



**ANÁLISE DE ESTABILIDADE  
AERO-SERVO-VISCOELÁSTICA NO DOMÍNIO DA  
FREQUÊNCIA E DO TEMPO**

**Polliana Cândida Oliveira Martins**

**Tese de Doutorado  
Programa de Pós Graduação em Ciências Mecânicas**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**

**Faculdade de Tecnologia  
Departamento de Engenharia Mecânica**

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA  
PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS MECÂNICAS

ANÁLISE DE ESTABILIDADE  
AERO-SERVO-VISCOELÁSTICA NO DOMÍNIO DA  
FREQUÊNCIA E DO TEMPO

Polliana Cândida Oliveira Martins

Orientadora: Aline Souza de Paula, Dra.(ENM/UnB)

Coorientador: Sergio Henrique da Silva Carneiro, Dr.(FGA/UnB)

TESE DE DOUTORADO

BRASÍLIA/DF: 14 de Janeiro de 2020

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA  
PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS MECÂNICAS

ANÁLISE DE ESTABILIDADE  
AERO-SERVO-VISCOELÁSTICA NO DOMÍNIO DA  
FREQUÊNCIA E DO TEMPO

Polliana Cândida Oliveira Martins

TESE DE DOUTORADO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS PARCIAIS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR NO PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS MECÂNICAS.

APROVADA POR:

---

Aline Souza de Paula, Dra.(ENM/UnB)  
(Orientadora)

---

Sergio Henrique da Silva Carneiro, Dr.(FGA/UnB)  
(Coorientador)

---

Adriano Todorovic Fabro, Dr.(ENM/UnB)  
(Examinador Interno)

---

Leonardo Sanches, Dr.(ISAE-Supaero)  
(Examinador Externo)

---

Roberto Gil Annes da Silva, Dr.(ITA)  
(Examinador Externo)

BRASÍLIA/DF: 14 de Janeiro de 2020

## FICHA CATALOGRÁFICA

Martins, P.C.O.

Análise de estabilidade aero-servo-viscoelástica no domínio da frequência e do tempo

[Distrito Federal] 2020.

xx,129p.(ENM/FT/UnB, Doutor, Programa de Pós Graduação em Ciências Mecânicas, 2020.

Tese de Doutorado - Universidade de Brasília.

Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Mecânica.

Palavras-chave:

- |                     |                      |
|---------------------|----------------------|
| 1. Aeroelasticidade | 2. <i>flutter</i>    |
| 3. Controle PD      | 4. Viscoelasticidade |
| I. ENM/FT/UnB       | II. Título (série)   |

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

Martins, P.C.O.(2020). Análise de estabilidade aero-servo-viscoelástica no domínio da frequência e do tempo. Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília, Distrito Federal, xx,129p.

## CESSÃO DE DIREITOS

**NOME DO AUTOR:** Polliana Cândida Oliveira Martins.

**TÍTULO DA TESE DE DOUTORADO:** Análise de estabilidade aero-servo-viscoelástica no domínio da frequência e do tempo.

**GRAU/ANO:** DOUTOR /2020

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta tese de doutorado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

---

Polliana Cândida Oliveira Martins

# Agradecimentos

A toda minha família, por serem meu porto seguro e me incentivarem a seguir meus objetivos. Em especial aos meus pais, Luiz e Aparecida, responsáveis diretamente não só por essa, mas por todas as conquistas de minha vida.

Aos meus amigos de longuíssima data, Nathália e Thiago. Uma amizade inexplícavelmente divertida que se dá a mais de quinze anos. Nos piores e melhores momentos, vocês sempre estiveram (rindo) comigo.

A minha amiga Fernanda, pela parceria desde os tempos de graduação. Mesmo de longe, uma amizade que resiste. Obrigada por me ouvir e me direcionar sempre com sua franqueza.

Aos professores e amigos da UFU que agora se encontram distribuídos nesse Brasil afora. Especialmente agradeço a Karina, Edson e Marco Túlio. Colegas de profissão e amigos da vida.

A minha *amie* Laura, que é um dos melhores presentes que Brasília me deu. Seu apoio, amizade, carinho e luz são inspiradores. Obrigada por tudo!

Aos meus amigos do IFG, em especial destaque André, Danielle, Marcus, Mariana e Rodrigo, que me deram suporte em muitos momentos para que eu pudesse trabalhar e estudar na maior parte desse doutorado. Não posso deixar também de agradecer aos meus alunos, que me renovam a esperança constantemente e me fazem crer que podemos fazer desse mundo um lugar melhor pra todos.

Aos mais que especiais vizinhos internacionais da Asa Norte: Hugo, Luiza e Thiago. Meu agradecimento pelos inúmeros momentos de descontração e pelas experiências inovadoras que trouxeram pra minha vida.

A todos os alunos, professores, servidores, funcionários do GDS e também do LEA. Mais que meus colegas de trabalho, vocês se tornaram minha família UnB.

A minha orientadora, Prof<sup>a</sup> Dra. Aline Souza de Paula. Muito obrigada por acreditar no meu trabalho e me propiciar tantas boas experiências. Exemplo de pessoa e profissional, não só para mim, todos que tem o prazer de conhecê-la. Agradeço pela paciência, pela dedicação e generosidade que me foram concedidos.

Ao meu coorientador Prof. Dr.Sérgio Henrique da Silva Carneiro. Obrigada pela

motivação, por toda a troca de experiências, pela pronta disponibilidade e pelas conversas tão engrandecedoras e orientações sempre tão adequadas.

Aos membros da banca de avaliação, agradeço pela disponibilidade e, de antemão, pelas contribuições que farão a esse trabalho.

A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e a Universidade de Brasília, em especial à Faculdade de Tecnologia e ao Programa de Pós-Graduação em Ciências Mecânicas, que proporcionaram meios para o desenvolvimento desse trabalho.

A Deus, que me renova a força e vontade de fazer melhor todos os dias.

*Para Aurora...*

# Resumo

## ANÁLISE DE ESTABILIDADE AERO-SERVO-VISCOELÁSTICA NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA E DO TEMPO

**Autora:** Polliana Cândida Oliveira Martins

**Orientadora:** Aline Souza de Paula, Dra.(ENM/UnB)

**Coorientador:** Sergio Henrique da Silva Carneiro, Dr.(FGA/UnB)

**Programa de Pós Graduação em Ciências Mecânicas**

**Brasília, 2020**

A análise de estabilidade aeroelástica é uma etapa de extrema importância no processo de certificação e de projeto de aeronaves, uma vez que possibilita o desenvolvimento de técnicas que visam o aumento da faixa de velocidades de voo. Neste contexto, esse trabalho propõe um modelo de controle aeroelástico híbrido (controle ativo PD combinado com controle passivo viscoelástico), aplicado em uma asa reta e homogênea com superfície de controle acoplada no bordo de fuga. O modelo físico considera dois graus de liberdade (torção e flexão), ao passo que o modelo aerodinâmico é do tipo não estacionário e conta com aproximações para inibir a dependência da frequência reduzida. A investigação foi realizada nos domínios do tempo e da frequência, evidenciando que essas abordagens são complementares. No emprego do controle ativo, observou-se maior influência do ganho proporcional na presença de amortecimento viscoso, enquanto na ausência deste o ganho derivativo mostrou-se mais eficaz. Contudo, observou-se que o controlador proporcional exige esforço de controle muito elevado. No emprego do controle passivo no domínio da frequência, uma metodologia de análise de autovalores iterativa foi implementada conjuntamente com o Método  $p-k$ , tendo em vista a dependência da frequência e da temperatura. No domínio do tempo, o comportamento viscoelástico foi modelado por meio da aproximação por derivadas fracionárias. Verificou-se que o aumento do fator de forma viscoelástico tende a aumentar o envelope de voo, enquanto o aumento de temperatura provoca o efeito oposto. O emprego do controle híbrido resultou em um aumento da velocidade crítica de até 34% em comparação ao caso sem controle e de até 7% em comparação ao caso com apenas controle passivo.

**Palavras-chaves:** Aeroelasticidade; *flutter*; Controle PD; Viscoelasticidade.



# Abstract

## AERO-SERVO-VISCOELASTIC STABILITY ANALYSIS IN THE FREQUENCY AND TIME DOMAIN

**Author:** Polliana Cândida Oliveira Martins

**Advisor:** Aline Souza de Paula, Dra.(ENM/UnB)

**Coadvisor:** Sergio Henrique da Silva Carneiro, Dr.(FGA/UnB)

**PhD in Mechanical Sciences**

**Brasília, 2020**

Aeroelasticity composes a significant part on aircraft design and certification process, once that enables the development of techniques that increase the range of flight speeds. Thus, this work proposes a hybrid aeroelastic control model (active control PD combined with passive viscoelastic control), applied to a straight and homogeneous wing with control surface coupled to the trailing edge. The physical model considers two degrees of freedom (torsion and flexion of the wing), while the aerodynamic model is unsteady and has approximations to inhibit the reduced frequency factor dependence. The investigation is conducted in the time and frequency domains, showing that these approaches are complementary. Regarding active control, a greater influence of proportional gain was observed in the presence of viscous damping, while in the absence of this the derivative gain was more effective. However, it has been observed that the proportional controller requires very high control effort. In the use of passive control in frequency domain, an iterative eigenvalue analysis methodology was implemented in conjunction with  $P-k$  Method, since the solution of the aeroviscoelastic eigenvalue problem presents frequency and temperature dependence. In the time domain, viscoelastic behavior was modeled using fractional derivative approximation. Increasing the viscoelastic form factor tends to increase the flight envelope, while increasing temperature causes the opposite effect. The use of hybrid control resulted in a critical speed increase of up to 34 % compared to the case without control and up to 7 % compared to the case with passive control only.

**Key-words:** Aeroelasticity, *flutter*, PD Control, Viscoelasticity.

# Lista de Símbolos

## Arábicos

$a, e$	Fatores de Posicionamento adimensionais do centro elástico e centro de massa
$a_1, a_w$	Coefficiente de inclinação ( <i>lift curve slope</i> ) adimensional bidimensional e tridimensional
$a_\infty$	Velocidade do som [ $m/s$ ]
$a_c, b_c$	Coefficientes relacionados a contribuição aerodinâmica da superfície de controle
$b$	Semicorda do aerofólio [ $m$ ]
$c$	Corda do aerofólio [ $m$ ]
$c_\beta$	Posição na corda da superfície de controle [ $m$ ]
$Ec$	Taxa da corda equivalente à superfície de controle [ $m$ ]
$g$	Amortecimento Modal
$i$	Imaginário puro
$k$	Frequência reduzida aerodinâmica ou número de Strouhal
$k_\kappa, k_\theta$	Rigidez de translação [ $N/m$ ] e rotação [ $N/rad$ ] do modelo
$k_d, k_v$	Ganhos Proporcionais e derivativos do controle ativo
$m$	Massa do Aerofólio [ $Kg$ ]
$n$	Número de modos
$n_p$	Número de pontos do modelo de Derivada Fracionária
$n_t$	Número de pontos na discretização temporal
$p_\infty$	Pressão dinâmica [ $N/m^2$ ]

$s$	Comprimento da asa [m]
$t$	Tempo[s]
$x_f$	Posição do centro elástico [m]
$x_1, x_2$	Variáveis de estado [m]
$w$	Downwash [m/s]
$z$	Deslocamento vertical do Aerofólio[m]
$A_j$	Coefficientes de Grunwald
$C(k)$	Função de Theodorsen
$C_L, C_M, C_D$	Coefficientes de sustentação, de momento e de arrasto
$D, L, N, R$	Forças Arrasto, Força de sustentação, Força Normal e Força Resultante [N]
$E, G$	Módulo de elasticidade e Módulo Torsional [Pa]
$E_c, E_p$	Energia cinética e energia potencial [J]
$E_0, E_\infty$	Módulo estático e módulo dinâmico do material viscoelástico [Pa]
$EI, GJ$	Rigidez a Flexão e Rigidez a Torção [Pa.m <sup>3</sup> ]
$F(\sigma_0, t)$	Função de fluência viscoelástica
$F_c$	Esforço do Controlador
$F_T(k)$	Parte real da função de Theodorsen
$G_t(k)$	Parte imaginária da função de Theodorsen
$G_v$	Função módulo do material viscoelástico [Pa]
$G'(\omega)$	Módulo complexo de armazenamento do material viscoelástico [Pa]
$G''(\omega)$	Módulo de perda do material viscoelástico [Pa]
$H_1$ e $H_0$	Funções de Bessel
$L_k$	Sustentação Aerodinâmica na $k$ -ésima faixa
$L_z, L_\theta, L_{\dot{z}}, L_{\dot{\theta}}$	Derivadas aerodinâmicas adimensionais relacionadas a sustentação
$M_z, M_\theta, M_{\dot{z}}, M_{\dot{\theta}}$	Derivadas Aerodinâmicas adimensionais relacionadas ao momento
$M_\infty$	Número de Mach [m/s/s]

$M$	Momento de Arfagem [Nm]
$R(\varepsilon_0, T)$	Função relaxação viscoelástica
$Re$	Número de Reynolds
$S$	Área alar de referência [ $m^2$ ]
$T$	Temperatura [K]
$T_0$	Temperatura de referência do material viscoelástico [K]
$V$	Velocidade do escoamento [ $m/s$ ]

### Vetores

$\{q\}$	Vetor de coordenadas generalizadas
$\{u(t)\}$	Vetor de entradas
$\{x(t)\}$	Vetor de estados

### Matrizes

$A, D, E$	Matriz de Inércia, amortecimento e rigidez estruturais
$B, C$	Matriz de amortecimento e rigidez aerodinâmicos
$F, G$	Matriz de controle derivativo e proporcional
$E_v$	Matriz de rigidez viscoelástica
$B_e$	Matriz de entrada do modelo aeroviscoelástico em derivadas fracionárias.
$A_s, B_s, C_s, D_s$	Matrizes dinâmica, de entrada, de saída e de transmissão direta dos modelos de espaço de estados na modelagem aerodinâmica temporal
$I$	Matriz identidade
$Z$	Matriz de zeros

## Gregos

$\alpha$	Ângulo de Ataque da superfície sustentadora [rad]
$\alpha_t$	Fator de deslocamento viscoelástico
$\alpha_D, \beta_D$	Coefficientes do amortecimento proporcional
$\delta$	Deslocamento linear do material viscoelástico
$\rho_\infty$	Densidade do ar [ $kg/m^3$ ]
$\varepsilon, \bar{\varepsilon}$	Deformação e deformação anelástica
$\rho_\infty$	Densidade [ $kg/m^3$ ] do escoamento de ar
$\mu$	Viscosidade [ $m^2/s$ ]
$\omega$	Frequência Natural [ $rad/s$ ]
$\kappa, \theta$	Graus de liberdade de Flexão e Torção da asa [ $m, rad$ ]
$\lambda$	Autovalor
$\sigma(t), T(t)$	Tensão normal e Cisalhante [Pa]
$\omega_r$	Frequência reduzida viscoelástica
$\nu$	Coefficiente adimensional viscoelástico no tempo
$\eta$	Fator de perda viscoelástico
$\theta$	Rotação do aerofólio [ $rad$ ]
$\vartheta$	Deformação cisalhante
$\xi$	Ordem da derivada fracionária
$\tau$	Tempo adimensional
$\tau_r$	Tempo de relaxação
$\delta W$	Trabalho virtual
$\nabla$	Operador de derivada
$\zeta$	Taxa de amortecimento viscoso
$\Gamma$	Operador de Riemann-Liouville
$\Phi(x)$	Função Magnitude de Vorticidade de Wagner

# Lista de Abreviaturas e Siglas

<i>LCO</i>	Oscilações de ciclo limite <i>Limite Cycle Oscilation</i>
<i>PD</i>	Proporcional Derivativo
<i>Vgf</i>	Velocidade, amortecimento e frequência
<i>DLM</i>	<i>Doublet Lattice Method</i>
<i>PEFT</i>	<i>Princípio da Equivalência Frequência Temperatura</i>

# Lista de Figuras

Figura 1.1 – Diagrama de Collar . . . . .	2
Figura 1.2 – Esquemática da classificação dos fenômenos aeroelásticos . Adaptado de Marqui (2005). . . . .	4
Figura 1.3 – Amortecedor viscoelástico de vibrações estruturais(VICODA, 2019). . .	5
Figura 1.4 – Aplicação do produto SMACTANE® (SMAC, 2019). . . . .	5
Figura 3.1 – Aerofólio sujeito a escoamento de ar . . . . .	23
Figura 3.2 – Representação esquemática das forças e momentos aerodinâmicos em uma superfície de sustentação . . . . .	24
Figura 3.3 – Ilustração dos vórtices de esteira estendendo-se do aerofólio (SILVA, 2005). . . . .	26
Figura 3.4 – Comparação entre a variação de sustentação em função do tempo adimensional para o modelo quasi-estacionário e modelo não estacionário proposto pela função de Wagner. . . . .	27
Figura 3.5 – Função de Theodorsen: Amplitude e Fase em função da frequência reduzida. . . . .	29
Figura 3.6 – Função de Theodorsen: Parcelas Reais e Imaginárias em função da frequência reduzida. . . . .	30
Figura 3.7 – Função de Theodorsen: Diagrama de Nyquist. . . . .	30
Figura 3.8 – Comportamento da derivada aerodinâmica de momento de arfagem para $x_f/c = 0.48$ . . . . .	33
Figura 3.9 – Representação esquemática da teoria de faixas. . . . .	34
Figura 3.10–Forças de sustentação em função do comprimento da asa. Adaptado de (Wright e Cooper, 2014) . . . . .	35
Figura 3.11–Aerofólio com superfície de controle associada. . . . .	37
Figura 3.12–Histerese característica de materiais poliméricos sujeitos a esforços cíclicos. Adaptado de Jones (2001). . . . .	39
Figura 3.13–Funções de fluência (a) e relaxação (b) do material viscoelástico. . . . .	40
Figura 3.14–Características viscoelásticas em função da temperatura. Adaptado de Nashif, Jones e Henderson (1985). . . . .	42

Figura 3.15–Influência da frequência nas propriedades do material viscoelástico para temperatura de operação constante (NASHIF; JONES; HENDERSON, 1985). . . . .	43
Figura 3.16–Gráficos das propriedades viscoelásticas e da função de deslocamento para o material ISD112®. . . . .	45
Figura 4.1 – Modelo de asa finita retangular. . . . .	48
Figura 4.2 – Modos Assumidos de Flexão (a) e de Torção (b) do modelo de asa reta homogênea aeroelástica. . . . .	49
Figura 4.3 – Modelo Aeroservoelástico de asa retangular . . . . .	53
Figura 4.4 – Sistema aero-viscoelástico com rigidez dependente da temperatura e da frequência. . . . .	55
Figura 4.5 – Sistema aero-servo-viscoelástico, com controlador PD e propriedade viscoelástica de rigidez e amortecimento. . . . .	56
Figura 5.1 – Fluxograma do Método $k$ de Análise Aeroelástica. . . . .	61
Figura 5.2 – Fluxograma do Método $p-k$ de Análise Aeroelástica. . . . .	62
Figura 5.3 – Comparação das abordagens de análise de instabilidade aeroelástica . . . . .	64
Figura 5.4 – Diagrama $V_{gf}$ : Evidenciamento da influência do fator $M_{\dot{\theta}}$ na análise de estabilidade aeroelástica. . . . .	65
Figura 5.5 – Diagrama $V_{gf}$ : Influência do fator de amortecimento viscoso na análise de estabilidade aeroelástica. . . . .	66
Figura 5.6 – Velocidade Crítica de <i>flutter</i> em função do amortecimento viscoso. . . . .	67
Figura 5.7 – Comportamento do sistema aeroelástico dada a variação de ganho proporcional do controlador . . . . .	68
Figura 5.8 – Comportamento do sistema aeroelástico dada a variação de ganho derivativo do controlador . . . . .	68
Figura 5.9 – Variação percentual da velocidade crítica com a inclusão do controlador: esquerda: ganho derivativo; direita: ganho proporcional. . . . .	69
Figura 5.10–Comparação da influência do amortecimento viscoso na análise de estabilidade envolvendo controlador com ganho derivativo (a) e proporcional (b) de forma isolada . . . . .	70
Figura 5.11–Velocidade crítica para combinação de fatores de ganho proporcional e derivativo do sistema sem amortecimento viscoso. . . . .	72
Figura 5.12–Velocidade crítica para combinação de fatores de ganho proporcional e derivativo do sistema com 0,25% de amortecimento viscoso. . . . .	73
Figura 5.13–Investigação das parcelas de amortecimento e rigidez associadas ao material viscoelástico. . . . .	75
Figura 5.14–Diagrama $V_{gf}$ aero-viscoelástico: Variação do fator de forma. . . . .	76
Figura 5.15–Relação entre fator de forma viscoelástico e velocidade crítica . . . . .	76
Figura 5.16–Diagrama $V_{gf}$ para variação de temperatura de operação do material viscoelástico . . . . .	77



Figura 5.17–Efeito da variação da temperatura do material viscoelástico na estabilidade do sistema aeroelástico . . . . .	78
Figura 5.18–Diagrama $V_{gf}$ : Comparação dos casos sem controle, com controle ativo, com controle passivo e com controle híbrido para sistema sem amortecimento viscoso. . . . .	79
Figura 5.19–Diagrama $V_{gf}$ : Comparação dos casos sem controle, com controle ativo, com controle passivo e com controle híbrido para sistema com amortecimento viscoso equivalente a $\zeta = 0.25\%$ . . . . .	80
Figura 5.20–Comparação direta dos valores de velocidade crítica em comparação com o modelo híbrido aero-servo-viscoelástico . . . . .	81
Figura 6.1 – Comportamento no tempo expresso em termos de deslocamento e da velocidade, para asa aeroelástica sujeita a velocidade de 50m/s. . . . .	83
Figura 6.2 – Comportamento no tempo expresso em termos de deslocamento e da velocidade, para asa aeroelástica sujeita a velocidade de 100m/s. . . . .	84
Figura 6.3 – Comportamento das variáveis de deslocamento do sistema na fronteira da condição crítica. . . . .	85
Figura 6.4 – Influência do amortecimento viscoso na estabilidade do sistema aeroelástico. . . . .	86
Figura 6.5 – Comportamento das variáveis de deslocamento do sistema na fronteira da condição crítica para o sistema com amortecimento viscoso $\zeta = 0,25\%$ . . . . .	87
Figura 6.6 – Decaimento dos deslocamentos na condição crítica quando da presença de ganho proporcional equivalente a $k_v = -0,02$ . . . . .	88
Figura 6.7 – Desestabilização de modo diferente devido a presença de grande ganho derivativo. . . . .	89
Figura 6.8 – Comportamento dos deslocamentos na condição crítica quando da presença de ganho de feedback proporcional equivalente a $k_d = 0,2$ . . . . .	89
Figura 6.9 – Comparação do caso amortecido $\zeta = 0.25\%$ na condição do valor de ganho derivativo $k_v = -0.02$ . . . . .	90
Figura 6.10–Influência do amortecimento viscoso na estabilização de modos precoces de instabilidade. . . . .	91
Figura 6.11–Comparação do caso amortecido $\zeta = 0.25\%$ na condição do valor de ganho proporcional $k_d = 0.2$ . . . . .	92
Figura 6.12–Decaimento dos deslocamentos na condição crítica quando da presença de ambos fatores de controle. . . . .	93
Figura 6.13–Condição de estabilidade aeroviscoelástica. . . . .	94
Figura 6.14–Comportamento aeroviscoelástico na fronteira de estabilidade. . . . .	95
Figura 6.15–Comparação dos casos na velocidade crítica aeroelástica equivalente a 82,2m/s. . . . .	96
Figura 6.16–Comparação dos casos na velocidade crítica aeroelástica equivalente a 82,2m/s sem controle ativo proporcional. . . . .	96

Figura 6.17–Comparação de modelo aeroviscoelástico com modelo híbrido para uma  
velocidade de 103m/s. . . . . 97

# Lista de Tabelas

Tabela 3.1 – Faixas de temperatura e respectivos valores dos parâmetros $G'$ e $\eta$ . . .	42
Tabela 3.2 – Parâmetros associados ao material viscoelástico 3M ISD112®. . . . .	45
Tabela 5.1 – Parâmetros geométricos e físicos da asa retangular utilizados na simulação numérica . . . . .	63
Tabela 5.2 – Velocidade Crítica em função dos ganhos do controlador derivativo com amortecimento viscoso. . . . .	71
Tabela 5.3 – Velocidade Crítica em função dos ganhos do controlador proporcional com amortecimento viscoso. . . . .	71
Tabela 5.4 – Velocidades Críticas associadas as frequências naturais para os três casos considerados . . . . .	75
Tabela 6.1 – Comportamento das variáveis de deslocamento do sistema na fronteira da condição crítica. . . . .	85
Tabela 6.2 – Comportamento das variáveis de deslocamento do sistema amortecido ( $\zeta = 0.25\%$ ) na fronteira da condição crítica. . . . .	87
Tabela 6.3 – Influência do fator de amortecimento viscoso na condição de <i>Hump Mode</i> . . . . .	91
Tabela 6.4 – Comportamento das variáveis de deslocamento do sistema aeroviscoelástico na fronteira da condição crítica. . . . .	94

# Sumário

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
1.1	Contextualização e Motivação	1
1.2	Objetivos	6
1.3	Metodologia	7
1.4	Contribuições	9
1.5	Organização do Trabalho	10
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	<b>11</b>
2.1	Sistemas Aeroelásticos	11
2.2	Controle Ativo de Fenômenos Aeroelásticos	15
2.3	Controle Passivo e Semi Passivo de Fenômenos Aeroelásticos	18
2.3.1	Controle de Vibrações envolvendo Materiais Viscoelásticos	19
2.4	Considerações finais	21
<b>3</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b>	<b>22</b>
3.1	Fundamentos de Aerodinâmica Básica	22
3.1.1	Aerodinâmica Estacionária	25
3.1.2	Aerodinâmica Não Estacionária e quasi-estacionária	26
3.1.3	Teoria de Faixas	33
3.2	Aerodinâmica no domínio do tempo	35
3.3	Controle Aeroelástico Ativo	36
3.3.1	Controle PID	38
3.4	Viscoelasticidade Linear	38
3.4.1	Material Viscoelástico comercial 3M ISSD 112	44
3.4.2	Modelo Derivativo Fracionário	45
<b>4</b>	<b>MODELAGEM MATEMÁTICA</b>	<b>48</b>
4.1	Modelo Aeroelástico de asa reta com 2GDL	48
4.1.1	Modelo de amortecimento viscoso proporcional	52
4.2	Modelo Aeroservoelástico de asa reta com 2GDL	52

4.2.1	Modelo Aeroviscoelástico de asa reta com 2GDL . . . . .	54
4.3	<b>Modelo aero-servo-viscoelástico de asa reta com 2GDL . . . . .</b>	<b>55</b>
4.4	<b>Abordagem do problema aeroelástico no domínio da frequência . . . . .</b>	<b>56</b>
4.5	<b>Abordagem do problema aeroelástico no domínio do tempo . . . . .</b>	<b>57</b>
<b>5</b>	<b>SIMULAÇÕES NUMÉRICAS NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA . . . . .</b>	<b>59</b>
5.1	<b>Metodologias de análise aeroelástica no domínio da frequência . . . . .</b>	<b>59</b>
5.1.1	Método $k$ . . . . .	60
5.1.2	Método $p-k$ . . . . .	61
5.1.3	Comparações entre os Métodos $k$ e Método $p-k$ . . . . .	62
5.2	<b>Aproximações aerodinâmicas no cálculo de velocidades críticas . . . . .</b>	<b>64</b>
5.3	<b>Influência do amortecimento viscoso proporcional no cálculo de estabilidade aeroelástica . . . . .</b>	<b>65</b>
5.4	<b>Controle aeroelástico ativo . . . . .</b>	<b>67</b>
5.4.1	Desempenho do controlador PD . . . . .	67
5.4.2	Desempenho do Controlador PD com amortecimento estrutural . . . . .	70
5.4.3	Combinação de ganhos proporcional e derivativo . . . . .	71
5.5	<b>Controle Aeroelástico passivo . . . . .</b>	<b>73</b>
5.5.1	Investigação da influência do Módulo Viscoelástico Complexo . . . . .	74
5.5.2	Efeitos de variação geométrica do fator viscoelástico . . . . .	75
5.5.3	Efeitos de variação de temperatura do material viscoelástico . . . . .	77
5.6	<b>Controle híbrido aeroelástico . . . . .</b>	<b>78</b>
<b>6</b>	<b>SIMULAÇÕES NUMÉRICAS NO DOMÍNIO DO TEMPO . . . . .</b>	<b>82</b>
6.1	<b>Metodologia de Análise Aeroelástica no Domínio do Tempo . . . . .</b>	<b>82</b>
6.1.1	Influência do amortecimento viscoso modal na instabilidade aeroelástica . . . . .	85
6.2	<b>Controle Aeroelástico Ativo . . . . .</b>	<b>87</b>
6.2.1	Desempenho do controlador PD . . . . .	88
6.2.2	Desempenho do controlador PD com amortecimento viscoso . . . . .	90
6.2.3	Desempenho do controlador PD . . . . .	92
6.3	<b>Controle passivo: Modelo aeroviscoelástico . . . . .</b>	<b>93</b>
6.4	<b>Controle híbrido: Modelo aero-servo-viscoelástico . . . . .</b>	<b>95</b>
<b>7</b>	<b>CONCLUSÃO . . . . .</b>	<b>99</b>
	<b>REFERÊNCIAS . . . . .</b>	<b>102</b>

# 1 Introdução

O primeiro capítulo desta tese de doutorado visa apresentar e contextualizar os leitores a respeito das temáticas abordadas neste trabalho. Os elementos que motivaram o desenvolvimento do estudo em questão são apresentados na primeira subseção, embasados em referências conceituadas e aplicações industriais. Em seguida, os objetivos gerais e específicos são listados. Adiante, é apresentada a metodologia utilizada para alcançar os resultados que serão apresentados no decorrer do texto. São então destacadas as contribuições do trabalho para, por fim, apresentar a organização geral do documento de tese.

## 1.1 Contextualização e Motivação

A aeroelasticidade é o estudo dos efeitos das forças aerodinâmicas em corpos elásticos (FUNG, 1993). Foi a partir da Segunda Grande Guerra que o estudo da aeroelasticidade tomou proporções significativas, visto que até esse momento as aeronaves eram constituídas de materiais pesados e rígidos e operavam em baixas faixas de velocidade, o que não provia meios para a ocorrência de fenômenos aeroelásticos. Foi justamente quando a tecnologia de materiais permitiu a confecção de estruturas mais leves (mas com resistência equivalente) viabilizando uma melhor relação entre carga paga e consumo de combustível, que os fenômenos aeroelásticos se tornaram mais frequentes. Esses fenômenos surgem quando ocorre a interação das cargas impostas pelo escoamento aerodinâmico com as forças elásticas e inerciais atuantes sobre as estruturas aeronaves (BISPLINGHOFF; ASHLEY; HALFMAN, 1996; WRIGHT; COOPER, 2014).

Para a classificação e melhor visualização dos fenômenos aeroelásticos, é comum lançar mão do tradicional Diagrama de Collar, adaptado e apresentado na Figura 1.1. O diagrama original tem a forma de um triângulo, onde os vértices representam a aerodinâmica, inércia, elasticidade do sistema em análise e, da conexão entre esses vértices, destacam-se as áreas de estudo correlacionadas.

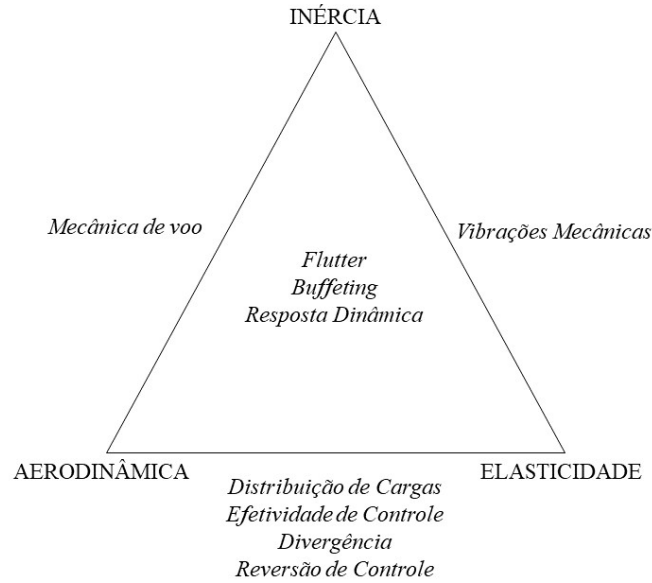


Figura 1.1 – Diagrama de Collar

Problemas de vibrações estruturais são encontrados quando a interação entre a inércia e a elasticidade do corpo são considerados. Nesse campo, são tratados problemas mecânicos comuns, onde não são considerados os efeitos do escoamento aerodinâmico. Quando as forças aerodinâmicas e elásticas são avaliadas conjuntamente, tem-se os problemas envolvendo aeroelasticidade estática. Dentre esses problemas, destaca-se a divergência, que ocorre quando o momento de arfagem devido ao escoamento aerodinâmico excede o limite da rigidez torsional da asa.

Devido destaque também deve ser dado à Reversão de Controle, que ocorre quando as forças de controle aplicadas são anuladas (perdem efetividade) ou então proporcionam comportamento inverso ao esperado em sua atuação, devido às deformações elásticas sofridas pela estrutura. Ainda, há a problemática envolvendo distribuição de cargas, onde a elasticidade da estrutura influencia na distribuição das forças aerodinâmicas.

Quando se observa a interação das forças inerciais com aquelas provenientes da aerodinâmica, destaca-se o campo de estudos chamado mecânica de voo ou estabilidade dinâmica. Mas, no momento que as forças inerciais, elásticas e aerodinâmicas interagem simultaneamente, fenômenos de aeroelasticidade dinâmica são originados. A interação entre os três vértices do diagrama dá origem aos problemas aeroelásticos mais amplamente estudados por sua capacidade catastrófica elevada. São eles o *buffeting*, a resposta a rajada e o *flutter*.

O *buffeting* consiste em uma excitação relacionada às esteiras de escoamento oriundas das asas, motores e fuselagem, as quais produzem flutuações aerodinâmicas que ocasionam vibrações transientes na estrutura da aeronave, de forma mais recorrente no estabilizador vertical. É um fenômeno comum em aeronaves militares, que por voarem em

condições de voo particulares (grandes velocidades e grandes ângulos de ataque) geram esteiras de grande magnitude.

As respostas a rajada ocorrem quando a aeronave é submetida a algum tipo de força transiente (o lançamento de mísseis, ocorrência de ondas de choque) ou rajadas de ar provenientes, por exemplo, de algum tipo de formação climática adjacente à aeronave em voo.

O fenômeno de *flutter* é classificado pela maioria dos autores como o problema aeroelástico dinâmico de maior importância e é a temática mais frequente nos estudos na área de aeroelasticidade (BISPLINGHOFF; ASHLEY; HALFMAN, 1996; DOWELL; CLARK; COX, 2005). Não somente aeronaves, mas várias estruturas podem experimentar esse fenômeno. Trata-se de uma condição onde o escoamento de ar deforma a estrutura que nele se encontra imersa, e esta estrutura deformada modifica o carregamento aerodinâmico, dando origem a oscilações auto excitadas que podem levar a estrutura ao colapso. A velocidade na qual a estrutura apresenta esse tipo de comportamento é chamada velocidade crítica de *flutter*. Quando o sistema opera em velocidades abaixo dessa velocidade, ele é capaz de absorver perturbações, provenientes, por exemplo, de vibrações estruturais. Mas, se ele opera em velocidades acima da crítica, excitações externas tomarão grandes proporções e tem potencial para levar o sistema ao colapso (se não forem limitados, por exemplo, por não-linearidades estruturais ou aerodinâmicas). Naturalmente é essencial que a aeronave não contemple em seu envelope de voo fenômenos aeroelásticos. Vale mencionar que os órgãos de certificação exigem uma margem de segurança de cerca de 15% para critérios de certificação de aeronaves (HANCOCK; WRIGHT; SIMPSON, 1985).

O *flutter* clássico, mais conhecido no âmbito aeronáutico, se dá pelo acoplamento de dois ou mais graus de liberdade da estrutura, geralmente em altas velocidades de operação, quando o amortecimento estrutural se torna insuficiente pra compensar a energia proveniente do escoamento e um modo de vibração da estrutura passa a ter energia suficiente para excitar outro modo, o que leva a coalescência de frequências. Algumas ocorrências como o *flutter* de painéis, o *galloping flutter*, *stall flutter* e *whirl flutter*, bem como a LCOs (*limit cycle oscillation*), são casos de instabilidades aeroelásticas associados ao *flutter* na literatura, mas que devem ser observados e definidos levando em consideração a presença de não linearidades, oque não ocorre em *flutter* clássico.

Outra forma bastante utilizada para classificação dos fenômenos em aeroelasticidade consiste em interpretá-los como relacionados à estabilidade ou relacionados à resposta aeroelástica, conforme apresentado de forma esquemática na Figura 1.2.



<b><u>Estabilidade</u></b>	<b>Dinâmica – Flutter.</b> <b>Estática – Divergência.</b>
<b><u>Resposta</u></b>	<b>Dinâmica – Resposta a Rajada e Buffeting.</b> <b>Estática – Redistribuição de Carregamento, Reversão de Controle.</b>

Figura 1.2 – Esquematisação da classificação dos fenômenos aeroelásticos . Adaptado de Marqui (2005).

A partir do contexto apresentado, é natural que pesquisas venham sendo desenvolvidas com intuito de suprimir ou aumentar a faixa de velocidades em que o sistema é livre de fenômenos aeroelásticos. As empresas e centros de pesquisa do setor aeronáutico vêm concentrando esforços para desenvolver novas tecnologias para garantir a segurança, redução de custo e a certificação de seus produtos. Ademais, nota-se que recentemente a aeroelasticidade tem sido fundamental também na indústria aeroespacial, como por exemplo, na otimização de desempenho de UAVs (veículos aéreos não tripulados). Ainda, a linha de pesquisa que trata de superfícies de geometria variável (também conhecida como *Morphing Wings* que hoje consiste em uma grande promessa para mercado aeronáutico, tem conseguido grandes progressos quando são considerados também a iteração da aerodinâmica com as características estruturais do sistema (DOWELL; CLARK; COX, 2005).

Devido à importância da prevenção do *flutter*, diversas pesquisas tem sido realizadas nas últimas décadas a fim de desenvolver e avaliar a capacidade de conceitos de controle de *flutter* (MARZOCCA; LIBRESCU; SILVA, 2002). A maior parte de estudos que visam a mitigação de fenômenos aeroelásticos focam na implementação de técnicas de controle, os quais podem abordar uma metodologia passiva ou ativa.

O controle passivo de estruturas pode ser dado por meio de balanceamento de massa, modificação estrutural, inserção de mecanismos de dissipação de energia, aumento de rigidez, dentre outros. São propostas atrativas, mas que podem prejudicar o desempenho da aeronave, adicionar massa a estrutura, bem como trazer complicações na fase de projeto.

Dentre as estratégias utilizadas para prover controle passivo, este trabalho destaca o uso dos materiais viscoelásticos, que têm a capacidade de dissipar energia vibratória na forma de calor. Esse tipo de material vem sendo frequentemente utilizado nas indústrias de construção civil, aeronáutica, aeroespacial e automobilística. No que tange à forma de aplicação desses materiais, pode-se indicar as fitas de material viscoelástico, que são comumente encontradas no mercado. Encontram-se também amortecedores viscoelásticos utilizados para dissipação de energia em máquinas individuais ou sistemas completos de tubulação conforme apresentado na Figura 1.3. Uma aplicação de materiais viscoelásticos na indústria é encontrada junto a empresa SMAC® (SMAC, 2019), no produto SMOACTANE® que consiste em uma fina camada de alumínio associada a uma camada de material viscoelástico e a um sensor de pressão, conforme Figura 1.4. De acordo com a empresa, esses

dispositivos são voltados para aplicações estruturais em aeronaves comerciais, helicópteros e jatos executivos, nos quais agem de forma a dissipar a energia mecânica, amortecer vibrações e ruídos, graças a energia dissipada no cisalhamento do material viscoelástico.



Figura 1.3 – Amortecedor viscoelástico de vibrações estruturais(VICODA, 2019).

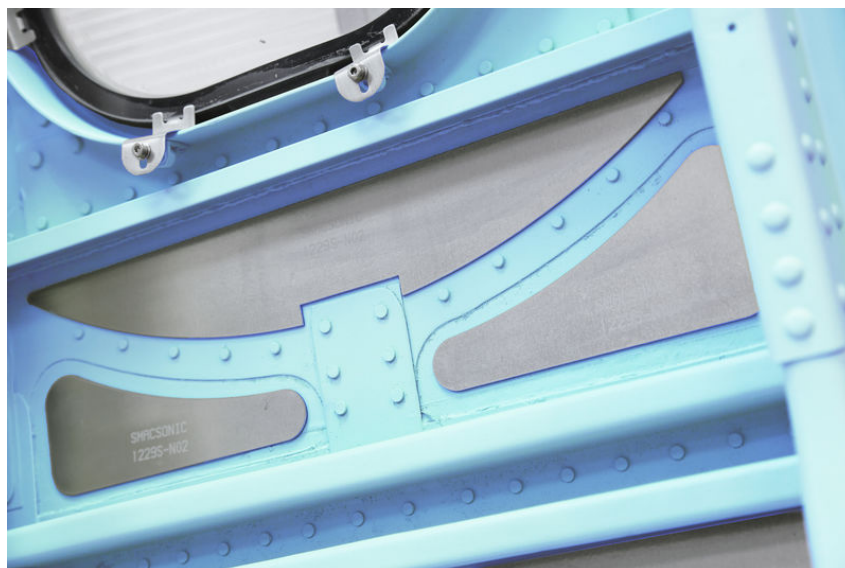


Figura 1.4 – Aplicação do produto SMACTANE® (SMAC, 2019).

A supressão da instabilidade aeroelástica de *flutter* sem que haja a penalidades de adição de massa, torna possível o melhor o desempenho de aviões modernos e sua capacidade de atuar de forma segura até o limite de seu envelope de voo. Caso isso seja possível, haverá um aumento considerável de eficiência e para aeronaves de combate, as chances de sobrevivência são aumentadas. Toda supressão ativa de *flutter* necessita de sensores para detectar o movimento da superfície de controle e para ativá-la de acordo com uma lei de controle pré-definida (NISSIM; BURKEN, 1988). Nessa afirmação, reside a problemática de posicionamento de sensores e atuadores. Além disso, o custo de manutenção,

montagem e operação é relativamente alto, o que demanda investimento em fontes de potência alternativa (CASCIATI; MAGONETTE; MARAZZI, 2006). Quando controle ativo é considerado em modelos aeroelásticos, dá-se origem ao termo aeroservoelasticidade, que transforma o triângulo de colar em uma pirâmide, onde as forças provenientes de controle também interagem com as demais.

O controlador do tipo PID (proporcional, integrativo, derivativo) é destacado nesse trabalho. Apesar de formulação simples, este tipo de controlador possibilita a análise de fenômenos aeroelásticos envolvendo superfícies de controle e outros tipos de iterações aeroelásticas.

Dessa forma, a motivação desse estudo reside no fato de que, tendo cada uma das técnicas de controle mencionadas suas vantagens e desvantagens, torna-se importante investigar a ação conjunta destas. Ainda vale ressaltar que as novas configurações de aeronaves que têm sido propostas para atender necessidades de mercado torna mais importante ainda o estudo de mecanismos híbridos, uma vez que esses veículos aéreos são potencialmente mais suscetíveis a instabilidades aerodinâmicas. Assim, o desempenho de controle ativo combinado com o controle passivo é avaliado principalmente no que diz respeito a ocorrência de *flutter*. Uma vez que essa proposta signifique melhorias no desempenho e redução de custos dos projetos aeronáuticos, ela se torna uma opção a ser considerada para melhoria dos projetos aeroelásticos.

## 1.2 Objetivos

O objetivo geral dessa tese de doutorado consiste no estudo de procedimentos de controle ativo e passivo de instabilidades aeroelásticas dinâmicas (*flutter*) em estruturas aeronáuticas, realizados no domínio do tempo e no domínio da frequência.

Em específico, destacam-se três vertentes para realização dessa análise:

- realização de um estudo numérico acerca da influência do controle ativo do tipo PD (proporcional e derivativo) no âmbito de instabilidade aeroelástica, a partir de modelos asa do tipo retangular, que serão avaliados no domínio do tempo e da frequência.
- realização de um estudo numérico acerca da influência do controle passivo viscoelástico, no âmbito de instabilidade aeroelástica, a partir de modelos asa do tipo retangular, que serão avaliados no domínio do tempo e da frequência.
- construção e avaliação de um modelo híbrido de controle aeroelástico, por meio da combinação do controle ativo PD e controle passivo viscoelástico nos moldes descritos no tópicos anteriores.

## 1.3 Metodologia

Nesse trabalho é proposto um modelo de supressão de fenômenos aeroelásticos por meio de controle híbrido, dada na associação de controles ativo e passivo. De forma a atingir os objetivos apresentados, primeiramente é realizada uma revisão bibliográfica acerca de controle de fenômenos aeroelásticos, destacando os problemas mais comumente encontrados tanto em abordagens passivas quanto ativas.

Após esse levantamento, foi escolhido o modelo físico, o qual consiste em uma asa retangular homogênea com dois graus de liberdade (flexão e torção) e que possui uma superfície de controle no seu bordo de fuga. Uma vez que a análise híbrida nos moldes aqui apresentados se trata de um problema com poucas referências na literatura, é adequado trabalhar com modelos simplificados, que apresentam baixo custo computacional. Com isso, após resultados preliminares, torna-se possível a extrapolação para modelos que tenham estrutura ou geometria mais complexa.

Do ponto de vista do modelo aerodinâmico, foi adotada a proposta de Hancock, Wright e Simpson (1985), combinada com teoria de faixas. Essa simplificação consiste na adoção de um valor constante para o termo da derivada aerodinâmica associada ao momento de arfagem em relação a coordenada generalizada de torção que, de acordo com o referido autor, é o termo que tem maior contribuição na consideração do amortecimento aerodinâmico. Com isso, a aerodinâmica deste modelo permitir a análise tridimensional não estacionária com coeficientes aerodinâmicos que não dependem da frequência, acarretando em um modelo representativo e com simplificações adequadas.

Definidos os modelos estrutural e aerodinâmicos, são incluídas as contribuições associadas as características dos controles passivo e ativo. Ressalta-se que, para ambos os tipos de controle e para o caso onde eles são combinados, a análise se dá tanto no domínio do tempo quanto no domínio da frequência.

Em relação ao domínio da frequência, sabe-se que existem diferentes metodologias para estabelecer o envelope de voo aeroelástico, que em outras palavras consiste na faixa de velocidade onde a aeronave se encontra em condições seguras. De forma simplificada, o método de análise de estabilidade aeroelástica consiste em um procedimento onde são calculados os fatores de amortecimento e frequência, de cada modo, associados a uma velocidade de voo. Com esses valores, é possível construir curvas de comportamento, chamadas comumente de Diagramas  $Vgf$  (velocidade, amortecimento e frequência). Com essa curva, observa-se a mudança de sinal do fator de amortecimento como indicativo da condição crítica, na qual o sistema muda de condição estável para instável e na qual se dá a velocidade de *flutter*. Para conseguir esses valores numericamente, implementa-se o Método  $p-k$ , para construção dos diagramas  $Vgf$ . Apesar de consistir em uma abordagem de natureza iterativa, que demanda esforço computacional considerável, ele foi escolhido por fornecer valores de amortecimento físicos, ao contrário do Método  $k$ , que é de cunho

mais simples, mas que só tem valor físico no ponto de amortecimento nulo. Todas essas implementações foram realizadas com auxílio *software* Matlab®.

Na análise no domínio do tempo, as equações em espaços de estados são integradas utilizando-se Runge-Kutta de 4ª Ordem, também implementada em ambiente Matlab®. Com esse procedimento, é possível observar o comportamento do sistema em termos de deslocamento e velocidade no decorrer do tempo, para uma dada velocidade. Com base nos resultados obtidos no domínio da frequência, é feita uma análise nas proximidades da velocidade limítrofe de estabilidade. Com isso, identifica-se a faixa de velocidades onde a velocidade crítica se encontra ( intervalo onde o sistema passa de estável para instável) e observa-se seu comportamento em termos de amplitude de oscilação. Os mesmos valores de parâmetros, tais como fator amortecimento viscoso, ganhos do controlador, etc., utilizados no domínio da frequência são considerados na análise temporal, para comparação dos valores das velocidades críticas. Vale mencionar que informações adicionais importantes são obtidas na análise temporal, como por exemplo aquelas advindas do esforço do controlador, que só é conseguida nesse domínio e que é de extrema importância pra decisões de projeto.

Para avaliação do controle ativo aeroelástico, foi implementado o controlador PD, amplamente utilizado na literatura e com modelagem matemática facilmente construída no tempo e na frequência. Cada ganho é variado em módulo, de forma individual, e em seguida, são avaliados simultaneamente. Esse procedimento é realizado com o objetivo de estabelecer uma relação dessas combinações com a velocidade crítica de *flutter*. Em seguida, amortecimento viscoso (modelo proporcional à massa e rigidez) é incluído no sistema e as análises são refeitas, a fim de estabelecer a importância do amortecimento no âmbito de aeroservoelasticidade.

Em seguida, considera-se que o sistema apresenta propriedades passivas de amortecimento associadas a material viscoelástico 3M-ISD112®. O modelo do módulo viscoelástico complexo, que depende da temperatura de operação e da frequência do modelo é utilizado, uma vez que este já é consolidado em outras pesquisas (MARTINS et al., 2017). Com o comportamento do material descrito numericamente, é possível investigar a influência dos parâmetros geométricos e físicos (temperatura de operação e fator de forma viscoelástico) na velocidade de crítica de *flutter*. Com essa inclusão, se faz necessária a implementação de uma técnica iterativa de solução do problema aeroelástico, que passa a apresentar uma dependência da frequência. De forma simplificada, adota-se uma frequência inicial para solução do problema de autovalores aeroelástico e repete-se o procedimento até que a frequência calculada seja aquela suposta inicialmente. Para reduzir o número de iterações até a convergência, sugere-se como frequência inicial aquela calculada nas mesmas condições para o modelo que não contempla material viscoelástico. No que diz respeito ao modelo viscoelástico temporal, foi escolhido o modelo derivativo fracionário que, de acordo com as referências bibliográficas relacionadas (GALUCIO; DEÛ; OHAYON, 2004), consiste em uma excelente aproximação do comportamento viscoelástico. Da escolha desse modelo, surge uma dependência do passo de tempo anterior, que deve ser considerada no

processo de integração característico de soluções no domínio temporal.

Com as simulações no tempo e na frequência dos modelos aeroelásticos que incluíam controle ativo, passivo e híbrido, são tecidas comparações entre as técnicas de controle abordadas. São indicadas as vantagens e desvantagens da utilização de cada tipo de controlador, ressaltando o desempenho do controle híbrido, ou seja, de que forma o sistema responde a combinação dos controles passivo, utilizando material viscoelástico, e ativo, utilizando controlador PD.

## 1.4 Contribuições

Pesquisas relacionadas aos setores aeronáutico e aeroespacial ganham cada dia mais espaço e atenção. No entanto ainda há pouca literatura, principalmente desenvolvida no Brasil, para tratar dos supracitados assuntos. Assim, esse trabalho vem corroborar com o desenvolvimento de pesquisa na referida temática, propondo uma metodologia de análise de instabilidade aeroelástica do tipo *flutter*, utilizando como modelo uma asa reta e homogênea de dois graus de liberdade, considerando controle híbrido, a partir da combinação de controle ativo PD e controle passivo por meio de material viscoelástico. A influência de cada tipo de controle nos parâmetros do outro é analisada, a fim de propor uma combinação adequada de parâmetros que acarrete melhoria de desempenho ou, em outras palavras, aumento da faixa de velocidades de voo seguro. Vale ressaltar ainda que essa análise é construída no domínio do tempo e da frequência, uma vez que cada domínio possui suas vantagens e desvantagem no que concerne a análise de resultados. Sendo assim, este trabalho apresenta duas contribuições a serem destacadas:

1. Uma proposta de controle híbrido/combinado por inserção de um controlador proporcional e derivativo em conjunto com aplicação de material viscoelástico tomando como base o modelo simplificado descrito, no qual diversas análises paramétricas podem ser realizadas de forma direta. Ressalta-se ainda que não há na literatura o emprego de controle híbrido utilizando material viscoelástico para aumento de envelope de voo, nos moldes propostos nesse trabalho.

2. Uma proposta de análise de estabilidade aero-servo-viscoelástica construída no tempo e na frequência, evidenciando a importante complementariedade existente entre os resultados obtidos nos dois domínios. Vale mencionar que não há na literatura estudo comparativo nos domínios do tempo e da frequência de um mesmo problema. Essa análise combinada se mostrou complementar, resultando em uma visão mais global do sistema e do desempenho dos controladores.

## 1.5 Organização do Trabalho

Este trabalho está organizado em oito capítulos, sendo que este primeiro apresenta os aspectos introdutórios. Na primeira parte, é feita a contextualização e são apresentadas as motivações que levaram a escolha do tema abordada. Em seguida são definidos os objetivos para e a metodologia assumida para a chegar aos resultados demonstrados. Em sequência, a relevância do trabalho no contexto científico no qual ele está inserido é apresentado.

O Capítulo 2 é dedicado a uma revisão bibliográfica. Nessa seção, serão apresentados os trabalhos utilizados para prover embasamento teórico necessário para o desenvolvimento desse estudo.

O Capítulo 3 traz a fundamentação teórica envolvendo aeroservoelasticidade e viscoelasticidade, provendo conceitos necessários para compreensão e desenvolvimento do trabalho de pesquisa.

Em seguida, o Capítulo 4 trata do desenvolvimento e definição dos modelos matemáticos do modelo de asa reta aeroelástica que servirá de base para os estudos numéricos.

O Capítulo 5 apresenta os resultados oriundos das simulações numéricas no domínio da frequência. Análises envolvendo controle ativo e controle passivo de forma separada e de forma conjunta, são apresentadas.

O Capítulo 6 apresenta os resultados oriundos das simulações numéricas no domínio do tempo. Análises envolvendo controle ativo e controle passivo de forma separada e de forma conjunta, são apresentadas, bem como as complementariedades observadas entre as análises temporais e no domínio da frequência.

O Capítulo 7 traz as conclusões obtidas durante todo o trabalho de pesquisa.

## 2 Revisão Bibliográfica

O presente capítulo corresponde a revisão bibliográfica acerca das pesquisas que contribuíram para o desenvolvimento desta tese de doutorado. A primeira seção aborda as obras que tratam a aeroelasticidade de forma geral, como modelagem estrutural e aerodinâmica, domínios físicos (domínio do tempo e da frequência) técnicas de solução do problema aeroelástico, experimento de *flutter*, dentre outros. Na sequência, o destaque é dado ao controle ativo e suas particularidades. Em seguida, são apresentadas as principais pesquisas que tratam de controle aeroelástico de abordagem passiva e semi passiva. Na subseção final, o enfoque é dado em materiais viscoelásticos aplicados nno controle de vibrações.

### 2.1 Sistemas Aeroelásticos

Tendo conhecimento da importância dos estudos envolvendo aeroelasticidade, é esperado que uma grande quantidade de pesquisadores se debruçem sobre a temática, concentrando esforços para entender a dinâmica desses eventos, bem como propor técnicas de controle, materiais de diferentes propriedades, designs diferenciados e outras possíveis melhorias que venham a mitigar esses fenômenos.

Em um primeiro momento, não se pode deixar de ressaltar as referências em aeroelasticidade que se consolidaram na forma de livros, como *Aeroelasticity* de Bisplinghoff, Ashley e Halfman (1996)) e *An Introduction to theory of Aeroelasticity* de Fung (1993), que são os textos mais clássicos da área. Grande parte de ambas as obras é dedicada à teoria de vibrações de sistemas mecânicos aplicada a sistemas aeronáuticos como, por exemplo, o cálculo de modos de vibração e frequências naturais de sistemas aeronáuticos, além de deformações em estruturas aeronáuticas sujeitas a carregamentos estáticos e dinâmicos. Após essa revisão, são apresentados conceitos básicos relacionados à aerodinâmica. Bisplinghoff, Ashley e Halfman (1996) dedica uma seção inteira para abordar o fenômeno aeroelástico de *flutter*, discutindo a natureza do fenômeno e seus vários tipos de ocorrência. Apresenta uma análise para um caso clássico de dois graus de liberdade partindo de diferentes modelos de sistemas vibratórios, versa sobre efeitos de compressibilidade no fenômeno, bem como de considerações de modelos aerodinâmicos. Na obra de Fung (1993) também é dado enfoque a esse fenômeno aeroelástico, sendo três capítulos dedicados ao assunto de forma específica.



O primeiro, lida com características mais teóricas relacionadas ao fenômeno, enquanto o seguinte traz informações sobre as abordagens da análise de estabilidade de forma geral. Outra seção versa sobre o *flutter* na concepção de projetos de engenharia.

Já o trabalho de Hodges e Pierce (2011), consiste em um livro com uma abordagem introdutória, direcionada para aplicação de cunho simples e prático em aeroelasticidade e dinâmica estrutural. Sucintamente, o livro traz três capítulos, sendo o primeiro deles uma introdução à dinâmica estrutural, seguindo-se o capítulo que trata de aeroelasticidade estática e o capítulo que aborda a instabilidade dinâmica de *flutter*, tratando de modelagem de sistemas simples e ainda abordando os métodos clássicos como método *k* e o método *pk*.

Os autores de *Modern Course in Aeroelasticity* Dowell, Clark e Cox (2005), lida com a temática aeroelasticidade aplicada em diferentes áreas da engenharia. Um capítulo é reservado ao estudo de aeroelasticidade em estruturas civis (pontes, viadutos, etc que estão sujeitos a interação fluido estrutural); outro é focado na resposta aeroelástica de rotores; outro ainda concentra esforços na análise de turbomáquinas e os problemas relacionados com aeroelasticidade. Os autores também disponibilizam um capítulo (assim como os dois primeiros livros mencionados nesse capítulo) para tratar de experimentos em aeroelasticidade, discutindo sua necessidade e fazendo recomendações baseadas na experiência dos autores no assunto. Há que se destacar também o tópico desta obra que trata de não linearidades, que estão cada vez mais presentes em aeroelasticidade e na maior parte dos estudos em engenharia (SIVASUNDARAM, 2000).

A obra *Introduction to Aeroelasticity and Loads* Wright e Cooper (2014), já em sua segunda edição, apresenta inicialmente estudos de casos de modelos aeronáuticos a fim de introduzir o leitor aos conceitos básicos de teoria das vibrações e modelagem de sistemas vibratórios. Na segunda parte da obra, trata especificamente da temática aeroelasticidade. É necessário salientar que, ao contrário dos livros clássicos já citados, os autores não dão enfoque a teorias aerodinâmicas em sua origem, ou seja, utilizam essas equações já prontas para tratar propriamente aeroelasticidade, mas fornecem as referências necessárias caso o leitor deseje conhecer mais a respeito desse assunto. Métodos clássicos de cálculo de *flutter* são apresentados e comparados, além de teorias básicas para análise tridimensional. São discutidos brevemente os casos de flutter cônico e *flutter* de superfícies de controle; comentários também são tecidos a respeito de *flutter* em regimes transônicos e supersônicos. Um capítulo também dá enfoque a aeroservoelasticidade aplicada a casos simples, além de se dedicarem vários capítulos à análise de cargas aerodinâmicas e um capítulo à análise de manobras em solo. Há ainda que se destacar a terceira e última parte da obra que fala de forma geral a respeito do procedimento de certificação de aeronaves no tocante a requisitos de aeroelasticidade. A obra também traz em sua seção de anexos, códigos em Matlab® que propiciam ao leitor a simulação numérica de casos apresentados no livro.

Devido destaque deve ser dado também aos trabalhos na forma de relatórios

técnicos de Theodorsen, que ainda contribuem para pesquisas recentes, apesar de datarem de meados da década de 1930 e 1940. O NACA Report 496 (Theodorsen (1935),) apresenta a modelagem das forças aerodinâmicas para seções típicas aeroelásticas por meio de Funções de Bessel, dando origem à famosa, a Função de Theodorsen. Com base no conhecimento das forças aerodinâmicas em função do parâmetro adimensional frequência reduzida ( $k$ ), o modelo mecânico de dois graus de liberdade típico se torna aeroelástico quando da inserção das forças aerodinâmicas apropriadamente modeladas, tornando possível a análise aeroelástica. Já no NACA Report 685 (Theodorsen e Garrick (1940)) os autores rerepresentam a formulação anterior de uma forma julgada mais adequada para avaliar o problema de flutter via estudo sistemático de efeitos de diversos parâmetros. O trabalho também apresenta análises experimentais em asas engastadas com e sem superfícies de controle. O procedimento experimental é utilizado para avaliar a fidelidade do modelo teórico e também para analisar a adaptabilidade dessas formulações aos problemas tridimensionais.

Vários trabalhos envolvendo aeroelasticidade, de forma geral, vem sendo desenvolvidos na forma de artigos de revista, anais de eventos, teses e dissertações. Trabalhos que lidam com questões envolvendo melhorias nas técnicas de cálculo de instabilidade aeroelástica, redução de modelos para desonerar o custo computacional associado, controle passivo por meio de materiais de diferentes naturezas, controle ativo por meio de diferenciadas leis de controle ou então propondo melhorias para aquelas que alcançaram devido sucesso.

No trabalho de Hancock, Wright e Simpson (1985) é apresentado um panorama geral e didático da análise de *flutter*, fenômeno aeroelástico de maior destaque, passando desde o entendimento da física envolvida a interpretação dos resultados obtidos. Simplificações de modelo estrutural e aerodinâmico são propostos a fim de tornar o processo menos oneroso, mas sem perda de representatividade significativa nesses dois campos.

Uma vez que técnicas ativas e semiativas envolvendo leis de controle estão cada vez evidentes, abordagens de fenômenos aeroelásticos tratados no domínio do tempo têm se mostrado cada vez mais atrativas, uma vez que a representação no espaço de estados é conseguida. A abordagem de fenômenos aeroelásticos no domínio do tempo tem sua dificuldade residente na modelagem apropriada, no referido domínio, da aerodinâmica não estacionária envolvida. Este autor pode ser considerado como referência em análise temporal de flutter. Em um de seus trabalhos Karpel (2001), apresenta um projeto de um sistema de controle para supressão ativa de *flutter* e alívio de cargas de rajada, utilizando uma aproximação racional da aerodinâmica não estacionária, construindo as equações matriciais do movimento com coeficientes constantes. O autor ainda apresenta brevemente a proposta de Roger (ROGER, 1977) para aproximação por funções racionais, para, por fim, introduzir o método dos estados mínimos, que é a proposta de maior destaque em seu trabalho, visto que consiste em uma aproximação da aerodinâmica não estacionária que utiliza um número bem menor de termos de atraso, culminando em matrizes de espaço de estados de ordem bem menor, quando comparada às geradas pelo método de Roger. O

trabalho de dissertação de mestrado de Silva (1994) é dedicado à análise de estabilidade de aeronaves de asa fixa, no domínio do tempo. A abordagem consiste na solução do problema aeroelástico no domínio da frequência para obtenção das matrizes aerodinâmicas exatas, calculadas conforme modelo de Theodorsen, a fim de utilizar esses dados para aproximação, por intermédio de um polinômio de Padé, de uma matriz aerodinâmica dita aproximada, passível de transformação inversa de Laplace para correta expansão e análise em espaço de estados. Ainda, Neuhaus et al. (2009), utiliza a aproximação temporal de Roger para aerodinâmica não estacionária a fim de calcular fronteiras de estabilidade de construções civis como pontes, uma vez que tais estruturas também estão sujeitas a instabilidades aeroelásticas.

Especial atenção também é dada a trabalho que lidam com bancadas experimentais aeroelásticas. O trabalho de Wright et al. (2003) lida com o teste experimental de *flutter*, uma vez que se faz necessária a comprovação empírica de ausência de instabilidade aerolástica dentro do envelope de voo da aeronave. Um modelo de asa reta associada a uma superfície de controle que rotaciona pela ação de um atuador simples é utilizado. Essa mesma superfície de controle é utilizada para excitar o sistema. Os resultados demonstram que uso do sinal do atuador (força, deslocamento ou ângulo de rotação) como sinal de referência nos experimentos não é uma boa escolha, uma vez que esses sinais carregam informações de própria resposta do sistema, o que pode acarretar na não identificação de modos de *flutter*. Ainda no âmbito experimental Westin (2010) propõe em seu trabalho um procedimento para experimentação de fenômenos aeroelástico e identificação de *flutter* a partir da densidade espectral de potência.

Sobre regimes de escoamento e sua influência em fenômenos aeroelásticos, Zhang e Ye (2010) apresentaram um estudo a respeito dos efeitos da superfície de controle no fenômeno de instabilidade de *flutter* em escoamento transônico e verificaram que os procedimentos comuns como balanceamento estático das superfícies de controle podem ajudar a estender os limites de estabilidade da aeronave, mesmo em regime transônico.

Karpel (1982) ainda propõem uma otimização estrutural para aumentar a eficiência do controle aeroelástico. O processo faz uso do software comercial NASTRAN®, que provê a análise modal da estrutura, fornecendo os valores dos elementos da matriz de rigidez generalizada. Em seguida, a matriz aerodinâmica é calculada. É então introduzido o conceito de efetividade aeroelástica de um coeficiente aerodinâmico, que é baseado na relação entre os modos de corpo rígido e os modos de corpo flexível. O resultado mais deficiente desse parâmetro é escolhido como ponto inicial do ciclo de otimização para definir um fato de redimensionamento, que atualiza o modelo de elementos finitos (modifica a rigidez estrutural) e repete o processo até que os critérios estabelecidos sejam alcançados.

Outra abordagem bastante interessante é aquela que leva em consideração os efeitos de não linearidades estruturais na análise aeroelástica. Harmin e Cooper (2011), propõem em seu trabalho um procedimento de redução de modelo de estruturas aeroespaciais que apresentam não linearidades geométricas, características de estruturas de alta razão de

aspecto (asas alongadas). Com isso, pode-se prever de forma melhorada a ocorrência de LCOs e comportamentos oriundos de resposta à rajada. Sanches, Guimarães e Marques (2019) propõe a introdução de não linearidades na rigidez torsional de uma seção típica, com objetivo de aumentar a velocidade crítica de *flutter* e prover as amplitudes mínimas estáveis, em caso de Oscilações Ciclo Limite (LCOs), em uma condição pós-*flutter*.

Ainda há de dar o devido destaque para a crescente utilização de materiais compósitos na indústria aeronáutica. Visando melhorias estruturais tais como redução de peso, pode levar a comportamentos indesejáveis no que diz respeito a estabilidade estrutural. Dessa forma, Cesnik, Hodges e Patil (1996), apresenta em seu trabalho uma análise de estabilidade aeroelástica para asas alongadas feitas de material compósito. Koo e Hwang (2004), se dedicam ao estudo de *flutter* de painéis, analisando os efeitos do amortecimento esterético e aerodinâmico no *flutter* de painéis fabricados com material composto. Os autores concluem que tais efeitos são fortemente dependentes da orientação das fibras do material, pois o modo de *flutter* também é dependente dessa orientação. A respeito do amortecimento estrutural, verifica-se que este tem forte participação na instabilidade de *flutter* quando o amortecimento aerodinâmico é baixo, mas pode não afetar os limites de *flutter* quando há altos níveis de amortecimento.

Incertezas e não linearidades também estão ganhando espaço nas pesquisas relacionadas a aeroelasticidade. Bueno, Góes e Gonçalves (2015) faz uso da teoria das desigualdades matriciais lineares de Lyapunov para considerar incertezas estruturais na análise aeroservoelástica. Além disso, os mesmos autores, em outro trabalho (BUENO; GONÇALVES; GÓES, 2014) utilizam essa teoria geral de Lyapunov para introdução da análise contínua de estabilidade que permite o estudo de sistemas aeroservoelásticos variantes no tempo. Singh, Black e Kolonay (2019) propuseram a utilização do chamado método das receptâncias, que é baseado na análise da função de transferência dessa natureza para projetar a ação de controle adequada a estabilizar a referenciada condição. A decisão se baseia no fato de que essa abordagem permite, entre outras vantagens, incluir não linearidades associadas a condição aeroservoelástica.

## 2.2 Controle Ativo de Fenômenos Aeroelásticos

A abordagem de controle aeroelástico via mecanismos ditos ativos é o mais utilizado na indústria atualmente. Diversas leis de controle e mecanismos de atuação são associados para prover estabilidade às estruturas aeronáuticas. Para uma perspectiva história acerca de análise e controle de respostas aeroservoelásticas, é indicada a leitura do trabalho de (LIVNE, 2018).

Com objetivo de estabelecer melhores práticas para análises de estabilidade em aeronaves, Pendleton et al. (2000) apresentam em seu trabalho o desenvolvimento de um programa próprio de estudo focado em asas aeroelásticas controladas ativamente. Baseando

se em modelo analítico, os autores dissertam a respeito dos parâmetros físicos que tem maior influência no comportamento geral desses mecanismos, e ainda propõe técnicas de referência para realizar medições de características aerodinâmicas, estruturais e também de controle.

Baseando-se na complexidade do problema aeroservoelástico que envolve muitas variáveis, Andrighettoni e Mantegazza (1998) propuseram em seu trabalho um modelo adaptativo de controlador ativo, já que uma única lei de controle não é eficiente em todas as condições de voo que a aeronave é sujeita durante sua vida útil.

Vários autores propuseram até hoje interessantes práticas de controle ativo, visando resolver os principais problemas inerentes a inserção desses mecanismos no sistema. O trabalho de McEver et al. (2007), apresenta uma abordagem de controle ativo em malha fechada em um modelo de seção típica. Um controlador nominal é projetado e implementado em uma superfície de controle que se encontra no bordo de fuga da estrutura. A técnica de Evans para o lugar das raízes foi utilizada para prover as leis que regem o controlador em malha fechada, e garantir estabilidade tanto em malha aberta quanto em malha fechada no envelope de operação almejado. No trabalho de Marqui (2005) foi desenvolvido um modelo teórico e experimental de um controlador ativo de realimentação de estados para supressão de *flutter*, com base em um modelo de asa rígida com dois graus de liberdade que se acoplavam para caracterização do fenômeno.

Voltado mais para aplicações de mercado aeronáutico, Ricci et al. (2012) apresenta resultados de uma análise experimental aeroelástica em um modelo completo em escala de aeronave comercial. A bancada tem por objetivo constituir um *benchmark* para análises aeroelásticas em aeronaves completas, e é um estudo realizado em conjunto com várias instituições do mundo inteiro. Técnicas de controle, levando em consideração a resposta de toda a aeronave são avaliadas.

Sendo uma das maiores problemáticas de controle ativo o posicionamento ótimo dos sensores e atuadores, Nissim e Burken (1988), apresentam um método baseado no conceito de energia aerodinâmica para determinar a localização de maior efetividade dos sensores para supressão de *flutter*, dessa forma, não é necessário utilizar nenhuma lei de controle associada. Esse método permite determinar a distribuição, sobre diferentes superfícies do avião, da energia entrando no sistema como um resultado da instabilidade de *flutter*.

Deve-se destacar também que os sistemas controlados ativamente devem atender aos requisitos de redundância e confiabilidade. Desde que eles não interajam com a estrutura da aeronave para produzir instabilidades aeroservoelásticas ou oscilações de ciclo limite (LCOs), a falha ativa do controle não seria catastrófica (no nível de probabilidade exigido) e a ação da tripulação garantiria, dentro de certas limitações do envelope do voo, operação segura (LIVNE, 2018). Dimitriadis e Cooper (1999), tratam especificamente das LCOs, perpassando por métodos de identificação desse tipo de *flutter* via balanceamento harmônico até propostas de controle ativo por meio de sinais de excitação na superfície de

controle.

Além disso, o controle aeroelástico ativo normalmente sofre com o efeito do atraso de tempo, que pode deteriorar o desempenho do controle e levar a cenários de instabilidades, como no trabalho de Huang et al. (2015), que propõe um controlador de atraso baseado em um modelo de asa tridimensional. Librescu e Marzocca (2005) enfatizam a análise de controle ativo de *flutter* envolvendo correção do atraso no controle de feedback (*time delayed*), dada as não-linearidades envolvidas. Dão enfoque a aspectos relacionados ao estudo de aeroelasticidade associado a um sistema de controle em malha aberta e em malha fechada, em uma superfície bidimensional imersa em escoamento incompressível. As implicações no limite de instabilidade devido a presença do atraso no controle de feedback são investigadas e verifica-se que sua utilização pode ser prejudicial do ponto de vista de previsão da resposta aeroelástica, mas benéfica do ponto de vista de instabilidade de *flutter*, mas apenas para pequenos delays. Zhao (2011) investiga os efeitos oriundos desse atraso em um sistema aeroelástico, mostrando que esses atrasos tem efeitos consideráveis na análise de *flutter* e não devem ser desconsiderados. Aponta ainda que se deve utilizar o sinal do ângulo de arfagem como referência para a resposta, para apresentar menores atrasos e que a magnitude do atraso é fortemente dependente da velocidade de operação e do ganho do controlador. Singh (2015) apresenta um modelo de controle de *flutter* em um sistema que apresenta uma único atraso no *loop* de controle, possibilitando que o modo de interesse seja controlado sem afetar ou desestabilizar os demais.

Há ainda, uma vertente que consiste na utilização de materiais inteligentes, mais especificamente piezelétricos, para supressão de fenômenos aeroelásticos. Ardelean et al. (2006), propõe controle ativo de *flutter* por meio de um atuador piezoelétricos do tipo V-Stack. O piezelétrico é incorporado à superfície de controle de uma seção de asa para análise experimental e são encontrados resultados satisfatórios no que diz respeito a atuação desse dispositivo e conseqüentemente da superfície de controle. Quando operando em malha fechada, verificou-se aumento de velocidade de *flutter* de aproximadamente 30% quando da utilização da supressão descrita.

Vem tomando espaço nos últimos anos técnicas ditas semi-ativas, como Yang, Zhao e Jiang (1995), o qual propõe um controle do tipo semi-ativo para um sistema de *flutter* não linear de dois graus de liberdade em malha fechada. Os autores baseiam-se na suposição que oscilações de baixa amplitude não levam ao colapso imediato da estrutura sendo, portanto, controláveis por um elemento de rigidez não linear, que responde de acordo com o movimento da estrutura (controle de feedback). A verificação da validade desse tipo de controle é feita em túnel de vento.

## 2.3 Controle Passivo e Semi Passivo de Fenômenos Aeroelásticos

Ao contrário das técnicas de controle ativo, abordagens passivas são inerentemente estáveis e requerem pouca energia (LEO, 2007). Isso pode ser alcançado através do balanceamento de massa, modificação estrutural, inserção de mecanismos de dissipação de energia, aumento da rigidez etc. Apesar de suas características atraentes, o desempenho da aeronave provavelmente será comprometido devido à penalidade de peso e restrições de custo envolvidas.

No trabalho de Reed (1980) este propõe a introdução de um sistema de pilone desacoplado. Aeronaves militares muitas vezes tem como requisitos de missão o carregamento externo de cargas acopladas à asa, em diversas configurações. Essas cargas têm potencial de diminuir a velocidade de *flutter* da aeronave, e com isso reduzir efetivamente seu desempenho. A proposta do decoupler pylon é então, associar uma suspensão, com amortecimento e rigidez assistidos por um sistema de controle de feedback em baixa frequência. Essa suspensão isola dinamicamente a asa dos efeitos de inercia das cargas ali colocadas aumentando a faixa de estabilidade da aeronave.

O trabalho de Rocha, Moniz e Suleman (2007), faz uma demonstração experimental de controle de *flutter* por meio do uso de materiais piezoelétricos em uma asa construída sob o conceito de pele/película adaptativa (fibra de carbono, balsa e fibra de vidro com adesivos piezoelétricos na parte interior), proposto pelo mesmo autor em sua tese de doutorado. O autor identifica aumento da velocidade crítica pela utilização dessa classe de materiais inteligentes, traçando comparações do deslocamento e do amortecimento calculado para diversas velocidades.

Uma abordagem semi-ativa também é proposta por Kandagal e Venkatraman (2010), quando estes investigam em seu trabalho a viabilidade da aplicação materiais piezoresistivos para controle de *flutter*. Os transdutores piezocerâmicos são acoplados às molas que representam a rigidez do sistema adotado, que consiste em um modelo de aerofólio de dois graus de liberdade. É utilizado o modelo aerodinâmico não estacionário, contemplando a parcela adicional de amortecimentos devido ao sistema piezoresistivo. Os amortecedores quando sintonizados por piezocerâmicas resistentes nas molas podem melhorar a faixa de velocidade de flutter de 25-50% com base no amortecimento aditivo de 10% obtido devido ao desvio resistivo de piezocerâmicas.

No trabalho de Lacarbonara e Cetraro (2011), é proposta a inserção de um absorvedor de vibração dito visco-histerético para aumento da velocidade crítica. Esse sistema passivo consiste em um arranjo paralelo de amortecedores e um elemento histerético. São estudados os efeitos da inserção desse dispositivo nas condições de pré e pós *flutter*, apresentando ganhos significativos no que diz respeito ao valor da velocidade crítica e amplitudes encontradas.

No trabalho de Sousa, Junior e Elahinia (2017), é proposta uma combinação de

materiais inteligentes, que proporcionam controle semi-passivo, (usando *shunts* piezoelétricos) e passivo (utilizando materiais com memória de forma) simultaneamente, o que aumenta significativamente a faixa de velocidades onde a seção típica utilizada como modelo é livre de LCOs.

Na tentativa de se valer das vantagens de técnicas diferentes de controle, Silva et al. (2017) apresentam em seu trabalho uma combinação de controle ativo e passivo, dado respectivamente, pelo uso de reguladores lineares quadráticos e de materiais com memória de forma.

### 2.3.1 Controle de Vibrações envolvendo Materiais Viscoelásticos

O estudo de fenômenos ligados à viscoelasticidade não é um fato tão recente quanto se imagina, embora vários trabalhos atuais tratem de sua modelagem e aplicação para diversos fins, tendo o maior destaque no controle de vibrações estruturais. A grande vantagem observada para essa classe de materiais consiste na simplicidade de aplicação e principalmente na clássica condição de dissipação contínua em condições de esforço cíclico, caracterizada por seus laços de histerese. O uso de elementos viscoelásticos estruturais introduz tanto propriedades de amortecimento quanto de rigidez em um único elemento, favorecendo a redução das indesejadas vibrações. Encontra-se também na literatura trabalhos que utilizam as propriedades viscoelásticas para redução de vibrações oriundas de abalos sísmicos, como em Yokota et al. (1992) .

Os estudos na forma de livros que apresentam maior relevância na área são as obras de Ferry (1980) e Jones (2001) que versam não somente a respeito de teorias clássicas de viscoelasticidade linear, mas também sobre métodos experimentais de determinação de características dessa classe de materiais, aspectos fenomenológicos, dentre outros. Todavia especial atenção deve ser dada às aplicações e casos estudados, onde é possível observar a grande utilização de materiais viscoelásticos, desde supressão de vibração até na melhor compreensão de alguns materiais que exibem comportamento viscoelástico. Um diferencial deste último e mais recente livro é a apresentação, no fim deste, de rotinas computacionais que podem ser extremamente úteis para análise de viscoelasticidade e assuntos associados.

Os materiais viscoelásticos tem sido frequentemente usados em varias aplicações de engenharia. Na área estrutural, eles tem sido amplamente empregados como amortecedores em aplicações que visam mitigar a vibração de arranha céus sujeitos a abalos sísmicos, ventos e furacões, conforme trabalhos de Mahmoodi et al. (1987) e Park (2001). Para reduzir a vibração e o ruído, materiais viscoelásticos têm sido utilizados para compor absorvedores de vibração, como apresentado nos trabalhos de Bronkhorst et al. (2018) e Espíndola, Lopes e Bavastri (2006) e de montagens de máquinas rotativas como proposto por Ribeiro, Lopes e Bavastri (2017).Alaimo, Orlando e Valvano (2019) também apresenta em seu trabalho uma análise de placas de materiais compósitos contendo camadas viscoelásticas, visando aplicações industriais, uma vez que o mercado automobilístico, aeroespacial e aeronáutico



vem fazendo extensivo uso dessas formas estruturais para compor seus projetos.

Especificamente em aeronáutica, um exemplo de aplicação é a supressão de ruído na cabine, na qual fitas viscoelásticas tipo sanduíche (que consistem em um núcleo de material viscoelástico entre duas placas de alumínio ou carbono) são ligadas à estrutura para dissipação de energia (RAO, 2003). Petrone et al. (2019) propôs uma aplicação de uma camada de material viscoelástico na janela das aeronaves, a fim de diminuir o ruído de cabine de aeronaves comerciais de passageiros. Kwak, Washington e Yedavalli (2002) propuseram um mecanismo de controle ativo-passivo combinado para absorver a vibração nos componentes do trem de pouso.

Vários artigos também tratam do assunto, em suas mais diversas abordagens. Galucio, Deü e Ohayon (2004) apresenta em seu trabalho a modelagem de vigas sanduíches contendo núcleo composto de material viscoelástico. A modelagem das camadas externas segue a teoria de Euler-Bernoulli ao passo que o núcleo viscoelástico considera cisalhamento, sendo modelada, portanto, de acordo com a teoria de Timoshenko. O modelo para o material viscoelástico é baseado na teoria de derivadas fracionárias. Os autores apresentam um algoritmo para solução das equações do movimento no domínio do tempo. É observada a diminuição da amplitude das oscilações da viga proposta, quando comparados os resultados da viga completamente elástica com aquela que apresenta núcleo viscoelástico.

Bavastri et al. (2014) propõe um modelo de absorvedor dinâmico viscoelástico para sistemas que apresentam não linearidades cúbicas, nos quais os ADV comuns, compostos de material viscoso, não se mostraram efetivos. Filho, Luersen e Bavastri (2011) propõem um modelo teórico e experimental para utilização de ADVs viscoelásticos aplicados a sistemas rotativos.

Alguns trabalhos ainda propõem controle via associação de material viscoelástico e material piezoelétrico, como apresentado no trabalho de Trindade (2007), onde é apresentada uma otimização topológica e geométrica de para uma proposta de amortecimento ativo-passivo, constituído por uma camada viscoelástica e um conjunto de atuadores piezoelétricos. O otimizador, baseado em algoritmos genéticos, tem que satisfazer os critérios de uma função multi objetivo, que leva em consideração a maximização do amortecimento conjuntamente com a minimização do peso adicionado a estrutura.

Técnicas de controle híbrido que buscam as melhores características de cada estratégia de controle foram investigadas no trabalho de (BENJEDDOU, 2001), no qual sistemas de amortecimento combinando dispositivos piezoelétricos e camadas viscoelásticas são utilizados para a supressão de vibrações estruturais e redução de ruído.

Devido crédito deve ser dado aos autores das primeiras investigações sobre o uso de materiais viscoelásticos para controle aeroelástico, que foram relatadas pelo Prof. H. Hilton e colaboradores (MERRETT; HILTON, 2010). Nesse trabalho, os autores realizam uma investigação de cunho analítico de *flutter* de painéis viscoelásticos. Cunha-Filho et al. (2016) propuseram um tratamento viscoelástico de superfície em uma placa sanduíche de

três camadas sob fluxo supersônico para aumentar a margem de estabilidade na vibração do painel. No trabalho de Martins et al. (2017), foi realizada a comparação numérico e experimental envolvendo uma seção típica contendo propriedades viscoelásticas, onde os resultados levaram a inferir que a presença desse tipo de material aumenta os limites de estabilidade das estruturas associadas.

## 2.4 Considerações finais

Com a exposição dos trabalhos descritos neste capítulo, observou-se que a maioria dos trabalhos lida com modelos bidimensionais quando da tratativa de novas metodologias de controle aeroelástico. Ademais, propostas que lidam com o modelo híbrido dado pela combinação do controle ativo PD e passivo por meio de materiais viscoelásticos não foram desenvolvidas a rigor, tampouco investigadas em ambos domínios físicos (tempo e frequência) concomitantemente, trazendo a tona a lacuna que o presente trabalho se propõe a preencher.

## 3 Fundamentação Teórica

O objetivo deste capítulo é abordar os conceitos necessários para desenvolvimento dos modelos matemáticos e métodos numéricos que são utilizados neste trabalho. Assim, a primeira subseção diz respeito às teorias aerodinâmicas básicas, imprescindíveis para compor o problema aeroelástico. Uma vez que diversos modelos aerodinâmicos podem ser utilizados, os mais relevantes serão discutidos e ainda serão tecidos comentários a respeito da tratativa da aerodinâmica no domínio do tempo. Na sequência, conceitos envolvendo técnicas de controle ativo são abordados, com enfoque no controle do tipo proporcional e derivativo. Na última seção, a teoria de viscoelasticidade linear é apresentada vislumbrando sua utilização como controle passivo aeroelástico, e modelos que representam seu comportamento, tanto no domínio do tempo quanto da frequência são detalhadamente discutidos.

### 3.1 Fundamentos de Aerodinâmica Básica

Aerodinâmica é sucintamente definida por Milne-Thomson (1973) como a ciência que trata do movimento do ar e dos corpos imersos nesse escoamento. Uma vez que a aeroelasticidade lida com a interação de forças inerciais, elásticas e aerodinâmicas, é imprescindível tratar de conceitos básicos relacionados a este último tópico.

Um fluido real apresenta propriedades de viscosidade e compressibilidade. Contudo, se esse fluido se desloca a uma velocidade pequena (muito inferior à velocidade da propagação do som, por exemplo) a variação da densidade não será significativa e ele então pode ser dito incompressível. Água e ar, por exemplo, são fluidos que só apresentam efeitos de viscosidade nas proximidades da camada limite. Quando um fluido se comporta como acima descrito, ele é considerado como pertencente à classe dos fluidos perfeitos, comumente utilizados na tratativa de problemas aeroelásticos (FUNG, 1993).

Considere um escoamento plano de ar de velocidade  $V$ , na direção e sentido apontados na Figura 3.1, onde um aerofólio se encontra imerso. O fluxo gera na superfície sustentadora forças e momentos que dependem fortemente da densidade do fluido, da inclinação e da geometria do aerofólio. A inclinação do aerofólio em relação às linhas de fluxo do escoamento é conhecida como ângulo de ataque, denominado  $\alpha$ . Uma das características geométricas mais importantes de um aerofólio é a corda, que consiste em

uma linha reta que une o bordo de ataque ao bordo de fuga da seção. A linha média também conecta as extremidades do aerofólio, mas ela dista igualmente da parte superior e da parte inferior do aerofólio, indicando sua forma característica e dando origem ao conceito de *camber*, que é uma curva particular que caracteriza a superfície sustentadora. A combinação da característica de *camber*, espessura e raio de bordo de ataque determinam as propriedades aerodinâmicas e estabelecem o intervalo de velocidades adequado para o perfil (STEVENS; LEWIS; JOHNSON, 2016). O ponto de estagnação é localizado no bordo de ataque, onde o escoamento se divide na parte inferior e superior da seção típica.

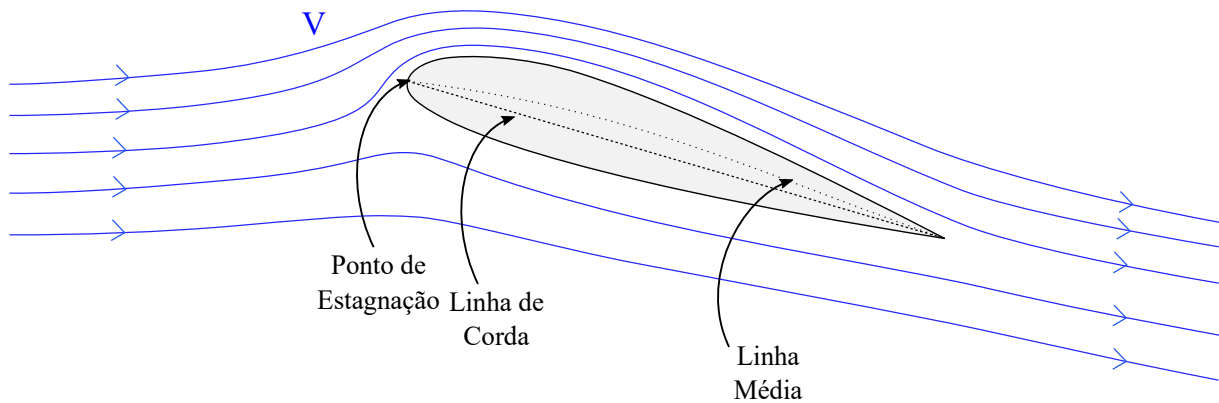


Figura 3.1 – Aerofólio sujeito a escoamento de ar

Com base nas principais propriedades que influenciam no escoamento aerodinâmico, faz-se necessária a adoção de modelos representativos para realizar a análise de estabilidade aeroelástica. Modelos de forças e momentos aerodinâmicos são funções de grandezas de referência usuais em mecânica dos fluidos, e pode-se expressar essa dependência conforme a Eq. 3.1.

$$F_A = f(\alpha, k, Re, M_\infty) \quad (3.1)$$

onde  $\alpha$  é o ângulo de ataque, previamente definido como o ângulo entre o escoamento e a corda do aerofólio. O Número de Reynolds  $Re$  (Eq.3.2) é um adimensional que relaciona a velocidade  $V$ , densidade  $\rho_\infty$  e viscosidade  $\mu_\infty$  do escoamento com um comprimento de referência, que no caso do aerofólio imerso é a corda  $c$ .

$$Re = \frac{\rho_\infty V c}{\mu_\infty} \quad (3.2)$$

A frequência reduzida ou Número de Strouhal,  $k$ , é uma frequência adimensional extremamente utilizada para definir os modelos em aerodinâmica, cuja representação é dada em função da frequência natural  $\omega$ , a velocidade do fluido  $V$  e a semicorda  $b$ , conforme Eq. 3.3.

$$k = \frac{\omega b}{V} \quad (3.3)$$

O número de Mach  $M_\infty$  consiste na razão entre a velocidade do fluido  $V$  e a velocidade do som  $a_\infty$  e é dado pela Eq.3.4 .

$$M_\infty = \frac{V}{a_\infty} \quad (3.4)$$

E por último e não menos importante, apresenta-se o conceito de pressão dinâmica do escoamento, conforme Eq.3.5.

$$p_\infty = \frac{1}{2}\rho_\infty V^2 \quad (3.5)$$

Uma vez definidas as grandezas de referência, se faz necessário apresentar todas as forças e momentos relacionados à aerodinâmica que agem em um aerofólio, representadas esquematicamente na Figura 3.2. Considerando uma atmosfera padrão, tais quantidades podem ser sucintamente entendidas como:

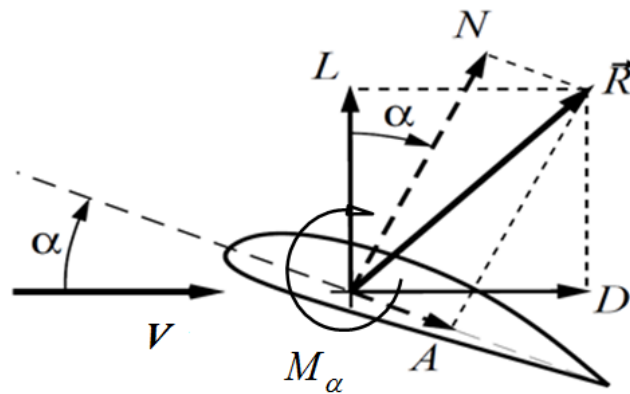


Figura 3.2 – Representação esquemática das forças e momentos aerodinâmicos em uma superfície de sustentação

- L – sustentação (*lift*),: força perpendicular à direção do movimento;
- D – arrasto (*Drag*): força na direção e sentido oposto ao movimento do corpo, caracterizada como força de atrito aerodinâmica;
- $M_\alpha$  – momento de arfagem (*pitch*): consiste no momento em torno do eixo perpendicular à direção do movimento e ao vetor de sustentação, considerado positivo quando tende a levantar o bordo de ataque.
- N – força normal ao aerofólio;
- R – força resultante decorrente do arrasto e da sustentação;
- A – força tangencial ao aerofólio, que, na maior parte dos casos, é desconsiderada.

Em aeroelasticidade, particularmente, tem-se especial interesse na sustentação  $L$ , no arrasto  $D$  e no momento aerodinâmico  $M_\alpha$ . É útil também definir quantidades adimensionais relacionadas a essas três grandezas aerodinâmicas principais. Tais coeficientes são amplamente usados, não só em aeroelasticidade ou aerodinâmica mais em diversas análises que necessitam da inclusão de parâmetros adimensionais de força associados as características da seção típica. Os coeficientes primários são o coeficiente de sustentação  $C_L$ , o coeficiente de arrasto  $C_D$  e o coeficiente de momento  $C_M$ , explicitados nas Eq.3.6 a 3.8.

$$C_L = \frac{L}{\rho_\infty S} \quad (3.6)$$

$$C_D = \frac{D}{\rho_\infty S} \quad (3.7)$$

$$C_M = \frac{M}{\rho_\infty S c} \quad (3.8)$$

na qual  $S$  é a área alar de referência.

Feita essa abordagem introdutória, é necessária a adoção do modelo que representa o escoamento envolvido e, conseqüentemente, as expressões para a sustentação e momento aerodinâmicos. Sabe-se que o escoamento em torno de uma superfície tem alta complexidade de representação matemática e, dessa forma, é necessário adotar soluções de compromisso.

Há três regimes de escoamento que serão considerados nesse trabalho: escoamento estacionário, quasi-estacionário e não estacionário, sendo esse último o que compreende a formulação mais adequada para o caso em estudo, por considerar a variação dos esforços aerodinâmicos em relação ao tempo. Nas seções seguintes, serão apresentados conceitos que auxiliarão no entendimento de cada um desses modelos.

### 3.1.1 Aerodinâmica Estacionária

Na aerodinâmica estacionária, caso mais simplificado dentre os três supracitados, considera-se que o escoamento que circunda o aerofólio da origem aos momentos e forças aerodinâmicas independentes do tempo. De acordo com teorias aerodinâmicas, se o aerofólio é considerado esbelto, este pode ser substituído e entendido como uma distribuição contínua de vórtices. De acordo com o teorema de Kutta-Joukowski a sustentação gerada em cada elemento diferencial de corda, por unidade de comprimento de asa, é dada por:

$$dL = \rho_\infty V \Phi(x) dx \quad (3.9)$$

na qual  $\Phi(x)$  é a magnitude da vorticidade naquele elemento diferencial. Ao integrar-se entre o início e o fim da corda do aerofólio, tem-se a sustentação estacionária gerada e expressa por:

$$L = \rho_{\infty} V \int_0^c \Phi(x) dx \quad (3.10)$$

Substituindo a magnitude da vorticidade apropriadamente de acordo com a teoria de aerofólios finos (para mais detalhes consultar Bisplinghoff, Ashley e Halfman (1996), Theodorsen (1935)), pode-se obter a expressão para sustentação e momento aerodinâmico estacionários (ANDERSON, 2009), que atuam na superfície sustentadora segundo as equações a seguir:

$$L = 2\pi\rho_{\infty}V^2b\alpha \quad (3.11)$$

$$M_{\alpha} = -L \left( a + \frac{1}{2} \right) b \quad (3.12)$$

na qual  $b$  é a semicorda do aerofólio e  $a$  é o adimensional que indica o posicionamento do centro elástico.

### 3.1.2 Aerodinâmica Não Estacionária e quasi-estacionária

O escoamento aerodinâmico é dito não estacionário quando é levada em consideração a influência do tempo relacionado ao movimento do fluido gerado pelo deslocamento de corpos sólidos em seu domínio. Para análises de *flutter*, resposta a rajada e manobra, é imprescindível levar em consideração tais fatores, conhecidos como fatores de esteira. Na Figura 3.3 é possível visualizar a vorticidade na esteira do escoamento, gerada pela interação fluido estrutural ar/aerofólio.



Figura 3.3 – Ilustração dos vórtices de esteira estendendo-se do aerofólio (SILVA, 2005).

Se um aerofólio bidimensional nos mesmos modelos daqueles já anteriormente descritos na referida seção sofre uma variação angular de atitude indicada por  $\Delta\alpha$ , espera-

se que haja uma variação relacionada na sustentação desse aerofólio,  $\Delta L$ . Todavia essa resposta não ocorre de forma imediata à variação angular: há uma defasagem temporal necessária para que o novo estado de sustentação seja alcançado onde a circulação em torno do aerofólio e a esteira de escoamento se estabilizam. Se a defasagem entre  $\Delta L$  e  $\Delta\alpha$  não é considerada, a aerodinâmica é dita *quasi*-estacionária, onde assume-se que, em cada instante de tempo, o aerofólio se comporta como se possuísse propriedades constantes de deslocamento e velocidade, o que implica em um modelo não dependente da frequência. Todavia, se considerada a função de deficiência de sustentação Wagner  $\Phi(\tau)$  como apresentada na Eq.3.13, é possível comparar a variação de sustentação *quasi*-estacionária com a não estacionária e verificar que a estabilização da defasagem para o último caso ocorre de forma assintótica e, de acordo com a Figura 3.4, é possível observar que a tendência de estabilização ocorre de acordo com o aumento do tempo adimensional  $\tau = Vt/b$ .

$$\Phi(\tau) = \begin{cases} 0, & \tau \leq 0 \\ \frac{\tau + 2}{\tau + 4}, & \tau \geq 0 \end{cases} \quad (3.13)$$

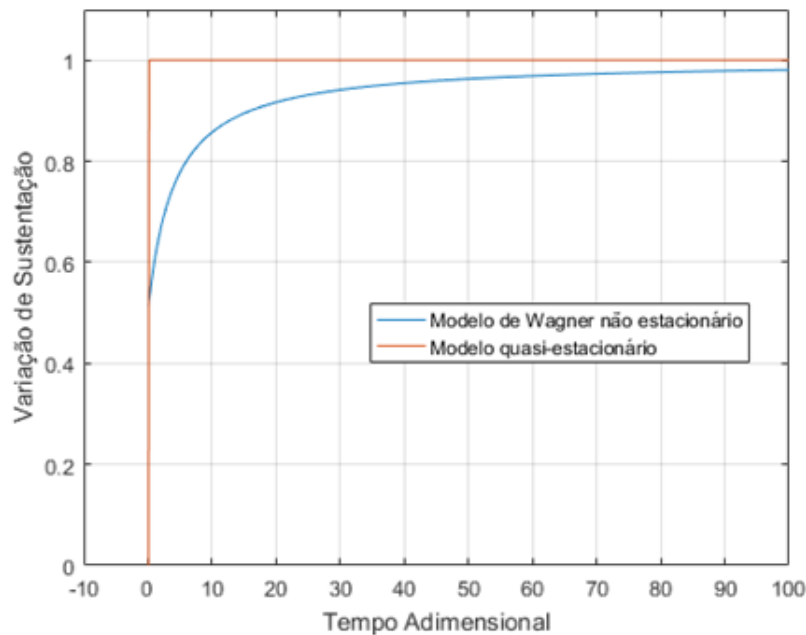


Figura 3.4 – Comparação entre a variação de sustentação em função do tempo adimensional para o modelo quasi-estacionário e modelo não estacionário proposto pela função de Wagner.

Pode-se fazer uso do teorema de Kutta-Joukowski para representação da vorticidade, como mencionado no caso estacionário. Entretanto, se há dependência do tempo, tal representação matemática não é dada de forma tão simples. Os modelos de escoamento aerodinâmico não estacionários têm sua fundamentação embasada em soluções elemen-



tares da equação para o potencial aerodinâmico linearizado, em regime de escoamento incompressível. A representação da variação de sustentação é então indicada na Eq. 3.14,

$$\Delta L = \frac{1}{2}\rho_{\infty}Vca_1\Delta\alpha\Phi(\tau) \quad (3.14)$$

na qual  $a_1$  é o coeficiente de inclinação (*lift curve slope*) e geralmente assume o valor  $2\pi$ . Uma interpretação para a função de Wagner comumente encontrada na literatura consiste em afirmar que a mesma pode ser entendida como uma entrada do tipo degrau em ângulo de ataque. Salienta-se ainda que a mesma não possui representação no domínio de Laplace. Jones (1940), propôs a seguinte representação da função de Wagner por um somatório de termos exponenciais, o que viabiliza a transformada de Laplace:

$$\Phi(\tau) = 1 - 0.165e^{-0.0455\tau} - 0.355e^{-0.3\tau} \quad (3.15)$$

Fazendo uso da definição da grandeza de downwash  $w$  (velocidade vertical do aerofólio) indicada matematicamente por  $w = V\sin\Delta\alpha \approx V\Delta\alpha$ , pode-se também apresentar a variação de sustentação conforme Eq.3.16:

$$\Delta L = \frac{1}{2}\rho_{\infty}Vca_1w\Phi(\tau) \quad (3.16)$$

Para um movimento arbitrário no aerofólio, a função de Wagner pode ser utilizada para cálculo da sustentação total, obtendo o *downwash* efetivo no ponto de da corda e usando o conceito de integral de convolução. Essa aproximação é análoga a um processo de determinação de resposta a uma série de entradas do tipo degrau. Considerando uma variação de *downwash* no intervalo de tempo adimensional  $\tau$ , a sustentação pode ser indicada conforme:

$$L(\tau) = \frac{1}{2}\rho_{\infty}Va_1 \left[ w_0 + \int_{\tau=0}^{\tau} \Phi(\tau - \tau_0) \frac{dw}{d\tau_0} d\tau_0 \right] \quad (3.17)$$

na qual  $w_0$  indica o *downwash* inicial, e a parcela  $\Phi(\tau - \tau_0) \frac{dw}{d\tau_0} d\tau_0$  nada mais é do que a sustentação em  $\tau$  devido a uma mudança no *downwash* no tempo  $\tau_0$ .

Conforme discutido anteriormente, ao considerar que a aerodinâmica é não estacionária pressupõe-se uma defasagem entre o movimento do aerofólio e as forças provenientes do escoamento. Resolvendo a equação da integral de convolução (Eq.3.17) em diferentes valores de frequência reduzida (parâmetro adimensional equivalente a  $(k = \omega b/V)$ ), verifica-se uma queda na magnitude e variação de defasagem de movimento.

Percebe-se que variação de amplitude e a defasagem são funções de frequência reduzida, e de fato, para análises de flutter, modelos no domínio da frequência são mais utilizados, como o Modelo de Theodorsen, por exemplo. Nessa abordagem, o aerofólio é

modelado como uma placa plana e o efeito de salto de velocidade é simulado considerando uma distribuição de fontes e sumidouros no intradorso e no extradorso do aerofólio (THEODORSEN, 1935). Dessa forma, a Função de Theodorsen é apresentada na Eq.3.18. Ela atua como uma Transformada de Fourier da função de Wagner, e é apresentada como uma combinação de funções de Bessel de primeiro e segundo tipo, ( $H_0$  e  $H_1$ , respectivamente).

$$C(k) = \frac{H_1^{(2)}(k)}{H_1^{(2)}(k) + iH_0^{(2)}(k)} = F_T(k) + iG_T(k), \quad (3.18)$$

na qual a parte real é indicada por  $F_T(k)$  e a parte imaginária por  $G_T(k)$ . Trata-se de uma função complexa onde percebe-se que a magnitude ou módulo da função decai com o aumento da frequência reduzida e tende a se estabilizar, bem como a defasagem tem seu ponto de inflexão na frequência aproximada de 0.3, conforme ilustra a Figura 3.5.

É possível também visualizar que a parte real da função é decrescente e tende a estabilizar-se com o aumento da frequência reduzida, ao passo que a parte imaginária tem uma queda íngreme até aproximadamente a frequência reduzida equivalente a 0,2 e depois cresce em módulo, como na Figura 3.6. A variação de frequência também segue o sentido horário no diagrama de Nyquist apresentado na Figura 3.7.

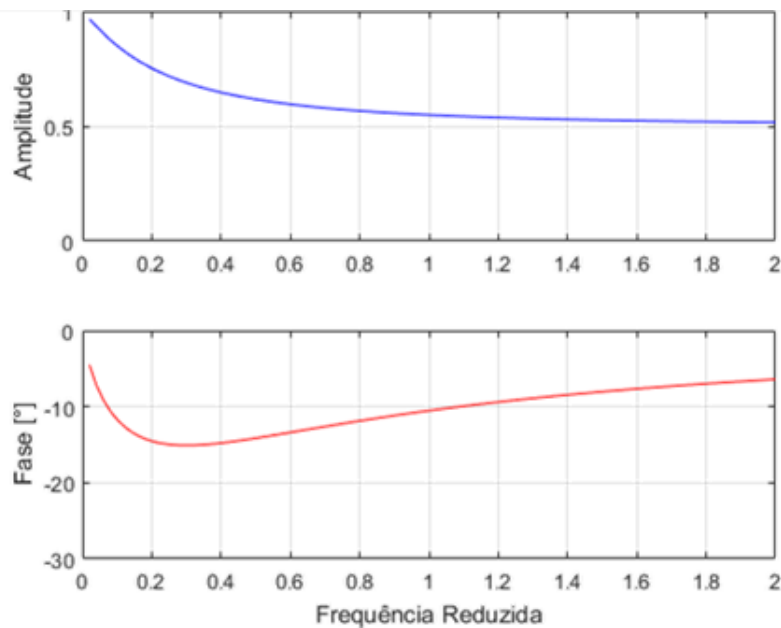


Figura 3.5 – Função de Theodorsen: Amplitude e Fase em função da frequência reduzida.

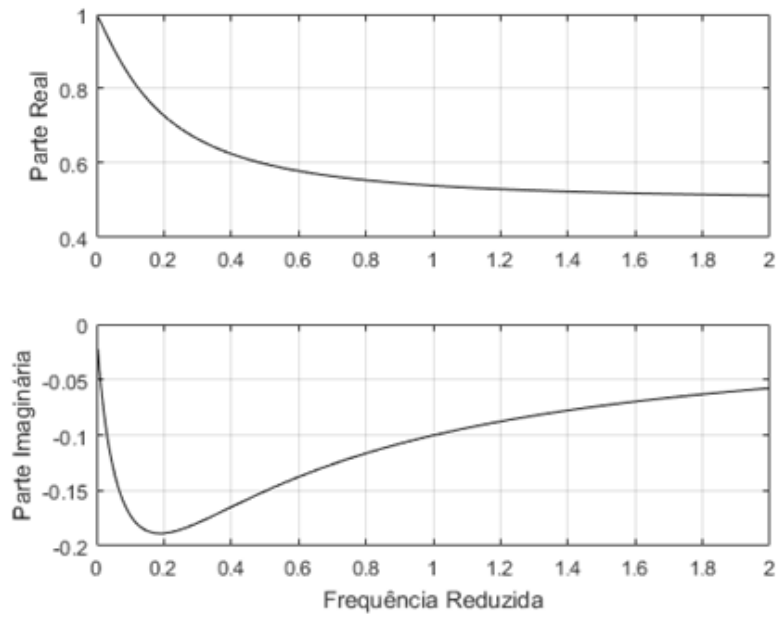


Figura 3.6 – Função de Theodorsen: Parcelas Reais e Imaginárias em função da frequência reduzida.

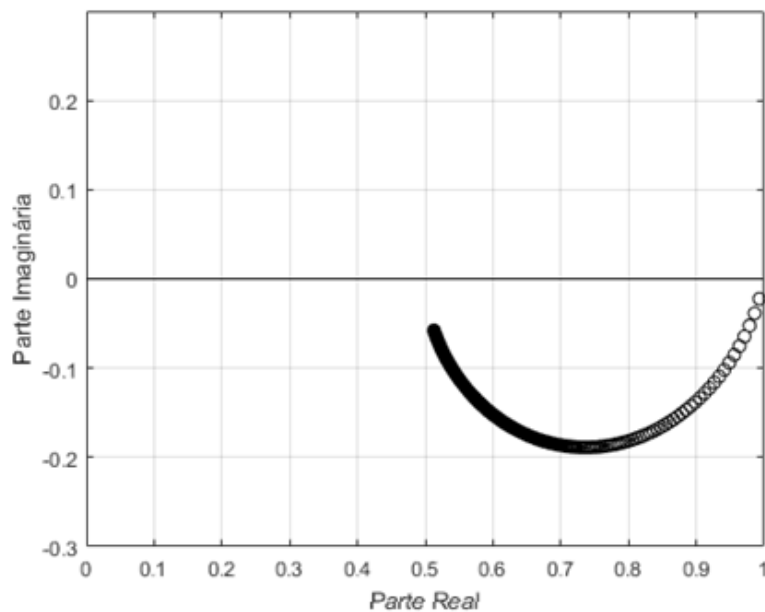


Figura 3.7 – Função de Theodorsen: Diagrama de Nyquist.

Esse trabalho não tem a pretensão de ilustrar a obtenção de forma detalhada das funções de sustentação e momento obtidas por Theodorsen. Para maiores detalhes é viável consultar os trabalhos do referido autor (THEODORSEN, 1935) ,(THEODORSEN; GARRICK, 1940).

Nas equações abaixo são apresentados os modelo clássicos para matematizar a sustentação (Eq.3.19) e Momento de Arfagem (Eq.3.20) em relação ao eixo elástico do

aerofólio, expressas por unidade de comprimento (BISPLINGHOFF; ASHLEY; HALFMAN, 1996), (FUNG, 1993).

$$L = \pi\rho_\infty b^2(\ddot{z} + V\dot{\theta} - ba\ddot{\theta}) + 2\pi\rho_\infty VbC(k) \left[ \dot{z} + V\theta + b\left(\frac{1}{2} - a\right)\dot{\theta} \right], \quad (3.19)$$

$$M = \pi\rho_\infty b^2 \left[ ba\ddot{z} - Vb\left(\frac{1}{2} - a\right)\dot{\theta} - b^2\left(\frac{1}{8} + a^2\right)\ddot{\theta} \right] + 2\pi\rho_\infty Vb^2\left(\frac{1}{2} + a\right)C(k) \left[ \dot{z} + V\theta + b\left(\frac{1}{2} - a\right)\dot{\theta} \right] \quad (3.20)$$

onde  $z$  indica o deslocamento vertical do aerofólio e  $\theta$  a rotação do mesmo. Pode-se dizer que um campo de escoamento em torno de um aerofólio que oscila harmonicamente é composto por termos circulatórios que ocorrem devido a vorticidade do escoamento, e os termos não circulatórios que são forças de inércia aparente que são oriundas de um movimento reativo a uma massa cilíndrica de ar que é acelerada no movimento do aerofólio.

A parcela circulatória se relaciona com a função de Theodorsen e é representada pela segunda parcela das Eqs.3.19 e 3.20, onde são incluídas as derivadas de primeira ordem. A parcela não circulatória, e que possui menor contribuição se encontra associada aos termos de segunda ordem.

Pode-se apresentar as mesmas equações no domínio complexo, por meio da substituição da variável de posição, onde  $z = z_0 e^{i\omega t}$  e  $\theta = \theta_0 e^{i\omega t}$ , dando forma a sustentação e momento conforme Eqs.3.21 e 3.22

$$L = \rho_\infty V^2 b \left[ (L_z + ikL_{\dot{z}}) \frac{z_0}{b} + (L_\theta + ikL_{\dot{\theta}})\theta_0 \right] e^{i\omega t}, \quad (3.21)$$

$$M = \rho_\infty V^2 b^2 \left[ (M_z + ikM_{\dot{z}}) \frac{z_0}{b} + (M_\theta + ikM_{\dot{\theta}})\theta_0 \right] e^{i\omega t}, \quad (3.22)$$

onde as derivadas aerodinâmicas não dimensionais expressas pelo deslocamento normalizado são dadas pelas Eqs. 3.23 até 3.30.

$$L_z = 2\pi \left( -\frac{k^2}{2} + G_T(k) \right), \quad (3.23)$$

$$L_{\dot{z}} = 2\pi F_T(k), \quad (3.24)$$

$$L_\theta = 2\pi \left[ \frac{k^2 a}{2} + F_T(k) - G_T(k)k \left( \frac{1}{2} - a \right) \right], \quad (3.25)$$

$$L_{\dot{\theta}} = 2\pi \left[ \frac{1}{2} + F_T(k) \left( \frac{1}{2} - a \right) - \frac{G(k)}{k} \right] \quad (3.26)$$

$$M_z = 2\pi \left[ -\frac{k^2 a}{2} - k \left( \frac{1}{2} + a \right) G_T(k) \right], \quad (3.27)$$

$$M_{\dot{z}} = 2\pi \left( \frac{1}{2} + a \right) F_T(k), \quad (3.28)$$

$$M_{\theta} = 2\pi \left[ \frac{k^2}{2} \left( \frac{1}{8} + a^2 \right) + F_T(k) \left( \frac{1}{2} + a \right) - k G_T(k) \left( \frac{1}{2} + a \right) \left( \frac{1}{2} - a \right) \right], \quad (3.29)$$

$$M_{\dot{\theta}} = 2\pi \left[ -\frac{k}{2} \left( \frac{1}{2} - a \right) + k F_T(k) \left( \frac{1}{2} + a \right) \left( \frac{1}{2} - a \right) + \frac{G_T(k)}{k} \left( \frac{1}{2} + a \right) \right]. \quad (3.30)$$

Pode-se desfazer substituição de movimento harmônico ( $z = z_0 e^{i\omega t}$  e  $\theta = \theta_0 e^{i\omega t}$ , e suas respectivas derivadas) para expressar a sustentação e o Momento de Arfagem conforme Eq. 3.31 e 3.32 respectivamente.

$$L = \rho_{\infty} V^2 \left[ L_z z + \frac{L_{\dot{z}} \dot{z}}{b} + L_{\theta} b \theta + \frac{L_{\dot{\theta}} \dot{\theta} b^2}{V} \right], \quad (3.31)$$

$$M = \rho_{\infty} V^2 \left[ M_z b z + \frac{M_{\dot{z}} b^2 \dot{z}}{V} + M_{\theta} b^2 \theta + \frac{M_{\dot{\theta}} \dot{\theta} b^3}{V} \right]. \quad (3.32)$$

Na forma escrita nas equações acima, os termos no referido domínio passam a ser de primeira ordem e ordem zero. Dessa forma, pode-se dizer que os termos aerodinâmicos agindo em um aerofólio sujeito a um movimento harmônico podem ser entendidos como rigidez e amortecimento provenientes da aerodinâmica.

Foi mostrado por Hancock, Wright e Simpson (1985) que o termo não estacionário de maior importância é a derivada aerodinâmica  $M_{\dot{\theta}}$  que corresponde a contribuição em termos de amortecimento aerodinâmico devido ao momento de arfagem. Verificando graficamente (Figura 3.8) o comportamento desse termo, que é regido pela Eq. 3.30, tem-se que o valor de -1,2 constitui uma boa aproximação para esta variável, principalmente para casos onde os valores de frequência reduzida sejam superiores a 0.5. Com essa simplificação, o modelo perde a dependência da frequência e se torna mais econômico computacionalmente.

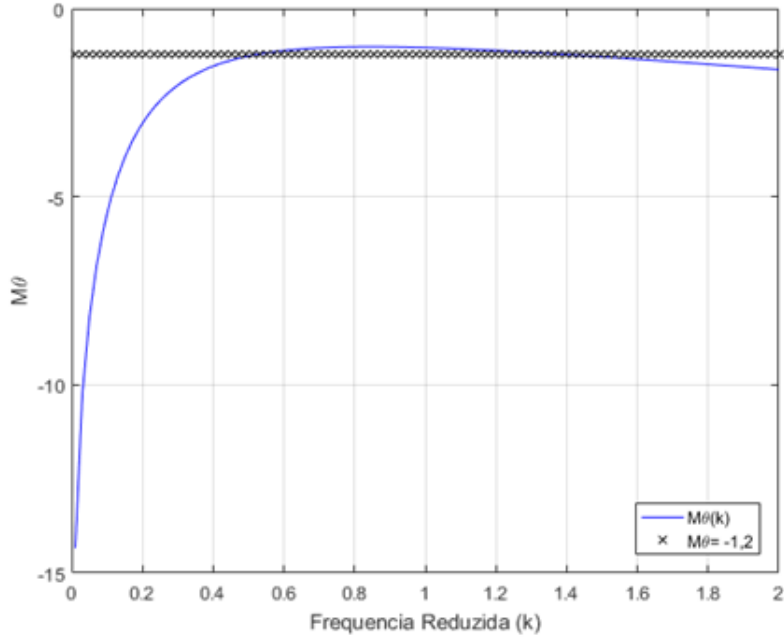


Figura 3.8 – Comportamento da derivada aerodinâmica de momento de arfagem para  $x_f/c = 0.48$ .

Dada tal consideração, pode-se por exemplo propor um modelo simplificado, onde a Aerodinâmica é *quasi*-estacionária, mas que leve em consideração o termo  $M_{\dot{\theta}}$ . É possível viabilizar essa simplificação, fazendo com que nas Eq.3.19 e 3.20 o modelo não dependa da frequência ( $k \rightarrow 0$ ), tenha a parte imaginária da função de Theodorsen nula ( $G(k) \rightarrow 0$ ) e a parte real unitária ( $F(k) \rightarrow 1$ ). Dessa forma, as equações de sustentação e momento aerodinâmico *quasi*-estacionário, considerando a contribuição de  $M_{\dot{\theta}}$ , são apresentadas respectivamente por Eq. 3.33 e 3.34.

$$L = \frac{1}{2}\rho_{\infty}V^2c \left( \frac{\dot{z}}{V} + \theta \right), \quad (3.33)$$

$$M = \frac{1}{2}\rho_{\infty}V^2c^2 \left[ ea_1 \left( \theta + \frac{\dot{z}}{V} \right) + M_{\dot{\theta}} \frac{\dot{\theta}c}{4V} \right], \quad (3.34)$$

Ressalta-se que, devido as vantagens apresentadas nesse modelo, o mesmo será utilizado para representar as forças aerodinâmicas nesse trabalho.

### 3.1.3 Teoria de Faixas

Para avaliar com rigor uma situação real, deve-se considerar a tridimensionalidade das superfícies aeronáuticas. A teoria de faixas é uma abordagem para modelar os efeitos aerodinâmicos considerando superfícies 3D de forma simplificada, que até então foram definidos apenas para seções típicas. Vale mencionar que, mesmo considerando apenas duas dimensões, a definição dessas grandezas não é trivial.

De acordo com a teoria de faixas, a asa pode ser considerada como um conjunto finito de faixas elementares ao longo da envergadura, conforme mostrado na Figura 3.9. Assume-se que a força de sustentação em cada elemento é proporcional ao ângulo de incidência  $\alpha(y)$  que se encontra a uma distância  $y$  da raiz da asa, e a sustentação em uma faixa é independente da conseguinte ou da anterior.

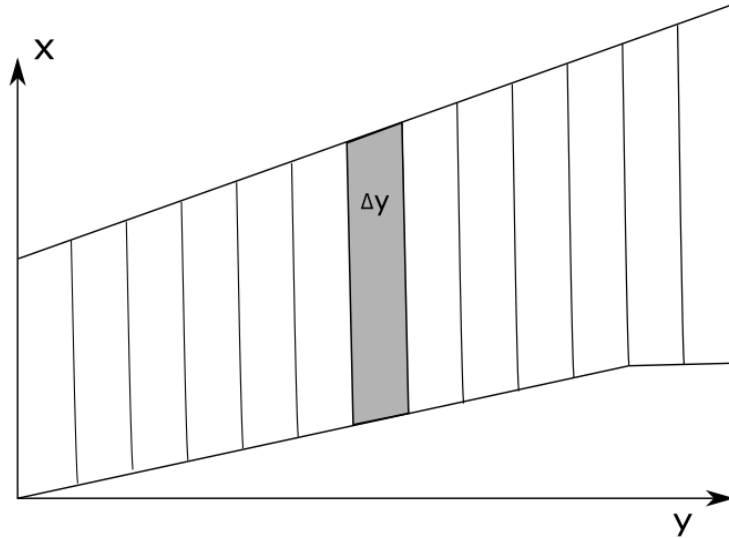


Figura 3.9 – Representação esquemática da teoria de faixas.

Com base no contexto apresentado na seção anterior, pode-se dizer que a sustentação em uma faixa infinitesimal da asa pode ser indicada conforme Eq.3.35:

$$dL = \frac{1}{2} \rho_{\infty} V^2 c(y) a_w(y) \alpha(y) dy, \quad (3.35)$$

Ressalta-se que, se a asa possuir comprimento de corda variável, esse efeito pode ser incluído substituindo a constante  $c$  por uma função  $c(y)$  na Eq.3.35. Outra colocação necessária é a respeito do coeficiente de inclinação  $a_1$ . Sabe-se que, na eminência de ponta da asa, a pressão aerodinâmica que age na parte superior deve ser igual àquela que age na parte inferior da superfície de sustentação. Uma vez que a teoria de faixas admite sustentação constante em cada faixa de asa, não há a inclusão desse efeito de ponta de asa, fazendo necessária a modificação desse coeficiente de inclinação para suprir essa diferença. Na prática, essas suposições são adequadas para modelos que voam a velocidades abaixo de Mach 0,3 e que possuem razão de aspecto acima de 6 (WRIGHT; COOPER, 2014).

Na Figura 3.10 são confrontados os comportamentos da sustentação em função da posição no comprimento da asa no caso real com o caso aproximado por teoria das faixas. Percebe-se que uma função polinomial de segundo grau, conforme apresentada na Eq.3.36 pode representar as diferenças equivalentes das curvas quando do processo de integração.

$$a_w(y) = a_1 \left( 1 - \left( \frac{y}{s} \right)^2 \right) \quad (3.36)$$

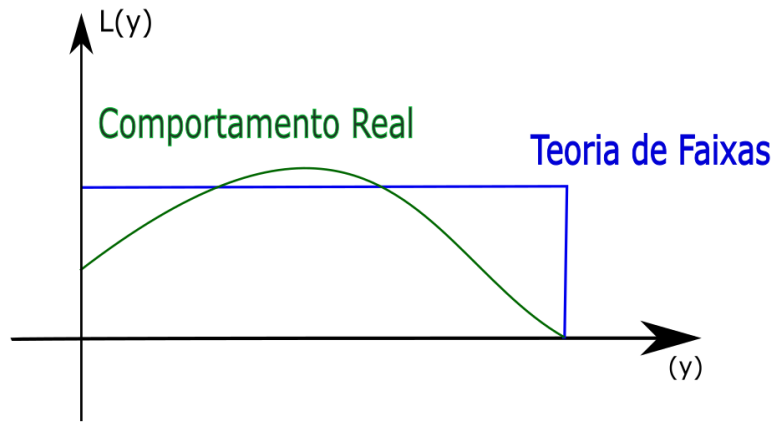


Figura 3.10 – Forças de sustentação em função do comprimento da asa. Adaptado de (Wright e Cooper, 2014)

Uma vez que a utilização de elementos finitos é muito comum para descrever os modelos estruturais de aeronaves de forma geral, é adequado propor uma representação do modelo de sustentação em uma “*k*-ésima” faixa de largura  $\Delta y$ , posicionada a uma distância  $y$  conhecida, (como representado na Figura 3.10 por uma formulação matemática como a apresentada na Eq.3.37,

$$L_k = \frac{1}{2} \rho_\infty V^2 c(y) \Delta y a_w(y) \alpha(y_k) \quad (3.37)$$

de forma que a sustentação na asa seja dada pelo somatório em cada faixa, ou seja,  $L = \sum_{k=1}^N L_k$ .

## 3.2 Aerodinâmica no domínio do tempo

O modelo desenvolvido por Theodorsen no ano de 1934 (THEODORSEN, 1935) com o intuito de explicar melhor os mecanismos de *flutter* é fundamentado em aproximações como a adoção de incompressibilidade e não viscosidade do fluido por meio de uma equação expressa diretamente no domínio da frequência. A abordagem clássica de *flutter* é baseada no cálculo dos coeficientes aerodinâmicos para movimento harmônico simples, em valores discretos de frequência reduzida.

Embora amplamente empregado, o modelo de Theodorsen não é adequado para associação a leis de controle que são usualmente construídas no domínio do tempo. Dessa forma, é necessário adotar alternativas para representar a aerodinâmica não estacionária nesse domínio e em momento posterior empregar a transformada inversa de Laplace e conseguir representação aeroelástica no domínio do tempo.

A análise temporal de instabilidade dinâmica tem, como todo método, suas vantagens e desvantagens. A análise no tempo possibilita a visualização da resposta em deslocamento, velocidade e aceleração das coordenadas generalizadas envolvidas, possibi-



lita estudo de entradas arbitrárias únicas ou múltiplas, variantes ou não com o tempo, e também pode ser apropriada para associação de leis de controle, dada a representação em espaço de estados. Todavia, essa expansão em espaço de estados dobra a ordem do sistema, tornando os cálculos mais caros do ponto de vista computacional.

Ao se falar em modelos no domínio do tempo, deve-se retomar a função de Wagner dada na Eq.3.13. Essa aproximação, quando associada à integral de Duhamel, que consiste em um artifício matemático que possibilita a análise de sistemas perturbados por grandezas externas dependentes do tempo (MEIROVITCH, 1975), passa a permitir análises mais variadas, ao contrário da proposta de Theodorsen onde há suposição de movimento harmônico (BISPLINGHOFF; ASHLEY; HALFMAN, 1996). Todavia, os modelos de Theodorsen e Wagner são relacionáveis por uma transformada de Fourier (THEODORSEN; GARRICK, 1940).

Com intuito de construir um modelo em espaço de estados, uma das propostas consiste em uma representação mais robusta da aerodinâmica na forma de funções racionais em variáveis complexas, de forma que a transformação inversa das equações do movimento nesse domínio possibilite uma reconstrução do modelo. Essa transformação foi feita para um modelo de dois graus de liberdade no trabalho de Martins, Rade e Marques (2014) onde as aproximações foram satisfatórias para gerar a aproximação necessária. No trabalho de Dunn (1980) são apresentados alguns outros modelos analíticos.

Ressalta-se que, uma vez que a aerodinâmica não dependa do tempo, caso do modelo de Hancock, não se faz necessário aplicar nenhum procedimento, como por exemplo aproximações por funções racionais (RFA) (ROGER, 1977) na matriz aerodinâmica. Dessa forma, o modelo não tem tamanho aumentado pelos estados adicionais aerodinâmicos (*lags*) oriundos da aproximação por funções racionais, sofrendo assim apenas a dobra de tamanho dado pelo processo de transformação das equações para espaço de estados.

### 3.3 Controle Aeroelástico Ativo

Os fenômenos aeroelásticos ocorrem devido a iteração aerodinâmica e dinâmica estrutural. É justamente essa via de mão dupla de energia que distingue os fenômenos aeroelásticos de problemas de vibração comuns, por exemplo. A presença dessa realimentação de efeitos aproxima o campo de estudos de aeroelasticidade com a matéria de teoria de controle. Inclusive, o conceito de estabilidade é primordial para ambos estudos, bem como a influência que os modelos escolhidos tem para que seja possível prever as condições sob as quais as condições instáveis ocorrem (DOWELL; CLARK; COX, 2005). Pode-se considerar, por exemplo, um controlador adicionado a um sistema com intuito de manobrar a aeronave. A partir de uma entrada de rotação dessa superfície de controle, espera-se um comportamento de mudança de direção qualquer. Essa condição caracteriza uma malha aberta e não são levadas em consideração as influências externas. Se esse

mesmo sistema pode ser analisado em malha fechada. Neste caso, uma comparação entre o sinal de referência e o sinal de saída é realizada a fim de conferir se a resposta esperada ocorre de fato. Dessa forma, diz-se que a saída é retroalimentada no sistema, de forma que a entrada seja modificada de forma que o valor de saída seja aquele esperado. Controle em malha fechada é a base de projeto da maioria de leis de controle, existindo diversas técnicas (WRIGHT; COOPER, 2014).

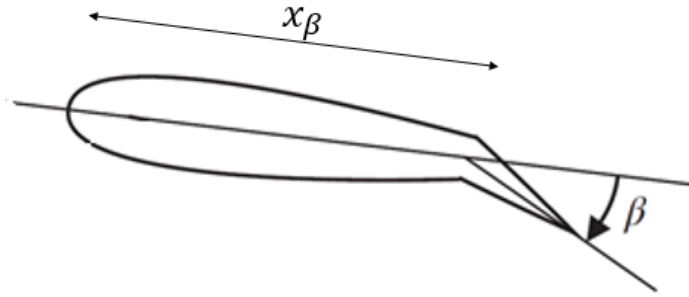


Figura 3.11 – Aerofólio com superfície de controle associada.

Nesse trabalho, considera-se um modelo que inclui uma superfície de controle conforme mostrado na Figura 3.11. Quando ocorre variação do ângulo da superfície de controle, a distribuição de pressão sofre alteração e com isso o processo energético é realimentado. Dessa forma deve-se indicar a modificação da parcela aerodinâmica no novo sistema, dito aeroeservoelástico, devido a ação de controle representado pela sustentação e momento mostrado nas equações abaixo.

$$L = \frac{1}{2}\rho_{\infty}V^2c \left( \frac{\dot{z}}{V} + \theta + a_c\beta \right), \quad (3.38)$$

$$M = \frac{1}{2}\rho_{\infty}V^2c^2 \left[ ea_1 \left( \theta + \frac{\dot{z}}{V} \right) + M_{\dot{\theta}} \frac{\dot{\theta}c}{4V} + b_c\beta \right], \quad (3.39)$$

na qual, as parcelas multiplicadas pelo ângulo  $\beta$  da superfície de controle representam a contribuição aerodinâmica dada por essa movimentação conforme:

$$a_c = \frac{a_w}{\pi} \left( \cos^{-1} (1 - 2c_{\beta}) + 2\sqrt{c_{\beta}(1 - c_{\beta})} \right) \quad (3.40)$$

$$b_c = \frac{a_w}{\pi} (1 - 2c_{\beta}) \sqrt{c_{\beta}(1 - c_{\beta})} \quad (3.41)$$

$$c_{\beta} = 1 - \frac{x_{\beta}}{c} \quad (3.42)$$

$$a_w = 2\pi \quad (3.43)$$

$$b_w = ea_w \quad (3.44)$$

### 3.3.1 Controle PID

Um tipo de controlador de cunho simplificado e que é amplamente utilizado é o controlador proporcional, integrativo, derivativo (PID) Usualmente ele é escrito na forma temporal conforme Eq.3.45

$$h_{PID}(t) = k_d E + k_i \int E dt + k_v \frac{dE}{dt} \quad (3.45)$$

e no domínio de Laplace

$$H(s) = k_d + \frac{k_i}{s} + k_v s \quad (3.46)$$

onde  $k_d$ ,  $k_i$  e  $k_v$  são os ganhos proporcionais, integrativos e derivativos, respectivamente. Há uma variedade de esquemas empíricos que visam otimizar os sistemas de controle por meio da variação desses ganhos. É importante ainda salientar que a otimização desses ganhos é bastante particular, uma vez que para cada sistema estrutural apresentado, um conjunto ótimo pode ser calculado. Ademais é importante citar o fato que sistemas de controle ativo que envolvem estruturas que apresentam graus de liberdade numerosos podem atuar na estabilização de alguns movimentos e concomitantemente desestabilizar outros modos de vibração.

## 3.4 Viscoelasticidade Linear

A viscoelasticidade é uma propriedade exibida por uma extensa variedade de materiais dentro do grupo dos polímeros, englobando desde a borracha natural ou sintética até variados tipos de adesivos poliméricos e plásticos industriais. Tais materiais oferecem uma gama de opções para provimento amortecimento passivo e, conseqüente, supressão de vibração estrutural (JONES, 2001); (NASHIF; JONES; HENDERSON, 1985); (GROOTENHUIS, 1970).

Não obstante, esforços têm sido empregados no sentido de viabilizar aplicações eficientes de materiais do tipo viscoelástico para a solução de problemas de engenharia que envolvem como atenuação de vibrações e ruídos. Dessa forma, é ressaltada a necessidade de se ter um adequado entendimento das características dos materiais viscoelásticos a fim de alcançar o desejado sucesso em suas aplicações.

Dentre a variedade de materiais utilizados para suprimir fenômenos vibratórios, observa-se que os materiais viscoelásticos têm alcançado certa notoriedade. Uma grande variedade de polímeros, tanto naturais como sintéticos, exibem comportamento caracterizado como viscoelástico.

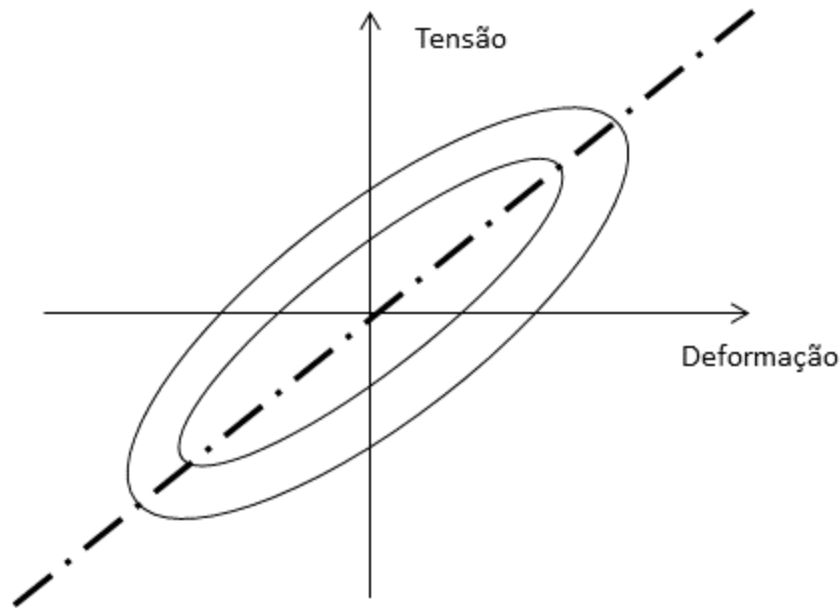


Figura 3.12 – Histerese característica de materiais poliméricos sujeitos a esforços cíclicos. Adaptado de Jones (2001).

Polímeros são materiais que apresentam uma organização atômica baseada em cadeias moleculares longas fortemente interconectadas. Dessa forma, quando estes materiais sofrem deformação, as interações moleculares dão origem a fenômenos macroscópicos como flexibilidade e dissipação de energia (amortecimento), que pode ser evidenciado quando ocorre carregamento cíclico. O carregamento cíclico permite a observação da propriedade de histerese do material viscoelástico. Basicamente, quando o material é submetido a esforços cíclicos a deformação deve responder ciclicamente, em movimento de mesma frequência, mas defasada em relação à solicitação. Se for observado o comportamento da tensão em função da deformação obtém-se um gráfico de forma elíptica, conforme mostra a Fig. 3.12. Tal comportamento é observado em plásticos, borrachas, acrílicos, silicones, epóxis, entre outros.

As propriedades mecânicas de sólidos viscoelásticos não são expressas trivialmente na forma de modelos matemáticos. Nesse caso, muitas vezes é necessário adotar aproximações fenomenológicas (baseadas em conhecimento empírico) para descrever as propriedades do material Jones (2001).

O comportamento dos materiais viscoelásticos é comumente entendido como resultante da associação dos comportamentos de dois tipos fundamentais de materiais, sendo eles:

- Sólido linear elástico: a tensão é proporcional à deformação e é independente da taxa de deformação. O comportamento é regido pela Lei de Hooke, que pode ser escrita sob a forma:

$$\sigma(t) = E\varepsilon(t) \quad (3.47)$$

- Fluido viscoso Newtoniano: a tensão é proporcional à taxa de deformação cisa-

lhante sendo regida pela equação:

$$T(t) = \mu \dot{\vartheta}(t) \quad (3.48)$$

Na Eq.3.47,  $E$  representa o módulo de elasticidade do material, e na Eq.3.48,  $\mu$  é a viscosidade do fluido. No domínio do tempo, o comportamento desses materiais é representado pela função de fluência  $F(\sigma_0, t)$ , e pela função de relaxação  $R(\varepsilon_0, t)$ . A primeira representa o comportamento da deformação exibida pelo material quando submetido a uma tensão constante  $\sigma_0$ , ao passo que a segunda representa a evolução da tensão suportada pelo material quando este é submetido a uma deformação constante,  $\varepsilon_0$ . Ambas as funções estão ilustradas esquematicamente na Figura 3.13.

Considerações adicionais devem ser feitas a respeito do comportamento das funções de fluência e de relaxação. Ambas assumem valor nulo para condições hipotéticas associadas a valores de tempo negativos. Para o tempo tendendo a zero pela direita ( $t \rightarrow 0^+$ ), e tendendo a infinito positivo ( $t \rightarrow \infty^+$ ), são definidas as condições instantâneas e de equilíbrio, respectivamente, tanto para função de fluência como para a função de relaxação (SALES, 2012).

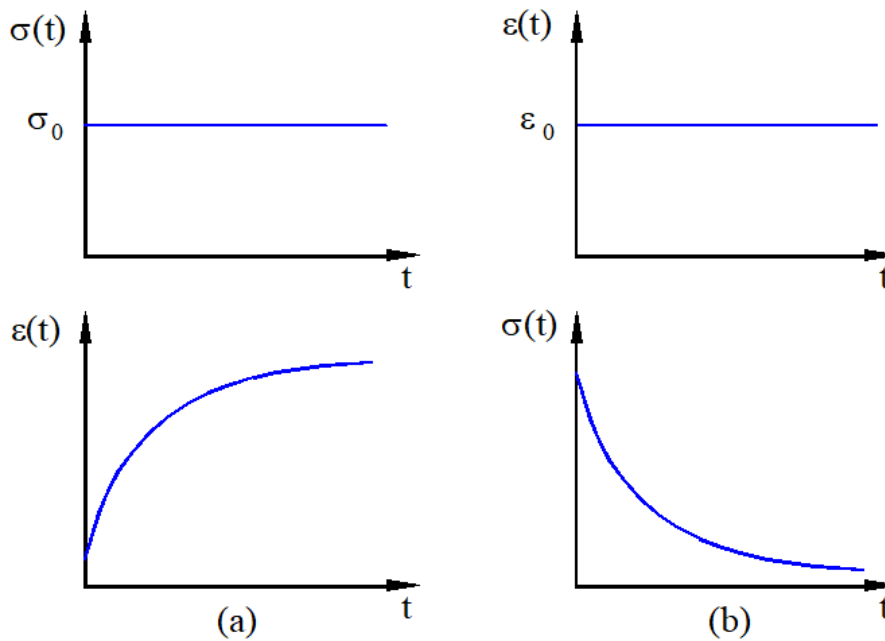


Figura 3.13 – Funções de fluência (a) e relaxação (b) do material viscoelástico.

Das definições exibidas para as funções de fluência e relaxação pode-se inferir que a resposta de um material viscoelástico pode ser dada a partir de funções de tensão e deformação do tipo degrau. No domínio do tempo, esta resposta pode ser expressa pela seguinte relação na forma de integral de convolução, particularizada aqui para o caso de solitação uniaxial (CHRISTENSEN, 1982).

$$\sigma(t) = \int_{-\infty}^0 G_v(t - \tau) d\varepsilon(t) \quad (3.49)$$

onde a variável  $\sigma(t)$  é a componente de tensão normal e a variável  $\varepsilon(t)$  é deformação em cisalhamento. A função  $G_v(t)$  é denominada função módulo do material viscoelástico. Vale observar que para a aplicação da relação acima em situações de estados multiaxiais de tensão basta que as grandezas escalares sejam substituídas por grandezas tensoriais.

Embora a integral de convolução particularizada para solitação uniaxial seja definida também para valores de tempo negativo, deve-se condicionar a mesma à condição de inexistência de deformação nesse intervalo, o que leva à expressão:

$$\sigma(t) = G_v(t)\varepsilon(0) \int_0^t G_v(t-\tau) \frac{\partial \varepsilon(t)}{\partial t}(\tau) d\tau \quad (3.50)$$

Admitindo condições iniciais nulas, a aplicação da transformada de Fourier à Eq.3.50, conduz à seguinte relação no domínio da frequência:

$$\sigma(\omega) = G_v(\omega)\varepsilon(\omega) \quad (3.51)$$

Como envolve quantidades complexas, a Eq.3.51 pode ser escrita na seguinte forma alternativa:

$$\sigma(\omega) = [G'_v(\omega) + iG''_v(\omega)]\varepsilon(\omega) \quad (3.52)$$

ou ainda como:

$$\sigma(\omega) = G'_v(\omega)[1 + i\eta(\omega)]\varepsilon(\omega) \quad (3.53)$$

onde  $G'_v(\omega)$  e  $G''_v(\omega)$  consistem as partes real (módulo de armazenamento) e imaginária (módulo de perda) do módulo complexo do material viscoelástico, respectivamente. Já o fator de perda é dado por  $\eta(\omega) = G''_v(\omega)/G'_v(\omega)$ .

Sabe-se que maiores valores do fator de perda significam maior capacidade de amortecimento, ou seja, maior capacidade de dissipação de energia pelo material. Fatores ambientais e operacionais como pressão, pré-carga, vácuo, deterioração devida ao tempo, frequência de vibração, temperatura, entre outros fatores, afetam as características mecânicas dos materiais viscoelásticos. Os dois últimos, temperatura e frequência, são aqueles considerados os mais influentes.

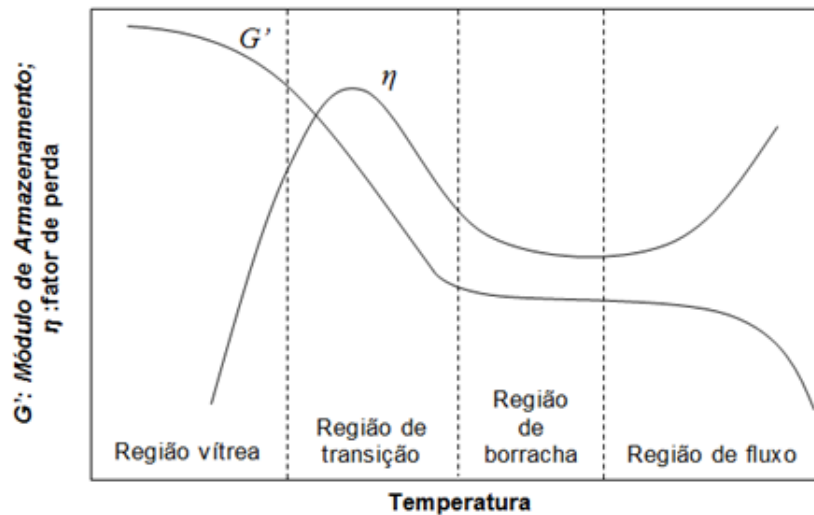


Figura 3.14 – Características viscoelásticas em função da temperatura. Adaptado de Nashif, Jones e Henderson (1985).

As características do ambiente no qual o material viscoelástico está inserido é de essencial importância no projeto de dispositivos para o controle de vibrações e ruídos, para que os mesmos funcionem de forma satisfatória. Dentre os principais agentes influenciadores das características viscoelásticas, destaca-se a temperatura.

As quatro regiões características de um material viscoelástico em função da temperatura são apresentadas na Figura 3.14, e são descritas abaixo.

- **região vítrea:** o fator de perda assume valores baixos, com aumento acentuado de acordo com o aumento da temperatura. Já o módulo de armazenamento apresenta seu máximo valor, tendo uma ligeira queda até alcançar a próxima região.
- **região de transição:** o fator de perda alcança máximo valor e há acentuado decaimento do módulo de armazenamento com o aumento da temperatura.
- **região de borracha:** ambas as propriedades são aproximadamente constantes em função da temperatura e alcançam valores baixos.
- **região de fluxo:** o módulo de armazenamento continua diminuindo e o fator de perda cresce.

Na Tabela 3.1 são listadas as faixas de temperaturas onde cada uma das regiões é definida, e os respectivos valores dos parâmetros viscoelásticos.

Tabela 3.1 – Faixas de temperatura e respectivos valores dos parâmetros  $G'$  e  $\eta$

Parâmetro	$G' [N/m^2]$	$\eta$	Temperatura
Região Vítrea	$10^{11}$	$10^{-2}$	<20
Região transição	$10^3$ a $10^{11}$	$10^{-3}$ a 0,3	20-300
Região de Borracha	$10^3$	0,1 a 0,3	50-300

Quando observada a influência da frequência de excitação sobre o módulo de

armazenamento e o fator de perda do material viscoelástico percebe-se comportamento oposto àquele observado na região de transição, conforme pode ser observado na Figura 3.15.

Essa observação fornece embasamento para o Princípio da Equivalência Frequência Temperatura (PEFT), o qual é utilizado para estabelecer relações entre as variações das propriedades do material em função da frequência, com variações induzidas por alterações de temperatura, e vice-versa (NASHIF; JONES; HENDERSON, 1985).

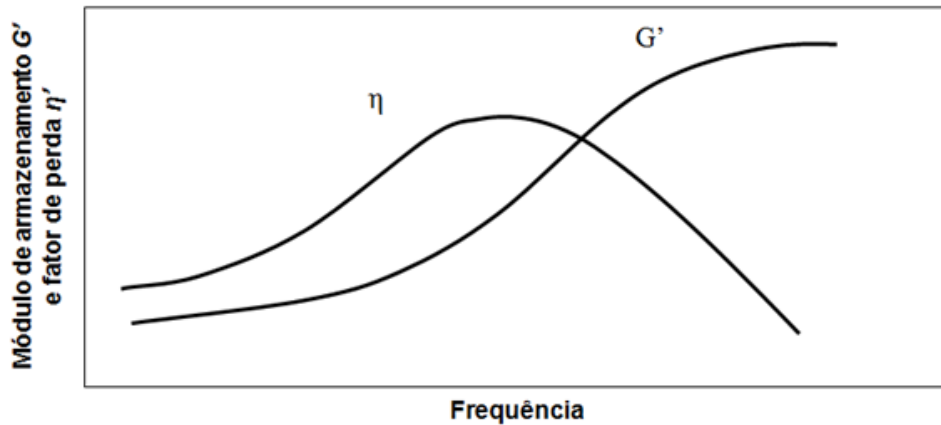


Figura 3.15 – Influência da frequência nas propriedades do material viscoelástico para temperatura de operação constante (NASHIF; JONES; HENDERSON, 1985).

O princípio da Equivalência Frequência-Temperatura toma como premissa a aceleração equivalente dos processos viscoelásticos quando sujeitos a uma variação de temperatura.

O PEFT é baseado na suposição de que o valor do módulo complexo, para qualquer par de valores de frequência e temperatura pode ser relacionado com o valor que ele assume para outro par temperatura-frequência, conforme:

$$G_v(\omega_r, T_0) = G_v(\omega, T) \quad (3.54)$$

na qual:

- $T$  é a temperatura de operação do material viscoelástico;
- $T_0$  é a temperatura de referência;
- $\omega_r = \alpha_T(T)$  é a chamada frequência reduzida, sendo  $\alpha_T(T)$  o fator de deslocamento (shift fator).

Os materiais que atendem a Eq.3.54 são denominados materiais termoreologicamente simples (LAKES, 2009).



### 3.4.1 Material Viscoelástico comercial 3M ISSD 112

Conforme discutido anteriormente acerca do PEFT, dado o módulo viscoelástico para uma temperatura de referência, para outros valores da temperatura é necessário calcular o fator de deslocamento de modo que  $\omega_r = \alpha_T(T)\omega$ .

Para alguns materiais viscoelásticos disponíveis comercialmente são fornecidas as funções que determinam os fatores de deslocamento, obtidas experimentalmente ou por meio do ajuste de modelos empíricos. Especificamente para o material conhecido como ISD112®, comercializado pela companhia 3M, que é considerado neste trabalho, o fator de deslocamento é dado segundo (DRAKE; SOOVERE, 1984).

$$\log_{10}\alpha_T = a_v \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_z} \right) + 2,303 \left( \frac{2a_v}{T_z} - b \right) \log_{10} \left( \frac{T}{T_z} \right) + \left( \frac{b_v}{T_z} - \frac{a_v}{T_z^2} - S_{AZ} \right) (T - T_z) \quad (3.55)$$

onde os coeficientes  $a_\nu$  e  $b_\nu$  são calculados conforme:

$$a_\nu = (D_B C_C - C_B D_C) / D_E \quad (3.56)$$

$$b_\nu = (C_A D_C - D_A C_C) / D_E \quad (3.57)$$

nas quais:

$$C_A = \left( \frac{1}{T_L} \frac{1}{T_Z} \right)^2, \quad (3.58)$$

$$C_B = \left( \frac{1}{T_L} \frac{1}{T_Z} \right), \quad (3.59)$$

$$D_A = \left( \frac{1}{T_H} \frac{1}{T_Z} \right)^2, \quad (3.60)$$

$$D_B = \left( \frac{1}{T_H} \frac{1}{T_Z} \right), \quad (3.61)$$

$$C_C = S_{AL} - S_{A0} C_c = S_{AL} - S_{A0}, \quad (3.62)$$

$$D_C = S_{AH} - S_{A0}, \quad (3.63)$$

$$D_E = D_B C_A - C_B D_A, \quad (3.64)$$

e o módulo complexo viscoelástico,

$$G_v = B_1 + \frac{B_2}{1 + B_5 \left(\frac{f_r i}{B_3}\right)^{-B_6} + \left(\frac{f_r i}{B_3}\right)^{-B_4}} \quad (3.65)$$

Os parâmetros indicados nas Eqs. 3.58 até 3.64 assumem os valores apresentados na Tabela 3.2.

Tabela 3.2 – Parâmetros associados ao material viscoelástico 3M ISD112®.

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
$B_1$ [Mpa]	0,4307	$T_z$ [K]	290
$B_2$ [Mpa]	1200	$T_L$ [K]	210
$B_3$ [Mpa]	1,5403	$T_H$ [K]	360
$B_4$	0,6847	$S_{A0}$ [1/K]	0,05956
$B_5$	3,241	$S_{AL}$ [1/K]	0,1474
$B_6$	0,180	$S_{AH}$ [1/K]	0,009725

Na Figura 3.16 são apresentadas graficamente as funções que descrevem as propriedades viscoelásticas e a função de deslocamento para o viscoelástico ISD112®.

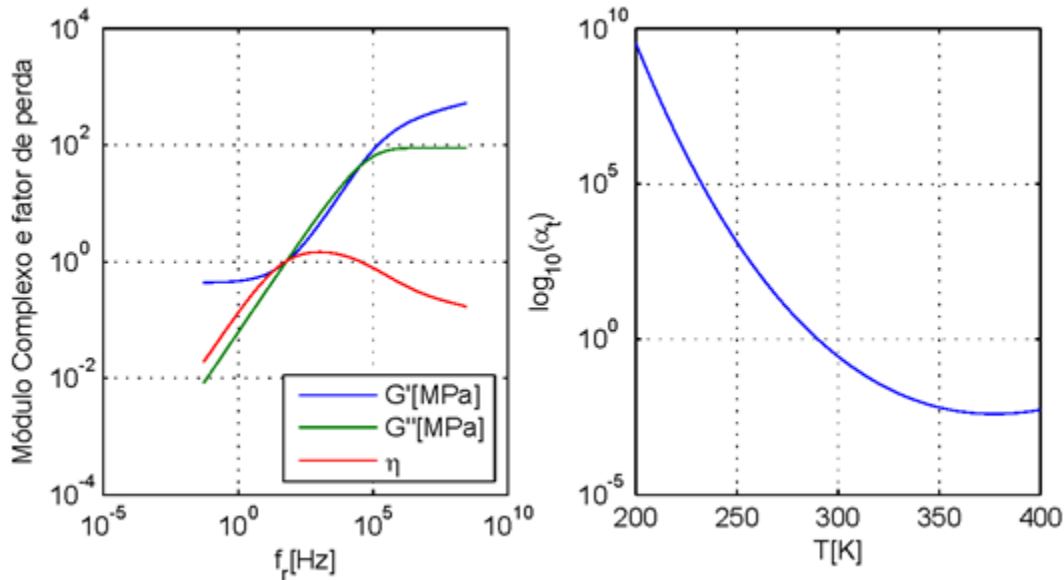


Figura 3.16 – Gráficos das propriedades viscoelásticas e da função de deslocamento para o material ISD112®.

### 3.4.2 Modelo Derivativo Fracionário

Dentre os diversos modelos matemáticos desenvolvidos para representar o comportamento de materiais viscoelásticos, os modelos baseados no conceito de derivadas fracionárias estão entre os considerados mais eficientes.

Basicamente, os modelos viscoelásticos baseados em derivadas fracionárias são obtidos a partir de uma substituição das derivadas de ordem inteira das equações constitutivas dos modelos clássicos por derivadas de ordem não inteira, as quais são definidas matematicamente no âmbito do Cálculo Fracionário. Essa abordagem é respaldada pela observação que as derivadas fracionárias possibilitam melhor representação do comportamento viscoelástico em largas bandas de frequência, sem que seja necessário identificar muitos parâmetros.

De acordo com Mainardi (2010) o primeiro registro da utilização das derivadas fracionárias para representar o comportamento dinâmico dos materiais data da década de 1950. Entretanto, foi só a partir dos anos 1980 que esses modelos ganharam destaque, especialmente através dos trabalhos de Bagley e Torvik (1983).

A associação do modelo de derivadas fracionárias com discretização por elementos finitos tem sido recentemente tratada por alguns autores. A abordagem sugerida por Galucio, Deü e Ohayon (2004) foi escolhida para representação do modelo viscoelástico neste trabalho e encontra-se descrita a seguir.

Para desenvolvimento, assume-se um estado de tensão-deformação uniaxial, que é baseado na adoção do modelo fracionário constitutivo de Zener, expresso segundo:

$$\sigma(t) + \tau_r^\xi \frac{d^\xi \sigma(t)}{dt^\xi} = E_0 \varepsilon(t) + \tau_r^\xi E_\infty \frac{d^\xi \varepsilon(t)}{dt^\xi} \quad (3.66)$$

onde  $\tau_r$  representa o tempo de relaxação  $E_0$  e  $E_\infty$  são, respectivamente, os módulos de baixa e alta frequência do material (ou módulos estático e dinâmico, respectivamente). A tensão é dada por  $\sigma(t)$ , ao passo que a deformação é designada por  $\varepsilon(t)$ . A definição do operador fracionário derivativo de Riemann-Liouville, com ordem  $\xi$  é dada por:

$$\frac{d^\xi(f(t))}{dt^\xi} = \frac{1}{\Gamma(1-\xi)} \frac{d}{dt} \int_0^t \frac{f(s)}{(t-s)^\xi} ds \quad (3.67)$$

Introduzindo a deformação anelástica, expressa segundo:

$$\bar{\varepsilon}(t) = \varepsilon(t) - \frac{\sigma(t)}{E_\infty} \quad (3.68)$$

sendo possível evidenciar que pode ser escrita sob a forma

$$\bar{\varepsilon}(t) + \tau_r^\xi \frac{d^\xi \bar{\varepsilon}(t)}{dt^\xi} = \frac{E_\infty - E_0}{E_\infty} \varepsilon(t) \quad (3.69)$$

Deve se notar que  $\varepsilon(t)$  desempenha o papel de uma variável interna. Salienta-se ainda que, com essa substituição, a expressão passa a ter apenas uma parcela dependente de uma derivada fracionária, o que simplifica o tratamento matemático e o processo de solução.

A discretização temporal de Grünwald-Letnikov é utilizada de acordo com a seguinte aproximação feita para as derivadas fracionárias:

$$\frac{d^\xi \bar{\varepsilon}(t)}{dt^\xi} \approx \Delta t^{-\xi} \sum_{j=0}^{n_p} A_{j+1} \bar{\varepsilon}(t - j\Delta t) \quad (3.70)$$

na qual passo de tempo é dado por  $\Delta t = t/n_t$ , com a condição  $n_p \geq n_t$ , sendo  $n_p$  o número de pontos escolhidos para o somatório e  $n_t$  o número de pontos na solução temporal. Os coeficientes de Grünwald podem ser calculados de acordo com:

$$A_{j+1}(\xi) = \frac{\Gamma(j - \xi)}{\Gamma(-\xi)\Gamma(j + 1)} = \frac{j - \xi - 1}{j} A_j; A_1(\xi) = 1 \quad (3.71)$$

Associando as Eqs.3.68, 3.69 e 3.71, tem-se:

$$\sigma(t) = \left[ 1 + \nu \frac{E_\infty - E_0}{E_\infty} \right] E_0 \varepsilon(t) + \nu E_\infty \sum_{j=1}^{n_p} A_{j+1}(\xi) \bar{\varepsilon}(t - j\Delta t) \quad (3.72)$$

O coeficiente adimensional  $\nu$  pode ser calculado sob a forma:

$$\nu = \frac{\tau_r^\xi}{\tau_r^\xi - \Delta t^\xi} \quad (3.73)$$

Analisando a Eq.3.72, pode-se dizer que a deformação do material viscoelástico, fixado num instante de tempo qualquer, tem maior relação com o histórico recente de seu comportamento do que com ocorrências que se deram mais anteriormente. Tal deformação pode ser incorporada a equações do movimento tradicionais onde as deformações são associadas à rigidez e as parcelas calculadas no tempo anterior (termos de Grünwald) podem ser associadas aos esforços externos, uma vez que já se conhece seu valor da iteração anterior, como mostrado na equação abaixo.

$$[A]\{\ddot{x}(t)\} + [D]\{\dot{x}(t)\} + \left[ [E] + \left( 1 + \nu \frac{E_\infty - E_0}{E_\infty} \right) [E_v] \right] \{x(t)\} = f(t) - \nu \frac{E_\infty}{E_0} \sum_{j=1}^{n_p} A_{j+1} [E_v] \bar{x}(t - j\Delta t) \quad (3.74)$$

na qual,  $[E_v]$  é a rigidez do material viscoelástico, equivalente a uma condição de frequência zero.

# 4 Modelagem Matemática

O presente capítulo diz respeito aos modelos matemáticos utilizados nesse trabalho. O modelo físico constituído por uma asa reta e homogênea é matematicamente expresso nas formas de equações do movimento. Primeiramente é definido o modelo puramente aeroelástico. Em sequência o modelo aeroservoelástico incluindo controle ativo PD é discutido. Adiante inclui-se a parcela viscoelástica para definir as equações do modelo aeroviscoelástico dependente da frequência e do tempo. Então, o modelo aero-servo-viscoelástico é definido, com base nas duas discussões anteriores. Em cada uma das seções, são apresentadas as teorias e simplificações adotadas para construir os modelos, levando em consideração a representação do controle ativo e passivo que se almeja avaliar numericamente nos próximos capítulos. Em sequência, e com base nas equações do movimento previamente expostas para cada caso, apresenta-se a construção do problema no domínio da frequência e no domínio do tempo, para no capítulo seguinte, apresentar as análises numéricas associadas a tais construções.

## 4.1 Modelo Aeroelástico de asa reta com 2GDL

O modelo físico utilizado nas análises apresentadas nesse trabalho é constituído por uma asa retangular reta, rígida e homogênea, de comprimento  $s$  e corda  $c$ , conforme Figura 4.1.

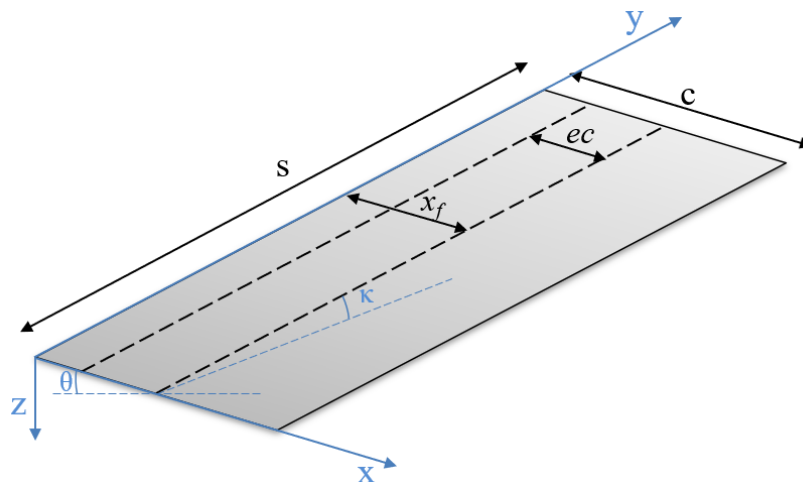


Figura 4.1 – Modelo de asa finita retangular.

A variável  $x_f$  representa a distância do eixo elástico (linha de ação da rigidez torsional e flexural) até o bordo de ataque, ao passo que a variável  $e$  indica a distância do centro aerodinâmico até o centro elástico. O sistema de referência cartesiano é posicionado na extremidade superior à esquerda da asa.

Dadas tais informações, é razoável supor que um ponto qualquer  $z(x, y, t)$  do modelo assumido possa ser representado matematicamente pelas contribuições dadas por um modo assumido de flexão e um modo assumido de torção, respectivamente, (CRAIG; KURDILA, 2006) representados na primeira e segunda parcelas da Eq.4.1.

$$z(x, y, t) = \left(\frac{y}{s}\right)^2 q_b(t) + \theta(x - x_f)q_t(t) \quad (4.1)$$

na qual  $q_b$  e  $q_t$  são as coordenadas generalizadas que representam os movimentos respectivos de flexão (Figura 4.2(a)) e torção (Figura 4.2(b)). Para pequenos deslocamentos, o ângulo de torção do modelo pode ser aproximado pelo valor de sua própria tangente, ou seja, ( $\theta = y/s$ ).

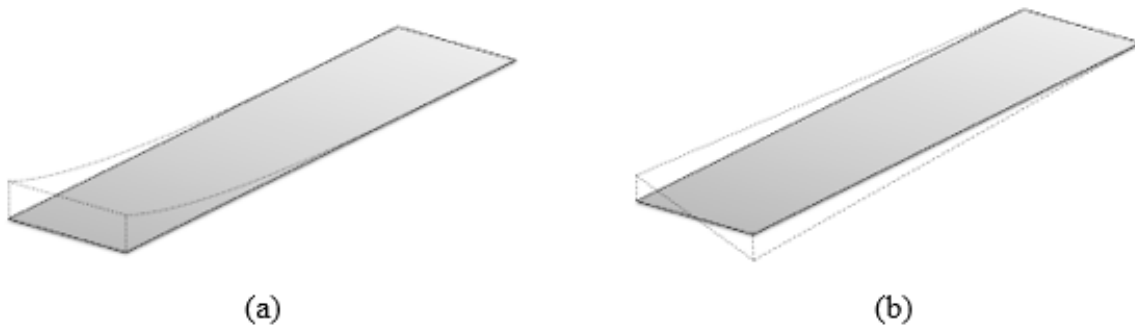


Figura 4.2 – Modos Assumidos de Flexão (a) e de Torção (b) do modelo de asa reta homogênea aeroelástica.

Em sequência, para elaboração das equações do movimento, faz-se uso da Formulação de Lagrange, dada por:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E_c}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial E_c}{\partial q_i} + \frac{\partial E_p}{\partial q_i} = Q_i \quad (4.2)$$

onde  $E_c$  representa a Energia Cinética,  $E_p$  representa a energia potencial do sistema e  $Q_i$  representa a  $i$ -ésima força generalizada do sistema, associado a coordenada generalizada  $q_i$ .

A Energia Cinética é definida como:

$$E_c = \int_0^s \int_0^c \frac{1}{2} \dot{z}^2 dm \quad (4.3)$$

ao passo que a energia potencial associada a flexão e a torção assumidos (BENHAN; CRAWFORD; ARMSTRONG, 1996) nos modelos de asa do tipo viga é dada por:

$$E_p = \int_0^s \frac{1}{2} EI \left( \frac{\partial z}{\partial y} \right)^2 dy + \int_0^s \frac{1}{2} GJ \left( \frac{\partial \theta}{\partial y} \right)^2 dy \quad (4.4)$$

Desenvolvendo primeiramente a Eq.4.3, que diz respeito a energia cinética, tem-se a expressão definida na Eq.4.5.

$$E_c = \frac{m}{2} \left( \frac{cs}{5} \dot{q}_b^2 + \left( \frac{s}{2} \right) \left( \frac{c^2}{2} - cx_f \right) \dot{q}_b \dot{q}_t + \left( \frac{s}{3} \right) \left( \frac{c^3}{3} - c^2 x_f + x_f^2 c \right) \dot{q}_t^2 \right) \quad (4.5)$$

Desenvolvendo a Eq.4.4, que diz respeito à energia potencial elástica, tem-se a expressão dada na Eq.4.6.

$$E_p = \frac{2EI}{s^3} q_b^2 + \frac{GJ}{2s} q_t^2 \quad (4.6)$$

Pode-se agora construir os termos da equação de Lagrange, para cada grau de liberdade associado às coordenadas generalizadas, obtendo-se as Equações do Movimento :

$$\frac{mcs}{5} \ddot{q}_b + \frac{ms}{4} \left( \frac{c^2}{2} - cx_f \right) \ddot{q}_t + \frac{4EI}{s^3} q_b = Q_b \quad (4.7)$$

$$\frac{ms}{4} \left( \frac{c^2}{2} - cx_f \right) \ddot{q}_b + \frac{ms}{3} \left( \frac{c^3}{2} - c^2 x_f + x_f^2 c \right) \ddot{q}_t + \frac{GJ}{s} q_t = Q_t \quad (4.8)$$

As forças  $Q_t$  e  $Q_b$  associadas as coordenadas generalizadas podem ser derivadas do trabalho realizado pela sustentação aerodinâmica  $L$ , através do deslocamento virtual do centro aerodinâmico  $\delta q_b$  e pelo momento de arfagem através de uma rotação virtual  $\delta q_t$ .

$$Q_b = \frac{\partial(\delta Q)}{\partial(\delta q_b)} \quad (4.9)$$

$$Q_t = \frac{\partial(\delta Q)}{\partial(\delta q_t)} \quad (4.10)$$

Sabendo-se que  $(y/s)^2 \dot{q}_b$  é a velocidade efetiva e positiva para baixo (*downwash*) e  $(y/s) \dot{q}_t$  a rotação da seção, o trabalho virtual incremental correspondente ao trabalho da força e do momento aerodinâmico integrados no domínio da asa é dado por:

$$\delta W = \int \left[ dL \left( - \left( \frac{y}{s} \right)^2 \delta \dot{q}_b \right) + dM \left( \frac{y}{s} \delta \dot{q}_t \right) \right] \quad (4.11)$$

Uma vez que o incremento de sustentação já foi definido pela teoria das faixas, é possível acoplar a definição para inferir a força e o momento generalizados conforme apresentado nas Eqs.4.12 e 4.13 ,

$$Q_b = \int_0^s \left(\frac{y}{s}\right)^2 dL = -\frac{1}{2}\rho V^2 c a_w \int_0^s \left[ \left(\frac{1}{V} \left(\frac{y}{s}\right)^2 \dot{q}_b + \left(\frac{y}{s}\right) q_t \right) \right] dy \quad (4.12)$$

$$Q_t = \int_0^s \left(\frac{y}{s}\right) dM = \frac{1}{2}\rho V^2 c^2 \int_0^s \left[ b_w \left(\frac{1}{V} \left(\frac{y}{s}\right)^3 \dot{q}_b + \left(\frac{y}{s}\right)^2 q_t \right) + M_{\dot{\theta}} \frac{c}{4V} \left(\frac{y}{s}\right)^2 \dot{q}_t \right] dy \quad (4.13)$$

que após serem integradas no comprimento da asa, obtém-se:

$$Q_b = \frac{1}{2}\rho V^2 \left[ a_w \left( \frac{s}{5V} \dot{q}_b + \frac{s}{4} q_t \right) \right] \quad (4.14)$$

$$Q_t = \frac{1}{2}\rho V^2 c^2 \left( \left[ b_w \left( \frac{s}{4V} \dot{q}_b + \frac{s}{3} q_t \right) \right] + M_{\dot{\theta}} \frac{c}{4V} \frac{s}{3} \dot{q}_t \right) \quad (4.15)$$

Substituindo as Eqs.4.14 e 4.15 na Eqs.4.7 e Eqs.4.8, tem-se o modelo matemático exposto nas Eqs.4.16 e 4.17.

$$\frac{mcs}{5} \ddot{q}_b + \frac{ms}{4} \left( \frac{c^2}{2} - cx_f \right) \ddot{q}_t = \frac{1}{2}\rho V^2 \left[ a_w \left( \frac{s}{5V} \dot{q}_b + \frac{s}{4} q_t \right) \right] \quad (4.16)$$

$$\begin{aligned} & \frac{ms}{4} \left( \frac{c^2}{2} - cx_f \right) \ddot{q}_b + \frac{ms}{3} \left( \frac{c^3}{2} - c^2 x_f + x_f^2 c \right) \ddot{q}_t + \\ & + \frac{GJ}{s} q_t = \frac{1}{2}\rho V^2 c^2 \left( \left[ b_w \left( \frac{s}{4V} \dot{q}_b + \frac{s}{3} q_t \right) \right] + M_{\dot{\theta}} \frac{c}{4V} \frac{s}{3} \dot{q}_t \right) \end{aligned} \quad (4.17)$$

Evidenciando os termos nas coordenadas generalizadas iguais e organizando matricialmente as equações e suas respectivas variáveis, tem-se o modelo matricial dado na Eq.4.18.

$$\begin{aligned} & m \begin{bmatrix} \frac{cs}{5} & \frac{s}{4} \left( \frac{c^2}{2} - cx_f \right) \\ \frac{s}{4} \left( \frac{c^2}{2} - cx_f \right) & \frac{s}{3} \left( \frac{c^3}{3} - c^2 x_f + x_f^2 c \right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q}_b \\ \ddot{q}_t \end{Bmatrix} + \\ & + \frac{1}{2}\rho V \begin{bmatrix} \frac{a_w s}{5} & 0 \\ -\frac{c^2 b_w s}{4} & -\frac{M_{\dot{\theta}} c^3 s}{12} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q}_b \\ \dot{q}_t \end{Bmatrix} + \\ & \left( \frac{1}{2}\rho V^2 \begin{bmatrix} \frac{c a_w s}{4} & 0 \\ 0 & -\frac{c^2 b_w s}{3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{4EI}{s^3} & 0 \\ 0 & \frac{GJ}{s} \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} q_b \\ q_t \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (4.18)$$



que é equivalente a um modelo mecânico tradicional do tipo dado na Eq.4.19,

$$[A] \{\ddot{q}(t)\} + \left(\frac{1}{2}\rho V[B] + [D]\right) \{\dot{q}(t)\} + \left(\frac{1}{2}\rho V^2[C] + [E]\right) \{q(t)\} = \{0\} \quad (4.19)$$

no qual:

$[A]$  é a matriz de inércia;

$[B]$  é a matriz de amortecimento aerodinâmico;

$[D]$  a matriz de amortecimento;

$[C]$  é a matriz de rigidez aerodinâmica;

$[E]$  é a matriz de rigidez estrutural.

Pode-se dizer que o sistema matricial acima descreve matematicamente um modelo aeroelástico tridimensional de dois graus de liberdade, composto por uma viga finita de comprimento  $s$  e corda  $c$  sujeita a um escoamento de ar e que gera um carregamento aerodinâmico do tipo quase-estacionário com adaptações de Hancock (HANCOCK; WRIGHT; SIMPSON, 1985).

#### 4.1.1 Modelo de amortecimento viscoso proporcional

A matriz  $[D]$  que indica o amortecimento viscoso, pode contemplar vários modelos de aproximação. O mais utilizado e conhecido deles é o amortecimento proporcional, onde se toma o valor do amortecimento como uma combinação proporcional das matrizes de massa e rigidez

$$[D] = \alpha_D[A] + \beta_D[E] \quad (4.20)$$

onde os termos de proporcionalidade são dados conforme Eq.4.21.

$$\alpha_D = \frac{2\omega_1\omega_2(\zeta_2\omega_1 - \zeta_1\omega_2)}{\omega_1^2 - \omega_2^2} \quad (4.21)$$

$$\beta_D = \frac{2(\zeta_1\omega_1 - \zeta_2\omega_2)}{\omega_1^2 - \omega_2^2} \quad (4.22)$$

no qual  $\omega_1$  e  $\omega_2$  são as frequências naturais e  $\zeta_1$  e  $\zeta_2$  são os fatores de amortecimento modais.

## 4.2 Modelo Aeroservoelástico de asa reta com 2GDL

O modelo aeroservoelástico apresentado Figura 4.3 é análogo ao aeroelástico, todavia agora inclui-se uma superfície de controle de rigidez infinita e acoplada em uma

posição específica  $x_\beta$  na corda da asa retangular. Uma simplificação razoável consiste em não considerar os efeitos inerciais e de rigidez dessa superfície de controle adicionada (matriz de massa e rigidez estruturais não serão modificados). A variável  $Ec$  representa a taxa equivalente da superfície de controle em relação a corda do aerofólio. A variação prescrita da superfície de controle é dada por  $\beta$ .

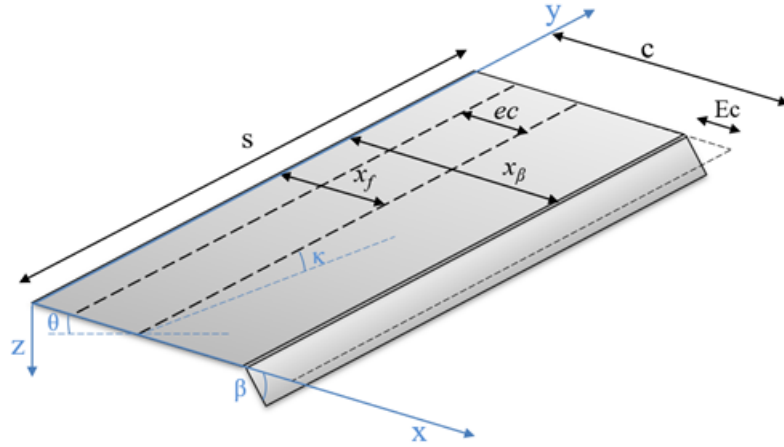


Figura 4.3 – Modelo Aerosservoelástico de asa retangular

Procedendo analogamente ao realizado para o sistema sem controle, tem-se que, ao aplicar a teoria do trabalho virtual para obtenção das forças generalizadas juntamente com a teoria de faixas (incluindo a modificação aerodinâmica dada pela inclusão da superfície de controle apresentada na seção 3.3 deste trabalho, especificamente na Eqs. 3.38 e 3.39), tem-se o sistema matricial apresentado na Eq.4.23.

$$\begin{aligned}
 & m \begin{bmatrix} \frac{cs}{5} & \frac{s}{4} \left( \frac{c^2}{2} - cx_f \right) \\ \frac{s}{4} \left( \frac{c^2}{2} - cx_f \right) & \frac{s}{3} \left( \frac{c^3}{3} - c^2x_f + x_f^2c \right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q}_b \\ \ddot{q}_t \end{Bmatrix} + \\
 & \quad + \frac{1}{2} \rho V \begin{bmatrix} \frac{a_w s}{5} & 0 \\ -\frac{c^2 b_w s}{4} & -\frac{M_{\dot{\theta}} c^3 s}{12} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q}_b \\ \dot{q}_t \end{Bmatrix} + \\
 & \left( \frac{1}{2} \rho V^2 \begin{bmatrix} \frac{ca_w s}{4} & 0 \\ 0 & -\frac{c^2 b_w s}{3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{4EI}{s^3} & 0 \\ 0 & \frac{GJ}{s} \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} q_b \\ q_t \end{Bmatrix} = \rho V^2 \begin{Bmatrix} -ca_c s \\ \frac{6}{c^2 b_c s} \end{Bmatrix} \beta \quad (4.23)
 \end{aligned}$$

Admitindo, apenas a parcela proporcional e derivativa, sabe-se que, de acordo com a teoria de controle PD, a rotação  $\beta$  pode ser dada como um somatório onde o primeiro termo é proporcional ao deslocamento e o segundo termo proporcional a velocidade da asa, conforme:

$$\beta = k_v \dot{z} + k_d z. \quad (4.24)$$

Admitindo que o transdutor é posicionado no bordo de ataque ( $x = 0$ ) na ponta da asa ( $y/s = 1$ ),

$$\beta = k_v(1 - x_f) \begin{Bmatrix} \dot{q}_b \\ \dot{q}_t \end{Bmatrix} + k_d(1 - x_f) \begin{Bmatrix} q_b \\ q_t \end{Bmatrix} \quad (4.25)$$

Substituindo a Eq.4.25 na Eq.4.23, obtém-se:

$$[A] \{\ddot{q}(t)\} + \left( \frac{1}{2} \rho V [B] + [D] - [F] \right) \{\dot{q}(t)\} + \left( \frac{1}{2} \rho V^2 [C] + [E] - [G] \right) \{q(t)\} = \{0\} \quad (4.26)$$

onde:

$$[F] = k_v \begin{bmatrix} g_1 & -g_1 x_f \\ g_2 & -g_2 x_f \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

$$[G] = k_d \begin{bmatrix} g_1 & -g_1 x_f \\ g_2 & -g_2 x_f \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

são as matrizes que incluem o controle PD no modelo aeroelástico, com  $g_1 = -\rho V^2 c a_c s / 6$  e  $g_2 = \rho V^2 c^2 b_c s / 4$ .

#### 4.2.1 Modelo Aeroviscoelástico de asa reta com 2GDL

Conforme descrito em seções anteriores, deseja-se incorporar ao sistema aeroelástico dispositivos viscoelásticos, que propiciarão a rigidez e o amortecimento adicionais ao modelo adotado. Essas características podem ser conferidas de diversas maneiras. Podem ser incluídos na forma de molas de rigidez torsionais e translacionais (MARTINS et al., 2017), por exemplo, ou então podem estar na própria composição da placa do material da asa aeroelástica ou superfície sustentadora. Com base nessa afirmação e com intuito de apresentar análises conceituais, a contribuição aeroelástica será incluída como uma rigidez torsional adicional ao sistema, matematicamente expressa como o produto de um fator geométrico,  $p_b$ , que deve levar em consideração a geometria do material, multiplicado pelo módulo viscoelástico, apresentado na seção 3.4 desse trabalho. Dessa forma a rigidez viscoelástica torsional  $k_{v\theta}$  é expressa conforme Eq.4.29.

$$k_{bv} = p_b G_v(T, \omega) \quad (4.29)$$

Sendo assim, fica caracterizado o sistema aeroviscoelástico ilustrado na Figura 4.4, semelhante ao apresentado e modelado no início deste capítulo, mas agora associado a molas viscoelásticas operando em torção.

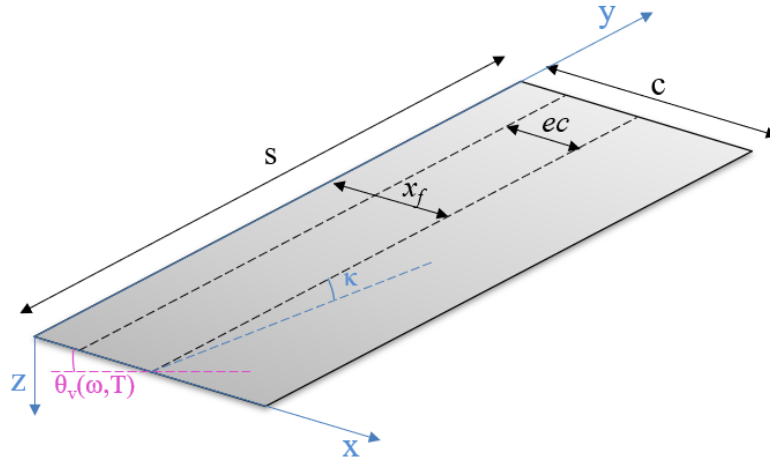


Figura 4.4 – Sistema aeroviscoelástico com rigidez dependente da temperatura e da frequência.

Conforme discutido em seções prévias, os materiais viscoelásticos exibem características que são diretamente dependentes da frequência de solicitação. Além disso, essa representação é dada no domínio complexo. Nessa condição, as equações do movimento passam a ser representadas conforme:

$$\begin{aligned}
 & m \begin{bmatrix} \frac{cs}{5} & \frac{s}{4} \left( \frac{c^2}{2} - cx_f \right) \\ \frac{s}{4} \left( \frac{c^2}{2} - cx_f \right) & \frac{s}{3} \left( \frac{c^3}{3} - c^2x_f + x_f^2c \right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q}_b \\ \ddot{q}_t \end{Bmatrix} + \\
 & \quad + \frac{1}{2} \rho V \begin{bmatrix} \frac{a_w s}{5} & 0 \\ -\frac{c^2 b_w s}{4} & -\frac{M_{\dot{\theta}} c^3 s}{12} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q}_b \\ \dot{q}_t \end{Bmatrix} + \\
 & \left( \frac{1}{2} \rho V^2 \begin{bmatrix} \frac{ca_w s}{4} & 0 \\ 0 & -\frac{c^2 b_w s}{3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{4EI}{s^3} & 0 \\ 0 & \frac{GJ}{s} + p_b G_v(\omega, T) \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} q_b \\ q_t \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.30)
 \end{aligned}$$

que podem ser escritas de forma compacta,

$$[A] \{\ddot{q}(t)\} + \left( \frac{1}{2} \rho V [B] + [D] \right) \{\dot{q}(t)\} + \left( \frac{1}{2} \rho V^2 [C] + [E(\omega, T)] \right) \{q(t)\} = \{0\} \quad (4.31)$$

na qual  $[E(\omega, T)]$  é a matriz dependente da frequência que contempla a viscoelasticidade associada.

### 4.3 Modelo aero-servo-viscoelástico de asa reta com 2GDL

Objetiva-se nesse momento, considerar a abordagem de controle ativo (PD) juntamente com o controle passivo (mola viscoelástica), para em um momento posterior,

verificar a influência deste naquele e vice-versa. Unindo a Eq.4.26 com a Eq.4.31, fica caracterizado o sistema aero-servo-viscoelástico, como na Eq. 4.32.

$$[A] \{\ddot{q}(t)\} + \left( \frac{1}{2} \rho V [B] + [D] - [F] \right) \{\dot{q}(t)\} + \left( \frac{1}{2} \rho V^2 [C] + [E(\omega, T)] - [G] \right) \{q(t)\} = \{0\} \quad (4.32)$$

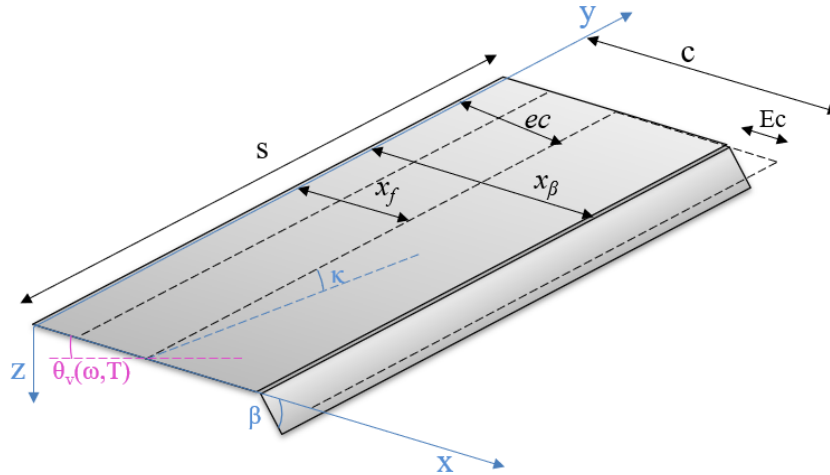


Figura 4.5 – Sistema aero-servo-viscoelástico, com controlador PD e propriedade viscoelástica de rigidez e amortecimento.

#### 4.4 Abordagem do problema aeroelástico no domínio da frequência

As equações dos movimento associadas aos quatro modelos supracitados, apresentados nas Eq. 4.19 ,4.26, 4.32 e 4.32 podem ser expandidas para a forma de espaços de estados, via substituição de variáveis, conforme apresentado abaixo para o caso puramente aeroelástico:

$$\begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -[A]^{-1} \left[ [D] + \frac{1}{2} \rho V [B] \right] & -[A]^{-1} \left[ [E] + \frac{1}{2} \rho V^2 [C] \right] \\ [I] & [Z] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} \quad (4.33)$$

no qual:

$$\{x_1\} = \{\dot{q}_b \quad \dot{q}_t\}^T \quad (4.34)$$

$$\{\dot{x}_2\} = \{x_1\} \quad (4.35)$$

onde  $x_1$  e  $x_2$  são os vetores de estado,  $[I]$  e  $[Z]$  são, respectivamente, a matriz identidade e a matriz nula de ordem  $n \times n$ . Para solução do problema no domínio da frequência, pode-se transformar o problema acima exposto na forma de espaço de estados para um

problema de autovalores (STEINBRUCH; WINTERLE, 1987), por meio da tradicional suposição de movimento harmônico das coordenadas generalizadas do problema.

$$([I_{2n \times 2n}] \lambda + [D_v]) \{X\} = \{0\} \quad (4.36)$$

na qual  $[I_{2n \times 2n}]$  é a matriz identidade de ordem  $2n$  ( $n$  indica o número de modos do modelo),  $[D_v]$  é a matriz dinâmica do sistema indicada por :

$$[D_v] = \begin{bmatrix} -[A]^{-1} \left[ [D] + \frac{1}{2} \rho V [B] \right] & -[A]^{-1} \left[ [E] + \frac{1}{2} \rho V^2 [C] \right] \\ [I] & [Z] \end{bmatrix} \quad (4.37)$$

e o autovalor  $\lambda = -g + i\omega$  que, em sua solução, no caso expandido em espaço de estados, se apresentam sempre em pares complexos conjugados associados aos modos de vibração admitidos no modelo. Da inferência desses valores, são calculados a frequência  $\omega$  e amortecimento  $g$  para cada condição de voo (Velocidade) de interesse.

Ressalta-se que, para o modelo que contempla as parcelas envolvendo controle ativo do tipo proporcional derivativo, basta incluir as matrizes de controle  $[F]$  e  $[G]$  na matriz dinâmica, em suas respectivas posições e propor o problema de autovalor analogamente ao modelo aeroelástico.

No que diz respeito a inclusão do material viscoelástico, deve-se lançar mão de artifícios matemáticos para resolver o problema de autovalores, que passará a depender da frequência, uma vez que, para esse caso, a matriz dinâmica se dá como  $D_v(\omega, T)$ , quando na matriz de rigidez for adicionada a contribuição viscoelástica. O modelo de solução do problema de autovalores dependentes da frequência será apresentado no Capítulo 5, que trata das simulações numéricas no domínio da frequência. Evidentemente, essa necessidade também é encontrada no modelo híbrido, uma vez que há presença de material viscoelástico com essas características.

## 4.5 Abordagem do problema aeroelástico no domínio do tempo

Para solução das equações do movimento no domínio do tempo e assim conseguir o comportamento em deslocamento, velocidade e aceleração do sistema, para uma dada velocidade, em função do tempo, parte-se da Eq.4.33, que está apresentada na forma de espaços de estados.

Conforme discutido no Capítulo 3, uma vez que a aerodinâmica escolhida não depende da frequência, não é necessário fazer nenhuma aproximação para validar o modelo temporal em termos dessa análise. Dessa forma, para obter o resultado temporal dos casos puramente aeroelásticos e aeroservoelásticos, deve-se fazer a integração das equações em espaços de estados via um método numérico, como o Runge Kutta de 4ª Ordem.

Entretanto, há de se considerar a presença de controle passivo na forma viscoelástica. O modelo viscoelástico que é dependente da frequência, será introduzido conforme apresentado na seção 3.4, onde é apresentado o modelo de derivadas fracionárias, que torna o problema dependente do passo anterior de integração. Associando as Eq. 3.74 e 4.33, tem-se:

$$\begin{Bmatrix} \dot{x}_1(t+1) \\ \dot{x}_2(t+1) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -[A]^{-1}[\tilde{D}] & -[A]^{-1}[\tilde{E}] \\ [I] & [Z] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1(t+1) \\ x_2(t+1) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} [Z] \\ [E_{vlag}] \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{Bmatrix} \quad (4.38)$$

onde:

$$[\tilde{D}] = [D] + \frac{1}{2}\rho V[B] \quad (4.39)$$

$$[\tilde{E}] = [E] + \frac{1}{2}\rho V^2[B] + \left(1 + \nu \frac{E_\infty - E_0}{E_\infty}\right) [E_v] \quad (4.40)$$

$$[E_{vlag}] = \left[ -[A]^{-1} \left( -c \frac{E_\infty}{E_0} \sum_{j=1}^{n_p} A_{j+1} [E_v] \right) \right] \quad (4.41)$$

$$[E_v] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & p_b G_0 \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

Como a rigidez viscoelástica é adicionada na torção, utiliza-se o Módulo de elasticidade transversal  $G_0$ , associado a condição de frequência nula para cálculo da rigidez viscoelástica.

Caso o modelo também contemple controle ativo aeroelástico, devem ser incluídas nas matrizes  $[\tilde{D}]$  e  $[\tilde{E}]$  as respectivas contribuições derivativas e proporcionais  $[F]$  e  $[G]$ .

Partindo da condição inicial dada para o problema, pode-se então, de acordo com a Eq.4.38 calcular o passo posterior, e assim conseguir a integração das equações do movimento aero-servo-viscoelásticas no intervalo de tempo desejado.

# 5 Simulações Numéricas no Domínio da Frequência

Neste capítulo são apresentados e discutidos os resultados oriundos de simulações numérico-computacionais no domínio da frequência. Os resultados apresentados na primeira seção são associados às metodologias de análise aeroelástica mais usualmente empregadas para estabelecer as condições críticas de estabilidade. A segunda parte versa a respeito do impacto das diferentes aproximações aerodinâmicas que podem ser utilizadas para geração dos resultados e conseqüentemente na determinação do envelope de voo. Passa-se então para a seção aeroservoelástico, onde o controlador proporcional derivativo é incluído no modelo e sua importância é inferida a partir das variações do ganho. Os controladores proporcional e derivativo são considerados separadamente e depois em conjunto, para verificação da influência de cada um deles. Ademais, é incluído no modelo amortecimento viscoso estrutural, do tipo proporcional, e as conseqüências dessa consideração na ação do controle ativo também são estudados. Em seqüência, o modelo conta com rigidez e amortecimentos adicionais providas pela inserção de material viscoelástico, o que caracteriza um controle do tipo passivo. A influência da parcela de amortecimento do material viscoelástico é evidenciado nas primeiras simulações numéricas, a fim de justificar a inserção desse tipo de material. Fatores como temperatura de operação e fatores de forma geométrica do material viscoelástico são variados e o comportamento do sistema é observado, a fim de estabelecer uma relação numérica entre essas grandezas e a velocidade crítica de *flutter*. Em seqüência, os dois controles são combinados, caracterizando a análise aeroservo-visco-elástica, onde fica evidenciado o aumento de velocidade de *flutter* devido a presença combinada de mecanismos ativos e passivos.

## 5.1 Metodologias de análise aeroelástica no domínio da frequência

A análise de estabilidade tem como objetivo principal estabelecer a faixa de velocidades na qual o sistema observado é livre de fenômenos aeroelásticos. Para determinação deste chamado envelope de voo, se faz necessário estabelecer um procedimento matemático pelo qual se infere a velocidade crítica de *flutter*.

Conforme discutido nos capítulos precedentes, as forças aerodinâmicas são usu-



almente apresentadas por funções dependentes do parâmetro adimensional frequência reduzida ( $k$ ). Dessa forma, se torna adequada a apresentação das equações do movimento associadas ao modelo como um problema típico de autovalores e autovetores. Com essa abordagem no domínio da frequência, são definidas relações entre os autovalores da matriz dinâmica e a frequência reduzida carregada pelas parcelas aerodinâmicas.

A fim de estabelecer essa relação e prover a aproximação da velocidade de *flutter* destacam-se dois métodos clássicos de análise de estabilidade aeoroelástica: Método  $k$  e Método  $p-k$ . O último método é o mais utilizado e apresenta, inclusive, várias derivações literatura, onde metodologias principalmente de cunho numérico foram implementadas com o intuito de melhorar a precisão da estimação da velocidade de *flutter* ou então da previsão de amortecimento relativo, além de incluir metodologias para alcançar convergência de valores de forma mais eficiente.

Em ambos os métodos supracitados, deseja-se traçar os diagramas clássicos de análise de estabilidade, conhecidos como Diagramas *Vgf* (Velocidade, amortecimento, frequência). Nesses diagramas, é possível observar a evolução das frequências e fatores de amortecimento de cada modo da estrutura em função da velocidade. A velocidade crítica é aquela que está associada a mudança de sinal do fator de amortecimento. Nessas região, é usual observar o coalescimento das frequências de dois os mais modos aeoroelásticos da estrutura, caracterizando a ocorrência do fenômeno de *flutter*.

### 5.1.1 Método $k$

O método  $k$  (também conhecido como método  $V-g$ ) consiste na consideração de um amortecimento estrutural fictício, por meio de uma modificação na rigidez do sistema. Substitui-se a matriz de rigidez por uma matriz complexa da seguinte forma:

$$[E^*] = (1 + ig)[E] \quad (5.1)$$

O amortecimento  $g$ , apesar de ser um parâmetro introduzido, não consiste em um parâmetro de entrada do sistema. Em outras palavras, o problema de autovalores é formulado de modo que, na resolução, o valor de  $g$  seja calculado. Assim, o valor de  $g$  não tem significado físico, sendo apenas real no ponto em que ele é nulo (onde ocorre a mudança de sinal e conseqüentemente a indicação da condição crítica). Lançando mão desse atributo matemático de substituição, o problema de autovalores associado a inércia  $[A]$ , Aerodinâmica  $[Aero]$  e a nova rigidez complexa  $[E^*]$ , pode ser apresentado conforme:

$$\left[ \lambda[E^*] - \left( \frac{1}{\mu_\infty} [Aero] - [A] \right) \right] \{x\} = 0 \quad (5.2)$$

onde  $\mu_\infty$  está associado a densidade do ar. O autovalor  $\lambda$  é dado por:

$$\lambda = \frac{1 + ig}{\omega^2}. \quad (5.3)$$

As frequências naturais e fatores de amortecimento associados são obtidos, para cada uma das frequências reduzidas de interesse e para cada um dos modos correspondentes, conforme as equações a seguir:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{1}{Re(\lambda)}} \quad (5.4)$$

$$g_n = \frac{Im(\lambda)}{Re(\lambda)} \quad (5.5)$$

A Figura 5.1 apresenta um fluxograma do cálculo da velocidade crítica de *flutter* a partir do método *k*.

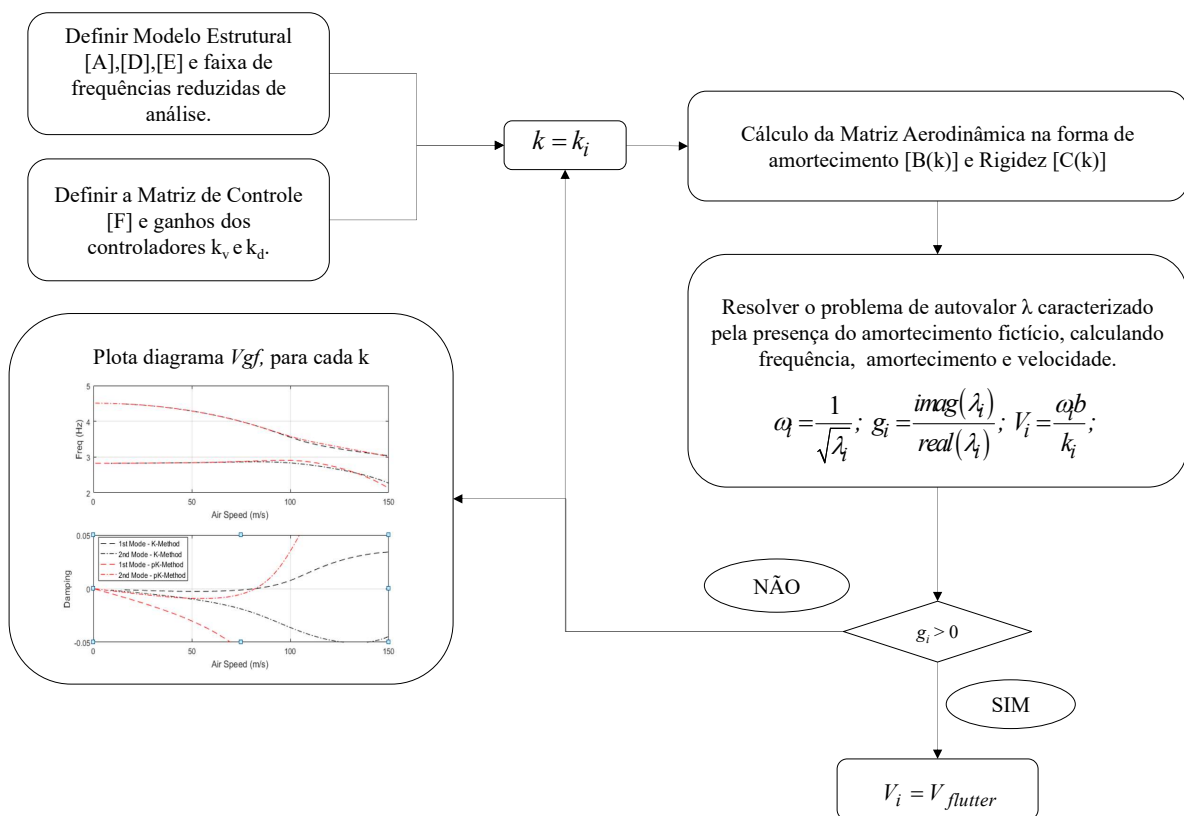


Figura 5.1 – Fluxograma do Método *k* de Análise Aeroelástica.

### 5.1.2 Método *p-k*

Já o denominado Método *p-k* consiste em um processo iterativo que permite a obtenção dos valores de velocidade, frequência e amortecimento do modelo. Ressalta-se que, uma vez que não é feita nenhuma substituição ou introdução de parâmetro como no

método  $k$ , a curva de amortecimento possui valor físico, o que torna essa abordagem mais adequada para embasar por exemplo, análises de estabilidade que irão servir de base para composições experimentais.

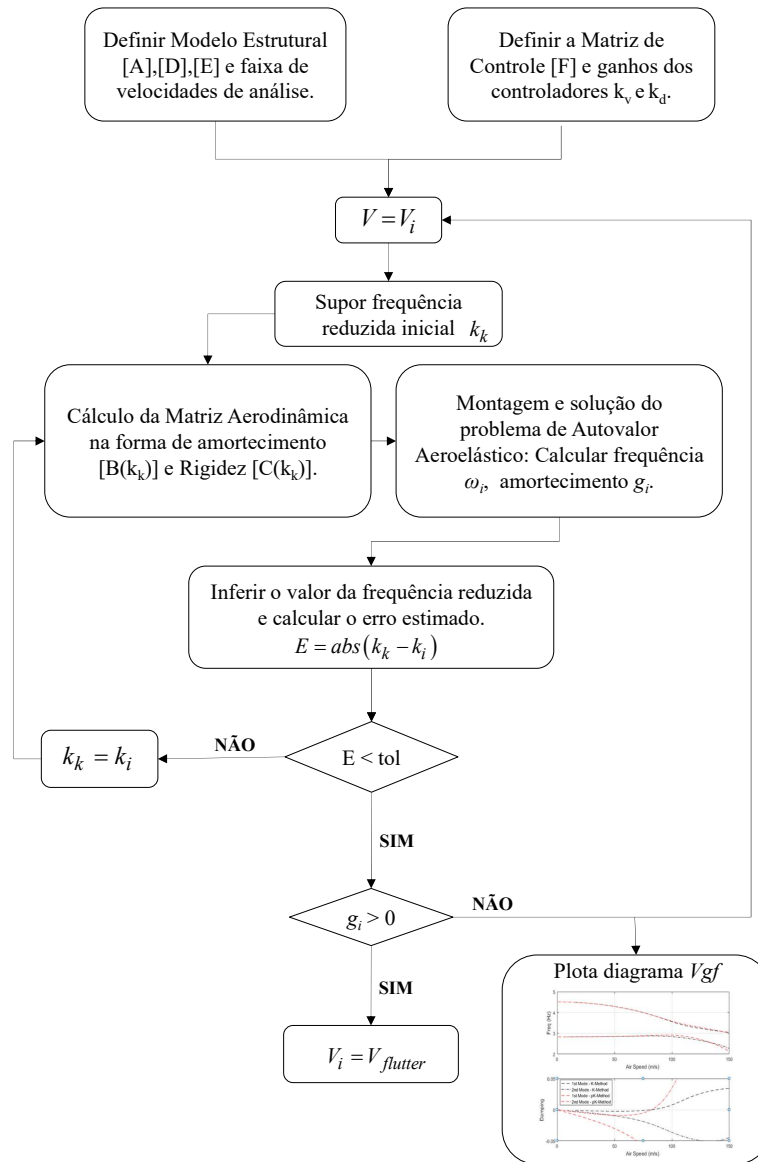


Figura 5.2 – Fluxograma do Método  $p$ - $k$  de Análise Aeroelástica.

De forma simplificada, para cada condição de voo (velocidade e densidade do ar) supõe-se uma frequência reduzida inicial, resolve-se o problema de autovalor e checka-se a diferença entre a frequência suposta e a calculada, atualizando os valores desse parâmetro até que ocorra a convergência do método. O fluxograma apresentado na Figura 5.2 ilustra os passos que compõe o Método  $p$ - $k$ .

### 5.1.3 Comparações entre os Métodos $k$ e Método $p$ - $k$ .

Para embasar a comparação entre os dois métodos de análise de estabilidade, é necessário definir os parâmetros físicos e geométricos do modelo aeroelástico da asa reta

apresentado e devidamente modelado no capítulo anterior.

Tabela 5.1 – Parâmetros geométricos e físicos da asa retangular utilizados na simulação numérica

<b>Parâmetro</b>	<b>Valor [Unidade]</b>
Envergadura	$7,5m$
Corda ( $c$ )	$2m$
Comprimento da superfície de controle ( $E$ )	$0,10c$
Eixo Elástico ( $x_f$ )	$0,48c$
Eixo de Massa ( $x_m$ )	$0,5c$
Massa Por área	$200kg/m^2$
Rigidez de Flexão EI	$2.10^7Nm$
Rigidez de Torção GJ	$2.10^6Nm$
Taxa de inclinação $a_w$	$2\pi$
Densidade do ar $\rho_\infty$	$1,225kg/m^3$

Utilizando os valores estabelecidos na Tabela 5.1, são calculados os valores que compõe o diagrama  $V_{gf}$  pelos Métodos  $k$  e  $p-k$ , conforme ilustrado na Figura 5.3. Observa-se que a velocidade crítica de *flutter* obtida é de aproximadamente  $82,30m/s$  a partir do emprego dos dois métodos. Entretanto, a curva de amortecimento apresenta diferença significativa de valores. Essa diferença fica mais evidente ainda observando com mais detalhes a região de transição de sinal do amortecimento. Em termos de tempo de processamento dos dados, para a mesma quantidade de frequências reduzidas e mesmo modelo aerodinâmico e estrutural, são gastos  $0.383140s$  para processar a análise aeroelástica pelo Método  $k$  e  $0.500342s$  para o Método  $p-k$ , em um intervalo de velocidades de  $1$  a  $150m/s$  com incrementos de  $0.1m/s$ .

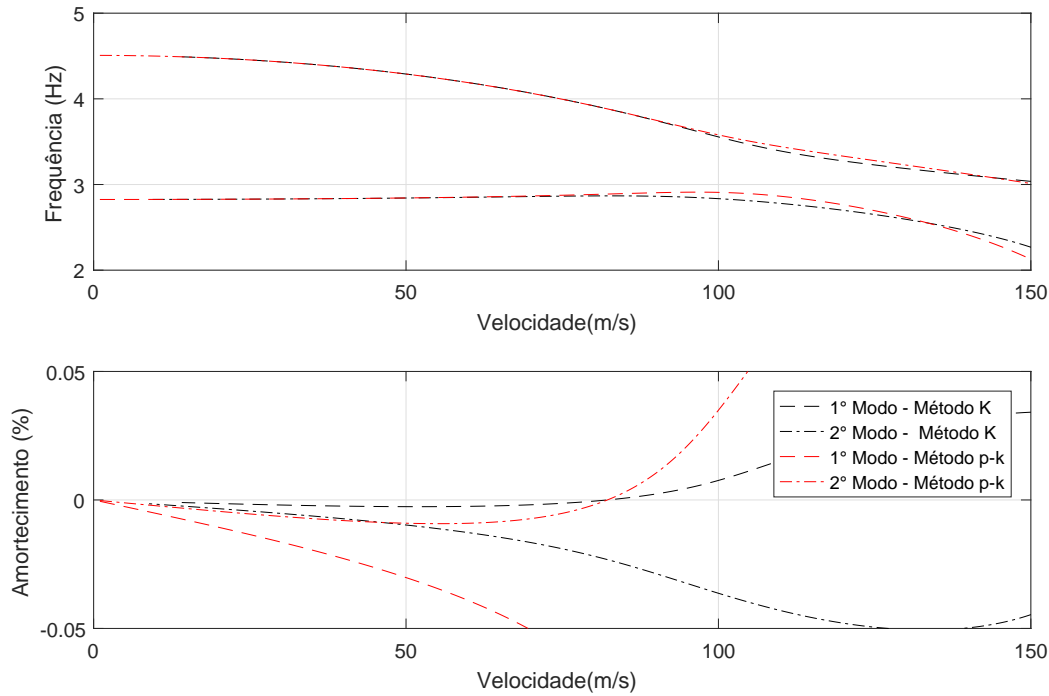


Figura 5.3 – Comparação das abordagens de análise de instabilidade aeroelástica

Como o Método  $p-k$  apresenta uma estimativa real para os valores de amortecimento, ele será utilizado como referência para as próximas simulações, uma vez que este trabalho pode constituir base para bancadas experimentais aeroelásticas. Ademais, ressalta-se que, apesar do Método  $k$  constituir uma metodologia mais simples e menos cara computacionalmente, ele apenas é válido no ponto específico onde o amortecimento suposto é nulo, sendo esse método mais indicado para análises teóricas ou que demandem esforço computacional menor.

## 5.2 Aproximações aerodinâmicas no cálculo de velocidades críticas

Nos capítulos anteriores deste trabalho foram discutidas algumas abordagens matemáticas para representação das forças aerodinâmicas que atuam no modelo aeroelástico. Em destaque, estão os modelos aerodinâmicos não estacionário de Theodorsen para uma seção típica e o modelo de Hancock para uma asa tridimensional. Neste último, é estabelecido um modelo quase estacionário de aerodinâmica somado a contribuição do momento  $M_\theta(k)$ , que é a parcela mais significativa na representação dos vórtices de esteira (HANCOCK; WRIGHT; SIMPSON, 1985) necessários nos cálculos aeroelásticos.

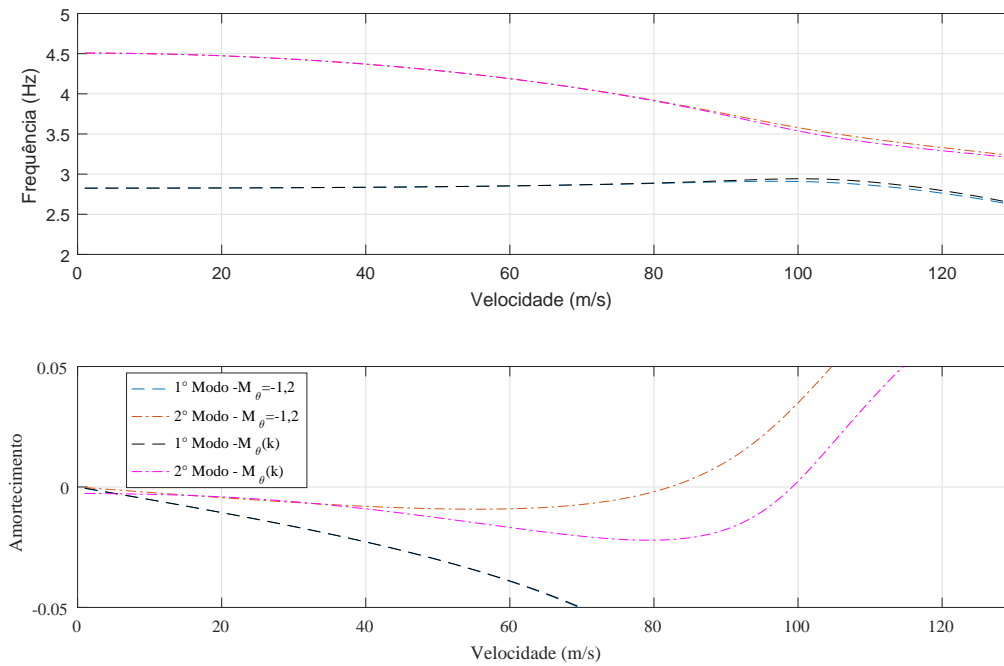


Figura 5.4 – Diagrama  $V_{gf}$ : Evidenciamento da influência do fator  $M_{\theta}$  na análise de estabilidade aeroelástica.

Para simulações aeroelásticas envolvendo cálculos de velocidades críticas, é importante realizar a inclusão dos efeitos de esteira aerodinâmica não-estacionários. Dessa forma, a matriz de amortecimento aerodinâmico passa a depender da frequência reduzida. Com isso, observa-se que a velocidade critica varia de 82m/s (caso  $M_{\theta} = -1,2$ ) para 99,2m/s quando  $M_{\theta}$  é considerado variável dependente da frequência reduzida e tem comportamento regido pelo modelo matemático apresentado anteriormente, conforme pode ser observado na Figura 5.4

Pode-se dizer que considerar  $M_{\theta}$  como um valor constante é conservativo, entretanto, ao olhar do ponto de vista de desempenho, para velocidades mais elevadas (e frequências reduzidas baixas) a aeronave estará operando em velocidades abaixo daquelas que ela é capaz, o que causa perda competitividade. Entretanto, o modelo de  $M_{\theta}$  constante é muito mais barato computacionalmente e facilitando análises paramétricas, investigação de novas técnicas de controle etc. Dessa forma, esse valor constante foi adotado para realizar as simulações que constam nesse trabalho de investigação.

### 5.3 Influência do amortecimento viscoso proporcional no cálculo de estabilidade aeroelástica

O amortecimento viscoso que uma propriedade característica de sistemas mecânicos em geral e por conseguinte influencia no comportamento destas, quando sujeitas a esforços.

Os sistemas aeroelásticos se comportam analogamente e assim sendo, é adequado investigar sua influência, principalmente no que diz respeito a efetividade de mecanismos de controle. Visando analisar tais competências, o modelo de amortecimento proporcional viscoso e simétrico, apresentado conforme Seção 4 é implementado numericamente. A Figura 5.5 ilustra o comportamento das frequências aeroelásticas e do fator de amortecimento para vários fatores modais de amortecimento viscoso. Conforme esperado, observa-se que, para taxas de amortecimento aumentando gradativamente de 0,1 até 1,5, tem-se aumento da velocidade de crítica de *flutter*.

Para inferir a tendência de estabilidade do modelo aeroelástico em função do fator de amortecimento viscoso, foi realizado um ajuste de curva polinomial. Dessa forma, a Eq.5.6 apresenta os coeficientes do polinômio de terceiro grau que fornece o relação entre a velocidade crítica de flutter e o fator de amortecimento viscoso que pode variar de 0 até 1.5%. Para o ajuste foi feito uso de teoria de mínimos quadrados implementada via função polyfit do Matlab®. A Figura 5.6 apresenta o resultado gráfico desse ajuste, assim como o erro relativo máximo do intervalo, que é equivalente a de 0,45%.

$$V_c(\zeta) = 6,8354\zeta^3 - 22,6327\zeta^2 + 35,9510\zeta + 82,8214 \quad (5.6)$$

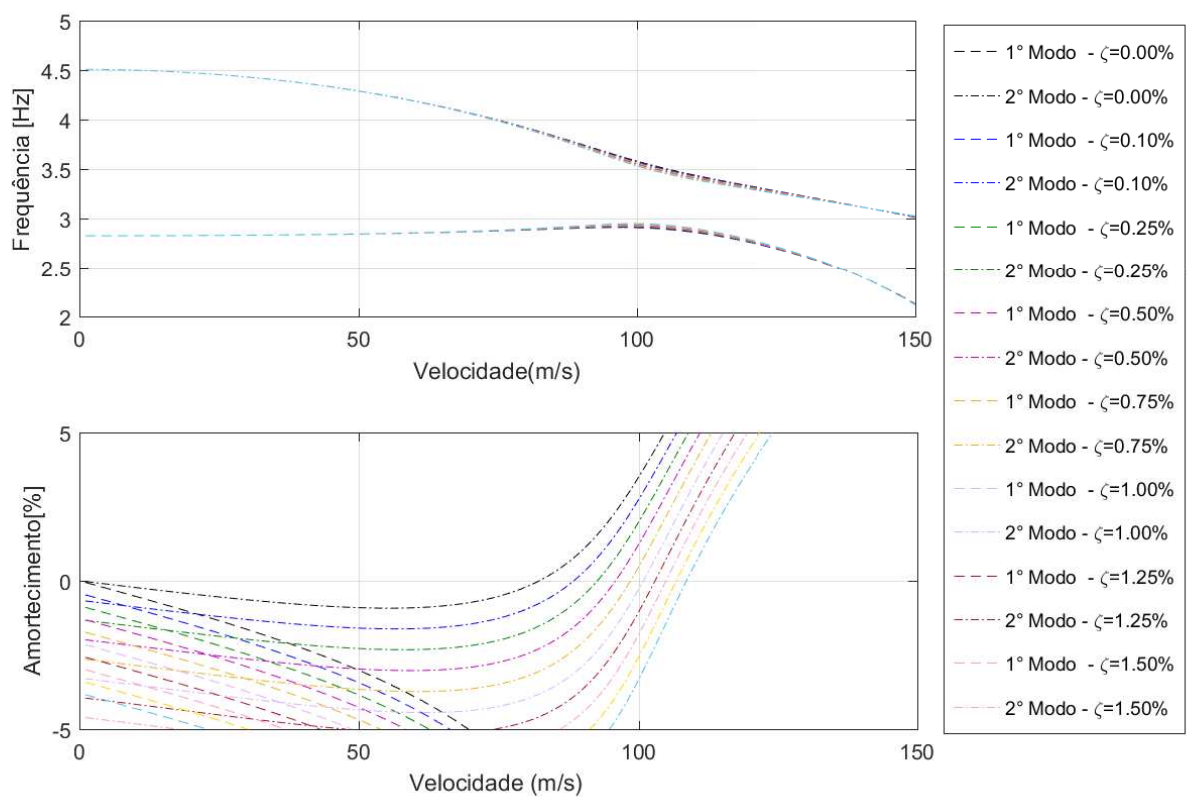


Figura 5.5 – Diagrama *Vgf*: Influência do fator de amortecimento viscoso na análise de estabilidade aeroelástica.

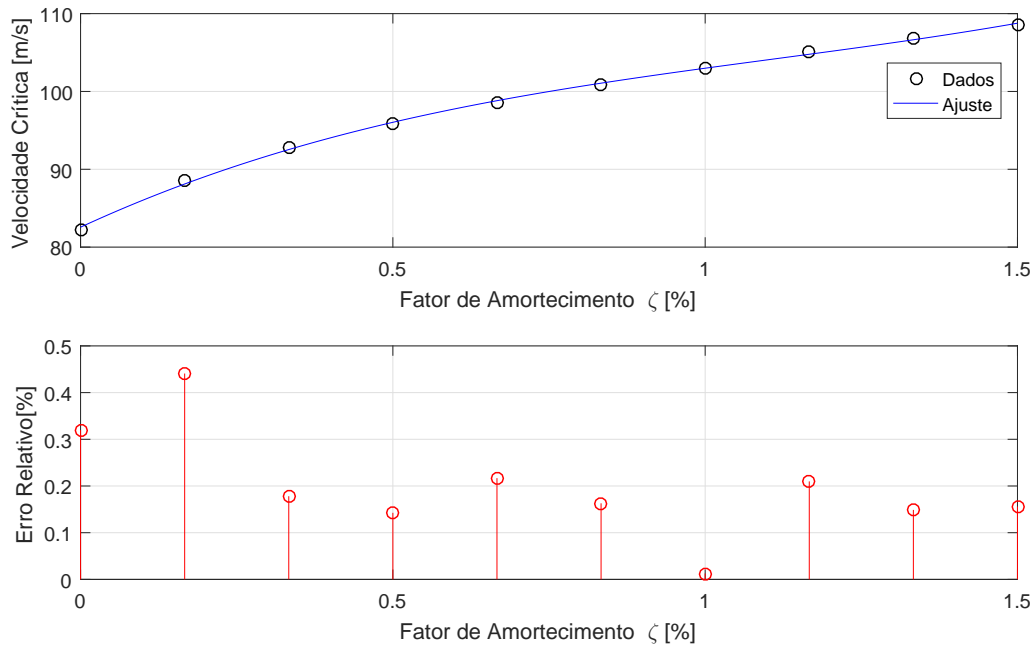


Figura 5.6 – Velocidade Crítica de *flutter* em função do amortecimento viscoso.

## 5.4 Controle aeroelástico ativo

Esta seção é dedicada a apresentação de resultados que levam em consideração o controle aeroelástico ativo do modelo de asa retangular, via implementação numérica de um controlador Proporcional Derivativo. Destaca-se que a fundamentação teórica necessária para implementação numérica do controlador foi previamente discutida na Seção 4.2 deste trabalho.

### 5.4.1 Desempenho do controlador PD

Em um primeiro momento, realiza-se a verifica-se apenas a influência do ganho proporcional do controlador. O parâmetro é variado no intervalo equivalente a  $k_d = 0$  até  $k_d = 0.5$ , em 11 valores sequenciados. Da observação da Figura 5.7, infere-se pequena variação nos valores de velocidade crítica, uma vez que as curvas de amortecimento e frequência são bastante próximas, e a instabilidade do sistema, que é caracterizada pelo amortecimento positivo, também se dá em valores próximos.



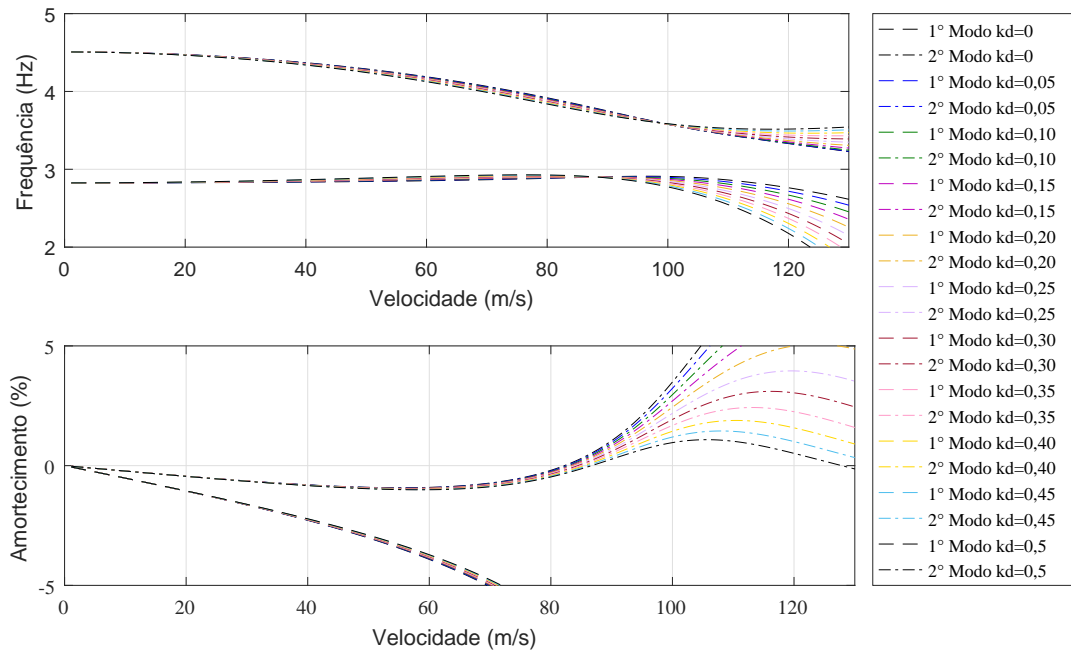


Figura 5.7 – Comportamento do sistema aeroelástico dada a variação de ganho proporcional do controlador

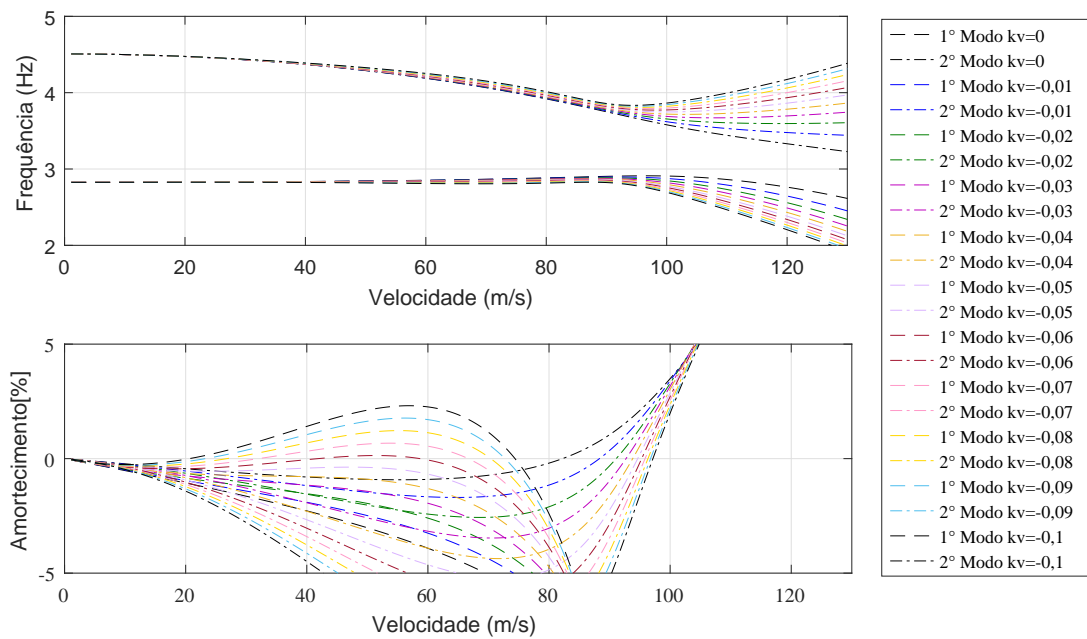


Figura 5.8 – Comportamento do sistema aeroelástico dada a variação de ganho derivativo do controlador

Passa-se então a observação do sistema quando da variação do ganho derivativo do controlador. Novamente, o parâmetro de controle em análise é variado no intervalo equivalente a  $k_v = 0$  até  $k_d = -0.1$ , em 11 valores sequenciados. Na Figura 5.8, ao analisar a curva de amortecimento em função da velocidade crítica, observa-se que a curva associada ao segundo modo de vibração do sistema tende a apresentar condição crítica (

dada pela condição de amortecimento positivo) tão maior quanto o ganho do controlador. Em outras palavras, observado-se apenas o segundo modo de vibração, o envelope de voo é aumentado de acordo com o aumento do ganho do módulo de  $k_v$ . Todavia é de extrema importância observar que, para ganhos maiores (em módulo) que 0,06, o primeiro modo é desestabilizado em velocidades bem inferiores às aquelas apresentadas na condição sem controle, ou seja, a consideração de ganhos derivativos muito altos pode desestabilizar o primeiro modo do sistema, fazendo com que a condição crítica de *flutter* seja observada em velocidades muito inferiores às aquelas apresentadas para um mesmo sistema sem qualquer controle.

De acordo com os dados apresentados, pode-se observar que, para o modelo matemático adotado, desempenho superior é encontrado para aplicações de ganho derivativo do que de ganho proporcional. Todavia, há valores em que o ganho derivativo desestabiliza o sistema, levando-a condições críticas bem inferiores às aquelas onde não havia controle. Esse tipo de comportamento é observado em várias situações na área de controle de sistemas mecânicos (OGATA, 2011).

O ganho da parcela proporcional, por outro lado, apesar de ampliar o envelope de voo em taxas inferiores quando comparado ao ganho derivativo, não apresentou problemas relacionados a desestabilização precoce de outros modos aeroelásticos. A Figura 5.9 apresenta a variação de velocidade crítica de acordo com os ganhos do controlador proporcionando uma comparação direta.

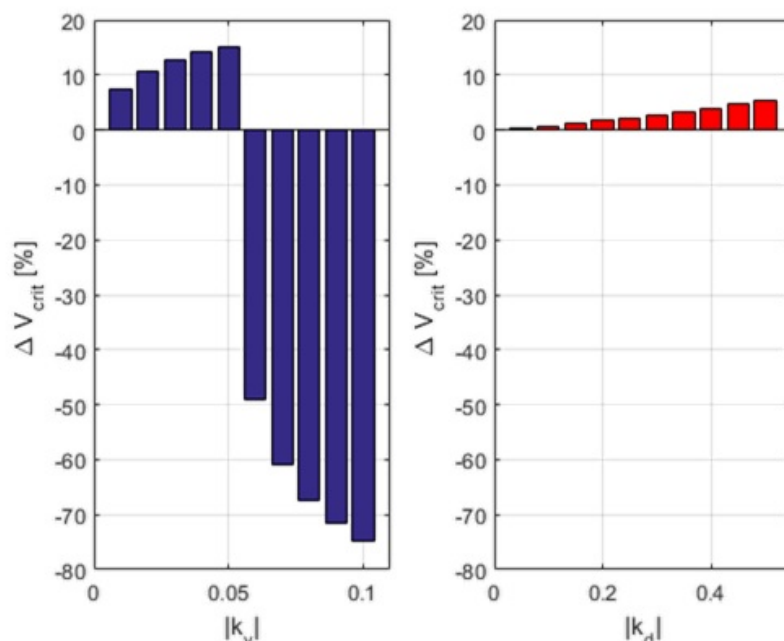


Figura 5.9 – Variação percentual da velocidade crítica com a inclusão do controlador: esquerda: ganho derivativo; direita: ganho proporcional.

Nas condições apresentadas o ganho derivativo apresenta maiores taxas de aumento de envelope de voo. Entretanto, sabendo da desestabilização de modos de forma precoce

para casos altos ganhos do controlador, é razoável considerar na análise aeoservoelástica o modelo de amortecimento estrutural, a fim de observar se tal característica do sistema altera a condição crítica do sistema aeroservoelástico.

### 5.4.2 Desempenho do Controlador PD com amortecimento estrutural

Para fazer a análise comparativa, são estimadas as velocidades críticas em função dos ganhos derivativo e proporcional, para os valores de amortecimentos estrutural equivalente a 0, 0,25,0,50, 0,75 e 1. A consideração de amortecimento estrutural aumenta o envelope de voo para taxas de amortecimento proporcional equivalente 0,25 e 0,50. Para as três últimas taxas de amortecimento estrutural, a desestabilização do primeiro modo ocorre para valores de ganho maiores, conforme pode ser observado Figura 5.10(a) e na Tabela 5.2.

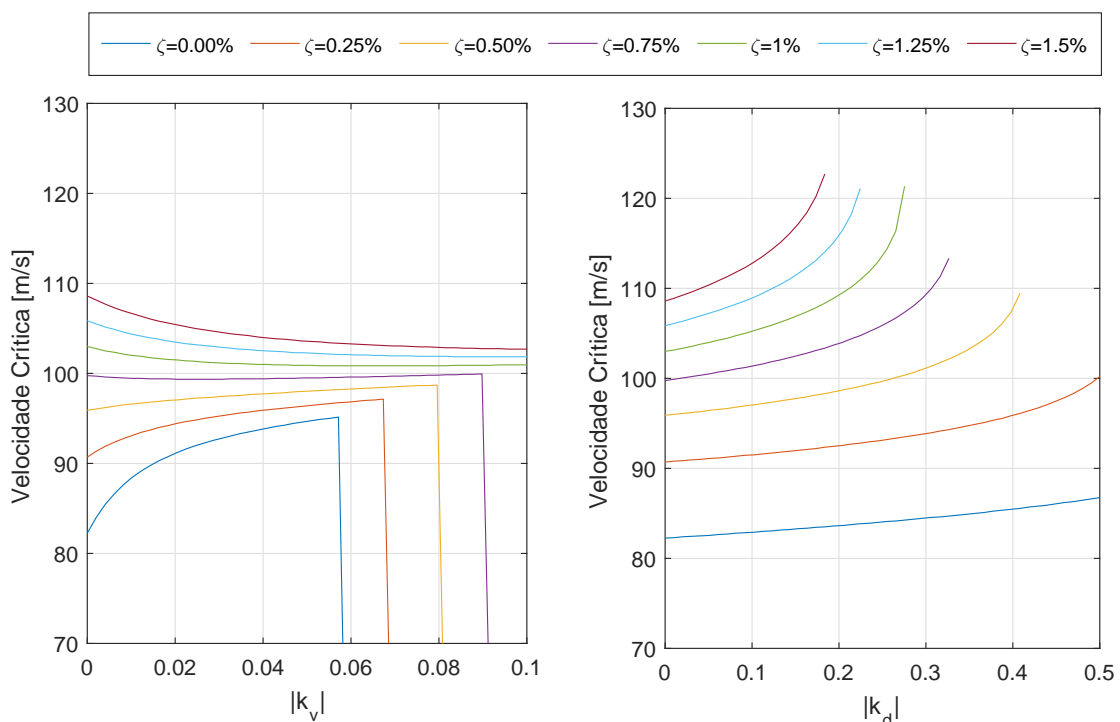


Figura 5.10 – Comparação da influência do amortecimento viscoso na análise de estabilidade envolvendo controlador com ganho derivativo (a) e proporcional (b) de forma isolada

A mesma variação de amortecimento é realizada para valores de controlador proporcional. Observa-se também um comportamento análogo àquele observado para o ganho derivativo: o envelope de voo é aumentado. Entretanto, percebe-se que, para o caso onde é considerado apenas o ganho proporcional do controlador, a consideração de amortecimento estrutural resulta em envelopes de voo mais abrangentes e para algumas combinações de ganho e amortecimento, o sistema não entra em instabilidade no intervalo de velocidades considerado, conforme ilustrado na Figura 5.10(b) e Tabela 5.3.

Tabela 5.2 – Velocidade Crítica em função dos ganhos do controlador derivativo com amortecimento viscoso.

Kv	Velocidade				
	Z=0	Z=0,25	Z=0,5	Z=0,75	Z=1
0,00	82,30	90,70	95,90	99,80	103,00
0,01	88,40	93,10	96,60	99,50	102,10
-0,02	91,10	94,40	97,10	99,40	101,50
-0,03	92,80	95,30	97,40	99,40	101,20
-0,04	93,90	95,90	97,8	99,40	101,00
-0,05	94,70	96,40	98,00	99,50	100,90
-0,06	41,90*	96,90	98,30	99,60	100,90
-0,07	32,10*	49,10*	98,50	99,70	100,90
-0,08	26,90*	39,00*	98,80	99,80	100,90
-0,09	23,30*	34,00*	43,20*	100,0	100,90
-0,10	20,70*	30,60*	38,30*	46,20*	101,00

Tabela 5.3 – Velocidade Crítica em função dos ganhos do controlador proporcional com amortecimento viscoso.

Kd	Velocidade				
	Z=0	Z=0,25	Z=0,5	Z=0,75	Z=1
0,00	82,30	90,70	95,90	99,80	103,00
0,05	82,60	91,10	96,40	100,50	104,00
0,10	82,90	91,50	97,10	101,40	105,20
0,15	83,30	92,00	97,80	102,50	106,90
0,20	83,70	92,50	98,60	103,90	109,30
0,25	84,10	93,20	99,70	105,90	113,60
0,30	84,50	93,90	101,20	109,30	**
0,35	85,00	94,80	103,30	**	**
0,40	85,50	95,90	107,70	**	**
0,45	86,10	97,50	** **	**	**
0,50	86,80	100,20	** **	**	**

### 5.4.3 Combinação de ganhos proporcional e derivativo

Tendo analisado separadamente a influência dos ganhos, passa-se a avaliar o comportamento do sistema quando este se encontra sujeito aos ganhos proporcional e derivativo concomitantemente. Sabendo-se que para ganhos derivativos acima de  $k_v = -0,05$  o sistema se torna instável (sem amortecimento estrutural), os intervalos de ganho foram restritos de 0 a -0,05 para o ganho derivativo  $k_v$  e de 0 até 0,5 para o ganho proporcional  $k_d$ . A partir dos resultados tem-se a superfície de velocidade crítica ilustrada na Figura 5.11.

Fazendo uma varredura nos intervalos de ganhos considerados, observa-se que a maior velocidade de *flutter* calculada é equivalente à combinação de  $k_v = -0,05$  e  $k_d = 0,5$ , onde o envelope de voo é limitado a velocidade de 96,80m/s (sem amortecimento estrutural

considerado). Se comparado aos valores obtidos quando considerados os ganhos de forma separada, a maior parcela de ganho de velocidade é carregada pelo fator derivativo, ratificando sua maior contribuição no aumento do envelope de voo, nas condições pré-estabelecidas.

Entretanto, conforme discutido anteriormente, a inclusão de amortecimento proporcional melhora consideravelmente os resultados do controle proporcional. Dessa forma, se faz necessário avaliar os ganhos proporcional e derivativo atuando concomitantemente em um modelo onde considera-se uma taxa de amortecimento estrutural equivalente a 0,25, conforme apresentado na Figura 5.12. Procedendo de forma análoga à anterior, observa-se que a maior velocidade para o caso amortecido é dada para o ponto onde o ganho derivativo é nulo e o proporcional é o máximo da faixa, em uma velocidade crítica de 100,2 m/s.

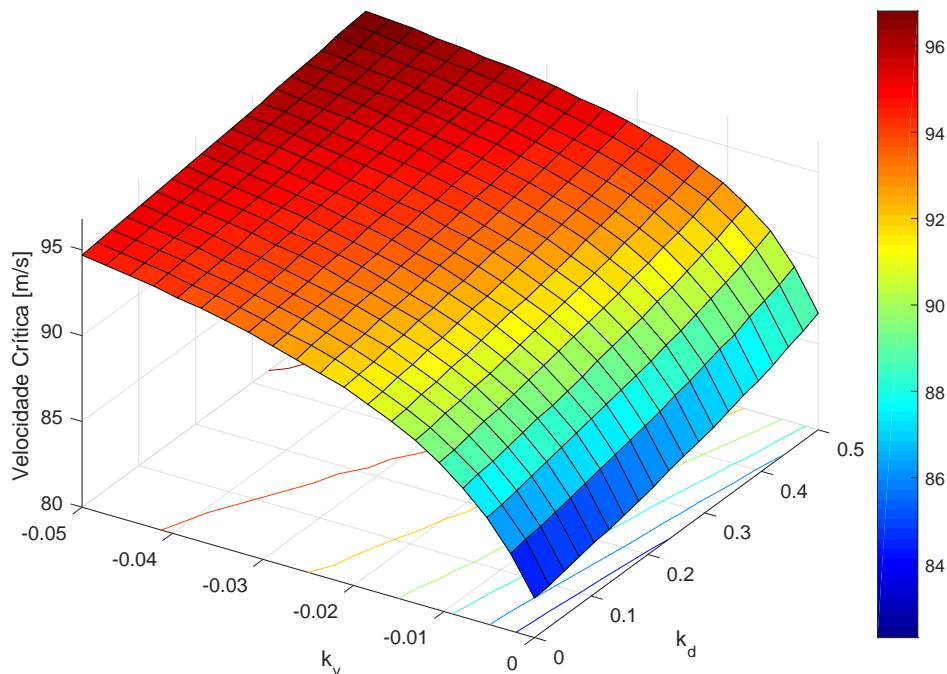


Figura 5.11 – Velocidade crítica para combinação de fatores de ganho proporcional e derivativo do sistema sem amortecimento viscoso.

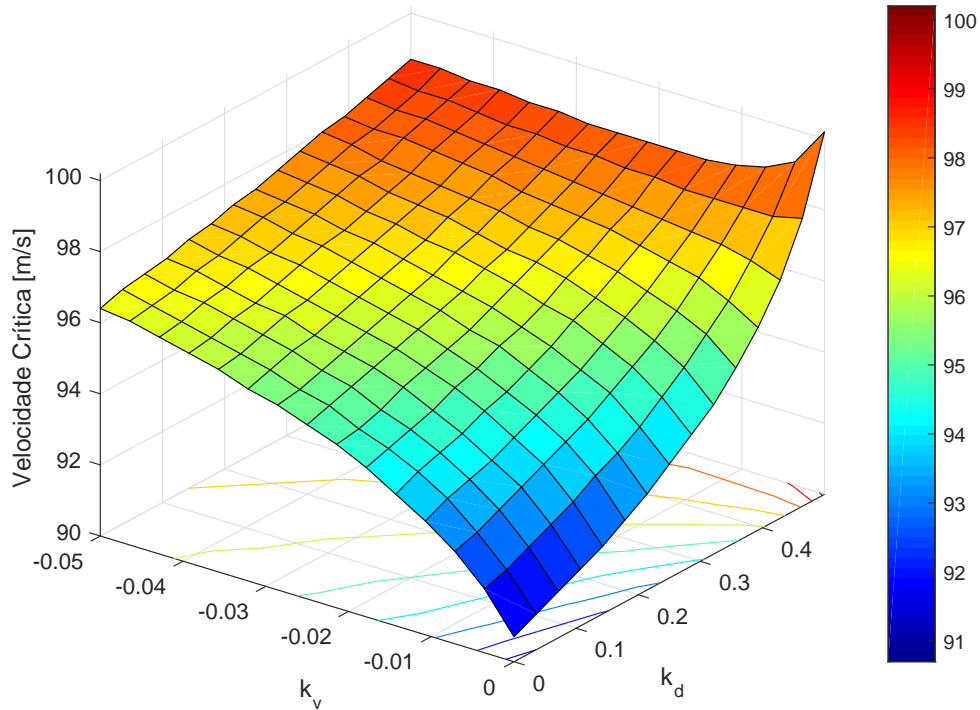


Figura 5.12 – Velocidade crítica para combinação de fatores de ganho proporcional e derivativo do sistema com 0,25% de amortecimento viscoso.

## 5.5 Controle Aeroelástico passivo

A presente seção trata do controle de *flutter* via abordagem passiva, fazendo uso de materiais viscoelásticos. Conforme dito nas subseções anteriores, essa classe de materiais apresenta propriedades de rigidez associadas com amortecimento, o que lhes tornam bastante atrativos quando se almeja redução de vibrações. Com base nessa particularidade, foi avaliada a viabilidade da inserção de fitas viscoelásticas na junção da longarina com a nervura, proporcionando torção no modelo aeroservoelástico.

Salienta-se que um processo iterativo foi implementado para solução do problema de autovalor aeroelástico. No método  $p-k$ , para cada solução do problema de autovalor dependente da frequência, a frequência calculada para o caso sem amortecimento viscoelástico foi utilizada para início do processo iterativo. Com esse valor pressuposto, extrai-se o autovalor viscoelástico e deste último a frequência viscoelástica. O valor pressuposto é então comparado ao extraído e o último realimenta o primeiro até a convergência do método. Essa convergência é estabelecida por um fator de tolerância que corresponde a diferença entre a frequência calculada e a imposta ao sistema viscoelástico. Esse procedimento deve ser realizado para todas as frequências reduzidas de interesse.

### 5.5.1 Investigação da influência do Módulo Viscoelástico Complexo

O material viscoelástico insere no sistema aeroelástico propriedades de rigidez e amortecimento, os quais dependem de fatores como temperatura e frequência de operação. Dessa forma, é pertinente avaliar as influências individuais das adições de rigidez e amortecimento na estabilidade aeroelástica. Vale ressaltar que a característica distintiva dos materiais viscoelásticos é sua capacidade de amortecimento, uma vez que a rigidez pode ser aumentada pelo uso de qualquer outro tipo de material.

Nas análises a seguir, três condições são consideradas: na primeira, expressa pela Eq. 5.7, considera-se apenas uma rigidez independente da frequência dos amortecimento viscoelásticos, que é dada pela parte real do módulo de cisalhamento complexo em frequência nula. No segundo caso, (Eq. 5.8), apenas a parte real dependente da frequência do módulo é considerada. Finalmente, na terceira condição (Eq.5.9), o comportamento viscoelástico total é considerado pela avaliação parcelas reais e imaginárias dependentes frequência que compõe o módulo de cisalhamento viscoelástico.

$$G_v = G'(\omega = 0) \quad (5.7)$$

$$G_v = G'(\omega) \quad (5.8)$$

$$G_v = G'(\omega)(1 + i\eta) \quad (5.9)$$

A definição desses cenários é baseada no fato de que a parte imaginária do módulo complexo, associada ao fator de perda, quantifica a influência do amortecimento, de modo que, quando apenas a parte real é considerada, o amortecimento do material viscoelástico é desconsiderado. Deve-se notar também que, nos dois últimos casos, a matriz dinâmica do sistema é dependente da frequência, o que torna necessário o uso de um procedimento iterativo para calcular os autovalores do sistema com base nos quais a análise de estabilidade é realizada.

Para material viscoelástico ISD112®, o módulo complexo assume valor equivalente a 0,4307 MPa sob a condição em que a frequência do sistema tende a zero. Para a temperatura de 300K e o fator geométrico equivalente a  $p_b = 0,1m^3$ , a Figura 5.13 mostra os resultados obtidos para os três casos acima mencionados em termos de frequência de vibração e valores de fator de amortecimento. As velocidades críticas encontradas e os parâmetros associados nas três condições de simulação são apresentados na Tabela 5.4.

O terceiro caso, em relação aos dois primeiros, indica que o cancelamento de um dos fatores de amortecimento, que estabelece o limite de estabilidade, ocorre em velocidades de fluxo mais altas. Esse fato confirma que a maior velocidade crítica é fornecida pela característica de dissipação de energia associada ao amortecimento viscoelástico.

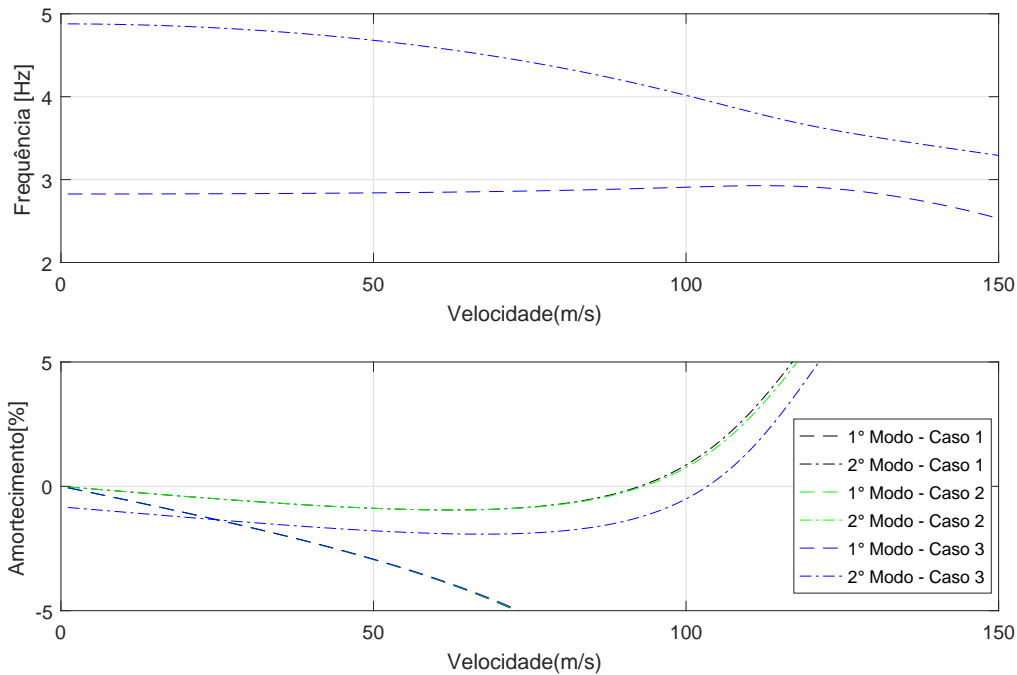


Figura 5.13 – Investigação das parcelas de amortecimento e rigidez associadas ao material viscoelástico.

Tabela 5.4 – Velocidades Críticas associadas as frequências naturais para os três casos considerados

Caso	Módulo [Pa]	$V_{crit}$ [m/s]	$\omega_1$ [Hz]	$\omega_2$ [Hz]
Caso 1	$G_v = G'(\omega = 0)$	92,1	2,907	3,910
Caso 2	$G_v = G'(\omega)$	93,2	2,907	3,960
Caso 3	$G_v = G'(\omega)(1 + i\eta)$	103,4	2,907	3,951

### 5.5.2 Efeitos de variação geométrica do fator viscoelástico

Conforme pode ser observado na Figura 5.14, com a inserção de uma mola viscoelástica de torção, a velocidade crítica tende a aumentar. A critério de exemplo, nota-se que o valor crítico passa de 82,3m/s para 103,30m/s, se considerado um fator de forma viscoelástico equivalente a  $0,1m^3$ .



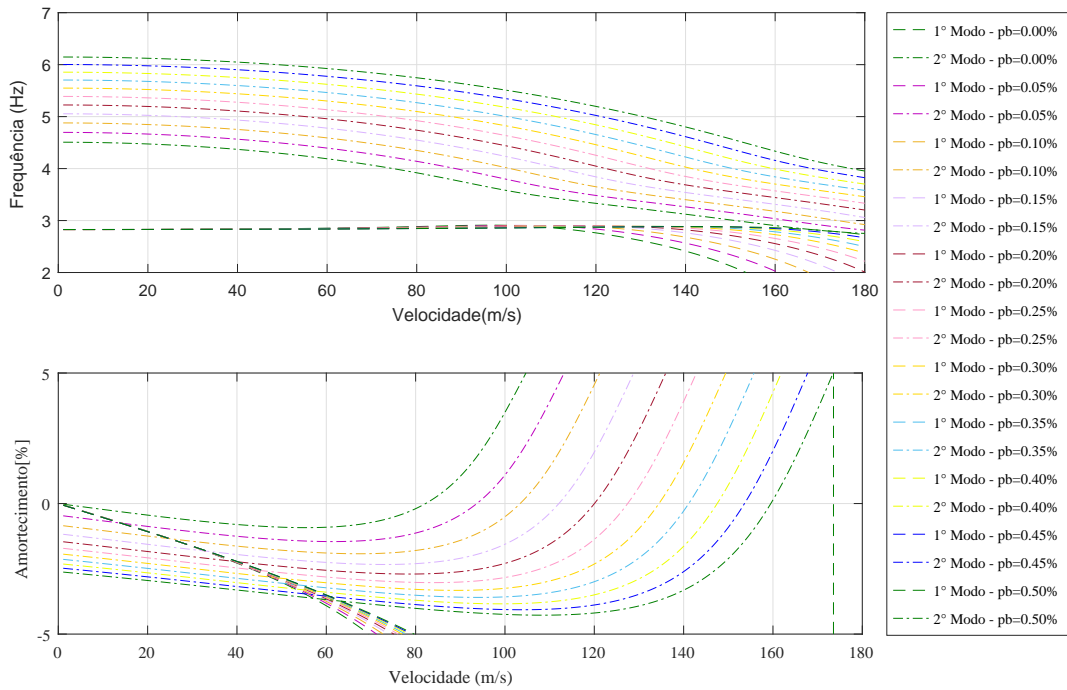


Figura 5.14 – Diagrama  $V_{gf}$  aeroviscoelástico: Variação do fator de forma.

Sendo observada essa tendência de aumento da faixa de velocidades de operação com o aumento do fator viscoelástico, a Figura 5.15 apresenta uma curva de tendência para relacionar essas grandezas com base nos valores obtidos na simulação aeroviscoelástica.

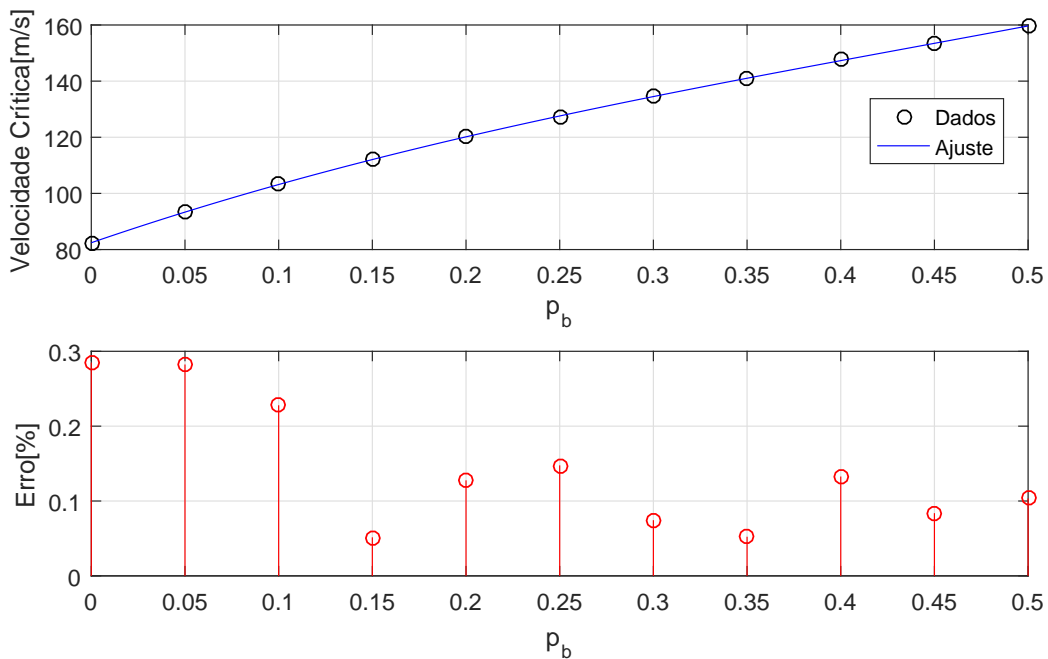


Figura 5.15 – Relação entre fator de forma viscoelástico e velocidade crítica

O ajuste em uma função de terceira ordem foi realizado com auxílio do software Matlab® utilizando a função polifit, e tem coeficientes conforme 5.10. É possível ainda

observar que, para a curva ajustada, o maior erro relativo calculado é de 0.3%.

$$V_c(p_b) = 183.2168p_b^3 - 242.0280p_b^2 + 229.6713p_b + 82.4343. \quad (5.10)$$

### 5.5.3 Efeitos de variação de temperatura do material viscoelástico

Conforme descrito na Seção 3.4 deste trabalho, o material viscoelástico tem comportamento que depende também da temperatura na qual ele opera. Com essa informação, faz-se necessária a avaliação da influência desse fator na velocidade crítica de flutter, A Figura 5.16 ilustra o comportamento das frequências e do fator de amortecimento para alguns valores de temperatura de operação, onde pode-se observar valores de velocidade crítica maiores para temperaturas mais baixas.

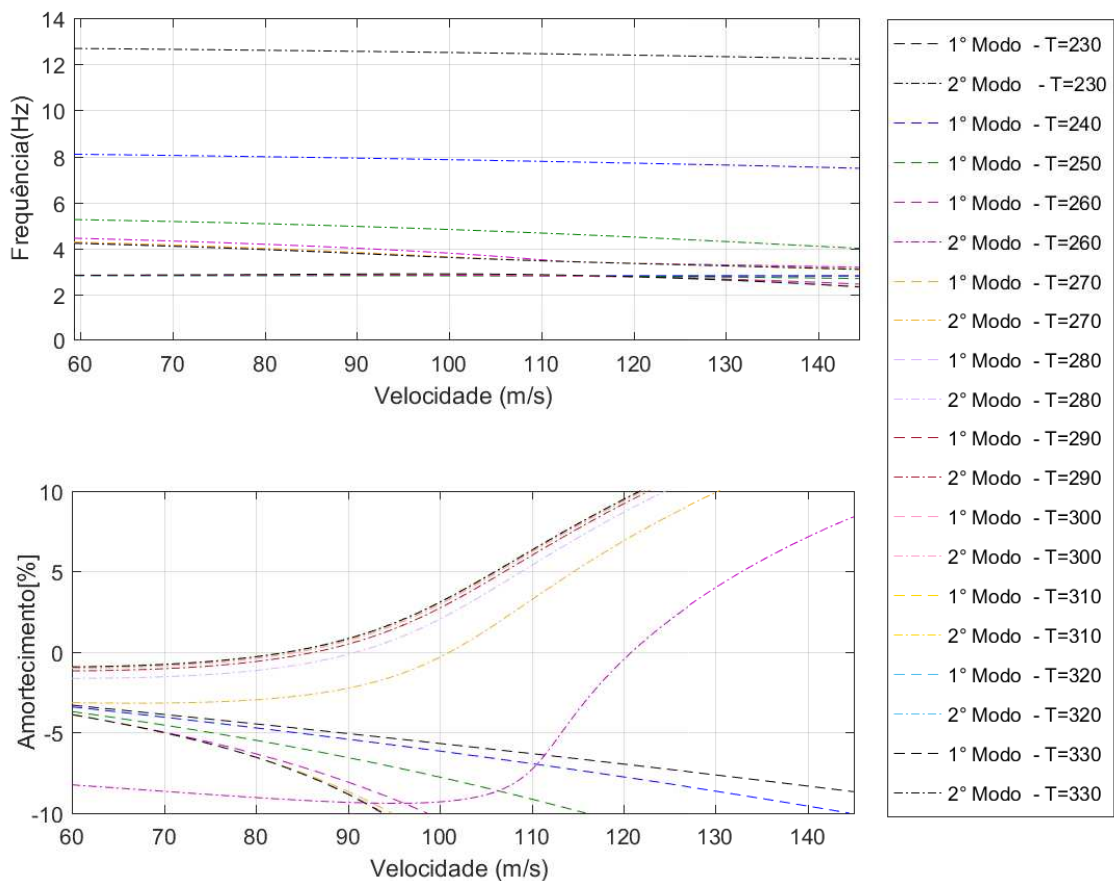


Figura 5.16 – Diagrama  $V_{gf}$  para variação de temperatura de operação do material viscoelástico

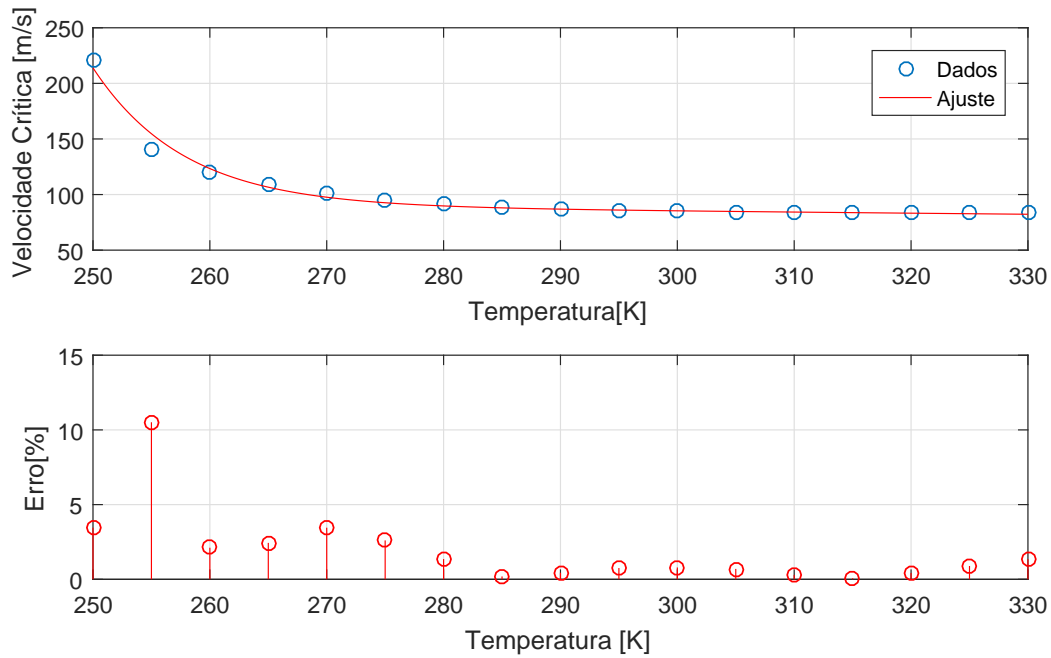


Figura 5.17 – Efeito da variação da temperatura do material viscoelástico na estabilidade do sistema aeroelástico

Para caracterizar essa relação, a temperatura foi variada de 230 a 330K, em intervalos de 10 unidades, e a análise aeroviscoelástica foi realizada. Para valores acima de 270K, percebe-se que pouca variação é observada na velocidade crítica. Dessa forma, foi ajustada uma curva considerando os valores de 230K a 330K. Conforme pode ser observado na Figura 5.17, o aumento da temperatura tende a prejudicar o desempenho do sistema aeroelástico, diminuindo sua eficácia no controle passivo. Uma curva exponencial foi ajustada conforme Eq.5.11, para relacionar essas grandezas.

$$V_c(T) = (1,16410^{16})e^{-0,1287T} + (120,5)e^{-0,001155T} \quad (5.11)$$

O ajuste foi realizado pela função fit do Matlab®, utilizando a alternativa ‘exp2’ para ajustar uma curva exponencial de dois termos. O intervalo de confiança do ajuste é de 95%, e o maior erro relativo encontrado foi equivalente a 1,7% na faixa de temperatura de 220K.

## 5.6 Controle híbrido aeroelástico

Apos as investigações dos modelos de controle ativo e passivo de forma separada, passa-se então para análise e apresentação do sistema de controle híbrido, que é constituído pela combinação do controlador PD com o aplicação das fitas viscoelásticas.

Tomando o primeiro resultado onde o amortecimento estrutural não é considerado, o modelo de asa reta comum aeroelástico apresenta velocidade crítica na faixa de 82,3m/s.

Para o sistema aeroviscoelástico onde o fator de forma era  $p_b = 0,1m^3$ , a velocidade crítica passou a  $103,2m/s$ , o que representa um ganho de  $25,6\%$  em velocidade. Considerando a análise aeroservoelástica onde se incluiu um ganho derivativo de  $k_v = -0.04$  e  $k_d = 0.4$ , o sistema apresentou velocidade crítica em torno de  $95,60m/s$ , o que representa uma velocidade  $16,2\%$  maior que no caso sem controle. Combinando os controles ativo e passivo nos moldes supracitados, a velocidade crítica aero-servo-viscoelástica passa a  $110,4m/s$ , representando um ganho de  $7\%$  acima do controle somente passivo e  $34,1\%$  em relação ao caso sem controle algum. Na Figura 5.18 observa-se o Diagrama  $V_{gf}$  dos quatro casos supracitados em comparação.

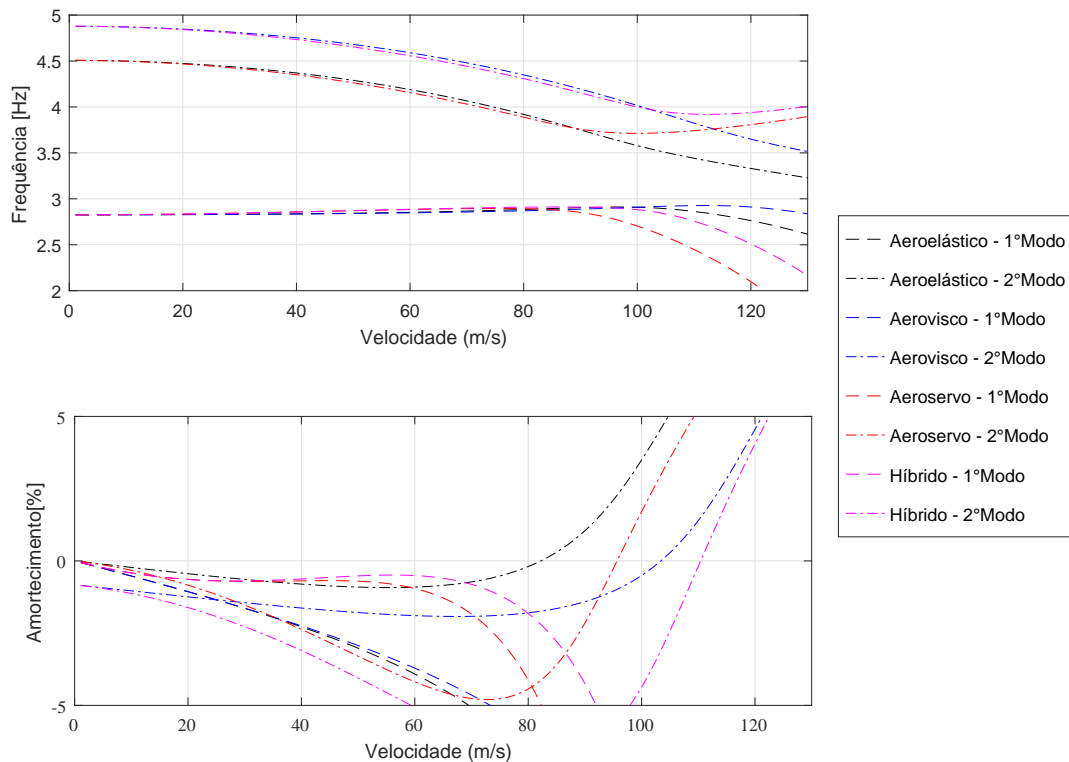


Figura 5.18 – Diagrama  $V_{gf}$ : Comparação dos casos sem controle, com controle ativo, com controle passivo e com controle híbrido para sistema sem amortecimento viscoso.

Considerando as discussões anteriores, percebeu-se que ao considerar altos valores de ganho derivativo ocorria desestabilização precoce, caracterizada no *hump mode*. Verificou-se que, nos moldes do caso supracitado, a presença do amortecimento viscoelástico não foi eficiente para mitigar essa instabilidade precoce.

Tomando o segundo resultado onde o amortecimento estrutural é considerado com taxa equivalente a  $\zeta = 0.25\%$ , o modelo de asa reta comum aeroelástico apresenta velocidade crítica na faixa de  $90,47m/s$ . Para o sistema aeroviscoelástico onde o fator de forma era  $p_b = 0,1m^3$ , a velocidade crítica passou a  $108,9m/s$ , o que representa um ganho de  $20\%$  em velocidade. Considerando a análise aeroservoelástica onde se incluiu um ganho derivativo de  $k_v = -0.04$  e  $k_d = 0.4$ , o sistema apresentou velocidade crítica em

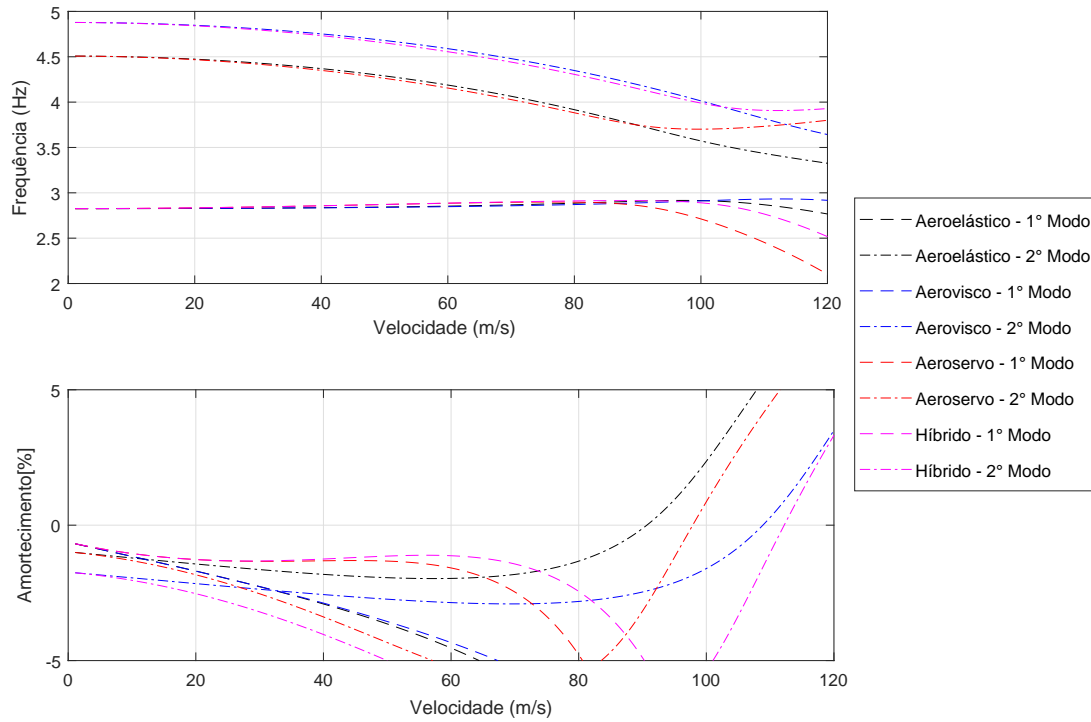


Figura 5.19 – Diagrama  $V_{gf}$ : Comparação dos casos sem controle, com controle ativo, com controle passivo e com controle híbrido para sistema com amortecimento viscoso equivalente a  $\zeta = 0.25\%$

torno de 97,9m/s, oque representa uma velocidade 8% maior que no caso sem controle. Combinando os controles ativo e passivo nos moldes supracitados, a velocidade crítica aero-servo-viscoelática passa a 112,3m/s, representando um ganho de 3% acima do controle somente passivo e 23,5% em relação ao caso sem controle algum. Na Figura 5.19 observa-se o Diagrama  $V_{gf}$  dos quatro casos supracitados em comparação.

A Figura 5.20 apresenta um diagrama na forma de barras, evidenciando o aumento da velocidade crítica de *flutter* relacionada ao modelo híbrido em comparação com os modelos sem controle ou com apenas um tipo de controle.

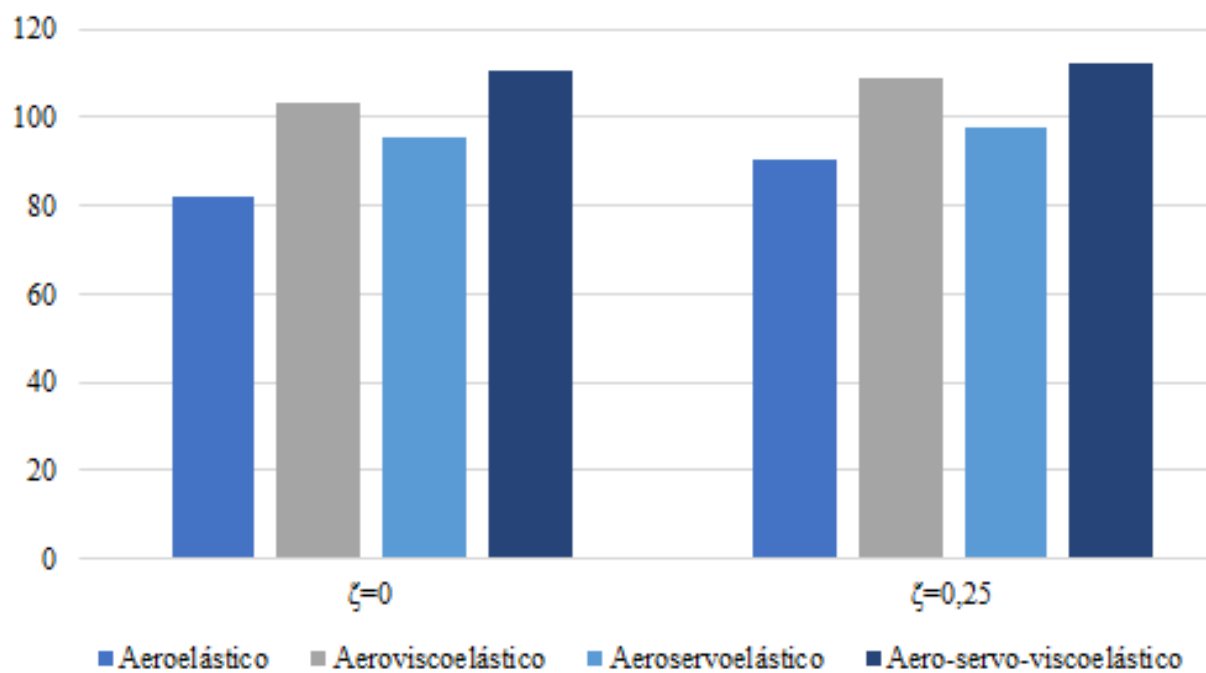


Figura 5.20 – Comparação direta dos valores de velocidade crítica em comparação com o modelo híbrido aero-servo-viscoelástico

# 6 Simulações Numéricas no Domínio do Tempo

Nesta seção, a análise de estabilidade aeroelástica é realizada no domínio do tempo. Os resultados obtidos são divididos em três seções principais. Na primeira delas discute-se sobre a metodologia de análise aeroelástica no domínio do tempo de forma geral apresentando os resultados associados ao sistema quando nenhum tipo de controle é envolvido. Em sequência, a influência do controle ativo PD no comportamento aeroelástico da asa é explorado, e os esforços do controlador associados são analisados. Por fim, é apresentado o modelo híbrido, aero-servo-viscoelástico, onde observa-se os ganhos em termos de estabilidade da aplicação dos controle ativo e passivo de forma concomitante.

## 6.1 Metodologia de Análise Aeroelástica no Domínio do Tempo

Após análise no domínio dos autovalores, objetiva-se explorar resultados de *flutter* no domínio temporal, nas mesmas condições outrora utilizadas para análise na frequência. Para tanto, o modelo físico que dá origem aos resultados aqui apresentados é equivalente àquele exibido no Capítulo 4 e os valores das variáveis físicas e geométricas que definem o modelo constam na Tabela 5.1 apresentada no Capítulo 5.

A solução temporal se dá através da integração da equação do movimento em espaço de estados que foi previamente apresentada no Capítulo 4. Para tanto, a método de Runge-Kutta de 4ª ordem associada a uma condição inicial de deslocamento vertical de 10cm e demais condições iniciais nulas foi utilizada. Com essa metodologia, é possível obter os deslocamentos e velocidades, em função do tempo, associados às variáveis de estado que descrevem o problema. Esse comportamento pode ser caracterizado para cada velocidade de interesse no envelope de voo. Além disso, é possível calcular o esforço de controle e analisar sua viabilidade, uma vez que são conhecidos os deslocamentos e velocidades para cada ganho do controlador, conforme Eq. 6.1.

$$\{F_c\} = [F]\{\dot{z}(t)\} + [G]\{z(t)\} \quad (6.1)$$

No que diz respeito às modificações necessárias para análise temporal, ressalta-

se que o modelo aerodinâmico de Hancock (HANCOCK; WRIGHT; SIMPSON, 1985), considerando  $M_{\dot{\theta}}$  constante, viabiliza a análise aeroelástica no domínio do tempo, uma vez que é possível expressar a aerodinâmica apenas em termos de velocidade. Caso  $M_{\dot{\theta}}$  fosse considerado variável em função da frequência, ou o modelo aerodinâmico adotado fosse mais complexo como o *Doublet Lattice* (ALBANO; RODDEN, 1969), seria necessário lançar mão de aproximações, tais como a denominada Aproximação por Funções Racionais, que apesar de introduzir estados adicionais ao sistema, provê resultados satisfatoriamente adequados quando comparados com aqueles gerados em frequência. Martins, Rade e Marques (2014), implementa uma aproximação por funções racionais de modelo aerodinâmico bidimensional dependente da frequência reduzida e os resultados obtidos no domínio do tempo se apresentam muito satisfatórios.

Para o caso aeroelástico simples, onde não há interferência de controle ativo nem passivo, tampouco consideração de amortecimento viscoso, tem-se o comportamento conforme Figura 6.1 para uma velocidade de 50m/s. Observa-se que as amplitudes oscilações de deslocamento e de velocidade tendem a decair, caracterizando uma situação de estabilidade do sistema.

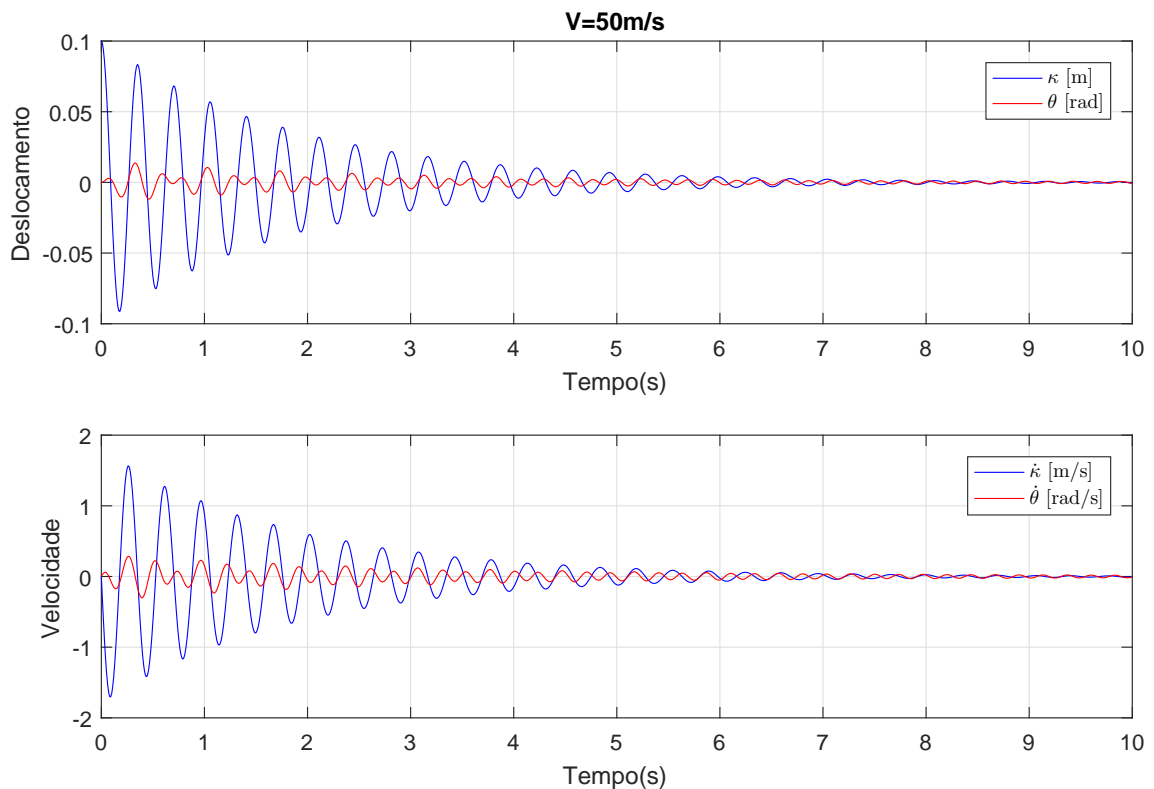


Figura 6.1 – Comportamento no tempo expresso em termos de deslocamento e da velocidade, para asa aeroelástica sujeita a velocidade de 50m/s.

Ainda sem consideração de nenhum tipo de controle, pode-se verificar que para as mesmas condições iniciais adotadas e uma velocidade de 100m/s, o sistema se torna instável, com amplitudes de oscilações crescentes no tempo, como pode ser observado na



Figura 6.2.

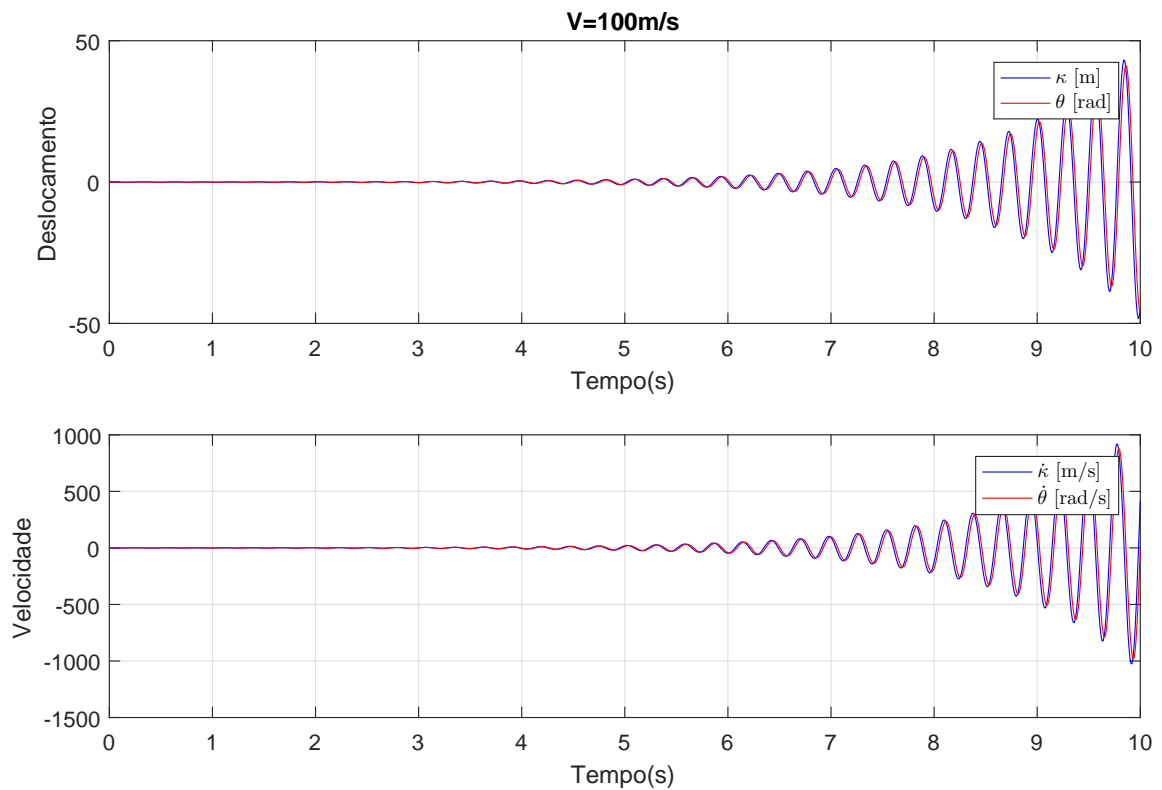


Figura 6.2 – Comportamento no tempo expresso em termos de deslocamento e da velocidade, para asa aeroelástica sujeita a velocidade de 100m/s.

Dos resultados obtidos no domínio da frequência, sabe-se que a velocidade crítica de *flutter* para o modelo aeroelástico sem ação de controle é de aproximadamente  $82,3m/s$ . Com base nessa informação, uma análise temporal nas proximidades dessa velocidade é realizada e os resultados estão ilustrados na Figura 6.3. Quando a  $80m/s$ , observa-se que as variáveis de deslocamento apresentam amplitudes decrescentes com o tempo (comportamento bem evidente se observada a variável de rotação  $\theta$ ). Ao sujeitar o modelo a velocidade  $82,2m/s$  verifica-se que as amplitudes de oscilações se mostram aproximadamente constante em regime permanente. Ao submeter o sistema a uma velocidade de  $V = 85m/s$ , fica clara a condição instável onde as amplitudes crescem exponencialmente com o tempo, o que indica que a velocidade crítica de *flutter* se encontra entre  $80$  e  $85m/s$ .

Em termos de resultados quantitativos, é possível observar na Tabela 6.1 as amplitudes de deslocamentos dos modos  $\kappa$  e  $\theta$  passados vinte ciclos após atingido o regime permanente. Na velocidade equivalente a  $80 m/s$ , observa-se decaimento de amplitude dos dois modos na ordem de  $40\%$ , ao passo que no caso onde o sistema opera a  $V = 85m/s$  observa-se uma média de aumento de  $96\%$  de amplitude de deslocamento. Entretanto, na velocidade de  $82,2m/s$  pequena variação na amplitude é observada, uma vez que em um intervalo de  $10s$  a variável  $\kappa$  apresenta decréscimo de  $1\%$  e a variável  $\theta$  aumento de  $0.3\%$ .

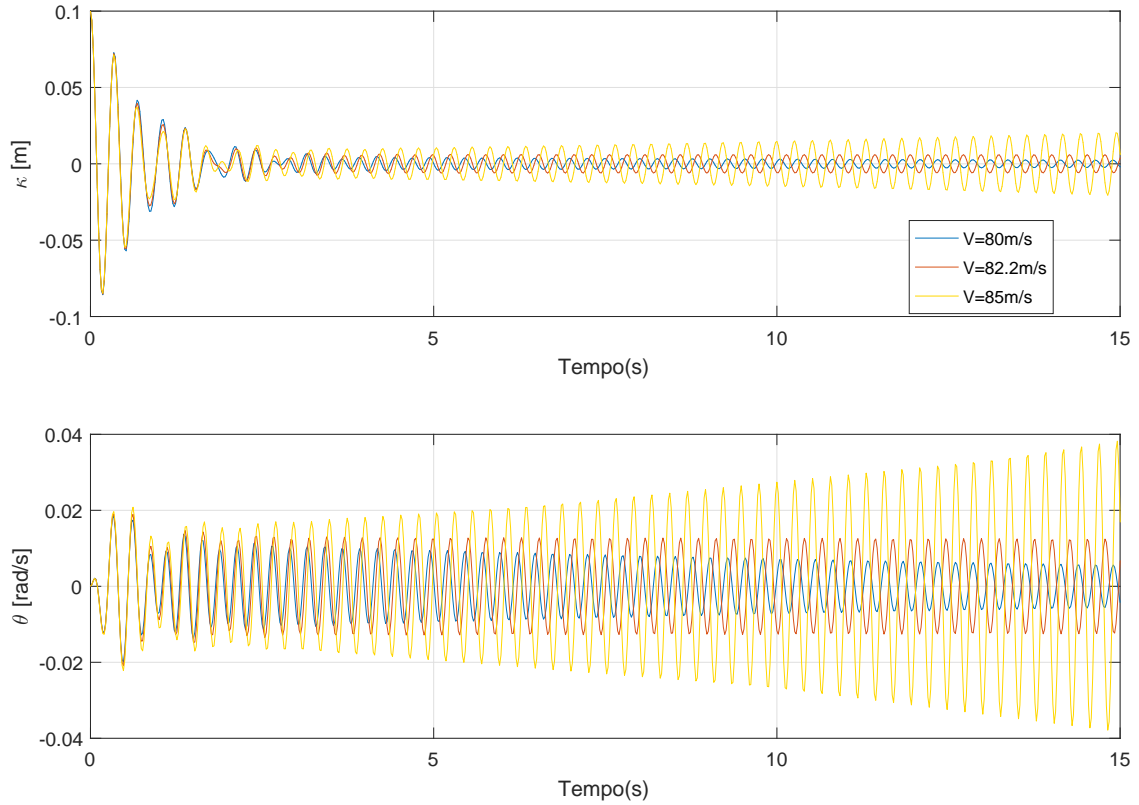


Figura 6.3 – Comportamento das variáveis de deslocamento do sistema na fronteira da condição crítica.

Tabela 6.1 – Comportamento das variáveis de deslocamento do sistema na fronteira da condição crítica.

	1° Ciclo		20° Ciclo		$\Delta\kappa$	$\Delta\theta$
	$\kappa[m]$	$\theta[rad]$	$\kappa [m]$	$\theta [rad]$		
V=80m/s	0.0041	0.0094	0.0023	0.0055	-43.8541%	-41.4225%
V=82.2m/s	0.0059	0.0124	0.0059	0.0125	-0.9588%	0.3215%
V=85m/s	0.0104	0.0193	0.0206	0.0382	96.9378%	97.7237%

### 6.1.1 Influência do amortecimento viscoso modal na instabilidade aeroelástica

Conforme feito no domínio da frequência, a influência do amortecimento viscoso proporcional foi investigada no domínio temporal. O modelo de amortecimento é semelhante àquele apresentado no Capítulo 4 e analisado na frequência (modelo de amortecimento viscoso proporcional a massa e rigidez). Procedese então a variação dos coeficientes modais de amortecimento viscoso na região de vizinhança da velocidade crítica, conforme apresentados na Figura 6.4.

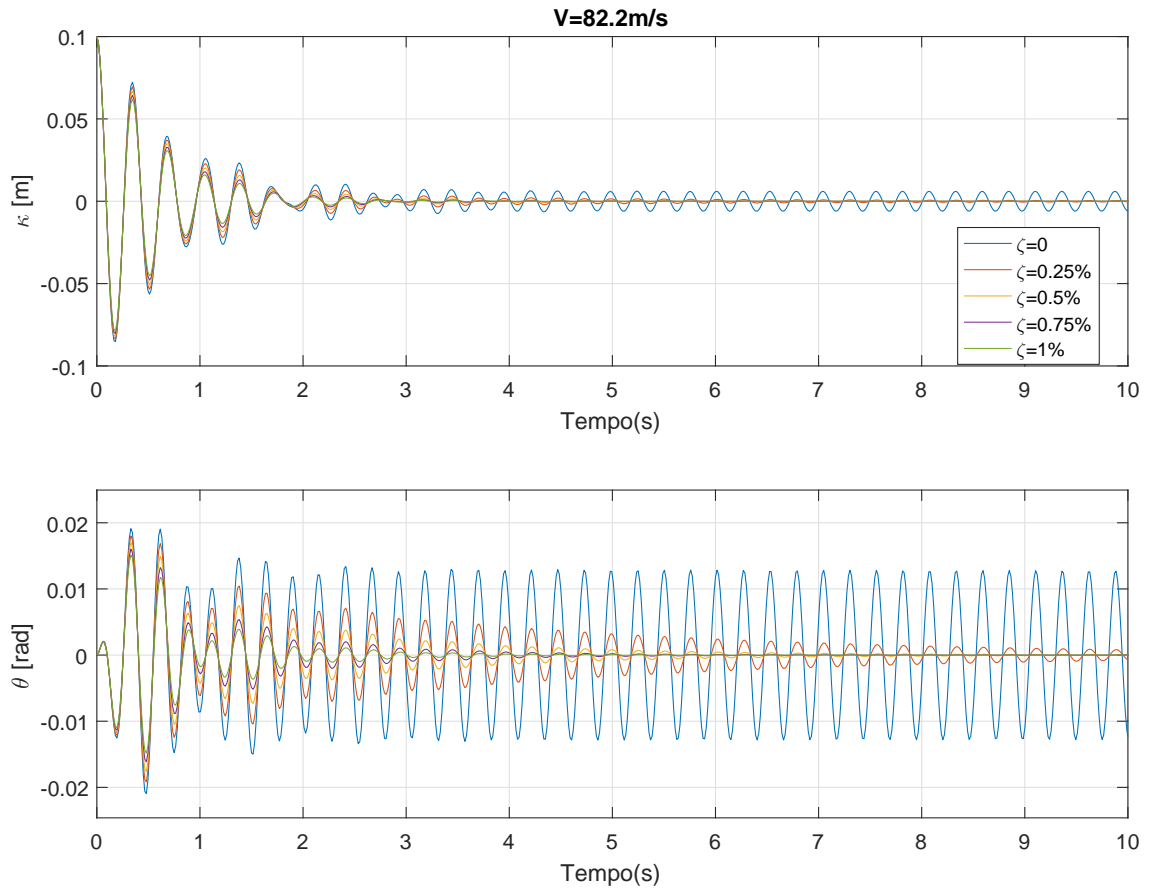


Figura 6.4 – Influência do amortecimento viscoso na estabilidade do sistema aeroelástico.

Considerando o amortecimento viscoso de 0.25% na vizinhança da velocidade previamente vista como crítica, observa-se que o sistema já apresenta características de estabilidade no intervalo analisado. Para os demais valores, 0.5, 0.75 e 1% o sistema também é estável e a taxa de decaimento das amplitudes é tão maior quanto a taxa de amortecimento viscoso considerado no sistema.

Como o fator de amortecimento  $\zeta = 0.25\%$  é utilizado como referências em algumas das simulações aqui apresentadas, investigou-se, na vizinhança de velocidade crítica obtida no domínio da frequência, o comportamento das amplitudes de oscilação. Observam-se oscilações crescentes com o tempo em condição de velocidade equivalente a 92m/s, e oscilações decrescentes na velocidade de 89m/s. Na velocidade de 90.7m/s verifica-se que as amplitudes, em regime permanente, não apresentam variação significativa no decorrer do tempo.

Novamente, são apresentados resultados absolutos associadas às amplitudes máximas de deslocamento na Tabela 6.2. As variáveis  $\kappa$  e  $\theta$  são avaliados em intervalos de vinte ciclos após atingido o regime permanente. Na velocidade equivalente a 89/s, observa-se decaimento de amplitude dos dois modos na ordem de 50% para o deslocamento vertical  $\kappa$  e 97% para  $\theta$ , ao passo que no caso onde o sistema opera a  $V = 92m/s$  observa-se uma

média de aumento de 78% de amplitude de deslocamento vertical e 43% de deslocamento angular. Entretanto, na velocidade de 90,7m/s pequena variação na amplitude é observada, uma vez que em um intervalo de 20 ciclos a variável  $\kappa$  apresenta decréscimo de 0.17% e a variável  $\theta$  aumento de 0.06%.

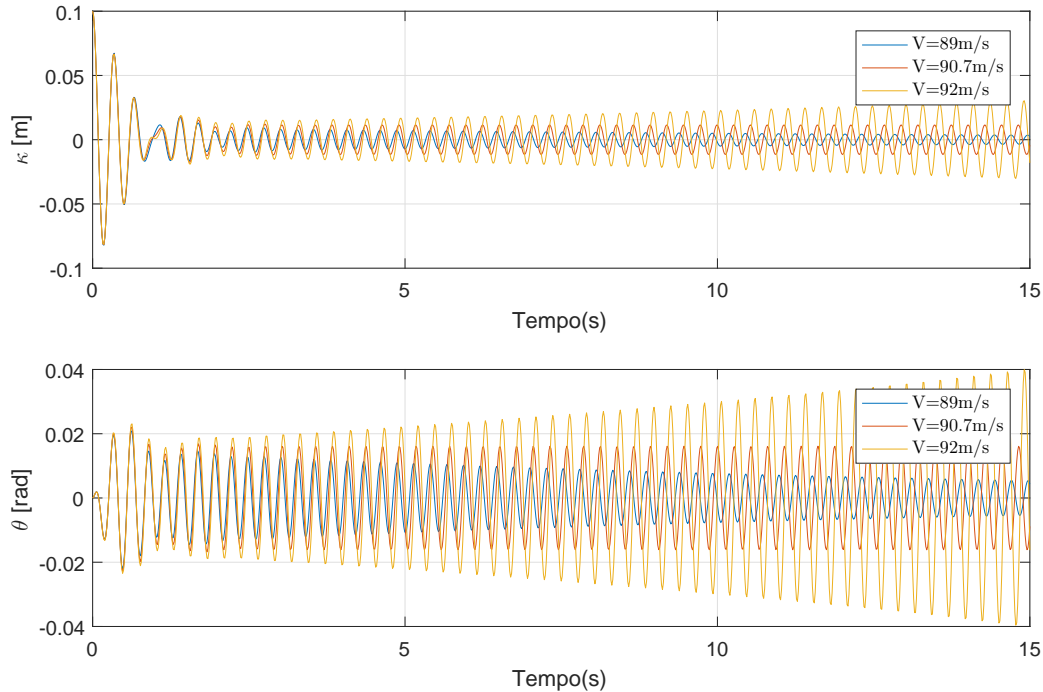


Figura 6.5 – Comportamento das variáveis de deslocamento do sistema na fronteira da condição crítica para o sistema com amortecimento viscoso  $\zeta = 0,25\%$

Tabela 6.2 – Comportamento das variáveis de deslocamento do sistema amortecido ( $\zeta = 0.25\%$ ) na fronteira da condição crítica.

	1ºCiclo		20ºCiclo		$\Delta\kappa$	$\Delta\theta$
	$\kappa[m]$	$\theta[rad]$	$\kappa[m]$	$\theta[rad]$		
V=89m/s	0,0071	0,1070	0,0035	0,0542	-51,2277%	-97,4898%
V=90,7m/s	0,0115	0,0161	0,0115	0,0161	0,1747%	0,0622%
V=92m/s	0,0170	0,0225	0,0304	0,0399	78,3784%	43,6905%

## 6.2 Controle Aeroelástico Ativo

Passa-se então a considerar o sistema aeroelástico com controle ativo. Sabe-se que a maioria das leis de controle são apresentadas e construídas no domínio do tempo, especialmente para serem aplicadas em equações expandidas na forma de espaço de estados. Dessa forma, a análise temporal permite que sejam empregados vários tipos de controladores. No que diz respeito ao controlador PD utilizado neste trabalho, sua representação no domínio do tempo também foi apresentada no Capítulo 3.

## 6.2.1 Desempenho do controlador PD

Em um primeiro momento, apenas o controle ativo derivativo é incluído no sistema aeroelástico, considerando-se um ganho de  $k_v = -0.02$ . Observa-se que, na condição de velocidade equivalente a  $82,2\text{m/s}$ , o sistema controlado ativamente passa a exibir oscilações decrescentes com o tempo. Vale ressaltar também o esforço de controle associado, que também tem amplitudes decrescentes. Tais condições podem ser observadas na Figura 6.6, na qual a curva azul representa o sistema sem nenhum tipo de controle, em contraste com a curva vermelha, onde o controlador derivativo é considerado.

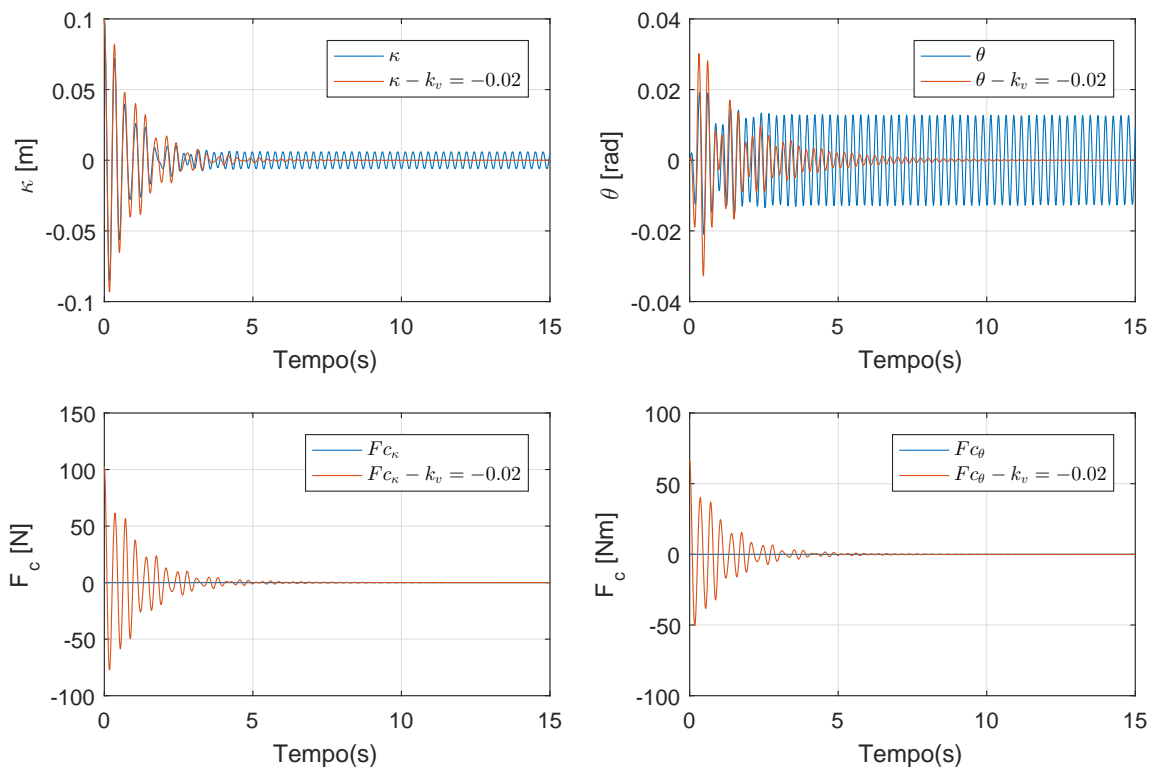


Figura 6.6 – Decaimento dos deslocamentos na condição crítica quando da presença de ganho proporcional equivalente a  $k_v = -0,02$ .

Sabe-se que, quando sujeitos a grandes valores dos ganhos do controlador derivativo, os sistemas aeroservoelásticos podem causar situações de desestabilização precoce, como foi verificado no domínio da frequência, na forma de um *Hump Mode*. Analisando no domínio do tempo, é possível verificar que, de fato, em baixas velocidades, o sistema apresenta oscilações crescentes com o tempo, conforme ilustra a Figura 6.7. Para um ganho derivativo igual a  $k_v = -0.06$ , na velocidade  $50\text{m/s}$  o sistema tem amplitudes de oscilação que divergem no tempo, ao contrário do que ocorre quando o mesmo está a  $80\text{m/s}$  e são visualizadas oscilações que tendem a amplitude nula no decorrer do tempo.

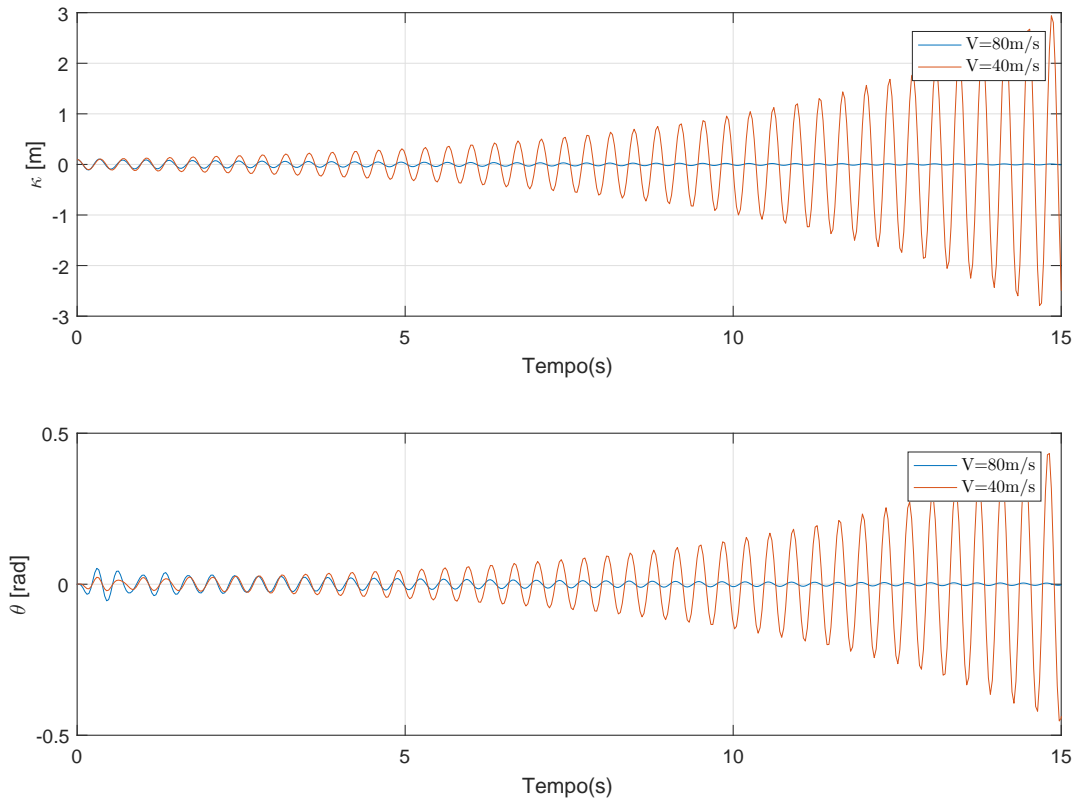


Figura 6.7 – Desestabilização de modo diferente devido a presença de grande ganho derivativo.

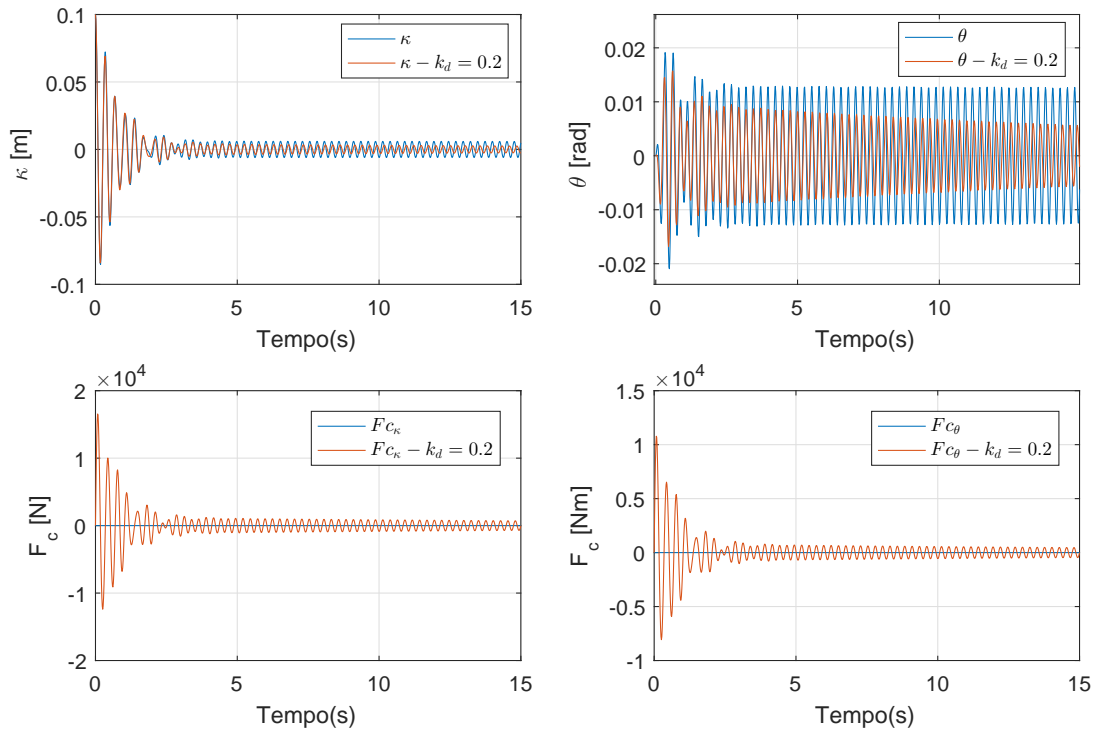


Figura 6.8 – Comportamento dos deslocamentos na condição crítica quando da presença de ganho de feedback proporcional equivalente a  $k_d = 0,2$ .

Em um segundo momento, apenas o controle ativo proporcional é incluído no sistema aeroelástico, considerando-se um ganho de  $k_d = 0.2$ . Na condição de velocidade de  $82,2\text{m/s}$ , o sistema controlado ativamente passa a exibir amplitudes que decaem lentamente no tempo. Outra observação interessante é a magnitude do esforço de controle que, para o ganho adotado, atinge valores da ordem  $2,0 \cdot 10^4\text{N}$ . Essas observações são evidenciadas na Figura 6.8, onde o sistema controlado é representado pela curva vermelha, em contraste com o sistema sem nenhum tipo de controle representado na curva azul.

## 6.2.2 Desempenho do controlador PD com amortecimento viscoso

Nesta subseção, avalia-se o comportamento do sistema de aeroservoelástico quando considera-se amortecimento viscoso proporcional na estrutura. Com a presença do amortecimento viscoso  $\zeta = 0.25\%$  e a consideração do mesmo ganho de derivativo de  $k_v = -0.02$ , observa-se que o sistema tende a se estabilizar com o tempo, da mesma forma que o esforço do controlador, conforme Figura 6.9, para a velocidade de  $90.7\text{m/s}$ . Sem ação de controle (curva azul), as amplitudes de resposta em regime permanente são aproximadamente constantes.

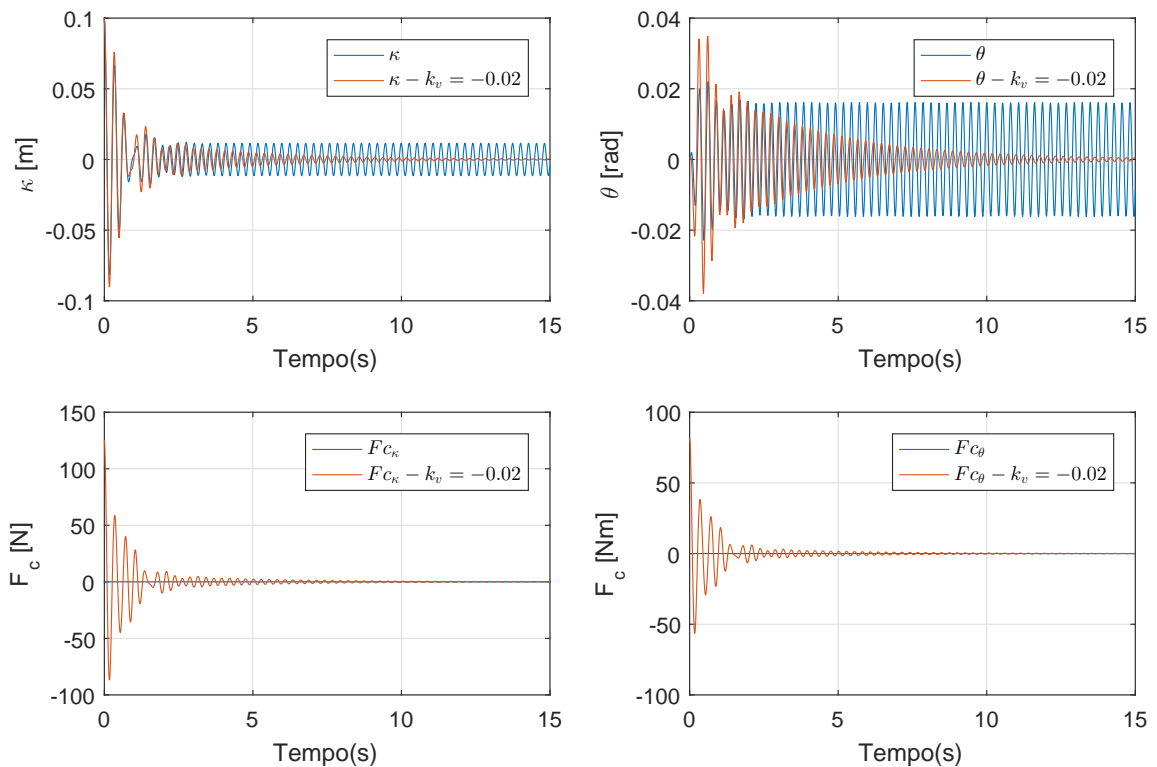


Figura 6.9 – Comparação do caso amortecido  $\zeta = 0.25\%$  na condição do valor de ganho derivativo  $k_v = -0.02$

Ainda, pode-se verificar o comportamento do sistema aeroelástico na situação na qual o mesmo se desestabilizava precocemente. Observa-se que, para velocidade de

$V=50\text{m/s}$  e ganho do controlador  $k_v = -0,06\%$  e  $\zeta = 0.25\%$ , as amplitudes continuam a divergir no tempo, mas apresentam valores menores em módulo. Procedendo com a variação do amortecimento viscoso conforme ilustrado na Figura 6.10, observa-se que para valores de amortecimento maiores as amplitudes tendem a cair no tempo.

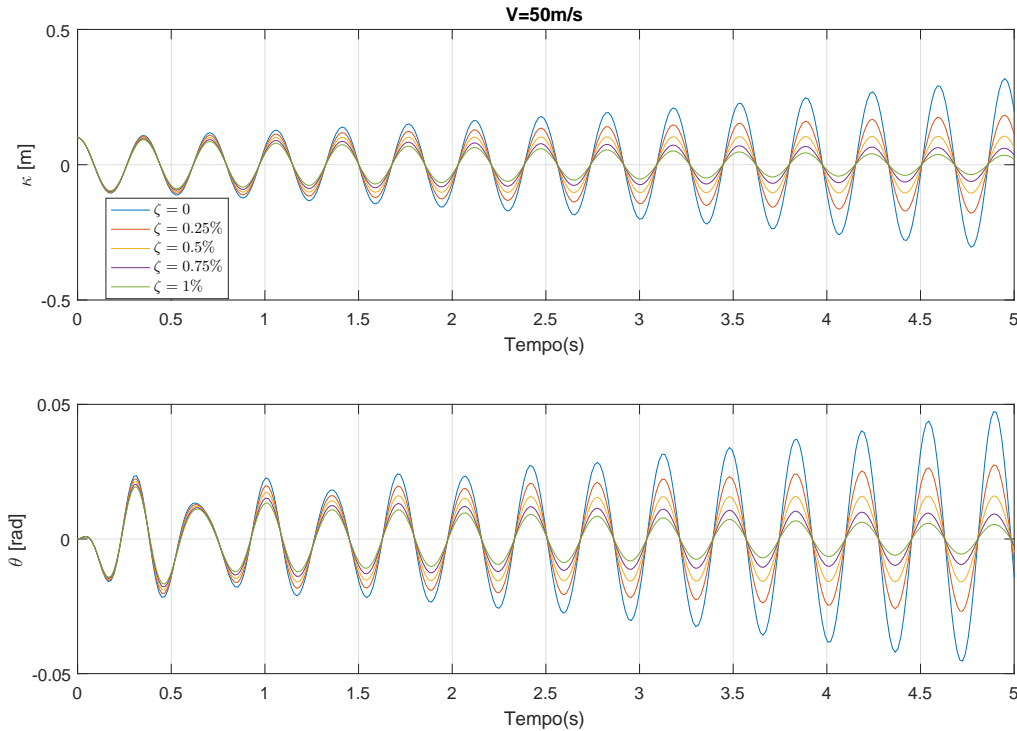


Figura 6.10 – Influência do amortecimento viscoso na estabilização de modos precoces de instabilidade.

Ainda sobre a influência do amortecimento na condição de *hump mode*, pode-se visualizar na Tabela 6.3 que após 15 ciclos em regime permanente, para  $\zeta = 1\%$ , observa-se que o sistema entra em estabilidade, uma vez que as oscilações caem em torno de 67% de amplitude nas duas variáveis. Para  $\zeta = 0.75\%$  também há decréscimo das amplitudes de 41%, indicando que, para esses dois fatores de amortecimento, o sistema aerosservoelástico não apresenta a desestabilização precoce causada pelo alto valor de ganho derivativo. Entretanto, deve-se lembrar que, para esses valores de amortecimento, o sistema praticamente não responde à variação do valor do ganho derivativo, conforme resultado na frequência, apresentado na Figura 5.10.

Tabela 6.3 – Influência do fator de amortecimento viscoso na condição de *Hump Mode*.

Amortecimento viscoso	1ºCiclo		15ºCiclo		$\Delta\kappa[\%]$	$\Delta\theta[\%]$
	$\kappa$	$\theta$	$\kappa$	$\theta$		
$\zeta = 0$	0,3185	0,0473	1,0990	0,1649	245,0549	248,5521
$\zeta = 0.25\%$	0,1835	0,0275	0,3493	0,0530	90,3542	92,6209
$\zeta = 0.5\%$	0,1057	0,0160	0,1120	0,0170	5,9603	6,4415
$\zeta = 0.75\%$	0,0609	0,0093	0,0358	0,0055	-41,1494	-41,1385
$\zeta = 1\%$	0,0351	0,0054	0,0115	0,0018	-67,3219	-67,4505



Para o controlador proporcional equivalente aos mesmos  $k_d = 0.2$  associado ao valor de coeficiente modal  $\zeta = 0.25\%$ , observa-se que o sistema tende a se estabilizar com o tempo, fato que ocorria em taxa de decaimento menor quando não havia amortecimento. Ainda, o esforço de controle continua na mesma ordem do caso não amortecido, conforme ilustrado na Figura 6.11, na qual o caso sem nenhum tipo de controle, mas considerando o amortecimento viscoso, é dado na curva azul.

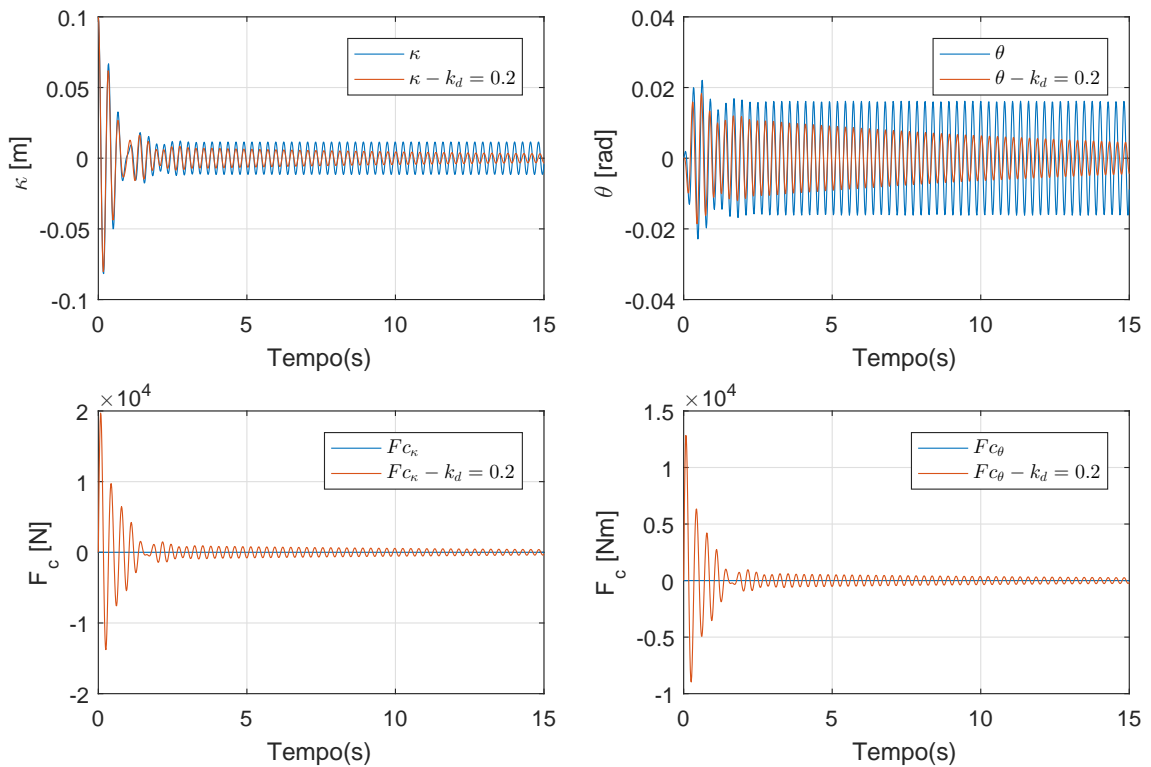


Figura 6.11 – Comparação do caso amortecido  $\zeta = 0.25\%$  na condição do valor de ganho proporcional  $k_d = 0.2$

### 6.2.3 Desempenho do controlador PD

Em sequência, as mesmas duas variáveis de controle de feedback com valores equivalentes foram considerados concomitantemente ( $k_v = -0.02$  e  $k_d = 0.2$ ), para o sistema sem amortecimento viscoso considerado. Observa-se na Figura 6.12 que as oscilações são decrescentes com o tempo para a velocidade de  $82,2m/s$ , quando o sistema possui controle combinado, em contraste com a curva azul, que representa o sistema sem nenhum tipo de controle. Todavia, há de se ressaltar que o esforço de controle  $F_c$  associado aos dois modos, apresenta valores da ordem  $10^4$ . Conforme observado, essa quantidade é devido a presença do ganho proporcional. Dessa forma, propõe-se a inclusão de controle ativo proporcional apenas após o ganho do controlador derivativo se mostrar insuficiente para estabilizar o sistema. Essa afirmação se estende para o caso onde há presença de amortecimento viscoso, uma vez que mesmo o ganho proporcional de feedback sendo mais

efetivo, ainda apresenta valores de esforço de controle associados demasiadamente altos.

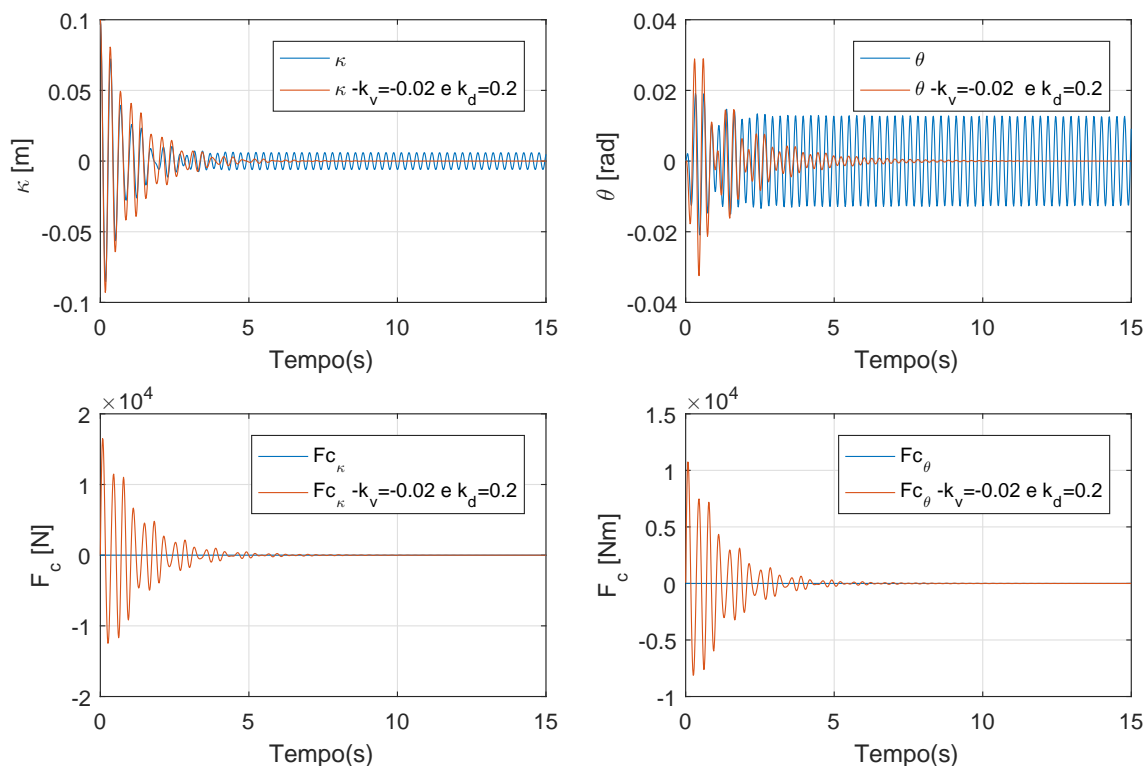


Figura 6.12 – Decaimento dos deslocamentos na condição crítica quando da presença de ambos fatores de controle.

Sabe-se que para a região de estabilidade para ganho de controlador derivativo equivalente a  $k_v = -0.02$  é de aproximadamente 91.10m/s. Dessa forma, a inserção de controle ativo proporcional se justifica apenas se o sistema operar acima dessa velocidade. Contudo, a atuação desse controlador pode ser tolida pela presença de saturações relacionadas aos esforços de controle.

Com essa informação, ressalta-se ainda mais a necessidade de obtenção de resultados no domínio do tempo, que torna possível a verificação desses esforços e a consequente e importante decisão de projeto que dele pode advir.

### 6.3 Controle passivo: Modelo aeroviscoelástico

Para análise do sistema aeroviscoelástico, é utilizado o Modelo Derivativo Fracionário proposto por (GALUCIO; DEü; OHAYON, 2004), o qual foi apresentado e discutido no Capítulo 3. A asa aeroviscoelástica também foi submetida às mesmas condições anteriormente descritas para obtenção da resposta no tempo para modelo que inclui controle passivo viscoelástico.

Verifica-se na Figura 6.13 que nas proximidades da condição crítica aeroelástica equivalente a  $V=82,2\text{m/s}$ , o modelo aeroviscoelástico se mostra estável, considerando fator de forma viscoelástico  $p_b = 0.1\text{m}^3$  e  $T = 300\text{K}$ , ao contrário do resultado mostrado pela curva azul, onde não há consideração de qualquer tipo de controle.

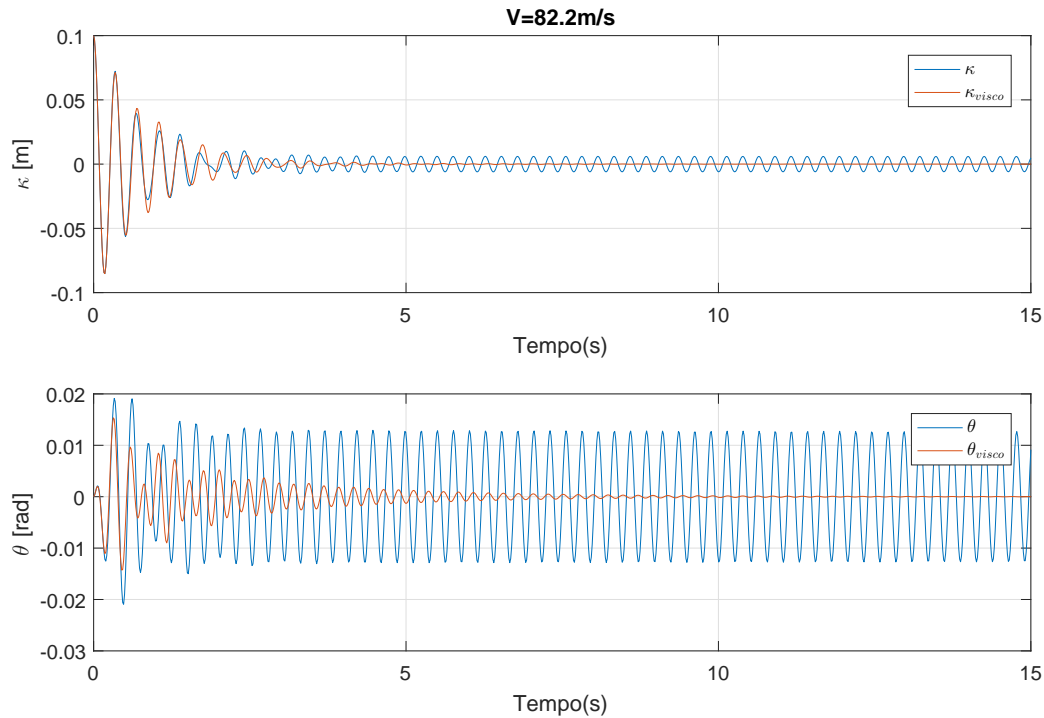


Figura 6.13 – Condição de estabilidade aeroviscoelástica.

Na Tabela 6.4 é apresentada a investigação na fronteira de instabilidade. Percebe-se que o valor crítico se encontra em uma faixa inferior aos de  $103,2\text{m/s}$ , que foi apresentado como velocidade crítica aeroviscoelástica nas simulações no domínio da frequência. As diferenças são justificadas pela representação do modelo que, no domínio do tempo, se dá na forma de uma aproximação por derivadas fracionárias.

Tabela 6.4 – Comportamento das variáveis de deslocamento do sistema aeroviscoelástico na fronteira da condição crítica.

Velocidade	1° Ciclo		20° Ciclo		$\Delta\kappa$	$\Delta\theta$
	$\kappa$	$\theta$	$\kappa$	$\theta$		
$V=97\text{m/s}$	0,0065	0,0095	0,0048	0,0071	-27,2519%	-26,0044%
$V=98,5\text{m/s}$	0,0095	0,0137	0,0092	0,0134	-3,1125 %	-2,4070%
$V=99\text{m/s}$	0,0148	0,0194	0,0210	0,0271	41,7004%	39,4033%

A condição gráfica associada ao resultado supramencionado é dada na Figura 6.14, onde verifica-se que, em  $99\text{ m/s}$  o sistema já apresenta características de instabilidade.

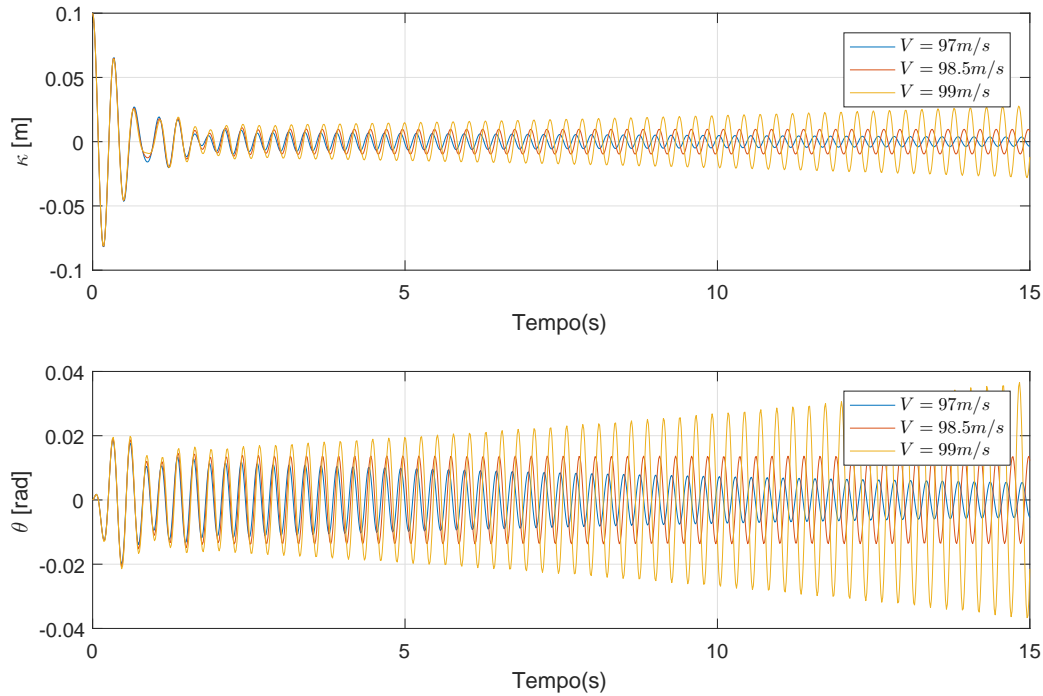


Figura 6.14 – Comportamento aeroviscoelástico na fronteira de estabilidade.

## 6.4 Controle híbrido: Modelo aero-servo-viscoelástico

Após os dois modelos de controle ativo e passivo terem sido analisados separadamente, passa-se então a considerá-los de forma concomitante, dando origem ao modelo híbrido aero-servo-viscoelástico temporal. Para vias de comparação com o Modelo Híbrido analisado no domínio da frequência, são definidos quatro casos de análise:

- Caso 1 = Aeroelástico: Asa aeroelástica sem controle de qualquer natureza;
- Caso 2 = Aeroservo: Asa aeroelástica com controle ativo agindo sob os ganhos  $k_v = -0.04$  e  $k_d = 0.4$
- Caso 3 = Aerovisco: Asa aeroelástica com controle passivo com  $p_b = 0.1m\zeta$
- Caso 4 = Híbrido: Asa aeroelástica com controle híbrido: Ganhos dos controladores ativos equivalente a  $k_v = -0.04$  e  $k_d = 0.4$  e fator de forma viscoelástico equivalente a  $p_b = 0.1m\zeta$

Conforme pode ser visto na Figura 6.15, as oscilações se mostram decrescentes para todos os tipos de controle observados. Ao realizar a investigação de instabilidade nas vizinhanças da velocidade crítica, pode se indicar que a condição crítica do modelo híbrido é de aproximadamente 106m/s. Da mesma forma, o modelo aeroservoelástico com os ganhos apresentados na definição do caso 2 equivalem a uma velocidade crítica de aproximadamente 95.3m/s. O modelo aerovisco investigado apresentou velocidade em torno de 98,5m/s quando o mesmo processo foi realizado.

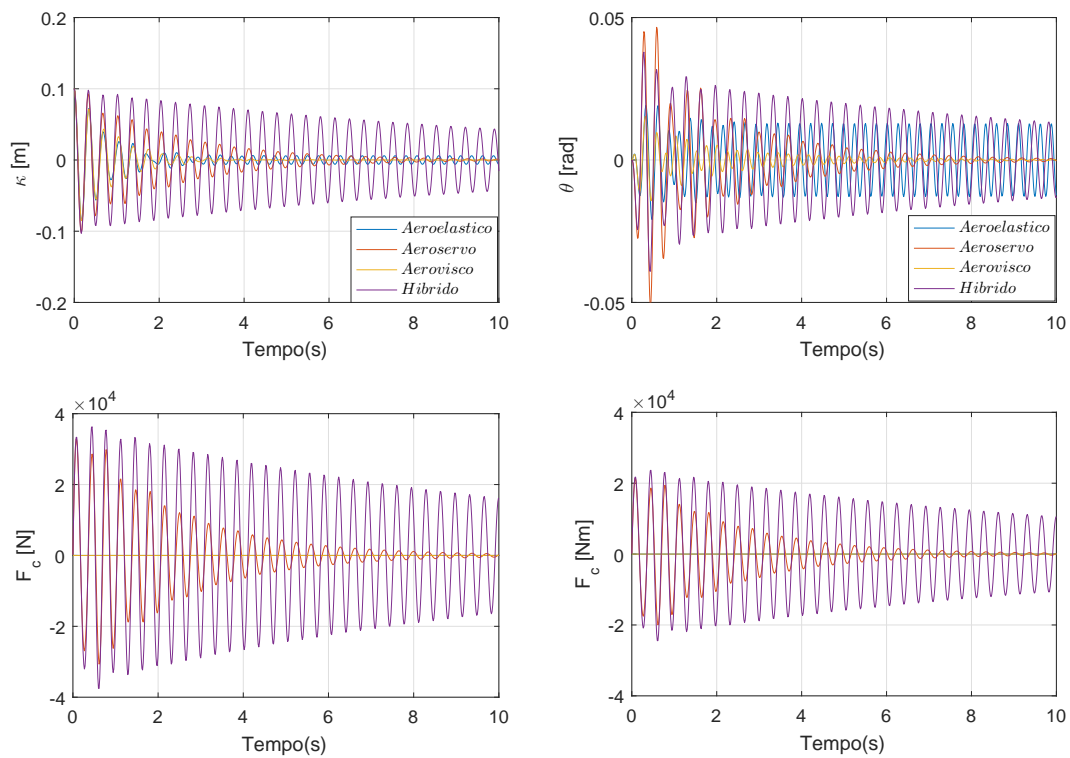


Figura 6.15 – Comparação dos casos na velocidade crítica aeroelástica equivalente a 82,2m/s.

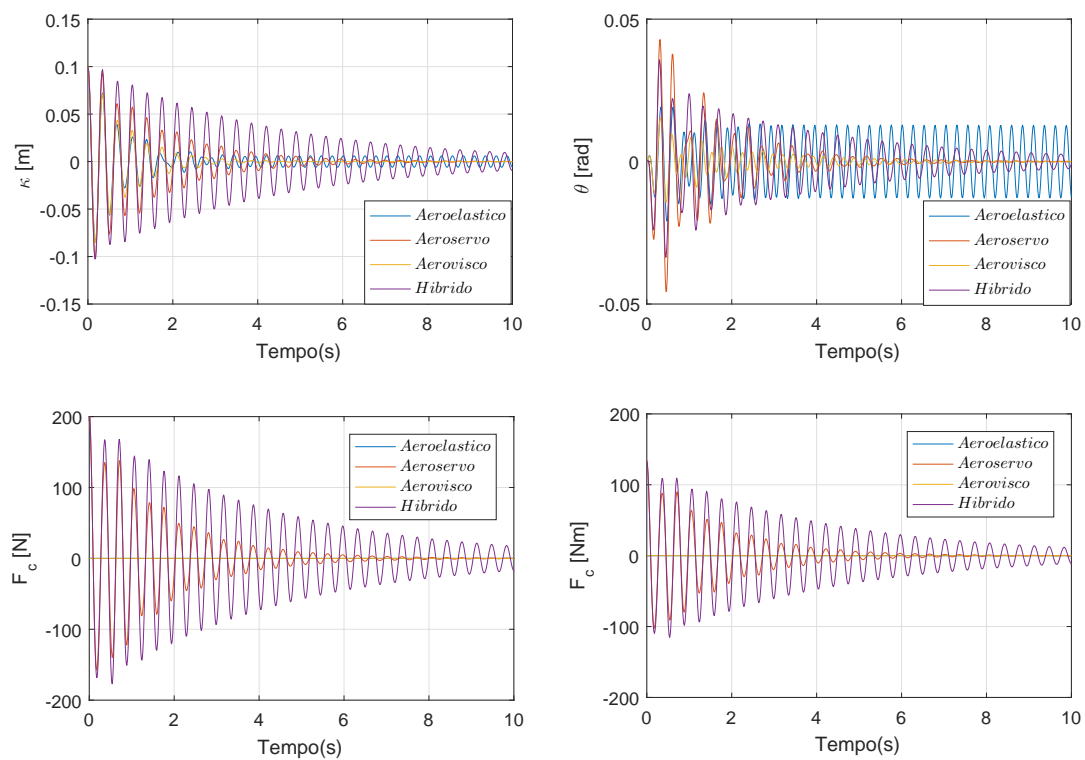


Figura 6.16 – Comparação dos casos na velocidade crítica aeroelástica equivalente a 82,2m/s sem controle ativo proporcional.

É válido também observar que as amplitudes do modelo aeroservoelástico são maiores que aquelas observadas para o modelo aeroviscoelástico. Entretanto, para o caso híbrido, as amplitudes são maiores ainda, apesar da tendência de estabilização do modelo. No que diz respeito ao esforço do controlador, observa-se novamente que os valores do controle híbrido estão acima do controle ativo e que ambos apresentam valores altos em módulo. Dessa forma, faz se valer novamente a observação relativa ao controle ativo do tipo proporcional que, conforme visto nas simulações anteriores, é o que carrega a grande parcela do esforço do controlador. Dessa forma, propõe-se um modelo híbrido apenas com o controle ativo do tipo derivativo, e as simulações são repetidas e ilustradas na Figura 6.16. Verifica-se que o esforço do controlador permanece maior no modelo híbrido quando comparado ao modelo aeroservo puro, mas nessa configuração, o esforço do controlador passa a atuar em uma ordem de grandeza duas vezes menor.

Com os resultados de controle híbrido apresentando esforços de controle acima daqueles obtidos apenas para modelo aeroservoelástico, pode-se inferir que o modelo híbrido é vantajoso principalmente acima das de velocidades onde o controle passivo não é efetivo, conforme caso apresentado na Figura 6.17, onde o sistema é sujeito a uma velocidade de 103m/s, na qual o modelo aeroviscoelástico exibe oscilações crescentes com o tempo e o modelo híbrido apresenta-se estável.

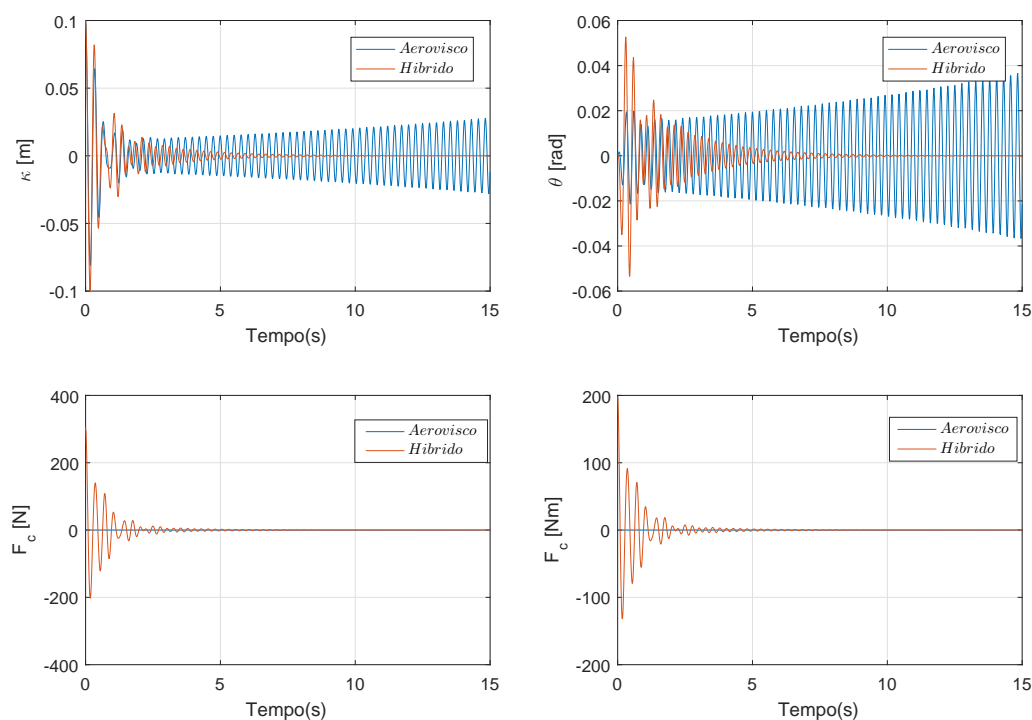


Figura 6.17 – Comparação de modelo aeroviscoelástico com modelo híbrido para uma velocidade de 103m/s.

Todavia, este é um resultado que está associado a um modelo físico aeroelástico único, ou seja, não se pode generalizar ou extrapolar tal afirmação para todos os mode-

los passíveis de serem simulados. Devido destaque deve ser dado ao modelo de análise aero-servo-viscoelástica no construído no domínio temporal, que torna possível avaliar configurações diversas de controle híbrido, e dadas as características específicas de cada modelo, inferir conclusões específicas.

## 7 Conclusão

Nesta tese de doutorado foi proposto um procedimento de análise de estabilidade aeroelástica para um modelo representado por uma asa reta e homogênea sujeita a ações de controle ativo (controle PD) e passivo (utilizando material viscoelástico), considerando abordagens tanto no domínio do tempo, quanto no domínio da frequência.

No modelo estrutural foram considerados dois graus de liberdade, flexão e torção da referida asa aeroelástica. Para emprego do controle ativo, foi considerada uma superfície de controle acoplada no bordo de fuga, caracterizando a aeroservoelasticidade.

No que diz respeito ao escoamento de ar que interage com a estrutura, foi adotado o modelo aerodinâmico de Hancock, em conjunto com a teoria de faixas para considerações de tridimensionalidade do escoamento e influência da vorticidade de esteira.

Para inferir as velocidades críticas no domínio da frequência, foi implementado em ambiente Matlab®, o Método  $p-k$ , que apesar de custo computacional mais elevado que o Método  $k$  (que também foi discutido), apresenta resultados de fatores de amortecimento reais, que tem significado físico, fazendo com que este trabalho colabore para posteriores desenvolvimentos de experimentos correlatos.

Na análise temporal realizada nesse trabalho, o mesmo sistema foi utilizado para viabilizar as comparações com os resultados obtidos no domínio da frequência. Para geração das soluções, empregou-se o Runge Kutta de 4ª Ordem como mecanismo de integração da formulação do problema em espaço de estados. Como o modelo de Hancock foi escolhido, não se fez necessário lançar mão de metodologias de aproximação para as matrizes aerodinâmicas no domínio do tempo. O controlador PD, que tem representação direta no tempo foi novamente considerado. Para representação do comportamento viscoelástico, fez-se uso do modelo constitutivo baseado em derivadas fracionárias.

Os sistemas aeroelástico, aeroservo, aerovisco e aero-servo-viscoelástico foram integrados em condições de pré-*flutter*, pós-*flutter* e iminência de *flutter*. Com isso, foi possível visualizar o decaimento das amplitudes devido ao amortecimento aerodinâmico característico da condição estável, o aumento gradativo das mesmas na condição pós-crítica e as amplitudes com pequena variação na da condição crítica de *flutter*, respectivamente. Os resultados em termos da velocidade crítica obtidos em ambos os domínios, tempo e frequência, foram confrontados e observou-se uma boa correlação entre os mesmos.



Para o modelo contendo características viscoelásticas, observou-se uma pequena diferença, que é associada a aproximação por derivadas fracionárias utilizada para representar o comportamento viscoelástico no domínio do tempo. Essas diferenças também foram observadas no modelo híbrido, uma vez que ele contém a dependência viscoelástica.

O controlador ativo implementado foi o clássico método PD (proporcional e derivativo) e a influência da variação dos ganhos foi avaliada. Na ausência de amortecimento viscoso o ganho derivativo foi mais vantajoso. Entretanto, para ganhos mais elevados, a inserção de controle derivativo desestabilizava outros modos, levando o sistema a uma condição crítica inferior àquela do sistema não controlado. Verificou-se que, para mitigar as instabilidades precoces causadas pela inserção de controlador derivativo, a consideração de amortecimento viscoso só seria eficiente para valores altos, em torno de 1% de amortecimento. Para evidenciar essa desestabilização precoce dada pela inserção do controle ativo em altas taxas (*Hump Mode*), o sistema foi simulado em baixas velocidades e altos ganhos de *feedback* do tipo derivativo e foi possível visualizar amplitudes crescentes exponencialmente nessas condições, retificando o comportamento analisado no domínio da frequência. Quando o amortecimento viscoso foi considerado, o desempenho do controlador proporcional foi superior, uma vez que o sistema passou a apresentar taxas de aumento de velocidade crítica muito mais elevadas do que na condição anterior. Entretanto observou-se, da análise no domínio do tempo, que o esforço de controle era elevado, se comparado com o obtido para o ganho derivativo, mesmo em casos onde o amortecimento viscoso estrutural foi considerado. Com isso, é razoável afirmar que o ganho proporcional pode ser limitado pela saturação do controlador.

A implementação de controle passivo foi feita via inserção de material do tipo viscoelástico, o que torna o problema de autovalores dependente da frequência e da temperatura. Para tanto, foi proposto um Método  $p-k$  modificado e iterativo para calcular os autovalores correlatos ao problema dependente da frequência. Uma vez que materiais de natureza viscoelástica proveem características de amortecimento e rigidez a estrutura, foi investigada a influência das parcelas real e imaginária do módulo viscoelástico associado, as quais representam, respectivamente, a rigidez e o amortecimento. Uma vez verificado que parcela de amortecimento contribui de forma mais efetiva no aumento das velocidades críticas de *flutter* justificou-se o uso desse tipo de material, uma vez que, caso o contrário fosse evidenciado, arranjos envolvendo outros materiais poderiam oferecer rigidez equivalente, o que não justificaria a proposta do tipo de controle passivo adotado. Em sequência, análises paramétricas foram realizadas, a fim de estabelecer uma relação entre a geometria viscoelástica e a temperatura de operação com a velocidade de *flutter*. O fator de forma do material foi variado, indicando que o aumento desse parâmetro faz com que o envelope de voo seja aumentado. A influência da temperatura também foi avaliada e, de acordo com os resultados obtidos, o aumento de temperatura é prejudicial ao desempenho do material viscoelástico, uma vez que velocidades críticas menores são calculadas nessas condições.

Quando o controle passivo por meio de material viscoelástico foi introduzido em

conjunto com o controle PD, caracterizando o controle híbrido aeroelástico, observou-se, na ausência de dissipação viscosa, melhora de desempenho em torno de 7% em relação ao caso controlado passivamente e de 25% em relação ao caso sem nenhum tipo de controle. A mesma comparação foi realizada para o caso de uma asa que continha amortecimento viscoso equivalente a 0.25%. Para este caso, o modelo híbrido proporcionou 3% de aumento em relação ao modelo aeroviscoelástico e 20% em relação ao modelo sem nenhuma natureza de controle. Ainda, verificou-se que, para o modelo híbrido, incluindo ganho proporcional ou não, os esforços de controle se mostraram maiores que no caso puramente aeroservoelástico. Dessa forma, a atuação do controle híbrido seria vantajosa no modelo adotado apenas acima de velocidades que seriam críticas para o modelo aeroviscoelástico puro.

Com base nos resultados obtidos durante o desenvolvimento desse trabalho, várias oportunidades podem ser identificadas, como por exemplo a implementação uma solução de problemas de autovalor dependente da frequência que torne o processo menos oneroso. No que diz respeito ao controle ativo, é possível adotar diferentes técnicas e realizar outras análises paramétricas. Vale ressaltar ainda que, com o modelo no domínio do tempo, é possível explorar não linearidades envolvendo as leis de controle e sua influência na resposta aeroelástica, bem como observar o comportamento transiente do sistema e avaliar a ação do controlador. Sobre o material viscoelástico, abre-se espaço para variações na forma da aplicações do material, como nas junções das superfícies de controle, ligação longarina nervura, ou até na forma de vigas-sanduíche viscoelásticas. A avaliação desses modelos no domínio da frequência e domínio temporal podem constituir propostas de aplicação prática direta que se aproximem mais dos objetivos almejados na indústria.

# Referências

- ALAIMO, A.; ORLANDO, C.; VALVANO, S. Analytical frequency response solution for composite plates embedding viscoelastic layers. *Aerospace Science and Technology*, v. 92, p. 429–445, set. 2019. ISSN 1270-9638. Citado na página 19.
- ALBANO, E.; RODDEN, W. P. A doublet-lattice method for calculating lift Distributions on oscillating surfaces in subsonic flows. Vol 7, p. 279–285, 1969. Citado na página 83.
- ANDERSON, J. D. Fundamentals of Aerodynamics. p. 1131, 2009. Citado na página 26.
- ANDRIGHETTONI, M.; MANTEGAZZA, P. Multi-Input/Multi-Output Adaptive Active Flutter Suppression for a Wing Model. *Journal of Aircraft*, v. 35, n. 3, p. 462–469, maio 1998. Citado na página 16.
- ARDELEAN, E. V.; MCEVER, M. A.; COLE, D. G.; CLARK, R. L. Active Flutter Control with a V-Stack Piezoelectric Flap Actuator. *Journal of Aircraft*, v. 43, n. 2, p. 482–486, 2006. Citado na página 17.
- BAGLEY, R. L.; TORVIK, P. J. A Theoretical Basis for the Application of Fractional Calculus to Viscoelasticity. *Journal of Rheology*, v. 27, n. 3, p. 201–210, jun. 1983. ISSN 0148-6055. Citado na página 46.
- BAVASTRI, C.; FEBBO, M.; GONÇALVES, V.; LOPES, E. Optimum viscoelastic absorbers for cubic nonlinear systems. *Journal of Vibration and Control*, v. 20, n. 10, p. 1464–1474, jul. 2014. ISSN 1077-5463. Citado na página 20.
- BENHAN, P. P.; CRAWFORD, R. J.; ARMSTRONG, C. *Benham, P.P., Crawford, R.J. and Armstrong, C.G. (1996) Mechanics of Engineering Materials.*, 2nd edition. ed. London, UK: Longman, 1996. Citado na página 50.
- BENJEDDOU, A. Advances in Hybrid Active-Passive Vibration and Noise Control Via Piezoelectric and Viscoelastic Constrained Layer Treatments. *Journal of Vibration and Control*, v. 7, n. 4, p. 565–602, maio 2001. ISSN 1077-5463. Citado na página 20.
- BISPLINGHOFF, R. L. B.; ASHLEY, H.; HALFMAN, R. L. *Aeroelasticity*. Mineola, NY: Dover Publications, Inc., 1996. Citado 6 vezes nas páginas 1, 3, 11, 26, 31 e 36.
- BRONKHORST, K. B.; FEBBO, M.; LOPES, E. M. O.; BAVASTRI, C. A. Experimental implementation of an optimum viscoelastic vibration absorber for cubic nonlinear systems. *Engineering Structures*, v. 163, p. 323–331, maio 2018. ISSN 0141-0296. Citado na página 19.
- BUENO, D. D.; GÓES, L. C. S.; GONÇALVES, P. J. P. Flutter analysis including structural uncertainties. *Meccanica*, v. 50, n. 8, p. 2093–2101, ago. 2015. ISSN 1572-9648. Citado na página 15.

- BUENO, D. D.; GONÇALVES, P. J. P.; GÓES, L. C. S. Aeroelastic stability analysis considering a continuous flight envelope. *Journal of Fluids and Structures*, v. 49, p. 716–727, ago. 2014. ISSN 0889-9746. Citado na página 15.
- CASCIATI, F.; MAGONETTE, G.; MARAZZI, F. *Technology of Semiactive Devices and Applications in Vibration Mitigation*. [S.l.]: Wiley-Blackwell, 2006. Citado na página 6.
- CESNIK, C.; HODGES, D.; PATIL, M. Aeroelastic analysis of composite wings. In: *37th Structure, Structural Dynamics and Materials Conference*. Salt Lake City, UT, U.S.A.: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1996. Citado na página 15.
- CHRISTENSEN, R. *Theory of Viscoelasticity: An Introduction*. [S.l.]: Elsevier, 1982. ISBN 978-0-12-174252-2. Citado na página 40.
- CRAIG, R. R.; KURDILA, A. J. *Fundamentals of Structural Dynamics*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2006. ISBN 978-0-471-43044-5. Citado na página 49.
- CUNHA-FILHO, A. G.; LIMA, A. M. G. de; DONADON, M. V.; LEÃO, L. S. Flutter suppression of plates subjected to supersonic flow using passive constrained viscoelastic layers and Golla–Hughes–McTavish method. *Aerospace Science and Technology*, v. 52, p. 70–80, maio 2016. ISSN 1270-9638. Citado na página 20.
- DIMITRIADIS, G.; COOPER, J. E. Limit Cycle Oscillation Control and Suppression. *Aeronautical Journal*, v. 103, n. 1023, 1999. ISSN 0001-9240. Citado na página 16.
- DOWELL, E. H.; CLARK, R.; COX, D. *A Modern Course in Aerolasticity*. Fourth. [S.l.]: Kluwer Academic Publishers, 2005. Citado 4 vezes nas páginas 3, 4, 12 e 36.
- DRAKE, M. L.; SOOVERE, J. On Design Guide for Damping of Aerospace Structures. In: *Vibration Damping Workshop*. Long Beach, USA: [s.n.], 1984. Citado na página 44.
- DUNN, H. J. *An analytical technique for approximating unsteady aerodynamics in the time domain*. [S.l.], 1980. Citado na página 36.
- ESPÍNDOLA, J. J. de; LOPES, E. M.; BAVASTRI, C. A. Optimum system of viscoelastic vibration absorbers by fractional calculus. *IFAC Proceedings Volumes*, v. 39, n. 11, p. 384–390, jan. 2006. ISSN 1474-6670. Citado na página 19.
- FERRY, J. *Viscoelastic Properties of Polymers*. 3ed. ed. [S.l.]: Wiley, 1980. Citado na página 19.
- FILHO, F. D.; LUERSEN, M.; BAVASTRI, C. Optimal design of viscoelastic vibration absorbers for rotating systems. *Journal of Vibration and Control*, v. 17, n. 5, p. 699–710, abr. 2011. ISSN 1077-5463, 1741-2986. Citado na página 20.
- FUNG, Y. *An Introduction to Theory of Elasticity*. California, San Diego: Dover Publications, Inc., 1993. Citado 4 vezes nas páginas 1, 11, 22 e 31.
- GALUCIO, A. C.; DEÛ, J.-F.; OHAYON, R. Finite element formulation of viscoelastic sandwich beams using fractional derivative operators. *Computational Mechanics*, v. 33, n. 4, p. 282–291, mar. 2004. ISSN 1432-0924. Citado 4 vezes nas páginas 8, 20, 46 e 93.
- GROOTENHUIS, P. The control of vibrations with viscoelastic materials. *Journal of Sound and Vibration*, v. 11, n. 4, p. 421–433, abr. 1970. ISSN 0022-460X. Citado na página 38.

- HANCOCK, G. J.; WRIGHT, J. R.; SIMPSON, A. On the teaching of the principles of wing flexure-torsion flutter. *The Aeronautical Journal*, v. 89, n. 888, p. 285–305, out. 1985. ISSN 0001-9240, 2059-6464. Citado 7 vezes nas páginas 3, 7, 13, 32, 52, 64 e 83.
- HARMIN, M. Y.; COOPER, J. E. Aeroelastic behaviour of a wing including geometric nonlinearities. *The Aeronautical Journal*, v. 115, n. 1174, p. 767–777, dez. 2011. ISSN 0001-9240, 2059-6464. Citado na página 14.
- HODGES, D. H.; PIERCE, G. A. *Introduction to Structural Dynamics and Aeroelasticity*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2011. ISBN 978-1-139-49992-7. Citado na página 12.
- HUANG, R.; QIAN, W.; HU, H.; ZHAO, Y. Design of active flutter suppression and wind-tunnel tests of a wing model involving a control delay. *Journal of Fluids and Structures*, v. 55, p. 409–427, maio 2015. ISSN 0889-9746. Citado na página 17.
- JONES, D. *Handbook of Viscoelastic Vibration Damping*. UK: John Wiley & Sons, 2001. Citado 4 vezes nas páginas xiv, 19, 38 e 39.
- JONES, R. T. The unsteady lift of a wing of finite aspect ratio. jan. 1940. Citado na página 28.
- KANDAGAL, S. B.; VENKATRAMAN, K. Flutter control using resistively shunted piezoceramics. *The Aeronautical Journal*, v. 114, n. 1156, p. 387–390, jun. 2010. ISSN 0001-9240, 2059-6464. Citado na página 18.
- KARPEL, M. Design for Active Flutter Suppression and Gust Alleviation Using State-Space Aeroelastic Modeling. *Journal of Aircraft*, v. 19, n. 3, p. 221–227, mar. 1982. ISSN 0021-8669. Citado na página 14.
- KARPEL, M. Procedures and Models for Aeroservoelastic Analysis and Design. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, v. 81, n. 9, p. 579–592, set. 2001. ISSN 1521-4001. Citado na página 13.
- KOO, K.-N.; HWANG, W.-S. Effects of hysteretic and aerodynamic damping on supersonic panel flutter of composite plates. *Journal of Sound and Vibration*, v. 273, n. 3, p. 569–583, jun. 2004. ISSN 0022-460X. Citado na página 15.
- KWAK, S.-K.; WASHINGTON, G.; YEDAVALLI, R. K. Acceleration Feedback-Based Active and Passive Vibration Control of Landing Gear Components. *Journal of Aerospace Engineering*, v. 15, n. 1, p. 1–9, jan. 2002. ISSN 0893-1321, 1943-5525. Citado na página 20.
- LACARBONARA, W.; CETRARO, M. Flutter Control of a Lifting Surface via Visco-Hysteretic Absorbers. *International Journal of Aeronautical and Space Sciences*, p. p.331–345, 2011. Citado na página 18.
- LAKES, R. S. *Viscoelastic Materials*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2009. ISBN 978-0-521-88568-3. Citado na página 43.
- LEO, D. J. *Engineering analysis of smart material systems*. Hoboken, NJ: Wiley, 2007. OCLC: 611290691. ISBN 978-0-471-68477-0. Citado na página 18.
- LIBRESCU, L.; MARZOCCA, P. Advances in the linear/nonlinear control of aeroelastic structural systems. *Acta Mechanica*, v. 178, n. 3, p. 147–186, ago. 2005. ISSN 1619-6937. Citado na página 17.

- LIVNE, E. Aircraft Active Flutter Suppression: State of the Art and Technology Maturation Needs. *Journal of Aircraft*, v. 55, n. 1, p. 410–452, jan. 2018. ISSN 0021-8669, 1533-3868. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 16.
- MAHMOODI, P.; ROBERTSON, L. E.; YONTAR, M.; MOY, C.; FELD, L. Performance of Viscoelastic Dampers in World Trade Center Towers. In: . [S.l.]: ASCE, 1987. p. 632–644. Citado na página 19.
- MAINARDI, F. *Fractional Calculus and Waves in Linear Viscoelasticity*. [S.l.: s.n.], 2010. Citado na página 46.
- MARQUI, C. D. *Estudo Teórico Experimental de um controlador para supressão de flutter*. Tese (Doutorado) — Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2005. Citado 3 vezes nas páginas xiv, 4 e 16.
- MARTINS, P. C. O.; GUIMARÃES, T. A. M.; PEREIRA, D. d. A.; MARQUES, F. D.; RADE, D. A. Numerical and experimental investigation of aeroviscoelastic systems. *Mechanical Systems and Signal Processing*, v. 85, p. 680–697, fev. 2017. ISSN 0888-3270. Citado 3 vezes nas páginas 8, 21 e 54.
- MARTINS, P. C. O.; RADE, D. A.; MARQUES, F. *Estudo da influência do Amortecimento Viscoelástico no fenomeno aeroelástico de flutter*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG., 2014. Citado 2 vezes nas páginas 36 e 83.
- MARZOCCA, P.; LIBRESCU, L.; SILVA, W. A. Flutter, Postflutter, and Control of a Supersonic Wing Section. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, v. 25, n. 5, p. 962–970, set. 2002. ISSN 0731-5090. Citado na página 4.
- MCEVER, M.; ARDELEAN, E. V.; COLE, D. G.; CLARK, R. Active Control and Closed-Loop Identification of Flutter Instability in Typical Section Airfoil. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, v. 30, n. 3, p. 733–740, 2007. ISSN 0731-5090. Citado na página 16.
- MEIROVITCH, L. *Elements of Vibration Analysis*. [S.l.]: McGraw-Hill, 1975. ISBN 978-0-07-041340-5. Citado na página 36.
- MERRETT, C. G.; HILTON, H. H. Elastic and viscoelastic panel flutter in incompressible, subsonic and compressible flows. *Journal of Aeroelasticity and Structural Dynamics*, v. 2, n. 1, out. 2010. ISSN 1974-5117. Citado na página 20.
- MILNE-THOMSON, L. *Theoretical aerodynamics*. 4th. ed. Nova York, EUA: Dover Publications, Inc., 1973. Citado na página 22.
- MUKHOPADHYAY, V. Historical Perspective on Analysis and Control of Aeroelastic Responses. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, v. 26, n. 5, p. 673–684, set. 2003. ISSN 0731-5090. Nenhuma citação no texto.
- NASHIF, A. D.; JONES, D. I. G.; HENDERSON, J. P. *Vibration Damping*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 1985. ISBN 978-0-471-86772-2. Citado 5 vezes nas páginas xiv, xv, 38, 42 e 43.
- NEUHAUS, C.; ROESLER, S.; HÖFFER, R.; HORTMANN, M.; ZAHLTEN, W. Identification of 18 Flutter Derivatives by Forced Vibration Tests – A New Experimental Rig. p. 12, 2009. Citado na página 14.

- NISSIM, E.; BURKEN, J. J. *Control Surface Spanwise Placement in Active Flutter Suppression Systems*. [S.l.]: Nasa Technical Papers, 1988. Citado 2 vezes nas páginas 5 e 16.
- OGATA, K. *Engenharia de Controle Moderno*. 5ed. ed. [S.l.]: Pearson, 2011. Citado na página 69.
- PARK, S. W. Analytical modeling of viscoelastic dampers for structural and vibration control. *International Journal of Solids and Structures*, v. 38, n. 44, p. 8065–8092, nov. 2001. ISSN 0020-7683. Citado na página 19.
- PENDLETON, E. W.; BESSETTE, D.; FIELD, P. B.; MILLER, G. D.; GRIFFIN, K. E. Active Aeroelastic Wing Flight Research Program: Technical Program and Model Analytical Development. *Journal of Aircraft*, v. 37, n. 4, p. 554–561, jul. 2000. ISSN 0021-8669. Citado na página 15.
- PETRONE, G.; MELILLO, G.; LAUDIERO, A.; ROSA, S. D. A Statistical Energy Analysis (SEA) model of a fuselage section for the prediction of the internal Sound Pressure Level (SPL) at cruise flight conditions. *Aerospace Science and Technology*, v. 88, p. 340–349, maio 2019. ISSN 1270-9638. Citado na página 20.
- RAO, M. D. Recent applications of viscoelastic damping for noise control in automobiles and commercial airplanes. *Journal of Sound and Vibration*, v. 262, n. 3, p. 457–474, maio 2003. ISSN 0022-460X. Citado na página 20.
- REED, W. H. Passive control of wing/store flutter. In: . Sept. 9-11, 1980: [s.n.], 1980. Citado na página 18.
- RIBEIRO, E. A.; LOPES, E. M. d. O.; BAVASTRI, C. A. A numerical and experimental study on optimal design of multi-DOF viscoelastic supports for passive vibration control in rotating machinery. *Journal of Sound and Vibration*, v. 411, p. 346–361, dez. 2017. ISSN 0022-460X. Citado na página 19.
- RICCI, S.; SCOTTI, A.; CECRDLE, J.; MALECEK, J. Active Control of Three-Surface Aeroelastic Model. *Journal of Aircraft*, maio 2012. Citado na página 16.
- ROCHA, J.; MONIZ, P.; SULEMAN, A. Aeroelastic Control of a Wing with Active Skins Using Piezoelectric Patches. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, v. 14, n. 1, p. 23–32, jan. 2007. ISSN 1537-6494, 1537-6532. Citado na página 18.
- ROGER, K. L. *Airplane Math Modeling Methods for Active Control Design*. [S.l.]: AGARD CP-228, 1977. Citado 2 vezes nas páginas 13 e 36.
- SALES, T. *Modelagem numérico computacional de sistemas multicorpos flexíveis contendo materiais viscoelásticos*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG., 2012. Citado na página 40.
- SANCHES, L.; GUIMARÃES, T. A. M.; MARQUES, F. D. Aeroelastic tailoring of nonlinear typical section using the method of multiple scales to predict post-flutter stable LCOs. *Aerospace Science and Technology*, v. 90, p. 157–168, jul. 2019. ISSN 1270-9638. Citado na página 15.
- SILVA, D. *Simulação Numérica do Escoamento ao redor de Aerofólios Via Método de Vórtices Associado ao Método dos Painéis*. Tese (Doutorado) — UFRJ, 2005. Citado 2 vezes nas páginas xiv e 26.

- SILVA, G. C.; SILVESTRE, F. J.; DONADON, M. V.; SANTOS, O. S.; NETO, A. B. G.; SILVA, R. G. A. d.; VERSIANI, T. d. S. S.; GONZALEZ, P. J.; BERTOLIN, R. M. Active and Passive Control for Acceleration Reduction of an Aeroelastic Typical Wing Section:. *Journal of Vibration and Control*, ago. 2017. Citado na página 19.
- SILVA, R. G. A. *Análise Aeroelástica no Espaço de Estados de Aeronaves de Asa Fixa*. Tese (Dissertação de Mestrado) — Universidade de São Paulo, 1994. Citado na página 14.
- SINGH, K. V. Active aeroelastic control with time delay for targeted flutter modes. *Aerospace Science and Technology*, v. 43, p. 281–288, jun. 2015. ISSN 1270-9638. Citado na página 17.
- SINGH, K. V.; BLACK, C.; KOLONAY, R. Active aeroelastic output feedback control with partial measurements by the method of receptances. *Aerospace Science and Technology*, v. 86, p. 47–63, mar. 2019. ISSN 1270-9638. Citado na página 15.
- SIVASUNDARAM, S. *Nonlinear Problems in Aviation and Aerospace*. [S.l.]: CRC Press, 2000. ISBN 978-90-5699-222-4. Citado na página 12.
- SMAC. Structural Damping Solution. 2019. Disponível em: <<https://www.smac-sas.com/en/our-structural-damping-solution>>. Citado 3 vezes nas páginas xiv, 4 e 5.
- SOUSA, V. C. d.; JUNIOR, C. D. M.; ELAHINIA, M. Aeroelastic behavior of a typical section with shape memory alloy springs: Modeling nonhomogeneous distribution of state variables. *Applied Mathematical Modelling*, v. 52, p. 404–416, dez. 2017. ISSN 0307-904X. Citado na página 18.
- STEINBRUCH, A.; WINTERLE, P. *Álgebra linear*. [S.l.]: Pearson Makron Books, 1987. ISBN 978-0-07-450412-3. Citado na página 57.
- STEVENS, B. L.; LEWIS, F. L.; JOHNSON, E. N. *Aircraft Control and Simulation*. 3. ed. USA: Wiley, 2016. ISBN 978-1-118-87099-0. Citado na página 23.
- THEODORSEN, T. General Theory of Aerodynamic Instability and the Mechanism of flutter. Cranfield, UK., 1935. Citado 5 vezes nas páginas 13, 26, 29, 30 e 35.
- THEODORSEN, T.; GARRICK, I. Mechanis of flutter: A theoretical and Experimental Investigation of the flutter problem. Langley Memorial Aeronautical Laboratory, 1940. Citado 3 vezes nas páginas 13, 30 e 36.
- TRINDADE, M. A. Optimization of active–passive damping treatments using piezoelectric and viscoelastic materials. *Smart Materials and Structures*, v. 16, n. 6, p. 2159–2168, out. 2007. ISSN 0964-1726. Citado na página 20.
- VICODA. *Viscoelastic Dampers*. 2019. Disponível em: <<https://www.vicodagroup.com/en/products/viscoelastic-dampers/>>. Citado 2 vezes nas páginas xiv e 5.
- WESTIN, M. F. *Aeroelastic modeling and experimental analysis of a flexible wing for wind tunnel flutter test*. Tese (Doutorado) — Instituto Tecnológico de Aeronáutica, 2010. Citado na página 14.
- WRIGHT, J. R.; COOPER, J. E. *Introduction to Aircraft Aeroelasticity and Loads*. 2<sup>a</sup> ed. ed. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2014. ISBN 978-1-118-70043-3. Citado 4 vezes nas páginas 1, 12, 34 e 37.



WRIGHT, J. R.; WONG, J.; COOPER, J. E.; DIMITRIADIS, J. On the use of control surface excitation in flutter testing. 2003. Citado na página 14.

YANG, Z. C.; ZHAO, L.; JIANG, J. Semi-active flutter control scheme for a two dimensional wing. *Journal of Sound and Vibration*, p. 1–7, 1995. Citado na página 17.

YOKOTA, H.; SARUTA, M.; NAKAMURA, Y.; SATAKE, N.; OKADA, K.; OGAWA, Y.; FUJITA, Y. Structural Control for seismic load using viscoelastic dampers. In: . [S.l.: s.n.], 1992. Citado na página 19.

ZHANG, W.; YE, Z. Effect of control surface on airfoil flutter in transonic flow. *Acta Astronautica*, v. 66, n. 7, p. 999–1007, abr. 2010. ISSN 0094-5765. Citado na página 14.

ZHAO, Y. H. Stability of a time-delayed aeroelastic system with a control surface. *Aerospace Science and Technology*, v. 15, n. 1, p. 72–77, jan. 2011. ISSN 1270-9638. Citado na página 17.