

**ESTUDO DA PROPAGAÇÃO DE TRINCA  
POR FADIGA NO AÇO 1045 LAMINADO:  
EXPERIMENTOS E MODELAGEM**

**GUILHERME OLIVEIRA DIAS DOS SANTOS**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM CIÊNCIAS MECÂNICAS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**FACULDADE DE TECNOLOGIA**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**ESTUDO DA PROPAGAÇÃO DE TRINCA  
POR FADIGA NO AÇO 1045 LAMINADO:  
EXPERIMENTOS E MODELAGEM**

**GUILHERME OLIVEIRA DIAS DOS SANTOS**

**Orientador: Prof. Fábio Comes de Castro, D.Sc. (ENM/UnB)**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM CIÊNCIAS MECÂNICAS**

**PUBLICAÇÃO PPGENM-TD XXX/20XX  
BRASÍLIA-DF, 20 DE MARÇO DE 2021.**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**ESTUDO DA PROPAGAÇÃO DE TRINCA  
POR FADIGA NO AÇO 1045 LAMINADO:  
EXPERIMENTOS E MODELAGEM**

**GUILHERME OLIVEIRA DIAS DOS SANTOS**

DISSERTAÇÃO DE Mestrado Acadêmico submetida ao Departamento de Engenharia Mecânica da Faculdade de Tecnologia da Universidade de Brasília, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica.

APROVADA POR:

---

Prof. Fábio Comes de Castro, D.Sc. (ENM/UnB)  
(Orientador)

---

Prof. Jorge Luiz de Almeida Ferreira, D.Sc. (ENM/UnB)  
(Examinador Interno)

---

Prof. Luis Augusto Mendes Veloso, D.Sc. (ENM/UnB)  
(Examinador Externo)

**BRASÍLIA, 20 DE MARÇO DE 2021.**

*“O que prevemos raramente ocorre; o que menos esperamos geralmente acontece”*

***Benjamin Disraeli***

*“Tenho a impressão de ter sido uma criança brincando à beira-mar, divertindo-me em descobrir uma pedrinha mais lisa ou uma concha mais bonita que as outras, enquanto o imenso oceano da verdade continua misterioso diante de meus olhos”*

***Sir Isaac Newton***

# | Agradecimentos

Primeiro, gostaria de agradecer as instituições que financiaram esse trabalho. O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001. Também gostaria de agradecer a FAP-Df pelo apoio financeiro para a confecção dos corpos de provas.

Também gostaria de agradecer ao professor Fábio Castro pela excelente orientação; ao doutorando Cainã Benfica, cuja ajuda foi essencial para a realização dos experimentos e a todos os colegas e técnicos que me ajudaram na realização dos ensaios.

Também gostaria de agradecer a meus pais pelo apoio sem o qual não estaria aqui. Finalmente gostaria de agradecer aos meus amigos e a família pelo apoio.

**Guilherme Dias.**

# Resumo

O objetivo deste trabalho é investigar a propagação de trinca por fadiga no aço 1045 laminado. Foram realizados experimentos em corpos de prova do tipo C(T) submetidos a carregamento cíclico de amplitude constante. Os dados de taxa de propagação de trinca vs. variação do fator de intensidade de tensão foram obtidos para razões de carregamento iguais a 0,1, 0,4 e 0,7. A modelagem da propagação de trinca foi realizada com a abordagem de Jiang. Esta abordagem baseia-se na determinação das tensões e deformações na vizinhança da ponta da trinca usando um modelo elastoplástico e na estimativa do dano acumulado por meio de um critério de fadiga multiaxial. Adotou-se, neste trabalho, o modelo de plasticidade cíclica de Chaboche e a versão multiaxial do critério de fadiga de Smith, Watson e Topper. As constantes do modelo elastoplástico e do critério de fadiga foram obtidas por meio de ajuste a dados de experimentos conduzidos em controle de deformação axial. Também foi feito um estudo para determinar se o problema tridimensional aproxima-se mais de um estado plano de tensão ou de deformação quando tratado de forma bidimensional, além de um estudo de convergência de malha que chegou à conclusão de que o tamanho do elemento finito interfere no resultado. A abordagem de Jiang estimou, de forma satisfatória, a taxa de propagação de trinca no aço 1045 para a maioria dos casos.

**Palavras-chave:** propagação de trinca; dano por fadiga; aço 1045.

# | Abstract

The aim of this work was to investigate fatigue crack growth in 1045 steel. Experiments were performed on C(T) specimens subjected to constant amplitude loading. Stress intensity factor range vs. crack growth rate data were obtained for R-ratios (minimum load over maximum load) of 0.1, 0.4 and 0.7. Crack growth was modeled by using the approach proposed by Jiang, which is based on (i) the determination of stresses and strains in the vicinity of the crack tip using a cyclic plasticity model and on (ii) the estimation of accumulated damage using a multiaxial fatigue criterion. Chaboche model was adopted to simulate the plastic behavior, and the Smith–Watson–Topper parameter to estimate fatigue damage. The constants of the plasticity model and of the fatigue criterion were obtained by fitting data from experiments conducted under axial strain control. It was also made a study to verify if the tridimensional problem can be represent as a plane stress or plane strain. It was observed that the length of the finite element has an influence on the crack growth rates. Crack growth rates were found to be in good agreement with the predictions for most of the situations.

**Keywords :** crack growth, fatigue damage, 1045 steel

# Conteúdo

<b>1</b>	<b>Introdução</b> .....	<b>1</b>
1.1	Considerações Iniciais . . . . .	1
1.2	Objetivos . . . . .	2
1.3	Organização do trabalho . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Revisão da Literatura</b> .....	<b>4</b>
2.1	Relação de Paris . . . . .	4
2.2	Modelo de Morrow . . . . .	6
2.3	Modelo de Glinka . . . . .	7
2.4	Modelo de Castro . . . . .	13
<b>3</b>	<b>Abordagem de Jiang para Propagação de Trinca por Fadiga</b> .....	<b>15</b>
3.1	Considerações iniciais . . . . .	15
3.2	Modelo de plasticidade cíclica . . . . .	16
3.3	Critério de fadiga multiaxial . . . . .	17
3.4	Determinação da taxa de propagação da trinca . . . . .	18
3.5	Modelo de elementos finitos . . . . .	20
<b>4</b>	<b>Metodologia Experimental</b> .....	<b>23</b>
4.1	Material e corpos de prova . . . . .	23
4.2	Resultados Experimentais . . . . .	24
<b>5</b>	<b>Resultados e Discussão</b> .....	<b>31</b>
5.1	Determinação das constantes do material . . . . .	31
5.2	Análise do estado de tensão na vizinhança da ponta da trinca . . . . .	33

5.3	Ajuste do tamanho do elemento finito . . . . .	38
5.4	Efeito da razão de carregamento . . . . .	40
<b>6</b>	<b>Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros . . . . .</b>	<b>46</b>

# Lista de Figuras

2.1	Diagrama esquemático da relação entre a taxa de propagação de uma trinca e a variação do fator de intensidade de tensão . . . . .	5
2.2	Representação esquemática do modelo de propagação de trinca de Morrow: (a) elementos de volume na frente da ponta da trinca; (b) elemento no contorno da zona plástica; e (c) elemento a uma distância $x$ da ponta da trinca. Figura modificada da Ref. [1] . . . . .	8
2.3	Distribuição de deformação à frente da ponta da trinca, usada no modelo de Glinka de 1982 [2]. . . . .	9
2.4	Representação da trinca no modelo de Glinka de 1985 [3] . . . . .	11
2.5	Representação do crescimento da trinca como a ruptura sucessiva de corpos de prova do tipo $\epsilon$ - $N$ . Figura modificada da Ref. [5] . . . . .	13
3.1	Ilustração da distribuição de dano por fadiga na vizinhança da ponta da trinca.	19
3.2	Modelo de elementos finitos usado para simular a propagação de trinca por fadiga.	20
3.3	(a) Esquema da aplicação da força no furo do corpo de prova (b) história da força aplicada. . . . .	21
3.4	Definição das superfícies de contato. . . . .	21
4.1	Esquema de corte utilizado na placa de aço 1045.[11] . . . . .	24
4.2	Corpo de prova do tipo C(T) usado nos ensaios de propagação de trinca (dimensões em mm). . . . .	25
4.3	Corpo de prova usado nos ensaios de fadiga uniaxial (dimensões em mm). . . . .	25
4.4	Curva tensão-deformação do aço 1045 submetido à tração. Dados obtidos de [11]	26
4.5	Evolução da amplitude de tensão em função do número de ciclos de carregamento.	27

4.6	Curva deformação-vida do aço 1045. . . . .	28
4.7	Curva tensão-deformação cíclica do aço 1045. . . . .	28
4.8	Comportamento Masing do aço 1045. . . . .	29
4.9	Dados de propagação de trinca por fadiga no aço 1045. . . . .	30
5.1	Ajuste dos Parâmetros de Fadiga . . . . .	32
5.2	Ajuste dos Parâmetros de Plasticidade . . . . .	33
5.3	Sistema de coordenadas usados na análise de tensões no corpo com entalhes. . .	35
5.4	Variação da tensão normalizada na frente do entalhe em U de corpo elástico tridimensional submetido a carregamento monotônico. . . . .	36
5.5	Variação da tensão normalizada na frente do entalhe em U e de uma trinca de corpo elasto-plástico tridimensional submetido a carregamento monotônico. . .	37
5.6	Variação da tensão normalizada na frente do entalhe em U e de uma trinca de corpo elasto-plástico tridimensional submetido a carregamento ciclico por 10 ciclos. . .	38
5.7	Efeito do tamanho $h$ do elemento finito CPS4 (quadrilátero de 4 nós) na taxa de propagação de trinca do corpo de prova submetido a razão de carregamento $R = 0,1$ . . . . .	39
5.8	Efeito do tamanho do elemento finito CPS8 (quadrilátero de 8 nós) na taxa de propagação da trinca e comparação com o resultado obtido com o elemento CPS4 com $h = 40 \mu\text{m}$ . . . . .	41
5.9	Laços de histeresse (a) na ponta da trinca (b) a $40 \mu\text{m}$ de distância dela, para uma trinca de $30,7 \text{ mm}$ em corpo de prova C(T) submetido a razão de carregamento $R = 0,1$ . . . . .	43
5.10	Comparação dos laços de histerese $\varepsilon_y - \sigma_y$ para $R = 0.1$ e $R = 0.4$ para um mesmo valor de $\Delta K$ . . . . .	44
5.11	Comparação do dano em função da distancia para $R = 0.1$ e $R = 0.4$ para um mesmo valor de $\Delta K$ . . . . .	44
5.12	Valores simulados e experimentais para elementos lineares de $40 \mu\text{m}$ . . . . .	45

# | Lista de Tabelas

4.1	Propriedades monotônicas do aço 1045. . . . .	25
4.2	Dados dos experimentos de fadiga controlados por deformação. . . . .	27
5.1	Constantes usadas nos modelos de plasticidade e de fadiga. . . . .	33

# Lista de Símbolos

$\alpha$	Tensor de endurecimento cinemático
$\epsilon$	Tensor de deformações totais
$\epsilon^e$	Tensor de deformações elásticas
$\epsilon^p$	Tensor de deformações plástica
$\dot{\epsilon}^p$	Tensor taxa da deformação plástica
$\sigma$	Tensor de tensões
$\mathbf{I}$	Tensor identidade
$\mathbf{S}$	Tensor das tensões desviadoras
$\gamma^{(i)}$	Constante do material
$\partial f / \partial \sigma$	Vetor normal à superfície de escoamento
$\Delta \epsilon / 2$	Amplitude de deformação
$\Delta \epsilon_n / 2$	Amplitude de deformação normal
$\Delta \epsilon_{n,max} / 2$	Amplitude de deformação normal máxima
$\Delta K$	Varição do fator de intensidade de tensão
$\Delta K_{eff}$	Varição do fator de intensidade de tensão efetivo
$\Delta \sigma / 2$	Amplitude de tensão
$\Delta P$	Varição da força aplicada
$\epsilon$	Deformação
$\epsilon'_f$	Coefficiente de ductibilidade à fadiga
$\epsilon_{pa}^{(i)}$	Amplitude de Deformação plástica
$\epsilon_{pz}$	Componentes do tensor de deformação Plástica na direção
	z
$\epsilon'_y$	Constante do material

$\dot{\lambda}$	Multiplicador plástico
$\nu$	Coefficiente de Poisson
$\rho^*$	Constante do material
$\sigma_f$	Tensão verdadeira na fratura
$\sigma'_f$	Coefficiente de resistência à fadiga
$\sigma_a^{(i)}$	Amplitude de tensão
$\sigma'_y$	Tensão de escoamento cíclico
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	Componentes do tensor de tensões na direções
$\bar{\sigma}_z$	Tensão normalizada
$\phi$	Parametro do acululo de dano por fadiga
$a$	Tamanho da trinca
$b$	Expoente de resistência à fadiga
$B$	Espessura do corpo de prova de propagação de trinca
$c$	Expoente de ductibilidade à fadiga
$c^{(i)}$	Parâmetros do material
$C$	Coefficiente da equação de Paris
$C''$	Parâmetro do material
$C'$	Parâmetro do material
$C^{(i)}$	Parâmetros do material
$D_0$	Dano Crítico
$E$	Módulo de Young
$e_{ft}$	Ductilidade verdadeira na fratura
$f$	Frequência
FP	Parâmetro de fadiga
FP <sub>0</sub>	Parâmetro do material
$G$	Módulo de cisalhamento
$h$	Tamanho do elemento finito
$H^{(i)}$	Parâmetro do material
$K_{max}$	Valor máximo do fator de intensidade de tensão
$K_{res}$	Fator de intensidade de tensão residual

$K'$	Coeficiente da equação de Ramberg-Ogood
$m$	Expoente da equação de Paris
$n$	Expoente de encruamento
$n'$	Expoente da equação de Ramberg-Ogood
$N$	Número de ciclos
$N_f$	Número de ciclos para a falha
$N^*$	Número de ciclos necessário para a falha do volume de material
$p$	Constante do material
$\dot{p}$	Taxa da deformação plástica equivalente
$r$	Distância da ponta da trinca
$r^{(i)}$	Parâmetro material
$R$	Razão de carga
$R_p$	Região plástica
$S$	Tensão
$T$	Torque
$v$	Constante material
$v'$	Constante material
$W$	Largura do Corpo de prova de propagação de trinca
$x^*$	Tamanho do volume material no modelo de glinka de 1982
$\bar{z}$	Coordenada normalizada $z$

# 1 | Introdução

## 1.1 Considerações Iniciais

Componentes de máquinas e equipamentos submetidos a cargas que variam com o tempo estão sujeitos à falha por fadiga. Essas falhas podem gerar perdas materiais e de vidas. Existem, tradicionalmente, três abordagens de prevenção à fadiga: a abordagem deformação-vida ( $\varepsilon-N$ ), a abordagem tensão-vida ( $S-N$ ) e a abordagem tolerante ao dano. As duas primeiras abordagens são geralmente utilizadas para prever o número de ciclos de carregamento necessário para o surgimento de uma trinca macroscópica, ou seja, visível a olho nu. Essas abordagens são muito empregadas em indústrias que não realizam inspeções periódicas do tamanho da trinca como, por exemplo, a indústria automobilística.

A abordagem tolerante ao dano considera a existência de uma trinca no componente e preocupa-se em monitorar, periodicamente, o crescimento dessa trinca, para que ela não atinja um tamanho crítico. Um exemplo de indústria que utiliza essa abordagem é a aeronáutica. Na prática da engenharia, a previsão do crescimento da trinca é normalmente realizada utilizando uma relação do tipo Paris, i.e., uma relação entre a taxa de propagação da trinca e a variação do fator intensidade de tensão. Apesar da relação de Paris e suas modificações fornecerem soluções para diversos problemas envolvendo a propagação de trinca em componentes, ela é criticada por sua natureza semiempírica e por não descrever os mecanismos físicos relacionados ao crescimento da trinca.

Vários modelos foram desenvolvidos na tentativa de relacionar a taxa de propagação de uma trinca com os mecanismos físicos que ocorrem na vizinhança da ponta da trinca. Dentre diversas abordagens propostas, uma das mais promissoras é aquela que considera que o avanço de uma trinca ocorre quando o dano acumulado por fadiga na vizinhança da ponta da trinca atinge um

valor crítico. Um dos trabalhos pioneiros baseado nesta abordagem foi proposto por Morrow [1], que desenvolveu uma expressão para a taxa de propagação da trinca considerando uma análise plástica das tensões e deformações na vizinhança da ponta da trinca e calculando o dano por fadiga a partir da curva deformação-vida do material. A partir do trabalho de Morrow, vários outros modelos foram desenvolvidos ([2–8]). A diferença entre esses modelos dá-se na forma como as tensões e deformações na vizinhança da ponta da trinca são calculadas e no critério usado para quantificar o dano por fadiga.

Dentre os modelos para propagação de trinca baseados no conceito de acúmulo de dano por fadiga, um dos mais promissores e que será avaliado no presente trabalho é o modelo proposto por Jiang [6], que baseia-se no uso de um modelo de plasticidade cíclica do tipo Armstrong-Federick para calcular as tensões e deformações na vizinhança da ponta da trinca, como o modelo de Chaboche [9] ou o modelo de Jiang-Sehitoglu [10], e de um critério de fadiga multiaxial para quantificar o dano.

## 1.2 Objetivos

Esta pesquisa teve o objetivo geral de avaliar a abordagem para a propagação de trinca por fadiga desenvolvida por Jiang [6]. A avaliação foi feita comparando-se as taxas de propagação de trinca medidas por Oliveira [11] em um corpo de prova do tipo C(T) de aço 1045 laminado e as simuladas pela abordagem de Jiang. Para a realização deste trabalho, os seguintes objetivos específicos foram alcançados:

- Realização de experimentos de fadiga uniaxial controlados por deformação para a determinação das curvas tensão-deformação cíclica e deformação-vida do aço 1045. Esses experimentos foram conduzidos pois as propriedades obtidas a partir destas curvas são necessárias para a implementação da abordagem de Jiang.
- Análise de tensões do corpo de prova do tipo C(T) para avaliar se ele encontra-se preponderantemente em estado plano de tensão ou em estado plano de deformação. Este estudo foi feito utilizando modelos de elementos finitos tridimensionais no pacote Abaqus e teve o objetivo de avaliar se era possível usar um modelo em estado plano, que por ser

bidimensional resulta em um tempo de processamento menor em comparação à análise tridimensional.

- Desenvolvimento de (i) um modelo de elementos finitos no pacote Abaqus de um corpo de prova do tipo C(T) submetido a carregamentos de amplitude constante e (ii) um script em linguagem Matlab, que realiza o pós-processamento das tensões e das deformações obtidas com o modelo de elementos finitos e calcula a taxa de propagação de trinca segundo a abordagem de Jiang.
- Comparação e discussão das taxas de propagação de trinca medidas experimentalmente e simuladas.

### **1.3 Organização do trabalho**

Este trabalho está dividido em seis capítulos. O primeiro capítulo contém uma breve introdução e os objetivos do trabalho. O segundo capítulo apresenta uma revisão do estado da arte sobre o assunto. O terceiro capítulo apresenta alguns conceitos e definições necessários para o entendimento do assunto. O quarto capítulo descreve a metodologia dos experimentos feitos para determinar as propriedades mecânicas do material e uma breve descrição de como foram obtidos os dados experimentais dados por Oliveira [11]. O quinto capítulo apresenta e analisa os resultados simulados obtidos neste trabalho. Por fim, o sexto capítulo contém as conclusões e as sugestões para trabalhos futuros.

## 2 | Revisão da Literatura

Este capítulo tem o objetivo principal de apresentar, de forma sucinta, alguns dos principais modelos de propagação de trinca em que a “força motriz” para o crescimento dela é o dano acumulado na frente da trinca. Apresenta-se também um breve resumo da relação de Paris, por causa de sua importância histórica e por ela servir de base para muitos dos cálculos de previsão de vida à fadiga feitos na prática da engenharia. Por ser o foco desta dissertação, o modelo de propagação de trinca de Jiang é apresentado de forma separada no capítulo seguinte visando descrevê-lo com mais detalhes.

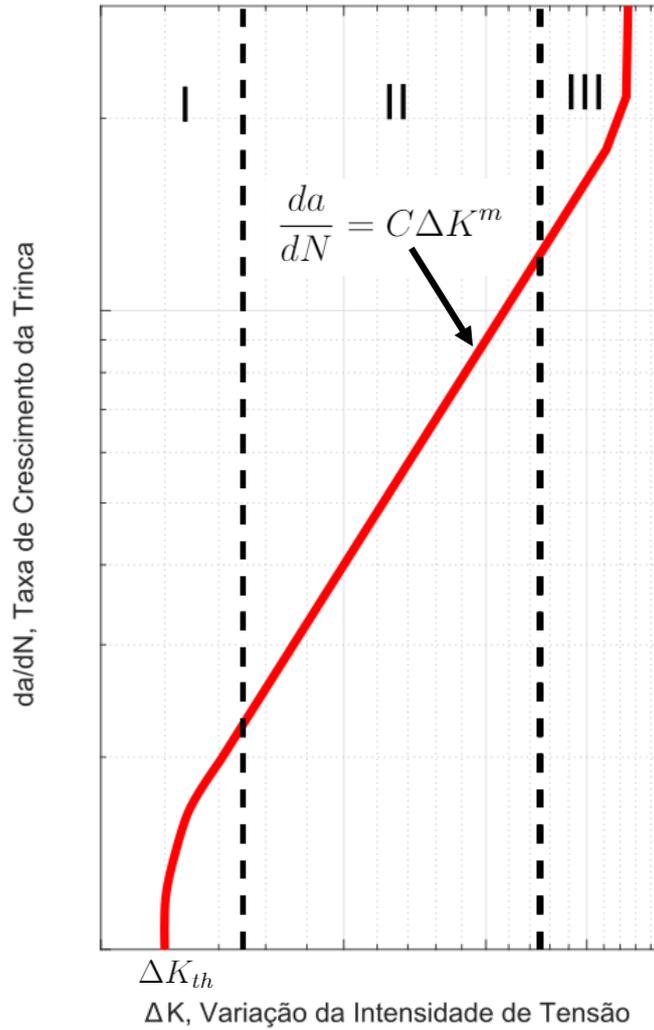
### 2.1 Relação de Paris

Desde os trabalhos pioneiros realizados por Paris [12] no começo da década de 60, muitas pesquisas foram realizadas com o objetivo de estabelecer uma relação entre a taxa de propagação de uma trinca e o fator de intensidade de tensão. A relação original proposta por Paris estabelece que

$$\frac{da}{dN} = C\Delta K^m \quad (2.1)$$

na qual  $da/dN$  é a taxa de propagação da trinca e  $\Delta K$  é a variação do fator de intensidade de tensão ao longo de um ciclo de carregamento, enquanto  $C$  e  $m$  são constantes do material.

A relação de Paris apenas descreve o crescimento de trincas longas submetidas a carregamento de amplitude constante na região intermediária do diagrama  $da/dN$  vs.  $\Delta K$  mostrado na Fig. 2.1, no qual o crescimento da trinca é estável (lento). Por causa dessa limitação, várias modificações da relação de Paris foram propostas para considerar o efeito da razão de carregamento [13, 14], a existência de um limiar de propagação na região I [15, 16], carregamento de amplitude variável [17, 18] e o efeito de uma sobrecarga [19, 20].



**Figura 2.1** Diagrama esquemático da relação entre a taxa de propagação de uma trinca e a variação do fator de intensidade de tensão

Embora a relação de Paris e suas modificações sejam muito usadas na prática da engenharia, a natureza dessas relações é semiempírica, não havendo uma conexão com os mecanismos físicos na vizinhança da ponta da trinca que governam o seu avanço. Cabe ressaltar, também, que as modificações da relação de Paris para descrever diferentes efeitos geralmente resultam em novas constantes que devem ser obtidas por meio de experimentos de propagação de trinca com carregamentos particulares.

## 2.2 Modelo de Morrow

Morrow [1] desenvolveu um dos primeiros modelos em que o crescimento de uma trinca por fadiga é relacionado ao acúmulo de dano na vizinhança da ponta da trinca. Neste modelo a propagação de uma trinca é vista como a ruptura sequencial dos pequenos elementos de volume presentes na frente da trinca, como ilustrado na Fig. 2.2a. Cada um desses elementos é tratado como um corpo de prova do tipo  $\varepsilon$ - $N$ , que são submetidos a níveis crescentes de deformação e tensão devido ao avanço da trinca.

Apresenta-se, a seguir, as linhas gerais do raciocínio desenvolvido por Morrow para formular o seu modelo de propagação de trinca. A Fig. 2.2b ilustra um elemento  $ab$  localizado no contorno da zona à frente da trinca onde há deformação plástica cíclica, que chamaremos de zona plástica, e cujo tamanho é  $R_p$ . Por estar no contorno da zona plástica, assume-se que o dano do elemento  $ab$  é desprezável (material virgem). A Fig. 2.2c mostra o mesmo elemento quando a ponta da trinca está a uma distância  $x$  dele. Considerando-se que o carregamento aplicado é de amplitude constante, pode-se assumir que o dano produzido no elemento  $ab$  em um ciclo de carregamento é igual ao dano gerado no elemento  $cd$  mostrado na Fig. 2.2b. Portanto, o dano acumulado necessário para a falha do elemento  $ab$  equivale à soma dos danos produzidos em cada um dos elementos contidos na zona plástica ao longo de um ciclo de carregamento. Para quantificar o dano acumulado, seja  $N_f(x)$  o número de ciclos para a falha de um corpo de prova do tipo  $\varepsilon$ - $N$  sujeito a uma amplitude de deformação igual à presente a uma distância  $x$  da ponta da trinca. Então, usando a regra de acúmulo linear de dano de Miner [21], a falha do elemento  $ab$  ocorrerá quando:

$$1 = \sum_{x=0}^{R_p} \frac{1}{N_f(x)} \quad (2.2)$$

Considerando-se que a amplitude do carregamento é constante, pode-se assumir que a trinca avança uma distância constante,  $\Delta x = da/dN$ , a cada ciclo de carregamento. Portanto, multiplicando-se o lado esquerdo da Eq. (2.2) por  $da/dN$  e o lado direito por  $\Delta x$  e substituindo o somatório por uma integral, a seguinte expressão para a taxa de propagação da trinca é obtida:

$$\frac{da}{dN} = \int_0^{R_p} \frac{1}{N_f(x)} \quad (2.3)$$

Partindo da relação acima, Morrow obteve uma fórmula para  $da/dN$  que pode ser usada na prática da engenharia. Isso foi feito desenvolvendo-se uma expressão analítica para o dano por ciclo de carregamento,  $1/N_f(x)$ . O parâmetro de fadiga adotado foi  $\Delta\sigma\Delta\varepsilon$ , em que  $\Delta\sigma$  é a amplitude de tensão e  $\Delta\varepsilon$  é a amplitude de deformação, sendo as tensões e deformações estimadas a partir de versões modificadas daquelas obtidas por Rice [22]. Além disso, a relação de Coffin- Manson foi usada para relacionar o parâmetro de fadiga com o número de ciclos até a falha. A relação a que Morrow chegou possui a forma

$$\frac{da}{dN} = C\Delta K^2 \quad (2.4)$$

onde o coeficiente  $C$  depende de propriedades das curvas tensão-deformação cíclica e deformação-vida do material, conforme a seguinte expressão:

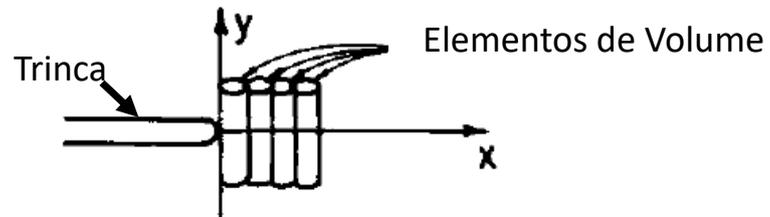
$$C = \frac{-2(b+c)}{b+c+1} \left[ \frac{\sigma'_y}{4(1+n)\sigma'_f\varepsilon'_f} \right]^{\frac{-1}{b+c}} \left\{ 1 - [4(1+n')\varepsilon'_y]^{\frac{-b+c+1}{b+c}} \right\} \frac{\varepsilon'_y}{\pi\sigma_y'^2} \quad (2.5)$$

## 2.3 Modelo de Glinka

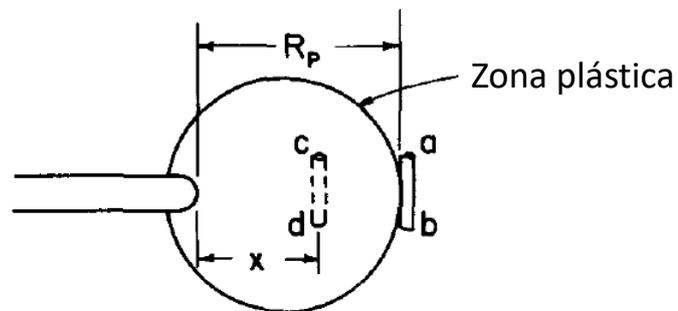
No início da década de 1980, Glinka [2] desenvolveu um modelo para propagação de trinca por fadiga em que o avanço da trinca é tratado como uma sucessão de iniciações de trinca em regiões de tamanho finito à frente da ponta da trinca. As hipóteses adotadas no modelo de Glinka foram:

- (1) O crescimento de uma trinca pode ser tratado como sucessivas iniciações de trinca em volumes de material à frente da ponta da trinca de tamanho  $x^*$ , que é considerado constante;
- (2) A distribuição das deformações na região de tamanho  $x^*$  é uniforme, conforme ilustrado na Fig. 2.3;
- (3) O número de ciclos,  $N^*$ , necessário para a falha do volume de material de tamanho  $x^*$

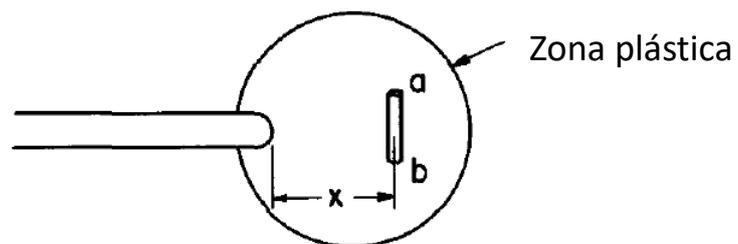
a)



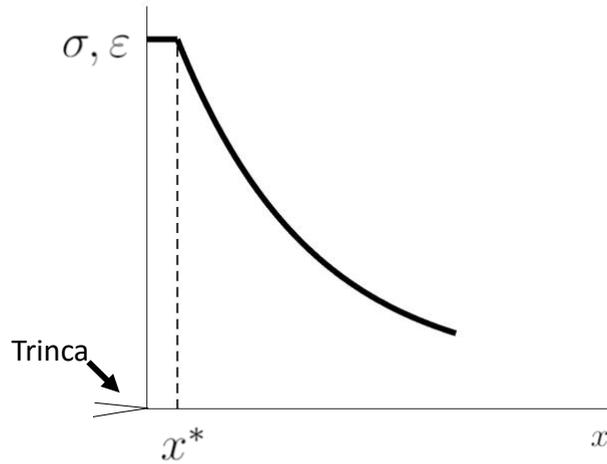
b)



c)



**Figura 2.2** Representação esquemática do modelo de propagação de trinca de Morrow: (a) elementos de volume na frente da ponta da trinca; (b) elemento no contorno da zona plástica; e (c) elemento a uma distância  $x$  da ponta da trinca. Figura modificada da Ref. [1]



**Figura 2.3** Distribuição de deformação à frente da ponta da trinca, usada no modelo de Glinka de 1982 [2].

pode ser calculado usando a relação deformação-vida de Coffin-Manson;

- (4) A taxa de propagação da trinca pode ser obtida calculando-se a razão  $x^*/N^*$ ;
- (5) As propriedades de fadiga e tensão-deformação cíclica estabilizadas podem ser usadas na análise de dano por fadiga.

A implementação do modelo foi feita usando as tensões e deformações na vizinhança da ponta da trinca calculadas por Hutchinson [23] e estimando o dano por fadiga a partir da curva deformação-vida. O modelo foi capaz de descrever de forma satisfatória as taxas de propagação de trinca de dois aços e três ligas de alumínio em condição de carregamento de amplitude constante. Cabe ressaltar que as constantes do modelo de Glinka são obtidas a partir das propriedades das curvas tensão-deformação cíclica e deformação-vida do material. Além disso, a determinação da distância  $x^*$  requer propriedades obtidas a partir de ensaios de propagação de trinca, tal como o limiar de propagação de trinca  $\Delta K_{th}$ .

Em 1985, Glinka [3] propôs um novo modelo para propagação de trinca por fadiga em que a trinca é representada como um entalhe com raio finito. O desenvolvimento desse modelo foi motivado pelas dificuldades inerentes à representação da trinca com raio igual a zero que resulta em soluções com singularidades e, por isso, em tensões e deformações não realísticas na vizinhança da trinca.

A representação de uma trinca no modelo de Glinka, de 1985, é mostrada na Fig. 2.4. O cálculo

da taxa de propagação da trinca, nesse modelo, baseia-se nas seguintes hipóteses:

- (1) A trinca é representada como um entalhe cuja a ponta tem raio  $\rho^*$ . Assume-se que o parâmetro  $\rho^*$  é uma constante do material e que o mesmo define o tamanho de um volume de material abaixo do qual o material não pode ser considerado um meio contínuo;
- (2) O crescimento da trinca é tratado como uma sucessão de iniciações de trincas nos volumes de tamanho  $\rho^*$  à frente da ponta da trinca;
- (3) As distribuições de deformação e tensão ao longo da distância  $\rho^*$  são uniformes;
- (4) O número de ciclos  $N^*$  necessário para falha de um volume de material pode ser calculado a partir da relação de Coffin-Manson;
- (5) A taxa de propagação da trinca pode ser calculada com a relação

$$\frac{da}{dN} = \frac{\rho^*}{N^*} \quad (2.6)$$

- (6) As propriedades de fadiga e tensão-deformação cíclica estabilizadas, podem ser usadas na análise de dano por fadiga.

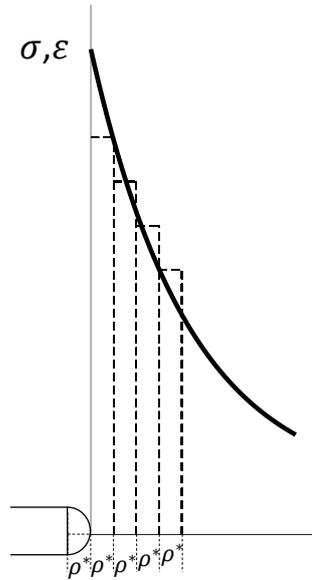
Usando as hipóteses listadas acima, estimando as tensões e deformações na vizinhança da ponta da trinca com o método de Glinka [24], calculando o fator de concentração de tensão com base na solução de Creager e Paris [25], incluindo o efeito do fechamento da trinca usando o conceito de variação do fator de intensidade de tensão efetivo,  $\Delta K_{\text{eff}}$ , e a regra de acúmulo linear de dano de Miner, Glinka obteve a relação

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K_{\text{eff}})^m \quad (2.7)$$

onde

$$C = \frac{2(\varepsilon'_f)^{1/c}}{\phi} \left[ \frac{16\pi EK'}{x_1^2(n+1)} \right]^{1/c(n'+1)} (\rho^*)^{1+1/c(n'+1)} \quad (2.8)$$

$$m = -\frac{2}{c(n'+1)} \quad (2.9)$$



**Figura 2.4** Representação da trinca no modelo de Glinka de 1985 [3]

Estas constantes dependem das propriedades das curvas tensão-deformação cíclica e deformação-vida do material. O parâmetro  $\rho^*$  deve ser determinado a partir de dados de propagação de trinca da região II do diagrama  $da/dN$  vs.  $\Delta K$ . Além disso, dados de experimentos que envolvem o fechamento da trinca devem ser obtidos para a determinação de  $\Delta K_{\text{eff}}$ . Glinka mostrou que o modelo dele é capaz de descrever de forma satisfatória as taxas de propagação de trinca de três aços em condição de carregamento de amplitude constante.

Aperfeiçoamentos no modelo de 1985 foram desenvolvidos por Glinka, tendo em vista tratar problemas de propagação de trinca na presença de carregamento de amplitude variável. O modelo mais recente é chamado modelo *UniGrow* [26] e foi inicialmente desenvolvido por Noroozi et al. [27, 28]. Neste modelo, os efeitos da sequência de carregamento no crescimento da trinca são consequência da resposta tensão-deformação na zona plástica na ponta da trinca. Um aspecto importante do modelo é o cálculo das tensões residuais na frente da trinca, pois a presença delas pode acelerar ou retardar o crescimento da trinca em função da história de carregamento. De forma similar aos modelos anteriormente formulados por Glinka, as premissas básicas do modelo *UniGrow* são:

- (1) A trinca é representada como um entalhe afiado cuja ponta tem um raio finito,  $\rho^*$ , que é considerado uma constante do material;

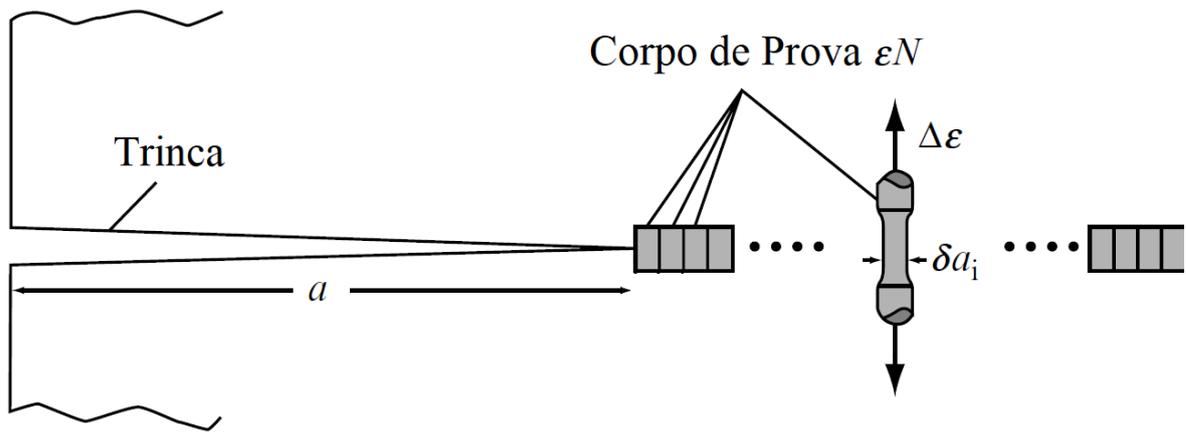
- (2) O tamanho da menor trinca que pode ser analisada considerando o material com um meio contínuo é igual ao parâmetro  $\rho^*$ ;
- (3) O comportamento tensão-deformação do material à frente da trinca pode ser descrito pela curva tensão-deformação cíclica do material (curva do tipo Ramberg–Osgood) obtida de experimentos em corpos de prova sob deformação controlada;
- (4) O número de ciclos de carregamento necessário para falha de um volume de material de tamanho  $\rho^*$  pode ser calculado usando o parâmetro de Smith–Watson–Topper (SWT) e a curva deformação-vida do material.

Com base nestas hipóteses, Noroozi e Glinka mostraram que a “força motriz” para o crescimento de uma trinca depende de dois parâmetros: a variação do fator de intensidade de tensão e o valor máximo do fator de intensidade de tensão, ambos corrigidos devido à presença de tensões residuais na vizinhança da ponta da trinca. Em termos matemáticos, a taxa de propagação da trinca é expressa por

$$\frac{da}{dN} = C[(\Delta K + K_{\text{res}})^{1-p}(K_{\text{max}} + K_{\text{res}})^p]^m \quad (2.10)$$

onde  $\Delta K$  e  $K_{\text{max}}$  são a variação e o valor máximo do fator de intensidade de tensão ao longo de um ciclo de carregamento, respectivamente,  $K_{\text{res}}$  é o fator de intensidade de tensão residual devido à distribuição de tensão residual na zona plástica à frente da ponta da trinca, enquanto  $C$ ,  $m$  e  $p$  são constantes do material.

As estimativas do modelo *UniGrow* têm sido confrontadas com dados de propagação de trinca em metais submetidos a diferentes condições de carregamento. Por exemplo, mostrou-se que as vidas estimadas e observadas de uma placa de Al 2324-T39 com uma trinca na lateral submetida a um carregamento real de serviço, ficaram entre -26,7 a 14,3%, que foi considerado um resultado satisfatório para fins de cálculo de engenharia [26]. O modelo *UniGrow* também foi avaliado com dados de crescimento de uma trinca bidimensional em um componente de fixação de Al 7050-T7451, que foi submetido a um carregamento de amplitude variável [29]. Os resultados indicaram que a vida deste componente pode ser estimada de forma satisfatória com o modelo *UniGrow*. Embora avaliações do modelo *UniGrow* terem indicado que ele é capaz de produzir



**Figura 2.5** Representação do crescimento da trinca como a ruptura sucessiva de corpos de prova do tipo  $\varepsilon$ - $N$ . Figura modificada da Ref. [5]

estimativas de vida aceitáveis, há críticas [30] quanto a alta sensibilidade das vidas calculadas pelo modelo em relação ao parâmetro  $\rho^*$ . Como consequência, é questionado se  $\rho^*$  é de fato uma propriedade do material ou, na verdade, deve ser encarado como um parâmetro de ajuste que acaba servindo para compensar os erros resultantes das várias hipóteses simplificadoras usadas no modelo.

## 2.4 Modelo de Castro

Castro da PUC-Rio apresentou, em 1995, um modelo para propagação de trinca por fadiga, baseado no acúmulo de dano à frente da ponta da trinca [31]. Nas duas décadas seguintes, diversos trabalhos foram publicados [5, 30, 32–35] propondo aperfeiçoamentos no modelo inicial. Como ilustrado na Fig. 2.5, estes modelos tratam o material na frente da trinca como uma série de pequenos elementos de volume que são considerados minúsculos corpos de prova do tipo  $\varepsilon$ - $N$ . Assume-se que o avanço progressivo da trinca resulta da ruptura sucessiva do elemento adjacente à ponta da trinca quando o dano no mesmo atinge um valor crítico.

No modelo proposto em [5, 31], a amplitude das deformações na zona plástica da trinca foi calculada com uma versão modificada do campo de deformações de Hutchinson, Rice e Rosengren (HRR), em que a singularidade é removida considerando-se que a ponta da trinca tem raio finito ao invés de zero. Além disso, a taxa de propagação da trinca foi expressa com uma relação similar à de McEvily [36], possibilitando assim, calcular as taxas nas três regiões do diagrama

$da/dN$  vs.  $\Delta K$ . A extensão deste modelo para trincas submetidas a carregamento de amplitude variável foi elaborada em [32, 33].

Recentemente, Castro et al. [30] construíram um modelo em que (i) o dano acumulado na frente da trinca é causa do seu crescimento e (ii) as deformações são calculadas a partir dos deslocamentos obtidos com o modelo da faixa plástica (*strip-yield model*) de Newman [34] em vez de usar o campo de deformações de HRR. Esta proposta, que foi chamada modelo SY-CD (*strip-yield critical-damage model*), ainda fazia uso da relação de McEvily para possibilitar o cálculo da taxa de propagação nas três regiões do diagrama  $da/dN$  vs.  $\Delta K$ . Para eliminar a necessidade de introduzir esta relação na formulação, Castro et. al. [35] propuseram o modelo SY-CD modificado. Neste modelo, a variação da deformação plástica é substituída pela variação de uma deformação plástica efetiva que depende (i) do valor limiar da variação da deformação abaixo da qual a trinca não cresce, que está relacionado ao limiar de propagação de trinca por fadiga  $\Delta K_{th}$  e (ii) de uma deformação plástica máxima relacionada com a tenacidade à fratura do material. Estes dois modelos foram confrontados com dados de propagação de trinca na liga de Al 7050-T6 e no aço 1020 para razões de carregamento,  $R$ , iguais a 0,1 e 0,7. Concluiu-se que o modelo SY-CD modificado produz melhores estimativas da taxa de propagação do que o modelo original.

# 3 | Abordagem de Jiang para Propagação de Trinca por Fadiga

## 3.1 Considerações iniciais

A abordagem proposta por Jiang [6] tenta unificar as fases de nucleação e propagação de trincas por fadiga, que são costumeiramente tratadas com métodos distintos. Ela baseia-se na premissa de que a nucleação e a propagação de uma trinca são governadas pelo mesmo mecanismo de dano por fadiga e que um único critério de dano por fadiga é capaz de modelar ambas as fases. Considera-se que haverá o surgimento de uma trinca em um ponto material quando o dano por fadiga acumulado nesse ponto atingir um valor crítico. Assim, o crescimento da trinca é visto como uma sucessão de iniciações de trinca nos pontos materiais imediatamente à frente da ponta da trinca.

A abordagem de Jiang consiste em duas etapas: 1) análise elasto-plástica do componente para determinação das tensões e deformações, que é tipicamente realizada com um programa de elementos finitos; 2) aplicação de um critério de fadiga multiaxial, usando as tensões e deformações obtidas na etapa anterior, para estimar o dano por fadiga.

Cabe observar que a abordagem de Jiang já foi aplicada a diferentes materiais metálicos, tais como o aço inoxidável 304L [37], aço 16MnR [38], aço carbono 1070 [39] e liga de alumínio 2024-T4 [40], com resultados próximos aos obtidos experimentalmente. Esses estudos consideraram diversos tipos de programas de carregamento, dentre os quais carregamento de amplitude constante com diversas razões de carregamento, carregamentos com sobrecarga e blocos de carregamento com amplitudes distintas.

O modelo de plasticidade cíclica e o critério de fadiga adotados na simulação do problema em

análise têm um papel decisivo na qualidade da estimativa da taxa de propagação de trinca. Isso resulta do fato de que o material na vizinhança da ponta da trinca está sujeito a estados multiaxiais de tensão e deformação. Dependendo do carregamento aplicado, pode estar sujeito a tensões e deformações não proporcionais, relaxação da tensão média, deformação plástica progressiva (ratcheting), dentre outros fenômenos. Assim, o modelo usado para simular as tensões e deformações tem um impacto importante nas taxas de propagação de trinca simuladas, conforme apontado por Sehitoglu [41]. Descreve-se de forma breve, no que se segue, o modelo de plasticidade cíclica e o critério de fadiga adotados no presente trabalho (modelo de Chaboche e critério de Smith, Watson e Topper). Apresenta-se, também, uma justificativa para o uso deles nos experimentos de propagação de trinca no aço 1045 aqui considerados.

## 3.2 Modelo de plasticidade cíclica

De acordo com Sehitoglu [41] a qualidade dos resultados da abordagem de Jiang para a propagação de trinca por fadiga depende da qualidade das tensões e deformações simuladas. O comportamento na ponta da trinca pode ser complexo dependendo do comportamento do material. Entretanto, para o aço 1045 e nas condições de carregamentos apresentadas não é muito complexo. O comportamento não Masing é pouco pronunciado [42], o endurecimento não proporcional é pouco evidenciado para o material [43], além do fato do estado de tensão na ponta da trinca ser preponderantemente biaxial [37], dificultando o aparecimento de endurecimento não proporcional. Posto isso, o modelo de Chaboche é satisfatório para a simulação.

O modelo de plasticidade cíclica de Chaboche [9] foi usado neste trabalho para determinar as tensões e as deformações no corpo de prova. O modelo é formulado no contexto de pequenas deformações; a resposta elástica do material é linear e isotrópica, e a taxa de deformação plástica é associada à superfície de escoamento de von Mises. Considera-se que o endurecimento cinemático é descrito apenas por meio da translação da superfície de escoamento. Posto isso, as relações constitutivas são:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^p \quad (3.1)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}^e = \frac{\boldsymbol{\sigma}}{2G} - \frac{\nu}{E}(\text{tr}(\boldsymbol{\sigma})\mathbf{I}) \quad (3.2)$$

$$\sqrt{\frac{3}{2}}\|\mathbf{S} - \boldsymbol{\alpha}\| - \sigma'_y = 0 \quad (3.3)$$

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (3.4)$$

onde  $\boldsymbol{\varepsilon}$ ,  $\boldsymbol{\varepsilon}^p$  e  $\boldsymbol{\varepsilon}^e$  são tensores que representam as deformações total, plástica e elástica, respectivamente.  $\boldsymbol{\sigma}$  é o tensor de tensões,  $E$  é o módulo de Young,  $G$  é o módulo de cisalhamento,  $\nu$  é o coeficiente de Poisson,  $\text{tr}$  denota o traço de um tensor e  $\mathbf{I}$  é o tensor identidade,  $\mathbf{S}$  é o tensor das tensões desviadoras,  $\boldsymbol{\alpha}$  é o tensor de endurecimento cinemático e  $\sigma'_y$  é a tensão de escoamento sob carregamento uniaxial.  $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p$  é a taxa da deformação plástica,  $\dot{\lambda}$  é um escalar denominado multiplicador plástico e  $\partial f / \partial \boldsymbol{\sigma}$  é o vetor normal à superfície de escoamento.

O tensor de endurecimento cinemático é dividido de forma aditiva em  $M$  partes

$$\boldsymbol{\alpha} = \sum_{i=1}^M \boldsymbol{\alpha}^{(i)} \quad (3.5)$$

onde cada parte  $\boldsymbol{\alpha}^{(i)}$  evolui de acordo com a relação de Armstrong-Frederick

$$\dot{\boldsymbol{\alpha}}^{(i)} = \frac{2}{3}c^{(i)}\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p - \gamma^{(i)}\boldsymbol{\alpha}^{(i)}\dot{p} \quad (3.6)$$

onde  $c^{(i)}$  e  $\gamma^{(i)}$  são parâmetros do material e  $\dot{p} = \sqrt{\frac{2}{3}}\|\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p\|$  é a taxa da deformação plástica equivalente.

### 3.3 Critério de fadiga multiaxial

O critério de fadiga utilizado neste trabalho é a versão multiaxial do parâmetro de Smith, Watson e Topper (SWT) [44, 45], proposta por Socie utilizando o conceito de plano crítico. O modelo SWT pode ser calibrado apenas com a curva de fadiga uniaxial. O modelo apresenta bons resultados para metais ferrosos quando submetidos a carregamentos uniaxiais [46].

O parâmetro de SWT é dado por

$$FP = \frac{\Delta\varepsilon_n}{2}\sigma_{nmax} \quad (3.7)$$

onde  $\sigma_{nmax}$  é a tensão normal máxima e  $\Delta\varepsilon_n/2$  é a amplitude de deformação normal. O plano crítico é definido como o plano material no qual o valor do parâmetro é máximo.

A função utilizada para prever a vida em fadiga é

$$(FP - FP_0)^v N_f = C'' \quad (3.8)$$

onde FP é o parâmetro de fadiga da Eq. (3.7)  $FP_0$  é o parâmetro abaixo do qual o dano por fadiga é desprezável e  $v$  e  $C''$  são parâmetros materiais, encontrados pela calibração com os dados de vida a fadiga uniaxial. Essa relação já foi utilizada por outros autores [47, 48] sendo similar à proposta por Manson [49].

### 3.4 Determinação da taxa de propagação da trinca

A determinação da taxa de propagação de trinca foi feita de acordo com a proposta de jiang [6] representada abaixo.

Um ponto material falha quando o dano acumulado nele atinge  $D_0$

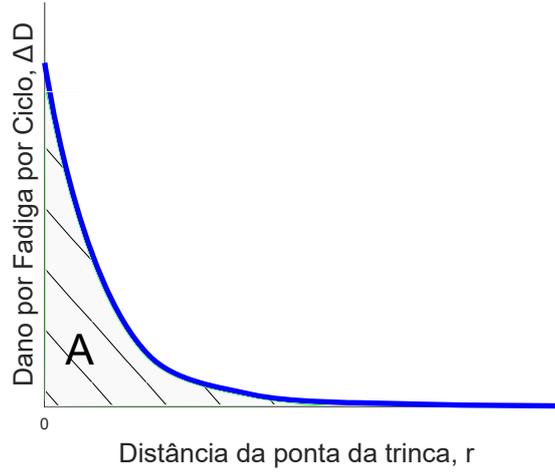
$$\int dD = D_0 \quad (3.9)$$

onde  $dD$  é o incremento do dano por tempo infinitesimal. Para o caso de carregamento de amplitude constante,  $dD$  pode ser descrito como uma função da posição ( $r$ ),

$$\sum_{i=1}^N dD(r) = D_0 \quad (3.10)$$

onde  $N$  é o número de ciclos para a falha. A equação pode ser reescrita na forma infinitesimal

$$\int_0^N \Delta D(r) dN = D_0 \quad (3.11)$$



**Figura 3.1** Ilustração da distribuição de dano por fadiga na vizinhança da ponta da trinca.

A Eq. 3.11 pode ser reescrita trocando a variável do número de ciclos  $N$  para a distância  $r$ , como:

$$\int_0^r \Delta D(r) \frac{dN}{dr} dr = D_0 \quad (3.12)$$

como o a amplitude de carregamento é constante, a derivada é constante em relação a integral. Outro fato que podemos especificar é que a regra de acúmulo de dano que usamos é a de Miner [21], assim  $D_0 = 1$  e também  $dr/dN = da/dN$

$$\frac{dN}{da} \int_0^r \Delta D(r) dr = 1 \quad (3.13)$$

Manipulando algebricamente, obtemos que

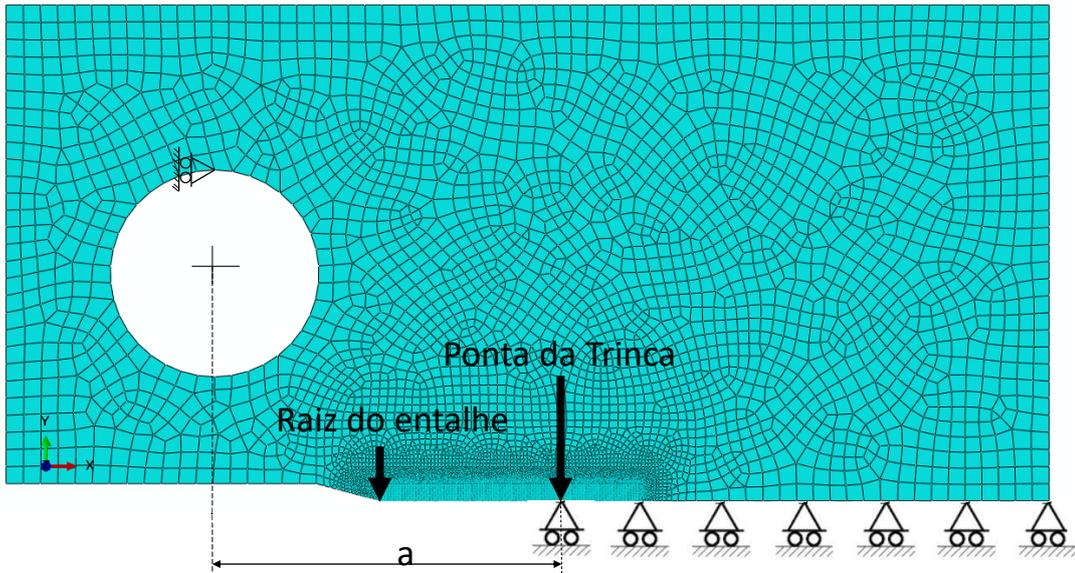
$$\frac{da}{dN} = \int_0^r \Delta D(r) dr \quad (3.14)$$

ou

$$\frac{da}{dN} = A \quad (3.15)$$

onde a área  $A$  é mostrada na Fig. 3.1.

$$A = \int_0^r \Delta D(r) dr \quad (3.16)$$



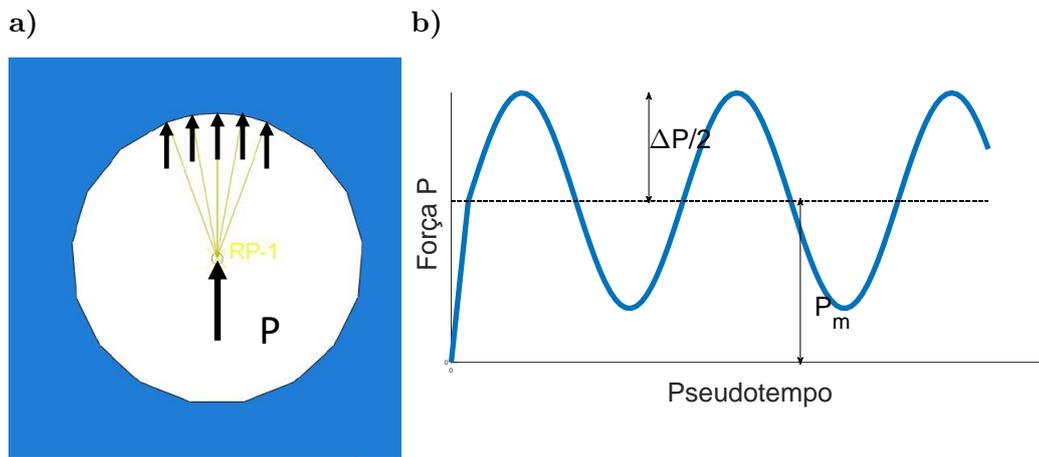
**Figura 3.2** Modelo de elementos finitos usado para simular a propagação de trinca por fadiga.

### 3.5 Modelo de elementos finitos

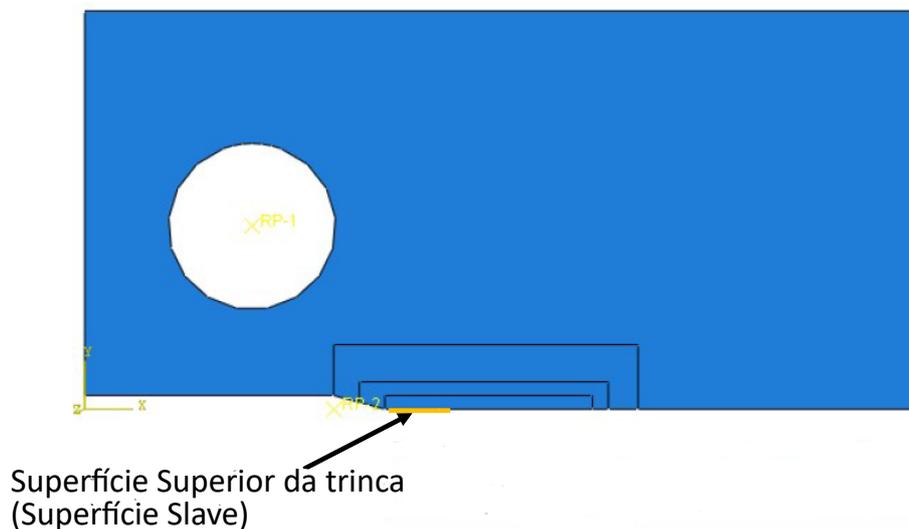
Corpos de prova do tipo C(T), compactos em tração e com espessura de 3,8 mm foram usados nos experimentos de propagação de trinca por fadiga. Os corpos de prova foram submetidos à força cíclica de amplitude constante com diferentes razões de carga  $R$  (força mínima sobre força máxima). Todos os experimentos foram iniciados na presença de uma pré-trinca com comprimento de 2 mm medido a partir da raiz do entalhe. Apresenta-se a seguir o modelo de elementos finitos que foi usado para simular as tensões e deformações nos corpos de prova.

Devido à pequena espessura do corpo de prova, podemos tratá-lo como um problema de estado plano de tensões. Portanto, um modelo bidimensional em elementos finitos foi criado usando o pacote comercial de elementos finitos Abaqus, conforme mostrado na Fig. 3.2. Por causa da simetria da geometria e dos carregamentos, apenas metade do corpo de prova de propagação foi simulado.

Os deslocamentos nodais na direção  $y$  foram restringidos em todos os nós localizados à frente da ponta da trinca. Restringiu-se também o deslocamento nodal na direção  $x$  do nó localizado no meio da parte superior do furo, para impedir a translação do corpo nessa direção. A força foi aplicada de forma distribuída em um arco de  $40^\circ$  na parte superior do furo, como ilustrado na Fig. 3.3. Para isso, a força total foi prescrita no centro do furo e este foi vinculado ao arco por



**Figura 3.3** (a) Esquema da aplicação da força no furo do corpo de prova (b) história da força aplicada.



**Figura 3.4** Definição das superfícies de contato.

meio do comando *coupling* do tipo *kinematic* disponível no Abaqus.

A malha de elementos finitos tipicamente usada nas simulações é mostrada na Fig. 3.2. Elementos quadrilaterais com 4 nós, denominados CPS4 no Abaqus, foram adotados para construir a malha. Para simular, de forma adequada, os rápidos decaimentos de tensão e deformação presentes na vizinhança da trinca, foi feito um refinamento de malha nessa região. Conforme indicado pelo estudo de convergência de malha, detalhado na seção x.y, uma malha com tamanho de elemento finito de  $40 \mu\text{m}$  próximo à ponta da trinca, mostrou-se adequada.

A formulação *surface contact pairs* disponível no Abaqus foi usada para simular o possível contato entre as superfícies inferior e superior da trinca durante a aplicação do carregamento

cíclico. Devido à simetria do problema, definiu-se uma superfície rígida em  $y=0$  como a superfície *master* e a superfície superior da trinca como a superfície *slave*, como ilustrado na Fig. 3.4 Como não há tendência de escorregamento relativo entre as superfícies da trinca, atribuiu-se o valor zero ao coeficiente de atrito. Vale ressaltar que para os valores de  $R$  utilizados nesse estudo não ocorre contato entre as partes.

# 4 | Metodologia Experimental

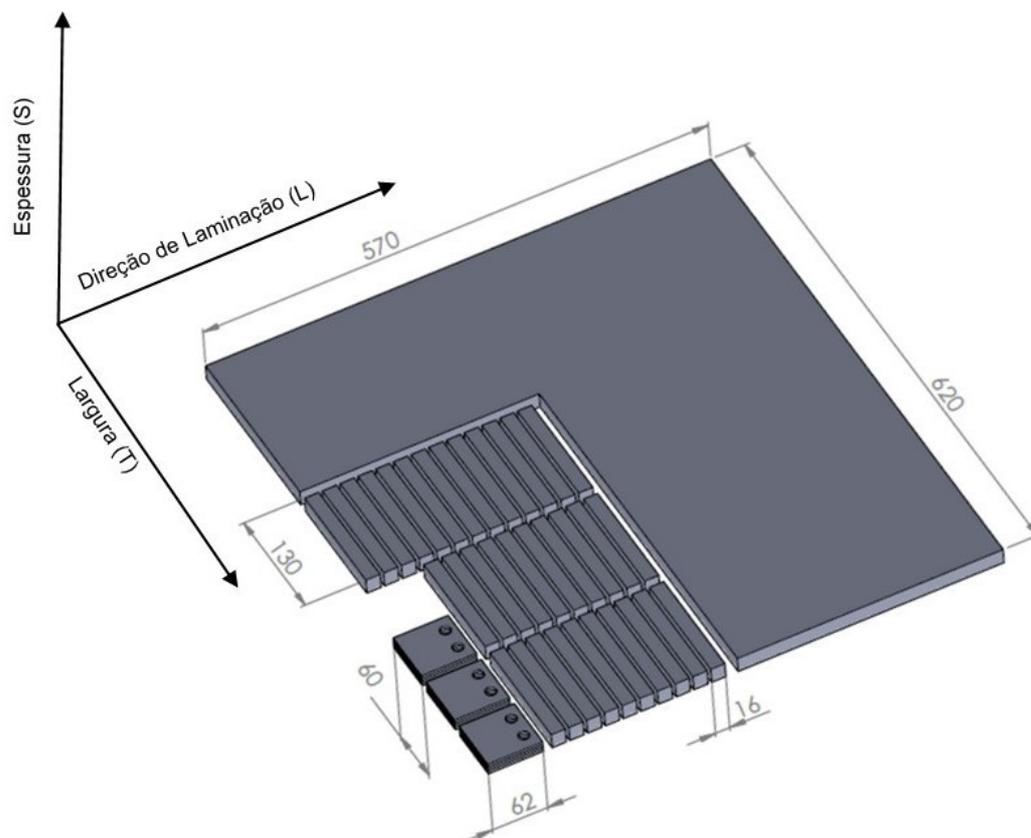
## 4.1 Material e corpos de prova

O material investigado foi o aço SAE 1045, que foi adquirido comercialmente na forma da placa laminada mostrada na Fig. 4.1. A composição química do material, em peso percentual, é formada por 0,458% C, 0,226 % Si, 0,6520 % Mn, 0,0155% P, 0,0305 % Al, 0,006% S, 0,0109% Cu, 0,0197% Cr, 0,002% Mo, 0,0075% Ni, 0,0023% V e o restante em Fe.

A microestrutura do aço 1045 é constituída por grãos de ferrita e perlita. Os tamanhos dos grãos foram determinados pelo método do intercepto linear descrito na norma ASTM E112 [50]. Os tamanhos médios dos grãos de ferrita e perlita foram de 30  $\mu\text{m}$  e 10  $\mu\text{m}$ , respectivamente. Não foi observada uma variação significativa nos tamanhos dos grãos de ferrita e perlita nos planos perpendiculares às direções de laminação, transversal curta (espessura) e transversal longa (largura) da placa laminada. Além disso, também não foi observada uma variação significativa do tamanho médio dos grãos ao longo da espessura da placa.

O esquema de corte da placa laminada adotado para a manufatura dos corpos de prova é mostrado na Fig. 4.1. Os blocos retangulares de dimensões 16 x 16 x 30 mm foram utilizados para fabricação de corpos de prova de tração e de fadiga. Os blocos retangulares com face de 60 x 62 mm foram usados para a produção de corpos de prova do tipo Compacto em Tração, que serão denotados pela sigla C(T).

Ensaio de fadiga axial foram realizados em corpos de provas cilíndricos, cujas dimensões são mostrada na Fig. 4.3. A fabricação dos corpos de prova seguiu as recomendações da norma ASTM 606 [51]. Após a usinagem, as superfícies dos corpos de prova foram lixadas com lixas d'água de granulometrias 800, 1200 e 2500 (nessa ordem). O procedimento de lixamento resultou



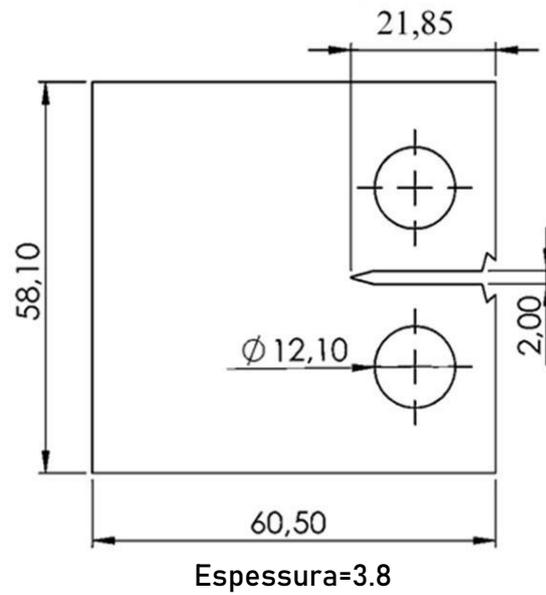
**Figura 4.1** Esquema de corte utilizado na placa de aço 1045.[11]

em uma rugosidade superficial menor que  $0,2 \mu\text{m}$ , conforme especificado na norma.

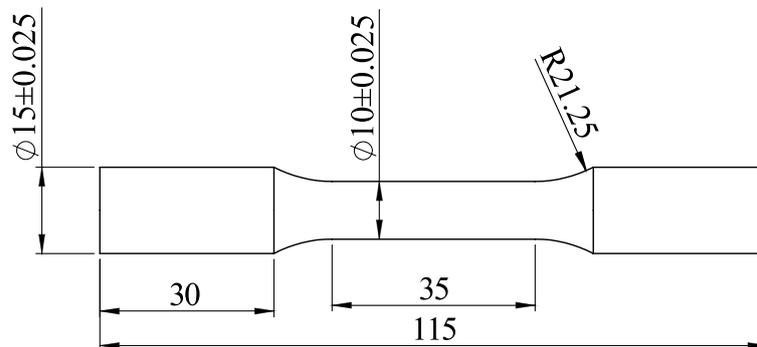
As dimensões dos corpos de prova de propagação de trinca são mostradas na Fig. 4.2. A orientação dos corpos de prova em relação às direções da placa é denominada T-L, segundo a norma ASTM 647 [52], pois a força é aplicada na direção transversal (T) e a propagação da trinca ocorre ao longo da direção de laminação (L). Deve-se ressaltar que foi escolhida uma espessura relativamente fina (3,8 mm) para o corpo de prova, tendo como objetivo considerar a condição de estado plano de tensão na simulação do problema de propagação de trinca por fadiga.

## 4.2 Resultados Experimentais

Foi realizado um ensaio de tração no aço 1045, com taxa de deslocamento de 1 mm/min, o qual resultou na curva tensão-deformação mostrada na Fig. 4.4 e nas propriedades mecânicas listadas na Tabela 4.1



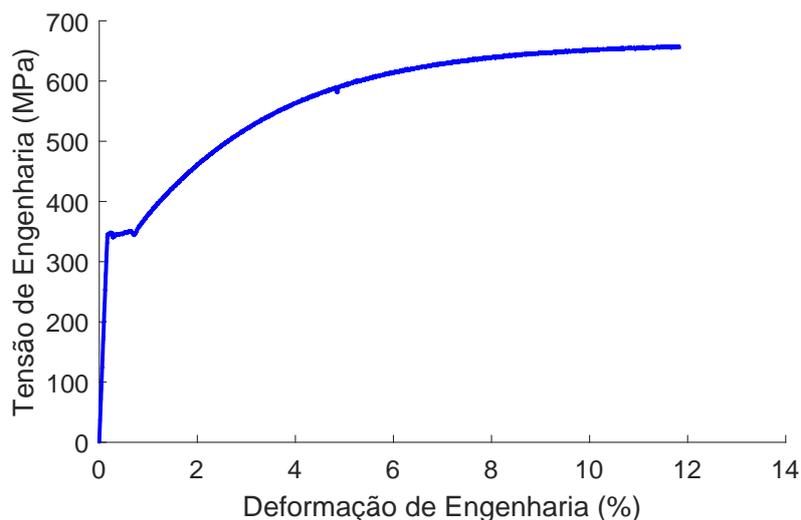
**Figura 4.2** Corpo de prova do tipo C(T) usado nos ensaios de propagação de trinca (dimensões em mm).



**Figura 4.3** Corpo de prova usado nos ensaios de fadiga uniaxial (dimensões em mm).

**Tabela 4.1** Propriedades monotônicas do aço 1045.

Módulo de Young, $E$	207 GPa
Tensão de escoamento, $\sigma_y$	213 MPa
Limite de resistência à tração, $\sigma_{uts}$	664 MPa
Tensão verdadeira na fratura, $\sigma_f$	887 MPa
Ductilidade verdadeira na fratura, $e_{ft}$	48%
Redução percentual de área, $RA$	38%
Coefficiente de encruamento, $K$	413 MPa
Expoente de encruamento, $n$	0,256



**Figura 4.4** Curva tensão-deformação do aço 1045 submetido à tração. Dados obtidos de [11]

Experimentos de fadiga sob carga axial, controlados por deformação, foram conduzidos para caracterizar os comportamentos tensão-deformação cíclico e em fadiga do aço 1045. Uma forma de onda senoidal totalmente alternada foi usada nos experimentos. Os ensaios foram realizados em uma máquina servo-hidráulica, modelo MTS 809, com capacidade de  $\pm 100$  KN na direção axial. A deformação na região útil do corpo de prova foi medida com um extensômetro, modelo MTS 632.80F, com comprimento de calibre de 25 mm e faixa de medição de -2% a 4,8 % na direção axial.

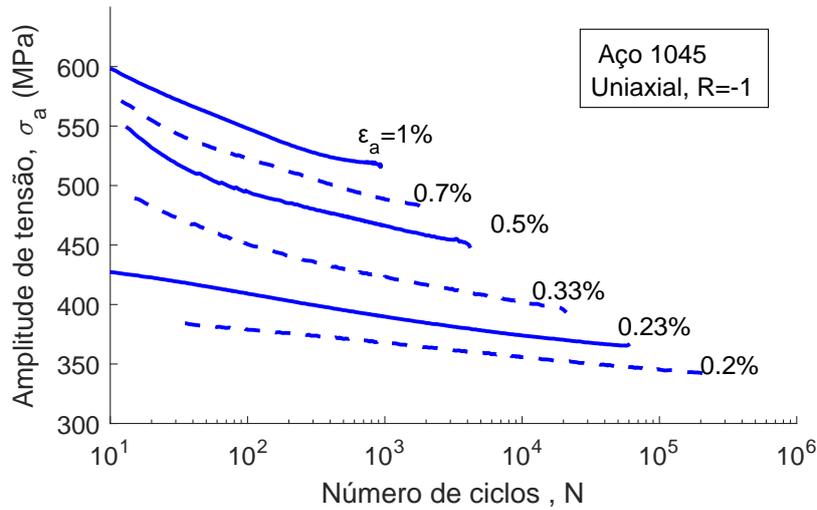
As condições de carregamento e os resultados dos experimentos estão resumidos na Tabela 4.2. O número de ciclos até a falha,  $N_f$ , foi determinado pelo critério de “queda de força”, ou seja, como o número de ciclos no qual ocorre uma variação percentual (pré-definida) da força máxima em relação ao seu valor no ciclo anterior. Neste trabalho, uma “queda de força” de 4% foi adotada. Após a interrupção de um experimento devido à “queda de força”, a inspeção visual do corpo de prova revelou a presença de uma trinca macroscópica em sua superfície. As amplitudes de tensão listadas na tabela foram obtidas dos laços de histerese tensão-deformação correspondentes a aproximadamente metade das vidas à fadiga.

A evolução da amplitude de tensão em função do número de ciclos de carregamento é mostrada na Fig. 4.5. Cabe ressaltar que o sistema de controle da máquina não foi capaz de atingir a amplitude de deformação prescrita desde o primeiro ciclo. Então, para evitar confusão entre o efeito transiente associado ao controle do ensaio e o amolecimento/endurecimento cíclico

**Tabela 4.2** Dados dos experimentos de fadiga controlados por deformação.

ID	$\Delta\varepsilon/2$ [%]	$\Delta\sigma/2$ [MPa]	$f$ [Hz]	$N_f$ [ciclos]
UN03	1.00	522	0,40	934
UN07	0,70	490	0,40	1.900
UN11	0,50	458	0,50	4.100
UN08	0,33	401	1,00	21.000
UN04	0,23	368	1,50	60.000
UN05	0,20	345	2,50	212.640

$\Delta\varepsilon/2$  = amplitude de deformação,  $\Delta\sigma/2$  = amplitude de tensão axial,  $f$  = frequência do carregamento,  $N_f$  = número de ciclos até a falha.



**Figura 4.5** Evolução da amplitude de tensão em função do número de ciclos de carregamento.

do material, as amplitudes de tensão correspondentes aos primeiros ciclos foram removidas da figura. Os resultados indicaram que há amolecimento cíclico do aço 1045, que a taxa de amolecimento depende da amplitude da deformação prescrita e que o amolecimento cíclico é mais pronunciado, quanto maior for a amplitude de deformação.

A curva  $\varepsilon_a-N_f$  obtida a partir dos dados de fadiga, é mostrada na Fig. 4.6. O ajuste dos dados foi feito com a equação

$$(\varepsilon_a - \varepsilon_0)^{v'} N_f = C' \quad (4.1)$$

onde  $\varepsilon_0$ ,  $v'$  e  $C'$  são constantes do material. O valor de  $\varepsilon_0$  representa o limite de resistência à fadiga em termos da amplitude de deformação. Para amplitudes de deformação, menores que  $\varepsilon_0$ , o dano por fadiga no material é ínfimo.

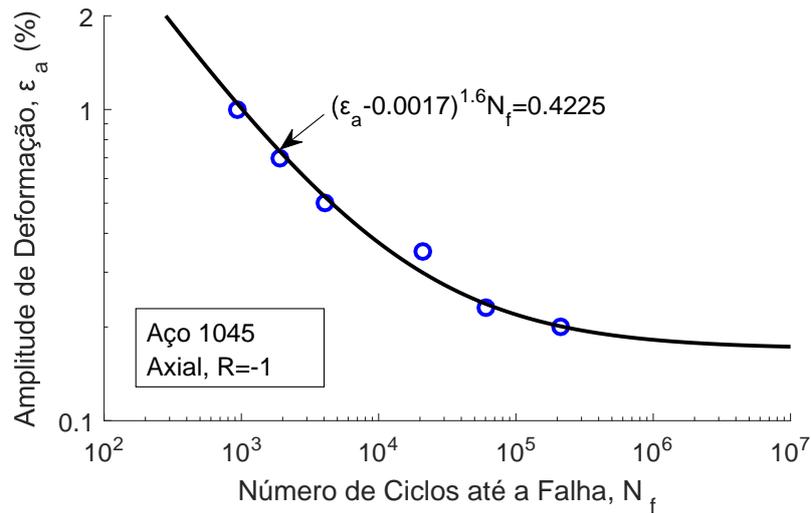


Figura 4.6 Curva deformação-vida do aço 1045.

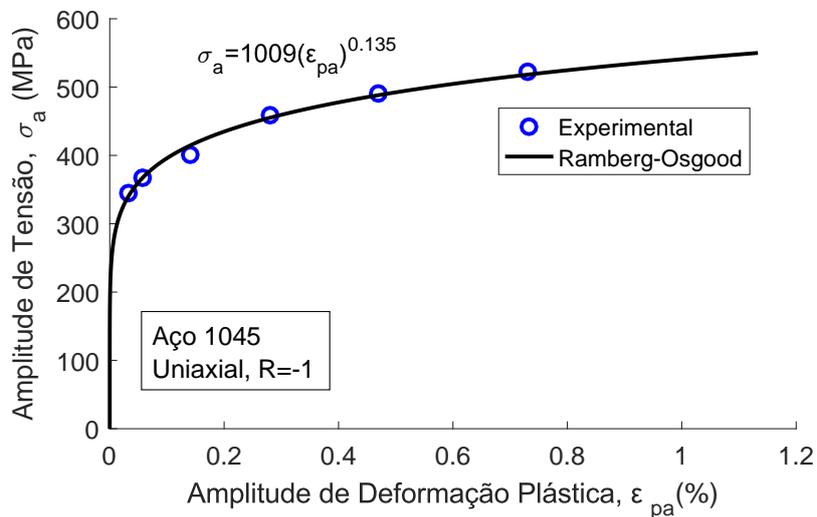
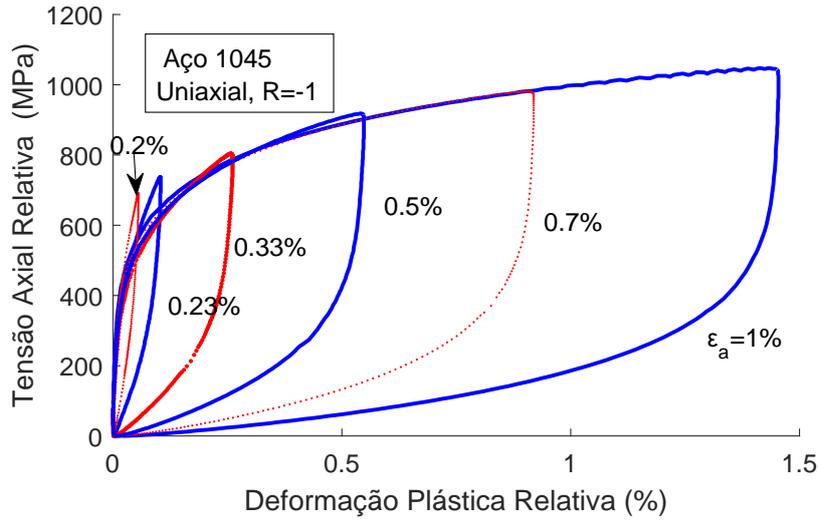


Figura 4.7 Curva tensão-deformação cíclica do aço 1045.

A Fig. 4.7 apresenta a relação entre as amplitudes de tensão e de deformação plástica dos laços de histerese correspondentes à metade do número de ciclos até a falha. Nota-se que, para a faixa de amplitudes considerada, a relação de potência dada por  $\sigma_a = 1009\epsilon_a^{0.135}$  descreve bem os dados experimentais. .

A Fig. 4.8 mostra o comportamento Masing do material para laços de histerese obtidos na meia vida. Percebe-se que os laços de histerese têm um comportamento bem próximo do Comportamento Masing.

Os dados de propagação de trinca por fadiga no aço 1045 usados neste estudo foram obtidos por Oliveira [11]. Três razões de carregamento  $R$  (força mínima dividida pela força máxima) foram



**Figura 4.8** Comportamento Masing do aço 1045.

usados nos experimentos: 0,1, 0,4 e 0,7. As forças máximas aplicadas foram 1400, 3360 e 6350 N, respectivamente. O tamanho da trinca foi medido pelo método da variação da flexibilidade elástica do corpo de prova. A taxa de crescimento da trinca foi calculada pelo método polinomial incremental, com o ajuste da parábola sendo feito em sete pontos experimentais (tamanho da trinca, número de ciclos) sucessivos. O valor da variação do fator de intensidade de tensão,  $\Delta K$ , do corpo de prova C(T) mostrado na Fig. 4.2 foi calculado com a expressão [52]

$$\Delta K = \frac{\Delta P}{B\sqrt{W}} \frac{2 + \alpha}{1 - \alpha} (0,886 + 4,64\alpha - 13,32\alpha^2 + 14,72\alpha^3 - 5,6\alpha^4) \quad (4.2)$$

onde  $\Delta P$  é a variação da força aplicada;  $B$  e  $W$  são a espessura e a largura do corpo de prova; respectivamente, e  $\alpha = a/W$  sendo  $a$  é o tamanho da trinca. Os dados gerados foram processados pelo aplicativo MTS Fatigue Crack Growth Test Ware.

A Fig. 4.9 mostra os dados *taxa de crescimento da trinca vs. variação do fator de intensidade de tensão* ( $da/dN$  vs.  $\Delta K$ ) na região de propagação estável da trinca. Nota-se que o efeito da razão de carregamento,  $R$ , na taxa de propagação da trinca foi pequeno no intervalo  $0,1 \leq R \leq 0,7$  considerado. Vale ressaltar que os experimentos de Werner et al. [53] em um aço 1045, com  $R = 0$  e 0,5, também resultaram em curvas próximas na região de propagação estável da trinca.

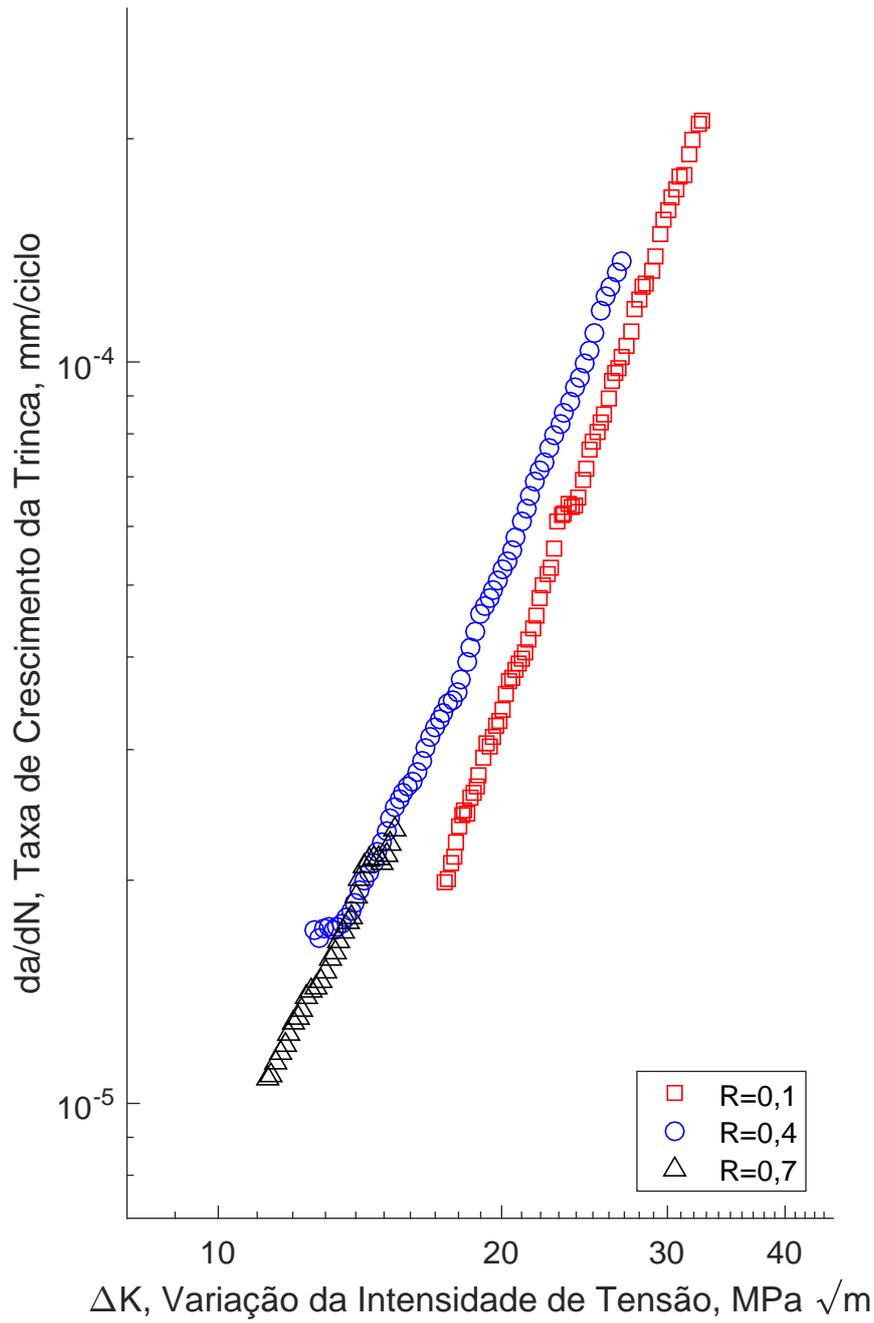


Figura 4.9 Dados de propagação de trinca por fadiga no aço 1045.

# 5 | Resultados e Discussão

## 5.1 Determinação das constantes do material

Para utilizar a abordagem de Jiang é necessário calibrar o modelo de plasticidade utilizado e o critério de fadiga. Para realizar as calibrações do modelo de plasticidade e do critério de fadiga, utilizou-se os dados experimentais obtidos no Capítulo 4.

A calibração do critério de fadiga foi feita com a Eq. 3.8. Os valores de  $N_f$  e os dados para o cálculo de FP foram retirados da Tabela 4.2. O valor de FP foi calculado utilizando a Eq. 3.7. A curva obtida a partir da calibração dos dados de fadiga é mostrada na Fig. 5.1, e os valores das constantes de fadiga obtidas estão na Tabela 5.1. Para a calibração do modelo de plasticidade de Chaboche foi utilizado o método de Jiang, esse método consiste em que o valor de  $\chi$  não tem muita influência nas constantes do material para carregamentos totalmente reversos. A partir disso considera-se o caso especial que  $\chi \rightarrow 0$ . Nessa situação o modelo é linear por partes. As relações utilizadas para a determinação dos parâmetros  $c^{(i)}$  e  $\gamma^{(i)}$  são:

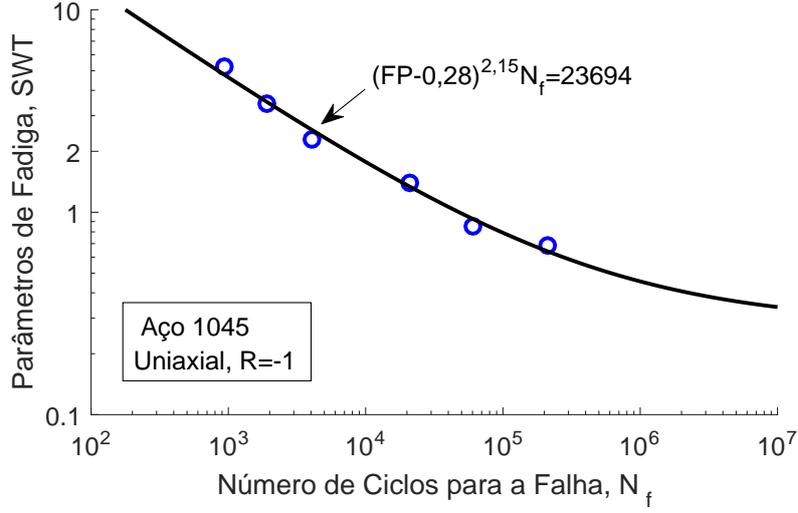
$$c^{(i)} = \frac{3}{2} C^{(i)} r^{(i)} \quad (5.1)$$

$$\gamma^{(i)} = C^{(i)} \sqrt{\frac{3}{2}} \quad (5.2)$$

onde  $C^{(i)}$  e  $r^{(i)}$  são obtidos por

$$C^{(i)} = \frac{1}{\varepsilon_{pa}^{(i)}} \sqrt{\frac{2}{3}} \quad (5.3)$$

$$r^{(i)} = \frac{H^{(i)} - H^{(i+1)}}{C^{(i)}} \quad (5.4)$$



**Figura 5.1** Ajuste dos Parâmetros de Fadiga

os valores de  $H^{(i)}$  são encontrados da seguinte forma:

$$H^{(1)} = \frac{\sigma_a^{(1)} - \sigma'_y}{\varepsilon_{pa}^{(1)}} \quad (5.5)$$

para valores de  $i$  de 2 até  $M$  tem se:

$$H^{(i)} = \frac{\sigma_a^{(i)} - \sigma_a^{(i-1)}}{\varepsilon_{pa}^{(i)} - \varepsilon_{pa}^{(i-1)}} \quad (5.6)$$

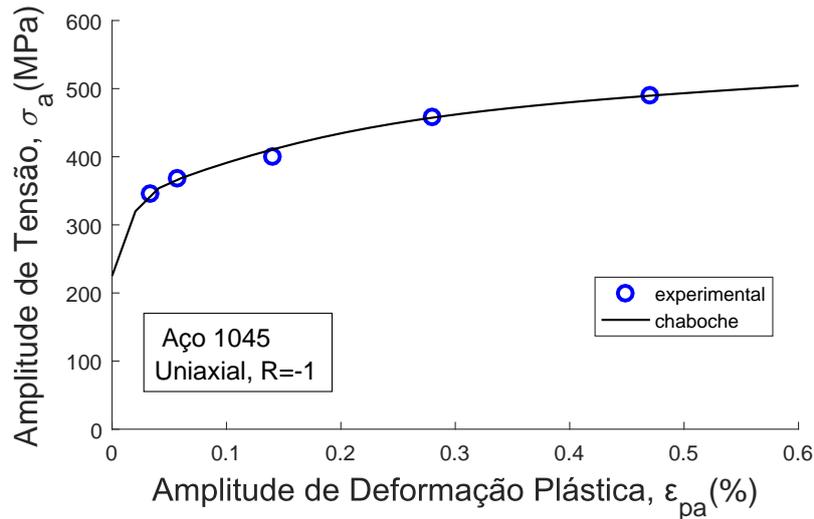
e para  $i = M + 1$

$$H^{(M+1)} = 0 \quad (5.7)$$

onde  $\sigma_y$ ,  $\sigma_a^{(i)}$  e  $\varepsilon_{pa}^{(i)}$  são a tensão de escoamento, amplitude de tensão e a amplitude de deformação plástica, respectivamente. As duas últimas variáveis são obtidas do ajuste da curva de Ramberg-Osgood, mostrada na Fig. 4.7, cada par ordenado  $(\varepsilon_{pa}^{(i)}, \sigma_a^{(i)})$  é um ponto da curva. Para esse ajuste em específico foram utilizados cinco pontos, a mesma quantidade que Jiang usa em seus trabalhos. A escolha dos pontos foi feita de modo a dividir em intervalos iguais o conjunto dos valores de  $\varepsilon_{pa}$  disponíveis e arbitrou-se um valor de  $\sigma_y$ . Após a obtenção dos parâmetros foi utilizada a solução analítica da equação de Chaboche.

$$\sigma = \sum_{i=1}^M \frac{c^{(i)}}{\gamma^{(i)}} \tanh(\gamma^{(i)} \Delta \varepsilon_p) + \sigma_y \quad (5.8)$$

Foi feito o gráfico comparando o ajuste da curva de Chaboche e os pontos obtidos experi-



**Figura 5.2** Ajuste dos Parâmetros de Plasticidade

**Tabela 5.1** Constantes usadas nos modelos de plasticidade e de fadiga.

	$E = 207 \text{ GPa}$	$\nu = 0,3$	$\sigma_0 = 225 \text{ MPa}$
	$c^{(1)} = 531715,7 \text{ MPa}$	$c^{(2)} = 50679,2 \text{ MPa}$	$c^{(3)} = 8369,5 \text{ MPa}$
Modelo de Chaboche	$c^{(4)} = 1969,8 \text{ MPa}$	$c^{(5)} = 956,7 \text{ MPa}$	
	$\gamma^{(1)} = 4947,1$	$\gamma^{(2)} = 467,6$	$\gamma^{(3)} = 78,4$
	$\gamma^{(4)} = 18,6$	$\gamma^{(5)} = 5,6$	
Critério SWT	$FP_0 = 0,28$	$v = 2,15$	$C'' = 23.694$
	$D_0 = 1$		

mentalmente, esse procedimento foi repetido para alguns valores de  $\sigma_y$  e viu qual se adaptava melhor. O resultado final está mostrado na Fig. 5.2. Após esse ajuste obteve-se os parâmetros de plasticidade que estão na Tabela 5.1.

## 5.2 Análise do estado de tensão na vizinhança da ponta da trinca

Nos estudos realizados por Jiang [6, 39], os corpos de prova têm espessura igual a 3,8 mm, a mesma dos corpos de prova considerados no presente trabalho. Com o argumento de que os corpos de prova são “finos”, as simulações por elementos finitos das tensões e deformações, foram feitas por ele, assumindo-se estado plano de tensão. O objetivo desta seção é avaliar se esta hipótese é razoável, utilizando como ferramenta de análise as simulações em corpos de prova com geometria tridimensional. As geometrias investigadas têm as mesmas dimensões do

corpo de prova C(T) da Fig. 4.2. Para efeito de comparação, três tipos de concentradores de tensão foram considerados: entalhes em U com raios de 1 e 0,1 mm e uma trinca. A Fig. 5.3 mostra, como exemplo, a geometria do corpo de prova com entalhe em U com raio de 1 mm. Os carregamentos aplicados nas simulações tiveram força máxima  $P_{\max} = 1400$  N e razão de carregamento  $R = 0,1$ . Simulações em um corpo mais espesso, com  $B = 38$  mm, também foram conduzidas para fins de comparação com o caso de espessura fina.

Para avaliar se as tensões e deformações, na frente do entalhe ou da trinca, estavam mais próximas de um estado plano de tensão ou de deformação, utilizou-se o sistema de coordenadas mostrado na Fig. 5.3. A direção  $x$  coincide com a direção do entalhe ou da trinca; a direção  $y$  é a mesma da direção do carregamento aplicado, e a direção  $z$  é paralela à direção da espessura do corpo de prova. A análise foi feita com base nas seguintes variáveis:

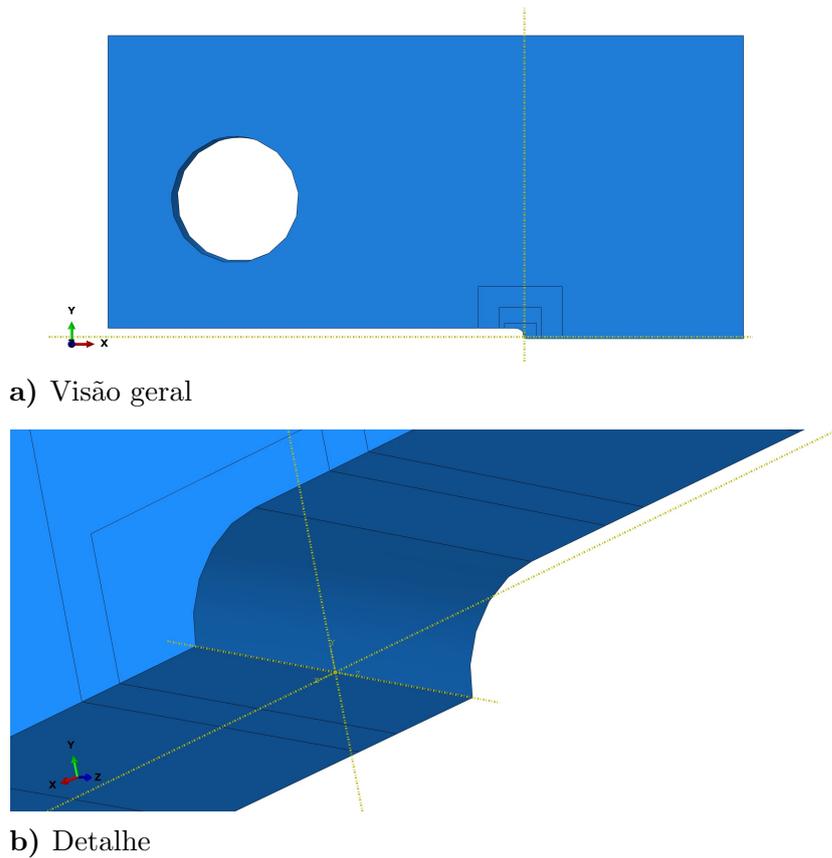
$$\bar{z} = \frac{z}{B/2} \quad (5.9)$$

$$\bar{\sigma}_z = \frac{\sigma_z}{\nu(\sigma_x + \sigma_y) - E\varepsilon_{pz}} \quad (5.10)$$

Na definição (5.9) da coordenada normalizada  $\bar{z}$ ,  $B$  é a espessura do corpo de prova. Portanto  $\bar{z} = 0$  corresponde ao ponto no meio da espessura do corpo de prova e  $\bar{z} = \pm 1$  correspondem a pontos em suas faces. A relação (5.10) foi obtida a partir da decomposição aditiva da deformação total em  $z$  em parcelas elástica e plástica, e considerando que a relação entre as deformações elásticas e as tensões é linear e isotrópica. Na relação (5.10),  $\nu$  é o coeficiente de Poisson,  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  e  $\sigma_z$  são as componentes de tensão nas direções coordenadas e  $\varepsilon_{pz}$  é a deformação plástica na direção  $z$ . A tensão normalizada  $\bar{\sigma}_z$  é tal que  $\bar{\sigma}_z = 0$  corresponde a um estado plano de tensão e  $\bar{\sigma}_z = 1$  a um estado plano de deformação. Portanto, ela fornece uma indicação da proximidade do estado tridimensional de tensões e deformações em um ponto em relação a estes estados plano. Em resumo,

$$\bar{\sigma}_z = \begin{cases} 0, & \text{estado plano de tensão} \\ 1, & \text{estado plano de deformação} \end{cases} \quad (5.11)$$

Por simplicidade e por ser um caso analisado comumente, considerou-se, em primeiro lugar, corpos com material elástico. O carregamento foi aplicado de forma monotônica até  $P_{\max} = 1400$  N. Os resultados obtidos estão na Fig. 5.4. Para espessura “fina” e raio “grande” ( $B = 3,8$  mm



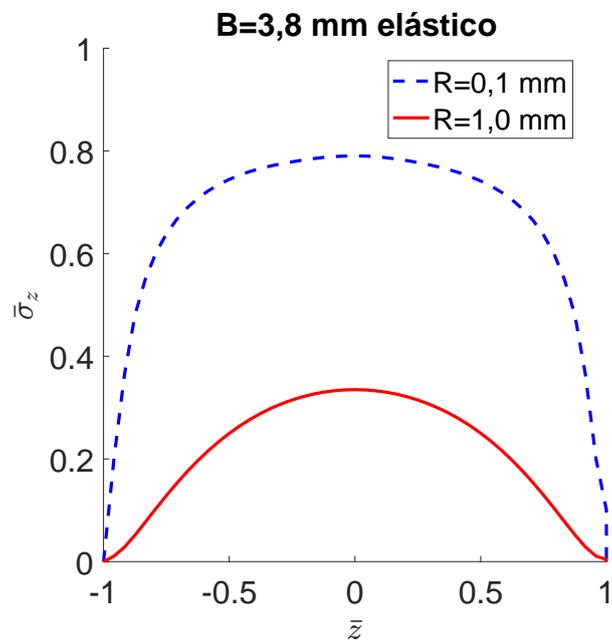
**Figura 5.3** Sistema de coordenadas usados na análise de tensões no corpo com entalhes.

e  $r = 0,1$  mm), situação na qual os gradientes de tensão são mais brandos; a frente do entalhe encontra-se, essencialmente, em estado plano de tensão. Mantendo a espessura  $B = 3,8$  mm e diminuindo o raio para  $r = 0,1$  mm, caso em que os gradientes de tensão são altos, constatou-se a predominância de um estado plano de deformação. Para o corpo mais espesso,  $B = 38$  mm, prevalece um estado plano de deformação na frente do entalhe, independentemente se o raio do entalhe é pequeno ou grande. Este resultado é consistente com a frequente afirmação de que tem-se estado plano de deformação quando a espessura é grande.

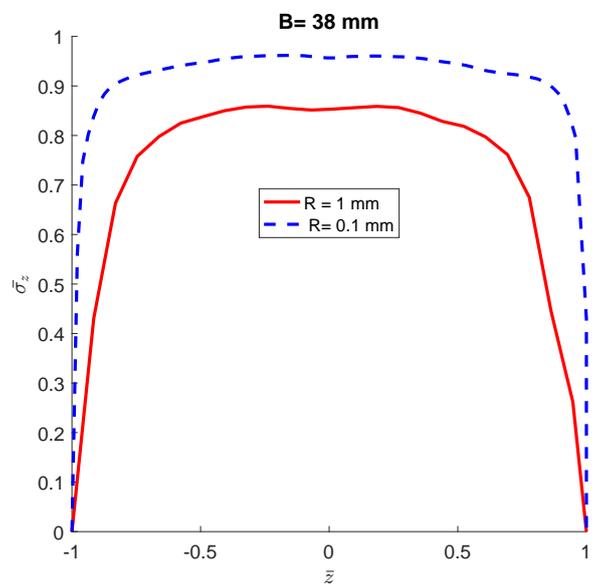
Posteriormente foi feita uma simulação adicionando as propriedades plásticas do material, a espessura utilizada foi a de  $B = 3,8$  mm, uma vez que essa é a espessura do corpo de prova de propagação de trinca utilizado. Os concentradores de tensão utilizados foram entalhes em U com raios de 1 e 0,1 mm e uma trinca. O carregamento foi aplicado de forma monotônica até  $P_{\max} = 1400$  N. Os resultados estão apresentados na Fig. 5.5.

Os resultados mostraram que com o acréscimo das propriedades plásticas a simulação fez com que o estado de tensão aproxima-se de um estado plano de tensão para os concentradores de

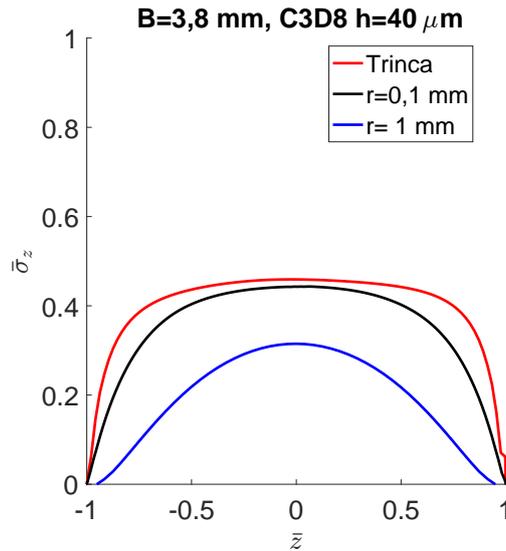
a)



b)



**Figura 5.4** Variação da tensão normalizada na frente do entalhe em U de corpo elástico tridimensional submetido a carregamento monotônico.

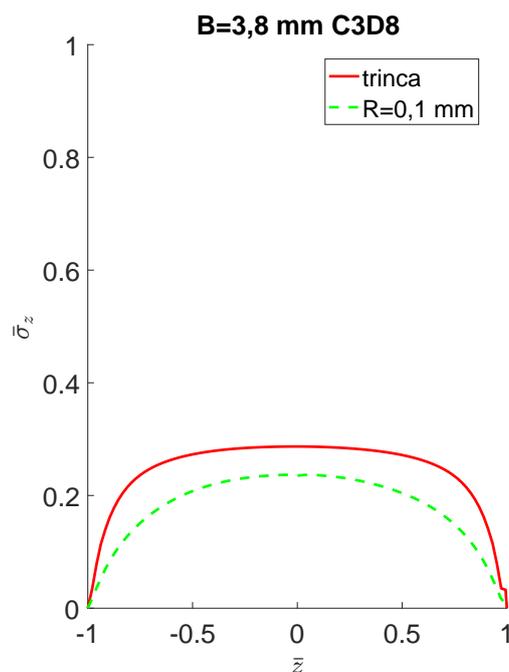


**Figura 5.5** Variação da tensão normalizada na frente do entalhe em U e de uma trinca de corpo elasto-plástico tridimensional submetido a carregamento monotônico.

tensão utilizados. Quanto maior o gradiente de tensão mais distante a região na vizinhança  $\bar{z}=0$  está de  $\bar{\sigma}_z=0$ . Porém a configuração das tensões se aproxima mais de um estado plano de tensão do que do estado plano de deformação, para as configurações analisadas.

Por fim, foi deixado a simulação ciclar por 10 ciclos, nessa etapa utilizou-se somente os casos que mais se aproximava do corpo de prova utilizado experimentalmente, ou seja, a espessura foi  $B = 3,8$  mm e os concentradores de tensão foram entalhe em U com raio de 0,1 mm e uma trinca. Os resultados estão na Fig. 5.6, e percebe-se que diferentemente dos casos de carregamentos monotônicos, o sistema se aproxima de estado plano de tensão de maneira mais acentuada. Esse resultado vai ao encontro da proposta de Jiang em seus artigos, e com isso, também será considerado nesse trabalho o estado plano de tensão nas simulações bidimensionais.

Todos as simulações dessa secção foram feitos com malhas de tamanho  $80 \mu m$  e com malhas de  $40 \mu m$ , o elemento finito utilizado foi o hexaedro linear (C3D8), com a opção o Nlgeom desabilitada, não havendo diferença significativa dos resultados para os dois tamanhos de elementos finitos utilizados, apontando que houve convergência nos resultados.



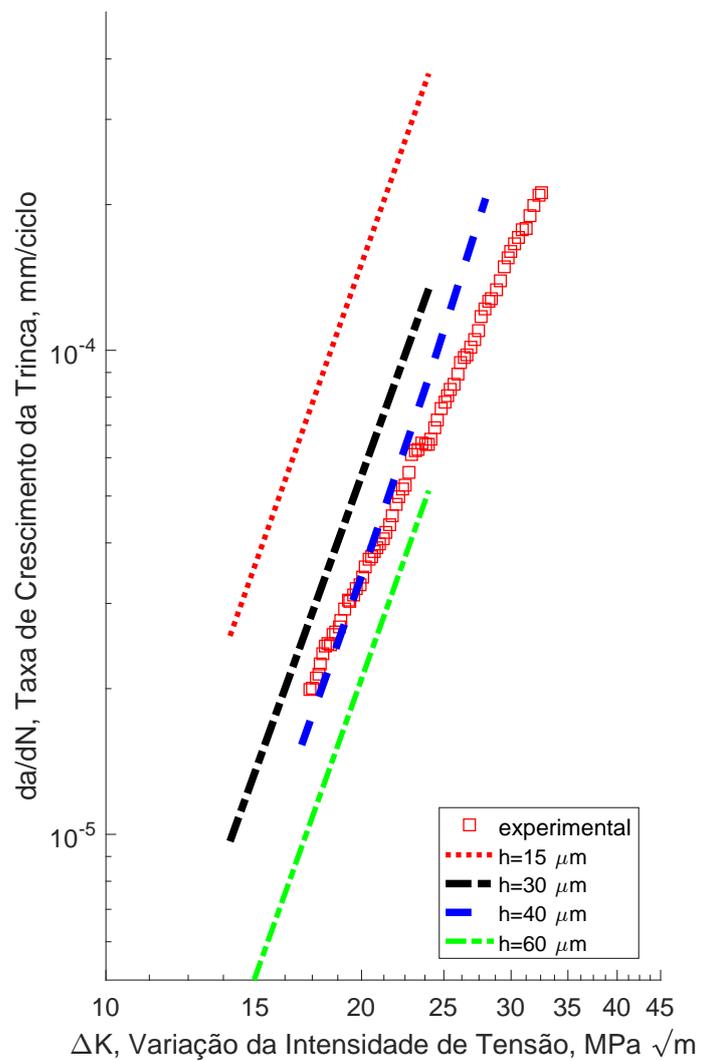
**Figura 5.6** Variação da tensão normalizada na frente do entalhe em U e de uma trinca de corpo elasto-plástico tridimensional submetido a carregamento ciclico por 10 ciclos.

### 5.3 Ajuste do tamanho do elemento finito

Os resultados de simulações preliminares mostraram que a taxa de propagação da trinca era dependente do nível de discretização da malha de elementos finitos, na vizinhança da ponta da trinca. Por este motivo, optou-se por escolher um dos experimentos de propagação de trinca para determinar o tamanho característico da malha por meio de um ajuste aos dados experimentais. O experimento escolhido foi aquele com  $R = 0,1$  e  $P_{\max} = 1400$  N.

Para a produção de cada curva, escolheu-se quatro valores de  $\Delta K$ , sendo eles 17, 20, 24, 28  $MPa\sqrt{m}$ , com esse valor e as características geométricas dos corpos de prova do tipo C(t) utilizou-se a Eq.(4.2) e um método numérico para encontrar o tamanho da trinca associado a cada valor de  $\Delta K$ . A partir dos valores do tamanho de trinca foram feitas as simulações em elementos finitos e seus posteriores pós processamentos achando os valores de  $da/dN$  associados. Com esses valores foi feito um ajuste de curva e obtidos as curvas  $da/dN$  Vs.  $\Delta K$ , este processo foi repetido para cada tamanho de elemento finito utilizado.

A Fig. 5.7 mostra o efeito do tamanho característico  $h$  da malha de elementos finitos nas curvas  $da/dN$  vs.  $\Delta K$ . As simulações foram feitas com o elemento finito CPS4 (quadrilátero de 4 nós



**Figura 5.7** Efeito do tamanho  $h$  do elemento finito CPS4 (quadrilátero de 4 nós) na taxa de propagação de trinca do corpo de prova submetido a razão de carregamento  $R = 0,1$ .

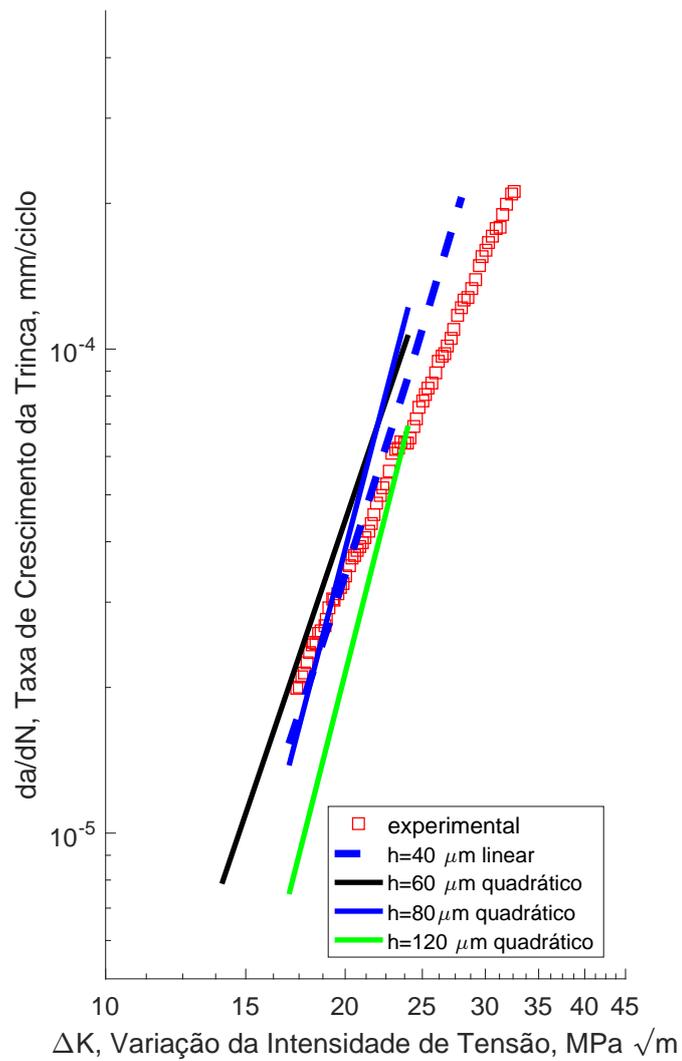
para estado plano de tensão) e a opção Nlgeom, habilitada para incluir um possível efeito de não linearidade geométrica. Nota-se que o tamanho  $h = 40 \mu\text{m}$  resulta no melhor ajuste aos dados experimentais.

Considerou-se também o efeito do grau de interpolação do elemento finito nos valores simulados da taxa de propagação da trinca. Compara-se na Fig. 5.8 as taxas de propagação obtidas com o elemento finito CPS8 (quadrilátero de 8 nós para estado plano de tensão) com o resultado obtido anteriormente com o elemento finito CPS4 de tamanho  $h = 40 \mu\text{m}$ . Assim como para o elemento CPS4, observa-se uma dependência da taxa de propagação em relação ao tamanho do elemento CPS8. Para esse elemento, o melhor ajuste aos dados experimentais ocorreu para  $h = 80 \mu\text{m}$ . Vale mencionar ainda que foram feitas comparações entre as taxas de propagação obtidas com a opção Nlgeom, habilitada e desabilitada, não constatando diferenças significativas entre os resultados.

Os resultados apresentados nesta seção não estão de acordo com aqueles relatados por Jiang [6]. Este pesquisador usou uma malha de elementos finitos do tipo CPS4 e constatou que diminuindo o tamanho da malha de  $h = 92 \mu\text{m}$  para  $46 \mu\text{m}$ , a diferença entre as taxas de propagação estimadas foi menor do que 4%. O autor da presente dissertação não sabe dizer o motivo das simulações realizadas não apresentarem convergência, porém cabe ressaltar que o modelo de plasticidade e critério de fadiga, usados por Jiang, são diferentes daqueles usados em nosso estudo.

## 5.4 Efeito da razão de carregamento

Conforme discutido na seção anterior, os dados de propagação de trinca para razão de carregamento  $R = 0,1$  foram usados para determinar o nível de discretização da malha de elementos finitos que melhor reproduzisse os dados experimentais. Apresenta-se nesta seção os resultados das simulações numéricas para as demais situações investigadas, i.e. para razões de carregamento  $R = 0,4$  e  $0,7$ . Os resultados foram gerados com uma malha de elementos finitos do tipo CPS4 (quadrilátero de 4 nós para estado plano de tensão) e tamanho  $h = 40 \mu\text{m}$  na vizinhança da ponta da trinca. As taxas de propagação de trinca foram calculadas com as tensões e deformações do laço de histerese correspondente ao décimo ciclo de carregamento. A opção Nlgeom foi habilitada



**Figura 5.8** Efeito do tamanho do elemento finito CPS8 (quadrilátero de 8 nós) na taxa de propagação da trinca e comparação com o resultado obtido com o elemento CPS4 com  $h = 40\ \mu\text{m}$ .

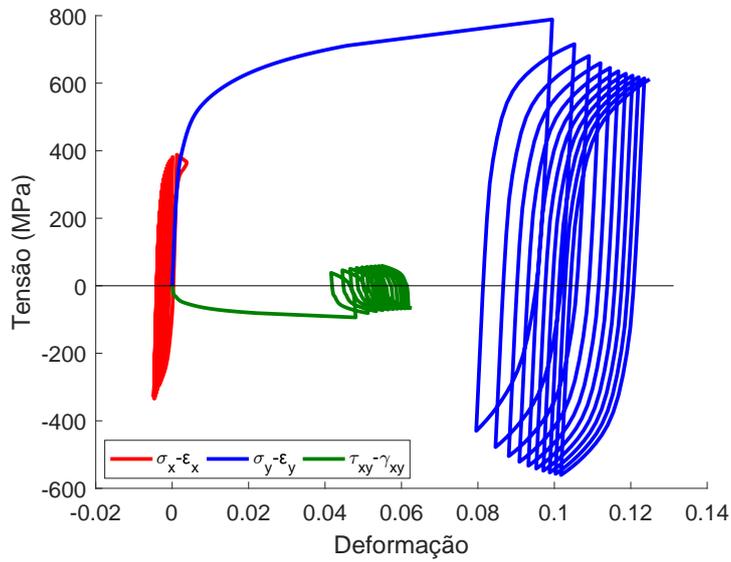
no Abaqus para capturar um possível efeito de não linearidade geométrica, causada por grandes deformações na vizinhança da ponta da trinca. Os valores de  $\Delta K$  utilizados para  $R = 0.1$  e  $0.4$  foram 17, 20, 24, 28 MPa $\sqrt{m}$  e para  $R = 0.7$  os valores de  $\Delta K$  foram 11, 13, 15 MPa $\sqrt{m}$ .

A Fig. 5.9 mostra, como exemplo, os laços de histerese simulados na ponta da trinca e a 40  $\mu\text{m}$  dela. Esses laços foram obtidos para uma trinca com tamanho de 30,7 mm, submetida a um carregamento com  $R = 0.1$ . As tensões e deformações foram extraídas dos nós dos elementos. Nota-se que há tanto uma relaxação da tensão média dos laços quanto um efeito de deformação progressiva (*ratcheting*).

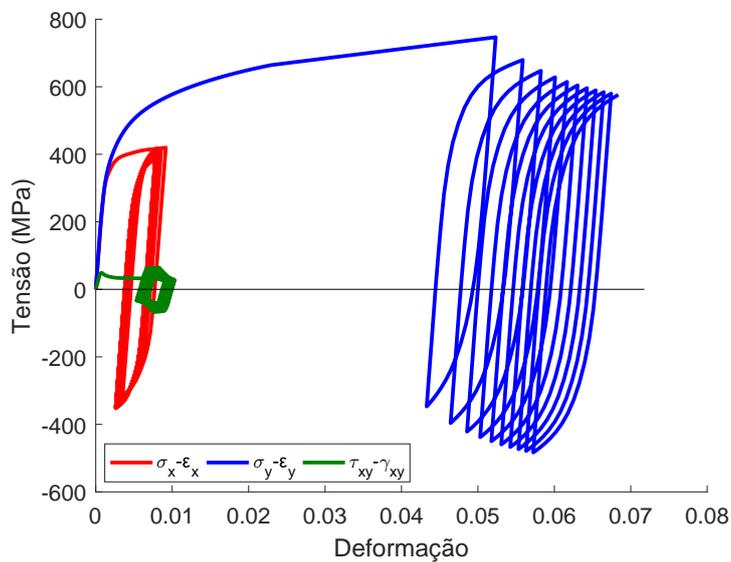
O pouco efeito da razão de carregamento na taxa de propagação de trinca no aço 1045 foi descrito de forma razoável pela metodologia de Jiang. Para ilustrar isso, a Fig. 5.10 mostra os laços de histerese  $\sigma_y$  vs.  $\varepsilon_y$  na ponta da trinca para  $R = 0.1$  e  $0.4$  correspondentes a uma variação de intensidade de tensão  $\Delta K = 24$  MPa $\sqrt{m}$ . Apenas as tensões e deformações na direção  $y$  (direção da força aplicada) foram mostradas, pois o dano por fadiga é preponderantemente produzido por elas. Percebe-se que tanto a variação da deformação  $\Delta\varepsilon_y$  quanto a tensão máxima  $\sigma_{\text{max}}$ , correspondentes ao último laço de histerese, são muito próximas. Como consequência, os danos por fadiga calculado com o parâmetro de Smith—Watson—Topper nas duas situações foram bem próximos. Isso pode ser verificado olhando-se a Fig. 5.11, que mostra que as distribuições de dano por fadiga na vizinhança da ponta da trinca para  $R = 0.1$  e  $R = 0.4$  são muito próximas. A partir destas distribuições de dano, as taxas de propagação de trinca calculadas foram  $da/dN = 8,81 \cdot 10^{-5}$  e  $10,3 \cdot 10^{-5}$  mm/ciclo para  $R = 0.1$  e  $0.4$ , respectivamente, o que representa uma diferença de apenas 17% entre estes valores.

A Fig. 5.13 compara as taxas de propagação de trinca observadas e simuladas em um diagrama  $da/dN$  vs.  $\Delta K$ . A correlação entre os valores simulados e observados foi razoável, as maiores diferenças ocorrendo para taxas de propagação de trinca mais lentas (abaixo de  $2 \cdot 10^{-5}$  mm/ciclo).

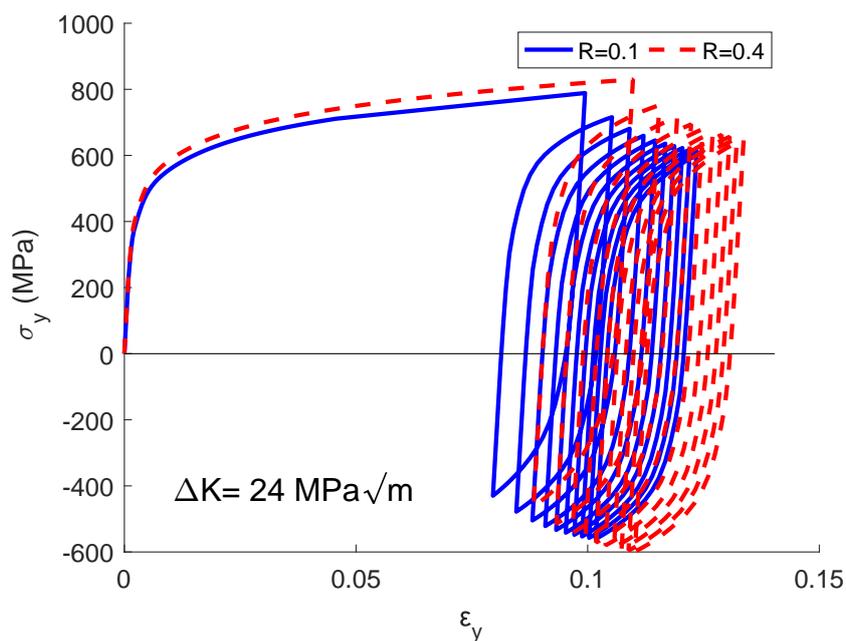
a)



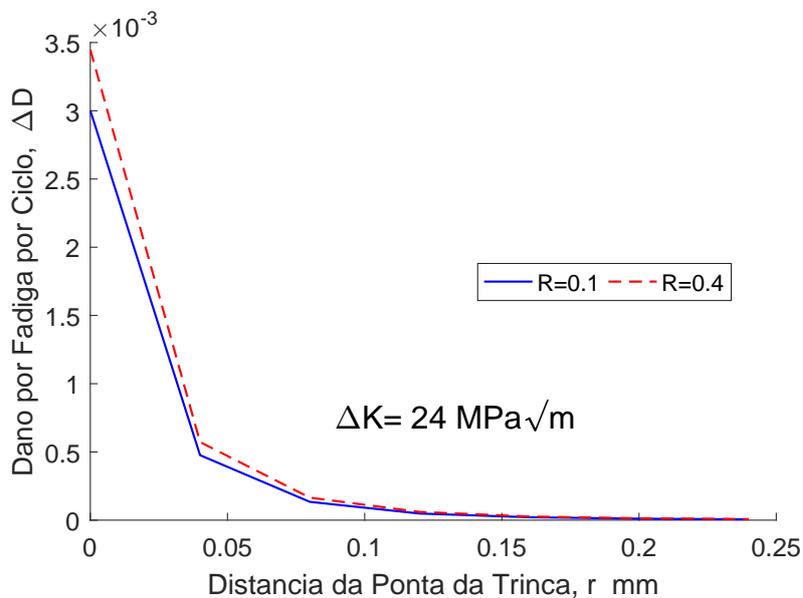
b)



**Figura 5.9** Laços de histerese (a) na ponta da trinca (b) a 40  $\mu\text{m}$  de distância dela, para uma trinca de 30,7 mm em corpo de prova C(T) submetido a razão de carregamento  $R = 0,1$ .



**Figura 5.10** Comparação dos laços de histerese  $\varepsilon_y$ - $\sigma_y$  para  $R = 0.1$  e  $R = 0.4$  para um mesmo valor de  $\Delta K$



**Figura 5.11** Comparação do dano em função da distancia para  $R = 0.1$  e  $R = 0.4$  para um mesmo valor de  $\Delta K$

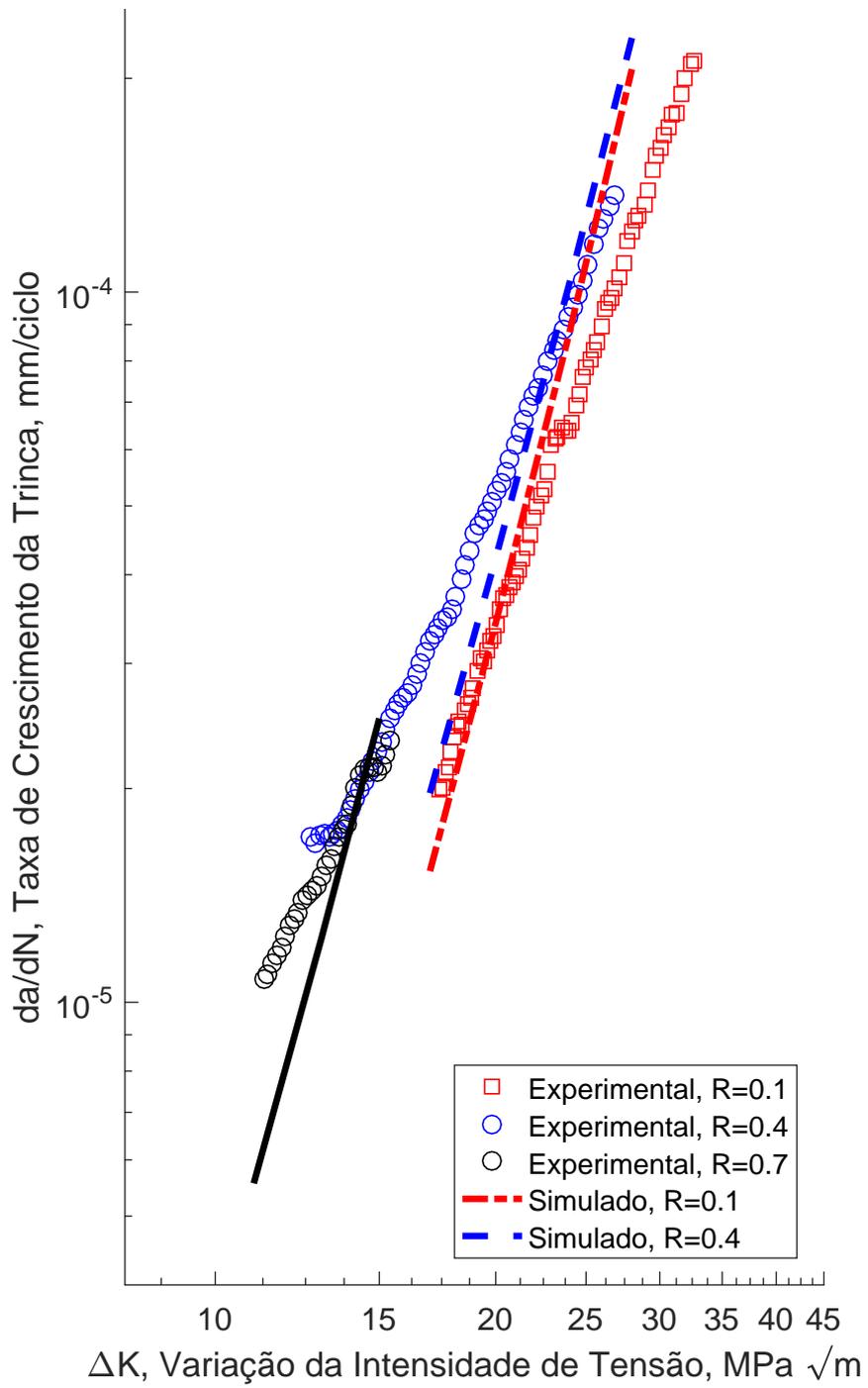


Figura 5.12 Valores simulados e experimentais para elementos lineares de  $40 \mu\text{m}$

## 6 | Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros

A abordagem de Jiang para propagação de trinca por fadiga em metais foi avaliada comparando-se suas predições com dados experimentais de um corpo de prova C(T) de aço 1045 submetido a carregamento cíclico de amplitude constante. Os experimentos foram conduzidos com razões de carregamento iguais a  $R = 0,1, 0,4$  e  $0,7$ . Em geral, a abordagem conseguiu descrever, de forma razoável, a pouca influência da razão  $R$  nas taxas de crescimento de trinca observadas. A pequena influência da razão  $R$  foi explicada como sendo consequência dos laços de histerese nos pontos à frente da ponta da trinca serem bastante semelhantes nas condições avaliadas. Como consequência, o dano por fadiga e as taxas de propagação também foram semelhantes. Entretanto, do ponto de vista quantitativo, deve-se ressaltar que as taxas de propagação simuladas no início da região II do diagrama  $da/dN$  vs.  $\Delta K$  (em torno de  $10^{-5}$  mm/ciclo) para os experimentos com  $R$  alto ( $0,4$  e  $0,7$ ) não foram tão satisfatórias.

Este trabalho é um estudo inicial sobre modelos de propagação de trinca por fadiga baseados na acumulação de dano na vizinhança da ponta da trinca, com foco na abordagem desenvolvida por Jiang. Em particular, o dano por fadiga foi calculado com o parâmetro de Smith—Watson—Topper. Isto foi feito porque este parâmetro requer apenas dados uniaxiais para a determinação de suas constantes. Sugere-se, como trabalho futuro, calcular o dano por fadiga com o critério de fadiga multiaxial de Jiang [54]. Para isso, será necessária a realização de experimentos adicionais de torção para possibilitar a obtenção das constantes desse critério. A realização de experimentos de propagação de trinca em condições de carregamento distintas daquelas consideradas no presente trabalho, bem como a simulação numérica dos comportamentos observados, também vale a pena ser investigada. Esses carregamentos podem incluir, por exemplo, sobrecargas e blocos com amplitudes de carregamento distintas.



# Bibliografia

- [1] S. MAJUMDAR e J. MORROW. “Correlation between fatigue crack propagation and low cycle fatigue properties”. Em: *Fracture Toughness and Slow-Stable Cracking*. ASTM International, 1974.
- [2] G. GLINKA. “A cumulative model of fatigue crack growth”. Em: *International Journal of Fatigue* 4.2 (1982), pp. 59–67.
- [3] G. GLINKA. “A notch stress-strain analysis approach to fatigue crack growth”. Em: *Engineering Fracture Mechanics* 21.2 (1985), pp. 245–261.
- [4] J. CASTRO e P. KENEDI. “Previsão das taxas de propagação de trincas de fadiga partindo dos conceitos de Coffin-Manson”. Em: *Rev. Bras. Ciênc. Mecânicas* 17.3 (1995), pp. 292–303.
- [5] J. DURÁN, J. CASTRO e J. FILHO. “Fatigue crack propagation prediction by cyclic plasticity damage accumulation models”. Em: *Fatigue e Fracture of Engineering Materials e Structures* 26.2 (2003), pp. 137–150.
- [6] Y. JIANG e M. FENG. “Modeling of fatigue crack propagation”. Em: *Journal of Engineering Materials and Technology* 126.1 (2004), pp. 77–86.
- [7] A. NOROOZI, G. GLINKA e S. LAMBERT. “A study of the stress ratio effects on fatigue crack growth using the unified two-parameter fatigue crack growth driving force”. Em: *International Journal of Fatigue* 29.9-11 (2007), pp. 1616–1633.
- [8] J. T. P. de CASTRO, M. A. MEGGIOLARO e A. C. de OLIVEIRA MIRANDA. “Fatigue crack growth predictions based on damage accumulation calculations ahead of the crack tip”. Em: *Computational Materials Science* 46.1 (2009), pp. 115–123.
- [9] J.-L. CHABOCHE. “Time-independent constitutive theories for cyclic plasticity”. Em: *International Journal of Plasticity* 2.2 (1986), pp. 149–188.

- [10] Y. JIANG e H. SEHITOGLU. “Modeling of cyclic ratchetting plasticity, part I: development of constitutive relations”. Em: *ASME. J. Appl. Mech* 63.3 (1996), pp. 720–725.
- [11] D. M. OLIVEIRA. “Estudo experimental da propagação de trinca por fadiga no aço 1045 laminado”. Em: *Dissertação (Mestrado em Ciências Mecânicas)—Universidade de Brasília* (2020).
- [12] P. PARIS e F. ERDOGAN. “A Critical Analysis of Crack Propagation Laws”. Em: *Journal of Basic Engineering* 85.4 (dez. de 1963), pp. 528–533.
- [13] O. E. WHEELER. “Spectrum Loading and Crack Growth”. Em: *Journal of Basic Engineering* 94.1 (mar. de 1972), pp. 181–186.
- [14] C. GILBERT, R. DAUSKARDT e R. RITCHIE. “Microstructural mechanisms of cyclic fatigue-crack propagation in grain-bridging ceramics”. Em: *Ceramics International* 23.5 (1997), pp. 413–418.
- [15] E. WOLF. “Fatigue crack closure under cyclic tension”. Em: *Engineering Fracture Mechanics* 2.1 (1970), pp. 37–45.
- [16] M. EL HADDAD, T. TOPPER e K. SMITH. “Prediction of non propagating cracks”. Em: *Engineering Fracture Mechanics* 11.3 (1979), pp. 573–584.
- [17] J. WILLENBORG, R. ENGLE e H. WOOD. *A crack growth retardation model using an effective stress concept*. Rel. téc. Air Force Flight Dynamics Lab Wright-Patterson Afb Oh, 1971.
- [18] G. XU, A. ARGON e M. ORTIZ. “Nucleation of dislocations from crack tips under mixed modes of loading: implications for brittle against ductile behaviour of crystals”. Em: *Philosophical Magazine A* 72.2 (1995), pp. 415–451.
- [19] T. TANAKA. “Reliability analysis of structural components under fatigue environment including random overloads”. Em: *Engineering Fracture Mechanics* 52.3 (1995), pp. 423–431.
- [20] K. SADANANDA, A. VASUDEVAN, R. HOLTZ e E. LEE. “Analysis of overload effects and related phenomena”. Em: *International Journal of Fatigue* 21 (1999), S233–S246.
- [21] A. FATEMI e L. YANG. “Cumulative fatigue damage and life prediction theories: a survey of the state of the art for homogeneous materials”. Em: *International Journal of Fatigue* 20.1 (1998), pp. 9–34.

- [22] J. R. RICE. “Stresses Due to a Sharp Notch in a Work-Hardening Elastic-Plastic Material Loaded by Longitudinal Shear”. Em: *Journal of Applied Mechanics* 34.2 (jun. de 1967), pp. 287–298.
- [23] J. HUTCHINSON. “Singular behaviour at the end of a tensile crack in a hardening material”. Em: *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 16.1 (1968), pp. 13–31.
- [24] K. MOLSKI e G. GLINKA. “A method of elastic-plastic stress and strain calculation at a notch root”. Em: *Materials Science and Engineering* 50.1 (1981), pp. 93–100.
- [25] M. CREAGER e P. C. PARIS. “Elastic field equations for blunt cracks with reference to stress corrosion cracking”. Em: *International Journal of Fracture Mechanics* 3.4 (1967), pp. 247–252.
- [26] S. MIKHEEVSKIY, S. BOGDANOV e G. GLINKA. “Analysis of fatigue crack growth under spectrum loading – The UniGrow fatigue crack growth model”. Em: *Theoretical and Applied Fracture Mechanics* 79 (2015). Recent development of Energy density methods: Mechanics of solids (EDMS), pp. 25–33.
- [27] A. NOROOZI, G. GLINKA e S. LAMBERT. “A two parameter driving force for fatigue crack growth analysis”. Em: *International Journal of Fatigue* 27.10 (2005). Fatigue Damage of Structural Materials V, pp. 1277–1296.
- [28] A. NOROOZI, G. GLINKA e S. LAMBERT. “A study of the stress ratio effects on fatigue crack growth using the unified two-parameter fatigue crack growth driving force”. Em: *International Journal of Fatigue* 29.9 (2007). Fatigue Damage of Structural Materials VI, pp. 1616–1633.
- [29] S. MIKHEEVSKIY, G. GLINKA e D. ALGERA. “Analysis of fatigue crack growth in an attachment lug based on the weight function technique and the UniGrow fatigue crack growth model”. Em: *International Journal of Fatigue* 42 (2012). Fatigue Damage of Structural Materials VIII, pp. 88–94.
- [30] S. E. FERREIRA, J. T. P. de CASTRO e M. A. MEGGIOLARO. “Using the strip-yield mechanics to model fatigue crack growth by damage accumulation ahead of the crack tip”. Em: *International Journal of Fatigue* 103 (2017), pp. 557–575.
- [31] J. CASTRO e P. KENEDI. “Prediction of fatigue crack growth rates departing from Coffin-Manson concepts”. Em: *J Braz Soc Mech Sci Eng* 17 (1995), pp. 292–303.

- [32] J. T. P. de CASTRO, M. A. MEGGIOLARO e A. C. de OLIVEIRA MIRANDA. “Singular and non-singular approaches for predicting fatigue crack growth behavior”. Em: *International Journal of Fatigue* 27.10 (2005). Fatigue Damage of Structural Materials V, pp. 1366–1388.
- [33] J. T. P. DE CASTRO, M. A. MEGGIOLARO e A. C. de OLIVEIRA MIRANDA. “Fatigue crack growth predictions based on damage accumulation calculations ahead of the crack tip”. Em: *Computational Materials Science* 46.1 (2009), pp. 115–123.
- [34] J. C. NEWMAN. “CRACK-CLOSURE MODEL FOR PREDICTING FATIGUE CRACK GROWTH UNDER AIRCRAFT SPECTRUM LOADING.” Em: ASTM International, out. de 1981, pp. 53–84.
- [35] S. E. FERREIRA, J. T. P. de CASTRO e M. A. MEGGIOLARO. “Fatigue crack growth predictions based on damage accumulation ahead of the crack tip calculated by strip-yield procedures”. Em: *International Journal of Fatigue* 115 (2018). Crack tip fields 4, pp. 89–106.
- [36] A. MCEVILY. “On the threshold for fatigue-crack growth”. Em: *4th International Conference on Fracture*. Vol. 2. University of Waterloo Press. 1977.
- [37] F. FAN, S. KALNAUS e Y. JIANG. “Modeling of fatigue crack growth of stainless steel 304L”. Em: *Mechanics of Materials* 40.11 (2008), pp. 961–973.
- [38] Z. DING, Z. GAO, X. WANG e Y. JIANG. “Modeling of fatigue crack growth in a pressure vessel steel Q345R”. Em: *Engineering Fracture Mechanics* 135 (2015), pp. 245–258.
- [39] F. DING, T. ZHAO e Y. JIANG. “A study of fatigue crack growth with changing loading direction”. Em: *Engineering Fracture Mechanics* 74.13 (2007), pp. 2014–2029.
- [40] C. WANG, X. WANG, Z. DING, Y. XU e Z. GAO. “Experimental investigation and numerical prediction of fatigue crack growth of 2024-T4 aluminum alloy”. Em: *International Journal of Fatigue* 78 (2015), pp. 11–21.
- [41] H. SEHITOGLU, K. GALL e A. GARCIA. “Recent advances in fatigue crack growth modeling”. Em: *International Journal of Fracture* 80.2-3 (1996), p. 165.
- [42] Y. JIANG e P. KURATH. “An Investigation of Cyclic Transient Behavior and Implications on Fatigue Life Estimates”. Em: *Journal of Engineering Materials and Technology* 119.2 (abr. de 1997), pp. 161–170.

- [43] D. F. SOCIE e G. B. MARQUIS. *Multiaxial fatigue*. Society of Automotive Engineers Warrendale, PA, 2000.
- [44] R. SMITH, P. WATSON e T. TOPPER. “A stress-strain parameter for the fatigue of metals”. Em: *Journal of Materials* 5.4 (1970), pp. 767–778.
- [45] D. SOCIE. “Multiaxial fatigue damage models”. Em: *Journal of Engineering Materials and Technology* (1987).
- [46] N. DOWLING, C. CALHOUN e A. ARCARI. “Mean stress effects in stress-life fatigue and the Walker equation”. Em: *Fatigue e Fracture of Engineering Materials e Structures* 32.3 (2009), pp. 163–179.
- [47] Y. JIANG, O. HERTEL e M. VORMWALD. “An experimental evaluation of three critical plane multiaxial fatigue criteria”. Em: *International Journal of Fatigue* 29.8 (2007), pp. 1490–1502.
- [48] J. ZHANG e Y. JIANG. “Constitutive modeling of cyclic plasticity deformation of a pure polycrystalline copper”. Em: *International Journal of Plasticity* 24.10 (2008), pp. 1890–1915.
- [49] S. MANSON. “Fatigue: a complex subject—some simple approximations”. Em: *Experimental Mechanics* 5.4 (1965), pp. 193–226.
- [50] ASTM. *E112-96 e2: Standard Test Methods for Determining Average Grain Size*. West Conshohocken, PA, 2012.
- [51] ASTM. *E606/E606M-19e1 Standard Test Method for Strain-Controlled Fatigue Testing*. West Conshohocken, PA, 2019.
- [52] ASTM. *E647-15e1 Standard Test Method for Measurement of Fatigue Crack Growth Rates*. West Conshohocken, PA, 2015.
- [53] G. WERNER e R. STEPHENS. “Fatigue crack growth properties of 1045 hot-rolled steel”. Em: *Society of Automotive Engineers, Inc., Multiaxial Fatigue: Analysis and Experiments*, (1989), pp. 149–156.
- [54] Y. JIANG. “A fatigue criterion for general multiaxial loading”. Em: *Fatigue e Fracture of Engineering Materials e Structures* 23.1 (2000), pp. 19–32.