



TESE DE DOUTORADO EM CIÊNCIAS MECÂNICAS

**ESTUDO EXPERIMENTAL E NUMÉRICO DO
COMPORTAMENTO MECÂNICO NA FRATURA DA
LIGA AISI 4340**

LEONEL LEONARDO DELGADO MORALES

Brasília, 08 de maio de 2020

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

FACULDADE DE TECNOLOGIA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
Faculdade de Tecnologia
Departamento de Engenharia Mecânica

ESTUDO EXPERIMENTAL E NUMÉRICO DO COMPORTAMENTO MECÂNICO NA FRATURA DA LIGA AISI 4340

LEONEL LEONARDO DELGADO MORALES

Tese de doutorado submetida ao Departamento de Engenharia Mecânica da Faculdade de Tecnologia da Universidade de Brasília como requisito parcial para obtenção do grau de Doutor em Ciências Mecânicas.

Banca Examinadora

Prof. Lucival Malcher, UnB/ENM
(Orientador)

Prof^ª. Larissa Driemeier, USP/POLI
(Examinadora Externa)

Prof. Luciano Mendes Bezerra, UnB/ENC
(Examinador Externo)

Prof. Jorge Luiz de Almeida Ferreira, UnB/ENM
(Examinador Interno)

Prof. José Alexander Araújo, UnB/ENM
(Examinador Suplente)

Brasília, 08 de maio de 2020

Dedico este trabalho à minha Mãe Celina, à minha irmã Cilsa (in memoriam), aos meus irmãos Benjamin e Gabriel (in memoriam), aos meus filhos Alessandro, Diego, Andrei e Alexei, às minhas sobrinhas Cilsa e Alejandra. Todos esses seres maravilhosos me ensinaram o real sentido da vida e sempre estão do meu lado de forma incondicional.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, gostaria de agradecer ao meu orientador Prof. Dr. Lucival Malcher, pelo irrestrito apoio, amizade e dedicação. Sempre conduzindo de forma brilhante esta caminhada.

Ao Prof. Dr. José Alexandre Araújo, líder do Grupo de Fadiga, Fratura e Materiais - GGFM do Programa de Pós-Graduação Ciências Mecânicas da Universidade de Brasília, quem me permitiu participar de diversas formas de pesquisas durante o meu doutoramento.

Aos Professores: Prof. Dr. Edgar Mamiya, Prof. Dr. Cosme Moreira da Silva, Prof. Dr. Fábio Castro, Prof. Dr. Jorge Luiz Ferreira, Prof. Dr. Thiago Doca. Todos tiveram uma valiosa contribuição em minha formação.

Agradeço à excepcional colaboração do Centro Universitário do Distrito Federal – UDF, que disponibilizou dependências, equipamentos e mão de obra para tornar realidade a parceria com o Grupo de Fadiga, Fratura e Materiais - GGFM do Programa de Pós-Graduação Ciências Mecânicas da Universidade de Brasília. Especial manifestação de gratidão pelo apoio irrestrito da Magnífica Reitora Prof^a. Beatriz Maria Eckert-Hoff.

A todas(os) os(as) colegas Professores, Estudantes e Funcionários do Centro Universitário do Distrito Federal – UDF. Sempre houve uma palavra de incentivo por parte de todas(os). Seria injusto mencionar nomes, pois todas(os) foram primordiais para alcançar esta meta.

Aos meus queridos amigos André Trajano e Vinicius Silva. Vocês foram presentes recebidos durante esta caminhada.

Especial agradecimento ao meu querido amigo Fabrício Queiroz (Técnico do UDF). Sem sua amizade e ajuda grande parte deste trabalho não seria possível.

Aos colegas e amigos do GFFM Guilherme, Raniere, Felipe, Lucas Araújo, Lucas Machado, Pedro, Cainã e André Luiz. Sempre dispostos a contribuir e apoiar na diferentes etapas da pesquisa e também me brindando sua amizade.

Também um especial agradecimento à Lara, por todo apoio, ajuda, contribuições, amizade e parceria, principalmente na reta final do trabalho.

RESUMO

Esta tese tem como objetivo estudar o comportamento mecânico na fratura, da liga AISI 4340, sujeita a tratamentos térmicos de normalização e recozimento. Para isso, inicialmente foram conduzidos ensaios experimentais em corpos de prova cilíndricos lisos e entalhados, sujeitos à tração monotônica, bem como em corpos de prova retangulares, sujeitos a carregamentos puramente cisalhantes e combinações de cisalhamento e tração. Tais ensaios experimentais foram selecionados de maneira a observar diferentes combinações de razão de triaxialidade e terceiro invariante normalizado, na definição do estado de tensão. Os dois tipos de tratamentos térmicos foram escolhidos de maneira a alcançar diferentes níveis de ductilidade do material e, assim, estudar a sua influência no modo de fratura da liga. A liga AISI 4340 foi objeto de estudo por ser um material de alta resistência, geralmente utilizado na engenharia, como, por exemplo, na fabricação de *risers* rígidos para a indústria de exploração de petróleo. O estudo se estendeu ao se analisar numericamente o comportamento mecânico do material, através da implementação do modelo constitutivo baseado no critério de von Mises. Por meio desta análise, foi possível observar a influência da razão de triaxialidade e do terceiro invariante no comportamento mecânico do material. Além disso, o modelo de dano de Lemaitre foi também utilizado para se avaliar numericamente o local e o nível de deslocamento necessário para início da fratura dúctil da liga. Juntamente a esta análise, foi implementado o modelo constitutivo baseado no critério de Gao, bem como desenvolvida uma nova proposta de indicador de fratura dúctil. O indicador de fratura proposto considerou uma função denominador de dano que é dependente do terceiro invariante normalizado e da deformação plástica na fratura. Esta função denominador de dano procura regular a taxa de evolução da degradação do material, de acordo com o seu estado de tensão e nível de ductilidade, fazendo com que o indicador, acoplado à etapa de pós-processamento do modelo de Gao, seja capaz de prever, de forma satisfatória, o correto nível de força, o correto local e deslocamento necessário para a fratura do material. Ao final, as previsões realizadas com o auxílio do indicador foram comparadas ao desempenho do modelo de Lemaitre, o qual se mostrou mais vantajoso na previsão do comportamento mecânico na fratura do material para diferentes tipos de carregamentos.

Palavras chaves: Razão de triaxialidade, terceiro invariante normalizado, indicador de fratura dúctil, deformação plástica acumulada na fratura, liga AISI 4340

ABSTRACT

This thesis aims to study the mechanical behavior at fracture, of the AISI 4340 alloy, subjected to normalization and annealing heat treatments. For this purpose, experimental tests were initially carried out on smooth and notched cylindrical specimens, subject to monotonic tensile, as well as on rectangular specimens, subject to purely shear loads and tensile-shear combined loading conditions. Such experimental tests were selected in order to observe different combinations of the stress triaxiality and normalized third invariant, in the definition of the stress state. The two types of heat treatments were chosen in order to achieve different levels of ductility for the material and thus study its influence on the fracture mode of the alloy. The AISI 4340 alloy was the object of study due to be a high-strength material, generally used in engineering, for example, in the manufacture of rigid *risers* for petroleum industry. The study was extended by numerically analyzing the mechanical behavior of the material, through the implementation of the von Mises constitutive model. Through this analysis, it was possible to observe the influence of the stress triaxiality and the third invariant on the mechanical behavior of the material. Moreover, the Lemaitre damage model was also used to evaluate numerically the location and level of displacement required to start the ductile fracture of the alloy. Along with this analysis, Gao's constitutive model was implemented, as well as a new proposal for a ductile fracture indicator. The proposed fracture indicator considered a denominator of damage function, which is dependent on the normalized third invariant and the accumulated plastic strain at fracture. This denominator of damage function seeks to regulate the evolution of the damage law of material, according to its stress state and level of ductility, making the indicator, coupled with the post-processing step of the Gao's constitutive model, capable of satisfactorily predict the correct level of force, the correct location and displacement necessary for the fracture of the material. Finally, the predictions made with the aid of the indicator were compared to the performance of the Lemaitre model, which proved to be more advantageous in predicting the mechanical behavior at fracture of the material for different types of loads.

Keywords: Stress triaxiality, normalized third invariant, ductile fracture indicator, accumulated plastic strain at fracture, AISI 4340 alloy.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Motivação da tese e seleção do material estudado.	1
1.2	Estudos do comportamento mecânico na fratura de materiais: estado da arte	3
1.3	Definições fundamentais.....	9
1.3.1	Tensões desviadoras e hidrostática	9
1.3.2	Invariantes do tensor tensão e do tensor tensão desviador	10
1.3.3	Definição de parâmetros do estado de tensão	11
1.4	Objetivos	12
1.5	Principais contribuições da Tese.....	12
1.6	Publicações de trabalhos relacionados à pesquisa	13
1.6.1	Trabalhos publicados em revistas e congressos.....	13
1.6.2	Projetos de Graduação e Dissertações de Mestrado relacionados	14
1.7	Estrutura do Trabalho	15
2	COMPORTAMENTO ELASTOPLÁSTICO, CONSIDERANDO DIFERENTES ESTADOS DE TENSÃO: EXPERIMENTAÇÃO E MODELAGEM.....	16
2.1	Introdução	16
2.2	Propriedades do material	17
2.3	Característica dos corpos de prova	17
2.4	Descrição do procedimento experimental e dados coletados	21
2.5	Dados experimentais coletados.....	23
2.6	Calibração dos parâmetros elastoplásticos.....	27
2.7	Modelo constitutivo baseado no critério de von Mises	29
2.8	Estratégia numérica.....	32
2.8.1	Algoritmo de atualização das tensões e variáveis internas	33
2.8.2	Método de Newton-Raphson	36

2.8.3	Operador Tangente para o modelo baseado no critério de von Mises.....	37
2.9	Discretização da malha de elementos finitos	39
2.10	Análise dos resultados para a calibração em tração.....	40
2.10.1	Comparação entre as curvas de força de reação experimental e numérica.....	40
2.10.2	Evolução da razão de triaxialidade e contorno do terceiro invariante normalizado.....	46
2.10.3	Evolução da deformação plástica equivalente	57
2.10.4	Avaliação da influência do ponto de calibração no comportamento da liga AISI 4340 normalizada e recozida	63
2.11	Comentários finais do capítulo	72
3	MODELO DE DANO DE LEMAITRE E AVALIAÇÃO DA FRATURA DÚCTIL...	75
3.1	Introdução	75
3.2	Modelo constitutivo de Lemaitre	76
3.3	Estratégia de integração numérica para o modelo de Lemaitre.....	80
3.3.1	Operador Tangente para o modelo de Lemaitre	82
3.4	Resultados numéricos para o modelo de Lemaitre	83
3.4.1	Determinação dos parâmetros dos materiais	83
3.4.2	Comparativo de resultados para o modelo de Lemaitre	84
3.5	Avaliação da influência do denominador de dano na fratura da liga AISI 4340 normalizada e recozida	102
3.6	Considerações finais do capítulo	108
4	PROPOSTA DE UM NOVO INDICADOR DE FRATURA DÚCTIL.....	110
4.1	Introdução	110
4.2	Descrição da função denominador de dano de Malcher e Mamiya	112
4.3	Proposta de um novo indicador de fratura dúctil.....	113
4.4	Formulação matemática e estratégia numérica para o modelo de Gao.....	117
4.5	Calibração do indicador de dano e critério de Gao.....	121
4.6	Análise comparativa dos resultados experimentais e numéricos.....	122

4.7	Considerações finais do capítulo	138
5	CONCLUSÕES GERAIS E TRABALHOS FUTUROS	141
5.1	Conclusões	141
5.2	Trabalhos futuros	142
6	REFERÊNCIAS	144

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1: Detalhes dos componentes de válvula BOP e riser rígido. (Det Norske Veritas, 2011).....	3
Figura 2.1: Representação geométrica da região crítica do CP cilíndrico.....	18
Figura 2.2: Esquema de distribuição de forças nos estados de tensão para o CP de cisalhamento puro e carregamento combinado.	19
Figura 2.3: Corpos de prova fabricados da liga AISI 4340 normalizada e recozida. a) CPs cilíndricos lisos e entalhados. b) CPs retangulares para os diferentes estados de tensão.....	19
Figura 2.4: Geometrias dos corpos de prova cilíndricos.	20
Figura 2.5: Geometrias dos corpos de prova retangulares. a) Cisalhamento puro. b) Combinado 15°. c) Combinado 30°. d) Combinado 45°. e) Combinado 60°.....	21
Figura 2.6: a) Ensaio do CP cilíndrico liso com controle de deformação. b) Ensaio do CP cilíndrico entalhado com controle de deformação. c) Ensaio do CP retangular sob controle de deslocamento.	22
Figura 2.7: Curvas de reação para os CPs cilíndricos - AISI 4340 normalizado.	23
Figura 2.8: Curva de reação para o CP retangular - AISI 4340 normalizado.....	24
Figura 2.9: Curva de reação para o CP de carregamento combinado com $\alpha = 300$ - AISI 4340 normalizado.	24
Figura 2.10: Curvas de reação para os CPs cilíndricos - AISI 4340 recozido.	25
Figura 2.11: Curva de reação para o CP retangular - AISI 4340 recozido.....	25
Figura 2.12: Curva de força <i>versus</i> deslocamento para os CPs de carregamento combinado com $\alpha = 150$, $\alpha = 300$, $\alpha = 450$ e $\alpha = 600$ - AISI 4340 recozido.....	26
Figura 2.13: Aspecto dos corpos de prova após a fratura.....	27
Figura 2.14: Representação esquemática dos pontos de calibração e as geometrias dos CPs.	28
Figura 2.15: Malhas de elementos finitos para os CPs cilíndricos. a) Cilíndrico liso; b) Entalhe R = 10 mm; c) Entalhe R = 6 mm; d) Entalhe R = 4 mm.....	39
Figura 2.16: Malha de elementos finitos para os corpos de prova retangulares. a) Cisalhamento puro; b) Combinado 15°; c) Combinado 30°; d) Combinado 45°; e) Combinado 60°.....	40
Figura 2.17: Curvas de reação para os CPs cilíndricos - AISI 4340 normalizado.	42
Figura 2.18: Curvas de reação para o CP de cisalhamento - AISI 4340 normalizado.	43
Figura 2.19: Curvas de reação para os CPs retangulares combinado 30° - AISI 4340 normalizado.	43
Figura 2.20: Curvas de reação para os CPs cilíndricos - AISI 4340 recozido.	44

Figura 2.21: Curvas de reação para o CP de cisalhamento - AISI 4340 recozido.....	45
Figura 2.22: Curvas de reação para os CPs retangulares combinados - AISI 4340 recozido. .	45
Figura 2.23: Curvas de evolução da razão de triaxialidade no ponto crítico para os CPs cilíndricos - AISI 4340 normalizado.	47
Figura 2.24: Curva de evolução da razão de triaxialidade no ponto crítico para o CP retangular em cisalhamento puro - AISI 4340 normalizado.....	48
Figura 2.25: Curva de evolução da razão de triaxialidade no ponto crítico para o CP retangular combinado 30° - AISI 4340 normalizado.....	48
Figura 2.26: Contorno da razão de triaxialidade no primeiro e último passo para os CPs de cisalhamento puro e combinado 30° - AISI 4340 normalizado.	49
Figura 2.27: Contorno do terceiro invariante normalizado no primeiro e último passo, para os CPs de cisalhamento puro e combinado 30° - AISI 4340 normalizado.	50
Figura 2.28: Curvas de evolução da razão de triaxialidade no ponto crítico para os CPs cilíndricos - AISI 4340 recozido.	51
Figura 2.29: Curva de evolução da razão de triaxialidade no ponto crítico para o CP retangular em Cisalhamento - AISI 4340 recozido.	52
Figura 2.30: Curva de evolução razão de triaxialidade no ponto crítico para os CPs retangulares combinados - AISI 4340 recozido.	53
Figura 2.31: Contorno da razão de triaxialidade no primeiro e último passo para os CPs de cisalhamento puro, combinado 15° e combinado 30° - AISI 4340 recozido.	54
Figura 2.32: Contorno da razão de triaxialidade no primeiro e último passo para os CPs combinado 45° e combinado 60° - AISI 4340 recozido.....	55
Figura 2.33: Contorno do terceiro invariante normalizado no primeiro e último passo para os CPs de cisalhamento puro, combinado 15° e combinado 30° - AISI 4340 recozido.	56
Figura 2.34: Contorno do terceiro invariante normalizado no primeiro e último passo para os CPs combinado 45° e combinado 60° - AISI 4340 recozido.	56
Figura 2.35: Curvas de evolução da deformação plástica equivalente no ponto crítico para os CPs cilíndricos - AISI 4340 normalizado.....	57
Figura 2.36: Curva de evolução da deformação plástica equivalente no ponto crítico para o CP retangular em cisalhamento puro - AISI 4340 normalizado.....	58
Figura 2.37: Curva de evolução da deformação plástica equivalente no ponto crítico para o CP retangular combinado 30° - AISI 4340 normalizado.	58
Figura 2.38: Curvas de evolução da deformação plástica equivalente no ponto crítico para os CPs cilíndricos - AISI 4340 recozido.	59

Figura 2.39: Curva de evolução da deformação plástica equivalente no ponto crítico para o CP retangular em cisalhamento puro - AISI 4340 recozido.....	60
Figura 2.40: Curvas de evolução da deformação plástica equivalente no ponto crítico para os CPs retangulares combinados - AISI 4340 recozido.....	61
Figura 2.41: Curva de deformação plástica equivalente na fratura <i>versus</i> razão de triaxialidade inicial - AISI 4340 recozido.	62
Figura 2.42: Curva de deformação plástica equivalente na fratura <i>versus</i> razão de triaxialidade inicial - AISI 4340 normalizado.....	63
Figura 2.43: Superfícies de escoamentos e pontos de calibração.....	64
Figura 2.44: a) Força de reação para a calibração em tração e cisalhamento; b) Deformação plástica equivalente para a calibração em tração e cisalhamento do CP para cisalhamento puro - AISI 4340 normalizado.....	65
Figura 2.45: a) Força de reação para a calibração em tração e cisalhamento; b) Deformação plástica equivalente para a calibração em tração e cisalhamento do CP combinado 30° - AISI 4340 normalizado.....	66
Figura 2.46: Força de reação para a calibração em tração e cisalhamento; b) Deformação plástica equivalente para a calibração em tração e cisalhamento do CP para cisalhamento puro - AISI 4340 recozido.....	67
Figura 2.47: a) Força de reação para a calibração em tração e cisalhamento; b) Deformação plástica equivalente para a calibração em tração e cisalhamento do CP combinado 15° - AISI 4340 recozido.....	68
Figura 2.48: a) Força de reação para a calibração em tração e cisalhamento; b) Deformação plástica equivalente para a calibração em tração e cisalhamento do CP combinado 30° - AISI 4340 recozido.....	69
Figura 2.49: a) Força de reação para a calibração em tração e cisalhamento; b) Deformação plástica equivalente para a calibração em tração e cisalhamento do CP combinado 45° - AISI 4340 recozido.....	70
Figura 2.50: a) Força de reação para a calibração em tração e cisalhamento; b) Deformação plástica equivalente para a calibração em tração e cisalhamento do CP combinado 60° - AISI 4340 recozido.....	71
Figura 2.51: Comportamento do modelo de von Mises para a liga AISI 4340, de acordo com o ponto de calibração.....	72
Figura 3.1: Resultado numérico e experimental, CP liso - AISI 4340 normalizado.....	85

Figura 3.2: Resultado numérico e experimental, CP cilíndrico entalhado R = 10 mm - AISI 4340 normalizado.	86
Figura 3.3: Resultado numérico e experimental, CP cilíndrico entalhado R = 6 mm - AISI 4340 normalizado.	87
Figura 3.4: Resultado numérico e experimental, CP cilíndrico entalhado R = 4 mm - AISI 4340 normalizado.	88
Figura 3.5: Resultado numérico e experimental, CP retangular cisalhamento puro - AISI 4340 normalizado.	89
Figura 3.6: Resultado numérico e experimental, CP retangular combinado 30° - AISI 4340 normalizado.	90
Figura 3.7: Resultado numérico e experimental, CP liso - AISI 4340 recozido	92
Figura 3.8: Resultado numérico e experimental, CP cilíndrico entalhado R = 10 mm - AISI 4340 recozido.	93
Figura 3.9: Resultado numérico e experimental, CP cilíndrico entalhado R = 6 mm - AISI 4340 recozido.	94
Figura 3.10: Resultado numérico e experimental, CP cilíndrico entalhado R = 4 mm - AISI 4340 recozido.	95
Figura 3.11: Resultado numérico e experimental, CP retangular cisalhamento puro - AISI 4340 recozido.	96
Figura 3.12: Resultado numérico e experimental, CP retangular combinado 15° - AISI 4340 recozido.	97
Figura 3.13: Resultado numérico e experimental, CP retangular combinado 30° - AISI 4340 recozido.	98
Figura 3.14: Resultado numérico e experimental, CP retangular combinado 45° - AISI 4340 recozido.	99
Figura 3.15: Resultado numérico e experimental, CP retangular combinado 60° - AISI 4340 recozido.	100
Figura 3.16: Comportamento do modelo de Lemaitre para o deslocamento na fratura.	102
Figura 3.17: Comparativo da curva de reação e evolução do dano para as duas calibrações, CP cisalhamento puro e combinado 30° - AISI 4340 normalizado.	103
Figura 3.18: Comparativo da curva de reação e evolução do dano para as duas calibrações, CP cisalhamento puro e combinado 15° - AISI 4340 recozido.	105
Figura 3.19: Comparativo da curva de reação e evolução do dano para as duas calibrações, CP combinado 30° e combinado 45° - AISI 4340 recozido.	106

Figura 3.20: Comparativo da curva de reação e evolução do dano para as duas calibrações, CP combinado 60° - AISI 4340 recozido.	107
Figura 4.1: Comportamento da função denominador de dano de Malcher e Mamiya, segundo Ferreira (2020).....	113
Figura 4.2: Variação do terceiro invariante normalizado na condição trativa.....	116
Figura 4.3: Variação do terceiro invariante normalizado em cisalhamento puro.....	116
Figura 4.4: Resultados para o CP cilíndrico liso - AISI 4340 recozido	123
Figura 4.5: Contorno da distribuição do dano para o CP cilíndrico liso - AISI 4340 recozido	124
Figura 4.6: Resultados para o CP cisalhamento puro - AISI 4340 recozido	125
Figura 4.7: Contorno da distribuição do dano para o CP de cisalhamento puro - AISI 4340 recozido	126
Figura 4.8: Resultados para o CP combinado 15° - AISI 4340 recozido	127
Figura 4.9: Contorno da distribuição do dano para o CP combinado 15° - AISI 4340 recozido	128
Figura 4.10: Resultados para o CP combinado 45° - AISI 4340 recozido	129
Figura 4.11: Contorno da distribuição do dano para o CP combinado 45° - AISI 4340 recozido	130
Figura 4.12: Resultados para o CP combinado 60° - AISI 4340 recozido	131
Figura 4.13: Contorno da distribuição do dano para o CP combinado 60° - AISI 4340 recozido	132
Figura 4.14: Resultados para o CP cilíndrico liso - AISI 4340 normalizado	133
Figura 4.15: Contorno da distribuição do dano para o CP cilíndrico liso - AISI 4340 normalizado	134
Figura 4.16: Resultados para o CP cisalhamento puro - AISI 4340 normalizado.....	135
Figura 4.17: Contorno da distribuição do dano para o CP de cisalhamento puro - AISI 4340 normalizado	136
Figura 4.18: Resultados para o CP combinado 30 - AISI 4340 normalizado	137
Figura 4.19: Contorno da distribuição do dano para o CP combinado 30 - AISI 4340 normalizado	138
Figura 4.20: Erro percentual na previsão do deslocamento na fratura para os modelos analisados.	140

LISTA DE TABELAS

Tabela 1.1: Níveis da razão de triaxialidade.....	11
Tabela 2.1: Composição da liga AISI 4340 (Fonte: dados informados pelo fornecedor).	17
Tabela 2.2: Dados iniciais dos corpos de prova utilizados.....	20
Tabela 2.3: Níveis de deslocamento na fratura experimentalmente observados.	26
Tabela 2.4: Parâmetros elásticos - AISI 4340 normalizado e recozido.....	29
Tabela 2.5: Parâmetros plásticos - AISI 4340 normalizado e recozido.....	29
Tabela 2.6: Valores da razão de triaxialidade e deformação plástica na fratura.	62
Tabela 2.7: Parâmetros plásticos para as duas calibrações - AISI 4340 normalizado e recozido	64
Tabela 3.1: Parâmetros materiais - AISI 4340 normalizada e recozida.	84
Tabela 3.2: Comparação do deslocamento na fratura obtido pelo modelo de Lemaitre calibrado em tração e experimental - AISI 4340 normalizado.....	91
Tabela 3.3: Deslocamento na fratura numérico e experimental - AISI 4340 recozido	101
Tabela 3.4: Parâmetros da calibração do denominador de dano.	103
Tabela 4.1: Parâmetros para os indicadores de dano de Vaz Jr. e Owen, e a nova proposta, segundo a liga AISI 4340.	121

LISTA DE QUADROS

Quadro 2.1: Modelo baseado no critério de von Mises com endurecimento isotrópico	32
Quadro 2.2: Atualização das tensões e variáveis internas - modelo de von Mises	36
Quadro 2.3: Algoritmo de retorno (Newton-Raphson)	37
Quadro 3.1: Modelo de Lemaitre com endurecimento isotrópico	79
Quadro 3.2: Algoritmo de retorno para o modelo de Lemaitre.	81
Quadro 3.3: Método de Newton-Raphson para o sistema não linear de Lemaitre.....	82
Quadro 4.1: Modelo matemático de Gao modificado com endurecimento isotrópico.....	119
Quadro 4.2: Algoritmo de solução do sistema não linear (Newton-Raphson).....	120
Quadro 4.3: Integração do indicador de dano.....	120

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolos gregos

α	Ângulo de aplicação de força ou direção de carregamento
$\bar{\varepsilon}^p$	Deformação plástica equivalente
$\bar{\varepsilon}_f^p$	Deformação plástica na fratura
$\bar{\rho}$	Densidade do material
ν	Coefficiente de Poisson
u_f	Deslocamento na fratura
u_{fexp}	Deslocamento experimental na fratura
$u_{fS_{1/3}}$	Deslocamento na fratura para denominador de dano em tração
u_{fS_0}	Deslocamento na fratura para denominador de dano cisalhamento
δ	Expoente de calibração
Ψ^e	Energia elástica de deformação
Ψ_d^e	Energia elástica de deformação distorcional
Ψ_v^e	Energia elástica de deformação volumétrica
ϕ	Função de escoamento material
$\Delta\varepsilon$	Incremento da deformação
$\Delta\varepsilon^P$	Incremento de deformação plástica
$\Delta\gamma$	Incremento do multiplicador plástico
σ_y	Limite de escoamento do material
σ_{y0}	Limite de escoamento inicial
κ	Parâmetro auxiliar do modelo de Gao
ζ	Primeiro parâmetro de calibração
η	Razão de triaxialidade
σ_∞	Segundo parâmetro de calibração
$\dot{\gamma}$	Taxa de evolução do multiplicador plástico
$\dot{\varepsilon}^p$	Taxa de crescimento da deformação plástica
σ	Tensor tensão de Cauchy
ε^e	Tensor das deformações elásticas
$\varepsilon_{n+1}^e T$	Tensor da deformação elástica tentativa

$\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^e$	Tensor da deformação elástica no pseudo-tempo t_{n+1}
$\boldsymbol{\varepsilon}^p$	Tensor da deformação plástica
$\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{pT}$	Tensor da deformação plástica tentativa
$\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^p$	Tensor da deformação plástica no pseudo-tempo t_{n+1}
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	Tensões principais do tensor tensão
$\boldsymbol{\sigma}_{n+1}$	Tensor tensão tentativa
$\boldsymbol{\sigma}_{n+1}^T$	Tensor tensão tentativa no pseudo-tempo t_{n+1}
ξ	Terceiro invariante normalizado do tensor desviador
ϱ	Variável interna do endurecimento do material

Símbolos latinos

e	Base do logaritmo neperiano
a, b e c	Constantes materiais para o modelo de Gao
D_c	Dano crítico
S	Denominador de dano
S_0	Denominador de dano em cisalhamento
$S_{1/3}$	Denominador de dano em tração
s	Expoente de dano
Y	Força termodinâmica associada ao dano
R	Força termodinâmica associada ao endurecimento isotrópico
R_{n+1}^T	Força termodinâmica de endurecimento isotrópico tentativa
R_{n+1}	Força termodinâmica de endurecimento isotrópico no pseudo-tempo t_{n+1}
I	Indicador de dano
H	Módulo de endurecimento isotrópico
E	Módulo de elasticidade
G	Módulo de elasticidade ao cisalhamento
K	Módulo de elasticidade volumétrico
\mathbb{D}^e	Operador tangente elástico
\mathbb{D}^{ep}	Operador tangente elástico-plástico
p_{n+1}^T	Tensão hidrostática tentativa
p_{n+1}	Tensão hidrostática tentativa no pseudo-tempo t_{n+1}
I_1, I_2, I_3	Primeiro, segundo e terceiro invariante do tensor tensão

ψ	Potencial termodinâmico
p	Tensão hidrostática
R	Raio de entalhe
a	Raio da seção do corpo de prova
J_2, J_3	Segundo e terceiro invariante do tensor desviador
\dot{r}	Taxa de evolução da variável interna
\dot{D}	Taxa de evolução do dano
t	Tempo
\mathbb{D}	Tensor constitutivo
\mathbb{D}^e	Tensor constitutivo elástico
\mathbf{S}	Tensor das tensões desviadoras
\mathbf{S}_{n+1}^T	Tensor das tensões desviadoras tentativa
\mathbf{S}_{n+1}	Tensor das tensões desviadoras tentativa no pseudo-tempo t_{n+1}
\mathbf{I}	Tensor identidade de segunda ordem
\mathbb{I}^4	Tensor identidade de quarta ordem
\mathbb{I}^d	Tensor desviador identidade de quarta ordem
q	Tensão equivalente de von Mises
r	Terceiro invariante do tensor desviador
D	Variável de dano isotrópico
D_{n+1}	Variável de dano no pseudo-tempo t_{n+1}
D_{n+1}^T	Variável de dano tentativa
r	Variável interna associado ao endurecimento isotrópico
\mathbf{N}	Vetor de fluxo plástico

Siglas

AISI	American Iron and Steel Institute
ASTM	American Society for Testing and Materials
CP	Corpo de Prova
MTS	Mechanical testing and Sensing
MDC	Mecânica do Dano Contínuo

1 INTRODUÇÃO

Este capítulo introdutório aborda os aspectos motivacionais do estudo, bem como uma revisão do estado da arte referente ao comportamento mecânico de materiais na fratura. Além disso, são estabelecidos os objetivos gerais e específicos da tese, demonstrada a definição de importantes parâmetros do estado de tensão, estabelecida a estrutura geral do trabalho e listadas as principais publicações e contribuições baseadas nesta tese.

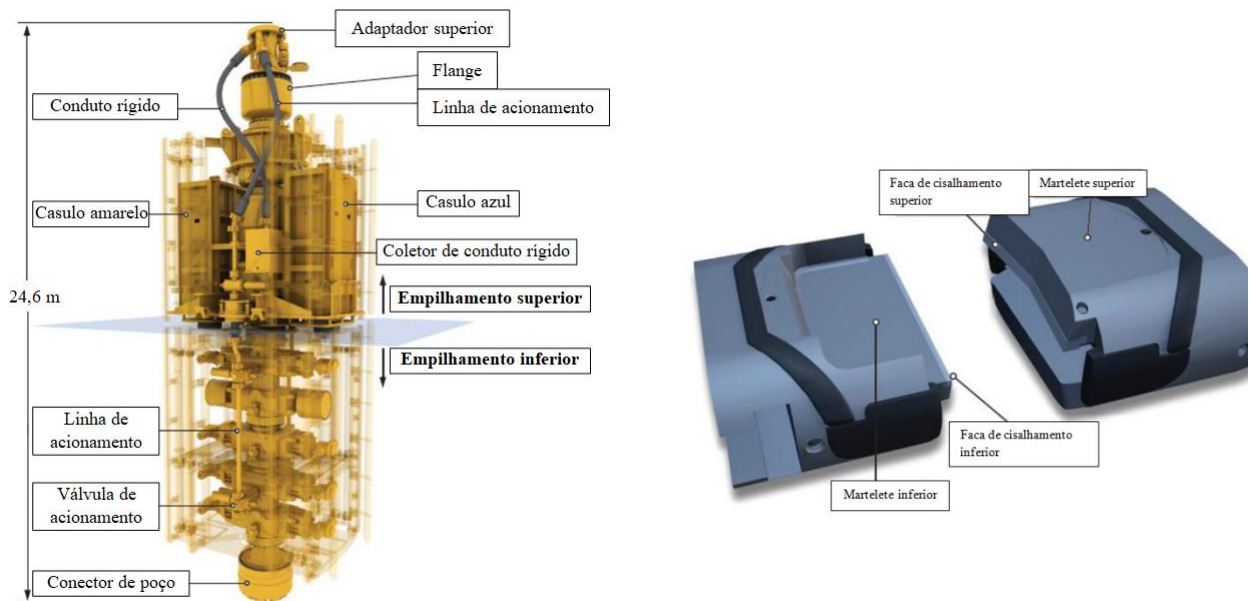
1.1 Motivação da tese e seleção do material estudado.

Em abril de 2010, a explosão da plataforma Deepwater Horizon causou um grave vazamento de petróleo no Golfo do México. Esse acidente foi considerado o maior desastre ambiental da história dos Estados Unidos, deixando um saldo de 11 mortos, 22 trabalhadores feridos, além do severo impacto ambiental pelo vazamento de mais de 3 milhões de barris de petróleo. O derramamento só foi estancado após quase três meses de árduo trabalho (Det Norske Veritas, 2011) e, até hoje, ainda são percebidos os efeitos do desastre e as causas são discutidas e analisadas em diversos âmbitos da comunidade científica. Nesse sentido, um dispositivo que poderia contribuir para minimizar o impacto e os danos nesse tipo de acidente é a válvula de segurança denominada *Blowout Preventer* (BOP). Este dispositivo de segurança tem a função de selar o poço de petróleo, através do cisalhamento e corte do chamado *riser* rígido, que se localiza na “cabeça” do poço de petróleo. Segundo Thomas (2001), a BOP possui altura de 24,6 m e peso de 400 toneladas.

As válvulas BOP são compostas por pares de martelos de esmagamento e cisalhamento que são acionados hidráulicamente, em casos de emergência, resultando em forças nos pares de martelo, induzindo o esmagamento e cisalhamento do *riser*. Assim, o correto funcionamento da válvula está diretamente relacionado à magnitude da força necessária para cisalhar o *riser*, bem como no deslocamento radial necessário para o seu completo esmagamento até a ruptura. Esse procedimento é denominado como selagem do poço, que a partir desse momento passa a ser inoperante, impossibilitando a passagem de qualquer fluido. Segundo o relatório apresentado pela Det Norske Veritas, publicado em 2011, os registros fotográficos da tubulação mostram que a BOP entrou em funcionamento, porém não atuou da forma adequada. Ao invés de selar o tubo, ela causou um esmagamento parcial do material, possibilitando a passagem de óleo após o seu acionamento.

Decorridos anos de investigações, constatou-se que o inadequado funcionamento da BOP foi provocado pelo fato do conjunto válvula/*riser* ter sido projetado com base em modelos constitutivos que assumem Mises como critério de falha. De acordo com a literatura, o critério de Mises é preciso para condições tratativas, contudo pode ser considerado bastante impreciso para condições cisalhantes, ou seja, pode prever o momento da falha em desacordo com as observações experimentais. Para muitos autores, o critério de Mises é insensível à tensão hidrostática e independente do terceiro invariante do tensor desviador, o que causa sua imprecisão em condições de carregamento distantes da calibração dos parâmetros do material, (Bao, 2003; Bai, 2008).

Ainda segundo o relatório da Det Norske Veritas, (2011), o material utilizado na fabricação dos *risers* rígidos é a liga AISI 4340, que apresenta características únicas como alta resistência mecânica e tenacidade (Anazawa *et al.*, 2012). Esse tipo de material de engenharia pode chegar a ser considerado de ultra-alta resistência, segundo os estudos apresentados por Sun *et al.* (2014) e Barros *et al.* (2015). A condição de ultra-alta resistência é atingida em caso de tratamento de têmpera, pois a resistência à tração chega a alcançar valores da ordem de 1900 MPa, em faixas de temperatura de 200 a 230°C. Por outro lado, a liga AISI 4340, é catalogada como um material de baixa liga, contendo níquel, cromo e molibdênio em sua composição química. O material apresenta facilidade na usinabilidade e ductilidade nas condições de recozimento e normalização, segundo aponta o estudo de Silva (2006). O conhecimento detalhado do comportamento mecânico da liga AISI 4340, sob diferentes condições de carregamento, faz-se necessário visto a grande aplicabilidade em setores importantes da engenharia. A Figura 1.1 apresenta uma foto esquemática da válvula BOP, um desenho esquemático de um par de martelos de cisalhamento e aspecto do *riser* rígido, após o acionamento da BOP no evento ocorrido no Golfo do México.



a) BOP

b) Martelo de cisalhamento



c) *Riser* rígido após o acionamento da BOP

Figura 1.1: Detalhes dos componentes de válvula BOP e *riser* rígido. (Det Norske Veritas, 2011)

1.2 Estudos do comportamento mecânico na fratura de materiais: estado da arte

A correta descrição do comportamento mecânico na fratura de materiais permite o desenvolvimento otimizado e seguro de estruturas, assim como de componentes mecânicos, em diversos setores da indústria. Nesse sentido, as investigações referentes à fratura dúctil continuam sendo um desafio para pesquisadores e engenheiros em todo o mundo. Determinar o início e o local da fratura é de grande importância para o projeto e o dimensionamento dessas estruturas e componentes. Pesquisadores vêm trabalhando para propor novos modelos capazes de descrever o comportamento mecânico do material até a fratura, considerando diferentes condições de calibração e diferentes parâmetros do estado de tensão (Gao e Roe, 2010), como a razão de triaxialidade e o terceiro invariante normalizado.

Um dos principais elementos para se descrever o comportamento do material é o critério de escoamento. Os primeiros critérios observados na literatura apresentam como base a abordagem da máxima tensão cisalhante, proposta por Tresca em 1864, a energia de distorção, conforme estabelecido por von Mises (1913) e o critério de Drucker e Prager (1952) que inclui o efeito da tensão hidrostática. Posteriormente, Hosford (1972) apresentou um critério baseado na tensão máxima cisalhante generalizada, no qual utiliza dois pontos de calibração para determinação dos parâmetros do material.

Em diversos trabalhos presentes na literatura da área, as conclusões apontaram que os modelos mencionados anteriormente não são capazes de descrever adequadamente o comportamento mecânico de um conjunto de materiais, visto que não levam em consideração o efeito sinérgico de importantes parâmetros do estado de tensão, como a razão de triaxialidade e o terceiro invariante normalizado. (Khan e Huang, 1995; Brünig *et al.*, 2008; Gao e Roe, 2010; Gao *et al.*, 2011). Dentre os efeitos elastoplásticos mais relevantes, pode-se destacar a razão de triaxialidade, na qual se relaciona a tensão hidrostática e a tensão equivalente. Esse parâmetro está vinculado ao controle do tamanho do regime elástico do material (Bao, 2003; Bai, 2008). A partir de dados experimentais é possível verificar que a razão de triaxialidade define o estado de tensão gerado no material. Assim são estabelecidas as faixas de baixa razão de triaxialidade, nas quais prevalecem os efeitos de cisalhamento puro e/ou estados combinados de carregamento, e a região de alta razão de triaxialidade, na qual predominam os efeitos puramente trativos. O trabalho desenvolvido por Bao (2003) apresentou um importante avanço na determinação desses efeitos em materiais dúcteis, correlacionando o nível de deformação plástica na fratura com o valor da razão de triaxialidade.

De acordo com o estudo apresentado por Bai (2008), a teoria clássica da plasticidade, aplicada a materiais metálicos, conhecida como abordagem baseada no segundo invariante do tensor das tensões desviadoras (J_2), supõe que a tensão hidrostática e o terceiro invariante do tensor das tensões desviadoras (J_3), não influenciam o escoamento plástico do material. No entanto, quando se trata de materiais dúcteis, as premissas devem ser cuidadosamente avaliadas, visto que esses parâmetros definem o estado de tensão e possivelmente podem afetar o fluxo plástico do material (Bai e Wierzbicki, 2007). Por exemplo, sabe-se que o efeito do terceiro invariante (J_3) está relacionado ao formato da superfície de escoamento. (Bardet, 1990; Bai, 2008; Brünig *et al.*, 2013; De Sá *et al.*, 2015).

Nesse sentido, a geração e a disponibilidade de dados experimentais capazes de avaliar a robustez das formulações constitutivas, na previsão da fratura dúctil, também continuam sendo uma tarefa diária enfrentada por pesquisadores ao redor do mundo. A avaliação da fratura dúctil, por exemplo, sob estado de tensão compressivo ou até combinados, como compressão/cisalhamento ou tração/cisalhamento é um dos grandes desafios encontrados na área. Vários autores incorporaram recentemente a razão de triaxialidade e o terceiro invariante em formulações para descrever o comportamento mecânico de materiais e, assim, prever numericamente o momento exato da fratura. Nesse contexto, as seguintes contribuições são consideradas de grande relevância: Brünig (1999), Bai e Wierzbicki (2008), Bai (2008), Gao *et al.* (2009), Driemeier *et al.* (2010), Mirone e Corallo (2010), Gao e Roe (2010), Gao *et al.* (2011), Li *et al.* (2011), Malcher *et al.* (2012), Brünig *et al.* (2013) e De Sá *et al.* (2015).

Na literatura da área, é possível encontrar diversas propostas de trabalhos com o intuito de gerar dados experimentais para os mais diversos estados de tensão, como tração, compressão e cisalhantes, ou biaxiais nos quais é possível quantificar combinações de tração e de cisalhamento, ou mesmo estados de tensão triaxial ou multiaxial, como cisalhamento-tração-compressão. Por fim, importantes avanços nesse contexto podem ser verificados em Bao e Wierzbicki (2004), Teng e Wierzbicki (2006), Gao *et al.* (2011), Brünig *et al.* (2015), Roth e Mohr (2016).

O trabalho pioneiro de Richmond e Spitzing (1980) mostrou resultados dos efeitos da pressão no escoamento da liga de alumínio. Uma contribuição que incorpora a dependência do terceiro invariante do tensor tensão aos modelos constitutivos foi apresentada no trabalho de Bardet (1990). Wilson (2002) publicou, posteriormente, um estudo usando corpos de provas entalhados para uma liga de alumínio, submetidas a testes de tração, nos quais se confirma a importância dos efeitos da pressão. A incorporação de três invariantes (I_1, J_2, J_3) nos modelos constitutivos aplicados à fratura dúctil foi proposta por Brünig *et al.* (2000), sendo possível constatar que a componente hidrostática tem grande relevância na localização do início da fratura em materiais ferrosos. De acordo com a literatura técnica, uma falha externa de materiais pode ser causada pelos parâmetros de deformação plástica acumulada e pela razão de triaxialidade, o que foi confirmado na contribuição de Mirone *et al.* (2010). No trabalho de Driemeier *et al.* (2010) é possível encontrar uma aplicação experimental, que considera diferentes geometrias de corpos de prova, a fim de identificar o comportamento do material em diferentes estados de tensão, sendo o cisalhamento até a fratura o principal objetivo da aplicação experimental.

Um novo critério de falha foi proposto por Gao *et al.* (2011). Nesse trabalho, encontra-se uma reformulação da tensão equivalente definida como uma função do primeiro invariante do tensor tensão (I_1) e do segundo e terceiro invariante do tensor tensão desviador (J_2) e (J_3), respectivamente. Em Li *et al.* (2011) é feita uma análise do comportamento da deformação e dos mecanismos de fratura dúctil da liga de alumínio 6061 (T6) sob vários estados de tensão e deformação. O estudo aprofundou a compreensão da aplicabilidade e da confiabilidade dos critérios de falha na fratura em materiais dúcteis, assim como a previsão da ruptura e a estreita relação com a deformação plástica. Khan e Liu (2012) apresentaram uma contribuição importante para avaliar o estado de tensão de fratura da liga Al2024-T351, utilizando como critério de falha o segundo invariante do tensor tensão desviador. Para obter uma melhor correlação com os dados experimentais, um novo critério empírico de fratura foi proposto com base na relação entre a magnitude do vetor de tensão e a tensão hidrostática.

No trabalho de Malcher *et al.* (2012) foram avaliados três modelos constitutivos, os quais incluem os efeitos da razão de triaxialidade, que permitem descrever o comportamento de materiais dúcteis próximo ao ponto de fratura. Ghajar *et al.* (2012) mostraram uma avaliação da sensibilidade da razão de triaxialidade estudando o comportamento do aço de tubulação X100. Os resultados comprovaram que esses parâmetros apresentam desvios significativos na detecção de fraturas, especialmente em regiões críticas das amostras utilizadas na pesquisa. Em Zichil *et al.* (2016) foi apresentada a determinação da variação da razão de triaxialidade no aço de armadura 2P, usando vários tipos de amostras com diferentes raios de entalhe, permitindo realizar o mapeamento da influência da razão de triaxialidade na ruptura dúctil do material.

É possível encontrar nos trabalhos de Cavalheiro e Malcher (2017), uma aplicação do modelo de Gao incluindo o efeito do terceiro invariante no início da fratura, considerando vários estados de tensão. Wang e Qu (2018) fizeram uma análise da fratura dúctil pela teoria da força unificada estendida, realizando uma avaliação dos efeitos da tensão hidrostática, da tensão principal, da tensão de cisalhamento, e da tensão normal correspondente, atuando no mesmo plano em que ocorre fratura dúctil. Nesse estudo foram assumidos carregamentos monotônicos. Recentemente, Malcher *et al.* (2020) publicaram um trabalho contendo uma descrição experimental e numérica para a determinação dos efeitos da razão de triaxialidade do terceiro invariante do tensor tensão desviador, apresentando os resultados da aplicação a uma liga de alumínio AA6101-T4, em diferentes estados de tensão.

A reprodução dos diferentes estados de tensão tem estreita relação com a geometria dos corpos de prova. Nos últimos tempos, há uma intensa busca para melhorar essas formas geométricas de maneira que permitam aprimorar os estudos do comportamento mecânico de materiais, a partir da experimentação e simulação numérica em diversas condições de carregamento. Assim, vários pesquisadores vêm propondo geometrias para corpos de prova, de maneira a se reproduzir as mais diversas situações e os respectivos efeitos no estudo da fratura de materiais. No trabalho de Bai e Wierzbicki (2008), por exemplo, foi proposta uma geometria denominada “borboleta” que permite descrever estados biaxiais de tração e cisalhamento.

Outra forma de abordagem do comportamento de materiais dúcteis na fratura pode ser realizada incorporando os efeitos da deterioração do material por meio da descrição da lei de evolução do dano. Nesse sentido, os modelos baseados na Mecânica do Dano Contínuo (MDC) constituem uma interessante opção, pois consideram os efeitos da degradação dos materiais metálicos na formulação das variáveis internas do problema. Os trabalhos de Murakami e Ohno (1981) e de Krajcinovic e Fonseka (1981) consideraram o dano frágil e por desgaste na estrutura matemática dos modelos. Posteriormente, Chaboche (1984) fez uma contribuição similar aplicada a materiais anisotrópicos. Talvez, a contribuição mais relevante desse tipo de modelos foi realizada por Lemaitre (1985). Todos esses modelos apresentaram como base a suposição que o dano interno é iniciado a partir de micro trincas, podendo o dano interno ser representado por uma ou mais variáveis internas associadas.

Nas últimas décadas têm sido realizadas inúmeras pesquisas de caráter numérico e/ou experimental, abordando aspectos relacionados com modelos, nos quais a variável de dano é incorporada com a finalidade de melhorar a previsão do local da fratura. Do ponto de vista experimental, a melhoria dos equipamentos laboratoriais para ensaios de materiais, aliados a propostas de geometrias não convencionais, permitem fazer a descrição do comportamento mecânico em diferentes estados de tensão.

Bonora *et al.* (2005) realizaram um estudo teórico e experimental no qual foi validada a evolução do dano dúctil em uma liga A533B, submetida a várias condições de triaxialidade. Destarte, foi possível obter resultados bastante precisos na previsão da fratura em componentes estruturais. Nas propostas de Driemeier *et al.* (2015), Brünig *et al.* (2016), Gerke *et al.* (2017) e Yan e Zhao (2018) também foram realizados experimentos com corpos de prova retangulares, reproduzindo estados biaxiais. Outro trabalho de grande relevância, desenvolvido para materiais de comportamento bastante complexo, foi realizado por Haji

Aboutalebi *et al.* (2017), em que foram realizados ensaios experimentais para aço DIN 1623 St12.

Um avanço significativo pode ser encontrado em Farahani *et al.* (2018), em cujo trabalho foram publicados testes em espécimes com maior complexidade reproduzindo estados combinados de tração e cisalhamento no mesmo ensaio. Brünig *et al.* (2018) e Brünig *et al.* (2019) realizaram experimentos referentes a dano e fratura na faixa negativa de razão de triaxialidade, isto é, foi considerado o efeito da compressão como estado de tensão na avaliação do comportamento do material. Além disso, propostas de testes experimentais sob carga não proporcionais, em condições triaxiais, também foram abordadas na literatura, como no trabalho apresentado por Gerke *et al.* (2019).

A revisão da literatura técnica, publicada nos últimos tempos, leva à conclusão a necessidade de realizar mais estudos para identificar com precisão o ponto de início da fratura. Esse fenômeno depende da deformação plástica equivalente e dos campos de tensão em torno do ponto crítico, o que torna sua descrição altamente complexa. Por outro lado, é necessário realizar estudos experimentais e investigar materiais de diferentes naturezas e comportamentos mecânicos, a fim de verificar a influência de importantes parâmetros elastoplásticos na formulação dos modelos constitutivos.

Com base nas premissas anteriores, o presente trabalho realizou a avaliação da liga AISI 4340, um material amplamente utilizado na indústria *offshore*, especialmente em componentes para a extração de petróleo e de gás em águas profundas. Foi escolhida a liga normalizada e recozida devido à diferença de níveis de ductilidade, pois os modelos numéricos usados são aplicáveis a este tipo de materiais. Esta tese apresenta os resultados de testes experimentais para avaliar a influência da razão de triaxialidade e o terceiro invariante no nível de deformação plástica na fratura, bem como na determinação do local e do momento exato em que a fratura dúctil ocorre, por meio de modelos constitutivos elastoplásticos e baseados na Mecânica do Dano Contínuo. Para isso, foi realizada uma série de ensaios experimentais em amostras cilíndricas entalhadas e lisas, representando o comportamento do material na região de alta triaxialidade, bem como ensaios experimentais em amostras retangulares submetidas a cisalhamento puro e combinações tensão / cisalhamento descrevendo o comportamento do material na região de baixa triaxialidade. Além disso, foi proposta uma avaliação numérica dos experimentos, com base na teoria de von Mises, com

endurecimento isotrópico e utilizando um algoritmo implícito de integração, sendo também aplicado o modelo de Lemaitre para determinar o deslocamento na fratura.

Com a finalidade de melhorar a previsão de falha do material, foi proposta uma modificação da função denominador de dano, incorporando um indicador de fratura dúctil acoplado à etapa de pós-processamento do modelo de Gao para avaliar os resultados. Logo, foi apresentada uma análise para os corpos de prova retangulares para o material normalizado e recozido, considerando a faixa de baixa triaxialidade. Para as simulações computacionais foi usada uma ferramenta acadêmica de elementos finitos. A caracterização elástica e plástica do material foi feita com base em corpos de provas produzidos a partir da liga AISI 4340 recozida e normalizada. Desta maneira foram obtidas as propriedades usadas nas simulações numéricas.

1.3 Definições fundamentais

A seguir são apresentadas algumas definições importantes no contexto da pesquisa do comportamento de materiais. Inicialmente, são definidos os tensores utilizados ao longo do trabalho, assim como os parâmetros básicos que definem o estado de tensão. Também são definidas as faixas da razão de triaxialidade, nas quais é avaliado o comportamento mecânico do material. (Hosford, 2005; Malcher, 2012; Oliver e Agelet de Saracibar, 2016; De Sousa Neto *et al.*, 2008).

1.3.1 Tensões desviadoras e hidrostática

Na modelagem constitutiva, na maioria das ocasiões é necessário decompor o tensor tensão em duas partes, uma componente esférica ou volumétrica e outra desviadora, sendo representado da seguinte forma:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{S} + p\mathbf{I}, \quad (1.1)$$

na qual \mathbf{I} representa o tensor identidade de segunda ordem e p corresponde à tensão hidrostática, cuja definição é dada pelo traço do tensor tensão de Cauchy ($\boldsymbol{\sigma}$):

$$p = \frac{1}{3} \text{tr}(\boldsymbol{\sigma}) = \frac{1}{3} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3). \quad (1.2)$$

Em que $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ são as componentes principais do tensor tensão de Cauchy. A tensão hidrostática (p) é a componente relativa à parte volumétrica do tensor tensão de Cauchy, responsável por controlar o tamanho da superfície de escoamento (Bai e Wierzbicki, 2008).

Por outro lado, a componente desviadora \mathbf{S} do tensor tensão é definida como:

$$\mathbf{S} = \boldsymbol{\sigma} - p\mathbf{I} = \left[\mathbb{I} - \frac{1}{3}\mathbf{I} \otimes \mathbf{I} \right] : \boldsymbol{\sigma}. \quad (1.3)$$

Note-se que \mathbb{I} corresponde ao tensor identidade de quarta ordem. Por outro lado, o tensor das tensões volumétricas pode ser escrito como:

$$p\mathbf{I} = \frac{1}{3}\mathbf{I} \otimes \mathbf{I} : \boldsymbol{\sigma}. \quad (1.4)$$

1.3.2 Invariantes do tensor tensão e do tensor tensão desviador

A seguir são definidas algumas quantidades fundamentais no contexto desta pesquisa. Essas grandezas são denominadas invariantes do tensor que, por sua vez, são quantidades relacionadas aos tensores, as quais são independentes do sistema de coordenadas adotado (Holzapfel, 2000). Para representar os invariantes, são utilizadas as letras “ I ” e “ J ” para o tensor tensão de Cauchy e para o tensor tensão desviador, respectivamente. São utilizados subíndices, indicando se corresponde ao primeiro, segundo ou terceiro invariante. A seguir são definidos os invariantes do tensor tensão:

$$\begin{aligned} I_1 &= tr(\boldsymbol{\sigma}) \\ I_2 &= \frac{1}{2}[tr(\boldsymbol{\sigma})^2 - tr(\boldsymbol{\sigma}^2)] \quad . \\ I_3 &= det(\boldsymbol{\sigma}) \end{aligned} \quad (1.5)$$

Por outro lado, os invariantes do tensor tensão desviador são descritos pelas seguintes expressões:

$$\begin{aligned} J_2 &= \frac{1}{2}(\mathbf{S} : \mathbf{S}) \\ J_3 &= det(\mathbf{S}) \end{aligned} \quad (1.6)$$

Por definição, o tensor tensão desviador apresenta traço igual a zero, e, portanto, o primeiro invariante também é nulo.

1.3.3 Definição de parâmetros do estado de tensão

Nos problemas que abordam situações do comportamento elastoplástico de materiais, faz-se necessário descrever alguns parâmetros, amplamente usados na definição do estado de tensão de um ponto material. Vários trabalhos têm apresentado contribuições no sentido de provar a influência de parâmetros que descrevem aspectos mecânicos dos materiais. As pesquisas de Zadpoor *et al.*, (2009), Bai e Wierzbicki (2008), Bai (2008), Tvergaard (2008), Nahshon e Hutchinson (2008), Malcher (2012) e Malcher (2011) mostraram que a tensão hidrostática (p), a razão de triaxialidade (η) e o terceiro invariante do tensor desviador (J_3) são as variáveis que têm relação direta com o comportamento mecânico de materiais.

A razão de triaxialidade, η , é definida pelo quociente entre a tensão hidrostática, p , e a tensão equivalente, na qual, geralmente, é adotada a tensão equivalente de von Mises, $q = \sqrt{3J_2}$. Assim, a razão de triaxialidade é matematicamente definida pela equação:

$$\eta = \frac{I_1}{3\sqrt{3J_2}}. \quad (1.7)$$

Já o terceiro invariante normalizado é definido como sendo uma razão entre o terceiro invariante do tensor desviador e a tensão equivalente de Mises.

$$\xi = \frac{27}{2} \frac{J_3}{(3J_2)^{3/2}}, \quad (1.8)$$

em que ξ é denominado terceiro invariante normalizado do tensor desviador. Segundo Bai *et al.*, (2007), a razão de triaxialidade apresenta informação importante acerca do estado geral de tensão. Para entender os diferentes níveis de razão de triaxialidade, as seguintes faixas são apresentadas na Tabela 1.1.

Tabela 1.1: Níveis da razão de triaxialidade.

<i>Faixa de triaxialidade</i>	<i>Razão de triaxialidade</i> [η]
Triaxialidade negativa (predomina compressão)	$-1/3 \leq \eta < 0$
Baixa triaxialidade (predomina cisalhamento)	$0 \leq \eta < 1/3$
Alta triaxialidade (predomina tração)	$\eta \geq 1/3$

1.4 Objetivos

Diante do exposto, o principal objetivo deste trabalho é estudar o comportamento mecânico na fratura da liga AISI 4340 normalizada e recozida e, dessa forma, verificar a influência da razão de triaxialidade do terceiro invariante normalizado e da ductilidade no modo de fratura. Trata-se de uma pesquisa que envolve procedimentos experimentais e numéricos e, para alcançar o objetivo principal, os seguintes objetivos específicos foram estabelecidos:

i) realizar ensaios experimentais, para diferentes razões de triaxialidade e terceiro invariante normalizado, considerando corpos de prova cilíndricos e retangulares;

ii) analisar o desempenho do modelo constitutivo baseado no critério de von Mises na descrição do comportamento elastoplástico da liga AISI 4340, evidenciando a influência da razão de triaxialidade e do terceiro invariante na resposta do material;

iii) analisar numericamente o desempenho do modelo de Lemaitre na previsão do correto local da falha e deslocamento necessário para o início da fratura dúctil e observar a influência dos parâmetros do estado de tensão, bem como do nível de ductilidade na evolução da degradação do material;

iv) propor um indicador de dano capaz de descrever o início da fratura dúctil, tendo como base o terceiro invariante normalizado e o nível de ductilidade do material. Acoplar o indicador de fratura dúctil proposto, ao modelo baseado no critério de Gao, na etapa de pós-processamento. Avaliar a resposta do material quanto à força de reação, nível de deslocamento necessário para a fratura e localização da fratura dúctil.

1.5 Principais contribuições da Tese

As principais contribuições desta tese, considerando o atual estado da arte, podem ser destacadas a seguir:

a) Foi utilizada a liga AISI 4340 em duas condições de tratamento térmico. Tal material é considerado de alta resistência e existem poucos trabalhos de natureza experimental e numérica que estudem esse tipo de liga, devido ao comportamento complexo. A escolha do material nas condições de recozimento e normalizado tem como finalidade avaliar o desempenho dos modelos numéricos em materiais com diferentes níveis de ductilidade;

b) Este trabalho foi o primeiro a realizar ensaios monotônicos até o rompimento dos corpos de prova, utilizando o extensômetro, no Laboratório de Ensaios Mecânicos da Universidade de Brasília. Esse procedimento permitiu obter dados experimentais muito mais confiáveis e, dessa forma, utilizar uma curva de encruamento com maior precisão, permitindo fazer uma melhor descrição da região plástica dos materiais estudados;

c) Foi utilizado um método de identificação paramétrica para a obtenção dos parâmetros de endurecimento isotrópico, aproveitando as vantagens da técnica de elementos finitos e o método de busca multivariável baseado no gradiente. Nesse sentido, a curva de encruamento isotrópica obtida possui uma maior extensão, podendo ser aplicada para estados de tensão mais complexos;

d) O indicador de fratura proposto contém uma função denominador de dano que, incorpora o efeito do terceiro invariante normalizado e a deformação plástica equivalente/acumulada, o que permite regular a evolução da variável de dano e, desse modo, melhorar a previsão do início da fratura para materiais com diferentes níveis de ductilidade. Esse indicador pode ser acoplado a qualquer formulação constitutiva, dentro de sua etapa de pós-processamento.

1.6 Publicações de trabalhos relacionados à pesquisa

A seguir é mostrada uma lista dos trabalhos publicados em congressos e revistas e que estão diretamente relacionados ao tema desta tese.

1.6.1 Trabalhos publicados em revistas e congressos

- 1) MALCHER, L., MORALES, L. L. D., RODRIGUES, V. A. M., SILVA, V. R. M., ARAUJO, L. M., FERREIRA, G. V., NEVES, R. S. Experimental program and numerical assessment for determination of stress triaxiality and J3 effects on AA6101-T4. Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 2020. doi: <https://doi.org/10.1016/j.tafmec.2020.102476>.
- 2) MORALES, L. L. D., TRAJANO, A. N., MALCHER, L. Evaluation of stress triaxiality effects on the mechanical behavior of AISI 4340 alloy. CIBIM 2019. Cartagena. Colômbia. Atualidade da Engenharia Mecânica Iberoamericana.: División de Publicaciones UIS, Mecânica Computacional, Caderno E, 2019. v.1. p.18 – 23. ISBN 978-958-52438-6-6.
- 3) ARAÚJO, L. C. P., MORALES, L. L. D. Modelagem computacional de corpos de prova submetidos à tração usando ABAQUS. CIBIM 2019. Cartagena. Colômbia. Atualidade da

Engenharia Mecânica Iberoamericana: División de Publicaciones UIS, Mecânica Computacional, Caderno E, 2019. v.1. p. 92 - 96. ISBN 9789585243866.

- 4) MORALES, L. L. D., MALCHER, L., TRAJANO, A. N. Effect of the Stress Triaxiality on the Mechanical Behavior of Ductile Materials. The 13th World Congress in Computational Mechanics, New York. The 13th World Congress in Computational Mechanics, 2018. v. 1. p. 1-10
- 5) SILVA, M. M. M., MORALES, L. L. D., TRAJANO, A. N. Preliminary Studies in the Computational Modeling of a Safety Valve Used in the Offshore Industry. 24th ABCM International Congress of Mechanical Engineering – 24th COBEM. Curitiba. 2017. v. 1. p. 1-9.
- 6) TRAJANO, A. N., MORALES, L. L. D., MALCHER, L. Numerical Model of a Safety Device Applied in Offshore`s System. XXXVII Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering. Brasília. CILAMCE, 2016. v. 1. p. 1-11.
- 7) MALCHER, L., TRAJANO, A. N., MORALES, L. L. D. Modelagem Numérica de um Dispositivo de Segurança Utilizado em Sistemas Offshore. Revista Interdisciplinar De Pesquisa Em Engenharia, 2016. v. 2, p. 49-60.

1.6.2 Projetos de Graduação e Dissertações de Mestrado relacionados

- 1) RODRIGUES, V. A. M. Estudo do Comportamento Elastoplástico de Materiais Dúcteis: Experimentação e Modelagem 2018. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Mecânica). Universidade de Brasília.
- 2) TRAJANO, A. N. Estudo do Efeito da Tensão de Triaxialidade na Liga AISI 4340 Recozida e Normalizada. 2018. Dissertação (Mestrado em Ciências Mecânicas). Universidade de Brasília.
- 3) BURBA, L. T. Estudo Numérico e Experimental do Efeito da Tensão de Triaxialidade em Aço Aplicado à Indústria Naval. 2018. Dissertação (Mestrado em Ciências Mecânicas). Universidade de Brasília.
- 4) SILVA, V. R. M. Projeto e Fabricação de Corpos de Prova não Convencionais. 2017. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Mecânica). Universidade de Brasília

1.7 Estrutura do Trabalho

Esta tese é composta por cinco capítulos, sendo:

Capítulo 1: introduz-se a motivação e a seleção do material em estudo, bem como a revisão do estado da arte com relação à descrição do comportamento mecânico de materiais na fratura. Os objetivos gerais e específicos também são relatados e, por fim, são destacadas as principais contribuições para o estado da arte.

Capítulo 2: descreve-se a realização dos ensaios experimentais em corpos de prova cilíndricos e retangulares, fabricados da liga AISI 4340 normalizada e recozida. Implementação do modelo constitutivo baseado no critério de von Mises, análise do efeito da razão de triaxialidade e do terceiro invariante normalizado.

Capítulo 3: destaca-se a implementação do modelo de Lemaitre, a avaliação de seu desempenho na determinação do correto local da falha e deslocamento necessário para a fratura. Correlaciona-se a taxa de evolução do dano com as faixas de razão de triaxialidade e com o nível de ductilidade do material.

Capítulo 4: faz-se uma revisão e uma implementação do modelo de Gao e a proposição de um novo indicador de fratura capaz de melhor descrever a falha do material. Avalia-se novamente a resposta do material quanto à força de reação, nível de deslocamento para a fratura e local da fratura dúctil.

Capítulo 5: apresentam-se as conclusões gerais que foram observadas no desenvolvimento deste trabalho e a proposição de etapas futuras para o enriquecimento desta pesquisa de doutorado.

2 COMPORTAMENTO ELASTOPLÁSTICO, CONSIDERANDO DIFERENTES ESTADOS DE TENSÃO: EXPERIMENTAÇÃO E MODELAGEM

Neste capítulo, apresenta-se um conjunto de ensaios experimentais para corpos de prova cilíndricos e retangulares, considerando diferentes tipos de carregamentos monotônicos como: tração pura, cisalhamento puro e tração/cisalhamento combinados. Os resultados experimentais foram comparados aos resultados numéricos obtidos a partir do modelo constitutivo baseado no critério de von Mises, com endurecimento isotrópico não linear. Tal modelo constitutivo foi escolhido para evidenciar a influência de parâmetros importantes no estado de tensão do material, como a razão de triaxialidade, o terceiro invariante normalizado e a ductilidade do material. Por meio desses resultados, podem-se avaliar os possíveis erros de projeto, dado o emprego do critério de Mises em condições predominantemente cisalhantes (ver caso do *riser* fixo, Capítulo 1).

2.1 Introdução

O modelo baseado no critério de von Mises é considerado um clássico no estudo do comportamento elastoplástico de materiais dúcteis. O critério é baseado na máxima energia de distorção (von Mises, 1913), que pode ser matematicamente representada pelo efeito do segundo invariante do tensor das tensões desviadoras. Esse modelo prevê o início do escoamento plástico de um material dúctil, quando este atinge um valor crítico de referência, proporcional ao valor do segundo invariante, J_2 .

Nesse sentido, para se avaliar o desempenho do modelo de von Mises na descrição do comportamento mecânico da liga AISI 4340 (normalizada e recozida), fez-se necessário projetar corpos de provas cilíndricos e retangulares. Ao total, foram fabricados 15 corpos de prova (CPs), com geometrias diferentes e submetidos a ensaios em laboratório sob diferentes condições de carregamento. A partir da resposta do material, foram obtidas as suas propriedades mecânicas, avaliados os níveis de força necessários até a fratura, bem como o nível de deslocamento e de deformação plástica na fratura. As propriedades mecânicas, como a curva de endurecimento isotrópico, foram obtidas com base em dois pontos clássicos de calibração: tração pura e cisalhamento puro. Por fim, o modelo de von Mises foi avaliado, tendo como referência as propriedades dois pontos de calibração.

Um importante aspecto na escolha do modelo de von Mises, na etapa inicial desta tese, foi o fato do mesmo ser insensível à tensão hidrostática e independente do efeito do terceiro

invariante normalizado (ver Bai, 2008; Malcher *et al.*, 2012). A partir de então, é possível evidenciar a influência desses dois parâmetros no comportamento mecânico da liga AISI 4340.

2.2 Propriedades do material

Como discutido anteriormente, para este estudo, foi utilizada a liga AISI 4340 normalizada e recozida, material largamente usado pela indústria *offshore* devido a sua alta resistência mecânica (ver Kupka, 2009). O material foi adquirido em barras, de diâmetro $1\frac{1}{8}$ polegada (28.57 mm), em um total de 6 barras de 1000 mm, para cada tipo de tratamento térmico (normalização e recozimento), os quais foram realizados pelo próprio fornecedor. Este material é um aço liga com cromo e molibdênio, e apresenta boa resistência mecânica, usinabilidade média, baixa soldabilidade e alta temperabilidade.

Além disso, o material é classificado como um aço de baixa liga e médio carbono, apresentando alta tenacidade, alta resistência quando tratado termicamente e alta resistência à fadiga, segundo a descrição realizada por Saeidi e Ekrami (2009). Trata-se de um material facilmente usinável nas condições: recozido, normalizado e revenido, apresentando boa ductilidade quando submetido a recozimento. A maioria das operações de conformação pode ser executada nessa condição, podendo ser dobrado, repuxado ou estampado, apropriado para operações de solda por fusão ou por resistência (Costa, 2013; Hosford, 2007).

Através da Tabela 2.1, pode-se observar a composição química da liga AISI 4340. As propriedades foram informadas pela empresa fornecedora, mediante certificado de qualidade.

Tabela 2.1: Composição da liga AISI 4340 (Fonte: dados informados pelo fornecedor).

<i>Elementos químicos constituintes (%)</i>							
C	Mn	Si	P	Cr	Mo	Ni	Cu
0,42	0,67	0,2	0,01	0,76	0,23	1,71	0,06

2.3 Característica dos corpos de prova

Os corpos de prova cilíndricos foram projetados de maneira a gerar uma razão de triaxialidade inicial na região crítica, de 0,33, 0,50, 0,60 e 0,70, portanto trata-se da região de alto nível de razão de triaxialidade (Bao, 2003), sendo a seção transversal cilíndrica maciça. Os corpos de prova cilíndricos lisos e entalhados foram projetados para um comprimento total de 128 mm e 120 mm, respectivamente, bem como um comprimento útil de 40 mm. A relação

entre o raio do entalhe e a razão de triaxialidade inicial foi obtida de acordo com a equação proposta por Bridgman (1952).

A Equação 2.1 mostra a relação matemática entre o raio do entalhe (R), a razão de triaxialidade (η) e o raio da seção central do corpo de prova (a).

$$\eta = \frac{1}{3} + \ln \left(1 + \frac{a}{2R} \right) \quad (2.1)$$

A geometria da região crítica e as características das dimensões dos corpos de prova estão ilustradas na Figura 2.1:

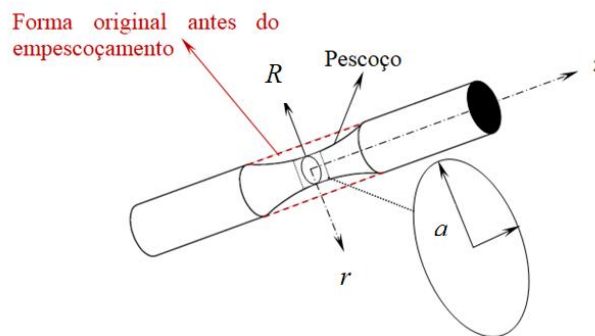


Figura 2.1: Representação geométrica da região crítica do CP cilíndrico.

Para estudar o comportamento do material na região de baixa triaxialidade foram projetados e construídos CPs retangulares para diferentes geometrias, de acordo com o estado de tensão de interesse. Para avaliar o comportamento em cisalhamento puro foram fabricados corpos de prova utilizando a geometria proposta por Driemeier *et al.* (2010), que permite obter respostas para um nível de razão de triaxialidade igual a zero na região crítica. Já para os casos em que há presença de tensões combinadas, foram projetados e construídos corpos de prova propostos por Yan e Zhao (2018). Uma representação esquemática da distribuição de forças consideradas neste estudo é mostrada na Figura 2.2. Os CPs projetados para avaliar o comportamento mecânico, considerando estados combinados de tensão, utilizam um ângulo α formado entre o plano normal à força aplicada pela máquina de ensaio e o plano que contém a seção longitudinal da região crítica de ensaio do corpo de prova (Yan e Zhao, 2018). A obtenção dos valores para a razão de triaxialidade inicial, para os CPs retangulares, foi calculada a partir da definição, a qual relaciona a tensão hidrostática e a tensão equivalente de von Mises. Dessa maneira, por meio do estudo das geometrias cilíndricas e retangulares, é possível avaliar o comportamento elastoplástico do material nas faixas de baixa e de alta triaxialidade. A forma final dos corpos de prova produzidos para as geometrias avaliadas é mostrada na Figura 2.3.

A Tabela 2.2 apresenta os dados da razão de triaxialidade inicial para todos os CPs considerados, assim como a relação com o raio de entalhe para os CPs cilíndricos e os diferentes ângulos (α), nos CPs retangulares.

Tabela 2.2: Dados iniciais dos corpos de prova utilizados.

<i>Tipo de CP</i>		<i>Raio do entalhe</i> [mm] ou [α]	<i>Razão de triaxialidade</i> [η]	<i>Terceiro invariante normalizado</i> [ξ]
Retangulares	Cisalhamento	0°	0	0
	Combinado 15°	15°	0,05	0,22
	Combinado 30°	30°	0,10	0,43
	Combinado 45°	45°	0,17	0,69
	Combinado 60°	60°	0,24	0,89
Cilíndricos	Liso	-	0,33	1
	Entalhados	10 mm	0,50	1
		6 mm	0,60	1
		4 mm	0,70	1

As geometrias dos CPs cilíndricos fabricados seguem as dimensões apresentadas nos desenhos da Figura 2.4:

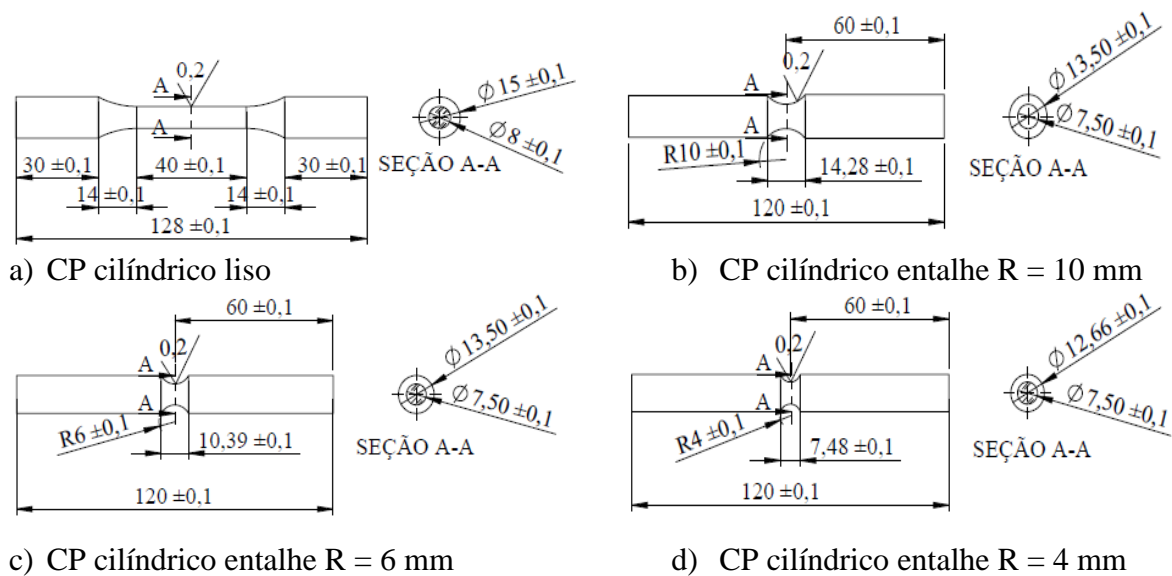


Figura 2.4: Geometrias dos corpos de prova cilíndricos.

As formas geométricas para os CPs retangulares utilizados neste trabalho são mostrados na Figura 2.5:

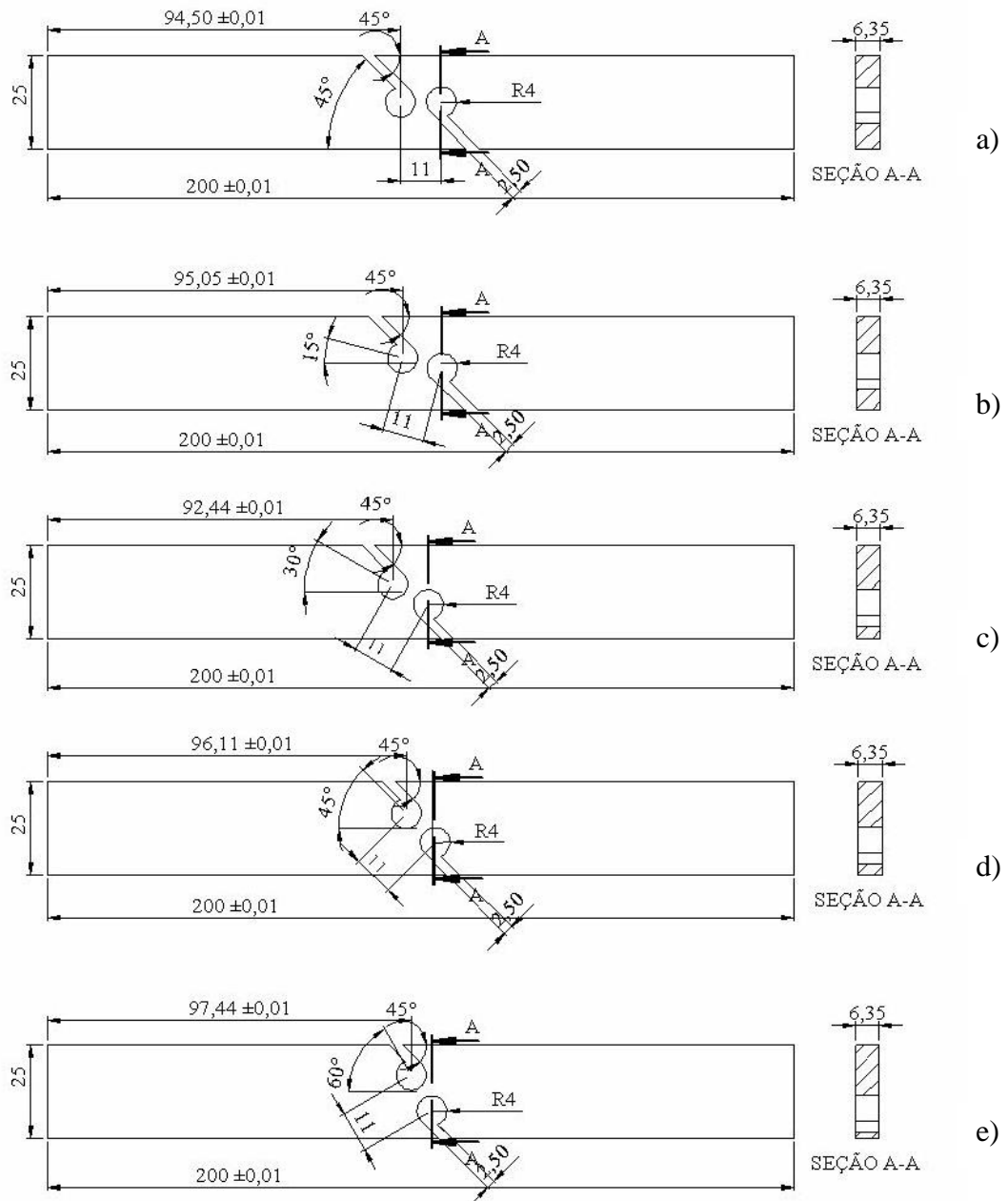


Figura 2.5: Geometrias dos corpos de prova retangulares. a) Cisalhamento puro. b) Combinado 15°. c) Combinado 30°. d) Combinado 45°. e) Combinado 60°.

2.4 Descrição do procedimento experimental e dados coletados

A seguir são mostrados e analisados os resultados experimentais e numéricos obtidos para o material AISI 4340 normalizado e recozido. Para os resultados experimentais serão descritos os procedimentos adotados nos ensaios e as curvas de força *versus* deslocamento obtido para cada condição ensaiada. Quanto à parte numérica, realizou-se uma comparação entre as curvas de reação numérica e experimental, uma análise do nível de deformação

plástica acumulada na fratura e a relação entre a deformação plástica equivalente e o nível de razão de triaxialidade. No final desta seção é mostrada uma curva que descreve o nível de deformação plástica na fratura, a qual depende do nível inicial de razão de triaxialidade dos materiais estudados.

Esta etapa da pesquisa foi iniciada com a realização de ensaios experimentais para corpos de prova cilíndricos lisos e entalhados, sendo estes espécimes submetidos a ensaios monotônicos para carregamentos trativos. Também foram confeccionados e ensaiados CPs retangulares para diferentes estados de tensão, a fim de avaliar o comportamento em cisalhamento puro e o comportamento em estado combinado de tensão. Como mencionado anteriormente, os CPs foram fabricados do material AISI 4340 nas condições de tratamento térmico normalizado e recozido.

Os ensaios realizados nos corpos de prova cilíndricos foram feitos sob controle de deformação, utilizando um extensômetro com comprimento útil de 25 mm. Já o ensaio realizado para os corpos de prova retangulares utilizou controle de deslocamento, devido à limitação no comprimento de trabalho do extensômetro. Todos os ensaios foram conduzidos à temperatura ambiente com velocidade do atuador da máquina de 2 mm/min, sendo a carga aplicada axialmente ao corpo de prova até a ruptura, conforme as indicações da norma ASTM E-8M-08. Todos os ensaios experimentais foram realizados no equipamento de ensaio universal MTS-810 com capacidade máxima de 100 kN, pertencente ao Laboratório de Ensaios Mecânicos da Universidade de Brasília. A Figura 2.6 ilustra o controle de deformação feito durante o ensaio monotônico em um CP cilíndrico liso e outro com entalhe, assim como o ensaio feito para o CP retangular até a fratura.

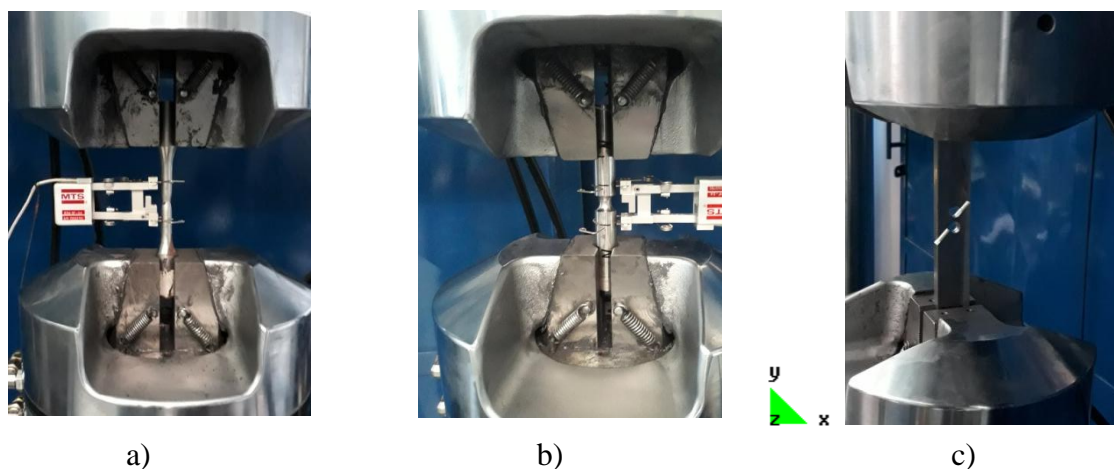


Figura 2.6: a) Ensaio do CP cilíndrico liso com controle de deformação. b) Ensaio do CP cilíndrico entalhado com controle de deformação. c) Ensaio do CP retangular sob controle de deslocamento.

2.5 Dados experimentais coletados

Após a execução dos ensaios experimentais realizados para os materiais AISI 4340 normalizado e recozido, as curvas de força *versus* deslocamento foram obtidas e podem ser observadas nas Figuras 2.7, 2.8, 2.9, 2.10, 2.11 e 2.12.

Observando a Figura 2.7 é possível perceber que o CP liso apresentou a menor força de resposta no ensaio e o maior deslocamento na fratura.

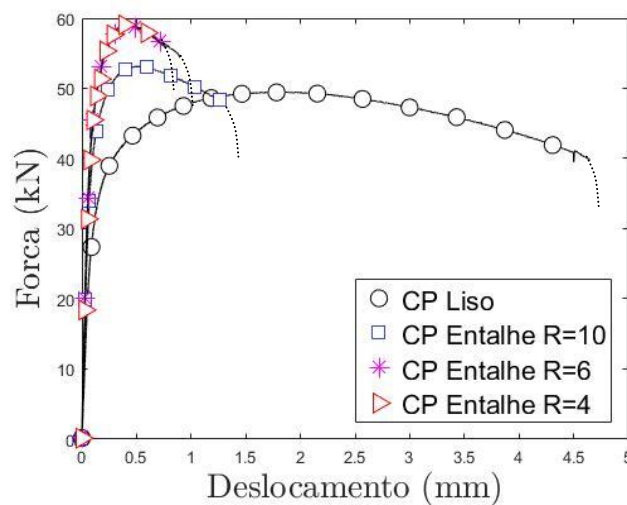


Figura 2.7: Curvas de reação para os CPs cilíndricos - AISI 4340 normalizado.

Em contrapartida o CP com entalhe de 4 mm forneceu a maior força de resposta e o menor deslocamento na fratura, no caso do material normalizado.

Nas Figura 2.8, e 2.9, é possível apreciar o comportamento da reação para os CPs normalizados em cisalhamento puro e no estado combinado, para inclinação do carregamento a 30°. O CP para cisalhamento puro apresentou força de resposta menor quando comparado ao CP para o estado combinado e os valores do deslocamento na fratura foram superiores para o caso do CP em cisalhamento puro.

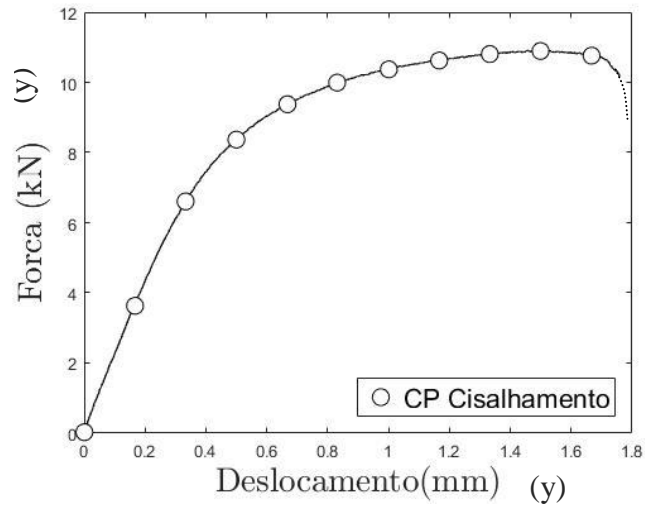


Figura 2.8: Curva de reação para o CP retangular - AISI 4340 normalizado.

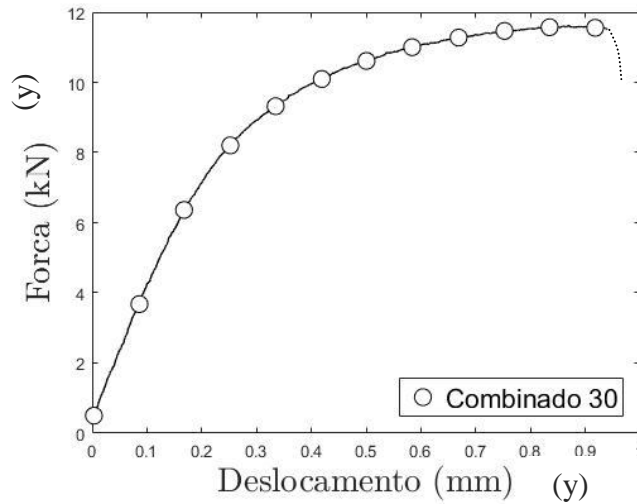


Figura 2.9: Curva de reação para o CP de carregamento combinado com $\alpha = 30^\circ$ - AISI 4340 normalizado.

No caso do material AISI 4340 recozido, os valores das forças de respostas e deslocamento na fratura apresentaram uma tendência similar aos casos do material AISI 4340 normalizado, quando observados os CPs cilíndrico liso e entalhados, como pode ser visto na Figura 2.10.

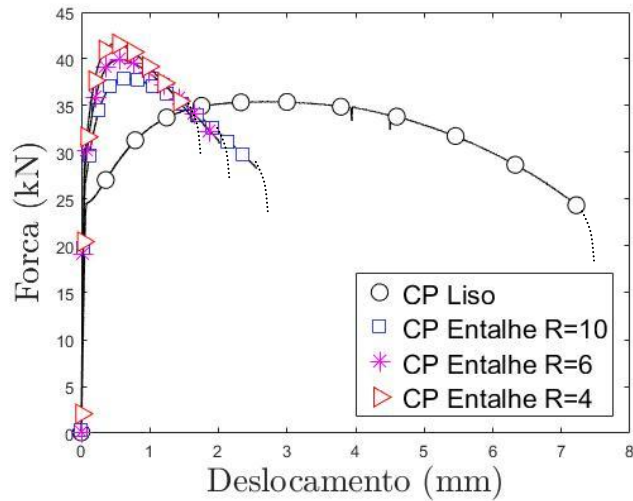


Figura 2.10: Curvas de reação para os CPs cilíndricos - AISI 4340 recozido.

O nível de força e deslocamento na fratura para o CP de cisalhamento puro para o material AISI 4340 recozido pode ser observado na Figura 2.11.

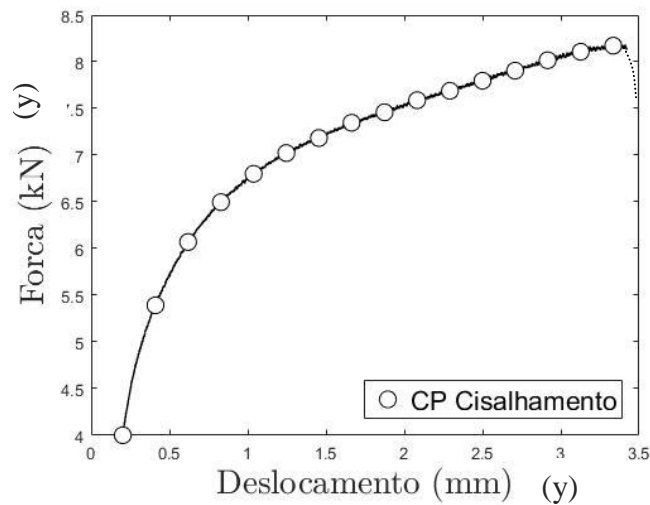


Figura 2.11: Curva de reação para o CP retangular - AISI 4340 recozido.

Para o caso do material recozido, o CP que apresentou maior força de resposta foi o combinado 60°, sendo que o mesmo também teve o menor deslocamento na fratura, o que pode ser verificado na Figura 2.12.

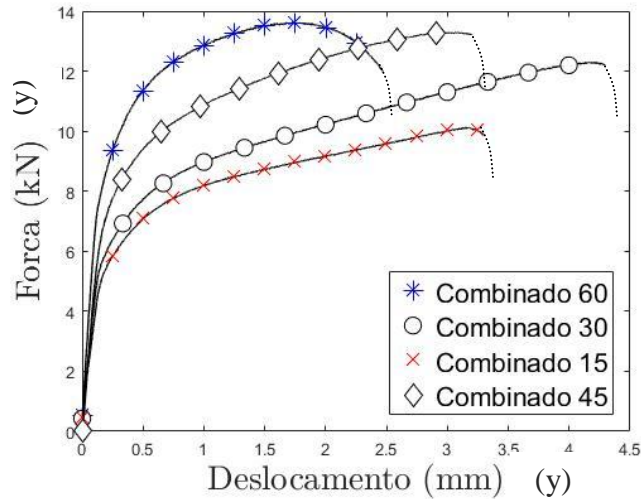


Figura 2.12: Curva de força *versus* deslocamento para os CPs de carregamento combinado com $\alpha = 15^{\circ}$, $\alpha = 30^{\circ}$, $\alpha = 45^{\circ}$ e $\alpha = 60^{\circ}$ - AISI 4340 recozido.

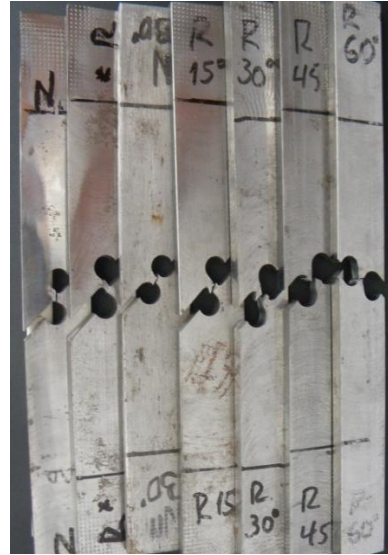
Com o intuito de facilitar a visualização dos resultados, mostra-se a seguir um resumo do deslocamento na fratura para todos os CPs testados. Os valores estão descritos na Tabela 2.3.

Tabela 2.3: Níveis de deslocamento na fratura experimentalmente observados.

Tipo de CP		Razão de triaxialidade $[\eta]$	Terceiro invariante normalizado $[\xi]$	Deslocamento na fratura [mm] (u_f)	
				normalizado	recozido
Retangulares	0°	0	0	1,71	3,43
	15°	0,05	0,22	*	3,30
	30°	0,10	0,43	0,94	4,30
	45°	0,17	0,69	*	3,20
	60°	0,24	0,89	*	2,47
Cilíndricos	Liso	0,33	1	4,64	7,30
	R=10 mm	0,50	1	1,32	2,54
	R= 6 mm	0,60	1	0,88	2,00
	R= 4 mm	0,70	1	0,76	1,62

*CPs não testados

Observando a tabela acima, é possível perceber que o material AISI 4340 recozido apresentou valores superiores de deslocamento na fratura em todos os CPs ensaiados, portanto houve maiores níveis de deformação plástica, isto é, um indicativo que o material recozido apresenta maior grau de ductilidade quando comparado ao material normalizado. Na Figura 2.13 são mostrados os CPs dos dois materiais e as diferentes geometrias após o rompimento.



a) CPs cilíndricos após a fratura b) CPs retangulares após fratura

Figura 2.13: Aspecto dos corpos de prova após a fratura.

2.6 Calibração dos parâmetros elastoplásticos

No processo de calibração, utilizaram-se dois estados de tensão para a obtenção dos parâmetros do material. No primeiro processo, adotou-se o ensaio de tração sobre o corpo de prova cilíndrico liso, com razão de triaxialidade inicial de 0,33. Já no segundo processo, assumiu-se o ensaio de cisalhamento sobre o corpo de prova retangular, com razão de triaxialidade inicial igual a zero. O primeiro ponto de calibração é localizado na região de alta razão de triaxialidade e o segundo ponto de calibração na região de baixa razão de triaxialidade, como observado na Figura 2.14:

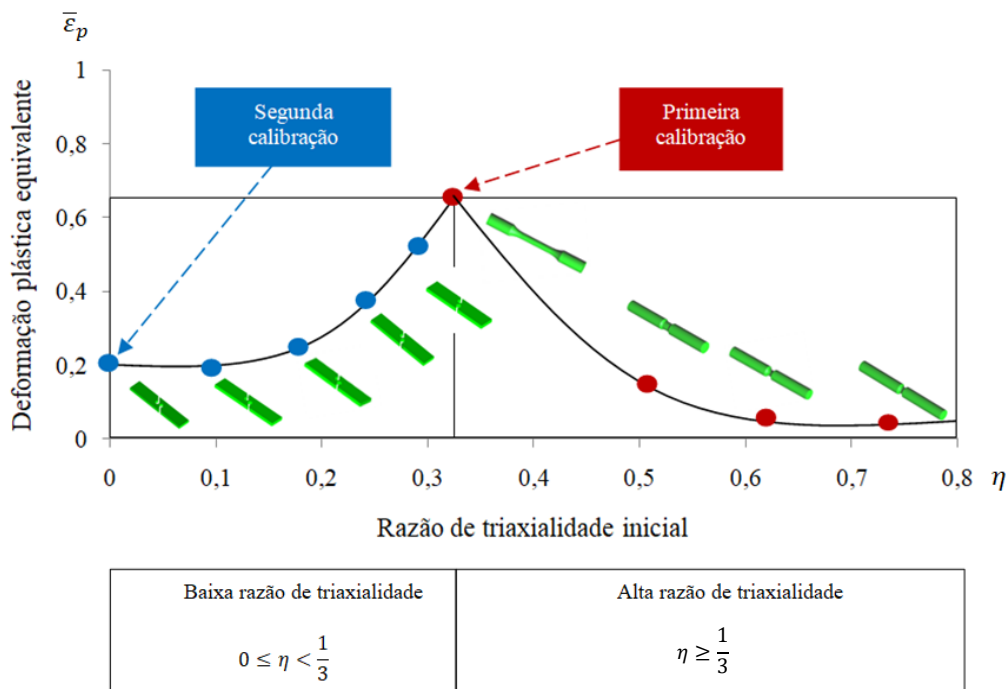


Figura 2.14: Representação esquemática dos pontos de calibração e as geometrias dos CPs.

Para a determinação dos parâmetros de endurecimento isotrópico dos materiais, foi utilizado o método inverso de identificação paramétrica (Machado, 2019). Esse método leva em consideração a curva de reação obtida experimentalmente para cada condição de calibração, sendo utilizada a técnica dos elementos finitos para obter a curva otimizada, por meio do método de busca multivariável baseado no gradiente (Machado e Malcher, 2019). Utiliza-se a equação de Kleinermann e Ponthot (2003) que considera a descrição da curva de endurecimento isotrópico do material, através de quatro parâmetros, cuja dependência é mostrada na expressão matemática da Equação 2.2:

$$\sigma_y = \sigma_{y0} + \zeta \bar{\epsilon}^p + (\sigma_\infty - \sigma_{y0})(1 - e^{-\delta \bar{\epsilon}^p}), \quad (2.2)$$

em que σ_y representa o limite de escoamento do material, σ_{y0} corresponde ao limite de escoamento inicial, $\bar{\epsilon}^p$ é a deformação plástica equivalente, e o conjunto $(\zeta, \sigma_\infty, \delta)$ representam parâmetros de ajuste da curva. Nas Tabelas 2.4 e 2.5 são apresentados os parâmetros elásticos e plásticos para o material utilizado nas calibrações de tração e cisalhamento. É importante destacar que o coeficiente de Poisson foi assumido da literatura e é igual a 0,30.

Tabela 2.4: Parâmetros elásticos - AISI 4340 normalizado e recozido.

<i>Descrição</i>	<i>Símbolo</i>	<i>Valores</i>	
		<i>Normalizado</i>	<i>Recozido</i>
Módulo de elasticidade	E [MPa]	199960	206880
Coefficiente de Poisson	ν	0,30	0,30
Limite de escoamento inicial	σ_{y0} [MPa]	652	463

Tabela 2.5: Parâmetros plásticos - AISI 4340 normalizado e recozido.

<i>Descrição</i>	<i>Símbolo</i>	<i>Valores</i>	
		<i>Normalizado</i>	<i>Recozido</i>
Limite de escoamento inicial	σ_{y0} [MPa]	652	463
Primeiro parâmetro de calibração	ζ [MPa]	439,5	401,3
Segundo parâmetro de calibração	σ_{∞} [MPa]	1048	774,8
Expoente de calibração	δ	47,6	23,8
Deformação plástica na fratura	$\bar{\epsilon}^p_f$	0,67	1,20

2.7 Modelo constitutivo baseado no critério de von Mises

De acordo com os estudos apresentados por von Mises, o escoamento plástico se inicia quando o segundo invariante do tensor de tensões desviadoras (J_2) alcança um valor crítico. Esta condição pode ser perfeitamente estabelecida como segue:

$$J_2 = R(\varrho), \quad (2.3)$$

sendo que R é um valor crítico estipulado a priori e que depende da variável interna do endurecimento do material α , neste caso a deformação plástica equivalente é a variável interna associada ao endurecimento isotrópico, portanto $\varrho = \bar{\epsilon}^p$.

O comportamento do material é considerado linear-elástico. A energia de deformação elástica armazenada em um estado genérico qualquer de tensão pode ser decomposta como segue:

$$\Psi^e = \Psi_v^e + \Psi_d^e. \quad (2.4)$$

A expressão acima apresenta as contribuições de volumétrica e de distorção, sendo definidas da seguinte forma:

$$\bar{\rho}\Psi_v^e = \frac{1}{K}p^2. \quad (2.5)$$

$$\bar{\rho}\Psi_d^e = \frac{1}{2G} \mathbf{S} : \mathbf{S} = \frac{1}{G} J_2, \quad (2.6)$$

sendo $G = E/2(1 + \nu)$ o módulo de elasticidade ao cisalhamento e $K = E/3(1 - 2\nu)$ é o módulo de elasticidade volumétrico. As constantes E e ν correspondem ao módulo de elasticidade de Young e o coeficiente de Poisson, respectivamente.

O escoamento de um material é definido a partir do momento em que as propriedades elásticas são superadas, em que o corpo de prova (componente material) perde sua capacidade elástica de retornar ao seu estado anterior e características permanentes são visíveis no material, como, por exemplo, alongamento e/ou início de pequenas fraturas. A capacidade máxima à qual um material pode ser submetido até entrar no regime plástico depende do estado de tensão e pode ser descrito matematicamente. A partir das Equações (1.1), (1.2) e (1.3) apresentadas no Capítulo 1, é possível escrever:

$$\mathbf{S} = \boldsymbol{\sigma} - p\mathbf{I} = \left[\mathbb{I}^4 - \frac{1}{3} \mathbf{I} \otimes \mathbf{I} \right] : \boldsymbol{\sigma} = \mathbb{I}^d : \boldsymbol{\sigma}, \quad (2.7)$$

na qual \mathbb{I}^4 e \mathbb{I}^d representam, respectivamente, o tensor identidade de quarta ordem e o tensor identidade de quarta ordem desviador. Observando a expressão acima, é possível notar que a parte volumétrica do tensor tensão não é considerada.

A tensão equivalente, proposta por von Mises, tem por objetivo comparar a magnitude do estado de tensão com o limite de escoamento, podendo ser escrita da seguinte forma:

$$q = \sqrt{3J_2(\mathbf{S})} = \sqrt{\frac{3}{2} \mathbf{S} : \mathbf{S}}, \quad (2.8)$$

Em que J_2 corresponde ao segundo invariante do tensor tensão desviador (\mathbf{S}).

A função de escoamento é estabelecida a partir da comparação entre a tensão de equivalente de von Mises e a lei de endurecimento do material. A representação matemática da função de escoamento é dada por:

$$\phi(\boldsymbol{\sigma}) = q - \sigma_{y_0} - H(\bar{\epsilon}^p) \bar{\epsilon}^p, \quad (2.9)$$

na qual σ_{y_0} corresponde à tensão de escoamento inicial do material; a deformação plástica equivalente corresponde a $\bar{\epsilon}^p$ e o módulo de endurecimento isotrópico, neste caso, é uma

função da deformação plástica equivalente, sendo representado por $H(\bar{\epsilon}^p)$. A deformação plástica equivalente pode ser definida de acordo com a proposta de Prandtl e Hill, na forma:

$$\bar{\epsilon}^p = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\epsilon}^p : \dot{\epsilon}^p}. \quad (2.10)$$

A taxa de crescimento da deformação plástica ($\dot{\epsilon}^p$) é um tensor normal à superfície de escoamento, segundo o princípio da normalidade, e sua definição matemática é dada da seguinte forma:

$$\dot{\epsilon}^p = \dot{\gamma} \mathbf{N}, \quad (2.11)$$

sendo $\dot{\gamma}$ correspondente ao multiplicador plástico. Após o estabelecimento da função de escoamento, é necessário obter o vetor de fluxo plástico (\mathbf{N}). Este vetor, considerando a teoria de plasticidade associativa, é definido por:

$$\mathbf{N} \equiv \frac{\partial \phi}{\partial \boldsymbol{\sigma}}. \quad (2.12)$$

Sendo que a função de escoamento (ϕ) foi definida matematicamente na Equação 2.9, assim, considerando essa expressão, obtém-se:

$$\mathbf{N} = \frac{3 \mathbf{S}}{2 q}. \quad (2.13)$$

Nos modelos constitutivos são impostas condições para validar a evolução de algumas variáveis. Esse conjunto de restrições é denominado como regra de complementariedade. A primeira condição é que tensões atuantes devem estar dentro do regime elástico, isso implica que a função de escoamento deve estar dentro do domínio elástico ou no limite de escoamento. Dessa forma:

$$\phi \leq 0. \quad (2.14)$$

Se $\phi = 0$ a tensão atuante se encontra no limite de escoamento, dessa forma a deformação plástica evolui e $\dot{\gamma} = 0$. Quando a função de escoamento é menor que zero, a tensão atuante se encontra dentro do regime elástico caracterizando a deformação plástica como nula ($\dot{\gamma} = 0$). De modo similar, deve ser estabelecida a evolução da deformação plástica, da seguinte forma:

$$\dot{\gamma} \geq 0. \quad (2.15)$$

Em geral, a condição de carga e descarga é satisfeita como segue:

$$\dot{\gamma} \geq 0, \quad \phi \leq 0, \quad \dot{\gamma} \phi = 0 \quad (2.16)$$

Na definição da tensão equivalente de von Mises, os efeitos da tensão hidrostática e o terceiro invariante normalizado são negligenciados. Mesmo com essa limitação, o modelo de

von Mises ainda é amplamente usado na verificação do comportamento elastoplástico de diversos materiais, por apresentar uma formulação simplificada para problemas de plasticidade clássica (Bai, 2008). Para uma melhor visualização do modelo apresentado, é mostrado o Quadro 2.1 contendo o resumo de seu equacionamento.

Quadro 2.1: Modelo baseado no critério de von Mises com endurecimento isotrópico

i) Decomposição aditiva do tensor de deformação	$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^p$	
ii) Lei elástica	$\boldsymbol{\sigma} = \mathbb{D}^e : \boldsymbol{\varepsilon}^e$	
iii) Função de escoamento	$\phi = q - \sigma_{y_0} - H(\bar{\varepsilon}^p)\bar{\varepsilon}^p$	
Sendo $q = \sqrt{3J_2(\boldsymbol{S})}$		
iv) Lei de Fluxo Plástico e Evolução da deformação plástica equivalente	$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = \dot{\gamma} \boldsymbol{N} = \dot{\gamma} \frac{3}{2q} \boldsymbol{S}$	
Onde:		
$\boldsymbol{N} = \frac{3}{2q} \boldsymbol{S}$		
$\dot{\bar{\varepsilon}}^p = \dot{\gamma}$		
v) Regra de carga e descarga	$\dot{\gamma} \geq 0,$	$\phi \leq 0,$
		$\dot{\gamma} \phi = 0$

2.8 Estratégia numérica

O modelo de von Mises é integrado através de uma estratégia implícita de Euler (Simo & Hughes, 1998). É utilizada a metodologia de decomposição do operador, na qual se divide o problema em duas partes: a) estado tentativa, em que se considera que o incremento de deformação aplicado, como sendo completamente elástico, e b) corretor plástico, no qual se corrige o estado tentativa, caso a hipótese não seja verdadeira. Para a resolução do corretor plástico, um sistema de equações não lineares é solucionado, por meio do método de Newton-Raphson. O modelo é então agregado a uma ferramenta acadêmica de elementos finitos, denominada de Hyplas, sendo utilizado o algoritmo de transformação para grandes deformações proposto por De Sousa Neto *et al.* (2008).

2.8.1 Algoritmo de atualização das tensões e variáveis internas

Para entender a metodologia de decomposição do operador, faz-se necessário estabelecer uma sequência de passos, a qual é descrita a seguir. Dado que é conhecido o valor de todas as variáveis internas do problema no pseudo-tempo t_n e dado um novo incremento de deformação ($\Delta\boldsymbol{\varepsilon}$), assume-se que esse incremento de deformação seja completamente elástico e, assim, o chamado estado tentativa é calculado para o pseudo-tempo t_{n+1} .

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{eT} &= \boldsymbol{\varepsilon}_n^e + \Delta\boldsymbol{\varepsilon} \\ \boldsymbol{\sigma}_{n+1}^T &= \mathbb{D} : \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{eT} & \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{pT} &= \boldsymbol{\varepsilon}_n^p \\ \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}^{pT} &= \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_n^p & \sigma_y &= \sigma_y(\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_n^p) \end{aligned} \quad , \quad (2.17)$$

em que $\boldsymbol{\sigma}_{n+1}^T$ se refere ao tensor das tensões tentativa; $\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{pT}$ representa o tensor das deformações plásticas tentativa; $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}^{pT}$ é a deformação plástica equivalente tentativa; e σ_y corresponde ao limite de escoamento do material.

Cabe destacar dois aspectos em relação às variáveis descritas acima. Primeiro, a deformação plástica equivalente tentativa ($\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}^{pT}$) para esse caso representa a variável interna do problema, associada ao endurecimento isotrópico e, segundo, o limite de escoamento passa a ser uma função da variável interna, $\sigma_y(\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_n^p)$.

O tensor das tensões tentativas pode ser decomposto em uma componente desviadora e outra hidrostática, sendo escrito da seguinte forma:

$$\boldsymbol{S}_{n+1}^T = 2G \boldsymbol{\varepsilon}_{d_{n+1}}^{eT} \quad , \quad (2.18)$$

$$p_{n+1}^T = 2K \varepsilon_{v_{n+1}}^{eT}$$

em que \boldsymbol{S}_{n+1}^T corresponde à componente desviadora tentativa do tensor das tensões; p_{n+1}^T é a componente hidrostática tentativa do tensor das tensões; G e K são o módulo de elasticidade ao cisalhamento e o módulo de elasticidade volumétrico, respectivamente. O tensor da

deformação elástica tentativa desviadora é representado por $\boldsymbol{\varepsilon}_{d_{n+1}}^{eT}$, no entanto o tensor da deformação elástica tentativa volumétrica corresponde a $\boldsymbol{\varepsilon}_{v_{n+1}}^{eT}$.

A seguir, deve ser verificado se o estado tentativa descrito anteriormente pertence ao domínio elástico proposto. Para isso, é necessário estabelecer a função do escoamento do material da seguinte forma:

$$\phi^T = q^T - \sigma_y(\bar{\varepsilon}_n^P). \quad (2.19)$$

O termo q^T corresponde à tensão de equivalente, a qual é definida em função do segundo invariante do tensor tensão desviador tentativa $q = \sqrt{3J_2(\mathbf{S}_{n+1}^T)}$. O segundo termo da equação acima corresponde à lei de endurecimento isotrópico e pode ser representado do seguinte modo:

$$\sigma_y(\bar{\varepsilon}_n^P) = \sigma_{y0} + H(\bar{\varepsilon}_n^P)\bar{\varepsilon}_n^P. \quad (2.20)$$

Caso $\phi^T \leq 0$ trata-se de um passo completamente elástico, ou seja, a hipótese inicial assumida é verdadeira e, assim, o estado de tensão real é igual ao estado de tensão tentativa calculado anteriormente. Por outro lado, se caso $\phi^T > 0$, a hipótese inicial é falsa e, assim, o incremento de deformação aplicado possui também uma parcela plástica. Nesse caso, o corretor plástico deve ser utilizado para correção do estado de tensão tentativa. A correção do estado tentativa consiste em retirar a parcela plástica do tensor das deformações elásticas tentativa (Equação 2.17):

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^e = \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{eT} - \Delta\boldsymbol{\varepsilon}^P. \quad (2.21)$$

sendo que $\Delta\boldsymbol{\varepsilon}^P$ representa o incremento da deformação plástica, calculado através da lei de fluxo plástico do material, ver Equação 2.11. Assim, a Equação 2.21 pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^e = \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{eT} - \Delta\gamma\mathbf{N}_{n+1} \quad (2.22)$$

em que $\Delta\gamma$ e \mathbf{N}_{n+1} representam o incremento do multiplicador plástico e o vetor de fluxo, respectivamente. Além disso, as outras variáveis internas devem ser corrigidas, como, por exemplo, a parcela plástica do campo de deformação.

$$\bar{\varepsilon}_{n+1}^P = \bar{\varepsilon}_n^P + \Delta\gamma, \quad (2.23)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^P = \boldsymbol{\varepsilon}_n^P + \Delta\gamma \mathbf{N}_{n+1}. \quad (2.24)$$

A seguir, a função de escoamento também é atualizada:

$$\phi_{n+1} = \sqrt{\frac{3}{2} \mathbf{S}_{n+1} : \mathbf{S}_{n+1} - \sigma_{y0} - H(\bar{\varepsilon}_n^P) \bar{\varepsilon}_{n+1}^P}. \quad (2.25)$$

Assim, para a completa resolução do corretor plástico, há a necessidade de se resolver um sistema de equações não lineares composto pela equação de atualização de todas as variáveis internas e mais a função de escoamento. Nesse caso, a Equação 2.24 é substituída na Lei de Hooke e o seguinte sistema não linear é definido para o modelo de von Mises, na forma de equações residuais:

$$\left\{ \begin{array}{l} R_{\sigma_{n+1}} = \boldsymbol{\sigma}_{n+1} - \boldsymbol{\sigma}_{n+1}^T + \frac{3G\Delta\gamma}{q_{n+1}} \mathbf{S}_{n+1} \\ R_{\bar{\varepsilon}^P} = \bar{\varepsilon}_{n+1}^P - \bar{\varepsilon}_n^P - \Delta\gamma \\ R_{\Delta\gamma} = \sqrt{\frac{3}{2} \mathbf{S}_{n+1} : \mathbf{S}_{n+1} - \sigma_{y0} + H(\bar{\varepsilon}_n^P) \bar{\varepsilon}_{n+1}^P} \end{array} \right. \quad (2.26)$$

Um resumo do processo de atualização das variáveis internas é apresentado no Quadro 2.2.

Quadro 2.2: Atualização das tensões e variáveis internas - modelo de von Mises

i) Determinação do estado tentativa, dado um incremento da deformação.

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^e = \boldsymbol{\varepsilon}_n^e + \Delta \boldsymbol{\varepsilon} \quad \boldsymbol{\sigma}_{n+1}^T = \mathbb{D}^e : \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^e$$

$$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}^p = \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_n^p \quad q^T = \sqrt{\frac{3}{2} \mathbf{S}_{n+1}^T : \mathbf{S}_{n+1}^T}$$

ii) Verificação da admissibilidade plástica

$$\phi_{n+1}^T = \sqrt{3J_{2n+1}^T} - \sigma_{y0} + H(\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_n^p) \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_n^p \quad \text{Se } \phi_{n+1}^T \leq 0 \text{ passo elástico } (*)_{n+1} = (*)_{n+1}^T$$

Caso contrário haverá passo plástico: Algoritmo de retorno:

iii) Algoritmo de retorno: Resolver o sistema de equações não lineares (Aplicação de Newton-Raphson)

Corretor plástico.

$$\left\{ \begin{array}{l} \boldsymbol{\sigma}_{n+1} = \boldsymbol{\sigma}_{n+1}^T - \frac{3G\Delta\gamma}{\bar{q}_{n+1}} \mathbf{S}_{n+1} \\ \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}^p = \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_n^p + \Delta\gamma \\ \phi = \sqrt{\frac{3}{2} \mathbf{S}_{n+1} : \mathbf{S}_{n+1}} - \sigma_{y0} - H(\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_n^p) \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}^p \end{array} \right.$$

iv) Atualizar outras variáveis

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^e = \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^T - \Delta\gamma \mathbf{N}_{n+1} \quad \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^p = \boldsymbol{\varepsilon}_n^p + \Delta\gamma \mathbf{N}_{n+1}$$

em que:

$$\mathbf{N}_{n+1} = \frac{3}{2} \frac{\mathbf{S}_{n+1}}{q_{n+1}}$$

v) Fim

2.8.2 Método de Newton-Raphson

O modelo numérico gera um sistema de equações não lineares, que é resolvido pelo método de Newton-Raphson. Para iniciar o processo iterativo, é necessária a linearização do sistema. A seguir, é mostrado o sistema de equações na forma linearizada.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial R_{\boldsymbol{\sigma}_{n+1}}}{\partial \boldsymbol{\sigma}_{n+1}} & \frac{\partial R_{\boldsymbol{\sigma}_{n+1}}}{\partial \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}^p} & \frac{\partial R_{\boldsymbol{\sigma}_{n+1}}}{\partial \Delta\gamma} \\ \frac{\partial R_{\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}^p}}{\partial \boldsymbol{\sigma}_{n+1}} & \frac{\partial R_{\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}^p}}{\partial \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}^p} & \frac{\partial R_{\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}^p}}{\partial \Delta\gamma} \\ \frac{\partial R_{\Delta\gamma}}{\partial \boldsymbol{\sigma}_{n+1}} & \frac{\partial R_{\Delta\gamma}}{\partial \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}^p} & \frac{\partial R_{\Delta\gamma}}{\partial \Delta\gamma} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \delta \boldsymbol{\sigma}_{n+1} \\ \delta \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}^p \\ \delta \Delta\gamma \end{bmatrix}^{k+1} = - \begin{bmatrix} R_{\boldsymbol{\sigma}_{n+1}} \\ R_{\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}^p} \\ R_{\Delta\gamma} \end{bmatrix}^k \quad (2.27)$$

O algoritmo para a atualização das tensões e variáveis internas é mostrado no Quadro 2.3.

Quadro 2.3: Algoritmo de retorno (Newton-Raphson)

<p>i) Dado o estado tentativa: com parâmetros iniciais:</p> $\boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{(0)} = \boldsymbol{\sigma}_{n+1}^T \quad \Delta\gamma^{(0)} = \Delta\gamma \quad \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}^{p(0)} = \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_n^p$
<p>ii) Resolver o sistema de equações para: $\boldsymbol{\sigma}_{n+1}$, $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}^p$ e $\Delta\gamma$.</p> $\begin{bmatrix} \frac{\partial R_{\boldsymbol{\sigma}_{n+1}}}{\partial \boldsymbol{\sigma}_{n+1}} & \frac{\partial R_{\boldsymbol{\sigma}_{n+1}}}{\partial \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}^p} & \frac{\partial R_{\boldsymbol{\sigma}_{n+1}}}{\partial \Delta\gamma} \\ \frac{\partial R_{\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}^p}}{\partial \boldsymbol{\sigma}_{n+1}} & \frac{\partial R_{\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}^p}}{\partial \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}^p} & \frac{\partial R_{\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}^p}}{\partial \Delta\gamma} \\ \frac{\partial R_{\Delta\gamma}}{\partial \boldsymbol{\sigma}_{n+1}} & \frac{\partial R_{\Delta\gamma}}{\partial \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}^p} & \frac{\partial R_{\Delta\gamma}}{\partial \Delta\gamma} \end{bmatrix}^k \cdot \begin{bmatrix} \delta \boldsymbol{\sigma}_{n+1} \\ \delta \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}^p \\ \delta \Delta\gamma \end{bmatrix}^{k+1} = - \begin{bmatrix} R_{\boldsymbol{\sigma}_{n+1}} \\ R_{\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}^p} \\ R_{\Delta\gamma} \end{bmatrix}^k$
<p>iii) Calcular:</p> $\boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{(k+1)} = \boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{(k)} + \delta \boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{(k+1)} \quad \Delta\gamma^{(k+1)} = \Delta\gamma^{(k)} + \delta \Delta\gamma^{(k+1)}$ $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}^{p(k+1)} = \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}^{p(k)} + \delta \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}^{p(k+1)}$
<p>iv) Verificar a convergência:</p> $\phi^{(k+1)} = q^{(k+1)} - \sigma_{y0} - H(\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_n^p) \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}^{p(k+1)}$ $erro = \frac{\phi^{(k+1)}}{\left[\sigma_{y0} + H(\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_n^p) \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1}^{p(k+1)} \right]} \leq \text{tolerância}$
<p>v) Fim.</p>

2.8.3 Operador Tangente para o modelo baseado no critério de von Mises

No contexto dos elementos finitos é necessário construir a matriz de rigidez, implementada de forma implícita usando como base o modelo constitutivo, neste caso o modelo de von Mises. Para isso, é necessário além do algoritmo de integração o estabelecimento do operador tangente. Para situações que consideram apenas o problema elástico, isto é, o fluxo plástico é nulo, dentro de um determinado passo, o operador tangente no tempo t_{n+1} , é representado como segue:

$$\hat{\mathbb{D}}^e = \mathbb{D}. \quad (2.28)$$

Quando se trata de um passo elastoplástico, tem-se a seguinte expressão:

$$\widehat{\mathbb{D}}^{ep} = \frac{d\widehat{\sigma}}{d\varepsilon_{n+1}}, \quad (2.29)$$

sendo a função algorítmica implícita para a atualização das tensões representada pelo símbolo $\widehat{\sigma}$. Essa função é delimitada pelo algoritmo de retorno que foi definido na seção anterior.

Para determinar o operador tangente consistente com o algoritmo de atualização de tensões, para o caso do modelo de von Mises, é necessário escrever a forma inversa do sistema de equações linearizadas, representado pela Equação 2.28. A expressão resultante é apresentada a seguir:

$$\begin{bmatrix} d\sigma_{n+1} \\ d\varepsilon_{n+1}^p \\ d\Delta\gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{11} & \mathbf{C}_{12} & \mathbf{C}_{13} \\ \mathbf{C}_{21} & C_{22} & C_{23} \\ \mathbf{C}_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbb{D}^e : d\varepsilon_{n+1}^e \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (2.30)$$

em que,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{C}_{11} & \mathbf{C}_{12} & \mathbf{C}_{13} \\ \mathbf{C}_{21} & C_{22} & C_{23} \\ \mathbf{C}_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial R_{\sigma_{n+1}}}{\partial \sigma_{n+1}} & \frac{\partial R_{\sigma_{n+1}}}{\partial \varepsilon_{n+1}^p} & \frac{\partial R_{\sigma_{n+1}}}{\partial \Delta\gamma} \\ \frac{\partial R_{\varepsilon_{n+1}^p}}{\partial \sigma_{n+1}} & \frac{\partial R_{\varepsilon_{n+1}^p}}{\partial \varepsilon_{n+1}^p} & \frac{\partial R_{\varepsilon_{n+1}^p}}{\partial \Delta\gamma} \\ \frac{\partial R_{\Delta\gamma}}{\partial \sigma_{n+1}} & \frac{\partial R_{\Delta\gamma}}{\partial \varepsilon_{n+1}^p} & \frac{\partial R_{\Delta\gamma}}{\partial \Delta\gamma} \end{bmatrix}^{-1}. \quad (2.31)$$

Importante ressaltar que os termos C_{22} , C_{23} , C_{32} e C_{33} são grandezas escalares; já os termos \mathbf{C}_{12} , \mathbf{C}_{13} , \mathbf{C}_{21} e \mathbf{C}_{31} são tensores de segunda ordem; e \mathbf{C}_{11} corresponde a um tensor de quarta ordem. A expressão do operador tangente, considerando a situação elastoplástica pode ser escrita assim:

$$\widehat{\mathbb{D}}^{ep} = \frac{d\widehat{\sigma}}{d\varepsilon_{n+1}^T} = \mathbf{C}_{11} : \widehat{\mathbb{D}}^e, \quad (2.32)$$

em que a dupla contração $(\mathbf{C}_{11} : \widehat{\mathbb{D}}^e)$ representa uma composição de dois tensores de quarta ordem.

2.9 Discretização da malha de elementos finitos

Para as simulações dos corpos de prova cilíndricos, o modelo em elementos finitos foi estruturado considerando um problema axissimétrico, elemento finito quadrilateral de oito nós (QUAD8) e integração reduzida. Foram utilizados 675 elementos QUAD8, com 2146 nós. A Figura 2.15 ilustra as malhas de elementos finitos utilizadas para os diferentes CPs cilíndricos.

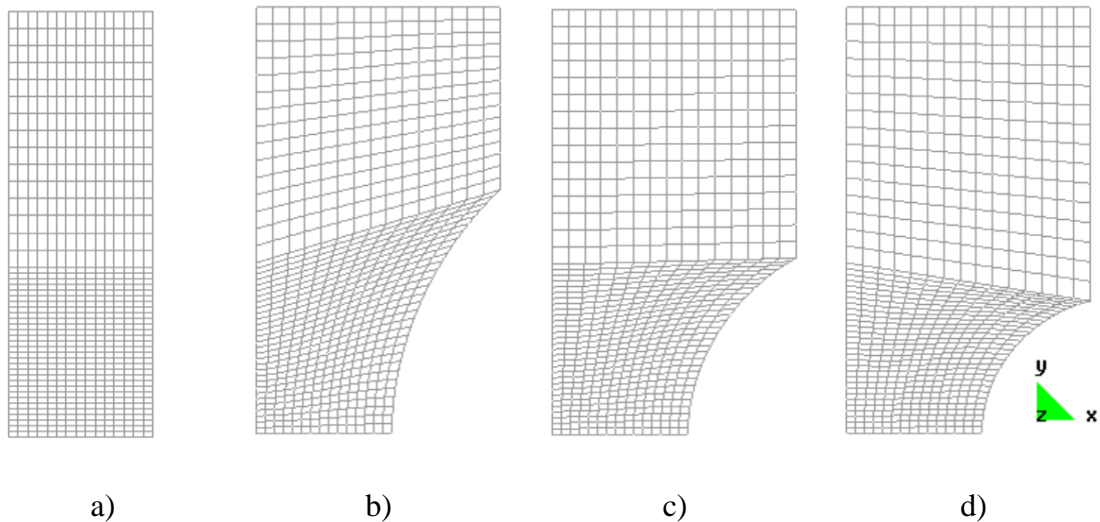


Figura 2.15: Malhas de elementos finitos para os CPs cilíndricos. a) Cilíndrico liso; b) Entalhe R = 10 mm; c) Entalhe R = 6 mm; d) Entalhe R = 4 mm

Para o corpo de prova de cisalhamento, a simulação em elementos finitos foi realizada considerando o problema tridimensional, devido à complexidade da geometria. Foram utilizados 8080 nós e 6000 elementos finitos hexaédricos de oito nós (HEX8) com integração completa. A Figura 2.16 ilustra a malha de elementos finitos utilizada para o corpo de prova retangular. Em todos os casos foi realizado um refinamento na região de ensaio para conseguir uma maior precisão nos resultados.

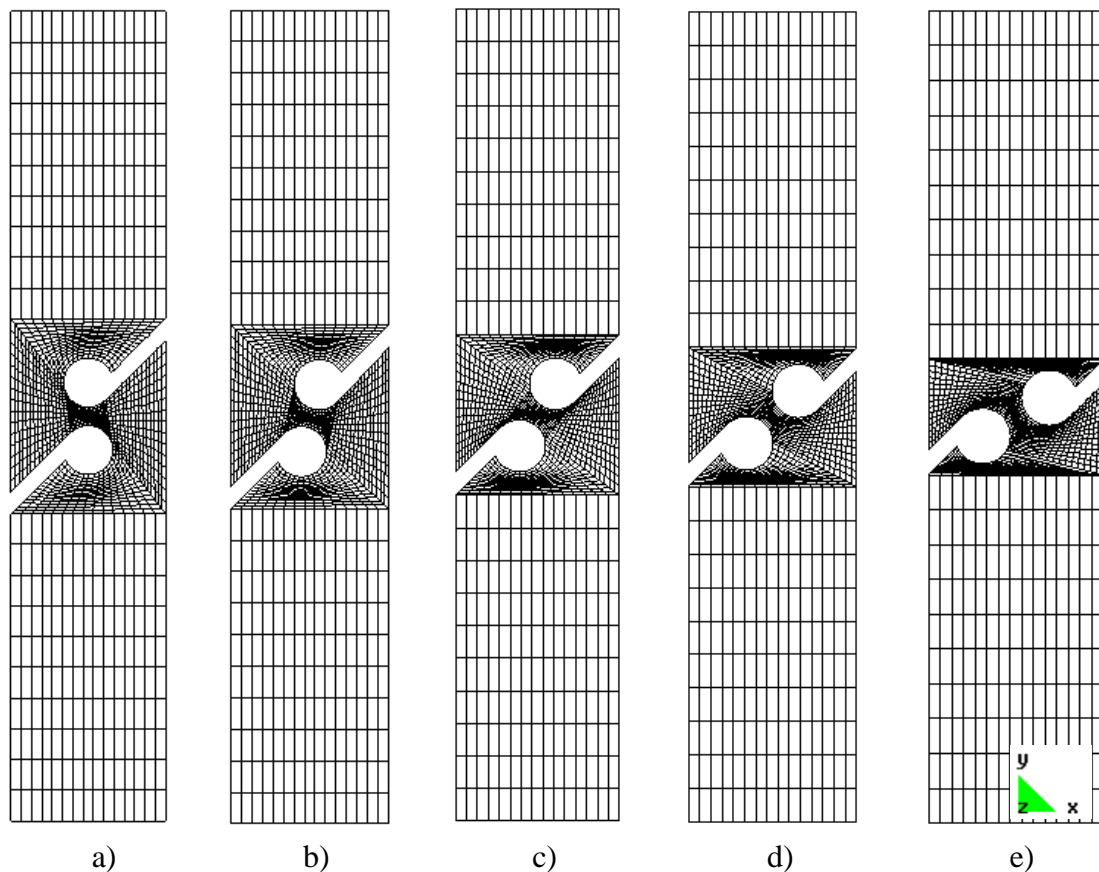


Figura 2.16: Malha de elementos finitos para os corpos de prova retangulares. a) Cisalhamento puro; b) Combinado 15°; c) Combinado 30°; d) Combinado 45°; e) Combinado 60°.

2.10 Análise dos resultados para a calibração em tração

Neste item são apresentados os resultados numéricos obtidos nas simulações, usando o modelo de von Mises para a calibração em tração, e são realizadas comparações com as reações obtidas experimentalmente. As simulações numéricas foram realizadas através de um desenvolvimento acadêmico de elementos finitos, considerando grandes deformações e a integração implícita do modelo constitutivo, que inclui o critério de escoamento de von Mises, endurecimento isotrópico não linear e plasticidade associativa.

2.10.1 Comparação entre as curvas de força de reação experimental e numérica

Para analisar a resposta numérica com relação ao nível de força obtida devido ao deslocamento prescrito, foram realizadas simulações para todos os CPs considerando como condição de parada, o nível de deslocamento experimentalmente observado (ver Tabela 2.3).

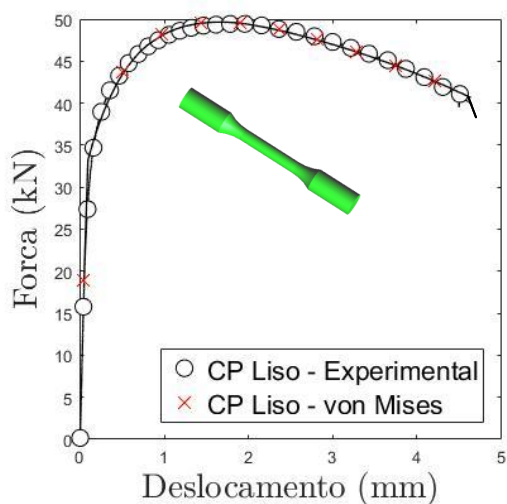
Inicialmente, são mostrados os resultados para a liga AISI 4340 normalizada e, posteriormente, as respostas para o material AISI 4340 recozido.

As Figura 2.17, 2.18, 2.19, 2.20, 2.21, 2.22 e 2.23 apresentam a comparação entre os resultados numéricos e experimentais para o material AISI 4340 normalizado e recozido. Observando a Figura 2.17, foi possível perceber que para o CP liso as curvas da força reação *versus* deslocamento na fratura são idênticas, como era esperado, pois essa geometria foi utilizada na primeira calibração. Para os casos do CPs entalhados, foi possível perceber que o modelo apresentou uma maior diferença nos níveis de força para o entalhe igual a 6 mm, sendo a menor diferença no caso do entalhe de 4 mm. Isso significa que o modelo de von Mises faz uma estimativa abaixo dos valores de força previstos nos ensaios experimentais, quando consideradas as forças de reação.

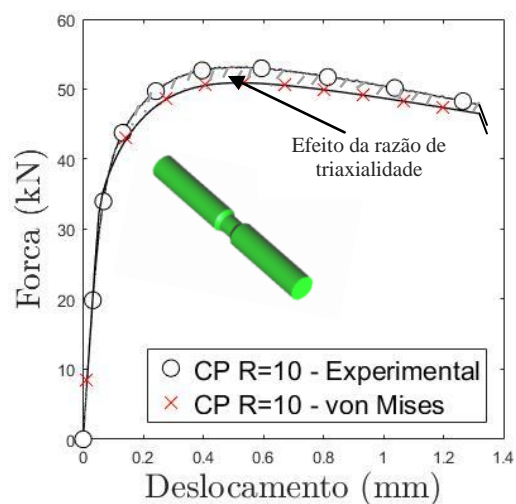
Um aspecto importante observado ao comparar os resultados numéricos e experimentais, diz respeito ao comportamento gradual da diferença entre os valores. À medida em que a severidade do entalhe aumenta, isto é, o raio de entalhe diminui, as diferenças são maiores, porém, essa tendência não é detectada no caso do raio de entalhe igual a 4 mm. Nesse caso, a diferença da evolução do estado de tensão não acompanha a tendência vista nos dois entalhes anteriores. A causa desse comportamento não esperado pode ter relação com a limitação da construção da ferramenta necessária para obter tal entalhe. Porém, o resultado foi mantido para fins comparativos e, nas próximas etapas da pesquisa, realizar a avaliação de variáveis de interesse, obtidas numericamente para esse CP.

Nas Figura 2.18 e 2.19 são mostrados os resultados numéricos e experimentais para o CP da liga AISI 4340 normalizada na condição de cisalhamento puro e estado combinado com força aplicada inclinada em ângulo de 30°. Nas duas situações, o modelo de von Mises faz uma previsão acima dos valores observados experimentalmente.

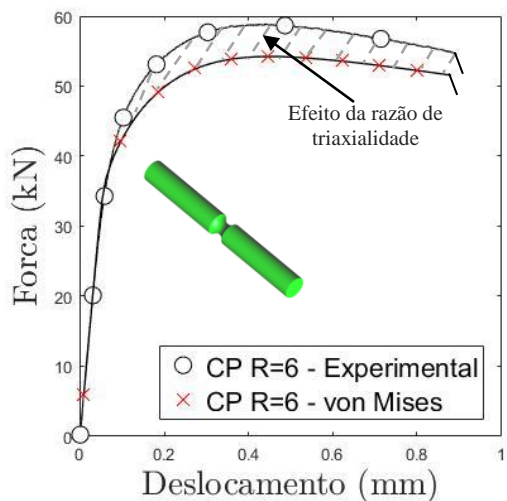
Em geral, é possível afirmar que as curvas de reação, obtidas numericamente para os CPs entalhados e CPs de cisalhamento, em que se tem um estado de tensão diferente do estado de tensão utilizado na calibração, mostram uma diferença com relação às obtidas experimentalmente. Esse comportamento é justificado pela falta do efeito da razão de triaxialidade (η) e do terceiro invariante tensor tensão desviador (J_3) no modelo constitutivo utilizado nas simulações numéricas.



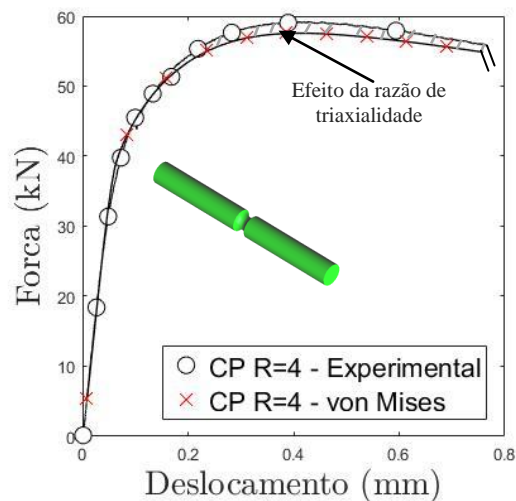
a) Cilíndrico liso



b) Cilíndrico entalhado R = 10 mm



c) Cilíndrico entalhado R = 6 mm



d) Cilíndrico entalhado R = 4 mm

Figura 2.17: Curvas de reação para os CPs cilíndricos - AISI 4340 normalizado.

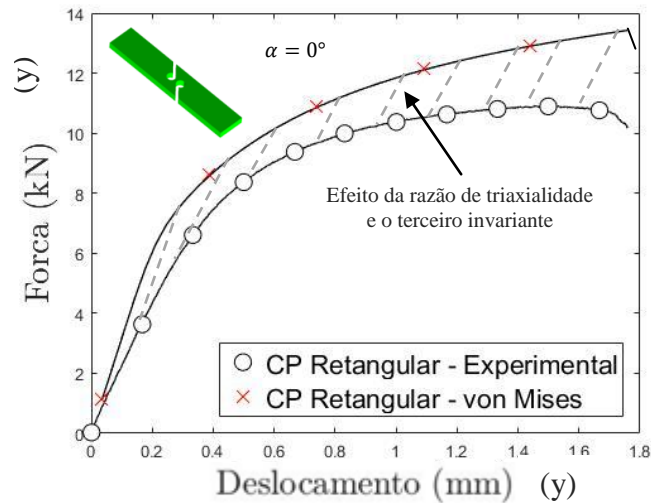


Figura 2.18: Curvas de reação para o CP de cisalhamento - AISI 4340 normalizado.

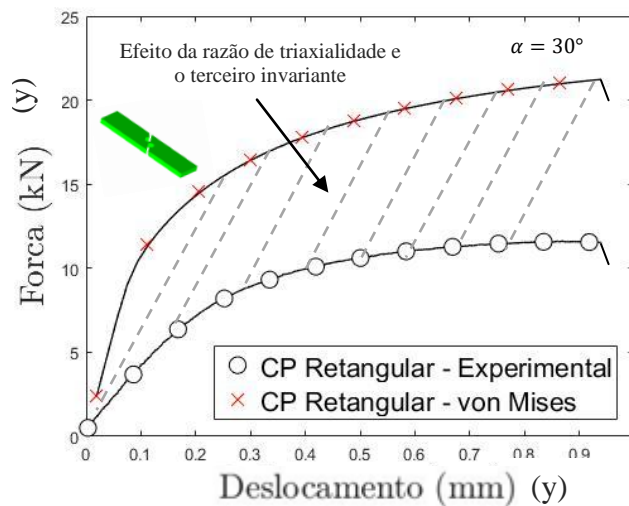
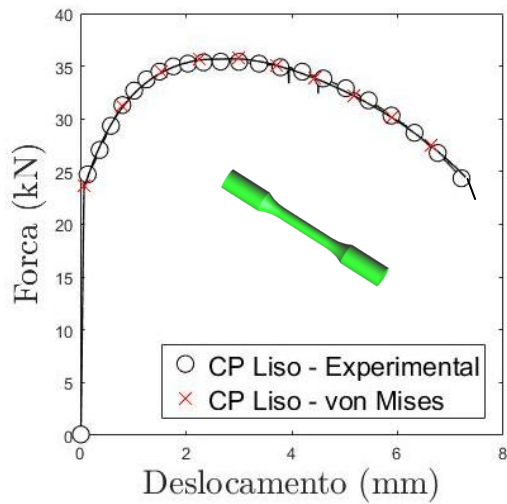


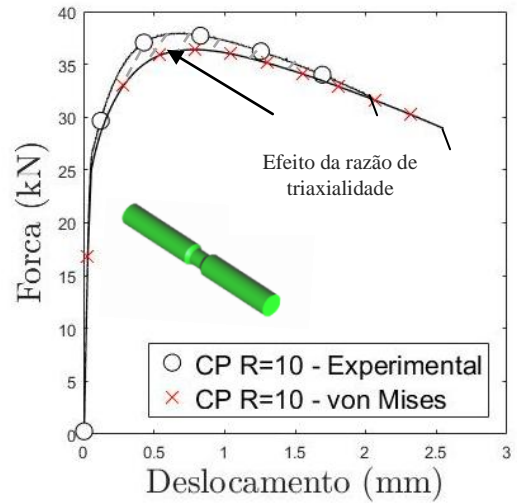
Figura 2.19: Curvas de reação para os CPs retangulares combinado 30° - AISI 4340 normalizado.

Como comentado anteriormente, devido à falta de material, foram construídos apenas dois CPs retangulares da liga normalizada, cisalhamento puro e o estado combinado com força de aplicação inclinada em 30°.

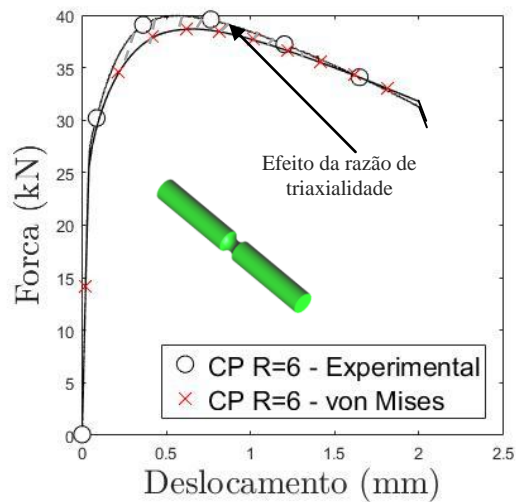
A seguir, são mostrados os resultados comparativos para o material AISI 4340 recozido. Nas Figura 2.20, 2.21 e 2.22, é possível observar as forças de reação para os CPs cilíndricos (liso e entalhados) como também os CPs retangulares para as diferentes condições de carregamento estudadas.



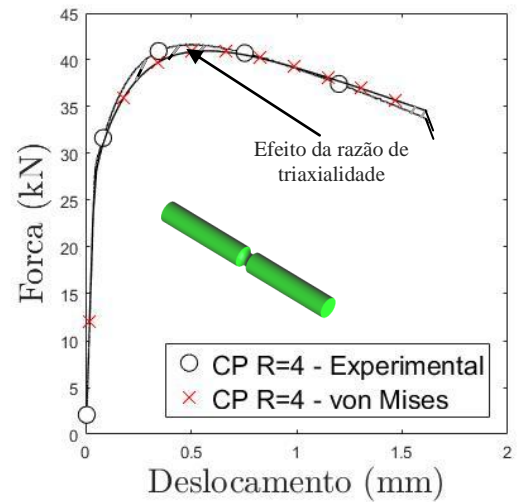
a) Cilíndrico liso



b) Cilíndrico entalhado R = 10 mm



c) Cilíndrico entalhado R = 6 mm



d) Cilíndrico entalhado R = 4 mm

Figura 2.20: Curvas de reação para os CPs cilíndricos - AISI 4340 recozido.

Como esperado, no caso do CP cilíndrico liso as forças de reação são coincidentes devido a essa geometria ser usada na calibração. As evoluções graduais da diferença das forças de reação experimental e numérica obedecem aos mesmos comportamentos descritos no caso do material normalizado.

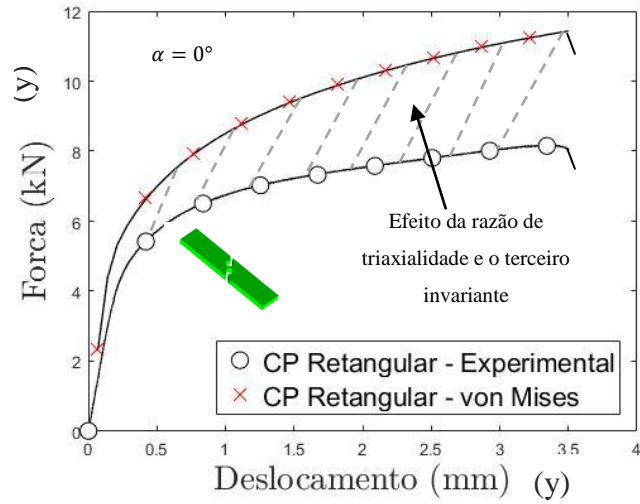
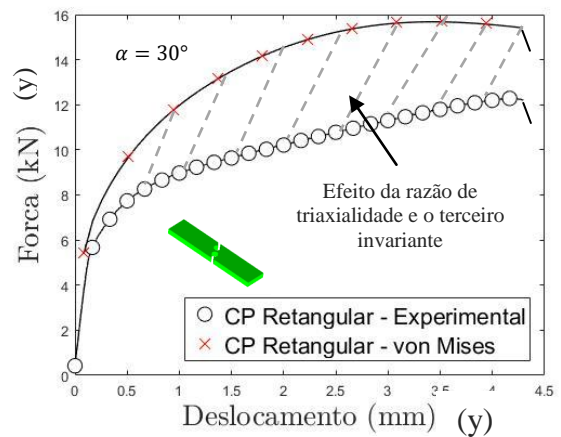
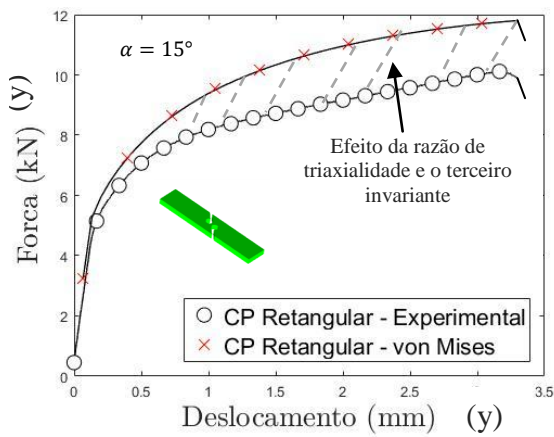
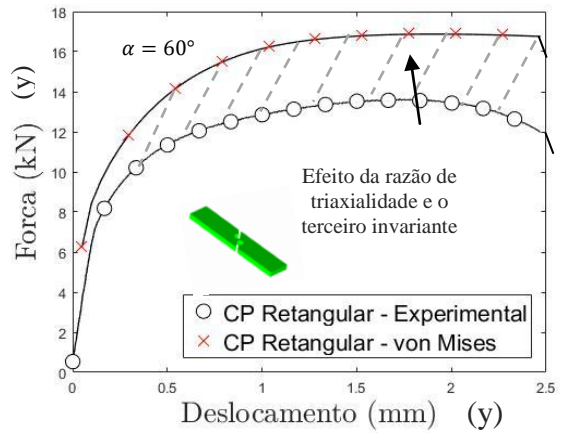
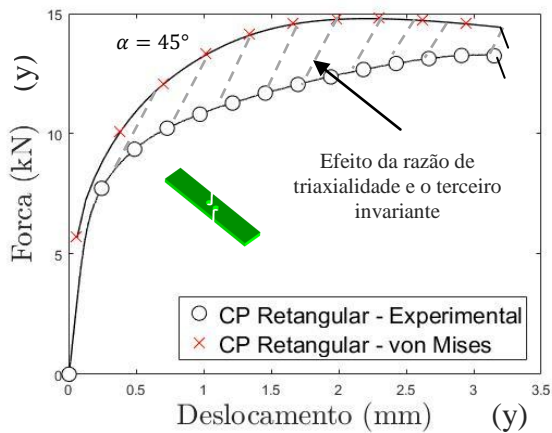


Figura 2.21: Curvas de reação para o CP de cisalhamento - AISI 4340 recozido.



a) Combinado 15°

b) Combinado 30°



c) Combinado 45°

d) Combinado 60°

Figura 2.22: Curvas de reação para os CPs retangulares combinados - AISI 4340 recozido.

Na Figura 2.21 é mostrado o comportamento do CP em cisalhamento puro, em que é constatada uma significativa diferença entre o resultado numérico e os valores observados nos valores obtidos experimentalmente. A evolução das forças de reação numérica e experimental para os CPs submetidos a condições de carregamento combinados é mostrada na Figura 2.22, na qual também é apreciada grande diferença entre valores numéricos e experimentais, desta forma, novamente há evidências dos efeitos da razão de triaxialidade (η) e do terceiro invariante tensor tensão desviador (J_3).

2.10.2 Evolução da razão de triaxialidade e contorno do terceiro invariante normalizado

Como descrito no Capítulo 1, a razão de triaxialidade, assim como o terceiro invariante normalizado são parâmetros importantes para descrever o comportamento elastoplástico dos materiais. Apresentam-se, a seguir, os resultados da evolução desses parâmetros para os diversos CPs avaliados nesta pesquisa. Neste estudo foram consideradas as faixas de baixa e alta triaxialidade, cujos limites inferiores são ($\eta = 0$) e ($\eta = 0,33$), que correspondem aos CPs de cisalhamento e liso, respectivamente. A descrição do comportamento do material foi realizada observando a relação existente entre a razão de triaxialidade e os deslocamentos até a fratura sofridos pelos corpos de prova.

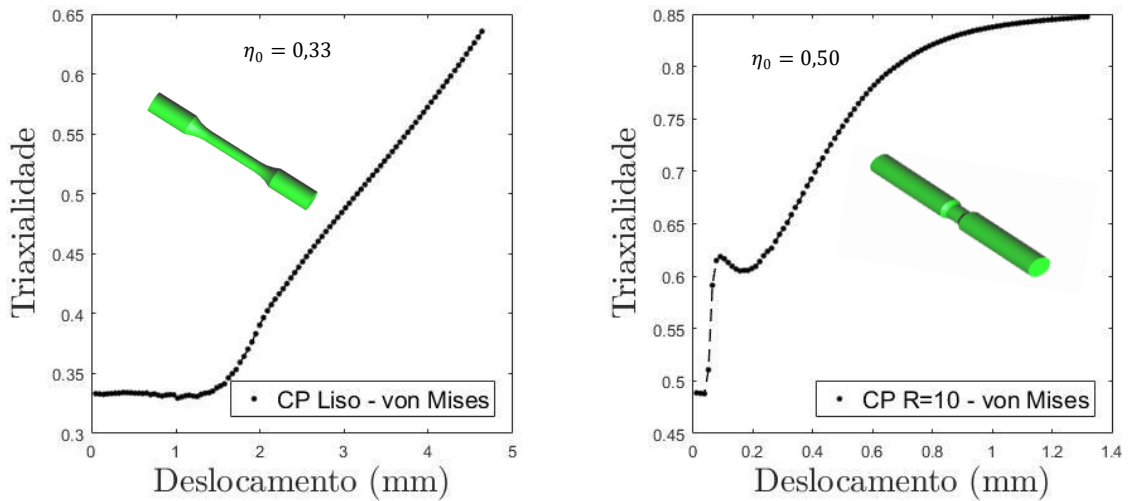
Todas as curvas de triaxialidade são descritas a partir do valor da triaxialidade inicial até o deslocamento na fratura. Para os corpos de prova cilíndricos, o valor da triaxialidade inicial foi obtido a partir da equação de Bridgman, que relaciona a triaxialidade inicial com o raio de entalhe e , no caso dos CPs retangulares, foram usados valores a partir da definição da razão de triaxialidade mostrada no Capítulo 1, a qual relaciona tensão hidrostática e tensão equivalente. Neste capítulo é utilizada a proposta de von Mises (tensão equivalente de von Mises).

As regiões de alta e baixa triaxialidade foram descritas a partir do comportamento dos CPs cilíndricos e retangulares, respectivamente. Nas Figuras 2.23, 2.24 e 2.25 são mostrados os resultados da evolução da triaxialidade para os CPs cilíndricos e retangulares da liga normalizada.

No caso dos CPs cilíndricos, observa-se que à medida em que o nível de entalhe aumenta, a razão de triaxialidade máxima também aumenta (ver Figura 2.24), Isso significa que a razão

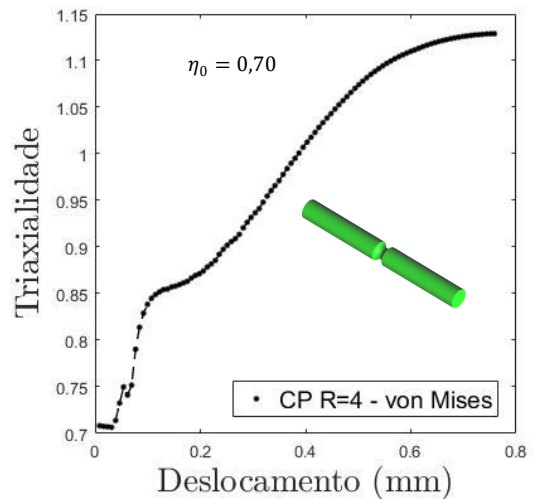
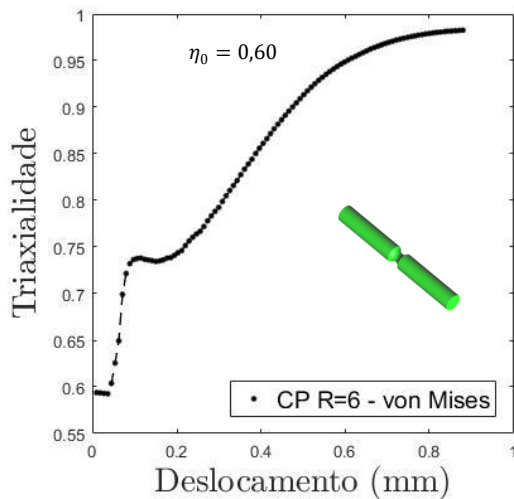
de triaxialidade tem estreita relação com a severidade do entalhe, quando observada a faixa de alta triaxialidade.

A região de baixa triaxialidade, para o caso do material normalizado, foi mapeada por dois pontos. Para o primeiro, foi considerado o estado de cisalhamento puro, cuja razão de triaxialidade inicial é igual a zero ($\eta = 0$); o segundo, corresponde ao valor da triaxialidade inicial de 0,10 ($\eta = 0,10$). Os resultados são apresentados nas Figura 2.24 e 2.25.



a) Cilíndrico liso

b) Cilíndrico entalhado R = 10 mm



c) Cilíndrico entalhado R = 6 mm

d) Cilíndrico entalhado R = 4 mm

Figura 2.23: Curvas de evolução da razão de triaxialidade no ponto crítico para os CPs cilíndricos - AISI 4340 normalizado.

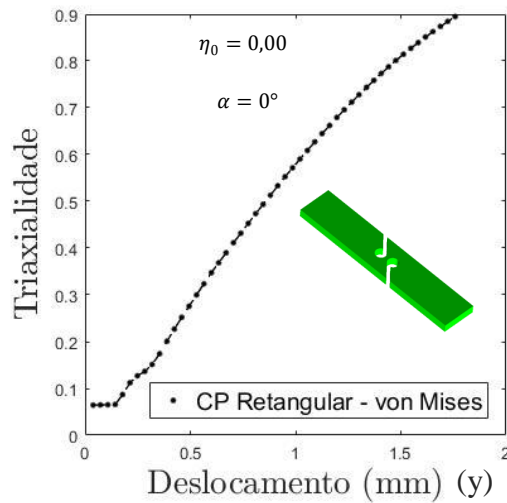


Figura 2.24: Curva de evolução da razão de triaxialidade no ponto crítico para o CP retangular em cisalhamento puro - AISI 4340 normalizado.

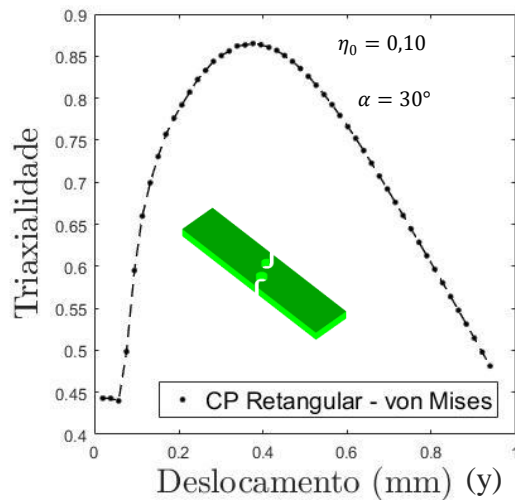


Figura 2.25: Curva de evolução da razão de triaxialidade no ponto crítico para o CP retangular combinado 30° - AISI 4340 normalizado.

Observando as figuras acima, é possível notar que o estado de tensão correspondente ao cisalhamento puro apresenta um valor superior quando comparado com o estado combinado, isto é, na região em que prevalece o cisalhamento há maior influência da razão de triaxialidade, quando comparada com o estado de tensão no qual existe um estado combinado de tração e cisalhamento. Essas diferenças ocorrem devido ao aumento da deformação plástica, o que causa severas alterações na geometria dos corpos de prova, implicando em alterações significativas nas razões de triaxialidade. A existência desse fenômeno pode causar

alterações importantes no processo de descrição numérica do comportamento elastoplástico, podendo ocorrer aceleração ou desaceleração do processo de degradação progressiva do material, provocando falhas prematuras para certos estados de tensão ou, em outros casos, previsões otimistas da fratura do CP.

Para melhor visualizar o comportamento elastoplástico do material, foram capturadas imagens dos contornos da evolução da razão de triaxialidade e do terceiro invariante normalizado, considerando o primeiro e o último passo iterativo do modelo numérico. Esses instantes equivalem ao deslocamento igual a zero e ao valor no momento na fratura, respectivamente. Os resultados são mostrados nas Figura 2.26 e 2.27.

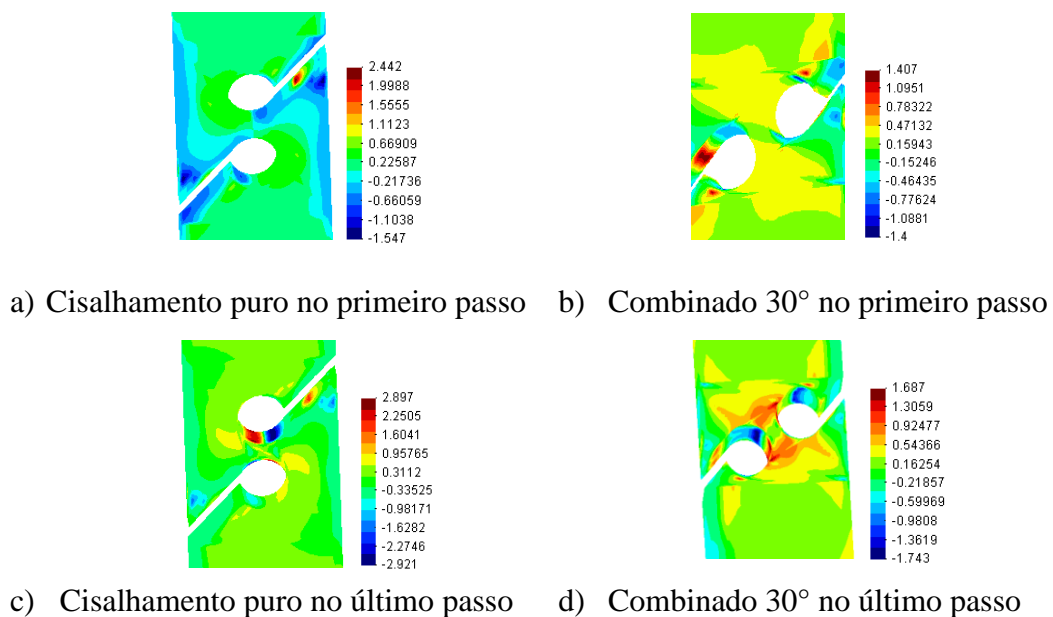


Figura 2.26: Contorno da razão de triaxialidade no primeiro e último passo para os CPs de cisalhamento puro e combinado 30° - AISI 4340 normalizado.

Nos contornos da razão de triaxialidade e do terceiro invariante normalizado (Figura 2.26 e 2.27), é possível observar uma modificação significativa na distribuição dos parâmetros elastoplásticos ao longo da geometria dos corpos de prova, assim como a evolução no valor numérico na região crítica. Nota-se que a distribuição do terceiro invariante normalizado se concentra de maneira mais acentuada na região de escoamento (região central do CP a qual sofre deslocamentos ao longo do ensaio), ocorrendo de acordo com a inclinação da força. Já, a razão de triaxialidade se encontra distribuída no contorno da região de escoamento, tanto no instante antes do início da deformação (deslocamento igual a zero) quanto um instante antes da fratura (deslocamento na fratura).

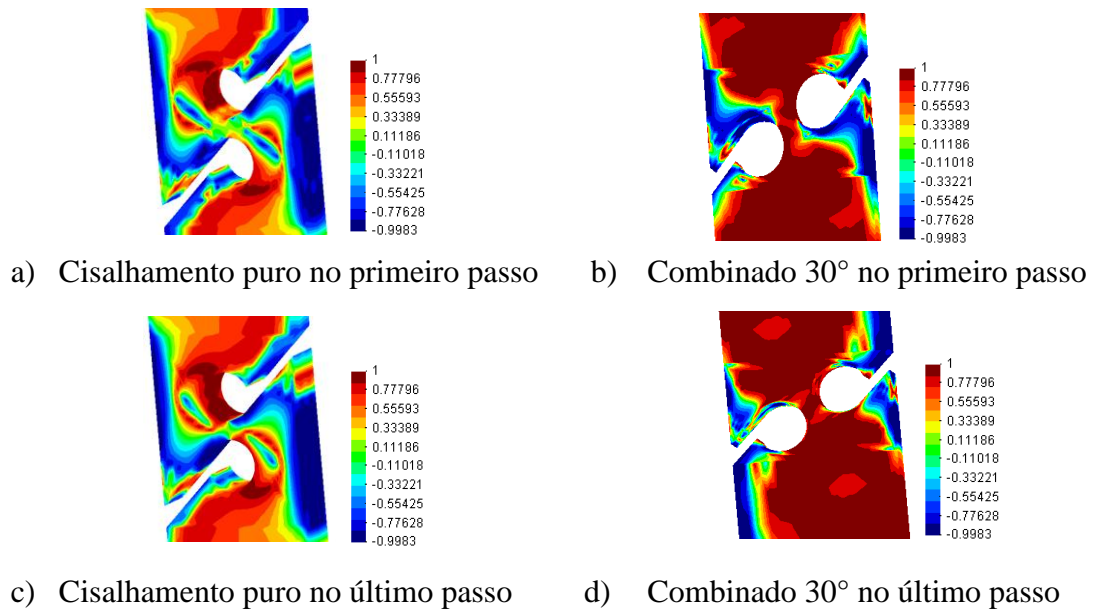
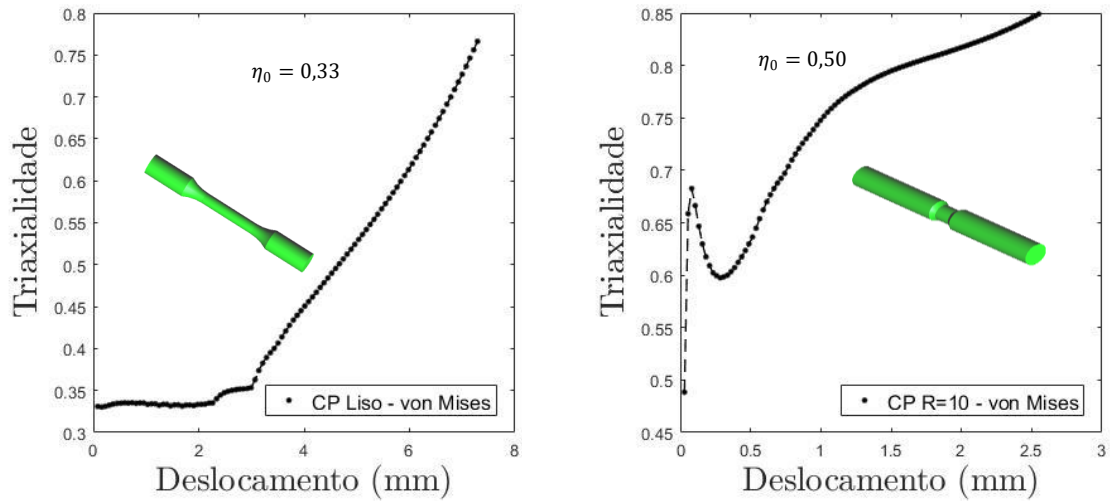


Figura 2.27: Contorno do terceiro invariante normalizado no primeiro e último passo, para os CPs de cisalhamento puro e combinado 30° - AISI 4340 normalizado.

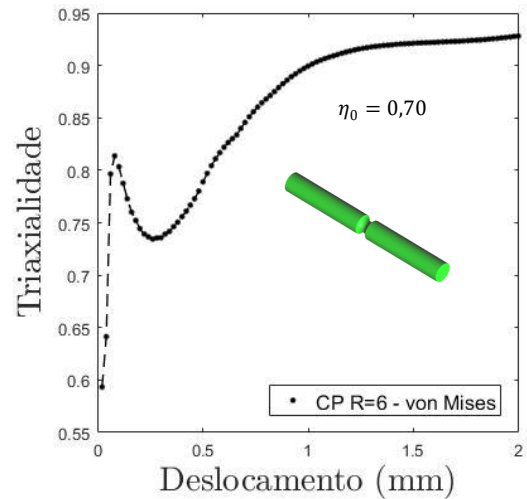
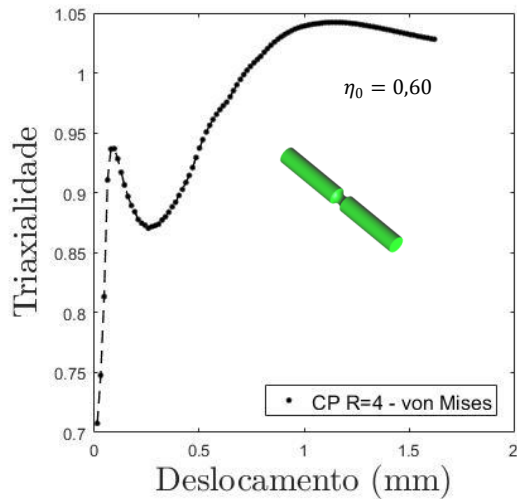
Os resultados obtidos para a liga AISI 4340 recozida são mostrados a seguir. Para esse material foram avaliados os mesmos parâmetros do caso anterior (evolução da razão de triaxialidade, contorno da razão da triaxialidade e terceiro invariante normalizado). Os valores obtidos são mostrados nas Figura 2.28, 2.29, 2.30, 2.31, 2.32, 2.33 e 2.34.

A região de alta triaxialidade para o material recozido, também apresenta uma forte influência da severidade do entalhe, isto é, na medida em que o raio de entalhe diminui acontece um afastamento da razão de triaxialidade em relação ao valor inicial.



a) Cilíndrico liso

b) Cilíndrico entalhado R = 10 mm



c) Cilíndrico entalhado R = 6 mm

d) Cilíndrico entalhado R = 4 mm

Figura 2.28: Curvas de evolução da razão de triaxialidade no ponto crítico para os CPs cilíndricos - AISI 4340 recozido.

A região de baixa triaxialidade para o material recozido foi estudada em quatro condições de carregamento. A primeira é para cisalhamento puro, isto é, quando a razão de triaxialidade é nula ($\eta = 0$); as outras condições são para os CPs em estados combinados de tensão nos quais foram usados os valores obtidos analiticamente correspondentes aos estados de tensão para as seguintes inclinações da força: inclinação em 15° ($\eta = 0,05$), inclinação em 30° ($\eta = 0,10$), inclinação em 45° ($\eta = 0,17$) e inclinação em 60° ($\eta = 0,24$). Nas Figura 2.29, 2.30 e 2.31, mostra-se a forma como a razão de triaxialidade evolui.

Na Figura 2.29, observa-se que a razão de triaxialidade atinge um patamar bastante distante do valor inicial com tendência sempre crescente, lembrando que nesta condição de carregamento prevalece a tensão de cisalhamento.

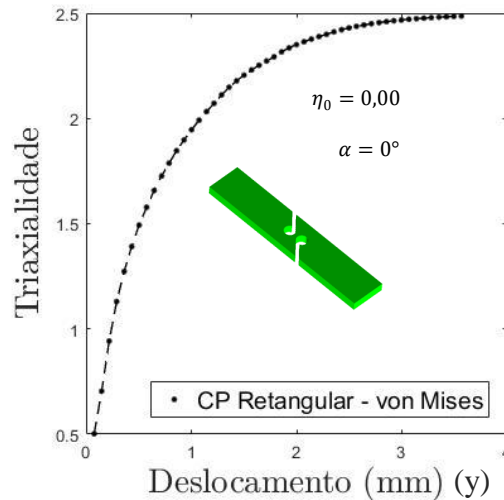
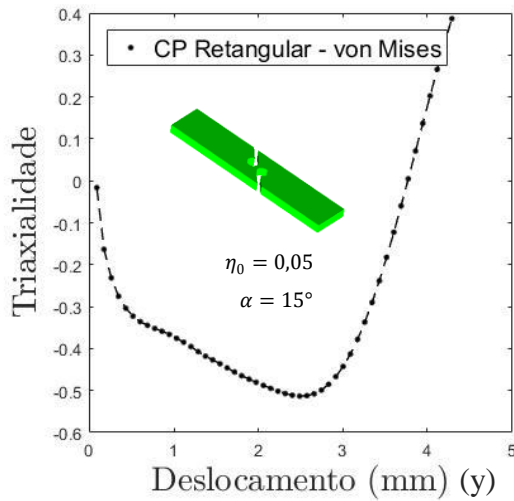
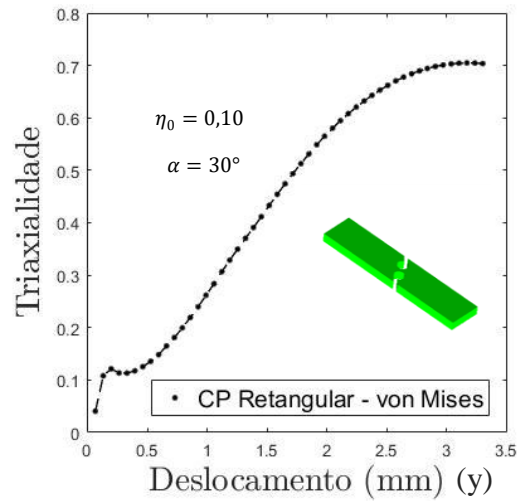


Figura 2.29: Curva de evolução da razão de triaxialidade no ponto crítico para o CP retangular em Cisalhamento - AISI 4340 recozido.

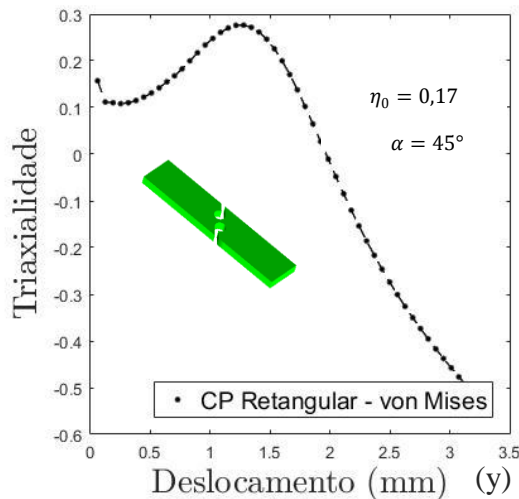
Para as outras condições o comportamento é diferente, pois apresenta decréscimo ou crescimento dependendo da prevalência do estado de tensão. No caso em que a força está inclinada em 15° pode se perceber um decréscimo e logo um crescimento da evolução da razão de triaxialidade, como mostrado na Figura 2.30 (a), sendo o valor máximo muito abaixo quando comparado ao cisalhamento puro. Já quando a inclinação da força é de 30° , o comportamento é praticamente crescente atingindo um valor máximo abaixo do caso com inclinação menor. Para os estados de tensão correspondentes a inclinações de força de 45° e 60° , a evolução é praticamente decrescente chegando a valores negativos da razão de triaxialidade.



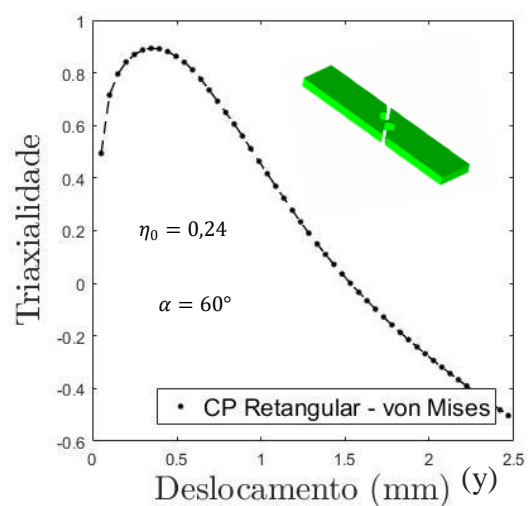
a) Cisalhamento Combinado 15°



b) Cisalhamento Combinado 30°



c) Cisalhamento combinado 45°



d) Cisalhamento combinado 60°

Figura 2.30: Curva de evolução razão de triaxialidade no ponto crítico para os CPs retangulares combinados - AISI 4340 recozido.

As diferenças apresentadas nesses casos podem ser explicadas pela combinação de efeitos, quanto mais próximo do ponto de início da faixa de baixa triaxialidade ($\eta = 0$) os efeitos de cisalhamento prevalecem, por outro lado, quanto mais próximo do ponto de início da região de alta triaxialidade ($\eta = 0,33$), observa-se um predomínio dos efeitos de tração. Da mesma forma que no caso do material normalizado, é possível evidenciar que os valores finais sofrem um afastamento dos valores iniciais, devido às mudanças geométricas durante o processo de deformação dos corpos de prova.

A seguir, são mostrados os contornos da razão de triaxialidade para o material recozido. As Figura 2.31 e 2.32 apresentam os resultados das simulações no ponto inicial da simulação (deslocamento igual a zero) e no ponto em que acontece a fratura.

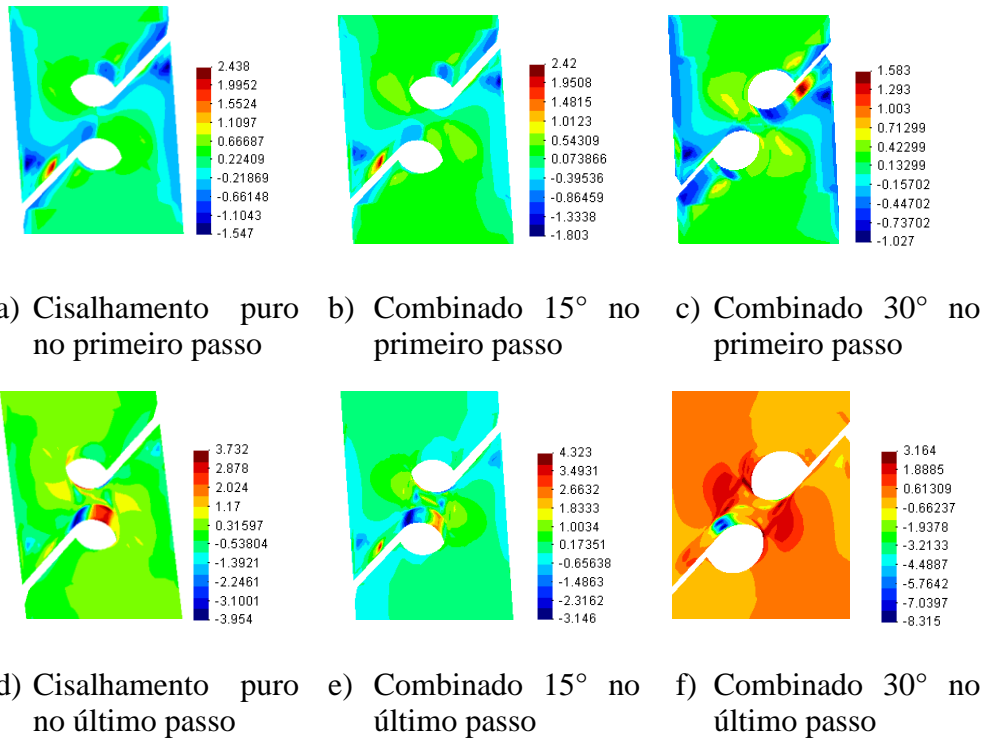


Figura 2.31: Contorno da razão de triaxialidade no primeiro e último passo para os CPs de cisalhamento puro, combinado 15° e combinado 30° - AISI 4340 recozido.

Na figura acima (Figura 2.31) é conferida a distribuição do contorno da razão de triaxialidade para os casos de cisalhamento puro, da força inclinada em 15° e 30°. É possível notar uma modificação da distribuição desse parâmetro ao longo da geometria dos CPs. Observando a região central pôde ser constatado que, no passo inicial, há valores inferiores aos apresentados no momento da fratura, porém se mantém distribuída em toda a região crítica dos CPs.

No CP combinado a 30°, observa-se uma distribuição bastante elevada na face da geometria, principalmente em torno dos furos, ao contrário das outras geometrias cuja distribuição acontece para o interior dos orifícios, no momento da fratura os valores são significativamente maiores. Esse estado de tensão apresenta alto nível de concentração de tensões na região central da geometria, isso pode ser uma consequência devido ao fato de se

tratar de um ponto localizado no centro da faixa de baixa triaxialidade e os efeitos de cisalhamento e tração podem estar bastante equilibrados, como visto na Figura 2.31 (c) e (f).

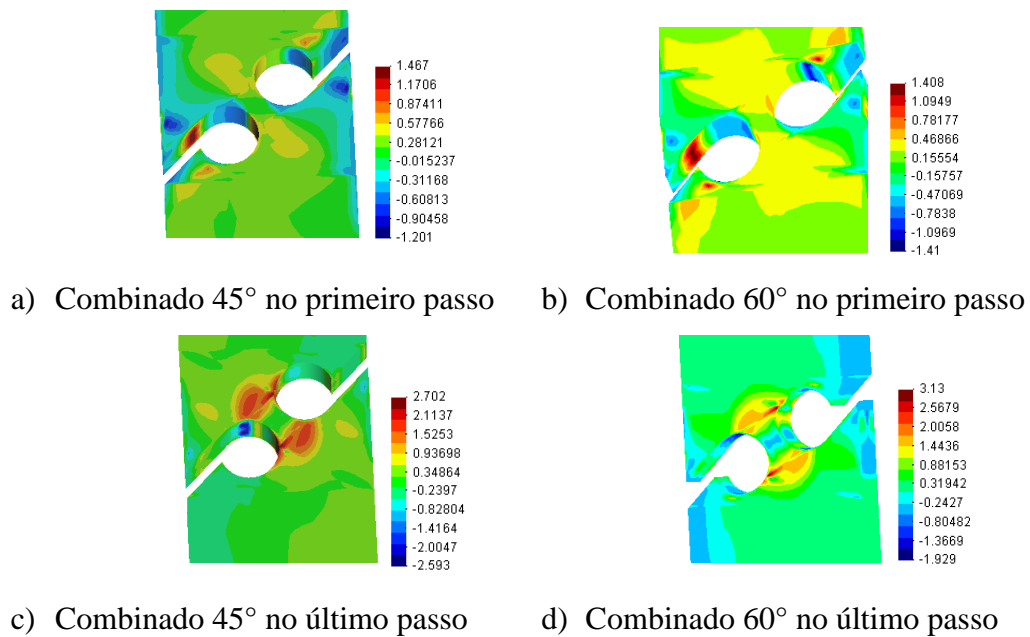


Figura 2.32: Contorno da razão de triaxialidade no primeiro e último passo para os CPs combinado 45° e combinado 60° - AISI 4340 recozido.

O comportamento do material quando observado o CP de combinado 45°, mostrado na Figura 2.32 (a) e (c), apresenta valores mais espalhados na região central da geometria; a intensidade da razão de triaxialidade continua apresentando grandes variações. Esse comportamento se repete no CP combinado de 60°, porém os valores são menores em relação ao CP combinado de 45° (Figura 2.32 (b) e (d)).

A evolução do contorno do terceiro invariante normalizado para a liga AISI 4340 normalizada é apresentada nas Figuras 2.33 e 2.34. Quando observado o passo antes do início da deformação e no momento da fratura é possível constatar uma distribuição similar à descrita no caso do material normalizado, isto é, há uma concentração de altos valores próximos ao ponto em que acontece o escoamento (consequentemente a ruptura) dos CPs, sendo que na medida em que o ângulo de inclinação da força aumenta os valores também são maiores, porém obedecendo a certa homogeneidade da distribuição.

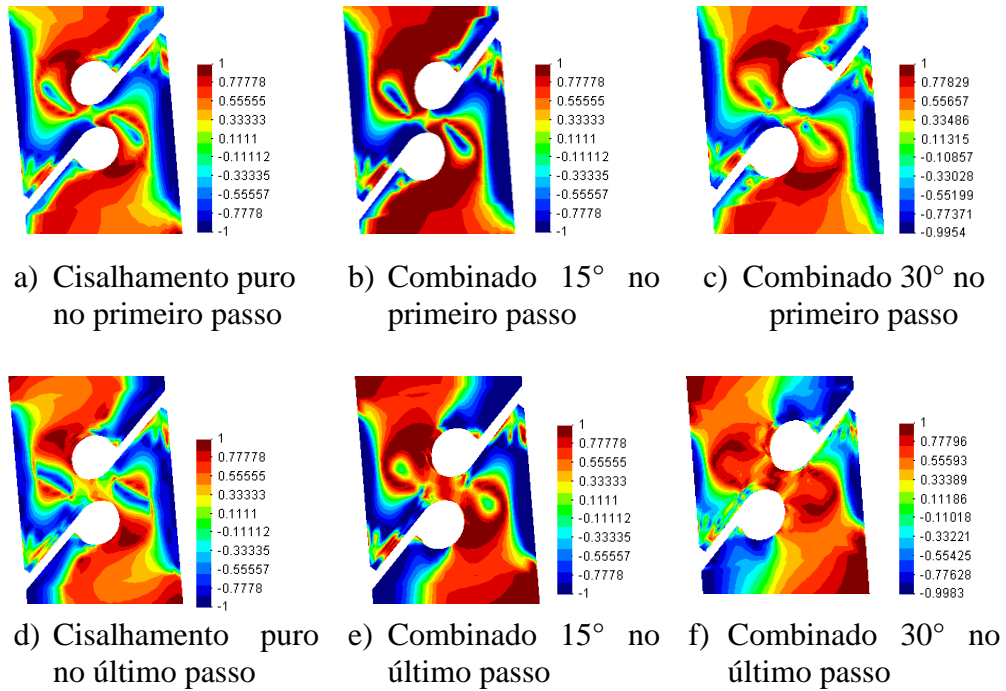


Figura 2.33: Contorno do terceiro invariante normalizado no primeiro e último passo para os CPs de cisalhamento puro, combinado 15° e combinado 30° - AISI 4340 recozido.

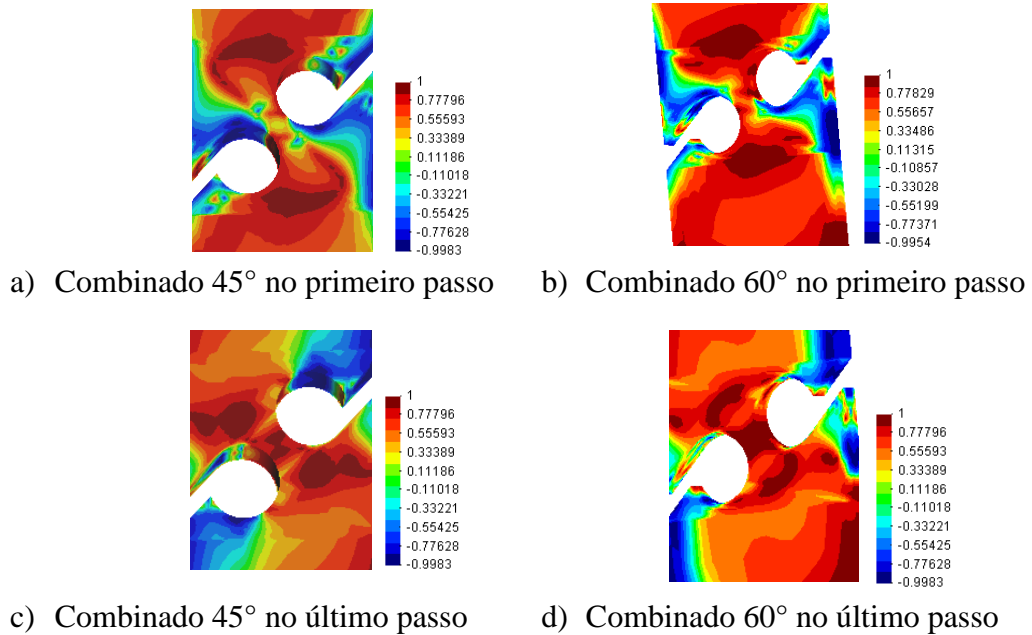


Figura 2.34: Contorno do terceiro invariante normalizado no primeiro e último passo para os CPs combinado 45° e combinado 60° - AISI 4340 recozido.

2.10.3 Evolução da deformação plástica equivalente

Foram analisadas as curvas de evolução da deformação plástica equivalente para os diferentes CPs no ponto crítico. Tal ponto é novamente considerado como o ponto de início da fratura, observado experimentalmente. As Figuras 2.35, 2.36 e 2.37 apresentam a evolução da deformação plástica equivalente em função do nível de deslocamento imposto até a fratura, para os CPs fabricados da liga AISI 4340 normalizada.

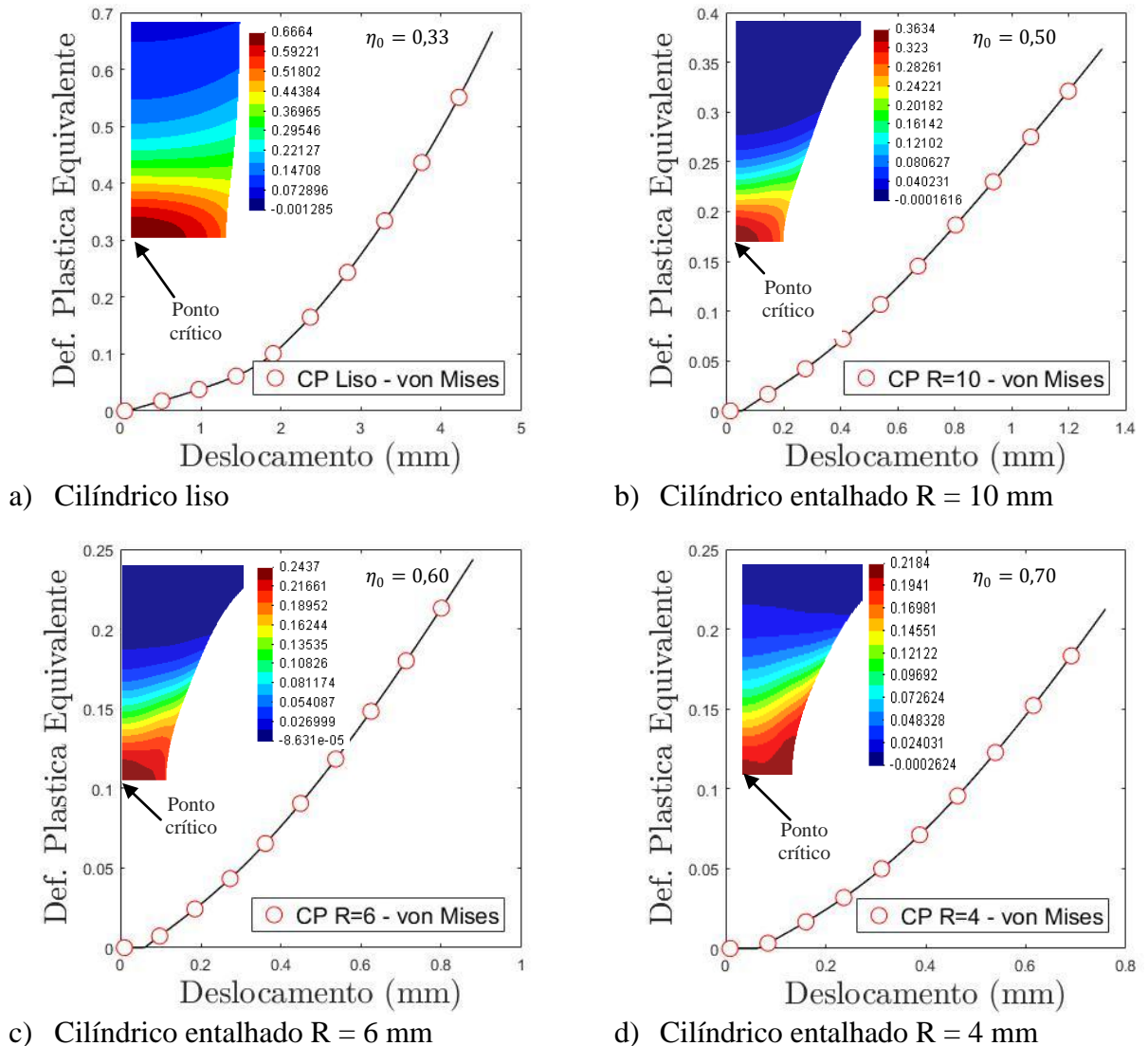


Figura 2.35: Curvas de evolução da deformação plástica equivalente no ponto crítico para os CPs cilíndricos - AISI 4340 normalizado.

Nos gráficos mostrados na Figura 2.35, verifica-se que a deformação plástica acumulada apresenta um comportamento decrescente na medida em que o entalhe diminui, sendo assim a severidade do entalhe tem uma forte influência na evolução dessa variável. Por outro lado,

observando o contorno da mesma variável nos CPs com entalhes menores, percebe-se que há uma distribuição ao longo da região crítica, afastando-se do centro da geometria.

Para o caso dos CPs retangulares, a deformação plástica equivalente aumenta com a inclinação da força, contudo a distribuição se apresenta de forma menos concentrada em cisalhamento puro, o que pode ser conferido nas Figuras 2.36 e 2.37:

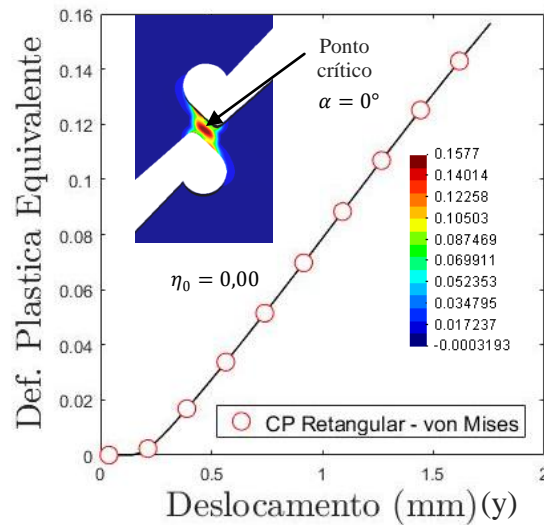


Figura 2.36: Curva de evolução da deformação plástica equivalente no ponto crítico para o CP retangular em cisalhamento puro - AISI 4340 normalizado.

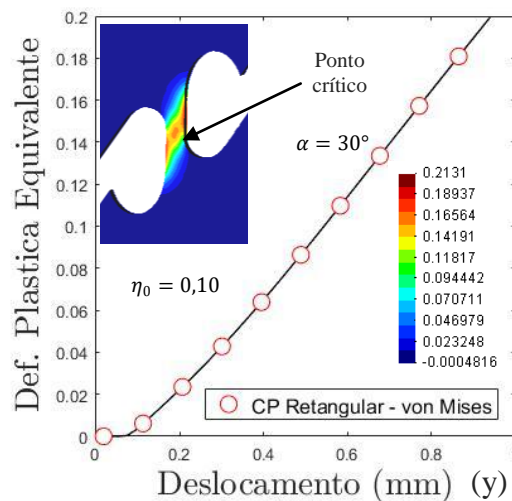


Figura 2.37: Curva de evolução da deformação plástica equivalente no ponto crítico para o CP retangular combinado 30° - AISI 4340 normalizado.

Continuando com a verificação da deformação plástica equivalente para o material recozido, constatou-se que para o caso do CP liso há uma maior distribuição na região próxima da fratura, como mostrado na Figura 2.38 (a). Para os CPs entalhados, os valores também decrescem com o aumento da severidade do entalhe, sendo que o CP com entalhe de 10 mm apresenta valores mais concentrados próximos do ponto crítico e, para os outros CPs entalhados, há uma distribuição espalhada na região crítica. Em suma, quando avaliada a deformação plástica equivalente na região de alta triaxialidade é possível perceber um comportamento decrescente na medida do aumento do nível de entalhe.

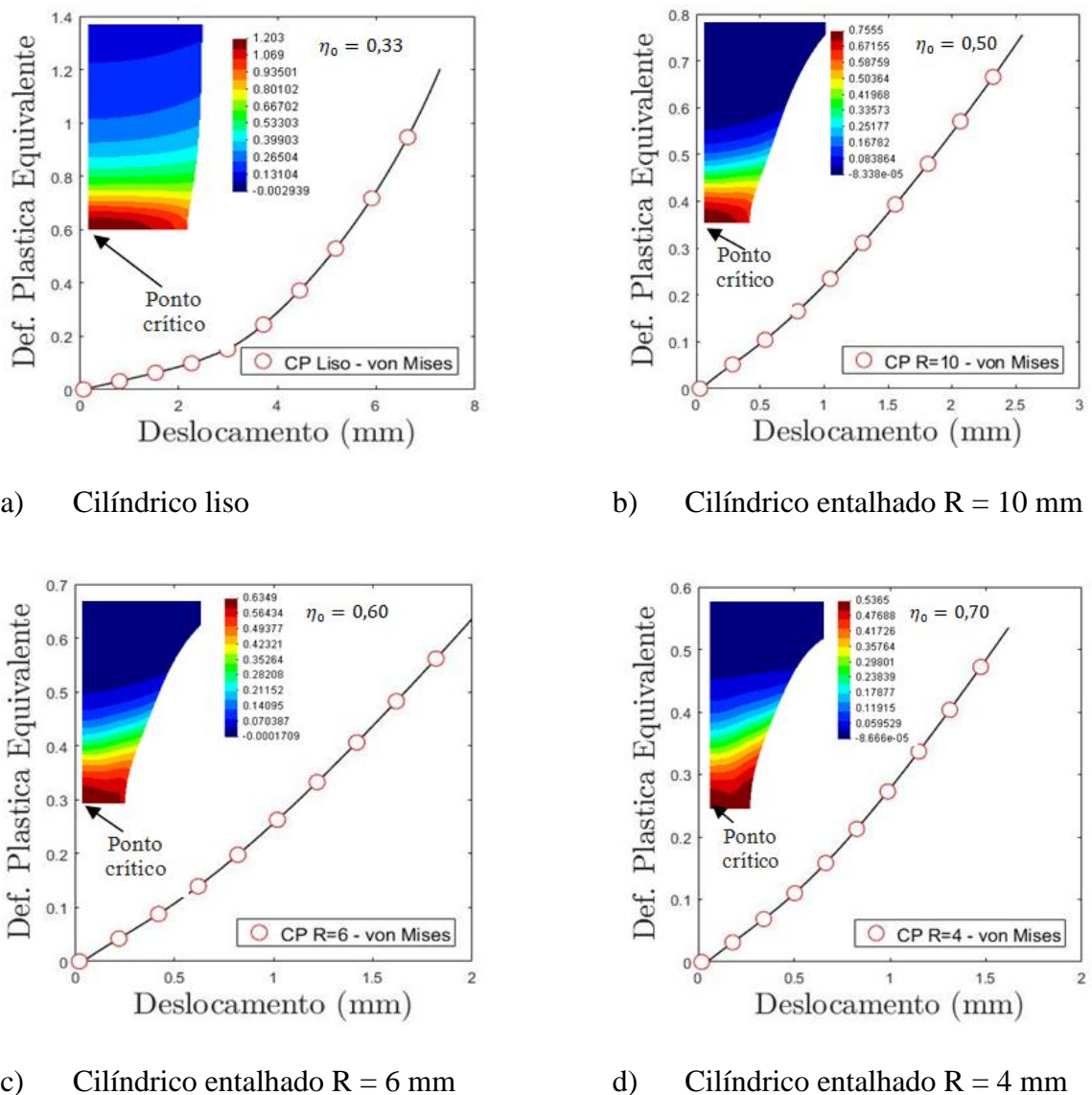


Figura 2.38: Curvas de evolução da deformação plástica equivalente no ponto crítico para os CPs cilíndricos - AISI 4340 recozido.

No caso dos CPs retangulares, é possível visualizar um comportamento diferente na evolução da deformação plástica equivalente em função da triaxialidade inicial. Em relação aos CPs cilíndricos, essas diferenças podem ser verificadas nas Figuras 2.39 e 2.40. O valor numérico da deformação plástica equivalente entre o cisalhamento puro e o estado combinado com força inclinada em 30° apresenta um aumento. No CP testado no estado combinado em 45°, quando comparado com o espécime submetido a estado tensional em 30°, constataram-se valores praticamente iguais, porém para o CP combinado 60° se observa diminuição do valor da deformação plástica equivalente.

Sendo assim, é possível perceber que o comportamento da deformação plástica equivalente na fratura, em função da triaxialidade inicial, apresenta comportamento diferente quando consideradas as faixas de baixa e alta triaxialidade. Esse fenômeno pode ser explicado devido aos CPs serem submetidos a diferentes estados de tensão. Na faixa de alta triaxialidade prevalecem os efeitos trativos, já na faixa de baixa triaxialidade, os efeitos são combinados de tração e cisalhamento, com exceção do ponto de cisalhamento puro. As diferenças também são notadas ao observar a distribuição do contorno da deformação plástica equivalente na região crítica dos CPs retangulares, tanto de cisalhamento puro quanto combinado (ver Figuras 2.39 e 2.40).

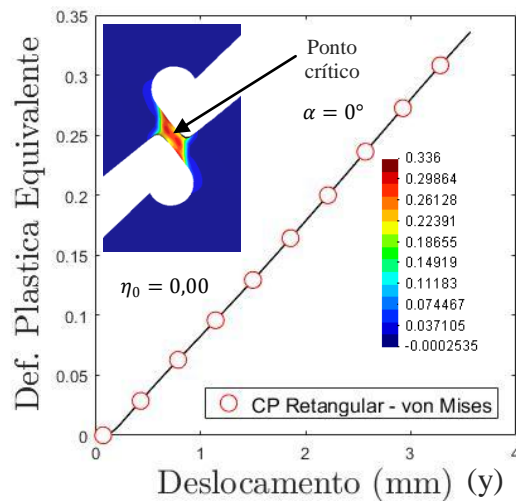
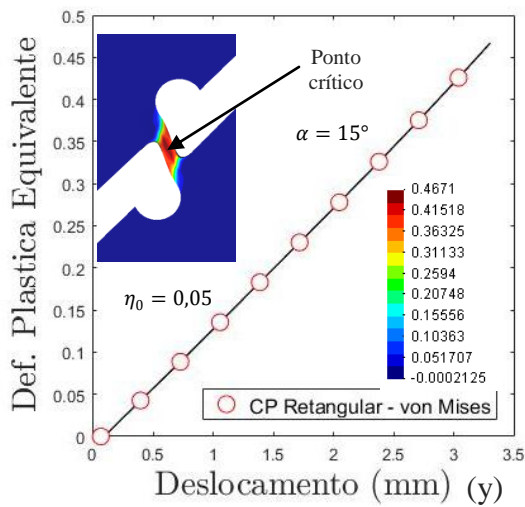
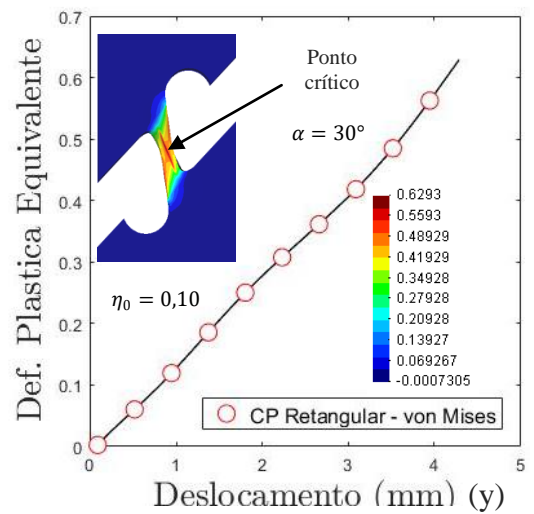


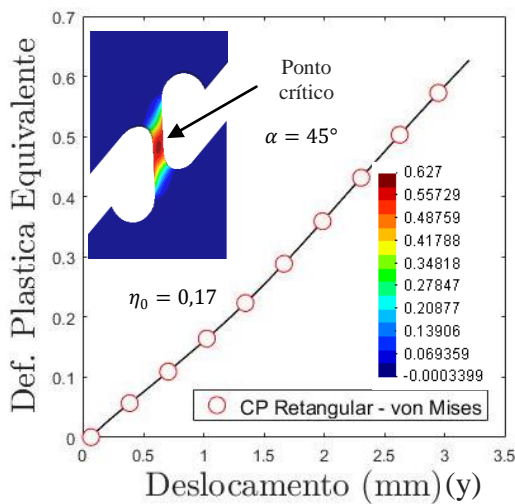
Figura 2.39: Curva de evolução da deformação plástica equivalente no ponto crítico para o CP retangular em cisalhamento puro - AISI 4340 recozido.



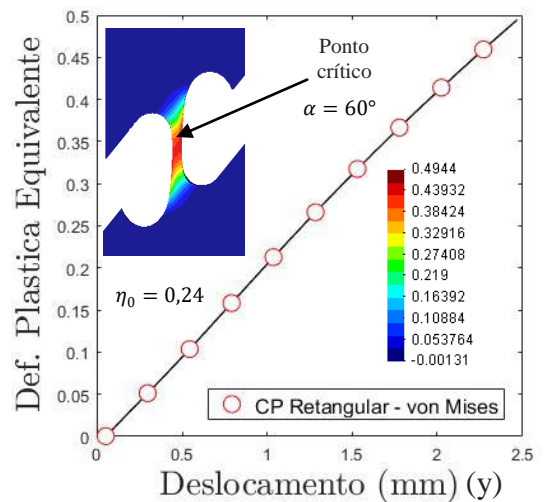
a) Combinado 15°



b) Combinado 30°



c) Combinado 45°



d) Combinado 60°

Figura 2.40: Curvas de evolução da deformação plástica equivalente no ponto crítico para os CPs retangulares combinados - AISI 4340 recozido.

Os resultados também permitem fazer um comparativo entre as ligas AISI 4340 normalizada e recozida. O material normalizado apresenta valores inferiores de deformação plástica equivalente em relação ao recozido, isto é explicado, pois o tratamento de recozimento provoca uma diminuição da dureza, o que torna o material mais dúctil. O comparativo numérico é mostrado na Tabela 2.6 na qual são apresentados os valores da deformação plástica equivalente na fratura.

Tabela 2.6: Valores da razão de triaxialidade e deformação plástica na fratura.

Tipo de CP		Razão de triaxialidade	Deformação plástica equivalente na fratura	
			Normalizado	Recozido
Retangulares	0°	0	0,16	0,34
	15°	0,05	*	0,47
	30°	0,10	0,20	0,63
	45°	0,17	*	0,63
	60°	0,24	*	0,49
Cilíndricos	Liso	0,33	0,66	1,2
	R = 10 mm	0,50	0,36	0,75
	R = 6 mm	0,60	0,24	0,63
	R = 4 mm	0,70	0,18	0,53

*CPs não testados

A visualização gráfica do comportamento da deformação plástica equivalente em função da razão de triaxialidade inicial é apresentada nas Figuras 2.41 e 2.42:

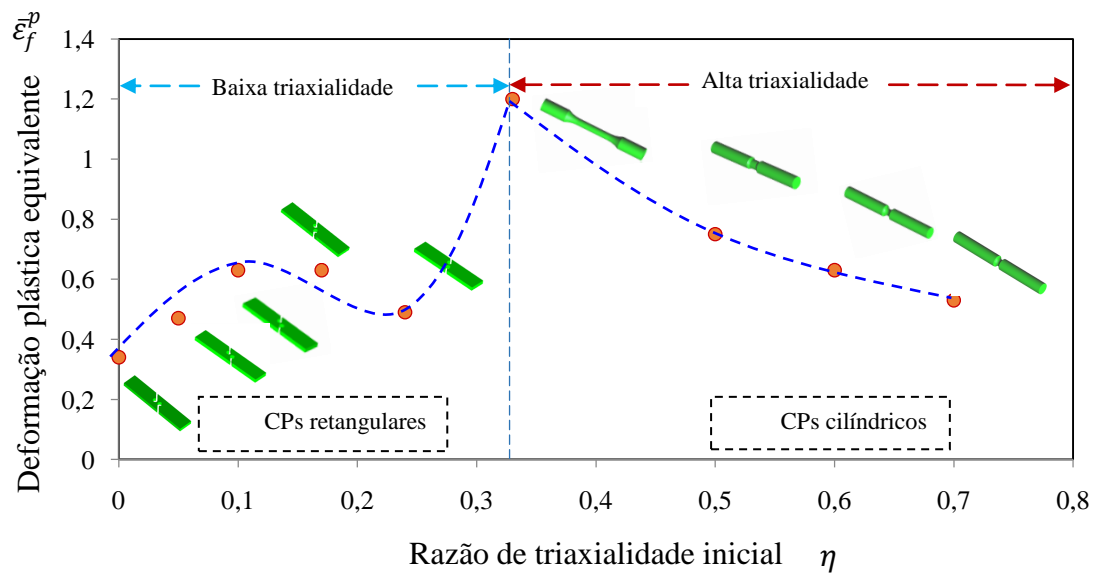


Figura 2.41: Curva de deformação plástica equivalente na fratura *versus* razão de triaxialidade inicial - AISI 4340 recozido.

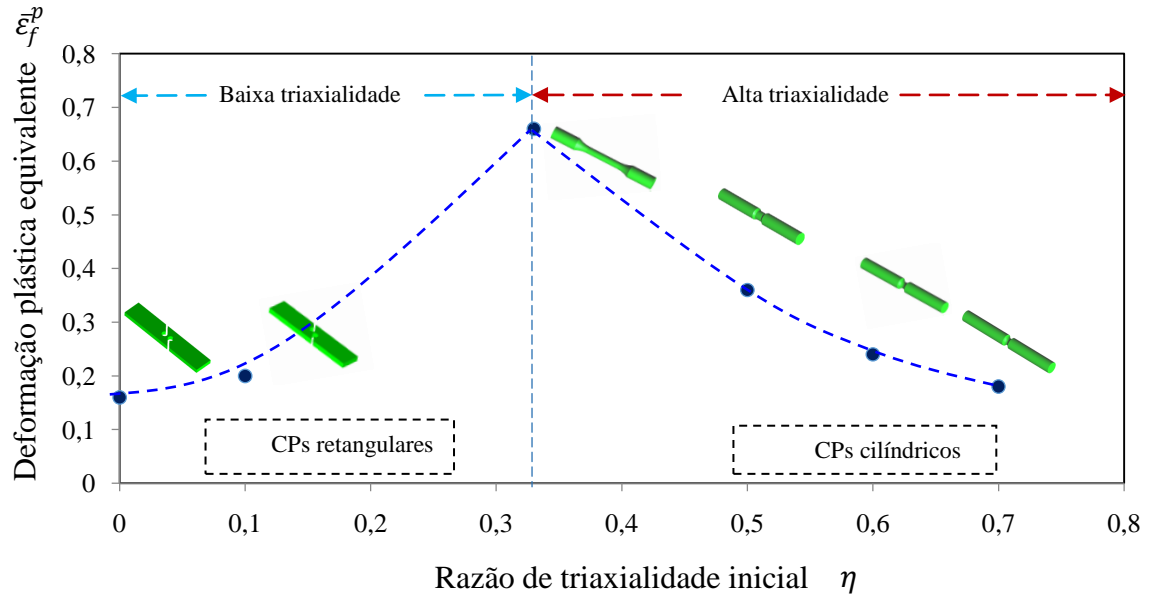


Figura 2.42: Curva de deformação plástica equivalente na fratura *versus* razão de triaxialidade inicial - AISI 4340 normalizado.

2.10.4 Avaliação da influência do ponto de calibração no comportamento da liga AISI 4340 normalizada e recozida

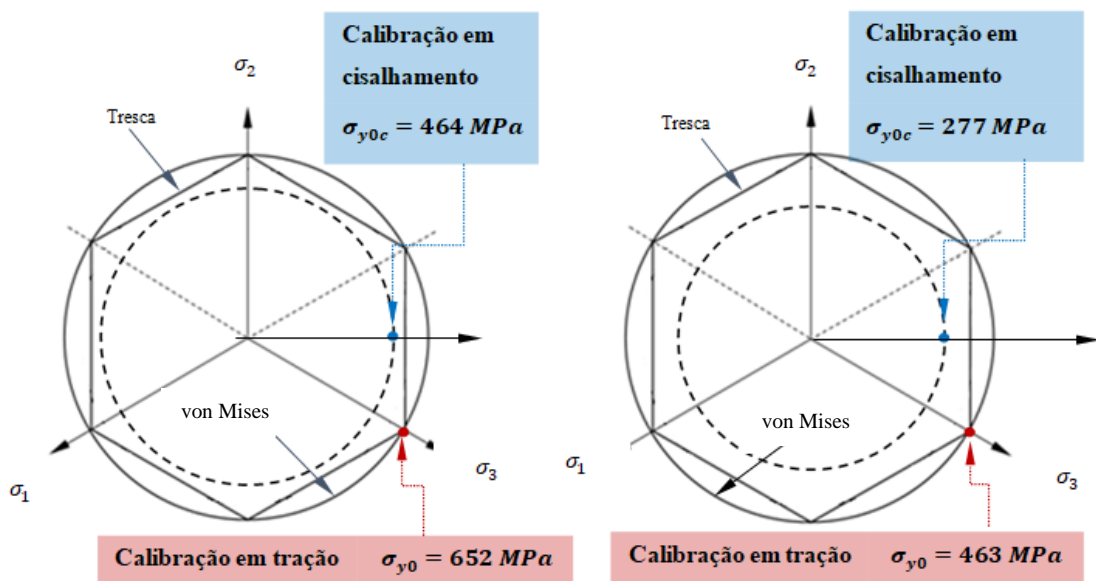
Após os resultados preliminares obtidos, a partir da calibração em tração, foi estudada a influência da calibração em cisalhamento, com o intuito de comparar a curva de reação numérica e experimental, pois o ponto de calibração tem relação direta com a evolução da deformação plástica equivalente e, portanto com a previsão de fratura do material. Do ponto de vista da modelagem numérica, o ponto de calibração pode conduzir a previsão de falha do material de forma tardia ou antecipada.

Para a calibração em cisalhamento, foram utilizados os parâmetros do material obtidos de acordo com o ensaio de cisalhamento, que representa outro estado de tensão. Os valores para as duas calibrações são apresentados na Tabela 2.7. Para o estudo da influência do ponto de calibração, assumiram-se somente os resultados para os retangulares, tanto em cisalhamento puro, quanto em carregamento combinado, pois para esses casos, tanto os valores da razão de triaxialidade (η) quanto do terceiro invariante normalizado (ξ) sofrem mudanças de acordo com o estado de tensão. Na calibração em tração foram usados $\eta = 0,33$ e $\xi = 1$, sendo estes valores elastoplásticos obtidos para o CP liso submetido a teste de tração. Já na calibração em cisalhamento, os parâmetros obtidos para essa geometria foram $\eta = 0$ e $\xi = 0$.

Tabela 2.7: Parâmetros plásticos para as duas calibrações - AISI 4340 normalizado e recozido

Descrição	Símbolo	Valores			
		Normalizado		Recozido	
		Tração	Cisalhamento	Tração	Cisalhamento
Limite de escoamento inicial	σ_{y0} [MPa]	652	464	463	277
Primeiro parâmetro de calibração	ζ [MPa]	439,5	-1270,2	401,3	267,3
Segundo parâmetro de calibração	σ_{∞} [MPa]	1048	995	774,8	542
Expoente de calibração	δ	47,6	55,2	23,8	87,1

A Figura 2.43 ilustra os valores das calibrações utilizadas para os dois materiais, em que pode ser percebido que o valor da calibração em cisalhamento, nos dois casos, está localizado no interior das superfícies de Tresca e von Mises, sendo que esta relação é de $\sqrt{3}/2$ ($\tau_{y0}/\sigma_{y0} = \sqrt{3}/2$). Realizando uma comparação entre os valores das calibrações, foi possível verificar que, no caso do material normalizado, a relação (τ_{y0}/σ_{y0}) corresponde a 0,71 e para o material recozido, esta razão atinge o valor de 0,60.



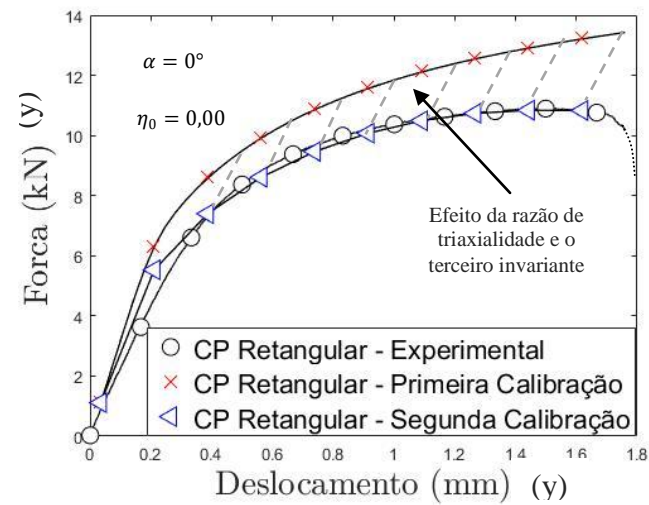
a) Liga AISI 4340 normalizada

b) Liga AISI 4340 recozida

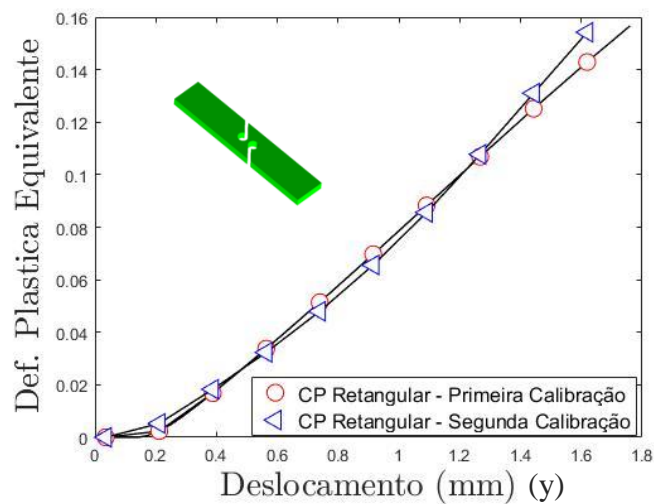
Figura 2.43: Superfícies de escoamentos e pontos de calibração.

Na Figura 2.44 são mostrados os resultados para as simulações realizadas no CP de cisalhamento puro para a liga AISI 4340 normalizada, comparando os resultados

experimentais e numéricos nas duas calibrações (calibração em tração e calibração em cisalhamento).



a)



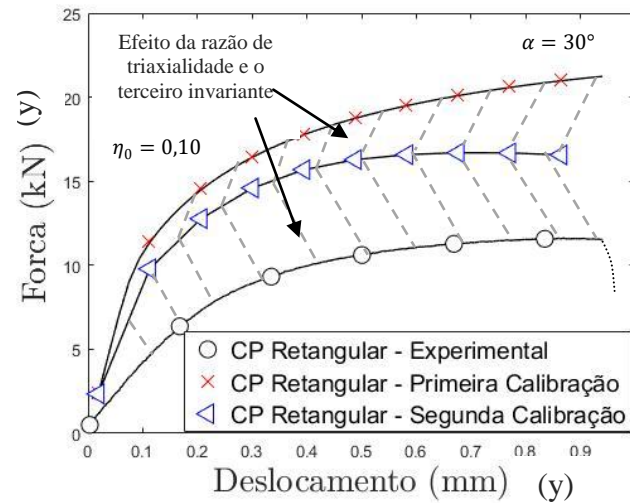
b)

Figura 2.44: a) Força de reação para a calibração em tração e cisalhamento; b) Deformação plástica equivalente para a calibração em tração e cisalhamento do CP para cisalhamento puro - AISI 4340 normalizado.

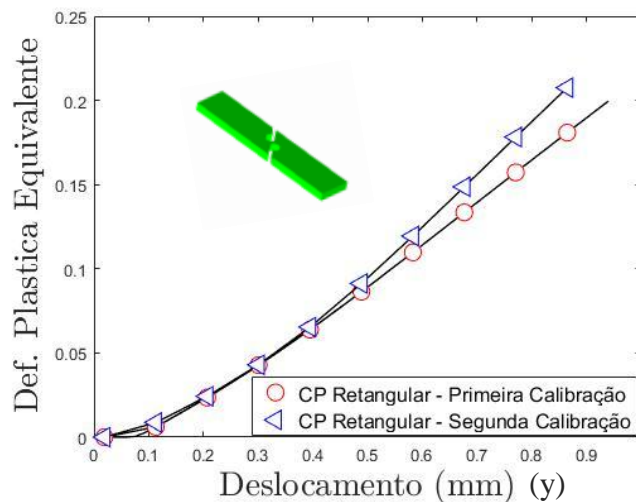
O resultado mostrou que há um afastamento da curva de reação obtida experimentalmente em relação àquela produzida na simulação numérica com o primeiro ponto de calibração, isto é, uma evidência de que o modelo baseado no escoamento de von Mises não captura os efeitos da razão de triaxialidade e do terceiro invariante normalizado. Quando observadas as curvas de reação experimental e a resultante da modelagem numérica no ponto de calibração em cisalhamento, as curvas praticamente coincidem, fato que é explicado devido à calibração

ser nesse estado de tensão. A evolução da deformação plástica equivalente na fratura apresentou valores muito próximos nas duas calibrações, como observado na Figura 2.44 (b).

A Figura 2.45 mostra os resultados obtidos para o CP no estado de tensão combinado no qual a força foi inclinada em 30° .



a)

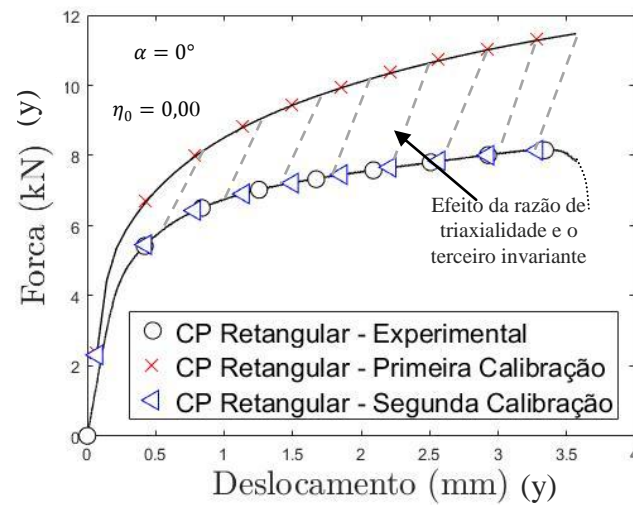


b)

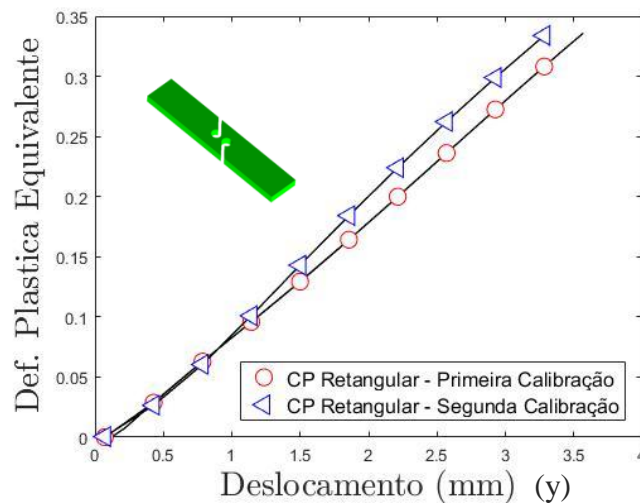
Figura 2.45: a) Força de reação para a calibração em tração e cisalhamento; b) Deformação plástica equivalente para a calibração em tração e cisalhamento do CP combinado 30° - AISI 4340 normalizado.

O comparativo de resultados para o CP de cisalhamento puro para o material recozido é apresentado na Figura 2.46. Como esperado, os valores obtidos para a primeira calibração e os valores observados experimentalmente foram bastante diferentes e os valores numéricos obtidos nas duas calibrações coincidem perfeitamente. A deformação plástica equivalente

para a calibração em cisalhamento atingiu valores superiores aos obtidos na calibração em tração.



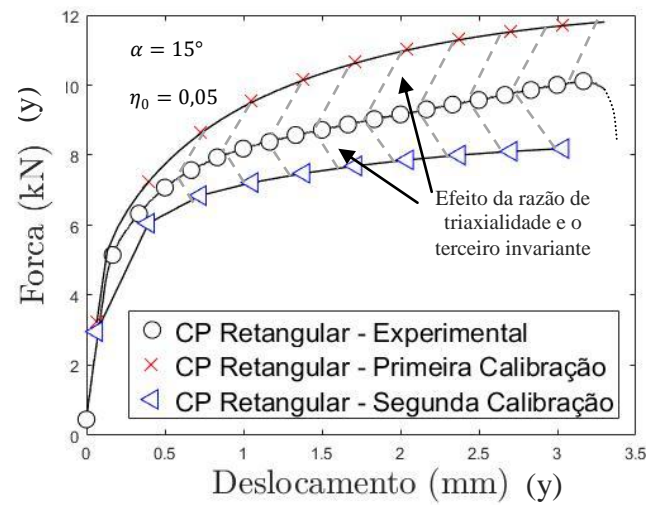
a)



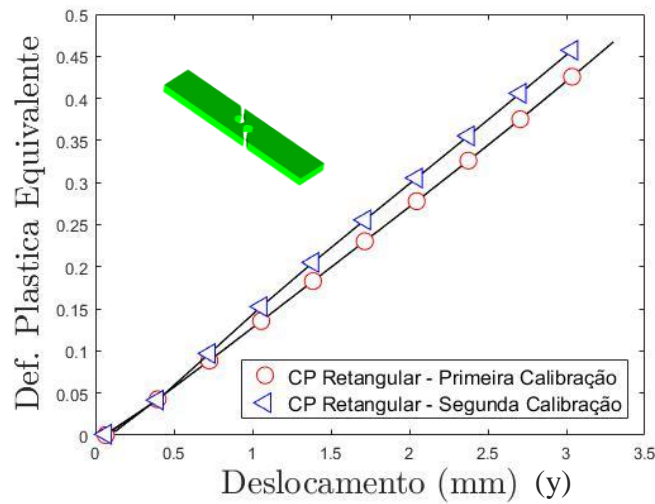
b)

Figura 2.46: Força de reação para a calibração em tração e cisalhamento; b) Deformação plástica equivalente para a calibração em tração e cisalhamento do CP para cisalhamento puro - AISI 4340 recozido.

Os resultados, considerando carregamentos combinados, são apresentados a seguir. A Figura 2.47 mostra o estado combinado no qual a força é inclinada em 15° . A reação da força obtida numericamente para a segunda calibração apresentou valores inferiores comparados com os experimentais e os calculados na primeira calibração, sendo que a deformação plástica equivalente possui valores superiores em relação à primeira calibração.



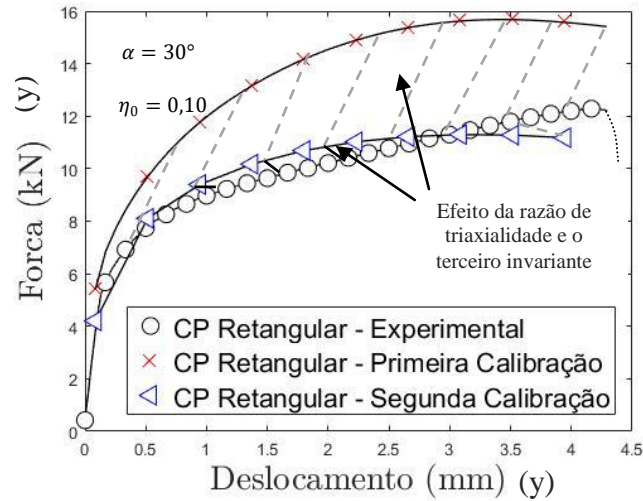
a)



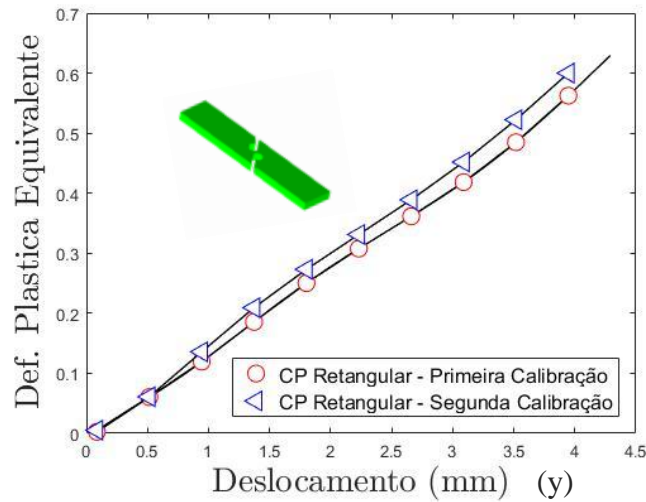
b)

Figura 2.47: a) Força de reação para a calibração em tração e cisalhamento; b) Deformação plástica equivalente para a calibração em tração e cisalhamento do CP combinado 15° - AISI 4340 recozido.

O comportamento do CP para o estado combinado 30° apresenta um comportamento um pouco diferente. No início, os resultados obtidos na segunda calibração ficam acima dos valores observados experimentalmente, sendo que depois há uma mudança no comportamento, como mostrado na Figura 2.48 (a), porém a evolução da deformação plástica se mantém acima quando comparados os dois pontos de calibração (Figura 2.48 (b)).



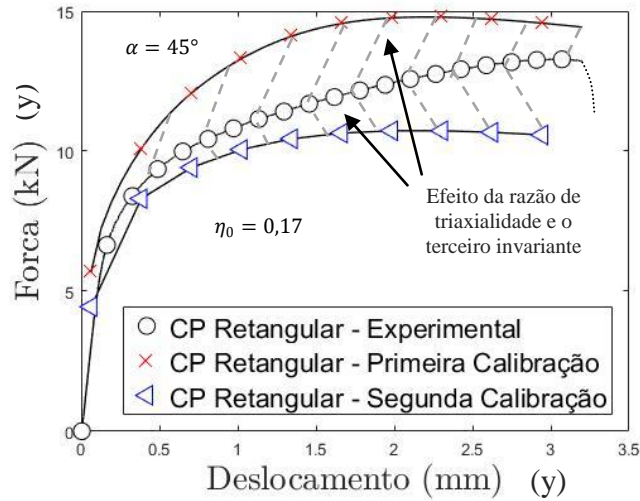
a)



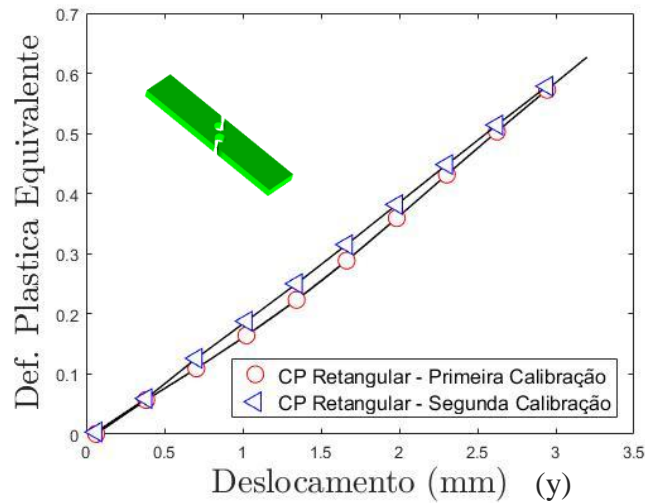
b)

Figura 2.48: a) Força de reação para a calibração em tração e cisalhamento; b) Deformação plástica equivalente para a calibração em tração e cisalhamento do CP combinado 30° - AISI 4340 recozido.

Para o caso da avaliação do estado de tensão combinado 45° , apresentado na Figura 2.49, é possível verificar que os valores tanto da força de reação quanto da evolução da deformação plástica equivalente, apresentam um comportamento bastante similar quando comparado ao estado combinado 15° , isto é, a força de reação obtida para a segunda calibração se encontra abaixo dos valores experimentais da primeira calibração e a deformação plástica equivalente mostra valores numéricos levemente diferentes para as duas calibrações.



a)



b)

Figura 2.49: a) Força de reação para a calibração em tração e cisalhamento; b) Deformação plástica equivalente para a calibração em tração e cisalhamento do CP combinado 45° - AISI 4340 recozido.

Os resultados para os testes realizados no estado de tensão em que a força é inclinada em 60° podem ser visualizados na Figura 2.50, na qual se constata que os valores para a segunda calibração são inferiores aos obtidos na primeira calibração e nas observações experimentais, sendo que os valores da deformação plástica equivalente, praticamente são coincidentes quando observadas a calibração em tração e o cisalhamento, o que pode ser observado na Figura 2.50 (b).

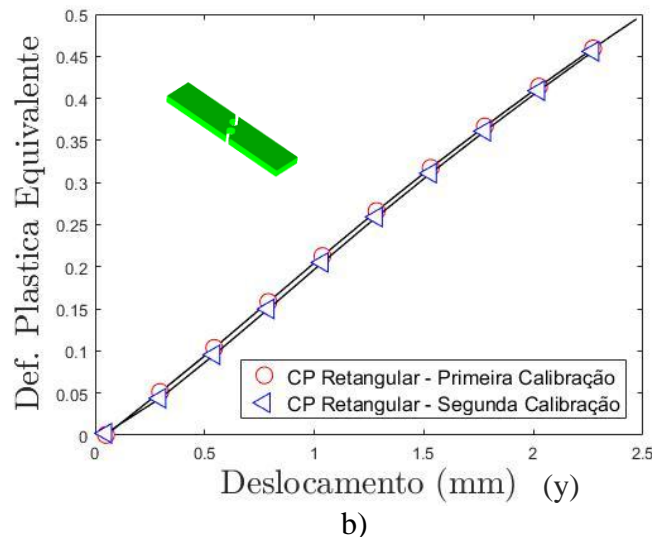
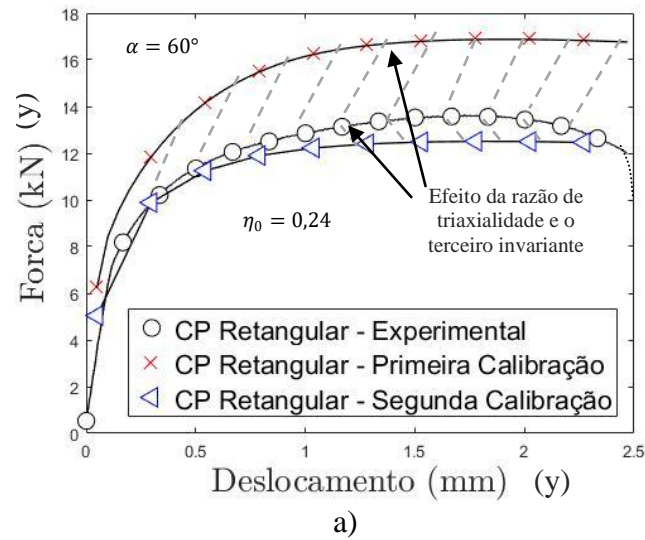


Figura 2.50: a) Força de reação para a calibração em tração e cisalhamento; b) Deformação plástica equivalente para a calibração em tração e cisalhamento do CP combinado 60° - AISI 4340 recozido.

Em geral, é possível afirmar que para os dois materiais estudados, os resultados obtidos nos casos de cisalhamento puro foram iguais, pois o estado de tensão corresponde ao assumido na calibração. Por outro lado, quando considerados os CPs sob carregamentos combinados, foram constatadas discrepâncias entre os valores das forças de reações numéricas e experimentais. Esse fenômeno pode ser explicado devido às diferenças dos parâmetros elastoplásticos para os dois pontos de calibração, pois na presença de carregamentos combinados existe a influência da tração e do cisalhamento na resposta dos CPs e os parâmetros utilizados não consideram esses efeitos simultaneamente.

Dessa forma, pode-se resumir que considerando o primeiro ponto de calibração, o modelo de von Mises subestimou as forças necessárias para a fratura dos corpos cilíndricos e superestimou as forças necessárias para os corpos de prova retangulares. Por sua vez, assumindo o segundo ponto de calibração, o modelo sempre subestimou as forças necessárias para a fratura dos corpos de prova retangulares. A Figura 2.51 apresenta o comportamento do modelo de von Mises para a liga AISI 4340.

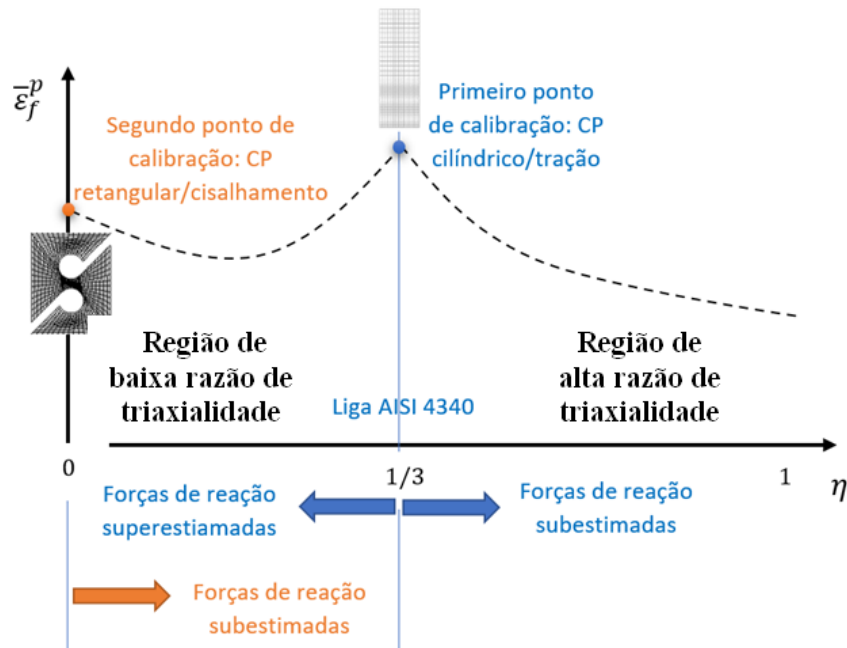


Figura 2.51: Comportamento do modelo de von Mises para a liga AISI 4340, de acordo com o ponto de calibração.

2.11 Comentários finais do capítulo

Neste capítulo foi verificado o comportamento elastoplástico da liga AISI 4340 recozida e normalizada, em que foram avaliadas as forças de reação obtidas numérica e experimentalmente, a evolução da deformação plástica equivalente, a evolução da razão de triaxialidade e o contorno do terceiro invariante normalizado. Foram estruturadas as curvas que descrevem a evolução da deformação plástica na fratura em função da razão de triaxialidade, em que pode ser visualizado o comportamento do material nas faixas de baixa e alta razão de triaxialidade. Também foi avaliada a influência da calibração para os CPs retangulares, considerando os pontos de tração e cisalhamento.

Quando avaliado o comportamento dos corpos de prova cilíndricos entalhados, percebeu-se que a força de reação obtida numericamente foi inferior aos valores observados

experimentalmente, para todos os entalhes analisados. Isso significa que os níveis de força previstos pelo modelo são diferentes aos observados nos testes laboratoriais. A causa deste fenômeno se explica, pois o modelo matemático utilizado é insensível à razão de triaxialidade, sendo este o parâmetro do estado de tensão, fundamental nessas condições de carregamento.

Para os corpos de prova retangulares, sujeitos a cisalhamento puro e combinações de tração/cisalhamento, observou-se um comportamento oposto, ou seja, o modelo de von Mises foi capaz de superestimar as forças de reação observadas experimentalmente. Novamente, o comportamento irregular do modelo de von Mises é justificado pelo fato da formulação ser independente do terceiro invariante normalizado. Além disso, para evidenciar ainda mais a dependência da liga AISI 4340, com relação a esses dois importantes parâmetros do estado de tensão, foi realizada uma nova avaliação dos corpos de prova retangulares, sujeitos a cisalhamento e a combinações de carregamento. Nesse caso, a calibração da curva de endurecimento isotrópico do material foi realizada de acordo com o ensaio de cisalhamento puro. Nessas condições, o modelo de von Mises foi capaz, em todas as situações testadas, de subestimar as forças de reação necessárias para a fratura do material.

Com relação à evolução da deformação plástica equivalente na fratura, pode-se concluir que para a região de alta razão de triaxialidade, o seu valor sempre diminui com o aumento da razão de triaxialidade. Essa observação é válida para os dois materiais, normalizado e recozido. Contudo, na região de baixa razão de triaxialidade, a liga AISI 4340 normalizada parece assumir um aumento na deformação plástica equivalente com o aumento da razão de triaxialidade, até o limite de $\eta = \frac{1}{3}$. Para a liga recozida, observou-se que a deformação plástica equivalente cresce ou decresce com o aumento da razão de triaxialidade. Isso se justifica devido ao elevado nível de ductilidade do material recozido, o que pode gerar algum tipo de endurecimento secundário até a fratura do material. Além disso, por meio da análise dos limites de escoamento dos materiais, calibrados em cisalhamento e tração, observou-se que o material normalizado se aproximou do comportamento de Tresca, cuja razão é igual a $\sqrt{3}/2$. Já para o material recozido, o limite de escoamento em cisalhamento se apresentou na ordem de 60% do limite de escoamento em tração, o que mostra um comportamento mecânico bastante incomum ao material.

Com os resultados apresentados nesta etapa da pesquisa, é possível afirmar que para realizar uma melhor previsão do comportamento da liga AISI 4340 normalizada e recozida, há a necessidade de investigar modelos constitutivos que incorporem os parâmetros de

triaxialidade e o terceiro invariante normalizado, pois o material é fortemente dependente desses parâmetros. Levando em consideração a motivação desta pesquisa, descrita no capítulo 1, pode-se então suspeitar do incorreto uso do modelo de von Mises no projeto do conjunto BOP/*riser*.

3 MODELO DE DANO DE LEMAITRE E AVALIAÇÃO DA FRATURA DÚCTIL

Nesta etapa do trabalho, busca-se adotar o modelo de Lemaitre para avaliar a fratura dúctil, no que se refere à determinação do correto local e ao deslocamento necessário para a fratura. Novamente, os resultados numéricos foram comparados com os experimentais, tanto para os corpos cilíndricos quanto para os retangulares, fabricados da liga AISI 4340, normalizada e recozida. O modelo de Lemaitre foi calibrado considerando o ensaio feito para o corpo de prova cilíndrico liso, sujeito à tração pura. Além disso, um novo denominador de dano foi determinado, de maneira a forçar que o deslocamento numérico para a fratura, segundo Lemaitre, seja igual ao deslocamento experimentalmente observado para o corpo de prova retangular, sujeito a cisalhamento puro. Isso mostra, também, o efeito do ponto de calibração na lei de evolução do dano.

3.1 Introdução

A Mecânica do Dano Contínuo (MDC) tem sido amplamente estudada nas últimas décadas, com o objetivo de incorporar novas variáveis ao modelo constitutivo (Chaboche, 1988). Nesse contexto, a proposta publicada por Lemaitre (1985) constitui uma das maiores contribuições. Para Lemaitre e Desmorat (2005) o dano representa a criação e o crescimento de microfissuras, que constituem descontinuidades em materiais sólidos, em outras palavras, o dano corresponde a pequenos defeitos mensuráveis no interior de um volume representativo elementar. Segundo De Sousa Neto *et al.* (2008) a caracterização do dano interno depende principalmente do tipo de material, sendo que a sua evolução pode acontecer por mecanismos físicos diferentes, dependentes da condição de carregamento, temperaturas e condições ambientais, como, por exemplo, radiação e substâncias corrosivas.

O desenvolvimento de modelos constitutivos e algoritmos utilizados nas diversas áreas da engenharia têm evoluído significativamente nas últimas décadas, acompanhados pelo crescimento do uso de métodos de elementos finitos. Porém, apesar da robustez das propostas, ainda há a necessidade de buscar aprimoramento no que tange à identificação do ponto de falha de materiais e componentes, aplicações a diversos materiais e estudos em diferentes condições de carregamento. Neste estudo é aplicado o modelo de Lemaitre para avaliar o deslocamento na fratura em diferentes condições de carregamento para a liga AISI 4340 normalizada e recozida, além de verificar a influência da modificação do denominador de dano no comportamento do material.

O funcionamento do modelo constitutivo de Lemaitre será descrito, assim como a estratégia numérica para a integração implícita, abordando os aspectos matemáticos fundamentais da atualização de variáveis internas, a estruturação do sistema não linear de equações e o operador tangente consistente. O modelo proposto por Lemaitre (1985) foi formulado considerando o dano e o endurecimento isotrópicos, sendo que na formulação desse modelo, o denominador de dano é definido como uma constante escalar e as equações constitutivas, geradas no problema elastoplástico, são integradas usando uma estratégia de mapeamento de retorno.

A calibração dos parâmetros necessários para esse modelo também são descritos considerando o material AISI 4340 normalizado e recozido. Por fim, este capítulo apresenta os resultados das simulações numéricas, com o intuito de mostrar a evolução da deformação plástica equivalente em função do deslocamento na fratura e a evolução do dano, assim como o comparativo entre a força de reação experimental e numérica, o que permite observar o deslocamento crítico na fratura para as diferentes condições de carregamentos abordadas nesta pesquisa.

3.2 Modelo constitutivo de Lemaitre

Com base nos conceitos de tensão efetiva e sob a hipótese da existência de deformação equivalente, Lemaitre (1985) publicou o modelo constitutivo de dano, no qual é considerado o endurecimento isotrópico e cinemático, assim como a evolução interna do dano para materiais dúcteis.

As leis de estado usadas na teoria de dano são derivadas do potencial termodinâmico. Inicialmente é suposta a hipótese da existência de um potencial de estado ψ , dessa forma, é possível adotar como potencial termodinâmico a energia livre, em função do tensor das deformações, das variáveis associadas ao endurecimento e dano. Em geral, a função pode ser estruturada da seguinte forma:

$$\Psi = \Psi(\boldsymbol{\varepsilon}^e, r, D), \quad (3.1)$$

sendo que Ψ representa a energia específica livre; $\boldsymbol{\varepsilon}^e$ é o tensor das deformações elásticas; r é a variável interna associada ao endurecimento isotrópico, e D , a variável interna de dano isotrópico. Importante destacar que r e D , são grandezas escalares.

Neste estudo será assumido que o processo é isotérmico. Dessa forma, a escolha das variáveis internas depende do fenômeno físico estudado. Como mencionado antes, as variáveis de estado serão: elasticidade, endurecimento isotrópico e dano isotrópico.

Supondo que o dano afeta somente a parcela elástica do comportamento do material, a energia livre pode ser decomposta de forma aditiva, considerando duas contribuições da seguinte forma:

$$\Psi(\boldsymbol{\varepsilon}^e, r, D) = \Psi^{ed}(\boldsymbol{\varepsilon}^e, D) + \Psi^p(r), \quad (3.2)$$

em que Ψ^{ed} representa o potencial de contribuição de dano elástico e Ψ^p corresponde à energia plástica liberada. A parcela correspondente ao potencial de dano elástico foi proposta por Lemaitre (1985) da seguinte forma:

$$\bar{\rho}\Psi^{ed}(\boldsymbol{\varepsilon}^e, D) = \frac{1}{2}\boldsymbol{\varepsilon}^e:(1-D)\mathbb{D}:\boldsymbol{\varepsilon}^e, \quad (3.3)$$

sendo \mathbb{D} o tensor de elasticidade isotrópico. O potencial plástico pode ser representado da seguinte forma, considerando apenas o endurecimento isotrópico:

$$\bar{\rho}\Psi^p(r) = \bar{\rho}\Psi^l(r). \quad (3.4)$$

Derivando o potencial de dano elástico (ou elasticidade - dano), apresentado na Equação 3.3, obtém-se o tensor tensão elástico ou lei elástica:

$$\boldsymbol{\sigma} = \bar{\rho} \frac{\partial \Psi^{ed}(\boldsymbol{\varepsilon}^e, D)}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}^e} = (1-D)\mathbb{D}:\boldsymbol{\varepsilon}^e. \quad (3.5)$$

A associação da força termodinâmica com a variável interna de dano, obtida a partir do potencial de dano elástico, permite escrever a seguinte equação:

$$Y = \bar{\rho} \frac{\partial \Psi^{ed}(\boldsymbol{\varepsilon}^e, D)}{\partial D} = -\frac{1}{2}\boldsymbol{\varepsilon}^e:\mathbb{D}:\boldsymbol{\varepsilon}^e. \quad (3.6)$$

Manipulando matematicamente a equação acima é possível obter uma expressão para a variável de dano, em função da tensão hidrostática e da tensão equivalente de von Mises. Essa variável representa a força termodinâmica e é formulada incluindo o parâmetro de dano isotrópico:

$$-Y = \frac{q^2}{6G(1-D)^2} + \frac{p^2}{6K(1-D)^2}, \quad (3.7)$$

em que q é a tensão equivalente de von Mises, p representa a tensão hidrostática, $G = E/2(1 + \nu)$ corresponde ao módulo de elasticidade ao cisalhamento e $K = E/3(1 - 2\nu)$ é o módulo de elasticidade volumétrico. As constantes E e ν correspondem ao módulo de elasticidade de Young e o coeficiente de Poisson, respectivamente.

Também é obtida a força termodinâmica associada ao endurecimento isotrópico, a partir da derivação do potencial plástico:

$$R = -\bar{\rho} \frac{\partial \Psi}{\partial r} = R(r) \quad (3.8)$$

Para obter a evolução da variável interna é necessário estabelecer um fluxo potencial da seguinte forma:

$$\Psi = \phi + \frac{S}{(1-D)(1+s)} \left(\frac{-Y}{S} \right)^{s+1}, \quad (3.9)$$

em que Ψ é denominado fluxo potencial, S e s são as constantes de evolução do dano e ϕ corresponde à função de escoamento, esta função é definida da seguinte forma:

$$\phi = \frac{q}{(1-D)} - \sigma_{y_0} - R(r). \quad (3.10)$$

O termo σ_{y_0} corresponde ao valor inicial da tensão de escoamento. O escoamento plástico é escrito de acordo com a hipótese da normalidade generalizada:

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^P = \dot{\gamma} \frac{\partial \Psi}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \dot{\gamma} \mathbf{N}, \quad (3.11)$$

sendo $\dot{\gamma}$ correspondente ao multiplicador plástico e o termo \mathbf{N} representando o vetor de fluxo que pode ser escrito considerando a formulação de Lemaitre da seguinte forma:

$$\mathbf{N} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\mathbf{S}}{\|\mathbf{S}\|} \frac{1}{(1-D)}, \quad (3.12)$$

com \mathbf{S} sendo o tensor tensão desviador. Retornando a Equação 3.11 e substituindo a Equação 3.12, a evolução da deformação plástica pode ser escrita como segue:

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^P = \dot{\gamma} \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\mathbf{S}}{\|\mathbf{S}\|} \frac{1}{(1-D)}. \quad (3.13)$$

A lei de evolução do dano é obtida a partir da derivação da função de escoamento em relação Y , sendo assim chega-se a seguinte expressão:

$$\dot{D} = \dot{\gamma} \frac{\partial \Psi}{\partial Y} = \dot{\gamma} \frac{1}{(1-D)} \left(\frac{-Y}{S} \right)^s. \quad (3.14)$$

Para obter a evolução da variável interna associada ao endurecimento isotrópico, é necessário derivar a função de escoamento em relação a r . Dessa forma, tem-se:

$$\dot{r} = \dot{\gamma} \frac{\partial \Psi}{\partial R} = \dot{\gamma}. \quad (3.15)$$

Independentemente da taxa de crescimento da variável interna associada ao endurecimento isotrópico, a lei de carga e descarga deve ser cumprida, sendo representada pelo conjunto de expressões abaixo:

$$\dot{\gamma} \geq 0, \quad \phi \leq 0, \quad \dot{\gamma} \phi = 0 \quad (3.16)$$

O modelo de Lemaitre com endurecimento isotrópico original é mostrado no Quadro 3.1.

Quadro 3.1: Modelo de Lemaitre com endurecimento isotrópico.

i)	Decomposição aditiva do tensor de deformação	
		$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^p$
ii)	Lei elástica com dano acoplado	
		$\boldsymbol{\sigma} = (1-D)\mathbb{D}^e : \boldsymbol{\varepsilon}^e$
iii)	Função de escoamento	
		$\phi = \frac{q}{(1-D)} - \sigma_{y_0} - R(r)$
iv)	Lei de Fluxo Plástico e Evolução de r e D .	
		$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = \dot{\gamma} \mathbf{N} = \dot{\gamma} \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\mathbf{S}}{\ \mathbf{S}\ } \frac{1}{(1-D)}$
		$\dot{r} = \dot{\gamma}$
		$\dot{D} = \dot{\gamma} \frac{1}{(1-D)} \left(\frac{-Y}{S} \right)^s$
	Em que:	
		$-Y = \frac{q^2}{6G(1-D)^2} + \frac{p^2}{6K(1-D)^2}$
v)	Regra de carga e descarga	
		$\dot{\gamma} \geq 0, \quad \phi \leq 0, \quad \dot{\gamma} \phi = 0$

Segundo Lemaitre (2005), a localização e a iniciação de uma trinca ocorrem em escalas intermediárias entre a microscópica e a macroscópica, portanto é necessário estabelecer um critério adequado que permita detectar esse fenômeno. Sendo assim, é apresentado um valor de dano crítico (D_c), que estabelece o início da trinca. Essa condição é estabelecida da seguinte forma:

$$D > D_c . \quad (3.17)$$

O valor do dano crítico é considerado uma constante do material cujo valor está localizado no intervalo de 0.2 e 0.5.

3.3 Estratégia de integração numérica para o modelo de Lemaitre.

Para o modelo de Lemaitre, adotou-se a mesma estratégia de integração implícita discutida para o modelo baseado no critério de falha de von Mises (ver Capítulo 2). Contudo, nesse caso, para o corretor plástico, há a necessidade de resolver o seguinte sistema de equações não lineares, através do método de Newton-Raphson.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\sqrt{\frac{3}{2}} \mathbf{S}_{n+1} : \mathbf{S}_{n+1}}{(1 - D_{n+1})} - \sigma_{y0} - HR_n - H\Delta\gamma \\ \boldsymbol{\sigma}_{n+1} - (1 - D_{n+1}) \mathbb{D} : \boldsymbol{\sigma}_{n+1}^T + 2G\Delta\gamma \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\mathbf{S}_{n+1}}{(1 - D_{n+1}) \|\mathbf{S}_{n+1}\|} \\ D_{n+1} - D_n - \frac{\Delta\gamma}{(1 - D_{n+1})} \left(\frac{-Y}{S} \right)^s \end{array} \right\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}. \quad (3.18)$$

No Quadro 3.2 é mostrado o algoritmo de atualização das tensões e variáveis internas para o modelo de Lemaitre e o Quadro 3.3 apresenta o método de Newton-Raphson para a resolução da Equação 3.18.

Quadro 3.2: Algoritmo de retorno para o modelo de Lemaitre.

i) Determinação do estado tentativa, dado um incremento da deformação.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{eT} &= \boldsymbol{\varepsilon}_n^e + \Delta \boldsymbol{\varepsilon} \\ \boldsymbol{\sigma}_{n+1}^T &= (1 - D_n) \mathbb{D} : \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{eT} & \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{pT} &= \boldsymbol{\varepsilon}_n^p \\ R_{n+1}^T &= R_n & D_{n+1}^T &= D_n \end{aligned}$$

ii) Verificação da admissibilidade plástica

$$\phi_{n+1}^T = \frac{\sqrt{\frac{3}{2} \mathbf{S}_{n+1} : \mathbf{S}_{n+1}}}{(1 - D_{n+1})} - \sigma_{y0} - HR_n - H\Delta\gamma$$

Se $\phi_{n+1}^T \leq 0$ passo elástico $(*)_{n+1} = (*)_{n+1}^T$

Caso contrário haverá passo plástico: Algoritmo de retorno:

iii) Algoritmo de retorno: Resolver o sistema de equações não lineares (Aplicação de Newton-Raphson)

Corretor plástico.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\sqrt{\frac{3}{2} \mathbf{S}_{n+1} : \mathbf{S}_{n+1}}}{(1 - D_{n+1})} - \sigma_{y0} - HR_n - H\Delta\gamma \\ \boldsymbol{\sigma}_{n+1} - (1 - D_n) \mathbb{D} : \boldsymbol{\sigma}_{n+1}^T + 2G\Delta\gamma \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\mathbf{S}_{n+1}}{(1 - D_{n+1}) \|\mathbf{S}_{n+1}\|} \\ D_{n+1} - D_n - \frac{\Delta\gamma}{(1 - D_{n+1})} \left(\frac{-Y}{S} \right)^s \end{array} \right\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

iv) Atualizar outras variáveis

$$R_{n+1} = R_n + \Delta\gamma, \quad \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^e = \frac{1}{2G} \mathbf{S}_{n+1} + \frac{1}{3} \boldsymbol{\varepsilon}_v^e T \mathbf{I}$$

v) Fim

Quadro 3.3: Método de Newton-Raphson para o sistema não linear de Lemaitre.

i) Dado o estado tentativa: parâmetros iniciais:

$$\boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{(0)} = \boldsymbol{\sigma}_n \quad \Delta\gamma^{(0)} = 0 \quad D_{n+1}^0 = D_n$$

ii) Resolver o sistema de equações para: $\boldsymbol{\sigma}_{n+1}$, D_{n+1} , $\Delta\gamma$.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial R_{\Delta\gamma}}{\partial \Delta\gamma} & \frac{\partial R_{\Delta\gamma}}{\partial \boldsymbol{\sigma}_{n+1}} & \frac{\partial R_{\Delta\gamma}}{\partial D_{n+1}} \\ \frac{\partial R_{\boldsymbol{\sigma}}}{\partial \Delta\gamma} & \frac{\partial R_{\boldsymbol{\sigma}}}{\partial \boldsymbol{\sigma}_{n+1}} & \frac{\partial R_{\boldsymbol{\sigma}}}{\partial D_{n+1}} \\ \frac{\partial R_D}{\partial \Delta\gamma} & \frac{\partial R_D}{\partial \boldsymbol{\sigma}_{n+1}} & \frac{\partial R_D}{\partial D_{n+1}} \end{bmatrix}^k \cdot \begin{bmatrix} \delta\Delta\gamma \\ \delta\boldsymbol{\sigma}_{n+1} \\ \delta D_{n+1} \end{bmatrix}^{k+1} = - \begin{bmatrix} R_{\Delta\gamma} \\ R_{\boldsymbol{\sigma}_{n+1}} \\ R_{D_{n+1}} \end{bmatrix}^k$$

iii) Calcular:

$$\boldsymbol{\sigma}_{n+1} = \boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{(k)} + \delta\boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{(k+1)} \quad \Delta\gamma = \Delta\gamma^{(k)} + \delta\Delta\gamma^{(k+1)}$$

$$D_{n+1} = D_{n+1}^{(k)} + \delta D_{n+1}^{(k)}$$

Atualizar as variáveis de estado:

$$R_{n+1} = R_n + \Delta\gamma$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^e = \mathbb{D}^{-1} : \boldsymbol{\sigma}_{n+1}$$

iv) Verificar a convergência:

$$\phi = \frac{\sqrt{\frac{3}{2} \mathbf{S}_{n+1} : \mathbf{S}_{n+1}}}{(1 - D_{n+1})} - \sigma_{y0} - HR_n - H\Delta\gamma$$

Se $|\Phi| \leq \text{tolerância} \Rightarrow$ finaliza o processo, caso contrário volta ao passo ii).

v) Fim.

3.3.1 Operador Tangente para o modelo de Lemaitre

Na determinação do operador tangente consistente, a Equação 3.19 deve ser considerada. Observa-se que, agora, a variável interna de dano afeta o operador.

$$\widehat{\mathbb{D}}^e = \frac{1}{1 - D} \mathbb{D}. \quad (3.19)$$

A mesma estratégia aplicada ao modelo de von Mises é utilizada para determinação do operador tangente de Lemaitre. Nesse caso, as seguintes equações são consideradas:

$$\begin{bmatrix} d\Delta\gamma \\ d\boldsymbol{\sigma}_{n+1} \\ dD_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{11} & \mathbf{C}_{12} & C_{13} \\ \mathbf{C}_{21} & \mathbb{C}_{22} & \mathbf{C}_{23} \\ C_{31} & \mathbf{C}_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ (1 - D_{n+1})\mathbb{D}^e : d\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^e \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (3.20)$$

em que,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{C}_{11} & \mathbf{C}_{12} & C_{13} \\ \mathbf{C}_{21} & \mathbb{C}_{22} & \mathbf{C}_{23} \\ C_{31} & \mathbf{C}_{32} & C_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial R_{\Delta\gamma}}{\partial \Delta\gamma} & \frac{\partial R_{\Delta\gamma}}{\partial \boldsymbol{\sigma}_{n+1}} & \frac{\partial R_{\Delta\gamma}}{\partial D_{n+1}} \\ \frac{\partial R_{\sigma}}{\partial \Delta\gamma} & \frac{\partial R_{\sigma}}{\partial \boldsymbol{\sigma}_{n+1}} & \frac{\partial R_{\sigma}}{\partial D_{n+1}} \\ \frac{\partial R_D}{\partial \Delta\gamma} & \frac{\partial R_D}{\partial \boldsymbol{\sigma}_{n+1}} & \frac{\partial R_D}{\partial D_{n+1}} \end{bmatrix}^{-1}. \quad (3.21)$$

Assim, o elemento \mathbb{C}_{22} corresponde a um tensor de quarta ordem. A expressão do operador tangente, considerando o dano de Lemaitre acoplado, pode ser escrito da seguinte forma:

$$\widehat{\mathbb{D}}^{ep} = \frac{d\boldsymbol{\sigma}_{n+1}}{d\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^e} = (1 - D_{n+1})\mathbb{C}_{22} : \widehat{\mathbb{D}}^e, \quad (3.22)$$

3.4 Resultados numéricos para o modelo de Lemaitre

Nesta seção, são mostrados os resultados numéricos obtidos nas simulações realizadas usando o modelo de Lemaitre para o material AISI 4340 normalizado e recozido. Foram comparados os resultados experimentais e numéricos das forças de reação, assim como a evolução da deformação plástica na fratura e o dano. Deve ser ressaltado que as geometrias dos CPs utilizadas nas simulações numéricas foram as mesmas descritas no Capítulo 2, assim como as características das malhas, tanto para as simulações dos corpos de prova cilíndrico e retangulares.

3.4.1 Determinação dos parâmetros dos materiais

Novamente, adotando os resultados experimentais para o corpo de prova cilíndrico liso, uma estratégia de identificação paramétrica e a equação de Kleinermann & Ponthot (2003) para a definição da curva de endurecimento isotrópico, os seguintes parâmetros definem a liga AISI 4340 normalizada e recozida:

Tabela 3.1: Parâmetros materiais - AISI 4340 normalizada e recozida.

<i>Descrição</i>	<i>Símbolo</i>	<i>Valores</i>	
		<i>Normalizado</i>	<i>Recozido</i>
		<i>Tração</i>	<i>Tração</i>
Limite de escoamento inicial	σ_{y0} [MPa]	657	449
Primeiro parâmetro de calibração	ζ [MPa]	819,1	568,2
Segundo parâmetro de calibração	σ_{∞} [MPa]	1022	747
Expoente de calibração	δ	51,9	28,9
Denominador de dano $(S_{1/3})$	S [MPa]	16,65	25,02
Expoente de dano	s	1	1
Dano crítico	D_c	0,21	0,21

3.4.2 Comparativo de resultados para o modelo de Lemaitre

O interesse deste trabalho é a verificação do comportamento mecânico do material considerando as faixas de baixa e de alta triaxialidade, portanto foram realizadas as análises para os CPs cilíndricos e retangulares, sendo que nesta etapa foi avaliado o deslocamento na fratura para diferentes estados de tensão e parâmetros materiais. O comparativo dos resultados para o material AISI 4340 normalizado é apresentado a seguir.

Observando os valores da Figura 3.1(a), é possível perceber que os resultados numéricos e experimentais para o CP cilíndrico coincidem perfeitamente, como era esperado, pois esta geometria foi utilizada na calibração. A evolução do dano está localizada próxima ao ponto de início da falha, como mostra a Figura 3.1 (b). Nesse caso, a distribuição do dano ao longo da geometria é de fundamental importância, pois o objetivo foi verificar o deslocamento na fratura até atingir o dano crítico. Para o CP liso do material AISI 4340 normalizado, sob as condições impostas, foi obtido um valor para o deslocamento na fratura de $u_f = 4,64$ mm. A distribuição da deformação plástica equivalente está bastante concentrada próxima ao ponto crítico, que, nesse caso, é o centro do CP. Para facilitar o entendimento dos resultados, foram representados o dano e a deformação plástica equivalente no mesmo gráfico (ver Figura 3.1 (c)).

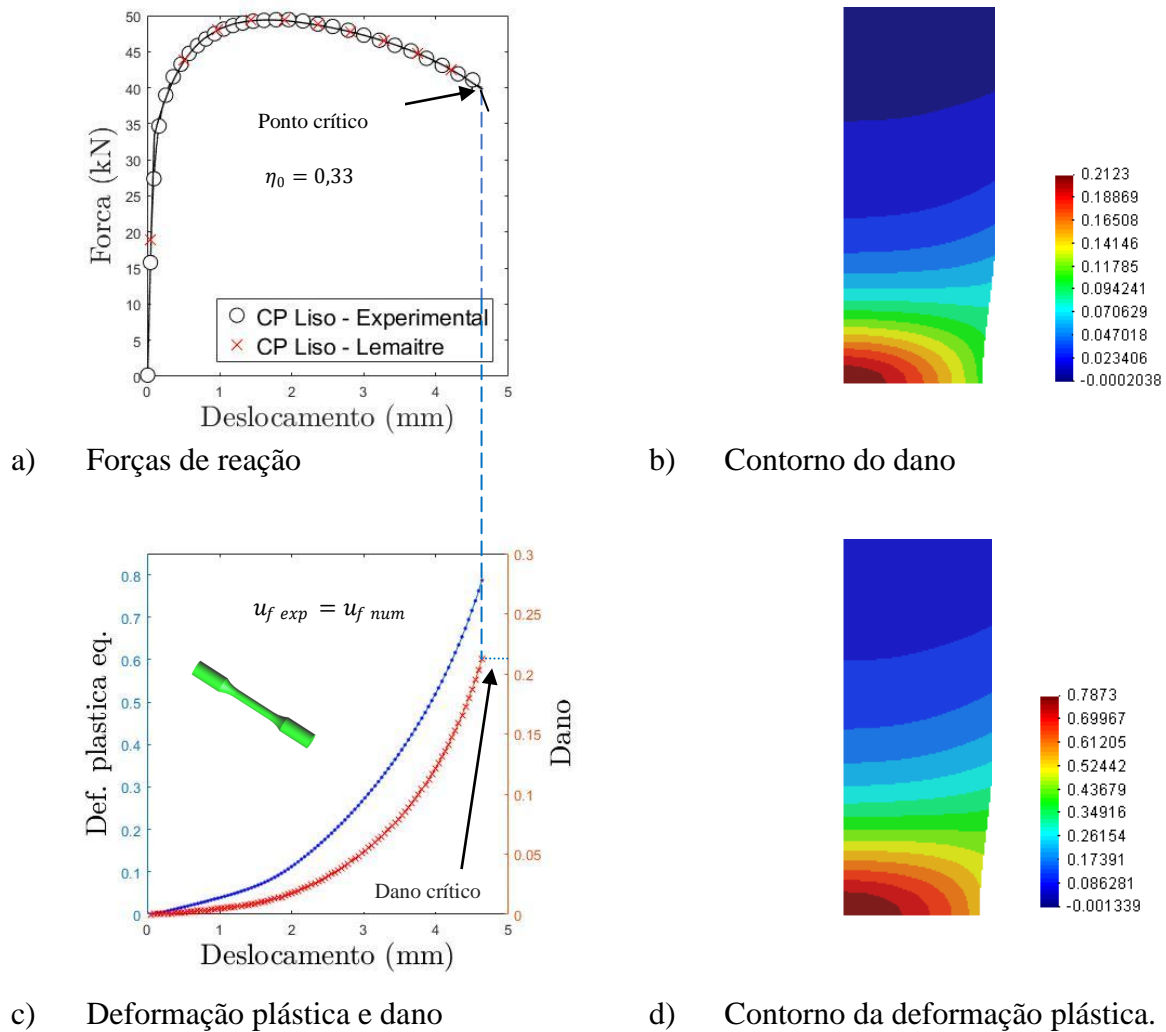


Figura 3.1: Resultado numérico e experimental, CP liso - AISI 4340 normalizado.

A seguir são mostrados os resultados numéricos e experimentais para as geometrias cilíndricas entalhadas e retangulares para o material AISI 4340 normalizado. Foram testados três CPs com entalhes de 10 mm, 6 mm e 4 mm de diâmetro e dois retangulares para condições de carregamento em cisalhamento puro e para a força inclinada em 30°.

Na Figura 3.2 (a) é possível ver que a força de reação numérica atinge um valor abaixo dos observados experimentalmente e o deslocamento crítico na fratura numérica é maior que o encontrado nos ensaios experimentais, para o caso do CP com entalhe de 10 mm. A Figura 3.2 (b) permite conferir que a distribuição do dano está concentrada próxima do ponto crítico, fenômeno que se apresenta de forma similar no caso da deformação plástica equivalente (Figura 3.2 (c) e (d)).

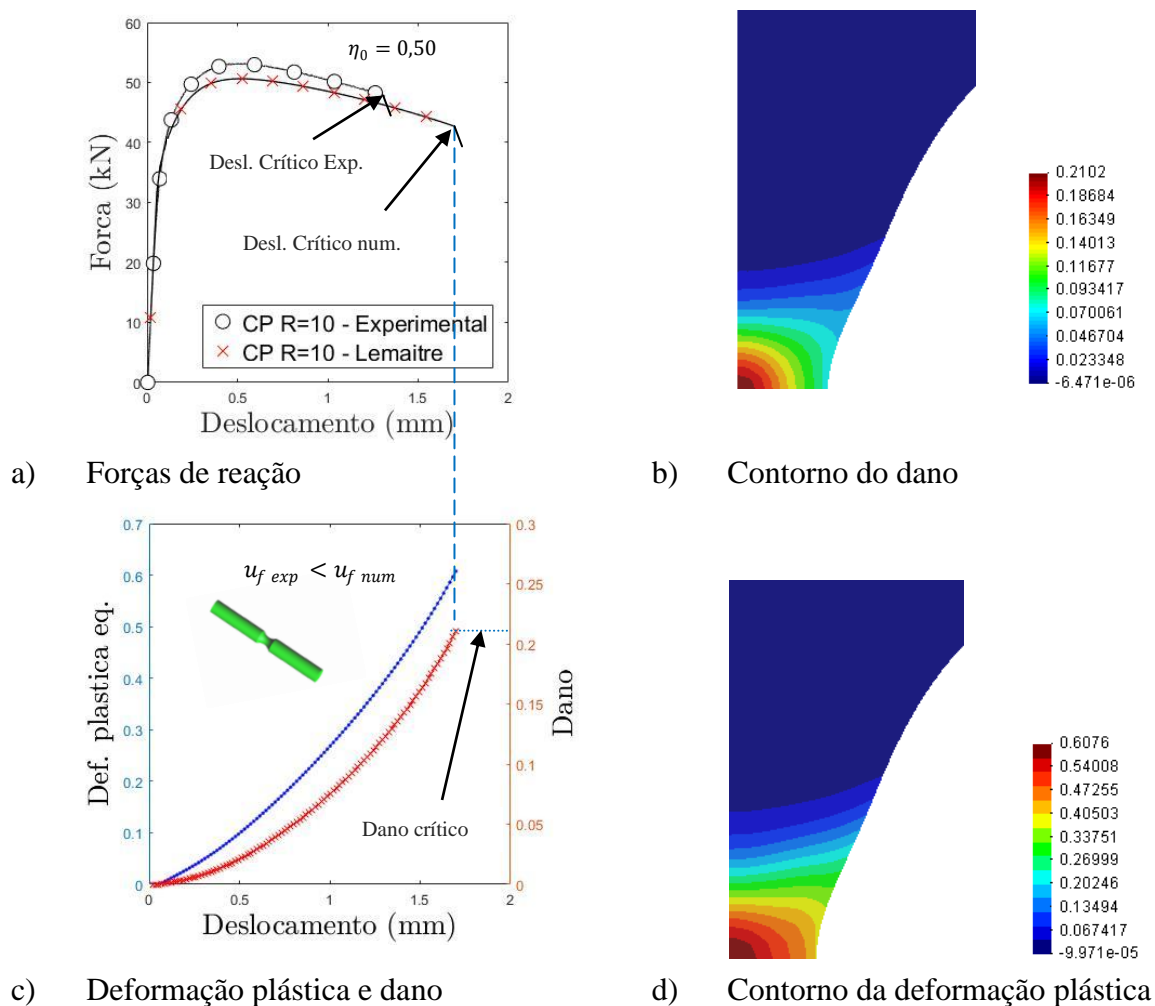


Figura 3.2: Resultado numérico e experimental, CP cilíndrico entalhado $R = 10 \text{ mm}$ - AISI 4340 normalizado.

Os comparativos para o CP de raio de entalhe igual a 6 mm são mostrados na Figura 3.3, na qual pode ser apreciado que o comportamento continua apresentando o mesmo padrão anterior, ou seja, valores para o deslocamento crítico na fratura obtidos pelo modelo de Lemaître são bastante superiores aos observados nos ensaios laboratoriais, assim como os níveis das forças de resposta. As distribuições tanto do dano quanto da deformação plástica equivalente estão concentradas em volta do ponto de início da fratura.

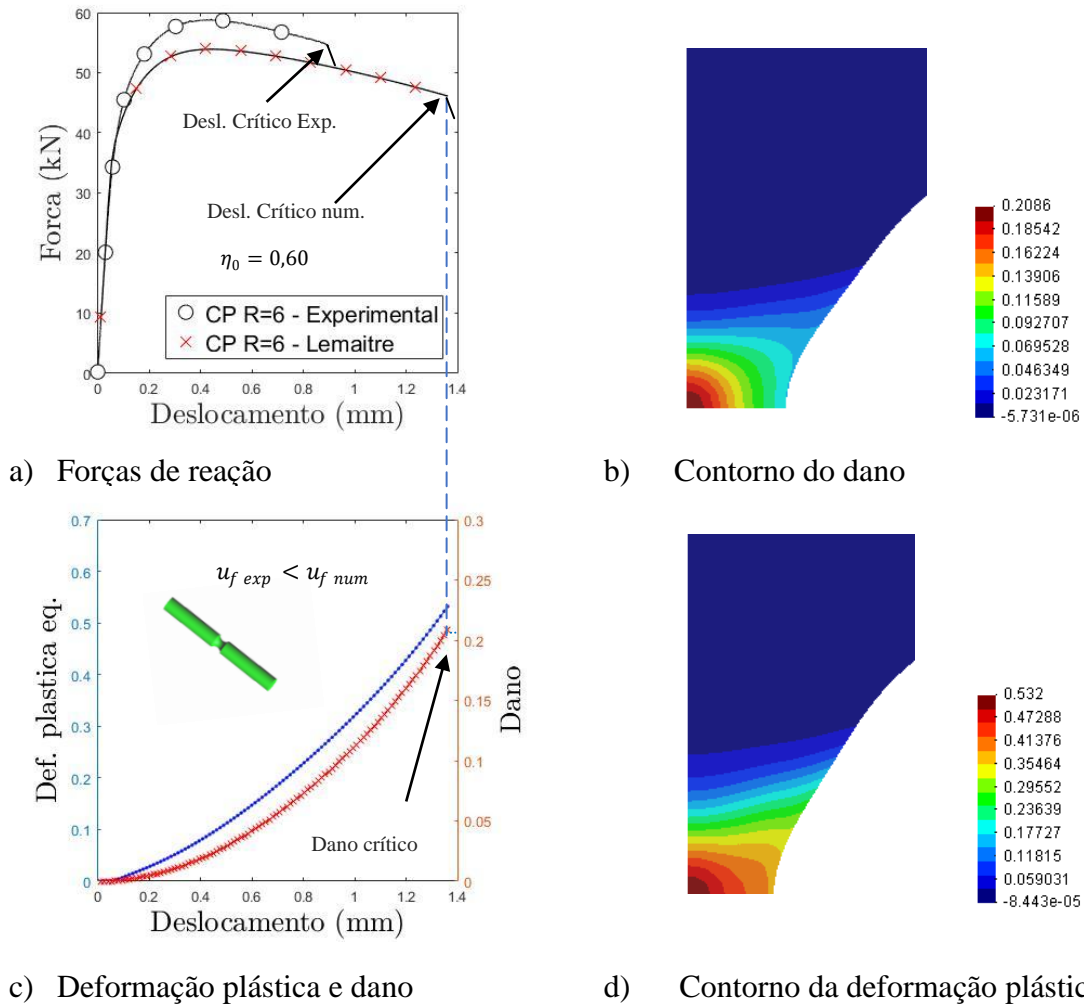
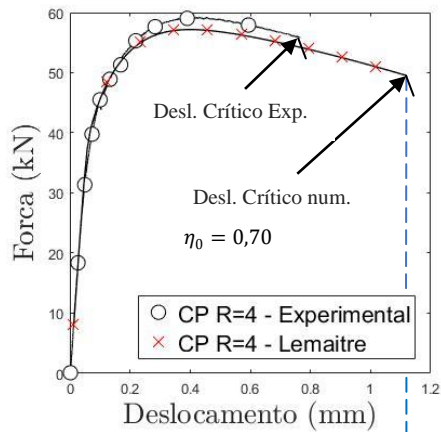
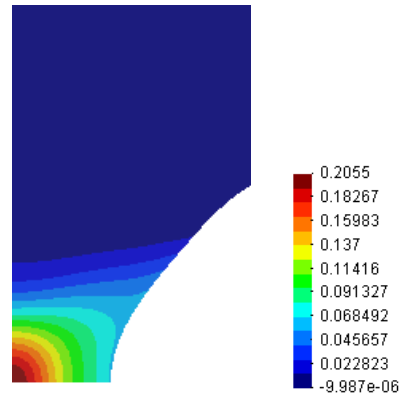


Figura 3.3: Resultado numérico e experimental, CP cilíndrico entalhado R = 6 mm - AISI 4340 normalizado.

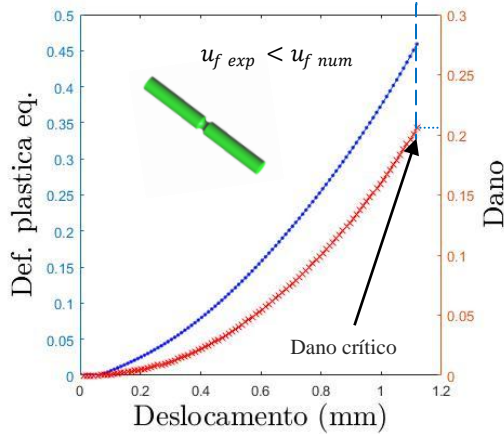
Os resultados para o CP com maior nível de entalhe são mostrados na Figura 3.4, em que é possível notar também as diferenças tanto da força quanto do deslocamento na fratura, porém em nível menor quando comparado com o entalhe de 6 mm. Por outro lado, a deformação plástica equivalente na fratura apresenta o menor valor de todos os CPs estudados para o material AISI 4340 normalizado, no entanto, a distribuição do dano apresenta uma localização acentuada em torno do ponto crítico. Em geral, é possível constatar que a influência do entalhe apresenta uma forte relação com os níveis de força de reação, sendo que os deslocamentos na fratura, previstos pelo modelo de Lemaitre, são superiores aos observados nos ensaios experimentais.



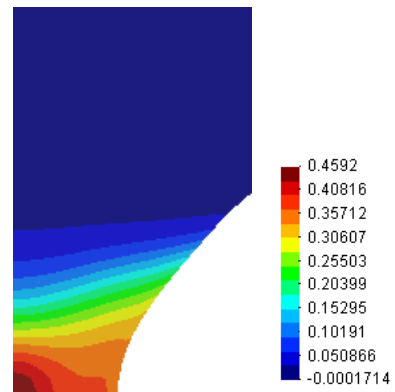
a) Forças de reação



b) Contorno do dano



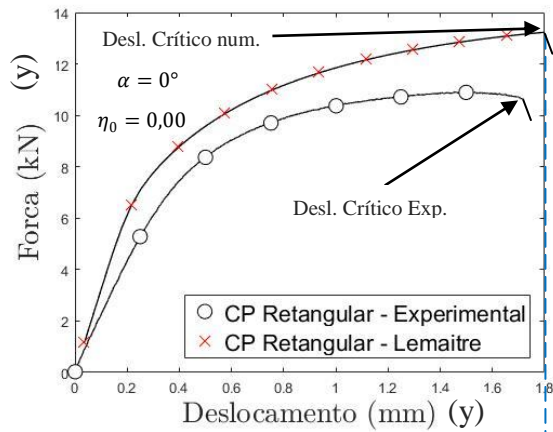
c) Deformação plástica e dano



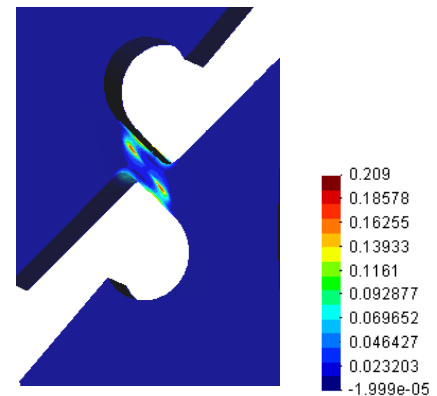
d) Contorno da deformação plástica

Figura 3.4: Resultado numérico e experimental, CP cilíndrico entalhado R = 4 mm - AISI 4340 normalizado.

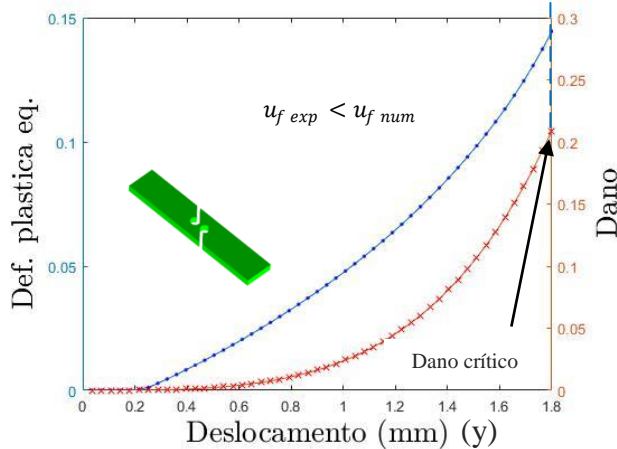
O comportamento do CP retangular em cisalhamento puro da liga AISI 4340 normalizada pode ser observado na Figura 3.5. Constata-se que tanto a força de reação quanto o deslocamento na fratura apresentam valores numéricos superiores aos observados nos testes de laboratório. A distribuição do contorno do dano e da deformação plástica equivalente, apresentam-se de forma homogênea na região central do CP em que é prevista a ruptura.



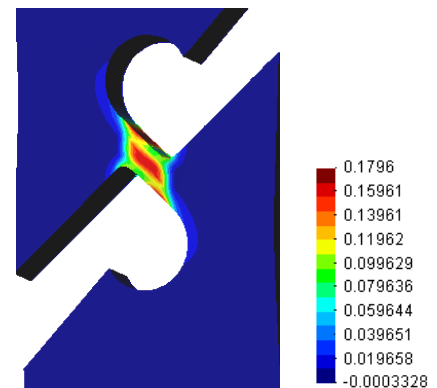
a) Forças de reação



b) Contorno do dano



c) Deformação plástica e dano



d) Contorno da deformação plástica

Figura 3.5: Resultado numérico e experimental, CP retangular cisalhamento puro - AISI 4340 normalizado.

Quando observados os valores para o CP em estado de tensão combinado 30° (Figura 3.6), percebe-se um comportamento similar ao caso de cisalhamento puro, sendo que os valores da força de reação e do deslocamento na fratura são bem maiores que os obtidos experimentalmente. O contorno do dano apresenta os valores concentrados no interior da geometria e a deformação plástica está distribuída ao longo da face do CP, ambos na região crítica.

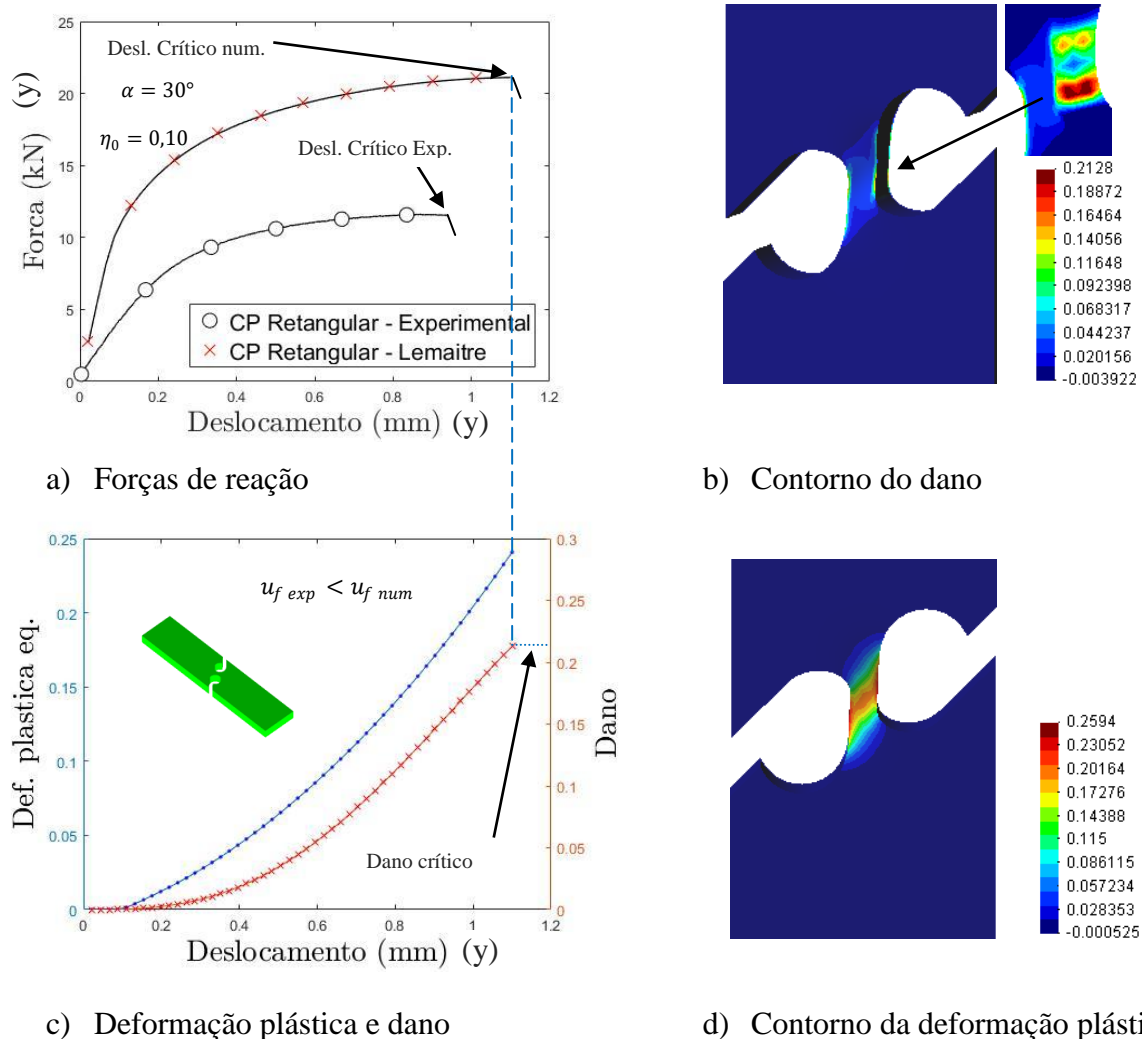


Figura 3.6: Resultado numérico e experimental, CP retangular combinado 30° - AISI 4340 normalizado.

De acordo com os resultados, foi possível concluir que para o material AISI 4340 normalizado, o modelo de Lemaître faz uma excelente previsão para o carregamento puramente trativo, isto é, para o CP cuja razão de triaxialidade é igual a 0,33, cuja geometria corresponde ao ponto de calibração. Assim, é possível perceber que o modelo de Lemaître apresenta uma previsão de falha bastante precisa na previsão da fratura, para o estado de tensão usado na calibração do modelo.

Porém, quando há carregamentos distantes do ponto de calibração, o modelo se torna ineficiente, tanto para os CPs cilíndricos entalhados quanto para os CPs retangulares, devido ao fato de a previsão da falha acontecer após os valores observados experimentalmente.

Na tabela 3.2 é possível verificar a diferença entre os valores experimentais e numéricos para o deslocamento na fratura, sendo o CP com entalhe igual a 6 mm quem apresenta a maior diferença relativa na estimativa do deslocamento na fratura para o modelo de Lemaitre.

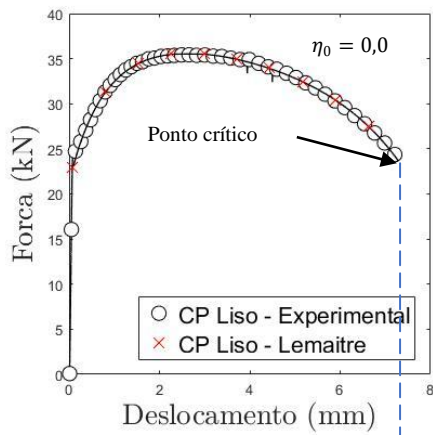
Tabela 3.2: Comparação do deslocamento na fratura obtido pelo modelo de Lemaitre calibrado em tração e experimental - AISI 4340 normalizado.

<i>Material</i>	<i>Tipo de CP</i>		η_0	<i>Deslocamento na fratura [mm]</i>		<i>Dif. (%)</i>
				u_{fexp} (1)	u_{fnum} (2)	(1) - (2)
Normalizado	Retangulares	0°	0	1,71	1,80	-4,65
		30°	0,10	0,94	1,10	-17,02
	Cilíndricos	Liso	0,33	4,64	4,64	0,00
		R= 10 mm	0,50	1,32	1,70	-28,79
		R= 6 mm	0,60	0,88	1,36	-54,55
		R= 4 mm	0,70	0,76	1,12	-47,37

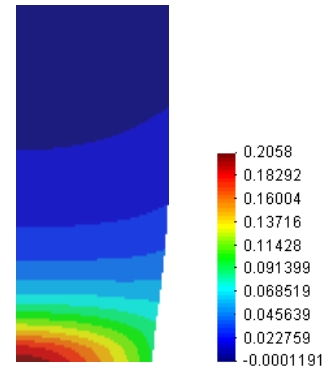
De acordo com os valores da Tabela 3.2, é possível observar que as previsões, para os deslocamentos na fratura obtidos pelo modelo de Lemaitre, apresentam um significativo distanciamento em relação aos valores observados experimentalmente. Os deslocamentos obtidos numericamente são bastante superiores, tanto na faixa de baixa quanto na faixa de alta razão de triaxialidade.

Para o estudo do material AISI 4340 recozido, foi considerado o CP cilíndrico liso e com entalhes (raios de entalhe de 10 mm, 6 mm e 4 mm). Já, para os CPs retangulares, foram estudadas as geometrias que representam as condições de carregamento de cisalhamento puro, estados combinados de 15°, 30°, 45° e 60°.

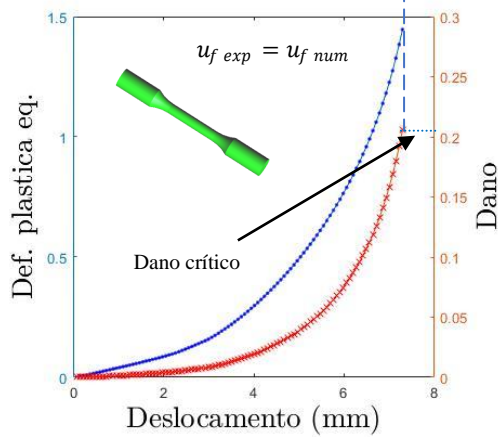
Inicialmente, foram mostrados os valores comparativos para o ponto de calibração, isto é, para o CP liso. Na Figura 3.7 (a), observa-se a perfeita coincidência das curvas de reação numérica e experimental para a força de reação e o deslocamento na fratura. A Figura 3.7 (b) permite ver o contorno do dano, cuja distribuição está próxima ao ponto de início da falha. Para este CP, o valor para o deslocamento na fratura de $u_f = 7,30$ mm. A Figura 3.7 (c) permite visualizar, em um mesmo gráfico, a evolução do dano e da formação plástica equivalente. O contorno da deformação plástica equivalente está distribuído na vizinhança do ponto crítico, como pode ser apreciado na Figura 3.7 (d).



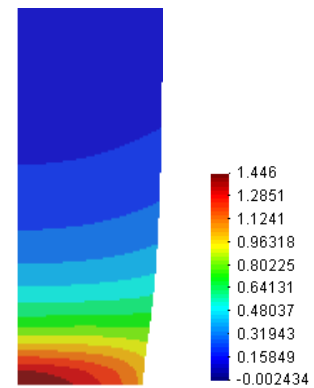
a) Forças de reação



b) Contorno do dano



c) Deformação plástica e dano



d) Contorno da deformação plástica

Figura 3.7: Resultado numérico e experimental, CP liso - AISI 4340 recozido

Para o CP com entalhe igual a 10 mm, na Figura 3.8 (a) é possível conferir que a força de reação numérica atinge um valor abaixo dos observados experimentalmente e, o deslocamento numérico crítico na fratura é maior que o observado experimentalmente. A distribuição do dano está bastante concentrada próxima do ponto crítico, como visto na Figura 3.8 (b) de forma similar se comporta a deformação plástica equivalente (Figura 3.8 (d)). A evolução dos valores numéricos para o dano e a deformação plástica é mostrada no gráfico da Figura 3.8 (c).

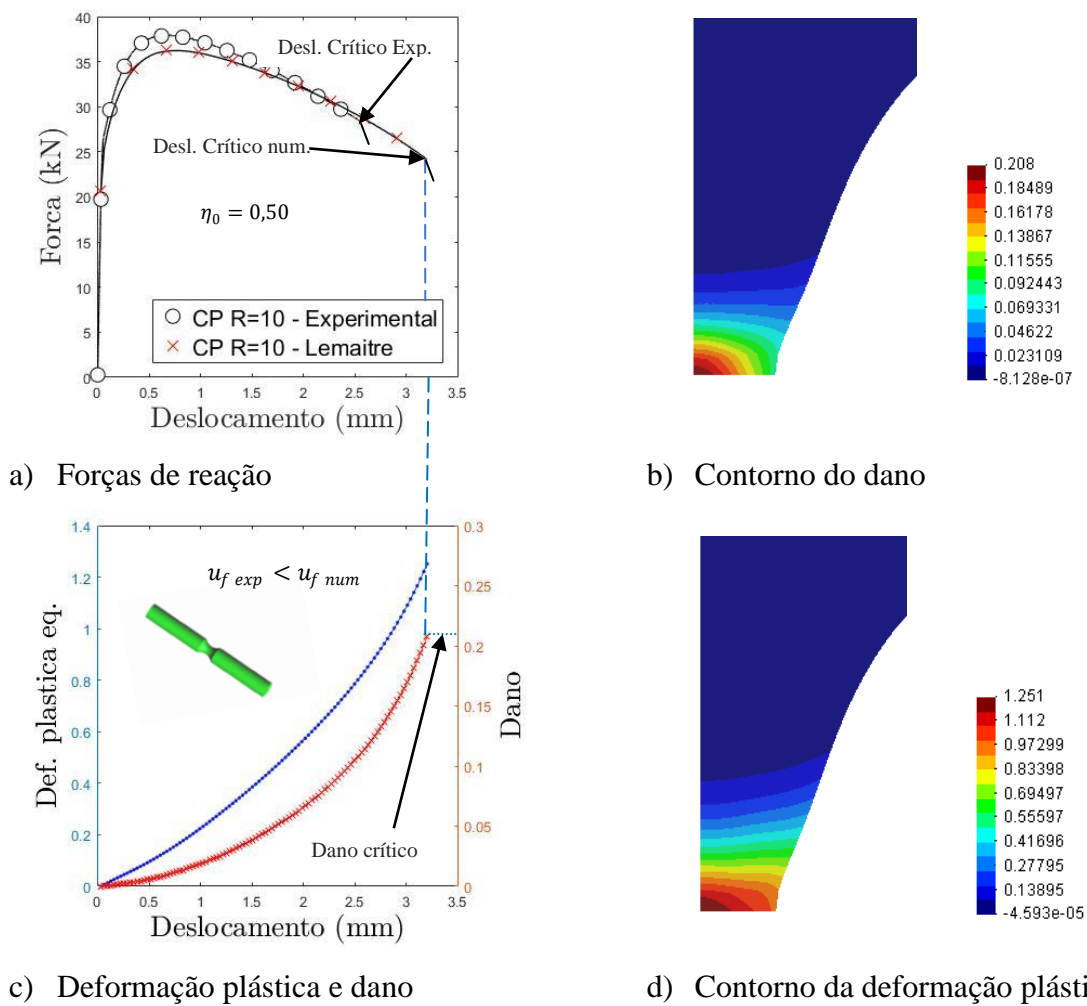


Figura 3.8: Resultado numérico e experimental, CP cilíndrico entalhado $R = 10$ mm - AISI 4340 recozido.

Quando observados os resultados comparativos para o CP de raio igual a 6 mm do material recozido, as previsões realizadas pelo modelo de Lemaître são superiores, tanto para a força de resposta quanto para o deslocamento na fratura (ver Figura 3.9 (a)). O contorno do dano apresenta uma concentração bem próxima do ponto crítico, como mostrado na Figura 3.9 (b). O crescimento do dano até atingir o ponto crítico, assim como a deformação plástica até a fratura são apresentados na Figura 3.9 (c). A observação da Figura 3.9 (d) possibilita perceber que a deformação plástica equivalente permanece distribuída ao longo da geometria na região crítica.

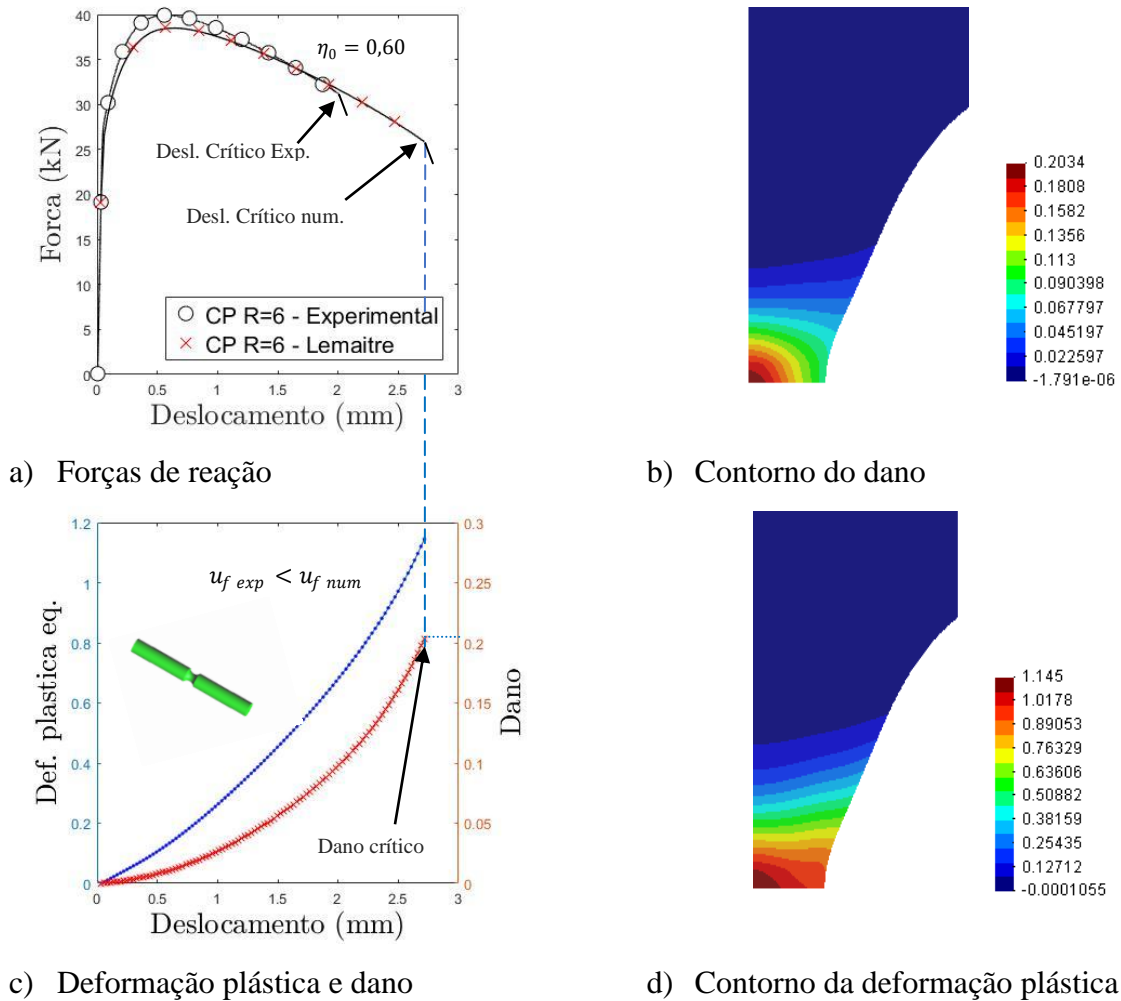


Figura 3.9: Resultado numérico e experimental, CP cilíndrico entalhado R = 6 mm - AISI 4340 recozido.

Para o caso da geometria com entalhe mais severo (raio de entalhe igual a 4 mm) os resultados são mostrados na Figura 3.10. Nota-se que os valores de força de reação são os menores entre os CPs entalhados, para o material recozido, porém apresenta o maior deslocamento na fratura, podendo ser observado na Figura 3.10 (a). O contorno do dano pode ser visualizado na Figura 3.10 (b), na qual se constata uma concentração muito próxima do ponto de fratura. A evolução do dano e da deformação plástica até o nível de fratura pode ser vistos na Figura 3.10 (c), já a deformação plástica está registrada no gráfico da Figura 3.10 (d) e obedece a um padrão bastante similar aos outros CPs cilíndricos do mesmo material.

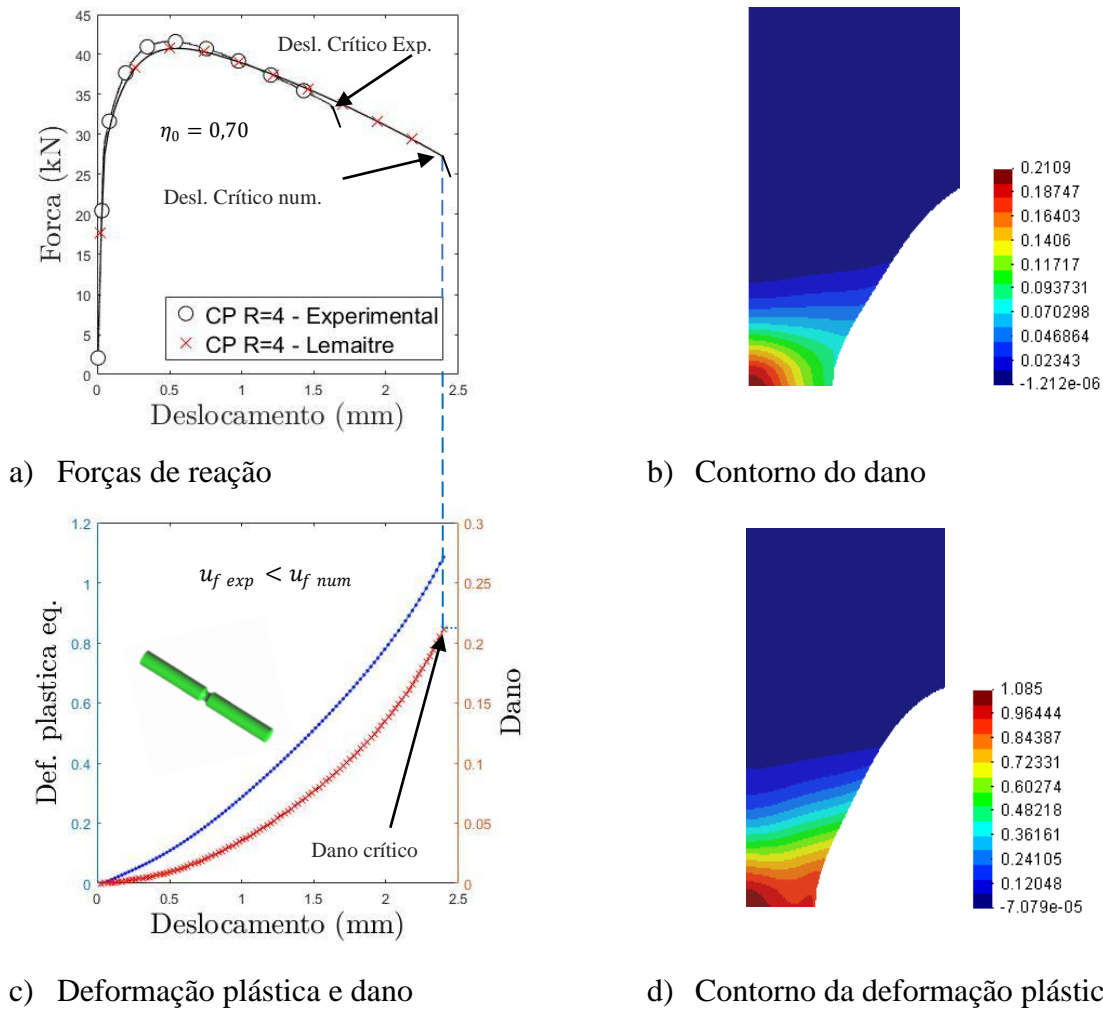


Figura 3.10: Resultado numérico e experimental, CP cilíndrico entalhado R = 4 mm - AISI 4340 recozido.

Os comparativos para as geometrias dos CPs retangulares para carregamentos combinados, confeccionadas com material AISI 4340 recozido, são analisados a seguir. Na Figura 3.11, é possível conferir que a resposta da carga prevista pelo modelo de Lemaître é superior ao observado nos ensaios experimentais. No entanto, o deslocamento na fratura previsto numericamente é menor ao verificado nos testes laboratoriais (ver Figura 3.11 (a)). A distribuição do contorno do dano se concentra quase pontualmente nas laterais da região crítica da geometria, podendo ser conferido na Figura 3.11 (b). A forma como se apresenta a evolução do dano e a da deformação plástica equivalente é mostrada na Figura 3.11 (c), quando analisado o contorno da deformação plástica equivalente é possível notar que a sua distribuição se espalha na lateral da geometria.

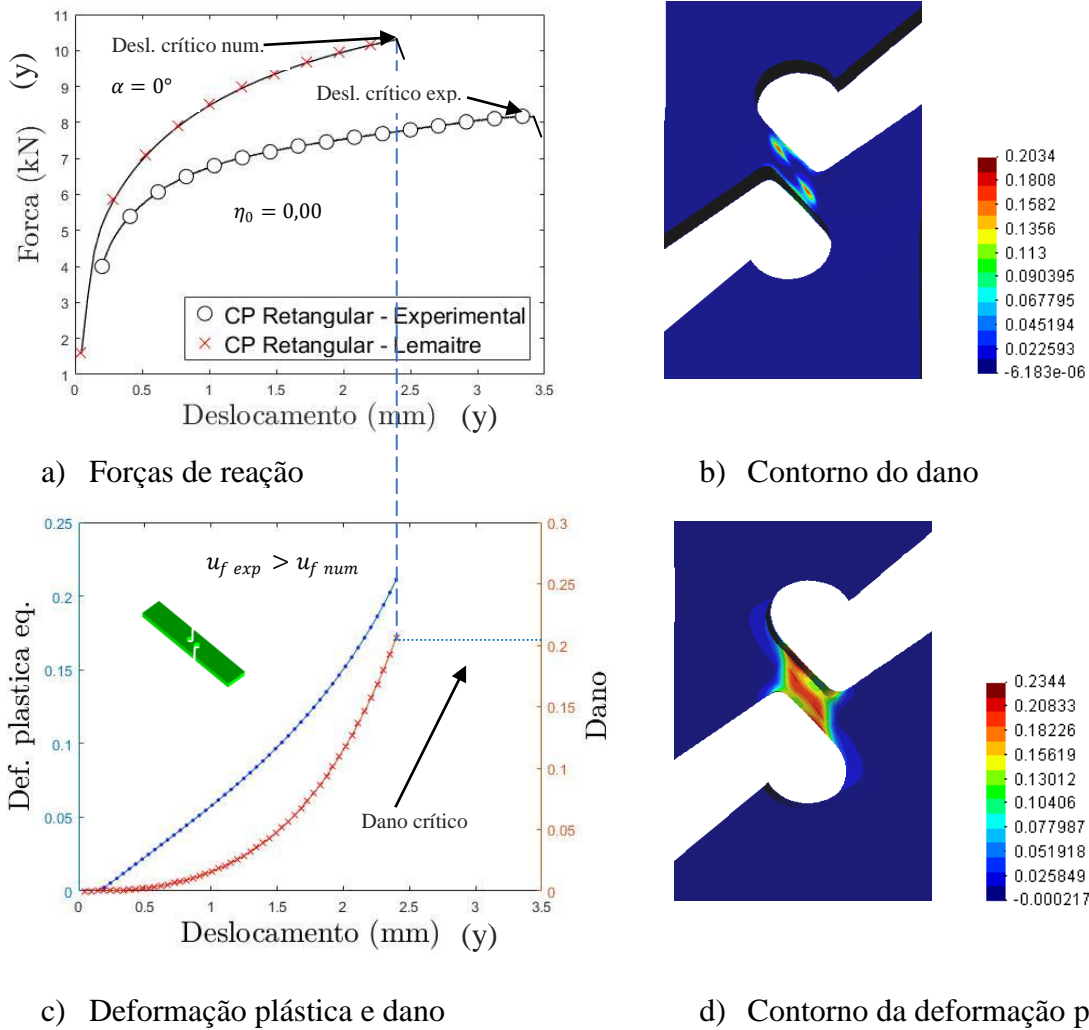
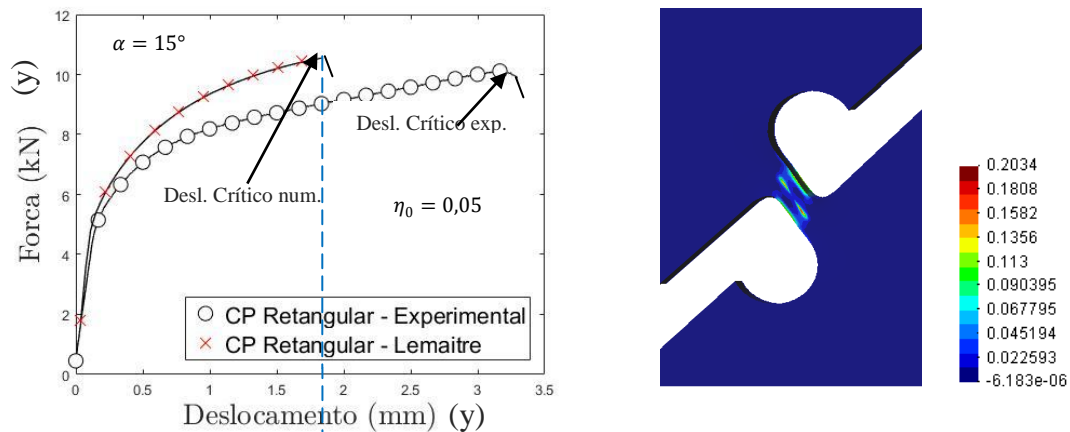
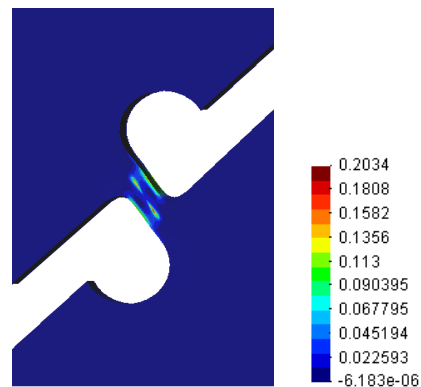


Figura 3.11: Resultado numérico e experimental, CP retangular cisalhamento puro - AISI 4340 recozido.

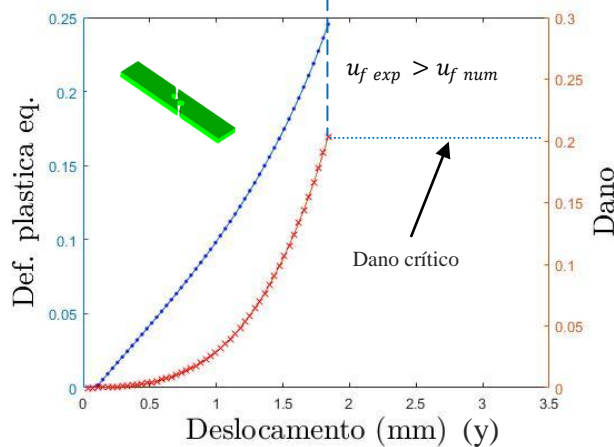
Para a condição de carregamento na qual a força é inclinada em 15° , os níveis de força calculados pelo modelo de Lemaître são superiores aos obtidos experimentalmente, porém o deslocamento na fratura é previsto de forma prematura (ver Figura 3.12 (a)). O contorno do dano e a deformação plástica equivalente são mostrados nas Figuras 3.12 (b) e (d) respectivamente. Ambos os perfis se apresentam distribuídos ao longo da geometria, próximo da região crítica, o comparativo da evolução do dano e deformação plástica pode ser observado na Figura 3.12 (c).



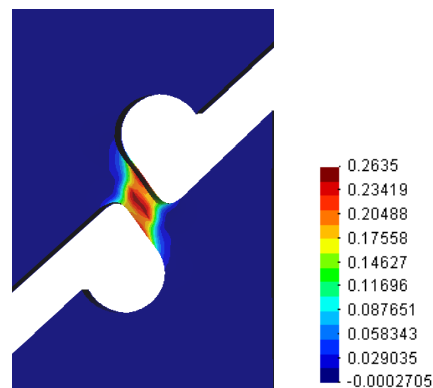
a) Forças de reação



b) Contorno do dano



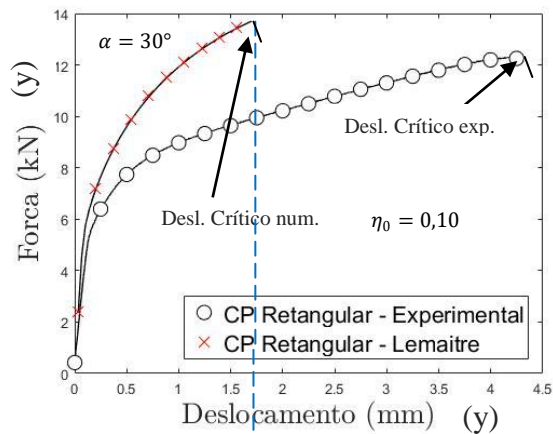
c) Deformação plástica e dano



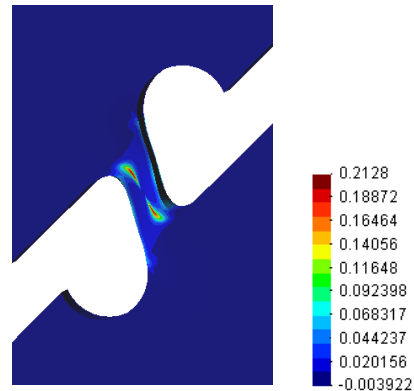
d) Contorno da deformação plástica

Figura 3.12: Resultado numérico e experimental, CP retangular combinado 15° - AISI 4340 recozido.

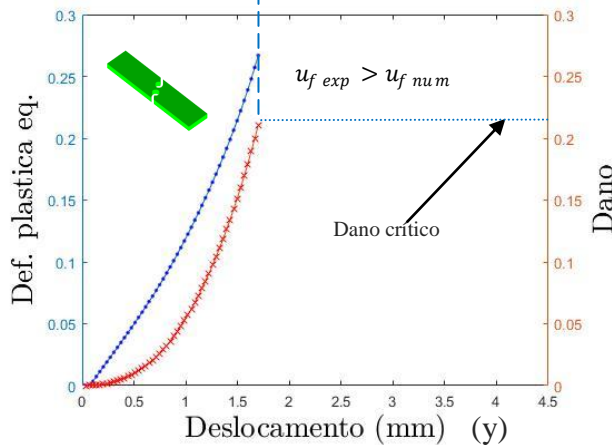
Os resultados para o CP combinado 30° da liga recozida são apresentados na Figura 3.13. É possível conferir que o comportamento dessa geometria obedece a uma tendência similar aos casos anteriores para os níveis de força de resposta e deslocamento na fratura. Isto é, grandes diferenças em relação aos valores observados experimentalmente, os resultados podem ser verificados na Figura 3.13 (a). A distribuição do contorno do dano, também é similar aos casos anteriores, se concentrando na região de fratura da geometria, como mostrado na Figura 3.13 (b). O crescimento do dano e a deformação são mostrados na Figura 3.13 (c), sendo a distribuição da deformação plástica equivalente bastante próxima do ponto de fratura (Figura 3.13 (d)).



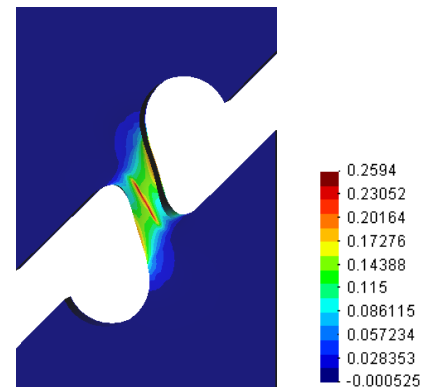
a) Forças de reação



b) Contorno do dano



c) Deformação plástica e dano



d) Contorno da deformação plástica

Figura 3.13: Resultado numérico e experimental, CP retangular combinado 30° - AISI 4340 recozido.

O comparativo dos resultados da previsão da força de reação, assim como o deslocamento na fratura da geometria que representa o estado de tensão combinado 45° é mostrado na Figura 3.14 (a). A força é prevista acima do valor experimental e o deslocamento é estimado de forma prematura. A evolução do dano e a deformação plástica equivalente, assim como os contornos para essas variáveis, no estado de tensão combinado 45° são mostradas nas Figuras 3.14 (b), (c) e (d). Chama a atenção neste caso, que a distribuição do contorno do dano acontece no interior da região crítica e a deformação plástica equivalente se concentra mais próxima do ponto crítico.

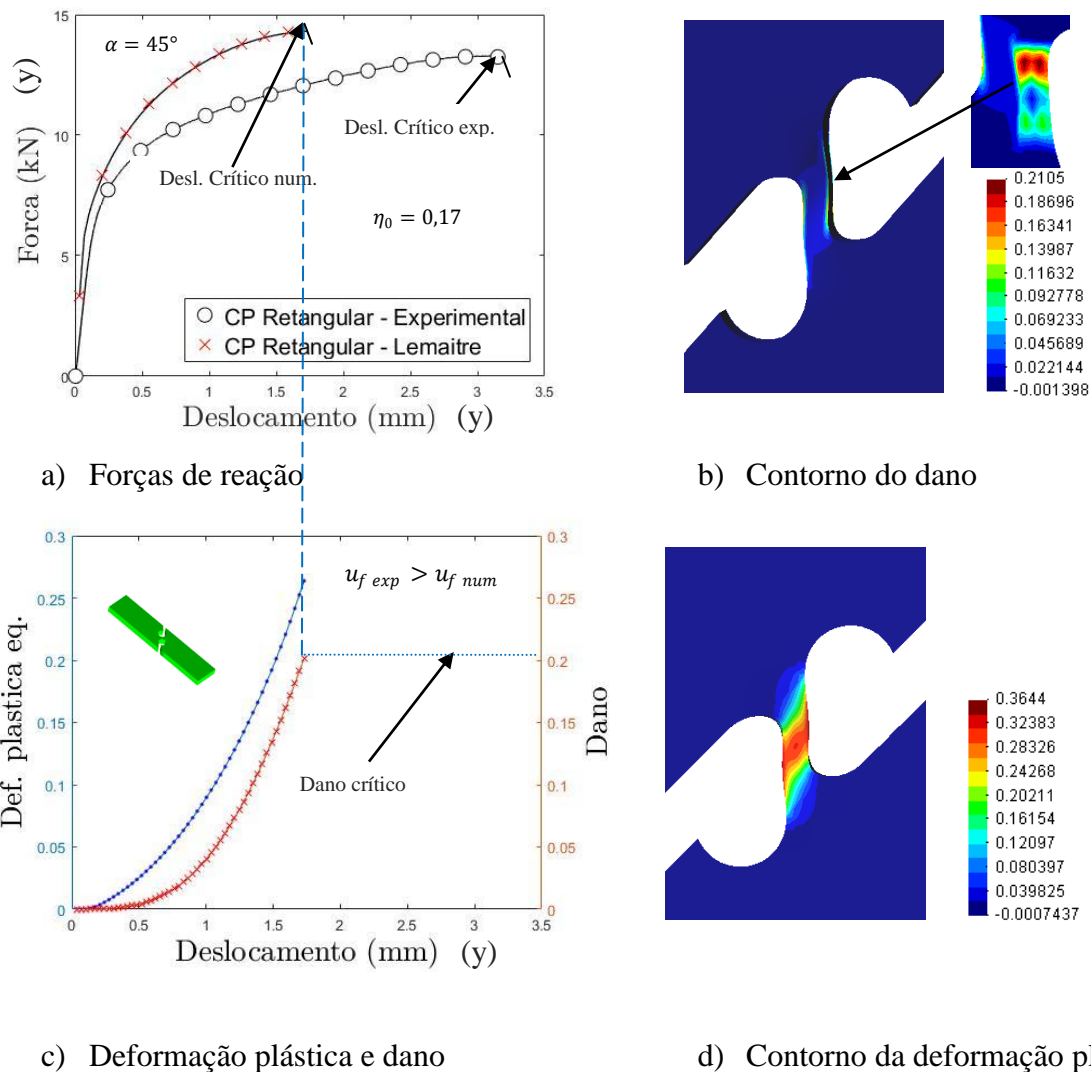


Figura 3.14: Resultado numérico e experimental, CP retangular combinado 45° - AISI 4340 recozido.

O comportamento da última geometria estudada do material recozido (combinado 60°) é mostrado na Figura 3.15. Novamente a previsão da força de reação e o deslocamento na fratura, são estimados distantes dos valores experimentais. Os valores e contornos da deformação plástica equivalente e do dano apresentam tendências similares ao estado de tensão combinado 45° para o material AISI 4340 recozido.

Pelos resultados obtidos para o CP liso do material AISI 4340 recozido, novamente as simulações permitem prever com precisão a falha do material. O que era esperado por esse ser o ponto de calibração. Já ao analisar geometrias distantes do ponto de calibração, na faixa de alta triaxialidade ($\eta > 0,33$), o modelo faz estimativas tardias do deslocamento na fratura.

Quando avaliada a região de baixa triaxialidade ($\eta < 0,33$) a previsão de falha sugerida pelo modelo de Lemaitre é prematura, isto é, em nenhum dos casos estudados o modelo é capaz de atingir o valor do deslocamento na fratura observado experimentalmente. O modelo de Lemaitre também não consegue prever as forças de reação, sendo em todos os casos estimada acima dos valores experimentais.

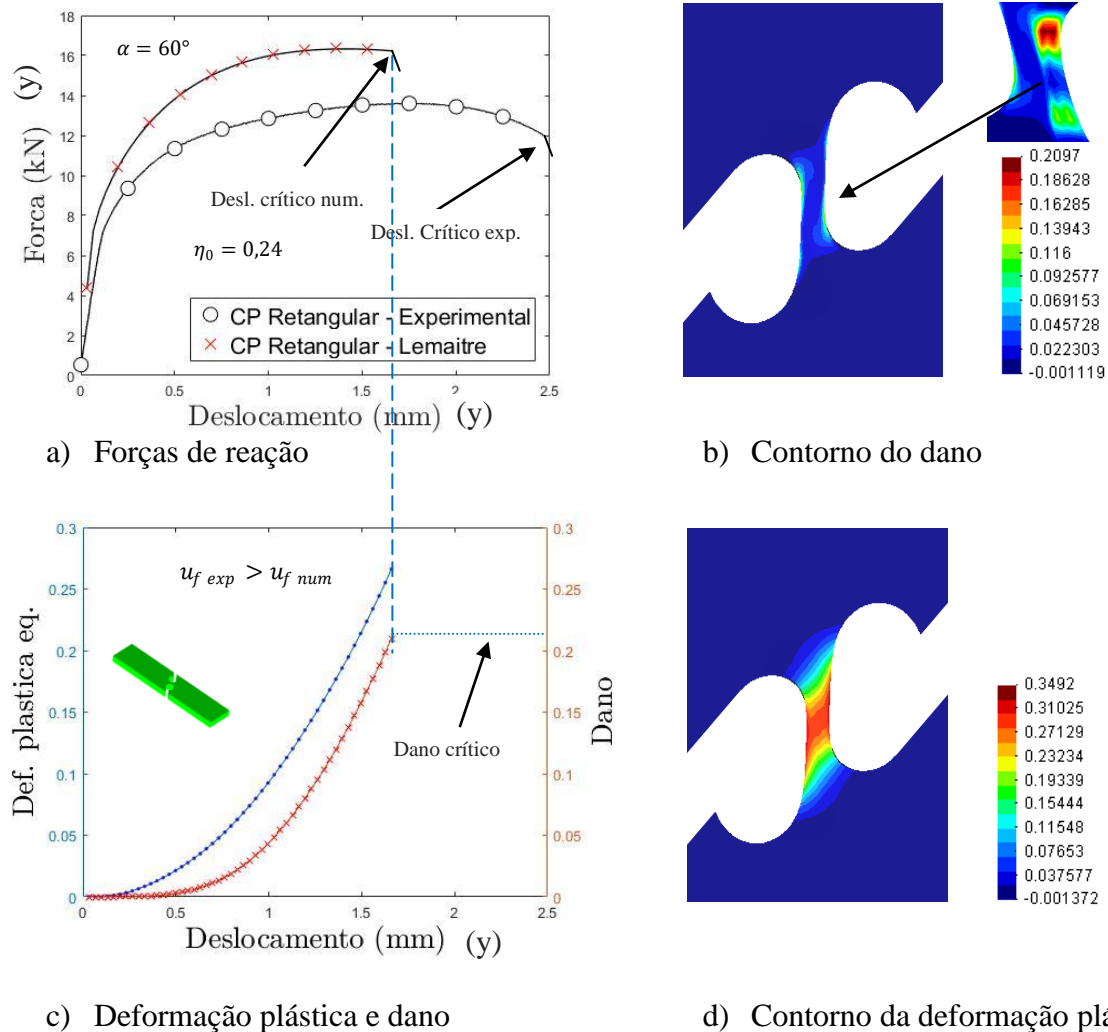


Figura 3.15: Resultado numérico e experimental, CP retangular combinado 60° - AISI 4340 recozido.

Um resumo dos comparativos para o deslocamento na fratura para os valores experimentais e numéricos para a liga AISI 4340 recozida é apresentado na Tabela 3.3. As diferenças percentuais entre as previsões do modelo de Lemaitre e os deslocamentos da fratura obtidos experimentalmente para o caso da faixa de baixa triaxialidade são muito significativas, sendo sempre inferiores aos observados experimentalmente. Os CPs em

cisalhamento puro e combinado 30° são as geometrias que apresentam a menor e a maior diferença, respectivamente.

Tabela 3.3: Deslocamento na fratura numérico e experimental - AISI 4340 recozido

<i>Material</i>	<i>Tipo de CP</i>		η_0	<i>Deslocamento na fratura [mm]</i>		<i>Dif. (%)</i>
				u_{fexp} (1)	u_{fnum} (2)	(1) - (2)
Recozido	Retangulares	0°	0	3,43	2,40	29,82
		15°	0,05	3,30	1,84	44,24
		30°	0,10	4,30	1,70	60,47
		45°	0,17	3,20	1,73	45,94
		60°	0,24	2,47	1,66	32,79
	Cilíndricos	Liso	0,33	7,30	7,30	0,00
		R= 10	0,50	2,54	3,20	-25,98
		R= 6	0,60	2,00	2,72	-36,00
		R= 4	0,70	1,62	2,40	-48,15

Para a faixa de alta triaxialidade (CPs cilíndricos) fora do ponto de calibração, as diferenças são inferiores às observadas na faixa de baixa triaxialidade, sendo que todas as previsões do deslocamento na fratura, obtidas pelo modelo de Lemaitre, foram superiores aos valores observados em laboratório.

Através das Tabelas 3.2 e 3.3, pode-se concluir que o modelo de Lemaitre possui um comportamento irregular no cálculo do deslocamento necessário para a fratura dúctil. Para ambos os materiais, no regime de alta razão de triaxialidade, os deslocamentos numéricos foram sempre maiores quando confrontados com valores observados experimentalmente. Isso mostra um comportamento altamente otimista do modelo de Lemaitre. Esse comportamento é considerado perigoso, já que o modelo trabalha em um regime contra a segurança. Contudo, na região de baixa razão de triaxialidade, para a liga recozida, o modelo foi capaz de fazer previsões bastante conservativas, estimando valores para o deslocamento necessário para a fratura bem menores que os observados experimentalmente. Para o material normalizado, sob este mesmo regime, as previsões podem ser consideradas otimistas, contudo, próximas às observações experimentais. A Figura 3.16 apresenta um histograma formado pelo erro percentual de estimativa do deslocamento para a fratura, em função da razão de triaxialidade inicial do corpo de prova.

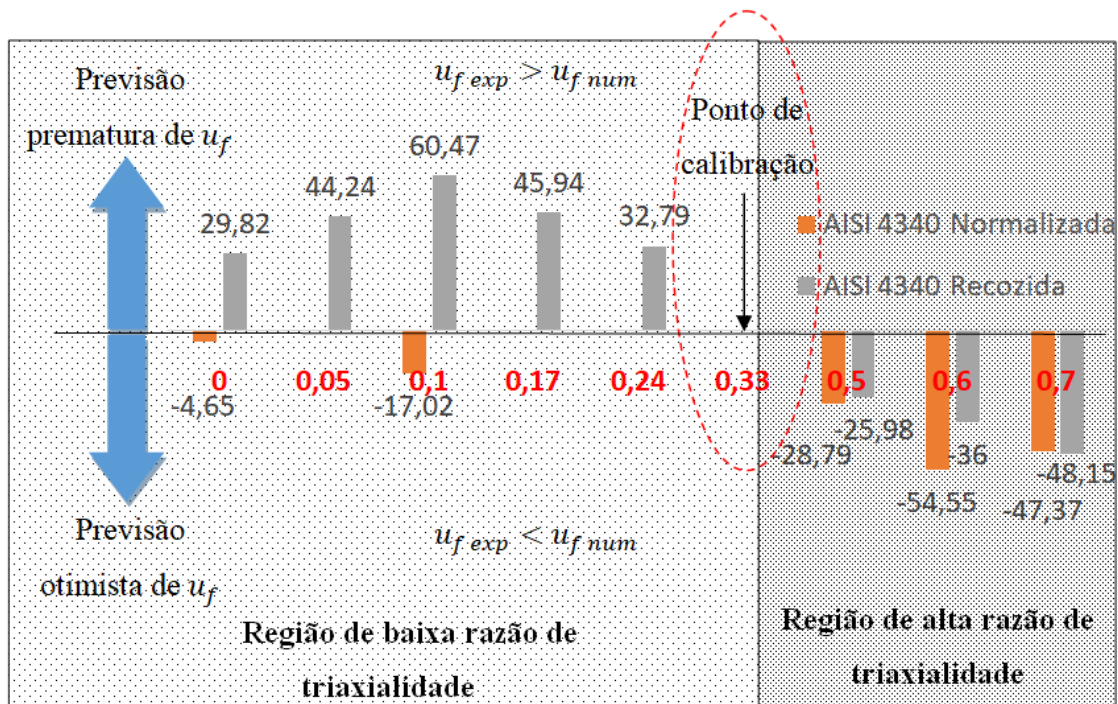


Figura 3.16: Comportamento do modelo de Lemaitre para o deslocamento na fratura.

Por fim, pode-se observar, também, na Figura 3.16 que o modelo de Lemaitre, na região de baixa razão de triaxialidade, possui um comportamento menos irregular para a liga normalizada do que para a recozida, ou seja, o modelo tem um melhor comportamento para materiais com menor nível de ductilidade.

3.5 Avaliação da influência do denominador de dano na fratura da liga AISI 4340 normalizada e recozida

Com a finalidade de avaliar a capacidade preditiva do modelo, assume-se a calibração de um novo denominador de dano, S , de maneira a forçar que o deslocamento numericamente determinado, seja igual ao experimentalmente observado para os ensaios com corpos de prova retangulares, sujeitos somente a cisalhamento puro. Assim, faz-se uma nova avaliação dos níveis de deslocamento na fratura, para os corpos de prova retangulares, sujeitos a carregamentos combinados. Este procedimento foi adotado para verificar a hipótese de que o denominador de dano é quem regula a taxa de evolução do dano e que o mesmo não pode ser uma constante do material, mas sim uma função do estado de tensão. Os novos valores são apresentados na Tabela 3.4.

Tabela 3.4: Parâmetros da calibração do denominador de dano.

Descrição	Símbolo	Valores	
		Normalizado	Recozido
		cisalhamento	cisalhamento
Denominador de dano (S_0)	S [MPa]	14,40	62,04
Expoente de dano	s	1	1
Dano crítico	D_c	0,21	0,21

A Figura 3.17 apresenta os resultados para os corpos de prova em cisalhamento e de carregamento combinado com $\alpha = 30^\circ$. Observa-se que o deslocamento numérico na fratura, em condição de cisalhamento puro, coincide com o experimentalmente observado. Além disso, para o caso combinado, o modelo apresentou um desempenho melhor do que com o denominador de dano calibrado em tração pura.

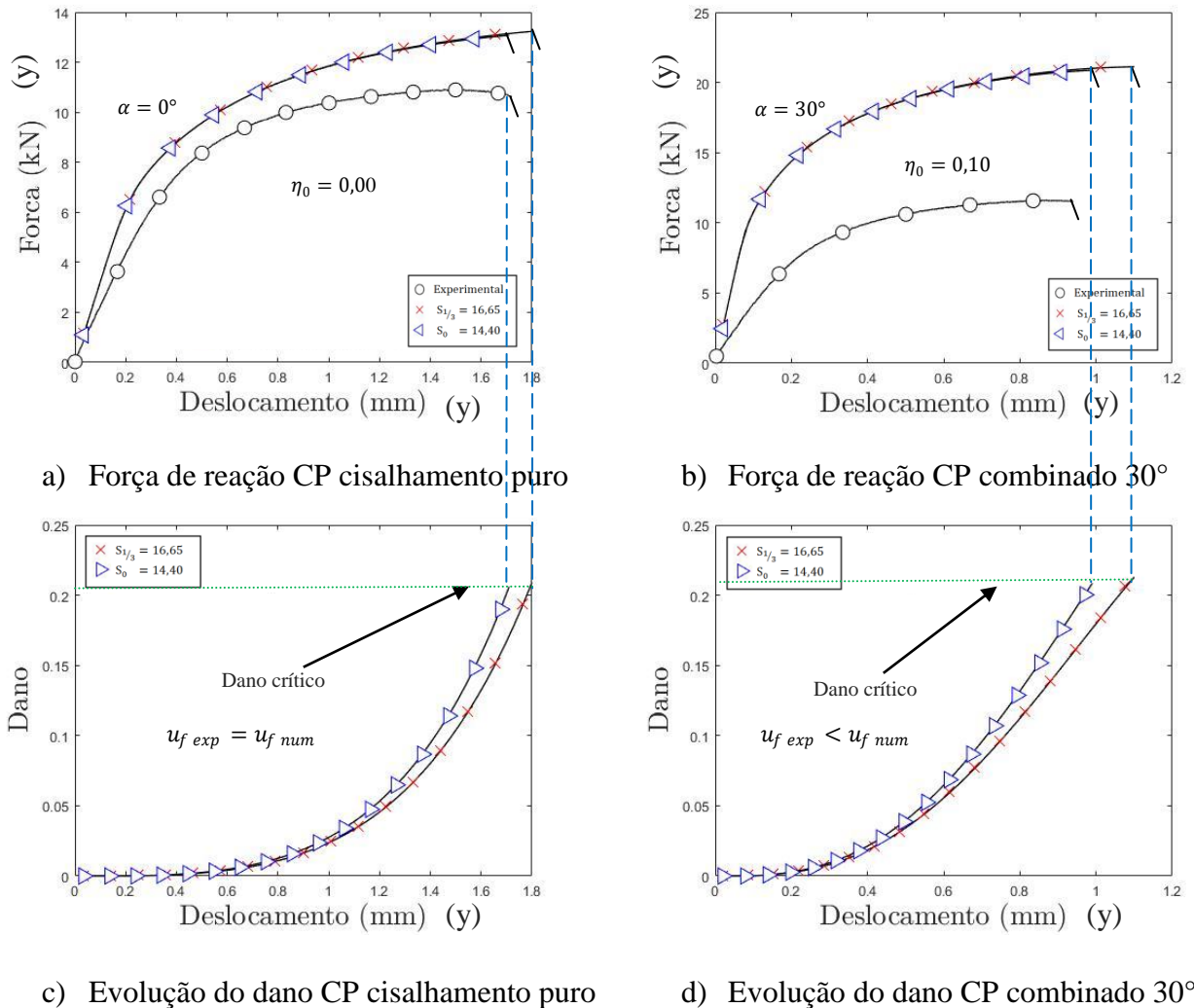


Figura 3.17: Comparativo da curva de reação e evolução do dano para as duas calibrações, CP cisalhamento puro e combinado 30° - AISI 4340 normalizado.

A Tabela 3.5 mostra um resumo com os valores obtidos nas duas condições de calibração. Há a coincidência entre os valores do deslocamento na fratura para o CP de cisalhamento puro quando comparados numéricos e experimentais, já para o CP combinado 30°, a diferença foi de 5,32%, ou seja, quando o denominador de dano é alterado, ocorre uma melhoria na previsão do deslocamento na fratura.

Tabela 3.5: Comparativo do deslocamento na fratura experimental e numérica – AISI 4340

<i>Material</i>	<i>Tipo de CP</i>		η_0	<i>Deslocamento na fratura [mm]</i>			<i>Dif. (%)</i>	
				u_{fexp} (1)	$u_{fS_{1/3}}$ (2)	u_{fS_0} (3)	(1) - (2)	(1) - (3)
Normalizado	Retangular	0°	0	1,71	1,8	1,71	-4,65	0,0
		30°	0,10	0,94	1,1	0,99	-17,02	-5,32

Pelos resultados mostrados acima, é evidente que a mudança do ponto de calibração melhorou significativamente a previsão do local correto da fratura para o material AISI 4340 normalizado. Contudo, também permitiu verificar que o modelo de Lemaitre apresenta grande dependência do ponto de calibração. O modelo de Lemaitre faz uma boa previsão do deslocamento de fratura no ponto de calibração, mas para a condição de carregamento afastada desse ponto, o modelo não se comporta adequadamente, pois faz uma previsão tardia da falha. Sendo assim, é possível corroborar que o modelo de Lemaitre, neste caso, apresenta uma capacidade de determinação do deslocamento na fratura dependente do ponto de calibração.

Os resultados obtidos para a liga AISI 4340 recozida, quando realizada a mudança do ponto de calibração são apresentados a seguir. Na Figura 3.18 são mostrados os resultados obtidos para os CPs retangulares em cisalhamento puro e combinado 15°. Para a primeira geometria, a previsão realizada pelo modelo de Lemaitre é igual ao obtido experimentalmente, isso significa que o ajuste do denominador de dano surtiu o efeito desejado, pois esse estado de tensão foi usado na calibração do modelo (Figura 3.18 (a)). Para o caso da força inclinada em 15°, a previsão é prematura em relação ao valor experimentalmente observado, como pode ser visto na Figura 3.18 (b). A Figura 3.18 (c) e (d) indicam que o crescimento do dano é mais lento para a segunda calibração.

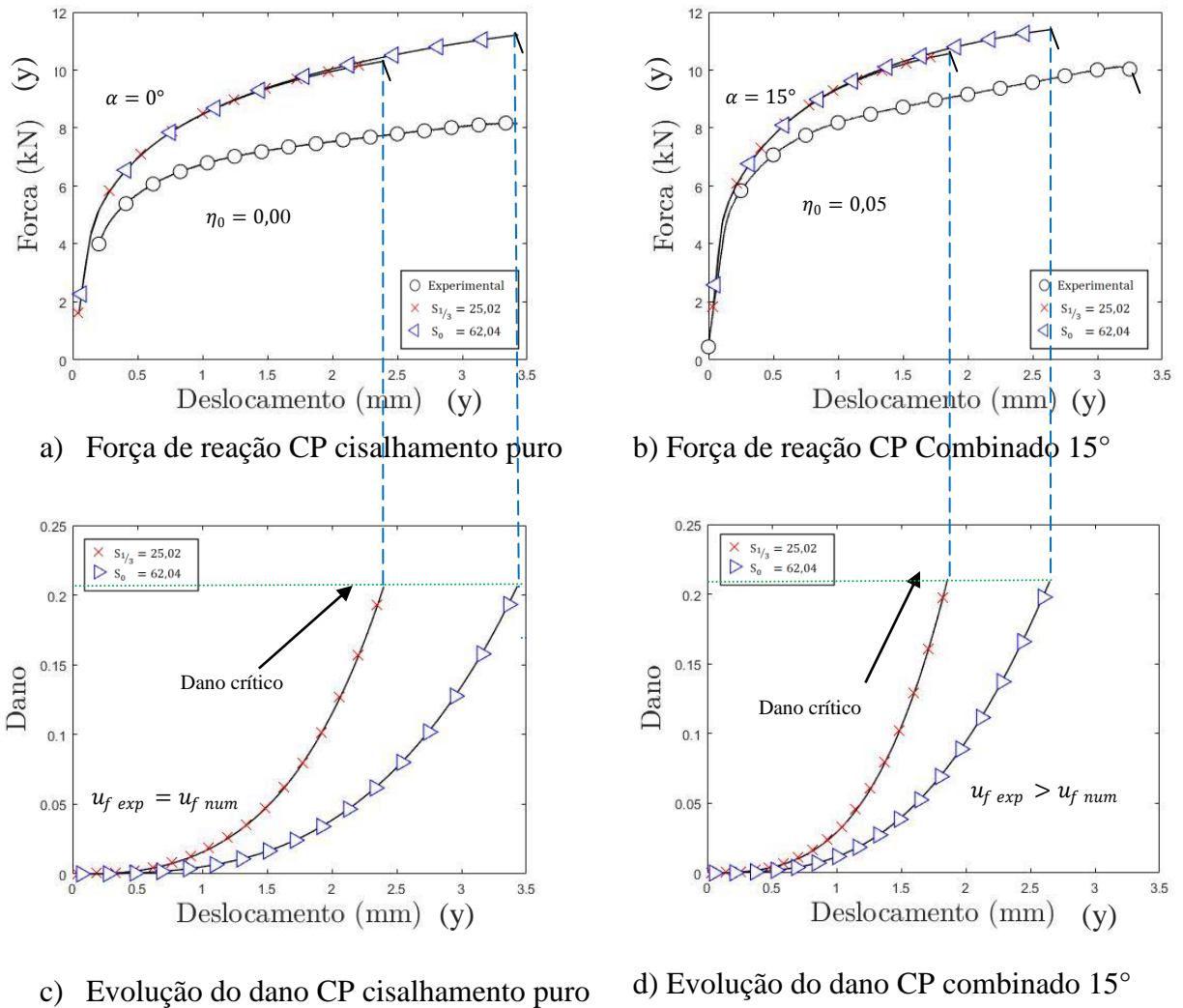


Figura 3.18: Comparativo da curva de reação e evolução do dano para as duas calibrações, CP cisalhamento puro e combinado 15° - AISI 4340 recozido.

O comportamento para as condições de carregamento combinado em 30° e 45° correspondentes aos CPs do material recozido pode ser observado na Figura 3.19. Há diferenças para o deslocamento na fratura previsto pelo modelo nas duas calibrações em relação ao valor observado experimentalmente. Nas duas condições de carregamentos, a previsão numérica, realizada para o novo denominador de dano, fica abaixo do observado experimentalmente (Figuras 3.19 (a) e (b)). Também foi constatado o crescimento mais lento da variável de dano em ambos os estados de tensão (Figura 3.19 (c) e (d)).

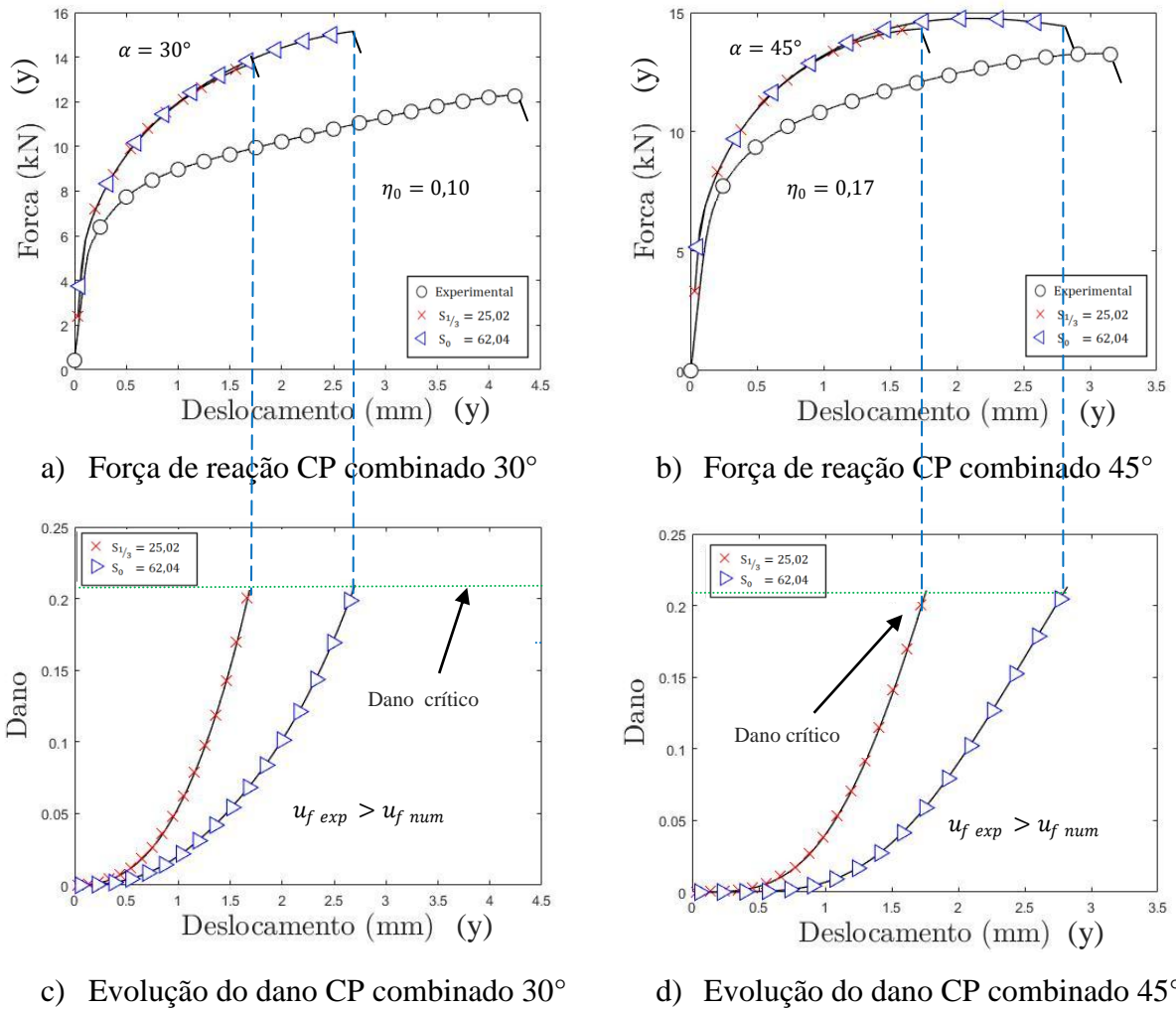
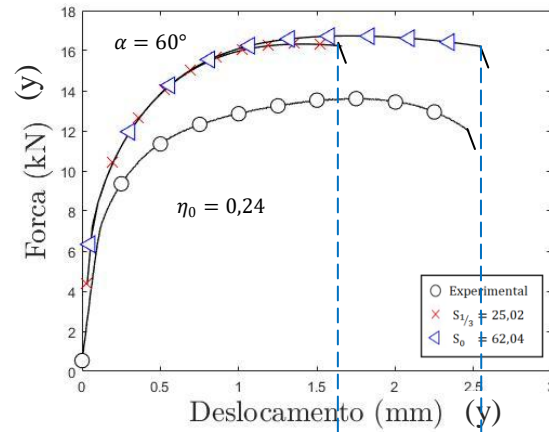


Figura 3.19: Comparativo da curva de reação e evolução do dano para as duas calibrações, CP combinado 30° e combinado 45° - AISI 4340 recozido.

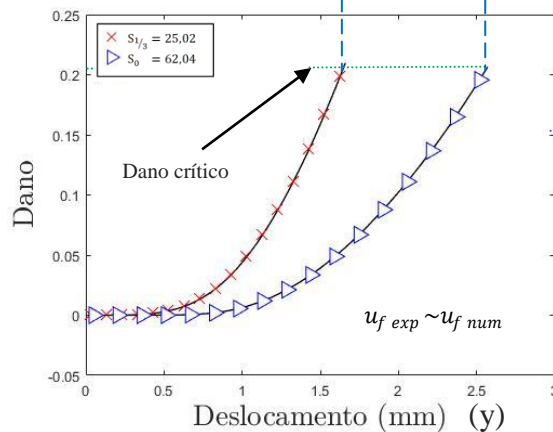
Para o caso de CP que representa o estado de tensão combinado 60° é possível notar que a previsão estimada pelo modelo no novo ponto de calibração apresenta pequena diferença quando comparado com o valor obtido experimentalmente, como pode ser visto na Figura 3.20 (a). A evolução do dano mostra um comportamento similar a todas as outras situações avaliadas, o que pode ser constatado na Figura 3.20 (b).

Apenas na condição em cisalhamento puro (condição de calibração) é possível fazer uma boa previsão do deslocamento na fratura. Fora do ponto de calibração, quase todos os valores previstos numericamente ficaram distantes dos resultados experimentais, sendo que o CP ao qual é aplicada a carga inclinada em 30° tem a maior diferença. O único caso em que a previsão da fratura realizada pelo modelo de Lemaitre é estimada de forma tardia, porém

muito próxima do valor experimental, é a condição de carregamento em 60° , o que pode ser explicado devido ao início da predominância dos efeitos trativos para esse estado de tensão.



a) Força de reação CP combinado 60°



b) Evolução do dano CP combinado 60°

Figura 3.20: Comparativo da curva de reação e evolução do dano para as duas calibrações, CP combinado 60° - AISI 4340 recozido.

Para o material da liga AISI 4340 recozida, pode ser percebida uma melhoria na previsão do deslocamento na fratura devido à mudança do ponto de calibração, porém os resultados numéricos ainda não são satisfatórios, pois apresentam significativa diferença quando comparados com os resultados experimentais. Nesse sentido, considera-se verdadeira a hipótese de que o denominador de dano é uma função do estado de tensão.

Para efeitos de comparação, a Tabela 3.6 mostra os resultados para o deslocamento na fratura obtidos experimentalmente e os valores estimados nas duas calibrações.

Tabela 3.6: Comparativo do deslocamento na fratura experimental e numérica - AISI 4340

<i>Material</i>	<i>Tipo de CP</i>		η_0	<i>Deslocamento na fratura [mm]</i>			<i>Dif. (%)</i>	
				u_{fexp} (1)	$u_{fS_{1/3}}$ (2)	u_{fS_0} (3)	(1)- (2)	(1)- (3)
Recozido	Retangular	0°	0	3,43	2,4	3,43	29,82	0,0
		15°	0,05	3,30	1,84	2,65	44,24	19,70
		30°	0,10	4,30	1,7	2,70	60,47	37,21
		45°	0,17	3,20	1,73	2,82	45,94	11,88
		60°	0,24	2,47	1,66	2,55	32,79	-3,24

3.6 Considerações finais do capítulo

Esta etapa da pesquisa abordou a capacidade preditiva do modelo de Lemaitre, com a finalidade de avaliar o deslocamento na fratura, previsto numericamente, e realizar a comparação com os valores observados experimentalmente, para a liga AISI 4340 normalizada e recozida.

Os resultados obtidos no ponto de calibração se mostraram coerentes, pois há a perfeita concordância entre os valores numéricos e experimentais para os níveis de força de reação e deslocamento na fratura, em ambos os materiais. Contudo, para estados distantes do estado de tensão utilizado na calibração dos parâmetros do material, o comportamento foi irregular, sendo mais otimista ou mais conservativo, de acordo com a faixa de razão de triaxialidade analisada.

Com o intuito de otimizar o denominador de dano, para cada estado de tensão foi calibrado novamente o parâmetro para a condição de cisalhamento puro e recalculados os deslocamentos necessários para a fratura dos outros corpos de prova retangulares, sendo verificado que houve uma redução nos erros percentuais e uma melhor capacidade preditiva. Assim, conclui-se que o parâmetro pode ser redefinido com uma função dependente da razão de triaxialidade e do terceiro invariante normalizado, já que esses parâmetros definem os estados de tensão do material.

É importante destacar também, que como o modelo de Lemaitre utiliza o critério de von Mises como base para o escoamento plástico, o modelo de dano também carrega as previsões irregulares para as forças de reação, apresentadas no Capítulo 2 desta tese. Assim, além de estudar a necessidade de se propor uma nova lei para a evolução do dano, para a correta descrição do comportamento mecânico na fratura da liga AISI 4340, há a necessidade de

adotar um critério de escoamento mais robusto e que seja também capaz de corrigir as previsões dos níveis de força necessários.

Por fim, levando em consideração a motivação desta pesquisa, descrita no Capítulo 1, pode-se concluir que, tanto o modelo constitutivo baseado no critério de von Mises quanto a lei de evolução de dano de Lemaitre não podem ser utilizadas para o projeto mecânico de componentes sujeitos a carregamentos predominantemente cisalhantes, como no caso do conjunto BOP/*riser*, em que o intuito era esmagar e cisalhar o *riser* para a sua completa vedação.

4 PROPOSTA DE UM NOVO INDICADOR DE FRATURA DÚCTIL

Neste capítulo, dadas as conclusões e as limitações dos modelos apresentados nos capítulos anteriores na descrição do comportamento mecânico da liga AISI 4340 será proposto um novo indicador de fratura dúctil, que seja capaz de melhor prever o deslocamento necessário para a fratura. Este indicador será acoplado à etapa de pós-processamento do modelo de Gao, que, por sua vez, busca corrigir os níveis de forças necessários para a fratura. Os resultados são comparados aos valores estimados pelo modelo de Lemaitre e ao indicador proposto por Vaz Jr. e Owen (2001).

4.1 Introdução

Em 2001, Vaz Jr. e Owen propuseram um indicador de fratura dúctil baseado na Lei de evolução do dano de Lemaitre. O indicador poderia ser acoplado e integrado na etapa de pós-processamento de qualquer modelo elastoplástico. Para Vaz Jr. e Owen (2001), a fratura dúctil poderia ser determinada através da energia liberada devido ao dano e do incremento da deformação plástica equivalente, produzido a cada incremento de deformação total. Assim como a lei de evolução de Lemaitre, o indicador de dano possui dois parâmetros que necessitam ser calibrados: o expoente de dano e o denominador de dano.

Para Vaz Jr. e Owen (2001), o denominador de dano é uma constante calibrada por meio de um ensaio trativo. Por sua vez, Malcher (2011), através de um estudo numérico em corpos de prova cilíndricos lisos e entalhados, bem como em corpos de prova do tipo “borboleta” sujeito a cisalhamento puro e a combinações de carregamento, levanta a hipótese de que o denominador de dano deveria ser uma função do estado de tensão, para que a lei de evolução do dano permita descrever de forma mais precisa a fratura dúctil.

Na mesma época, Gao *et al.* (2011) publicou um critério de escoamento para materiais isotrópicos, baseado no segundo e terceiro invariante do tensor das tensões desviadoras, assim como dependente do primeiro invariante do tensor tensão de Cauchy. Esses autores acoplaram ao critério de escoamento, a lei de evolução do dano de Gurson-Tvergaard-Needleman, realizando simulações para diferentes corpos de prova fabricados de liga de alumínio.

Lian *et al.* (2014) desenvolveram uma pesquisa na qual o modelo de Lemaitre é modificado considerando o endurecimento isotrópico no qual é abordada a questão fenomenológica, permitindo explicar a influência da razão de triaxialidade na fratura dúctil. Nessa abordagem foi avaliado o histórico da evolução da variável de dano considerando o

denominador de dano como uma constante. Os resultados mostraram uma melhoria significativa na estimativa do deslocamento na fratura. Foram comparados os resultados obtidos pelo novo modelo proposto com as previsões estimadas por meio do modelo de von Mises, Lemaitre e os valores experimentais.

Malcher e Mamiya (2014) realizaram outra contribuição para os estudos baseada na Mecânica do Dano Contínuo. Considerando o endurecimento isotrópico, o modelo proposto é pautado em três parâmetros fundamentais: a tensão hidrostática, a razão de triaxialidade e o terceiro invariante do tensor desviador, por meio da modificação da função denominador de dano. Nessa publicação, foi determinada uma nova lei de evolução de dano, considerando a deformação plástica e a variável de dano associada ao endurecimento isotrópico. Os resultados apontam uma melhoria significativa na determinação do início da fratura, quando comparados com o modelo de Lemaitre, sendo bastante próximos dos valores observados experimentalmente e se mostrando menos dependentes do ponto de calibração.

Cao *et al.* (2014) estudaram a fratura dúctil para faixas de baixa razão de triaxialidade. Nessa região prevalecem os carregamentos por cisalhamento, sendo proposta uma modificação do modelo de dano de Lemaitre, ao qual é incorporado o terceiro invariante do tensor desviador por meio de uma função parabólica, com o intuito de quantificar a dependência do modelo. Foram apresentados resultados de aplicações para dois materiais, um de alto limite elástico e uma liga de zircônio. Os resultados da pesquisa apresentaram um comparativo entre as observações experimentais e as previsões numéricas, sendo os valores bastante próximos nas duas situações avaliadas, porém foram usados modelos diferentes para realizar as simulações numéricas, isto devido aos materiais estudados apresentarem níveis de plasticidade muito díspares.

A descrição do comportamento plástico e a previsão do local da fratura para materiais dúcteis também foram abordados por Cortese *et al.* (2015). Na publicação, foi apresentado um modelo baseado no segundo e terceiro invariante, com dano desacoplado com evolução exponencial. Foram analisados corpos de provas cilíndricos lisos e tubulares, nos quais se realizaram ensaios experimentais em tração, torção e biaxial (tração/torção). O modelo foi testado em ligas de aço usadas em tubulações de gás e óleo e outra liga usada na indústria automotiva. Os resultados mostraram uma boa descrição do comportamento plástico e apresentaram uma melhoria na previsão da falha.

Um estudo publicado por Brünig (2019) apresentou um modelo numérico para materiais dúcteis, propondo uma formulação que incorpora o dano na função de escoamento. Dessa forma, podem ser quantificadas as deformações plásticas, assim como a nucleação e a propagação de micro defeitos, por meio da variável interna de dano. O modelo foi testado em microescala e se apresenta como uma ótima alternativa, pois a detecção do dano, assim como os mecanismos de fratura a nível micro são extremamente complexos de serem identificados por meio de técnicas experimentais. Os resultados foram validados por meio de simulações numéricas na microescala, utilizando corpos de prova biaxiais para diferentes condições de carregamento.

Ao verificar a literatura, percebe-se que apesar do significativo avanço nas pesquisas e as inúmeras contribuições relacionadas ao tema, ainda há a necessidade de continuar investigando o comportamento dos materiais no que tange à previsão do ponto e à localização da fratura, pois os modelos propostos ainda apresentam imprecisão, são altamente dependentes do ponto de calibração e fornecem respostas para materiais específicos.

Assim, nesta etapa do trabalho, propõe-se um novo indicador de fratura dúctil, baseado em uma função denominador de dano dependente do terceiro invariante normalizado e da ductilidade do material. O indicador foi associado ao modelo de Gao e as simulações foram realizadas para os corpos de prova retangulares, considerando somente a região de baixa razão de triaxialidade.

4.2 Descrição da função denominador de dano de Malcher e Mamiya

A contribuição de Malcher (2011) e Malcher e Mamiya (2014) foram as primeiras propostas na literatura que apresentaram uma modificação do modelo de Lemaitre, no que tange à construção de uma função denominador de dano dependente do estado de tensão. Para esses autores, a lei de evolução de dano de Lemaitre poderia ser reescrita na forma da Equação 4.1:

$$\dot{D} = \dot{\gamma} \frac{1}{(1-D)} \left(\frac{-Y}{S(\eta, \xi)} \right)^s, \quad (4.1)$$

em que \dot{D} é a taxa de evolução do dano, $-Y$ representa a energia liberada devido ao dano, s é o expoente de dano e $S(\eta, \xi)$ é a função denominador de dano, nesse caso, dependente da

razão de triaxialidade e do terceiro invariante normalizado. A função pode ser matematicamente descrita na forma:

$$S = \frac{S_{1/3}}{3|\eta| + \frac{S_{1/3}}{S_0}(1 - \xi^2)}, \quad (4.2)$$

em que, $S_{1/3}$ representa o denominador de dano calibrado através de um ensaio experimental de tração em um corpo de prova cilíndrico liso e S_0 é o denominador de dano calibrado através de um ensaio de cisalhamento puro. Assim, Malcher e Mamiya (2014) mostraram através de simulações em corpos de prova fabricados do aço SAE 1045 e da liga de alumínio 2024-T351, uma excelente melhoria na previsão da fratura dúctil. Contudo, Ferreira (2020) demonstrou que a função denominador de dano proposta apresentava falhas para materiais em que $S_0 \leq S_{1/3}$, conforme ilustrado na Figura 4.1.

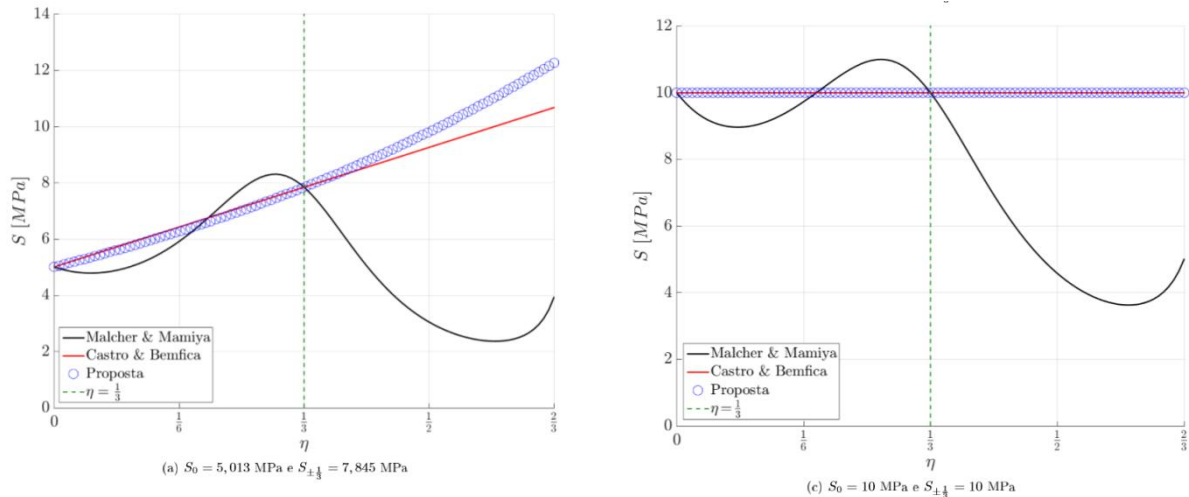


Figura 4.1: Comportamento da função denominador de dano de Malcher e Mamiya, segundo Ferreira (2020).

4.3 Proposta de um novo indicador de fratura dúctil

Com base no estudo realizado por Ferreira (2020) e considerando que a função denominador de dano proposta por Malcher e Mamiya (2014) não distingue o nível de ductilidade dos materiais, uma nova proposta é então apresentada nesta tese. Para iniciar a estruturação do novo indicador de dano, considerou-se a contribuição realizada por Vaz Jr. e Owen (2001), na qual foi proposto um indicador de fratura dúctil, que pode ser matematicamente representado por:

$$I = \int_0^{\bar{\varepsilon}_f^p} \left[\frac{1}{S} \left(\frac{q^2}{6G} + \frac{p^2}{2K} \right) \right]^s d\bar{\varepsilon}^p, \quad (4.3)$$

em que, G e K representam o módulo de elasticidade ao cisalhamento e o módulo de elasticidade volumétrico. O termo q é a tensão equivalente; p , a tensão hidrostática e S corresponde ao denominador de dano.

O indicador, que é derivado da proposta de Lemaitre (1985), também considera S como uma constante e propõe a integração do trabalho total do dano. Assim como o modelo de Lemaitre, o indicador de Vaz Jr. e Owen (2001) apresenta previsão da fratura dúctil em desacordo com as observações experimentais para estados de tensão diferentes do estado de tensão utilizado para a calibração do indicador. Assim sendo, seguindo a proposta de Malcher e Mamiya (2014), propõe-se a substituição do valor constante de S , por uma função dependente do terceiro invariante normalizado, ξ , e da ductilidade, aqui representada pela deformação plástica na fratura, $\bar{\varepsilon}_f^p$. Nesse sentido, o indicador de fratura de Vaz Jr. e Owen (2001) pode ser reescrito como sendo:

$$I = \int_0^{\bar{\varepsilon}_f^p} \left[\frac{1}{f(\xi, \bar{\varepsilon}^p)} \left(\frac{q^2}{6G} + \frac{p^2}{2K} \right) \right]^s d\bar{\varepsilon}^p, \quad (4.4)$$

em que, $f(\xi, \bar{\varepsilon}^p)$ é a função denominador de dano. É importante destacar que, segundo Bao (2003), quando se tem um estado plano de tensão, condição observada para todos os corpos de prova retangulares aqui fabricados, somente a razão de triaxialidade ou o terceiro invariante normalizado são capazes de caracterizar o estado de tensão no material. Além disso, para Lemaitre, o expoente de dano para a maioria dos materiais dúcteis pode ser assumido como igual a 1. Destarte, pode-se reescrever o indicador de Vaz Jr. e Owen (2001) como sendo:

$$I = \int_0^{\bar{\varepsilon}_f^p} \frac{-Y}{f(\xi, \bar{\varepsilon}^p)} d\bar{\varepsilon}^p, \quad (4.5)$$

em que a energia liberada devido ao dano, $-Y$, é determinada como:

$$-Y = \frac{q^2}{6G} + \frac{p^2}{2K}, \quad (4.6)$$

Para a definição da função denominador de dano, busca-se, inicialmente, construir uma função que recupere o comportamento do material nos dois pontos de calibração definidos: a) tração em corpo de prova cilíndrico liso, e b) cisalhamento em corpo de prova retangular. Assim, a Equação 4.7 é inicialmente definida como:

$$f(\xi) = S_{1/3}\xi^2 + S_0(1 - \xi^2), \quad (4.7)$$

sendo $f(\xi)$ a função denominador de dano; $S_{1/3}$ o denominador de dano calibração em tração pura; e S_0 o denominador de dano calibrado em cisalhamento puro. Analisando o comportamento da função, tem-se que:

- a) Tração pura: neste caso, $\xi = 1$ e a função retorna $f(\xi) = S_{1/3}$;
- b) Cisalhamento puro: neste caso, $\xi = 0$ e a função retorna $f(\xi) = S_0$;
- c) Combinações de tração/cisalhamento: neste caso, $0 < \xi < 1$ e a função retorna valores entre $S_{1/3}$ e S_0 , $S_{1/3} < f(\xi) < S_0$.

Para considerar a ductilidade do material, propõe-se a adição de um termo dependente da deformação plástica acumulada e da deformação plástica na fratura. Na expressão, é necessário incluir um termo dependente da deformação plástica acumulada, assim a função pode ser escrita da seguinte forma:

$$f(\bar{\varepsilon}^p) = T \frac{\bar{\varepsilon}^p}{\bar{\varepsilon}_f^p}, \quad (4.8)$$

em que T é uma constante a ser calibrada; $\bar{\varepsilon}^p$ é a deformação plástica acumulada; e $\bar{\varepsilon}_f^p$ é a deformação plástica na fratura que é obtida como consequência da calibração da curva de endurecimento isotrópico do material, como mostrado na Tabela 2.5. Com o intuito de não aumentar o número de parâmetros a serem calibrados, nesta pesquisa, sugere-se definir $T = S_0 - S_{1/3}$. Contudo, o mesmo pode ser calibrado com base em qualquer estado de tensão combinado. Assim, ao somar os dois efeitos, através das Equações 4.7 e 48, tem-se:

$$f(\xi, \bar{\varepsilon}^p) = S_{1/3}\xi^2 + S_0(1 - \xi^2) + (S_0 - S_{1/3}) \frac{\bar{\varepsilon}^p}{\bar{\varepsilon}_f^p} (1 - \xi^2). \quad (4.9)$$

Note-se que o termo $(1 - \xi^2)$ é multiplicado ao termo de ductilidade devido ao fato de, nesta etapa do trabalho, somente a região de baixa razão de triaxialidade ser estudada. Portanto, a função denominador de dano passa a ter o seguinte comportamento:

- a) Tração pura: neste caso, $\xi = 1$ e a função retorna $f(\xi) = S_{1/3}$. A Figura 4.2 apresenta o comportamento do terceiro invariante normalizado para um carregamento trativo, em um corpo de prova cilíndrico liso.

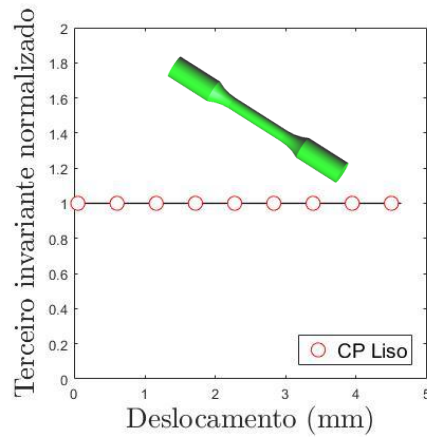


Figura 4.2: Variação do terceiro invariante normalizado na condição tratativa.

b) Cisalhamento puro: neste caso, $\xi = 0$ e a função retorna $f(\xi) \approx 2S_0 - S_{1/3}$. É importante observar que o fato de a função denominador de dano não retornar o valor de S_0 , quando $\xi = 0$, não necessariamente faz com que o indicador seja impreciso em condições cisalhantes. Na verdade, o valor de ξ para o corpo de prova retangular em cisalhamento puro muda drasticamente ao longo do processo de deformação. Assim, o termo adicional de ductilidade acaba sendo compensado pela variação de ξ . Nessas condições, a função denominador de dano parte de um valor igual a S_0 e evolui para valores próximos a $2S_0 - S_{1/3}$. A Figura 4.3 mostra a evolução do parâmetro ξ , ao longo do processo de deformação plástica.

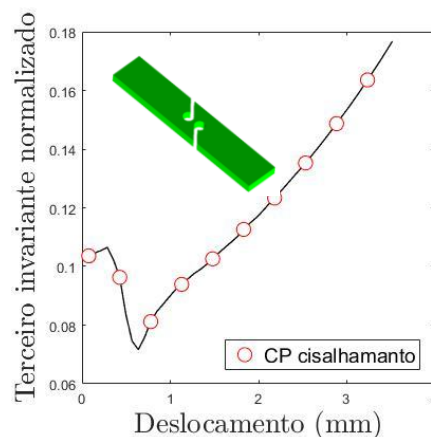


Figura 4.3: Variação do terceiro invariante normalizado em cisalhamento puro.

c) Combinações de tração/cisalhamento: neste caso, $0 < \xi < 1$ e a função retorna valores entre $S_{1/3}$ e $(2S_0 - S_{1/3})$, isto é, $S_{1/3} < f(\xi) < (2S_0 - S_{1/3})$.

Por fim, substituindo a Equação 4.9 na Equação 4.5, tem-se a representação matemática da nova proposta para o indicador de fratura dúctil.

$$I = \int_0^{\bar{\varepsilon}_f^p} \frac{-Y}{\left[S_{1/3} \xi^2 + S_0(1 - \xi^2) + \left(S_0 - S_{1/3} \right) \frac{\bar{\varepsilon}_f^p}{\xi} (1 - \xi^2) \right]} d\bar{\varepsilon}^p. \quad (4.10)$$

4.4 Formulação matemática e estratégia numérica para o modelo de Gao

Como discutido nos capítulos anteriores, uma grande desvantagem do modelo de von Mises está na determinação de forças acima das experimentalmente observadas para os ensaios em baixa razão de triaxialidade. Nesta pesquisa, propõe-se o acoplamento do novo indicador de fratura dúctil na etapa de pós-processo do modelo de Gao *et al.* (2011). É importante observar que o modelo de Lemaitre, já que é baseado no critério de escoamento de von Mises, além de ser extremamente conservativo na previsão da fratura dúctil em condições cisalhantes, também superestima as forças de reação. O modelo de Gao na sua forma completa é representado matematicamente como:

$$\phi = c \left[a I_1^6 + 27 J_2^3 + b J_3 \right]^{\frac{1}{6}} - \sigma_{y0} - H(\bar{\varepsilon}^p) \bar{\varepsilon}^p, \quad (4.11)$$

em que I_1 representa o primeiro invariante do tensor de Cauchy e é o responsável por acoplar o efeito da tensão hidrostática no critério de escoamento. J_2 e J_3 são, respectivamente, o segundo e o terceiro invariantes do tensor desviador; $H(\bar{\varepsilon}^p)$ corresponde ao módulo de endurecimento isotrópico e o termo c é um parâmetro do material calculado por meio da equação:

$$c = \left[a + \frac{4}{728} b + 1 \right]^{\frac{1}{6}}, \quad (4.12)$$

em que a e b são parâmetros de ajustes do critério de Gao. Para este trabalho, considera-se o termo $a = 0$, pois em condições cisalhantes, o termo volumétrico pode ser negligenciado. Assim, o critério de Gao passa a ser escrito na forma:

$$\phi = c \left[27 J_2^3 + b J_3 \right]^{\frac{1}{6}} - \sigma_{y0} - H(\bar{\varepsilon}^p) \bar{\varepsilon}^p. \quad (4.13)$$

O parâmetro c , é descrito pela seguinte expressão:

$$c = \left[\frac{4}{728} b + 1 \right]^{\frac{1}{6}}. \quad (4.14)$$

Considerando a plasticidade associativa, o vetor de fluxo plástico passa a ser escrito da seguinte forma:

$$\mathbf{N} \equiv \frac{\partial \phi}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = c \frac{1}{6} (\kappa)^{-\frac{5}{6}} \frac{\partial \alpha}{\partial \boldsymbol{\sigma}}, \quad (4.15)$$

em que \mathbf{N} representa o vetor de fluxo plástico e κ é um parâmetro definido como:

$$\kappa = 27J_2^3 + bJ_3. \quad (4.16)$$

A derivada do parâmetro α em relação ao tensor tensão de Cauchy pode ser observada na expressão abaixo:

$$\frac{\partial \kappa}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = 81J_2^2 \frac{\partial J_2}{\partial \boldsymbol{\sigma}} + b \frac{\partial J_3}{\partial \boldsymbol{\sigma}}, \quad (4.17)$$

sendo,

$$\frac{\partial J_2}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{S}, \quad (4.18)$$

$$\frac{\partial J_3}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \det \mathbf{S} (\mathbf{S}^{-T} : \mathbb{I}^d)$$

em que \mathbf{I} representa o tensor identidade de segunda ordem, $\mathbb{I}^d = \mathbb{I}^4 - \frac{1}{3} \mathbf{I} \otimes \mathbf{I}$ é o tensor desviador identidade de quarta ordem. Nesse contexto, a lei de fluxo plástico pode ser definida como sendo:

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p \equiv \dot{\gamma} \mathbf{N} = \dot{\gamma} c \left[\frac{1}{6} (\kappa)^{-\frac{5}{6}} \frac{\partial \kappa}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right], \quad (4.19)$$

em que $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p$ é a taxa de evolução do tensor das deformações plásticas e $\dot{\gamma}$ corresponde ao multiplicador plástico. A evolução da deformação plástica equivalente pode ser determinada por meio da equivalência do trabalho plástico:

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^p = \dot{\gamma} \frac{\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{N}}{\sigma_y}. \quad (4.20)$$

No Quadro 4.1, são apresentados os elementos para a determinação do modelo matemático de Gao, com $a = 0$, considerando endurecimento isotrópico.

Quadro 4.1: Modelo matemático de Gao modificado com endurecimento isotrópico

i)	Decomposição aditiva do tensor de deformação	$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^p$
ii)	Lei elástica	$\boldsymbol{\sigma} = \mathbb{D}^e : \boldsymbol{\varepsilon}^e$
iii)	Função de escoamento	$\phi = c(27J_2^3 + bJ_3)^{\frac{1}{6}} - \sigma_{y0} - H(\bar{\varepsilon}^p) \bar{\varepsilon}^p$ $c = \left[\frac{4}{728}b + 1 \right]^{-\frac{1}{6}}$ $\kappa = 27J_2^3 + bJ_3$
iv)	Lei de Fluxo Plástico	$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p \equiv \dot{\gamma} \mathbf{N} = \dot{\gamma} \mathbf{N} = \dot{\gamma} \left[c \frac{1}{6} (\kappa)^{-\frac{5}{6}} \frac{\partial \kappa}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right]$ $\frac{\partial \kappa}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = 81J_2^2 \mathbf{S} + b \det \mathbf{S} (\mathbf{S}^{-T} : \mathbb{I}^d)$
v)	Evolução da deformação plástica equivalente:	$\dot{\bar{\varepsilon}}^p = \dot{\gamma} \frac{\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{N}}{\sigma_y}$
vi)	Regra de carga e descarga	$\dot{\gamma} \geq 0, \quad \phi \leq 0, \quad \dot{\gamma} \phi = 0$

Para integração do modelo de Gao, o seguinte sistema de equações não lineares precisa ser resolvido, de acordo com o método de Newton-Raphson.

$$\begin{cases} R_{\mathbf{S}_{n+1}} = \mathbf{S}_{n+1} - \mathbf{S}_{n+1}^{trial} + 2G\Delta\gamma \mathbf{N}_{n+1} \\ R_{\Delta\gamma} = c(27J_{2\ n+1}^3 + bJ_{3\ n+1})^{\frac{1}{6}} - \sigma_{y0} - H(\bar{\varepsilon}^p) \bar{\varepsilon}^p_{n+1} \\ R_{\bar{\varepsilon}^p_{n+1}} = \bar{\varepsilon}^p_{n+1} - \bar{\varepsilon}^p_n - \Delta\gamma \frac{\mathbf{S}_{n+1} : \mathbf{N}_{n+1}}{\sigma_y} \end{cases} \quad (4.21)$$

O sistema de equações é resolvido de forma iterativa por meio do método de Newton-Raphson. Um resumo do processo iterativo é mostrado no Quadro 4.2.

Quadro 4.2: Algoritmo de solução do sistema não linear (Newton-Raphson)

i) Dado o estado tentativa, $k := 0$, parâmetros iniciais: $\mathbf{S}_{n+1}^{(0)} = \mathbf{S}_{n+1}^{trial}$,

a. $\Delta\gamma^{(0)} = 0$, $\bar{\varepsilon}_{n+1}^{p(0)} = \bar{\varepsilon}_n^p$ e correspondentes equações residuais:

$$\text{ii) } \begin{bmatrix} R_{\mathbf{S}_{n+1}}(\mathbf{S}_{n+1}, \Delta\gamma, \bar{\varepsilon}_{n+1}^p) \\ R_{\Delta\gamma}(\mathbf{S}_{n+1}, \Delta\gamma, \bar{\varepsilon}_{n+1}^p) \\ R_{\bar{\varepsilon}_{n+1}^p}(\mathbf{S}_{n+1}, \Delta\gamma, \bar{\varepsilon}_{n+1}^p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{n+1} - \mathbf{S}_{n+1}^{trial} + 2G\Delta\gamma\mathbf{N}_{n+1} \\ c(27J_{2n+1}^3 + bJ_{3n+1})^{\frac{1}{6}} - \sigma_{y0} - H(\bar{\varepsilon}^p)\bar{\varepsilon}_{n+1}^p \\ \bar{\varepsilon}_{n+1}^p - \bar{\varepsilon}_n^p - \Delta\gamma \frac{\mathbf{S}_{n+1:N_{n+1}}}{\sigma_y} \end{bmatrix}$$

iii) Resolver o sistema de equações:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial R_{\mathbf{S}_{n+1}}}{\partial \mathbf{S}_{n+1}} & \frac{\partial R_{\mathbf{S}_{n+1}}}{\partial \Delta\gamma} & \frac{\partial R_{\mathbf{S}_{n+1}}}{\partial \bar{\varepsilon}_{n+1}^p} \\ \frac{\partial R_{\Delta\gamma}}{\partial \mathbf{S}_{n+1}} & \frac{\partial R_{\Delta\gamma}}{\partial \Delta\gamma} & \frac{\partial R_{\Delta\gamma}}{\partial \bar{\varepsilon}_{n+1}^p} \\ \frac{\partial R_{\bar{\varepsilon}_{n+1}^p}}{\partial \mathbf{S}_{n+1}} & \frac{\partial R_{\bar{\varepsilon}_{n+1}^p}}{\partial \Delta\gamma} & \frac{\partial R_{\bar{\varepsilon}_{n+1}^p}}{\partial \bar{\varepsilon}_{n+1}^p} \end{bmatrix}^k \cdot \begin{bmatrix} \delta \mathbf{S}_{n+1} \\ \delta \Delta\gamma \\ \delta \bar{\varepsilon}_{n+1}^p \end{bmatrix}^{k+1} = - \begin{bmatrix} R_{\mathbf{S}_{n+1}}(\mathbf{S}_{n+1}, \Delta\gamma, \bar{\varepsilon}_{n+1}^p) \\ R_{\Delta\gamma}(\mathbf{S}_{n+1}, \Delta\gamma, \bar{\varepsilon}_{n+1}^p) \\ R_{\bar{\varepsilon}_{n+1}^p}(\mathbf{S}_{n+1}, \Delta\gamma, \bar{\varepsilon}_{n+1}^p) \end{bmatrix}^k$$

Nova tentativa para \mathbf{S}_{n+1} , $\Delta\gamma$ e $\bar{\varepsilon}_{n+1}^p$:

$$\mathbf{S}_{n+1}^{(k+1)} = \mathbf{S}_{n+1}^{(k)} + \delta \mathbf{S}_{n+1}^{(k+1)}; \quad \Delta\gamma^{(k+1)} = \Delta\gamma^{(k)} + \delta \Delta\gamma^{(k+1)};$$

$$\bar{\varepsilon}_{n+1}^{p(k+1)} = \bar{\varepsilon}_{n+1}^{p(k)} + \delta \bar{\varepsilon}_{n+1}^{p(k+1)};$$

Atualizar variáveis:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^e = [\mathbf{D}^e]^{-1} \cdot \boldsymbol{\sigma}_{n+1}; \quad \boldsymbol{\sigma}_{n+1} = \mathbf{S}_{n+1} + p_{n+1} \mathbf{I}$$

iv) Verificar a convergência: $\tilde{\Phi} = c(27J_{2n+1}^3 + bJ_{3n+1})^{\frac{1}{6}} - \sigma_{y0} - H(\bar{\varepsilon}^p)\bar{\varepsilon}_{n+1}^p$,

Se $|\tilde{\Phi}| \leq \epsilon_{tol} \Rightarrow$ finaliza o processo, caso contrário volta ao passo (2)

v) Fim

A estratégia numérica para a integração do indicador de dano proposto na etapa de pós-processamento do modelo de Gao é apresentada no Quadro 4.3.

Quadro 4.3: Integração do indicador de dano

i) Executar Quadro 4.1 para o modelo de Gao, determinar: \mathbf{S}_{n+1} , $\Delta\gamma$ e $\bar{\varepsilon}_{n+1}^p$

ii) Calcular ξ_{n+1} , de acordo com Equação 1.8 e determinar $f(\xi_{n+1}, \bar{\varepsilon}_{n+1}^p)$:

$$f(\xi_{n+1}, \bar{\varepsilon}_{n+1}^p) = S_0 - (S_0 - S_{1/3})\xi_{n+1}^2 + (S_0 - S_{1/3})\left(\frac{\bar{\varepsilon}_{n+1}^p}{\bar{\varepsilon}_f^p}\right)(1 - \xi_{n+1}^2)$$

iii) Determinar o indicador de dano no pseudo-tempo t_{n+1}

$$I_{(n+1)} = I_{(n)} + \left[\frac{1}{f(\xi_{n+1}, \bar{\varepsilon}_{n+1}^p)} \left(\frac{q_{n+1}^2}{6G} + \frac{p_{n+1}^2}{2K} \right) \right] (\bar{\varepsilon}_{n+1}^p - \bar{\varepsilon}_n^p)$$

iv) Fim

4.5 Calibração do indicador de dano e critério de Gao

Inicialmente, foi assumida a mesma curva de endurecimento isotrópico, obtida no Capítulo 2 desta tese (ver Tabelas 2.4 e 2.5), já que o modelo constitutivo baseado no critério de Gao recupera o comportamento do modelo de von Mises no ponto em que $\eta = \frac{1}{3}$, ou seja, para o comportamento do corpo de prova cilíndrico liso, sujeito à tração pura. Posteriormente, para calibrar o parâmetro b do modelo de Gao, considerou-se a curva de reação obtida experimentalmente para o corpo de prova retangular, sujeito a cisalhamento puro. Nessa condição, a mesma estratégia de identificação paramétrica foi utilizada, usando o método baseado no gradiente como procedimento de busca (Machado, 2019; Machado e Malcher, 2019).

Na calibração dos parâmetros de dano para o indicador de fratura dúctil, implementado através do Quadro 4.3, na etapa de pós-processamento do modelo de Gao, utilizou-se uma estratégia multiobjetiva, tendo tanto o dano crítico quanto o deslocamento na fratura para os corpos de prova cilíndricos lisos, sujeitos à tração, e os retangulares, sujeitos a cisalhamento puro, como função objetivo. Nesse caso, o conjunto otimizado de parâmetros $S_{1/3}$, S_0 e D_c foi determinado no instante em que o deslocamento numericamente calculado passou a ser igual ao deslocamento experimentalmente observado e, também, o dano máximo calculado atinge o nível de dano crítico, considerando os estados de tensão em tração e cisalhamento associados. A Equação 4.22 representa matematicamente a função multiobjetivo utilizada. A Tabela 4.1 apresenta todos os parâmetros necessários para a execução do modelo.

$$g = \left[\sqrt{\left(\frac{D_c - D_{max}}{D_c}\right)^2 + \left(\frac{u_{f\ exp} - u_{f\ num}}{u_{f\ exp}}\right)^2} \right]_{tração} + \left[\sqrt{\left(\frac{D_c - D_{max}}{D_c}\right)^2 + \left(\frac{u_{f\ exp} - u_{f\ num}}{u_{f\ exp}}\right)^2} \right]_{cisalhamento} \quad (4.22)$$

Tabela 4.1: Parâmetros para os indicadores de dano de Vaz Jr. e Owen, e a nova proposta, segundo a liga AISI 4340.

<i>Descrição</i>	<i>Símbolo</i>	<i>Vaz Jr. e Owen</i>		<i>Proposta</i>	
		<i>Normalizado</i>	<i>Recozido</i>	<i>Normalizado</i>	<i>Recozido</i>
Parâmetro de Gao	b	-100	-130 e -140	-100	-130 e -140
Denominador de dano em tração	$S_{1/3}$ [MPa]	16,65	25,02	16,65	25,02
Denominador de dano em cisalhamento	S_0 [MPa]	-	-	14,40	62,04
Dano crítico	D_c	0,17	0,16	0,17	0,16
Deformação plástica na fratura	$\bar{\epsilon}_f^p$	-	-	0,67	1,20

Foram utilizados dois valores para o coeficiente b , do modelo de Gao, tanto para o indicador de dano de Vaz Jr. e Owen quanto para a nova proposta de indicador de dano, no caso do material recozido. Isto, no intuito de comparar o comportamento do modelo e avaliar sua precisão, quanto à estimativa do deslocamento na fratura e à previsão do nível de força de reação.

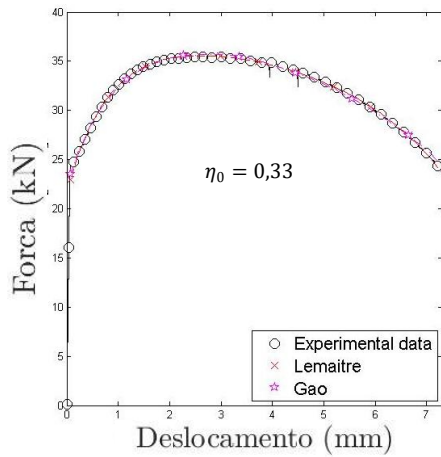
4.6 Análise comparativa dos resultados experimentais e numéricos

A seguir, são apresentados os comparativos dos resultados experimentais e numéricos, referentes à evolução do dano e deformação plástica equivalente. As estimativas obtidas nas simulações realizadas usando o modelo de Gao, na sua formulação simplificada, foram comparadas aos resultados experimentais considerando as forças de reação, assim como a evolução da deformação plástica na fratura e o dano.

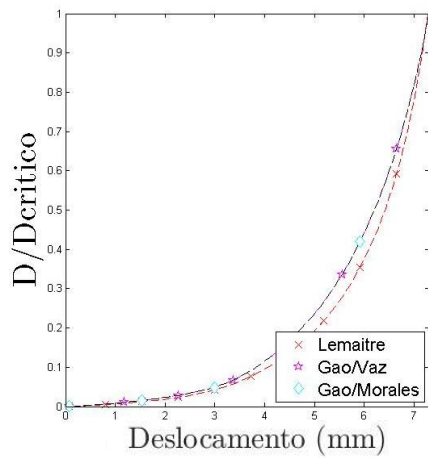
Para o material AISI 4340 recozido, foram consideradas as simulações dos CPs: liso, cisalhamento puro e os combinados 15° , 45° , 60° . Já para o material normalizado foram simulados os CPs: liso, cisalhamento puro e combinado 30° . As características das malhas, tanto para as simulações dos corpos de prova cilíndrico quanto para os retangulares foram idênticas aos casos avaliados nos capítulos anteriores.

Nas representações gráficas, os resultados das simulações numéricas, obtidas pelo modelo de Gao utilizando o indicador de dano proposto por Vaz Jr. e Owen (2001), foram identificados como Gao/Vaz. Os resultados obtidos pelo modelo de Gao, utilizando o novo indicador de dano, foram representados como Gao/Morales.

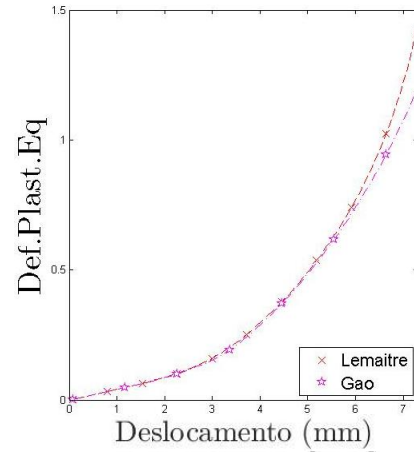
Para o início do estudo são mostradas, na Figura 4.4, as representações gráficas para o CP cilíndrico liso do material AISI 4340 recozido. A força de reação em função do deslocamento é mostrada na Figura 4.4 (a), em que são comparados os modelos de Gao e Lemaitre e é possível constatar a concordância entre os resultados experimentais, tanto para as forças de reação quanto para os deslocamentos, este resultado se apresentou como satisfatório por se tratar do ponto de calibração dos modelos. Quando observada a Figura 4.4 (b) é possível perceber que a evolução do dano para o modelo de Gao apresentou coincidência satisfatória nas duas simulações. A evolução da deformação plástica equivalente para os modelos de Gao e Lemaitre são mostradas na Figura 4.4 (c).



a)



b)



c)

Figura 4.4: Resultados para o CP cilíndrico liso - AISI 4340 recozido

A Figura 4.5, (a) permite visualizar a falha experimental. O contorno do dano para os modelos usados nesta pesquisa são mostrados na Figura 4.5 (b), (c) e (d). Pôde ser constatado que a distribuição do dano se distribui bem próxima do ponto crítico, sendo que o valor crítico atinge um valor em torno de 0,21, para o modelo de Lemaitre e, aproximadamente, 0,16 tanto para os indicadores de dano de Vaz e Owen quanto para a nova proposta. Para todos os CPs, as simulações foram realizadas até o ponto no qual a variável de dano atinge esse valor crítico.

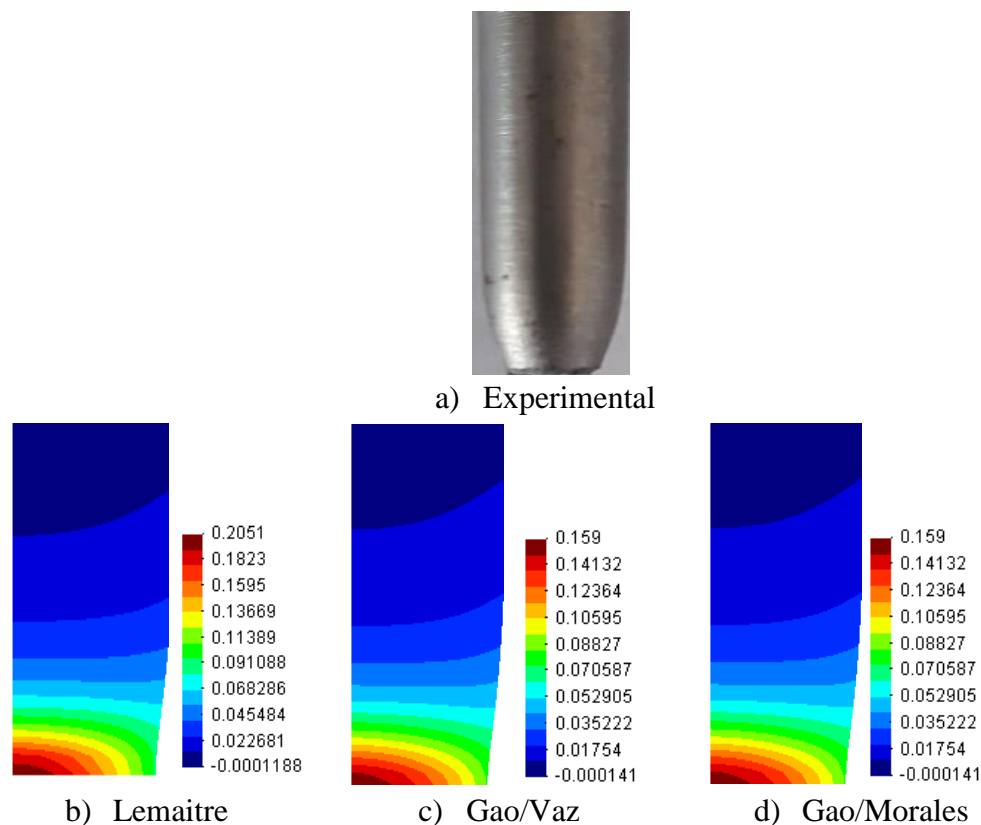
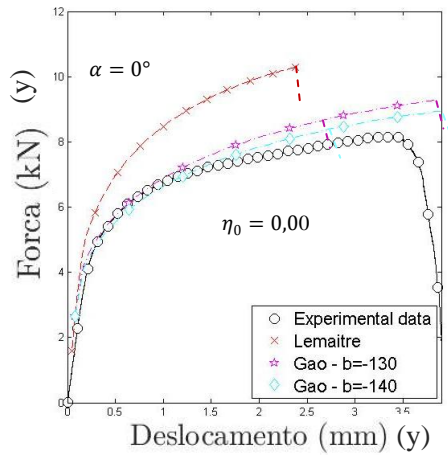
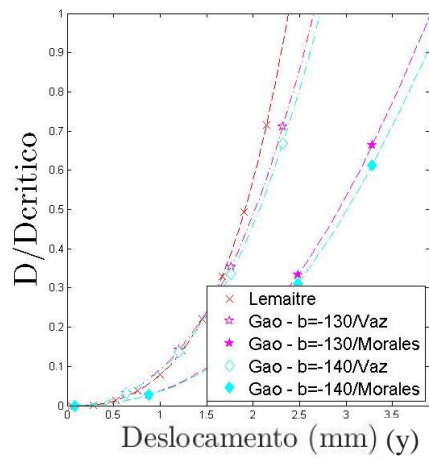


Figura 4.5: Contorno da distribuição do dano para o CP cilíndrico liso - AISI 4340 recozido

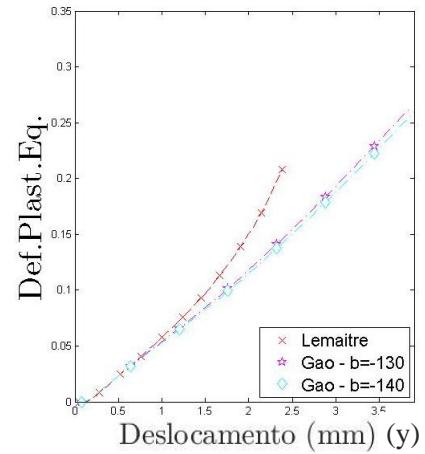
A análise do novo indicador de dano foi realizada para CPs em estado de tensão dentro da faixa de baixa razão de triaxialidade. As simulações numéricas foram realizadas usando os parâmetros do modelo de Gao, $b = -130$ e $b = -140$, e comparados com o modelo de Lemaitre. Na Figura 4.6 (a) é mostrada a força de reação e comparada com os valores obtidos experimentalmente para o CP retangular em cisalhamento puro. É possível notar que o modelo de Lemaitre faz uma previsão prematura da falha. O modelo de Gao, usando os indicadores propostos por Vaz Jr. e Owen (2001) e o novo indicador de dano, melhora significativamente, não apenas, na previsão do deslocamento de falha, mas também na estimativa da força de reação. Por outro lado, quando observada a evolução do dano, percebe-se que o indicador de Vaz Jr. e Owen (2001) apresenta um deslocamento de fratura abaixo do obtido experimentalmente, já o indicador dano proposto melhora bastante a previsão do ponto de falha, como mostrado na Figura 4.6 (b). A evolução da deformação plástica equivalente se mostra praticamente coincidente nas duas condições do modelo de Gao, segundo visualizado na Figura 4.6 (c).



a)



b)



c)

Figura 4.6: Resultados para o CP cisalhamento puro - AISI 4340 recozido

Na Figura 4.7 (a) é mostrada a região em que acontece a falha do CP após o ensaio experimental. Os contornos da distribuição de dano, em todas as situações, distribuem-se na face do CP, bastante próximo do ponto crítico, como pode ser constatado na Figura 4.7 (b), (c), (d) e (f).

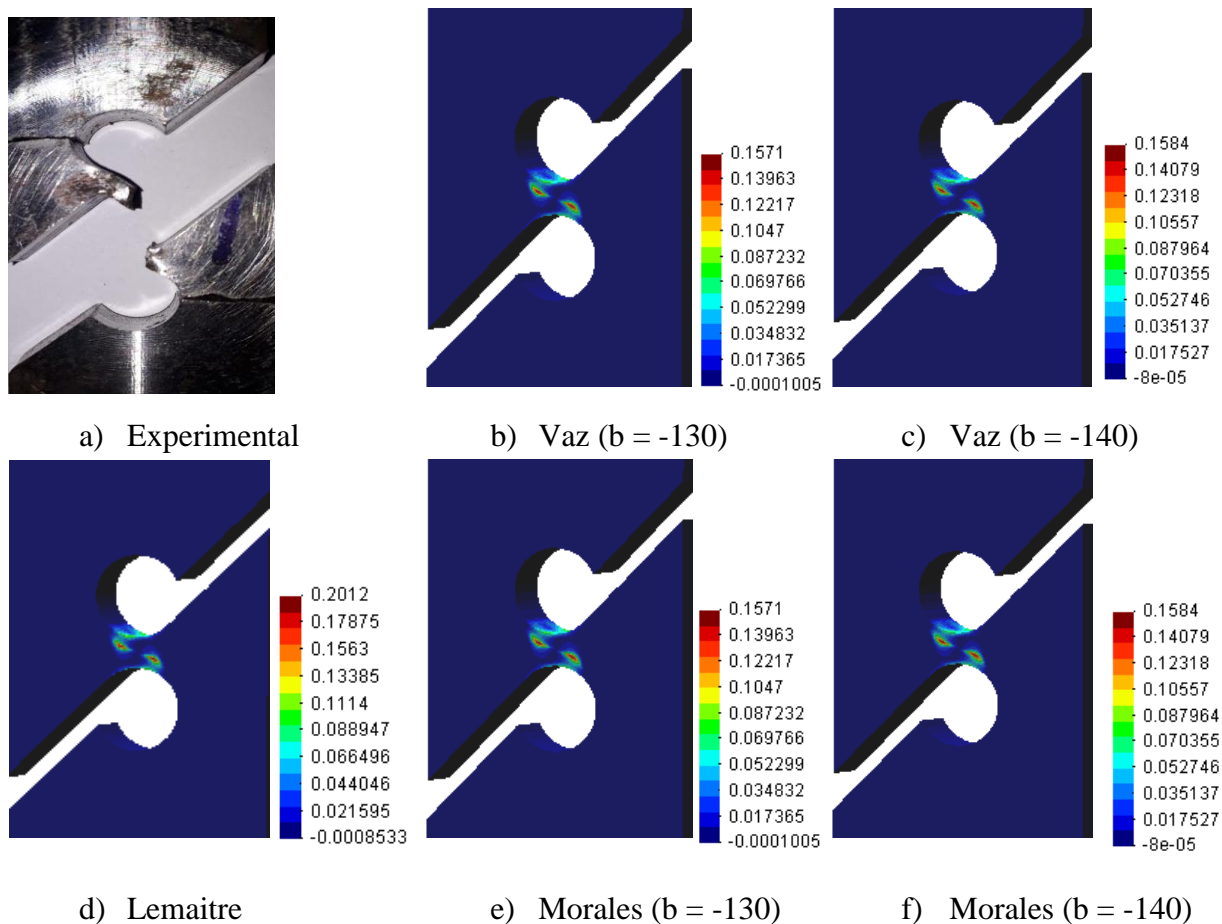
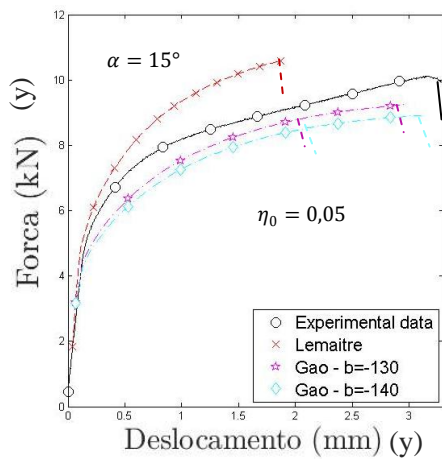
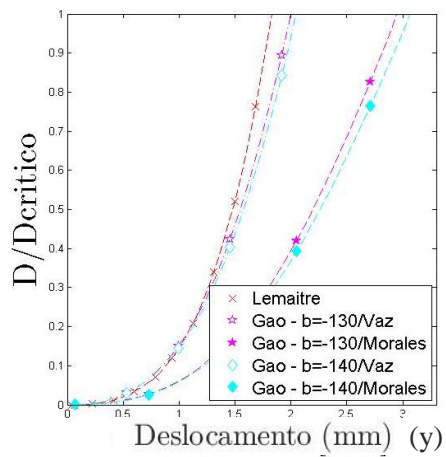


Figura 4.7: Contorno da distribuição do dano para o CP de cisalhamento puro - AISI 4340 recozido

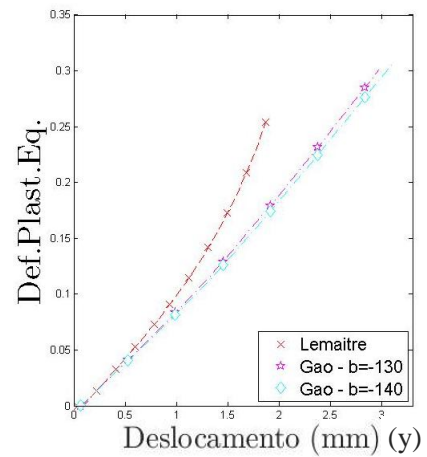
Quando avaliada a força de reação *versus* deslocamento, para o CP em estado de tensão com força aplicada em 15° , pôde ser verificado que a estimativa do deslocamento na fratura realizada pelo modelo de Lemaitre foi subestimada quando comparada com o resultado experimental, sendo que o modelo de Gao faz uma estimativa mais realista. Os níveis de forças, assim como o deslocamento na fratura, ficaram mais próximos do experimental, quando usados o estimador de dano de Vaz Jr. e Owen (2001) e o novo indicador de dano (Figura 4.8 (a)). Esses resultados são corroborados quando observadas a evolução do dano e a deformação plástica equivalente, como mostra a Figura 4.8 (a) e (b).



a)



b)



c)

Figura 4.8: Resultados para o CP combinado 15° - AISI 4340 recozido

O resultado experimental para o CP combinado 15° é mostrado na Figura 4.9 (a). O contorno da distribuição de dano se encontra espalhado na face e com valores maiores ao interior da região crítica do CP, tanto para o modelo de Lemaitre quanto para o modelo de Gao, característica que pode ser constatada na Figura 4.9 (b), (c), (d) e (f).

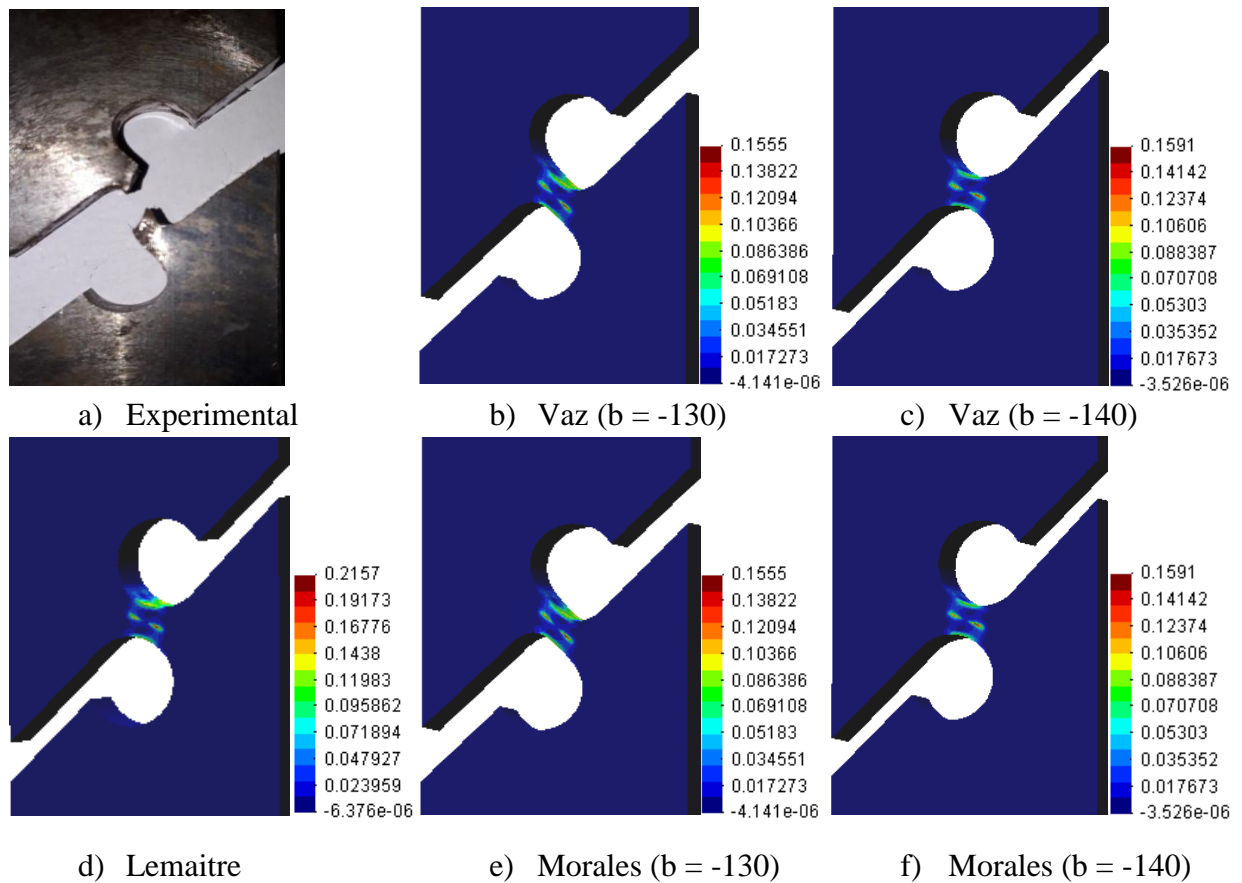
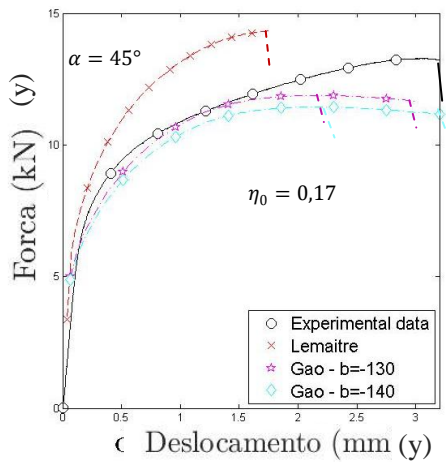
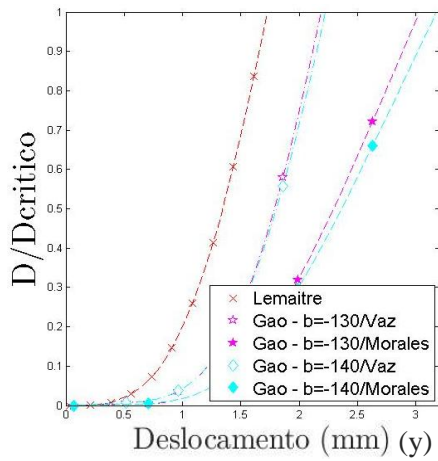


Figura 4.9: Contorno da distribuição do dano para o CP combinado 15° - AISI 4340 recozido

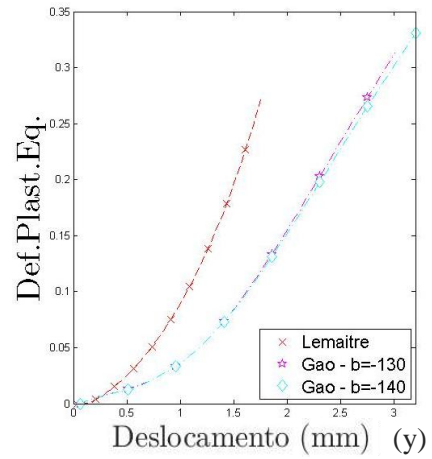
A condição de carregamento combinado em 45° é analisada a partir da Figura 4.10 (a), (b) e (c). A previsão do deslocamento na fratura, para o modelo de Lemaitre, continua sendo abaixo do previsto experimentalmente, já o nível de força de reação foi superestimado por esse modelo. Os resultados para o modelo de Gao ($b = -130$ e $b = -140$) fornecem uma estimativa melhorada quando comparada com Lemaitre, tanto para as forças de reação quanto para o deslocamento na fratura (ver Figura 4.10 (b)). A evolução do dano estimado pelo novo indicador apresenta resultados melhores quando comparados à previsão realizada pelo indicador de dano de Vaz Jr. e Owen (2001). O comportamento da deformação plástica equivalente foi praticamente idêntico para o modelo de Gao ($b = -130$ e $b = -140$), como pode ser visto na Figura 4.10 (c).



a)



b)



c)

Figura 4.10: Resultados para o CP combinado 45° - AISI 4340 recozido

Para o CP combinado 45° a evidência da fratura é mostrada na Figura 4.11 (a). O dano tende ao interior da face do CP, tanto para o modelo de Lemaitre quanto para o modelo de Gao, como pode ser observado na Figura 4.11 (b), (c), (d) e (f).

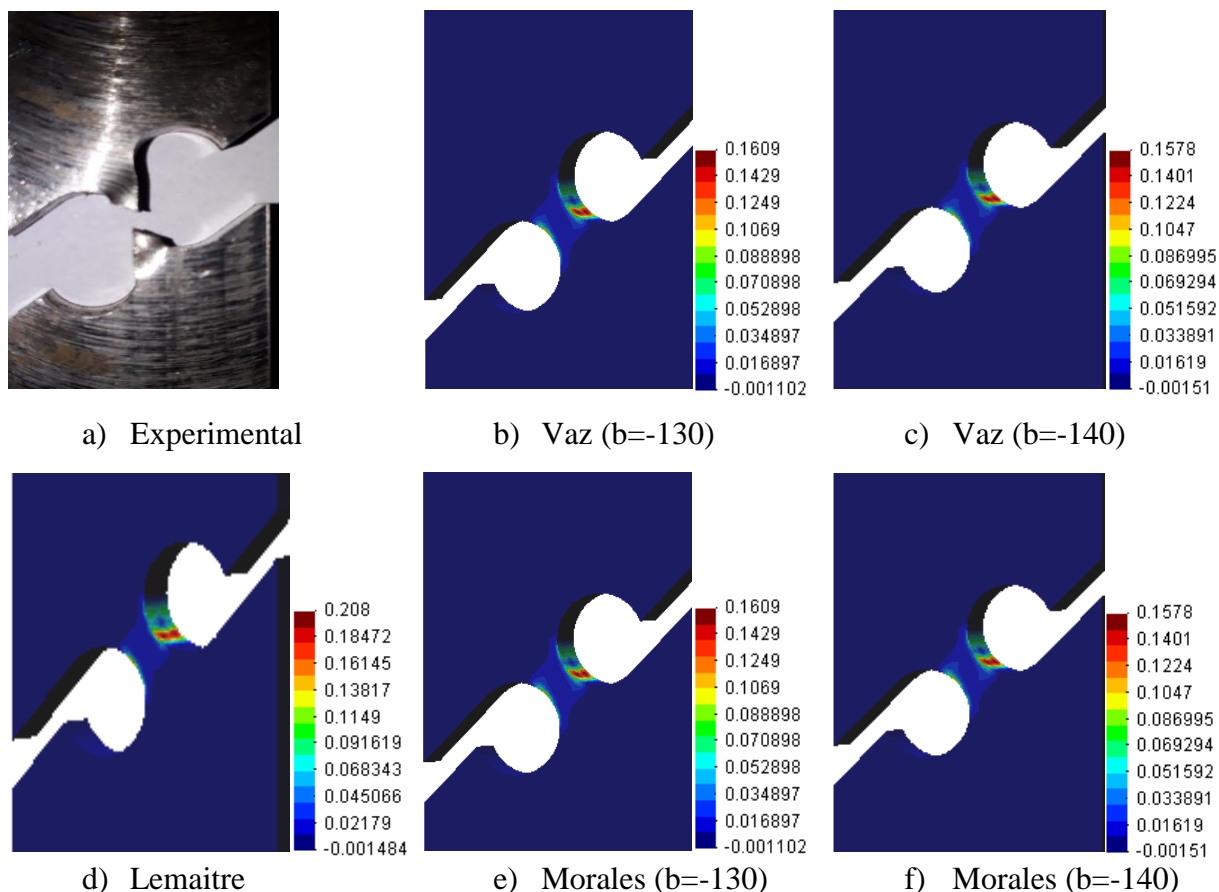
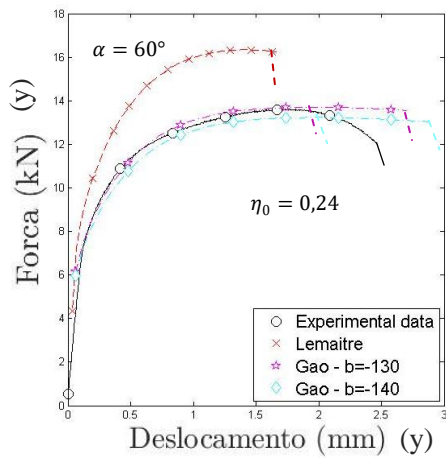
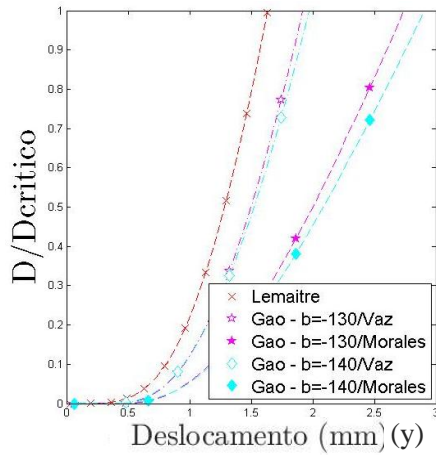


Figura 4.11: Contorno da distribuição do dano para o CP combinado 45° - AISI 4340 recozido

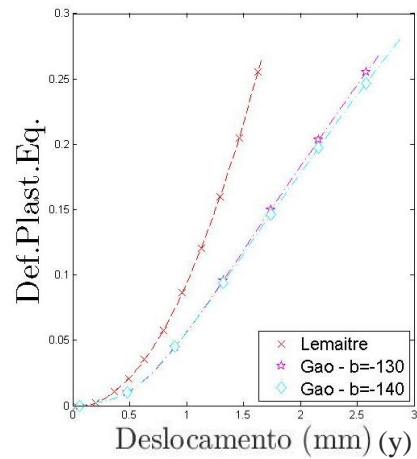
Os resultados para o CP combinado 60° do material AISI 4340 recozido são apresentados na Figura 4.12 (a), (b) e (c). Para o modelo de Lemaitre, os resultados seguem a tendência mostrada para a condição de carregamento combinado 45° . O modelo de Gao, nas duas condições simuladas se apresenta como uma excelente alternativa para a obtenção do nível de força de reação, porém perde precisão quando observado o deslocamento na fratura (Ver Figura 4.12 (a)). Mesmo assim, é notória a melhora na estimativa do local de fratura. Essa tendência é acompanhada pela evolução do dano tanto para o novo indicador quanto para o estimador de Vaz Jr. e Owen (Figura 4.12 (b)). A evolução da deformação plástica na fratura pode ser vista na Figura 4.12 (c).



a)



b)



c)

Figura 4.12: Resultados para o CP combinado 60° - AISI 4340 recozido

A Figura 4.13 permite avaliar a falha experimental (Figura 4.13 (a)), assim como a distribuição do dano na superfície da região crítica para o CP combinado 60° . O contorno do dano, também tende ao interior da face do CP, tanto para o modelo de Lemaitre quanto para o modelo de Gao, como pode ser observado na Figura 4.13 (b), (c), (d) e (f).

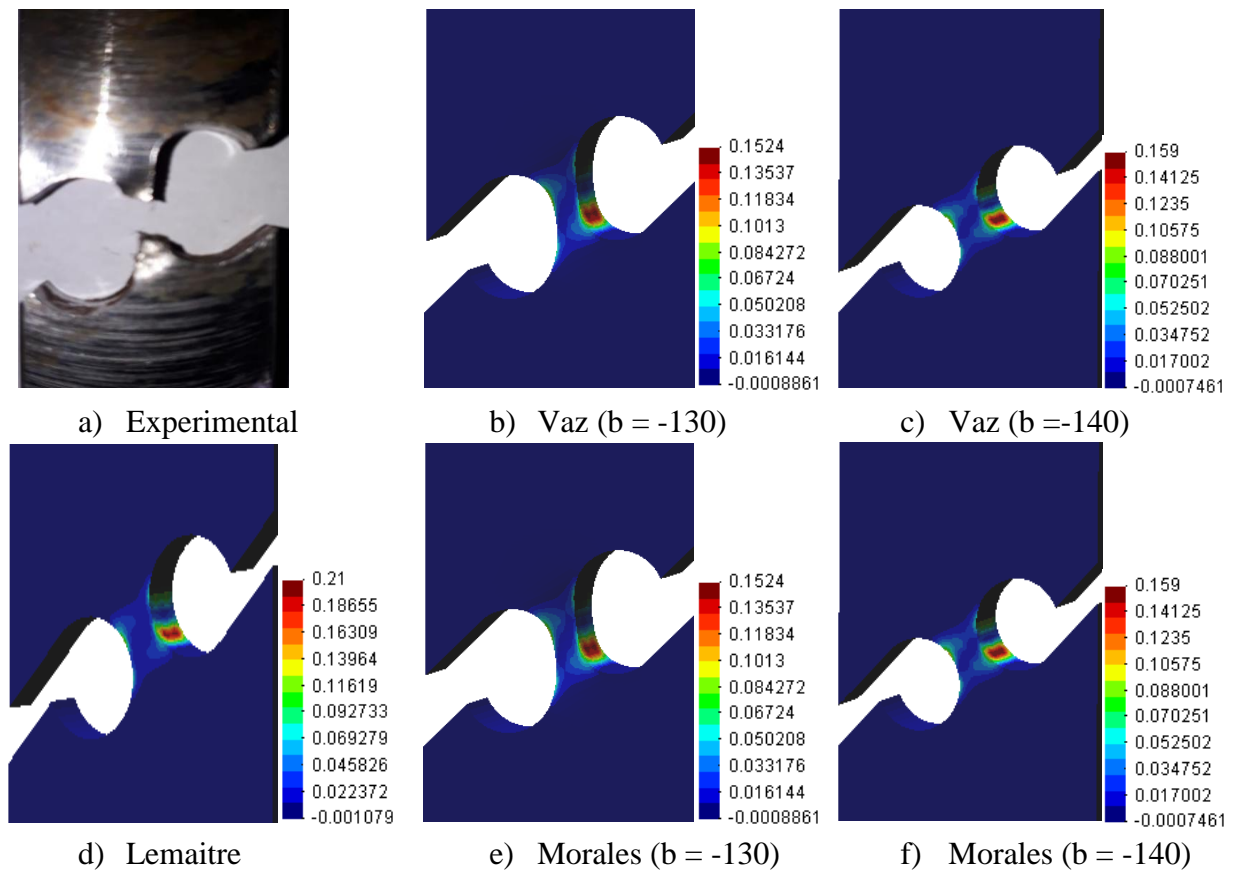
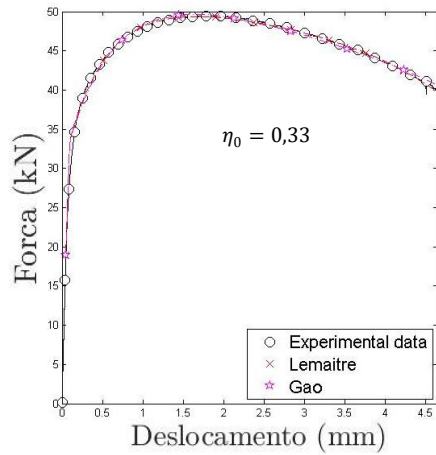
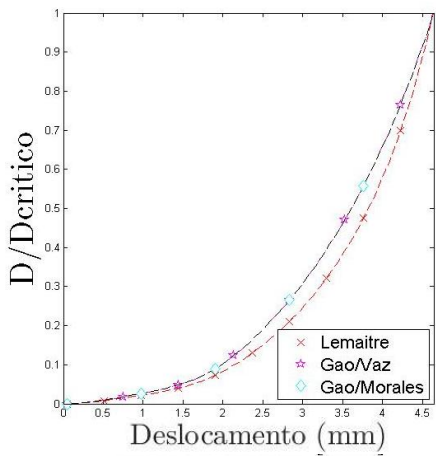


Figura 4.13: Contorno da distribuição do dano para o CP combinado 60° - AISI 4340 recozido

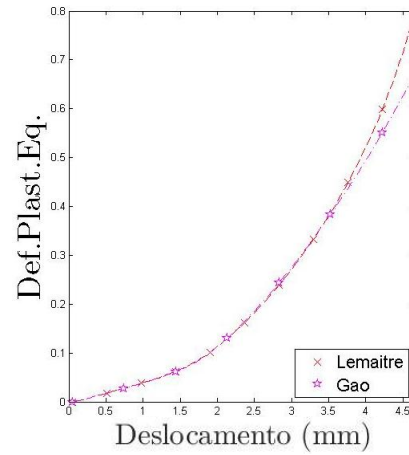
A verificação do comportamento da nova função denominador de dano e sua comparação com o índice de Vaz Jr. e Owen (2001), usando os modelos de Lemaitre e Gao, também foram realizados para o material AISI 4340 normalizado. Devido a esse material apresentar características de maior ductilidade em comparação ao recozido, foram usados outros parâmetros nos modelos. Para o modelo de Lemaitre, continuou-se com o nível de dano crítico igual a 0,21 e no caso do modelo de Gao foi usado o valor crítico de 0,17. Na Figura 4.14 são mostrados os resultados para o corpo de prova liso, o qual foi usado para a calibração dos modelos. Percebe-se que ambos os modelos descrevem perfeitamente os níveis de força e deslocamentos na fratura, quando comparados com os resultados experimentais (Figura 4.14 (a)). As curvas de evolução do dano, assim como a deformação plástica equivalente são mostradas na Figura 4.23 (b) e (c).



a)



b)



c)

Figura 4.14: Resultados para o CP cilíndrico liso - AISI 4340 normalizado

Na Figura 4.15, é apresentado o aspecto da fratura, após o ensaio experimental (Figura 4.15 (a)), e a forma como o dano se distribui na região crítica do CP cilíndrico liso, para os modelos de Lemaître e Gao. Pode ser observado, na Figura 4.15 (b), (c) e (d), que o dano se concentra muito próximo do ponto crítico.

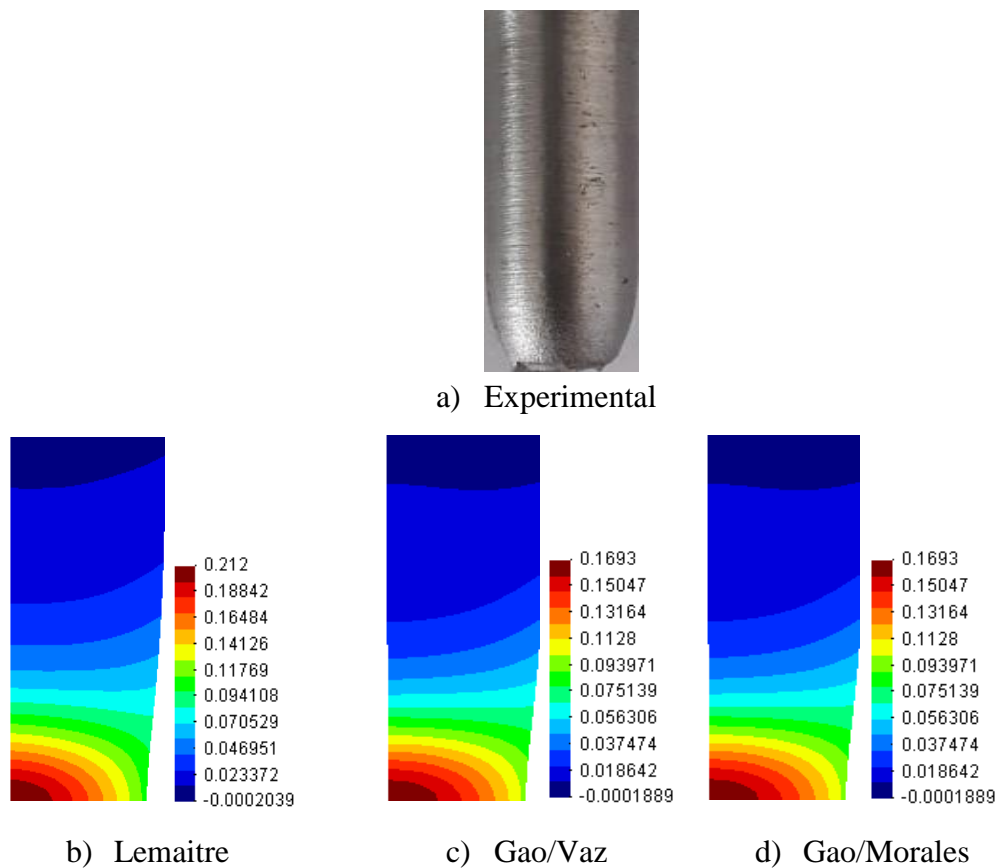


Figura 4.15: Contorno da distribuição do dano para o CP cilíndrico liso - AISI 4340 normalizado

Para o caso do material AISI 4340 normalizado, o modelo de Gao foi testado usando o coeficiente $b = -100$, sendo gerados resultados para o indicador de dano de Vaz Jr. e Owen (2001) e o novo indicador de dano para esses valores. Os resultados para a condição de cisalhamento puro são mostrados na Figura 4.16. O modelo de Lemaitre faz uma estimativa da força de reação acima dos valores obtidos experimentalmente, o mesmo acontece quando observada a previsão de deslocamento da fratura. Os resultados para o modelo de Gao ($b = -100$) também estimam a falha após a quebra observada experimentalmente (Figura 4.16 (a)). A evolução do dano é mostrada na Figura 4.16 (b), na qual se observa que o crescimento proposto por Vaz Jr. e Owen (2001) e a nova função de dano apresentam resultados similares e coerentes com as forças de reação. A evolução da deformação plástica equivalente se mostra coincidente no início da simulação e logo ocorre uma leve discrepância, como pode ser observado na Figura 4.16 (c).

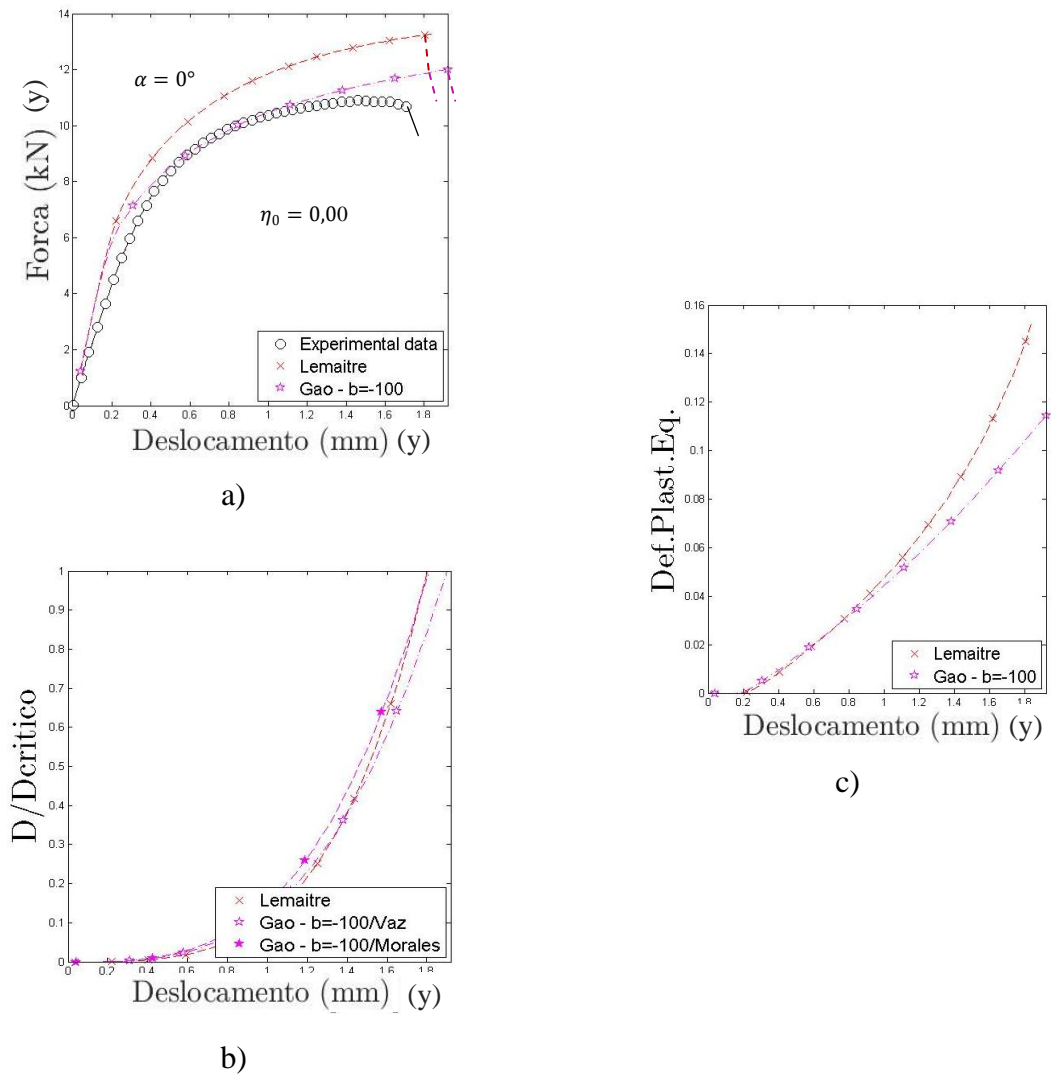


Figura 4.16: Resultados para o CP cisalhamento puro - AISI 4340 normalizado

A fratura experimental e a forma como se distribui o dano são mostradas na Figura 4.16. O corpo de prova submetido a carregamento de cisalhamento puro apresenta sua falha no centro da região crítica, como pode ser observado na Figura 4.17 (a). O fenômeno pode ser constatado ao observar os resultados numéricos da Figura 4.17 (b), (c) e (d), em que a concentração de dano, para os casos de Lemaitre e Gao mostram distribuições bastante similares.

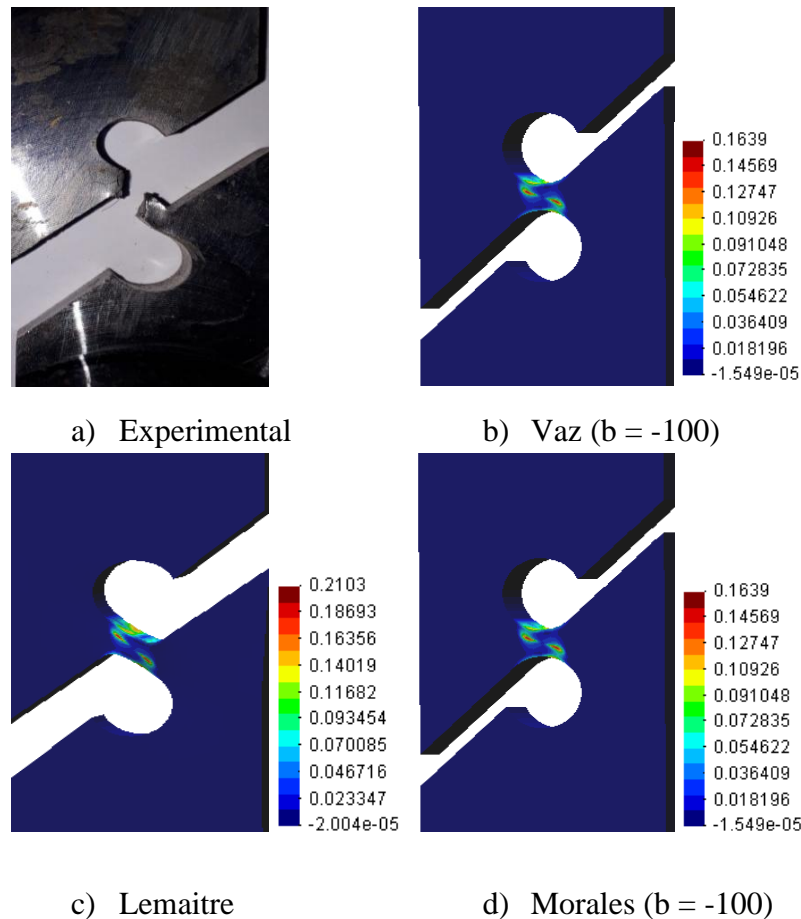
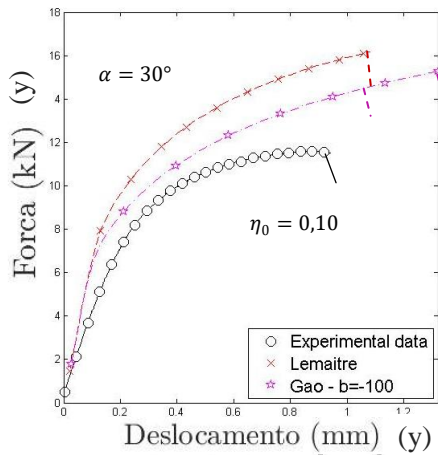
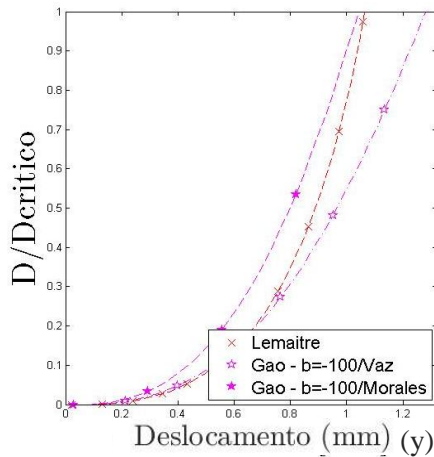


Figura 4.17: Contorno da distribuição do dano para o CP de cisalhamento puro - AISI 4340 normalizado

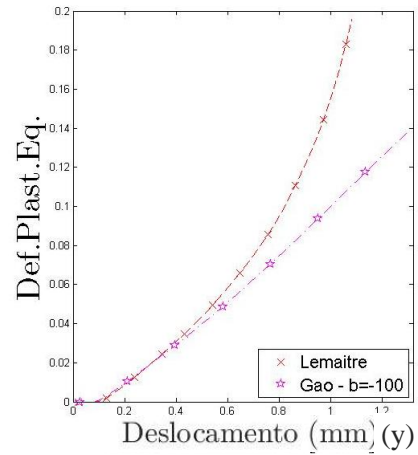
A outra condição estudada, para o material AISI 4340 normalizado, foi o estado combinado 30° , cujos resultados são mostrados na Figura 4.18. Da mesma forma que a condição de cisalhamento puro, para esse material, os modelos de Lemaitre e Gao forneceram uma estimativa acima dos valores observados nos ensaios experimentais (Figura 4.18 (a)). O indicador de dano de Vaz Jr. e Owen (2001) e o novo indicador de dano apresentam evolução parecida, como pode ser conferido na Figura 4.18 (b). O crescimento da deformação plástica equivalente obtida pelo modelo de Gao é mais lento, o que justifica a falha ser prevista para deslocamentos diferentes dos calculados por meio do modelo de Lemaitre (Figura 4.18 (c)).



a)



b)



c)

Figura 4.18: Resultados para o CP combinado 30 - AISI 4340 normalizado

A Figura 4.19 mostra, inicialmente, a falha experimental (Figura 4.19 (a)) e, a seguir, o contorno do parâmetro de dano. Observando as imagens, é possível perceber que a concentração se localiza na parede lateral e cresce para o interior do CP (Figura 4.19 (b), (c) e (d)). Esse fenômeno é corroborado na visualização da falha experimental.

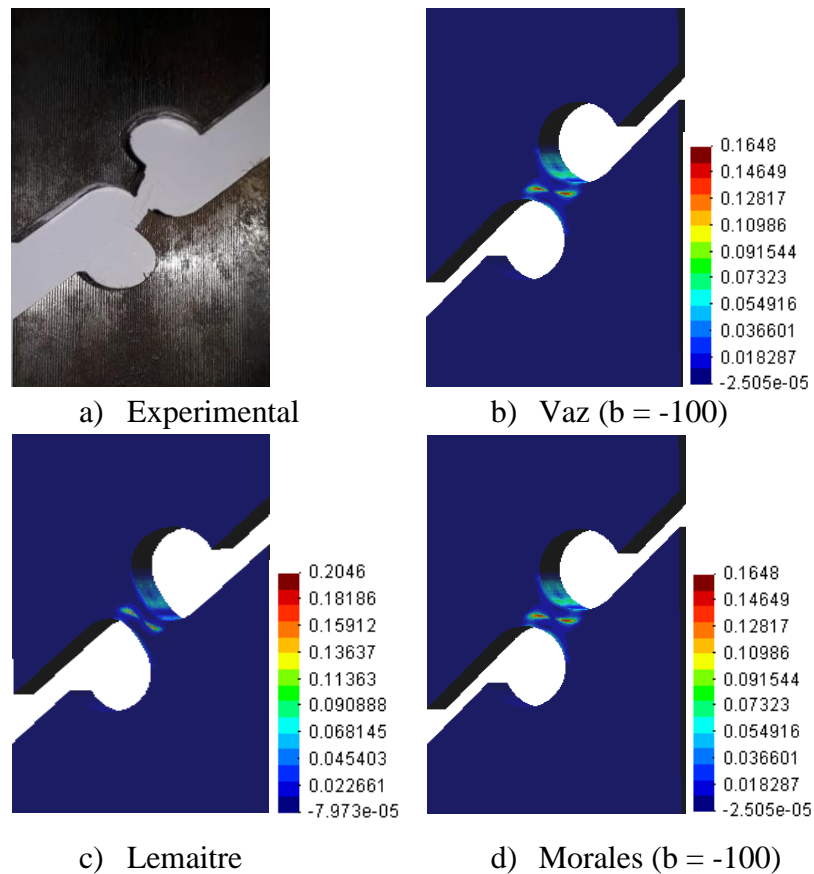


Figura 4.19: Contorno da distribuição do dano para o CP combinado 30 - AISI 4340 normalizado

4.7 Considerações finais do capítulo

Neste capítulo, foi proposto um novo indicador de dano para a fratura de materiais dúcteis. Para atingir o objetivo, foram utilizados os modelos de Lemaitre (1985) e Gao *et al.* (2011), ambos com endurecimento e dano isotrópicos. Foi avaliado o comportamento da evolução de dano para o novo indicador e comparado com o indicador de dano proposto por Vaz Jr. e Owen (2001).

Quando observados os resultados relativos aos corpos de prova cilíndricos foi possível perceber que os modelos de Lemaitre e Gao conseguem recuperar perfeitamente o comportamento do material normalizado e recozido, tanto para os níveis de forças de reação quanto para os níveis de deslocamento na fratura. Isso é um indicativo de que ambos os modelos são capazes de fazer uma previsão do início da falha bastante precisa, nas condições de carregamento que se localizam próximas do ponto de calibração.

O indicador de dano proposto, quando avaliado no ponto de calibração, apresentou o comportamento esperado, pois, nesse ponto, o terceiro invariante normalizado permanece constante ($\xi = 1$), assim, a curva de evolução de dano coincidiu com o indicador proposto por Vaz Jr. e Owen (2001). Esse comportamento faz com que o retardo percebido na previsão, realizada pelo modelo de Lemaitre, provoque melhorias significativamente na detecção da falha, sendo verificado tanto para o material normalizado quanto para o material recozido.

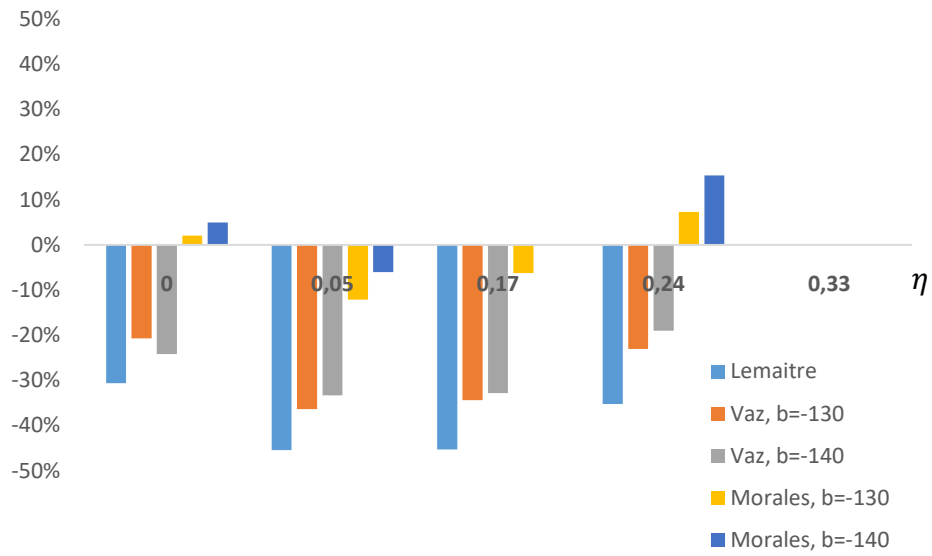
Quando avaliados os modelos na condição de cisalhamento puro, o terceiro invariante normalizado é nulo ($\xi = 0$). A previsão do ponto de fratura é excelente, assim como a estimativa de forças para os dois materiais (AISI 4340 normalizado e recozido). O indicador de dano proposto, em ambos os casos, apresentou excelentes resultados, tanto para os coeficientes de Gao $b = -130$ quanto para $b = -140$, usados para o material AISI 4340 recozido, já para o material AISI 4340 normalizado foi usado o coeficiente de Gao $b = -100$. As simulações foram realizadas até os corpos de prova atingirem o dano crítico para os dois materiais.

Nas condições de estado de tensão combinados, as previsões em que o terceiro invariante normalizado se encontra na faixa de 0 até 1 ($0 \leq \xi \leq 1$), para ambos os materiais, se apresentam satisfatórias. As previsões de forças de reação são bastante próximas dos valores observados experimentalmente. Quanto aos deslocamentos na fratura, em geral, o modelo de Gao melhora a previsão, sendo que à medida que o estado de tensão combinado se aproxima do limite de tração, próximo da razão de triaxialidade 1/3, a estimativa perde precisão. Contudo, a taxa de evolução de dano apresenta uma desaceleração e, dessa forma, melhoram significativamente as previsões feitas pelo modelo de Gao.

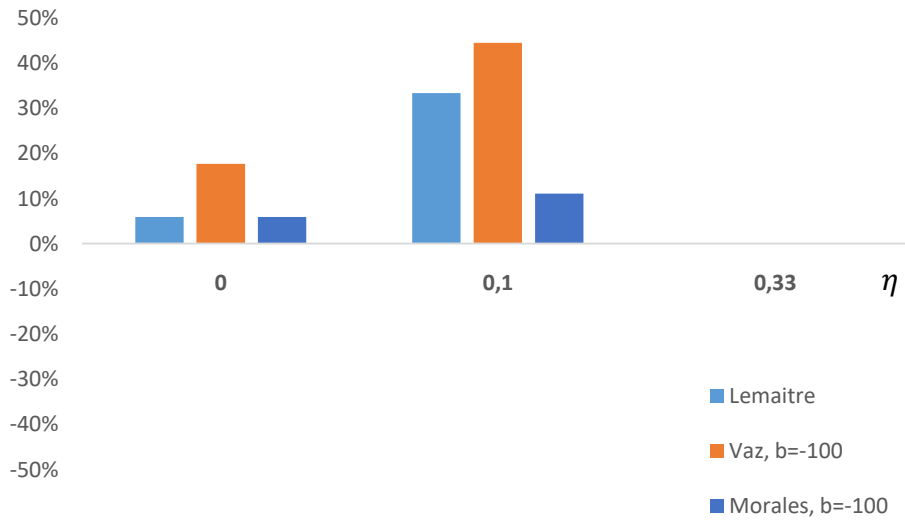
A capacidade de previsão do ponto de fratura dos materiais considerados nesta pesquisa por meio do indicador de dano proposto é confirmada ao observar os contornos da variável de dano. Para os corpos de prova cilíndricos lisos, a fratura é iniciada na lateral da seção crítica e se concentra no centro do CP. Para os corpos de provas retangulares, em todas as condições de carregamento, a fratura é iniciada na face da seção crítica e se propaga para o centro do CP.

A Figura 4.20 apresenta o erro percentual dos deslocamentos na fratura para os modelos testados. Foram representadas as diferenças percentuais entre as estimativas numéricas e os valores obtidos experimentalmente. Observando a distribuição de erros, é possível perceber

uma significativa melhoria na previsão do local da fratura, quando a estimativa é realizada pelo indicador de dano proposto em todas as situações estudadas.



a) AISI 4340 recozido



b) AISI 4340 normalizado

Figura 4.20: Erro percentual na previsão do deslocamento na fratura para os modelos analisados.

5 CONCLUSÕES GERAIS E TRABALHOS FUTUROS

5.1 Conclusões

As conclusões obtidas no Capítulo 2, a partir do estudo experimental e a avaliação do comportamento elastoplástico, permitem detectar os efeitos da razão de triaxialidade e do terceiro invariante normalizado. Ao comparar as curvas de reação numérica e experimental nos corpos de prova cilíndricos, foi possível perceber o efeito da razão de triaxialidade, pois a medida que o entalhe se tornou mais severo, houve um aumento da razão de triaxialidade. Para os CPs retangulares, a diferença entre curvas numéricas e experimentais se deve à presença do efeito da razão de triaxialidade e do terceiro invariante normalizado. Observou-se que o modelo de von Mises é insensível a esses importantes efeitos do estado de tensão e, portanto, não reproduz com precisão o comportamento mecânico do material.

Continuando com as conclusões relativas ao Capítulo 2, verificou-se que a deformação plástica acumulada na fratura decresce com o aumento da razão de triaxialidade na região de alta razão de triaxialidade. Já, quando observada a região de baixa triaxialidade, o comportamento da deformação plástica é equivalente, sendo que por vezes cresce e por outras decresce, na medida em que a razão de triaxialidade aumenta. Outro aspecto conclusivo do capítulo tem relação com o ponto de calibração. Esse aspecto foi estudado por meio de simulações numéricas para os corpos de provas retangulares da liga normalizada e recozida. Além da calibração tradicional usando um CP cilíndrico liso, submetido à carga de tração, a calibração foi realizada usando um CP retangular submetido a cisalhamento puro. Novamente, observou-se que quanto mais distante do ponto de calibração se encontra o estado de tensão em estudo, mais difícil é reproduzir o comportamento do material.

A partir da discussão dos resultados realizada no Capítulo 3, é possível afirmar que o modelo de Lemaitre, baseado na Mecânica do Dano Contínuo, fornece uma excelente previsão do início da falha na condição de calibração, porém quando aplicado a outras condições de carregamento, perde precisão. No caso do material normalizado, a previsão é tardia tanto na faixa de alta quanto na faixa de baixa triaxialidade. Quando avaliado o material recozido, na faixa de alta triaxialidade, a previsão é tardia e na faixa de baixa triaxialidade se apresenta de forma antecipada.

A dependência do ponto de calibração foi confirmada quando se analisou outra calibração. Para verificar essa situação, foram usados denominadores de dano para cada material,

considerando a condição de tração pura e cisalhamento. Por meio dos resultados, percebeu-se uma melhoria na previsão do local de fratura dos materiais, principalmente no ponto de calibração em cisalhamento. A dependência observada pode ser explicada devido ao modelo de Lemaitre utilizar um denominador de dano constante, portanto não quantifica efeitos da deformação plástica equivalente, nem do terceiro invariante normalizado. Em geral, é possível afirmar que o modelo de Lemaitre não realiza uma descrição adequada para materiais que apresentam uma considerável ductilidade, como apontado pelos resultados do Capítulo 3, pois as previsões para o material recozido se localizam mais distantes quando comparadas com o material normalizado.

No Capítulo 4, foi proposto um novo indicador de dano de fratura dúctil e realizada a previsão do local de fratura de materiais, com diferentes níveis de ductilidade, assim como foram obtidos os níveis das forças de reação. O indicador de dano proposto é acoplado à função de escoamento do modelo de Gao, na etapa de pós-processamento. Dessa forma, foi possível inferir, à luz dos resultados, uma sensível melhoria na previsão do ponto exato no qual ocorre a falha. Isso significa que é possível se aproximar do deslocamento na fratura, tanto para condições de carregamento, no ponto de calibração, quanto para situações distantes da calibração. Por outro lado, a força de reação também é estimada de forma muito mais precisa quando comparadas as previsões dos modelos de Gao e Lemaitre.

O novo indicador de dano proposto nesta pesquisa incorpora o terceiro invariante normalizado e a deformação plástica na fratura, o que reduz significativamente a sensibilidade em relação ao ponto de calibração. Isso fica demonstrado quando são observadas as previsões do deslocamento na fratura e da força de reação nos estados de tensão de cisalhamento puro e combinado, além de permitir fazer boas previsões, tanto para o material normalizado quanto para o material recozido. Sendo assim, apresenta-se como uma boa alternativa para o estudo de materiais com diversos níveis de ductilidade. Em suma, a incorporação do terceiro invariante normalizado assim como da deformação plástica surtiram os efeitos esperados, pois o indicador de dano proposto é uma função dependente do estado de tensão do material.

5.2 Trabalhos futuros

Os resultados demonstrados nesta tese apontam significativas melhorias na detecção do local da falha para materiais com diferentes níveis de ductilidade, porém, ainda existem aspectos que podem contribuir com o avanço da pesquisa e proporcionar resultados com

maior aprimoramento. Para isso, os seguintes aspectos são recomendados como estudos futuros relacionados ao tema abordado neste trabalho:

a) Realizar o estudo para esses materiais na região negativa da razão de triaxialidade. Para isso, seria necessário realizar ensaios e simulações numéricas para corpos de prova na condição de compressão.

b) Considerando que o *riser* usado na BOP é temperado, sugere-se estender os estudos realizados para o material AISI 4340 com tratamento térmico de têmpera.

c) Recomenda-se realizar uma avaliação da influência da espessura dos corpos de provas retangulares nos resultados dos níveis de respostas das forças de reação e deslocamentos na fratura.

d) Sugere-se realizar o acoplamento do indicador de dano a uma função de escoamento não convencional.

6 REFERÊNCIAS

- Anazawa, R. M., A. J. Abdalla, T. H. Hashimoto, and M. S. Pereira. "Estudo comparativo das propriedades mecânicas em aços 4340 e 300M submetidos a tratamentos térmicos isotérmicos e intercríticos." *Revista Brasileira de Aplicações de Vácuo*, 2012: 32-37.
- Andrade, F. X. C., Pires, F.M.A., De Sá, J.M.A., Malcher, L. "Improvement of the numerical prediction of ductile failure with an integral nonlocal damage mode." *International Journal of Material Forming*, 2009: 439-442.
- Andrade, F. X. C., Pires, F.M.A., De Sá, J.M.A., Malcher, L. "Improvement of the numerical prediction of ductile failure with an integral nonlocal damage mode." *International Journal of Material Forming*,, 2009: 439-442.
- Bai, Y. *Effect of Loading History on Necking and Fracture*. Thesis (Ph. D.)/ Mechanical Engineering, Cambridge / Massachusetts: MIT, 2008.
- Bai, Y., Wierzbicki, T. "A new model of metal plasticity and fracture with pressure and Lode dependence." *International Journal of Plasticity*, 2008: 1071-1096.
- Bao, Y. *Prediction of Ductile Crack Formation in Uncracked Bodies*. Thesis (Ph. D.)/ Oceanl Engineering, Cambridge/Massachusetts: MIT, 2003.
- Bao, Y., Wierzbicki, T. "On fracture locus in the equivalent strain and stress triaxiality space." *International Journal of Mechanical Sciences*, 2004: 81-98.
- Bardet, J. P. "Lode Dependence for Isotropic Pressure-Sensitive Elastoplastic materials." *Jornal of Applied Mechanics*, 1990: 498-506.
- Barros, A. R., Abdalla, A. J., Rodrigues, H. L., Pereira, M. Santos. "Caracterização de um aço AISI/SAE 4340 com diferentes microestruturas através da técnica de tríplice ataque." *Revista Brasileira de Aplicações de Vácuo. Campinas*, 2015: 71-74, Maio - Ago., 2015 73. doi: 10.17563/rbav.v34i2.957.
- Bonet, A., and R. D. Wood. *Nonlinear Continuum Mechanics for Finite Element Analysis*. Cambridge: Cambridge University Press, 2008.
- Bonora, N., Gentile, D., Pironi, A., Newaz, G. "Ductile damage evolution under triaxial state of stress: theory and experiments." *International Journal of Plasticity* , 2005: 981-1007.

Bridgman, P. *Studies in Large Plastic and Fracture*. London: McGraw-Hill Book Company, 1952.

Brüning, M. "Numerical simulation of the large elastic-plastic deformation behavior of hydrostatic stress-sensitive solids." *International Journal of Plasticity*, 1999: 1237-1264.

Brüning, M. , Berger, S., Obrecht, H. "Numerical simulation of the localization behavior of hydrostatic-stress-sensitive metals." *International Journal of Mechanical Sciences*, 2000: 2147-2166.

Brüning, M. "Continuum Damage Model for Ductile Materials Based on Stress-State-Dependent Damage Functions." In: *Encyclopedia of Continuum Mechanics*, por A. Öchsner H. Altenbach, doi.org/10.1007/978-3-662-53605-6_253-1. Germany: Springer-Verlag GmbH, 2019.

Brüning, M., Brenner, D., Gerke, S. "Stress state dependence of ductile damage and fracture behavior: experiments and numerical simulations." *Engineering Fracture Mechanics*, 2015: 152-169.

Brüning, M., Gerke, S., Hagenbrock, V. "Micro-mechanical studies on the effect of the stress triaxiality and the Lode angle parameter on ductile damage." *International Journal of Plasticity*, 2013: 49-65.

Brüning, M., Gerke, S., Schmidt, M. "Biaxial experiments and phenomenological modeling of stress-state-dependent ductile damage and fracture." *International Journal of Fracture*, 2016: 63-76.

Brüning, M., Gerke, S., Schmidt, M. "Damage and failure at negative stress triaxialities: Experiments, modeling and numerical simulations." *International Journal of Plasticity*, 2018: 70–82.

Brüning, M., Zistl, M., Gerke, S. "Biaxial experiments on characterization of stress state dependent damage in ductile metals." *German Academic Society for Production Engineering (WGP)*, 2019: <https://doi.org/10.1007/s11740-019-00930-2> .

Brüning, M., Chyra, O., Albrecht, D., Driemeier, L., Alves, M. "A ductile damage criterion at various stress triaxialities." *International Journal of Plasticity*, 2008: 1731-1755.

- Cao, T.-S., Gachet, J.-M. Montmitonnet, Bouchard .P.-O. "A Lode-dependent enhanced Lemaitre model for ductile fracture prediction at low stress triaxiality." *Engineering Fracture Mechanics*, 2014: <http://dx.doi.org/10.1016/j.engfracmech.2014.03.021>.
- Cavalheiro, J.V.S., Malcher, L. "Assessment of third invariant elasto-plastic models: Mathematical aspects, numerical strategies and comparative results." *Finite Elements in Analysis and Design*, 2017: 51-69.
- Chaboche, J L. "Anisotropic Creep Damage in the Framework of Continuum Damage Mechanics." *Nuclear Engineering and Design*, 1984: 309-319.
- Chaboche, J. L. "Continuum Damage Mechanics: Part I - General Concepts." *Journal of Applied Mechanics*, 1988: 59-64.
- Cortese, L., Coppola, T., Campanelli, F., Broggiato, G.B. "A J2–J3 approach in plastic and damage description of ductile materials." *International Journal of Damage*, 2015: 1-23/DOI: 10.1177/1056789515577228.
- Costa, G. B. *Influência da hidrogenação sobre a microestrutura e magnetização de saturação do aço AISI 4340 (AMS 6414K e AMS 6415S)*. Tese de Doutorado, Campinas: Universidade Estadual de Capinas, 2013.
- De Sa J.M.A.C., Pires F.M.A., Andrade F.X.C., Malcher L., Seabra M.R.R. "Ductile Failure Modeling: Stress Dependence, Non-locality and Damage to Fracture Transition." In: *Handbook of Damage Mechanics*, por Voyiadjis G, https://doi.org/10.1007/978-1-4614-5589-9_39. New York, NY: Springer, 2015.
- De Souza Neto, E. A., Peric, D., Owen, D. R. J. *Computational methods for plasticity: theory and applications*. Singapura: John Wiley & Sons Ltd, 2008.
- Driemeier, L., M. Brünig, G. Micheli, e M. Alves. "Experiments on stress triaxiality dependence of material behavior of aluminum alloys." *Mechanics of Materials*, 2010: 207-217.
- Driemeier, L., Moura, R.T., Machado, I.F., Alves, M. "A bifailure specimen for accessing failure criteria performance." *International Journal of Plasticity*, 2015: 62-86.
- Drucker, D. C., and W. Prager. "Soil Mechanics and Plasticity Analysis of Limit Design." *Quarterly Journal Applied Mathematics*, 1952: 157-162.

- Farahani, B.V., Belinha, J., Amaral, R., Tavares, P.J., Moreira, P. “A digital image correlation analysis on a sheet AA6061-T6 bi-failure specimen to predict static failure.” *Engineering Failure Analysis*, 2018: 179-196.
- Ferreira, G. V. *Previsão de Vida em Fadiga Baseada na Mecânica do Dano Contínuo*. Tese de Doutorado\Engenharia Mecânica, Brasília: Universidade de Brasília, Petróleo de Portugal SA, 2020.
- Gao, X., Roe, C. “A Study on the Effect of the Stress State on Ductile Fracture.” *International Journal of Damage Mechanics*, 2010: DOI: 10.1177/1056789509101917.
- Gao, X., T. Zhang, J. Zhou, S.M. Graham, M. Hayden, e C. Roe. “On Stress-state dependent plasticity modeling: Significance of the hydrostatic stress, the third invariant of stress deviator and the non-associated flow rule.” *International Journal of Plasticity*, 2011: 217-231.
- Gao, X., Zhang, G., Roe, C. “A study on the effect of the stress state on ductile fracture.” *Int. J. Damage Mec*, 2009: 75–94.
- Gerke, S., Adulyasak, P., Brünig, M. “New biaxially loaded specimens for analysis of damage and fracture in sheet metals.” *International Journal of Solids and Structures*, 2017: 209-218.
- Gerke, S., Zistl, M., Bhardwaj, A., Brünig, M. “Experiments with the X0-specimen on the effect of non-proportional loading paths on damage and fracture mechanisms in aluminum alloys.” *International Journal of Solids and Structures*, 2019: 157-169.
- Ghajar, R., Mirone, G., Keshavarz, A. “Sensitivity Analysis on Triaxiality Factor and Lode Angle in Ductile Fracture.” *Journal of Mechanics*, 2013: 177-184. doi:10.1017/jmech.2012.125.
- Gurtin, M. E. *An introduction to Continuum Mechanics*. Vol. 158. London: Academic Press, 1981.
- Haji Aboutalebi, F., Poursina, M., Nejatbakhsh, H., Khataei, M. “Numerical simulations and experimental validations of a proposed ductile damage model for DIN1623 St12 steel .” *Engineering Fracture*, 2017: 276-289. <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2017.12.041>.
- Holzappel, G. A. *Nonlinear Solid Mechanics*. London: John Wiley & Sons, 2000.
- Hosford, W F. “A Generalized Isotropic Yield Criterion.” *Journal of Applied Mechanics*, 1972: 607-609.

Hosford, W. F. *Materials Science an intermediate text*. Cambridge/UK: Cambridge University Press, 2007.

—. *Mechanical Behavior of Materials*. Cambridge/UK: Cambridge University Press, 2005.

Khan, A S, and S Huang. *Continuum Theory of Plasticity*. Houston, Texas: Jhon Wiley, 1995.

Khan, A. S., and H. Liu. "A new approach for ductile fracture prediction on Al 2024-T351 alloy." *International Journal of Plasticity*, 2012: 1-12.

Kleineremann, J. P., and J. P. Ponthot. "Parameter identification and shape/process optimization in metal forming simulation." *Journal of Materials Processing Techonology*, 2003: 521-26.

Krajcinovic, D., and G. U. Fonseka. "The Continuous Damage Theory of Brttle Materials." *Journal of Applied Mechanics*, 1981: 809-815.

Kupka, P. K. *Utilização de Solução Polimérica em substâncias ao óleo como meio de resfriamento no tratamento térmico têmpera de barras de aço*. Dissertação de Mestrado. , Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2009.

Lemaitre, J. "A Continuous Damage Mechanics Model for Ductile Fracture." *Journal of Engineering Materials and Technology* , 1985: 83-89.

Li, H., Fu, M. W., Lu, j., Yang, H. " Ductile fracture: Experiments and computations." *International Journal of Plasticity*, 2011: 147-180.

Lian, J., Feng, Y., Münstermann, S. " A modified Lemaitre damage model phenomenologically accounting for the Lode angle effect on ductile fracture ." *Procedia Materials Science*, 2014: 1841 – 1847.

Machado, L. Q. *Extraction of plasticity parameters of metallic materials from spherical indentation tests and fem modelling*. Master thesis/Mechanical Engineering, Brasília: Universidade de Brasília, 2019.

Machado, L. Q., Malcher, L. "Isotropic hardening curve characterization by the resultant profile of ball indentation tests." *Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 2019: <https://doi.org/10.1007/s40430-019-1976-4>.

Malcher, L. *Continuum Modelling and Numerical Simulation of Damage for Ductile Materials*. Ph.D Thesis, Porto: University of Porto, 2012.

- . “Da Mecânica do Dano Contínuo: Uma Evolução do Modelo de Lemaitre para Redução da Dependência do Ponto de Calibração.” *Tese de Doutorado*. Brasília: Universidade de Brasília, 2011.
- Malcher, L., Andrade Pires, F. M., César de Sá, J.M.A. “An assessment of isotropic constitutive models for ductile fracture under high and low stress triaxility.” *International Journal of Plasticity*, 2012: 81-115.
- Malcher, L., Andrade Pires, F.M., César De Sá, J.M.A., Andrade, F.X.C. “Numerical integration algorithm of a new model for metal plasticity and fracture including pressure and lode angle dependence.” *International Journal of Material Forming*, 2009: 443-446.
- Malcher, L., Morales, L. L. D., Rodrigues, V. A. M., Silva, V. R. M., Araújo, L.M., Ferreira, G.V. “Experimental program and numerical assessment for determination of stress triaxiality and J3 effects on AA6101-T4.” *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 2020: <https://doi.org/10.1016/j.tafmec.2020.102476>.
- Mirone, G., Corallo, D. “A local viewpoint for evaluating the influence of stress triaxiality and Lode angle on ductile failure and hardening.” *International Journal of Plasticity*, 2010: 348-371.
- Murakami, S. Ohno, N. “A Continuum Theory of Creep and Creep Damage.” *Creep in Structures*. Berlin: Springer-Verlag, 1981. 422-444.
- Nahshon, K, e J.W. Hutchinson. “Modification of the Gurson Model for shear failure.” *European Journal of Mechanics A/Solids*, 2008: 1-17.
- Nahshon, K., and J. W. Hutchinson. "Modification of Gurson Model for shear failure." *European Journal of Mechanics*, 2008: 1-17.
- Oliver, X., and C Agelet de Saracibar. *Continuum Mechanics for Engineers: Theory and Problems*. Barcelona: Researchgate, 2016.
- Richmond, O. and Spitzig, W. A. “Pressure dependence and dilatancy of plastic flow.” *International Congress of Theoretical and Applied Mechanics*. Toronto: North-Holland Publ Co, 1980. 377–386.
- Roth, C., Mohr, D. “Ductile fracture experiments with locally proportional loading histories.” *International Journal of Plasticity*, 2016: 328-354.

Saeidi, Ekrami, and A. "Comparison of mechanical properties of martensite/ferrite and bainite/ferrite." *Materials Science and Engineering A*, 2009: 125-129.

SILVA, A. P. *Estudo da transformação da austenita retida induzida por deformação, em um aço AISI 4340 com estrutura multifásica.* . Tese de doutorado, São Paulo: Universidade Estadual Paulista, 2006.

Simo, J. C., and T. J.R. Hughes. *Computational Inelasticity*. New York: Springer-Verlag, 1998.

Sun, S., Liu, Q., Brandt M., Luzin, V., Cottam, R., Janardhana, M., Clark, G. "Effect of laser clad repair on the fatigue behaviour of ultra-high strength AISI 4340 steel." *Materials Science & Engineering A 606* , 2014: 46–57.

Teng, X., Wierzbicki, T. "Evaluation of six fracture models in high velocity perforation." *Engineering Fracture Mechanics*, 2006: 1653–1678.

Tvergaard, V. "Shear deformation of voids with contact modeled by internal pressure." *International Journal of Mechanical Science*, 2008.

Vaz Jr. M., Owen, D. R. J. "Aspects of ductile fracture and adaptive mesh refinement in damaged elasto-plastic materials." *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2001: 29-54.

von Mises, R. "Mechanics of solid bodies in the plastically-deformable state." *Nachr. d. Kgl. Ges. Wiss. Göttingen, Math.-phys. Klasse (Klasse)*, 1913: 582-592.

Wang, P., Qu, S. "Analysis of ductile fracture by extended unified strength theory." *Journal of Plasticity*, vol. 64, 2018: doi: 10.1016/j.ijplas.2018.02.011.

Wilson, C., D. " A critical re-examination of classical metal plasticity ." *Journal of Applied Mechanics, Transactions ASME*, 2002: 63–68. ISSN 0021-8936.

Yan, S., e X. Zhao. "A fracture criterion for fracture simulation of ductile metals based on micromechanisms." *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 2018: 127-142.

Zadpoor, A., J. Sinke, and R. Benedictus. "Formability prediction of high strength aluminum sheets." *International Journal of Plasticity*, 2009: 2269-2297.

Zichil, V., Coseru, A., Tomozei, C. "Considerations on stress triaxiality variation for 2P armor steel." *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. Baia Mare, Romania: Innovative Ideas in Science 2016, 2016. 1-8.