

Autorização concedida ao Repositório Institucional da Universidade de Brasília (RIUnB) pela professora Raquel Carneiro Dörr, em 06 de agosto de 2019, para disponibilizar o trabalho, gratuitamente, para fins de leitura, impressão e/ou download, a título de divulgação da obra, a partir desta data. A obra continua protegida por Direito Autoral e/ou por outras leis aplicáveis. Qualquer uso da obra que não o autorizado sob esta licença ou pela legislação autoral é proibido.

#### REFERÊNCIA

SULCZINSKI, Paulo Eduardo Monteiro; OLIVEIRA, Paulo Víctor Ximenes de; DÖRR, Raquel Carneiro. O grupo de estudos de cálculo como alternativa de apoio a estudantes do ensino superior. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 15., 2019, Medellín, Colombia. **Anais** [...]. Medellín, Colombia: Universidad de Medellín; Universidad de Antioquia, 2019. Disponível em: <http://ciaem-redumate.org/conferencia/index.php/xvciaem/xv/paper/viewFile/235/374>. Acesso em: 08 ago. 2019.



## O grupo de estudos de Cálculo como alternativa de apoio a estudantes do ensino superior

Paulo Eduardo Monteiro **Sulczinski**

Departamento de Matemática, Universidade de Brasília.

Brasil

[paulo\\_pems@hotmail.com](mailto:paulo_pems@hotmail.com)

Paulo Victor Ximenes de **Oliveira**

Departamento de Matemática, Universidade de Brasília.

Brasil

[paulovictorximenes@gmail.com](mailto:paulovictorximenes@gmail.com)

Raquel Carneiro **Dörr**

Departamento de Matemática, Universidade de Brasília.

Brasil

[raqueldoerr@gmail.com](mailto:raqueldoerr@gmail.com)

### Resumo

Esta comunicação científica traz o relato de uma investigação realizada com estudantes de um curso inicial de Cálculo Diferencial e Integral em uma universidade pública brasileira. Ela está inserida em um projeto mais amplo que tem como objetivo geral conhecer e descrever as alternativas educacionais dadas a estudantes iniciantes dessa instituição a fim de que possam superar suas dificuldades, sanar lacunas de conhecimento em conteúdos matemáticos básicos e, com isso, alcancem sucesso em suas aprendizagens. O intuito deste trabalho é reforçar entre professores e educadores matemáticos do ensino superior, a necessidade do desenvolvimento de estratégias de acolhimento a estudantes iniciantes que têm os cursos de Matemática como componentes de seus currículos.

*Palavras-chave:* ensino superior, aprendizagem, cálculo, matemática básica, conhecimento matemático.

### Contexto, justificativa e objetivos da pesquisa

Esta comunicação científica traz um relato de uma investigação realizada com estudantes de um curso inicial de Cálculo Diferencial e Integral em uma universidade pública brasileira. Ela faz parte de um projeto mais amplo de pesquisa que tem como objetivo geral conhecer e descrever as alternativas educacionais dadas a estudantes iniciantes dessa instituição a fim de que

possam superar suas dificuldades, sanar lacunas de conhecimento em conteúdos matemáticos básicos e, com isso, alcancem sucesso nas aprendizagens do Cálculo<sup>1</sup>.

Diferentes pesquisadores têm observado o fato de que, em geral, se os estudantes que ingressam na vida universitária já possuem uma preparação adequada em determinados temas matemáticos básicos, certamente poderão ter mais chances de sucesso (Dörr, 2017; Dreyfus & Eisenberg, 1990; Tall, 1993).

O Cálculo é uma continuação do estudo das Funções. A introdução desse conteúdo é iniciada nos anos finais do Ensino Fundamental. Portanto, se esse tópico, juntamente com outros tantos como Geometria Analítica, Trigonometria e alguns da Álgebra (por exemplo, resolução de equações e inequações), além das habilidades em manipulações algébricas, estiverem bem consolidados nas aprendizagens anteriores, os estudantes poderão conseguir um melhor desempenho no curso em termos das aprendizagens adquiridas e de aprovações.

Na mesma medida em que o Cálculo é conhecido por suas importantes e múltiplas aplicações em variadas áreas do conhecimento (Stewart, 2011; Thomas, Weir & Hass, 2009), ele também é reputado como sendo difícil e com uma alta taxa de reprovação (Alvarenga, Dörr & Vieira, 2017). Em particular, na universidade em que está sendo realizada a pesquisa, foi verificado que, nos dois semestres de 2014, as taxas médias de aprovação nas dezenove turmas foram de 50.05% e 47.7%, respectivamente. No segundo semestre de 2015 essa taxa foi de 53.7%.

Do ponto de vista pessoal, o insucesso leva à frustração e ao desencorajamento para continuar os estudos. Além desses aspectos, os altos níveis de reprovação e evasão trazem um custo adicional às universidades, pois, no semestre seguinte, novas turmas devem ser criadas para atender àqueles que reprovaram (Dörr, 2017).

Portanto, esta pesquisa vem de encontro a um cenário local de altos índices de reprovação. Tendo em vista o objetivo geral do projeto de pesquisa, este trabalho apresenta uma experiência realizada com estudantes de Cálculo, participantes de uma atividade de extensão universitária ocorrida no primeiro semestre de 2018. Nela foram trabalhados, concomitantemente, assuntos da Matemática do ensino básico, associados aos temas do Cálculo que estavam sendo introduzidos no curso regular.

Como consequência, o relato tem o intuito de reforçar entre professores e educadores matemáticos do ensino superior, a necessidade do desenvolvimento de estratégias de acolhimento a estudantes iniciantes que têm cursos de Matemática como componentes de seus currículos de graduação. Em especial, pode-se considerar como sujeitos desta pesquisa, aqueles que apresentam deficiências em conteúdos matemáticos básicos.

Entende-se que a implementação de atividades de apoio poderá contribuir para que os participantes avancem em suas aprendizagens, não somente no Cálculo, mas também em disciplinas de Física, Geometria ou Álgebra, pois todas elas têm em comum com a primeira o fato de terem como pré-requisito muitos conteúdos matemáticos que fundamentam a construção

---

<sup>1</sup> Cálculo: A palavra Cálculo em todo este trabalho refere-se a um curso inicial de Cálculo Diferencial e Integral.

dos seus novos conhecimentos no ensino superior.

### **Referencial teórico**

Muitas são as pesquisas que têm apontado distintos fatores que justificam o fracasso de estudantes de Cálculo. Entre eles, destaca-se a falta de embasamento em conteúdos matemáticos relacionados ao ensino básico (Dörr, 2017; Dörr; Muniz & Neves, 2016).

Devido à complexidade relacionada ao entendimento das causas que influenciam o sucesso ou insucesso de discentes de Cálculo, a busca por caminhos que contribuam para a discussão e propostas de soluções que sejam aplicáveis ao grande número de estudantes envolvidos em diferentes países e, ainda, que levem em conta os recursos e culturas distintas, têm sido alvo de interesse de pesquisa entre a comunidade de educação matemática internacional (Bressoud, Ghedamsi, Martinez-Luaces & Törner, 2016; Rasmussen; Marrongelle & Borba, 2014; Törner, Potari, & Zachariades, 2014).

No Brasil, destacam-se os estudos apresentados no âmbito do Grupo de Educação Matemática do Ensino Superior (GT4), durante os Seminários Internacionais de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM's). Particularmente, nas edições realizadas nos anos de 2012 e 2015 pode ser observado o aumento do número de pesquisas e de pesquisadores que buscam compreender a não aprendizagem de um curso inicial de Cálculo Diferencial e Integral. Assim, temos como exemplos, estudos que analisam as dificuldades da compreensão das noções de função, limite e derivada (Igliori & Almeida, 2013), no domínio do Teorema Fundamental do Cálculo (Vianna, 1998); a rotina e a forma que os estudantes estudam (Frota, 2010); a falta de experiências prévias, tanto com raciocínio lógico quanto com o traçado e análise de gráficos (Nasser, 2006, 2012).

O curso de Cálculo envolve a introdução e o estudo de vários conceitos inéditos e que ainda não haviam sido considerados na educação básica. Por exemplo, nele é a primeira vez que os estudantes têm contato com a ideia limite de uma função e, muitas vezes, nos procedimentos de cálculos com limites, surgem situações que não podem ser resolvidas por meros processos algébricos. Distintas, variadas e novas noções e situações cercam o seu estudo e aprendizado e tudo se torna “cheio de mistério”, conforme expressão de Tall (1993, p. 2). Logo, se o aluno não compreendeu bem os conceitos de função, domínio, contradomínio e imagem, dificilmente conseguirá acompanhar o ritmo das aulas e compreender esse conteúdo fundamental para o Cálculo.

Tall (1993) sugere que seja incentivada a reconstrução do conhecimento em um nível mais sofisticado. Com isso, entende-se que esse autor está indicando a necessidade de uma melhor compreensão dos conceitos estudados. Ou seja, o aluno não deve apenas gravar uma definição, mas sim assimilar todas as noções adjacentes. Desse modo, ele recomenda, por exemplo, o uso da computação gráfica para reforçar a representação visual de certos conceitos. Isso reforça a ideia de Nasser, Sousa e Torraca (2012), de que, muitas vezes, as dificuldades dos alunos em certas questões de Cálculo não estão somente na aplicação do conceito de derivada ou integral, mas também relacionadas às concepções geométricas associadas e às relações entre os elementos visuais.

O livro de Cálculo de Stewart (2011) em seu primeiro volume começa com um teste de verificação acerca de tópicos de Álgebra, Geometria Analítica, Funções e Trigonometria. Antes de propor os itens do teste, no primeiro parágrafo, encontramos a frase “O sucesso no cálculo

depende em grande parte do conhecimento da matemática que precede o cálculo: álgebra, geometria analítica, funções e trigonometria” (p. XVII).

Um estudo feito recentemente por Feijó (2018) teve como sujeitos de pesquisa alunos do 2º ano do ensino médio de escolas públicas e estudantes de Cálculo de uma instituição universitária também pública. Nele foram apontados erros e dificuldades relacionados a assuntos da trigonometria e os consequentes obstáculos epistemológicos associados. Entre outros resultados, foi identificado que estudantes tanto do ensino médio, quanto do superior, apontam lacunas conceituais e procedimentais similares em relação aos fundamentos da trigonometria.

Lacunas nesses tópicos não serão sanadas simplesmente pela entrada dos estudantes na universidade (Lopes, 1999), nem por cursarem o Cálculo. Entretanto, os professores universitários consideram que os ingressantes já têm domínio desses assuntos ou que poderão superar suas dificuldades sozinhos.

Levando em conta que na prática, a sala de aula de Cálculo é formada por grande parte de estudantes que trazem lacunas em diferentes níveis em seus aprendizados anteriores, no tópico a seguir, será apresentada uma experiência de atividade que vem de encontro às necessidades desses sujeitos. Trata-se de um curso de extensão que foi denominado Grupo de estudos de Cálculo (GEC), em que foram abordados temas de pré-cálculo paralelamente a um curso regular de Cálculo.

### **Descrição do Grupo de Estudos de Cálculo**

Como mencionado anteriormente, na universidade brasileira em que está sendo realizada a pesquisa, ainda há no Cálculo índices médios de reprovação em torno de 50%. Assim, com vistas a entender o porquê de indicadores tão altos e de possibilitar a sugestão e implementação de estratégias que possam contribuir para a melhora do desempenho dos estudantes, foi criado o Grupo de Estudos de Cálculo (GEC).

A equipe de trabalho do projeto de extensão GEC foi composta por uma professora coordenadora e quatro tutores, todos eles alunos de graduação em Licenciatura ou Bacharelado em Matemática, em fase de conclusão do curso.

Dentre os participantes do GEC houve calouros de diversos cursos, dos quais muitos eram repetentes da disciplina de Cálculo. No grupo haviam representantes da maioria dos cursos que têm o Cálculo como elemento curricular obrigatório. Dentre eles temos os seguintes: Administração, Ciência da Computação, Economia, Engenharia Elétrica, Engenharia Mecânica, Física, Geologia, Geofísica, Matemática, Química, entre outros.

O foco das atividades do GEC não foi apenas fortalecer a base matemática dos estudantes iniciantes, mas também dar a oportunidade de estudo aos discentes que, eventualmente, não tinham estudado alguns dos tópicos abordados anteriormente. Além disso, é importante destacar que o projeto não visou somente a aprovação, mas também buscou promover entre os participantes o desenvolvimento de métodos de estudos individuais ou em grupos.

Inicialmente, foram destinadas 60 vagas aos participantes. Entretanto, no primeiro encontro, foram registradas mais de 140 assinaturas na lista de presença. O planejamento para este dia consistia em esclarecer as dúvidas dos alunos em relação ao desenvolvimento do projeto e dar início às atividades propostas, a partir da aplicação de uma lista de exercícios.

Porém, devido à alta demanda e interesse pela proposta, foi aplicado um teste de nivelamento, a fim de selecionar os alunos com maior dificuldade para integrar o projeto, e dar prosseguimento ao objetivo estipulado anteriormente. O teste era formado por 10 questões básicas de matemáticas, em que se solicitava aos participantes a resolução por escrito de problemas diretos em conteúdos de funções, resolução de equações, fatoração, trigonometria, valor absoluto, equação de retas, gráficos, entre outros. Além disso, continha perguntas de identificação pessoal do estudante, como a instituição em que estudou no ensino médio e quantidade de vezes que já havia cursado a disciplina de Cálculo.

Dentre o total de alunos participantes do primeiro encontro, apenas 110 realizaram a sondagem, e 70 foram selecionados, levando em consideração, além do menor desempenho, os aspectos de identificação citados anteriormente. O resultado foi divulgado aos participantes via e-mail. Assim, na semana seguinte iniciaram-se as atividades previstas que ocorreram durante todo o semestre em dois encontros semanais com duração de 90 minutos cada.

Ressalta-se que os alunos não selecionados, foram aqueles que obtiveram bom aproveitamento no pré-teste, e, portanto, aparentemente, não possuíam grande necessidade de realizar o curso. Mesmo assim, foram dados direcionamentos acerca de como prosseguir com os estudos de Cálculo, indicando a monitoria realizada no mesmo departamento, para sanar dúvidas pontuais.

A cada semana um tema diferente do ensino médio era abordado. Dentre eles, destacam-se: fatoração de polinômios, funções e relações trigonométricas no triângulo retângulo. As aulas eram iniciadas com uma breve explicação acerca do conteúdo. Em seguida, foram usadas listas de exercícios para resolução de situações-problema relacionadas ao tema da semana. As resoluções eram feitas em grupos de três a quatro estudantes e contavam com a mediação da equipe de trabalho.

Com a finalidade de avaliar o impacto do GEC no desempenho dos alunos, foi aplicado um pós-teste ao final do curso, comparando-o com o que foi realizado no segundo encontro. Além disso, todos os participantes que obtiveram pelo menos 70% de frequência receberam o certificado de conclusão do curso de extensão.

Portanto, foram feitas duas avaliações durante o projeto realizado no decorrer do primeiro semestre letivo de 2018. A primeira foi uma sondagem inicial, utilizada para a seleção dos participantes e a segunda foi feita ao final do curso, na qual foram repetidas algumas das questões da sondagem inicial que revelaram as maiores dificuldades dos alunos.

Por fim, a equipe sempre procurou apresentar aos estudantes as relações existentes entre os assuntos básicos que estavam sendo tratados com os do Cálculo, com o propósito de cooperar para melhor compreensão dos conteúdos.

### **Discussão e projetos futuros**

Buscar entender e avaliar as dificuldades encontradas pelos estudantes torna-se uma tarefa complexa e desafiadora para os docentes. Não se pode afirmar que a culpa é somente da metodologia utilizada pelo professor, da instituição, dos alunos ou de qualquer outro fator. É claro que, estes são agentes influenciadores, mas a constatação que se observa pela pesquisa é o fato deste fenômeno fazer parte do cotidiano do professor de Matemática, seja qual for o nível

educacional em que ele esteja inserido. Em particular, ele é evidenciado fortemente no ensino superior, uma vez que é esperado dos estudantes ingressantes a já superação de certas dificuldades em conteúdos matemáticos do ensino básico (Silva, 2009).

Outro aspecto observado pelo grupo de pesquisa no trabalho com GEC foi o bloqueio manifestado por muitos estudantes ao realizarem certos cálculos considerados “simples” para o ensino superior, como por exemplo, no cálculo do módulo de um número, ou na obtenção da equação de uma reta.

As atividades do GEC tiveram como ponto central as aprendizagens dos educandos. Por esse motivo, não houve interação direta entre os pesquisadores e os professores de Cálculo dos estudantes participantes. Entretanto, os pesquisadores conheciam e acompanharam todo o planejamento e andamento do curso no semestre em que ocorreu a atividade prática.

Com relação ao desempenho dos estudantes no Cálculo, foi possível identificar uma evolução na compreensão de certos conteúdos, dado que durante as aulas foi criado para um espaço aberto para sanarem suas dúvidas do curso regular.

Em geral, considerando que parte do grupo era formado por repetentes, verificou-se uma melhora significativa no desempenho dos alunos participantes ao decorrer do curso. O resultado disso foi o sucesso dos estudantes na disciplina de Cálculo, corroborado pelo índice médio geral de aprovação de 58% dos participantes do GEC.

Portanto, a prática revelou uma necessidade, demonstrada inicialmente pelos próprios estudantes, em aprimorarem seu conhecimento de Matemática elementar e a importância do encorajamento às iniciativas como a proposta apresentada e experimentada pelo GEC.

Com respeito aos projetos futuros do GEC, pretende-se organizar e realizar uma análise qualitativa dos pré e pós-testes, verificando o desenvolvimento de cada participante. A análise minuciosa desse material poderá revelar elementos importantes das dificuldades dos estudantes. Para complementá-la, serão entrevistados alguns dos participantes e eventualmente, alguns dos professores de Cálculo da instituição.

Finalmente, planeja-se realizar uma pesquisa acerca do que tem sido feito na universidade em outras unidades acadêmicas com relação a atividades semelhantes à aqui descrita, a fim de que sejam feitas sugestões à comunidade acadêmica para o incentivo na implementação de projetos dessa natureza.

### Referências e bibliografia

- Alvarenga, K. B., Dörr, R. C., & Vieira, V. D. (2017). O ensino e a aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral: características e interseções no centro-oeste brasileiro. *Revista Brasileira de Ensino Superior*, 2(4), 46-57.
- Bressoud, D., Ghedamsi, I., Martinez-Luaces, V., & Törner, G. (2016). Teaching and learning of Calculus. In *Teaching and Learning of Calculus* (pp. 1-37). Springer, Cham.
- Dreyfus, T., & Eisenberg, T. (1990). Conceptual Calculus: Fact or Fiction?. *Teaching Mathematics and Its Applications*, 9(2), 63-67.
- Dörr, R. C. (2017). Análises de aprendizagens em cálculo diferencial e integral: um estudo de caso de desenvolvimento de conceitos e procedimentos algébricos em uma universidade pública brasileira

- (Doctoral dissertation). Retirado de: <http://repositorio.unb.br/handle/10482/25283>.
- Dörr, R. C., Muniz, C. A.; Neves, R. S. P. (2016). Operações Algébricas e Funções como Obstáculos à Aprendizagem no Cálculo, *Anais do 1º Ladima*, Bonito, MS.
- Feijó, R. S. A. A. (2018). Dificuldades e obstáculos no aprendizado de trigonometria: um estudo com alunos do ensino médio do Distrito Federal. (Dissertação de Mestrado). Universidade de Brasília, Brasília, Brasil.
- Frota, M. C. R. (2010). A Diversidade de Estilos de Aprendizagem Matemática na Sala de Aula no Ensino Superior. *X Encontro Nacional de Educação Matemática*, Salvador, BA, Brasil, s.n. Recuperado de [http://www.gente.eti.br/lematec/CDS/ENEM10/artigos/MR/MR7\\_Frota.pdf](http://www.gente.eti.br/lematec/CDS/ENEM10/artigos/MR/MR7_Frota.pdf).
- Iglioni, S. B. C., & de Almeida, M. V. (2013). Educação Matemática no Ensino Superior e abordagens de Tall sobre o ensino/aprendizagem do Cálculo. *Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática*, 15(3), 718-734.
- Lopes, A. (1999). Algumas reflexões sobre a questão do alto índice de reprovação nos cursos de Cálculo da UFRGS. *Sociedade Brasileira de Matemática. Rio de Janeiro*, (26/27), 123-146.
- Nasser, L. (2006). Aprimorando o desempenho de alunos de Cálculo no traçado de gráficos. Atas do III Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. Disponível em [www.desenho.ufpr.br/IIISIPEM/GT4](http://www.desenho.ufpr.br/IIISIPEM/GT4), SBEM.
- Nasser, L., Sousa, G. D., & Torraca, M. A. (2012). Transição do ensino médio para o superior: como minimizar as dificuldades em cálculo. *V Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (em CD)*. Petrópolis, RJ.
- Rasmussen, C., Marrongelle, K., & Borba, M. C. (2014). Research on calculus: what do we know and where do we need to go?. *ZDM*, 46(4), 507-515.
- Silva, B. (2009). Componentes do Processo de Ensino e Aprendizagem do Cálculo: saber, aluno e professor. In IV Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 4. 2009. Brasília, Sociedade Brasileira de Educação Matemática.
- Stewart, J. (2011). *Cálculo, vol. 1*. São Paulo: Pioneira Thomson Learning.
- Tall, D. (1993). Students' difficulties in calculus. In *Proceedings of working group* (Vol. 3, pp. 13-28). ICME 1992. Québec, Canada.
- Thomas, G. B., Weir, M. D., & Hass, J. (2009). *Cálculo, vol.1*. São Paulo: Pearson.
- Törner, G., Potari, D., & Zachariades, T. (2014). Calculus in European classrooms: curriculum and teaching in different educational and cultural contexts. *ZDM*, 46(4), 549-560.
- Vianna, C. C. S. (1998). Students' Understanding of the Fundamental Theorem of Calculus: An exploration of definitions, theorems and visual imagery. *Unpublished doctoral dissertation*. Institute of Education, University of London.