



**Universidade de Brasília**

**INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA  
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA  
EM REDE NACIONAL**

**DANIEL MATTOS ESCOBAR**

**XADREZ DE SOCIEDADE:  
DO GAME À GAMIFICAÇÃO**

Brasília

2021

DANIEL MATTOS ESCOBAR

**XADREZ DE SOCIEDADE:  
DO GAME À GAMIFICAÇÃO**

Dissertação apresentada ao Departamento de Matemática da Universidade de Brasília, como parte dos requisitos para obtenção do grau de Mestre.

Orientador: Prof. Dr. Raimundo de Araújo Bastos Júnior

Brasília

2021

Ficha catalográfica elaborada automaticamente,  
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

ME74x Mattos Escobar, Daniel  
Xadrez de Sociedade: do Game à Gamificação / Daniel Mattos  
Escobar; orientador Raimundo de Araujo Bastos Júnior. --  
Brasília, 2021.  
120 p.

Dissertação (Mestrado - Mestrado Profissional em  
Matemática) -- Universidade de Brasília, 2021.

1. Educação Matemática. 2. Jogos Matemáticos. 3.  
Gamificação. 4. Matemática no Ensino Básico. I. de Araujo  
Bastos Júnior, Raimundo, orient. II. Título.

Universidade de Brasília  
Instituto de Ciências Exatas  
Departamento de Matemática

# **Xadrez de Sociedade: do Game à Gamificação**

por

**DANIEL MATTOS ESCOBAR**

*Dissertação apresentada ao Departamento de Matemática da Universidade de Brasília, como parte dos requisitos “Programa” de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, para obtenção do grau de*

**MESTRE EM MATEMÁTICA**

Brasília, 20 de maio de 2021.

Comissão Examinadora:

---

Prof. Raimundo de Araujo Bastos Júnior  
(Orientador)

---

Prof. – Rui Seimetz - MAT/UnB

---

Prof. Hélio Vinícius Moreno Tozatti - UTFPR

Dedico este trabalho aos meus queridos pais, William Pereira Escobar e Maria Tereza de Souza Mattos, à minha namorada, Marta Edviges Lima e Sousa, e às minhas filhas, Maria Luiza Barreto Escobar e Maria Eliza Barreto Escobar.

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus, que me deu forças para continuar minha caminhada, mesmo quando senti vontade de desistir.

Aos meus pais, William Pereira Escobar e Maria Tereza de Souza Mattos, que sempre acreditaram na minha capacidade e me possibilitaram chegar aonde cheguei.

À minha namorada Marta Edviges Lima e Sousa, que, com muita paciência, me apoiou e se voluntariou para testar o jogo, revisar o trabalho e, nos momentos difíceis, me manteve calmo para que eu pudesse seguir em frente.

Ao Professor Dr. Raimundo de Araújo Bastos Júnior, pela paciência na orientação e por sempre acreditar que eu conseguiria.

Às minhas filhas, Maria Luiza Barreto Escobar e Maria Eliza Barreto Escobar, que tiveram a paciência do dia a dia e me deram forças para prosseguir, sempre orgulhosas do pai.

Aos professores Rui Seimetz e Hélio Vinícius Moreno Tozatti, em nome de quem agradeço aos demais professores que acreditam no potencial dos alunos.

*“A persistência é o caminho do êxito”  
Charles Chaplin*

*“O sucesso nasce do querer, da determinação  
e persistência em se chegar a um objetivo.  
Mesmo não atingindo o alvo, quem busca e  
vence obstáculos, no mínimo  
fará coisas admiráveis”  
José de Alencar*

## RESUMO

A gamificação da sala de aula é uma diretriz em perfeita harmonia com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), em que se visa ensinar Matemática de uma forma contextualizada, integrada e relacionada a outros conhecimentos. Nesse sentido, o Xadrez de Sociedade é uma proposta de gamificação da sala de aula que pretende inserir os elementos de jogos na prática pedagógica do professor, transformando a sala de aula em um design de game, e o aluno em um agente ativo do aprendizado. O presente estudo questiona: é possível mudar o ensino da Matemática através da gamificação de gincanas, olimpíadas ou da própria sala de aula? O percurso metodológico deste estudo é o da técnica bibliográfica, voltado para a fundamentação teórica do uso da gamificação como ferramenta de ensino, bem como a pesquisa em estudos acadêmicos, artigos, revistas eletrônicas e jornais, a fim de atestar a posição dos pesquisadores a respeito da gamificação como forma de engajamento do estudante. Foi elaborada uma proposta de game de tabuleiro que envolvesse materiais simples e de baixo custo, e dessa forma nasceu a ideia do jogo Xadrez de Sociedade. Concluiu-se que um projeto de gamificação da sala de aula não pode se confundir com o uso de um jogo na sala de aula: uma coisa é utilizar um jogo como ferramenta pedagógica, e outra é gamificar a sala de aula. Considerando que se trata de situações distintas, procurou-se demonstrar essa diferença através da criação de uma proposta de jogo e de uma proposta de aplicativo gamificado. Pela gamificação é possível desenvolver atividades como: gincanas, olimpíadas e até mesmo utilizar a aprendizagem móvel como auxílio à aprendizagem matemática.

**Palavras-chave:** Educação Matemática; Jogos Matemáticos; Gamificação; Matemática no Ensino Básico.



## ABSTRACT

The gamification of the classroom is a procedure that is in perfect harmony with the National Curriculum Parameters (PCN), in which the aim is to learn mathematics in a way that is contextualized, integrated and related to other knowledge. Society Chess is a proposal for the gamification of the classroom that aims to insert the elements of games in the pedagogical practice of the teacher, transforming the classroom into a game design and the student into an active agent of learning. The present study asks: Is it possible to change the teaching of mathematics through the gamification of competitions, math olympics or the classroom itself? The methodological path of this study is the bibliographical technique, aimed at the theoretical foundation of the use of gamification as a teaching tool, as well as the search for academic studies, articles, electronic journals and newspapers, for the purpose of attesting the position of researchers with respect to gamification as a form of student commitment. A board game proposal was elaborated, involving simple and low-cost materials, and in this way the idea of the game Chess of Society was born. It was concluded that a classroom gamification project cannot be confused with the use of a game in the classroom. One thing is to use a game as a pedagogical tool, and quite another is to gamify the classroom. Considering that they are different situations, this difference was demonstrated through the creation of a game proposal and a gamified application proposal. Through gamification, it is possible to provide activities such as scavenger hunts, olympic games and even use mobile learning as an aid to mathematical learning.

**Keywords:** Mathematics education; Mathematical games; Gamification; Mathematics in basic education.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Ciclo do Xadrez de Sociedade .....	15
Figura 2 - Sugestões de leitura .....	16
Figura 3 - 7 Dicas de Gamificação .....	36
Figura 4 - Funcionamento do Tindin.....	44
Figura 5 - Fluxograma da Solução Gamificada .....	53
Figura 6 - Tela do Menu do Aplicativo.....	59
Figura 7 - Itens do Menu do Aplicativo .....	59
Figura 8 - Tela do item material.....	61
Figura 9 - Símbolos de acessível e inacessível.....	61
Figura 10 - Tela do item vídeo.....	61
Figura 11 - Legenda dos itens do vídeo .....	61
Figura 12 - Tela do item olimpíadas .....	62
Figura 13 - Legenda dos componentes da tela .....	62
Figura 14 - Tela do item Enem .....	63
Figura 15 - Legenda dos componentes da tela .....	63
Figura 16 - Tela do item Xadrez de Sociedade .....	64
Figura 17 - Legenda dos componentes da tela .....	64
Figura 18 - Tela do Hall dos Troféus .....	65
Figura 19 - Ícones utilizados como Medalhas e Distintivos .....	65

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Como resolver um problema .....	30
Quadro 2 - Vantagens e desvantagens dos jogos.....	35
Quadro 3 - Elementos dinâmicos de Jogo - Conceituações.....	46
Quadro 4 - Elementos mecânicos de Jogo - Conceituações.....	47
Quadro 5 - Componentes de Jogo - Conceituação .....	48
Quadro 6 - Teorias de Aprendizagem e seu impacto na gamificação .....	50
Quadro 7 - Elementos de games presentes nos aplicativos .....	53
Quadro 8 - Principais diferenças entre jogos e gamificação .....	54
Quadro 9 - Vantagens e desvantagens da Gamificação .....	69

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AVAg	Ambiente Virtual de Aprendizagem Gamificada
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
OAB	Ordem dos Advogados do Brasil
OBM	Olimpíadas Brasileiras de Matemática
OBMEP	Olimpíadas Brasileiras de Matemática das Escolas Públicas
MEC	Ministério da Educação
PCN	Parâmetro Curricular Nacional

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>13</b>
<b>1.1 Problema .....</b>	<b>16</b>
<b>2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA .....</b>	<b>17</b>
<b>2.1 Objetivo geral .....</b>	<b>25</b>
<b>2.2 Objetivos específicos.....</b>	<b>25</b>
<b>3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.....</b>	<b>26</b>
<b>4 O JOGO COMO ATIVIDADE PEDAGÓGICA .....</b>	<b>27</b>
<b>5 A GAMIFICAÇÃO: DO MARKETING AO PEDAGÓGICO .....</b>	<b>37</b>
<b>5.1 O Duolingo .....</b>	<b>42</b>
<b>5.2 O Euclidea.....</b>	<b>43</b>
<b>5.3 O Tindin.....</b>	<b>44</b>
<b>5.4 A Khan Academy .....</b>	<b>45</b>
<b>6 DESENVOLVENDO AMBIENTES GAMIFICADOS .....</b>	<b>46</b>
<b>6.1 Os elementos da gamificação .....</b>	<b>46</b>
<b>6.2 Ambientes gamificados .....</b>	<b>49</b>
<b>6.3 Uma proposta de gamificação .....</b>	<b>51</b>
<b>7 A GAMIFICAÇÃO DAS ATIVIDADES PEDAGÓGICAS .....</b>	<b>54</b>
<b>7.1 Um aplicativo gamificado .....</b>	<b>59</b>
<b>8 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>66</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>70</b>
<b>APÊNDICES .....</b>	<b>75</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Na gaveta da minha escrivaninha guardo inúmeras recordações da minha vida: fotos, cartões de aniversário e vários outros objetos que me fazem lembrar de um momento importante, de uma data especial. Desses objetos, gostaria de compartilhar um que acho muito significativo: a medalha. As medalhas que guardo na minha escrivaninha sempre se relacionam com um motivo de orgulho, uma vitória, uma conquista. Elas simbolizam um estágio superado, um desafio conquistado ou apenas evocam a lembrança de um bom momento.

Ao longo da minha trajetória de 20 anos como docente, encontrei inúmeros desafios e percebi o quanto ensinar é uma tarefa complexa. A motivação dos alunos, necessária para que estabeleçam uma conexão adequada com os processos educativos, é um desafio constante para o professor. O sistema educacional brasileiro é tradicionalmente baseado na modalidade presencial, e por esse motivo é executado de forma síncrona. Contudo, ocorre que nem sempre a vontade de aprender do aluno está sincronizada com este momento de ensinar do professor!

Entendemos que na aprendizagem síncrona o professor e o aluno participam de atividades com os objetivos de ensino e aprendizagem simultaneamente, e na aprendizagem assíncrona o processo de ensino e o de aprendizagem, ou seja, a participação dos personagens — o professor e o aluno — não acontece ao mesmo tempo.

Pensando nessas dificuldades, comecei a procurar um caminho para solucioná-las e conheci então a gamificação. A gamificação originariamente está relacionada com uma estratégia de marketing em empresas, e, para a minha surpresa, ela já está presente em inúmeros aplicativos e sites em que eu já navegava, pois a ideia de gamificação simplesmente é a utilização de elementos de jogos em ambientes que, em tese, não se relacionariam com um jogo.

### Sobre gamificação

O termo foi cunhado pela primeira vez pelo pesquisador britânico Nick Pelling (MEDINA, 2013). A gamificação consiste em utilizar a mecânica dos jogos em atividades que não estão dentro do contexto dos jogos (SALEN; ZIMMERMAN, 2012, McGONIGAL, 2011). (ALVES; MINHO; DINIZ, 2014, p. 75).

Voltando à minha escrivaninha, comecei a perceber o real significado de cada uma daquelas medalhas: o feedback! Ao receber uma medalha, estamos recebendo

um destaque, uma recompensa pelo nosso esforço ou pela nossa conquista. Não conheci ninguém que não gostasse de ser elogiado, ou reconhecido, pois somos movidos pelo reconhecimento, que ocorre muitas vezes por intermédio de recompensas! Então, por que não nos utilizarmos de recompensas como forma de reconhecimento em atividades pedagógicas?

Por que não pensarmos nas atividades pedagógicas como um momento envolvido em elementos de jogos, por exemplo: o ranking dos alunos, distintivos, avatares, proporcionando a essas atividades um desenvolvimento com espírito de competição e solidariedade, em que todos os alunos receberão alguma forma de recompensa (escores) e ainda receberão feedbacks contínuos do seu desempenho (barras de progresso)? Pensando nisso,

Zichermann e Cunningham (2011) identificam que nessa realidade o envolvimento de qualquer público deve estar baseado em estruturas de recompensa, reforço e feedbacks, suportadas por mecânicas e sistemáticas que potencializam o envolvimento do indivíduo. Para Furió *et al.* (2013) o ato de jogar, além de proporcionar prazer, é um meio de o sujeito desenvolver habilidades de pensamentos e cognição, estimulando a atenção e memória. (BUSARELLO; ULBRICHT; FADEL, 2014a, p. 12).

Portanto, é importante salientar que, no século XXI, as atividades pedagógicas já estão acontecendo por intermédio digital em diversos locais, contudo nem sempre o professor tem acesso a uma plataforma de ensino digital para, assim, utilizar-se da tecnologia de forma eficaz e proporcionar, dessa forma, um ensino de qualidade, oferecendo um conteúdo desafiador, com a possibilidade de feedback contínuo e de uma aprendizagem cada vez mais individualizada.

Uma das propostas para a melhoria na experiência digital e educacional consistiria na criação e utilização de plataformas de conteúdo digitais ou até mesmo compradas por empresas especializadas no assunto, contemplando as necessidades de uma determinada coletividade educacional.

Nessa proposta educacional, orientada a gamificar atividades pedagógicas constantes do próprio planejamento escolar, os alunos passariam a receber as instruções diariamente, através de um aplicativo, ou de um site no computador. Essa modalidade de ensino possui uma característica de baixa interação pessoal entre o aluno e o professor, que pode ser amenizada, caso necessário, utilizando-se uma forma híbrida de ensino, ou seja, combinando-se atividades *on-line* com atividades presenciais.

Em síntese, a proposta do Xadrez de Sociedade é ser uma atividade pedagógica em que se utiliza um jogo de tabuleiro descrito no **Capítulo 4**, com as regras no **Apêndice A**, baseada na resolução de situações-problema, ou exercícios de fixação (veja os **Apêndices F a X**), que poderá ser transformada em uma plataforma digital gamificada, descrita no **Capítulo 7**. Para promover a implementação desse modelo digital gamificado na rotina escolar, descrevo algumas sugestões no **Capítulo 6**, em que as atividades pedagógicas são adaptadas para um cenário de game, conforme o **Capítulo 5**, e encerro o trabalho propondo a criação de um aplicativo gamificado (**Subitem 7.1**).

A Figura 1 ilustra o raciocínio da proposta do Xadrez de Sociedade, em que se procura resolver problemas matemáticos pelo uso de games ou gamificações de atividades pedagógicas, com o intuito de criar uma plataforma digital que aumente o engajamento dos alunos, lhes dê mais feedback e os motive a resolver problemas, criando um círculo virtuoso de aprendizagem, em que cada engrenagem contribuirá para a melhoria do ensino da Matemática.

**Figura 1 - Ciclo do Xadrez de Sociedade**



Fonte: Elaborada pelo autor

Pensando em leituras motivadas por objetivos diferentes, proponho algumas alternativas:



- a) Uma sugestão é a leitura a partir do Jogo de Cartas como Atividade Pedagógica e
- b) Outra iniciando diretamente pela Gamificação de Atividades Pedagógicas conforme ilustrado na figura 2.

**Figura 2 - Sugestões de leitura**



Fonte: Elaborada pelo autor

### 1.1 Problema

A BNCC na área de Matemática sugere processos de Resolução de Problemas, Investigação, Desenvolvimento de Projetos e Modelagem como formas de desenvolvimento do conhecimento matemático.

O processo de Resolução de Problemas estaria diretamente ligado à forma do ensino matemático.

A utilização de Jogos de Tabuleiro e a Gamificação de Atividades Pedagógicas, como forma de ensino, aumentariam a motivação e o engajamento dos alunos no processo de Resolução de Problemas Matemáticos?

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O Xadrez de Sociedade é uma proposta de gamificação da sala de aula que pretende inserir os elementos de jogos na prática pedagógica do professor, em que se sugere a elaboração de atividades pedagógicas com um design de game, de modo a transformar o aluno em um agente ativo do aprendizado, sendo, portanto, uma proposta pedagógica de educação matemática em sintonia com o Parâmetro Curricular Nacional (PCN) e com o Currículo em Movimento, da Secretaria de Educação do Distrito Federal.

Quando pensamos em educação matemática, estamos pensando em um projeto pedagógico baseado no desenvolvimento da capacidade de socialização dos alunos, bem como da construção de habilidades para a resolução de problemas. Queremos, portanto, transformar a capacidade do aluno para que ele possa então tomar decisões mais condizentes com a realidade, assim como fazer inferências sobre os dados encontrados nas mais diversas formas de comunicação, e sobretudo na criação e aperfeiçoamento de seus conhecimentos matemáticos, como também no desenvolvimento do aprendizado cooperativo.

O Xadrez de Sociedade é uma proposta de gamificação de projetos pedagógicos periféricos para a sala de aula (gincanas, olimpíadas de Matemática, etc.), com o objetivo de desenvolver as diferentes individualidades e potencialidades dos alunos, cujas motivações são diversas, conforme o PCN:

[...] a Matemática contribui para o desenvolvimento de processos de pensamento e a aquisição de atitudes, cuja utilidade e alcance transcendem o âmbito da própria Matemática, podendo formar no aluno a capacidade de resolver problemas genuínos, gerando hábitos de investigação, proporcionando confiança e desprendimento para analisar e enfrentar situações novas, propiciando a formação de uma visão ampla e científica da realidade, a percepção da beleza e da harmonia, o desenvolvimento da criatividade e de outras capacidades pessoais (BRASIL, 2000, p. 40).

Sabemos, por outro lado, que a Matemática tem como atributo intrínseco o auxílio na estruturação do pensamento e dos raciocínios dedutivo e/ou indutivo, desempenhando um papel instrumental e contribuindo para o desenvolvimento de processos de pensamento e de aquisição de atitudes, assim como para o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas, de modo a criar hábitos de investigação e proporcionar confiança e desprendimento na análise e no enfrentamento de novas situações.

Espera-se, portanto, que o aluno desenvolva, com o estudo da Matemática, a capacidade de decodificar um sistema de regras, formando uma linguagem em que as ideias se comuniquem, o que lhe permitirá modelar a realidade e até mesmo interpretá-la. Trata-se de um sistema em que as definições, demonstrações e encadeamentos conceituais e lógicos tenham como objetivo a construção de novos conceitos e novas estruturas, e assim possam validar as intuições e dar sentido às técnicas aplicadas. Contudo,

Considerando a dificuldade em motivar os alunos a atingirem esse objetivo, a gamificação pode ser aplicada para estimular o comportamento do indivíduo, dando maior motivação e engajamento. Schmitz, Klemke e Specht (2012) exemplificam que no processo de aprendizagem a gamificação contribui tanto para a motivação como para o desenvolvimento cognitivo do estudante. Sua utilização contribui na criação de um ambiente ímpar de aprendizagem, com a eficácia na retenção da atenção do aluno (BUSARELLO; ULBRICHT; FADEL, 2014a, p. 16).

Nesse contexto, os alunos, quando inseridos em atividades pedagógicas gamificadas, poderão ter maiores chances de aproximação com diversos campos do conhecimento matemático e, estando mais engajados e motivados, poderão desenvolver as capacidades de abstração e de raciocínio na resolução de problemas, além de analisar suas próprias atitudes durante o jogo, com a possibilidade de compreensão dos fatos matemáticos e de interpretação da própria realidade. Ademais,

Como bem observado por alguns estudiosos, há uma tendência de que a sociedade contemporânea esteja cada vez mais interessada por games, basta observar que os nascidos no século XXI já nasceram em uma era digital, voltada ao game. Zichermann e Cunningham (2011) identificam que nessa realidade o envolvimento de qualquer público deve estar baseado em estruturas de recompensa, reforço e feedbacks, suportadas por mecânicas e sistemáticas que potencializam o envolvimento do indivíduo. Para Furió *et al.* (2013) o ato de jogar, além de proporcionar prazer, é um meio de o aluno desenvolver habilidades de pensamento e cognição, estimulando a atenção e memória (BUSARELLO; ULBRICHT; FADEL, 2014a, p. 12).

Desenvolver o aprendizado é uma condição básica para prosseguir aperfeiçoando-se ao longo da vida. Por isso, a gamificação da atividade pedagógica se apresenta como uma proposta de aprendizado lúdico, podendo inclusive auxiliar no desenvolvimento da autonomia e da capacidade de pesquisa, para que cada aluno possa adquirir confiança em seu próprio conhecimento.

O engajamento no desenvolvimento dos saberes, bem como a mudança da rotina, se traduzirá em novas competências adquiridas pelo aluno. Este irá aprender continuamente em um processo coletivo, utilizando-se de sua imaginação, percepção, raciocínio e competência para a produção e para a transmissão de conhecimentos. “Feliz daquele que aprende o que ensina!” (Cora Coralina). Ademais,

O aprendizado coletivo a partir de uma sala de aula gamificada fará com que os mecanismos encontrados em jogos funcionem como um motor motivacional do indivíduo, contribuindo para o engajamento deste nos mais variados aspectos e ambientes (ZICHERMANN; CUNNINGHAM, 2011). Para os autores, o engajamento é definido pelo período de tempo em que o indivíduo tem grande quantidade de conexões com outra pessoa ou ambiente. Vianna *et al.* (2013) compreendem que o nível de engajamento do indivíduo no jogo é influenciado pelo grau de dedicação dele às tarefas designadas. Essa dedicação, por sua vez, é traduzida nas soluções do jogo que influenciam no processo de imersão do indivíduo em um ambiente lúdico e divertido. Muntean (2011) identifica que o nível de engajamento do sujeito é preponderante para o sucesso em gamificação (BUSARELLO; ULBRICHT; FADEL, 2014a, p. 13).

A gamificação das atividades pedagógicas, portanto, favorecerá um redirecionamento da proposta curricular que desenvolva as habilidades dos alunos pelo uso de novos procedimentos, bem como pela possibilidade constante de feedback dos resultados, selecionando-se e analisando-se as informações extraídas durante a atividade.

A proposta do Xadrez de Sociedade possui, em sua construção, atividades de resolução de problemas com o objetivo de estimular a elaboração de hipóteses e a busca de regularidades, a generalização de padrões e a capacidade de argumentação, compreendendo, inclusive, exercícios extraídos de Olimpíadas de Matemática.

De acordo com o PCN parte III, o ensino da matemática no nível médio tem como objetivos levar o aluno a:

- compreender os conceitos, procedimentos e estratégias matemáticas que permitam a ele desenvolver estudos posteriores e adquirir uma formação científica geral;
- aplicar seus conhecimentos matemáticos a situações diversas, utilizando-os na interpretação da ciência, na atividade tecnológica e nas atividades cotidianas;
- analisar e valorizar informações provenientes de diferentes fontes, utilizando ferramentas matemáticas para formar uma opinião própria que lhe permita expressar-se criticamente sobre problemas da Matemática, das outras áreas do conhecimento e da atualidade;
- desenvolver as capacidades de raciocínio e resolução de problemas, de comunicação, bem como o espírito crítico e criativo;

- utilizar com confiança procedimentos de resolução de problemas para desenvolver a compreensão dos conceitos matemáticos;
- expressar-se oral, escrita e graficamente em situações matemáticas e valorizar a precisão da linguagem e as demonstrações em Matemática;
- estabelecer conexões entre diferentes temas matemáticos e entre esses temas e o conhecimento de outras áreas do currículo;
- reconhecer representações equivalentes de um mesmo conceito, relacionando procedimentos associados às diferentes representações;
- promover a realização pessoal mediante o sentimento de segurança em relação às suas capacidades matemáticas, o desenvolvimento de atitudes de autonomia e cooperação (BRASIL, 2000, p. 42).

Pensando, então, no desenvolvimento de atitudes de autonomia e cooperação, a gamificação das atividades pedagógicas se amolda às finalidades do PCN, pois:

- a) propõe uma atitude ativa dos alunos em relação à aquisição do conhecimento;
- b) fortalece as relações entre os colegas e com os professores;
- c) desenvolve a empatia e a solidariedade; e
- d) cria um significado para as atividades matemáticas.

Assim, a gamificação das atividades pedagógicas tem como proposta rever o formato da metodologia de ensino, utilizando a forma lúdica para o desenvolvimento dos exercícios de aplicação ou fixação de conteúdos matemáticos presentes no material didático do professor.

Será que um aluno sozinho é capaz de construir as relações entre os conceitos e formas de raciocínio envolvidas nos diversos conteúdos matemáticos? Através do jogo exige-se o desenvolvimento da capacidade do aluno em atuar sozinho e em grupo, criando e obedecendo a regras, agindo e reagindo a estímulos próprios da ação.

Será que as dificuldades dos alunos em matemática não diminuiriam com uma proposta de aprendizado coletivo? O trabalho coletivo entre todos os envolvidos no processo ensino-aprendizagem, com certeza, favorecerá o processo. A proposta de gamificação consiste em uma tentativa de solucionar o problema do aprendizado, que ainda parece estar sem solução:

Nesta perspectiva de gamificação da sala de aula, Simões, Redondo e Vilas (2013) entendem que em um contexto educacional aspectos dos jogos como repetição de experimentos, ciclos rápidos de resposta, níveis crescentes de dificuldade, diferentes possibilidades de caminhos, reconhecimento e recompensa, são extremamente significantes para a aprendizagem (BUSARELLO; ULBRICHT; FADEL, 2014a, p. 26).

Considerando a possibilidade de trabalho coletivo utilizando a gamificação, no Xadrez de Sociedade se propõem conexões entre os diversos conceitos matemáticos e as diferentes formas de pensamento, apresentando-se ao professor possibilidades de trabalho até com os eixos transversais, tão esquecidos no dia a dia da escola, para, assim, contribuir para aplicações dentro ou fora da matemática, porque:

Os eixos transversais favorecem uma organização curricular mais integrada, focando temas ou conteúdos atuais e relevantes socialmente e que, em regra geral, são deixados à margem do processo educacional (SANTOMÉ, 1998). A expectativa é de que a transversalidade desses temas torne o Currículo mais reflexivo e menos normativo e prescritivo, ao mesmo tempo em que indica que a responsabilidade pelo estudo e discussão dos eixos não é restrita a grupos ou professores individualmente, mas ao coletivo de profissionais que atuam na escola. Os eixos transversais no currículo possibilitam o acesso do estudante aos diferentes referenciais de leitura do mundo, com vivências diversificadas e construção/reconstrução de saberes específicos de cada ciclo/etapa/modalidade da educação básica. Os conteúdos passam a ser organizados em torno de uma determinada ideia ou eixo que indicam referenciais para o trabalho pedagógico a ser desenvolvido por professores e estudantes, de forma interdisciplinar, integrada e contextualizada (DISTRITO FEDERAL, 2014a, p. 36).

Relativamente ao Ensino Médio, o Parâmetro Curricular Nacional lista algumas competências e habilidades a serem desenvolvidas na matemática:

#### **Representação e comunicação**

- Ler e interpretar textos de Matemática.
- Ler, interpretar e utilizar representações matemáticas (tabelas, gráficos, expressões etc.).
- Transcrever mensagens matemáticas da linguagem corrente para linguagem simbólica (equações, gráficos, diagramas, fórmulas, tabelas etc.) e vice-versa.
- Expressar-se com correção e clareza, tanto na língua materna, como na linguagem matemática, usando a terminologia correta.
- Produzir textos matemáticos adequados.
- Utilizar adequadamente os recursos tecnológicos como instrumentos de produção e de comunicação.
- Utilizar corretamente instrumentos de medição e de desenho.

#### **Investigação e compreensão**

- Identificar o problema (compreender enunciados, formular questões etc).
- Procurar, selecionar e interpretar informações relativas ao problema.
- Formular hipóteses e prever resultados.
- Selecionar estratégias de resolução de problemas.
- Interpretar e criticar resultados numa situação concreta.
- Distinguir e utilizar raciocínios dedutivos e indutivos.
- Fazer e validar conjecturas, experimentando, recorrendo a modelos, esboços, fatos conhecidos, relações e propriedades.
- Discutir ideias e produzir argumentos convincentes.

#### **Contextualização sociocultural**

- Desenvolver a capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real.

- Aplicar conhecimentos e métodos matemáticos em situações reais, em especial em outras áreas do conhecimento.
- Relacionar etapas da história da Matemática com a evolução da humanidade.
- Utilizar adequadamente calculadoras e computador, reconhecendo suas limitações e potencialidades. (BRASIL, 2000, p. 46).

Na elaboração de atividades pedagógicas que utilizem a gamificação, é preciso ter clareza de que terá início um processo de transformação, de reacomodação e de readequação dos conteúdos a serem desenvolvidos pelo professor. Os rumos desse processo dependem não só do mérito da gamificação das atividades pedagógicas, mas também dos meios empregados para a consolidação dela. A propósito:

[...] no plano das leis e das diretrizes, a definição para o Ensino Médio estabelecida na LDB/96, assim como seu detalhamento e encaminhamento pela Resolução CNE/98, apontam para [...] a orientação do aprendizado para uma maior contextualização, uma efetiva interdisciplinaridade e uma formação humana mais ampla [...] já recomendando uma maior relação entre teoria e prática no próprio processo de aprendizado. (BRASIL, 2000, p. 48).

A proposta deste trabalho consiste, portanto, no desenvolvimento mais eficaz do trabalho pedagógico, exigindo com isso uma mudança na própria escola ou fora dela, de forma a promover novas atitudes nos alunos e na comunidade, e sugerindo, então, a mudança de certas convicções, como a de que os alunos são os pacientes e os professores os agentes do processo escolar e a escola é apenas o cenário onde acontece o processo de ensino. Portanto:

[...] espera-se que os estudantes saibam usar a Matemática para resolver problemas práticos do cotidiano; para modelar fenômenos em outras áreas do conhecimento; compreendam que a Matemática é uma ciência com características próprias, que se organiza via teoremas e demonstrações; percebam a Matemática como um conhecimento social e historicamente construído; saibam apreciar a importância da Matemática no desenvolvimento científico e tecnológico. (BRASIL, 2006, p. 69).

A aprendizagem é o processo de aquisição de conhecimentos, habilidades ou atitudes por parte do aprendiz. Envolve os aspectos:

- estrutural - intervenção de um processo de retenção ou de memorização, ou seja, conservação de traços da experiência anterior e;
- funcional - aprendizagem em uma determinada situação, modificação sistemática dos comportamentos quando ocorre a apresentação de uma nova situação.

É um processo no qual o indivíduo, interagindo com o ambiente, adquire e retém um novo conhecimento, uma habilidade ou atitude, as quais serão expressas por meio da mudança comportamental. (NETTO, 2014, p. 102).

A mudança desse cenário, por meio da gamificação das atividades pedagógicas, tem por objetivo promover a aquisição de competências que vão além

do domínio de conceitos e da utilização de fórmulas, pretendendo desenvolver atitudes e valores nos educandos, por meio de competições, estratégias, solidariedade, empatia e diversão, contribuindo para o estabelecimento de uma nova metodologia que se propõe a modificar a forma de trabalho pedagógico na escola. Sabe-se que:

Desde as décadas de 70-80 pesquisadores da área da educação argumentam que o uso de jogos e de vídeos pode fornecer, de forma contínua e produtiva, desafios e metas para os processos de ensino-aprendizagem. Malone (1980) e Bowman (1982) teorizaram sobre o que faz os jogos de computador tão atraentes para os jogadores e como esses aspectos poderiam ser aplicados na educação. Desde os estudos pioneiros de Prensky (2001) o potencial de jogos tem sido enfatizado. (NETTO, 2014, p. 103).

Observa-se que, na matemática, é difícil promover uma nova postura didática e introduzir novos conteúdos, de modo que a gamificação do ambiente escolar pode contribuir também como instrumento facilitador do ensino, sendo, portanto, necessário identificar na matemática os elementos que lhe são essenciais e desenvolvê-los como conteúdos vivos.

Estudos atuais apontam a Educação como um campo com elevado potencial para a aplicação do 'gamification', pois segundo Muntean (2011, p. 323) "Gamification ajuda os alunos a ter motivação para estudar e por causa do feedback positivo, eles são levados a tornarem-se mais interessados e estimulados para aprender" [...] "oferecendo ao aluno possibilidades de combinar motivações intrínsecas e extrínsecas". Ainda para Fogg (2009), 'gamification' oferece as ferramentas adequadas para gerar uma mudança positiva no comportamento do aluno, criando aplicações mais eficazes e envolventes para a aprendizagem. Seus benefícios potenciais podem tratar de questões bem conhecidas como, por exemplo, a falta de motivação dos alunos, devido à limitada capacidade de interação com o professor e colegas de classe. (NETTO, 2014, p. 106).

O desenvolvimento de um projeto que envolva a gamificação das atividades pedagógicas, poderá ser realizado por grupos de alunos com a supervisão de professores, de modo a aumentar a oportunidade de utilização de novas tecnologias digitais, a serem aplicadas especialmente no Ensino Médio. É importante lembrar que:

Os elementos dos games são a caixa de ferramentas que você utilizará para criar a sua solução de aprendizagem gamificada. O professor Kevin Werbach, em sua formação sobre Gamification para o Coursera, define os elementos dos games como: "Elementos são padrões regulares que podem ser combinados de diferentes maneiras para que você construa um jogo". Pense na construção de uma casa por exemplo. Independente da forma que ela terá enquanto produto final, há ferramentas e materiais que certamente estarão presentes nesta casa, combinados de forma diferente e empregados em lugares diferentes, mas certamente estarão lá. (ALVES, 2015, p. 40-41).



Não podemos esquecer que modificações como essa, no ensino, vão demandar e inspirar novos conceitos de avaliação do aprendizado, a qual poderá deixar de ocorrer por intermédio de uma prova isolada, sugerindo-se então um processo avaliativo contínuo que servirá à permanente orientação da prática docente.

A avaliação, portanto, será parte do processo de aprendizagem, incluindo registros e comentários sobre a aquisição coletiva e individual do conhecimento, e, por isso, não deverá ser um procedimento aplicado ‘nos’ alunos, mas um processo que conte com a participação deles, podendo, por exemplo, ser adotada a entrega de distintivos<sup>1</sup> durante as atividades, como forma de recompensar o aluno que atingiu certo objetivo a ser definido pelo professor.

Um dos atributos mais importantes dos distintivos é sua flexibilidade. Muitos tipos diferentes de atividade e a variedade de distintivos são limitados apenas pela imaginação do designer de gamificação e pelas necessidades do negócio (WERBACH; HUNTER, 2012, p. 75).

Nesse contexto, a avaliação pode assumir um caráter eminentemente formativo — favorecedor do progresso pessoal e da autonomia do aluno —, integrada ao processo de ensino-aprendizagem, para permitir ao discente ter consciência de seu próprio caminhar em relação ao conhecimento e permitir ao professor controlar e melhorar a sua prática pedagógica.

Portanto, a gamificação das atividades pedagógicas poderá proporcionar um ambiente onde os alunos serão constantemente avaliados, por meio de seu progresso, como acontece em um game. Ao atingir determinadas metas, o aluno muda de fase e ganha scores. Aplicando-se esse conceito, poderemos avaliar o aluno continuamente, não sendo necessário — porém não proibido — o uso de provas tradicionais.

A gamificação das atividades pedagógicas cria então uma possibilidade de serem adotados métodos de aprendizado ativo e interativo, não somente em Matemática, mas particularmente nessa disciplina, em que a resolução de problemas é uma importante estratégia de ensino. A aula expositiva terá seu protagonismo reduzido e passará a ser um dos muitos meios de promover um momento de diálogo,

---

<sup>1</sup> Um distintivo é um ornamento, insígnia honorífica ou acessório que é apresentado ou exibido para indicar alguma realização notável durante a Atividade Pedagógica. Os distintivos são utilizados como feedback positivo, onde o professor reconhece uma capacidade ou valoriza um resultado.

de exercício da criatividade e de trabalho coletivo de elaboração do conhecimento e resolução de problemas. Por isso:

Uma vez que os conteúdos de aprendizagem abrangem os domínios dos conceitos, das capacidades e das atitudes, é objeto da avaliação o progresso do aluno em todos estes domínios, Beza (2011, p. 21) diz não ter dúvidas de que 'gamification', por suas características — diversão baseada em cumprimento de atividades e estabelecimento de metas, recompensas, monitoramento do progresso, tentativa e erro, experiência livre de risco, colaboração, entre outros — "será amplamente utilizado durante os próximos anos, em uma ampla variedade de áreas, como educação, marketing e networking". (NETTO, 2014, p. 107).

## **2.1 Objetivo geral**

Criar mecanismos de implementação de soluções gamificadas em âmbito escolar para a resolução de problemas matemáticos.

## **2.2 Objetivos específicos**

- a) Criar gincanas, olimpíadas matemáticas e salas de aula gamificadas;
- b) Sugerir um jogo matemático como proposta pedagógica de ensino;
- c) Incentivar o desenvolvimento de plataformas gamificadas em aplicativos para celular que sirvam de complemento ao ensino de Matemática.

### 3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

O método a ser utilizado para dar seguimento à pesquisa será o da técnica bibliográfica, voltado para a fundamentação teórica do uso da gamificação como ferramenta de ensino, bem como a pesquisa em estudos acadêmicos, artigos, revistas eletrônicas e jornais, a fim de atestar a posição dos pesquisadores a respeito da gamificação como forma de engajamento do estudante.

Este estudo foi desenvolvido pelo método de revisão sistemática da literatura. Essa metodologia objetiva o mapeamento, avaliação crítica e a agregação de estudos relevantes realizados anteriormente, sobre o tema em estudo.

O escopo da pesquisa foi definido a partir de um recorte temporal correspondente aos anos de 2020 até o mês de abril de 2021, com o procedimento de busca a estudos relacionados às seguintes questões de pesquisa:

- a) Como estão descritos na literatura científica os processos de gamificação?
- b) A fundamentação legal sob a ótica dos PCNs, BNCC e Currículo em Movimento.

Na fase intermediária da pesquisa, foi desenvolvido um jogo de tabuleiro obedecendo as seguintes fases:

- a) Fase de criação ou Design, onde se desenvolvem as ideias do jogo;
- b) Fase de implementação, onde o jogo é concretizado;
- c) Fase de testes, onde verifica-se a jogabilidade;
- d) Fase de avaliação, para verificar possíveis alterações.

Assim, o produto deste estudo, passou por um processo de iteração, sendo validada ao longo da projeção do jogo, e sendo modificado conforme via-se a necessidade. Diante da pandemia, não foi possível testar o jogo com um número grande de pessoas, sendo a testagem feita com membros familiares e amigos.

Na fase final da pesquisa, foi desenvolvido um aplicativo em que foi aplicada apenas a fase de criação ou Design, onde se desenvolvem as ideias do jogo, as demais fases: implementação, teste e avaliação, não chegaram a ser concretizadas.

## 4 O JOGO COMO ATIVIDADE PEDAGÓGICA

A aprendizagem depende em grande parte da motivação do aluno. Pensando nisso, o professor, ao planejar suas atividades, deve levar em conta as necessidades desse aluno, como o seu estágio de desenvolvimento e o seu processo de construção de conhecimentos, além do seu meio físico e social. (FRIEDMANN, 1996, p. 56).

A palavra jogo tem origem no latim: *iocus*, *iocare*, significando brinquedo, divertimento, passatempo. Trata-se de uma atividade lúdica, na qual os alunos participam ativamente de uma situação imaginária, durante tempo e em espaço determinados, obedecendo a regras de participação, com o objetivo de aprender algum conteúdo — no caso, matemático.

O xadrez é considerado um ótimo exemplo de jogo de regras, uma vez que a situação imaginária está subentendida e as regras orientam o desenvolvimento da partida. Esse jogo tem uma perspectiva de transformar uma situação imaginária em um caminho para a abstração, exigindo dos jogadores maior atenção à finalidade deste para compreender os códigos que cada movimento de peça representa.

Definiremos, portanto, como Jogo ou Game uma atividade pedagógica com regras fixas e metas a serem cumpridas, de modo a proporcionar feedback tanto ao aluno quanto ao professor, tendo como propósito motivar o aluno ao aprendizado de determinado conteúdo. É importante que esse jogo, como proposta pedagógica, possua um caráter desafiador, favorecendo a atividade do aluno e o seu envolvimento.

A utilização de jogos, no dia a dia escolar, tem como objetivo o aumento do interesse, da participação ativa e, em decorrência disso, do aprendizado. É natural percebermos que alguns jogos despertam o interesse pela Matemática, dentre os quais se destacam o cubo mágico e o próprio xadrez, por serem atividades capazes de gerar situações-problema. No entanto, apesar de aprimorarem o raciocínio matemático, eles não desenvolvem o conteúdo matemático previsto no currículo escolar. Os jogos didáticos são descritos no PCN da seguinte forma:

O jogo oferece o estímulo e o ambiente propícios que favorecem o desenvolvimento espontâneo e criativo dos alunos e permite ao professor ampliar seu conhecimento de técnicas ativas de ensino, desenvolver capacidades pessoais e profissionais para estimular nos alunos a capacidade de comunicação e expressão, mostrando-lhes uma nova maneira, lúdica, prazerosa e participativa de **relacionar-se com o conteúdo escolar**, levando a uma maior apropriação dos conhecimentos envolvidos (BRASIL, 2006, p. 28).

O uso de materiais concretos como ferramenta pedagógica contribui para a facilitação de aprendizados de temas abstratos, tão necessários na Matemática, e podemos considerar o jogo de tabuleiro como uma espécie de material concreto que contribui para uma reflexão e análise do próprio raciocínio. Desta forma, criamos uma proposta de jogo matemático, chamado Xadrez de Sociedade, que tem como característica principal o aproveitamento do trabalho que o professor, habitualmente, já realiza em sala de aula.

Ao nos referirmos ao aproveitamento do trabalho, queremos dizer que o jogo possui flexibilidade para incorporar as ideias do professor que o executará. O jogo pode ser customizado, ou seja, é possível modificar as cartas (que são exercícios ou problemas matemáticos), o tempo e a pontuação, além do número de participantes, ficando o professor livre para utilizar e modificar conforme a sua necessidade.

Neste sentido, o jogo ganha um espaço como a ferramenta ideal da aprendizagem, na medida em que propõe estímulo ao interesse do aluno, desenvolve níveis diferentes de experiência pessoal e social, ajuda a construir suas novas descobertas, desenvolve e enriquece sua personalidade, e simboliza um instrumento pedagógico que leva o professor à condição de condutor, estimulador e avaliador da aprendizagem. Ele pode ser utilizado como promotor de aprendizagem das práticas escolares, possibilitando a aproximação dos alunos ao conhecimento científico, levando-os a ter uma vivência, mesmo que virtual, de solução de problemas que são muitas vezes muito próximas da realidade que o homem enfrenta ou enfrentou. (CAMPOS; BORTOLOTO; FELÍCIO, 2002, p. 48).

Procuramos, portanto, criar um jogo que utilizasse os alicerces do trabalho pedagógico da maior parte dos professores brasileiros: os exercícios. Porém, sugerimos a substituição, paulatina, dos exercícios por problemas.

É habitual que, na Matemática, ensinemos e avaliemos os alunos por intermédio desse instrumento (os exercícios), e, portanto, a construção do Xadrez de Sociedade foi baseada nessa perspectiva. Somado a isso, no prefácio do livro *JOGOS MATEMÁTICOS: Experiências no PIBID*, encontramos mais um motivador para a criação dessa perspectiva pedagógica:

Esperamos que os professores de Matemática do Ensino Básico, tanto fundamental quanto médio, possam reproduzir tais jogos e, mais do que isto, se sintam motivados a criar também suas metodologias diferenciadas com o intuito de encaminhar o processo ensino-aprendizagem sempre de forma mais dinâmica e eficiente. (ENGELMANN, 2014, p. 6).

Ao utilizar o jogo como uma das estratégias educacionais, o professor de Matemática passa a se comportar como um educador intencional, ou seja, esse professor passa a realizar pesquisas relacionadas ao conteúdo a ser trabalhado em sala de aula, e sobretudo tem maior possibilidade de modificar as metodologias a serem adotadas para se atingir o aprendizado do aluno.

Quando o professor conhece a realidade de seus alunos, ele pode detectar seus interesses, suas necessidades, além de mensurar suas expectativas em relação ao próprio aprendizado, modificando o jogo de acordo com o objetivo a ser atingido.

### **Como fizemos?**

O ensino da Matemática na educação básica é, em grande parte, baseado na resolução de exercícios de livros didáticos, nem sempre escolhidos pelos docentes, devido as regras do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD)<sup>2</sup> e, por isso, é muito comum a criação de listas de exercícios pelos professores. Uma opção para a melhoria do ensino da Matemática é trabalhá-la através da resolução de problemas.

Inicialmente, é preciso estabelecer qual é a diferença entre uma situação-problema e um exercício. Vamos definir exercício como a fixação de um determinado conteúdo através da repetição, por semelhança a outros já resolvidos. De outro modo, a situação-problema envolveria outro viés, exigindo uma maior capacidade de leitura e interpretação para a sua compreensão, e com isso demandaria uma nova postura para a tomada de decisão. Ao final, ocorreria a verificação da resposta, através da solução do problema por outros caminhos possíveis.

O Quadro 1, abaixo, é uma adaptação do livro *A Arte de Resolver Problemas: Um novo aspecto do método matemático*, de Polya (1997):

---

<sup>2</sup> Os materiais distribuídos pelo MEC às escolas públicas de educação básica do país são escolhidos pelas escolas, desde que inscritos no PNLD e aprovados em avaliações pedagógicas coordenadas pelo Ministério da Educação e que conta com a participação de Comissões Técnica específica, integrada por especialistas das diferentes áreas do conhecimento correlatas, cuja vigência corresponderá ao ciclo a que se referir o processo de avaliação. (BRASIL, 2019).

**Quadro 1 - Como resolver um problema**

<b>Primeiro</b>	<b>Compreender o Problema</b>
É preciso compreender o problema	Qual é a incógnita? Quais são os dados? Qual é a condição? É possível satisfazer a condição? A condição é suficiente para determinar a incógnita? Ou é insuficiente? Ou redundante? Ou contraditória? Trace uma figura. Adote uma notação adequada. Separe as diversas partes da condição. É possível escrevê-las?
<b>Segundo</b>	<b>Estabelecer um plano</b>
Encontre a conexão entre os dados e a incógnita. É possível que seja obrigado a considerar problemas auxiliares se não puder encontrar	Já viu o problema antes? Ou já viu o mesmo problema apresentado sob forma ligeiramente diferente? Conhece um problema relacionado com este? Conhece um problema que lhe pode ser útil? Considere a incógnita! E procure pensar num problema conhecido que tenha a mesma incógnita ou outra semelhante. Eis um problema correlato e já antes resolvido. É possível utilizá-lo? É possível utilizar seu resultado? É possível utilizar o seu método? Deve-se introduzir algum elemento auxiliar para tornar possível a sua solução? É possível reformular o problema? É possível reformulá-lo ainda de outra maneira? Volte às definições. Se não puder resolver o problema proposto, procure antes resolver algum problema correlato. É possível imaginar um problema correlato mais acessível? Um problema mais genérico? Um problema mais específico? Um problema análogo? É possível resolver uma parte do problema? É possível obter dos dados alguma coisa útil? Utilizou todos os dados? Utilizou toda a condicionante?
<b>Terceiro</b>	<b>Executar o Plano</b>
Execute seu plano	Ao executar o seu plano de resolução, verifique cada passo. É possível verificar claramente que o passo está correto? É possível demonstrar que ele está correto?
<b>Quarto</b>	<b>Refletir sobre o trabalho realizado</b>
Examine a solução obtida	É possível verificar o resultado? É possível verificar o argumento? É possível chegar ao resultado por um caminho diferente? É possível utilizar o resultado, ou o método, em algum outro problema?

**Fonte: Adaptado de (POLYA, 1997, p. 25)**

O ensino da Matemática deveria direcionar o aluno à resolução de problemas, não ficando limitado apenas à resolução de exercícios, a fim de incentivar a criatividade do aluno, tornando a aula mais prazerosa e significativa. Ao sugerirmos o uso de exercícios de Olimpíadas de Matemática nos jogos, estamos buscando despertar o interesse do aluno na resolução de desafios.

Os desafios, na forma de situações-problema, podem ser planejados na confecção do jogo, sempre se respeitando os diferentes modos de pensar de cada aluno e considerando-se que nem sempre há um único método para se chegar à solução.

Pensando no dia a dia docente, em que muitas vezes se adota a prática pedagógica da criação de listas de exercícios, ao elaborarmos o jogo Xadrez de Sociedade, transformamos essas listas de exercícios em cartas e sugerimos a inclusão de situações-problema também em outras cartas. Com o tempo, o professor pode retirar as cartas de exercícios e deixar apenas as cartas de resolução de problemas. Assim, efetua-se uma mudança importante no trabalho pedagógico, com respeito ao ritmo dos alunos, que será observado durante o próprio jogo.

Para facilitar a compreensão, criamos o modelo do jogo, e fez-se necessária a confecção de cartas exemplificativas, cujos modelos estão no apêndice. Utilizamos cartas com exercícios e cartas com situações-problema, abordando determinadas áreas da Matemática. Destacamos novamente que não se trata de cartas fixas, de modo que o professor poderá alterá-las sempre que desejar, de acordo com o tipo de aprendizado que desejar proporcionar.

Sugerimos apenas que algumas cartas contenham conteúdos básicos, ou seja, aqueles já estudados em séries anteriores, que representem pré-requisito para conteúdos matemáticos futuros, como também sugerimos que outras cartas contenham o conteúdo da série atual.

Além disso, sugerimos a inserção de cartas com problemas extraídos de olimpíadas de Matemática e do Enem, considerando-se essas cartas como situações-problema, por se aproximarem mais dessa condição em relação aos exercícios comuns, com o propósito adicional de aprimoramento e de aperfeiçoamento dos estudantes, preparando-os para esses objetivos.

Por outro lado, também se faz necessário que o jogo possua cartas de raciocínio lógico, cujo objetivo é identificar os alunos com aptidão matemática, mas que nem sempre apresentam dedicação aos conteúdos atuais e, por tais motivos, podem ser confundidos com alunos com dificuldade no aprendizado da Matemática.

Seguindo-se esse raciocínio, o jogo não perderá a essência e os professores terão total liberdade para modificá-lo da forma que desejarem.

Abordamos, até o momento, a inserção do ensino matemático por meio de um jogo, nomeado com a palavra “xadrez”, que a nosso ver está relacionado à solução de problemas. Jogar xadrez é solucionar um problema a cada movimento de peça, e nesse sentido realizamos essa construção analógica com a ideia de solucionar problemas como facilitadora do aprendizado matemático. E por que, então, Xadrez de “Sociedade”? Qual é o sentido da palavra “Sociedade” nesse jogo?



Pensando-se no desenvolvimento social do estudante, foram inseridas no jogo, em seu contexto, as titulações acadêmicas, tais como bacharel, licenciado, mestre e doutor. Mas qual a finalidade disso? Consideramos os alunos que nunca tiveram a oportunidade de conhecer tais denominações, pensando no Brasil como um todo, um país de realidades distintas, na intenção de ensinar no aluno a curiosidade de perguntar o significado dessas palavras, deixando o professor com a responsabilidade de explicar cada uma delas, e quem sabe, assim, inspirar um sonho acadêmico nesse estudante. Acreditamos que o sonho seja o primeiro passo para o desejo!

Julgamos de extrema importância a inserção das temáticas sociais na educação de qualquer cidadão,

[...] pois cabe aos sistemas e redes de ensino, assim como as escolas, em suas respectivas esferas de autonomia e competência, incorporar aos currículos e às propostas pedagógicas a abordagem de temas contemporâneos que afetam a vida humana em escala local, regional e global, preferencialmente de forma transversal e integradora (BRASIL, 2017, p. 19).

Podemos desenvolver várias temáticas sociais a serem utilizadas como eixos transversais na política pedagógica da escola, a depender do interesse e da necessidade locais. No jogo Xadrez de Sociedade, são sugeridas as seguintes temáticas:

- a) Patrimonial: um jogo trabalha com o tema “aluguel”, cujo conceito é muito utilizado no aprendizado de juros simples e compostos, e outro com o tema moradia, induzindo à discussão sobre as vantagens da compra de uma casa própria em relação ao pagamento de aluguel. A temática é rica do ponto de vista matemático, proporcionando, ao aluno, a compreensão das vantagens e desvantagens dessas escolhas na vida;
- b) Saúde: considerando o atual momento de pandemia do Covid-19, questões como enfermidades, alimentação e eventuais acidentes podem gerar grandes discussões por parte de equipes de professores de Ciências, Geografia, História e Matemática, favorecendo o trabalho conjunto.

A ideia periférica do jogo, portanto, é trazer temas reais da sociedade para a sala de aula, deixando o professor com liberdade para até mesmo não adotar esse viés, pois a ideia é conferir liberdade, e não impor rigidez.

Consideramos que o xadrez tradicional é um jogo que exige concentração e pode também ser explorado na escola, como uma atividade complementar. Aqueles alunos que ainda não conhecem o xadrez tradicional, terão a oportunidade de conhecer as peças deste, pois os avatares do jogo Xadrez de Sociedade são as mesmas peças do xadrez tradicional e obedecem à mesma hierarquia, sendo vantagem, por exemplo, ter avatares mais graduados, como a rainha, que receberá bonificações maiores.

Por outro lado, não poderia faltar o fator sorte. Um jogo que só envolve a sorte não é educativo, mas um jogo em que a sorte não esteja presente se torna enfadonho. Podemos imaginar que um aluno com maior facilidade em Matemática tenha sempre vantagem em um jogo matemático, mas não queremos que o aluno com mais dificuldade abandone o jogo. Pensando nisso, acrescentamos o fator sorte, que pode não ser crucial no jogo educativo, mas torna possível que todos os alunos tenham oportunidade de vencer.

No mesmo sentido, o fator tempo tem enorme relevância no desenrolar do jogo. Cabe, ao professor, estabelecer o tempo que o aluno terá para resolver as questões das cartas, bem como definir se a atividade se dará em grupos ou individualmente. O importante, na calibragem do tempo, é respeitar as diferenças entre as turmas e entre as séries.

Além disso, inserimos uma ficha para que os alunos possam registrar o seu desempenho durante o jogo. Essa ficha possui um gráfico, que está no Apêndice C, sendo, com isso, possível o desenvolvimento de conceitos relativos a gráficos durante o jogo. Porém, não é obrigatório o uso da ficha, podendo esta ser substituída por papel do próprio caderno.

O importante aqui é despertar interesse e curiosidade, que julgamos ser essenciais em uma atividade pedagógica, bem como influenciar uma mudança de postura no professor.

Essa metodologia representa, em sua essência, uma mudança de postura em relação ao que é ensinar matemática, ou seja, ao adotá-la, o professor será um espectador do processo de construção do saber pelo seu aluno, e só irá interferir ao final do mesmo, quando isso se fizer necessário através de questionamentos, por exemplo, que levem os alunos a mudanças de hipóteses, apresentando situações que forcem a reflexão ou para a socialização das descobertas dos grupos, mas nunca para dar a resposta certa. Ao aluno, de acordo com essa visão, caberá o papel daquele que busca e constrói o seu saber através da análise das situações que se apresentam no decorrer do processo. (BORIN, 1998, p. 10-11).

Portanto, o jogo, na educação matemática, terá caráter de material de ensino por promover a aprendizagem, e além disso o aluno apreenderá com o jogo uma estrutura lógica e, com isso, uma estrutura matemática:

Além de ser um objeto sociocultural em que a Matemática está presente, o jogo é uma atividade natural do desenvolvimento dos processos psicológicos básicos; supõe um 'fazer sem obrigação externa e imposta', embora demande exigências, normas e controle. (BRASIL,1997, p. 35).

Considerando, ainda, a pandemia do Covid-19, não tivemos condições de aplicar esse jogo em sala de aula presencial, por isso não temos como apresentar comparativos de aprendizagem. Caso haja interesse em utilizar esse jogo como atividade pedagógica, as regras e as peças estão descritas no apêndice desta dissertação. Quem sabe, no futuro, possamos estudar as descobertas da aplicação desse jogo em um ambiente escolar e propor novas ideias.

Sabemos que os jogos não são a solução para todos os problemas no ensino da Matemática, mas podem contribuir para o aprendizado, se forem utilizados de forma planejada e intencional. Se não for possível usá-lo dentro da sala de aula, que seja usado em atividades pedagógicas como gincanas e olimpíadas matemáticas. Citamos, no Quadro 2, algumas vantagens e desvantagens do uso de jogos pelo professor.

**Quadro 2 - Vantagens e desvantagens dos jogos**

Vantagens	Desvantagens
Fixação de conceitos já aprendidos de uma forma motivadora para o aluno	Quando os jogos são mal utilizados, existe o perigo de adquirirem um caráter puramente aleatório, tornando-se um apêndice em sala de aula. Os alunos jogam e se sentem motivados apenas pelo jogo, sem saber por que jogam
Introdução e desenvolvimento de conceitos de difícil compreensão	O tempo gasto com as atividades de jogo em sala de aula é maior se o professor não estiver preparado, e isso pode acarretar um sacrifício de outros conteúdos pela falta de tempo
Desenvolvimento de estratégias de resolução de problemas (desafio dos jogos)	Há falsas ideias de que se deve ensinar todos os conceitos através de jogos. Então, as aulas, em geral, transformam-se em verdadeiros cassinos, também sem sentido algum para o aluno
Aprender a tomar decisões e avaliá-las	A perda da ludicidade do jogo pela interferência constante do professor, destruindo a essência do jogo
Conferir significação a conceitos aparentemente incompreensíveis	A coerção do professor, que exige que o aluno jogue, mesmo que ele não queira, destruindo a voluntariedade inerente à natureza do jogo.
Propicia o relacionamento de diferentes disciplinas	A dificuldade de acesso e disponibilidade de materiais e recursos sobre o uso de jogos no ensino que possam vir a subsidiar o trabalho docente
O jogo requer participação ativa do aluno na construção do seu próprio conhecimento	-
O jogo favorece a socialização entre alunos e a conscientização sobre o trabalho em equipe	-
A utilização de jogos é um fator de motivação para os alunos	-
Entre outras coisas, o jogo favorece o desenvolvimento da criatividade, de senso crítico, da participação, da competição "sadia", da observação, das várias formas de uso da linguagem e do resgate do prazer de brincar	-
As atividades com jogos podem ser utilizadas para reforçar ou recuperar habilidades de que os alunos necessitem. Útil no trabalho com alunos de diferentes níveis	-
As atividades com jogos permitem ao professor identificar e diagnosticar alguns erros de aprendizagem, as atitudes e as dificuldades dos alunos	-

Fonte: (GRANDO, 2000, p. 35)

Por fim, sabemos que o jogo de tabuleiro tem a vantagem de ser aplicável em um contexto presencial, em ambientes com baixos recursos financeiros, não

necessitando de energia elétrica nem de conexão à internet. Entretanto, nesse tipo de jogo há dificuldade na mensuração dos dados, no registro avaliativo do professor e do feedback para o aluno. Por tais motivos, pensando em solucionar esses problemas, procuramos alcançar uma solução computacional, gamificando as atividades pedagógicas, que será o tema dos próximos capítulos.

A figura 3 antecipa algumas ideias sobre Gamificação, que serão objeto de estudo nos capítulos seguintes.

**Figura 3 - 7 Dicas de Gamificação**



Fonte: (INSTITUTO DE DESENHO INSTRUCIONAL, 2021)

## 5 A GAMIFICAÇÃO: DO MARKETING AO PEDAGÓGICO

O conceito de gamificação foi usado pela primeira vez em 2002, pelo programador e pesquisador britânico Nick Pelling (Marczewski, 2013). O termo teve origem na indústria de mídia digital, sendo documentado pela primeira vez por volta de 2003. Esse termo é visto como um conceito que propõe o uso de elementos de jogos com o objetivo de aumentar o engajamento (participação ativa) dos clientes, esperando-se assim que eles tenham mais motivação para comprar determinado produto.

Diante dos resultados alcançados com a gamificação no processo de vendas, buscou-se compreender qual seria a mudança comportamental que sistemas gamificados causariam nos indivíduos, de modo a fazê-los ter mais disposição para a compra de determinados produtos. A partir dessas informações, tentamos avaliar a possibilidade de gamificação de ambientes pedagógicos com intenção análoga: a motivação do estudante para o aprendizado.

A associação entre o comportamento que leva um indivíduo a ter motivação para comprar e o comportamento que o levaria a ter mais motivação para aprender teria como elo a gamificação, ou seja, o aumento da motivação e do engajamento do estudante para aprender estaria relacionado ao fato de o ambiente de compra e o ambiente escolar serem gamificados.

A ideia principal seria transformar as atividades pedagógicas em atividades gamificadas, para então observarmos se esse modelo proporcionaria um aumento da motivação e do engajamento para os estudos, e com isso verificarmos se há de fato um aumento do seu aprendizado.

Os estudantes de hoje são, em sua maioria, indivíduos que nasceram em um cenário digital, já no século XXI, e utilizam aplicativos em celulares durante a maior parte do tempo. São pessoas que têm o hábito de jogar, usando diversos aplicativos com essas características, mesmo que não se trate apenas de jogos da maneira como os conhecemos. Muitas vezes, são aplicativos de redes sociais que têm elementos que os fazem parecer com um jogo.

Um jogo, em geral, é uma atividade voluntária, pois ninguém tem a obrigação de jogar, sendo algo limitado no tempo e no espaço, com regras obrigatórias e um fim em si mesmo, o que provoca, muitas vezes, sentimentos de tensão e euforia. Considerando que o envolvimento em um jogo é voluntário e desafiador, a aplicação

de técnicas e mecanismos de jogos pode, então, agregar valores às atividades educacionais.

Diferentemente dos jogos, a gamificação tem um conceito mais maleável, podendo ser aplicada a problemas cujo objetivo seja o aumento da motivação e do engajamento, ou pelo menos a mudança de comportamento, pela utilização de processos de pensamento e de mecânicas de jogos para envolver esses usuários. Destacamos aqui um ponto importante para o ensino da Matemática, através da gamificação: a possibilidade de mudança no comportamento e na motivação do aluno!

Para atingirmos o objetivo da aplicação de conceitos de gamificação, precisamos entender quais são as ferramentas de funcionamento desta, e quais são as suas estruturas. Algumas **ferramentas** são bem observáveis na gamificação, entre elas:

- a) a recompensa, através de prêmio, favor ou presente;
- b) o feedback, observando-se a reação a um estímulo;
- c) a objetividade, pela rapidez dos comandos;
- d) a interatividade, pelo diálogo com a atividade;
- e) a interação, pela ação mútua na relação entre os participantes;
- f) a diversão, que proporciona um sentimento de prazer ao se realizar a atividade;
- g) a competitividade, que estimula conflitos, concorrências e rivalidades.

As ferramentas da gamificação, se utilizadas em atividades pedagógicas, podem ser inseridas através de elementos de jogos, com a finalidade de levar o aluno a atingir um grau de motivação e engajamento semelhante ao encontrado em jogadores interagindo com um game.

Você se lembra daquela prova de Matemática em que seu desempenho foi ótimo?

Em que você parecia adivinhar o que o professor pretendia cobrar e você foi capaz de solucionar tudo?

Ou se lembra de uma aula em que você resolveu consecutivamente exercícios de forma rápida e certa, e parecia que era possível solucionar qualquer exercício naquele momento, de forma ilimitada?

Essas são as lembranças dos momentos em que nos sentimos mais motivados para continuar a estudar e a aprender; são esses sentimentos que buscamos e que procuramos repetir. O primeiro estudioso a investigar os estados de desempenho ótimo foi Csikszentmihalyi (1990), que procurou analisar o porquê de determinadas tarefas serem mais propícias ao alcance desses resultados, levando as pessoas a situações de motivação extrema.

Esse estado psicológico, que resulta em um desempenho ótimo, é chamado de estado de **Flow**, momento em que os alunos ficariam completamente envolvidos em uma atividade dentro da sala de aula, sentindo prazer por conseguir alcançar altos níveis de desempenho. Como Csikszentmihalyi (1990) define, estar em **Flow** é estar tão concentrado e focado em uma atividade que ela nos absorve totalmente.

Podemos associar o atingimento do estado de *Flow*, de certa forma, à importância atribuída ao exercício, à concentração, à motivação, ao significado pessoal que cada aluno se propõe ao executar uma atividade. Consequentemente, na resolução de problemas matemáticos, será fundamental que esse estado psicológico seja alcançado para a melhoria do desempenho.

Outra constatação relevante é que as empresas de marketing buscaram utilizar conceitos de gamificação na interação com seu público-alvo, porque a internet acabou se tornando o canal de comunicação mais utilizado em nosso dia a dia, seja para uso social ou profissional. O usuário da rede virtual tem características ativas, controlando o que acessa, como acessa e quando acessa, e isso exige uma nova forma de relacionamento entre as empresas e o seu público, o que pode ser aproveitado no sentido de uma mudança na forma como as atividades pedagógicas são concebidas.

Quando pensamos em gamificação, estamos pensando em ambientes virtuais. Na maioria das vezes, nesse ambiente é o interesse do usuário o gatilho do relacionamento. Se antes a escola focava apenas o conteúdo, agora teremos que buscar uma maior harmonia entre o conteúdo e a forma como ele chega ao aluno. Para atingirmos essa finalidade, os alunos passariam a navegar em um ambiente que gera muitos impactos de comunicação, em que há muita interatividade. Nessa navegação, o aluno selecionaria aquilo que quisesse incorporar à sua aprendizagem e descartaria o que considerasse irrelevante.

Para exemplificar uma forma de comunicação gamificada, vamos escolher uma empresa que faz a intermediação da locação de quartos de hotéis, *flats* e



apartamentos entre os donos e os clientes, a Booking.com, que utiliza as seguintes **técnicas** de comunicação gamificada:

- a) **Earned lunch** – O usuário sabe exatamente o que fazer para ganhar uma recompensa;
- b) **Progress Bar** – A barra de progresso dá motivação extra para o usuário concluir as ações;
- c) **Blank fills** – O usuário responde a perguntas simples para ganhar algo e ainda colabora com a empresa;
- d) **Real-time control** – Os usuários se sentem empoderados ao decidir quando usar os recursos a seu favor;
- e) **Avatar** – Usuários gozam de liberdade para customizar o seu perfil como quiserem;
- f) **Thank your economy** – Os usuários se sentem úteis ao compartilharem sua opinião sobre a hospedagem;
- g) **Countdown Timer** – Há um relógio que mostra de forma regressiva o tempo que falta para a oportunidade terminar;
- h) **Cap Switcher** – A apresentação de recursos de forma imprevisível desperta o interesse dos usuários;
- i) **Refreshing Content** – O usuário visualiza conteúdos e dicas novas a cada “refresh” e se engaja constantemente;
- j) **Appointment Dynamics** – O usuário toma decisões impulsivas ao ver uma oferta escassa e limitada;
- k) **Glowing Choice** – A ênfase visual na ação esperada do usuário o leva a atingir o objetivo da empresa mais facilmente.

Essas técnicas de comunicação alteraram a forma de relacionamento entre o cliente e a empresa, na busca pela utilização de uma estratégia de fidelização dos clientes. Da mesma forma, essas técnicas de comunicação gamificadas podem contribuir para a fidelização dos alunos à escola, fazendo com que estes se sintam em um ambiente mais próximo da sua realidade, e por consequência servindo de elemento motivador do seu aprendizado.

Outro importante aspecto que merece menção é a possibilidade de utilizar a gamificação com o propósito de reter clientes. Jogos que se tornam capazes de refletir preocupações, dúvidas ou aspirações podem traduzir-se em uma

boa forma de não só colher feedbacks que auxiliem as empresas a desenvolver produtos e serviços mais assertivos como também criar, ao longo do tempo, uma relação de confiança que se converterá em fidelização. (VIANNA et al., 2013, p. 46).

A gamificação das atividades pedagógicas se apresenta então como opção de criação de um espaço onde o aluno alcance um estado de *Flow*, em analogia com o que acontece no mundo do marketing. Já existem aplicativos que se servem de atividades pedagógicas utilizando a gamificação, alcançando bastante sucesso na área de educação. Entre eles, podemos citar o Duolingo, um aplicativo gratuito que tem como objetivo o ensino de diversos idiomas, e o Euclidea, um aplicativo que ensina desenho geométrico de forma interativa.

No Duolingo, cada lição nova é como uma fase de videogame. Existe um sistema de pontos de vida, em que o aluno controla um Avatar, e cada resposta errada faz o Avatar perder um coração, e, quando esse coração é zerado, o aluno tem que recomeçar a lição do início. Esse impacto na forma de ensinar e aprender pode se tornar uma tendência educacional. No campo do ensino do Direito, existem diversos aplicativos para ajudar o estudante a ser aprovado no exame da OAB, como a OAB DE BOLSO, que utiliza técnicas de gamificação para atingir esse objetivo.

Em sintonia com esse raciocínio, Stott e Neustaedter (2013) consideram o uso da gamificação uma poderosa ferramenta para orientar o processo de ensino e aprendizagem. Stott e Neustaedter (2013) citam que, ao se utilizar a gamificação com sabedoria, os professores podem direcionar seu ambiente de sala de aula para o sucesso no aumento tanto de engajamento quanto de realização dos alunos. (SIGNORI; GUIMARÃES; CORRÊA, 2016, p. 1).

Sendo assim, a gamificação das atividades pedagógicas pode causar um grande impacto emocional e social nos alunos, com a utilização dos sistemas de recompensa e dos mecanismos sociais competitivos, auxiliando com isso de maneira significativa no atingimento do estado de *Flow*. Ao se sugerir esse tipo de inovação educacional baseada na gamificação das atividades pedagógicas, propõe-se a utilização de recompensas, como os emblemas digitais, por exemplo, conferindo-se assim maior ludicidade à sala de aula.

A educação com uso lúdico tem se mostrado uma importante ferramenta, pois aproxima o aluno do conteúdo através da motivação e ganho de interesse, pois [...] a atividade lúdica agrada, entretém, prende a atenção, entusiasmo e ensina com maior eficiência [...] estimulando diversos sentidos ao mesmo tempo e sem se tornar cansativo. (FALKEMBACH, 2013, p. 1).

Diferentemente do marketing, o mundo da educação procura ajudar o indivíduo através de competências e habilidades a enxergar o mundo de uma forma mais real, efetiva e afetiva. Contudo, podemos extrair elementos que funcionam no marketing e adaptá-los à sala de aula, buscando assim atingir o mesmo resultado: a motivação e o engajamento.

Eu utilizei, ao longo da minha vida pessoal e profissional, alguns aplicativos que foram importantes na concepção deste trabalho. Um deles foi o Duolingo, pelo qual estudei inglês, um aplicativo que utiliza muitas ferramentas de engajamento, e manda recados aos alunos se eles pararem de acessar por um período, mostrando uma preocupação com o estudante. Nele, o aluno pode estudar lições de inglês na ordem que quiser, e em cada lição se analisa a parte oral, leitura e tradução. A competição é um fator importante nesse aplicativo.

Quando estava estudando geometria, me deparei com o Euclidea, que baseia a abordagem da geometria em construções geométricas. Esse aplicativo é uma boa ferramenta para o professor de Matemática, podendo ser utilizado de forma complementar à sala de aula, pois auxilia muito no raciocínio para resolver situações-problema que envolvam a geometria.

O Tindin é um aplicativo que ensina Matemática Financeira de forma lúdica, muito adequado a crianças, sendo interessante que ele conste do material pedagógico do professor de educação básica, e a Khan academy é um site de ensino de Matemática, consagrado no mundo todo. A seguir, farei uma breve descrição de cada um deles.

## **5.1 O Duolingo**

O Duolingo é um aplicativo para o ensino de línguas que foi construído para se parecer com um jogo. Os usuários podem aprender idiomas diferentes competindo uns com os outros enquanto aprendem. As aulas são formatadas para ter uma duração média de 5 minutos, o que permite aos usuários executá-las em vários momentos do seu dia.

O Duolingo procura ensinar tópicos da língua pelos quais os alunos mais se interessem, se concentrando em objetivos da vida real, e utilizando práticas variadas como: ler, escrever, ouvir e falar.

O aplicativo utiliza uma técnica que permite aos alunos descobrir padrões da língua por conta própria, sem precisarem se concentrar nas regras do idioma, em analogia com a maneira como aprendemos o idioma quando crianças.

Ele possui mais de 300 milhões de alunos em todo o mundo, e se utiliza de algoritmos para fornecer materiais de aprendizado, buscando encontrar o nível de dificuldade certo para cada aluno.

O Duolingo disponibiliza mais de 30 cursos de idiomas, sendo totalmente gratuito, e em seu site as seguintes informações estão disponíveis:

- a) existem mais pessoas aprendendo idiomas pelo Duolingo nos Estados Unidos do que no seu sistema escolar;
- b) o Duolingo acumulou 500 milhões de downloads em todo o mundo;
- c) o aplicativo oferece um total de 99 cursos de idiomas para 39 idiomas distintos, dos 5 mais importantes do mundo idiomas falados para idiomas menores e ameaçados de extinção, como havaiano, navajo e escocês gaélico;
- d) há podcasts Duolingo baseados em histórias para espanhol, francês e inglês;
- e) a empresa arrecadou US\$ 183 milhões no total e atualmente está avaliada em mais de US\$ 2,4 bilhões;
- f) todo o conteúdo de aprendizagem do Duolingo é gratuito;
- g) o aplicativo foi feito para parecer um jogo: os usuários competem entre si por meio de placares, mantêm sequências, ganham pontos, sobem de nível e obtêm moeda virtual conforme aprendem.

## 5.2 O Euclidea

Euclidea é um aplicativo que ensina a fazer construções geométricas usando régua e compasso. Trata-se de uma proposta de jogo que valoriza a simplicidade e a beleza matemática, em que você obtém a maior pontuação ao encontrar a solução mais elegante.

Ele possui 120 tarefas, desde as básicas até desafios reais, oferecendo tarefas realmente complicadas somente depois que o usuário aprender os fundamentos, tais

como os bissetores de linha e ângulo, que são algumas das construções de particular importância.

### 5.3 O Tindin

O Tindin é um Ambiente Virtual de Aprendizagem Gamificada (AVAg) em que os pais dos usuários podem criar uma espécie de carteira digital para os filhos e definir mesadas fixas e variáveis. O interessante neste aplicativo é que as bonificações podem se dar de acordo com o cumprimento de tarefas, metas e até prazos estipulados na plataforma.

Após a liberação dos valores, as crianças podem fazer compras dentro de lojas parceiras do Tindin, que oferecem produtos e aceitam créditos em maquininha virtual. De maneira lúdica, também é possível escolher uma função de poupança ou investimento, em que os pais devem subsidiar as taxas de rentabilidade.

A figura 4 representa, de forma lúdica, o uso do aplicativo Tindin.



Tindin: app ensina educação financeira para crianças. Imagem: Reprodução/Tindin

Fonte: (TINDIN APP, 2021)

O app permite a professores criar tarefas e ambientes específicos para cada turma. Tal como em uma experiência multijogador, as tarefas podem ser recompensadas com moedas fictícias, que também valem para eventos, feiras e trocas, de forma a incentivar a prática entre as crianças, visando ao aprimoramento do conceito de finanças pessoais.

## 5.4 A Khan Academy

A Khan Academy é uma plataforma gratuita e sem fins lucrativos, cujo objetivo é inserir tecnologia na sala de aula, oferecendo mais de 100 mil exercícios, dicas e videoaulas como proposta para facilitar o aprendizado de conteúdos matemáticos.

A aprendizagem é realizada por intermédio de vídeos tutoriais, e o aluno define os melhores momentos e horários para os estudos. O site possui muita interatividade, com um sistema em que, sempre que houver sucesso, o aluno avançará de fase e acumulará pontos.

São mensurados as quantidades de erros e acertos, o número de tentativas para cada questão, e registradas quais foram as alternativas escolhidas antes de o usuário acertar a resposta. Além disso, os horários em que o software é acessado e o tempo gasto em cada exercício também são registrados, assim como o número de vezes que o aluno assistiu à aula expositiva.

O trabalho da Khan Academy tem méritos que merecem destaque. O primeiro é o de dar acesso universal e gratuito a um extenso banco de aulas, hoje com 3.800 vídeos em língua inglesa, que ajudarão a democratizar o conhecimento. Disponibilizar esse conteúdo a estudantes de diferentes partes do mundo é algo que merece ser comemorado.

O segundo é ter uma preocupação real em fazer com que a ferramenta seja útil para os professores. Além das videoaulas, Salman Khan criou séries de exercícios e um programa que analisa os resultados de cada aluno e gera gráficos. “O professor consegue ver quais atividades foram feitas pelos estudantes e onde alguns estão estacionados. Assim, pode tirar dúvidas ou colocar os alunos que avançaram mais rápido para trabalhar com aqueles que estão precisando de ajuda”, explica ele. A solução é interessante, mas só funciona se o educador for além. Um software, por melhor que seja, não consegue substituir a observação e as intervenções humanas. (FERREIRA, 2013, p. 1).

A proposta de gamificação usando o Xadrez de Sociedade levou em conta muitos dos aprendizados obtidos com a Khan Academy, visto que o Brasil é o país que mais acessa o site desta no mundo (KHAN..., 2013).

## 6 DESENVOLVENDO AMBIENTES GAMIFICADOS

### 6.1 Os elementos da gamificação

O material desta seção teve como fundamento a obra dos autores Amanda Cristina Santos Costa e Patrícia Zeni Marchiori (2015), tendo sido daí extraído.

Werbach e Hunter (2012) identificaram três tipos de elementos como categorias aplicáveis aos estudos e desenvolvimento da gamificação: os elementos dinâmicos, os elementos mecânicos e os componentes. Tais elementos são organizados de modo que cada elemento mecânico se liga a um ou mais elementos dinâmicos, e cada componente a um ou mais elementos mecânicos ou dinâmicos.

Os elementos dinâmicos representam as interações entre o jogador e os elementos mecânicos do jogo.

O quadro 3 conceitua, de forma objetiva, os principais elementos Dinâmicos dos jogos.

**Quadro 3 - Elementos dinâmicos de Jogo - Conceituações**

<b>Dinâmicos</b>	<b>Emoções</b>	A diversão mantém o interesse dos alunos
	<b>Narrativa</b>	É a estrutura do jogo, em que cenário ele está sendo desenvolvido e qual é o contexto envolvido
	<b>Progressão</b>	Barra que mostra ao aluno o progresso do desenvolvimento de suas atividades
	<b>Relacionamentos</b>	Possibilidade de criação de equipes para alcançar um resultado, podendo haver competição ou colaboração entre os alunos
	<b>Restrições</b>	Refere-se à limitação da liberdade dos jogadores dentro do jogo

Fonte: (COSTA; MARCHIORI, 2015, p. 49)

Os elementos mecânicos se referem aos elementos mais específicos que levam às ações também mais específicas. Esses elementos orientam as ações dos jogadores em uma direção desejada, delimitando o que eles podem, ou não, fazer dentro do jogo.

O quadro 4 conceitua, de forma objetiva, os principais elementos Mecânicos dos jogos.

**Quadro 4 - Elementos mecânicos de Jogo - Conceituações**

<b>Mecânicos</b>	<b>Aquisição de recursos</b>	Conquista de elementos que podem facilitar a continuidade do jogo
	<b>Avaliação ou feedback</b>	Acertou ou errou? Dá uma resposta interativa ao aluno no momento em que estiver praticando as atividades
	<b>Chance</b>	Momento em que o aluno pode receber uma ajuda sem a ter merecido. Simples sorte como num jogo de azar
	<b>Cooperação e Competição</b>	Momento em que o aluno recebe um feedback da sua pontuação em relação aos demais alunos
	<b>Desafios</b>	Atividades com grau maior de dificuldade que bonificam o estudante com pontuação extra
	<b>Recompensas</b>	São como presentes recebidos após uma conquista
	<b>Transações</b>	Troca, compra ou venda de recursos entre os jogadores
	<b>Turnos</b>	Período em que cada participante joga
	<b>Vitória</b>	A finalização do jogo de modo satisfatório

Fonte: (COSTA; MARCHIORI, 2015, p. 49)

Os elementos chamados de componentes são aplicações específicas, visualizadas e utilizadas na interface do jogo. Eles consistem no nível mais concreto dos elementos de jogos e, assim como os elementos mecânicos, se ligam a um ou mais elementos dinâmicos, ou seja, vários elementos componentes podem fazer parte de uma mecânica.

Finalmente, o quadro 5 conceitua, de forma objetiva, os principais Componentes dos jogos.



**Quadro 5 - Componentes de Jogo - Conceituação**

<b>Componentes</b>	<b>Avatar</b>	Representação visual do jogador. No caso, usaremos as peças do xadrez
	<b>Bens virtuais</b>	Itens que só existem dentro do jogo, podendo ser conquistados ou comprados
	<b>Chefão</b>	Após terminar um ciclo de atividades, o aluno tem a chance de resolver uma atividade de lógica e ganhar recompensas
	<b>Coleções</b>	Grupos de itens semelhantes coletados ao longo do game
	<b>Conquistas</b>	Recompensas adquiridas mediante o sucesso em um conjunto de ações específicas
	<b>Conteúdos desbloqueáveis</b>	Complementos que podem ser destravados através de alguma atividade ou pontuação
	<b>Emblemas e medalhas</b>	Símbolos de conquistas dentro do jogo
	<b>Gráfico social</b>	Representação visual da performance de outros jogadores
	<b>Missão</b>	Descrição de tarefas que devem ser concluídas pelo participante ou equipe
	<b>Níveis</b>	Números que revelam o quão evoluído e experiente é um jogador, em forma de estrelas
	<b>Pontos</b>	Produtos de ações dentro do game
	<b>Presentes</b>	Itens ou moedas adicionais
	<b>Ranking</b>	Lista com os participantes de melhor desempenho dentro do jogo
	<b>Times</b>	Oportunidade de jogar ao lado de um ou mais companheiros para conquistar um mesmo objetivo

Fonte: (COSTA; MARCHIORI, 2015, p. 50)

## 6.2 Ambientes gamificados

Gamificar é utilizar elementos de jogos em ambientes que não são jogos. É a utilização de pontuação, níveis, emblemas, placares, recompensas, como forma de comunicação lúdica. Um ambiente passa a ser gamificado quando se aplicam essas técnicas de jogos na sua concepção, com a finalidade de motivar, melhorar o aprendizado ou a produtividade, resolver problemas específicos de um setor ou simplesmente mudar comportamentos para formar bons hábitos em um ambiente.

Ao pensarmos no desenvolvimento de uma solução “gamificada” para um processo de ensino-aprendizagem, temos que escolher, segundo Alves (2015), entre dois tipos de gamificação: “Gamificação Estrutural” ou “Gamificação de Conteúdo”.

- a) Gamificação Estrutural: Uma gamificação se diz estrutural quando utiliza elementos de games para conduzir o aprendiz pelo processo de aprendizagem sem que haja alterações significativas no conteúdo. O conteúdo, assim, não se torna parecido com um jogo, e sim a estrutura ao redor dele. É mais utilizada em projetos em que é preciso fazer os aprendizes navegarem por conteúdos diferentes e com utilização de recursos distintos ao longo de um programa;
- b) Gamificação de Conteúdo: Aplica elementos de game e também pensamentos de games para alterar o conteúdo contínuo e entediante de modo a fazer com que pareça um game. Isso significa que o nível de complexidade é maior, sendo preciso moldar o conteúdo ao mecanismo de funcionamento como em um jogo.

Buscamos então nos fundamentar em algumas teorias de aprendizagem, na tentativa de reconhecer a gamificação das atividades pedagógicas como forma de melhoria do ensino. As teorias de aprendizagem reconhecem a evolução cognitiva do homem, e acreditamos que a motivação e engajamento dos alunos contribuirá para a formação do novo conhecimento a partir de um conhecimento pré-existente.

Os ambientes computacionais destinados ao ensino devem trazer à tona fatores pertinentes à mediação humana através da tecnologia, e a gamificação torna esses ambientes mais afetivos. Além disso, as teorias de aprendizagem e a gamificação têm em comum o fato de considerarem que indivíduos são agentes ativos na busca e construção de conhecimento, dentro de um contexto significativo.

A aprendizagem não deve ser considerada apenas em função do aumento da inteligência e do conhecimento construído, mas também da identificação pessoal através da interação entre as pessoas.

Resumimos, no Quadro 6, as características de algumas das principais teorias de aprendizagem.

**Quadro 6 - Teorias de Aprendizagem e seu impacto na gamificação**

Teoria	Impacto no Design da Gamificação
Teoria da Aprendizagem Social (Albert Bandura)	Modela o comportamento desejado de maneira que o aprendiz observe e processe internamente o conteúdo
Aprendizagem ( <i>Apprenticeship</i> ) Cognitiva – Teoria da Cognition Situada	O cenário e o ambiente devem ser autênticos e oferecer feedback e orientação para a atividade do aprendiz
Fluxo (Mihaly Csikszentmihalyi)	Adaptação contínua para manter o aprendiz em um estado constante de interesse. O sistema se adapta ao nível de desafio adequado ao aprendiz, não tão fácil nem tão difícil
Condicionamento Operante (Skinner)	Fornece recompensas, pontos e badges apropriados, de maneira variável, para manter o interesse do aprendiz
Modelo ARCS (Atenção, Relevância, Confiança e Satisfação) de John Keller	Prende a atenção do aprendiz e contém informação relevante e nível apropriado de desafios, de maneira que o aprendiz se sinta confiante de que obterá sucesso, com auxílio de elementos motivacionais intrínsecos e extrínsecos
Teoria do Ensino Intrinsecamente Motivador de Thomas Malone	Inclui elementos de desafio, fantasia e curiosidade
Princípios de Design Instrucional para Motivação Intrínseca de Mark Lepper	Inclui elementos de controle sobre a aprendizagem, de desafio, curiosidade e contextualização
Taxonomia das Motivações Intrínsecas para a Aprendizagem (combinação dos modelos de Malone e Lepper)	Inclui elementos motivacionais internos e externos como desafio, curiosidade, controle, fantasia, cooperação, competição e reconhecimento
Teoria da Autodeterminação	Oferece ao aprendiz oportunidades para a autonomia, sentimento de competência e ligação com os outros
Prática distributiva	Consiste em jogar de tempos em tempos para oferecer repetição espaçada de conteúdo do jogo
Suporte ( <i>scaffolding</i> )	Comece oferecendo bastante orientação e passe a oferecer cada vez menos, até que o aprendiz esteja resolvendo problemas de forma independente
Memória Episódica	Evoque emoções do aprendiz para codificar com mais riqueza os ensinamentos do jogo na memória

Fonte: (WEXELL, 2017, p. 23)

Na construção da gamificação do Xadrez de Sociedade, levamos em consideração as seguintes teorias: Fluxo, Condicionador Operante, Taxonomia das motivações e Autodeterminação.

### **6.3 Uma proposta de gamificação**

Para facilitar a compreensão de como seriam as atividades pedagógicas gamificadas e com o objetivo de auxiliar o leitor na criação dessas atividades, vou listar alguns questionamentos que devem ser feitos nesse planejamento, adaptados do livro *Gamification, Inc.*

#### **Levantamento das necessidades**

- Quais são as áreas do conhecimento que estarão envolvidas?
- Qual tema será abordado?
- Quais competências serão desenvolvidas?
- Quais conteúdos estarão associados?
- Quais atitudes e comportamentos dos alunos serão potencializados?

#### **Estudo do público-alvo (alunos e comunidade)**

- Quais são as características dos alunos da sua escola?
- Qual é a faixa etária?
- Quais são os hábitos desses alunos?
- Qual é a rotina deles?

#### **Desenvolvimento da camada de conteúdo**

- Quais são os problemas do cotidiano que podem ser explorados com um jogo?
- Como esses problemas se relacionam com os conteúdos estudados?

#### **Desenvolvimento da camada de jogo**

- O jogo pretende ser uma competição entre os alunos ou um jogo colaborativo?
- O jogo se desenvolverá de forma digital ou presencial? Ou híbrida?
- O jogo será pontual ou contextualizado?
- Qual é a duração do jogo?

**Estudo preliminar**

- A história tem o potencial de engajar o seu público?

**Design dos componentes:**

- Qual estética se quer utilizar?
- Essa estética reforça e consolida a história?

**Roteirização**

- Missão do jogo:
  - Qual é a missão?
  - A missão é clara, alcançável e mensurável?
  - A missão se vincula às competências que serão desenvolvidas?
  - A missão se vincula ao tema proposto?
- Criação dinâmica e narrativa:
  - Qual história se quer contar?
  - A narrativa está aderente ao tema e ao contexto do jogo?
  - A metáfora do jogo faz sentido para os jogadores?
  - A metáfora do jogo faz sentido para o objetivo da estratégia?
- Etapas do jogo (mecânica):
  - Qual é a duração do jogo?
  - Com que frequência o aluno irá interagir?
  - Qual é a regra do jogo?

A figura 5 destaca o Desenvolvimento de uma Solução Gamificada na forma de Fluxograma, que será detalhado em seguida.

**Figura 5 - Fluxograma da Solução Gamificada**



Fonte: Adaptado de (ALVES, 2015)

Finalizando, analisei os quatro aplicativos que serviram de exemplos de propostas de gamificação no capítulo anterior, do ponto de vista dos elementos de jogos presentes no desenvolvimento de cada um deles. A minha conclusão é apresentada no Quadro 7, abaixo.

O Quadro 7 resume os 4 aplicativos citados pelo autor, com suas observações a respeito dos Elementos de games que identificou.

**Quadro 7 - Elementos de games presentes nos aplicativos**

	Duolingo	Euclidea	Tindin	Khan Academy
<b>Metas e objetivos</b>	Presente	Presente	Presente	Presente
<b>Níveis</b>	Presente	Presente	Presente	Presente
<b>Tempo</b>	Presente	Presente	Presente	Ausente
<b>Estrutura de premiação</b>	Presente	Presente	Presente	Presente
<b>Regras</b>	Presente	Presente	Presente	Presente
<b>Feedback</b>	Presente	Presente	Presente	Presente
<b>Competição</b>	Presente	Ausente	Ausente	Ausente
<b>Curva de interesse e estética</b>	Presente	Ausente	Presente	Ausente
<b>Narrativa</b>	Ausente	Ausente	Presente	Ausente
<b>Conteúdo</b>	Línguas	Geometria	Matemática Financeira	Todos os conteúdos de Matemática

Fonte: Elaborado pelo autor

## 7 A GAMIFICAÇÃO DAS ATIVIDADES PEDAGÓGICAS

Neste último capítulo iremos propor uma solução gamificada<sup>3</sup>, através da gamificação do jogo Xadrez de Sociedade na forma de aplicativo para celular. Iremos desenvolver este capítulo utilizando as recomendações do tópico “Desenvolvendo uma Solução Gamificada”, mas, antes de tudo, é preciso determinar quais seriam as diferenças entre jogos e soluções gamificadas.

O quadro 8 destaca, de forma objetiva, as principais diferenças entre um Jogo e uma Solução Gamificada (Gamificação).

**Quadro 8 - Principais diferenças entre jogos e gamificação**

Jogo	Gamificação
Sistema fechado definido por regras e objetivos	É um sistema que apresenta tarefas pelas quais se colecionam pontos ou recompensas
A recompensa pode ser exclusivamente intrínseca, o que significa dizer que o jogo acontece pelo jogo	A recompensa intrínseca pode ser uma opção, mas isso acontece com menos frequência, especialmente na área da educação
O custo do desenvolvimento, em geral, é alto, e o desenvolvimento é complexo	Em geral, é mais simples e menos custoso para desenvolver do que um jogo
Perder é uma possibilidade	Perder pode ou não ser possível dependendo do que se quer alcançar, uma vez que o propósito é motivar alguém a fazer algo específico
O conteúdo é formatado para se moldar a uma história e cenas do jogo	Características e estética de jogos são adicionadas sem alterações sensíveis de conteúdo
É sempre voluntário. O jogador pode escolher jogar ou não jogar, e quando parar	Ao utilizá-la como estratégia instrucional, é preciso pensar na atratividade para conseguir o engajamento, mesmo não sendo algo voluntário

Fonte: Adaptado de (ALVES, 2015)

Observadas as principais diferenças entre jogos e soluções gamificadas, faremos um levantamento das informações necessárias à implementação de uma solução gamificada.

<sup>3</sup> Soluções que utilizam a lógica e a metodologia dos games para servir a outros propósitos, como tornar conteúdos complexos em materiais mais acessíveis, facilitando os processos de aprendizado, de forma mais dinâmica.

- Quais são as áreas do conhecimento matemático que estarão envolvidas?  
O aplicativo compreenderá todas as áreas da Matemática do Ensino Médio, e haverá material teórico, vídeos e muitos exercícios.
- Qual tema será abordado?  
O tema de fundo será a resolução de exercícios para preparar alunos para o Exame Nacional do Ensino Médio bem como para as Olimpíadas Brasileiras de Matemática.
- Quais competências serão desenvolvidas?  
Em Matemática, a BNCC propõe cinco unidades temáticas, correlacionadas, que orientam a formulação de habilidades a serem desenvolvidas ao longo do Ensino Médio. São elas: números, álgebra, geometria, grandezas e medidas e probabilidade e estatística. O aplicativo se propõe a trabalhar com todas essas competências.
- Quais conteúdos estarão associados?  
Funções de 1º e 2º grau, Progressões Aritmética e Geométrica, Estatística, Grandezas Proporcionais, Porcentagem, Equações de 1º e 2º grau, Trigonometria (triângulo retângulo e semelhança de triângulos), Análise combinatória, Geometria Plana, Geometria Espacial e Probabilidade.
- Quais atitudes e comportamentos dos alunos serão potencializados?  
Autodesenvolvimento, curiosidade por buscar solucionar problemas, colaboração e competitividade.

#### Estudo do público-alvo (alunos e comunidade)

- Quais são as características dos alunos?  
Alunos que tenham condições de possuir um smartphone ou pelo menos ter acesso à internet.
- Qual é a faixa etária?  
Alunos de 14 anos para cima.



- Quais são os hábitos desses alunos?

É necessário que tenham o hábito de usar um smartphone e gostem de redes sociais. Apesar de isso não ser fundamental, vai auxiliar bastante no trabalho.

- Qual é a rotina deles?

Alunos que frequentem uma escola da rede pública ou privada e que tenham pelo menos uma hora de dedicação diária.

#### Desenvolvimento da camada de conteúdo

- Quais são os problemas do cotidiano que podem ser explorados com um jogo?

Vamos explorar temas relacionados ao Enem e às Olimpíadas Brasileiras de Matemática na forma de exercícios. Essas avaliações trazem em sua formulação temas do cotidiano dos alunos.

- Como esses problemas se relacionam com os conteúdos estudados?

Os problemas são os mesmos já aplicados em anos anteriores, ou seja, há uma conexão perfeita entre o que se estuda e o que se avalia.

#### Desenvolvimento da camada de jogo

- O jogo pretende ser uma competição entre os alunos ou um jogo colaborativo?

O jogo é basicamente competitivo, pois os alunos terão ranking, mas é possível explorar o *app* de forma colaborativa, bastando que dois ou mais alunos se reúnam para resolver as atividades em conjunto.

- O jogo se desenvolverá de forma digital ou presencial? Ou híbrida?

Esse aplicativo será totalmente digital.

- O jogo será pontual ou contextualizado?

O aplicativo está no contexto das avaliações sistematizadas, mas terá a opção de estudos por matérias pontuais.

- Qual é a duração do jogo?  
O jogo não tem duração. Tem objetivos que podem ser alcançados em pouco ou muito tempo, a depender do aluno.

### **Estudo preliminar**

- A história tem o potencial de engajar o seu público?  
O aluno é chamado a uma “aventura” para mudar sua realidade de aprendizado em Matemática e para conseguir isso, conta com ajuda de um mentor, o próprio aplicativo, que o ajuda a passar por diversas provas e a descobrir suas deficiências de aprendizagem, até que todas as dificuldades sejam superadas.

#### Design dos componentes:

- Qual estética se quer utilizar?  
A estética medieval, por possuir rigor geométrico, gosto pela cor e pela luz.
- Essa estética reforça e consolida a história?  
A estética medieval traz consigo a ideia dos cavaleiros medievais, que serão representados pelas peças do xadrez. Esses cavaleiros (usuários) receberão suas armas (distintivos) durante a batalha (responder os exercícios) a cada desafio cumprido.

#### Roteirização

- Missão do jogo:
- Qual é a missão?  
A missão do aplicativo é conseguir fazer com que as estrelas mudem para amarelo. Para isso, o aluno terá que acertar os problemas ou participar de vídeos ou do jogo embutido no sistema.
- A missão é clara, alcançável e mensurável?  
A missão é bastante simples de ser entendida, mas terá que haver esforço para cumpri-la, sendo totalmente mensurável.

- A missão se vincula às competências que serão desenvolvidas?  
A missão e as competências estão completamente conexas. O aluno precisa resolver as questões para cumprir missões, e para que as resolva de forma correta terá que aprender o conteúdo matemático correspondente.
- A missão se vincula ao tema proposto?  
A missão se vincula aos temas Enem e Olimpíadas. Observe que o objetivo em ambos é o mesmo.
- Criação dinâmica e narrativa
- Qual história se quer contar?  
A história é a criação de um avatar, baseado nas peças do xadrez. Esse avatar ganha presentes e condecorações, e todos os participantes poderão ver o avatar dos outros no ranking.
- A narrativa está aderente ao tema e ao contexto do jogo?  
O jogo marcará o tempo de resolução dos exercícios. Considerando que provas possuem um tempo de resolução, estamos criando uma estratégia de treinamento para os estudantes.
- A metáfora do jogo faz sentido para os jogadores?  
Xadrez é um jogo de raciocínio, estratégia e inteligência, tudo em sintonia com os objetivos da Matemática.
- A metáfora do jogo faz sentido para o objetivo da estratégia?  
Sim, porque ser o Rei é atingir o sucesso em qualquer situação.
- Etapas do Jogo (mecânica)
- Qual é a duração do jogo?  
Tempo indeterminado.
- Com que frequência o aluno irá interagir?  
Pode interagir por quanto tempo quiser e quando quiser.
- Qual é a regra do jogo?  
Acertar questões matemáticas.

## 7.1 Um aplicativo gamificado

É importante ressaltar, logo de início, que este aplicativo ainda não foi construído. Ele está, por enquanto, no campo das ideias servindo de fonte inspiradora para profissionais de Tecnologia da Informação que tenham interesse em ferramentas pedagógicas. Além de esta proposta de aplicativo possuir características próprias, ela foi baseada nas experiências com o uso dos aplicativos citados anteriormente: o Duolingo, o Euclidean, Tindin e Khan Academy. Uma ferramenta gamificada para o estudo da Matemática se torna mais eficiente com o uso de tecnologia.

Abaixo, nas Figuras 6 e 7, encontra-se a sugestão de tela principal do aplicativo, com os respectivos ícones.

**Figura 6 - Tela do Menu do Aplicativo**



Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 7 - Itens do Menu do Aplicativo**



Fonte: Elaborada pelo autor

O ícone de notificações se mostra um caminho importante para o sucesso dessas soluções gamificadas: a interação entre o aplicativo e o usuário por meio de mensagens. Se o usuário ficar muito tempo afastado do uso do aplicativo, o algoritmo mandará um aviso dizendo que está com saudades, coisa que o Duolingo faz de forma muito eficiente!

Além disso, se o usuário estiver engajado no uso, as notificações de desafios aparecerão, de modo que há uma conexão entre o aplicativo e o usuário de forma constante.

A estratégia de alguns jogos é permitir aos usuários que criem e customizem seus avatares da maneira como quiserem. Desse modo, eles se sentem donos do avatar, existindo aí uma harmonia entre ambos, como se o avatar adquirisse as mesmas características de um animal de estimação.

O usuário passa a se esforçar (engajamento) para que esse avatar se desenvolva no aplicativo, se a proposta de gamificação estiver bem estruturada. Considerando que o aplicativo foi construído de modo a haver uma conexão entre o desenvolvimento do avatar e o aprendizado do aluno, acreditamos então que o desenvolvimento do usuário ocorre durante o uso deste aplicativo. Um exemplo da utilização desse conceito foram os Tamagotchi, em que os usuários tratavam seus “bichinhos virtuais” como filhos.

Na proposta de aplicativo, Xadrez de Sociedade, sugere-se o desenvolvimento dessa técnica de gamificação, disponibilizando-se avatares e permitindo que eles se desenvolvam em cada etapa, através de conquistas de determinadas tarefas, fazendo com que o usuário se identifique com a evolução do seu próprio avatar.

Um aplicativo muito conhecido por utilizar essa técnica é o Waze. No início o avatar é um bebê, e a partir de uma certa quilometragem percorrida pelo carro você pode começar a customizá-lo. A customização do avatar acaba dando ao usuário alguns poderes com o tempo, como o aumento da confiança que o aplicativo confere pelas colaborações do usuário ao avisar sobre situações do percurso.

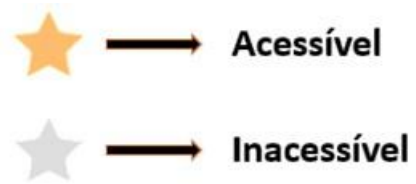
A figura abaixo ilustra a tela do item material do usuário. O aplicativo será construído de forma a se conectar por meio de links com materiais de estudo para os usuários. É possível perceber, pelas Figuras 8 e 9, abaixo, que esse usuário só tem acesso ao primeiro material disponibilizado, pois a estrela amarela só está acesa na primeira posição. Para que ele possa acessar os demais materiais terá que “merecer”, isto é, terá que atingir uma pontuação, pela resolução de exercícios ou pelo atingimento de certo tempo de visualização de videoaulas.

**Figura 8 - Tela do item material**



Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 9 - Símbolos de acessível e inacessível**



Fonte: Elaborada pelo autor

Em seguida há a tela de vídeos (Figura 10), em que os usuários podem assistir a vídeos de exercícios de olimpíadas de Matemática, exercícios do Enem ou do seu próprio professor, como detalhado na Figura 11, abaixo. Esses vídeos estarão linkados a canais do Youtube, mas, ao assistir pelo aplicativo, o usuário terá benefícios, como acesso a materiais impressos ou ícones para a criação de seu Avatar, pois será contabilizado o tempo de acesso.

**Figura 10 - Tela do item vídeo**



Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 11 - Legenda dos itens do vídeo**



Fonte: Elaborada pelo autor

Na tela do item olimpíadas, Figura 12, o aluno irá conquistando as estrelas, e para cada estrela haverá 5 exercícios a serem resolvidos, sendo seguidos dois critérios importantes nessa pontuação: Tempo e Acerto. O aplicativo dará medalhas (Figura 13) quando o aluno for rápido, quando for eficiente e quando for resiliente, ou seja, quando estiver sempre tentando resolver os exercícios, e isso será medido pela quantidade de acessos durante o dia.

**Figura 12 - Tela do item olimpíadas**



Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 13 - Legenda dos componentes da tela**



Fonte: Elaborada pelo autor

Um bom aplicativo costuma ter missões principais e as missões secundárias, mas as últimas não são obrigatórias. Após cumprir as missões principais, o usuário recebe melhores recompensas, o que o mantém interessado em prosseguir.

Essa recompensa pode vir em forma de novos acessos aos materiais, distintivos, medalhas ou produtos e serviços. Com isso, o usuário vai se envolvendo recorrentemente com o *app*, o que pode ser mensurado pelo aplicativo, gerando recompensas.

A tela do Enem, Figura 14, se assemelha à tela das Olimpíadas. A diferença está apenas no tipo de questão que o usuário terá de resolver, recebendo com isso recompensas pelo progresso, tempo e acertos (Figura 15).

**Figura 14 - Tela do item Enem**



Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 15 - Legenda dos componentes da tela**



Fonte: Elaborada pelo autor

Vários aplicativos com propostas de gamificação utilizam presentes como forma de manter o usuário e seus amigos interessados em sua utilização. Esses presentes podem ser: algum distintivo diferente, estrelinhas amarelas para a evolução de outro distintivo, entre outras possibilidades.

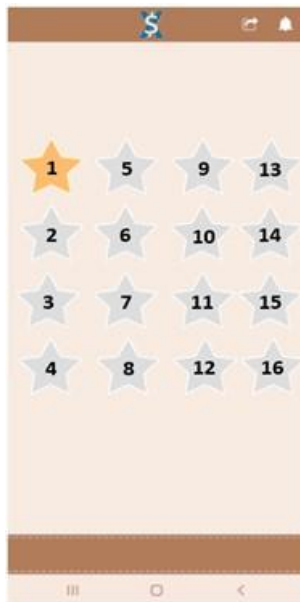
Presentes são uma boa forma de manter o relacionamento entre os usuários que utilizam o aplicativo. Os presentes podem ser utilizados justamente pela limitação de recursos por parte do usuário em certo momento do uso do aplicativo, ou como forma de diminuir a dificuldade que algum usuário tenha, através da “ajuda” de outro usuário, mantendo-se assim uma rede de trabalho de forma cooperativa. Os presentes mais raros poderão ser liberados aos usuários que se encontrem desmotivados, assim aumentando a chance de fazê-los voltar a utilizar o aplicativo.

Além disso, o uso de presentes favorece o aumento de usuários da plataforma, sugerindo-se aos usuários atuais convidar os amigos para utilizar esse aplicativo, para até mesmo que eles tenham com quem trocar presentes virtuais, fortalecendo a relação entre os usuários e fomentando um espírito mais colaborativo.

A tela abaixo, Figura 16, é a transformação do jogo de tabuleiro Xadrez de Sociedade na sua forma digital. A diferença aqui é que não há roleta: o aplicativo escolherá randomicamente a estrelinha e aparecerá uma carta a ser resolvida. As regras são idênticas às do jogo, vide Figura 17.

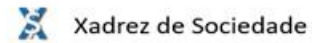


**Figura 16 - Tela do item Xadrez de Sociedade**



Fonte: Elaborada pelo autor

**Figura 17 - Legenda dos componentes da tela**



- |                 |                 |
|-----------------|-----------------|
| 1 - Aluguel     | 9 - Escola      |
| 2 - Promoção    | 10 - Transporte |
| 3 - Saúde       | 11 - Sorte      |
| 4 - Moradia     | 12 - Loteria    |
| 5 - Alimentação | 13 - Diversão   |
| 6 - Família     | 14 - Duelo      |
| 7 - Enfermidade | 15 - Viagem     |
| 8 - Acidente    | 16 - Avatar     |

Fonte: Elaborada pela autor

O nível do avatar mostrará a experiência e o tempo de jogo que aquele usuário possuir. Dessa forma, espera-se que ele tente se superar ou superar outros usuários que também utilizem o aplicativo.

Em aplicativos gamificados é comum a utilização de nível do jogo, Figura 19, que pode ser feita em conjunto com o avatar, mostrando o progresso e a experiência de cada um. Dessa forma competitiva, os usuários poderão perceber o seu progresso comparando-se aos demais.

A tela Hall dos Troféus, Figura 18, mostra o avatar com os distintivos recebidos durante a utilização do aplicativo.

Figura 18 - Tela do Hall dos Troféus



Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 19 - Ícones utilizados como Medalhas e Distintivos



Fonte: Elaborada pelo autor

Existem diversos tipos de distintivos e diversos tipos de medalhas. Espera-se então que a utilização de elementos de jogos favoreça o maior engajamento e a melhoria do desempenho acadêmico daqueles que estejam usando este aplicativo.

## 8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

No final de fevereiro de 2020, alunos e professores brasileiros tiveram que substituir a sala de aula pela própria casa, trocar a lousa, na melhor das opções, por telas de computadores, em decorrência da pandemia mundial do Covid-19, numa tentativa de dar continuidade ao processo educacional.

Diante dessa fatalidade epidêmica, evidenciou-se aquilo que já se sabia: o contraste educacional brasileiro. Diferentemente da realidade das escolas particulares de grande porte, muitas das escolas públicas, numa tentativa de dar continuidade às aulas, teve que optar pela produção de material impresso e entregá-lo aos alunos, pois além de a rede pública, em grande parte, não ter uma plataforma educacional digital, um número significativo dos alunos não tem acesso à internet.

Diante desse cenário, comecei a escrever sobre a temática de jogos educacionais, pois essa realidade brasileira, de tamanha desigualdade econômico-social, me sensibilizou muito. Comecei a pensar numa maneira de contribuir para melhoria do aprendizado da Matemática, e isso me motivou a elaborar uma proposta de game baseado em cartas, por ser um material simples e de baixo custo.

Esse trabalho foi uma tentativa de criação de um jogo que utilizasse a resolução de situações-problema de Matemática em seu desenvolvimento, algumas vezes questões de raciocínio lógico e outros exercícios de fixação. Dessa forma, imaginei que o uso de cartas seria mais adequado porque seria possível escrever as questões de Matemática da maneira como são encontradas no próprio material escolar ou em exames como Enem ou Olimpíadas de Matemática.

Como sou fã de xadrez e considero esse jogo bastante significativo no desenvolvimento da concentração e da estratégia, cheguei a pensar em escrever sobre o uso do xadrez na sala de aula, como instrumento de ensino da Matemática. No entanto, eu acabei desistindo por pura incompetência minha, e para não deixar o xadrez totalmente de lado, coloquei no jogo deste trabalho as peças do xadrez simbolizando os personagens.

Ao criar as regras e as peças do jogo, meu orientador me fez uma pergunta que foi importante para a continuidade do trabalho: “Como vamos avaliar os alunos utilizando esse jogo?”. Essa pergunta foi realmente muito pertinente, e me fez mudar os rumos do trabalho.

A realidade de uma sala de aula é muito dinâmica e o professor, ao aplicar o jogo, precisa registrar o aprendizado dos alunos individualmente. Dependendo da estrutura do jogo, o professor não teria tempo de avaliar o aprendizado dos alunos e assim fazer os seus registros. A metodologia precisava dar um passo na direção da tecnologia digital! Foi quando segui para o estudo da gamificação.

A gamificação tem a vantagem de ser usada em meios computacionais. Não é que seja impossível usá-la em meios físicos, mas em geral ela está vinculada aos meios computacionais. A gamificação, apesar de estar muito atrelada à área de marketing, já está começando a ser utilizada na área educacional.

Sei que gamificar uma sala de aula é uma tarefa muito complexa, dependente de muitas variáveis, e por isso ainda distante da maioria das escolas. A realidade brasileira é muito desigual, porém já existem pessoas pensando em gamificar a educação, não da sala de aula, mas por intermédio de aplicativos como o Duolingo e o site Khan Academy, de sucesso mundial, que podem servir de complemento à sala de aula.

Tenho interesse na melhoria dos mecanismos educacionais, para apoio ao professor, nessa tarefa tão complicada de motivar os alunos ao aprendizado. Ao aplicarmos um jogo ou ao gamificarmos as atividades pedagógicas, buscamos encontrar um caminho para melhor resolver problemas matemáticos, e com isso aumentar o engajamento dos alunos.

O jogo de tabuleiro que criei é de fato um jogo ou um meio de gamificar a resolução de problemas no dia a dia da sala de aula?

Penso que seja um jogo, pois mostramos no trabalho as diferenças entre a gamificação e um game. Esse jogo tem um fim em si mesmo, podendo ser utilizado na sala de aula ou em gincanas e olimpíadas.

Fica então o convite ao leitor para uma pesquisa sobre a eficácia desse game em sala de aula, bem como uma parceria para a criação de um aplicativo gamificado, tornando concreto o uso dessa ferramenta no ensino brasileiro.

Como dito anteriormente, a pandemia do Covid-19 impossibilitou as aulas presenciais e em consequência a aplicação desse jogo em sala de aula, no ano de 2021. Entretanto, ela criou uma oportunidade para pensarmos em soluções digitais de modo a enfrentar o problema do distanciamento social, utilizando para isso sistemas de aprendizagem móvel, cabendo à gamificação o papel de estratégia de interação do aluno com esses sistemas.

Creio que a escola poderá utilizar-se de mecanismos periféricos à sala de aula, através da aprendizagem móvel, usando instrumentos portáteis, como notebooks, tablets e smartphones. Unindo o uso dessas ferramentas a uma plataforma gamificada, teremos agilidade na resolução das atividades e feedback imediato, fazendo com que a educação matemática de qualidade chegue a qualquer ponto do país.

De acordo com Shuler, C., Winters e West:

Ao longo dos próximos 15 anos, é importante que a implementação de projetos de aprendizagem móvel e seus modelos pedagógicos não sejam orientados apenas pelas vantagens e limitações das tecnologias móveis, mas também pela consciência de como as tecnologias se encaixam na estrutura cultural e social mais ampla das comunidades [...]. Com os incentivos políticos e sociais certos, e o que é mais urgente, com mecanismos de capacitação para a formulação de intervenções de aprendizagem móvel, essa forma de aprendizagem tem o potencial de transformar as oportunidades e os resultados educacionais. (SHULER; WINTERS; WEST, 2014, p. 14).

Entendemos que a gamificação da sala de aula é uma diretriz em harmonia com os parâmetros curriculares nacionais, pois o uso de instrumentos pedagógicos gamificados para auxiliar no aprendizado de Matemática facilita a contextualização e a integração com outros conhecimentos que podem proporcionar o desenvolvimento de competências e habilidades.

Finalizando, o objetivo deste trabalho consistiu na proposta de criação de um jogo que aumentasse o engajamento dos alunos na resolução de problemas matemáticos, assim como compreendesse exercícios matemáticos aplicáveis ao dia a dia da sala de aula, além da sugestão ao professor do desenvolvimento de propostas de gamificação. É possível gamificar as atividades escolares como: gincanas, olimpíadas e até mesmo a própria sala de aula, encorajando-se também o uso da aprendizagem móvel como auxílio na aprendizagem matemática.

Sabemos que a gamificação não vai resolver todos os problemas educacionais, mas pode auxiliar na solução de alguns deles. Durante todo o trabalho, me expressei muitas vezes através da utilização de quadros comparativos, e encerro este trabalho com um quadro comparativo que mostra as vantagens e desvantagens do uso da gamificação em ambientes educacionais.

**Quadro 9 - Vantagens e desvantagens da Gamificação**

<b>VANTAGENS</b>	<b>DESVANTAGENS</b>
Promoção da colaboração entre os estudantes, inclusive na questão da inclusão de estudantes com deficiências ou déficits, e a competição	Foco único e exclusivo no jogo — o jogo pelo jogo, simplesmente
Incentivo dos estudantes ao empenho na realização das tarefas	Disputas entre os estudantes por notoriedade e status
Aumento do questionamento dos estudantes	Falta de formação dos professores
Aumento do rendimento dos estudantes, sobretudo nos componentes curriculares tidos como mais complexos	Desigualdade socioeconômica perante a infraestrutura tecnológica
Feedback mais rápido para os estudantes, proporcionando uma sensação de realização pessoal, e com isso a afirmação pessoal	Equipe diretiva retrógrada, dificultando a execução das atividades, por considerarem o uso de smartphones uma fonte de distração
Desenvolvimento psicomotor e cognitivo	Custo envolvido na manutenção do modelo de gamificação, sendo necessário, assim, um maior engajamento do professor e/ou da equipe envolvida no projeto
Uso de trabalhos interdisciplinares	-
Promoção do estudante, de mero expectador a protagonista da sua aprendizagem	-

Fonte: OLIVEIRA, 2018, p. 28-29.

De acordo com o Art. 4º, V, da BNCC, o aluno deve compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais, incluindo as escolares, para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.

Portanto, este trabalho sugere e procura demonstrar que a utilização de Jogos de Tabuleiro e a Gamificação, ambos como Atividades Pedagógicas, aumentarão a motivação e o engajamento dos alunos no processo de Resolução de Problemas Matemáticos.

## REFERÊNCIAS

- ALVES, F. **Gamification**: como criar experiências de aprendizagem engajadoras um guia completo: do conceito à prática. São Paulo: DVS, 2015.
- ALVES, L. R. G.; MINHO, M. R. S.; DINIZ, M. V. C. Gamificação: diálogos com a educação. In: FADEL, L. M. et al. (Org.). **Gamificação na Educação**. São Paulo: Pimenta Cultural, 2014. p. 74-97.
- ALVES, M. M.; TEIXEIRA, O. Gamificação e objetos de aprendizagem: contribuições da gamificação para o design de objetos de aprendizagem. In: FADEL, L. M. et al. (Org.). **Gamificação na Educação**. São Paulo: Pimenta Cultural, 2014. p. 122-142.
- BEM EXPLICADO. **Planificações de sólidos geométricos**. Disponível em: <https://bemexplicado.pt/ficha-de-trabalho-planificacoes-de-solidos-geometricos-1/>. Acesso em: 15 abr. 2021.
- BORIN, J. **Jogos e resolução de problemas**: uma estratégia para as aulas de matemática. 3.ed. São Paulo: IME/USP, 1998.
- BRAINLY. **Matemática**. Disponível em: <https://brainly.com.br/materia/matematica>. Acesso em: 15 abr. 2021.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base nacional comum curricular**: educação é a base. Brasília, 2018. Disponível em: [http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\\_EI\\_EF\\_110518\\_versaofinal\\_site.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf). Acesso em: 15 abr. 2021.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Orientações curriculares para o ensino médio**: Ciências Da Natureza, Matemática e Suas Tecnologias. Brasília: MEC, 2006. Disponível em: [http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book\\_volume\\_02\\_internet.pdf](http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf). Acesso em: 15 abr. 2021.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros curriculares nacionais (1ª a 4ª série)**: matemática. Brasília: MEC, 1997. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em: 15 abr. 2021.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros curriculares nacionais**: ensino médio: Parte III: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC, 2000. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>. Acesso em: 15 abr. 2021.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros curriculares nacionais**: ensino médio. Brasília: MEC, 2000. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/blegais.pdf>. Acesso em: 15 abr. 2021.
- BRASIL. Ministério da Educação. **PNLD**. Brasília: MEC, 2019. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/component/content/article?id=12391:pnlid>. Acesso em: 15 abr. 2021.

BRITO, A. L. D. S. **Level up**: uma proposta de processo gamificado para a educação. 2017. 135 f. Dissertação (Mestrado em 2017) – Instituto Metrópole Digital, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, RN, 2017.

BUSARELLO, R. I.; FADEL, L. M.; ULBRICHT, V. R. A gamificação e a sistemática de jogo. In: FADEL, L. M. et al. (Org.). **Gamificação na educação**. São Paulo: Pimenta Cultural, 2014a. p. 11-37.

BUSARELLO, R. I.; FADEL, L. M.; ULBRICHT, V. R. Gamificação na construção de histórias em quadrinhos hiperídia para a aprendizagem. In: FADEL, L. M. et al. (Org.). **Gamificação na Educação**. São Paulo: Pimenta Cultural, 2014b. p. 166-191.

CAMPOS, L; BORTOLOTO, T.; FELÍCIO, A. **A produção de jogos didáticos para o ensino de ciências e Biologia**: uma proposta para favorecer a aprendizagem. Botucatu: Unesp, 2002. Disponível em: <http://unesp.br/prograd/PDFNE2002/aproducaodejogos.pdf>. Acesso em: 05 abr. 2021.

CHAGAS, Emiliano. **Polos olímpicos de treinamento intensivo**: curso de aritmética. Curitiba: UFPR, 2018. Disponível em: <http://www.mat.ufpr.br/poti/documentos/2018/material/Aula%2003%20-%20Problemas%20de%20C3%81lgebra.pdf> Acesso em: 15 abr. 2021.

COLÉGIO NOME LINI. **Exercícios de aplicação do teorema de Pitágoras**. Disponível em: <http://www.colegionomelini.com.br/midia/arquivos/2014/10/c67c8dceecfe0ad4c2b4b2d330d21741.pdf> Acesso em: 15 abr. 2021.

COLÉGIO PARTHENON. **7ª lista de exercícios complementares de matemática**: produtos notáveis. Disponível em: <https://pt-static.z-dn.net/files/db2/339be2168241a2c0ead1e53873968c50.pdf> Acesso em: 15 abr. 2021.

COSTA, A. C. S.; MARCHIORI, P. Z. Gamificação, elementos de jogos e estratégia: uma matriz de referência. **InCID: Revista de Ciência da Informação e Documentação**, v. 6, n. 2, p. 44-65, 2015. <https://doi.org/10.11606/issn.2178-2075.v6i2p44-65>. Disponível em: <https://www.revistas.usp.br/incid/article/view/89912>. Acesso em: 25 mar. 2021.

CSIKSZENTMIHALY, M. **Flow**: the psychology of optimal experience. New York, NY: Harper & Row, 1990.

CSIKSZENTMIHALYI, M. **Sobre o estado de Flow**. TED, 2004. Disponível em: [http://www.ted.com/talks/mihaly\\_csikszentmihalyi\\_on\\_flow.html](http://www.ted.com/talks/mihaly_csikszentmihalyi_on_flow.html). Acesso em: 15 fev. 2021.

DIANA, J. B. et al. Gamification e teoria do flow. In: FADEL, L. M.; ULBRICHT, V. R.; BATISTA, C. R.; VANZIN, T. **Gamificação na educação**. São Paulo: Pimenta Cultural, 2014. p. 38-73.

DISTRITO FEDERAL. Secretaria de Estado de Educação. **Currículo em movimento da educação básica**: pressupostos teóricos. Brasília, DF.: Secretaria de Estado da Educação, 2014a. Disponível em: [http://www.cre.se.df.gov.br/ascom/documentos/subeb/cur\\_mov/1\\_pressupostos\\_teoricos.pdf](http://www.cre.se.df.gov.br/ascom/documentos/subeb/cur_mov/1_pressupostos_teoricos.pdf). Acesso em: 2 abr. 2019.



DISTRITO FEDERAL. Secretaria de Estado de Educação. **Currículo em movimento da educação básica**: ensino médio. Brasília, DF.: Secretaria de Estado da Educação, 2014b. Disponível em: [http://www.cre.se.df.gov.br/ascom/documentos/subeb/cur\\_mov/1\\_pressupostos\\_teoricos.pdf](http://www.cre.se.df.gov.br/ascom/documentos/subeb/cur_mov/1_pressupostos_teoricos.pdf). Acesso em: 2 abr. 2019.

DREAMSTIME. **Frações**: ilustrações e vetores. Disponível em: <https://pt.dreamstime.com/illustration/fra%C3%A7%C3%B5es.html> . Acesso em: 15 abr. 2021.

ECHEVERRÍA, M. P.; POZO, J. I. Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender. In: POZO, J. I. (Org.). **A solução de problemas**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998. Disponível em: <https://edisciplinas.usp.br/mod/resource/view.php?id=3309>. Acesso em: 2 abr. 2019.

ENGELMANN, J. **Jogos matemáticos**: experiências no PIBID. Natal: IFRN, 2014. Disponível em: <https://memoria.ifrn.edu.br/bitstream/handle/1044/1059/Jogos%20matematicos%20-%20Ebook.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em: 14 abr. 2021.

FALKEMBACH, G. A. M. **O lúdico e os jogos educacionais**. Rio Grande do Sul: UFRGS, 2013. Disponível em: [http://penta3.ufrgs.br/midiasedu/modulo13/etapa1/leituras/arquivos/Leitura\\_1.pdf](http://penta3.ufrgs.br/midiasedu/modulo13/etapa1/leituras/arquivos/Leitura_1.pdf). Acesso em: 15 fev. 2021.

FERREIRA, A. A Khan Academy não substitui o professor. **Revista Nova Escola**, jan. 2013. Disponível em: <https://novaescola.org.br/conteudo/2047/a-khan-academy-nao-substitui-o-professor#>. Acesso em: 5 abr. 2021.

FRANÇA, R. M.; REATEGUI, E. B. Interface de um ambiente de aprendizagem baseado em questionamento com conceitos de gamificação para dispositivos móveis. In: FADEL, L. M. et al. (Org.). **Gamificação na educação**. São Paulo: Pimenta Cultural, 2014. p. 257-283.

FRIEDMANN, A. **Brincar, crescer e aprender**. O resgate do jogo infantil. São Paulo: Moderna, 1996.

GOUVEIA, R. **Exercícios de probabilidade**. Toda Matéria. Disponível em: <https://www.todamateria.com.br/exercicios-sobre-probabilidade/> Acesso em: 15 abr. 2021.

GRANDO, R. C. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula**. 2000. Tese (Doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, São Paulo, 2000. Disponível em: <http://repositorio.unicamp.br/jspui/handle/REPOSIP/251334>. Acesso em: 15 abr. 2021.

INSTITUTO DE DESENHO INSTRUCIONAL. Infográfico: 7 dicas de gamificação. Disponível em: <https://www.desenhoinstrucional.com/post/infogr%C3%A1fico-7-dicas-de-gamifica%C3%A7%C3%A3o/>. Acesso em: 18 abr. 2021.

KHAN Academy vai chegar a mais brasileiros. Porvir, 18 jan. 2013. Disponível em: <https://porvir.org/khan-academy-vai-chegar-mais-brasileiros/>. Acesso em: 17 abril. 2021.

MARCZEWSKI, Andrzej. **Gamification**: a simple introduction. Kindle Edition, 2013.

MATH. **Enigmas matemáticos e quebra cabeças de matemática**. Disponível em: [https://play.google.com/store/apps/details?id=com.BlackGames.MathRiddles&hl=pt\\_BR&gl=US](https://play.google.com/store/apps/details?id=com.BlackGames.MathRiddles&hl=pt_BR&gl=US). Acesso em: 15 abr. 2021.

NETTO, M. Aprendizagem na EAD, mundo digital e gamification. In: FADEL, L. M. et al. (Orgs.) **Gamificação na educação**. São Paulo: Pimenta Cultural, 2014. p. 98-121.

OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS.

**Operações com números naturais**: 6º ano/EF. OBMEP. Disponível em: <https://portaldabmeop.impa.br/uploads/material/20iw041huzz4o.pdf>. Acesso em: 15 abr. 2021.

OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA. **Provas e gabaritos**. Disponível em: <https://www.obm.org.br/como-se-preparar/provas-e-gabaritos>. Acesso em: 15 abr. 2021.

OLIVEIRA, A. **Gamificação no cotidiano escolar**: um mapeamento sistemático da literatura com ênfase em tecnologia e educação. 2008. Monografia (Especialização em Mídias da Educação) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, 2008. Disponível em: <https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/199491/001101574.pdf?sequence=1>. Acesso em: 15 fev. 2021.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1997. Disponível em: [http://im.ufrj.br/~nedir/disciplinas-Pagina/Polya-Arte\\_Resolver\\_Problemas.pdf](http://im.ufrj.br/~nedir/disciplinas-Pagina/Polya-Arte_Resolver_Problemas.pdf). Acesso em: 15 fev. 2021.

QCONCURSOS. **Questões de concursos**. Disponível em: <https://www.qconcursos.com/questoes-de-concursos> Acesso em: 15 abr. 2021.

SHULER, C.; WINTERS, N.; WEST, M. O futuro da aprendizagem móvel: implicações para planejadores e gestores de políticas. Brasília: UNESCO, 2014. Disponível em: [https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000228074\\_por](https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000228074_por). Acesso em: 20 mar. 2021.

SIGNORI, G; GUIMARÃES, J; CORRÊA, S. Gamificação como método de ensino inovador. In: MOSTRA DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA, 16., 2016, Caxias do Sul, RS. Anais [...]. Caxias do Sul: UCS, 2016. Disponível em: <http://www.ucs.br/etc/conferencias/index.php/mostraucspgga/xvimostrappga/paper/viewFile/4747/1612>. Acesso em: 15 fev. 2021.

STOODI. **Banco de exercícios**. Disponível em: <https://www.stoodi.com.br/> Acesso em: 15 abr. 2021.

TINDIN APP. **Como funciona o universo Tindin**. Disponível em: <https://www.tindin.com.br/>. Acesso em: 18 abr. 2021.

UNICAMP. Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica.  
**Matemática básica 2**: quinta lista de exercícios. Campinas: IME, 2018. Disponível em: [https://www.ime.unicamp.br/~chico/ma092/MA092\\_ex5.pdf](https://www.ime.unicamp.br/~chico/ma092/MA092_ex5.pdf) Acesso em: 15 abr. 2021.

VIANNA, M.; VIANNA, Y.; MEDINA, B.; TANAKA, S. **Gamification, Inc**: como reinventar empresas a partir de jogos, Rio de Janeiro: MJV Press, 2013.

WERBACH, K.; HUNTER, D. **For the win**: how game thinking can revolutionize your business. Philadelphia: Wharton Digital Press, 2012.

WEXELL, L.; MATTAR, J. Aprendizagem tangencial: revisão de literatura sobre os usos contemporâneos do conceito. **Revista EducaOnline**, v. 11, n. 1, jan./abr. 2017. Disponível em: <http://www.latec.ufrj.br/revistas/index.php?journal=educaonline&page=article&op=download&path%5B%5D=904&path%5B%5D=794>. Acesso em: 15 abr. 2021.

## APÊNDICES

### APENDICE A - REGRAS DO JOGO – XADREZ DE SOCIEDADE

Objetivo: Acumular o maior número de pontos no tempo estabelecido.

O jogo pode ser individual ou pode ser jogado por qualquer número de participantes, bastando apenas que se acrescentem cartas de avatar para que cada participante tenha uma, por isso, na confecção do jogo deve-se ter em mente isso. Sugiro que o máximo sejam 8 participantes para a quantidade de cartas que eu elaborei aqui. O jogo inicia com todos os participantes utilizando o personagem peão do xadrez, sendo necessário que cada participante tenha uma caneta e uma ficha de anotações; o ideal é que exista um professor para cuidar do tempo de cada rodada, que deve ser combinado no início do jogo com os alunos. O tempo total de jogo pode variar conforme a necessidade, sendo de pelo menos 30 min.

Há uma roleta composta por 16 setores de mesma área; já que é uma temática que pode ser explorada pelo professor, como confeccionar essa roleta?

A roleta é igualmente dividida em:

Aluguel; Avatar; Promoção; Saúde; Moradia; Alimentação; Família; Enfermidade; Acidente; Escolaridade; Transporte; Sorte; Loteria; Diversão; Duelo e Viagem.

Cada um desses setores possui 20 cartas com exercícios matemáticos a serem respondidos por todos os participantes simultaneamente! Aqui cabe um breve comentário, quanto mais alunos estiverem participando com o mesmo jogo, isto dificultará no controle ético, então, pode valer a pena dividir a sala em mais grupos, cada grupo com um jogo independente.

No início, todos os participantes recebem 400 pontos. Essa regra pode ser alterada, podendo ser mais ou menos pontos no início. Cabe ressaltar aqui que essa pontuação inicial é importante porque tem atividades do jogo que perdem pontos.

#### **Material para o jogo:**

1. Canetas
2. Papel ou ficha de anotações
3. Relógio ou ampulheta
4. 16 Cartas com as peças do jogo de xadrez
5. Cartas
6. Dado

7. Roleta

8. Caixa de Baralho – 12,5 cm x 9,5 cm x 2,0 cm

### **Iniciando o Jogo**

Gira-se a roleta para identificar o setor de cartas a serem respondidas. Se a roleta cair em:

**1 - Aluguel:** Retira-se a carta aluguel e faz-se a pergunta para todos os participantes do jogo, cada participante escreve a sua resposta em sua ficha de anotações, e todos os jogadores que errarem a resposta perderão 200 pontos, salvo se já possuírem alguma casa, neste caso passarão a receber 200 pontos, caso acertem a resposta da pergunta da carta aluguel.

A observação aqui diz respeito à analogia com a vida real, observe que ter uma casa própria gera segurança financeira.

**2 - Avatar:** Cada jogador jogará o dado uma vez

Se o resultado for:

- 1) Peão: 400 pontos.
- 2) Cavalo: 600 pontos.
- 3) Bispo: 800 pontos.
- 4) Torre: 1000 pontos se acertar a pergunta da carta profissão; se errar, passará ao avatar peão.
- 5) Rainha: 1200 pontos se acertar a pergunta da carta profissão; se errar, passará ao avatar peão.
- 6) Rei: 1400 pontos se acertar a pergunta da carta profissão; se errar, passará ao avatar peão.

O jogador utilizará a carta que representa o seu personagem para que todos possam ver.

Caso a roleta caia novamente nessa posição, o participante jogará o dado novamente e poderá mudar de personagem. A pontuação é recebida sempre que a roleta cair nessa posição.

**3 - Promoção:** Quando a roleta cair nessa posição, os jogadores respondem ao exercício da carta promoção, quem acertar ganha os pontos correspondentes ao seu avatar.

**4 - Saúde:** Ao cair na posição saúde, retira-se a carta saúde, se o jogador errar a pergunta, perderá metade de sua pontuação atual; se acertar a pergunta, ele saiu curado da rodada.

Uma observação aqui é sobre o fato da saúde ser uma condição essencial na vida, por isso que perdê-la traz grande prejuízo no jogo.

**5 - Moradia:** O participante ganhará uma casa e 1000 pontos desde que acerte a pergunta da carta moradia; se errar, ficará apenas com a casa. Deve registrar na ficha que tem uma casa.

**6 - Alimentação:** Caindo nessa posição cada participante perderá 200 pontos, salvo se acertar a pergunta da carta alimentação.

**7 - Família:** Caindo nessa posição cada participante ganhará 200 pontos desde que acerte a pergunta da carta família.

**8 - Enfermidade:** Ao cair nessa posição, o participante perderá metade dos pontos, salvo se acertar a pergunta da carta enfermidade.

**9 - Acidente:** Todos perderão 200 pontos, salvo se pelo menos um dos alunos acertar a pergunta da carta acidente.

Neste momento do jogo, inseri uma situação colaborativa.

**10 - Escolaridade:** Cada participante joga o dado, se o resultado for:

1 Básica – ganha 100 pontos se acertar a pergunta da carta escolaridade.

1. Fundamental – ganha 200 pontos se acertar a pergunta da carta escolaridade.

2. Médio – ganha 300 pontos se acertar a pergunta da carta escolaridade.

3. Bacharel – ganha 400 pontos se acertar a pergunta da carta escolaridade.

4. Mestre – ganha 500 pontos se acertar a pergunta da carta escolaridade.

5. Doutor – ganha 600 pontos se acertar a pergunta da carta escolaridade.

Neste ponto tento mostrar que a escolaridade é um fator que traz melhorias econômicas ao cidadão.

**11 - Transporte:** Ao cair nessa posição todos pagam 100 pontos, salvo se acertarem a pergunta da carta transporte.

**12 - Sorte:** Todos ganham 500 pontos, nessa rodada não tem cartas.

**13 - Loteria:** Ao cair nessa posição os participantes terão que responder a uma carta loteria em 2 minutos, todos que acertarem ganharão 500 pontos.

**14 - Diversão:** Todos pagam 100 pontos, salvo se acertarem a pergunta da carta diversão.

**15 - Duelo:** Ao cair nessa posição, os participantes farão um duelo, o duelo consiste em retirar cartas duelo, responder em sequência, quem responder mais cartas em 5 min, vence e leva 1000 pontos.

**16 - Viagem:** Todos pagam 500 pontos, salvo se acertarem a pergunta da carta viagem. Se não tiverem como pagar, ficarão com a pontuação negativa.

**Registro:** Toda pontuação deve ser registrada na ficha. Ao final do tempo determinado, quem tiver o maior valor de pontos vence o jogo. O gráfico na ficha está sem escala, seria bom que o professor ensinasse a criar escala e como marcar a pontuação.

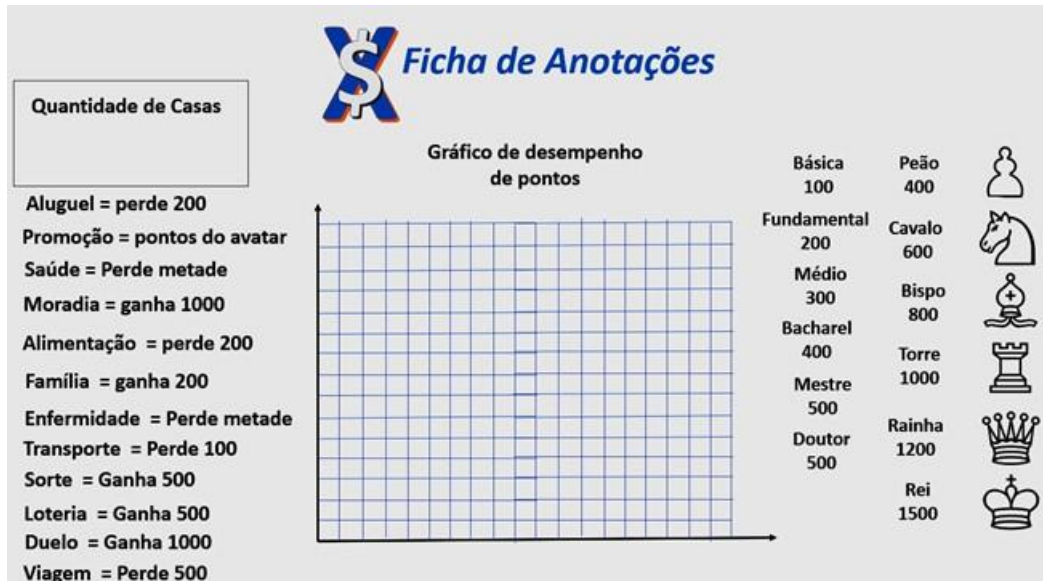
APÊNDICE B – ROLETA – XADREZ DE SOCIEDADE



Fonte: Elaborada pelo autor



## APÊNDICE C – FICHA DE ANOTAÇÕES – XADREZ DE SOCIEDADE



**APÊNDICE D – MODELO DE CARTAS – XADREZ DE SOCIEDADE**

Fonte: Elaborada pelo autor



Fonte: Elaborada pelo autor



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

**Cartas - Anverso**



**Fonte: Elaborada pelo autor**



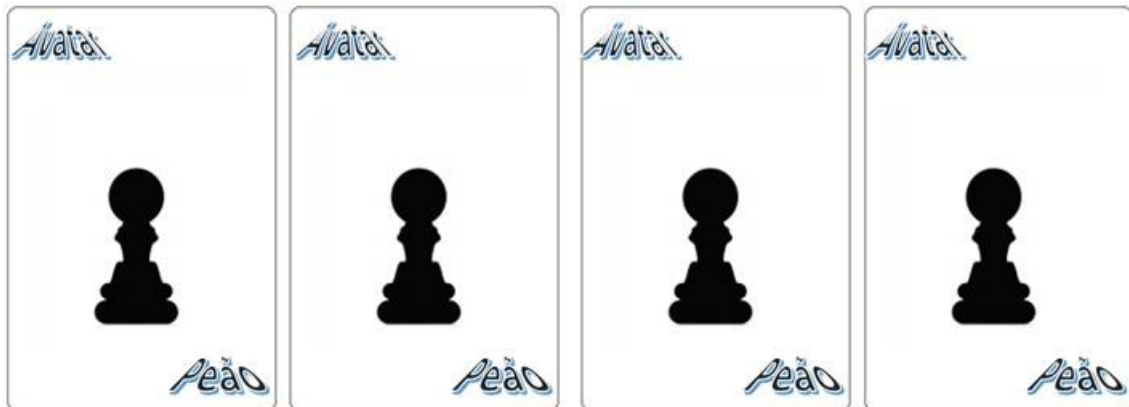
**Fonte: Elaborada pelo autor**



## APÊNDICE E – PERSONAGENS – XADREZ DE SOCIEDADE



Fonte: Elaborada pelo autor



Fonte: Elaborada pelo autor

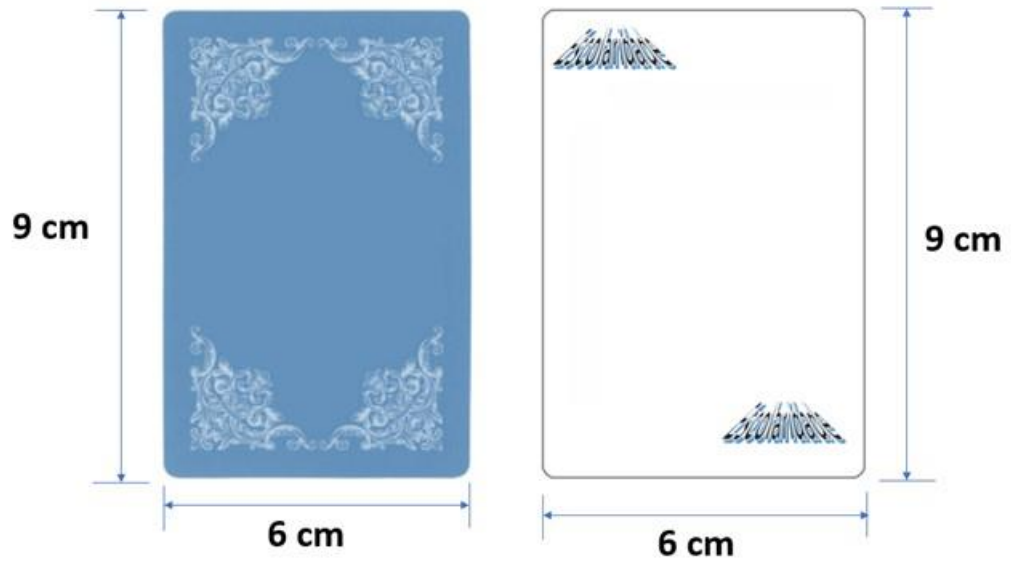
**APÊNDICE F – ESCOLARIDADE – XADREZ DE SOCIEDADE**

 <b>Básico</b> <b>+ 100</b> 	 <b>Fundamental</b> <b>+ 200</b> 	 <b>Médio</b> <b>+ 300</b> 	 <b>Bacharel</b> <b>+ 400</b> 
---	--	---	---

Fonte: Elaborada pelo autor

 <b>Mestre</b> <b>+ 500</b> 	 <b>Doutor</b> <b>+ 600</b> 
---	--

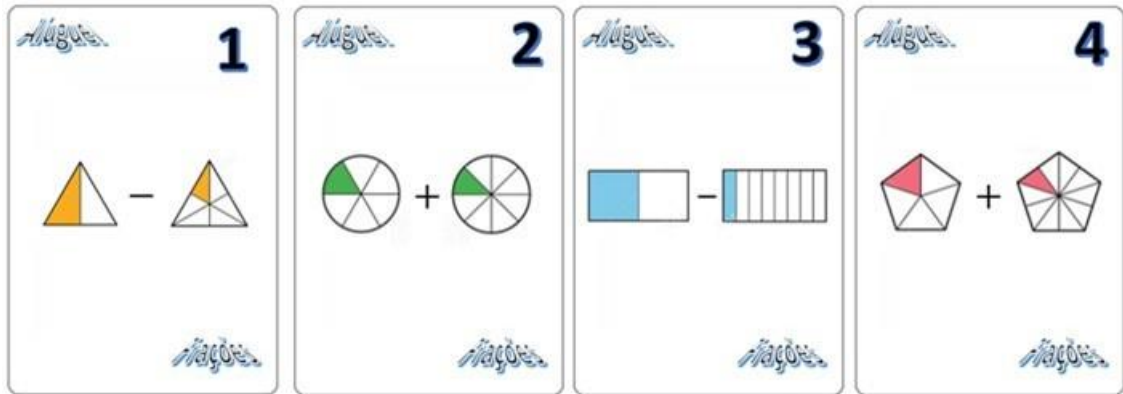
Fonte: Elaborada pelo autor

**APÊNDICE G – DIMENSÃO DAS CARTAS – XADREZ DE SOCIEDADE**

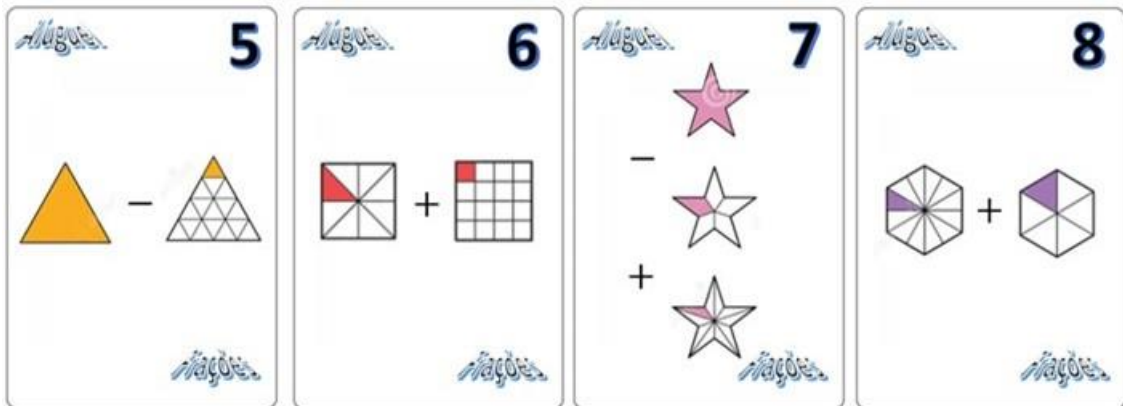
Fonte: Elaborada pelo autor



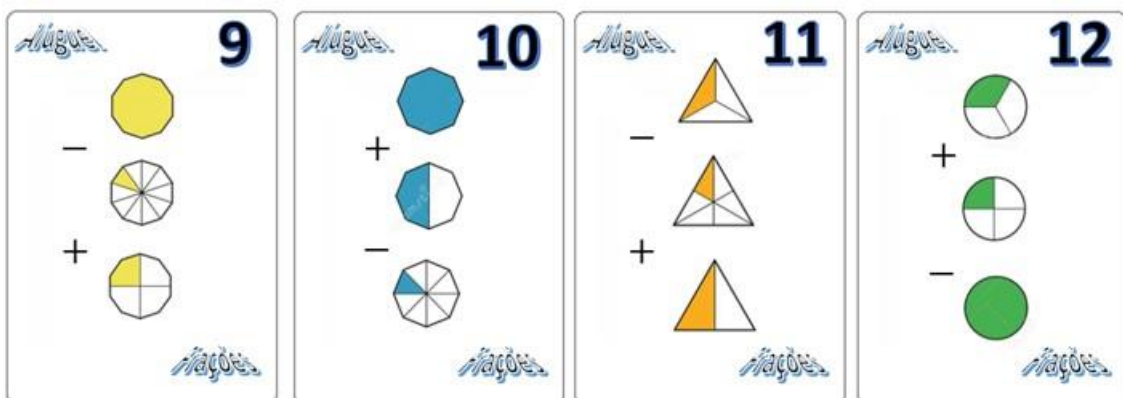
## APÊNDICE H – CARTAS ALUGUEL – XADREZ DE SOCIEDADE



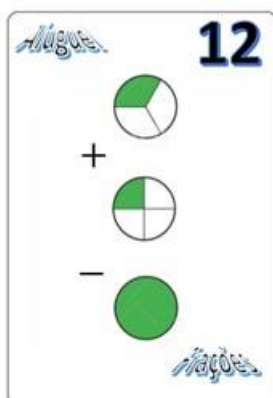
Fonte: (DREAMSTIME, 2021)




Fonte: (DREAMSTIME, 2021)

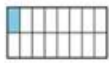


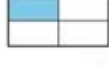
Fonte: (DREAMSTIME, 2021)



*Mágica* **13**


- 


+ 


+ 

*nações*

*Mágica* **14**


- 


+ 


+ 

*nações*

*Mágica* **15**


- 


+ 


+ 

*nações*

*Mágica* **16**

+ 


+ 


+ 


*nações*

Fonte: (DREAMSTIME, 2021)

*Mágica* **17**


- 


+ 


+ 

*nações*

*Mágica* **18**


+ 


- 


- 

*nações*

*Mágica* **19**


- 


+ 


+ 

*nações*

*Mágica* **20**

+ 

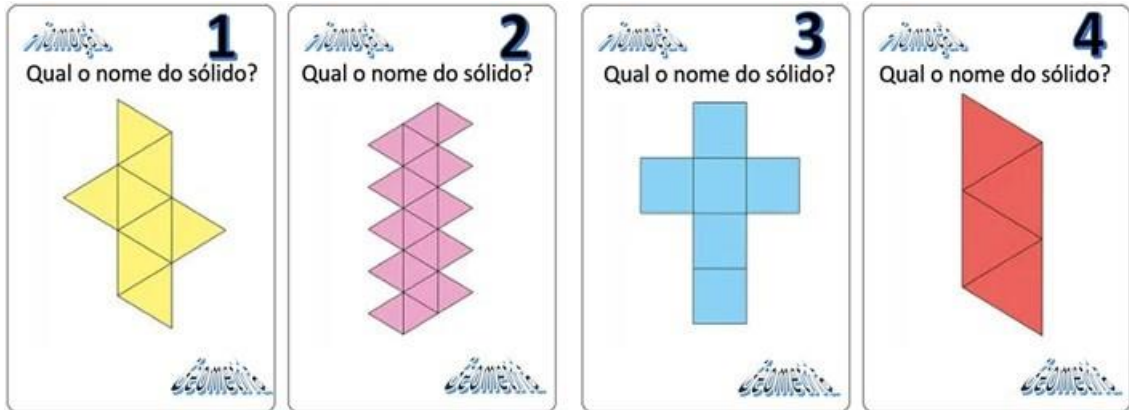
+ 

- 

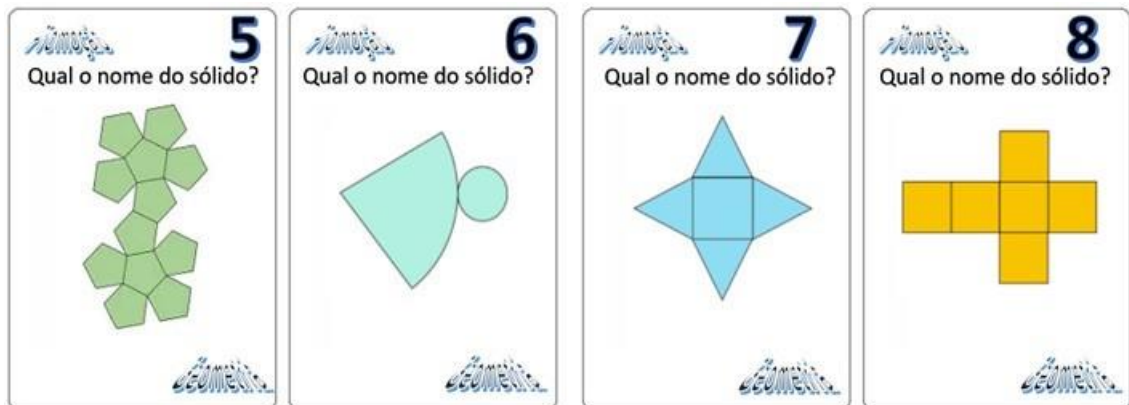
*nações*

Fonte: (DREAMSTIME, 2021)

## APÊNDICE I – CARTAS PROMOÇÃO – XADREZ DE SOCIEDADE



Fonte: (BEM EXPLICADO, 2021)



Fonte: (BEM EXPLICADO, 2021)

**9**  
Qual o nome do sólido?



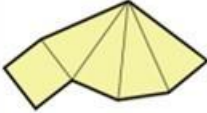
GEOMETRIA

**10**  
Qual o nome do sólido?



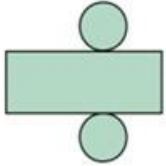
GEOMETRIA

**11**  
Qual o nome do sólido?



GEOMETRIA


**12**  
Qual o nome do sólido?



GEOMETRIA

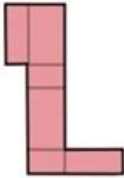
Fonte: Elaborada pelo autor

**13**  
Qual o nome do sólido?



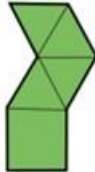
GEOMETRIA

**14**  
Qual o nome do sólido?



GEOMETRIA

**15**  
Qual o nome do sólido?



GEOMETRIA

**16**  
Qual o nome do sólido?



GEOMETRIA

Fonte: Elaborada pelo autor

**17**  
Qual o nome do sólido?



GEOMETRIA

**18**  
Qual o nome do sólido?



GEOMETRIA

**19**  
Qual o nome do sólido?



GEOMETRIA

**20**  
Qual o nome do sólido?



GEOMETRIA

Fonte: Elaborada pelo autor

APÊNDICE J – CARTAS SAÚDE – XADREZ DE SOCIEDADE

Fonte: (MATH, 2021)

Fonte: (MATH, 2021)

Fonte: (MATH, 2021)

*Sáude* **13**

*Logica*

*Sáude* **14**

*Logica*

*Sáude* **15**

*Logica*

*Sáude* **16**

*Logica*

Fonte: (MATH, 2021)

*Sáude* **17**

*Logica*

*Sáude* **18**

*Logica*

*Sáude* **19**









*Logica*

*Sáude* **20**









*Logica*

Fonte: (MATH, 2021)









## APÊNDICE K – CARTAS MORADIA – XADREZ DE SOCIEDADE

<p> <b>1</b></p> <p>Um festival foi realizado num campo de 240 m por 45 m. Sabendo que por cada 2 m<sup>2</sup> havia, em média, 7 pessoas, quantas pessoas havia no festival?</p> <p>a) 42.007 b) 41.932 c) 37.800 d) 24.045 e) 10.000</p> <p></p>	<p> <b>2</b></p> <p>Se 6 impressoras iguais produzem 1000 panfletos em 40 minutos, em quanto tempo 3 dessas impressoras produziram 2000 desses panfletos?</p> <p>a) 160 minutos b) 150 minutos c) 140 minutos d) 130 minutos</p> <p></p>	<p> <b>3</b></p> <p>Um ônibus percorre 1800 km em 6 dias, correndo 12 horas por dia. Quantos quilômetros percorrerá em 10 dias, correndo 14 horas por dia?</p> <p>a) 3500 b) 4000 c) 4500 d) 5000 e) 5500</p> <p></p>	<p> <b>4</b></p> <p>Uma torneira não foi fechada corretamente e ficou pingando, da meia-noite às seis horas da manhã, com a frequência de uma gota a cada três segundos. Sabe-se que cada gota d'água tem volume de 0,2 ml. Qual foi o valor mais aproximado do total de água desperdiçada nesse período, em litros?</p> <p>a) 0,2 b) 1,2 c) 1,4 d) 12,9 e) 64,8</p> <p></p>
---	--	---	--


Nota: 1 – PUC-RJ 2008, 2 – UNIFOR – CE, 3 – Autor desconhecido, 4 - ENEM 2013  
Fonte: (STOODI, 2021)

<p> <b>5</b></p> <p>Sabe-se que 5 máquinas, todas de igual eficiência, são capazes de produzir 500 peças em 5 dias, se operarem 5 horas por dia. Se 10 máquinas iguais às primeiras operassem 10 horas por dia durante 10 dias, o número de peças produzidas seria:</p> <p>a) 1000 b) 2000 c) 4000 d) 5000 e) 8000</p> <p></p>	<p> <b>6</b></p> <p>Trinta operários constroem uma casa em 120 dias. Em quantos dias quarenta operários construiriam essa casa?</p> <p>a) 160 b) 100 c) 90 d) 200 e) 75</p> <p></p>	<p> <b>7</b></p> <p>Uma torneira despeja em um tanque 50 litros de água em 20 minutos. Quantas horas levará para despejar 600 litros?</p> <p>a) 4 b) 100 c) 10 d) 120 e) 240</p> <p></p>	<p> <b>8</b></p> <p>Aline comprou 4 cadernos e pagou R\$ 15,00. Assinale quanto ela pagaria se tivesse comprado 16 cadernos.</p> <p>a) 30. b) 40. c) 45. d) 50. e) 60.</p> <p></p>
--	---	--	--

Nota: 5 – PUC - CAMPINAS, 6 – Autor desconhecido, 7 – Autor desconhecido, 8 - UTFPR  
Fonte: (STOODI, 2021)


<p> <b>9</b></p> <p>Marcelo comprou 800 gramas de carne e pagou R\$ 16,00. O valor pago por 1kg da mesma carne será de:</p> <p>a) R\$ 12,00. b) R\$ 15,00. c) R\$ 18,00. d) R\$ 20,00. e) R\$ 24,00.</p> <p></p>	<p> <b>10</b></p> <p>Carlos e Pedro são dois vendedores de uma loja de eletrodomésticos. Sabe-se que a cada 3 televisores que Carlos vende, Pedro vende 5. Se no mês passado Carlos vendeu 36 televisores, então é correto afirmar que Pedro vendeu</p> <p>a) 36. b) 40. c) 44. d) 52. e) 60.</p> <p></p>	<p> <b>11</b></p> <p>Dez pessoas realizam um trabalho em 15 dias. Qual o número de dias em que seis pessoas, com igual força de trabalho, fariam o mesmo trabalho?</p> <p></p>	<p> <b>12</b></p> <p>Para armar um circo, 50 homens levam 2 dias, trabalhando 9 horas por dia. Com a dispensa de 20 homens, em quantos dias o circo será armando, trabalhando-se 10 horas por dia?</p> <p></p>
--	---	--	--


Nota: 9 – UTFPR 2015, 10 – UNIOESTE 2013, 11 – ESA 1992, 12 – IBADE – 2020 – SEE – AC  
Fonte: (STOODI, 2021)

 **13**

Uma fábrica engarrafa 3000 refrigerantes em 6 horas. Quantas horas levará para engarrafar 4000 refrigerantes?


a) 2 horas  
b) 4 horas  
c) 6 horas  
d) 8 horas  
e) 10 horas




 **14**

Um pomar com 15 árvores rende 260 frutas. Se houvessem 33 árvores no pomar com o mesmo rendimento, quantas frutas conseguiríamos?


a) 570  
b) 572  
c) 580  
d) 582




 **15**

Uma certa máquina é capaz de produzir oito régua por minuto. Quantas régua essa máquina consegue produzir em 15 minutos?


a) 104  
b) 110  
c) 112  
d) 128  
e) 120



 **16**

Alessandra leu um livro em 4 dias, lendo 15 páginas por dia. Se tivesse lido 10 páginas por dia, em quantos dias ela teria lido o mesmo livro?

a) 7  
b) 6  
c) 5  
d) 4




**Nota: 13 a 16 autores desconhecidos**  
**Fonte: (STOODI, 2021)**


 **17**


Empregando 3 equipes, consegue-se construir 5 km de estrada em 7 dias, trabalhando 8 horas por dia. Usando 4 equipes, durante 10 dias, mas trabalhando apenas 6 horas por dia, quantos km de estrada serão construídos?




 **18**


Apos o término do vestibular, uma equipe de 10 professores gastou 24 dias para corrigir as provas. Considerando a mesma proporção, quantos dias levarão 30 professores para corrigir as provas?




 **19**

Um pequeno caminhão pode carregar 50 sacos de areia ou 400 tijolos. Se foram colocados no caminhão 32 sacos de areia, quantos tijolos pode ainda ele carregar?



 **20**

Em uma fabrica 12 máquinas produziram 120 peças em 4 dias. Qual o tempo necessário para que 8 máquinas iguais às primeiras produzam 300 peças?



**Nota: 17 a 19 autores desconhecidos e 20 – UFAM PSC 2015/1**  
**Fonte: (STOODI, 2021)**



## APÊNDICE L – CARTAS ALIMENTAÇÃO – XADREZ DE SOCIEDADE

**1**

4	7		
9	10	12	3
15	14	8	
7	9		
?			

**2**

3	8	9	14
13	19		
6	11		
?			

**3**

32	13	84
21	?	8
52		

**4**

43	13	10	8
30	3	?	
27	1		
26			

Fonte: (MATH, 2021)

**5**

$$\begin{aligned} A + B &= 60 \\ A - B &= 40 \\ A / B &= ? \end{aligned}$$

**6**

$$1 + 1 + 1 \times 0 + 1 = ?$$

**7**

$$5 + 5 \times 5 - 5 = ?$$

**8**

$$2 + 2 \times 2 = ?$$

Fonte: (MATH, 2021)

**9**

$$1^5 + 5^2 / 25^0 - 5^1 = ?$$

**10**

$$(3^2 - 2^3)^{66} = ?$$









**11**

$$8 - 8 / 4 \times 3 = ?$$









**12**

$$\begin{aligned} A - 4B + 2C &= 16 \\ 2A + 7B - 5C &= 83 \\ A + B - C &= ? \end{aligned}$$

Fonte: (MATH, 2021)

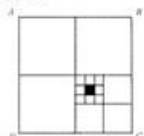
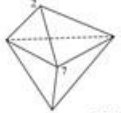
 <p><b>13</b></p> <p>624 = 513          282 = 171          547 = 436          271 = ?</p> 	 <p><b>14</b></p> <p>7, 3 = 32          10, 6 = 77          8, 2 = 27          5, 7 = ?</p> 	 <p><b>15</b></p> <p>2, 6, 12, 20, ?</p> 	 <p><b>16</b></p> <p>9, 16 = 7          4, 36 = 8          121, 81 = 20          25, 49 = ?</p> 
--	--	---	--

Fonte: (MATH, 2021)


 <p><b>17</b></p> <p>42 = 58          64 = 36          12 = 88          77 = ?</p> 	 <p><b>18</b></p> <p>6 = 30          3 = 15          7 = 35          2 = ?</p> 	 <p><b>19</b></p> <p>4, 11, 18, ?</p> 	 <p><b>20</b></p> <p>4, 8, 16, ?</p> 
---	---	--	---

Fonte: (MATH, 2021)

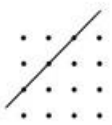
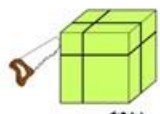
## APÊNDICE M – CARTAS FAMÍLIA – XADREZ DE SOCIEDADE

<p style="text-align: center;"><b>1</b></p> <p>Qual é o valor da expressão <math>\frac{2016^2 - 1}{2015}</math> ?</p> <p>a) 1003 b) 2003 c) 2015 d) 2016 e) 2017</p>	<p style="text-align: center;"><b>2</b></p> <p>A figura apresenta quadrados de quatro tamanhos diferentes. A área do pequeno quadrado preto é <math>1 \text{ cm}^2</math>. Qual é a área do quadrado maior ABCD?</p>  <p>a) <math>36 \text{ cm}^2</math> b) <math>72 \text{ cm}^2</math> c) <math>108 \text{ cm}^2</math> d) <math>144 \text{ cm}^2</math> e) <math>180 \text{ cm}^2</math></p>	<p style="text-align: center;"><b>3</b></p> <p>Jaci entrega jornais numa rua na qual os números das casas têm exatamente dois algarismos e ambos são ímpares, como por exemplo, 37. No domingo passado ela entregou jornais em 18 casas. No máximo, quantas casas não receberam o jornal?</p> <p>a) 1 b) 3 c) 5 d) 7 e) 9</p>	<p style="text-align: center;"><b>4</b></p> <p>O sólido ao lado tem seis faces triangulares e um número escrito em cada vértice, dois dos quais mostrados na figura. A soma dos números escritos nos vértices de cada face é a mesma para todas as faces. Qual é a soma de todos os cinco números escritos nos vértices?</p>  <p>a) 11 b) 20 c) 25 d) 28 e) 33</p>
--	--	---	---

Fonte: (OLÍMPIADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA, 2021)

<p style="text-align: center;"><b>5</b></p> <p>No ano passado, o dia 1º de fevereiro caiu em um domingo. Na primeira semana desse mês, 29 rapazes e 12 moças frequentavam uma academia esportiva. Depois, a cada semana, entraram 3 novos rapazes e 4 moças na academia, sem nenhuma desistência. Em que mês o número de moças se igualou ao número de rapazes?</p> <p>a) março b) abril c) maio d) junho e) julho</p>	<p style="text-align: center;"><b>6</b></p> <p>Lena quer completar as casas do tabuleiro ao lado, usando as mesmas letras já escritas, de modo que casas vizinhas (casas com um lado comum) não tenham a mesma letra. Que letra poderá ser escrita na casa cinzenta?</p>  <p>a) somente O b) somente B c) somente M d) somente O ou M e) qualquer uma</p>	<p style="text-align: center;"><b>7</b></p> <p>Dona Maria fez uma grande pizza para seus filhos no Dia das Mães, mas não tinha certeza se viriam visitá-la dois, três ou cinco filhos. Ela quer deixar a pizza dividida em pedaços iguais antes da chegada dos filhos e faz questão de que aqueles que vierem comam a mesma quantidade de pizza. Qual é o menor número de pedaços em que ela deve dividir a pizza?</p> <p>a) 12 b) 18 c) 24 d) 30 e) 60</p>	<p style="text-align: center;"><b>8</b></p> <p>Numa maratona com 2016 participantes, o número de corredores que chegaram antes de Josias foi igual a um quarto do número de corredores que chegaram depois de Josias. Em que lugar chegou Josias?</p> <p>a) 404º b) 405º c) 407º d) 1007º e) 1008º</p>
--	--	---	--

Fonte: (OLÍMPIADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA, 2021)

<p style="text-align: center;"><b>9</b></p> <p>A área de um quadrado é um número inteiro de metros quadrados e é igual à área de um retângulo cujo perímetro é 58 metros. Se os lados do retângulo também medem números inteiros de metros, qual é a medida do lado do quadrado, em metros?</p> <p>a) 8 b) 9 c) 10 d) 11 e) 12</p>	<p style="text-align: center;"><b>10</b></p> <p>Os pontos da figura são vértices de um quadriculado. Pelo menos quantos desses pontos devem ser eliminados de forma que qualquer reta que passar por dois pontos terá que passar por, pelo menos, mais um ponto, como no exemplo?</p>  <p>a) 6 b) 7 c) 8 d) 12 e) 13</p>	<p style="text-align: center;"><b>11</b></p> <p>Num país imaginário vivem somente duas espécies de pessoas: os honestos, que sempre dizem a verdade e os mentirosos, que só dizem mentira. Numa fila de 2016 pessoas da ilha, o primeiro da fila diz que todos atrás dele são mentirosos e todas as demais pessoas da fila dizem que quem está à sua frente é mentiroso. Quantas pessoas mentirosas estão nessa fila?</p> <p>a) nenhuma b) 1007 c) 1008 d) 2015 e) todas</p>	<p style="text-align: center;"><b>12</b></p> <p>Um cubo foi pintado de verde. Em seguida, foi cortado paralelamente às faces, obtendo-se oito blocos retangulares menores. As faces sem cor desses blocos foram pintadas de vermelho. Qual é a razão entre a área da superfície total verde e a área da superfície total vermelha?</p>  <p>a) 1:1 b) 1:2 c) 1:3 d) 2:3 e) 3:4</p>
--	---	--	--

Fonte: (OLÍMPIADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA, 2021)

**13**

Janaina escreveu uma lista de 10 números inteiros positivos no quadro-negro e obteve todas as somas possíveis de dois desses números, verificando que todas eram diferentes. O número de somas pares que ela obteve era igual a quatro vezes o número de somas ímpares. Qual é a maior quantidade de números pares que poderia haver na lista de Janaina?

a) 1  
b) 3  
c) 5  
d) 7  
e) 9

**14**

Numa escola, 20 alunos da sala A e 30 alunos da sala B fizeram a mesma prova de Matemática e a mesma de Português. As médias das notas obtidas nessas provas encontram-se no gráfico ao lado. Qual das afirmações a seguir é verdadeira?

a) A média de Português dos alunos da sala A é maior do que a média de Matemática dos alunos da sala B.  
b) A média de Português é maior do que a média de Matemática em ambas as salas.  
c) A média de Matemática dos alunos das duas salas juntas é menor do que 7,5.  
d) A média das notas das duas provas na sala A é menor do que a da sala B.  
e) A média geral das notas de todos os alunos nas duas matérias é 7.

**15**

Cada uma das casas de um tabuleiro contém peças na forma de triângulo, quadrado, hexágono ou círculo. Um movimento consiste na troca de posições de duas peças. No mínimo, quantos movimentos serão necessários na configuração a seguir para que todas as linhas e colunas tenham quatro peças diferentes?

a) 1  
b) 2  
c) 3  
d) 4  
e) 5

**16**

Uma revista de 60 páginas é montada a partir de pilha de 15 folhas de papel dobradas ao meio. Por defeito, uma dessas revistas veio sem a página 7. Quais outras páginas também vieram faltando?

a) 8, 9 e 10  
b) 8, 42 e 43  
c) 8, 48 e 49  
d) 8, 52 e 53  
e) 8, 53 e 54

Fonte: (OLÍMPIADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA, 2021)

**17**

Um joalheiro fabrica colares juntando argolas circulares com as medidas indicadas na figura. Qual é o comprimento, em centímetros, de um colar com 20 argolas?

a) 84,8  
b) 92  
c) 96,6  
d) 98,2  
e) 100

**18**

Na figura, as medidas são dadas em centímetros. Qual é a área da região cinzenta no interior do quadrado em centímetros quadrados?

a)  $\frac{56}{5}$   
b)  $\frac{44}{3}$   
c) 22  
d)  $\frac{68}{3}$   
e) 24

**19**

Qual das equações abaixo resolve o problema a seguir?  
"Uma quantidade  $x$  de amigos resolveu fazer uma viagem juntos, dividindo igualmente suas despesas, no total de 6000 reais. Entretanto, na última hora, três dos amigos desistiram e cada um dos que foram viajar teve que arcar com uma despesa extra de 100 reais. Incluindo os que desistiram, quantos amigos eram?"

a)  $x^2 - 12x = 0$   
b)  $x^2 - 3x - 180 = 0$   
c)  $x^2 = 144$   
d)  $x^2 = 5x + 6 = 0$   
e)  $x^2 - 100x + 6000 = 0$

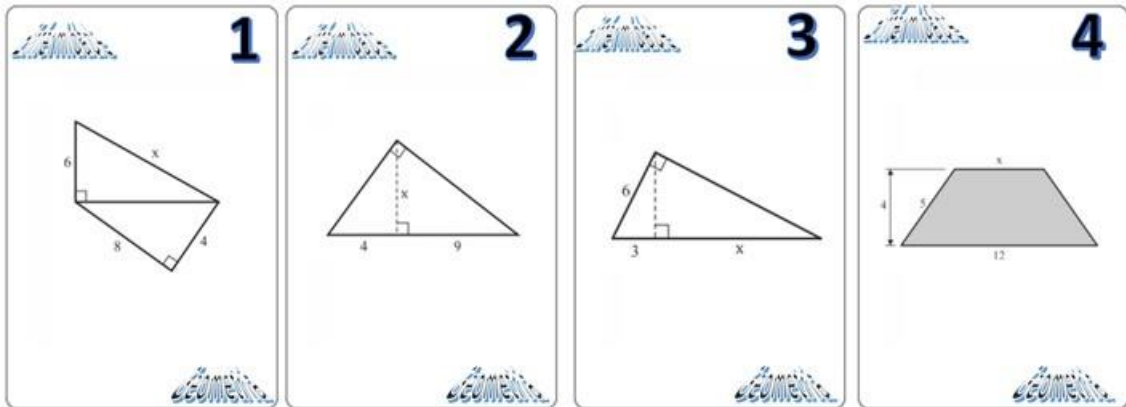
**20**

Na igualdade  $\frac{D \times O \times Z \times E}{D \times O \times I \times S} = S \times E \times I \times S$ , letras iguais representam algarismos iguais e letras diferentes representam algarismos diferentes. Se os algarismos são todos diferentes de zero, quantos valores diferentes o produto  $S \times E \times I \times S$  pode ter?

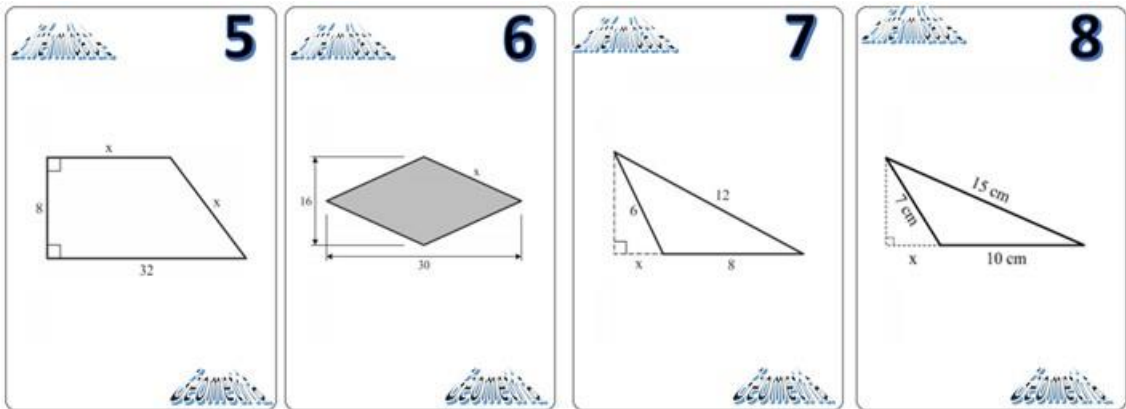
a) 12  
b) 18  
c) 22  
d) 28  
e) 36

Fonte: (OLÍMPIADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA, 2021)

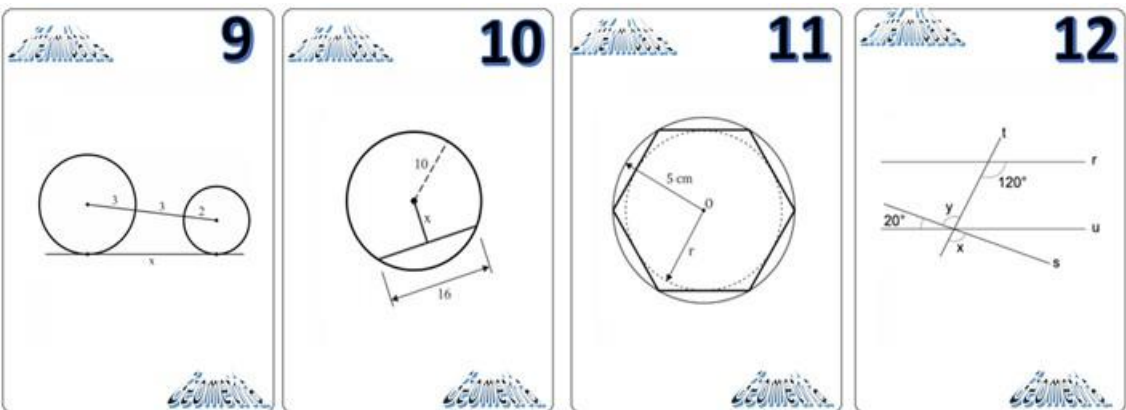
**APÊNDICE N – CARTAS ENFERMIDADE – XADREZ DE SOCIEDADE**



Fonte: (UNCAMP, 2018)



Fonte: (UNCAMP, 2018)



Fonte: (UNCAMP, 2018)

**13**

**14**

**15**

**16**

Fonte: (COLÉGIO NOMEINI, 2021)

**17**

**18**

Qual a área do retângulo?

**19**

Qual é a distância percorrida pela bolinha?

**20**

A que altura a escada está do solo?

Fonte: (COLÉGIO NOMEINI, 2021)

APÊNDICE O – CARTAS ACIDENTE – XADREZ DE SOCIEDADE

**1**

2	5	9	7
4	1	6	6
6	5	3	5
?	?	?	?

Logica

**2**

Logica

**3**

Logica

**4**

17	13	6	14
2	8	12	8
18	17	3	14
3	2	6	?

Logica

Fonte: (MATH, 2021)

**5**

Logica

**6**

□ + □ = 8

○ + □ = 14

△ + ○ = 11

△ = ?

Logica

**7**

Logica

**8**

2	1	0	0
4	1	1	1
6	1	0	2
?	?	?	?

Logica

Fonte: (MATH, 2021)

**9**

Logica

**10**

Logica

**11**

Logica

**12**

49	64	1
9	?	36
81	25	16

Logica

Fonte: (MATH, 2021)

**13**

**14**

**15**

**16**

40	24	56
16	?	72
8	48	32

Fonte: (MATH, 2021)

**17**

3	42	1
5	82	3
6	84	2
4	?	1

**18**

**19**

**20**





Fonte: (MATH, 2021)






## APÊNDICE P– CARTAS ESCOLA – XADREZ DE SOCIEDADE

<p><b>ESCOLA</b> <b>1</b></p> <p>Roberto tinha 35 figurinhas. Deu 7 para André, 12 para João e ganhou 5 de Tomas. Com quantas figurinhas ficou Roberto?</p> 	<p><b>ESCOLA</b> <b>2</b></p> <p>Antônio foi ao mercado com 30 reais. Comprou biscoito, que custa 2 reais, suco, que custa 4 reais, e bombom, que custa 3 reais. Com quanto Antônio voltou do mercado?</p> 	<p><b>ESCOLA</b> <b>3</b></p> <p>Quando Júlia tinha 7 anos, seu pai tinha 33 anos. Se hoje ela tem 11 anos, qual a soma da sua idade com a de seu pai?</p> 	<p><b>ESCOLA</b> <b>4</b></p> <p>A soma de dois números é 75. Se um deles é 31, qual é o outro?</p> 
---	--	--	---

Fonte: (OBMEP, 2021)

<p><b>ESCOLA</b> <b>5</b></p> <p>Qual a soma de todos os números de três algarismos que podem ser formados com os algarismos 1, 5 e 6?</p> 	<p><b>ESCOLA</b> <b>6</b></p> <p>Trina comprou uma boneca, usando 50 reais. Se o troco foi 13 reais, quanto custou a boneca?</p> 	<p><b>ESCOLA</b> <b>7</b></p> <p>Jonas nasceu em 1992. Quantos anos tinha em 2011?</p> 	<p><b>ESCOLA</b> <b>8</b></p> <p>Em uma partida de basquete, os "Abelhas" venceram os "Legumes" por uma diferença de 19 pontos. Se os "Abelhas" fizeram 104 pontos, quantos pontos fizeram os "Legumes"?</p> 
--	--	--	--


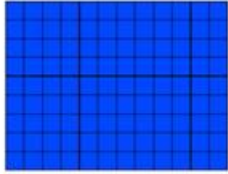




Fonte: (OBMEP, 2021)

<p><b>ESCOLA</b> <b>9</b></p> <p>Em uma sala de aula, cada aluno tem 3 canetas. Se o total de alunos é 23, qual o total de canetas nesta sala de aula?</p> 	<p><b>ESCOLA</b> <b>10</b></p> <p>Jorge fez 7 pilhas de cartas de baralho, cada uma com 12 cartas. Quantas cartas Jorge usou ao todo?</p> 	<p><b>ESCOLA</b> <b>11</b></p> <p>João deu 19 reais para cada um de seus filhos. Quanto João tinha se ele possui 4 filhos?</p> 	<p><b>ESCOLA</b> <b>12</b></p> <p>Um bairro da cidade tem 17 ruas. Se cada rua tem 41 casas, qual o total de casas deste bairro?</p> 
--	---	--	--

Fonte: (OBMEP, 2021)

	<b>13</b>		<b>14</b>		<b>15</b>		<b>16</b>
<p>Sara faz, para vender, 27 pães por dia. Quantos pães ela faz em uma semana?</p>		<p>Jade tem 5 blusas e 7 calças. De quantas maneiras diferentes Jade pode se vestir?</p>		<p>Um engradado de refrigerantes comporta 6 garrafas. João conseguiu colocar 75 garrafas em 12 engradados?</p>		<p>Hugo, Zé e Luiz ajudaram descarregar um caminhão de areia e receberam, juntos, 96 reais. Se eles dividiram igualmente, quanto cada um recebeu?</p>	
							

Fonte: (OBMEP, 2021)

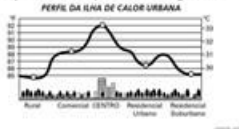
	<b>17</b>		<b>18</b>		<b>19</b>		<b>20</b>										
<p>Qual o resto da divisão de 748 por 8?</p>		<p>Quantos quadrados existem na figura abaixo?</p> 		<p>Os 1.641 alunos de uma escola devem ser distribuídos em salas de aula para a prova da OBMEP. As capacidades das salas disponíveis e suas respectivas quantidades estão informadas na tabela abaixo:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>Capacidade por sala</th> <th>Quantidade de salas</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>30 alunos</td> <td>30</td> </tr> <tr> <td>40 alunos</td> <td>12</td> </tr> <tr> <td>50 alunos</td> <td>7</td> </tr> <tr> <td>55 alunos</td> <td>4</td> </tr> </tbody> </table> <p>Qual é a quantidade mínima de salas que devem ser utilizadas para essa prova?</p> <p>a) 41. b) 43. c) 44. d) 45. e) 47.</p>		Capacidade por sala	Quantidade de salas	30 alunos	30	40 alunos	12	50 alunos	7	55 alunos	4	<p>Para cortar um tronco reto de eucalipto em 6 partes, o madeireiro José faz 5 cortes. Ele leva meia hora para fazer os cortes, que são feitos sempre da mesma maneira. Quanto tempo José levará para cortar outro tronco igual em 9 pedaços?</p> <p>a) 40 min. b) 44 min. c) 45 min. d) 48 min. e) 54 min.</p>	
Capacidade por sala	Quantidade de salas																
30 alunos	30																
40 alunos	12																
50 alunos	7																
55 alunos	4																
																	

Fonte: (CHAGAS, 2018)

## APÊNDICE Q – CARTAS TRANSPORTE – XADREZ DE SOCIEDADE

<p><b>1</b></p> <p>No lançamento de dois dados, qual é o número total de possibilidades de resultados e qual é a probabilidade de obtermos soma igual a 8?</p> <p>a) 36 e 5% b) 36 e 14% c) 6 e 5% d) 5 e 6% e) 36 e 6%</p>	<p><b>2</b></p> <p>Qual é a probabilidade de, no lançamento de 4 moedas, obtermos cara em todos os resultados?</p> <p>a) 2% b) 2,2% c) 6,2% d) 4% f) 4,2%</p>	<p><b>3</b></p> <p>Duas moedas e dois dados, todos diferentes entre si, foram lançados simultaneamente. Qual é o número de possibilidades de resultados para esse experimento?</p> <p>a) 146 b) 142 c) 133 d) 144 e) 155</p>	<p><b>4</b></p> <p>Qual é o número total de possibilidades de resultado no lançamento de 5 moedas?</p> <p>a) 2 b) 5 c) 10 d) 24 e) 32</p>
---	---	--	---









Fonte: (GOUVEIA, 2021)

<p><b>5</b></p> <p>Um morador de uma região metropolitana tem 50% de probabilidade de atrasar-se para o trabalho quando chove na região; caso não chova, sua probabilidade de atraso é de 25%. Para um determinado dia, o serviço de meteorologia estima em 30% a probabilidade da ocorrência de chuva nessa região.</p> <p>Qual é a probabilidade de esse morador se atrasar para o serviço no dia para o qual foi dada a estimativa de chuva?</p> <p>A) 0,075 B) 0,150 C) 0,325 D) 0,600 E) 0,800</p>	<p><b>6</b></p> <p>Rafael mora no Centro de uma cidade e decidiu se mudar, por recomendações médicas, para uma das regiões: Rural, Comercial, Residencial Urbano ou Residencial Suburbano. A principal recomendação médica foi com as temperaturas das "ilhas de calor" da região, que deveriam ser inferiores a 31°C. Tais temperaturas são apresentadas no gráfico:</p>  <p>Escolhendo, aleatoriamente, uma das outras regiões para morar, qual a probabilidade de ele escolher uma região que seja adequada às recomendações médicas?</p>	<p><b>7</b></p> <p>Um dado cúbico, não viciado, com faces numeradas de 1 a 6, é lançado três vezes. Em cada lançamento, anota-se o número obtido na face superior do dado, formando-se uma sequência (a, b, c). Qual é a probabilidade de que b seja sucessor de a ou que c seja sucessor de a ou que c seja sucessor de b?</p> <p>a) 4/27 b) 11/54 c) 7/27 d) 10/27 e) 23/54</p>	<p><b>8</b></p> <p>Qual é a probabilidade de, selecionado ao acaso, um anagrama da palavra ANE, iniciar-se por consoante?</p> <p>(A) 1/3 (B) 1/6 (C) 2/3 (D) 5/8 (E) 1/2</p>
---	--	---	--









Fonte: (GOUVEIA, 2021)

<p><b>9</b></p> <p>Joga-se N vezes um dado comum, de seis faces, não viciado, até que se obtenha 6 pela primeira vez. A probabilidade de que N seja menor do que 4 é</p> <p>(A) 150/216 (B) 91/216 (C) 75/216 (D) 55/216 (E) 25/216</p>	<p><b>10</b></p> <p>Em uma urna há 5 bolas verdes, numeradas de 1 a 5, e 6 bolas brancas, numeradas de 1 a 6. Dessa urna retiram-se, sucessivamente e sem reposição, duas bolas. Quantas são as extrações nas quais a primeira bola sacada é verde e a segunda contém um número par?</p> <p>(A) 15 (B) 20 (C) 23 (D) 25 (E) 27</p>	<p><b>11</b></p> <p>Em uma mesa, estão espalhados 50 pares de cartas. As duas cartas de cada par são iguais e cartas de pares distintos são diferentes. Suponha que duas dessas cartas são retiradas da mesa ao acaso. Então, é CORRETO afirmar que a probabilidade de essas duas cartas serem iguais é</p> <p>A) 1/100 B) 1/99 C) 1/50 D) 1/49</p>	<p><b>12</b></p> <p>Considere uma prova de Matemática constituída de quatro questões de múltipla escolha, com quatro alternativas cada uma, das quais apenas uma é correta. Um candidato decide fazer essa prova escolhendo, aleatoriamente, uma alternativa em cada questão. Então, é CORRETO afirmar que a probabilidade de esse candidato acertar, nessa prova, exatamente uma questão é</p> <p>A) 27/64. B) 27/256. C) 9/64. D) 9/256.</p>
---	--	---	--

Fonte: (GOUVEIA, 2021)





<p> <b>13</b></p> <p>Um dado comum (não viciado) teve quatro de suas faces pintadas de vermelho e as outras duas, de azul. Se esse dado for lançado três vezes, a probabilidade de que, em no mínimo dois lançamentos, a face voltada para cima seja azul será, aproximadamente, de:</p> <p>(A) 22,2% (B) 25,9% (C) 44,4% (D) 52,6% (E) 66,7%</p> 	<p> <b>14</b></p> <p>Três dados honestos são lançados. A probabilidade de que os três números sorteados possam ser posicionados para formar progressões aritméticas de razão 1 ou 2 é</p> <p>A) <math>1/36</math>. B) <math>1/9</math>. C) <math>1/6</math>. D) <math>7/36</math>. E) <math>5/18</math>.</p> 	<p> <b>15</b></p> <p>Uma bola será retirada de uma sacola contendo 5 bolas verdes e 7 bolas amarelas. Qual a probabilidade desta bola ser verde?</p> 	<p> <b>16</b></p> <p>Três moedas são lançadas ao mesmo tempo. Qual é a probabilidade de as três moedas caírem com a mesma face para cima?</p> 
--	---	--	--

Fonte: (GOUVEIA, 2021)





<p> <b>17</b></p> <p>Um credor está à sua procura. A probabilidade dele encontrá-lo em casa é 0,4. Se ele fizer 5 tentativas, qual a probabilidade do credor lhe encontrar uma vez em casa?</p> 	<p> <b>18</b></p> <p>Em uma caixa há 2 fichas amarelas, 5 fichas azuis e 7 fichas verdes. Se retirarmos uma única ficha, qual a probabilidade dela ser verde ou amarela?</p> 	<p> <b>19</b></p> <p>Em uma caixa há 4 bolas verdes, 4 azuis, 4 vermelhas e 4 brancas. Se tirarmos sem reposição 4 bolas desta caixa, uma a uma, qual a probabilidade de tirarmos nesta ordem bolas nas cores verde, azul, vermelha e branca?</p> 	<p> <b>20</b></p> <p>De uma sacola contendo 15 bolas numeradas de 1 a 15 retira-se uma bola. Qual é a probabilidade desta bola ser divisível por 3 ou divisível por 4?</p> 
--	---	---	---

Fonte: (GOUVEIA, 2021)





## APÊNDICE R – CARTAS SORTE – XADREZ DE SOCIEDADE

<p><b>sorte</b> <b>1</b></p> <p>Leia as afirmativas a seguir e marque a opção CORRETA:</p> <p>A Em uma sala de 40 alunos há 10 estudantes com camisa azul, o que representa <math>\frac{3}{5}</math> do total de presentes.</p> <p>B Se um prêmio de R\$ 880 for dividido igualmente entre 16 pessoas, a cada indivíduo caberá o valor de R\$ 135.</p> <p>C Um quadrado com aresta de 7cm terá uma área igual a <math>63\text{cm}^2</math>.</p> <p>D Se um prêmio de R\$ 990 for dividido igualmente entre 11 pessoas, a cada indivíduo caberá o valor de R\$ 145.</p> <p>E Se 1L de suco custa R\$ 6,32, então 20L dessa bebida custarão mais de R\$ 118.</p> <p></p>	<p><b>sorte</b> <b>2</b></p> <p>O professor aplicou dois trabalhos para seus alunos, cada trabalho valendo um ponto. Sabendo que Joãozinho obteve as notas 0,666... e 0,777... no primeiro e segundo trabalho, respectivamente, o professor resolveu acrescentar um ponto para Joãozinho caso ele resolvesse a questão: Se <math>a/b = 0,666...</math> e <math>c/d = 0,777...</math>, onde as frações <math>a/b</math> e <math>c/d</math> são irredutíveis, temos que valor da soma <math>a + b + c + d</math> é? Caso Joãozinho acerte a questão, sua resposta será:</p> <p>A 12. B 15. C 18. D 21.</p> <p></p>	<p><b>sorte</b> <b>3</b></p> <p>Um bolo foi dividido em 12 pedaços. Sabe-se que um grupo de amigos comeu 8 pedaços. Sendo assim, assinalar a alternativa que apresenta a fração equivalente à quantidade de pedaços que esses amigos comeram:</p> <p>A <math>\frac{1}{2}</math> B <math>\frac{1}{4}</math> C <math>\frac{3}{4}</math> D <math>\frac{2}{3}</math></p> <p></p>	<p><b>sorte</b> <b>4</b></p> <p>Uma fábrica de alto-falantes recebeu uma encomenda de uma determinada quantidade de alto-falantes para serem entregues com urgência. Sabe-se que na primeira quinzena essa fábrica produziu <math>\frac{3}{8}</math> da quantidade total de alto-falantes encomendados, na segunda quinzena foram produzidos mais <math>\frac{2}{4}</math> da quantidade total de alto-falantes encomendados e ficou faltando produzir na próxima quinzena uma quantidade de 400 alto-falantes. De acordo com essas informações, é CORRETO afirmar que a quantidade de alto-falantes produzidos na primeira quinzena é igual a:</p> <p>A 1040 alto-falantes. B 1100 alto-falantes. C 1160 alto-falantes. D 1200 alto-falantes. E 1400 alto-falantes.</p> <p></p>
---	---	---	---

Fonte: (QCONCURSOS, 2021)

<p><b>sorte</b> <b>5</b></p> <p>Ísis foi ao supermercado e comprou um desodorante feminino de 150 mililitros. Na embalagem do produto informa que ele tem <math>\frac{1}{3}</math> de creme hidratante em sua fórmula. Quanto de creme hidratante há no frasco que Ísis comprou?</p> <p>A Há 75 mililitros de creme hidratante no frasco. B Há 70 mililitros de creme hidratante no frasco. C Há 50 mililitros de creme hidratante no frasco. D Há 30 mililitros de creme hidratante no frasco. E Há 21 mililitros de creme hidratante no frasco.</p> <p></p>	<p><b>sorte</b> <b>6</b></p> <p>O estádio "Chuta a bola", em Inimutaba, tem capacidade para 20.000 torcedores em seu total. Sabe-se que somente um quinto da capacidade total do estádio é reservado para a torcida visitante. No jogo entre Inimutaba e Villa de Lourdes, somente dois quintos da área de torcida visitante foi preenchida. Quantos torcedores do Villa de Lourdes vieram ao jogo?</p> <p>A 1 600 B 2 400 C 4 000 D 5 000</p> <p></p>	<p><b>sorte</b> <b>7</b></p> <p>O número 0,33333... equivale a fração <math>\frac{1}{3}</math>, da mesma forma que 0,66666... equivale a <math>\frac{2}{3}</math>, então o número 0,99999... equivale a:</p> <p>A <math>\frac{1}{7}</math>. B <math>\frac{2}{9}</math>. C <math>\frac{1}{5}</math>. D 1. E <math>\frac{9}{8}</math>.</p> <p></p>	<p><b>sorte</b> <b>8</b></p> <p>Pai e filho foram a uma consulta médica e ao saber o peso do filho o pai comentou que é equivalente a um terço de seu peso, sabendo que o filho pesa 30 quilos, qual é o peso do pai?</p> <p>A 60. B 75. C 80. D 87. E 90.</p> <p></p>
--	---	---	---

Fonte: (QCONCURSOS, 2021)

<p><b>sorte</b> <b>9</b></p> <p>William comprou dois potes de sorvete, que contém a mesma quantidade, um de chocolate e outro de morango, para dividir com seus colegas. Do sorvete de chocolate, William e seus colegas comeram a metade do pote e, do sorvete de morango, apenas a sexta parte. Das frações abaixo, qual representa a quantidade total de sorvete que William e seus colegas comeram?</p> <p>A <math>\frac{4}{6}</math> B <math>\frac{1}{8}</math> C <math>\frac{2}{6}</math> D <math>\frac{2}{8}</math> E <math>\frac{1}{3}</math></p> <p></p>	<p><b>sorte</b> <b>10</b></p> <p>Estamos em 2018 e nos aproximamos de mais um período eleitoral. Nas últimas eleições municipais realizadas em uma pequena cidade do interior, os eleitores votaram nos candidatos XX ou YY, ou em branco (o que significa que todos os eleitores estiveram presentes). Ao final o resultado apontou vitória do candidato YY, com um quarto de votos a mais que o candidato XX (derrotado!). O número de votos em branco (160 votos) representa a terça parte do que obteve o candidato derrotado. Qual o número de votos do candidato YY?</p> <p>A 160. B 480. C 520. D 600.</p> <p></p>	<p><b>sorte</b> <b>11</b></p> <p>A fração <math>\frac{3}{4}</math> equivale a:</p> <p>A 33% B 25% C 75% D 66%</p> <p></p>	<p><b>sorte</b> <b>12</b></p> <p>O motorista de uma transportadora foi fazer uma entrega a 720 km do seu ponto de partida. Sabe-se que ele já percorreu <math>\frac{3}{4}</math> dessa distância. Com base nessa informação, assinalar a alternativa que representa a distância que o motorista ainda precisa percorrer:</p> <p>A 130 km. B 180 km. C 205 km. D 212 km.</p> <p></p>
--	--	--	--

Fonte: (QCONCURSOS, 2021)

**sorte 13**


Leia as afirmativas a seguir e marque a opção CORRETA:

A Se  $\frac{3}{15}$  dos chocolates de uma caixa foram comidos por Maria, então ela consumiu a 30% dos chocolates inicialmente disponíveis.

B Se  $\frac{33}{70}$  dos alunos de uma escola praticam algum esporte, então menos de 50% dos alunos dessa escola são esportistas.

C Abel comprou um chaveiro e obteve um desconto de 5%. Sabendo que o preço inicial do produto era de R\$ 6, Abel deverá pagar menos de R\$ 5,50 pelo item.


D A raiz quadrada de 81 corresponde a 1.



**sorte 14**

Jorge gasta  $\frac{1}{5}$  de seu salário líquido para pagar a prestação do carro,  $\frac{1}{10}$  para pagar contas diversas,  $\frac{1}{12}$  para alimentação e os R\$ 3.700,00 que sobram ele coloca na poupança. Nessas condições, deduzimos que o salário de Jorge é


A R\$ 5.700,00.  
B R\$ 5.800,00.  
C R\$ 5.900,00.  
D R\$ 6.000,00.



**sorte 15**

Um casal foi a uma loja de móveis com a intenção de comprar uma cama e um armário. Chegando à loja, verificaram que ambos os produtos estavam com desconto: a cama estava de R\$ 800,00 por R\$ 620,00, enquanto que o armário estava de R\$ 1500,00 por R\$ 1200,00. Ao comparar os valores atual e antigo do armário, percebemos que a fração que corresponde ao decréscimo do preço é de:

A  $\frac{1}{4}$   
B  $\frac{1}{5}$   
C  $\frac{1}{6}$   
D  $\frac{1}{7}$



**sorte 16**

Ao mobiliar uma casa, um casal obteve  $\frac{1}{20}$  de desconto na produção dos móveis em uma marcenaria, pagou R\$ 5.000,00 de entrada e dividiu o restante em 8 parcelas iguais de R\$ 1725,00. Se o casal não tivesse obtido o desconto, o valor total que seria pago pelos móveis passaria a ser de, aproximadamente,

A R\$ 19.000,00.  
B R\$ 19.260,00.  
C R\$ 19.620,00.  
D R\$ 19.790,00.




Fonte: (QCONCURSOS, 2021)

**sorte 17**

Uma família estava interessada em comprar uma casa que custava R\$ 350.000,00. O corretor, ao falar dessa casa, disse que aquela imobiliária tinha um diferencial, pois não haveria gastos extras com documentos e outros, mas na realidade, no valor apresentado, já constavam todos os gastos com a documentação e a comissão do corretor. Sabendo que, do valor apresentado, R\$ 15.000,00 refere-se ao documento, e que a comissão do corretor corresponde a  $\frac{3}{50}$  do valor restante, o valor a ser recebido pelo corretor será de


A 21.000,00.  
B 20.100,00.  
C 19.200,00.  
D 18.600,00.



**sorte 18**

Um aluno dispunha de 4 horas para fazer um simulado e ele fez da seguinte maneira: Em  $\frac{1}{4}$  do tempo, ele fez a parte de matemática; em  $\frac{1}{5}$  do tempo que sobrou, ele fez a prova de português; e as outras disciplinas ele fez no restante do tempo. O tempo dedicado às outras disciplinas, supondo que ele utilizou todo o tempo disponível, foi de


A 1h 34 min.  
B 1h 54 min.  
C 2h 24 min.  
D 2h 44 min.



**sorte 19**

Uma prova do concurso de Itatiaia foi composta por 15 questões de matemática e 15 de português. Uma pessoa que acertou 25 questões acertou, na realidade,


A  $\frac{4}{5}$  da prova.  
B  $\frac{5}{6}$  da prova.  
C  $\frac{6}{7}$  da prova.  
D  $\frac{7}{8}$  da prova.



**sorte 20**

Um clube com 180 sócios está elegendo o novo presidente por meio de votação. São apenas dois candidatos: candidato A e Candidato B. No momento, o candidato A possui  $\frac{1}{4}$  dos votos e o candidato B  $\frac{2}{5}$ . Se todos os votos restantes forem para o candidato A, e se nenhum sócio deixar de votar, então ele será eleito com uma quantidade de votos a mais que o candidato B igual a

A 36.  
B 12.  
C 50.  
D 77.  
E 72.



Fonte: (QCONCURSOS, 2021)

APÊNDICE S – CARTAS LOTERIA – XADREZ DE SOCIEDADE

**1**

No quadro abaixo, qual é a letra que aparece mais vezes?

A) O  
B) C  
C) D  
D) E  
E) P

O	W	O	B	E
E	B	E	P	O
M	E	P	O	


**2**


Carla viajou na terça-feira e voltou 3 dias depois, na sexta-feira. Joana viajou no sábado e voltou 9 dias depois. Em que dia da semana Joana voltou?


A) Domingo.  
B) Segunda-feira.  
C) Terça-feira.  
D) Quarta-feira.  
E) Quinta-feira.


**3**


O pathago Fiascone, ao lado, olhou para um espelho antes de sua apresentação. Qual foi a imagem que ele viu?

A) 

B) 



C) 



D) 

E) 

**4**

Qual das linhas abaixo é mais comprida do que as outras?

Linha 1  Linha 2 


Linha 3  Linha 4 


A) Linha 1.  
B) Linha 2.  
C) Linha 3.  
D) Linha 4.  
E) Nenhuma, pois todas têm o mesmo comprimento.


FONTE: (OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA, 2021)


**5**


O espelho ao lado foi partido em vários pedaços. Qual é o pedaço que está faltando?

A) 

B) 

C) 

D) 

E) 

**6**

A mãe de Vera está preparando sanduíches para um passeio, igual ao da figura. Um pacote de pão de forma tem 24 fatias. Quantos sanduíches ela pode preparar com dois pacotes e meio de pão?

A) 24  
B) 26  
C) 30  
D) 34  
E) 48

**7**

A soma dos algarismos do ano 2019 é 12. Daqui a quantos anos a soma dos algarismos do ano será novamente 12?

A) 1  
B) 6  
C) 9  
D) 11  
E) 12

**8**

As mesas da cantina da escola são quadradas, e ao redor de cada uma delas cabem quatro cadeiras, como mostra a figura da esquerda. Quando duas mesas estão juntas, há lugar para 6 cadeiras, como na figura à direita.

Para a festa do dia das crianças, as professoras juntaram as 10 mesas que havia na cantina, formando uma única mesa comprida. Quantas cadeiras puderam ser colocadas ao redor dessa mesa comprida?

A) 20  
B) 22  
C) 30  
D) 32  
E) 40

FONTE: (OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA, 2021)


**9**


Os seis pesos da figura foram separados de dois em dois e colocados em três gavetas. Os pesos da primeira gaveta somam 9 gramas, e os pesos da segunda gaveta somam 8 gramas. Quais são os pesos da terceira gaveta?


A) 1g e 3g  
B) 2g e 5g  
C) 1g e 6g  
D) 2g e 4g  
E) 3g e 4g


**10**


Um dos retângulos abaixo tem área igual à área da figura ao lado. Qual é esse retângulo?

A) 

B) 


C) 


D) 


E) 


**11**


Para montar o quebra-cabeça ao lado, foram usadas peças que não pertencem ao lado e brancas do outro lado. Somente uma das peças abaixo NÃO foi usada. Qual é esta peça?

A) 

B) 

C) 

D) 

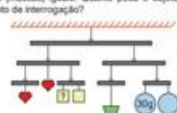
E) 

**12**


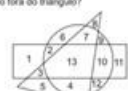


Ana, Érica, Irene, Karina e Olga moram no mesmo edifício. Duas delas moram no primeiro andar, e as outras três moram no segundo andar. Olga não mora no mesmo andar que Érica e Karina. Ana não mora no mesmo andar que Irene e Karina. Quem mora no primeiro andar?

A) Érica e Karina.  
B) Érica e Irene.  
C) Irene e Olga.  
D) Irene e Karina.  
E) Ana e Olga.

FONTE: (OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA, 2021)

<p><b>13</b></p> <p>Janeira quer escrever os números 1, 2 ou 3 em cada uma das casas do quadrilado ao lado, de modo que cada coluna e cada linha tenham os três números diferentes. Ela já começou a preencher o quadrilado, escrevendo 1 na casa indicada na figura. De quantas maneiras diferentes ela pode terminar de preencher o quadrilado?</p> <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr><td>1</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> </table> <p>A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 8</p>	1									<p><b>14</b></p> <p>Paulo faz cálculos usando os números 5, 6, 7, 8 e 9, exatamente uma vez cada um. Ele somou três deles e subtraiu dessa soma a soma dos outros dois. Qual dos resultados abaixo ele pode ter obtido?</p> <p>A) 0 B) 6 C) 8 D) 11 E) 15</p>	<p><b>15</b></p> <p>O móbil abaixo, pendurado no teto, está em equilíbrio, isto é, as barras cinzas estão na posição horizontal. Objetos iguais têm pesos (massas) iguais. Quanto pesa o objeto indicado pelo ponto de interrogação?</p> <p>A) 15g B) 20g C) 30g D) 45g E) 50g</p> 	<p><b>16</b></p> <p>Qual é o valor de <math>2018 + 8012</math>?</p> <p>A) 10000 B) 10010 C) 10030 D) 10218 E) 18012</p>
1												









FONTE: (OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA, 2021)

<p><b>17</b></p> <p>Um ônibus partiu com 25 pessoas. No caminho, desceram 7 pessoas e subiram 5. Quantas pessoas chegaram ao ponto final?</p> <p>A) 20 B) 21 C) 22 D) 23 E) 24</p> 	<p><b>18</b></p> <p>Qual é a soma dos números que estão dentro do círculo e do retângulo, mas que estão fora do triângulo?</p> <p>A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12</p> 	<p><b>19</b></p> <p>Quando a irmã de Geraldo nasceu ele tinha 5 anos. Hoje sua irmã faz 9 anos. Quantos anos tem Geraldo?</p> <p>A) 5 B) 9 C) 10 D) 14 E) 16</p> 	<p><b>20</b></p> <p>Matilde mediu a altura de uma figurinha com um pedaço de régua, graduada em centímetros, como mostra a figura. Qual é a altura da figurinha?</p> <p>A) 1 cm B) 2 cm C) 3 cm D) 4 cm E) 5 cm</p> 
--	---	--	--









FONTE: (OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA, 2021)











## APÊNDICE T – CARTAS DIVERSÃO – XADREZ DE SOCIEDADE

 <b>1</b> $2, 3, 9 = 161$ $4, 2, 5 = 375$ $1, 4, 6 = 54$ $7, 8, 1 = ?$ 	 <b>2</b> $375 = 390$ $128 = 139$ $743 = 757$ $522 = ?$ 	 <b>3</b> $42 = 58$ $64 = 36$ $12 = 88$ $77 = ?$ 	 <b>4</b> $2, 4, 1 = 4$ $6, 0, 3 = 6$ $7, 2, 4 = 7$ $1, 0, 8 = ?$ 
---	--	---	--









Fonte: (MATH, 2021)

 <b>5</b> $6, 3, 9 = 2$ $9, 4, 3 = 12$ $4, 7, 2 = 14$ $8, 1, 4 = ?$ 	 <b>6</b> $5, 3 = 25$ $7, 1 = 3$ $9, 4 = 31$ $6, 6 = ?$ 	 <b>7</b> $2 = 3$ $5 = 24$ $3 = 8$ $9 = ?$ 	 <b>8</b> $7, 3 = 40$ $8, 2 = 60$ $6, 4 = 20$ $10, 5 = ?$ 
--	--	---	--









Fonte: (MATH, 2021)

 <b>9</b> $13, 6, 2 = 20$ $4, 9, 5 = 11$ $9, 2, 3 = 25$ $15, 5, 4 = ?$ 	 <b>10</b> $2, 3, 5, 7, 11, ?$ 	 <b>11</b> $1, 12, 34, 67, ?$ 	 <b>12</b> $3, 4, 6 = 2412$ $5, 7, 1 = 735$ $9, 2, 8 = 1618$ $6, 7, 4 = ?$ 
---	--	---	---

Fonte: (MATH, 2021)

 <b>13</b> <p>112, 116, 124, 131, ?</p> 	 <b>14</b> <p>476 = 353  555 = 432  238 = 115  687 = ?</p> 	 <b>15</b> <p>15, 5, 3 = 13  8, 3, 7 = 12  20, 10, 7 = 17  18, 3, 5 = ?</p> 	 <b>16</b> <p>3, 6 = 27  5, 8 = 39  1, 7 = 48  3, 4 = ?</p> 
---	--	---	---

Fonte: (MATH, 2021)

 <b>17</b> <p>42 = 164  73 = 499  51 = 251  29 = ?</p> 	 <b>18</b> <p>1, 2, 6, 15, ?</p> 	 <b>19</b> <p>7, 2 = 59  12, 5 = 717  18, 9 = 927  26, 3 = ?</p> 	 <b>20</b> <p>59 = 20  8 = 3  20 = 7  29 = ?</p> 
--	--	--	--

Fonte: (MATH, 2021)

## APÊNDICE U – CARTAS DUELO – XADREZ DE SOCIEDADE

<p><i>Duelo</i> <b>1</b></p> <p>32 = 25 47 = 18 23 = 52 74 = ?</p> <p><i>Lógica</i></p>	<p><i>Duelo</i> <b>2</b></p> <p>21, 5 = 13 7, 9 = 8 36, 2 = 19 1, 7 = ?</p> <p><i>Lógica</i></p>	<p><i>Duelo</i> <b>3</b></p> <p>3, 6 = 27 5, 2 = 17 4, 1 = 9 2, 7 = ?</p> <p><i>Lógica</i></p>	<p><i>Duelo</i> <b>4</b></p> <p>3, 5 = 34 8, 2 = 68 4, 6 = 52 5, 1 = ?</p> <p><i>Lógica</i></p>
---	--	--	---


Fonte: (MATH, 2021)

<p><i>Duelo</i> <b>5</b></p> <p>4, 2 = 36 3, 7 = 100 5, 4 = 81 1, 6 = ?</p> <p><i>Lógica</i></p>	<p><i>Duelo</i> <b>6</b></p> <p>5, 3 = 28 7, 6 = 55 4, 5 = 21 3, 8 = ?</p> <p><i>Lógica</i></p>	<p><i>Duelo</i> <b>7</b></p> <p>126 = 76 132 = 32 208 = 58 261 = ?</p> <p><i>Lógica</i></p>	<p><i>Duelo</i> <b>8</b></p> <p>83 = 40 27 = 12 19 = 8 91 = ?</p> <p><i>Lógica</i></p>
--	---	---	--

Fonte: (MATH, 2021)

<p><i>Duelo</i> <b>9</b></p> <p>6, 5 = 33 7, 2 = 17 11, 4 = 47 3, 8 = ?</p> <p><i>Lógica</i></p>	<p><i>Duelo</i> <b>10</b></p> <p>7, 15, 31, ?</p> <p><i>Lógica</i></p>	<p><i>Duelo</i> <b>11</b></p> <p>8 = 17 22 = 45 15 = 31 20 = ?</p> <p><i>Lógica</i></p>	<p><i>Duelo</i> <b>12</b></p> <p>1783, 3178, 8317, ?</p> <p><i>Lógica</i></p>
--	--	---	---

Fonte: (MATH, 2021)

<p><b>13</b></p> <p>11, 17 = 36          18, 23 = 25          4, 12 = 64          29, 32 = ?</p>	<p><b>14</b></p> 	<p><b>15</b></p> <p>528 = 15          703 = 10          397 = 19          700 = ?</p>	<p><b>16</b></p> <p>8, 2 = 20          12, 3 = 40          10, 5 = 52          6, 1 = ?</p>
--	--	---	---

Fonte: (MATH, 2021)

<p><b>17</b></p> <p>8 = 72          2 = 6          5 = 30          9 = ?</p>	<p><b>18</b></p> <p>11, 15, 20, ?</p>	<p><b>19</b></p> <p>13, 18 = 31          7, 25 = 32          12, 30 = 42          26, 13 = ?</p>	<p><b>20</b></p> <p>4, 8 = 32          5, 3 = 15          10, 2 = 20          8, 6 = ?</p>
--	---------------------------------------	--	--

Fonte: (MATH, 2021)

## APÊNDICE V – CARTAS VIAGEM – XADREZ DE SOCIEDADE

**1**

Escreva uma expressão algébrica que represente a área colorida.

**2**

Escreva uma expressão algébrica que represente a área colorida.

**3**

Escreva uma expressão algébrica que represente a área colorida.

**4**

Escreva uma expressão algébrica que represente a área colorida.

Fonte: (Colégio PARTHENON, 2021)

**5**

Escreva uma expressão algébrica que represente a área colorida.

**6**

Escreva uma expressão algébrica que represente a área colorida.

**7**

Escreva uma expressão algébrica que represente a área colorida.

**8**

Escreva uma expressão algébrica que represente a área colorida.

Fonte: (Colégio PARTHENON, 2021)

**9**

Escreva uma expressão algébrica que represente a área colorida.

**10**

Escreva uma expressão algébrica que represente a área colorida.

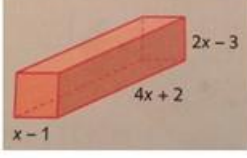
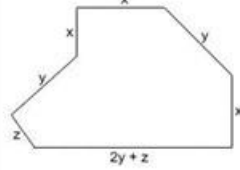
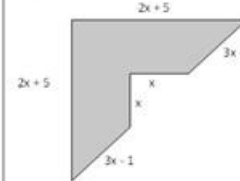
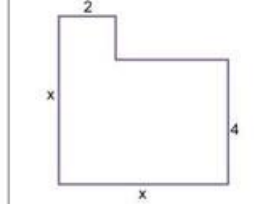
**11**

Escreva uma expressão algébrica que represente a área.

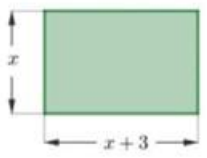

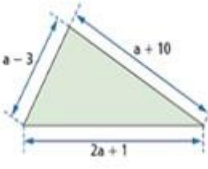
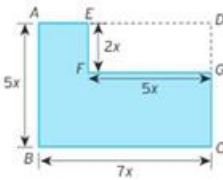
**12**

Escreva uma expressão algébrica que represente o volume.

Fonte: (Colégio PARTHENON, 2021)









<p><b>13</b></p> <p>Escreva uma expressão algébrica que represente o volume.</p> 	<p><b>14</b></p> <p>Escreva uma expressão algébrica que represente o perímetro.</p> 	<p><b>15</b></p> <p>Escreva uma expressão algébrica que represente a área da figura.</p> 	<p><b>16</b></p> <p>Escreva uma expressão algébrica que represente a área da figura.</p> 
--	---	---	--

Fonte: (Colégio PARTHENON, 2021)









<p><b>17</b></p> <p>Escreva uma expressão algébrica que represente a área da figura.</p> 	<p><b>18</b></p> <p>Escreva uma expressão algébrica que represente a área da triângulo equilátero.</p> 	<p><b>19</b></p> <p>Escreva uma expressão algébrica que represente o perímetro.</p> 	<p><b>20</b></p> <p>Escreva uma expressão algébrica que represente o perímetro.</p> 
---	---	---	--

Fonte: (Colégio PARTHENON, 2021)









## APÊNDICE X – CARTAS AVATAR – XADREZ DE SOCIEDADE

 <p><b>1</b></p> <p>Um prisma triangular tem todas as arestas congruentes e <math>48\text{m}^2</math> de área lateral. Calcule o volume do prisma em <math>\text{m}^3</math>.</p> 	 <p><b>2</b></p> <p>Calcular em litros o volume de uma caixa d'água em forma de prisma reto, de aresta lateral 6m, sabendo-se que sua base é um losango cujas diagonais medem 7m e 10m.</p> 	 <p><b>3</b></p> <p>Qual é a distância entre os centros de duas faces adjacentes de um cubo de aresta 4?</p> 	 <p><b>4</b></p> <p>Diminuindo-se de 1 unidade de comprimento a aresta de um cubo, o seu volume diminui 61 unidades. A área total desse cubo, em unidades de área é igual a?</p> 
--	--	---	---





Fonte: (BRAINLY, 2021)

 <p><b>5</b></p> <p>Se um cubo tem suas arestas aumentadas em 20% cada uma, então seu volume ficará aumentado em?</p> 	 <p><b>6</b></p> <p>Uma caixa d'água tem forma cúbica com 1metro de aresta. De quanto baixa o nível da água ao retirarmos 1 litro de água da caixa?</p> 	 <p><b>7</b></p> <p>Um paralelepípedo retângulo tem <math>142\text{ cm}^2</math> de área total e a soma dos comprimentos de suas arestas vale 60 cm. Sabendo que os seus lados estão em progressão aritmética, quanto eles medem?</p> 	 <p><b>8</b></p> <p>O volume de um paralelepípedo retângulo é <math>1620\text{ m}^3</math>. Calcular as arestas sabendo que estas são proporcionais aos números 3, 4 e 5.</p> 
--	--	--	--





Fonte: (BRAINLY, 2021)

 <p><b>9</b></p> <p>Um tanque em forma de paralelepípedo tem por base um retângulo horizontal de lados 0,8 m e 1,2 m. Um individuo, ao mergulhar completamente no tanque, faz o nível da água subir 0,075m. Então o volume do individuo, em litros, é?</p> 	 <p><b>10</b></p> <p>Se o apótema de uma pirâmide mede 17m e o apótema da base mede 8m, qual é a altura da pirâmide?</p> 	 <p><b>11</b></p> <p>Calcular a área lateral de uma pirâmide quadrangular regular que tem 12cm de altura e 40cm de perímetro da base.</p> 	 <p><b>12</b></p> <p>Qual é a área total de uma pirâmide quadrangular regular, sabendo-se que sua altura mede 24cm e que o apótema da pirâmide mede 26cm?</p> 
---	---	--	--

Fonte: (BRAINLY, 2021)

<p><i>Alvata</i> <b>13</b></p> <p>A área lateral de uma pirâmide quadrangular regular de altura 4m e de área da base <math>64\text{m}^2</math> vale?</p> 	<p><i>Alvata</i> <b>14</b></p> <p>Uma pirâmide quadrada tem todas as arestas medindo 2. calcule a altura da pirâmide.</p> 	<p><i>Alvata</i> <b>15</b></p> <p>As arestas laterais de uma pirâmide reta medem 15cm, e a sua base é um quadrado cujos lados medem 18cm. A altura dessa pirâmide, em cm, é igual a?</p> 	<p><i>Alvata</i> <b>16</b></p> <p>Uma fábrica de tintas está estudando novas embalagens para o seu produto, comercializado em latas cilíndricas cuja circunferência mede <math>10\pi</math> cm. As latas serão distribuídas em caixas de papelão ondulado, dispostas verticalmente sobre a base da caixa, numa única camada. Numa caixa de base retangular medindo 25cm por 45cm, quantas latas caberiam?</p> 
--	---	--	---

Fonte: (BRAINLY, 2021)

<p><i>Alvata</i> <b>17</b></p> <p>Um copinho de sorvete em forma de cone tem diâmetro igual a 5cm e altura igual a 15cm. A empresa fabricante diminuiu o diâmetro para 4cm, mantendo a mesma altura. Em quantos por cento variou o volume?</p> 	<p><i>Alvata</i> <b>18</b></p> <p>O volume de uma esfera inscrita num cubo cuja aresta mede 6cm é?</p> 	<p><i>Alvata</i> <b>19</b></p> <p>Um copo de papel, em forma de cone, é formado enrolando-se um semicírculo que tem um raio de 12cm. Calcule o volume do copo.</p> 	<p><i>Alvata</i> <b>20</b></p> <p>Um cubo está inscrito uma esfera de raio 10 cm. Calcule a área total do cubo.</p> 
--	--	--	---

Fonte: (BRAINLY, 2021)