

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE UnB GAMA/ FACULDADE DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM INTEGRIDADE DE
MATERIAIS DA ENGENHARIA**

**EFEITO DA VARIAÇÃO DA RAZÃO DE ASPECTO NA
PROPAGAÇÃO DE TRINCAS EM FUROS ELÍPTICOS**

ADRIANO EVARISTO

ORIENTADOR: Dr. JORGE LUIZ DE ALMEIDA FERREIRA

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM INTEGRIDADE DE MATERIAIS
DA ENGENHARIA**

**PUBLICAÇÃO: FGA.DM – 066A/2018
BRASÍLIA/DF: 08/2018**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE UnB GAMA/ FACULDADE DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM INTEGRIDADE DE
MATERIAIS DA ENGENHARIA**

ADRIANO EVARISTO

**EFEITO DA VARIAÇÃO DA RAZÃO DE ASPECTO NA
PROPAGAÇÃO DE TRINCAS EM FUROS ELÍPTICOS**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM INTEGRIDADE DE MATERIAIS DA ENGENHARIA DA FACULDADE GAMA E FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM INTEGRIDADE DE MATERIAIS DA ENGENHARIA.

ORIENTADOR: Dr. JORGE LUIZ DE ALMEIDA FERREIRA

**BRASÍLIA/DF
2018**

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE UnB GAMA/ FACULDADE DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM INTEGRIDADE DE
MATERIAIS DA ENGENHARIA

EFEITO DA VARIAÇÃO DA RAZÃO DE ASPECTO NA
PROPAGAÇÃO DE TRINCAS EM FUROS ELÍPTICOS

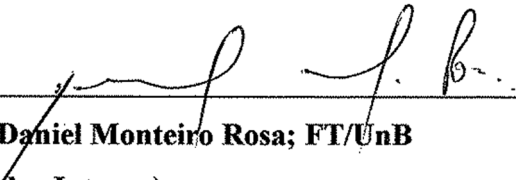
ADRIANO EVARISTO

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM INTEGRIDADE DE MATERIAIS DA ENGENHARIA DA FACULDADE GAMA E FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM INTEGRIDADE DE MATERIAIS DA ENGENHARIA.


APROVADA POR:



Prof. Dr. Jorge Luiz de Almeida-Ferreira; FT/UnB
(Orientador)



Prof. Dr. Daniel Monteiro Rosa; FT/UnB
(Examinador Interno)



Prof. Dr. Manuel Nascimento Dias Barcelos Júnior; FGA/UnB
(Examinador Externo)

Brasília/DF, 31 de agosto de 2018

FICHA CATALOGRÁFICA

ADRIANO EVARISTO

EFEITO DA VARIAÇÃO DA RAZÃO DE ASPECTO NA PROPAGAÇÃO DE TRINCAS EM FUROS ELÍPTICOS, [Distrito Federal] 2018.

120 p., 210 x 297 mm (FGA/UnB Gama, Mestre, Integridade de Materiais da Engenharia, 2018).

Dissertação de Mestrado – Universidade de Brasília, Faculdade UnB Gama. Programa de Pós-graduação em Integridade de Materiais da Engenharia.

1. Mecânica da Fratura 2. Propagação de Trinca

3. Concentrador de Tensão 4. Razão de Aspecto

I. FGA/FT/UnB

II. FGA.DM – 066A/2018

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

EVARISTO, A. (2018). EFEITO DA VARIAÇÃO DA RAZÃO DE ASPECTO NA PROPAGAÇÃO DE TRINCAS EM FUROS ELÍPTICOS. Dissertação de Mestrado em Integridade de Materiais da Engenharia. Publicação nº 066A/2018, Faculdade UnB Gama/FT/Universidade de Brasília, Brasília, DF, 120 p.

CESSÃO DE DIREITOS

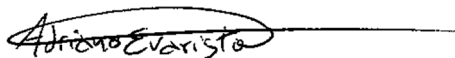
AUTOR: ADRIANO EVARISTO

TÍTULO: EFEITO DA VARIAÇÃO DA RAZÃO DE ASPECTO NA PROPAGAÇÃO DE TRINCAS EM FUROS ELÍPTICOS.

GRAU: Mestre

ANO: 2018

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e/ou científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.



ADRIANO EVARISTO

Faculdade UnB GAMA – Área Especial de Indústria Projeção A, Setor Leste.

CEP 72.444-240. Brasília, DF – Brasil.

E-mail: drivaristo@yahoo.com.br

Dedico este trabalho a minha família, a minha namorada e a todas as mentes que me ajudaram nesta longa e dura caminhada.

Agradecimentos

Agradeço a todos que de uma forma mais ou menos decisiva me auxiliaram durante toda a jornada. Agradeço a minha família e amigos pelo apoio incondicional. Principalmente a minha namorada Cláudia pela paciência e compreensão em todas as horas. Agradeço a todos os professores do programa de pós-graduação em integridade de materiais que tijolo por tijolo ajudaram a construir a base sobre a qual este trabalho foi feito. Com destaque para meu orientador professor Dr. Jorge Luiz de Almeida Ferreira. Obrigado por toda a ajuda, principalmente nos momentos mais difíceis.

*“Tudo vale a pena quando a alma não é
pequena”.*

(Fernando Pessoa)

Resumo

Concentradores de tensão são quaisquer descontinuidades, mudanças de seção, entalhes, furos, etc., que causam a concentração de tensão, podendo ocasionar o aparecimento de falhas nos materiais, tais como trincas. Contudo, é quase impossível encontrar estruturas da engenharia sem algum tipo de concentrador de tensão. Desta forma, o presente trabalho tem como objetivo investigar o efeito da variação da razão de aspecto a/b , que é a razão entre os semieixos da elipse, sobre a trajetória realizada pela trinca ao se propagar a partir de furos elípticos, de modo a auxiliar no monitoramento de trincas nascidas em tais concentradores de tensão em componentes mecânicos e estruturais. Para tal fim, utilizou-se o caso de uma placa com uma trinca central submetida à tração CCT (*Center Cracked Tension*) modificada com dois furos simétricos em relação ao eixo y e de forma a emular o modo misto de carregamento. Para o propósito do estudo aqui conduzido, ao CCT foi acrescido um furo elíptico central do qual duas trincas simétricas emanam. Antes, contudo, foi necessário fazer algumas verificações para que o modelo numérico de propagação da trinca, para o caso em estudo, pudesse ser validado. Primeiro, modelou-se o caso de uma placa submetida à tração com um furo elíptico central e duas trincas simétricas emanando do mesmo. Então, modelou-se o caso de uma placa com uma trinca central, caso este bem conhecido na literatura. Por último, modelou-se o caso de uma placa com uma trinca central submetida à tração CCT modificada com dois furos simétricos em relação ao eixo y . Em todos estes casos, a exemplo do caso em estudo nesta dissertação, os modelos foram submetidos à tração e realizou-se a extração dos fatores intensidade de tensão (K_I e K_{II}) em diversos pontos da trinca à medida que esta se propagava. Para tanto, rotinas para prever a trajetória da trinca para cada caso foram escritas na linguagem APDL (*Ansys Parametric Design Language*) do software de elementos finitos ANSYS, em que a inclinação incremental da trinca é calculada pelo critério MTS (*Maximum Tensile Stress*). Para a obtenção de K_I e K_{II} , usados na previsão da trajetória da trinca em modo misto de carregamento, foi utilizada a ferramenta CINT do software de elementos finitos ANSYS, a qual usa o método da Integral J como base para os cálculos. Contudo, após as verificações e validações realizadas, concluiu-se que não houve efeito da variação da razão de aspecto (variou-se a razão de aspecto a/b de $3/ (1/6)$ a $3/12$, fixando-se o semieixo maior da elipse a em 3 mm e variando-se apenas o semieixo menor b) na propagação da trinca em furos elípticos para o caso em estudo.

Palavras-chave: Concentrador de tensão, razão de aspecto, propagação de trinca

Abstract

Stress concentrators are any discontinuities, section changes, notches, holes, etc., that cause the stress concentration, which can cause the appearance of faults in the materials, such as cracks. However, it is almost impossible to find engineering structures without some sort of stress concentrator. In this way, the objective of this work is to investigate the effect of the variation of the aspect ratio a/b , which is the ratio between the ellipse axes, on the trajectory realized by the crack when propagating from elliptical holes, in order to assist in the monitoring of cracks born in such stress concentrators on mechanical and structural components. For this purpose, the case of a central cracked plate subjected to traction CCT (*Center Cracked Tension*) modified with two holes symmetrical with respect to the y-axis was used in order to emulate the mixed loading mode. For the purpose of the study conducted here, a central elliptical hole was added to the CCT from which two symmetrical cracks emanate. Before, however, it was necessary to make some verifications so that the numerical crack propagation model, for the case under study, could be validated. First, the case of a traction plate with a central elliptical hole and two symmetrical cracks emanating from it was modeled. Then, the case of a plate with a central crack was modeled, case well known in the literature. Finally, the case of a central cracked plate subjected to traction CCT modified with two holes symmetrical with respect to the y-axis was modeled. In all these cases, as in the case study in this dissertation, the models were subjected to traction and the stress intensity factors (K_I and K_{II}) were extracted at different points of the crack as it propagated. For that, routines to predict the crack trajectory for each case was written in the APDL (*Ansys Parametric Design Language*) language of the ANSYS finite element software, in which the incremental slope of the crack is calculated by MTS (*Maximum Tensile Stress*) criterion. To obtain K_I and K_{II} , used to predict the trajectory of the crack in mixed loading mode, the finite element software ANSYS's tool CINT was used, which uses J-Integral method as the basis for calculations. However, after verifications and validations, it was concluded that there was no effect of the variation of the aspect ratio (the aspect ratio a/b was varied from 3/ (1/6) to 3/12, the greater semi-axis of the ellipse a was fixed in 3 mm and only the smaller semi-axis b was varied) in the propagation of the crack in elliptical holes for the case under study.

Keywords: Stress concentrator, aspect ratio, crack propagation.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1-1 - O problema de trinca em estruturas na engenharia. (Modificado de JANSSEN, 2004). ...	20
Figura 1-2 - Navio <i>Liberty</i> partido ao meio. (HERTZBERG, 1996).	20
Figura 1-3 – Provável origem da falha no <i>Comet G-ALYU</i> . (Modificado de SWIFT, 1987).	21
Figura 1-4 - Plataforma de petróleo norueguesa <i>Kielland</i> . (Museu Norueguês do Petróleo).	22
Figura 1-5 - Coluna D e o contraventamento D6 da <i>Kielland</i> . (Museu Norueguês do Petróleo).....	23
Figura 2-1 - Tubo de propano que explodiu devido a uma trinca na solda. (DOWLING, 2007).	25
Figura 2-2 – A seta amarela indica a região branca que representa uma trinca crescendo de uma inclusão não metálica (área escura) no aço AISI 4335 de um tubo de artilharia. (Modificado de DOWLING, 2007).	26
Figura 2-3 - Entalhes e mudança de seção não gradual induzindo concentração de tensão num corpo de prova submetido à flexão (a) e uma fotografia da franja fotoelástica (b). (Modificado de PILKEY, 2008).	27
Figura 2-4 – Exemplo de uma barra sob tensão. Em (a) temos uma representação do espécime. Em (b) sua fotografia fotoelástica. E em (c) uma solução por meio de elementos finitos deste. (PILKEY, 2008).	29
Figura 2-5 - Modos de carregamento da trinca. (Modificado de JANSSEN, 2004).	34
Figura 2-6 - Corpo plano elástico. (Modificado de BUDYNAS, 1998).	35
Figura 2-7 - Componente trincado sob modo I e força P . (a) Energia potencial armazenada no componente. (b) Diminuição da rigidez do componente devido ao crescimento da trinca. (DOWLING, 2007).	36
Figura 2-8 – O sistema de coordenadas tridimensional na ponta da trinca. (Modificado de DOWLING, 2007).	37
Figura 2-9 - Tenacidade à fratura de três materiais de alta resistência. (a) Resistência residual como uma função do tamanho da trinca. (b) Resistência residual relativa. (Modificado de BROEK, 1982).	41
Figura 2-10 - Estimativas do tamanho da zona plástica de primeira e segunda ordem (r_y e r_p respectivamente). A área com hachura representa a carga que deve ser redistribuída, resultando em uma zona plástica muito maior. (Modificado de ANDERSON, 2005).	42
Figura 2-11 - Alcance da (MFLE) e da (MFEP) para descrever o comportamento à fratura.	44
Figura 2-12 - CTOD. Uma trinca aguda se torna obtusa devido à deformação plástica resultando num deslocamento (δ) na ponta da trinca. (Modificado de ANDERSON, 2005).	45
Figura 2-13 - Estimativa do CTOD baseado no deslocamento da trinca efetiva na correção da zona plástica feita por Irwin. (Modificado de ANDERSON, 2005).	46
Figura 2-14 - Contorno arbitrário ao redor da ponta da trinca. (ANDERSON, 2005).	48

Figura 2-15 – Sinal do ângulo de propagação θ_0 . (Modificado de SOUIYAH, 2012).....	49
Figura 2-16 – Elementos da elipse. (RIGONATTO, 2018).	50
Figura 3-1– Formas quadrilateral e triangular dos elementos finitos especiais <i>quarter-points</i> . (MANDAI, 2010).....	53
Figura 3-2– Roseta na ponta da trinca.....	54
Figura 4-1– Espécime CCT com furos. (STANISLAV, 2008).....	56
Figura 4-2–Formas quadrilateral e triangular do elemento PLANE183. (Modificado de JENSEN, 2015).	57
Figura 4-3– Modelo em elementos finitos do caso em estudo.	58
Figura 4-4– Modelo do incremento da trinca.	59
Figura 4-5– Diagrama de previsão da trajetória da trinca. (Modificado de JENSEN, 2015).....	60
Figura 4-6– Fluxograma do programa para propagação da trinca.	60
Figura 4-7- Estudo de Convergência de Malha.....	61
Figura 5-1- Modelo para o cálculo do fator intensidade tensão. (WEISSGRAEBER, 2016).....	63
Figura 5-2 – Fator intensidade de tensão em função do comprimento relativo da trinca s	64
Figura 5-3 – Fator intensidade de tensão em função do comprimento relativo da trinca s para ($a=5$ mm, $a/b= 4$).	64
Figura 5-4– Fator intensidade de tensão em função da relação a/b para trincas curtas.	65
Figura 5-5 – Fator intensidade de tensão em função da relação a/b para trincas curtas para ($a=5$ mm, $s= 0,05$).	65
Figura 5-6 – Fator intensidade de tensão em função da relação a/b para trincas longas.....	66
Figura 5-7 – Fator intensidade de tensão em função da relação a/b para trincas longas para ($a=5$ mm, $s=0,7$).	67
Figura 5-8 - Medidas de uma placa com trinca central. (DOWLING, 2007).	68
Figura 5-9 - Fator de forma numérico (vermelho) e fator de forma analítico (azul) para o caso de uma trinca central em função de α	69
Figura 5-10 - Espécime CCT modificado com furos. (STANISLAV, 2008).	70
Figura 5-11 – Relação entre KI e KII e o comprimento da trinca a . (Modificado de STANISLAV, 2008).	70
Figura 5-12 – Relação entre KI e KII e o comprimento da trinca a	71
Figura 5-13 – Trajetória da trinca (SOUIYAH, 2012).	71
Figura 5-14 – Trajetória da trinca.	72
Figura 5-15 – Trajetória da trinca. Os triângulos correspondem ao caminho da trinca obtido experimentalmente. A linha cheia corresponde ao caminho da trinca obtido numericamente. (Modificado de STANISLAV, 2008).....	72

Figura 5-16 - Comparação entre as trajetórias da trinca.	73
Figura 5-17 – Espécime CCT modificado com um furo elíptico central. (Modificado de STANISLAV, 2008)	74
Figura 5-18 - <i>KI</i> e <i>KII</i> em função do comprimento da trinca <i>a</i> para razão $a/b=3/ (1/6)$	74
Figura 5-19 – <i>KI</i> e <i>KII</i> em função do comprimento da trinca <i>a</i> para razão $a/b=3/ (1/3)$	75
Figura 5-20 – <i>KI</i> e <i>KII</i> em função do comprimento da trinca <i>a</i> para razão $a/b=3/ (1/2)$	75
Figura 5-21 – <i>KI</i> e <i>KII</i> em função do comprimento da trinca <i>a</i> para razão $a/b=3/1$	76
Figura 5-22 - – <i>KI</i> e <i>KII</i> em função do comprimento da trinca <i>a</i> para razão $a/b=3/3$	76
Figura 5-23 – <i>KI</i> e <i>KII</i> em função do comprimento da trinca <i>a</i> para razão $a/b=3/6$	77
Figura 5-24 – <i>KI</i> e <i>KII</i> em função do comprimento da trinca <i>a</i> para razão $a/b=3/9$	77
Figura 5-25 – <i>KI</i> e <i>KII</i> em função do comprimento da trinca <i>a</i> para razão $a/b=3/12$	78
Figura 9-1 – Caminho da trinca para $a/b=3/ (1/6)$	116
Figura 9-2– Caminho da trinca para $a/b=3/ (1/3)$	116
Figura 9-3– Caminho da trinca para $a/b=3/ (1/2)$	117
Figura 9-4 – Caminho da trinca para $a/b=3/1$	117
Figura 9-5 – Caminho da trinca para $a/b=3/3$	118
Figura 9-6 – Caminho da trinca para $a/b=3/6$	118
Figura 9-7 – Caminho da trinca para $a/b=3/9$	119
Figura 9-8 – Caminho da trinca para $a/b=3/12$	120

LISTA DE TABELAS

Tabela 2-1- Valores de Tenacidade à Fratura.	40
Tabela 9-1– Dados da figura 4-1 (estudo de convergência de malha).	111
Tabela 9-2– Dados da figura 5-1 (fator intensidade de tensão).....	112
Tabela 9-3– Tabela da figura 5-2 (fator intensidade de tensão).	112
Tabela 9-4– Dados da figura 5-3 (fator intensidade de tensão).....	114
Tabela 9-5 – Dados da figura 5-4 (fator de forma em função de α).....	115
Tabela 9-6 – Dados da figura 5-6 (Trajetória da trinca).....	115

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

EUA	Estados Unidos da América
CCT	<i>Center Cracked Tension</i>
FIT	Fator Intensidade de Tensão
MFLE	Mecânica da Fratura Linear Elástica
MFEP	Mecânica da Fratura Elasto-Plástica
CTOD	<i>Crack Tip Opening Displacement</i>
APDL	<i>Ansys Parametric Design Language</i>
EPT	Estado Plano de Tensão
EPD	Estado Plano de Deformação
INCR	Tamanho do incremento da trinca
SIF	<i>Stress Intensity Factor</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

σ_{max}	Tensão Normal Máxima
τ_{max}	Tensão Cisalhante Máxima
σ_{nom}	Tensão Normal Nominal
τ_{nom}	Tensão Cisalhante Nominal
E	Módulo de Young
γ	Energia específica de superfície
a	Metade do comprimento da trinca/eixo maior da elipse
m	Constante do material
KI	Fator de intensidade de tensão no modo I
KII	Fator de intensidade de tensão no modo II
$KIII$	Fator de intensidade de tensão no modo III
σ_z	Tensão na direção z
τ_{xz}	Tensão de cisalhamento no plano x-z
τ_{yz}	Tensão cisalhamento no plano y-z
τ_{zx}	Tensão cisalhamento no plano z-x
t	Espessura do componente
σ_x	Tensão na direção x
σ_y	Tensão na direção y
τ_{xy}	Tensão cisalhamento no plano x-y
ϵ_z	Deformação na direção z
f_{ij}	Função que representa a parte trigonométrica dos termos da série
G	Taxa de deformação de Energia
U	Energia de deformação
da	Variação do comprimento da trinca
dU	Energia de deformação liberada
r	Distância na proximidade da ponta da trinca
θ	Ângulo de direção na ponta da trinca
F	Fator de forma
W	Largura do componente
S_g	Tensão remota
TT	Tamanho da pré-trinca

S	Distância entre as faces da trinca/Carga aplicada
ν	Coefficiente de Poisson
KIC	Tenacidade à Fratura
σ_c	Tensão crítica
σ_u	Resistência à tração do material
r_y	Raio da zona plástica de primeira ordem
r_p	Raio da zona plástica de segunda ordem
u_y	Deslocamento antes da ponta da trinca efetiva
σ_{YS}	Tensão de Escoamento
a_{eff}	Comprimento efetivo de tamanho de trinca
K_{eff}	Fator intensidade de tensão efetivo
δ	Deslocamento na ponta da trinca
E'	Módulo de Young Efetivo
T_i	Componentes do vetor tração
u_i	Componentes do vetor deslocamento
Γ	Caminho qualquer ao redor da trinca
ds	Incremento no comprimento ao longo do caminho Γ
σ_θ	Tensão Tangencial
θ_0	Ângulo entre o plano de propagação da trinca e o plano original da mesma
EDOs	Equações Diferenciais Ordinárias
EDPs	Equações Diferenciais Parciais
∞	Infinito
σ_{ij}	Tensor de tensão
ε_{ij}	Tensor de deformação
α	Ângulo formado na ponta da trinca
\tilde{K}_I	Fator intensidade de tensão K_I desconsiderada a tensão usada
a/b	Razão de aspecto da elipse
s	Tamanho relativo da trinca
h/b	Razão entre a altura do componente e a distância entre o centro e a borda
b	Eixo menor da elipse/distância entre o centro e a borda da placa
H	Altura do componente
Δ_a	Tamanho da trinca

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	19
1.1 ASPECTOS GERAIS	19
1.2 CASOS FAMOSOS DE FALHA POR PROPAGAÇÃO DE TRINCAS.....	20
1.3 OBJETIVOS.....	23
1.3.1 Objetivo geral.....	23
1.3.2 Objetivos específicos.....	23
1.4 JUSTIFICATIVA.....	24
2. REVISÃO DA LITERATURA	25
2.1 ASPECTOS GERAIS	25
2.2 CONCENTRADORES DE TENSÃO	27
2.3 UM BREVE HISTÓRICO DA MECÂNICA DA FRATURA	30
2.4 TEORIAS DA MECÂNICA DA FRATURA.....	32
2.4.1 Mecânica da Fratura Linear Elástica	33
2.4.1.1 Modos de Carregamento	33
2.4.1.2 Problemas Plano Elástico	34
2.4.1.3 Taxa de Liberação de Energia de Deformação G	36
2.4.1.4 Fator Intensidade de Tensão (FIT)	37
2.4.1.5 Relação entre K e G	39
2.4.1.6 Tenacidade à Fratura	40
2.4.1.7 Tamanho da Zona Plástica na Ponta da Trinca	42
2.4.2 Mecânica da Fratura Elasto-Plástica (MFEP).....	44
2.4.2.1 Crack Tip Opening Displacement (CTOD).....	45
2.4.2.2 A Integral J	47
2.5 TRAJETÓRIA DE PROPAGAÇÃO DA TRINCA EM MODO MISTO DE CARREGAMENTO	48
2.6 ELIPSE E A RAZÃO DE ASPECTO	50
3. MECÂNICA DA FRATURA NUMÉRICA.....	51

3.1 MECÂNICA DA FRATURA E O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS	51
3.2 ELEMENTOS ESPECIAIS QUARTER-POINT.....	52
3.3 SOFTWARE DE ELEMENTOS FINITOS: ANSYS	54
3.3.1 Calculando os fatores intensidade de tensão (FIT) através do comando CINT	55
4. METODOLOGIA	56
4.1 ASPECTOS GERAIS	56
4.2 MODELO NUMÉRICO PARA O ESTUDO DO EFEITO DA RAZÃO DE ASPECTO NA PROPAGAÇÃO DE TRINCAS EM FUROS ELÍPTICOS.....	57
4.3 ESTUDO DE CONVERGÊNCIA DE MALHA.....	61
5. RESULTADOS.....	62
5.1 ASPECTOS GERAIS	62
5.2 CASO DE UMA PLACA COM UM FURO ELÍPTICO CENTRAL	62
5.3 CASO DE UMA PLACA COM UMA TRINCA CENTRAL.....	68
5.4 CASO DE UM ESPÉCIME CCT MODIFICADO COM DOIS FUROS	69
5.5 EFEITO DA RAZÃO DE ASPECTO SOBRE A PROPAGAÇÃO DE TRINCAS EM FUROS ELÍPTICOS	73
5.6 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.....	78
6. CONCLUSÃO	80
7. SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS.....	81
8. REFERÊNCIAS	82
9. APÊNDICES.....	85
9.1 APÊNDICE A – CÓDIGO DA ROTINA NA LIGUAGEM APDL PARA PROPAGAÇÃO DE TRINCA EM ESPÉCIME CCT MODIFICADO COM FURO ELIPTICO CENTRAL..	85
9.2 APÊNDICE B – CÓDIGO DA ROTINA NA LIGUAGEM APDL PARA PROPAGAÇÃO DE TRINCA EM ESPÉCIME CCT MODIFICADO.....	93
9.3 APÊNDICE C – CÓDIGO DA ROTINA NA LIGUAGEM APDL PARA PROPAGAÇÃO DE TRINCA CENTRAL EM UMA PLACA	100
9.4 APÊNDICE D – CÓDIGO DA ROTINA NA LIGUAGEM APDL PARA PROPAGAÇÃO DE TRINCA EM UMA PLACA COM UM FURO ELÍPTICO	107

9.5 APÊNDICE E – FIGURAS E TABELAS COM OS VALORES DAS FIGURAS APRESENTADOS NESTA DISSERTAÇÃO	111
---	------------

1. INTRODUÇÃO

1.1 ASPECTOS GERAIS

Falhas mecânicas catastróficas devido à propagação instável de trincas originadas em concentradores de tensão têm provocado prejuízo financeiro e causado mortes ao redor do mundo. Entender o processo de origem de uma trinca em uma dada descontinuidade e sua propagação até a falha é de fundamental importância para elaboração de planos de inspeção e manutenção em máquinas e equipamentos de forma a minimizar a ocorrência de tais processos deletérios. Um estudo realizado nos anos 2000 aponta que somente nos Estados Unidos o custo de fraturas e trincas em materiais da indústria gira em torno de 120 (cento e vinte) bilhões de dólares (SAOUMA, 2000).

Peças estruturais e componentes mecânicos podem, por diversas causas como, por exemplo, uma falha na fabricação ou devido a um processo de fadiga, apresentar algum tipo de defeito, em escala micro ou macroscópica. Uma vez em serviço tais componentes necessitam avaliação regular, pois devido a questões econômicas nem sempre é viável a substituição de componentes com alguma trinca. Deste modo, faz-se crítico o monitoramento dessa trinca de maneira que a mesma não se propague e cause a falha desse componente.

Nesse contexto e de acordo com a figura 1-1 abaixo a Mecânica da Fratura procura prover respostas quantitativas às seguintes perguntas (JANSSEN, 2004):

1. Qual a resistência residual (resistência à falha) como função do tamanho da trinca?
2. Qual o tamanho da trinca que pode ser tolerado sob serviço? Ou seja, qual é o tamanho máximo permitido para uma trinca?
3. Quanto tempo leva para uma trinca crescer de certo tamanho inicial, por exemplo, o mínimo tamanho detectável de trinca, até o tamanho máximo permitido?
4. Qual é a vida em serviço de uma estrutura quando se assume que um defeito tipo uma trinca existe?
5. Com que frequência a estrutura deve ser inspecionada devido a trincas durante o período disponível para a detecção das mesmas?

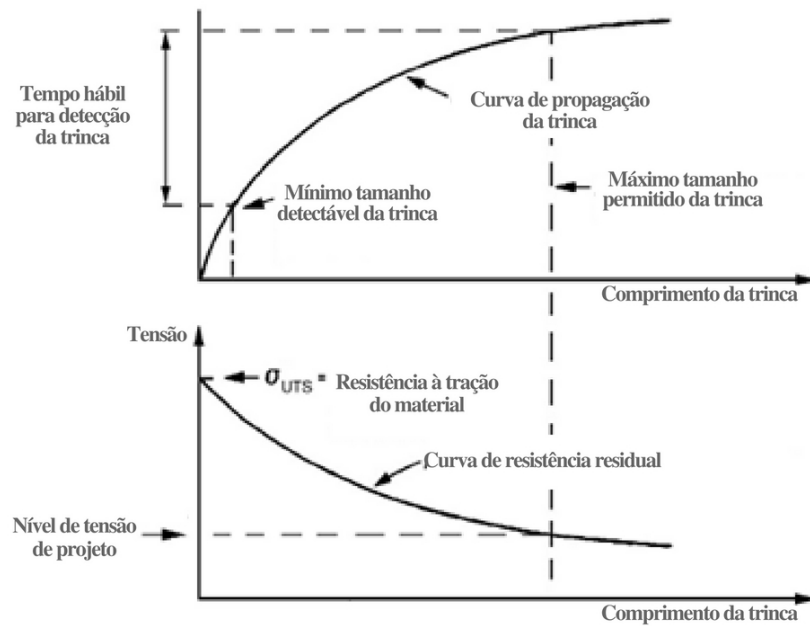


Figura 1-1 - O problema de trinca em estruturas na engenharia. (Modificado de JANSSEN, 2004).

1.2 CASOS FAMOSOS DE FALHA POR PROPAGAÇÃO DE TRINCAS

A Mecânica da Fratura ganhou importância durante a Segunda Guerra Mundial depois do caso de fratura frágil nos navios *Liberty* figura 1-2.

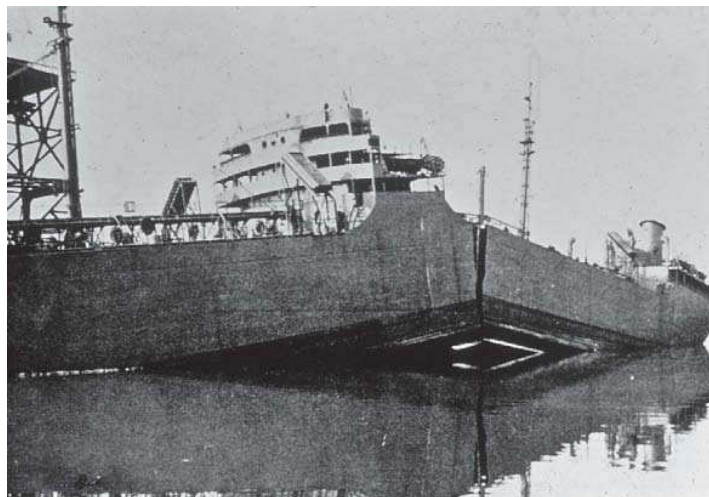


Figura 1-2 - Navio *Liberty* partido ao meio. (HERTZBERG, 1996).

No início da Segunda Guerra Mundial os EUA (Estados Unidos da América) estavam fornecendo à Grã-Bretanha navios e aviões. Assim, sob a supervisão de Henry Kaiser, um famoso projetista, os EUA desenvolveram um revolucionário procedimento para construir

navios com grande velocidade. Estes novos navios ficaram conhecidos como *Liberty* e tinham uma carcaça soldada ao invés do tradicional projeto que usava rebites (ANDERSON, 2005).

O programa foi um grande sucesso até que em 1943 um dos navios *Liberty* partiu-se ao meio, seguido mais tarde por outros. Dos quase 2700 navios *Liberty* fornecidos pelos EUA à Grã-Bretanha durante a Segunda Guerra, aproximadamente 400 apresentaram fraturas, dos quais 90 foram consideradas graves. Em 20 destes navios a falha foi total, destes, 10 partiram-se ao meio.

Investigações posteriores revelaram que as falhas nos navios *Liberty* ocorreram devido a três causas:

- As soldas, feitas por trabalhadores pouco treinados, continham defeitos tipo trincas;
- Muitas das fraturas iniciaram nos *decks* dos navios, em cantos de aberturas de formato quadro, os quais devido a esta geometria apresentam uma maior concentração local de tensão favorecendo o surgimento de trincas;
- O aço usado no projeto tinha pouca tenacidade.

Em 1952 fora lançado o avião a jato comercial *De Haviland Comet*, figura 1-3, um grande sucesso na época. Contudo, em 1953, apenas um ano após seu lançamento, uma aeronave deste modelo, saindo de Calcutá, na Índia, partiu-se em pleno ar matando todos os tripulantes e passageiros. Após este incidente outros mais se seguiram envolvendo os aviões *Comet*.

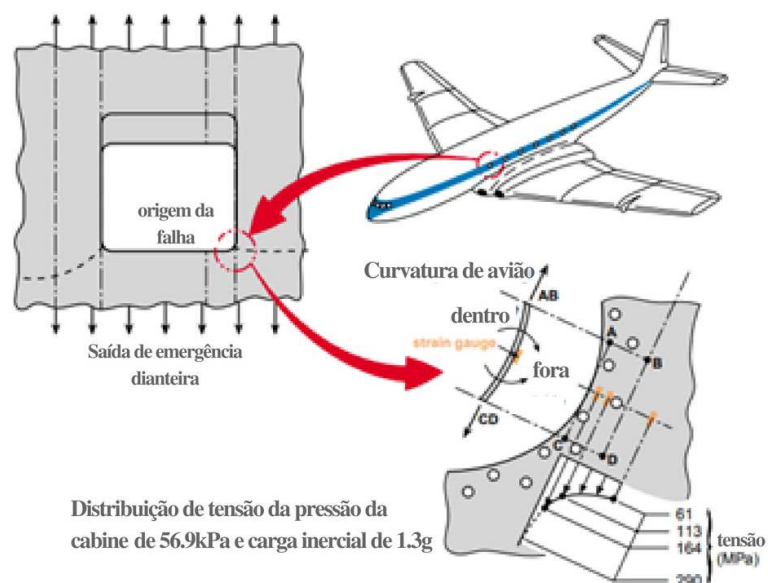


Figura 1-3 – Provável origem da falha no *Comet* G-ALYU. (Modificado de SWIFT, 1987).

Uma equipe de engenheiros e cientistas trabalhou na investigação para encontrar as causas do desastre. O que se concluiu das investigações foi que uma trinca de fadiga se originou no canto de uma abertura retangular feita na fuselagem para instalação de uma antena. Outro fator que contribuiu para o desastre fora o fato das janelas e portas possuírem cantos quadrados nos primeiros *Comets*, os quais atuavam como concentradores de tensão, aumentando as tensões locais e facilitando o aparecimento de trincas de fadiga devido às mudanças cíclicas de pressurização e despressurização das aeronaves o que favoreceu o aparecimento dessas trincas de fadiga. Como consequência dessa descoberta uma nova metodologia de projeto aeronáutico fora desenvolvida. Adotando-se janelas e portas com cantos arredondados para evitar concentração de tensão nos mesmos.



Figura 1-4 - Plataforma de petróleo norueguesa *Kielland*. (Museu Norueguês do Petróleo).

Em março de 1980, enquanto perfurava um campo de petróleo a plataforma norueguesa *Kielland* figura 1-4 acima afundou matando 123 pessoas. Investigações posteriores revelaram que trincas de fadiga pré-existent propagaram-se a partir da solda de filete na estrutura tubular horizontal de contraventamento D6 da coluna de sustentação D figura 1-5 abaixo que ao falhar produziu o colapso da estrutura fazendo a plataforma virar e afundar.



Figura 1-5 - Coluna D e o contraventamento D6 da *Kielland*. (Museu Norueguês do Petróleo).

Além dos casos citados, há outros mais atuais que assinalam a relevância do presente trabalho. Não há praticamente nenhum projeto de engenharia que não tenha algum concentrador de tensão o qual possa levar ao surgimento de trincas cuja propagação instável podem levar a falhas catastróficas.

1.3 OBJETIVOS

1.3.1 Objetivo geral

O presente trabalho visa à investigação do efeito da variação da razão de aspecto (razão entre os semieixos da elipse) na propagação de trincas em furos elípticos para o caso de uma placa do tipo CCT (*Center Cracked Tension*) modificado sob modo misto de carregamento e um furo elíptico central de modo a auxiliar no monitoramento de trincas nascidas em tais concentradores de tensão em componentes mecânicos e estruturais. Para tanto, criou-se uma rotina, em linguagem APDL (*Ansys Parametric Design Language*) no programa de elementos finitos ANSYS.

1.3.2 Objetivos específicos

- a. Fazer um resumo da teoria da Mecânica da Fratura e suas principais técnicas para obtenção dos fatores intensidade de tensão K_I e K_{II} ;

- b. Desenvolver uma rotina na linguagem APDL do ANSYS capaz de prever a trajetória de propagação da trinca e extrair os fatores intensidade de tensão K_I e K_{II} de trincas emanando de um furo elíptico;
- c. Validar o caso em estudo através de simulações numéricas utilizando o método dos elementos finitos de casos já validados;
- d. Fazer uma análise dos resultados obtidos de modo a verificar a hipótese em estudo.

1.4 JUSTIFICATIVA

- Importância tecnológica: uma maior compreensão dos processos de propagação de trincas em concentradores de tensão tais como furos elípticos, pode auxiliar no desenvolvimento de novos métodos de detecção e monitoramento das mesmas.
- Importância econômica: estudos econômicos apontam um grande gasto com reparos e substituições de componentes mecânicos e estruturais devido a fraturas e presença de trincas. Uma maior compreensão e controle do fenômeno de propagação de trincas em concentradores de tensão tais como furos elípticos podem significar uma economia massiva de capital.
- Importância humana: o desenvolvimento de novos e avançados métodos de detecção e monitoramento de trincas em concentradores de tensão tais como furos elípticos podem melhorar de modo geral a segurança de transportes e estruturas utilizadas pelo homem.

2. REVISÃO DA LITERATURA

2.1 ASPECTOS GERAIS

A presença de trincas em um dado componente de máquina, veículo, ou estrutura pode enfraquecê-los a ponto de fazê-los falhar devido à fratura. Isto pode ocorrer mesmo sob tensões abaixo da tensão de escoamento do material, quando a falha normalmente não é esperada (DOWLING, 2007). Assim, quando trincas são difíceis de serem evitadas, uma metodologia especial chamada Mecânica da Fratura é empregada para ajudar na seleção de materiais e projeto de componentes visando minimizar a possibilidade de falha como no caso ilustrado pela figura 2-1 abaixo.

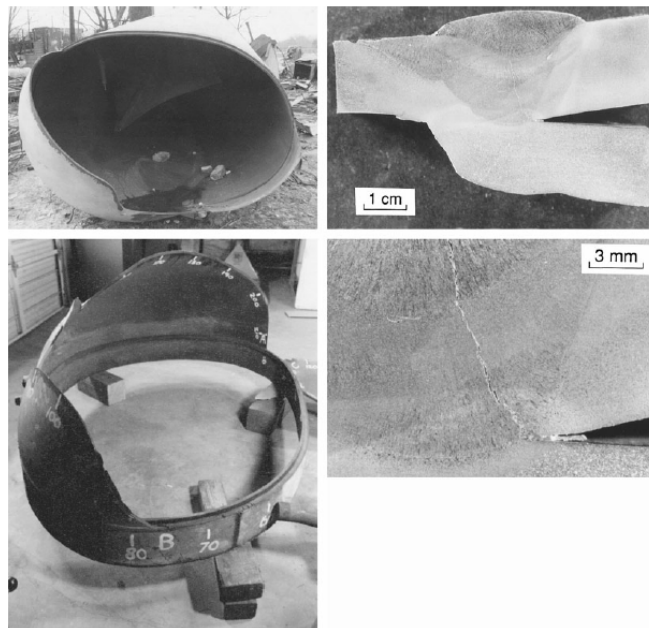


Figura 2-1 - Tubo de propano que explodiu devido a uma trinca na solda. (DOWLING, 2007).

Além das trincas, há também tipos diferentes de falhas que se assemelham a trincas e que podem facilmente se transformar em uma e precisam ser tratadas como se assim o fossem. Exemplos disso são arranhões profundos, vazios em soldas, inclusões de substâncias estranhas em materiais forjados e fundidos, e delaminações em materiais com camadas (DOWLING, 2007). Abaixo a figura 2-2 mostra uma trinca iniciando em uma inclusão na parede de um tubo de artilharia de aço forjado.



Figura 2-2 – A seta amarela indica a região branca que representa uma trinca crescendo de uma inclusão não metálica (área escura) no aço AISI 4335 de um tubo de artilharia. (Modificado de DOWLING, 2007).

A presença de trincas em um material geralmente é devido à defeitos introduzidos durante o processo de fabricação ou causados por carregamentos cíclicos, e se iniciam normalmente próximo aos concentradores de tensão, como entalhes, furos, etc., comumente presentes em componentes mecânicos e estruturais (CARVALHO, 1992).

Deste modo, no projeto estrutural ou de componentes mecânicos um passo importante é a identificação do modo de falha mais provável e a aplicação por parte do projetista do critério de falha mais adequado. A fratura é um mecanismo de falha e é caracterizada como a formação de novas superfícies no material. No nível mais básico a característica primordial do processo é a quebra das ligações inter-atômicas do sólido. Do ponto de vista macroscópico, a fratura pode ser vista como a ruptura do componente em duas ou mais partes em decorrência da propagação de trincas. (ERDOGAN, 2000).

Sendo a fratura uma separação total ou parcial em um componente é importante distinguir as fases de iniciação da trinca (que poderá ou não provocar uma fratura no componente) e a fase de propagação da mesma. Sendo que o processo de propagação da trinca poderá ser lento e estável ou rápido e instável.

A iniciação da trinca ocorre em muitos materiais no processo de manufatura. Alguns exemplos são trincas internas em cerâmicas policristalinas devido a contrações termo-anisotrópicas no resfriamento, e defeitos em estruturas soldadas em decorrência da fabricação e falhas no projeto. No passado, muita atenção foi dada a processos nos quais trincas microscópicas poderiam se iniciar. Contudo, mais recentemente, o consenso na engenharia é de que alguns tipos de trincas ou defeitos estarão inevitavelmente presentes em estruturas reais. Para minimizar o tamanho e severidade destes defeitos procura-se escolher o material, técnicas construtivas, e inspeções não destrutivas. O crescimento lento e estável da trinca ocorre quando a taxa de propagação da trinca pode ser controlada ajustando-se a carga aplicada ou os deslocamentos. Desta forma, se a carga é removida, a trinca para de crescer.

Fadiga, tensão de corrosão e ruptura por fluência são tipos de fraturas caracterizadas por longos períodos de crescimento lento da trinca antes da fratura final rápida. Já o crescimento veloz e instável da trinca surge quando a combinação de material e condições de carregamento é tal que o crescimento da trinca continua a liberar mais energia do que o processo de fratura pode absorver. A trinca acelera rapidamente com o excesso de energia aparecendo como energia cinética do material ao redor da trinca. Sob esta condição poderá ocorrer altas velocidades de crescimento da trinca. O crescimento instável e rápido de trinca é certamente dramático e recebe maior atenção em estudos de fratura (DHARAN, 2016).

2.2 CONCENTRADORES DE TENSÃO

As fórmulas de tensão mais básicas utilizadas no projeto de componentes estruturais têm como premissa que estes componentes tenham uma seção constante ou a seção mude gradualmente. Contudo, é difícil de obter tal condição devido às regiões de alta tensão presente nos componentes de máquinas e estruturais reais. Entalhes, furos, mudanças abruptas, e assim por diante, têm como resultado a modificação na distribuição simples das tensões, por conta disto as altas tensões localizadas ocorrem como ilustrado na figura 2-3 (PILKEY, 2008).

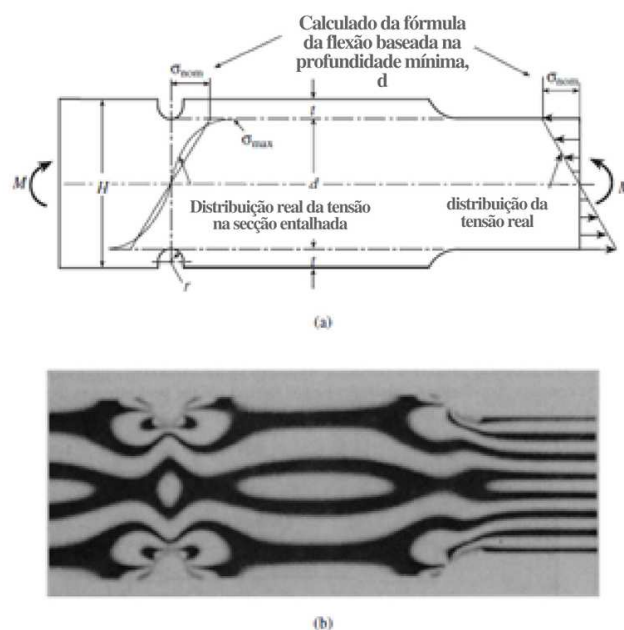


Figura 2-3 - Entalhes e mudança de seção não gradual induzindo concentração de tensão num corpo de prova submetido à flexão (a) e uma fotografia da franja fotoelástica (b). (Modificado de PILKEY, 2008).

Concentradores de tensão são descontinuidades ou mudanças de seção em componentes mecânicos ou estruturais que levam a uma redistribuição do campo de tensão e deformação próximo a eles. Exemplos de tais concentradores são: entalhes, cantos vivos, furos, redução de seção, etc. Quase inexitem estruturas sem algum tipo de concentrador de tensão tais como defeitos no material, entalhes ou furos. Falhas devido à fadiga e cargas estáticas ocorrem tipicamente por conta de trincas ou danos originados em tais áreas de concentração de tensão (WEISSGRAEBER, 2016). Contudo tais descontinuidades na geometria dessas estruturas levam a um aumento local do campo de tensões. Estes locais de alta tensão são conhecidos como concentradores de tensão e são medidos pelo fator concentração de tensão. O fator concentração de tensão K é um modo de avaliar quantitativamente a concentração de tensão (DURELLI, 1981). O K pode ser definido como o quociente da tensão de pico no corpo e alguma outra tensão usada como referência como mostram as equações 2-1 e 2-2 abaixo:

$$K_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{nom}} \quad (1)$$

$$K_{ts} = \frac{\tau_{max}}{\tau_{nom}} \quad (2)$$

Em que as tensões σ_{max} e τ_{max} representam as tensões máximas esperadas para um componente sob cargas reais e as tensões nominais σ_{nom} e τ_{nom} representam as tensões de referência normal e cisalhante respectivamente. O sobrescrito t diferencia fatores concentração de tensão derivados de cálculos computacionais ou teóricos, ou mesmo de métodos de análise de tensão experimentais, como, por exemplo, fotoelasticidade, de fatores concentração de tensão obtidos em testes mecânicos, como testes de impacto. Assim, a tensão de pico no corpo tanto pode ser baseada na teoria da elasticidade quanto em testes de análise de tensão conduzidos em laboratório. Já a seleção da tensão nominal depende do tipo de problema envolvido. Sendo de grande importância a identificação correta da tensão de referência para o fator concentração de tensão de interesse. No que toca a teoria da elasticidade, a distribuição de tensão bidimensional de um corpo homogêneo e elástico sob carregamento conhecido é função única e exclusivamente da geometria desse corpo e não da propriedade do material. Dentro do espectro plástico pode-se querer diferenciar os fatores concentração de tensão e deformação os quais dependem da forma da curva tensão-deformação e dos níveis de tensão ou deformação (PILKEY, 2008).

Os fatores concentradores de tensão são obtidos analiticamente da teoria da elasticidade, computacionalmente por meio do método dos elementos finitos e experimentalmente através de métodos como a fotoelasticidade, por exemplo. Se o trabalho experimental for feito com precisão adequada haverá concordância com a solução analítica para o fator concentração de tensão conhecido. A utilização de métodos computacionais, usualmente o método dos elementos finitos, modificou o uso e mesmo a necessidade dos fatores concentração de tensão. Muitas vezes a análise de tensão de um componente mecânico, por exemplo, é feito utilizando um método computacional, evitando-se desta forma o uso explícito de um fator concentração de tensão. Contudo, podem-se obter fatores concentração de tensão lançando mão de métodos computacionais para serem usados em estudos de projeto tradicional. Técnicas experimentais para obtenção de fatores concentração de tensão como a fotoelasticidade têm sido substituídas por técnicas computacionais as quais são mais flexíveis e mais eficientes (PILKEY, 2008). A figura 2-4 abaixo ilustra os métodos de obtenção do fator concentração de tensão supracitados.

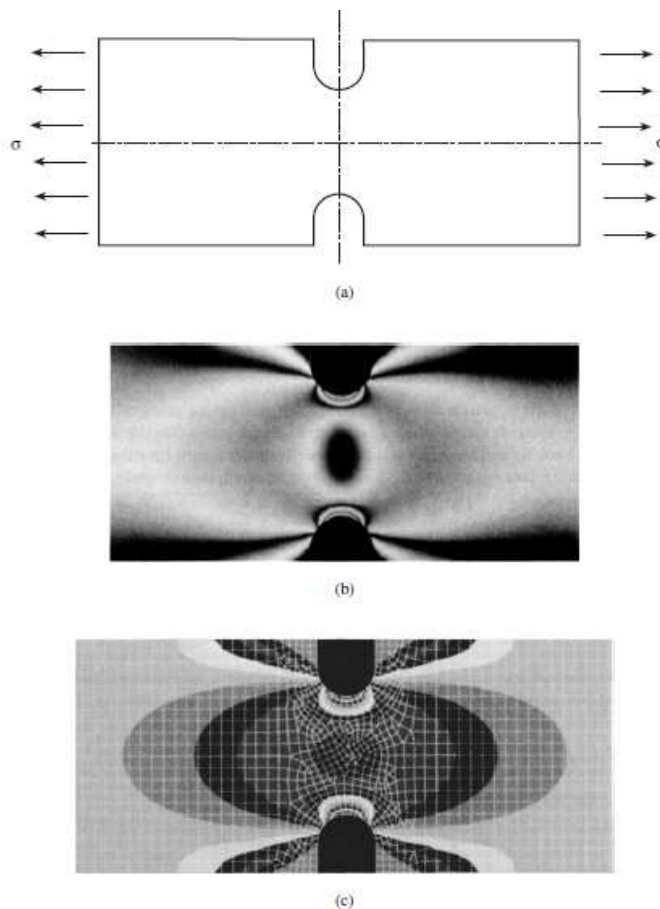


Figura 2-4 – Exemplo de uma barra sob tensão. Em (a) temos uma representação do espécime. Em (b) sua fotografia fotoelástica. E em (c) uma solução por meio de elementos finitos deste. (PILKEY, 2008).

No que tange à precisão dos fatores concentração de tensão, infelizmente seu uso na análise e projeto de componentes reais não é tão confiável quanto sua fundamentação teórica. As soluções derivadas da teoria da elasticidade se baseiam na premissa de que o material em análise deve ser homogêneo e isotrópico. Contudo, materiais reais não são homogêneos ou uniformes e pode inclusive possuir algum defeito. Dados são necessários e efeitos direcionais devem ser levados em conta. Informações existentes devem ser revisadas e o julgamento do projetista no desenvolvimento de soluções aproximadas razoáveis deve, em caso de dúvida, visar à segurança. Por outro lado, a utilização de tais métodos tem se mostrado satisfatório (PILKEY, 2008).

É preciso ressaltar que os efeitos de concentradores de tensão não ocorrem apenas em descontinuidades como furos, entalhes, etc., mas também em defeitos mesoscópicos presentes em um dado componente. Além do mais, materiais frágeis evidenciam mais estes efeitos do que materiais dúcteis, devido à redistribuição de tensões na região da trinca que pode haver nestes casos, posto que a deformação plástica apenas ocorrerá quando as tensões equivalentes excederem o limite de escoamento do material.

É importante frisar que a amplitude da tensão depende da direção e da geometria da trinca. O módulo da tensão na ponta da trinca arrefece à medida que os pontos analisados se distanciam da extremidade da mesma. Em pontos mais distantes da ponta da trinca, a tensão será próxima ou igual à tensão nominal.

2.3 UM BREVE HISTÓRICO DA MECÂNICA DA FRATURA

O objeto de estudo da Mecânica da Fratura é o fenômeno da falha por fratura, ou seja, de componentes contendo algum tipo de trinca macroscópica. Assim, a Mecânica da Fratura provê as bases teóricas para o projeto de componentes estruturais e mecânicos que utilize materiais que possuam algum tipo de defeito como trincas, possibilitando uma abordagem racional para avaliar o grau de confiabilidade e segurança de componentes em uso que contenha algum desses defeitos, e também ajuda a calcular a vida de um dado componente com trinca sujeito a cargas cíclicas flutuantes, corrosão, fluência ou uma combinação destas (MAITI, 2015).

A Mecânica da Fratura surge a partir dos esforços de diversos pesquisadores e engenheiros que ao longo de décadas e através de experimentações reuniram as bases do que viria a se consolidar como uma ciência. Um dos primeiros passos nesse sentido foi dado por

Griffith (GRIFFITH, 1920) que ao estudar o comportamento de materiais frágeis concluiu que a discrepância entre a resistência ideal e real desses materiais era devido à presença de trincas (DHARAN, 2016). O conceito básico por trás da nova teoria de Griffith é que como os líquidos, os sólidos também possuem uma energia de superfície e para a trinca propagar ou aumentar sua área a energia de superfície correspondente precisa ser compensada pela energia externamente adicionada ou internamente liberada (ERDOGAN, 2000).

Griffith lançando mão da solução empregada por Inglis (INGLIS, 1913) na qual, para uma placa uniformemente carregada com um furo elíptico, calculou-se o aumento da energia de deformação e usando a teoria do balanço de energia obteve a tensão correspondente à fratura:

$$\sigma = \left(\frac{2\gamma E^*}{\pi a} \right)^{1/2} \quad (3)$$

Onde $E^* = E$ (módulo de Young) para o estado plano de tensão e $E^* = E(1 - \nu^2)$ para o estado plano de deformação, γ é a energia específica de superfície e a é a metade do comprimento da trinca. Assim, a maior contribuição de Griffith com relação à fratura de sólidos frágeis foi sua capacidade de resolver o paradoxo da tensão infinita reconhecida antes por Westergaard e mostrar que a tensão de fratura é dependente do tamanho da falha ou defeito através da expressão $\sigma = m/\sqrt{a}$, na qual m é uma constante do material. Ele também verificou esta expressão ao fazer experimentos em tubos de vidro pressurizados e bulbos esféricos com trincas de diversos tamanhos.

Nada mais foi desenvolvido neste campo até Westergaard (WESTERGAARD, 1939) formular uma expressão para o campo de tensão próximo a zona da trinca. Assim, até a Segunda Guerra Mundial a Mecânica da Fratura não passava de uma curiosidade científica. Contudo, após os catastróficos eventos que ocorreram durante e após esta, como o caso já citado dos navios *Liberty* e dos aviões a jato *Comet* a Mecânica da Fratura recebeu um grande impulso no seu desenvolvimento. Foi então que na década de 1950 um pesquisador da Marinha Americana chamado Irwin (IRWIN, 1960), que lançando mão das teorias de Griffith, fez seu aporte à mecânica da fratura. Sua primeira contribuição foi estender aos metais a teoria de Griffith, levando em conta o escoamento na ponta da trinca. Dando origem à teoria modificada de Griffith. Introduziu o conceito de fator intensidade de tensão (FIT) e o conceito de taxa de liberação de energia G .

Em 1962, Paris (PARIS, 1962) desenvolveu uma equação empírica relacionando a variação do FIT com a taxa de crescimento da trinca. Devido a limitações da Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE) surgem estudos que levam ao desenvolvimento da Mecânica da Fratura Elasto-Plástica (MFEP). Nesse contexto surgem os estudos de Wells (WELLS, 1961) que, lançando mão do CTOD (*Crack Tip Opening Displacement*), caracteriza a resistência de uma trinca em um material com comportamento elasto-plástico. Depois Rice (RICE, 1968) introduz o conceito de integral J , que é taxa de variação da energia potencial para um sólido elástico não linear ao longo da trinca. Shih e Erdogan (SHIH, 1976) introduzem o modelo de propagação de trinca em diferentes modos de deslocamento. Muito da fundamentação teórica da Mecânica da Fratura Dinâmica foi desenvolvida no período entre 1960 e 1980.

O campo da Mecânica da Fratura amadureceu nas últimas duas décadas do século vinte. A aplicação dessa tecnologia a problemas práticos é tão notável que a Mecânica da Fratura é agora considerada uma disciplina bem estabelecida da engenharia. Modelos mais sofisticados para comportamento de materiais estão sendo incorporados na análise da Mecânica da Fratura. Enquanto nos anos de 1960 a plasticidade era a grande preocupação, trabalhos mais recentes deram um passo além ao lidar com viscoelasticidade e viscoplasticidade. A Mecânica da Fratura também tem sido usada para a caracterização de materiais compósitos. Outra tendência em pesquisas recentes tem sido o desenvolvimento de modelos microestruturais para a fratura e modelos que relacionam o comportamento a fratura local e global de materiais (ANDERSON, 2005).

A tecnologia tem auxiliado tanto o desenvolvimento quanto a aplicação da Mecânica da Fratura. Bem como tem gerado novas áreas de pesquisa da mesma. Problemas encontrados na indústria microeletrônica têm levado à pesquisa ativa da fratura de interface e da fratura de escala nanométrica (ANDERSON, 2005).

2.4 TEORIAS DA MECÂNICA DA FRATURA

A Mecânica da Fratura é o ramo da Mecânica que versa sobre o comportamento de componentes mecânicos/estruturais à fratura. Tais componentes contêm defeitos ou trincas como os encontrados no mundo real. A resistência dos materiais se baseia em propriedades dos materiais como resistência ao escoamento ou resistência à ruptura, mas não leva em conta a tenacidade à fratura, a qual, segundo a Mecânica da Fratura, é uma propriedade do material

e avalia quantitativamente a resistência do mesmo à propagação de uma trinca. Qualquer defeito, mesmo microscópico, pode levar uma estrutura à falha catastrófica, sendo estes inevitáveis na prática por mais que o processo de fabricação seja meticuloso.

A Mecânica da Fratura se subdivide em dois ramos. O primeiro a surgir foi a Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE) e soluciona as limitações dos conceitos clássicos da resistência dos materiais relativas à presença de trincas em materiais frágeis ou quase-frágeis como alguns aços de alta resistência e baixa liga muito utilizados na indústria aeronáutica. Já a Mecânica da Fratura Elasto-Plástica (MFEP) aplica os critérios da Mecânica da Fratura Linear Elástica para materiais dúcteis, nos quais a condição de escoamento de pequena escala na região à frente da ponta da trinca não é atendida invalidando assim as considerações de um campo de tensões elásticas na ponta da trinca controlando o processo de fratura.

2.4.1 Mecânica da Fratura Linear Elástica

A Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE), lançando mão de conceitos advindos da teoria da elasticidade, avalia problemas relacionados à fratura de materiais em regime predominantemente elástico. Assim, a MFLE só é válida quando a deformação inelástica presente na região à frente da ponta da trinca é pequena se comparada ao tamanho da mesma, o que é chamada de condição de escoamento de pequena escala. Se uma grande zona de deformação plástica se forma antes do crescimento da trinca então a MFLE não é mais aplicável devendo-se recorrer à Mecânica da Fratura Elasto-Plástica (MFEP).

2.4.1.1 Modos de Carregamento

Todo sistema de tensão nas proximidades da ponta da trinca pode ser classificado em três tipos elementares, cada qual associado a um modo local de deslocamento das superfícies da trinca, como mostrado na figura 2-5 (JANSSEN, 2004).

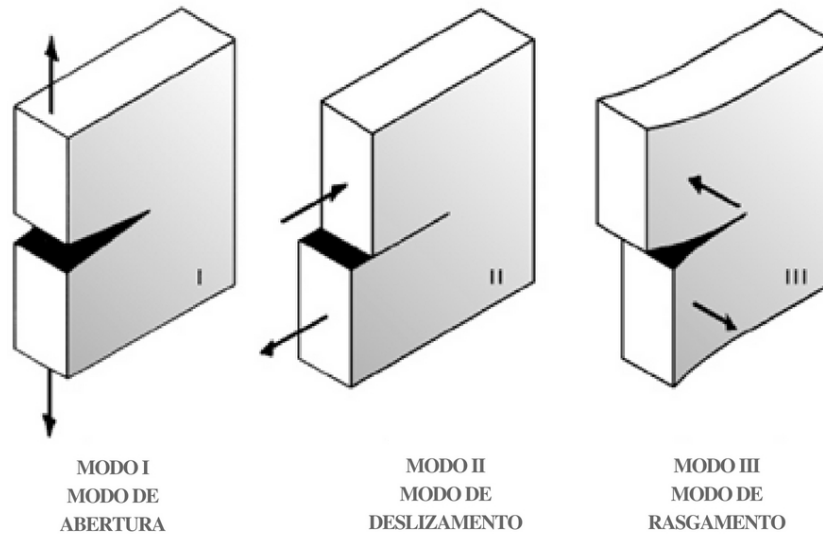


Figura 2-5 - Modos de carregamento da trinca. (Modificado de JANSSEN, 2004).

Um corpo trincado pode ser carregado em qualquer um dos três modos acima ilustrados ou com uma combinação dos três. Sendo o Modo I conhecido como o modo de abertura e consiste simplesmente nas faces da trinca se afastando perpendicularmente uma da outra. O segundo modo (Modo II) é o modo de deslizamento (cisalhamento), ou seja, as faces da trinca deslizam uma em relação à outra na direção normal à borda. Já o Modo III é o modo de rasgamento e também consiste no deslizamento das faces da trinca, mas neste caso o deslizamento se dá na direção paralela à borda (TADA, 2000). A causa do Modo I é carga de tração, já os outros dois modos (Modo II e Modo III) são causados por carga de cisalhamento em diferentes direções, como mostrado (DOWLING, 2007). Associado a cada modo de carregamento de trinca existe um fator intensidade de tensão K_I , K_{II} , K_{III} , respectivamente para os modos I, II e III. Em muitos casos práticos da engenharia o modo de carregamento I é o mais comumente encontrado, contudo, a propagação de trincas pode ocorrer também pela combinação destes modos, em especial dos Modos I e II.

2.4.1.2 Problemas Plano Elástico

Para ser classificado como um problema plano elástico o problema em questão deve possuir algumas características. A geometria de um corpo plano como o mostrado na figura 2-6 consiste de uma região uniforme com espessura t e duas regiões paralelas ao plano x - y e por qualquer superfície fechada. Quanto ao tipo de carregamento, as cargas de superfície e as

forças de corpo não devem variar na direção z ou ter componentes nesta direção (BUDYNAS, 1998).

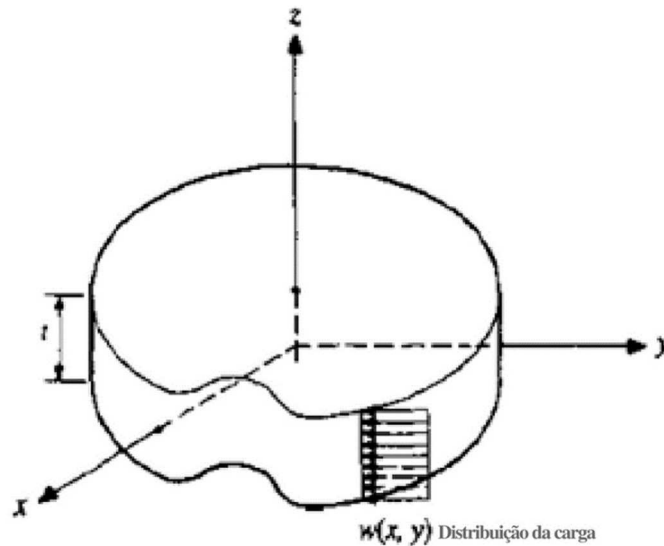


Figura 2-6 - Corpo plano elástico. (Modificado de BUDYNAS, 1998).

Se uma placa fina é carregada com forças aplicadas à borda, paralela ao plano da placa e distribuída uniformemente sobre a espessura da placa, então os componentes de tensão σ_z , τ_{xz} e τ_{yz} são iguais à zero em ambas as faces da placa e pode-se assumir que são igualmente iguais à zero dentro da placa. O estado de tensão é especificado apenas pelos componentes das tensões σ_x , σ_y e τ_{xy} . A isto é chamado estado plano de tensão. Podendo-se assumir que estes três componentes são independentes de z , ou seja, eles não variam com a espessura da placa t . Sendo função apenas de x e y (TIMOSHENKO, 1982). Assim, para o estado plano de tensão temos:

$$\sigma_z = \tau_{yz} = \tau_{zx} = 0 \quad (4)$$

Uma simplificação idêntica pode ser feita no outro extremo quando a dimensão do corpo na direção z é muito grande (TIMOSHENKO, 1982). No estado plano de deformação t é grande (com o caso limite de $t \rightarrow \infty$). Assim, as deformações na direção z são pequenas e as deformações nas direções x e y não são funções da direção z (BUDYNAS, 1998). Para o estado plano de deformações temos:

$$\varepsilon_z = \gamma_{yz} = \gamma_{zx} = 0 \quad (5)$$

2.4.1.3 Taxa de Liberação de Energia de Deformação G

Um componente qualquer com uma trinca e um comportamento do material assumido como linear-elástico submetido ao modo de carregamento I (modo de abertura) e uma força P é mostrado na figura 2-7. De forma idêntica ao que ocorre com uma mola, a energia potencial U é armazenada. Se a trinca se mover por um pequeno espaço da enquanto o deslocamento é mantido constante, a rigidez do componente decresce. O que resulta na diminuição da energia potencial pela quantidade dU . Assim, U decresce devido à liberação desta quantidade de energia. A taxa da mudança de energia potencial com o aumento da área da trinca é definida como taxa de liberação da energia de deformação como demonstra a equação (6) (DOWLING, 2007):

$$G = -\frac{1}{t} \frac{dU}{da} \quad (6)$$

Onde a mudança na área da trinca $t(da)$ (sendo t a espessura do componente trincado) e o sinal negativo fazem com que G tenha, assim, um valor positivo. Desta forma, G caracteriza a energia por unidade de área trincada requerida para a extensão da trinca.

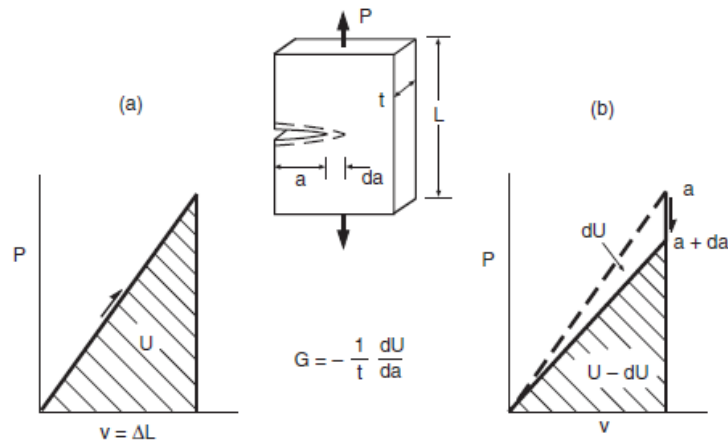


Figura 2-7 - Componente trincado sob modo I e força P . (a) Energia potencial armazenada no componente. (b) Diminuição da rigidez do componente devido ao crescimento da trinca. (DOWLING, 2007).

Segundo a ideia original de Griffith achava-se que toda a energia potencial liberada seria usada na criação de novas superfícies livres nas faces das trincas. Isto é parcialmente verdade para materiais praticamente sem deformação plástica. Contudo, para materiais mais

dúcteis, a maior parte desta energia pode ser usada na deformação destes na zona plástica na ponta da trinca. Irwin, ao aplicar G em metais, mostrou que o conceito era válido mesmo sob a condição de pequena zona plástica na ponta da trinca (DOWLING, 2007).

2.4.1.4 Fator Intensidade de Tensão (FIT)

Em termos gerais, o fator intensidade de tensão K caracteriza a magnitude das tensões na vizinhança da ponta da trinca de um material linear-elástico e isotrópico (DOWLING, 2007). A figura 2-8 abaixo mostra um sistema de coordenadas que descreve as tensões na vizinhança de uma trinca. As coordenadas polares r e θ estão no plano x - y normais ao plano da trinca, enquanto a direção z está paralela à borda da mesma (DOWLING, 2007):

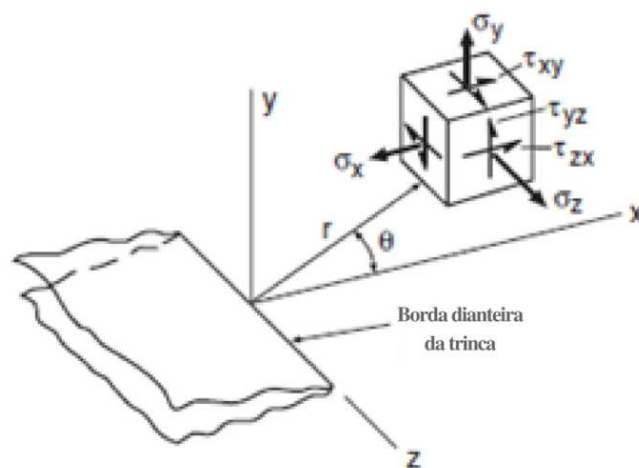


Figura 2-8 – O sistema de coordenadas tridimensional na ponta da trinca. (Modificado de DOWLING, 2007).

Para qualquer caso do modo de carregamento I (modo de abertura), as tensões próximas à ponta da trinca dependem de r e θ como mostra as equações que se segue.

$$\sigma_x = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right] + \dots \quad (7)$$

$$\sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right] + \dots \quad (8)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right] + \dots \quad (9)$$

$$\sigma_z = 0 \text{ (estado plano de tensão)} \quad (10)$$

$$\sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y) \text{ (estado plano de deformação; } \varepsilon_z = 0) \quad (11)$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zx} = 0 \quad (12)$$

Tais equações derivam da Teoria da Elasticidade e descrevem o campo de tensão próximo à ponta da trinca. Cada uma das equações mostradas representa o primeiro termo de uma série. Na proximidade da ponta da trinca estes primeiros termos dão uma descrição satisfatoriamente precisa dos campos de tensão na ponta da trinca, desde que os termos seguintes de ordem mais alta sejam pequenos se comparados àqueles (BROEK, 1982). As funções das coordenadas r e θ são explícitas nas equações (7) a (9). Estas podem ser escritas da forma generalizada:

$$\sigma_{ij} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) \quad (13)$$

Com,

$$K_I = \sigma\sqrt{\pi a} \quad (14)$$

Todo o campo de tensões na ponta da trinca é conhecido quando se conhece K_I . Duas trincas com tamanhos diferentes têm o mesmo campo de tensões quando submetidas a cargas com tensões equivalentes. Neste caso, K_I é o mesmo para ambas as trincas (BROEK, 1982).

Caso um componente seja relativamente fino na direção z se aplica a estado plano de tensão onde $\sigma_z = 0$. Porém, se este mesmo componente for relativamente espesso, então neste caso o mais razoável é o estado plano de deformação em que $\varepsilon_z = 0$ onde a lei de Hooke requer que σ_z dependa das outras tensões e do coeficiente de Poisson (DOWLING, 2007).

Nas equações (7) a (9) descritas acima, cujos componentes são diferentes de zero, todos estes se aproximam do infinito quando r tende a zero. Isto ocorre devido ao fato destas tensões serem proporcionais ao inverso de \sqrt{r} . Desta forma, uma singularidade matemática é dita existir na ponta da trinca e nenhum valor de tensão na ponta da trinca é dado. Nota-se também que todas as tensões diferentes de zero das equações acima são proporcionais à quantidade K_I e os fatores remanescentes meramente fornecem a variação com r e θ . Desta forma, a magnitude do campo de tensão próximo da ponta da trinca pode ser caracterizada

pelo valor de K_I . Assim, K_I é a medida da severidade da trinca (DOWLING, 2007). Uma definição matemática de K_I seria:

$$K_I = \lim_{r, \theta \rightarrow 0} (\sigma_y \sqrt{2\pi r}) \quad (15)$$

Ou de uma forma mais conveniente como:

$$K_I = FS\sqrt{\pi a} \quad (16)$$

Onde F (fator de forma) é necessário para diferentes tipos de geometrias. A quantidade F é função do quociente a/W . No qual a representa a metade do tamanho da trinca e W é a largura do componente em análise. S é a tensão aplicada.

2.4.1.5 Relação entre K e G

Foram discutidos dois parâmetros que descrevem o comportamento de trincas. O parâmetro K caracteriza as tensões, deformações e deslocamentos próximos à ponta da trinca. O parâmetro G quantifica a mudança na energia potencial que acompanha o crescimento da trinca. A taxa de liberação de energia G descreve um comportamento global, enquanto K é um parâmetro local. K e G são univocamente relacionados para materiais com comportamento linear-elástico (ANDERSON, 2005).

As quantidades K e G pode ser relacionar da seguinte forma:

$$G = \frac{K^2}{E'} \quad (17)$$

No qual E' é obtido do módulo de Young (módulo de elasticidade) e do coeficiente de Poisson (ν):

$$E' = E \quad (\text{tensão plana; } \sigma_z = 0) \quad (18)$$

$$E' = \frac{E}{1-\nu^2} \quad (\text{deformação plana; } \varepsilon_z = 0) \quad (19)$$

De forma análoga:

$$K_I = \sqrt[2]{GE'} \quad (20)$$

Como K e G são diretamente relacionados pelas equações (17) e (20) apenas um destes conceitos é necessário. No presente trabalho será empregado primordialmente K .

2.4.1.6 Tenacidade à Fratura

O crescimento da trinca irá ocorrer quando as tensões e deformações na ponta da trinca atingirem um valor crítico. Assim, a fratura deve ser esperada quando K_I atingir o valor crítico K_{IC} (ou seja, quando K_{IC} for maior do que K_I). O valor crítico K_{IC} é um parâmetro do material. K_{IC} é uma medida da resistência à trinca de um material. Assim, K_{IC} é chamado de tenacidade à fratura em estado plano de deformação. Se K_{IC} é um parâmetro do material o mesmo valor de K_{IC} deve ser encontrado para dois espécimes, feitos do mesmo material, sob diferentes condições de carregamento, diferentes geometrias, e com comprimentos de trinca diferentes. Materiais com baixa tenacidade à fratura podem tolerar apenas pequenas trincas (BROEK, 1982). Materiais frágeis tendem a ter baixa tenacidade à fratura, enquanto que materiais dúcteis tendem a apresentar altos valores. Valores típicos de tenacidade à fratura de três materiais de alta resistência são dados na tabela 2-1 abaixo.

Tabela 2-1- Valores de Tenacidade à Fratura.

	Resistência a Tração (σ_u)			Resistência ao Escoamento (σ_{YS})			Tenacidade à Fratura (K_{IC})
	MN m ²	Kg mm ²	Ksi	MN m ²	Kg mm ²	Ksi	
Aço 4340	1820	185	264	1470	150	214	46 MN/m ^{3/2} 150/Kg ^{3/2} 42√in
Aço 300 Maraging	1850	188	268	1730	177	250	90 MN/m ^{3/2} 290/Kg ^{3/2} 82√in
Liga de Alumínio 7075 – T6	560	57	81	500	51	73	32 MN/m ^{3/2} 104/Kg ^{3/2} 30√in

Fonte: (BROEK, 1982)

O tamanho da trinca que pode ser tolerado pelos materiais mostrados na tabela 1 acima antes da resistência residual destes cair pela metade é determinado por:

$$\sigma_c = \frac{K_{Ic}}{\sqrt{\pi a}} = \frac{\sigma_u}{2} \quad (21)$$

Ou

$$a = \frac{4 K_{Ic}^2}{\pi \sigma_u^2} \quad (22)$$

Sendo σ_c a tensão crítica e σ_u a resistência à tração do material.

A figura 2-9 abaixo mostra a curva da resistência residual destes três materiais da tabela 1 acima em função do comprimento da trinca. Sendo que $\sigma_c = K_{Ic}/\sqrt{\pi a}$.

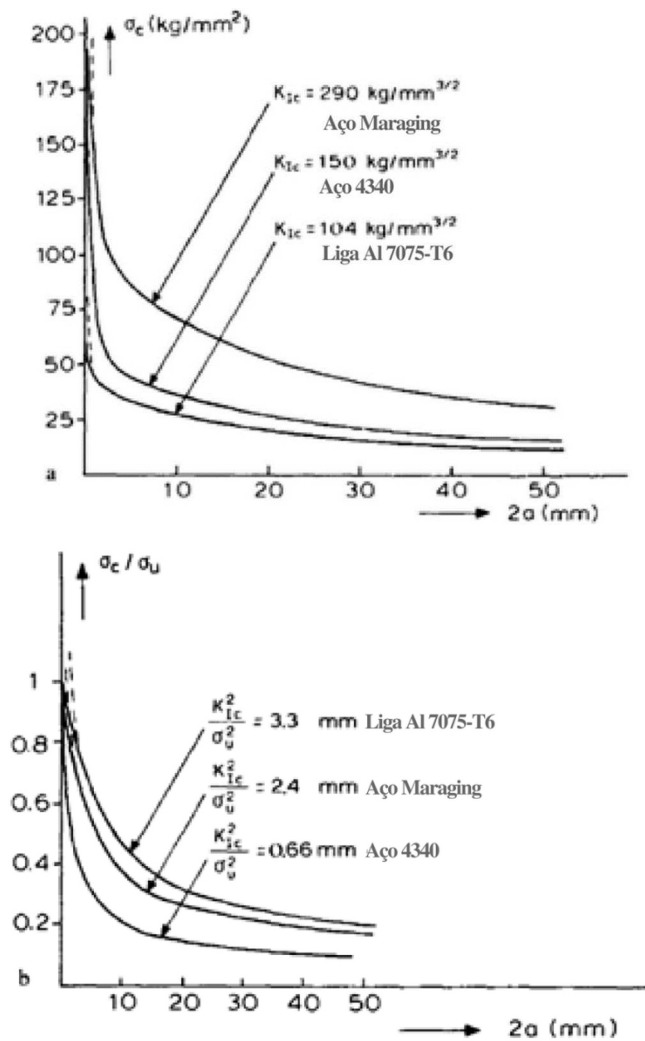


Figura 2-9 - Tenacidade à fratura de três materiais de alta resistência. (a) Resistência residual como uma função do tamanho da trinca. (b) Resistência residual relativa. (Modificado de BROEK, 1982).

A consequência dessa fórmula é que σ_c tende ao infinito quando o tamanho da trinca a tende a zero. Obviamente o material com maior tenacidade à fratura tem a maior resistência residual. Como mostrado na figura acima a liga de alumínio pode tolerar por mais tempo a presença de trincas do que os demais. Isto é devido ao fato da liga de alumínio ter a maior quociente tenacidade à fratura/resistência à tração (BROEK, 1982).

2.4.1.7 Tamanho da Zona Plástica na Ponta da Trinca

A análise linear-elástica da tensão de trincas agudas prediz a ocorrência de tensões infinitas na ponta da trinca. Contudo, em materiais reais essas tensões na ponta da trinca são finitas devido ao fato do raio da ponta da trinca ser finito (ANDERSON, 2005). Há uma singularidade na ponta da trinca. Mas como materiais estruturais deformam plasticamente acima da tensão de escoamento, na verdade haverá uma zona plástica ao redor da ponta da trinca. Assim, a solução elástica não será mais incondicionalmente aplicável (JANSSEN, 2004). Contudo, é possível continuar a usar a MFLE se algumas correções forem feitas e a deformação plástica for pequena em comparação ao tamanho da trinca e a geometria do sistema.

Há duas abordagens diferentes para estimativa do tamanho da zona plástica na ponta da trinca. Aqui será tratada a abordagem dada por Irwin (IRWIN, 1961) figura 2-10.

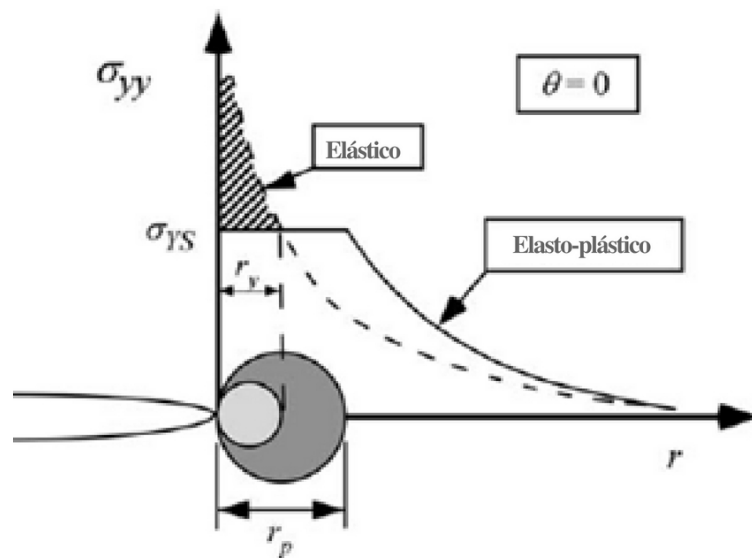


Figura 2-10 - Estimativas do tamanho da zona plástica de primeira e segunda ordem (r_y e r_p respectivamente). A área com hachura representa a carga que deve ser redistribuída, resultando em uma zona plástica muito maior. (Modificado de ANDERSON, 2005).

Irwin demonstrou que o componente da tensão elástica deve ser redistribuído para satisfazer o equilíbrio devido ao componente da tensão plástica (JENSEN, 2015). Ele descobriu que o raio r_y da zona plástica é determinado pela tensão de escoamento (σ_{YS}):

$$\sigma_{YS} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r_y}} \quad (23)$$

↓

$$r_y = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_I}{\sigma_{YS}} \right)^2 \quad (24)$$

↓

$$r_p = 2r_y \quad (25)$$

Para descrever a variação da tensão do fator intensidade de tensão K um comprimento efetivo de tamanho de trinca deve ser considerado:

$$a_{eff} = a + r_y \quad (26)$$

Partindo de uma solução iterativa um fator intensidade de tensão efetivo é determinado:

$$K_{eff} = \frac{\sigma_{yy} \sqrt{\pi a}}{\sqrt{1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma_{yy}}{\sigma_{YS}} \right)^2}} \quad (27)$$

Uma zona plástica na ponta de uma trinca na extensão da espessura inevitavelmente irá contrair-se na direção da espessura ao longo da frente da trinca. Se a espessura da placa é da ordem da zona plástica ou menor, esta contração acontecerá livremente e o estado plano de tensão prevalecerá. Contudo, se a largura da placa é muito maior do que o tamanho da zona plástica, a contração é limitada pelo material elástico que circunda a zona plástica. O que significa que a deformação na direção da espessura será menor e o estado plano de deformação prevalecerá neste caso (JANSSEN, 2004).

A ocorrência do estado plano de tensão ou do estado plano de deformação na ponta da trinca tem um grande efeito no comportamento plástico do material. A deformação plana ocorre apenas quando as tensões excedem em muito a tensão de escoamento (σ_{YS})

(JANSSEN, 2004). Assim sendo, a equação (23) só é válida para o estado plano de tensão, para o estado plano de deformação r_y deve ser igual a:

$$r_y = \frac{1}{6\pi} \left(\frac{K_I}{\sigma_{YS}} \right) \quad (28)$$

A outra abordagem para a estimativa do tamanho da zona plástica na ponta da trinca foi primeiramente proposta por Dugdale e Bareblatt e é conhecida como o *Strip-Yield Model*.

2.4.2 Mecânica da Fratura Elasto-Plástica (MFEP)

A Mecânica Da Fratura Linear Elástica (MFLE) é limitada pela condição de escoamento de pequena escala na qual a zona plástica na ponta da trinca deve ser menor do que a zona de dominância de K (região ao redor da zona plástica em que o material se comporta de forma elástica) e qualquer dimensão geométrica relevante. É virtualmente impossível satisfazer esta condição para materiais de baixa resistência e alta tenacidade à fratura que deformam plasticamente de forma extensiva e cuja ponta da trinca fica obtusa antes do início do crescimento da trinca (KANNINEN, 1985). A figura 2-11 mostra o alcance da (MFLE) e da (MFEP).

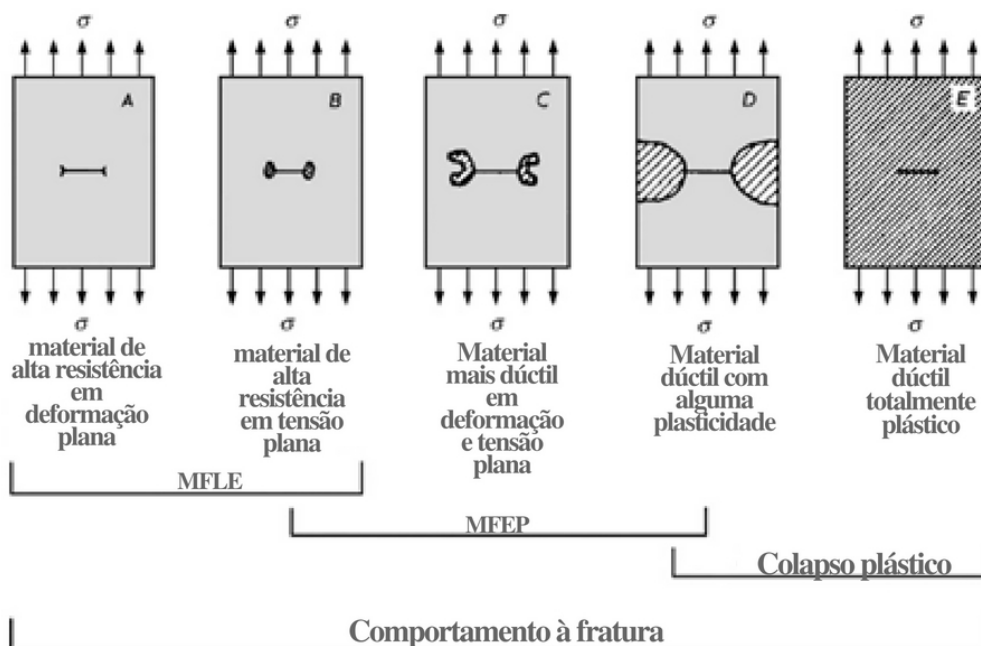


Figura 2-11 - Alcance da (MFLE) e da (MFEP) para descrever o comportamento à fratura. (Modificado de JANSSEN, 2005).

A Mecânica da Fratura Elasto-Plástica é aplicada a matérias que exibem um comportamento não dependente no tempo e não linear (i.e., deformação plástica). Aqui dois parâmetros elasto-plásticos são introduzidos: *Crack Tip Opening Displacement* (CTOD) e a integral J . Estes dois parâmetros descrevem as condições na ponta da trinca em materiais elasto-plásticos, e podem ser usadas como um critério de fratura. Valores críticos do CTOD e da integral J dão uma medida independente do tamanho para a tenacidade à fratura, mesmo para relativamente grandes quantidades de plasticidade na ponta da trinca. Há limites para a aplicação do CTOD e da integral J , mas estes são muito menos restritos do que os requisitos de validade da Mecânica da Fratura Linear Elástica (ANDERSON, 2004).

2.4.2.1 Crack Tip Opening Displacement (CTOD)

Ao tentar medir o valor de K_{Ic} em aços estruturais Wells (WELLS, 1961) descobriu que estes materiais tinham alta tenacidade e não podiam ser caracterizados pela Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE). Enquanto examinava espécimes fraturados ele notou que as faces das trincas haviam se movido antes da fratura. A deformação plástica tornou obtusa uma trinca inicialmente aguda como mostrado na figura 2-12. A alta tenacidade do material é proporcional à obtusidade da trinca. Esta constatação levou Wells a propor a abertura da ponta da trinca (*Crack Tip Opening Displacement*) como uma medida da tenacidade à fratura de materiais. Sendo este parâmetro conhecido como CTOD (ANDERSON, 2005).

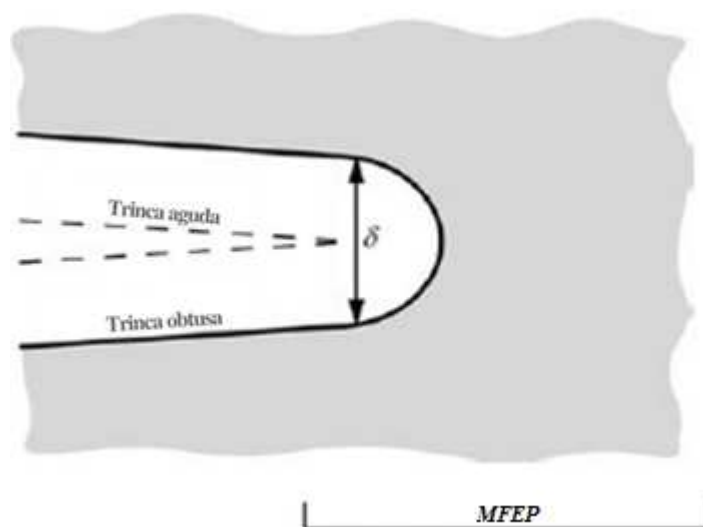


Figura 2-12 - CTOD. Uma trinca aguda se torna obtusa devido à deformação plástica resultando num deslocamento (δ) na ponta da trinca. (Modificado de ANDERSON, 2005).

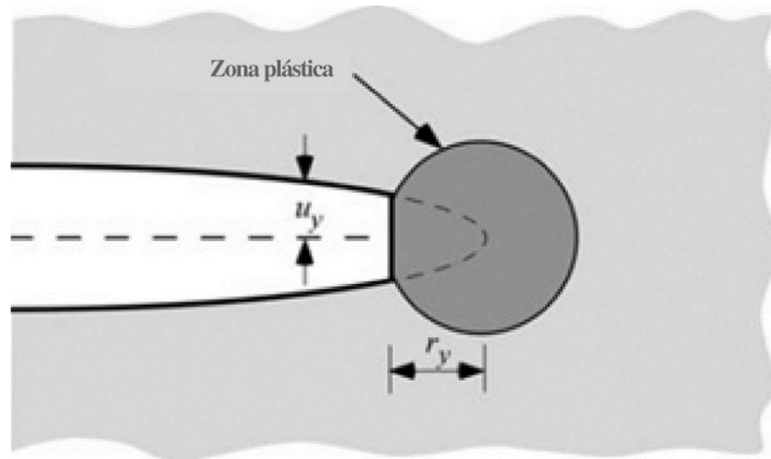


Figura 2-13 - Estimativa do CTOD baseado no deslocamento da trinca efetiva na correção da zona plástica feita por Irwin. (Modificado de ANDERSON, 2005).

Wells fez uma análise aproximada para relacionar o CTOD ao fator intensidade de tensão K no limite da condição de pequeno escoamento. Irwin (IRWIN, 1961) postulou que a plasticidade na ponta da trinca como mostrado na figura 2-13 acima faz com que essa se comporte como se fosse um pouco mais longa do que realmente é $a + r_y$. Deste modo, podemos estimar o CTOD resolvendo o deslocamento físico da ponta da trinca, assumindo como comprimento da trinca seu comprimento efetivo $a + r_y$. Assim:

$$u_y = \frac{k+1}{2\mu} K_I \sqrt{\frac{r_y}{2\pi}} \quad (29)$$

Que é igual a:

$$\frac{4}{E'} K_I \sqrt{\frac{r_y}{2\pi}} \quad (30)$$

Sendo E' o módulo de Young efetivo. E a correção da zona plástica para a tensão plana de Irwin (IRWIN, 1961) é:

$$r_y = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_I}{\sigma_{YS}} \right)^2 \quad (31)$$

Substituindo a equação (31) em (30), teremos:

$$\delta = 2u_y = \frac{4}{\pi} \frac{K_I^2}{\sigma_{YS} E} \quad (32)$$

Onde (δ) é o CTOD. O CTOD também pode ser relacionado à taxa de liberação de energia G através da equação abaixo:

$$G = \frac{K_I^2}{E'} \quad (33)$$

Assim,

$$\delta = \frac{4}{\pi} \frac{G}{\sigma_{YS}} \quad (34)$$

Desta forma, na condição de escoamento de pequena escala na ponta da trinca, CTOD pode ser relacionado à K_I e G . O CTOD é apropriado para a caracterização da ponta da trinca quando a Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE) não mais é válida.

2.4.2.2 A Integral J

O conceito de integral J foi primeiramente proposto por Rice (RICE, 1968). Tomando como base a abordagem energética, Rice formulou J como uma integral de linha que independe do caminho, com um valor igual ao decréscimo da energia potencial por incremento no tamanho da trinca em materiais elásticos e não elásticos. Esta independência no caminho implica que J pode ser visto como uma medida da intensidade das tensões e deformações na ponta de trincas e também de entalhes. Desta maneira a integral J pode ser tanto um parâmetro de energia, comparável à taxa de liberação de energia G , quanto ao fator intensidade de tensão K (JANSSEN, 2004). A equação para a taxa de liberação de energia para um caso 2-D elástico tem como expressão:

$$J = \int_{\Gamma} \left(U dy - \bar{T}_i \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x} ds \right) \quad (35)$$

No qual T_i são os componentes do vetor tração;

O u_i são as componentes do vetor deslocamento;

Γ é o caminho qualquer ao redor da trinca;

O ds é o incremento no comprimento ao longo do caminho Γ ;

E U é a densidade de energia de deformação e é definida pela fórmula (36) abaixo.

Sendo ε_{ij} o tensor de deformação;

E σ_{ij} o tensor de tensão.

$$U = \int_0^{\varepsilon_{ij}} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} \quad (36)$$

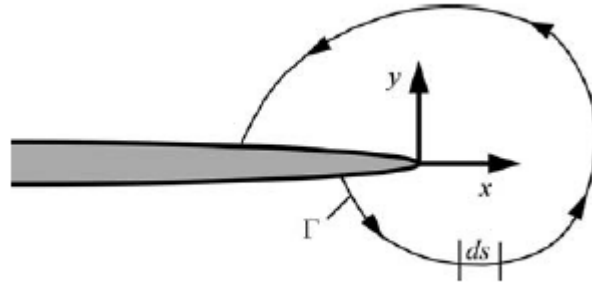


Figura 2-14 - Contorno arbitrário ao redor da ponta da trinca. (ANDERSON, 2005).

Assim, a integral J é uma versão mais geral da taxa de liberação de energia G . Para o caso especial de materiais com comportamento linear elástico, o parâmetro de fratura elasto-plástica integral J equivale à taxa de liberação de energia potencial G .

$$J = G \quad (37)$$

A relação entre a integral J e o fator intensidade de tensão K é dada por:

$$J = \frac{K_I^2}{E} \quad (\text{estado plano de tensão}) \quad (38)$$

$$J = \frac{(1-\nu^2)K_I^2}{E} \quad (\text{estado plano de deformação}) \quad (39)$$

2.5 TRAJETÓRIA DE PROPAGAÇÃO DA TRINCA EM MODO MISTO DE CARREGAMENTO

Quando a trinca se propaga em um campo de tensão não homogêneo, seu caminho é geralmente curvado. Existem vários métodos utilizados para prever a direção de propagação da trinca tais como o critério da máxima tensão de tração ou MTS (*Maximum Tensile Stress*)

(SHI, 1972), o critério da máxima taxa de liberação de energia (SHI, 1974), e o fator densidade de energia de deformação estacionária de Shi (SHI, 1972). O critério MTS, utilizado no presente trabalho, afirma que, para um material isotrópico sob modo misto de carregamento, a trinca se propagará na direção normal à máxima tensão de tração tangencial. Em coordenadas polares essa tensão tangencial é igual a:

$$\sigma_{\theta} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[K_I \cos^2 \frac{\theta}{2} - \frac{3}{2} K_{II} \sin \theta \right] \quad (40)$$

A direção normal da máxima tensão tangencial pode ser obtida solucionando $d\sigma_{\theta}/d\theta = 0$. Uma solução não trivial é dada por:

$$K_I \sin \theta + K_{II} (3 \cos \theta - 1) = 0 \quad (41)$$

O qual pode ser resolvido como:

$$\theta_0 = \pm \cos^{-1} \left\{ \frac{3K_{II}^2 + K_I \sqrt{K_I^2 + 8K_{II}^2}}{K_I^2 + 9K_{II}^2} \right\} \quad (42)$$

O ângulo θ_0 é o ângulo entre o plano de propagação da trinca e o plano original da mesma e depende de K_{II} . Assim, para $K_{II} = 0$, $\theta_0 = 0^\circ$; para $K_{II} < 0$, $\theta_0 > 0$; e para $K_{II} > 0$, $\theta_0 < 0$. Para assegurar que a tensão de abertura associada à direção da trinca e sua extensão é máxima, o sinal de θ_0 deve ser oposto ao sinal de K_{II} (ARAÚJO, 2000), como exibido na figura 2-15 abaixo. Segundo (LANDES, 1994) K_I e K_{II} serão negativos se as tensões principais σ_1 e σ_2 respectivamente também o forem.

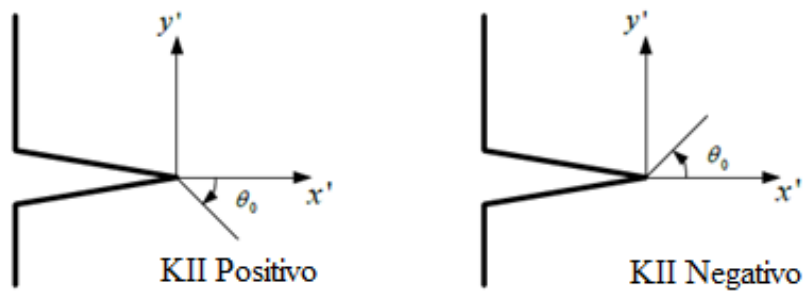


Figura 2-15 – Sinal do ângulo de propagação θ_0 . (Modificado de SOUIYAH, 2012).

2.6 ELIPSE E A RAZÃO DE ASPECTO

Sendo dois pontos quaisquer F_1 e F_2 do plano e sendo $2c$ a distância entre eles, elipse nada mais do que o conjunto dos pontos P do plano cuja soma da distância de sua extremidade à F_1 e F_2 é igual à constante $2a$, sendo $2a > 2c$.

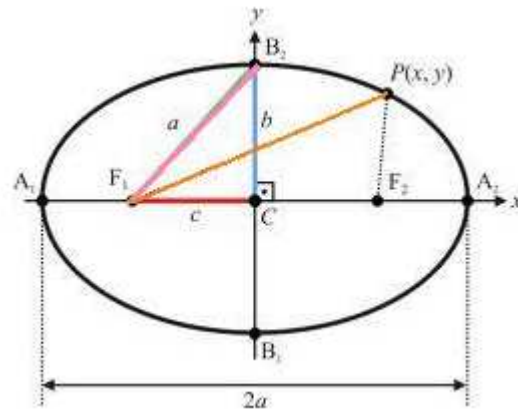


Figura 2-16 – Elementos da elipse. (RIGONATTO, 2018).

Elementos da Elipse:

F_1 e F_2 → são os focos;

C → Centro da elipse;

O segmento A_1A_2 é o maior eixo da elipse e sua medida é a soma da definição $2a$;

O segmento B_1B_2 é o menor eixo da elipse e sua medida corresponde a $2b$;

$2c$ → distância focal;

$2a$ → medida do eixo maior;

$2b$ → medida do eixo menor;

c/a → excentricidade.

Existe a relação de Pitágoras entre os elementos a , b e c → $a^2 = b^2 + c^2$.

A razão de aspecto da elipse é a razão entre o semieixo maior a e o semieixo menor b .

Esta razão determina as diferentes dimensões que elipse pode assumir. Por exemplo, quando a/b é igual a 1:1 a elipse se transforma em um círculo.

3. MECÂNICA DA FRATURA NUMÉRICA

3.1 MECÂNICA DA FRATURA E O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Embora através da mecânica da fratura seja possível conhecer o comportamento do campo de tensões na ponta da trinca para diversas geometrias de forma analítica, para muitos problemas reais da engenharia, devido a carregamentos arbitrários e geometrias complexas, a utilização de métodos numéricos tornou-se uma exigência. Há uma variedade grande de métodos numéricos tais como, método dos elementos de contorno, o método das diferenças finitas e o método dos elementos finitos. Sendo que este último é um dos mais utilizados e é o método aplicado nas soluções numéricas no presente trabalho.

O método dos elementos finitos (MEF) consiste basicamente na aplicação de diversos métodos numéricos para aproximar a solução de problemas de valor de fronteira que podem ser descritos por equações diferenciais ordinárias (EDOs) ou equações diferenciais parciais (EDPs), as quais são utilizadas para descrever de forma matemática vários problemas físicos encontrados na ciência e engenharia. Isso acontece pela subdivisão da geometria do problema em elementos menores, conhecidos como elementos finitos, na qual a aproximação da solução exata é feita pela interpolação de uma solução aproximada. (MANDAI, 2010)

As etapas básicas envolvendo qualquer análise de elementos finitos consistem em (MOAVENI, 1999):

Fase de Pré-processamento

1. Criar e discretizar o domínio da solução em elementos finitos; ou seja, subdividir o problema em nós e elementos;
2. Assumir a função de forma para representar o comportamento físico de um elemento; ou seja, uma função contínua aproximada é assumida para representar a solução de um elemento;
3. Desenvolver equações para um elemento;
4. Reunir os elementos para representar o problema inteiro. Construir a matriz de rigidez global;
5. Aplicar condições de contorno, condições iniciais e carregamento.

Fase de Solução

6. Resolver o conjunto de equações algébricas lineares ou não lineares simultaneamente para obter os resultados dos nós tais como os valores dos deslocamentos de diferentes nós ou os valores de temperatura de diferentes nós em problemas de transferência de calor;

Fase de Pós-processamento

7. Obter outras informações importantes. Tais como, tensões principais, fluxos de calor, etc.

3.2 ELEMENTOS ESPECIAIS QUARTER-POINT

Se apenas elementos finitos convencionais estivessem disponíveis para a modelagem dos problemas de mecânica da fratura, seria necessária uma malha muito refinada na ponta da trinca. Contudo, deve-se ter em mente que, com o fator intensidade tensão K , se está procurando o coeficiente de uma singularidade! Isto significa, em primeiro lugar, que quanto mais fino fizer-se a malha, maiores ($\rightarrow \infty$) as tensões se tornam. Em segundo lugar, a discretização deve ser muito fina para que as quantidades dentro da solução do campo próximo sejam resolvidas com precisão suficiente (KUNA, 2013).

A qualidade insatisfatória da solução dos elementos convencionais já foi reconhecida na década de 1970. Isso levou ao desenvolvimento de formulações de elementos especiais, nas quais as funções de forma contêm funções específicas de trincas específicas, cujos parâmetros livres estão relacionados aos fatores K . Elementos especiais deste tipo são chamados de elementos de ponta de trinca. Estes são utilizados para discretizar o ambiente direto da ponta da trinca, enquanto elementos convencionais são usados para modelar o resto da estrutura. Esses elementos de ponta de trinca podem incorporar uma ponta de trinca inteiramente se suas funções de forma descrevem campos de ponta de trinca completos nas coordenadas r e θ . No entanto, geralmente restringi-se à reprodução da singularidade radial $1/\sqrt{r}$, e é por isso que a dependência angular θ deve ser modelada com arranjos de elementos em forma de ventilador (roseta) em torno da ponta de trinca. (KUNA, 2013)

O maior problema com tais formulações de elementos é que as funções de trincas singulares não são compatíveis com as funções de forma regular nos limites de elementos vizinhos. Além disso, suas funções de forma muitas vezes não permitem movimentos rígidos do corpo ou estados constantes de tensão, que é o pré-requisito para a convergência da solução. Uma desvantagem adicional de muitos elementos de ponta de trinca é que eles não foram incorporados em programas comerciais de MEF devido às suas peculiaridades algorítmicas e, portanto, só são utilizáveis por alguns especialistas (KUNA, 2013).

Portanto, o cálculo de parâmetros de fratura, como fatores intensidade de tensão K ou taxa de liberação de energia G , usando análise de elementos finitos, requer uma malha refinada em torno da ponta da trinca ou o uso de "elementos especiais" com a singularidade de tensão incorporada perto da ponta da trinca. Embora, conceitualmente, os fatores intensidade de tensão K sejam obtidos de forma direta, as análises de elementos finitos com elementos convencionais perto da ponta da trinca sempre subestimam os gradientes de deslocamento de tensão que aumentam acentuadamente. Em vez de tentar capturar o conhecido comportamento singular $1/\sqrt{r}$ com elementos cada vez menores, Henshell e Shaw (1975) e Barsoum (1976, 1977) introduziram um método direto, deslocando o nó do lado intermediário de um elemento isoparamétrico quadrilateral de 8-nós para um quarto (1/4) do ponto do nó da ponta da trinca. O deslocamento dos nós do meio do lado para o ponto de um quarto (1/4) atinge o comportamento singular desejado $1/\sqrt{r}$. Esse elemento especial chama-se quarter-point. (ERDOGAN, 2015).

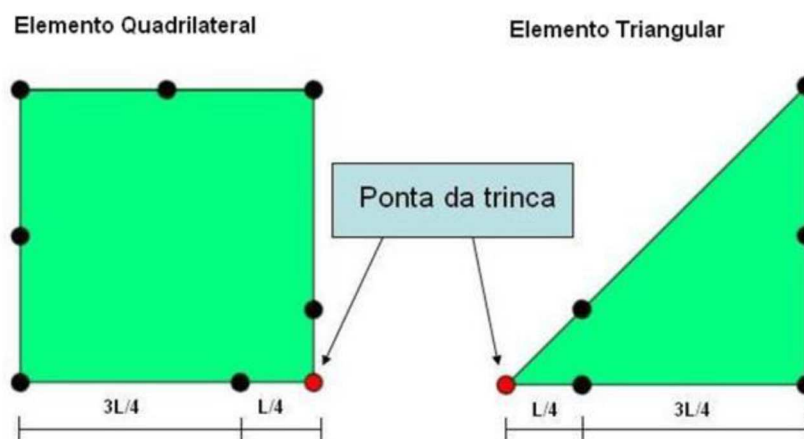


Figura 3-1– Formas quadrilateral e triangular dos elementos finitos especiais *quarter-points*. (MANDAI, 2010).

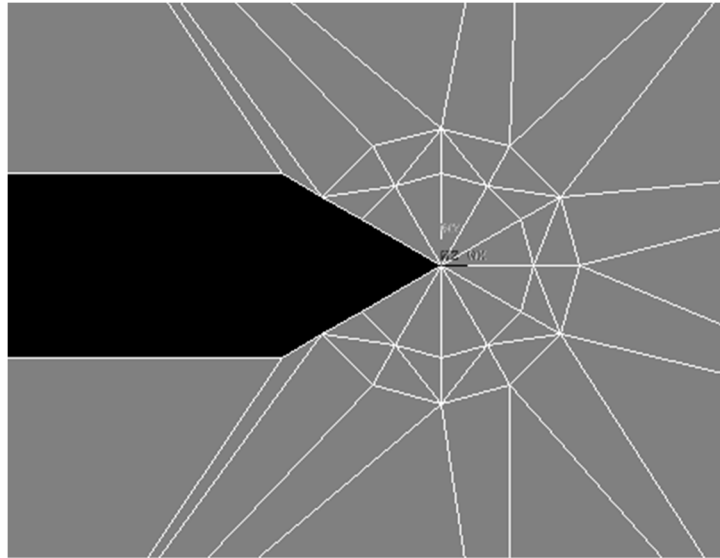


Figura 3-2– Roseta na ponta da trinca.

Na figura 3-2 acima é mostrado o arranjo radial na ponta da trinca ou roseta feita com os elementos especiais quater-points.

3.3 SOFTWARE DE ELEMENTOS FINITOS: ANSYS

O ANSYS é um software de elementos finitos largamente utilizado na indústria. O mesmo possui comandos para a modelagem de diversos tipos de problemas da engenharia nas áreas de vibrações, estruturais, fluidos, etc. Contudo, o ANSYS não possui uma ferramenta para propagação de trincas, possuindo, porém, comandos específicos para o cálculo do fator intensidade de tensão K e para a modelagem da trinca. Para a modelagem da trinca lançou-se mão neste trabalho do comando KSCON, através da qual se determina onde será a ponta da trinca. Utilizando o KSCON, durante a geração da malha, os elementos são criados radialmente através dos elementos finitos especiais quarter-points. É possível obter o fator intensidade de tensão K através de dois comandos, o KCALC ou o CINT. Com o uso do comando KCALC o cálculo será feito pelo método CTOD (*Crack Tip Opening Displacement*). Com o uso do comando CINT será possível escolher diferentes métodos sendo estes baseados no método da Integral J (MANDAI, 2010).

No presente trabalho optou-se por utilizar o comando CINT para o cálculo do fator intensidade de tensão. Este demanda a indicação da ponta da trinca e o número de elementos para o caminho ao redor da mesma. Com o comando CINT o ANSYS é capaz de calcular diversos parâmetros diferentes tais como a Integral J , os fatores intensidade de tensão (FIT),

além de outros. Devido ao fato do comando CINT calcular diversos parâmetros faz-se necessário indicar o método de cálculo utilizado.

3.3.1 Calculando os fatores intensidade de tensão (FIT) através do comando CINT

O ANSYS, através do comando CINT, calcula os fatores intensidade de tensão (FIT) na fase de solução da análise, então armazena o valor no arquivo de resultados.

O comando CINT começa o cálculo dos FIT e também especifica os parâmetros necessários para o cálculo.

O cálculo do FIT através do comando CINT segue os seguintes passos:

1. Iniciar um novo cálculo;
2. Definir o tipo de cálculo;
3. Definir o nó da ponta da trinca;
4. Especificar o número de contornos em volta da trinca a ser calculado;
5. Definir a condição de simetria da trinca;
6. Definir o plano normal da trinca;
7. Especificar os controles de saída.

4. METODOLOGIA

4.1 ASPECTOS GERAIS

A Metodologia proposta foi usada para a simulação numérica 2-D de um ensaio para propagação de trinca em uma placa com uma trinca central submetida à tração CCT (*Center Cracked Tension*) modificada com dois furos simétricos em relação à trinca central (cujo comprimento é de 8 mm), conforme a figura 4-1. Contudo, para os objetivos deste trabalho, em relação ao espécime mencionado acima fez-se a troca da trinca central por um entalhe elíptico central com duas trincas simétricas emanando do mesmo de modo a obterem-se os fatores intensidade de tensão K_I e K_{II} em modo misto de carregamento para esse caso em particular, e, assim, investigar o efeito da variação da razão de aspecto (razão entre os semieixo da elipse) na propagação de trinca em furos elípticos. O material usado para o modelo foi um aço de alto carbono com os seguintes parâmetros: o módulo de Young $E = 2.1 \times 10^5 \text{ MPa}$ e coeficiente de Poisson $\nu = 0.3$. Para a modelagem foi utilizada simetria em relação ao eixo y. Portanto, apenas metade (1/2) da geometria foi preciso modelar.

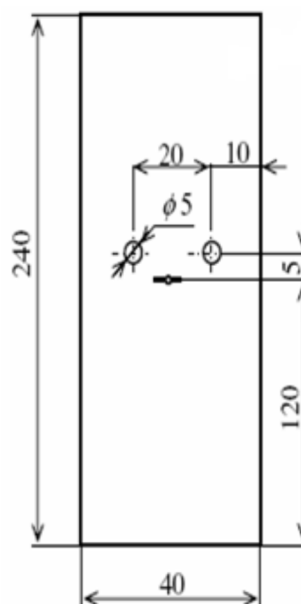


Figura 4-1– Espécime CCT com furos. (STANISLAV, 2008).

Para a obtenção dos resultados numéricos em todas as simulações presentes neste trabalho lançou-se mão de um modelo em elementos finitos desenvolvido no programa de Elementos Finitos ANSYS. A rotina é escrita na linguagem *APDL* (*Ansys Parametric Design*

Language), na qual o ANSYS permite a construção do modelo físico e a automação de tarefas comuns por meio de funções do programa. A linguagem APDL abarca diversas ferramentas para a automação de rotinas como repetição de comandos, macros, ramificações do tipo *if-then-else*, *loops*, operações de vetores, matrizes e escalares.

Para os modelos desenvolvidos no ANSYS o elemento utilizado foi o PLANE183. Este é um elemento bidimensional de alta ordem com comportamento quadrático recomendado para malhas irregulares. O PLANE183 é capaz de se adaptar à geometria e gerar de forma automática malhas com elementos quadrilaterais de oito nós ou triangulares de seis nós, conforme figura 4-2 abaixo. Cada nó do elemento tem dois graus de liberdade, que são as translações nodais nas direções x e y . Para este trabalho o elemento triangular de seis nós foi utilizado em todos os modelos. O PLANE183 pode ser usado como um elemento plano: estado plano de tensão (EPT), estado plano de deformação (EPD) ou deformação no plano generalizado; ou como um elemento axissimétrico. O PLANE183 permite obter resultados tais como: deslocamentos nodais, tensões normais, deformação plástica, tensões e direções principais.

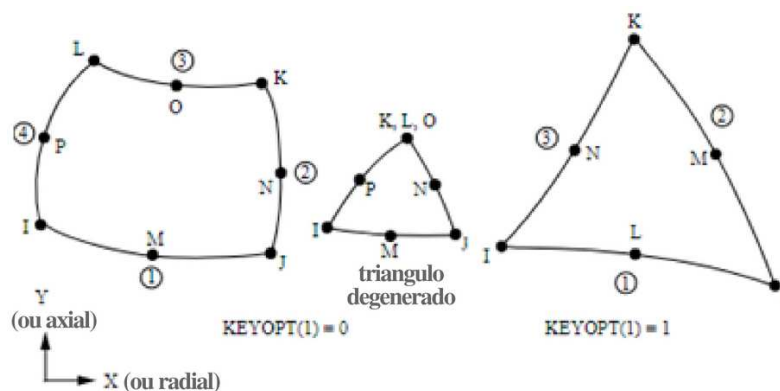


Figura 4-2–Formas quadrilateral e triangular do elemento PLANE183. (Modificado de JENSEN, 2015).

4.2 MODELO NUMÉRICO PARA O ESTUDO DO EFEITO DA RAZÃO DE ASPECTO NA PROPAGAÇÃO DE TRINCAS EM FUROS ELÍPTICOS

Para implementar o método criou-se o arquivo *Rotina_CCT_ellipse.TXT*. No qual, através do algoritmo escrito em linguagem APDL (*Ansys Parametric Design Language*) do ANSYS, calculou-se o valor de K_I e K_{II} para a amplitude de carregamento, geometria do espécime e tamanho da pré-trinca estabelecido. Depois, o tamanho da trinca é aumentado

calculando-se um novo valor de K_I e K_{II} para o novo comprimento de trinca. Ao fim de cada simulação as dimensões do eixo menor b do furo elíptico são alteradas manualmente pelo programador e um novo ciclo de cálculos de K_I e K_{II} para cada nova geometria da elipse é iniciado. No início do programa são inseridos os dados das propriedades do material, as características geométricas e condições de contorno. O algoritmo aplicado nas simulações pode ser visto no APÊNDICE A desta dissertação. Foi utilizado nesta simulação o estado plano de tensões por se tratar de uma placa (duas de suas dimensões são muito maiores do que a terceira).

Os dados de entrada para o problema abordado neste trabalho são: As propriedades mecânicas do material (módulo de Young e o coeficiente Poisson), condições de contorno (restrições e cargas aplicadas), as características geométricas (principalmente do furo elíptico no centro do modelo), as características da malha na ponta da trinca, bem como da malha global, o tamanho do incremento com que a trinca irá se propagar a cada passo e o número de passos da propagação.

Ao criar o modelo no ANSYS é necessário observar uma hierarquia de comandos. Deve-se, em primeiro lugar, criar pontos chamados *Keypoints* (comando K), ligando estes pontos entre si utilizando linhas (comando L). Depois da criação de três pontos ou mais e da união dos mesmos através das linhas, é possível a criação de áreas (comando A). Como este modelo é simétrico, apenas metade (1/2) do modelo foi preciso criar, aplicou-se as restrições com o comando *DL*. O carregamento foi aplicado na linha superior e inferior do modelo segundo figura 4-3.

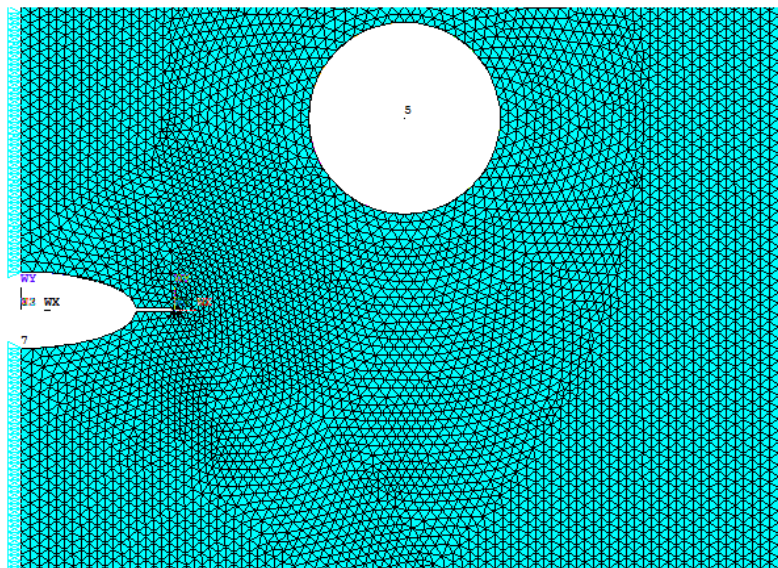


Figura 4-3– Modelo em elementos finitos do caso em estudo.

A trinca crescerá a partir de um incremento, INCR, sendo este somado ao tamanho da pré-trinca TT. Este processo prossegue por um número n de passos, até que a trinca atinja seu comprimento final, o qual é o valor do comprimento inicial mais o comprimento de todos os incrementos.

A ponta da trinca é determinada por um *keypoint* K . Para que esta propague é preciso mover o *keypoint* que representa sua ponta para a posição que se deseja e redefinir o incremento da trinca já com a inclinação caso seja necessário. No entanto, em decorrência da hierarquia de geometrias, onde um modelo em 2-D deve ser definido em termos de *keypoints*, linhas e áreas, é preciso redefinir toda a área que define a geometria para então mover o *keypoint* que define a trinca. Assim, é necessário limpar a malha de elementos finitos, a área, e as linhas que contém o *keypoint* da trinca, para então apagar o *keypoint* que define a ponta da trinca e recriá-lo em sua nova posição. Tendo o *keypoint* na nova posição é possível redefinir as características da ponta da trinca, refazer as linhas, a área, a malha e só então aplicar as condições de contorno.

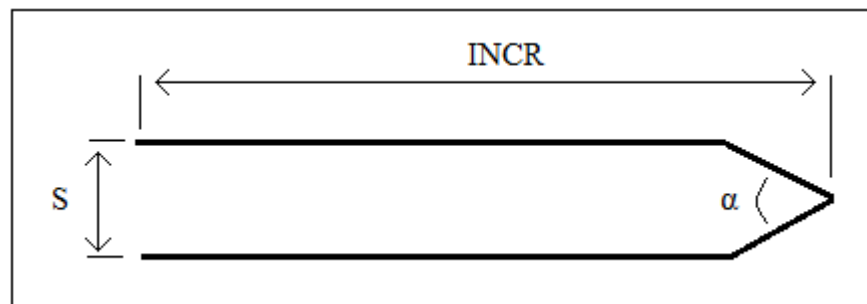


Figura 4-4– Modelo do incremento da trinca.

Segundo a figura 4-4 acima INCR é o tamanho do incremento da trinca, α é o ângulo de abertura da boca da trinca e S é a distância entre as faces da trinca. Para a determinação da inclinação de cada incremento da trinca é preciso calcular os fatores K_I e K_{II} . Para esta simulação foi usado o método MTS e através do mesmo é possível prever a inclinação de cada incremento da trinca segundo a figura 4-5.

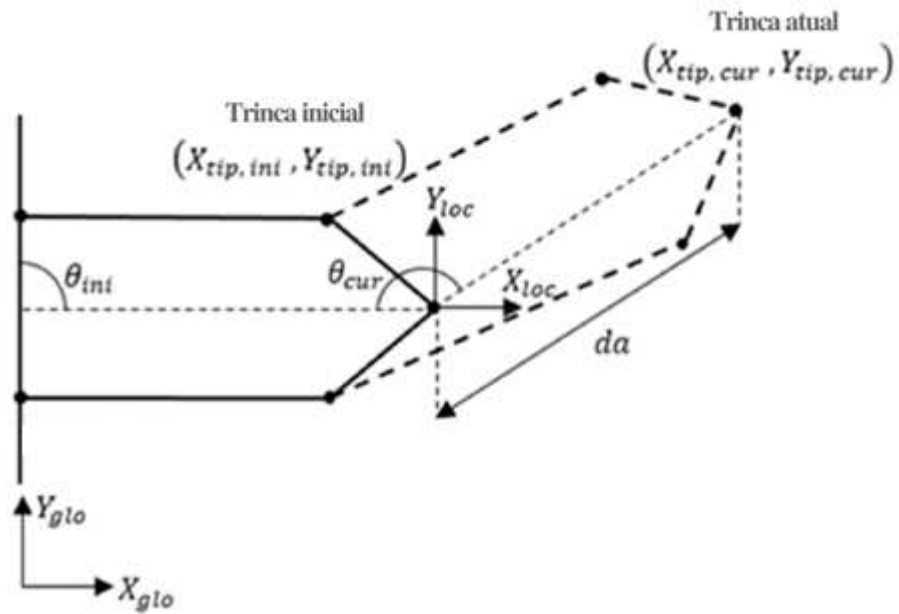


Figura 4-5– Diagrama de previsão da trajetória da trinca. (Modificado de JENSEN, 2015).

O comando **DO* foi utilizado para realizar o loop com n passos, onde o critério de parada é o número de ciclos pré-definidos. O comando **VWRITE* foi utilizado para imprimir os valores dos fatores de intensidade de tensão (FIT) calculados para cada incremento de trinca.

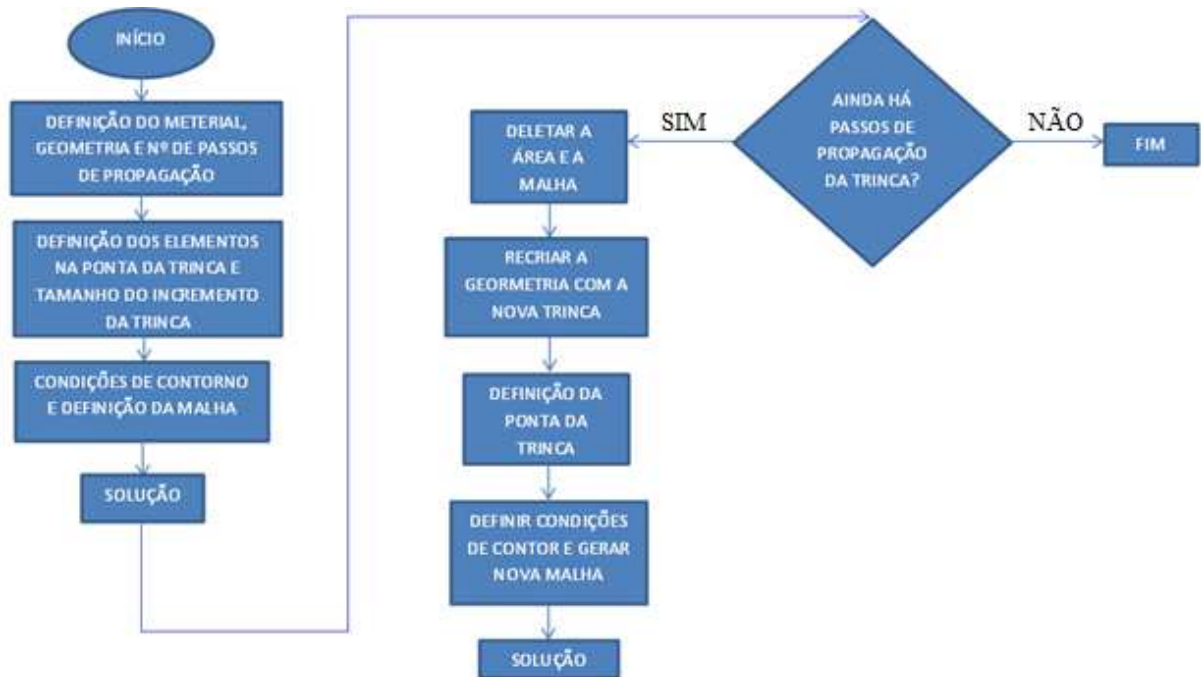


Figura 4-6– Fluxograma do programa para propagação da trinca.

A figura 4-6 mostra o fluxograma do programa feito no ANSYS para a previsão da propagação da trinca.

4.3 ESTUDO DE CONVERGÊNCIA DE MALHA

Para a criação da malha dos modelos numéricos gerados para esta dissertação foi necessário fazer um estudo de convergência de malha de modo a garantir que a melhor malha fosse escolhida para as necessidades de precisão e tempo de convergência dos modelos.

Abaixo segue a figura 4-7 que exhibe o estudo de convergência de malha para o caso de uma placa com entalhe elíptico central arquivo *Rotina_Placa_furoelíptico.TXT* (APÊNDICE D).

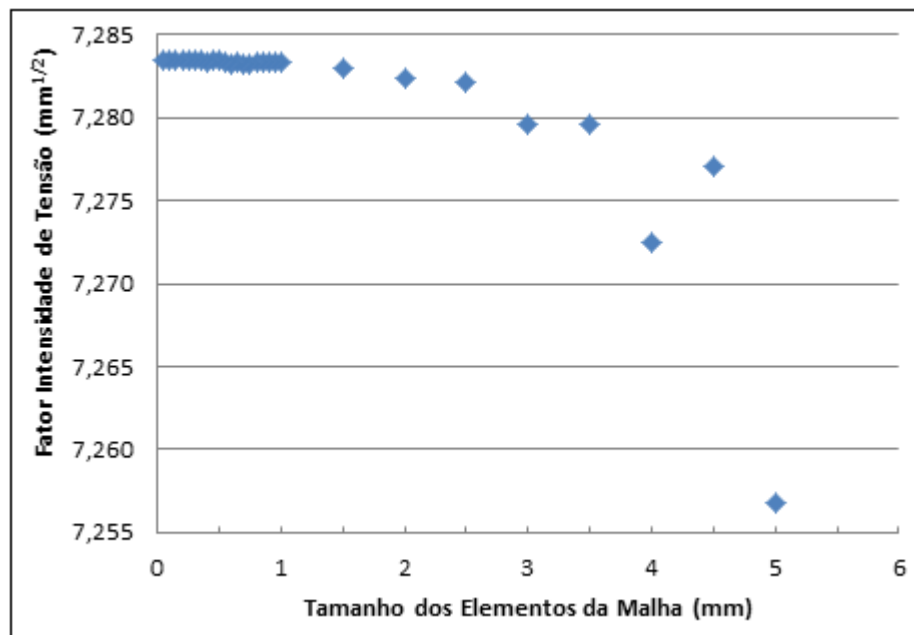


Figura 4-7- Estudo de Convergência de Malha.

Da figura 4-7 é possível inferir que o fator intensidade de tensão apresenta boa convergência para tamanho de elemento de malha abaixo de 1 mm. Desta forma, para todos os modelos numéricos desenvolvidos e apresentados nesta dissertação os valores de tamanho de elemento de malha encontram-se entre 0,5 mm e 0,25 mm com o intuito de se obter a melhor precisão nos resultados.

5. RESULTADOS

5.1 ASPECTOS GERAIS

O objetivo desta dissertação é a investigação do efeito da variação da razão de aspecto na propagação de trincas em furos elíptico, contudo, antes foi preciso fazer algumas validações com a intenção de calibrar o modelo numérico do caso principal em estudo. A primeira delas diz respeito à modelagem e simulação de uma placa com duas trincas simétricas emanando de um entalhe elíptico central. Depois fez-se a validação para o exemplo de uma placa com apenas uma trinca central. Então fez-se a validação para o caso de uma placa com uma trinca central submetida à tração CCT (*Center Cracked Tension*) com dois furos simétricos em relação ao eixo y de modo a gerar as tensões cisalhantes capazes de curvar a trajetória da trinca. Para só então realizar a simulação para o caso em estudo nesta dissertação, qual seja, um CCT com um furo elíptico no centro do espécime e duas trincas simétricas emanando do mesmo. A seguir segue o estudo detalhado de cada um desses casos. Todas as simulações desta dissertação foram feitas utilizando a linguagem APDL (*Ansys Parametric Design Language*) do software de elementos finitos ANSYS.

5.2 CASO DE UMA PLACA COM UM FURO ELÍPTICO CENTRAL

O presente caso tem como objetivo apenas a calibração do modelo principal, para tanto utilizou-se o estudo apresentado no artigo feito por (WEISSGRAEBER,2016) para desenvolver o modelo numérico *Rotina_Placa_furoelíptico.TXT* (APÊNDICE D). No artigo supracitado, (WEISSGRAEBER, 2016) objetivou comprovar a validade, por meio de modelagem numérica através de MEF (Método dos Elementos Finitos), da fórmula analítica, fórmula (43) abaixo, desenvolvida por este, utilizada para o cálculo do fator intensidade de tensão (K_I) em modo de abertura (Modo I) de trincas simétricas emanando de um furo elíptico no centro de uma placa. (WEISSGRAEBER, 2016) alega que sua fórmula propõe um fator intensidade de tensão melhorado, que abrange além dos casos de trincas curtas emanando de furos elípticos, os casos de trincas longas. Assim, uma comparação entre esta fórmula e a fórmula desenvolvida por Lukás, fórmula (44) abaixo, muito utilizada para os casos de trincas curtas emanando de elipses, foi realizada. As figuras contendo este comparativo entre as

fórmulas (43), (44) e o modelo numérico feito por (WEISSGRAEBER, 2016) para comprovar o desempenho de sua fórmula se encontram exibidos logo abaixo. Bem como as figuras resultantes do modelo numérico criado para esta dissertação para calibração do caso principal e validação do caso acima citado. Para as suas simulações (WEISSGRAEBER, 2016) utilizou o software de elementos finitos ABAQUS. Sendo \widehat{K}_I o fator intensidade de tensão K_I desconsiderada a tensão usada, a e b o eixo maior e menor da elipse respectivamente e Δa o tamanho do incremento da trinca.

$$\widehat{K}_I = \frac{K_I}{\sigma_\infty} = \frac{1.122\left(1+2\frac{a}{b}\right)}{\sqrt{1+5.04\frac{\Delta a}{b^2}\left(\frac{a}{a+\Delta a}\right)^{1-\tanh\left(\frac{3b}{2\Delta a}\right)}}}\sqrt{\pi\Delta a} \quad (43)$$

$$\widehat{K}_I = \frac{K_I}{\sigma_\infty} = \frac{1.122\left(1+2\frac{a}{b}\right)}{\sqrt{1+4.5\frac{\Delta a}{b^2}}}\sqrt{\pi\Delta a} \quad (44)$$

Para as simulações realizadas neste caso, o modelo de uma placa com um furo elíptico central foi feito utilizando o ANSYS. Nas simulações o material utilizado foi um aço de alto carbono com módulo de Young $E = 2.1 \times 10^5 \text{ MPa}$ e coeficiente de Poisson = 0,3. O modelo foi submetido à tração com uma tensão remota $S_g = 200 \text{ Mpa}$. Devido à simetria apenas um quarto (1/4) da placa foi necessário modelar como exibido na figura 5-1 abaixo. Desta forma, os deslocamentos normais ($u_2 = 0$ e $u_1 = 0$) foram impedidos nos eixos de simetria ($y = 0$ e $x = 0$). As dimensões externas do modelo são largura $W = 200 \text{ mm}$ e altura $H = 300 \text{ mm}$.

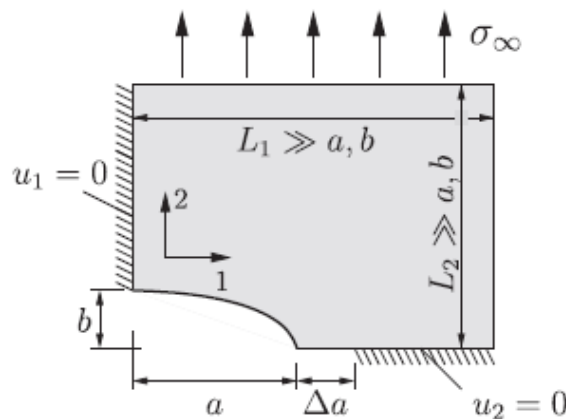
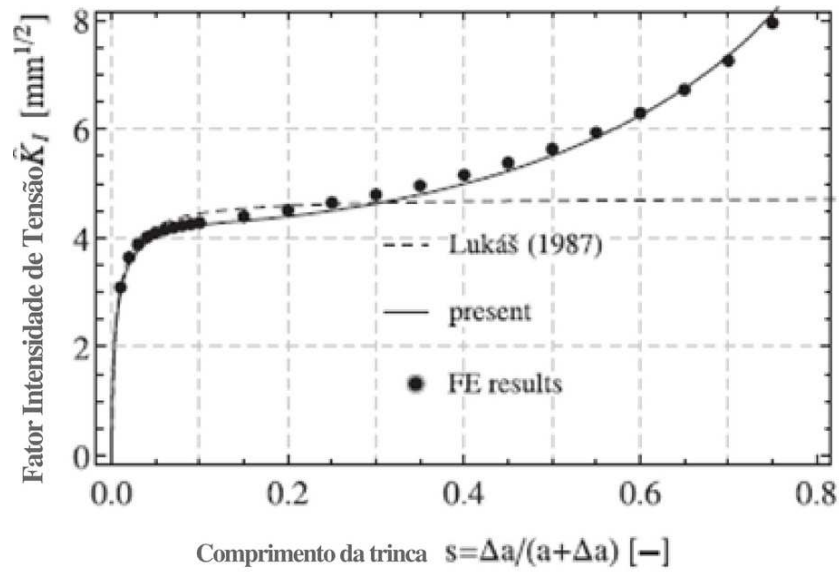


Figura 5-1- Modelo para o cálculo do fator intensidade tensão. (WEISSGRAEBER, 2016).



(a) Variação do comprimento da trinca ($a=5\text{mm}$, $a/b=4$).

Figura 5-2 – Fator intensidade de tensão em função do comprimento relativo da trinca s . (Modificado de WEISSGRAEBER, 2016).

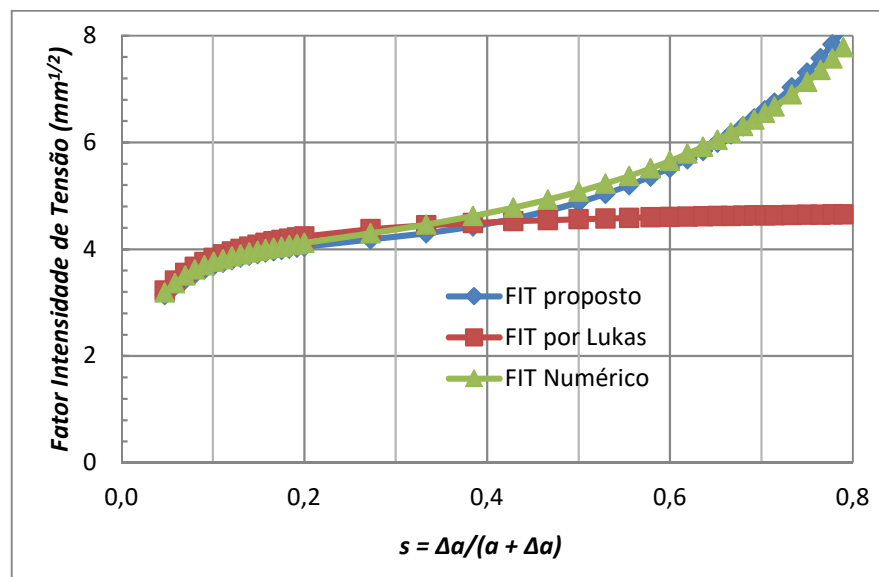
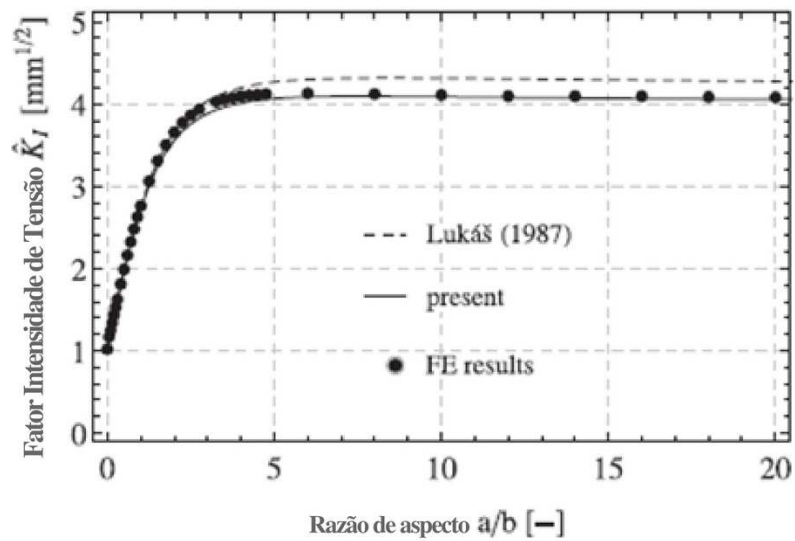


Figura 5-3 – Fator intensidade de tensão em função do comprimento relativo da trinca s para ($a=5\text{ mm}$, $a/b=4$).

As figuras 5-2 (WEISSGRAEBER, 2016) e 5-3 (AUTOR) apresentam o caso do fator intensidade de tensão (FIT) em função do tamanho relativo da trinca s . Ao fixar-se o semieixo maior da elipse a em 5 mm e a razão de aspecto a/b em 4 obteve-se as curvas FIT proposto (Present), obtida pelo uso da fórmula proposta por (WEISSGRAEBER, 2016), FIT Lukás (Lukás), obtida pelo uso da fórmula de Lukás, e FIT Numérico (FE results), obtida pela simulação realizada para esta dissertação. É possível notar que para trincas curtas até 0,4 mm

as três curvas mostram um bom ajuste, mas à medida que as trincas aumentam de tamanho apenas as curvas do FIT proposto (Present) e o FIT Numérico (FE results) mostram ajuste. Para este caso a diferença relativa percentual máxima entre o FIT Proposto e o FIT Numérico é de 3,39%. Já para o FIT Numérico e o FIT Lukás essa diferença é de 86,30% para o caso em que a trinca é mais longa. Ou seja, quanto maior é a trinca, maior é a diferença relativa percentual para este caso.



(b) Variação da razão de aspecto da elipse para trincas curtas (a=5mm, s=0.05)

Figura 5-4– Fator intensidade de tensão em função da relação a/b para trincas curtas. (Modificado de WEISSGRAEBER, 2016).

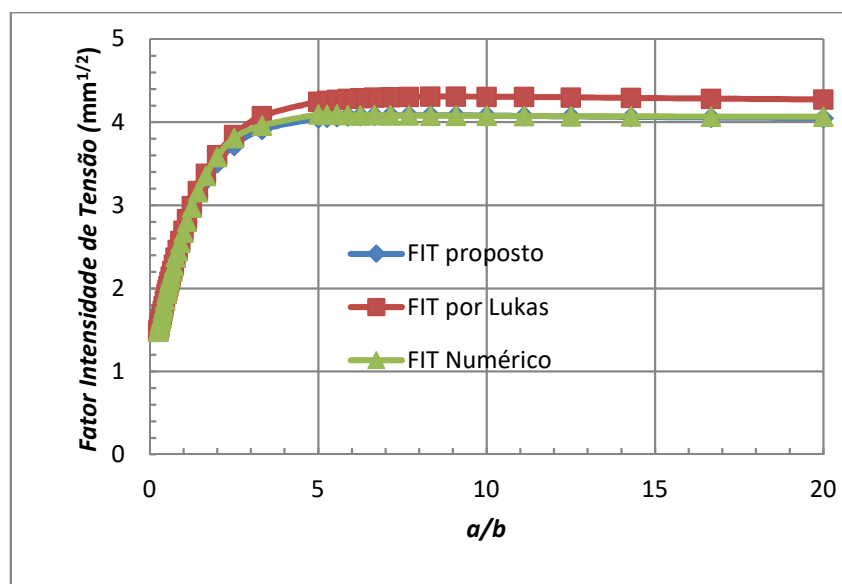
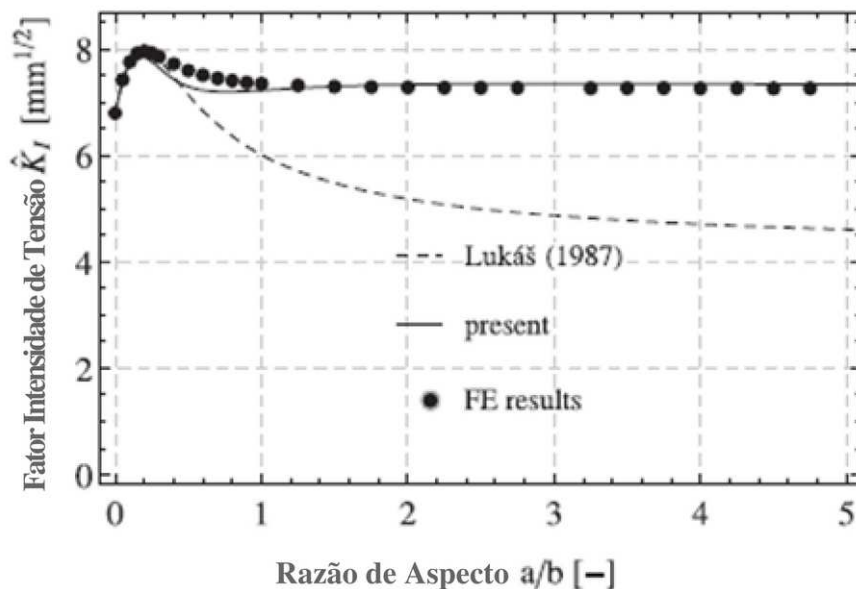


Figura 5-5 – Fator intensidade de tensão em função da relação a/b para trincas curtas para ($a=5$ mm, $s=0,05$).

As figuras 5-4 (WEISSGRAEBER, 2016) e 5-5 (AUTOR) apresentam o caso do fator intensidade de tensão (FIT) em função da razão de aspecto a/b . Ao fixar-se o semieixo maior da elipse a em 5 mm e o tamanho relativo da trinca s em 0,05 obteve-se as curvas FIT proposto (Present), obtida pelo uso da fórmula proposta por (WEISSGRAEBER, 2016), FIT Lukás (Lukás), obtida pelo uso da fórmula de Lukás, e FIT Numérico (FE results), obtida pela simulação realizada para esta dissertação. É possível notar que para trincas curtas as três curvas mostram um bom ajuste, mas ainda assim as curvas do FIT proposto (Present) e o FIT Numérico (FE results) mostram um melhor ajuste. Para este caso a diferença relativa percentual máxima entre o FIT proposto e o FIT Numérico é de 2,5%. Essa diferença máxima acontece no ponto de transição antes das curvas se tornam praticamente constantes em função de do eixo x. Já para o caso dessa diferença entre o FIT Lukás e o FIT Numérico seu valor máximo é de 5,33% e ela tende a diminuir à medida que a razão de aspecto também diminui.



(c) Variação da razão de aspecto da elipse para trincas longas ($a=5\text{mm}$, $s=0.7$).

Figura 5-6 – Fator intensidade de tensão em função da relação a/b para trincas longas. (Modificado de WEISSGRAEBER, 2016).

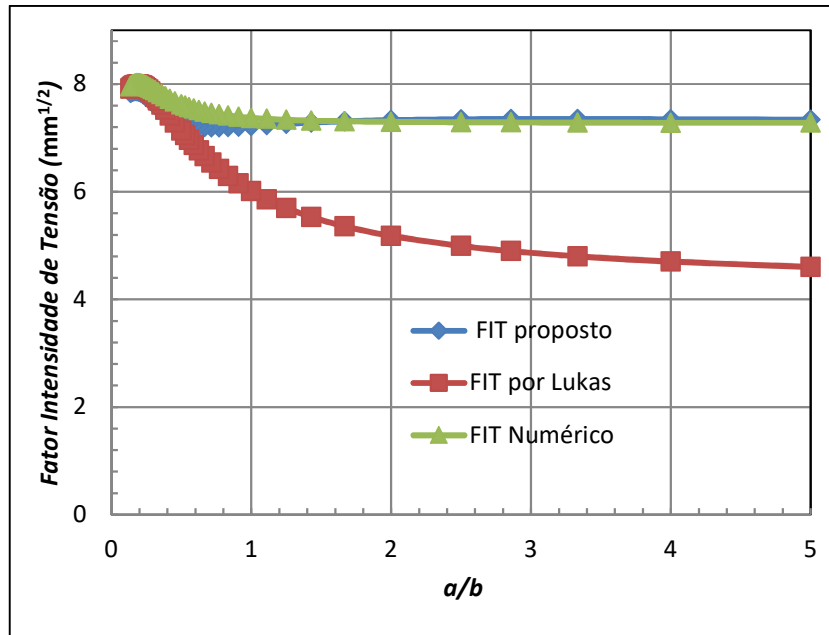


Figura 5-7 – Fator intensidade de tensão em função da relação a/b para trincas longas para ($a=5$ mm, $s=0,7$).

As figuras 5-6 (WEISSGRAEBER, 2016) e 5-7 (AUTOR) apresentam o caso do fator intensidade de tensão (FIT) em função da razão de aspecto a/b . Ao fixar-se o semieixo maior da elipse a em 5 mm e o tamanho relativo da trinca s em 0,7 plotou-se as curvas FIT proposto (Present), obtida pelo uso da fórmula proposta por (WEISSGRAEBER, 2016), FIT Lukás (Lukás), obtida pelo uso da fórmula de Lukás, e FIT Numérico (FE results), obtida pela simulação realizada para esta dissertação. É possível notar que para trincas longas as três curvas mostram algum ajuste para uma razão de aspecto a/b pequena, mas à medida que a a/b aumenta, apenas as curvas do FIT proposto (Present) e o FIT numérico (FE results) mostram um ajuste. Para este caso a diferença relativa percentual máxima entre o FIT proposto e o FIT Numérico é de 4,57%. Já para o caso dessa diferença entre o FIT Lukás e o FIT Numérico seu valor máximo é de 58,21% e ela ocorre onde a razão de aspecto a/b é máxima e tende a diminuir a medida que a razão de aspecto também diminui.

Das figuras acima é possível notar que a fórmula proposta por (WEISSGRAEBER, 2016) abrange não somente os casos para trincas curtas emanando de furos elípticos como também de trincas longas para diversas razões de a/b . Tal sendo comprovado pela concordância entre o modelo numérico feito para esta dissertação (FIT Numérico) e a fórmula proposta (43) (FIT proposto). A fórmula de Lukás (44) (FIT Lukás) mostra boa concordância tanto para o modelo numérico quanto para a fórmula proposta (43) (FIT proposto) apenas para

trincas curtas, quando as trincas aumentam de comprimento as discrepâncias se tornam patentes.

5.3 CASO DE UMA PLACA COM UMA TRINCA CENTRAL

Também com o intuito de calibrar o modelo do caso principal a ser estudado nesta dissertação modelou-se uma placa com uma trinca central arquivo *Rotina_Placa_trincacentral.TXT* (APÊNDICE C). Tal exemplo possui um comportamento já conhecido na literatura. O material usado para o modelo foi um aço de alto carbono com as seguintes características: $E = 2.1 \times 10^5 \text{ MPa}$ e $\nu = 0.3$. Devido à simetria apenas metade (1/2) da placa foi modelado. As dimensões externas do modelo são largura $W = 20 \text{ mm}$ e altura $H = 120 \text{ mm}$. O modelo foi submetido à tração com uma tensão remota $S_g = 3 \text{ MPa}$. A figura 5-9 abaixo exibe o fator de forma F em função de $\alpha = a/b$ (sendo a metade do tamanho da trinca e b a distância entre a trinca e a borda da placa). Para o cálculo do fator de forma F utilizou-se a fórmula (45) abaixo presente em (DOWLING, 2007) para qualquer valor de ($\alpha = a/b$) e para ($h/b \geq 1.5$) (sendo h a distância entre a trinca e uma de suas extremidades e b a distância entre a trinca e a borda da placa), como ilustrado pela figura 5-8 abaixo:

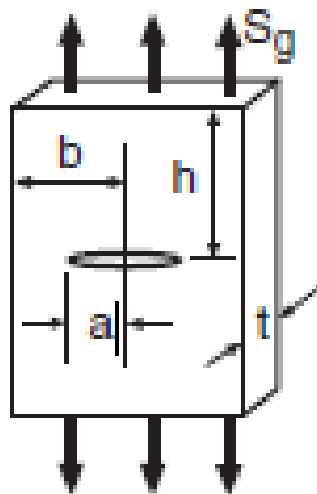


Figura 5-8 - Medidas de uma placa com trinca central. (DOWLING, 2007).

$$F = \frac{1 - 0.5\alpha + 0.326\alpha^2}{\sqrt{1-\alpha}} \quad (45)$$

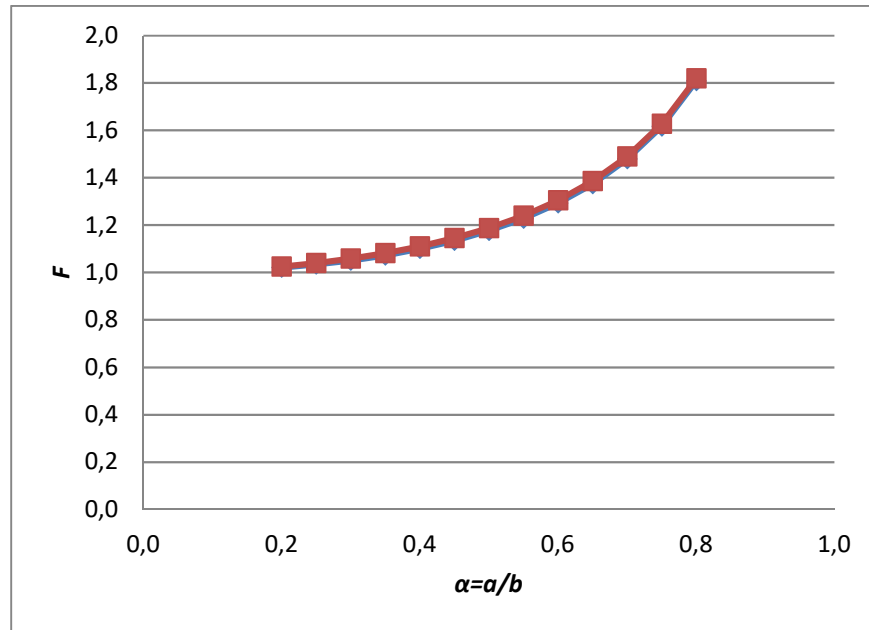


Figura 5-9 - Fator de forma numérico (vermelho) e fator de forma analítico (azul) para o caso de uma trinca central em função de α .

Da figura 5-9 é possível inferir que para o presente caso os valores obtidos pela fórmula (45) (azul) e os valores obtidos numericamente para esta dissertação (vermelho) são quase idênticos. Para este caso a diferença relativa percentual máxima é de 0,98%, mostrando a robustez do modelo numérico apresentado.

5.4 CASO DE UM ESPÉCIME CCT MODIFICADO COM DOIS FUROS

Nesta etapa realizou-se a comparação entre os dados extraídos do modelo feito para esta dissertação arquivo *Rotina_CCT_modificado.TXT* (APÊNDICE B) e os dados obtidos por (STANISLAV, 2008) com o intuito de validar aquele. Para tal se observou os parâmetros estipulados no artigo tanto para o tipo de material quanto para a geometria utilizada. Assim, um problema de fratura sob modo misto de carregamento para uma placa com uma trinca central com dois furos foi estudado figura 5-10 abaixo. O material usado para o modelo foi um aço de alto carbono com as seguintes características: módulo de Young $E = 2.1 \times 10^5 \text{ MPa}$ e coeficiente de Poisson $\nu = 0.3$. O modelo foi submetido à tração com uma tensão remota $S_g = 3 \text{ Mpa}$. Devido à simetria apenas metade (1/2) da placa em relação ao eixo y foi modelado. As dimensões externas do modelo são largura $W = 20 \text{ mm}$ e altura $H = 240 \text{ mm}$.

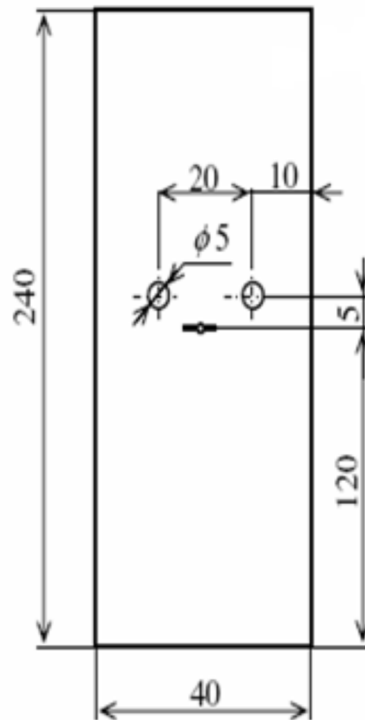


Figura 5-10 - Espécime CCT modificado com furos. (STANISLAV, 2008).

Nas figuras abaixo são mostradas as relações entre os fatores intensidade de tensão K_I e K_{II} e o comprimento da trinca a para ambas as simulações, tanto a realizada por (STANISLAV, 2008) figura 5-11 quanto para esta dissertação, figura 5-12. Nas figuras 5-11 e 5-12 utilizou-se os valores absolutos de K_I e K_{II} .

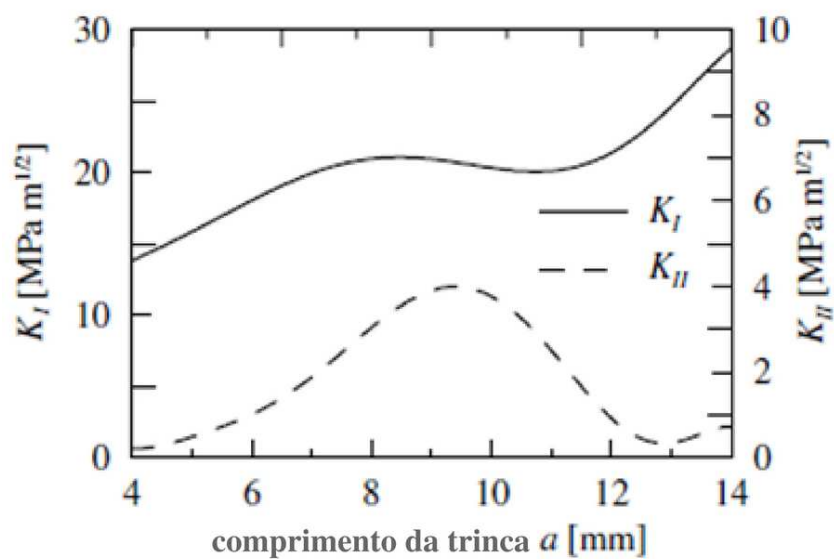


Figura 5-11 – Relação entre K_I e K_{II} e o comprimento da trinca a . (Modificado de STANISLAV, 2008).

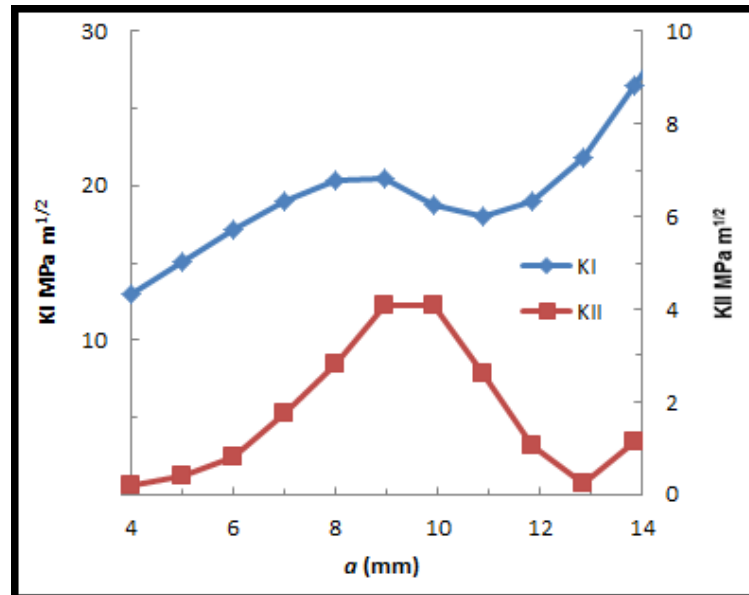


Figura 5-12 – Relação entre K_I e K_{II} e o comprimento da trinca a .

É possível notar das figuras acima uma boa concordância entre o modelo numérico desenvolvido por (STANISLAV, 2008) e o desenvolvido para esta dissertação com o objetivo de validação deste.

Para validar a precisão e confiabilidade de seu modelo de Elementos Finitos (SOUYAH, 2012) utilizou os dados experimentais conduzidos por (STANISLAV, 2008). Uma comparação entre a trajetória realizada pela trinca nas simulações realizadas tanto para esta dissertação quanto por (SOUYAH, 2012) são exibidas abaixo.

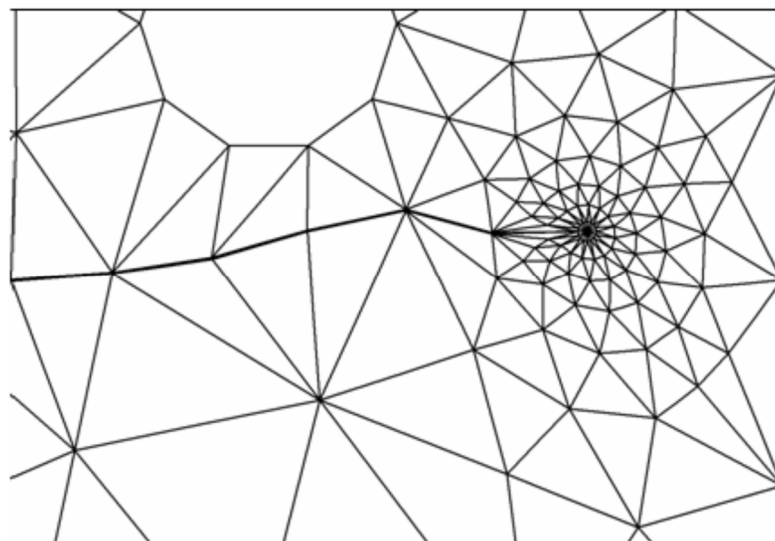


Figura 5-13 – Trajetória da trinca (SOUYAH, 2012).

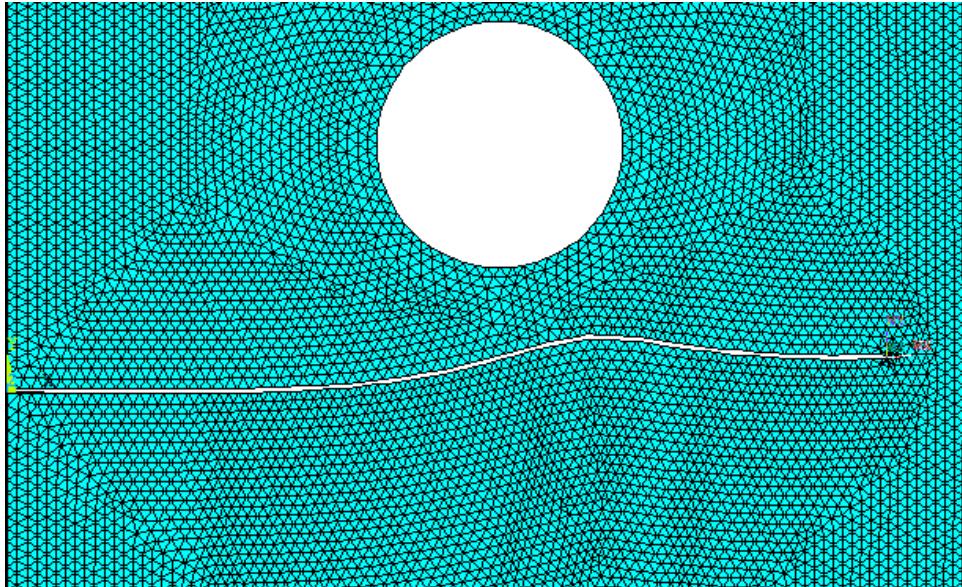


Figura 5-14 – Trajetória da trinca.

Nota-se que na vizinhança do furo a direção da trinca curva-se em consequência do modo misto de carregamento (I e II). A trinca propagou não linearmente em direção ao furo em decorrência das altas tensões geradas por este. As tensões geradas têm influência sobre a direção de propagação da trinca bem como os valores dos FIT (Fatores Intensidade de Tensão).

Na figura 5-15 abaixo a trajetória de propagação da trinca (STANISLAV, 2008) é mostrada. Os triângulos mostra a trajetória da trinca obtida experimentalmente e a linha mostra a trajetória da trinca obtida numericamente.

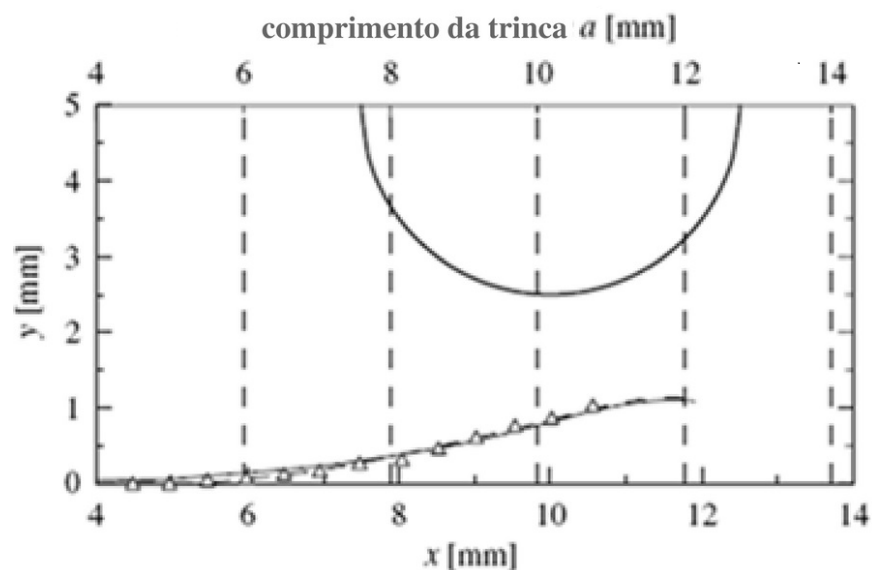


Figura 5-15 – Trajetória da trinca. Os triângulos correspondem ao caminho da trinca obtido experimentalmente. A linha cheia corresponde ao caminho da trinca obtido numericamente. (Modificado de STANISLAV, 2008).

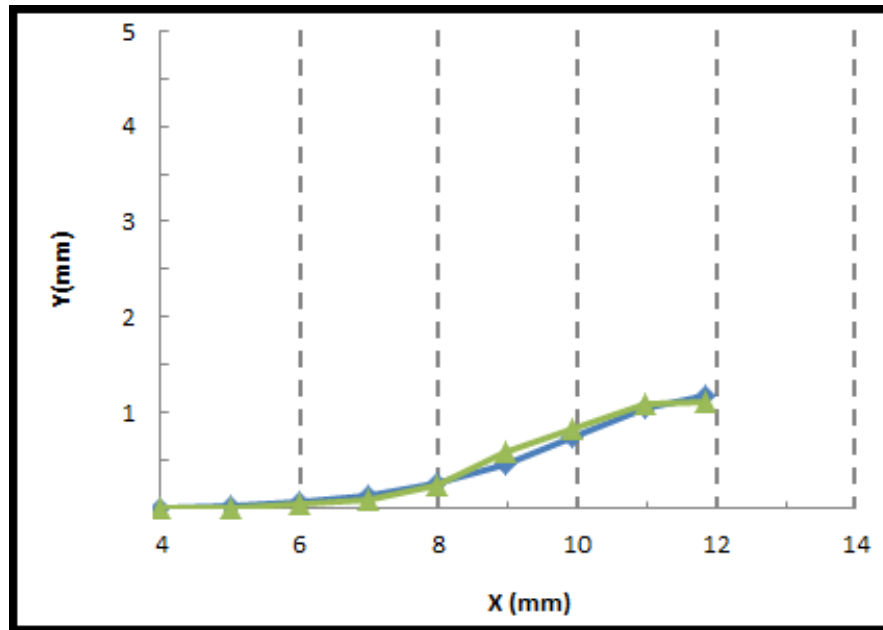


Figura 5-16 - Comparação entre as trajetórias da trinca.

Da figura 5-16 acima é possível inferir uma boa concordância entre a trajetória da trinca obtida experimentalmente por (STANISLAV, 2008) (verde) e a obtida numericamente para esta dissertação (azul).

5.5 EFEITO DA RAZÃO DE ASPECTO SOBRE A PROPAGAÇÃO DE TRINCAS EM FUROS ELÍPTICOS

Aqui, para o caso principal em estudo, obtiveram-se os fatores intensidade de tensão para modo misto de carregamento K_I e K_{II} para um espécime CCT (*Center Cracked Tension*) modificado com dois furos simétricos em relação ao eixo y e um furo elíptico central com duas trincas simétricas emanando deste: arquivo *Rotina_CCT_ellipse.TXT* (APÊNDICE A) como mostrado na figura 5-17 abaixo. O material usado para o modelo foi um aço de alto carbono com os seguintes parâmetros: o módulo de Young $E = 2.1 \times 10^5 \text{ MPa}$ e coeficiente de Poisson $\nu = 0.3$. O modelo foi submetido à tração com uma tensão remota $S_g = 3 \text{ MPa}$. Devido à simetria apenas metade (1/2) da placa foi modelado. As dimensões externas do modelo são largura $W = 20 \text{ mm}$ e altura $H = 240 \text{ mm}$. Nas figuras 5-18 a 5-25 utilizou-se os valores absolutos de K_I e K_{II} .

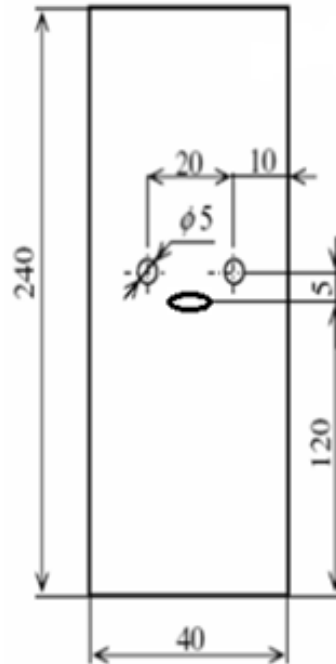


Figura 5-17 – Espécime CCT modificado com um furo elíptico central. (Modificado de STANISLAV, 2008)

Abaixo estão as figuras 5-18 a 5-25. Para todas as simulações fixou-se o valor do semieixo maior da elipse a em 3 mm e variou-se apenas o valor do semieixo menor b com valores entre 1/6 mm e 12 mm de modo a obter-se diferentes valores da razão de aspecto a/b . Para a/b igual a 1/6 mm como mostrado na figura 5-18 abaixo tem-se a elipse semelhante a uma trinca. Contudo, à medida que b aumenta e a razão de aspecto diminui, a elipse aumenta de tamanho em relação ao eixo y .

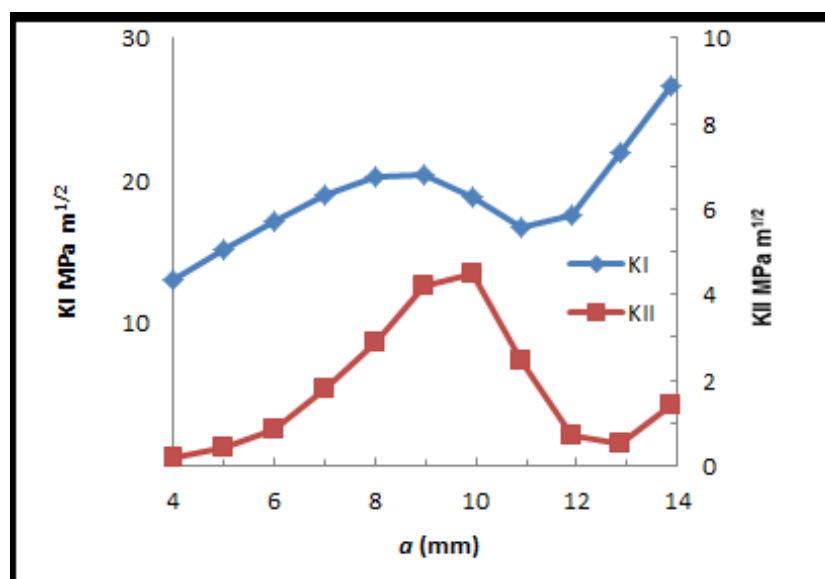


Figura 5-18 - K_I e K_{II} em função do comprimento da trinca a para razão $a/b=3/1$ (1/6).

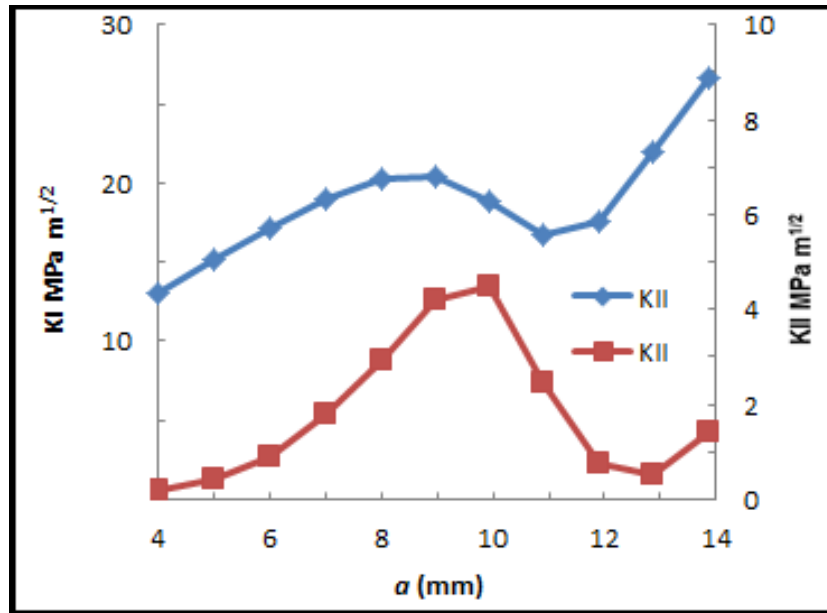


Figura 5-19 – K_I e K_{II} em função do comprimento da trinca a para razão $a/b=3/1/3$ (1/3).

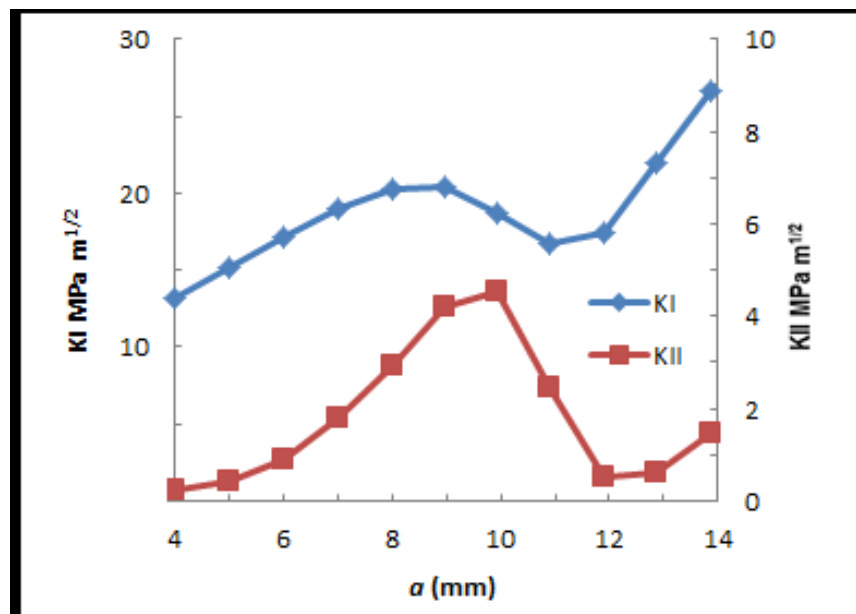


Figura 5-20 – K_I e K_{II} em função do comprimento da trinca a para razão $a/b=3/1/2$.

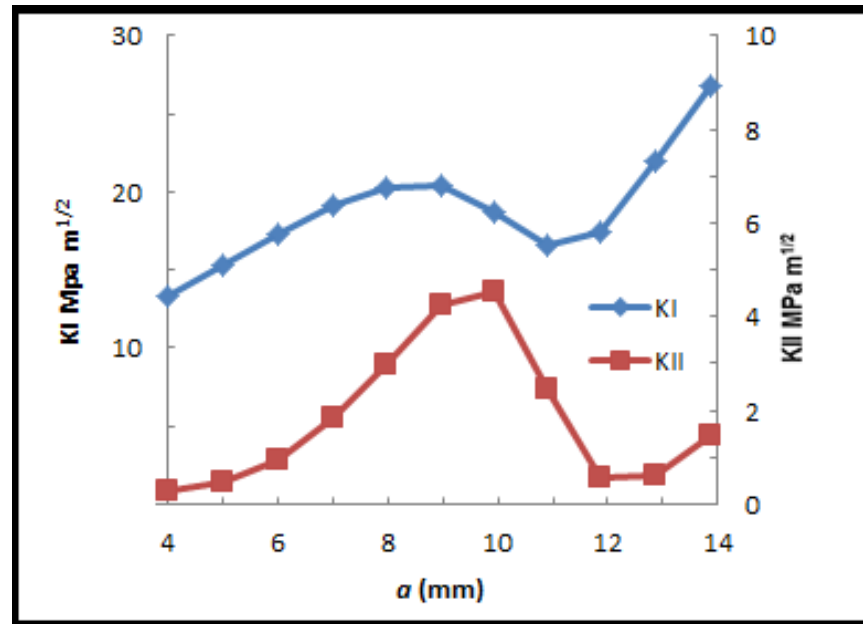


Figura 5-21 – K_I e K_{II} em função do comprimento da trinca a para razão $a/b=3/1$.

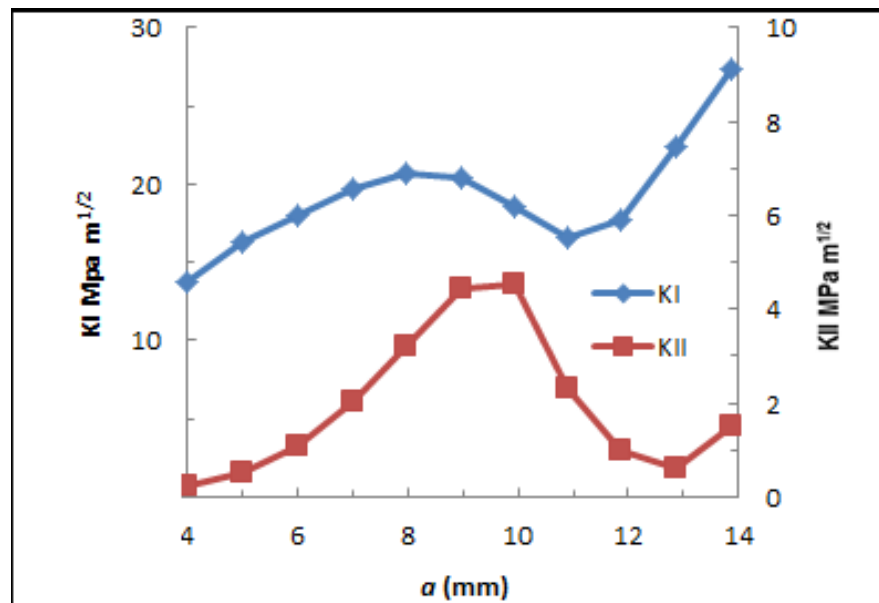


Figura 5-22 -- K_I e K_{II} em função do comprimento da trinca a para razão $a/b=3/3$.

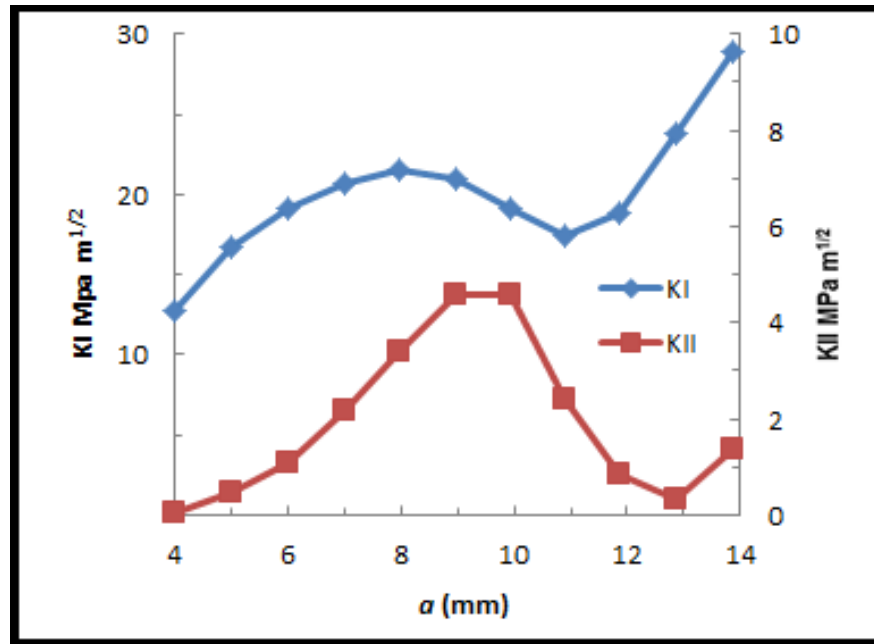


Figura 5-23 – K_I e K_{II} em função do comprimento da trinca a para razão $a/b=3/6$.

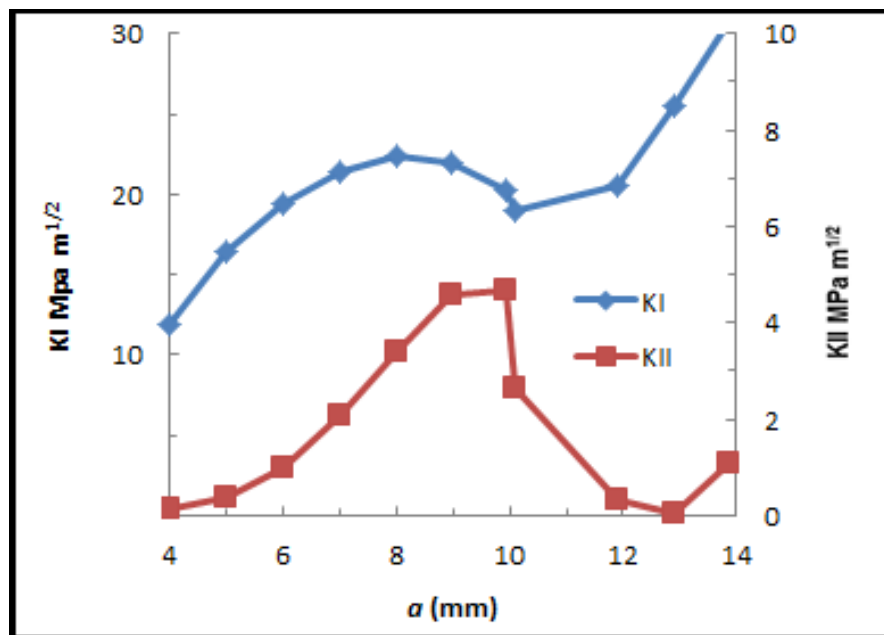


Figura 5-24 – K_I e K_{II} em função do comprimento da trinca a para razão $a/b=3/9$.

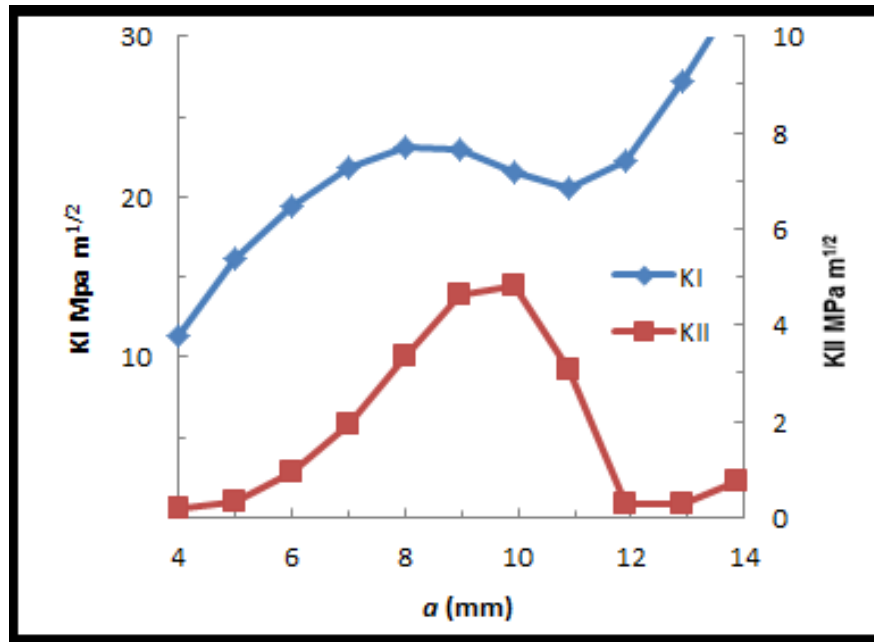


Figura 5-25 – K_I e K_{II} em função do comprimento da trinca a para razão $a/b=3/12$.

Através das figuras 5-18 a 5-25 apresentadas acima é possível inferir que quase não há diferenças significativas entre estas à medida que variamos a razão de aspecto, ao variarmos os valores do eixo menor da elipse b . As figuras que exibiram alguma diferença em relação às demais foram as duas com a menor razão de aspecto a/b dentre as mostradas, ou seja, com o maior tamanho da elipse na direção do eixo y . As figuras com as trajetórias das trincas obtidas numericamente para cada caso aqui apresentado podem ser vistas no APÊNDICE E.

5.6 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

O presente trabalho teve como objetivo principal investigar o efeito da variação da razão de aspecto a/b na propagação de trincas em furos elípticos. Para tal fim, uma rotina em linguagem APDL (*Ansys Parametric Design Language*) foi desenvolvida no programa de elementos finito ANSYS. Obtendo-se os fatores intensidade de tensão K_I e K_{II} em modo misto de carregamento para uma placa submetida à tração CCT (*Center Cracked Tension*) modificada com dois furos simétricos em relação ao eixo y e com um furo elíptico com duas trincas simétricas emanando do mesmo. Os furos no CCT têm como intento gerar um campo de tensões forte o bastante para induzir uma curvatura na trajetória da trinca. Contudo, por se tratar de um trabalho puramente numérico foi necessário antes fazer verificação e validação do modelo principal. Assim, a modelagem numérica de uma placa com um entalhe elíptico

presente em (WEISSGRAEBER, 2016) foi feita, bem como a de uma placa com uma trinca central, exemplo este já bem conhecido e presente na literatura. Outro caso foi o de um CCT modificado com dois furos simétricos em relação à trinca central feito por (STANISLAV, 2008). Só após todas estas validações é que foi possível fazer a simulação para o caso citado no início desta seção com mais segurança. Na seção 5.5 estão as figuras com os valores de K_I e K_{II} em função do comprimento da trinca a em modo misto de carregamento para o espécime em estudo e diferentes valores da razão de aspecto a/b do furo elíptico. Assim, para as simulações fixou-se o valor do semieixo maior da elipse a em 3 mm e variou-se o valor do semieixo menor da elipse b com valores entre 1/9 mm e 12 mm. Através das figuras apresentadas na seção 5.5 é possível notar que quase não há diferenças significativas entre estas à medida que variamos a razão de aspecto a/b , ao variarmos os valores do eixo menor da elipse b . Isto se nota mais claramente para os casos em a razão de aspecto a/b é maior do que 1, ou seja, $b < a$, em que a elipse pode se assemelha a uma trinca. Já as figuras que exibiram alguma diferença foram as duas com a menor razão de aspecto a/b entre as estudadas; aquelas de maior tamanho da elipse na direção do eixo y .

6. CONCLUSÃO

Para o caso investigado, de uma placa submetida à tração CCT (*Center Cracked Tension*) modificada com dois furos simétricos em relação ao eixo y e com um furo elíptico com duas trincas simétricas emanando do mesmo, baseando-se nos resultados obtidos das simulações realizadas, chegou-se à conclusão de que a variação da razão de aspecto a/b , ao fixar-se o eixo maior da elipse a e variar-se apenas o eixo menor da elipse b , demonstrou ter pouco, para os casos em que $a/b < 1$, ou nenhum, para os casos em que $a/b > 1$, efeito sobre K_I e K_{II} em função do comprimento da trinca a e, portanto, sobre a propagação da trinca em furos elípticos.

7. SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS

A partir do trabalho aqui desenvolvido outras questões foram surgindo e por diferentes razões não puderam ser abordadas. Desta forma, nesta seção sugere-se para trabalhos futuros o seguinte:

- Fazer a parte experimental para o caso de uma placa submetida à tração do tipo CCT (*Center Cracked Tension*) modificado com dois furos em relação ao eixo y e um furo elíptico central com trincas simétricas emanando do mesmo para diversos valores da razão de aspecto do furo elíptico.
- Investigar o efeito da variação da razão de aspecto do furo elíptico para diferentes valores do semieixo maior a . Aprofundando o objeto de estudo desta dissertação.

8. REFERÊNCIAS

- ANDERSON, T. L. (2005). *Fracture Mechanics – Fundamental and Applications*. 3rd edition, CRC Press Publishes.
- ARAÚJO, T., Bittencourt, T., Roehl, D., Martha, L. Numerical estimation of fracture parameters in elastic and elastic-plastic analysis, European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering, 11-14 September. Barcelona (2000).
- BROEK, D. (1982). *Elementary Engineering Fracture Mechanics*. 3rd ed., Martinus Nijhoff Publishers.
- BUDYNAS, R. G. (1977) *Advanced Strength and Applied Stress Analysis*. McGraw-Hill.
- CARVALHO, E. A. (1992) *Determinação de Fatores de Intensificação e Concentração de Tensões para Entalhes do Tipo "V"*. Dissertação, Brasil: PUC-RJ.
- DOWLING, N. E. (2007). *Mechanical Behavior of Material – Engineering Methods for Deformation, Fracture, and Fatigue*. 3rd ed. New Jersey, Pearson Prentice Hall.
- DHARAN, C.K.H.; Kang, B.S.; Finnie, I (2016). *Finnie's Notes on Fracture Mechanics: Fundamental and Practical Lessons*. Springer Science + Business Media New York.
- DURELLI, A. J; et al. (1981). *Mechanics of Fracture 7 - Experimental evaluation of stress concentration and intensity factors*. Volume 7. Martinus Nijhoff Publishers The Hague / Boston / London.
- ELBER, W. (1971). *The Significance of Fatigue Crack Closure, Damage Tolerance in Aircraft Structures*, ASTM STP 486, American Society of Testing and Materials, pp. 230-247: Philadelphia.
- ERDOGAN, F. (2000). *Fracture Mechanics*. *International Journal of Solids and Structures* 37 p. 171-183.
- FORMAN, R. G. et al. (1967). *Numerical Analysis of Crack Propagation in Cyclic-Loaded Structures*. *ASME Trans. J. Basic Engineering* 89D, p.459.
- GRIFFITH, A.A. (1920). “The Phenomena of Rupture and Flow in Solids.” *Philosophical Transactions*, Series A, Vol. 221, pp. 163–198.
- HERTZBERG, R.W. (1996). *Deformation and Fracture Mechanics of Engineering Materials*. 4th ed., p. 262, John Wiley and Sons, Inc. (Orig. source: Earl R. Parker, "Behavior of Engineering Structures", Nat. Acad. Sci., Nat. Res. Council, John Wiley and Sons, Inc., NY, 1957).
- INGLIS, C.E. (1913). “Stresses in a Plate Due to the Presence of Cracks and Sharp Corners”. *Transactions of the Institute of Naval Architects*, Vol. 55, 1913, pp. 219–241.

- IRWIN, G.R. (1961) “Plastic Zone Near a Crack and Fracture Toughness.” *Sagamore Research Conference Proceedings*, Vol. 4, Syracuse University Research Institute, Syracuse, NY, pp. IV–63.
- JANSSEN, M.; Zuidema, J.; Wanhill, R (2004). *Fracture Mechanics*. 2nd ed. Spon Press.
- JENSEN, Bo Ernst Westergren (2015). *Numerical Analysis of Crack Propagation and Lifetime Estimation*. Tese de Mestrado, Dinamarca: Aalborg University Esbjerg.
- KANNINEN, M. F.; Popelar, C. H. (1985). *Advanced Fracture Mechanics*. Nova York, Oxford University Press, Inc.
- KUNA, Meinhard (2013). *Finite Elements in Fracture Mechanics. Theory-Numerics-Applications*. 1ª ed. Springer Science+Business Media Dordrecht, 447 p.
- LANDES, John D.; McCabe, Donald E.; Boulet, J. A. M (1994). *Fracture Mechanics: Twenty-Fourth Volume*. ASTM. STP 1207. Pag. 778.
- MAITI, S. K. (2015). *Fracture mechanics: fundamentals and applications*. 1st ed. Cambridge University Press.
- MADENCI, Erdogan; Guven, Ibrahim (2015). *The Finite Element Method and Applications in Engineering Using ANSYS*. 2ª ed. Springer International Publishing, 657 p.
- MANDAI, J. T. (2010). *Determinação dos Parâmetros Para Crescimento de Trinca em Ligas Metálicas: Modelagem e Experimentação*. Dissertação de Mestrado em Ciências Mecânicas - Universidade de Brasília. DF, p. 158.
- RIGONATTO, Marcelo. "Elipse"; Brasil Escola. Disponível em <<https://brasilecola.uol.com.br/matematica/elipse.htm>>. Acesso em 04 de agosto de 2018.
- MOAVENI, Saeed (1999). *Finite Element Analysis: Theory and Application with ANSYS*. 2ª ed. Prentice Hall, 527 p.
- PARIS, P. C. (1962). *The Growth of Fatigue Cracks due to Variations in Load*, Ph.D, Thesis, Lehigh University.
- PARIS, P. C.; Erdogan, F. (1963). *A Critical Analysis of Crack Propagation Laws*. *Journal of basic Engineering*, pp. 528 – 534.
- PILKEY, W. D.; Pilkey, D. F (2008). *Peterson's Stress Concentration Factors*. 3rd ed. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.
- RICE, J.R. (1968). “A Path Independent Integral and the Approximate Analysis of Strain Concentration by Notches and Cracks.” *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 35, pp. 379–386.
- SAOUMA, V. E. (2000). *Fracture Mechanics. Lecture Notes*. Dept. of Civil Environmental and Architectural Engineering, University of Colorado, Boulder, USA.

SHIH, C. F., Delorenzi H. G., German M. D. (1976). Crack Extension Modeling with Singular Quadratic Isoparametric Elements. *International Journal of Fracture*. 1,647-651.

SHIH, C. F.; Moran, B.; Nakamura, T (1986). Energy Release Rate Along a Three-Dimensional Crack. *International Journal of Fracture*, v. 30, p. 79–102.

SIH, G.S. (1972). A special theory of crack propagation. *Mechanics of fracture*, vol. I. Leiden: Noordhoff.

SIH, GC; Macdonald, B. (1974). Fracture mechanics applied to engineering problem-strain energy density fracture criterion. *Engng Draft Mech*: 361–386.

SOUIYAH, Miloud, A. Muchtar, a. K. Ariffin, Malekali, m. I. Fadhell, Basem Abu Zeid. Finite Element Model of Crack Growth under Mixed Mode Loading. *International Journal of Materials Engineering* 2012, 2(5): 67-74.

STANISLAV, Seiti; Zdene`kKne´sl (2008). Two parameter fracture mechanics: Fatigue crack behavior under mixed mode conditions. *Engineering Fracture Mechanics* 75, p. 857–865.

SWIFT, T. (1987). *Damage tolerance in pressurised fuselages*. 11th Plantema Memorial Lecture. *New Materials and Fatigue Resistant Aircraft Design* (ed. D L Simpson) pp 1 – 7. Engineering Materials Advisory Services Ltd., Warley, UK.

TADA, H., Paris, P. C., Irwin, G. R. (2000). *The Stress Analysis of Cracks Handbook*. 3rd ed., The American Society of Engineers.

TIMOSHENKO, S.P., Goodier, J.N. (1982) *Theory of Elasticity*. International Student ed., McGraw-Hill.

WEIßGRAEBER, P., et al (2016). Cracks at elliptical holes: Stress intensity factor and Finite Fracture Mechanics Solution. *European Journal of Mechanics A/Solids* 55 p. 192 e 198.

WELLS, A.A. (1961). “Unstable Crack Propagation in Metals: Cleavage and Fast Fracture.” *Proceedings of the Crack Propagation Symposium*, Vol. 1, Paper 84, Cranfield, UK.

WESTERGAARD, H.M. (1939) “Bearing Pressures and Cracks”. *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 6, pp. 49–53.

9. APÊNDICES

9.1 APÊNDICE A – CÓDIGO DA ROTINA NA LIGUAGEM APDL PARA PROPAGAÇÃO DE TRINCA EM ESPÉCIME CCT MODIFICADO COM FURO ELIPTICO CENTRAL

- *ARQUIVO Rotina_CCT_elipse.TXT*

```

!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
/PREP7
/TITLE, VALORES DE FIT PARA DIVERSAS RAZOES DE ASPECTO DA ELIPSE
/COM, ***** TRINCA 2D - UTILIZANDO ELEMENTO PLANE183 *****

! ELEMENTO TRIANGULAR PLANE183 (0 - Plane stress; 1 - Axisymmetric; 2 -Plane
strain ;3 - Plane stress with thickness input)
ET,1,PLANE183,1,,0,,,0
CASO_1 = 0
CASO_2 = 0

!PROPRIEDADES DO MATERIAL
MP,EX,1,2.1E5 !MPa
MP,PRXY,1,0.3 !SEM UNIDADE

PI = ACOS(-1) !SEM UNIDADE

!DIMENSÕES DO ESPÉCIME

W=20 !mm (LARGURA DO ESPÉCIME)
H=120 !mm (ALTURA DO ESPÉCIME)

a_1=3 !mm (EIXO MAIOR DA ELIPSE - a)
b=1 !mm (EIXO MENOR DA ELIPSE - b)

C=b/a_1

INCR=1 !mm (TAMANHO DO INCREMENTO DA TRINCA)

TIP=a_1+INCR

D_1=5 !mm (DIÂMETRO DO FURO)

S=0.1 !mm (DISTÂNCIA ENTRE AS FACES DA TRINCA)

! NÚMERO DE PASSOS DE PROPAGAÇÃO

```

```

NP = 14
! ÂNGULO DE ABERTURA DA TRINCA (GRAUS)
ALFA = 60
GAMA = (ALFA/2)*(PI/180)
HEIGHT = S*COS(GAMA)/(2*SQRT(1-(COS(GAMA)**2)))

```

```
MALHA=0.3 !mm
```

```

! VETORES
*dim,RESULTS,table,100,100
*dim,INCR_1,array,1,NP+1
*dim,INC_1,array,1,NP+1
*dim,A,array,1,NP+1
*dim,KI,array,1,NP+1
*dim,KII,array,1,NP+1

```

```
!CRIAÇÃO DOS KEYPOINTS
```

```

K,1,0,-H
K,2,W,-H
K,3,W,H
K,4,0,H
K,5,10,5
K,6,0,b
K,7,0,-b
K,8,a_1,(S/2)
K,9,a_1,(-S/2)

```

```

K,301,(TIP-(HEIGHT)),(S/2)
K,500,(TIP),(0)
K,401,(TIP-(HEIGHT)),(-S/2)

```

```
!CRIAÇÃO DAS LINHAS
```

```

L,1,2
L,2,3
L,3,4
L,4,6
L,1,7
CIRCLE,5,D_1/2

```

```
LOCAL,13,1,0,0,0, , , ,c,1 !ELIPSE
```

```

L,6,8
L,7,9
L,8,301
L,9,401
L,500,301

```



```

!PÓS-PROCESSAMENTO
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
/POST1
! ENERGIA DE DEFORMAÇÃO POR ELEMENTO
ETABLE,SENE,SENE
! VOLUME POR ELEMENTO
ETABLE,VOLU,VOLU
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
! SELECIONA OS NÓS PARA O LPATH
NODENUMBER_TIP = NODE(A,0,0)
PRCINT,1,,K1
*GET,KI(1,1),CINT,1,CTIP,NODENUMBER_TIP,CONTOUR,10,DTYPE,K1
PRCINT,1,,K2
*GET,KII(1,1),CINT,1,CTIP,NODENUMBER_TIP,CONTOUR,10,DTYPE,K2
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
! IMPRIME KI(1,1)
*CFOPEN,result_KI,resu,,APPEND
! GUARDA KI
*GET,KI(1,1),CINT,1,CTIP,NODENUMBER_TIP,CONTOUR,10,DTYPE,K1
*VWRITE,KI(1,1)
%E
*CFCLOSE
! IMPRIME KII(1,1)
*CFOPEN,result_KII,resu,,APPEND
! GUARDA KII
*GET,KII(1,1),CINT,1,CTIP,NODENUMBER_TIP,CONTOUR,10,DTYPE,K2
*VWRITE,KII(1,1)
%E
*CFCLOSE
! IMPRIME K(1,1)
*CFOPEN,RESULTS,resu,,APPEND
! GUARDA KI
*GET,RESULTS(1,1),CINT,1,CTIP,NODENUMBER_TIP,CONTOUR,10,DTYPE,K1
*VWRITE,RESULTS(1,1)
! GUARDA KII
*GET,RESULTS(1,2),CINT,1,CTIP,NODENUMBER_TIP,CONTOUR,10,DTYPE,K2
*VWRITE,RESULTS(1,2)
%E
*CFCLOSE
SAVE
FINISH
*STATUS,KI(1,n+1)
*STATUS,KII(1,n+1)
*GET,KI(1,1),CINT,1,CTIP,NODENUMBER_TIP,CONTOUR,10,DTYPE,K1
*GET,KII(1,1),CINT,1,CTIP,NODENUMBER_TIP,CONTOUR,10,DTYPE,K2
K1 = KI(1,1)/SQRT(1000)
K2 = KII(1,1)/SQRT(1000)
TERM_1=((3*(K2**2)))+(K1*(SQRT((K1**2)+8*(K2**2))))
TERM_2=((K1**2)+(9*(K2**2)))

```

```

*IF,K2,EQ,0,THEN
TETA_MTS = 0
*ENDIF
*IF,K2,LT,0,THEN
TETA_MTS=((ACOS(TERM_1/TERM_2))*(180/PI))/1.5
*ENDIF
*IF,K2,GT,0,THEN
TETA_MTS=((-1*ACOS(TERM_1/TERM_2))*(180/PI))/1.5
*ENDIF
! INCLINAÇÃO DO INCREMENTO DE TRINCA
TETA_I = 0
TETA_D = TETA_MTS
TETA_A = TETA_I + TETA_D
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
! CONDIÇÃO PARA A PROPAGAÇÃO DA TRINCA
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
/PREP7
! LIMPA A MALHA
ACLEAR,ALL
! DELETA A ÁREA
ADELE,ALL
WPROTA,TETA_A,0,0
! LOOP
*DO,n,1,NP,1
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
! INCREMENTO DA TRINCA
INCR_1(1,n) = INCR
INC_1(1,1) = INCR
A(1,n+1) = INC_1(1,n) + INCR
INC_1(1,n+1) = INC_1(1,n) + INCR

!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
! MUDANÇA DO PONTO DE INICIAÇÃO DA TRINCA
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
/PREP7
! CRIA O KEYPOINT 500+n EM NOVA POSIÇÃO
K,(500+n),INCR_1(1,n),0
! CRIA O KEYPOINT 301+n E 401+n QUE ACOMPANHARAM A TRINCA
K,(301+n),(INCR_1(1,n)-(HEIGHT)),(S/2)
K,(401+n),(INCR_1(1,n)-(HEIGHT)),(-S/2)
! DELETA AS LINHAS ANTERIORES DA TRINCA
LDELE,(12+2*n)
LDELE,(13+2*n)
!KDELE,(500+n-1)
! CRIA AS LINHAS DO INCREMENTO DE TRINCA
L,(300+n),(301+n)
L,(400+n),(401+n)
L,(301+n),(500+n)
L,(500+n),(401+n)

```

```

! REDEFINE AREA
AL, ALL
! DEFINE CONDIÇÃO DE SIMETRIA
DL,4,1,SYMM
DL,5,1,SYMM
! REDEFINE O TAMANHO DO ELEMENTO NA PONTA DA TRINCA
KSCON,500+n,R,1,10,0.5
AESIZE,1,MALHA,
AMESH,1
! MUDA O SISTEMA DE COORDENADA
KWPLAN,-1,500+n,
WPROTA,TETA_D,0,0
RSYS,11
CSYS,4
/SOLU
!TENSÃO
SFL,1,PRES,-3, !MPa
SFL,3,PRES,-3, !MPa
CINT,NEW,1
CINT,TYPE,SIFS
NSEL,S,LOC,X,0
NSEL,R,LOC,Y,0
CM,CRACKTIP_NODE,NODE
ALLS
CINT,CTNC,CRACKTIP_NODE
CINT,NORMAL,0,2
CINT,SYMM,0
CINT,NCON,10
OUTPR,ALL
FINISH
/COM
/OUTPUT,SCRATCH
/SOLU
SOLVE
FINISH
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!PÓS-PROCESSAMENTO
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
/POST1
! ENERGIA DE DEFORMAÇÃO POR ELEMENTO
ETABLE,SENE,SENE
! VOLUME POR ELEMENTO
ETABLE,VOLU,VOLU
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
! SELEÇÃO DOS NÓS PARA O COMANDO LPATH
NODENUMBER_TIP = NODE(A,0,0)
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
! IMPRIME KI (1,n+1)
*CFOPEN,result_KI,resu,,APPEND

```

```

! GUARDA KI
*GET,KI(1,n+1),CINT,1,CTIP,NODENUMBER_TIP,CONTOUR,10,DTYPE,K1
*VWRITE,KI(1,n+1)
%E
*CFCLOSE
! IMPRIME KII (1,n+1)
*CFOPEN,result_KII,resu,,APPEND
! GUARDA KII
*GET,KII(1,n+1),CINT,1,CTIP,NODENUMBER_TIP,CONTOUR,10,DTYPE,K2
*VWRITE,KII(1,n+1)
%E
*CFCLOSE
! IMPRIME K(1,1)
*CFOPEN,RESULTS,resu,,APPEND
! GUARDA KI
*GET,RESULTS(n+1,1),CINT,1,CTIP,NODENUMBER_TIP,CONTOUR,10,DTYPE,K1
*VWRITE,RESULTS(n+1,1)
! GUARDA KII
*GET,RESULTS(n+1,2),CINT,1,CTIP,NODENUMBER_TIP,CONTOUR,10,DTYPE,K2
*VWRITE,RESULTS(n+1,2)
%E
*CFCLOSE
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
SAVE
*GET,KI(1,n+1),CINT,1,CTIP,NODENUMBER_TIP,CONTOUR,10,DTYPE,K1
*GET,KII(1,n+1),CINT,1,CTIP,NODENUMBER_TIP,CONTOUR,10,DTYPE,K2
*STATUS,KI(1,n+1)
*STATUS,KII(1,n+1)
K1 = KI(1,n+1)/SQRT(1000)
K2 = KII(1,n+1)/SQRT(1000)
TERM_1=((3*(K2**2)))+(K1*(SQRT((K1**2)+8*(K2**2))))
TERM_2=((K1**2)+(9*(K2**2)))
*IF,K2,EQ,0,THEN
TETA_MTS = 0
*ENDIF
*IF,K2,LT,0,THEN
TETA_MTS=((ACOS(TERM_1/TERM_2))*(180/PI))/1.5
*ENDIF
*IF,K2,GT,0,THEN
TETA_MTS=(-1*ACOS(TERM_1/TERM_2))*(180/PI))/1.5
*ENDIF
! ÂNGULO DE INCLINAÇÃO DO INCREMENTO
TETA_I = TETA_A
TETA_D = TETA_MTS
TETA_A = TETA_I + TETA_D
KWPLAN,-1,500+n,
WPROTA,TETA_D,0,0
/PREP7
KEQ = ((K1**4)+(8*(K2**4)))*(1/4)

```

```
*IF,KEQ,GT,100,THEN
CASO_1 = CASO_1+1
*ENDDO
*ELSE
! LIMPA A MALHA
*IF, N, LT, NP, THEN
CASO_2 = CASO_2+1
ACLEAR, ALL
! DELETA A ÁREA
ADELE, ALL
*ENDIF
*ENDIF
*ENDDO
```

9.2 APÊNDICE B – CÓDIGO DA ROTINA NA LIGUAGEM APDL PARA PROPAGAÇÃO DE TRINCA EM ESPÉCIME CCT MODIFICADO

- *ARQUIVO Rotina_CCT_modificado.TXT*

```

!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
/PREP7
/TITLE, ESPECIME CCT (CENTER CRACKED TENSION) MODIFICADO
/COM, ***** TRINCA 2D - UTILIZANDO ELEMENTO PLANE183 *****

! ELEMENTO TRIANGULAR PLANE183 (0 - Plane stress; 1 - Axisymmetric; 2 -Plane
strain ;3 - Plane stress with thickness input)
ET,1,PLANE183,1,,0,,0
CASO_1 = 0
CASO_2 = 0
!PROPRIEDADES DO MATERIAL
MP,EX,1,2.1E5 !MPa
MP,PRXY,1,0.3 !SEM UNIDADE
PI = ACOS(-1) !SEM UNIDADE

! DIMENSÕES DO ESPÉCIME

W=20 !mm (LARGURA DO ESPÉCIME)
H=120 !mm (ALTURA DO ESPÉCIME)

D_1=5 !mm (DIÂMETRO DO FURO)

S=0.1 !mm (DISTÂNCIA ENTRE AS FACES DA TRINCA)

! ÂNGULO DE ABERTURA DA TRINCA (GRAUS)
ALFA = 60
GAMA = (ALFA/2)*(PI/180)
HEIGHT = S*COS(GAMA)/(2*SQRT(1-(COS(GAMA)**2)))

! NÚMERO DE PASSOS DE PROPAGAÇÃO
NP = 14
INCR= 1 !mm (TAMANHO DO INCREMENTO DA TRINCA)
TT=3
TIP=TT+INCR

MALHA= 0.25 !mm

! VETORES
*dim,RESULTS,table,100,100

```

```
*dim,INCR_1,array,1,NP+1
*dim,INC_1,array,1,NP+1
*dim,A,array,1,NP+1
*dim,KI,array,1,NP+1
*dim,KII,array,1,NP+1
```

!CRIAÇÃO DOS KEYPOINTS

```
K,1,0,-H
K,2,W,-H
K,3,W,H
K,4,0,H
K,5,10,5
K,6,0,(S/2)
K,7,0,(-S/2)
```

```
K,301,(TIP-(HEIGHT)),(S/2)
K,500,(TIP),(0)
K,401,(TIP-(HEIGHT)),(-S/2)
```

!CRIAÇÃO DAS LINHAS

```
L,1,2
L,2,3
L,3,4
L,4,6
L,1,7
```

```
CIRCLE,5,D_1/2
L,6,301
L,7,401
```

```
L,500,301
L,500,401
```

!CRIAÇÃO DA ÁREA

```
AL,ALL
!DEFINE CONDIÇÃO DE SIMETRIA
DL,4,1,SYMM
DL,5,1,SYMM
R=S/2
! ELEMENTO NA PONTA DA TRINCA
KSCON,500,R,1,10,0.5
AESIZE,1,MALHA,
AMESH,1
! MUDA O SISTEMA DE COORDENADA
KWPLAN,-1,500
RSYS,11
```

```

CSYS,4
/SOLU
!TENSÃO
SFL,1,PRES,-3, !MPa
SFL,3,PRES,-3, !MPa

CINT,NEW,1
CINT,TYPE,SIFS
NSEL,S,LOC,X,0
NSEL,R,LOC,Y,0
CM,CRACKTIP_NODE,NODE
ALLS
CINT,CTNC,CRACKTIP_NODE
CINT,NORMAL,0,2
CINT,SYMM,0
CINT,NCON,10
SAVE
OUTPR,ALL
FINISH
/COM
/OUTPUT,SCRATCH
/SOLU
SOLVE
FINISH
/OUTPUT
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!PÓS-PROCESSAMENTO
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
/POST1
! ENERGIA DE DEFORMAÇÃO POR ELEMENTO
ETABLE,SENE,SENE
! VOLUME POR ELEMENTO
ETABLE,VOLU,VOLU
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
! SELECIONA OS NÓS PARA O LPATH
NODENUMBER_TIP = NODE(A,0,0)
PRCINT,1,,K1
*GET,KI(1,1),CINT,1,CTIP,NODENUMBER_TIP,CONTOUR,10,DTYPE,K1
PRCINT,1,,K2
*GET,KII(1,1),CINT,1,CTIP,NODENUMBER_TIP,CONTOUR,10,DTYPE,K2
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
! IMPRIME KI(1,1)
*CFOPEN,result_KI,resu,,APPEND
! GUARDA KI
*GET,KI(1,1),CINT,1,CTIP,NODENUMBER_TIP,CONTOUR,10,DTYPE,K1
*VWRITE,KI(1,1)
%E
*CFCLOSE
! IMPRIME KII(1,1)

```



```

*CFOPEN,result_KII,resu,,APPEND
! GUARDA KII
*GET,KII(1,1),CINT,1,CTIP,NODENUMBER_TIP,CONTOUR,10,DTYPE,K2
*VWRITE,KII(1,1)
%E
*CFCLOSE
! IMPRIME K(1,1)
*CFOPEN,RESULTS,resu,,APPEND
! GUARDA KI
*GET,RESULTS(1,1),CINT,1,CTIP,NODENUMBER_TIP,CONTOUR,10,DTYPE,K1
*VWRITE,RESULTS(1,1)
! GUARDA KII
*GET,RESULTS(1,2),CINT,1,CTIP,NODENUMBER_TIP,CONTOUR,10,DTYPE,K2
*VWRITE,RESULTS(1,2)
%E
*CFCLOSE
SAVE
FINISH
*STATUS,KI(1,n+1)
*STATUS,KII(1,n+1)
*GET,KI(1,1),CINT,1,CTIP,NODENUMBER_TIP,CONTOUR,10,DTYPE,K1
*GET,KII(1,1),CINT,1,CTIP,NODENUMBER_TIP,CONTOUR,10,DTYPE,K2
K1 = KI(1,1)/SQRT(1000)
K2 = KII(1,1)/SQRT(1000)
TERM_1=((3*(K2**2)))+(K1*(SQRT((K1**2)+8*(K2**2))))
TERM_2=((K1**2)+(9*(K2**2)))
*IF,K2,EQ,0,THEN
TETA_MTS = 0
*ENDIF
*IF,K2,LT,0,THEN
TETA_MTS=((ACOS(TERM_1/TERM_2))*(180/PI))/1.5
*ENDIF
*IF,K2,GT,0,THEN
TETA_MTS=(-1*ACOS(TERM_1/TERM_2))*(180/PI))/1.5
*ENDIF
! INCLINAÇÃO DO INCREMENTO DE TRINCA
TETA_I = 0
TETA_D = TETA_MTS
TETA_A = TETA_I + TETA_D
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
! CONDIÇÃO PARA A PROPAGAÇÃO DA TRINCA
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
/PREP7
! LIMPA A MALHA
ACLEAR,ALL
! DELETA A ÁREA
ADELE,ALL
WPROTA,TETA_A,0,0
! LOOP

```

```

*DO,n,1,NP,1
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
! INCREMENTO DA TRINCA
INCR_1(1,n) = INCR
INC_1(1,1) = INCR
A(1,n+1) = INC_1(1,n) + INCR
INC_1(1,n+1) = INC_1(1,n) + INCR

!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
! MUDANÇA DO PONTO DE INICIAÇÃO DA TRINCA
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
/PREP7
! CRIA O KEYPOINT 500+n EM NOVA POSIÇÃO
K,(500+n),INCR_1(1,n),0
! CRIA O KEYPOINT 301+n E 401+n QUE ACOMPANHARAM A TRINCA
K,(301+n),(INCR_1(1,n)-(HEIGHT)),(S/2)
K,(401+n),(INCR_1(1,n)-(HEIGHT)),(-S/2)
! DELETA AS LINHAS ANTERIORES DA TRINCA
LDELE,(10+2*n)
LDELE,(11+2*n)
KDELE,(500+n-1)
! CRIA AS LINHAS DO INCREMENTO DE TRINCA
L,(300+n),(301+n)
L,(400+n),(401+n)
L,(301+n),(500+n)
L,(500+n),(401+n)
! REDEFINE AREA
AL, ALL
! DEFINE CONDIÇÃO DE SIMETRIA
DL,4,1,SYMM
DL,5,1,SYMM
! REDEFINE O TAMANHO DO ELEMENTO NA PONTA DA TRINCA
KSCON,500+n,R,1,10,0.5
AESIZE,1,MALHA,
AMESH,1
! MUDA O SISTEMA DE COORDENADA
KWPLAN,-1,500+n,
WPROTA,TETA_D,0,0
RSYS,11
CSYS,4
/SOLU
!TENSÃO
SFL,1,PRES,-3, !MPa
SFL,3,PRES,-3, !MPa
CINT,NEW,1
CINT,TYPE,SIFS
NSEL,S,LOC,X,0
NSEL,R,LOC,Y,0
CM,CRACKTIP_NODE,NODE

```



```

SAVE
*GET,KI(1,n+1),CINT,1,CTIP,NODENUMBER_TIP,CONTOUR,10,DTYPE,K1
*GET,KII(1,n+1),CINT,1,CTIP,NODENUMBER_TIP,CONTOUR,10,DTYPE,K2
*STATUS,KI(1,n+1)
*STATUS,KII(1,n+1)
K1 = KI(1,n+1)/SQRT(1000)
K2 = KII(1,n+1)/SQRT(1000)
TERM_1=((3*(K2**2)))+(K1*(SQRT((K1**2)+8*(K2**2))))
TERM_2=((K1**2)+(9*(K2**2)))
*IF,K2,EQ,0,THEN
TETA_MTS = 0
*ENDIF
*IF,K2,LT,0,THEN
TETA_MTS=((ACOS(TERM_1/TERM_2))*(180/PI))/1.5
*ENDIF
*IF,K2,GT,0,THEN
TETA_MTS=(-1*ACOS(TERM_1/TERM_2))*(180/PI))/1.5
*ENDIF
! ÂNGULO DE INCLINAÇÃO DO INCREMENTO
TETA_I = TETA_A
TETA_D = TETA_MTS
TETA_A = TETA_I + TETA_D
KWPLAN,-1,500+n,
WPROTA,TETA_D,0,0
/PREP7
KEQ = ((K1**4)+(8*(K2**4)))**(1/4)
*IF,KEQ,GT,100,THEN
CASO_1 = CASO_1+1
*ENDDO
*ELSE
! LIMPA A MALHA
*IF, N, LT, NP, THEN
CASO_2 = CASO_2+1
ACLEAR, ALL
! DELETA A ÁREA
ADELE, ALL
*ENDIF
*ENDIF
*ENDDO

```

9.3 APÊNDICE C – CÓDIGO DA ROTINA NA LIGUAGEM APDL PARA PROPAGAÇÃO DE TRINCA CENTRAL EM UMA PLACA

- *ARQUIVO Rotina_Placa_trincacentral.TXT*

```

!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
/PREP7
/TITLE, PLACA COM TRINCA CENTRAL (1/2)
/COM, ***** TRINCA 2D - UTILIZANDO ELEMENTO PLANE183 *****

! ELEMENTO TRIANGULAR PLANE183 (0 - Plane stress; 1 - Axisymmetric; 2 -Plane
strain ;3 - Plane stress with thickness input)
ET,1,PLANE183,1,,0,,0
CASO_1 = 0
CASO_2 = 0
!PROPRIEDADES DO MATERIAL
MP,EX,1,2.1E5 !MPa
MP,PRXY,1,0.3 !SEM UNIDADE
PI = ACOS(-1) !SEM UNIDADE

! DIMENSÕES DO ESPÉCIME

W=20 !mm (LARGURA DO ESPÉCIME)
H=120 !mm (ALTURA DO ESPÉCIME)

D_1=5 !mm (DIÂMETRO DO FURO)

S=0.1 !mm (DISTÂNCIA ENTRE AS FACES DA TRINCA)

! ÂNGULO DE ABERTURA DA TRINCA (GRAUS)
ALFA = 60
GAMA = (ALFA/2)*(PI/180)
HEIGHT = S*COS(GAMA)/(2*SQRT(1-(COS(GAMA)**2)))

! NÚMERO DE PASSOS DE PROPAGAÇÃO
NP = 14
INCR= 1 !mm (TAMANHO DO INCREMENTO DA TRINCA)
TT=3
TIP=TT+INCR

MALHA= 0.3 !mm

! VETORES
*dim,RESULTS,table,100,100
*dim,INCR_1,array,1,NP+1

```

```
*dim,INC_1,array,1,NP+1
*dim,A,array,1,NP+1
*dim,KI,array,1,NP+1
*dim,KII,array,1,NP+1
```

!CRIAÇÃO DOS KEYPOINTS

```
K,1,0,-H
K,2,W,-H
K,3,W,H
K,4,0,H
K,6,0,(S/2)
K,7,0,(-S/2)
```

```
K,301,(TIP-(HEIGHT)),(S/2)
K,500,(TIP),(0)
K,401,(TIP-(HEIGHT)),(-S/2)
```

!CRIAÇÃO DAS LINHAS

```
L,1,2
L,2,3
L,3,4
L,4,6
L,1,7
```

```
L,6,301
L,7,401
```

```
L,500,301
L,500,401
```

!CRIAÇÃO DA ÁREA

```
AL,ALL
!DEFINE CONDIÇÃO DE SIMETRIA
DL,4,1,SYMM
DL,5,1,SYMM
R=S/2
! ELEMENTO NA PONTA DA TRINCA
KSCON,500,R,1,10,0.5
AESIZE,1,MALHA,
AMESH,1
! MUDA O SISTEMA DE COORDENADA
KWPLAN,-1,500
RSYS,11
CSYS,4
/SOLU
!TENSÃO
```

SFL,1,PRES,-3, !MPa
 SFL,3,PRES,-3, !MPa

CINT,NEW,1
 CINT,TYPE,SIFS
 NSEL,S,LOC,X,0
 NSEL,R,LOC,Y,0
 CM,CRACKTIP_NODE,NODE
 ALLS
 CINT,CTNC,CRACKTIP_NODE
 CINT,NORMAL,0,2
 CINT,SYMM,0
 CINT,NCON,10
 SAVE
 OUTPR,ALL
 FINISH
 /COM
 /OUTPUT,SCRATCH
 /SOLU
 SOLVE
 FINISH
 /OUTPUT
 !!!
 !PÓS-PROCESSAMENTO
 !!!
 /POST1
 ! ENERGIA DE DEFORMAÇÃO POR ELEMENTO
 ETABLE,SENE,SENE
 ! VOLUME POR ELEMENTO
 ETABLE,VOLU,VOLU
 !!!
 ! SELECIONA OS NÓS PARA O LPATH
 NODENUMBER_TIP = NODE(A,0,0)
 PRCINT,1,,K1
 *GET,KI(1,1),CINT,1,CTIP,NODENUMBER_TIP,CONTOUR,10,DTYPE,K1
 PRCINT,1,,K2
 *GET,KII(1,1),CINT,1,CTIP,NODENUMBER_TIP,CONTOUR,10,DTYPE,K2
 !!!
 ! IMPRIME KI(1,1)
 *CFOPEN,result_KI,resu,,APPEND
 ! GUARDA KI
 *GET,KI(1,1),CINT,1,CTIP,NODENUMBER_TIP,CONTOUR,10,DTYPE,K1
 *VWRITE,KI(1,1)
 %E
 *CFCLOSE
 ! IMPRIME KII(1,1)
 *CFOPEN,result_KII,resu,,APPEND
 ! GUARDA KII
 *GET,KII(1,1),CINT,1,CTIP,NODENUMBER_TIP,CONTOUR,10,DTYPE,K2


```

INCR_1(1,n) = INCR
INC_1(1,1) = INCR
A(1,n+1) = INC_1(1,n) + INCR
INC_1(1,n+1) = INC_1(1,n) + INCR

!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
! MUDANÇA DO PONTO DE INICIAÇÃO DA TRINCA
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
/PREP7
! CRIA O KEYPOINT 500+n EM NOVA POSIÇÃO
K,(500+n),INCR_1(1,n),0
! CRIA O KEYPOINT 301+n E 401+n QUE ACOMPANHARAM A TRINCA
K,(301+n),(INCR_1(1,n)-(HEIGHT)),(S/2)
K,(401+n),(INCR_1(1,n)-(HEIGHT)),(-S/2)
! DELETA AS LINHAS ANTERIORES DA TRINCA
LDELE,(6+2*n)
LDELE,(7+2*n)
KDELE,(500+n-1)
! CRIA AS LINHAS DO INCREMENTO DE TRINCA
L,(300+n),(301+n)
L,(400+n),(401+n)
L,(301+n),(500+n)
L,(500+n),(401+n)
! REDEFINE AREA
AL, ALL
! DEFINE CONDIÇÃO DE SIMETRIA
DL,4,1,SYMM
DL,5,1,SYMM
! REDEFINE O TAMANHO DO ELEMENTO NA PONTA DA TRINCA
KSCON,500+n,R,1,10,0.5
AESIZE,1,MALHA,
AMESH,1
! MUDA O SISTEMA DE COORDENADA
KWPLAN,-1,500+n,
WPROTA,TETA_D,0,0
RSYS,11
CSYS,4
/SOLU
!TENSÃO
SFL,1,PRES,-3, !MPa
SFL,3,PRES,-3, !MPa
CINT,NEW,1
CINT,TYPE,SIFS
NSEL,S,LOC,X,0
NSEL,R,LOC,Y,0
CM,CRACKTIP_NODE,NODE
ALLS
CINT,CTNC,CRACKTIP_NODE
CINT,NORMAL,0,2

```

```

CINT,SYMM,0
CINT,NCON,10
OUTPR,ALL
FINISH
/COM
/OUTPUT,SCRATCH
/SOLU
SOLVE
FINISH
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!PÓS-PROCESSAMENTO
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
/POST1
! ENERGIA DE DEFORMAÇÃO POR ELEMENTO
ETABLE,SENE,SENE
! VOLUME POR ELEMENTO
ETABLE,VOLU,VOLU
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
! SELEÇÃO DOS NÓS PARA O COMANDO LPATH
NODENUMBER_TIP = NODE(A,0,0)
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
! IMPRIME KI (1,n+1)
*CFOPEN,result_KI,resu,,APPEND
! GUARDA KI
*GET,KI(1,n+1),CINT,1,CTIP,NODENUMBER_TIP,CONTOUR,10,DTYPE,K1
*VWRITE,KI(1,n+1)
%E
*CFCLOSE
! IMPRIME KII (1,n+1)
*CFOPEN,result_KII,resu,,APPEND
! GUARDA KII
*GET,KII(1,n+1),CINT,1,CTIP,NODENUMBER_TIP,CONTOUR,10,DTYPE,K2
*VWRITE,KII(1,n+1)
%E
*CFCLOSE
! IMPRIME K(1,1)
*CFOPEN,RESULTS,resu,,APPEND
! GUARDA KI
*GET,RESULTS(n+1,1),CINT,1,CTIP,NODENUMBER_TIP,CONTOUR,10,DTYPE,K1
*VWRITE,RESULTS(n+1,1)
! GUARDA KII
*GET,RESULTS(n+1,2),CINT,1,CTIP,NODENUMBER_TIP,CONTOUR,10,DTYPE,K2
*VWRITE,RESULTS(n+1,2)
%E
*CFCLOSE
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
SAVE
*GET,KI(1,n+1),CINT,1,CTIP,NODENUMBER_TIP,CONTOUR,10,DTYPE,K1
*GET,KII(1,n+1),CINT,1,CTIP,NODENUMBER_TIP,CONTOUR,10,DTYPE,K2

```

```

*STATUS,KI(1,n+1)
*STATUS,KII(1,n+1)
K1 = KI(1,n+1)/SQRT(1000)
K2 = KII(1,n+1)/SQRT(1000)
TERM_1=((3*(K2**2)))+(K1*(SQRT((K1**2)+8*(K2**2))))
TERM_2=((K1**2)+(9*(K2**2)))
*IF,K2,EQ,0,THEN
TETA_MTS = 0
*ENDIF
*IF,K2,LT,0,THEN
TETA_MTS=((ACOS(TERM_1/TERM_2))*(180/PI))/1.5
*ENDIF
*IF,K2,GT,0,THEN
TETA_MTS=(-1*ACOS(TERM_1/TERM_2))*(180/PI)/1.5
*ENDIF
! ÂNGULO DE INCLINAÇÃO DO INCREMENTO
TETA_I = TETA_A
TETA_D = TETA_MTS
TETA_A = TETA_I + TETA_D
KWPLAN,-1,500+n,
WPROTA,TETA_D,0,0
/PREP7
KEQ = ((K1**4)+(8*(K2**4)))**(1/4)
*IF,KEQ,GT,100,THEN
CASO_1 = CASO_1+1
*ENDDO
*ELSE
! LIMPA A MALHA
*IF, N, LT, NP, THEN
CASO_2 = CASO_2+1
ACLEAR, ALL
! DELETA A ÁREA
ADELE, ALL
*ENDIF
*ENDIF
*ENDDO

```

9.4 APÊNDICE D – CÓDIGO DA ROTINA NA LIGUAGEM APDL PARA PROPAGAÇÃO DE TRINCA EM UMA PLACA COM UM FURO ELÍPTICO

- *ARQUIVO Rotina_Placa_furoelíptico.TXT*

```
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
```

```
/PREP7
```

```
/TITLE, PLACA COM FURO ELIPITICO (1/4)
```

```
/COM, ***** TRINCA 2D - UTILIZANDO ELEMENTO PLANE183 *****
```

```
! ELEMENTO TRIANGULAR PLANE183 (0 - Plane stress; 1 - Axisymmetric; 2 -Plane strain ;3
- Plane stress with thickness input)
```

```
ET,1,PLANE183,1,,0,,0
```

```
!PROPRIEDADES DO MATERIAL
```

```
MP,EX,1,2.1E5 !MPa
```

```
MP,PRXY,1,0.3 !SEM UNIDADE
```

```
!DIMENSÕES DA PLACA
```

```
W=200 !mm (LARGURA DO ESPÉCIME)
```

```
H=300 !mm (ALTURA DO ESPÉCIME)
```

```
!DIMENSÕES DO FURO ELÍPTICO E TAMANHO DA TRINCA
```

```
a=5 !mm (EIXO MAIOR DA ELIPSE - a)
```

```
b=1.25 !mm (EIXO MENOR DA ELIPSE - b)
```

```
TIP=16.7 !mm (TAMANHO DA TRINCA)
```

```
c=b/a
```

```
!DEFINIÇÃO DE KEYPOINTS
```

```
K,1,w,0
```

```
K,2,w,h
```

```
K,3,0,h
```

```
K,4,0,150!mm
```

```
K,5,0,75!mm
```

K,6,0,37.5!mm
K,7,0,b
K,8,a,0
K,9,TIP,0
K,10,25,0
K,11,50,0
K,12,100,0
K,13,25,37.5!mm
K,14,50,75!mm
K,15,100,150!mm

!GERAÇÃO DAS LINHAS A PARTIR DOS KEYPOINTS

L,12,1
L,1,2
L,2,3
L,3,4
L,4,5
L,5,6
L,6,7
L,8,9
L,9,10
L,10,11
L,11,12
L,10,13
L,13,6
L,11,14
L,14,5
L,12,15
L,15,4
LOCAL,13,1,0,0,0, , , ,c,1 !ELIPSE
L,7,8

!GERAÇÃO DAS ÁREAS A PARTIR DAS LINHAS

AL,7,8,9,12,13,18

AL,10,12,13,14,15,6

AL,11,14,15,5,16,17

AL,1,2,3,4,17,16

AGLUE,1,2,3,4

!DEFINE AS CONDIÇÕES DE SIMETRIA

DL,1,4,SYMM

DL,11,3,SYMM

DL,10,2,SYMM

DL,9,1,SYMM

DL,7,1,SYMM

DL,6,2,SYMM

DL,5,3,SYMM

DL,4,4,SYMM

!TAMANHO DOS ELEMENTOS NA PONTA DA TRINCA

R=0.004

!DEFINE AS CARACTERÍSTICAS DOS ELEMENTOS NA PONTA DA TRINCA

KSCON,9,R,1,10,0.5

!LOCAL COORDINATE SYSTEM

LOCAL,12,0,TIP,0,0, , , ,1,1

!GERAÇÃO DA MALHA

AESIZE,1,0.5

AESIZE,2,1

AESIZE,3,2

AESIZE,4,4

AMESH,ALL

/SOLU

ANTYPE,0 !TIPO DE ANÁLISE;0-ESTÁTICA

OUTRES,CINT,ALL

```
!TENSÃO
SFL,3,PRES,-200, !FORÇA EM NEWTON
!COMANDO CINT
CINT,NEW,1
CINT,TYPE,SIFS
NSEL,S,LOC,X,0
NSEL,R,LOC,Y,0
CM,CRACKTIP_NODE,NODE
ALLS
CINT,CTNC,CRACKTIP_NODE
CINT,NORMAL,12,2
CINT,SYMM,ON
CINT,NCON,10
SAVE
OUTPR,ALL
FINISH
/COM
/OUTPUT,SCRATCH
/SOLU
SOLVE
FINISH
```

9.5 APÊNDICE E – FIGURAS E TABELAS COM OS VALORES DAS FIGURAS APRESENTADOS NESTA DISSERTAÇÃO

Tabela 9-1– Dados da figura 4-1 (estudo de convergência de malha).

Tamanho da malha	\hat{K}_I (FIT)
5	7,276
4,5	7,282
4	7,279
3,5	7,282
3	7,281
2,5	7,283
2	7,283
1,5	7,283
1	7,284
0,95	7,284
0,9	7,289
0,85	7,284
0,8	7,284
0,75	7,284
0,7	7,284
0,65	7,284
0,6	7,283
0,55	7,284
0,5	7,284
0,45	7,284
0,4	7,283
0,35	7,284
0,3	7,284
0,25	7,284
0,2	7,284
0,15	7,284
0,1	7,284
0,05	7,284

Tabela 9-2– Dados da figura 5-1 (fator intensidade de tensão).

Δa	s	FIT proposto	FIT Lukás	FIT Numérico
0,20	0,0385	3,893867	4,063586	4,009000
0,30	0,0566	4,057178	4,250256	4,131300
0,40	0,0741	4,146958	4,353785	4,193270
0,50	0,0909	4,203932	4,419655	4,243300
0,60	0,1071	4,243765	4,465267	4,286300
0,70	0,1228	4,274012	4,498725	4,322050
0,80	0,1379	4,298889	4,524318	4,357650
0,90	0,1525	4,320952	4,544529	4,391150
1,00	0,1667	4,341799	4,560894	4,419400
2,00	0,2857	4,583632	4,636787	4,739050
3,00	0,3750	4,886679	4,662940	5,049500
4,00	0,4444	5,202585	4,676183	5,346000
5,00	0,5000	5,513609	4,684183	5,630000
6,00	0,5455	5,815002	4,689540	5,905500
7,00	0,5833	6,105874	4,693377	6,164500
8,00	0,6154	6,386524	4,696261	6,417000
9,00	0,6429	6,657608	4,698508	6,661000
10,00	0,6667	6,919857	4,700308	6,897000
11,00	0,6875	7,173974	4,701782	7,125500
12,00	0,7059	7,420606	4,703011	7,350000
13,00	0,7222	7,660334	4,704053	7,567000
14,00	0,7368	7,893679	4,704946	7,775000
15,00	0,7500	8,121103	4,705720	7,983500
16,00	0,7619	8,343021	4,706398	8,186500
17,00	0,7727	8,559801	4,706996	8,385000
18,00	0,7826	8,771776	4,707528	8,580500
19,00	0,7917	8,979244	4,708004	8,770000

Tabela 9-3– Tabela da figura 5-2 (fator intensidade de tensão).

b	a/b	FIT proposto	FIT Lukás	FIT Numérico
0,25	20,0000	4,0499	4,2737	4,0672
0,30	16,6667	4,0568	4,2842	4,0689
0,35	14,2857	4,0638	4,2928	4,0708
0,40	12,5000	4,0703	4,2995	4,0729
0,45	11,1111	4,0757	4,3044	4,0752
0,50	10,0000	4,0800	4,3075	4,0777

0,55	9,0909	4,0829	4,3088	4,0802
0,60	8,3333	4,0843	4,3084	4,0790
0,65	7,6923	4,0844	4,3063	4,0814
0,70	7,1429	4,0831	4,3025	4,0839
0,75	6,6667	4,0804	4,2972	4,0865
0,80	6,2500	4,0765	4,2904	4,0844
0,85	5,8824	4,0712	4,2822	4,0868
0,90	5,5556	4,0647	4,2726	4,0945
0,95	5,2632	4,0571	4,2617	4,0919
1,00	5,0000	4,0483	4,2495	4,0945
1,50	3,3333	3,9107	4,0748	3,9600
2,00	2,5000	3,7179	3,8461	3,8109
2,50	2,0000	3,5085	3,6069	3,5818
3,00	1,6667	3,3047	3,3801	3,3538
3,50	1,4286	3,1167	3,1750	3,1574
4,00	1,2500	2,9479	2,9936	2,9746
4,50	1,1111	2,7982	2,8344	2,8020
5,00	1,0000	2,6660	2,6952	2,6732
5,50	0,9091	2,5493	2,5732	2,5475
6,00	0,8333	2,4462	2,4659	2,4479
6,50	0,7692	2,3547	2,3712	2,3754
7,00	0,7143	2,2731	2,2871	2,2682
7,50	0,6667	2,2002	2,2122	2,2029
8,00	0,6250	2,1347	2,1450	2,1365
8,50	0,5882	2,0756	2,0845	2,0890
9,00	0,5556	2,0220	2,0299	2,0331
9,50	0,5263	1,9733	1,9802	1,9842
10,00	0,5000	1,9289	1,9350	1,9388
11,00	0,4545	1,8507	1,8557	1,8594
12,00	0,4167	1,7844	1,7884	1,7832
13,00	0,3846	1,7273	1,7307	1,7289
14,00	0,3571	1,6778	1,6806	1,6728
15,00	0,3333	1,6345	1,6369	1,6366
16,00	0,3125	1,5963	1,5983	1,6028
17,00	0,2941	1,5623	1,5641	1,5686
18,00	0,2778	1,5319	1,5335	1,5381
19,00	0,2632	1,5046	1,5060	1,5028

Tabela 9-4– Dados da figura 5-3 (fator intensidade de tensão).

b	a/b	FIT proposto	FIT Lukás	FIT Numérico
1,00	5,000	7,3391	4,6031	7,28250
1,25	4,000	7,3474	4,7027	7,28200
1,50	3,333	7,3508	4,8009	7,28600
1,75	2,857	7,3501	4,8978	7,28850
2,00	2,500	7,3461	4,9932	7,29200
2,50	2,000	7,3307	5,1795	7,30000
3,00	1,667	7,3093	5,3594	7,31000
3,50	1,429	7,2853	5,5327	7,32100
4,00	1,250	7,2615	5,6989	7,33750
4,50	1,111	7,2400	5,8580	7,35450
5,00	1,000	7,2221	6,0099	7,37150
5,50	0,909	7,2086	6,1544	7,39450
6,00	0,833	7,2001	6,2916	7,41600
6,50	0,769	7,1966	6,4215	7,44050
7,00	0,714	7,1981	6,5442	7,46400
7,50	0,667	7,2044	6,6598	7,49000
8,00	0,625	7,2150	6,7685	7,51850
8,50	0,588	7,2295	6,8705	7,54500
9,00	0,556	7,2474	6,9659	7,57200
9,50	0,526	7,2682	7,0551	7,59900
10,00	0,500	7,2914	7,1382	7,62500
11,00	0,455	7,3431	7,2874	7,67800
12,00	0,417	7,3988	7,4157	7,72700
13,00	0,385	7,4558	7,5253	7,77350
14,00	0,357	7,5118	7,6181	7,81500
15,00	0,333	7,5650	7,6963	7,85200
16,00	0,313	7,6144	7,7615	7,88600
17,00	0,294	7,6594	7,8155	7,90700
18,00	0,278	7,6995	7,8597	7,93550
19,00	0,263	7,7346	7,8955	7,95150
20,00	0,250	7,7650	7,9240	7,97250
21,00	0,238	7,7909	7,9462	7,98550
22,00	0,227	7,8124	7,9630	7,99950
23,00	0,217	7,8301	7,9752	8,00750
24,00	0,208	7,8441	7,9835	8,01250
25,00	0,200	7,8550	7,9884	8,01600
26,00	0,192	7,8631	7,9905	8,01700
27,00	0,185	7,8685	7,9901	8,01650
28,00	0,179	7,8718	7,9877	8,01400
29,00	0,172	7,8731	7,9835	8,01100
30,00	0,167	7,8727	7,9778	8,00500
31,00	0,161	7,8708	7,9709	8,00000

32,00	0,156	7,8677	7,9630	7,99400
33,00	0,152	7,8634	7,9543	7,99050
34,00	0,147	7,8582	7,9448	7,98350
35,00	0,143	7,8521	7,9348	7,97600
36,00	0,139	7,8454	7,9243	7,96800
37,00	0,135	7,8381	7,9134	7,95950

Tabela 9-5 – Dados da figura 5-4 (fator de forma em função de α).

KI	a	F (NUMÉRICO)	F(CALCULADO)	$\alpha=a/b$
10,8989	4,0000	1,025	1,021	0,20
12,3594	5,0000	1,039	1,034	0,25
13,7821	6,0000	1,058	1,051	0,30
15,2132	7,0000	1,081	1,073	0,35
16,6931	8,0000	1,110	1,100	0,40
18,2624	9,0000	1,145	1,134	0,45
19,9670	10,0000	1,187	1,176	0,50
21,8636	11,0000	1,240	1,228	0,55
24,0278	12,0000	1,304	1,292	0,60
26,5669	13,0000	1,386	1,374	0,65
29,6439	14,0000	1,490	1,478	0,70
33,5247	15,0000	1,628	1,617	0,75
38,6883	16,0000	1,819	1,808	0,80
46,1223	17,0000	2,104	2,093	0,85
58,3605	18,0000	2,587	2,574	0,90

Tabela 9-6 – Dados da figura 5-6 (Trajetória da trinca).

DADOS AUTOR		DADOS ARTIGO	
X	Y	x	Y
4,0000	0,0000	4,0000	0,0000
4,9998	0,0223	4,4596	0,0012
5,9989	0,0626	5,4534	0,0286
6,9964	0,1334	6,4845	0,0812
7,9877	0,2656	7,4534	0,2336
8,9685	0,4604	9,0435	0,5751
9,9314	0,7302	10,0248	0,8276
10,9807	1,0446	11,0801	1,0805
11,8558	1,1664	11,7640	1,1194

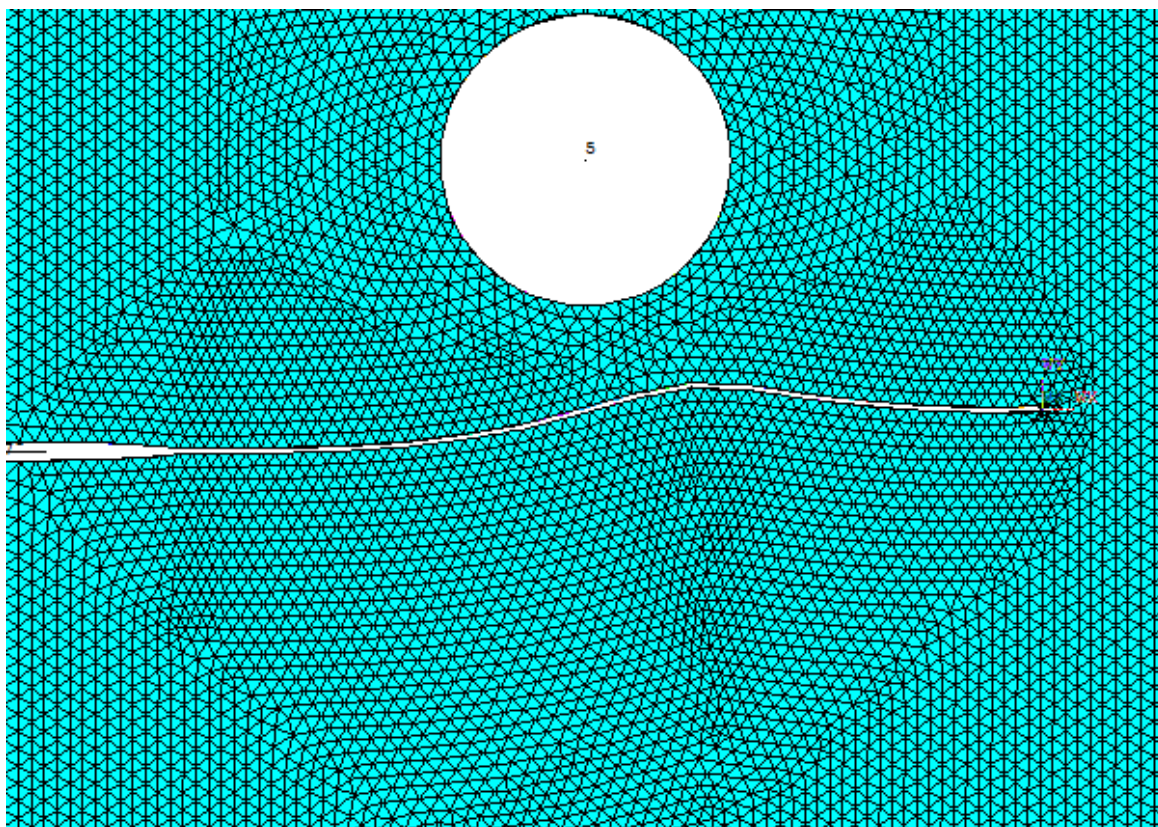


Figura 9-1 – Caminho da trinca para $a/b=3/(1/6)$.

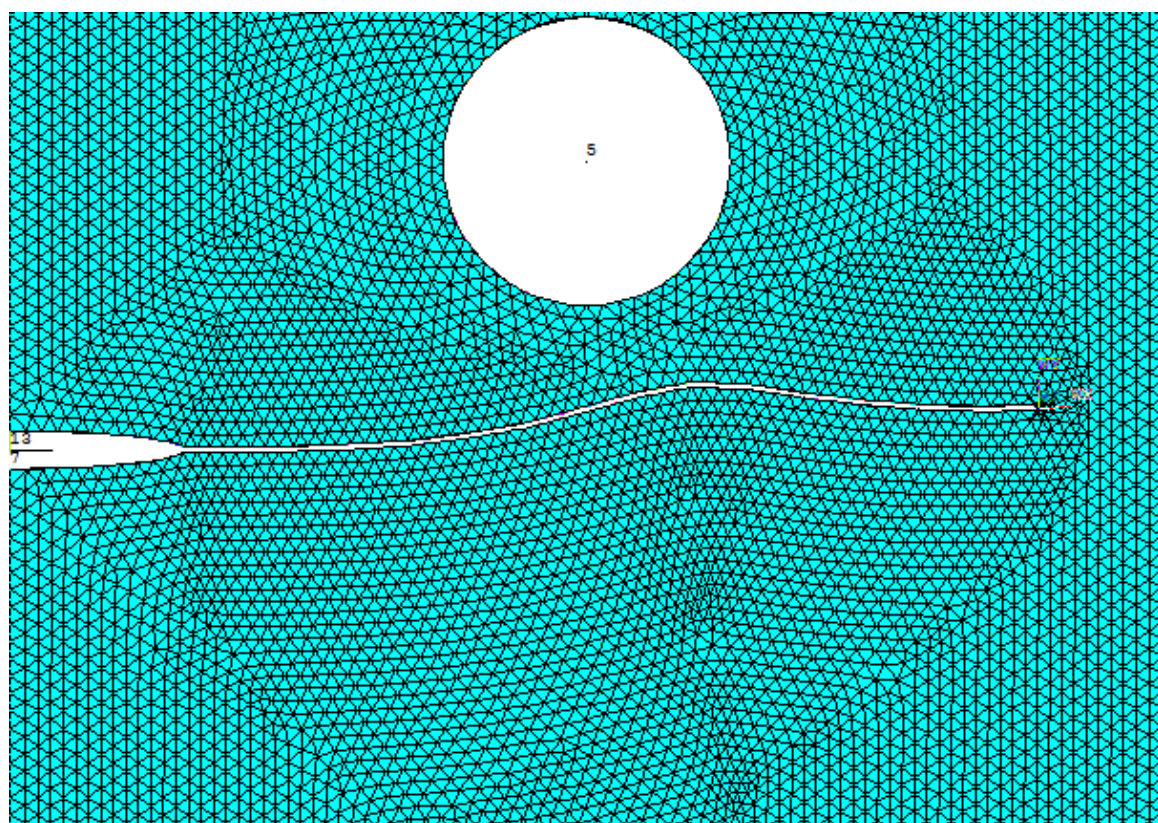


Figura 9-2– Caminho da trinca para $a/b=3/(1/3)$.

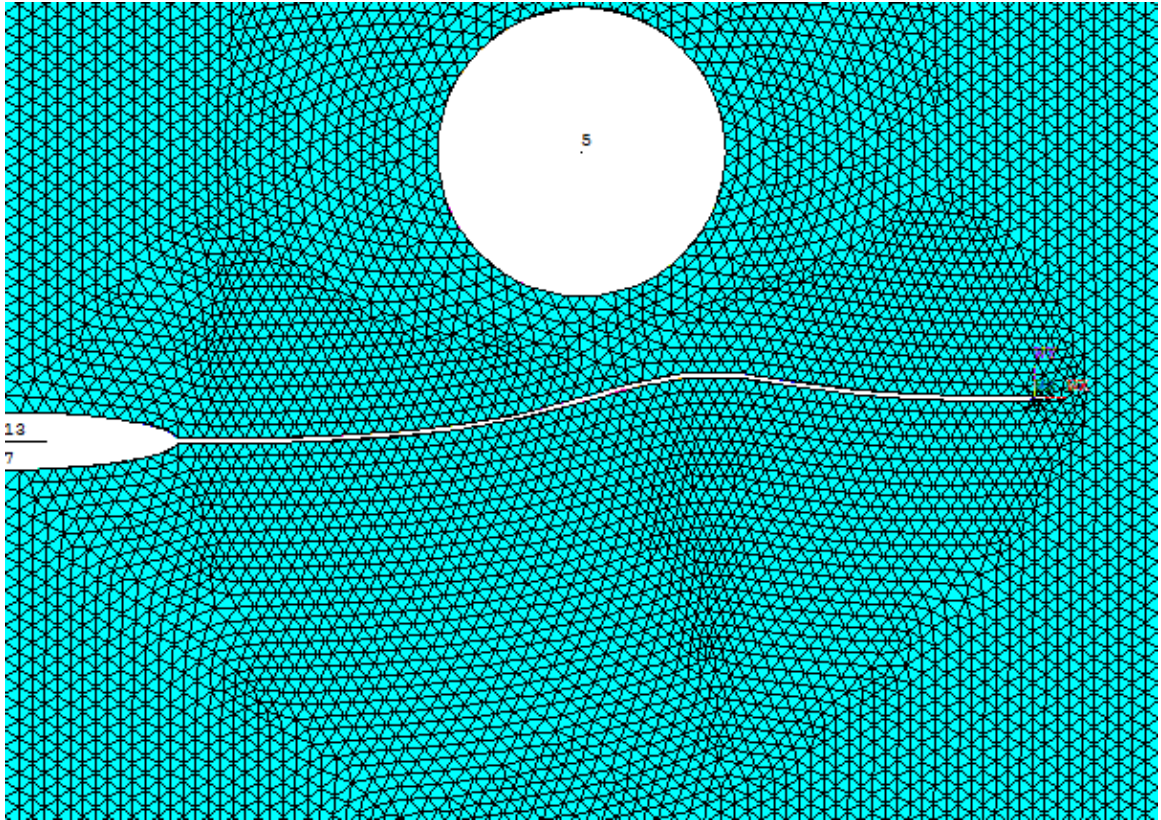


Figura 9-3– Caminho da trinca para $a/b=3/(1/2)$.

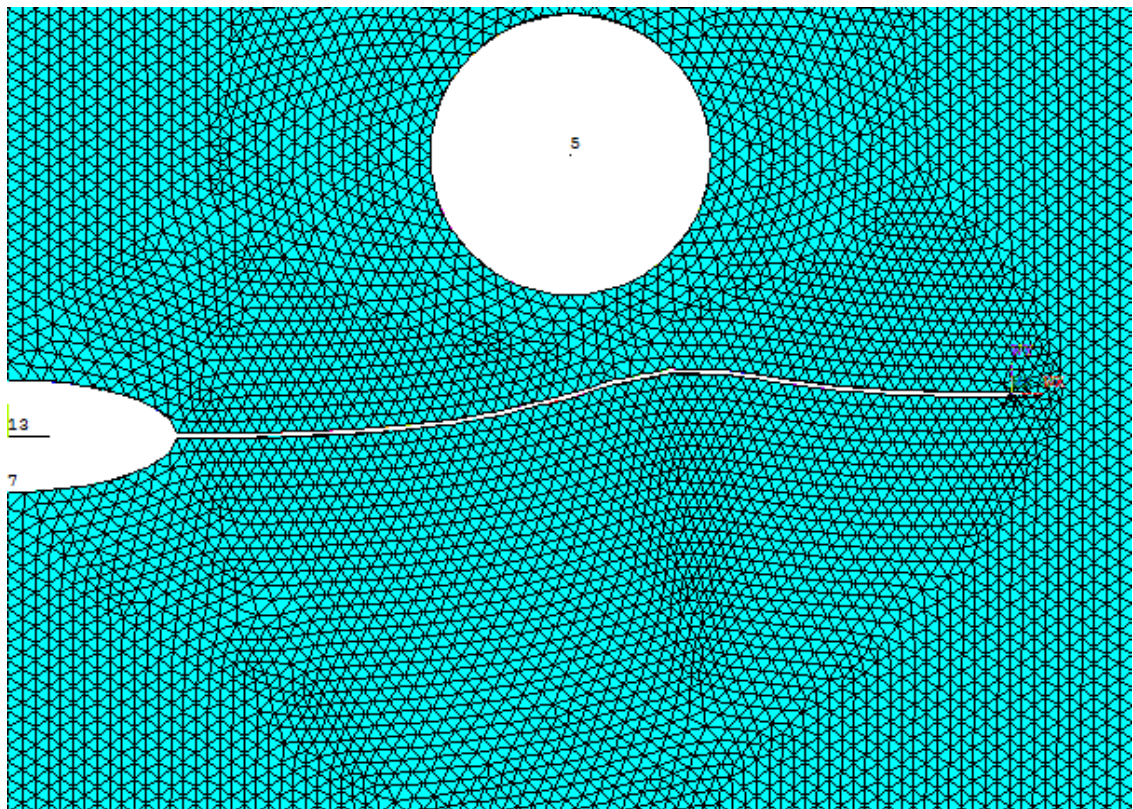
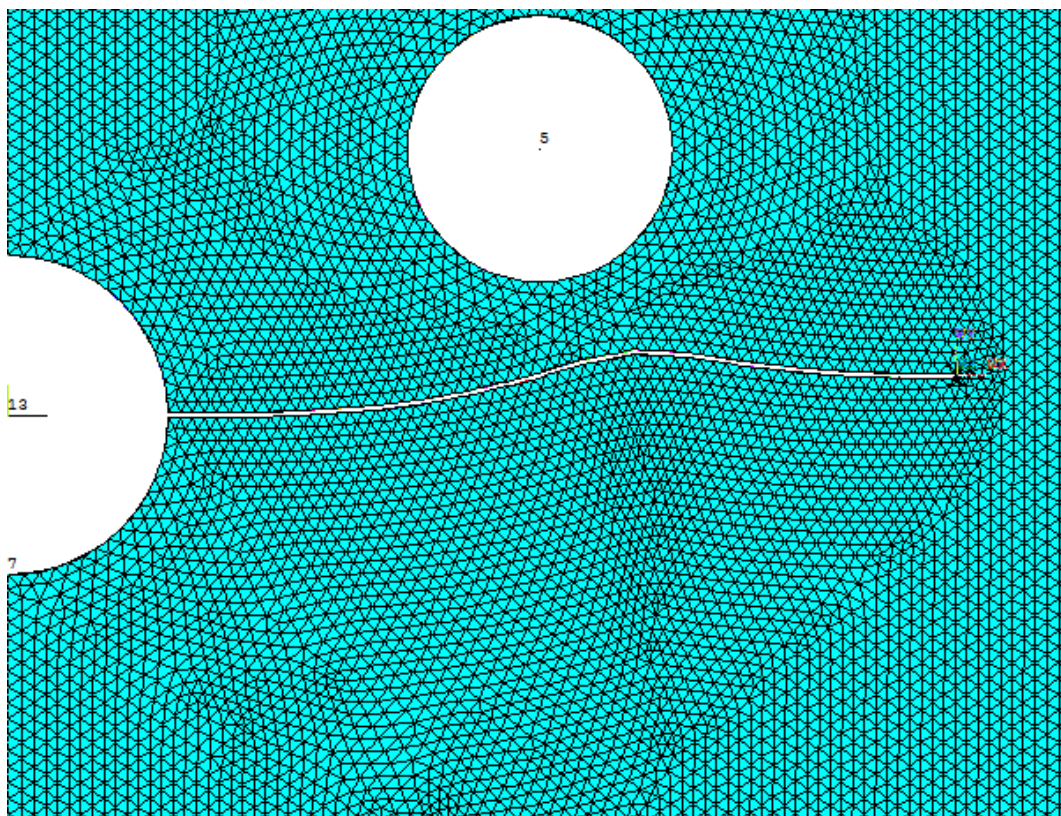
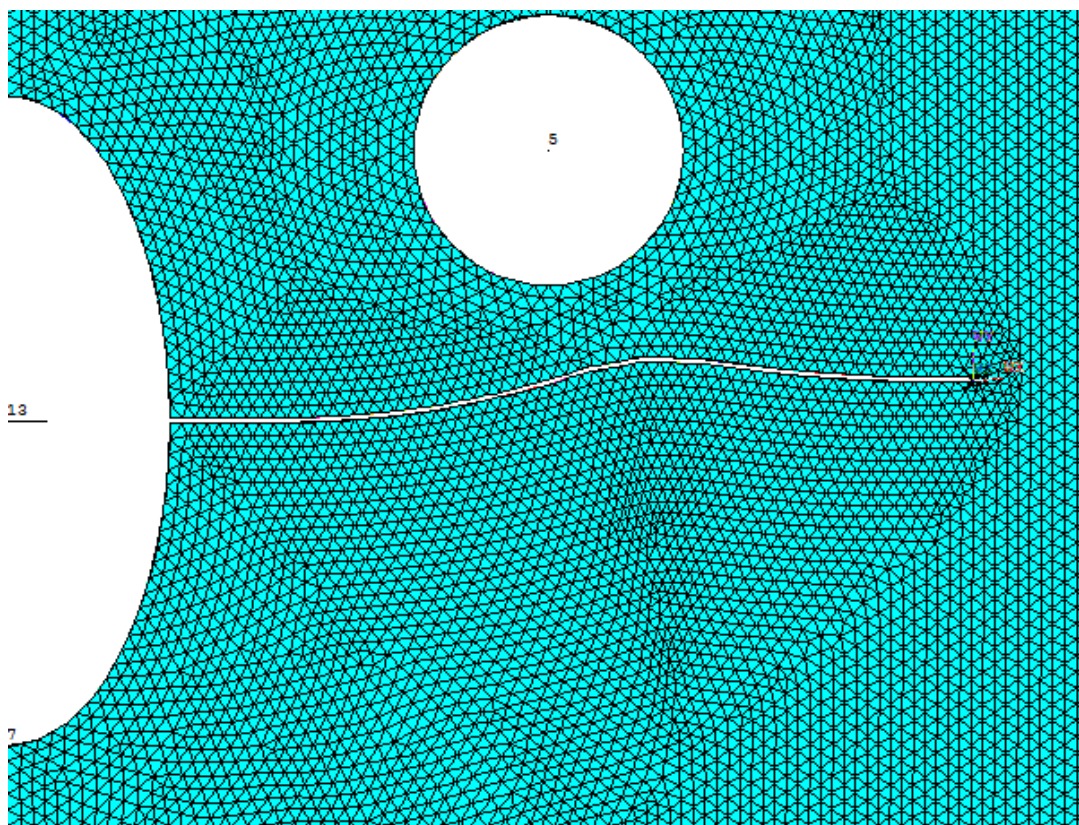


Figura 9-4 – Caminho da trinca para $a/b=3/1$.

Figura 9-5 – Caminho da trinca para $a/b=3/3$.Figura 9-6 – Caminho da trinca para $a/b=3/6$.

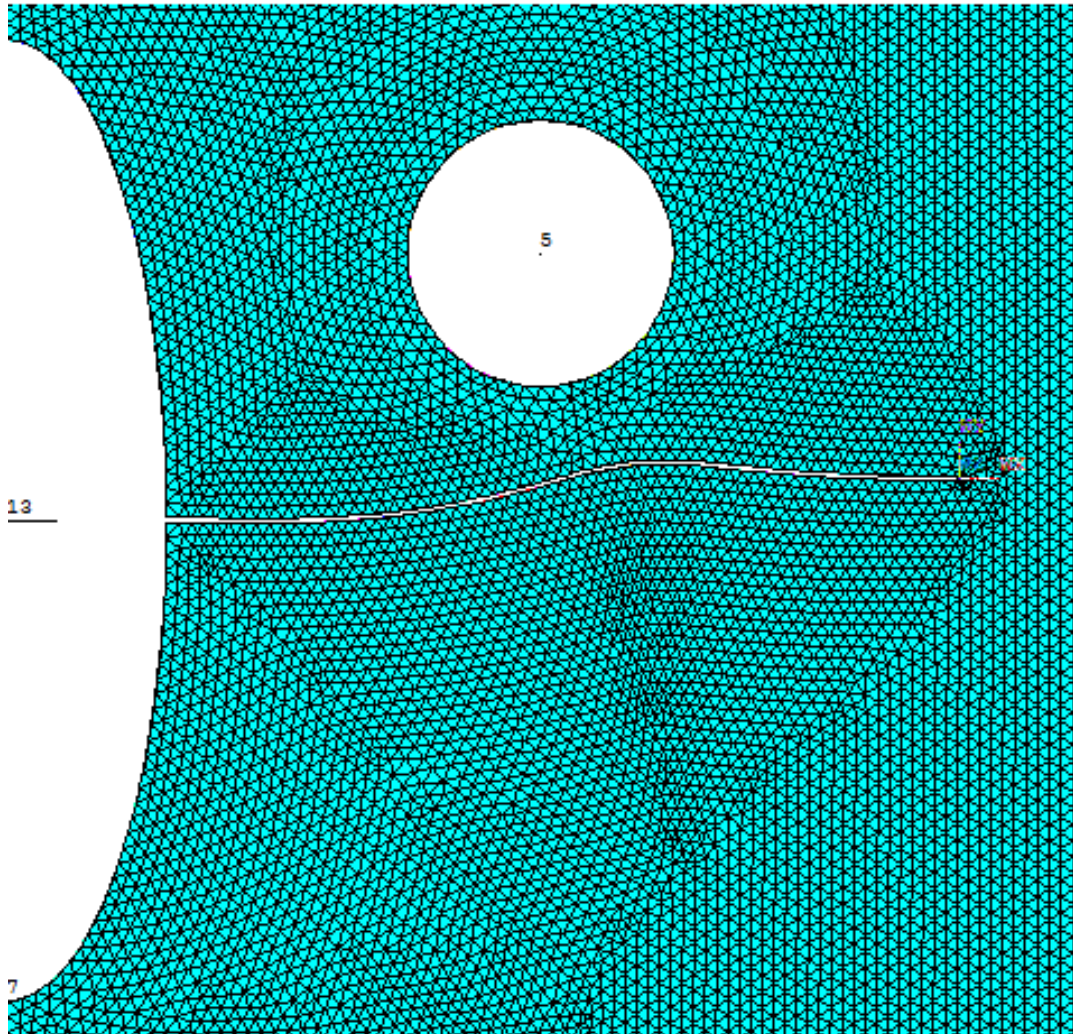


Figura 9-7 – Caminho da trinca para $a/b=3/9$.

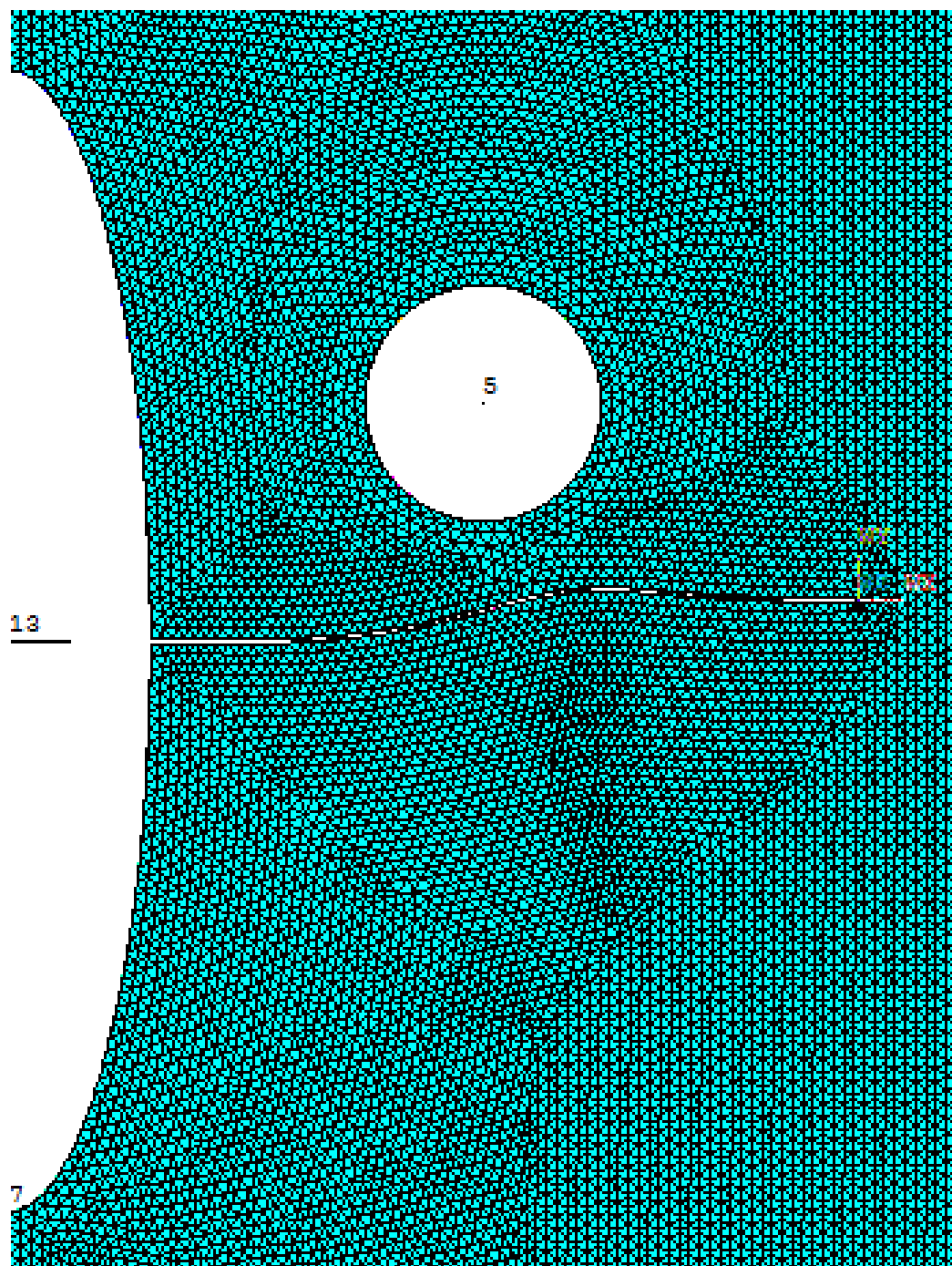


Figura 9-8 – Caminho da trinca para $a/b=3/12$.