiana. Na pressão no topo, os pontos estão espalhados dentro da curva de ajuste.

A Tabela 4 mostra os valores correspondentes aos coeficientes  $\alpha$  e  $\beta$ , a incertezas dos coeficientes e os resultados da correlação. Como nos regimes expandido e borbulhante, os valores da correlação para o regime turbulento também indicam valores positivos para todas as posições da pressão. Para a pressão na base e no meio obteve-se uma correlação desprezível, semelhante ao regime borbulhante. A pressão no topo indicou uma correlação moderada. Os coeficientes são diferentes para cada posição de pressão. Os valores obtidos do coeficiente  $\beta$  foram diferentes de zero, isso indica que há interação entre estruturas coerentes.

*Tabela 4 – Valores dos coeficientes e da correlação para o Regime Turbulento.*

Regime	Turbulento			
	A	$\beta$	Incerteza	Correlação
Topo	2,659	0,2183	$\pm 0,002$	0,5264
Meio	0,6742	0,3015	$\pm 0,001$	0,1302
Base	0,1720	0,1102	$\pm 0,001$	0,0238

#### 4.3.1.4. Regime Rápido

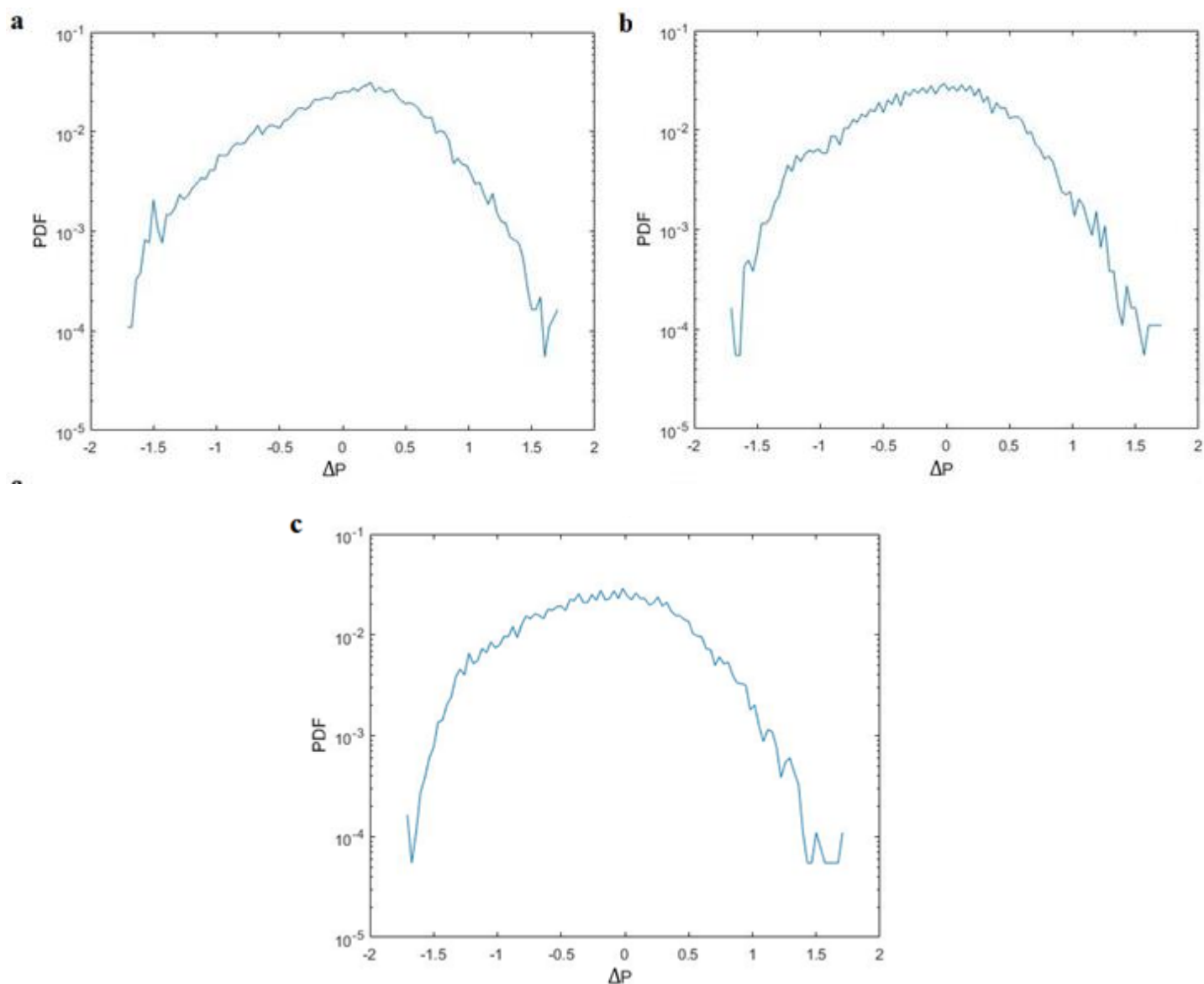


Figura 28 – Função de distribuição de probabilidade no regime rápido. a) Pressão na base. b) Pressão no meio. c) Pressão no topo.

A Figura 28 representa a função de distribuição de probabilidade no regime rápido para a pressão na base, no meio e topo. Nota-se que diferentemente dos regimes apresentados anteriormente, no regime rápido apresentou-se uma assimetria negativa para as três pressões. Para

a pressão na base, no meio e no topo as PDFs são assimétricas, valores distintos da Gaussiana, o valor na pressão na base da assimetria é igual a  $-0,2892$  e da curtose  $0,3906$ . Já a pressão no meio possui o valor é igual a  $-0,0048$  e da curtose  $-0,1708$ . E na pressão do topo o valor da assimetria é igual a  $-0,1112$  e a curtose  $0,2232$ .

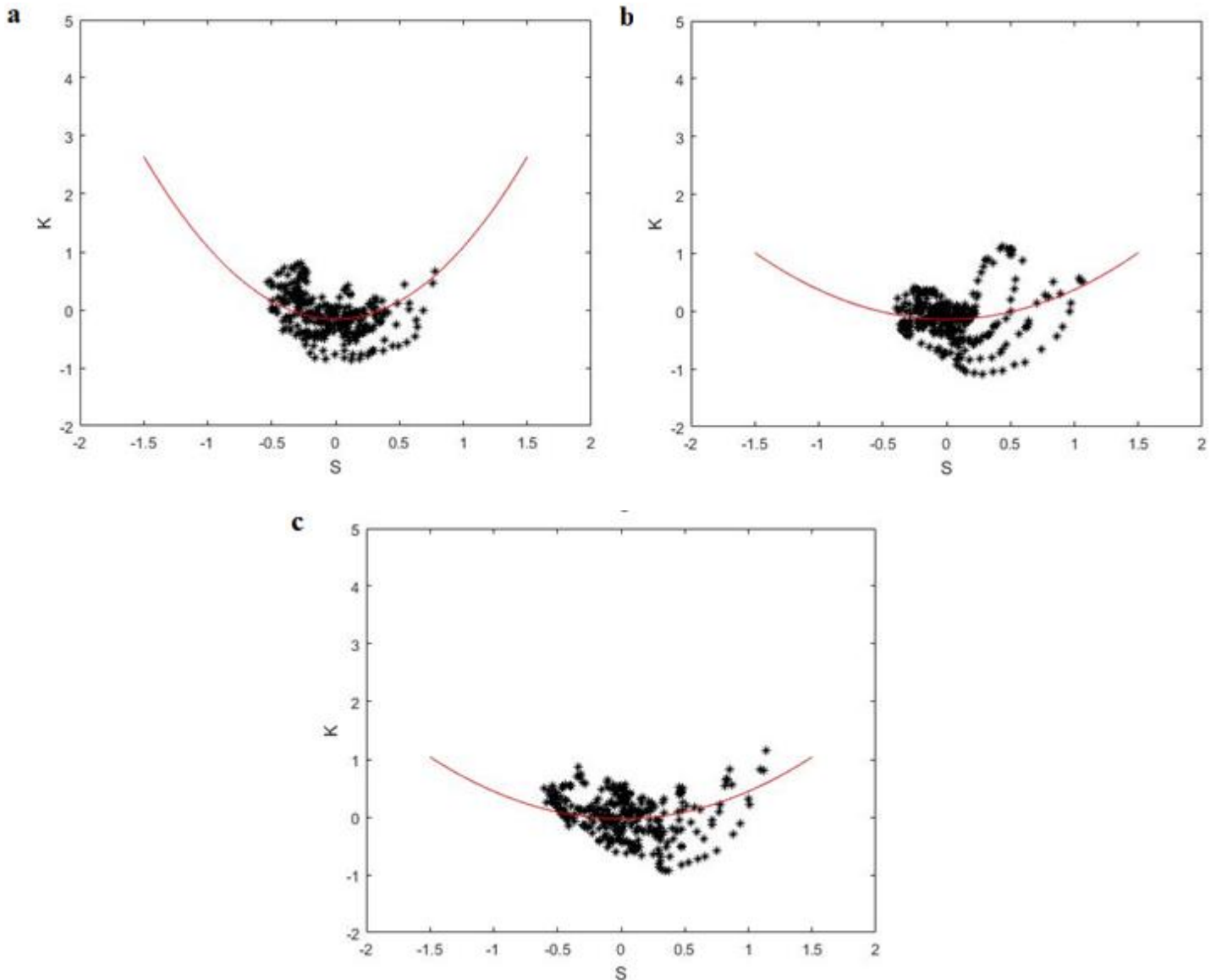


Figura 29 – Gráfico da assimetria em função da curtose no regime rápido. a) Pressão na base. b) Pressão no meio. c) Pressão no topo. Nota-se que na pressão na base forma-se estruturas com formato de laços.

A Figura 29 mostra o gráfico da assimetria em função da curtose para a pressão na base, no meio e no topo, utilizando a janela de tamanho 1500 pontos e salto de 50 pontos. É possível observar a formação de estruturas com formato de laços. Isso indica que o salto entre as janelas é pequeno e, como resultado, os valores de S e K entre as janelas são muito similares. Para que os valores de S e K entre as janelas sejam estatisticamente independentes foi aumentado o valor do salto de 50 para 250 pontos.

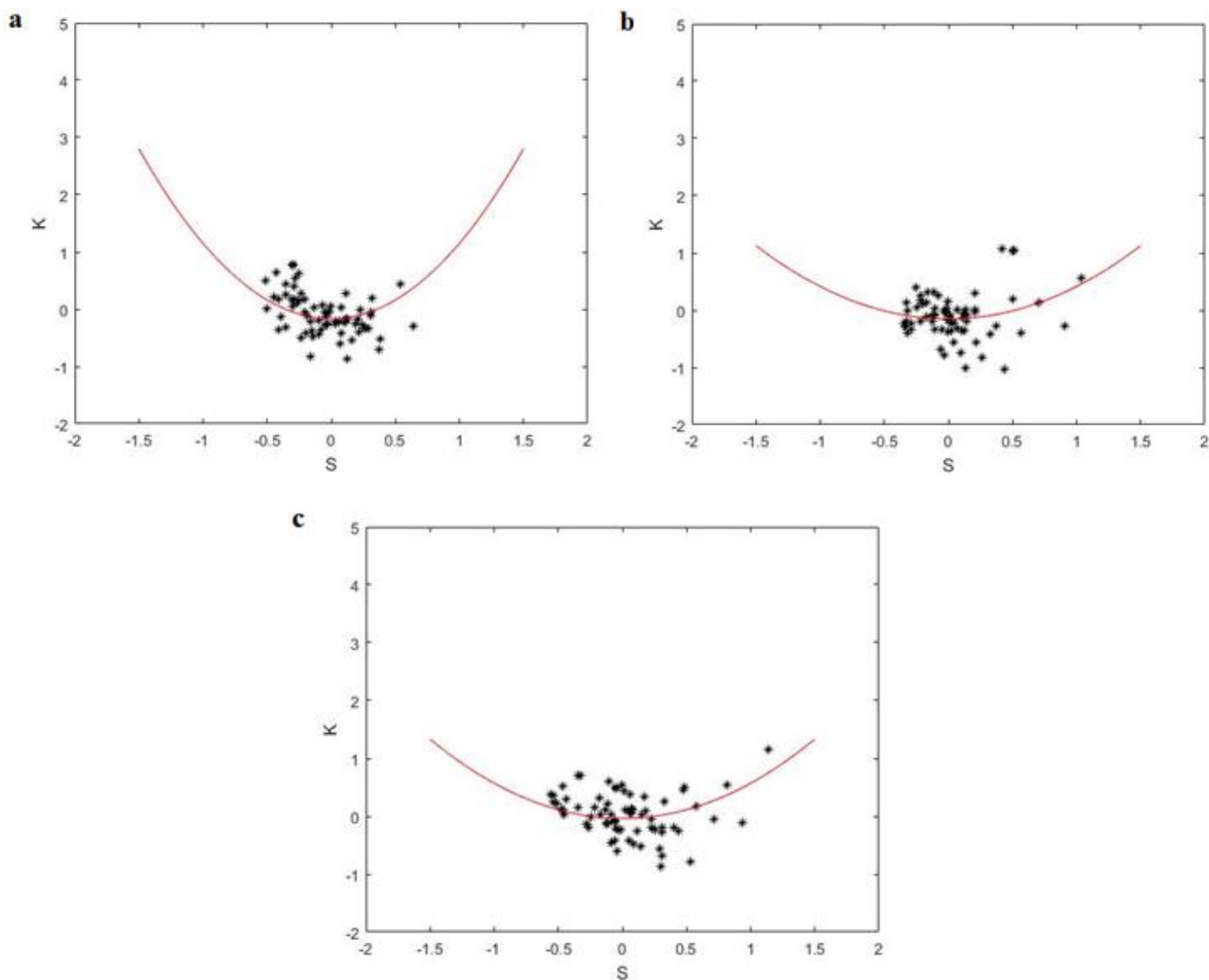


Figura 30 – Gráfico da assimetria em função da curtose no regime rápido do salto de 250. a) Pressão na base. b) Pressão no meio. c) Pressão no topo.

Na Figura 30 apresenta os gráficos da assimetria em função da curtose no regime rápido na pressão da base, do meio e do topo para o novo valor do salto de 250 pontos. Observa-se que os pontos estão espalhados de acordo com a curva de ajuste, isso para as três posições das pressões distintas.

A Tabela 5 mostra os valores correspondentes aos coeficientes  $\alpha$  e  $\beta$ , a incerteza dos coeficientes e os resultados da correlação. Como nos regimes abordados anteriormente, os valores da correlação para o regime rápido também foram positivos para todas as posições da pressão. Para a pressão na base e no meio obteve-se uma correlação desprezível, semelhante ao regime borbulhante e turbulento. Na pressão do topo indicou uma correlação fraca. Em relação aos coeficientes  $\alpha$  e  $\beta$ , indicou-se valores diferentes para cada posição de pressão.

Tabela 5 – Valores dos coeficientes e da correlação para o Regime Rápido.

Regime	Rápido			
	A	$\beta$	Incerteza	Correlação
Topo	0,6099	-0,0392	$\pm 0,001$	0,3403
Meio	0,5682	-0,1537	$\pm 0,001$	0,2503
Base	1,319	-0,1693	$\pm 0,001$	0,2941

#### 4.3.2. Partícula areia – 1.2mm

Esta seção corresponde aos resultados obtidos para a partícula areia–1.2mm. Os resultados são apresentados em forma resumida através da Tabela 6. As figuras correspondentes aos PDFs dos diferentes regimes para as pressões na base, no meio e no topo, podem ser encontradas nos Apêndice 7, 8, 9 e 10, respectivamente.



As PDFs dos regimes expandido e borbulhante apresentaram assimetria positiva, diferentemente do ruído Gaussiano. Enquanto a partícula areia –  $1mm$  na base apresentou PDFs quase simétricas nesses regimes, para a partícula areia –  $1,2mm$  às PDFs no meio possuem assimetria positiva.

No regime turbulento, os valores da assimetria foram negativos, semelhante ao regime rápido da partícula areia –  $1mm$ . Na pressão da base os valores da assimetria e da curtose são relativamente pequenos, próximo da Gaussiana, correspondendo a  $-0.0588$  e  $0.4000$ . Já nas demais pressões a assimetria possui valores negativos significativamente diferentes da Gaussiana.

No regime rápido, a assimetria é positiva nas pressões da base e do meio, e os valores são relativamente diferentes do valor da assimetria da Gaussiana. Porém, na pressão do topo a assimetria diminui ficando próxima ao caso Gaussiano.

A Tabela 6 mostra os dados do ajuste utilizando o método dos mínimos quadrados. Encontrou-se os valores dos coeficientes  $\alpha$  e  $\beta$  e a correlação para os pontos do gráfico da assimetria em função da curtose, que podem ser encontrados nos Apêndice 11, 12, 13 e 14, respectivamente. Semelhante aos resultados obtidos na partícula areia –  $1mm$ , todos os valores das correlações de cada regime em posições diferentes de pressão deram positivos. No regime expandido, na pressão da base o ajuste indicou uma correlação moderada; na pressão do meio uma correlação desprezível; e na pressão do topo uma correlação forte. No regime borbulhante, na pressão da base o ajuste indicou uma correlação forte; na pressão do meio uma correlação fraca; e na pressão do topo uma correlação moderada. No regime turbulento, na pressão da base o ajuste indicou uma correlação fraca; na pressão do meio uma correlação desprezível; e na pressão do topo uma correlação forte. E no regime rápido o ajuste indicou nas pressões da base e do meio uma correlação fraca; já na pressão do topo indicou uma correlação moderada. A tabela 6 inclui os valores dos coeficientes  $\alpha$  e  $\beta$  obtidos através do ajuste. Observa-se que os valores dos coeficientes são diferentes para cada posição de pressão de cada regime, como apresentado anteriormente na partícula areia –  $1mm$ .

Tabela 6 – Valores dos coeficientes e da correlação para a partícula areia -1,2mm.

Regime	Expandido					
	s	K	$\alpha$	B	incerteza	Correlação
Topo	0,3665	1,5910	4,8460	0,1204	$\pm 0,004$	0,7416
Meio	0,4000	0,6294	-0,6516	0,5780	$\pm 0,001$	0,1382
Base	0,1258	-0,3884	1,527	-0,2443	$\pm 0,001$	0,6673
Regime	Borbulhante					
	s	K	$\alpha$	B	incerteza	Correlação
Topo	0,0152	0,2861	3,0610	0,1109	$\pm 0,002$	0,6949
Meio	0,3687	0,5416	2,0330	0,0506	$\pm 0,002$	0,3984
Base	0,6996	0,5959	2,6140	-0,3511	$\pm 0,001$	0,8221
Regime	Turbulento					
	s	K	$\alpha$	B	incerteza	Correlação
Topo	-0,2070	-0,1355	3,2790	-0,0020	$\pm 0,001$	0,7177
Meio	-0,1445	0,0035	0,4733	0,2595	$\pm 0,002$	0,0447
Base	-0,0588	-0,0400	3,3690	-0,2002	$\pm 0,001$	0,3455
Regime	Rápido					
	s	K	$\alpha$	B	incerteza	Correlação
Topo	-0,0661	0,5377	0,9278	0,3831	$\pm 0,001$	0,6529
Meio	0,1771	0,6280	0,6907	0,3826	$\pm 0,001$	0,3861
Base	0,5160	0,2165	1,0740	-0,1531	$\pm 0,001$	0,3674

#### 4.3.3. Partícula vidro – 355 $\mu$ m

A Tabela 7 apresenta os principais resultados da análise feita para a partícula vidro-355 $\mu$ m. As figuras correspondentes aos PDFs dos regimes expandido, turbulento,

borbulhante e rápido para as pressões na base, no meio e no topo, podem ser encontradas no Apêndice 16,17, 18 e 19, respectivamente.

As PDFs do regime expandido apresentaram assimetria positiva, diferentemente da Gaussiana e semelhante a partícula areia –  $1mm$  e areia –  $1.2mm$ .

No regime borbulhante, somente os valores da pressão na base e no topo foram positivos.

No regime turbulento, na pressão da base os valores da assimetria e da curtose são muito próximos de zero. Na pressão do meio a assimetria foi diferente do caso Gaussiano, e na pressão do topo esse comportamento também é observado.

No regime rápido, as pressões na base e no topo apresentaram assimetria positiva, sendo os valores semelhantes ao regime borbulhante e relativamente diferentes do valor da assimetria da Gaussiana. Porém, na pressão do meio a assimetria diminui ficando próxima ao caso Gaussiano.

A Tabela 7 mostra os dados do ajuste utilizando o método dos mínimos quadrados. Semelhante aos resultados obtidos nas partículas areia –  $1mm$  e areia –  $1.2mm$ , todos os valores das correlações de cada regime em posições diferentes de pressão deram positivas. No regime expandido, na pressão da base o ajuste indicou uma correlação forte; na pressão do meio uma correlação fraca; e na pressão do topo uma correlação moderada. No regime borbulhante, na pressão da base o ajuste indicou uma correlação forte; na pressão do meio uma correlação desprezível; e na pressão do topo uma correlação moderada. No regime turbulento, na pressão da base o ajuste indicou uma correlação forte; na pressão do meio e topo foi indicado uma correlação moderada. E no regime rápido o ajuste indicou nas pressões da base uma correlação desprezível; no meio uma correlação moderada; já na pressão do topo indicou uma correlação forte. A Tabela 7 inclui os valores dos coeficientes  $\alpha$  e  $\beta$  através do ajuste. Como apresentados nas partículas areia –  $1mm$  e areia –  $1.2mm$  os coeficientes são diferentes para cada posição de pressão de cada regime.

Tabela 7 – Valores dos coeficientes e da correlação para a partícula vidro - 355 $\mu$ m.

Regime	Expandido					
	s	K	$\alpha$	B	Incerteza	Correlação
<b>Topo</b>	0,3225	-0,0253	2,7460	0,4227	$\pm 0,004$	0,5407
<b>Meio</b>	0,3974	1,211	1,7500	0,5680	$\pm 0,002$	0,3885
<b>Base</b>	0,7076	0,5682	1,6870	-0,0815	$\pm 0,001$	0,8195
Regime	Borbulhante					
	s	K	$\alpha$	B	Incerteza	Correlação
<b>Topo</b>	0,3327	0,2888	2,022	0,3071	$\pm 0,002$	0,5333
<b>Meio</b>	-0,2534	1,421	0,8656	0,6644	$\pm 0,003$	0,1967
<b>Base</b>	0,9070	1,275	1,924	-0,1561	$\pm 0,001$	0,8202
Regime	Turbulento					
	s	K	$\alpha$	B	Incerteza	Correlação
<b>Topo</b>	0,1622	0,2599	2,2510	0,0895	$\pm 0,001$	0,6802
<b>Meio</b>	0,2404	0,1319	3,7910	-0,1710	$\pm 0,001$	0,6299
<b>Base</b>	-0,0006	-0,0892	2,4080	-0,1725	$\pm 0,002$	0,7103
Regime	Rápido					
	s	K	$\alpha$	B	Incerteza	Correlação
<b>Topo</b>	0,0971	-0,1234	3,9870	0,2626	$\pm 0,002$	0,8615
<b>Meio</b>	-0,0565	0,1683	4,4560	0,3185	$\pm 0,001$	0,6501
<b>Base</b>	0,1450	-0,1072	1,4650	0,3862	$\pm 0,002$	0,2401

#### 4.4. GRÁFICOS DE CORRELAÇÃO

Em continuação, apresenta-se os gráficos de correlação para todas as partículas em todos os regimes na pressão da base, meio e topo. Destes gráficos, conclui-se que não há uma tendência geral sobre os regimes e nem das posições das pressões.

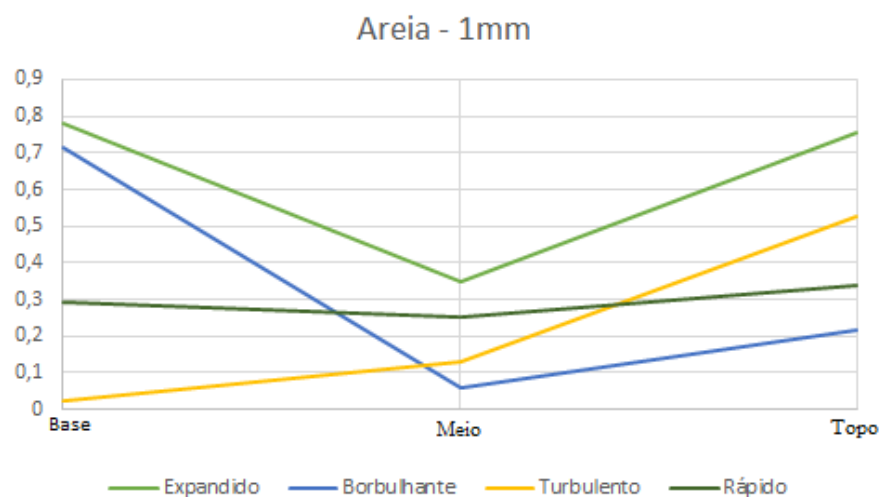


Gráfico 1 - Gráfico da correlação na pressão na base, meio e topo da partícula areia - 1mm.

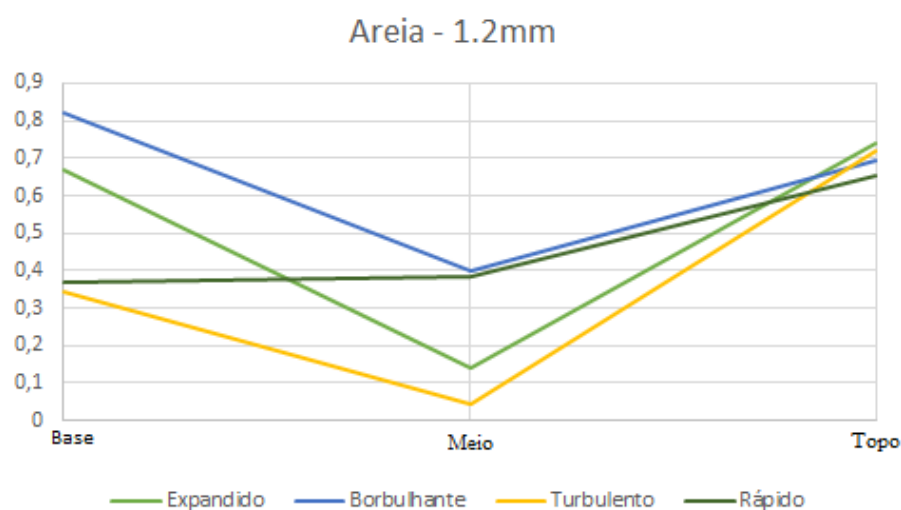


Gráfico 2 - Gráfico da correlação na pressão na base, meio e topo da partícula areia - 1,2mm.

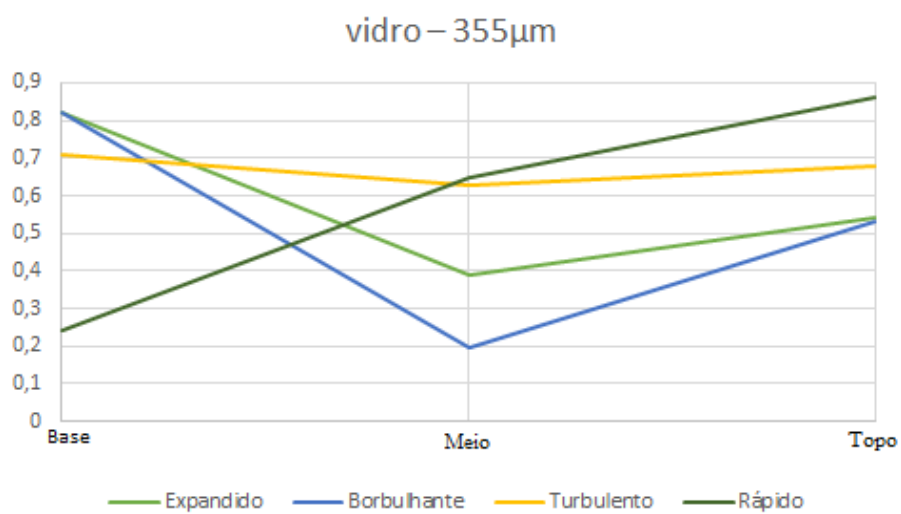


Gráfico 3 - Gráfico da correlação na pressão na base, meio e topo da partícula vidro - 355 $\mu$ m.

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Tendo como motivação o estudo da relação parabólica entre a assimetria e a curtose, o presente trabalho possibilitou a aplicação dessa análise estatística para caracterizar as flutuações não-Gaussianas decorrentes de regimes de fluidização em um gaseificador de leito fluidizado circulante frio (LFC). Assim, foram elaborados gráficos de funções de distribuição de probabilidade (PDFs) e da relação entre o terceiro momento estatístico (assimetria) e o quarto momento estatístico (curtose).

Com objetivo geral de obter a quantificação dos regimes de fluidização em um gaseificador de LFC a partir de uma análise da relação da assimetria e da curtose, foi necessário analisar uma série de ruído Gaussiano e uma série de turbulência atmosférica para comparar com os resultados do gaseificador.

As PDFs desviam das estatísticas Gaussianas devido à presença de caudas largas. Desta forma, os gráficos da curtose em função da assimetria, obtidos usando a técnica da janela deslizante, exibem uma forma parabólica comumente observada em séries temporais de fluxos turbulentos. Pode-se verificar a qualidade do ajuste de maneira quantitativa entre a parábola e os dados com o cálculo dos índices de correlação. Observou-se com os resultados obtidos que a concavidade da parábola foi para cima na maioria dos casos. E a concavidade para baixo nos casos em que a correlação foi fraca.

Para as partículas areia –  $1mm$  e areia –  $1,2mm$ , em relação a pressão no meio a correlação foi no máximo fraca. O mesmo comportamento foi observado na partícula vidro –  $355\mu m$  nos regimes expandido e borbulhante.

Na pressão da base, a correlação nos regimes expandido e borbulhante nas partículas areia –  $1mm$ , areia –  $1,2mm$  e vidro –  $355\mu m$  foram pelo menos moderada. Esse mesmo comportamento, também foi observado no regime turbulento na partícula vidro –  $355\mu m$ .

Nos regimes turbulentos e rápidos nas partículas areia –  $1mm$ , areia –  $1,2mm$  a pressão na base apresentou correlação no máximo fraca.

Na partícula vidro –  $355\mu\text{m}$ , a correlação no regime rápido aumentou de acordo com a altura na coluna.

Comparando com a turbulência atmosférica, a extensão da parábola no gráfico de assimetria em relação a curtose é menor nos dados do experimento de gaseificador de LFC do que na turbulência atmosférica. Os dados da turbulência atmosférica representam a circulação de ar na copa da floresta Amazônica, enquanto o experimento de gaseificador de LFC representa circulação de ar na presença de partículas.

Os resultados sugerem que a presença das partículas no gaseificador de LFC pode inibir a formação de estruturas coerentes, o que explica a menor extensão das parábolas obtidas dos dados do experimento.

Nesse trabalho verificou-se que a relação entre a assimetria e a curtose está presente em um experimento de gaseificador de LFC, dando suporte a universalidade desse fenômeno. Porém, os dados não foram suficientes para obter a quantificação dos regimes de fluidização em um gaseificador de LFC.

## 5.1. TRABALHOS FUTUROS

A fim de enriquecer os resultados obtidos e aumentar a duração destes, sugere-se que sejam realizadas repetições do experimento de gaseificador de LFC. Visto que, com a análise de mais dados a estatística será mais significativa e precisa, permitindo a quantificação dos regimes observados de modo mais eficaz. E também, observar se há origem dos valores extremos na pressão da base nos regimes expandido e borbulhante, assim, será possível afirmar se os valores extremos foram erros do experimento LFC ou características dos dados obtidos.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABRAMOWITZ, M.; STEGUN, IA (Eds.). Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables. Nova York: Dover, 1972, v. 9, p.928.

ANTAR, G. Y.; KRASHENINNIKOV, S. I.; DEVYNCK, P.; DOERNER, R. P.; HOLLMANN, E. M.; BOEDO, J. A.; LUCKHARDT, S. C.; CONN, R. W. Experimental evidence of intermittent convection in the edge of magnetic confinement devices, Phys. Rev. Lett., 87, 065001, 2001. Disponível em: <<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.87.065001>>. Acessado em: 25 de abril de 2018.

ANTAR, G. Y.; COUNSELL, G.; YU, Y.; LABOMBARD, B.; DEVYNCK, P. Universality of intermittent convective transport in the scrape-off layer of magnetically confined devices, Phys. Plasmas, 10, 419, 2003. Disponível em: <<https://doi.org/10.1063/1.1536166>>. Acessado em: 25 de abril de 2018.

ARALDI, A.A.R. (2004) Assimetria e Curtose. Revista Ensino e Informação. CAV-UDESC, LAGES-SC, 2004. Disponível em: <<http://www.ensinoeinformacao.com/estatist-prob-curso-assimetria>>. Acessado em: 13 de março de 2018.

ABCM - Associação Brasileira do Carvão Mineral. Gaseificação. 2016. Disponível em: <[http://carvaomineral.com.br/interna\\_conteudo.php?i\\_subarea=16&i\\_area=2](http://carvaomineral.com.br/interna_conteudo.php?i_subarea=16&i_area=2)>. Acesso em: 14 de setembro de 2017.

BARATA, Diego Kretti Drummond. Determinação da composição dos gases combustíveis resultantes do processo de gaseificação de biomassa em reator de leito fluidizado circulante utilizando a teoria de minimização da energia livre de Gibbs. 2014. 103 p. Trabalho de Conclusão de Curso em Engenharia Química, Departamento Acadêmico de Engenharia Química, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Ponta Grossa, 2014.

BARBEIRO, I. C. Estruturas coerentes e modelos reduzidos para o escoamento ao redor de um cilindro no regime bidimensional periódico. Tese de doutorado em Engenharia Mecânica de Energia de Fluidos - - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo. São Paulo, 2012.

BASU, P. Biomass gasification and pyrolysis: practical design and theory. ISBN 978-0-12-374988-8. Burlington, MA, Academic Press. 2010. 364p.

BELGIORNO, V.; DE FEO, G.; DELLA ROCCA, C.; NAPOLI, R. M. A. Energy from gasification of solid wastes. *Waste Management*, 2003, v. 23, n.1, p. 1-15.

BERGSAKER, A. S.; FREDRIKSEN, Å.; PÉCSELI, H. L.; TRULSEN, J. K. Models for the probability densities of the turbulent plasma flux in magnetized plasmas, *Phys. Scripta*, 90, 108005, 2015. Disponível em: <<https://doi.org/10.1088/0031-8949/90/10/108005>>. Acessado em: 25 de abril de 2018.

BIMBATO, Alex Mendonça. Estudo de Escoamentos Turbulentos em torno de um Corpo Rombudo de Superfície Hidraulicamente Lisa ou Rugosa Utilizando o Método de Vórtices Discretos. 2012. 165 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2012.

BOLFARINE, H. Distribuição Normal. Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo. São Paulo, 2013. Disponível: < [https://www.ime.usp.br/~hbolfar/aula\\_2013/Aula6-A12012.pdf](https://www.ime.usp.br/~hbolfar/aula_2013/Aula6-A12012.pdf) >. Acesso em 11 de abril de 2018.

CAEIRO, F. (2009) Probabilidade e Estatística. Faculdade de ciência e tecnologia, Universidade Nova de Lisboa. Portugal, 2009. 119 p. Disponível em: <[http://orium.pw/univ/lei/pe/SebentaPE\\_200910.pdf](http://orium.pw/univ/lei/pe/SebentaPE_200910.pdf)>. Acesso em: 14 de março de 2018.

CASELLA, G.; BERGER, R. L. Inferência Estatística : ISBN 978-85-0894-7. Tradução da segunda edição norte-americana. São Paulo: Centage Learning, 2010. 54 p.

CHEREMISINOFF, Nicolas P.; REZAIYAN, John. Gasification Technologies: A Primer for Engineers and Scientists. Estados Unidos: Taylor & Francis Group, 2005.

CHIAN, A. C. L.; MIRANDA, R. A.; KOGA, D.; BOLZAN, M. J. A.; RAMOS, F. M.; REMPEL, E. L. Analysis of phase coherence in fully developed atmospheric turbulence: Amazon forest canopy, *Nonlinear Proc. Geophys.* 15, 567, 2008.

CHIAN, A. C.L.; FENG, H. Q.; HU, Q.; LOEW, M. H.; MIRANDA, R. A.; MUÑOZ, P. R.; SIBECK, D. G.; WU, D. J. Genesis of interplanetary intermittent turbulence: A case study of rope-rope magnetic reconnection, *Astrophys.* 2016. Disponível em: <<https://doi.org/10.3847/0004-637X/832/2/179>>. Acessado em: 25 de abril de 2018.

CONTI, F. Distribuição normal. Laboratório de Informática – ICB, Universidade Federal do Pará. Pará, 2009. Disponível em: <<http://www.cultura.ufpa.br/dicas/biome/biopdf/bionor.pdf>>. Acesso em: 23 de março de 2018.

DAVIDSON, P. A. *Turbulence: an introduction for scientists and engineers.* Oxford Univ. Press, New York, 2004.

ENGSTROM, F. Development of commercial operation of a circulating fluidized bed combustion system. Proceedings of the 6th International Conference on Fluidized Bed Combustion, Washington D.C., 1980.

ENGSTROM, F. Development of commercial operation of a circulating fluidized bed combustion system. Proceedings of the 6th International Conference on Fluidized Bed Combustion, Washington D.C., 1980.

FIORILLO., D. A. Proposta de modelo não-paramétrico para quantificação de regimes de fluidização. 2017. 184 p. Tese de Doutorado em Engenharia de Sistemas Eletrônicos e de Automação, Publicação PPGEAENE.TD-115/2017, Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade de Brasília, Brasília, DF.

FRANÇA, D. Estudo dos Coeficientes. 2016 – Disponível em: <<https://www.tutorbrasil.com.br/aulas-de-matematica/funcoes-2-grau/estudo-dos-coeficientes-equacao-2-grau/>>. Acessado em: 03 de junho de 2018.

FRISCH, U. *Turbulence: The Legacy of A.N. Kolmogorov.* Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1995.

FRISCH, U. Turbulence, the legacy of A. N. Kolmogorov. Cambridge University Press, Cambridge, 2004.

GUIMARÃES, P. R. B. Apostila da disciplina inferência estatística. Universidade Federal do Paraná Setor de Ciências Exatas, Departamento de Estatística. Paraná, 2003. Disponível em: <<http://www.leg.ufpr.br/~paulojus/CE209/ce209teorica.pdf>>. Acesso em: 13 de março de 2018.

GUSZEJNOV, D.; LAZÁNYI, N.; BENCZE, A.; ZOLETNIK, S. On the effect of Intermittency of turbulence on the parabolic relation between skewness and kurtosis in magnetized plasmas. Physics of plasmas, 20, 112305, 2013.

HINES, W. W; MONTGOMERY, D.C.; GOLDSMAN, D. M.; BORROR, C.M. Probabilidade e Estatística na Engenharia. Tradução Vera Regina Lima de Faria e Flores; revisão técnica Ana Maria Lima de Farias, Reimpressão, 4a EDIÇÃO. Rio de Janeiro: LTC, 2011.

HINKLE, D.; WIERSMA, W.; JURIS, S. Applied Statistics for the Behavioral Sciences. 5th ed. Boston: Houghton Mifflin; 2003.

HUSSAIN, A. Coherent structures – reality and myth. American Institute of Physics, no26, 1983.

INPE. Manuais e Tutoriais de Geoprocessamentos. Estatística. 2006. Disponível em: <<http://www.dpi.inpe.br/spring/portugues/tutorial/estatistica.html>> Acesso em: 20 de novembro de 2017.

KIST, G. S. Estudo de estruturas coerentes e difusão complexa. Trabalho de conclusão do curso em Engenharia Mecânica, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Rio Grande do Sul, 2013. Disponível: <<http://hdl.handle.net/10183/75818>>. Acesso em: 23 de abril de 2018.

KOLMOGOROV, A. N. Dokl. Akad. Nauk. 30, 301, 1941.

KROMMES, J. A. The remarkable similarity between the scaling of kurtosis with squared skewness for TORPEX density fluctuations and sea-surface temperature fluctuations, Phys.

Plasmas, 15, 030703, 2008. Disponível em: <<https://doi.org/10.1063/1.2894560>>. Acessado em: 25 de abril de 2018.

LABIT, B.; FURNO, I.; FASOLI, A.; DIALLO, A.; MÜLLER, S. H.; PLYUSHCHEV, G.; PODESTÀ, M.; POLI, F. M. Universal Statistical Properties of Drift-Interchange Turbulence in TORPEX Plasmas, Phys. Rev. Lett., 98, 255002, 2007. Disponível: <<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.98.255002>>. Acessado em: 25 de abril de 2018.

LAPPONI, J. C. Estatística usando Excel. Rio de Janeiro: Elsevier. 4<sup>o</sup> edição. 2005.

LESIEUR, M. Turbulence in Fluids, fluid mechanics and its applications. Volume 84, 4a Edição, 2008, 593 p.

LIMA, N. S. Sobre as características de formação de estruturas coerentes e turbulência em uma floresta densa de terra firme com medidas em até 80m de altura: Projeto ATTO-CLAIRE / IOP - 1 - 2012. 2014. 111 p. Tese de Doutorado do Programa de Pós-Graduação em clima e meio ambiente, Instituto Nacional de Pesquisas da Amazônia, Universidade do Estado do Amazonas, Manaus.

LOPES, L.F.D. Apostila Estatística. Universidade Federal de Santa Maria. Rio Grande do Sul, 2003. Disponível em: <<http://www.inf.ufsc.br/~vera.carmo/LIVROS/LIVROS/Luis%20Felipe%20Dias%20Lopes.pdf>>. Acesso em 13 de março de 2018.

MEDINA, J. M.; DÍAZ, J. A. Extreme reaction times determine fluctuation scaling in human color vision, Phys. A, 461, 125–132, 2016.

MIRANDA, G.P. Modelagem e Simulação de Reatores de Leito Fluidizado para Gaseificação da Biomassa. 2014. 130 p. Dissertação de mestrado em Engenharia Química, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química, COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro.

MIRANDA, R.A.; SCHELIN, A.B.; CHIAN, A.C.L.; FERREIRA, J.L. Non-Gaussianity and cross-scale coupling in interplanetary magnetic field turbulence during a rope-rope magnetic

reconnection event. *Ann. Geophys.*, 36, 497–507, 2018. Disponível em: <<https://doi.org/10.5194/angeo-36-497-2018>>. Acessado em: 25 de abril de 2018.

MOLE, N.; CLARKE, E. D. Relationships between higher moments of concentration and of dose in turbulent dispersion, *Bound. Lay. Meteorol.*, 73, 35–52, 1995.

MOLLER, S.; SILVESTRINI, J.; “Turbulence”, Associação Brasileira de Engenharia e Ciências Mecânicas, Vol. 4, 2004.

MONTGOMERY, D.C; RUNGER, G.C. Estatística aplicada e probabilidade para engenheiros. Tradução e revisão técnica Verônica Calado, Tradução de: *Applied statistics and probability for engineers*, 4a EDIÇÃO. Rio de Janeiro: LTC, 2009.

MONTORIL, M. Distribuição Normal. Universidade Federal de Juiz de Fora. Minas Gerais, 2016. Disponível em: <[http://www.ufjf.br/michel\\_montoril/files/2016/04/Cap3.1-Distribuicao-Normal.pdf](http://www.ufjf.br/michel_montoril/files/2016/04/Cap3.1-Distribuicao-Normal.pdf)>. Acesso em 11 de abril de 2018.

MORETTO, F. A. L. Análise de componentes independentes aplicada à separação de sinais de áudio por meio de busca de projeção. 2008. 98 p. Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica, Departamento de Engenharia de Sistemas Eletrônicos, Universidade de São Paulo. São Paulo.

MUKAKA, M.M. Statistics Corner: A guide to appropriate use of Correlation coefficient in medical research. *Malawai Medical Journal*. PMC 3576830. 2012, Sep; 24(3): 69–71. Disponível em: <<https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC3576830/>>. Acessado em: 17 abril de 2018.

NASCIMENTO, F.S. Desenvolvimento de protótipo de gaseificador de resíduos combustíveis em leito horizontal. 2014. 103 p. Dissertação de mestrado em Engenharia Hidráulica e Saneamento, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, SP.

OSKARSSON, K. et al. *A Planner's Guide for Selecting Clean-coal Technologies for Power Plants*. Washington D.C. 1997.

PONTES, E.A. Uma Relação Perfeita entre a Curva Gaussiana e o Quociente de Inteligência. Instituto Federal de Alagoas. Alagoas, 2014. Disponível em:

<[revistas.cesmac.edu.br/index.php/psicologia/article/download/720/601](http://revistas.cesmac.edu.br/index.php/psicologia/article/download/720/601)>. Acesso em: 10 de abril de 2018.

REVISTABW. Estatística: Distribuição Normal (Distribuição Gaussiana). Revista Brasileira de Web: Tecnologia, 2016. Disponível em: < <http://www.revistabw.com.br/revistabw/distribuicao-normal/> >. Acessado em: 11 de abril de 2018.

ROBINSON, S. K. Coherent motions in the turbulent boundary layer, *Annual Rev. Fluid Mechanics*, 1991, v. 23, p. 601-639.

ROBINSON, S.K. “The kinematics of turbulent boundary layer structure”, NASA Tech. Memo. 10385, 1991.

RODRIGUES, R. Modelagem e simulação de um gaseificador em leito fixo para o tratamento térmico de resíduos sólidos da indústria calçadista. 2008. 171 p. Dissertação de mestrado em Engenharia Química, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química na Área de Concentração em Pesquisa e Desenvolvimento de Processos, Departamento de Engenharia Química da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, RS.

RUPPERT, D. *Statistics and Finance: An Introduction*. Ithaca: Springer. 2004. 26 p.

SANDBERG, I.; BENKADDA, S.; GARBET, X.; ROPOKIS, G.; HIZANIDIS, K.; DELCASTILLO-NEGRETE, D. Universal probability distribution function for bursty transport in plasma turbulence, *Phys. Rev. Lett.*, 103, 165001, 2009. Disponível em: <<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.103.165001>>. Acessado em: 25 de abril de 2018.

SÁNCHEZ, Caio Glauco et al (Org.) *Tecnologia da Gaseificação de Biomassa*. Campinas: Editora Átomo, 2010.

SATTIN, F.; AGOSTINI, M.; CAVAZZANA, R.; SERIANNI, G.; SCARIN, P.; VIANELLO, N. About the parabolic relation existing between the skewness and the kurtosis in time series of experimental data, *Phys. Scripta*, 79, 045006, 2009. Disponível em: <<https://doi.org/10.1088/0031-8949/79/04/045006>>. Acessado em: 25 de abril de 2018.

SOARES, C. P. B. Distribuição Normal e t de Student. Dendrometria e Inventário Florestal, Editora UFV, Universidade Federal de Viçosa. Viçosa, 2017. Disponível em: <<http://www.mensuracaoflorestal.com.br/distribuicao-normal-e-quottquot-de-student>>. Acesso em 11 de abril de 2018.

SURA, P.; SARDESHMUKH, P. D. A Global View of Non-Gaussian SST Variability, J. Phys. Oceanogr., 38, 638, 2007. Disponível em: <<https://doi.org/10.1175/2007JPO3761.1>>. Acessado em: 25 de abril de 2018.

SYRED, N.; KHALATOV, A. Advanced Combustion and Aerothermal Technologies: Environmental Protection and Pollution Reductions. [S.l.]: Springer, 2007.

TENNEKES, H.; LUMLEY, J. A first course in turbulence. The MIT Press, 1972.

VÖRÖS, Z.; LEUBNER, M. P.; BAUMJOHANN, W. J. Cross-scale coupling-induced intermittency near interplanetary shocks, J. Geophys. Res., 111, A02102, 2006. Disponível em: <<https://doi.org/10.1002/2015JA021257> >. Acessado em: 25 de abril de 2018.

WANG, W.; LI, J. Modeling of Circulating Fluidized Bed Combustion. In: LACKNER, M.; WINTER, F.; AGARWAL, A. K. Handbook of Combustion. [S.l.]: Wiley-VCH, v. Volume 4: Solid fuels, 2010. Cap. 12, p. 3168.

WAVEMETRICS. Probability Distribution Functions. 2018. Disponível em: <<https://www.wavemetrics.com/products/igorpro/dataanalysis/statistics/pdfs.htm>>. Acesso em: 23 de março de 2018.

WEISSTEIN, Eric W. "Normal Distribution." From MathWorld. 2018. Disponível em: <<http://mathworld.wolfram.com/NormalDistribution.html>>. Acesso em: 10 de abril de 2018.

WEISSTEIN, E. W. "Kurtosis." MathWorld, 2018. Disponível em: <<http://mathworld.wolfram.com/Kurtosis.html>>. Acesso em: 10 de abril de 2018.

YANG, W. Handbook of fluidization and fluid-particle systems. [S.l.]: Taylor & Francis Group LLC, 2003.



YERUSHALMI, J.; TURNER, D. H.; SQUIRES, A. M. The fast fluidized bed. *Ind. Eng. Chern. Process Des. Dev.*, 15, 15, 1976. 47-51.

ZIBETTI, A. Distribuição Normal (Gaussiana), Distribuição De-Moivre-Laplace-Gauss. LECA: Laboratório de Estatística Computacional Aplicada, Universidade Federal de Santa Catarina. Santa Catarina, 2016. Disponível em: < <https://www.inf.ufsc.br/~andre.zibetti/probabilidade/normal.html>>. Acesso em 11 de abril de 2018.

## APÊNDICE

### APÊNDICE 1: Código Ambiente do programa Matlab para a função do cálculo da Assimetria

---

```
function S= assimetria(x)

%Quantidade de elementos

N=length(x);

%Cálculo da média

media = mean(x);

%Cálculo do desvio padrão

desviopadrao=std(x);

%Cálculo da assimetria

b=(1/N);

a=sum(((x-media)/desviopadrao).^3);

S = b*a;

return

end
```

APÊNDICE 2: Código Ambiente do programa Matlab para a função do cálculo da Curtose

---

```
function k = kurtose_mat(x)

%Quantidade de elementos

N=length(x);

%Cálculo da média

media = mean(x);

%Cálculo do desvio padrão

desviopadrao=std(x);

%Cálculo da assimetria

c=sum(((x-media)/desviopadrao).^4);

d=(1/N);

k = (d*c)-3.;

return

end
```

APÊNDICE 3: Código Ambiente do programa Matlab para a Análise Estatística de Amostras  
dos dados

---

```
% Programa de Pós-graduação em Integridade de Materiais em Engenharia - UnB
% Dissertação - Mecânica Computacional
%% Aluna: Luana de Sousa Moreira
%% Matrícula: 16/0168139
%% Orientador: Dr. Rodrigo Andrés Cerda Miranda

clc
% clear all
close all

% Exemplo de valores (posição da pressão / valores correspondentes aos regimes)

x1= ser1(:,2);
tempo = ser1(:, 1);
x = x1(1275:22230);

% Para a série temporal Gaussiana, será a partir de x = serie_temporal_gaussiana;
% x = serie_temporal_gaussiana;

% Para a série temporal da turbulência atmosférica, será a partir de x =
serie_temporal_turbulencia_atmosferica;
% x = serie_temporal_turbulencia_atmosferica;

% Quantidade de elementos

N=length(x);
```

```
%Quantidade de elementos por janela
```

```
Nj=1500;
```

```
%Salto
```

```
j_skip = 50;
```

```
%Salto no regime rápido
```

```
% j_skip = 250;
```

```
variavel = [];
```

```
for j_ini=1:j_skip:(N-Nj)
```

```
    j_final=j_ini+Nj;
```

```
    j_dados=x(j_ini:j_final)
```

```
%Cálculo da média aritmética
```

```
disp('O valor da media aritmetica, sera:')
```

```
media = mean(j_dados);
```

```
%Cálculo do desvio padrão
```

```
disp('O valor do desvio padrao, sera:')
```

```
desviopadrao=std(j_dados);
```

```
%Cálculo da assimetria (s)

disp('O valor da assimetria, sera:')

S =assimetria(j_dados)

%Calculo da Kurtose (k)

disp('O valor da Curtose, sera:')

k = curtose(j_dados)

variavel = [variavel; S k];

%variavel = [S k]

%append -ascii 'resultado.txt' variável

endfor

save -ascii 'resultado.txt' variavel

%%Gerar Gráficos:

%Gráficos com pontos e linhas

plot(variavel(:,1),variavel(:,2), '-o')

%Gerando grades

grid on
```

```
%Gráficos com pontos
```

```
%plot(variavel(:,1),variavel(:,2), 'o')
```

```
%Gerando grades
```

```
%grid on
```

```
%pontos
```

```
axis([-1.5 2 -2 5])
```

```
%Colocando título
```

```
title('Assimetria x Curtose')
```

```
%Eixo X (Assimetria)
```

```
xlabel('S')
```

```
%Eixo Y (Curtose)
```

```
ylabel('K')
```

APÊNDICE 4: Código Ambiente do programa Matlab para a Função de Distribuição de Probabilidade

---

```
% Programa de Pós-graduação em Integridade de Materiais em Engenharia - UnB
% Dissertação - Mecânica Computacional
%% Aluna: Luana de Sousa Moreira
%% Matrícula: 16/0168139
%% Orientador: Dr. Rodrigo Andrés Cerda Miranda

clc
% clear all
close all

% Exemplo de valores (posição da pressão / valores correspondentes aos regimes)
x1 = ser1(:,2);
borbulhento = x1(69476:81943);

% Para a série temporal Gaussiana, será a partir de x = serie_temporal_gaussiana;

% x = serie_temporal_gaussiana;
% borbulhante = x;

% Para a série temporal da turbulência atmosférica, será a partir de x =
serie_temporal_turbulencia_atmosferica;

% x = serie_temporal_turbulencia_atmosferica;
% borbulhante = x;
```



```
% Tamanho do N
```

```
N=length(borbulhento);
```

```
% Declarando
```

```
A=[];
```

```
A1 = [];
```

```
% Gerando o histograma
```

```
hist(borbulhento,100)
```

```
% Cálculo da assimetria
```

```
S = assimetria(borbulhento)
```

```
% Cálculo da Curtose
```

```
k = curtose(borbulhento)
```

```
%% Cálculo da Função de distribuição de probabilidade a partir do histograma
```

```
% Declarando as variáveis
```

```
[A,Y] = hist(borbulhento,100)
```

```
A1 = A/N
```

```
Y1 = (Y-mean(Y))/std(Y);
```

```
C = Y1(find(A1 > 0));
```

```
B = A1(find(A1 > 0));
```

```
% Gerando o gráfico
```

```
semilogy (C,B);
```

```
ylabel('FDP')
```

```
xlabel('P')
```

## APÊNDICE 5: Código Ambiente do programa Matlab para o Ajuste dos resultados

---

% Programa de Pós-graduação em Integridade de Materiais em Engenharia - UnB

% Dissertação - Mecânica Computacional

%% Aluna: Luana de Sousa Moreira

%% Matrícula: 16/0168139

%% Orientador: Dr. Rodrigo Andrés Cerda Miranda

% Ajuste da curva parabólica usando o Método dos Mínimos Quadrados

clc

% clear all

close all

% Exemplo de valores:

%(posição da pressão)

x1 = ser1(:,2);

tempo = ser1(:,1);

%(valores correspondentes aos regimes)

x = x1(1198:21209);

% Para a série temporal Gaussiana, será a partir de x = serie\_temporal\_gaussiana;

% x = serie\_temporal\_gaussiana;

```
% Para a série temporal da turbulência atmosférica, será a partir de x =  
serie_temporal_turbulencia_atmosferica;
```

```
%x = serie_temporal_turbulencia_atmosferica;
```

```
%Quantidade de elementos
```

```
N=length(x);
```

```
%Quantidade de elementos por janela
```

```
Nj=1500;
```

```
%Salto
```

```
j_skip = 50;
```

```
%Salto para o regime rápido
```

```
% j_skip = 250;
```

```
variavel = [];
```

```
for j_ini=1:j_skip:(N-Nj)
```

```
    j_final=j_ini+Nj;
```

```
    j_dados=x(j_ini:j_final);
```

```
%Cálculo da média aritmética
```

```
%%%disp('O valor da media aritmetica, sera:')
```

```
media = mean(j_dados);

%Cálculo do desvio padrão

%%%disp('O valor do desvio padrao, sera:')

desviopadrao=std(j_dados);

%Cálculo da assimetria (S)

%%%disp('O valor da assimetria, sera:')

S =assimetria(j_dados);

%Cálculo da Curtose (K)

%%%disp('O valor da Curtose, sera:')

k = kurtose_mat(j_dados);

if k>1

    j_ini

end

variavel = [variavel; S k desviopadrao];
```

```
end
```

```
% Encontrar o ajustar a um modelo da forma  $y_{data}=x(1)\exp(x(2)x_{data})$ 
```

```
% Insira os tempos e respostas de observação.
```

```
xdata = variavel(:, 1);
```

```
ydata = variavel(:, 2);
```

```
% Criar um modelo simples de decaimento exponencial.
```

```
% fun = @(x, xdata)x(1)*exp(x(2)*xdata);
```

```
fun = @(x, xdata) x(1)*xdata.^2 + x(2);
```

```
% Ajustar o modelo usando o ponto de partida  $x_0 = [100, -1]$  .
```

```
% %init = [1 1]';
```

```
x0 = [1 1]';
```

```
[x cvg resid outp] = lsqcurvefit(fun, x0, xdata, ydata);
```

```
% Gerando o gráfico dos dados e a curva ajustada.
```

```
times = linspace(-1.5, 1.5, length(ydata));
```

```
plot(xdata, ydata, 'k*', times, fun(x, times), 'r-');
```

```
% Eixo X (Assimetria)
```

```
xlabel('S')
```

```
% Eixo Y (Curtose)
```

```
ylabel('K')
```

```
%Pontos na escala
```

```
axis([-2 2 -2 5])
```

```
%Valores dos coeficientes a e b
```

```
x
```

```
%Fator de erro
```

```
%e = x0-x
```

```
%e = resid
```

```
%E = sum(e.^2)/N
```

```
E = cvg/N
```

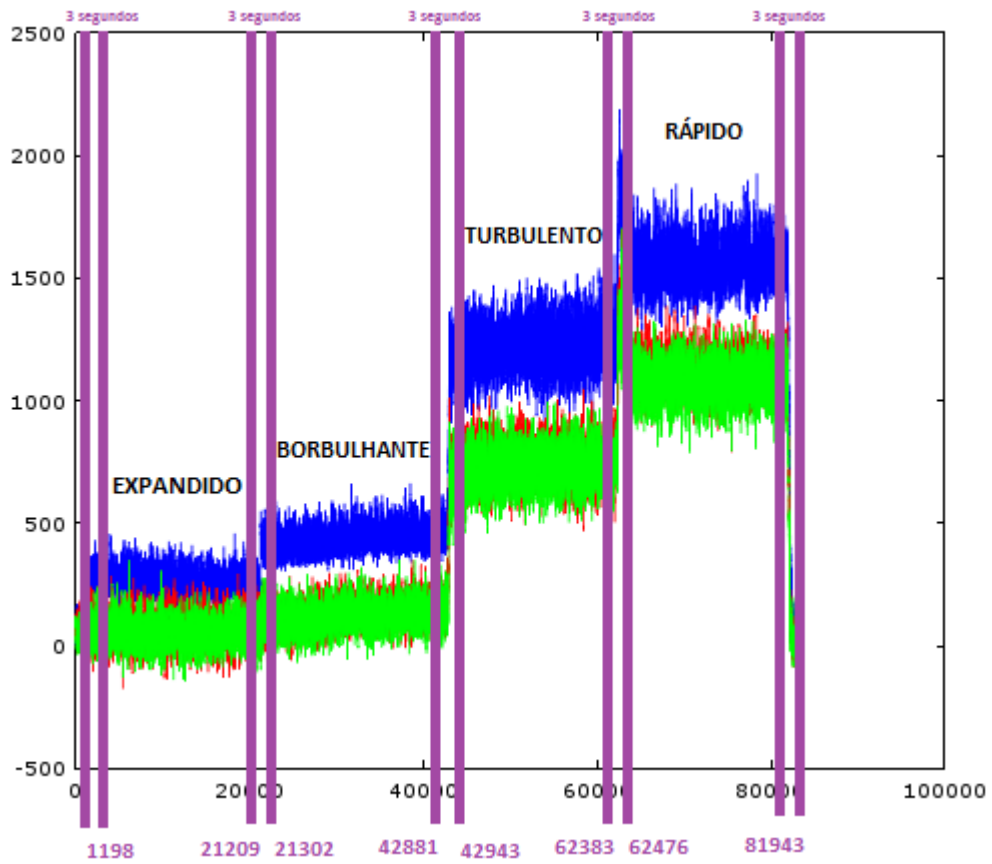
```
%Cálculo da correlação
```

```
%correlation = corr(ydata, resid)
```

```
correlation = corr(ydata, fun(x, xdata))
```

APÊNDICE 6: Figura referente a séries temporais da pressão para a partícula areia  $-1.2\text{mm}$  na base (cor azul), meio (cor vermelho) e topo (cor verde).

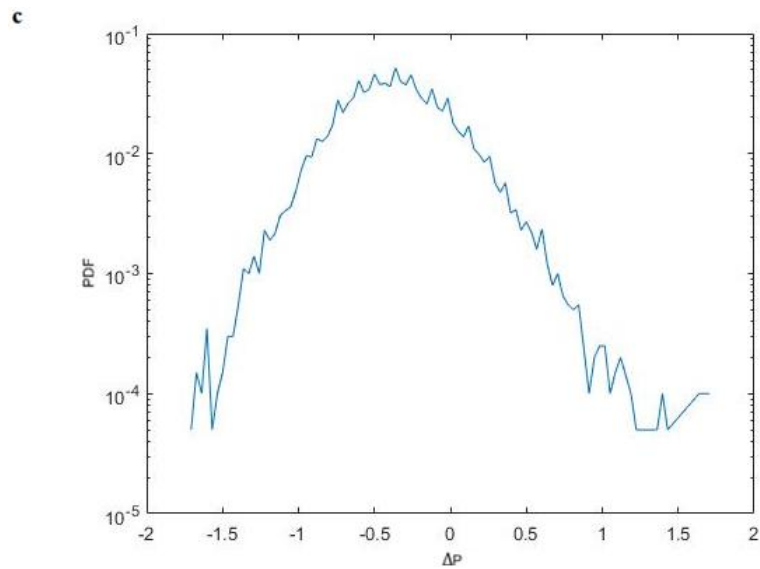
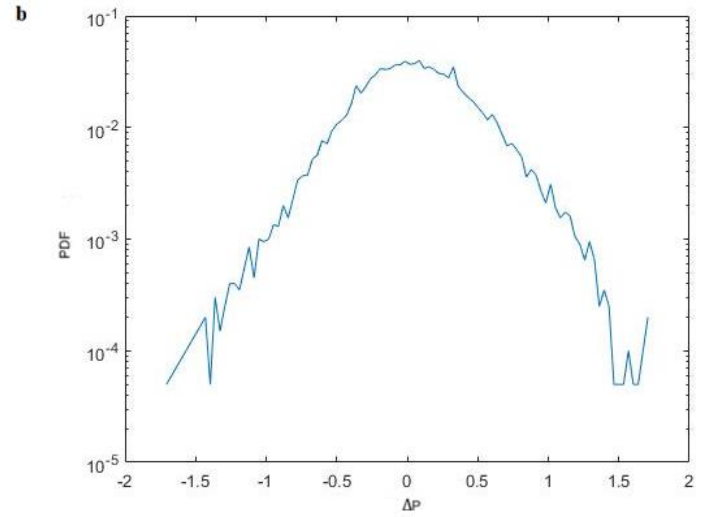
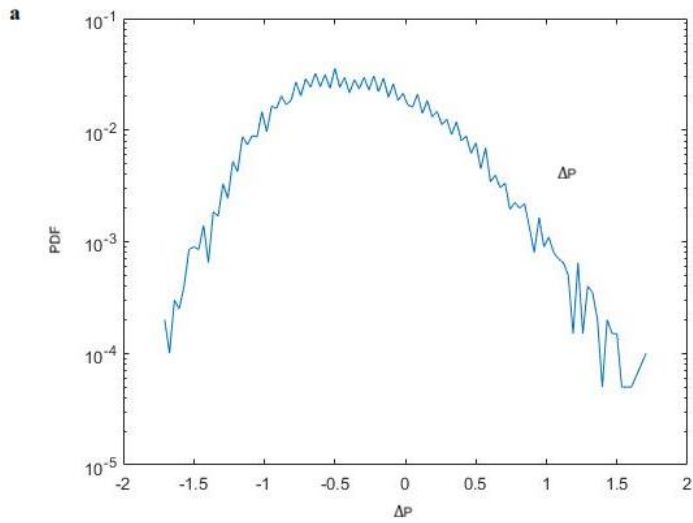
---





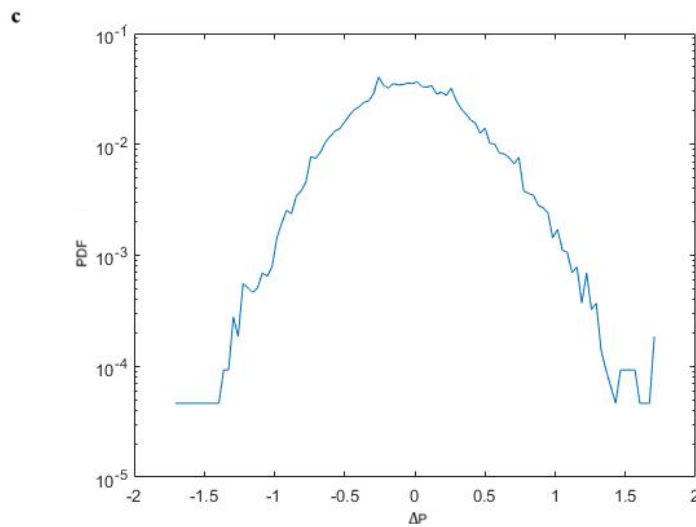
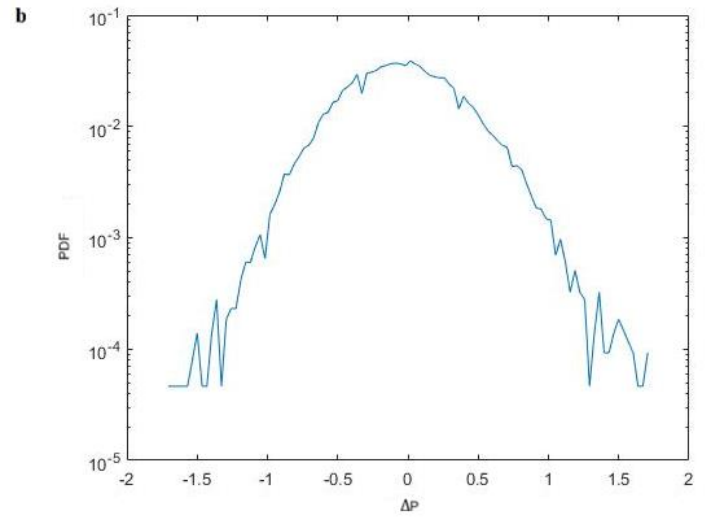
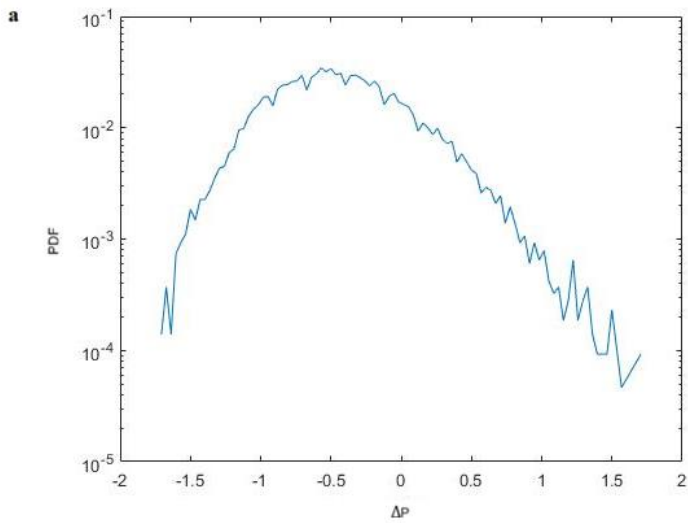
APÊNDICE 7: Figura representando a Função de Distribuição de Probabilidade da partícula *areia* – 1.2mm no regime expandido. a) Pressão na base. b) Pressão no meio. c) Pressão no topo.

---



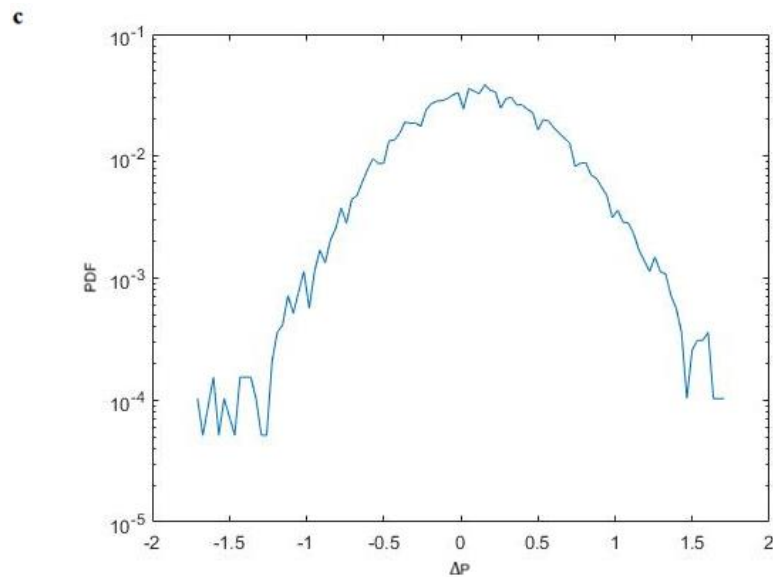
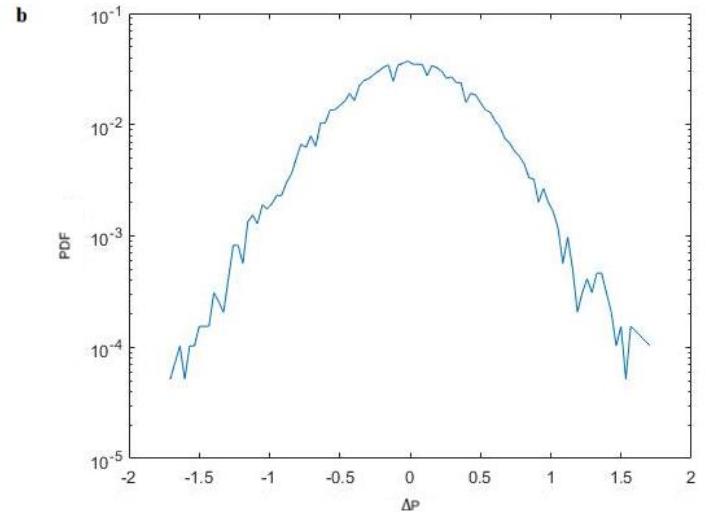
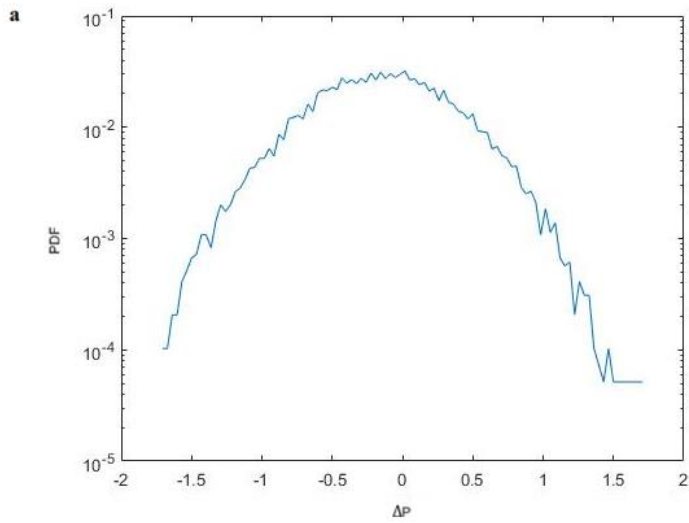
APÊNDICE 8: Figura representando a Função de Distribuição de Probabilidade da partícula *areia* – 1.2mm no regime borbulhante. a) Pressão na base. b) Pressão no meio. c) Pressão no topo.

---



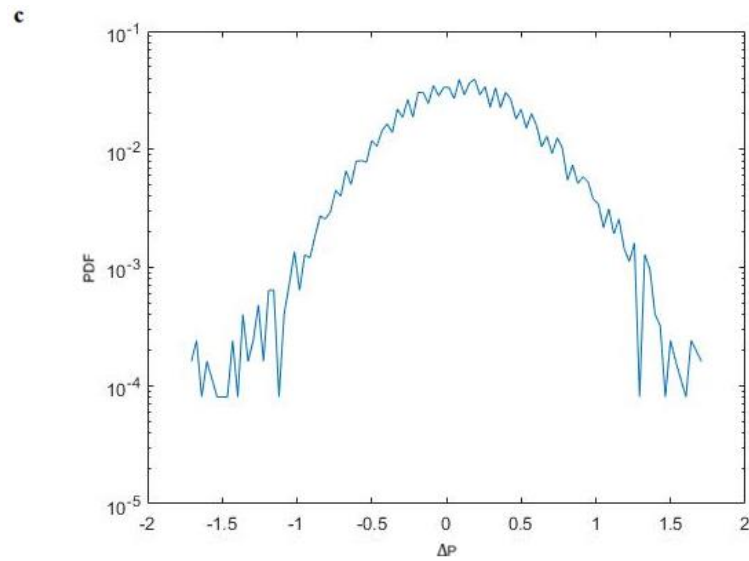
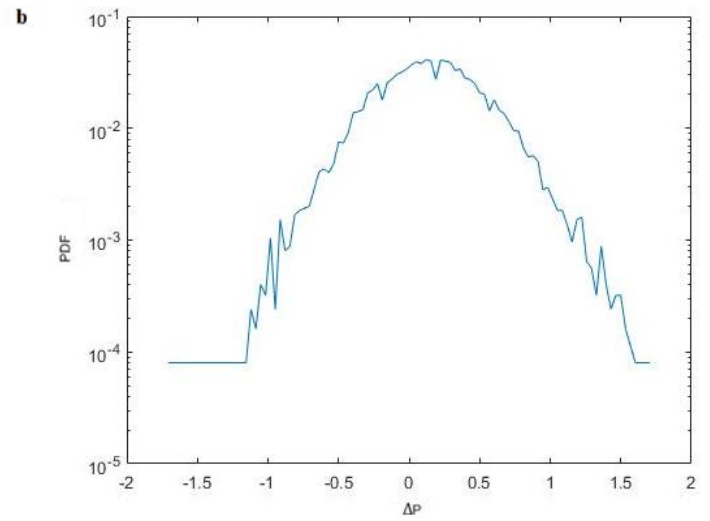
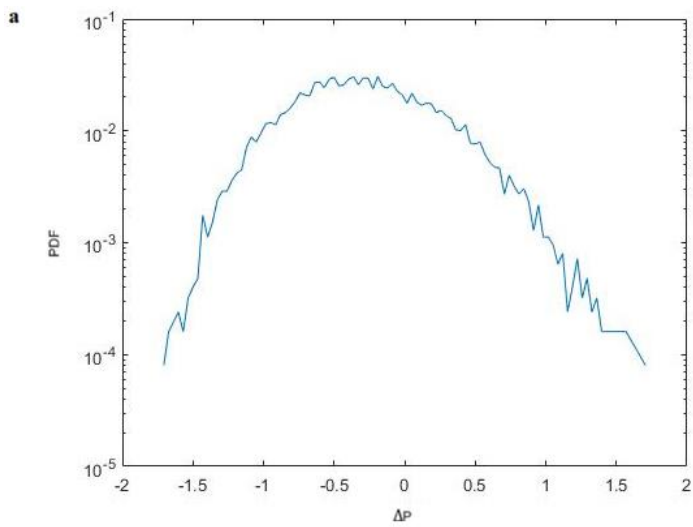
APÊNDICE 9: Figura representando a Função de Distribuição de Probabilidade da partícula *areia* – 1.2mm no regime turbulento. a) Pressão na base. b) Pressão no meio. c) Pressão no topo.

---



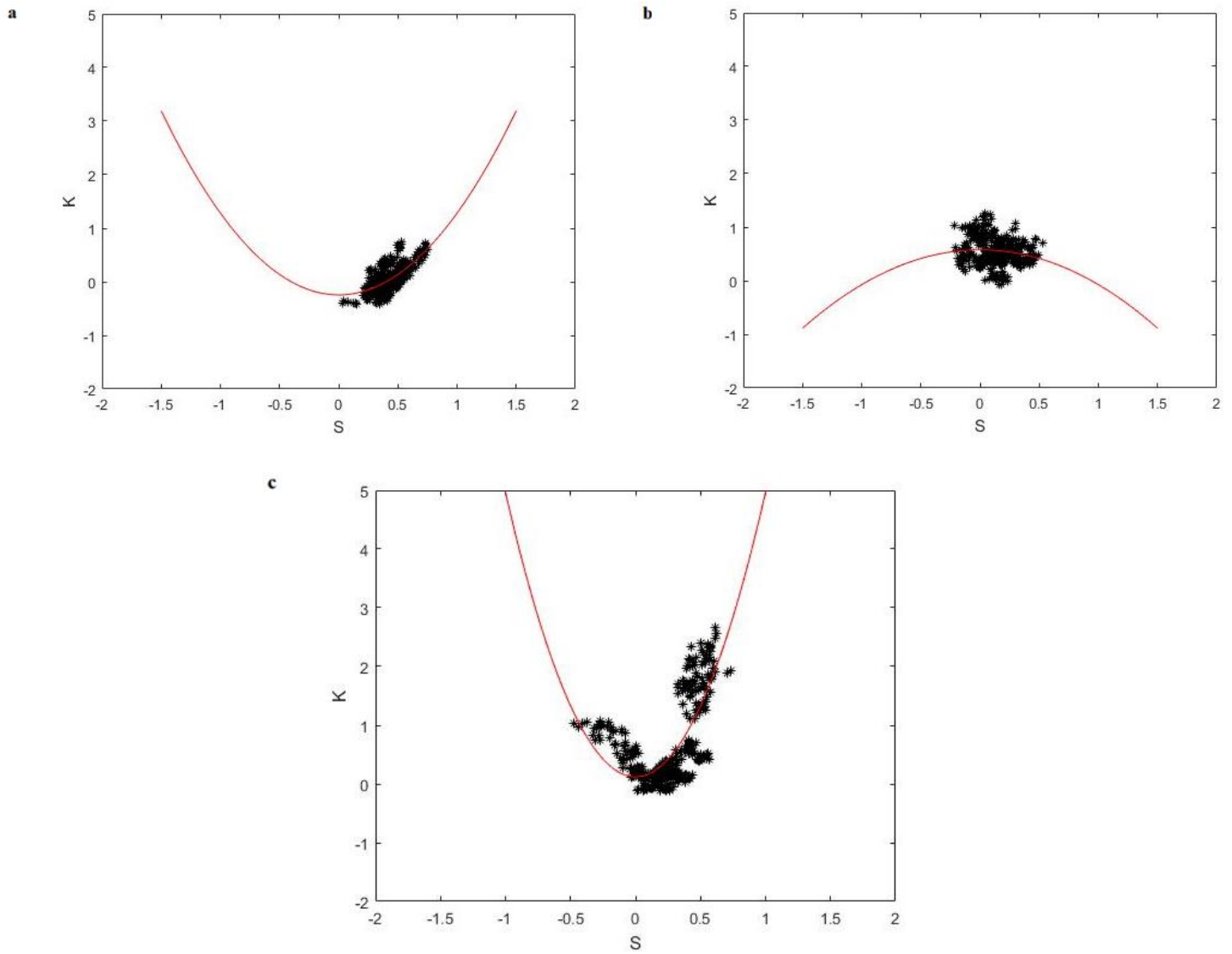
APÊNDICE 10: Figura representando a Função de Distribuição de Probabilidade da partícula *areia* – 1.2mm no regime rápido. a) Pressão na base. b) Pressão no meio. c) Pressão no topo.

---



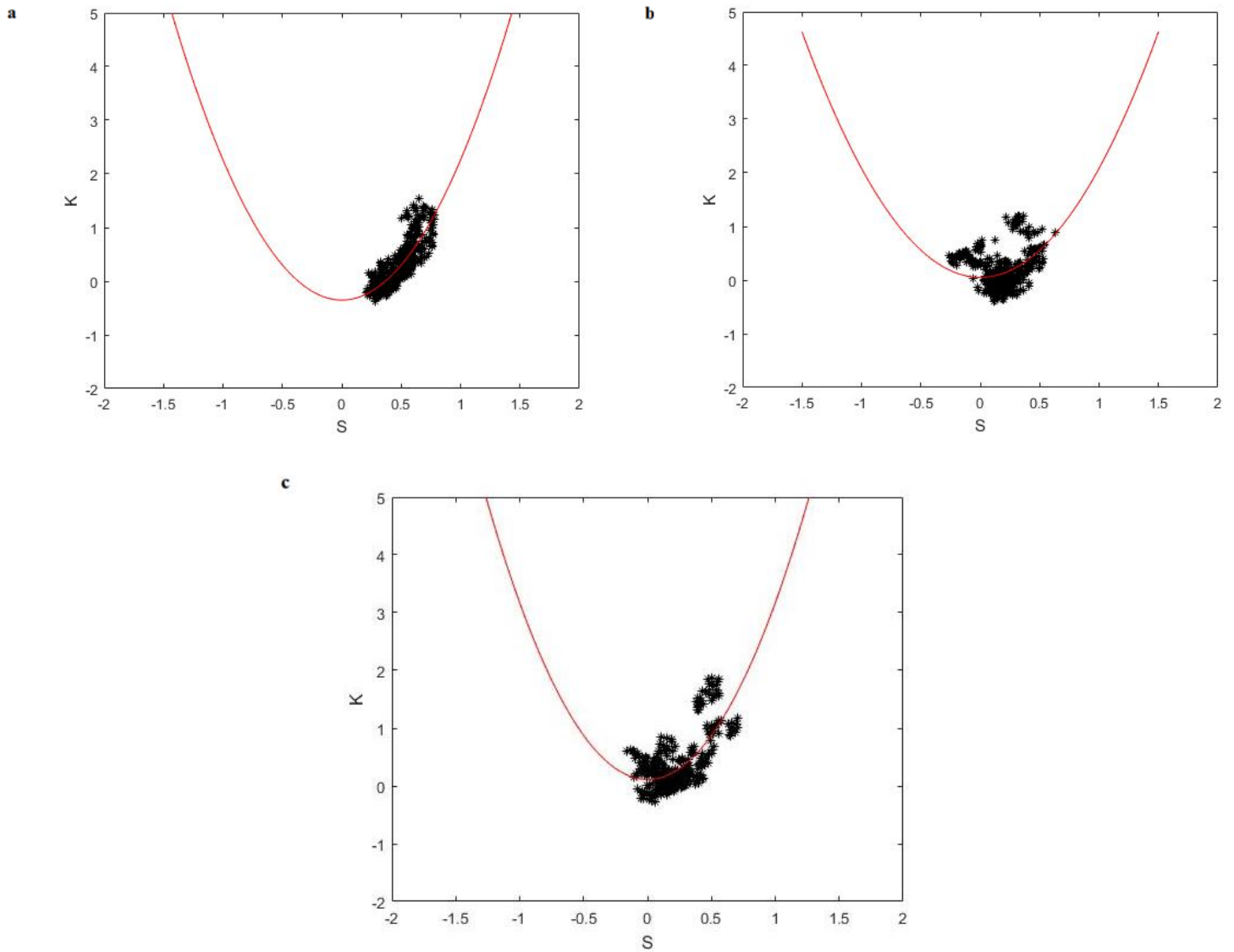
APÊNDICE 11: Figura referente aos gráficos dos coeficientes da assimetria em função da curtose da partícula *areia* – 1.2mm no regime expandido.

---



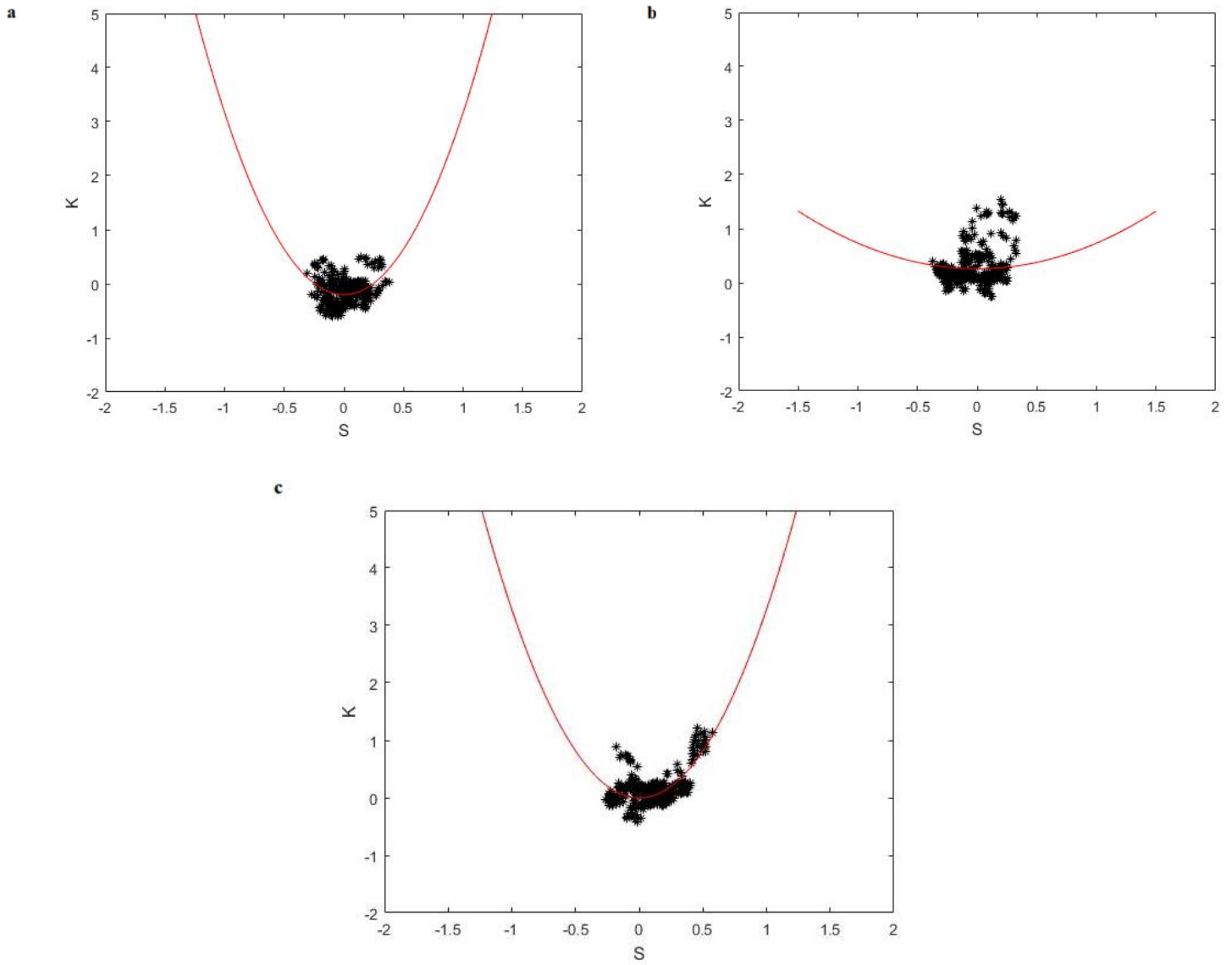
APÊNDICE 12: Figura referente aos gráficos dos coeficientes da assimetria em função da curtose da partícula *areia* – 1.2mm no regime borbulhante.

---



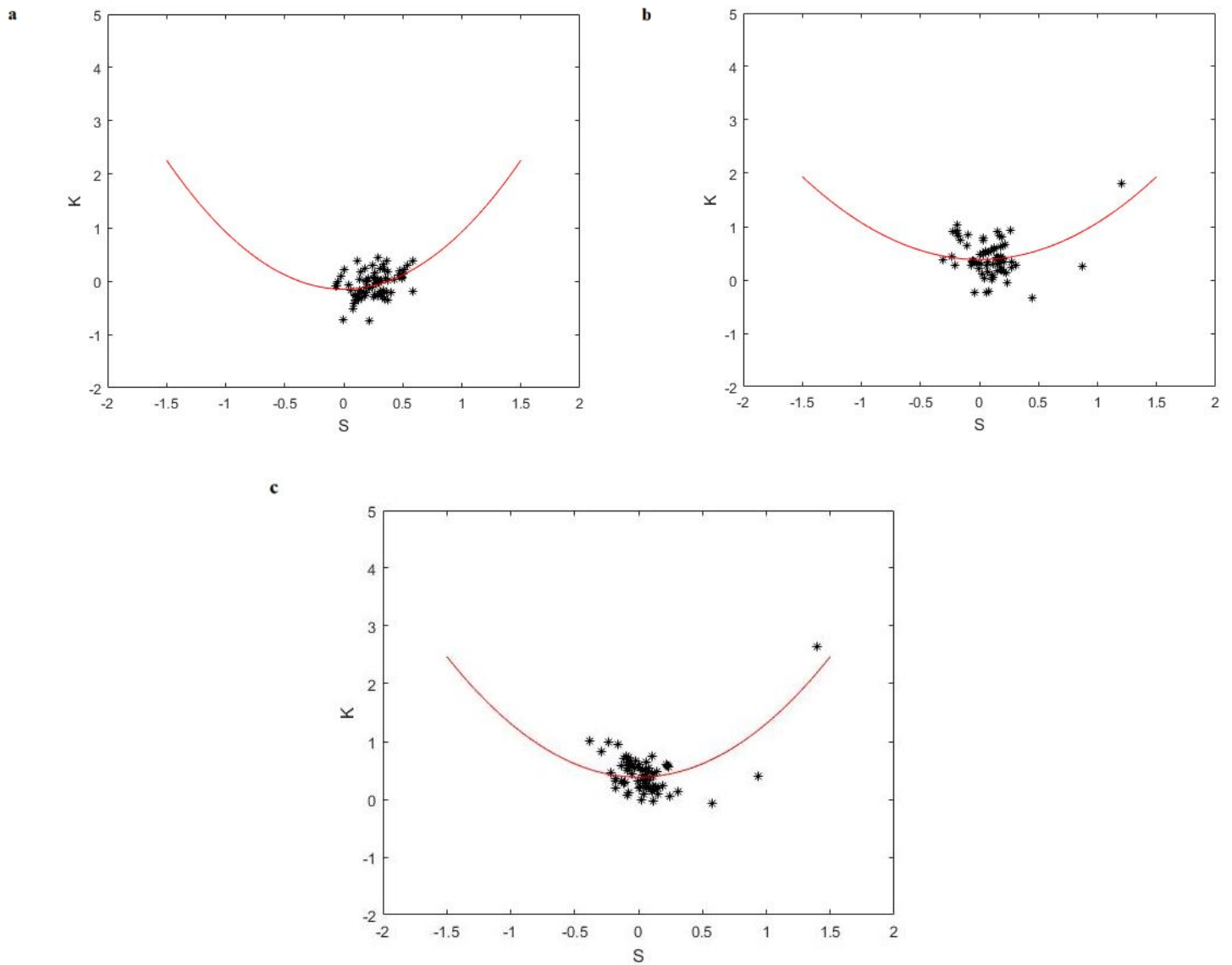
APÊNDICE 13: Figura referente aos gráficos dos coeficientes da assimetria em função da curtose da partícula *areia* – 1.2mm no regime turbulento.

---



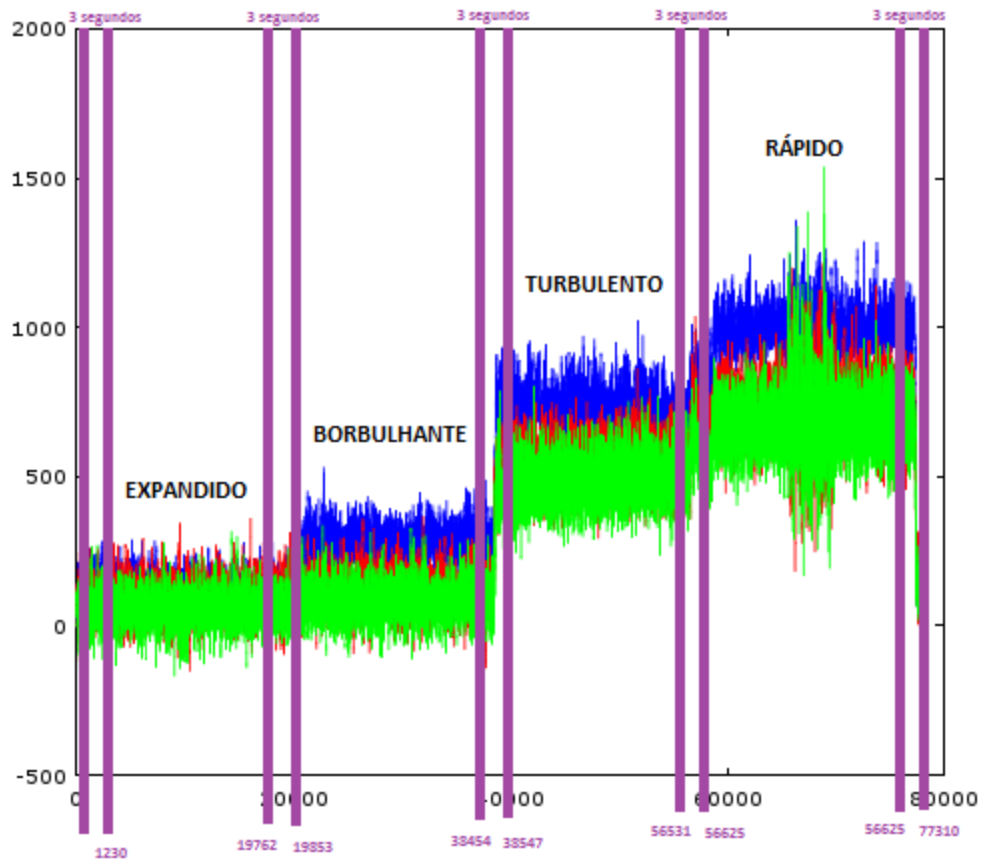
APÊNDICE 14: Figura referente aos gráficos dos coeficientes da assimetria em função da curtose da partícula *areia* – 1.2mm no regime rápido.

---



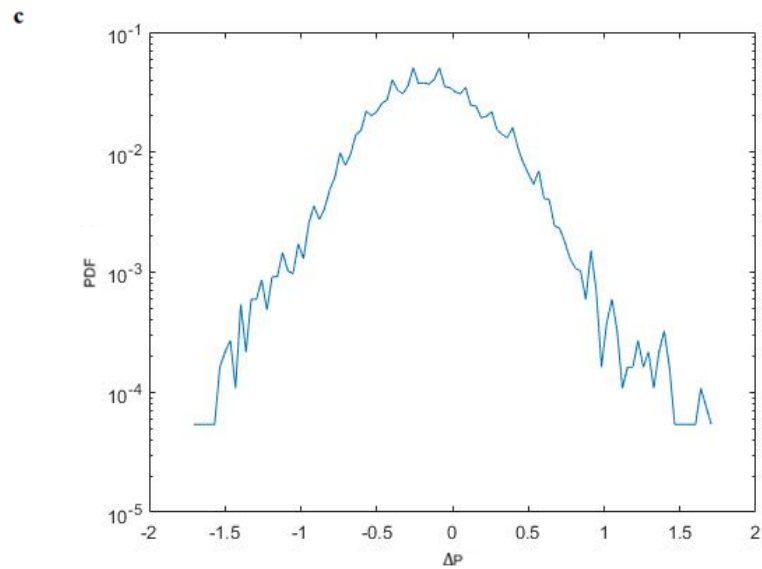
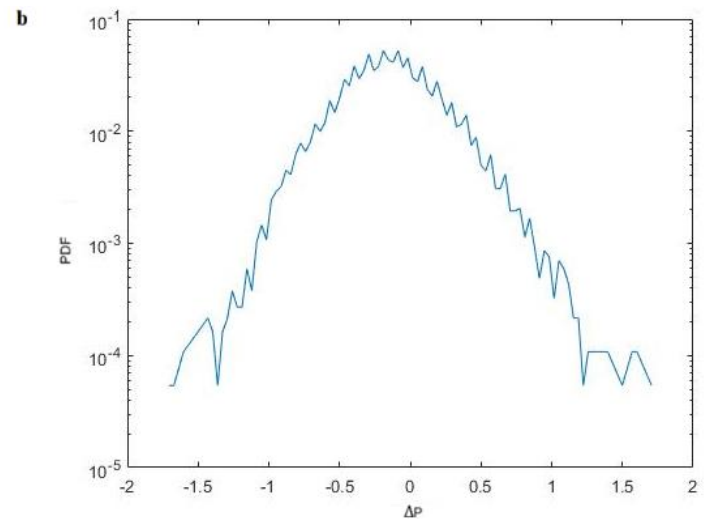
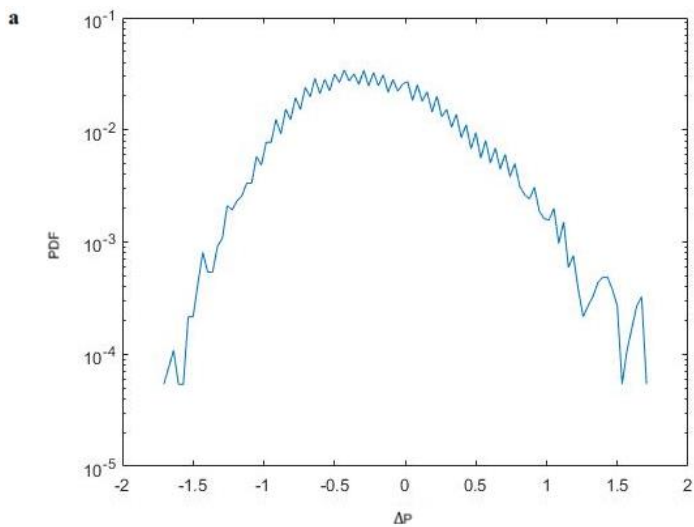


APÊNDICE 15: Figura referente a séries temporais da pressão para a partícula vidro  $-355\mu m$  na base (cor azul), meio (cor vermelho) e topo (cor verde).



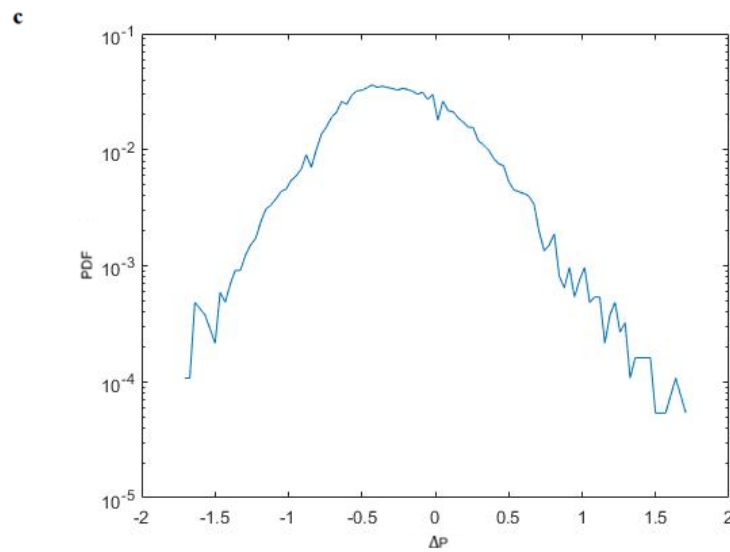
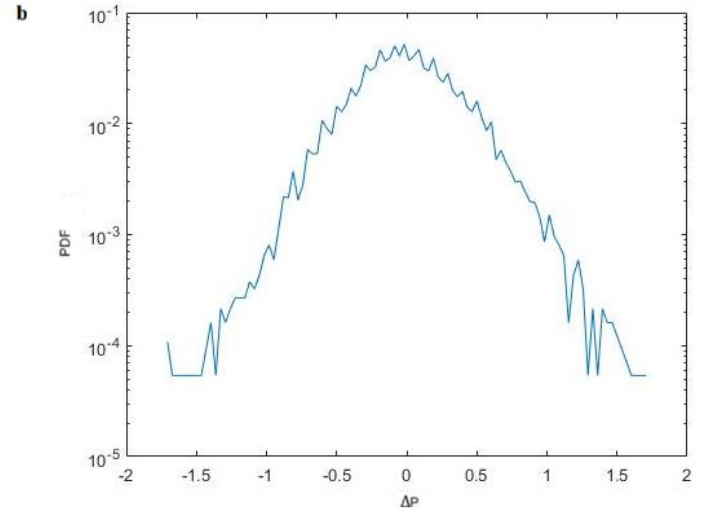
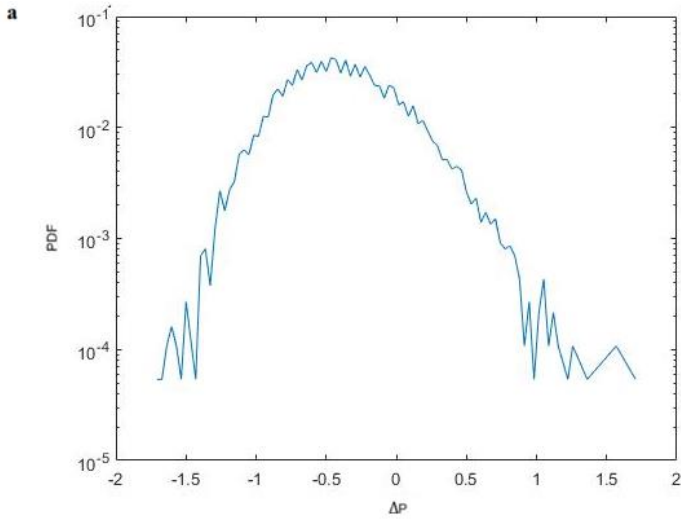
APÊNDICE 16: Figura representando a Função de Distribuição de Probabilidade da partícula vidro  $-355\mu\text{m}$  no regime expandido. a) Pressão na base. b) Pressão no meio. c) Pressão no topo.

---



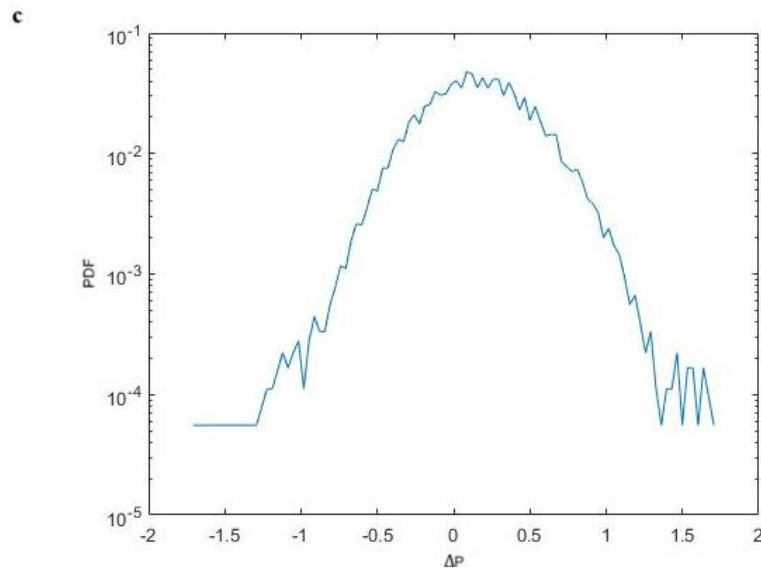
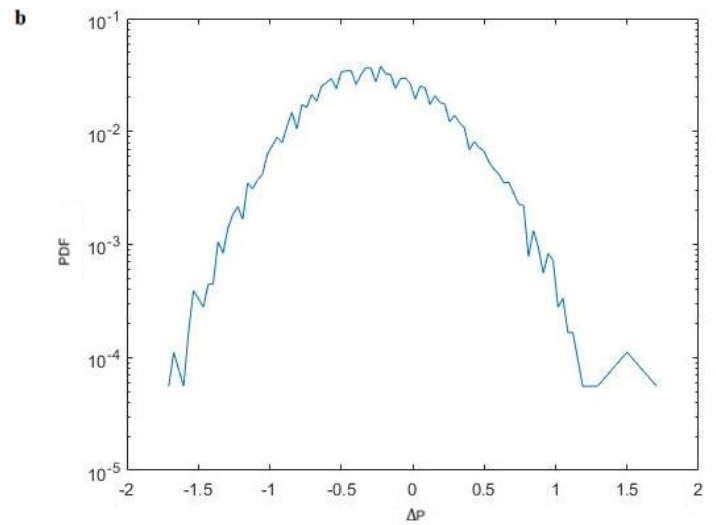
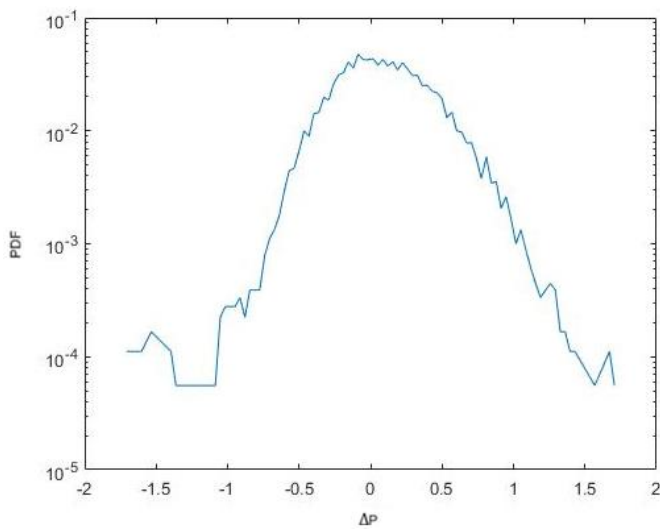
APÊNDICE 17: Figura representando a Função de Distribuição de Probabilidade da partícula vidro  $-355\mu m$  no regime borbulhante. a) Pressão na base. b) Pressão no meio. c) Pressão no topo.

---



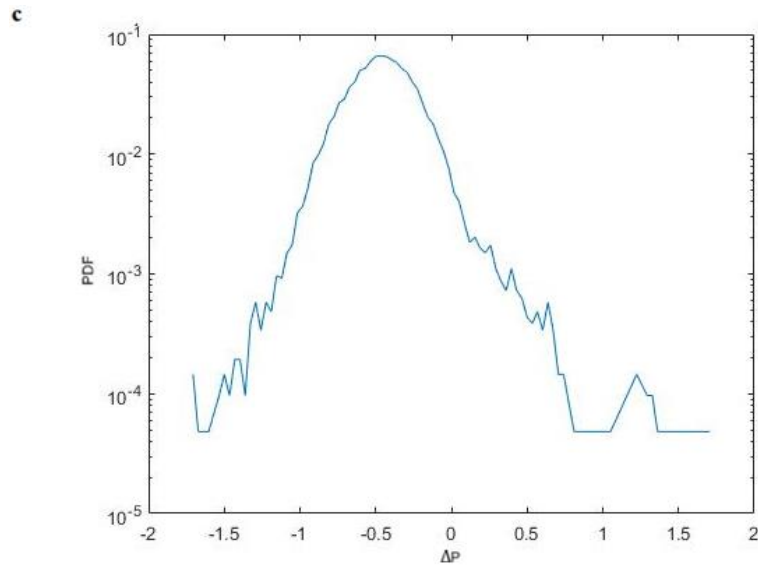
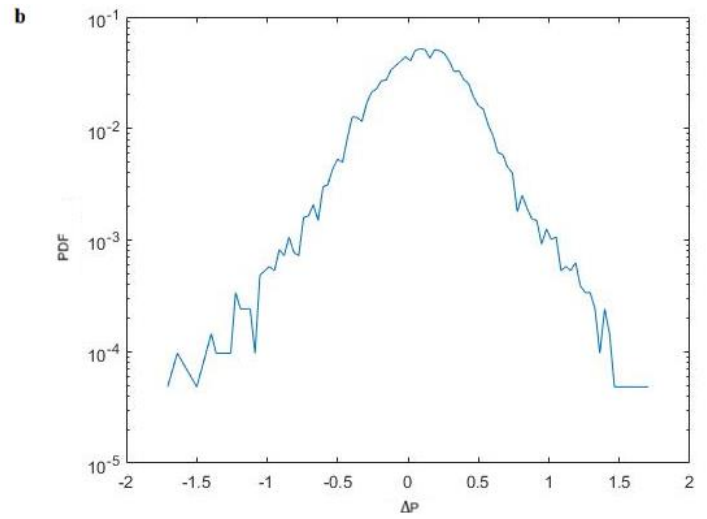
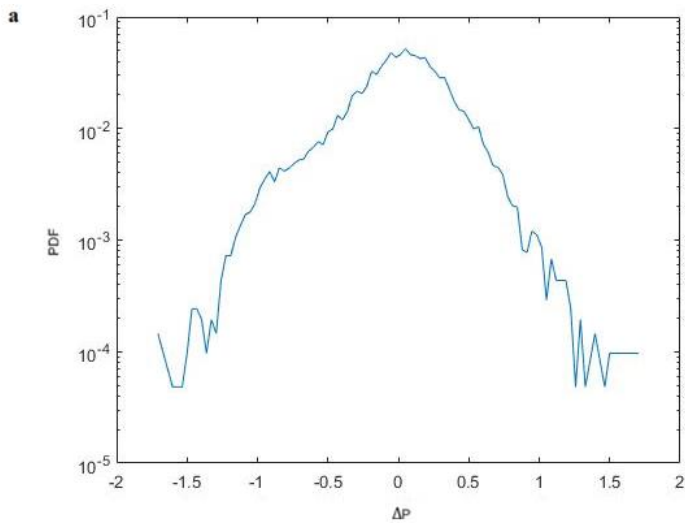
APÊNDICE 18: Figura representando a Função de Distribuição de Probabilidade da partícula vidro  $-355\mu\text{m}$  no regime turbulento. a) Pressão na base. b) Pressão no meio. c) Pressão no topo.

---



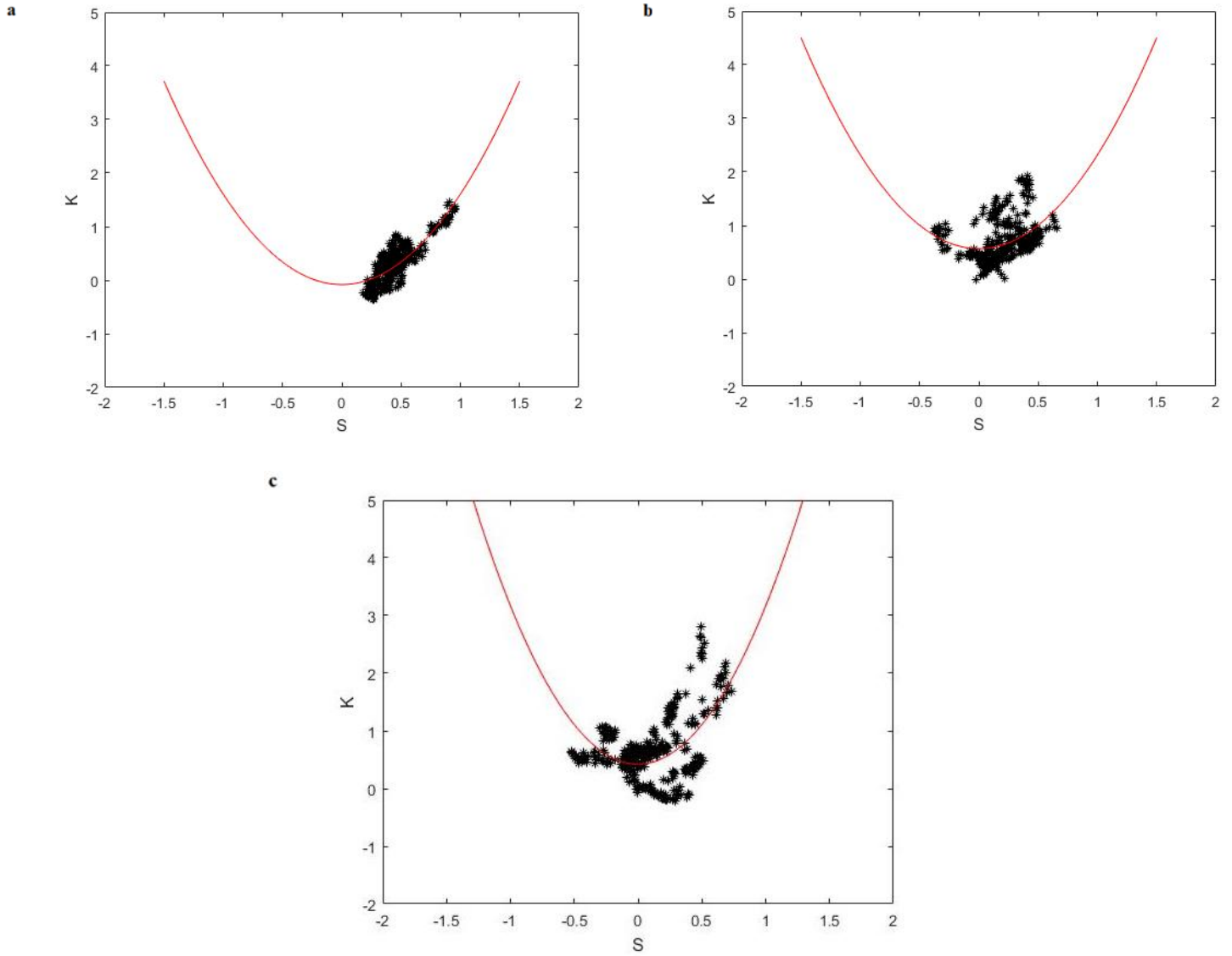
APÊNDICE 19: Figura representando a Função de Distribuição de Probabilidade da partícula vidro  $-355\mu m$  no regime rápido. a) Pressão na base. b) Pressão no meio. c) Pressão no topo.

---



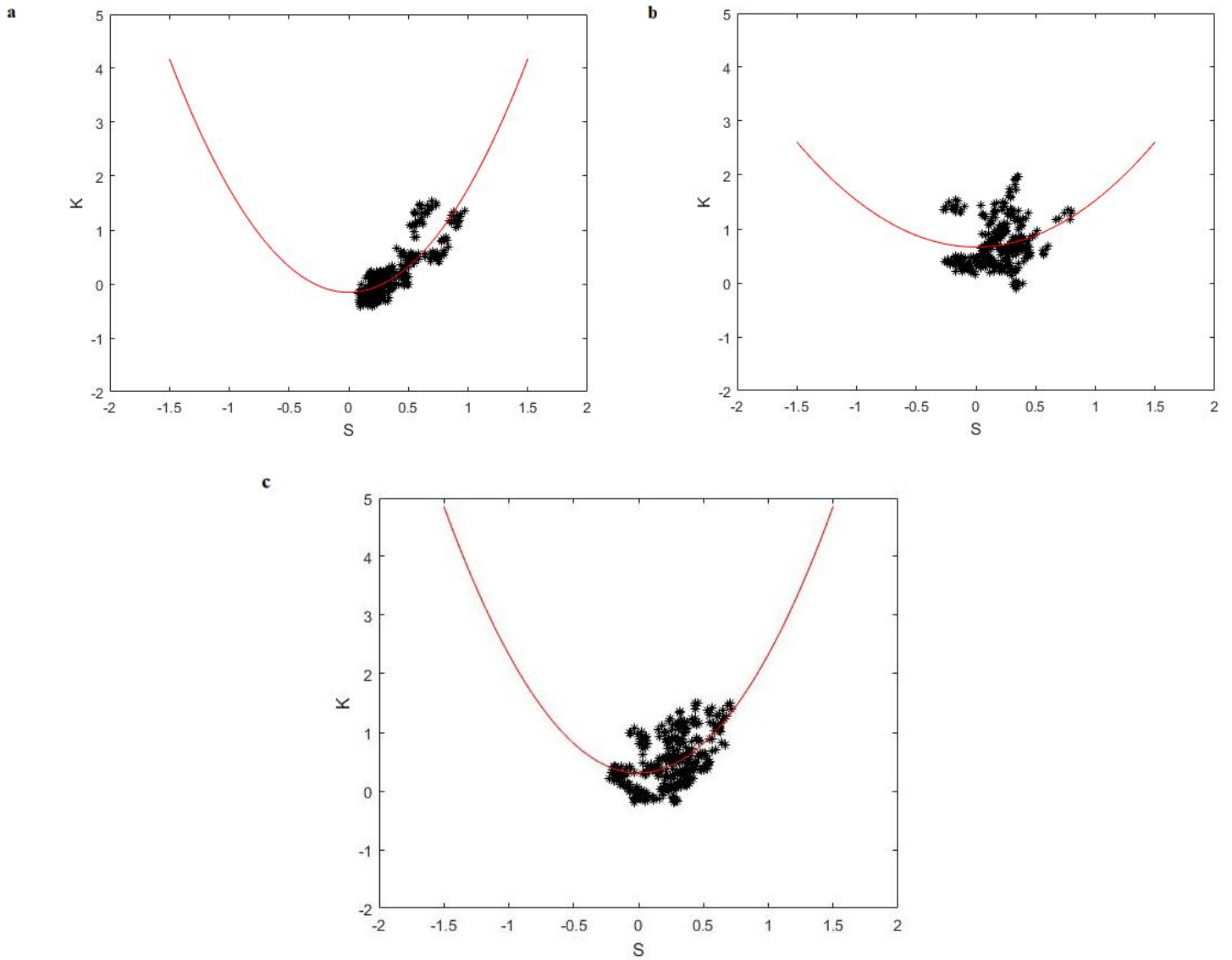
APÊNDICE 20: Figura referente aos gráficos dos coeficientes da assimetria em função da curtosse da partícula vidro  $-355\mu\text{m}$  no regime expandido.

---



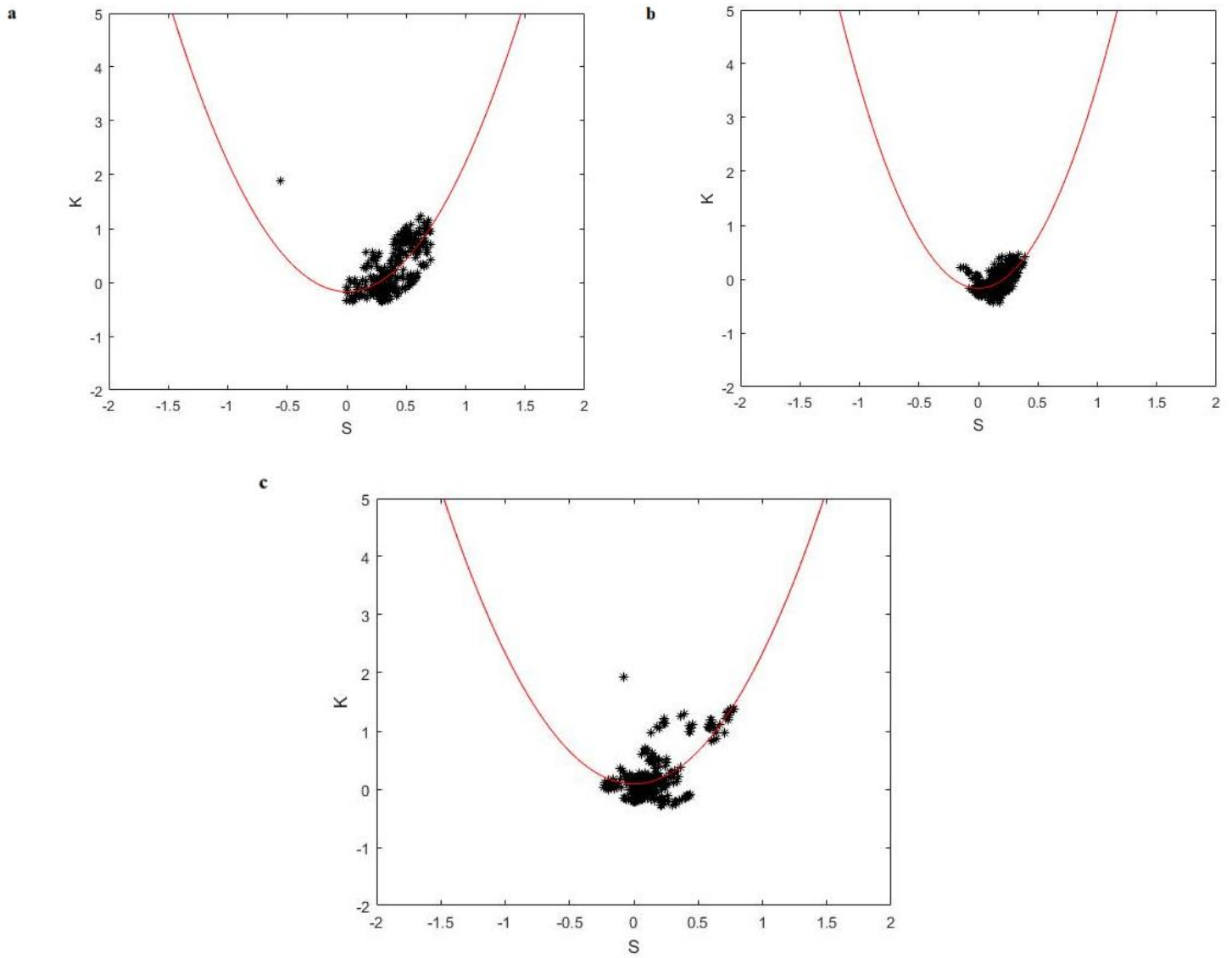
APÊNDICE 21: Figura referente aos gráficos dos coeficientes da assimetria em função da curtose da partícula vidro  $-355\mu\text{m}$  no regime borbulhante.

---



APÊNDICE 22: Figura referente aos gráficos dos coeficientes da assimetria em função da curvose da partícula vidro  $-355\mu\text{m}$  no regime turbulento.

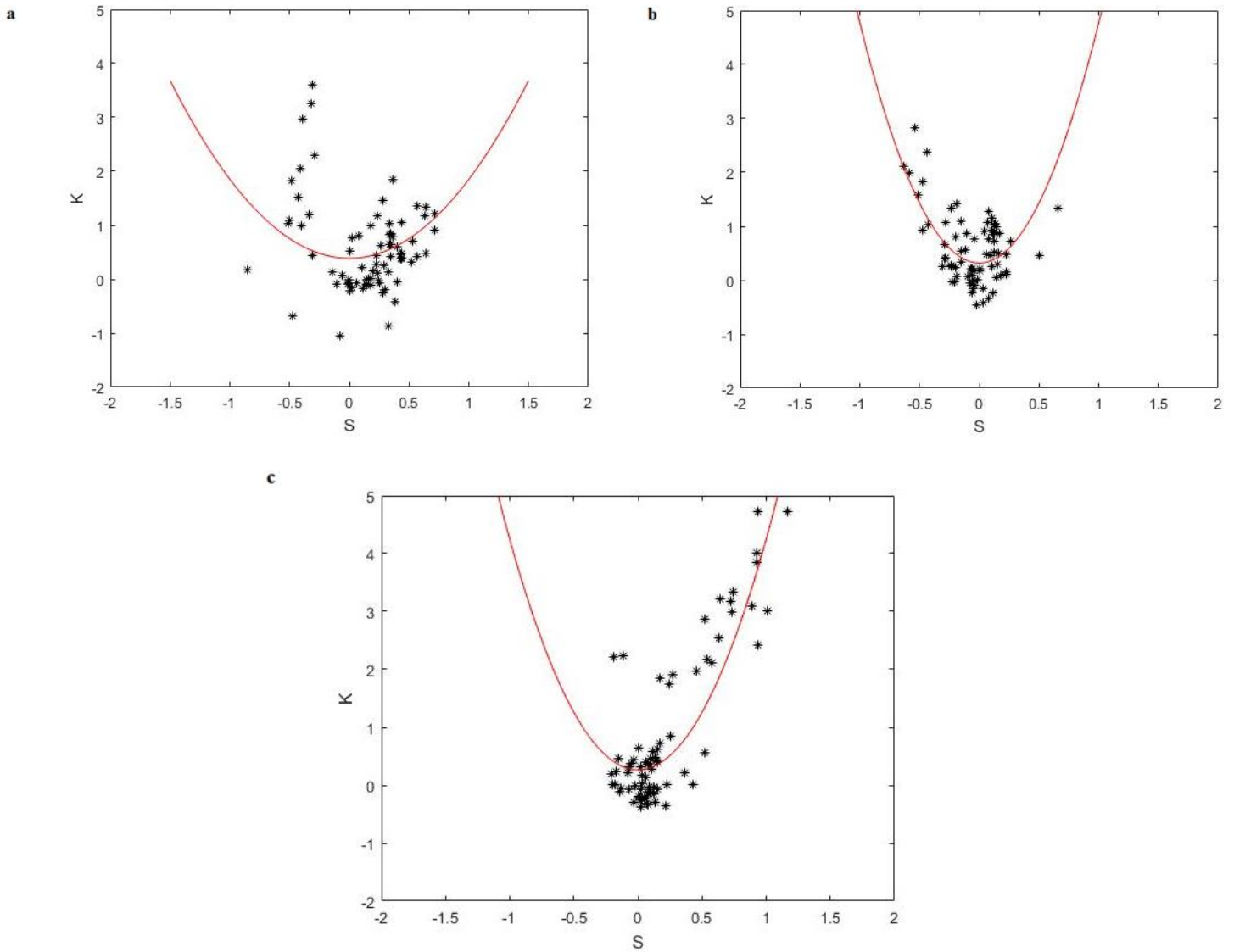
---





APÊNDICE 23: Figura referente aos gráficos dos coeficientes da assimetria em função da curtose da partícula vidro  $-355\mu m$  no regime rápido.

---



## ANEXO

ANEXO A: Descrição matemática. Fonte: GUSZEJNOV *et.al.*,2013.

---

De acordo com a proposta do modelo matemático do artigo Guszejnov *et.al* (2013), em que o sinal medido ( $\tilde{Z}$ ) é construído como a Equação (A.1).

$$\tilde{Z} = \sum_{i=1}^{\tilde{N}} \tilde{x}_i + \tilde{R} \quad (\text{A.1})$$

Onde,

- $\tilde{Z}$  será o sinal medido;
- $\{\tilde{X}_i\}_{i \in [1:\tilde{N}]}$  são variáveis aleatórias independentes que representam os eventos intermitentes (amplitude);
- $\tilde{R}$  é o ruído de fundo gaussiano com variância ( $\sigma$ );
- $\tilde{N}$  é uma variável aleatória valor não negativa inteira, que representa o número de eventos intermitentes apresentam simultaneamente. Se  $\tilde{N}$  tiver o valor de zero, significa que a intermitência foi alcançada; e
- $\tilde{x}$  será os eventos intermitentes.

No artigo, mostrou-se os eventos intermitentes superpostos em um Fundo Gaussiano, equivalente a Figura A.1, em que a variação do ruído de fundo é muito menor que a variância dos eventos, assumindo  $\sigma^2 \ll \langle \tilde{X}^2 \rangle$ , onde  $\langle \dots \rangle$  é a operação de valor esperado. Também foi assumido que  $\tilde{N}$  e  $\{\tilde{X}_i\}$  são independentes. O número de eventos intermitentes presentes no ponto de observação ( $\tilde{N}$ ) não tem efeito sobre a amplitude de distribuição dos eventos individuais  $\{\tilde{X}_i\}$ . Assim, não há interesse na interação entre eles.

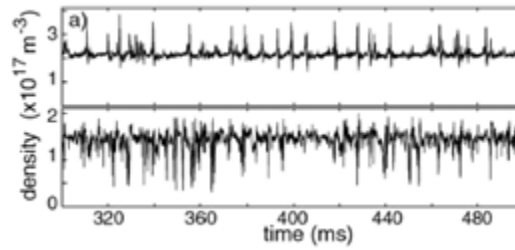


Figura 31 - Dois sinais de amostra da TORPEX. Fonte: Labit et al., 2013.

Com a suposição de independência nos permite utilizar a equação de Wald que afirma que

$$\sum_{i=1}^{\tilde{N}} \bar{X}_i = \langle \tilde{N} \rangle \langle \bar{X} \rangle \quad (\text{A.2})$$

igual a

$$E[x_1 + x_2 + \dots + x_n] = E(x_1)E(N) \quad (\text{A.3})$$

Como o valor médio não desempenha nenhum papel nos momentos centrais, considerou-se que seja zero para pequena extensão ( $\langle \bar{Z} \rangle = 0$ ), então os momentos centrais de  $\bar{Z}$  serão:

- Para o primeiro momento ( $n = 1$ )

$$m'_1 = E(x^1) = \sum_x [f_x(x)x^1] \quad (\text{A.4})$$

$$m_1 = E[x - E(x)]^1$$

$$m_1 = E(x) - E(x) = 0 \quad (\text{A.5})$$

Lembrando, para calcular o momento centrado de ordem “ $t$ ” em relação à média ou uma constante “ $a$ ”, será:

$$m_t = \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \tilde{x})^t}{n} \quad (\text{A.6})$$

Porém, será usado a equação do momento de acordo com a equação de Wald

$$m_n = E[x - E(x)]^n \quad (\text{A.7})$$

- Para o segundo momento ( $n = 2$ )

$$m'_2 = E(x^2) = \sum_x [f_x(x)x^2] \quad (\text{A.8})$$

$$m_2 = E[[x - E(x)]^2] = \text{variância}(x) = \sigma \quad (\text{A.9})$$

Fazendo as seguintes considerações:

$$S_n = \sum_{i=1}^{\tilde{N}} \tilde{x}_i \quad (\text{A.10})$$

Então,

$$\tilde{Z} = \sum_{i=1}^{\tilde{N}} \tilde{x}_i + \tilde{R} \quad (\text{A.11})$$

$$\tilde{Z} = S_n + \tilde{R} \quad (\text{A.12})$$

Fazendo as seguintes considerações antes de elevar ao quadrado, suposição de acordo com artigo Guszejnov *et.al.* (2013),

$$E(R) = 0$$

$$E(x_1) = 0$$

$\{\tilde{x}_i\}$  e  $\tilde{Z}$  são independentes. Assim,

$$E(Z^2) = E[[S_n + R]^2] \quad (\text{A.13})$$

$$E(Z^2) = E[S_n^2 + 2S_nR + R^2]$$

$$E(Z^2) = E(S_n^2) + \underbrace{2E(S_nR)}_{2E(S_n) \times E(R)} + \underbrace{E(R^2)}_{\sigma^2}$$

O termo  $R$  tem distribuição Gaussiana, variação  $\sigma^2$  e media zero ( $E(R) = 0$ ). Para esse caso  $E(R^m) = 0 \forall m = \text{ímpar}$ . Com a seguinte observações, obtém-se:

$$E(Z^2) = E(S_n^2) + 2E(S_n) \times \underbrace{E(R)}_0 + \sigma^2$$

$$E(Z^2) = E(S_n^2) + \sigma^2 \quad (\text{A.14})$$

Aplicando a segunda identificação de Wald

$$E(S_n^2) = E(N) \times \sigma(x_1) = E(N) \times M_2 \quad (\text{A.15})$$

Lembrando que,  $m_2 = E(x_1) = \sigma(x_1)$ . Sendo assim, ficará

$$\begin{aligned} E(Z^2) &= E(S_n^2) + \sigma^2 \\ E(Z^2) &= E(N) \times M_2 + \sigma^2 \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

Equivalente a Equação 5 do artigo Guszejnov *et.al.* (2013),

$$\langle Z^2 \rangle = \sigma_Z^2 = \langle N \rangle M_2 + \sigma^2$$

- Para o terceiro momento ( $n = 3$ )

$$m'_3 = E(x^3) = \sum_x [f_x(x)x^3] \quad (\text{A.17})$$

$$m_3 = E[[x - E(x)]^3]$$

Seguindo a mesma linha de raciocínio do segundo momento,

$$\tilde{Z} = S_n + \tilde{R}$$

Lembrando,

$$S_n = \sum_{i=1}^{\tilde{N}} \tilde{x}_i$$

Elevando a terceira a equação principal,

$$E(Z^3) = E[[S_n + R]^3] \quad (\text{A.18})$$

$$E(Z^3) = E[S_n^3 + 3S_n^2R + 3S_nR^2 + R^3]$$

$$E(Z^3) = E(S_n^3) + \underbrace{3E(S_n^2R)}_{3E(S_n^2) \times E(R)} + \underbrace{3E(S_nR^2)}_{3E(S_n) \times E(R^2)} + E(R^3)$$

Considerando a observação dada no segundo momento:

$$E(Z^3) = E(S_n^3) + 3E(S_n^2) * \underbrace{E(R)}_0 + 3E(S_n) \times E(R^2) + \underbrace{E(R^3)}_0$$

$$E(Z^3) = E(S_n^3) + 3E(S_n) * E(R^2)$$

Como  $E(R^2) = \sigma^2$ , o artigo Guszejnov *et.al* (2013) assumiu que  $\sigma^2 \ll \langle \tilde{x}^2 \rangle$ , então o termo será desprezível. Sendo assim,

$$E(Z^3) = E(S_n^3) + 3E(S_n) \times \underbrace{E(R^2)}_{\sigma^2}$$

$$E(Z^3) = E(S_n^3) + 3E(S_n) \times \underbrace{\sigma^2}_0$$

$$E(Z^3) = E(S_n^3)$$

$$E(Z^3) = E(N) \times M_3 \tag{A.19}$$

Equivalente a Equação 6 do artigo Guszejnov *et.al.* (2013),

$$\langle Z^3 \rangle = \langle N \rangle M_3$$

- Para o quarto momento ( $n = 4$ )

$$m'_4 = E(x^4) = \sum_x [f_x(x)x^4] \tag{A.20}$$

$$m_4 = E[[x - E(x)]^4] \tag{A.21}$$

Realizando as mesmas considerações do segundo e terceiro momento,

$$\tilde{Z} = \sum_{i=1}^{\tilde{N}} \tilde{x}_i + \tilde{R}$$

$$S_n = \sum_{i=1}^{\tilde{N}} \tilde{x}_i$$

$$\tilde{Z} = S_n + \tilde{R}$$

Elevando a quarta a equação principal,

$$E(Z^4) = E[[S_n + R]^4]$$

$$E(Z^4) = E[S_n^4 + 4S_n^3R + 6S_n^2R^2 + 4S_nR^3 + R^4]$$

$$E(Z^4) = E(S_n^4) + \frac{4E(S_n^3R)}{4E(S_n^3)*E(R)} + \frac{6E(S_n^2R^2)}{6E(S_n^2)*E(R^2)} + \frac{4E(S_nR^3)}{4E(S_n)*E(R^3)} + E(R^4)$$

Considerando a observação dada no segundo momento

$$E(Z^4) = E(S_n^4) + 4E(S_n^3) \times \underbrace{E(R)}_0 + 6E(S_n^2) \times E(R^2) + 4E(S_n) \times \underbrace{E(R^3)}_0 + E(R^4)$$

$$E(Z^4) = \underbrace{E(S_n^4)}_{1^o} + \underbrace{6E(S_n^2) \times E(R^2)}_{2^o} + \underbrace{E(R^4)}_{3^o} \quad (\text{A.22})$$

Resolvendo por partes cada termo utilizando o teorema multinomial, obterá:

$$1. E(S_n^4) = E(E(S_n^4/N))$$

$$E(E(S_n^4/N = m)) \rightarrow E[(\sum_{i=1}^m x_i)^4] \quad (\text{A.23})$$

$$[(\sum_{i=1}^m x_i)^4] = \sum_{k_1+k_2+\dots+k_m=4} \binom{4}{k_1, k_2, \dots, k_m} x_1^{k_1} x_2^{k_2} \dots x_m^{k_m}$$

$$[(\sum_{i=1}^m x_i)^4] = \sum_{i=1}^m x_i^4 + \sum \binom{4}{2,2} x_i^2 x_j^2 + \sum \binom{4}{2,1,1} x_i^2 x_j^1 x_k^1 + \sum \binom{4}{3,1} x_i^3 x_j^1$$

Em formato de esperança

$$\left[ \left( \sum_{i=1}^m x_i \right)^4 \right] = \sum_{i=1}^m E(x_i^4) + \sum \binom{4}{2,2} E(x_i^2) E(x_j^2) + \sum \binom{4}{2,1,1} E(x_i^2) \underbrace{E(x_j^1) E(x_k^1)}_0$$

$$+ \sum \binom{4}{3,1} E(x_i^3) \underbrace{E(x_j^1)}_0$$

$$[(\sum_{i=1}^m x_i)^4] = \sum_{i=1}^m E(x_i^4) + \sum \binom{4}{2,2} \frac{E(x_i^2) E(x_j^2)}{[E(x^2)]^2}$$

Considerando,

$$\sum_{k_1+k_2+\dots+k_m=4} \binom{4}{k_1, k_2, \dots, k_m} = N^4$$

Substituindo,

$$\left[ \left( \sum_{i=1}^m x_i \right)^4 \right] = \sum_{i=1}^m E(x_i^4) + \sum \binom{4}{2,2} [E(x^2)]^2$$

$$E(S_n^4) = E(N)E(S_n^4) + E(N^4)E(S_n^2)^2$$

Resultando o primeiro termo em:

$$E(S_n^4) = \langle N \rangle M_4 + \langle N^4 \rangle M_2^2 \quad (\text{A.24})$$

$$2. \quad 6E(S_n^2) * E(R^2) = 6\langle N \rangle M_2 \times \sigma^2$$

3. Par o termo  $E(R^4)$ , como  $m = 4$  e par resolveu através da equação:

$$E(R^4) = \frac{4! \sigma^4}{\sqrt{2^4} \binom{4}{2}!} \quad (\text{A.25})$$

$$E(R^4) = \frac{24 \sigma^4}{4 \times 2!}$$

$$E(R^4) = \frac{24 \sigma^4}{8}$$

Terceiro termo resultará,

$$E(R^4) = 3\sigma^4 \quad (\text{A.26})$$

Então,

$$E(Z^4) = \underbrace{E(S_n^4)}_{1^o} + \underbrace{6E(S_n^2) \times E(R^2)}_{2^o} + \underbrace{E(R^4)}_{3^o}$$

$$E(Z^4) = \langle N \rangle M_4 + \langle N^4 \rangle M_2^2 + 6\langle N \rangle M_2 \times \sigma^2 + 3\sigma^4 \quad (\text{A.27})$$

Resultando a equação 7 do artigo Guszejnov *et.al.* (2013).



$$E(Z^4) = \langle N \rangle M_4 + 3 \langle N(N-1) \rangle M_2^2 + 6 \langle N \rangle M_2 \times \sigma^2 + 3\sigma^4.$$

Com a definição de assimetria, seja  $x_1, x_2 \dots x_n$  um conjunto de dados e  $Z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{s}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ . Define-se o coeficiente de assimetria dos dados, através:

$$S = \sum_{i=1}^n \frac{Z_i^3}{N} \quad (\text{A.28})$$

$$S = \frac{M_3}{s^3} = \frac{M_3}{(\sqrt{M_2})^3} \quad (\text{A.29})$$

Considerando,

- Se a distribuição é assimétrica positiva  $S$  é maior que zero.
- Se a distribuição é assimétrica negativa  $S$  é menor que zero.
- E se a distribuição é simétrica  $S$  é igual a zero.

$$S = \frac{M_3}{s^3} = \frac{M_3}{(\sqrt{M_2})^3}$$

$$S = \frac{E[[x - E(x)]^3]}{(\sqrt{E[[x - E(x)]^2]})^3}$$

$$S = \frac{E[[x - E(x)]^3]}{(E[x - E(x)])^3}$$

$$S = \frac{\langle (\tilde{x} - \langle \tilde{x} \rangle)^3 \rangle}{\sigma^3}$$

Considerando sem o ruído de fundo gaussiano com variância ( $\sigma$ ), pode-se escrever a equação do coeficiente da assimetria como,

$$S = \frac{\langle (\tilde{Z} - \langle \tilde{Z} \rangle)^3 \rangle}{\sigma^3} \quad (\text{A.30})$$

Equivalente a equação 8 do artigo Guszejnov *et.al.* (2013).

O coeficiente do momento de curtose é definido como o quociente entre o momento centrado de quarta ordem ( $M_4$ ) e o quadrado do momento centrado de segunda ordem (variância)

$$K = \frac{M_4}{(m_2)^2} \quad (\text{A.31})$$

$$K = \frac{M_4}{(s^2)^2} = \frac{M_4}{s^4} \quad (\text{A.32})$$

O valor deste coeficiente para a curva normal é no valor igual a 3. Portanto,

- Quando  $K \cong 3$  a distribuição é mesocúrtica.
- Quando  $K < 3$  a distribuição é platicúrtica.
- E quando  $K > 3$  a distribuição é leptocúrtica.

Assim, com a mesma ideia da assimetria e fazendo as mesmas considerações, poderá escrever a equação do coeficiente da curtose como,

$$K = \frac{M_4}{s^4}$$

$$K = \frac{E[[x - E(x)]^4]}{(\sqrt{E[[x - E(x)]^2]})^4}$$

$$K = \frac{E[[x - E(x)]^4]}{(E[x - E(x)])^4}$$

$$K = \frac{\langle(\tilde{x} - \langle\tilde{x}\rangle)^4\rangle}{\sigma^4}$$

Também, considerando sem o ruído de fundo gaussiano com variância ( $\sigma$ ), pode-se escrever a equação do coeficiente da curtose como,

$$K = \frac{\langle(\tilde{Z} - \langle\tilde{Z}\rangle)^4\rangle}{\sigma^4} \quad (\text{A.33})$$

Equivalente a equação 9 do artigo do Guszejnov *et.al.* (2013).

Considerando que  $\sigma_Z$  é a variância de  $\tilde{Z}$  e sem a presença do ruído de fundo gaussiano com variância ( $\sigma$ ), o que leva a

$$\langle Z^2 \rangle = \sigma_Z^2 = \langle N \rangle M_2 + \underbrace{\sigma_0^2}_0$$

Equivalente a equação 10 do artigo do Guszejnov *et.al.* (2013).

$$\sigma_Z^2 = \langle N \rangle M_2 \tag{A.34}$$

Com essas considerações ao elevar-se a assimetria ao quadrado, temos:

$$S = \frac{M_3}{(\sqrt{M_2})^3}$$

$$S^2 = \left( \frac{M_3}{(\sqrt{M_2})^3} \right)^2$$

$$S^2 = \frac{M_3^2}{(M_2)^3}$$

Resulta na distribuição estatística, equivalente a equação 11, do artigo do Guszejnov *et.al.* (2013).

$$S^2 = \frac{M_3^2}{M_2^3 \langle N \rangle} \tag{A.35}$$

Levando-se em consideração a raiz quadrática do coeficiente da assimetria uma forma padronizada do estimador do momento de assimetria  $r = 3$ .

Fazendo as considerações definidas acima, com a curtose é definida por

$$K = \frac{M_4}{M_2^2} \tag{A.36}$$

Onde,  $M_i$  denota o  $i$  do momento central, como já foi dito  $M_2$  é igual a variância. Também, define-se o excesso de curtose, sendo definido como  $k = K - 3$ . O excesso de curtose é usado, pois a curtose ( $K$ ) de uma distribuição normal será igual a 0, enquanto a curtose propriamente dita é igual

a 3. Para a distribuição estatística, resultará a equação equivalente a equação 12 do artigo do Guszejnov *et.al.* (2013).

$$K = \frac{M_4}{M_2^2 \langle N \rangle} + 3 \frac{\langle N(N-1) \rangle}{\langle N \rangle^2}. \quad (\text{A.37})$$

Com a relação parabólica da assimetria e da curtose, obterá

$$K_{fit} = \frac{M_2 M_4}{M_3^2} + 3 \frac{\langle N(N-1) \rangle}{\langle N \rangle^2},$$

Equivalente a equação 13 do artigo do Guszejnov *et.al.* (2013).