Universidade de Brasília
Instituto de Ciências Exatas
Departamento de Matemática
Programa de Mestrado Profissional
em Matemática em Rede Nacional

Oficinas de Geometria para o Ensino Fundamental

Anderson Lorenzoni Monhol

Brasília

2019

Anderson Lorenzoni Monhol

Oficinas de Geometria para o Ensino Fundamental

Dissertação apresentada ao Departamento de Matemática da Universidade de Brasília, como parte dos requisitos do "Programa" de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, para obtenção do grau de Mestre.

Universidade de Brasília - UnB

Departamento de Matemática - MAT

PROFMAT - SBM

Orientador: Prof. Dr. Adail de Castro Cavalheiro

Brasília

2019

Ficha catalográfica elaborada automaticamente,
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Monhol, Anderson Lorenzoni
MAN552o Oficinas de Geometria para o Ensino Fundamental / Anderson Lorenzoni Monhol; orientador Adail de Castro Cavalheiro. -- Brasília, 2019.
130 p.

Dissertação (Mestrado - Mestrado Profissional em Matemática) -- Universidade de Brasília, 2019.

1. Geometria. 2. Oficinas. 3. Atividades labotaroriais. 4. Materiais didáticos concretos. 5. Ensino e aprendizagem. I. Cavalheiro, Adail de Castro, orient. II. Título.

Universidade de Brasília
Instituto de Ciências Exatas
Departamento de Matemática

Oficinas de Geometria para o Ensino Fundamental

por

Anderson Lorenzoni Monhol

Dissertação apresentada ao Departamento de Matemática da Universidade de Brasília, como parte dos requisitos "Programa" de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, para obtenção do grau de

MESTRE EM MATEMÁTICA

Brasília, 12 de março de 2019.

Comissão Examinadora:

Prof. Dr. Adail de Castro Cavalheiro – MAT/UnB (Orientador)

Kellcio O. Araujo

Prof. Kellcio Oliveira Araújo – MAT/UnB

Raquel C. Dörr

Prof[a]. Dr[a]. Raquel Carneiro Dörr - MAT/UnB

Resumo

O presente trabalho parte de um cenário de descontentamento com o ensino de geometria e constitui um estudo que mostra caminhos para entender seu contexto atual. O estudo revela novas perspectivas para essa área e propõe sugestões que beneficiam o processo de ensino e aprendizagem do referido componente curricular. Essas sugestões apresentam uma abordagem do Laboratório de Ensino de Matemática não apenas como um lugar físico, mas também como procedimentos. Ademais, experiências com oficinas de geometria são apresentadas com o intuito de incentivar o uso de atividades práticas contextualizadas com materiais didáticos concretos, caracterizadas como atividades laboratoriais. Há a expectativa de que essas atividades tornem as aulas de geometria mais interessantes, dinâmicas e produtivas em que a aprendizagem seja significativa e prazerosa.

Palavras-chave: Geometria. Oficinas. Atividades laboratoriais. Materiais didáticos concretos. Ensino e aprendizagem.

Abstract

The present paper intends to analyse the general discontent that is the teaching of geometry and aims to understand its current context. The study reveals new perspectives for this area and proposes suggestions that benefits the teaching and learning process of said curricular component. These suggestions present an approach in the Mathematics Laboratory not only as a physical place, but also as a place of procedures. Besides that, experiences with geometry workshops are presented with the purpose of encouraging the use of practical activities contextualized with concrete didactic materials, known as laboratory activities. These activities are expected to make geometry classes more interesting, dynamic, and productive in which learning is easier and meaningful.

Key-words: Geometry. Workshops. Laboratory activities. Concrete coursewares. Teaching and learning.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Raciocínio visual aplicado na resolução do problema 30
Figura 2 – Situação motivacional I 56
Figura 3 – Embalagens de batata frita e achocolatado 58
Figura 4 – Comparação de embalagens e sólidos geométricos 59
Figura 5 – Atividades realizadas com espelhos 60
Figura 6 – Atividades feitas por estudantes na Oficina I 60
Figura 7 – Atividades feitas por estudantes na Oficina II 64
Figura 8 – Atividade prática de comparação de volumes 65
Figura 9 – Modelos de caixas de papel A4 66
Figura 10 – Kit Geometria Plana 68
Figura 11 – Estrutura para a representação de ângulos múltiplos de 30º 68
Figura 12 – Estrutura para a representação de ângulos múltiplos de 45º 69
Figura 13 – Classificador de ângulos 69
Figura 14 – Simulação de inclinações de rampas 69
Figura 15 – Simulação de inclinações de telhados 70
Figura 16 – Exemplos de polígonos e não-polígonos 70
Figura 17 – Polígonos e deformações I 71
Figura 18 – Polígonos e deformações II 71
Figura 19 – Atividade feita por estudantes na Oficina III-(aula 6) 72
Figura 20 – Atividade feita por estudantes na Oficina III-(aula 7) 72
Figura 21 – Modelos de pavimentação no plano 73
Figura 22 – Atividade feita por estudantes na Oficina III-(aula 9) 74
Figura 23 – Construções antigas I 76
Figura 24 – Construções antigas II 76
Figura 25 – Construções modernas I 76
Figura 26 – Construções modernas II 77
Figura 27 – Situação motivacional II 78
Figura 28 – Interpretação geométrica do Teorema de Pitágoras 78
Figura 29 – Modelos de planta baixa e maquete 79
Figura 30 – Atividade feita por estudantes na Oficina IV 80
Figura 31 – Área de figuras planas - Primeira etapa 80
Figura 32 – Área de figuras planas - Segunda etapa 81
Figura 33 – Área de figuras planas - Terceira etapa 81

Lista de tabelas

Tabela 1 – Objetivos gerais de geometria no Brasil 34
Tabela 2 – Novas recomendações de conteúdos e objetivos de geometria no Brasil . 35
Tabela 2 – Novas recomendações de conteúdos e objetivos de geometria no Brasil (continuação) 36
Tabela 2 – Novas recomendações de conteúdos e objetivos de geometria no Brasil (continuação) 37
Tabela 2 – Novas recomendações de conteúdos e objetivos de geometria no Brasil (continuação) 38
Tabela 3 – Conteúdos e objetivos de geometria no DF 39
Tabela 3 – Conteúdos e objetivos de geometria no DF (continuação) 40
Tabela 4 – Novas recomendações de conteúdos e objetivos de geometria no DF . . 41
Tabela 4 – Novas recomendações de conteúdos e objetivos de geometria no DF (continuação) 42
Tabela 4 – Novas recomendações de conteúdos e objetivos de geometria no DF (continuação) 43
Tabela 5 – Habilidade (1) - Oficina I 85
Tabela 6 – Habilidade (2) - Oficina I 85
Tabela 7 – Habilidade (3) - Oficina I 86
Tabela 8 – Habilidade (4) - Oficina I 86
Tabela 9 – Habilidade (5) - Oficina I 87
Tabela 10 – Habilidade (1) - Oficina II 87
Tabela 11 – Habilidade (2) - Oficina II 88
Tabela 12 – Habilidade (3) - Oficina II 88
Tabela 13 – Habilidade (4) - Oficina II 89
Tabela 14 – Habilidade (5) - Oficina II 89
Tabela 15 – Habilidade (1) - Oficina III 90
Tabela 16 – Habilidade (2) - Oficina III 90
Tabela 17 – Habilidade (3) - Oficina III 91
Tabela 18 – Habilidade (1) - Oficina IV 91
Tabela 19 – Habilidade (2) - Oficina IV 92
Tabela 20 – Habilidade (3) - Oficina IV 93

Sumário

	Introdução	**15**
1	**RETROSPECTIVA DO ENSINO DE GEOMETRIA NO BRASIL**	**19**
1.1	**Breve Histórico do Ensino da Geometria no Brasil**	**20**
1.2	**Implicações da História da Educação no Ensino da Geometria**	**25**
2	**EXPECTATIVAS PARA O ENSINO DA GEOMETRIA**	**29**
2.1	**Importância da Geometria na Formação dos Estudantes**	**29**
2.2	**Recomendações para o Ensino da Geometria**	**31**
2.2.1	Objetivos de geometria para o ensino fundamental	34
2.2.2	O currículo de geometria no Distrito Federal	38
3	**PROPOSTA DE TRABALHO**	**45**
3.1	**O Modelo de *Van Hiele***	**46**
3.2	**O Laboratório de Ensino de Matemática (LEM)**	**48**
3.2.1	Atividades laboratoriais	50
3.3	**Proposta para o Ensino da Geometria**	**53**
4	**OFICINAS DE GEOMETRIA**	**55**
4.1	**Oficina I - Espelhos e Simetrias**	**55**
4.2	**Oficina II - O problema das Abelhas**	**61**
4.3	**Oficina III - Ângulos: Comodidades e Modernização**	**66**
4.4	**Oficina IV - Geometria na Construção Civil**	**74**
5	**ANÁLISE DOS DESEMPENHOS DAS OFICINAS E APROVEITAMENTO DOS ESTUDANTES**	**83**
5.1	**Aproveitamento no 6º ano**	**85**
5.2	**Aproveitamento no 7º ano**	**87**
5.3	**Aproveitamento no 8º ano**	**89**
5.4	**Aproveitamento no 9º ano**	**91**
	Considerações Finais	**95**
	REFERÊNCIAS	**97**

APÊNDICES 101

APÊNDICE A – ATIVIDADE DIAGNÓSTICA I - 6º ANO 103

APÊNDICE B – LISTA DE EXERCÍCIOS - 6º ANO 105

APÊNDICE C – ATIVIDADE DIAGNÓSTICA II - 6º ANO 107

APÊNDICE D – TEXTO DE MOTIVAÇÃO - 7º ANO 109

APÊNDICE E – ATIVIDADE DIAGNÓSTICA I - 7º ANO 111

APÊNDICE F – ATIVIDADE DIAGNÓSTICA II - 7º ANO 113

APÊNDICE G – ATIVIDADE DIAGNÓSTICA I - 8º ANO 117

APÊNDICE H – ATIVIDADE DIAGNÓSTICA II - 8º ANO 119

APÊNDICE I – TEXTO DE MOTIVAÇÃO - 9º ANO 123

APÊNDICE J – ATIVIDADE DIAGNÓSTICA I - 9º ANO 125

APÊNDICE K – LISTA DE EXERCÍCIOS - 9º ANO 127

APÊNDICE L – ATIVIDADE DIAGNÓSTICA II - 9º ANO 129

Introdução

As pessoas aprendem o que lhes agradam e lhes interessam e apreendem o que lhes é útil, ou pelo menos, o que lhes parece ser. Daí o maior desafio do professor, pois as enormes ementas curriculares nem de longe interessam aos estudantes. Assim sendo, apresentar este rol de conteúdos de forma tradicional em sala de aula, é certamente, fracassar no âmbito do processo ensino e aprendizagem.

O *Programme for International Student Assessment (PISA)* - Programa Internacional de Avaliação de Estudantes que avalia três áreas de conhecimento, a saber: leitura, ciências e matemática, e realizado de três em três anos em diversos países e economias, tem mostrado que os resultados da educação no Brasil não são os dos melhores, pelo contrário, na última edição do PISA em 2015, sessenta e nove países e economias participaram do programa de avaliação e o Brasil ficou na 66ª posição em matemática. Mesmo sem ter acesso às análises e relatórios de aproveitamento dos alunos, é notório que os estudantes não estão desenvolvendo satisfatoriamente suas habilidades matemáticas como aqueles dos países das primeiras colocações, o que mostra a necessidade de se repensar os métodos de ensino praticados em sala de aula (MORENO, 2016).

É fato que, tratando-se do ensino da Matemática na Educação Básica, a Aritmética e a Álgebra são priorizadas enquanto a Geometria é menosprezada, sendo abordada mais superficialmente, quando possível, geralmente no último bimestre. Assim sendo, a situação do ensino da geometria pode ser ainda mais preocupante.

O método tradicional de ensino é bastante discutido entre os professores e rotineiramente criticado. No entanto, quando surgem novas propostas de ensino com perspectivas contemporâneas, geralmente há objeções e empecilhos impostos por grande parte desses mesmos profissionais - a teoria é uma coisa, na prática, a realidade é completamente diferente.

Isto posto, vê-se a importância e a necessidade de se refletir sobre procedimentos didáticos para melhorar a qualidade de ensino com uma abordagem encorajadora que permita aos professores da educação sair da sua zona de conforto e encarar o novo. Precisa-se portanto, de propostas viáveis para as diferentes realidades vivenciadas nas escolas.

Ninguém gosta de fazer algo se não vê utilidades e razões para fazê-lo. Os estudantes não veem sentido em estudar algo que não será utilizado por ele e que não têm aplicações na vida cotidiana. Por esta razão, objetiva-se com este trabalho, de modo geral, apresentar sugestões de atividades laboratoriais contextualizadas e com aplicações diretas ao cotidiano do estudante que seja praticável no processo ensino/aprendizagem nos anos finais do ensino fundamental com o auxílio de materiais concretos, de tal modo que a Geometria seja valorizada por professores e estudantes e que proporcionem uma aprendizagem significativa para os envolvidos no processo.

Não é difícil encontrar sequências de atividades práticas realistas para o ensino da Geometria. No livro Aprendendo e ensinando Geometria, que trás as traduções de artigos do primeiro anuário do Conselho Nacional de Professores de Matemática dos Estados Unidos de 1987, tem-se, por exemplo, o artigo de Mary Crowley que indica sugestões de atividades com o uso de dobraduras, canudinhos, geoplano e quebra-cabeças com base no modelo de *Van Hiele*, o artigo de Linda DeGuire que propõe sequências didáticas aliando o geoplano e blocos lógicos para o entendimento das noções de sequências e padrões como ferramenta para a resolução de problemas, o artigo de John Del Grande que sugere atividades para a percepção espacial, o artigo de Alex Frieldlander e Glenda Lappan que indicam atividades práticas e com recursos didáticos para a compreensão das noções de semelhança e o artigo de Victoria Pohl que trata de atividades de construção de objetos para a visualização, familiarização e compreensão de vocábulos e relações geométricas espaciais.

Dentre as produções brasileiras se destacam as de Sergio Lorenzato, tais como Por que não ensinar Geometria?, Para aprender Matemática e O Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis que, entre outros assuntos, tratam de situações-problema, sofismas, paradoxos e ilusões de ótica com o intuito de provocar inquietações, despertar curiosidades, promover reflexões e experimentações para favorecer a aprendizagem dos estudantes e a de Rogéria Rêgo, Rômulo Rêgo e Kleber Vieira - Laboratório de ensino de Geometria - que aborda opções de atividades práticas com temas gerais de geometria, geometria plana e geometria espacial com descrições de materiais e procedimentos. Outras contribuições importantes podem ser encontradas na Revista do Professor de Matemática - RPM que em suas seções T@ n@ NET e Computador na sala de aula tratam de diversos assuntos dentre os quais pode-se encontrar temas de geometria abordados com aplicações e contextualizações muito interessantes para serem levados para a sala de aula.

Além de sugerir atividades laboratoriais para o ensino e aprendizagem de Geometria, pretende-se compor nos três primeiros capítulos desse trabalho, uma base teórica que mostre a necessidade dessas atividades e evidencie a importância das mesmas nas escolas de ensino fundamental.

O intuito do primeiro capítulo: Retrospectiva do Ensino de Geometria no Brasil é verificar o tratamento que foi dado à geometria no Brasil ao longo do tempo para descrever e entender seu contexto atual.

O segundo capítulo: Expectativas para o Ensino de Geometria, tem como propósito, esclarecer o que se espera da geometria, de uma maneira geral, nas redes de ensino e indicar suas contribuições na formação dos estudantes, bem como destacar as necessidades deste componente no currículo escolar.

Já o terceiro capítulo: Proposta de Trabalho, tem por finalidade abordar caminhos para o ensino da geometria valorizando procedimentos centrados na experimentação e investigação ao invés da reprodução mecânica.

Os dois últimos capítulos dedicam-se à essência deste trabalho: as propostas de atividades laboratoriais. No quarto capítulo, apresenta-se as oficinas de geometria compostas de atividades laboratoriais que concretizam a ideia de laboratório como procedimento e não como lugar, através de atividades práticas e contextualizadas.

E por fim, no quinto capítulo tem-se a análise dos resultados de uma experiência com essas atividades sugeridas aplicadas em um escola pública de Planaltina-DF no segundo semestre de 2018.

1 Retrospectiva do Ensino de Geometria no Brasil

> Segundo Perez *et. al.* (2002, p.59), o quadro atual da educação brasileira reflete uma profunda insatisfação, levando à necessidade de uma "nova educação" que, em lugar de formar indivíduos com habilidades específicas, almeje "criar ambientes" que possam preparar e educar cidadãos críticos, atuantes e livres, que liberem energia em atividades em grupo, no pensar e fazer modernos, que sejam questionadores. (TURRIONI; PEREZ, 2012, p.58)

Acredita-se que cada vez mais a população brasileira tem tomado consciência de que a educação pode ser melhor e que, portanto, necessita de mudanças em diversos aspectos tais como: aumentar o número de escolas e melhorar a infraestrutura das já existentes, universalizar a educação básica, implantar cada vez mais escolas de tempo integral entre tantas outras coisas cujo objetivo seja o aprimoramento da qualidade do ensino.

A Matemática, por exemplo, é tida como uma das vilãs na educação básica, por apresentar maiores índices de reprovação e evasão. Por esta razão, é crescente nos últimos anos, o número de pesquisas no campo da educação matemática (SENA; DORNELES, 2013) a fim de encontrar meios e procedimentos que possibilitem reverter esta situação e melhorar a qualidade do ensino da Matemática.

Ainda em relação à Matemática, é mais preocupante a situação em que se encontra o ensino da Geometria. Autores como Pavanello(1989), Lorenzato(1995), Lobo e Bayer(2004), Sena e Dorneles(2013), entre outros, tem apresentado pesquisas que evidenciam que ao ensino da Geometria não é dada a devida importância nas escolas. Aliás, observa-se opiniões divergentes frente a esta temática:

> Há, entre os matemáticos, opiniões divergentes quanto ao papel da geometria hoje, tanto na educação como na pesquisa matemática. Alguns acreditam que ela deve ceder espaço a outros ramos mais em evidência no campo da pesquisa matemática contemporânea. Outros, entretanto, assumem a posição contrária e enfatizam exatamente as relações que a geometria mantém com estes mesmos ramos, bem como sua contribuição valiosa para a construção do conhecimento matemático ao longo do processo de escolarização. (PAVANELLO, 1993, p.7-8)

Pretende-se nesta obra, expor algumas contribuições da geometria para a formação dos estudantes do Ensino Fundamental ratificando a sua relevância para a aprendizagem nesta modalidade de ensino. Para tanto, nesta primeira etapa, busca-se estudar a história do ensino da Geometria no Brasil para esclarecer as possíveis causas do desapreço ao ensino da Geometria e as consequências desta negligência para a formação dos estudantes do Ensino Fundamental. Dessa forma, entendendo o contexto do ensino da Geometria no Brasil poder-se-á estabelecer propostas de metodologias de ensino que se enquadrem nas necessidades da atualidade.

1.1 Breve Histórico do Ensino da Geometria no Brasil

Nesta seção será apresentado um resumo de momentos pontuais da história da educação no Brasil com destaque ao ensino da Geometria desde o descobrimento do país. Pretende-se caracterizar o ensino de Geometria de uma maneira generalizada ao longo do tempo para que o leitor tenha um panorama de como se deu o desenvolvimento desta área da Matemática na educação que permita compreender sua trajetória. Para facilitar a exposição dos acontecimentos históricos desta época, a história da educação será discutida em três períodos da História do Brasil assim como fez Gomes(2012): Brasil Colônia (1500 - 1822), Brasil Império (1822 - 1889) e Brasil República (a partir de 1889).

- **Brasil Colônia (1500 - 1822)**

Os primeiros responsáveis pelo ensino no Brasil foram os padres da Companhia de Jesus. Em 1549 o primeiro grupo de jesuítas chega ao Brasil e cria a primeira escola elementar [1] em Salvador. Com o passar dos anos outras escolas elementares e colégios [2] foram implantados em outras regiões do Brasil como São Paulo, Rio de Janeiro e Maranhão assim como destaca Gomes(2012).

Nessas escolas elementares ou primárias, os jesuítas ensinavam, com relação aos conhecimentos matemáticos, a escrita de números naturais e as quatro operações fundamentais da matemática. Já nos colégios, privilegiavam "uma formação em que o lugar principal era destinado às humanidades clássicas" (GOMES, 2012, p.14), davam ênfase para o ensino do latim e à matemática não se dava muita importância nesta etapa do ensino.

Essas escolas foram mantidas pelos padres jesuítas por pouco mais de duzentos anos no Brasil. Neste período, o ensino da matemática era estritamente prático e aos poucos foi sendo implantado nas escolas elementares até as superiores como pré-requisito para o estudo da Física. Em 1757 ganhou "*status* de faculdade" (MOCROSKY; MONDINI; ESTEPHAN, 2012), onde o "foco do trabalho era a Geometria, baseada nos Elementos de

[1] escola primária ou escola básica ou escola de primeiras letras, corresponde aos quatro anos iniciais do ensino de 1º grau (antigas 1ª, 2ª, 3ª e 4ª séries) e poderia ser complementado por mais dois anos (5ª e 6ª séries).

[2] para esta época o ensino era de nível secundário que corresponde aos dois anos finais do ensino de 1º grau (antigas 7ª e 8ª séries) e ao ensino médio atual.

Euclides, e Astronomia, pautada nos trabalhos de Ptolomeu"(MOCROSKY; MONDINI; ESTEPHAN, 2012, p.3).

Em 1759, o marquês de Pombal, Sebastião José de Carvalho e Melo expulsou os jesuítas do Brasil, restaram poucas escolas comandadas por outras ordens religiosas e escolas militares. Nesse momento,

> havia no Brasil dois tipos de ensino, o ensino clássico-literário, ministrado nas escolas religiosas e o ensino nas escolas militares, onde o conhecimento era específico e as aulas de Geometria, Álgebra, Aritmética, Trigonometria e outras estruturavam os cursos para formação de artilheiros, engenheiros, mão de obra especializada. (LOBO; BAYER, 2004, p.2)

Quanto às escolas militares, desde 1648, o ensino da Geometria era impulsionado devido à necessidade de preparo dos soldados que por sua vez apresentavam dificuldades na execução de suas tarefas diárias (SENA; DORNELES, 2013).

Outro momento de destaque desde o período do Brasil Colônia foi a implantação das "aulas régias"[3] na era pombalina.

> Em 1772, um alvará do marquês de Pombal criou as "aulas régias", nas quais isoladamente se ensinavam primeiramente a gramática, o latim, o grego, a filosofia e a retórica, e, posteriormente, as disciplinas matemáticas:aritmética, álgebra e geometria. Eram aulas avulsas, e, em relação aos conhecimentos matemáticos, há indícios de que havia poucos alunos e, também, que era difícil conseguir professores. (GOMES, 2012, p.14-5)

Observa-se que a aprendizagem de Geometria no Brasil ficou muito aquém do que poderia ter sido na era colonial, haja vista que, na mesma época, diversos avanços e descobertas aconteciam na Europa nesta área e na Matemática de modo geral. Nas escolas elementares não se observou o ensino da Geometria, aliás, até mesmo a Aritmética não foi amplamente explorada nessas escolas havendo poucas aulas para o ensino da matemática e pouco alunos também. Foi nas escolas superiores jesuítas e nas escolas militares onde se constatou um ensino um pouco mais abrangente do que nas escolas elementares em relação à matemática e, em especial, à geometria.

- **Brasil Império (1822 - 1889)**

Em 1822 é proclamada a Independência do Brasil e dois anos mais tarde é outorgada sua primeira Constituição. Nessa Constituição, é declarada a gratuidade do ensino primário para todos os brasileiros. Mas ainda são necessários mais três anos para aprovar

[3] correspondiam ao estudo das humanidades, sendo pertencentes ao Estado e não mais à Igreja. Foi a primeira forma do sistema de ensino público no Brasil. (disponível em: <http://www.histedbr.fe.unicamp.br/navegando/glossario/verb_c_aulas_regias.htm>)

a "primeira lei de instrução pública nacional no Império do Brasil"(GOMES, 2012, p.15). Esta lei determinava que houvesse escolas primárias em todos os lugares populosos e diferenciava a educação para meninos e meninas, por exemplo: meninos e meninas deviam estudar em escolas separadas e quanto aos conhecimentos de matemática eram ofertadas para todas as escolas primárias, porém as noções de geometria somente eram oferecidas aos meninos, para as meninas essas noções eram substituídas pelas noções de práticas de economia doméstica (GOMES, 2012).

Observa-se que com a gratuidade do ensino nas escolas primárias, vieram as tentativas de incluir o ensino de noções geométricas além das quatro operações fundamentais ensinadas na era colonial nesse nível de ensino. Essas tentativas não deram certo por não haver professores habilitados e porque os conhecimentos geométricos não eram cobrados para o ingresso no ensino secundário (SENA; DORNELES, 2013).

Infere-se, portanto, do exposto até aqui, que o ensino da Geometria, quando ofertado, aparecia no ensino secundário e no ensino superior, ou seja, pelos relatos dos autores estudados, a Geometria não era ensinada no ensino primário.

Ademais, quando ofertadas, as áreas da Matemática (Aritmética, Álgebra e Geometria) eram ensinadas separadamente com base em livros e manuais franceses, mas isso começa a mudar a partir da segunda metade do século XIX com a "reformulação das produções brasileiras com a compilação dos textos que estavam sendo utilizados na França. A obra mais importante foi elaborada por Cristina Benedito Ottoni, por integrar os conhecimentos da Aritmética, Álgebra e Geometria"(MOCROSKY; MONDINI; ESTEPHAN, 2012, p.6).

- **Brasil República (a partir de 1889)**

Em 1889 é decretada a Proclamação da República Federatica do Brasil. Neste momento, o Brasil é um país agrícola e analfabeto. A economia do país gira em torno da comercialização e exportação de seus produtos agrícolas para os países industrializados (PAVANELLO, 1993) e 85% da população brasileira é analfabeta sem acesso a nenhum tipo de educação.

Este dado mostra o quanto a educação no Brasil necessitava evoluir. Em praticamente quatrocentos anos somente tiveram acesso à educação cerca de 15% da população, ficando claro que este era um privilégio de quem fazia parte da elite da população brasileira. Os níveis de ensino existentes até então eram o primário, o secundário e o superior. Isto posto, pensando-se em termos de conhecimentos geométricos, esta porcentagem seria ainda menor, pois praticamente só teve acesso à esta instrução quem teve oportunidade de frequentar o ensino secundário e o superior, sendo que sua abordagem nesses níveis de ensino não era tão intensa como visto nos períodos colonial e imperial.

Quanto às características dos ensinos primário e secundário para esta época, praticamente se mantém as mesmas em relação aos períodos anteriores. “O ensino da matemática na escola primária é essencialmente utilitário: busca-se o domínio das técnicas operatórias necessárias à vida prática e às atividades comerciais. Com a mesma orientação trabalham-se algumas noções de geometria” (PAVANELLO, 1993, p.8). Quanto ao ensino secundário por sua vez,

> é, em geral, pago e destina-se, pois, às elites e à preparação para os cursos superiores. Os conteúdos de matemática (aritmética, álgebra, geometria, etc.) são ensinados separadamente e por professores diferentes. O tratamento dado a eles é puramente abstrato sem qualquer preocupação com as aplicações práticas. (PAVANELLO, 1993, p.8)

Mas, a partir da Primeira Guerra Mundial (1914 - 1918), “num contexto de profundas mudanças políticas, econômicas e sociais, realizam-se, em diversos estados brasileiros e no Distrito Federal reformas no sistema de ensino primário relativas à educação primária e à formação de professores para esse nível” (GOMES, 2012, p.17-8). Com essas reformas, esperava-se o combate ao analfabetismo, à ampliação do ensino elementar, a formação de professores e principalmente um ensino de maior qualidade (PAVANELLO, 1993).

Alguns anos mais tarde, em 1930 é criado o Ministério da Educação e Saúde, sendo chefiado por Francisco Campos que no ano seguinte inicia uma reforma que leva o seu nome. Esta reforma tinha uma proposta de “modernização do ensino” (LOBO; BAYER, 2004) tanto para o nível secundário quanto superior. Ademais, a organização do currículo também foi alvo dessa reforma e tratando-se da Matemática ela formulou diretrizes metodológicas e unificou o ensino da Matemática, passando a ser composta no currículo por Aritmética, Álgebra, Geometria e Trigonometria (SENA; DORNELES, 2013, p.140). Quanto ao ensino de Geometria, ela propõe que “se inicie pelas explorações intuitivas, a partir das quais se estabelecerão os conhecimentos indispensáveis à construção de uma sistematização que deverá atingir a exploração formal”. (PAVANELLO, 1993, p.10)

Em 1942, uma nova reforma educacional acontece: a Reforma Capanema, que recebe este nome devido ao então ministro da educação e saúde Gustavo Capanema Filho. Esta reforma acontece através de uma sequência de “Leis Orgânicas de Ensino”. Sua preocupação inicial é com o ensino profissional e daí é criado o Serviço Nacional de Aprendizagem Industrial - SENAI. Por meio da “Lei Orgânica do Ensino Secundário”, o ensino secundário passa a ser reorganizado em dois ciclos, a saber: o ginasial, de quatro anos, e o colegial, de três anos, sendo este último subdividido em clássico e científico (PAVANELLO, 1993).

De acordo com esta reforma a geometria passou a ser trabalhada em todo o ensino secundário da seguinte maneira: no ginasial, com um tratamento intuitivo nas duas primeiras séries e com tratamento dedutivo nas duas séries finais; no colegial: em todas as séries seja do clássico como do científico, sendo que na 2ª série acrescenta-se também a trigonometria e na 3ª série inclui-se a geometria analítica (PAVANELLO, 1993).

O ensino da Matemática também foi influenciado pelo Movimento da Matemática Moderna nas décadas de 60 e 70. Conforme afirma Gomes(2012), esse movimento "tinha, como um de seus principais objetivos, integrar os campos da aritmética, da álgebra e da geometria no ensino, mediante a inserção de alguns elementos unificadores, tais como a linguagem dos conjuntos, as estruturas algébricas e o estudo das relações e funções" (GOMES, 2012, p.24).

Pavanello(1993) destaca, acerca deste movimento, que o ensino da geometria já vinha sofrendo dificuldades ao longo do tempo com relação a aspectos como metodologia de ensino, formação de professores e dificuldades de se estabelecer um ensino de geometria prática para a aprendizagem elementar e que, ao mesmo tempo, proporcionasse subsídios para uma geometria axiomática para o ensino secundário. Dessa forma, com o Movimento da Matemática Moderna as dificuldades se agravam fazendo com que muitos professores deixem de ensinar geometria priorizando o ensino da álgebra.

Em 1971, é promulgada a "Lei de Diretrizes e Bases do Ensino de 1º e 2º graus" - Lei nº. 5692 de 11 de agosto de 1971. Esta lei reorganiza o ensino no Brasil em dois níveis: o "primeiro grau, com duração de oito anos, unia os antigos primário e ginásio" (GOMES, 2012, p.25) e o segundo grau, com três anos de duração que corresponde ao colegial. Dentre as várias regras, parâmetros e orientações desta lei para a educação no Brasil, Pavanello(1993) destaca o fato de a mesma "permitir que cada professor monte seu programa de acordo com as necessidades da clientela" (PAVANELLO, 1993, p.13), o que por sua vez, segundo a autora, colaborou para a permanência e até mesmo o agravamento das consequências do Movimento da Matemática Moderna no que diz respeito ao ensino da geometria.

Uma contribuição de grande impacto, no período Brasil República, para a educação brasileira, é a criação dos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN pelo Ministério da Educação e Cultura - MEC em 1998, que repensa a educação no Brasil como um todo em todos os níveis de ensino da educação básica. Fruto de muitas pesquisas os PCN compõem uma coletânea de 10 volumes para o Ensino Fundamental I, 10 volumes para o Ensino Fundamental II e 4 volumes para o Ensino Médio. Quanto aos PCN de Matemática para o Ensino Fundamental - Séries Finais, estes "demonstram uma real preocupação com o ensino de geometria" (LOBO; BAYER, 2004, p.21), apresentando a importância do ensino da Geometria, seus objetivos e diretrizes para a organização do currículo desta área, os quais serão tratados com detalhes no próximo capítulo.

Uma aposta para a melhoria da educação básica no Brasil é a Base Nacional Comum Curricular - BNCC que começou a ser construída em 2015 num longo processo de "mobilização nacional" tendo a parte referente à Educação Infantil e Ensino Fundamental aprovada e homologada em dezembro de 2017 (BRASIL, 2018, p.2) e a parte referente ao Ensino Médio aprovada e homologada em dezembro de 2018. A BNCC é "um documento normativo que define o conjunto progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo da Educação Básica" (BRASIL, 2018, p.2). Trata-se, a grosso modo, de um documento mais abrangente do que os PCN que apresenta competências e habilidades por disciplina para cada ano da Educação Básica. A implementação dessas bases devem ocorrer até 2020, prazo para que estados e municípios (re)elaborem suas propostas curriculares em suas redes de ensino.

Com esta (re)elaboração de currículos, em todo o Brasil, alicerçados na BNCC, existe uma esperança de se alcançar melhores resultados no ensino e aprendizagem da Geometria num futuro próximo, uma vez que a BNCC estabelece o mínimo de habilidades que se espera que o estudante desenvolva em cada ano de ensino, sendo que os currículos das redes de ensino no Brasil não poderão oferecer menos do que está previsto neste documento.

No próximo capítulo, este tema será retomado com destaque na organização curricular do DF no tocante ao ensino da Geometria, onde o leitor poderá comparar a versão atual do currículo desta unidade federativa com as novas propostas da BNCC e estabelecer suas conclusões em relação às mudanças sugeridas.

1.2 Implicações da História da Educação no Ensino da Geometria

Na seção anterior pôde-se ter um panorama dos principais fatos da história do ensino de Matemática no Brasil com destaque ao ensino e aprendizagem da Geometria. Analisando estes fatos com atenção, autores como Pavanello(1993) e Lorenzato(1995) afirmam que este processo histórico configura um "abandono do ensino de geometria no Brasil" que ainda persiste no contexto atual, sendo este resultado discutido e confirmado por outros tantos autores como Barbosa(2011), Clemente *et. al.*(2015), Santos e Sant'Anna(2015).

Na literatura, os autores que desenvolvem suas pesquisas acerca desta temática encontram causas variadas para este abandono da Geometria, sendo boa parte delas bastante frequentes nos resultados das pesquisas apresentadas por eles, tais como: o fato de os professores não estarem e/ou não se sentirem preparados para lecionar assuntos geométricos, a organização e disposição dos conteúdos nos livros didáticos (LORENZATO, 1995) e as sequelas do Movimento da Matemátia Moderna no país.

Santos e Sant'Anna(2015) apresentam outras causas deste abandono, além das já citadas, amparadas por Pavanello e Lorenzato:

> Pesquisas como as de PAVANELLO(1993) e LORENZATO(1995) evidenciam que o ensino de Geometria na educação básica por um longo período foi negligenciado durante as aulas de Matemática. Explicações

> para a fragilidade encontrada nesta área referem-se à insegurança do professor que não possui domínio dos conteúdos que deveria estar ensinando - reflexo de uma formação deficiente, à falta de tempo para cumprir toda a ementa, à disposição desses conteúdos no livro didático, a ausência de uma abordagem que contemplasse a Álgebra e a Geometria de forma conjunta. (SANTOS; SANT'ANNA, 2015, p.1-2)

Baseado nos estudos de Pavanello(1993), Clemente *et. al.*(2015) destacam que o abandono do ensino da geometria

> ...foi agravado após a promulgação da Lei 5692/71(Brasil,1971), que permitiu ao professor elaborar seu programa de acordo com a necessidade de seus alunos. Essa liberdade concedida pela lei possibilitou que muitos professores de matemática sentindo-se inseguros para trabalhar com a geometria, deixassem de incluí-la em sua programação ou a colocavam no final do ano letivo, usando a falta de tempo como pretexto para não abordá-lo. (CLEMENTE et al., 2015, p.2)

Por fim, Barbosa(2011) afirma que:

> Dentre as principais causas desse abandono, o Movimento da Matemática Moderna e o despreparo do professor com relação ao desenvolvimento dos conteúdos geométricos têm sido as mais destacadas. Isso fez com que o professor não tivesse acesso a esses conteúdos durante sua escolarização, o que lhe trouxe dificuldades em trabalhar a Geometria na sala de aula, principalmente nos anos iniciais. (BARBOSA, 2011, p.3)

De fato, através do relato histórico da seção anterior pode-se confirmar todos esses motivos apresentados pelos autores para o desapreço do ensino da geometria no Brasil. Na era Brasil Colônia a Geometria não estava presente nas escolas elementares e nem nas secundárias, sendo abordada nas escolas superiores jesuítas e nas escolas militares. Na era Brasil Império, a Geometria é ensinada no ensino secundário e no ensino superior, sendo que cada um dos ramos da Matemática (Álgebra, Aritmética e Geometria) eram lecionados por professores diferentes. Na era Brasil República tem-se um período de idas e vindas da geometria no currículo escolar que ainda deixa marcas no ensino atual. A oferta do ensino da Geometria em alguns níveis de ensino e em outros não, ao longo do tempo, refletiu na formação de professores que sem pré-requisitos não aprendiam muito bem a geometria e sem conhecê-la, como ensiná-la aos estudantes na educação básica?

Talvez mais importante do que discutir as razões da Geometria ficar em segundo plano, seja refletir sobre as consequências desta negligência acerca do ensino desta disciplina na formação dos estudantes:

> A ausência do ensino da geometria e a ênfase no da álgebra pode estar prejudicando a formação dos alunos por privá-los da possibilidade do desenvolvimento integral dos processos de pensamento necessários à resolução de problemas matemáticos. Atiyah salienta a necessidade de

> cultivar e desenvolver tanto o visual, dominante na geometria, quanto o sequencial, preponderante na álgebra, pois ambos são essenciais aos problemas matemáticos autênticos. (PAVANELLO, 1993, p.16)

A autora ainda acrescenta, apoiada em Not(1981), que um ensino da Matemática focado apenas na álgebra pode levar o estudante a executar mecanicamente as operações sem nenhum tipo de questionamento sobre o que fazer ou não. Dessa forma, o estudante tem menos chance de desenvolver seu pensamento crítico e autônomo.

No capítulo seguinte, serão apresentados os benefícios do ensino da geometria na formação do estudante, além das expectativas para tal disciplina. Assim sendo, ficará ainda mais claro para o leitor o que se perde com tamanho descaso com a abordagem da matemática no Ensino Fundamental.

2 Expectativas para o Ensino da Geometria

Neste capítulo será abordada a importância de se aprender geometria e os benefícios dessa aprendizagem na formação dos estudantes do Ensino Fundamental (Anos Finais). Ademais, será discutido acerca de documentos que trazem recomendações para o ensino da geometria, tais como os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN e a Base Nacional Comum Curricular - BNCC em resposta ao histórico nefasto do ensino desta disciplina no Brasil. O Currículo em Movimento da Secretaria de Educação do Distrito Federal também será alvo de estudos no que se refere ao ensino da geometria.

Considerando o triste contexto descrito no capítulo anterior, nota-se que ainda é pequeno o número de pesquisas (teses, dissertações) sobre o ensino da Geometria quando comparado com o número de pesquisas em Educação Matemática que sempre cresceu no período de 1991 a 2011 como mostra Sena e Dorneles(2013). Nesta etapa, será feito um apanhado geral de contribuições importantes destas pesquisas que tratam da relevância do pensamento geométrico para os estudantes e das referências e recomendações para o ensino da geometria que caracterizam perspectivas para o ensino e aprendizagem dessa disciplina conforme estudos de autores como Niven(1994), Constantino(2006) e Luz(2014).

Espera-se deste capítulo uma síntese que permita ao leitor compor um arcabouço teórico que indique possíveis respostas à questionamentos como: para quê ensinar geometria? O quê ensinar em geometria? Como ensinar geometria? Ou seja, que permita refletir sobre a **utilidade** e o **currículo** da geometria e a **abordagem** que deve ser dada à ela em sala de aula.

2.1 Importância da Geometria na Formação dos Estudantes

Na literatura pode-se perceber que o ensino da geometria é fundamental em qualquer modalidade de ensino por basicamente dois motivos: em primeiro lugar, porque diversas situações e atividades do cotidiano do ser humano requerem conhecimentos geométricos, ou seja, o pensamento geométrico é simplesmente uma necessidade humana; e em segundo lugar, porque o ensino da geometria permite que o estudante desenvolva processos mentais e raciocínios essenciais para o desenvolvimento e aprendizagem da Matemática como um todo.

Em relação ao primeiro motivo citado, os PCN esclarecem que:

> Situações quotidianas e o exercício de diversas profissões, como engenharia, a bioquímica, a coreografia, a arquitetura, a mecânica etc., demandam do indivíduo a capacidade de pensar geometricamente. Também é cada vez mais indispensável que as pessoas desenvolvam a capacidade de

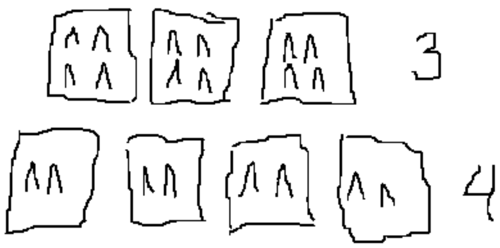
> observar o espaço tridimensional e de elaborar modos de comunicar-se a respeito dele, pois a imagem é um instrumento de informação essencial no mundo moderno. (BRASIL, 1998, p.122)

Já a BNCC em poucas palavras reafirma a importância da geometria contemplando os dois motivos mencionados acima: a "**Geometria** envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento" (BRASIL, 2017, p.169).

Por falar em resolver problemas, na década de 1980, o "National Concil of Teacher of Mathematics - NCTM - dos Estados Unidos apresentou recomendações para o ensino da Matemática no documento "Agenda para Ação", onde o destaque era a resolução de problema" (LOBO; BAYER, 2004, p.21) como estratégia metodológica para favorecer a aprendizagem deste componente curricular pois o Movimento da Matemática - Matemática Moderna não dera bons frutos.

Ora, a Geometria permite que o estudante desenvolva ótimos instrumentos para a resolução de problemas, como por exemplo, o raciocínio visual. Para ilustrar como esse raciocínio ajuda os estudantes na resolução de problemas, Lorenzato(1995) nos apresenta a solução dada por uma criança para o seguinte problema: "entre coelhos e galinhas tenho 7 cabeças e 20 pés, no total. Quantos coelhos e quantas galinhas possuo?" (LORENZATO, 1995, p.6).

Figura 1 – Raciocínio visual aplicado na resolução do problema



Fonte: Autoria própria

"Cada bicho tem sua casinha ... são 7"
"2 pernas para cada bicho ... sobraram 6 pernas ... tem que ser dos coelhos"
"2 pernas mais para cada casinha ... "
"são 3 coelhos e 4 galinhas." (LORENZATO, 1995, p.6)

O tipo de problema apresentado é comum nos livros didáticos quando se trata de equações de 1º grau ou sistemas de duas equações de 1º grau no ensino fundamental, embora seja um reforço para a desmotivação dos estudantes que não veem razões para resolverem problemas sem utilidades para eles, mas explicita muito bem como a geometria pode favorecer o desenvolvimento de raciocínios criativos para problemas diversos como apresentar uma solução alternativa quando na maioria dos casos se esperaria uma solução algébrica para a situação dada, como no exemplo citado por Lorenzato(1995).

O autor ainda acrescenta que o ensino da geometria possibilita o desenvolvimento de "facilitadores de processos mentais" que por sua vez são necessários para a resolução de problemas e que a "Geometria valoriza o descobrir, o conjecturar e o experimentar" (LORENZATO, 1995, p.6) tão necessários para o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático como um todo.

A geometria também possibilita que o estudante desenvolva sua capacidade de abstração, tão importante para o desenvolvimento da Matemática de modo geral, como explica Pavanello(2007):

> A geometria apresenta-se como um campo profícuo para o desenvolvimento da "capacidade de abstrair, generalizar, projetar, transceder o que é imediatamente sensível" - que é um dos objetivos do ensino da matemática - oferecendo condições para que níveis sucessivos de abstração possam ser alcançados. Partindo de um nível inferior, no qual reconhece as figuras geométricas, embora percebendo-as como todas indivisíveis, o aluno passa, no nível posterior, a distinguir as propriedades dessas figuras; estabelece, num terceiro momento, relações entre as figuras e suas propriedades, para organizar, no nível seguinte, sequências parciais de afirmações, deduzindo cada afirmação de uma outra, até que, finalmente, atinge um nível de abstração tal que lhe permite desconsiderar a natureza concreta dos objetos e do significado concreto das relações existentes entre eles. Delineia-se, dessa forma, um caminho que, partindo de um pensamento sobre objetos, leva a um pensamento sobre relações, as quais se tornam, progressivamente, mais e mais abstratas. (PAVANELLO, 2007, p.3-4)

Nota-se do que foi exposto nesta secção que o ensino da geometria implica em muitos benefícios para a formação dos estudantes e que o não ensino da geometria implica em sérios prejuízos para os mesmos. No entanto, o simples fato de ensinar geometria não é uma garantia de que esses benefícios serão adquiridos. Há de se pensar, portanto, na qualidade desse ensino.

2.2 Recomendações para o Ensino da Geometria

O abandono da geometria não é uma adversidade apenas brasileira, mas sim, um "fenômeno mundial"(PAVANELLO, 1993). Por esta razão, este foi tema de discussão em diversos países e a partir delas algumas recomendações e tendências foram apresentadas.

Nos Estados Unidos, em 1987, o NCTM publica em seu anuário diversos artigos que tratam de ensino da geometria segundo diversos aspectos tais como perspectivas, aplicações, atividades, interdisciplinaridade e formação de professores. Entre esses artigos está o de Ivan Niven(1994) que apresenta nove recomendações para tornar o ensino de geometria mais atraente no ensino secundário, que corresponde, por sua vez, ao Ensino Médio aqui no Brasil. Essas recomendações são as seguintes:

> 1 Ensine a parte inicial da geometria da mesma maneira como se ensina as partes iniciais da álgebra e do cálculo, sem ênfase excessiva no rigor;
> 2 Chegue ao âmago da geometria o mais cedo possível;
> 3 Use as técnicas da álgebra e da geometria analítica, assim como métodos euclidianos clássicos;
> 4 Use diagramas em todas as explicações, especialmente em demonstrações;
> 5 Relacione a geometria com as tendências da matemática e do mundo físico real;
> 6 Elimine a verborragia e evite a excessiva elaboração do óbvio;
> 7 Adie ou omita as demonstrações de alguns teoremas;
> 8 Os manuais escolares devem oferecer um grande número de problemas de dificuldade intermediária para uso em sala de aula;
> 9 Conte aos alunos tudo sobre a trissecção do ângulo (NIVEN, 1994, p.47-57).

Embora sejam recomendações para o que corresponde ao Ensino Médio no Brasil, boa parte dessas recomendações são aplicáveis também ao Ensino Fundamental, como é o caso da recomendação 1 que aconselha que o rigor no pensamento geométrico seja cobrado em etapas futuras quando o estudante já possui boas bases; da recomendação 2 que sugere que tópicos centrais dos conteúdos sejam abordados logo, sem muitas delongas; da recomendação 4 que valoriza o uso de figuras e esquemas para a análise e exploração de teoremas e problemas; da recomendação 5 que indica a importância das aplicações e contextualizações; da recomendação 6 que repudia o uso excessivo de palavras para a apresentação de situações mais simples e da recomendação 8 que aponta a necessidade de problemas mais elaborados para serem trabalhados em sala de aula. (NIVEN, 1994)

No Brasil, no primeiro semestre de 1995, Lorenzato(1995) apresenta seis tendências para o ensino da geometria nas séries finais do ensino fundamental, são elas:

> 1 apresentar a Geometria como meio de descrever o mundo físico;
> 2 explorar as transformações de figuras geométricas através de rotação, translação, simetria e deformação, ressaltando a semelhança e a congruência;
> 3 utilizar a Geometria como auxiliar para resolver problemas;
> 4 aplicar propriedades geométricas;
> 5 favorecer a emissão e a verificação de hipóteses;
> 6 integrar a Geometria com a Aritmética e Álgebra. (LORENZATO, 1995, p.10)

Em outubro desse mesmo ano, é realizada na Catânia (Sicilia - Itália), a conferência intitulada “Perspectivas para o Ensino da Geometria no Século XXI”, promovida pela *The Internetional Commission on Mathematics Instruction - ICMI* (LUZ, 2014) - Comissão Internacional para Instrução Matemática - que é o “orgão máximo da Educacão Matemática no planeta” (OLIVEIRA, 2007, p.15). Nessa conferência, obteve-se um documento conhecido como "Questionário de Catânia" (KALEFF, 2012) que relata tendências, aponta necessidades e faz recomendações para a recuperação do ensino da geometria (CONSTANTINO, 2006). Conforme Luz(2014), essas recomendações são:

> 1 Deve-se evitar substituir o programa de geometria pelos tópicos sobre medidas;
> 2 Merece menos atenção atividades centradas na memorização de vocábulos, fatos e relações;
> 3 Os alunos devem ter contato com atividades geométricas durante todo o ano letivo e não somente em um determinado período de tempo no ano;
> 4 São recomendáveis atividades que façam conexões com áreas afins como artes, geografia e física;
> 5 O currículo de geometria, principalmente a partir da 7ª série, deve ter fortes conexões com aplicações e situações reais;
> 6 A geometria deve ser considerada um instrumento para a compreensão, descrição e interação com o espaço em que vive, por ser campo mais intuitivo e concreto da matemática e o mais ligado à realidade. (LUZ, 2014, p.17)

Outras recomendações importantes desse documento são destacadas por Constantino(2006), dentre elas temos que:

> • O currículo de Matemática do ensino primário deve incluir geometria bi e tridimensional para que os alunos sejam capazes de descrever, desenhar e classificar figuras; investigar e predizer o resultado de combinar, subdividir e transformar figuras; de desenvolver a percepção espacial; de relacionar idéias geométricas com idéias numéricas e de medição; de reconhecer e apreciar a geometria dentro de seu mundo;
> • Nos seis primeiros anos de escolaridade o programa deve ser essencialmente centrado em atividades e não em teorias sobre tópicos geométricos. (CONSTANTINO, 2006, p.12-3)

Voltando ao Brasil, em 1998 é lançado os PCN que, entre tantas orientações para todos os componentes curriculares da educação básica no país, destaca a importância do ensino da geometria e propõe diretrizes das quais várias delas coincidem com as recomendações manifestadas na Conferência de Catânia (LUZ, 2014). Em consonância com a recomendação 1, os PCN esclarecem que a geometria corresponde ao estudo do espaço e das formas; em conformidade com a recomendação 2, afirma que a geometria é um campo fértil para trabalhar com situações-problema (BRASIL, 1998) e em concordância com as recomendações 4 e 5, o documento destaca que "é fundamental que os estudos do espaço e forma sejam explorados a partir de objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, de modo que permita ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento"(BRASIL, 1998, p.51).

Ainda neste contexto de recomendações e tendências, os PCN tratam das Tecnologias da Comunicação, um recurso que é cada vez mais presente na sociedade e que não pode ficar de fora do contexto escolar. Portanto, ensinar geometria com o uso da *Internet* e de *softwares* dinâmicos, por exemplo, é fundamental para a aprendizagem.

2.2.1 Objetivos de geometria para o ensino fundamental

Os PCN apresentam referências e orientações para a organização dos currículos no Brasil. Em relação ao componente curricular Matemática para o Ensino Fundamental (Anos Finais), este documento trata dos objetivos, conteúdos, procedimentos e atitudes para o ensino da Matemática em quatro blocos, a saber: números e operações que corresponde aos ramos da Aritmética e Álgebra; espaço e forma que corresponde à área da Geometria; grandezas e medidas que corresponde à interligação dos campos da Álgebra, Aritmética e Geometria e tratamento da informação que corresponde às áreas de Estatística, Probabilidade e Combinatória (BRASIL, 1998).

Segundo os PCN o estudante deve desenvolver seu pensamento geométrico de tal modo que seja capaz de realizar algumas ações mínimas conforme está descrito no quadro a seguir:

Tabela 1 – Objetivos gerais de geometria no Brasil

Etapa	Objetivos
6º e 7º anos	Resolver situações-problema de localização e deslocamento de pontos no espaço, reconhecendo nas noções de direção e sentido, de ângulo, de paralelismo e de perpendicularismo elementos fundamentais para a constituição de sistemas de coordenadas cartesianas; Estabelecer relações entre figuras espaciais e suas representações planas, envolvendo a observação das figuras sob diferentes pontos de vista, construindo e interpretando suas representações; Resolver situações-problema que envolvam figuras geométricas planas, utilizando procedimentos de decomposição e composição, transformação, ampliação e redução.
8º e 9º anos	Interpretar e representar a localização e o deslocamento de uma figura no plano cartesiano; Produzir e analisar transformações e ampliações/reduções de figuras geométricas planas, identificando seus elementos variantes e invariantes, desenvolvendo o conceito de congruência e semelhança; Ampliar e aprofundar noções geométricas como incidência, paralelismo, perpendicularismo e ângulo para estabelecer relações, inclusive as métricas, em figuras bidimensionais e tridimensionais; Obter e utilizar fórmulas para cálculo da área de superfícies planas e para cálculo de volumes de sólidos geométricos (prismas retos e composições desses prismas).

Fonte: Texto extraído dos Parâmetros Curriculares Nacionais

Estas orientações dos PCN são orientações mais generalizadas. Como está previsto na “Constituição de 1988, na LDB de 1996 e no Plano Nacional de Educação de

2014”(BRASIL, 2017, p.5), foi aprovada e homologada em dezembro de 2017 a Base Nacional Comum Curricular para a Educação Infantil e para o Ensino Fundamental. Este sim, é um documento mais detalhado do que os PCN e que traz parâmetros pormenorizados para cada uma das disciplinas em cada ano por modalidade de ensino. Quando se trata do ensino de geometria, as recomendações deste documento são as seguintes:

Tabela 2 – Novas recomendações de conteúdos e objetivos de geometria no Brasil

Ano	Conteúdos	Objetivos
6º ano	Plano cartesiano: associação dos vértices de um polígono a pares ordenados. Prismas e pirâmides: planificações e relações entre seus elementos (vértices, faces e arestas). Polígonos: classificações quanto ao número de vértices, às medidas de lados e ângulos e ao paralelismo e perpendicularismo dos lados. Construção de figuras semelhantes: ampliação e redução de figuras planas em malhas quadriculadas. Construção de retas paralelas e perpendiculares, fazendo uso de réguas, esquadros e softwares. Ângulos: noção, usos e medida.	(EF06MA16) Associar pares ordenados de números a pontos do plano cartesiano do 1º quadrante, em situações como a localização dos vértices de um polígono. (EF06MA17) Quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do seu polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial. (EF06MA18) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e classificá-los em regulares e não regulares, tanto em suas representações no plano como em faces de poliedros. (EF06MA19) Identificar características dos triângulos e classificá-los em relação às medidas dos lados e dos ângulos. (EF06MA20) Identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação a lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles. (EF06MA21) Construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, com o uso de malhas quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais. (EF06MA22) Utilizar instrumentos, como réguas e esquadros, ou softwares para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros. (EF06MA23) Construir algoritmo para resolver situações passo a passo (como na construção de dobraduras ou na indicação de deslocamento de um objeto no plano segundo pontos de referência e distâncias fornecidas etc.). (EF06MA25) Reconhecer a abertura do ângulo como grandeza associada às figuras geométricas. (EF06MA26) Resolver problemas que envolvam a noção de ângulo em diferentes contextos e em situações reais, como ângulo de visão.

continua na próxima página

Tabela 2 – Novas recomendações de conteúdos e objetivos de geometria no Brasil (continuação)

Ano	Conteúdos	Objetivos
6º ano		(EF06MA27) Determinar medidas da abertura de ângulos, por meio de transferidor e/ou tecnologias digitais.
7º ano	Transformações geométricas de polígonos no plano cartesiano: multiplicação das coordenadas por um número inteiro e obtenção de simétricos em relação aos eixos e à origem. Simetrias de translação, rotação e reflexão. A circunferência como lugar geométrico. Relações entre os ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma transversal. Triângulos: construção, condição de existência e soma das medidas dos ângulos internos. Polígonos regulares: quadrado e triângulo equilátero. Cálculo de volume de blocos retangulares, utilizando unidades de medida convencionais mais usuais.	(EF07MA19) Realizar transformações de polígonos representados no plano cartesiano, decorrentes da multiplicação das coordenadas de seus vértices por um número inteiro. (EF07MA20) Reconhecer e representar, no plano cartesiano, o simétrico de figuras em relação aos eixos e à origem. (EF07MA21) Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros. (EF07MA22) Construir circunferências, utilizando compasso, reconhecê-las como lugar geométrico e utilizá-las para fazer composições artísticas e resolver problemas que envolvam objetos equidistantes. (EF07MA23) Verificar relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, com e sem uso de softwares de geometria dinâmica. (EF07MA24) Construir triângulos, usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°. (EF07MA25) Reconhecer a rigidez geométrica dos triângulos e suas aplicações, como na construção de estruturas arquitetônicas (telhados, estruturas metálicas e outras) ou nas artes plásticas. (EF07MA26) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um triângulo qualquer, conhecidas as medidas dos três lados. (EF07MA27) Calcular medidas de ângulos internos de polígonos regulares, sem o uso de fórmulas, e estabelecer relações entre ângulos internos e externos de polígonos, preferencialmente vinculadas à construção de mosaicos e de ladrilhamentos. (EF07MA28) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um

continua na próxima página

Tabela 2 – Novas recomendações de conteúdos e objetivos de geometria no Brasil (continuação)

Ano	Conteúdos	Objetivos
7º ano		polígono regular (como quadrado e triângulo equilátero), conhecida a medida de seu lado. (EF07MA30) Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida do volume de blocos retangulares, envolvendo as unidades usuais (metro cúbico, decímetro cúbico e centímetro cúbico).
8º ano	Congruência de triângulos e demonstrações de propriedades de quadriláteros. Construções geométricas: ângulos de 90°, 60°,45° e 30° e polígonos regulares. Mediatriz e bissetriz como lugares geométricos: construção e problemas. Transformações geométricas: simetrias de translação, reflexão e rotação. Área de figuras planas. Área do círculo e comprimento de sua circunferência. Volume de cilindro reto.	(EF08MA14) Demonstrar propriedades de quadriláteros por meio da identificação da congruência de triângulos. (EF08MA15) Construir, utilizando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares. (EF08MA16) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um hexágono regular de qualquer área, a partir da medida do ângulo central e da utilização de esquadros e compasso. (EF08MA17) Aplicar os conceitos de mediatriz e bissetriz como lugares geométricos na resolução de problemas. (EF08MA18) Reconhecer e construir figuras obtidas por composições de transformações geométricas (translação, reflexão e rotação), com o uso de instrumentos de desenho ou de softwares de geometria dinâmica. (EF08MA19) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos.
9º ano	Demonstrações de relações entre os ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma transversal. Relações entre arcos e ângulos na circunferência de um círculo. Semelhança de triângulos. Relações métricas no triângulo retângulo.	(EF09MA10) Demonstrar relações simples entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal. (EF09MA11) Resolver problemas por meio do estabelecimento de relações entre arcos, ângulos centrais e ângulos inscritos na circunferência, fazendo uso, inclusive, de softwares de geometria dinâmica. (EF09MA12) Reconhecer as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes.

continua na próxima página

Tabela 2 – Novas recomendações de conteúdos e objetivos de geometria no Brasil (continuação)

Ano	Conteúdos	Objetivos
9º ano	Teorema de Pitágoras: verificações experimentais e demonstração. Retas paralelas cortadas por transversais: teoremas de proporcionalidade e verificações experimentais. Polígonos regulares. Distância entre pontos no plano cartesiano. Vistas ortogonais de figuras espaciais. Volume de prismas e cilindros.	(EF09MA13) Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, entre elas o teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulos. (EF09MA14) Resolver e elaborar problemas de aplicação do teorema de Pitágoras ou das relações de proporcionalidade envolvendo retas paralelas cortadas por secantes. (EF09MA15) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular cuja medida do lado é conhecida, utilizando régua e compasso, como também softwares. (EF09MA16) Determinar o ponto médio de um segmento de reta e a distância entre dois pontos quaisquer, dadas as coordenadas desses pontos no plano cartesiano, sem o uso de fórmulas, e utilizar esse conhecimento para calcular, por exemplo, medidas de perímetros e áreas de figuras planas construídas no plano. (EF09MA17) Reconhecer vistas ortogonais de figuras espaciais e aplicar esse conhecimento para desenhar objetos em perspectiva. (EF09MA19) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de volumes de prismas e de cilindros retos, inclusive com uso de expressões de cálculo, em situações cotidianas.

Fonte: Texto extraído da Base Nacional Comum Curricular

2.2.2 O currículo de geometria no Distrito Federal

O currículo da rede de ensino do Distrito Federal é norteado pelo documento Currículo em Movimento da Educação Básica. Sua elaboração iniciou-se em 2011 com discussões e realizações de plenárias envolvendo professores, estudantes, coordenadores pedagógicos e gestores que se estenderam até 2013. Está fundamentado pelo que determina a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional - LDB e pelo que orienta os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN e as Diretrizes Curriculares Nacionais - DCN (DISTRITO FEDERAL, 2014b).

Com relação ao currículo de matemática para o ensino fundamental é destacado que os conteúdos enumerados por ele sugerem áreas mais abrangentes e que, portanto, não "esgotam todos os assuntos pertinentes" (DISTRITO FEDERAL, 2014a, p.87).

A seguir, apresenta-se o que se espera que os estudantes aprendam de geometria nos anos finais do Ensino Fundamental no DF conforme a primeira edição do Currículo em Movimento:

Tabela 3 – Conteúdos e objetivos de geometria no DF

Ano	Conteúdos	Objetivos
6º ano	Introdução à Geometria Ponto, reta e plano Ângulos Posições relativas entre as retas Figuras planas: conceitos, representação e classificação Triângulos e quadriláteros Circunferência e círculo: raio, diâmetro e perímetro	Conhecer, compreender e aplicar conceitos básicos de geometria e estatística.
7º ano	Ângulos: construção e classificação, elementos, bissetriz Polígonos: construção, identificação e classificação Polígonos regulares: propriedades, construção e características Figuras espaciais: conceitos e representações: prismas, cilindros, pirâmides, cones e esferas, cálculo de volume de sólidos retangulares, relação entre volume e capacidade	Raciocinar, expressar-se matematicamente e aplicar métodos matemáticos no que se refere operações com números inteiros, números racionais, equações e sistemas de equações com representação no plano cartesiano, proporcionalidade, conhecimentos geométricos e aritméticos, noções de estatística e matemática financeira, bem como suas aplicações na prática.
8º ano	Ângulos: classificação e construção, ângulos opostos pelo vértice, ângulos adjacentes, ângulos consecutivos e bissetriz, ângulos complementares e suplementares, ângulos formados por retas paralelas cortadas por transversal Estudo de polígonos: propriedades e classificação de triângulos e quadriláteros, soma de ângulos internos e externos de triângulos e quadriláteros	Raciocinar, expressar-se matematicamente e aplicar métodos matemáticos no que se refere a (operações com números reais, monômios e polinômios, equações e sistemas de equações, representações no plano cartesiano, conhecimentos geométricos e aritméticos, noções de estatística e educação financeira), bem como suas aplicações práticas.

continua na próxima página

Tabela 3 – Conteúdos e objetivos de geometria no DF (continuação)

Ano	Conteúdos	Objetivos
8º ano	Figuras planas: composição e decomposição, áreas de figuras planas associadas à área do retângulo	
9º ano	Figuras planas e espaciais Perímetro e área Número de diagonais Soma de ângulos internos de um polígono qualquer Sólidos geométricos: área e volume Razão de semelhança Proporções e teorema de Tales Semelhança de triângulos Teorema de Pitágoras Relações métricas no triângulo retângulo Polígonos inscritos e circunscritos em uma circunferência Razões trigonométricas Seno, cosseno e tangente	Raciocinar, expressar-se matematicamente e aplicar métodos matemáticos no que se refere: a Equações do 2º grau, sistemas de equações de 1º e 2º graus, relação entre grandezas, unidade de medidas, conhecimentos de geometria plana e espacial, funções do 1º e 2º graus, estatística, probabilidade, matemática financeira, potenciação e radiciação, bem como suas aplicações práticas.

Fonte: Texto extraído do Currículo em Movimento 1ª edição

Devido às necessidades de atualização do Currículo em Movimento, à universalização da organização escolar em ciclos no DF e à homologação da BNCC em 2017, a Secretaria de Educação do Distrito Federal revisou o Currículo em Movimento e elaborou a 2ª edição do Currículo para a Educacação Infantil e para o Ensino Fundamental. O Conselho de Educação do Distrito Federal aprovou essa 2ª edição do documento em dezembro de 2018 (DISTRITO FEDERAL, 2018).

Conforme a 2ª edição do Currículo em Movimento, os conteúdos e objetivos de geometria para o Ensino Fundamental (Anos Finais) são os seguintes:

Tabela 4 – Novas recomendações de conteúdos e objetivos de geometria no DF

Ano	Conteúdos	Objetivos
6º ano	Introdução à Geometria: • Ponto, reta e plano • Plano Cartesiano • Posições relativas entre retas: construção de retas paralelas e perpendiculares, utilizando régua, esquadro e aplicativos matemáticos Figuras planas: • Conceitos • Representação • Classificação • Ampliação e redução por meio de malha quadriculada • Polígonos: classificação quanto ao número de vértices, às medidas de lados e ângulos e ao paralelismo e perpendicularismo dos lados Figuras espaciais: • Prismas e pirâmides: visualização espacial, planificações, relações entre seus elementos	• Compreender a ideia intuitiva de ponto, reta e ponto. • Associar pares ordenados de números a pontos do plano cartesiano do 1º quadrante, em situações como a localização dos vértices de um polígono. • Reproduzir retas paralelas e retas perpendiculares usando instrumentos de desenho ou aplicativos matemáticos. • Diferenciar polígonos de não polígonos. • Classificar polígonos como regulares e não regulares. • Reconhecer e nomear polígonos considerando o número de lados. • Construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, com o uso de malhas quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais. • Classificar triângulos quanto às medidas dos lados e dos ângulos. • Conhecer as propriedades dos quadriláteros e utilizá-las para classificá-los. • Analisar e descrever mudanças que ocorrem no perímetro e na área de um quadrado ao se ampliarem ou reduzirem, igualmente, as medidas de seus lados, compreendendo que o perímetro é proporcional à medida do lado, o que não ocorre com a área. • Identificar e quantificar elementos de prismas e pirâmides (vértices, arestas e faces) fomentando a percepção espacial. • Reconhecer polígonos e seus elementos como parte de figuras espaciais conhecidas como primas e pirâmides para resolução de problemas e desenvolvimento da percepção espacial. • Reconhecer e elaborar planificação de prismas e pirâmides regulares.
7º ano	• Transformações geométricas de polígonos no plano cartesiano: multiplicação das coordenadas por um número inteiro e obtenção de simétricos em relação aos eixos e à origem • Simetrias de translação, rotação e reflexão	• Realizar transformações de polígonos representados no plano cartesiano, decorrentes da multiplicação das coordenadas de seus vértices por um número inteiro. • Reconhecer e representar, no plano cartesiano, o simétrico de figuras em relação aos eixos e à origem. • Reconhecer e construir figuras obtidas por simetria de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica associando

continua na próxima página

Tabela 4 – Novas recomendações de conteúdos e objetivos de geometria no DF (continuação)

Ano	Conteúdos	Objetivos
7º ano	Ângulos: • Construção e classificação • Elementos • Relações entre os ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma transversal Circunferência: • Circunferência como lugar geométrico Triângulo: • Construção, condição de existência, rigidez, aplicações e soma dos ângulos internos Polígonos Regulares: • Definição e construção de triângulo equilátero e quadrado • Relações entre ângulos internos e externos	esse conhecimento a produções artísticas e arquitetônicas dentre outras. • Identificar ângulos complementares, suplementares e opostos pelo vértice e suas respectivas propriedades. • Resolver e elaborar problemas envolvendo a unidade de medida de ângulos. • Identificar, verificar e aplicar relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, com e sem uso de softwares de geometria dinâmica. • Construir circunferência utilizando compasso ou aplicativos de geometria e identificar seus elementos. • Compreender a circunferência como lugar geométrico. • Construir triângulos e quadrados a partir das medidas de seus lados utilizando compasso e aplicativos da geometria dinâmica. • Elaborar algoritmo por escrito ou em forma de fluxograma descrevendo passos de construção de triângulos e de quadrados quando conhecidas as medidas de seus lados. • Conhecer e aplicar a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados. • Compreender a rigidez de um triângulo e suas aplicações em outras áreas de conhecimento. • Reconhecer que a soma dos ângulos internos de um triângulo mede 180º e utilizar esse conhecimento para resolver e elaborar problemas. • Calcular medidas de ângulos internos de polígonos regulares, sem o uso de fórmulas, e estabelecer relações entre ângulos internos e externos de polígonos, preferencialmente vinculadas à construção de mosaicos e de ladrilhamentos.
8º ano	Ângulos: • Classificação e construção • Ângulos opostos pelo vértice, ângulos adjacentes, ângulos consecutivos • Ângulos complementares e suplementares	• Construir ângulos de 90°, 60°, 45° e 30°, mediatriz, bissetriz e polígonos regulares, utilizando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica. • Identificar situações e objetos do mundo real que envolvam ângulos, lugares geométricos e polígonos e utilizar definições, classificações e propriedades desses objetos para resolver situações-problema por meio de

continua na próxima página

Tabela 4 – Novas recomendações de conteúdos e objetivos de geometria no DF (continuação)

Ano	Conteúdos	Objetivos
8º ano	Lugar geométrico: • Mediatriz e bissetriz como lugares geométricos: construção e problemas Transformações geométricas: • Simetrias de translação, reflexão e rotação Estudos de polígonos: • Propriedades e classificação de triângulos e quadriláteros • Congruência de triângulos e demonstrações de propriedades de quadriláteros	representações algébricas e gráficas, fazendo uso de ferramentas tecnológicas. • Reconhecer, visualizar e aplicar as transformações de translação, reflexão e rotação em figuras planas e espaciais utilizando régua e compasso e/ou aplicativos matemáticos. • Demonstrar propriedades de quadriláteros por meio da identificação da congruência de triângulos.
9º ano	• Proporções e Teorema de Tales Semelhança: • Razão de semelhança • Semelhança de triângulos • Teorema de Pitágoras: verificações experimentais e demonstrações • Relações métricas no triângulo retângulo Polígonos: • Polígonos regulares • Polígonos inscritos e circunscritos em uma circunferência • Relações entre arcos e ângulos de uma circunferência • Distância entre pontos do plano cartesiano • Vistas ortogonais de figuras espaciais	• Demonstrar relações simples entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal. • Utilizar conhecimentos matemáticos sobre triângulos para resolver situações-problema do cotidiano. • Corresponder relações métricas do triângulo retângulo, utilizando semelhança de triângulos e o Teorema de Pitágoras. • Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular cuja medida do lado é conhecida, utilizando régua e compasso, como também aplicativos matemáticos. • Resolver situações-problema por meio do estabelecimento de relações entre arcos, ângulos centrais e ângulos inscritos na circunferência, fazendo uso, inclusive, de softwares de geometria dinâmica. • Aplicar conhecimentos de plano cartesiano, Teorema de Pitágoras e funções para determinar ponto médio e medidas de segmentos dados e coordenadas de suas extremidades. • Reconhecer vistas ortogonais de figuras espaciais e aplicar esse conhecimento para desenhar objetos em perspectiva por meio de utilização de materiais concretos e aplicativos matemáticos.

Fonte: Texto extraído do Currículo em Movimento 2ª edição

Comparando-se a segunda edição do Currículo em Movimento com a sua primeira edição, verifica-se de uma forma geral que os conteúdos de geometria foram ampliados conforme as orientações da BNCC. Quanto aos objetivos esperados, estes praticamente não estavam presentes na primeira edição e aparecem em peso de forma mais específica por assunto na segunda edição, também conforme as recomendações da BNCC. Além disso, observa-se que os objetivos apresentados estão voltados para o desenvolvimento do pensamento geométrico por meio de atitudes, competências e habilidades e não pela simples memorização de definições e nomenclaturas.

É notório, portanto, o aumento de significado dado à geometria nos documentos oficiais atuais. Mas como deve estar este tratamento em sala de aula? As expectativas aqui apresentadas não podem ficar apenas no papel, elas precisam tornar-se realidade. Então, como trabalhar a geometria em sala de aula de modo que favoreça à aprendizagem dos estudantes? Certamente, não existe uma receita para tal fim, mas existem diversas estratégias e metodologias que podem ser utilizadas. No próximo capítulo, algumas considerações serão feitas a cerca desta temática com o intuito de incentivar e valorizar o uso de atividades práticas e de investigação com materiais didáticos do laboratório de matemática para um ensino e aprendizagem de geometria de qualidade no Ensino Fundamental.

3 Proposta de Trabalho

Não basta saber o que ensinar. É preciso encontrar meios de como ensinar com qualidade. Os métodos tradicionais de ensino tem sua importância e dificilmente serão banidos das escolas no processo ensino e aprendizagem, porém, esses métodos precisam ser aliados à outras estratégias que permitam ao estudante desenvolver seus conhecimentos.

> ... a prática mais freqüente no ensino de Matemática tem sido aquela em que o professor apresenta o conteúdo oralmente, partindo de definições, exemplos, demonstrações de propriedades, seguidos de exercícios de aprendizagem, fixação e aplicação, e pressupõe que o aluno aprenda pela reprodução. Assim, considera-se que uma reprodução correta é evidência de que ocorreu aprendizagem. (BRASIL, 1998, p.37)

A questão é que essa reprodução correta de tudo o que foi descarregado sobre o estudante caracteriza uma ilusão de que houve aprendizagem, em que o estudante "não aprendeu o conteúdo e não sabe utilizá-lo em outros contextos" (BRASIL, 1998, p.37). A situação pode ser ainda mais preocupante, pois o que é reproduzido pelos estudantes nas atividades e avaliações são, na maioria das vezes, "conteúdos que pouco têm a ver com a realidade concreta dos alunos, com sua vivência" (VASCONCELLOS, 1995 apud LEITE, 2008, p.3). Dessa forma, a geometria

> tal como é ensinada tradicionalmente, precisa mudar. Chegou o momento de refletir sobre sua evolução nos dois últimos milênios e perceber que ela deve incorporar também a tecnologia do presente. Os alunos de geometria deveriam aprender como os conceitos e idéias dessa matéria se aplicam a uma vasta gama de feitos humanos – na ciência, na arte e no mercado. Além disso, deveriam experimentar a geometria ativamente. (KENNEY, 1994, p.107)

Por esta razão, neste capítulo será tratado acerca de estratégias metodológicas centradas em atividades práticas, de experimentação e de investigação em que o estudante é sujeito ativo no processo ensino e aprendizagem que constrói e reconstrói seu próprio conhecimento, sendo ressaltado o Laboratório de Ensino de Matemática como ambiente propício para a realização de tais atividades. Mas antes de ser discutido sobre essa proposta de procedimentos em que o estudante pode ter a oportunidade de questionar, conjecturar e testar suas ideias ao invés de simplesmente reproduzir definições, nomenclaturas e propriedades sem compreendê-las, será discorrido sobre como se desenvolve o pensamento geométrico dos estudantes com base nos estudos dos *Van Hiele*.

3.1 O Modelo de *Van Hiele*

> Pierre Marie Van Hiele e sua esposa, Dina Van Hiele-Geldof, desenvolveram a teoria que leva seu nome, a partir de frustrações, tanto deles quanto dos seus alunos, vivenciadas na relação ensino aprendizagem de geometria. Explica que a dificuldade dos seus alunos em aprender geometria era tão grave que ele se sentia como se estivesse falando uma língua diferente. Apesar de sua insistente procura por formas diferentes de explicar os conteúdos geométricos, a dificuldade persistia. Então, recorreram as pesquisas sobre a aprendizagem matemática, o papel da compreensão em Geometria e a busca por metodologias capazes de garantir um ensino com produção de significados. (OLIVEIRA E GAZIRE,2012). (GOMES; AGUIAR, 2014, p.4)

A teoria de desenvolvimento geométrico formulada pelos *Van Hiele* permite nortear os procedimentos didáticos para a formação dos estudantes, assim como avaliar suas habilidades e verificar o seu nível de aprendizado. Conforme os estudos do casal, o pensamento geométrico se desenvolve por meio de "raciocínios hierárquicos e sequenciais"(VIEIRA, 2010 apud GOMES; AGUIAR, 2014) que constituem cinco níveis de compreensão, a saber: nível 0 (nível básico): visualização ou reconhecimento (SILVA; CâNDIDO, 2007); nível 1: análise; nível 2: dedução informal ou classificação (SILVA; CâNDIDO, 2007) ou ordenação (SANTOS; SANT'ANNA, 2015); nível 3: dedução formal e nível 4: rigor (CROWLEY, 1994).

No nível 0 ou nível básico, os "conteúdos são vistos como entidades totais, e não como entidades que têm componentes ou atributos" (CROWLEY, 1994, p.2). Nesse nível, o estudante reconhece figuras geométricas por seu aspecto físico, consegue reproduzí-las, mas não consegue destacar as suas propriedades (CROWLEY, 1994).

No nível 1, os estudantes começam a perceber os conceitos geométricos como algo que possui elementos e características, observam "a figura não como um todo, mas identificam suas partes, propriedades geométricas e percebem as consequências das propriedades" (SILVA; CâNDIDO, 2007, p.2), porém "não são capazes de explicar relações entre propriedades, não vêem inter-relações entre figuras e não entendem definições" (CROWLEY, 1994, p.3).

No nível 2, os estudantes já são capazes de indicar relações entre propriedades de uma figura e entre figuras, entendem definições e conseguem entender demonstrações, mas não conseguem organizar uma demonstração (CROWLEY, 1994).

No nível 3, os estudantes conseguem fazer demonstrações formais verificando que podem provar os resultados por maneiras diferentes. Ademais, são capazes de compreender e diferenciar o significado dos axiomas, postulados, definições e teoremas e, portanto, estão familiarizados à uma linguagem mais formal (SILVA; CâNDIDO, 2007).

E no nível 4, a "geometria é vista no plano abstrato" (CROWLEY, 1994, p.4).

Nesse nível, o estudante consegue "trabalhar em vários sistemas axiomáticos, isto é, podem-se estudar geometrias não euclidianas e comparar sistemas diferentes" (CROWLEY, 1994, p.4).

O nível de compreensão do estudante não depende muito da sua idade ou de sua maturidade, mas sim das orientações e procedimentos adotados no processo ensino/aprendizagem. "Portanto o método e a organização do curso, assim como o conteúdo e o material usados, são importantes áreas de preocupação pedagógica" (CROWLEY, 1994, p.6). Dessa forma, o modelo de *Van Hiele* sugere cinco fases sequenciais de aprendizagem para o professor estruturar suas atividades pedagógicas de modo que o estudante possa avançar para o nível de compreensão superior ao que se encontra. Essas fases de aprendizagem são: informação/interrogação, orientação dirigida, explanação, orientação livre e integração (SANTOS; SANT'ANNA, 2015) e devem ser trabalhadas em quaisquer um dos níveis 0, 1, 2 ou 3, porém, com uma abordagem adequada para cada um deles.

A fase 1 é uma etapa de interrogação e informação, isto é, um estágio de diagnóstico em que através de conversas com os estudantes sobre o tema proposto, o professor observa as habilidades prévias e pré-requisitos específicos do nível em que se encontram os estudantes (SILVA; CâNDIDO, 2007).

A fase 2 é uma etapa de orientação dirigida, ou seja, o professor deve propor aos estudantes uma sequência de atividades organizadas em graus de dificuldade e que levam à respostas específicas. Dessa forma, ao desenvolver essas atividades, o estudante vai aprimorando suas habilidades e chegando mais próximo do nível superior ao que se encontra (CROWLEY, 1994).

A fase 3 é um estágio de explanação. "Esta fase é baseada em experiências anteriores, os alunos devem ser capazes de expressar através da linguagem oral ou escrita os resultados obtidos a partir de suas experiências e argumentar sobre estas com o professor e os outros alunos" (SANTOS; SANT'ANNA, 2015, p.4).

A fase 4, etapa de orientação livre, é uma fase em que o professor também deve propor atividades previamente planejadas aos estudantes, porém, em um nível bem mais avançado do que as atividades da fase 2. As atividades propostas devem ser problemas com muitos passos de resolução e que podem ser resolvidos de diversas maneiras (SILVA; CâNDIDO, 2007).

E a fase 5 é um estágio de integração, isto é, um momento em que os "alunos reveem e sintetizam o que aprenderam com o objetivo de formar uma visão geral e uma nova rede interna de conhecimentos aprendidos" (SANTOS; SANT'ANNA, 2015, p.4).

Concluindo a quinta fase, o estudante avança para um novo nível de pensamento. Assim, toda vez que o estudante conclui as cinco fases de aprendizagem descritas acima, ele alcança um novo nível de pensamento, mas são poucos os que conseguem chegar ao nível 4 de compreensão. Ao que tudo indica, pelos relatos de Crowley(1994), no Brasil, no Ensino Fundamental a geometria estaria sendo ministrada nos três primeiros níveis de pensamento, no Ensino Médio, ministrada no nível 3 e nas áreas mais avançadas do Ensino Superior, no nível 4.

Nota-se que esse modelo é muito relevante para o ensino da geometria, pois em salas de aula tão heterogêneas como as que geralmente existem nas escolas, ele permite identificar o nível de compreensão do estudante frente a cada tema estudado e caso este seja inferior ao que a turma se encontra, sugere caminhos para uma intervenção pedagógica que ajude o estudante avançar de nível e acompanhar a sua classe. Ademais, as fases de aprendizagem dão orientações de como o professor pode fugir do método tradicional de ensino onde o estudante é um ser passivo e criar um ambiente com diferentes estágios em que o estudante participa ativamente a todo instante podendo apreender coisas novas ao invés de meras reproduções do que é transmitido a ele (SILVA; CâNDIDO, 2007).

3.2 O Laboratório de Ensino de Matemática (LEM)

Nos últimos anos, tem-se falado muito da influência do Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) na formação docente (LOPES; ARAúJO, 2007). Mas por que não utilizar esse laboratório também nas escolas de educação básica para favorecer a aprendizagem dos estudantes? Uma vez que, como afirma Lorenzato(2012) todo profissional precisa de um espaço adequado com recursos e ferramentas diversas para realizar os seus serviços, por exemplo: o médico precisa de um consultório e uma sala de cirurgias, o cabelereiro de um salão e o cozinheiro de uma cozinha toda equipada. Para o professor de matemática não pode ser diferente, este necessita de um espaço com uma série de recursos pedagógicos que facilitem e potencializem o ensino da disciplina e não simplesmente o quadro e o giz à que estão habituados.

Quando se fala no termo laboratório, imagina-se imediatamente uma sala repleta de aparatos tecnológicos destinados à uma série de experiências e testes de caráter científico, mas dificilmente percebe-se que as atividades de experimentação, de manipulação, de testes e de descobertas, em si também configuram um laboratório.

Para Lorenzato(2012), o LEM caracteriza-se como uma “sala-ambiente para estruturar, organizar, planejar e fazer acontecer o pensar matemático, é um espaço para facilitar, tanto ao aluno como ao professor, questionar, conjecturar, procurar, experimentar, analisar e concluir, enfim, aprender e principalmente aprender a aprender” (LORENZATO, 2012, p.7), ou seja, um espaço propício para a realização de uma série de ações, que segundo o livro *The Mathematics Laboratory*, são processos e procedimentos de “ensinar e aprender matemática” que qualificam um laboratório (LOPES; ARAúJO, 2007, p.59).

O LEM pode ser entendido ainda como

> um espaço de construção do conhecimento, tanto individual, como coletivo. Neste ambiente, os recursos didático-pedagógicos podem passar a ter vida própria, seja enquanto propostas didáticas ou mesmo como outros tipos de materiais didáticos que auxiliam a construção epistemilógica dos que nele se encontrem. Nesse espaço, professores e alunos podem dar expansão à sua criatividade, dinamizar o trabalho e enriquecer as atividades de ensino-aprendizagem, tornando o processo muito mais dinâmico, prazeroso e eficaz. (SILVA; SILVA, 2004, p.2)

Assim sendo, infere-se que o LEM não precisa ser um espaço único e fixo e além disso, não se trata apenas de um lugar, mas também de procedimentos. Nesse contexto, Rodrigues(2012) apoiado em Varizo(2007) destaca que o Laboratório de Matemática tem sido implantado em diversos cursos de licenciatura em Matemática com diferentes funções. Conforme os estudos do autor, diferentes abordagens estão sendo atribuídos ao laboratório em Matemática, são elas: Laboratória/Depósito-arquivo, Laboratório/Sala de aula, Laboratório/Disciplina, Laboratório/Laboratório de tecnologia, Laboratório/Tradicional - Laboratório de Matemática, Laboratório/Sala ambiente - Laboratório de Ensino de Matemática e Laboratório/Agente de formação - Laboratório de Educação Matemática (RODRIGUES, 2012).

Não pretende-se aqui abordar as concepções de Laboratório descritos acima, visto que, embora seja uma proposta que vem ganhando espaço nas pesquisas, o LEM ainda enfrenta muitas objeções por grande parte dos professores da educação básica. Conforme destaca Lorenzato(2012), muitos professores nem sequer conhecem o LEM e outros tantos recusam a proposta sem antes colocá-la em prática. Além disso, o autor destaca alguns "prejulgamentos" e "crendices" que provavelmente explica o fato de não se ter o LEM presente nas escolas, a saber:

> • O LEM é caro, exige materiais que a escola não dá ao professor e raríssimas escolas possuem um LEM;
>
> • O LEM exige do professor uma boa formação;
>
> • O LEM possibilita o "uso pelo uso";
>
> • O LEM não pode ser aplicado a todos os assuntos do programa;
>
> • O LEM não pode ser usado em classes numerosas;
>
> • O LEM exige do professor mais tempo para ensinar;
>
> • É mais difícil lecionar utilizando o LEM;
>
> • O LEM pode induzir o aluno a aceitar como verdadeiras as propriedades matemáticas que lhes foram propiciadas pelo material manipulável ou gráfico. (LORENZATO, 2012, p.12-4)

Muitos professores podem estar presos ao desejo de um laboratório ideal com computadores, *softwares* educativos e acesso à *Internet*, jogos pedagógicos, materiais manipuláveis estáticos e dinâmicos de última geração, revistas científicas, livros didáticos e paradidáticos, filmes e muito mais, tudo isso num só lugar. Seria maravilhoso, é claro, mas não precisa ser assim para dar certo.

Para as atividades com recursos didáticos manipuláveis, não há a necessidade de se gastar grandes quantias. Esses materiais podem ser construídos pelos próprios estudantes a partir de materiais alternativos e "sucatas" (LORENZATO, 2012). Dessa forma, o ganho é em dobro, pois o professor consegue os recursos que precisa e ao mesmo tempo seus alunos aprendem aplicando diversos conceitos matemáticos e geométricos na prática da construção desses materiais. Da mesma forma, podem ser obtidos os jogos pedagógicos.

Para as atividades com *softwares* educativos e matemáticos pode ser utilizado o Laboratório de Informática que já é mais frequente nas escolas públicas e lá o professor pode instalar uma série de *softwares* gratuitos como, por exemplo, o *GeoGebra*, *WxMaxima*, *WinPlot*, *Graphmatica* e até mesmo planilhas eletrônicas como o *Calc* que integra o *Open Office* (GIRALDO; CAETANO; MATTOS, 2013). Quanto às planilhas eletrônicas, há ainda a possibilidade de se utilizá-las diretamente na *Internet*, disponíveis em *sites* de busca e sem a necessidade de *downloads* preliminares.

Para as atividades de pesquisas dirigidas, podem ser adquiridos aos poucos livros didáticos e paradidáticos e revistas científicas e disponibilizados para uso na sala de leitura da escola. Uma possibilidade de adquirir periódicos científicos interessantes é através de entidades como a Sociedade Brasileira de Matemática - SBM e a Sociedade Brasileira de Educação Matemátia - SBEM, por exemplo, que publicam periodicamente revistas com temas de matemática e de educação matemática relevantes para serem levados à sala de aula.

Dessa forma, é possível ter um laboratório de matemática funcionando na escola não em uma sala específica, mas sim, nas dependências da escola.

Isto posto, mais importante que pensar no laboratório como um lugar com equipamentos e recursos, seja pensar no laboratório como procedimentos e nas atividades a serem desenvolvidas. Por esta razão, pretende-se incentivar e valorizar o uso de atividades laboratoriais que podem ser realizadas dentro da própria sala de aula, na sala de leitura ou até mesmo no Laboratório de Informática, conforme os recursos didáticos que o professor deseje utilizar e/ou que tenha à sua disposição.

3.2.1 Atividades laboratoriais

Em seus estudos, Rodrigues(2012) menciona as contribuições de Tahan(1962) em relação aos "primeiros registros de um laboratório de ciências" (RODRIGUES, 2012, p.51) em que o autor destaca o "método de laboratório" como uma metodologia de ensino que pode proporcionar melhores resultados de aprendizagem em Matemática. Conforme afirma Tahan(1962), no método de laboratório

> As demonstrações, os problemas, as equações, certos conceitos teóricos são enunciados por meios concretos, isto é, por meio de aparelhos especiais, figuras, filmes, dispositivos mecânicos; as propriedades de certas figuras são verificadas, ou demonstradas, por meio de experiências ou com recursos mecânicos. (TAHAN, 1962 apud RODRIGUES, 2012, p.51)

As vantagens desse modelo é que sua aplicação no processo ensino/aprendizagem

> 1. Torna o ensino vivo, e eficiente e agradável;
> 2. Facilita a tarefa do professor;
> 3. Permite ao professor apreciar certas tendências dos alunos;
> 4. Leva o aluno a fazer observações e descobertas;
> 5. Reabilita o ensino de matemática;
> 6. Permite relacionar o ensino de Matemática com o ensino de outras matérias. (TAHAN, 1962 apud RODRIGUES, 2012, p.51)

Quanto às desvantagens, estas vão de encontro às objeções ao uso do laboratório destacadas por Lorenzato(2012).

Através do método de laboratório, podem ser elaboradas e propostas aos estudantes, atividades experimentais, de observação e de investigação que favoreçam a aprendizagem de geometria. Hodson(1998) apresenta dez motivos para se realizar atividades laboratoriais na escola. Pesquisas desenvolvidas por ele mostram que atividades desse tipo possibilitam:

> 1. estimular a observação acurada e o registro cuidadoso dos dados;
> 2. promover métodos de pensamento científico simples e de senso comum;
> 3. desenvolver atividades manipulativas;
> 4. treinar em resolução de problemas;
> 5. adaptar às exigências das escolas;
> 6. esclarecer a teoria e promover a sua compreensão;
> 7. verificar fatos e princípios estudados anteriormente;
> 8. vivenciar o processo de encontrar fatos por meio da investigação, chegando a seus princípios;
> 9. motivar e manter o interesse na matéria;
> 10. tornar os fenômenos mais reais por meio das experiências. (HODSON, 1998 apud BENINI, 2007, p.5)

Todas essas ações são importantíssimas no ensino da geometria, pois através delas o aluno pode observar padrões e regularidades, identificar e compreender propriedades, adquirir técnicas para a resolução de problemas e enxergar aplicabilidades de conceitos e teorias que certamente contribuem para a formação de estudantes autônomos na busca e na construção de novos conhecimentos.

Para a realização de atividades práticas com tais pretensões é fundamental o uso de materiais didáticos que possibilitam o contato com o concreto para depois se chegar à abstração.

Segundo Lorenzato(2012), material didático "é qualquer instrumento útil ao processo de ensino-aprendizagem" (LORENZATO, 2012, p.18), como o giz, a calculadora, livros, filmes, jogos, embalagens, o computador, o *Data Show* e *softwares* diversos que podem cumprir inúmeras funções. Pode-se separar estas funções em duas classes: as de desmistificar a Matemática como sugere Manoel Jairo Barbosa

> i) auxiliar o professor a tornar o ensino da matemática mais atraente e acessível;
>
> ii) acabar com o medo da matemática que, criado por alguns professores e alimentado pelos pais e pelos que não gostam de matemática, está aumentando cada vez mais a dificuldade do ensino dessa matéria e
>
> iii) interessar maior número de alunos no estudo dessa ciência. (BEZERRA, 1962 apud RêGO; RêGO, 2012, p.42)

e as de facilitar e promover a aprendizagem dos estudantes.

Entre os diversos tipos de material didático, pretende-se destacar neste trabalho o material didático manipulável concreto. O material manipulável permite o exercício do tátil e do visual. Esses materiais podem ser estáticos que permitem a observação e o manuseio em alguns casos ou dinâmicos que permitem "transformações por continuidade" (LORENZATO, 2012). "O material concreto exerce um papel importante na aprendizagem. Facilita a observação e a análise, desenvolve o raciocínio lógico, crítico e científico, é fundamental para o ensino experimental e é excelente para auxiliar o aluno na construção de seus conhecimentos" (TURRIONI; PEREZ, 2012, p.61).

Esse tipo de material é muito bem vindo nas aulas de geometria. Para diversos assuntos geométricos é possível utilizar algumas opções de materiais concretos como auxiliares no processo de ensino e aprendizagem. Deve-se lembrar sempre que o simples uso desses materiais não garantem a aprendizagem. É fundamental que haja planejamento, ter clareza dos objetivos do que se espera com o material utilizado e com os conteúdos trabalhados e orientar sempre os estudantes na utilização dos materiais com atividades dirigidas e elaboradas previamente.

É importante ressaltar que, quando se fala do concreto no ensino da matemática e principalmente da geometria, "o concreto não se restringe ao tridimensional, ao palpável" (LORENZATO, 2006, p.19). Uma aplicação ou contextualização de um tema que está sendo estudado também pode tornar-se algo concreto para o estudante. Nesse contexto, Lorenzato(2006) afirma que:

> Ensinar matemática utilizando-se de suas aplicações torna a aprendizagem mais interessante e realista e, por isso mesmo, mais significativa. A

> presença de aplicações da matemática nas aulas é um dos fatores que mais podem auxiliar nossos alunos a se prepararem para viver sua cidadania; ainda mais, as aplicações explicam muitos porquês matemáticos e são ótimos auxiliares na resolução de problemas. (LORENZATO, 2006, p.53)

Ademais, atividades elaboradas de forma contextualizada podem levar ao "desenvolvimento de conceitos, procedimentos e atitudes" (RêGO; RêGO; VIEIRA, 2012), elementos esses, fundamentais na formação dos estudantes conforme destacam os documentos que orientam a organização dos currículos em diversos países.

Enfim, as atividades laboratoriais contextualizadas, com aplicações diretas ao cotidiano do estudante e realizadas com materiais manipuláveis concretos cuidadosamente selecionados, permitem o desenvolvimento de

> conhecimentos matemáticos e a formação geral do aluno, auxiliando-o a:
>
> i) ampliar sua linguagem e promover a comunicação de ideias matemáticas;
>
> ii) Adquirir estratégias de resolução de problemas e de planejamento de ações;
>
> iii) desenvolver sua capacidade de fazer estimativas e cálculos mentais;
>
> iv) iniciar-se nos métodos de investigação científica e na notação matemática;
>
> v) estimular sua concentração, perseverança, raciocínio e criatividade;
>
> vi) promover a troca de ideias por meio de atividades em grupo;
>
> vii) estimular sua compreensão de regras, sua percepção espacial, discriminação visual e a formação de conceitos. (RêGO; RêGO, 2012, p.43-4)

3.3 Proposta para o Ensino da Geometria

Neste trabalho, procura-se discutir como o laboratório de matemática pode ser importante para o ensino da geometria. Ademais, o laboratório está sendo abordado não apenas como um lugar (uma sala), mas também como um conjunto de procedimentos que podem proporcionar melhores resultados de aprendizagem.

Vê-se o quanto é fundamental o uso de recursos didáticos no processo de ensino e aprendizagem além da contextualização e aplicação dos temas estudados. Nesse sentido, foram elaboradas atividades laboratoriais que proporcionam ao estudante momentos de experimentação, observação e investigação através de sequências didáticas contextualizadas e com aplicações à sua realidade cotidiana. Para tornar viável a aplicação e a avaliação dessas atividades, as mesmas foram estruturadas em oficinas com temáticas específicas para cada ano do Ensino Fundamental conforme a organização curricular tratada no capítulo anterior.

A estrutura organizacional das oficinas tanto em relação aos conteúdos quanto a sequência de atividades é de autoria própria, porém uma grande parte das atividades não é inédita e já foi realizada por outros autores.

A oficina dos sextos anos foi inspirada nas experiências de Edson Thó Rodrigues com análises de simetrias com espelhos disponível em <https://novaescola.org.br/conteudo/2087/analise-de-simetrias-com-espelhos> e nas atividades propostas pelo livro Tudo é Matemática (6º ano) de Luiz Roberto Dante acerca da simetria.

A oficina dos sétimos anos foi motivada pelo texto O Problema das Abelas de Malba Tahan do livro Matemática Divertida e Curiosa e pelo experimento Caixa de Papel do projeto Matemática Multimídia da Unicamp disponível em <m3.ime.unicamp.br/dl/1-EHXJrUwNQ_MDA_ce34e_>

A oficina dos oitavos anos foi embasada nas sugestões de utilização do Kit de Geometria Plana e do Kit Mosaicos da MMP Materiais Pedagógicos, nas atividades clássicas sugeridas pelos livros didáticos para comprovação da soma dos ângulos internos de um polígono convexo e no texto Pavimentação no Plano disponível em <3.https://myesecweb.esec.pt/pagina/fcmat/documentos/Pavimentacaoes_Tarefas.pdf>, além do material Classificador de Ângulos da REDE Laboratório Sustentável de Matemática disponível em <2.https://www.laboratoriosustentaveldematematica.com/2015/03/classificador-de-angulos.html>.

E a oficina dos nonos anos foi estabelecida com base nas atividades clássicas sugeridas pelos livros didáticos para interpretação do Teorema de Pitágoras e nas sugestões de utilização dos Geoplanos da MMP Materiais Pedagógicos.

Essas oficinas foram testadas em uma escola de Planaltina-DF no período de agosto de 2018 a novembro do mesmo ano. A escola em questão não possui Laboratório de Matemática, mas possui uma sala denominada Sala Especial com mesas e cadeiras, *Data Show* e *SmartTV* que é utilizada por todos os professores conforme agendamento prévio. As atividades das oficinas foram realizadas nessa sala especial, salvo alguns casos em que foram utilizadas a própria sala de aula. A descrição dessas oficinas e seus desdobramentos podem ser conferidos nos capítulos seguintes.

4 Oficinas de Geometria

Neste capítulo apresentam-se quatro oficinas para as séries finais do Ensino Fundamental. Cada oficina foi planejada para trabalhar alguns conteúdos da grade curricular de forma lúdica, divertida, curiosa e principalmente contextualizada através de recursos didáticos disponíveis em um Laboratório de Matemática e que podem ser providenciados pelo professor sem maiores dificuldades caso a escola não possua estes materiais.

O objetivo geral para cada uma destas oficinas é explorar tópicos de geometria de forma contextualizada com recursos do Laboratório de Ensino de Matemática a partir de temas geradores, bem como reconhecer as diversas aplicações da matemática e da geometria no cotidiano.

Cada oficina tem um tema gerador específico. Para as turmas de 6º ano o tema gerador é "Espelhos e Simetria". Para as turmas de 7º ano, "O Problema das Abelhas". Para as turmas de 8º ano, "Ângulos: Comodidades e Modernização" e, para as turmas de 9º ano, "Geometria na Construção Civil".

Os objetivos e conteúdos específicos para cada uma das oficinas e sua estrutura metodológica estão descritas de forma detalhada nas próximas seções. Ressalta-se que as aulas não aconteceram exatamente dentro da cronologia apresentada, pois cada turma possuía um ritmo próprio, mas é a estrutura mais próxima para todas as turmas atendidas.

4.1 Oficina I - Espelhos e Simetrias

Esta oficina foi planejada para turmas do 6º ano do Ensino Fundamental e constitui-se de uma sequência didática para o ensino de assuntos como noções de figuras geométricas planas (polígonos e circunferência) e espaciais (poliedros e corpos redondos), noções de ponto, reta e plano, noções de simetria e suas aplicações.

Os objetivos específicos para esta oficina são:

- Recordar as noções dos elementos primitivos da geometria;
- Reconhecer e identificar figuras geométricas planas e espaciais;
- Definir o que é simetria axial através da análise e comparação de figuras geométricas e suas imagens no espelho;
- Identificar figuras geométricas simétricas, bem como determinar seus eixos de simetria.

A Oficina I foi desenvolvida com quatro turmas de 6º ano, a saber: 6ºA, 6ºB, 6ºC e 6ºD, todas elas de uma mesma escola de Planaltina-DF com em média 32 estudantes por turma. Sua realização se deu através de dez aulas de cinquenta minutos em cada uma dessas turmas.

Os procedimentos didáticos planejados e adotados em cada aula foram os seguintes:

- **Primeira aula:**

Esta primeira aula teve por finalidade a apresentação da proposta da oficina além do esclarecimento do seu desenvolvimento e o incentivo para a participação dos estudantes.

A aula se concretizou através do debate da seguinte situação motivacional:

As duas imagens da figura 2 foram apresentadas em cartazes para a turma seguidas de alguns questionamentos tais como: O que chama atenção nessas imagens? Por que será que as palavras estão escritas dessa forma? Esta situação tem a ver com algum conteúdo de geometria? Para iniciar um debate entre os estudantes e para perceber uma situação envolvendo o assunto da oficina: a simetria.

Figura 2 – Situação motivacional I

(a) Transporte escolar (b) Ambulância

Fonte: Imagens da Internet com adaptações

A partir daí a oficina foi apresentada e os estudantes foram incentivados para a participação nas atividades, pois a oficina trata de conteúdos do currículo e é relevante para a aprendizagem.

No final da aula alguns materiais foram solicitados para as próximas aulas, tais como: lápis, borracha, régua, embalagens de produtos de supermercado e recortes de revistas (paisagens, figuras em geral, imagens de rostos).

- **Segunda Aula:**

A segunda aula foi destinada à aplicação de uma atividade diagnóstica para avaliação dos conhecimentos da turma acerca dos temas que são tratados na oficina. Esta atividade possui cinco questões abertas e sem contextualização (vide apêndice A).

A avaliação foi individual, sem consulta e realizada em sala de aula.

- **Terceira Aula:**

O intuito da terceira aula é que o estudante reconheça e identifique figuras geométricas planas e espaciais.

Para isso, a turma foi dividida em grupos de no máximo cinco integrantes e cada grupo recebeu um kit com sólidos geométricos e um kit de mosaicos (regiões poligonais).

Com todas as peças misturadas sobre as mesas cada grupo devia separá-las em apenas dois grupos, mas não de qualquer maneira: todas as peças deveriam participar de algum grupo e as peças que participavam de um mesmo grupo deveriam ter características comuns.

Assim, os estudantes deveriam obter dois grupos: um de figuras geométricas espaciais e um de figuras geométricas planas.

Na sequência, abordamos e recapitulamos as noções de polígonos e analisamos no material disponível os objetos que davam a noção de polígono e que não davam a noção de polígono.

- **Quarta Aula:**

Trata-se de uma continuação da aula anterior. Com o kit de sólidos geométricos utilizado na aula anterior, os estudantes deveriam separar os objetos em dois grupos, mas não de qualquer maneira: todas as peças deveriam participar de algum grupo e as peças que participavam de um mesmo grupo deveriam ter características comuns.

Assim, os estudantes deveriam obter dois grupos: um grupo de poliedros e um grupo de corpos redondos.

Na sequência, identificamos quais eram os corpos redondos do kit apresentado e analisamos suas características.

No próximo comando da atividade, os estudantes deveriam separar os sólidos restantes (poliedros) em dois grupos seguindo as mesmas orientações anteriores. Assim, os estudantes deveriam obter dois grupos: um grupo de prismas e um grupo de pirâmides.

Na sequência, nomeamos os prismas e pirâmides presentes no kit e analisamos suas características.

A aula foi encerrada recapitulando-se tudo o que foi abordado nas duas últimas aulas e acrescentado que nem todo poliedro é um prisma ou uma pirâmide, como é o caso do dodecaedro e do icosaedro.

- **Quinta Aula:**

O propósito da quinta aula é que os estudantes recordem as noções de ponto, reta e plano através da análise dos elementos e características dos poliedros.

Sobre uma mesa foram colocadas as diversas embalagens que os estudantes trouxeram e cada grupo deveria escolher duas delas e analisar as suas formas e correlacioná-las com os sólidos geométricos estudados nas aulas anteriores.

Teve-se o cuidado de observar que nem todas as embalagens correspodiam exatamente à algum sólido estudado anteriormente. Por exemplo, um dos grupos tinha em mãos uma embalagem de achocolatado que não era exatamente cilíndrica, pois apresentava ondulações em sua superfície.

Figura 3 – Embalagens de batata frita e achocolatado

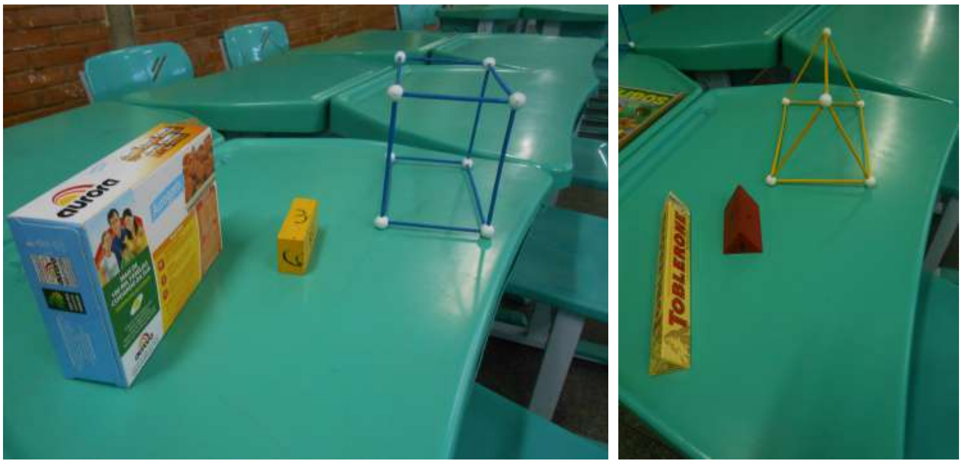
Fonte: Autoria própria

A partir daí, foi discutido que a partir das formas mais simples estudadas as empresas vão criando e recriando formas mais elaboradas e que chamem a atenção do consumidor, ou que facilite o consumo do produto vendido.

A última etapa da sequência didática para esta aula consistiu no estudo dos elementos de um poliedro (faces, arestas e vértices) e da recordação das noções dos elementos primitivos da geometria: ponto, reta e plano. Para tanto, fizemos análises e comparações como sugere a figura 4.

Figura 4 – Comparação de embalagens e sólidos geométricos

(a) Paralelepípedo (b) Prisma de base triangular



Fonte: Autoria própria

Estas comparações e análises foram feitas com toda a turma e em seguida como atividade, os estudantes analisaram quantas faces, arestas e vértices possuem cada um dos sólidos do kit utilizado nas aulas anteriores.

- **Sexta Aula:**

A sexta aula teve por finalidade definir o que é simetria axial através da análise e comparação de figuras geométricas e suas imagens no espelho.

Primeiramente, os estudantes receberam palavras escritas de forma espelhada em pedaços de papel e eles deveiam decifrar o que estava escrito em cada um deles. Na sequência foram entregues os espelhos para cada um dos grupos e os estudantes deveriam observar o que acontecia quando estas palavras eram refletidas nos espelhos. Este foi um momento de recordar a situação motivacional trabalhada na primeira aula.

Na sequência, cada grupo recebeu as vinte e seis letras do alfabeto e tinham que observar suas imagens nos espelhos e verificar como eram os espelhamentos de cada uma dessas letras. Em seguida, a atividade proposta era escrever novas palavras de forma espelhada.

- **Sétima Aula:**

Trata-se de uma continuação da aula anterior. Nesta fase, os estudantes analisaram as imagens de cada uma das figuras recortadas de revistas, assim como as imagens de rostos humanos, espelhados nos espelhos de diversas maneiras diferentes como sugerem as imagens da figura 5.

Após um debate sobre as experiências com os espelhos nas últimas aulas foi apresentada uma definição para figuras simétricas e eixo de simetria e então avançamos para uma nova etapa em nossas atividades. Cada grupo recebeu um geoplano e nele os estudantes representaram uma reta simbolizando um eixo de simetria. A partir daí, os estudantes criaram figuras geométricas variadas no lado esquerdo da reta e do lado direito deveriam representar as construções simétricas das figuras criadas anteriormente.

Figura 5 – Atividades realizadas com espelhos

(a) (b) (c)

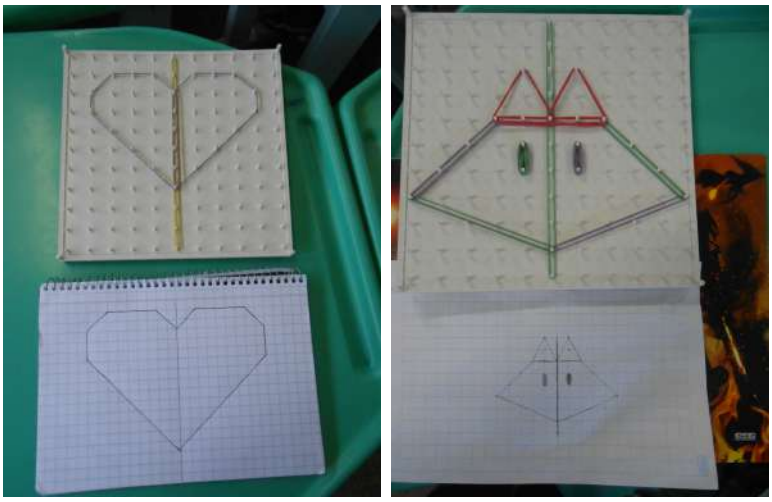
Fonte: Autoria própria

- **Oitava aula:**

Esta aula também é uma continuação das aulas anteriores. Nesta aula, os estudantes fizeram uma atividade parecida como a última realizada na aula anterior. A diferença é que nesta aula todas as construções feitas no geoplano deveriam ser transferidas para o papel quadriculado.

Figura 6 – Atividades feitas por estudantes na Oficina I

(a) (b)



Fonte: Autoria própria

- **Nona aula:**

Nesta aula, os estudantes resolveram uma lista de exercícios para praticar as noções de simetria estudadas nas últimas aulas que pode ser consultada no apêndice B.

- **Décima aula:**

Trata-se do encerramento da oficina. O intuito da décima aula foi aplicar uma nova atividade de diagnóstico para observar a evolução dos estudantes após os estudos realizados nesta oficina.

Esta segunda atividade diagnóstica também possui cinco questões, porém, sendo uma boa parte delas ligadas a situações do cotidiano dos estudantes (vide apêndice C).

4.2 Oficina II - O problema das Abelhas

Com a proposta de trabalhar o tema de otimizações na geometria em turmas do 7º ano do Ensino Fundamental, esta oficina aborda assuntos como as noções de figuras planas e espaciais, a planificação de sólidos geométricos notáveis, área de figuras planas e o volume de paralelepípedos.

Para explorar o tema em questão, a oficina foi estruturada em dez aulas de cinquenta minutos caracterizada por uma sequência didática de atividades práticas com a exploração de materiais didáticos manipuláveis.

Os objetivos específicos para esta oficina foram:

- Reconhecer e identificar figuras geométricas planas e espaciais;
- Classificar figuras geométricas espaciais em poliedros e corpos redondos;
- Explorar as noções de área de uma superfície através do cálculo da quantidade de material para a confecção de embalagens;
- Explorar as noções de volume através da comparação: quantas vezes um cubo de lado "n" cabe dentro de um dado sólido geométrico;
- Compreender a importância dos assuntos de áreas e volumes através das análises de situações de otimizações: obter maiores volumes com o gasto de menores quantidades de material.

Esta oficina foi desenvolvida com as turmas 7ºA, 7ºB e 7ºC de uma escola de Planaltina-DF com em média 29 estudantes por turma e os procedimentos e metodologias didáticas utilizadas podem ser descritos pelas sinopses de cada uma das aulas aplicadas.

- **Primeira aula**

A primeira aula objetivou a apresentação da proposta da oficina , o esclarecimento de seu desenvolvimento e o incentivo aos estudantes para participação nas aulas.

O ponto principal da aula foi o momento de leitura, interpretação e debate do texto motivacional: O problema das abelhas do livro Matemática Divertida e Curiosa de Malba Tahan (vide apêndice D).

Ao final da aula alguns materiais foram solicitados para as atividades práticas das próximas aulas, a saber: régua, compasso, esquadro, tesoura, cola e embalagens de produtos de supermercado.

- **Segunda aula**

Nesta aula foi aplicada a Atividade Diagnóstica I (vide apêndice E) cujo objetivo era avaliar o que os estudantes já conheciam a respeito dos conteúdos abordados na oficina.

Esta atividade possui cinco questões abertas e sem contextualização. Foi realizada individualmente e sem consulta aos cadernos e aos livros didáticos.

- **Terceira aula**

A terceira aula teve por finalidade a realização de uma sequência de atividades práticas com materiais manipuláveis que permitissem os estudantes reconhecer e identificar figuras geométricas planas e espaciais.

Esta sequência de atividades foi a mesma desenvolvida com os estudantes dos sextos anos na terceira aula da Oficina I - Espelhos e Simetrias. Ressalta-se que, embora a sequência de atividades seja a mesma, o seu desenvolvimento foi diferenciado, pois alguns estudantes recordavam boas noções das figuras geométricas e os debates foram mais enriquecidos.

- **Quarta aula**

A quarta aula foi uma continuação da aula anterior com o aprofundamento de noções das figuras geométricas espaciais. A sequência de atividades foi semelhante à desenvolvida na quarta aula da Oficina I - Espelhos e Simetrias com algumas variações.

Além dos assuntos trabalhados com os estudantes dos sextos anos, foram debatidas algumas noções dos poliedros de Platão, sólidos geométricos oblíquos, eixo de sólidos geométricos notáveis e algumas noções de sólidos de revolução (objetos mais simples).

- **Quinta aula**

O objetivo da quinta aula foi explorar as planificações de sólidos geométricos.

Após alguns esclarecimentos do que se trata essa planificação foram apresentadas algumas embalagens de produtos de supermercado cujas formas eram paralelepípedos, prismas de base triangular, pirâmides e cilindros e os estudantes tinham que representar em uma folha de papel como imaginavam que seria a planificação de cada umas dessas embalagens.

Terminada essa primeira etapa da atividade, os estudantes apresentaram as suas ideias para as planificações e os resultados foram comentados.

Para comprovar esses resultados, a proposta inicial era que os estudantes desmontassem as embalagens e comparassem as planificações obtidas com aquelas que eles desenharam. Mas como não havia embalagens suficientes para todos, a sugestão dada foi para que os estudantes recortassem as planificações desenhadas e fizessem as dobraduras necessárias para obter as figuras geométricas.

- **Sexta aula**

Na sexta aula foram aproveitadas as planificações da aula anterior (embalagens de produtos de supermercado desmontadas) para aprimorar as noções de áreas de regiões triangulares e retangulares.

Primeiramente, foi recordado com os estudantes as noções de área e de como são calculadas as áreas de um retângulo e de um triângulo. Após estes esclarecimentos, com o auxílio da régua, os estudantes obtiveram as medidas aproximadas necessárias para o cálculo das áreas totais de cada uma das embalagens e calcularam estas áreas.

No final da aula, foi explicado aos estudantes que as empresas buscam a melhor maneira de planificar as suas embalagens para evitar ao máximo desperdícios no momento da confecção das mesmas.

- **Sétima Aula**

Nesta aula foram construídas cascas de prismas de bases triangulares, quadrangulares e hexagonais com papel cartão para análise das informações apresentadas no texto de motivação estudado na primeira aula.

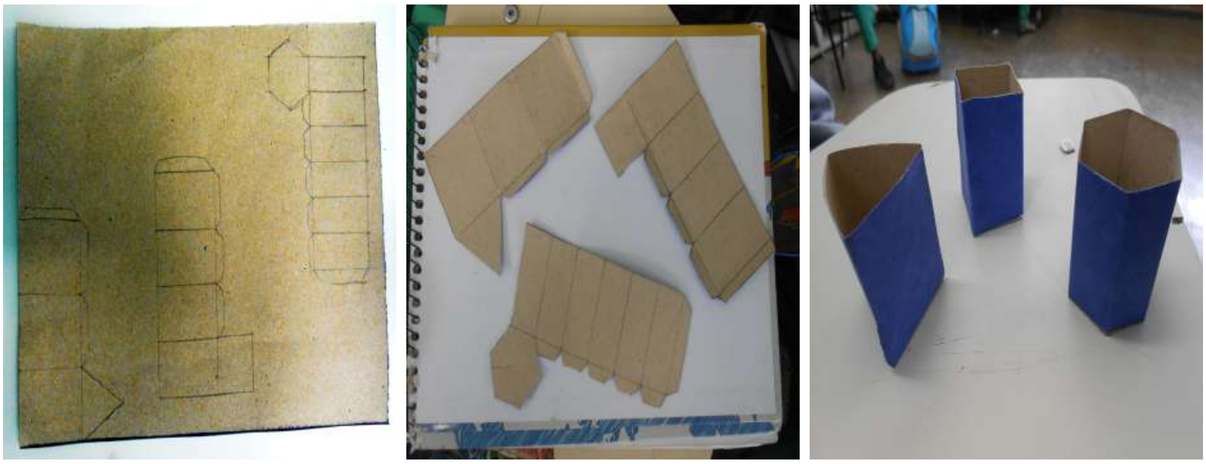
A atividade foi realizada em grupo e cada um deles construiu um prisma de base triangular, um prisma de base quadrangular e um prisma de base hexagonal, todos eles com a mesma área lateral.

Para esta construção, foi discutido previamente como estas estruturas poderiam ser obtidas, recapitulando-se para isso as noções de planificações estudadas nas aulas anteriores.

Na sequência, foram apresentadas e discutidas algumas dicas de como poderiam ser construídas as planificações com as medidas dadas, como obter ângulos de 90º para que as faces laterais fossem retângulos e como construir um triângulo equilátero e um hexágono regular com régua e compasso.

Figura 7 – Atividades feitas por estudantes na Oficina II

(a) (b) (c)



Fonte: Autoria própria

- **Oitava aula**

Com as construções da aula anterior prontas, este foi o momento de testar e comprovar as informações do texto de motivação estudado na primeira aula.

Foi disponibilizado, para cada grupo, uma porção de palha de arroz para que os estudantes pudessem encher os seus prismas e observar qual deles possuía o maior volume.

Como o texto mencionava que o prisma de maior volume, entre os três construídos, era o de base hexagonal, os estudantes seguiram a seguinte estratégia: encheram o prisma de base triangular até a borda e depois transferiram o conteúdo para o prisma de base hexagonal observando que este último não fica cheio por completo; na sequência encheram o prisma de base quadrada até a borda e transferiram o conteúdo para o prisma de base hexagonal observando também que este não fica cheio por completo.

Após essa experiência foi discutido que as abelhas resolveram um problema de otimização: encontrar uma forma para seus alvéolos que permita guardar maior volume de mel gastando-se menos cera.

Figura 8 – Atividade prática de comparação de volumes

Fonte: Autoria própria

A última atividade desta aula, consistiu na exploração das noções de volume. Após alguns comentários acerca desta temática os estudantes construíram diversas estruturas com os cubinhos de uma unidade de lado do material dourado sempre observando o volume total da construção obtida. Na sequência, foi aberta uma discussão para os estudantes refletirem como podemos obter o volume de um paralelepípedo reto-retângulo. As discussões foram orientadas até chegarmos à fórmula:

$$V = c \cdot l \cdot h \tag{4.1}$$

onde c indica o comprimento, l a largura e h a altura do paralelepípedo.

- **Nona aula**

Na nona aula desta oficina, foram recapitulados os assuntos trabalhados ao longo da oficina e sua finalidade era reforçar as noções de otimizações e discutir outras situações que envolvem o tema.

A atividade principal da aula consistia em analisar diferentes caixas (sem tampa) construídas a partir de uma folha A4 de papel sulfite. Seis exemplares de caixas com diferentes dimensões foram apresentados aos estudantes e a intenção era observar qual era o de maior volume.

Figura 9 – Modelos de caixas de papel A4

(a) (b)

VOLUME DE CAIXAS DE PAPEL A4

Altura	C x L x H	Volume
2 cm	25,7 x 17 x 2	873,8 cm^3
3 cm	23,7 x 15 x 3	1066,5 cm^3
4 cm	21,7 x 13 x 4	1128,4 cm^3
5 cm	19,7 x 11 x 5	1083,5 cm^3
6 cm	17,7 x 9 x 6	955,8 cm^3
9 cm	11,7 x 3 x 9	315,9 cm^3

Fonte: Autoria própria

- **Décima aula**

Nesta aula foi aplicada a Atividade Diagnóstica II (vide apêndice F) cujo objetivo era, após comparação com a Atividade Diagnóstica I, avaliar em que aspectos os estudantes evoluíram em relação aos conteúdos abordados na oficina.

Esta atividade também possui cinco questões abertas, mas com contextualizações ou aplicações dos temas em situações do dia a dia. Foi realizada individualmente e sem consulta.

4.3 Oficina III - Ângulos: Comodidades e Modernização

Elaborada para turmas do 8º ano do Ensino Fundamental, a Oficina III explora as noções de ângulos e suas classificações, polígonos e suas classificações, soma dos ângulos internos de um triângulo e de um polígono convexo qualquer e pavimentação no plano de uma forma lúdica e contextualizada através de atividades práticas com recursos didáticos manipuláveis.

Estas atividades constituem-se de sequências didáticas cujos objetivos específicos são:

- Explorar as noções de ângulos através de atividades práticas, bem como compreender os significados dos termos: ângulos complementares e suplementares;

- Aplicar as noções de ângulos em atividades investigativas envolvendo rampas e correlacioná-las à questões de acessibilidade;

- Aplicar as noções de ângulos em atividades investigativas envolvendo inclinações de telhados e apurar a importância dessas inclinações em situações climáticas diversas;

- Explorar as noções de figuras planas, polígonos e polígonos regulares;
- Explorar as noções de ângulos internos de polígonos regulares e correlacioná-los com problemas de pavimentação no plano.

Esta oficina foi desenvolvida com quatro turmas do 8º ano, são elas: 8ºA, 8ºB, 8ºC e 8ºD todas elas de uma mesma escola de Planaltina-DF com em média 22 estudantes por turma. Em cada uma dessas turmas foram desenvolvidas dez aulas de cinquenta minutos, sendo cada uma delas conforme os procedimentos didáticos descritos a seguir:

- **Primeira aula**

Assim como nas oficinas I e II, esta primeira aula teve por finalidade a apresentação da proposta da oficina além do esclarecimento do seu desenvolvimento e o incentivo para a participação dos estudantes.

Nesta aula não houve uma situação motivacional como nas oficinas anteriores mas sim o uso da estratégia tempestade de ideias para iniciar com os estudantes um debate acerca das noções de ângulos e polígonos já conhecidas por eles. Neste debate, conversamos sobre as aplicações desses temas no cotidiano começando pelo próprio espaço da escola onde eles estudam e até mesmo a própria sala de aula. Para tanto, o seguinte questionamento foi feito: o que temos aqui a nossa volta que envolve noções de ângulos e de polígonos? À medida que os estudantes respondiam a este questionamento houve a necessidade de esclarecer a diferença entre figuras geométricas planas e espaciais.

Com todo este debate e questionamento objetivou-se fazer com que os estudantes percebessem a aplicabilidade desses assuntos de geometria no dia a dia, ou que pelo menos existem utilidades para esses temas estudados em sala de aula que facilitam e que trazem confortos para nossa vida.

- **Segunda aula**

Esta aula foi destinada à aplicação de uma atividade diagnóstica para uma avaliação mais detalhada e mais precisa a respeito das noções debatidas na aula anterior.

A atividade diagnóstica aplicada possui cinco questões sem contextualização, sendo quatro delas abertas (vide apêndice G).

- **Terceira aula**

Nesta aula, os estudantes puderam relembrar e compreender as noções de ângulos através de atividades práticas e de manipulação. Para essas atividades foram utilizados kits de geometria plana como ilustrado na figura 10:

Figura 10 – Kit Geometria Plana

Fonte: Autoria própria

Após um tempo para os estudantes manipularem aleatoriamente as peças e conhecerem o material, foram discutidas formas de como poderíamos fazer uma representação de um ângulo utilizando este Kit.

Após alguns debates e recordações acerca da primeira questão da atividade diagnóstica da aula anterior, chegamos a este modelo da figura 11:

Figura 11 – Estrutura para a representação de ângulos múltiplos de 30º

Fonte: Autoria própria

A partir daí, os estudantes tinham que representar ângulos de medidas 30º, 60º,90º, 120º, . . . representados pelas duas hastes verdes na estrutura da figura 11.

- **Quarta aula**

Nesta aula, foi dada continuação às atividades práticas para exploração das noções de ângulos. A estrutura para representação de ângulos usada na aula anterior foi aperfeiçoada acrescentando-se uma circunferência concêntrica de raio menor, obtendo-se um modelo como o da figura 12.

A partir daí, os estudantes tinham que representar ângulos de medidas 45º, 135º, 225º e 315º representados pelas duas hastes verdes na estrutura da figura 12.

Na sequência, os estudantes tiveram que discutir em grupos como fariam para representar ângulos de medidas 0º, 180º e 360º nessas estruturas apresentadas com o kit

Figura 12 – Estrutura para a representação de ângulos múltiplos de 45°

Fonte: Autoria própria

de geometria plana e a partir daí foram abordados os assuntos de classificação de ângulos, ângulos complementares e suplementares com o auxílio do classificador de ângulos.

Figura 13 – Classificador de ângulos

Fonte: Autoria própria

Por fim, esta aula foi finalizada com debates de duas aplicações de ângulos no cotidiano: rampas e inclinações de telhados.

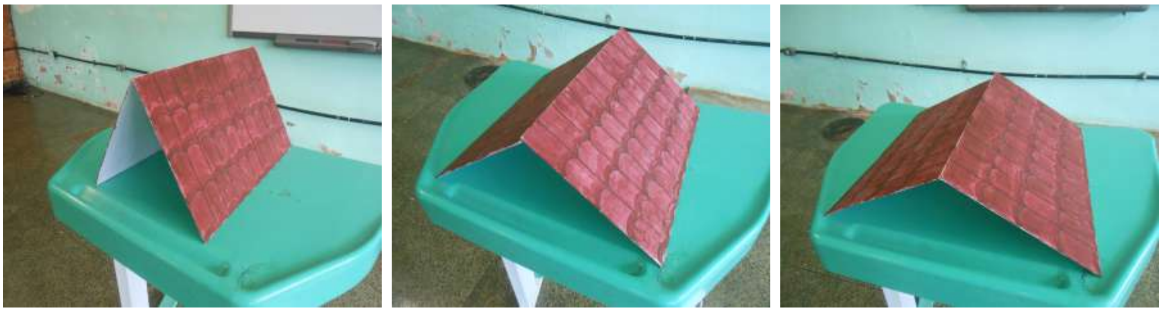
Figura 14 – Simulação de inclinações de rampas

(a) (b) (c)

Fonte: Autoria própria

Figura 15 – Simulação de inclinações de telhados

(a) (b) (c)



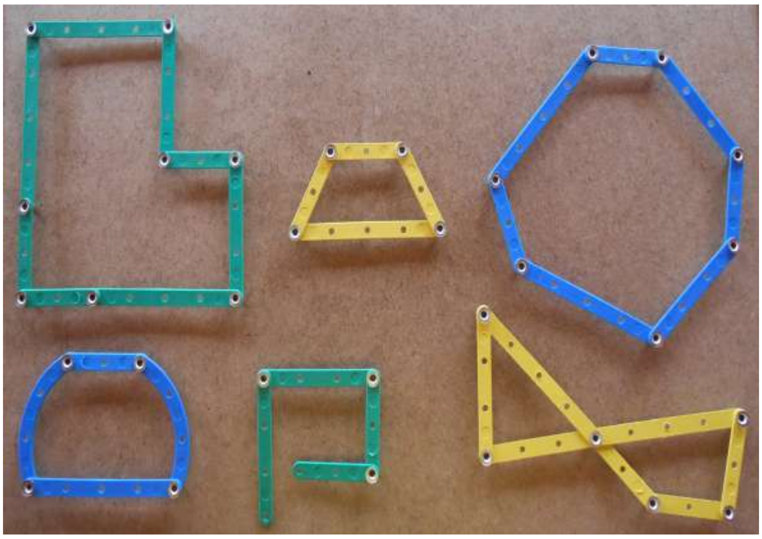
Fonte: Autoria própria

- **Quinta aula**

Nesta aula, os estudantes puderam relembrar e compreender as noções de polígonos através de atividades práticas e de manipulação utilizando o mesmo kit de geometria indicado na figura 10.

De início foi solicitado que cada grupo construísse cinco figuras geométricas com o material e depois discutimos juntos quais das construções indicavam polígonos e quais não indicavam polígonos sempre justificando o porquê de nossas conclusões.

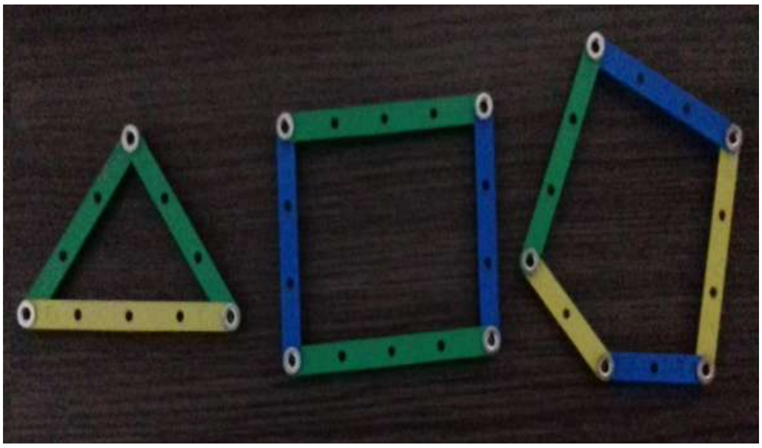
Figura 16 – Exemplos de polígonos e não-polígonos



Fonte: Autoria própria

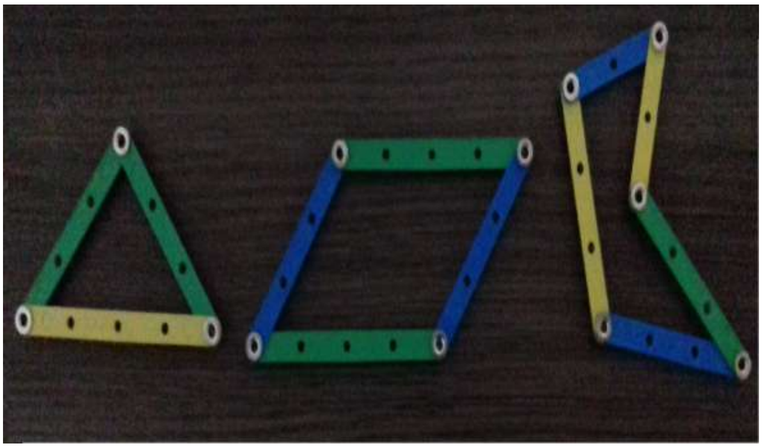
Outra atividade prática fundamental realizada nesta aula foi aquela em que os estudantes construíram triângulos, quadriláteros, pentágonos e hexágonos e puderam inferir que somente o triângulo é um polígono rígido, os demais são, portanto, maleáveis o que permitiu também abordar as classificações de polígonos: convexos e não convexos.

Figura 17 – Polígonos e deformações I



Fonte: Autoria própria

Figura 18 – Polígonos e deformações II



Fonte: Autoria própria

Por fim, esta aula foi finalizada fazendo-se uma apanhado geral dos assuntos trabalhados e acrescentando-se algumas informações relevantes como elementos dos polígonos (lados, vértices e ângulos) e a definição de polígonos regulares.

- **Sexta aula**

Na sexta aula os estudantes realizaram uma atividade prática para verificar experimentalmente que a soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer é igual a 180º.

Em pedaços de papel os estudantes desenharam com régua três pares de triângulos quaisquer e com o auxílio do compasso destacaram cada um dos seus ângulos internos. Após colorir cada um dos ângulos, preferencialmente com cores diferentes, os estudantes colaram cada par de triângulos em uma folha de papel A4, mantendo uma figura original de cada par e as outras fatiadas em três partes justapondo-se os ângulos lado a lado, como sugere a figura 19:

Figura 19 – Atividade feita por estudantes na Oficina III-(aula 6)

Fonte: Autoria própria

- **Sétima Aula**

Na sétima aula os estudantes realizaram uma atividade prática para deduzir experimentalmente a fórmula para o cálculo da soma das medidas dos ângulos internos de um polígono convexo.

Esta atividade foi desenvolvida seguindo-se a mesma estratégia da atividade realizada na aula anterior. Os polígonos utilizados na atividade foram um quadrilátero, um pentágono e um hexágono.

Figura 20 – Atividade feita por estudantes na Oficina III-(aula 7)

(a) (b)

Fonte: Autoria própria

Após a realização das atividades práticas, os estudantes foram provocados a observarem se existia algum padrão nos resultados encontrados nas atividades realizadas nas últimas aulas, e se existia, que padrão seria esse. Iniciou-se então um debate das informações até chegarmos à fórmula

$$S_i(n) = 180^o(n-2) \tag{4.2}$$

em que n é o número de lados do polígono cuja soma dos ângulos internos esteja sendo procurada.

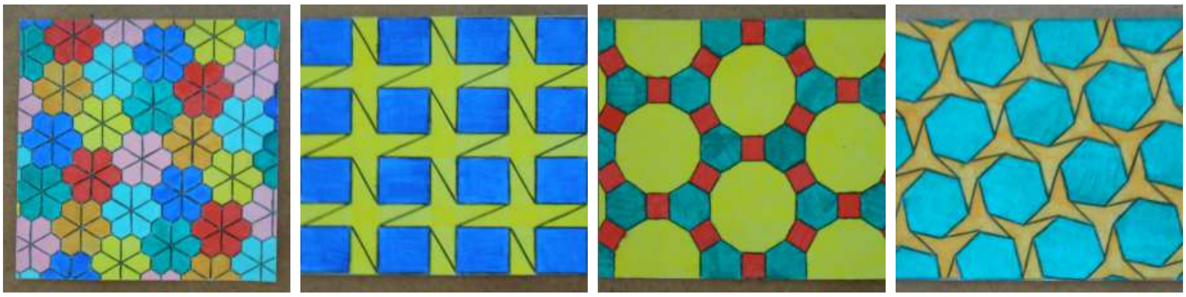
- **Oitava aula**

A oitava aula teve por finalidade apresentar informações relevantes acerca do que se trata a pavimentação no plano assim como suas classificações.

Para as explicações foram usados quatro painéis como mostrado na figura 21:

Figura 21 – Modelos de pavimentação no plano

(a) (b) (c) (d)



Fonte: Imagens da Internet com adaptações

Terminada as explicações os estudantes ficaram livres para fazerem outros modelos de pavimentação no plano utilizando o Kit Mosaicos.

- **Nona aula**

Trata-se de uma continuação da aula anterior. Nesta aula foi abordado a respeito de um caso especial da pavimentação no plano: a pavimentação regular.

Primeiramente, foi recordada a ideia de polígonos regulares trabalhada na quinta aula, para na sequência, apresentar a definição de pavimentação regular.

O restante foi com os estudantes. Eles receberam o desafio de descobrir as pavimentações regulares possíveis utilizando o Kit Mosaicos.

Após um tempo para investigação, fizemos um debate de quais resultados foram encontrados e quais estavam corretos e procuramos justificar os resultados obtidos estabelecendo uma relação com as medidas dos ângulos internos de um polígono regular

Figura 22 – Atividade feita por estudantes na Oficina III-(aula 9)

Fonte: Autoria própria

recapitulando para isso a soma dos ângulos internos de um polígono convexo trabalhada na sétima aula.

- **Décima aula**

O objetivo da décima aula foi aplicar uma nova atividade de diagnóstico para observar a evolução dos estudantes após os estudos realizados nesta oficina.

Esta segunda atividade diagnóstica também possui cinco questões, sendo todas elas contextualizadas e ligadas a situações facilmente encontradas no cotidiano (vide apêndice H).

4.4 Oficina IV - Geometria na Construção Civil

Esta oficina foi planejada para turmas do 9º ano do Ensino Fundamental e constitui-se de uma sequência didática para o ensino de assuntos como noções de figuras geométricas planas (polígonos e circunferência) e espaciais (poliedros e corpos redondos), proporcionalidade: razão e proporção, semelhança de triângulos, Teorema de Pitágoras e áreas de figuras planas.

Os objetivos específicos para esta oficina são:

- Reconhecer e identificar formas geométricas planas e espaciais a partir da análise de representações de construções e monumentos antigos e modernos;

- Compreender do que se trata o Teorema de Pitágoras e demonstrá-lo bem como identificar a sua recíproca em atividades realizadas por pedreiros;

- Empregar as noções de área para o cálculo da quantidade de materiais em determinadas etapas de uma obra, por exemplo: calcular a quantidade de tijolos, de cerâmicas e de tinta.

- Explorar as noções de razão e proporção a partir da análise das etapas de preparação dos "traços de argamassas" e da elaboração e construção de "plantas baixas" e maquetes.

A Oficina IV foi desenvolvida com as turmas 9ºA, 9ºB, 9ºC e 9ºD, todas elas de uma mesma escola de Planaltina-DF com em média 25 estudantes por turma. Sua realização se deu através de dez aulas de cinquenta minutos em cada uma dessas turmas e os procedimentos didáticos planejados e adotados em cada encontro foram os seguintes:

- **Primeira aula**

Esta primeira aula teve por finalidade a apresentação da proposta da oficina além do esclarecimento do seu desenvolvimento e o incentivo para a participação dos estudantes.

A maior parte da aula foi dedicada à leitura, interpretação e debate do texto: O que é construção civil? (vide apêndice I) Um texto que esclarece do que se trata a construção civil e quais os principais profissionais que trabalham neste meio.

Procurou-se discutir também como os conhecimentos geométricos são aplicados nas construções das obras em geral por cada um dos profissionais deste ramo, por exemplo: alguns profissionais utilizam conhecimentos geométricos técnicos e formais como é o caso dos arquitetos e engenheiros, já outros utilizam conhecimentos geométricos práticos e informais aprendidos na realização de tarefas ao longo de anos de trabalho como pedreiros e carpinteiros.

Ao final da aula, alguns materiais foram solicitados para as próximas aulas, tais como: lápis, borracha, régua, compasso, esquadro e transferidor.

- **Segunda aula**

A segunda aula foi destinada à aplicação de uma atividade diagnóstica para avaliação dos conhecimentos da turma acerca dos temas que são tratados na oficina. Esta atividade possui cinco questões abertas e sem contextualização (vide apêndice J).

A avaliação foi individual, sem consulta e realizada em sala de aula.

- **Terceira aula**

A proposta da terceira aula da Oficina IV é que os estudantes possam reconhecer e identificar formas geométricas planas e espaciais a partir da análise de representações de construções e monumentos antigos e modernos.

Para alcançar tal objetivo, a atividade proposta consistiu na análise e interpretação de doze fotografias de construções antigas e modernas como apresentado nas figuras 23, 24, 25 e 26.

Figura 23 – Construções antigas I

(a) (b) (c)

Fonte: Imagens da Internet

Figura 24 – Construções antigas II

(a) (b) (c)

Fonte: Imagens da Internet

Figura 25 – Construções modernas I

(a) (b) (c)

Fonte: Imagens da Internet

Figura 26 – Construções modernas II

(a) (b) (c)

Fonte: Imagens da Internet

Cada turma foi organizada em seis grupos e cada um deles recebeu duas fotografias, sendo uma delas de uma obra antiga e outra de uma obra moderna. Primeiramente, foi solicitado para que os grupos observassem as imagens e verificassem suas formas buscando associá-las à sólidos geométricos estudados nas aulas de geometria. Nesse momento, havia diversos sólidos geométricos em sala para que, caso os estudantes não lembrassem o nome da forma geométrica, pudessem ao menos indicar a figura.

Na sequência, cada grupo foi apresentando suas conclusões para o restante da turma. Todos tinham que estar atentos e participar, pois todas as fotografias eram diferentes. No decorrer das discussões sempre eram acrescentadas informações novas, por exemplo, no caso do Coliseu (figura 24(a)) observamos que ele foi construído a partir de uma "base oval" ao qual damos o nome de elipse; quanto à Catedral de Brasília (figura 26(b)), o que chama bastante atenção são os arcos metálicos que lembram curvas hiperbólicas.

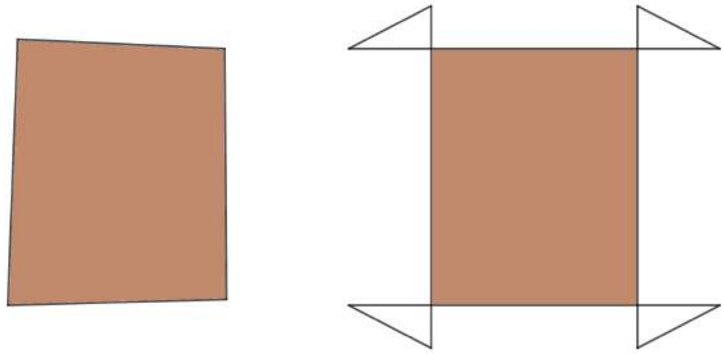
Por fim, a aula foi concluída com a observação de que na construção civil o homem vem partindo de figuras geométricas mais simples e através de combinações dessas formas vem criando e recriando formas geométricas mais chamativas e modernas como pode ser verificado na construção do Museu do Amanhã (figura 26(c)), por exemplo.

- **Quarta aula**

Esta aula foi iniciada com a seguinte situação motivacional: como os pedreiros conseguem fazer o "gabarito" de uma obra no "esquadro"? Ou seja, sem que os seus lados fiquem tortos?

A proposta desta aula é discutir a aplicação do Teorema de Pitágoras na construção civil. Neste caso, foi argumentado que os pedreiros fazem uso da recíproca deste teorema para organizar o gabarito das obras que vão realizar. Quando os pedreiros demarcam um triângulo de lados $30cm, 40cm$ e $50cm$ eles obtêm um triângulo retângulo e é isso o que eles fazem em cada extremidade do "gabarito" da obra.

Figura 27 – Situação motivacional II



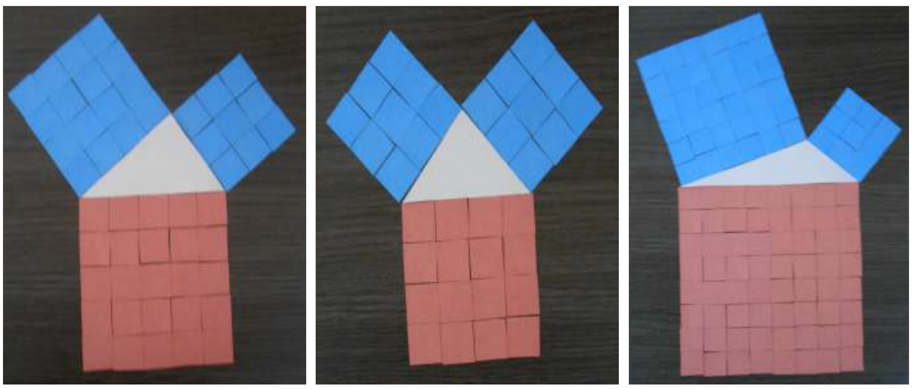
Fonte: Autoria própria

A partir desses esclarecimentos, foi retomado com os estudantes as noções acerca do Teorema de Pitágoras, além das classificações de um triângulo. A aula foi concluída com a realização de uma atividade prática em que foi explorada uma interpretação para este teorema em que os termos da fórmula a^2, b^2 e c^2 indicam as áreas dos quadrados cujas medidas dos lados são iguais às medidas da hipotenusa e dos catetos, respectivamente.

Com kits de triângulos acutângulos, obtusângulos e retângulos de lados inteiros e fichas coloridas quadradas simbolizando uma unidade de área os estudantes realizaram um exercício como sugere a figura 28 onde eles puderam observar que a área do quadrado maior é igual a soma das áreas dos dois quadrados menores apenas nos triângulos retângulos que é exatamente o que garante o Teorema de Pitágoras.

Figura 28 – Interpretação geométrica do Teorema de Pitágoras

(a) (b) (c)



Fonte: Autoria própria

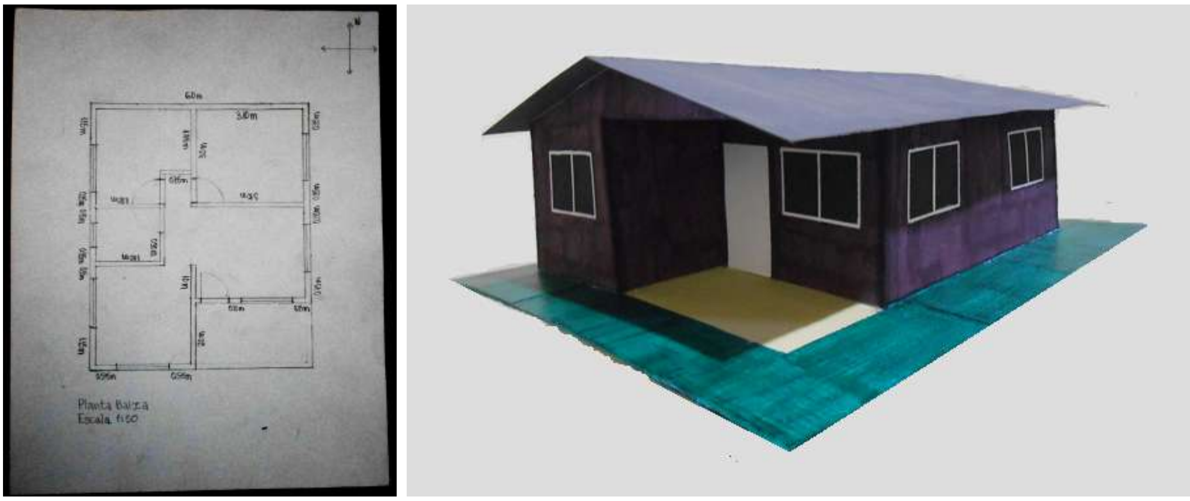
- **Quinta aula**

O intuito desta aula é recordar com os estudantes as noções de razão e proporção por meio de discussões acerca de plantas baixas e maquetes, bem como compreender a utilidade destes modelos para a construção civil.

Esta aula iniciou-se com uma recapitulação das noções de razão e proporção seguida de reflexões referentes a um caso especial de razão: a escala. A partir daí, iniciou-se uma conversa sobre a utilidade e a importância do uso de plantas baixas e maquetes no ramo da construção civil. Para esta conversa, foram utilizados os seguintes modelos de planta baixa e maquete:

Figura 29 – Modelos de planta baixa e maquete

(a) (b)



Fonte: Autoria própria

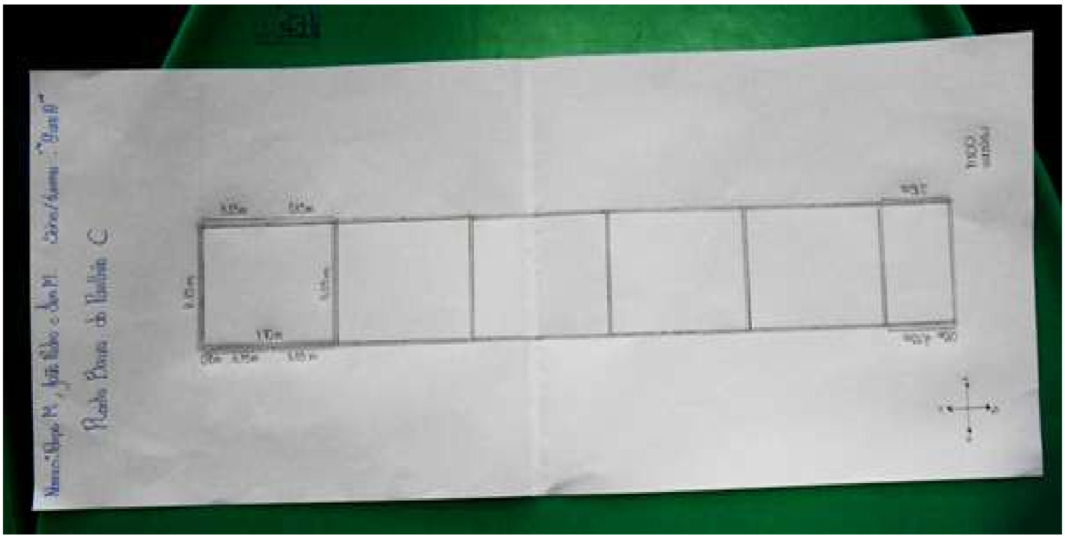
A atividade prática para aplicação das noções de escalas consistiu na elaboração de uma planta baixa de um dos pavilhões da escola que foi realizada nas aulas seguintes. Para tanto, no final desta quinta aula foram retiradas as medidas da sala de aula, tais como: comprimento, largura, espessura das paredes e largura de portas e janelas.

- **Sexta e sétima aulas**

Estas duas aulas foram destinadas à elaboração das plantas baixas de um dos pavilhões da escola onde foram realizadas as oficinas. O pavilhão considerado possui cinco salas de aula e um depósito. Com as medidas de uma sala de aula e do depósito foi obtido o comprimento aproximado de todo o pavilhão. Dessa forma, as medidas aproximadas do pavilhão encontradas são 6,15m de largura por 44,45m de comprimento. Além disso, o comprimento interno de cada sala é de 7,90m e o comprimento interno do depósito é de 3,90m.

A melhor escala encontrada para esta atividade foi 1:100, pois uma escala em que a razão entre as medidas no desenho e as medidas reais do pavilhão fosse maior que esta o desenho ficaria muito grande e caso fosse utilizado uma razão menor que esta ficaria muito difícil para os estudantes representarem a espessura das paredes em suas plantas baixas.

Figura 30 – Atividade feita por estudantes na Oficina IV



Fonte: Autoria Própria

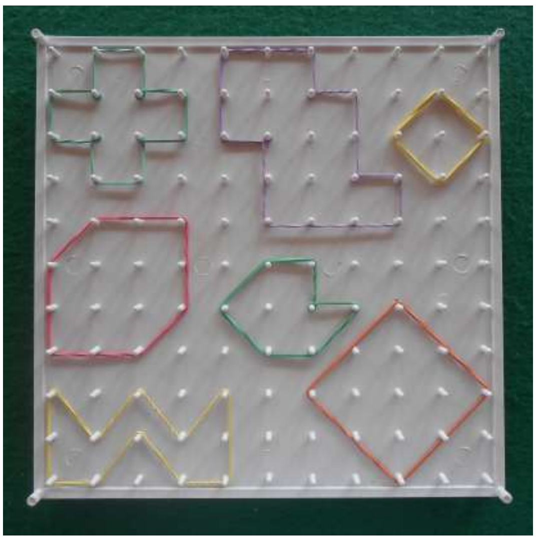
- **Oitava aula**

A oitava aula tem por finalidade revisar as noções de áreas de figuras planas com destaque em área de um retângulo, de um quadrado e de um triângulo.

Para alcançar esse objetivo foi proposto aos estudantes uma atividade prática com a utilização de geoplanos organizada em três etapas.

Na primeira etapa os estudantes construíram sete contornos poligonais variados no geoplano e tomando um quadrado de lado 1(um) como unidade de área determinaram as áreas de cada uma das figuras apresentadas. Na sequência os resultados foram comentados e corrigidos.

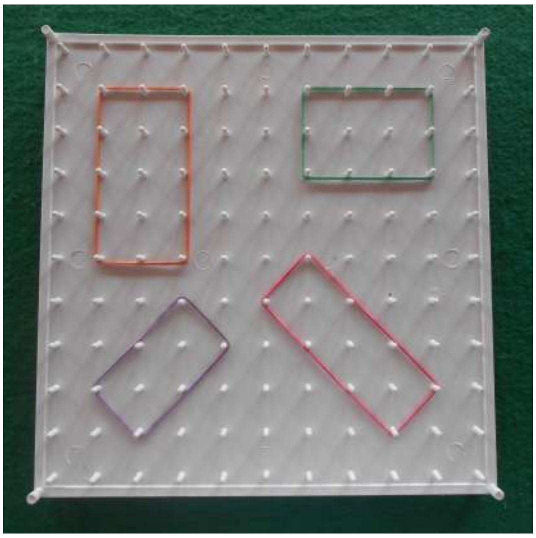
Figura 31 – Área de figuras planas - Primeira etapa



Fonte: Autoria Própria

Na segunda etapa os estudantes construíram quatro contornos retangulares e seguindo a mesma orientação da atividade anterior determinaram as áreas de cada uma das regiões retangulares. Os resultados obtidos também foram comentados e corrigidos.

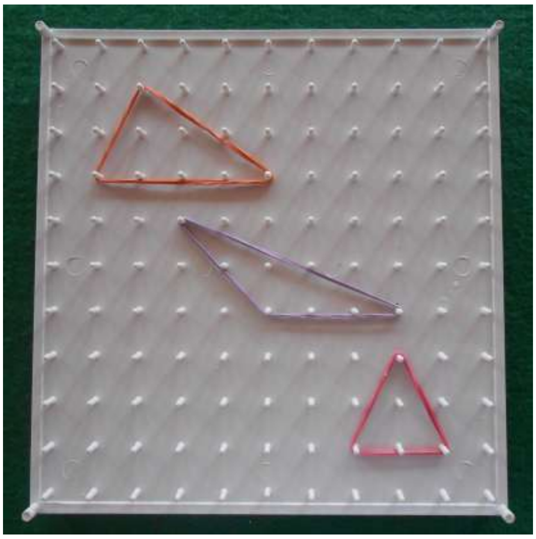
Figura 32 – Área de figuras planas - Segunda etapa



Fonte: Autoria Própria

O comando da terceira e última etapa da atividade seguiu a mesma estratégia das duas anteriores, sendo que os contornos geométricos eram agora triangulares.

Figura 33 – Área de figuras planas - Terceira etapa



Fonte: Autoria Própria

- **Nona aula**

A nona aula da Oficina IV é destinada à exploração do cálculo da quantidade de materiais de construção necessários para uma determinada etapa de uma obra através da aplicação de áreas de figuras planas.

Este tema foi tratado através da resolução de uma lista de exercícios individual (vide apêndice K). Para a resolução desta lista de exercícios os estudantes utilizaram as plantas baixas que eles próprios construíram nas aulas anteriores.

- **Décima aula**

O intuito da décima aula foi aplicar uma nova atividade de diagnóstico para observar a evolução dos estudantes após os estudos realizados nesta oficina.

Esta segunda atividade diagnóstica possui uma única questão composta de cinco itens (vide apêndice L).

5 Análise dos Desempenhos das Oficinas e Aproveitamento dos Estudantes

Como apresentado no capítulo anterior, cada oficina constitui-se de uma sequência didática estruturada em dez aulas de cinquenta minutos para a exploração do tema proposto, sendo que cada uma das dez aulas também se constituem de uma sequência de atividades práticas predeterminadas.

Embora os planejamentos das oficinas tenham sido muito bem detalhados o desenvolvimento das mesmas não aconteceu de igual maneira em cada uma das turmas, isso porque cada uma delas tem seu ritmo. Aliás, dentro de uma mesma turma havia grupos com ritmos diferentes, imagine então, de uma turma para outra.

Portanto, houve uma preocupação em respeitar o tempo de cada um para a sua aprendizagem, mas em alguns casos os procedimentos foram mais acelerados, pois os dez encontros não podiam ser extrapolados para não comprometer o planejamento e andamento das aulas do professor regente.

Dessa forma, o professor que deseja trabalhar estas oficinas com suas turmas não precisa e não deve ficar limitado a esses dez encontros, mas sim, acompanhar o ritmo de seus estudantes. Afinal, o que deve prevalecer é a aprendizagem e não o cumprimento de um planejamento engessado.

Com o decorrer das oficinas ficava cada vez mais evidente o quanto os estudantes estão carentes de procedimentos didáticos como esses que favoreçam a aprendizagem da geometria.

Além dos déficits conceituais, foram observadas dificuldades que interferem diretamente na realização de atividades práticas de geometria. Por exemplo: muitos estudantes não sabem o que é um transferidor e um esquadro, para muitos deles tudo isso é um tipo de régua. Ademais, há muitas dificuldades na utilização correta da régua e do compasso. E praticamente nenhum deles conhece as técnicas de se trabalhar conjuntamente com a régua e o esquadro para a construção de retas paralelas e perpendiculares.

Ao todo quinze turmas foram atendidas na realização das oficinas, como apresentado no capítulo anterior. Recapitulando: 6ºA, 6ºB, 6ºC, 6ºD, 7ºA, 7ºB, 7ºC, 8ºA, 8ºB, 8ºC, 8ºD, 9ºA, 9ºB, 9ºC e 9ºD.

Quando são analisados os perfis das turmas de A para D e de A para C, no caso dos sétimos anos, observa-se o quanto as dificuldades mencionadas acima vão se tornando mais notórias. Ademais, nas turmas D e na turma C, no caso dos sétimos anos, a quantidade de estudantes reprovados e fora da faixa etária é quase predominante. Nestes casos, são turmas mais difíceis de se trabalhar, algumas são agitadas e desrespeitosas e outras, desmotivadas.

Para essas turmas, as oficinas não despertaram tanto interesse nos estudantes. Esses estudantes demonstram estar tão desacreditados que parece que só temporadas de projetos mais longos podem resgatar o entusiasmo pelos estudos.

No entanto, além das dificuldades apresentadas, diversos aspectos positivos também foram observados. Nas discussões das atividades práticas notava-se o quanto os materiais didáticos ajudavam os estudantes na percepção dos assuntos estudados.

Em vários momentos das atividades práticas muitos estudantes ficavam eufóricos para fazerem seus comentários. Algumas vezes eram *insights* tão bons que auxiliavam na explicação dos assuntos para os demais colegas que ainda tinham alguma dúvida, ou ainda de alguma situação interessante que não havia sido pensada para aquela aula.

Durante a realização das atividades práticas também aconteciam debates interessantes entre os colegas de grupo. Esses debates são de fundamental importância, pois o estudante deixa de ser mero ouvinte para ser protagonista no processo de aprendizagem.

A criatividade também teve destaque em muitas das atividades práticas realizadas pelos estudantes. As atividades propostas em cada uma das oficinas favoreceram, em muitos momentos, a expressão e o exercício desta importantíssima capacidade humana pelos estudantes.

Estes foram aspectos gerais observados na realização de cada uma das oficinas propostas neste trabalho. Nas próximas seções, há análises mais detalhadas acerca do aproveitamento dos estudantes nas oficinas.

Para avaliar a evolução dos estudantes após participarem de cada uma das oficinas, foram utilizadas as Atividades Diagnósticas I e II aplicadas, respectivamente, no início e no final de cada uma das oficinas realizadas. Estas atividades não são iguais (vide apêndices). As Atividades Diagnósticas I são exercícios mais diretos e sem aplicabilidade. Já as Atividades Diagnósticas II são mais elaboradas e com exercícios contextualizados e com alguma aplicação.

A avaliação dos rendimentos dos estudantes se deu por meio de análises de competências e habilidades comparando-se os resultados nas atividades de diagnóstico I e II. Para organização e análise de cada competência ou habilidade apresentada foram usados três termos, a saber:

- **sucesso:** contabiliza o quantitativo de estudantes que apresentou tal característica;
- **insucesso:** contabiliza o quantitativo de estudantes que não apresentou tal característica;

- **omissões:** contabiliza o quantitativo de estudantes que não fez a atividade por não saber o que fazer ou por apresentar desinteresse pela mesma, e

- **aproveitamento:** que contabiliza o quantitativo de acertos em atividades com vários itens para serem respondidos.

5.1 Aproveitamento no 6º ano

A Oficina I - Espelhos e simetrias foi desenvolvida com 131 estudantes matriculados no sexto ano de uma escola de Planaltina-DF. Participaram da primeira atividade diagnóstica 124 estudantes e da segunda atividade diagnóstica 114 estudantes.

Nestas atividades de diagnóstico foram avaliadas cinco habilidades esperadas dos estudantes antes e após a realização da oficina em questão. Os resultados obtidos estão apresentados abaixo, conforme a habilidade avaliada:

H1 **Identificar entre diversas figuras geométricas e imagens do cotidiano aquelas que dão noções de figuras planas.**

Tabela 5 – Habilidade (1) - Oficina I

Atividade Avaliada	Sucesso	Insucesso	Omissões
Q.1 (A.D.I)	46,0%	49,2%	4,8%
Q.1 (A.D.II)	83,3%	16,7%	0%

H2 **Identificar entre diversas figuras geométricas e imagens do dia-a-dia aquelas que dão ideias de figuras espaciais.**

Tabela 6 – Habilidade (2) - Oficina I

Atividade Avaliada	Sucesso	Insucesso	Omissões
Q.2 (A.D.I)	44,4%	50,8%	4,8%
Q.2 (A.D.II)	78,1%	21,9%	0%

Com relação às habilidades 1 e 2 apresentadas, observa-se um aumento em mais de trinta por cento no aproveitamento dos estudantes, ou seja, uma quantidade considerável de estudantes que não conseguiam diferenciar figuras geométricas planas e espaciais agora percebem melhor as características que diferenciam tais figuras.

Esta melhora deve estar ligada às atividades práticas das aulas 3, 4 e 5 da oficina onde foram trabalhadas as noções de figuras planas e espaciais através de materiais didáticos concretos e das embalagens de produtos de supermercado.

A oportunidade de os estudantes poderem ver e manipular os sólidos geométricos na realidade ao invés de apenas verem as imagens no quadro e no livro didático e reproduzirem em seus cadernos, sem muitas vezes nem perceberem o que estão desenhando, certamente colaborou para esta melhora no resultado.

H3 **Reconhecer figuras simétricas e assimétricas e quando simétricas identificar seu(s) eixo(s) de simetria.**

Tabela 7 – Habilidade (3) - Oficina I

Atividade Avaliada	Aproveitamento	Omissões
Q.3 (A.D.I)	83 de 744	36,3%
Q.3 (A.D.II)	336 de 684	11,4%

Tratando-se da habilidade 3 observa-se um aumento no aproveitamento dos estudantes em cerca de trinta e oito por cento. Na primeira atividade, os estudantes classificaram as figuras em simétricas e assimétricas, mas foram poucos os que destacaram os eixos de simetria das figuras simétricas corretamento ou não. Já na segunda atividade praticamente todos os estudantes que resolveram os exercícios propostos destacaram os eixos de simetria nas figuras simétricas de forma correta ou não.

As atividades desenvolvidas nas sexta e sétima aulas da oficina devem ser, provavelmente, as responsáveis por esta melhora dos resultados, pois foi nestas aulas que foram trabalhadas as primeiras noções de simetria axial e eixos de simetria.

Sabendo-se ainda que estas noções foram aperfeiçoadas nas aulas seguintes das oficinas, acredita-se que os resultados poderiam ser um pouco melhores uma vez que o aproveitamento na segunda atividade ficou abaixo dos cinquenta por cento.

H4 **Aplicar as noções de simetria na resolução de problemas aliados ao raciocínio lógico e à lateralidade.**

Tabela 8 – Habilidade (4) - Oficina I

Atividade Avaliada	Sucesso	Insucesso	Omissões
Q.4(b) (A.D.I)	20,2%	66,1%	13,7%
Q.4 (A.D.II)	50,9%	47,4%	1,7%

Em relação à habilidade 4, obteve-se um aumento de um pouco mais de trinta por cento no rendimento dos estudantes. Este aumento dever estar ligado às atividades práticas realizadas com os espelhos onde os estudantes analisavam as características das figuras colocadas diante deles e suas imagens refletidas nos mesmos.

H5 **Obter figuras simétricas a partir da reflexão de lados e vértices de uma estrutura predeterminada.**

Tabela 9 – Habilidade (5) - Oficina I

Atividade Avaliada	Sucesso	Insucesso	Omissões
Q.5 (A.D.I)	33,9%	61,3%	4,8%
Q.5 (A.D.II)	67,5%	32,5%	0%

Com relação à habilidade 5, obteve-se um aumento de mais de trinta por cento no aproveitamento dos estudantes.

Esta melhora deve estar ligada às atividades práticas realizadas nas aulas 7 e 8 da oficina. Nestas aulas, os estudantes construíam figuras simétricas em relação à uma reta destacada no geoplano e transferiam estas construções para o papel quadriculado.

5.2 Aproveitamento no 7º ano

Intitulada como "O Problema das Abelhas", a Oficina II foi elaborada com o propósito de que os estudantes aprimorassem cinco habilidades predeterminadas no que tange o currículo escolar para a série em questão ou até mesmo que desenvolvessem tais habilidades caso estas ainda não tivessem sido manifestadas.

As habilidades esperadas foram avaliadas a partir da análise e comparação de dados de dois instrumentos: Atividade Diagnóstica I e Atividade Diagnóstica II. Participaram de cada uma dessas atividades 80 estudantes, sendo que no total 89 estudantes foram atendidos ao longo da realização desta oficina.

A descrição das habilidades avaliadas e os resultados alcançados pelos estudantes estão apresentados a seguir.

H1 **Reconhecer representações de figuras geométricas planas e espaciais bem como identificar suas formas em situações do cotidiano.**

Tabela 10 – Habilidade (1) - Oficina II

Atividade Avaliada	Aproveitamento	Omissões
Q.1 e Q.2 (A.D.I)	474 de 720	1,2%
Q.1(a) e Q.2(a) (A.D.II)	141 de 160	1,2%

Para esta primeira habilidade, nota-se que o aproveitamento dos estudantes saltou de 65,8% para 88,1%. Estes dados mostram que a cerca das figuras geométricas planas e espaciais os estudantes já possuíam boas noções e com as atividades realizadas na oficina estas noções foram ainda mais apreendidas.

H2 **Identificar entre figuras planas aquelas que são polígonos.**

Tabela 11 – Habilidade (2) - Oficina II

Atividade Avaliada	Aproveitamento	Omissões
Q.3 (A.D.I)	182 de 400	7,5%
Q.1(b) (A.D.II)	248 de 320	1,2%

Para a segunda habilidade apresentada também observa-se uma grande melhora no aproveitamento dos estudantes, sendo este aumentado de 45,5% para 77,5%. Neste caso, nota-se que os estudantes apresentavam maiores dificuldades em identificar polígonos e que após a realização das atividades da oficina puderam perceber com maior facilidade as diferentes características entre as diversas formas planas.

H3 **Identificar entre figuras espaciais aquelas que são poliedros e aquelas que são corpos redondos.**

Tabela 12 – Habilidade (3) - Oficina II

Atividade Avaliada	Aproveitamento	Omissões
Q.4 (A.D.I)	379 de 640	10%
Q.3(a) (A.D.II)	303 de 400	2,5%

Verifica-se em relação à essa terceira habilidade que na segunda atividade diagnóstica aplicada após a realização das atividades da oficina II os estudantes apresentaram um rendimento cerca de 16,5% maior do que o rendimento da primeira atividade. Isto configura uma boa melhora no aproveitamento dos estudantes visto que a segunda atividade apresenta exercícios mais elaborados e contextualizados quando comparados à primeira atividade.

Os avanços observados em relação às habilidade 1, 2 e 3 para a oficina II devem estar ligados à sequência de atividades práticas desenvolvidas nas aulas 3, 4 e 5 dessa oficina, onde foram recordadas as noções de figuras geométricas planas e espaciais com o uso de materiais concretos. As discussões sobre figuras planas na aula 3, os debates sobre figuras espaciais na aula 4 e as reflexões sobre planificações de sólidos geométricos na aula 5 certamente contribuíram para a melhora dos resultados quanto à aprendizagem dos estudantes participantes dessa oficina.

H4 **Calcular a área total de poliedros a partir de representações de suas planificações e associar esta área com a quantidade de material para a confecção de embalagens e objetos.**

Tabela 13 – Habilidade (4) - Oficina II

Atividade Avaliada	Sucesso	Insucesso	Omissões
Q.5(a) (A.D.I)	0%	45%	55%
Q.4(a)(A.D.II)	2,5%	78,7%	18,8%

Em relação à habilidade quatro, alguns aspectos chamam a atenção. Primeiramente, nenhum estudante conseguiu resolver corretamente o exercício que envolvia tal habilidade na primeira atividade que era uma pergunta mais direta e que envolvia valores pequenos, mas houve estudantes que conseguiram resolver corretamente o exercício que envolvia tal habilidade na segunda atividade que, por sua vez, tratava-se de um problema mais elaborado e contextualizado com valores mais altos.

Outro aspecto relevante é que o número de estudantes que passaram a tentar resolver o problema aumentou bastante e mesmo não acertando a questão proposta, houve estudantes que apresentaram propostas próximas da resolução correta ou que fazia sentido para a mesma.

Desta forma, levando em consideração que os estudantes não apresentavam esta habilidade antes da oficina, a mesma despertou um certo estímulo no estudante para pensar sobre os problemas propostos.

H5 **Compreender as noções de volume de um sólido geométrico bem como determinar o volume de um paralelepípedo.**

Tabela 14 – Habilidade (5) - Oficina II

Atividade Avaliada	Sucesso	Insucesso	Omissões
Q.5(b) (A.D.I)	21,2%	31,3%	47,5%
Q.4(b)(A.D.II)	18,8%	52,5%	28,7%

Em relação à habilidade cinco, nota-se uma leve queda em relação ao rendimento dos estudantes na segunda atividade diagnóstica. Fazendo uma reavaliação das atividades observa-se que vários estudantes interpretaram corretamente o problema, mas erraram as multiplicações necessárias para a resolução do mesmo.

5.3 Aproveitamento no 8º ano

A Oficina III - Ângulos: Comodidades e modernização foi desenvolvida com 89 estudantes matriculados no oitavo ano de uma escola de Planaltina - DF. Participaram da primeira atividade diagnóstica 81 estudantes e da segunda atividade 84 estudantes.

Em cada uma das atividades aplicadas foram priorizadas três habilidades acerca dos temas abordados na oficina as quais estão enumeradas abaixo. Os resultados dos rendimentos dos estudantes frente a essas habilidades também estão apresentados na sequência seguidos de comentários e reflexões.

H1 **Interpretar e resolver problemas que abrangem noções de ângulos e suas classificações, como por exemplo determinar o suplemento de um ângulo.**

Tabela 15 – Habilidade (1) - Oficina III

Atividade Avaliada	Sucesso	Insucesso	Omissões
Q.2 (A.D.I)	46,9%	18,5%	34,6%
Q.1 (A.D.II)	39,3%	55,9%	4,8%

Tendo em consideração a habilidade 1, observa-se uma leve queda no aproveitamento dos estudantes. Não faz sentido pensar que alguns estudantes "desaprenderam" o que sabiam. Uma explicação para esta situação pode ser o fato da segunda atividade ser contextualizada e o fator interpretação ter influenciado no resultado.

Na realização das atividades práticas das aulas 3 e 4 os estudantes em geral apresentaram dificuldades em fazer contas mentalmente para as atividades previstas. Dessa forma, outra explicação para esta situação pode ter sido o fato de estudantes terem entendido o que era para ser feito, mas errado nos cálculos para a resolução do exercício.

H2 **Identificar entre diversas figuras geométricas planas aquelas que são polígonos.**

Tabela 16 – Habilidade (2) - Oficina III

Atividade Avaliada	Sucesso	Insucesso	Omissões
Q.3 (A.D.I)	7,4%	86,4%	6,2%
Q.4 (A.D.II)	34,5%	57,2%	8,3%

Em relação à habilidade 2, nota-se agora uma melhora considerável no aproveitamento dos estudantes. Esta melhora deve estar ligada às atividades práticas realizadas na quinta aula da oficina onde os estudantes trabalharam com diversas construções com o Kit de Geometria Plana recordando e ampliando suas ideias a respeito dos polígonos e suas classificações.

H3 **Identificar polígonos regulares e suas características e correlacioná-las com problemas que abrangem noções de pavimentação no plano.**

Tratando-se da habilidade 3, também obteve-se uma melhora significativa levando-se em conta que as questões cinco das atividades eram mais elaboradas e exigiam uma interpretação maior dos estudantes.

Tabela 17 – Habilidade (3) - Oficina III

Atividade Avaliada	Sucesso	Insucesso	Omissões
Q.5 (A.D.I)	0%	38,3%	61,7%
Q.5 (A.D.II)	15,5[4] %	21,4%	23,8%

As atividades práticas desenvolvidas nas aulas 8 e 9 deve ter influenciado neste avanço no rendimento dos estudantes. Nestas aulas, os estudantes puderam usar da criatividade para construir diversas possibilidades de pavimentação e observar na prática que nem sempre as peças poligonais regulares se encaixarão perfeitamente.

Um aspecto que chamou muita atenção na correção das atividades do oitavo ano foi a dificuldade na escrita e na interpretação por parte dos estudantes. Das cinco questões da atividade diagnóstica II, quatro eram discursivas e foi notório as dificuldades de escrita e de argumentação na resolução dos exercícios propostos. Essas dificuldades de interpretação possivelmente contribuíram para rendimentos mais baixos nesta série/ano.

5.4 Aproveitamento no 9º ano

Assim como nas oficinas anteriores, a Oficina IV, designada como "Geometria na Construção Civil", também propôs sequências didáticas para que os estudantes desenvolvessem e aperfeiçoassem algumas habilidades predeterminadas.

Estas habilidades foram avaliadas a partir da análise e comparação de dados de dois instrumentos: Atividade Diagnóstica I e Atividade Diagnóstica II. Participaram da primeira atividade 88 estudantes e da segunda, 81 estudantes, sendo que no total 103 estudantes foram atendidos ao longo da realização desta oficina.

A descrição das habilidades avaliadas e os resultados alcançados pelos estudantes estão apresentados a seguir.

H1 **Compreender as noções de área de figuras planas e aplicá-las na resolução de problemas.**

Tabela 18 – Habilidade (1) - Oficina IV

Atividade Avaliada	Sucesso	Insucesso	Omissões
Q.1 (A.D.I)	12,5%	39,8%	47,7%
(a) (A.D.II)	14,8%	49,4%	35,8%

[4] Porcentagem de estudantes que identificaram os três polígonos regulares que pavimentam o plano. Contabilizando o número de estudantes que identificaram pelo menos um desses polígonos a porcentagem passa para 54,8%.

Em relação à habilidade 1, observa-se que os estudantes apresentaram uma leve melhora após a realização das atividades da oficina. Por um lado, pode parecer um rendimento muito baixo ao se verificar que menos de quinze por cento dos estudantes resolveram o problema proposto corretamente, mas lembrando-se de que as atividades propostas não eram as mesmas e que a última se tratava de um problema mais elaborado e contextualizado, este rendimento passa a ter um significado mais relevante para a pesquisa.

Esta melhora nos resultados deve estar ligada com as atividades práticas desenvolvidas nas aulas seis, sete, oito e nove em que os exercícios realizados abordavam os assuntos de planta baixa e áreas de figuras planas. A atividade de construção de plantas baixas fez com que os estudantes trabalhassem com medidas em geral, tais como comprimento e largura e que percebessem que a planta baixa ocupa uma região, uma superfície, assim como uma obra ocupa um terreno, o que pode ter contribuído para que os estudantes estruturassem melhor suas noções de área como sendo medida de uma superfície. Já os exercícios da aula oito, possibilitaram que os estudantes lidassem melhor com as estratégias e cálculos envolvidos na determinação da área de uma superfície. E por fim, os exercícios da aula nove pode ter tido sua influência no exercício do raciocínio lógico matemático dos estudantes diante das situações-problema propostos.

H2 **Compreender as noções de área lateral e área total de poliedros e aplicá-las na resolução de problemas.**

Tabela 19 – Habilidade (2) - Oficina IV

Atividade Avaliada	Sucesso	Insucesso	Omissões
Q.3 (A.D.I)	4,6%	51,1%	44,3%
(b) (A.D.II)	1,2%	50,6%	48,2%

Neste caso, os estudantes aparentam, praticamente, não possuir a habilidade mencionada.

O assunto de figuras geométricas planas e espaciais está presente em todas as séries finais do Ensino Fundamental e tratando-se da habilidade 2 os estudantes parecem trazer dificuldades a este respeito desde os anos anteriores.

Por questões de tempo, as atividades da Oficina IV foram direcionadas para a temática planta baixa, sendo o assunto de maquetes comentado brevemente. Neste caso, observa-se que atividades variadas com maquetes fizeram falta. Com a construção ou utilização de maquetes na resolução de problemas os estudantes poderiam “visualizar” melhor as informações dos problemas e com isto, interpretá-los mais facilmente. Dessa forma, assuntos como superfície lateral e total de sólidos geométricos seriam compreendidos mais facilmente pelos estudantes.

H3 **Identificar triângulos retângulos e suas propriedades aplicadas à situações do cotidiano.**

Tabela 20 – Habilidade (3) - Oficina IV

Atividade Avaliada	Sucesso	Insucesso	Omissões
Q.4 (A.D.I)	32,9%	30,7%	36,4%
(c) (A.D.II)	34,6%	13,6%	51,8%

Tendo-se em consideração a habilidade 3, observa-se também uma leve melhora nos resultados, mas o que mais chama atenção neste caso é o grande aumento das omissões na resolução do problema proposto. Aliás, observa-se uma porcentagem relativamente alta de omissões em todos os problemas propostos na Oficina IV.

Observando-se o problema do item (c) da Atividade Diagnóstica II do 9º ano no apêndice L nota-se um problema relativamente fácil que envolve tão somente a classificação de triângulos que por sua vez foi discutido na quarta aula dessa oficina.

Os aspectos que podem estar ligados à estes resultados podem ser a dificuldade de leitura e interpretação de problemas ou até mesmo a falta de interesse e/ou disposição para a realização das atividades propostas, pois mais da metade dos estudantes não tentaram nenhuma proposta de resolução para o exercício em questão.

Considerações Finais

Provavelmente, todo professor de matemática, em algum momento de sua carreira, deve ter escutado de seus alunos questionamentos como esse aqui: Professor, por que tenho que estudar isso? Onde é que vou usar isso na minha vida? É possível que nem mesmo alguns professores saibam a razão de se estudar determinados assuntos dessa disciplina. Essa situação mostra o quão é importante e necessário dar significado ao que é trabalhado em sala de aula.

A Geometria é um dos campos mais favoráveis para se fazer isso. No entanto, predomina-se nesta área o ensino de definições, nomenclaturas e classificações. Dessa forma, a realização deste trabalho justifica-se porque traz novos horizontes no que se refere à abordagem desse componente curricular em sala de aula.

A experiência submetida na escola alcançou resultados satisfatórios de um modo geral através das oficinas de geometria. O que foi proposto inicialmente eram situações viáveis e realistas, mas algumas mudanças e adaptações foram necessárias por questão de tempo disponível para a realização das atividades. Como houve avanço em treze habilidades das dezesseis avaliadas nas quatro oficinas, pode-se afirmar que os objetivos do trabalho foram atingidos com sucesso.

Infere-se que os resultados não foram melhores pois os estudantes não estão habituados a questionar, a debeter ideias, a fazer conjecturas e procurar meios de testá-las e ou comprová-las, ou seja, não estão familiarizados à uma postura ativa no processo ensino/aprendizagem. Por esta razão, as atividades laboratoriais aqui defendidas não podem ser realizadas em momentos isolados, pelo contrário, devem ser um procedimento constante em sala de aula.

Um aspecto que deve ter atenção especial na realização dessas atividades é a questão dos registros nos cadernos. Na experiência realizada, os estudantes foram alertados para fazerem suas anotações em seus cadernos, no entanto, foram priorizados os debates em sala de aula e a realização das atividades práticas, desse modo não foi possível fazer um acompanhamento desses registros. Aconselha-se portanto, que ao se planejar as atividades laboratoriais seja reservado um momento para os estudantes fazerem os seus registros e o professor supervisionar essas anotações.

Além disso, é fundamental o cuidado com a abordagem dos materiais concretos na realização das atividades. Ao invés de facilitar a aprendizagem, o mau uso desses recursos podem criar problemas maiores. É essencial planejar as atividades com antecedência e esclarecer os objetivos dos materiais a serem utilizados. Por exemplo, o *Kit* de geometria Mosaicos pode auxiliar no tratamento de temas que envolvam geometria plana, mas as peças que constituem este *kit* não são representações de figuras planas.

Isto posto, é evidente que este trabalho não esgota todas as vertentes em termos das atividades laboratoriais e portanto, novas pesquisas podem ser desenvolvidas. Uma pretensão para trabalhos futuros é aliar essa concepção de atividades práticas e contextualizadas com o modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de *Van Hiele*, ou seja, propor e testar atividades elaboradas por fases de aprendizagem em cada nível de compreensão descritos nesse modelo.

Referências

BARBOSA, C. P. Desenvolvendo o pensamento geométrico nos anos iniciais do ensino fundamental: uma proposta de ensino para professores e formadores de professores. Ouro Preto, 2011. Acesso em: 18/08/2018. Disponível em: <https://www.ppgedmat.ufop.br/arquivos/produtos_2011/Cirleia%20Barbosa.pdf>. Citado na página 26.

BENINI, M. B. C. Laboratório de ensino de matemática e laboratório de ensino de ciências: Uma comparação. Paraná, 2007. Acesso em: 04/06/2017. Disponível em: <http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes_pde/artigo_marli_balzan_cavalaro_benini.pdf>. Citado na página 51.

BEZERRA, M. J. *O material didático no ensino de matemática*. Rio de Janeiro: MEC/Caderno CEDES, 1962. Citado na página 52.

BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília: MEC/SEF, 1998. Citado 4 vezes nas páginas 30, 33, 34 e 45.

BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular: educação é a base*. Ministério da Educação, 2017. Acesso em: 11/12/2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/02/bncc-20dez-site.pdf>. Citado 2 vezes nas páginas 30 e 35.

BRASIL. *Guia de Implementação da Base Nacional Comum Curricular*. MEC, Consed, Undime, UNCME, FNCEE, 2018. Acesso em: 14/12/2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wpcontent/uploads/2018/04guia_BNC_2018_online_v7.pdf>. Citado na página 25.

CLEMENTE, J. C. et al. Ensino e aprendizagem da geometria: um estudo a partir dos periódicos em educação. VII Encontro Mineiro de Educação Matemática - EMEM: Juiz de Fora - MG, 2015. Acesso em: 18/08/2018. Disponível em: <http://www.ufjf.br/emem/files/2015/10/ENSINO-E-APRENDIZAGEM-DA-GEOMETRIA-UM-ESTUDO-A-PARTIR-DOS-PERI%C3%93DICOS-EM-EDUCA%C3%87%C3%83O-MATEM%C3%81TICA.pdf>. Citado na página 26.

CONSTANTINO, R. O ensino da geometria no ambiente cinderella. Dissertação de Mestrado — Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2006. Acesso em: 08/10/2018. Disponível em: <http://cienciaematematica.vivawebinternet.com.br/media/dissertacoes/65510160b9cdfc0.pdf>. Citado na página 33.

CROWLEY, M. L. O modelo van hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico. In: *Aprendendo e Ensinando Geometria*. São Paulo: Atual Editora, 1994. p. 1–20. Tradução de Hygino H. Domingues. Citado 2 vezes nas páginas 46 e 47.

DISTRITO FEDERAL. *Currículo em Movimento da Educação Básica: ensino fundamental anos finais*. Brasília: SEE/DF, 2014. Acesso em: 20/12/2018. Disponível em: <http://www.cre.se.df.gov.br/ascom/documentos/subeb/cur_mov/4_ensino_fundamental_anos_finais.pdf>. Citado na página 38.

DISTRITO FEDERAL. *Currículo em Movimento da Educação Básica: pressupostos teóricos*. Brasília: SEE/DF, 2014. Acesso em: 20/12/2018. Disponível em: <http://www.cre.se.df.gov.br/ascom/documentos/subeb/cur_mov/1_pressupostos_teoricos.pdf>. Citado na página 38.

DISTRITO FEDERAL. *Currículo em Movimento do Distrito Federal: ensino fundamental anos iniciais - anos finais*. 2ª. ed. Brasília: SEE/DF, 2018. Acesso em: 19/12/2018. Disponível em: <http://www.se.df.gov.br/wp-conteudo/uploads/2018/02/Curri%CC%81culo-em-Movimento-Ens-fundamental_19dez18.pdf>. Citado na página 40.

GIRALDO, V.; CAETANO, P.; MATTOS, F. *Recursos Computacionais no Ensino de Matemática*. 1ª. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2013. (Coleção PROFMAT). Citado na página 50.

GOMES, M. C. G.; AGUIAR, D. S. Utilização do laboratório de matemática nas aulas de geometria como facilitador da apredizagem. V Jornada de Iniciação Científica e Extensão, Tocantins, 2014. Acesso em: 25/02/2018. Disponível em: <http://propi.ifto.edu.br/ocs/index.php/jice/5jice/paper/viewFile/6472/3204>. Citado na página 46.

GOMES, M. L. M. *História do Ensino da Matemática: uma introdução*. Belo Horizonte: CAED-UFMG, 2012. Acesso em: 28/09/2018. Disponível em: <http://www.mat.ufmg.br/ead/acervo/livros/historia%20do%20ensino%20da%20matematica.pdf>. Citado 5 vezes nas páginas 20, 21, 22, 23 e 24.

HODSON, D. *Teaching and learning Science: towards a personalized approach*. Philadelphia: Open University Press, 1998. Citado na página 51.

KALEFF, A. M. M. R. Do fazer concreto ao desenho em geometria: ações e atividades desenvolvidas no laboratório de ensino de geometria da universidade federal fluminense. In: *O laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores*. 3ª. ed. Campinas, SP: Editora Autores Associados, 2012, (Coleção formação de professores). p. 113–134. Citado na página 33.

KENNEY, M. J. A linguagem logo e a nova dimensão dos programas de geometria no nível secundário. In: *Aprendendo e Ensinando Geometria*. São Paulo: Atual Editora, 1994. p. 107–126. Tradução de Hygino H. Domingues. Citado na página 45.

LEITE, J. M. Materiais didáticos manipuláveis no ensino e aprendizagem de geometria espacial. Paraná, 2008. Acesso em: 25/02/2018. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1664-8.pdf>. Citado na página 45.

LOBO, J. da S.; BAYER, A. O ensino de geometria no ensino fundamental. 2004. Acesso em: 18/09/2018. Disponível em: <http://wwwp.fc.unesp.br/~hsilvestrini/O%20ensino%20de%20Geometria.pdf>. Citado 4 vezes nas páginas 21, 23, 24 e 30.

LOPES, J. de A.; ARAúJO, E. A. de. O laboratório de ensino de matemática: Implicações na formação de professores. Revista Zetetiké - Cempem - FE - Unicamp, v. 15, n. 27, p. 57–69, 2007. Acesso em: 04/06/2017. Disponível em: <http://ojs.fe.unicamp.br/ged/zetetike/article/view/2420/2182>. Citado na página 48.

LORENZATO, S. *Para Aprender Matemática*. Campinas, SP: Editora Autores Associados, 2006. (Coleção Formação de professores). Citado 2 vezes nas páginas 52 e 53.

LORENZATO, S. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: *O laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores*. 3ª. ed. Campinas, SP: Editora Autores Associados, 2012, (Coleção formação de professores). p. 3–37. Citado 4 vezes nas páginas 48, 49, 50 e 52.

LORENZATO, S. A. Por que não ensinar geometria? In: *A educação matemática em revista*. Blumenau: SBEM, 1995. p. 3–13. Acesso em: 24/09/2018. Disponível em: <http://professoresdematematica.com.br/wa_files/0_20POR_20QUE_20NAO_20ENSINAR_20GEOMETRIA.pdf>. Citado 4 vezes nas páginas 25, 30, 31 e 32.

LUZ, R. N. Avaliação de diferentes metodologias aplicadas ao ensino de geometria. Dissertação de Mestrado (PROFMAT) — Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada - IMPA, Rio de Janeiro, 2014. Acesso em: 08/10/2018. Disponível em: <https://impa.br/wp-content/uploads/2016/12/rafael_nogueira_luz.pdf>. Citado 2 vezes nas páginas 32 e 33.

MOCROSKY, L. F.; MONDINI, F.; ESTEPHAN, V. M. O ensino de geometria no brasil: alguns aspectos da sua origem nos livros didáticos brasileiros. III Simpósio Nacional de Ensino de Ciência e Tecnologia, Ponta Grossa - PR, 2012. Acesso em: 28/09/2018. Disponível em: <http://www.sinect.com.br/anais2012/html/artigos/ensino%20mat/19.pdf>. Citado 3 vezes nas páginas 20, 21 e 22.

MORENO, A. C. Brasil cai em ranking mundial de educação em ciências, leitura e matemática . 2016. Acesso em: 12/06/2017. Disponível em: <http://g1.globo.com/educacao/noticia/brasil-cai-em-ranking-mundial-de-educacao-em-ciencias-leitura-e-matematica.ghtml>. Citado na página 15.

NIVEN, I. A geometria pode sobreviver no currículo do curso secundário? In: *Aprendendo e Ensinando Geometria*. São Paulo: Atual Editora, 1994. p. 47–58. Tradução de Hygino H. Domingues. Citado na página 32.

NOT, L. *As pedagogias do conhecimento*. São Paulo: DIFEL, 1981. Tradução de Américo E. Bandeira. Nenhuma citação no texto.

OLIVEIRA, S. M. Ávila de. O contexto do ensino de geometria nas séries iniciais em escolas da rede estadual do município de São José/SC. Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2007. Acesso em: 08/10/2018. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/119182/Sandra_Mara_Avila_de_Oliveira.pdf?sequence=1>. Citado na página 32.

PAVANELLO, R. M. O Abandono do Ensino da Geometria no Brasil: causas e consequências. Revista Zetetiké, n. 1, p. 7–17, 1993. Acesso em: 18/09/2018. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/viewFile/8646822/13724>. Citado 6 vezes nas páginas 19, 22, 23, 24, 27 e 31.

PAVANELLO, R. M. Por que ensinar/aprender geometria? Universidade Estadual de Maringá, 2007. Acesso em: 25/09/2018. Disponível em: <http://www.miltonborba.org/CD/Interdisciplinaridade/Anais_VII_EPEM/mesas_redondas/mr21-Regina.doc>. Citado na página 31.

RêGO, R. G. do; RêGO, R. M. do; VIEIRA, K. M. *Laboratório de ensino de Geometria.* Campinas, SP: Editora Autores Associados, 2012. 1-16 p. (Coleção formação de professores). Citado na página 53.

RêGO, R. M. do; RêGO, R. G. do. Desenvolvimento e uso de materiais didáticos no ensino de matemática. In: *O laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores.* 3ª. ed. Campinas, SP: Editora Autores Associados, 2012, (Coleção formação de professores). p. 39–56. Citado 2 vezes nas páginas 52 e 53.

RODRIGUES, F. C. Laboratório de educação matemática: descobrindo as potencialidades do seu uso em um curso de formação de professores. Dissertação de Mestrado — Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2012. Acesso em: 25/02/2018. Disponível em: <http://www.biblioteca.pucminas.br/teses/EnCiMat_RodriguesFC_1.pdf>. Citado 3 vezes nas páginas 49, 50 e 51.

SANTOS, M. da S.; SANT'ANNA, N. da F. P. O ensino de geometria e a teoria de van hiele: uma abordagem através do laboratório de ensino de matemática no 8º ano da educação básica. Macaé - RJ, 2015. Acesso em: 18/09/2018. Disponível em: <http://www.ufjf.br/ebrapem2015/files/2015/10/gd2_marcele_santos.pdf>. Citado 3 vezes nas páginas 26, 46 e 47.

SENA, R. M.; DORNELES, B. V. Ensino de geometria: rumos da pesquisa (1991-2011). REVEMAT, Florianópolis - SC, v. 8, n. 1, p. 138 – 155, 2013. Acesso em: 18/09/2018. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/viewFile/1981-1322.2013v8n1p138/25095>. Citado 4 vezes nas páginas 19, 21, 22 e 23.

SILVA, L.; CâNDIDO, C. C. Modelo de aprendizagem de geometria do casal Van Hiele. São Paulo, 2007. Acesso em: 18/09/2018. Disponível em: <https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/450026/mod_resource/content/1/Silva%20%20Candido%20-%20Modelo%20de%20Aprendizagem%20da%20Geometria%20do%20Casal%20Van%20Hiele.pdf>. Citado 3 vezes nas páginas 46, 47 e 48.

SILVA, R. C. da; SILVA, J. R. O papel do laboratório no ensino de matemática. Anais do VIII ENEM - Relato de Experiência, Universidade Federal de Pernambuco, 2004. Acesso em: 25/02/2018. Disponível em: <http://www.sbem.com.br/files/viii/pdf/07/RE75541815487.pdf>. Citado na página 49.

TAHAN, M. *Didática da Matemática.* São Paulo: Editora Saraiva, 1962. v. 2. Citado na página 51.

TURRIONI, A. M. S.; PEREZ, G. Implementando um laboratório de educação matemática para apoio na formação de professores. In: *Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores.* 3ª. ed. Campinas, SP: Editora Autores Associados, 2012, (Coleção formação de professores). p. 57–76. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 52.

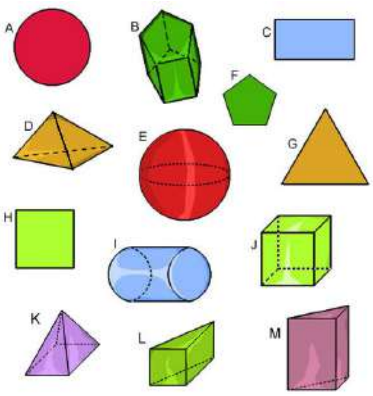
VASCONCELLOS, C. dos S. *Construção do conhecimento em sala de aula.* 3ª. ed. São Paulo: Libertad e Centro de Formação e Assessoria Pedagógica, 1995. Citado na página 45.

VIEIRA, C. R. Reinventando a geometria no ensino médio: uma abordagem envolvendo materiais concretos, softwares de geometria dinâmica e a teoria de Van Hiele. Dissertação de Mestrado — Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2010. Citado na página 46.

Apêndices

APÊNDICE A – Atividade Diagnóstica I - 6º Ano

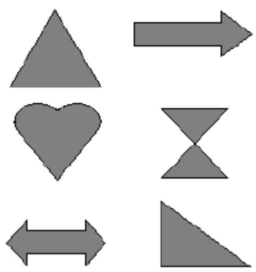
Observe cada uma das figuras geométricas abaixo com atenção e responda as questões 1 e 2 que se seguem:



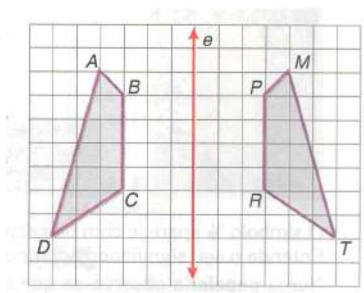
1 Quais das figuras geométricas acima são planas?

2 Quais das figuras geométricas acima são espaciais?

3 Verifique se cada uma das figuras abaixo são assimétricas ou simétricas. Aquelas que forem simétricas identifique seu(s) eixo(s) de simetria(s).



4 Observando a simetria dos desenhos na figura abaixo, responda:

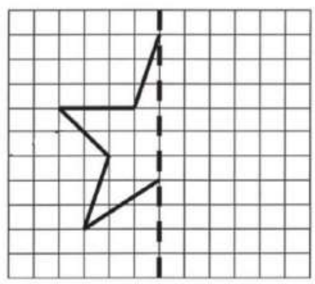


(a) Qual é o ponto simétrico do ponto M?

(b) Qual é o lado simétrico ao lado $\overline{AD}$?

(c) O segmento $\overline{BC}$ mede 2cm. Quanto mede $\overline{PR}$?

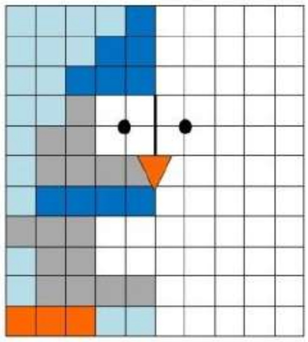
5 Complete a figura abaixo de acordo com o eixo de simetria dado.



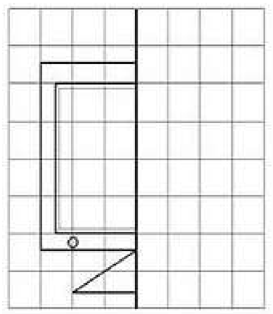
APÊNDICE B – Lista de Exercícios - 6º Ano

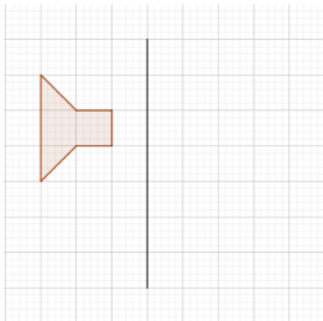
1 Obtenha os eixos de simetria das figuras a seguir, caso existam:

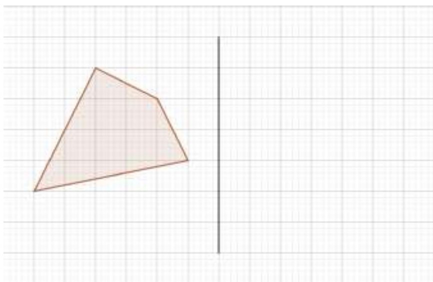
A

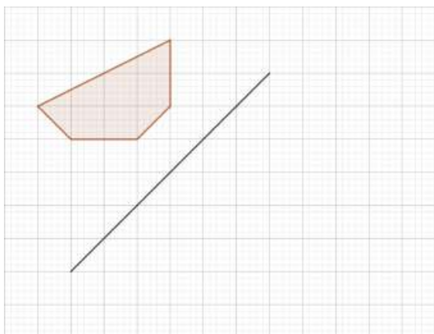


2 Obtenha imagens simétricas a partir das malhas quadriculadas e eixos dados:



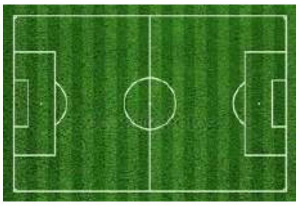


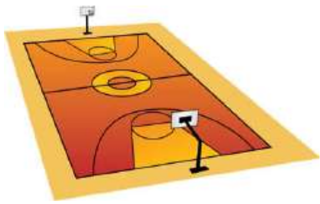


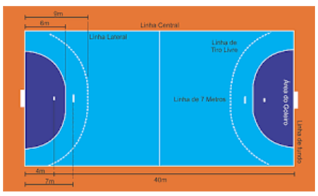


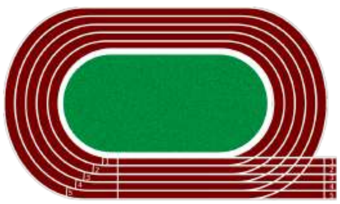
APÊNDICE C – Atividade Diagnóstica II - 6º Ano

1 Observe com atenção as imagens a seguir que mostram situações em que percebemos a presença da geometria nos esportes:







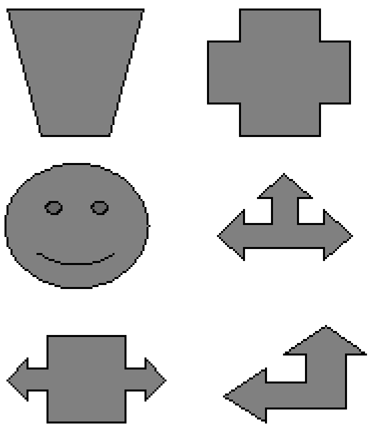


Agora responda: as linhas de contorno que aparecem nas figuras acima nos dão ideias de firguras geométricas. Essas figuras geométricas são planas ou espaciais?

2 Observe com atenção as imagens a seguir que mostram outras situações em que percebemos a presença da geometria nos esportes:

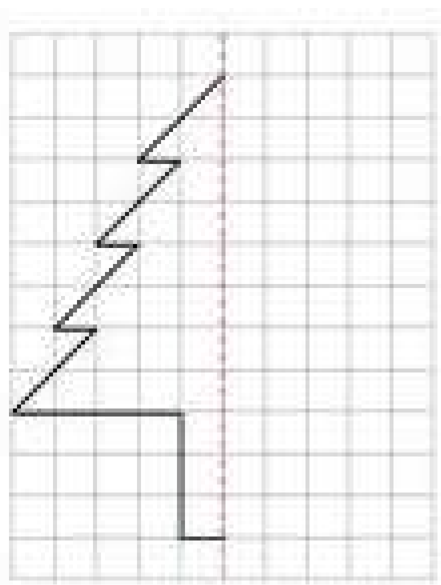
Agora responda: As formas dos objetos apresentados nas imagens nos dão ideias de figuras geométricas planas ou espaciais?

3 Verifique se cada uma das figuras abaixo são assimétricas ou simétricas. Aquelas que forem simétricas identifique seu(s) eixo(s) de simetria(s).



4 Na figura temos a imagem de um senhor através de um espelho. Observe que ele tem um relógio em um de seus braços. Em qual dos seus braços esse senhor usa seu relógio: braço direito ou esquerdo?

5 Complete a figura abaixo de acordo com o eixo de simetria dado.



APÊNDICE D – Texto de Motivação - 7º ano

O Problema das Abelhas

Por Malba Tahan (Matemática Divertida e Curiosa)

Esses pequeninos e laboriosos insetos resolveram um interessantíssimo problema por um artifício que chega a deslumbrar a inteligência humana.

Todos sabem que a abelha constrói os seus alvéolos para neles depositar o mel que fabrica. Esses alvéolos são feitos de cera. A abelha procura, portanto, obter uma forma de alvéolos que seja a mais econômica possível, isto é, que apresente maior volume para a menor porção de material empregado.

É preciso que a parede de um alvéolo sirva, também, ao alvéolo vizinho. Logo, o alvéolo não pode ter forma cilíndrica, pois do contrário cada parede só serveria a um alvéolo.

Procuraram as abelhas uma forma prismática para os seus alvéolos. Os únicos prismas regulares que podem ser justapostos sem deixar interstício são: o triangular, o quadrangular e o hexagonal. Foi este último que as abelhas escolheram. E sabem por quê? Porque dos três prismas regulares A, B e C construídos com porção igual de cera, o prisma hexagonal é o que apresenta maior volume.

Eis o problema resolvido pelas abelhas:

Dados três prismas regulares da mesma altura A (triangular), B (quadrangular), C (hexagonal), tendo a mesma área lateral, qual é o de maior volume?

Uma vez determinada a forma dos alvéolos, era preciso fechá-los, isto é, deterninar o meio mais econômico de cobrir os alvéolos.

A forma adotada foi a seguinte: o fundo de cada alvéolo é constituído de três losangos iguais.

Maraldi, astrônomo do Observatório de Paris, determinou, experimentalmente, com absoluta precisão, os ângulos desse losango e achou 109º28', para o ângulo obtuso e 70º32', para o ângulo agudo.

O físico Réaumur, supondo que as abelhas eram guiadas, na construção dos alvéolos por um princípio de economia, propôs ao geômetra alemão Koening, em 1739, o seguinte problema:

Entre todas as células hexagonais, com fundo formado de três losangos, determinar a que seja cosntruída com a maior economia de material.

Koening, que não conhecia os resultados obtidos por Maraldi, achou que os ângulos do losango do alvéolo matematicamente mais econômico deviam ser 109º26' para o ângulo obtuso e 70º34' para o ângulo agudo.

A concordância entre as medidas feitas por Maraldi e os resultados calculados por Koening era espantosa. Os geômetras concluíram que as abelhas cometiam, na construção de seus alvéolos, um erro de 2' no ângulo do losango de fechamento.

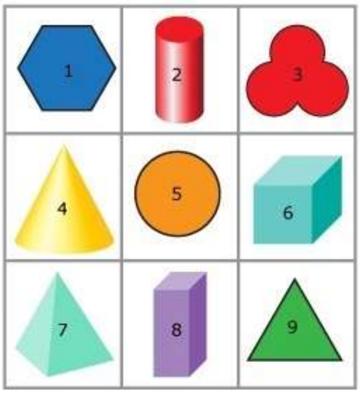
Concluíram os homens da ciência que as abelhas erravam, mas entre o alvéolo que construíam e o alvéolo matematicamente certo havia uma diferença extremamente pequena.

Fato Curioso! Alguns anos depois (1743), o geômetra Mac Laurin retomou novamente o problema e demosntrou que Koening havia errado e que o resultado era traduzido precisamente pelos ângulos dados por Maraldi — 109º28' e 70º32'.

A razão estava, pois, com as abelhas. O matemático Koening é que havia errado!

APÊNDICE E – Atividade Diagnóstica I - 7º Ano

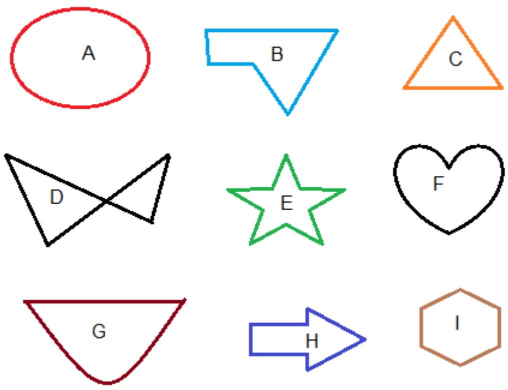
Observe cada uma das figuras geométricas abaixo com atenção e responda as questões 1 e 2.



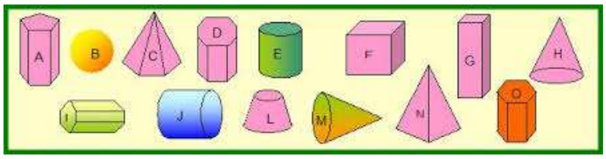
1 Quais das figuras acima são figuras geométricas planas?

2 Quais das figuras acima são figuras geométricas espaciais?

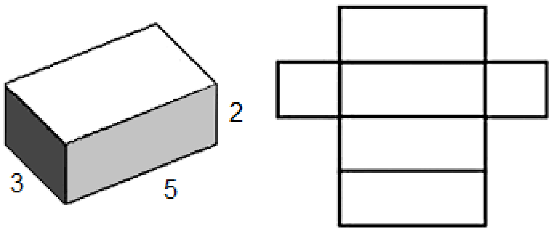
3 Observe com atenção as figuras geométricas abaixo e responda: quais das figuras apresentadas são polígonos?



4 Observe com atenção as figuras geométricas abaixo e responda: quais das figuras apresentadas são poliedros?



5 A seguir temos a representação de um paralelepípedo e sua planificação.



(a) Calcule a área ocupada pela planificação do paralelepípedo.

(b) Calcule o volume do paralelepípedo.

APÊNDICE F – Atividade Diagnóstica II - 7º Ano

1 Observe com atenção as imagens a seguir que mostram as diferentes formas das placas de sinalização de trânsito.

Agora responda:

(a) Essas placas nos dão a ideia de figuras geométricas planas ou espaciais?

(b) Quais placas nos dão a ideia de polígonos?

(c) Quais placas não indicam polígonos?

2 Existem outros objetos de sinalização de trânsito além das placas. Observe com atenção as imagens a seguir que representam alguns desses objetos:

Agora responda:

(a) Esses objetos de sinalização nos dão a ideia de figuras geométricas planas ou espaciais?

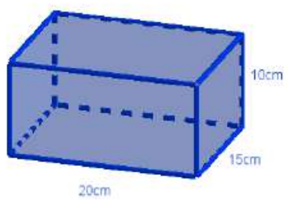
3 Observe com atenção as formas de algumas embalagens apresentadas nas figuras abaixo:

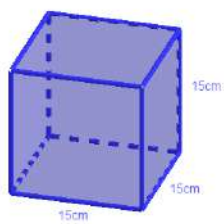
Agora responda:

(a) Quais das embalagens lembram poliedros?

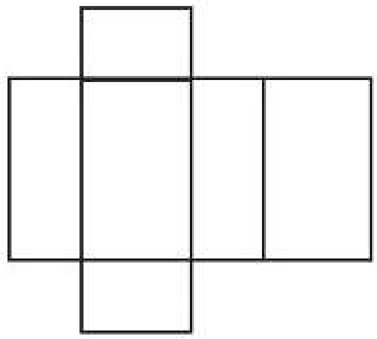
(b) Quais das embalagens lembram corpos redondos?

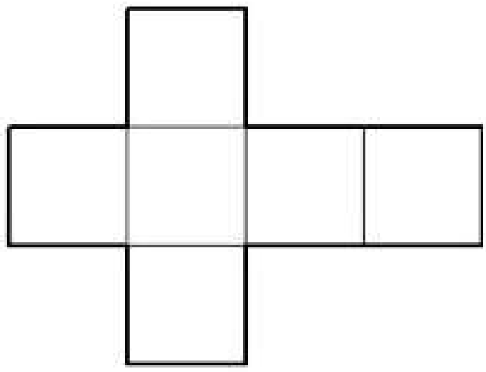
4 Marcela quer fazer um aquário novo para seu peixinho de estimação. Ela levou dois modelos a um vidraceiro como indica as imagens:





Para fazer qualquer um dos aquários o vidraceiro irá cortar seis placas de vidro e depois colar essas placas com uma cola especial até obter o aquário desejado.



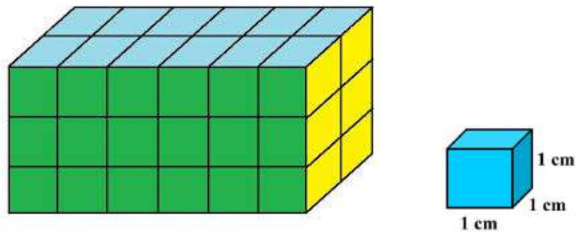


Quanto ao valor a ser cobrado, isso vai depender da quantidade de vidro a ser gasta para a construção do aquário.

Lembrando que o aquário que Marcela quer fazer terá tampa, faça o que se pede nos itens a seguir:

(a) Calcule a área total de vidro para construir cada um dos modelos de aquário sugeridos por Marcela? Para qual deles gasta-se menos vidro na fabrição?

(b) Na figura abaixo, observa-se que o paralelepípedo pode ser preenchido com 36 cubos de $1cm$ de aresta.



$\rightarrow$ (unidade de medida)

Dizemos então, que o volume do paralelepído da figura é de $36cm^3$.

Nessas condições, quantos cubinhos de $1cm^3$ cabem dentro de cada aquário sugerido por Marcela? Em qual deles o peixinho terá mais espaço para ficar?

(c) Refletindo sobre os resultados dos itens anteriores, qual dos aquários é mais vantajoso para Marcela? Ou seja, em qual dos aquários o custo será menor e o volume maior para o peixinho?

APÊNDICE G – Atividade Diagnóstica I - 8º Ano

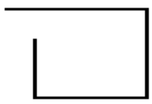
1 Lembrando que a volta completa corresponde à 360 graus, calcule o menor ângulo formado pelos ponteiros de um relógio quando estes marcam 8 horas.

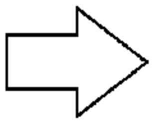
2 Qual é o valor das medidas dos ângulos x e y indicados nas figuras abaixo?

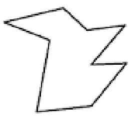
3 Relacione as colunas:

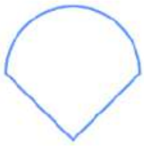
(1) É polígono

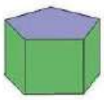
(2) Não é polígono

( ) 

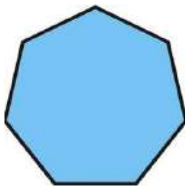
( ) 

( ) 

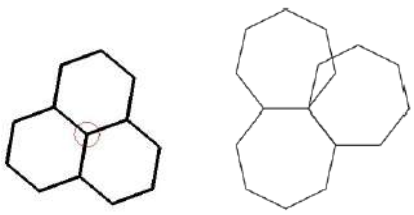
( ) 

( ) 

4 Na figura abaixo tem-se um heptágono regular. Sabendo que a soma de seus sete ângulos internos é de 900º, quanto vale a medida de cada um de seus ângulos internos?



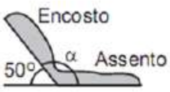
5 Polígonos regulares são polígonos em que todos os lados, ângulos internos e externos são congruentes. Dizemos que um polígono regular pavimenta o plano quando não há falhas e nem sobreposição de peças no plano. Por exemplo, o hexágono regular pavimenta o plano, mas o heptágono regular não, observe as figuras:

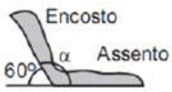


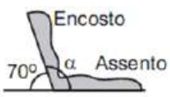
Nessas condições, responda: o pentágono regular pavimenta o plano? Justifique sua resposta.

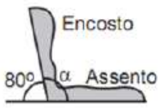
APÊNDICE H – Atividade Diagnóstica II - 8º Ano

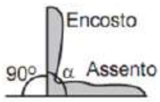
1 (PASUSP) Segundo norma do Instituto Nacional de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial (INMETRO), os ônibus urbanos devem ter os encostos dos bancos fazendo um ângulo α com o assento horizontal compreendido entre 105º e 115º. Indique, entre os bancos abaixo aquele que esteja em conformidade com essa norma.

a) ( ) 

b) ( ) 

c) ( ) 

d) ( ) 

e) ( ) 

2 Para atender às reivindicações da população de uma cidade, o prefeito solicitou à sua equipe a apresentação de projetos de uma passarela para que os pedrestes pudessem atravessar uma rodovia muito perigosa da cidade.

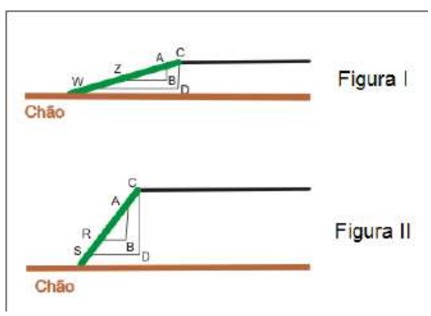
Após análise preliminar, dois projetos foram selecionados:

- Uma passarela em que os acessos são por meio de escadas:

- Uma passarela em que os acessos são por meio de rampas:

(a) Qual dos projetos o prefeito deve escolher para proporcionar melhores condições de acessibilidade para a população? Justifique sua resposta.

Observe as figuras abaixo com atenção e responda:



(b) Qual é o caminho mais fácil de ser percorrido: o da figura I ou o da figura (II)? Justifique sua resposta.

(c) Que assunto de Geometria está envolvido na situação do item anterior?

3 Jorge e Marcos são irmãos e tem uma herança a receber. Com o dinheiro da herança, Jorge pretende construir uma casa no Canadá em uma região que neva muito e Marcos pretende construir uma casa em uma praia do Rio de Janeiro.

Os dois irmãos contrataram um engenheiro para fazer os projetos de suas casas. Nas figuras abaixo tem-se um esboço de como será os telhados das casas dos dois irmãos.

(a) Qual telhado é mais indicado para a casa de Jorge? Por que?

(b) Qual telhado é mais indicado para a casa de Marcos? Por que?

(c) Que assunto de Geometria está envolvido nas situações acima?

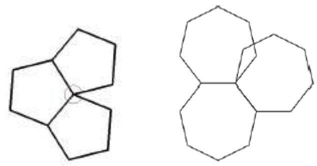
4 Pavimentar significa revestir o chão ou o piso com uma cobertura. A pavimentação é bastante utilizada para o revestimento de ruas e calçadas. Nas figuras abaixo, estão apresentados alguns modelos de pavimentação de calçadas:

As pavimentações apresentadas nas figuras acima foram obtidas colocando-se lado a lado (encaixando-se) blocos de variadas formas e cores. Com base nessas informações, faça o que se pede:

(a) Desenhe os contornos da superfície (vista de cima) dos blocos que aparecem nas duas figuras acima.

(b) Que nome damos as figuras geométricas que você desenhou no item anterior?

5 Polígonos regulares são polígonos em que todos os lados, ângulos internos e externos são congruentes. Dizemos que um polígono regular pavimenta o plano quando não há falhas e nem sobreposição de peças no plano. Por exemplo, o pentágono regular e o heptágono regular não pavimentam o plano, pois nesses casos, há respectivamente, falhas e sobreposição de peças no plano, observe as figuras:



Nessas condições, responda: quais polígonos regulares pavimentam o plano? Justifique sua resposta.

APÊNDICE I – Texto de Motivação - 9º ano

O QUE É CONSTRUÇÃO CIVIL?

De acordo com os referenciais curriculares nacionais de educação profissional de nível técnico na área de construção civil, tem-se que:

> A área de Construção Civil abrange todas as atividades de produção de obras. Estão incluídas nesta área as atividades referentes às **funções** planejamento e projeto, execução e manutenção e restauração de obras em diferentes **segmentos** tais como edifícios, estradas, portos, aeroportos, canais de navegação, túneis, instalações prediais, obras de saneamento, de fundações e de terra em geral (Brasil, 2000, p.9).

São diversos profissionais que atuam nesta área, dentre eles destacam-se o arquiteto, o engenheiro civil e os operários (mestre de obras, pedreiro, carpinteiro). Abaixo observa-se as principais atividades exercidas por estes profissionais com base nas informações do *site buildin* (construção e informação):

- **Arquiteto:** A partir das necessidades das pessoas que utilizarão uma determinada obra, este profissional idealiza e projeta obras para os mais diversos fins;
- **Engenheiro Civil:** este profissional responde pela execução da obra, para isso ele coordena equipes, supervisiona prazos e custos e zela pelos padrões de qualidade e de segurança;
- **Mestre de Obras:** este profissional responde pelo controle de ferramentas e de materiais, pela inspeção da qualidade da obra e de seu cronograma.
- **Pedreiro:** profissional que põe a mão na massa literalmente, apto a atuar em todas as etapas de execução de uma obra. Alguns cargos relacionados são os de azulegista, gesseiro e impermeabilizador;
- **Carpinteiro:** profissional que trabalha com madeira montando estruturas utilizadas para a concretagem dos blocos de fundação e vigamentos.

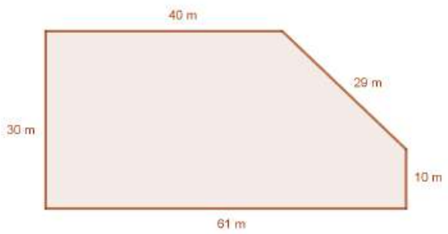
A matemática é amplamente explorada no setor de construção civil por todos os profissionais que nele atuam, desde a fase de planejamento até a execução, mas de diferentes modos. Pode-se dizer que arquitetos e engenheiros usam uma matemática formal com fórmulas e cálculos específicos para cada situação. Já pedreiros e carpinteiros, por exemplo, usam uma matemática informal aprendida no dia a dia na prática de suas tarefas.

A geometria também é amplamente explorada na construção civil e sua aplicação é certamente mais “visível” a nossa volta. Diversas formas geométricas são usadas e criadas, seja por uma questão decorativa, de estética, seja por suas propriedades que otmizam os resultados para os quais estão sendo empregadas.

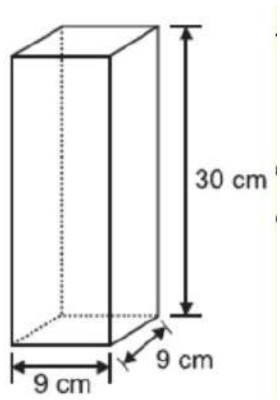
APÊNDICE J – Atividade Diagnóstica I - 9º Ano

Questão 1 Calcule a área da região sombreada indicada na figura abaixo:

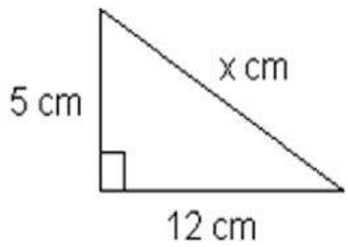
Questão 2 A firgura mostra o esboço de um terreno que está à venda por R$ 53,00 reais o metro quadrado. Quanto custa esse terreno?



Questão 3 Qual é a área total do bloco retangular da figura abaixo?



Questão 4 Calcule a medida da hipotenusa do triângulo da figura abaixo:



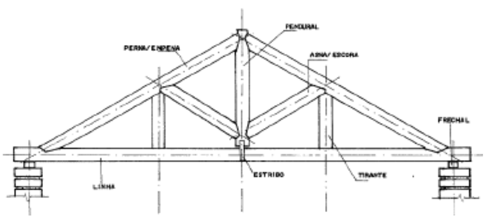
Questão 5 Maria tinha 450 mL de tinta vermelha e 750 mL de tinta branca. Para fazer tinta rosa, ela misturou certa quantidade de tinta branca com os 450 mL de tinta vermelha na proporção de duas partes de tinta vermelha para três partes de tinta branca. Feita a mistura, quantos mL de tinta branca sobraram?

APÊNDICE K – Lista de Exercícios - 9º Ano

Atividade 1: Sabendo que são necessários 65 tijolinhos para o erguimento de $1m^2$ de parede e que todas as paredes da sala tem 3m de altura, calcule:

- quantas tijolinhos aproximadamente foram necessárias para a construção de uma sala de aula? E de todo o pavilhão?
- o custo dos tijolinhos, se cada mil tijolinhos custa R$ 1250,00 reais?

Atividade 2: Sabendo que a altura do pendural do telhado da escola é de 1,0 metro, determine:



- Quantas telhas de zinco de 1,20m x 6,0m são necessárias para cobrir um pavilhão da escola?
- Se cada telha de zinco custa R$ 150,00, qual o cisto total do telhado de um pavilhão da escola?

Atividade 3: Imagine que a equipe gestora da escola decida reformar as salas de aula pintando as paredes do lado de fora de uma cor e o lado de dentro de outra.

Lembrando que cada parede da escola tem 3m de altura, faça o que se pede:

- Calcule quanto a equipe vai gastar na compra das tintas sabendo que:

- A tinta escolhida para a área externa vem em galões de 18 litros, é suficiente para pintar uma área de $200m^2$ e custa R$ 215,00 reais;

- A tinta escolhida para a área interna vem em galões de 18 litros, é suficiente para pintar uma área de $225m^2$ e custa R$ 190,00 reais.

APÊNDICE L – Atividade Diagnóstica II - 9º Ano

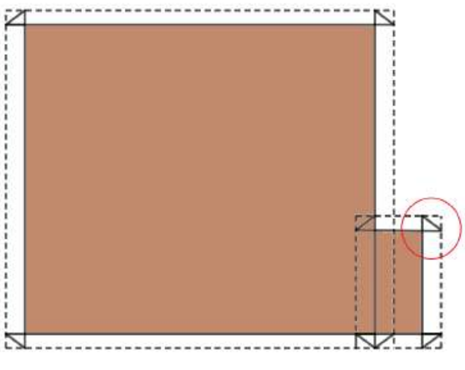
O Sr. Nivaldo quer construir a sua casa própria. Ele escolheu o projeto abaixo por ser adequado às suas necessidades e estar de acordo com seu orçamento.

(a) O Sr. Nivaldo resolveu ir construindo aos poucos sua casa e por isso decidiu contratar dois pedreiros experientes para a construção da casa sem acabamentos (cerâmicas e pintura). A dupla mais em conta que ele encontrou cobra R$ 500,00 reais por metro quadrado da área ocupada pela obra. Nessas condições, quanto o Sr. Nivaldo vai gastar no total com a dupla de pedreiros que contratou?

(b) Feito o acordo, os pedreiros solicitaram a compra de uma série de materiais, dentre eles estão as lajotas (tijolos) para o erguimento das paredes. Sabendo que são necessárias 16 lajotas para o erguimento de $1m^2$ de parede e que todas as paredes da casa terá 3m de altura, calcule:

- quantas lajotas aproximadamente serão necessárias para esta obra?
- o custo das lajotas, se cada mil lajotas custa R$ 450,00 reais?

(c) Os pedreiros iniciaram a demarcação da área a ser construída. A figura abaixo representa esta demarcação. As linhas pontilhadas representam os "cavaletes" onde são amarradas as linhas de eixo e as linhas de parede. Observe com atenção o triângulo destacado na figura. Que tipo de triângulo ele deve ser? Por que?



(d) Agora os pedreiros pretendem preparar a massa de concreto para as fundações. Para cada um saco de cimento, os pedreiros devem usar: 5 latas de areia, 7 latas de brita e 2 latas de água. Mas como para a etapa de fundação eles precisarão de muito concreto, eles resolveram preparar uma massa a partir de três sacos de cimento. Nessas condições, quanto deve ser as novas quantidades de areia, brita e água?

Para fazer os acabamentos da casa, Sr. Nivaldo vai contratar um azulegista.

Ele decidiu que o piso será o mesmo em todos os cômodos. Além disso, ele pretende colocar cerâmicas nas paredes da cozinha e do banheiro e os modelos serão diferentes para os dois ambientes.

Lembrando que cada parede da casa terá 3m de altura, faça o que se pede:

(e) Calcule quanto o Sr. Nivaldo vai gastar na compra dos azulejos sabendo que:

- Os azulejos escolhidos para o piso vem em caixas com 12 peças quadradas de 30cm de lado e custam R$ 15,00 reais cada caixa;

- Os azulejos escolhidos para as paredes da cozinha vem em caixas com 12 peças quadradas de 30cm de lado e custam R$ 20,00 reais cada caixa;

- Os azuleijos escolhidos para as paredes do banheiro vem em caixas com 10 peças de 50cm de comprimento por 20cm de largura e custam R$ 34,00 reais cada caixa.