



**ANÁLISE NUMÉRICA DA INTERAÇÃO MECÂNICA
DE CONECTOR TIPO PINO COM CABEÇA
EM VIGAS MISTAS**

LEONARDO MADEIRA DOS SANTOS

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM CIÊNCIAS MECÂNICAS
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS MECÂNICAS**

FACULDADE DE TECNOLOGIA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS MECÂNICAS**

**ANÁLISE NUMÉRICA DA INTERAÇÃO MECÂNICA
DE CONECTOR TIPO PINO COM CABEÇA
EM VIGAS MISTAS**

LEONARDO MADEIRA DOS SANTOS

Orientador: PROF. DR. THIAGO DOCA, ENM/UNB

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM CIÊNCIAS MECÂNICAS

**PUBLICAÇÃO PCMEC.DM - 304/2019
BRASÍLIA-DF, 29 DE ABRIL DE 2019.**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS MECÂNICAS**

**ANÁLISE NUMÉRICA DA INTERAÇÃO MECÂNICA
DE CONECTOR TIPO PINO COM CABEÇA
EM VIGAS MISTAS**

LEONARDO MADEIRA DOS SANTOS

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO ACADÊMICO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS MECÂNICAS DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA, COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS MECÂNICAS.

APROVADA POR:

**Prof. Dr. Thiago Doca, ENM/UnB
Orientador**

**Prof. Dr. Lucival Malcher, ENM/UnB
Examinador interno**

**Prof. Dr. Luciano M. Bezerra, ENC/UnB
Examinador externo**

BRASÍLIA, 29 DE ABRIL DE 2019.

FICHA CATALOGRÁFICA

LEONARDO MADEIRA DOS SANTOS

**ANÁLISE NUMÉRICA DA INTERAÇÃO MECÂNICA DE CONECTOR TIPO PINO
COM CABEÇA EM VIGAS MISTAS**

2019xv, 134p., 201x297 mm

(ENM/FT/UnB, Mestre, Ciências Mecânicas, 2019)

Dissertação de Mestrado - Universidade de Brasília

Faculdade de Tecnologia - Departamento de Ciências Mecânicas

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

LEONARDO MADEIRA DOS SANTOS (2019) ANÁLISE NUMÉRICA DA INTERAÇÃO MECÂNICA DE CONECTOR TIPO PINO COM CABEÇA EM VIGAS MISTAS. Dissertação de Mestrado em Ciências Mecânicas, Publicação 304/2019, Departamento de Ciências Mecânicas, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 134p.

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: LEONARDO MADEIRA DOS SANTOS

TÍTULO: ANÁLISE NUMÉRICA DA INTERAÇÃO MECÂNICA DE CONECTOR TIPO PINO COM CABEÇA EM VIGAS MISTAS.

GRAU: Mestre ANO: 2019

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de Mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor se reserva a outros direitos de publicação e nenhuma parte desta dissertação de Mestrado pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

LEONARDO MADEIRA DOS SANTOS

Campus Darcy Ribeiro, Brasília-DF

Agradecimentos

Agradeço a Deus, pai de Nosso Senhor Jesus Cristo, pela sua benignidade em me conceder a oportunidade, inteligência e perseverança. Agradeço a minha mãe, Maria da Guia de Jesus Madeira, e a minha irmã, Débora Madeira de Oliveira por estarem ao meu lado nessa caminhada desde o nível médio até hoje. Para Maria Zenira Silva que fez parte de todo esse processo, me incentivando, apesar das dificuldades encontradas, a minha sincera e leal gratidão.

A todos os meus colegas, que de alguma forma contribuíram para que eu pudesse ter sucesso na Universidade de Brasília, em especial ao Henrique Matias Brito. Aos docentes dos quais fui aluno: Prof. Dr. Jorge Luiz de Almeida Ferreira, Prof. Dr. Daniel Monteiro Rosa, Prof. Dr. Edgar Nobuo Mamiya, Prof. Dr. José Alexander Araújo e Prof. Dr. Lucival Malcher, agradeço por compartilharem o conhecimento tão relevante e desafiador que é inerente à mecânica avançada dos materiais.

Agradeço ao Prof. Dr. Juliano Geraldo, da Pontifícia Universidade Católica de Goiás, pela recomendação ao Programa de Pós-Graduação em Ciências Mecânicas da Universidade de Brasília, a qual possibilitou que eu fosse aprovado. Agradeço ao Prof. Dr. Sérgio Bottassi dos Santos, da Pontifícia Universidade Católica de Goiás, o qual foi meu orientador de Trabalho Final de Curso e também foi a primeira pessoa que eu conheci a propor uma investigação na interface conector-concreto, via Elementos Finitos. Eu então diria que foram 3 anos de avanço até este momento.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Thiago de Carvalho Rodrigues Doca, meu especial agradecimento, por me conduzir nesse caminho complexo, sempre prezando pela perfeição em todos os aspectos. Pretendo levar comigo o seu exemplo de excelência intelectual e domínio da mecânica do contato computacional.

Agradeço a banca examinadora, constituída pelo Dr. Lucival Malcher e Dr. Luciano Mendes Bezerra, pela valiosa contribuição neste trabalho através de suas recomendações.

RESUMO

Este trabalho aborda o comportamento mecânico de vigas mistas - tendo como ênfase a análise de influência da interação do conector tipo *stud* com os componentes adjacentes - foi elaborado um modelo numérico tridimensional calibrado com resultados experimentais. O modelo calibrado é composto de materiais de alta resistência, $f_{ck} = 89\text{MPa}$ e $\sigma_y = 460\text{MPa}$, para o concreto e o perfil, respectivamente. É realizada uma comparação com a utilização de materiais ordinários deste ramo da construção civil avaliando parâmetros de tensão, deformação, rigidez. É empregada a técnica de submodelagem baseada em nós para avaliação do fenômeno de dano e implementação numérica de solda tipo filete atendendo aos requisitos de norma.

Este estudo inclui uma etapa de validação do modelo numérico proposto, onde se verifica o comportamento global da viga para interação nula, parcial e total em regime elastoplástico. Os resultados são comparados com dados experimentais disponíveis na literatura e corroboram os métodos adotados para contato, aplicação de carga, condições de contorno, modelo constitutivo material, tamanho de elemento e tipo de malha. O modelo constitutivo de von Mises é empregado para a análise não-linear da distribuição de tensões no conector e região de solda. Para análise do comportamento mecânico do concreto, um modelo de dano plástico é utilizado.

É observado que a inclusão dos fenômenos de dano e plasticidade são primordiais para a correta representação do comportamento mecânico do concreto, do aço e da interação destes dois materiais. Em particular, destaca-se que a inclusão destes fenômenos não-lineares possibilitou a identificação da região crítica como sendo a interface concreto-solda, onde a primeira falha ocorre no concreto. A influência do confinamento do concreto também é avaliada, onde o concreto atinge valores superiores ao da sua resistência média à compressão, f_{cm} , sem apresentar dano significativo em esmagamento. Portanto, este trabalho contribui para o entendimento de vigas mistas que empregam material de alta resistência.

Palavras-chave: vigas mistas, *stud*, modelo numérico, submodelagem, contato.

ABSTRACT

This work deals with the mechanical behavior of composite beams - with emphasis on the influence of the interaction of the stud-type connector with the adjacent components - a three-dimensional numerical model calibrated with experimental results was elaborated. The calibrated model is composed of high strength materials, $f_{ck} = 89\text{MPa}$ and $\sigma_y = 460\text{MPa}$, for the concrete and the profile, respectively. A comparison is made with the use of ordinary materials of this branch of the civil construction evaluating parameters of tension, strain, stiffness. It is used the submodel technique based on nodes to evaluate the damage phenomenon and numerical implementation of fillet type soldering meeting the requirements of standard.

This study includes a validation step of the proposed numerical model, where the overall behavior of the beam for null, partial and total interaction in an elastoplastic regime is verified. The results are compared with experimental data available in the literature and corroborate the methods adopted for contact, load application, boundary conditions, constitutive material model, element size and mesh type. The von Mises constitutive model is used for the nonlinear analysis of the stresses distribution at the connector and weld region. For analysis of the mechanical behavior of concrete, a plastic damage model is used.

It is observed that the inclusion of the damage and plasticity phenomena are primordial for the correct representation of the mechanical behavior of concrete, steel and the interaction of these two materials. In particular, it is worth noting that the inclusion of these non-linear phenomena allowed the identification of the critical region as the concrete-solder interface, where the first fault occurs in the concrete. The influence of confinement of the concrete is also evaluated, where the concrete reaches values higher than its average resistance to compression, f_{cm} , without presenting significant crushing damage. Therefore, this work contributes to the understanding of composite beams using high strength material.

Keywords: composite beams, stud, numerical model, submodel, contact.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	CONTEXTUALIZAÇÃO	1
1.2	OBJETIVOS.....	5
1.3	ESTRUTURA TEXTUAL	6
2	DESCRIÇÃO DO PROBLEMA	7
2.1	CONSIDERAÇÕES GERAIS	7
2.2	CONECTOR DE CISALHAMENTO.....	9
2.3	CONCRETO.....	15
2.4	PERFIL DE AÇO	18
2.5	ARMADURA.....	20
2.6	ESTRUTURA DE COMPORTAMENTO MISTO	20
3	REVISÃO TEÓRICA	25
3.1	MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS	25
3.1.1	MÉTODO MISTO DE TRÊS CAMPOS PARA MODELOS CONSTITUTIVOS GERAIS	26
3.1.2	MÉTODOS DE ANÁLISE ESTRUTURAL VIA MEF	31
3.1.3	ANÁLISE NÃO-LINEAR	32
3.1.4	TIPO DE MALHA EM ELEMENTOS FINITOS	32
3.1.5	TIPOS DE ELEMENTOS.....	35
3.1.6	SUBMODELAGEM	36
3.2	MECÂNICA DO CONTATO COMPUTACIONAL	38
3.2.1	FORMULAÇÃO DE CONTATO - PRINCÍPIO VARIACIONAL	44
3.2.2	CONTATO DEFORMÁVEL - TEORIA DE PEQUENOS DESLIZAMENTOS	45
3.2.3	RESTRIÇÕES DO MODELO.....	46
3.3	MECÂNICA DO DANO CONTÍNUO	49
3.3.1	FORMULAÇÃO DA LEI UNIFICADA DE DANO ISOTRÓPICO	52
3.3.2	RELAÇÃO DE DANO E FISSURAÇÃO.....	55
3.4	MODELOS DE ANÁLISE DO CONCRETO	58
3.4.1	MODELO DE DANO E PLASTICIDADE DO CONCRETO.....	59
4	MATERIAIS E MÉTODOS	72

4.1	PROPRIEDADES MATERIAIS	72
4.2	MODELAGEM NUMÉRICA.....	81
4.2.1	SIMULAÇÃO BIDIMENSIONAL	81
4.2.2	SIMULAÇÃO TRIDIMENSIONAL.....	83
5	RESULTADOS E DISCUSSÃO	91
5.1	RESULTADOS PARA O MODELO NUMÉRICO GLOBAL	91
5.2	RESULTADOS PARA O SUBMODELO NUMÉRICO	94
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	110
6.1	CONCLUSÕES.....	110
6.2	PROPOSTAS DE TRABALHOS FUTUROS	111
	REFERÊNCIAS.....	112

LISTA DE FIGURAS

1.1	Pilar fixado por chumbador apoiado em placa de base, (Bellei 2006)	2
1.2	Barra de cisalhamento soldada na placa de base. (Bellei 2006).....	2
1.3	Pilar de aço embutido em concreto. (Bellei 2006)	3
1.4	Representações de soluções de ligação entre viga de aço e concreto. (a) Nicho feito no concreto, previamente. (b) Chapas de apoio. (c) Chapas e pinos previamente posicionados no concreto. (d) Consoles feitos no concreto. (Bellei 2006).....	3
1.5	Exemplos de seções transversais de viga mista. Adaptado de (Calado 2015). ..	4
1.6	Resistência ao momento fletor de vigas mistas sob diferentes parâmetros: revestimento de concreto, propriedades materiais e condição de carregamento. (Hegger and Döinghaus 2000).....	5
2.1	Seção transversal analisada. (Hegger and Döinghaus 2000).....	7
2.2	Vista lateral da estrutura. (Hegger and Döinghaus 2000).....	8
2.3	Vista tridimensional das partes de aço da estrutura	8
2.4	Teste <i>push-out</i> para determinação da capacidade resistente de cisalhamento do <i>stud</i> . (EN 1994-1-1 2004)	12
2.5	Ensaio <i>push-out</i> . (Shen and . Chung 2017)	13
2.6	Ensaio <i>push-out</i> modificado. (Shen and . Chung 2017).....	13
2.7	Soldagem por eletrofusão para conectores tipo pino com cabeça. (Kotinda 2006)	14
2.8	Tipos de soldagem por filete. (McCormac and Csernak 2012)	15
2.9	Desenvolvimento da resistência à compressão do concreto no período de 1900 a 1996. (Azmeem and Shafiq 2018).....	17
2.10	Relação tensão-deformação para concretos de diferentes resistências à compressão. (Spasojevic 2008).....	17
2.11	Edifício Burj Khalifa, 828 metros de altura, $f_{ck} = 80\text{MPa}$;. (Emaar Properties 2019).	18
2.12	Estádio Jean Bouin, Paris; fachada e cobertura em CUAD. (Ricciotti 2007). ...	19
2.13	Variação da razão de Poisson. (Chen 2007)	20
2.14	Diminuição do (C_{eq}) no aço de alta resistência (Fukumoto 1996)	21
2.15	Força por unidade de comprimento na interface aço-concreto, S_{cs} para diferentes K_q em kN/m^2 e conexão com interação total. (Turmo et al. 2015)	21

2.16	Força por unidade de comprimento na interface aço-concreto, S_{cs} para diferentes K_q em kN/m^2 e interação total. (Turmo et al. 2015)	22
2.17	Conector parafusável desenvolvido por (Queiroz et al. 2014).	22
2.18	Conector parafusável desenvolvido por (Pathirana et al. 2015).	23
2.19	Conector tipo treliça desenvolvido por (Bezerra et al. 2018a).	24
2.20	Conector em forma de V desenvolvido por (Bezerra et al. 2018b).	24
3.1	Elemento quadrilateral bilinear. (Cook et al. 2001).	26
3.2	Elemento de quatro nós modificado pela adição de 1 nó entre os nós 1 e 2. (Hughes 2000).	26
3.3	Famílias de elementos padrão bidimensionais (Hughes 2000)	27
3.4	Pontos limite, de bifurcação e de inflexão em análise estrutural. (DNV RP-C208 2013)	31
3.5	Elementos com ângulos de vértice inaceitáveis. (a) elementos quadrilaterais lineares, (b) elemento triangulares lineares e (c) elementos triangulares quadráticos. (Lo 2015)	33
3.6	Estimativa dos custos de tempo relativos de cada componente de geração e análise de modelo computacional nos processos do <i>Sandia National Laboratories</i> . (Bazilevs et al. 2009).	34
3.7	Representação espaço-tempo de elementos unidimensionais dos tipos: Lagrangeano, Euleriano e ALE. (Belytschko 1996).	35
3.8	Elementos <i>shell</i> com integração reduzida e total. (Ellobody 2014).	36
3.9	Estruturas onde a análise tridimensional é necessária: (a) arco duplo de barragem incluindo efeitos da fundação; (b) vaso de pressão e (c) sólido prismático sob carregamento arbitrário. (Oñate 2009)	36
3.10	Tetraedro de quatro nós. Respectivamente, os deslocamentos e forças de equilíbrio nodais (u_i, v_i, w_i) e $(F_{x_i}, F_{y_i}, F_{z_i})$. (Oñate 2009)	37
3.11	Elemento isoparamétrico hexaédrico de 8 nós. (Wriggers 2008)	37
3.12	Contato entre dois corpos de geometria arbitrária (Wriggers 2006)	38
3.13	Contato tridimensional (Wriggers 2006)	39
3.14	Funções de distância não-diferenciáveis. (Wriggers 2006)	39
3.15	Unicidade e regularidade para o problema da distância mínima. (Wriggers 2006)	40
3.16	Representação da condição de deslizamento, <i>slip</i> . (Wriggers 2006)	41
3.17	Incremento do caminho friccional. (Wriggers 2006)	42
3.18	Superfície <i>master</i> e superfície <i>slave</i> . (Hibbitt, D. and Karlsson, B. and Sorensen, P. 2010d)	47
3.19	Elementos embebidos em elementos hospedeiros. (Hibbitt, D. and Karlsson, B. and Sorensen, P. 2010d)	48
3.20	Vínculo entre componentes (restrição <i>tie</i>). (Hibbitt, D. and Karlsson, B. and Sorensen, P. 2010d)	48
3.21	Restrição <i>tie</i> . (Hibbitt, D. and Karlsson, B. and Sorensen, P. 2010d)	49

3.22	Exemplos de superfícies com intersecção T. (Hibbitt, D. and Karlsson, B. and Sorensen, P. 2010d).....	49
3.23	Restrição <i>coupling</i> . (Hibbitt, D. and Karlsson, B. and Sorensen, P. 2010d)	50
3.24	Exemplos de Dano. Esquerda (metal), centro (compósito), direita (concreto). (Lemaitre and Desmorat 2005).....	51
3.25	Modelo físico e matemático do dano contínuo. (Lemaitre and Desmorat 2005)	52
3.26	Esquemático de fissuras primárias e secundárias no concreto. (Carpinteri and Ingraffea 1984)	57
3.27	Comportamento tensão-deformação do concreto em condição uniaxial. (Hibbitt, D. and Karlsson, B. and Sorensen, P. 2010c)	62
3.28	Superfícies de escoamento no plano desviador, correspondentes a diferentes valores de K_c para o modelo CDP. (Hibbitt, D. and Karlsson, B. and Sorensen, P. 2011).....	67
3.29	Superfícies de escoamento em tensão plana. (Hibbitt, D. and Karlsson, B. and Sorensen, P. 2011).....	67
3.30	Ilustração da definição da deformação de fissuração à tração. (Hibbitt, D. and Karlsson, B. and Sorensen, P. 2011).....	69
3.31	Relação tensão-deformação para vários níveis de confinamento do concreto. (Rodríguez et al. 2013).....	71
3.32	Relação tensão coesiva de compressão <i>vs</i> deformação plástica equivalente. (Rodríguez et al. 2013).....	71
4.1	Relação tensão verdadeira <i>vs</i> . deformação verdadeira para a alma do perfil metálico. Aço <i>S460</i> , adaptado de (Hegger and Döinghaus 2000).....	73
4.2	Relação tensão verdadeira <i>vs</i> . deformação verdadeira para as mesas do perfil metálico. Aço <i>S460</i> , adaptado de (Hegger and Döinghaus 2000)	74
4.3	Curva tensão-deformação idealizada. (DNV RP-C208 2013)	74
4.4	Relação tensão verdadeira <i>vs</i> . deformação verdadeira do aço <i>S235</i> . (DNV RP-C208 2013)	75
4.5	Relação tensão verdadeira <i>vs</i> . deformação verdadeira para o aço <i>CA50</i>	75
4.6	Curva tensão-deformação verdadeira idealizada. (DNV.GL RP-C208 2016)....	76
4.7	Relação tensão verdadeira <i>vs</i> . deformação plástica verdadeira para a <i>stud</i> (aço <i>S355</i>). (DNV.GL RP-C208 2016)	77
4.8	Relação tensão verdadeira <i>vs</i> . deformação plástica verdadeira para a solda (aço <i>S355</i> com resistência aumentada em 25%). (DNV.GL RP-C208 2016)....	77
4.9	Relação tensão <i>vs</i> . deformação do concreto <i>C89/104</i> à compressão.....	80
4.10	Relação tensão <i>vs</i> . deformação do concreto <i>C30/37</i> à compressão.	80
4.11	Relação tensão <i>vs</i> . deformação do concreto <i>C89/104</i> à tração.	81
4.12	Relação tensão <i>vs</i> . deformação do concreto <i>C30/37</i> à tração.....	81
4.13	Relação dano <i>vs</i> . deformação de fissuração para o concreto <i>C89/104</i>	82
4.14	Relação dano <i>vs</i> . deformação de esmagamento para o concreto <i>C89/104</i>	82

4.15	Relação dano <i>vs.</i> deformação de fissuração para o concreto <i>C30/37</i>	83
4.16	Relação dano <i>vs.</i> deformação de esmagamento para o concreto <i>C30/37</i>	83
4.17	Condições de contorno do modelo numérico bidimensional.	84
4.18	Formulação de interações	84
4.19	Formulação de interações	85
4.20	Tensões de von Mises - Interação nula.	85
4.21	Tensões de von Mises - Interação parcial.	86
4.22	Tensões de von Mises - Interação total.	86
4.23	Caminho implementado para análise global	87
4.24	Comparação das tensões de von Mises na mesa superior ao longo do comprimento da viga: Interações de tipo parcial, total e nula.	87
4.25	Malha para a <i>assembly</i> (código de cores do tipo <i>materials</i>).	87
4.26	Malha para a <i>assembly</i> , excetuando concreto (código de cores <i>default</i>).	88
4.27	Condições de contorno utilizadas no modelo global.	88
4.28	Interações de contato e restrições do modelo numérico.	88
4.29	Interações de contato e restrições do modelo numérico. (Vista da armadura) ...	89
4.30	Malha para o submodelo.	89
4.31	Condições de contorno do submodelo.	90
4.32	Interações e restrições do submodelo.	90
5.1	Dados de validação, meio do vão.	91
5.2	Dados de validação, um quarto de vão.	92
5.3	Tensões de von Mises (MPa)	93
5.4	Tensões de von Mises (MPa)	94
5.5	Deslocamentos em milímetros da viga mista na direção 2.	95
5.6	Comparação da relação força-deslocamento das estruturas com aço <i>S460</i> e concreto com $f_{ck} = 89\text{MPa}$, (<i>BC - 1</i>); e estrutura com aço <i>S235</i> e concreto com $f_{ck} = 30\text{MPa}$, (<i>BC - 2</i>).	96
5.7	Evolução das tensões de von Mises, dano à compressão e dano à tração para o submodelo (<i>BCS - 2</i>) - nó 22, concreto (região comprimida).	96
5.8	Evolução das tensões de von Mises, dano à compressão e dano à tração para o submodelo (<i>BCS - 1</i>) - nó 22, concreto (região comprimida).	97
5.9	Degradação da rigidez escalar, <i>SDEG</i> , do concreto.	97
5.10	Dano em tração, <i>DAMAGET</i> , do concreto.	98
5.11	Dano em compressão, <i>DAMAGEC</i> , do concreto.	99
5.12	Tensões de von Mises nos submodelos.	100
5.13	Tensões de von Mises nos submodelos, vista inferior sem a chapa da mesa.	100
5.14	Tensões de Tresca no concreto para os submodelos numéricos.	101
5.15	Relação força <i>vs.</i> degradação da rigidez escalar para o concreto (<i>BCS - 1</i>) ...	101
5.16	Relação força <i>vs.</i> dano em tração para o concreto (<i>BCS - 1</i>).	102
5.17	Relação força <i>vs.</i> dano em compressão para o concreto (<i>BCS - 1</i>).	102

5.18	Relação força vs. degradação da rigidez escalar para o concreto ($BCS - 2$)... 102	102
5.19	Relação força vs. dano em tração para o concreto ($BCS - 2$)..... 103	103
5.20	Relação força vs. dano em compressão para o concreto ($BCS - 2$). 103	103
5.21	Deformação plástica máxima nos elementos metálicos do submodelo..... 103	103
5.22	Deformação plástica equivalente (solda e conector) no submodelo. 104	104
5.23	Tensões de von Mises no conector do submodelo. 104	104
5.24	Deformação plástica equivalente no conector do submodelo. 105	105
5.25	Relação força vs tensão de von Mises para a base da solda no ponto de tensão máxima..... 105	105
5.26	Relação da força com a deformação plástica equivalente no <i>studbolt</i> para o ponto <i>B</i> do pino..... 106	106
5.27	Relação da força com a tensão de von Mises no <i>studbolt</i> para o ponto <i>B</i> do pino. 106	106
5.28	Relação da força com a deformação plástica equivalente no <i>studbolt</i> para o ponto T do pino. 107	107
5.29	Relação da força com a tensão de von Mises no <i>studbolt</i> para o ponto T do pino. 107	107
5.30	Tensão de cisalhamento $S12$ nos submodelos numéricos para o subconjunto solda-conector. 108	108
5.31	Tensão de cisalhamento $S13$ nos submodelos numéricos para o subconjunto solda-conector. 108	108
5.32	Tensão de cisalhamento $S23$ nos submodelos numéricos para o subconjunto solda-conector. 108	108
5.33	Gradientes de tensão da tensão de cisalhamento $S23$ para o conector tipo pino com cabeça. 109	109

LISTA DE TABELAS

2.1	Parâmetros estruturais principais da seção mista	9
2.2	Requisitos de soldagem e de resistência mecânica do conector. (AWS-D1.1/D1.1M 2015).....	14
2.3	Massa específica do concreto armado para diferentes taxas de armadura com concretos de resistências distintas.(CEB/Model-Code 1991).....	16
2.4	Composição química para o aço <i>S460</i> . (BS EN-10025-4 2004).....	19
3.1	Dano Crítico (iniciação de mesofratura) D_c . (Lemaitre and Desmorat 2005) ...	55
4.1	Propriedades para o perfil laminado, aço <i>S460</i> . Adaptado de (Hegger and Döinghaus 2000).....	73
4.2	Propriedades materiais para a relação tensão-deformação de engenharia do aço <i>S235</i> (Espessura de chapa $\leq 16mm$). (DNV RP-C208 2013).....	73
4.3	Propriedades materiais para a relação tensão-deformação verdadeira do aço <i>S235</i> (Espessura de chapa $\leq 16mm$). (DNV RP-C208 2013)	74
4.4	Propriedades materiais para a relação tensão-deformação verdadeira do aço <i>S355</i> (Espessura de chapa entre $16mm$ e $40mm$). (DNV.GL RP-C208 2016)..	76
4.5	Propriedades materiais do concreto <i>C89/104</i>	79
4.6	Propriedades materiais do concreto <i>C30/37</i>	79
4.7	Valores dos parâmetros utilizados no modelo CDP.....	80

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

Este capítulo apresenta a contextualização do estudo, objetivos principais e a estrutura textual do documento.

1.1 Contextualização

Sistemas mistos de aço-concreto são uma alternativa viável à estruturas de concreto armado ou de aço. Tais estruturas de acordo com (Cosenza et al. 2005) exibem rigidez, resistência e ductilidade melhorada. Além disto, sua facilidade de construção representa economia.

Conforme (Ricles et al. 1998) membros estruturais projetados para ter comportamento inelástico devem ter adequada deformabilidade após o escoamento sem deterioração súbita da resistência. O aço é reconhecido como dúctil e é um excelente material para estruturas projetadas com este comportamento. Além da ductilidade, a estrutura também deve possuir suficiente capacidade de dissipação de energia, para o caso de cargas dinâmicas.

Em se tratando de estruturas mistas de aço-concreto, a principal norma de referência em nível internacional é a (EN 1994-1-1 2004) e esta norma descreve os princípios e requerimentos para segurança, serviceabilidade e durabilidade desse tipo de estrutura. A norma é baseada na utilização do conceito de estado limite em conjunto com o método do fator parcial. De acordo com (Cosenza et al. 2005) o método de projeto da tensão admissível é inadequado para considerar todas as fontes inelásticas, principalmente para os componentes de aço. Em se tratando de lajes mistas, outras normas de referência internacional são a (ANSI/ASCE-3.91 1992) (*Standard for the Structural Design of Composite Slabs*) e (ANSI/ASCE-9.91 1992) (*Standard Practice for Construction and Inspection of Composite Slabs*).

De acordo com a (ANSI/ASCE-3.91 1992) uma laje mista é definida como um sistema composto de concreto estrutural de peso leve ou normal assentado de maneira perene sobre uma forma de aço perfilada a frio (*steel deck*) e onde esta forma de aço atua como reforço

positivo da laje durante o serviço da estrutura.

Na (NBR 8800 2008) a denominação viga mista de aço e concreto de alma cheia é empregada caso o componente metálico da viga mista seja um perfil *I*. Para (Fakury et al. 2016) a denominação viga mista se dá quando um componente estrutural – perfil de alma cheia ou treliça – é conectado mecanicamente a uma laje de concreto e estes dois elementos trabalham combinados para resistir ao momento fletor.

As interfaces aço-concreto são de grande relevância. (Bellei 2006), em seu trabalho onde aborda os métodos de cálculo da (NBR 8800 2008) e os compara ao método AISC-ASD sob a chancela do Centro Brasileiro da Construção em Aço (CBCA), considera as interações de contato para efeitos de projeto nas seguintes estruturas: chumbadores, placas de base, barras de cisalhamento, pilares metálicos embutidos nas fundações, ligações de vigas de aço com elementos de concreto. Como exemplo, a Fig. 1.1 apresenta um pilar fixado na fundação por chumbador e sua placa de base. As Figuras 1.2 e 1.3 apresentam a barra de cisalhamento e o pilar embutido, respectivamente, já na Fig. 1.4 são apresentados alguns tipos de ligação de vigas com elementos de concreto.

(Cosenza et al. 2005) refere-se ao acesso à compreensão das interfaces aço-concreto como fundamental na análise sísmica, uma vez que a resposta da estrutura mista é geralmente não-linear e efeitos locais e globais podem interagir levando à falhas inesperadas e interferindo no comportamento histerético estável do sistema. O fenômeno de interação entre o concreto e os elementos de aço podem afetar significativamente o desempenho estrutural sob carregamento estático ou dinâmico. Este fenômeno pode aumentar a rigidez à flexão dos componentes estruturais, contudo, isto pode gerar concentração de tensões.

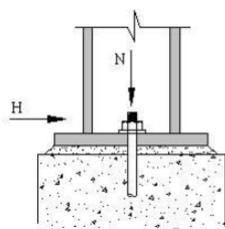


Figura 1.1: Pilar fixado por chumbador apoiado em placa de base, (Bellei 2006)

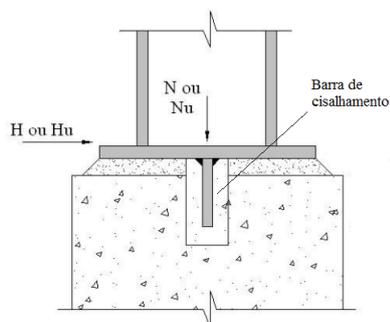


Figura 1.2: Barra de cisalhamento soldada na placa de base. (Bellei 2006)

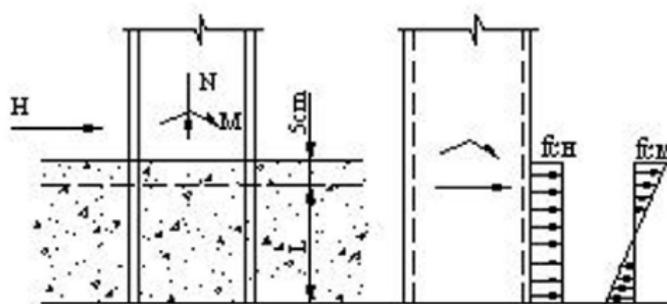


Figura 1.3: Pilar de aço embutido em concreto. (Bellei 2006)

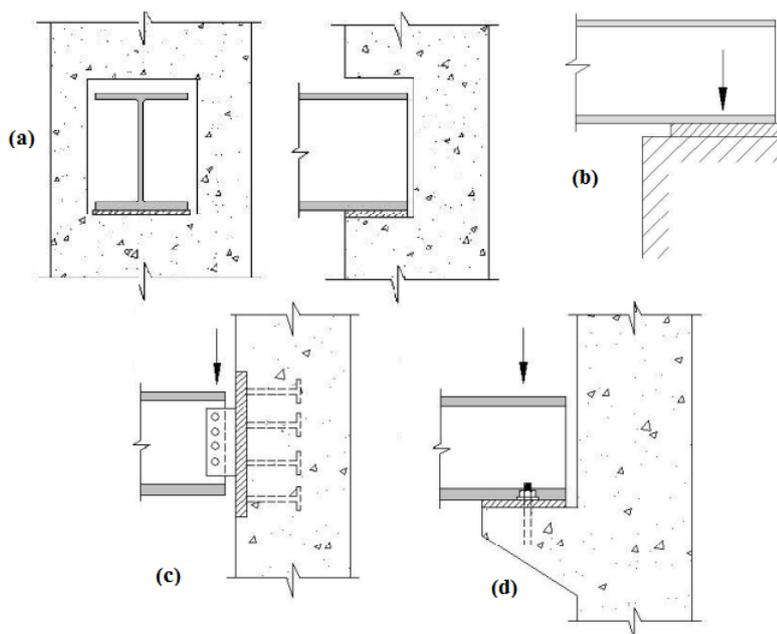


Figura 1.4: Representações de soluções de ligação entre viga de aço e concreto. (a) Nicho feito no concreto, previamente. (b) Chapas de apoio. (c) Chapas e pinos previamente posicionados no concreto. (d) Consolos feitos no concreto. (Bellei 2006)

De acordo com (Thevendran et al. 1999) a função principal dos conectores de cisalhamento é a de transferir força cisalhante através da interface aço-concreto. Entretanto, para (Calado 2015) forças de descolamento (*uplift*) relativas ao concreto e ao perfil de aço podem também estar presentes no caso de esforços de flexão-torção ou quando a viga é de seção variável. (Johnson and Molenstra 1991) afirmam que o efeito de *uplift* tem pequena influência em estado de carregamento último de vigas com razão de vão/altura maiores que 18 e que não considerar o efeito de *uplift* em uma análise equivale a desprezar as deformações por cisalhamento na viga de aço e na laje de concreto. Tais deformações podem aumentar as deflexões em serviço em cerca de 10%. (Zhao and Li 2008) relatam que o conector de cisalhamento em vigas e lajes mistas pode induzir a concentração de tensões se tornando a origem de trincas e, portanto, diminuindo a vida útil de serviço da estrutura.

Para (Adekola 1968) a interação parcial ou completa está presente na interface de dois elementos capazes de resistir ao momento fletor que estão elasticamente conectados. Quando a conexão elástica é flexível, deformações diferenciais na interface resultam em deslizamento

e deflexões diferenciais podem também resultar no efeito de *uplift* entre os dois elementos.

Desta maneira, conforme (Adekola 1968) cada elemento de um sistema composto comporta-se separadamente em acordo com a teoria de flexão simples, uma vez que a distribuição de tensão longitudinal sobre a altura da seção transversal mista total não é necessariamente colinear. Assume-se também que a taxa de variação da força axial é diretamente proporcional ao deslizamento, e a força de *uplift* é diretamente proporcional às deflexões diferenciais. Esta última afirmação implica a existência de dois módulos, um que depende da habilidade do conector para resistir ao deslizamento e outro que depende da resistência do conector ao efeito de *uplift*, em regiões onde a separação ocorre, ou o comportamento à compressão do concreto na viga de aço, onde o *uplift* é negativo.

Vigas mistas, conforme afirma (Calado 2015) são os elementos estruturais mais usuais em edifícios mistos. O estudo das vigas mistas prepara a base do conhecimento das lajes e pilares mistos. As formas das seções transversais são bastante diversificadas. Por exemplo, as lajes podem ser: maciça (com ou sem esquadros), nervurada (paralela ou transversal ao perfil); e o perfil pode ser: soldado, laminado, tubular, revestido ou não por concreto, monossimétrico ou bissimétrico, conforme apresentado na Fig. (1.5).

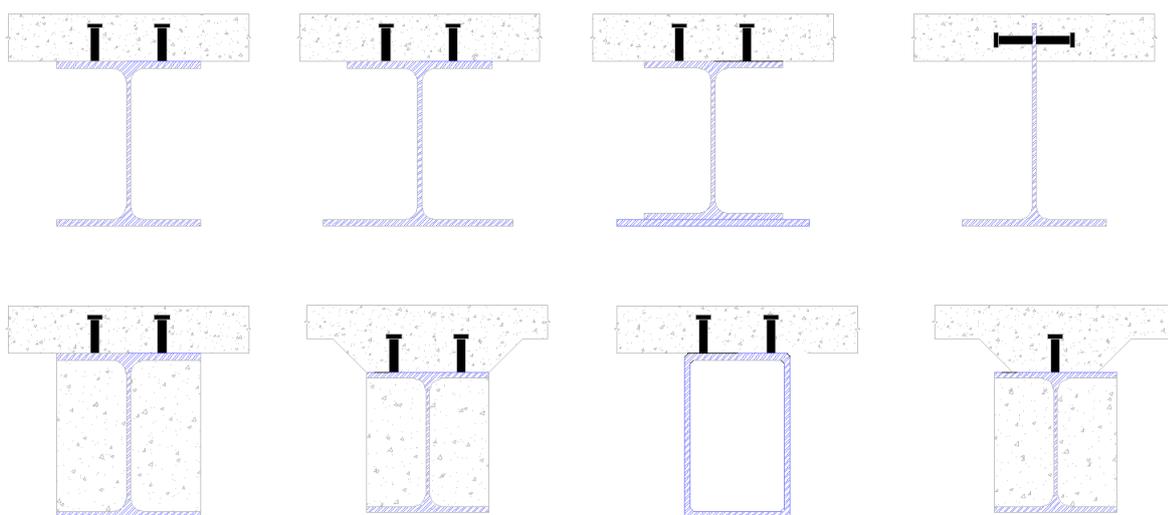


Figura 1.5: Exemplos de seções transversais de viga mista. Adaptado de (Calado 2015).

Conforme (Bazilevs et al. 2009) as deficiências na análise em engenharia atuais também impedem o sucesso e dificultam o ritmo da aplicação de importantes configurações tecnológicas, tais como, otimização de projeto, verificação e validação (V&V), quantificação de incerteza (QI) e computação peta-escala. Os benefícios da otimização de projeto não estão disponíveis em grande escala para a indústria. O principal desafio é que a para a otimização eficiente o mapeamento da geometria(CAD)-malha necessita ser automático, diferenciável e perfeitamente integrado com o *solver* e o *otimizador*. O processo de verificação e validação requer estimativa e adaptividade, que por sua vez requer perfeita integração do CAD, geometria, malha e análise. A quantificação de incerteza requer simulações com numerosos exemplos de modelos necessários para caracterizar a distribuição de probabilidade.

O estudo de materiais de alto desempenho utilizados na engenharia civil vem se expandindo nos últimos anos devido ao aumento da aplicação destes materiais na construção civil. Conforme (Hegger and Döinghaus 2000) o comportamento carga-resistência e de carga-deslizamento dos conectores do tipo *stud* em concreto de alta resistência é muito diferente do concreto normal. Para o comportamento de deslizamento os principais parâmetros são o diâmetro do *stud* e as dimensões do colar de solda, uma vez que ambas influenciam a plasticização local do concreto. A influência do concreto de alto desempenho também é notada em regiões de momento positivo e negativo em comparação aos concretos convencionais. Na Figura 1.6 é apresentada uma comparação entre vigas mistas com materiais dos tipos C70/85 e S460, C30/37 e S235, e de aço. Para (Hegger and Döinghaus 2000) as vantagens da utilização do material de alta resistência em relação ao de resistência normal em vigas mistas aumenta a resistência do momento plástico em cerca de 90% na região de momento positivo e em cerca de 70% nas regiões de momento negativo. Se as vigas estão revestidas por concreto ocorre um aumento de 25% (ver Fig. 1.6).

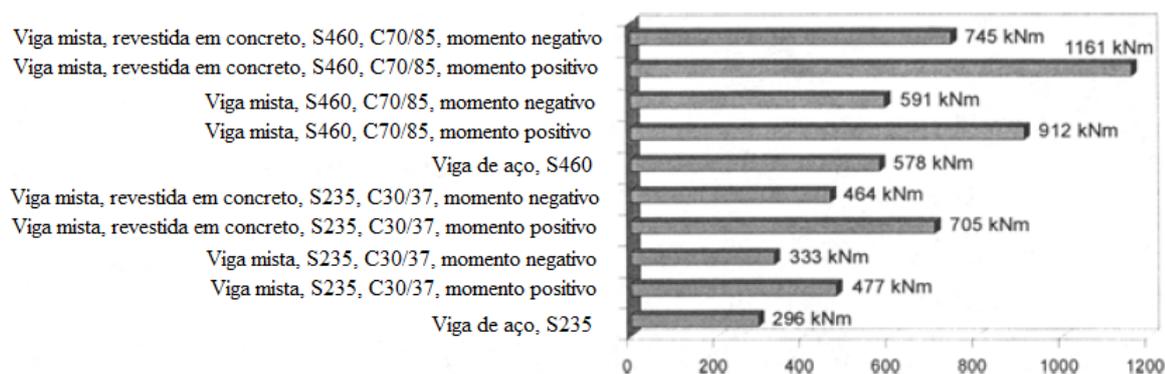


Figura 1.6: Resistência ao momento fletor de vigas mistas sob diferentes parâmetros: revestimento de concreto, propriedades materiais e condição de carregamento. (Hegger and Döinghaus 2000).

1.2 Objetivos

A finalidade deste estudo é a de consolidar uma metodologia de implementação numérica para análise de vigas mistas, em regime não-linear, onde a transferência dos esforços cisalhantes entre a laje de concreto e a viga metálica é realizada por meio de conectores tipo pino com cabeça (*studs*). A fim de verificar a validade do modelo numérico, este é calibrado com resultados experimentais disponíveis no trabalho de (Hegger and Döinghaus 2000).

Para a análise não-linear da estrutura são considerados os efeitos de tensão, plasticidade e dano implementados em um submodelo numérico, visando obter um refinamento adequado da malha de elementos finitos para capturar tais fenômenos e ao mesmo tempo atingindo uma economia computacional considerável por meio da submodelagem. É realizada uma análise geral da estrutura com ênfase no conector de cisalhamento e nos componentes da

viga mista que são adjacentes a este para avaliar a importância dos fenômenos que ocorrem em sua interface.

1.3 Estrutura Textual

A estrutura da dissertação é conforme segue. O capítulo 1 apresenta a introdução. O capítulo 2 apresenta a descrição do problema bem como as propriedades dos materiais utilizados na estrutura. O capítulo 3 apresenta a revisão bibliográfica dos principais conceitos utilizados para a realização da simulação. O capítulo 4 descreve a metodologia utilizada para implementação do modelo numérico. O capítulo 5 apresenta os resultados e discussão; e por fim, o capítulo 6 apresenta as conclusões e propostas de trabalhos futuros.

Capítulo 2

DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

Neste capítulo é apresentada a descrição do problema. São introduzidos os conceitos gerais sobre a análise estrutural em relação aos componentes da estrutura mista, tais como propriedades materiais, geometrias, etc.

2.1 Considerações gerais

O problema é constituído por uma seção mista de classe 2 conforme a (EN 1994-1-1 2004) com distância de 6,0m entre apoios. A estrutura é biapoiada com perfil I simétrico *HEA300*, laje com concreto do grupo II (conforme denominação da (NBR 6118 2014)), estribos e armadura longitudinal positiva e negativa de aço *CA50*, conectores tipo pino com cabeça (*stud*) e enrijecedores de apoio. A Fig. 2.1 exibe a seção transversal do problema, já na Fig. 2.2 é demonstrada uma vista lateral da estrutura e na Fig. 2.3 é apresentada uma vista tridimensional das partes metálicas do problema.

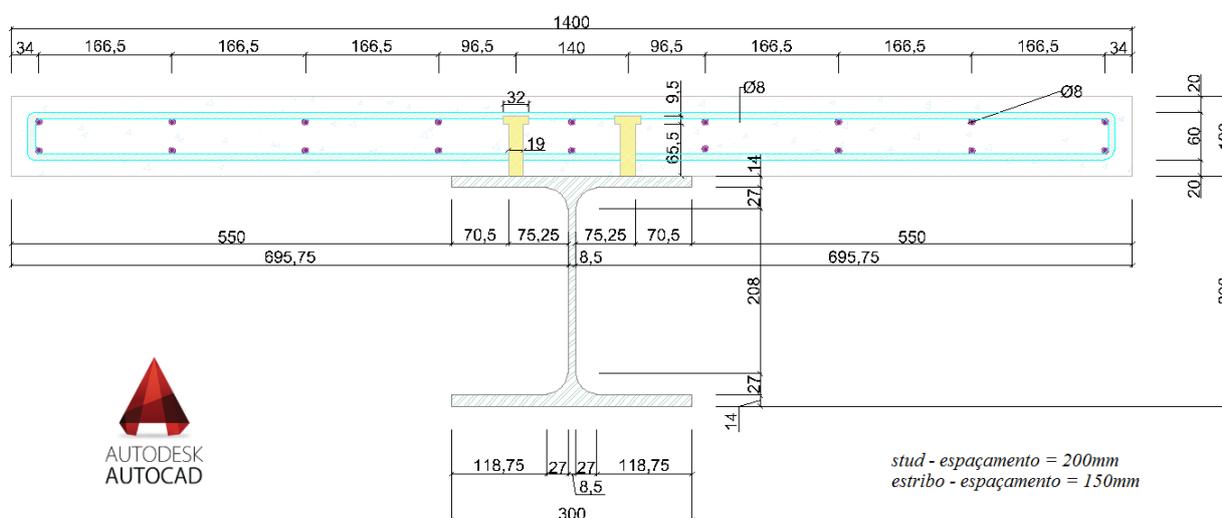


Figura 2.1: Seção transversal analisada. (Hegger and Döinghaus 2000)

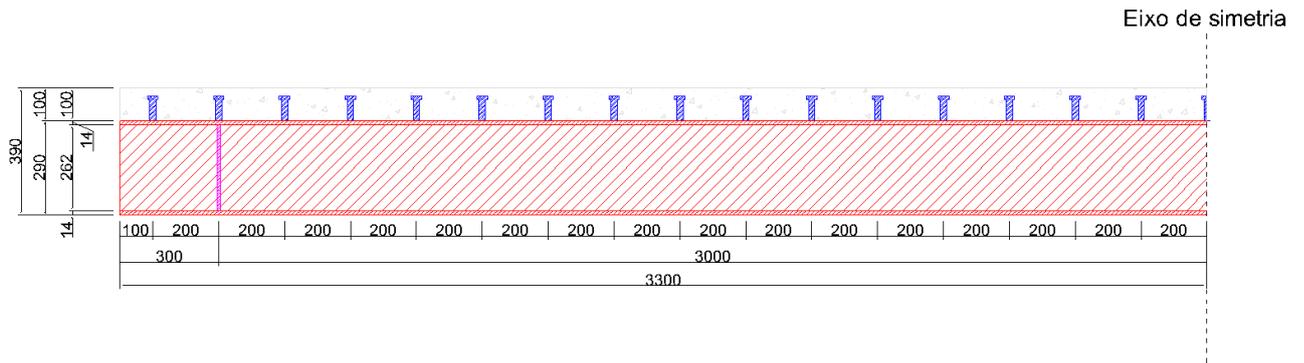


Figura 2.2: Vista lateral da estrutura. (Hegger and Döinghaus 2000)

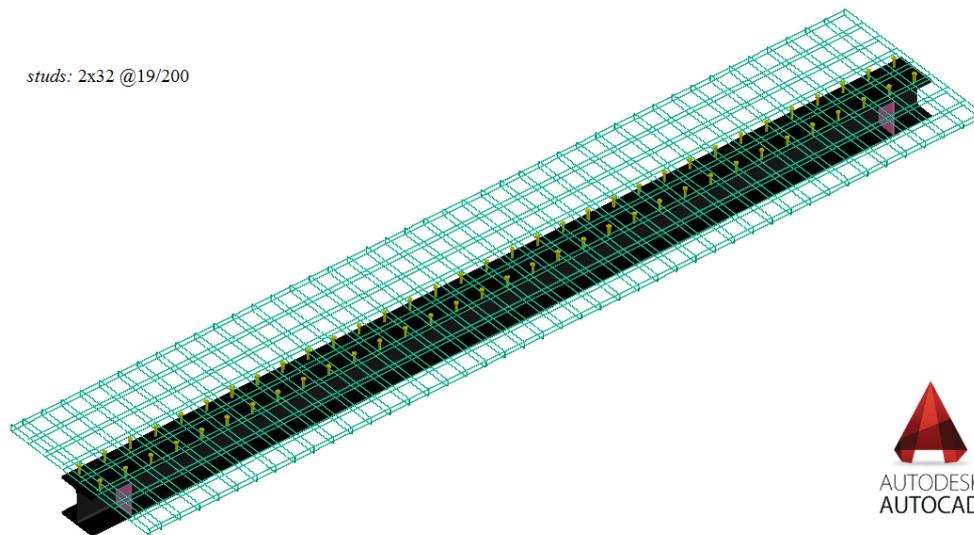


Figura 2.3: Vista tridimensional das partes de aço da estrutura

A seguir são dados parâmetros essenciais e suas fórmulas de cálculo com seus respectivos valores.

- Força máxima de compressão no banzo de betão, R_c :

$$R_c = h_c b_{ef} 0,85 f_{cd} \quad (2.1)$$

- Força máxima de tração no perfil de aço, R_a :

$$R_a = A f_{yd} \quad (2.2)$$

- Força máxima na mesa do perfil de aço, R_f :

$$R_f = b t_f f_{yd} \quad (2.3)$$

- Força máxima na alma do perfil de aço R_w :

$$R_w = R_a - 2R_f \quad (2.4)$$

- Força máxima de tração na armadura longitudinal, R_s :

$$R_s = A_s f_{sd} \quad (2.5)$$

Estes valores são dados na Tabela 2.1

Parâmetro	Módulo(Unidade)
R_c	5553(kN)
R_a	5176(kN)
R_f	1932(kN)
R_w	1312(kN)
R_s	226(kN)

Tabela 2.1: Parâmetros estruturais principais da seção mista

2.2 Conector de cisalhamento

O conector cisalhante analisado é classificado de acordo com a (*American Welding Society*) (AWS-D1.1/D1.1M 2015) como sendo do Tipo B. Tal definição classifica o *stud* quanto as suas propriedades mecânicas e condições de utilização. Quanto a utilização, este conector tem a função de transferência de esforços cisalhantes em vigas e lajes mistas, podendo ser também utilizado para outros fins, como por exemplo, em pilares mistos. Os efeitos de transferência de carga entre as partes da estrutura é ponto relevante na relação tribológica dessa estrutura. De acordo com (Boresi and Schmidt 2003), a maioria das falhas dos membros estão associadas a tensões/deformações em regiões distantes dos pontos de aplicação das cargas.

Conforme (Cosenza et al. 2005) conectores entre componentes estruturais de aço e concreto influenciam significativamente a rigidez, resistência e ductilidade dos sistemas mistos, uma vez que podem ser projetados com diferentes graus de interação. A eficiência da resposta estrutural em colunas mistas está na utilização dos conectores de cisalhamento ao longo da sua altura, como afirma (Cosenza et al. 2005), apesar de que estes podem aumentar o custo da construção e afetar o comportamento do concreto de preenchimento e revestimento dos pilares.

A (NBR 8800 2008) estabelece critérios de dimensionamento para os conectores de cisalhamento dos seguintes modelos: pino com cabeça, que deve atender aos requisitos da (AWS-D1.1/D1.1M 2015); perfil U laminado, que deve atender ao item 4.5.2.1 da (NBR 8800 2008) e perfil U formado a frio, que deve atender aos requisitos da

(NBR 14762 2010). A conexão cisalhante, em vigas mistas, deve atender aos requisitos, dados a seguir, podendo-se estender estas recomendações a outras estruturas compostas:

Conforme a (EN 1994-1-1 2004), a armadura e a conexão de cisalhamento devem ser capazes de transmitir força cisalhante longitudinal entre o concreto e o elemento estrutural metálico, desprezando o efeito do atrito natural entre estes, onde os conectores de cisalhamento devem possuir suficiente capacidade de deformação para justificar qualquer redistribuição inelástica de cisalhamento assumida em projeto. Os conectores de cisalhamento devem prevenir a separação entre o elemento de concreto e o elemento de aço, exceto quando a separação é prevenida por outros meios. Para prevenir a separação da laje, os conectores devem ser projetados para resistir uma força trativa nominal última, perpendicular ao plano da mesa de aço, de no mínimo 0,1 vezes a resistência de cisalhamento última de projeto dos conectores. Se necessário, deve haver dispositivos de ancoragem suplementares. A falha por cisalhamento longitudinal e fendilhamento da laje de concreto em consequência das forças concentradas aplicadas pelo conector devem ser prevenidas. Se todas as seções transversais em um edifício são de Classes 1 ou 2, uma conexão de cisalhamento com interação parcial pode ser utilizada para as vigas. O número de conectores deve ser determinado por uma teoria de conexão parcial levando em conta a capacidade de deformação dos conectores cisalhantes.

Limitações no uso de conexão de cisalhamento parcial em vigas de edifícios são descritas a seguir:

Conectores tipo pino com cabeça devem possuir um comprimento total após a soldagem de não menos que 4 vezes o diâmetro do fuste, e com um fuste nominal de diâmetro não menor do que $16mm$ e não maior do que $25mm$, pode ser considerado dúctil dentro dos seguintes limites para o grau de conexão cisalhante, que é definido pela razão, η , dada na Eq. 2.6, a qual em vigas com mesas iguais é dada pela Eq. 2.7. Para seções metálicas onde a área da mesa inferior é menor ou igual a três vezes à da mesa superior, ver o item 6.6.1.2 da (EN 1994-1-1 2004).

$$\eta = n/n_f \quad (2.6)$$

Onde n_f é o número de conectores para conexão total e n o número de conectores utilizado.

$$L_e \leq 25, \eta \geq 1 - \left(\frac{355}{f_y}\right)(0,75 - 0,03L_e), \eta \geq 0,4 \quad (2.7a)$$

$$L_e \geq 25, \eta \geq 1 \quad (2.7b)$$

L_e é a distância em flexão positiva entre pontos de momentos nulos em metros.

A resistência de projeto de um conector tipo pino com cabeça automaticamente soldado em acordo com a (ISO 14555) é conforme a (EN 1994-1-1 2004) dada pelo menor dos dois valores na Eq. 2.8:

$$p_{Rd} = \frac{0,8f_u\pi d^2}{4\gamma_v} \quad (2.8a)$$

$$p_{Rd} = \frac{0,29\alpha d^2 \sqrt{f_{ck}E_{cm}}}{\gamma_v} \quad (2.8b)$$

$$\alpha = 0,2\left(\frac{h_{sc}}{d} + 1\right), 3 \leq \frac{h_{sc}}{d} \leq 4 \quad (2.9a)$$

$$\alpha = 1, \frac{h_{sc}}{d} > 4 \quad (2.9b)$$

Uma vez que,

- γ_v : fator parcial, recomenda-se $\gamma_v = 1,25$.
- d : diâmetro do fuste do stud, $16mm \leq d \leq 25mm$
- f_u : resistência última à tração do material formador do *stud*, porém não maior do que 500MPa.
- f_{ck} : resistência característica compressiva cilíndrica do concreto na idade considerada de massa específica não menor que $1750kg/m^3$.
- h_{sc} : é a altura nominal total do *stud*.
- Os colares de solda devem estar de acordo com a (ISO 13918).

A influência do esforço de tração - F_{tr} - na resistência ao cisalhamento pode ser considerada para os casos em que os *studs* estão sujeitos a tração direta. Neste caso, se a força trativa for maior do que 10% da resistência de projeto - P_{rd} - a conexão não está dentro do escopo da (EN 1994-1-1 2004), caso contrário, F_{tr} pode ser desprezada.

O comportamento da conexão de cisalhamento é uma característica muito importante e, conforme (Bouchair et al. 2012), o modo mais confiável de se conhecê-lo seriam ensaios em vigas mistas de tamanho integral, contudo, devido aos custos do processo geralmente é adotado o ensaio do tipo *push-out*. A geometria do modelo de teste, conforme a (EN 1994-1-1 2004) é apresentado na Fig. 2.4.

A seguir são apresentados dois tipos de ensaios, dado em (Shen and . Chung 2017), onde a Fig. 2.5 representa o ensaio convencional tipo *push-out* e a Fig. 2.6 representa testes de esforços combinados de cisalhamento e tração.

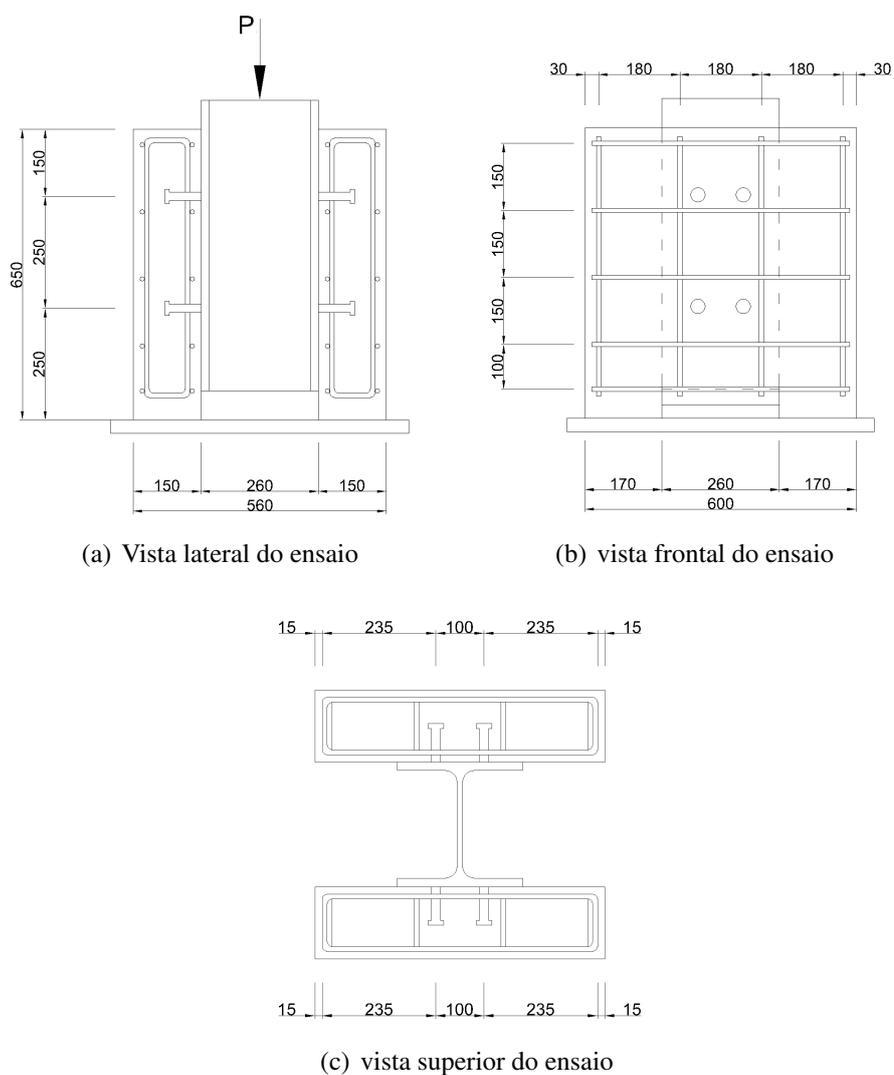


Figura 2.4: Teste *push-out* para determinação da capacidade resistente de cisalhamento do *stud*. (EN 1994-1-1 2004)

Alguns dos requisitos para o conector tipo pino com cabeça conforme a (EN 1994-1-1 2004) são dados a seguir. Conectores que não estão submetidos à tração direta e atendem a estes requisitos podem ser considerados com capacidade suficiente para resistir ao efeito de *uplift* para carregamento monotônico.

- A altura total de um *stud* não deve ser menor que três vezes o diâmetro ($3d$) do fuste do conector.
- A cabeça do conector deve ter o diâmetro maior ou igual a uma vez e meia o diâmetro ($1,5d$) e altura de $0,4d$.
- O espaçamento dos *studs* na direção da força cisalhante não deve ser menor que cinco vezes o diâmetro ($5d$). Na direção transversal à força de cisalhamento o espaçamento deve ser maior ou igual a duas vezes e meia o diâmetro ($2,5d$) em lajes sólidas e ($4d$) em outros casos.

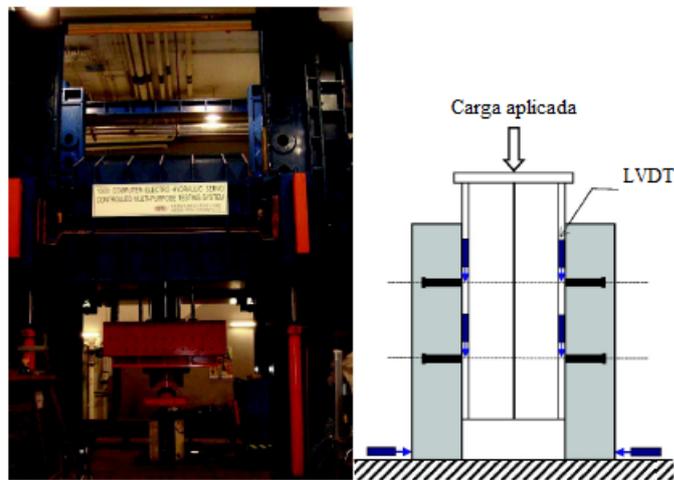


Figura 2.5: Ensaio *push-out*. (Shen and . Chung 2017)

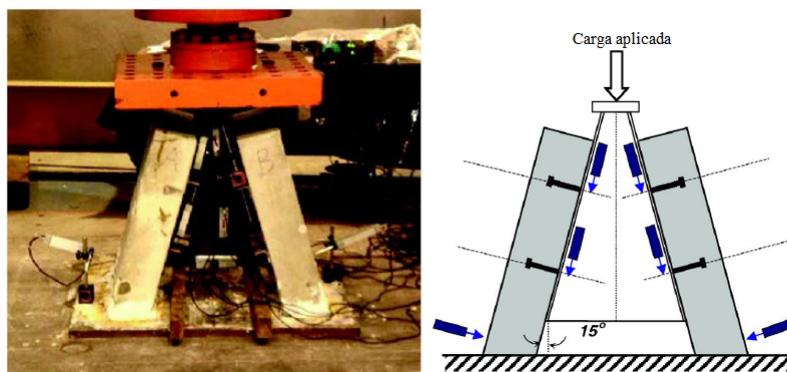


Figura 2.6: Ensaio *push-out* modificado. (Shen and . Chung 2017)

- O diâmetro de um conector tipo pino com cabeça soldado não deve ser maior que 2,5 vezes a espessura da parte a qual é soldado, a menos que informações de ensaios estejam disponíveis para estabelecer a resistência do *stud* como conector de cisalhamento, com exceção para os conectores localizados sobre a alma.

De acordo com (Fakury et al. 2016) os tipos de soldagem do *stud* na mesa do perfil de aço são: (i) solda por eletrofundição (ver Fig. 2.7); (ii) solda por filete. A soldagem por eletrofundição é a mais utilizada; a substituição da soldagem por eletrofundição pela do tipo filete pode ocorrer devido a fatores operacionais ou econômicos.

A Tabela 2.2 apresenta os requerimentos de soldagem e de resistência mecânica do *stud*, conforme a (AWS-D1.1/D1.1M 2015). De acordo com (Lee et al. 2014) a fusão de soldagem é um processo complexo em que as partes de metal são aquecidas até seu derretimento para unir os materiais. Neste processo, uma das principais variáveis de interesse é a tensão residual de soldagem. Estas tensões podem ser medidas com ferramentas experimentais, tais como: método da perfuração, método da difração de raio-X e método da difração de nêutrons. Tais experimentos são despendiosos e de acordo com (Lee et al. 2014) a modelagem numérica é uma opção com boa relação custo-benefício capaz de simular o processo de soldagem e com resultados positivos à otimização do processo de fabricação.



Figura 2.7: Soldagem por eletrofusão para conectores tipo pino com cabeça. (Kotinda 2006)

A análise do processo de soldagem é separada em dois passos: análise térmica (a temperatura pode chegar a 1800°C) e análise de tensões. De acordo com (Lee et al. 2014) esta análise sequenciada, em geral, ignora o efeito da geração de calor em dissipação plástica e isto pode afetar a acurácia do modelo. Além disto, muitos outros parâmetros geométricos e de soldagem influenciam a modelagem, tais como, velocidade de soldagem, temperatura de pré-aquecimento e razão da largura apoio-braço afetam a distribuição das tensões residuais de soldagem. Uma modelagem 3D total é muitas vezes necessária para uma representação realística do campo de tensões residuais.

Características	Valor
Diâmetro (mm)	16, 20, 22
Perna do filete (mm)	8
Tensão de escoamento (MPa)	340
Tensão última (MPa)	420

Tabela 2.2: Requisitos de soldagem e de resistência mecânica do conector. (AWS-D1.1/D1.1M 2015)

De acordo com (McCormac and Csernak 2012) os tipos de filetes de solda são os seguintes: superfície convexa e superfície côncava. Estas podem ter pernas iguais ou desiguais conforme apresentado na Fig. 2.8. Na prática os filetes de solda estão sujeitos a altas tensões cisalhantes e costumam falhar por esforços de cisalhamento em um ângulo de 45°, logo, a resistência do filete é assumida como a resistência ao cisalhamento admissível vezes a área teórica da caveta da solda. A caveta teórica da solda é a menor distância entre a raiz da solda e a face teórica da solda que vai da extremidade de uma perna a outra. A área teórica da caveta da solda é dada pela caveta teórica da solda vezes o comprimento da solda.

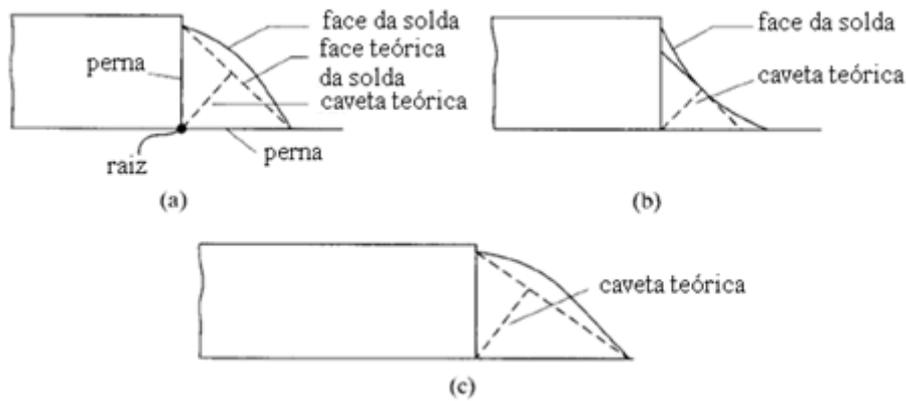


Figura 2.8: Tipos de soldagem por filete. (McCormac and Csernak 2012)

2.3 Concreto

O concreto é um material utilizado usualmente em estruturas tais como, edifícios, plantas de energia nuclear, barragens e pontes. De acordo com (Nazem et al. 2009), a análise de muitas dessas estruturas não é possível pelos métodos clássicos e além disso, estudos experimentais são dispendiosos. Avanços recentes em técnicas numéricas tem desenvolvido o método dos elementos finitos, através do qual, as estruturas que envolvem o concreto podem ser estudadas. Apesar dos avanços, a implementação do MEF em estruturas de concreto tem algumas limitações devido ao comportamento complexo do material e suas interações com o ambiente e com outros componentes. Essas complexidades são listadas a seguir conforme (Nazem et al. 2009):

- (i) Relação tensão-deformação não-linear do concreto sob condição multiaxial de tensões;
- (ii) Redução da rigidez anisotrópica e relaxação das deformações;
- (iii) Fratura progressiva provocada por tensões de tração e deformações;
- (iv) Aderência entre concreto e barras de reforço;
- (v) A interligação dos agregados e ação da armadura.
- (vi) Comportamento dependente do tempo, como fluência e retração.

De acordo com (Calado 2015) a tensão de ruptura do concreto à compressão é expressa por classes de resistência do concreto relacionadas com o valor característico (quantil de 5%) da resistência à compressão referente a corpos de prova cilíndricos, f_{ck} , ou a corpos de prova cúbicos, $f_{ck,cubo}$, determinada aos 28 dias de acordo com a (BS EN-206-1 2000) (Concreto: especificação, desempenho, produção e conformidade). Para o concreto utilizado neste estudo, C89/104, a sua classe de resistência à compressão é, $f_{ck} = 89\text{MPa}$ e $f_{ck,cubo} = 104\text{MPa}$. A massa específica também pode ser utilizada para classificar o concreto e esse aspecto é proporcional à resistência, uma vez que concretos mais resistentes possuem

uma maior massa específica e menor relação água/cimento - a/c . Esse conceito fica mais evidente em se tratando do concreto armado, que conforme o (CEB/Model-Code 1991) pode variar com a taxa de armadura. A (NBR 6118 2014) não considera esta variação e adota para o concreto armado uma massa específica, $\rho = 2500\text{kg}/\text{m}^3$. A variação da massa específica com a taxa de armadura é apresentada na Tabela 2.3 para concretos convencionais e de alta resistência e pode ser utilizada para estimar a massa específica *in situ*. A (NBR 8953 2015) classifica os concretos quanto à sua resistência à compressão, massa específica e consistência. A classificação dos tipos de concreto com relação a massa específica de acordo com o (CEB/Model-Code 1991) é dada a seguir:

- Concreto com agregado de peso leve. $800\text{kg}/\text{m}^3 \leq \rho \leq 2000\text{kg}/\text{m}^3$
- Concreto de peso normal. $2000\text{kg}/\text{m}^3 < \rho \leq 2600\text{kg}/\text{m}^3$
- Concreto de peso denso. $2600\text{kg}/\text{m}^3 < \rho$

Taxa de armadura (%)	C30 $a/c \approx 0,65$	C80 $a/c \approx 0,35$	C120 $a/c \approx 0,25$
0,0%	2350	2450	2500
1,0%	2400	2500	2550
2,0%	2450	2550	2600

Tabela 2.3: Massa específica do concreto armado para diferentes taxas de armadura com concretos de resistências distintas.(CEB/Model-Code 1991)

Conforme (Azmeem and Shafiq 2018), avanços notórios tem ocorrido na área de tecnologia do concreto propiciando, e. g., a aplicação de concretos de alta e de extrema resistência, que possuem excelente comportamento reológico. De acordo com (Castro et al. 2011) este desempenho se aproxima de um fluido binghamiano e a caracterização deste comportamento é definida por dois parâmetros: tensão de escoamento e viscosidade plástica.

Para (Aitcin 1998) o concreto de alta resistência tem como objetivo alcançar a durabilidade e resistência da rocha natural e ao mesmo tempo ser facilmente manuseado proporcionando a realização de formas complexas e elaboradas, além de esta rocha poder ser facilmente reforçada com barras de aço, cabos pós ou pré-tensionados e/ou com adição de fibras. (Tutikian et al. 2011) afirma que o desempenho deve ser definido além do padrão de resistência mecânica onde incluem a trabalhabilidade, a estética, a integridade e especialmente a durabilidade.

A evolução da tecnologia do concreto e a aplicação em obras comuns são apresentadas na Fig. 2.9. O comportamento típico do concreto convencional, de alta resistência e de ultra-alta resistência são dados na Fig. 2.10; estes dois últimos são considerados como uma solução para melhorar a sustentabilidade de edifícios e de componentes de infraestrutura. Exemplos de construções em concreto de alta resistência e de ultra-alto desempenho são dados, respectivamente, nas Figs. 2.11 e 2.12.

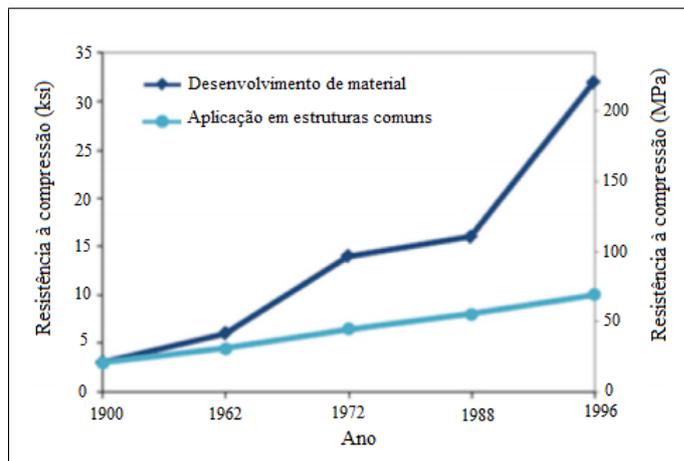


Figura 2.9: Desenvolvimento da resistência à compressão do concreto no período de 1900 a 1996. (Azme and Shafiq 2018).

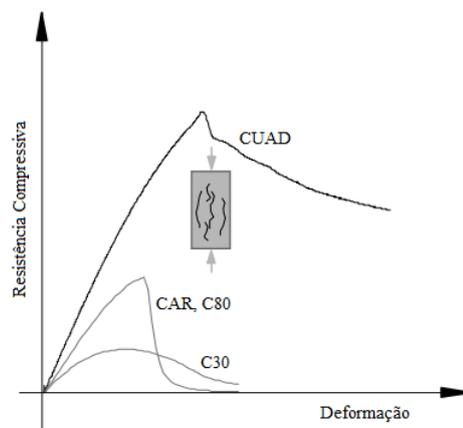


Figura 2.10: Relação tensão-deformação para concretos de diferentes resistências à compressão. (Spasojevic 2008).

A resistência do concreto sobre um estado triaxial de tensões é função do tensor tensão, conforme (Nazem et al. 2009), logo esta resistência depende das tensões de compressão, tração e cisalhamento atuantes no concreto. A fratura (quando o elemento estrutural atinge sua capacidade última de resistência e não pode suportar mais nenhuma carga) no concreto pode ser dividida em dois tipos: frágil e dúctil. A fratura frágil inicia-se por fissuras devido a cargas trativas e o concreto perde sua resistência na direção normal à fratura. Já a fratura dúctil inicia-se com micro-fissuras devidas à compressão e o material perde muito da sua resistência.

De acordo com (Chen 2007) o coeficiente de Poisson, ν , do concreto sob carga axial de compressão se compreende no intervalo 0,15-0,22. Um valor representativo é 0,19 ou 0,2. O coeficiente de Poisson sofre variação após uma tensão de $0,8f_{ck}$. Atingido esse nível de tensão o valor do coeficiente tende a aumentar podendo alcançar um valor maior que 0,5 na fase de esmagamento instável. A Figura 2.13 apresenta a relação entre a razão tensão-resistência e o coeficiente de Poisson. É notável que para o concreto com resistência maior que 50MPa o módulo de Poisson se estabelece como 0,24 próximo a tensão de $0,4f_{ck}$.



Figura 2.11: Edifício Burj Khalifa, 828 metros de altura, $f_{ck} = 80\text{MPa}$; (Emaar Properties 2019).

2.4 Perfil de aço

(Ban and Bradford 2013) relatam que os aços estruturais com resistência nominal ao escoamento igual ou acima de 460MPa, são usualmente denotados por aços de alta resistência e estes são produzidos com a utilização de modernas tecnologias na área de metalurgia. O uso de aços de alta resistência, ao invés dos aços de resistência média usuais pode reduzir o tamanho da peça, proporcionando uma redução do peso próprio da estrutura para a utilização de fundações "menores", além de diminuir a soldagem e revestimento do material, diminuindo os custos da construção e conduzindo a projetos sustentáveis. Vantagens adicionais dos aços de alta resistência são encontradas em vigas mistas, devido a seção de aço suportar tensões de tração.

Conforme (Shi et al. 2014) estes aços tem sido aplicados em numerosas e modernas construções ao redor do mundo, como por exemplo, estruturas de edifícios e pontes. Tais aços possuem vantagens em aspectos relevantes tais como estrutural, arquitetura, economia, preservação de energia e do meio ambiente. Se tratando da parte estrutural em comparação aos aços usuais, estes aços fornecem grande segurança no regime elástico e devido as peças menores, o trabalho de soldagem é menor. Códigos de projeto da construção civil ainda carecem de atualização quanto a aços de alta resistência, mas esforços vem sendo implementados ao redor do mundo, para se entender o comportamento do material.

Os aspectos materiais do aço de alta resistência, conforme (Ricles et al. 1998) consis-



Figura 2.12: Estádio Jean Bouin, Paris; fachada e cobertura em CUAD. (Ricciotti 2007).

tem no controle de processamento termo-mecânico (CPTM) que estabelecem economia de produção sem os custos dos processos de resfriamento e têmpera ou dispendiosas ligas de aço. O CPTM é um processo de laminação a quente à temperaturas cuidadosamente controladas e/ou esfriamento do aço como parte do controle do processo de laminação a quente. As resistências ao escoamento e última são aumentadas pelo processo, que mantém uma baixa proporção de carbono e carbono equivalente (C_{eq}) como apresentado na Fig. 2.14 para placas com espessura de $100mm$ com aços de graus $SM490$ e $A242$.

Conforme (Fukumoto 1996) a baixa taxa de carbono e carbono equivalente no aço CPTM resulta em fácil soldabilidade com menos requerimento para pré-aquecimento comparado aos aços convencionais. Além disto o CPTM pode produzir aços com altos valores de tenacidade à fratura. Logo, são estes benefícios aliados a economia da produção CPTM que renovam o interesse no uso deste material em projetos estruturais. De acordo com (Hechler et al. 2015), vigas em aço $S460$ não são produzidas com chapas de aço com espessura maior que $50mm$ devido aos requerimentos de soldabilidade e limite de carbono equivalente. A Tabela 2.4 expõe os dados de composição química deste aço, conforme a (BS EN-10025-4 2004). Ainda de acordo com esta norma, uma máxima proporção de carbono $C = 0,18\%$ se aplica para o caso de produtos longos.

Elemento	Valor(%)	Elemento	Valor(%)
C(máx.)	0,16	Si(máx.)	0,6
Mn(máx.)	1,7	P(máx.)	0,03
S(máx.)	0,025	Nb(máx.)	0,05
V(máx.)	0,12	Al(mín.)	0,02
Ti(máx.)	0,05	Cr(máx.)	0,3
Ni(máx.)	0,8	Mo(máx.)	0,2
Cu(máx.)	0,55	N(máx.)	0,025

Tabela 2.4: Composição química para o aço $S460$. (BS EN-10025-4 2004)

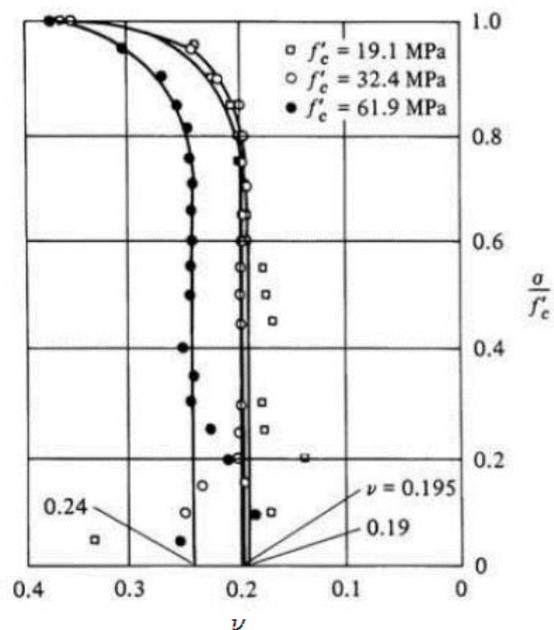


Figura 2.13: Variação da razão de Poisson. (Chen 2007)

2.5 Armadura

A armadura utilizada nesse tipo de estrutura é do tipo nervurada, com resistência ao escoamento de 500MPa. O aço CA50 é o aço comumente empregado para este fim. As armaduras de cisalhamento e de flexão são utilizadas neste trabalho. A área de aço à flexão é utilizada para classificar a seção mista, conforme a (EN 1994-1-1 2004). O emprego da armadura dentro do pacote de Elementos Finitos é descrito na sub-subseção 3.2.3.1.

2.6 Estrutura de comportamento misto

Para (Turmo et al. 2015) a rigidez da conexão é um importante fator a considerar na interação aço-concreto, para casos de cargas verticais em vigas mistas. Essa importância se dá pela regra da flexibilidade da conexão e em estruturas com conexões flexíveis a aproximação da análise assumindo uma total interação na interface aço-concreto pode conduzir a erros inaceitáveis. É importante sublinhar, que uma maior diferença em termos de força de cisalhamento por unidade de comprimento na interface aço-concreto comparando a interação total e parcial se dá na região de máximo momento fletor positivo, para vigas biapoiadas e, para vigas contínuas na região de máximos momentos fletores negativos, conforme apresentado nas Figs. (2.15) e (2.16), respectivamente.

A avaliação dos efeitos do tempo sobre a estrutura também é fator relevante. A viabilidade de reposição (*retrofitting*) de um conector *stud* numa região danificada é um tanto desafiadora. (Pathirana et al. 2015) afirma que o principal problema está na dificuldade de soldagem dos conectores, pois devem ser feitos furos na laje da viga mista e a soldagem den-

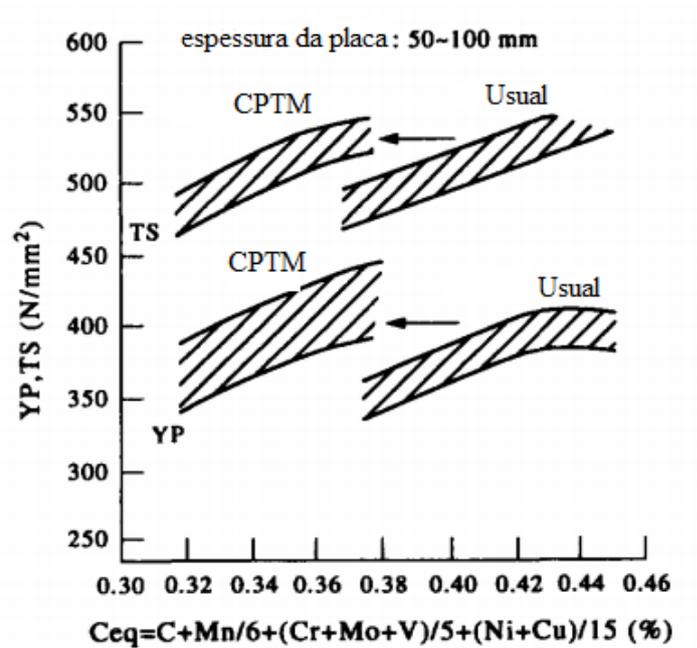


Figura 2.14: Diminuição do (C_{eq}) no aço de alta resistência (Fukumoto 1996)

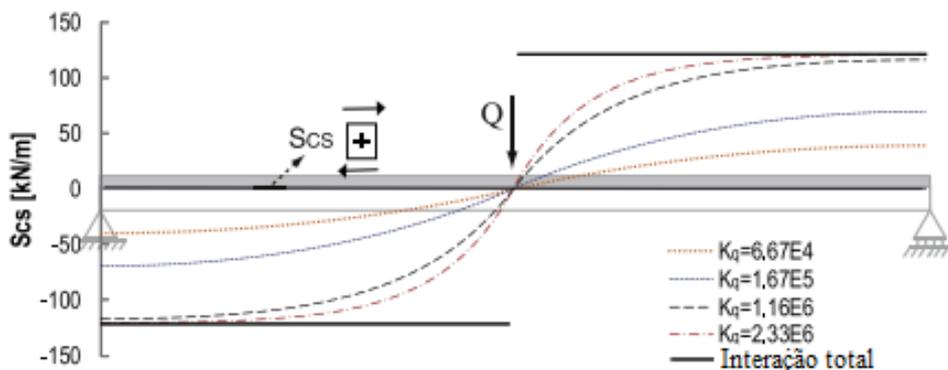


Figura 2.15: Força por unidade de comprimento na interface aço-concreto, S_{cs} para diferentes K_q em kN/m^2 e conexão com interação total. (Turmo et al. 2015)

tro destes furos é um processo complexo e que consome tempo considerável. A avaliação de conectores que não dispõem de processo de soldagem é avaliada como uma opção aos usuais e clássicos *studs*.

Em opção aos conectores soldados, (Queiroz et al. 2014), (Pathirana et al. 2015) desenvolvem conectores que são acoplados a viga por processo de parafusagem. As Figuras 2.17 e 2.18 apresentam, respectivamente, os conectores desenvolvidos por (Queiroz et al. 2014) e (Pathirana et al. 2015). (Bezerra et al. 2018a) e (Bezerra et al. 2018b) desenvolvem conectores alternativos ao *stud*, e.g., o tipo treliça e o tipo forma-V, conforme apresentado nas Figs. 2.19 e 2.20, de maneira respectiva.

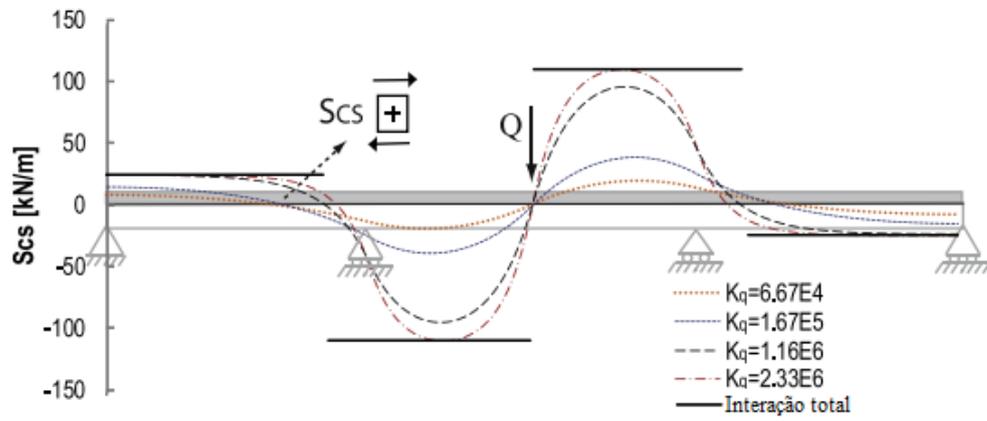


Figura 2.16: Força por unidade de comprimento na interface aço-concreto, S_{cs} para diferentes K_q em kN/m^2 e interação total. (Turmo et al. 2015)

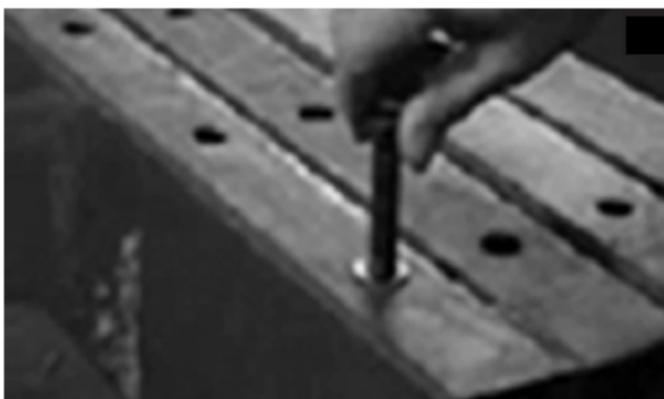
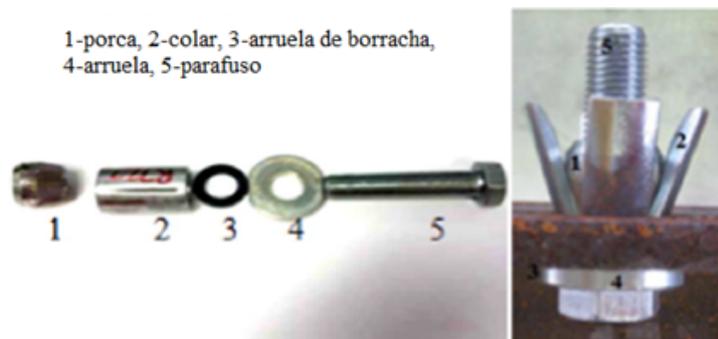


Figura 2.17: Conector parafusável desenvolvido por (Queiroz et al. 2014).

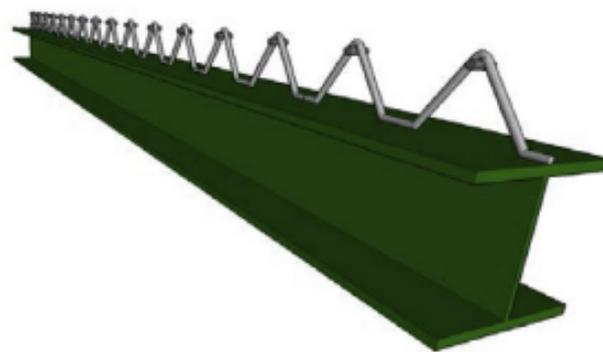
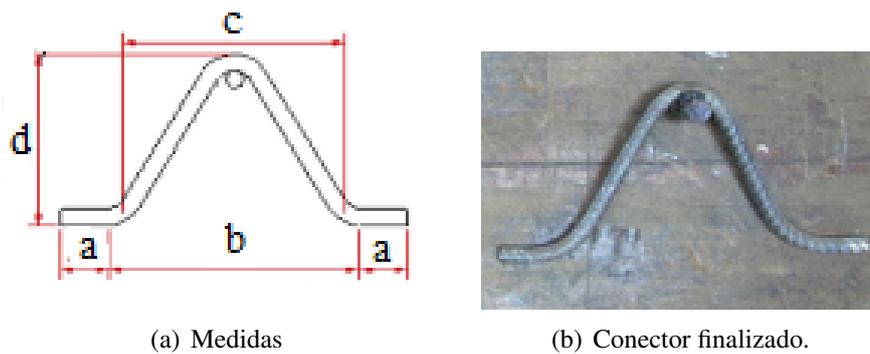


(a)



(b)

Figura 2.18: Conector parafusável desenvolvido por (Pathirana et al. 2015).



(c) Perspectiva.

Figura 2.19: Conector tipo treliça desenvolvido por (Bezerra et al. 2018a).

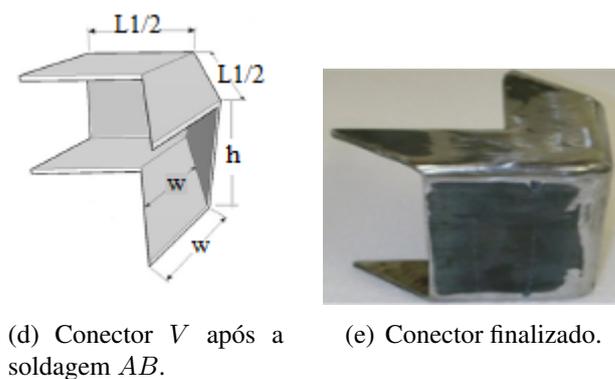
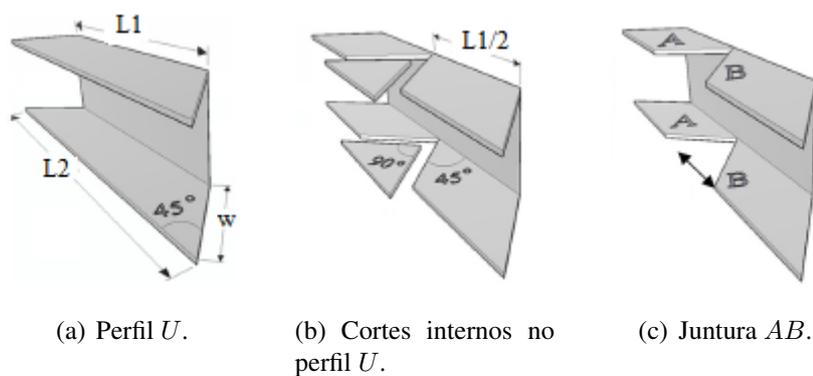


Figura 2.20: Conector em forma de *V* desenvolvido por (Bezerra et al. 2018b).

Capítulo 3

REVISÃO TEÓRICA

Para a análise estrutural desta seção mista foram considerados os seguintes tópicos-chave: Método dos Elementos Finitos, Mecânica do Contato Computacional e Mecânica do Dano Contínuo. Mais detalhes sobre cada um destes temas são dados a seguir.

3.1 Método dos Elementos Finitos

Conforme relatam (Zienkiewicz and Taylor 2000a), na aplicação do MEF, resultados adequados de representações bidimensionais de casos reais economizam tempo de computação e são usuais em análises de tensões. O elemento mais simples na representação em duas dimensões é triangular. A representatividade desta modelagem é baseada na formulação de que este elemento equivale ao tetraedro na análise tridimensional. De acordo com (Oñate 2009) apesar do gráfico das funções de forma não ser uma linha reta para elementos tridimensionais, uma vez que elas são funções de três variáveis, a expressão de N_i sobre as faces do elemento coincide exatamente com as funções de forma de um elemento bidimensional correspondente àquela face. Deste modo, as funções interpoladoras para um tetraedro de quatro nós assumem uma forma sobre cada face que é idêntica àquelas do triângulo de três nós.

A formulação isoparamétrica, conforme (Cook et al. 2001), permite a elementos quadrilaterais e hexaédricos possuir formas não-retangulares, o que a caracteriza como uma formulação versátil fornecendo elementos como: plano, sólido, placa, casca. Elementos retangulares são fáceis de formular, contudo são usualmente “não-práticos” por causa da dificuldade de geração da malha em geometrias complicadas utilizando somente tais elementos, especialmente se a malha deve ser graduada para capturar detalhes em regiões críticas. A Figura 3.1 apresenta o elemento bilinear quadrilateral.

Na Figura 3.2 é apresentado um elemento de 5 nós, que de acordo com (Hughes 2000) não é um elemento “padrão”, mas um elemento de 4 nós modificado pela adição do 5º permitindo comportamento curvo e quadrático entre os nós 1 e 2. Desta forma um comportamento

linear ou quadrático pode ser “acomodado” ao longo de qualquer lado que permita combinar elementos lineares e de alta ordem em uma malha. Famílias de elementos padrão são apresentadas na Fig. 3.3 para elementos bidimensionais; por meio destes, hexaedros, cunhas (*wedge*) e tetraedros podem ser imaginados de maneira análoga. Os elementos da família *Serendipity* alcançam alto grau de completude polinomial pela adição de nós interiores, uma vez que por padrão eles não possuem nós internos.

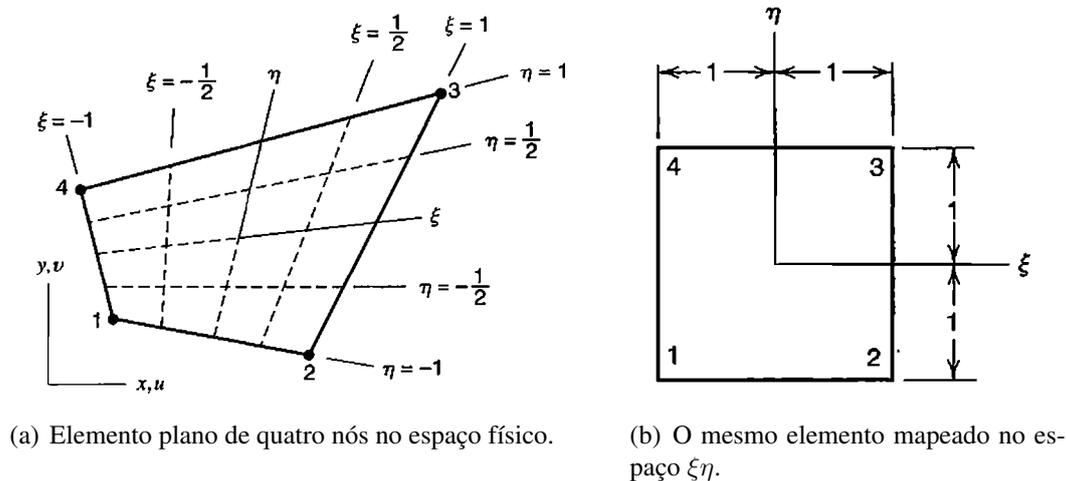


Figura 3.1: Elemento quadrilateral bilinear. (Cook et al. 2001)

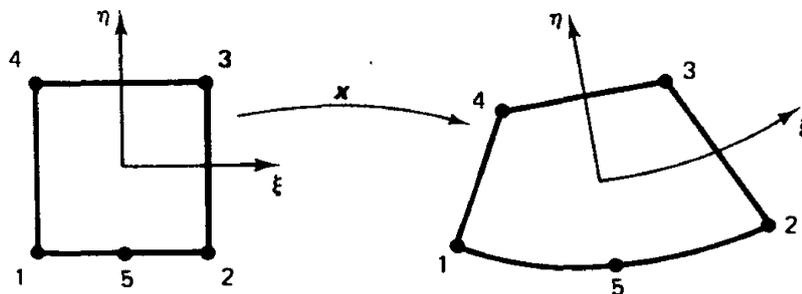
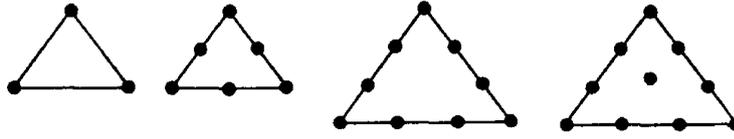


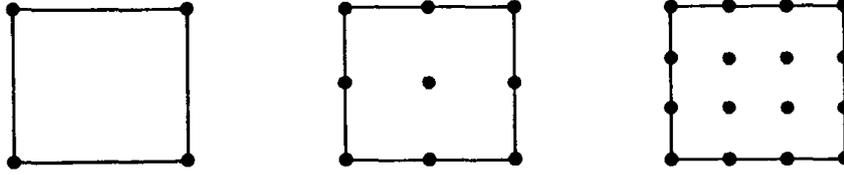
Figura 3.2: Elemento de quatro nós modificado pela adição de 1 nó entre os nós 1 e 2. (Hughes 2000)

3.1.1 Método misto de três campos para modelos constitutivos gerais

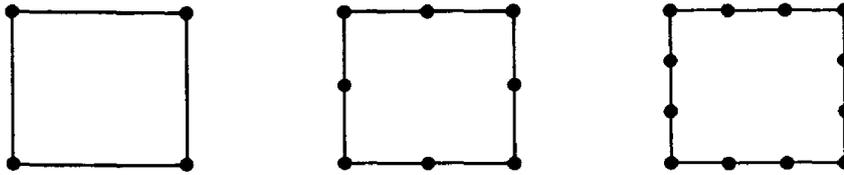
Conforme (Zienkiewicz and Taylor 2000a) uma forma mista para o uso com modelos constitutivos em que os efeitos das tensões principal e desviadora podem ser acoplados é dada a seguir. Uma vez que os operadores matriciais das tensões principal e desviadora são dados por 3.1, onde I é a matriz identidade. As deformações e as tensões nesta forma mista podem ser expressas por 3.2 e 3.3, respectivamente.



(a) Elementos triangulares padrão.



(b) Elementos quadriláterais da Família Lagrange.



(c) Elementos quadriláterais da Família Serendipity.

Figura 3.3: Famílias de elementos padrão bidimensionais (Hughes 2000)

Conforme (Zienkiewicz and Taylor 2000b)

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{I}_d = \mathbf{I} - \frac{1}{3}\mathbf{m}\mathbf{m}^T \quad (3.1)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{I}_d(\mathbf{S}\mathbf{u}) + \frac{1}{3}\mathbf{m}\varepsilon_V \quad (3.2)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{I}_d\tilde{\boldsymbol{\sigma}} + \mathbf{m}p \quad (3.3)$$

Onde, $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}$ é o conjunto de tensões deduzidas diretamente a partir de deformações, deformações incrementais ou taxas de deformação dependentes da forma do modelo constitutivo em particular. Esta tensão é denotada por 3.4 onde não é necessário explicitar o modelo em partes principal e desviadora.

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}} = \boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{\varepsilon}) \quad (3.4)$$

As equações de Galerkin (variacionais) para o caso incluindo transientes são agora dadas pela Eq. 3.5. Aproximações de elementos finitos para as variáveis, e aproximações similares

para as quantidades virtuais são dadas, respectivamente nas *Eqs.* 3.6 e 3.7:

$$\int_{\Omega} \delta \mathbf{u}^T \rho \ddot{\mathbf{u}} d\Omega + \int_{\Omega} \delta \mathbf{S} \mathbf{u}^T \boldsymbol{\sigma} d\Omega = \int_{\Omega} \delta \mathbf{u}^T \mathbf{b} d\Omega + \int_{\Gamma} {}_t \delta \mathbf{u}^T \bar{\mathbf{b}} d\Gamma \quad (3.5a)$$

$$\int_{\Omega} \delta \varepsilon_V \left(\frac{1}{3} \mathbf{m}^T \tilde{\boldsymbol{\sigma}} - p \right) d\Omega = 0 \quad (3.5b)$$

$$\int_{\Omega} \delta p [\mathbf{m}^T (\mathbf{S} \mathbf{u}) - \varepsilon_V] d\Omega = 0 \quad (3.5c)$$

$$\mathbf{u} \approx \hat{\mathbf{u}} = \mathbf{N}_u \tilde{\mathbf{u}} \quad (3.6a)$$

$$p \approx \hat{p} = \mathbf{N}_p \tilde{p} \quad (3.6b)$$

$$\varepsilon_V \approx \hat{\varepsilon}_V = \mathbf{N}_V \tilde{\varepsilon}_V \quad (3.6c)$$

$$\delta \mathbf{u} \approx \delta \hat{\mathbf{u}} = \mathbf{N}_u \delta \tilde{\mathbf{u}} \quad (3.7a)$$

$$\delta p \approx \delta \hat{p} = \mathbf{N}_p \delta \tilde{p} \quad (3.7b)$$

$$\delta \varepsilon_V \approx \delta \hat{\varepsilon}_V = \mathbf{N}_V \delta \tilde{\varepsilon}_V \quad (3.7c)$$

A deformação e a deformação virtual no elemento se torna conforme a Eq. 3.8 e as tensões podem ser calculadas de forma análoga pela Eq. 3.9, em que \mathbf{B} é uma matriz de deformação-deslocamento tridimensional dada pela Eq. 3.10.

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{I}_d \mathbf{B} \tilde{\mathbf{u}} + \frac{1}{3} \mathbf{m} \mathbf{N}_V \tilde{\varepsilon}_V \quad (3.8a)$$

$$\delta \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{I}_d \mathbf{B} \delta \tilde{\mathbf{u}} + \frac{1}{3} \mathbf{m} \mathbf{N}_V \delta \tilde{\varepsilon}_V \quad (3.8b)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{I}_d \tilde{\boldsymbol{\sigma}} + \mathbf{m} \mathbf{N}_p \tilde{p} \quad (3.9)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{N}_{,1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{N}_{,2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{N}_{,3} \\ \mathbf{N}_{,2} & \mathbf{N}_{,1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{N}_{,3} & \mathbf{N}_{,2} \\ \mathbf{N}_{,3} & \mathbf{0} & \mathbf{N}_{,1} \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Substituindo as expressões 3.8 e 3.9 na Eq. 3.5, obtém-se a Eq. 3.11 que é um conjunto de equações de elementos finitos.

$$\mathbf{P} + M\ddot{\mathbf{u}} = \mathbf{f} \quad (3.11a)$$

$$\mathbf{P}_p - \mathbf{C}\tilde{\mathbf{p}} = \mathbf{0} \quad (3.11b)$$

$$-\mathbf{C}^T \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_V + \mathbf{E}\tilde{\mathbf{u}} = \mathbf{0} \quad (3.11c)$$

Onde,

$$\mathbf{P} = \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma} d\Omega \quad (3.12)$$

$$\mathbf{P}_p = \frac{1}{3} \int_{\Omega} \mathbf{N}_V^T \mathbf{m}^T \tilde{\boldsymbol{\sigma}} d\Omega \quad (3.13)$$

$$\mathbf{C} = \int_{\Omega} \mathbf{N}_V^T \mathbf{N}_p d\Omega \quad (3.14)$$

$$\mathbf{E} = \int_{\Omega} \mathbf{N}_p^T \mathbf{m}^T \mathbf{B} d\Omega \quad (3.15)$$

$$\mathbf{f} = \int_{\Omega} \mathbf{N}_p^T \mathbf{m}^T \mathbf{B} d\Omega \quad (3.16)$$

Conforme (Zienkiewicz and Taylor 2000a) quando aproximações de pressão e deformação volumétrica são tomadas localmente em cada elemento e $\mathbf{N}_V = \mathbf{N}_p$, é possível resolver as Eqs. 3.11b e 3.11c em cada elemento individualmente. Deste modo, sendo a matriz \mathbf{C} positiva simétrica tem-se $\tilde{\mathbf{p}}$, $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_V$ e a deformação mista em cada elemento dados pelas Eqs. 3.17, 3.18 e 3.19, respectivamente. Nesta última $\mathbf{B}_V = \mathbf{N}_V \mathbf{W}$ define a forma mista das equações

de deformação-deslocamento volumétricas.

$$\tilde{\mathbf{p}} = \mathbf{C}^{-1}\mathbf{P}_p \quad (3.17)$$

$$\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_V = \mathbf{C}^{-1}\mathbf{E}\tilde{\mathbf{u}} = \mathbf{W}\tilde{\mathbf{u}} \quad (3.18)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = [\mathbf{I}_d\mathbf{B} + \frac{1}{3}\mathbf{m}\mathbf{B}_V]\tilde{\mathbf{u}} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_d & \frac{1}{3}\mathbf{m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{B}_V \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

Baseando-se no trabalho de (Zienkiewicz and Taylor 2000a), a partir das expressões acima é possível representar \mathbf{P} como dado na Eq. 3.20 ou na sua forma matricial como na Expressão 3.21. Baseando-se nesses resultados é observado que é necessário computar a tensão mista verdadeira exceto onde resultados finais são reportados. Em situações envolvendo comportamento aproximadamente incompressível é fundamental calcular a pressão mista para evitar quaisquer efeito espúrio de tensão volumétrica. O último passo dessa teoria consiste na computação da tangente para as equações utilizando formas simples dada pela Eq. 3.4 obtendo $d\tilde{\boldsymbol{\sigma}} = \tilde{\mathbf{D}}_T d\boldsymbol{\varepsilon}$. A utilização da Eq. 3.19 a fim de expressar o incremento de deformações mistas fornece a expressão 3.22. A construção do módulo modificado dado pela Eq. 3.23 requer poucas operações devido a esparsidade das matrizes \mathbf{I}_d e \mathbf{m} . Desta forma a multiplicação pelos coeficientes matriciais \mathbf{B} e \mathbf{B}_V é mais eficiente do que construir uma expressão total $\bar{\mathbf{B}}$ (tal como na Eq. 3.24) operando diretamente em $\tilde{\mathbf{D}}_T$. A formulação mista aqui apresentada é válida para uso com muitos modelos diferentes lineares e não-lineares em um grande intervalo de problemas em mecânica dos sólidos.

$$\mathbf{P} = \int_{\Omega} [\mathbf{B}^T \mathbf{I}_d + \frac{1}{3}\mathbf{B}_V^T \mathbf{m}^T] \tilde{\boldsymbol{\sigma}} d\Omega \quad (3.20)$$

$$\mathbf{P} = \int_{\Omega} \begin{bmatrix} \mathbf{B}^T & \mathbf{B}_V^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_d \\ \frac{1}{3}\mathbf{m}^T \end{bmatrix} \tilde{\boldsymbol{\sigma}} d\Omega \quad (3.21)$$

$$\mathbf{K}_T = \int_{\Omega} \begin{bmatrix} \mathbf{B}^T & \mathbf{B}_V^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_d \\ \frac{1}{3}\mathbf{m}^T \end{bmatrix} \tilde{\mathbf{D}}_T \begin{bmatrix} \mathbf{I}_d & \frac{1}{3}\mathbf{m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{B}_V \end{bmatrix} d\Omega \quad (3.22)$$

$$\bar{\mathbf{D}}_T = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_d \\ \frac{1}{3}\mathbf{m}^T \end{bmatrix} \tilde{\mathbf{D}}_T \begin{bmatrix} \mathbf{I}_d & \frac{1}{3}\mathbf{m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_d \tilde{\mathbf{D}}_T \mathbf{I}_d & \frac{1}{3}\mathbf{I}_d \tilde{\mathbf{D}}_T \mathbf{m} \\ \frac{1}{3}\mathbf{m}^T \tilde{\mathbf{D}}_T \mathbf{I}_d & \frac{1}{9}\mathbf{m}^T \tilde{\mathbf{D}}_T \mathbf{m} \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

$$\bar{\mathbf{B}}_T = \mathbf{I}_d\mathbf{B} + \frac{1}{3}\mathbf{m}\mathbf{B}_V \quad (3.24)$$

3.1.2 Métodos de Análise Estrutural via MEF

Conforme (Dall'Asta and Zona 2002) os métodos de análise são os seguintes:

- (1) Método de controle de carga - consiste de um procedimento incremental, fixando um nível de carga, e um procedimento iterativo corrigindo a solução obtida anteriormente para o vetor nodal de deslocamento. Este método não é apropriado para descrever os caminhos de equilíbrio com fracas variações nos níveis de carga. Além disto, este método não pode traçar caminhos de equilíbrio para relaxamento, como por exemplo acontece no concreto;
- (2) Método de controle de deslocamento - consiste de um procedimento incremental fixando um componente escolhido do vetor de deslocamento nodal e de um procedimento iterativo corrigindo a solução obtida anteriormente atualizando os níveis de carga e componentes de deslocamento. Este método é capaz de traçar os caminhos de equilíbrio com fracas variações e relaxamento, mas requer cuidadosa escolha do deslocamento nodal controlado;
- (3) Método do comprimento de arco - consiste de um procedimento incremental fixando uma restrição ao incremento de carga e vetor de deslocamento nodal, e de um procedimento iterativo corrigindo a solução obtida anteriormente para os níveis de carga e de deslocamento. Este método pode traçar cada caminho de equilíbrio e não requer a escolha de um parâmetro nodal particular para controlar a deformação global;

A (DNV RP-C208 2013) relata que um algoritmo puramente de controle de carga não passa do limite dos pontos de bifurcação, quando os efeitos de inércia não estão incluídos. Um algoritmo de controle de deslocamento pode passar através dos pontos de bifurcação, mas a análise irá parar em algum ponto de inflexão. Para problemas em que o interesse do comportamento ultrapassa estes pontos (bifurcação e/ou inflexão) o método de comprimento de arco é necessário, conforme pode ser visto na Fig.3.4.

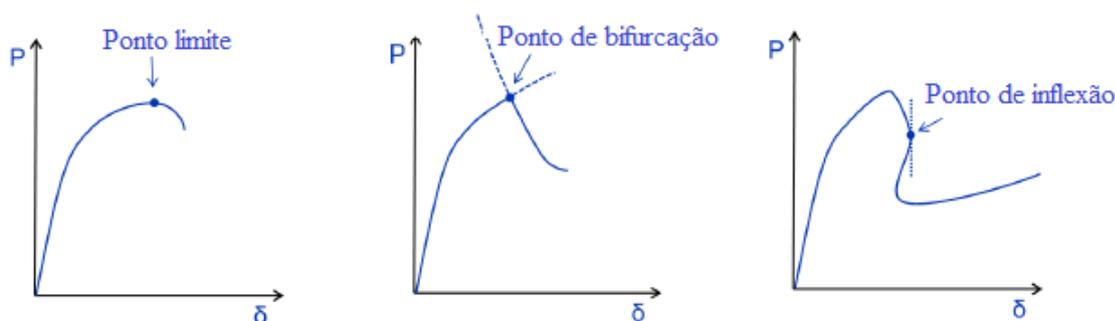


Figura 3.4: Pontos limite, de bifurcação e de inflexão em análise estrutural. (DNV RP-C208 2013)

3.1.3 Análise não-linear

A análise não linear de acordo com (Belytschko et al. 2014) é um componente essencial do projeto assistido por computador. Os ensaios de protótipos vem sendo substituídos pela simulação com métodos de elementos finitos não-lineares devido a estes providenciarem um mais rápido e menos dispendioso modo de avaliar conceitos e detalhes de projeto. As análises não-lineares são usualmente sensíveis a muitos fatores. Sólidos não-lineares podem sofrer instabilidades, além de ter sua resposta sensível à imperfeições e os resultados se expõem a uma dependência dramática dos parâmetros de material.

Conforme afirma (Belytschko et al. 2014) os pontos principais e didáticos de uma análise não linear consistem em:

- (i) Seleção de métodos apropriados de resolução;
- (ii) Seleção apropriada da malha e das condições cinemáticas e cinéticas;
- (iii) Avaliação de estabilidade da solução e do procedimento;
- (iv) Consciência da suavidade da resposta do modelo e suas implicações na qualidade e custo da solução; e
- (v) A função dos principais parâmetros e as prováveis fontes de erros.

De acordo com (Belytschko 1996) a análise não linear representa o vínculo de três campos: (1) método dos elementos finitos linear, que evoluiu da análise matricial de estruturas (2) mecânica do contínuo não-linear e (3) matemática, que inclui análise numérica, álgebra linear e análise funcional.

3.1.4 Tipo de malha em elementos finitos

Para (Bazilevs et al. 2009) a malha de elementos finitos é apenas uma aproximação da geometria CAD, que considera-se como exata. Esta aproximação pode em muitos casos, gerar erros nos resultados. Como exemplo, podem ser mencionadas as estruturas muito sensíveis à imperfeições geométricas (análise de flambagem de cascas), fenômenos de limite de camada e de sustentação e arrasto são sensíveis à precisão da geometria das configurações aerodinâmicas e hidrodinâmicas.

(Bazilevs et al. 2009) afirma que o refinamento da malha requer acesso a geometria exata do problema, isto leva ao requerimento de comunicação perfeita e automática com o CAD, o que simplesmente não existe. Sem a precisão da geometria e adaptividade de malha, convergência e precisão dos resultados são impossíveis em muitos casos.

De acordo com a (DNV RP-C208 2013) o refinamento da malha depende do modo de falha que se pretende capturar, como por exemplo: para avaliações de ductilidade, preferencialmente vários elementos devem estar presentes na zona de escoamento para se ter boas

estimativas de deformação; para avaliações de estabilidade, usualmente é o número suficiente de elementos e graus de liberdade para capturar modos de flambagem críticos. A razão da geometria do elemento deve estar de acordo com a formulação do elemento em áreas selecionadas. A Figura 3.5 mostra alguns aspectos geométricos que devem ser considerados na avaliação das propriedades do elemento, tais como ângulos de vértices muito pequenos em relação a 0° ou muito grandes em relação a 180° . Uma área de interesse é também a de transição da densidade de malha. Transições abruptas podem introduzir erros de natureza numérica. Com base nestas definições, percebe-se que a distorção da malha pode influenciar significativamente na acurácia dos resultados e convergência numérica. A influência da distribuição de cargas e tipo de carregamento também deve ser considerada na densidade de malha. Nós em que cargas são aplicadas necessitam estar corretamente posicionados, e esta situação pode direcionar a densidade de malha, pelo menos de maneira local.

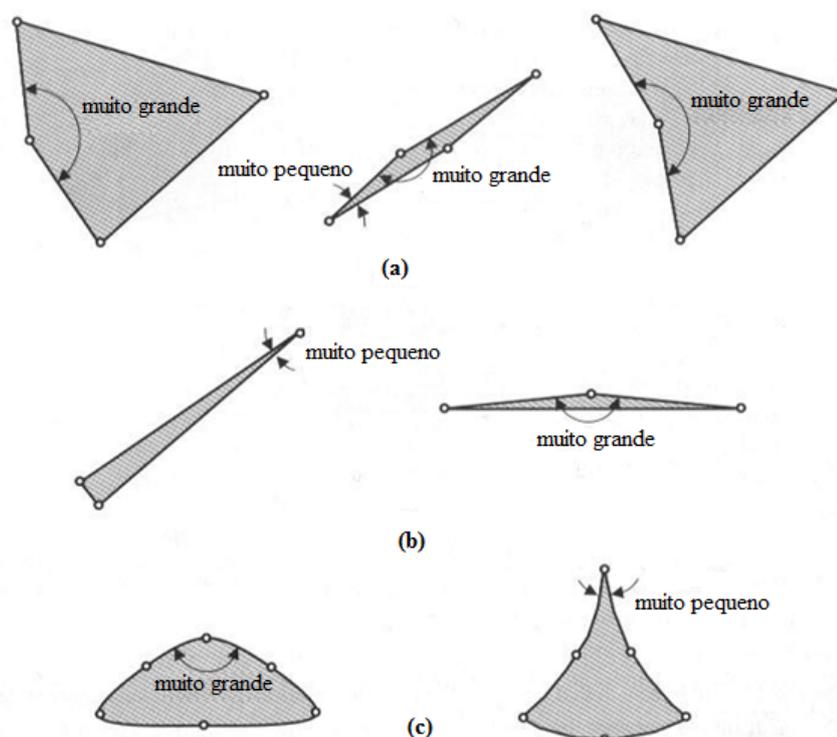


Figura 3.5: Elementos com ângulos de vértice inaceitáveis. (a) elementos quadrilaterais lineares, (b) elemento triangulares lineares e (c) elementos triangulares quadráticos. (Lo 2015)

Em uma simulação numérica existem muitos passos preparatórios envolvidos. A anatomia desse processo, de acordo com (Bazilevs et al. 2009), tem sido estudada por Ted Blacker, gerente de ciências da simulação no *Sandia National Laboratories*, e é apresentada na Fig. 3.6. É relevante perceber que a criação de uma geometria de análise confiável requer cerca de 57%, e a criação e manipulação da malha 20% do tempo da simulação.

Para a descrição da malha é necessário introduzir a definição de coordenadas materiais, Definição 1 e coordenadas espaciais, que, conforme afirma (Belytschko 1996):

Definição 1 As coordenadas espaciais e as materiais são denotadas por coordenadas Eule-

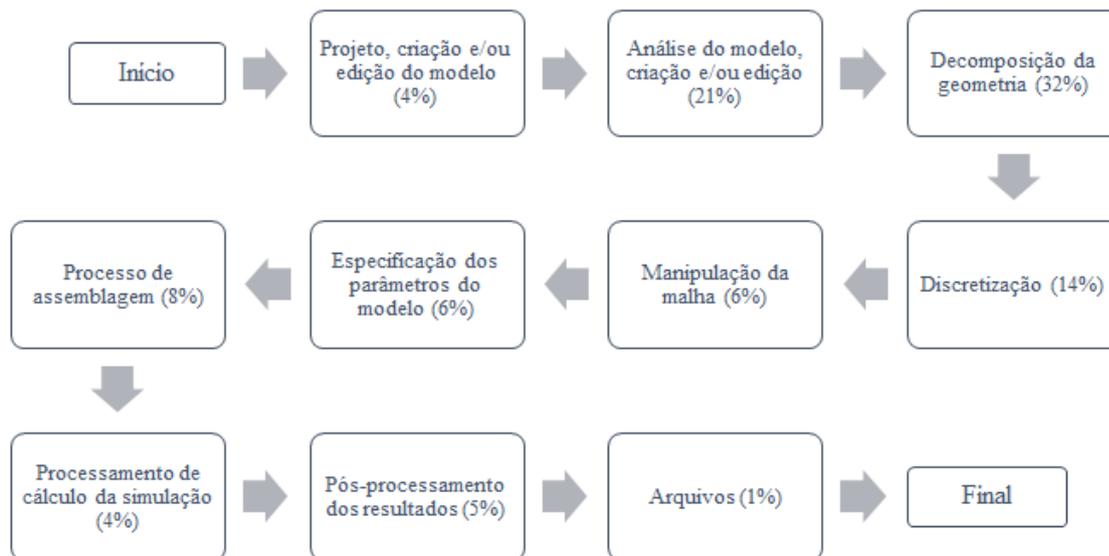


Figura 3.6: Estimativa dos custos de tempo relativos de cada componente de geração e análise de modelo computacional nos processos do *Sandia National Laboratories*. (Bazilevs et al. 2009)

rianas e Lagrangeanas, respectivamente. A coordenada Euleriana especifica a localização de um ponto no espaço, já a Lagrangeana é baseada na afirmação de que cada ponto material possui uma única coordenada material. Esta é usualmente adotada como sendo igual a coordenada espacial na configuração inicial do corpo.

Diante da definição anterior, conforme (Belytschko 1996), as malhas podem ser de três tipos, ver Fig. 3.7: Euleriana, Lagrangeana ou Arbitrária Lagrangeana-Euleriana (ALE). A maior percepção das diferenças entre as malhas Euleriana e Lagrangeana está nos parâmetros comportamentais dos nós. Estes possuem coordenadas fixas na malha do tipo Euleriana, i.e., os nós são coincidentes com os pontos espaciais. Na malha do tipo Lagrangeana as coordenadas Lagrangeanas (materiais) são invariantes no tempo, i.e., os nós são coincidentes com pontos materiais.

A Figura 3.7 apresenta o mapeamento dado para a Eq. 3.25. Para (Belytschko 1996), em uma malha Euleriana, as trajetórias nodais são linhas verticais e os pontos materiais passam através das interfaces do elemento. Já na Lagrangeana, estas trajetórias são coincidentes com as trajetórias dos pontos materiais e nenhum material passa entre os elementos. Além disto, os pontos da quadratura do elemento permanecem coincidentes com os pontos materiais na malha Lagrangeana, ao passo que na Euleriana o ponto material em um dado ponto da quadratura varia com o tempo. Essa característica influencia o tratamento de materiais em que a tensão é dependente da história de carregamento. Na malha do tipo ALE os nós são programados para se moverem arbitrariamente, explorando as vantagens das malhas do tipo Lagrangeana e Euleriana. O modelo usual consiste em os nós do contorno se moverem, porém permanecerem na região de contorno, ao passo que os nós do interior se movem para

minimizar a distorção de malha.

$$x = \phi(X, t) = (1 - X)t + Xt^2 + X \quad (3.25)$$

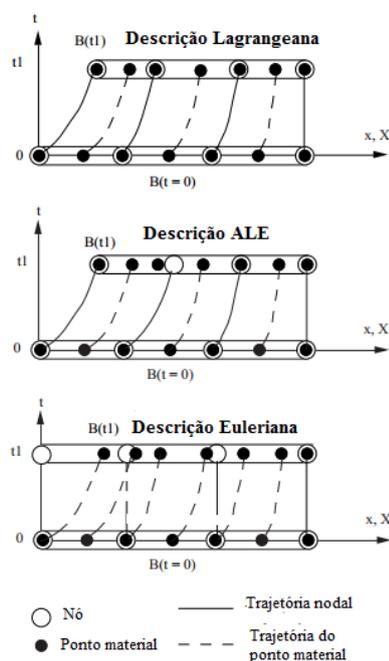
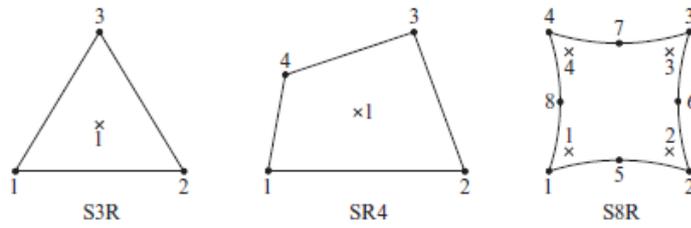


Figura 3.7: Representação espaço-tempo de elementos unidimensionais dos tipos: Lagrangeano, Euleriano e ALE. (Belytschko 1996)

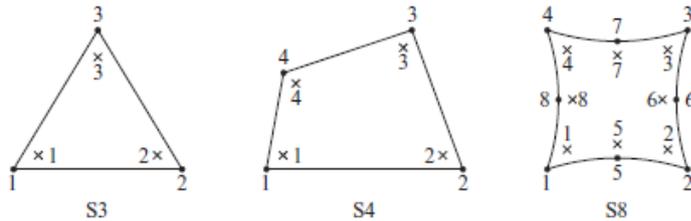
3.1.5 Tipos de elementos

Para (Oñate 2009) a modelagem tridimensional baseada na teoria da elasticidade 3D é requerida para certos tipos de estruturas que possuem geometrias e características mecânicas e/ou de carregamento que tornam impossível o uso de simples elementos de tensão/deformação plana e elementos axissimétricos, ou ainda mesmo o uso de elementos de placas e/ou cascas. Entre as situações típicas que envolvem estes requerimentos, podem ser citadas: sólidos com formas irregulares, estudo de sólidos prismáticos com propriedades de material heterogêneas ou carregamento arbitrário. Este tipo de análise é conhecida como análise tridimensional completa e alguns exemplos são dados na Fig. 3.9.

Um recurso para diminuir o custo computacional da simulação é a utilização de elementos com integração reduzida. A Fig. 3.8 apresenta elementos bidimensionais com integração reduzida e total. O elemento tetraédrico linear é apresentado na Fig. 3.10, já a Fig. 3.11 apresenta o elemento hexaédrico.



(a) Integração reduzida.



(b) Integração completa.

Figura 3.8: Elementos *shell* com integração reduzida e total. (Ellobody 2014).

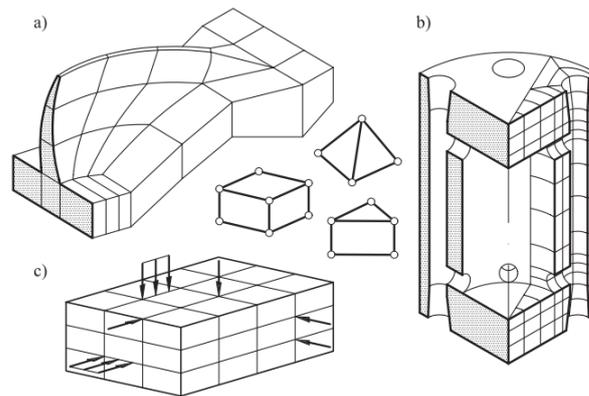


Figura 3.9: Estruturas onde a análise tridimensional é necessária: (a) arco duplo de barragem incluindo efeitos da fundação; (b) vaso de pressão e (c) sólido prismático sob carregamento arbitrário. (Oñate 2009)

3.1.6 Submodelagem

Conforme (Hibbitt, D. and Karlsson, B. and Sorensen, P. 2010a), a técnica de submodelar uma parte local de um modelo para estudá-lo com uma malha refinada, consiste na interpolação da solução de um modelo inicial onde as condições de contorno e as cargas aplicadas ao modelo global são empregues ao submodelo. Este método é muito útil quando é necessário obter uma solução detalhada e precisa na região de interesse, além de diminuir o custo computacional quando se pretende estudar o comportamento local de uma estrutura. Tanto o modelo global quanto o submodelo podem utilizar elementos sólidos ou ambos elementos de casca, além disto o modelo global e o submodelo podem ter resposta não-linear e podem ser analisados para qualquer sequência de procedimento de análise. Uma combinação especial, em relação aos tipos de elementos, consiste em utilizar um submodelo com elementos

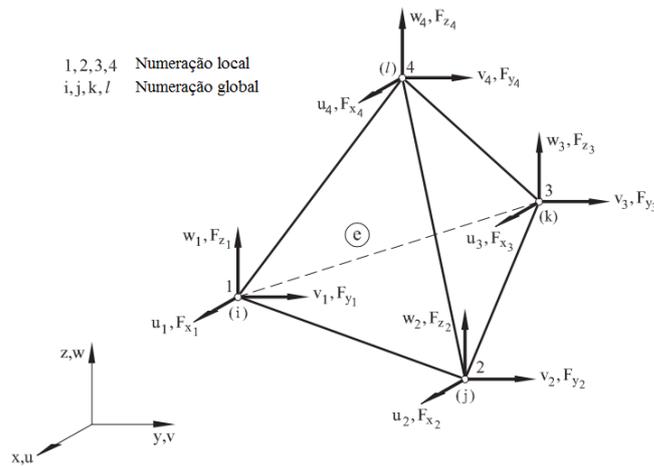


Figura 3.10: Tetraedro de quatro nós. Respectivamente, os deslocamentos e forças de equilíbrio nodais (u_i, v_i, w_i) e $(F_{x_i}, F_{y_i}, F_{z_i})$. (Oñate 2009)

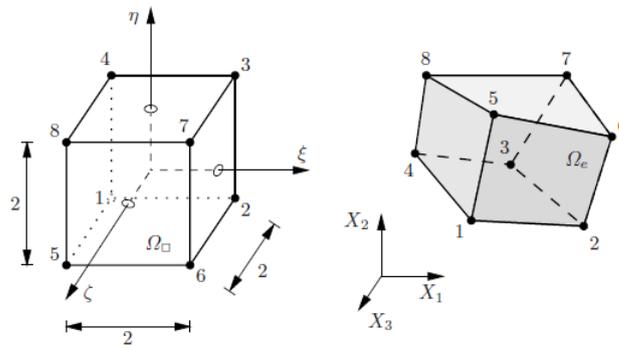


Figura 3.11: Elemento isoparamétrico hexaédrico de 8 nós. (Wriggers 2008)

sólidos e um modelo global de elementos de casca. A resposta material definida para o submodelo pode também ser diferente a partir da definida para o modelo global. As técnicas de submodelagem disponíveis no AbaqusTM são duas:

1. Submodelagem baseada em nós: transfere a solução das variáveis a um nó específico, geralmente deslocamentos, a partir dos nós do modelo global para os nós do submodelo.
2. Submodelagem baseada em superfície: transfere resultados de tensão de um ponto material a partir do modelo global para os pontos de integração da superfície de transferência de carga no submodelo.

3.2 Mecânica do Contato Computacional

No caso de dois corpos em contato, como apresentado na Fig. 3.12 a condição de não-penetração é dada, conforme (Wriggers 2006) por

$$(\mathbf{x}^2 - \mathbf{x}^1) \cdot \mathbf{n}^1 \geq 0 \quad (3.26)$$

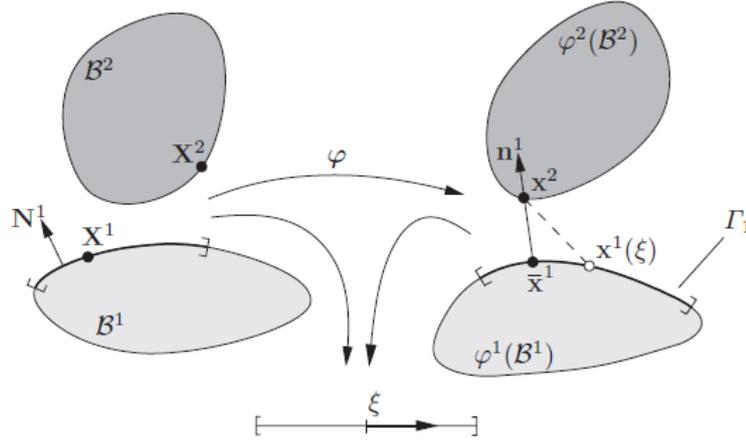


Figura 3.12: Contato entre dois corpos de geometria arbitrária (Wriggers 2006)

Na Equação 3.26, \mathbf{x}^α é referente às coordenadas na configuração deformada $\varphi(\beta^\alpha)$ do corpo β^α .

$$\mathbf{x}^\alpha = \mathbf{X}^\alpha + \mathbf{u}^\alpha \quad (3.27)$$

Onde \mathbf{X}^α está relacionado à configuração inicial β^α , e \mathbf{u}^α representa o campo de deslocamento. Um caso tridimensional de contato é apresentado na Fig. 3.13. Com base no problema da distância mínima pode ser relacionado todo ponto \mathbf{x}^2 em Γ^2 a um ponto $\bar{x}^1 = x^1(\bar{\xi})$ em Γ^1 através da Eq. 3.28, onde a distância pode ser utilizada para definir o espaço de separação (*gap*) ou a penetração entre os dois corpos. O ponto \bar{x}^1 é obtido a partir da função 3.28 com a condição de distância mínima necessária. Para a solução da Eq. 3.29 é necessário a ortogonalidade do primeiro e segundo termos.

$$\hat{d}^1(\xi^1, \xi^2) = \|x^2 - \bar{x}^1\| = \min_{X^1 \in \Gamma^1} \|x^2 - x^1(\xi)\| \quad (3.28)$$

$$\frac{d}{d\xi^\alpha} \hat{d}^1(\xi^1, \xi^2) = \frac{x^2 - \hat{x}^1(\xi^1, \xi^2)}{\|x^2 - \hat{x}^1(\xi^1, \xi^2)\|} \cdot \hat{x}_{,\alpha}^1(\xi^1, \xi^2) = 0 \quad (3.29)$$

Conforme (Wriggers 2006) uma vez que $\hat{x}^1(\xi^1, \xi^2)$ é o vetor tangente a_α^1 , o primeiro termo deve ter a mesma direção do vetor normal \mathbf{n}^1 no ponto mínimo $(\bar{\xi}^1, \bar{\xi}^2)$. Deste modo se obtém a condição $-\mathbf{n}^1(\bar{\xi}^1, \bar{\xi}^2) \cdot a_\alpha^1(\bar{\xi}^1, \bar{\xi}^2) = 0$, que significa que o ponto *master* corrente

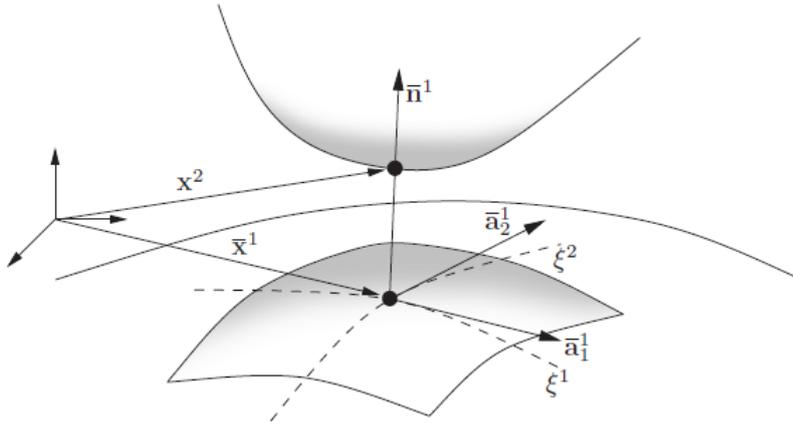


Figura 3.13: Contato tridimensional (Wriggers 2006)

$\hat{x}^1(\bar{\xi}^1, \bar{\xi}^2)$ é a projeção ortogonal de um dado ponto x^2 na superfície *master* $\varphi_t^1(\Gamma_c^1)$. Uma vez que $(\bar{\xi}^1, \bar{\xi}^2)$ denotam o ponto solução da Eq. 3.29, logo o vetor normal é dado pela Eq. 3.30. Sendo conhecido o ponto \bar{x}^1 a condição de não penetração é dada pela Ineq. 3.31. Para o caso de funções de distância localmente não-diferenciáveis o ponto de projeção $\hat{x}^1(\xi^1, \xi^2)$ é não-único (ver Fig. 3.14(a)). O critério de (Curnier et al. 1995) é utilizado para determinar o caso em que a projeção 3.29 fornece ou não uma única solução. A definição da normal pode ser feita utilizando a Eq. 3.29 conduzindo ao resultado apresentado pela expressão 3.32.

$$\bar{\mathbf{n}}^1 = \frac{\bar{a}_1^1 \times \bar{a}_2^1}{\|\bar{a}_1^1 \times \bar{a}_2^1\|} \quad (3.30)$$

$$g_N = (x^2 - \bar{x}^1) \cdot \bar{\mathbf{n}}^1 \geq 0 \quad (3.31)$$

$$\bar{\mathbf{n}}^1 = \frac{\mathbf{x}^2 - \hat{\mathbf{x}}^1(\xi^1, \xi^2)}{\|\mathbf{x}^2 - \hat{\mathbf{x}}^1(\xi^1, \xi^2)\|} \quad (3.32)$$

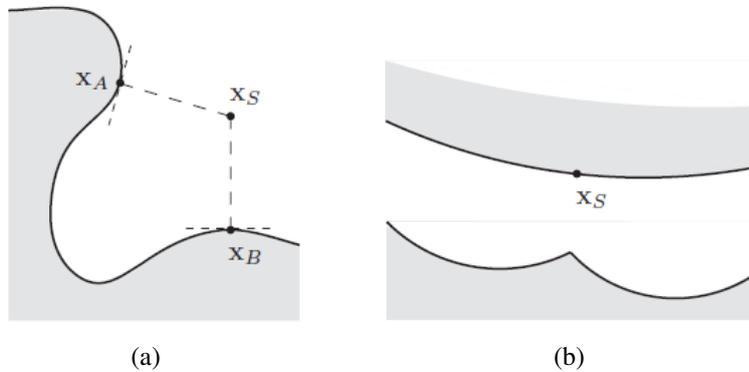


Figura 3.14: Funções de distância não-diferenciáveis. (Wriggers 2006)

Através do uso da transformação de elementos de linha que se localizam no plano tan-

gente das superfícies *master* e *slave* $d\bar{x}^1 = \mathbf{P}_\perp dx^2$ obtém-se para elementos de área localizados nas superfícies *master* e *slave* a Eq. 3.33. A razão deste elemento de área é dada por (Curnier et al. 1995) pela Eq. 3.34. κ_1 e κ_2 descrevem o princípio da curvatura da superfície *master* no ponto $\hat{x}^1(\xi^1, \xi^2)$. Tem-se unicidade da projeção quando $\bar{j} < \infty$ significando que o ponto \mathbf{x}^2 não está localizado em um ponto no foco que é o ponto de indentação dos vetores normais de igual comprimento (ver Fig. 3.15) ou ele não coincide com o centro de curvatura da superfície *master*.

$$\bar{\mathbf{n}}^1 da^1 = \mathbf{P}_\perp \mathbf{n}^2 da^2 \quad (3.33)$$

$$\bar{j} = \frac{da^1}{da^2} = \frac{-\mathbf{n}^2 \cdot \bar{\mathbf{n}}^1}{|1 - (\kappa_1 + \kappa_2)g_N + \kappa_1\kappa_2g_N^2|} \quad (3.34)$$

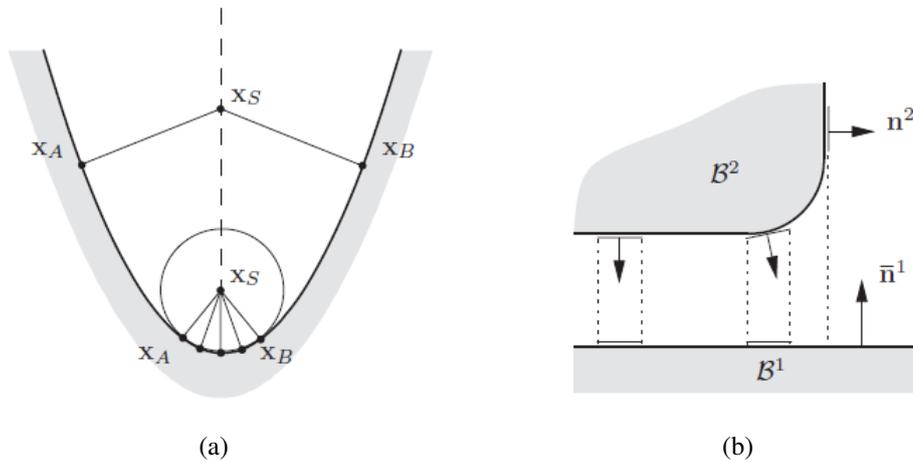


Figura 3.15: Unicidade e regularidade para o problema da distância mínima. (Wriggers 2006)

Na direção tangencial é necessário distinguir entre duas condições: *stick* ou *slip*. A primeira condição, *stick*, é caracterizada pelo não movimento na direção tangencial de um ponto de contato. No segundo caso o ponto move-se em uma direção tangencial na interface de contato, conforme (Wriggers 2006).

A relação matemática à condição *stick* pode ser derivada a partir da Eq. 3.29, onde os valores computados para as coordenadas convectivas $(\bar{\xi}^1, \bar{\xi}^2)$ não variam neste ponto durante o movimento $\dot{\xi}^\alpha$ permitindo a condição dada na Eq. 3.35.

$$\mathbf{g}_T = g_{T\alpha} \bar{\mathbf{a}}^\alpha = \mathbf{0} \quad (3.35)$$

$$g_{T\alpha} = (\mathbf{x}^2 - \bar{\mathbf{x}}^1) \cdot \bar{\mathbf{a}}_\alpha^1 \quad (3.36)$$

Onde, \mathbf{g}_T representa o deslocamento relativo na direção tangencial que tem de ser nulo.

No caso *stick* não é necessário distinguir entre as direções normais e tangenciais, devido ao *gap* ser fechado, ver Eq. 3.31, $g_N = (\mathbf{x}^2 - \bar{\mathbf{x}}^1) \cdot \bar{\mathbf{n}}^1 = 0$, podendo-se assim ter uma condição simplificada dada na Eq. 3.37 ao invés de combinar as condições $g_N = 0$ e $g_T = 0$.

$$\mathbf{x}^2 - \bar{\mathbf{x}}^1 = \mathbf{0} \quad (3.37)$$

A condição *slip* que representa a variação do ponto x^2 relativa à projeção \bar{x}^1 assume que o ponto solução $\bar{\xi} = (\bar{\xi}^1, \bar{\xi}^2)$, que é obtida via problema da distância mínima dada na Eq. 3.28, irá se mover na superfície *master*. A velocidade \mathbf{v} do ponto \mathbf{x}^2 vinculada à superfície *master* nos tempos t_1 e t_2 e seu caminho ao longo dessa superfície são representados pela Fig. 3.16(a). Já na Fig. 3.16(b) é representado que o caminho de \mathbf{x}^2 sobre a superfície *master* não é conhecido *a priori*, conforme (Wriggers 2006), podendo até mesmo cruzar a sua própria linha. Essa última consideração implica que não se pode assumir quaisquer afirmação a respeito do caminho, uma vez que somente se conhece o vetor velocidade relativa. Assim, em um deslizamento friccional, deve-se integrar as velocidades relativas para obter o caminho na superfície *master* de \mathbf{x}^2 .

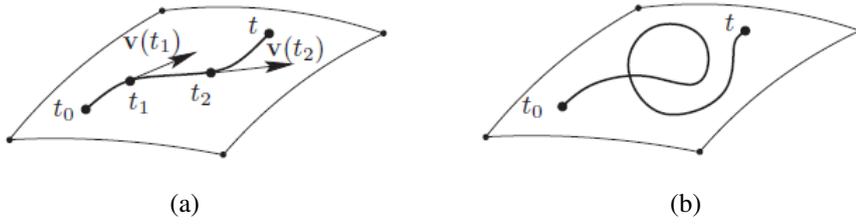


Figura 3.16: Representação da condição de deslizamento, *slip*. (Wriggers 2006)

Estabelecendo o deslocamento relativo tangencial de um ponto \mathbf{x}^2 na superfície de contato, que é definida em termos do corpo \mathbf{B}^1 computa-se o caminho do ponto \mathbf{x}^2 em Γ^1 pela Eq. 3.38, ver Fig. 3.17.

$$d\mathbf{g}_T = \bar{\mathbf{a}}_\alpha^1 d\xi^\alpha = \bar{\mathbf{x}}_\alpha^1 d\xi^\alpha \quad (3.38)$$

Onde os vetores tangenciais $\bar{\mathbf{a}}^1$ são avaliados na ponto de projeção $\bar{\xi}$.

A partir da Eq. 3.38 o caminho friccional é calculado com $dg_T = \| dg_T \|$ e $d\xi^\alpha = \dot{\xi}^\alpha dt$ como apresentado na Eq. 3.39, onde t é o tempo que é usado para parametrizar o caminho do ponto \mathbf{x}^2 . A derivada do tempo de $\bar{\xi}^\alpha$, necessária para a avaliação da Eq. 3.39 é calculada por meio da relação dada na Eq. 3.40.

$$g_T = \int_{t_0}^t \| \dot{\xi}^\alpha \bar{\mathbf{x}}_\alpha^1 \| dt = \int_{t_0}^t \sqrt{\dot{\xi}^\alpha \dot{\xi}^\beta a_{\alpha\beta}} dt \quad (3.39)$$

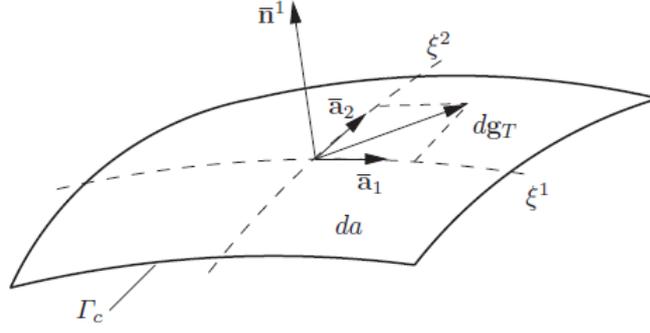


Figura 3.17: Incremento do caminho friccional. (Wriggers 2006)

$$[\mathbf{x}^2 - \mathbf{x}^1] \cdot \bar{\mathbf{a}}_\alpha^1 = 0 \quad (3.40)$$

A expressão 3.40 é válida no ponto de contato, uma vez que a diferença $\mathbf{x}^2 - \bar{\mathbf{x}}^1$ está na superfície normal de contato e $\bar{\mathbf{a}}_\alpha^1$ representa o vetor tangente à superfície Γ^1 no ponto de distância mínima. A derivação em relação ao tempo na Eq. 3.40 fornece o resultado dado na Eq. 3.41.

$$\frac{d}{dt}[\mathbf{x}^2 - \mathbf{x}^1(\bar{\xi}^1, \bar{\xi}^2)] \cdot \bar{\mathbf{a}}_\alpha^1 = [\mathbf{v}^2 - \bar{\mathbf{v}}^1 - \bar{\mathbf{a}}_\beta^1 \dot{\bar{\xi}}^\beta] \cdot \bar{\mathbf{a}}_\alpha^1 + [\mathbf{x}^2 - \mathbf{x}^1] \cdot \dot{\bar{\mathbf{a}}}_\alpha^1 = 0 \quad (3.41)$$

Sendo $\dot{\bar{\mathbf{a}}}_\alpha^1$ dado na Eq. 3.42, obtém-se $\dot{\bar{\xi}}^\beta$ a partir da expressão 3.41 levando ao sistema de equações dado em 3.43.

$$\dot{\bar{\mathbf{a}}}_\alpha^1 = \bar{\mathbf{v}}_\alpha^1 + \hat{\mathbf{x}}_{\alpha\beta}^1 \dot{\bar{\xi}}^\beta \quad (3.42)$$

$$\bar{\mathbf{H}}_{\alpha\beta} \dot{\bar{\xi}}^\beta = \bar{\mathbf{R}}_\alpha \quad (3.43)$$

Onde,

$$\bar{\mathbf{H}}_{\alpha\beta} = [\bar{a}_{\alpha\beta} - g_N \bar{\mathbf{x}}_{\alpha\beta}^1 \cdot \bar{\mathbf{n}}^1] \quad (3.44)$$

$$\bar{\mathbf{R}}_\alpha = [\mathbf{v}^2 - \bar{\mathbf{v}}^1] \cdot \bar{\mathbf{a}}_\alpha^1 + [\mathbf{x}^2 - \mathbf{x}^1] \cdot \bar{\mathbf{v}}_\alpha^1 = [\mathbf{v}^2 - \bar{\mathbf{v}}^1] \cdot \bar{\mathbf{a}}_\alpha^1 + g_N \bar{\mathbf{n}}^1 \cdot \bar{\mathbf{v}}_\alpha^1 \quad (3.45)$$

A partir da geometria diferencial das superfícies, de acordo com (Wriggers 2006) são introduzidos $\bar{a}_{\alpha\beta}$ como o tensor métrico e $\bar{\mathbf{x}}_{\alpha\beta}^1(\bar{\xi}^1, \bar{\xi}^2) \cdot \bar{\mathbf{n}}^1$ como o tensor curvatura $\bar{b}_{\alpha\beta}$. Desta forma a Eq. 3.44 pode ser reescrita da forma apresentada na Eq. 3.46. Denotando $\bar{\mathbf{H}}^{\alpha\beta} =$

$(\bar{\mathbf{H}}_{\alpha\beta})^{-1}$ pode ser explicitada a solução da velocidade relativa dada pela Eq. 3.47.

$$\bar{\mathbf{H}}_{\alpha\beta} = [\bar{a}_{\alpha\beta} - g_N \bar{b}_{\alpha\beta}] \quad (3.46)$$

$$\dot{\xi}^\beta = \bar{\mathbf{H}}^{\alpha\beta} [(\mathbf{v}^2 - \bar{\mathbf{v}}^1) \cdot \bar{\mathbf{a}}_\alpha^1 + g_N \bar{\mathbf{n}}^1 \cdot \bar{\mathbf{v}}_\alpha^1] \quad (3.47)$$

Com base nestes resultados é definida a função de velocidade relativa tangencial na superfície corrente $\varphi^2(\Gamma_c^2)$ pela Eq. 3.48. Esta expressão designa a evolução do deslizamento tangencial \mathbf{g}_T que entra como uma função constitutiva cinemática local para a tensão de contato tangencial.

$$L_v \mathbf{g}_T = \dot{\xi}^\alpha \bar{\mathbf{a}}_\alpha^1 \quad (3.48)$$

A variação dos pontos e/ou superfícies de contatos geométricas é de fundamental importância na forma fraca para contato. Desta forma, é necessário entender a variação do *gap* normal e tangencial. Conforme (Wriggers 2006) a função de variação para contato normal entre sólidos tridimensionais é dada, a partir da Eq. 3.31, pela Eq. 3.49.

$$\delta g_n = \delta \{ [\mathbf{x}^2 - \mathbf{x}^1(\bar{\xi}^1, \bar{\xi}^2)] \cdot \bar{\mathbf{n}}^1(\bar{\xi}^1, \bar{\xi}^2) \} \quad (3.49)$$

O cálculo da Eq. 3.49 deve considerar todos os termos que dependem da deformação. No caso de contato, deve ser considerada a projeção do ponto \mathbf{x}^2 na superfície *master* parametrizada pela coordenadas convectivas ξ^1 e ξ^2 , conduzindo a:

$$\delta g_n = [\boldsymbol{\eta}^2 - \boldsymbol{\eta}^1 - \bar{\mathbf{x}}_{,\alpha}^1 \delta \xi^\alpha] \cdot \bar{\mathbf{n}}_1 + [\mathbf{x}^2 - \bar{\mathbf{x}}^1] \cdot \delta \bar{\mathbf{n}}^1 \quad (3.50)$$

Tendo assim o conjunto de funções teste $\boldsymbol{\eta}^\alpha = \delta \mathbf{x}^\alpha$. Sendo $\bar{\mathbf{x}}_{,\alpha}^1 \cdot \bar{\mathbf{n}}^1 = 0$, $\bar{\mathbf{n}}^1 \cdot \delta \bar{\mathbf{n}}^1 = 0$ e com a definição da normal dada na Eq. 3.32, elimina-se o último termo na Eq. 3.50 e tem-se:

$$\delta g_n = [\boldsymbol{\eta}^2 - \boldsymbol{\eta}^1] \cdot \bar{\mathbf{n}}_1 \quad (3.51)$$

A variação do deslizamento tangencial é estabelecida de maneira análoga a derivação do tempo (velocidade de deslizamento tangencial relativa) que foi computada na Eq. 3.47 e 3.48. Desta forma se obtém a variação do *gap* tangencial dada pela Eq. 3.52, sendo a variação de ξ^α dada na Eq. 3.53.

$$\delta g_T = \delta \bar{\xi}^{\alpha-1} \bar{\mathbf{a}}_\alpha^1 \quad (3.52)$$

$$\delta \bar{\xi}^\alpha = \bar{\mathbf{H}}^{\alpha\beta} [(\boldsymbol{\eta}^2 - \bar{\boldsymbol{\eta}}^1) \cdot \bar{\mathbf{a}}_\beta^1 + g_N \bar{\mathbf{n}}^1 \cdot \bar{\boldsymbol{\eta}}_\beta^1] \quad (3.53)$$

3.2.1 Formulação de contato - princípio variacional

A formulação de contato como um princípio variacional de restrição é descrita a seguir, de acordo com (Hibbitt, D. and Karlsson, B. and Sorensen, P. 2011): em cada nó *slave* que pode vir a ter contato com a superfície *master* são computadas a medida de *overclosure* (penetração do nó na superfície *master*), h , e a medida de deslizamento relativo, s_i . Estas medidas cinemáticas são então utilizadas junto com técnicas de multiplicador de Lagrange apropriadas para introduzir teorias de interação de superfície para contato e atrito. Em duas dimensões, a penetração, h , ao longo do contato normal unitário \mathbf{n} entre um ponto *slave*, \mathbf{x}_{N+1} , e uma linha *master*, $\mathbf{p}(\xi)$ onde ξ parametriza a linha, é determinada encontrando o vetor $(\mathbf{p} - \mathbf{x}_{N+1})$ a partir de um nó *slave* à linha que é perpendicular ao vetor tangente \mathbf{v} em \mathbf{p} . Esta relação é dada na Eq. 3.54.

$$h\mathbf{n} = \mathbf{p}(\xi) - \mathbf{x}_{N+1} \quad (3.54)$$

onde,

$$\mathbf{v} \cdot [\mathbf{p}(\xi) - \mathbf{x}_{N+1}] = 0 \quad (3.55)$$

Em três dimensões a penetração h ao longo do vetor normal de contato unitário \mathbf{n} entre um ponto *slave*, \mathbf{x}_{N+1} , e um plano *master*, $\mathbf{p}(\xi_1, \xi_2)$, onde ξ_i parametriza o plano, é determinada ao se encontrar o vetor $\mathbf{p}(\xi) - \mathbf{x}_{N+1}$ a partir do nó *slave* ao plano que é perpendicular aos vetores tangente \mathbf{v}_1 e \mathbf{v}_2 em \mathbf{p} . Similarmente ao caso bidimensional, tem-se:

$$h\mathbf{n} = \mathbf{p}(\xi_1, \xi_2) - \mathbf{x}_{N+1} \quad (3.56)$$

onde,

$$\mathbf{v}_1 \cdot [\mathbf{p}(\xi_1, \xi_2) - \mathbf{x}_{N+1}] = 0 \quad (3.57a)$$

$$\mathbf{v}_2 \cdot [\mathbf{p}(\xi_1, \xi_2) - \mathbf{x}_{N+1}] = 0 \quad (3.57b)$$

Se $h < 0$ não há contato entre as superfícies e, portanto, cálculos de interações de superfície não são necessários. Se $h \geq 0$ as superfícies estão em contato. A restrição de contato $h = 0$ é aplicada pela introdução de um multiplicador de Lagrange, \tilde{p} , cujo valor fornece a pressão no ponto. É necessária a primeira derivada δh para a aplicação da restrição de contato. Para as interações de Newton é necessário a segunda derivada, $d\delta h$. De maneira

análoga, se forças de atrito estão sendo transmitidas entre as superfícies de contato são necessárias a primeira e a segunda derivada do deslizamento relativo, δs_i e $d\delta s_i$, respectivamente.

3.2.2 Contato deformável - teoria de pequenos deslizamentos

Iniciando pelo caso bidimensional, conforme (Hibbitt, D. and Karlsson, B. and Sorensen, P. 2011) um ponto na linha de contato associado com um nó *slave*, n_{N+1} , é representado pelo vetor

$$\mathbf{p}(\xi) = \mathbf{x}_0 + \xi \mathbf{v} \quad (3.58)$$

Sendo \mathbf{x}_0 , e seu vetor tangente \mathbf{v} , funções das coordenadas correntes do nó *master*, $\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_N$. Desta forma, o vetor \mathbf{v} é, em geral, um vetor não-unitário. A linearização da Eq. 3.54. fornece a Eq. 3.59.

$$\delta h \mathbf{n} + h \delta \mathbf{n} = \delta \mathbf{x}_0 + \delta \xi \mathbf{v} + \xi \delta \mathbf{v} - \delta \mathbf{u}_{N+1} \quad (3.59)$$

Onde,

- $\delta \mathbf{u}_{N+1} = \delta(\mathbf{X}_{N+1} + \mathbf{u}_{N+1}) = \delta \mathbf{x}_{N+1}$
- $\delta \mathbf{x}_0 = N_i(u_0) \delta \mathbf{x}_i$
- $\delta \mathbf{v} = \mathbf{R} \cdot N_i^u(u_0) \delta \mathbf{x}_i$

O produto interno da Eq. 3.59 com \mathbf{n} fornece para δh :

$$\delta h = -\mathbf{n} \cdot (\delta \mathbf{u}_{N+1} - \delta \mathbf{x}_0 - \xi \delta \mathbf{v}) \quad (3.60)$$

De maneira análoga, computando o produto interno da Eq. 3.59 com o vetor tangente normalizado $\mathbf{t} = \mathbf{v}/\|\mathbf{v}\|$ e tomando $h = 0$ a expressão para a variação do deslizamento é dada na Eq. 3.61.

$$\delta s \stackrel{def}{=} \delta \xi \mathbf{v} \cdot \mathbf{t} = \mathbf{t} \cdot (\delta \mathbf{u}_{N+1} - \delta \mathbf{x}_0 - \xi \delta \mathbf{v}) \quad (3.61)$$

A formulação para o caso tridimensional é uma generalização direta da formulação bidimensional. Um ponto no plano de contato associado com o nó *slave* n_{N+1} é representado pelo vetor

$$\mathbf{p}(\xi_1, \xi_2) = \mathbf{x}_0 + \xi_1 \mathbf{v}_1 + \xi_2 \mathbf{v}_2 \quad (3.62)$$

Onde o ponto \mathbf{x}_0 e seus dois vetores tangentes \mathbf{v}_1 e \mathbf{v}_2 são funções das coordenadas

correntes do nó *master* $\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_N$. A linearização da Eq. 3.56 fornece:

$$\delta h \mathbf{n} + h \delta \mathbf{n} = \delta \mathbf{x}_0 + \delta \xi_1 \mathbf{v}_1 + \xi_1 \delta \mathbf{v}_1 + \delta \xi_2 \mathbf{v}_2 + \xi_2 \delta \mathbf{v}_2 - \delta \mathbf{u}_{N+1} \quad (3.63)$$

Onde,

- $\delta \mathbf{x}_0 = \mathbf{f}(\delta \mathbf{x}_1, \dots, \delta \mathbf{x}_N)$
- $\delta \mathbf{v}_i = \mathbf{g}_i(\delta \mathbf{x}_1, \dots, \delta \mathbf{x}_N)$

Realizando a operação de produto interno da Eq. 3.63 com \mathbf{n} tem-se a expressão para δh apresentada na Eq. 3.64.

$$\delta h = -\mathbf{n} \cdot (\delta \mathbf{u}_{N+1} - \delta \mathbf{x}_0 - \xi_1 \delta \mathbf{v}_1 - \xi_2 \delta \mathbf{v}_2) \quad (3.64)$$

Em relação ao deslizamento, tomando $h = 0$, e realizando a operação de produto interno da Eq. 3.63 com $\mathbf{t}_1 = \mathbf{v}_1 / \|\mathbf{v}_1\|$ e $\mathbf{t}_2 = \mathbf{v}_2 / \|\mathbf{v}_2\|$, tem-se, respectivamente:

$$\delta_{S_1} \stackrel{def}{=} \delta \xi_1 \mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{t}_1 = \mathbf{t}_1 \cdot (\delta \mathbf{u}_{N+1} - \delta \mathbf{x}_0 - \xi_1 \delta \mathbf{v}_1 - \xi_2 \delta \mathbf{v}_2) \quad (3.65)$$

$$\delta_{S_2} \stackrel{def}{=} \delta \xi_2 \mathbf{v}_2 \cdot \mathbf{t}_2 = \mathbf{t}_2 \cdot (\delta \mathbf{u}_{N+1} - \delta \mathbf{x}_0 - \xi_1 \delta \mathbf{v}_1 - \xi_2 \delta \mathbf{v}_2) \quad (3.66)$$

Para muitas aplicações, conforme (Wriggers 2006), onde a rugosidade da superfície não é nem muito grande ou muito pequena, o coeficiente de atrito, é independente desta rugosidade, e portanto, da área de contato real na interface. Se além disto, a velocidade de deslizamento (*sliding*) tiver a mesma característica citada acima sobre a rugosidade, então a força de atrito é proporcional à força normal acarretando um coeficiente de atrito constante, μ_s .

Conforme (Hibbitt, D. and Karlsson, B. and Sorensen, P. 2010d), na configuração inicial, a superfície *slave* deve estar externamente normal ao lado oposto da superfície *master*. Uma especificação imprópria da superfície normal externa irá causar falha de convergência na análise. A Figura 3.18 ilustra uma especificação imprópria da superfície *master*.

3.2.3 Restrições do modelo

O modelo possui restrições do tipo de acoplamento, embutir (ou embebida) e vínculo, do inglês *coupling*, *embedded* e *tie*, respectivamente. Estas restrições serão apresentadas de maneira mais detalhada a seguir.

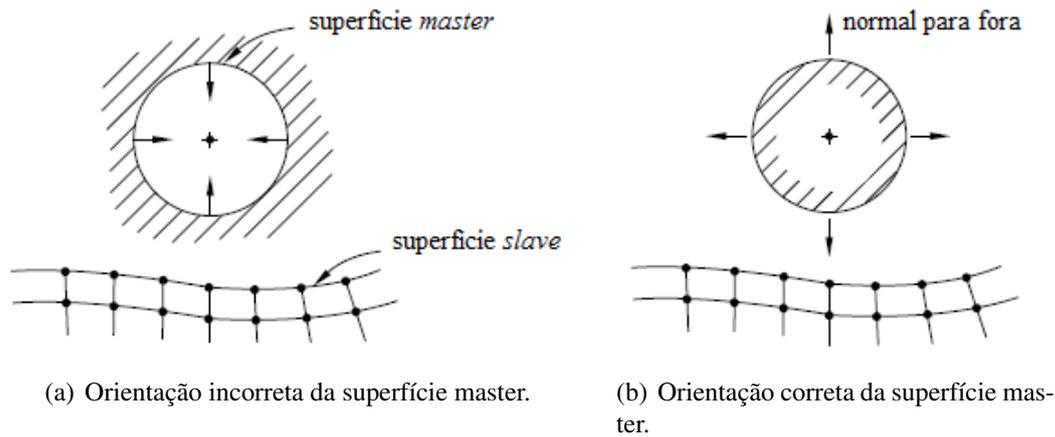


Figura 3.18: Superfície *master* e superfície *slave*. (Hibbitt, D. and Karlsson, B. and Sorensen, P. 2010d)

3.2.3.1 Restrição do tipo *Embedded*

De acordo com (Hibbitt, D. and Karlsson, B. and Sorensen, P. 2010d), é uma técnica utilizada para especificar um elemento ou grupo que permanecem embebidos em um grupo de elementos hospedeiros cuja resposta será usada para restringir os graus de liberdade translacionais dos nós dos elementos embebidos. Esta técnica pode ser utilizada em análise geométrica linear e não-linear e também para modelar um conjunto de membrana *rebar*-armadura, cascas, ou elementos de superfície que permanecem embebidos em um conjunto de elementos sólidos tridimensionais (contínuo), um conjunto de elementos de viga ou treliça que permanecem embebidos em um conjunto de elementos sólidos, ou um conjunto de elementos sólidos que permanecem embebidos em outro conjunto de elementos sólidos. A simplificação desta restrição segue as seguintes afirmações:

- (i) Não é disponível para elementos hospedeiros com graus de liberdade rotacional;
- (ii) Não restringe os graus de liberdade rotacional dos nós embebidos quando elementos de casca ou de viga estão embebidos em elementos sólidos;
- (iii) O material definido para o elemento hospedeiro não é substituído por material definido para o elemento embebido na mesma localização do ponto de integração.

3.2.3.2 Restrição do tipo *Tie*

Duas superfícies podem ser vinculadas em uma simulação. Conforme (Hibbitt, D. and Karlsson, B. and Sorensen, P. 2010d), cada nó da primeira superfície (*slave*) irá ter o mesmo valor para seus graus de liberdade, como no ponto da segunda superfície (*master*), para o qual ela está próxima. No caso de uma vinculação entre os elementos de uma superfície a elementos de viga, o espaçamento (*offset*) entre os elementos

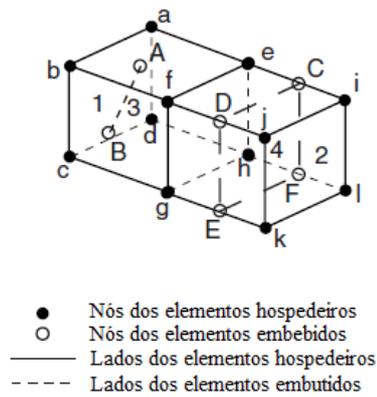


Figura 3.19: Elementos embebidos em elementos hospedeiros. (Hibbitt, D. and Karlsson, B. and Sorensen, P. 2010d)

de superfície e o de viga são usados na definição das restrições, que incluem os graus de liberdade rotacional da viga. Uma restrição baseada em superfície do tipo *tie* elimina os graus de liberdade da primeira superfície (*slave*) que estão restringidos, onde for possível e mantém as superfícies juntas pelo tempo de duração da simulação. A Figura 3.20 apresenta um modelo de vínculo (*tie*). A restrição dos graus de liberdade é apresentada na Fig. 3.21.

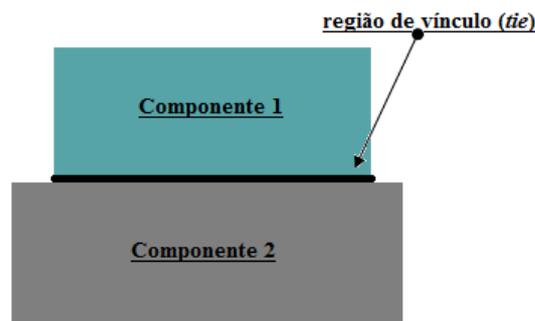


Figura 3.20: Vínculo entre componentes (restrição *tie*). (Hibbitt, D. and Karlsson, B. and Sorensen, P. 2010d)

As formulações utilizadas pela restrição *tie* podem ser: nó-superfície (*default Abaqus/Explicit*) e superfície-superfície (*default Abaqus/Standard*). Neste estudo a restrição utilizada é do tipo superfície-superfície. Esta formulação não compreende uma mistura de superfícies de corpo rígido e deformáveis, além de na superfície *master* não poder haver intersecções do tipo T (ver Fig. 3.22).

3.2.3.3 Restrição do tipo *Coupling*

Um conjunto de nós localizado em uma superfície pode ser restringido a um nó de referência. Conforme relatam (Hibbitt, D. and Karlsson, B. and Sorensen, P. 2010d), esta restrição pode ser cinemática, em que um grupo de nós acoplados pode ser restringido pelo movimento de corpo rígido definido pelo nó de referência, ou a restrição pode ser de distribuição, em que um grupo de nós acoplados pode ser restringido pelo movimento do corpo

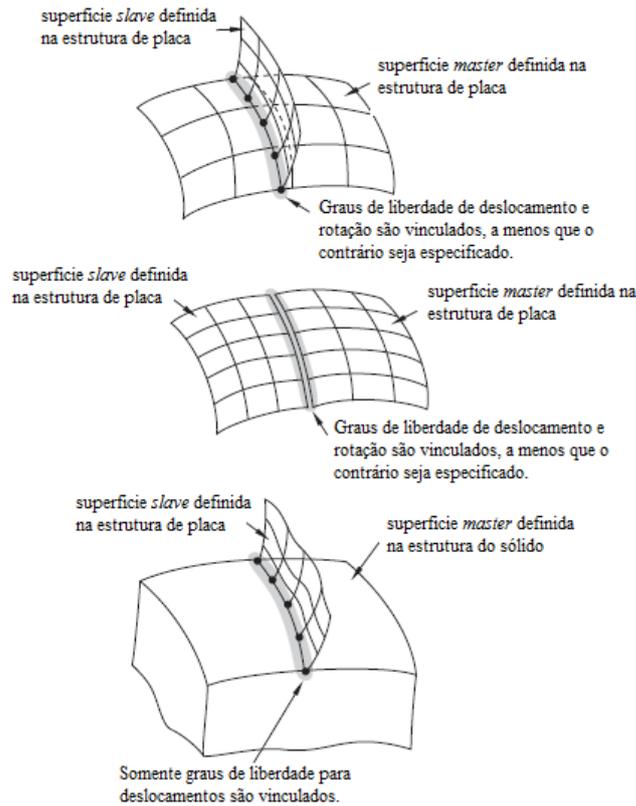


Figura 3.21: Restrição *tie*. (Hibbitt, D. and Karlsson, B. and Sorensen, P. 2010d)

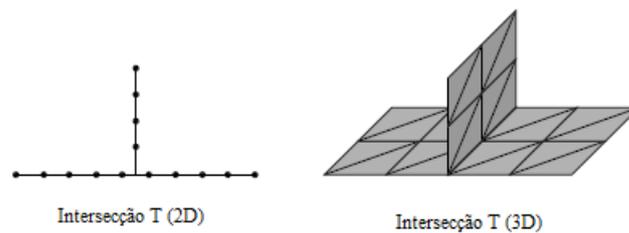


Figura 3.22: Exemplos de superfícies com intersecção T. (Hibbitt, D. and Karlsson, B. and Sorensen, P. 2010d)

rígido definido pelo nó de referência em um sentido médio. A restrição de acoplamento aplicada neste estudo é do tipo cinemática. A Figura 3.23 apresenta um exemplo de restrição do tipo *coupling*.

3.3 Mecânica do Dano Contínuo

Conforme (Krajcinovic 2002) a definição de matéria sólida depende do comprimento da resolução. Na escala atômica o átomo consiste ainda de pequenas partículas. Na escala microscópica uma matéria é dita para ser sólida quando é um conjunto isolado de átomos que gradualmente se reúnem desde o infinito até que o espaçamento real interatômico do sólido seja atingido. Na escala mesoscópica (escala intermediária entre os tamanhos microscópicos

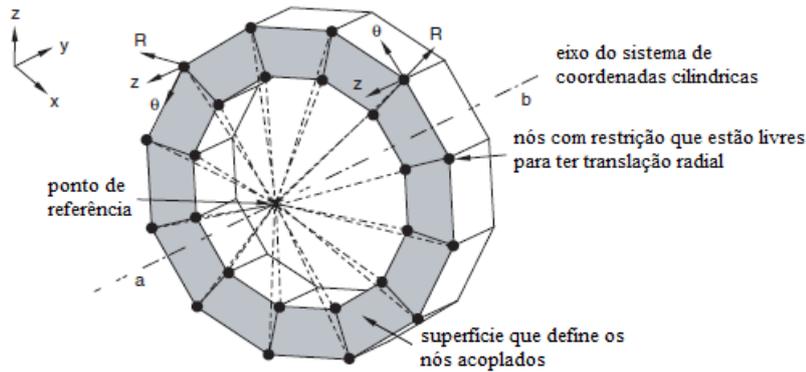


Figura 3.23: Restrição *coupling*. (Hibbitt, D. and Karlsson, B. and Sorensen, P. 2010d)

e macroscópicos) uma matéria sólida é vista como um grande conjunto de grãos ou partículas de diferentes fases e composição química. Na escala macroscópica ou contínua uma matéria sólida é considerada usualmente como homogênea e uma mudança no seu volume e forma é resultado de tração normal e/ou de cisalhamento e de mudanças de temperatura.

Para (Lemaitre and Desmorat 2005) dano em sentido mecânico em materiais sólidos é a criação e crescimento de microvazios ou microfissuras (em grande escala) que são descontinuidades no meio considerado como contínuo. As descontinuidades são pequenas com relação ao tamanho do Elemento de Volume Representativo (Este elemento, também conhecido como EVR é introduzido na engenharia pela mecânica do meio contínuo e nele todas as propriedades são representadas como variáveis homogeneizadas.), mas consideravelmente grande comparado ao espaçamento atômico. O dano está sempre relacionado à deformações plásticas ou irreversíveis e mais geralmente à dissipação de deformação na mesoescala (a escala do EVR), ou na microescala a escala das descontinuidades.

No nível da mesoescala o dano é chamado de dúctil se a nucleação e crescimento dos vazios em um mesocampo de deformações plásticas está sob cargas estáticas. Nesse nível também ocorre o dano por fluência em altas temperaturas representado por decoesões intergranulares em metais e o dano por fadiga de baixo ciclo quando ocorre sob cargas repetidas induzindo mesoplasticidade. A falha frágil ou dano quasi-frágil ocorre no nível da microescala sob carregamento monotônico. No nível da microescala também ocorre o dano por fadiga de alto ciclo, onde o carregamento é definido por um grande número de cargas repetidas, conforme (Lemaitre and Desmorat 2005). A Figura 3.24 apresenta exemplos de dano em estruturas com materiais distintos, os quais são: metal, compósito e concreto.

A variável de dano é fisicamente definida pela densidade da superfície de microfissuras e intersecções de microvazios em um plano de corte do EVR, seção transversal δS conforme apresentado na Fig. 3.25. Esta densidade máxima é dada pela Eq. 3.67.

$$D_{(\vec{n})} = \frac{\delta S_D}{\delta S} \quad (3.67)$$

Se o dano é isotrópico, a variável escalar $D_{(\vec{n})}$ não depende da normal e a variável in-

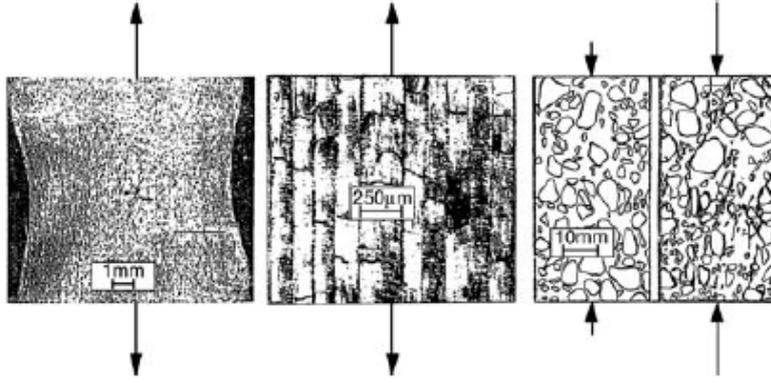


Figura 3.24: Exemplos de Dano. Esquerda (metal), centro (compósito), direita (concreto). (Lemaitre and Desmorat 2005)

trínseca é um escalar de acordo com (Kachanov 1958) e dada pela expressão 3.68. Essa variável pode ser usada conforme (Lemaitre and Desmorat 2005) para problemas unidimensionais e como uma fácil avaliação da aproximação do dano em problemas tridimensionais, principalmente em carregamento proporcional. Se vários mecanismos de dano ocorrem, simultaneamente ou não, cada um deles pode ser representado por uma variável escalar (D_k). Este caso é encontrado nos compósitos clássicos onde a delaminação das fibras e matriz de fissuração podem ocorrer. Conforme (Ladevèze 1983) estas variáveis independentes são:

- D_F para quebra quasi-frágil de fibras,
- D_T para matriz de fissuração transversal, e
- D_S atuando em cisalhamento para divisão.

$$D = \frac{\delta S_D}{\delta S} \quad (3.68)$$

O dano é geralmente não-isotrópico devido a microfissuração ser aproximadamente perpendicular à maior tensão principal positiva. Conforme (Murakami and Ohno 1981) a densidade de superfície de microdefeitos em um plano com normal \vec{n} corrente através de um operador que transforma a superfície δS e \vec{n} vistos na Fig. 3.25 em uma pequena área contínua, $\delta \tilde{S}$, dada na Eq. 3.69, e em uma normal $\tilde{\vec{n}}$. Esse operador através do qual o dano atua é igual a $(1 - \mathbf{D})$ e a transformação é dada pela Eq. 3.70.

$$\delta \tilde{S} = \delta S - \delta S_D \quad (3.69)$$

$$(\delta_{ij} - D_{ij})n_j \delta S = \tilde{n}_i \delta \tilde{S} \quad (3.70)$$

Onde, δ_{ij} é o delta de Kronecker e \mathbf{D} é um tensor de segunda ordem. Conforme (Lemaitre and Desmorat 2005) aqui não há distorção da superfície δS e isto induz a proprie-

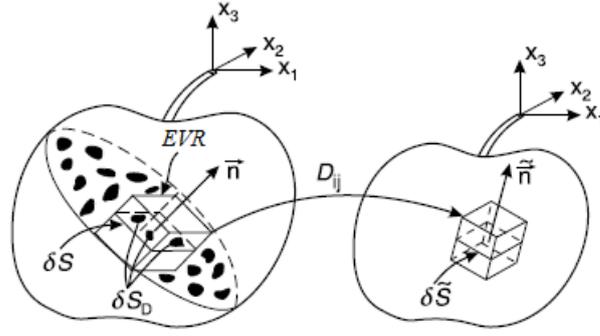


Figura 3.25: Modelo físico e matemático do dano contínuo. (Lemaitre and Desmorat 2005)

dade consistente de ortotropia com o fato de que o dano é governado pela deformação plástica representada por um tensor de segunda ordem ϵ^P , contudo, conforme (Chaboche 1978) e (Chow and Wang 1987) uma representação geral para a variável de dano é representada por um tensor de quarta ordem, entretanto é um tensor de difícil utilização e é desnecessário para dano induzido por meso ou microplasticidade.

3.3.1 Formulação da Lei Unificada de Dano Isotrópico

Conforme (Lemaitre and Desmorat 2005), a abordagem termodinâmica assegura que a principal variável governando a evolução do dano ou a taxa de dano (\dot{D}) está associada com a taxa de liberação da densidade de energia (Y). Então a função potencial de dano dissipativo (F_D) é primariamente uma função de (Y). Ensaios e observações relatam que o dano é também governado pela deformação plástica que é introduzida através do multiplicador plástico ($\dot{\lambda}$) na Eq. 3.71. ($\dot{\lambda}$) é calculado a partir de equações constitutivas de viscoplasticidade compatibilizadas com o dano através de uma função potencial dissipativa (F), conforme a Eq. 3.72. A função de carga relativa ao efeito de viscoplasticidade, (f), é determinada pelo critério de von Mises e é apresentada na Eq. 3.73.

$$\dot{D} = \dot{\lambda} \frac{\partial F_D}{\partial Y}, \text{ sep} > p_D \text{ ou } \max w_s > w_D \quad (3.71)$$

$$F = f + F_X + F_D \quad (3.72)$$

$$f = \left(\frac{\sigma}{1 - D} - \mathbf{X} \right)_{eq} - R - \sigma_y = \sigma_{\vartheta} \quad (3.73)$$

Onde,

σ_{ij} é a tensão viscosa para viscoplasticidade, tal que para plasticidade $\sigma_{ij} = 0$.

$$\left(\frac{\boldsymbol{\sigma}}{1-D} - \mathbf{X}\right)_{eq} = \sqrt{\frac{3}{2} \left(\frac{\sigma_{ij}^D}{1-D} - X_{ij}\right) \left(\frac{\sigma_{ij}^D}{1-D} - X_{ij}\right)} \quad (3.74)$$

A regra da normalidade dada na Eq. 3.75 em conjunto com a definição da taxa de deformação plástica acumulada (ver Eq. 3.76) e a lei de evolução para a variável r dada na expressão 3.77 conduzem a Eq. 3.78.

$$\epsilon_{ij}^P = \dot{\lambda} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{3}{2} \frac{\left(\frac{\sigma_{ij}^D}{1-D} - X_{ij}\right)}{\left(\frac{\boldsymbol{\sigma}}{1-D} - \mathbf{X}\right)_{eq}} \frac{\dot{\lambda}}{1-D} \quad (3.75)$$

$$\dot{p} = \sqrt{\frac{2}{3} \epsilon_{ij}^P \epsilon_{ij}^P} \quad (3.76)$$

$$\dot{p} = -\dot{\lambda} \frac{\partial F}{\partial R} = -\dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial R} = \dot{\lambda} \quad (3.77)$$

$$\dot{p} = \frac{\dot{\lambda}}{1-D} \quad (3.78)$$

Resultados experimentais demonstram que F_D é uma função não-linear de Y e a função 3.79 fornece bons resultados, sendo S e s parâmetros materiais que são funções da temperatura.

$$F_D = \frac{S}{(s+1)(1-D)} \left(\frac{Y}{S}\right)^{s+1} \quad (3.79)$$

A partir do qual

$$\dot{D} = \left(\frac{Y}{S}\right)^s \dot{p} \quad (3.80)$$

As expressões que representam o modelo constitutivo total de dano é dada na Eq. 3.81 conforme (Lemaitre and Krajcinovic 1987).

$$\dot{D} = \left(\frac{Y}{S}\right)^s \dot{p}, \text{ se } \max w_s \text{ ou } p > p_D, \quad (3.81a)$$

$$\dot{D} = 0 \text{ se não}, \quad (3.81b)$$

$$D = D_c \text{ (iniciação da mesofratura)} \quad (3.81c)$$

No simples caso,

$$Y = \frac{\tilde{\sigma}_e q^2 R_\nu}{2E} \quad (3.82)$$

$$R_\nu = \frac{2}{3}(1 + \nu) + 3(1 - 2\nu) \left(\frac{\sigma_H}{\sigma_{eq}} \right)^2 \quad (3.83)$$

Se condições quasi-unilaterais são consideradas

$$Y = \frac{1 + \nu}{2E} \left[\frac{\langle \sigma \rangle_{ij}^+ \langle \sigma \rangle_{ij}^+}{(1 - D)^2} + h \frac{\langle \sigma \rangle_{ij}^- \langle \sigma \rangle_{ij}^-}{(1 - hD)^2} \right] - \frac{\nu}{2E} \left[\frac{\langle \sigma_{kk} \rangle^2}{(1 - D)^2} + h \frac{\langle -\sigma_{kk} \rangle^2}{(1 - hD)^2} \right] \quad (3.84)$$

O parâmetro material w_D está relacionado ao ε_{pD} (limiar de dano em tração pura); e w_s é dado pela Eq. 3.85. As Eqs. 3.86 e 3.87 são referentes à deformação para carregamento monotônico e cíclico, respectivamente.

$$w_s = \int_0^t [R(r)z(r)\dot{r} + X_{ij}\dot{\alpha}_{ij}] dt \quad (3.85)$$

$$p_D = \varepsilon_{pD} \quad (3.86)$$

$$p_D = \varepsilon_{pD} \left(\frac{\sigma_u - \sigma_f^\infty}{\frac{\sigma_{eq,max} + \sigma_{eq,min}}{2} - \sigma_f^\infty} \right)^m \quad (3.87)$$

Esta lei unifica muitos modelos particulares, como por exemplo:

- Dano dúctil se \dot{p} é governado por plasticidade;
- Dano por fluência se \dot{p} é dado por uma lei de viscosidade tal como a lei de potência de Norton;
- Dano por fadiga se \dot{p} é calculado a partir de plasticidade cíclica; e
- Dano quasi-frágil se \dot{p} está em um nível microscópico.

O dano crítico D_c é um parâmetro material. Para (Lemaitre and Desmorat 2005) uma mesofratura é iniciada quando a densidade de defeitos alcança o valor para o qual o processo de localização e instabilidade se desenvolve, ou seja, $D = D_c$ no plano onde $D(\vec{n})$. Um modo para avaliar D_c é aplicar o conceito de tensão efetiva em fratura: em um teste de tração quando o dano desenvolve um encruamento saturado, a tensão decresce a partir de

uma tensão última, σ_u para a tensão de ruptura σ_r . A Tabela 3.1 apresenta expressões e valores relacionados ao parâmetro material D_c .

Dano isotrópico	Dano anisotrópico
$D = D_c$	$\max D_I = D_c$
$D_c = 1 - (\sigma_u/\sigma_r)$	$D_c = 0,5$

Tabela 3.1: Dano Crítico (iniciação de mesofratura) D_c . (Lemaitre and Desmorat 2005)

3.3.2 Relação de dano e fissuração

Baseado nos princípios da Mecânica do Dano Contínuo, de acordo com (Lemaitre and Desmorat 2005), o tamanho da mesofratura é o tamanho em que as equações constitutivas possuem validade, i.e., o tamanho do EVR. As condições de carregamento para o qual o dano alcança valores críticos respondem se uma fratura foi iniciada ou não. Se a análise de dano deve ser seguida por uma análise de fratura baseada em uma fratura finita inicial, seu tamanho e orientação tem de ser determinados. Conforme (Mazars 1984) a mesofratura iniciada pela Mecânica do Dano Contínuo envolvendo uma energia dissipada (ϕ_{Dp}) pode ser descrita por um processo de Mecânica da Fratura envolvendo a mesma quantidade de energia dissipada ($\phi_F = \phi_{Dp}$). Isto preenche a lacuna entre Mecânica do Dano e Mecânica da Fratura em termos de energia.

Conforme (Lemaitre and Desmorat 2005), uma vez que δ_0 é o tamanho linear da mesofratura, e é também o tamanho do EVR para este propósito, a energia (ϕ_{Dp}) envolvida no processo de iniciação de dano da mesofratura é composta por duas energias:

- A energia dissipada no próprio processo de dano, incluindo dano isotrópico é dada por 3.88. Assumindo encruamento saturado e uma função de triaxialidade $R_v = 1$, como a fratura é usualmente iniciada na superfície onde o estado de tensões é também usualmente uniaxial, tem-se 3.89.

$$\phi_D = \delta_0^3 \int_0^{D_c} Y dD \quad (3.88)$$

$$\phi_D \approx \delta_0^3 \frac{\sigma_u^2}{2E} D_c \quad (3.89)$$

- A energia dissipada no processo associado à plasticidade é dada de acordo com a Eq. 3.90. Desta forma o carregamento proporcional ou uniaxial conduz a 3.91, onde p_R é a deformação plástica acumulada na ruptura, para o qual $\sigma_{eq} \approx \sigma_u$ e $p_R = \epsilon_{pR}$ em tração pura. Com 3.89 e 3.91 chega-se a 3.92. Nesta última equação, o primeiro termo

é preponderante para materiais frágeis e o segundo termo é dominante para materiais dúcteis.

$$\phi_p = \delta_0^3 \int_0^{fratura} \sigma_{ij} d\epsilon_{ij}^p \quad (3.90)$$

$$\phi_p = \delta_0^3 \int_0^{pR} \sigma_{eq}(p) dp \quad (3.91)$$

$$\phi_{Dp} = \phi_D + \phi_p \approx \delta_0^3 \left(\frac{\sigma_u^2}{2E} D_c + \sigma_u \epsilon_{pR} \right) \quad (3.92)$$

No mesmo EVR, conforme (Lemaitre and Desmorat 2005) a energia ϕ_F é avaliada através dos conceitos da mecânica clássica da fratura tendo uma área $A_0 = \delta_0^2$ e uma taxa de dissipação da energia de deformação G dada na expressão 3.93. A tenacidade do material, G_c , por simplificação é adotada como o limite superior de G . Tal aproximação está muito próxima do comportamento real para materiais frágeis e é uma função escalonada da curva R para materiais dúcteis. Desta forma tem-se a Eq. 3.94. Assumindo o balanço de energia ($\phi_{Dp} = \phi_F$) obtém-se o comprimento δ_0 correspondente à Mecânica do Dano Contínuo e a Mecânica da Fratura (ver Eq. 3.95). Para aço e concreto a Eq. 3.95 fornece, respectivamente, $\delta_0 \approx 0,2$ a $0,5mm$ e $\delta_0 \approx 10$ a $100mm$; que são valores geralmente encontrados por considerações metalúrgicas ou físicas.

$$\phi_F = \int_0^{A_0} G dA \quad (3.93)$$

$$\phi_F \approx G_c \delta_0^2 \quad (3.94)$$

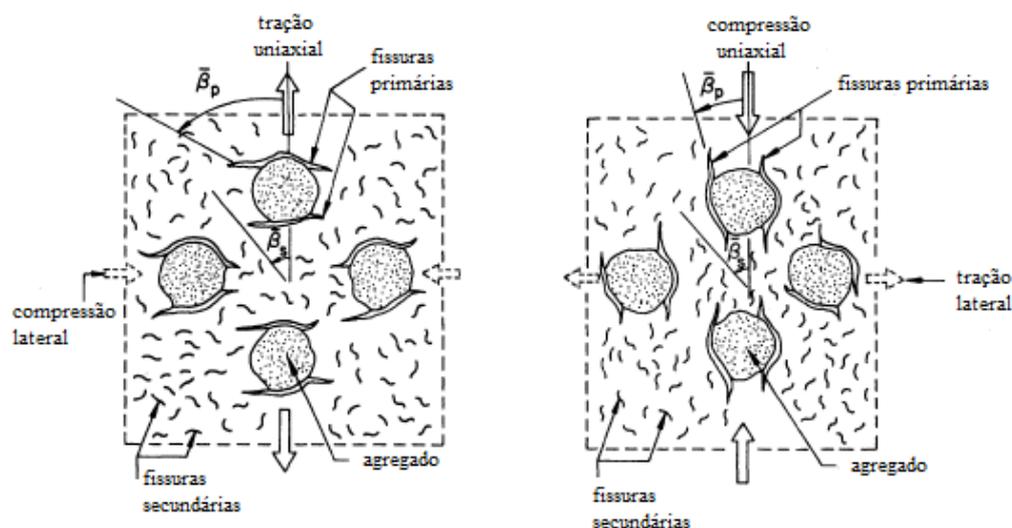
$$\delta_0 \approx \frac{G_c}{\frac{\sigma_u^2}{2E} D_c + \sigma_u \epsilon_{pR}} \quad (3.95)$$

Conforme (Carpinteri and Ingrassia 1984) a resistência à tração do concreto, $\sigma_c^{(t)}$, é pequena mas não desprezível. Ela é menor do que a da argamassa, $\sigma_m^{(t)}$ e das partículas de agregado graúdo. Contudo, em compressão, a resistência do concreto, $\sigma_c^{(c)}$, é maior do que a resistência à compressão da argamassa, $\sigma_m^{(c)}$, em diferença considerável. Essas diferenças são geralmente atribuídas a fissuras que ocorrem pela retração da matriz de argamassa e aparecem na interface argamassa-agregado antes da estrutura estar em serviço. A ligação nas interfaces é relativamente fraca tal que a fratura prevalece na interface do agregado, logo as relações dada na Inequação 3.96 são fundamentais para entender o comportamento do

concreto.

$$\begin{aligned} \sigma_c^{(t)} &< \sigma_m^{(t)}; & \sigma_c^{(c)} &> \sigma_m^{(t)} \\ \sigma_c^{(t)} &< \sigma_c^{(c)}; & \sigma_m^{(t)} &< \sigma_m^{(c)} \end{aligned} \quad (3.96)$$

A Figura 3.26 apresenta os padrões de fratura para carregamentos em compressão e tração. De acordo com (Carpinteri and Ingrassia 1984) variações na resistência do concreto são associadas com defeitos iniciais e crescimento de fissuras. A matriz de argamassa contém defeitos inerentes que são denominados de fissuras secundárias e assumem orientações de forma aleatória fazendo um ângulo médio $\bar{\beta}_s$ referente a linha de carregamento. Quando o corpo de prova de concreto é tracionado uniaxialmente, as interfaces das fraturas tendem a se aproximar na direção lateral ao passo que aquelas alinhadas à tração normal tendem a abrir. Este efeito se torna ainda mais pronunciado quando a carga é aumentada até as fissuras iniciarem a partir da interface. Estas são as fissuras primárias e suas orientações estão em direção dos planos normais à tração conforme a Fig 3.26(a). Na média, eles estão alinhados em um ângulo $\bar{\beta}_p$ em relação a linha de carregamento. Em tração tem-se $\bar{\beta}_p > \bar{\beta}_s$, mas em compressão a situação é invertida, conforme a Fig. 3.26(b). A interface das fissuras nos planos normal à compressão tendem a se aproximar e aquelas paralelas à compressão tendem a se afastar por causa da dilatação lateral. As fissuras primárias que surgem da porção desmembrada da interface agora se propagam verticalmente, paralelas ao eixo de carga. Isto é devido a $\bar{\beta}_p < \bar{\beta}_s$. As fissuras primárias governam o dano no concreto e as secundárias governam o dano na argamassa.



(a) Tração. $\bar{\beta}_p > \bar{\beta}_s$

(b) Compressão. $\bar{\beta}_p < \bar{\beta}_s$

Figura 3.26: Esquemático de fissuras primárias e secundárias no concreto. (Carpinteri and Ingrassia 1984)

3.4 Modelos de Análise do Concreto

Dentre os modelos de análise do concreto podem-se citar: Rankine, Tresca, Mohr-Coulomb, Drucker-Prager e William-Warnke. O modelo considerado neste trabalho parte da consideração de diferentes comportamentos à tração e à compressão do concreto, modelo de William-Warnke.

O modelo de William-Warnke visando superar as condições de análise tridimensionais complexas de operação das estruturas, tais como vasos reatores de concreto protendidos e barragens de concreto propôs um modelo constitutivo para o comportamento triaxial do concreto. Este modelo é conhecido como modelo dos cinco parâmetros e é adotado atualmente no software *ANSYSTM* para análise de estruturas de concreto. Este modelo é baseado na formulação elástica-perfeitamente plástica aonde é acrescentada a condição de falha frágil em regime de tração. Dentro deste contexto são desenvolvidas as condições de restrição constitutivas equivalentes, baseando-se no princípio da normalidade, que pode ser rapidamente aplicado na análise via elementos finitos pelo conceito de cargas iniciais, conforme (Willam and Warnke 1974).

(Willam and Warnke 1974) consideram quatro conceitos para o modelo matemático da superfície de falha do concreto, a saber (i) concordância com dados experimentais no intervalo de operação, (ii) simples identificação dos parâmetros do modelo a partir de dados de testes padrões, (iii) suavidade e (iv) convexidade. A identificação simples significa que o modelo matemático da superfície de falha é definida por poucos parâmetros obtidos a partir de testes padrões, como por exemplo: tração uniaxial, compressão uniaxial, compressão biaxial, etc. A descrição da superfície de falha deve abranger também os envelopes de falha para modelos com parâmetros específicos, i.e., o modelo cilíndrico de von Mises e o modelo cônico de Drucker-Prager devem ser casos especiais de uma sofisticada formulação de critérios de falha.

Conforme (Willam and Warnke 1974) a condição de suavidade (superfície contínua com planos tangentes variando continuamente) implica que a superfície de falha é contínua e possui derivadas contínuas. A continuidade é uma propriedade importante devido aos seguintes motivos: a partir de um ponto de vista computacional é conveniente uma simples descrição da superfície de falha válida dentro do espaço de tensões em consideração; do ponto de vista teórico a superfície de falha deve ter apenas um único gradiente para definir a direção das deformações inelásticas de acordo com o princípio da normalidade. A convexidade da superfície de falha é uma importante propriedade, uma vez que ela estabelece o comportamento estável do material de acordo com o postulado de Drucker. A estabilidade interfere na dissipação positiva do trabalho inelástico durante o ciclo de carregamento de acordo com os conceitos da termodinâmica.

3.4.1 Modelo de Dano e Plasticidade do Concreto

No pacote de cálculo *Abaqus*TM, a modelagem de concreto em baixo confinamento de pressões (valores de quatro a cinco vezes menores que a tensão de compressão última em carregamento uniaxial), é disponibilizada em três diferentes modelos constitutivos: (i) *Concrete Smeared Cracking* (*Abaqus/Standard*), (ii) *Brittle Cracking* (*Abaqus/Explicit*), (iii) *Concrete Damaged Plasticity* (*Abaqus/Standard* e *Abaqus/Explicit*), sendo este último o empregado neste estudo - modelo CDP.

Para (Vilnay et al. 2016) o modelo CDP é o mais complexo modelo de concreto incorporado ao *Abaqus*TM que pode ser empregado em qualquer regime de carregamento, contudo, o modelo inclui vários parâmetros e sua calibração pode ser razoavelmente desafiadora. De acordo com (Kmiecik and Kamiński 2011), o modelo CDP é uma modificação da hipótese de resistência de Drucker-Prager e nos anos recentes vem sendo aperfeiçoado por (Lublinter et al. 1989) e por (Lee and Fenves 1998). Este modelo constitutivo possui boa capacidade para a modelagem de concreto e outros materiais quasi-frágeis em todos os tipos de estruturas (*beams, trusses, shells* e *solids*), utiliza os conceitos de dano elástico isotrópico e de tração isotrópica e compressão plástica para representar o comportamento inelástico do concreto, além disso o modelo CDP requer que o comportamento elástico do material seja assumido como isotrópico e linear.

A captura dos efeitos de dano irreversível associada com os mecanismos de falha que ocorrem no concreto ou em outros materiais quasi-frágeis estão relacionadas com as seguintes propriedades macroscópicas, conforme (Hibbitt, D. and Karlsson, B. and Sorensen, P. 2011):

- (i) Distintas resistências de escoamento em tração e compressão, sendo a resistência inicial de escoamento à compressão cerca de 10 ou mais vezes maior do que a resistência de escoamento inicial à tração;
- (ii) Comportamento de relaxamento em tração oposto ao encruamento inicial seguido por relaxamento em compressão;
- (iii) Diferentes degradações das rigidezes elásticas em tração e compressão;
- (iv) Efeitos da recuperação da rigidez sob comportamento cíclico; e
- (v) Taxa de sensibilidade, especialmente um aumento na resistência de pico com a taxa de deformação.

(Hibbitt, D. and Karlsson, B. and Sorensen, P. 2011) relatam que a taxa de deformação total $\dot{\epsilon}$ é decomposta conforme a expressão 3.97:

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}^{el} + \dot{\epsilon}^{pl} \quad (3.97)$$

Onde, $\dot{\varepsilon}^{el}$ e $\dot{\varepsilon}^{pl}$, respectivamente, são a taxa de deformação das partes elástica e plástica. As relações tensão-deformação são governadas por elasticidade e dano em escala, conforme a Eq. 3.98. \mathbf{D}_0^{el} é a rigidez elástica do material (sem dano); $\mathbf{D}^{el} = (1 - d)\mathbf{D}_0^{el}$ é a rigidez elástica danificada; e d é a variável escalar de degradação da rigidez que possui valores de zero (material sem dano) até a unidade onde é considerado que o material teve a sua rigidez totalmente deteriorada. O dano associado aos mecanismos de falha do concreto (fissuração ou esmagamento) resulta em uma redução da rigidez elástica.

$$\sigma = (1 - d)\mathbf{D}_0^{el} : (\varepsilon - \varepsilon^{pl}) = \mathbf{D}^{el} : (\varepsilon - \varepsilon^{pl}) \quad (3.98)$$

Conforme (Hibbitt, D. and Karlsson, B. and Sorensen, P. 2011) a tensão efetiva, $\bar{\sigma}$, dada em 3.99, relaciona-se com a tensão de Cauchy, σ , através da Eq. 3.100. Esta resposta de degradação da rigidez dada em 3.100 torna o modelo atrativo para implementação numérica. Na ausência de dano, $d = 0$, a tensão efetiva equivale a tensão de Cauchy. Contudo, quando o dano ocorre, a tensão efetiva é mais representativa do que a tensão de Cauchy devido a área de tensão efetiva que está resistindo aos carregamentos externos. A variável de dano d é controlada por um conjunto de variáveis de tensão efetiva e encruamento, i.e., $d = d(\bar{\sigma}, \bar{\varepsilon}^{pl})$.

$$\bar{\sigma} \stackrel{\text{def}}{=} \mathbf{D}_0^{el} : (\varepsilon - \varepsilon^{pl}) \quad (3.99)$$

$$\sigma = (1 - d)\bar{\sigma} \quad (3.100)$$

Duas variáveis de encruamento relacionadas aos estados de tração e compressão são caracterizadas respectivamente por $\bar{\varepsilon}_t^{pl}$ e $\bar{\varepsilon}_c^{pl}$ e correspondem à deformações plásticas equivalentes. A evolução dessas variáveis é dada de acordo com a Eq. 3.101 e podem representar além do processo de fratura à tração e o de esmagamento através do controle da evolução da superfície de escoamento e degradação da rigidez elástica, a energia dissipada em fratura para gerar microfissuras. ((Hibbitt, D. and Karlsson, B. and Sorensen, P. 2011))

$$\begin{bmatrix} \bar{\varepsilon}_t^{pl} \\ \bar{\varepsilon}_c^{pl} \end{bmatrix}, \dot{\bar{\varepsilon}} = \mathbf{h}(\bar{\sigma}, \bar{\varepsilon}^{pl}) \cdot \dot{\varepsilon}^{pl} \quad (3.101)$$

A função de escoamento representa uma superfície no espaço de tensão efetiva que determina o estado de falha ou dano. Para o modelo invíscido de dano e plasticidade tem-se a Eq. 3.102, conforme (Hibbitt, D. and Karlsson, B. and Sorensen, P. 2011), e que será descrita em detalhes adiante. O fluxo plástico é governado de acordo com a regra de fluxo dada em 3.103 por um fluxo potencial G . O fluxo potencial no modelo CDP utiliza plasticidade não-associada exigindo a solução de equações não-simétricas.

$$F(\bar{\sigma}, \bar{\varepsilon}^{pl}) \leq 0 \quad (3.102)$$

$$\gamma \dot{\varepsilon}^{pl} = \dot{\lambda} \frac{\partial G(\bar{\sigma})}{\partial \bar{\sigma}} \quad (3.103)$$

Onde $\dot{\lambda}$ é um multiplicador plástico não-negativo.

Em resumo, a resposta elastoplástica do modelo de plasticidade e dano do concreto é descrito em termos das tensões efetivas e variáveis de encruamento dadas em 3.104. Nesta expressão, $\dot{\lambda}$ e \mathbf{F} são regidas pelas condições de kuhn-Tucker dadas na Eq. 3.105.

$$\bar{\sigma} = \mathbf{D}_0^{el} : (\varepsilon - \varepsilon^{pl}) \in \{\bar{\sigma} | F(\bar{\sigma}, \tilde{\varepsilon}^{pl}) \leq 0\} \quad (3.104a)$$

$$\dot{\tilde{\varepsilon}}^{pl} = \mathbf{h}(\bar{\sigma}, \tilde{\varepsilon}^{pl}) \cdot \dot{\varepsilon}^{pl} \quad (3.104b)$$

$$\dot{\varepsilon}^{pl} = \dot{\lambda} \frac{\partial G(\bar{\sigma})}{\partial \bar{\sigma}} \quad (3.104c)$$

$$\dot{\lambda} F = 0; \dot{\lambda} \geq 0; F \leq 0 \quad (3.105)$$

De acordo com (Hibbitt, D. and Karlsson, B. and Sorensen, P. 2011), a degradação da rigidez e o dano são formuladas considerando condições uniaxiais primeiramente e então estendendo a condições multiaxiais. As curvas tensão vs deformação são convertidas em curvas tensão vs deformação plástica dadas em 3.106. Os subscritos t e c se referem de modo respectivo à tração e compressão.

$$\sigma_t = \sigma_t(\tilde{\varepsilon}_t^{pl}, \dot{\tilde{\varepsilon}}_t^{pl}, \theta, f_i) \quad (3.106a)$$

$$\sigma_c = \sigma_c(\tilde{\varepsilon}_c^{pl}, \dot{\tilde{\varepsilon}}_c^{pl}, \theta, f_i) \quad (3.106b)$$

Onde $\dot{\tilde{\varepsilon}}_t^{pl}$ e $\dot{\tilde{\varepsilon}}_c^{pl}$ são as taxas de deformação plástica equivalente e em condições uniaxiais são dadas em 3.107; $\tilde{\varepsilon}_t^{pl}$ e $\tilde{\varepsilon}_c^{pl}$ são deformações plásticas equivalentes dadas em 3.108; θ é a temperatura e f_i , ($i = 1, 2, \dots$) são outros campos de variáveis predefinidas.

$$\dot{\tilde{\varepsilon}}_t^{pl} = \dot{\varepsilon}_{11}^{pl} \quad (3.107a)$$

$$\dot{\tilde{\varepsilon}}_c^{pl} = -\dot{\varepsilon}_{11}^{pl} \quad (3.107b)$$

$$\varepsilon_t^{pl} = \int_0^t \dot{\varepsilon}_t^{pl} dt \quad (3.108a)$$

$$\varepsilon_c^{pl} = \int_0^t \dot{\varepsilon}_c^{pl} dt \quad (3.108b)$$

Na Figura 3.27 é apresentada a resposta do concreto às condições de carregamento uniaxial, onde pode ser observado que a degradação da rigidez elástica é bastante diferente entre o comportamento de tração e compressão. Conforme (Hibbitt, D. and Karlsson, B. and Sorensen, P. 2011) a resposta do concreto degradado é caracterizada por duas variáveis independentes de dano uniaxial, d_t e d_c , que são funções das deformações plásticas, temperatura e outros campos de variáveis. Essas variáveis de dano são representadas na Eq. 3.109 e assumem valores entre zero e um, onde o valor de zero significa que o material não possui nenhum dano e o valor de um significa perda total da rigidez e dano total do material.

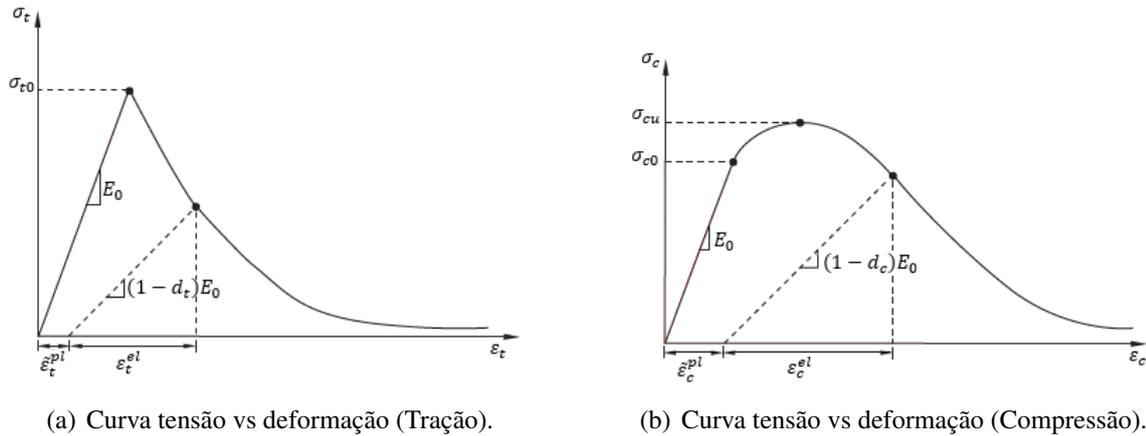


Figura 3.27: Comportamento tensão-deformação do concreto em condição uniaxial. (Hibbitt, D. and Karlsson, B. and Sorensen, P. 2010c)

$$d_t = d_t(\tilde{\varepsilon}_t^{pl}, \theta, f_i), (0 \leq d_t \leq 1) \quad (3.109a)$$

$$d_c = d_c(\tilde{\varepsilon}_c^{pl}, \theta, f_i), (0 \leq d_c \leq 1) \quad (3.109b)$$

As relações tensão-deformação são dadas na Eq. 3.110, sendo E_0 a rigidez elástica inicial do material. A trinca se propaga em uma direção perpendicular à direção da tração. A nucleação e esta propagação provocam uma redução da área de suporte de carga disponível, que por sua vez leva a um aumento das tensões efetivas. O efeito é menos pronunciado sob carga compressiva, uma vez que as fissuras se propagam paralelas à direção de carregamento,

contudo, depois de uma quantidade de esmagamento significativa, a área de suporte de carga disponível é significativamente reduzida. As tensões de coesão uniaxiais efetivas são dadas em 3.111 e determinam o tamanho da superfície de escoamento.

$$\sigma_t = (1 - d_t)E_0(\varepsilon_t - \tilde{\varepsilon}_t^{pl}) \quad (3.110a)$$

$$\sigma_c = (1 - d_c)E_0(\varepsilon_c - \tilde{\varepsilon}_c^{pl}) \quad (3.110b)$$

$$\tilde{\sigma}_t = \frac{\sigma_t}{1 - d_t} = E_0(\varepsilon_t - \tilde{\varepsilon}_t^{pl}) \quad (3.111a)$$

$$\tilde{\sigma}_c = \frac{\sigma_c}{1 - d_c} = E_0(\varepsilon_c - \tilde{\varepsilon}_c^{pl}) \quad (3.111b)$$

Para estender as equações de condição uniaxial para o caso geral multiaxial, conforme (Lee and Fenves 1998), assume-se que as taxas de deformação plástica equivalente são dadas conforme a Eq. 3.112.

$$\dot{\tilde{\varepsilon}}_t^{pl} \stackrel{def}{=} r(\hat{\boldsymbol{\sigma}})\hat{\varepsilon}_{m\acute{a}x}^{pl} \quad (3.112a)$$

$$\dot{\tilde{\varepsilon}}_c^{pl} \stackrel{def}{=} -(1 - r(\hat{\boldsymbol{\sigma}}))\hat{\varepsilon}_{min}^{pl} \quad (3.112b)$$

Sendo $\hat{\varepsilon}_{m\acute{a}x}^{pl}$ e $\hat{\varepsilon}_{min}^{pl}$ os autovalores máximo e mínimo, respectivamente, do tensor taxa de deformação plástica $\dot{\tilde{\varepsilon}}^{pl}$; $r(\hat{\boldsymbol{\sigma}})$ dado pela Eq. 3.113 é unitário se todas as tensões principais $\hat{\sigma}_i$, ($i = 1, 2, 3$) são positivas e igual a zero se estas são negativas.

$$r(\hat{\boldsymbol{\sigma}}) \stackrel{def}{=} \frac{\sum_{i=1}^3 \langle \bar{\sigma}_i \rangle}{\sum_{i=1}^3 |\bar{\sigma}_i|}; 0 \leq r(\hat{\boldsymbol{\sigma}}) \leq 1 \quad (3.113)$$

Onde, $\langle \cdot \rangle$ é a função de MacAulay definida por $\langle x \rangle = \frac{1}{2}(|x| + x)$. Considerando os autovalores do tensor taxa de deformação plástica $\hat{\varepsilon}_i$, ($i = 1, 2, 3$) ordenados de modo que $\hat{\varepsilon}_{m\acute{a}x}^{pl} = \hat{\varepsilon}_1 \geq \hat{\varepsilon}_2 \geq \hat{\varepsilon}_3 = \hat{\varepsilon}_{min}^{pl}$ as condições para o caso geral de tensões multiaxiais será expressa na forma matricial dada em 3.114.

$$\dot{\tilde{\varepsilon}}^{pl} = \begin{bmatrix} \dot{\tilde{\varepsilon}}_t^{pl} \\ \dot{\tilde{\varepsilon}}_c^{pl} \end{bmatrix} = \hat{\mathbf{h}}(\hat{\boldsymbol{\sigma}}, \tilde{\varepsilon}^{pl}) \cdot \hat{\varepsilon}^{pl} \quad (3.114)$$

Sendo $\hat{\mathbf{h}}(\hat{\boldsymbol{\sigma}}, \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^{pl})$ e $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^{pl}$ dados por 3.115 e 3.116 de modo respectivo.

$$\hat{\mathbf{h}}(\hat{\boldsymbol{\sigma}}, \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^{pl}) = \begin{bmatrix} r(\hat{\boldsymbol{\sigma}}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -(1 - r(\hat{\boldsymbol{\sigma}})) \end{bmatrix} \quad (3.115)$$

$$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^{pl} = \begin{bmatrix} \hat{\varepsilon}_1 \\ \hat{\varepsilon}_2 \\ \hat{\varepsilon}_3 \end{bmatrix} \quad (3.116)$$

De acordo com (Hibbitt, D. and Karlsson, B. and Sorensen, P. 2011), a definição da variável escalar de degradação da rigidez deve ser consistente com as respostas axiais monotônicas (d_t e d_c), além de serem capazes de capturar a complexidade associada aos mecanismos de degradação sob carregamento cíclico. Para o caso de tensões multiaxiais é assumida a generalização dada em 3.117, com s_t e s_c dados em função de $r(\hat{\boldsymbol{\sigma}})$, ver Eq. 3.118.

$$(1 - d) = (1 - s_t d_c)(1 - s_c d_t); 0 \leq s_t, s_c \leq 1 \quad (3.117)$$

$$s_t = 1 - w_t r(\hat{\boldsymbol{\sigma}}); 0 \leq w_t \leq 1 \quad (3.118a)$$

$$s_c = 1 - w_c (1 - r(\hat{\boldsymbol{\sigma}})); 0 \leq w_c \leq 1 \quad (3.118b)$$

O modelo CDP considera que a rigidez compressiva é recuperada com o fechamento da fratura devido a uma mudança na carga de tração para compressão (i.e. $w_c = 1$) já para a rigidez à tração não é considerada recuperação da rigidez em uma mudança de carga de compressão para tração (i.e. $w_t = 0$). Este modelo de dano e plasticidade utiliza uma função de escoamento conforme (Lubliner et al. 1989) e incorpora as modificações propostas por (Lee and Fenves 1998) para considerar as diferentes evoluções da resistência sob tração e/ou compressão. A função de escoamento em termos das tensões efetivas é dada em 3.119, onde α e γ são constantes adimensionais materiais. A pressão hidrostática efetiva, a tensão de von Mises equivalente efetiva e a parte desviadora do tensor tensão efetivo $\bar{\boldsymbol{\sigma}}$ são dadas, respectivamente, nas Eqs. 3.120, 3.121 e 3.122.

$$F(\bar{\boldsymbol{\sigma}}, \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^{pl}) = \left(\frac{1}{1 - \alpha} \right) \left(\bar{q} - 3\alpha\bar{p} + \beta(\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^{pl}) \langle \hat{\sigma}_{max} \rangle - \gamma \langle -\hat{\sigma}_{max} \rangle \right) - \bar{\sigma}_c(\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_c^{pl}) \leq 0 \quad (3.119)$$

$$\bar{p} = -\frac{1}{3} \bar{\boldsymbol{\sigma}} : \mathbf{I} \quad (3.120)$$

$$\bar{q} = \sqrt{\frac{3}{2} \bar{\mathbf{S}} : \bar{\mathbf{S}}} \quad (3.121)$$

$$\bar{\mathbf{S}} = \bar{p} \mathbf{I} + \bar{\boldsymbol{\sigma}} \quad (3.122)$$

Onde, $\hat{\sigma}_{max}$ é algebricamente o máximo autovalor de $\bar{\boldsymbol{\sigma}}$ e se $\hat{\sigma}_{max} = 0$ a Eq. 3.119 se reduz a condição de escoamento de Drucker-Prager. $\beta(\tilde{\varepsilon}^{pl})$ é dada por 3.123 e o coeficiente α que pode ser determinado a partir das tensões de escoamento compressivas equibiaxial (σ_{b0}) e uniaxial (σ_{c0}) é apresentado na Eq. 3.124.

$$\beta(\tilde{\varepsilon}^{pl}) = \frac{\bar{\sigma}_c(\tilde{\varepsilon}_c^{pl})}{\bar{\sigma}_t(\tilde{\varepsilon}_t^{pl})} (1 - \alpha) - (1 + \alpha) \quad (3.123)$$

$$\alpha = \frac{\sigma_{b0} - \sigma_{c0}}{2\sigma_{b0} - \sigma_{c0}}; 0,08 \leq \alpha \leq 0,12; \quad (3.124a)$$

$$1,10 \leq \frac{\sigma_{b0}}{\sigma_{c0}} \leq 1,16 \quad (3.124b)$$

O coeficiente material γ pode ser determinado comparando as condições de escoamento ao longo dos meridianos de tração e compressão e integra a função de escoamento 3.119 somente no caso de compressão triaxial, quando $\hat{\sigma}_{max} < 0$. Em relação a esses meridianos tem-se a seguinte definição:

Definição 2 O meridiano de tração (TM, da sigla em inglês) é o locus dos estados de tensão satisfazendo a condição $\hat{\sigma}_{max} = \hat{\sigma}_1 > \hat{\sigma}_2 = \hat{\sigma}_3$, sendo $\hat{\sigma}_1$, $\hat{\sigma}_2$ e $\hat{\sigma}_3$ os autovalores do tensor tensão efetivo; já o meridiano de compressão (CM, da sigla em inglês) é o locus dos estados de tensão que satisfaz $\hat{\sigma}_{max} = \hat{\sigma}_1 = \hat{\sigma}_2 > \hat{\sigma}_3$.

A expressão de $\hat{\sigma}_{max}$ ao longo dos meridianos de tração e compressão é dada da na Eq. 3.125, e com $\hat{\sigma}_{max} < 0$, a correspondente função de escoamento é dada em 3.126.

$$(\hat{\sigma}_{max})_{TM} = \frac{2}{3} \bar{q} - \bar{p} \quad (3.125a)$$

$$(\hat{\sigma}_{max})_{CM} = \frac{1}{3} \bar{q} - \bar{p} \quad (3.125b)$$

$$\left(\frac{2}{3} \gamma + 1\right) \bar{q} - (\gamma + 3\alpha) \bar{p} = (1 - \alpha) \bar{\sigma}_c, (TM) \quad (3.126a)$$

$$\left(\frac{1}{3} \gamma + 1\right) \bar{q} - (\gamma + 3\alpha) \bar{p} = (1 - \alpha) \bar{\sigma}_c, (CM) \quad (3.126b)$$

Sendo $K_c = \bar{q}_{TM}/\bar{q}_{CM}$ para qualquer valor da pressão hidrostática \bar{p} com $\hat{\sigma}_{max} < 0$, tem-se a expressão 3.127. Nesta expressão, considerando evidências experimentais percebe-se que K_c é constante e portanto γ pode ser avaliado conforme a Eq. 3.128. O valor típico para o concreto é $K_c = 2/3$ fornecendo $\gamma = 3$. Conforme (Kmiecik and Kamiński 2011) a razão K_c é sempre maior do que 0,5 e quando o valor da razão atinge 1,0 a superfície de falha da seção transversal desviadora se torna um círculo como na hipótese de resistência clássica de Drucker-Prager. De acordo com as modificações baseadas nos trabalhos de (Lublinter et al. 1989) e (Lee and Fenves 1998) a superfície de falha na seção transversal desviadora não necessita ser circular e é governada pelo parâmetro K_c . Conforme (Kmiecik and Kamiński 2011), o parâmetro K_c é entendido como a razão das distâncias entre o eixo hidrostático e, respectivamente, o meridiano de compressão (C.M.) e o meridiano de tração (T.M.) na seção transversal desviadora, ver Fig. 3.28.

$$K_c = \frac{\gamma + 3}{2\gamma + 3} \quad (3.127)$$

$$\gamma = \frac{3(1 - K_c)}{2K_c - 1} \quad (3.128)$$

Para o caso de $\hat{\sigma}_{max} > 0$ as condições de escoamento ao longo dos meridianos de tração e compressão se reduzem à Eq. 3.129. Sendo, $K_t = \bar{q}_{TM}/\bar{q}_{CM}$ para qualquer valor de pressão hidrostática \bar{p} com $\hat{\sigma}_{max} > 0$, tem-se, analogamente a K_c a Eq. 3.130. As superfícies de escoamento referentes ao plano desviador e para condições planas são dadas de maneira respectiva nas Figs. 3.28 e 3.29.

$$\left(\frac{2}{3}\beta + 1\right)\bar{q} - (\beta + 3\alpha)\bar{p} = (1 - \alpha)\bar{\sigma}_c, (TM) \quad (3.129a)$$

$$\left(\frac{1}{3}\beta + 1\right)\bar{q} - (\beta + 3\alpha)\bar{p} = (1 - \alpha)\bar{\sigma}_c, (CM) \quad (3.129b)$$

$$K_t = \frac{\beta + 3}{2\beta + 3} \quad (3.130)$$

A regularização viscoplástica, conforme (Hibbitt, D. and Karlsson, B. and Sorensen, P. 2010c) pode contribuir para superar dificuldades de convergência relacionados a modelos de comportamento material que exibem comportamento molificar e degradação de rigidez em programas de análise implícita. O modelo de plasticidade e dano do concreto pode ser regularizado usando viscoplasticidade ao permitir que as tensões fiquem fora da superfície de escoamento. É utilizada em acordo com o tensor taxa de deformação viscoplástica, $\dot{\epsilon}_v^{pl}$,

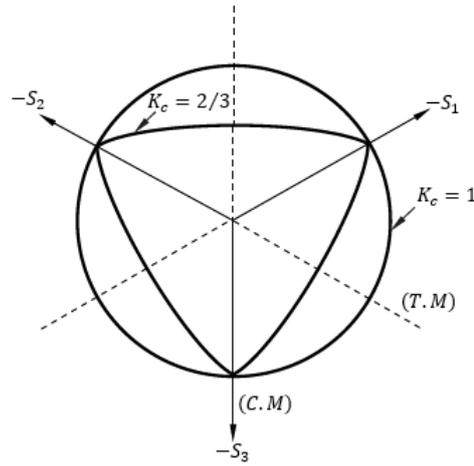


Figura 3.28: Superfícies de escoamento no plano desviador, correspondentes a diferentes valores de K_c para o modelo CDP. (Hibbitt, D. and Karlsson, B. and Sorensen, P. 2011)

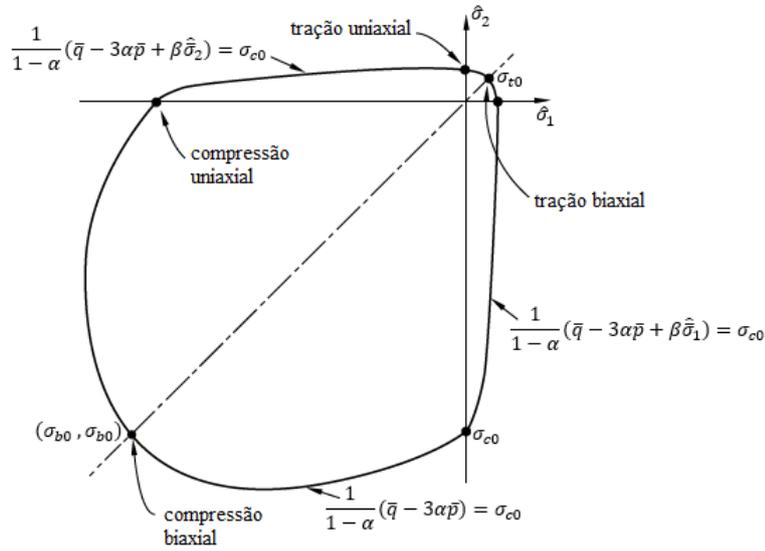


Figura 3.29: Superfícies de escoamento em tensão plana. (Hibbitt, D. and Karlsson, B. and Sorensen, P. 2011)

uma generalização da regularização de Duvaut-Lions, conforme apresentado na Eq. 3.131.

$$\dot{\varepsilon}_v^{pl} = \frac{1}{\mu} (\varepsilon^{pl} - \varepsilon_v^{pl}) \quad (3.131)$$

Sendo μ o parâmetro que representa o tempo de relaxação do sistema viscoplástico e ε^{pl} a deformação plástica avaliada no modelo invíscido. A degradação da variável de rigidez viscosa para o sistema viscoplástico é definida na Eq. 3.132. A relação tensão-deformação do modelo viscoplástico é dada na Eq. 3.133.

$$\dot{d}_v = \frac{1}{\mu} (d - d_v) \quad (3.132)$$

Onde d é a variável de degradação avaliada no modelo invíscido.

$$\boldsymbol{\sigma} = (1 - d_v)\mathbf{D}_0^{el} : (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_v^{pl}) \quad (3.133)$$

Em $t/\mu \rightarrow \infty$, onde t representa o tempo, de acordo com (Hibbitt, D. and Karlsson, B. and Sorensen, P. 2011), a solução do sistema de relaxamento viscoplástico se torna como no caso invíscido. Um pequeno valor do parâmetro de viscosidade comparado com os incrementos característicos de tempo usualmente melhora a taxa de convergência do modelo no regime de molificação, sem comprometer os resultados. O método de Euler, geralmente usado em modelos de plasticidade é utilizado para integrar o modelo.

Conforme (Hibbitt, D. and Karlsson, B. and Sorensen, P. 2010c) a armadura das estruturas em concreto é usualmente composta por *rebars*, que são elementos unidimensionais que podem ser definidos isoladamente ou embebidos na orientação das superfícies. Os elementos de *rebar* ficam superpostos na malha com elementos do tipo padrão usados para modelar o concreto. Isto leva à consideração de comportamento do concreto independente da *rebar*. Os efeitos associados com a interface concreto-*rebar*, e.g., aderência por adesão e ação da superfície nervurada das barras de aço, são simulados introduzindo o comportamento de molificação em tração do concreto que simula a transferência de carga através de fissuras ao longo das *rebars*. Esse comportamento de molificação em tração pode ser introduzido pelos princípios de uma relação tensão-deformação pós-falha ou por um critério de energia de fratura em tração.

No comportamento pós-falha, de acordo com (Hibbitt, D. and Karlsson, B. and Sorensen, P. 2010c), as tensões são uma função da deformação de fissuração, $\tilde{\varepsilon}_t^{ck} = \varepsilon_t - \varepsilon_{t0}^{el}$, onde ε_t é a deformação total em tração e $\varepsilon_{t0}^{el} = \sigma_t/E_0$ é a deformação elástica correspondente ao material sem dano. O limite de $\sigma_t \geq \sigma_{t0}/100$ é requerido na tensão de pós-falha, onde σ_{t0} é a tensão de falha inicial. A deformação de fissuração se relaciona com a deformação plástica e o dano por meio da Eq. 3.134 e a Fig. 3.30 ilustra a definição da deformação de fissuração. Na ausência de dano, $\tilde{\varepsilon}_t^{pl} = \tilde{\varepsilon}_t^{ck}$

$$\tilde{\varepsilon}_t^{pl} = \tilde{\varepsilon}_t^{ck} - \frac{d_t}{1 - d_t} \frac{\sigma_t}{E_0} \quad (3.134)$$

De acordo com (Hibbitt, D. and Karlsson, B. and Sorensen, P. 2010c) em casos com pouca ou nenhuma armadura de reforço, a especificação de uma relação tensão-deformação pós-falha introduz sensibilidade de malha nos resultados, no sentido que as predições de elementos finitos não convergem para uma única solução devido ao refinamento da malha conduzir a zonas de fratura mais estreitas. Este problema ocorre tipicamente se a falha em fratura ocorre somente em regiões localizadas na estrutura e o refinamento da malha não resulta na formação de fissuras adicionais. Se a falha por fratura é eventualmente distribuída (como no caso do efeito da *rebar* ou devido a presença de material elástico estabilizante,

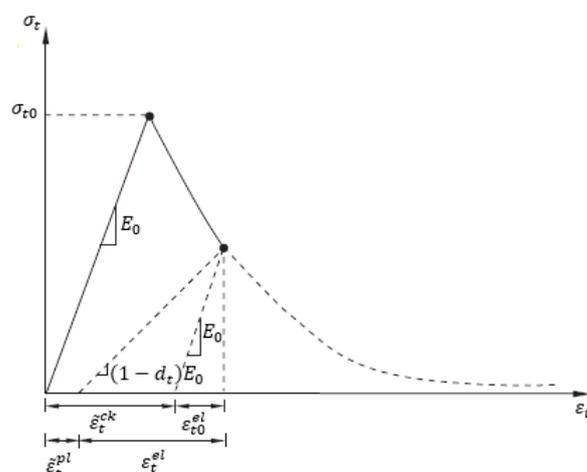


Figura 3.30: Ilustração da definição da deformação de fissuração à tração. (Hibbitt, D. and Karlsson, B. and Sorensen, P. 2011)

como no caso de flexão de placas) a sensibilidade de malha é menos preocupante. Na simulação de estruturas com a presença de armadura a malha é usualmente tal que cada elemento contém *rebars*. Esta interação entre as *rebars* e o concreto tendem a reduzir a sensibilidade de malha previsto que uma adequada rigidez à tração é introduzida no concreto simulando este efeito, que depende de fatores tais como:

- (i) Densidade da armadura;
- (ii) Qualidade de adesão entre a *rebar* e o concreto;
- (iii) Tamanho relativo do agregado em relação ao diâmetro das barras da armadura;
- (iv) Malha.

A modelagem do concreto ainda é um desafio, e aos pacotes de cálculo comerciais, são também implementadas sub-rotinas, para se tentar obter um melhor entendimento do concreto. (Rodríguez et al. 2013) implementa uma sub-rotina (V)USDFLD ao modelo CDP como uma aplicação de testes de impacto no concreto armado, validado por resultados de ensaios de flexão e punção. Nesta simulação a técnica de exclusão de elementos é aplicada para evitar distorções excessivas na malha, quando o material alcança uma deformação plástica de 0,30, já considerando que a rigidez é nula em uma deformação de 0,13, contudo evitando a exclusão precoce dos elementos. Além disto, uma conversão a partir do MEF para o método SPH (*Smoothed Particle Hydrodynamic*) obteve bons resultados, concordando com os dados experimentais. (Young-le et al. 2014) desenvolve um modelo de histerese baseado em elementos de fibra utilizando a sub-rotina UMAT onde o modelo elasto-plástico reflete as características de rigidez e resiliência a partir da relação tensão-deformação.

Conforme (Blechman 1988) o comportamento após tensão de pico, i.e., tensão máxima no concreto, no qual após esse ponto, o material começa a ter relaxamento, é de essencial

interesse em estruturas estaticamente indeterminadas. Em elementos em flexão e compressão excêntrica é de importância geral conhecer o padrão de comportamento da fibra extrema na mesma região que ocorre o estado último de tensão.

Conforme (Bazant et al. 1985) a fratura à tração do concreto é como regra conhecida como frágil. O material não apresenta o comportamento de escoamento do tipo que é encontrado em metais usuais. Contudo o concreto possui considerável tenacidade. Esta tenacidade ocasiona o processo de fratura que ocorre na parte frontal do crescimento da trinca para ser da ordem de $100 - 200mm$ ou ainda maior e é geralmente muito maior do que os comprimentos de trinca encontrados para metais. Lembrando que o tamanho de um EVR para o concreto varia de $10 - 100mm$ é possível identificar o dano antes da fratura e relacionar a interação destes por meio da Eq. 3.95. Geralmente o concreto é projetado para pequenas deformações devido a falha frágil e um dos principais fatores é determinado pelo fator de intensidade de tensões, K .

Para (Dowling 2013) a falha súbita em materiais que ocorre pela propagação da trinca (ou fissura) é caracterizada conforme falha frágil. Geralmente as fissuras no concreto são controladas por armaduras longitudinais, transversais e de pele, para o controle de fissuras em membros altos, como vigas de concreto armado de altura maior que $60cm$ conforme disposto na (NBR 6118 2014). Para (Bazant et al. 1985) devido a extensão do processo de fratura a Mecânica da Fratura Linear Elástica não pode ser aplicada como uma regra ao concreto.

O efeito do nível de confinamento do concreto é fator relevante na resistência e tensão compressiva de coesão, conforme apresentado nas Figs. 3.31 e 3.32, onde os pontos representam os resultados experimentais conforme o trabalho de (Rodríguez et al. 2013). De acordo com (Hibbitt, D. and Karlsson, B. and Sorensen, P. 2011) o comportamento frágil do concreto desaparece quando o efeito da pressão de confinamento é suficiente grande para impedir a propagação da trinca. A função do confinamento deve ser avaliada pelos efeitos a seguir, de acordo com (Blechman 1988):

- (i) Atrito entre as massas de concreto discretas;
- (ii) Adição de fibras;
- (iii) A armadura (barras de reforço, estribos, espirais);
- (iv) O gradiente de deformação (flexão, compressão excêntrica, etc.); e
- (v) Forças externas, incluindo protensão.

Percebe-se pelas características de confinamento do concreto, citadas acima, que o efeito de confinamento tem grande influência nos efeitos de não-linearidade do concreto, uma vez que as características não-lineares do concreto são, conforme (Ermakova 2016):

- (i) Propriedades plásticas;
- (ii) Aderência entre o concreto e a armadura de reforço;
- (iii) Fissuração em tração;
- (iv) Esmagamento em compressão;
- (v) Carregamento repetido.
- (vi) Ação da temperatura.
- (vii) Protensão.

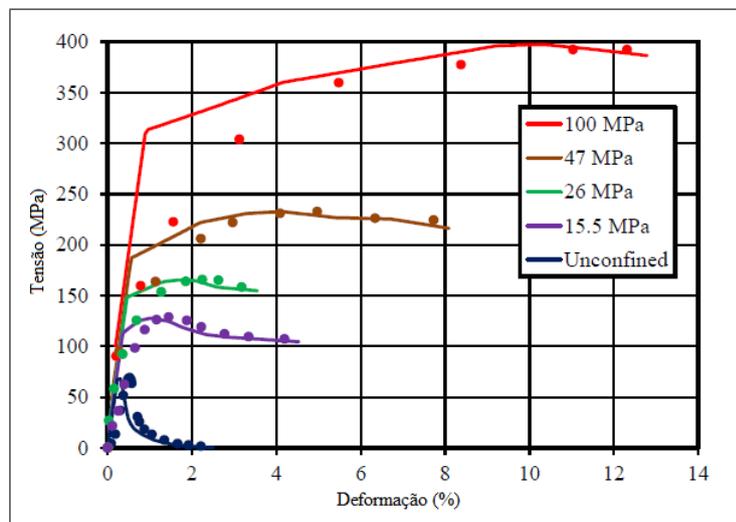


Figura 3.31: Relação tensão-deformação para vários níveis de confinamento do concreto. (Rodríguez et al. 2013)

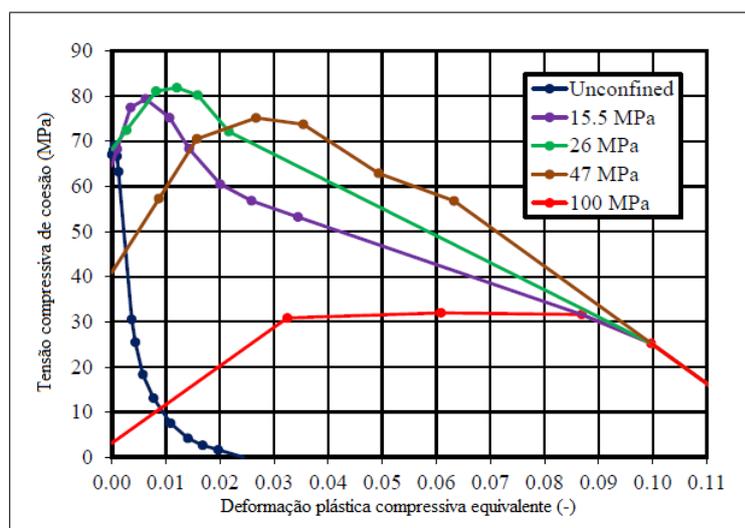


Figura 3.32: Relação tensão coesiva de compressão *vs* deformação plástica equivalente. (Rodríguez et al. 2013)

Capítulo 4

MATERIAIS E MÉTODOS

Este capítulo apresenta as propriedades materiais e considerações sobre os modelos numéricos.

4.1 Propriedades materiais

A Tabela 4.1 exhibe as propriedades materiais da viga metálica da estrutura avaliada a partir de dados experimentais disponíveis em (Hegger and Döinghaus 2000). Os dados que não puderam ser obtidos por meio de trabalhos experimentais foram adotados a partir de normas técnicas em vigor ou pesquisas publicadas, em que a elaboração destas normas foi baseada.

Nas Figuras 4.1 e 4.2 são apresentadas as relações tensão verdadeira *versus* deformação verdadeira (pois esta relação é recomendada para o *software*) para a alma e as mesas do perfil metálico considerando o aço S460, onde foi empregado o diagrama trilinear. Nota-se que não há patamar de escoamento, o que concorda com a teoria para aços de alta resistência. A deformação nominal em tensão última é igual a 10%, sendo este valor usual na literatura para este tipo de aço.

Deve ser salientado que para a massa específica e para o coeficiente de Poisson foram adotados os mesmos valores para todas as peças metálicas, inclusive a solda, i.e., $\rho = 7,85 \cdot 10^{-9} \text{ton/mm}^3$ e $\nu = 0,3$.

Para o caso da estrutura com materiais ordinários, tanto a alma quanto as mesas possuem o mesmo material. Na Figura 4.4 é mostrada a relação tensão verdadeira *versus* deformação verdadeira para este material. O modelo de curva utilizado para a construção da curva tensão-deformação é dado em (DNV RP-C208 2013) e apresentado na Fig. 4.3.

Os parâmetros para as relações tensão-deformação de engenharia e verdadeira são exibidos nas Tabelas 4.2 e 4.3, respectivamente. A Figura 4.4 apresenta a curva adotada. De, onde observa-se que, a partir de uma tensão de $0,9\sigma_y$ o aço já desenvolve deformações plásticas e

Propriedades	Alma	Mesas
$E(\text{MPa})$	210000	210000
$\sigma_y(\text{MPa})$	460	465
$\sigma_u(\text{MPa})$	474	586
ε_u	0,1	0,1
$\rho(\text{ton}/\text{mm}^3)$	$7,85 \cdot 10^{-9}$	$7,85 \cdot 10^{-9}$
ν	0,3	0,3

Tabela 4.1: Propriedades para o perfil laminado, aço S460. Adaptado de (Hegger and Döinghaus 2000).

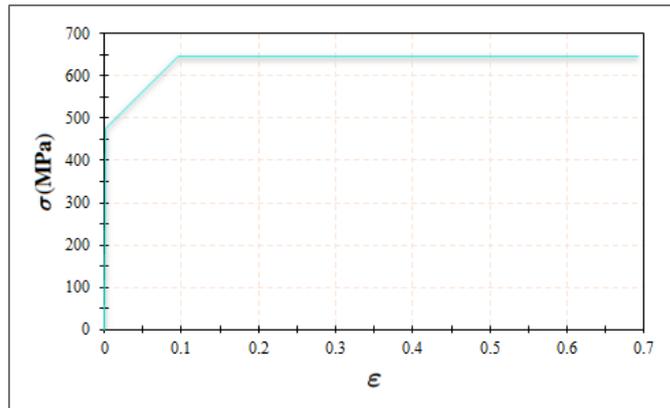


Figura 4.1: Relação tensão verdadeira *vs.* deformação verdadeira para a alma do perfil metálico. Aço S460, adaptado de (Hegger and Döinghaus 2000)

permite o acréscimo de tensões até sua tensão última.

Propriedade material	Valor
$E(\text{MPa})$	210000
σ_p/σ_y	0,9
E_{p1}/E	0,001
E_{p2}/E	0,0032
$\sigma_p(\text{MPa})$	211,5
$\sigma_y(\text{MPa})$	235
$\sigma_{y2}(\text{MPa})$	238,4
$\sigma_u(\text{MPa})$	360
$\varepsilon_{p,y1}$	0,004
$\varepsilon_{p,y2}$	0,02
$\varepsilon_{p,u}$	0,2

Tabela 4.2: Propriedades materiais para a relação tensão-deformação de engenharia do aço S235 (Espessura de chapa $\leq 16\text{mm}$). (DNV RP-C208 2013)

Para o material da armadura (estribos e barras longitudinais) foi adotado o usual aço CA50, com módulo de Young $E = 210000\text{MPa}$. A tensão de escoamento desse aço é $\sigma_y = 500\text{MPa}$, com relação $\sigma_u/\sigma_y = 1,08$. Uma deformação $\varepsilon_u = 0,08$ foi adotada com relação a tensão última e o diagrama trilinear é apresentado na Fig. 4.5.

Os tipos de aço para o conector tipo pino com cabeça e para o filete de solda são os

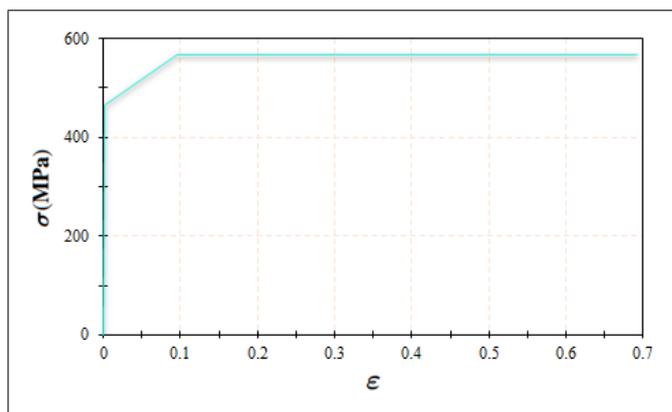


Figura 4.2: Relação tensão verdadeira *vs.* deformação verdadeira para as mesas do perfil metálico. Aço S460, adaptado de (Hegger and Döinghaus 2000)

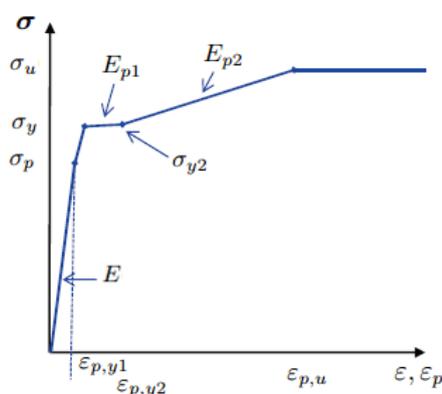


Figura 4.3: Curva tensão-deformação idealizada. (DNV RP-C208 2013)

Propriedade material	Valor
E (MPa)	210000
σ_p (MPa)	211,7
σ_y (MPa)	236,2
σ_{y2} (MPa)	243,4
σ_u (MPa)	432,6
$\epsilon_{p,y1}$	0,004
$\epsilon_{p,y2}$	0,0198
$\epsilon_{p,u}$	0,1817

Tabela 4.3: Propriedades materiais para a relação tensão-deformação verdadeira do aço S235 (Espessura de chapa $\leq 16mm$). (DNV RP-C208 2013)

mesmos para os modelos e submodelos numéricos. O comportamento material foi adotado para a curva tensão-deformação verdadeira de acordo com (DNV.GL RP-C208 2016) e sua definição é apresentada na Fig. 4.6.

Para a "parte 4", exibida na Fig. 4.6 a relação entre tensões e deformações é dada de acordo com (DNV.GL RP-C208 2016) e definida pela Eq. 4.1. Os principais parâmetros para a construção da curva são dados na Tabela 4.4. A curva utilizada como *input* para a *stud* é apresentada na Fig. 4.7, já a Fig. 4.8 apresenta a curva adotada para o material que

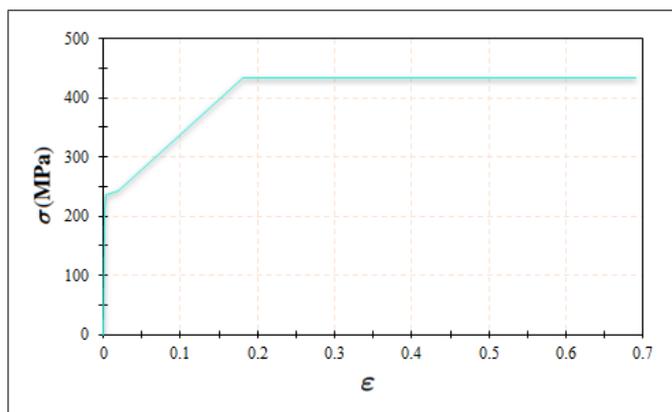


Figura 4.4: Relação tensão verdadeira *vs.* deformação verdadeira do aço S235. (DNV RP-C208 2013)

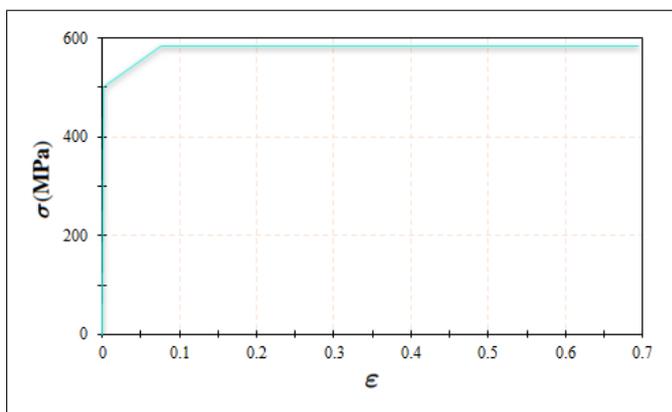


Figura 4.5: Relação tensão verdadeira *vs.* deformação verdadeira para o aço C450.

compõe o filete de solda em termos de tensão verdadeira *vs.* deformação plástica verdadeira. O material da solda foi considerado como sendo do mesmo tipo de aço do conector tipo pino com cabeça, porém com uma resistência aumentada em 25%, conforme dado em (DNV.GL RP-C208 2016).

$$\sigma = K \left\{ \varepsilon_p + \left[\frac{\sigma_{y2}}{K} \right] \left(\frac{1}{n} \right) - \varepsilon_{p,y2} \right\}^n, \varepsilon_p \geq \varepsilon_{p,y2} \quad (4.1)$$

A relação tensão-deformação adotada como *input* para o concreto está em função da resistência média à compressão, f_{cm} , e resistência média à tração, f_{tm} . No que se refere à compressão para a curva tensão-deformação do concreto, foi adotada a expressão dada por (Sargin and Handa 1969), apresentada na Eq. 4.2. Para o ramo ascendente da curva, $\zeta = 0$. Os parâmetros Λ e Ξ utilizados para encontrar ζ , Eq. 4.5, quando é considerado o ramo descendente da curva são dados, de maneira respectiva, nas Eqs. 4.6 e 4.7. Conforme a (EN 1992-1-1 2004), o módulo de elasticidade, E_{cm} , é controlado pelo módulo de elasticidade de seus componentes e na falta de ensaios experimentais pode ser obtido através da Eq. 4.8. Este módulo é encontrado entre o seguinte intervalo de tensão, $0 \leq \sigma_c \leq 0,4f_{cm}$.

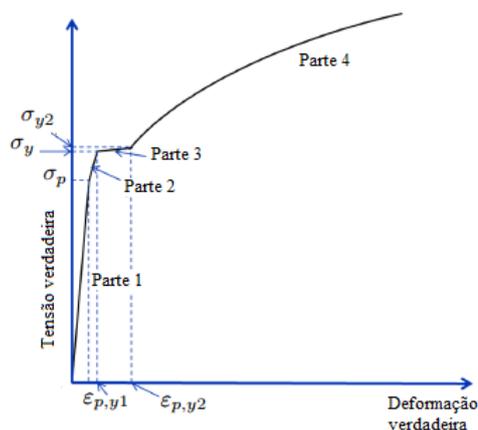


Figura 4.6: Curva tensão-deformação verdadeira idealizada. (DNV.GL RP-C208 2016)

Propriedade material	Valor
E (MPa)	210000
σ_p (MPa)	311
σ_y (MPa)	346,9
σ_{y2} (MPa)	355,9
$\varepsilon_{p,y1}$	0,004
$\varepsilon_{p,y2}$	0,015
K (MPa)	740
n	0,166

Tabela 4.4: Propriedades materiais para a relação tensão-deformação verdadeira do aço S355 (Espessura de chapa entre 16mm e 40mm). (DNV.GL RP-C208 2016)

Neste estudo, não foi considerada a parte descendente da curva à compressão para os modelos numéricos globais (BC-1) e (BC-2), nem para a simulação bidimensional. Este ramo foi considerado apenas nos submodelos a fim de implementar o dano no concreto à compressão e à tração.

$$\frac{\sigma_c}{f_{cm}} = \frac{\frac{E_{cm}}{E_{c1}} + (\zeta - 1)\eta^2}{1 + \left(\frac{E_{cm}}{E_{c1}} - 2\right)\eta + \zeta\eta^2} \quad (4.2)$$

Sendo,

$$\eta = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \quad (4.3)$$

$$\varepsilon_{c1} = 0,7 \cdot f_{cm}^{0,31} \quad (4.4)$$

$$\zeta = \Lambda\eta + \Xi\eta^2 \quad (4.5)$$

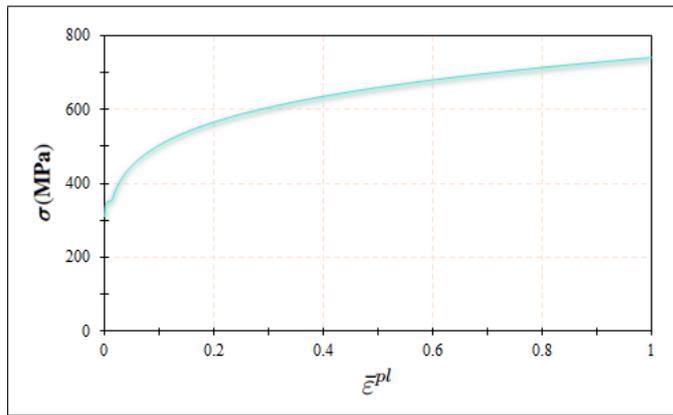


Figura 4.7: Relação tensão verdadeira *vs.* deformação plástica verdadeira para a *stud* (aço S355). (DNV.GL RP-C208 2016)

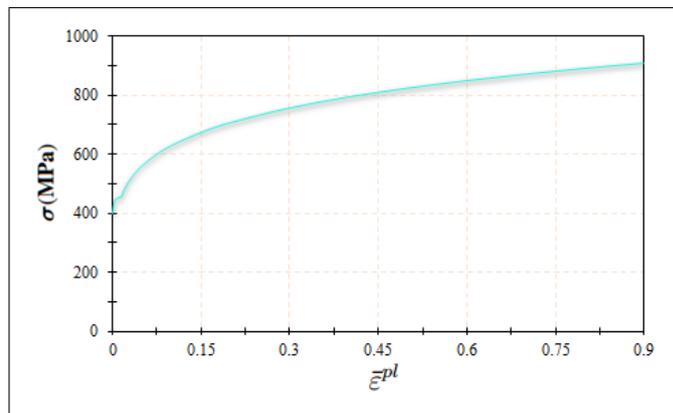


Figura 4.8: Relação tensão verdadeira *vs.* deformação plástica verdadeira para a solda (aço S355 com resistência aumentada em 25%). (DNV.GL RP-C208 2016)

$$\Lambda = 1,414 - 0,848 \left(\frac{E_{cm}}{E_{c1}} \right) \quad (4.6)$$

$$\Xi = -0,333 + 0,241 \left(\frac{E_{cm}}{E_{c1}} \right) \quad (4.7)$$

$$E_{cm} = 22 \left(\frac{f_{cm}}{10} \right)^{0,3} \quad (4.8)$$

Onde,

$$f_{cm} = f_{ck} + 8(MPa) \quad (4.9)$$

A parte do diagrama que corresponde ao comportamento em tração do concreto é, de acordo com (Grelat 1978) dado em (Bouafia et al. 2014), apresentada na Eq. 4.10. , variando conforme a lei de Hooke no intervalo $(0, 0) - (\varepsilon_{t1}, f_{tm})$ e, após esse ponto há um decréscimo até $(\varepsilon_{tu}, 0)$, sendo ε_{tu} escolhido em função do dano crítico, $D_c = 0,5$. Tal formulação

concorda com (Bazant et al. 1985) que relata que o diagrama tensão-deformação é linear até o ponto de tensão de tração máxima e imediatamente após tal ponto começa a decrescer. (Araújo 2014) relata que o trecho descendente da curva é obtido de maneira experimental através de ensaio com velocidade de deformação controlada. A resistência média à tração é dada pela expressão do (CEB/Model-Code 1991) através da Eq. 4.11.

$$0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{t1}, \quad \sigma = \varepsilon E_{cm} \quad (4.10a)$$

$$\varepsilon_{t1} \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{tu}, \quad \sigma_t = f_{tm} \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_{tu}}{\varepsilon_{tu} - \varepsilon_{t1}} \right)^2 \quad (4.10b)$$

$$\varepsilon = \varepsilon_{tu}, \quad \sigma_t = 0 \quad (4.10c)$$

$$f_{tm} = f_{ctk0,m} \left[\frac{f_{ck}}{f_{ck0}} \right] \left(\frac{2}{3} \right) \quad (4.11)$$

Onde,

$$f_{ck0} = 10\text{MPa}.$$

O valor de $f_{ctk0,m}$ é a média dos valores de $f_{ctk0,min} = 0,95\text{MPa}$ e $f_{ctk0,max} = 1,85\text{MPa}$, logo $f_{ctk0,m} = 1,4$.

De acordo com (Araújo 2014) as expressões citadas anteriormente são válidas para concretos de massa específica normal e carregamento estático, uma vez que para carregamentos dinâmicos ocorre um aumento no módulo de deformação longitudinal.

As propriedades para o concreto de alta resistência C89/104 e para o concreto de resistência ordinária C30/37 são apresentadas nas Tabelas 4.5 e 4.6, respectivamente. Foi considerada uma diferença na massa específica para o concreto de alta resistência e o de resistência usual.

As Figuras 4.9 - 4.12 apresentam as curvas obtidas com as expressões analíticas anteriormente descritas para compressão e tração. Conforme pode ser visto nas Figs. 4.9 e 4.10 a parte da curva referente à compressão é equivalente aos resultados obtidos em um ensaio de compressão simples.

Conforme (Shamass and Cashell 2017), o dano a compressão e a tração no concreto são calculados, respectivamente, pelas Eqs. 4.12 e 4.13. O dano à compressão é calculado apenas para o ramo descendente da curva tensão-deformação, analogamente o dano à tração por simplificação é calculado admitindo um mesmo comportamento de dano-deformação. Esta teoria implica que no ramo ascendente da curva tensão-deformação do concreto a macro-rigidez não é afetada pelo processo de encruamento. Já no ramo descendente o processo de

Propriedade material	Valor
E_c (MPa)	37732
E_{c1} (MPa)	33556
ν	0,2
f_{ck} (MPa)	89
f_{cm} (MPa)	97
f_{tm} (MPa)	6,012
ρ (ton/mm ³)	$2,45 \cdot 10^{-9}$
ε_{c1}	$2890,7 \cdot 10^{-6}$
ε_{cu}	$5691 \cdot 10^{-6}$
ε_{t1}	$183,104 \cdot 10^{-6}$
ε_{tu}	$1383,1 \cdot 10^{-6}$
Λ	0,46048
Ξ	-0,06201

Tabela 4.5: Propriedades materiais do concreto C89/104.

Propriedade material	Valor
E_c (MPa)	32836,6
E_{c1} (MPa)	17577,3
ν	0,2
f_{ck} (MPa)	30
f_{cm} (MPa)	38
f_{tm} (MPa)	2,912
ρ (ton/mm ³)	$2,4 \cdot 10^{-9}$
ε_{c1}	$2161,9 \cdot 10^{-6}$
ε_{cu}	$3612 \cdot 10^{-6}$
ε_{t1}	$88,685 \cdot 10^{-6}$
ε_{tu}	$1288,7 \cdot 10^{-6}$
Λ	-0,17017
Ξ	0,11722

Tabela 4.6: Propriedades materiais do concreto C30/37.

destruição é influenciado por macrofraturas não-uniformes em conjunto com o encruamento do módulo volumétrico (*bulk modulus*) do concreto.

$$d_c = \frac{f_{cm} - \sigma_c}{f_{cm}}, \varepsilon_c \geq \varepsilon_{c1} \quad (4.12)$$

$$d_t = \frac{f_{tm} - \sigma_t}{f_{tm}}, \varepsilon_t \geq \varepsilon_{t1} \quad (4.13)$$

Os parâmetros utilizados para a implantação do modelo CDP são apresentados na Tabela 4.7. Foram adotados valores *default*, excetuando o coeficiente de regularização viscoplástica. Neste problema tem-se que o menor incremento de tempo de interesse, considerando que é aplicado deslocamento de 90mm, seria o tempo correspondente à aplicação de um deslocamento para 1,0mm, logo, o menor incremento de interesse seria de 0,011. Com base neste valor, é escolhido um coeficiente de regularização viscoplástica em que a razão t/μ

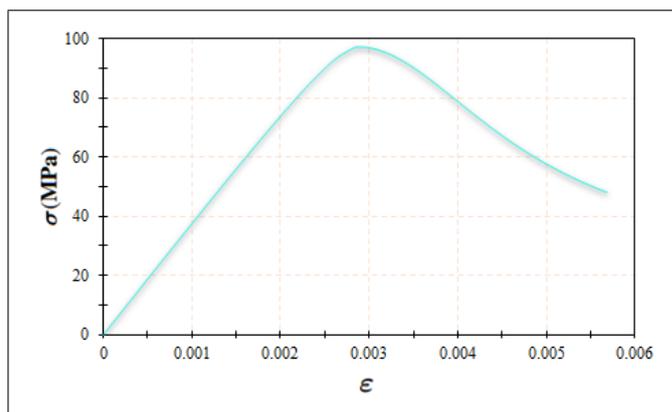


Figura 4.9: Relação tensão *vs.* deformação do concreto C'89/104 à compressão.

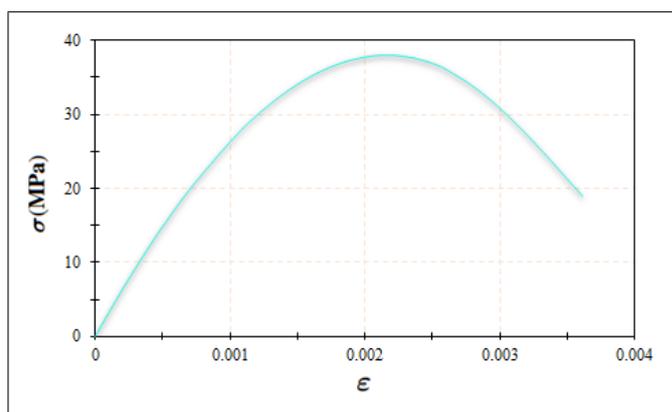


Figura 4.10: Relação tensão *vs.* deformação do concreto C'30/37 à compressão.

seja suficientemente alta para representar de forma adequada os resultados proporcionando uma economia no tempo de computação devido à diminuição de problemas de convergência.

Parâmetro	ψ	ϵ	σ_{b0}/σ_{c0}	K_c	μ
Valor	36	0,1	1,16	0,667	$2,0 \cdot 10^{-6}$

Tabela 4.7: Valores dos parâmetros utilizados no modelo CDP.

Onde,

- ψ : ângulo de dilatação do concreto;
- ϵ : excentricidade;
- σ_{b0} : tensão biaxial do concreto (compressão);
- σ_{c0} : tensão uniaxial do concreto (compressão);
- μ : coeficiente de regularização viscoplástica;
- K_c : constante.

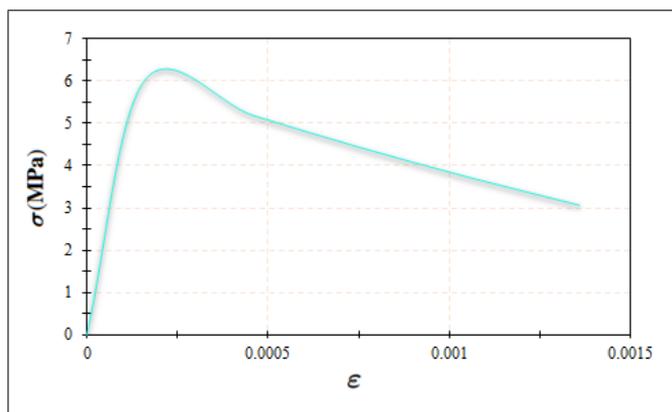


Figura 4.11: Relação tensão *vs.* deformação do concreto C89/104 à tração.

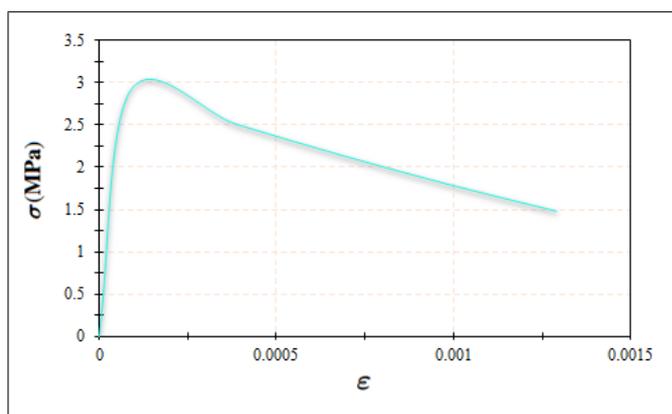


Figura 4.12: Relação tensão *vs.* deformação do concreto C30/37 à tração.

4.2 Modelagem Numérica

A seguir são apresentados os modelos numéricos bidimensionais e tridimensionais. Os conceitos adotados para a modelagem em duas dimensões foram adotados para o modelo em três dimensões, e. g., controle de deslocamento, contato e restrições, visando consolidar uma metodologia de implementação numérica e análise deste tipo de estrutura.

4.2.1 Simulação bidimensional

Foi realizada uma análise 2D na estrutura a fim de verificar a influência dos conectores de cisalhamento em uma viga biapoiada. Na Figura 4.17 são apresentadas as condições de contorno do modelo, bem como o ponto de aplicação de deslocamento, já na 4.18 é exibido o modelo com suas restrições e interações para formulação de contato.

Restrições do tipo *Tie* foram aplicadas entre a base do conector e o perfil metálico. Foi adotada uma única propriedade de interação para o contato, na qual o comportamento tangencial tem a formulação de fricção do tipo penalidade e é direcionalmente isotrópico com um coeficiente de atrito de 0,7. Já o comportamento normal é do tipo *Hard Contact* não permitindo separação após contato. O elemento utilizado nesta simulação foi o *CPS4R*. A

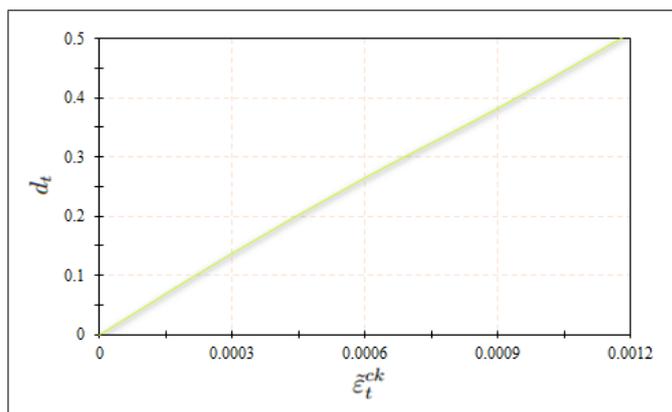


Figura 4.13: Relação dano *vs.* deformação de fissuração para o concreto C89/104.

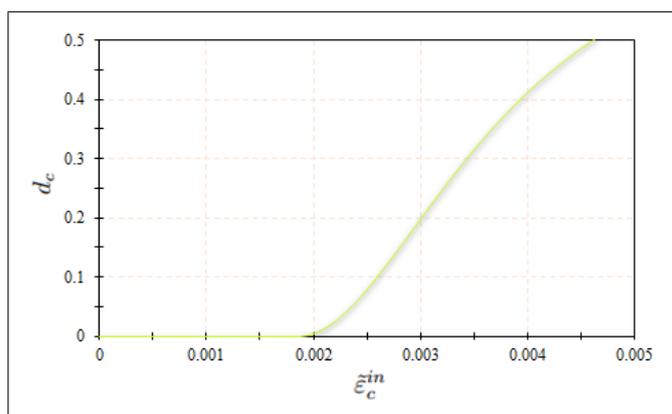


Figura 4.14: Relação dano *vs.* deformação de esmagamento para o concreto C89/104.

definição deste elemento é dada na próxima seção. O tamanho do lado do elemento quadrilateral onde foi verificada convergência foi de 15mm e a malha é apresentada na Fig. 4.19. Foram avaliados no modelo bidimensional os pontos com maiores gradientes de tensão, a fim de verificar o nível de necessidade de refinamento de malha e a *posteriori* implantação do modelo tridimensional.

O coeficiente de atrito (μ_s) se baseia na (ACI-318.14 2014) e é dado pela Eq. 4.14. Nesta equação o coeficiente de 0,7 é escolhido devido à condição da estrutura, i.e, concreto sobre aço estrutural laminado, que está limpo, livre de tinta, e com a resistência ao cisalhamento sendo transferida através da superfície de contato por meio de conectores tipo pino com cabeça, ou por barras e/ou fios deformados e soldados. O valor de λ é 1 para concreto de peso normal e 0,75 para concreto de peso leve.

$$\mu_s = 0,7\lambda \quad (4.14)$$

As pressões são maiores na região com maiores deslocamentos evidenciando a importância da formulação adequada de contato na análise de estruturas mistas.

As tensões de von Mises, verificadas a fim de avaliar a tensão de escoamento do material e os locais da estrutura com maiores gradientes de tensão, são apresentadas nas Figs. 4.20,

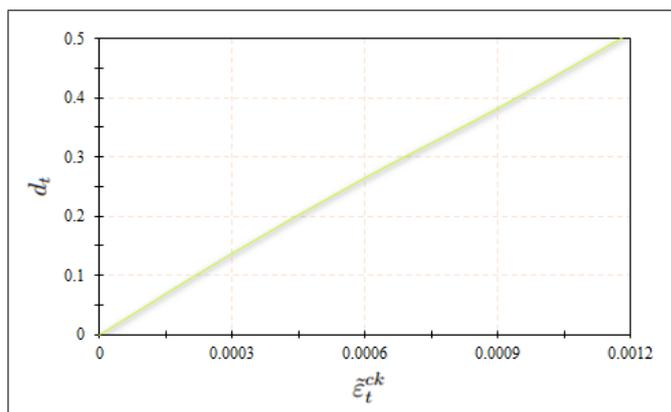


Figura 4.15: Relação dano *vs.* deformação de fissuração para o concreto C30/37.

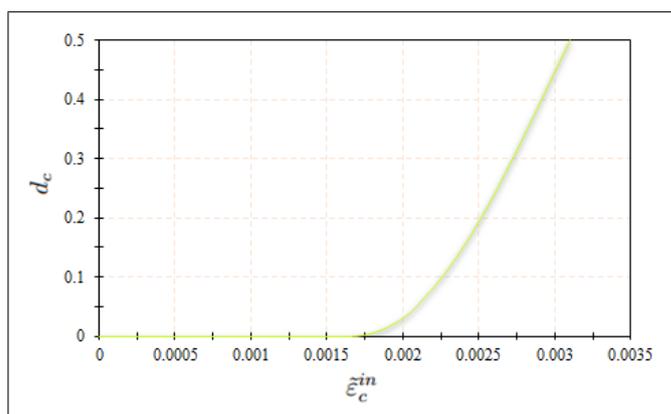


Figura 4.16: Relação dano *vs.* deformação de esmagamento para o concreto C30/37.

4.21 e 4.22, respectivamente, para interação nula, parcial e total. Os picos de tensão estão na mesa inferior, mesa superior, base e cabeça do conector. Além disto, percebe-se a localização do eixo neutro da estrutura. Os deslocamentos no concreto são maiores em relação a mesa inferior do perfil metálico, evidenciando o esmagamento do concreto. Há deformação plástica alta no concreto na região de contato com o conector na posição de maior momento fletor.

Na Figura 4.24 é apresentada uma comparação entre a distribuição de tensões na mesa superior da viga, conforme o caminho implementado na Fig. 4.23. Há uma diferença significativa entre os três tipos de interações. Percebe-se que conforme o número de conectores aumenta, uma resistência maior e uma menor redistribuição de esforços são alcançadas pela viga. Para interação parcial e interação nula, a viga atinge a tensão de escoamento. A diferença entre o nível de tensão atingida no modelo numérico com interação parcial é de 34, 36% em relação ao modelo numérico com interação total.

4.2.2 Simulação tridimensional

Foi realizada a modelagem tridimensional de 1/4 (um quarto) da estrutura devido aos planos de simetria do problema. A malha de elementos finitos adotada para o modelo é

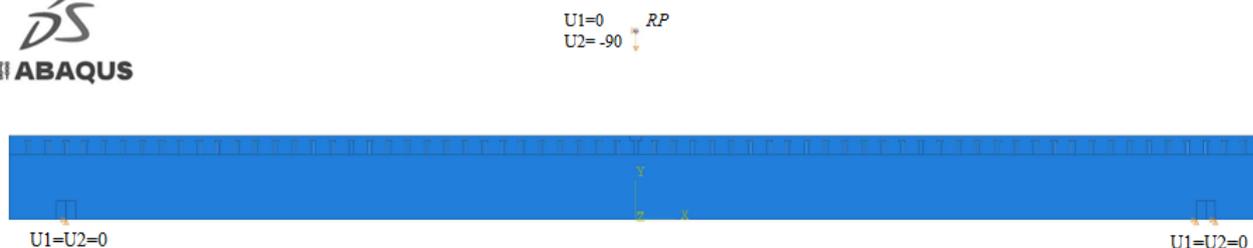


Figura 4.17: Condições de contorno do modelo numérico bidimensional.

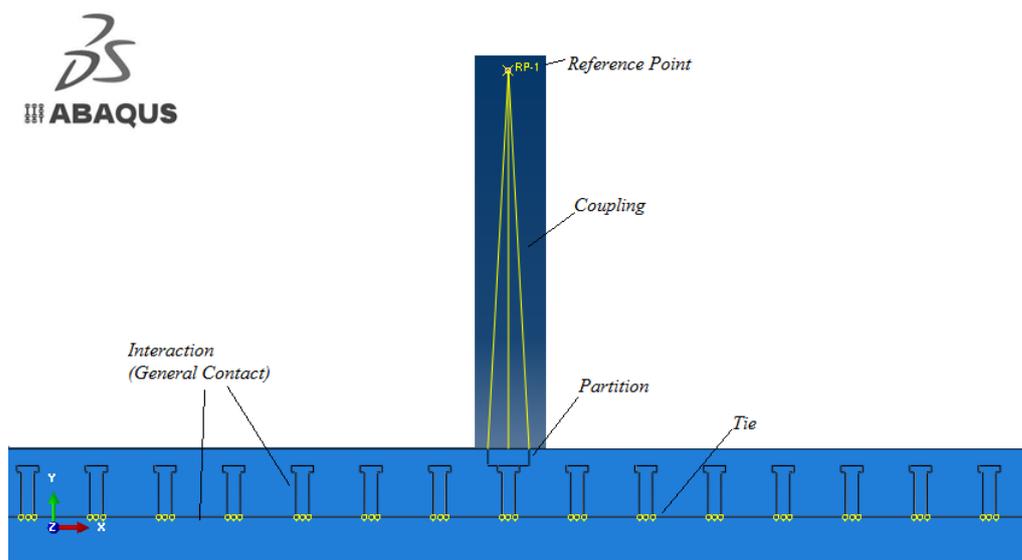


Figura 4.18: Formulação de interações

apresentada nas Figs. 4.25 e 4.26. Foram adotados elementos lagrangeanos hexaédricos do tipo $C3D8R$ para o perfil metálico, exceto nas regiões onde tem-se o raio de concordância entre a mesa e a alma; por essa região conter esta curva, foram adotados elementos do tipo $C3D20R$ devido a se concordar com o fato do elemento quadrático ser melhor para representar geometrias curvas. O conector foi modelado com elementos $C3D8R$. Este modelo foi calibrado com resultados experimentais disponíveis em (Hegger and Döinghaus 2000) e apresentados no Capítulo 5.

A laje de concreto é representada por elementos do tipo $C3D20RH$ para as regiões adjacentes aos conectores e do tipo $C3D8RH$ para as outras regiões. O enrijecedor e o apoio utilizam elementos do tipo $C3D8R$. Os estribos e a armadura longitudinal utilizam elementos de treliça do tipo $T3D2$. Percebe-se que para todos os elementos, com exceção dos de treliça foi utilizada a integração reduzida. Os elementos híbridos foram utilizados nesta simulação, devido ao comportamento incompressível do concreto próximo à tensão solicitante última, onde o mesmo alcança um coeficiente de Poisson próximo a 0,5. As principais características dos elementos utilizados para as simulações bi e tridimensionais são dadas a seguir, de acordo com (Hibbitt, D. and Karlsson, B. and Sorensen, P. 2010b):

- (i) $CPS4R$: Elemento bilinear com 4 nós, integração reduzida e controle de *hourglass*.

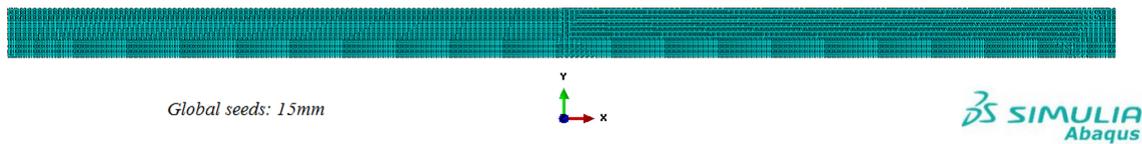


Figura 4.19: Formulação de interações

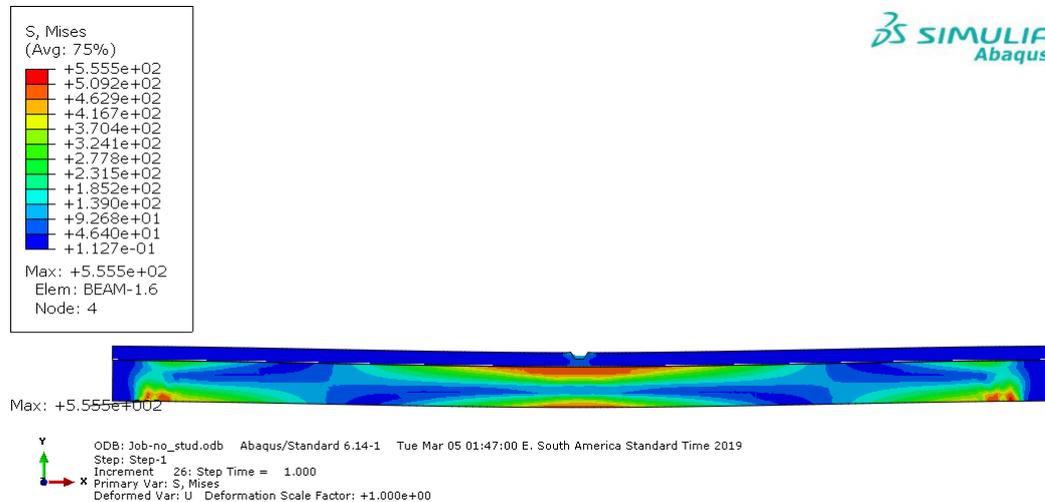


Figura 4.20: Tensões de von Mises - Interação nula.

- (ii) *C3D8R*: Hexaedro linear com 8 nós e integração reduzida.
- (iii) *C3D20R*: Hexaedro quadrático com 20 nós e integração reduzida.
- (iv) *C3D8RH*: Hexaedro linear com 8 nós, híbrido e de integração reduzida.
- (v) *C3D20RH*: Hexaedro quadrático com 20 nós, híbrido e de integração reduzida.
- (vi) *T3D2*: Elemento de deslocamento linear, não transmite momentos.

As condições de contorno do modelo são apresentadas na Fig. 4.27. Foi aplicado um deslocamento de 90mm no ponto de referência onde foi implementada uma interação do tipo *coupling* com uma área de $50 \times 150\text{mm}$; foi também admitida a influência do peso próprio da estrutura considerando a aceleração da gravidade ($g = -9810\text{mm/s}$). As direções 1, 2 e 3 são respectivamente as direções (x, y, z) , onde U_j significa translação na direção j e UR_j , rotação em torno do eixo j . As condições de contorno apontadas na Fig. 4.27 estão dispostas da seguinte maneira: ponto de aplicação de deslocamento ($U_2 = -90\text{mm}$) e todas as translações restantes e rotações restringidas, ($U_1 = U_3 = UR_1 = UR_2 = UR_3 = 0$); na face que caracteriza a seção transversal são aplicadas as mesmas restrições de movimento apontadas anteriormente, estando a face livre para translação somente na direção 2, i.e., ($U_1 = U_3 = UR_1 = UR_2 = UR_3 = 0$); o apoio simula uma viga biapoiada, tendo restrições somente para translação nas direções 1, 2 e 3, i.e., ($U_1 = U_2 = U_3 = 0$); a face de simetria longitudinal possui restrições de translação na direção 1 e de rotação nas direções 2 e 3, i.e., ($U_1 = UR_2 = UR_3 = 0$); e por fim a face externa da laje em sua

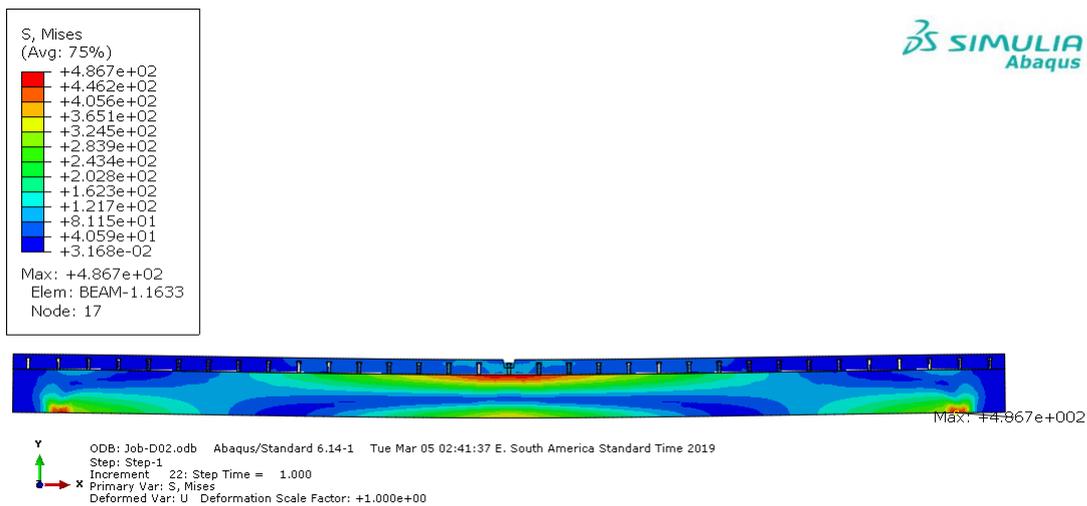


Figura 4.21: Tensões de von Mises - Interação parcial.

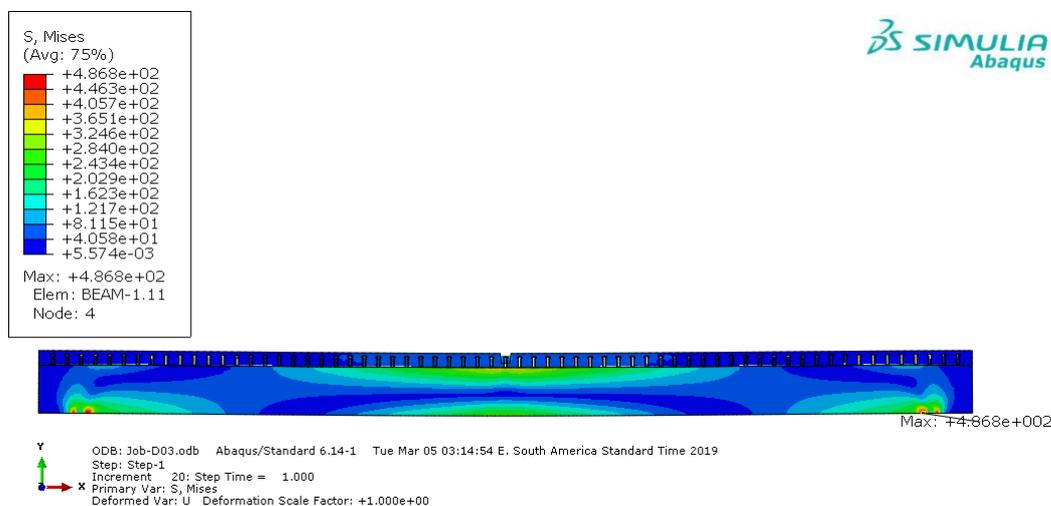


Figura 4.22: Tensões de von Mises - Interação total.

direção longitudinal está livre apenas para translação na direção 2 e rotação na direção 1, i.e., ($U1 = U3 = UR2 = UR3 = 0$).

As Figuras 4.28 e 4.29 apresentam as interações de contato utilizadas no modelo numérico que foram implementadas entre os conectores e o concreto e entre o concreto e a mesa do perfil metálico e as restrições (*tie*, *coupling* e *embedded*).

A Figura 4.30 apresenta a malha para o submodelo criado a partir do modelo global, o qual foi descrito anteriormente. Na região de submodelagem não ocorre a existência de armadura de cisalhamento ou flexão, logo são utilizados apenas elementos sólidos e a restrição do tipo *embedded* não é necessária.

Na Figura 4.31 são apresentadas as condições de contorno para o submodelo, onde U_{sub} representa os deslocamentos impostos ao submodelo devido à resposta numérica do respectivo modelo global. Estas condições de contorno refletem a submodelagem baseada em nós, conforme definição apresentada na sub-subseção 3.1.6. As interações e restrições são apresentadas na Fig. 4.32. Foram utilizadas interações de contato nas interfaces: concreto-

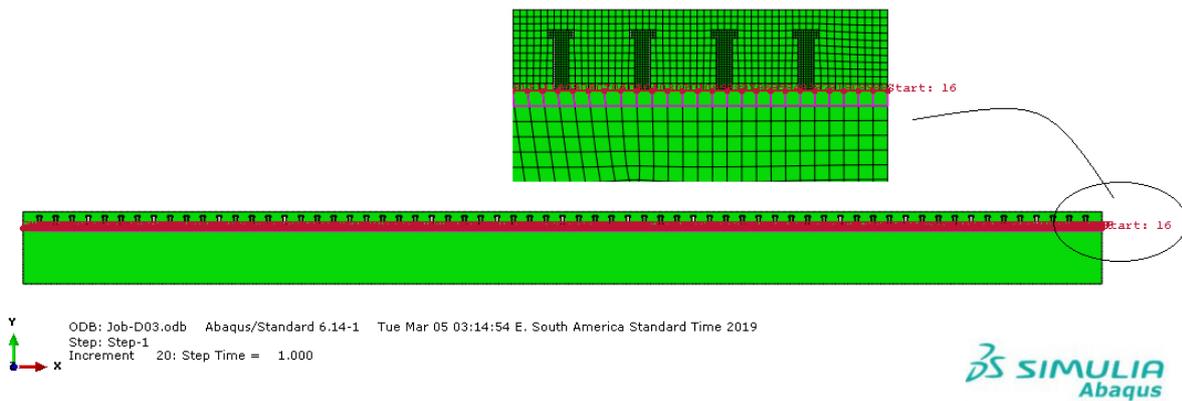


Figura 4.23: Caminho implementado para análise global

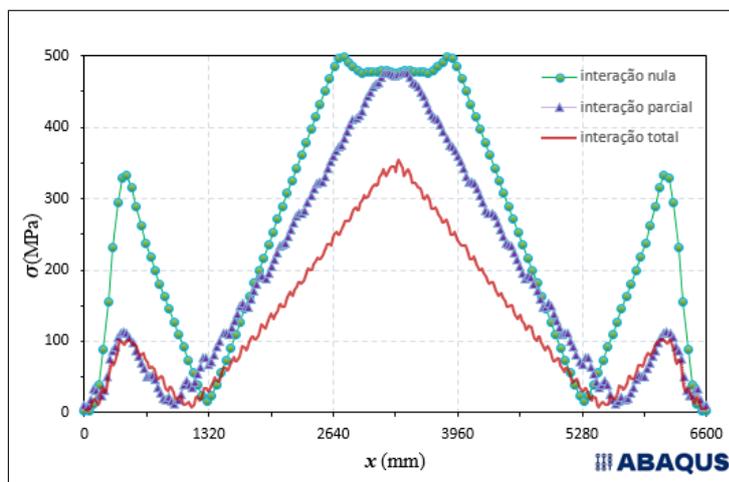


Figura 4.24: Comparação das tensões de von Mises na mesa superior ao longo do comprimento da viga: Interações de tipo parcial, total e nula.

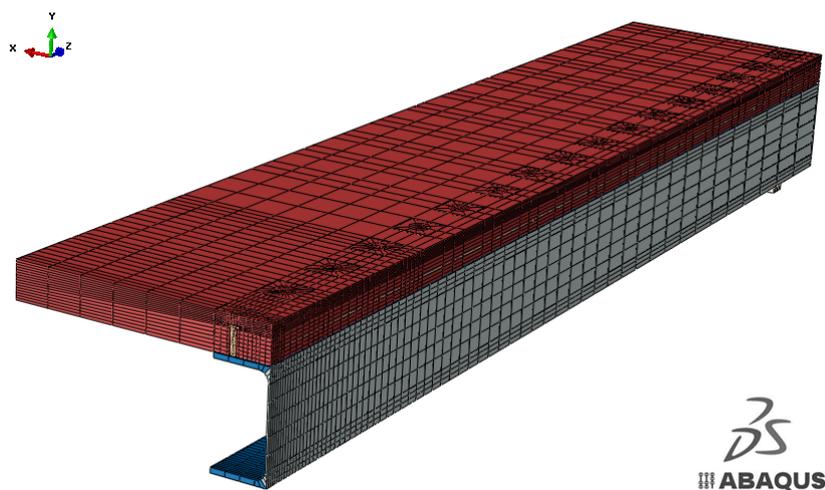


Figura 4.25: Malha para a *assembly* (código de cores do tipo *materials*).

chapa, concreto-solda, concreto-conector e conector-chapa. Foi utilizada apenas a restrição *Tie* para simular a restrição nas interfaces solda-chapa e solda-conector.

É utilizada a execução paralela de operações de elementos, com 15 e 16 processadores

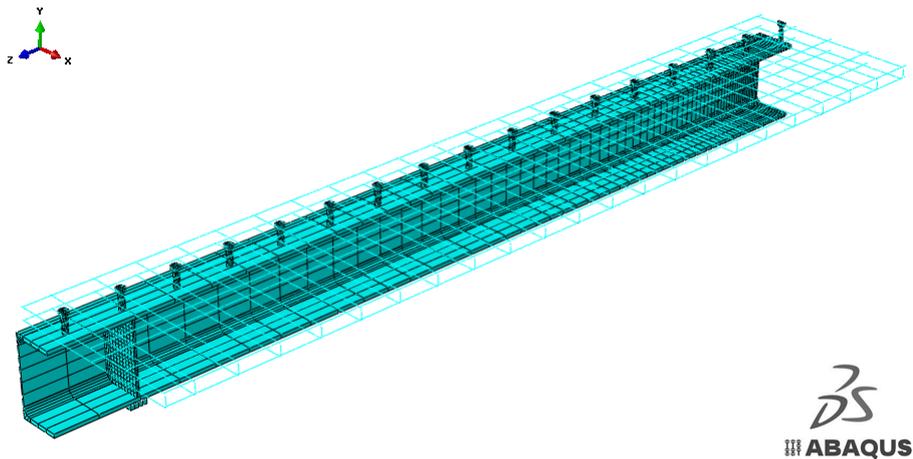


Figura 4.26: Malha para a *assembly*, excetuando concreto (código de cores *default*).

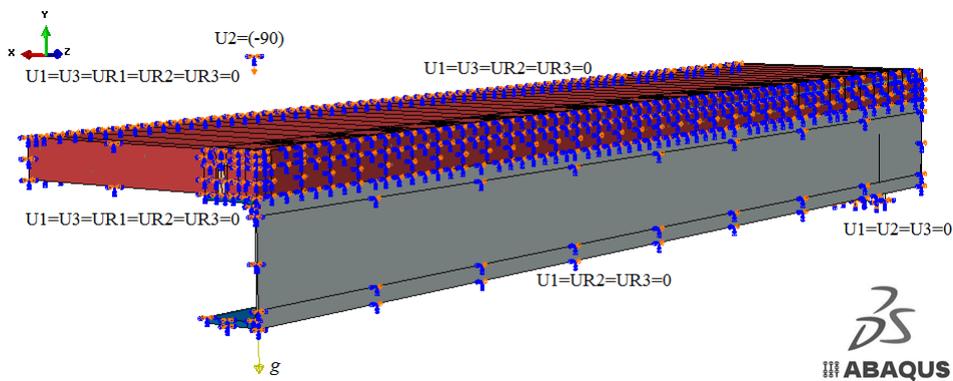


Figura 4.27: Condições de contorno utilizadas no modelo global.

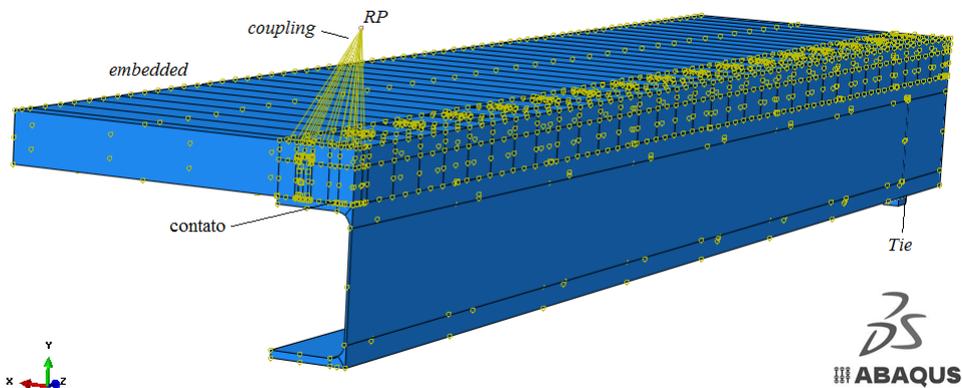


Figura 4.28: Interações de contato e restrições do modelo numérico.

para os modelos globais e submodelos, respectivamente, onde os *solvers* computam automaticamente em paralelo. A paralelização com passagem de mensagem utiliza o processo de análise múltipla onde a comunicação entre os processadores é feita via Interface de Passagem de Mensagem (MPI), da sigla em inglês *Message Passing Interface*. Também é utilizada a aceleração por placa gráfica com 1(uma) GPU.

O tempo de computação para a simulação dos modelos globais é de aproximadamente 1(uma) hora. Já para os submodelos, o tempo de simulação foi de aproximadamente 4 horas.

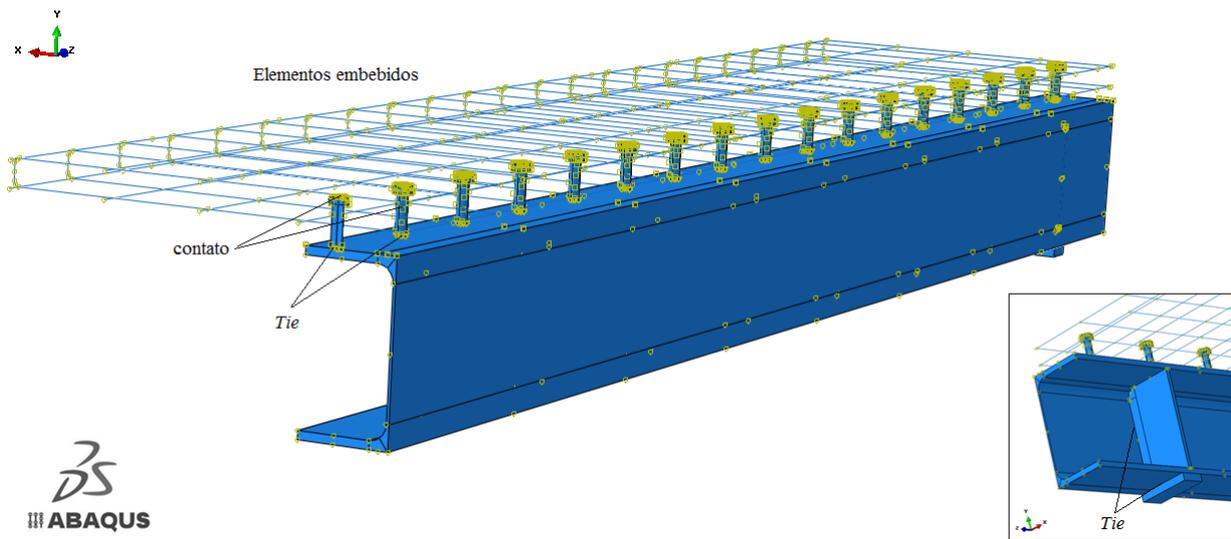


Figura 4.29: Interações de contato e restrições do modelo numérico. (Vista da armadura)

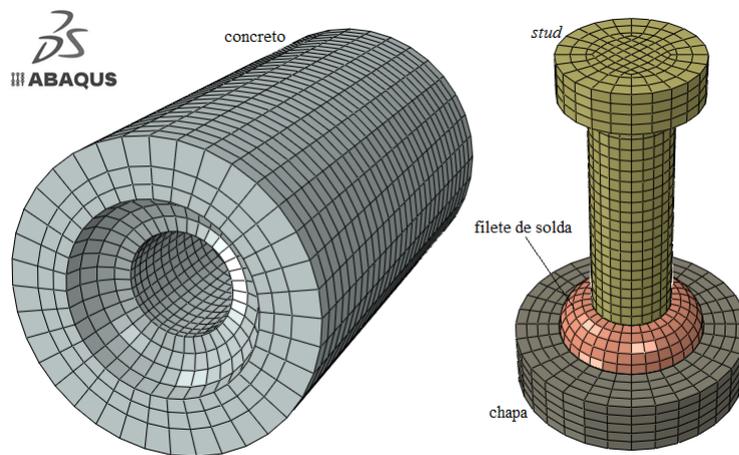


Figura 4.30: Malha para o submodelo.

Para o modelo global o número de equações foi de 374961, 133448 nós e 83601 elementos dos quais 12431 são elementos lineares de treliça; já para o submodelo foram 34280 equações por interação, 11555 nós e 9152 elementos. Essa relação inversa entre o tempo de simulação e o número de equações se dá devido ao maior número de incrementos necessários para a simulação do submodelo e também por causa dos problemas de convergência numérica, inerentes a problemas que consideram dano e fenômenos que implicam em alta não-linearidade.

Conforme (Hibbitt, D. and Karlsson, B. and Sorensen, P. 2010a) problemas de convergência numérica podem ser minimizados através do uso de uma escolha adequada dos controles de convergência. Para esse estudo, foram modificados dois desses parâmetros, I_0 e I_R . I_0 é o número de iterações de equilíbrio após o qual se verifica que os resíduos não estão aumentando para duas iterações consecutivas. O valor *default* é $I_0 = 4$, contudo se a convergência inicial é não-monotônica, pode ser necessário aumentar este valor. I_R é o número de iterações de equilíbrio após o qual a verificação da taxa logarítmica de convergência

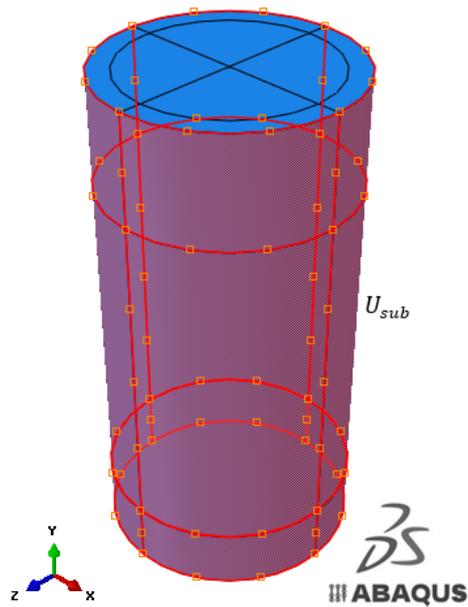


Figura 4.31: Condições de contorno do submodelo.

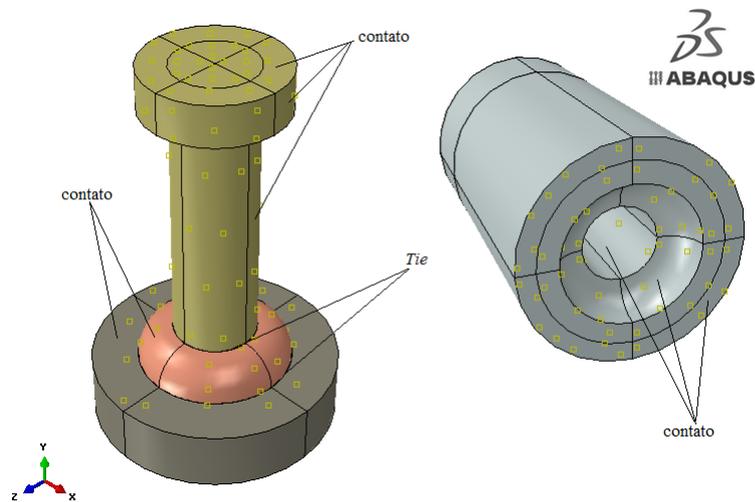


Figura 4.32: Interações e restrições do submodelo.

inicia. O valor *default* é $I_R = 8$, entretanto em casos onde a convergência é não-quadrática e esta não pode ser corrigida pelo uso do *solver* de equações não-simétricas para o *step*, a checagem da convergência logarítmica deve ser eliminada alterando esse valor para um maior. Neste estudo foram considerados $I_0 = 8$ e $I_R = 10$, os quais são valores recomendados por (Hibbitt, D. and Karlsson, B. and Sorensen, P. 2010a) em análises que envolvem o fenômeno de atrito em conjunto com o modelo constitutivo material do concreto.

Capítulo 5

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste capítulo são apresentados os resultados das simulações numéricas. A validação do modelo numérico por meio de resultados experimentais foi considerada como sendo razoável em regime elastoplástico para posterior implantação do fenômeno não-linear de dano à tração e à compressão no concreto, além de uma melhor discretização da malha de elementos finitos para o *stud* com maior deformação plástica detectado na análise do modelo global.

5.1 Resultados para o modelo numérico global

A validação do modelo numérico tridimensional é apresentada nas Figs. 5.1 e 5.2. Foram tomados resultados nas localizações a meio e a um quarto do vão livre da viga de acordo com resultados disponíveis em (Hegger and Döinghaus 2000). Nas duas localizações, a rigidez em regime elástico do modelo numérico foi superior aos resultados experimentais e a partir de uma carga de $600kN$, dentro do regime elastoplástico os resultados numéricos passam a se comportar assintoticamente em relação aos experimentais.

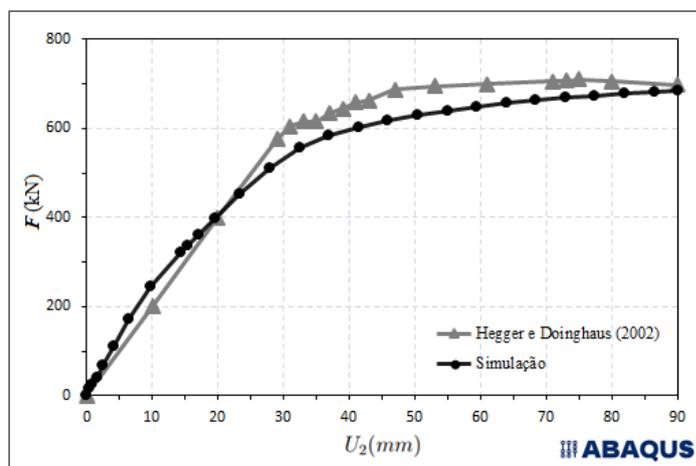


Figura 5.1: Dados de validação, meio do vão.

No que concerne ao primeiro gráfico (Fig. 5.1), tem-se uma diferença de 1,819% do

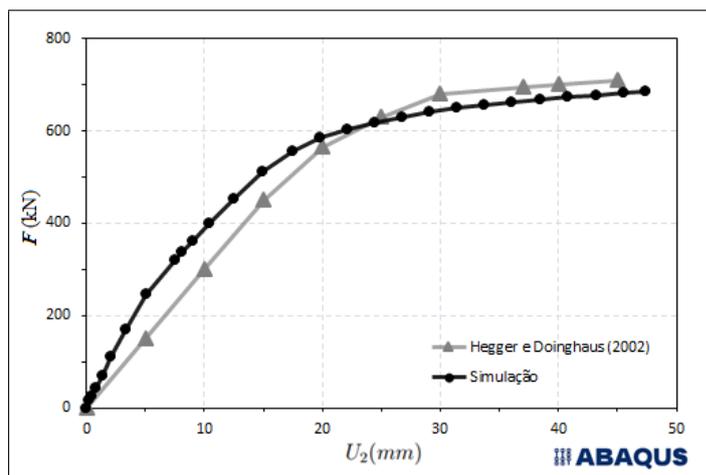


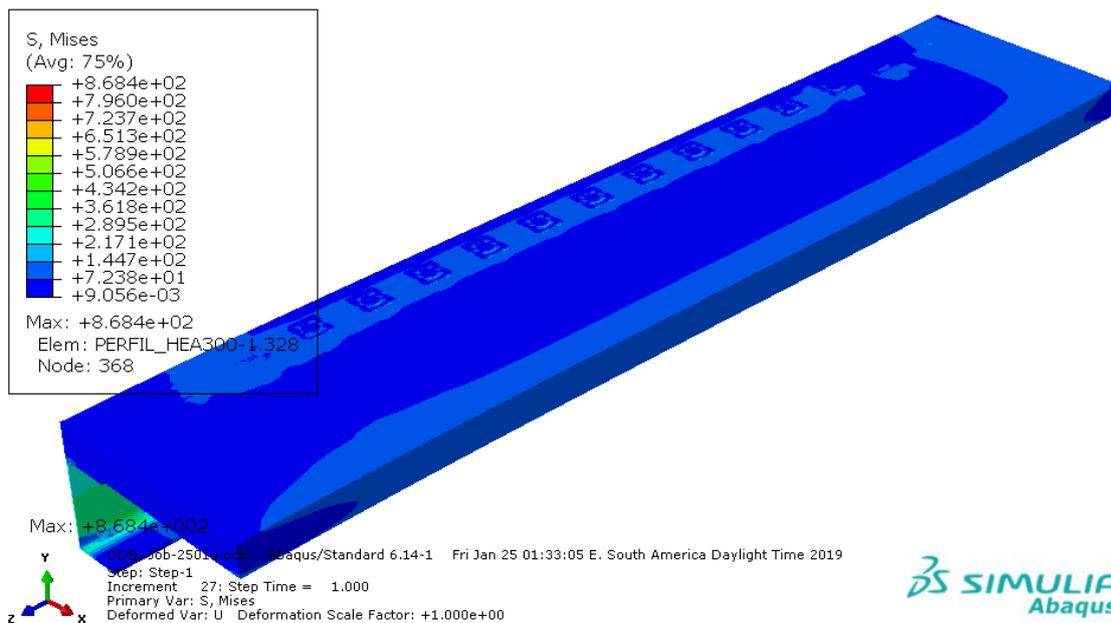
Figura 5.2: Dados de validação, um quarto de vão.

resultado da simulação em comparação com o experimental no ponto de deslocamento $U_2 = 90mm$. Para o segundo gráfico (Fig. 5.2), tem-se uma diferença de 4,07% do resultado da simulação em relação ao experimental para um deslocamento $U_2 = 45mm$. Essas diferenças relativas demonstram que a validação do modelo é considerada aceitável, uma vez que o erro relativo está dentro de uma faixa menor do que 5,00%, evidenciando também uma razoável resposta numérica para o modelo. Logo, assumindo como adequada tal resposta do modelo, os resultados do modelo global serviram de base para a modelagem do submodelo.

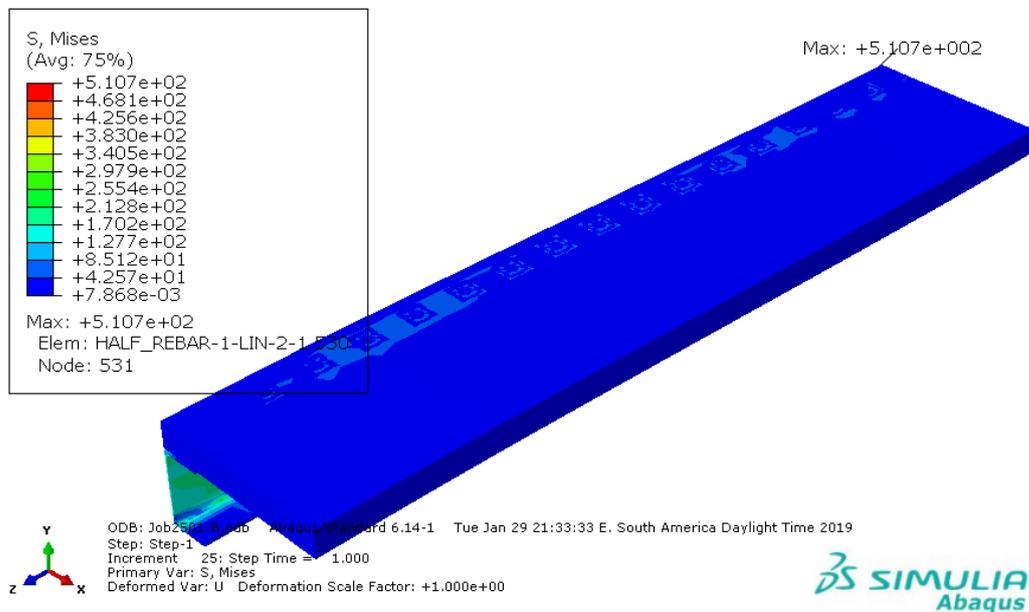
A distribuição das tensões de von Mises são apresentadas nas Figs. 5.3 e 5.4 onde comportamentos distintos são observados na distribuição dos gradientes da tensão de von Mises no concreto para a seção mista. Em ordem decrescente de valores de tensão, na estrutura com material convencional, a maior tensão se desenvolve na armadura na região central do vão próxima ao ponto de aplicação de carga; o segundo maior ponto de tensão está nos conectores e em seguida no perfil. Deste modo, é visto que o conector atinge níveis de tensões superiores às do perfil metálico em um determinado período de tempo. Já na estrutura com aço de alta resistência *S460*, o maior ponto de tensão está localizado na viga na região do apoio e, após esta região, a tensão mais elevada se encontra na base dos conectores.

Na Figura 5.5 são apresentados os deslocamentos na direção 2, ou "Y", onde é visualizado o comportamento misto e solidário da estrutura, uma vez que os elementos interligados se deslocam de forma conjunta, evidenciando a relevância do conector para a transmissão de esforços à laje, além de demonstrar o desempenho das interações de contato e restrições aplicadas ao modelo computacional. Desta forma, percebe-se uma formulação adequada através do uso dos recursos numéricos disponíveis no módulo *interaction* utilizando *fnl contact pairs* e restrições (*constraints*) do tipo *coupling*, *embedded* e *tie*.

A Figura 5.6 apresenta uma comparação de força-deslocamento para as estruturas com material de alta resistência e convencional. Foi observada uma diferença de 52,91% para os níveis de força que as estruturas desenvolvem para um deslocamento de 90mm. Esta grande diferença é explicada devido ao fato de o concreto de alta resistência *C89/104*, em relação ao



(a) Tensões de von Mises (BC-1).

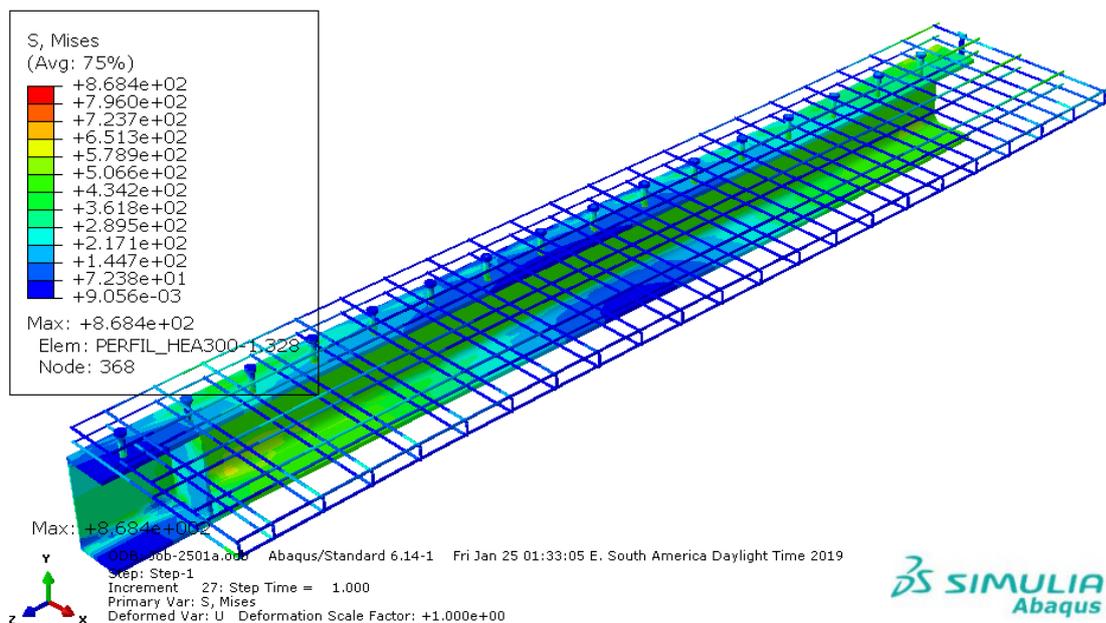


(b) Tensões de von Mises (BC-2).

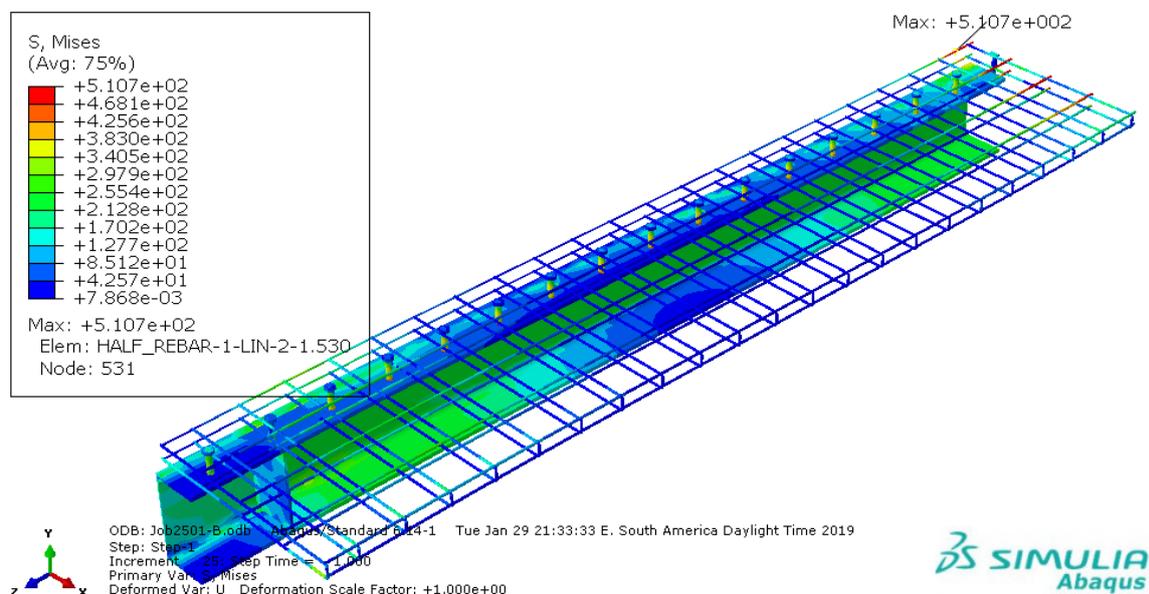
Figura 5.3: Tensões de von Mises (MPa)

concreto usual $C30/37$, possuir resistência característica à compressão 297% maior e uma resistência média à compressão 255% maior, além do aço $S460$ em relação ao $S235$ possuir tensão de escoamento 196% maior e tensão última 162% maior.

Para a verificação de deslocabilidade prescrita pela (NBR 8800 2008) para vigas de piso não solidarizadas com parede, a flecha vertical máxima - f_{max} - é dada por $f_{max} = l/350$, sendo l o comprimento do vão, tem-se uma diferença relativa de aproximadamente 26,2% entre as vigas ($BC - 1$) e ($BC - 2$) para a resistência estrutural.



(a) Tensões de von Mises ($BC - 1$).

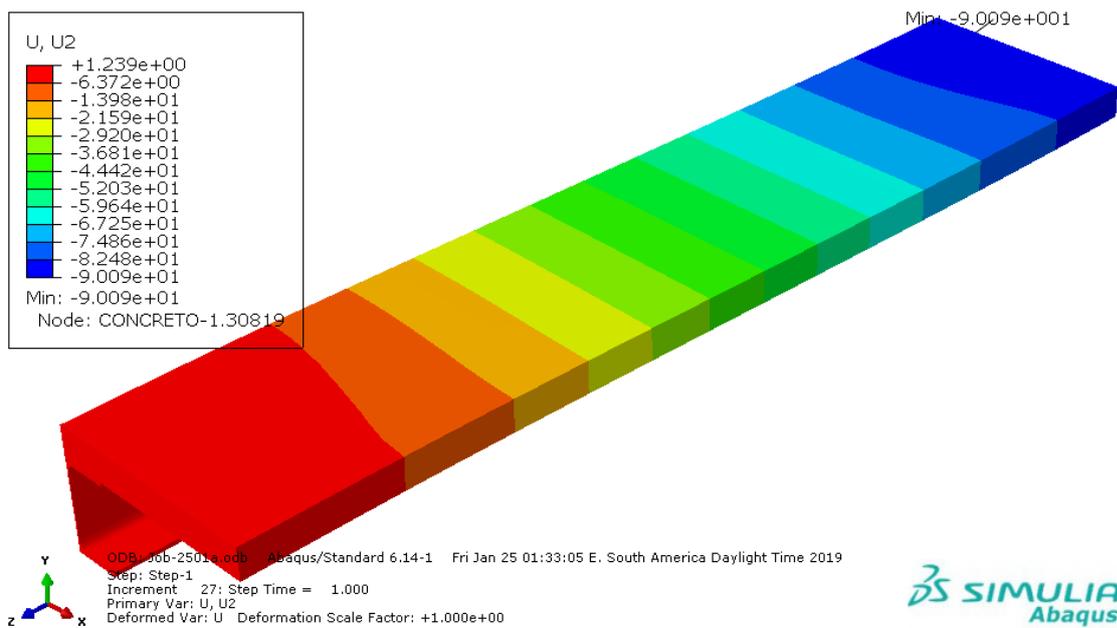


(b) Tensões de von Mises ($BC - 2$).

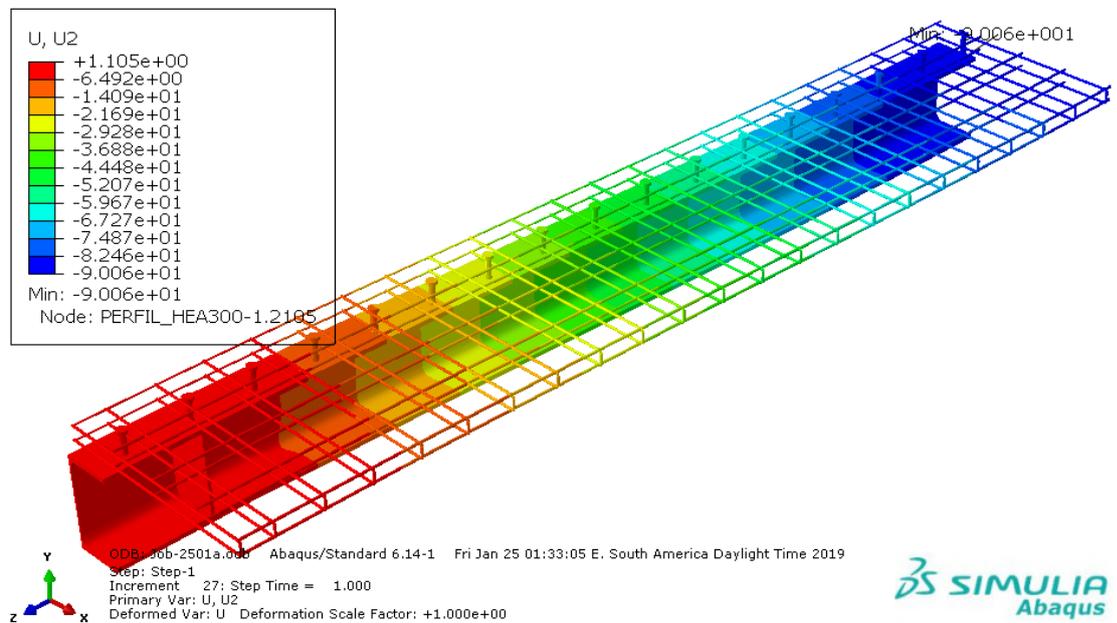
Figura 5.4: Tensões de von Mises (MPa)

5.2 Resultados para o submodelo numérico

Em relação aos resultados numéricos para o submodelo, a degradação da rigidez escalar é apresentada na Fig. 5.9. Há diferenças entre os pontos de maior degradação de rigidez para as estruturas. No primeiro submodelo ($BCS - 1$), o ponto com maior degradação, evidenciado na Fig. 5.9(a), localiza-se na interface concreto-solda-conector, já no submodelo ($BCS - 2$), Fig. 5.9(b), o nó com maior degradação situa-se na interface concreto-solda-perfil. Isto evidencia os pontos críticos a serem avaliados em projetos que contemplam níveis elevados de carregamento. Logo, entender o comportamento nas interfaces de contato é fundamental



(a) Deslocamentos - estrutura total.



(b) Deslocamentos - elementos metálicos.

Figura 5.5: Deslocamentos em milímetros da viga mista na direção 2.

para uma correta avaliação de estruturas mistas.

Em relação às primeiras evidências de falha durante o tempo da simulação, para a estrutura com materiais de resistência ordinária, o elemento que primeiro falha é o concreto, evidenciado pelo dano à tração na interface solda-concreto. Em relação ao esmagamento do concreto, percebe-se uma influência do efeito de confinamento da ordem de 4, 22 vezes à resistência média do concreto, i.e., o concreto atinge valores maiores que sua resistência média sem apresentar dano por efeito de força compressiva, conforme pode ser visto na Fig. 5.7. É observado também que o dano à tração permanece com valores constantes e distantes

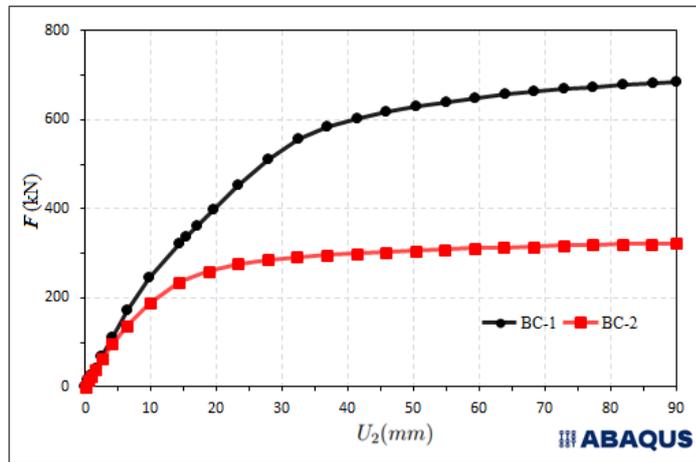


Figura 5.6: Comparação da relação força-deslocamento das estruturas com aço $S460$ e concreto com $f_{ck} = 89\text{MPa}$, ($BC - 1$); e estrutura com aço $S235$ e concreto com $f_{ck} = 30\text{MPa}$, ($BC - 2$).

do valor de dano crítico $D_c = 0,5$ nesta região. O efeito de confinamento do concreto é observado também para o concreto de alto desempenho, atingindo valores 2,56 vezes maior do que a resistência média deste concreto, como pode ser visto na Fig. 5.8, para o mesmo nó avaliado no submodelo $BCS - 2$. A evolução das tensões de *von Mises* para este submodelo também é distinta.

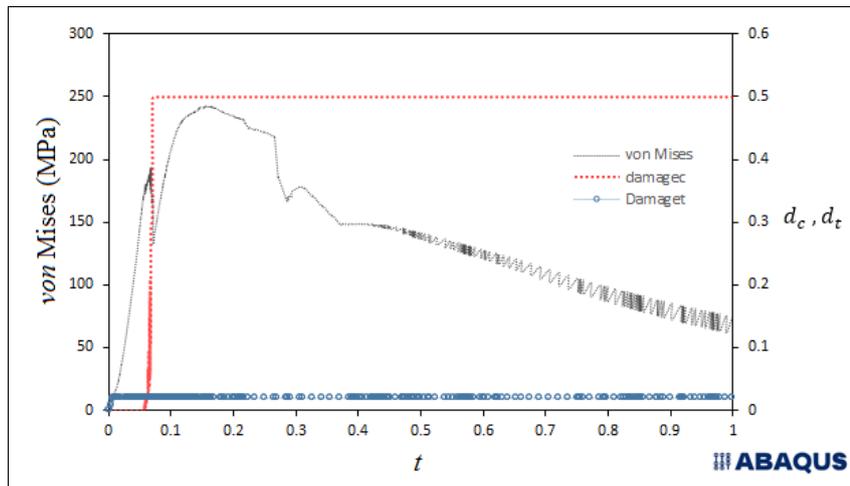


Figura 5.7: Evolução das tensões de *von Mises*, dano à compressão e dano à tração para o submodelo ($BCS - 2$) - nó 22, concreto (região comprimida).

Os gradientes de degradação são visualizados na base, na região de contato com a cabeça do conector e no topo do concreto. Próximo a base, na região em que o fuste do conector está em contato com o concreto também é visualizada uma degradação de rigidez acentuada. A degradação da rigidez está relacionada ao dano por tração e por compressão, contudo é visto aqui para o concreto que o gradiente de degradação da rigidez é melhor quantificado relacionando-o ao dano por tração.

O dano em tração - *output DAMAGET* - é apresentado na Fig. 5.10. O dano crítico no concreto, conforme (Lemaitre and Desmorat 2005), de $D_c = 0,5$ é avaliado neste es-

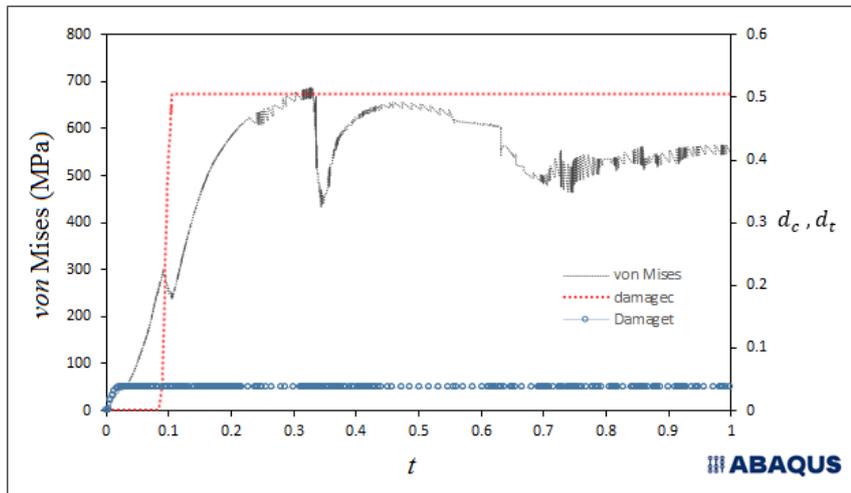
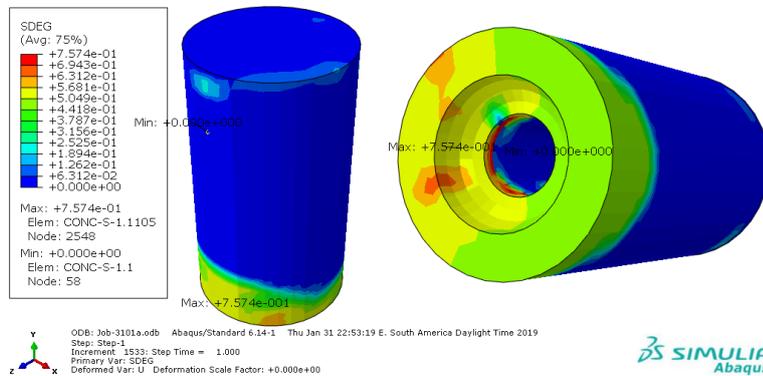
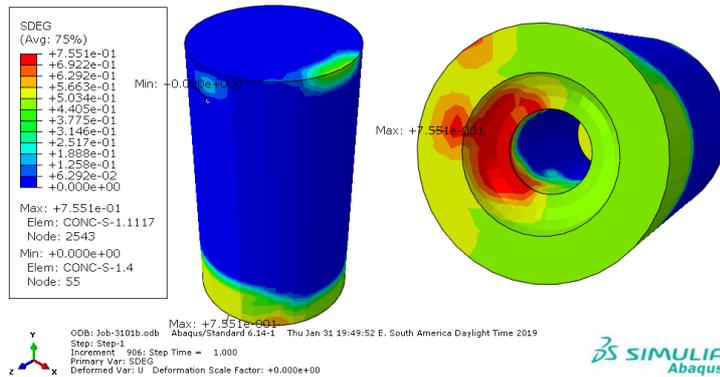


Figura 5.8: Evolução das tensões de von Mises, dano à compressão e dano à tração para o submodelo (BCS - 1) - nó 22, concreto (região comprimida).



(a) Degradação da rigidez escalar, d , do concreto (BCS - 1).



(b) Degradação da rigidez escalar, d , do concreto (BCS - 2).

Figura 5.9: Degradação da rigidez escalar, $SDEG$, do concreto.

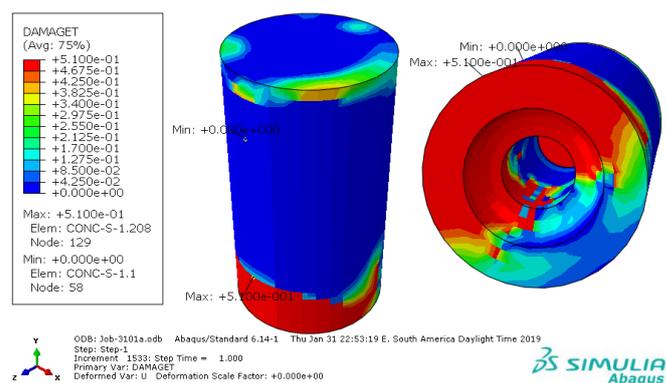
tudo como um limitador da curva tensão-deformação utilizada como *input* e é um ponto de interesse fundamental neste trabalho.

A distribuição dos gradientes de dano à tração nos dois submodelos são semelhantes e o ponto de dano máximo nas duas simulações estão numa região próxima. Diferenças dos gradientes de dano são vistas na região do concreto que está em contato com o perfil, onde

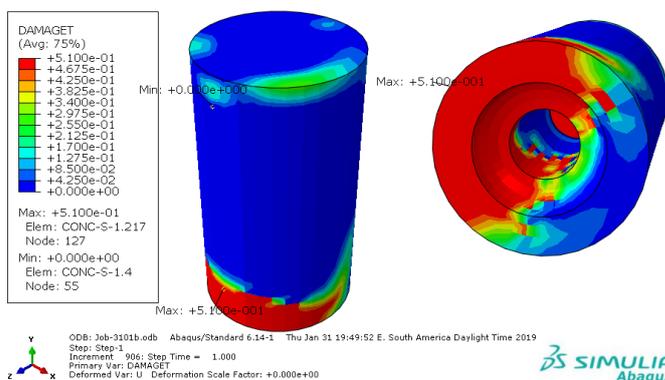
o submodelo ($BCS - 1$) apresenta uma maior área de degradação em relação ao submodelo ($BCS - 2$), contudo o submodelo ($BCS - 2$) demonstrou uma diferença de gradiente na região próxima da interface concreto-solda-conector.

As regiões críticas do concreto se encontram em sua maioria próxima aos pontos de contato, contudo na parte superior da laje, na região de concreto não-confinada, é vista a formação de mecanismos de falha por dano onde puderam ser observados valores de dano à tração entre $d_t = 0,4$ e $d_t = 0,45$ para o submodelo ($BCS - 1$) e valores entre $d_t = 0,2$ e $d_t = 0,3$ para o submodelo ($BCS - 2$).

Na região de contato entre a cabeça do conector e o concreto foram observados pontos de dano crítico, $D_c = 0,5$, para os dois submodelos, entretanto, o submodelo ($BCS - 2$) tem uma maior área danificada nesta região (Ver Fig. 5.10). O primeiro ponto de detecção de dano à tração se dá na interface concreto-solda em um ângulo de aproximadamente 45° com a raiz da solda (ver Fig. 2.8), i.e, normal à face teórica da solda. Este comportamento ocorre nos dois submodelos. Isto se justifica devido as pernas do filete de solda serem iguais e indica um ponto de interesse onde pode ocorrer falha na solda e/ou avaliar a influência da geometria do filete no ELS e ELU indicando ainda um comportamento independente da resistência do material.



(a) Dano em tração, d_t , no concreto ($BCS - 1$).



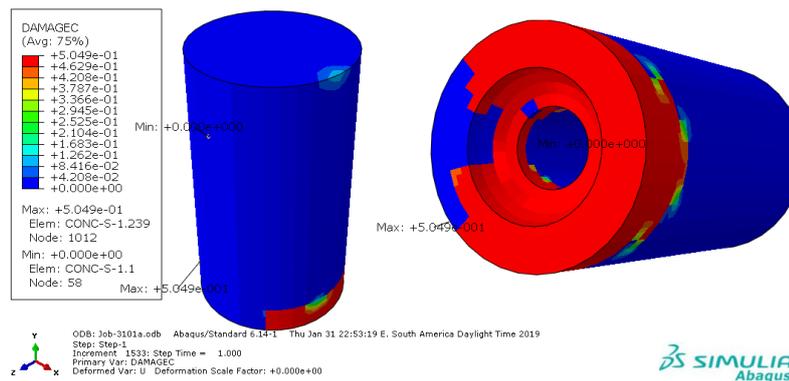
(b) Dano em tração, d_t , no concreto ($BCS - 2$).

Figura 5.10: Dano em tração, $DAMAGEC$, do concreto.

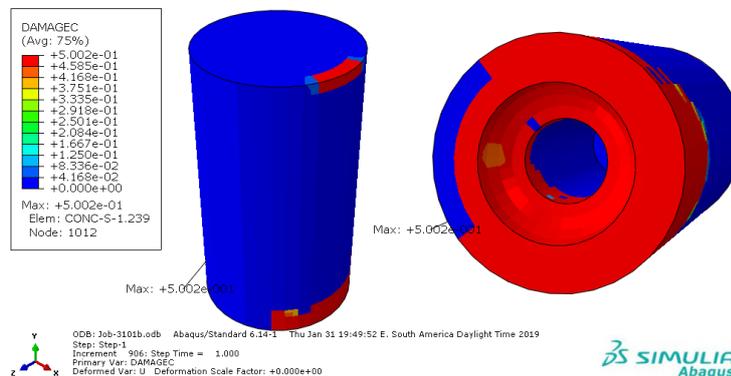
O dano em compressão - *output DAMAGEC* - é apresentado na Fig. 5.11. Os gradien-

tes dessa grandeza localizam-se na região próxima a base. Na parte superior do concreto, chegou-se a ter valores para dano de cerca de $d_c = 0,12$ para o submodelo ($BCS - 1$), entretanto, para o submodelo ($BCS - 2$) o dano na região não-confinada do concreto na parte superior da laje apresenta valores de dano crítico $D_c = 0,5$. Na interface de contato do concreto com a cabeça do conector, não se observou dano significativo à compressão.

O dano à compressão, diferentemente do dano à tração, surge na interface concreto-perfil e se propaga pela base da interface concreto-solda até a interface concreto-*stud*. Os gradientes de dano à tração e compressão tem localizações opostas tomando como referência o centroide geométrico no plano (x, z) , ver Fig. 5.14.



(a) Dano em compressão, d_c , no concreto ($BCS - 1$).



(b) Dano em compressão, d_c , no concreto ($BCS - 2$).

Figura 5.11: Dano em compressão, *DAMAGEC*, do concreto.

Com base no comportamento de dano à tração e à compressão para o concreto, entende-se que a estrutura com material de alta resistência consegue suportar cargas superiores a estrutura composta de materiais ordinários, e ainda tendo o benefício de o concreto se degradar menos para um mesmo deslocamento. Desta forma, torna-se relevante em projetos considerar a adoção de um material com alta resistência, principalmente quando se dimensiona a estrutura fundamentando-se na teoria elastoplástica e em vigas mistas de classe 1 ou 2.

As tensões de von Mises são apresentadas na Fig. 5.12 para o concreto e são simétricas em relação ao plano yz , mas assimétricas em relação ao plano xy (ver Figs. 5.13 e 5.14). Os

gradientes de tensão se encontram na região com maior dano por compressão. Na região de concreto abaixo da cabeça do conector foi encontrado um valor de tensão pelo critério de von Mises de 65,94MPa e um valor de tensão pelo critério de Tresca de 69,39MPa para o sub-modelo ($BCS - 1$); uma diferença de 4,97% entre os dois critérios. Para esta mesma região, foram encontrados valores de tensão pelos critérios de von Mises e Tresca de 83,49MPa e 87,78MPa, respectivamente, para o submodelo ($BCS - 2$); uma diferença de 4,89% entre os dois critérios. A diferença entre estes dois critérios é máxima, cerca de 15%, para um estado de cisalhamento puro. Logo essa pequena diferença, indica que o esforço à flexão governa o comportamento estrutural e de falha dessa estrutura.

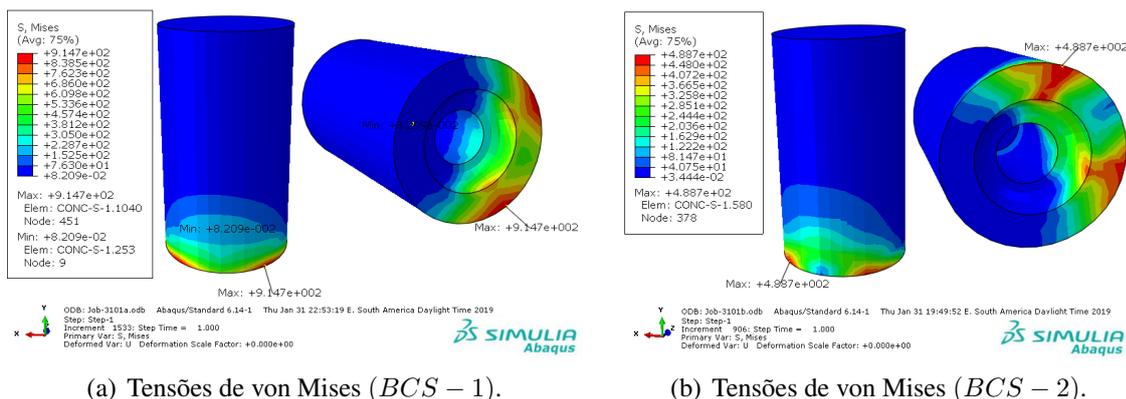


Figura 5.12: Tensões de von Mises nos submodelos.

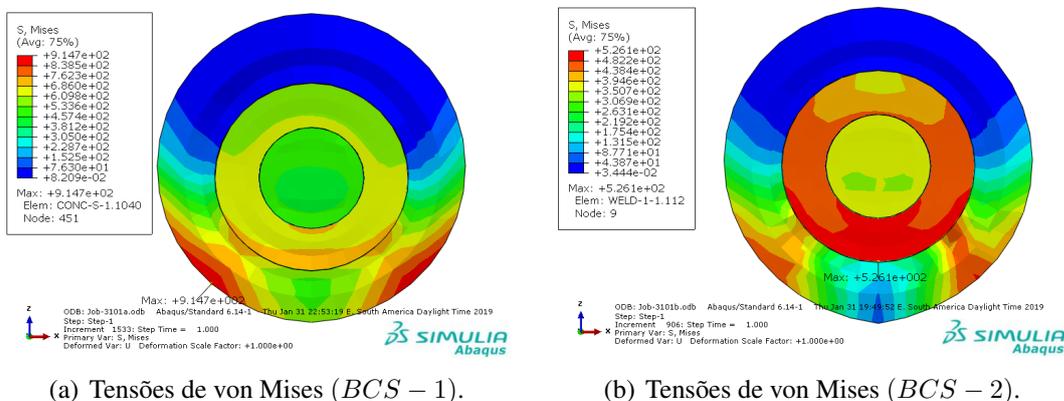


Figura 5.13: Tensões de von Mises nos submodelos, vista inferior sem a chapa da mesa.

Nas Figuras. 5.15 até 5.20 são apresentados a relação dos principais *outputs* de dano em relação à carga concentrada aplicada no meio do vão. O fenômeno de dano é essencialmente não-linear, logo, foram inseridas linhas de tendência nos gráficos para facilitar o entendimento dos resultados. Em relação às linhas de tendência, nos gráficos das Figs. 5.15 e 5.18 são utilizados polinômios de ordem 6, já para as linhas de tendência das Figs. 5.16 e 5.19 e Figs. 5.17 e 5.20 são utilizadas opções de linha de tendência do tipo média móvel com períodos 2 e 3, respectivamente. O nó analisado para a construção destes gráficos foi o nó com maior valor para a degradação de rigidez.

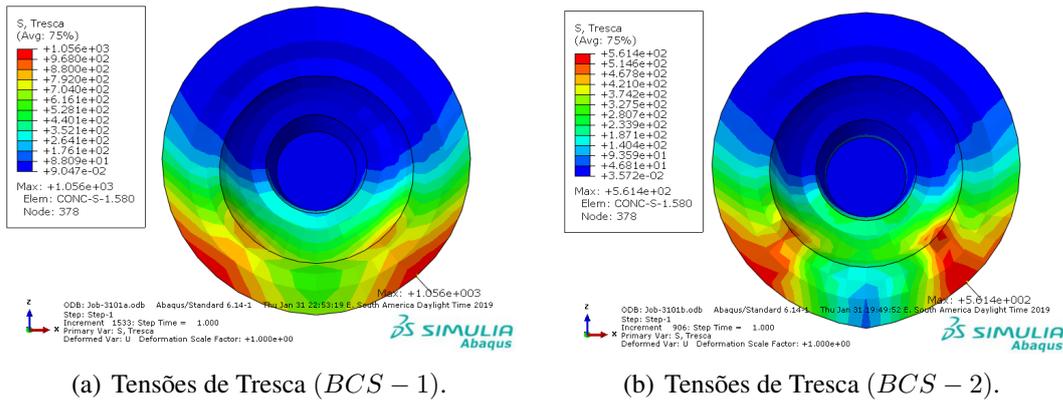


Figura 5.14: Tensões de Tresca no concreto para os submodelos numéricos.

A degradação da rigidez, apresentada nas Figs. 5.15 e 5.18 não tem um patamar definido, evidenciando a recuperação da rigidez, mesmo sob carregamento monotônico. Essa recuperação da rigidez é também evidenciada para o caso de compressão, onde se vê uma oscilação nos resultados de dano apesar do aumento contínuo da carga. Valores de degradação da rigidez iguais a 0,5 foram observados para as mesmas cargas que atingem o valor de dano crítico em tração nos dois submodelos.

Foi verificado o valor de carregamento nas Figs. 5.16 e 5.19 onde o dano em tração atinge o patamar de dano crítico - $D_c = 0,5$. As diferenças quanto às cargas são de 57,14% entre os dois submodelos, tendo um valor de 7,0kN para o submodelo (BCS - 1) e de 3,0kN para o submodelo (BCS - 2). Para o caso de compressão apresentado nas Figs. 5.17 e 5.20 houve uma diferença de -36,21%, onde o submodelo (BCS - 1) atinge valores de dano crítico sob uma carga de 116,0kN e o submodelo (BCS - 2) atinge o dano crítico sob um carregamento de 158,0kN.

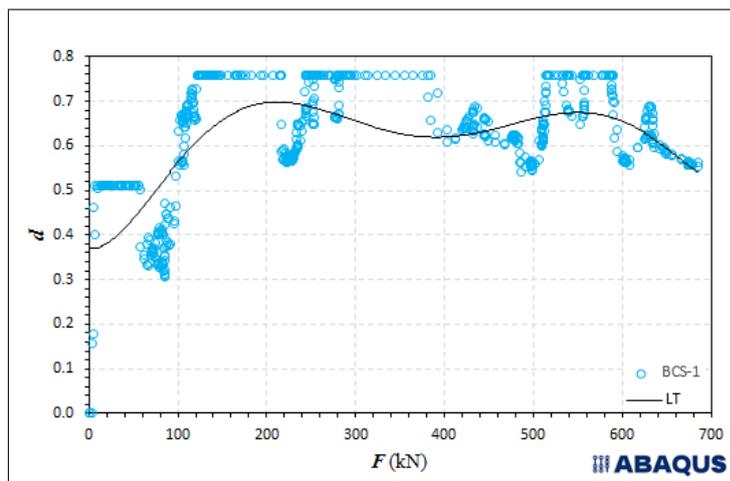


Figura 5.15: Relação força vs. degradação da rigidez escalar para o concreto (BCS - 1).

A deformação plástica máxima dos elementos metálicos, *output PEEQMAX*, é apresentada na Fig. 5.21. Nos dois submodelos, as maiores deformações foram na chapa, entretanto, no submodelo com materiais de resistência ordinária foi observada uma deformação

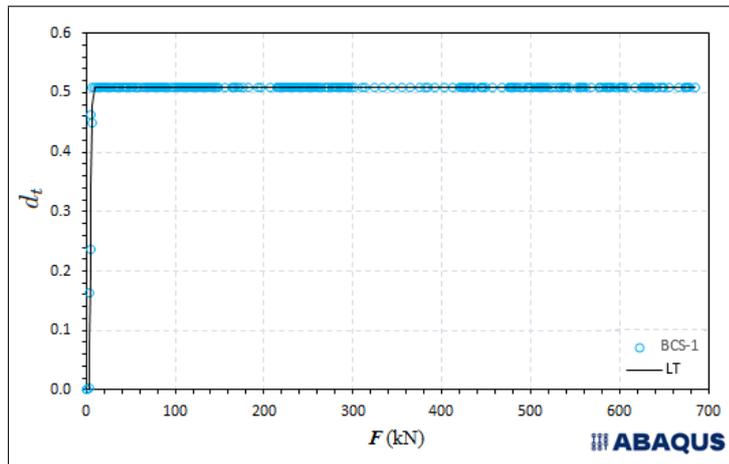


Figura 5.16: Relação força vs. dano em tração para o concreto ($BCS - 1$).

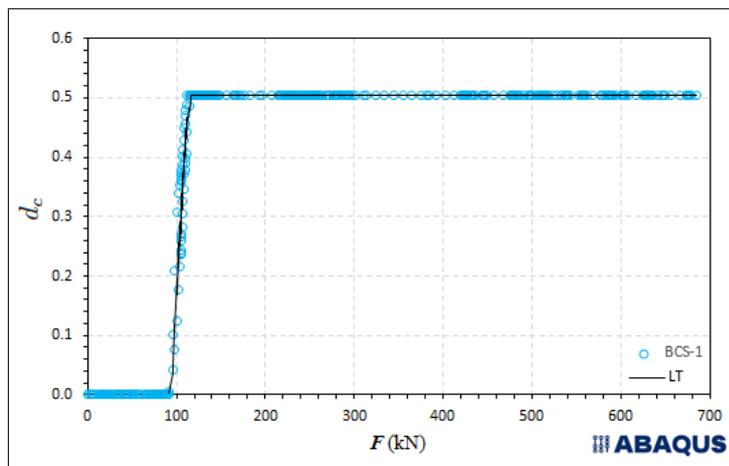


Figura 5.17: Relação força vs. dano em compressão para o concreto ($BCS - 1$).

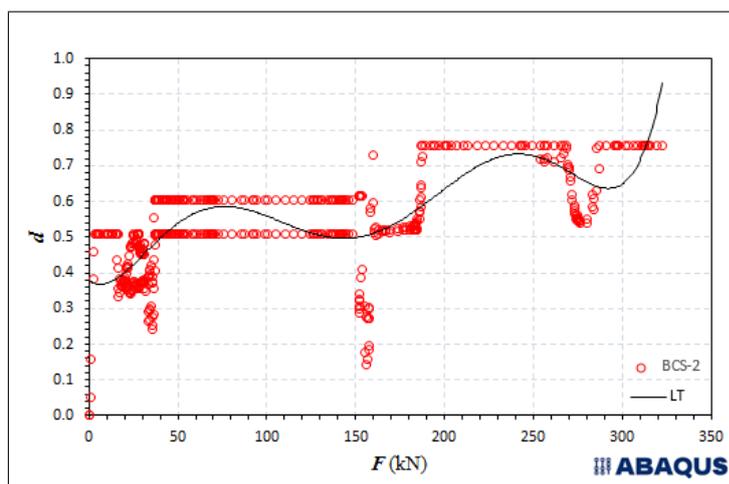


Figura 5.18: Relação força vs. degradação da rigidez escalar para o concreto ($BCS - 2$).

plástica 43,59% menor em relação ao modelo numérico ($BCS - 1$).

Na Figura 5.22 pode ser visualizado que os pontos de deformação plástica máxima são distintos quando é retirada da análise a chapa. Para o submodelo ($BCS - 1$), Fig. 5.22(a), o

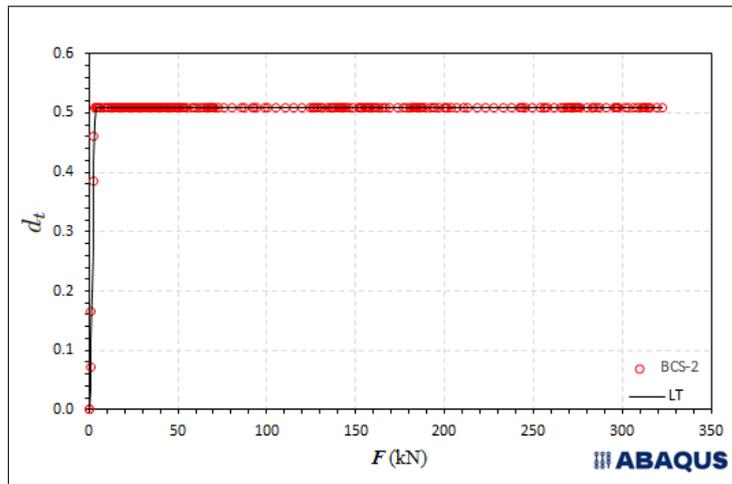


Figura 5.19: Relação força vs. dano em tração para o concreto ($BCS - 2$).

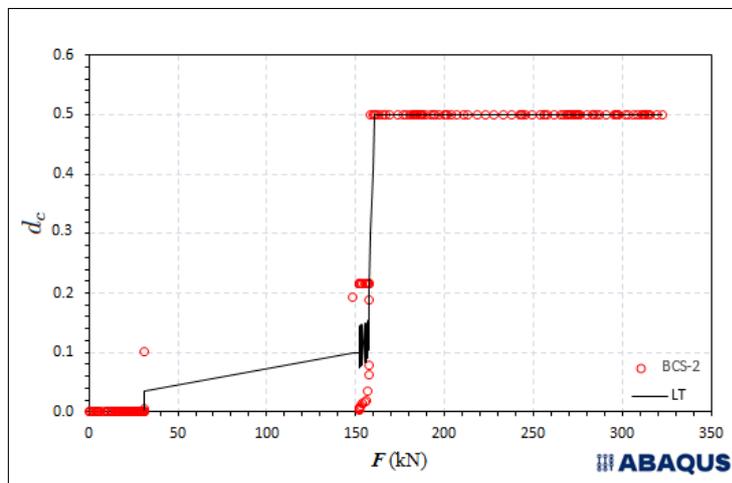
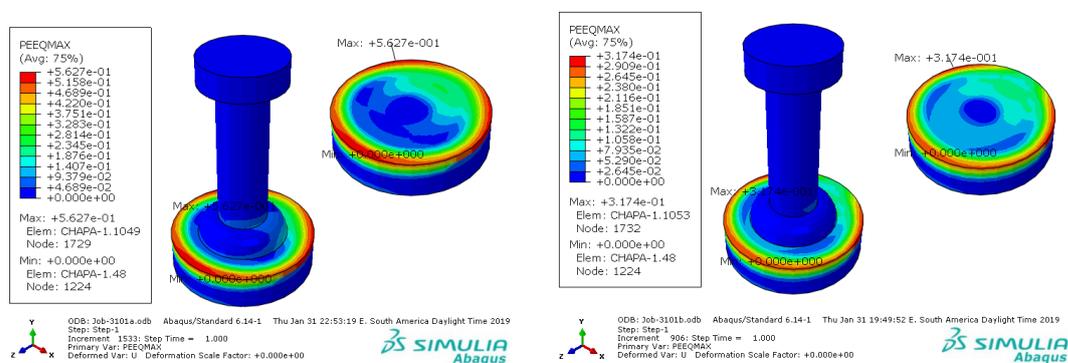


Figura 5.20: Relação força vs. dano em compressão para o concreto ($BCS - 2$).

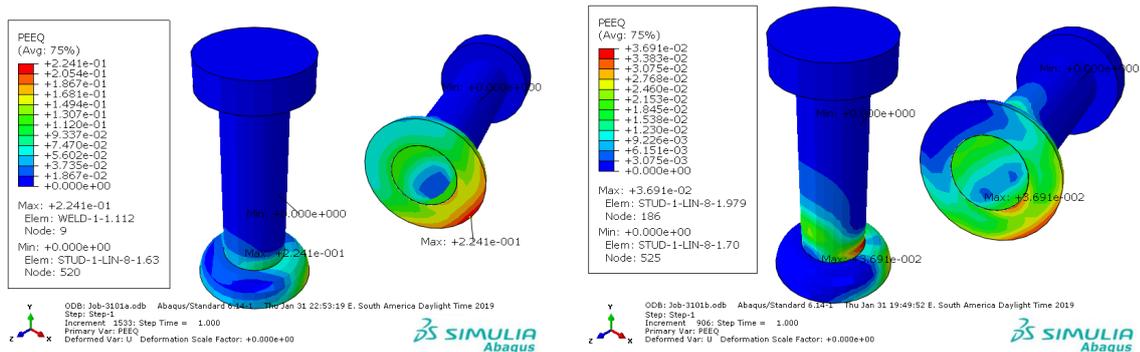
maior ponto de deformação plástica é a solda na sua base. Para o outro submodelo o ponto com maior deformação plástica está localizado no conector, na região de interface conector-solda-concreto, Fig. 5.22(b), entretanto é perceptível também um gradiente de deformação relevante na base da solda.



(a) Deformação plástica máxima ($BCS - 1$).

(b) Deformação plástica máxima ($BCS - 2$).

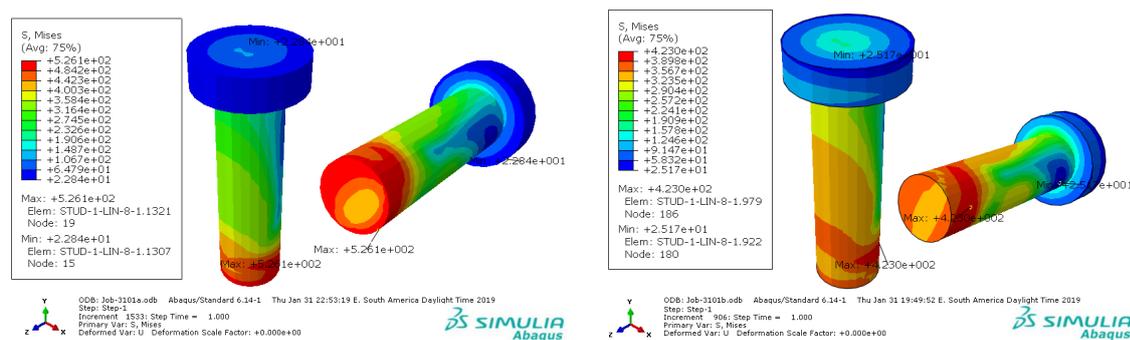
Figura 5.21: Deformação plástica máxima nos elementos metálicos do submodelo.



(a) Deformação plástica equivalente ($BCS - 1$). (b) Deformação plástica equivalente ($BCS - 2$).

Figura 5.22: Deformação plástica equivalente (solda e conector) no submodelo.

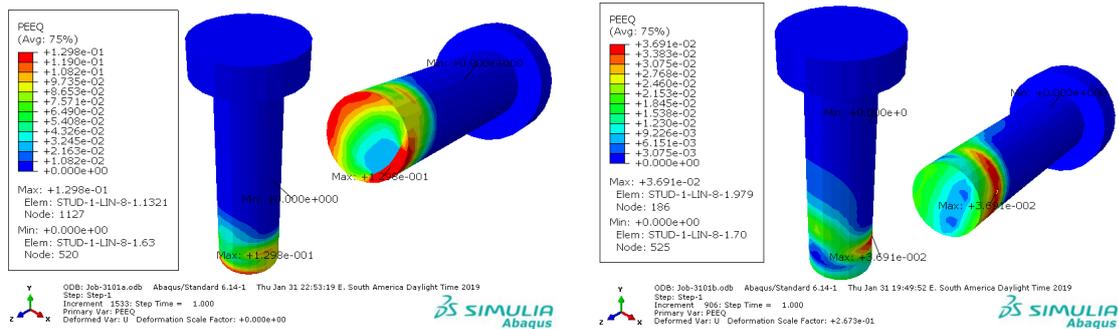
No modelo numérico ($BCS - 1$), apresentado na Fig. 5.23(a), o ponto com maior tensão de von Mises no final da simulação se encontra na base do conector, contudo durante o tempo de cálculo a localização de máxima tensão "oscila" entre a base e a região do conector que tem contato com o topo da solda. Essa variação de localização do ponto de tensão máxima é similar para o submodelo ($BCS - 2$). As deformações plásticas, apresentadas na Fig. 5.24, surgem primeiramente na região próxima a interface concreto-solda-conector e se propagam para a base em toda a região que compreende a interface de contato solda-conector. Esta região é a que mais se deforma no submodelo ($BCS - 1$). Além desta região é visto também uma grande deformação plástica no fuste do conector que está em contato com o concreto na região onde foram encontrados os maiores gradientes de dano à tração no concreto para os dois submodelos. Os gradientes de deformação plástica para o submodelo ($BCS - 2$) se situam próximo à interface concreto-solda-conector, ver Fig. 5.24(b).



(a) Tensões de von Mises ($BCS - 1$). (b) Tensões de von Mises ($BCS - 2$).

Figura 5.23: Tensões de von Mises no conector do submodelo.

Na Figura 5.25 é apresentada a relação da força aplicada com a tensão para a base da solda. Para o valor da tensão de escoamento da solda $\sigma_{yw} = 400\text{MPa}$ observa-se que é requerido uma força 38,06% menor para se atingir o escoamento para o submodelo ($BCS - 2$) em relação ao outro, entretanto, após o escoamento as tensões desenvolvidas para o modelo numérico ($BCS - 1$) são bem maiores do que o outro submodelo para uma mesma magnitude da carregamento.



(a) Deformação plástica equivalente ($BCS - 1$). (b) Deformação plástica equivalente ($BCS - 2$).

Figura 5.24: Deformação plástica equivalente no conector do submodelo.

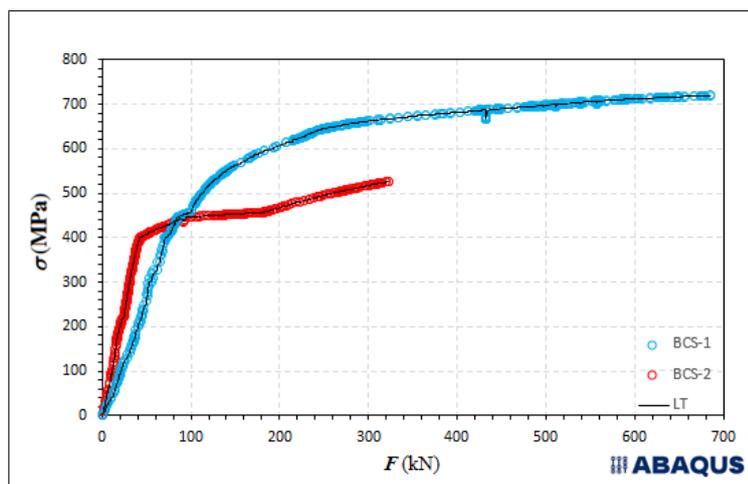


Figura 5.25: Relação força vs tensão de von Mises para a base da solda no ponto de tensão máxima.

Sendo observado que os pontos críticos de tensão e deformação plástica no conector estão localizados na base e na região da interface concreto-solda-conector, foram avaliadas a evolução da tensão de von Mises e da deformação plástica com a força aplicada, sendo os resultados apresentados nas Figs. 5.26 e 5.27 para um nó localizado na base do *stud* (ponto *B* do pino) e os resultados apresentados nas Figs. 5.28 e 5.29 para um nó localizado na região de interface concreto-solda-*stud*.

Um valor de deformação plástica equivalente de 0,025 foi considerado como crítico, de acordo com (Lemaitre and Desmorat 2005), para se considerar uma ruptura ou fratura do material que compõe o conector de cisalhamento. Na base do conector, tal valor não é alcançado (apesar de ficar bastante próximo) para o submodelo ($BCS - 2$), conforme Fig. 5.26. Entretanto, neste ponto para o modelo numérico ($BCS - 2$) desenvolve tensões de von Mises superiores ao submodelo ($BCS - 1$), conforme apresentado na Fig. 5.27. A tensão de escoamento $\sigma_y = 320\text{MPa}$ do conector é alcançada para o submodelo ($BCS - 2$) com um carregamento 53,73% menor em relação ao outro modelo numérico.

As Figuras 5.28 e 5.29 apresentam dados de deformação plástica e tensão de von Mises, respectivamente, para o nó localizado na interface concreto-solda-conector (ponto *T* do

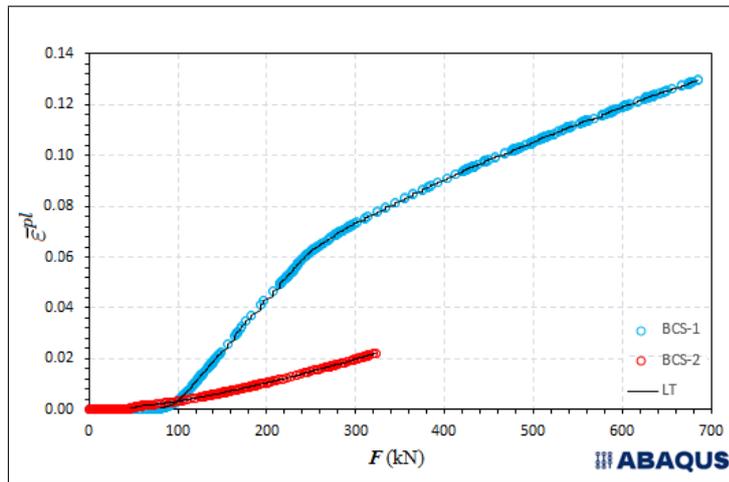


Figura 5.26: Relação da força com a deformação plástica equivalente no *studbolt* para o ponto *B* do pino.

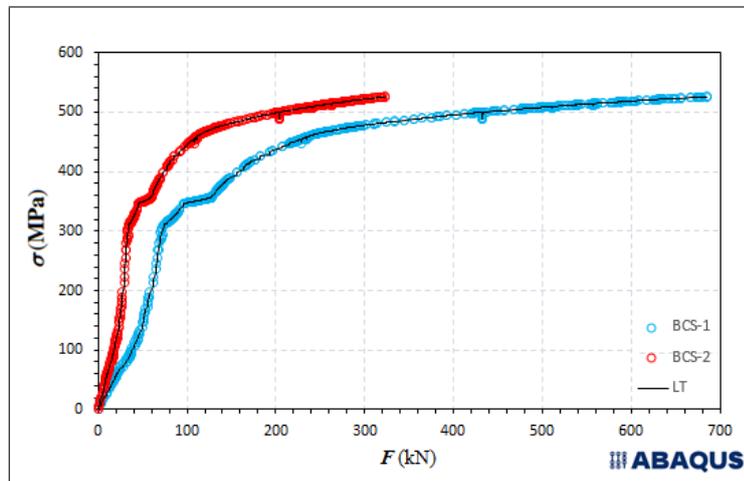


Figura 5.27: Relação da força com a tensão de von Mises no *studbolt* para o ponto *B* do pino.

pino). Pode-se ver que o comportamento neste ponto é totalmente distinto em comparação aos resultados obtidos para a base do pino, os quais foram discutidos anteriormente.

Os resultados sofrem uma espécie de oscilação para incrementos de carga próximos, contudo são continuamente crescentes. A linha de tendência representa este comportamento. Este comportamento de máximo e mínimo pode ser devido à variação da localização do ponto de maior deformação plástica equivalente e de maior tensão.

A deformação plástica parece ser similar para os dois submodelos, contudo a partir de uma carga de 300 kN é percebida uma maior deformação para o modelo numérico (*BCS – 2*). A tensão de escoamento é atingida para o submodelo (*BCS – 2*) com uma carga 56, 15% menor em relação ao outro submodelo.

Conforme (Gere and Barry 2009) a resistência de escoamento em cisalhamento, τ , para aços estruturais é cerca de 0,5 a 0,6 vezes a resistência ao escoamento em tração, σ_y . Desta forma, adotando um valor conservativo de $\tau = 0,5\sigma_y$, tem-se para o *stud*, $\tau = 173,45\text{ MPa}$

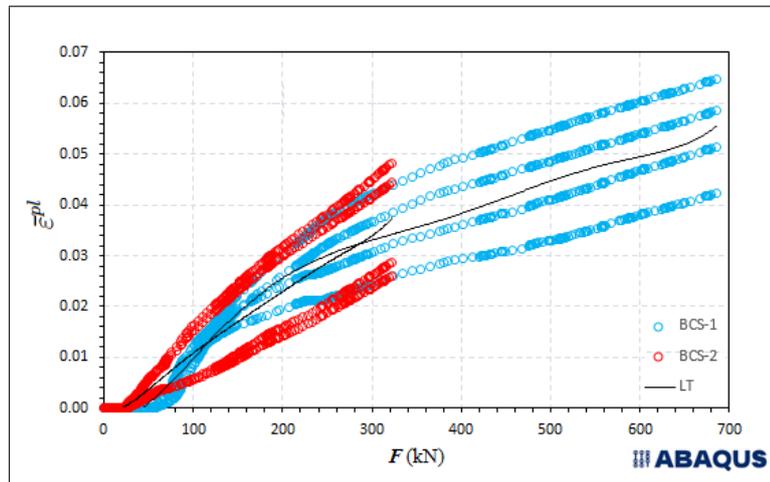


Figura 5.28: Relação da força com a deformação plástica equivalente no *studbolt* para o ponto T do pino.

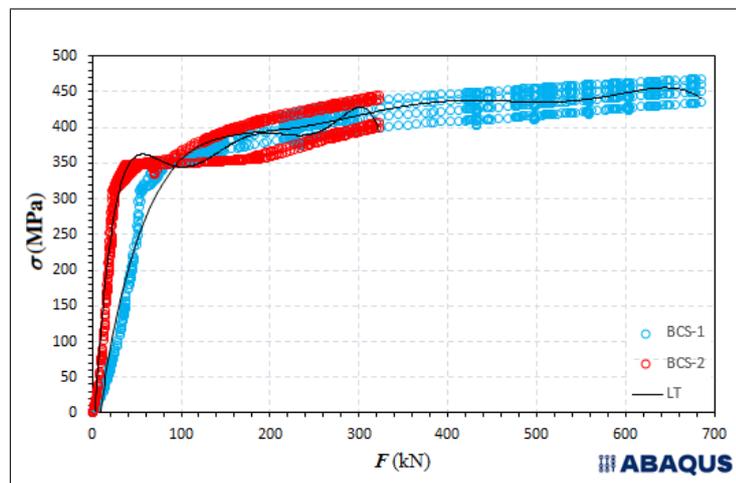
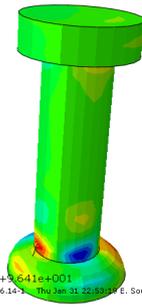
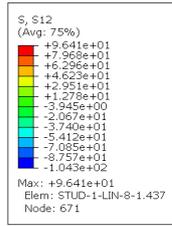


Figura 5.29: Relação da força com a tensão de von Mises no *studbolt* para o ponto T do pino.

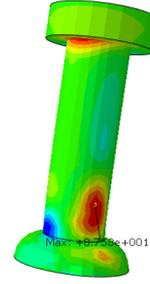
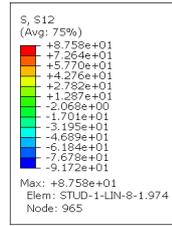
e para a solda, $\tau = 200,00\text{MPa}$. As Figuras 5.30, 5.31 e 5.32 apresentam as tensões de cisalhamento no conector e na solda. Apenas a tensão cisalhante $S23$ atinge a tensão de escoamento em cisalhamento para os submodelos ($BCS - 1$) e ($BCS - 2$). O gradiente dessa tensão no conector se situa no fuste na região superior de interface com a solda na direção do comprimento do vão para o submodelo numérico ($BCS - 2$), Fig. 5.33(b); já para o submodelo ($BCS - 1$) o gradiente de tensão se situa na base do conector, conforme apresentado na Fig. 5.33(a).



ODB: Job-3101a.odb Abaqus/Standard 6.14-1 Thu Jan 31 22:53:19 E. South America Daylight Time 2019
 Step: Step1
 Increment: 1533; Step Time = 1.000
 Primary Var: S, S12
 Deformed Var: U Deformation Scale Factor: +1.000e+00



(a) Tensão de cisalhamento ($BCS - 1$).

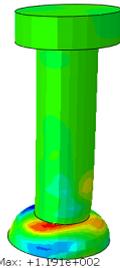
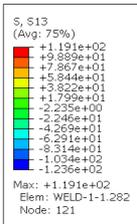


ODB: Job-3101b.odb Abaqus/Standard 6.14-1 Thu Jan 31 19:49:52 E. South America Daylight Time 2019
 Step: Step1
 Increment: 996; Step Time = 1.000
 Primary Var: S, S12
 Deformed Var: U Deformation Scale Factor: +1.000e+00



(b) Tensão de cisalhamento ($BCS - 2$).

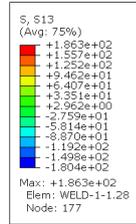
Figura 5.30: Tensão de cisalhamento S_{12} nos submodelos numéricos para o subconjunto solda-conector.



ODB: Job-3101a.odb Abaqus/Standard 6.14-1 Thu Jan 31 22:53:19 E. South America Daylight Time 2019
 Step: Step1
 Increment: 1533; Step Time = 1.000
 Primary Var: S, S13
 Deformed Var: U Deformation Scale Factor: +1.000e+00



(a) Tensão de cisalhamento ($BCS - 1$).

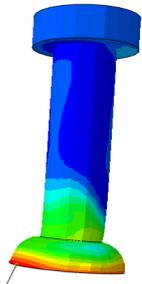
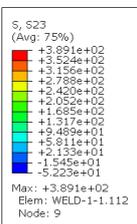


ODB: Job-3101b.odb Abaqus/Standard 6.14-1 Thu Jan 31 19:49:52 E. South America Daylight Time 2019
 Step: Step1
 Increment: 996; Step Time = 1.000
 Primary Var: S, S13
 Deformed Var: U Deformation Scale Factor: +1.000e+00



(b) Tensão de cisalhamento ($BCS - 2$).

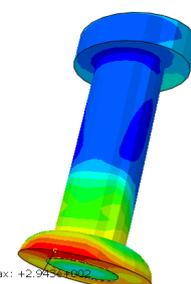
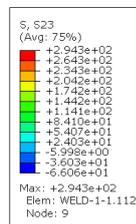
Figura 5.31: Tensão de cisalhamento S_{13} nos submodelos numéricos para o subconjunto solda-conector.



ODB: Job-3101a.odb Abaqus/Standard 6.14-1 Thu Jan 31 22:53:19 E. South America Daylight Time 2019
 Step: Step1
 Increment: 1533; Step Time = 1.000
 Primary Var: S, S23
 Deformed Var: U Deformation Scale Factor: +1.000e+00



(a) Tensão de cisalhamento ($BCS - 1$).

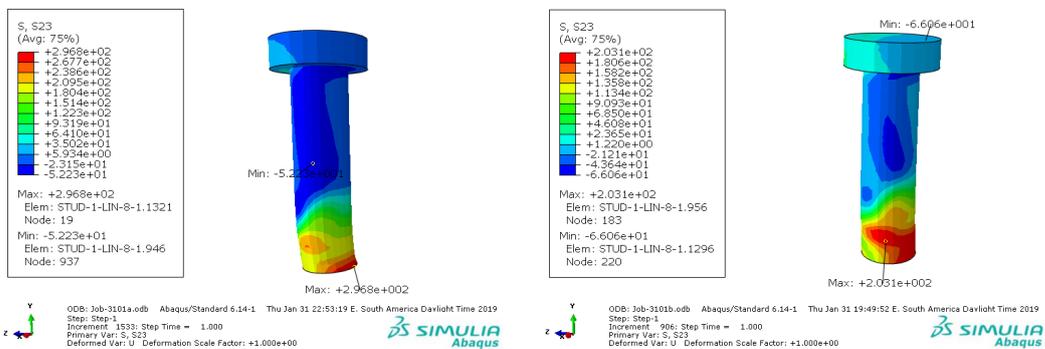


ODB: Job-3101b.odb Abaqus/Standard 6.14-1 Thu Jan 31 19:49:52 E. South America Daylight Time 2019
 Step: Step1
 Increment: 996; Step Time = 1.000
 Primary Var: S, S23
 Deformed Var: U Deformation Scale Factor: +1.000e+00



(b) Tensão de cisalhamento ($BCS - 2$).

Figura 5.32: Tensão de cisalhamento S_{23} nos submodelos numéricos para o subconjunto solda-conector.



(a) Tensão de cisalhamento no *stud bolt* (BCS – 1).

(b) Tensão de cisalhamento no *stud bolt* (BCS – 2).

Figura 5.33: Gradientes de tensão da tensão de cisalhamento S_{23} para o conector tipo pino com cabeça.

Capítulo 6

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este capítulo apresenta as conclusões gerais em relação à modelagem numérica e propostas de trabalhos futuros.

6.1 Conclusões

Neste trabalho foi realizado um estudo sobre o comportamento de estruturas mistas com foco no conector de cisalhamento tipo pino com cabeça *stud*, de diâmetro usual de $19mm$. Foram adotados materiais de alta resistência para o concreto e o perfil metálico laminado para validação do modelo numérico, conforme os resultados experimentais dados em (Hegger and Döinghaus 2000). Considerou-se o modelo numérico como validado a partir da comparação das curvas força-deslocamento para as regiões central e de $1/4$ (um quarto) do vão.

Adotando esse modelo numérico, realizou-se uma comparação da estrutura com materiais de alta resistência e com materiais convencionais, modificando as resistências características do aço do perfil e do concreto. Baseando-se nessas modificações realizadas no modelo global foi então implementado um submodelo para estudar o comportamento do conector com uma malha mais refinada e com propriedades de dano para o concreto, além de implementar a solda como sendo do tipo filete. Julgou-se adequado o comportamento dos submodelos, considerando que a sobreposição do modelo global e dos submodelos não acarreta em diferenças significativas no comportamento global.

As regiões de interface foram avaliadas como críticas e com grande concentração de tensões, plasticidade e degradação sendo a interface concreto-solda a região onde primeiro ocorre falha, tendo o concreto atingido o valor de $D_c = 0,5$ para dano em tração. Este comportamento é similar para as duas estruturas. Evidencia-se assim, que o entendimento do comportamento estrutural de estruturas mistas com foco na interface de contato é fundamental para o correto dimensionamento dessas estruturas e adequada escolha de materiais.

Os critérios de controle de convergência de algoritmo adotados no modelo julgaram-se

satisfatórios fundamentando-se na teoria e nos resultados observados, uma vez que os resultados utilizando parâmetros com valores diferentes dos valores *default* não acarretaram em diferença significativa dos resultados. Uma redução do esforço computacional foi observada pela adoção do uso de um coeficiente de regularização viscoplástica diferente de zero e uma economia adicional foi obtida através do aumento dos valores dos parâmetros de incremento do tempo de integração I_0 e I_R . Na análise não-linear que envolve grandes deformações a distorção de malha pode levar a problemas de convergência, neste caso adotar uma malha Euleriana é adequado para eliminar o problema de distorção dos elementos e isto pode ser aplicado em estruturas mistas em que o fenômeno de dano é avaliado.

Com base nas diferenças de força alcançadas para os dois submodelos, é razoável concluir que uma redução considerável no custo das fundações de uma edificação de multipavimentos é alcançada com a utilização de materiais de alta resistência adotada para a estrutura do edifício. Deve-se, portanto, ser levada em consideração a resistência dos materiais avaliando a utilização e os custos implicados na execução da estrutura. Além disto, uma economia de material e menor impacto socioambiental são agregadas à construção com a utilização de material de alta resistência, além do próprio fato de se ter um processo construtivo racional e com menor quantidade de resíduos, devido ao uso da construção mista em comparação à de concreto armado.

Conclui-se que métodos de avaliação numérica são fundamentais para o estudo do comportamento mecânico de vigas mistas de aço e concreto de alta resistência, contribuindo para seu entendimento e identificação de pontos críticos, distribuição de tensão, deformação plástica e dano.

6.2 Propostas de Trabalhos Futuros

Para trabalhos futuros, propõe-se a implementação de dano dúctil e por cisalhamento no conector em conjunto com o modelo de dano e plasticidade do concreto, visando avaliar melhor o mecanismo de degradação do *stud* para o submodelo. Uma avaliação da influência da geometria da solda, e.g., face convexa ou concava e/ou pernas de solda com tamanhos distintos, também pode ser realizada inclusive com a implementação do processo de dano na mesma.

Um estudo paramétrico onde é variada a resistência característica à compressão do concreto entre $25\text{MPa} \leq f_{ck} \leq 150\text{MPa}$ utilizando o modelo global validado neste estudo pode contribuir para o entendimento do comportamento de vigas mistas com o emprego de aços de alta resistência. Além destes, uma avaliação da influência do diâmetro do conector poderá ser realizada através de um estudo paramétrico em que se varia os diâmetros dos *studs* implementados no modelo e submodelo numérico com base nas bitolas comerciais disponíveis atualmente, uma vez que a maioria dos estudos sobre o conector tipo pino com cabeça abrange apenas o conector de 19mm .

REFERÊNCIAS

- [ACI-318.14 2014] ACI-318.14 (2014). *Building Code Requirements for Structural Concrete*. American Concrete Institute, Farmington Hills.
- [Adekola 1968] Adekola, A. O. (1968). Partial interaction between elastically connected elements of a composite beam. *Int. J. Solids Structures*, 4:1125–1135.
- [Aitcin 1998] Aitcin, P. C. (1998). *High-Performance Concrete*. E & FN SPON, Québec, 1 edition.
- [ANSI/ASCE-3.91 1992] ANSI/ASCE-3.91 (1992). *Standard for the Structural Design of Composite Slabs*. American Society of Civil Engineers, New York.
- [ANSI/ASCE-9.91 1992] ANSI/ASCE-9.91 (1992). *Standard Practice for Construction and Inspection of Composite Slabs*. American Society of Civil Engineers, New York.
- [Araújo 2014] Araújo, J. M. (2014). *Curso de Concreto Armado*, volume 1. Editora Dunas, Cidade Nova, 4 edition.
- [AWS-D1.1/D1.1M 2015] AWS-D1.1/D1.1M (2015). *Structural Welding Code-Steel*. American Welding Society, Miami, 23 edition.
- [Azmeem and Shafiq 2018] Azmeem, N. M. and Shafiq, N. (2018). Ultra-high performance concrete: From fundamental to applications. *Case Studies in Construction Materials*, 9:xxx–xxx.
- [Ban and Bradford 2013] Ban, H. and Bradford, M. A. (2013). Flexural behavior of composite beams with high strength steel. *Engineering Structures*, 56:1130–1141.
- [Bazant et al. 1985] Bazant, Z. P., Carpinteri, A., Elices, M., Hillerborg, A., Ingraffea, A. R., and Saouma, V. (1985). *Fracture mechanics of concrete: Structural application and numerical calculation*, volume 4. Martinus Nijhoff Publishers, Dordrecht, 1 edition.
- [Bazilevs et al. 2009] Bazilevs, Y., Calo, V. M., Cottrell, J. A., Evans, J. A., Hughes, T. J. R., Lipton, S., Scott, M. A., and Sederberg, T. W. (2009). Isogeometric analysis using t-splines. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 199:229–263.
- [Bellei 2006] Bellei, I. H. (2006). *Interfaces aço-concreto*. Instituto Aço Brasil - Centro Brasileiro da Construção em Aço, Rio de Janeiro, 2 edition.

- [Belytschko 1996] Belytschko, T. (1996). *Nonlinear finite elements for continua and structures*. WILEY, West Sussex, 2 edition.
- [Belytschko et al. 2014] Belytschko, T., Liu, W. K., Moran, B., and Elkhodary, K. I. (2014). *Nonlinear finite elements for continua and structures*. WILEY, West Sussex, 2 edition.
- [Bezerra et al. 2018a] Bezerra, L. M., Barbosa, W. C. S., Bonilla, J., and Cavalcante, O. O. (2018a). Truss-type shear connector for composite steel-concrete beams. *Construction and Building Materials*.
- [Bezerra et al. 2018b] Bezerra, L. M., Cavalcante, O. O., Chater, L., and Bonilla, J. (2018b). V-shaped shear connector for composite steel-concrete beam. *Journal of Constructional Steel Research*.
- [Blechman 1988] Blechman, I. (1988). Stage Model of Stress-Strain Relationship for Concrete under Short-term Load. *Cement and Concrete Research*, 19:203–215.
- [Boresi and Schmidt 2003] Boresi, A. and Schmidt, R. (2003). *Advanced Mechanics of Materials*. WILEY, West Sussex, 6 edition.
- [Bouafia et al. 2014] Bouafia, Y., Smahi, R., Dumontet, H., and Kachi, M. S. (2014). Modelling the behavior of concrete by damage mechanics with a poisson's ratio variable. *Procedia Materials Science*, 3:714–719.
- [Bouchair et al. 2012] Bouchair, A., Bujnak, b., Duratna, P., and Lachal, A. (2012). Modelling of the steel-concrete push-out test. *Procedia Engineering*, 40:102–107.
- [BS EN-10025-4 2004] BS EN-10025-4 (2004). *Hot rolled products of structural steels — Part 4: Technical delivery conditions for thermomechanical rolled weldable fine grain structural steels*. Comité Européen de Normalisation, Bruxelles.
- [BS EN-206-1 2000] BS EN-206-1 (2000). *Concrete — Part 1: Specification, performance, production and conformity*. Comité Européen de Normalisation, Bruxelles.
- [Calado 2015] Calado, L. (2015). *Estruturas mistas de aço e betão*. ISTpress, Lisboa, 3 edition.
- [Carpinteri and Ingrassia 1984] Carpinteri, A. and Ingrassia, A. R. (1984). *Fracture mechanics of concrete: Material characterization and testing*, volume 3. MARTINUS NIJHOFF, Haia, 1 edition.
- [Castro et al. 2011] Castro, A. L. d., Liborio, J. B. L., and Pandolfelli, V. C. (2011). Reologia de concretos de alto desempenho aplicados na construção civil: revisão. *Cerâmica*, 57:63–75.
- [CEB/Model-Code 1991] CEB/Model-Code (1991). *CEB-FIP Model Code*. Comite Euro-International du Beton, Lausanne.

- [Chaboche 1978] Chaboche, J. (1978). *Description thermodynamique et phénoménologique de la viscoplasticité cyclique avec endommagement*. Publication - Office national d'études et de recherches aérospatiales. ONÉRA, Paris.
- [Chen 2007] Chen, W. F. (2007). *Plasticity in reinforced concrete*. J. Ross, Fort Lauderdale, 1 edition.
- [Chow and Wang 1987] Chow, C. and Wang, J. (1987). An anisotropic theory of elasticity for continuum damage mechanics. *International Journal of Fracture*, 33:3–16.
- [Cook et al. 2001] Cook, R. D., Malkus, D. S., Plecha, M. E., and Witt, R. J. (2001). *Concepts and Applications of Finite Element Analysis*. WILEY, Madison, 4 edition.
- [Cosenza et al. 2005] Cosenza, E., Sarno, L., Fabbrocino, G., and Pecce, M. (2005). Composite steel and concrete structures: Technology and design. *ACI Spring Convention 2005 Session "Seismic Engineering for Concrete Structures: Italian Perspective"*.
- [Curnier et al. 1995] Curnier, A., He, Q. C., and Klarbring, A. (1995). Continuum mechanics modelling of large deformation contact with friction. *Contact Mechanics*, 80:145–158.
- [Dall'Asta and Zona 2002] Dall'Asta, A. and Zona, A. (2002). Non-linear analysis of composite beams by a displacement approach. *Computers and Structures*, 80:2217–2228.
- [DNV RP-C208 2013] DNV RP-C208 (2013). *Determination of Structural Capacity by Non-linear FE analysis Methods*. Det Norske Veritas, Høvik.
- [DNV.GL RP-C208 2016] DNV.GL RP-C208 (2016). *Determination of structural capacity by non-linear finite element analysis methods*. Det Norske Veritas & Germanischer Lloyd, Høvik.
- [Dowling 2013] Dowling, N. E. (2013). *Mechanical Behavior of Materials: Engineering Methods for Deformation, Fracture, and Fatigue*. Pearson Education Limited, Harlow, 4 edition.
- [Ellobody 2014] Ellobody, E. (2014). *Finite element analysis and design of steel and steel-concrete composite bridges*. Butterworth-Heinemann, Oxford, 1 edition.
- [Emaar Properties 2019] Emaar Properties (2019). Facts and figures about burj khalifa.
- [EN 1992-1-1 2004] EN 1992-1-1 (2004). *Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings*. Comité Européen de Normalisation, Bruxelles.
- [EN 1994-1-1 2004] EN 1994-1-1 (2004). *Eurocode 4: Design of composite steel and concrete structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings*. Comité Européen de Normalisation, Bruxelles.

- [Ermakova 2016] Ermakova, A. V. (2016). *Additional Finite Element Method for analysis of reinforced concrete structures at limit states*. ASV Construction, Stockholm, 1 edition.
- [Fakury et al. 2016] Fakury, R. H., Silva, A. L. R. C., and Caldas, R. B. (2016). *Dimensionamento de Elementos Estruturais de Aço e Concreto*. Pearson, São Paulo, 1 edition.
- [Fukumoto 1996] Fukumoto, Y. (1996). New constructional steels structural stability. *Engineering Structures*, 18(10):786–791.
- [Gere and Barry 2009] Gere, J. M. and Barry, J. G. (2009). *Mechanics of Materials*. Cengage Learning, Toronto, 7 edition.
- [Grelat 1978] Grelat, A. (1978). Non-linear behavior and stability of reinforced concrete frames. *Engineering Structures*, 18(234):786–791.
- [Hechler et al. 2015] Hechler, O., Axmann, G., and Donnay, B. (2015). The right choice of steel: according to the eurocode. pages 21–43.
- [Hegger and Döinghaus 2000] Hegger, J. and Döinghaus, P. (2000). High performance steel and high performance concrete in composite structures. *Composite Construction in Steel and Concrete IV*.
- [Hibbitt, D. and Karlsson, B. and Sorensen, P. 2010a] Hibbitt, D. and Karlsson, B. and Sorensen, P. (2010a). *Analysis User's Manual: Analysis*, volume 2. Dassault Systèmes, Providence.
- [Hibbitt, D. and Karlsson, B. and Sorensen, P. 2010b] Hibbitt, D. and Karlsson, B. and Sorensen, P. (2010b). *Analysis User's Manual: Elements*, volume 4. Dassault Systèmes, Providence.
- [Hibbitt, D. and Karlsson, B. and Sorensen, P. 2010c] Hibbitt, D. and Karlsson, B. and Sorensen, P. (2010c). *Analysis User's Manual: Materials*, volume 3. Dassault Systèmes, Providence.
- [Hibbitt, D. and Karlsson, B. and Sorensen, P. 2010d] Hibbitt, D. and Karlsson, B. and Sorensen, P. (2010d). *Analysis User's Manual: Prescribed Conditions, Constraints & Interactions*, volume 5. Dassault Systèmes, Providence.
- [Hibbitt, D. and Karlsson, B. and Sorensen, P. 2011] Hibbitt, D. and Karlsson, B. and Sorensen, P. (2011). *Abaqus Theory Manual*. Dassault Systèmes, Providence.
- [Hughes 2000] Hughes, T. J. R. (2000). *The Finite Element Method: linear static and dynamic finite element analysis*. Dover Publication, INC., Mineola, 5 edition.
- [ISO 13918] ISO 13918. *Welding - Studs and ceramic ferrules for arc stud welding*.
- [ISO 14555] ISO 14555. *Welding - Arc stud welding of metallic materials*.

- [Johnson and Molenstra 1991] Johnson, R. P. and Molenstra, I. N. (1991). Partial shear connection in composite beams for buildings. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Structural and Building*, 91:679–704.
- [Kachanov 1958] Kachanov, L. M. (1958). Time of the rupture process under creep conditions. *Artigos da Academia de Ciências da URSS, Departamento de Ciências Tecnológicas*, 8:26–31.
- [Kmieciak and Kamiński 2011] Kmieciak, P. and Kamiński, M. (2011). Modelling of reinforced concrete structures and composite structures with concrete strength degradation taken into consideration. *Archives of Civil and Mechanical Engineering*, 11(3):623–636.
- [Kotinda 2006] Kotinda, T. I. (2006). *Modelagem numérica de vigas mistas aço-concreto simplesmente apoiadas: ênfase ao estudo da interface laje-viga*. Mestrado em engenharia de estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Carlos.
- [Krajcinovic 2002] Krajcinovic, D. (2002). Essential damage mechanics - bridging the scales. *Continuum Damage Mechanics of Materials and Structures*, pages 17–47.
- [Ladevèze 1983] Ladevèze, P. (1983). On an anisotropic damage theory. *Proc. CNRS Int. Coll*, 351:355–363.
- [Lee et al. 2014] Lee, C. K., Chiew, S. P., and Jiang, J. (2014). Residual stress of high strength steel box T-joints Part 2: Numerical study. *Journal of Constructional Steel Research*, 98:73–87.
- [Lee and Fenves 1998] Lee, J. and Fenves, G. L. (1998). Plastic-damage model for cyclic loading of concrete structures. *Journal of Engineering Mechanics*, 124:892–900.
- [Lemaitre and Desmorat 2005] Lemaitre, J. and Desmorat, R. (2005). *Engineering Damage Mechanics: Ductile, Creep, Fatigue and Brittle Failures*. Springer-Verlag, Heidelberg, 1 edition.
- [Lemaitre and Krajcinovic 1987] Lemaitre, J. and Krajcinovic, R. (1987). *Continuum Damage Mechanics: Theory and Application*. Springer-Verlag Wien, Heidelberg, 1 edition.
- [Lo 2015] Lo, D. S. H. (2015). *Finite Element Mesh Generation*. CRC Press, Boca Raton, 1 edition.
- [Lublinter et al. 1989] Lubliner, J., Oliver, J., Oller, S., and Oñate, E. (1989). A plastic-damage model for concrete. *Int. J. Solids Structures*, 25(3):299–326.
- [Mazars 1984] Mazars, J. (1984). *Application of Continuous Damage Mechanic to Non-Linear Behavior of Concrete Structures*. Doutorado em engenharia de estruturas, Paris VI University, Paris.

- [McCormac and Csernak 2012] McCormac, J. C. and Csernak, S. F. (2012). *Structural Steel Design*. Pearson, Essex, 5 edition.
- [Murakami and Ohno 1981] Murakami, S. and Ohno, N. (1981). A continuum theory of creep and creep damage. *Creep in Structures*, pages 422–444.
- [Nazem et al. 2009] Nazem, M., Rahmani, I., and Rezaee-Pajand, M. (2009). Nonlinear fe analysis of reinforced concrete structures using a tresca-type yield surface. *Scientia Iranica*, 16(6):512–519.
- [NBR 14762 2010] NBR 14762 (2010). *Dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio*. Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro, 2 edition.
- [NBR 6118 2014] NBR 6118 (2014). *Projeto de estruturas de concreto - Procedimento*. Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro, 3 edition.
- [NBR 8800 2008] NBR 8800 (2008). *Projeto de estruturas de aço e de estrutura mistas de aço e concreto de edifícios*. Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro, 2 edition.
- [NBR 8953 2015] NBR 8953 (2015). *Concreto para fins estruturais - Classificação pela massa específica, por grupos de resistência e consistência*. Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro, 3 edition.
- [Oñate 2009] Oñate, E. (2009). *Structural Analysis with the Finite Element Method. Linear Statics*, volume 1. Springer, Barcelona.
- [Pathirana et al. 2015] Pathirana, S. W., Uy, B., Mirza, O., and Zhu, X. (2015). Strengthening of existing composite steel-concrete beams utilising bolted shear connectors and welded studs. *Journal of Constructional Steel Research*, 114:417–430.
- [Queiroz et al. 2014] Queiroz, G., Carvalho, H., Rodrigues, F., and Pfeil, M. (2014). Estimation of friction contribution in the behavior of steel-concrete composite beams with flexible shear connectors. *Revista Escola de Minas*, 67(3):253–258.
- [Ricciotti 2007] Ricciotti (2007). Facts and figures about burj khalifa.
- [Ricles et al. 1998] Ricles, J. M., Sause, R., and Green, P. S. (1998). High-strength steel: implications of material and geometric characteristics on inelastic flexural behavior. *Engineering Structures*, 20(4–6):253–258.
- [Rodríguez et al. 2013] Rodríguez, J., Martínez, F., and Mart, J. (2013). Concrete constitutive model, calibration and applications. *SIMULIA Community Conference*.
- [Sargin and Handa 1969] Sargin, M. and Handa, V. (1969). A general formulation for the stress-strain properties of concrete. (3):1–27.

- [Shamass and Cashell 2017] Shamass, R. and Cashell, K. A. (2017). Behaviour of Composite Beams Made Using High Strength Steel. *Structures*, 12:88–101.
- [Shen and . Chung 2017] Shen, M. and . Chung, K. (2017). Experimental investigation into stud shear connections under combined shear and tension forces. *Journal of Constructional Steel Research*, 133:434 – 447.
- [Shi et al. 2014] Shi, G., Hu, F., and Y., S. (2014). Recent research advances of high strength steel structures and codification of design specification in china. *International Journal of Steel Structures*, 14:873–887.
- [Spasojevic 2008] Spasojevic, A. (2008). *Structural Implications of Ultra-High Performance Fibre-Reinforced Concrete in Bridge Design*. Doutorado em engenharia de estruturas, ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE, Lausanne.
- [Thevendran et al. 1999] Thevendran, V., Chen, S., Shanmugam, N. E., and Richard Liew, J. Y. (1999). Nonlinear analysis of steel-concrete composite beams curved in plan. *Finite Elements in Analysis and Design*, 32(4):125–139.
- [Turmo et al. 2015] Turmo, J., Lozano-Galant, J. A., Mirambell, E., and Xu, D. (2015). Modelling composite beams with partial interaction. *Journal of Constructional Steel Research*, 114:380–393.
- [Tutikian et al. 2011] Tutikian, B. F., Helene, P., and Isaia, G. C. (2011). *Concreto de Alto e Ultra-Alto Desempenho*, volume 1, pages 1283–1326. IBRACON, 1 edition.
- [Vilnay et al. 2016] Vilnay, M., Chernin, L., and Cotsovos, D. M. (2016). Advanced material modelling of concrete in abaqus. *9th International Concrete Conference: Environment, Efficiency and Economic Challenges for Concrete*.
- [Willam and Warnke 1974] Willam, K. J. and Warnke, E. P. (1974). Constitutive model for the triaxial behavior of concrete. *Seminar on Concrete Structures Subjected to Triaxial Stresses*.
- [Wriggers 2006] Wriggers, P. (2006). *Computational Contact Mechanics*. Springer, Heidelberg.
- [Wriggers 2008] Wriggers, P. (2008). *Nonlinear Finite Element Methods*. Springer-Verlag, Heidelberg.
- [Young-le et al. 2014] Young-le, Q., Xiao-lei, H., and Jing, J. (2014). Develop the hysteresis model of concrete based on fiber element in abaqus. *Blucher Mechanical Engineering Proceedings*, 1(1).
- [Zhao and Li 2008] Zhao, G. and Li, A. (2008). Numerical study of a bonded steel and concrete composite beam. *Computers and Structures*, 86:1830–1838.

[Zienkiewicz and Taylor 2000a] Zienkiewicz, O. C. and Taylor, R. L. (2000a). *The Finite Element Method - Solid Mechanics*, volume 2. Butterworth-Heinemann, Oxford, 5 edition.

[Zienkiewicz and Taylor 2000b] Zienkiewicz, O. C. and Taylor, R. L. (2000b). *The Finite Element Method - The Basis*, volume 1. Butterworth-Heinemann, Oxford, 5 edition.