



**AVALIAÇÃO DOS MÉTODOS
PROBABILÍSTICOS APLICADOS NA ANÁLISE
DE RISCO DEVIDO À INSTABILIDADE DE
BARRAGENS**

STÉPHANIE YUMI YOKOZAWA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM GEOTECNIA

**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E
AMBIENTAL**

**FACULDADE DE TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

**AVALIAÇÃO DOS MÉTODOS
PROBABILÍSTICOS APLICADOS NA ANÁLISE
DE RISCO DEVIDO À INSTABILIDADE DE
BARRAGENS**

STÉPHANIE YUMI YOKOZAWA

ORIENTADOR: ANDRÉ PACHECO DE ASSIS, PhD

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM GEOTECNIA

PUBLICAÇÃO: G.DM-334/19

BRASÍLIA / DF:27 DE SETEMBRO DE 2019

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**AVALIAÇÃO DOS MÉTODOS PROBABILÍSTICOS
APLICADOS NA ANÁLISE DE RISCO DEVIDO À
INSTABILIDADE DE BARRAGENS**

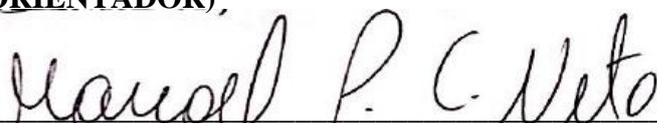
STÉPHANIE YUMI YOKOZAWA

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E
AMBIENTAL DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS
PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE.**

APROVADA POR:



**ANDRÉ PACHECO DE ASSIS, PhD (UnB)
(ORIENTADOR),**



**MANOEL PORFÍRIO CORDÃO NETO, DSc (UnB)
(EXAMINADOR INTERNO)**



**KARLA CRISTINA ARAÚJO PIMENTEL MAIA, DSc (UFMG)
(EXAMINADOR EXTERNO)**

DATA: BRASÍLIA/DF, 27 DE SETEMBRO DE 2019

FICHA CATALOGRÁFICA

YOKOZAWA, STÉPHANIE YUMI

Avaliação dos métodos probabilísticos aplicados na análise de risco devido à instabilidade de barragens.

xvi 111 p., 210x297 mm (ENC/FT/UnB, Mestre, Geotecnia, 2019)

Dissertação de Mestrado - Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental

- | | |
|----------------------------|--------------------|
| 1. Métodos Probabilísticos | 2. Barragens |
| 3. Risco | 4. Instabilidade |
| I. ENC/FT/UnB | II. Título (série) |

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

YOKOZAWA, S.Y. (2019). Avaliação dos métodos probabilísticos aplicados na análise de risco devido à instabilidade de barragens. Dissertação de mestrado, Publicação G.DM-334/19, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 111 p.

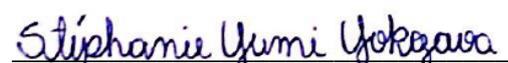
CESSÃO DE DIREITOS

NOME DO AUTOR: Stéphanie Yumi Yokozawa

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO: Avaliação dos métodos probabilísticos aplicados na análise de risco devido à instabilidade de barragens.

GRAU / ANO: Mestre / 2019

É concedida à Universidade de Brasília a permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.



Stéphanie Yumi Yokozawa

yumi.yokozawa@hotmail.com

DEDICATÓRIA

À todos que tiveram participação direta ou indiretamente nessa fase, não se faz nada sozinho!

AGRADECIMENTOS

A Deus, por me ajudar em todos os momentos frente às adversidades encontradas nesta fase de minha vida, sendo a maior fonte de ânimo e fortaleza nos momentos de fraqueza.

A toda minha Família, principalmente a minha mãe Rosana, meu irmão Artur e meu noivo César, minha tia Solange, prima Marília, minha tia Rosângela, primo Renan, prima Karen pelo carinho e apoio durante esta caminhada, sempre me motivando a dar o meu melhor para culminar este trabalho.

Ao professor André Pacheco de Assis pela orientação, confiança permanente, e por seu exemplo como docente e pesquisador na engenharia geotécnica. Agradeço a forma humana com a que entendeu minhas dificuldades, me apoiando e incentivando em todas as etapas deste trabalho.

Ao professor Manoel Porfírio Cordão Neto pelo suporte e orientação, sou muito grata pelas acertadas recomendações feitas no decorrer das nossas conversas.

Aos meus grandes amigos Jéssica, Marcio, Giovana, Beatriz, Lucas, Moisés, Ana Carolina, Thame, Letícia, Jordana e Silvana pelas inumeráveis experiências e os bons momentos vividos durante todo este tempo.

A Júlia, Thais, Niníve, Nabila pela amizade sincera. Muito obrigado pelo apoio constante a longo desta fase da minha vida.

Ao Engenheiro Renato Cabral Guimarães de Furnas pela colaboração dos dados das barragens semelhantes as utilizadas nesse trabalho.

Agradeço ao Programa de Pós-Graduação em Geotecnia da Universidade de Brasília e a seu corpo de professores, que transmitiram seus conhecimentos na minha formação como Engenheiro Geotécnico.

Agradeço o Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), pelo apoio econômico para o desenvolvimento deste trabalho.

Para todas as pessoas que de uma ou outra forma participaram deste processo,

MUITO OBRIGADO!

RESUMO

Historicamente a análise de segurança de barragens é feita por meio do fator de segurança, ou seja, método determinístico. Essa metodologia não é suficiente para o cálculo do risco, pois este requer a probabilidade de falha, que é determinada pelo método probabilístico aplicado ao cálculo da instabilidade de barragens. Dessa forma, esse trabalho aplica os principais métodos probabilísticos, utilizando os dados estatísticos dos parâmetros de entrada, para averiguar as principais diferenças dos métodos e determinar as limitações e vantagens de cada um. No intuito de analisar uma variedade de materiais, os métodos foram aplicados a uma barragem de seção mista, tanto na fase final de construção, quanto na fase de operação, correspondente a enrocamento com núcleo de argila e uma barragem de rejeito de mineração, na fase de pleno funcionamento, com um barramento principal (dique de partida) e três alteamentos, aplicando ambas devido à instabilidade. Foram aplicados para os dois tipos de barragens os métodos FOSM (*First Order Second Moment*), PEM (*Point Estimated Method*), HPEM (*Híbrid Point Estimated Method*) e Monte Carlo. Os resultados evidenciaram que o método FOSM é o que apresenta a maior discrepância de resultados devido à quantidade de variáveis, sendo o menos exato dos métodos, entretanto, tem um resultado interessante a contribuição de cada variável aleatória na variação do fator de segurança. O método PEM é o mais exaustivo de executar manualmente, pois necessita de 2^n iterações, sendo n o número de variáveis, o que muitas vezes inviabiliza a execução com muitos parâmetros, no entanto, é mais confiável que o FOSM. Enquanto o HPEM resolve o inconveniente do PEM em relação ao número de iterações, sem perder o grau de confiabilidade. O Monte Carlo é o método mais confiável e exato dentre todos, entretanto requer muita capacidade computacional pois o número de iterações necessárias para um resultado confiável é uma ordem de grandeza acima da probabilidade de ruptura, que em muitos casos inviabiliza a execução do método para todos os parâmetros do problema, com este método foi possível analisar qual das distribuições melhor se adequa ao fator de segurança dos casos analisados.

ABSTRACT

Historically, a dam safety analysis use the safety factor, by the deterministic method. This methodology is not sufficient for calculation the risk, as it requires a probability of failure, which is the result of probabilistic method applied to the calculation of dam instability. Thus, this work applies the probabilistic methods, using the statistical data of the input parameters, to calculate the main differences of the methods and to determine the advantages and limitations of each one. In order to analyze a variety of materials, the methods were used in a composite dam, both in the final construction phase and in the operation phase, corresponding a dam of rockfill with clay core and a mining tailings dam, in full operation phase, with one main dike and three raising of dam, both applied due to instability. Were applied in all cases the methods FOSM (First Moment of the Second Order), PEM (Estimated Point Method), HPEM (Hybrid Point Estimated Method), and Monte Carlo methods. The results evidenced by the FOSM method have the largest discrepancy of results due to the number of variables, being the least accurate of the methods, however, an interesting result for the contribution of each variable in the variation of the safety factor. The PEM method is the most exhaustive to perform manually, as it requires 2^n iterations, n is the number of variables, thus, the number of times making it impossible to perform with multiple parameters; however, it is more reliable than FOSM. While HPEM solves the inconvenience of PEM in relation to the number of iterations, without losing accuracy. Monte Carlo is the most reliable and accurate method of all, but it requires a lot of computational capacity, since the number of iterations required for a reliable result is an order of magnitude above the probability of rupture, which in many cases makes the method impossible to perform. With this method, it was possible to analyze which of the distributions best fit for the factor of safety of the analyzed cases.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	MOTIVAÇÃO	5
1.2	OBJETIVO.....	5
1.3	METODOLOGIA ADOTADA.....	6
1.4	ESCOPO DA DISSERTAÇÃO	7
2	DISTRIBUIÇÃO PROBABILÍSTICA	8
2.1	DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADES DISCRETAS.....	12
2.2	DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADES CONTÍNUAS	14
2.2.1	DISTRIBUIÇÃO UNIFORME.....	14
2.2.2	DISTRIBUIÇÃO TRIANGULAR.....	15
2.2.3	DISTRIBUIÇÃO NORMAL	16
2.2.4	DISTRIBUIÇÃO LOG-NORMAL.....	17
2.2.5	DISTRIBUIÇÃO EXPONENCIAL.....	19
2.2.6	DISTRIBUIÇÃO GAMMA.....	20
2.2.7	DISTRIBUIÇÃO BETA	21
2.3	OUTRAS DISTRIBUIÇÕES PROBABILÍSTICAS	22
2.4	DISTRIBUIÇÃO BIVARIACIONAL	23
2.5	AJUSTE À DISTRIBUIÇÃO	24
2.5.1	MÉTODO DOS MOMENTOS (MM)	29
2.5.2	ESTIMADOR DE MÁXIMA VEROSSIMILHANÇA	29
2.5.3	TESTES DE AJUSTE DA DISTRIBUIÇÃO	30
3	MÉTODOS PROBABILÍSTICOS	34
3.1	MÉTODO DE MONTE CARLO (MMC)	35
3.2	MÉTODO APROXIMAÇÃO DE PRIMEIRA ORDEM DO SEGUNDO MOMENTO (FOSM)	38
3.3	MÉTODO HASOFER-LIND (FORM).....	39
3.4	MÉTODO DE ROSENBLUETH (PEM).....	40
3.5	MÉTODO HÍBRIDO DE PONTO DE ESTIMATIVA (HPEM)	42
3.6	ÁRVORE DE EVENTOS E ÁRVORE DE FALHAS	43
4	ESTUDO DE CASO.....	47
4.1	BARRAGEM DE SEÇÃO MISTA	47
4.1.1	MATERIAIS	49
4.1.2	DADOS DE ENTRADA.....	49
4.2	BARRAGEM DE REJEITO	50

4.2.1	MATERIAIS	52
4.2.2	DADOS DE ENTRADA.....	53
4.3	METODOLOGIA APLICADA	54
4.3.1	FOSM.....	54
4.3.2	PEM.....	55
4.3.3	HPEM.....	55
4.3.4	MMC.....	56
5	APRESENTAÇÃO E INTERPRETAÇÃO DE RESULTADOS	58
5.1	BARRAGEM DE SEÇÃO MISTA	58
5.1.1	RESULTADO FOSM	59
5.1.2	RESULTADO PEM.....	63
5.1.3	RESULTADO HPEM.....	65
5.1.4	RESULTADO MMC	67
5.2	BARRAGEM DE REJEITO	80
5.2.1	RESULTADO FOSM	80
5.2.2	RESULTADO PEM.....	84
5.2.3	RESULTADO HPEM.....	85
5.2.4	RESULTADO MMC	86
6	CONCLUSÃO	94
6.1	RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHO FUTUROS.....	96
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	97
A.1-	APLICAÇÃO DO FOSM	101
A.2-	APLICAÇÃO DO HPEM	103
A.3-	APLICAÇÃO DO MMC	103
A-	UTILIZANDO O @RISK	106
B.1-	AJUSTE DOS HISTOGRAMAS.....	106
B.2-	APLICAÇÃO DO MMC MEDIANTE O @RISK.....	109

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 Distribuições de probabilidade mais comuns (modificado – Ang & Tang, 1975).	11
Tabela 2.2 Distribuição adequada para cada propriedade e tipo de solo (modificado-Uzielli, et al., 2007).....	25
Tabela 2.3 Valores de COV para algumas propriedades geotécnica (Assis, 2018).....	26
Tabela 4.1 Dados de entrada para as análises da barragem de seção mista	50
Tabela 4.2 Dados de entrada para as análises da barragem de rejeito.....	53
Tabela 5.1 FOSM simples fase final de construção	60
Tabela 5.2 FOSM duplo fase final de construção	60
Tabela 5.3 FOSM simples fase operação	61
Tabela 5.4 FOSM duplo fase de operação	62
Tabela 5.5 PEM fase final de construção.....	63
Tabela 5.6 PEM fase final de construção para o parâmetro mais relevante.....	63
Tabela 5.7 PEM fase de Operação	64
Tabela 5.8 PEM de fase de operação para o parâmetro mais relevante	65
Tabela 5.9 HPEM fase final de construção	66
Tabela 5.10 HPEM fase de operação	66
Tabela 5.11 MMC fase final de construção truncamento de 5σ	67
Tabela 5.12 MMC fase final de construção truncamento de 3σ	68
Tabela 5.13 Resultados estatísticos por verossimilhança fase final de construção.....	73
Tabela 5.14 MMC fase de operação truncamento de 5σ	73
Tabela 5.15 MMC fase de operação truncamento de 3σ	74
Tabela 5.16 Resultados estatísticos por verossimilhança fase de operação.....	79
Tabela 5.17 Resumo dos resultados de todos os métodos para a barragem de seção mista	79
Tabela 5.18 FOSM simples da barragem de rejeito	81
Tabela 5.19 FOSM duplo da barragem de rejeito	82
Tabela 5.20 PEM barragem de rejeito.....	84
Tabela 5.21 HPEM para barragem de rejeito	85
Tabela 5.22 MMC barragem de rejeito com truncamento de 5σ	86
Tabela 5.23 MMC barragem de rejeito com truncamento de 3σ	87
Tabela 5.24 Resultados estatísticos por verossimilhança da barragem de rejeito.....	92

Tabela 5.25 MMC da barragem de rejeito para parâmetros relevantes do HPEM	92
Tabela 5.26 Resumo dos resultados de todos os métodos para a barragem de rejeito.....	93

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 Atividades de gerenciamento de risco (modificado-FEMA, 2015).....	1
Figura 1.2 - Risco para alguns projetos de engenharia (modificado-Whitman, 1984).	3
Figura 1.3 Riscos propostos pela sociedade para barragens já existentes (modificado - FEMA, 2015).....	4
Figura 2.1 Variações de dispersão da resistência e do carregamento (modificado - Becker, 1996).....	8
Figura 2.2 Exemplo do cálculo de probabilidade de falha para dois taludes em função do indicador de desempenho fator de segurança (Assis, 2018).	9
Figura 2.3 Formatos das distribuições Binomial, Poisson e Geométrica.....	12
Figura 2.4 Distribuição uniforme	15
Figura 2.5 Distribuição Triangular.....	15
Figura 2.6. Distribuições normais com diferentes parâmetros σ e μ (Levine, et al., 2005).....	17
Figura 2.7 Distribuição log-normal variando a média e desvio padrão.	18
Figura 2.8 Distribuição exponenciais para diferentes valores de λ	19
Figura 2.9 Distribuição Gamma.	20
Figura 2.10. Distribuições Beta, com diversos valores dos parâmetros α e β	21
Figura 2.11 Função de distribuição bivariacional (Ang & Tang, 1975)	23
Figura 2.12 Ajuste da distribuição ao histograma (Assis, 2018).	30
Figura 2.13 Método <i>qui</i> quadrado	31
Figura 2.14 Teste Kolmogorov-Smirnov	32
Figura 3.1 - Ilustração <i>Random finite-element method</i> (Fenton & Griffiths, 2008).....	35
Figura 3.2 Número de pontos necessários versus erros da estimativa do Monte Carlo (modificado - Baecher & Christian, 2003).....	37
Figura 3.3 - Árvore de eventos de uma barragem (modificado - Baecher & Christian, 2003).44	
Figura 3.4 - Árvore de falhas de uma barragem (modificado - Parr & Cullen, 1988).	45
Figura 4.1 Geometria da barragem de seção mista	48
Figura 4.2 Geometria da barragem de rejeito.....	51
Figura 5.1 Fator de segurança médio fase final de construção.	58
Figura 5.2 Fator de segurança médio fase de operação.....	59
Figura 5.3 Superfície de ruptura PEM final de construção círculo mais crítico	64
Figura 5.4 Superfície de ruptura PEM Operação círculo mais crítico	65

Figura 5.5	Convergência da probabilidade de falha da fase final de construção 5σ	67
Figura 5.8	Convergência da probabilidade de falha da fase final de construção 3σ	68
Figura 5.7	Histogramas do FS para 100 tentativas fase final de construção a) 5σ b) 3σ	69
Figura 5.8	Histogramas do FS para 1.000 tentativas fase final de construção a) 5σ b) 3σ	69
Figura 5.9	Histogramas do FS para 10.000 tentativas fase final de construção a) 5σ b) 3σ	70
Figura 5.10	Histogramas do FS para 100.000 tentativas fase final de construção a) 5σ b) 3σ ..	70
Figura 5.11	Ajuste do Histograma de 100 tentativas fase de final de construção.....	71
Figura 5.12	Ajuste do Histograma de 1.000 tentativas fase de final de construção.....	71
Figura 5.13	Ajuste do Histograma de 10.000 tentativas fase final de construção	72
Figura 5.14	Ajuste do Histograma de 100.000 tentativas fase final de construção	72
Figura 5.15	Convergência da probabilidade de falha fase de operação 5σ	74
Figura 5.16	Convergência da probabilidade de falha fase de operação 3σ	75
Figura 5.17	Histogramas do FS para 100 tentativas fase de operação a) 5σ b) 3σ	75
Figura 5.18	Histogramas do FS para 1.000 tentativas fase de operação a) 5σ b) 3σ	75
Figura 5.19	Histogramas do FS para 10.000 tentativas fase de operação a) 5σ b) 3σ	76
Figura 5.20	Histogramas do FS para 100.000 tentativas fase de operação a) 5σ b) 3σ	76
Figura 5.21	Ajuste do histograma de 100 tentativas fase de Operação.....	77
Figura 5.22	Ajuste do histograma de 1.000 tentativas fase de Operação.....	77
Figura 5.23	Ajuste do histograma de 10.000 tentativas fase de Operação.....	78
Figura 5.24	Ajuste do histograma de 100.000 tentativas fase de Operação.....	78
Figura 5.25	Fator de segurança método determinístico da barragem de rejeito	80
Figura 5.26	Superfície de ruptura FOSM barragem de rejeito.....	84
Figura 5.27	Superfície de ruptura PEM rejeito	85
Figura 5.28	Convergência da probabilidade de falha da barragem de rejeito 5σ	86
Figura 5.31	Convergência da probabilidade de falha da barragem de rejeito 3σ	87
Figura 5.30	Histogramas do FS para 100 tentativas da barragem de rejeito a) 5σ b) 3σ	88
Figura 5.31	Histogramas do FS para 1.000 tentativas da barragem de rejeito a) 5σ b) 3σ	88
Figura 5.32	Histogramas do FS para 10.000 tentativas da barragem de rejeito a) 5σ b) 3σ	88
Figura 5.33	Histograma do FS para 100.000 tentativas da barragem de rejeito a) 5σ b) 3σ ...	89
Figura 5.34	Ajuste do histograma de 100 tentativas da barragem de rejeito.	90
Figura 5.35	Ajuste do histograma de 1.000 tentativas da barragem de rejeito.	90
Figura 5.36	Ajuste do histograma de 10.000 tentativas da barragem de rejeito.	91

Figura 5.37 Ajuste do histograma de 100.000 tentativas da barragem de rejeito.	91
Figura A 1 Janela de dados e análises – sensibilidade	101
Figura A 2 Janela ajustar parâmetros de sensibilidade.	102
Figura A 3 Análises de sensibilidade.	102
Figura A 4 Janela dados-análises – probabilístico	103
Figura A 5 Janela de ajustar parâmetros probabilísticos.....	104
Figura A 6 Janela de superfície de pesquisa	104
Figura A 7 Janelas de plotar probabilidade	105
Figura B 1 Botão ajuste de distribuições – Ajustar	106
Figura B 2 Janela ajustar distribuições aos dados	107
Figura B 3 Janela @RISK – resultados de ajuste.....	108
Figura B 4 Janela de ajuste distribuição cumulativa	108
Figura B 5 Aba @RISK	109
Figura B 6 Janela @RISK – definir distribuição	109
Figura B 7 Janela @RISK – definir distribuição modificada.	110
Figura B 8 Área de resultados, botão abrir resultados.	110
Figura B 9 Janela de @RISK – <i>output</i>	111

LISTA DE SÍMBOLOS, NOMENCLATURA E ABREVIACÕES

ALARP	<i>As Low As Reasonably Practicable</i> (Tão baixo quanto responsabilmente praticável)
COV	Coeficiente de Variação
FMEA	<i>Failure Mode and Effect Analysis</i> (Análise do tipo e efeito de falha)
FS	Fator de Segurança
FOSM	<i>Fisrt Order Second Moment</i> (Método aproximação de primeira ordem do segundo momento)
FORM	<i>Fist Order Reliability Method</i> (Método Hasofer-lind)
FPD	Função de Probabilidade de Densidade
FPM	Função de Probabilidade de Massa
HAZOP	<i>Hazard and Operability Analysis</i> (Análise de Perigos e Operabilidade)
HPEM	<i>Hybrid Point Estimation Method</i> (Método Híbrido de Pontos de Estimativa)
K-S	Kolmogorov-Smirnov
MLE	<i>Maximum-Likelihood Estimators</i> (Estimador de Máxima Verossimilhança)
MM	Método dos Momentos
MMC	Método Monte Carlo
PEM	<i>Point Estimate Method</i> (Método de Rosenblueth)
pf	Probabilidade de Falha
RFEM	<i>Random Finite-Element Method</i> (Método Aleatório de Elemento Finito)
ϕ	Ângulo de Atrito
v	Assimetria
c	Coesão
ρ	Índice de Correlção
σ	Desvio Padrão
σ_x	Desvio Padrão de x

f	Função do Fator de Desempenho
y	Indicador de Desempenho
\bar{Y}	Indicador de Desempenho Médio
Z	Índice de Confiabilidade
t	Intervalo
\bar{x}	Média amostral
$\mu_{\ln(x)}$	Média de $\ln(x)$
μ_x	Média de x
μ	Média Populacional
n	Número de Variáveis
λ	Parâmetro de Forma
α, β	Parâmetros da Função Beta
k	Permeabilidade
ξ	Peso do Ponto de Estimativa
γ	Peso Específico
P	Ponto de Estimativa
p_i	Probabilidade
Z	Índice de Confiabilidade
x	Variável Independente
E[F]	Valor Esperado da Função
a	Valor Mínimo
b	Valor Máximo
σ^2	variância
$\sigma_{\ln(x)}^2$	variância de $\ln(x)$
χ^2	Variável chi-quadrada

1 INTRODUÇÃO

Uma barragem é uma obra utilizada para variadas finalidades, dentre as quais o armazenamento de líquidos. Logo, a ruptura de sua estrutura pode levar a circunstâncias graves como, causar danos ambientais, sociais e perdas de vidas (Perini, 2009). Por isso, é essencial que haja um gerenciamento de risco de uma barragem; sendo que uma das etapas é a Análise de risco que consiste em quantificar o risco, que pode ser feito por meio do produto da probabilidade de falha, pela consequência, como apresentado na Figura 1.1 (Agência Nacional de Águas, 2011; FEMA, 2015).

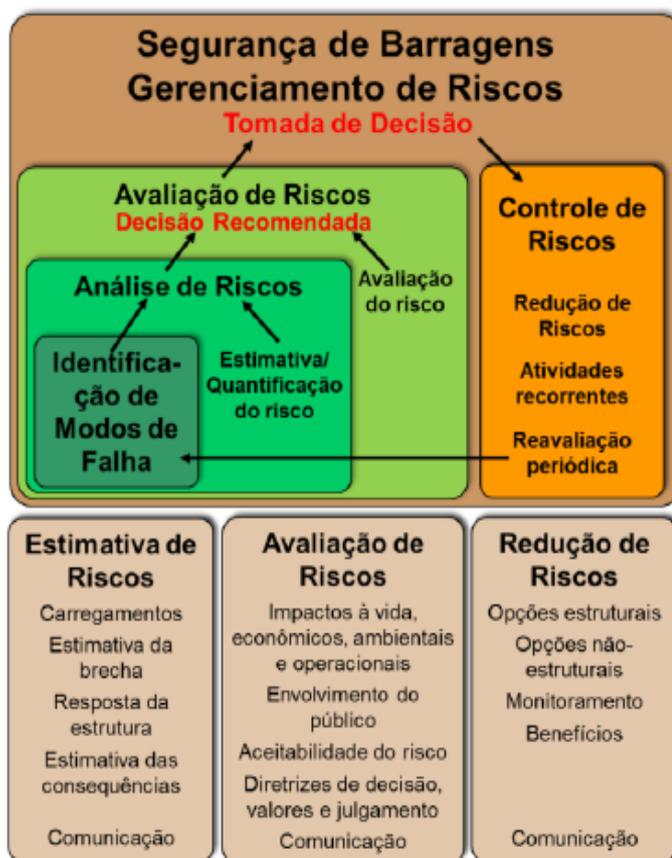


Figura 1.1 Atividades de gerenciamento de risco (modificado-FEMA, 2015).

Esse tipo de análise é criticado, pois seus métodos avaliativos são considerados mais subjetivos; os quais, por sua vez, dificultariam a determinação de critérios para a elaboração de projetos. Por essa razão, a análise determinística acaba por ser equivocadamente recomendada como mais exata e segura. Contudo, nessa segunda categoria analítica, as incertezas não são contabilizadas, tornando a avaliação menos confiável (Christian, 2004). Desse modo, realizar uma análise de risco aproximada é mais prudente, porque é possível, por meio dela, estimar prováveis eventualidades (Goossens & Cooke, 1997).

Outra questão, que se apresenta neste cenário, está relacionada à análise probabilística, visto que a comunidade geotécnica, por vezes, supõe que esse método necessita de dados adicionais e de outros parâmetros para ser considerado eficiente. De modo que o atual estado da prática na engenharia, no que se refere ao assunto da segurança das barragens, prefere, como se tem afirmado, utilizar a metodologia determinística.

Cabe ressaltar uma demanda atual: a sociedade e a comunidade técnica reconhecem a existência de riscos e almejam mais clareza e confiabilidade na consideração das inseguranças das barragens, haja vista que falhas nessas estruturas podem acarretar em graves e negativas consequências para as populações que vivem em suas imediações. Isso, evidentemente, exige uma previsão adequada das possíveis situações indesejadas (Perini, 2009). Logo, o método de análise probabilístico, que pode ser realizado com a mesma campanha de ensaios da abordagem convencional, é mais viável, já que seus resultados são mais confiáveis do que os do método determinístico (Duncan, 2000).

Por conseguinte, este trabalho pretende fazer a análise de segurança mais realista da instabilidade de barragens por meio dos métodos probabilísticos, mediante o cálculo da probabilidade de ruptura. O intuito não é o de alarmar o proprietário da obra, mas dar-lhe maior confiabilidade em relação segurança da mesma, considerando as possíveis ameaças de ruptura de sua estrutura (Duncan, 2000).

A probabilidade de uma barragem se romper nunca é zero; portanto, cada obra tem um índice aceitável de risco, que considera os benefícios sociais dessa estrutura. Entretanto, dada essa circunstância, é fundamental que haja um plano emergencial adequado no caso de um rompimento da barragem. Quanto maior for o empreendimento, maior será o impacto e, por isso, menor será a probabilidade de ruptura aceitável. O diagrama de Farmer representa essa relação, conforme a Figura 1.2, além de especificar algumas obras de engenharia, comparando a probabilidade de ruptura anual aceitável e sua provável consequência, tanto em custo monetizado quando em perdas de vidas.

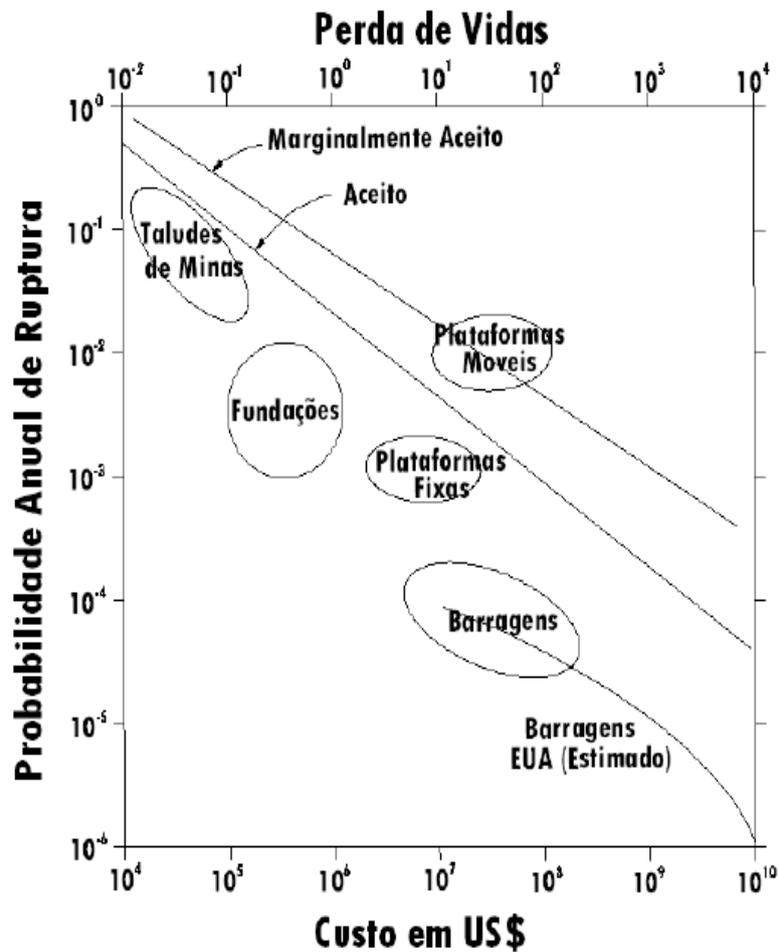


Figura 1.2 - Risco para alguns projetos de engenharia (modificado-Whitman, 1984).

Por outro lado, a Figura 1.3 mostra um exemplo do digrama de Farmer apenas para barragens, classificando, a partir da probabilidade de ruptura e da consequência em termos perda de vidas caso haja um colapso, em qual zona essas estruturas se encaixam. Assim, a ALARP (*As low as responsible practicable*) é aquela área estrutural que deve receber maior atenção do proprietário da obra, pois os riscos dessa zona em vermelho somente são aceitáveis quando os benefícios sociais da barragem são extraordinários (FEMA, 2015).

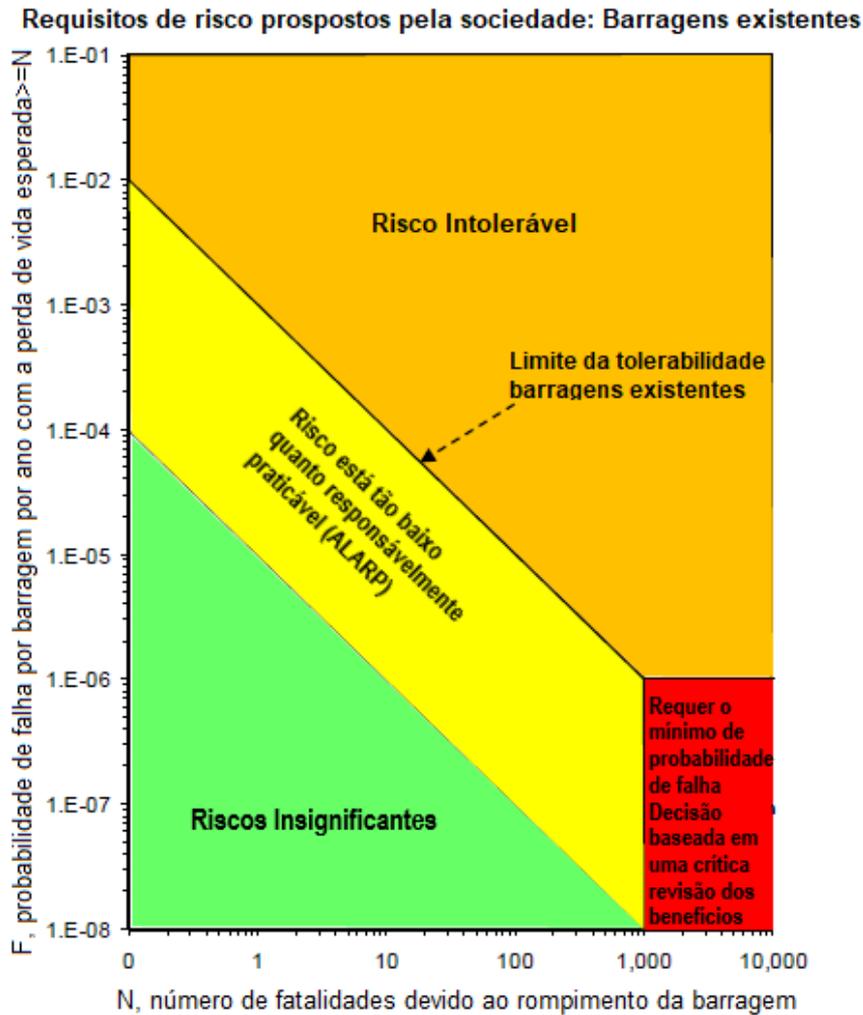


Figura 1.3 Riscos propostos pela sociedade para barragens já existentes (modificado - FEMA, 2015)

Diante desse quadro geral, reafirma-se que as barragens serão os objetos do estudo de caso apresentado neste trabalho; de modo que serão considerados os seguintes aspectos sobre essas estruturas: são obras de grande porte, realizadas com uma enorme variabilidade dos materiais, sendo responsáveis por um significativo impacto social. Quanto à avaliação do aspecto da variabilidade dos materiais, serão atribuídas as distribuições probabilísticas adequadas, ou os parâmetros estatísticos apropriados, para a aplicação nos métodos probabilísticos dos potenciais de ruptura, de maneira a priorizar a compreensão da instabilidade de taludes.

1.1 MOTIVAÇÃO

Desastres recentes, no Brasil, levaram a inferir que possivelmente a análise determinística não seja suficiente para determinar a segurança de barragens, pois esta não foi suficiente para evitar trágicas consequências no que diz respeito ao rompimento inesperado dessas estruturas. Por exemplo, no caso de Fundão, em novembro de 2015, a obra obedecia à norma; contudo, possivelmente uma das causas do acidente foram a desconsideração das incertezas, a mesma veio a se romper, provocando a morte de 19 pessoas e uma catástrofe ambiental (SAMARCO, 2018).

Outro caso, ainda mais recente, foi o do rompimento da Barragem 1, na Mina Córrego de Feijão, em Brumadinho. Nesse desastre, o método determinístico apontava que a barragem atendia às normas de segurança estabelecidas para o comportamento drenado, o que demonstra a possibilidade de incoerência desse tipo de análise. Possivelmente, este seja um dos fatores que contribuiu para ceifar a vida de 270 pessoas, na região circunvizinha da Barragem 1, em Brumadinho. Portanto, essas tragédias podem indicar que a análise de risco dessas barragens não foi gerenciada de modo correto (Batista, 2019).

Como o risco monetizado é feito por meio do produto da probabilidade de ruptura e de consequência, este trabalho propõe que no cálculo da probabilidade de ruptura que leva em consideração as incertezas, na análise de estabilidade das barragens por meio dos métodos probabilísticos. Dessa forma, tenta averiguar se essa foi uma possível desconsideração relevante para os acidentes recentes e aumentar a confiança e clareza da segurança de barragens, o que contribuirá para amenizar os possíveis danos causados pelas falhas na estrutura de uma barragem.

1.2 OBJETIVO

O objetivo desta dissertação é aplicar os métodos probabilísticos *Fisrt Order Second Moment* (FOSM), *Point Estimate Method* (PEM), *Hybrid Point Estimation Method* (HPEM) e Método Monte Carlo (MMC) para o cálculo da probabilidade de ruptura considerando o mecanismo de falha instabilidade de taludes, e avaliar a melhor aplicação de cada um desses métodos em diferentes situações, a fim de diminuir os erros, de executar em tempo hábil a construção das estruturas e de aumentar a confiabilidade das barragens.

Também, pretende-se apontar quais são as distribuições ou os dados estatísticos que melhor se adequam a cada tipo de variável, levando em consideração as incertezas dos parâmetros e dos materiais, haja vista que os métodos FOSM, PEM e HPEM utilizam apenas os dados estatísticos (média e desvio padrão), enquanto o MMC utiliza também a distribuição estatística.

1.3 METODOLOGIA ADOTADA

Para atender os objetivos desta pesquisa, serão analisados dois tipos de barragens, sendo uma do tipo mista para aproveitamento hidrelétrico, hipotética de enrocamento, com núcleo argiloso, e uma de rejeito, hipotética com três alteamentos. Utilizados para analisar a variabilidade espaciais dos materiais existentes em um talude (tanto do maciço quanto da fundação).

A esses dois exemplos de barragens, serão aplicados os tratamentos estatísticos dos parâmetros dos materiais, a interpretação das incertezas dos dados de entrada, calculando o valor da amostragem como média, e o coeficiente de variação (COV), como dado estatístico de dispersão. Em casos que requerem a distribuição do parâmetro, será escolhida a melhor distribuição de acordo com a bibliografia existente e com o significado físico do parâmetro.

Em seguida, aplicar-se-á os métodos probabilísticos, com a finalidade de avaliar as vantagens e desvantagens de cada um. Primeiramente, pode-se destacar o método FOSM, como o método mais simplificado, pois nele não há a necessidade de distribuição probabilística do parâmetro, mas apenas de seus dados estatísticos (média e desvio padrão). Os resultados desse método é a influência da variância de cada variável de entrada na variância do resultado final, o que o torna muito útil, principalmente, para a resolução de problemas com muitas variáveis.

O PEM, por sua vez, apresenta uma análise um pouco mais exata que o FOSM, embora, também, considere a variabilidade de cada parâmetro e os dados estatísticos; no entanto, é um método exaustivo para o caso de muitas variáveis. Já o HPEM é híbrido, visto que utiliza a série de Taylor, como o FOSM, e os pontos de estimativa do PEM, o que acarreta em um método simplificado de consideração da variabilidade do parâmetro, tornando o resultado mais apurado. Por fim, há o MMC, como um método probabilístico mais exato. Nele, a análise depende de uma distribuição probabilística completa das variáveis, o que torna a sua execução mais complexa, exigindo uma capacidade computacional maior.

Esta etapa do trabalho terá a finalidade de determinar qual o método é o mais adequado para cada situação, analisando as principais vantagens e desvantagens de cada um.

1.4 ESCOPO DA DISSERTAÇÃO

Esta dissertação é composta por seis capítulos. O primeiro apresentará a introdução do trabalho, bem como o que o motivou, os seus objetivos e a metodologia adotada para alcançar os resultados das análises. O capítulo dois, por seu turno, abordará as distribuições probabilísticas, apresentando as distribuições discretas e contínuas, de modo a enfatizar as distribuições utilizadas nesta pesquisa: normal, log-normal e Gamma. Esse capítulo, também, descreverá os métodos de ajustes às distribuições, com foco nos seguintes testes: *Qui*-quadrado e Kolmogorov-Smirnov.

No capítulo três, os métodos probabilísticos mais utilizados serão descritos, cuja intenção será a de especificar os dados de entrada necessários para a aplicação dessas metodologias, além de apresentar alguns resultados interessantes, que evidenciarão as vantagens e as desvantagens de cada uma delas. Em seguida, o capítulo quatro apresentará dois estudos de caso, correspondente a barragens hipotéticas a partir da especificação da geometria e dos dados de entrada dos parâmetros desses materiais. Além disso, nesse capítulo, também, discorreremos sobre a metodologia aplicada em cada um dos métodos e quais são as decisões de engenharia necessárias para realizar essas análises.

O penúltimo capítulo indicará os resultados de cada método, assim como os comentários cabíveis para cada uma das respostas provenientes da análise dos dados do processo metodológico adotado, apresentando comparações acerca do uso desses métodos em uma mesma barragem. E, finalmente, o capítulo seis trará as conclusões do trabalho e as recomendações para as pesquisas futuras sobre a aplicação de métodos probabilísticos na avaliação de risco da instabilidade de barragens.

2 DISTRIBUIÇÃO PROBABILÍSTICA

Em princípio, no método determinístico os parâmetros geotécnicos são considerados constantes, o que não é apropriado, principalmente em uma grande obra geotécnica, pois a variabilidade natural nos materiais é ampla. Portanto, deve-se utilizar os métodos probabilísticos que levam em consideração a variabilidade de cada parâmetro, considerando a dispersão que a propriedade possui com um tratamento estatístico dos parâmetros (Baecher & Christian, 2003, Uzielli, 2008).

Visto que o fator de segurança é determinado pela razão entre a resistência (R) e o carregamento (S), a análise probabilística deve propiciar uma distribuição probabilística para cada uma desses componentes, conforme demonstra a Figura 2.1. Nessa ilustração, o FS igual a um é o ponto em que as duas curvas se interceptam, enquanto a probabilidade de falha (pf) é a área abaixo desse ponto (Becker, 1996).

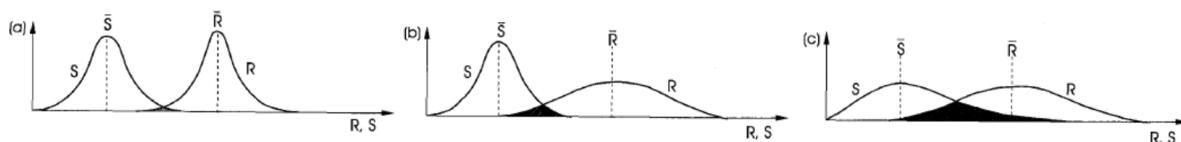


Figura 2.1 Variações de dispersão da resistência e do carregamento (modificado - Becker, 1996).

Dessa maneira, a Figura 2.1 mostra algumas variações, sendo que (a) revela a probabilidade de ruptura menor quando ambas as distribuições são menos dispersas; enquanto (b) apresenta uma das distribuições mais dispersa. Assim, a probabilidade de ruptura aumenta e (c) mostra que essa maior probabilidade é quando ambas as distribuições são mais dispersas (Becker, 1996).

Geralmente, obras geotécnicas se encontram na situação (b) da Figura 2.1; ou seja, o carregamento aplicado à obra é menos disperso, enquanto a resistência é mais espalhada devido à grande variabilidade e às incertezas dos parâmetros geotécnicos (Becker, 1996). Além disso, é importante frisar que os materiais vinculados à geotecnia possuem heterogeneidade estratigráfica e litológica, bem como variabilidade inerente ao solo, que não podem ser desconsideradas em uma avaliação probabilística (Uzielli, et al., 2007).

Ademais, outra maneira de abordar o fator de segurança é analisá-lo como uma única distribuição, sendo que o pf menor que o valor crítico. Desse modo, na análise probabilística a decisão de engenharia é feita mediante o menor erro, garantindo maior confiabilidade aos resultados. Nesse quesito, esse tipo de análise se difere do tipo determinístico, que comumente propõe a adoção do valor mais conservador.

Na análise determinística, a escolha é limitada por meio do menor fator de desempenho, o que, sob esse viés, garante maior segurança a esse método. No entanto, a Figura 2.2 revela uma situação na qual um fator de segurança maior pode ter uma probabilidade de ruptura maior, enquanto em outra situação, um fator de segurança menor possui uma probabilidade de ruptura menor, sendo, dessa forma, mais seguro. (Elkateb, et al., 2003)

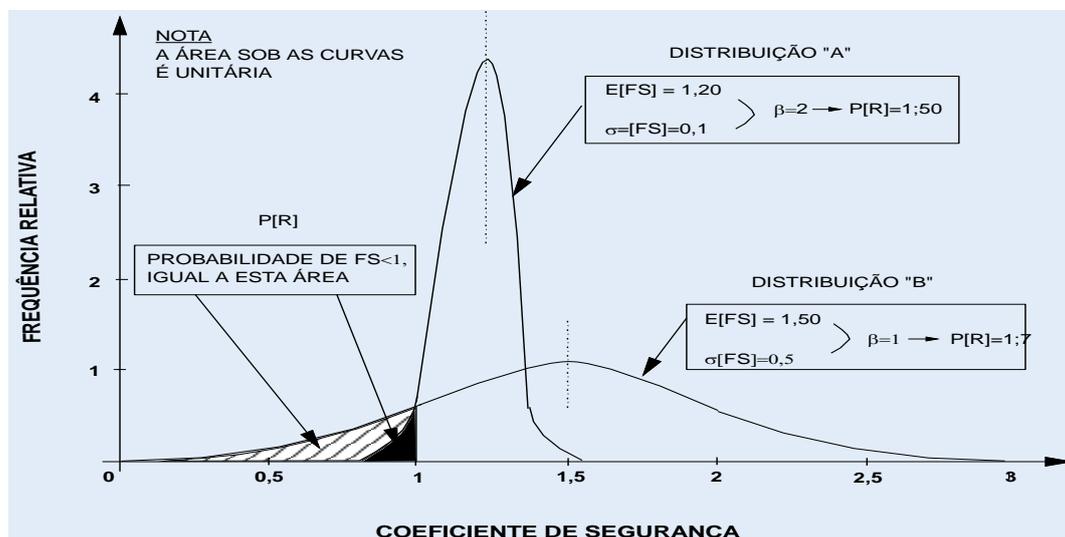


Figura 2.2 Exemplo do cálculo de probabilidade de falha para dois taludes em função do indicador de desempenho fator de segurança (Assis, 2018).

Para aplicar o método probabilístico, é necessário ter conhecimento de alguns dados estatísticos das propriedades, ou definir a distribuição probabilística do parâmetro, os quais são fundamentados na amostragem. Nesse sentido, é válido retomar a análise probabilística em segurança de barragens realizada por Vieira *et al.* (2014), cuja conclusão verificou que a falta de tratamento detalhado dos dados pode acarretar em riscos ao empreendimento, evidenciando que os dados de entrada do problema devem ser gerenciados a partir de um processo de análise estatística.

Na tentativa de descrever uma distribuição probabilística, são utilizados os primeiros momentos estatísticos que seguem uma ordem. O primeiro deles é a média, em que metade dos dados está

abaixo da média e a outra metade acima. Enquanto a variância, que é o segundo momento estatístico, relaciona-se à distância dos valores possíveis ao valor médio. O terceiro momento estatístico é chamado de assimetria e, para defini-la, é necessário entender a moda, o valor com maior probabilidade de ocorrência. Portanto, a assimetria é zero quando a distribuição é simétrica, ou seja, quando a média coincide com a moda; é positiva quando os valores maiores que a moda são mais prováveis; e é negativa quando os valores estão mais concentrados abaixo da moda (Ang & Tang, 1984).

As equações a seguir determinam a média, a variância e qualquer momento estatístico de uma função, respectivamente (Ang & Tang, 1975):

$$E(x) = \mu = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx \quad (2.1)$$

$$V(x) = \sigma^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu)^2 f(x) dx \quad (2.2)$$

$$E(x - \mu)^j = \sum_{i=0}^j (X - \mu)^j p_i \quad (2.3)$$

onde, x é a variável independente, f é a função do fator de desempenho, μ é a média populacional, σ^2 é a variância, σ é o desvio padrão, ou seja, a raiz quadrada da variância, e p_i é a probabilidade.

A partir dos dados estatísticos ou de uma amostragem é possível determinar a distribuição probabilística, isto é: a regra que descreve a probabilidade de todos os valores possíveis da variável independente, sendo que o valor final da probabilidade acumulativa é sempre um. Além disso, há dois tipos de distribuições: as discretas e as contínuas.

As distribuições discretas possuem uma probabilidade correspondente a cada valor aleatório existente, ou seja, pontos independentes, como as distribuições Binomial, Geométrica e Poisson. Diferentemente, a distribuição contínua é caracterizada pela existência de uma função que se adapta às probabilidades da variável, como a função Normal, Log-normal, Gamma, Beta, Exponencial, Uniforme e Triangular (Assis, 2018).

Por consequência, os valores mais importantes para a determinação das distribuições são a média e algum parâmetro de dispersão, como a variância ou o desvio padrão. A Tabela 2.1 apresenta a equação da distribuição. O valor esperado, que está relacionado à média e a variância, é definido como um parâmetro de dispersão da variável (Ang & Tang, 1984).

Tabela 2.1 Distribuições de probabilidade mais comuns (modificado – Ang & Tang, 1975).

Distribuição	Equação	Valor Esperado	Variância
Binomial	$p_x(x) = \frac{n!}{x!(n-x)!} (1-p)^{n-x} p^x$	np	$np(1-p)$
Geométrica	$p_x(x) = p(1-p)^{x-1}$	$1/p$	$\frac{(1-p)}{p^2}$
Poisson	$p_x(x) = \frac{\mu^x}{x!} e^{-\mu}$	μ	μ
Exponencial	$f_x(x) = \lambda e^{-\lambda x} \quad x \geq 0$	$1/\lambda$	$1/\lambda^2$
Gamma	$f_x(x) = \frac{\nu(\nu x)^{k-1} e^{-\nu x}}{\Gamma(k)} \quad x \geq 0$	k/ν	k/ν^2
Normal	$f_x(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]$ $-\infty < x < \infty$	μ	σ^2
Lognormal	$f_x(x) = \frac{1}{\alpha x\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2} (\ln x - \mu)^2\right]$ $x \geq 0$	$\exp\left[\mu + \frac{1}{2}\sigma^2\right]$	$e^{2\mu + \sigma^2} (e^{\sigma^2} - 1)$
Uniforme	$f_x(x) = \frac{1}{b-a} \quad a < x < b$	$\mu = \frac{a+b}{2}; a = \mu - \sqrt{3}\sigma$ $b = \mu + \sqrt{3}\sigma$	$\frac{(b-a)^2}{12}$
Beta	$f_x(x) = \frac{1}{B(q,r)} \frac{(x-a)^{q-1} (b-x)^{r-1}}{(b-a)^{q+r-1}}$ $a \leq x \leq b$	$a + \frac{q}{q+r}(b-a)$	$\frac{qr}{(q+r)^2(q+r+1)}(b-a)^2$

A seguir, estão apresentadas as distribuições probabilísticas clássicas, que são utilizadas para definir a variabilidade dos parâmetros e interpretar o resultado do fator de desempenho de forma probabilística. Posteriormente, serão definidas as formas de ajustar os dados de entrada às distribuições.

2.1 DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADES DISCRETAS

Assim como indicado anteriormente, as distribuições discretas, também chamadas de função de probabilidade de massa (FPM). São aquelas em que cada valor exato tem a probabilidade de ocorrer. Essas distribuições, por sua vez, são semelhantes ao resultado do levantamento de dados do problema e, posteriormente, se relacionam às distribuições contínuas, sendo que as mais utilizadas são: a Binomial, a Geométrica e a Poisson, apresentadas na Figura 2.3.

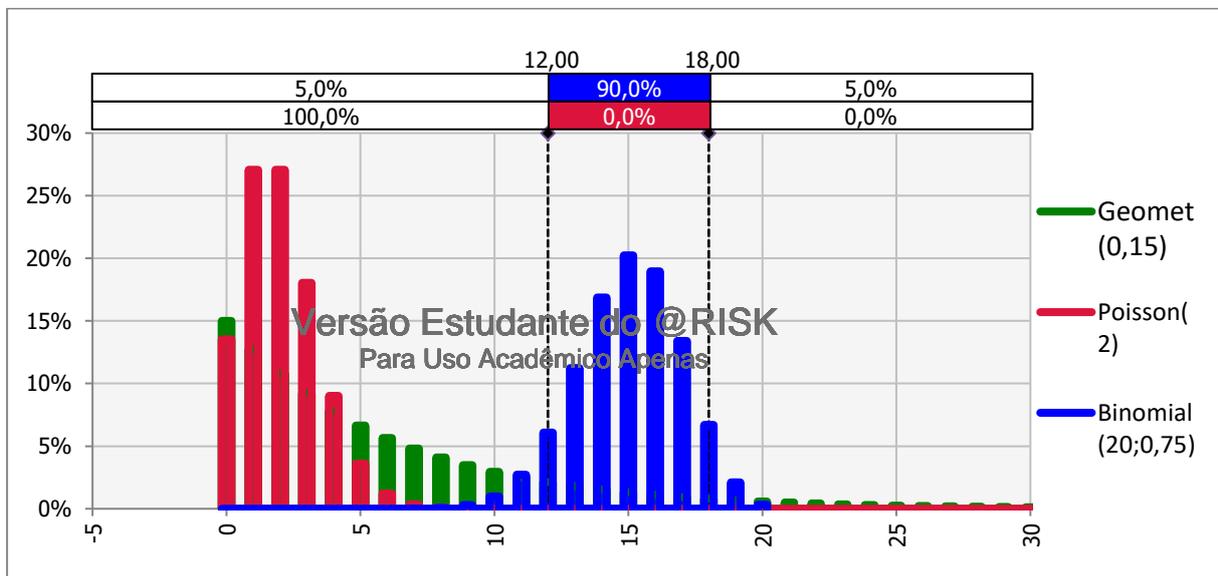


Figura 2.3 Formatos das distribuições Binomial, Poisson e Geométrica

A distribuição binomial, conforme demonstra a Figura 2.3 tem formato semelhante à função de Gauss, de maneira que ela pode ser definida pela existência de duas opções para o caminho do problema: uma verdadeira ou uma falsa (1,0), o que justifica o nome binomial. Portanto, esse método não é apropriado para problemas com mais de uma opção possível (Ang & Tang, 1975; Fenton & Griffiths, 2008).

Cientes disso, para utilizar a distribuição binomial é preciso definir o valor crítico ao problema, adotando tabelas com valores pré-estabelecidos, pois esse tipo de distribuição é definido pela quantidade de ensaios (n) e a probabilidade de ocorrência do evento (p). Assim, a partir desses

dados é possível determinar as situações possíveis e definir a distribuição, assim como os dados probabilísticos apresentados a seguir:

$$\mu = n.p \quad (2.4)$$

$$\sigma = \sqrt{n.p.(1-p)} \quad (2.5)$$

As distribuições geométricas o evento tem apenas duas opções (ocorrer ou não); por conseguinte, a probabilidade de acontecer é p e a de não acontecer ($1-p$) (Fenton & Griffiths, 2008). Essa lógica é utilizada, principalmente, para problemas como o tempo de retorno, que se refere ao momento de ocorrência do evento (Ang & Tang, 1975).

A distribuição de Poisson tem a mesma origem da Binomial, sendo que λ pode ser definido por meio do produto de $n.p$ da binomial, que é o tamanho da amostra com a probabilidade de ocorrência. Dessa forma, a distribuição de Poisson é utilizada quando a amostra é grande demais para utilizar a distribuição binomial (Assis, 2018, Fenton & Griffiths, 2008).

Essa distribuição é usada para a resolução do problema quando há várias probabilidades para cada situação, pois o fator tempo sempre poderá interferir na variável independente, sendo que a função da probabilidade segue a Equação a seguir e está limitada de zero ao infinito (Ang & Tang, 1984):

$$p(x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} \quad (2.6)$$

onde, λ é a razão do número de ocorrência do intervalo de tempo. Se um intervalo fixo for usado, o λ pode ser o número de ocorrência do interesse do problema.

Esse processo é também chamado de distribuição de eventos raros, que é aquele que apresenta pequena probabilidade de ocorrência, como terremotos. Portanto, é uma distribuição complementar à Binomial (Ang & Tang, 1984).

2.2 DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADES CONTÍNUAS

As distribuições contínuas ocorrem quando o espaço amostral tem infinitos pontos e, por essa razão, também são denominadas de função de probabilidade de densidade (FPD), sendo que as mais utilizadas na engenharia são as distribuições: Normal, Log-normal, Gamma, Exponencial, Beta, Uniforme e Triangular.

As principais características de uma distribuição contínua são:

- A área total sob a função da distribuição de probabilidade é 1;
- $P(a \leq X \leq b) = \text{área sob a curva de densidade entre os pontos } a \text{ e } b$;
- $f(X) \geq 0$
- $P(X = x_0) = 0$

O último tópico aponta que a probabilidade de um valor exato é zero, ou seja, apenas os intervalos têm probabilidade correspondente. Essa circunstância pode ser intuitivamente estranha; porém, o que ocorre é que a amostra é infinita, de modo que a probabilidade de um valor exato é de um dividido pelo infinito; dessa forma, o resultado é zero. Esse último tópico, portanto, é a principal diferença das distribuições contínuas e discretas, visto que no caso das discretas cada valor exato possui uma probabilidade.

2.2.1 DISTRIBUIÇÃO UNIFORME

A distribuição uniforme, também chamada de distribuição retangular, é uma função de densidade constante, que indica a altura do retângulo unitário, cuja base são os limites conhecidos. A função, a média e o desvio padrão são definidos pelas equações a seguir, de maneira que a forma é representada pela Figura 2.4 (Fenton & Griffiths, 2008):

$$f(x) = \frac{1}{b-a} \quad (2.7)$$

$$\mu = \frac{(b+a)}{2} \quad (2.8)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{(b-a)}{12}} \quad (2.9)$$

onde, $a \leq x \leq b$, são os valores máximo e mínimo da propriedade.

Essa distribuição é empregada em situações nas quais as únicas informações conhecidas são os valores máximo e mínimo. Assim sendo, nada leva a acreditar que há uma probabilidade maior de algum valor dentro do intervalo, de forma que todos os valores possíveis são igualmente prováveis de ocorrer, como em um jogo de dados (Fenton & Griffiths, 2008).

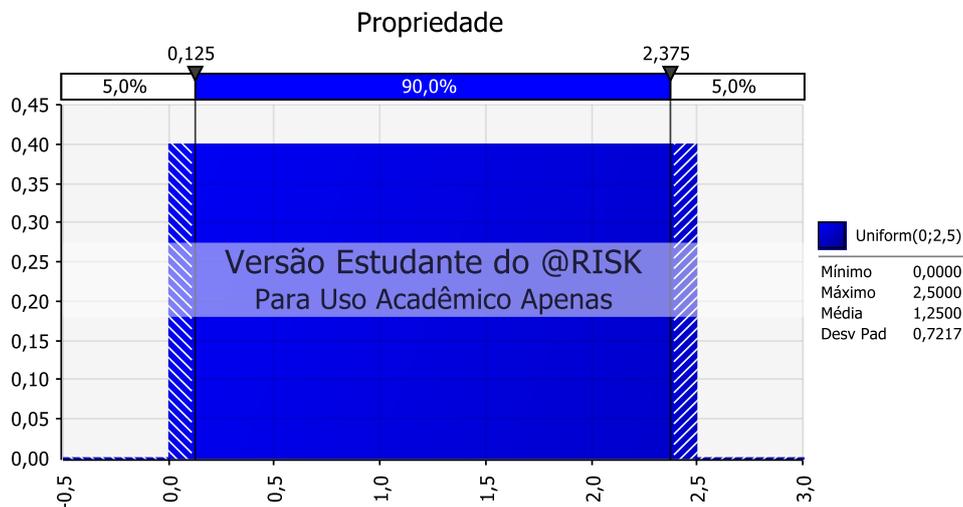


Figura 2.4 Distribuição uniforme

2.2.2 DISTRIBUIÇÃO TRIANGULAR

A distribuição triangular é descrita por três valores característicos da variável aleatória: limite inferior, limite superior e valor mais provável da variável, como apresenta a Figura 2.5. Essa distribuição tem uma forma de triângulo, uma vez que os vértices são o valor mínimo, a moda e o valor máximo. Geralmente, a triangular é utilizada quando os dados são escassos, apenas emitindo uma estimativa de média e de limites da variável aleatória, sem apresentar o conhecimento da variância (Ang & Tang, 1975).

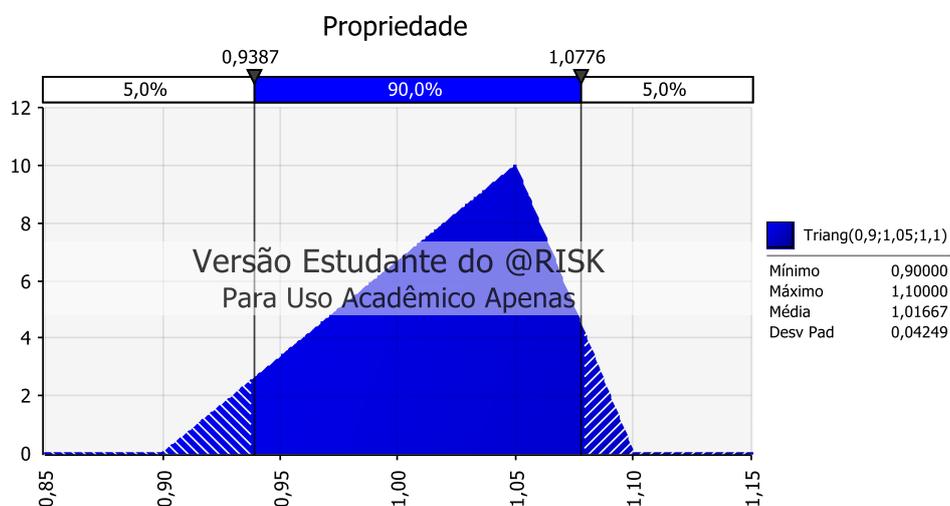


Figura 2.5 Distribuição Triangular.

2.2.3 DISTRIBUIÇÃO NORMAL

A distribuição normal, também chamada de distribuição de Gauss, é a mais utilizada na geotecnia. Nela, a função contínua, que resulta da função binomial, é a distribuição mais importante, pois o comportamento da maioria dos fenômenos naturais pode ser caracterizado por um valor médio predominante, por uma dispersão baseada nesse mesmo valor e por uma distribuição simétrica. A equação abaixo representa a Distribuição Normal (Ang & Tang, 1975; Fenton & Griffiths, 2008):

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right]} \quad (2.10)$$

onde, x é a variável aleatória associada: $-\infty < x < \infty$.

Para determinar a distribuição normal são necessários dois parâmetros estatísticos: a média e o desvio padrão. Ambos são caracterizados pelas equações 2.1 e 2.2 e podem ser aplicados à equação 2.10 para valores de x e de infinito, tanto positivos quanto negativos, determinando uma distribuição de formato de sino, que se aproxima da maioria dos parâmetros geotécnicos (Assis, 2018).

Como mostrado na Figura 2.6, a variação de apenas dois parâmetros estatísticos muda a distribuição, haja vista que ela mantém a simetria e tem como ponto mais alto a média. Dessa forma, se há uma inflexão da função, está dá um desvio do padrão da média, sendo que é uma distribuição infinita a variável aleatória. Na Figura 2.6 as distribuições A e B possuem a mesma média, enquanto as distribuições A e C apresentam o mesmo desvio padrão (Fenton & Griffiths, 2008).

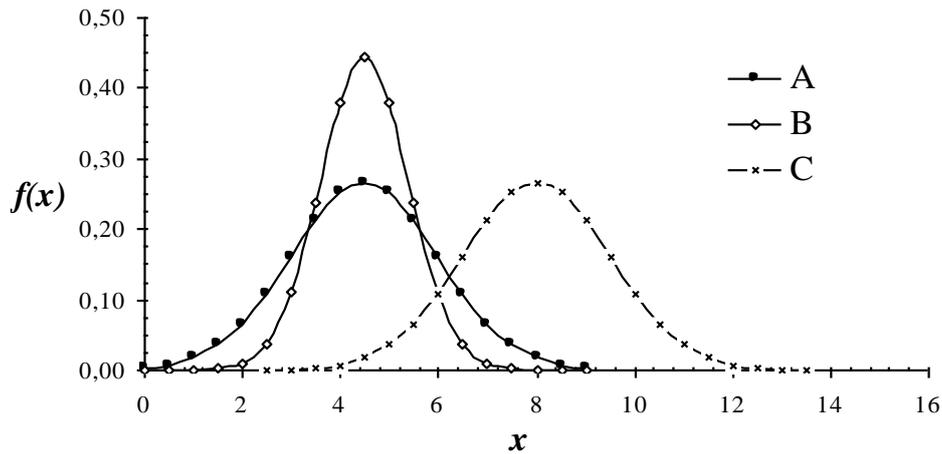


Figura 2.6. Distribuições normais com diferentes parâmetros σ e μ (Levine, et al., 2005)

Vale pontuar uma particularidade da distribuição normal: dois desvios padrões, sendo um desvio acima e um desvio abaixo da média significam 68,3% de probabilidade de ocorrência da variável, quatro desvios 95,4%, enquanto seis desvios representam 99,7% e assim por diante. Isso indica que com truncamento de poucos desvios padrões é possível determinar a probabilidade mais relevante do problema (Ang & Tang, 1984).

Por isso, a distribuição normal é a mais utilizada para adaptar os parâmetros geotécnicos, pois a bibliografia sugere que é a que melhor se adapta a maioria das propriedades (Uzielli, et al., 2007).

2.2.4 DISTRIBUIÇÃO LOG-NORMAL

A distribuição log-normal é definida pela função da distribuição normal, no entanto, a variável aleatória é o logaritmo da propriedade. Esse modelo é utilizado quando o problema possui uma assimetria, ou seja, uma tendência maior para um dos lados e não possui valores negativos. A distribuição responde à função da equação a seguir (Ang & Tang, 1984):

$$f(x) = \frac{1}{\sigma x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2} [\ln(x) - \mu]^2} \quad (2.11)$$

A média e a variância interferem no comportamento da distribuição log-normal de maneira diferente da forma como afetam a distribuição normal, conforme aponta a Figura 2.7, ao apresentar as variações da média e do desvio padrão.

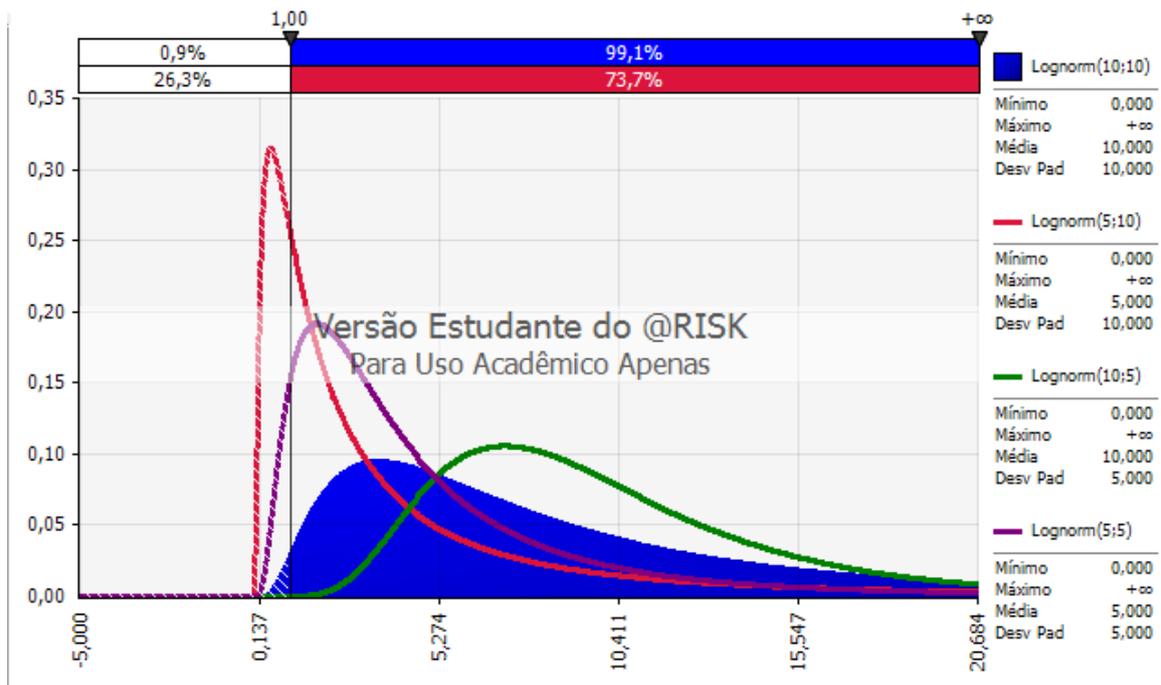


Figura 2.7 Distribuição log-normal variando a média e desvio padrão.

Nesse sentido, a distribuição log-normal também tem um formato adequado para muitas propriedades geotécnicas, principalmente, para os parâmetros que não aceitam valores negativos, como a coesão. No entanto, a definição da distribuição log-normal é um pouco diferente das demais, afinal a sua variável independente é $\ln(x)$, não apenas x , como nas outras distribuições, o que dificulta a determinação de seus dados estatísticos (Assis, 2018).

Para utilizar esse tipo de distribuição é fundamental definir a média e a variância de $\ln(x)$, a partir dos valores de média e de desvio padrão da variável aleatória, que podem ser determinados pelas equações a seguir:

$$\sigma_{\ln x}^2 = \ln \left(1 + \frac{\sigma_x^2}{\mu_x^2} \right) \quad (2.12)$$

$$\mu_{\ln x} = \ln(\mu_x) - \frac{1}{2} \sigma_{\ln x}^2 \quad (2.13)$$

onde, $\sigma_{\ln x}^2$ a variância de $\ln(x)$ e $\mu_{\ln x}$ a média de $\ln(x)$.

Segundo os parâmetros estabelecidos por essas equações e, também, pela literatura que aborda a utilidade desse tipo de distribuição, a log-normal é uma das distribuições utilizadas para adaptar o fator de segurança, porque é assimétrica e não comporta valores negativos, tal afirmativa será verificada nesse trabalho (Gitirana, 2005).

2.2.5 DISTRIBUIÇÃO EXPONENCIAL

A distribuição exponencial relaciona-se à lei binomial e ao processo de Poisson. A sua função está vinculada ao momento em que ocorre o evento; no entanto, de uma forma contínua, ou seja, a partir de infinitos pontos da variável. Essa distribuição, por sua vez, pode ser descrita pela função matemática apresentada abaixo (Ang & Tang, 1975; Fenton & Griffiths, 2008):

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \tag{2.14}$$

onde, λ é parâmetro de forma e está relacionado ao tempo de retorno.

A Figura 2.8 mostra a forma da função que evidencia esse momento de ocorrência do evento e a queda de probabilidade em seguida, em que o parâmetro λ é uma constante independente do tempo e que se correlaciona ao problema, sendo o maior influenciador na forma, como confirma a próxima figura (Ang & Tang, 1984):

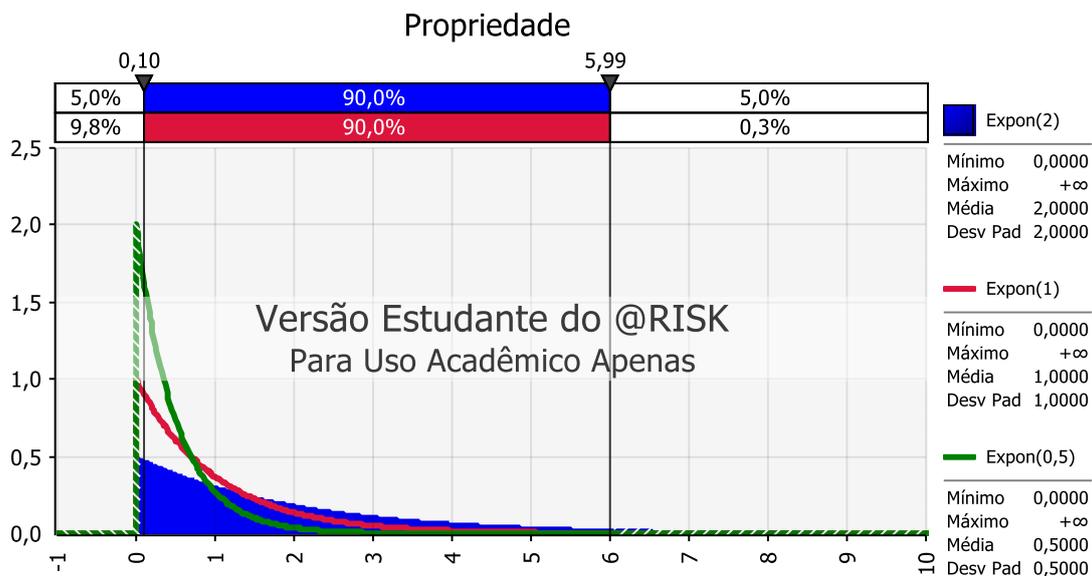


Figura 2.8 Distribuição exponenciais para diferentes valores de λ .

A distribuição exponencial tem uma característica denominada de “sem memória”, que indica que, se o evento não tiver ocorrido em um tempo de retorno, não haverá um aumento da probabilidade de ocorrência automaticamente na distribuição (Fenton & Griffiths, 2008).

2.2.6 DISTRIBUIÇÃO GAMMA

A distribuição Gamma, é definida pela equação a seguir e a Figura 2.9 apresenta a sua forma. Nessas duas ilustrações, é possível perceber que a distribuição Gamma é flexível, pois há dois fatores de ajuste, λ e o k (Fenton & Griffiths, 2008):

$$f_{T_k}(t) = \frac{\lambda(\lambda t)^{k-1}}{(k-1)!} e^{-\lambda t} \quad (2.15)$$

Assim, t é o intervalo e é maior que zero.

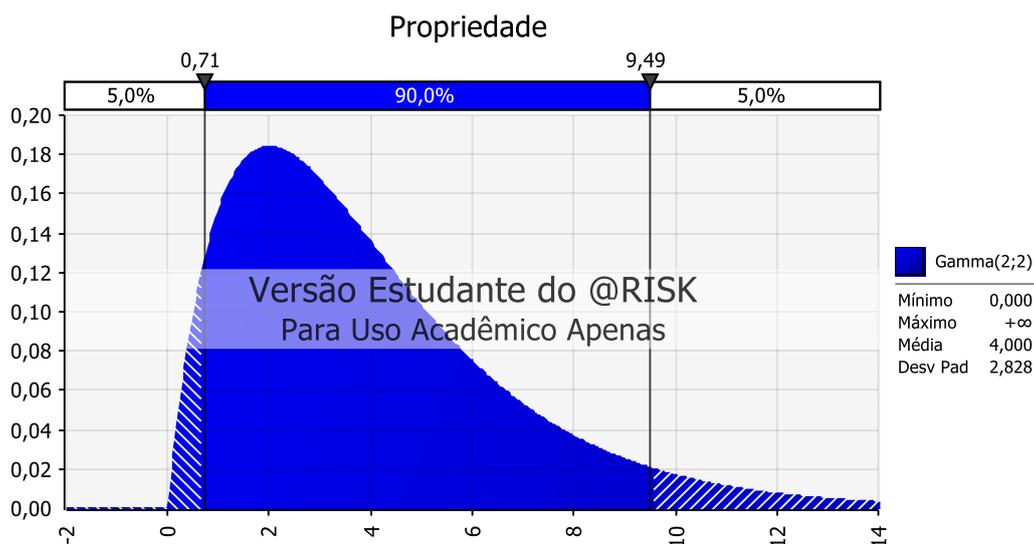


Figura 2.9 Distribuição Gamma.

A distribuição Gamma, assim como a Exponencial e Poisson, está associada a um tempo de retorno e, assim como as anteriores, não possui memória. Dessa forma, essa distribuição é uma variação mais flexível da distribuição exponencial (Ang & Tang, 1975).

Por essa razão, a Gamma é muito utilizada em parâmetros cuja função normal não é bem ajustada e a log-normal não se adapta. Dessa maneira, essa distribuição atua como uma função intermediária que tem um aspecto semelhante à distribuição normal e da log-normal por ser assimétrica.

2.2.7 DISTRIBUIÇÃO BETA

A distribuição Beta é apropriada para problemas que não apresentam apenas um de moda, mas um intervalo de valores, sendo de a a b , como define Ang e Tang (1984):

$$f(x, \alpha, \beta) = \frac{1}{B(\alpha, \beta)} \frac{(x-a)^{\alpha-1} (b-x)^{\beta-1}}{(b-a)^{\beta+\alpha-1}} \quad (2.16)$$

onde, x é uma variável aleatória, restrita entre $a < x < b$, α , β são parâmetros da distribuição Beta. Esses estão restritos a $\alpha > 0$ e $\beta > 0$, de forma que a e b são os extremos inferior e superior, respectivamente, no intervalo em que a essa distribuição será avaliada e $B(\alpha, \beta) = \int_0^1 x^{\alpha-1} (1-x)^{\beta-1} dx$ será determinante da função Beta.

Os valores dessa função para variados valores de α e β são tabelados, o que auxilia na utilização da distribuição. Além disso, como apresentado na Figura 2.10, essa é uma função muito flexível, porque os parâmetros α e β permitem a alteração de sua forma. A Figura 2.10 demonstra que a função é capaz de se adaptar até mesmo à forma da distribuição Uniforme, Normal, Log-normal e Exponencial (Ang & Tang, 1984).

Dito isso, é possível perceber que a diferença dos fatores α e β determinam se o problema é assimétrico, pois, quando a diferença é zero, o problema é simétrico e, com qualquer outro valor, o problema é assimétrico (Ang & Tang, 1984).

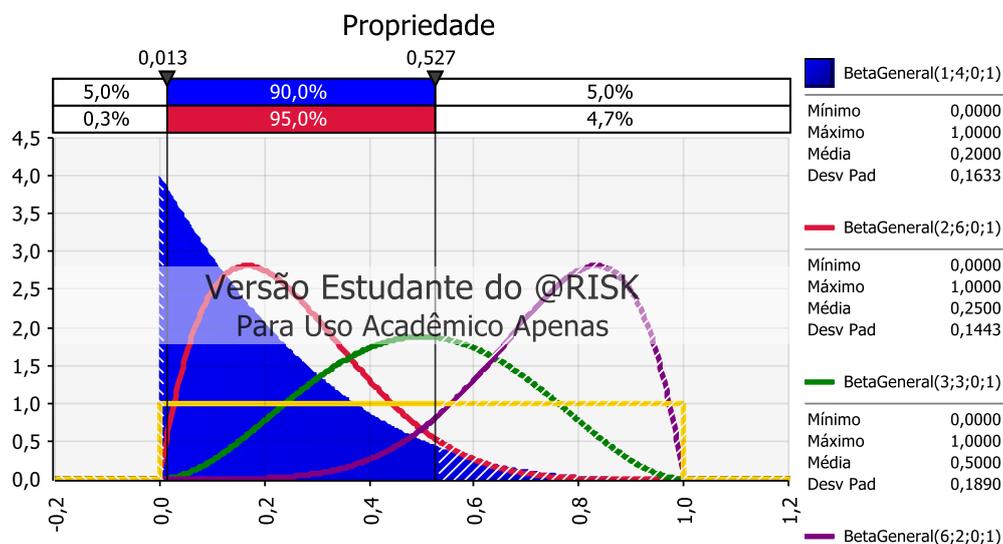


Figura 2.10. Distribuições Beta, com diversos valores dos parâmetros α e β .

Para utilizar a distribuição Beta é necessário definir os valores de α e β . Caso a amostra já tenha uma média e uma variância conhecidas é possível calcular estes parâmetros por meio das fórmulas a seguir (Ang & Tang, 1975):

$$\mu x = a + \frac{\alpha}{\alpha + \beta} (b - a) \quad (2.17)$$

$$\sigma x^2 = \frac{\alpha\beta}{(\alpha + \beta)^2(\alpha + \beta + 1)} (b - a)^2 \quad (2.18)$$

2.3 OUTRAS DISTRIBUIÇÕES PROBABILÍSTICAS

Algumas distribuições são menos utilizadas como função da probabilidade de uma variável aleatória, mas são usadas para outros fins, sendo muito relevantes para a estatística, como a distribuição *qui* quadrada, que é um caso especial da função Gamma. Usa-se esse tipo de distribuição para o cálculo do erro, de acordo com a fórmula que se apresenta na equação a seguir (Fenton & Griffiths, 2008; Assis, 2018):

$$\chi^2 = \frac{Ns^2}{\sigma^2} = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_N - \bar{x})^2}{\sigma^2}, \quad (2.19)$$

onde x_i é a variável da distribuição e \bar{x} é o valor esperado da variável.

O valor da variável *qui* quadrada determina a distância entre o valor real (x_i) e o valor esperado do problema (\bar{x}), portanto, esse é um parâmetro muito utilizado para ajustes da melhor distribuição.

A distribuição de Student é utilizada quando a variância é desconhecida, e sabe-se que a distribuição é normal. Essa função é definida pela equação a seguir (Fenton & Griffiths, 2008):

$$f(t) = Y_0 \left(1 + \frac{t^2}{v} \right)^{-(v+1)/2} \quad (2.20)$$

assim, Y_0 é uma constante que depende de v , $v = N - 1$, sendo que é N o tamanho da amostra e t é a variável de *Student* para os valores de $-\infty < t < \infty$.

2.4 DISTRIBUIÇÃO BIVARIACIONAL

Vale ressaltar que alguns problemas não possuem apenas uma variável independente, mas duas, e a distribuição bivariacional representa melhor esse tipo de problema. Ainda assim, as variáveis de interesse precisam ser relacionadas, apesar de estatisticamente independentes. É preciso considerar que essa relação deve ser entre as duas variáveis, tendo o cuidado de se verificar se elas não são relacionadas por meio de uma terceira, pois, essa última seria, então, uma das variáveis de interesse. Desse modo, a análise seria incorreta caso fosse realizada apenas com as duas primeiras variáveis. Nessa lógica, a bivariacional pode ser representada pela equação a seguir e pela Figura 2.11 (Ang & Tang, 1984):

$$f_{z_1, z_2}(z_1, z_2) = \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho^2}} e^{\left[\frac{z_1 - 2\rho z_1 z_2 + z_2^2}{2(1-\rho^2)} \right]} \quad (2.21)$$

Nessa equação, z_1, z_2 são limitados ao intervalo: $-\infty < z_1, z_2 < +\infty$, de forma que ρ o é o coeficiente de correlação entre x e y , contido no intervalo: $-1 \leq \rho \leq +1$; $Z_1 = \frac{x - \mu_x}{\sigma_x}$, restritas: $-\infty < \mu_x < +\infty$ e $\sigma_x > 0$; $Z_2 = \frac{y - \mu_y}{\sigma_y}$, restritas: $-\infty < \mu_y < +\infty$ e $\sigma_y > 0$.

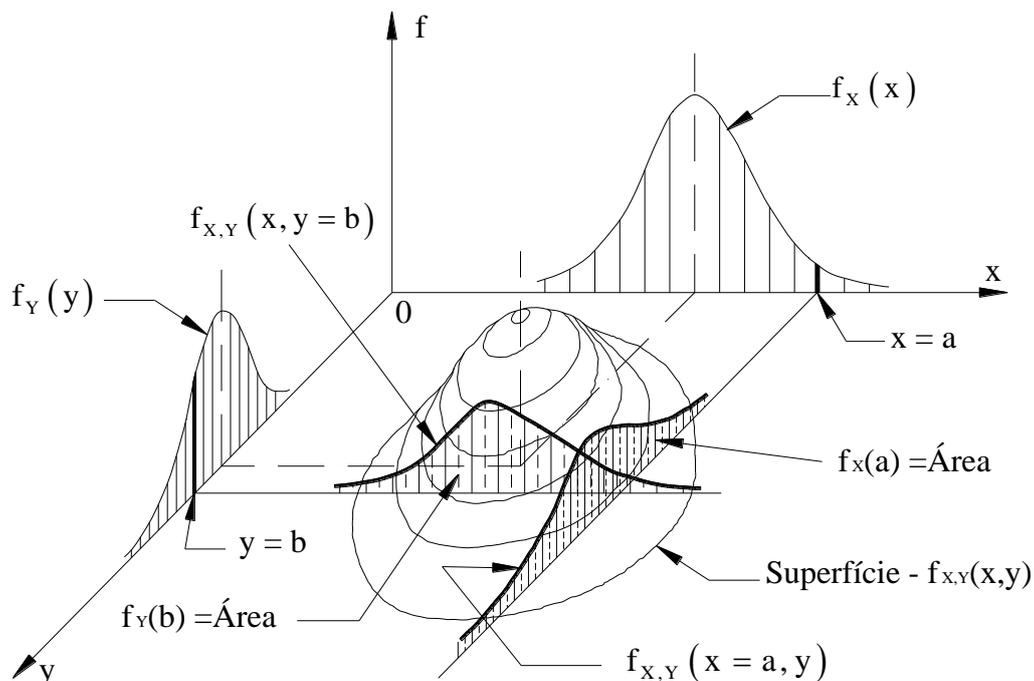


Figura 2.11 Função de distribuição bivariacional (Ang & Tang, 1975)

A representação gráfica deste tipo de função de densidade da probabilidade, de forma contínua, é exemplificada pela Figura 2.11. Nesse tipo de distribuição também é possível calcular os momentos estatísticos levando em consideração ambas as variáveis (Ang & Tang, 1984).

Assim como há a distribuição bivariacional, utiliza-se, também, a regressão estatística bivariacional. Essa regressão trata-se de uma aproximação, mas ambas analisam o comportamento de um fator de desempenho a partir de duas variáveis (Azimian, 2017).

2.5 AJUSTE À DISTRIBUIÇÃO

Um dos problemas mais instigantes da engenharia é o de definir a distribuição mais adequada para um parâmetro (Lumb, 1966). Para todas as situações, inicialmente, tem-se uma amostragem, mesmo que seja de apenas um dado ou de uma amostragem maior, capaz de determinar um histograma. Esses, por sua vez, são como distribuições discretas, podendo se aproximar da distribuição binomial. No entanto, se a amostragem tem uma relação com o tempo de retorno, ela se assemelha a Poisson.

A partir dos histogramas é possível aproximar as distribuições contínuas para aplica-las aos métodos probabilísticos. Portanto, para ajustar a distribuição contínua, é válido para qualquer amostragem afirmar que o somatório de suas probabilidades é um. Em muitos casos, tem-se conhecimento apenas dos valores máximos e mínimos, e nenhum outro dado estatístico. Isso posto, é razoável considerar que a probabilidade de qualquer valor possível é igual, logo a distribuição uniforme é a mais adequada (Harr, 1987).

Em contrapartida, em outros casos, além dos valores limites, sabe-se o valor médio, ou a moda da propriedade, de maneira que é possível determinar uma distribuição triangular. Já em casos de a variância ser conhecida e, também, de a distribuição ser simétrica, é possível determinar uma distribuição normal. Em uma situação contrária, entretanto, em que a distribuição é assimétrica, pode-se utilizar a distribuição Gamma. Se além de assimétrica, a distribuição não aceitar valores negativos, utiliza-se a log-normal. Para parâmetros que possuem ainda mais dados e não se adaptam a nenhuma das opções anteriores, é possível determinar uma distribuição Beta (Harr, 1987).

Outrossim, alguns parâmetros geotécnicos, por serem amplamente utilizados, já possuem uma sugestão da melhor distribuição da propriedade, como apresenta a Tabela 2.2. Considera-se que

as mais apropriadas aos parâmetros geotécnicos são a normal e a log-normal (Uzielli, et al., 2007).

Tabela 2.2 Distribuição adequada para cada propriedade e tipo de solo (modificado-Uzielli, et al., 2007)

Propriedade do solo	Tipo de solo	Distribuição
Umidade	Todos	Normal/Log-normal
Limite de liquidez	Todos	Normal/Log-normal
Limite de plasticidade	Areia/Silte	Log-normal
Índice de vazios	Todos	Normal
Porosidade	Todos	Normal
Coefficiente de consolidação C_v	Todos	Normal/Log-normal
Cone resistência	Areia	Log-normal
Resistencia ao Cisalhamento não-drenado	Argila	Normal/Log-normal
Resistencia ao Cisalhamento não-drenado normalizado pela tensão	Argila	Normal/Log-normal
Limite de plasticidade	Argila	Normal
Peso unitário submerso	Todos	Normal
Ângulo de atrito	Areia	Normal

Na engenharia, observa-se, com frequência, amostragens reduzidas, que possibilitam indicar apenas a média amostral, além dos valores máximos e mínimos. Porém, eles não são suficientes para determinar a variância. Tendo conhecimento que a distribuição triangular e a uniforme não são fisicamente apropriadas à propriedade, como evidenciado na Tabela 2.2, é necessário atribuir um valor ao dado estatístico de dispersão para ajustar a propriedade à distribuição adequada. Esse procedimento se chama análise estatística de segundo momento (Uzielli, 2008; Phoon & Kulhawy, 1999).

Com efeito, o parâmetro estatístico utilizado neste procedimento é o do coeficiente de variação (COV), como característica adimensional do parâmetro e que é definido pela razão entre o desvio padrão e a média populacional. Esses valores foram determinados pela vasta amostragem dos parâmetros realizados em muitas obras de engenharia, por isso, são utilizados como um parâmetro de dispersão quando não há dados suficientes. A Tabela 2.3 apresenta os valores de COV mais prováveis para algumas propriedades geotécnicas (Ang & Tang, 1975; Uzielli, 2008).

Tabela 2.3 Valores de COV para algumas propriedades geotécnicas (Assis, 2018).

Propriedade	Faixas de COV (%) e Valor mais Provável	Referências
Peso Específico γ	3-7 < 10 5	Harr (1984); Kulhawy (1992); Uzielli <i>et al.</i> (2007)
Umidade Natural w	8-30 20	Uzielli <i>et al.</i> (2007)
Limites de Atterberg w_L, w_P	6-30 20	Phoon & Kulhawy (1999); Uzielli <i>et al.</i> (2007)
Índice de Vazios e Porosidade n	7-30 20	Uzielli <i>et al.</i> (2007)
Coesão c	20-80 40	Baecher & Christian (2003)
Resistência Não-Drenada S_u	13-40 Triaxial UU \rightarrow 10-30 Triaxial CU \rightarrow 20-55 Triaxial CIU \rightarrow 20-40 25	Harr (1984); Kulhawy (1992); Lacasse & Nadim (1997); Phoon & Kulhawy (1999); Duncan (2000); Uzielli <i>et al.</i> (2007)
Razão de Resistência Não-Drenada S_u / σ_v'	5-15 10	Harr (1984); Kulhawy (1992); Duncan (2000)
Coefficiente m_v	2 - 42	Baecher e Christian (2003)
Ângulo de Atrito ϕ	2-13 5-15 10	Harr (1984); Kulhawy (1992); Baecher & Christian (2003); Uzielli <i>et al.</i> (2007)
Módulo de Deformabilidade E_0	10-30 20	Baecher & Christian (2003); Mollon <i>et al.</i> (2012)
Coefficiente de Adensamento C_v	33-68 50	Duncan (2000); Uzielli <i>et al.</i> (2007)
Índice de Compressão C_c	10-37	Harr (1984);

	25	Kulhawy (1992); Duncan (2000); Uzielli <i>et al.</i> (2007)
Razão de Pré Adensamento <i>OCR</i>	10-35 20	Harr (1984); Lacasse & Nadim (1997); Duncan (2000) Baecher & Christian (2003); Uzielli <i>et al.</i> (2007))
Coefficiente de Empuxo ao Repouso K_0	40-75 50	Phoon & Kulhawy (1999)
Coefficiente de Permeabilidade K	68-90 130-240 200-300 200	Harr (1984); Benson <i>et al.</i> (1999); Duncan (2000); Baecher & Christian (2003); Uzielli <i>et al.</i> (2007)
Número SPT N_{SPT}	15-45 25-50 30	Harr (1984); Kulhawy (1992); Uzielli <i>et al.</i> (2007)
CPT Mecânico q_c	15-37 Argila 20-40 30 Areia 20-60 40	Harr (1984); Kulhawy (1992); Uzielli <i>et al.</i> (2007)
CPT q_T	Argila < 20 10	
CPT Elétrico q_c	5-15	
DMT (resistência de ponta) q_{DMT}	5-15 10	Kulhawy (1992)
Ensaio de Palheta VST S_v	10-20 Argila 10-40 25	Kulhawy (1992) Uzielli <i>et al.</i> (2007)
Pressiômetro PMT P_L	Argila 10-35 25	Uzielli <i>et al.</i> (2007)

Pressiômetro PMT E_{PMT}	Areia 20-50	
	35	
	Areia 15-65	
	40	

Obs.: Os valores mais prováveis de COV são sugestões, normalmente adotadas e reportadas em projetos de engenharia.

É importante mencionar que uma quantidade reduzida de ensaios tende a ter um valor de média impreciso, portanto, no lugar da média tem-se uma faixa de valores possíveis. Essa questão foi abordada, Pacheco & Lima (1996) que chegaram, por meio de uma regressão e do cálculo do mínimo quadrado, a uma variabilidade dos parâmetros geotécnicos, em que o erro diminui inversamente ao tamanho da amostra.

Para melhor ajustar a amostragem a uma distribuição é necessário considerar que algumas distribuições são infinitas, como se mostrou anteriormente (por exemplo, a log-normal e a normal), enquanto algumas distribuições têm máximos e mínimos pré-estabelecidos. Sendo assim, para utilizar as distribuições com variável infinita, em alguns parâmetros de engenharia, é preciso fazer o truncamento da função. No entanto, Hammar, *et al.* (2010) concluíram, em sua pesquisa, que o truncamento pode ser prejudicial à análise de confiabilidade. Em vista disso, se possível é interessante dar preferência às distribuições que já tenham limitações.

Sob essa perspectiva, Hammah, *et al.* (2010), concluíram que o truncamento em três desvios padrões tem como consequência um resultado mais otimizado, pois a variável possui 99,7% de chance de ocorrer, demonstrando que há pouca diferença em relação aos resultados do truncamento com cinco desvios padrões, enquanto dois desvios padrões causa um impacto muito grande ao resultado. Dessa forma, é possível inferir que com o coeficiente de variação da propriedade menor do que 30%, a probabilidade da distribuição normal encontrar valores negativos tende à zero, o que permite a utilização da distribuição normal nas propriedades que não comportam valores negativos e possuem esse valor de coeficiente de variação (Fenton & Griffiths, 2008).

Tendo evidenciado os procedimentos necessários para utilizar as distribuições probabilísticas, até mesmo para amostragens pequenas, a seguir apresentaremos quais os possíveis

procedimentos para ajustar as distribuições ao histograma, como resultado de uma amostragem grande.

Primeiramente, é possível utilizar os valores encontrados na amostragem de forma direta nas simulações, pontos independentes sem uma função de tendência. Ademais, outro procedimento é o de aproximar a amostragem a uma distribuição contínua (Fenton & Griffiths, 2008).

2.5.1 MÉTODO DOS MOMENTOS (MM)

O método mais utilizado, para encontrar a distribuição que melhor se ajusta à amostragem, é o dos momentos, em que, por meio da amostragem, são determinados os momentos estatísticos do parâmetro, como exemplificam as equações 2.1, 2.2 e 2.3. Posteriormente, o método dos momentos é aplicado a uma distribuição e aos métodos de melhor ajuste, determinando qual das distribuições avaliadas possui o menor erro. O procedimento desse método se baseia na seguinte lógica (Van Gelder, 2000):

- a) Decidir a distribuição e calcular seus parâmetros;
- b) Utilizar a distribuição teórica da função de densidade de probabilidade, calcular os momentos da função;
- c) Calcular a mesma quantidade de momentos para o histograma;
- d) Igualar os momentos teóricos e os momentos da amostra para encontrar os parâmetros estatísticos.

Tendo isso em vista, é indispensável dar maior atenção à realização desse método, porque seus resultados podem se apresentar equivocados quando aplicados a momentos de ordem grande, o que acaba por gerar informações tendenciosas. Essa ressalva é necessária, haja vista que o método dos momentos será utilizado para encontrar a distribuição adequada aos resultados dos métodos probabilísticos desse trabalho.

2.5.2 ESTIMADOR DE MÁXIMA VEROSSIMILHANÇA

A metodologia *Maximum-Likelihood Estimators*, ou MLE, é menos intuitiva do que o MM; não obstante, esse método gera, por meio de tentativas, a distribuição que melhor se adapta à amostragem por verossimilhança, desconsiderando os dados estatísticos resultantes da amostragem. O MLE é o mais utilizado em softwares de probabilidade (Van Gelder, 2000), pois sua metodologia torna possível aproximar apenas a calda, ou seja, os valores mais

interessantes para alguns problemas, como ajustar, por verossimilhança, apenas os valores menores que um para calcular o fator de segurança.

Dessa maneira, esse método encontra o menor erro de ajuste da distribuição; mas desconsiderar os dados estatísticos que resultam da amostragem. Por isso, ele será utilizado, neste trabalho, para o ajuste do *software @RISK*.

2.5.3 TESTES DE AJUSTE DA DISTRIBUIÇÃO

Com os resultados do método dos momentos, ou do estimador de máxima verossimilhança, que são utilizados para aplicar as distribuições teóricas, os testes de ajustes passam determinar qual das distribuições melhor se adequa ao histograma, como apresentado na Figura 2.12:

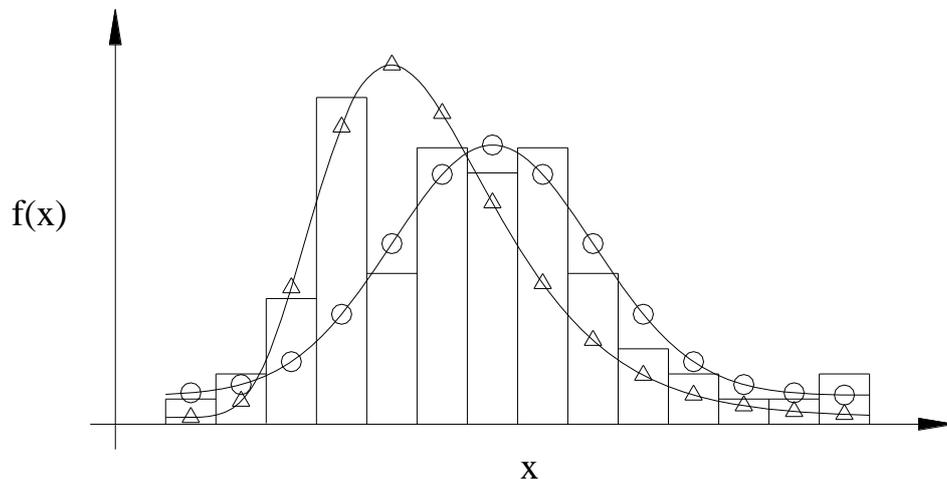


Figura 2.12 Ajuste da distribuição ao histograma (Assis, 2018).

Com o intuito de analisar se a distribuição experimental se adapta bem a distribuição teórica, adotam-se formas de plotagem, como a *quantile-quantile* e a *probability-probability*. A primeira evidência, através de uma estrutura em gráfico, a diferença da experimental com a teórica por meio de barras; enquanto a segunda, apresenta uma diagonal comparativa no gráfico da função cumulativa (Baecher & Christian, 2003; Fenton & Griffiths, 2008). Além disso, é importante salientar que alguns testes de ajustes, como o *Qui* quadrado e o Kolmogorov-Smirnov, contribuem para a análise da distribuição experimental conjugada à distribuição teórica (Ang & Tang, 1975).

A maior contribuição é a da regressão mais utilizada, a *Qui* quadrada, cuja representação pode ser observada na equação 2.19. Quando essa regressão é aplicada a um histograma, ela permite

o somatório do quadrado da diferença entre o valor desse último e o valor teórico da distribuição (Uzielli, 2008).

Nessa perspectiva, a variável *qui* quadrada é a função que melhor se adapta ao histograma. No caso da Figura 2.13, observa-se como distribuições mais adequadas a normal, a triangular e a uniforme, respectivamente, tendo a variável *qui* quadrada, da distribuição normal, menor, ou seja, em um melhor ajuste. No entanto, para determinar se a distribuição teórica é razoável ao histograma, compara-se o grau de liberdade do problema, que depende do erro aceitável e do tamanho da amostra. (Ang & Tang, 1975).

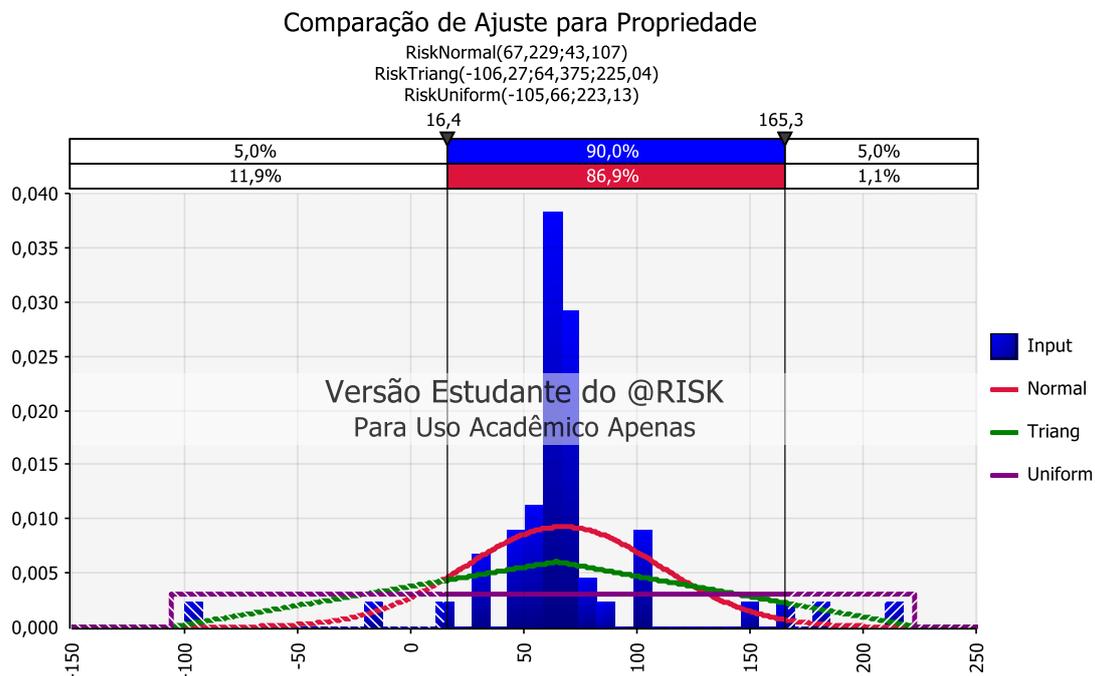


Figura 2.13 Método *qui* quadrado

O critério *qui* quadrado é apropriado até mesmo para as amostras grandes. Todavia, o tamanho das classes interfere altamente no resultado do teste, pois ele faz o somatório do erro de cada classe. De modo que quanto maior for o número de classes, mais exato será o teste, muito embora esse processo de análise seja muito exaustivo. Além do mais, com o objetivo de minimizar essa influência, duas técnicas podem ser utilizadas: a determinação das classes equiprováveis e o uso de mais de cinco classes (Kottegoda & Rosso, 1997; Fenton & Griffiths, 2008).

Outro teste frequentemente utilizado é o teste Kolmogorov-Smirnov (K-S), cujo conceito básico é o da comparação da maior diferença entre a curva experimental cumulativa e a distribuição cumulativa da função teórica, que é apresentada na equação a seguir:

$$D_n = \max_x |F(x) - S_n(x)| \quad (2.22)$$

onde, $F(x)$ é a distribuição da função, enquanto $S_n(x)$ é a curva experimental cumulativa.

Por fazer uso da distribuição cumulativa, esse método não é adequado para distribuições discretas. Na Figura 2.14, apresenta-se a comparação das distribuições cumulativas teóricas e experimentais cumulativas (Ang & Tang, 1975).

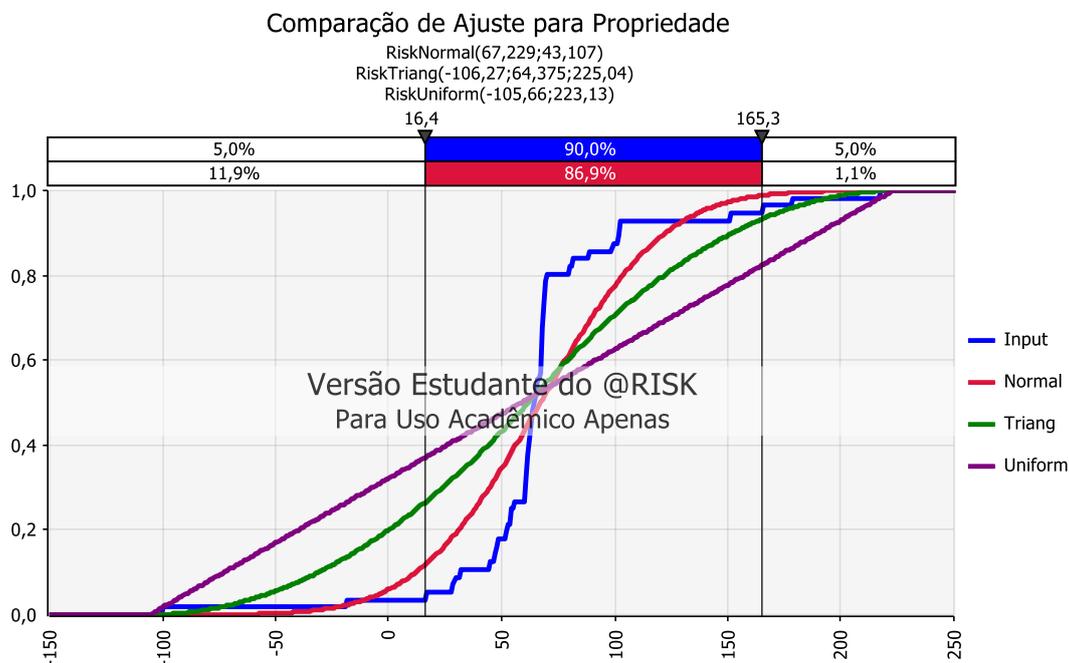


Figura 2.14 Teste Kolmogorov-Smirnov

A partir disso, o resultado da equação 2.22 faz uma comparação com o erro aceitável e determina se a função escolhida é apropriada para a amostragem. O teste K-S é mais vantajoso que o critério *qui* quadrado, pois permite a validação da função com apenas uma classe, no caso a mais crítica. Enquanto isso, o *qui* quadrado precisa fazer uma análise do somatório de todas as classes. No caso da amostragem da Figura 2.14, a distribuição normal possui o menor valor da diferença, portanto, a mais adequada, o que é razoável quando comparado ao resultado do *qui* quadrado, porque foram realizados os dois testes para a mesma amostragem (Ang & Tang, 1975).

O método K-S permite, também, a comparação e a análise de duas amostras diferentes de um mesmo parâmetro, a fim de compreender o comportamento do parâmetro e de avaliar a precisão das amostragens (Kottegoda & Rosso, 1997).

O teste de aproximação Anderson-Darling, assim como o método do *qui* quadrado, utiliza a diferença quadrada entre a distribuição experimental e a distribuição teórica, conforme demonstra a equação a seguir (Kottegoda & Rosso, 1997; Fenton & Griffiths, 2008):

$$A^2 = -\sum_{i=1}^n \frac{(2i-1)\{\ln F_0(x_{(i)}) + \ln[1-F_0(x_{(n-i+1)})]\}}{n} - n \quad (2.23)$$

Assim, $x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(n)}$ são os valores observados.

Destarte, há outros testes utilizados; principalmente para verificar o melhor ajuste da distribuição normal, tais como a amostra assimétrica g1 e a curtose g2, a estatística-w de Shapiro e a Wilk estatística-w, e o coeficiente de correlação de Filliben (Kottegoda & Rosso, 1997).

3 MÉTODOS PROBABILÍSTICOS

De modo geral, nas obras geotécnicas são realizadas investigação de campo, ensaios de campo e de laboratório, de modo a definir os parâmetros do projeto. Como indicado no capítulo anterior, há algumas formas de utilizar essa amostragem para considerar a variabilidade espacial do parâmetro. Neste capítulo, entretanto, apresentar-se-á como esses dados estatísticos da amostragem, em uma análise probabilística, podem ser utilizados, com a finalidade de obter um resultado mais confiável e realista em comparação à análise determinística.

Os métodos probabilísticos são pautados em uma metodologia numérica que utiliza a estatística do parâmetro, com a finalidade de alcançar a probabilidade de falha. Esse índice, por sua vez, deve apresentar um indicador de desempenho menor ou maior do que o valor crítico. Dessa forma, tal método tem como prioridade evidenciar o resultado mais confiável possível (Baecher & Christian, 2003).

Nos métodos probabilísticos, são necessários apenas os dados estatísticos ou a distribuição probabilística da propriedade. Nesse caso, é oportuno gerar uma sequência aleatória para extrair os valores do parâmetro da distribuição que será aplicado no processo. Esta sequência, por seu turno, deve ser aleatória, sem limitações nem tendências (Baecher & Christian, 2003).

Alguns estudos demonstram que problemas com menor detalhamento podem ter resultados de probabilidade de falha menor, ou seja, há probabilidade de falhas maiores em problemas melhores descritos. Porém, esses resultados de probabilidade de falha menor são inconsistentes, pois análises pouco detalhadas podem acarretar em resultados enganosos (Ge *et al.*, 2011).

Por essa razão, uma alternativa diferente aos métodos probabilísticos convencionais é o chamado *Random Finite-Element Method* (RFEM), que usa um valor diferente em cada elemento finito do problema (como exemplificado pela Figura 3.1, em que cada elemento de cor diferente representa um valor do parâmetro). Essa metodologia, quando comparada aos métodos clássicos, apresenta um resultado melhor em relação a interpretação das zonas de falha (Griffiths *et al.*, 2002).



Figura 3.1 - Ilustração *Random finite-element method* (Fenton & Griffiths, 2008).

Sob essa perspectiva, serão apresentados os métodos probabilísticos convencionais, que são utilizados, neste trabalho, para analisar a probabilidade de falha das barragens, além dos métodos qualitativos e alternativos.

3.1 MÉTODO DE MONTE CARLO (MMC)

O MMC é um método numérico experimental que se tornou possível devido à evolução da capacidade computacional. Esse método se baseia em simulações determinísticas com a variação aleatória das propriedades por inúmeras vezes, cujos testes geram um indicador de desempenho, isto é: um histograma (Ang & Tang, 1984).

Nesse processo, há a produção de números aleatórios, sendo que os números possíveis devem ser uniformemente distribuídos e os seus valores precisam ser estatisticamente independente; ou seja: não pode haver uma tendência. Cabe ressaltar, nesse caso, que a aplicação desse procedimento é, computacionalmente, difícil de executar. Para tornar esses cálculos possíveis, é necessário que a técnica denominada *pseudo-randoms* seja utilizada, dado que sua sequência é grande o suficiente para não recomeçar durante as simulações, viabilizando um resultado satisfatório (Baecher & Christian, 2003).

Posto isso, é preciso salientar que a chave para a aplicação do Monte Carlo é a escolha apropriada dos valores aleatórios, que devem respeitar a distribuição probabilística da propriedade, de modo a não gerar uma inconsistência na simulação. Sob essa lógica, é importante utilizar o truncamento da distribuição, visto que uma disposição infinita desses valores é inviável para alguns casos.

Além disso, muitos parâmetros não permitem valores negativos e têm um comportamento de distribuição normal ou possuem limites físicos. Assim, são realizados truncamentos que não prejudicam a veracidade da simulação, pois, como apresentado no capítulo anterior, devem ser considerados ao menos três desvios padrões para cada lado, tendo em conta 99,7% dos dados da distribuição (Ang & Tang, 1984).

Portanto, essa metodologia é muito útil para os casos muito complexos da engenharia, aos quais a solução analítica não é possível ou demanda muito esforço técnico para ser determinada, já que o método aplica numerosas situações e analisa o comportamento final de todas elas (Ang & Tang, 1984).

Ademais, há duas formas de interpretação do resultado em relação à probabilidade de ruptura: a primeira consiste em contabilizar quantas tentativas obtiveram resultado menor que o valor crítico, dividindo esse valor pelo número total de tentativas. Já a segunda forma compreende em aproximar o histograma a uma distribuição contínua clássica, observando os dados estatísticos do resultado e a determinação da probabilidade dessa distribuição, desde que ela seja menor do que o valor crítico. Segundo esses critérios, infere-se que o primeiro modo de interpretação é bastante direto, mas que pode ser inviável para alguns problemas, porque a quantidade de simulações necessárias é, ao menos, uma ordem de grandeza acima da probabilidade de falha. Isto é: caso esse procedimento não seja adotado, a análise pode resultar em uma probabilidade de falha igual a zero, induzindo ao erro (Fenton & Griffiths, 2008).

Para exemplificar essa questão, pode-se observar o gráfico da Figura 3.2, que demonstra a quantidade de simulações que são necessárias quando o valor do erro entra na comparação. Essa ilustração também expõe que a possibilidade de equívocos é reduzida de acordo com o aumento na ordem de grandeza, evidenciando que, para um resultado mais correto, pode ser necessária uma quantidade exorbitante de simulações do MMC (Baecher & Christian, 2003).

Nesse sentido, alguns estudos apontam que são necessárias, em média, 39.600 tentativas para se obter o erro aceitável, cuja variação está entre 0,01 e 0,001. Isso, por sua vez, comprova que a quantidade de simulações oscilará consideravelmente conforma a falha aceitável do problema (Ang & Tang, 1984). Por isso, embora esse método pareça simples, ele, de maneira geral, é computacionalmente dispendioso (Korver, 1994).

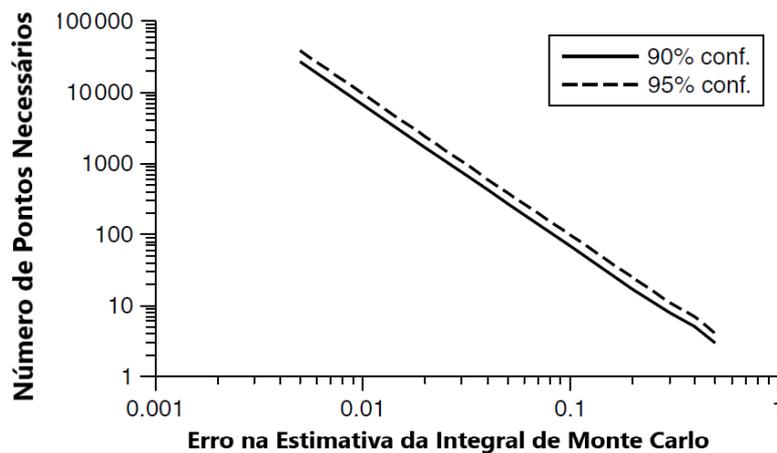


Figura 3.2 Número de pontos necessários versus erros da estimativa do Monte Carlo (modificado - Baecher & Christian, 2003)

Aumentar o número de variáveis, para que a simulação se torne mais fidedigna, pode inviabilizar a análise, pois a quantidade de testes seria aumentada na potência. Essa circunstância, em uma simulação, aconteceria devido à capacidade computacional limitada. Por esse motivo, é extremamente importante procurar diminuir o número de variáveis relevantes, haja vista que, mesmo com poucos elementos em variação, a quantidade mínima de simulações para resultados válidos é de mais de 500 testes (Fenton & Griffiths, 2008).

Assim, em razão da enorme quantidade de verificações que esse método exige, há procedimentos que procuram reduzir o número da amostragem necessária. Um deles é o critério de parada, que apresenta critérios de paragem adequados para cada problema; como em situações em que a probabilidade de ruptura se mantém constante após várias simulações ou quando os dados estatísticos são contínuos (Ang & Tang, 1984). Logo, o paradoxo desse método está no fato de ele ser bastante exaustivo, pois para que seus resultados sejam alcançados é necessário que haja um número elevado de iterações. No entanto, esse é o método mais adequado para se obter uma resposta exata em relação ao problema (James, 1980).

O *Software* utilizado, neste trabalho, é o GeoStudio, cuja plataforma é responsável por distribuir o Método Probabilístico de Monte Carlo. Contudo, o procedimento desse programa computacional é o de realizar o número de tentativas a partir dos critérios de entrada, que são determinados para cada parâmetro e para cada superfície de escorregamento possível do problema. Sendo que o resultado do MMC apresentado é o histograma dos menores valores de fator de segurança encontrados (GEO-SLOPE, 2012).

3.2 MÉTODO APROXIMAÇÃO DE PRIMEIRA ORDEM DO SEGUNDO MOMENTO (FOSM)

O método denominado *First Order Second Moment* (FOSM), se baseia no truncamento da série de Taylor apenas na primeira ordem, levando em consideração os dois primeiros momentos desse ordenamento, que são a média e a variância. Dessa forma, os demais momentos são desconsiderados, o que diminui a precisão dessa análise metodológica (Fenton & Griffiths, 2008).

A partir dessa lógica, o FOSM tem como procedimento a aproximação da variância por meio dos primeiros termos da série de Taylor, ou seja, das derivadas e dos valores médios das variáveis de uma função qualquer. Dessa maneira, o método propicia o cálculo da média, da variância e do índice de confiabilidade, produzindo uma estimativa da distribuição probabilística da função a partir dos dados, que são inseridos nas equações de acordo com a seguinte organização: μ_F é o valor médio da função; σ_F^2 a variância e Z o índice de confiabilidade, respectivamente (Baecher & Christian, 2003). Observe, a seguir, essas equações:

$$E[F] = \mu_F \approx F(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (3.1)$$

$$\sigma_F^2 \approx \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial F}{\partial X_i} \frac{\partial F}{\partial X_j} \rho_{X_i X_j} \sigma_{X_i} \sigma_{X_j} \quad (3.2)$$

$$Z = \frac{E[F]-1}{\sigma_f} \quad (3.3)$$

onde, $E[F]$ é o valor esperado da função; X_i são as variáveis independentes; σ é desvio padrão da variável; ρ é coeficiente de correlação, caso exista; e F é a função do indicador de desempenho.

As derivadas necessárias para a aplicação desse método podem ser determinadas de duas formas: analiticamente, por derivação direta da função, ou numericamente, para casos em que não há solução analítica. Nessa última, são aplicados incrementos à função, de modo a encontrar uma derivada aproximada através da tangente (Baecher & Christian, 2003).

Numericamente, existem dois procedimentos: o primeiro chamado de FOSM Simples, que utiliza apenas um acréscimo na propriedade para gerar a derivada; enquanto o FOSM Duplo faz uso de dois incrementos, sendo um acréscimo e um decréscimo ao valor médio para calcular a derivada (Esposito & Assis, 2018). O incremento aplicado ao método já foi estudado em outros trabalhos, cuja conclusão é de que a aplicação de 10% do valor médio da variável acarreta em um bom resultado (Farias & Assis, 1998).

Além disso, o método FOSM consiste nos seguintes passos (Baecher & Christian, 2003):

- a) Identificar as propriedades que podem variar e contribuir para o resultado do fator de desempenho;
- b) Descobrir os valores médios, a variância e, caso exista, o coeficiente de correlação das variáveis de interesse, que precisa considerar as distribuições probabilísticas das mesmas;
- c) Calcular o resultado da função do indicador de desempenho a partir do valor médio das propriedades de interesse;
- d) Calcular as derivadas parciais da função de cada variável;
- e) Encontrar a contribuição de cada variável à função;
- f) Calcular a variância da função, o índice de confiabilidade e a probabilidade de falha do indicador de desempenho por meio da aplicação dos dados estatístico à distribuição adequada ao problema;
- g) Analisar os resultados e determinar a contribuição de vários parâmetros e explorar as conclusões.

O método FOSM, portanto, bem como os outros, é capaz de definir uma distribuição probabilística da função de uma forma menos precisa que MMC. No entanto, esse método tem a vantagem de identificar a contribuição de cada variável na função, indicando quais variáveis são mais relevantes e devem ser mais bem investigadas (Baecher & Christian, 2003).

3.3 MÉTODO HASOFER-LIND (FORM)

O método conhecido como FORM (do inglês *First Order Reliability Method*) é responsável pela aproximação de primeira ordem da confiabilidade, porém, é pouco utilizado em relação aos demais métodos. Sob os seus parâmetros, a confiabilidade é um índice da segurança obtido, classicamente, pela diferença entre a resistência e o carregamento (Fenton & Griffiths, 2008). Diferentemente do método FOSM, esse método considera a não unicidade do problema por

meio da distância mínima entre o ponto médio e a superfície de falha, em que a segurança é zero, ou seja, na qual a resistência e o carregamento são iguais (Fenton & Griffiths, 2008).

Por fim, cabe salientar que esse método avalia o índice de confiabilidade, o ponto médio e um ponto qualquer, permitindo uma análise que indique se o problema está dentro ou fora da área aceitável. No entanto, falhas não lineares podem ter distâncias mínimas, de modo a serem diferentes em relação à média, o que dificulta a interpretação do problema (Fenton & Griffiths, 2008).

3.4 MÉTODO DE ROSENBLUETH (PEM)

O método Rosenblueth, também chamado de PEM (do inglês *Point Estimate Method*), utiliza pontos de estimativa, isto é, uma solução numérica que deve ser utilizada quando o problema não possui elucidação analítica. A partir desse método, dois pontos de estimativa são aplicados ao seguinte procedimento: após serem colocados para cima e para baixo do valor médio da variável, são empregadas todas as possibilidades de combinação desses pontos de estimativa dos parâmetros à função do indicador de desempenho (Rosenblueth, 1975).

Tal método foi criado para problemas que são solucionados por métodos determinísticos; entretanto, essa análise não é adequada para alguns tipos de problema, como os geotécnicos, que possuem uma grande variabilidade de matérias. Todavia, o PEM é utilizado devido à insuficiente quantidade de dados para a determinação de um histograma, visto que seus procedimentos objetivam simplificar o cálculo probabilístico por meio de pontos de estimativas que consideram a dispersão da variável. Além disso, esse método aplica um cenário por vez, realizando todos os cenários possíveis de combinação dos pontos de estimativa das variáveis (Rosenblueth, 1981).

O *Point Estimate Method* é capaz de estimar valores de média e de variância do fator de desempenho e, assim como FOSM, não necessita que distribuição das variáveis de entrada seja determinada. Nesse sentido, o PEM é essencialmente um método de pesos médios remanescentes da integração numérica da função do indicador de desempenho (Fenton & Griffiths, 2008).

Para a aplicação desse método pode-se seguir os seguintes passos (Fenton & Griffiths, 2008):

- a) Determinar a relação entre o indicador de desempenho e as variáveis independentes;

- b) Determinar o peso de cada variável, sendo a equação a seguir a expressão que determina o peso positivo:

$$\xi_{x_+} = \frac{1}{2}v_x + \sqrt{1 + \left(\frac{1}{2}v_x\right)^2} \quad (3.4)$$

Enquanto, a próxima equação determina o peso negativo, de modo que v_x é a assimetria da variável:

$$\xi_{x_-} = \xi_{x_+} - v_x \quad (3.5)$$

- c) Computar as duas amostras das variáveis de entrada, sendo que um dos pontos de estimativa é acima (P_{x_+}) e o outro é abaixo (P_{x_-}) da média. Sob essa lógica, o cálculo é realizado por meio das equações abaixo, de maneira que se o problema tiver mais de uma variável de entrada, a quantidade de pontos é 2^n (n representa o número de variáveis):

$$P_{x_+} = \mu_x + \xi_{x_+} \sigma_x \quad (3.6)$$

$$P_{x_-} = \mu_x - \xi_{x_-} \sigma_x \quad (3.7)$$

em que σ_x é o desvio padrão da variável e μ_x é a média da variável, evidenciam que, caso a variável seja simétrica, o ponto de estimativa é a média acrescido ou decrescido do desvio padrão.

- d) Determinar o valor do indicador de desempenho, de cada combinação dos pontos de estimativa das variáveis;
- e) Estipular os valores aproximados dos dois primeiros momentos probabilísticos do indicador de desempenho, que são apresentados, respectivamente, nas equações a seguir:

$$\bar{Y} = \frac{1}{2^n} \sum_{i=1}^{2^n} y_i \quad (3.8)$$

$$\sigma_Y^2 = \frac{1}{2^n} \sum_{i=1}^{2^n} (y_i - \bar{Y})^2 \quad (3.9)$$

onde y_i é o resultado do indicador de desempenho para cada combinação dos pontos de estimativa.

Os procedimentos metodológicos do PEM podem ser realizados a partir de apenas uma variável ou de uma quantidade de variáveis relevantes ao problema. Por exemplo, uma variável terá dois

cenários: um para cada ponto de estimativa ou 2^n pontos de estimativa, sendo n o número de variáveis; ou seja, dois cenários para cada parâmetro combinados com os outros parâmetros. Por isso, recomenda-se utilizar até quatro variáveis, pois um número acima disso pode tornar o método inviável (Fenton & Griffiths, 2008).

Além do mais, o PEM permite a utilização de parâmetros relacionados à distribuição bivariacional, por meio do parâmetro ρ , que correlaciona os pontos de estimativa das variáveis. Dessa forma, cada um dos pontos de estimativa da variável recebe uma ponderação, de modo que para duas variáveis, cada ponto de estimativa terá $1/4$ de ponderação, para três variáveis, $1/8$ de ponderação, e assim por diante (Rosenblueth, 1975).

A simplicidade desse método acarreta em uma menor precisão no que concerne ao resultado. No entanto, ele permite uma análise mais apropriada do que a da determinística e do FOSM para muitos problemas, como os geotécnicos. Fora essa particularidade positiva, pode ser que haja um erro expressivo, durante a realização dos procedimentos desse método, em casos de a função do indicador de desempenho ser um polinômio maior do que o terceiro grau (Christian & Baecher, 1999).

3.5 MÉTODO HÍBRIDO DE PONTO DE ESTIMATIVA (HPEM)

Gitirana (2005) implementou um modelo alternativo ao PEM, o *Hybrid Point Estimation Method* (HPEM), que se baseia na série de Taylor, como o FOSM. Portanto, é necessário determinar a derivada da função, de maneira a utilizar os pontos de estimativas do PEM para determinar as derivadas.

As equações a seguir definem a média, o desvio padrão e a variância do fator de desempenho ($f[X]$) (Franco *et al.*, 2019):

$$\mu[F(X)] = F(\mu[X]) + \sum_{i=1}^n [p_i^+ F(x_i^+) + p_i^- F(x_i^-) - F(\mu[X])] \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} Var[f(X)] = \sigma^2[F(X)] = & \{F(\mu[X]) - \mu[F(X)]\}^2 + \\ & \sum_{i=1}^n [p_i^+ \Delta F^{+2} + p_i^- \Delta F^{-2} - \{F(\mu[X]) - \mu[F(X)]\}^2] \end{aligned} \quad (3.11)$$

Sob esses parâmetros, p_i^\pm é igual a 0,5, representando o peso de cada ponto de estimativa. Além disso, as equações 3.10 e 3.11 requerem apenas $2.n+1$ iterações, enquanto o PEM requer 2^n . Esse método, portanto, é mais eficiente e, igualmente, confiável quando comparado ao PEM. Assim como o FOSM, o *Hybrid Point Estimation Method* tem seu resultado influenciado por cada uma das variáveis relacionadas ao fator de desempenho; isso se dá por meio da determinação da distribuição do fator de desempenho para cada variável, mediante a determinação dos dados estatísticos gerados pelas Equações 3.10 e 3.11. Dessa forma, cada distribuição terá uma amplitude, cuja variação está entre 10% e 90%, sendo que quanto maior for a amplitude da variável, maior será a sensibilidade da mesma ao fator de desempenho (Franco *et al.*, 2019).

Concomitantemente, esse método conjuga a simplicidade do FOSM e a dispersão do parâmetro do PEM, diminuindo o número de iterações necessárias, sem perder a confiabilidade.

3.6 ÁRVORE DE EVENTOS E ÁRVORE DE FALHAS

Segundo Baecher & Christian (2003), a Árvore de Eventos é capaz de estabelecer uma sequência de eventos cronológicos, sendo tipicamente utilizada em obras muito complexas. De modo geral, essa ferramenta é utilizada na área geotécnica para promover a segurança de barragens, principalmente quando os métodos de falha não têm uma solução quantitativa, mas apenas qualitativa, como o *piping*. Fica evidente, portanto, que o ponto final da Árvore de eventos é o sistema de falha, que é a situação em que o empreendimento não exerce mais a sua função essencial; isso se dá, no caso de barragem, quando ocorre a perda de reservatório (Cloeta *et al.*, 2016).

Para determinar a Árvore de Eventos é necessária a realização de um *brainstorm*, que é um disparo de várias ideias que podem levar ao evento principal (a perda do reservatório); por isso, em muitos casos, essa árvore se torna muito extensa devido à complexidade do problema. De modo que essa representação gráfica tem seu início em um evento (como uma chuva extrema), e é a partir dele que surge uma gama de outros eventos, que podem ou não acontecer, gerando inúmeros galhos com possibilidades de falhas. Até este momento, esse tipo de análise é qualitativo, como apresenta a Figura 3.3 (Baecher & Christian, 2003; Ang & Tang, 1984).

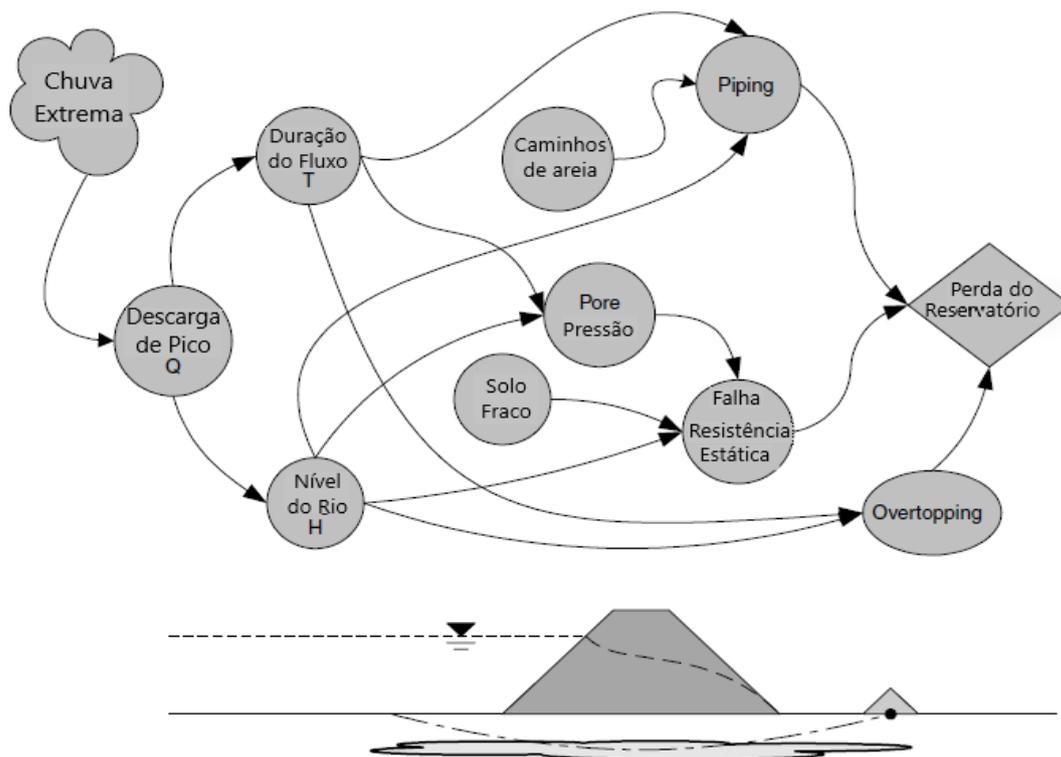


Figura 3.3 - Árvore de eventos de uma barragem (modificado - Baecher & Christian, 2003).

Simultaneamente, a cada evento pode ser associado uma probabilidade. Essa forma de operacionalização considera todas as probabilidades de todos os eventos necessários para que o sistema de falha aconteça. Assim, determina-se a probabilidade de falha desse sistema, o que torna a análise da Árvore de Eventos quantitativa (Baecher & Christian, 2003; Ang & Tang, 1984).

Há, também, a Árvore de Falhas, na qual, ao contrário da Árvore de Eventos, são apresentadas as prováveis consequências dos eventos e seus desdobramentos, como demonstra a Figura 3.4. Portanto, é possível associar a Árvore de Eventos à Árvore de Decisão, com a finalidade de estabelecer possíveis soluções para atenuar as consequências de algum tipo de falha (Baecher & Christian, 2003).

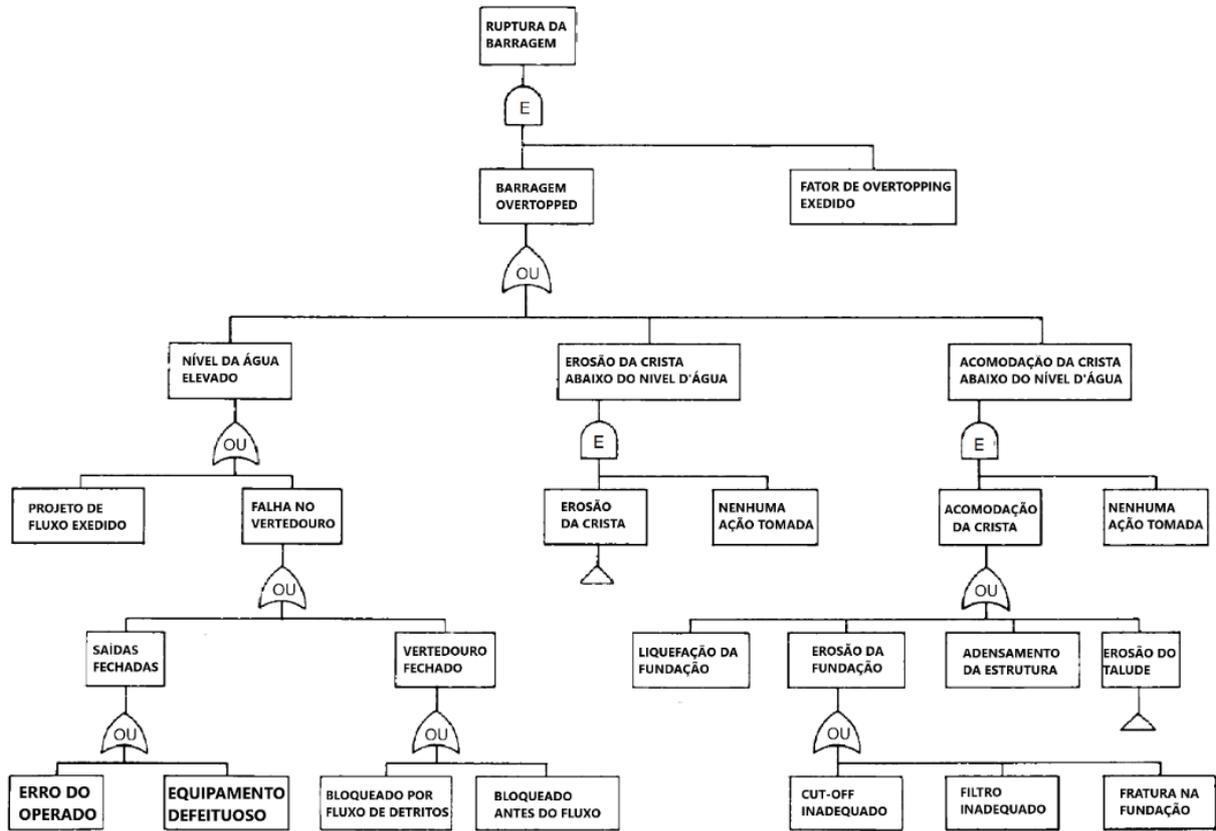


Figura 3.4 - Árvore de falhas de uma barragem (modificado - Parr & Cullen, 1988).

A Árvore de Falha baseia-se em uma lógica oposta à da Árvore de Eventos, pois ao invés de ter seu diagrama alicerçado na possibilidade de um evento inicial, ela tem como ponto de partida um sistema de falha ou um evento topo, e, em seguida, apresenta quais são as possíveis causas desse problema. Tais causas, por sua vez, podem ser classificadas em: evento básico, ou seja, falha inicial; evento condicional, que depende de determinadas condições para ocorrer; evento externo, que acontece habitualmente; e evento por desenvolvedor, cujas informações são insuficientes para fundamentá-lo (Lima, et al., 2013; Baecher & Christian, 2003).

Como apresentado na Figura 3.4, há duas situações diferentes que acarretam numa falha. Essas podem ser denominadas de portas lógicas, que possuem propriedades Booleanas semelhantes à teoria elementar dos conjuntos. A porta lógica do tipo E indica que todos os eventos anteriores, necessariamente, têm que acontecer para que a falha seguinte ocorra, relacionando-se, de maneira análoga, à operação matemática de multiplicação. Essa circunstância aponta para uma menor probabilidade de o evento seguinte acontecer, afinal, é necessário que alguns eventos ocorram quase simultaneamente, o que é menos provável, (ressalta-se, mais uma vez, que as probabilidades são valores menores que um). No entanto, a porta lógica do tipo OU necessita

que ao menos um dos eventos anteriores aconteça, para que a falha seguinte ocorra. Nesse caso, as probabilidades de cada um dos eventos precisam ser somadas, o que aumenta a possibilidade de ocorrência do evento seguinte, visto que apenas um deles já é o suficiente para desencadear as consequências (Lima *et al.*, 2013).

Enfim, dada a complexidade de organização dessas árvores, que, por vezes, se tornam muito extensas, costuma-se recorrer à subdivisões, separando algumas etapas desse tipo de análise. Além disso, há outro procedimento que auxilia na interpretação da árvore; esse é denominado de gravata-borboleta (do inglês *bow-tie model* - BT), porque associa a Árvore de Eventos e a Árvore de Falhas ao evento crítico (Khan *et al.*, 2015).

4 ESTUDO DE CASO

Neste capítulo, serão apresentadas as análises probabilísticas de estabilidade de taludes de duas barragens hipotéticas: barragem de seção mista de um aproveitamento hidrelétrico mista e uma barragem de disposição de rejeito.

4.1 BARRAGEM DE SEÇÃO MISTA

As barragens de seção mista, de enrocamento com núcleo de argila, são amplamente utilizadas. A geometria utilizada, neste trabalho, pode ser observada na Figura 4.1. Esse tipo de barramento foi utilizado com o intuito de analisar o impacto das incertezas das propriedades geotécnicas dos vários materiais no fator de desempenho, principalmente na fase de final de construção e na fase de operação.

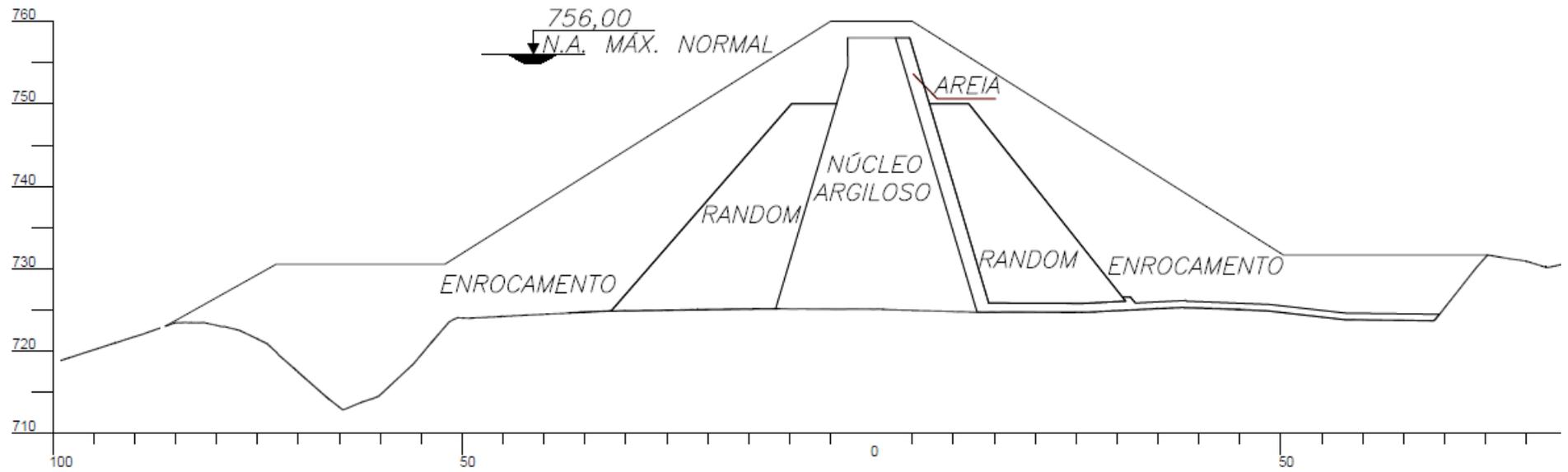


Figura 4.1 Geometria da barragem de seção mista

4.1.1 MATERIAIS

Primeiramente, cabe pontuar que em uma barragem de seção mista há alguns tipos de materiais: o material argiloso no núcleo, o material arenoso no filtro, o enrocamento nos espaldares e os materiais de fundação; também pode ser utilizado um material tipo *random*, o qual é empregado apenas para enchimento.

O material argiloso é aplicado na barragem na região do núcleo com a finalidade de vedar e de garantir que o líquido permaneça no reservatório. Portanto, é um material sem muita resistência, mas com baixa permeabilidade. Já o material arenoso é utilizado para garantir que a quantidade de água que passa pela barragem tenha um caminho adequado, no intuito de evitar o *piping*, ou seja, o carreamento de materiais finos.

O enrocamento, por sua vez, é o material que proporciona estrutura ao barramento, ou seja, que possui propriedade de resistências altas; nesse caso, o ângulo de atrito, pois é um material não coesivo e permeável. Esse material, geralmente, é extraído das escavações obrigatórias da obra.

O *random* é um material pouco definido, composto por uma gama de materiais, utilizado para o enchimento do barramento, isto é, são materiais inadequados para um fim específico, como o filtro ou os espaldares. No entanto, o *random*, como material muito variável, auxilia na estabilidade da barragem, dando peso ao barramento.

Em geral, os materiais das barragens têm duas origens, uma jazida nas proximidades da obra, ou o material extraído das escavações obrigatórias, que deve ser utilizada, sempre que possível, por apresentar baixo custo. Dessa forma, o material de fundação ou encostas é muitas vezes o mesmo do barramento, no entanto, compactado para ter um melhor desempenho geotécnico e maior homogeneidade. No método probabilístico, a diferença entre o material natural e o compactado é considerada no dado estatístico de dispersão.

4.1.2 DADOS DE ENTRADA

Tendo em vista os materiais utilizados em uma barragem mista e as suas propriedades relevantes ao cálculo de estabilidade de taludes, os dados da Tabela 4.1 foram definidos a partir das referências bibliográficas e são coerentes com a bibliografia e com os relatórios de barragens semelhantes, sendo o valor médio extraído de relatórios de referência, de COV da

bibliografia. Assim, é apresentada, neste capítulo, a análise estatística de segundo momento, pois não foi possível encontrar dados suficientes para realizar um histograma de cada parâmetro.

Nesse sentido, os relatórios de projeto indicaram que a maioria das propriedades se adapta melhor à distribuição normal, convergindo com a bibliografia apresentada na Tabela 2.2. Entretanto, há uma exceção no caso da coesão, porque essa propriedade não aceita valores negativos, resultando em inconsistências nas simulações. Isso demonstra que a análise sob os critérios da distribuição log-normal é mais viável em relação à avaliação dessa propriedade.

Tabela 4.1 Dados de entrada para as análises da barragem de seção mista

	Fundação	Enrocamento	Random	Argila	Areia
Peso Específico (kN/m³)	28	22	22	22	17
COV (%)	3	3	3	3	3
Desvio Padrão	1	0,66	0,66	0,66	0,51
Permeabilidade (m/s)	1E-05	7	1E-05	2E-09	1E-05
COV (%)	300	300	300	200	200
Desvio Padrão	3E-03	21	3E-05	4E-09	2E-05
Coesão (kPa)	100	5	10	10	1
COV (%)	40	40	50	40	40
Desvio Padrão	40	2	5	4	0,4
Ângulo de Atrito (°)	50	44	35	28	35
COV(%)	10	10	15	10	10
Desvio Padrão	5	4,4	5,25	2,8	3,5

4.2 BARRAGEM DE REJEITO

Diferentemente da barragem de seção mista, a barragem de rejeito tem como procedimento de construção os alteamentos, que são realizados conforme a necessidade. A barragem utilizada, nesta avaliação, possui três alteamentos, como apresentado na Figura 4.2.

Nessa perspectiva, tal barragem retém rejeito de mineração ao invés de água, que é um líquido de baixa resistência e com heterogeneidade de materiais e de saturação. Outra diferença entre esses dois métodos de barramento, é que a barragem não possui diferenciação entre fase de construção e operação, sendo que os alteamentos são construídos enquanto a barragem está em operação, por isso, esse tipo de talude será analisado em apenas uma fase: em seu estágio final.

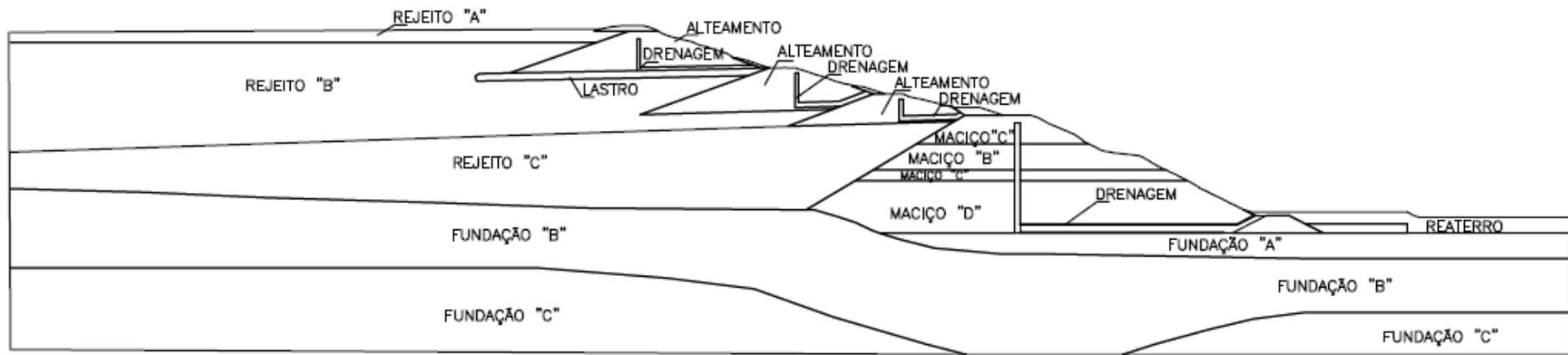


Figura 4.2 Geometria da barragem de rejeito

4.2.1 MATERIAIS

A barragem de rejeito hipotética possui três alteamentos e um barramento principal (dique de partida). Os materiais usados nos barramentos são estéreis de lavra e heterogêneos semicompactados, provenientes das cavas das minas, ou seja, material terroso laterítico compactado.

O barramento principal é um tipo de barramento zonado de terra composto de materiais tipo maciço B, C e D, sendo o maciço B é um material de consistência mole a rija de uma argila siltosa com pedregulhos, enquanto o maciço C se assemelha uma argila siltosa, no entanto, mais resistente que o maciço B, o maciço D, por sua vez, corresponde a um fragmento de rocha mais competente que os demais materiais.

Os materiais utilizados nos alteamentos são constituídos de matérias heterogêneo sendo uma mistura de saprólito de filito, cor alumínio, colúvio avermelhado, além de outros materiais com menor participação.

Desse modo, toda a estrutura está sobre a fundação A, B e C, sendo que são materiais que compõe a zona horizontal de alta resistência, provavelmente constituída por filitos densos. Sendo a fundação A uma argila siltosa de consistência mole, enquanto a fundação B é uma argila siltosa rija, com fragmentos de rocha, a fundação C, por sua vez, corresponde a um maciço rochoso.

A finalidade dessa construção é a de reter os rejeitos A, B e C, são materiais argilosos saturados e ferríferos, sendo o rejeito A correspondente a uma argila siltosa, enquanto o rejeito B uma argila mole, o rejeito C, por sua vez, corresponde a uma argila com areia, assim como os materiais utilizados nos alteamentos, não são amplamente analisados; por isso, há poucos dados.

Por fim, cabe salientar que foram aplicados materiais de reaterro e de lastro para fins de estabilização e cada barramento e alteamento têm filtros compostos de areia e brita, denominados de drenagem. Todos os materiais estão apresentados na Figura 4.2 com sua respectiva disposição.

4.2.2 DADOS DE ENTRADA

Utilizando os materiais especificados anteriormente, os valores médios dos parâmetros foram extraídos dos relatórios de barragens semelhantes, do COV da bibliografia. O desvio padrão foi determinado pela análise de segundo momento, ou seja, o produto do COV com o valor médio, assim como na avaliação da barragem hidrelétrica, sendo que os valores utilizados são apresentados abaixo, por meio da Tabela 4.2.

Tabela 4.2 Dados de entrada para as análises da barragem de rejeito

Materiais	Peso específico (kN/m³)	Coesão (kPa)	Ângulo de atrito (°)
Alteamentos	17,9	29	22
Desvio Padrão	1,07	11,6	2,2
COV (%)	6	40	10
Fundação A	15,1	3	27
Desvio Padrão	0,906	1,2	5,4
COV (%)	6	40	20
Fundação B	18,92	12	34
Desvio Padrão	1,1352	4,8	6,8
COV (%)	6	40	20
Fundação C	26	50	35
Desvio Padrão	1,56	20	7
COV (%)	6	40	20
Maciço B	19,5	12	25,5
Desvio Padrão	1,17	4,8	5,1
COV (%)	6	40	20
Maciço C	22,52	12	35
Desvio Padrão	1,3512	4,8	7
COV (%)	6	40	20
Maciço D	20,91	51	35
Desvio Padrão	1,2546	20,4	7
COV (%)	6	40	20
Rejeito A	25,84	10	34
Desvio Padrão	1,5504	4	6,8
COV (%)	6	40	20
Rejeito B	25,51	10	34
Desvio Padrão	1,5306	4	6,8
COV (%)	6	40	20
Rejeito C	25,68	10	34
Desvio Padrão	1,5408	4	6,8
COV (%)	6	40	20
Areia	18,3	1	30
Desvio Padrão	1,098	0,4	3

COV (%)	6	40	10
Lastro	21	14	23
Desvio Padrão	1,26	5,6	2,3
COV (%)	6	40	10
Brita	20,4	1	30
Desvio Padrão	1,224	0,4	3
COV (%)	6	40	10
Reaterro	13	11	33
Desvio Padrão	0,78	4,4	3,3
COV (%)	6	40	10

4.3 METODOLOGIA APLICADA

Como apresentado anteriormente, este trabalho tem o objetivo de analisar a instabilidade de taludes das barragens de forma probabilística. Para isso, foram aplicados os métodos probabilísticos apresentados a seguir, na barragem de seção mista, tanto em sua fase de final de construção quanto em sua fase de operação, e na barragem de rejeito. Todas as análises foram realizadas com o auxílio do *software* GeoStudio. Primeiramente, foram realizadas análises determinísticas utilizando os valores médios, intabilidade de taludes de Morgenstern-Price.

4.3.1 FOSM

O FOSM, que foi apresentado anteriormente, é o método mais simplificado dentre os probabilísticos e, portanto, possui a menor exatidão. No entanto, esse procedimento metodológico aponta para um resultado interessante: o peso de cada variável em relação à variância do fator de desempenho, o que pode ser bastante útil na utilização dos outros métodos. Por isso, o FOSM foi o primeiro a ser realizado.

Esse método é fundamentado na série de Taylor, a qual requer a determinação das derivadas parciais, e no fator de segurança, faz-se necessária a determinação das derivadas numericamente. Para esse procedimento numérico, é preciso escolher o valor do incremento, como apresentado no Capítulo 3, sendo esse de 10% do valor médio do parâmetro. Em seguida, pode-se escolher o FOSM simples ou duplo. Neste trabalho, foram utilizados os dois processos para analisar as diferenças.

Nesse sentido, o resultado do método é a determinação dos dados estatísticos do fator de segurança, que é aplicado a uma distribuição. Aqui, foram adotadas as distribuições normal e

log-normal, porque elas são as mais adequadas para essa variável e para o ajuste feito mediante o método dos momentos.

4.3.2 PEM

O método realizado, posteriormente, foi o PEM, que, como apresentado no Capítulo 3, necessita de 2^n iterações, sendo n o número de variáveis, que são os pontos de estimativa de cada variável combinados. Logo, a utilização de mais de quatro variáveis é muito trabalhosa; por essa razão, foram utilizadas as variáveis mais relevantes, determinadas pelo método FOSM, para a aplicação nesse método, respeitando a consideração de mais de 90% do peso das variáveis somadas.

Com o objetivo de estipular os pontos de estimativas utilizados nesse método, é preciso determinar os pesos que serão aplicados à média da variável, visto que as variáveis podem ser correlacionadas, como salientado no Capítulo 3. Porém, esse procedimento não será utilizado neste trabalho, pois as variáveis foram consideradas independentes. Desse modo, todos os parâmetros se apresentam como distribuições normais, dado que nenhum dos parâmetros relevantes foi coesão e se adequaram à distribuição normal, que é simétrica. Dessa forma, os pontos de estimativas utilizados são a média acrescida e decrescida do desvio padrão de cada variável.

Assim como no FOSM, o resultado desse método é a média e o desvio padrão do fator de segurança, sendo adotadas as distribuições normal e log-normal para a determinação da probabilidade de ruptura, mediante o método dos momentos.

4.3.3 HPEM

O próximo método utilizado é o HPEM, com uma metodologia híbrida, cuja orientação vincula o incremento da variável ao desvio padrão, a fim de aplicá-los na determinação da derivada da série de Taylor. Essa metodologia é realizada para os parâmetros mais relevantes dos problemas, no entanto, em mais parâmetros que o PEM, pois requer apenas $2 \cdot n + 1$ número de iterações.

No HPEM, o resultado de sensibilidade da variável, em relação ao fator de segurança, é utilizado para realizar uma comparação com o resultado do FOSM. Já a probabilidade de

ruptura é calculada da mesma forma que no FOSM e no PEM, em que há a aplicação dos dados estatísticos às distribuições normal e log-normal por meio do método dos momentos.

4.3.4 MMC

O MMC, considerado o mais simples de descrever, é um método trabalhoso de se aplicar, haja vista que necessita das distribuições dos parâmetros, para os quais, neste trabalho fundamentado na bibliografia, se adota as distribuições normais, com exceção do parâmetro de coesão, em que se utiliza a distribuição log-normal é mais adequada. Além disso, as variáveis utilizadas nesse método, foram apenas as que representavam 90% de relevância no resultado do FOSM ou aos mais relevantes do resultado do HPEM, principalmente quando os resultados divergiam.

No intuito de avaliar o truncamento das distribuições, foi aplicado, aos parâmetros de entrada, o truncamento da distribuição da variável com cinco desvios padrões da média, que é o *default* do *software* GeoStudio, e truncamento de três desvios padrões, pois como apresentado no Capítulo 2, considera-se 99,7% da probabilidade de ocorrência da variável.

Para a execução do método, é necessário escolher a quantidade de tentativas que o *software* vai aplicar a cada variável e a cada superfície de ruptura possível. Neste estudo, foi realizada uma simulação, de modo a aumentar a ordem de grandeza do número de tentativas; isto é: a primeira simulação com 100 tentativas, a segunda com 1.000, a terceira com 10.000 e a quarta com 100.000. Foram interrompidas as simulações nas 100.000 tentativas, porque os resultados do FOSM, do PEM e do HPEM encontraram a probabilidade de ruptura na escala de 10^{-4} para a distribuição normal. Portanto, essa quantidade de simulações foi suficiente, visto ser uma ordem de grandeza acima, para que a simulação encontre pelo menos uma tentativa menor que o valor crítico.

Como foi apresentado no Capítulo 3, o MMC possui duas opções de interpretação do resultado, pelo fato de o método gerar uma quantidade grande de tentativas. Assim, a probabilidade de falha pode ser calculada pela divisão entre o número de simulações, cujo resultado do fator de segurança é menor que um, e o número total de simulações. No entanto, para os casos em que a probabilidade de ruptura é muito baixa, é necessária uma quantidade exorbitante de iterações, a fim de encontrar um valor razoável de tentativas que são menores que um. Nessa lógica, para determinar a probabilidade de ruptura, utiliza-se os dados estatísticos resultantes da simulação para aplicar o método dos momentos, determinar a distribuição mais adequada ao fator de

segurança e calcular a probabilidade da distribuição, desde que seja menor que o valor crítico, no caso do fator de segurança, menor que um.

Assim sendo, a partir dos histogramas do resultado das simulações de MMC foram ajustadas as distribuições clássica, normal, log-normal e Gamma, mediante o método de verossimilhança e o teste *qui-quadrado*, por meio da expansão @RISK, no intuito de encontrar a melhor distribuição do fator de segurança.

5 APRESENTAÇÃO E INTERPRETAÇÃO DE RESULTADOS

Este capítulo apresenta os resultados e as observações relevantes em relação às análises que foram realizadas para as barragens de seção mistas e de rejeito, conforme a discussão apresentada no Capítulo 4.

5.1 BARRAGEM DE SEÇÃO MISTA

Os parâmetros médios apresentados na Tabela 4.1 foram aplicados a uma geometria generalizada de uma barragem mista, de acordo com Figura 4.1, e determinaram o fator de segurança de 1,7 para a fase final de construção, mediante o método determinístico, cujo resultado se apresenta na Figura 5.1. Já a Figura 5.2 indica o resultado do método determinístico do fator de segurança para a fase de operação, que também obteve o resultado de 1,7.



Figura 5.1 Fator de segurança médio fase final de construção.

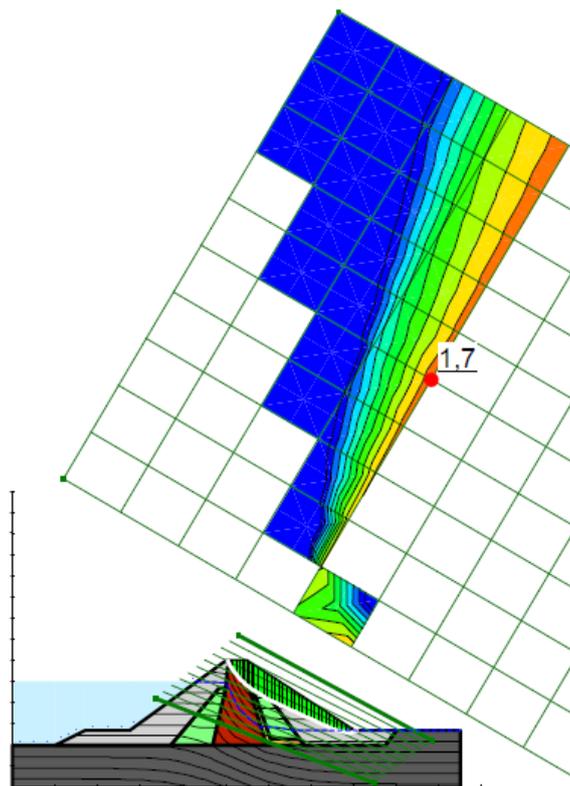


Figura 5.2 Fator de segurança médio fase de operação.

5.1.1 RESULTADO FOSM

A primeira análise probabilística realizada foi o método FOSM, sendo que a Tabela 5.1 mostra o cálculo do FOSM Simples e a Tabela 5.2 o cálculo do FOSM Duplo, ambos para a fase final de construção. O principal resultado dos métodos probabilísticos é a probabilidade de ruptura, portanto, por meio do FOSM Simples encontrou-se o valor de $2 \cdot 10^{-4}$, considerando a distribuição normal, e $4 \cdot 10^{-6}$ para a distribuição log-normal. Já para o FOSM Duplo, obteve-se o valor de $5 \cdot 10^{-4}$, considerando a distribuição normal, e $2 \cdot 10^{-5}$ para a distribuição log-normal. Esses resultados evidenciam pouca diferença em relação aos dois procedimentos, visto que são avaliados na ordem de grandeza.

É importante destacar que outro resultado de interesse desse método é o peso das variáveis na variação do FS. Para a barragem de seção mista na fase final de construção, a variável ângulo de atrito do enrocamento foi a propriedade que interferiu 97% nos resultados, tanto no FOSM Simples quanto no FOSM Duplo. A segunda variável, com maior influência, foi o peso específico do enrocamento para o FOSM simples e o ângulo de atrito do *random* para o FOSM duplo. Dito isso, a Figura 5.3 apresenta as superfícies de ruptura do FOSM, comparadas às superfícies médias, e as do PEM, com a finalidade de verificar a divergências entre os métodos.

Tabela 5.1 FOSM simples fase final de construção

	Médio	Desvio Padrão	Delta X	Peso (%)
Fundação				
Peso Específico (kN/m ³)	28	1	2,8	0,000
Coesão (kPa)	100	40	10	0,000
Ângulo de Atrito (°)	50	5	5	0,000
Enrocamento				
Peso Específico (kN/m ³)	22	0,66	2,2	1,284
Coesão (kPa)	5	2	0,5	0,096
Ângulo de Atrito (°)	44	4,4	4,4	97,803
Random				
Peso Específico (kN/m ³)	22	0,66	2,2	0,003
Coesão (kPa)	10	5	1	0,024
Ângulo de Atrito (°)	35	5,25	3,5	0,170
Argila				
Peso Específico (kN/m ³)	22	0,66	2,2	0,215
Coesão (kPa)	10	4	1	0,024
Ângulo de Atrito (°)	28	2,8	2,8	0,170
Areia				
Peso Específico (kN/m ³)	17	0,51	1,7	0,042
Coesão (kPa)	1	0,4	0,1	0,000
Ângulo de Atrito (°)	35	3,5	3,5	0,170
	FS médio	1,681	Pf (Normal)	2E-04
	Desvio padrão	0,1941	Pf (Log-normal)	4E-06

Tabela 5.2 FOSM duplo fase final de construção

	Médios	Desvio Padrão	Delta X	Peso (%)
Fundação				
Peso Específico (kN/m ³)	28	1	2,8	0,000
Coesão (kPa)	100	40	10	0,000
Ângulo de Atrito (°)	50	5	5	0,000
Enrocamento				
Peso Específico (kN/m ³)	22	0,66	2,2	0,149
Coesão (kPa)	5	2	0,5	0,489
Ângulo de Atrito (°)	44	4,4	4,4	97,772
Random				
Peso Específico (kN/m ³)	22	0,66	2,2	0,005
Coesão (kPa)	10	5	1	0,021
Ângulo de Atrito (°)	35	5,25	3,5	0,885
Argila				
Peso Específico (kN/m ³)	22	0,66	2,2	0,210
Coesão (kPa)	10	4	1	0,009
Ângulo de Atrito (°)	28	2,8	2,8	0,282

Areia				
Peso Específico (kN/m ³)	17	0,51	1,7	0,047
Coesão (kPa)	1	0,4	0,1	0,000
Ângulo de Atrito (°)	35	3,5	3,5	0,131
	FS médio	1,681	Pf(Normal)	5E-04
	Desvio padrão	0,2073	Pf(Log-normal)	2E-05

Tabela 5.4 o cálculo do FOSM Duplo, ambos para a fase de operação, ou seja, com a percolação pela barragem. Nesse caso, o FOSM Simples de operação obteve o resultado de probabilidade de ruptura $4 \cdot 10^{-4}$, considerando a distribuição normal, e $1 \cdot 10^{-5}$ para a log-normal. Enquanto o FOSM Duplo de operação obteve $8 \cdot 10^{-4}$ de probabilidade de ruptura para a distribuição normal e $4 \cdot 10^{-5}$ para a log-normal, mostrando uma coerência em relação à ordem de grandeza dos resultados.

Tendo em vista o peso de cada variável, na barragem de seção mista em fase de operação, o parâmetro com maior interferência continua sendo o ângulo de atrito do enrocamento, com um resultado de 95% a 97%. Entretanto, diferentemente da situação anterior, é o ângulo de atrito do *Random* que tem a segunda maior influência no fator de segurança, com cerca de 2%, que pode ser considerada desprezível, tanto no FOSM simples quanto no FOSM duplo. A Figura 5.4 apresenta a superfície de ruptura do FOSM na fase de operação.

Tabela 5.3 FOSM simples fase operação

	Médios	Desvio Padrão	Delta X	Peso (%)
Fundação				
Permeabilidade (m/s)	1,00E-05	3,00E-05	1,00E-06	0,000
Peso Específico (kN/m ³)	28	1	2,8	0,000
Coesão (kPa)	100	40	10	0,000
Ângulo de Atrito (°)	50	5	5	0,000
Enrocamento				
Permeabilidade (m/s)	1	3	0,1	0,000
Peso Específico (kN/m ³)	22	0,66	2,2	0,206
Coesão (kPa)	5	2	0,5	0,064
Ângulo de Atrito (°)	44	4,4	4,4	95,859
Random				
Permeabilidade (m/s)	1,00E-05	3,00E-05	1,00E-06	0,000
Peso Específico (kN/m ³)	22	0,66	2,2	0,000
Coesão (kPa)	10	5	1	0,003
Ângulo de Atrito (°)	35	5,25	3,5	2,944
Argila				
Permeabilidade (m/s)	2,00E-09	4,00E-09	2,00E-10	0,000

Peso Específico (kN/m ³)	22	0,66	2,2	0,206
Coesão (kPa)	10	4	1	0,010
Ângulo de Atrito (°)	28	2,8	2,8	0,573
Areia				
Permeabilidade (m/s)	1,00E-05	2,00E-05	1,00E-06	0,000
Peso Específico (kN/m ³)	17	0,51	1,7	0,010
Coesão (kPa)	1	0,4	0,1	0,000
Ângulo de Atrito (°)	35	3,5	3,5	0,125
	FS médio	1,669	Pf(Normal)	4E-04
	Desvio padrão	0,1981	Pf(Log-normal)	1E-05

Tabela 5.4 FOSM duplo fase de operação

	Médios	Desvio Padrão	Delta X	Peso (%)
Fundação				
Permeabilidade (m/s)	1,00E-05	3,00E-05	1,00E-06	0,000
Peso Específico (kN/m ³)	28	1	2,8	0,000
Coesão (kPa)	100	40	10	0,000
Ângulo de Atrito (°)	50	5	5	0,000
Enrocamento				
Permeabilidade (m/s)	1	3	0,1	0,000
Peso Específico (kN/m ³)	22	0,66	2,2	0,159
Coesão (kPa)	5	2	0,5	0,045
Ângulo de Atrito (°)	44	4,4	4,4	97,110
Random				
Permeabilidade (m/s)	1,00E-05	3,00E-05	1,00E-06	0,000
Peso Específico (kN/m ³)	22	0,66	2,2	0,000
Coesão (kPa)	10	5	1	0,001
Ângulo de Atrito (°)	35	5,25	3,5	2,185
Argila				
Permeabilidade (m/s)	2,00E-09	4,00E-09	2,00E-10	0,000
Peso Específico (kN/m ³)	22	0,66	2,2	0,045
Coesão (kPa)	10	4	1	0,009
Ângulo de Atrito (°)	28	2,8	2,8	0,372
Areia				
Permeabilidade (m/s)	1,00E-05	2,00E-05	1,00E-06	0,000
Peso Específico (kN/m ³)	17	0,51	1,7	0,009
Coesão (kPa)	1	0,4	0,1	0,000
Ângulo de Atrito (°)	35	3,5	3,5	0,067
	FS Médio	1,669	Pf(Normal)	8E-04
	Desvio padrão	0,21310	Pf(Log-normal)	4E-05

5.1.2 RESULTADO PEM

O PEM foi realizado apenas com as variáveis mais relevantes do resultado do FOSM duplo, de modo que as Tabelas 5.5 e 5.6 mostram os resultados para a fase final de construção. Na Tabela 5.5 foram utilizadas as quatro variáveis mais relevantes ao problema e foi encontrada uma probabilidade de ruptura de $8 \cdot 10^{-4}$, desde que se considere a distribuição normal, e de $3 \cdot 10^{-5}$ para a log-normal. Esses resultados, portanto, são coerentes ao método FOSM na escala de grandeza.

A Tabela 5.6 utiliza apenas um parâmetro no caso do ângulo de atrito do enrocamento, pois é o que representa 97% do peso do resultado, segundo o FOSM, cuja probabilidade de ruptura de $5 \cdot 10^{-4}$, considerando a distribuição normal, e de $1 \cdot 10^{-5}$ para a log-normal. Vale ressaltar que a desconsideração dos demais parâmetros não resultou em interferência representativa no resultado, devido ao fato de que a ordem de grandeza dos resultados permaneceu a mesma. A Figura 5.3 apresenta a superfície de ruptura na fase final de construção do PEM, com pouca diferença em relação ao FOSM que é a mesma apresentado na Figura 5.1.

Tabela 5.5 PEM fase final de construção.

Parâmetros		Médios	Desvio Padrão	P+	P-
Enrocamento	Coesão (kPa)	5	2	7	3
	Ângulo de Atrito (°)	44	4,4	48,4	39,6
<i>Random</i>	Ângulo de Atrito (°)	35	5,25	40,25	29,75
Argila	Ângulo de Atrito (°)	28	2,8	30,8	25,2
FS médio				1,681	
Desvio Padrão do FS				0,2166	
Pf(Normal)				8E-04	
Pf(Log-normal)				3E-05	

Tabela 5.6 PEM fase final de construção para o parâmetro mais relevante.

Enrocamento	Médio	Desvio Padrão	P+	P-
Ângulo de Atrito (°)	44	4,4	48,4	39,6
FS médio			1,681	
Desvio Padrão FS			0,2054	
Pf(Normal)			5E-04	
Pf(Log-normal)			1E-05	

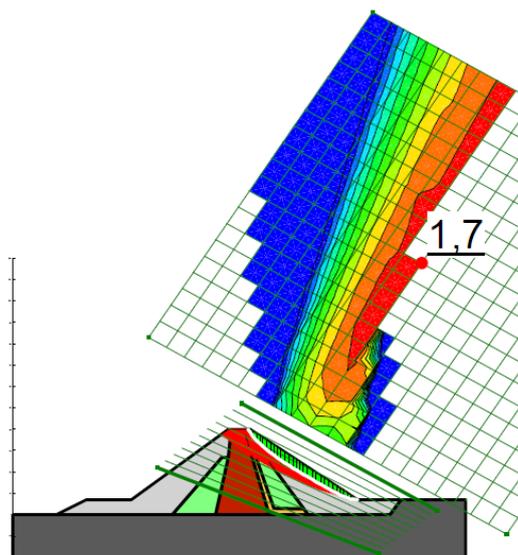


Figura 5.3 Superfície de ruptura PEM final de construção círculo mais crítico

Por conseguinte, para a fase de operação também foram realizados os cálculos fundamentados no resultado do FOSM, aplicando-os apenas para as propriedades mais relevantes. Os cálculos, que consideram as quatro variáveis mais relevantes, estão na Tabela 5.7, a qual demonstra o resultado de probabilidade de ruptura de $7 \cdot 10^{-4}$, em relação à distribuição normal, e de $3 \cdot 10^{-5}$ para a log-normal.

Do mesmo modo, foi executado, assim como para a fase de construção, o cálculo do PEM da propriedade mais relevante, isto é, do ângulo de atrito do enrocamento. A Tabela 5.8 mostra esse cálculo, que obteve como resultado a probabilidade de ruptura de $9 \cdot 10^{-4}$ para a distribuição normal e de $4 \cdot 10^{-5}$ para a log-normal. Tendo isso em vista, o resultado foi coerente com o anterior na ordem de grandeza. A Figura 5.4 evidencia que a superfície de ruptura para o PEM, na fase de operação, pouco se diferencia quando comparada a do FOSM que é a mesma apresentada na Figura 5.2.

Tabela 5.7 PEM fase de Operação

Parâmetros		Valores médios	Desvio Padrão	P+	P-
Enrocamento	Peso Específico (kN/m ³)	22	0,66	22,66	21,34
	Ângulo de Atrito (°)	44	4,4	48,4	39,6
Random	Ângulo de Atrito (°)	35	5,25	40,25	29,75
Argila	Ângulo de Atrito (°)	28	2,8	30,8	25,2
FS médio				1,671	
Desvio Padrão FS				0,2109	
Pf(Normal)				7E-04	
Pf(Log-normal)				3E-05	

Tabela 5.8 PEM de fase de operação para o parâmetro mais relevante

Enrocamento	Valor médio	Desvio Padrão	P+	P-
Ângulo de Atrito (°)	44	4,4	48,4	39,6
Fsmédio			1,663	
Desvio Padrão FS			0,2132	
Pf(Normal)			9E-04	
Pf(Log-normal)			4E-05	

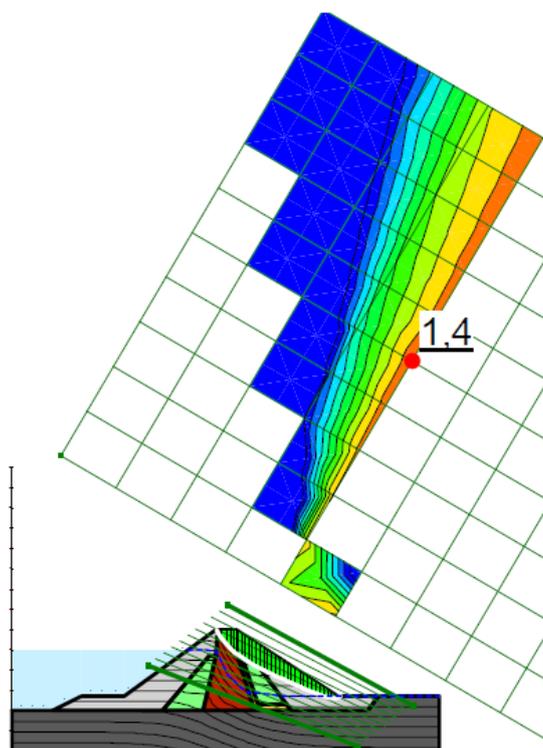


Figura 5.4 Superfície de ruptura PEM Operação círculo mais crítico

5.1.3 RESULTADO HPEM

Na Tabela 5.9, apresenta-se o resultado do HPEM para a fase final de construção, enquanto a Tabela 5.10 mostra o resultado do HPEM para a fase de operação. Identificou-se a probabilidade de falha final de construção igual a 1.10^{-3} , considerando a distribuição normal, e de 8.10^{-5} para a log-normal; enquanto a probabilidade de falha de operação foi de 2.10^{-3} para a distribuição normal e de 1.10^{-4} para a log-normal, que apresentou uma variação em relação aos utilizados métodos anteriormente, mas ainda é um resultado coerente.

Assim como o FOSM, o HPEM aponta para o resultado da sensibilidade dos parâmetros em relação ao fator de desempenho e, nesse sentido, o ângulo de atrito do enrocamento continua sendo o mais relevante para ambas as fases. Apesar disso, o parâmetro mais sensível foi o da

coesão do enrocamento para a fase final de construção, diferentemente do FOSM. Já na fase de operação, preponderou, como segundo parâmetro mais sensível, o ângulo de atrito do *Random*. Por fim, conclui-se que a diferença de sensibilidade dos parâmetros não foi tão discrepante quanto no FOSM.

Tabela 5.9 HPEM fase final de construção

Parâmetros		X+	X-	Variável	Influência
Enrocamento	Peso Específico	22,66	21,34	$E(\varphi)$	0,52169
	Coesão	7	3	$E(c)$	0,10506
	Ângulo de atrito	48,4	39,6	$R(\varphi)$	0,06920
<i>Random</i>	Peso Específico	22,66	21,34	$Ag(\varphi)$	0,02819
	Coesão	15	5	$R(c)$	0,02563
	Ângulo de atrito	40,25	29,75	$Ag(c)$	0,02307
Argila	Peso específico	22,66	21,34	$Ar(\varphi)$	0,01922
	Coesão	14	6	$Ag(\gamma)$	0,00769
	Ângulo de atrito	30,8	25,2	$E(\gamma)$	0,00384
Areia	Peso específico	17,51	16,49	$Aar(\gamma)$	0,00256
	Ângulo de atrito	38,5	31,5	$R(\gamma)$	0,00000
FS médio		1,681	Pf (Normal)		1E-03
Desvio Padrão		0,20742	Pf (Log-normal)		8E-05

Tabela 5.10 HPEM fase de operação

Parâmetros		X+	X-	Variável	Influência
Enrocamento	Peso Específico	22,66	21,34	$E(\varphi)$	0,52916
	Coesão	7	3	$E(c)$	0,08713
	Ângulo de atrito	48,4	39,6	$R(\varphi)$	0,05766
<i>Random</i>	Coesão	15	5	$Ar(\varphi)$	0,01794
	Ângulo de atrito	40,25	29,75	$Ag(\varphi)$	0,01794
Argila	Peso específico	22,66	21,34	$Ag(c)$	0,01666
	Coesão	14	6	$R(c)$	0,01153
	Ângulo de atrito	30,8	25,2	$Aar(\gamma)$	0,00384
Areia	Peso específico	17,51	16,49	$E(\gamma)$	0,00256
	Ângulo de atrito	38,5	31,5	$Ag(\gamma^+)$	0,00128
Média FS		1,6035	Pf (Normal)		2E-03
Desvio Padrão FS		0,2042	Pf (Log-normal)		1E-04

5.1.4 RESULTADO MMC

Como o FOSM demonstrou que o parâmetro de maior influência geral na fase final de construção foi o ângulo de atrito do enrocamento, o método Monte Carlo foi aplicado apenas para esse parâmetro, sendo que a primeira análise constatou uma distribuição normal, com truncamento em cinco desvios padrões para cada lado (5σ).

Os resultados estão registrados na Tabela 5.11, cujos dados apresentam que a probabilidade de ruptura variou de 2 a $3 \cdot 10^{-3}$, considerando a distribuição normal, e de 1 a $2 \cdot 10^{-4}$, para a log-normal. Ademais, o *software* encontrou de forma direta $2 \cdot 10^{-3}$ para as simulações menores que um, o que é mais coerente com a distribuição normal, segundo a escada de grandeza. A Figura 5.5 mostra a convergência dos resultados de probabilidade de ruptura em relação ao número de tentativas.

Tabela 5.11 MMC fase final de construção truncamento de 5σ

100 Tentativas		1000 Tentativas		10.000 Tentativas		100.000 Tentativas	
Média FS	1,701	Média FS	1,681	Média FS	1,680	Média FS	1,681
Índice de confiança	2,951	Índice de confiança	2,756	Índice de confiança	2,756	Índice de confiança	2,763
Tentativas FS<1 (%)	0,000	Tentativas FS<1 (%)	0,200	Tentativas FS<1 (%)	0,230	Tentativas FS<1 (%)	0,162
Desvio Padrão	0,237	Desvio Padrão	0,247	Desvio Padrão	0,247	Desvio Padrão	0,246
Menor FS	1,151	Menor FS	0,852	Menor FS	0,775	Menor FS	0,766
Maior FS	2,307	Maior FS	2,789	Maior FS	3,174	Maior FS	3,656
Número de tentativas	100	Número de tentativas	1000	Número de tentativas	10000	Número de tentativas	100000
Pf Normal	2E-03	Pf Normal	3E-03	Pf Normal	3E-03	Pf Normal	3E-03
Pf Log-normal	9E-05	Pf Log-normal	3E-04	Pf Log-normal	3E-04	Pf Log-normal	2E-04

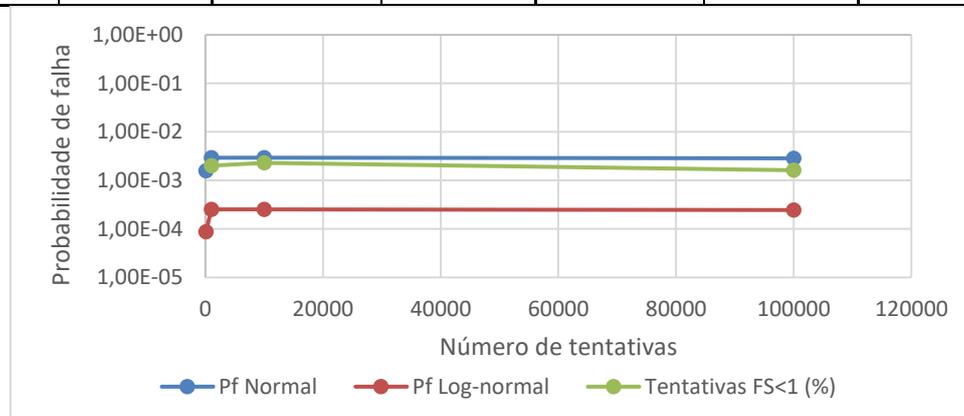


Figura 5.5 Convergência da probabilidade de falha da fase final de construção 5σ

A Tabela 5.12 apresenta o resultado do MMC com o truncamento de três desvios padrões para cada lado (3σ) do parâmetro de entrada da fase final de construção, cuja probabilidade de ruptura é de $2 \cdot 10^{-3}$, para a distribuição normal, e de $1 a 2 \cdot 10^{-4}$ para a distribuição log-normal, enquanto o *software* não encontrou tentativas menores que um. Nesse sentido, a Figura 5.6 mostra a convergência da probabilidade de ruptura.

O resultado com o truncamento de três desvios padrões, comparado com o de cinco desvios padrões, evidencia que, ao utilizar o método de interpretação do MMC, mediante o método dos momentos, não há diferença na ordem de grandeza. No entanto, o fato de o resultado direto do MMC não encontrar tentativas menores que um, comprova que, possivelmente, os valores extremos da distribuição dos dados de entrada têm um resultado menor que o valor crítico.

Tabela 5.12 MMC fase final de construção truncamento de 3σ

100 Tentativas		1000 Tentativas		10.000 Tentativas		100.000 Tentativas	
Média FS	1,700	Média FS	1,681	Média FS	1,680	Média FS	1,681
Índice de confiança	2,974	Índice de confiança	2,820	Índice de confiança	2,822	Índice de confiança	2,825
Tentativas FS<1 (%)	0,00000						
Desvio Padrão	0,235	Desvio Padrão	0,242	Desvio Padrão	0,241	Desvio Padrão	0,241
Menor FS	1,164	Menor FS	1,086	Menor FS	1,074	Menor FS	1,073
Maior FS	2,293	Maior FS	2,547	Maior FS	2,595	Maior FS	2,600
Número de tentativas	100	Número de tentativas	1000	Número de tentativas	10000	Número de tentativas	100000
Pf Normal	1E-03	Pf Normal	2E-03	Pf Normal	2E-03	Pf Normal	2E-03
Pf Log-normal	8E-05	Pf Log-normal	2E-04	Pf Log-normal	2E-04	Pf Log-normal	2E-04

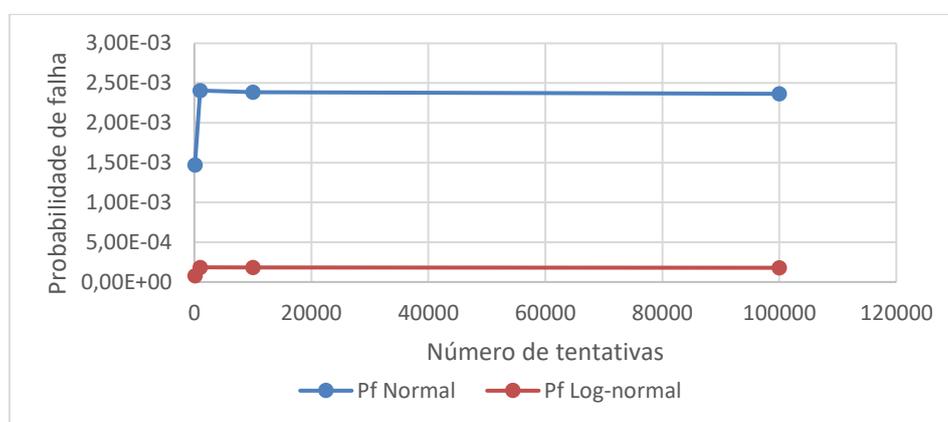


Figura 5.6 Convergência da probabilidade de falha da fase final de construção 3σ

As Figuras de 5.7 a 5.10 apresentam os histogramas que são resultados da análise de MMC e evidenciam que quanto maior o número de tentativas, mais suave se torna o histograma. Vale pontuar que a diferença dos histogramas de cinco desvios padrões e de três desvios padrões é a amplitude dos resultados, sendo que o de cinco desvios padrões encontra uma faixa maior de valores possíveis de FS, dando a impressão de que os resultados do de três desvios padrões são mais dispersos; no entanto, essa ideia é equivocada.

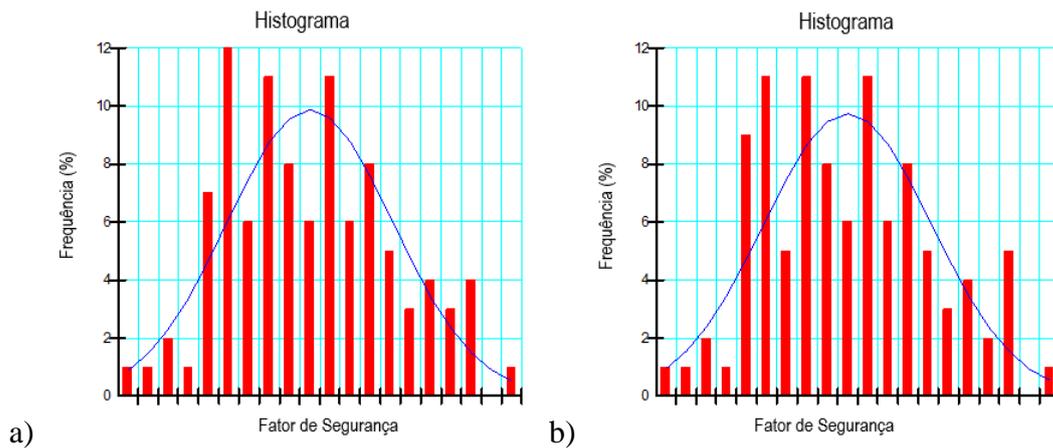


Figura 5.7 Histogramas do FS para 100 tentativas fase final de construção a)5σ b)3σ

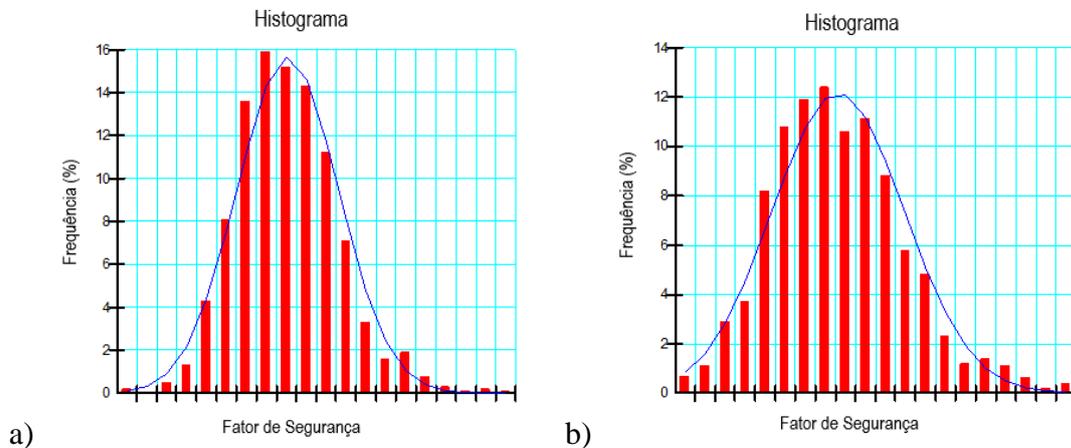


Figura 5.8 Histogramas do FS para 1.000 tentativas fase final de construção a)5σ b)3σ

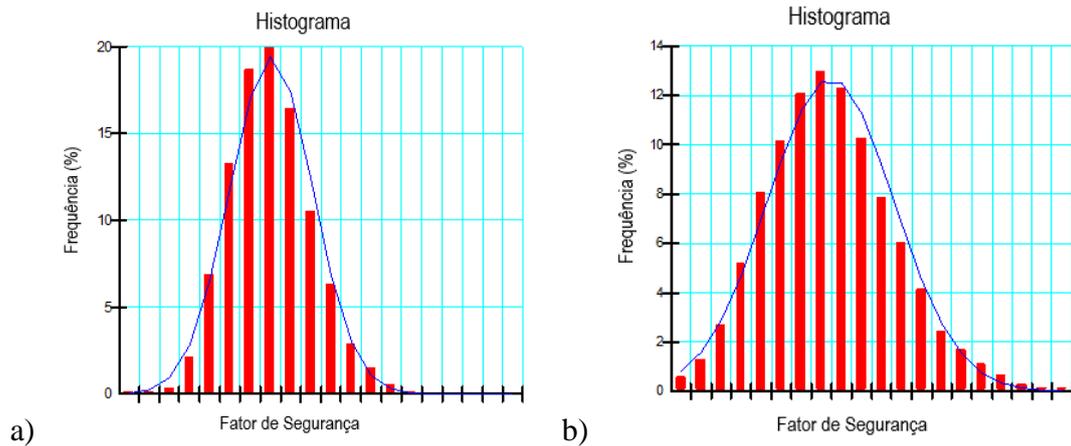


Figura 5.9 Histogramas do FS para 10.000 tentativas fase final de construção a) 5σ b) 3σ

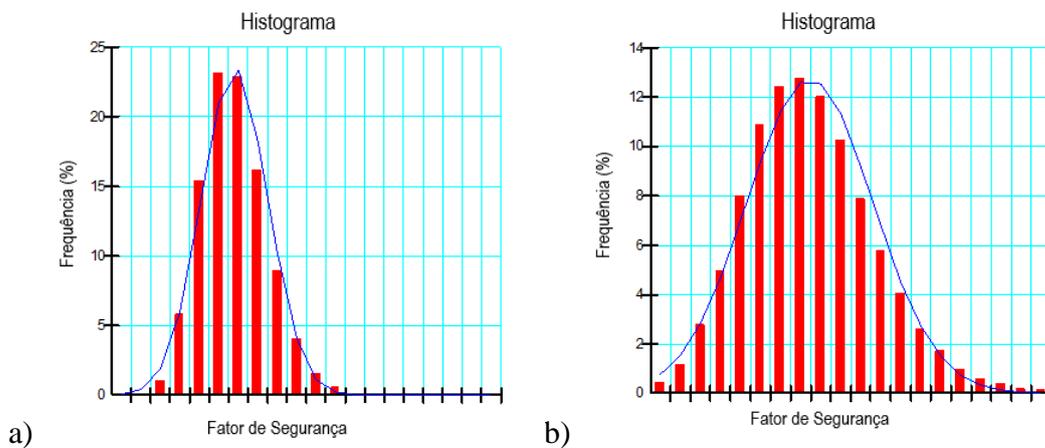


Figura 5.10 Histogramas do FS para 100.000 tentativas fase final de construção a) 5σ b) 3σ

Com os resultados das simulações do MMC foram realizados ajustes apresentados nas Figuras 5.11 a 5.14, utilizando as distribuições consideradas fisicamente coerentes com o Fator de Segurança, no intuito de definir a melhor distribuição para este resultado considerando este tipo de barragem, e ao comparar com os demais casos e analisar se existe uma convergência de distribuição mais adequada. Portanto, foi ajustado a todos os casos, mais inicialmente ao caso da fase final de construção da barragem de seção mista, com truncamento de cinco desvios padrões, para as distribuições Gamma, log-normal e normal.

Nos três primeiros casos, a distribuição Gamma foi a que resultou no melhor ajuste, de modo que a última foi a distribuição log-normal. No entanto, a diferença entre elas, a partir de 1000 tentativas é pequena, o que nos permite inferir que a distribuição normal é aquela cujo resultado propiciará o melhor resultado pois tem os dados estatísticos de entrada mais fácil de obter, possivelmente, acarretará em menor chance de erro.

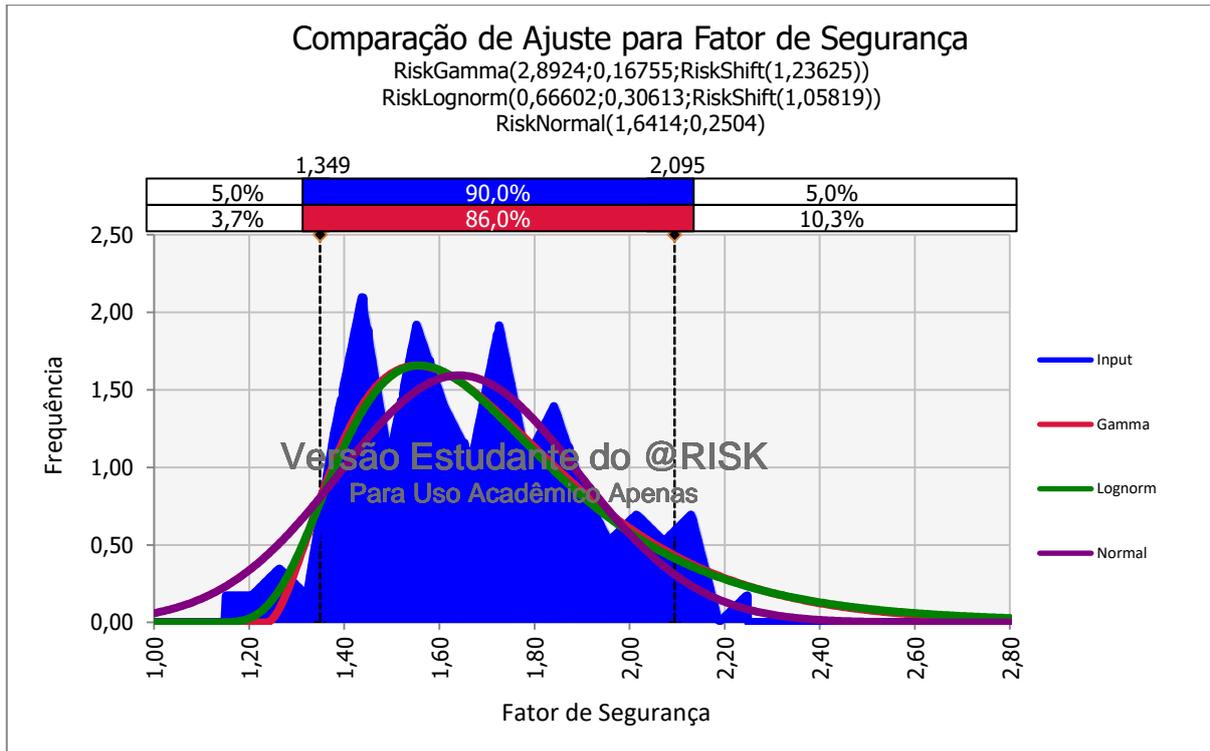


Figura 5.11 Ajuste do Histograma de 100 tentativas fase de final de construção

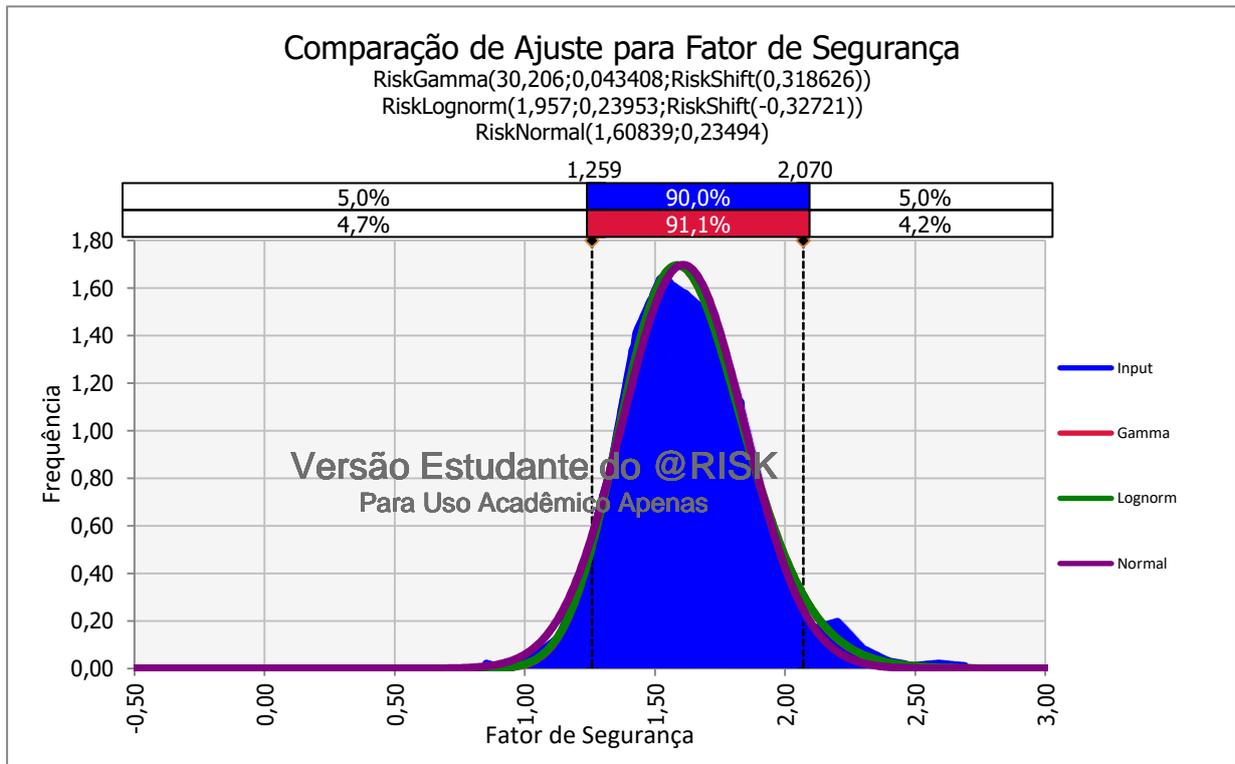


Figura 5.12 Ajuste do Histograma de 1.000 tentativas fase de final de construção

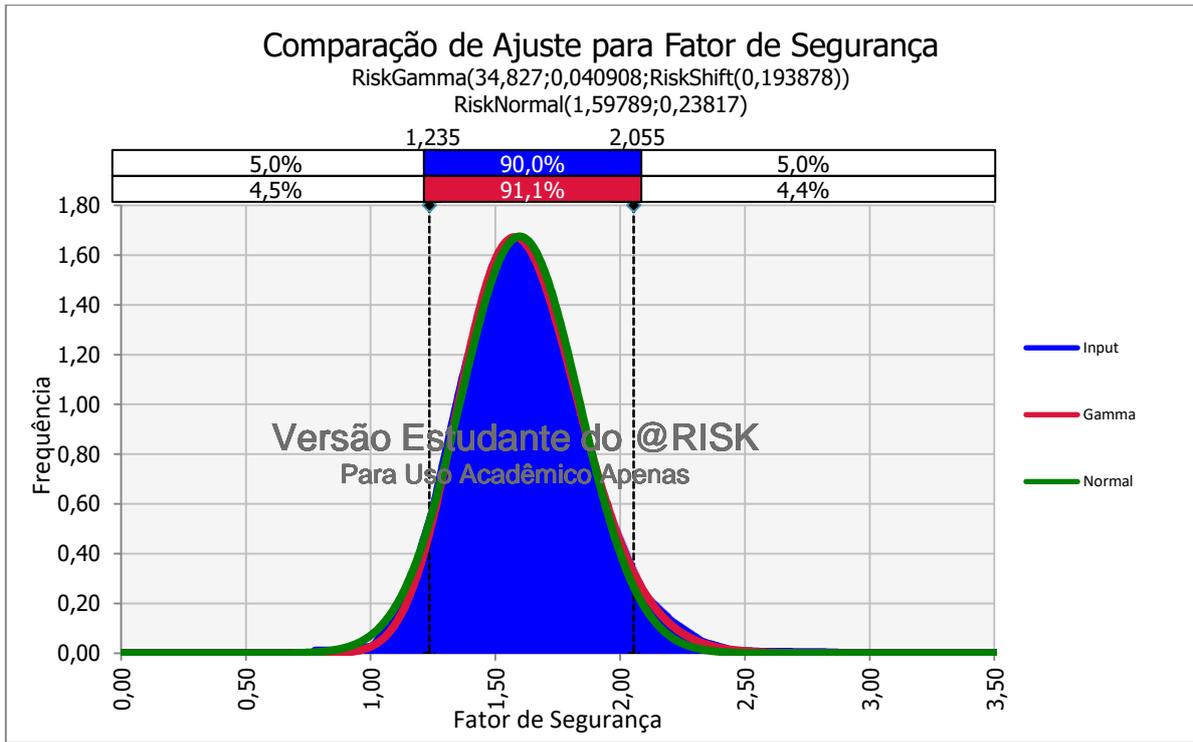


Figura 5.13 Ajuste do Histograma de 10.000 tentativas fase final de construção

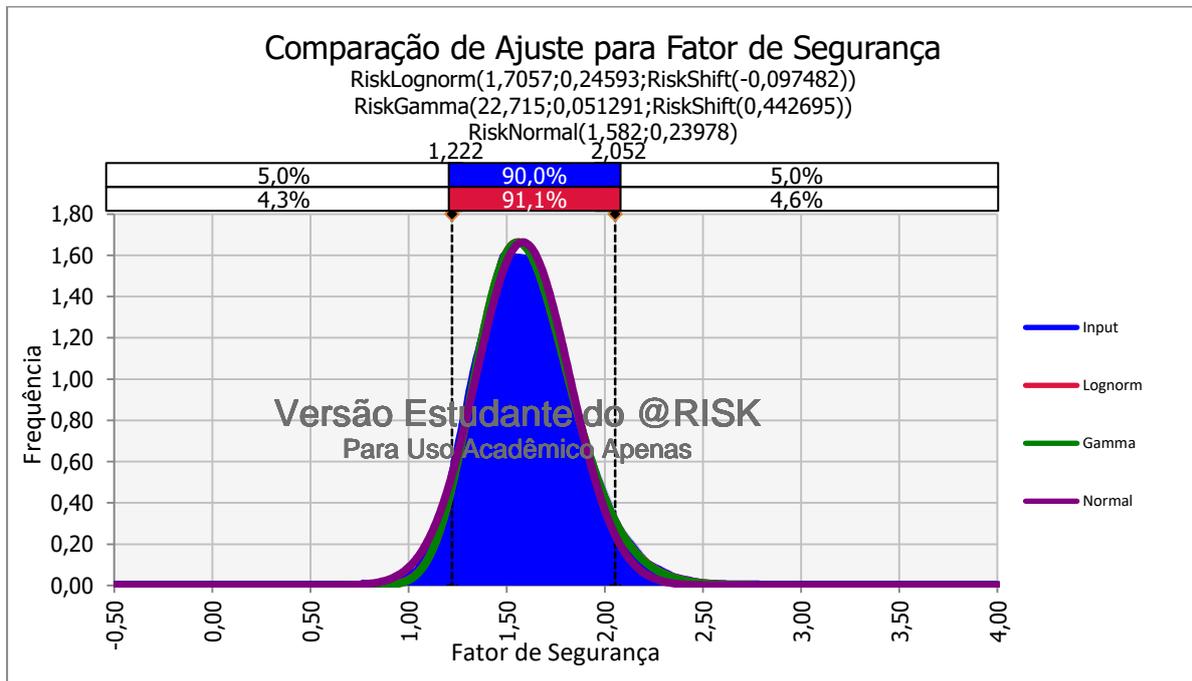


Figura 5.14 Ajuste do Histograma de 100.000 tentativas fase final de construção

O ajuste realizado nos histogramas do resultado do MMC, da fase final de construção, ocorreu pela utilização do estimador de verossimilhança. Dessa forma, não se respeitou a média e o desvio padrão da amostragem, gerando médias e desvios padrões que melhor se ajustam ao

histograma. Os dados estatísticos encontrados nos ajustes da distribuição normal estão apresentados na Tabela 5.13, que também evidencia, nas duas últimas análises, as diferenças nos resultados da amostragem e da ordem de grandeza da pf para log-normal por meio do MM utilizando os dados encontrados no ajuste.

Tabela 5.13 Resultados estatísticos por verossimilhança fase final de construção.

100 Tentativas		1000 Tentativas		10.000 Tentativas		100.000 Tentativas	
Média FS	1,641	Média FS	1,608	Média FS	1,598	Média FS	1,582
Desvio Padrão	0,250	Desvio Padrão	0,235	Desvio Padrão	0,238	Desvio Padrão	0,240
Pf Normal	5E-03	Pf Normal	5E-03	Pf Normal	6E-03	Pf Normal	8E-03
Pf Log-normal	7E-04	Pf Log-normal	7E-04	Pf Log-normal	1E-03	Pf Log-normal	1E-03

Para a fase de operação foi executado o mesmo procedimento, utilizando apenas o ângulo de atrito do enrocamento, por esse ser o parâmetro mais relevante no geral; assim, a Tabela 5.14 apresenta os resultados das simulações com o truncamento de cinco desvios padrões para cada lado da distribuição do parâmetro (5σ). Nessa perspectiva, obteve-se, como resultado, valores coerentes entre o PEM e o FOSM, sendo a probabilidade de falha de $2 a 3 \cdot 10^{-3}$, considerando a distribuição normal, e de $2 a 8 \cdot 10^{-4}$ para a log-normal; e de $2 \cdot 10^{-3}$ nas tentativas menores que um. Dessa forma, a Figura 5.15 revela a convergência da probabilidade de ruptura.

Tabela 5.14 MMC fase de operação truncamento de 5σ

100 Tentativas		1000 Tentativas		10.000 Tentativas		100.000 Tentativas	
Média FS	1,701	Média FS	1,681	Média FS	1,680	Média FS	1,681
Índice de confiança	2,968	Índice de confiança	2,772	Índice de confiança	2,772	Índice de confiança	2,778
Tentativas FS<1 (%)	0,000	Tentativas FS<1 (%)	0,200	Tentativas FS<1 (%)	0,220	Tentativas FS<1 (%)	0,160
Desvio Padrão	0,236	Desvio Padrão	0,246	Desvio Padrão	0,245	Desvio Padrão	0,245
Menor FS	1,154	Menor FS	0,855	Menor FS	0,779	Menor FS	0,770
Maior FS	2,303	Maior FS	2,780	Maior FS	3,160	Maior FS	3,643
Número de tentativas	100,000	Número de tentativas	1000,000	Número de tentativas	10.000	Número de tentativas	100.000
Pf Normal	1E-03	Pf Normal	3E-03	Pf Normal	3E-03	Pf Normal	3E-03
Pf Log-normal	8E-05	Pf Log-normal	2E-04	Pf Log-normal	2E-04	Pf Log-normal	2E-04

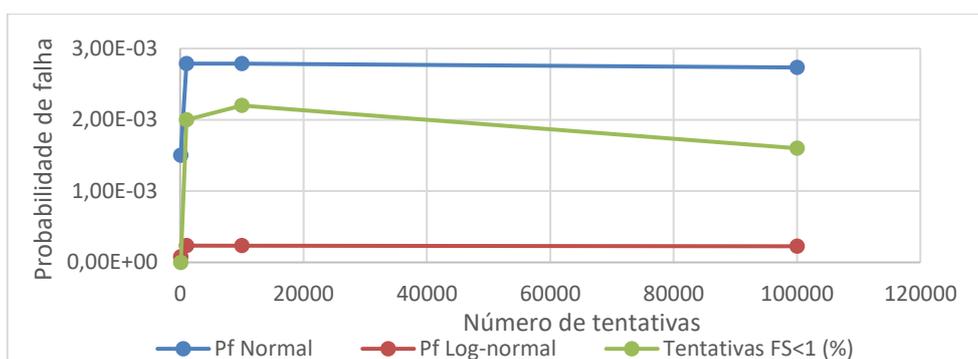


Figura 5.15 Convergência da probabilidade de falha fase de operação 5σ

A Tabela 5.15 apresenta os resultados do MMC da distribuição do ângulo de atrito do enrocamento com truncamento de três desvios padrões para cada lado (3σ). Nessa análise, obteve-se o resultado de probabilidade de falha de $1 a 2.10^{-3}$, considerando a distribuição normal, e $1 a 2.10^{-4}$ para a distribuição log-normal e, assim como o MMC de final de construção com truncamento de três desvios padrões, não foram encontradas tentativas menores que um. Dessa forma, a Figura 5.16 apresenta a convergência da probabilidade de falha em relação ao número de tentativas.

A Tabela 5.15 evidencia que a interpretação do MMC, por meio do método dos momentos, não gera resultados com grande diferença em relação de 5σ e 3σ . No entanto, truncar os extremos da distribuição do parâmetro pode levar à desconsideração dos resultados menores que o valor crítico.

Tabela 5.15 MMC fase de operação truncamento de 3σ

100 Tentativas		1000 Tentativas		10.000 Tentativas		100.000 Tentativas	
Média FS	1,700	Média FS	1,681	Média FS	1,679	Média FS	1,681
Índice de confiança	2,991	Índice de confiança	2,836	Índice de confiança	2,839	Índice de confiança	2,841
Tentativas FS < 1 (%)	0,000	Tentativas FS < 1 (%)	0,000	Tentativas FS < 1 (%)	0,000	Tentativas FS < 1 (%)	0,000
Desvio Padrão	0,234	Desvio Padrão	0,240	Desvio Padrão	0,239	Desvio Padrão	0,240
Menor FS	1,167	Menor FS	1,089	Menor FS	1,077	Menor FS	1,075
Maior FS	2,290	Maior FS	2,540	Maior FS	2,588	Maior FS	2,595
Número de tentativas	100,000	Número de tentativas	1000,000	Número de tentativas	10.000	Número de tentativas	100.000
Pf Normal	1E-03	Pf Normal	2E-03	Pf Normal	2E-03	Pf Normal	2E-03
Pf Log-normal	7E-05	Pf Log-normal	2E-04	Pf Log-normal	2E-04	Pf Log-normal	2E-04

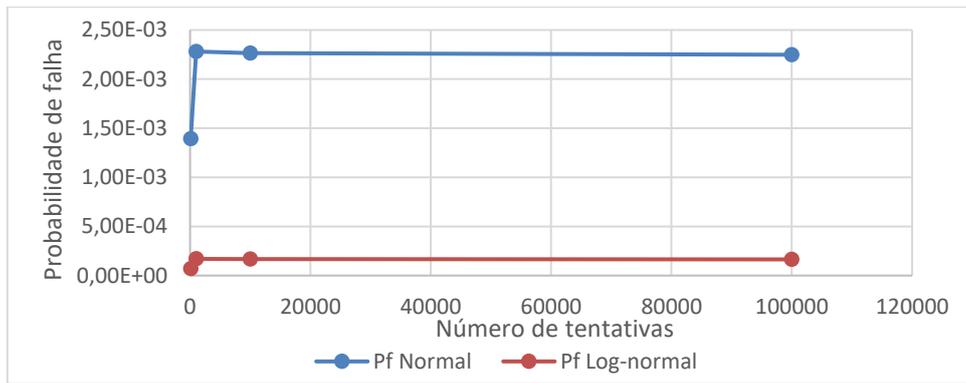


Figura 5.16 Convergência da probabilidade de falha fase de operação 3σ

Em suma, assim como as simulações na fase final de construção, os histogramas com mais tentativas demonstraram uma distribuição mais suave, como se observa nas Figuras de 5.17 a 5.20, que também apresentam as diferenças dos histogramas para cinco desvios padrões e três desvios padrões, devido à amplitude do FS de 5σ ser maior, dando a impressão que o resultado de 3σ é mais disperso erroneamente.

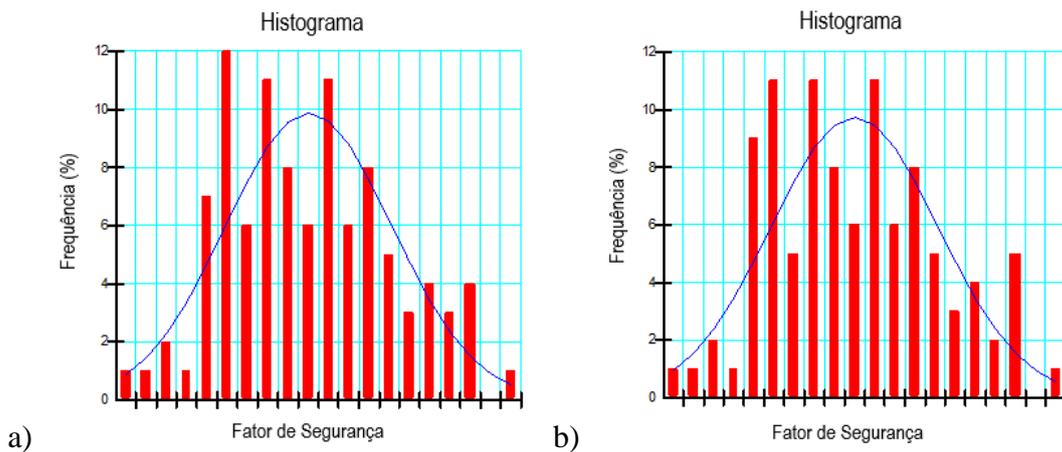


Figura 5.17 Histogramas do FS para 100 tentativas fase de operação a) 5σ b) 3σ

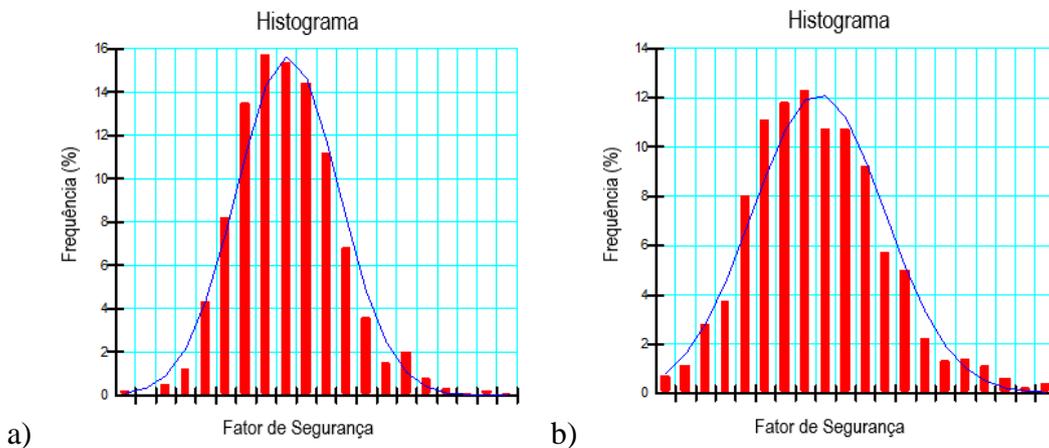


Figura 5.18 Histogramas do FS para 1.000 tentativas fase de operação a) 5σ b) 3σ

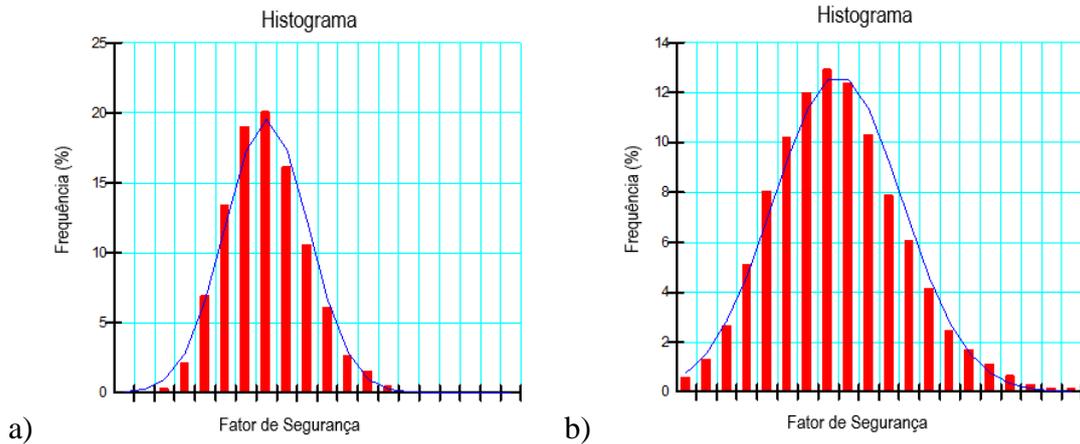


Figura 5.19 Histogramas do FS para 10.000 tentativas fase de operação a)5 σ b)3 σ

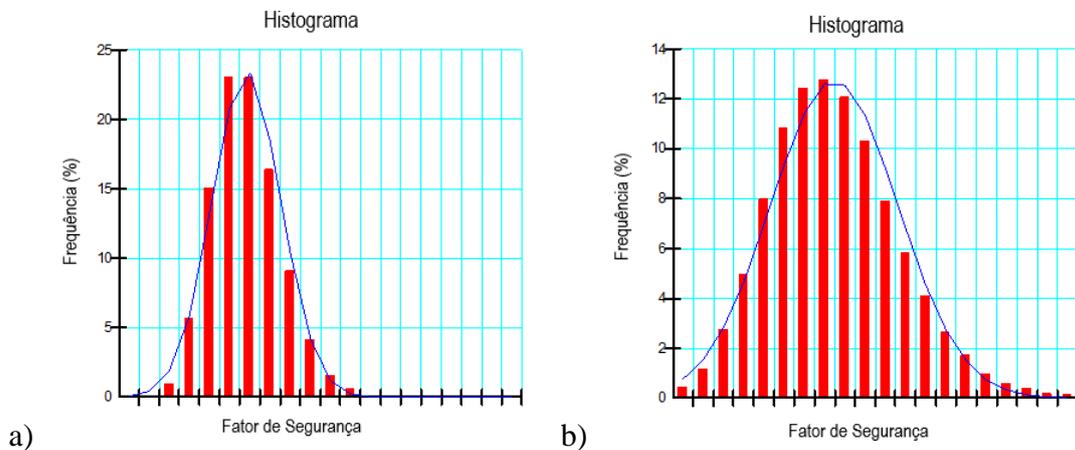


Figura 5.20 Histogramas do FS para 100.000 tentativas fase de operação a)5 σ b)3 σ

Já as Figuras de 5.21 a 5.24 apresentam os ajustes dos histogramas, que são os resultados da análise do MMC na fase de operação com truncamento de cinco desvios padrões na distribuição do parâmetro, em que são aplicadas as três distribuições que foram consideradas mais adequadas para o fator de segurança: Gamma, log-normal e normal.

Nos dois primeiros casos, a distribuição Gamma foi a que resultou em um melhor ajuste e, nas duas últimas, a distribuição Log-normal. Todavia, a diferença das distribuições a partir de 1000 tentativas é pequena, inferindo-se que a distribuição normal é a mais adequada, porque, como comunidade técnica tem melhor conhecimento sobre essa distribuição, isso possivelmente acarretará em uma menor chance de erro.

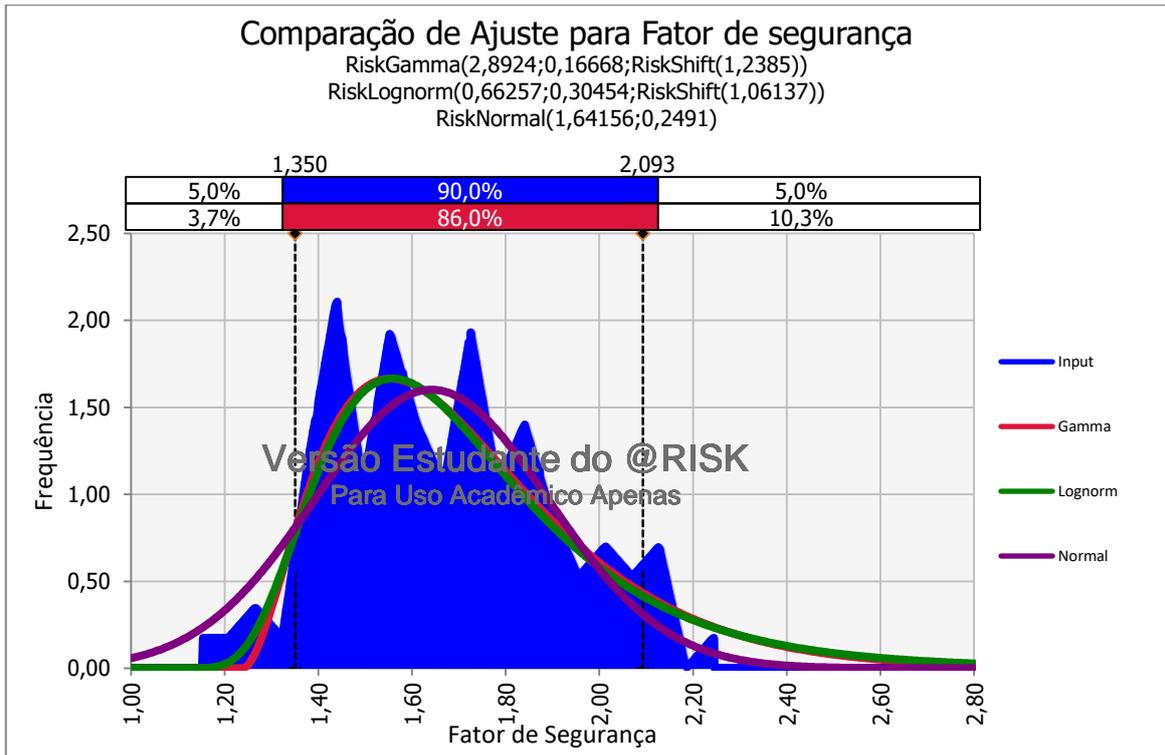


Figura 5.21 Ajuste do histograma de 100 tentativas fase de Operação

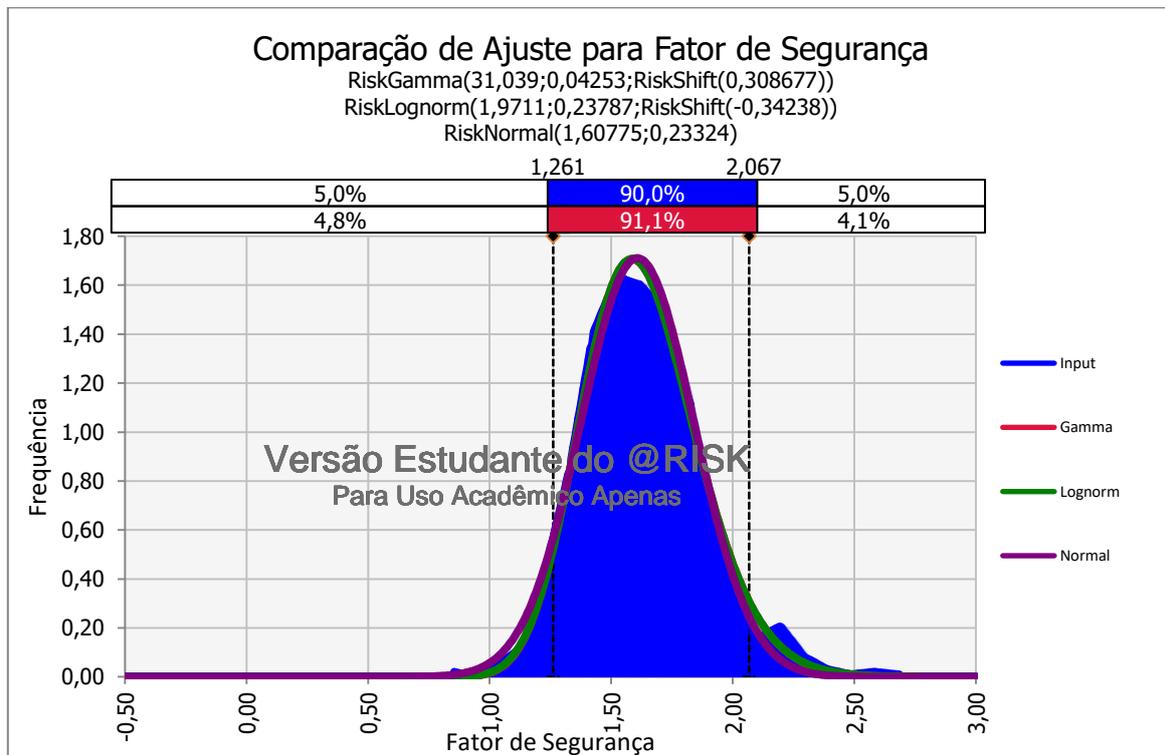


Figura 5.22 Ajuste do histograma de 1.000 tentativas fase de Operação

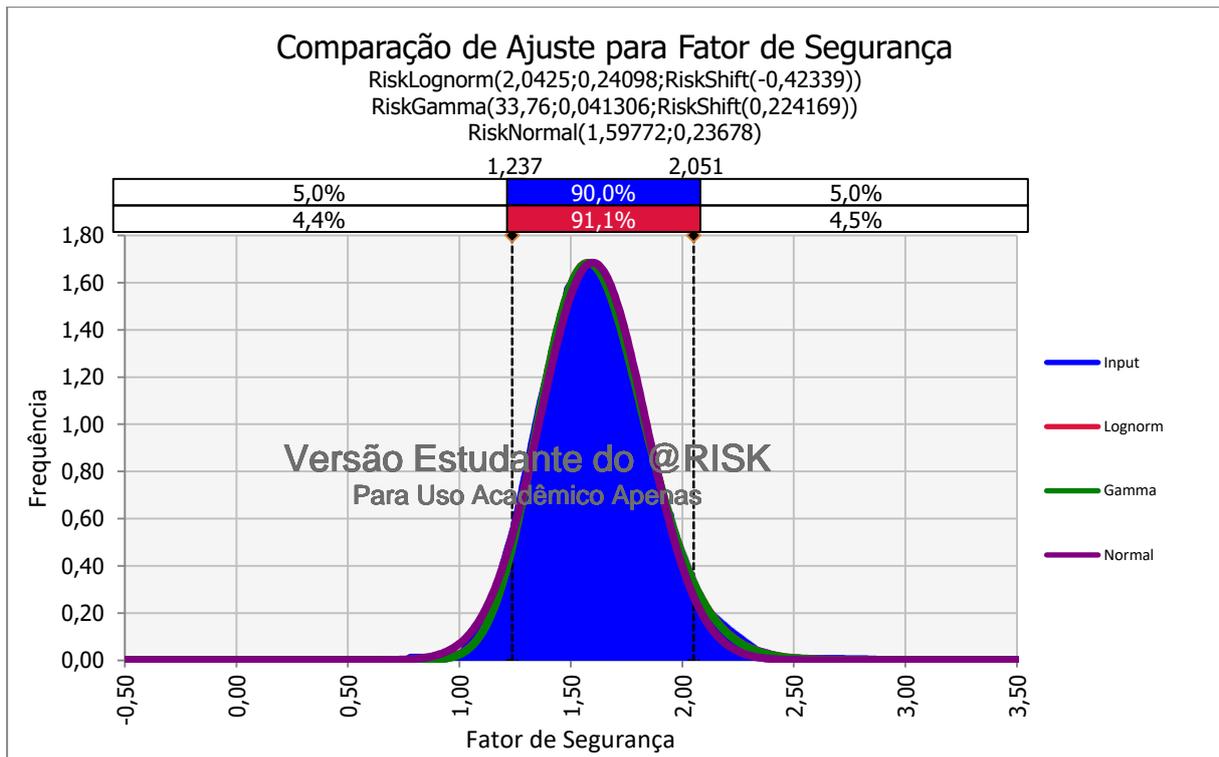


Figura 5.23 Ajuste do histograma de 10.000 tentativas fase de Operação

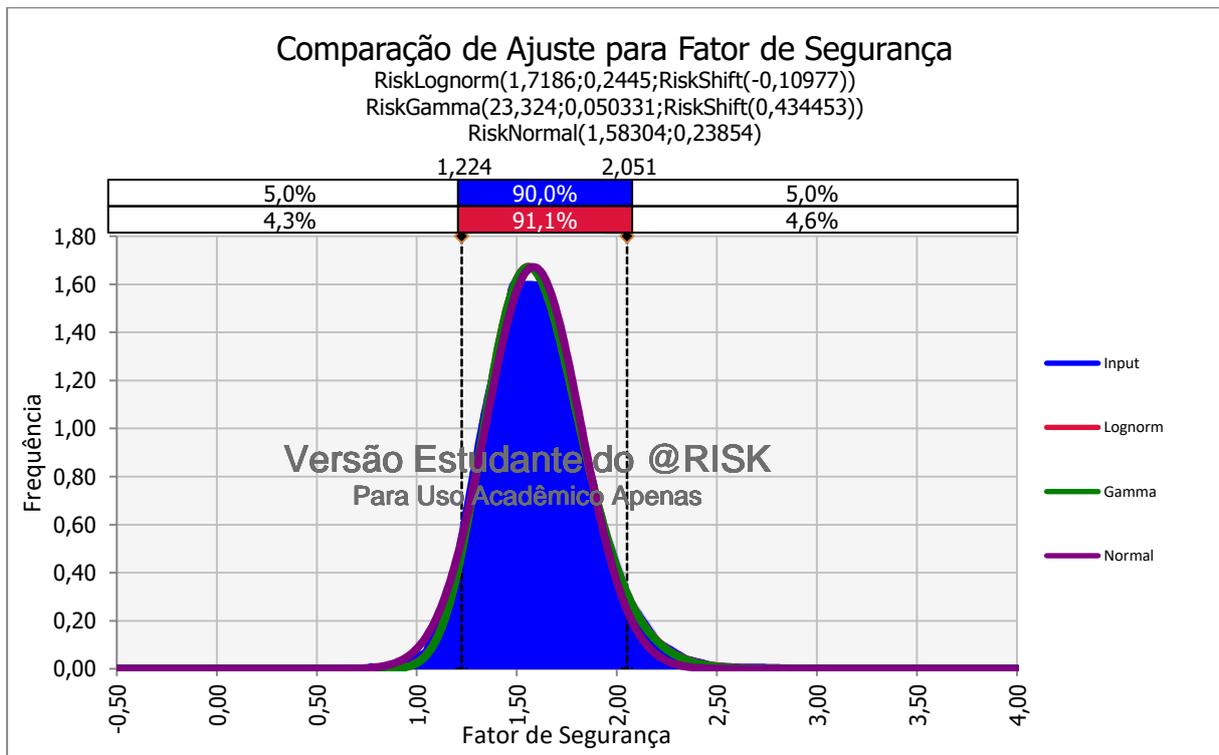


Figura 5.24 Ajuste do histograma de 100.000 tentativas fase de Operação

A Tabela 5.16 apresenta os resultados dos dados estatísticos do ajuste dos histogramas a partir do resultado do MMC da fase de operação por verossimilhança, evidenciando que houve uma diferença nos valores dos momentos estatísticos em relação aos da amostragem, e nos da pf apenas no resultado da log-normal da última análise por MM utilizando os dados do ajuste.

Tabela 5.16 Resultados estatísticos por verossimilhança fase de operação.

100 Tentativas		1000 Tentativas		10.000 Tentativas		100.000 Tentativas	
Média FS	1,641	Média FS	1,608	Média FS	1,598	Média FS	1,583
Desvio Padrão	0,249	Desvio Padrão	0,233	Desvio Padrão	0,237	Desvio Padrão	0,239
Pf Normal	5E-03	Pf Normal	5E-03	Pf Normal	6E-03	Pf Normal	7E-03
Pf Log-normal	7E-04	Pf Log-normal	6E-04	Pf Log-normal	1E-03	Pf Log-normal	1E-03

A Tabela 5.17 apresenta o resumo de todos os resultados de todos os métodos executados, tanto na fase final de construção, quanto na fase de operação. O resumo mostrou que os resultados da probabilidade de falha por meio do método dos momentos têm um resultado coerente para distribuição normal, com pouca diferença entre os resultados e valores menores para os métodos menos confiáveis. No entanto, para a distribuição log normal a variabilidade de resultado foi maior.

Tabela 5.17 Resumo dos resultados de todos os métodos para a barragem de seção mista

Métodos		Pf Normal	Pf Lognormal	Pf direta
Fase Final de construção	FOSM Simples	2E-04	4E-06	NA
	FOSM Duplo	5E-04	2E-05	NA
	PEM mais parâmetros	8E-04	3E-05	NA
	PEM um parâmetro	5E-04	1E-05	NA
	HPEM	1E-03	8E-05	NA
	MMC 5 σ 100.000 tentativas	3E-03	2E-04	2E-03
	MMC 3 σ 100.000 tentativas	2E-03	2E-04	NA
	MMC por verossimilhança	8E-03	1E-03	NA
Fase de operação	FOSM Simples	4E-04	1E-05	NA
	FOSM Duplo	8E-04	4E-05	NA
	PEM mais parâmetros	7E-04	3E-05	NA
	PEM um parâmetro	9E-04	4E-05	NA
	HPEM	2E-03	1E-04	NA
	MMC 5 σ 100.000 tentativas	3E-03	2E-04	2E-03
	MMC 3 σ 100.000 tentativas	2E-03	2E-04	NA
	MMC por verossimilhança	7E-03	1E-03	NA

5.2 BARRAGEM DE REJEITO

Diferentemente da barragem de seção mista, a barragem de rejeito não possui fase de construção e operação distintas. Dessa forma, os dados foram aplicados às análises de estabilidade de taludes levando em consideração o regime permanente, bem como todos os materiais, de modo a utilizar todos os valores médios apresentados na Tabela 4.2. Assim, na geometria apresentada na Figura 4.2, o resultado do fator de segurança foi de 1,9 mediante o método determinístico de equilíbrio limite, apresentado na Figura 5.25.

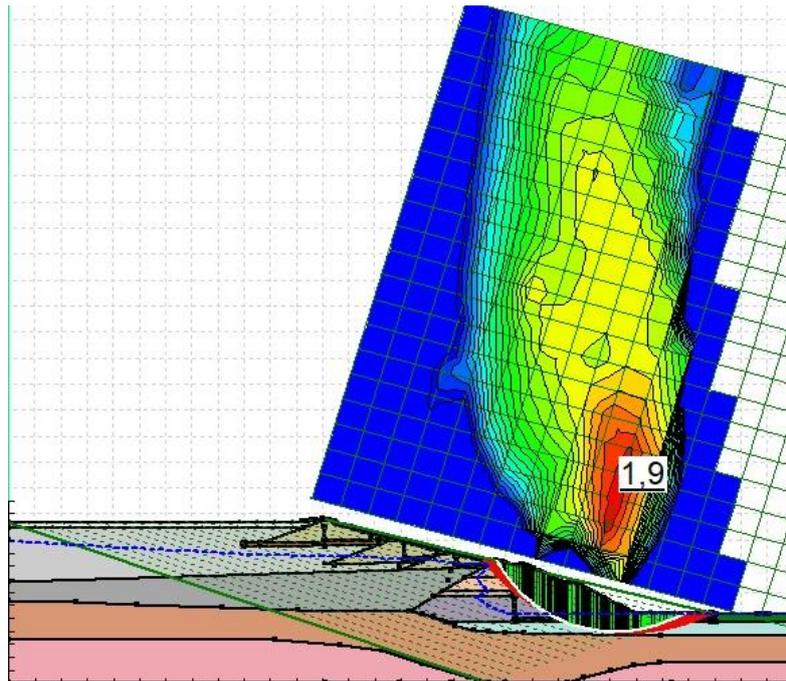


Figura 5.25 Fator de segurança método determinístico da barragem de rejeito

5.2.1 RESULTADO FOSM

A Tabela 5.18 apresenta o cálculo do FOSM Simples e a Tabela 5.19 o cálculo do FOSM Duplo para a barragem de rejeito. O resultado de probabilidade de ruptura por meio do FOSM Simples foi de $2 \cdot 10^{-13}$, considerando a distribuição normal, e de $3 \cdot 10^{-23}$ para a log-normal; enquanto para o FOSM Duplo o valor alcançado foi de $5 \cdot 10^{-14}$ para a distribuição normal e de $2 \cdot 10^{-24}$ para a log-normal.

É válido destacar que outro resultado importante desse método são os pesos de cada variável. No caso da barragem de rejeito, o ângulo de atrito da Fundação A teve cerca de 50%, o ângulo de atrito do Maciço D cerca de 30% e o peso específico Maciço C cerca de 8% de influência no fator de segurança em ambas as análises. A Figura 5.26 apresenta a superfície de ruptura do FOSM, que mostra uma superfície muito semelhante àquela da análise determinística.

Tabela 5.18 FOSM simples da barragem de rejeito

	Média	Desvio Padrão	Delta X	Peso (%)
Alteamentos				
Peso específico(kN/m ³)	17,9	1,074	1,79	0,00
Coesão (kPa)	29	11,6	2,9	0,00
Ângulo de atrito (°)	22	2,2	2,2	0,00
Fundação A				
Peso específico(kN/m ³)	15,1	0,906	1,51	1,35
Coesão (kPa)	3	1,2	0,3	0,05
Ângulo de atrito (°)	27	5,4	2,7	49,63
Fundação B				
Peso específico(kN/m ³)	18,92	1,1352	1,892	0,00
Coesão (kPa)	12	4,8	1,2	0,00
Ângulo de atrito (°)	34	6,8	3,4	0,00
Fundação C				
Peso específico(kN/m ³)	26	1,56	2,6	0,00
Coesão (kPa)	50	20	5	0,00
Ângulo de atrito (°)	35	7	3,5	0,00
Maciço B				
Peso específico(kN/m ³)	19,5	1,17	1,95	2,16
Coesão (kPa)	12	4,8	1,2	0,02
Ângulo de atrito (°)	25,5	5,1	2,55	0,60
Maciço C				
Peso específico(kN/m ³)	22,52	1,3512	2,252	6,93
Coesão (kPa)	12	4,8	1,2	0,02
Ângulo de atrito (°)	35	7	3,5	0,86
Maciço D				
Peso específico(kN/m ³)	20,91	1,2546	2,091	0,73
Coesão (kPa)	51	20,4	5,1	1,94
Ângulo de atrito (°)	35	7	3,5	30,21
Rejeito A				
Peso específico(kN/m ³)	25,84	1,5504	2,584	0,00
Coesão (kPa)	10	4	1	0,00
Ângulo de atrito (°)	34	6,8	3,4	0,00
Rejeito B				
Peso específico(kN/m ³)	25,51	1,5306	2,551	0,00
Coesão (kPa)	10	4	1	0,00
Ângulo de atrito (°)	34	6,8	3,4	0,00
Rejeito C				
Peso específico(kN/m ³)	25,68	1,5408	2,568	0,00
Coesão (kPa)	10	4	1	0,00
Ângulo de atrito (°)	34	6,8	3,4	0,00
Areia				
Peso específico(kN/m ³)	18,3	1,098	1,83	0,01

Coesão (kPa)	1	0,4	0,1	0,00
Ângulo de atrito (°)	30	3	3	1,53
Lastro				
Peso específico(kN/m ³)	21	1,26	2,1	0,00
Coesão (kPa)	14	5,6	1,4	0,00
Ângulo de atrito (°)	23	2,3	2,3	0,00
Brita				
Peso específico(kN/m ³)	20,4	1,224	2,04	2,40
Coesão (kPa)	1	0,4	0,1	0,01
Ângulo de atrito (°)	30	3	3	0,60
Reaterro				
Peso específico(kN/m ³)	13	0,78	1,3	0,86
Coesão (kPa)	11	4,4	1,1	0,02
Ângulo de atrito (°)	33	3,3	3,3	0,05
FS médio	1,936	Pf (Normal)		2E-13
Desvio Padrão FS	0,129	Pf (Log-normal)		3E-23

Tabela 5.19 FOSM duplo da barragem de rejeito

	Médio	Desvio Padrão	Delta X	Peso (%)
Alteamentos				
Peso específico(kN/m ³)	17,9	1,074	1,79	0
Coesão (kPa)	29	11,6	2,9	0
Ângulo de atrito (°)	22	2,2	2,2	0
Fundação A				
Peso específico(kN/m ³)	15,1	0,906	1,51	1,42
Coesão (kPa)	3	1,2	0,3	0,06
Ângulo de atrito (°)	27	5,4	2,7	49,01
Fundação B				
Peso específico(kN/m ³)	18,92	1,1352	1,892	0
Coesão (kPa)	12	4,8	1,2	0
Ângulo de atrito (°)	34	6,8	3,4	0
Fundação C				
Peso específico(kN/m ³)	26	1,56	2,6	0
Coesão (kPa)	50	20	5	0
Ângulo de atrito (°)	35	7	3,5	0
Maciço B				
Peso específico(kN/m ³)	19,5	1,17	1,95	2,53
Coesão (kPa)	12	4,8	1,2	0,01
Ângulo de atrito (°)	25,5	5,1	2,55	0,16
Maciço C				
Peso específico(kN/m ³)	22,52	1,3512	2,252	8,20
Coesão (kPa)	12	4,8	1,2	0,03

Ângulo de atrito (°)	35	7	3,5	0,84
Maciço D				
Peso específico(kN/m ³)	20,91	1,2546	2,091	0,77
Coesão (kPa)	51	20,4	5,1	1,94
Ângulo de atrito (°)	35	7	3,5	29,70
Rejeito A				
Peso específico(kN/m ³)	25,84	1,5504	2,584	0
Coesão (kPa)	10	4	1	0
Ângulo de atrito (°)	34	6,8	3,4	0
Rejeito B				
Peso específico(kN/m ³)	25,51	1,5306	2,551	0
Coesão (kPa)	10	4	1	0
Ângulo de atrito (°)	34	6,8	3,4	0
Rejeito C				
Peso específico(kN/m ³)	25,68	1,5408	2,568	0
Coesão (kPa)	10	4	1	0
Ângulo de atrito (°)	34	6,8	3,4	0
Areia				
Peso específico(kN/m ³)	18,3	1,098	1,83	0,01
Coesão (kPa)	1	0,4	0,1	0,00
Ângulo de atrito (°)	30	3	3	1,52
Lastro				
Peso específico(kN/m ³)	21	1,26	2,1	0
Coesão (kPa)	14	5,6	1,4	0
Ângulo de atrito (°)	23	2,3	2,3	0
Brita				
Peso específico(kN/m ³)	20,4	1,224	2,04	2,41
Coesão (kPa)	1	0,4	0,1	0,00
Ângulo de atrito (°)	30	3	3	0,51
Reaterro				
Peso específico(kN/m ³)	13	0,78	1,3	0,84
Coesão (kPa)	11	4,4	1,1	0,01
Ângulo de atrito (°)	33	3,3	3,3	0,04
FS médio	1,936	Pf (Normal)		5E-14
Desvio Padrão FS	0,126	Pf (Log-normal)		2E-24

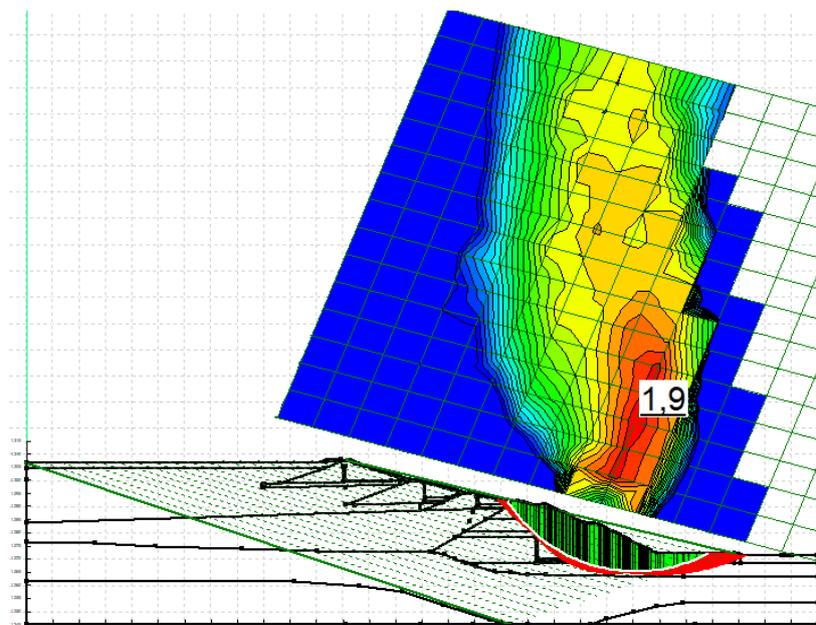


Figura 5.26 Superfície de ruptura FOSM barragem de rejeito

5.2.2 RESULTADO PEM

Para o PEM, o processo utilizado é o mesmo da barragem de seção mista, ou seja, consideram-se as variáveis mais relevantes do FOSM a serem aplicadas no método. Na Tabela 5.20 foram utilizadas as três variáveis mais significativas ao problema, obtendo-se a probabilidade de ruptura de $2 \cdot 10^{-5}$, considerando a distribuição normal, e de $2 \cdot 10^{-8}$ para a log-normal.

Este valor de probabilidade de falha do PEM não foi coerente com o encontrado no FOSM, devido à quantidade de parâmetros e materiais do problema e, conseqüentemente, à desconsideração das variáveis para a execução do método, que interferiu diretamente no resultado. Além do mais, o incremento aplicado no FOSM é menor do que a maioria dos incrementos aplicados no PEM. Nesse sentido, a superfície de ruptura do PEM é muito diferente, como apresentado na Figura 5.27, ele abrange mais materiais que o FOSM.

Tabela 5.20 PEM barragem de rejeito

Parâmetros		Médios	Desvio Padrão	P+	P-
Fundação	Ângulo de Atrito (°)	27	5,4	32,4	21,6
Maciço C	Peso Específico (kN/m ³)	22,52	1,3512	23,871	21,168
Maciço D	Ângulo de Atrito (°)	35	7	42	28
FS médio				1,885	
Desvio Padrão FS				0,2160	
Pf (Normal)				2E-05	
Pf (Log-normal)				2E-08	

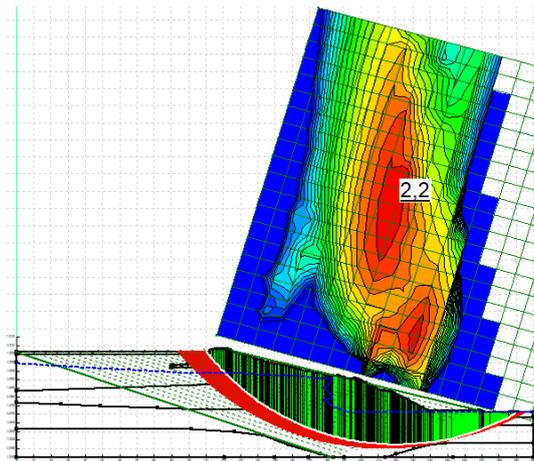


Figura 5.27 Superfície de ruptura PEM rejeito

5.2.3 RESULTADO HPEM

Assim como foi realizado para a barragem de seção mista, o método HPEM foi aplicado às variáveis mais relevantes. O resultado está apresentado na Tabela 5.21, em que foi determinada a probabilidade de ruptura de $6 \cdot 10^{-5}$, considerando a distribuição normal, e de $1 \cdot 10^{-7}$ para a log-normal. Tendo isso em vista, o resultado de probabilidade de ruptura foi coerente com o PEM, contudo muito distante do resultado do FOSM.

Esse método tem como resultado a sensibilidade dos parâmetros no fator de segurança. Dessa forma, apresentou-se o ângulo de atrito da Fundação A como o primeiro parâmetro de sensibilidade, em segundo lugar, o ângulo de atrito do Maciço D, em terceiro, a coesão do Maciço C e, em quarto, o ângulo de atrito do Maciço C, coerente com o resultado do FOSM, com exceção dos dois últimos parâmetros mais relevantes.

Tabela 5.21 HPEM para barragem de rejeito

Parâmetros		X+	X-	Parâmetro	Influência
Fundação A	Peso específico	16,006	14,194	FA(φ +	0,476
	Ângulo de atrito	32,4	21,6	MD(φ +	0,299
Maciço B	Peso específico	20,67	18,33	MD(C+	0,167
Maciço C	Peso específico	23,8712	21,1688	MC(φ +	0,070
	Ângulo de atrito	42	28	MC(γ +	0,053
Maciço D	Peso Específico	22,1646	19,6554	FA(γ +	0,042
	Coesão	71,4	30,6	Br(γ +	0,041
	Ângulo de atrito	42	28	Ar(φ +	0,035
Areia	Ângulo de atrito	33	27	MB(γ +	0,032
Brita	Peso Específico	21,624	19,176	Re(γ +	0,028
	Ângulo de atrito	33	27	Br(φ +	0,021
Reaterro	Peso específico	13,78	12,22	MD(γ +	0,005
Média FS		1,901	Pf (Normal)		6E-05
Desvio Padrão FS		0,233	Pf (Log-normal)		1E-07

5.2.4 RESULTADO MMC

Assim como na barragem de de seção mista, para as simulações de Monte Carlo foram realizadas simulações que consideram os parâmetros com maior influência no resultado do FOSM, ou seja, os mesmos utilizados para a análise do PEM, tais como: o ângulo de atrito da Fundação A, o peso específico do Maciço C e o ângulo de atrito do Maciço D.

Os resultados dessas simulações, com o truncamento de cinco desvios padrões (5σ) das distribuições dos parâmetros de entrada, estão na Tabela 5.22. De forma que os dados finais de probabilidade de ruptura estão entre $1 e 3.10^{-4}$ para a distribuição normal, e de $3.10^{-7} a 1.10^{-6}$ para a distribuição log-normal, enquanto tentativas menores que um resultam em 1.10^{-3} . A Figura 5.28 apresenta a convergência dos resultados de probabilidades de ruptura em relação ao número de tentativas.

Tabela 5.22 MMC barragem de rejeito com truncamento de 5σ

100 Tentativas		1000 Tentativas		10.000 Tentativas		100.000 Tentativas	
Média FS	1,941	Média FS	1,918	Média FS	1,916	Média FS	1,917
Índice de confiança	3,675	Índice de confiança	3,452	Índice de confiança	3,493	Índice de confiança	3,489
Tentativas FS<1 (%)	0,000	Tentativas FS<1 (%)	0,100	Tentativas FS<1 (%)	0,130	Tentativas FS<1 (%)	0,072
Desvio Padrão	0,256	Desvio Padrão	0,266	Desvio Padrão	0,262	Desvio Padrão	0,263
Menor FS	1,264	Menor FS	0,957	Menor FS	0,835	Menor FS	0,754
Maior FS	2,518	Maior FS	3,003	Maior FS	3,259	Maior FS	3,658
Número de tentativas	100,000	Número de tentativas	1000,000	Número de tentativas	10.000	Número de tentativas	100.000
Pf Normal	1E-04	Pf Normal	3E-04	Pf Normal	2E-04	Pf Normal	2E-04
Pf Log-normal	3E-07	Pf Log-normal	2E-06	Pf Log-normal	1E-06	Pf Log-normal	1E-06

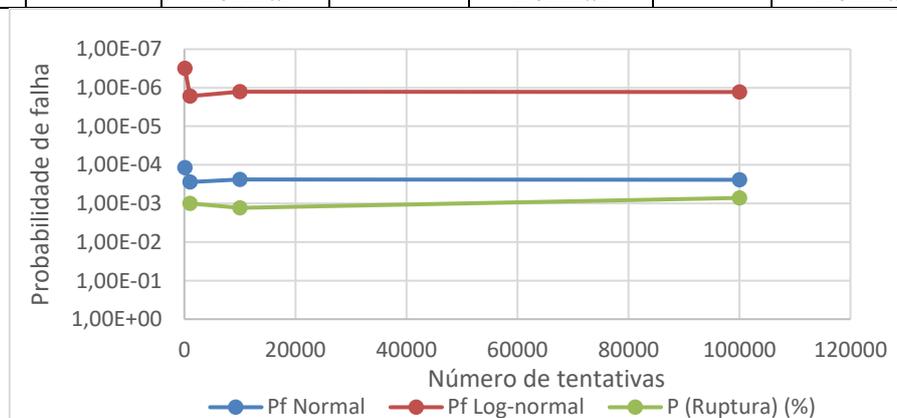


Figura 5.28 Convergência da probabilidade de falha da barragem de rejeito 5σ

A Tabela 5.23 apresenta os dados da avaliação realizada pelo MMC do truncamento de três desvios padrões (3σ) para cada lado das distribuições dos dados de entrada, o que resultou em probabilidades de ruptura de $1 a 2 \cdot 10^{-4}$ para a distribuição normal, e de $2 a 9 \cdot 10^{-7}$ para a distribuição log-normal. Em contrapartida, tentativas menores que um não foram encontradas pelo *software*. Desse modo, a Figura 5.29 apresenta a convergência da probabilidade de falha em relação ao número de tentativas.

Assim como nos resultados do MMC com truncamento de três desvios padrões da barragem de seção mista, os resultados da probabilidade de ruptura, alcançados por meio do método dos momentos, foram muito similares aos de cinco desvios padrões e aos do PEM e de HPEM. Além disso, não se obteve nenhuma ocorrência em relação às tentativas com resultado menor que um, o que possibilita a constatação de que são os extremos das distribuições dos dados de entrada que acarretam nos resultados dessas tentativas.

Tabela 5.23 MMC barragem de rejeito com truncamento de 3σ

100 Tentativas		1000 Tentativas		10.000 Tentativas		100.000 Tentativas	
Média FS	1,941	Média FS	1,918	Média FS	1,917	Média FS	1,917
Índice de confiança	3,707	Índice de confiança	3,537	Índice de confiança	3,581	Índice de confiança	3,570
Tentativas FS<1 (%)	0,000	Tentativas FS<1 (%)	0,000	Tentativas FS<1 (%)	0,000	Tentativas FS<1 (%)	0,000
Desvio Padrão	0,254	Desvio Padrão	0,260	Desvio Padrão	0,256	Desvio Padrão	0,257
Menor FS	1,279	Menor FS	1,127	Menor FS	1,061	Menor FS	1,077
Maior FS	2,512	Maior FS	2,800	Maior FS	2,869	Maior FS	3,062
Número de tentativas	100,000	Número de tentativas	1000,000	Número de tentativas	10.000	Número de tentativas	100.000
Pf Normal	1E-04	Pf Normal	2E-04	Pf Normal	2E-04	Pf Normal	2E-04
Pf Log-normal	2E-07	Pf Log-normal	9E-07	Pf Log-normal	7E-07	Pf Log-normal	7E-07

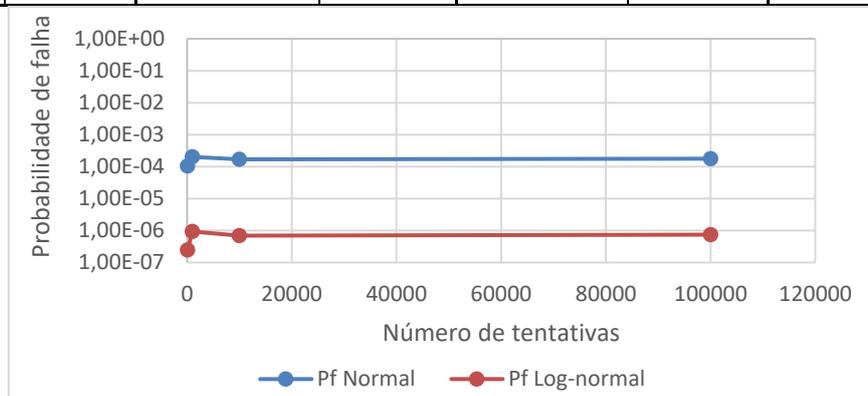


Figura 5.29 Convergência da probabilidade de falha da barragem de rejeito 3σ

As Figuras de 5.30 a 5.33 apresentam os histogramas oriundos dos resultados do MMC da barragem de rejeito e da comparação da análise com truncamento de cinco desvios padrões e com três desvios padrões. Elas mostram que quando maior o número de tentativas, mais suave se torna o resultado e, também, apontam que a diferença dos histogramas de cinco desvios padrões e de três desvios padrões está na amplitude do FS.

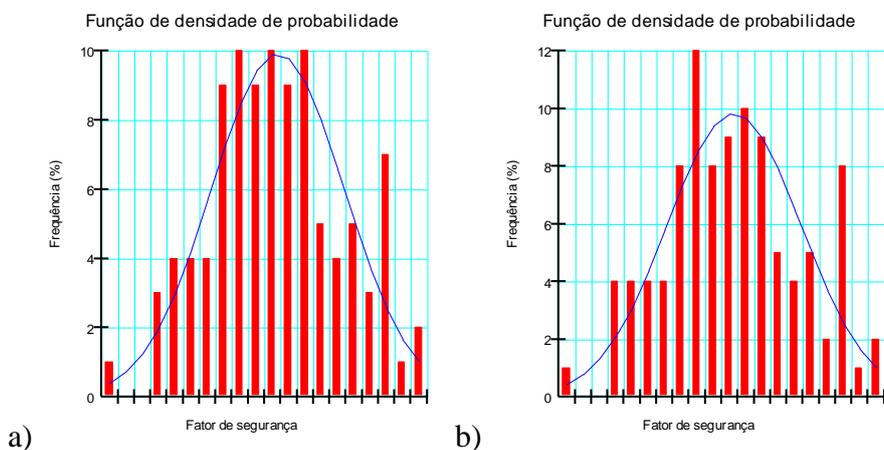


Figura 5.30 Histogramas do FS para 100 tentativas da barragem de rejeito a) 5σ b) 3σ

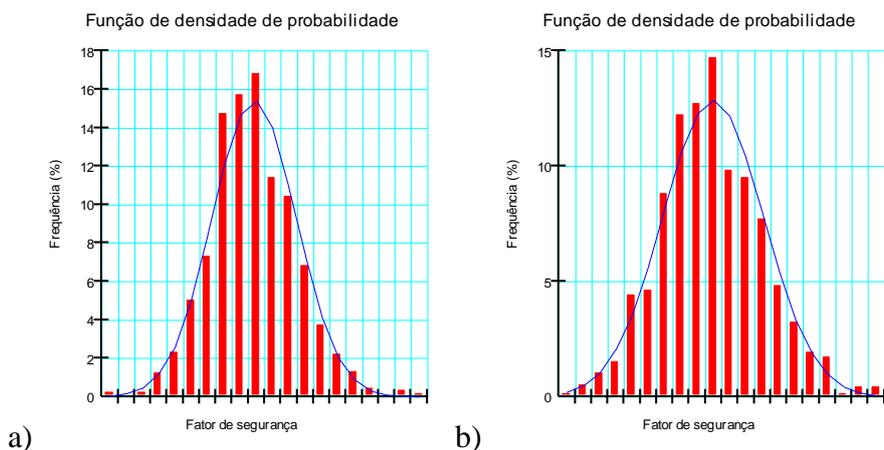


Figura 5.31 Histogramas do FS para 1.000 tentativas da barragem de rejeito a) 5σ b) 3σ

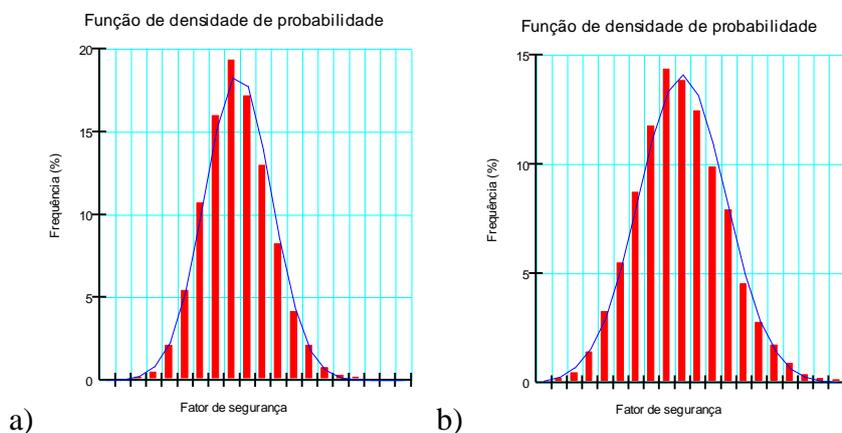


Figura 5.32 Histogramas do FS para 10.000 tentativas da barragem de rejeito a) 5σ b) 3σ

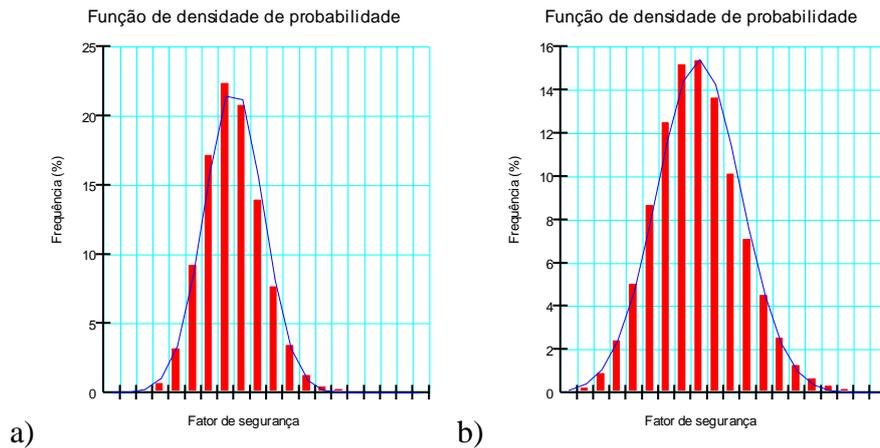


Figura 5.33 Histograma do FS para 100.000 tentativas da barragem de rejeito a) 5σ b) 3σ

As Figuras de 5.34 a 5.37 apresentam os ajustes dos histogramas dos resultados do MMC da barragem de rejeito com truncamento de cinco desvios padrões, utilizando as distribuições que, fisicamente, melhor se adequam aos fatores de segurança Gamma, log-normal e normal. Os dois primeiros histogramas se adaptaram a todas, tendo a log-normal o melhor ajuste. Todavia, o histograma de 10.000 tentativas se adequou apenas à normal, enquanto no caso do de 100.000 tentativas a log-normal não foi apropriada e a Gamma foi a que melhor se adaptou.

Em todos os casos, o fato de uma das distribuições não se adaptar ao histograma ocorre devido a uma grande quantidade de valores negativos não desconsideráveis. Dessa forma, assim como nas outras análises, a distribuição normal pode ser a melhor opção para o ajuste do fator de segurança, pois, em geral, a diferença é pequena em relação às demais distribuições, sendo mais bem compreendida pela comunidade técnica e, portanto, a que acarretará em menor probabilidade de erro de utilização.

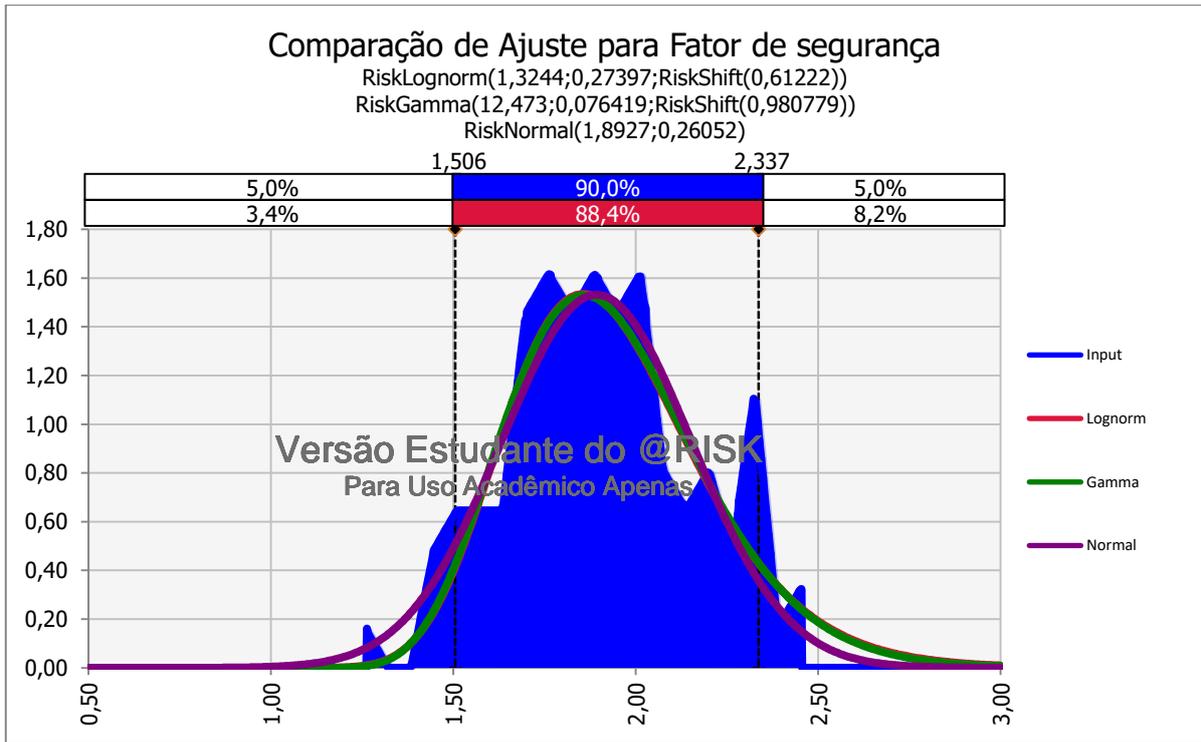


Figura 5.34 Ajuste do histograma de 100 tentativas da barragem de rejeito.

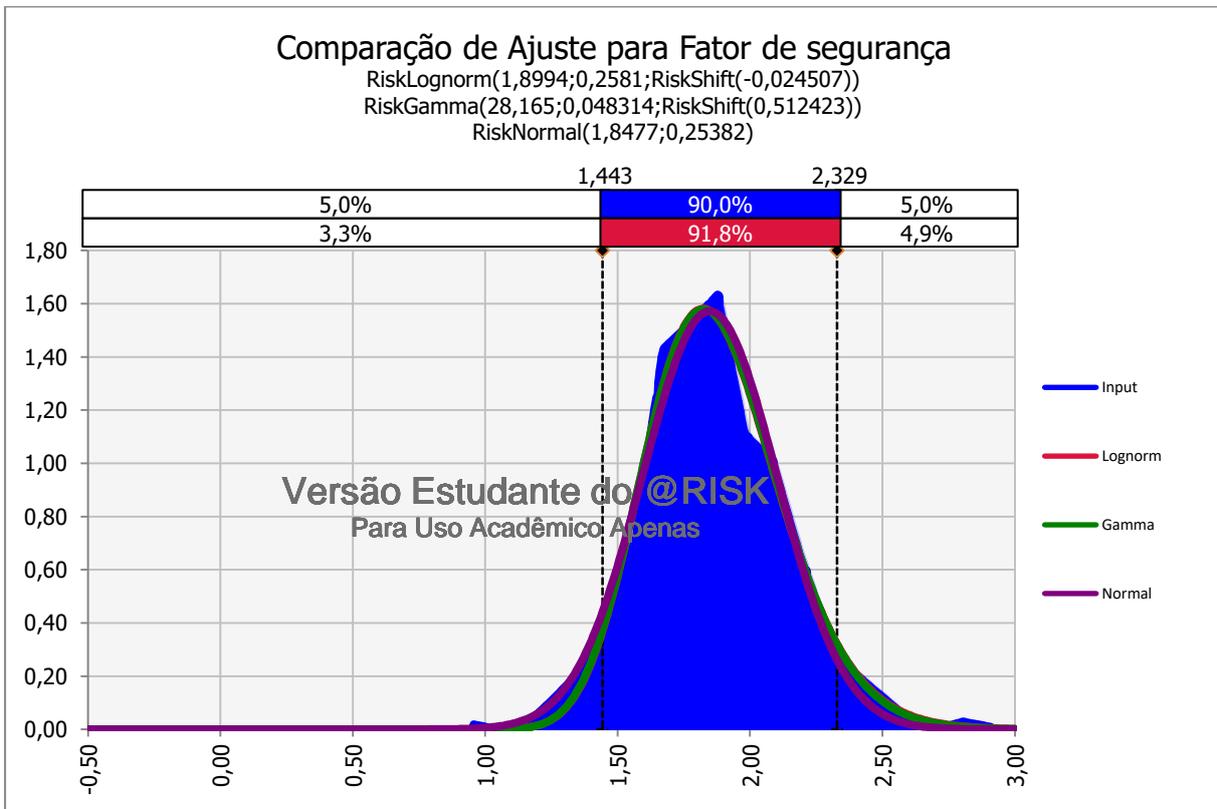


Figura 5.35 Ajuste do histograma de 1.000 tentativas da barragem de rejeito.

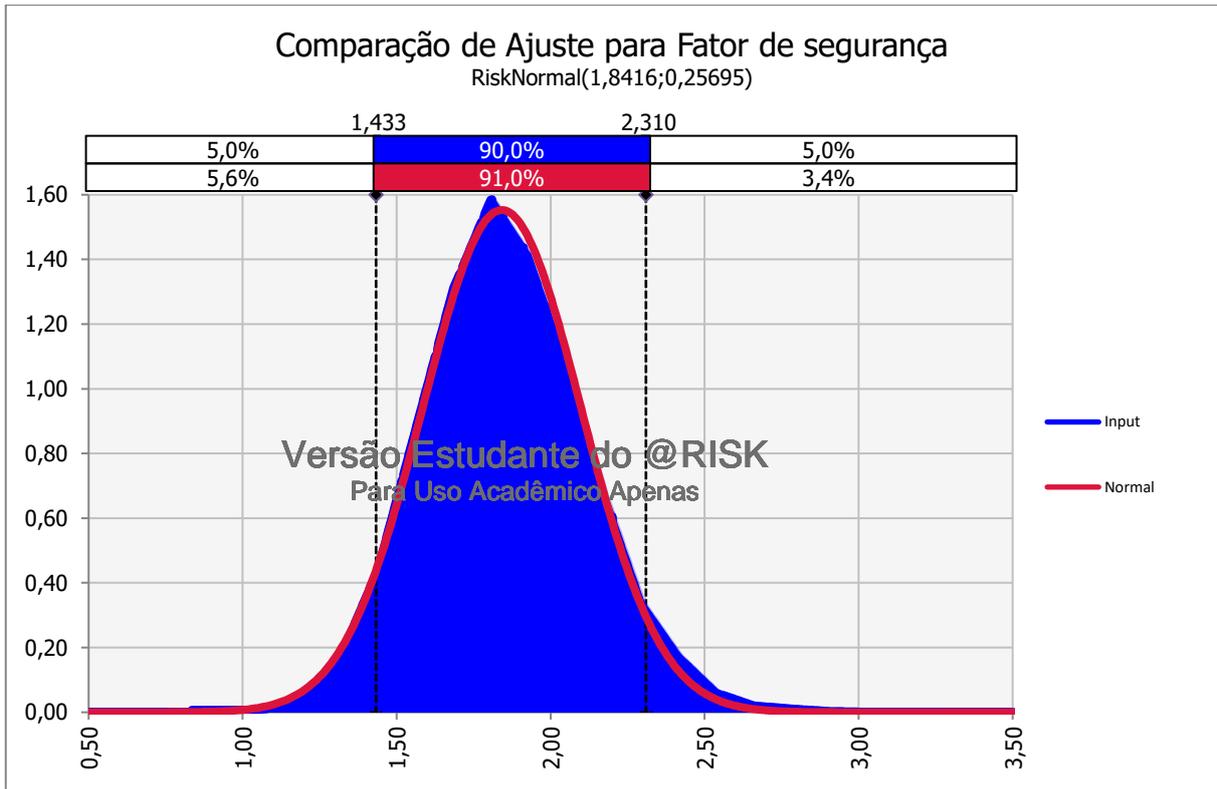


Figura 5.36 Ajuste do histograma de 10.000 tentativas da barragem de rejeito.

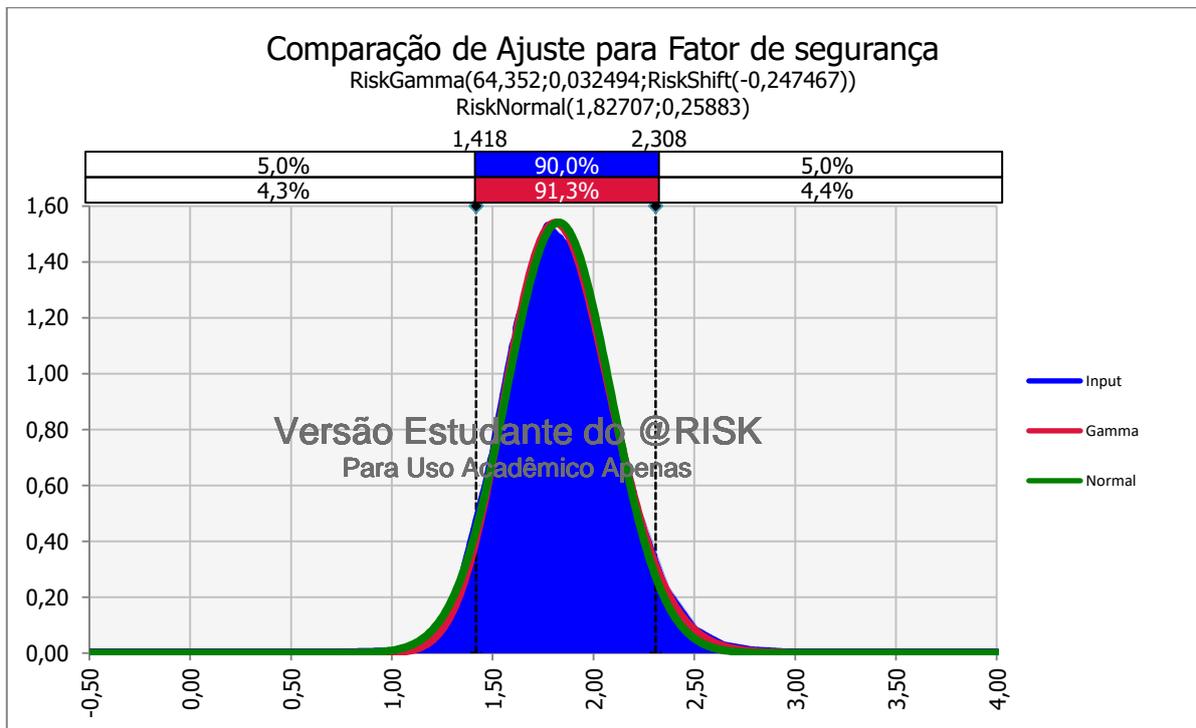


Figura 5.37 Ajuste do histograma de 100.000 tentativas da barragem de rejeito.

A Tabela 5.24 indica os resultados estatísticos do ajuste dos histogramas advindos do MMC da barragem de rejeito por verossimilhança, evidenciando que houve diferenças nos dados estatísticos em relação aos da amostragem e na pf do resultado da log-normal do primeiro, o que caracteriza uma análise não muito confiável.

Tabela 5.24 Resultados estatísticos por verossimilhança da barragem de rejeito.

100 Tentativas		1000 Tentativas		10.000 Tentativas		100.000 Tentativas	
Média FS	1,893	Média FS	1,848	Média FS	1,842	Média FS	1,827
Desvio Padrão	0,261	Desvio Padrão	0,254	Desvio Padrão	0,257	Desvio Padrão	0,259
Pf Normal	3E-04	Pf Normal	4E-04	Pf Normal	5E-04	Pf Normal	7E-04
Pf Log-normal	2E-06	Pf Log-normal	5E-06	Pf Log-normal	7E-06	Pf Log-normal	1E-05

Consequentemente, o resultado do HPEM indica que os parâmetros relevantes não coincidiram totalmente com os do FOSM; por isso, executou-se a análise MMC com os quatro principais parâmetros apresentados no resultado do HPEM: o ângulo de atritos da Fundação A, o Maciço C e D e a coesão do Maciço D. Nesses parâmetros, o número de tentativas foi o mesmo dos anteriores e os resultados compõem a Tabela 5.25.

Tabela 5.25 MMC da barragem de rejeito para parâmetros relevantes do HPEM

100 Tentativas		1000 Tentativas		10.000 Tentativas		100.000 Tentativas	
Média FS	1,955	Média FS	1,928	Média FS	1,927	Média FS	1,928
Índice de confiança	3,721	Índice de confiança	3,506	Índice de confiança	3,548	Índice de confiança	3,537
Tentativas FS<1 (%)	0,000	Tentativas FS<1 (%)	0,100	Tentativas FS<1 (%)	0,110	Tentativas FS<1 (%)	0,066
Desvio Padrão	0,257	Desvio Padrão	0,265	Desvio Padrão	0,261	Desvio Padrão	0,262
Menor FS	1,270	Menor FS	0,947	Menor FS	0,855	Menor FS	0,755
Maior FS	2,517	Maior FS	3,014	Maior FS	3,261	Maior FS	3,613
Número de tentativas	100,000	Número de tentativas	1000,000	Número de tentativas	10.000	Número de tentativas	100.000
Pf Normal	1E-04	Pf Normal	2E-04	Pf Normal	2E-04	Pf Normal	2E-04
Pf Log-normal	2E-07	Pf Log-normal	1E-06	Pf Log-normal	8E-07	Pf Log-normal	9E-07

A Tabela 5.24 apresenta os resultados do MMC para parâmetros mais relevantes do HPEM com o truncamento de cinco desvios padrões para cada lado das distribuições dos dados de entrada,

o que determinou a probabilidade de ruptura de $1 a 2.10^{-4}$ para a distribuição normal e de 1.10^{-6} para a distribuição log-normal, enquanto que as tentativas menores que um encontraram o valor de 1.10^{-3} . De modo que esses resultados são muito semelhantes à primeira análise de MMC da barragem de rejeito.

A Tabela 5.26 apresenta o resumo dos resultados de todos os métodos probabilísticos aplicados a barragem de rejeito, mostrando que a principal discrepância é em relação ao método FOSM e os demais, enquanto os outros métodos entre si não apresentam tanta discrepância.

Tabela 5.26 Resumo dos resultados de todos os métodos para a barragem de rejeito

	Pf Normal	Pf Lognormal	Pf direta
FOSM Simples	2E-13	3E-23	NA
FOSM Duplo	5E-14	2E-24	NA
PEM	2E-05	2E-08	NA
HPEM	6E-05	1E-07	NA
MMC 5σ 100.000 tentativas	2E-04	1E-06	7E-04
MMC 3σ 100.000 tentativas	2E-04	7E-07	NA
MMC por verossimilhança	7E-04	1E-05	NA
MMC para HPEM	2E-04	9E-07	7E-04

6 CONCLUSÃO

Conclui-se, com esta pesquisa, que os resultados do FOSM simples e do duplo, para ambas as barragens, obtiveram pouca diferença em relação à análise de probabilidade de ruptura, considerando a ordem de grandeza. No entanto, quanto à análise de pesos, os resultados dos parâmetros que têm maior influência, com exceção do primeiro parâmetro, foram diferentes. Assim, o FOSM Duplo apresentou um resultado mais confiável, uma vez que desconsidera os parâmetros que têm influência apenas no acréscimo da variável.

Nesse sentido, a barragem de rejeito, por ter uma grande quantidade de materiais, dispõe de uma variedade de parâmetros; e tal fato permitiu a ocorrência de uma discrepância entre os resultados da probabilidade de falha do FOSM e dos demais métodos. Como evidenciado no Capítulo 3, o FOSM é o método menos preciso, cujo incremento é de apenas 10% e, por conseguinte, menor que a maioria dos desvios padrões dos parâmetros. Por esse motivo, o resultado do FOSM foi tão inferior, em relação à probabilidade de ruptura, quando comparado com os demais métodos, que pode levar a resultados de probabilidade de ruptura equivocados.

Por sua vez, o PEM foi considerado um método mais confiável que o FOSM, visto que utilizou, como incremento, a dispersão da variável, apontando para uma maior probabilidade de falha da barragem de rejeito. Além disso, esse método também foi mais exato, porque usou apenas os parâmetros mais relevantes e desconsiderou aqueles com pouca interferência na probabilidade de ruptura. Já os resultados para a barragem de seção mista mostraram que, para problemas com poucos parâmetros, a diferença do FOSM e do PEM foi menos expressiva, visto que a ordem da grandeza é a mesma nesses dados finais. Isto é: no FOSM, a utilização de apenas um parâmetro representou mais de 90% do peso de seu resultado; de modo que no PEM, a aplicação desse parâmetro resultou na mesma probabilidade de ruptura dos demais, segundo a ordem de grandeza.

Além disso, os resultados do HPEM para ambas as barragens foram coerentes com as anteriores em relação à probabilidade de ruptura, com exceção ao FOSM da barragem de rejeito. O resultado do parâmetro de maior sensibilidade foi coerente com os resultados do FOSM. Contudo, os demais parâmetros relevantes não se assemelharam devido ao incremento do HPEM, que é um desvio padrão diferente ao do FOSM, o qual modificou a ordem dos demais parâmetros relevantes e as diferenças de sensibilidade entre eles.

Nessa perspectiva, o MMC para os dois tipos de barragem evidenciou que os dados finais das análises se aproximam mais do resultado da probabilidade de ruptura direto ao resultado por meio do método dos momentos da distribuição normal. Dito isso, cabe pontuar que os resultados do truncamento de três desvios padrões acarretaram no mesmo resultado de probabilidade de ruptura do método dos momentos, porém causaram a desconsideração das tentativas com o resultado menor que um.

Em relação aos ajustes por verossimilhança dos histogramas do MMC, identificou-se que, por mais que a distribuição normal não tenha sido o melhor ajuste em todas as análises, ela foi adequada para todos os casos, diferentemente da log-normal e da Gamma, que não se ajustaram a alguns. Além do que, para simulações acima de 1000 tentativas, a diferença das distribuições era pequena, demonstrando que a distribuição normal, por ser a mais conhecida pela comunidade técnica, é a mais apropriada para o ajuste do fator de segurança, já que acarretará em menor chance de erro.

Tendo em vista que o histograma do maior número de tentativas é o mais correto e que melhor se adapta à distribuição log-normal, deve-se salientar que os dados estatísticos do resultado do ajuste por verossimilhança são diferentes da amostragem, causando diferença nos dados conclusivos da probabilidade de ruptura. Por essa razão, deve-se ter cautela na utilização da distribuição log-normal com os dados estatísticos da amostragem, visto que erros na probabilidade de ruptura podem ser gerados.

A partir dos resultados dos métodos, pode-se concluir que quando há poucos parâmetros o método FOSM será o mais indicado, exatamente por ser de fácil execução e por apresentar resultados interessantes. Todavia, para problemas com muitas variáveis, o método FOSM pode acarretar em um resultado erroneamente muito inferior; portanto, os demais métodos seriam mais apropriados. O HPEM dos demais método é o mais simples de ser aplicado, mais confiável que o FOSM; e, embora, utilize o mesmo incremento de iterações, é mais aplicável que o PEM. Levando em consideração os problemas que requerem mais exatidão, o ideal é a utilização do MMC. Entretanto, para a aplicação desse método de forma variável, é necessário tentar diminuir o número de variáveis, considerando apenas as mais relevantes, como, também, minorar o número de rodadas de acordo com a convergência de resultados, devido a capacidade computacional.

6.1 RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHO FUTUROS

Em síntese, para trabalhos futuros, recomenda-se a realização da análise do truncamento de outras quantidades de desvio padrão de modo a aperfeiçoar os resultados. Além disso, é necessário executar a análise probabilística de probabilidade de ruptura devido à erosão interna (*piping*), cismo, galgamento (*overtopping*), liquefação, entre outros, utilizando as árvores de eventos e as árvores de falha combinar todos os tipos de falha. Recomenda-se também o emprego do MMC do @RISK para a análise probabilística de problemas que possuem solução analítica. Além disso, aplicar a análise para outros métodos de cálculo de Fator de Segurança e analisar se o comportamento do resultado final é o mesmo. Executar os métodos considerando análise acoplada, além do regime permanente e analisar nesses casos se existem outros parâmetros que influencia no resultado.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AGÊNCIA NACIONAL DE ÁGUAS (2011). Análise e Gestão de Risco. Curso de Segurança de Barragens, Agência Nacional de Águas, Brasil, 77 p.

ANG, A. H.-S. & TANG, W. H. (1975). Probability Concepts in Engineering Planning and Design. John Wiley & Sons, Toronto, Canadá, 2 vol, 409 p.

ANG, A. H.-S. & TANG, W. H. (1984). Probability Concepts in Engineering Planning and Design. John Wiley & Sons, Toronto, Canadá, 2 vol, 561 p.

ASSIS, A. P. (2018). Métodos Estatísticos e Probabilísticos Aplicados a Geotecnia. Universidade de Brasília – Departamento de Engenharia Civil e Ambiental / FT – Geotecnia, Brasília, 278 p.

AZIMIAN, A., (2017). Application of statistical methods for predicting uniaxial compressive strength of limestone rocks using nondestructive tests. Acta Geotechnica, 12: 321-333.

BAECHER, G. B. & CHRISTIAN, J. T. (2003). Reliability and Statistics in Geotechnical Engineering. Wiley, Chichester, England, 605 p.

BATISTA, R. (2019). O Estado de São Paulo. Disponível em: https://brasil.estadao.com.br/noticias/geral,estabilidade-da-barragem-de-brumadinho-estava-no-limite-da-seguranca-aponta-relatorio-de-empresa,70002707645?utm_source=estadao:whatsapp&utm_medium=link
Acesso em 26 Fevereiro 2019.

BECKER, D. E. (1996). Eighteenth Canadian geotechnical colloquium: limit states design for foundations. Part I. An overview of the foundation design process. Journal Canadian Geotechnical. 33: 956-983.

CHRISTIAN, J. T. (2004). Geotechnical engineering reliability: how well do we know what we are doing?. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, pp. 985-1003.

CHRISTIAN, J. T. & BAECHER, G. B. (1999). Point-estimate method as numerical quadrature. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, pp. 779-786.

CLOETA, G. C., RETIEF, J. V. & VILJOEN, C. (2016). A rational quantitative optimal approach to dam safety risk reduction. Civil Engineering and Environmental Systems, 33(2): 85-105.

DUNCAN, M. (2000). Factors of safety and reliability in geotechnical engineering. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, pp. 307-316.

ELKATEB, T., CHALATURNYK, R. & ROBERTSON, P. (2003). An overview of soil heterogeneity: quantification and implications on geotechnical field problems. *Canadian Geotechnical Journal*, 40: 1-15.

ESPOSITO, T. J., & ASSIS, A. P. (2018). Métodos Probabilísticos: Capítulo 5, Gestão de Risco - Teoria e Prática (Assis, A. P. , Franciss, P. O. & Rabequini, R.) in publicação.

FARIAS, M.M. & ASSIS, A.P. (1998). Uma comparação entre métodos probabilísticos aplicados à estabilidade de taludes. XI Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos e Engenharia Geotécnica – XI COBRAMSEG. ABMS, Brasília, DF, 2: 1305 – 1313.

FEMA (2015). Federal Guidelines for Dam Safety Risk Management. FEMA, 39 p.

FENTON, G. A. & GRIFFITHS, D. V. (2008). Risk Assessment. Wiley, New Jersey, United States of America, 461 p.

FRANCO, V. H., GITIRANA Jr, G. F. N., ASSIS, A. P. (2019). Probabilistic assessment of tunneling-induced building damage. *Computers and Geotechnics*, 113: 1-15

GE, H., TU, J. & QIN, F. (2011). Analysis of slope stability with first order second moment method. *International Journal of Digital Content Technology and its Applications*, 5(12): 445-451.

GEO-SLOPE (2012). Stability Modeling with SLOPE/W. GEO-SLOPE Internacional Ltd., Calgary, Alberta, Canada, 238 p.

GITIRANA, G. F. N. (2005). Weather-Related Geo-Hazard Assessment Model for Railway Embankment Stability. Thesis for the Degree of Doctor of Philosophy in the Department of Civil and Geological Engineering, University of Saskatchewan, Saskatoon, Saskatchewan, Canadá, 411 p.

GOOSSENS, L. H. J., COOKE, R. M. (1997). Applications of some risk assessment techniques: Formal expert judgment and accident sequence precursors. *Safety Science*, Netherlands, 26(1/2): 35-47.

GRIFFITHS, D. V., FENTON, G. A. & TVETEN, D. E. (2002). Probabilistic geotechnical analysis: how difficult does it need to be?. *International Conference on Probabilistic Geotechnics Technical and Economic Risk Estimation*, Graz, Austria, pp. 3-20.

HAMMAH, R., YACOUB, T. & CURRAN, J. (2010). The influence of correlation and distribution truncation on slope stability analysis results. *Rocscience*.

HARR, M. E. (1987). *Reability-Based Design in Civil Engineering*. McGraw-Hill Book Company, New York, United States of America, 209 p.

JAMES, F. (1980). Monte carlo theory and practice. *Reports on Progress in Physics*, 43: 1146-1189.

KHAN, F. RATHNAYAKA, S. AHMED, S. (2015). Methods and models in process safety and risk management: Past, present and future. *Process Safety and Environmental Protection* 98: 116-147.

KORVER, B. (1994). The Monte Carlo method and software reliability theory. TR 94-1.

LEVINE, D. M., STEPHAN, D., KREHBIEL, T. C., BERENSON, M. L., CURTOLO, E. B., SOUZA, T. C. P. (2005). *Estatística - Teoria e Aplicação Usando o Microsoft Excel em Português*. LTC - Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., Rio de Janiero, RJ, 819 p.

LIMA, F. N., NAGHETTINI, M. & ESPÓSITO, T. (2013). Aplicação do Método de Árvore de Falhas (FTA) para a Aplicação da Probabilidade de Falha das Comportas do Vertedouro de uma Barragem. *Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos*, ABRH, Bento Gonçalves, RS, pp. 1-8.

LUMB, P. (1966). The variability of natural soils. *Canadian Geotechnical Journal*. 2: 74-97.

PACHECO, M. & LIMA, L. S. A. (1996). Um critério estatístico para interpretação de ensaios geotécnicos. *Solos e Rochas*, 19(3): 177-188.

PARR, N. M. & CULLEN, N. (1988). Risk Management and Reservoir Maintenance. *Water and Enviroment Journal*, 2: 587-593.

PERINI, D. S. (2009). *Estudos dos Processos Envolvidos na Análise de Risco de Barragens de Terra*. Dissertação de Mestrado, Universidade de Brasília Pós Graduação de Geotecnia, Brasília, DF, 128 p.

PHOON, K.-K. & KULHAWY, F. H. (1999). Characterization of geotechnical variability. *Canadian Geotechnical Journal*, 36: 612-624.

ROSENBLUETH, E. (1975). Point estimates for probability moments. *Mathematics*, 72(10): 3812-3814.

ROSENBLUETH, E. (1981). Two-point estimates in probabilities. *Applied Mathematical Modelling*, 5: 329-335.

SAMARCO (2018). SAMARCO. Disponível em:
<https://www.samarco.com/rompimento-da-barragem-de-fundao/>
Acesso em 5 Setembro 2018.

UZIELLI, M. (2008). Statistical analysis of geotechnical data. *Geotechnical and Geophysical Site Characterization*, pp. 173-193.

UZIELLI, M., LACASSE, S., NADIM, F. & PHOON, K. K. (2007). Soil variability analysis for geotechnical practice. *Characterisation and Engineering Properties of Natural Soils*, pp. 1653-1752.

VAN GELDER, P. H. A. J. M. (2000). *Statistical Methods for the Risk-Based Design of Civil Structures*. PrintPartners Ipskamp, Enschede, Netherlands, 249 p.

VIEIRA, R., FERREIRA, F., BRATEIRO, J. & BORBINHA, J. (2014). Data management with risk management in engineering and science projects. *New Review of Information Networking*, 19: 49-66.

WHITMAN, R. V. (1984). Evaluating Calculated Risk in Geotechnical Engineering. *Journal of Geotechnical Engineering*, 110(2): 143-188.

APLICAÇÃO DOS MÉTODOS PROBABILÍSTICOS UTILIZANDO O SLOPE/W
Na aplicação dos métodos probabilísticos, neste trabalho, que utilizou o Slope/W 2019, como a expansão do *software* Geo-Studio, que faz o cálculo de instabilidade de talude, foram encontradas algumas facilidades que serão apresentadas nos tópicos a seguir.

A.1- APLICAÇÃO DO FOSM

Para a aplicação do FOSM é necessário fazer o cálculo determinístico do fator de segurança de todos os parâmetros, com o acréscimo e o decréscimo do incremento e do valor médio da variável. Esse procedimento é facilmente realizado no item de sensibilidade do programa.

Na janela de Dados-Análises na aba de Distribuição há um item denominado de Sensibilidade, apresentado na Figura A.1. Em seguida, no botão Configurar Parâmetros de Sensibilidade é possível definir os parâmetros de entrada.

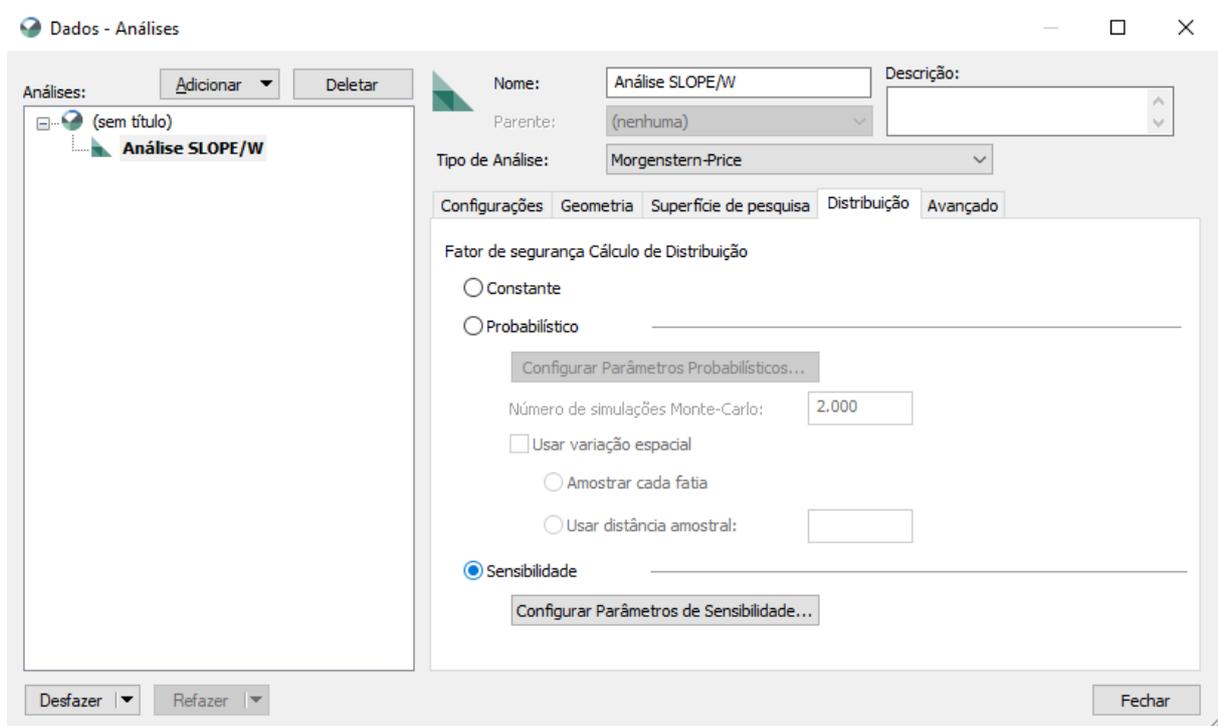


Figura A 1 Janela de dados e análises – sensibilidade

Na janela de Ajustar Parâmetros de Sensibilidade, apresentada na Figura A.2, aplica-se os incrementos aos materiais. Clicando em Adicionar, pode-se escolher entre Material ou Análise. Em Material se escolhe o material que será aplicado e, em seguida, o parâmetro do mesmo. Os valores médios do parâmetro estão estabelecidos pela análise determinística já calculada, dessa forma, o próximo passo é aplicar o *Offset* da função. No caso do FOSM, o *offset* da média é 0, enquanto o Delta é o incremento (nesse caso, de 10% do valor médio do parâmetro). Já o

Incremento da Média é o número de vezes que o Delta será aplicado à média, tanto acrescido como decrescido e, no caso do FOSM, apenas um.



Figura A 2 Janela ajustar parâmetros de sensibilidade.

Depois de adicionado todos os parâmetros, inicia-se a solução no mesmo botão do método determinístico. Adiante, na opção de resultados, aparece uma caixa de Análises de Sensibilidade, apresentada na Figura A.3; nela há três abas: Análises, Superfícies de Pesquisa e Análises de sensibilidade. Na aba de Análises de Sensibilidade estão os resultados do fator de segurança de cada incremento, de maneira que em cada item é possível ver o círculo de ruptura daquele parâmetro, com o respectivo incremento. Esses dados, por seu turno, permitem a formulação do FOSM.

Executar	Descrição	Offset	Valor	FS (Escorregamento 1091)
0	Base Run	---	---	1,936
1	Material "Fundação A" Coesão'	-0,3	2,7 kPa	1,933
2	Material "Fundação A" Coesão'	+0,3	3,3 kPa	1,939
3	Material "Rejeito C" Peso Específico	-2,568	23,112 ...	1,936
4	Material "Rejeito C" Peso Específico	+2,568	28,248 ...	1,936
5	Material "Alteamento" Peso Específico	-1,79	16,11 k...	1,936
6	Material "Alteamento" Peso Específico	+1,79	19,69 k...	1,936
7	Material "Alteamento" Coesão'	-2,9	26,1 kPa	1,936
8	Material "Alteamento" Coesão'	+2,9	31,9 kPa	1,936
9	Material "Alteamento" Phi	-2,2	19,8 °	1,936
10	Material "Alteamento" Phi	+2,2	24,2 °	1,936

Análises | Superfícies de Pesquisa | Análises de Sensibilidade

Figura A 3 Análises de sensibilidade.

A.2- APLICAÇÃO DO HPEM

No HPEM cada parâmetro é aplicado separadamente; portanto, é possível fazer o mesmo procedimento do FOSM e a única diferença é que o incremento aplicado no Delta, apresentado na Figura A.2, é o desvio padrão do parâmetro.

A.3- APLICAÇÃO DO MMC

A expansão também tem a possibilidade de ser aplicada no MMC: na janela Dados-Análises há a opção Probabilístico (apresentada na Figura A.4), onde se atribui o número de simulações a esse método.

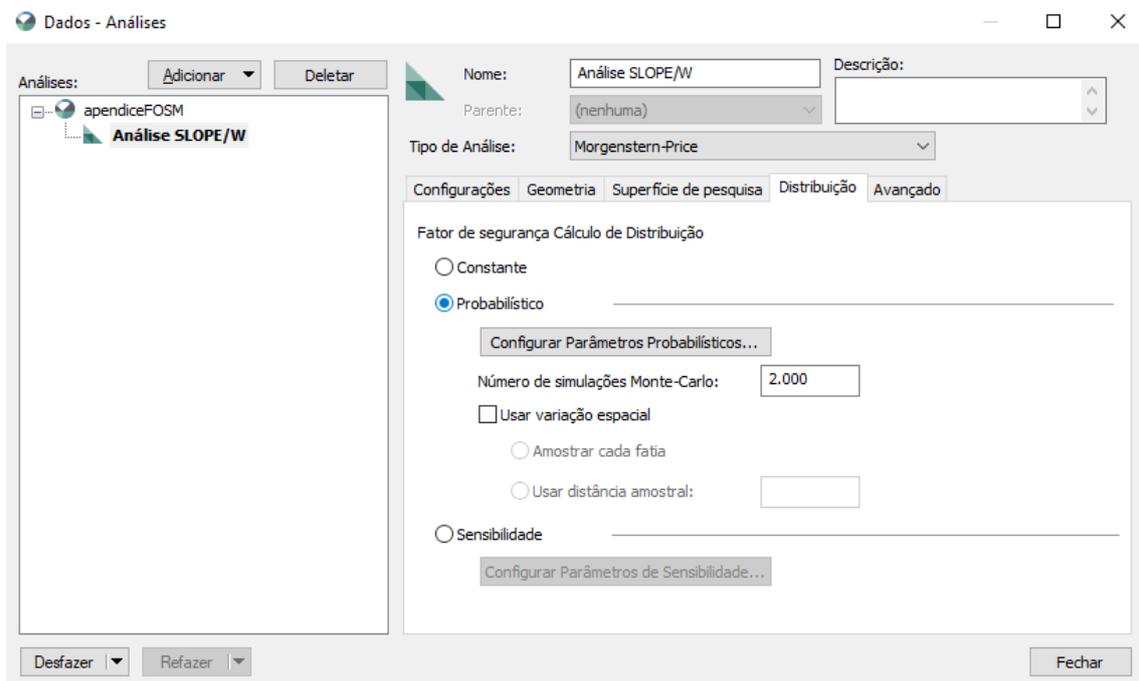


Figura A 4 Janela dados-análises – probabilístico

Além disso, para aplicar o MMC é necessário atribuir a distribuição do parâmetro. Esse procedimento é realizado na janela Ajustar Parâmetros Probabilísticos, conforme a Figura A.5, que é acionada no botão Configurar Parâmetros Probabilísticos.

Diferentemente da análise de sensibilidade, nesse caso, além do material e do parâmetro, é necessário atribuir qual é a distribuição, visto que o programa possui em sua plataforma as seguintes opções de distribuições: normal, log-normal, uniforme, triangular e *spline* generalizada, semelhante à distribuição beta. Em sequência, da mesma maneira em que se aplica o *offset*, se emprega o desvio padrão da distribuição. Já o *default* do programa executa o

truncamento de cinco desvios padrões para ambos os lados, de modo que para aplicar o truncamento diferente do *default*, modificam-se os valores do *offset* máximo e do *offset* mínimo.

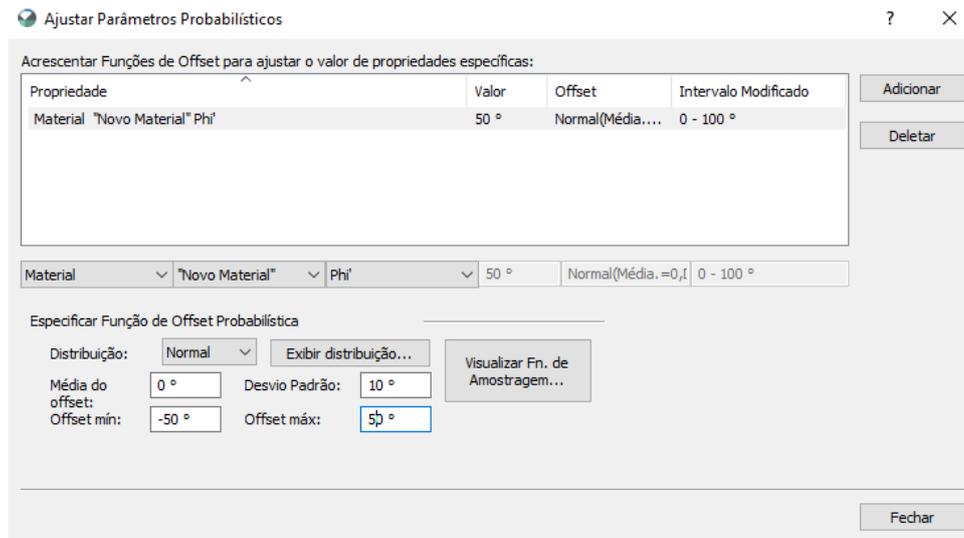


Figura A 5 Janela de ajustar parâmetros probabilísticos.

No botão Exibir distribuição é possível ver como esse procedimento está sendo executado, como *offset* do parâmetro. Na coluna Intervalo Modificado é possível analisar se o intervalo aplicado ao problema é apropriado. Depois de adicionado e ajustado todos os parâmetros, inicia-se a simulação, no mesmo botão da análise determinística.

Na aba de resultados, o programa apresenta uma janela de análises que possui uma aba chamada de superfícies de pesquisa. O *default* do programa deve apresentar as superfícies de pesquisa válidas, no entanto, há também as opções: Todas as Superfícies de pesquisa, Superfícies de pesquisa inválidas, Menor zona potencial, Intervalo da zona potencial, como apresenta a Figura A.6. Ao clicar em cada superfície, é possível ver o ponto da grade e o raio que resultou naquele resultado.

Superfícies de Pesquisa

Superfícies de Pesq. Válida

Selecionar superfície de pesquisa

38 Auto Seleção Crítica

Superfície #	FS	P(ruptura)	Índice de confiabilidade	FS médio	Desvio Padrão FS	FS mín.	FS máx.	Centro X (m)	Centro Y (m)	Raios (m)	Detalhes
2	5,325	0		5,3253	0	5,3253	5,3253	163	1.303	11,117	
3	4,966	0		4,9663	0	4,9663	4,9663	163	1.303	17,139	
4	4,835	0	100,34	4,8361	0,038229	4,7448	4,9486	163	1.303	22,989	
8	10,...	0	10,928	10,119	0,83443	8,347	12,937	181,6	1.297,4	10,537	
9	7,142	0	8,9323	7,2089	0,6951	5,7714	9,6339	181,6	1.297,4	16,431	
10	8,811	0	5,6197	9,0765	1,4372	6,0178	12,438	181,6	1.297,4	22,166	
13	3,871	0	24,711	3,873	0,11627	3,5878	4,1932	200,2	1.291,8	4,0205	

Análises Superfícies de Pesquisa

Figura A 6 Janela de superfície de pesquisa

O programa aplica, a cada superfície possível, o número de tentativas do parâmetro de entrada e encontra os dados estatísticos do fator de segurança daquele ponto e raio. Ao clicar em uma das superfícies de ruptura, o *software* apresenta o ponto no desenho e, ainda, com a superfície selecionada é possível plotar a função da probabilidade, por meio deste botão: .

A probabilidade plotada, por meio do programa como *default*, é o resultado da zona potencial, ou seja, o ponto que apresentou o menor fator de segurança médio, assemelhando-se ao resultado determinístico. Ao gerar a plotagem, abrem-se duas janelas, como apresentado na Figura A.7, que são as de Dados probabilísticos e de Aplicar Probabilidade.

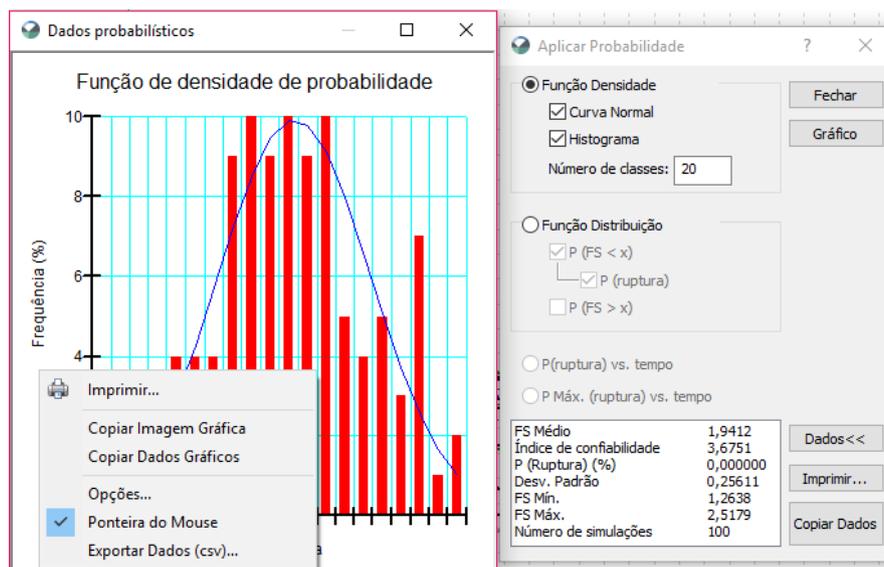


Figura A 7 Janelas de plotar probabilidade

Como apresentado no gráfico de Função de densidade de probabilidade da Figura A.7, o histograma é aproximado à distribuição normal, de maneira que é possível exportar os dados e o gráfico, clicando com o botão direito do mouse sobre ele.

Na janela Aplicar Probabilidade, é possível modificar o número de classes do histograma, sendo que o *default* do programa é 20 (uma quantidade razoável) e o botão Copiar Dados permite copiar os dados apresentados para serem anexados a uma planilha do Excel, por exemplo.

Esse procedimento é feito para todas as quantidades de tentativas razoáveis do problema, até que os resultados das simulações estabilizem os dados estatísticos ou a probabilidade de falha. Assim, o resultado do programa, apresentado por P (Ruptura) (%), é o número de simulações menores que um em relação ao número de tentativas.

A-UTILIZANDO O @RISK

Neste trabalho, foi utilizada a extensão do Excel @RISK, como programa de probabilidade, sendo que a sua principal função é a de aplicar o MMC para problemas com solução analítica; no entanto, aqui ele foi utilizado para o ajuste dos histogramas.

B.1- AJUSTE DOS HISTOGRAMAS

O @RISK permitiu ajustar os histogramas do fator de segurança às distribuições adequadas. Todavia, essa extensão também pode ser utilizada para delimitar as amostragens das variáveis de entrada e determinar a melhor distribuição a ser aplicada no MMC.

Em uma amostragem, como em ensaios de laboratório, há vários dados de um mesmo parâmetro. De modo que para ajustar esses dados, é necessário selecioná-los e, em seguida, clicar no botão Ajuste de Distribuição, na opção Ajustar, como apresentado na Figura B.1

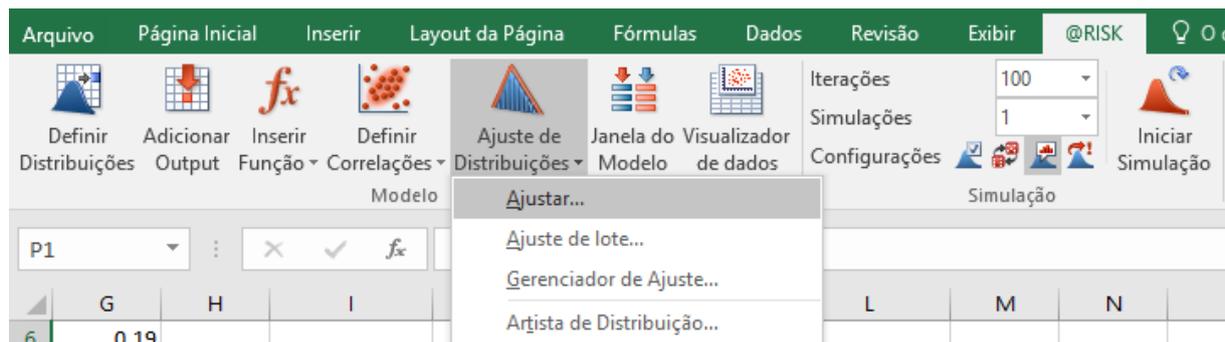


Figura B 1 Botão ajuste de distribuições – Ajustar

Ao clicar nesta opção, a extensão exibe uma janela de @RISK – Ajustar Distribuição aos Dados, conforme ilustra a Figura B.2, em que aparecem as opções: Nome da Distribuição, Intervalo e Tipo.

Em Tipo, há algumas opções, sendo que as amostragens, como ensaios de laboratório, se adequam a opção de Dados Amostrais Contínuos. Enquanto que os resultados do histograma do fator de segurança do GeoStudio apresentam duas colunas: uma para os valores do fator de segurança e a outra para a probabilidade dos valores, cujo ajuste será melhor adaptado pelos Pontos de Densidade (X,Y) (Não normalizados).

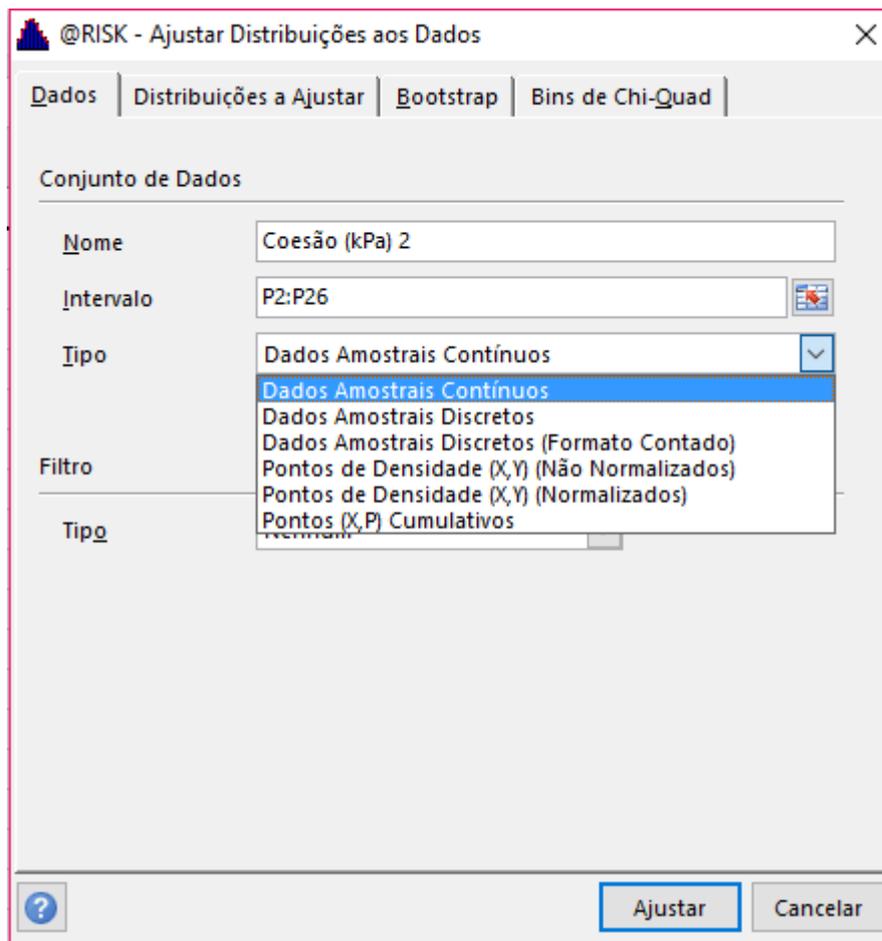


Figura B 2 Janela ajustar distribuições aos dados

Depois de definido o tipo de ajuste, clica-se em Ajustar e janela de @RISK – Resultados de Ajuste, apresentado na Figura B.3, se abre, possibilitando encontrar os dados estatísticos que são o resultado do ajuste por verossimilhança de cada distribuição apresentado na tabela à direita. Em seguida, é possível escolher o método de ajustes na opção Classificado por, apresentada na parte superior à esquerda da janela; nesta lista é possível escolher entre o *qui-quadrado* e o *K-S*, entre outros, como as distribuições que melhor se aproximam, de maneira que a amostragem aparece à esquerda com os seus respectivos erros.

O centro da janela apresenta o histograma da amostragem e as formas das distribuições contínuas que melhor se aproximam ao histograma. Nessa figura, por exemplo, é possível deslizar a faixa de interesse para observar a probabilidade de valores menores que um ou selecionar qual intervalo representa 90% da distribuição.

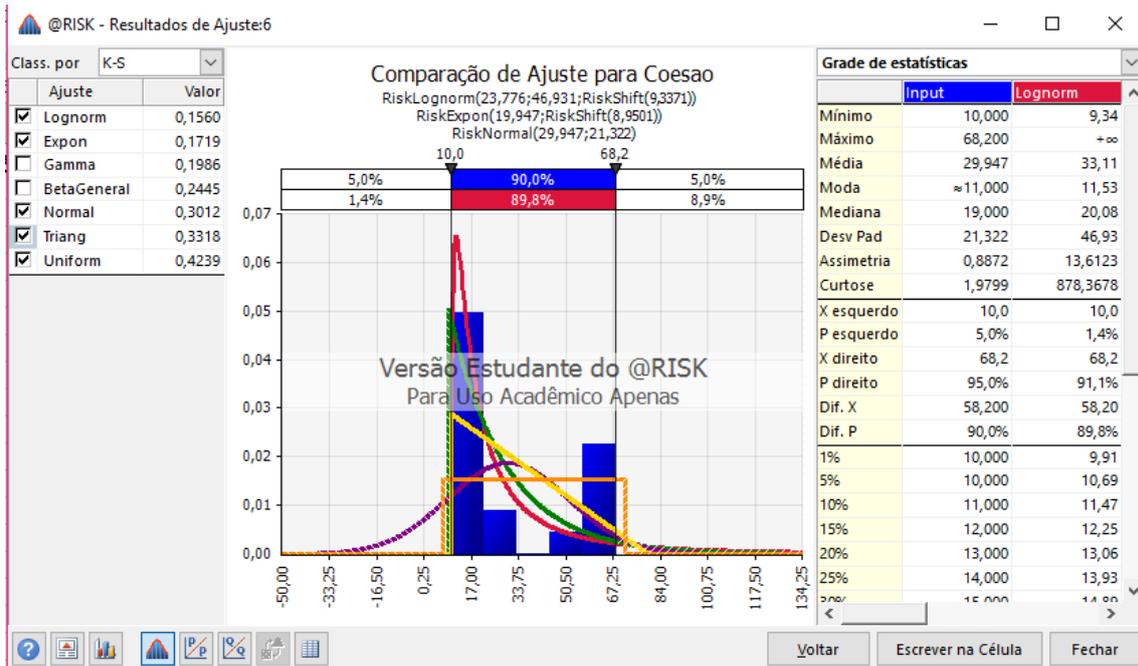


Figura B 3 Janela @RISK – resultados de ajuste

Como o ajuste por K-S, é necessário a análise das distribuições de forma cumulativa, o que permite modificar o gráfico da distribuição para a cumulativa (como apresentado na Figura

B.4), clicando no ícone , de forma a escolher um parâmetro ascendente ou descendente.

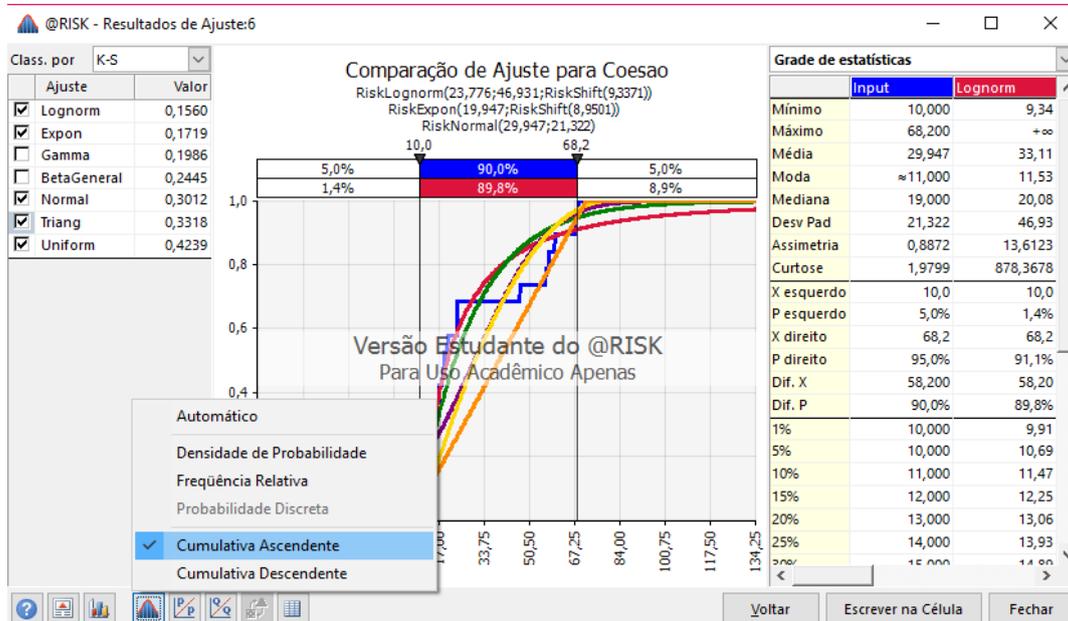


Figura B 4 Janela de ajuste distribuição cumulativa

Ao clicar no ícone , é possível exportar o gráfico do resultado dos melhores ajustes do fator de segurança; procedimento esse, utilizado neste trabalho.

B.2- APLICAÇÃO DO MMC MEDIANTE O @RISK

A aplicação do método Monte Carlo no @RISK é realizada apenas para problemas com solução analítica, determinando-se a função do problema por meio da formulação comum do Excel. O procedimento é apresentado no manual @RISK – Início Rápido, que a extensão disponibiliza.

Na aba @RISK, que aparece no Excel (como apresentado na Figura B.5), assim que se abre a extensão encontra-se o botão Adicionar *Output*, que deve ser aplicado na célula que possui a formulação do problema, de modo que será solicitada a definição do o nome do resultado.



Figura B 5 Aba @RISK

Em seguida, é aplicado para cada variável da função uma distribuição, por meio do botão Definir Distribuições, que aparece na Figura B.5. Para escolher a melhor distribuição para tal parâmetro e determinar os dados estatísticos, pode ser realizado o procedimento do tópico anterior.

Ao clicar no botão Definir Distribuição, a janela de @RISK – Definir Distribuição, como apresentado na Figura B.6, apresenta todas as distribuições, sendo possível escolher entre as contínuas e as discretas.

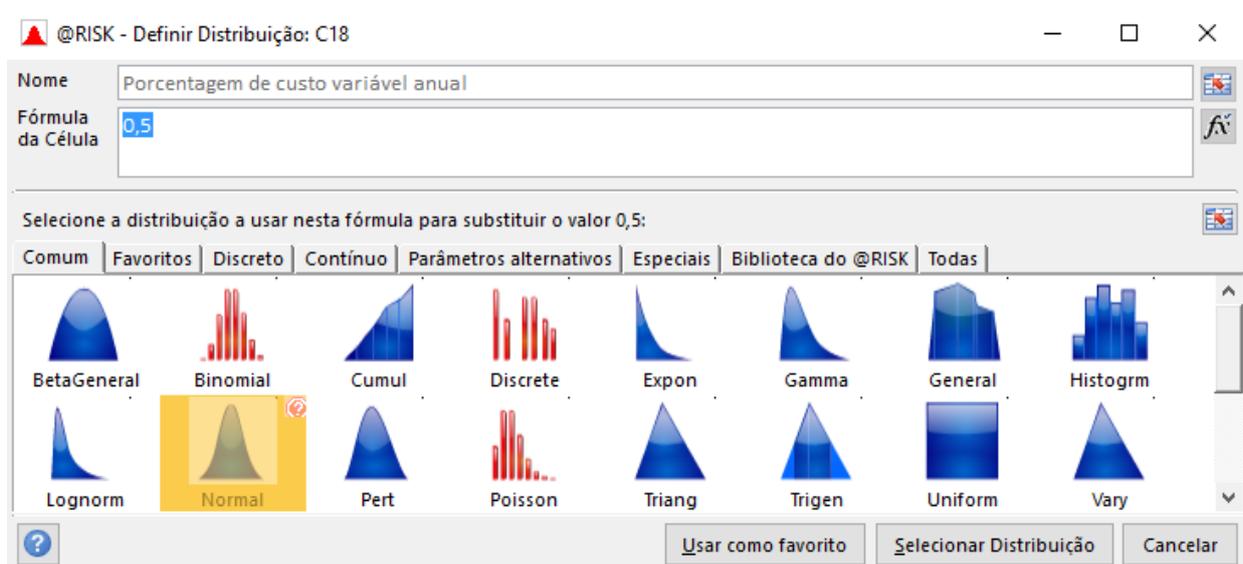


Figura B 6 Janela @RISK – definir distribuição

Ao clicar na distribuição mais adequada para o problema e no botão Selecionar Distribuição, a janela se modifica (como ilustra a Figura B.7). Assim, aparece apenas a distribuição selecionada, que deverá ser aplicada aos dados estatísticos adequados para o parâmetro, em uma tabela à esquerda do gráfico. Depois de definir os dados, clica-se em OK com a finalidade de orientar a distribuição do parâmetro de entrada.

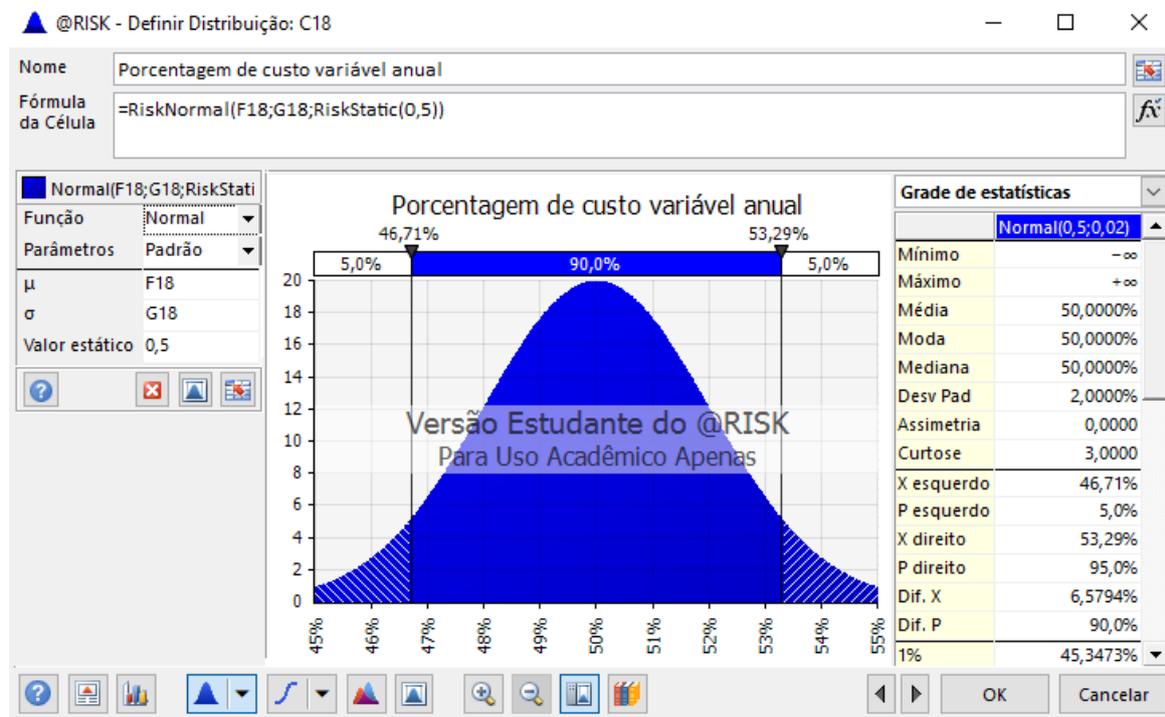


Figura B 7 Janela @RISK – definir distribuição modificada.

O passo seguinte consiste em definir o número de iterações dos parâmetros de entrada para gerar um histograma do resultado. A Figura B.8 apresenta a opções iterações em que esse procedimento é executado. Por fim, é necessário apenas clicar no botão Iniciar Simulação para que o MMC será aplicado.

A partir desse momento, a área de Resultados é liberada, permitindo que se selecione a célula do *output*, que encontra a função do fator de desempenho, para, na sequência, clicar no botão Abrir Resultados (Figura B.8), a fim de que os dados conclusivos sejam demonstrados.

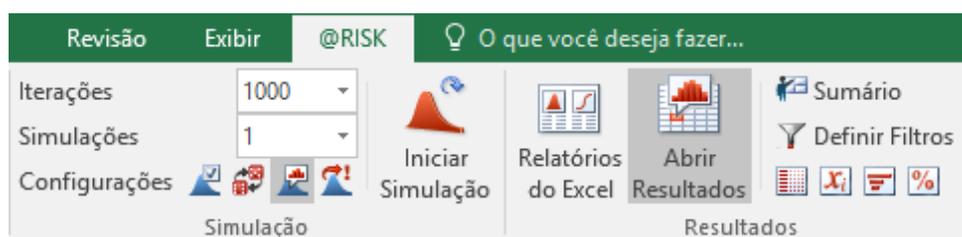


Figura B 8 Área de resultados, botão abrir resultados.

Em seguida, abre-se a janela de @RISK – *output*, apresentado na Figura B.9, como *default* da extensão que apresenta o histograma do resultado. No ícone , é possível modificar a distribuição para cumulativa, já o ícone  permite a visão do gráfico de tornado, que indica os parâmetros mais influentes ao problema, e no ícone  ajusta-se o histograma à melhor distribuição, como comentado no tópico anterior.

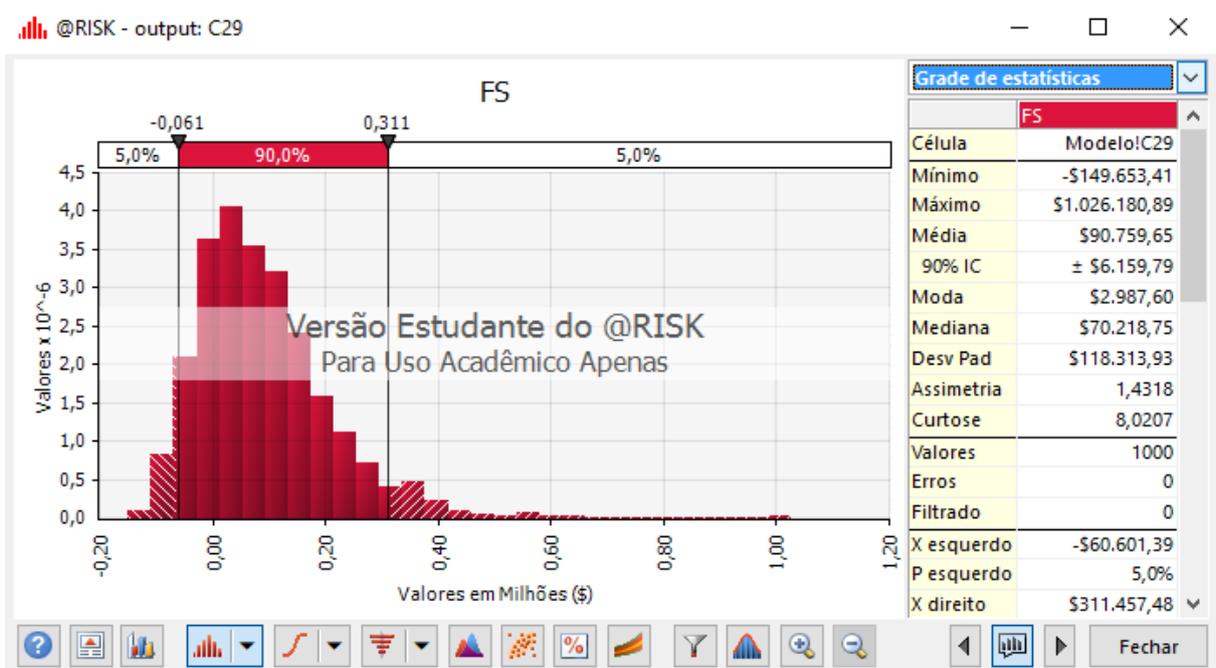


Figura B 9 Janela de @RISK – *output*

Com o resultado, apresentado na Figura B.9, é possível fazer as análises de interesse, como os valores menores que um e a faixa de interesse do problema. Essa extensão é muito útil para problemas estatísticos, principalmente, para aqueles que possuem solução analítica.