

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**AVALIAÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS
ESTENDIDOS PARA ANÁLISE DE MECÂNICA DA
FRATURA COMPUTACIONAL**

Por

José Airton Neiva Alves da Silva Brasil

Brasília, 10 de junho de 2021

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

FACULDADE DE TECNOLOGIA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
Faculdade de Tecnologia
Departamento de Engenharia Mecânica

**AVALIAÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS
ESTENDIDOS PARA ANÁLISE DE MECÂNICA DA
FRATURA COMPUTACIONAL**

JOSÉ AIRTON NEIVA ALVES DA SILVA BRASIL

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS MECÂNICAS.

APROVADA POR:

Prof. Jorge Luiz de Almeida Ferreira, D.Sc.
(Orientador)

Prof. Eder Lima de Albuquerque, D. Sc.
(Examinador Interno)

Prof. Luís Augusto Veloso, D. Sc.
(Examinador Externo)

Brasília/DF, 10 de junho de 2021.

FICHA CATALOGRÁFICA

BRASIL, JOSÉ AIRTON NEIVA ALVES DA SILVA BRASIL

Avaliação do Método dos Elementos Finitos Estendidos para análise de mecânica da fratura computacional

[Distrito Federal] 2021.

xviii, 99 p., 210 x 297 mm ((ENM/FT/UnB, Mestre, Ciências Mecânicas, 2021).

Dissertação de Mestrado – Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Mecânica.

1. Mecânica da Fratura

2. Elementos Finitos Estendidos

3. Mecânica computacional

4. Propagação de trincas

I. ENM/FT/UnB

II. ENM.DM-06/2021

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

BRASIL., J. A. (2021). Avaliação do Método dos Elementos Finitos Estendidos para análise de mecânica da fratura computacional. Dissertação de Mestrado, Publicação ENM.DM-06/2021, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 131p.

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: José Airton Neiva Alves da Silva Brasil.

TÍTULO: Avaliação do Método dos Elementos Finitos Estendidos para análise de mecânica da fratura computacional.

GRAU: Mestre

ANO: 2021

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

José Airton Neiva Alves da Silva Brasil
Rua Sátiro de Farias, N° 17, Cohab-Anil IV.
65.053-050 São Luís – MA – Brasil.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a minha família, em especial, meus pais, Ailton e Adriana, avó, Benedicta e irmão, Pedro, por toda sua dedicação e apoio, além de possibilitarem minha vinda para Brasília.

Agradeço ao meu orientador, o professor Dr. Jorge de Luiz Almeida, por sua paciência, dedicação, dicas e excelente orientação.

Agradeço a todos os professores e funcionários da Universidade de Brasília, que me proporcionaram mais essa realização na vida.

Agradeço à minha namorada, Giullia Goiabeira, por corrigir todos meus erros de escrita.

Agradeço a todos os amigos que me apoiaram desde o ensino fundamental e médio, em especial: Guilherme Guimarães, Abraão Neto, Ionesio Júnior, Andrew Navarro e Igor Pinheiro.

Agradeço também a equipe Bumba Meu Baja, pois foi essa equipe que me fez sempre buscar mais conhecimento.

Agradeço também aos professores Amália Trindade e Flavio Pereira, da Universidade Estadual do Maranhão, por terem sido meus orientadores na graduação, e por todo o ensinamento e ajuda que me proporcionaram.

E por fim, agradeço a CNPq pela bolsa de pesquisa que possibilitou a realização do trabalho.

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo avaliar diferentes metodologias de análise de mecânica da fratura por métodos de elementos finitos, utilizando o software de simulação ABAQUS, em especial o método dos elementos finitos estendidos, pois este método, devido a suas características relacionadas ao enriquecimento do espaço analisado, permite que se faça um estudo de propagação de trincas sem a necessidade de uma atualização no estado da malha a cada avanço de trinca. O estudo foi realizado em três etapas: a primeira comparando resultados analíticos, acerca do fator de intensidade de tensão, e experimentais presentes na literatura com os resultados obtidos por meio de um método convencional, ou seja, sem a presença de enriquecimento, de elementos finitos, o método do domínio integral de energia, onde se obteve erros relativos variando entre 2 % e 20 %, e o método dos elementos finitos estendidos, onde os erros relativos variam entre 2 % e 12 %. Após a avaliação do fator de intensidade de tensão, a segunda etapa consiste em utilizar o método dos elementos finitos estendidos para analisar a trajetória de trinca. E a terceira etapa consiste em analisar o aumento do tamanho da trinca em regime de fadiga. A segunda e terceira etapa apresentaram erros relativos menores que 12 %.

ABSTRACT

This work aims to evaluate different fracture mechanics analysis methodologies using finite element methods, using the ABAQUS simulation software, in particular the extended finite element method, because this method, due to its characteristics related to the enrichment of the analyzed space, allows a crack propagation study without the need to update the mesh status in each crack advance. The study was performed in three phases: the first one comparing analytical and experimental results, about the stress intensity factor, present in the literature, with the results obtained by a conventional method, in other words, without enrichment, the energy integral domain, where relative errors obtained vary between 2 % and 20 %, and the extended finite element method, where relative errors obtained vary between 2 % and 12 %; after the evaluation of the stress intensity factor, the second phase consists in using the finite element method for analyze the crack trajectory; and the third phase consists in analyze the increase in the size of the crack under fatigue regime. The second and the third phase presents relative errors under 12 %.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1- Orientação das superfícies da trinca em respeito as direções das tensões principais	4
Figura 2.2 - Mecanismos de fratura em metais	6
Figura 2.3 - Tensões e zona plástica na ponta da trinca nos materiais reais	6
Figura 2.4 - Três modos de carregamento	7
Figura 2.5 - Sistema de coordenadas utilizado	8
Figura 2.6 - Taxa de liberação de energia não-linear	11
Figura 2.7 - Curva de resistência residual em fratura.....	15
Figura 2.8 - Representação do Diagrama de Avaliação de Falha.....	16
Figura 3.1 - Crescimento de trinca com fator de intensidade de tensão cíclico	18
Figura 3.2 - Curva de propagação de trinca típica.....	19
Figura 3.3 - Efeitos da razão de carregamento nas taxas de crescimento de trinca em fadiga em material frágil.....	20
Figura 3.4 - Ângulo de deflexão da trinca sob modo de fratura misto plano	23
Figura 3.5 - Ângulo de deflexão da trinca sob modo de fratura misto espacial	23
Figura 4.1 - Extensão virtual da trinca em um modelo de elementos finitos	25
Figura 4.2 - Contornos interiores e exteriores formando um contorno fechado ao redor da trinca	28
Figura 4.3 - Contorno tridimensional envolvendo a trinca e sua frente	29
Figura 4.4 - Distorção de um elemento 2D de oito nós retangular em um elemento triangular com os nós centrais na posição $1/4$	30
Figura 4.5 - Modelo de malha para uma placa com trinca lateral	31
Figura 5.1 - Modelagem de descontinuidade utilizando o método dos elementos finitos estendidos	35
Figura 5.2 - Princípio do método dos elementos finitos estendidos com descontinuidade forte para uma barra axial utilizando a função de Heaviside	37
Figura 5.3 - Representação das funções assintóticas da ponta da trinca	38
Figura 5.4 - Representação de elementos bidimensionais e tridimensionais na presença de trinca	41
Figura 5.5 - Determinação do comprimento elemental L'	41
Figura 6.1 - Avanço da trinca e da malha associada.	42

Figura 6.2 - Discretização global com submodelo local com arranjo especial para análise de crescimento de trinca	43
Figura 6.3 - Representação da propagação da trinca em elementos	43
Figura 6.4 - Representação do método VCCT.	44
Figura 7.1 - Representação do domínio da trinca em diferentes anéis	46
Figura 7.2 - Malha para estudo de convergência pelo método da integral de domínio de energia	47
Figura 7.3 - Malha para estudo de convergência pelo método dos elementos finitos estendidos	47
Figura 7.4 - Dimensões da geometria sem concentrador de tensão.....	48
Figura 7.5 - Malha e condições de contorno para geometria sem concentrador de tensão .	49
Figura 7.6 - Dimensões da geometria com furo central circular	50
Figura 7.7 - Malha e condições de contorno para geometria com furo central circular	50
Figura 7.8 - Dimensões da geometria com furo lateral elipsoide.....	51
Figura 7.9 - Malha e condições de contorno para geometria cm furo central circular	52
Figura 7.10 - Dimensões do corpo de prova do tipo <i>compact disk</i>	53
Figura 7.11 - Malha e condições de contorno para o corpo de prova do tipo <i>compact disk</i>	53
Figura 7.12 - Dimensões do corpo de prova do tipo <i>C-shaped</i>	54
Figura 7.13 - Malha e condições de contorno para o corpo de prova do tipo <i>C-shaped</i>	55
Figura 7.14 - Dimensões do corpo de prova para análise de modo misto de fratura proposto por Ferreira (2017).....	56
Figura 7.15 - Malha e condições de contorno para o corpo de prova proposto por Ferreira (2017)	56
Figura 7.16 - Dimensões do corpo de prova para análise de modo misto de fratura proposto por Citarella <i>et al.</i> (2016)	58
Figura 7.17 - Malha e condições de contorno para o corpo de prova proposto por Citarella <i>et al.</i> (2016)	58
Figura 7.18 - Curva $\frac{da}{dN} \times \Delta K$	60
Figura 7.19 - Geometria proposta por Rubistein (1991).....	64
Figura 7.20 - Malha e condições de contorno utilizadas para análise da trajetória do crescimento de trinca para o corpo de prove proposto por Rubistein (1991).....	65
Figura 7.21 - Geometria proposta pela norma ASTM E399 (2020)	65

Figura 7.22 - Malha e condições de contorno utilizadas para análise da trajetória do crescimento de trinca para o corpo de prova proposto na norma ASTM E399 (2020).....	66
Figura 7.23 - Malha e condições de contorno utilizadas para análise da trajetória do crescimento de trinca para o corpo de prova proposto por Ferreira (2017)	66
Figura 7.24 - Malha e condições de contorno utilizadas para análise da trajetória do crescimento de trinca para o corpo de prove proposto por Citarella et al. (2020).....	67
Figura 8.1 - Análise de convergência utilizando o método da integral de energia	69
Figura 8.2 - Campo de tensão no método da integral do domínio de energia.....	69
Figura 8.3 - Malha para estudo de convergência pelo método dos elementos finitos estendidos	70
Figura 8.4 - Campo de tensão no método dos elementos finitos estendidos.....	71
Figura 8.5 - Campo de tensão em uma geometria sem concentrador de tensão submetida a carga de tração com a presença de uma trinca de 5 mm.....	72
Figura 8.6 - Comparação entre os resultados para geometria sem concentrador de tensão	72
Figura 8.7 - Campo de tensão em uma geometria com furo central circular submetida a carga de tração com a presença de uma trinca de 2 mm	73
Figura 8.8 - Comparação entre os resultados para geometria com furo central circular.....	74
Figura 8.9 - Campo de tensão em uma geometria com furo lateral elipsoide submetida a carga de tração com a presença de uma trinca de 2 mm.....	74
Figura 8.10 - Comparação entre os resultados para geometria com furo lateral elipsoide..	75
Figura 8.11 - Campo de tensão no corpo de prova <i>compact-disk</i> submetido a carga de tração com a presença de uma trinca de 2 mm.....	76
Figura 8.12 - Comparação entre os resultados para corpo de prova <i>compact-disk</i>	76
Figura 8.13 - Campo de tensão no corpo de prova <i>arc shapped</i> submetido a carga de tração com a presença de uma trinca de 2 mm.....	77
Figura 8.14 - Comparação entre os resultados para corpo de prova <i>C-shapped</i>	77
Figura 8.15 - Campo de tensão no corpo de prova com a presença de modo misto de fratura submetido a carga de tração com a presença de uma trinca de 34 mm	78
Figura 8.14 - Comparação entre os resultados para corpo de prova <i>C-shapped</i>	77
Figura 8.15 - Campo de tensão no corpo de prova com a presença de modo misto de fratura submetido a carga de tração com a presença de uma trinca de 34 mm	78
Figura 8.16 - Comparação entre os resultados para corpo de prova proposto por Ferreira (2017) em presença de modo misto de fratura	79

Figura 8.17 - Comparação entre os resultados para corpo de prova proposto por Ferreira (2017) em presença de modo misto de fratura utilizando o critério de Richard	79
Figura 8.18 - Campo de tensão no corpo de prova com a presença de modo misto de fratura submetido a carga tração-torção com a presença de uma trinca.....	80
Figura 8.19 - Comparação entre os resultados para corpo de prova proposto por Citarella <i>et al.</i> (2016) em presença de modo misto de fratura	81
Figura 8.20 - Comparação entre os resultados para corpo de prova proposto por Citarella <i>et al.</i> (2016) em presença de modo misto de fratura utilizando o critério de Richard.....	81
Figura 8.21 - Resultado da simulação de trajetória de propagação de trinca obtida computacionalmente para o corpo de prova da norma ASTM E399.....	82
Figura 8.22 - Comparação entre os resultados esperado pela norma ASTM E399 e os resultados obtidos pela simulação	83
Figura 8.23 - Resultados das simulações das trajetórias de propagação de trinca obtidas computacionalmente para o corpo de prova proposto por Rubinstein (1991).....	83
Figura 8.24 - Comparação entre os resultados analíticos de Rubinstein (1991) e os resultados obtidos pela simulação	84
Figura 8.25 - Resultado da simulação da trajetória de propagação de trinca obtida computacionalmente para geometria proposta por Ferreira (2017).....	84
Figura 8.26 - Comparação entre o resultado experimental de Ferreira (2017) e o resultado obtidos pela simulação	85
Figura 8.27 - Ângulos de propagação calculados para geometria de Ferreira (2017).....	85
Figura 8.28 - Resultado da simulação da trajetória de propagação de trinca obtida computacionalmente para geometria proposta por Citarella <i>et al.</i> (2016)	86
Figura 8.29 - Comparação entre os resultados experimentais de Citarella <i>et al.</i> (2016) e os resultados obtidos pela simulação	86
Figura 8.30 - Ângulos de propagação e inclinação calculados para geometria de Citarella <i>et al.</i> (2016).....	87
Figura 8.31 - Curva de resistência residual para geometria <i>compact specimen</i>	88
Figura 8.32 - Curvas $a \times N$ obtidas computacionalmente e pela norma ASTM E399.....	88
Figura 8.33 - Curva de resistência residual para geometria proposta por Ferreira (2017) ..	89
Figura 8.34 - Curvas $a \times N$ obtidas computacionalmente e analiticamente para geometria proposta por Ferreira (2017).....	89
Figura 8.35 - Curva de resistência residual para geometria proposta por Citarella <i>et al.</i> (2016)	90

Figura 8.36 - Curvas $a \times N$ obtidas computacionalmente e pelo trabalho de Citarella et al. (2016)	90
Figura 8.37 - Diagrama de Avaliação de Falha	91

LISTA DE TABELAS

Tabela 7.1 - Parâmetros do material para o alumínio A6082-T6.	60
--	----

LISTA DE SIMBOLOS

Símbolos Latinos

a	Tamanho da trinca
a_{ij}	Graus de liberdade dos nós enriquecidos
\bar{a}	Vetor de coeficientes
A	Área
b	Expoente de resistência a fadiga
c	Expoente de ductilidade em fadiga
C	Coefficiente da equação de Paris
E	Módulo de Young
F	Fator de forma/Fator de correlação
F_i, F_k	Forças de corpo
G	Taxa de liberação de energia
H	Função Heaviside
J	Integral de contorno J
K	Fator de intensidade de tensão
M	Número de nós
m	Expoente da Equação de Paris
m_i	Vetor normal
N	Número de ciclos
N_i, N_I	Função de forma
P	Força
$p_j(x)$	Base extrínseca
q	Função arbitraria
r	Raio
S	Tensão nominal
R	Razão de carregamento
u	Deslocamento
\bar{u}_i	Graus de liberdade nodal
U	Energia de deformação
V	Volume
W	Trabalho
w	Tensão de trabalho
x_i	Vetor de coordenadas paramétricas
x, y, z	Coordenadas x, y, z

Símbolos Gregos

σ	Tensão
ε	Deformação
Δ	Faixa
Π	Energia potencial elástica
ξ_i	Vetor de coordenadas paramétricas
Ω	Domínio
φ	Ângulo de propagação
ψ	Ângulo de inclinação
$\psi(x)$	Função arbitraria

Ω Domínio

Subscritos

a Amplitude
c Crítico
e Elástica
f Fadiga
m Média
p Plástica
th Limiar
max Máximo
min Mínimo

Subscritos

a Amplitude
c Crítico

Siglas

ASTM *American Society for Testing and Materials*
AISI *American Iron and Steel Institute*
API *American Petroleum Institute*
ASME *American Society of Mechanical Engineers*
BS *British Standard*
DAF Diagrama de Avaliação de Falha
FEM *Finite Element Method*
MEF Método dos Elementos Finitos
MFLE Mecânica da Fratura Linear Elástica
XFEM *eXtended Finite Element Method*

SUMÁRIO

1 - INTRODUÇÃO	1
1.1 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	1
1.2 - OBJETIVOS GERAIS.....	3
1.3 - OBJETIVOS ESPECÍFICOS	3
2 - MECÂNICA DA FRATURA	5
2.1 - CARACTERÍSTICAS MACROSCÓPICAS DA FRATURA	5
2.1.1 - Tipo de carregamento	5
2.1.2 - Orientação da trinca em relação as tensões principais	5
2.1.3 - Estabilidade da propagação da trinca	6
2.1.4 - Crescimento subcrítico da trinca	6
2.2 - CARACTERÍSTICAS MICROSCÓPICAS DA FRATURA.....	7
2.3 - EFEITOS DA TRINCA EM MATERIAIS DÚCTEIS.....	8
2.4 - FATOR DE INTENSIDADE DE TENSÃO.....	9
2.4.1 - Modos de fratura	9
2.4.2 - Relação entre o fator de intensidade de tensão e a taxa de liberação de energia	12
2.5 - INTEGRAL DE CONTORNO J.....	13
2.6 - MODO MISTO DE FRATURA.....	14
2.7 - PLÁSTICIDADE NA PONTA DA TRINCA	15
2.7.1 - Abordagem de Irwin	16
2.7.2 - Limitações da Mecânica da Fratura Linear Elástica	16
2.8 - CURVA DE RESISTÊNCIA RESIDUAL	17
2.9 - DIAGRAMA DE AVALIAÇÃO DE FALHA	18
3 - PROPAGAÇÃO DE TRINCA EM FADIGA.....	20
3.1 - ANÁLISE DE PROPAGAÇÃO DE TRINCAS	20
3.1.1 - Independência geométrica da curva $da/dN \times \Delta K$	22
3.1.2 - Efeitos da razão de carregamento no crescimento de trinca por fadiga	22
3.1.3 - Representações comportamento da curva $da/dN \times \Delta K$	23
3.2 - MICROMEKANISMOS DE FADIGA	23
3.3 - PREVISÃO DO ÂNGULO DE PROPAGAÇÃO DA TRINCA.....	24

4 - ELEMENTOS FINITOS PARA MECÂNICA DA FRATURA	27
4.1 - MÉTODO DA INTEGRAL DE CONTORNO.....	27
4.1.1 - Extensão virtual da trinca: formulação pela derivada da rigidez.....	27
4.1.2 - Extensão virtual da trinca: abordagem continua.....	28
4.2 - INTEGRAL DO DOMÍNIO DE ENERGIA.....	29
4.2.1 - Implementação em elementos finitos.....	31
4.2.2 - Elementos isoparamétricos colapsados e modelagem de malha	33
4.2.3 - Análise de propagação de trincas	34
5 - ELEMENTOS FINITOS ESTENDIDOS PARA MECÂNICA DA FRATURA LINEAR ELÁSTICA	35
5.1 - PARTIÇÃO DE UNIDADE	36
5.2 - ENRIQUECIMENTO	37
5.2.1 - Enriquecimento intrínseco	37
5.2.2 - Enriquecimento extrínseco.....	38
5.3 - MODELAGEM DA DESCONTINUIDADE UTILIZANDO A FUNÇÃO SALTO DE HEAVISIDE.....	39
5.3.1 - Função salto de Heaviside	40
5.3.2 - Funções Assintóticas da ponta da trinca.....	41
5.4 - MÉTODO LEVEL-SET	42
5.5 - TÉCNICA DE CORRELAÇÃO DE DESLOCAMENTOS.....	43
6 - ANÁLISE DE PROPAGAÇÃO DE TRINCA POR MÉTODOS COMPUTACIONAIS	45
6.1 - ABORDAGENS UTILIZANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS CONVENCIONAL.....	45
6.2 - ABORDAGENS UTILIZANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS ESTENDIDOS	46
6.3 - TÉCNICA DE FECHAMENTO DE TRINCA VIRTUAL	47
7 - METODOLOGIA	49
7.1 - CÁLCULO DO FATOR DE INTENSIDADE DE TENSÃO EM TRINCAS ESTÁTICAS POR MÉTODOS COMPUTACIONAIS.....	49
7.1.1 – Modelagem computacional.....	49

7.1.2 – Análise de convergência	51
7.1.3 – Cálculo do Fator de Intensidade de Tensão	52
7.1.3.1 – Cálculo do Fator de Intensidade de Tensão	52
7.1.3.2 – Cálculo com furo central circular	53
7.1.3.3 – Cálculo com furo lateral elipsoide	55
7.1.3.4 – Cálculo do tipo <i>Compact Disk</i>	56
7.1.3.5 – Cálculo do tipo <i>C-shaped</i>	58
7.1.3.6 – Modo misto de fratura devido a concentrador de tensão	59
7.1.3.7 – Modo misto de fratura devido a cargas combinadas.....	61
7.2 - PROPAGAÇÃO DE TRINCAS POR FADIGA.....	63
7.2.1 – Lei de Propagação de Trincas	63
7.2.2 – Implementação do Modelo Computacional	64
7.2.2.1 – Definição das propriedades mecânicas do material	64
7.2.2.2 – Definição do critério de propagação de trinca em fadiga	65
7.2.3 – Avaliação do Modelo Computacional.....	68
7.2.3.1 – Análise da trajetória de propagação da trinca	68
7.2.3.2 – Análise da curva de número de ciclos x tamanho da trinca	72
8 – ANÁLISE E RESULTADOS.....	73
8.1 - CÁLCULO DO FATOR DE INTESIDADE DE TENSÃO EM TRINCAS NO REGIME ESTÁTICAS POR MÉTODOS COMPUTACIONAIS	73
8.1.1 – Análise de convêrgencia	73
8.1.2 – Cálculo do Fator de Intensidade de Tensão	76
8.1.2.1 – Geometria sem concentrador de tensão	76
8.1.2.2 – Geometria com furo central circular	78
8.1.2.3 – Geometria lateral elipsoide	79
8.1.2.4 – Corpo de prova do tipo <i>Compact Disk</i>	80
8.1.2.5 – Corpo de prova do tipo <i>C-shaped</i>	82
8.1.2.6 – Corpo de prova com a presença de modo misto de fratura devido a presença de concentrador de tensão	83
8.1.2.7 – Corpo de prova com a presença de modo misto de fratura devido à presença cargas combinadas	85

8.2 - CÁLCULO DO FATOR DE INTESIDADE DE TENSÃO EM TRINCAS NO REGIME ESTÁTICAS POR MÉTODOS COMPUTACIONAIS	87
8.2.1 – Análise da trajetória de propagação de trinca	87
8.2.2 – Análise da trajetória de propagação de trinca	92
9 – DISCUSSÕES FINAIS E CONCLUSÕES	97
10 – TRABALHOS FUTUROS	100
11 – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	101

1 – INTRODUÇÃO

A presença de trinca em uma estrutura reduz sua vida útil de modo que possa vir a fraturar subitamente causando uma falha catastrófica em tensões inferiores às tensões de projeto contra escoamento e fadiga. Alguns componentes são solicitados de maneira onde trincas são difíceis de evitar, porém é possível utilizar tais componentes dentro de um certo tamanho de trinca analisado pela mecânica da fratura.

Para cada geometria, solicitação e tamanho de trinca, pode-se encontrar uma equação que representa o fator de intensidade de tensão, que é um parâmetro que controla as condições de propagação de uma trinca, representando assim o nível da severidade da presença dessa trinca no componente. A mecânica computacional, com a utilização do método dos elementos finitos, auxilia o cálculo dos fatores de intensidade de tensão a partir de aproximações matemáticas e físicas em um espaço discretizado.

Um dos problemas da análise de mecânica da fratura utilizando o método de elementos finitos convencionais está na discretização da malha, em especial em problemas de propagação de trinca, situação na qual a malha deve ser atualizada para cada avanço de trinca. Considerando tal dificuldade, foi criado o método dos elementos finitos estendidos, que permitem os cálculos de mecânica da fratura em um espaço enriquecido, então a solução do problema é menos dependente da discretização da malha, permitindo o cálculo de propagação de trinca sem a necessidade da atualização da malha para cada avanço da trinca.

1.1 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O método dos elementos finitos estendidos é baseado no método da partição da unidade. O conceito de enriquecimento através do conceito da partição de unidade foi proposto por Babuska et al. (1994), e sua aplicação na área de estudo dos elementos finitos, conhecida como PUFEM (*Partition Of Unity Finite Element Method*), foi estudada inicialmente por Babuska e Melenk (1996 e 1997). Estes trabalhos utilizavam enriquecimento global com funções holomórficas para estudo da elasticidade linear. Duarte e Oden (1996) propuseram enriquecimento utilizando polinômios de alta ordem, baseado no método do hp-cloud, como proposto por Oden, Duarte e Zienkiewicz (1998).

Moes, Dolbow e Belystschko (1999) introduziram o procedimento de enriquecimento que introduz o campo descontínuo ao redor das faces da trinca através da adaptação das funções de Heaviside e empregando campos descontínuos assintóticos na ponta da trinca,

introduzindo também o enriquecimento local para problemas de descontinuidade, sendo essa adaptação do PUFEM, conhecida como método dos elementos finitos estendidos, ou XFEM (*eXtended Finite Element Method*).

Osher e Sethian (1988) introduziram o método *level-set*, um algoritmo utilizado para localização de descontinuidades, esse método complementa o método dos elementos finitos estendidos, ao determinar onde e qual o tipo de enriquecimento necessário.

Stolarska et al. (2001) e Stolarka e Chopp (2003), acoplaram o método *level-set* ao método dos elementos finitos estendidos, para descrever as faces a trinca no campo bidimensional, enquanto a descrição da trinca em três dimensões foi realizada por Moës, Gravouil e Belytschko (2002), e Sukumar, Chopp e Moran (2003).

Sukumar e Prévost (2003) demonstraram a modelagem numérica do fator de intensidade de tensão e crescimento de trinca. Stazi et al. (2003) implementou a aplicação do método dos elementos finitos estendidos para mecânica da fratura linear elástica apresentando elementos quarter-points na ponta da trinca.

Chessa e Belytschko (2004) modelaram as descontinuidades pelo método dos elementos finitos estendidos a partir de enriquecimento local com passe na partição de unidade, também conhecido como enriquecimento extrínseco, sendo assim, foi possível introduzir descontinuidades móveis ao longo de uma superfície.

Conceitos mais avançados vem sendo estudo por pesquisadores do método dos elementos finitos estendidos no campo da mecânica da fratura:

- Parks *et al.* (2009) integraram a presença de singularidades fracas no método, utilizando elementos isoparamétricos, utilizados também na ponta da trinca.
- Bordas *et al.* (2010) estudaram a precisão e convergência do método ao empregar amortecimento da deformação, recomendável quando a função de enriquecimento é polinomial.
- Minnebo (2012) introduziu a estratégia da integral tridimensional de funções singulares no cálculo da matriz de rigidez, permitindo o cálculo dos fatores de intensidade de tensão interagindo conceitos do método dos elementos finitos e da mecânica da fratura linear elástica.

A implementação do método XFEM em programas de elementos finitos também é um campo de estudo de muitos pesquisadores, podendo-se destacar:

- Xiao e Karihaloo (2007) combinaram o elemento híbrido de trinca com o método dos elementos finitos estendidos e com códigos de método dos elementos finitos convencionais, onde tal elemento é utilizado na região da ponta da trinca e junções salto são utilizadas para modelar as faces da trinca.
- Ahyang (2007) apresentaram a metodologia dos elementos finitos estendidos para computar os fatores de intensidade de tensão utilizando as propriedades do material e conceitos da taxa de liberação de energia.
- Legrain (2013) apresentou o método da *spline-b* racional não uniforme, para representar estruturas definidas por CAD (*Computer Aided Design*) como superfícies paramétricas, sendo possível descrever e localizar trincas pelo método dos elementos finitos estendido e o método *level-set*.
- Holl *et al.* (2014), apresentou técnicas multi-escala para investigar o avanço de trincas em espaços tridimensionais.

1.2 – OBJETIVOS GERAIS

Este trabalho tem como objetivo geral analisar a teoria da mecânica da fratura e da mecânica da fratura computacional, em especial o método da integral do domínio de energia e do método dos elementos finitos estendidos, para análise de trincas estáticas e de trincas propagantes em regime de fadiga, bem como analisar o avanço de trinca com o número de ciclos.

1.3 – OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Este trabalho tem como objetivos específicos:

- Comparar os resultados de fator de forma obtidos de resultados experimentais e analíticos encontrados na literatura com resultados obtidos computacionalmente pelo método da integral do domínio de energia e pelo método dos elementos finitos estendidos;

- Validar o uso do método dos elementos finitos estendidos a partir das análises estáticas;
- Analisar a trajetória da propagação de trincas em regime de fadiga pelo método dos elementos finitos estendidos;
- Analisar a curva de crescimento da trinca em regime de fadiga.

2 – MECÂNICA DA FRATURA

A mecânica da fratura está conectada com o estudo dos efeitos da presença de trinca em uma estrutura, assim como o estudo do comportamento da trinca. A presença de uma trinca pode levar a uma falha catastrófica, o estudo da mecânica da fratura, auxiliando na previsão de falhas e no cálculo da vida útil do componente, a fim de evitar a ocorrência de falhas inesperadas.

2.1 – CARACTERÍSTICAS MACROSCÓPICAS DA FRATURA

Segundo Kuna (2011), na mecânica da fratura se assume que exista uma trinca macroscópica, seja essa devido à defeitos de manufatura ou como consequências de cargas operacionais. Após assumidas as trincas, se analisam os aspectos macroscópicos da trinca, que podem ser caracterizados em respeito a carga e a progressão da fratura.

2.1.1 – Regime de carregamento

O regime no qual a trinca pode, eventualmente, propagar é dividido em: estático, tipicamente observado em suportes de cargas; dinâmico, observadas em processos associados com deformações dinamicamente aceleradas e forças inerciais (por exemplo: problemas de impacto); e variável, o qual pode ser periodicamente cíclico ou aleatório, comumente associado a processos de fadiga.

2.1.2 – Orientação da trinca em relação as tensões principais

A falha por fratura, na maioria dos casos, é controlada pelas tensões locais determinadas pelas tensões principais, que podem ser utilizadas para auxiliar a prever a direção de formação e da trinca.

Kuna (2011), faz distinções entre a trinca planar-normal, onde as trincas são orientadas perpendicularmente na direção da maior tensão principal; e a trinca planar-cisalhante, onde as faces da fratura coincidem com os planos de interseção da máxima tensão cisalhante. A orientação de ambos os casos pode ser vista na Figura 2.1.

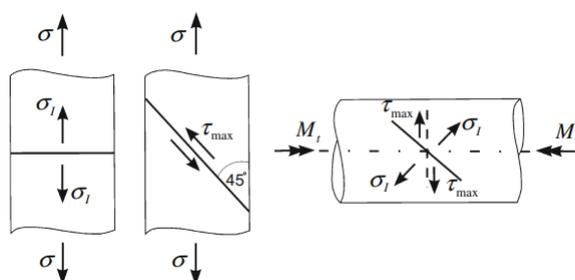


Figura 2.1 – Orientação das superfícies da trinca em respeito as direções das tensões principais (Kuna, 2011)

2.1.3 – Estabilidade da propagação da trinca

Enquanto o tamanho e forma da trinca não mudarem, a trinca é considerada estacionária. A iniciação da propagação da trinca se inicia a partir de uma carga crítica. Segundo Kuna (2011), a trinca propaga de maneira instável quando a trinca cresce abruptamente sem a necessidade da carga externa, nesse caso, a condição crítica (normalmente representada por uma variável conhecida como fator de intensidade de tensão) é excedida pela primeira vez e persiste sem o aumento da energia associada ao processo. Caso seja necessário que uma condição crítica seja excedida para que cada avanço de trinca ocorra, a propagação de trinca é considerada estável.

A estabilidade do crescimento de trinca está relacionada com a mudança do gradiente de tensão próximo da trinca durante o crescimento da trinca e com o consumo da energia derivada da deformação plástica do componente.

2.1.4 – Crescimento subcrítico de trinca

Como descrito por Kuna (2011), existem processo de crescimento de trinca onde a fratura ocorre em uma condição de operação bem abaixo da condição crítica, e se desenvolve de maneira estável em baixas taxas de crescimento, nesse caso ocorre o crescimento subcrítico de trinca. A forma mais conhecida desse tipo de crescimento é a propagação de trinca por fadiga, onde a trinca cresce gradualmente entre os ciclos.

2.2 – CARACTERÍSTICAS MICROSCÓPICAS DA FRATURA

As características microscópicas estão relacionadas principalmente com o processo de fratura que ocorre. Segundo Anderson (2005), os três mecanismos de fratura mais comuns em metais são: fratura dúctil, fratura por clivagem e fratura intergranular.

Materiais dúcteis normalmente falham como resultado de nucleação, crescimento e coalescência de vazios microscópicos que iniciam em inclusões em partículas de segunda fase. O material alcança o ponto de estabilidade, onde o endurecimento não acompanha a perda da área da seção transversal e uma região de empescoçamento se forma além da carga máxima. Microvazios nucleiam em inclusões e partículas de segunda fase, o vazio cresce até formar uma falha macroscópica, levando a fratura.

A fratura por clivagem envolve a rápida propagação da trinca, resultando na separação de planos cristalográficos específicos, esse tipo de falha também é chamado de fratura frágil. A trinca em propagação muda de direção cada vez que encontra um contorno de grão, procurando uma direção mais favorável, a orientação da trinca vai ser perpendicular a tensão máxima principal.

A fratura intergranular é uma situação especial que ocorre quando os contornos de grão são os caminhos preferidos para propagação da trinca, por diferentes situações, que Anderson (2005) separa algumas situações mais comuns, que são:

1. Precipitação da fase frágil no contorno de grão;
2. Trinca formada por fatores ambientais;
3. Corrosão intergranular;
4. Cavitação no contorno de grão;
5. Trinca a altas temperaturas.

Esquemas dos tipos mais comuns de fratura podem ser vistos na Figura 2.2.

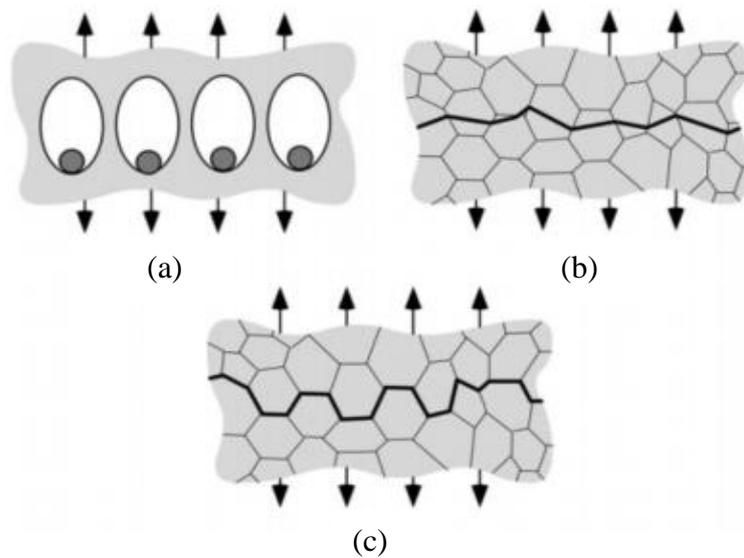


Figura 2.2 – Mecanismos de fratura em metais. (a) Fratura dúctil. (b) Fratura por clivagem. (c) Fratura intergranular. (Anderson, 2005)

2.3 – EFEITOS DA TRINCA EM MATERIAIS DÚCTEIS

Em materiais dúcteis, deformações plásticas ocorrem na vizinhança da ponta da trinca. A região na qual o material escoá é a zona plástica. Deformação intensa na ponta da trinca resulta em uma ponta de raio pequeno, porém diferente de zero, onde a tensão real não será infinita (Dowling, 2013). A ponta da trinca apresenta deformação intensa resultando em uma separação próxima da ponta, o deslocamento de abertura da ponta da trinca, δ . Essa alta tensão, idealmente, existe próxima da ponta da trinca e se redistribui ao longo da região próxima, como pode ser visto na Figura 2.3.

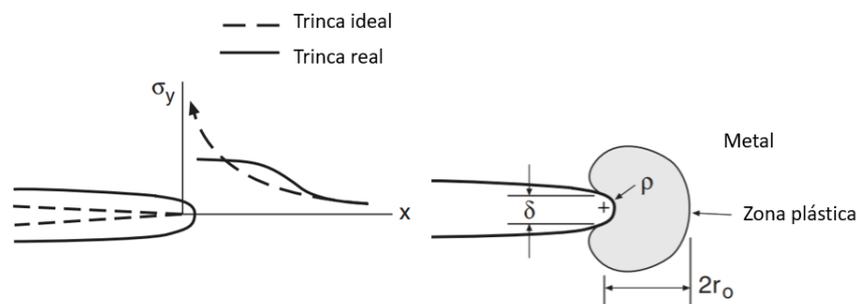


Figura 2.3 – Tensões e zona plástica na ponta da trinca nos materiais reais (Adaptado de Dowling, 2013)

2.4 – FATOR DE INTENSIDADE DE TENSÃO

O fator de intensidade de tensão, K , mede a severidade da presença da trinca, sendo esse fator influenciada pelo tamanho da trinca, geometria do componente e da trinca, e cargas aplicadas. Ao se definir, K , na seção onde se encontra a trinca o material está se comportando nominalmente de maneira linear elástica, sendo assim, se trabalha com a mecânica da fratura linear elástica (MFLE). O fator de intensidade de tensão pode ser expresso matematicamente por meio da Equação (2.1).

$$K = F\sigma\sqrt{\pi a} \quad (2.1)$$

onde o fator de correlação, F , é representada por equações específicas para cada geometria e condições de contorno e carregamento.

Caso o valor de intensidade de tensão ultrapasse um certo valor crítico, K_c , chamado de tenacidade a fratura, a trinca se propaga de forma instável. Esse valor depende das características do material, sendo afetado pela temperatura, taxa de carregamento em casos de cargas cíclicas e pela espessura do componente.

2.4.1 – Modos de Fratura

Um componente com a presença de trinca pode ser submetido por um ou mais modos de carregamento. O Modo I consiste nas faces da trinca se separando em direções opostas. O Modo II consiste nas faces da trinca deslizando uma em relação a outra em uma direção normal a ponta da trinca. O Modo III envolve o deslizamento relativo das faces da trinca, porém na direção paralela a ponta da trinca. Os três modos podem ser vistos na Figura 2.4.

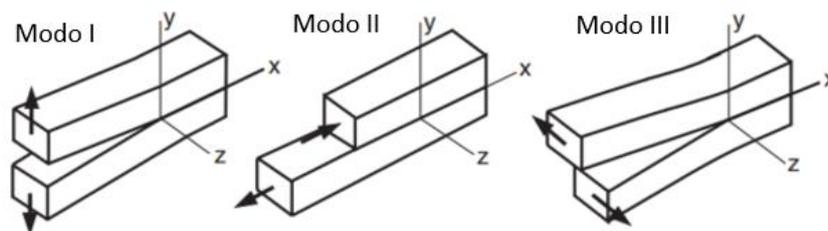


Figura 2.4 – Três modos de carregamento (Adaptado de Dowling 2013)

Utilizando o sistema de coordenadas da Figura 2.5 é possível calcular as tensões na vizinhança da ponta da trinca.

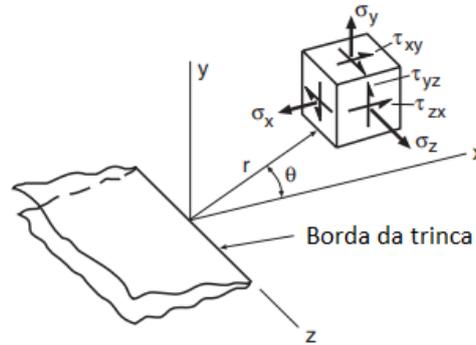


Figura 2.5 – Sistema de coordenadas utilizado (Adaptado de Dowling, 2013)

Os campos de tensão e deformação na vizinhança da ponta da trinca no Modo I, como apresentado em Anderson (2005), podem ser representadas pelo conjunto de Equações 2.2.

$$\begin{aligned}
 \sigma_x &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 - \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right] \\
 \sigma_y &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 + \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right] \\
 \tau_{xy} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \\
 \sigma_z &= 0 \text{ (Estado Plano de Tensão)} \\
 \sigma_z &= \nu (\sigma_x + \sigma_y) \text{ (Estado Plano de Deformação)} \\
 \tau_{xz} &= \tau_{yz} = 0 \\
 u_x &= \frac{K_I}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[\kappa - 1 + 2\operatorname{sen}^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right] \\
 u_y &= \frac{K_I}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[\kappa + 1 - 2\operatorname{cos}^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right] \\
 u_z &= 0
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

As tensões na vizinhança da ponta da trinca no Modo II, como apresentado em Anderson (2005), podem ser representadas pelo conjunto de Equações 2.3.

$$\begin{aligned}
\sigma_x &= \frac{-K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[2 + \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right] \\
\sigma_y &= \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \\
\tau_{xy} &= \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right] \\
\sigma_z &= 0 \text{ (Estado Plano de Tensão)} \\
\sigma_z &= \nu (\sigma_x + \sigma_y) \text{ (Estado Plano de Deformação)} \\
\tau_{xz} &= \tau_{yz} = 0 \\
u_x &= \frac{K_{II}}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[\kappa + 1 + 2\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right] \\
u_y &= \frac{K_{II}}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[\kappa - 1 - 2\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right] \\
u_z &= 0
\end{aligned} \tag{2.3}$$

As tensões na vizinhança da ponta da trinca no Modo III, como apresentado em Anderson (2005), podem ser representadas pelo conjunto de Equações 2.4.

$$\begin{aligned}
\sigma_x &= 0 \\
\sigma_y &= 0 \\
\tau_{xy} &= 0 \\
\sigma_z &= 0 \\
\tau_{xz} &= \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \\
\tau_{yz} &= \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \\
u_x &= 0 \\
u_y &= 0 \\
u_z &= \frac{K_{III}}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)
\end{aligned} \tag{2.4}$$

O valor de κ depende se o problema está no Estado Plano de Tensão ($\kappa = (3 - \nu)/(1 + \nu)$), ou no Estado Plano de Deformação ($\kappa = 3 - 4\nu$).

Para diferentes configurações de aplicação de carga e geometria do componente o valor de K deve ser determinado a partir da Equação 2.1, onde F é uma função adimensional que depende da geometria e configuração de carga, e normalmente, a mesma, é em relação ao tamanho da trinca, a , e comprimento do componente, b . Costuma-se utilizar a tensão nominal, para definir o fator de intensidade de tensão. Diversas equações são disponíveis na literatura para representar o comportamento de K e F para diferentes geometrias, além de ser possível encontrar essas expressões com auxílios de métodos experimentais ou por meio de elementos finitos.

2.4.2 – Relação entre o fator de intensidade de tensão e a taxa de liberação de energia

Se a trinca crescer em uma pequena quantidade de área, dA , enquanto o deslocamento se mantém constante, a rigidez do membro diminui, diminuindo a energia potencial, devido a deformação, U , por uma quantidade dU . A taxa de mudança na energia potencial com o aumento da trinca é definida pela taxa de liberação de energia de deformação como:

$$G = -\frac{dU}{dA} \quad (2.5)$$

Anderson (2005) ressalta que é importante lembrar que a taxa de liberação de energia é definida em termos da área da trinca, que depende do formato da trinca.

O valor de G caracteriza a energia por unidade de área da trinca necessária para aumentar a trinca, Anderson (2005) afirma que essa energia é o conceito físico fundamental que controla o comportamento da trinca.

O fator de intensidade de tensão e a taxa de liberação de energia de deformação se relacionam por:

$$G = \frac{K^2}{E'} \quad (2.6)$$

onde E' é obtido pelo módulo de Young e pelo coeficiente de Poisson.

$$E' = \begin{cases} E & \text{(Estado Plano de Tensão)} \\ \frac{E}{1 - \nu^2} & \text{(Estado Plano de Deformação)} \end{cases} \quad (2.7)$$

2.5 – INTEGRAL DE CONTORNO J

A integral de contorno, J , é um parâmetro para caracterizar a fratura para materiais lineares e não lineares, estendendo a metodologia além dos limites da MFLE. Rice (1968) aplicou a deformação plástica a análise de uma trinca em um material não-linear, onde a taxa de liberação de energia não linear, J , pode ser escrita como uma integral de linha independente de caminho.

A mesma definição matemática utilizada em G pode ser aplicada para materiais não lineares, onde G é trocado por J .

$$J = -\frac{d\Pi}{dA} \quad (2.8)$$

onde a energia potencial é definida pela diferença entre a energia potencial e a variação na força aplicada, $\Pi = U - \Delta P$, considerando uma placa de espessura unitária $A = a$, com uma curva força-deslocamento não linear mostrada na Figura 2.6.

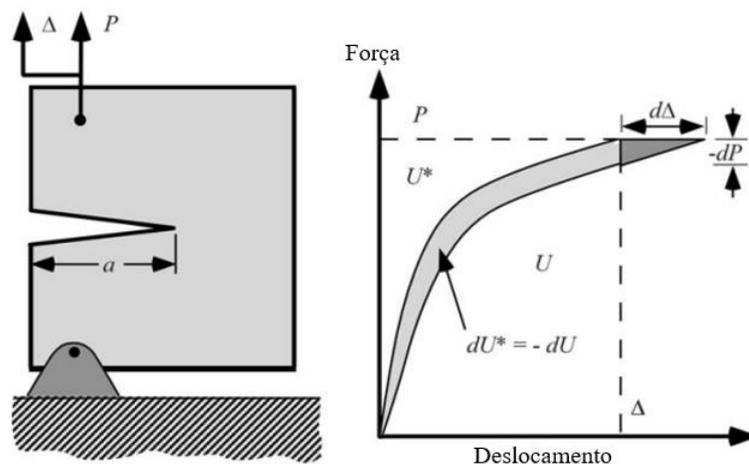


Figura 2.6 – Taxa de liberação de energia não-linear (Adaptado de Anderson, 2005)

Para o controle por força:

$$\Pi = U - \Delta P = -U^* \quad (2.9)$$

Onde U^* é definido por:

$$U^* = \int_0^P \Delta dP \quad (2.10)$$

Então J é dado por:

$$J = \left(\frac{dU^*}{da} \right)_P = \left(\frac{d}{da} \int_0^P \Delta dP \right)_P = - \left(\frac{d}{da} \int_0^\Delta P d\Delta \right)_\Delta \quad (2.11)$$

A integral de contorno J é a forma mais geral da taxa de liberação de energia. Para os materiais em regime linear-elástico, $J = G$.

2.6 – MODO MISTO DE FRATURA

Segundo Anderson (2005), o modo misto de fratura segue o princípio da superposição, ou seja, para materiais elásticos lineares, duas componentes de fator de intensidade de tensão de um mesmo modo podem ser somados, enquanto componentes de fatores de intensidade de tensão diferentes não podem ser diretamente somadas, tal princípio é representado pela Equação (2.12).

$$K_I^{(total)} = K_I^{(A)} + K_I^{(B)} + K_I^{(C)} \quad (2.12)$$

$$K^{(total)} \neq K_I + K_{II} + K_{III}$$

Diversos modelos foram desenvolvidos para representar o modo misto de fratura, onde se destacam: a Lei de B-K, proposto por Benzeggagh e Kenane (1996) e a lei de Reeder, proposto por Reeder, Song, Chunchu e Ambur (2002). Ambas calculam o G_{Eq} somando a energia dos três modos de tensão, como mostrado na Equação (2.13), pois a energia é uma grandeza escalar, diferindo em como calculam o G_{Eq} crítico.

$$G_{Eq} = G_I + G_{II} + G_{III} \quad (2.13)$$

A lei B-K é utilizada quando G_{IIC} e G_{IIIC} são iguais, e equação que representa o modelo é dada por:

$$G_{Eq(C)} = G_{IC} + (G_{IIC} + G_{IC}) \left(\frac{G_{II} + G_{III}}{G_I + G_{II} + G_{III}} \right)^\eta \quad (2.14)$$

Caso os valores de G_{IIC} e G_{IIIC} sejam diferentes se utiliza a lei de Reeder, representada por:

$$G_{Eq(C)} = G_{IC} + (G_{IIC} + G_{IC}) \left(\frac{G_{II} + G_{III}}{G_I + G_{II} + G_{III}} \right)^\eta + (G_{IIIC} + G_{IIC}) \left(\frac{G_{III}}{G_{II} + G_{III}} \right) \left(\frac{G_{II} + G_{III}}{G_I + G_{II} + G_{III}} \right)^\eta \quad (2.15)$$

O parâmetro η o parâmetro coesivo, para estudo de delaminação, Benzeggagh e Kenane (1996), mostram que, empiricamente, valores próximos de 1 são aceitáveis para materiais situações onde não há a presença de delaminação.

Richard, Fulland e Sander (2004) também propõem um modelo empírico, chamado de critério de Richard para o crescimento de trinca em modo misto de fratura, porém em termos dos fatores de intensidade de tensão, esse modelo é descrito pela Equação (2.16).

$$K_{Eq} = \frac{K_I}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{K_I^2 + 4(1.155K_{II})^2 + 4K_{III}^2} \quad (2.16)$$

2.7 – PLÁSTICIDADE NA PONTA DA TRINCA

Segundo Anderson (2005), a ponta de uma trinca ideal apresenta um valor de tensão tendendo ao infinito, pois apresentaria uma ponta de raio igual a zero, porém, em materiais reais, essas tensões são finitas, pois a ponta da trinca apresenta um pequeno valor raio, mas diferente de zero. A deformação inelástica, como a plasticidade em metais, leva ao relaxamento das tensões na ponta da trinca.

Segundo Dowling (2012), a análise das tensões se torna menos precisa na medida que a região inelástica na ponta da trinca cresce. Sendo necessárias correções para analisar as características da trinca e da fratura quando ocorre escoamento moderado na ponta da trinca.

2.7.1 – Abordagem de Irwin

Segundo Irwin (1961), pode-se assumir que o contorno entre a região elástica e plástica, ocorre quando a tensão equivalente calculada for igual a tensão de escoamento. Quando o escoamento ocorre a tensão deve ser redistribuída e a zona plástica cresce de acordo com as tensões presentes. Sendo assim, Irwin determina que o tamanho da zona plástica pode ser dado pela Equação (2.17).

$$r_p = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K}{\sigma_0} \right)^2 \quad (2.17)$$

Porém, a Equação (2.17) não apresenta resultados satisfatórios, pois quando o escoamento ocorre, a tensão deve ser redistribuída de modo a satisfazer o equilíbrio, então a zona plástica deve crescer em tamanho de modo a acomodar essas forças, Dowling (2013) demonstra a obtenção do raio da zona plástica em Estado Plano de Tensão e Estado Plano de Deformação. A Equação (2.18) permite calcular o raio plástico em ambos os estados.

$$r_p = \frac{1}{\pi} \left(\frac{K}{\sigma_0} \right)^2 \quad (\text{Estado Plano de Tensão}) \quad (2.18)$$

$$r_p = \frac{1}{6\pi} \left(\frac{K}{\sigma_0} \right)^2 \quad (\text{Estado Plano de Deformação})$$

2.7.2 – Limitações da Mecânica da Fratura Linear Elástica

Se a zona plástica for suficientemente pequena, vai existir uma região fora dessa zona onde os campos de tensão elástica ainda se aplicam, chamada de campo-K, a existência dessa região é necessária para a teoria da MFLE ser aplicável (DOWLING, 2013).

De maneira prática, se define que a MFLE se aplica se a distância da zona plástica for pequena se comparada com qualquer distância entre a ponta da trinca e um contorno. Geralmente, segundo Dowling (2013), uma distância de $8r_p$ é considerada o suficiente para se aplicar a teoria da MFLE, relacionando o raio r_p , de acordo com o regime, de tensão ou Estado Plano de Deformação.

2.8 – CURVA DE RESISTÊNCIA RESIDUAL

Segundo Broek (1996), a análise de tolerância ao dano completa requer o cálculo da curva de crescimento de fadiga e da curva de resistência residual. O cálculo do diagrama de resistência residual é necessário para determinar o tamanho máximo permitido do tamanho de trinca.

A curva de resistência residual relaciona a resistência do componente em função do tamanho da trinca, caso o componente não apresente trinca a resistência é igual a tensão de fratura do material. porém com o crescimento da trinca a resistência residual da seção sem a presença da trinca é reduzida. Um exemplo de curva pode ser visto na Figura 2.7.

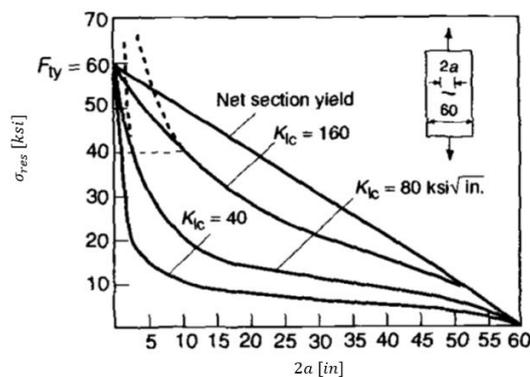


Figura 2.7 – Curva de resistência residual em fratura (Adaptado de Broek, 1996)

A curva é formada a partir da tensão crítica do componente em função do tamanho de trinca, calculada a partir da Equação (2.19).

$$\sigma_{crit} = \frac{K_{Ic}}{F\sqrt{\pi a}} \quad (2.19)$$

Em geral o fator de correlação F tende a aumentar em função do tamanho da trinca, então como o tamanho de trinca varia, o valor de F também varia. Assim, como geralmente o pico de F é alcançado quando a trinca se torna relativamente larga em relação as dimensões do componente a curva de resistência residual tende ter valores menores em tamanhos de trincas maiores.

2.9 – DIAGRAMA DE AVALIAÇÃO DE FALHA

Quando o MFLE não é aplicável, a análise de propagação de trinca deve levar em conta os efeitos da plasticidade na vizinhança da trinca. Dowling e Townley (1975) introduziram o Diagrama de Avaliação de Falha (DAF) de dois critérios que variam linearmente com a tensão aplicada, σ_{ap} , como descrito também na norma API 579/ASME FFS-1 (2016) e BS7910 (2013), e descrevem a interação entre a fratura frágil e a ruptura totalmente dúctil.

A taxa de colapso frágil é calculada utilizando a tensão aplicada em relação a tensão de crítica na fratura, σ_c , e o fator de intensidade de tensão aplicado, K_{ap} , em relação ao fator de intensidade de tensão crítico. A Figura 2.8 demonstra o Diagrama de Avaliação de Falha.

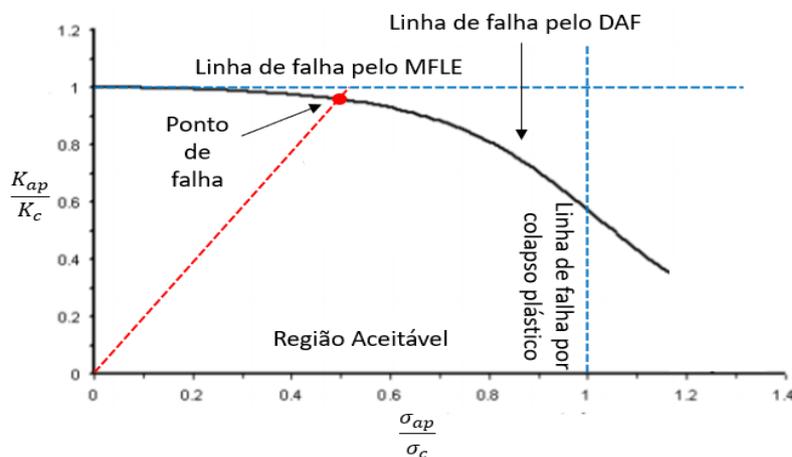


Figura 2.8 – Representação do Diagrama de Avaliação de Falha

A norma BS7910:2013 determina que a tensão crítica para fratura é igual a tensão de escoamento para o cálculo do DAF.

Segundo Tripple e Thorwald (2012), pode-se desenhar um diagrama plotando os valores relativos da tensão e do fator de intensidade de tensão, e toda região abaixo da curva é, teoricamente, segura, porém, pode-se utilizar um fator de segurança representado no diagrama pela linha de carga.

A linha da falha pelo MFLE é horizontal na parte superior e a curva de falha pelo DAF está abaixo dela, indicando que a falha real ocorre antes da prevista pelo MFLE devido a plasticidade próxima da ponta da trinca que afeta o tamanho da trinca e a severidade da mesma.

Enquanto a linha de falha por colapso plástico (calculada utilizando métodos de resistência dos materiais) é mostrada como uma linha vertical. Segundo Tripple e Thorwald

(2012), quando a linha de falha pelo DAF cruza a linha de falha por colapso plástico o componente ganha resistência, provavelmente devido ao endurecimento do material.

O fator de intensidade de tensão relativo, segundo a norma BS7910:2013, para uma dada tensão é dada pela Equação (2.20).

$$\frac{K_{ap}}{K_c} = \left[1 + \left(\frac{K_{ap}^2}{K_c} \right) \right]^{-\frac{1}{2}} \left[0.3 + 0.7e^{-\min(0.001(\frac{E}{\sigma_0}), 0.6) \left(\frac{K_{ap}}{K_c} \right)^6} \right] \quad (2.20)$$

3 – PROPAGAÇÃO DE TRINCA EM FADIGA

Quando se trata de componentes com presenças de trincas é muito comum que estes venham a falhar devido a presença de cargas cíclicas. Muitos componentes mecânicos submetidos a carregamentos dinâmicos são projetados se conhecendo que existirá uma trinca inicial, que exige monitoração para avaliar o crescimento da trinca até um tamanho crítico.

Considerando uma trinca em propagação na presença de um fator de intensidade de tensão cíclica, como na Figura 3.1.

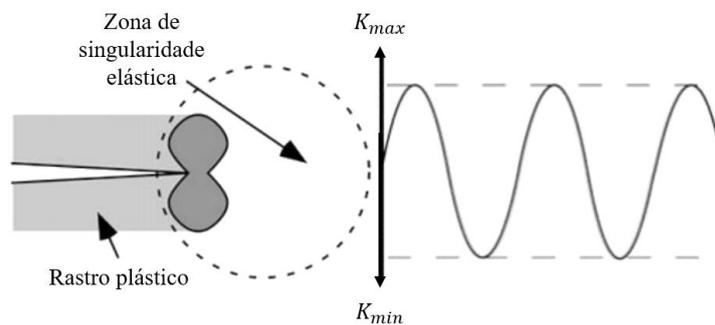


Figura 3.1 – Crescimento de trinca com fator de intensidade de tensão cíclico (Adaptado de Anderson, 2005)

Uma zona cíclica plástica se forma na ponta da trinca, e a trinca em crescimento deixa um rastro plástico. Se a zona plástica for suficientemente pequena de modo que esteja envolta com uma zona de singularidade elástica, as condições na ponta da trinca são unicamente definidas pelo valor de K atual, e a taxa de crescimento da trinca é caracterizado por K_{min} e K_{max} (Anderson, 2005).

3.1 – ANÁLISE DE PROPAGAÇÃO DE TRINCAS

Considerando que a trinca cresce como uma quantidade da após aplicação de um certo número de ciclos dN . A taxa de crescimento é caracterizada por pequenos intervalos como da/dN . A variável que afeta essa taxa é a faixa de intensidade de tensão ΔK , que é calculada a partir da relação descrita na Equação (3.1).

$$\Delta K = F\Delta\sigma\sqrt{\pi a} \quad (3.1)$$

O comportamento do crescimento de trinca em metais pode ser descrito pela Figura 3.2, onde é possível observar que a curva que relaciona ΔK com da/dN é dividida em três regiões distintas, cada uma com um comportamento característico.

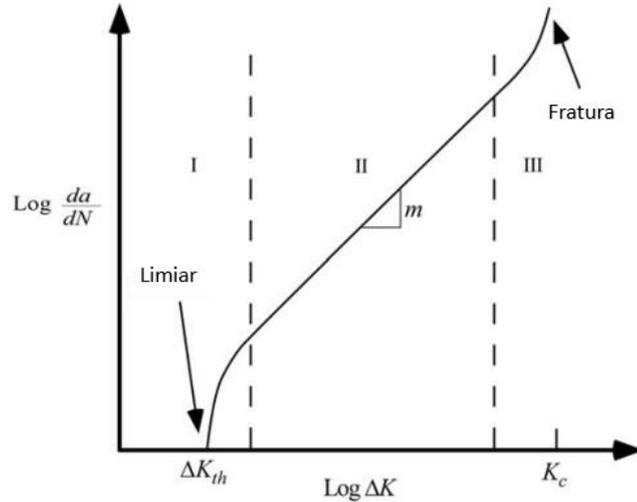


Figura 3.2 – Curva de propagação de trinca típica (Adaptada de Anderson, 2005)

Na região I o valor de da/dN se aproxima de zero no limiar, ΔK_{th} , onde abaixo desse limiar não há crescimento de trinca.

A região II, é descrita por valores intermediários de ΔK . A curva tem uma forma linear em um gráfico log-log, sendo descrita pela Lei de Paris (Paris e Erdogan, 1960), representada por uma relação de potência descrita pela Equação (3.2).

$$\frac{da}{dN} = C \Delta K^m \quad (3.2)$$

Na região III é possível observar um rápido crescimento da taxa da/dN para altos valores de ΔK . Anderson (2005) indica duas possíveis explicações para esse comportamento: a primeira hipótese é que a taxa de crescimento de trinca se acelera assim que o K_{max} se aproxima de K_c , onde eventos microscópicos durante a fratura contribuem para uma taxa de crescimento maior; a segunda hipótese indica que essa taxa maior se deve a plasticidade na ponta da trinca, tratando-a como força motriz para o crescimento da trinca em fadiga.

3.1.1 – Independência geométrica da curva $da/dN \times \Delta K$

Para um dado material e condições de teste, as taxas de crescimento devem depender apenas ΔK . Tal afirmação se deve ao fato que K caracteriza a severidade do carregamento, geometria e tamanho da trinca. Sendo assim, todas as curvas para a mesma razão de carregamento devem convergir em uma única curva, sendo essa propriedade do teste essencial para aplicação em diferentes situações de engenharia.

3.1.2 – Efeitos da razão de carregamento no crescimento de trinca por fadiga

Um aumento na razão de carregamento cíclico faz com que, para um dado ΔK , a taxa de crescimento tenda a ser maior e com que o ΔK_{th} seja menor. Ritchie e Knott (1973) atribuem esses comportamentos a dois motivos: a ocorrência de modos de fratura estática quando o valor de K_{max} se aproxima de C_0 ; e a ocorrência do fechamento da trinca quando o fator de intensidade de tensões assume valores inferiores a um valor mínimo.

É importante salientar também que, devido a configuração dos equipamentos de teste, para metais dúcteis os resultados da curva para razões de carregamento entre 0 e 0.2 são semelhantes, o mesmo não ocorre para materiais frágeis.

Na Figura 3.3 é possível observar o efeito da razão de carregamento em um material frágil onde seus efeitos são mais acentuados.

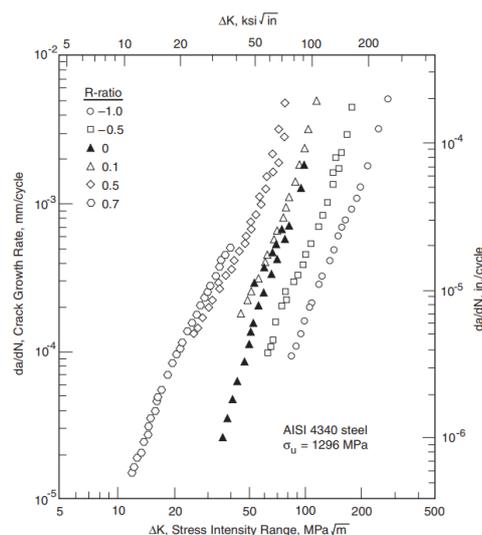


Figura 3.3 – Efeitos da razão de carregamento nas taxas de crescimento de trinca em fadiga em material frágil (Dowling, 2013)

3.1.3 – Representações do comportamento da curva $da/dN \times \Delta K$

A Equação de Paris representa bem a Região II da curva de crescimento de trinca, porém não consegue modelar com precisão as regiões I e III, e sua formulação é insensível aos efeitos da razão de carregamento.

A Equação de Walker (1970) pode ser utilizada como uma adaptação da Equação de Paris para a presença de tensão média, descrita por:

$$\frac{da}{dN} = C_o \left[\frac{\Delta K}{(1-R)^{1-\nu}} \right]^m \quad (3.3)$$

Forman (1967), propôs uma relação para Região II e III baseada no fato que o comportamento da Região III é causado pela superposição da fratura e da fadiga ao invés dos efeitos da zona plástica. Essa relação é dada pela Equação (3.4).

$$\frac{da}{dN} = \frac{C \Delta K^m}{(1-R)K_c - \Delta K} \quad (3.4)$$

Uma das expressões mais comuns para descrever o crescimento de fadiga nas três regiões foi proposta por Forman e Mettu (1992), descrita por:

$$\frac{da}{dN} = C \Delta K^m \frac{\left(1 - \frac{\Delta K_{th}}{\Delta K}\right)^p}{\left(1 - \frac{K_{max}}{K_c}\right)^q} \quad (3.5)$$

3.2 – MICROMECHANISMOS DE FADIGA

Os mecanismos de falha em fadiga para metais diferem para cada uma das três regiões, enquanto as Regiões I e III são sensíveis a microestrutura do material, a Região II é relativamente insensível a microestrutura e as propriedades monotônicas do material.

Segundo Anderson (2005), as faces da trinca resultante da fadiga próxima do limiar têm a aparência que lembra o processo de clivagem. A trinca tende a seguir planos específicos cristalográficos e muda de direção quando encontra barreiras como o contorno de grão.

Na Região I, Tanaka, Nakai e Yamashita (1981) mostram que o limiar ocorre onde os contornos de grão bloqueiam as bandas de deslizamento e retarda a propagação para os grãos adjuntos, ocorrendo, aparentemente, quando a zona plástica é aproximadamente igual ao tamanho médio dos grãos.

Na Região II o crescimento de trinca por fadiga é pouco influenciado pela microestrutura do material, da tensão média e do ambiente, como essa região é controlada pela Equação de Paris, a trinca se propaga de maneira ordenada.

Na Região III, há uma aceleração acentuada na taxa da/dN , devido a interação das propriedades de fadiga e mecanismos de fratura. As superfícies de fratura podem apresentar estrias, coalescência de microvazios e pode apresentar facetas de clivagem. A contribuição das propriedades cíclicas diminui com o aumento de K_{max} , no K_c o crescimento da trinca é totalmente dominado pela coalescência, clivagem ou ambos.

3.3 – PREVISÃO DO ÂNGULO DE PROPAGAÇÃO DA TRINCA

O modo misto de fratura tanto por meio do carregamento externo multiaxial ou por causa da orientação da trinca. Sendo assim existe um campo não simétrico de tensão na vizinhança da ponta da trinca. Richard, Eberlein e Kullmer (2017), demonstram que ocorre um deslocamento não planar entre as superfícies da trinca, sendo assim o campo de tensão na vizinhança é definido pelos modos I, II e III de fratura.

Qualquer alteração nas condições de carregamento da estrutura resulta em uma mudança na orientação da trinca, que é dependente das proporções entre os fatores de intensidade de tensão, K_I , K_{II} e K_{III} .

Segundo Richard, Fulland e Sander (2004), a sobreposição dos Modos I e II em uma trinca geralmente é chamado de modo misto planar, enquanto a sobreposição dos Modos I, II e III pode ser caracterizada como modo misto espacial. Ambas as configurações de propagação de trinca em modo misto podem ser descritas pelo Critério de Richard.

O ângulo de propagação onde há a presença apenas do Modo I e II, utilizando o Critério de Richard, é dado pela Equação (3.6).

$$\varphi_0 = \pm \left[155,5^\circ * \left(\frac{|K_{II}|}{|K_I| + |K_{II}|} \right) - 83,4^\circ * \left(\frac{|K_{II}|}{|K_I| + |K_{II}|} \right)^2 \right] \quad (3.6)$$

onde o ângulo φ_0 é positivo caso $K_{II} > 0$.

A Figura 3.4 demonstra a direção de propagação de trinca em um caso bidimensional.

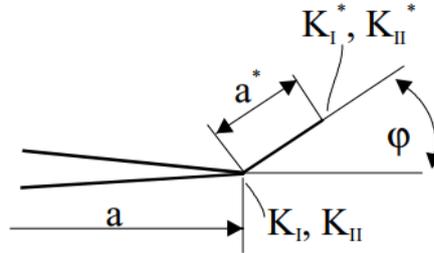


Figura 3.4 – Ângulo de deflexão da trinca sob modo de fratura misto plano (Richard, Fulland e Sander, 2004)

Para o modo misto de fratura espacial, existem dois ângulos de deflexão, φ_0 e ψ_0 , relacionados aos efeitos de cisalhamento e torção do Modo II e Modo III, respectivamente, como mostrado na Figura 3.5.

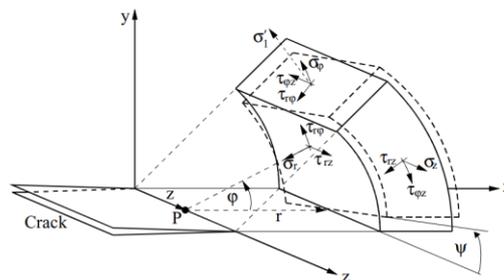


Figura 3.5 – Ângulo de deflexão da trinca sob modo de fratura misto espacial (Richard, Fulland e Sander, 2004)

A Equação (3.6) representa o Critério de Richard para esse caso.

$$\varphi_0 = \pm \left[140^\circ \left(\frac{|K_{II}|}{|K_I| + |K_{II}| + |K_{III}|} \right) - 70^\circ \left(\frac{|K_{II}|}{|K_I| + |K_{II}| + |K_{III}|} \right)^2 \right] \quad (3.7)$$

$$\psi_0 = \pm \left[140^\circ \left(\frac{|K_{III}|}{|K_I| + |K_{II}| + |K_{III}|} \right) - 33^\circ \left(\frac{|K_{III}|}{|K_I| + |K_{II}| + |K_{III}|} \right)^2 \right]$$

Além do método empírico descrito por Richard, Fulland e Sander (2004), outros modelos de previsão do ângulo de deflexão normalmente utilizados são: Critério de máxima tensão normal circunferencial, proposto por Erdogan e Sih (1963); Critério da mínima energia de deformação, proposto por Sih (1974); e Critério da máxima taxa de liberação de energia, proposto por Hussain, Pu e Underwood (1974).

4 – ELEMENTOS FINITOS PARA MECÂNICA DA FRATURA

A utilização de elementos finitos para mecânica da fratura linear elástica se tornou comum na atualidade, providenciando uma ferramenta numérica para determinação dos campos de deslocamento, deformação e tensão.

Devido a singularidade na ponta da trinca, elementos convencionalmente utilizados em análises por elementos finitos não conseguem representar adequadamente o comportamento nessa região. Duas principais técnicas são utilizadas para representar melhor o comportamento na ponta da trinca, a primeira sendo o refinamento da malha e a segunda utilizando elementos especiais, os elementos isoparamétricos colapsados.

Após obter os campos de tensão e deslocamento em um corpo com trinca é possível determinar o fator de intensidade de tensão, através da energia utilizando o método da integral de contorno e o método da integral do domínio de energia ou através do enriquecimento de nó no método dos elementos finitos estendidos.

4.1 – MÉTODO DA INTEGRAL DE CONTORNO

Segundo Rice (1968) o método da integral de contorno calcula a integral-J ao longo de um contorno que envolve a ponta da trinca. Esse método é independente do caminho para qualquer material elástico, o que permite, teoricamente, obter o mesmo resultado da integral-J quando calculada em qualquer caminho que envolva a ponta da trinca.

Para aplicação desse método é necessário utilizar o método da extensão virtual da trinca de modo a obter maior precisão (Banks e Sherman, 1989), onde a formulação da integral-J utiliza uma integração de área para problemas bidimensionais e de volume para problemas tridimensionais.

4.1.1 – Extensão virtual da trinca: formulação pela derivada da rigidez

Parks (1977), propôs o método da extensão virtual da trinca para inferir a taxa de liberação de energia em corpos elásticos. A energia potencial do corpo em termos de elementos finitos pode ser dada pela Equação (4.1).

$$[\Pi] = \frac{1}{2} [u]^T [K] [u] - [u]^T [W] \quad (4.1)$$

Sabendo que a taxa de liberação de energia pode ser calculada pela derivada da energia potencial em relação a área da face da trinca, é possível calcular a taxa de liberação de energia para elementos finitos através da Equação (4.2).

$$[G] = -\left(\frac{d\Pi}{da}\right) = -\frac{1}{2}[u]^T \frac{d[K]}{da} [u] + [u]^T \frac{d[W]}{da} \quad (4.2)$$

Anderson (2005), indica que a taxa de liberação de energia é proporcional a matriz de rigidez em respeito ao tamanho da trinca.

Caso se queira fazer um estudo de propagação de trinca por este método é necessário mover os elementos do contorno interno, Γ_0 , que contém a ponta da trinca, enquanto os elementos do contorno externo, Γ_1 , não se movem, como pode ser visto na Figura 4.1.

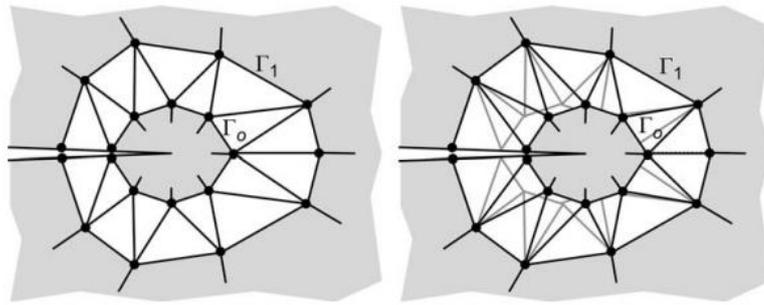


Figura 4.1 – Extensão virtual da trinca em um modelo de elementos finitos (Anderson, 2005)

A taxa de liberação de energia é relacionada a mudança na rigidez do elemento por:

$$[G] = -\frac{1}{2}[u]^T \left(\sum_{i=1}^{N_c} \frac{d[k_i]}{da} \right) [u] + [u]^T \frac{d[W]}{da} \quad (4.3)$$

4.1.2 – Extensão virtual da trinca: abordagem contínua

DeLorenzi (1985) propôs a formulação da extensão virtual da trinca considerando a taxa de liberação de energia na mecânica do contínuo, onde não é necessário a diferenciação numérica.

Os pontos materiais dentro do contorno interno, Γ_0 , passam por translação de corpo rígido em uma distância Δa na direção da propagação da trinca, enquanto os pontos externos se mantêm fixos. Para materiais elásticos a taxa de liberação de energia, no espaço bidimensional, é dada por:

$$[G] = \frac{1}{\Delta a_c} \int_A \left[\left(\sigma_{ij} \frac{du_j}{dx_1} - w \delta_{ik} \right) \frac{d\Delta x_k}{dx_i} \right] dA - F_i \frac{du_i}{dx_j} \Delta x_j dA - \frac{1}{\Delta a_c} \int_S T_i \frac{du_j}{dx_k} \Delta x_j dS \quad (4.4)$$

A Equação (4.4) é uma expressão generalizada, com a presença de tração nas faces da trinca e forças de corpo, caso não tenha a presença dessas cargas o segundo e terceiro termos são zerados, respectivamente.

A Equação (4.5) é a expressão para taxa de liberação de energia no espaço tridimensional, tendo em vista que a integração é realizada em relação ao volume.

$$[G] = \frac{1}{\Delta A_c} \int_V \left[\left(\sigma_{ij} \frac{du_j}{dx_k} - w \delta_{ik} \right) \frac{d\Delta x_k}{dx_i} - F_i \frac{du_i}{dx_j} \Delta x_j \right] dV - \frac{1}{\Delta A_c} \int_S T_i \frac{du_j}{dx_k} \Delta x_j dS \quad (4.5)$$

Como $d\Delta x_1/\Delta x_i = 0$ no contorno externo, a integração só precisa ser realizada na região entre os contornos externo e interno.

4.2 – INTEGRAL DO DOMÍNIO DE ENERGIA

Shih, Moran e Nakamura (1986), formulou o método da integral do domínio de energia, que é semelhante ao método da extensão virtual da trinca.

A definição generalizada da integral-J necessita que o contorno ao redor da ponta da trinca seja pequeno e o contorno exterior finito. A integral-J correta só pode ser calculada no contorno interno, a equação que define a integral-J é escrita em termos do contorno fechado $\Gamma^* = \Gamma_1 + \Gamma_+ + \Gamma_- - \Gamma_0$ como:

$$J = \int_{\Gamma^*} \left[\sigma_{ij} \frac{du_j}{dx_k} - w \delta_{ki} \right] q m_i d\Gamma - \int_{\Gamma_+ + \Gamma_-} \sigma_{2j} \frac{du_j}{dx_k} q d\Gamma \quad (4.6)$$

É possível aplicar o teorema da divergência na Equação (4.6), resultando em:

$$J = \int_{A^*} \left[\sigma_{ij} \frac{du_j}{dx_k} - w \delta_{ki} \right] \frac{dq}{dx_i} dA + \int_{A^*} \left[\frac{d}{dx_i} \left(\sigma_{ij} \frac{du_j}{dx_1} \right) - \frac{dw}{dx_i} \right] q dA \quad (4.7)$$

onde A^* é a área enclausurada por Γ^* . Anderson (2005) mostra que o segundo termo da Equação é igual a zero.

Quando w exibe as propriedades de um potencial elástico e não existe forças de corpo:

$$\sigma_{ij} = \frac{dw}{d\varepsilon_{ij}} \quad (4.8)$$

É possível dividir w em suas componentes elásticas e plásticas. Enquanto a componente elástica satisfaz a Equação (4.7) e componente plástica não costuma apresentar a propriedade de um potencial elástico. Considerando a deformação plástica, forças de corpo e tração nas faces da trinca, a expressão geral para integral-J em duas dimensões é descrita por:

$$J = \int_{A^*} \left\{ \left[\sigma_{ij} \frac{du_j}{dx_k} - w \delta_{ki} \right] \frac{dq}{dx_i} + \left[\sigma_{ij} \frac{d\varepsilon_{ij}^p}{dx_k} - \frac{dw^p}{dx_k} - F_k \frac{du_j}{dx_k} \right] q \right\} dA - \int_{\Gamma_+ + \Gamma_-} \sigma_{ij} \frac{du_j}{dx_k} q d\Gamma \quad (4.9)$$

Na ausência de forças de corpo e tração nas faces da trinca o único termo não nulo é o primeiro.

A representação dos contornos internos e externos em uma trinca bidimensional pode ser vista na Figura 4.2.

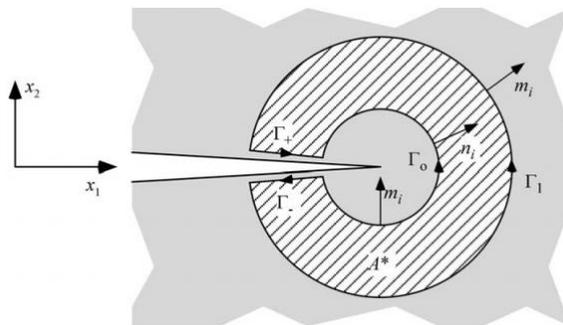


Figura 4.2 – Contornos interiores e exteriores formando um contorno fechado ao redor da trinca (Anderson, 2005)

Para generalizar para o caso tridimensional é necessário converter as equações bidimensionais para integral de volume. Supondo que exista um tubo de comprimento ΔL e r_o que envolve um segmento da trinca e um segundo tubo de raio r_1 ao redor da frente da trinca, é possível calcular a integral-J média neste segmento pela Equação (4.9).

$$\bar{J}\Delta L = \int_{A_S^*} \left[\sigma_{ij} \frac{du_j}{dx_k} - w\delta_{ki} \right] q m_i dA_S - \int_{A_{S_+} + A_{S_-}} \sigma_{lj} \frac{du_j}{dx_k} q dA_S \quad (4.10)$$

Analogamente ao caso bidimensional, a superfície fechada é representada por $A_S^* = A_{S_k} + A_{S_+} + A_{S_-} - A_{S_o}$, então para uma integral de volume:

$$\begin{aligned} \bar{J}\Delta L = \int_{S^*} \left\{ \left[\sigma_{ij} \frac{du_j}{dx_k} - w\delta_{ki} \right] \frac{dq}{dx_i} + \left[\sigma_{ij} \frac{d\varepsilon_{ij}^p}{dx_k} - \frac{dw^p}{dx_k} - F_k \frac{du_j}{dx_k} \right] q \right\} dV \\ - \int_{S_+ + S_-} \sigma_{lj} \frac{du_j}{dx_k} q d\Gamma \end{aligned} \quad (4.11)$$

Se o valor discretizado da integral-J não sofrer grandes variações em ΔL , $J(\eta)$ é dado por:

$$J(\eta) \approx \frac{\bar{J}\Delta L}{\int_{\Delta L} q(\eta, r_o) d\eta} \quad (4.12)$$

4.2.1 – Implementação em elementos finitos

Dodds e Vargas (1988) mostram que, em problema bidimensionais, uma área deve ser definida para realizar a integração, o contorno interno contém a ponta da trinca, e A^* é a área dentro do contorno externo, onde a aresta interna do contorno deve coincidir com as dos elementos. O mesmo esquema pode ser aplicado para o caso tridimensional, porém um volume que deve ser integrado para a frente da trinca. Este processo é mostrado na Figura 4.3.

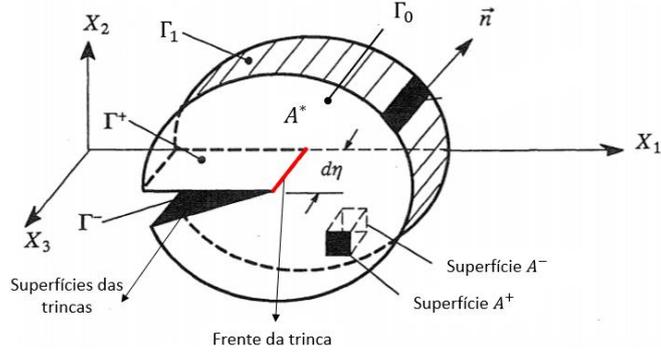


Figura 4.3 – Contorno tridimensional envolvendo a trinca e sua frente (Adaptado de Dodds e Vargas, 1988)

A função q deve ser especificada em todos os nós na área ou volume de integração (Anderson, 2005). A forma dessa função é arbitrária, desde que a função q tenha valores corretos nos contornos do domínio, pois, segundo Shih et al. (1986), a valor da integral-J é pouco sensível a forma escolhida para a função que define q . O valor de q em um elemento pode ser interpolado por:

$$q(x_i) = \sum_{I=1}^n N_I q_I \quad (4.13)$$

As derivadas espaciais de q são dadas por:

$$\frac{dq}{dx_i} = \sum_{I=1}^n \sum_{r=1}^{2 \text{ ou } 3} \frac{dN_I}{d\xi_r} \frac{d\xi_r}{dx_j} q_I \quad (4.14)$$

Considerando a deformação plástica, forças de corpo e tração nas faces da trinca, a expressão geral para integral-J discretizada se torna:

$$J = \sum_{A^* \text{ ou } V^*} \sum_{p=1}^m \left\{ \left[\left(\sigma_{ij} \frac{du_j}{dx_k} - w \delta_{ki} \right) \frac{dq}{dx_i} + \left(\sigma_{ij} \frac{d\varepsilon_{ij}^p}{dx_k} - 0 - F_k \frac{du_j}{dx_k} \right) q \right] \det \left(\frac{dx_j}{d\xi_r} \right) \right\}_p - \sum_{\text{Fases da trinca}} \left(\sigma_{ij} \frac{du_j}{dx_k} q \right) w \quad (4.15)$$

4.2.2 – Elementos isoparamétricos colapsados e modelagem de malha

O método do domínio de energia obtém uma boa performance se utilizado em conjunto com elementos isoparamétricos colapsados. Segundo Banks (1991), um elemento isoparamétrico distorcido é um elemento cujo os nós centrais adjacentes a ponta da trinca são movidos a uma distância de $1/4$ da ponta da trinca. A formulação desse processo, além da obtenção das funções de forma, matriz de rigidez e deformações, pode ser encontrado nos trabalhos de Barsoum (1976), Banks (1981) e Zienkiewicz e Taylor (2005). Esse processo pode ser ilustrado na Figura 4.4.

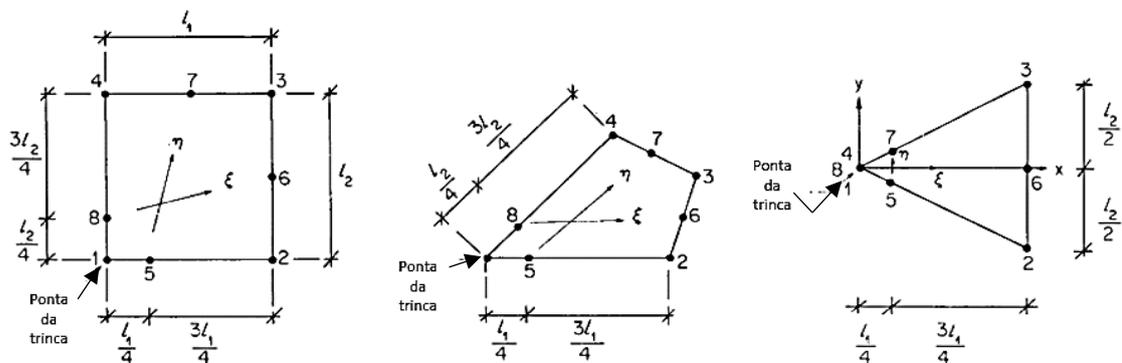


Figura 4.4 – Distorção de um elemento 2D de oito nós retangular em um elemento triangular com os nós centrais na posição $1/4$ (Adaptado de Barsoum, 1976)

Tais elemento resultam em uma singularidade na deformação de $1/\sqrt{r}$ no elemento, que coincide com a singularidade demonstrada na Equações (3.2) a (3.4), o que aumenta a precisão numérica.

A configuração mais eficiente para modelagem da malha é a configuração de “teia de aranha”, que consiste me anéis concêntricos de elementos quadriláteros que colapsam em triângulos no anel mais interno, onde a malha deve ser mais refinada na ponta da trinca e deve se desenvolver em uma menos refinada ao se afastar na ponta da trinca. Um exemplo desse modelo pode ser visto na Figura 4.5.

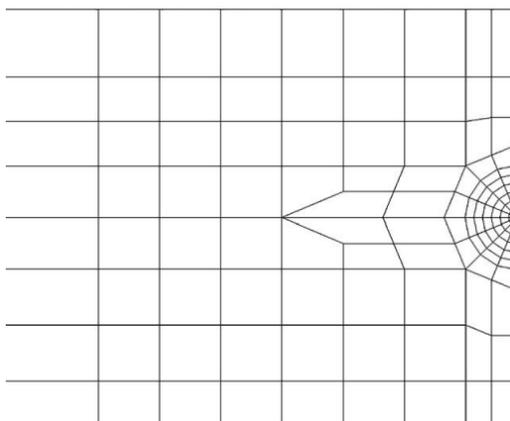


Figura 4.5 – Modelo de malha para uma placa com trinca lateral (Anderson, 2005)

4.2.3 – Análise de propagação de trincas

A malha em formato de “teia de aranha” é apropriada para uma trinca estacionária, porém não é apropriada para uma análise de propagação de trinca. Nesse aspecto existem duas principais opções: refazer a malha a cada passo no crescimento da trinca; ou utilizar uma única trinca que acomode o crescimento da trinca.

A primeira abordagem é possível em materiais elastoplásticos, pois são dependentes da história de tensão e deformação, então este histórico está mapeado em vários modelos criados a cada passo, onde seria necessário calcular o fator de intensidade de tensão, o ângulo do avanço e o tamanho do avanço da trinca, porém seria muito custoso tanto em tempo quanto em questão de operação.

A segunda abordagem envolve criar uma única malha que acomode o crescimento da trinca, onde existe diversas regiões refinadas que correspondem a posição da ponta da trinca em vários estágios durante a análise, essa abordagem necessita de um método de avanço de trinca, e tem a desvantagem que o caminho da trinca é predeterminado pelo padrão da malha.

5 – ELEMENTOS FINITOS ESTENDIDOS PARA MECÂNICA DA FRATURA LINEAR ELÁSTICA

O método dos elementos finitos, apesar de ser um método já consolidado para análise de mecânica da fratura, tem a dificuldade de discretizar modelos com geometrias complicadas de modo satisfatório, conformando a discretização da descontinuidade. Além da dificuldade de que a malha deve ser regenerada a cada avanço de trinca, o que demanda tempo e processamento, podendo afetar a qualidade dos resultados.

Segundo Khoei (2015), o método dos elementos finitos facilita a modelagem das descontinuidades através do enriquecimento da partição de unidade dos elementos finitos, no qual a ideia é enriquecer abordagens clássicas para solução utilizando funções de enriquecimento, que contém informações da solução.

As funções de enriquecimento adicionam graus de liberdade na região das descontinuidades para aumentar o nível de precisão da solução. A função de enriquecimento pode ser escolhida aplicando a solução analítica apropriada de acordo com o tipo de descontinuidade, Mohammadi (2005), classifica os tipos de funções de enriquecimento, de acordo com o seu objetivo, como:

1. Reproduzir o campo de singularidade ao redor da ponta da trinca;
2. Reproduzir a descontinuidade no deslocamento entre elementos adjacentes;
3. Reproduzir os campos de deformação independentes em dois lados diferentes de uma superfície.

além dessas classificações, existem outras funções específicas para diferentes problemas que envolvem descontinuidades.

O campo de enriquecimento é normalmente escrito pela Equação (5.1)

$$u(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{M_{FE}} N_i(\mathbf{x}) \bar{\mathbf{u}}_i + \text{termos enriquecidos} \quad (5.1)$$

5.1 – PARTIÇÃO DE UNIDADE

A partição de unidade é definida como um conjunto de funções globais em um domínio Ω_{PU} , de modo que:

$$\sum_{k=1}^{M_{Fe}} f_k(\mathbf{x}) = 1 \quad (5.2)$$

Khoi (2015), mostra que ao escolher uma função arbitrária $\psi(\mathbf{x})$ definida no mesmo domínio, a seguinte propriedade pode ser observada:

$$\sum_{k=1}^{M_{FE}} f_k(\mathbf{x})\psi(\mathbf{x}) = \psi(\mathbf{x}) \quad (5.3)$$

esse é o equivalente a definição de completude.

Baseado nesse conceito da partição de unidade, o campo de solução $u(\mathbf{x})$ pode ser discretizado no domínio do problema tomando $f_k(\mathbf{x}) \equiv N_i(\mathbf{x})$.

O conceito da partição de unidade é utilizado para desenvolver a solução enriquecida, que consiste em aumentar a precisão da solução baseado nas propriedades do problema. A solução do problema pode ser obtida aumentando a ordem de completude ao incluir informação obtida da solução analítica, em casos de mecânica da fratura essa análise é baseada nas soluções analíticas da ponta da trinca.

A incorporação do enriquecimento na partição de unidade, é mostrada por Malenk e Babška (1996), baseada na multiplicação de funções de enriquecimento pelas funções de forma nodais. O enriquecimento é definido de acordo com a Equação (5.4).

$$u(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{M_{FE}} N_i(\mathbf{x})\bar{u}_i + \sum_{i=1}^{M_{FE}} N_i(\mathbf{x}) \left(\sum_{j=1}^{M_{XFE}} P_j(\mathbf{x})\bar{a}_{ij} \right) \quad (5.4)$$

onde o primeiro termo do lado direito da Equação (5.4) é a interpolação padrão do método dos elementos finitos e o segundo termo é a interpolação enriquecida.

5.2 – ENRIQUECIMENTO

O enriquecimento pode ser atribuído ao grau de consistência da abordagem, ou a capacidade de reproduzir um campo complexo de interesse (KHOEI, 2015).

Três critérios são utilizados para classificação dos métodos de enriquecimento: (i) as funções de forma são baseadas ou não na malha; (ii) o enriquecimento é intrínseco ou extrínseco, e (iii) o enriquecimento é global ou local.

O enriquecimento realizado globalmente é útil para soluções que podem ser consideradas globalmente não-suaves, porém grande parte das propriedades não-suaves, como singularidades, por exemplo, são fenômenos locais, sendo assim, costuma-se aplicar enriquecimento em subdomínios.

Enriquecimento é o equivalente a aumentar a ordem de completude do problema. O enriquecimento extrínseco é realizado ao adicionar funções de forma especiais que devem reproduzir o fenômeno de interesse, esse método aumenta o número de funções de forma e de variáveis envolvidas no problema. No enriquecimento intrínseco há a substituição da função de forma por uma função de forma especial que deve reproduzir o fenômeno de interesse, logo não há mudança no número de funções de forma e de variáveis.

Fleming *et al.* (1998), demonstra que o método intrínseco de enriquecimento é adequado para aplicações não baseadas em malha. Enquanto o método extrínseco de enriquecimento é baseado na malha e no conceito de partição de unidade, como mostrado por Fries e Belytschko (2010).

5.2.1 – Enriquecimento intrínseco

O enriquecimento intrínseco enriquece o espaço $\mathbf{u}(\mathbf{x})$ incluindo novas funções de base para representar um campo complexo, como descontinuidades ou singularidades. Esse método pode ser escrito de forma generalizada como:

$$u(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^M \hat{N}_i(\mathbf{x}) \bar{a} \quad (5.5)$$

onde M é o número de nós ao redor do nó correspondente.

A nova função de forma, $\widehat{N}_i(\mathbf{x})$, é obtida da multiplicação da função de enriquecimento pela função de forma nodal, $N_i(\mathbf{x})P_j(\mathbf{x})$, e o vetor de coeficientes é obtido pela técnica dos mínimos quadrados.

Fries e Belytschko (2006), demonstram o método para obtenção do vetor de coeficientes, $\bar{\mathbf{a}}$, com a utilização de funções-peso, $w_k(\mathbf{x})$.

5.2.2 – Enriquecimento extrínseco

Segundo Khoei (2015), a partição de unidade é um conceito para enriquecer extrinsecamente ao adicionar as funções de enriquecimento a forma padrão do método dos elementos finitos, como mostrado na Equação (5.4). Sendo assim, P_j representa uma base extrínseca, então o enriquecimento extrínseco é realizado enriquecendo o espaço calculado, em contraste ao intrínseco, onde o enriquecimento é realizado no vetor base $\widehat{N}_i(\mathbf{x})$.

O método da partição de unidade padrão utiliza o enriquecimento global, o que pode aumentar o esforço computacional, além de ter a possibilidade de se obter resultados menos precisos. Em contraste, o método dos elementos finitos estendidos utiliza o enriquecimento local, tendo em visto que os efeitos de descontinuidade são geralmente locais. A Figura 5.1 demonstra um campo enriquecido localmente.

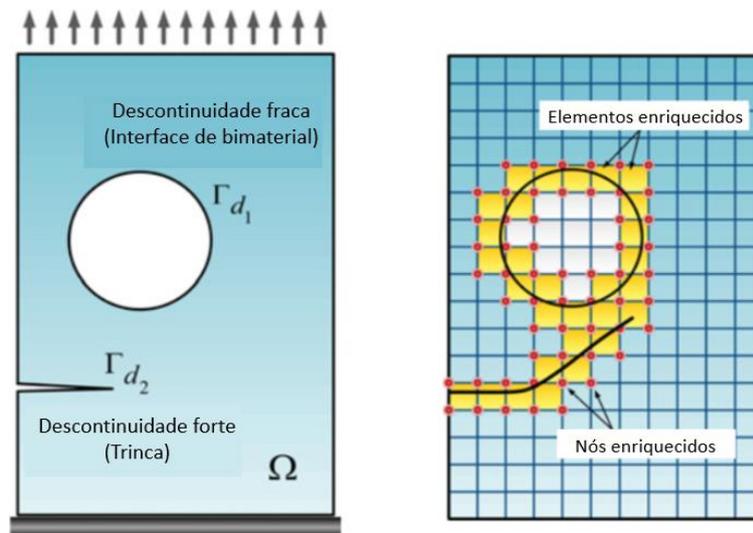


Figura 5.1 – Modelagem de descontinuidade utilizando o método dos elementos finitos estendidos (Adaptado de Khoei, 2015)

A solução enriquecida do problema pode ser representada por:

$$u(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{M_{FE}} N_i(\mathbf{x}) \bar{\mathbf{u}}_i + \sum_{j=1}^{M_{FE}} \sum_{k=1}^{M_{XFEM}} \bar{N}_j(\mathbf{x}) \psi_k(\mathbf{x}) \bar{\mathbf{a}}_{kj} \quad (5.6)$$

onde os termos enriquecidos são obtidos pela multiplicação das funções enriquecidas, $\psi_k(\mathbf{x})$, pelas funções de forma $\bar{N}_j(\mathbf{x})$, que não são necessariamente iguais as funções de forma padrão $N_i(\mathbf{x})$. Apesar do conjunto de funções de forma mais comum do conjunto de funções de forma utilizadas na abordagem por elementos finitos estendidos ser a mesma da abordagem padrão, é recomendado utilizar funções de forma linear para elementos de alta ordem, para que exista um cálculo contínuo sobre a superfície (STAZI *et al.*, 2003).

5.3 – MODELAGEM DA DESCONTINUIDADE UTILIZANDO A FUNÇÃO SALTO DE HEAVISIDE

O método dos elementos finitos estendidos utiliza, em conjunto, a base do método de partição de unidade e o enriquecimento do campo de deslocamento. O método de partição de unidade adiciona funções de enriquecimento na base do método dos elementos finitos tradicional; enquanto o enriquecimento do campo de deslocamento é aplicado para corrigir o cálculo do deslocamento incorporando os campos de descontinuidade.

As descontinuidades não são consideradas na operação de geração e funções as funções de enriquecimento dependem da natureza da descontinuidade são incluídas na abordagem por elementos finitos. O objetivo do método dos elementos finitos estendidos é simular as descontinuidades fracas e fortes com o mínimo de enriquecimento possível (KHOEI, 2015).

Diferentes tipos de problemas necessitam diferentes funções de enriquecimentos, essas funções são relacionadas com o tipo de descontinuidade e sua influência na forma da solução. Se a descontinuidade ocorre devido a diferentes campos de deslocamento em ambos os lados se utiliza a função salto de Heaviside.

5.3.1 – Função salto de Heaviside

Um salto no campo de deslocamento é considerado uma descontinuidade forte, que pode ser comumente visto em problemas envolvendo trincas. Um dos métodos mais famosos para modelar a descontinuidade no método dos elementos finitos estendidos é a função de Heaviside. Bordas e Legay (2005) propõem as funções de Heaviside amortecidas para uso em mecânica da fratura, descritas como:

$$H(\xi) = \begin{cases} 0 & \text{se } \xi < -\beta \\ \frac{1}{2} + \frac{\xi}{2\beta} + \frac{1}{2\pi} \text{sen}\left(\frac{\pi\xi}{\beta}\right) & \text{se } -\beta < \xi < \beta \\ 1 & \text{se } \xi > \beta \end{cases} \quad (5.7)$$

A aplicação da função de Heaviside em um campo de descontinuidade utilizando o enriquecimento extrínseco pode ser vista na Equação (5.8).

$$u(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{M_{FE}} N_i(\mathbf{x}) \bar{u}_i + \sum_{k=1}^{M_{XFE}} \sum_{j=1}^{M_{XFE}} \bar{N}_j(\mathbf{x}) H(\xi) \bar{a}_{kj} \quad (5.9)$$

Uma representação do princípio do método dos elementos finitos estendidos utilizando como função de enriquecimento a função de Heaviside, pode ser vista na Figura 5.2.

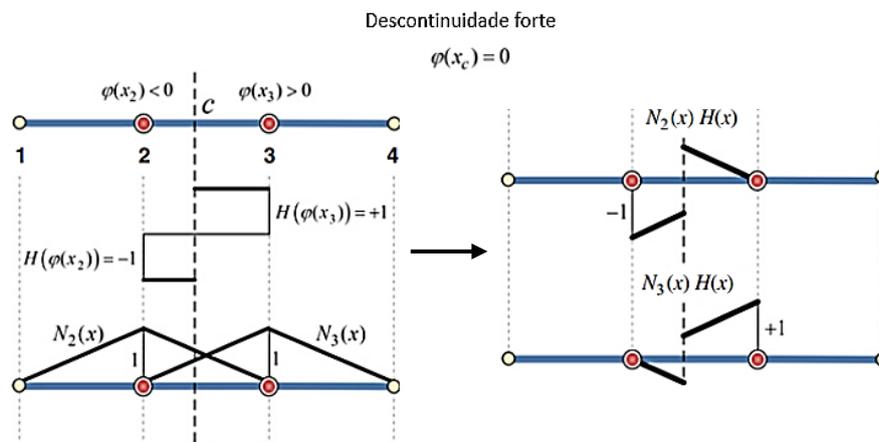


Figura 5.2 – Princípio do método dos elementos finitos estendidos com descontinuidade forte para uma barra axial utilizando a função de Heaviside (Adaptado de Khoei, 2015)

5.3.2 – Funções Assintóticas da ponta da trinca

O elemento que contém a ponta da trinca pode estar parcialmente cortado por uma descontinuidade, para essa situação a função de Heaviside não é adequada para enriquecer o domínio. Sendo assim, se utiliza funções assintóticas na região próxima a ponta da trinca, que são baseadas nas funções exatas para o cálculo dos deslocamentos, mostradas nas Equações (3.2), (3.3) e (3.4).

Considerando as coordenadas polares (r, θ) com origem na ponta da trinca, a função de enriquecimento assintótica pode ser escrita como:

$$F(r, \theta) = \left\{ \sqrt{r} \operatorname{sen} \left(\frac{\theta}{2} \right), \sqrt{r} \cos \left(\frac{\theta}{2} \right), \sqrt{r} \operatorname{sen} \left(\frac{\theta}{2} \right) \operatorname{sen}(\theta), \sqrt{r} \cos \left(\frac{\theta}{2} \right) \operatorname{sen}(\theta) \right\} \quad (5.9)$$

A Equação (5.9) pode ser representada pela Figura 5.3.

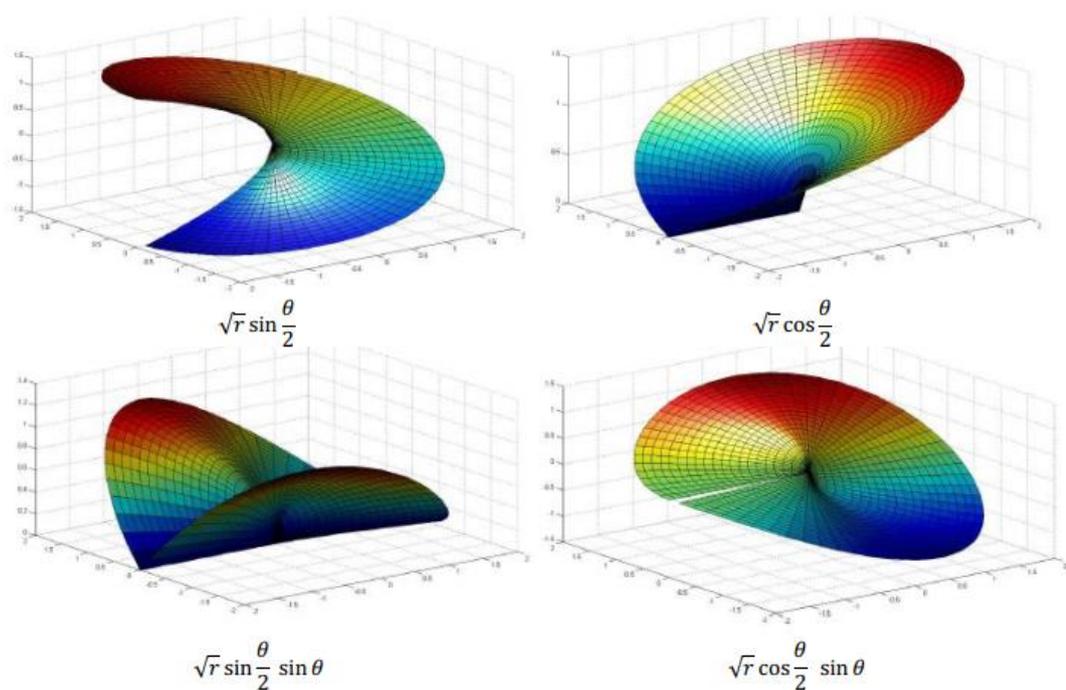


Figura 5.3 – Representação das funções assintóticas da ponta da trinca (Ahmed, 2009)

Segundo Yazid, Abdelkader e Abdelmadjid (2009), a primeira função na Equação (5.9) é descontínua ao longo da trinca, representando a descontinuidade na ponta da trinca, enquanto as outras três funções são adicionadas para obter resultados precisos ao adicionar graus de liberdade nos nós do elemento da ponta da trinca.

Combinando a função de enriquecimento assintótica da ponta da trinca com a função de Heaviside se obtém a Equação (5.10).

$$u(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{M_{FE}} N_i(\mathbf{x}) \bar{\mathbf{u}}_i + \sum_{k=1}^M \sum_{j=1}^{M_{XFE}} \bar{N}_j(\mathbf{x}) H(\xi) \bar{\mathbf{a}}_{kj} + \sum_{l=1}^M \sum_{m=1}^4 \bar{N}_m(\mathbf{x}) \mathbf{F}_l(r, \theta) \mathbf{c}_m \quad (5.10)$$

5.4 – MÉTODO LEVEL-SET

Algoritmos que contemplam a propagação de trinca utilizando o método dos elementos finitos estendidos precisam de modelar os movimentos de interfaces da trinca, Osher e Sethian (1988) desenvolveram o método level-set para representar o movimento de interfaces e atualizarem a função com a equação de Hamilton-Jacobi, conhecendo a velocidade da interface em uma direção normal.

Stolaska *et al.* (2001) acoplou a função level-set com o método dos elementos finitos estendidos, onde a trinca pode ser descrita por dois níveis:

- Um nível na direção normal, $\phi_N(\mathbf{x})$, que é distância para a superfície da trinca;
- Um nível na direção tangencial, $\phi_T(\mathbf{x})$, que a distância para o plano incluindo a frente da trinca e perpendicular à superfície da trinca.

A escolha da função de enriquecimento adequada é realizada pelo método level-set, e pode ser descrita por:

- Se $\phi_{T_{min}} < 0$ e $\phi_{N_{min}} \phi_{N_{max}} \leq 0$, então a trinca corta através do elemento e os nós do elemento são enriquecidos com a função de Heaviside;
- Se $\phi_{T_{min}} \phi_{T_{max}} \leq 0$ e $\phi_{N_{min}} \phi_{N_{max}} \leq 0$, então a ponta da trinca está dentro do elemento e os nós do elemento são enriquecidos com as funções assintóticas de ponta de trinca.

5.5 – TÉCNICA DE CORRELAÇÃO DE DESLOCAMENTOS

Com o método dos elementos finitos estendidos é possível obter o campo de deformações na ponta da trinca, por meio da técnica de correlação de deslocamentos é possível calcular o fator de intensidade de tensão através dos deslocamentos nodais da frente da trinca (Souza, 2013).

Para o caso bidimensional, e utilizando elementos singulares *quarter-point* colapsados, Kuna (2010) introduz a notação geral para nós na ponta da trinca: $A(r = 0)$, $B(r = L/4, \theta = \pi)$, $B'(r = L/4, \theta = -\pi)$, $C(r = L, \theta = \pi)$ e $C'(r = L, \theta = -\pi)$. Os fatores de intensidade de tensão para modos puros, em casos bidimensionais, podem ser calculados pelas Equação (5.11).

$$K_I = \frac{E'}{4} \sqrt{\frac{2\pi}{L}} \left[4u_2^{(B)} - u_2^{(C)} - 3u_2^{(A)} \right] \quad (5.11)$$

$$K_{II} = \frac{E'}{4} \sqrt{\frac{2\pi}{L}} \left[4u_1^{(B)} - u_1^{(C)} - 3u_1^{(A)} \right]$$

De notação semelhante, porém com mais pontos, para elementos tridimensionais, os fatores de intensidade de tensão podem ser calculados pela Equação (5.12).

$$K_I = \frac{E'}{8} \sqrt{\frac{2\pi}{L'}} \left\{ 2u_2^B - u_2^C - 2u_2^E - u_2^F + u_2^D + \frac{1}{2} \xi_3 (-4u_2^B + u_2^C + 4u_2^E - u_2^F) \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \xi_3^2 (u_2^F + u_2^C - 2u_2^D) \right\}$$

$$K_{II} = \frac{E'}{8} \sqrt{\frac{2\pi}{L'}} \left\{ 2u_1^B - u_1^C - 2u_1^E - u_1^F + u_1^D + \frac{1}{2} \xi_3 (-4u_1^B + u_1^C + 4u_1^E - u_1^F) \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \xi_3^2 (u_1^F + u_1^C - 2u_1^D) \right\} \quad (5.12)$$

$$K_{III} = \frac{E'}{8(1+\nu)} \sqrt{\frac{2\pi}{L'}} \left\{ 2u_3^B - u_3^C - 2u_3^E - u_3^F + u_3^D + \frac{1}{2} \xi_3 (-4u_3^B + u_3^C + 4u_3^E - u_3^F) \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \xi_3^2 (u_3^F + u_3^C - 2u_3^D) \right\}$$

A Figura 5.4 representa elementos bidimensionais e tridimensionais na presença de uma trinca.

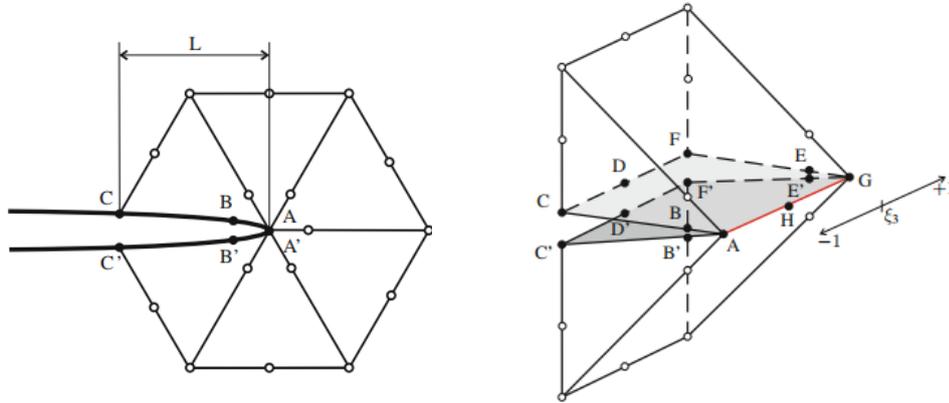


Figura 5.4 – Representação de elementos bidimensionais e tridimensionais na presença de trinca (Kuna, 2010)

A definição do comprimento elemental L' , utilizado em elementos tridimensionais, pode ser escrito como:

$$L' = -\frac{\xi_3 - 1}{2} L_1 \cos(\gamma_1) + \frac{\xi_3 - 1}{2} L_2 \cos(\gamma_2) \quad (5.13)$$

em conjunto da Figura 5.5.

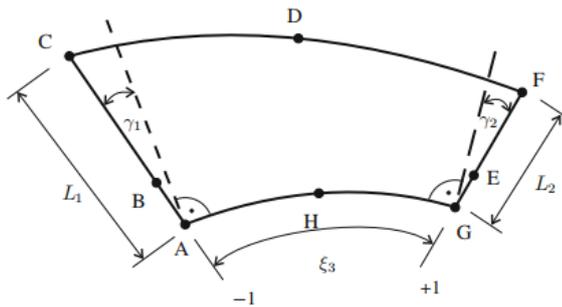


Figura 5.5 – Determinação do comprimento elemental L' (Kuna, 2010)

6 – ANÁLISE DE PROPAGAÇÃO DE TRINCA POR MÉTODOS COMPUTACIONAIS

A predição da propagação da trinca é essencial em muitas análises de mecânica da fratura, em especial em casos em que há presença de cargas cíclicas. Tais análises procuram principalmente: e qual nível de tensão, a direção de propagação e tamanho do avanço.

O avanço de trinca, geralmente, é modelado como uma sequência temporal de Problema de Valor de Contorno (PVC), com a presença de uma trinca em tamanho crescente discreta e separação de material ao longo do incremento da trinca, onde novos contornos (faces da trinca) são gerados com condições alteradas. Com a presença de uma trinca em tamanho crescente discreta e separação de material ao longo do incremento da trinca.

6.1 – ABORDAGENS UTILIZANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS CONVENCIONAL

Utilizando a abordagem convencional de elementos finitos a malha em formato de “teia de aranha” é apropriada para uma trinca estacionária, porém não é apropriada para uma análise de propagação de trinca. Nesse aspecto existem duas principais opções: refazer a malha a cada passo no crescimento da trinca; ou utilizar uma única trinca que acomode o crescimento da trinca.

A primeira abordagem é possível em materiais elastoplásticos, pois são dependentes da história de tensão e deformação, então este histórico está mapeado em vários modelos criados a cada passo, onde seria necessário calcular o fator de intensidade de tensão, o ângulo do avanço e o tamanho do avanço da trinca. Porém seria muito custoso tanto em tempo quanto em questão de operação. Uma representação dessa abordagem pode ser vista na Figura 6.1.

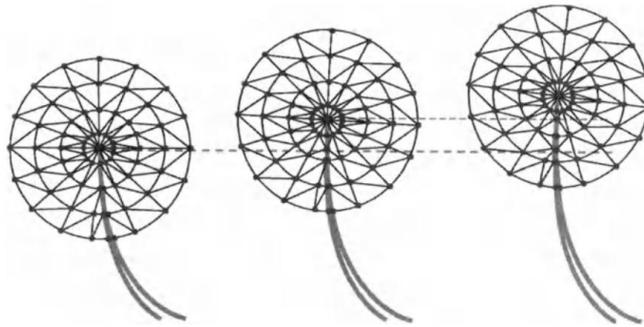


Figura 6.1 – Avanço da trinca e da malha associada (Kuna, 2010)

A segunda abordagem envolve criar uma única malha que acomode o crescimento da trinca, onde existe diversas regiões refinadas que correspondem a posição da ponta da trinca em vários estágios durante a análise. Uma representação desse modelo pode ser vista na Figura 6.2.

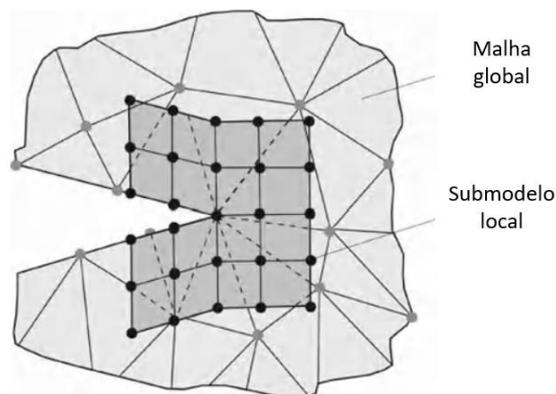


Figura 6.2 – Discretização global com submodelo local com arranjo especial para análise de crescimento de trinca (Kuna, 2010)

6.2 – ABORDAGENS UTILIZANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS ESTENDIDOS

O método dos elementos finitos estendidos não exige que a malha seja refeita a cada avanço no tempo, ou que seja criado um submodelo dentro da malha global. Segundo Khoei (2015), o enriquecimento ocorre de acordo com a posição atual da trinca no passo de tempo e os pontos nodais dos elementos onde a trinca está presente são enriquecidos pela função de Heaviside, e por funções assintóticas no elemento que contém a ponta da trinca. Baseado

nesses enriquecimentos a simulação calcula os campos de deslocamento na região trinca. A representação do avanço da ponta da trinca pode ser vista na Figura 6.3.

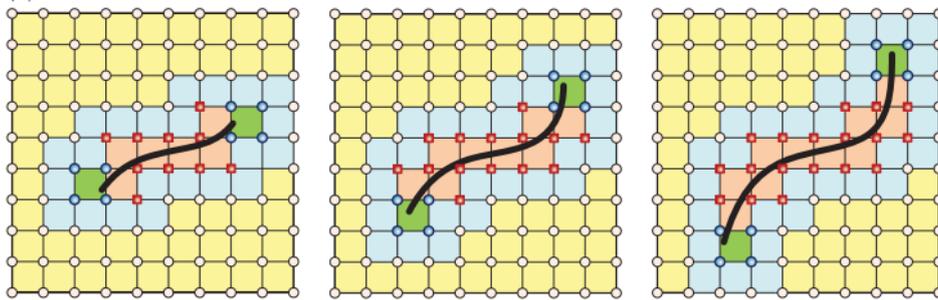


Figura 6.3 – Representação da propagação da trinca em elementos (Khoei, 2015)

6.3 – TÉCNICA DE FECHAMENTO DE TRINCA VIRTUAL

Ambos os métodos necessitam de um critério de avanço de trinca, sendo um dos critérios bastante utilizado a Técnica de Fechamento de Trinca Virtual (VCCT – *Virtual Crack Closure Technique*). O método se baseia na suposição que a taxa de energia liberada quando a trinca aumenta em uma taxa Δa é idêntica para fechar a trinca entre l e i (KRUEGER, 2004). O método estabelece que a condição original antes da trinca propagar, onde as forças necessárias para fechar a trinca são idênticas as forças agindo nas faces superior e inferior da trinca fechada. A figura 6.4 será utilizada para representar a técnica.

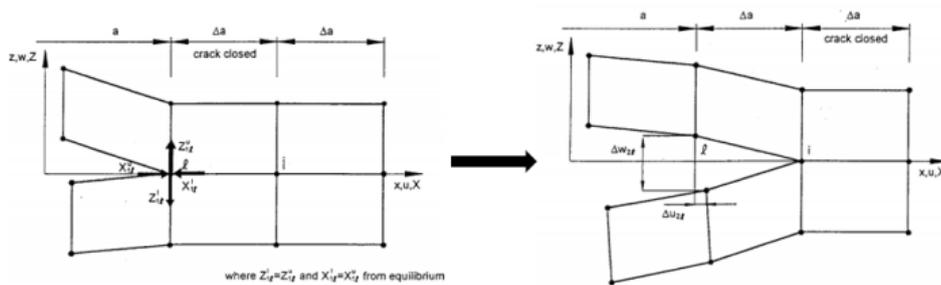


Figura 6.4 – Representação do método VCCT (Krueger, 2004)

Se assume que uma extensão de trinca Δa de $a + \Delta a$ para $a + 2\Delta a$ não altera significativamente o estado na ponta da trinca. Quando a ponta da trinca está localizada no nó do comprimento $a + 2\Delta a$ os deslocamentos atrás da ponta da trinca no nó do comprimento $a + \Delta a$ são aproximadamente iguais aos deslocamentos atrás da ponta da trinca

no nó do comprimento a . Além disso, a energia liberada por Δa de $a + \Delta a$ para $a + 2\Delta a$ é a mesma necessária para fechar a trinca nessas localizações.

O método VCCT é realizado se determinando que os nós da superfície superior e inferior da trinca possuem coordenadas iguais, porém não estão conectados, logo, os elementos conectados as superfícies da trinca podem deformar independentemente, representando a abertura da trinca.

Durante a propagação da trinca ocorre a abertura de “elemento por elemento”, onde, utilizando elementos isoparamétricos, os nós da ponta e centrais são liberados.

A formulação matemática do método pode ser encontrada no trabalho de Krueger (2004), a partir do método é possível obter a taxa de liberação de energia, conhecendo as forças, F , presentes nos nós, e os deslocamentos dos mesmos, como mostrado na Equação (6.1).

$$\begin{aligned}
 G_I &= -\frac{1}{2\Delta A_L} \left[\frac{1}{2} F x_{3Ki} (u_{Kl1} - u_{Kl2}) + F x_{3Li} (u_{Kl1} - u_{Kl2}) + F x_{3Kj} (u_{Km1} - u_{Km2}) \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{2} F x_{3Li} (u_{Km1} - u_{Km2}) \right] \\
 G_{II} &= -\frac{1}{2\Delta A_L} \left[\frac{1}{2} F x_{1Ki} (u_{Kl1} - u_{Kl2}) + F x_{1Li} (u_{Kl1} - u_{Kl2}) + F x_{1Kj} (u_{Km1} - u_{Km2}) \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{2} F x_{1Li} (u_{Km1} - u_{Km2}) \right] \\
 G_{III} &= -\frac{1}{2\Delta A_L} \left[\frac{1}{2} F x_{2Ki} (u_{Kl1} - u_{Kl2}) + F x_{2Li} (u_{Kl1} - u_{Kl2}) + F x_{2Kj} (u_{Km1} - u_{Km2}) \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{2} F x_{2Li} (u_{Km1} - u_{Km2}) \right]
 \end{aligned} \tag{6.1}$$

As coordenadas da Equação (6.1) têm como base a Figura 6.5.

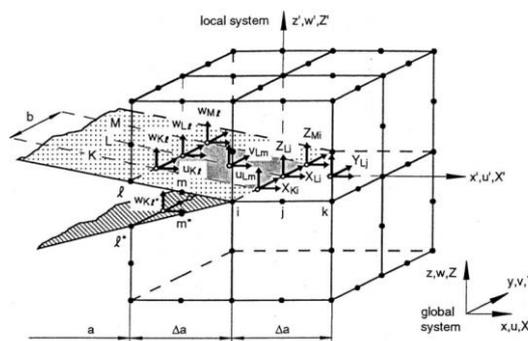


Figura 6.4 – Representação do método VCCT em um elemento tridimensional (Krueger, 2004)

7 – METODOLOGIA

A análise foi realizada em duas etapas. A primeira consiste na análise computacional de mecânica da fratura em trincas estáticas com a finalidade de comparar dois diferentes métodos de obtenção do fator de intensidade de tensão, comparando os resultados obtidos por meio de elementos finitos com resultados analíticos obtidos a partir de diferentes autores. A segunda etapa consiste na análise de propagação de trinca em fadiga comparando os resultados obtidos computacionalmente, em relação ao caminho de propagação da trinca, com os resultados analíticos e experimentais obtidos a partir de diferentes autores.

7.1 – CÁLCULO DO FATOR DE INTENSIDADE DE TENSÃO EM TRINCAS ESTÁTICAS POR MÉTODOS COMPUTACIONAIS

O fator de intensidade de tensão obtido foi obtido através do software ABAQUS, e foi calculado a partir de dois métodos, a integral do domínio de energia, esse chamado no software de integral de contorno, porém a teoria no qual este funciona é a mesma da integral do domínio de energia, e o método dos elementos finitos estendidos, caso esse método mostre um erro baixo, e comprovada sua eficiência, o mesmo será utilizado para análise de propagação de trinca devido as suas propriedades de não necessitar atualizar a malha para cada tamanho de trinca. Os resultados obtidos computacionalmente serão comparados com resultados analíticos.

O cálculo do fator de intensidade de tensão foi realizado apenas em modelos tridimensionais, devido às limitações do software em relação ao cálculo do fator de intensidade de tensão em trincas estáticas no método dos elementos finitos estendidos.

7.1.1 – Modelagem computacional

Para calcular o fator de intensidade de tensão via elementos finitos utilizando o método da integral de domínio da energia é necessário definir a trinca, o domínio da trinca, e o número de contornos.

É necessária uma atenção especial ao definir a região da ponta da trinca e seu domínio, no qual a malha deve ter alto refinamento, em especial quando se deseja analisar o campo

de tensão e deformação, como regra geral, é desejável que tenha no mínimo 10 elementos em uma linha radial na região de interesse (Anderson, 2005).

Para calcular o fator de intensidade de tensão via elementos finitos estendidos é necessário definir a trinca, o domínio da trinca, a região e o raio de enriquecimento, e o número de contornos.

O domínio da trinca no método dos elementos finitos define onde o enriquecimento ocorre, pode ser definido tanto como em uma região que contenha uma trinca estacionária, ou no corpo todo, apesar de aumentar o esforço computacional, é mais fácil de definir e útil quando se estuda a propagação de trinca.

O raio de enriquecimento da ponta da trinca define em quais nós as funções de ponta de trinca são adicionadas, neste trabalho calculado como três vezes o tamanho característico do elemento. O raio de enriquecimento foi calculado automaticamente para os elementos no domínio da trinca.

Quanto ao número de contornos em ambos os casos devem ser definidos. Esse parâmetro controla o número de anéis contendo elementos ao redor da ponta da trinca para o cálculo do fator de intensidade de tensão.

O primeiro contorno contém os elementos ao redor da ponta da trinca, o próximo contorno contém o primeiro domínio e o próximo anel que define o contorno, cada contorno subsequente é construído adicionando o próximo anel do elemento ao contorno anterior. Um exemplo de um domínio da trinca pode ser visto na Figura 7.1.

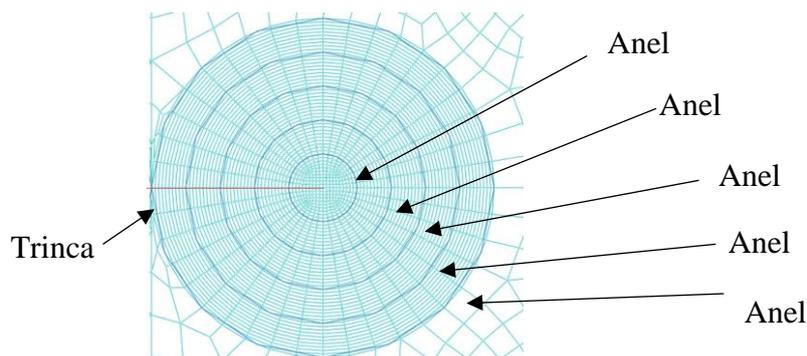


Figura 7.1 – Representação do domínio da trinca em diferentes anéis

No método do contorno de integral, caso a malha esteja bem definida, o aumento no número de contornos deve levar a convergência, caso o fator de intensidade de tensão tenha grandes mudanças, ou cresça sem chegar à convergência, ou apresente resultados que variam

muito entre cada anel, mesmo com um grande número de contornos, significa que o modelo não está bem definido, seja pelas condições de contorno ou por causa da configuração de malha.

7.1.2 – Análise de convergência

Para análise de convergência utilizando o método da integral de domínio da energia foi analisado se os modelos convergem com o número de integrais de contorno utilizadas. já para o método dos elementos finitos estendidos foi analisado o comportamento dos resultados para convergência em modelos com malha bem estruturada e bem refinada e em modelos com malha pouco refinada, a mesma análise foi realizada em um modelo pelo método da integral de domínio de energia, para demonstrar a influência da estrutura da malha.

As geometrias e malhas utilizadas para a análise de convergência de acordo com a estrutura da malha podem ser vistas nas Figura 7.2 e 7.3.

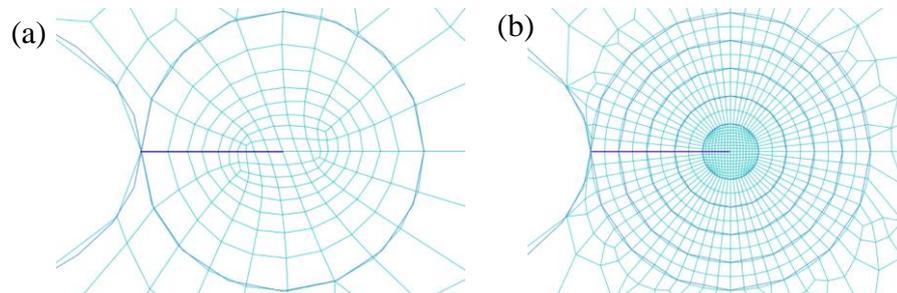


Figura 7.2: Malha para estudo de convergência pelo método da integral de domínio de energia. (a) Malha pouco refinada. (b) Malha bem refinada

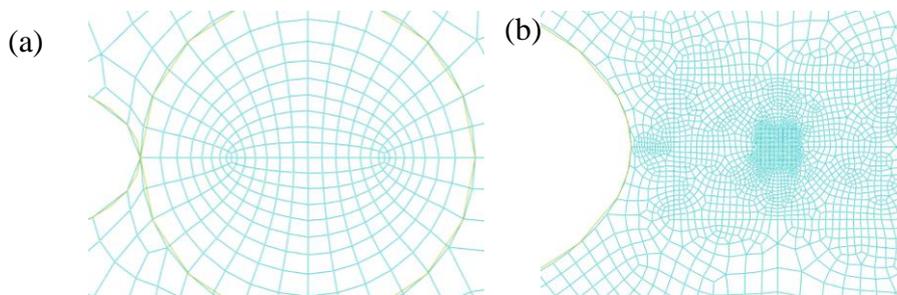


Figura 7.3: Malha para estudo de convergência pelo método dos elementos finitos estendidos. (a) Malha pouco refinada. (b) Malha bem refinada

7.1.3 – Cálculo do Fator de Intensidade de Tensão

O fator de intensidade de tensão foi calculado para uma geometria sem concentrador de tensão e para diferentes geometrias com a presença do concentrador de tensão. A análise é feita utilizando o método do domínio de integral de domínio da energia e pelo método dos elementos finitos estendidos. Os resultados obtidos são comparados com os resultados observados nos trabalhos de Tada, Paris e Irwin (2000), ASTM E399 (2020), Ferreira (2017) e Citarella *et al.* (2016).

7.1.3.1 – Geometria sem concentrador de tensão

As dimensões, em milímetros, utilizadas para a análise da geometria sem concentrador de tensão pode ser vista na Figura 7.4.

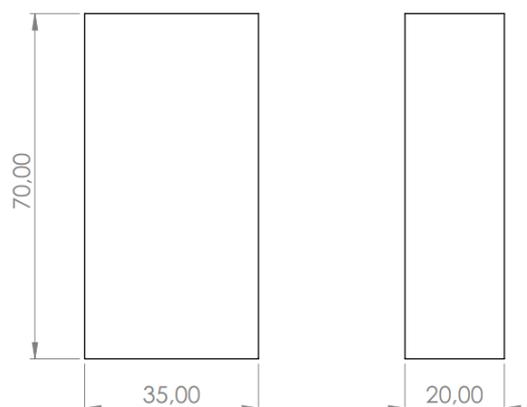


Figura 7.4 – Dimensões da geometria sem concentrador de tensão

A malha e as condições de contorno podem ser vistas na Figura 7.5 para ambos os métodos analisados. Foi utilizado o elemento isoparamétrico quadrático de 20 nós.

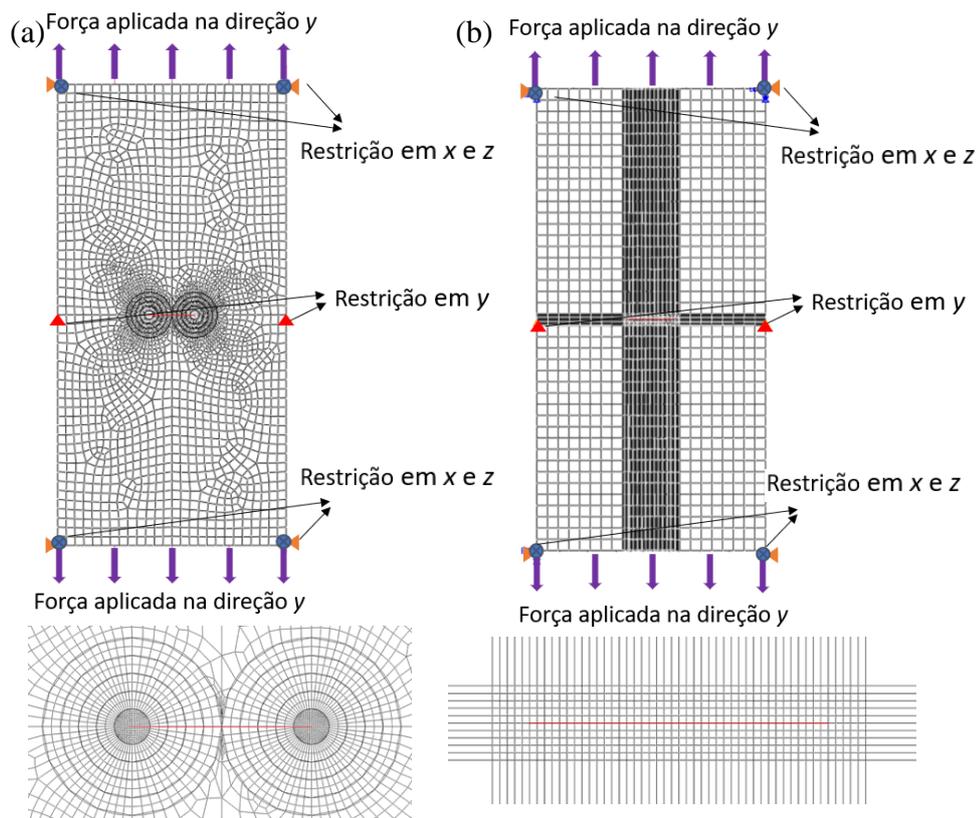


Figura 7.5 - Malha e condições de contorno para geometria sem concentrador de tensão. (a) Método da integral do domínio de energia. (b) Método dos elementos finitos estendidos

A equação que define o cálculo do fator de correlação para esta configuração, segundo Tada, Paris e Irwin (2000, *apud Tada, 1973*), é:

$$F\left(\frac{a}{b}\right) = \left\{ 1 - 0,025 \left(\frac{a}{b}\right)^2 + 0,06 \left(\frac{a}{b}\right)^4 \right\} \sqrt{\sec\left(\frac{\pi a}{2b}\right)} \quad (7.1)$$

onde a é o tamanho da trinca e b é a comprimento da geometria.

7.1.3.2 – Geometria com furo central circular

As dimensões, em milímetros, utilizadas para a análise da geometria com concentrador de tensão circular central podem ser vistas na Figura 7.6.

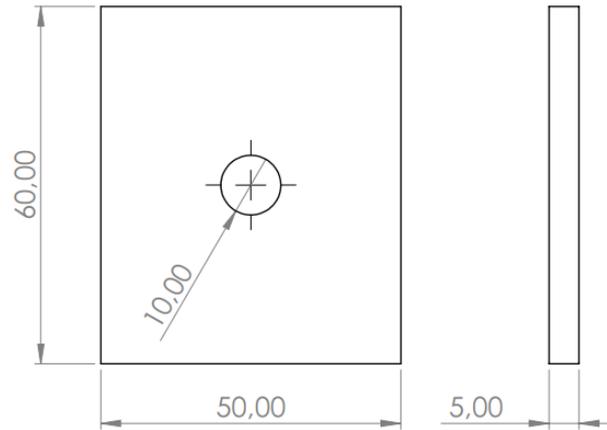


Figura 7.6 – Dimensões da geometria com furo central circular

A malha e as condições de contorno podem ser vistas na Figura 7.7 para ambos os métodos analisados. Foi utilizado o elemento isoparamétrico quadrático de 20 nós.

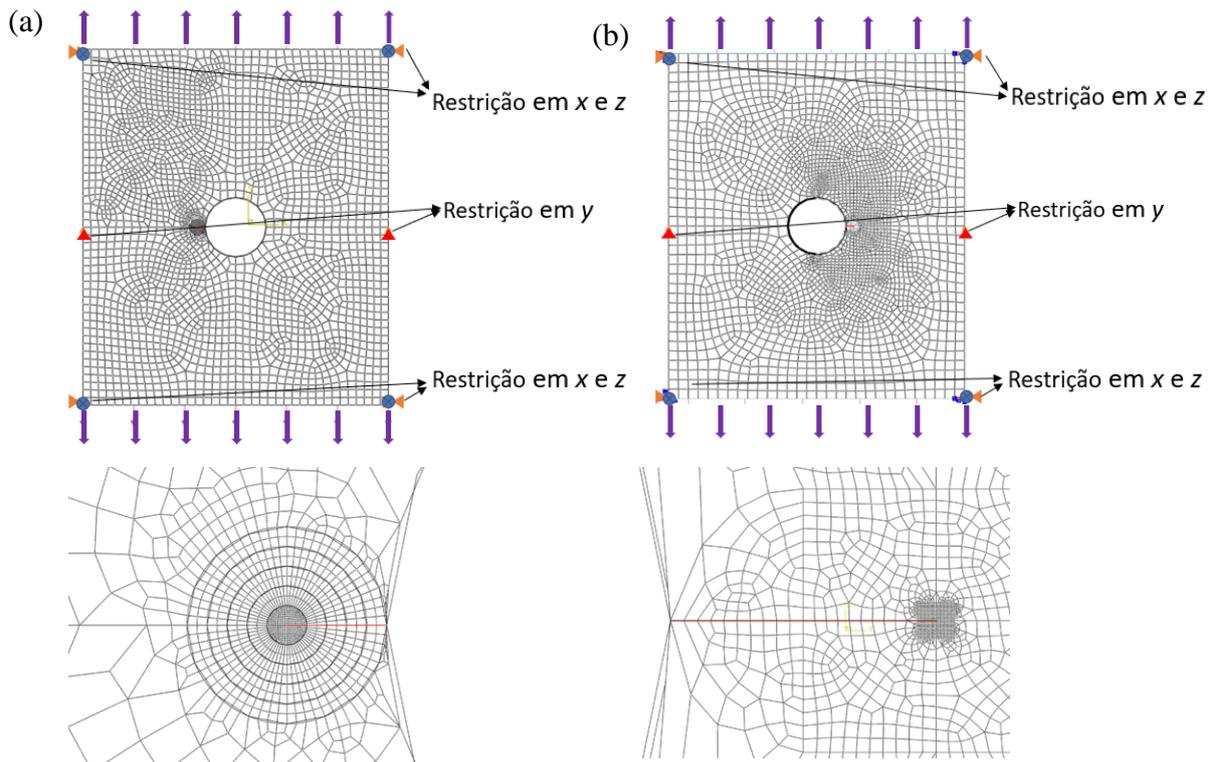


Figura 7.7 - Malha e condições de contorno para geometria com furo central circular.

(a) Método da integral do domínio de energia. (b) Método dos elementos finitos estendidos

A equação que define o cálculo do fator de correlação para esta configuração, segundo Tada, Paris e Irwin (2000, *apud Tada, 1985*), é:

$$F(a, R) = \left[1 + 0,2 \left(1 - \left(\frac{a}{R+a} \right) \right) + 0,3 \left(1 - \left(\frac{a}{R+a} \right) \right)^6 \right] \\ * \left[2,243 - 2,64 \left(\frac{a}{R+a} \right) + 1,352 \left(\frac{a}{R+a} \right)^2 - 0,248 \left(\frac{a}{R+a} \right)^3 \right] \quad (7.2)$$

onde a é o tamanho da trinca e R é o raio do furo.

7.1.3.3 – Geometria com furo lateral elipsoide

As dimensões, em milímetros, utilizadas para a análise da geometria com concentrador de tensão lateral elipsoide podem ser vistas na Figura 8.8.



Figura 7.8 – Dimensões da geometria com furo lateral elipsoide

A malha e as condições de contorno podem ser vistas na Figura 8.9 para ambos os métodos analisados. Foi utilizado o elemento isoparamétrico quadrático de 20 nós.

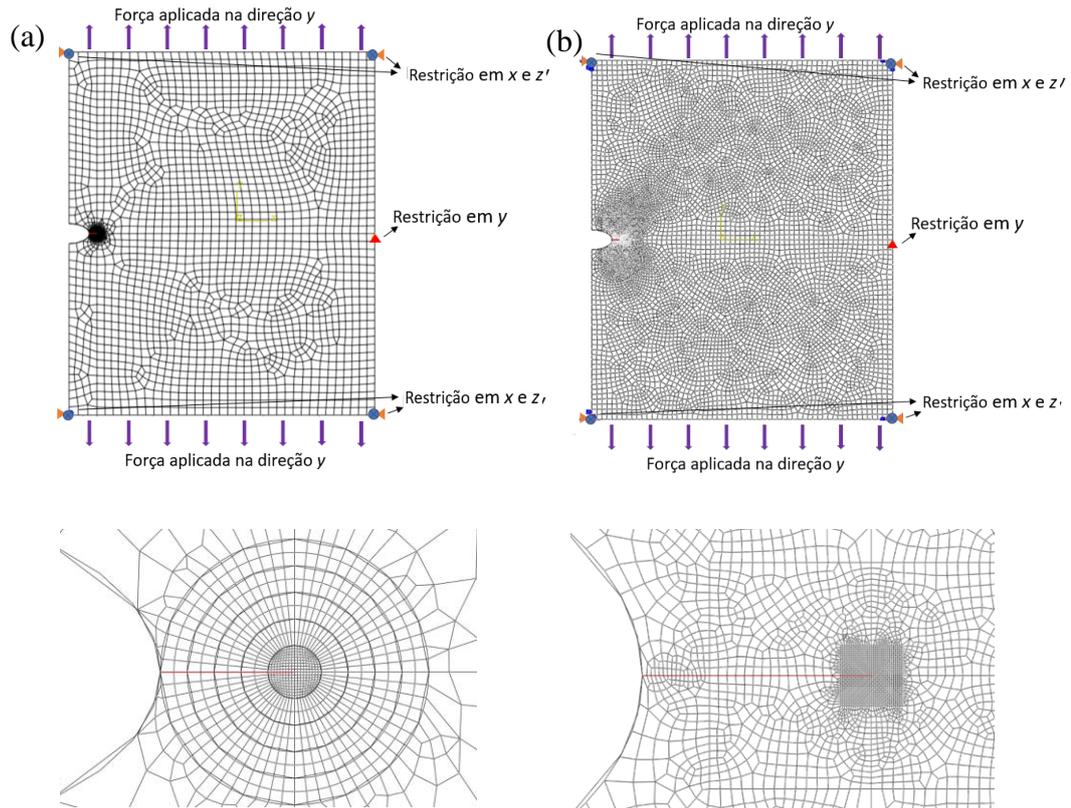


Figura 7.9 - Malha e condições de contorno para geometria em furo central circular. (a) Método da integral do domínio de energia. (b) Método dos elementos finitos estendidos

A equação que define o cálculo do fator de correlação para esta configuração, para a relação entre c/b igual a $1/2$, sendo c o raio da altura da elipse e b o raio do comprimento, segundo Tada, Paris e Irwin (2000, *apud* Tada, 1973), é:

$$F(a, R) = F(a, b) = \frac{1,122}{\sqrt{\frac{a}{b+a}}} \quad (7.3)$$

7.1.3.4 – Corpo de prova do tipo *Compact Disk*

As dimensões, em milímetros, utilizadas para a análise da geometria do corpo de prova do tipo *compact disk* podem ser vistas na Figura 8.10.

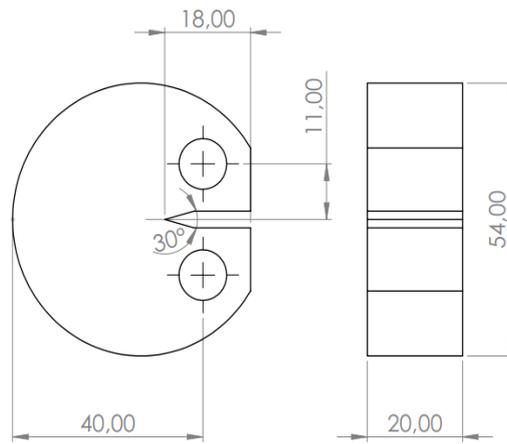


Figura 7.10 – Dimensões do corpo de prova do tipo *compact disk*

A malha e as condições de contorno podem ser vistas na Figura 8.11 para ambos os métodos analisados. Foi utilizado o elemento isoparamétrico quadrático de 20 nós.

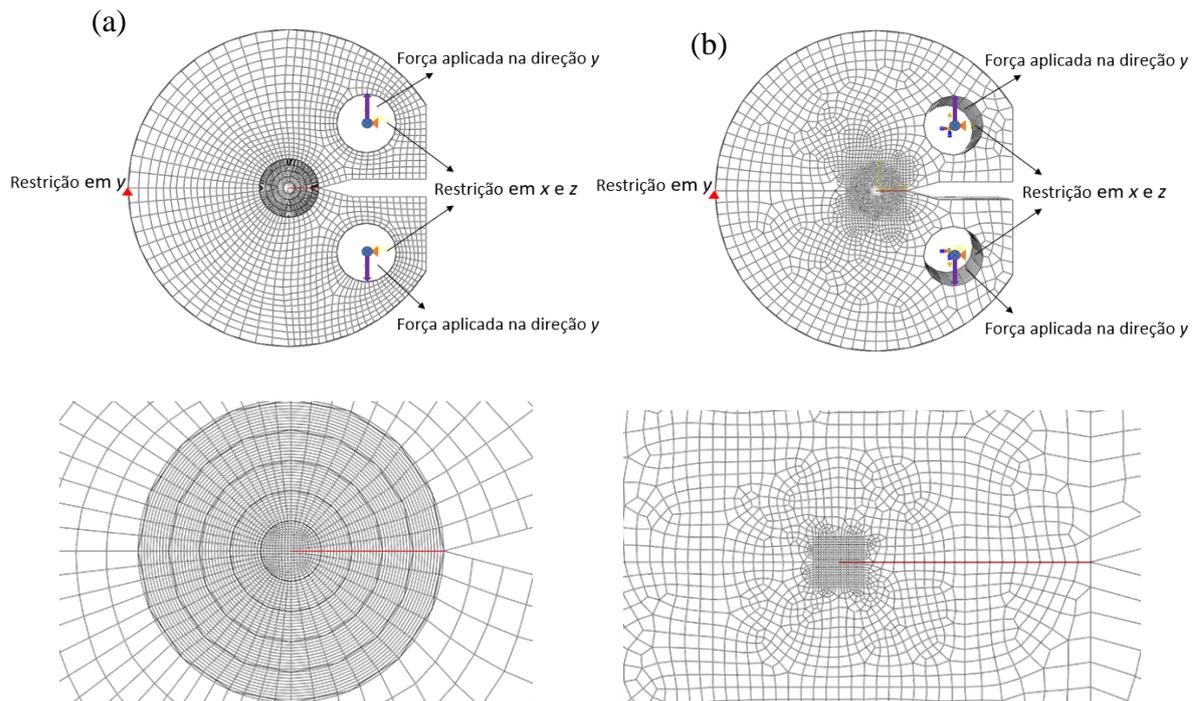


Figura 7.11 - Malha e condições de contorno para o corpo de prova do tipo *compact disk*.

(a) Método da integral do domínio de energia. (b) Método dos elementos finitos estendidos

A equação que define o cálculo do fator de correlação para esta configuração, segundo a norma ASTM E399 (2020), onde W é a distância entre o ponto de aplicação de força e a extremidade sem a presença do concentrador de tensão, é:

$$F(a, W) = \frac{\left(2 + \left(\frac{a}{W}\right)\right) (0,76 + 4,8A + 11,58A^2 + 11,43A^3 - 4,08A^4)}{\left(1 - \left(\frac{a}{W}\right)\right)^{\frac{3}{2}}} \quad (7.4)$$

7.1.3.5 – Corpo de prova do tipo *C-shaped*

As dimensões, em milímetros, utilizadas para a análise da geometria do corpo de prova do tipo *C-Shaped* podem ser vistas na Figura 8.12.

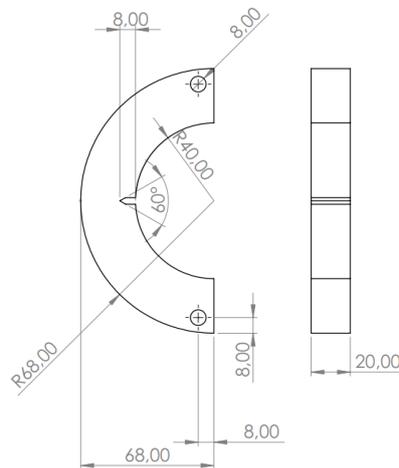


Figura 7.12 – Dimensões do corpo de prova do tipo *C-shaped*

A malha e as condições de contorno podem ser vistas na Figura 7.13 para ambos os métodos analisados. Foi utilizado o elemento isoparamétrico quadrático de 20 nós.

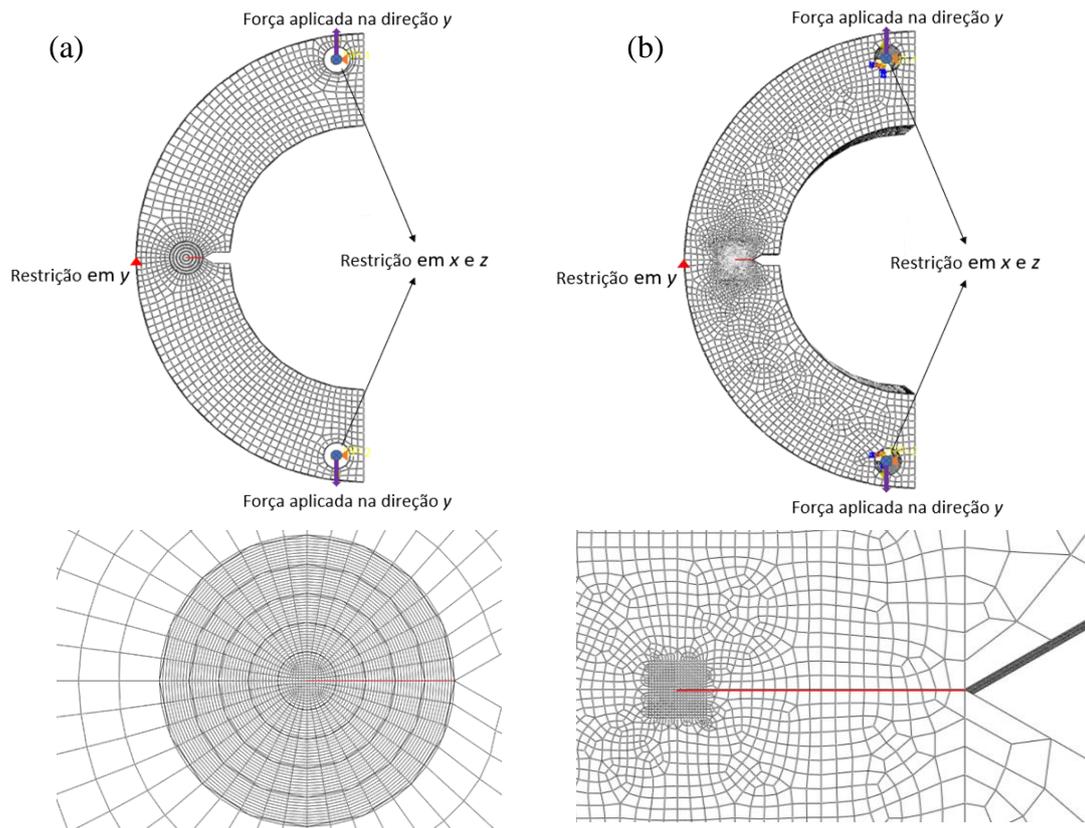


Figura 7.13 - Malha e condições de contorno para o corpo de prova do tipo *C-shaped*.
 (a) Método da integral do domínio de energia. (b) Método dos elementos finitos estendidos

A equação que define o cálculo do fator de correlação para esta configuração, segundo a norma ASTM E399 (2020), onde W é a distância entre o ponto de aplicação de força e a extremidade sem a presença do concentrador de tensão, é:

$$F(a, W) = \frac{3,74 - 6,30 \left(\frac{a}{W}\right) + 6,32 \left(\frac{a}{W}\right)^2 - 2,43 \left(\frac{a}{W}\right)^3}{\sqrt{\pi} \left(1 - \left(\frac{a}{W}\right)\right)^{\frac{3}{2}}} \quad (7.5)$$

7.1.3.6 – Modo misto de fratura devido a concentrador de tensão

Também foi analisado um corpo de prova, proposto no trabalho de Ferreira (2017), onde a trinca muda de direção, devido à localização de outro concentrador de tensão, além do entalhe de onde emana a trinca, indicando a presença de modo misto de fratura. As dimensões da geometria podem ser vistas na Figura 8.14.

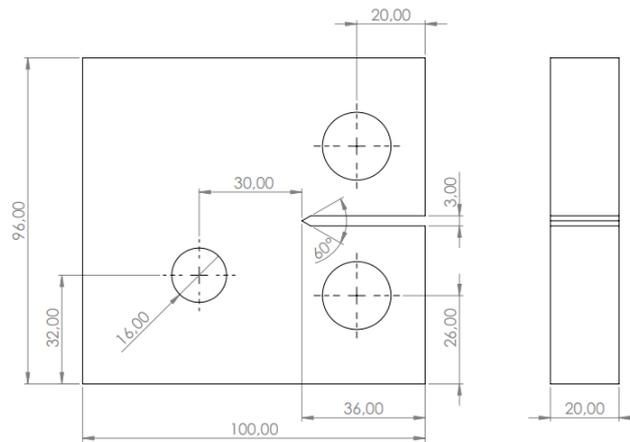


Figura 7.14 – Dimensões do corpo de prova para análise de modo misto de fratura proposto por Ferreira (2017)

A malha e as condições de contorno podem ser vistas na Figura 7.15 para ambos os métodos analisados. Foi utilizado o elemento isoparamétrico quadrático de 20 nós. O caminho de propagação da trinca foi definido experimentalmente por Ferreira (2017).

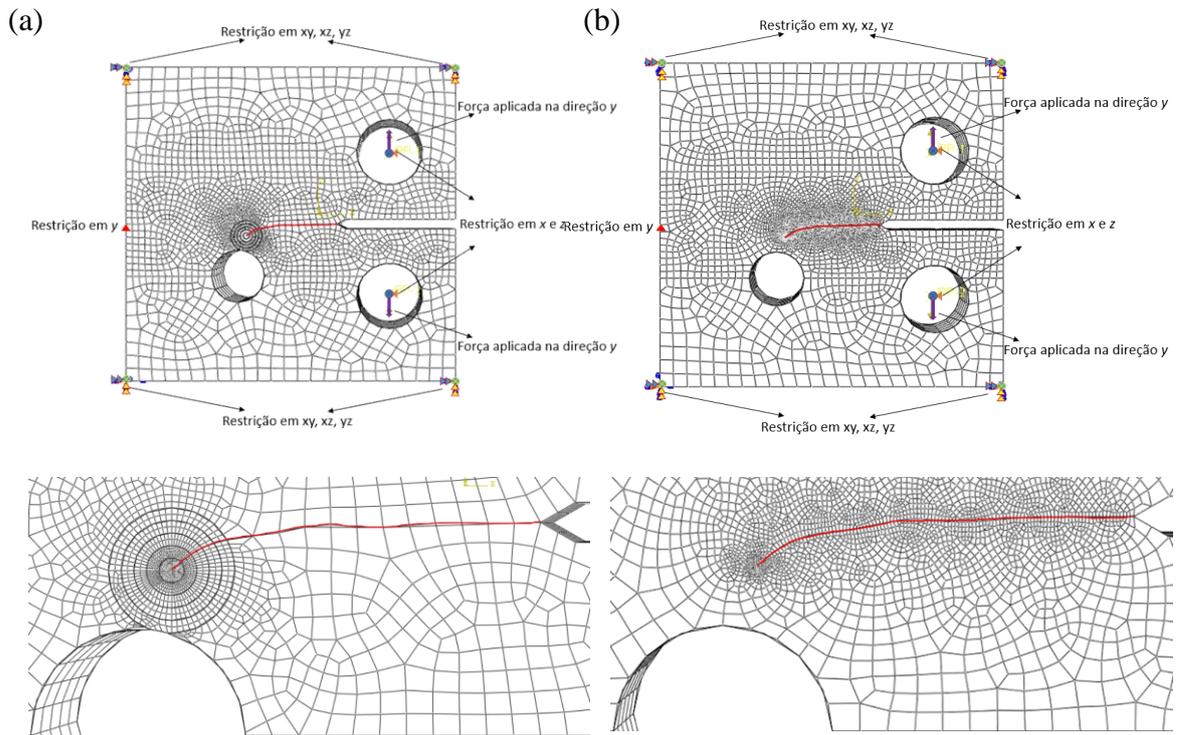


Figura 7.15 - Malha e condições de contorno para o corpo de prova proposto por Ferreira (2017) (a) Método da integral do domínio de energia (b) Método dos elementos finitos estendidos

Os resultados experimentais obtidos por Ferreira (2017) foram ajustados de modo a obter as equações que definam do fator de forma relacionados a K_I e K_{II} . O fator de forma para ambos os modos pode ser visto na Equação (7.5)

$$F_I(a, W) = 21,40 \left(\frac{a}{W}\right)^5 - 24,04 \left(\frac{a}{W}\right)^4 + 4,65 \left(\frac{a}{W}\right)^3 + 16,98 \left(\frac{a}{W}\right)^2 + 7,15 \left(\frac{a}{W}\right) + 1,98 \quad (7.5)$$

$$F_{II}(a, W) = \left\{ (1,5E15) * \exp \left[- \left(\frac{\frac{a}{W} - 41,93}{7,14} \right)^2 \right] \right\} + \left\{ (2,4E5) * \exp \left[- \left(\frac{\frac{a}{W} - 3,06}{0,85} \right)^2 \right] \right\} + \left\{ 38,14 * \exp \left[- \left(\frac{\frac{a}{W} - 0,20}{0,02} \right)^2 \right] \right\} + \left\{ 116 * \exp \left[- \left(\frac{\frac{a}{W} - 0,47}{0,02} \right)^2 \right] \right\} - \left\{ 22,5 * \exp \left[- \left(\frac{\frac{a}{W} - 0,55}{0,04} \right)^2 \right] \right\}$$

onde o tamanho de trinca a está relacionado com seu comprimento e altura, $a = \sqrt{dx^2 + dy^2}$, e W é a distância entre a ponta da trinca e o centro do furo concentrador de tensão.

7.1.3.7 – Modo misto de fratura devido a cargas combinadas

Também foi analisado um corpo de prova, proposto por Citarella *et al.* (2016), onde a trinca muda de direção, devido à presença de cargas combinadas em tração-torção, indicando a presença de modo misto de fratura. As dimensões da geometria podem ser vistas na Figura 7.16.

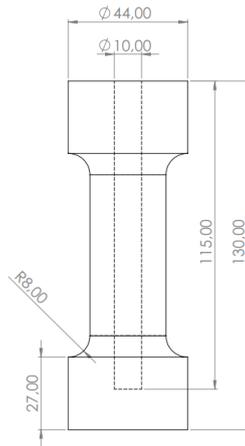


Figura 7.16 – Dimensões do corpo de prova para análise de modo misto de fratura proposto por Citarella *et al.* (2016)

A malha e as condições de contorno podem ser vistas na Figura 7.17 para ambos os métodos analisados. Foi utilizado o elemento isoparamétrico quadrático de 20 nós. O caminho de propagação da trinca foi definido experimentalmente por Citarella *et al.* (2016).

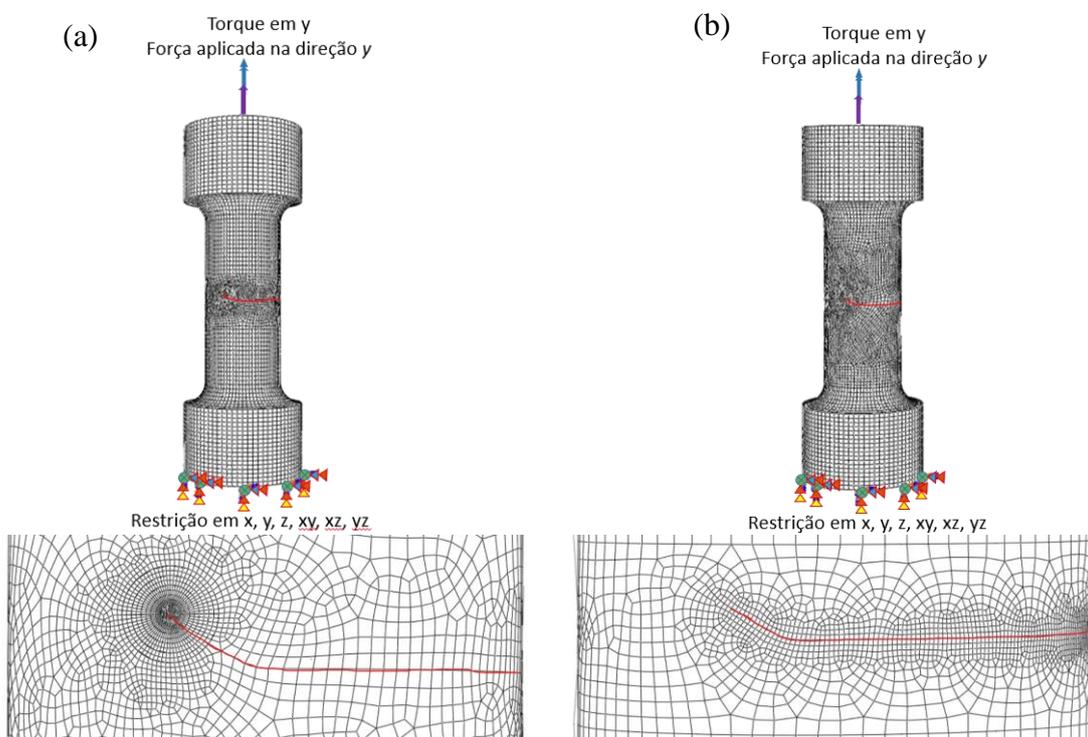


Figura 7.17 - Malha e condições de contorno para o corpo de prova proposto por Citarella *et al.* (2016) (a) Método da integral do domínio de energia (b) Método dos elementos finitos estendidos

Os resultados experimentais obtidos por Citarella *et al.* (2016) foram ajustados de modo a obter as equações que definam do fator de forma relacionados a K_I , K_{II} e K_{III} . Os fatores de forma podem ser vistos na Equação (7.6)

$$\begin{aligned}
 F_I &= 0,112 \left(\frac{a}{W}\right)^{2,243} + 0,023 \\
 F_{II} &= -0,135 \left(\frac{a}{W}\right)^3 + 0,101 \left(\frac{a}{W}\right)^2 + 0,327 \left(\frac{a}{W}\right) + 0,002 \\
 F_{III} &= -0,214 \left(\frac{a}{W}\right)^{2,579} + 0,384
 \end{aligned}
 \tag{7.6}$$

onde o tamanho de trinca a está relacionado com seu comprimento e altura na superfície, $a = \sqrt{dx^2 + dy^2}$, e W é igual à metade do perímetro da seção que contém a trinca.

7.2 – PROPAGAÇÃO DE TRINCAS POR FADIGA

A análise de propagação de trincas foi realizada utilizando o método dos elementos finitos estendidos, devida a propriedade do método de não necessitar refazer a malha de acordo com o avanço da trinca, após confirmar a eficácia do método em trincas estáticas.

A análise ocorrerá em duas etapas. A primeira observando a direção da propagação da trinca em corpos onde a trinca emana de entalhe e o campo de tensões também é influenciado pela presença de concentrador de tensão. Na segunda etapa é realizada uma análise do número de ciclos x tamanho da trinca, para analisar se o comportamento da trinca em fadiga se comporta de acordo com o esperado pelos dados fornecidos acerca do material.

7.2.1 – Lei de Propagação de Trincas

Para realização da análise de propagação de trincas é necessário determinar as propriedades dos materiais para propagação de trincas. Utilizando a Equação de Walker para gerar a curva da/dN em função de ΔK para o alumínio A6082-T6, os parâmetros do material foram extraídos a partir do trabalho de Ferreira (2017), sendo utilizados como base para a análise realizada. Os parâmetros utilizados podem ser vistos na Tabela 7.1 e a curva resultante para diferentes condições de carregamento pode ser vista na Figura 7.16.

Tabela 7.1 – Parâmetros do material para o alumínio A6082-T6

Material	σ_y [MPa]	σ_u [MPa]	K_{Ic} MPa \sqrt{mm}	C_o	m	γ
A A6082-T6	260	310	1295,7	$7,525 \times 10^{-14}$	3,6	0.68

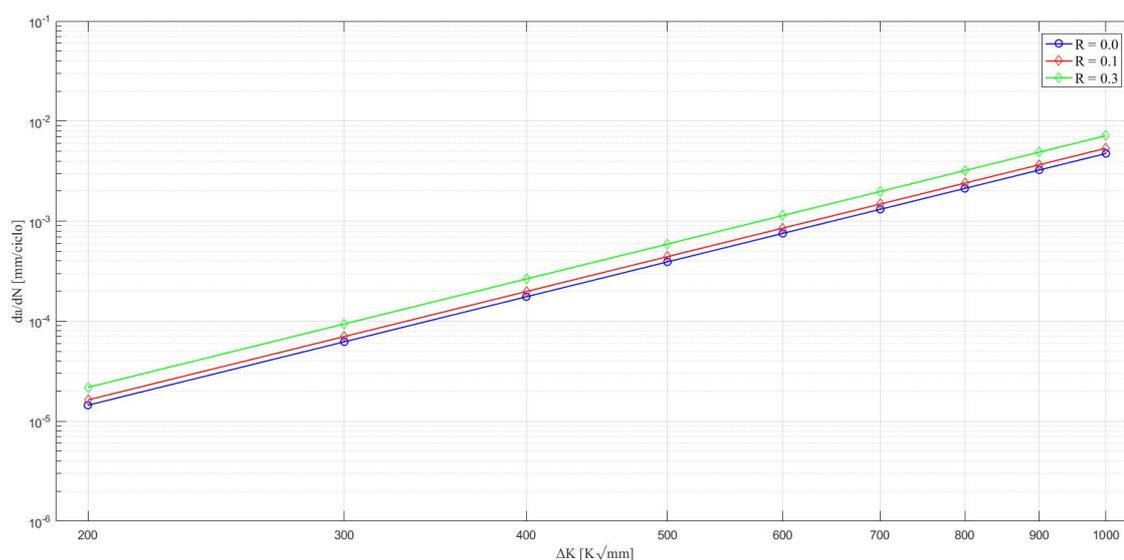


Figura 7.18 – Curva $da/dN \times \Delta K$

7.2.2 – Implementação do Modelo Computacional

Para implementação do modelo para análise de propagação de trincas no ABAQUS alguns aspectos importantes devem ser comentados de modo a caracterizar totalmente a modelagem da propagação de trinca por fadiga utilizando o método dos elementos finitos estendidos no software; sendo eles a definição das propriedades mecânicas do material e o critério de propagação de trinca.

7.2.2.1 – Definição das propriedades mecânicas do material

As propriedades do material utilizadas nessa seção incluem apenas aspectos da mecânica da fratura linear elástica, não sendo necessário caracterizar o comportamento plástico do material. A primeira propriedade mecânica a ser definida é o módulo de Young e o coeficiente de Poisson, seguido pela lei de dano por tração para separação de camadas,

onde se define a tensão que deve ocorrer para que em uma carga estática ocorra a formação de trinca e as propriedades de evolução da trinca. Os parâmetros podem ser definidos tanto pelo editor de material do software quanto por linhas de código, como as mostradas a seguir:

Tabela 7.2 – Script para implementação dos parâmetros do material no software ABAQUS

```

**
** MATERIALS
**
**Material, name = A6082
**Elastic
  <E>, <v>
**Damage Initiation, criterion=MAXPS
  <σfratura>,
**Damage Evolution, type=ENERGY, mixed mode behavior=BK, power=<η>.
  <GI>, <GII>, <GIII>

```

A propagação de trinca ocorrerá quando a relação expressa na Equação (7.7) for alcançada.

$$\frac{G_{equivalente}}{G_{equivalente_c}} \geq 1 \quad (7.7)$$

Ou seja, quando a energia de deformação equivalente for igual ou maior que a energia de deformação equivalente crítica calculada no nó, definindo o critério de dano por fratura. Nessa análise a lei que define essa relação é a Lei de Reeder definida pela Equação (7.8):

$$G_{equivalente_c} = G_{I_c} + (G_{II_c} - G_{III_c}) \left(\frac{G_{II} + G_{III}}{G_I + G_{II} + G_{III}} \right)^\eta \quad (7.8)$$

onde a documentação do Abaqus (Dassault Systèmes, 2016) afirma que o valor de $\eta = 1$ pode ser utilizado como uma generalização.

7.2.2.2 – Definição do critério de propagação de trinca em fadiga

Primeiramente é necessário definir o domínio da trinca. O próprio software pode estabelecer o conjunto de nós que devem ser enriquecidos na no método dos elementos finitos estendidos, esses podem ser definidos por partição, conhecendo o caminho da trinca previamente, ou pode ser definido em todo o modelo. Nas análises realizadas o conjunto de

nós enriquecidos foram definidos no modelo inteiro, porém a malha nas prováveis regiões onde a trinca se localizaria durante a propagação foi mais refinada.

Após definir os aspectos geométricos da trinca é necessário definir o critério de propagação de trincas e suas características. O critério escolhido foi a técnica do fechamento virtual de trinca (VCCT).

Para definição de carga cíclica com crescimento de trinca o Abaqus vai utilizar o regime de fadiga de baixo-ciclo. O fator de intensidade de tensão vai ser baseado na técnica do VCCT, que determinará o deslocamento dos nós e conseqüentemente a energia de fratura.

O critério de propagação de trinca deve ser introduzido pelas linhas de código do software, no seguinte formato:

Tabela 7.3 – Script para implementação dos parâmetros de propagação de trinca no software ABAQUS

```

**
** INTERACTION PROPERTIES
**
*Surface Interaction, name=Fatigue
I.,
    *surface behavior
*fracture criterion, type = fatigue, mixed mode behavior=BK, tolerance = <tol>
<c1>, <c2>, <c3>, <c4>, <r1>, <r2>, <GIc>, <GIIc>
<GIIIc>, <η>

```

Os valores de c_1 e c_2 se referem a delaminação no início da propagação na ponta da trinca ao longo da interface das faces da trinca, definido pela equação. A propagação de trinca depende de ΔG , a taxa de energia de deformação, sendo assim o critério de iniciação de trinca é definido pela Equação (7.8).

$$f = \frac{N}{c_1 \Delta G^{c_2}} \geq 1.0 \quad (7.8)$$

Conhecendo o ΔK_{th} do material pode-se definir os valores de c_1 e c_2 iguais a zero, implicando que a condição definida por f tenda a infinito, permitindo o crescimento da trinca, utilizando apenas a Lei de B-K.

As constantes c_3 e c_4 são as constantes da lei de Paris adaptada para ΔG , como pode ser visto na Equação (7.9).

$$\frac{da}{dN} = c_3 \Delta G^{c_4} \quad (7.9)$$

As constantes c_1 e c_2 podem ser obtidas fazendo a transformação da Equação de Paris para a forma mostrada na Equação (7.9). Primeiramente, transformando a Equação de Paris para a base logarítmica:

$$\log\left(\frac{da}{dN}\right) = m \log(\Delta K) + \log(C_o) \quad (7.11)$$

substituindo ΔK pela equação que define ΔG :

$$\Delta K = \sqrt{\Delta G E'} \quad (7.12)$$

substituindo a Equação (7.12) na Equação (7.11), se obtém:

$$\log\left(\frac{da}{dN}\right) = m \log(\sqrt{\Delta G E'}) + \log(C_o) = \frac{m}{2} \log(\Delta G) + \frac{m}{2} \log(E') + \log(C_o) \quad (7.13)$$

Retirando a Equação (7.13) da base logarítmica, se obtém:

$$\frac{da}{dN} = (\sqrt{\Delta G})(C_o \sqrt{E'})^{\frac{m}{2}} = c_3 \Delta G^{c_4} \quad (7.14)$$

logo as constantes c_3 e c_4 são dadas pela Equação (7.15).

$$c_3 = C_o \sqrt{E'} \quad (7.15)$$

$$c_4 = \frac{m}{2}$$

A constante r_1 é dada pela Equação (7.16).

$$r_1 = \frac{G_{th}}{G_c} \quad (7.16)$$

A constante r_2 é dada pela Equação (7.17).

$$r_2 = \frac{G_{max}}{G_c} \quad (7.17)$$

Os valores padrões de r_1 e r_2 , caso não se tenha dados experimentais, são respectivamente 0,01 e 0,85 (Dassault Systèmes, 2016).

7.2.3 – Avaliação do Modelo Computacional

A avaliação do modelo computacional foi realizada em duas etapas. A primeira é feita em relação a trajetória da propagação da trinca, comparado análises experimentais e analíticas presentes na norma ASTM E399 (2020), e nos trabalhos de Rubistein (1991), Ferreira (2017) e Citarella *et al.* (2016). A segunda etapa compara o avanço do tamanho da trinca de acordo com o ciclo utilizando os dados que podem ser obtidos da norma ASTM E399 (2020), do trabalho de Ferreira (2017) e de Citarella *et al.* (2016).

7.2.3.1 – Análise da trajetória de propagação da trinca

A geometria presente no trabalho de Rubistein (1991) pode ser vista na Figura 7.19.

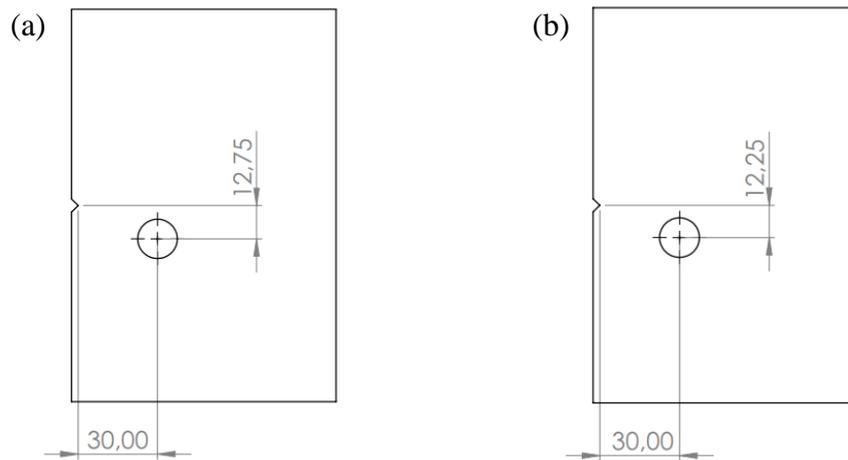


Figura 7.19 – Geometria proposta por Rubistein (1991). (a) Caso 1 (b) Caso 2

Essa simulação foi realizada no campo bidimensional, em regime estático, e a malha foi refinada na região da trajetória prevista. Um modelo por ser visto na Figura 7.20.

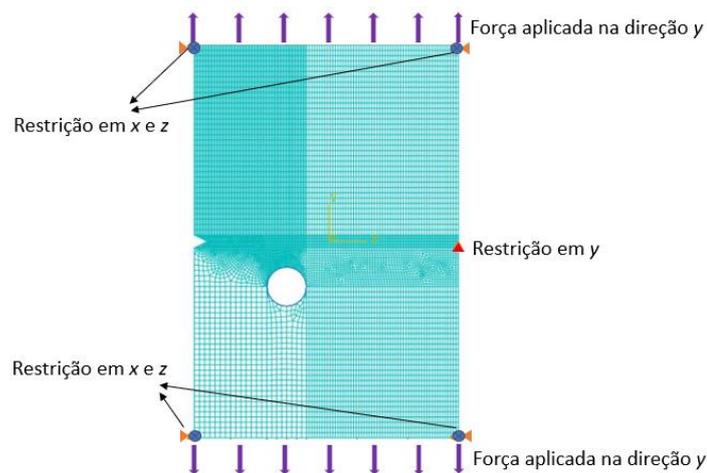


Figura 7.20 – Malha e condições de contorno utilizadas para análise da trajetória do crescimento de trinca para o corpo de prove proposto por Rubistein (1991)

As trajetórias obtidas computacionalmente foram comparadas com as obtidas experimentalmente no trabalho de Rubistein (1991).

A segunda análise de trajetória foi realizada em regime de fadiga de amplitude constante para a relação $R = 0.1$, a trajetória obtida via elementos finitos é comparada com a trajetória esperada para as condições de carregamento e geometria da norma ASTM E399 (2020), onde há a presença apenas do Modo I de fratura. A geometria utilizada, pode ser vista na Figura 7.21.

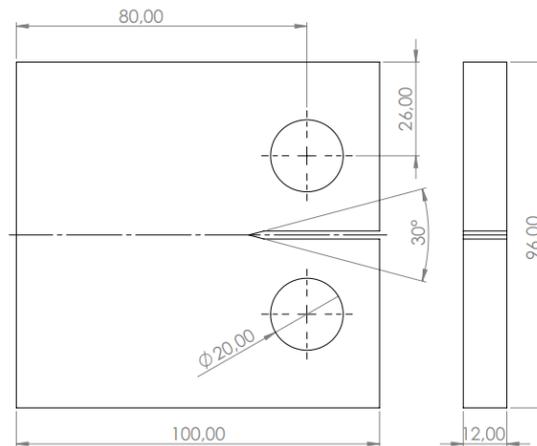


Figura 7.21 – Geometria proposta pela norma ASTM E399 (2020)

Essa análise foi realizada no campo bidimensional. A malha e condições de contorno podem ser vistas na Figura 7.22.

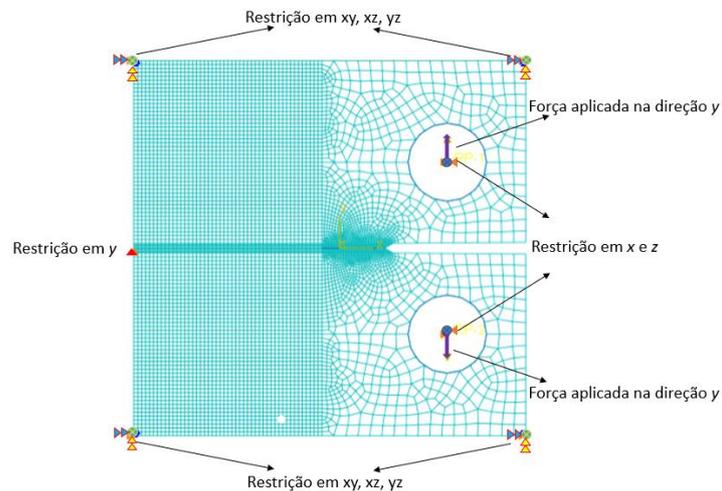


Figura 7.22 – Malha e condições de contorno utilizadas para análise da trajetória do crescimento de trinca para o corpo de prova proposto na norma ASTM E399 (2020)

A terceira análise de trajetória foi realizada em regime de fadiga de amplitude constante para a relação $R = 0.1$. A trajetória obtida dos dados experimentais de Ferreira (2017), são comparados com os dados obtidos via elementos finitos. A geometria utilizada é a mesma mostrada na Figura 7.14.

Essa análise foi realizada no campo tridimensional. A malha e condições de contorno podem ser vistas na Figura 7.23.

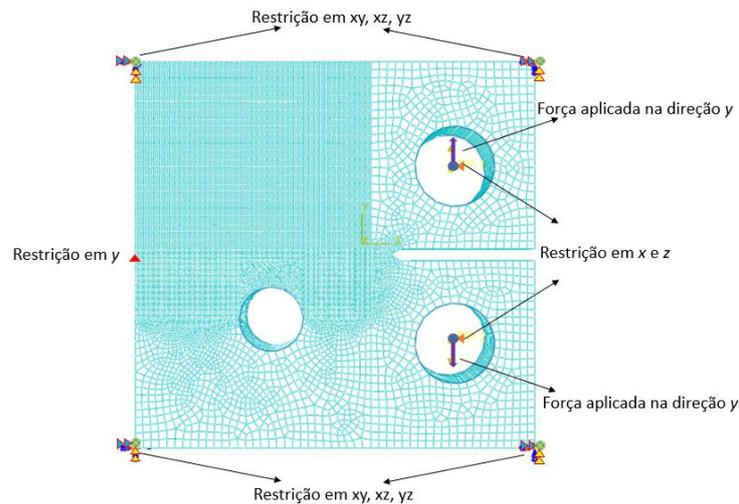


Figura 7.23 – Malha e condições de contorno utilizadas para análise da trajetória do crescimento de trinca para o corpo de prova proposto por Ferreira (2017)

A quarta análise de trajetória foi realizada em regime de fadiga de amplitude constante para a relação $R = 0.1$. A trajetória obtida dos dados experimentais mostrados no trabalho de Citarella *et al.* (2016). A geometria do corpo de prova é a mesma mostrada na Figura 7.16.

Essa análise foi realizada no campo tridimensional. A malha e as condições de contorno para análise de propagação de trinca podem ser vistas na Figura 7.24.

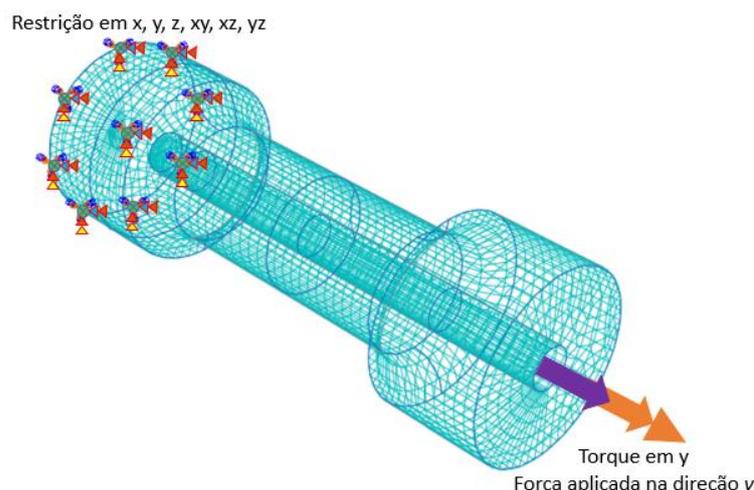


Figura 7.24 – Malha e condições de contorno utilizadas para análise da trajetória do crescimento de trinca para o corpo de prova proposto por Citarella *et al.* (2016)

Os resultados dos trabalhos de Ferreira (2017) e Citarella *et al.* (2016) permitem também uma análise comparativa dos ângulos de propagação, entre os resultados experimentais e os obtidos computacionalmente.

7.2.3.2 – Análise da curva de número de ciclos x tamanho da trinca

A terceira etapa é realizada comparando a curva do número de ciclos relacionado ao tamanho da trinca, para o alumínio A6082-T6. Essa análise foi realizada comparando os resultados analíticos que podem ser obtidos a partir da norma ASTM E399 (2020), para o corpo de prova *compact specimen*, pelo trabalho de Ferreira (2017) e pelo trabalho de Citarella *et al.* (2016), com os resultados obtidos computacionalmente. Onde para cada número de ciclos foi armazenado o tamanho da trinca para obtenção da curva $N \times a$.

A simulação de ambos os casos analisados foi realizada a partir de uma pré-trinca de 5 mm, foi realizado em regime de fadiga com $\Delta S = 90 \text{ Mpa}$ e $R = 0.1$.

A partir do Diagrama de avaliação de falha foi possível verificar se a análise ainda estará no campo permitido sem que ocorra falha catastrófica, e essa foi realizada até a trinca alcançar um tamanho próximo do tamanho crítico calculado a partir da curva de tensão residual.

8 – ANÁLISE E RESULTADOS

Neste capítulo se observa o resultado, obtido através das simulações, e seu erro, em comparação com resultados obtidos analiticamente e experimentalmente, através da literatura.

8.1 – CÁLCULO DO FATOR DE INTENSIDADE DE TENSÃO EM TRINCAS NO REGIME ESTÁTICAS POR MÉTODOS COMPUTACIONAIS

O cálculo de fator de intensidade de tensão foi realizado em trincas no regime estático a fim de demonstrar a confiabilidade de ambos os métodos discutidos, e caso, o do método dos elementos finitos estendidos apresente bons resultados, o mesmo foi utilizado na análise de propagação de trincas.

8.1.1 – Análise de convergência

A análise de convergência para uma malha bem refinada (com cerca de 30000 elementos) e uma pouco refinada (com cerca de 12000 elementos) foi realizada em ambos os métodos, com o objetivo de observar como se comportam os resultados do fator de intensidade de tensão, que costuma ser a variável procurada em análises de mecânica da fratura para carregamentos estáticos, e tem o objetivo de observar o comportamento do campo de tensão.

Os resultados relacionados a convergência do fator de intensidade de tensão são obtidos em relação a sete anéis de contorno. A análise em ambos os casos foi realizada em carregamento estático com uma trinca de 3,75 mm e tração aplicada de 200 MPa, onde para essas condições o cálculo analítico apresenta um fator de intensidade de tensão igual a $49,05 \text{ MPa} \cdot \sqrt{m}$.

Os resultados encontrados para o método da integral do domínio de energia podem ser vistos na Figura 8.1.

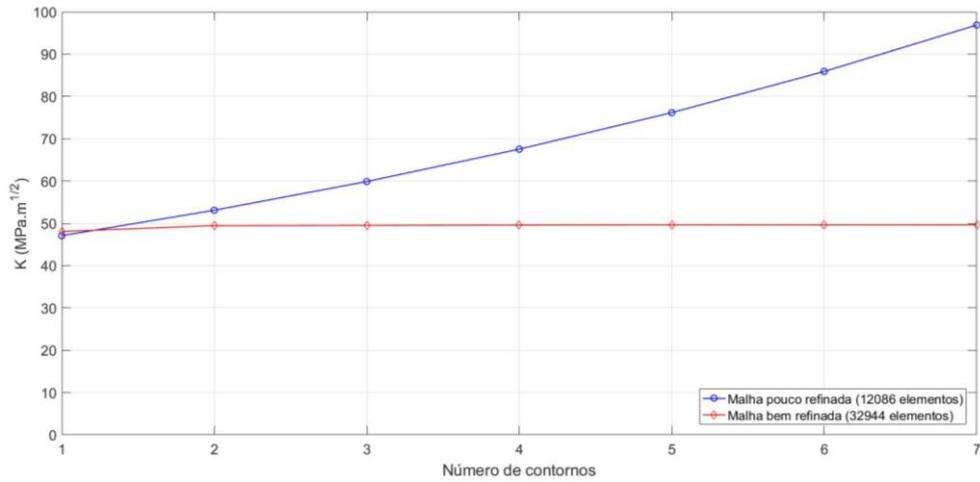


Figura 8.1 – Análise de convergência utilizando o método da integral de energia

É possível perceber forte dependência do método da integral do domínio de energia com a configuração da malha, onde a malha pouco refinada em sete contornos não convergiu a um resultado, apresentando crescimento contínuo, o que indica erro de modelagem da malha. Enquanto a malha bem refinada convergiu em três contornos, utilizando o critério de diferença relativa de 5% entre os contornos. Em relação ao resultado analítico para as mesmas condições, a simulação com malha refinada obteve uma diferença relativa de 1,15%.

O comportamento do campo de tensão pode ser observado na Figura 8.2.

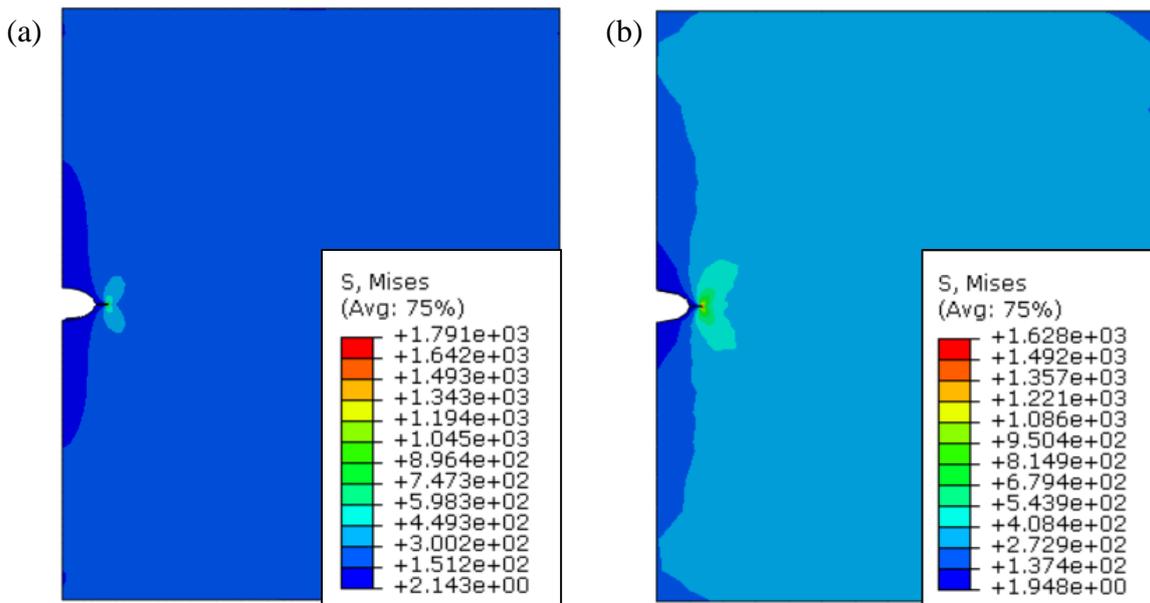


Figura 8.2 – Campo de tensão no método da integral do domínio de energia. (a) Malha pouco refinada (b) Malha bem refinada

É possível observar que ambas as malhas apresentam resultados diferentes em relação a representação do campo de tensões, porém espera-se que o resultado obtido em uma malha bem refinada seja o mais próximo da realidade, devido a três principais fatores: o método do domínio de integral de energia em uma malha mal configurada tende a apresentar valores incorretos do fator de intensidade de tensão, conseqüentemente, tende a apresentar um campo de tensão incorreto.

Os resultados encontrados para o método dos elementos finitos estendidos podem ser vistos na Figura 8.3.

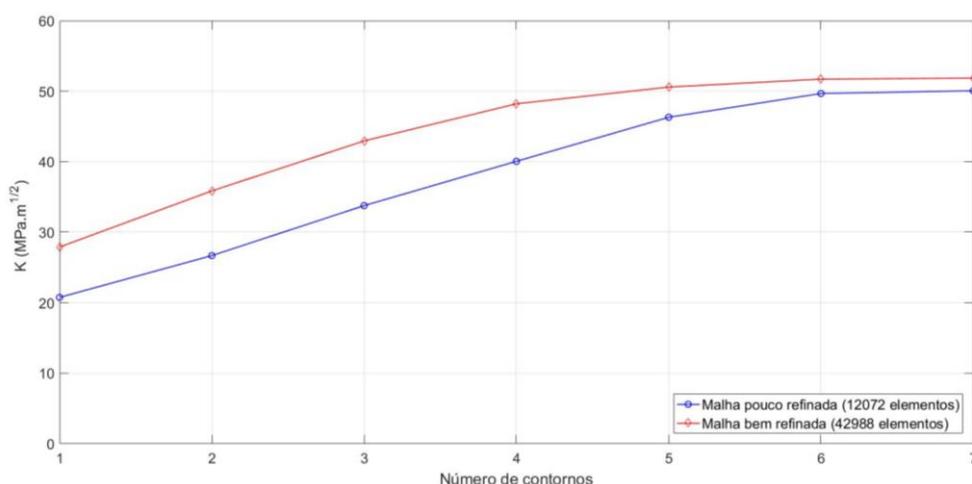


Figura 8.3 – Análise de convergência utilizando o método dos elementos finitos estendidos

É possível observar que ambos os valores convergiram, utilizando o critério de diferença relativa de 5% entre os contornos, apresentando baixa diferença entre si, e entre o valor esperado. A malha pouco refinada apresentou um erro relativo médio de 2,07% e a malha bem refinada apresentou um erro relativo médio de 3,66%, indicando que para o método dos elementos finitos estendidos o refinamento de malha tem menor influência em comparação com o método da integral do domínio de energia.

O comportamento do campo de tensão pode ser observado na Figura 8.4.

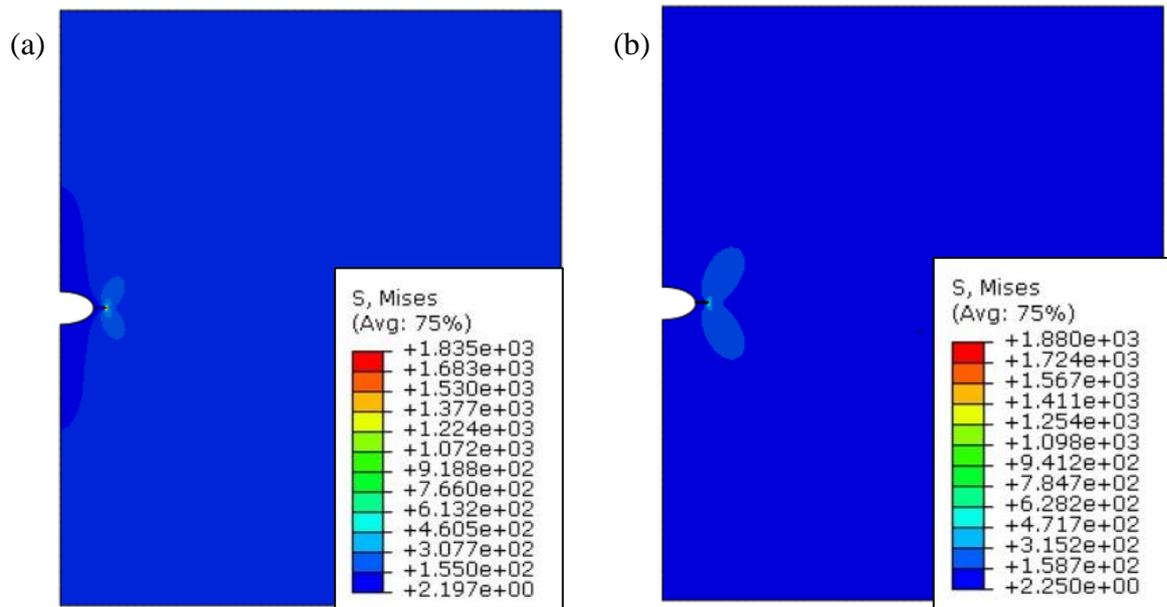


Figura 8.4 – Campo de tensão no método dos elementos finitos estendidos. (a) Malha pouco refinada (b) Malha bem refinada

Os campos de tensão em ambas as configurações de malha são semelhantes, o que é esperado devido aos resultados mostrados na Figura 8.3.

8.1.2 – Cálculo do Fator de Intensidade de Tensão

O cálculo do fator de intensidade de tensão foi realizado para diferentes geometrias, com o objetivo de analisar o comportamento de ambos os métodos, também tem como objetivo verificar se o método dos elementos finitos estendidos tem a precisão necessária para ser aplicado para estudo da propagação de trinca, tendo em vista que pelo método não ter a necessidade de reconstruir a malha para diferentes ciclos.

8.1.2.1 – Geometria sem concentrador de tensão

Os campos de tensões para a simulação realizada em uma geometria sem concentrador de tensão com a presença de uma trinca podem ser vistos na Figura 8.5.

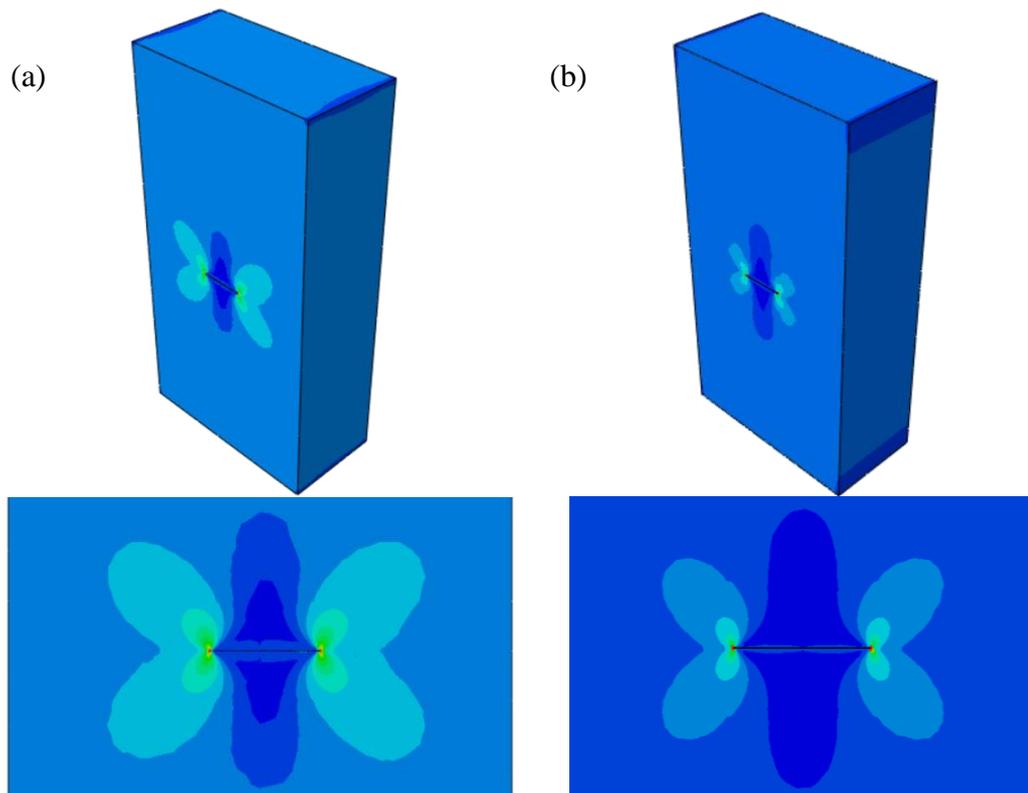


Figura 8.5 – Campo de tensão em uma geometria sem concentrador de tensão submetida a carga de tração com a presença de uma trinca de 5 mm. (a) Método da integral do domínio de energia (b) Método dos elementos finitos estendidos

A comparação dos resultados do fator de forma pelo tamanho generalizado de trinca pode ser vista na Figura 8.6.

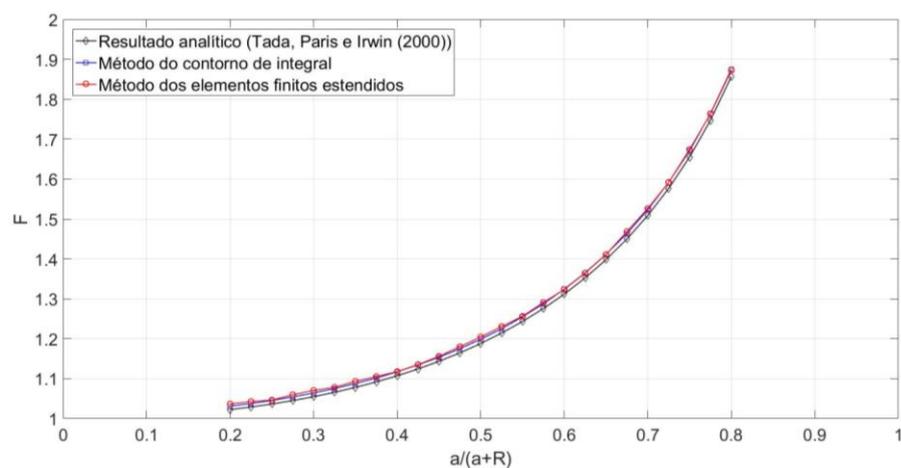


Figura 8.6 – Comparação entre os resultados para geometria sem concentrador de tensão

Ambos os métodos apresentaram valores semelhantes, onde o erro relativo médio, em comparação com o resultado analítico, para o método da integral do domínio de energia foi de 1,12% e pelo método dos elementos finitos estendidos foi de 1,20%.

8.1.2.2 – Geometria com furo central circular

Os campos de tensões para a simulação realizada em uma geometria com a presença de furo central circular, em uma trinca podem ser vistos Figura 9.7.

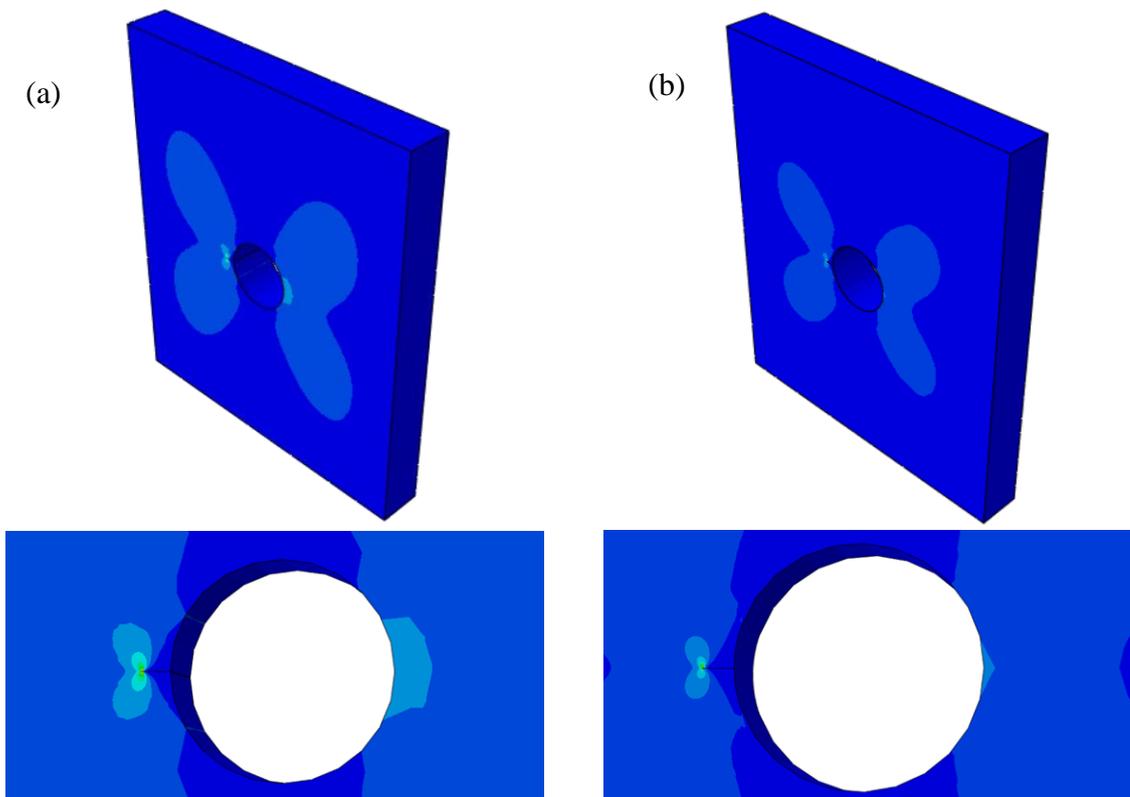


Figura 8.7 – Campo de tensão em uma geometria com furo central circular submetida a carga de tração com a presença de uma trinca de 2 mm. (a) Método da integral do domínio de energia (b) Método dos elementos finitos estendidos

A comparação dos resultados do fator de forma pelo tamanho generalizado de trinca pode ser vista na Figura 8.8.

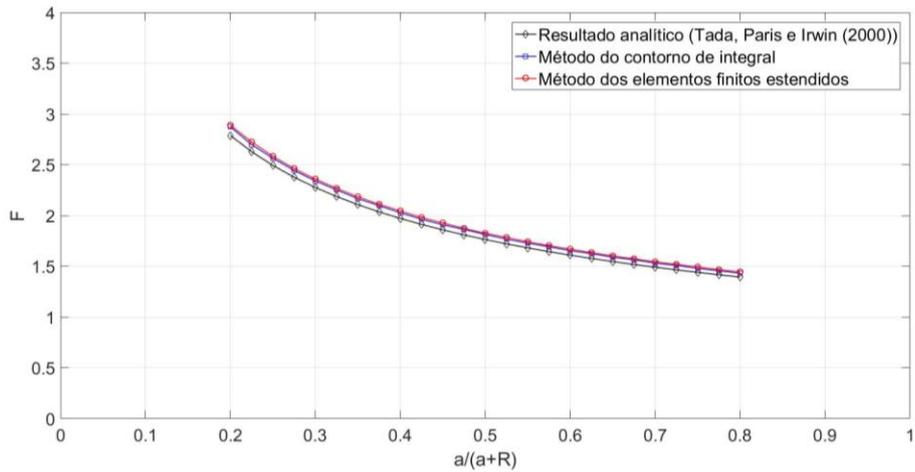


Figura 8.8 – Comparação entre os resultados para geometria com furo central circular

Ambos os métodos apresentaram valores próximos do valor analítico, onde o erro relativo médio, para o método da integral do domínio de energia foi de 2,21% e pelo método dos elementos finitos estendidos foi de 2,56%.

8.1.2.3 – Geometria com furo lateral elipsoide

Os campos de tensões para a simulação realizada em uma geometria com a presença de furo elipsoide lateral, em uma trinca podem ser vistos Figura 9.9.

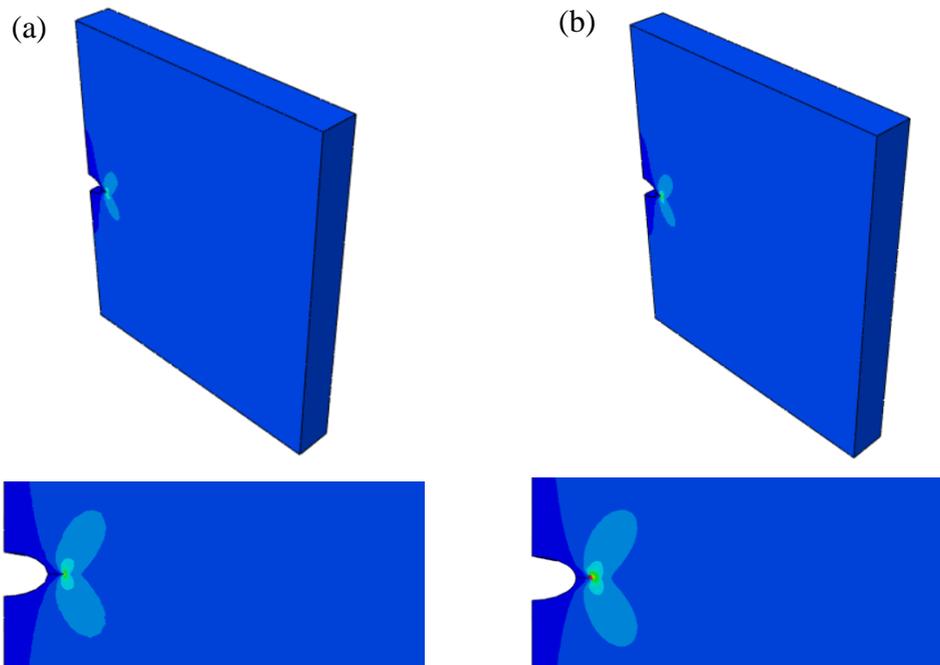


Figura 8.9 – Campo de tensão em uma geometria com furo lateral elipsoide submetida a carga de tração com a presença de uma trinca de 2 mm. (a) Método da integral do domínio de energia (b) Método dos elementos finitos estendidos

A comparação dos resultados do fator de forma pelo tamanho generalizado de trinca pode ser vista na Figura 8.10.

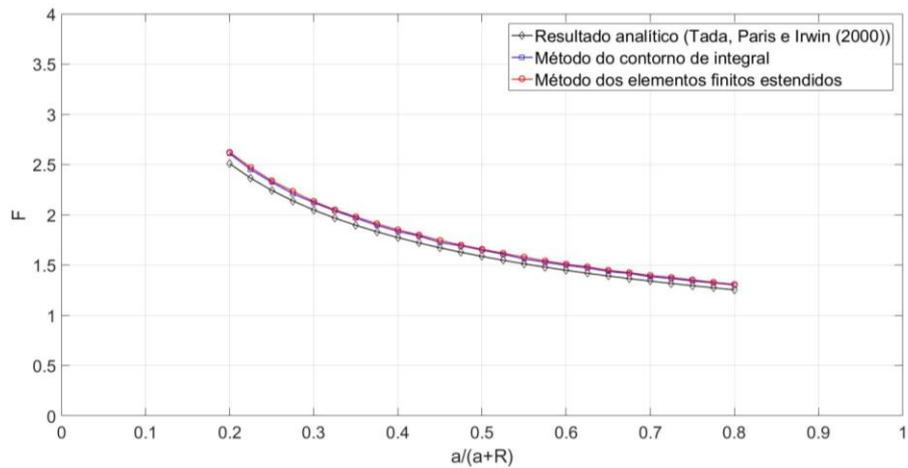


Figura 8.10 – Comparação entre os resultados para geometria com furo lateral elipsoide

Ambos os métodos apresentaram valores próximos do valor analítico, onde o erro relativo médio, para o método da integral do domínio de energia foi de 2,07% e pelo método dos elementos finitos estendidos foi de 3,16%.

8.1.2.4 – Corpo de prova *compact-disk*

Os campos de tensões para a simulação realizada em um corpo de prova *compact-disk*, em uma trinca podem ser vistos Figura 8.11.

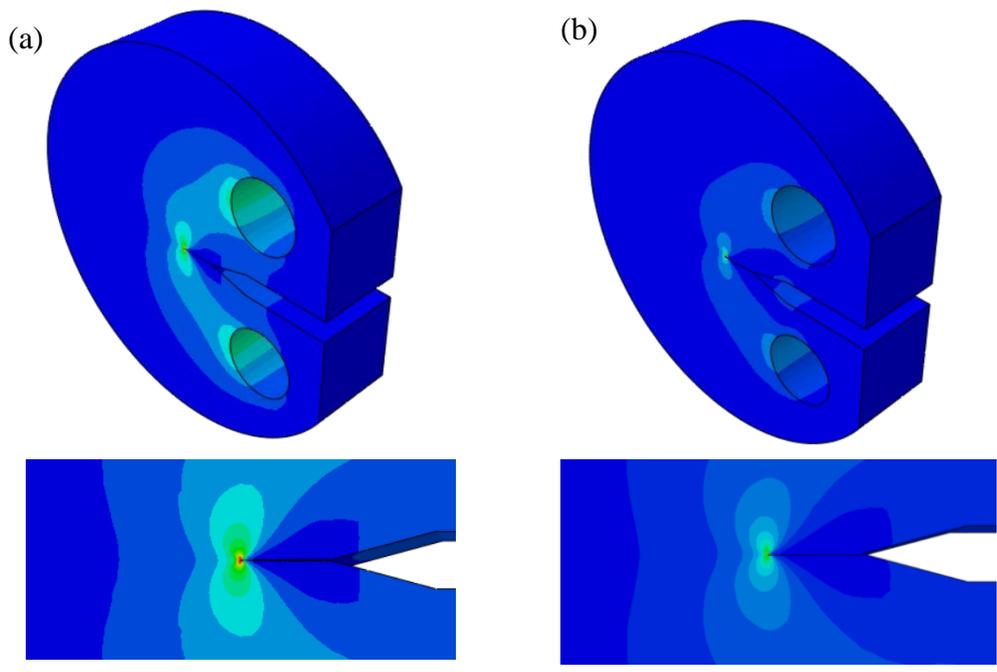


Figura 8.11 – Campo de tensão no corpo de prova *compact-disk* submetido a carga de tração com a presença de uma trinca de 2 mm. (a) Método da integral do domínio de energia (b) Método dos elementos finitos estendidos

A comparação dos resultados do fator de forma pelo tamanho generalizado de trinca pode ser vista na Figura 8.12.

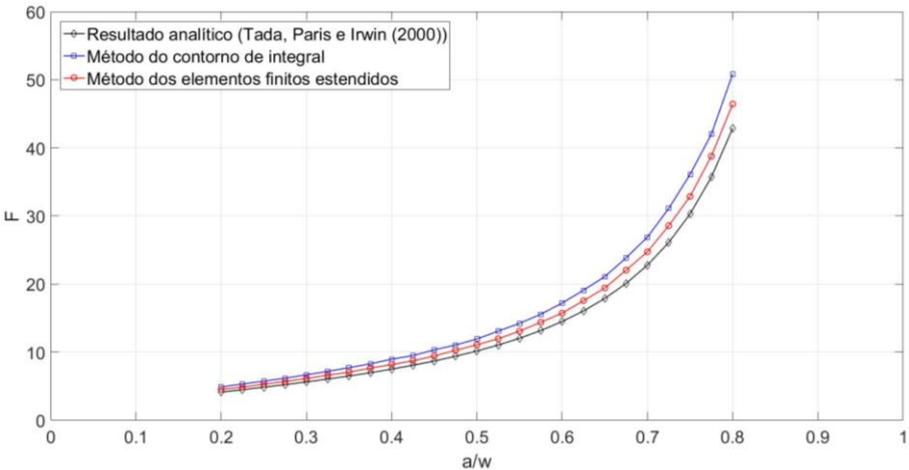


Figura 8.12 – Comparação entre os resultados para corpo de prova *compact-disk*

O erro relativo médio, para o método da integral do domínio de energia foi de 19,57% e pelo método dos elementos finitos estendidos foi de 8,84%.

8.1.2.5 – Corpo de prova *C-shaped*

Os campos de tensões para a simulação realizada em um corpo de prova *C-shaped*, em uma trinca podem ser vistos Figura 8.13.

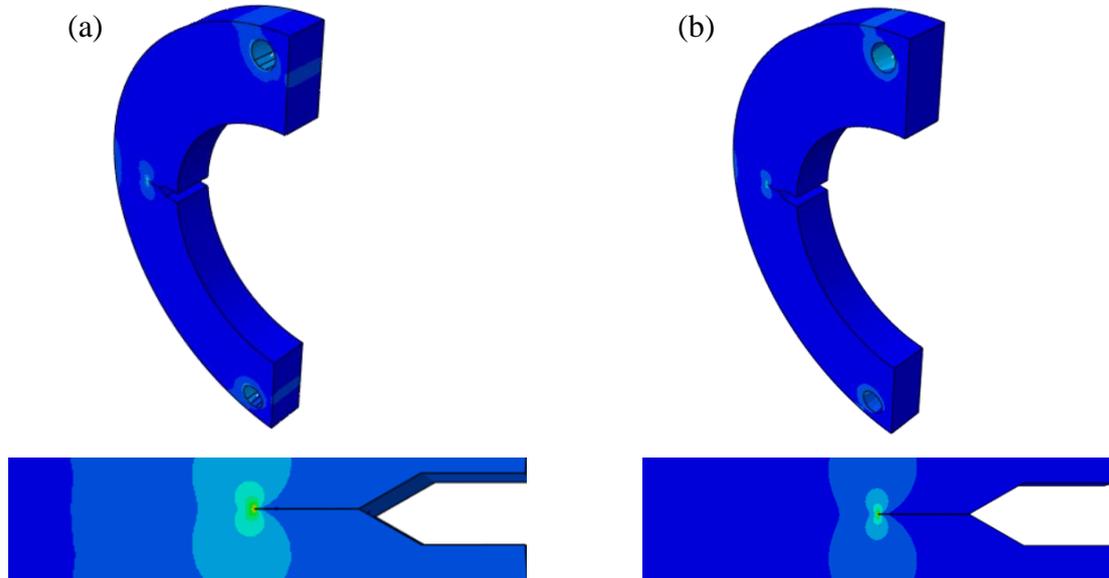


Figura 8.13 – Campo de tensão no corpo de prova *C-shaped* submetido a carga de tração com a presença de uma trinca de 2 mm. (a) Método da integral do domínio de energia (b) Método dos elementos finitos estendidos

A comparação dos resultados do fator de forma pelo tamanho generalizado de trinca pode ser vista na Figura 8.13.

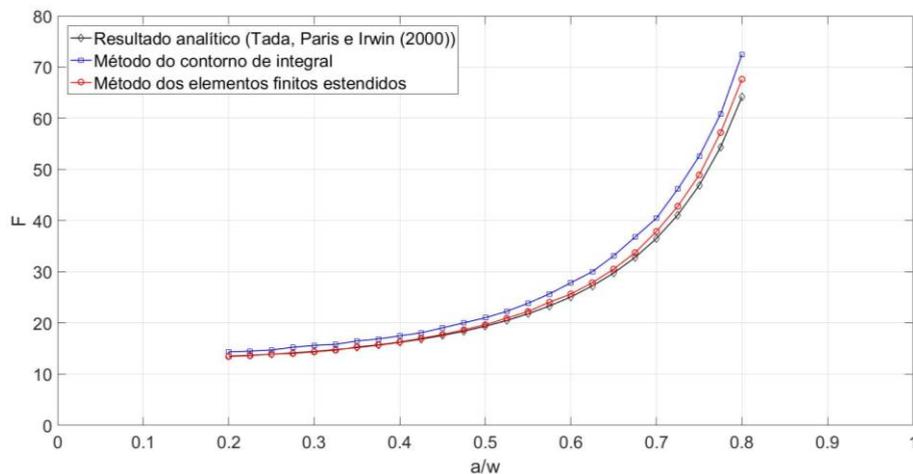


Figura 8.14 – Comparação entre os resultados para corpo de prova *C-shaped*

O erro relativo médio, para o método da integral do domínio de energia foi de 11,79% e pelo método dos elementos finitos estendidos foi de 6,13%.

8.1.2.6 – Corpo de prova com a presença de modo misto de fratura devido a presença de concentrador de tensão

Os campos de tensões para a simulação realizada em um corpo de prova com a presença do modo misto de fratura, em uma trinca podem ser vistos Figura 9.15.

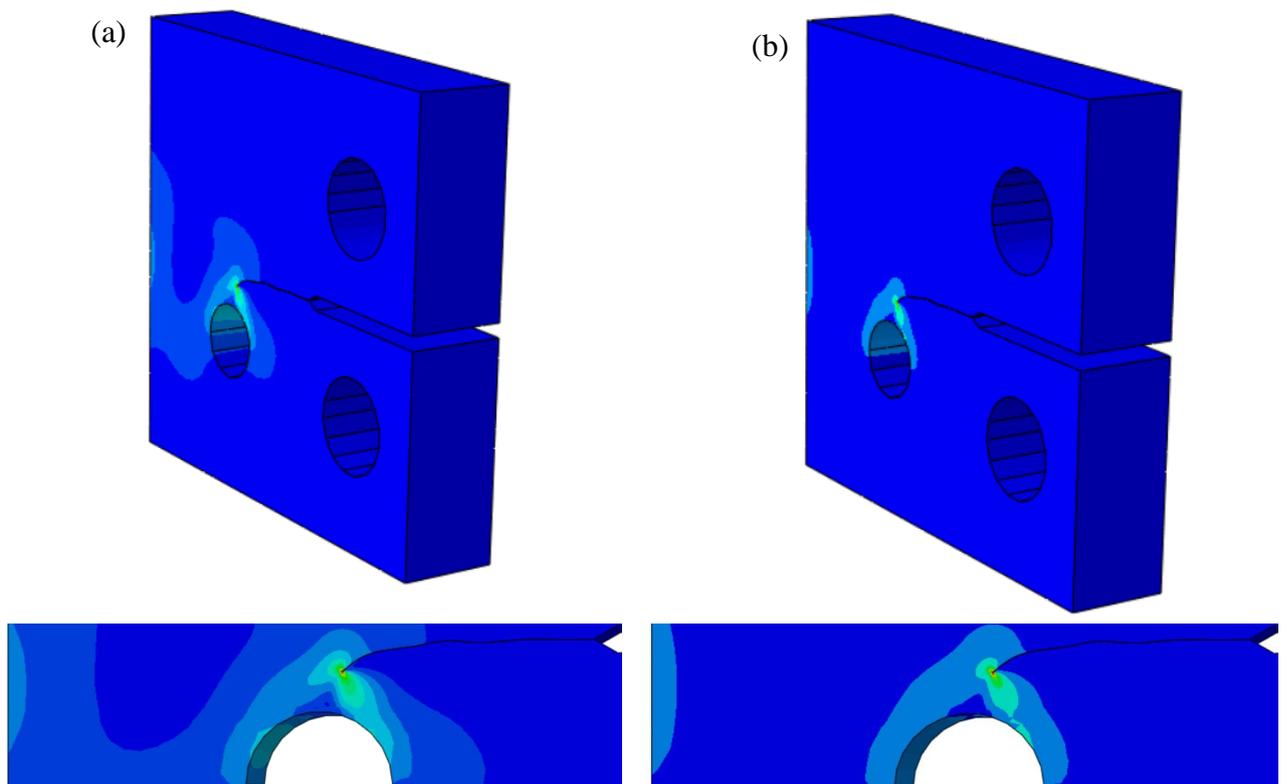


Figura 8.15 – Campo de tensão no corpo de prova com a presença de modo misto de fratura submetido a carga de tração com a presença de uma trinca de 34 mm. (a) Método da integral do domínio de energia (b) Método dos elementos finitos estendidos

Os resultados obtidos computacionalmente e a comparação com os resultados ajustados disponíveis no trabalho de Ferreira (2017), para os Modos I e II de fratura, podem ser vistos na Figura 8.16.

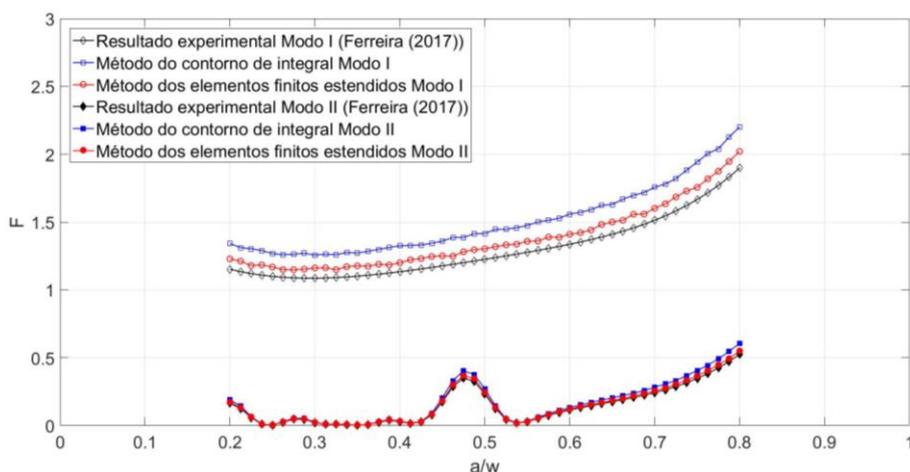


Figura 8.16 – Comparação entre os resultados para corpo de prova proposto por Ferreira (2017) em presença de modo misto de fratura

O erro relativo médio, considerando somente o Modo I de fratura, para o método da integral do domínio de energia foi de 16,02% e pelo método dos elementos finitos estendidos foi de 5,41%; enquanto considerando somente o Modo II de fratura, para o método da integral do domínio de energia foi de 18,42% e pelo método dos elementos finitos estendidos foi de 6,55%.

É possível demonstrar como se comporta o fator de intensidade de tensão equivalente utilizando o critério de Richard, para isso foi utilizado uma tensão normal $\Delta S = 90 \text{ MPa}$. O resultado por ser visto na Figura 8.17.

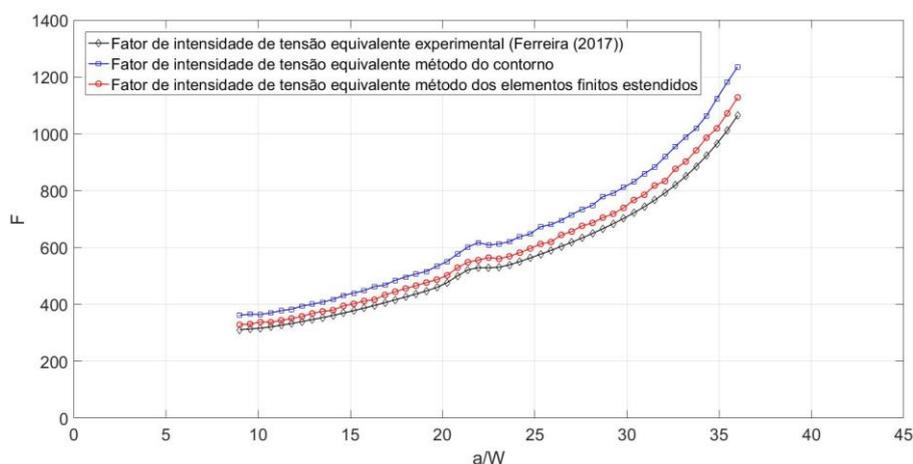


Figura 8.17 – Comparação entre os resultados para corpo de prova proposto por Ferreira (2017) em presença de modo misto de fratura utilizando o critério de Richard

O erro relativo médio, considerando o critério de Richard, para o método da integral do domínio de energia foi de 17,08% e pelo método dos elementos finitos estendidos foi de 6,01%.

8.1.2.7 – Corpo de prova com a presença de modo misto de fratura devido à presença cargas combinadas

Os campos de tensões para a simulação realizada em um corpo de prova com a presença do modo misto de fratura, em uma trinca podem ser vistos Figura 9.18.

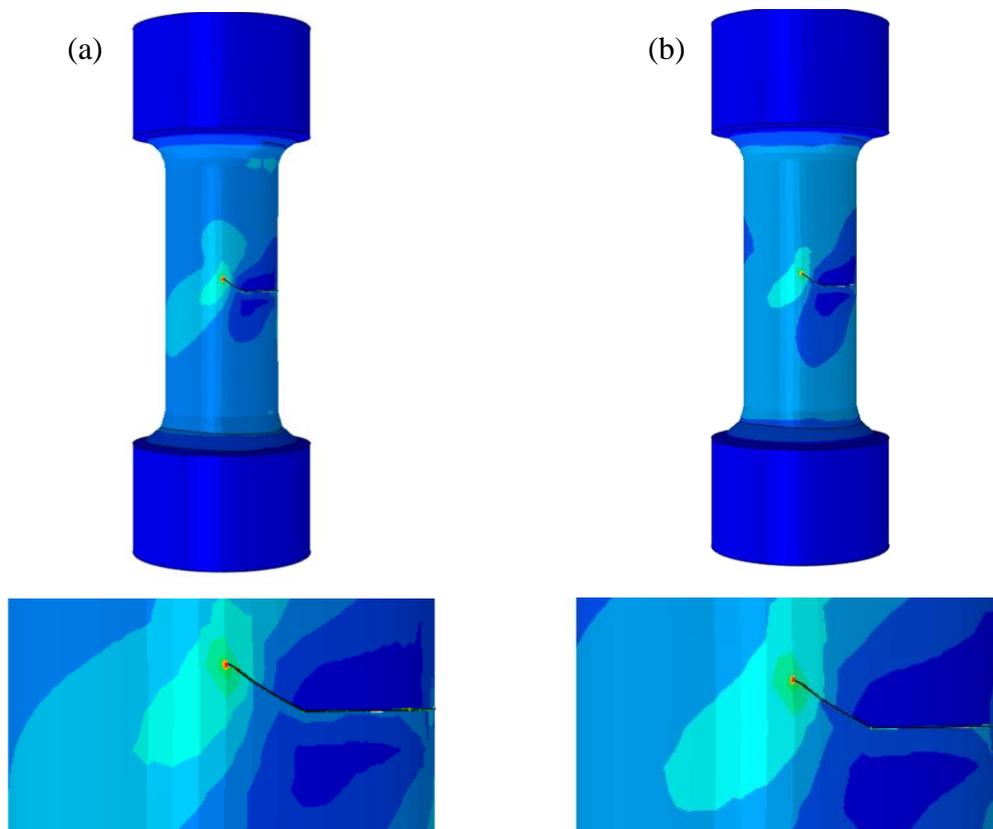


Figura 8.18 – Campo de tensão no corpo de prova com a presença de modo misto de fratura submetido a carga tração-torção com a presença de uma trinca. (a) Método da integral do domínio de energia (b) Método dos elementos finitos estendidos

Os resultados obtidos computacionalmente e a comparação com os resultados ajustados disponíveis no trabalho de Citarella *et al.* (2016), para os Modos I, II e III de fratura, podem ser vistos na Figura 8.19.

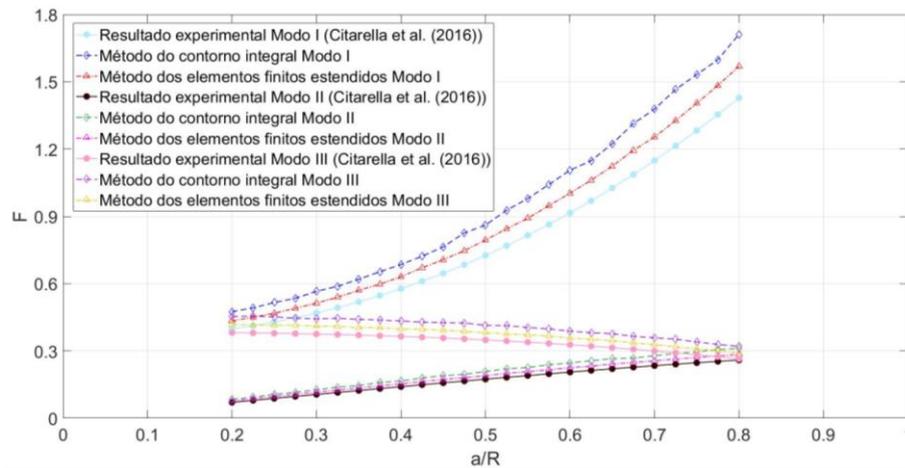


Figura 8.19 – Comparação entre os resultados para corpo de prova proposto por Citarella *et al.* (2016) em presença de modo misto de fratura

O erro relativo médio, considerando somente o Modo I de fratura, para o método da integral do domínio de energia foi de 19,34% e pelo método dos elementos finitos estendidos foi de 7,55%; considerando somente o Modo II de fratura, para o método da integral do domínio de energia foi de 19,81% e pelo método dos elementos finitos estendidos foi de 9,49%; considerando somente o Modo III de fratura, para o método da integral do domínio de energia foi de 19,62% e pelo método dos elementos finitos estendidos foi de 9,62%.

É possível demonstrar como se comporta o fator de intensidade de tensão equivalente utilizando o critério de Richard, para isso foi utilizado tensões normais e torcionais iguais à $\Delta S = 90 \text{ MPa}$. O resultado por ser visto na Figura 8.20.

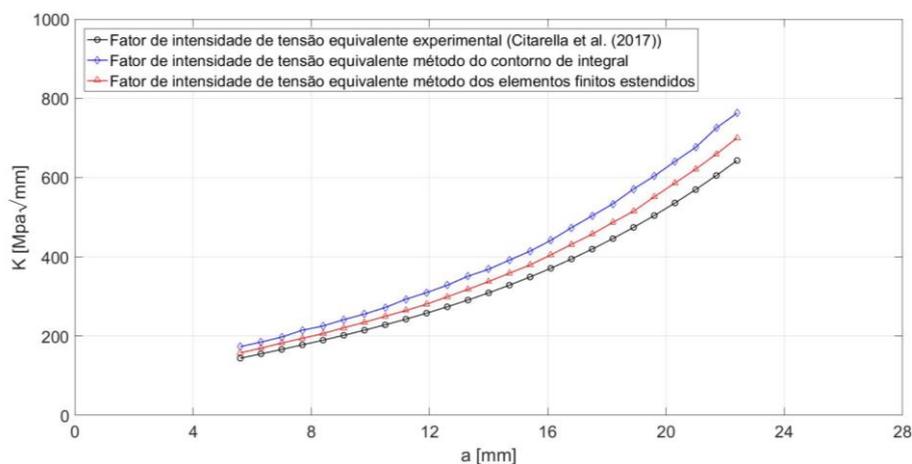


Figura 8.20 – Comparação entre os resultados para corpo de prova proposto por Citarella *et al.* (2016) em presença de modo misto de fratura utilizando o critério de Richard

O erro relativo médio, considerando o critério de Richard, para o método da integral do domínio de energia foi de 19,59% e pelo método dos elementos finitos estendidos foi de 9,52%.

8.2 – ANÁLISE DE PROPAGAÇÃO DE TRINCAS

A análise de propagação de trinca em fadiga com amplitude constante foi realizada em duas etapas. Na primeira foi observado a propagação da trinca em cinco diferentes geometrias para se analisar apenas a trajetória em comparação com as trajetórias esperadas. Na segunda etapa se observou o crescimento em regime de fadiga com amplitude de carregamento constante para análise do crescimento de trinca de acordo com o número de ciclos. Todos os resultados computacionais são comparados com os resultados analíticos.

8.2.1 – Análise da trajetória de propagação de trinca

A primeira geometria analisada pode ser encontrada na norma ASTM E399 (2020), está presente apenas o modo I de fratura, a trajetória obtida computacionalmente pode ser vista na Figura 9.21.

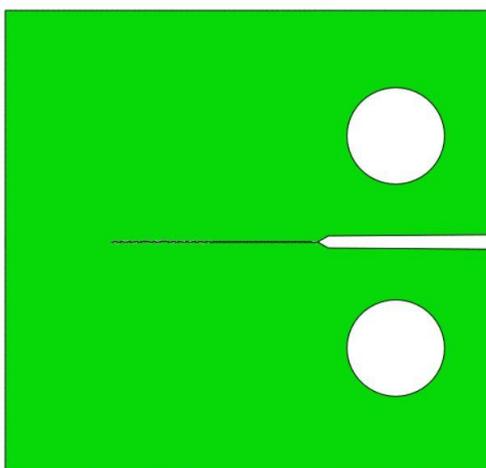


Figura 8.21 – Resultado da simulação de trajetória de propagação de trinca obtida computacionalmente para o corpo de prova da norma ASTM E399

O resultado da trajetória foi plotado em comparação com o resultado esperado em um regime de propagação de trinca com a presença apenas do Modo I de fratura. Os resultados obtidos pela simulação e esperados pela norma ASTM E399 podem ser vistos na Figura 8.22

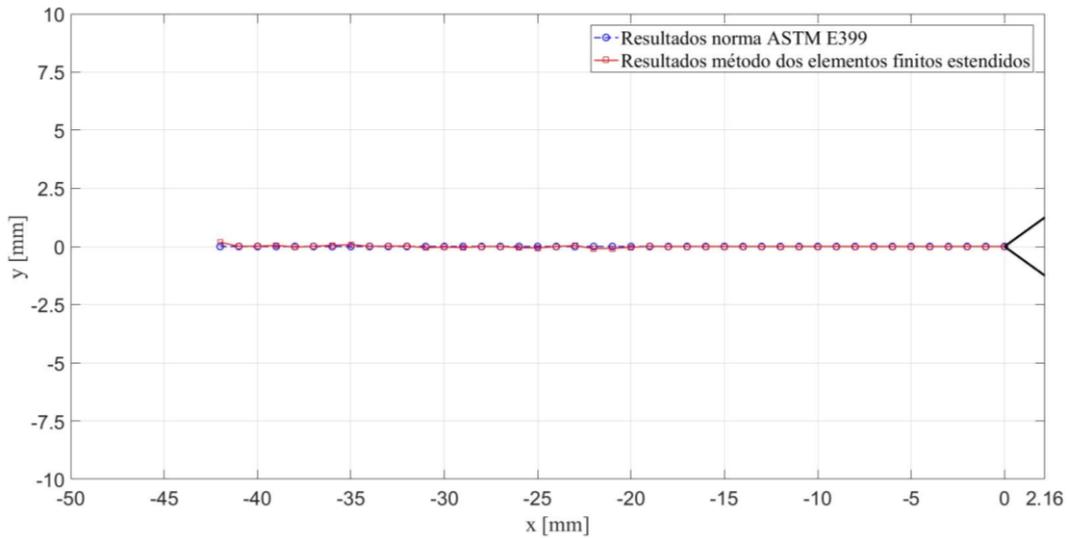


Figura 8.22 – Comparação entre os resultados esperado pela norma ASTM E399 e os resultados obtidos pela simulação

A análise de erro foi realizada para cada posição y relacionada a posição x , onde se obteve um erro relativo médio de 0,17% entre o resultado esperado e o computacional.

A segunda e terceira geometrias analisadas podem ser encontradas no trabalho de Rubstein (1991), referentes aos casos 2 e 5, respectivamente, onde está presente o modo misto de fratura de fratura, a trajetória obtida computacionalmente pode ser vista na Figura 8.23.

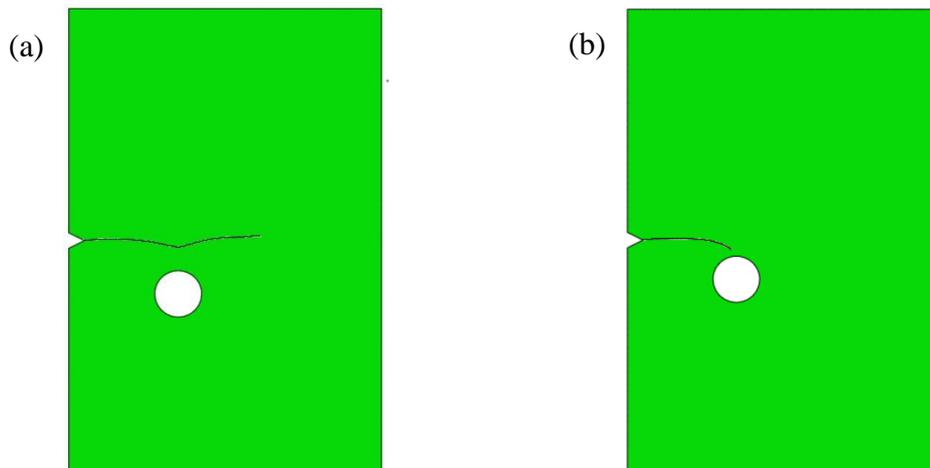


Figura 8.23 – Resultados das simulações das trajetórias de propagação de trinca obtidas computacionalmente para o corpo de prova proposto por Rubinstein (1991). (a) Caso 2 (b) Caso 5

Os resultados das trajetórias foram plotados em comparação com os resultados analíticos. A comparação entre os resultados pode ser vista na Figura 8.24.

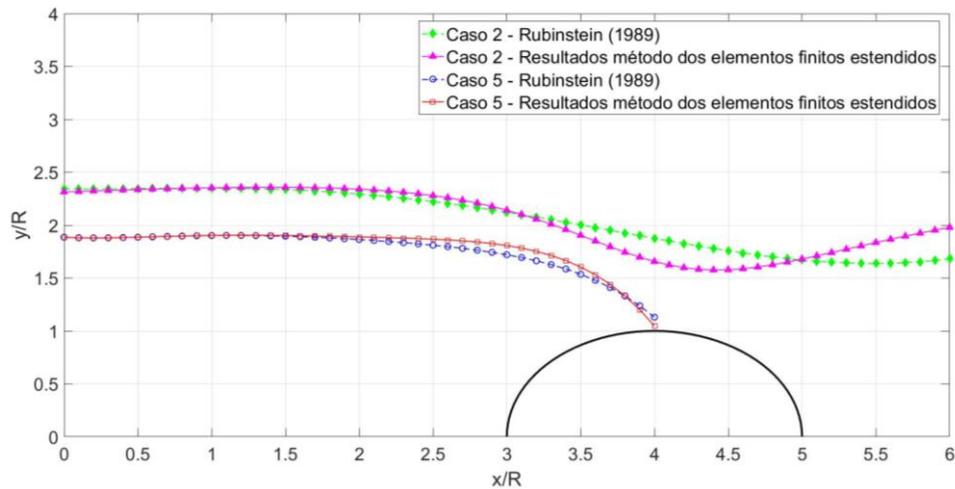


Figura 8.24 – Comparação entre os resultados analíticos de Rubinstein (1991) e os resultados obtidos pela simulação

A análise de erro foi realizada, de acordo com o trabalho de Rubinstein (1991), para cada posição y/R relacionada a posição x/R , sendo R o raio do furo. Se obteve um erro de 1,31% para o caso 2 e de 5,79% para o caso 5.

A quarta geometria analisada pode ser encontrada no trabalho de Ferreira (2017), onde há a presença de modo misto de fratura de fratura, a trajetória obtida computacionalmente pode ser vista na Figura 8.25.

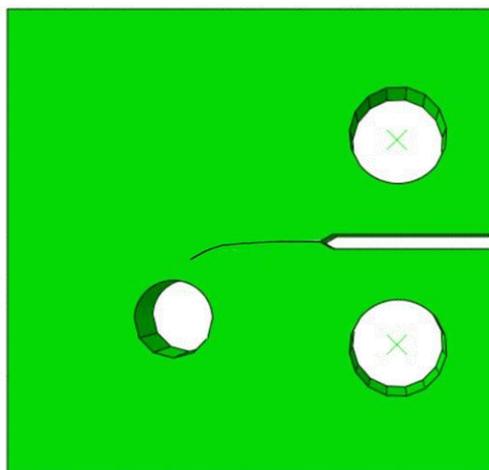


Figura 8.25 – Resultado da simulação da trajetória de propagação de trinca obtida computacionalmente para geometria proposta por Ferreira (2017)

O resultado da trajetória computacional foi plotado em comparação com o resultado experimental. A comparação entre os resultados pode ser vista na Figura 8.26.

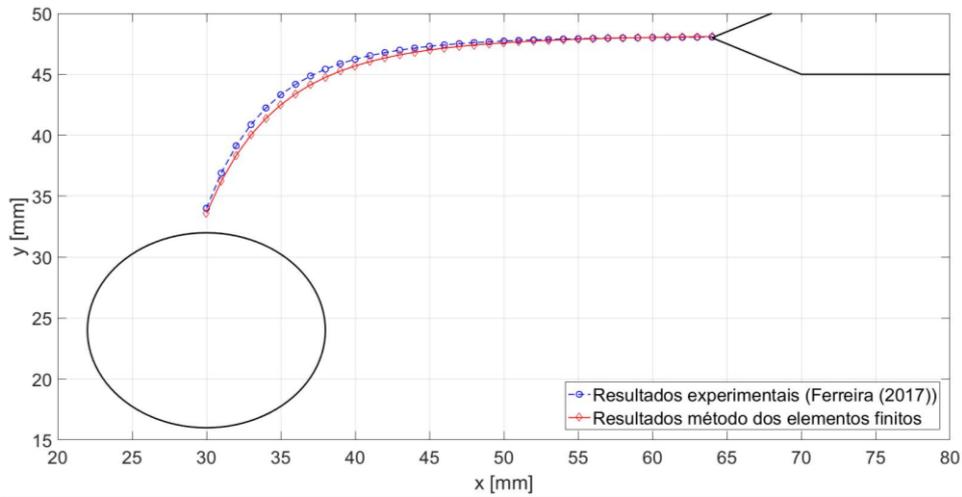


Figura 8.26 – Comparação entre o resultado experimental de Ferreira (2017) e o resultado obtidos pela simulação

A análise de erro foi realizada para cada posição y relacionada a posição x , onde se obteve um erro relativo médio de 0,73%.

Para uma análise mais detalhada foi comparado também os ângulos de propagação calculados, de acordo com o modelo descrito por Richard, Fulland e Sander (2004). Os resultados podem ser vistos na Figura 8.27.

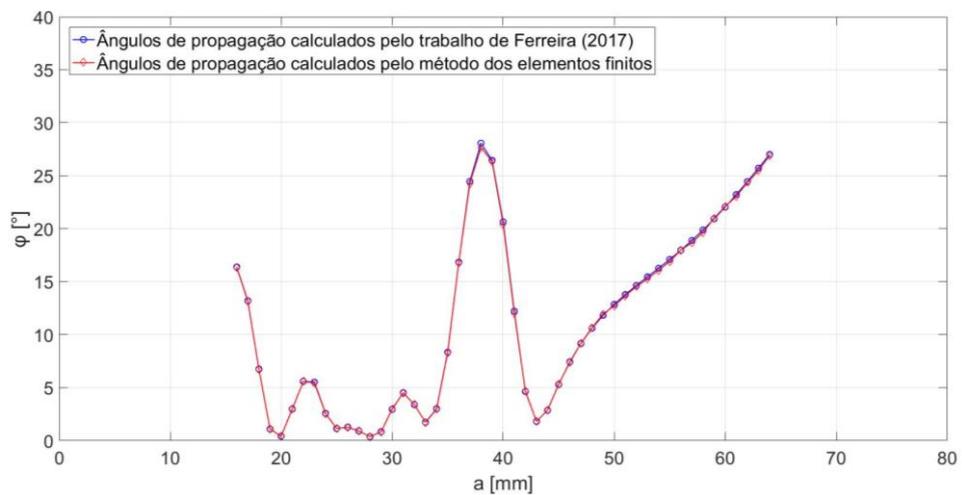


Figura 8.27 – Ângulos de propagação calculados para geometria de Ferreira (2017)

O erro relativo médio entre os ângulos calculados pelo trabalho experimental e pela análise computacional foi de 0,72%.

A quinta geometria analisada pode ser encontrada no trabalho de Citarella *et al.* (2016), onde há a presença de modo misto de fratura de fratura, a trajetória obtida computacionalmente pode ser vista na Figura 8.28.

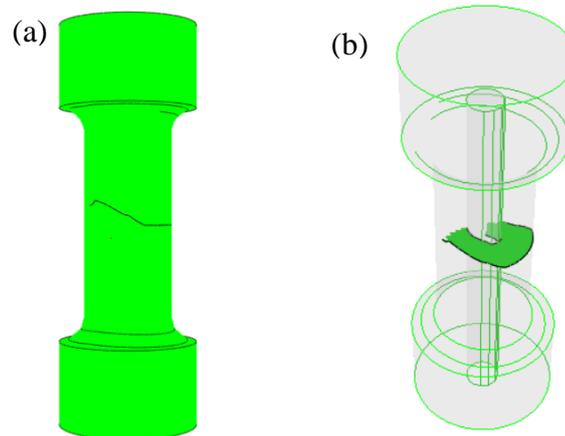


Figura 8.28 – Resultado da simulação da trajetória de propagação de trinca obtida computacionalmente para geometria proposta por Citarella *et al.* (2016). (a) Trajetória observada na superfície. (b) Inclinação da trinca

O resultado da trajetória observável na superfície foi ajustado e plotado em comparação com o experimental obtido no trabalho de Citarella *et al.* (2016). Os resultados podem ser vistos na Figura 8.29.

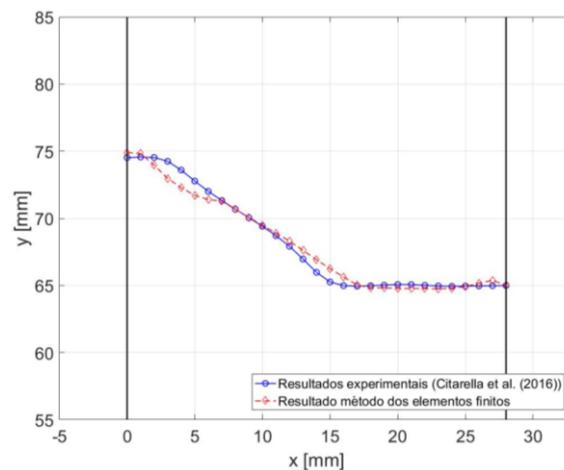


Figura 8.29 – Comparação entre os resultados experimentais de Citarella *et al.* (2016) e os resultados obtidos pela simulação

A análise de erro foi realizada para cada posição y relacionada a posição x , na superfície, onde se obteve um erro relativo médio de 0,59%.

A análise comparativa entre os ângulos de deflexão e inclinação podem ser vista na Figura 8.30.

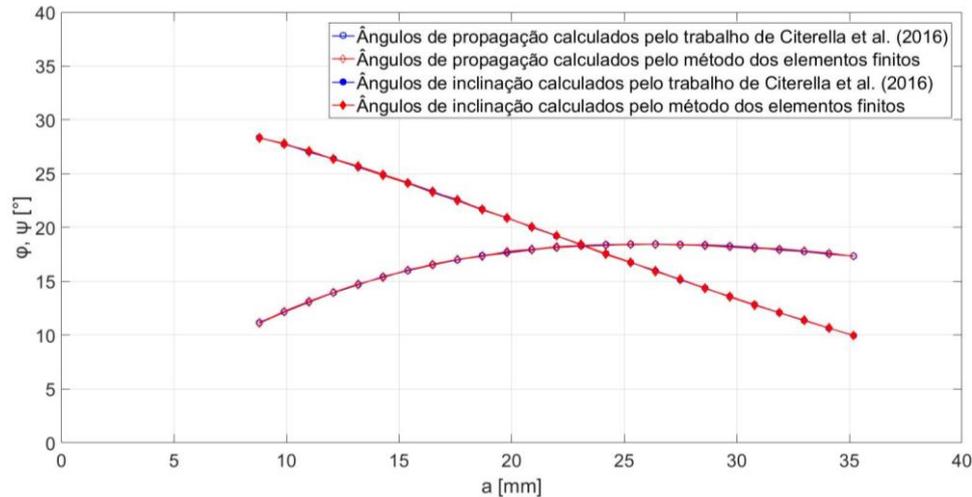


Figura 8.30 – Ângulos de propagação e inclinação calculados para geometria de Citarella *et al.* (2016)

O erro relativo médio entre os ângulos calculados pelo trabalho experimental e pela análise computacional foi de 0,18%, já o erro relativo médio entre os ângulos de inclinação calculados foi de 0,06%.

8.2.2 – Análise das curvas $N \times a$ em propagação de trinca em regime de fadiga

Além da previsão da trajetória da trinca, é importante verificar se a simulação reproduz bem o comportamento do crescimento de trinca com o aumento no número de ciclos. Para isso foi comparado o tamanho da trinca, relacionada ao número de ciclos, na simulação com resultados experimentais que podem ser obtidos pela norma ASTM E399 (2020), no trabalho de Ferreira (2017) e no trabalho de Citarella *et al.* (2016), o material utilizado para análise foi o alumínio A6082-T6.

A trajetória obtida utilizando o corpo de prova do tipo *compact specimen* pela simulação pode ser vista na Figura 8.22.

A análise foi realizada até um tamanho de trinca próximo ao tamanho crítico, cujo o valor calculado foi de 56,77 mm. Considerando o fator de forma aproximado obtido para a

trajetória obtida computacionalmente e a tensão nominal, foi construída a curva de resistência residual, utilizada para cálculo do tamanho crítico de trinca. A curva de resistência residual pode ser vista na Figura 8.31.

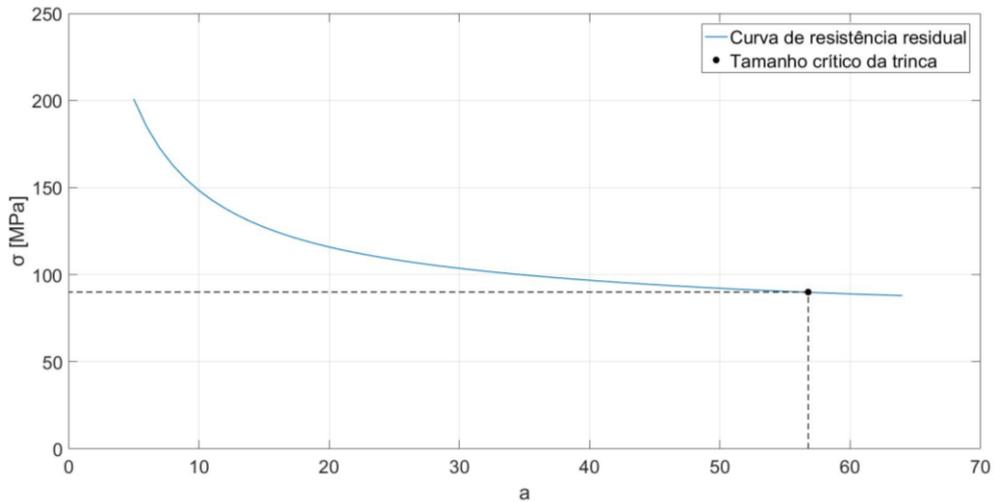


Figura 8.31 – Curva de resistência residual para geometria *compact specimen*

As curvas $a \times N$ obtidas pela simulação e pela norma podem ser vistas na Figura 9.32.

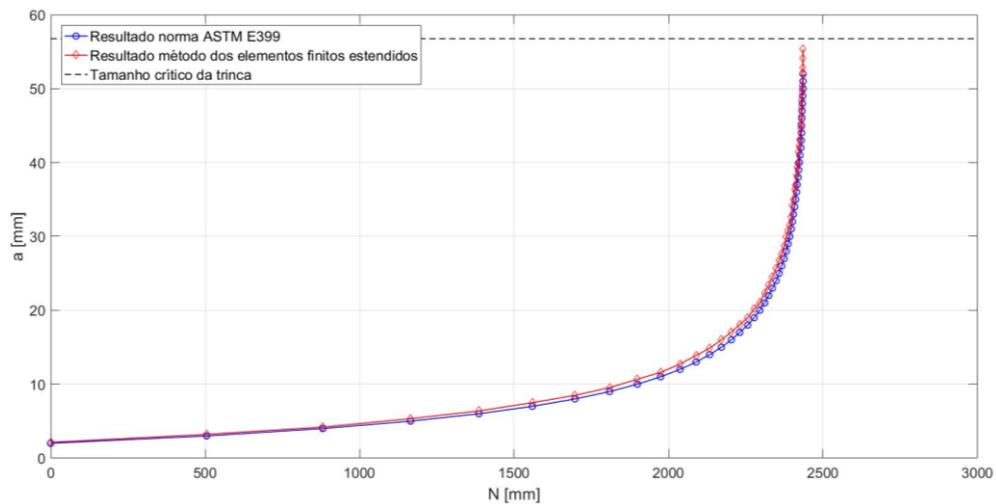


Figura 8.32 – Curvas $a \times N$ obtidas computacionalmente e pela norma ASTM E399

A curva obtida pelo método dos elementos finitos obteve um erro relativo médio, em comparação com a esperada pela norma ASTM E399 (2020), de 4,23%.

A trajetória obtida utilizando o corpo de prova proposto por Ferreira (2017) pela simulação pode ser vista na Figura 8.26.

A análise foi realizada até um tamanho de trinca próximo ao tamanho crítico, cujo valor calculado foi de 35,10 mm. Considerando o fator de forma aproximado obtido para a trajetória obtida computacionalmente e a tensão nominal, foi construída a curva de resistência residual, utilizada para cálculo do tamanho crítico de trinca. A curva de resistência residual pode ser vista na Figura 8.33.

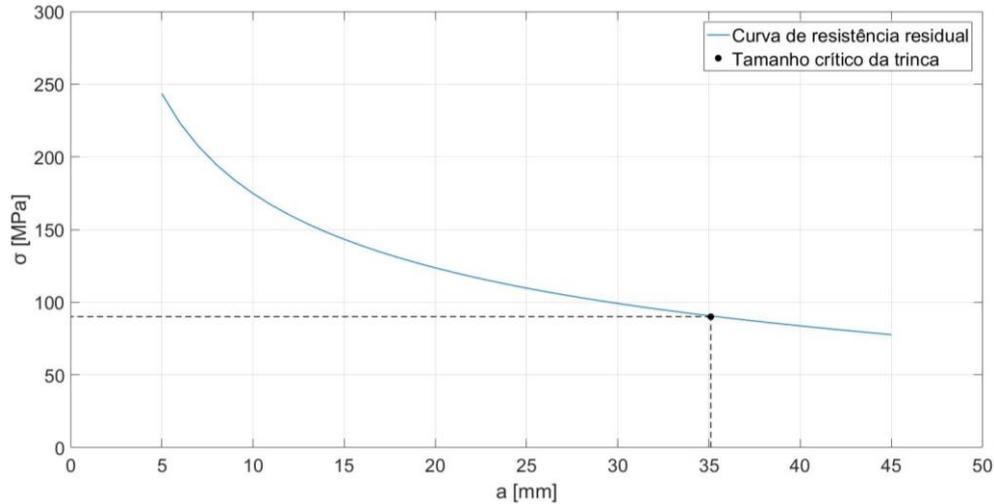


Figura 8.33 – Curva de resistência residual para geometria proposta por Ferreira (2017)

As curvas $a \times N$ obtidas pela simulação e analiticamente podem ser vistas na Figura 8.34.

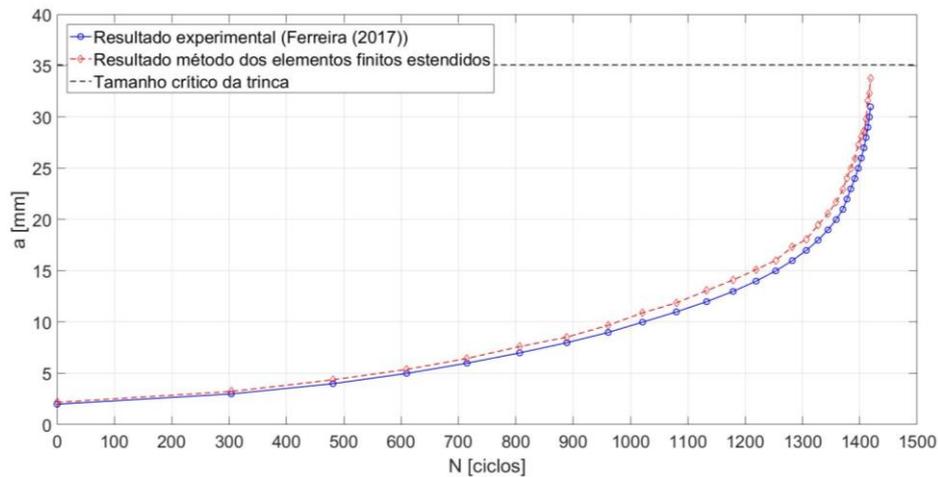


Figura 8.34 – Curvas $a \times N$ obtidas computacionalmente e analiticamente para geometria proposta por Ferreira (2017)

A curva obtida pelo método dos elementos finitos obteve um erro relativo médio, em comparação com a esperada pelo trabalho de Ferreira (2017), foi de 7,77%.

A trajetória obtida utilizando o corpo de prova proposto por Citarella *et al.* (2016) pela simulação pode ser vista na Figura 9.28.

A análise foi realizada até um tamanho de trinca próximo ao tamanho crítico, cujo o valor calculado foi de 31,24 mm. Considerando o fator de forma aproximado obtido para a trajetória obtida computacionalmente e a tensão nominal, foi construída a curva de resistência residual, utilizada para cálculo do tamanho crítico de trinca. A curva de resistência residual pode ser vista na Figura 8.35.

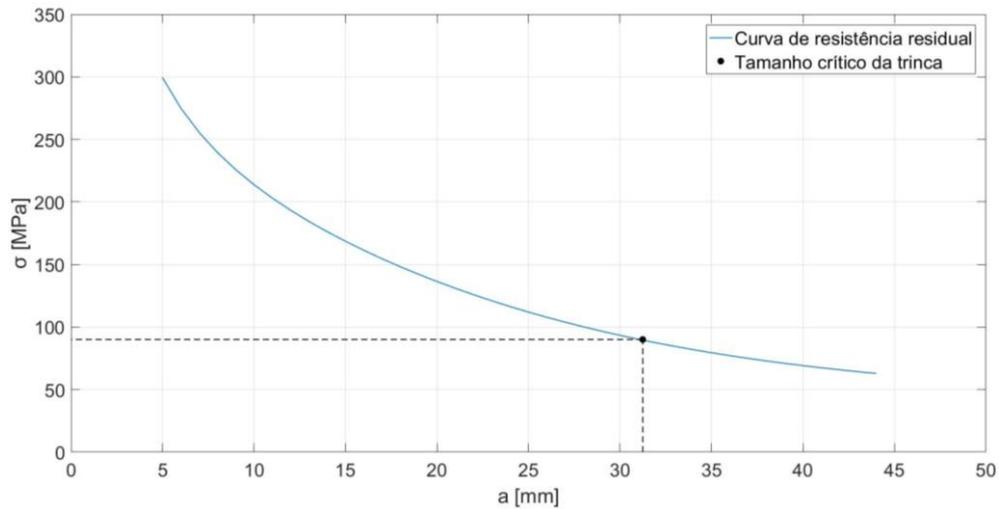


Figura 8.35 – Curva de resistência residual para geometria proposta por Citarella *et al.* (2016)

As curvas $a \times N$ obtidas pela simulação e analiticamente podem ser vistas na Figura 8.36.

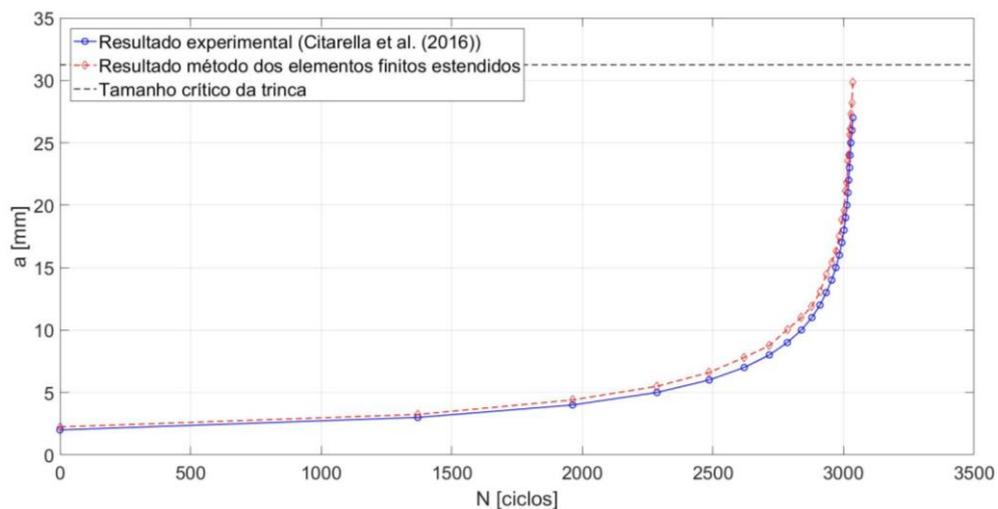


Figura 8.36 – Curvas $a \times N$ obtidas computacionalmente e pelo trabalho de Citarella *et al.* (2016)

A curva obtida pelo método dos elementos finitos obteve um erro relativo médio, em comparação com a esperada pelo trabalho de Ferreira (2017), foi de 10,34%.

O Diagrama de Avaliação de Falha as análises são semelhantes, tendo em vista que o tamanho de trinca crítico calculado é resultado do mesmo valor de ΔK_c , o DAF pode ser visto na Figura 8.37.

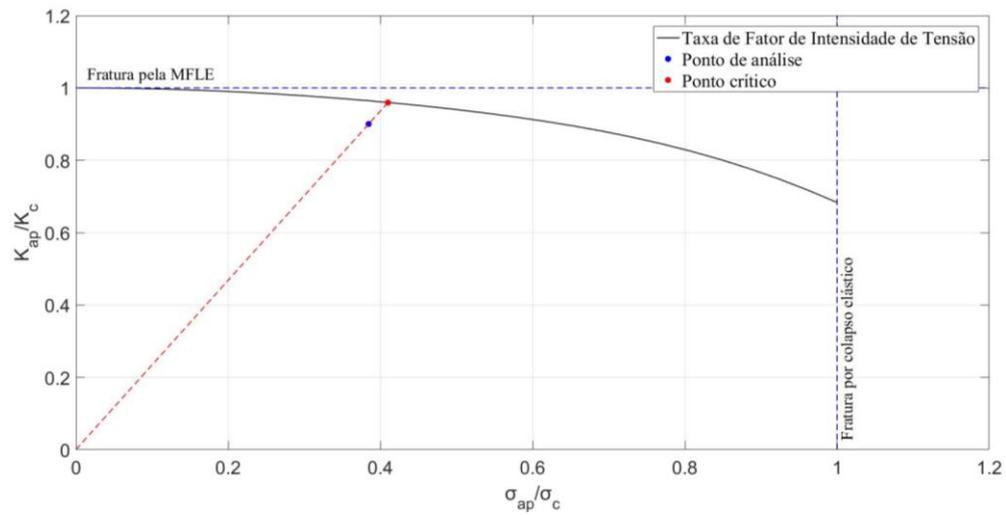


Figura 8.37 – Diagrama de Avaliação de Falha

9 – DISCUSSÕES FINAIS E CONCLUSÕES

O grande desafio ao se realizar uma análise de propagação de trincas utilizando o método dos elementos finitos em situações em que é necessário prever o caminho de propagação de trinca em situações complexas, como, por exemplo, na presença de modo misto de fratura.

Métodos convencionais de mecânica da fratura computacional, como, por exemplo o método do domínio integral de energia, tem certas dificuldades como a necessidade de malhas muito refinadas para obtenção de resultados precisos nas regiões de grande descontinuidade e a necessidade de refazer essa malha para cada avanço de trinca, o que é um trabalho simples em situações de modo único de fratura se torna relativamente difícil em situações de modo misto de fratura, onde não é tão simples prever o caminho da propagação de trinca.

Já o método dos elementos finitos estendidos apresenta vantagens nesses aspectos por representar a mecânica da fratura através do enriquecimento dos nós em uma região de descontinuidade, permitindo que a análise da propagação de trinca, assim como dos fatores de intensidade de tensão, ocorra sem a necessidade de refazer a malha, acelerando o processo de análise e facilitando em casos complexos, seja pela aplicação das cargas ou pela geometria do problema.

Quanto ao estudo do fator de intensidade de tensão foram comparados tanto o método do domínio integral de energia quanto o método dos elementos finitos estendidos, através do software ABAQUS, em comparação aos resultados analíticos obtidos tanto no Modo I de fratura quanto no Modo Misto. Ocorreram dois estudos, o primeiro de análise de convergência em uma malha não refinada e uma refinada em ambos os métodos para analisar a capacidade de convergência e o estudo principal que foi comparar os resultados obtidos por simulação com os resultados analíticos e verificar se o método dos elementos finitos estendidos apresenta resultados precisos para ser utilizado em uma análise de propagação de trinca em fadiga. Baseadas nos resultados, as seguintes conclusões foram obtidas:

- O método do domínio integral de energia não convergiu para uma malha não refinada, enquanto o método dos elementos finitos estendidos convergiu, indicando que o primeiro método tem forte dependência com o formato e refinamento da malha;

- Ambos os métodos apresentaram resultados satisfatórios nos resultados dos fatores de intensidade de tensão, sendo que em componentes sem a presença de entalhe agudo o método convencional do domínio integral de energia apresentou resultados um pouco mais precisos, com uma diferença percentual média de 0,65%, enquanto na presença de entalhes agudos e modo misto, o método dos elementos finitos estendidos apresentou resultados significativamente melhores, com uma diferença percentual média de 9,38% ressaltando a dependência de malha no método do domínio de integral, que não foi tão refinada em regiões fora da trinca;
- Devido ao método dos elementos finitos estendidos apresentar resultados aceitáveis, com um erro médio menor que 10%, para a análise de fator de intensidade de tensão, que é essencial para se calcular o ângulo de deflexão da trinca durante a propagação, além do fato que não é necessário uma sub-rotina para calcular o avanço da trinca e refazer a malha, diferente dos métodos convencionais, o método dos elementos finitos estendidos foi utilizado para análise de propagação de trinca em fadiga.

A análise de propagação de trinca em fadiga foi realizada em duas etapas, uma primeira que compara apenas o caminho de propagação de trinca em fadiga obtido computacionalmente com o caminho esperado para o corpo de prova baseado na norma ASTM E399 (2020). Já para o Modo Misto de fratura foram comparados os resultados computacionais obtidos com os resultados experimentais de Rubstein (1991), Ferreira (2017) e Citarella *et al.* (2016). A segunda etapa analisou o tamanho da trinca de acordo com o número de ciclos obtidos computacionalmente tanto com os resultados analíticos obtidos pela norma ASTM E399 (2020) e pelo trabalho de Ferreira (2017). Baseadas nos resultados, as seguintes conclusões foram obtidas:

- A análise no Modo I de fratura apresentou um resultado preciso quanto a trajetória da trinca, porém no Modo Misto já se obteve resultados com erros relativos entre 0,5% e 6%;
- Comparando o tamanho da trinca para um mesmo número de ciclos, entre os resultados computacionais e experimentais, se observa erros relativos semelhantes aos encontrados nas análises do fator de intensidade de tensão. Esses erros se acumulam tendo em vista que influenciam diretamente na taxa

de crescimento da trinca, porém se observou que os ângulos de deflexão e inclinação mantêm uma proporcionalidade;

- Em ambas as análises de propagação de trinca em fadiga se obteve resultados conservadores, indicando um menor risco de falha prematura caso o método seja utilizado para cálculos de componentes mecânicos;
- Todas as análises de vida em fadiga foram realizadas de acordo com o Diagrama de Avaliação de Falha, e todas apresentaram resultados satisfatórios, porém não se analisou o comportamento do método em situações cujo tamanho de trinca seja maior que o tamanho de trinca crítico calculado e, conseqüentemente, que estejam fora do DAF.

10 – TRABALHOS FUTUROS

Para futuros trabalhos espera-se utilizar o método para diferentes problemas, sendo estes mais complexos e de aplicações reais. Como ideias para tais, tem-se:

- Análise de propagação de trinca em fadiga com carregamentos de amplitude variável;
- Análise da propagação de trinca em materiais não metálicos;
- Análise de propagação de trinca em componentes com presença de micro defeitos;
- Análise de propagação de trinca em componentes reais;
- Validação experimental em laboratório.

11 – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AHMED, A. (2009). *Extended Finite Element Method (XFEM) - Modeling Arbitrary Discontinuities and Failure Analysis*. Dissertação de Mestrado. Pavia: Università degli Studi di Pavia. 196 p.
- ALSHOABI, A. M., FAGEEHI, Y. A. (2020). “Numerical Analysis of Fatigue Crack Growth Path and Life Predictions for Linear Elastic Material”. In: *Materials*, Vol. 13, No. 15, p. 1-15.
- ANDERSON, T. L. (2005). *Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications*. 3. ed. New York: Taylor & Francis. p. 25-590.
- AMERICAN PETROLEUM INSTITUTE, AMERICAN SOCIETY OF MECHANICAL ENGINEERS (2016). *API 579-1/ASME FFS-1 - Fitness-For-Service (FFS)*. 1292 p.
- AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS (2020). *ASTM E399:20 Standard Test Method for Linear-Elastic Plane-Strain Fracture Toughness of Metallic Materials*. 38 P.
- AYHA, A. O. (2007). “Stress intensity factors for three-dimensional cracks in functionally graded materials using enriched finite elements”. In: *International Journal of Solids and Structures*, v. 44, p. 8579-8599.
- BABUŠKA, I., CALOZ, G., OSBORN, J. E. (1994). “Special finite element methods for a class of second order elliptic problems with rough coefficients”. In: *SIAM J Numerical Analysis*, v. 31, p. 945-981.
- BABUŠKA, I., Melenk, J. M. (1997). “The partition of unity method”. In: *J. Numer. Methods Engrg*, v. 40, p. 727-758.
- BARSOUM, R. S. (1976). “On the use of isoparametric finite elements in linear fracture mechanics”. In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. Vol. 10, No. 1, p; 25-37.
- BANKS-SILLS, L., SHERMAN, D. (1989). “On quarter-point three-dimensional finite elements in linear elastic fracture mechanics”. In: *International Journal of Fracture*, Vol. 41, p 177-196.
- BENZEGGAGH, M.L.; KENANE, M. (1996). “Measurement of mixed-mode delamination fracture toughness of unidirectional glass/epoxy composites with mixed-mode bending apparatus”. In: *Composites Science and Technology*, v. 56, n. 4, p. 439-449.

- BORDAS, S. P, RABCZUK, T., HUNG, N. X. (2010). “Strain smoothing in FEM and XFEM”. In: *Computers and Structures*, v. 88, p. 1419-1443.
- BRITISH STANDARDS (2013). *Guide to methods for assessing the acceptability of flaws in metallic structures*. 492 p.
- BROEK, D. (1996). “Concepts of Fracture Control and Damage Tolerance Analysis”. In: *Fatigue and Fracture*, ASM International, v. 19, n. 1, p. 410-419.
- CHESSA, J., BELYTSCHKO, T. (2004). “Arbitrary discontinuities in space-time finite elements by level sets and X-FEM”. In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v. 61. P. 2595-2614.
- CITARELLA, R., SEPE, R., GIANNELLA, V., ISHTYRYAKOV, I. (2016). “Multiaxial Fatigue Crack Propagation of an Edge Crack in a Cylindrical Specimen Undergoing Combined Tension-Torsion Loading”. In: *Procedia Structural Integrity*. Vol. 2. P. 2706-2717.
- DASSAULT SYSTÈMES, *Abaqus Theory Manual*. Disponível em: <http://130.149.89.49:2080/v2016/books/stm/default.htm?startat=ch01s01ath01.htm> >. Acesso em: fevereiro 2021.
- DELORENZI, G. H. (1985). “Energy release rate calculations by the finite element method”. In: *Engineering Fracture Mechanics*. Vol. 21, No. 1, p. 129-143.
- DODDS, R. H., VARGAS, M. P. (1988). *Numerical Evaluation of Domain and Contour Integrals for Nonlinear Fracture Mechanics*. Projeto de Pesquisa. University of Illinois. 43p.
- DOWLING, A. R., TOWNLEY, C. H. (1975). “The Effects of Defects on Structural Failure: A Two-Criteria Approach”, In: *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 3, pp. 77-107, 1975.
- DOWNLING, N. E. (2013). *Mechanical Behavior of Materials: Engineering Methods for Deformation, Fracture and Fatigue*. 4 ed. Virginia: Pearson. p. 334-790.
- DUARTE, C. A., ODEN, J. T. (1996). “An h-p adaptive method using clouds”. In: *Comp. Methods Appl. Mech.*, v. 153, p. 131-150.
- FERREIRA, M. A. (2017). *Mixed mode crack propagation: Numerical and Experimental Study*. Dissertação de Mestrado. Porto: Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto. 93 p.
- FLEMING, M., CHU, Y. A., MORAN, B., BELYTSCHKO, T. (1998). “Enriched Element-Free Galerkin Methods for Crack Tip Fields”. In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol; 40, No. 8, p. 1483-1504.

- FORMAN, R. G., KEARNEY V. E., ENGLE, R. M. (1967). “Numerical Analysis of Crack Propagation in Cyclic-Loaded Structures”. In: *Journal Basic Engineering*, Vol. 89, No. 3, p. 459-463.
- FORMAN, R. G., METTU, S. R. (1992). “Behavior of Surface and Corner Cracks Subjected to Tensile and Bending Loads in Ti-6Al-4V Alloy”. In: *Fracture Mechanics: 22nd Symposium*. Philadelphia: American Society for Testing and Material, p. 519-546.
- FRIES, T. P., BELYTSCHKO, T. (2010). “The Extended/Generalized Finite Element Method: An Overview of The Method and Its Applications”. In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 84, No. 3. P. 253-304.
- FRIES, T. P., BELYTSCHKO, T. (2006). “The Intrinsic XFEM: A Method for Arbitrary Discontinuities Without Additional Unknowns”. In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 68, No. 13, p. 1358-1385.
- GIGLIOTTI, L. (2012). *Assessment of the applicability of XFEM in Abaqus for modeling crack growth in rubber*. Dissertação de Mestrado. Stockholm: School of Engineering Sciences. 70 p.
- IRWIN, G.R. (1961). “Plastic Zone Near a Crack and Fracture Toughness.” In: *Sagamore Research Conference Proceedings*, Vol. 4, p. 63-78.
- HOLL, M., ROGGER, T., LOEHNERT, S. (2014). “3D multiscale crack propagation using the XFEM applied to a gas turbine blade”. In: *Computational Mechanics*, v. 53, p. 173-188.
- KUNA, M. (2011). *Finite Elements in Fracture Mechanics: Theory - Numerics - Applications*. 1. ed. Freiberg: Springer. p. 21-327.
- LEGRAIN, G.(2013). “A NURBS enhanced extended finite element approach for unfitted CAD analysis”. In: *Computational Mechanics*, v. 52, p. 913-929.
- MELENK, J. M., BABUŠKA (1996). “The Partition of Unity Finite Element Method: Basic Theory and Applications”. In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 139, No. 15, p. 289-314.
- MINNEBO, H. (2012). “Three-dimensional integration strategies of singular functions introduced by the XFEM in the LEFM”. In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v. 92, p. 1117-1138.
- MOES, N., DOLBOW, J., BELYTSCHKO, T. (1999). “A finite element method for crack growth without remeshing”. In: *Internat. J. Numer. Methods Engrg*, v. 46, p. 131-150.

- MOES, N., GRAVOUIL, A., BELYTSCHKO, T. (2002). "Non-planar 3D crack growth by the extended finite element and level sets, Part I: mechanical model". In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v. 53, p. 2549-2568.
- MORROW, J. (1965). "Cyclic Plastic Strain Energy and Fatigue of Metal", In: *Internal and Friction, Damping and Cyclic Plasticity*, West Conshohocken: ASTM, p. 45-87.
- ODEN, J. M., DUARTE, C. A., ZIENKIEWICZ, O. C. (1998). "A new cloud-based hp finite element method". In: *Comp. Methods Appl. Mech.*, v. 139, p. 289-314.
- OSHER, S., SETHIAN, J. A. (1988). Fronts propagating with curvature dependent speed: algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations. In: *Journal of Computational Physics*, v. 79, p. 12-49.
- PARIS, P., ERDOGAN, F. (1963). "A Critical Analysis of Crack Propagation Laws", In: *Journal of Basic Engineering*, Vol. 85, No. 4, p. 528-534.
- PARKS, D. M. (1977). "The Virtual Crack Extension Method for Nonlinear Material Behavior". In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 12, No. 3, p. 353-364.
- PARK, K., PEREIRA, J. P., DUARTE, C. A., PAULINO, G. H. (2009). "Integration of singular enrichment functions in the generalized/extended finite element method for three-dimensional problems". In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v. 78, p. 1220-1257.
- REEDER, J., SONG K., CHUNCHU, P., AMBUR, D. (2002). "Postbuckling and Growth of Delaminations in Composite Plates Subjected to Axial Compression", In: *AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Con. Proceedings*, Denver: AIAA, p. 1-10.
- RICE, J. R. (1968). "A Path Independent Integral and the Approximate Analysis of Strain Concentration by Notches and Cracks". In: *Journal of Applied Mechanics*, v. 35, n. 2, p. 379-386.
- RICHARD, H. A., EBERLEIN, A., KULLMER, G. (2017). "Concepts and experimental results for stable and unstable crack growth under 3D-mixed-mode-loadings". In: *Engineering Fracture Mechanics*. Vol. 174, p. 10-20.
- RICHARD, H. A.; FULLAND, M.; SANDER, M. (2004). "Theoretical crack path prediction". In: *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, v. 28, n. 2, p. 3-12.
- RITCHIE, R.O; KNOTT, J. F. (1973). "Mechanisms of fatigue crack growth in low alloy steel". In: *Acta Metallurgica*, Chinese Society for Metals, v. 21, n. 5, p. 639-648.

- RUBINSTEIN, A. A. (1991). "Mechanics of the Crack Path Formation". In: *International Journal of Fracture*. Vol. 47, p. 291-305.
- SHIH, C. F., MORAN, B., NAKAMURA, T. (1986). "Energy Release Rate Along a Three-Dimensional Crack Front in a Thermally Stressed Body". In: *International Journal of Fracture*. Vol. 30, p. 79-102.
- SOCIE, D. F.; MARQUIS, G. B. (1999). *Multiaxial Fatigue*. 1. ed. Warrendale: SAE International. p. 62-82.
- STEPHENS, R. I.; STEPHENS, R. R.; FUCHS, H. O. (2001). *Metal Fatigue in Engineering*. 2. ed. New York: John Wiley & Sons, INC. p. 33-175.
- STOLARSKA, M., CHOPP, D. L., MOËS, N., BELYTCHKO, T. (2001). "Modeling of crack growth by level sets in the extended finite element method". In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v. 51, p. 943-960.
- STOLARSKA, M., CHOPP, D. L. (2003). "Modeling thermal fatigue cracking in integrated circuits by level sets and the extended finite element method". In: *International Journal of Engineering Science*, v. 41, p. 2381-2410.
- SUKUMAR, N., CHOPP, D.L., MORDAN, B. (2003). "Extended finite element method and fast marching method for three-dimensional fatigue crack propagation". In: *Engineering Fracture Mechanics*, v. 70, p. 29-48.
- TADA, H., PARIS, P. C., IRWIN, G. R. (2000). *The Stress Analysis of Cracks Handbook*. 3 ed. New York: ASME Press. p. 39-80.
- TANAKA, K., NAKAI, Y., YAMASHITA, M. (1981). "Fatigue Growth Threshold of Small Cracks". In: *International Journal of Fracture*, Vol. 17, p. 519-533.
- TRIPPLE, C., THORWALD, G. (2012). "Using the Failure Assessment Diagram Method with Fatigue Crack Growth to Determine Leak Before Rupture", In: *2012 SIMULIA Customer Conference*, Rhode Island: Quest Integrity Group, LLC., p. 1-15.
- XIAO, Q. Z., KARIBALOO, B. L. (2007). "Implementation of hybrid crack element on a general finite element mesh". In: *International Journal of Solids and Structures*, v. 196, p. 1864-1873.
- YAZID, A., ABDELKADER, N., ABDELMADJID, H. (2009). "A State-of-the-Art Review of the X-FEM for Computational Fracture Mechanics". In: *Applied Mathematical Modelling*. Vol. 33, p. 4269-4282.
- ZIENKIEWICZ, O., TAYLOR, R. (2005). *The Finite Element Method*. 6 ed. Oxford: Elsevier Butterworth-Heinemann. p. 597-604.