

---

IMPLEMENTAÇÃO DOS EFEITOS DA NÃO LINEARIDADE DO  
TENSOR DE REYNOLDS EM MODELOS DE TURBULÊNCIA  
BASEADOS NA HIPÓTESE DE BOUSSINESQ

REGIS SILVESTRE DA COSTA ATAÍDES

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ENGENHARIA MECÂNICA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

---



UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

IMPLEMENTAÇÃO DOS EFEITOS DA NÃO  
LINEARIDADE DO TENSOR DE REYNOLDS EM  
MODELOS DE TURBULÊNCIA BASEADOS NA  
HIPÓTESE DE BOUSSINESQ

REGIS SILVESTRE DA COSTA ATAÍDES

ORIENTADOR: JOSÉ LUIZ ALVES DA FONTOURA RODRIGUES

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM  
CIÊNCIAS MECÂNICAS

PUBLICAÇÃO: ENM.DM - 129 A/09

BRASÍLIA/DF: ABRIL - 2009.



UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

IMPLEMENTAÇÃO DOS EFEITOS DA NÃO  
LINEARIDADE DO TENSOR DE REYNOLDS EM  
MODELOS DE TURBULÊNCIA BASEADOS NA  
HIPÓTESE DE BOUSSINESQ

REGIS SILVESTRE DA COSTA ATAÍDES

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO  
DE ENGENHARIA MECÂNICA DA FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA, COMO PARTE DOS REQUIS-  
TOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE  
EM CIÊNCIAS MECÂNICAS.

APROVADA POR:

---

Prof. José Luiz Alves da Fontoura Rodrigues, Docteur (ENM-UnB)  
(Orientador)

---

Prof. Roberto F. Bobenrieth Miserda, Dr. (ENM-UnB)  
(Examinador Interno)

---

Prof. Clóvis R. Maliska, Ph.D. (UFSC)  
(Examinador Externo)

BRASÍLIA/DF, 06 DE ABRIL DE 2009.

## **FICHA CATALOGRÁFICA**

ATAÍDES, REGIS SILVESTRE DA COSTA

Implementação dos Efeitos da Não Linearidade do Tensor de Reynolds em Modelos de Turbulência Baseados na Hipótese de Boussinesq. [Distrito Federal] 2009.

xxii, 160p., 297 mm (ENM/FT/UnB, Mestre, Ciências Mecânicas, 2009).  
Dissertação de Mestrado - Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Mecânica.

- |                                       |                      |
|---------------------------------------|----------------------|
| 1. Dinâmica dos Fluidos Computacional | 2. Métodos Numéricos |
| 3. Turbulência                        | 4. Não Linearidades  |
| I. ENM/FT/UnB                         | II. Título (série)   |

## **REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA**

ATAÍDES, R. S. C. (2009). Implementação dos Efeitos da Não Linearidade do Tensor de Reynolds em Modelos de Turbulência Baseados na Hipótese de Boussinesq. Dissertação de Mestrado em Ciências Mecânicas, Publicação ENM.DM - 129 A/09, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 160p.

## **CESSÃO DE DIREITOS**

NOME DO ATOR: Regis Silvestre da Costa Ataídes.

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO: Implementação dos Efeitos da Não Linearidade do Tensor de Reynolds em Modelos de Turbulência Baseados na Hipótese de Boussinesq.

GRAU / ANO: Mestre / 2009

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

---

Regis Silvestre da Costa Ataídes  
Av.Dr. Altino Arantes, 668 Ap.61, Vila Clementino  
04.042-003 São Paulo - SP - Brasil.

# DEDICATÓRIA

Este trabalho é dedicado a Vanessa  
mais que esposa, uma companheira para toda a vida.





## AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar agradeço a Deus por ter me dado forças pra enfrentar todos os desafios e dificuldades: os finais de semana desenvolvendo o trabalho e a distância daqueles que amo.

Ao meu orientador, Prof. José Luiz, um agradecimento especial, pela perseverança e seriedade com que me orientou. Pela orientação não só neste trabalho e no trabalho de graduação, como também para a vida, com uma infinidade de conselhos e palavras que sempre me motivaram a conseguir os objetivos e acima de tudo pela sinceridade e honestidade com as quais tratou deste trabalho, assim como a todas as tarefas que realiza em sua vida pessoal.

Agradeço ao papai Abisai e à mamãe Antônia, que tanto admiro e amo, por eu estar aqui e principalmente por terem me ajudado a superar as dificuldades sempre com palavras de afeto e carinho. Todas as escolhas de vida pelas quais passei, sempre estiveram presentes me proporcionando oportunidades.

Agradeço principalmente à minha namorada e esposa Vanessa (Plim), que foi responsável pela retomada dos estudos. Que me deu apoio, amor e carinho sem receber tanto em troca. Pelos intermináveis finais de semana de tanto trabalho com esta dissertação. Ficando ao meu lado mesmo nos momentos tristes que passamos e principalmente nos felizes que passamos juntos, sempre compartilhando as conquistas e derrotas, chorando e sorrindo juntos.

Aos meus irmãos, Lelles e Daniela, que hoje estão tão longe, lutando pelos seus sonhos, e fazem tanta falta, não só neste momento mas em vários outros importantes da minha vida. Dos quais sempre falei e pensei com muito carinho e orgulho.

À minha segunda (quase primeira) família, Aluizio, Solange, Juliana, Lorena e Lucas, que estiveram junto comigo em todas as conquistas.

Agradeço ao grande amigo Rodrigo Carrijo (Taguá) e à Rafa que acompanharam em todo este processo com muito bom humor.

Agradeço ao Departamento de Engenharia Mecânica, em especial ao professor José Alexander Araújo, pelo grande apoio na realização desta dissertação.

À Universidade de Brasília que como instituição de ensino superior pública consegue, apesar de todas as dificuldades, desempenhar um papel excelente que é a formação profissional, intelectual e humana.

À ESSS, como empresa que se dedica ao desenvolvimento e uso da mais avançada tecnologia na solução de problemas de engenharia com o auxílio de métodos numéricos e ferramentas computacionais. Em particular aos colegas Martin Kessler, Nicolas Spogis e Marcus Reis pelo auxílio e incentivo.

E a todos aqueles que de alguma forma contribuíram para a realização deste trabalho.



## RESUMO

### IMPLEMENTAÇÃO DOS EFEITOS DA NÃO LINEARIDADE DO TENSOR DE REYNOLDS EM MODELOS DE TURBULÊNCIA BASEADOS NA HIPÓTESE DE BOUSSINESQ

**Autor:** Regis Silvestre da Costa Ataídes

**Orientador:** José Luiz Alves da Fontoura Rodrigues

**Programa de Pós-graduação em Ciências Mecânicas**

**Brasília, abril de 2008**

Este trabalho tem como objetivo a implementação e avaliação do aperfeiçoamento proposto por Spalart [53] para modelos de turbulência baseados na hipótese de Boussinesq. É sabido que esta hipótese modela o tensor de Reynolds de forma análoga à representação de Navier para o tensor das tensões viscosas, presumindo a existência de uma viscosidade dinâmica turbulenta hipotética,  $\mu_t$ . Em seu trabalho, Spalart [53] propõe um aperfeiçoamento, destinado a permitir um comportamento não linear ao tensor de Reynolds a partir de correlações entre os gradientes de velocidade média nas três direções.

A implementação do aperfeiçoamento de Spalart [53] foi feita no pacote comercial Fluent, de propriedade da empresa ANSYS Inc., através de uma rotina em linguagem “C”. Esta rotina é executada juntamente com o programa principal, através de uma função definida pelo usuário. A modificação foi testada em três modelos de turbulência: Spalart-Allmaras,  $k - \varepsilon$  e  $k - \omega$  SST, que tiveram seus resultados comparados com dados experimentais e com o modelo RSM, acrônimo baseado no título inglês *Reynolds Stress Model*, que é um modelo de turbulência que não faz uso da hipótese de Boussinesq e baseia-se na equação evolutiva do tensor de Reynolds.

Três casos testes foram selecionados de maneira a explorar os resultados experimentais e compará-los com os obtidos nos modelos de turbulência nas suas formas original e modificada pelo aperfeiçoamento de Spalart [53]. O primeiro caso teste, proposto por Melling [41], é constituído por um escoamento no interior de um duto de seção quadrada e tem como principais características o desenvolvimento de camada limite e a presença de escoamentos secundários nos cantos do duto. O segundo caso teste é o escoamento no interior de um duto curvo de seção retangular, proposto por Kim e Patel [29]. Este caso, além de apresentar o escoamento secundário nos cantos, possui características específicas de produção e dissipação de energia cinética turbulenta, gerados pela curvatura das linhas de corrente, nas paredes interna (convexa) e externa

(côncava) da curva. O terceiro caso é o escoamento ao redor do corpo de Ahmed [1], realizado por Becker et al [17] e que se caracteriza pela presença do descolamento da camada limite e a consequente formação da esteira à jusante do corpo.

Para o primeiro caso teste, foram obtidos os resultados de perfis de velocidade média longitudinal, perfis de energia cinética turbulenta, além da representação do escoamento secundários através dos vetores de velocidade na direção transversal. Estes resultados apresentaram boa correlação com os dados experimentais, sendo os modelos de turbulência com o aperfeiçoamento proposto por Spalart [53] capazes de representar o escoamento secundário. Para o segundo caso teste, constituído pelo escoamento no interior do duto curvo de seção retangular, foram obtidos os resultados para os coeficientes de pressão nas paredes do duto, além dos perfis transversais de velocidade média e energia cinética turbulenta. A presença do escoamento secundário, descrito por Kim e Patel [29], também foi capturado pelos modelos de turbulência testados. Para o terceiro caso teste, foram obtidos: o coeficiente de pressão ao redor do corpo de Ahmed, os perfis transversais de velocidade média e energia cinética turbulenta, com boa correlação dos resultados experimentais em relação aos obtidos experimentalmente. Além disso, foi feita a caracterização do escoamento secundário através das componentes de velocidade na direção transversal e o coeficiente de arrasto para o corpo rombudo, com diferenças percentuais variando entre 2,1% e 8,1% para os modelos de turbulência simulados, quando comparados com os resultados experimentais. Finalmente, para todos os casos teste, foram apresentados os respectivos desempenhos computacionais, comparando-se os tempos de processamento dos modelos de turbulência na sua forma padrão e com a implementação feita neste trabalho.

## ABSTRACT

### IMPLEMENTATION OF NON LINEAR EFFECTS OF REYNOLDS TENSOR ON TURBULENCE MODELS BASED ON BOUSSINESQ APPROXIMATION

**Author:** Regis Silvestre da Costa Ataídes

**Supervisor:** José Luiz Alves da Fontoura Rodrigues

**Programa de Pós-graduação em Ciências Mecânicas**

**Brasília, April of 2008**

The main goal of this work is to implement and evaluate the correction proposed by Spalart [53] on turbulence models based on Boussinesq approximation. The objective of this correction is to capture non linear effects of Reynolds tensor, which are not correctly predicted and modeled by Boussinesq approximation. In his work, Spalart [53] proposed the correction by introducing a non linear to Reynolds tensor obtained through the velocity gradients correlation.

The implementation has been done in commercial package Fluent, from ANSYS Inc., through a User-Defined Function (UDF), which is executed with the main program. The modification has been tested for three turbulence models: Spalart-Allmaras,  $k - \varepsilon$  and  $k - \omega$  SST, which had their results compared to experimental data and Reynolds Stress Model (RSM) results. This last model does not use Boussinesq approximation and has turbulent tensor components modeled by an evolutive equation.

Three test cases have been selected in order to explore experimental results and compare them to those obtained with turbulence models in default and modified formulations, proposed by Spalart [53]. The first test case, proposed by Melling [41], represented by the flow inside a square duct, has the development of boundary layer and secondary flows at duct corner as main characteristics. At the second test case, the flow inside a rectangular curved duct, proposed by Kim and Patel [29], has been simulated. At this case, the secondary flow is also presented and, moreover, specific characteristics of turbulence kinetic energy production and dissipation at inner (convex) and outer (concave) wall have been evaluated. At the third test case, the flow around Ahmed body [1] has been simulated and the results obtained by Becker et al [17] have been used. On this case, the boundary layer detachment and the wake behind the body are the characteristics evaluated.

For the first test case, longitudinal velocity component profiles have been obtained,

besides transversal turbulent kinetic energy and the secondary flow represented by transversal velocity vector components. These results presented good correlation between numerical and experimental data. The modified turbulence models based on Spalart [53] modification have been able to represent the secondary flow, which has not been possible with turbulence models in their default formulation. For the second test case, pressure coefficient, transversal velocity and turbulent kinetic energy results have been obtained. As described by Kim and Patel [29], the secondary flow inside the bend has been captured by all of turbulence models evaluated on this work. For the third test case, the results of pressure coefficient, transversal velocity and turbulent kinetic energy have been obtained and presented good agreement with experimental data. Moreover, the secondary flow has been represented by transversal component of velocity vectors. Drag coefficient has also been evaluated and presented differences of 2.1% and 8.1% varying between turbulence models simulated. Finally, for all test cases, the computational time has been evaluated, comparing turbulence models in their default formulation with the implementation done on this work.

# Sumário

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
1.1	Considerações iniciais . . . . .	1
1.2	Objetivo . . . . .	6
<b>2</b>	<b>MODELO MATEMÁTICO</b>	<b>8</b>
2.1	Equações clássicas da Mecânica dos Fluidos . . . . .	8
2.2	Escoamento turbulento . . . . .	9
2.2.1	Decomposição de Reynolds . . . . .	11
2.2.2	As equações de Reynolds . . . . .	11
2.2.3	O tensor de Reynolds e a hipótese de Boussinesq . . . . .	13
	Modelo Spalart-Allmaras . . . . .	14
	Modelo $k - \varepsilon$ de Jones e Launder [28] . . . . .	17
	Modelo $k - \omega$ Clássico . . . . .	18
	Modelo $k - \omega$ SST . . . . .	21
2.3	Modelagem não linear do tensor de Reynolds . . . . .	26
2.4	Modelagem da camada limite . . . . .	30
<b>3</b>	<b>FORMULAÇÃO NUMÉRICA</b>	<b>34</b>
3.1	A solução do sistema de equações . . . . .	35
3.2	Discretização da equação geral de transporte . . . . .	37
3.3	Discretização espacial . . . . .	39
3.4	Discretização das equações governantes . . . . .	40
3.5	Acoplamento Pressão-Velocidade . . . . .	42
3.6	Solução do sistema linear . . . . .	44
<b>4</b>	<b>RESULTADOS</b>	<b>48</b>
4.1	Duto de seção quadrada . . . . .	50
4.1.1	Domínio de cálculo . . . . .	50
4.1.2	Estudo de malha . . . . .	52
4.1.3	Velocidade axial na linha de centro . . . . .	53



4.1.4	Diferencial de pressão e velocidade de atrito . . . . .	55
4.1.5	Perfis de velocidade . . . . .	57
4.1.6	Energia cinética turbulenta . . . . .	58
4.1.7	Escoamento secundário . . . . .	61
4.1.8	Tempo computacional . . . . .	65
4.2	Duto curvo de seção retangular . . . . .	68
4.2.1	Domínio de cálculo . . . . .	69
4.2.2	Estudo de malha . . . . .	72
4.2.3	Coefficiente de pressão . . . . .	73
4.2.4	Perfis de velocidade . . . . .	76
4.2.5	Escoamento secundário . . . . .	83
4.2.6	Tempo computacional . . . . .	92
4.3	Escoamento em torno de um corpo rombudo . . . . .	94
4.3.1	Domínio de cálculo . . . . .	95
4.3.2	Estudo de malha . . . . .	99
4.3.3	Coefficiente de pressão . . . . .	100
4.3.4	Perfis de velocidade . . . . .	102
4.3.5	Perfis de energia cinética turbulenta . . . . .	106
4.3.6	Vetores velocidade na região da esteira . . . . .	110
4.3.7	Coefficiente de arrasto . . . . .	120
4.3.8	Tempo computacional . . . . .	121
<b>5</b>	<b>CONCLUSÕES</b>	<b>123</b>
5.1	Conclusões gerais . . . . .	123
5.2	Sugestões para pesquisas futuras . . . . .	127
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>128</b>
	<b>APÊNDICES</b>	<b>134</b>
<b>A</b>	<b>Modelo de turbulência RSM</b>	<b>135</b>
<b>B</b>	<b>Estudo de malha</b>	<b>140</b>
B.1	Duto de seção quadrada . . . . .	140
B.2	Duto curvo de seção retangular . . . . .	144
B.3	Escoamento em torno de um corpo rombudo . . . . .	151

# Lista de Tabelas

4.1	Números de nós e elementos das malhas do duto de seção quadrada ensaiados no estudo de malha . . . . .	52
4.2	Diferença percentual da velocidade média em $x/D_H \sim 36,8$ . . . . .	55
4.3	Velocidade de atrito . . . . .	57
4.4	Tempo computacional - geometria do duto de seção quadrada . . . . .	67
4.5	Planos de corte para os perfis de velocidade . . . . .	72
4.6	Números de nós e elementos das malhas do duto curvo de seção retangular	72
4.7	Tempo computacional - geometria do duto curvo de seção retangular .	93
4.8	Posições e coordenadas dos perfis de velocidade . . . . .	97
4.9	Posições dos planos de corte na região da esteira . . . . .	99
4.10	Números de nós e elementos das malhas do estudo no corpo de Ahmed	100
4.11	Coeficiente de arrasto . . . . .	121
4.12	Tempo computacional - corpo rombudo . . . . .	122
B.1	Números de nós e elementos das malhas do duto retangular . . . . .	140
B.2	Números de nós e elementos das malhas do duto curvo de seção retangular	145
B.3	Números de nós e elementos das malhas do estudo no corpo de Ahmed	152
B.4	Posições e coordenadas dos perfis de velocidade . . . . .	155

# Lista de Figuras

1.1	Ciclo típico de projeto de engenharia: (a) - antigamente e (b) - atual. . . . .	2
2.1	Camada limite turbulenta . . . . .	31
2.2	Taxa de produção de turbulência por unidade de volume em uma camada limite típica . . . . .	32
3.1	Fluxograma para o método baseado na pressão, segregado. . . . .	36
3.2	Volume de controle bidimensional . . . . .	38
3.3	Multigrid com ciclo $V$ . . . . .	47
4.1	Duto reto de seção quadrada. . . . .	50
4.2	Malha computacional para a geometria do duto reto de seção quadrada. . . . .	53
4.3	Malha computacional para a geometria do duto reto de seção quadrada: (a) vista frontal e (b) vista lateral. . . . .	53
4.4	Componente axial da velocidade ao longo do comprimento do duto. . . . .	54
4.5	Diferença de pressão medida ao longo do comprimento do duto. . . . .	56
4.6	Perfil de velocidade em $x/D_H = 5, 6$ . . . . .	57
4.7	Perfil de velocidade em $x/D_H = 36, 8$ . . . . .	58
4.8	Perfil de energia cinética turbulenta em $x/D_H = 36, 8$ . . . . .	59
4.9	Iso-linhas de energia cinética turbulenta em $x/D_H = 36, 8$ . (a) Experimental de Melling e (b) Modelo RSM. . . . .	60
4.10	Iso-linhas de energia cinética turbulenta em $x/D_H = 36, 8$ . Modelos (a) $k - \varepsilon$ e (b) $k - \varepsilon$ (tnl). . . . .	60
4.11	Iso-linhas de energia cinética turbulenta em $x/D_H = 36, 8$ . Modelos (a) SST e (b) SST (tnl). . . . .	61
4.12	Escoamento secundário em $x/D_H = 36, 8$ . (a) Experimental de Melling e (b) Modelo RSM. . . . .	62
4.13	Escoamento secundário em $x/D_H = 36, 8$ . Modelos (a) SA e (b) SA (tnl). . . . .	62
4.14	Escoamento secundário em $x/D_H = 36, 8$ . Modelos (a) $k - \varepsilon$ e (b) $k - \varepsilon$ (tnl). . . . .	63

4.15	Escoamento secundário em $x/D_H = 36,8$ . Modelos (a) SST e (b) SST (tnl). . . . .	63
4.16	Linhas de iso-valores de velocidade para o escoamento secundário em $x/D_H = 36,8$ no modelo RSM. . . . .	64
4.17	Linhas de iso-valores de velocidade para o escoamento secundário em $x/D_H = 36,8$ . Modelos (a) SA e (b) SA (tnl). . . . .	64
4.18	Linhas de iso-valores de velocidade para o escoamento secundário em $x/D_H = 36,8$ . Modelos (a) $k - \varepsilon$ e (b) $k - \varepsilon$ (tnl). . . . .	65
4.19	Linhas de iso-valores de velocidade para o escoamento secundário em $x/D_H = 36,8$ . Modelos (a) SST e (b) SST (tnl). . . . .	65
4.20	Duto de seção retangular com a presença de uma curva de $90^\circ$ . . . . .	69
4.21	Dimensões do duto curvo de seção retangular . . . . .	69
4.22	Linhas de medida do coeficiente de pressão. . . . .	71
4.23	Posições dos perfis de velocidade. . . . .	71
4.24	Malha computacional para o duto curvo de seção retangular . . . . .	73
4.25	Malha computacional para o duto curvo de seção retangular: (a) vista frontal e (b) vista lateral . . . . .	73
4.26	Coeficiente de pressão na parede interna (convexa) ao longo do plano de simetria. . . . .	74
4.27	Coeficiente de pressão na parede interna (convexa) com zoom na região da curva. . . . .	74
4.28	Coeficiente de pressão na parede externa ao longo do plano de simetria. . . . .	75
4.29	Coeficiente de pressão na parede externa com zoom na região da curva. . . . .	75
4.30	Perfil de velocidade em $0,5H$ antes da curva localizado em $Z = 1,0H$ . . . . .	77
4.31	Perfil de velocidade em $0,5H$ antes da curva localizado em $Z = 3,0H$ . . . . .	77
4.32	Perfil de velocidade na posição $15^\circ$ localizado em $Z = 1,0H$ . . . . .	78
4.33	Perfil de velocidade na posição $15^\circ$ localizado em $Z = 3,0H$ . . . . .	78
4.34	Perfil de velocidade na posição $45^\circ$ localizado em $Z = 1,0H$ . . . . .	79
4.35	Perfil de velocidade na posição $45^\circ$ localizado em $Z = 3,0H$ . . . . .	79
4.36	Perfil de velocidade na posição $75^\circ$ localizado em $Z = 1,0H$ . . . . .	80
4.37	Perfil de velocidade na posição $75^\circ$ localizado em $Z = 3,0H$ . . . . .	80
4.38	Perfil de velocidade em $0,5H$ após a curva localizado em $Z = 1,0H$ . . . . .	81
4.39	Perfil de velocidade em $0,5H$ após a curva localizado em $Z = 3,0H$ . . . . .	81
4.40	Perfil de velocidade em $4,5H$ após a curva localizado em $Z = 1,0H$ . . . . .	82
4.41	Perfil de velocidade em $4,5H$ após a curva localizado em $Z = 3,0H$ . . . . .	83
4.42	Referência para a representação do escoamento secundário. . . . .	84

4.43	Escoamento secundário para o modelo de turbulência RSM em: (a) - $15^\circ$ , (b) - $45^\circ$ , (c) - $75^\circ$ , (d) - $d1$ e (e) - $d2$ . . . . .	85
4.44	Escoamento secundário para o modelo de turbulência $k - \varepsilon$ em: (a) - $15^\circ$ , (b) - $45^\circ$ , (c) - $75^\circ$ , (d) - $d1$ e (e) - $d2$ . . . . .	86
4.45	Escoamento secundário para o modelo de turbulência $k - \varepsilon$ (tnl) em: (a) - $15^\circ$ , (b) - $45^\circ$ , (c) - $75^\circ$ , (d) - $d1$ e (e) - $d2$ . . . . .	87
4.46	Escoamento secundário para o modelo de turbulência SA em: (a) - $15^\circ$ , (b) - $45^\circ$ , (c) - $75^\circ$ , (d) - $d1$ e (e) - $d2$ . . . . .	88
4.47	Escoamento secundário para o modelo de turbulência SA (tnl) em: (a) - $15^\circ$ , (b) - $45^\circ$ , (c) - $75^\circ$ , (d) - $d1$ e (e) - $d2$ . . . . .	89
4.48	Escoamento secundário para o modelo de turbulência $k - \omega$ SST em: (a) - $15^\circ$ , (b) - $45^\circ$ , (c) - $75^\circ$ , (d) - $d1$ e (e) - $d2$ . . . . .	90
4.49	Escoamento secundário para o modelo de turbulência $k - \omega$ SST (tnl) em: (a) - $15^\circ$ , (b) - $45^\circ$ , (c) - $75^\circ$ , (d) - $d1$ e (e) - $d2$ . . . . .	91
4.50	Corpo de Ahmed com dimensões em metros. . . . .	94
4.51	Vista lateral do túnel de vento com dimensões em metros. . . . .	95
4.52	Vista frontal do túnel de vento com dimensões em metros. . . . .	95
4.53	Posições dos perfis de velocidade. . . . .	98
4.54	Posições dos planos de corte na região da esteira . . . . .	98
4.55	Malha computacional para a geometria do corpo rombudo. . . . .	99
4.56	Coeficiente de pressão na linha de centro do corpo. . . . .	101
4.57	Coeficiente de pressão na linha de centro do corpo - zoom na região traseira. . . . .	101
4.58	Perfil de velocidade localizado em $x = -1,442m$ - Perfil 1. . . . .	102
4.59	Perfil de velocidade localizado em $x = -1,162m$ - Perfil 2. . . . .	102
4.60	Perfil de velocidade localizado em $x = -0,962m$ - Perfil 3. . . . .	103
4.61	Perfil de velocidade localizado em $x = -0,562m$ - Perfil 4. . . . .	103
4.62	Perfil de velocidade localizado em $x = -0,162m$ - Perfil 5. . . . .	104
4.63	Perfil de velocidade localizado em $x = -0,012m$ - Perfil 6. . . . .	104
4.64	Perfil de velocidade localizado em $x = 0,088m$ - Perfil 7. . . . .	105
4.65	Perfil de velocidade localizado em $x = 0,238m$ - Perfil 8. . . . .	105
4.66	Perfil de velocidade localizado em $x = 0,638m$ - Perfil 9. . . . .	106
4.67	Perfil de energia cinética turbulenta em $x = -1,442m$ - Perfil 1. . . . .	106
4.68	Perfil de energia cinética turbulenta em $x = -1,162m$ - Perfil 2. . . . .	107
4.69	Perfil de energia cinética turbulenta em $x = -0,962m$ - Perfil 3. . . . .	107
4.70	Perfil de energia cinética turbulenta em $x = -0,562m$ - Perfil 4. . . . .	108
4.71	Perfil de energia cinética turbulenta em $x = -0,162m$ - Perfil 5. . . . .	108

4.72	Perfil de energia cinética turbulenta em $x = -0,012m$ - Perfil 6. . . . .	109
4.73	Perfil de energia cinética turbulenta em $x = 0,088m$ - Perfil 7. . . . .	109
4.74	Perfil de energia cinética turbulenta em $x = 0,238m$ - Perfil 8. . . . .	110
4.75	Perfil de energia cinética turbulenta em $x = 0,638m$ - Perfil 9. . . . .	110
4.76	Vetores velocidade no plano I: (a) - experimental e (b) - RSM . . . . .	112
4.77	Vetores velocidade no plano I: (a) - padrão e (b) - tnl . . . . .	112
4.78	Iso-linhas de velocidade no plano I para o modelo RSM . . . . .	113
4.79	Iso-linhas de velocidade no plano I: (a) - padrão e (b) - tnl . . . . .	113
4.80	Vetores velocidade no plano II: (a) - experimental e (b) - RSM . . . . .	114
4.81	Vetores velocidade no plano II: (a) - padrão e (b) - tnl . . . . .	114
4.82	Iso-linhas de velocidade no plano II para o modelo RSM . . . . .	115
4.83	Iso-linhas de velocidade no plano II: (a) - padrão e (b) - tnl . . . . .	115
4.84	Vetores velocidade no plano III: (a) - experimental e (b) - RSM . . . . .	116
4.85	Vetores velocidade no plano III: (a) - padrão e (b) - tnl . . . . .	116
4.86	Iso-linhas de velocidade no plano III para o modelo RSM . . . . .	117
4.87	Iso-linhas de velocidade no plano III: (a) - padrão e (b) - tnl . . . . .	117
4.88	Vetores velocidade no plano IV: (a) - experimental e (b) - RSM . . . . .	118
4.89	Vetores velocidade no plano IV: (a) - padrão e (b) - tnl . . . . .	118
4.90	Iso-linhas de velocidade no plano IV para o modelo RSM . . . . .	119
4.91	Iso-linhas de velocidade no plano IV: (a) - padrão e (b) - tnl . . . . .	119
B.1	Malhas computacionais para o duto reto de seção quadrada. . . . .	141
B.2	Desenvolvimento da componente axial da velocidade ao longo do comprimento do duto. . . . .	142
B.3	Perfil de velocidade em $x/D_H = 5,6$ . . . . .	142
B.4	Perfil de velocidade em $x/D_H = 36,8$ . . . . .	143
B.5	Duto de seção retangular com a presença de uma curva de $90^\circ$ . . . . .	144
B.6	Malhas computacionais para o duto curvo de seção retangular. . . . .	144
B.7	Linhas de medida do coeficiente de pressão. . . . .	145
B.8	Coeficiente de pressão na parede interna (convexa). . . . .	146
B.9	Coeficiente de pressão na parede externa (côncava). . . . .	146
B.10	Posições dos perfis de velocidade. . . . .	147
B.11	Perfil de velocidade em $0,5H$ antes da curva, em $Z = 1,0H$ . . . . .	148
B.12	Perfil de velocidade na posição $15^\circ$ , em $Z = 1,0H$ . . . . .	148
B.13	Perfil de velocidade na posição $45^\circ$ , em $Z = 1,0H$ . . . . .	149
B.14	Perfil de velocidade na posição $75^\circ$ , em $Z = 1,0H$ . . . . .	149
B.15	Perfil de velocidade na posição $0,5H$ após a curva, em $Z=1,0H$ . . . . .	150
B.16	Perfil de velocidade na posição $4,5H$ após a curva, em $Z=1,0H$ . . . . .	150

B.17	Corpo de Ahmed. . . . .	151
B.18	Vista lateral do túnel de vento com a presença do corpo de Ahmed. . .	151
B.19	Vista frontal do túnel de vento com a presença do corpo de Ahmed. . .	152
B.20	Malhas computacionais para o corpo de Ahmed. . . . .	153
B.21	Coeficiente de pressão na linha de centro do corpo. . . . .	154
B.22	Coeficiente de pressão na linha de centro do corpo - zoom na região traseira. . . . .	154
B.23	Posições dos perfis de velocidade. . . . .	155
B.24	Perfil de velocidade localizado em $x = -1,442m$ . . . . .	156
B.25	Perfil de velocidade localizado em $x = -1,162m$ . . . . .	156
B.26	Perfil de velocidade localizado em $x = -0,962m$ . . . . .	157
B.27	Perfil de velocidade localizado em $x = -0,562m$ . . . . .	157
B.28	Perfil de velocidade localizado em $x = -0,162m$ . . . . .	158
B.29	Perfil de velocidade localizado em $x = -0,012m$ . . . . .	158
B.30	Perfil de velocidade localizado em $x = 0,088m$ . . . . .	159
B.31	Perfil de velocidade localizado em $x = 0,238m$ . . . . .	159
B.32	Perfil de velocidade localizado em $x = 0,638m$ . . . . .	160

# LISTA DE SÍMBOLOS, NOMENCLATURA E ABREVIACÕES

## Símbolos latinos

$a$ : Velocidade do som.

$A_i$ : Variável instantânea genérica.

$\vec{A}$ : Vetor área.

$\bar{a}_i$ : Valor médio da variável instantânea genérica.

$a'_i$ : Flutuação da variável instantânea genérica.

$\hat{a}_x$ : Vetor unitário na direção  $x$ .

$A_s$ : Área de seção transversal.

$A_x$ : Projeção da área na direção  $x$ .

$C$ : Centro de um volume de controle.

$C_P$ : Coeficiente de pressão.

$C_D$ : Coeficiente de arrasto.

$D_H$ : Diâmetro hidráulico.

$dP$ : Diferencial de pressão.

$f$ : Face de um volume de controle.

$\vec{F}$ : Vetor força de campo.

$F_D$ : Força de arrasto.

$\hat{F}_P$ : Componente de força devido à pressão.

$\hat{F}_\nu$ : Componente de força viscosa.

$h$ : Altura do corpo de Ahmed.

$H$ : Largura do canal de entrada do duto retangular.

$\hat{i}$ : Vetor unitário na direção  $x$ .



$I$ : Matriz identidade.

$IT$ : Intensidade de turbulência.

$\hat{j}$ : Vetor unitário na direção  $y$ .

$J$ : Fluxo advectivo.

$k$ : Energia cinética turbulenta.

$\hat{k}$ : Vetor unitário na direção  $z$ .

$L_o$ : Comprimento característico da turbulência.

$M_t$ : Número de Mach turbulento.

$O_{ik}$ : Tensor rotacional normalizado.

$P$ : Pressão.

$P_o$ : Pressão de referência.

$\bar{p}$ : Valor médio da pressão.

$p'$ : Flutuação de pressão.

$P_e$ : Perímetro.

$Pr_t$ : Número de Prandtl turbulento.

$R$ : Constante universal dos gases.

$Re$ : Número de Reynolds.

$t$ : Tempo.

$T$ : Tempo total.

$S_{ij}$ : Tensor taxa de deformação.

$S^{u_i}$ : Termo fonte de quantidade de movimento.

$\vec{U}$ : Vetor velocidade.

$U_i$ : Campo de velocidade.

$\bar{u}_i$ : Valor médio da velocidade.

$u'_i$ : Flutuação da velocidade.

$u^+$ : Escala adimensional de velocidade na camada limite.

$u_F$ : Velocidade de atrito.

$U_\infty$ : Velocidade do escoamento não perturbado.

$U_b$ : Velocidade na entrada do duto de seção quadrada.

$U_s$ : Velocidade axial na linha de centro do duto de seção quadrada.

$U_o$ : Velocidade na entrada.

$u$ : Componente de velocidade na direção  $x$ .

$v$ : Componente de velocidade na direção  $y$ .

$\vec{v}$ : Vetor velocidade.

$V$ : Volume.

$w$ : Componente de velocidade na direção  $z$ .

$\overline{u'_i u'_j}$ : tensor de Reynolds.

$x_i$ : Componente de direção.

$y^+$ : Comprimento característico adimensional da camada limite.

## Símbolos gregos

$\partial$ : Derivada parcial.

$\beta$ : Coeficiente de expansão térmica.

$\delta$ : Espessura da camada limite.

$\delta_{ij}$ : Delta de Kronecker.

$\varepsilon$ : Taxa de dissipação da energia cinética turbulenta.

$\phi$ : Quantidade escalar genérica.

$\gamma$ : Razão entre calores específicos.

$\Gamma_\phi$ : Coeficiente de difusão.

$\lambda$ : Segundo coeficiente de viscosidade.

$\lambda_o$ : Escala das menores estruturas turbulentas.

$\rho$ : Massa específica.

$\mu$ : Viscosidade dinâmica.

$\mu_T$ : Viscosidade dinâmica turbulenta.

$\nu$ : Viscosidade cinemática.

$\nu_T$ : Viscosidade cinemática turbulenta.

$\omega$ : Taxa de dissipação específica da energia cinética turbulenta.

$\Omega_{ij}$ : Tensor de rotação média.

$\tau_{ij}$ : Tensor das tensões viscosas.

$\overline{\overline{\tau_{ij}}}$ : Tensor de Reynolds.

$\tau_{ij}^*$ : Tensor de Reynolds modificado.

$\tau_P$ : Tensão cisalhante na parede.

$\nabla$ : Operador nabra.

# Capítulo 1

## INTRODUÇÃO

### 1.1 Considerações iniciais

O emprego de ferramentas computacionais associadas a modelagem numérica para a resolução de problemas de interesse industrial, apesar de ser um procedimento ainda recente, já é indispensável nas rotinas de concepção, projeto e aperfeiçoamento de produtos ou serviços de engenharia.

O procedimento convencional adotado nos projetos de engenharia tem seu início com um estudo preliminar destinado ao desenvolvimento do projeto conceitual. Nesta etapa são usados métodos analíticos de cálculo associados a conhecimentos e procedimentos empíricos. Com o projeto conceitual concluído torna-se possível a construção de protótipos que são submetidos a análise de desempenho por meio de metodologia experimental. As imperfeições detectadas nesta etapa permitem a correção do projeto conceitual e a confecção de um novo protótipo. Este ciclo, detalhado na Figura 1.1(a), é repetido até que o projeto atinja as condições operacionais necessárias. Este tipo de procedimento tem como principais características desfavoráveis a grande demanda por recursos financeiros e laboratoriais, além de largos prazos para sua conclusão.

No início dos anos 70 iniciou-se um processo de transformação, mostrando poucas empresas de grande porte utilizando softwares de simulação computacional, capazes de provocar alterações no ciclo convencional típico do projeto de engenharia, permitindo uma evolução iterativa do projeto conceitual por meio de simulações baseadas na dinâmica dos fluidos computacional, doravante designado como CFD, acrônimo do

título em língua inglesa como *Computational Fluid Dynamics*, conforme ilustra a figura 1.1(b).

A então nova metodologia de concepção e projeto criada com o emprego das técnicas baseadas em modelagem numérica implementada computacionalmente possibilita, não somente avaliar o efeito de modificações geométricas, mas também, avaliações do projeto em diferentes condições operacionais. Por fim, após os testes virtuais, são construídos os protótipos para realizar experimentos, finalizando o ciclo de projeto com a definição do produto final.

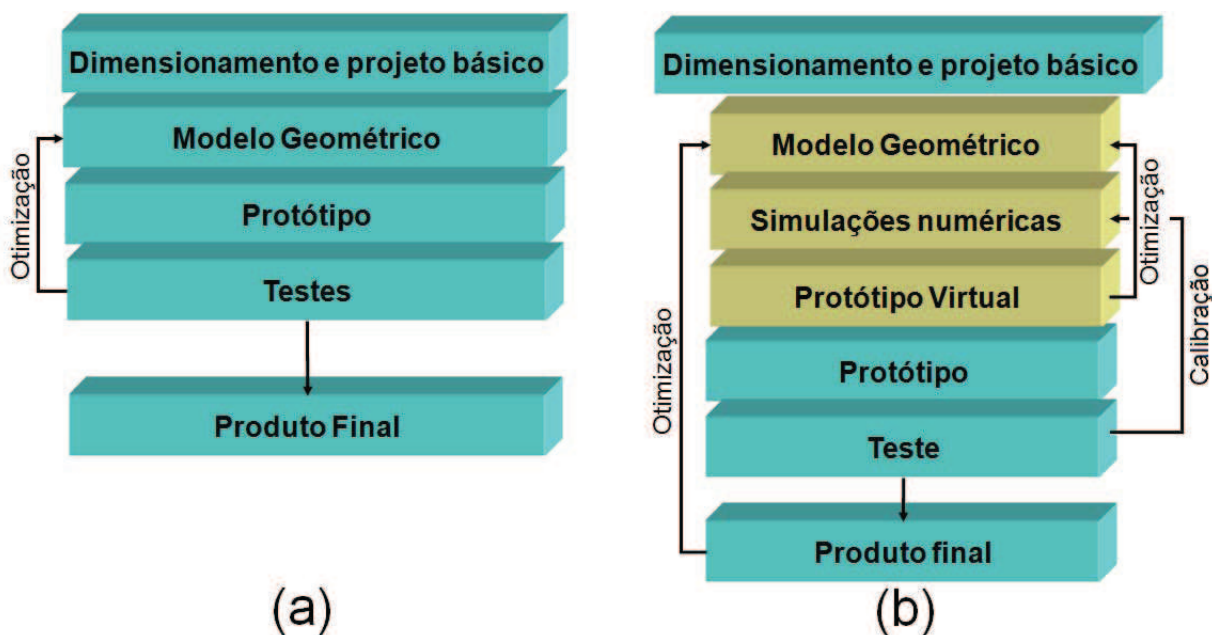


Figura 1.1: Ciclo típico de projeto de engenharia: (a) - antigamente e (b) - atual.

A constante redução nos custos dos recursos de hardware e software permitiu a difusão do uso de simulações numéricas para empresas de médio e pequeno porte. Como conseqüência da importância assumida pela simulação numérica como técnica de concepção e projeto de engenharia, um grande trabalho de pesquisa e desenvolvimento de equipamentos e de técnicas de programação têm possibilitado aumentos de precisão associados a menores tempos de processamento e a menores custos.

O presente trabalho é direcionado para a área de dinâmica dos fluidos computacional pretende implementar em um código de aplicação industrial, um aperfeiçoamento na simulação numérica de escoamentos turbulentos.

Uma vasta parcela dos escoamentos de interesse para a engenharia apresentam como característica dominante a turbulência. Esta modalidade de fluxo é ainda um

fenômeno físico não totalmente desvendado, do ponto de vista da sua modelagem e equacionamento, e sua simulação numérica constitui-se em um capítulo à parte na dinâmica dos fluidos computacional.

Nos anos de 1980 e 1981, as conferências AFORS-HTTM sobre escoamentos turbulentos complexos, deram início aos estudos sobre simulação numérica da turbulência parietal. Sabe-se que os principais problemas da modelagem da turbulência parietal estão ligados à representação do escoamento na região interna da camada limite. Nesta região a intensidade dos gradientes de velocidade associados aos efeitos da viscosidade resultam em condições complexas de serem modeladas, sobretudo quando são acrescentadas as circunstâncias e complexidades da maioria dos escoamentos de interesse para engenharia.

Existem quatro principais métodos numéricos utilizados para a solução da turbulência: a solução média das equações de Navier-Stokes, conhecida como Equações Médias de Reynolds, RANS, acrônimo do inglês *Reynolds Average Navier Stokes*, simulação transiente do escoamento médio, URANS, do inglês *Unsteady Reynolds Average Navier Stokes*, simulação das grandes escalas, LES, do inglês *Large Eddy Simulation* e a solução direta destas equações, DNS, referenciado na língua inglesa como *Direct Numerical Simulation*.

Na metodologia conhecida como DNS, a demanda computacional nas simulações é associada ao número de Reynolds. De acordo com o trabalho de Leschziner [36], a escala das menores estruturas turbulentas do escoamento podem ser expressas pela seguinte relação, resultante de uma análise de escala:

$$\lambda_o \sim L_o Re_{L_o}^{(-3/4)}. \quad (1.1)$$

Desta forma, o número de menores estruturas presentes em um comprimento típico,  $L_o$ , de um escoamento a ser estudado possui uma relação com  $L_o/\lambda$ . Como a turbulência é um fenômeno tridimensional, o número de menores estruturas presentes em um volume de controle está relacionado com  $(L_o/\lambda)^3$  e, portanto, a discretização espacial de um problema típico deve conter um número de pontos distribuídos no espaço

$$N \sim \left(\frac{L_o}{\lambda}\right)^3 \sim Re^{(9/4)}. \quad (1.2)$$

Problemas típicos de engenharia possuem número de Reynolds da ordem de  $Re_{L_o} = 10^5$ , o que resultaria em uma discretização espacial de cerca de  $1,8 \times 10^{11}$  pontos no espaço para uma simulação utilizando DNS. Desta forma, simulações utilizando tais métodos estão restritas a escoamentos com baixos números de Reynolds e geometrias relativamente simples.

O princípio fundamental dos modelos LES é utilizar uma discretização espacial tal que seja necessário modelar escalas iguais ou menores do que estruturas turbulentas de alta frequência, com algumas ordens de grandeza além da escala de Kolmogorov. Neste nível, a turbulência é isotrópica e um modelo relativamente simples pode substituir a resolução completa, DNS, para escalas iguais ou menores.

Através do uso de uma média temporal nas equações governantes da mecânica dos fluidos, os modelos baseados em médias de Reynolds, RANS e URANS, possuem demanda computacional bem inferior aos modelos LES e DNS, porém excluem toda a diversidade de escalas turbulentas envolvidas na resolução temporal. Esta metodologia tem sido a mais utilizada na solução de escoamentos industriais devido à sua boa relação custo-benefício.

Os modelos RANS se baseiam na decomposição de Reynolds, que simula o comportamento das variáveis instantâneas por meio da combinação de duas funções estatísticas onde: uma delas define o valor médio da variável instantânea e a outra, as flutuações do valor da variável instantânea em torno do seu valor médio. Esta substituição resulta no surgimento de um termo adicional, conhecido como tensor de Reynolds que deve ser modelado para se resolver o problema de fechamento das equações de Reynolds.

Em 1872, Joseph Boussinesq propõe um hipótese explicativa para o aumento da ordem de magnitude dos coeficientes de atrito fluido observados experimentalmente na transição do escoamento laminar para o regime turbulento. De acordo com Boussinesq, ocorreria um acréscimo no coeficiente de atrito fluido, originado pelo regime turbulento e independente do coeficiente de atrito existente no regime laminar. Este coeficiente, denominado por Boussinesq de atrito turbulento, é apresentado como uma grandeza escalar que depende linearmente dos gradientes de velocidade média representativos do escoamento turbulento e que independe da pressão e da temperatura do escoamento.

De maneira análoga à representação de Navier para o tensor das tensões viscosas,

na analogia de Boussinesq o campo de tensões provocado pelo “atrito turbulento” é função de uma viscosidade dinâmica turbulenta hipotética,  $\mu_T$ , e dos gradientes de velocidade média do escoamento turbulento.

Existem pelo menos três aspectos que mostram as falhas na modelagem de Boussinesq: o tensor de Reynolds apresenta direções principais não necessariamente iguais às do tensor taxa de deformação; a viscosidade turbulenta proposta por Boussinesq,  $\mu_T$ , não é uma propriedade termodinâmica do fluido, sendo uma função do escoamento; a viscosidade turbulenta não pode ser representada por uma quantidade escalar, como proposto por Boussinesq.

As incoerências da hipótese de Boussinesq podem ser avaliadas experimentalmente em todas as situações onde o escoamento apresentar mudanças bruscas na taxa de deformação média e existência de fontes produtoras de taxa de deformação externas ao escoamento.

As mudanças bruscas na taxa de deformação média produzem variações nas tensões de Reynolds que não estão relacionadas com as escalas de espaço e tempo do escoamento médio (Wilcox [56]). Já no segundo caso, a produção de taxa de deformação independentemente do escoamento, provoca o surgimento de anisotropia nas componentes normais das tensões de Reynolds.

Estas duas características são frequentemente encontradas nos escoamentos que se desenvolvem em:

- geometrias curvas;
- geometrias capazes de produzir escoamentos secundários;
- situações que provoquem a estratificação ou rotação do fluido;
- situações que provoquem a separação da camada limite;
- escoamentos tridimensionais.

Baseado neste cenário, Spalart [53] propôs uma correção a ser utilizada nos modelos baseados na viscosidade turbulenta. A proposta de Spalart [53] visa corrigir a formulação clássica do tensor de Reynolds, baseado em uma viscosidade turbulenta



escalar. A modificação é feita através da introdução de um tensor não-linear como um termo de fonte na equação de conservação da quantidade movimento.

## 1.2 Objetivo

Baseado no que foi exposto, os objetivos deste trabalho são: introduzir e validar a modificação proposta por Spalart [53]; avaliar a precisão, o desempenho operacional e o tempo computacional desta modificação para a modelagem do tensor de Reynolds, a partir da implementação feita no software comercial Fluent, de propriedade da empresa ANSYS Inc.

A metodologia a ser utilizada neste trabalho consiste em implementar o modelo não linear de Spalart [53], por meio de um conjunto de subrotinas desenvolvidas em linguagem “C”. Este conjunto de subrotinas será executado juntamente com o programa principal, através de uma função definida pelo usuário, UDF (do inglês *User-Defined Function*), disponível no código Fluent da empresa ANSYS Inc.

Visando validar e avaliar o desempenho da metodologia proposta por Spalart [53], foram selecionados três casos-teste nos quais acontecem a produção de taxa de deformação desvinculada do escoamento médio. Os casos-teste selecionados são os seguintes:

- escoamento em um duto de seção quadrada proposto por Melling [41];
- escoamento em um duto curvo de seção retangular proposto por Kim e Patel [29];
- escoamento em torno de um corpo rombudo proposto por Ahmed [1].

O primeiro caso representa um escoamento parietal interno com produção de escoamentos secundários nos vértices de um duto de seção quadrada. No segundo caso, também um escoamento parietal no interior de um duto curvo de seção retangular, existe a presença de curvatura das linhas corrente imposta pela geometria, além da produção de escoamento secundário nos vértices do duto. No terceiro caso-teste está presente a tridimensionalidade do escoamento associado ao descolamento de camada limite. Desta forma, os casos-teste selecionados representam escoamentos onde atuam

as principais causas da produção de taxa de deformação independente do escoamento médio.

Para cada caso-teste foram feitos estudos de refinamento de malha destinados à seleção do domínio de discretização espacial adequado à simulação numérica. Além disso, em cada caso-teste foram analisados três modelos de turbulência que adotam a hipótese de Boussinesq e, como padrão de comparação, um modelo que não faz uso deste recurso. Os modelos de turbulência que adotam a hipótese de Boussinesq foram testados com e sem o aperfeiçoamento proposto por Spalart [53]. Assim, os modelos de turbulência ensaiados são os seguintes:

- $k - \varepsilon$ : modelo  $k - \varepsilon$  de Jones e Launder [28];
- $k - \varepsilon$  (tnl): modelo  $k - \varepsilon$  com a implementação do tensor não linear;
- SA: modelo Spalart-Allmaras de Spalart e Allmaras [52];
- SA (tnl): modelo Spalart-Allmaras com a implementação do tensor não linear;
- SST: modelo  $k - \omega$  SST de Menter [42];
- SST-tnl: modelo  $k - \omega$  SST com a implementação do tensor não linear;
- RSM: modelo das tensões de Reynolds na formulação clássica.

# Capítulo 2

## MODELO MATEMÁTICO

### 2.1 Equações clássicas da Mecânica dos Fluidos

De acordo com Stokes [54], as hipóteses restritivas consideradas para a formulação das equações de Navier-Stokes são:

- o escoamento fluido é um fenômeno do *continuum*;
- a difusão de quantidade de movimento é proporcional ao gradiente de velocidade;
- o fluido é isotrópico;
- o fluido é homogêneo;
- na situação de dilatação pura, a tensão média equivale à pressão;
- os coeficientes característicos do modelo de fluido viscoso adotado,  $\rho$ ,  $\mu$  e  $\lambda$ , respectivamente massa específica, viscosidade dinâmica e segundo coeficiente de viscosidade, necessitam de determinação experimental.

Nota-se que em nenhuma das citações listadas existe afirmação sobre o regime do escoamento, se laminar ou turbulento.

Desta forma, as equações de conservação de massa e de Navier-Stokes, para um escoamento newtoniano, com massa específica constante e sem a ação de forças de campo são representadas, sob notação indicial cartesiana vetorial, sob a forma:

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_j} = 0, \quad (2.1)$$

e

$$\rho \frac{\partial U_i}{\partial t} + \rho \frac{\partial}{\partial x_j} (U_i U_j) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + S^{u_i}, \quad (2.2)$$

onde,  $\rho$  é a massa específica do fluido,  $t$  é o tempo,  $U_i$  representa o campo de velocidade,  $p$  a pressão,  $S^{u_i}$  é o termo fonte de quantidade de movimento,  $i$  e  $j$  representa as coordenadas espaciais e  $\tau_{ij}$  é o tensor das tensões viscosas, também denominado tensor de Navier, definido para um escoamento com massa específica constante como:

$$\tau_{ij} = 2\mu S_{ij}, \quad (2.3)$$

com  $\mu$  sendo a viscosidade dinâmica e  $S_{ij}$  o tensor taxa de deformação definido por:

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right). \quad (2.4)$$

## 2.2 Escoamento turbulento

As equações (2.1) e (2.2) são válidas para quaisquer escoamentos que obedecem as hipóteses de Stokes, independentemente do regime laminar ou turbulento.

As equações de Navier-Stokes somente admitem solução analítica em situações muito particulares. Desta forma, para problemas de engenharia envolvendo escoamentos, a resolução numérica desta equação é a forma geralmente adotada. Entretanto, no regime turbulento, a resolução numérica direta destas equações exige um esforço computacional muito grande.

No estudo feito por Anderson, Tannehill e Pletcher [2] estima-se que, para simular numericamente o comportamento de um único vórtice turbulento, é necessária uma

malha de cálculo tridimensional com pelo menos dez nós. Além disso, em um escoamento parietal típico, a relação entre a escala de comprimento dos menores vórtices turbulentos e a escala de comprimento característica deste escoamento é da ordem de  $10^{-3}$ . Assim, é necessária uma malha de cálculo de aproximadamente 100000 nós para discretizar um único centímetro cúbico de fluido.

Chen e Jaw [7] estimam que a ordem de grandeza das malhas de cálculo necessárias para simulação numérica direta da turbulência é dada por meio da seguinte relação, obtida por análise dimensional:

$$N \approx Re^{\frac{9}{4}}, \quad (2.5)$$

onde  $N$  representa o número de nós da malha de cálculo e  $Re$  é o número de Reynolds do escoamento.

Assim, para a resolução numérica direta de um escoamento turbulento, caracterizado por um número de Reynolds de  $10^5$ , necessita-se de uma malha de cálculo com cerca de  $10^{11}$  nós.

Outra possibilidade de abordagem deste problema é a substituição das equações instantâneas de Navier-Stokes, por equações médias representativas do escoamento turbulento. A principal vantagem nesta abordagem é a redução do tamanho da malha computacional necessária para a discretização do domínio de cálculo. Entretanto, esta aproximação apresenta como desvantagem a diminuição na generalidade da solução obtida, representada pela perda de informação que acompanha o processo de transformação das equações instantâneas em médias.

O processo de obtenção das equações médias a partir de um conjunto de equações instantâneas é baseado na substituição das variáveis instantâneas por funções estatísticas. Em uma segunda etapa é calculada a média das equações obtidas por substituição de variáveis instantâneas por funções estatísticas.

Para escoamentos com massa específica constante, as variáveis instantâneas podem ser substituídas por funções estatísticas, por meio de uma transformação denominada decomposição de Reynolds [47], que é apresentada na próxima seção.

### 2.2.1 Decomposição de Reynolds

Na decomposição de Reynolds as variáveis instantâneas são substituídas por meio da combinação de duas funções estatísticas onde uma delas define o valor médio da variável instantânea e a outra, as flutuações do valor da variável instantânea, em torno do seu valor médio.

Aplicando-se a decomposição de Reynolds em uma variável instantânea genérica  $A_i(x_i, t)$ , tem-se:

$$A_i(x_i, t) = \overline{a_i(x_i)} + a'_i(x_i, t), \quad (2.6)$$

onde  $\overline{a_i(x_i)}$  representa o valor médio de  $A_i(x_i, t)$  e  $a'_i(x_i, t)$  sua flutuação em torno do valor médio.

No estudo da turbulência realizado neste trabalho, na representação do valor médio de uma variável instantânea é utilizada a seguinte definição de média temporal, baseada no comportamento da variável instantânea ao longo de um intervalo de tempo:

$$\overline{a_i(x_i)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_t^{t+T} A_i(x_i, t) dt, \quad (2.7)$$

onde  $t$  representa o instante do tempo no qual se inicia o evento em estudo e  $T$ , a totalidade do intervalo de tempo considerado.

O termo de flutuação em torno do valor médio,  $a'_i(x_i, t)$ , é uma variável aleatória centrada, de forma que  $\overline{a'_i} = 0$ .

### 2.2.2 As equações de Reynolds

As equações de Reynolds são obtidas pela substituição dos valores instantâneos de velocidade e pressão,  $U_i(x_i, t)$  e  $P(x_i, t)$ , por suas respectivas decomposições de Reynolds, representadas por:

$$U_i(x_i, t) = \overline{u_i(x_i)} + u'_i(x_i, t) \quad (2.8)$$

e

$$P(x_i, t) = \overline{p(x_i)} + p'(x_i, t). \quad (2.9)$$

onde  $\overline{u_i(x_i)}$  e  $\overline{p(x_i)}$  representam a média temporal da velocidade e pressão,  $u'_i(x_i, t)$  e  $p'(x_i, t)$  representam suas respectivas flutuações turbulentas.

As relações 2.8 e 2.9 são substituídas nas equação da Continuidade (2.1) e de Navier-Stokes (2.2). Após a substituição das variáveis instantâneas pelas variáveis médias é tomada a média das equações, resultando na formulação:

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_i} = 0, \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u_i u_j} + \overline{u'_i u'_j}) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \nu \left( \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) \right]. \quad (2.11)$$

Na equação 2.11, o termo  $\overline{u'_i u'_j}$  é uma correlação que representa o valor médio da taxa de transferência de quantidade de movimento devido às flutuações turbulentas. Este termo se constitui em uma incógnita suplementar do sistema de equações médias e a sua determinação constitui o problema de fechamento das equações de Reynolds.

A formulação clássica das equações de Reynolds é apresentada a seguir, onde a correlação  $\overline{u'_i u'_j}$  é agrupada no segundo membro da equação, juntamente com as tensões viscosas de Navier, de forma que:

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u_i u_j}) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \nu \left( \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) - \overline{u'_i u'_j} \right]. \quad (2.12)$$

O sistema de quatro equações composto pelas equações 2.10 e 2.12 é um sistema aberto. São dez as incógnitas a serem determinadas, sendo três componentes de velocidade, a pressão e seis componentes do tensor de Reynolds, dada a sua simetria. Para resolver o problema de fechamento das equações de Reynolds é necessário que as correlações turbulentas que compõem o tensor de Reynolds sejam modeladas.

Para resolver o problema de fechamento, as soluções propostas para a modelagem do tensor de Reynolds podem ser de natureza constitutiva, apoiadas na realidade experimental conhecida, ou de natureza evolutiva, resultantes de procedimentos analíticos aplicados às equações conservativas de massa e de quantidade de movimento que representam o escoamento.

### 2.2.3 O tensor de Reynolds e a hipótese de Boussinesq

Na hipótese de Boussinesq a modelagem do tensor de Reynolds é feita de forma análoga à representação de Navier para o tensor das tensões viscosas, considerando a existência de uma viscosidade dinâmica turbulenta hipotética  $\mu_T$  e dos gradientes de velocidade média do escoamento turbulento. Para escoamentos com massa específica constante a hipótese de Boussinesq é dada por:

$$-\overline{u'_i u'_j} = \nu_t \left( \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij}, \quad (2.13)$$

onde:  $\nu_t$  é a viscosidade cinemática turbulenta ou difusividade turbulenta de quantidade de movimento,  $\nu_t = \mu_t/\rho$ .  $\delta_{ij}$  é o operador delta de Kronecker e  $k$  representa a energia cinética de turbulência dada por:

$$k = \frac{1}{2} \sum_i u'_i u'_i. \quad (2.14)$$

Segundo Anderson, Tannehill e Pletcher [2] e Chen e Jaw [7] a hipótese de Boussinesq é a solução mais adotada para o problema de fechamento em aplicações industriais. Entretanto, a adoção da hipótese de Boussinesq cria um outro problema que é a determinação da viscosidade turbulenta. O método usado para calcular a viscosidade turbulenta é o que diferencia os modelos de turbulência fundamentados na hipótese de Boussinesq.

Dentre as diversas classificações dos modelos de turbulência existentes na literatura, são apresentadas duas.

Uma classificação mais frequente na literatura faz referência à ordem do fechamento adotada.



- Modelos de primeira ordem: definem as tensões de Reynolds somente através de funções da velocidade média e da geometria do escoamento.
- Modelos de segunda ordem: empregam formulação evolutiva para representação do comportamento do tensor de Reynolds, modelando somente as correlações de ordem superior à segunda.
- Modelos de terceira ordem: partem também da equação de transporte das tensões de Reynolds, empregando uma equação evolutiva para a determinação das correlações tríplexes que compõem a equação de transporte do tensor de Reynolds, modelando as demais correlações existentes.

Para os modelos de turbulência centrados na hipótese de Boussinesq foi criada uma forma de classificação baseada no número suplementar de equações diferenciais, ordinárias e/ou parciais, necessárias para resolver o problema de fechamento das equações de Reynolds.

- Modelos a zero equações de transporte: também denominados de modelos algébricos, representam a viscosidade turbulenta a partir de equações algébricas.
- Modelos a meia equação: fazem uso de uma equação diferencial ordinária para determinar a viscosidade turbulenta.
- Modelos a uma equação: fazem uso de uma equação diferencial parcial para determinar a viscosidade turbulenta.
- Modelos a uma e meia equação: fazem uso de uma equação diferencial ordinária e de uma equação diferencial parcial para determinar a viscosidade turbulenta.
- Modelos a duas equações: fazem uso de duas equações diferenciais parciais para determinar a viscosidade turbulenta.

Neste capítulo serão apresentadas as formulações dos modelos de turbulência: Spalart-Allmaras (modelo a uma equação),  $k-\varepsilon$ ,  $k-\omega$  e SST (modelos a duas equações). O modelo RSM será apresentado no Anexo A e foi utilizado como base de comparação para os resultados obtidos com a modificação proposta no desenvolvimento deste trabalho.

## Modelo Spalart-Allmaras

No modelo Spalart-Allmaras somente uma equação de transporte evolutiva para a viscosidade turbulenta é resolvida. Por acrescentar somente uma equação de transporte ao sistema, possui um baixo custo computacional, porém o modelo apresenta dificuldades em modelar o escoamento em regiões com mudanças brusca de comportamento, como nos descolamento abruptos de camada limite.

Em 1994, Spalart e Allmaras [52] propuseram um novo modelo a uma equação de transporte evolutiva, baseado na hipótese de Boussinesq. Este modelo resolve uma equação evolutiva para a viscosidade turbulenta, que é calculada a partir da relação:

$$\mu_t = \rho \tilde{\nu} f_{v1}, \quad (2.15)$$

Nesta equação, a viscosidade cinemática turbulenta modificada,  $\tilde{\nu}$ , tem a sua equação evolutiva definida como:

$$\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\tilde{\nu} \overline{u_j}) = G_\nu - Y_\nu + \frac{1}{\sigma} \left[ \frac{\partial}{\partial x_j} \left( (\nu + \tilde{\nu}) \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right) + C_{b2} \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right], \quad (2.16)$$

onde  $G_\nu$  é a produção de viscosidade turbulenta e  $Y_\nu$  é a taxa de dissipação de viscosidade turbulenta, que ocorre especialmente próximo à parede, devido ao amortecimento viscoso.  $\sigma$  e  $C_{b2}$  são constantes do modelo e valem 0,622 e 2/3, respectivamente.  $\nu$  é a viscosidade cinemática.

A função de amortecimento viscoso,  $f_{v1}$ , é dada por:

$$f_{v1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + C_{v1}^3} \quad (2.17)$$

com:

$$\chi \equiv \frac{\tilde{\nu}}{\nu} \quad (2.18)$$

sendo  $C_{v1}$  uma constante valendo 7,1.

O termo de produção,  $G_\nu$ , é definido pela relação:

$$G_\nu = C_{b1}\tilde{S}\tilde{\nu}, \quad (2.19)$$

onde:

$$\tilde{S} \equiv S + \frac{\tilde{\nu}}{\kappa^2 d^2} f_{v2} \quad (2.20)$$

e

$$f_{v2} = 1 - \frac{\chi}{1 + \chi f_{v1}}. \quad (2.21)$$

$C_{b1}$  e  $\kappa$  são constantes do modelo, valendo 0,1355 e 0,41, respectivamente. A distância entre a parede e o primeiro nó da malha de cálculo representada por  $d$  e  $S$  é a magnitude do tensor deformação, dado por:

$$S \equiv \sqrt{2\bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij}}, \quad (2.22)$$

O termo de taxa de dissipação de viscosidade cinemática turbulenta,  $Y_\nu$ , é definido como:

$$Y_\nu = C_{w1}f_w \left(\frac{\tilde{\nu}}{d}\right)^2, \quad (2.23)$$

onde:

$$f_w = g \left[ \frac{1 + C_{w3}^6}{g^6 + C_{w3}^6} \right]^{\frac{1}{6}}, \quad (2.24)$$

$$g = r + C_{w2} (r^6 - r) \quad (2.25)$$

e

$$r \equiv \frac{\tilde{\nu}}{\tilde{S}\kappa^2 d^2}, \quad (2.26)$$

$C_{w2}$  e  $C_{w3}$  são constantes do modelo valendo 0,3 e 2, respectivamente.  $C_{w1}$  é definido pela relação:

$$C_{w1} = \frac{C_{b1}}{\kappa^2} + \frac{(1 + C_{b2})}{\sigma}. \quad (2.27)$$

### Modelo $k - \varepsilon$ de Jones e Launder [28]

A versão do modelo  $k - \varepsilon$  de Jones e Launder [28] é baseada na modelagem da viscosidade turbulenta pela relação de Prandtl-Kolmogorov, definida por:

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}, \quad (2.28)$$

sendo  $C_\mu$  uma constante de calibração experimental com valor igual a 0,09.

A energia cinética turbulenta,  $k$ , e a sua taxa de dissipação,  $\varepsilon$ , são obtidas a partir das seguintes equações de transporte:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{u_i k}) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \nu + \frac{\nu_T}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \Pi - \varepsilon \quad (2.29)$$

e

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{u_i \varepsilon}) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \Pi - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k}. \quad (2.30)$$

onde  $\Pi$  representa a produção de energia cinética turbulenta devido aos gradientes de velocidade média, definida pela relação:

$$\Pi = -\overline{(u'_i u'_j)} \frac{\partial u_j}{\partial x_i}. \quad (2.31)$$

As constantes experimentais do modelo  $k - \varepsilon$  existentes nas equações (2.29) e (2.30), calibradas por comparação entre resultados numéricos e experimentais, apresentam os seguintes valores:  $\sigma_k = 1$ ,  $\sigma_\varepsilon = 1,3$ ,  $C_{\varepsilon 1} = 1,44$  e  $C_{\varepsilon 2} = 1,92$ .

### Modelo $k - \omega$ Clássico

Florian Menter [42] cita em seu artigo que, em geral, os modelos a duas equações falham na predição da separação da camada limite causada por gradiente adverso de pressão. De acordo com ele, o modelo  $k - \omega$  possui uma formulação bastante robusta para a modelagem da subcamada viscosa, dispensando a utilização de leis de parede. Em contra partida, a malha computacional a ser utilizada em simulações com este tipo de modelo de turbulência requer um alto nível de refinamento próximo à parede. Diferentemente de outros modelos deste tipo, o modelo  $k - \omega$  não possui funções de amortecimento o que garante generalidade operacional e boa estabilidade numérica. Um ponto crítico deste modelo é a sua incapacidade de predizer corretamente o comportamento do escoamento na região muito próxima à parede, no que diz respeito à produção e dissipação de energia cinética turbulenta.

O modelo  $k - \omega$  clássico de Wilcox [56] é um modelo baseado nas equações de transporte para a energia cinética turbulenta  $k$  e para a taxa de dissipação específica  $\omega$ . A definição da viscosidade turbulenta que caracteriza este modelo é dada por:

$$\nu_t = \frac{k}{\omega} \quad (2.32)$$

A energia cinética turbulenta e a sua taxa de dissipação específica são obtidas a partir das seguintes equações de transporte:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (k \bar{u}_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + G_k - Y_k \quad (2.33)$$

e

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\omega \overline{u_i}) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + G_\omega - Y_\omega, \quad (2.34)$$

onde  $\Gamma_k$  representa a difusividade efetiva de  $k$ ,  $G_k$  é a produção de energia cinética turbulenta devido aos gradientes de velocidade média e  $Y_k$  é a dissipação de  $k$ .  $\Gamma_\omega$  é a difusividade efetiva de  $\omega$ ,  $G_\omega$  é o termo de produção de  $\omega$  e  $Y_\omega$  representa dissipação de  $\omega$  devido à turbulência.

Os termos de difusividade específica são dados por:

$$\Gamma_k = \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \quad (2.35)$$

e

$$\Gamma_\omega = \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\omega}, \quad (2.36)$$

onde  $\sigma_k$  e  $\sigma_\omega$  são os números de Prandtl turbulento para  $k$  e  $\omega$ , respectivamente, os quais têm os seus valores iguais a 2.

O termo de produção de energia cinética turbulenta,  $G_k$ , é definido como:

$$G_k = -\overline{u_i' u_j'} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \quad (2.37)$$

A produção de  $\omega$  é dada por:

$$G_\omega = \alpha \frac{\omega}{k} G_k \quad (2.38)$$

com a constante  $\alpha = 0,52$ .

O termo de dissipação,  $Y_k$ , é definido pela relação:

$$Y_k = \beta_0^* f_{\beta^*} k \omega, \quad (2.39)$$

onde a constante  $\beta_0^*$  tem o seu valor igual a 9/100 e

$$f_{\beta^*} = \begin{cases} 1 & \text{se } \chi_k \leq 0 \\ \frac{1+680\chi_k^2}{1+400\chi_k^2} & \text{se } \chi_k > 0, \end{cases} \quad (2.40)$$

com

$$\chi_k \equiv \frac{1}{\omega^3} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}. \quad (2.41)$$

O termo de dissipação,  $Y_\omega$ , é dado por:

$$Y_\omega = \beta_0 f_\beta \omega^2, \quad (2.42)$$

onde a constante  $\beta_0$  tem o seu valor igual a 0,072 e

$$f_\beta = \frac{1 + 70\chi_\omega}{1 + 80\chi_\omega}, \quad (2.43)$$

e

$$\chi_\omega = \left| \frac{\Omega_{ij} \Omega_{jk} S_{ki}}{(\beta_0^* \omega)^3} \right|. \quad (2.44)$$

Os tensores rotação média,  $\Omega_{ij}$  e taxa de deformação média,  $S_{ij}$ , são definidos pelas relações:

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.45)$$

e

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right). \quad (2.46)$$

### Modelo $k - \omega$ SST

O modelo  $k - \omega$  SST, aperfeiçoamento do modelo  $k - \omega$  proposto por Wilcox [56], foi desenvolvido por Menter [42] como forma de unir as vantagens da formulação robusta e acurada do modelo  $k - \omega$  clássico na região próxima à parede com o bom funcionamento do modelo  $k - \varepsilon$  a partir da região externa da camada limite turbulenta. Para tanto, o modelo  $k - \varepsilon$  foi acoplado ao modelo  $k - \omega$  por funções de mistura a serem apresentadas, de forma que este último substitua o uso de leis de parede na modelagem do escoamento que acontece na vizinhança imediata das fronteiras sólidas do domínio de cálculo. O modelo  $k - \omega$  SST, resultante desta simbiose, é similar ao modelo  $k - \omega$  clássico, porém inclui os seguintes refinamentos:

- o modelo  $k - \omega$  clássico e o modelo  $k - \varepsilon$  transformado, a ser apresentado em seguida, são ambos multiplicados por uma função de amortecimento e têm as suas equações somadas entre si. Na região dentro da camada limite, a função de amortecimento tem valor igual a um, ativando o modelo  $k - \omega$  clássico. Fora da camada limite, a função de amortecimento tem o seu valor igual a zero, ativando o modelo  $k - \varepsilon$  transformado;
- o modelo SST incorpora um termo de amortecimento de difusão cruzada na equação de  $\omega$ ;
- a definição da viscosidade turbulenta é modificada para levar em conta o transporte das tensões turbulentas;
- as constantes do modelo foram modificadas.

De acordo com Menter [42], estas modificações fazem com que o modelo  $k - \omega$  SST seja mais preciso e realístico que o modelo  $k - \omega$  clássico para uma grande classe



de escoamentos como: escoamentos com presença de gradientes adversos de pressão, aerofólios, escoamentos transônicos com ondas de choque.

Assim, em Menter [42] o modelo  $k - \varepsilon$  transformado tem as suas equações dadas por:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (k \bar{u}_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \nu + \frac{\nu_T}{\sigma_{k2}} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \tilde{G}_k - Y_k \quad (2.47)$$

e

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\omega \bar{u}_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \nu + \frac{\nu_T}{\sigma_{\omega 2}} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + 2 \frac{1}{\sigma_{\omega 2} \omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} + \alpha_2 \frac{\omega}{k} \tilde{G}_k - \beta_2 \omega^2, \quad (2.48)$$

onde  $\sigma_{k2}$  é uma constante do modelo com valor igual a 1.  $\tilde{G}_k$  e  $Y_k$  representam a produção e dissipação de energia cinética turbulenta, respectivamente. As constantes  $\sigma_{\omega 2}$ ,  $\alpha_2$  e  $\beta_2$  tem os seus valores iguais a 1/0,856, 0,44 e 0,0828, respectivamente.

As equações de  $k$  e  $\omega$  do modelo  $k - \omega$  SST são dadas por:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + \tilde{G}_k - Y_k \quad (2.49)$$

e

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\omega u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + G_\omega - Y_\omega + D_\omega. \quad (2.50)$$

Nestas equações,  $\tilde{G}_k$  representa a produção de energia cinética turbulenta devido aos gradientes de velocidade média.  $G_\omega$  representa a produção de  $\omega$ .  $\Gamma_k$  e  $\Gamma_\omega$  representam a difusividade efetiva de  $k$  e  $\omega$ , respectivamente.  $Y_k$  e  $Y_\omega$  representam a dissipação de  $k$  e  $\omega$  devido à turbulência.  $D_\omega$  representa o termo de difusão cruzada.

Os termos de difusividade efetiva no modelo  $k - \omega$  SST são dados por:

$$\Gamma_k = \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \quad (2.51)$$

e

$$\Gamma_\omega = \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\omega}. \quad (2.52)$$

$\sigma_k$  e  $\sigma_\omega$  são os números de Prandtl turbulento para  $k$  e  $\omega$ , respectivamente, dados por:

$$\sigma_k = \frac{1}{\frac{F_1}{\sigma_{k,1}} + \frac{1-F_1}{\sigma_{k,2}}} \quad (2.53)$$

e

$$\sigma_\omega = \frac{1}{\frac{F_1}{\sigma_{\omega,1}} + \frac{1-F_1}{\sigma_{\omega,2}}}. \quad (2.54)$$

No modelo  $k - \omega$  SST a viscosidade turbulenta é obtida a partir da relação:

$$\nu_t = \frac{k}{\omega} \frac{1}{\max \left[ 1, \frac{SF_2}{a_1 \omega} \right]}, \quad (2.55)$$

onde  $S$  é a magnitude da taxa de deformação.

As funções de amortecimento  $F_1$  e  $F_2$  são dadas por:

$$F_1 = \tanh \left( \Phi_1^4 \right), \quad (2.56)$$

$$F_2 = \tanh \left( \Phi_2^2 \right), \quad (2.57)$$

com:

$$\Phi_1 = \min \left[ \max \left( \frac{\sqrt{k}}{0,09\omega y}, \frac{500\mu}{\rho y^2 \omega} \right), \frac{4\rho k}{\sigma_{\omega,2} D_{\omega}^+ y^2} \right], \quad (2.58)$$

$$D_{\omega}^+ = \max \left[ 2\rho \frac{1}{\sigma_{\omega,2}} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-10} \right], \quad (2.59)$$

$$\Phi_2 = \max \left[ 2 \frac{\sqrt{k}}{0,09\omega y}, \frac{500\mu}{\rho y^2 \omega} \right], \quad (2.60)$$

onde  $y$  é a distância até a parede e  $D_{\omega}^+$  é a porção positiva do termo de difusão cruzada, que será apresentado em seguida.

A produção de energia cinética turbulenta  $k$  é dada por:

$$\tilde{G}_k = \min (G_k, 10\beta_0^* k \omega), \quad (2.61)$$

onde  $G_k$  é o termo de produção de energia cinética turbulenta para o modelo  $k - \omega$  clássico, dado pela relação 2.37.

O termo de produção de  $\omega$  é dado por:

$$G_{\omega} = \frac{\alpha}{\nu_t} G_k. \quad (2.62)$$

Esta formulação difere do modelo  $k - \omega$  clássico. A diferença entre estes dois modelos está no valor do coeficiente  $\alpha$ . No modelo  $k - \omega$  clássico  $\alpha$  é considerado uma constante com valor 0,52. Para o modelo SST, o coeficiente  $\alpha$  é dado por:

$$\alpha = F_1 \alpha_1 + (1 - F_1) \alpha_2, \quad (2.63)$$

onde:

$$\alpha_1 = \frac{\beta_{i,1}}{\beta_\infty^*} - \frac{\kappa^2}{\sigma_{w,1}\sqrt{\beta_\infty^*}}, \quad (2.64)$$

$$\alpha_2 = \frac{\beta_{i,2}}{\beta_\infty^*} - \frac{\kappa^2}{\sigma_{w,2}\sqrt{\beta_\infty^*}}, \quad (2.65)$$

onde  $\kappa = 0,41$  e  $\beta_\infty^* = 0,09$ .

O termo  $Y_k$  representa a dissipação de energia cinética turbulenta, definida de maneira similar à praticada no  $k - \omega$  clássico. A diferença está na forma de calcular a função  $f_{\beta^*}$ . No modelo  $k - \omega$  clássico,  $f_{\beta^*}$  é uma função definida pela relação 2.40, enquanto que para o modelo SST,  $f_{\beta^*}$  é uma constante e tem o seu valor igual a 1. Desta forma,

$$Y_k = \beta_0^* k \omega. \quad (2.66)$$

De maneira semelhante, o termo  $Y_\omega$  representa a dissipação de  $\omega$  e tem uma definição similar ao modelo  $k - \omega$  clássico. As diferenças estão nos termos  $\beta_0$  e  $f_\beta$ . No modelo clássico,  $\beta_0$  é uma constante de valor 0,072 e a função  $f_\beta$  é dada pela equação (2.43). Para o modelo SST,  $f_\beta$  é uma constante de valor 1. Consequentemente:

$$Y_\omega = \beta \omega^2. \quad (2.67)$$

Contrariamente ao valor constante adotado no modelo  $k - \omega$  clássico, a equação para  $\beta_0$  é dada por:

$$\beta_0 = F_1 \beta_{i,1} + (1 - F_1) \beta_{i,2}, \quad (2.68)$$

e  $F_1$  é obtida a partir da equação 2.56.

Conforme descrito anteriormente, o modelo  $k - \omega$  SST é baseado nos modelos  $k - \omega$  e  $k - \varepsilon$  clássicos. Para “misturá-los”, o modelo  $k - \varepsilon$  clássico foi transformado

em equações baseadas em  $k$  e  $\omega$ , o que leva à definição de um termo de difusão cruzada ( $D_\omega$  da equação 2.50), a partir da relação:

$$D_\omega = 2(1 - F_1) \sigma_{\omega,2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}. \quad (2.69)$$

Finalmente, as constantes do modelo  $k - \omega$  SST são definidas por:

$$\sigma_{k,1} = 1,176, \quad \sigma_{\omega,1} = 2,0, \quad \sigma_{k,2} = 1,0, \quad \sigma_{\omega,2} = 1,168$$

e

$$a_1 = 0,31, \quad \beta_{i,1} = 0,075, \quad \beta_{i,2} = 0,0828.$$

## 2.3 Modelagem não linear do tensor de Reynolds

Nesta seção, é apresentada a modelagem não linear do tensor de Reynolds, proposta por Spalart [53], sendo o objetivo central deste trabalho validar e avaliar o seu desempenho operacional em escoamentos com características industriais. Este modelo foi implementado no sistema de equações clássico da mecânica dos fluidos, como um termo fonte da equação média de Reynolds (2.12).

O modelo descrito por Spalart [53] é baseado na definição do tensor definido como  $\tau_{ij}^*$ , onde:

$$\tau_{ij}^* = \overline{\overline{\tau_{ij}}} - c_n/l [O_{ik} \overline{\overline{\tau_{jk}}} + O_{jk} \overline{\overline{\tau_{ik}}}], \quad (2.70)$$

sendo  $\overline{\overline{\tau_{ij}}}$  o tensor de Reynolds, dado pela hipótese de Boussinesq:

$$\overline{\overline{\tau_{ij}}} = -\overline{u'_i u'_j} = \nu_t \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij}, \quad (2.71)$$

O tensor rotacional normalizado  $O_{ik}$ , responsável pelo comportamento não linear do tensor  $\tau_{ij}^*$  é definido como

$$O_{ij} \equiv \frac{\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i}}{\Omega}, \quad (2.72)$$

e a constante  $c_{n/l} = 0,3$

O coeficiente  $\Omega$  é definido como

$$\Omega \equiv \sqrt{\frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_l} \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_l}}, \quad (2.73)$$

ou em notação cartesiana ortogonal,

$$\Omega = \sqrt{\frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial z}} \quad (2.74)$$

Desta forma, a Equação (2.72) resulta no sistema:

$$O_{ik} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x}}{\Omega} & \frac{\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}}{\Omega} \\ \frac{\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}}{\Omega} & 0 & \frac{\frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial y}}{\Omega} \\ \frac{\frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial z}}{\Omega} & \frac{\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}}{\Omega} & 0 \end{pmatrix} \quad (2.75)$$

onde  $\Omega$  é dado pela Equação (2.74). É importante notar que o tensor  $O_{ik}$  possui os termos da sua diagonal principal nulos ( $O_{xx} = O_{yy} = O_{zz} = 0$ ).

Da Hipótese de Boussinesq, tem-se que o tensor de Reynolds  $\overline{\tau_{ij}}$  tem as suas componentes cartesianas ortogonais dadas por:

$$\overline{\overline{\tau}}_{ij} = \begin{pmatrix} 2\nu_t \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \delta_{ij} & \nu_t \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & \nu_t \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ \nu_t \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & 2\nu_t \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \delta_{ij} & \nu_t \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ \nu_t \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) & \nu_t \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) & 2\nu_t \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \end{pmatrix} \quad (2.76)$$

Substituindo-se as definições (2.74), (2.75) e (2.76) na equação (2.70), o tensor resultante tem as suas componentes definidas, em um sistema cartesiano ortogonal, pelas seguintes relações:

$$\tau_{ij}^* = \begin{pmatrix} -2c_n/l (O_{xy}\overline{\overline{\tau_{xy}}} + O_{xz}\overline{\overline{\tau_{xz}}}) & -c_n/l (O_{xy}\overline{\overline{\tau_{yy}}} + O_{xz}\overline{\overline{\tau_{yz}}} + O_{yx}\overline{\overline{\tau_{xx}}} + O_{yz}\overline{\overline{\tau_{xz}}}) & -c_n/l (O_{xy}\overline{\overline{\tau_{yz}}} + O_{xz}\overline{\overline{\tau_{zz}}} + O_{zx}\overline{\overline{\tau_{xx}}} + O_{zy}\overline{\overline{\tau_{xy}}}) \\ -c_n/l (O_{xy}\overline{\overline{\tau_{yy}}} + O_{xz}\overline{\overline{\tau_{yz}}} + O_{yx}\overline{\overline{\tau_{xx}}} + O_{yz}\overline{\overline{\tau_{xz}}}) & -2c_n/l (O_{yx}\overline{\overline{\tau_{xy}}} + O_{yz}\overline{\overline{\tau_{yz}}}) & -c_n/l (O_{yx}\overline{\overline{\tau_{xz}}} + O_{yz}\overline{\overline{\tau_{zz}}} + O_{zx}\overline{\overline{\tau_{xy}}} + O_{zy}\overline{\overline{\tau_{yy}}}) \\ -c_n/l (O_{zx}\overline{\overline{\tau_{xx}}} + O_{zy}\overline{\overline{\tau_{xy}}} + O_{xy}\overline{\overline{\tau_{yz}}} + O_{xz}\overline{\overline{\tau_{zz}}}) & -c_n/l (O_{yx}\overline{\overline{\tau_{xz}}} + O_{yz}\overline{\overline{\tau_{zz}}} + O_{zx}\overline{\overline{\tau_{xy}}} + O_{zy}\overline{\overline{\tau_{yy}}}) & -2c_n/l (O_{zx}\overline{\overline{\tau_{xz}}} + O_{zy}\overline{\overline{\tau_{yz}}}) \end{pmatrix} \quad (2.77)$$



## 2.4 Modelagem da camada limite

A figura 2.1 ilustra de forma esquemática a estrutura da camada limite turbulenta de um escoamento incompressível sobre placa plana, evidenciando a região interna, onde os modelos de turbulência baseados na hipótese de Boussinesq são incapazes de modelar corretamente os mecanismos de produção e dissipação da energia cinética turbulenta. Nesta figura, os eixos de ordenada e abcissa estão representados pelas escalas adimensionais de velocidade e comprimento característicos da camada limite turbulenta, respectivamente  $u^+$  e  $y^+$ , definidos como:

$$u^+ = \frac{u}{u_F} \quad (2.78)$$

e

$$y^+ \equiv \frac{u_F \delta}{\nu}, \quad (2.79)$$

sendo  $u_F \equiv \sqrt{\frac{\tau_P}{\rho}}$  a velocidade de atrito, responsável pela caracterização da tensão cisalhante na parede,  $\tau_P$ , e  $y^+$ , também interpretado como número de Reynolds da camada limite turbulenta, é definido em função do comprimento  $\delta$  que, em modelagens numéricas baseadas em modelos que adotam leis de parede como o  $k - \varepsilon$ , representa a distância entre a parede física e o primeiro nó da malha. Nos modelos baixo Reynolds é a distância entre os primeiros dois nós da malha, ou seja, entre o nó situado sobre a fronteira física e o primeiro nó no interior do escoamento.

Os dados experimentais existentes sobre a camada limite turbulenta mostram que é constituída duas por regiões distintas fisicamente. A região interna, fortemente dependente das condições da superfície sólida, incluindo rugosidade e geometria, ocupa cerca de 10% a 20% da espessura total da camada limite. A região externa, tendo seu início com valores típicos de  $y^+$  oscilando em torno de 500, é fortemente dependente do escoamento externo e percebe pouco e tardiamente a influência da parede. Tomando-se como referência a figura 2.1 é possível resumir a estrutura da região interna da seguinte forma:

- subcamada laminar: é a região mais próxima à parede onde o escoamento é laminar e a viscosidade molecular tem um papel dominante na transferência de

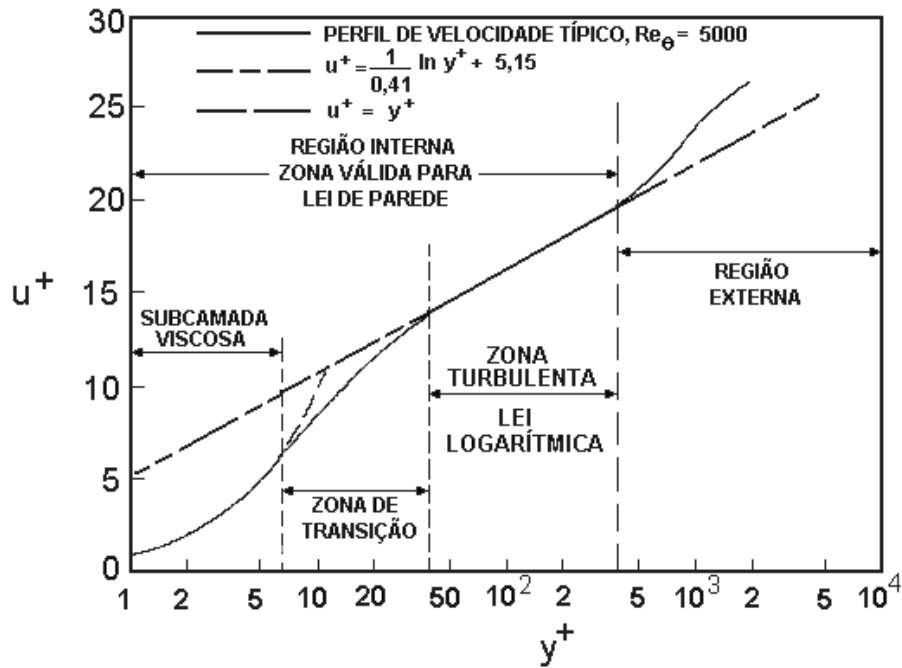


Figura 2.1: Camada limite turbulenta

quantidade de movimento, de calor e massa. Os valores de  $y^+$  característicos desta região oscilam entre  $0 \leq y^+ < 10$ ;

- região de transição: corresponde à região intermediária, entre a subcamada laminar e a camada completamente turbulenta, onde os efeitos da viscosidade molecular e turbulentos são igualmente importantes. Os valores de  $y^+$  que limitam esta região estão entre  $10 < y^+ < 40$ ;
- região completamente turbulenta: é a região externa da camada limite e os valores de  $y^+$  que limitam esta parte do escoamento estão no intervalo  $40 < y^+ < 500$ ;

A modelagem dos escoamento turbulentos parietais deve sempre refletir os balanços locais entre as taxas de produção, transporte e dissipação de energia cinética de turbulência. Entretanto, a tarefa mais difícil é a correta representação do mecanismo de produção, da camada limite turbulenta, especialmente nas parcelas laminar e de transição da região interna da camada limite turbulenta, que concentra cerca de 80% de toda a geração de turbulência. A Figura (2.2) apresenta os resultados experimentais obtidos por Klebanoff [30]. Nesta figura o eixo das ordenadas representa a taxa de produção de energia cinética de turbulência adimensionalizada em função do valor da velocidade do escoamento não perturbado,  $U_{\infty}$ , e pela espessura da camada limite,  $\delta$ . O eixo das abcissas é a espessura adimensionalizada da camada limite em relação

à espessura total,  $\delta$ . É importante notar que o pico de produção ocorre na interface entre a subcamada viscosa e a região de transição.

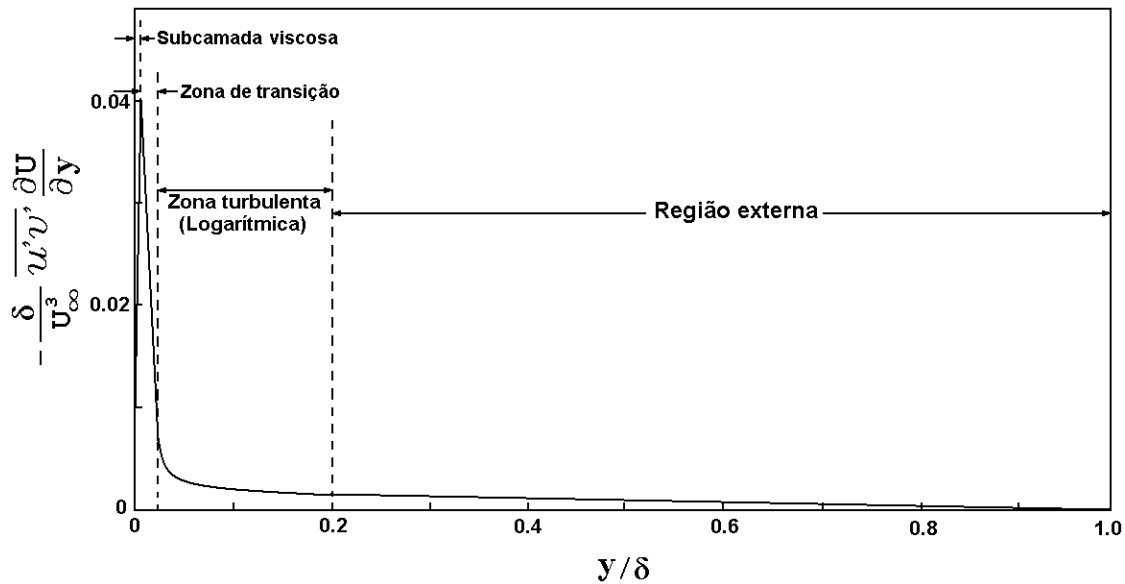


Figura 2.2: Taxa de produção de turbulência por unidade de volume em uma camada limite típica

Kline et al [31] postulam que o mecanismo primário de produção de energia cinética turbulenta na interface entre a subcamada laminar e a região de transição está intimamente ligado com a mudança brusca de velocidade das partículas fluidas que saem de uma camada para a outra. Esta brusca variação de quantidade de movimento de fluxo está associada com mecanismo de geração de instabilidades do transporte de energia cinética turbulenta para fora da camada limite. A presença de um gradiente de pressão favorável tende a aumentar este efeito, enquanto um gradiente adverso de pressão tende a diminuí-lo.

Tradicionalmente, existem duas maneiras de se obter solução numérica para o escoamento na região interna da camada limite turbulenta:

- emprego de leis de parede: nesta opção, a subcamada laminar, a zona de transição e o início da região turbulenta ficam fora do domínio de solução do sistema de equações médias complementadas pelos modelos de turbulência. Para este trecho do escoamento são usadas relações conhecidas como leis de parede, capazes de modelar o comportamento da velocidade média do escoamento a uma certa distância da parede. Com esta informação é possível deixar esta região fora da simulação e usar a velocidade, assim calculada, como condição de contorno;

- emprego de modelos de turbulência denominados de modelos de baixo Reynolds capazes de proporcionar solução até a parede: nesta forma de abordagem, os modelos de turbulência são modificados para simular a região composta pela subcamada laminar, a zona de transição e o início da região turbulenta e resolver, com uma malha suficientemente refinada, toda a camada limite.

Existem diversas leis de parede, que podem ser aplicadas na solução do escoamento turbulento na camada limite. A lei de parede clássica, proposta por Launder e Spalding [33], também conhecida como Lei Logarítmica, é a solução analítica para as equações médias de Prandtl complementada com a hipótese de Boussinesq e com a teoria do comprimento de mistura de Prandtl, valendo:

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + C, \quad (2.80)$$

onde  $\kappa$  é a constante de von Kármán ( $= 0,41$ ) e  $C$  é uma constante empírica de valor 5,15.

Para representar o perfil de velocidade na subcamada laminar, é utilizada a relação linear:

$$U^+ = y^+ \quad (2.81)$$

O ponto de intersecção entre as duas relações, 2.80 e 2.81, corresponde a  $y^+ = 11,6$ .

# Capítulo 3

## FORMULAÇÃO NUMÉRICA

Classicamente, a resolução numérica da equação de Navier-Stokes pode ser implementada por duas diferentes metodologias:

- algoritmos de cálculo baseados no campo de pressão (do inglês *Pressure Based*);
- algoritmos de cálculo baseados no campo de massa específica (do inglês *Density Based*).

Os modelos baseados no cálculo do campo de pressão são desenvolvidos para escoamentos incompressíveis, enquanto os modelos baseados no cálculo do campo de massa específica são adotados para escoamentos nos quais os campos de pressão são suficientemente intensos para alterar, de forma sensível, a massa específica do fluido em escoamento.

Em ambos os métodos o campo de velocidade é obtido das equações de quantidade de movimento. No método baseado na massa específica, o campo de pressão é obtido a partir de uma equação de estado. No método baseado na pressão as equações de conservação da massa e da quantidade de movimento são resolvidas de forma iterativa, determinando o campo de pressão capaz de satisfazer o campo de velocidade.

Em qualquer das metodologias é resolvido um sistema de equações governantes, composto pelas equações de conservação de massa e de Navier-Stokes. Neste trabalho a solução adotada pretende atender apenas escoamentos incompressíveis, logo o algoritmo empregado para a solução dos campos de acoplados de pressão e velocidade

adota a técnica de resolução iterativa entre a equação da continuidade e Navier-Stokes, transformadas pela decomposição de Reynolds, em equação da continuidade para o campo de velocidade média, 2.10, e equação média de Reynolds, 2.12.

A técnica de discretização que permite a transformação do sistema completo de equações diferenciais de todos os modelos de turbulência ensaiados, em um sistema algébrico linear de equações é baseado no método de volumes finitos e obedece a seguinte sequência de procedimento:

- subdivisão do domínio de solução por meio de volumes de controle discretos, formando uma malha de cálculo;
- integração das equações governantes para cada volume de controle, capaz de obter as equações algébricas de: velocidade, pressão e demais variáveis turbulentas;
- montagem do sistema matricial de equações;
- solução do sistema linear resultante obtendo-se os valores das variáveis dependentes.

### 3.1 A solução do sistema de equações

O método baseado na pressão empregado é um algoritmo que pertence à classe geral de métodos chamada de métodos de projeção, descrito por Chorin [9]. No método de projeção a equação da continuidade é usada para fechar os balanços, enquanto que o campo de velocidade é obtido resolvendo-se uma equação de pressão, ou equação de correção de pressão. A equação de pressão é derivada das equações da continuidade e quantidade de movimento, na qual o campo de velocidade, corrigido pela pressão, satisfaz a continuidade.

Para as simulações deste trabalho foi utilizado o modelo baseado no cálculo do campo de pressão como algoritmo de solução, onde as equações governantes são resolvidas sequencialmente, ou seja, desacoplando-se uma da outra. Devido ao fato do sistema de equações governantes ser não-linear e acoplado, é necessária a realização de um processo iterativo de cálculo capaz de linearizar e desacoplar o sistema de equações de forma a permitir a obtenção da solução numérica convergida. Este método de solução

é conhecido como algoritmo segregado de cálculo, onde as equações governantes são resolvidas individualmente, o que constitui uma vantagem do ponto de vista de alocação de memória computacional. Entretanto, a convergência da solução é relativamente lenta já que a física do problema e as equações governantes são fortemente acopladas.

Com o algoritmo segregado, cada iteração consiste nos passos ilustrados no fluxograma da figura 3.1, que correspondem à seguinte sequência de operações:

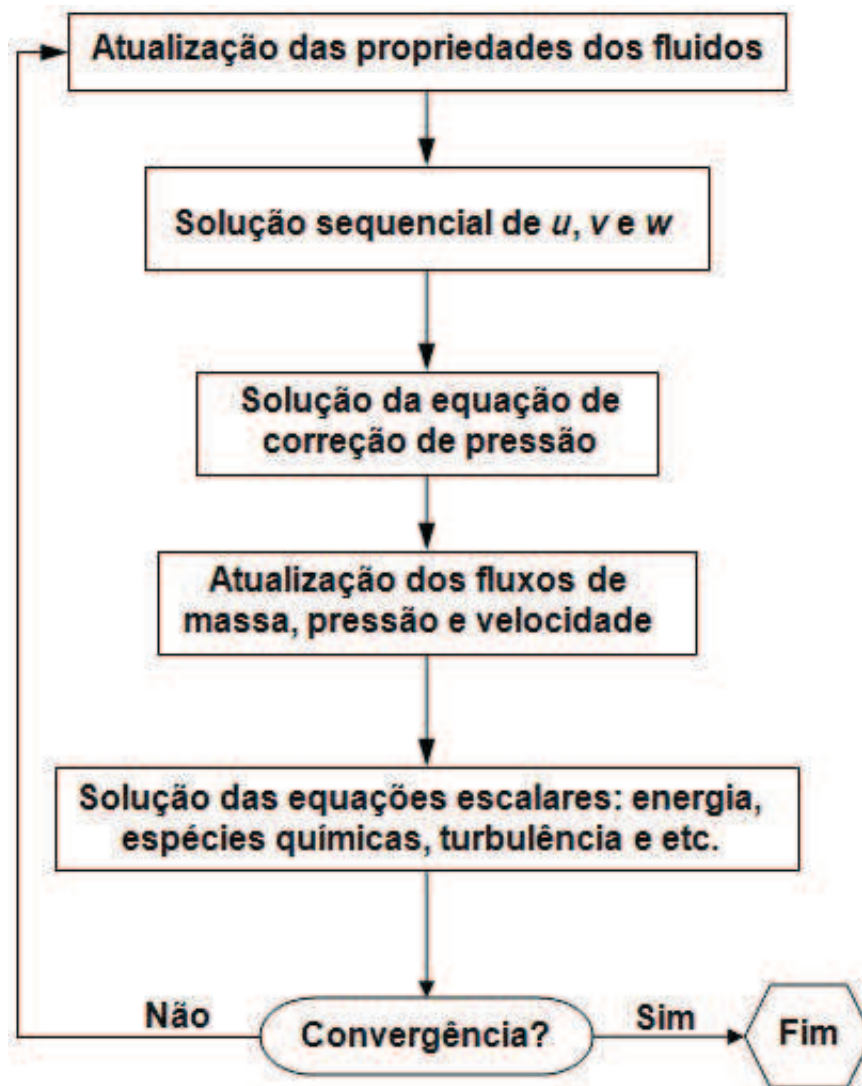


Figura 3.1: Fluxograma para o método baseado na pressão, segregado.

1. atualização das propriedades do fluido: massa específica;
2. solução das equações de Navier-Stokes, sendo três equações correspondentes às componentes da velocidade, uma após a outra, usando os valores atualizados de pressão e fluxos de massa nas faces dos volumes de controle;

3. solução da equação de correção de pressão usando o campo de velocidade e os fluxos de massa obtidos do item anterior;
4. correção dos fluxos de massa, pressão e campo de velocidade usando a correção de pressão do passo anterior;
5. solução das equações para as quantidades turbulentas usando os valores da velocidade e pressão do passo anterior;
6. verificação da convergência das equações.

Estes passos são repetidos até que o critério de convergência seja atingido.

## 3.2 Discretização da equação geral de transporte

Neste trabalho, a técnica empregada na solução numérica das equações de transporte é o método dos volumes finitos. A tarefa do método numérico é transformar em um sistema algébrico linear uma ou mais equações diferenciais, substituindo as derivadas existente por expressões algébricas que envolvem a função incógnita. Portanto, se faz necessária a demonstração da discretização da equação geral de transporte.

A discretização será demonstrada utilizando-se uma equação genérica de transporte de uma quantidade escalar  $\phi$  em regime transiente. A equação a seguir, escrita na forma integral para um volume de controle arbitrário  $V$ , usada na demonstração, é dada por:

$$\int_V \frac{\partial \rho \phi}{\partial t} dV + \oint \rho \phi \vec{v} \cdot d\vec{A} = \oint \Gamma_\phi \nabla \phi \cdot d\vec{A} + \int_V S_\phi dV, \quad (3.1)$$

onde  $\rho$  é a massa específica do fluido,  $\vec{v}$  é o vetor velocidade,  $\vec{A}$  representa o vetor área, a quantidade  $\Gamma_\phi$  representa o coeficiente de difusão da variável  $\phi$ ,  $\nabla \phi$  é o gradiente de  $\phi$  e  $S_\phi$  é um termo fonte de  $\phi$  por unidade de volume.

A equação 3.1 é aplicada para cada volume de controle, ou célula, no domínio computacional. A figura 3.2 apresenta um exemplo bidimensional de um volume de



controle. A integração da equação 3.1 sobre uma dada célula com volume  $V$ , resulta em:

$$\frac{\partial \rho \phi}{\partial t} V + \sum_f^{N_{faces}} \rho_f \vec{v}_f \phi_f \cdot \vec{A}_f = \sum_f^{N_{faces}} \Gamma_\phi \nabla \phi_f \cdot \vec{A}_f + S_\phi V, \quad (3.2)$$

onde  $N_{faces}$  é o número de faces de uma dada célula, enquanto  $\phi_f$  é o valor de  $\phi$  convectado e  $\rho_f \vec{v}_f \cdot \vec{A}_f$  é o fluxo de massa, ambos através da face  $f$ . O vetor  $\vec{A}_f$  representa a área da face,  $\nabla \phi_f$  o gradiente de  $\phi$  na face  $f$  e  $V$  o volume da célula.

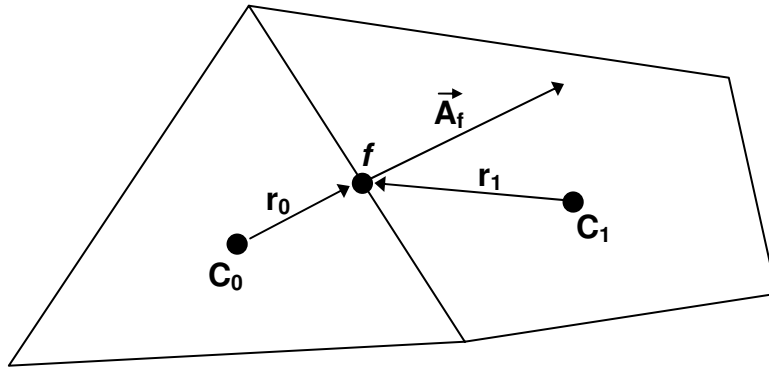


Figura 3.2: Volume de controle bidimensional

A equação de transporte escalar discretizada, 3.2, contém a variável escalar,  $\phi$ , desconhecida no centro da célula, assim como nas células adjacentes. Esta equação será não linear com respeito a estas variáveis. A forma linearizada da equação 3.2 pode ser escrita como:

$$a_P \phi = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b \quad (3.3)$$

onde o subscrito  $nb$  refere-se às células adjacentes,  $a_P$  e  $a_{nb}$  são os coeficientes linearizados de  $\phi$ .

O número de vizinhos de cada célula depende da topologia da malha, mas será tipicamente igual ao número de faces desta célula, com exceção das células que definem o contorno do domínio de cálculo.

### 3.3 Discretização espacial

Em geral, os valores discretos da variável escalar  $\phi$  são armazenados no centro das células,  $C_0$  e  $C_1$  na figura 3.2. Entretanto, os valores da propriedade nas faces,  $\phi_f$ , são necessários para os termos convectivos da equação 3.2 e precisam ser interpolados a partir dos valores dos centros das células. Este procedimento é feito através dos esquemas de interpolação, dentre os quais pode-se citar: *upwind* de primeira e segunda ordem, exponencial, WUDS, QUICK, etc.

Para o esquema de interpolação *upwind* de primeira ordem a informação contida no valor de  $\phi_f$  é toda transmitida para a face. No esquema de interpolação *upwind* de segunda ordem, usado neste trabalho, as quantidades na faces são computadas usando uma aproximação de reconstrução multidimensional linear, apresentada por Barth e Jespersen [3]. Esta aproximação alcança uma alta ordem de precisão, usando-se uma expansão em série de Taylor para os valores da solução centrada na célula. Assim, quando o esquema *upwind* de segunda ordem é usado, o valor de  $\phi_f$  na face é obtido usando-se a seguinte expressão:

$$\phi_f = \phi + \nabla\phi \cdot \vec{r}, \quad (3.4)$$

onde  $\phi$  e  $\nabla\phi$  são o valor no centro da célula e o gradiente da célula adjacente, respectivamente. O vetor deslocamento a partir do centro da célula anterior até o centróide da face é dado por  $\vec{r}$ . Esta formulação requer a determinação do gradiente  $\nabla\phi$  em cada célula.

Para calcular os gradientes é necessário computar os termos difusivos e as derivadas das velocidades. O gradiente  $\nabla\phi$  de uma dada variável  $\phi$  é usado para discretizar os termos convectivos e difusivos das equações de conservação. Os gradientes, nas simulações deste trabalho, foram calculados de acordo com o método de Green-Gauss.

O Teorema de Green-Gauss, usado para calcular o gradiente de um escalar  $\phi$  no centro de uma célula, tem a sua forma discreta escrita como:

$$(\nabla\phi)_{C_0} = \frac{1}{V} \sum_f \bar{\phi}_f \vec{A}_f, \quad (3.5)$$

onde  $\phi_f$  é o valor de  $\phi$  no centróide da face de uma célula, calculado conforme será demonstrado a seguir. O somatório é feito sobre todas as faces da célula.

No método de Green-Gauss, o valor da grandeza na face,  $\bar{\phi}_f$ , é dado pela média aritmética dos valores nos centros das células adjacentes, isto é:

$$\bar{\phi}_f = \frac{\phi_{C_0} + \phi_{C_1}}{2}. \quad (3.6)$$

Uma descrição detalhada do método *upwind* pode ser obtida em Maliska [40].

### 3.4 Discretização das equações governantes

Nesta seção será apresentada a discretização das equações governantes da mecânica dos fluidos, usando o método baseado na pressão. Para um escoamento em regime permanente, as equações da continuidade e quantidade de movimento, na forma integral, são dadas por:

$$\oint \rho \vec{v} \cdot d\vec{A} = 0, \quad (3.7)$$

$$\oint \rho \vec{v} \vec{v} \cdot d\vec{A} = - \oint p I \cdot d\vec{A} + \oint \bar{\bar{\tau}} \cdot d\vec{A} + \int_V \vec{F} dV, \quad (3.8)$$

onde  $I$  é a matriz identidade,  $\bar{\bar{\tau}}$  é o tensor das tensões e  $\vec{F}$  é o vetor que representa as forças de campo.

O esquema de discretização apresentado na seção anterior, para uma equação de transporte escalar é também usado para discretizar a equação da quantidade de movimento. Para a direção  $x$  da equação de quantidade de movimento, substituindo-se  $\phi = u$ , tem-se:

$$a_P u = \sum_{nb} a_{nb} u_{nb} + \sum p_f A \cdot \hat{i}. \quad (3.9)$$

Se o campo de pressão e os fluxos de massa nas faces são conhecidos, então a equação 3.9 pode ser resolvida diretamente, de forma a se obter o campo de velocidade. Entretanto, o campo de pressão e os fluxos de massa nas faces não são conhecidos a priori e devem ser obtidos como parte da solução.

Quando resolve-se numericamente mais de uma equação de transporte, em geral armazena-se todas as variáveis conjuntamente no centro do volume de controle. Esse arranjo, conhecido como co-localizado, utiliza um único volume de controle para realizar todas as integrações. Isso significa que o cálculo das áreas para determinação dos fluxos das diferentes propriedades é o mesmo.

Apesar de se ter todas as propriedades no centro do volume de controle, a equação 3.9 requer o valor da pressão na face, entre as células  $C_0$  e  $C_1$ , mostrado na figura 3.2). Portanto, é necessário um esquema de interpolação para calcular os valores de pressão nas faces. Esta interpolação é feita levando-se em consideração os coeficientes da equação de quantidade de movimento, proposto por Rhie e Chow [48]:

$$P_f = \frac{\frac{P_{C_0}}{a_{P,C_0}} + \frac{P_{C_1}}{a_{P,C_1}}}{\frac{1}{a_{P,C_0}} + \frac{1}{a_{P,C_1}}}. \quad (3.10)$$

onde  $a_{P,C_0}$  e  $a_{P,C_1}$  são os coeficientes linearizados das células  $C_0$  e  $C_1$ , respectivamente.

A equação da continuidade 3.7 pode ser integrada sobre um volume de controle e tem a sua forma discreta apresentada a seguir:

$$\sum_f^{N_{faces}} J_f A_f = 0, \quad (3.11)$$

onde  $J_f$  é o fluxo de massa,  $\rho v_n$ , através da face  $f$ .

Para prosseguir é necessário relacionar o valor da velocidade na face,  $\vec{v}_n$ , com os valores de velocidade no centro das células. De acordo com Rhie e Chow [48] a velocidade é interpolada utilizando-se uma média ponderada pelos coeficientes,  $a_P$ , obtidos da equação de quantidade de movimento. Usando este procedimento, o fluxo na face,  $J_f$ , pode ser escrito como:

$$J_f = \rho_f \frac{a_{P,C_0} u_{n,C_0} + a_{P,C_1} u_{n,C_1}}{a_{P,C_0} + a_{P,C_1}} + d_f \left\{ \left[ p_{C_0} + (\nabla P)_{C_0} \cdot \vec{r}_0 \right] - \left[ p_{C_1} + (\nabla P)_{C_1} \cdot \vec{r}_1 \right] \right\} = \hat{J}_f + d_f (p_{C_0} - p_{C_1}), \quad (3.12)$$

onde  $p_{C_0}$ ,  $p_{C_1}$  são as pressões e  $v_{n,C_1}$  a velocidade normal dentro das duas células adjacentes à face,  $f$ , e  $\hat{J}_f$  contem a influência das velocidades nestas células. O termo  $d_f$  é uma função da média dos coeficientes  $a_P$ , da equação de quantidade de movimento.

### 3.5 Acoplamento Pressão-Velocidade

O acoplamento pressão-velocidade é obtido usando a expressão 3.12 para derivar uma condição adicional para a pressão. Existem diversos algoritmos para se resolver o acoplamento pressão-velocidade, dentre os quais pode-se citar: SIMPLE, SIMPLEC, PISO, FSM, etc, todos baseados no método preditor-corretor.

O algoritmo SIMPLE (*Semi Implicit Linked Equations*), usado nas simulações deste trabalho, é baseado nos métodos de Chorin [8], [9] e foi desenvolvido por Patankar e Spalding [46]. Este método utiliza uma relação entre velocidade e correção de pressão para forçar a conservação de massa e obter o campo de pressão final.

Se a equação de quantidade de movimento é resolvida com uma estimativa inicial do campo de pressão  $p^*$ , o fluxo resultante na face  $J_f^*$ , calculado da equação 3.12. Pela relação:

$$J_f^* = \hat{J}_f^* + d_f (p_{C_0}^* - p_{C_1}^*). \quad (3.13)$$

Se  $J_f^*$  calculado por 3.13 não satisfizer a equação da continuidade é necessária a correção  $J_f'$ , a ser adicionada ao fluxo na face  $J_f^*$ . Desta forma, o fluxo corrigido na face  $J_f$ , dado por

$$J_f = J_f^* + J_f', \quad (3.14)$$

deve satisfazer a equação da continuidade. No algoritmo SIMPLE  $J'_f$ , pode ser escrito como:

$$J'_f = d_f (p'_{C_0} - p'_{C_1}), \quad (3.15)$$

onde  $p'$  é a correção de pressão na célula.

No método SIMPLE as equações de correção dos fluxos 3.14 e 3.15 são substituídas na equação da continuidade discreta, 3.11, para obter-se uma equação discreta para a correção de pressão  $p'$ , na célula

$$a_P p' = \sum_{nb} a_{nb} p'_{nb} + b, \quad (3.16)$$

onde o termo fonte  $b$  é o erro na conservação de massa na célula, calculado por:

$$b = \sum_{nb}^{N_{faces}} J_f^* A_f. \quad (3.17)$$

A equação de correção de pressão 3.16 pode ser resolvida usando o método *multi-grid* algébrico, descrito a seguir. Uma vez que a solução é obtida, a pressão na célula e o fluxo na face são corrigidos usando:

$$p = p^* + \alpha_P p', \quad (3.18)$$

e

$$J_f = J_f^* + d_f (p'_{C_0} - p'_{C_1}). \quad (3.19)$$

Aqui,  $\alpha_P$  é o fator de relaxação da pressão. O fluxo na face,  $J_f$ , correto, satisfaz a equação da continuidade discreta identicamente, durante cada iteração.

### 3.6 Solução do sistema linear

A aproximação numérica de uma equação diferencial parcial linear dá origem a um sistema linear de equações cuja matriz tem coeficientes constantes. Quando o problema é não-linear, novamente a aproximação dá origem a um sistema linear de equações, porém desta vez a matriz contém coeficientes dependentes da variável e deve, portanto, ser atualizada ao longo das iterações.

Os métodos iterativos ponto a ponto são métodos classificados como “fracos”, do ponto de vista de convergência da solução, por serem lentos na transmissão da informação advinda da condição de contorno. Durante o processo iterativo o erro embutido em uma solução pode ser decomposto em modos de baixas e altas frequências, de acordo com Brandt [5]. Os métodos iterativos ponto a ponto conseguem apenas diminuir com eficiência os erros cujos comprimento de onda são equivalentes ao tamanho da malha. Os erros com comprimentos de ondas elevados, ou de baixa frequência, são dificilmente reduzidos, e essa é a razão pela qual a convergência é dificultada a medida que a malha é refinada. Assim, usando-se malhas com diversos graus de refinamento, desde bem refinadas até bem grosseiras, os erros em todas as frequências serão eliminados e o processo de convergência será acelerado, o que caracteriza os métodos multigrid.

Existem diversos métodos multigrid disponíveis na literatura, como Brandt [5] e Settari et al [50], dentre os quais pode-se citar as duas grandes classes de métodos multigrid: os geométricos, cuja aglomeração dos volumes é feita com base na malha e os algébricos, cuja aglomeração é feita considerando a anisotropia dos coeficientes da matriz.

Considerando-se um conjunto de equações discretas linearizadas dadas por:

$$A\phi_e + b = 0, \tag{3.20}$$

onde  $\phi_e$  é a solução exata.

Antes da solução convergir, existirá um resíduo associado à solução aproximada,  $\phi$ , que resulta em:

$$A\phi + b = d. \quad (3.21)$$

Estamos interessados na busca de uma correção  $\psi$  para  $\phi$  tal que a solução exata seja dada por:

$$\phi_e = \phi + \psi \quad (3.22)$$

Substituindo-se a equação 3.22 dentro da equação 3.20 tem-se:

$$A(\phi + \psi) + b = 0 \quad (3.23)$$

$$A\psi + (A\phi + b) = 0 \quad (3.24)$$

Agora, usando-se as Equações 3.21 e 3.24 obtém-se:

$$A\psi + d = 0, \quad (3.25)$$

que é uma equação para a correção em termos do operador original  $A$  e do resíduo  $d$ . Assumindo que os erros locais, de alta frequência, são suficientemente amortecidos pelo esquema de relaxação no nível fino, a correção  $\psi$  será suave e portanto mais eficientemente resolvida no próximo nível de malha mais grosseira. Após estes erros terem sido reduzidos, a taxa de convergência novamente cai, sendo necessário passar para uma outra malha mais grossa e eliminar erros com outros comprimentos de onda, em um processo até chegar-se a uma malha bastante grosseira, onde até uma solução direta, portanto exata, possa ser aplicada. Obtida a solução na malha mais grossa possível, as correções são agora passadas para a penúltima malha mais grossa. Neste ponto deve ser decidido se se continua subindo com o processo até chegar na malha mais fina, ou se da penúltima malha volta-se para a última malha. Esses procedimentos dão origem aos chamados ciclos  $V$  e ciclos  $W$ .

De uma maneira geral, nos ciclos  $V$  parte-se da malha mais fina, desce-se até a mais grossa e volta-se para a mais fina, repetindo-se o ciclo, se necessário. No ciclo  $W$ ,



inicia-se na mais fina, atinge-se a mais grossa, voltando-se uma malha, ou duas, para cima e, novamente, desce-se para a mais grossa, repetindo-se o processo.

Os resultados com métodos multigrid permitem acelerar a convergência da solução de sistemas lineares cujo tempo de computação varia linearmente com o número de malhas, uma contribuição enorme ao tempo total exigido em uma simulação.

A seguir é apresentada uma breve descrição dos passos realizados no ciclo  $V$ :

1. primeiro algumas iterações são realizadas no nível inicial da malha para reduzir as componentes de alta frequência do erro (erro local);
2. depois disso, o erro na malha grosseira é reduzido, realizando-se um ciclo do multigrid (no caso do ciclo  $V$ );
3. então, a correção cumulativa computada na malha grosseira é "interpolada" de volta na malha fina;
4. no passo final, algumas iterações são realizadas na malha fina para remover os erros de alta frequência introduzidos na malha grosseira pelos ciclos do multigrid.

A figura 3.3 mostra um ciclo  $V$  de multigrid, o qual foi usado nas simulações deste trabalho. Na figura, o ciclo de multigrid é representado por um quadrado e depois, expandido recursivamente para mostrar os passos individuais que são realizados dentro do ciclo. Estes passos individuais são representados por círculos.

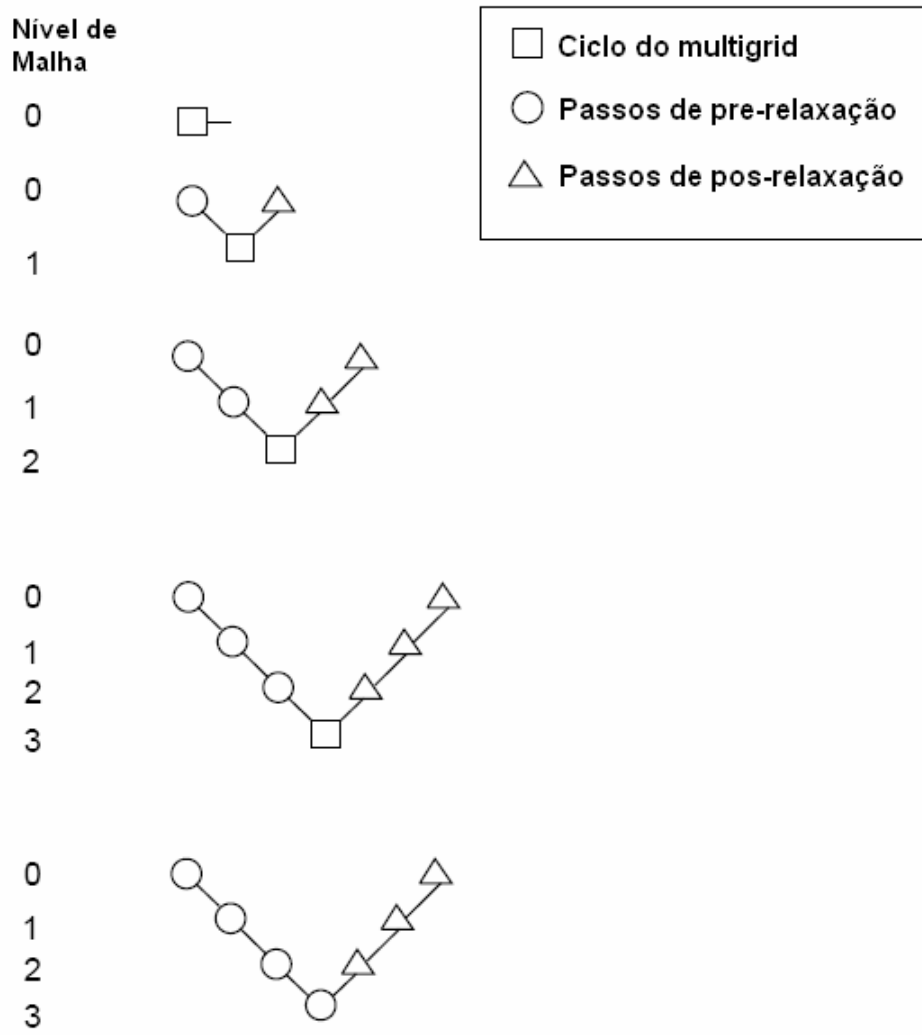


Figura 3.3: Multigrid com ciclo V

# Capítulo 4

## RESULTADOS

As falhas da hipótese de Boussinesq são detectáveis experimentalmente sempre que o escoamento apresenta mudanças bruscas na taxa de deformação média ou quando existem fontes produtoras de taxa de deformação externas ao escoamento. Desta forma, fluxos que se desenvolvem em:

- geometrias curvas;
- geometrias capazes de produzir escoamentos secundários;
- situações que provoquem a estratificação ou rotação do fluido;
- situações que provoquem a separação da camada limite;
- geometrias tridimensionais;

geram condições necessárias para evidenciar as deficiências existentes na hipótese de Boussinesq.

Neste trabalho são ensaiados três casos testes, selecionados de maneira a permitir que a modificação proposta por Spalart [53] possa ser validada no código Fluent e ter seu desempenho evidenciado de forma quantitativa e qualitativa.

Inicialmente, foi simulado um duto reto de seção quadrada estudado experimentalmente por Melling [41]. Esta geometria é capaz de produzir escoamentos secundários presentes nos quatro cantos do duto.

O segundo caso teste é o duto curvo de seção retangular de Kim e Patel [29], que apresenta variações significativas das taxas de deformação média presentes em geometrias curvas, além da presença de escoamentos secundários, como no primeiro caso teste.

Finalmente, foi simulado o escoamento em torno de um corpo rombudo de Ahmed [1] com os resultados experimentais obtidos por Becker et al [17], com características de separação de camada limite e forte tridimensionalidade.

A implementação feita através da proposta de Spalart [53] foi avaliada nos modelos de turbulência  $k - \varepsilon$ , Spalart-Allmaras e  $k - \omega$  SST, além das simulações realizadas com o modelo das Tensões de Reynolds (RSM), que serviu como base de comparação já que este modelo não é baseado na Hipótese de Boussinesq. Desta forma, os resultados são apresentados seguindo uma legenda denotada por:

- $k - \varepsilon$ : modelo  $k - \varepsilon$  na formulação clássica;
- $k - \varepsilon$  (tnl): modelo  $k - \varepsilon$  com a implementação do tensor não linear;
- SA: modelo Spalart-Allmaras na formulação clássica;
- SA (tnl): modelo Spalart-Allmaras com a implementação do tensor não linear;
- SST: modelo  $k - \omega$  SST na formulação clássica;
- SST-tnl: modelo  $k - \omega$  SST com a implementação do tensor não linear;
- RSM: modelo das tensões de Reynolds na formulação clássica.

## 4.1 Duto de seção quadrada

Muitos escoamentos turbulentos de interesse industrial ocorrem em dutos de seção não-circular, como trocadores de calor, canais de reatores nucleares, sistemas de ar condicionado, máquinas rotativas, entre outros. Em todas estas configurações, existe a presença de uma característica tri-dimensional no escoamento médio, mesmo para situações plenamente desenvolvidas. Nestas circunstâncias, segundo Melling [41], as componentes secundárias de velocidade na seção transversal de um duto representam apenas 1% da velocidade axial, mas exercem grande influência nas propriedades médias e locais do escoamento. A perda de carga, transporte de calor e fontes de ruídos, nestas circunstâncias, são fortemente dependentes do escoamento secundário.

Nikuradse [44], em 1926, foi o primeiro a estudar os escoamentos em dutos retos de seção quadrada, com presença de escoamentos secundários. Ele notou que os contornos de iso-velocidade média se estabeleciam nos cantos do duto, caracterizando um do movimento secundário. O primeiro a quantificar estes escoamentos secundários foi Hoagland [23], em 1960, utilizando técnicas de anemometria de fio-quente.

### 4.1.1 Domínio de cálculo

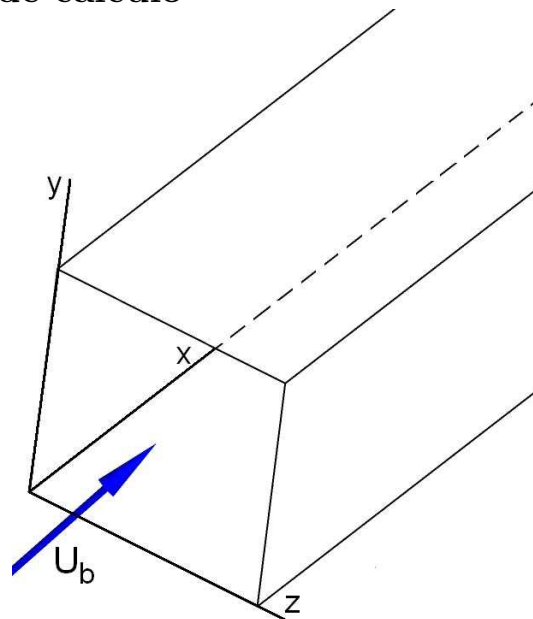


Figura 4.1: Duto reto de seção quadrada.

O escoamento na geometria desenvolvida por Melling [41] foi reproduzido numericamente neste trabalho. Esta geometria consiste em um duto reto de seção quadrada usando água como fluido. Em seu trabalho, Melling utilizou técnicas de anemometria

laser para determinar as velocidades e demais variáveis turbulentas. Na figura 4.1 é apresentada uma vista em perspectiva da seção transversal do duto, que possui 0,04 metros de lado e 1,8 metros de comprimento. Na figura, o eixo “x” representa o comprimento do duto, alinhado com a direção principal do escoamento e os eixos “y” e “z” estão orientados perpendicularmente ao comprimento. No experimento de Melling, o duto usado é conectado a um tanque com nível mantido constante e recebe uma vazão mássica de 1,5 kilogramas por segundo.

#### Condição de contorno de entrada

Na entrada do duto foi imposta uma velocidade uniforme constante  $U_b$ , de 0,915m/s, resultando em um número de Reynolds, baseado no diâmetro hidráulico, igual a  $4,2 \times 10^4$ . O diâmetro hidráulico é definido como

$$D_H = 4 \frac{A_s}{P_e}, \quad (4.1)$$

com  $A_s$  representando a área da seção transversal do duto e  $P_e$  o perímetro da seção transversal.

Foi imposta uma intensidade de turbulência  $IT$ , igual a 10%, conforme o escoamento estudado por Melling [41], definida como

$$IT = \frac{u'}{U_b}, \quad (4.2)$$

onde:  $u'$  é dado por:

$$u' = \sqrt{\frac{1}{3} [(u'_x)^2 + (u'_y)^2 + (u'_z)^2]} \quad (4.3)$$

e  $U_b$  é a velocidade uniforme na entrada.

#### Condição de contorno de saída

Na saída do duto foi imposta a pressão atmosférica padrão igual a 101325 Pascal.

### Apresentação dos resultados

Serão apresentados os resultados obtidos para os seguintes parâmetros:

- velocidade axial medida na linha de centro do duto,  $U_s$ ;
- diferencial de pressão  $dP$ , ao longo do comprimento adimensional,  $x/D_H$ ;
- valor da velocidade de atrito;
- perfis de velocidade transversal adimensionalizada  $U/U_s$ , em função da coordenada adimensional  $y/D_H$ , medidos em  $x/D_H = 5, 6$  e  $x/D_H = 36, 8$ ;
- perfil de energia cinética de turbulência adimensionalizada  $k/U_s^2$ , em função da coordenada adimensional  $y/D_H$ , medida em  $x/D_H = 36, 8$ ;
- iso-linhas de energia cinética turbulenta medidas em  $x/D_H = 36, 8$ ;
- visualização qualitativa do escoamento secundário através de vetores velocidade em  $x/D_H = 36, 8$ ;
- visualização quantitativa do escoamento secundário através de iso-linhas de velocidade em  $x/D_H = 36, 8$ .

#### 4.1.2 Estudo de malha

Primeiramente foi feito um estudo de refinamento de malha. Para tanto, foram avaliadas quatro malhas computacionais, todas construídas utilizando-se elementos hexaédricos, com números de nós e elementos apresentados na tabela 4.1.

Tabela 4.1: Números de nós e elementos das malhas do duto de seção quadrada ensaiados no estudo de malha

Malha	Número de nós	Número de elementos
Malha 1	12505	11520
Malha 2	41053	38640
Malha 3	105651	100800
Malha 4	203401	195840

O estudo completo é apresentado no Anexo B.1, sendo a malha denominada como “Malha 4” escolhida para a avaliação dos modelos de turbulência nas suas formas

padrão e com a modificação proposta por Spalart [53]. Esta malha tem a sua vista isométrica apresentada na figura 4.2 e as vistas frontal e lateral nas figuras 4.3(a) e 4.3(b), respectivamente.

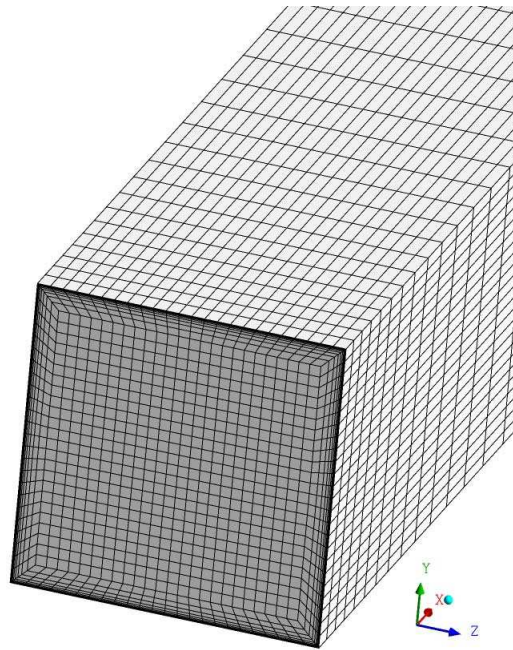


Figura 4.2: Malha computacional para a geometria do duto reto de seção quadrada.

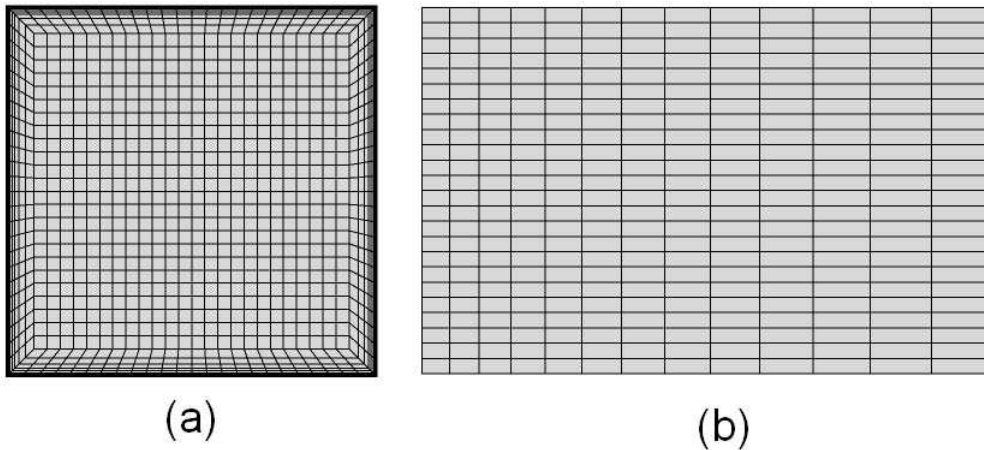


Figura 4.3: Malha computacional para a geometria do duto reto de seção quadrada: (a) vista frontal e (b) vista lateral.

### 4.1.3 Velocidade axial na linha de centro

A velocidade média axial adimensionalizada pela velocidade média  $U_s/U_b$ , ao longo da linha de centro do duto em função do comprimento adimensional  $x/D_H$ , é apresentada na figura 4.4.

O gráfico mostra um aumento da velocidade na linha de centro do duto até



$x/D_H = 25$ . Este aumento é resultado do crescimento da espessura da camada limite nas paredes, o que aumenta a restrição do escoamento médio que, por consequência, acelera o escoamento na direção longitudinal. De acordo com os resultados de Melling [41], após atingir o valor máximo da velocidade, esta se mantém aparentemente constante antes de sofrer uma redução gradual, como resultado de uma redistribuição da quantidade de movimento e do surgimento do escoamento secundário ao longo do duto. Após este comprimento, a velocidade na linha de centro atinge um valor constante quando o escoamento está plenamente desenvolvido, o que acontece em  $x/D_H \sim 36,8$ .

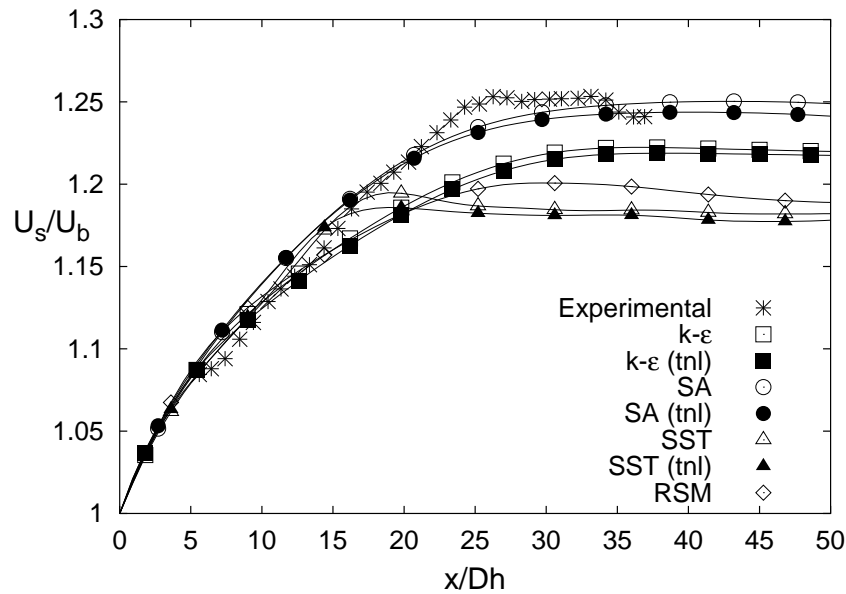


Figura 4.4: Componente axial da velocidade ao longo do comprimento do duto.

O modelo de turbulência Spalart-Allmaras é o que apresenta valores do perfil de velocidade axial mais próximos do experimental, sendo o resultado obtido com o tensor não linear, SA(tnl), melhor que o obtido com o modelo clássico SA. Após o completo desenvolvimento do escoamento o comportamento do modelo de turbulência  $k - \varepsilon$  é semelhante ao obtido pelo modelo Spalart-Allmaras, porém com valores subestimados em relação ao experimento. Ambos os resultados obtidos com o modelo  $k - \varepsilon$  são bons. A diferença entre o modelo com o tensor não linear,  $k - \varepsilon$ (tnl), e o modelo convencional,  $k - \varepsilon$ , é muito pequena, embora o resultado do  $k - \varepsilon$ (tnl) esteja mais distante do perfil experimental. Os resultados obtidos com o modelo SST são os que mais se afastam da realidade experimental, apesar de serem qualitativamente coerentes. O resultado obtido com o modelo RSM só é melhor que os resultados obtidos com os modelos SST.

A partir do ponto onde o escoamento está plenamente desenvolvido,  $x/D_H \sim 36,8$ , o modelo Spalart-Allmaras apresenta os melhores resultados. Na tabela, 4.2, a

seguir, são apresentados os erros percentuais dos modelos de turbulência simulados, em comparação com o valor da velocidade média obtida experimentalmente em  $x/D_H \sim 36,8$ , que tem o seu valor igual a 1,24. Este erro percentual é definido pela relação:

$$Erro\% = \frac{(R)_E - (R)_N}{(R)_E} \times 100 \quad (4.4)$$

onde  $(R)_E$  e  $(R)_N$  são os resultados obtidos com o ensaio experimental e numérico, respectivamente.

Tabela 4.2: Diferença percentual da velocidade média em  $x/D_H \sim 36,8$

Modelo de turbulência	Erro (%)
SA	0,8
SA (tnl)	0,2
$k - \varepsilon$	1,5
$k - \varepsilon$ (tnl)	2,4
SST	4,8
SST (tnl)	4,9
RSM	4,0

#### 4.1.4 Diferencial de pressão e velocidade de atrito

De acordo com Melling [41] o gradiente de pressão axial é linear ao longo do comprimento do duto fora da região de desenvolvimento do escoamento. Tal comportamento é esperado, somente se o escoamento estiver plenamente desenvolvido. Na figura 4.5 é apresentado o diferencial de pressão estática  $dP$ , ao longo do comprimento  $x/D_H$ , para todos os modelos de turbulência simulados.

Nesta situação, Melling [41] propõe que a tensão cisalhante média na parede  $\tau_P$ , seja calculada a partir do gradiente de pressão, usando a seguinte equação:

$$\tau_P = -\frac{1}{4}D_H \frac{dp}{dx}, \quad (4.5)$$

onde  $dp/dx$  é o gradiente de pressão axial e  $D_H$  é o diâmetro hidráulico, definido na equação 4.1.

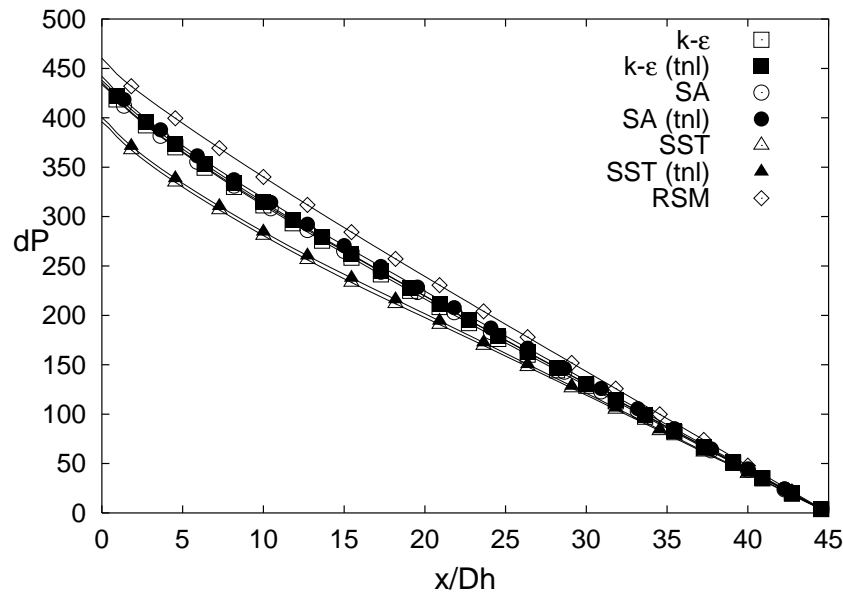


Figura 4.5: Diferença de pressão medida ao longo do comprimento do duto.

A partir da tensão cisalhante média, é possível calcular o valor da velocidade de atrito correspondente ao valor da tensão cisalhante média, conforme a relação:

$$u_F = \sqrt{\frac{\tau_P}{\rho}}, \quad (4.6)$$

onde  $\rho$  é a massa específica do fluido.

O resultado da velocidade de atrito  $u_F$ , encontrado por Melling em seu experimento foi de 0,049 metros por segundo. Os resultados da velocidade de atrito obtidos neste trabalho, para todos os modelos de turbulência, são apresentados na tabela 4.3, assim como erro percentual em relação ao experimento de Melling.

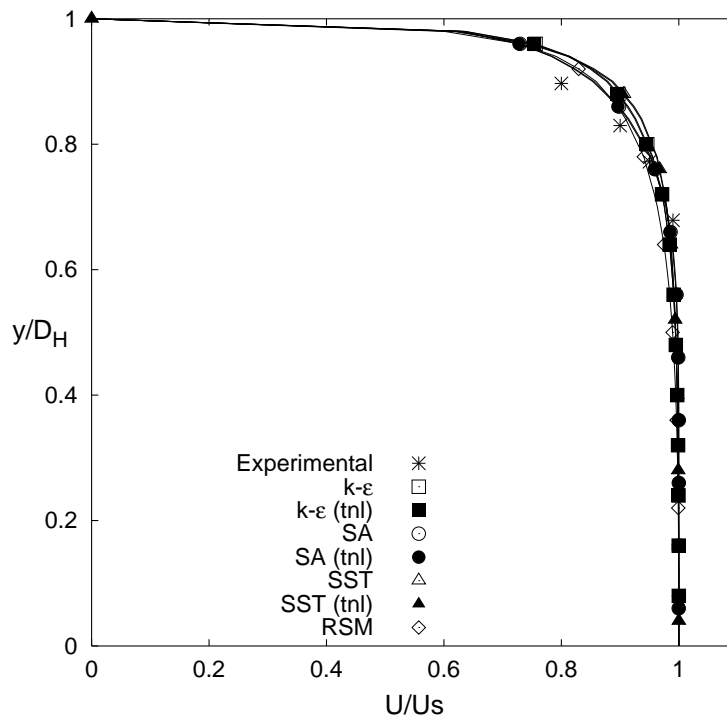
O valor da velocidade de atrito obtido na simulação usando o modelo de turbulência RSM, foi o mais próximo do experimental, sendo que em todos os outros modelos de turbulência, a implementação feita no tensor de Reynolds representou uma melhor aproximação em relação ao resultado experimental.

Tabela 4.3: Velocidade de atrito

Modelo de turbulência	Velocidade de atrito (m/s)	Diferença (%)
SA	0,0468	4,5
SA (tnl)	0,0473	3,4
$k - \varepsilon$	0,0467	4,7
$k - \varepsilon$ (tnl)	0,0463	5,4
SST	0,0446	8,9
SST (tnl)	0,0450	8,2
RSM	0,0489	0,2

#### 4.1.5 Perfis de velocidade

As figuras 4.6 e 4.7 representam os perfis de velocidade adimensionalizada  $U/U_s$ , em função da coordenada adimensional  $y/D_H$  para  $x/D_H = 5,6$  e  $x/D_H = 36,8$ , respectivamente. O ponto situado em  $y/D_H = 0$  está localizado o centro do duto, enquanto que  $y/D_H = 1$  corresponde a um ponto sobre a parede do duto. A evolução dos perfis de velocidade mostra o aumento da velocidade axial em relação à velocidade média do escoamento, provocado pelo aumento da espessura da camada limite à medida que o escoamento se desenvolve.

Figura 4.6: Perfil de velocidade em  $x/D_H = 5,6$ .

Na figura 4.6, todos os modelos de turbulência testados apresentaram boa concordância com os resultados experimentais. Na figura 4.7, em  $x/D_H = 36,8$ , a modificação implementada no cálculo do tensor de Reynolds teve como efeito a aproximação entre os resultados numérico e experimental para os três modelos:  $k - \varepsilon$ (tnl), SA(tnl) e SST(tnl), sendo o modelo Spalart-Allmaras (tnl) o mais próximo dos dados experimentais de Melling [41], capturando bem a tendência de aumento da espessura da camada limite ao longo do comprimento.

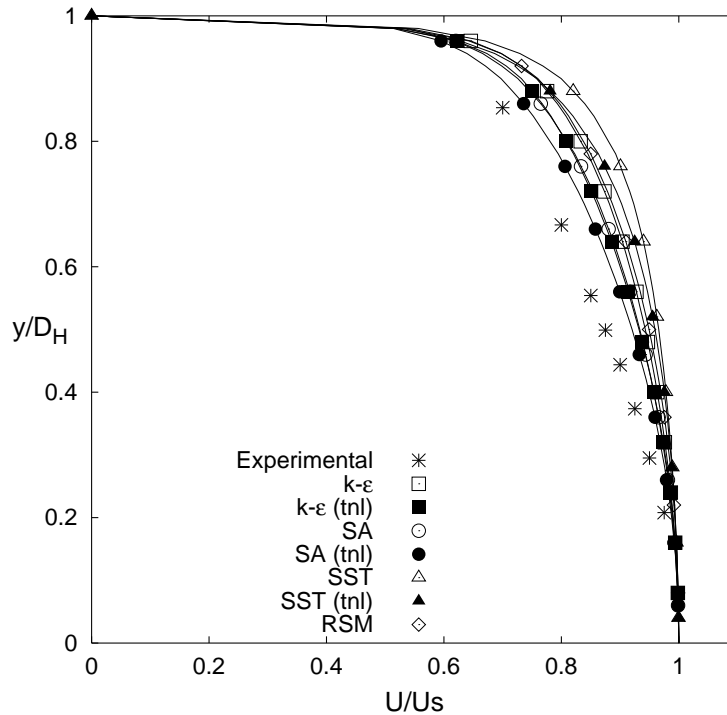


Figura 4.7: Perfil de velocidade em  $x/D_H = 36,8$ .

#### 4.1.6 Energia cinética turbulenta

Na seção localizada em  $x/D_H = 36,8$  foram obtidos os resultados de energia cinética turbulenta. Estes perfis são apresentados na figura 4.8, adimensionalizados pelo quadrado da velocidade na linha de cento,  $U_s$ . Os resultados do modelo de turbulência Spalart-Allmaras não são apresentados neste gráfico, pois este modelo não leva em consideração o cálculo desta variável.

O resultado mostra a tendência, já apresentada anteriormente na figura 2.2, com maiores valores na região próxima à parede e menores valores na região central do duto, indicando que a produção de energia cinética turbulenta se dá na região interna da camada limite.

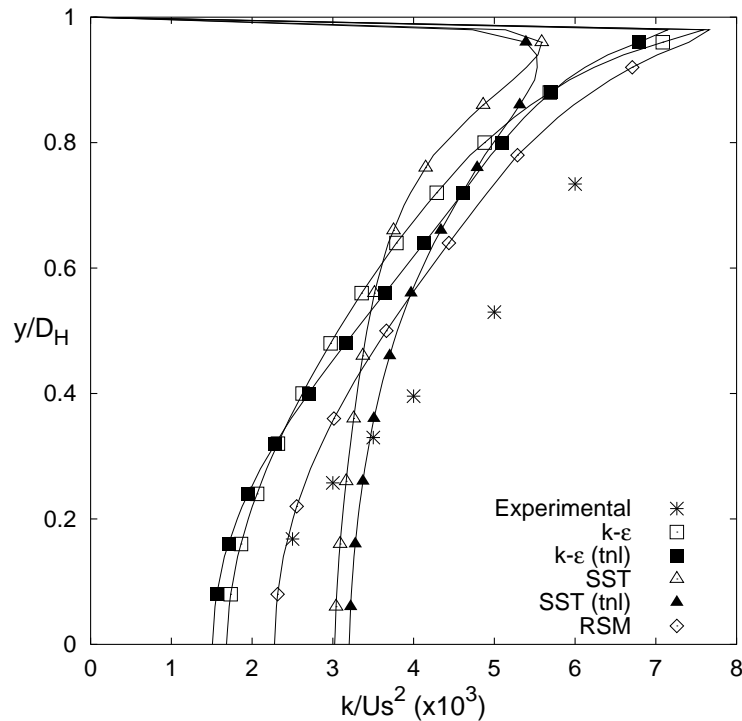


Figura 4.8: Perfil de energia cinética turbulenta em  $x/D_H = 36,8$ .

Os modelos  $k-\varepsilon$  e RSM proporcionam as melhores simulações do perfil de energia cinética turbulenta experimental, porém, ambos subestimam os valores experimentais. O modelo  $k-\varepsilon(\text{tnl})$  apresenta melhores resultados na região próxima à parede em relação ao modelo  $k-\varepsilon$  padrão. Esta tendência se inverte no centro do duto. O modelo de turbulência modificado, SST(tnl), apresentou resultados mais próximos do experimento, quando comparado com a sua forma padrão, na região central do escoamento.

Nas figuras (4.9), (4.10) e (4.11) são mostradas as iso-linhas de energia cinética turbulenta ao longo de um quarto da seção localizada em  $x/D_H = 36,8$ . Os resultados experimental de Melling e o modelo de turbulência RSM são apresentados nas figuras 4.9(a) e 4.9(b), respectivamente. Na região mais próxima do canto do duto, os resultados são coerentes, porém quando se aproxima do centro do duto, os resultados do modelo RSM mostram iso-linhas mais circulares.

Nas figuras 4.10 e 4.11 são apresentadas as iso-linhas de energia cinética turbulenta para os modelos  $k-\varepsilon$  e SST, respectivamente. Em ambas as figuras, (a) representa o resultado para o modelo de turbulência na sua forma padrão e (b) o modelo com a modificação implementada neste trabalho.

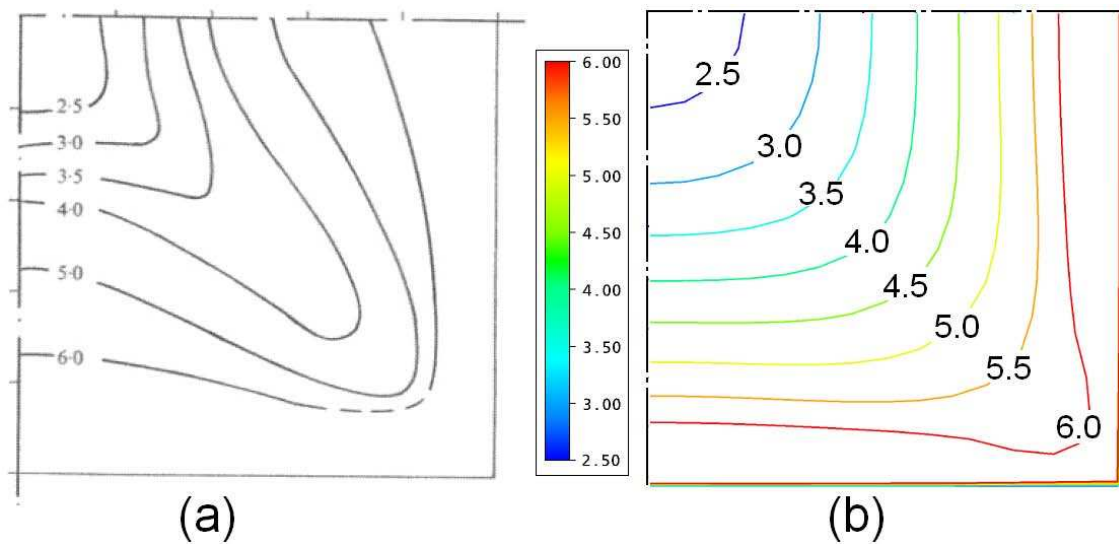


Figura 4.9: Iso-linhas de energia cinética turbulenta em  $x/D_H = 36, 8$ . (a) Experimental de Melling e (b) Modelo RSM.

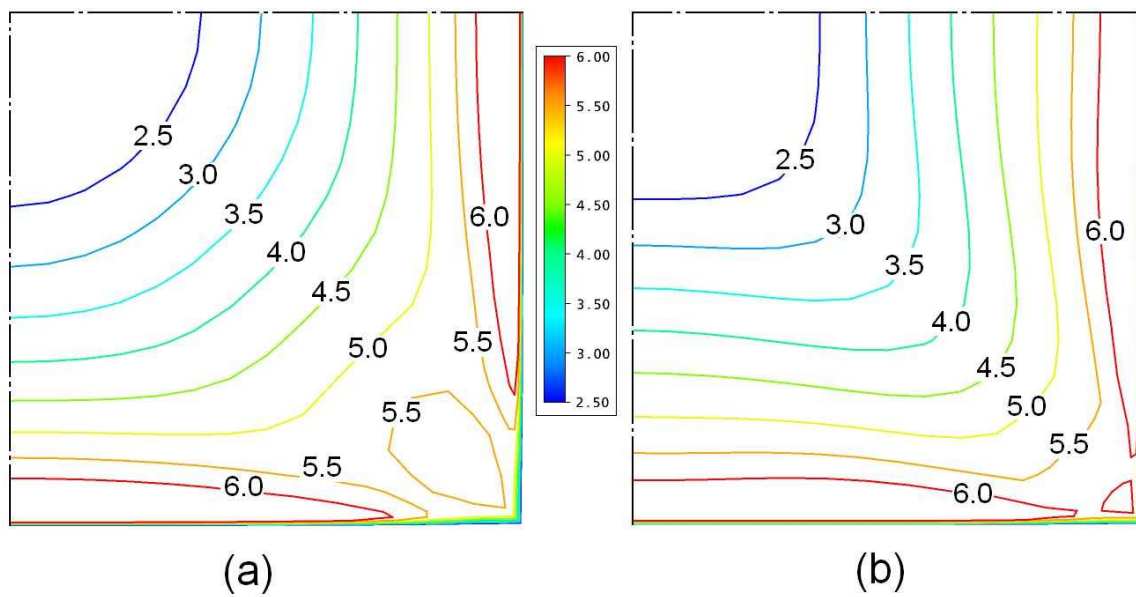


Figura 4.10: Iso-linhas de energia cinética turbulenta em  $x/D_H = 36, 8$ . Modelos (a)  $k - \varepsilon$  e (b)  $k - \varepsilon$  (tnl).

Para os dois modelos de turbulência apresentados, a implementação da modificação no tensor de Reynolds apresentou nítida melhora no padrão das iso-linhas de energia cinética de turbulência, aproximando o comportamento numérico do que foi observado por Melling [41] em seus levantamentos experimentais.

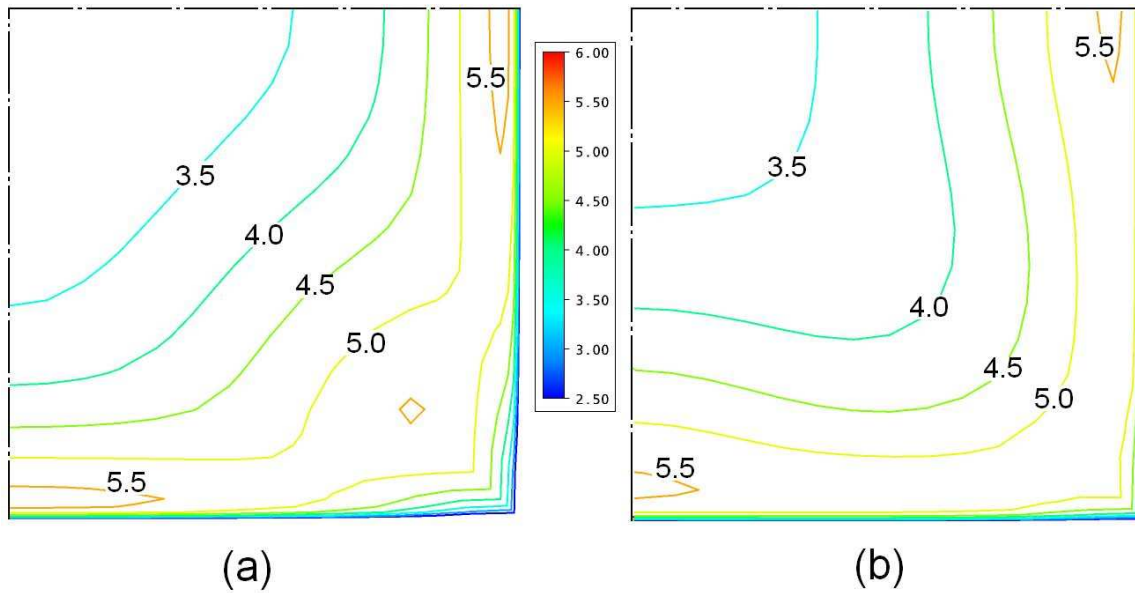


Figura 4.11: Iso-linhas de energia cinética turbulenta em  $x/D_H = 36,8$ . Modelos (a) SST e (b) SST (tnl).

#### 4.1.7 Escoamento secundário

A caracterização do escoamento secundário é apresentada nesta seção. A correta caracterização do escoamento secundário é de extrema importância para a obtenção das fontes de ruídos em dutos. Nas figuras 4.12, 4.13, 4.14 e 4.15, são apresentados os vetores velocidade do escoamento secundário. Esta representação é obtida definindo-se o vetor velocidade, conforme a relação:

$$\vec{U} = 0\hat{i} + v\hat{j} + w\hat{k} \quad (4.7)$$

Nas figuras 4.12(a) e 4.12(b) são apresentados graficamente os campos de velocidade do escoamento secundário obtidos pelo experimento de Melling [41] e com o modelo RSM, respectivamente. Nota-se claramente que este modelo de turbulência é capaz de reproduzir o escoamento secundário observado experimentalmente com boa aproximação.

Nas figuras 4.13, 4.14 e 4.15 são apresentados os resultados obtidos com os modelos de turbulência SA,  $k-\varepsilon$  e SST, respectivamente. Em todas as figuras, (a) representa o resultado com o modelo padrão e (b) é o resultado com a modificação implementada para o tensor não linear.



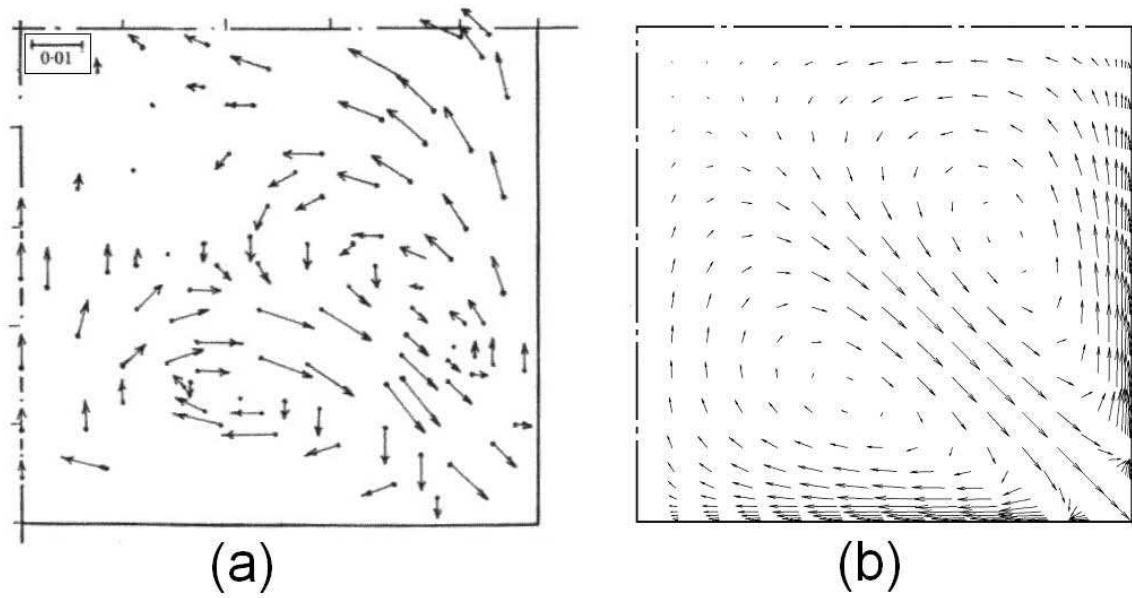


Figura 4.12: Escoamento secundário em  $x/D_H = 36,8$ . (a) Experimental de Melling e (b) Modelo RSM.

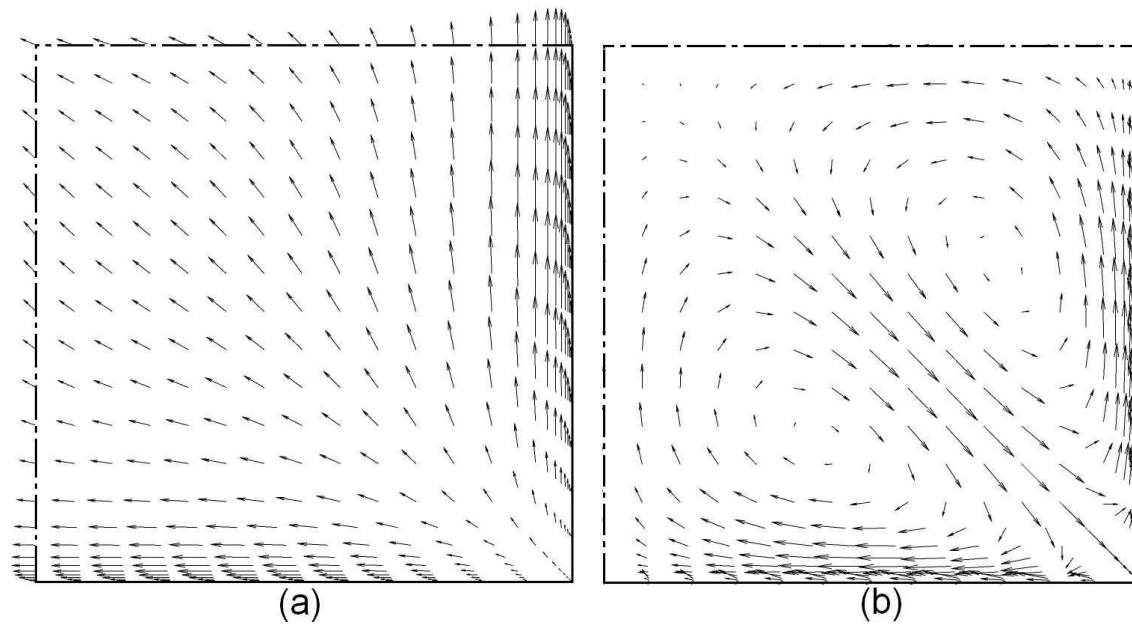


Figura 4.13: Escoamento secundário em  $x/D_H = 36,8$ . Modelos (a) SA e (b) SA (tnl).

Para os três modelos de turbulência baseados na hipótese de Boussinesq, a inclusão do tensor não linear de Spalart [53] possibilitou a captura do escoamento secundário com boa concordância em relação ao experimento, o que não aconteceu nos modelos originais.

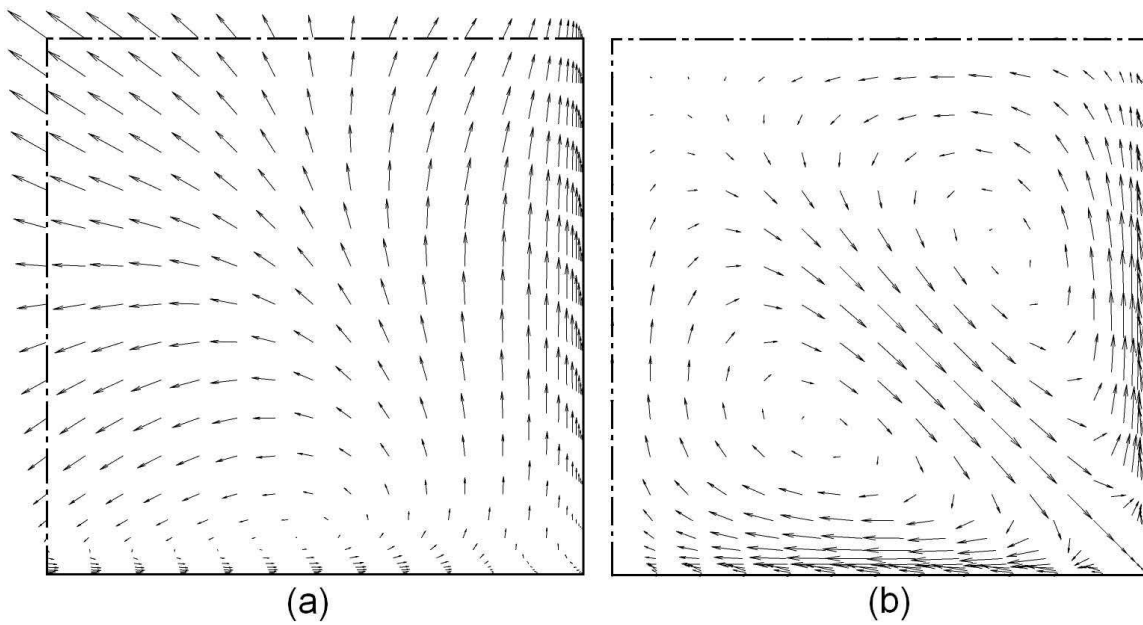


Figura 4.14: Escoamento secundário em  $x/D_H = 36,8$ . Modelos (a)  $k - \varepsilon$  e (b)  $k - \varepsilon$  (tnl).

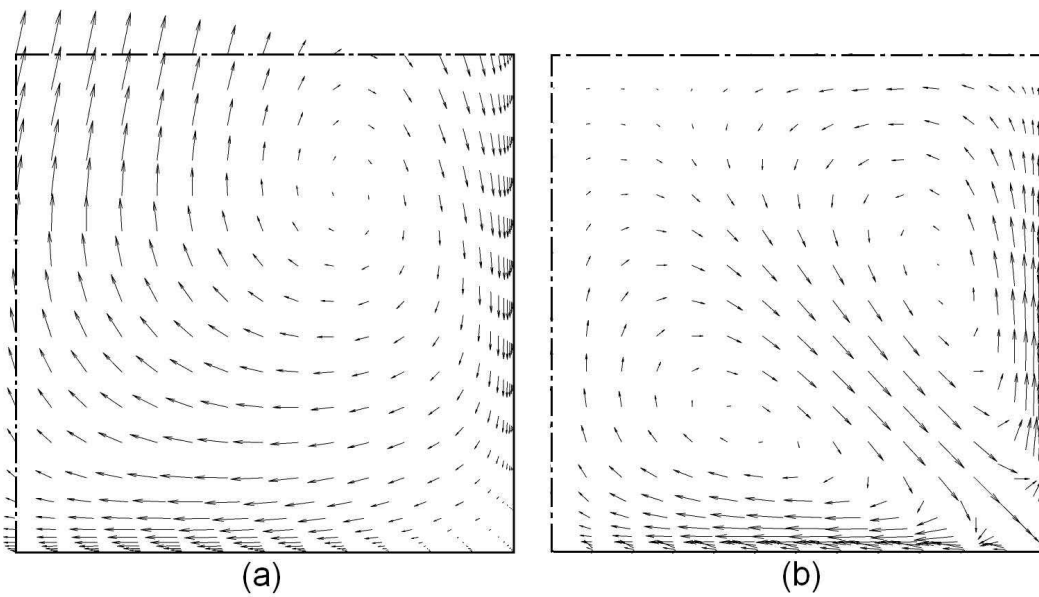


Figura 4.15: Escoamento secundário em  $x/D_H = 36,8$ . Modelos (a) SST e (b) SST (tnl).

As figuras 4.16, 4.17, 4.18 e 4.19 representam as linhas de iso-valores de velocidade do escoamento secundário. Para os modelos  $k - \varepsilon$ , SA e SST, (a) contem a representação dos modelos na sua forma padrão e (b) refere-se aos modelos na forma modificada.

Os valores obtidos para as velocidades do escoamento secundário com os modelos SA,  $k - \varepsilon$  e SST, figuras 4.17(a), 4.18(a) e 4.19(a), são muito inferiores aos valores obtidos pelo modelo RSM, figura 4.16. Na média, são 100 vezes menores.

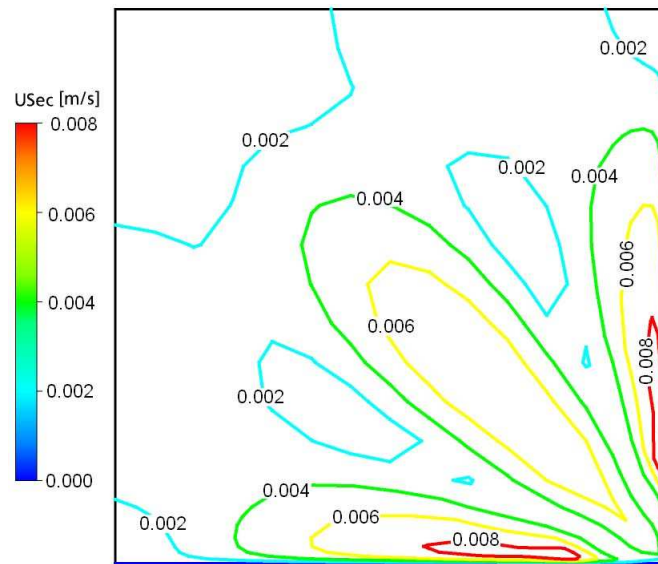


Figura 4.16: Linhas de iso-valores de velocidade para o escoamento secundário em  $x/D_H = 36,8$  no modelo RSM.

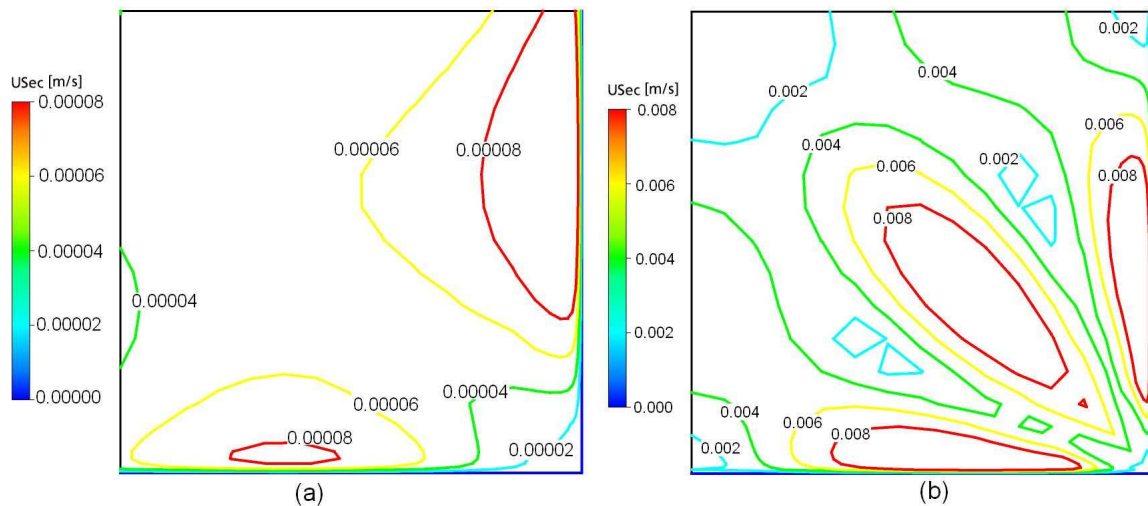


Figura 4.17: Linhas de iso-valores de velocidade para o escoamento secundário em  $x/D_H = 36,8$ . Modelos (a) SA e (b) SA (tnl).

Para os três modelos baseados na hipótese de Boussinesq modificados, SA(tnl),  $k - \varepsilon$ (tnl) e SST(tnl), os resultados obtidos para as velocidades do escoamento secundário, figuras 4.17(b), 4.18(b) e 4.19(b), são qualitativa e quantitativamente similares entre si e também com os resultados obtidos pelo modelo RSM, figura 4.16.

Os resultados das figuras 4.16, 4.17, 4.18 e 4.19 são coerentes com os apresentados pelas figuras 4.12, 4.13, 4.14 e 4.15, confirmando o bom desempenho do tensor não linear de Spalart [53] nos três modelos de turbulência testados, pois além de possibilitar a modelagem numérica deste tipo de escoamento, feito impossível com a formulação

clássica dos modelos SA,  $k - \varepsilon$  e SST, ainda fornece bons resultados qualitativos e quantitativos.

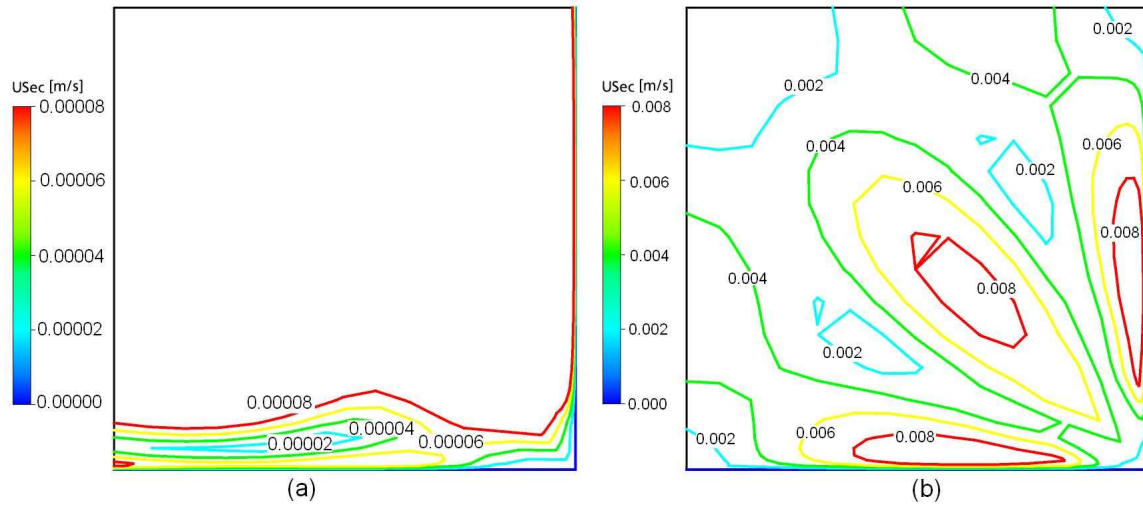


Figura 4.18: Linhas de iso-valores de velocidade para o escoamento secundário em  $x/D_H = 36,8$ . Modelos (a)  $k - \varepsilon$  e (b)  $k - \varepsilon$  (tnl).

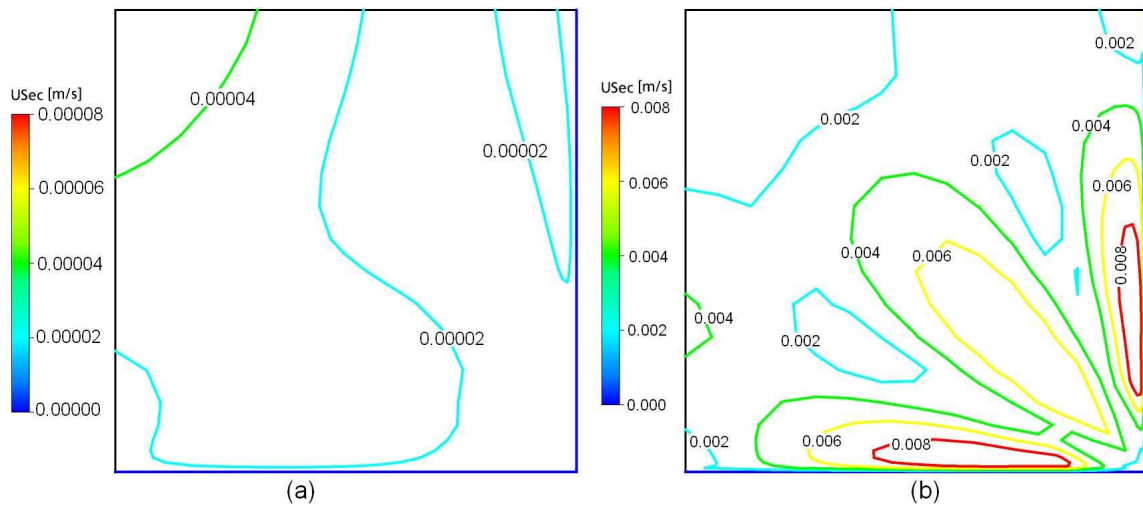


Figura 4.19: Linhas de iso-valores de velocidade para o escoamento secundário em  $x/D_H = 36,8$ . Modelos (a) SST e (b) SST (tnl).

#### 4.1.8 Tempo computacional

Em todos os modelos de turbulência testados, a implementação feita no tensor de Reynolds, proposta por Spalart [53], mostra bons resultados para o escoamento secundário. Os modelos de turbulência na sua forma original não são capazes de representar esta característica do escoamento. Entretanto, sabe-se que esta modificação implementada resulta em acréscimo do custo computacional. Na tabela 4.7 são

apresentados os tempos computacionais resultantes das simulações realizadas para este caso-teste com todos os modelos ensaiados.

A diferença é calculada de acordo com a expressão abaixo:

$$Diferenca\% = \frac{(T)_{tnl} - (T)_{PAD}}{(T)_{PAD}} \times 100 \quad (4.8)$$

onde  $(T)_{tnl}$  e  $(T)_{PAD}$  são os valores do tempo por iteração para os modelos tnl e padrão, respectivamente.

Nos modelos SA e  $k-\varepsilon$  houve um acréscimo de mais de 50% do tempo por iteração em relação aos respectivos modelos originais, no entanto, em ambos a modificação se mostrou efetiva e eficiente, já que o tempo por iteração está abaixo do registrado para o modelo RSM. O modelo SST(tnl) apresentou um aumento de aproximadamente 40% no tempo, em relação ao SST, porém este acréscimo foi o suficiente para fazer com que este modelo tivesse um tempo por iteração maior que no modelo RSM.

Em termos do número de iterações, a implementação feita não resultou em uma diferença significativa na convergência dos modelos testados, sendo que para todos foi necessário um número de iterações consideravelmente menor que no modelo RSM.

Para o tempo total de cálculo, o modelo RSM apresenta o maior tempo computacional, com grande diferença em relação aos outros modelos testados, tanto nas suas formas padrão quanto com a modificação proposta por Spalart [53]

Tabela 4.4: Tempo computacional - geometria do duto de seção quadrada

Modelo de turbulência	N.de iterações	Tempo/iteração (Segundos)	Tempo total (Minutos)	Diferença %
SA	71	3,0	3,6	67
SA (tnl)	76	5,0	6,3	
$k - \varepsilon$	70	3,7	4,3	54
$k - \varepsilon$ (tnl)	61	5,7	5,8	
SST	102	5,0	8,5	40
SST (tnl)	92	7,0	10,7	
RSM	434	6,3	45,6	

## 4.2 Duto curvo de seção retangular

Dutos curvos de vários comprimentos, razões de aspecto e raios de curvatura são empregados rotineiramente em diversas aplicações de engenharia, como dutos de ar condicionado, tubulações de transporte de gases aquecidos, instalações industriais, motores, etc.

Na literatura existem basicamente dois tipos de estudos experimentais para este tipo de duto. Em um deles, são estudados os efeitos das curvaturas côncava e convexa na camada limite, principalmente em dutos curvos com grande raio de curvatura. Experimentos importantes deste tipo incluem os estudos de Smits et al. [51], Gillis e Johnston [19], Hoffman et al. [24] e Muck et al. [43]. Estes estudos de camada limite indicam que a curvatura convexa do duto possui um efeito estabilizador, reforçando a ação do mecanismo de dissipação da energia cinética turbulenta, enquanto que a curvatura côncava tem um efeito contrário, ou seja, um aumento na atuação do mecanismo de produção da energia cinética de turbulência.

No segundo tipo os experimentos têm sido conduzidos principalmente em dutos de seção quadrada, com seções curtas ou longas antes da curva. O objetivo é estudar a evolução do movimento secundário em escoamentos com desenvolvimento da camada limite. Autores como Humphrey et al. [25], Chang et al. [6] e Iacovides et al. [27] já desenvolveram estudos nesta linha de pesquisa. De acordo com Humphrey et al. [25] em um duto curvo de seção retangular, o escoamento é caracterizado por um desbalanço entre a força de pressão, que atua no sentido da parede côncava para a parede convexa, e a força centrífuga, que atua no sentido oposto. No núcleo do escoamento o efeito da aceleração centrípeta se sobrepõe ao gradiente de pressão radial criando um escoamento perpendicular à direção do escoamento principal. Este escoamento perpendicular ocorre da parede côncava para a parede convexa.

Em seu trabalho, Hunt e Joubert [26], sugerem a necessidade de se distinguir entre os escoamentos no interior de dutos curvos de grande curvatura, dominados por efeitos de cisalhamento, e os escoamentos em dutos curvos com menor curvatura, dominados por efeitos inerciais.

### 4.2.1 Domínio de cálculo

No experimento proposto por Kim e Patel [29], utilizado como caso teste neste trabalho, foi investigado o desenvolvimento de um escoamento turbulento em um duto de seção transversal retangular de razão de aspecto, largura por altura, igual a 6, com a presença de um curva de  $90^\circ$ , como apresentado na figura 4.20.

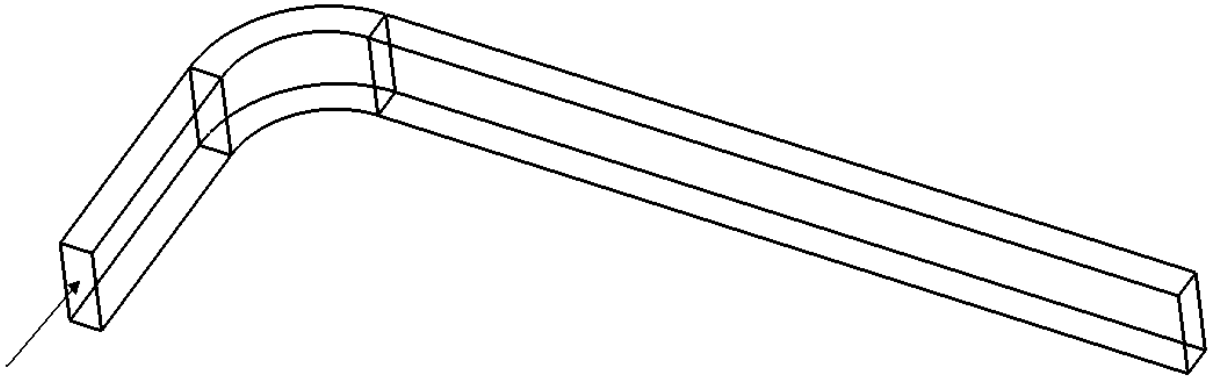


Figura 4.20: Duto de seção retangular com a presença de uma curva de  $90^\circ$

As dimensões do duto são apresentadas na figura 4.21, considerando-se um plano de simetria na metade da altura do duto, representado pela linha tracejada da figura. Todas as dimensões são apresentadas em função da largura do canal de entrada,  $H$ , que tem o seu valor igual a 0,203 metros.

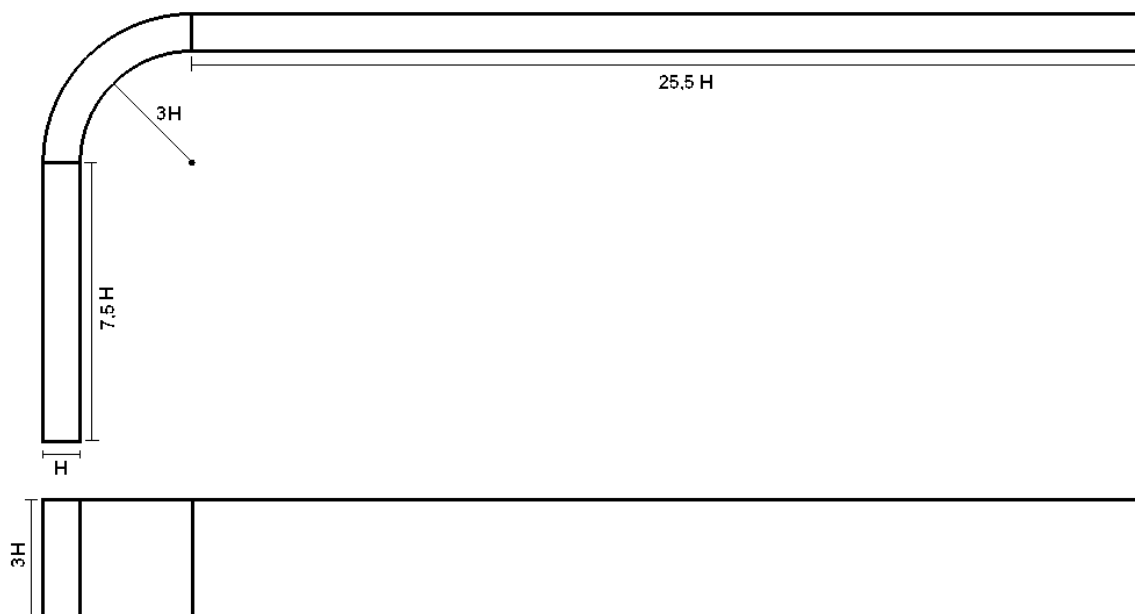


Figura 4.21: Dimensões do duto curvo de seção retangular



Condição de contorno de entrada

Na entrada do duto foi imposta uma velocidade uniforme e constante  $U_o$ , no valor de  $16m/s$ , resultando em um número de Reynolds, baseado na largura do duto  $H$ , igual a

$$Re = \frac{U_o H}{\nu} = 224000, \quad (4.9)$$

onde:

$U_o = 16m/s$  é a velocidade média na entrada do duto,

$H = 0,203m$  é a largura do duto,

$\nu = 1,45 \times 10^{-5} m^2/s$  é a viscosidade cinemática do ar.

Foi imposta uma intensidade de turbulência  $IT$ , igual a 10%, definida por:

$$IT = \frac{u'}{U_o}, \quad (4.10)$$

onde:  $u'$  é dado pela expressão 4.3.

Condição de contorno de simetria

Para o domínio de cálculo computacional foi simulado a metade da geometria, considerando-se um plano de simetria na metade da altura do duto. Neste plano foi imposta a condição de contorno de simetria, ou seja:

- velocidade normal igual a zero;
- gradientes normais iguais a zero para todas as variáveis.

### Apresentação dos resultados

Serão apresentados os resultados para os seguintes parâmetros do escoamento:

- coeficiente de pressão, definido pela relação a seguir, medido nas paredes interna e externa do duto, no plano de simetria, mostradas na figura 4.22;

$$C_p = \frac{P - P_o}{\frac{1}{2}\rho U_o^2}, \quad (4.11)$$

onde:  $P_o$  e  $U_o$  são a pressão estática de referência e a velocidade média, ambas tomada na entrada do duto e  $\rho$  é a massa específica do fluido;

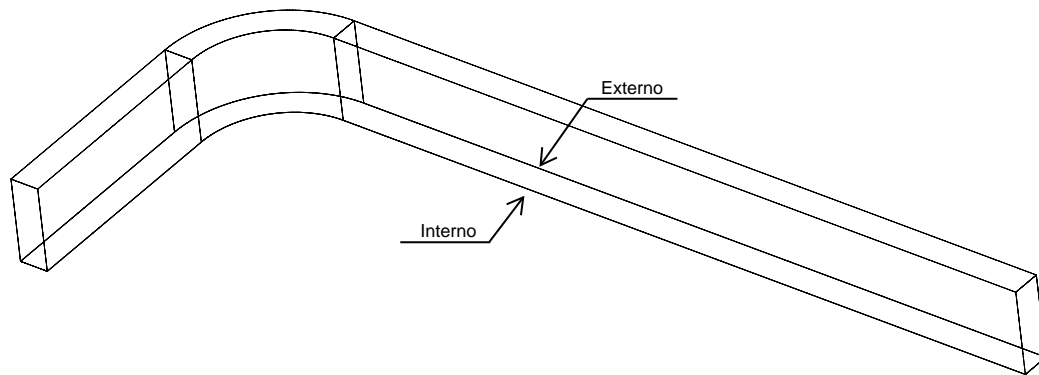


Figura 4.22: Linhas de medida do coeficiente de pressão.

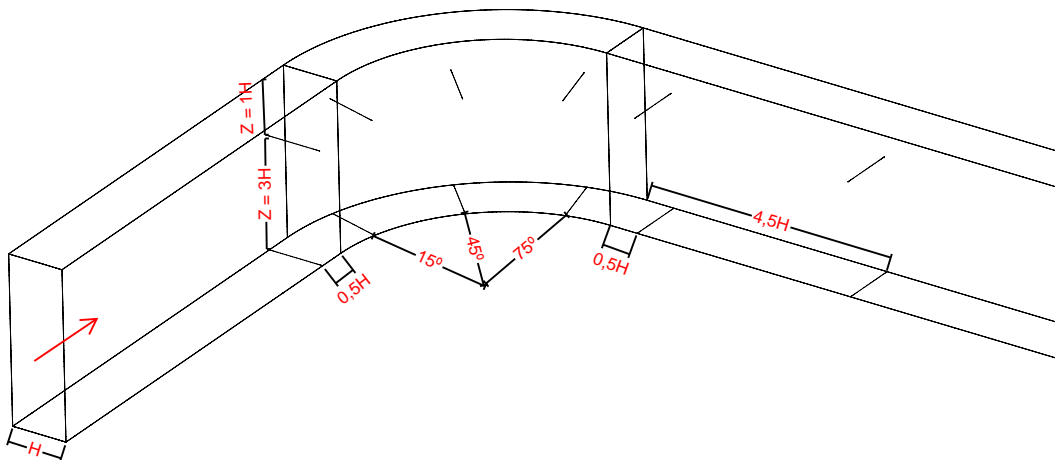


Figura 4.23: Posições dos perfis de velocidade.

- perfis de velocidade medidos ao longo do comprimento do duto, de acordo com a figura 4.23. São apresentados perfis de velocidade nos planos referenciados pela

tabela 4.5. Para cada plano de corte foram obtidos dois perfis de velocidade, sendo um no plano de simetria e outro localizado em  $Z = 1H$ , medido a partir do topo do duto;

Tabela 4.5: Planos de corte para os perfis de velocidade

Referência	Posição em relação à curva
$u1$	$4,5H$ à montante
$u2$	$0,5H$ à montante
$15^\circ$	$15^\circ$ a partir do início
$45^\circ$	$45^\circ$ a partir do início
$75^\circ$	$75^\circ$ a partir do início
$d1$	$0,5H$ à jusante
$d2$	$4,5H$ à jusante

- visualização do escoamento secundário. Para tanto, foram criados planos de corte perpendiculares à direção do escoamento nas posições  $15^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $75^\circ$ ,  $d1$  e  $d2$ , de acordo com a tabela 4.5;

## 4.2.2 Estudo de malha

Para este caso teste, foi feito um estudo de refinamento da malha com a avaliação de três (3) malhas computacionais, construídas utilizando-se elementos hexaédricos. Os respectivos números de nós e de elementos são apresentados na tabela 4.6.

Tabela 4.6: Números de nós e elementos das malhas do duto curvo de seção retangular

Malha	Número de nós	Número de elementos
Malha 1	725169	702720
Malha 2	1135987	1106304
Malha 3	1454350	1419568

De acordo com os resultados obtidos no estudo de malha e apresentados no Anexo B.2, a malha 3, figuras 4.24 e 4.25, foi escolhida para a simulação numérica do caso teste de Kim e Patel [29].

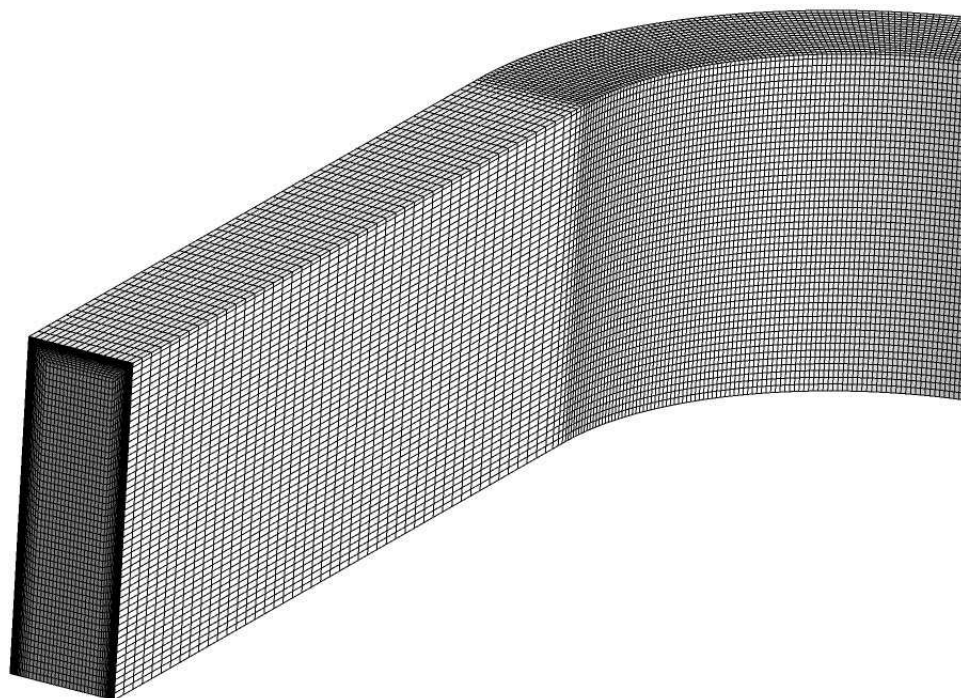


Figura 4.24: Malha computacional para o duto curvo de seção retangular

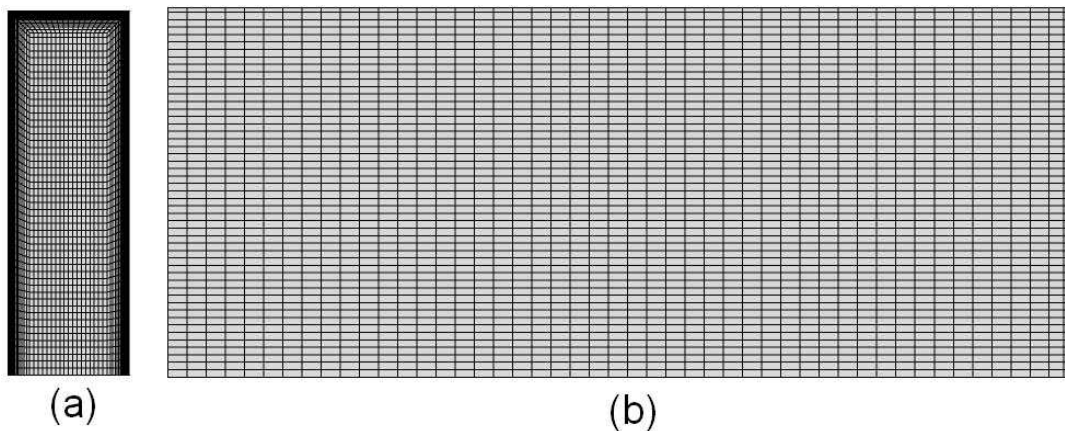


Figura 4.25: Malha computacional para o duto curvo de seção retangular: (a) vista frontal e (b) vista lateral

### 4.2.3 Coeficiente de pressão

Nas figuras 4.26 e 4.28 estão apresentados os coeficientes de pressão nas paredes interna e externa do duto, ao longo do plano de simetria. No gráfico, no eixo das abscissas  $x/H$  é medido ao longo do duto, seguindo a direção principal do escoamento. Os resultados revelam a presença do gradiente de pressão citado por Humphrey et al. [25], entre as paredes interna (convexa) e externa (côncava). A parede interna apresenta coeficientes de pressão negativos enquanto que a parede externa mostra coeficientes de pressão positivos.

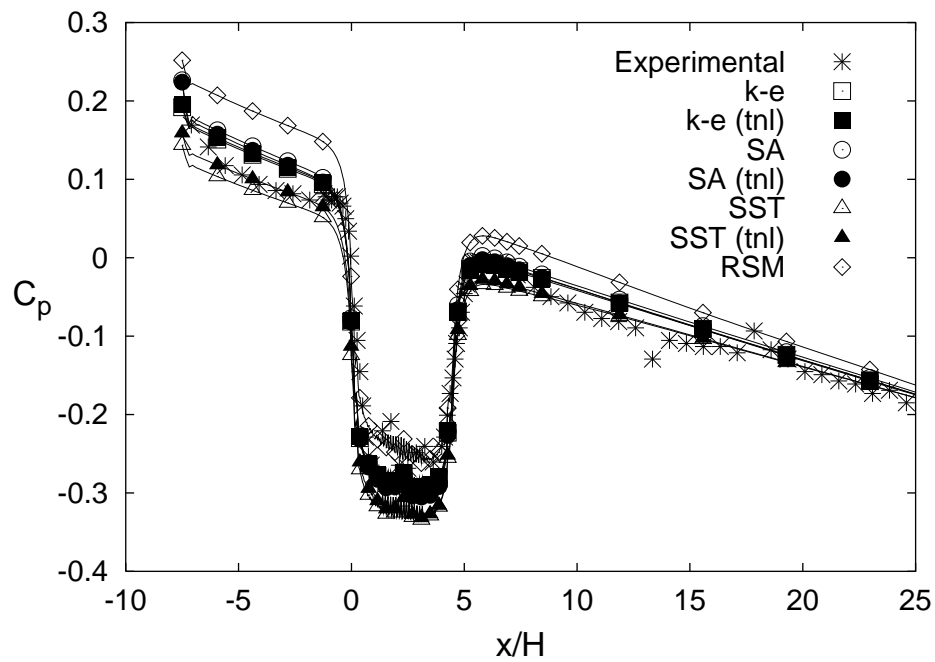


Figura 4.26: Coeficiente de pressão na parede interna (convexa) ao longo do plano de simetria.

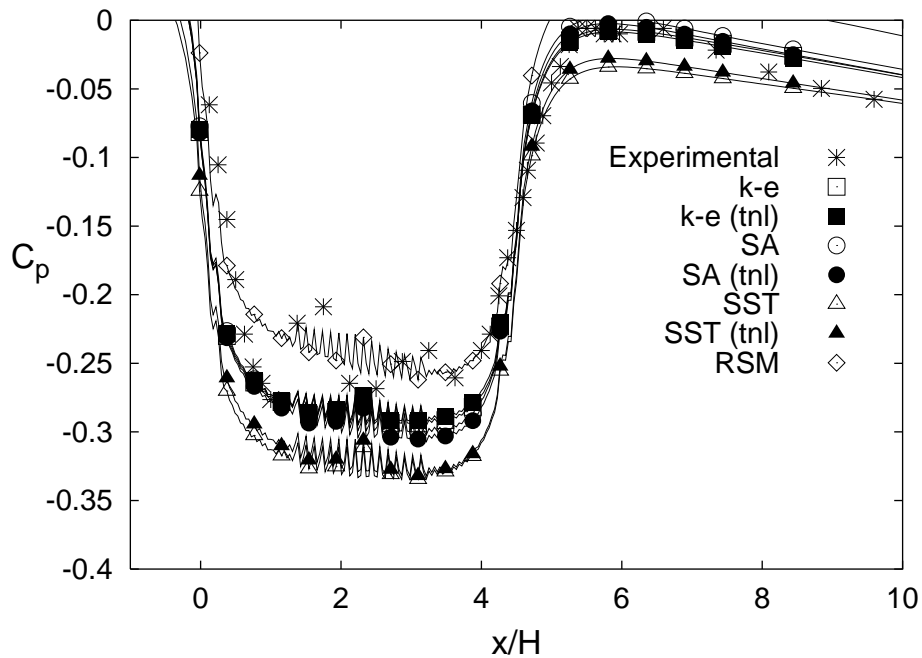


Figura 4.27: Coeficiente de pressão na parede interna (convexa) com zoom na região da curva.

A figura 4.26 apresenta os resultados do coeficiente de pressão correspondente à parede interna do duto. No trecho  $-10 < x/H \leq 0$  os resultados obtidos pelos modelos SST e SST(tnl) são os melhores, sendo o SST(tnl) ligeiramente melhor que o SST. No trecho  $0 < x/H \leq 5$ , figura 4.27, o coeficiente de pressão apresenta um comporta-

mento oscilatório dos dados experimentais e numéricos. Nesta região, o modelo RSM apresenta os melhores resultados. Ainda na figura 4.26, no trecho  $5 < x/H \leq 25$  os modelos SST e SST(tnl) apresentam os melhores resultados, mas os modelos  $k - \varepsilon$  e  $k - \varepsilon(\text{tnl})$  também possuem resultados muito bons.

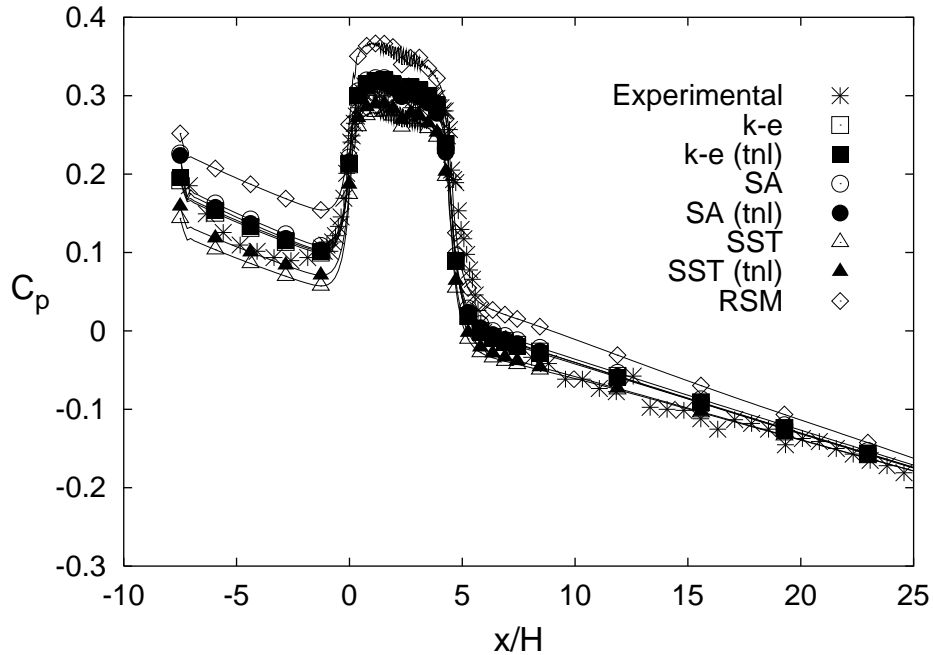


Figura 4.28: Coeficiente de pressão na parede externa ao longo do plano de simetria.

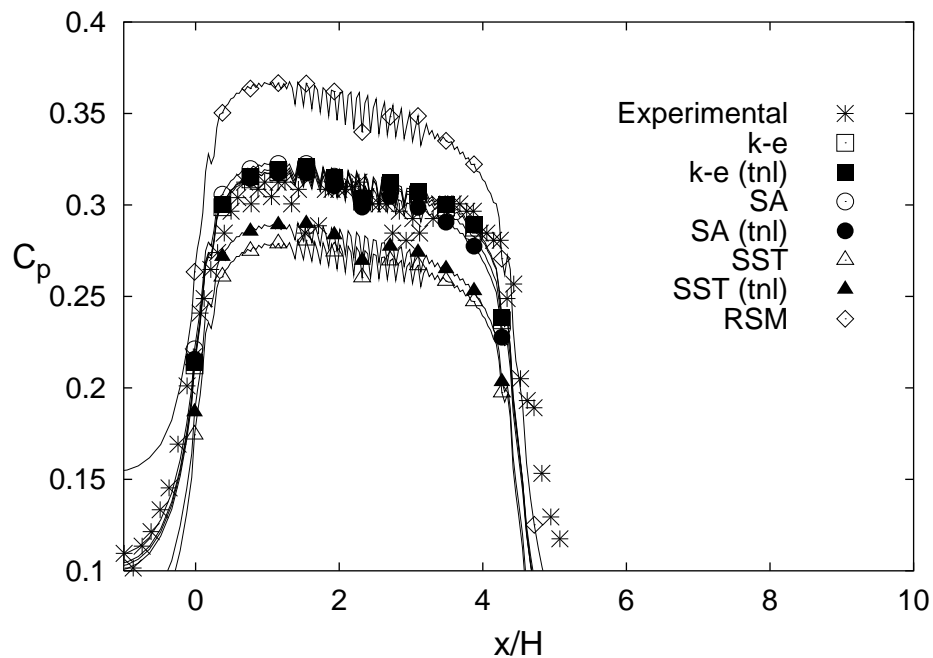


Figura 4.29: Coeficiente de pressão na parede externa com zoom na região da curva.

Para o coeficiente de pressão na parede externa, figura 4.28, nos trechos  $-10 < x/H \leq 0$  e  $5 < x/H \leq 25$ , o comportamento dos modelos de turbulência simulados

são semelhantes ao visto para o coeficiente de pressão na parede interna. Nestes dois trechos, os modelos SST e SST(tnl) apresentam os melhores resultados. Novamente, dentro da curva existe um comportamento oscilatório do coeficiente de pressão para a parede externa, mostrado na figura 4.29. Nesta região,  $0 < x/H \leq 5$ , os modelos  $k - \varepsilon$ ,  $k - \varepsilon(\text{tnl})$ , SA e SA(tnl) apresentam os melhores resultados. Neste trecho, o modelo RSM apresenta os piores resultados.

#### 4.2.4 Perfis de velocidade

Os gráficos a seguir apresentam os perfis de velocidade adimensionalizados pela velocidade média na entrada do duto,  $U_o$ , em função da largura do duto,  $y$ , que é adimensionalizada por  $H$ . Em  $y = 0$  está localizada a parede interna do duto (convexa) e em  $y = 1$  a parede externa (côncava). Para cada plano de corte são apresentados dois perfis de velocidade, sendo em  $Z = 1H$ , medido a partir do topo do duto e em  $Z = 3H$  representando o perfil de velocidade no plano de simetria do duto.

Todos os perfis apresentados desde a figura 4.30 até a figura 4.33, mostraram uma boa concordância com os dados experimentais. Pode-se notar que todos os modelos de turbulência representam bem o escoamento médio e a implementação feita para o modelo não linear do tensor não apresenta diferenças em relação às formulações clássicas, para o cálculo dos perfis de velocidade média na parte retilínea do duto. Os perfis de velocidade nesta região, figuras 4.30 e 4.31 são caracteristicamente turbulentos, sem fatores de produção de taxa de deformação independente do escoamento.

Para os perfis localizados dentro da curva nas posições de  $45^\circ$  e  $75^\circ$ , os modelos SA, SA(tnl), SST, SST(tnl) e RSM apresentaram pequena superioridade em relação ao modelos  $k - \varepsilon$  e  $k - \varepsilon(\text{tnl})$ .

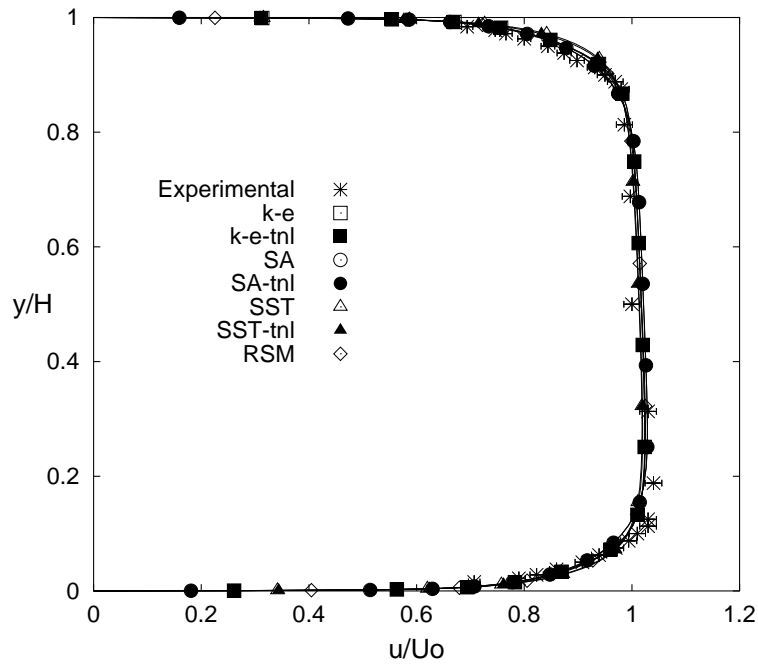


Figura 4.30: Perfil de velocidade em  $0,5H$  antes da curva localizado em  $Z = 1,0H$ .

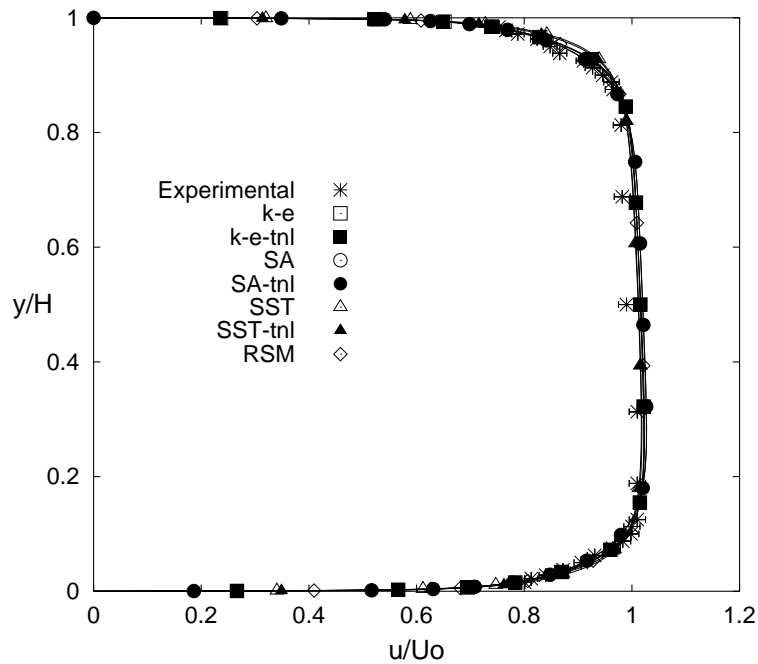


Figura 4.31: Perfil de velocidade em  $0,5H$  antes da curva localizado em  $Z = 3,0H$ .

Nas figuras 4.32 a 4.37 são apresentados os perfis de velocidade na região de curvatura do duto. Em todos os perfis observa-se o comportamento característico dos escoamentos curvos com pequenos raios de curvatura, onde existe predominância de forças cisalhantes: deslocamento do ponto de velocidade máxima do perfil para dentro da curva, com velocidades na vizinhança das paredes internas maiores do que as encontradas nas proximidades das paredes externas. A predominância de forças cisalhantes



nos escoamentos turbulentos internos em dutos com pequenos raios de curvatura é demonstrada pelos trabalhos de Hunt e Joubert [26] e Ellis e Joubert [13].

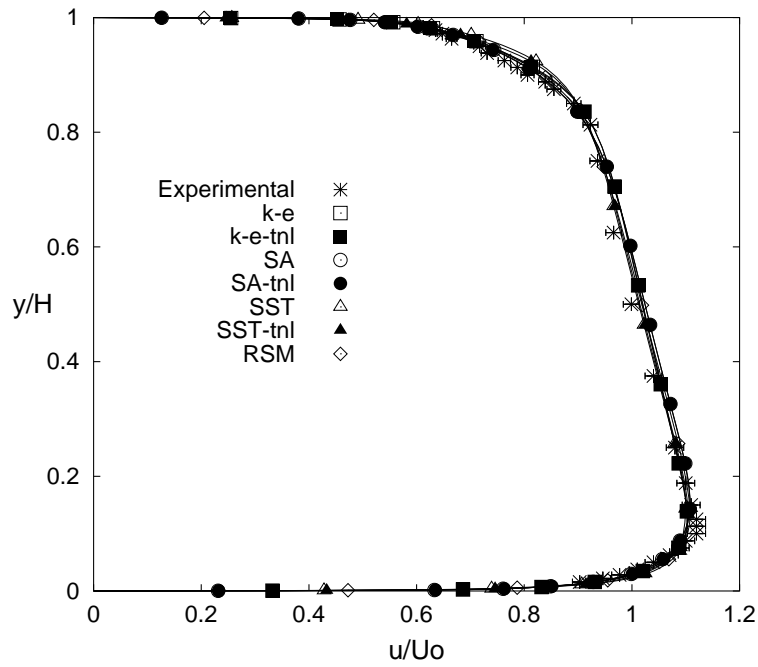


Figura 4.32: Perfil de velocidade na posição  $15^\circ$  localizado em  $Z = 1,0H$ .

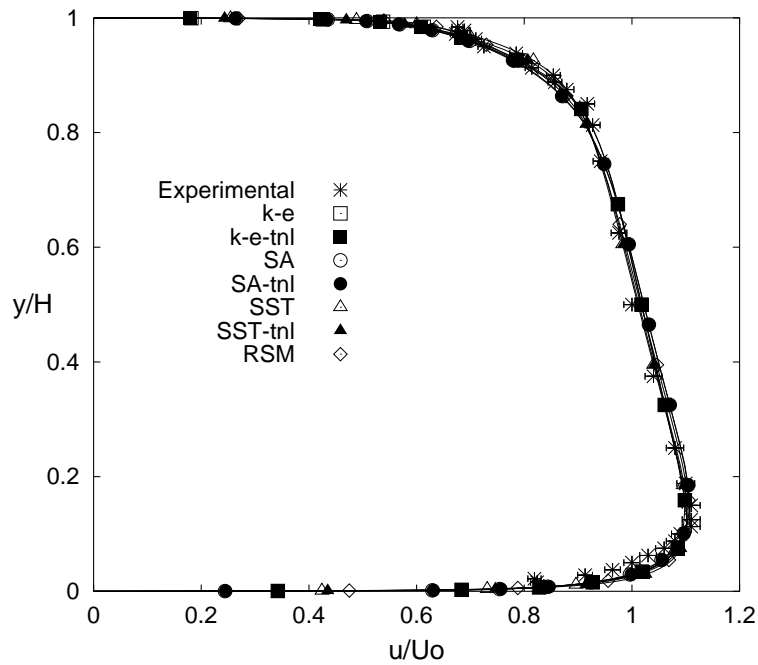


Figura 4.33: Perfil de velocidade na posição  $15^\circ$  localizado em  $Z = 3,0H$ .

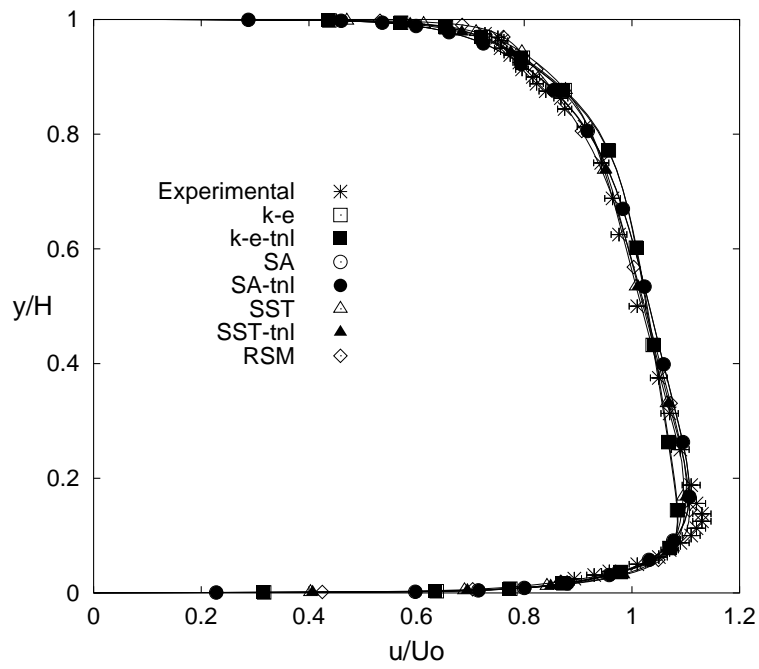


Figura 4.34: Perfil de velocidade na posição  $45^\circ$  localizado em  $Z = 1,0H$ .

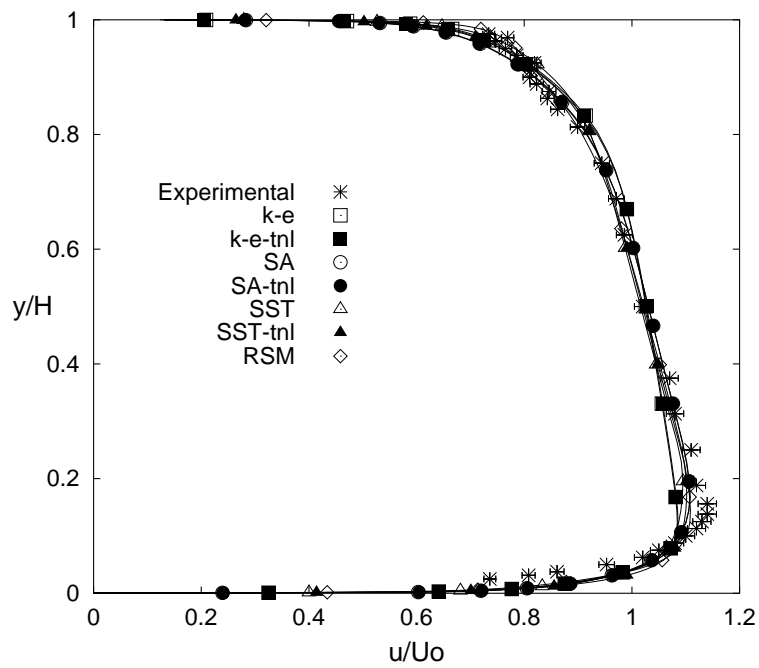


Figura 4.35: Perfil de velocidade na posição  $45^\circ$  localizado em  $Z = 3,0H$ .

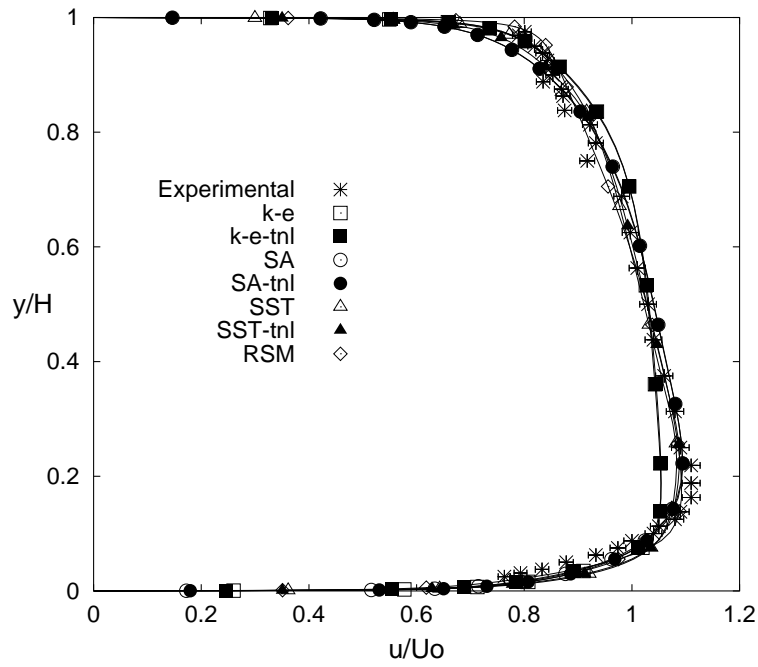


Figura 4.36: Perfil de velocidade na posição  $75^\circ$  localizado em  $Z = 1,0H$ .

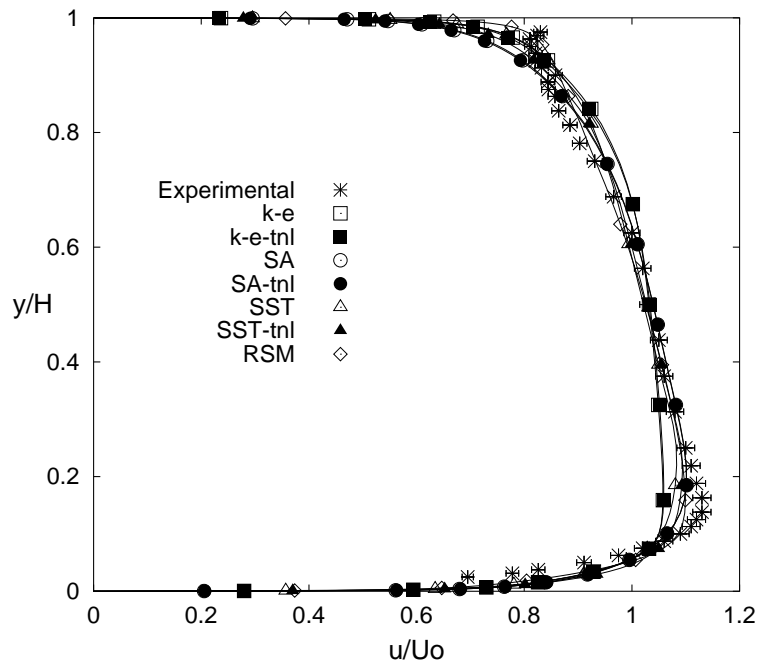


Figura 4.37: Perfil de velocidade na posição  $75^\circ$  localizado em  $Z = 3,0H$ .

Nas figuras de 4.38 a 4.41 são apresentados os perfis de velocidade média do escoamento após a curvatura. Nesta região, o escoamento inicia o retorno aos perfis simétricos típicos de dutos sem curvatura.

Na figura 4.38 tem-se o perfil de velocidade localizado a  $0,5H$  após a curva e  $1,0H$  a partir do topo do duto. No trecho próximo da parede interna do duto,  $0 < y/H < 0,2$ , os resultados experimentais apresentam ligeira perturbação proveniente do escoamento secundário, comentado por Kim e Patel [29]. Os resultados obtidos com o modelo SA são os melhores nesta região. Os modelos  $k - \varepsilon(\text{tnl})$  e SST(tnl) apresentam resultados melhores que seus respectivos modelos na forma original.

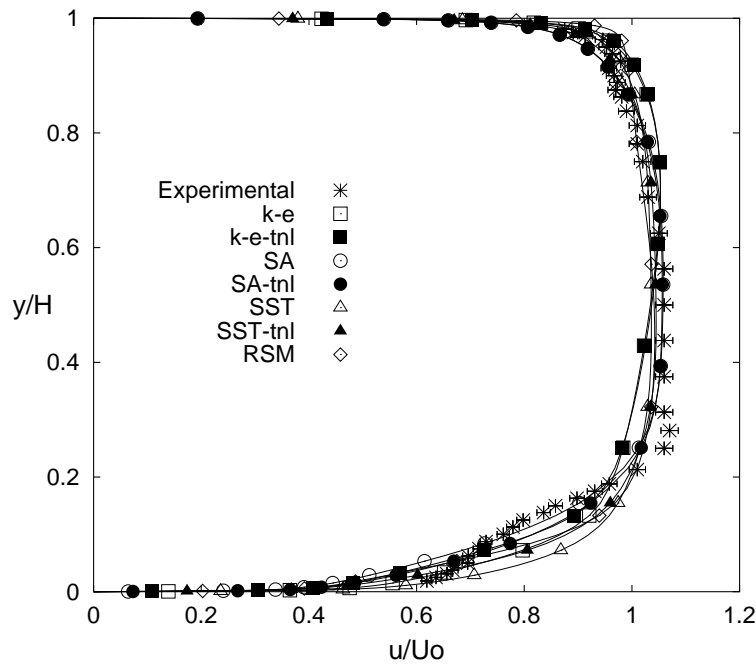


Figura 4.38: Perfil de velocidade em  $0,5H$  após a curva localizado em  $Z = 1,0H$ .

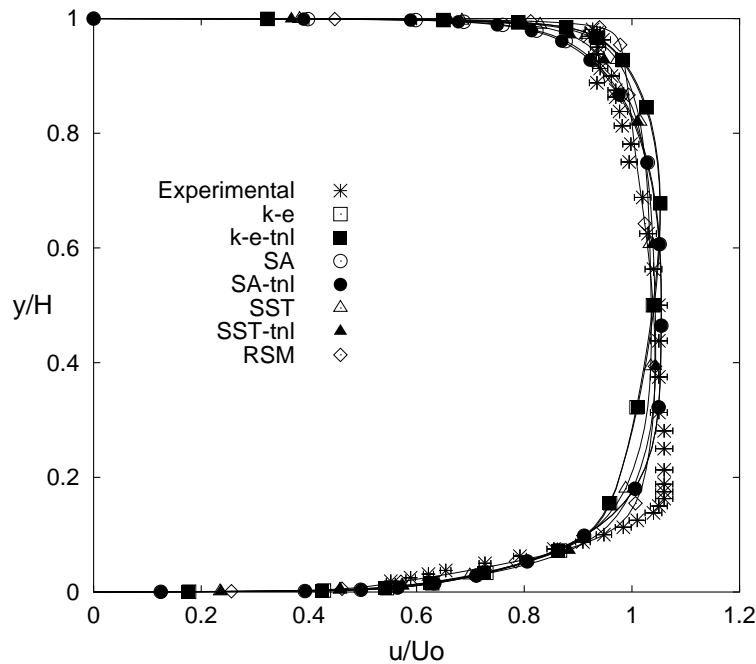


Figura 4.39: Perfil de velocidade em  $0,5H$  após a curva localizado em  $Z = 3,0H$ .

A figura 4.40 apresenta o perfil de velocidade média localizado à  $4,5H$  após a curva e  $1H$  à partir do topo do duto. Existe uma mudança na tendência do perfil de velocidade média na região localizada próximo da parede interna ( $y/H = 0$ ). Conforme comentado por Kim e Patel [29], existe a formação de um vórtice secundário a partir do topo do duto e com movimento descendente ao longo do seu comprimento do duto. Este vórtice, que será apresentado na seção seguinte, é responsável pela mudança observada no perfil de velocidade da figura 4.40. Para capturar o perfil de velocidade nesta região, é necessário que o modelo de turbulência consiga prever a formação e deslocamento do vórtice secundário. A diferença observada nos resultados entre os modelos simulados será comentada na próxima seção. O perfil obtido com o modelo SA na sua forma padrão apresentou os melhores resultados na região próxima à parede interna, com ligeira diferença comparado com o modelo SA(tnl). O modelo  $k - \varepsilon$ (tnl) apresentou resultados muito próximos aos obtidos pelo modelo SA(tnl) e melhores em relação ao modelo  $k - \varepsilon$  padrão. Já os modelos SST, SST(tnl) e RSM não foram capazes de representar o perfil de velocidade experimental nesta região.

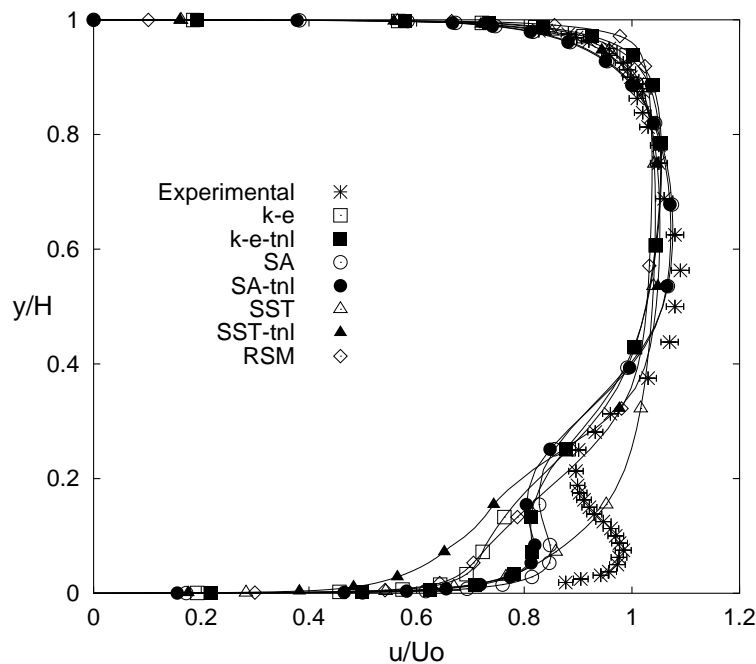


Figura 4.40: Perfil de velocidade em  $4,5H$  após a curva localizado em  $Z = 1,0H$ .

No perfil de velocidade apresentado na figura 4.41, localizado sobre o plano de simetria do duto e a  $4,5H$  a jusante da curva, os modelos de turbulência testados não representaram os resultados experimentais na região próxima à parede interna do duto,  $0,15 < y/H < 0,4$ . Neste trecho, os modelos SA(tnl) e SA apresentam uma pequena diferença nos resultados em relação aos outros modelos, porém todos os modelos de turbulência simulados apresentam resultados semelhantes.

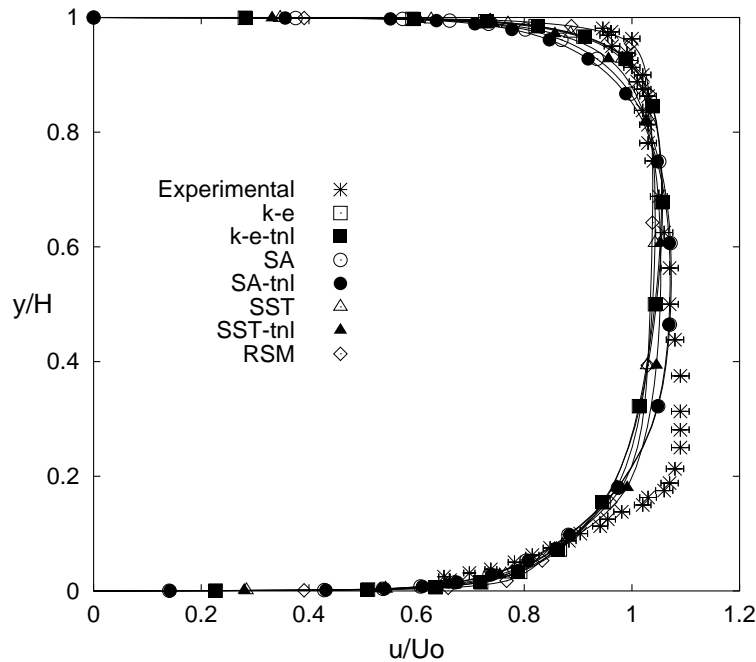


Figura 4.41: Perfil de velocidade em  $4,5H$  após a curva localizado em  $Z = 3,0H$ .

#### 4.2.5 Escoamento secundário

Como forma de visualizar o escoamento secundário, foram feitos planos de corte em seções transversais do duto, seguindo as posições,  $15^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $75^\circ$ ,  $d1$  e  $d2$ , especificadas na tabela 4.5. Além disso, foi posicionada uma linha a  $1,0H$  a partir do topo do duto, para ser usada como referência na visualização do escoamento. Finalmente, em todas as figuras, os lados direito e esquerdo representam as paredes convexa e côncava do duto, respectivamente e a linha tracejada inferior é o plano de simetria do duto, conforme é apresentado na figura 4.42, à seguir.

Em seu experimento, Kim e Patel [29] notaram a presença de um vórtice descendente. Em seu trabalho, eles citam que o vórtice se forma na região próxima da parede superior do duto e tem um movimento descendente do seu núcleo. Além disso, ainda de acordo com Kim e Patel [29], ao longo do escoamento, o núcleo do vórtice se aproxima da parede convexa do duto. No trabalho experimental não existem citações ou resultados quantitativos que mostram a posição do núcleo deste vórtice.

Nos resultados obtidos numericamente neste trabalho, esta característica foi capturada por todos os modelos de turbulência simulados, entretanto, as simulações mostraram posições diferentes no núcleo do vórtice descendente. Fazendo-se uma comparação entre os perfis de velocidade obtidos a jusante da curva, 4.40, nota-se que o modelo SA é o que melhor se aproxima dos resultados experimentais. Esta in-

formação pode levar a um indicativo de que a posição do vórtice descendente obtida por este modelo de turbulência poderia estar mais próxima da posição capturada experimentalmente por Kim e Patel. Entretanto, este resultado é apenas um indicativo e recomenda-se uma melhor análise, comparando-se com outros trabalhos experimentais que representem quantitativamente esta característica. Os modelos de turbulência SA(tnl) e  $k - \varepsilon$ (tnl) apresentam resultados próximos do modelo SA, para este perfil de velocidade. Os modelos  $k - \varepsilon$ , RSM e SST(tnl) apresentam resultados imprecisos deste perfil de velocidade, enquanto que o modelo SST apresenta o pior resultado do perfil de velocidade nesta posição.

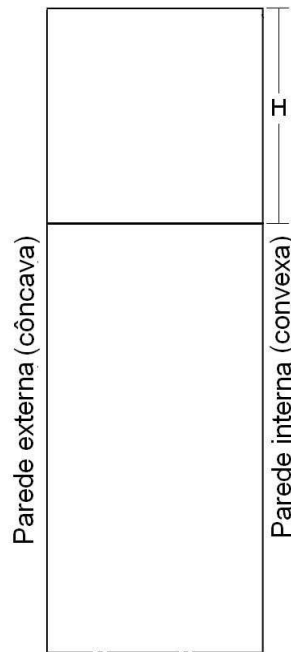


Figura 4.42: Referência para a representação do escoamento secundário.

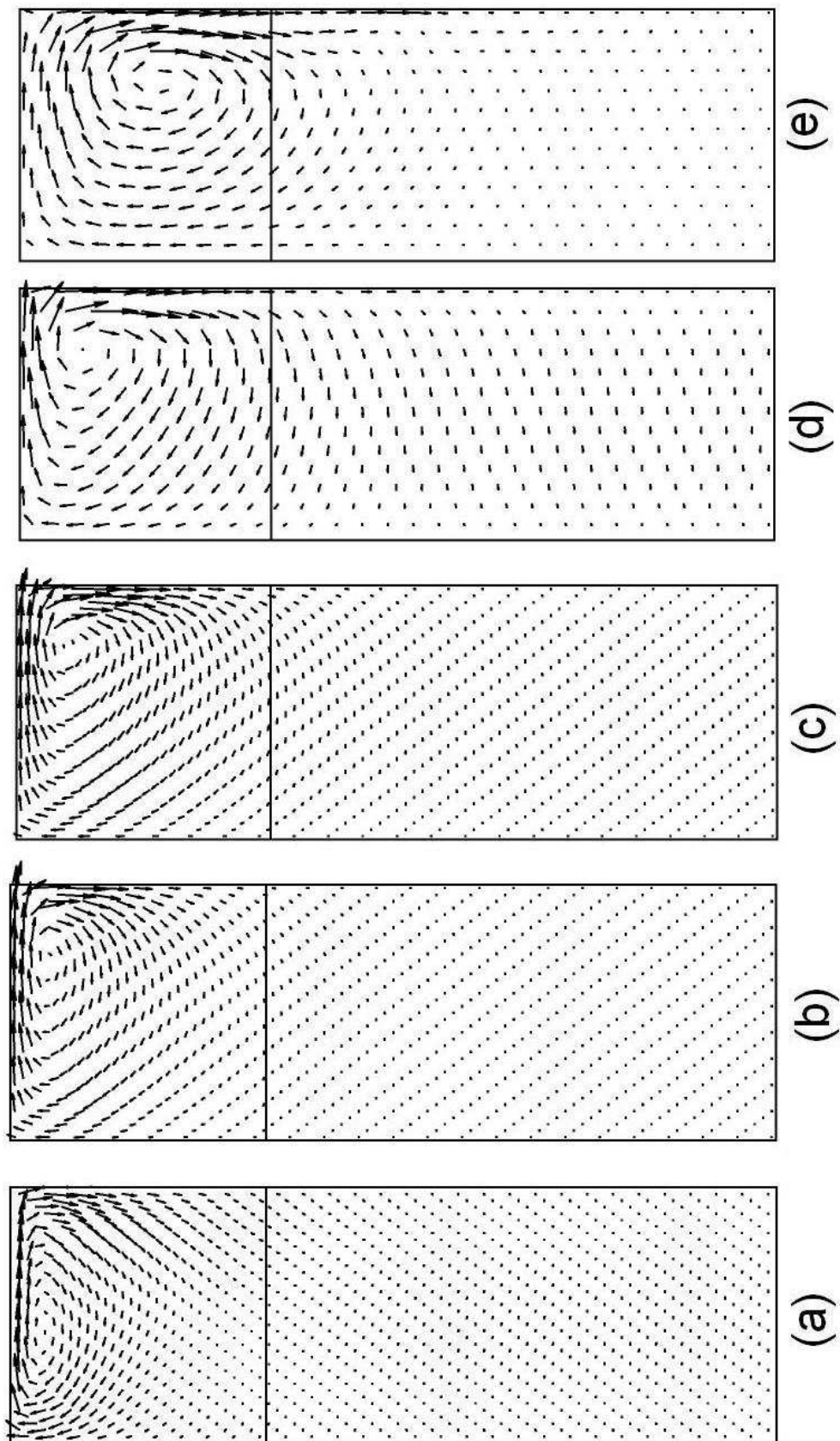


Figura 4.43: Escoamento secundário para o modelo de turbulência RSM em: (a) -  $15^\circ$ , (b) -  $45^\circ$ , (c) -  $75^\circ$ , (d) -  $d1$  e (e) -  $d2$ .



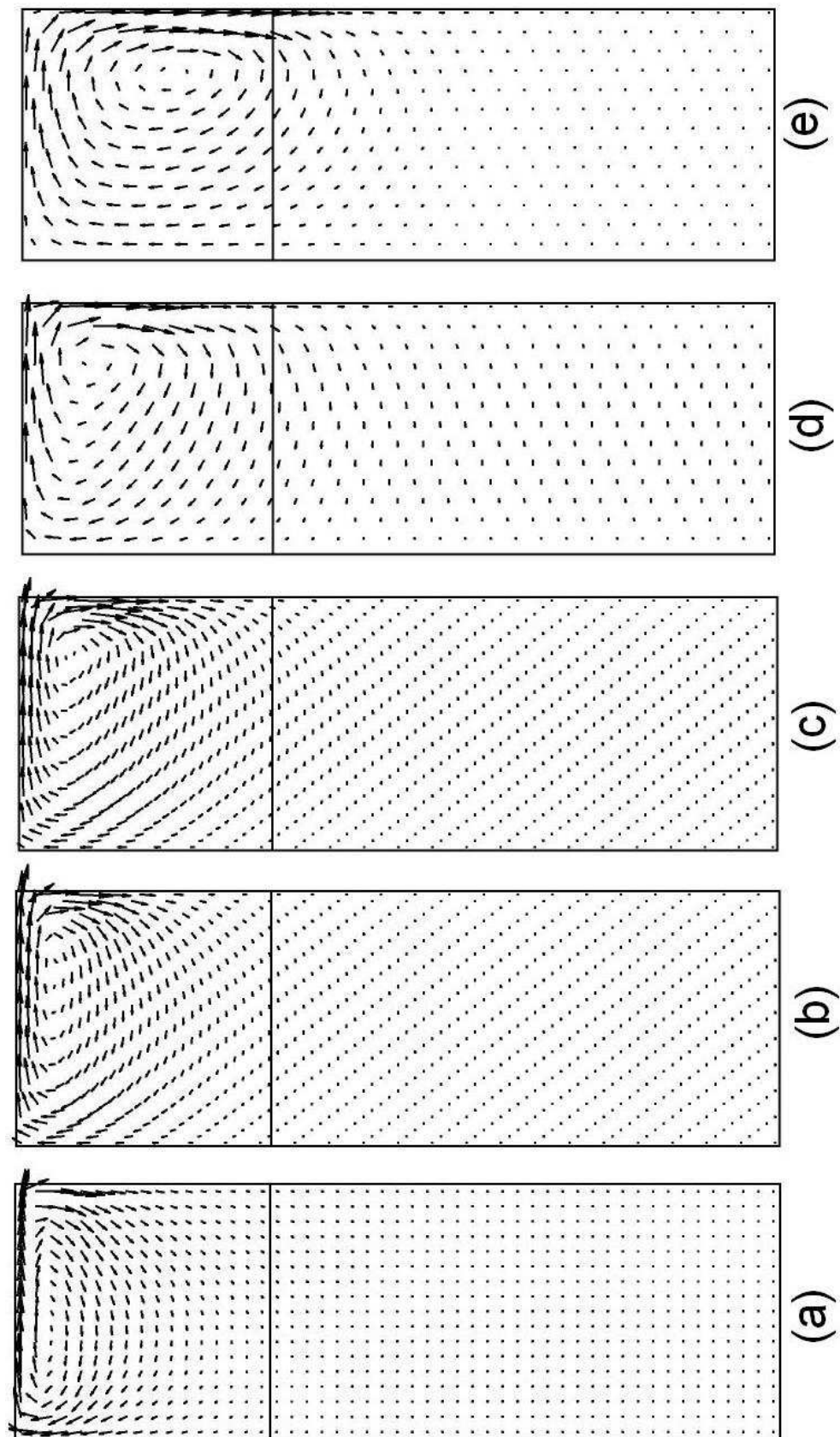


Figura 4.44: Escoamento secundário para o modelo de turbulência  $k - \varepsilon$  em: (a) -  $15^\circ$ , (b) -  $45^\circ$ , (c) -  $75^\circ$ , (d) -  $d1$  e (e) -  $d2$ .

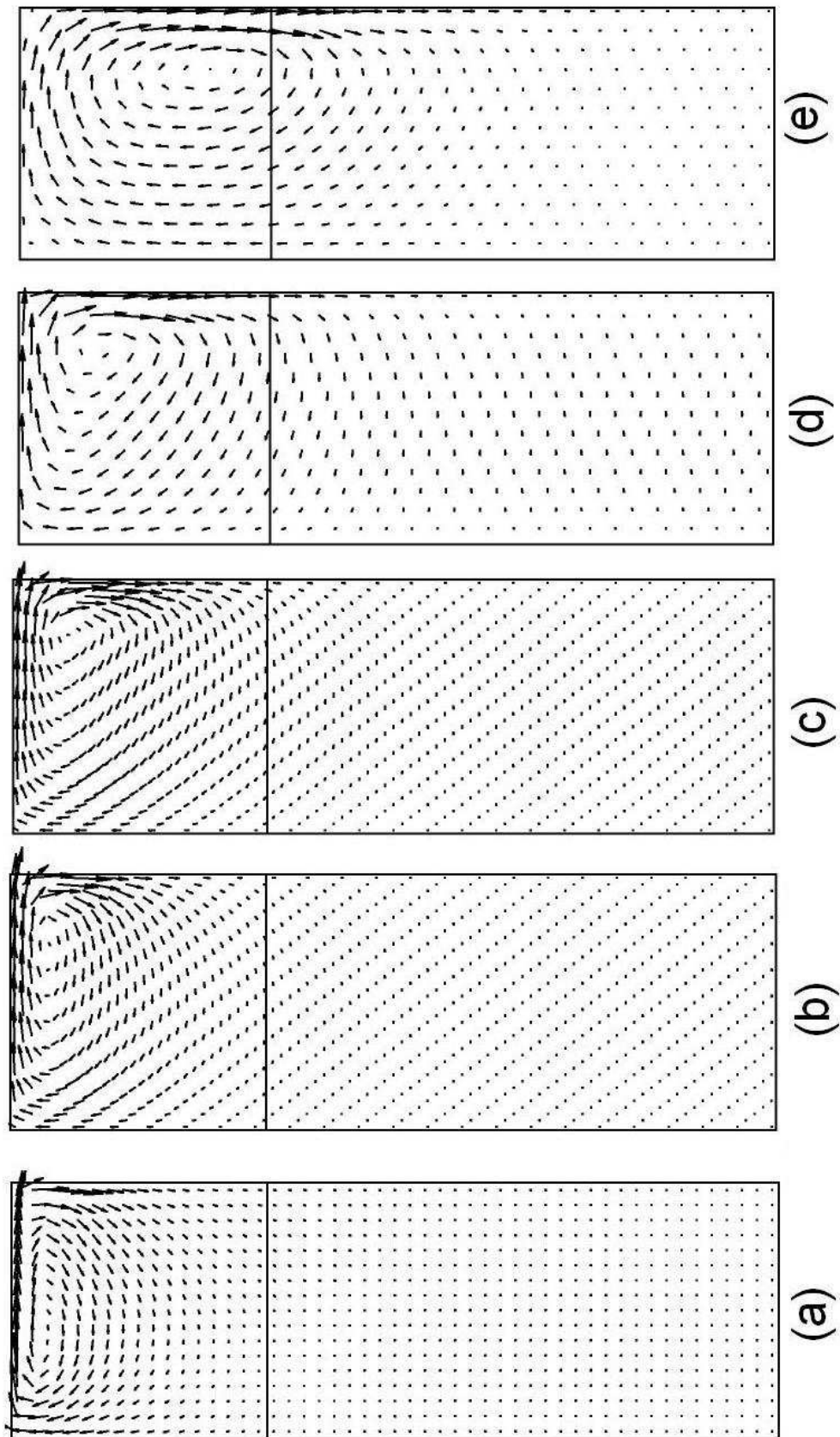


Figura 4.45: Escoamento secundário para o modelo de turbulência  $k - \varepsilon$  (tnl) em: (a) -  $15^\circ$ , (b) -  $45^\circ$ , (c) -  $75^\circ$ , (d) -  $d1$  e (e) -  $d2$ .

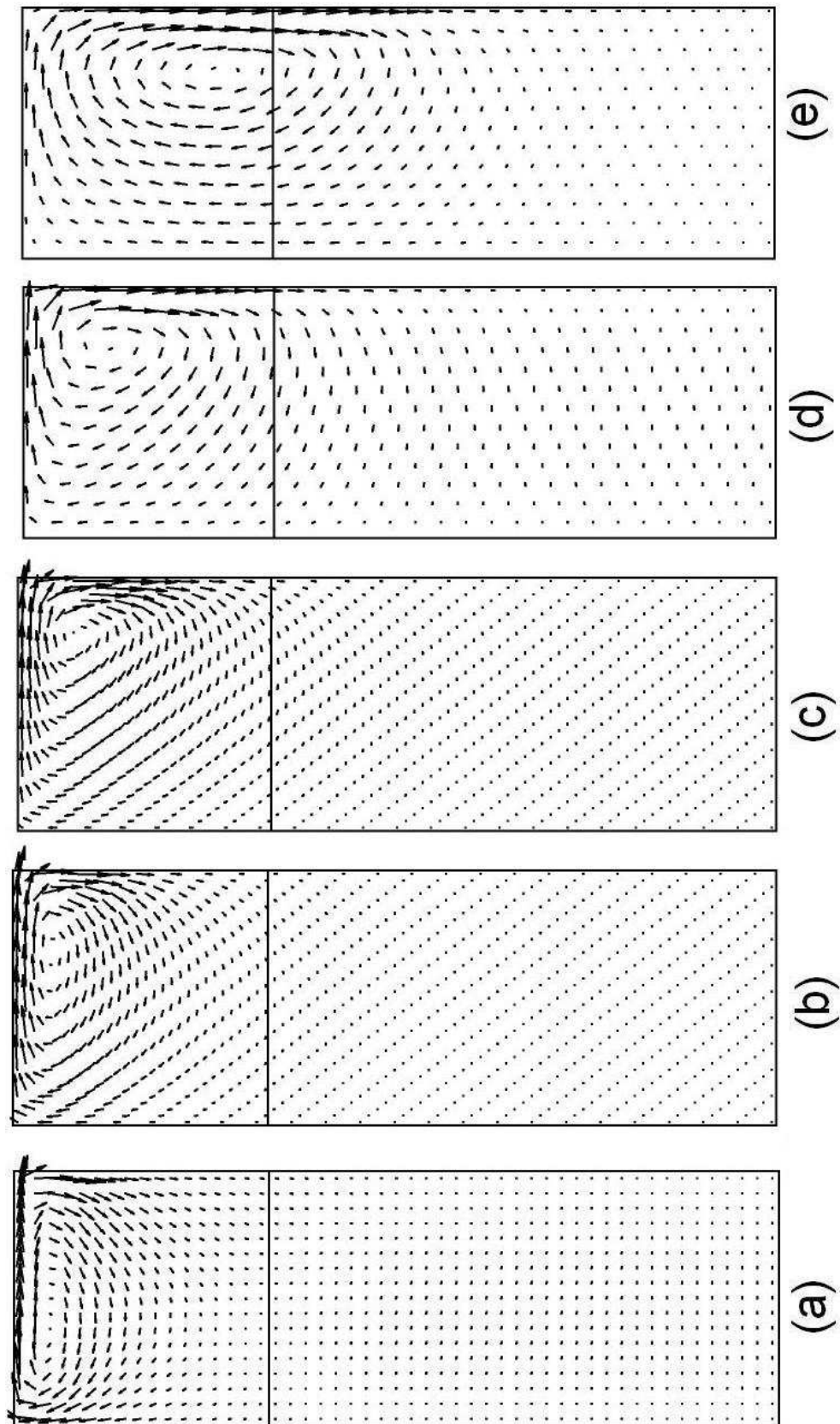


Figura 4.46: Escoamento secundário para o modelo de turbulência SA em: (a) -  $15^\circ$ , (b) -  $45^\circ$ , (c) -  $75^\circ$ , (d) -  $d1$  e (e) -  $d2$ .

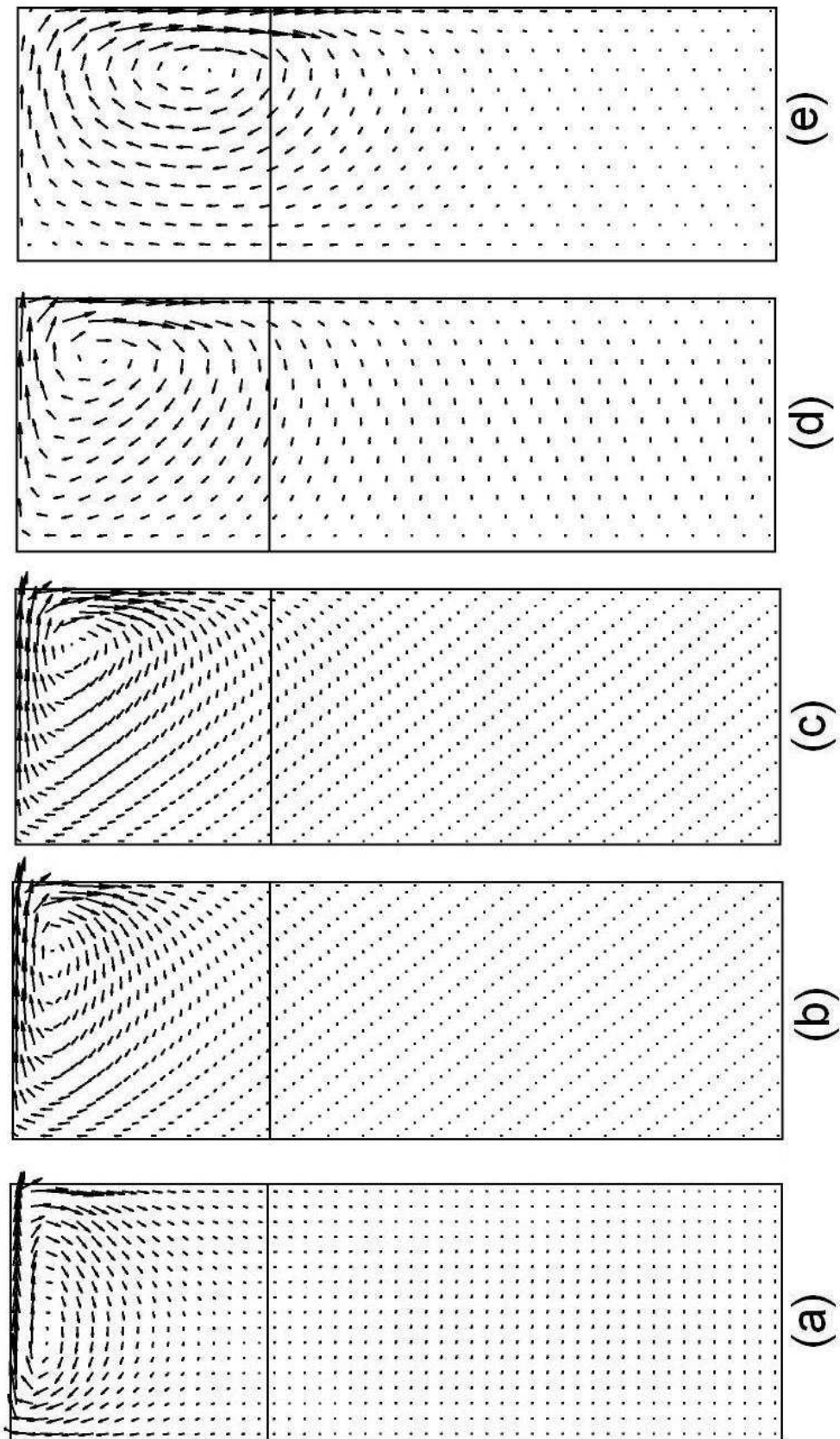


Figura 4.47: Escoamento secundário para o modelo de turbulência SA (tnl) em: (a) - 15°, (b) - 45°, (c) - 75°, (d) -  $d_1$  e (e) -  $d_2$ .

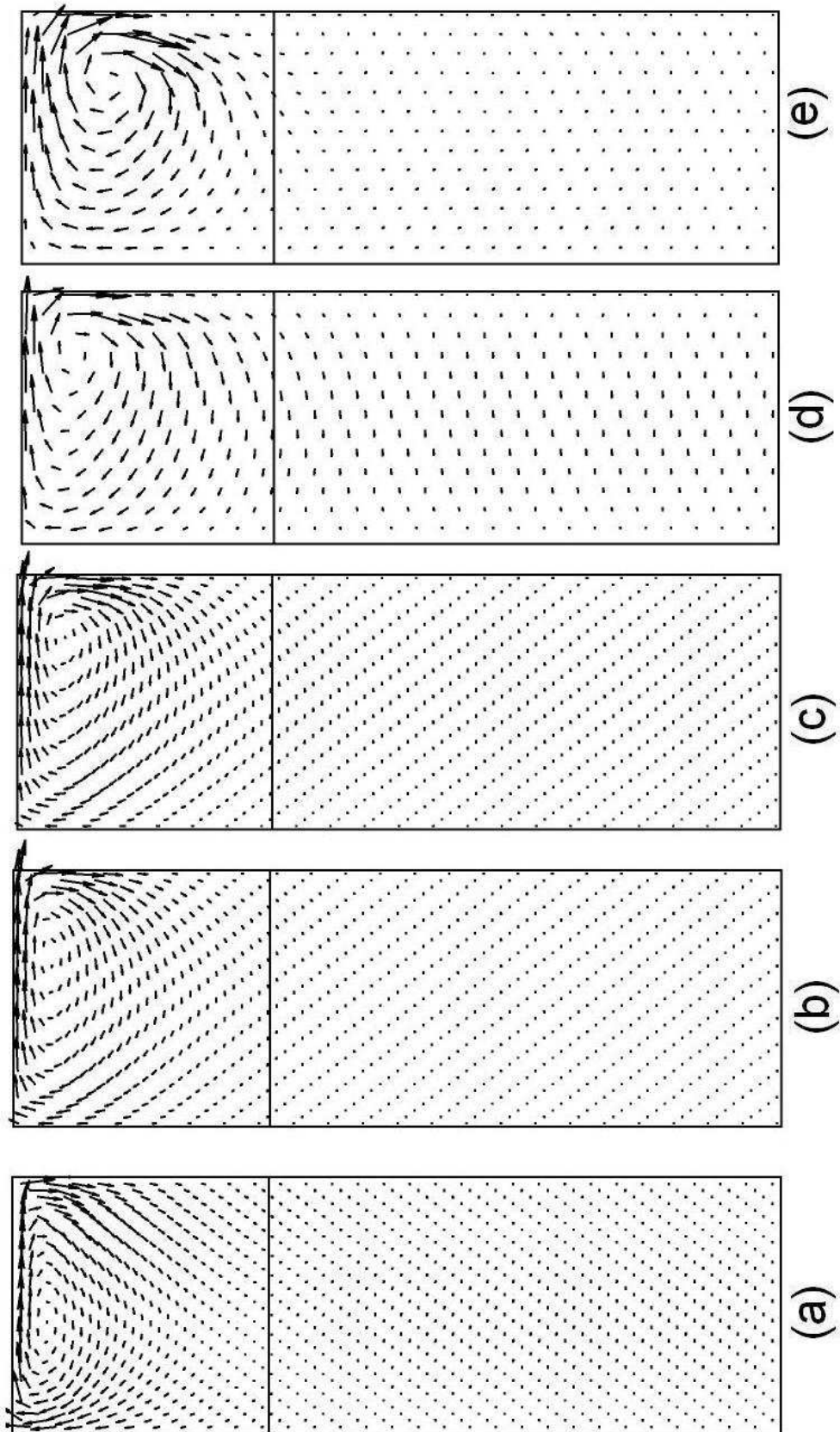


Figura 4.48: Escoamento secundário para o modelo de turbulência  $k - \omega$  SST em: (a) -  $15^\circ$ , (b) -  $45^\circ$ , (c) -  $75^\circ$ , (d) -  $d1$  e (e) -  $d2$ .

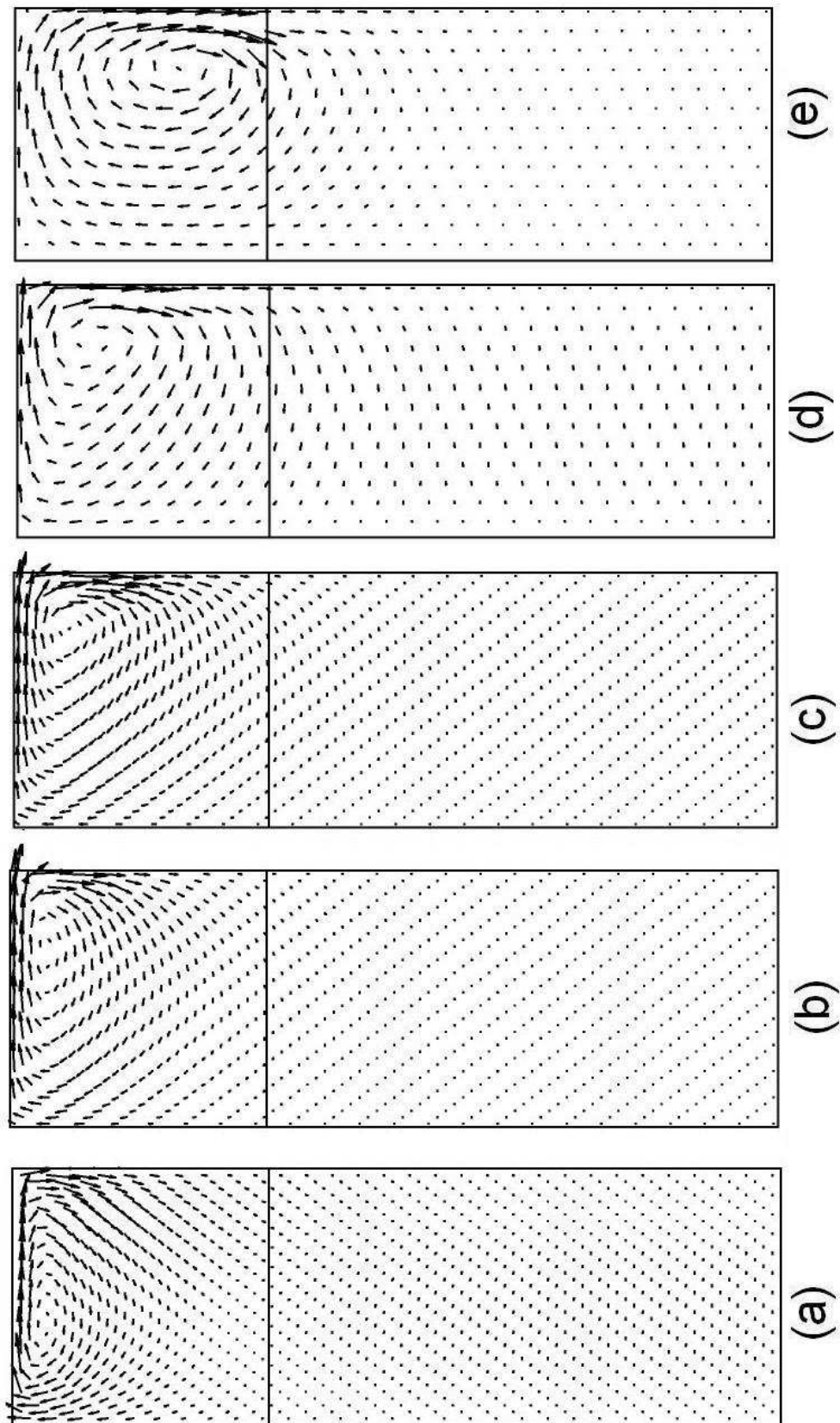


Figura 4.49: Escoamento secundário para o modelo de turbulência  $k - \omega$  SST (tnl) em: (a) -  $15^\circ$ , (b) -  $45^\circ$ , (c) -  $75^\circ$ , (d) -  $d1$  e (e) -  $d2$ .

### 4.2.6 Tempo computacional

Nesta seção é apresentado o tempo computacional necessário para a simulação deste caso teste em cada modelo de turbulência avaliado.

Nos modelos SA e  $k - \varepsilon$  houve um acréscimo de mais de 61% e 55%, respectivamente, no tempo por iteração em relação aos seus modelos originais, no entanto, em ambos o tempo por iteração está abaixo do registrado para o modelo RSM, o que representa uma vantagem frente à melhoria nos resultados. Assim como no caso anterior, a implementação feita para o modelo SST, que apresentou um aumento de aproximadamente 35% no tempo, resultou em um tempo por iteração maior que no modelo RSM e um tempo total muito próximo do atingido pelo modelo RSM.

A diferença é calculada de acordo com a expressão 4.8.

Tabela 4.7: Tempo computacional - geometria do duto curvo de seção retangular

Modelo de turbulência	N.de iterações	Tempo/iteração (Segundos)	Tempo total (Minutos)	Diferença %
SA	601	21,7	217,7	61
SA (tnl)	679	31,1	351,9	
$k - \varepsilon$	715	26,2	312,2	55
$k - \varepsilon$ (tnl)	552	40,5	372,6	
SST	266	36,0	159,6	35
SST (tnl)	852	48,5	688,7	
RSM	1011	46,6	785,2	



### 4.3 Escoamento em torno de um corpo rombudo

O experimento proposto por Ahmed [1] investiga o desenvolvimento de um escoamento turbulento em torno de um corpo rombudo e foi proposto como forma de validação de códigos computacionais tridimensionais de dinâmica dos fluidos. Esta geometria é largamente utilizada dentro do projeto MOVA (*Models for Vehicle Aerodynamics*) [21], com o objetivo de desenvolver, refinar e validar modelos de turbulência em aerodinâmica veicular. Dentro deste tema, a esteira formada pelo escoamento atrás do veículo representa a maior contribuição para a força de arrasto e é nesta região que se encontram os maiores problemas para a predição numérica e experimental. A localização do ponto de separação da camada limite, determina o tamanho da região de separação e, conseqüentemente a força de arrasto. Assim, quanto mais exatos forem os resultados no processo de separação da camada limite e na região da esteira, maior será a coerência do coeficiente de arrasto numérico com os valores experimentais.

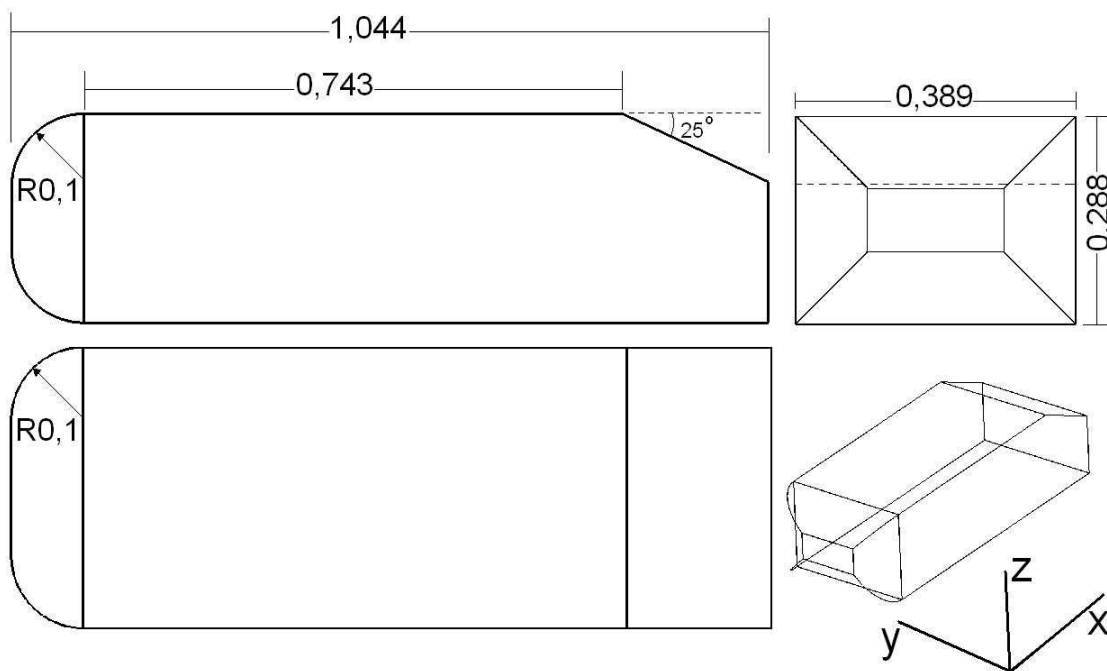


Figura 4.50: Corpo de Ahmed com dimensões em metros.

Neste trabalho, foram utilizados os resultados experimentais de Becker, Lienhart, Stoots [17]. Os resultados foram obtidos em um túnel de vento de baixa velocidade de seção transversal medindo 1,87 m de largura por 1,40 m de altura usando um anemômetro a laser de duas componentes, montado transversalmente ao escoamento. Na figura 4.50, pode ser visto o corpo de Ahmed e suas dimensões.

Em seu trabalho, Becker et al. [17] citam que a espessura da camada limite,

usando a definição clássica de 99% da velocidade do escoamento médio, deve ser de 0,03 metros, na posição localizada a 0,4 metros à montante do corpo. O ponto exato, representado por  $\delta_{99}$  é mostrado na figura 4.51. Desta forma, o comprimento do túnel de vento à montante do corpo foi ajustado no domínio computacional para garantir que a espessura da camada limite na posição referenciada por Becker et al. [17] fosse reproduzida.

### 4.3.1 Domínio de cálculo

Neste estudo, o eixo  $X$  é medido na direção do escoamento médio e tem a sua origem no fim do corpo rombudo, figura 4.51. O eixo  $Y$  pode ser visualizado na vista frontal da geometria, figura 4.52 e tem a sua origem no plano de simetria. O eixo  $Z$  está posicionado ao longo da altura do túnel de vento e tem a sua origem no piso, figuras 4.51 e 4.52.

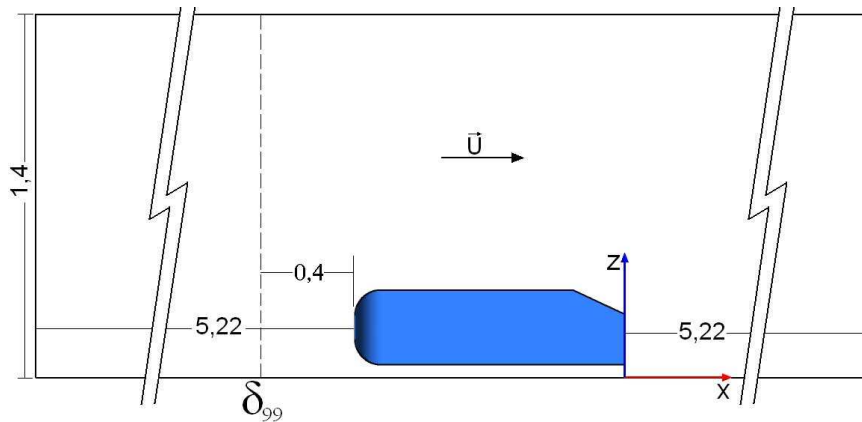


Figura 4.51: Vista lateral do túnel de vento com dimensões em metros.

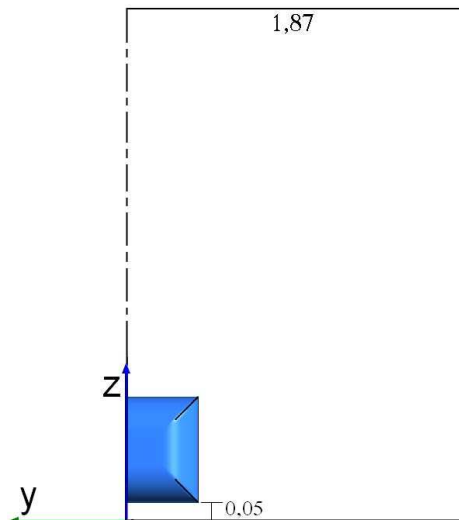


Figura 4.52: Vista frontal do túnel de vento com dimensões em metros.

Condição de contorno de entrada

Na entrada do túnel de vento foi imposta uma velocidade uniforme de  $40m/s$ , resultando em um número de Reynolds igual a:

$$Re = \frac{U_o h}{\nu} = 768000, \quad (4.12)$$

onde:

$U_o = 40m/s$  é a velocidade uniforme na entrada do túnel de vento,

$h = 0,288m$  é a altura do corpo,

$\nu = 15 \times 10^{-6} m^2/s$  é a viscosidade cinemática do ar.

Foi imposta a intensidade de turbulência,  $IT$ , igual a 10%, conforme citado por Becker [17] e definida por:

$$IT = \frac{u'}{U_o}, \quad (4.13)$$

onde:  $u'$  é dado por:

$$u' = \sqrt{\frac{1}{3} \left( (u'_x)^2 + (u'_y)^2 + (u'_z)^2 \right)} \quad (4.14)$$

e  $U_o$  é a velocidade média do escoamento.

Condição de contorno de saída

Na saída do túnel de vento, posicionada a 5,22 metros à jusante do corpo, foi imposta a pressão atmosférica igual a 101325 Pascal.

Condição de contorno de simetria

Para o domínio de cálculo computacional foi simulado a metade da geometria, considerando-se um plano de simetria no centro do corpo, localizado em  $y = 0, 0$ . Neste plano foi imposta a condição de contorno de simetria, ou seja:

- velocidade normal igual a zero;
- gradientes normais iguais a zero para todas as variáveis.

Apresentação dos resultados

Serão apresentados os resultados para:

- coeficiente de pressão medido na linha de centro do corpo, no plano de simetria;
- perfis de velocidade medida no plano de simetria do corpo e ao longo do seu comprimento, de acordo com a figura 4.53. A tabela 4.8, mostra as posições dos perfis de velocidade, assumindo que a posição de referência  $X = 0$ , está localizada na traseira do corpo, figura 4.51. Nos gráficos,  $Z^*$ , representa a coordenada transversal  $Z$ , adimensionalizada pela altura total do túnel de vento. A velocidade longitudinal  $U$ , é adimensionalizada pela velocidade de referência  $U_o$ , imposta na entrada do túnel de vento;

Tabela 4.8: Posições e coordenadas dos perfis de velocidade

Número do perfil	Coordenada X [m]
1	-1,442
2	-1,162
3	-0,962
4	-0,562
5	-0,162
6	-0,012
7	0,088
8	0,238
9	0,638

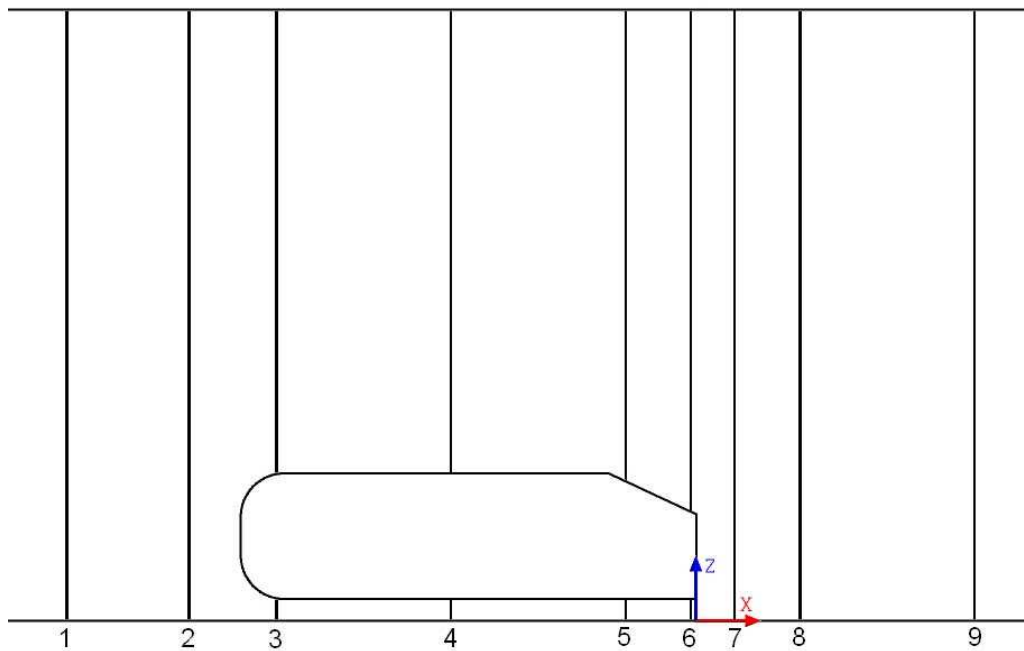


Figura 4.53: Posições dos perfis de velocidade.

- perfis de energia cinética de turbulência medidas nas mesmas posições especificadas pela tabela 4.8. Nestes gráficos, o valor da energia cinética turbulenta é adimensionalizado pelo quadrado da velocidade média na entrada do túnel  $U_o$ , e assim como nos gráficos apresentados para os perfis de velocidade, a coordenada  $Z^*$  representa a adimensionalização de  $Z$  em relação à altura do túnel de vento. Em todos os perfis, o valor da energia cinética turbulenta foi multiplicado por  $10^3$ , para uma melhor apresentação dos resultados;
- visualização do escoamento na região da esteira à jusante do corpo rombudo. Para tanto, foram criados planos de corte perpendiculares à direção do escoamento nas posições mostradas na figura 4.54. Na figura, os planos são referenciados por números com suas respectivas coordenadas apresentadas na tabela 4.9;

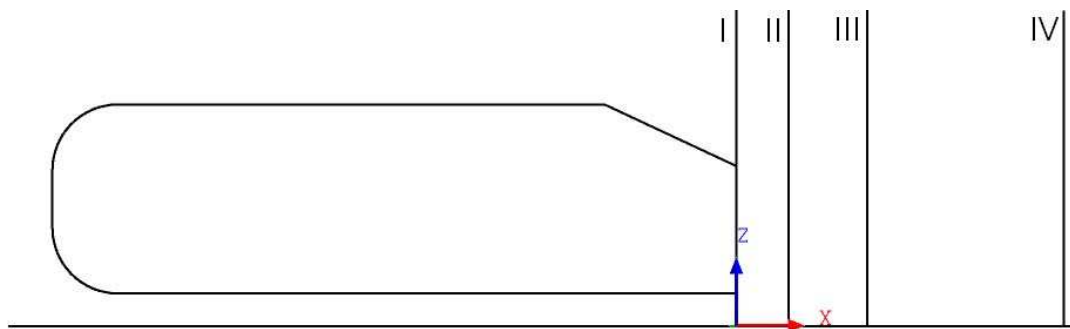


Figura 4.54: Posições dos planos de corte na região da esteira

Tabela 4.9: Posições dos planos de corte na região da esteira

Referência	Coordenada x [m]
I	0,00
II	0,08
III	0,20
IV	0,50

### 4.3.2 Estudo de malha

Inicialmente foi realizado um estudo de refinamento da malha computacional com a avaliação de quatro (4) malhas, construídas utilizando-se elementos hexaédricos. O estudo completo, com os resultados obtidos pode ser visto no Anexo B.3. Os respectivos números de nós e de elementos são apresentados na tabela 4.10.

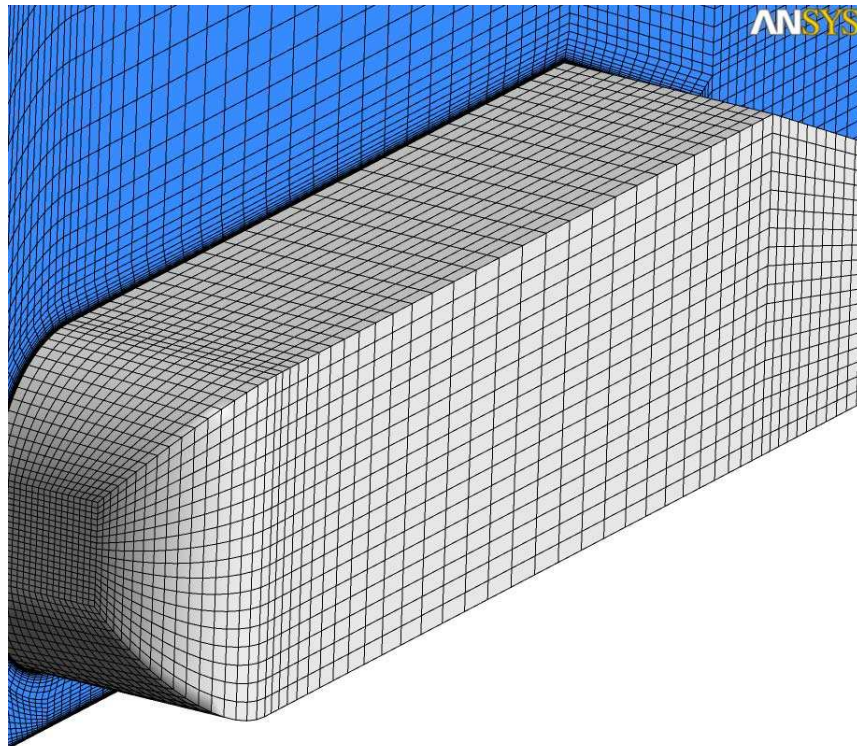


Figura 4.55: Malha computacional para a geometria do corpo rombudo.

Tabela 4.10: Números de nós e elementos das malhas do estudo no corpo de Ahmed

Malha	Número de nós	Número de elementos
Malha 1	286050	270548
Malha 2	588124	562956
Malha 3	1074828	1036894
Malha 4	1038540	1001694

Em face dos resultados obtidos para o estudo de malha foi adotada a malha com maior refinamento, denominada por Malha 3, representada na figura 4.55.

### 4.3.3 Coeficiente de pressão

Os resultados do coeficiente de pressão obtidos ao longo da linha central do corpo, no plano de simetria, são apresentados na figura 4.56 e a adimensionalização é obtida a partir da relação:

$$C_p = \frac{P - P_o}{\frac{1}{2}\rho U_o^2}, \quad (4.15)$$

onde  $P$  é a pressão calculada,  $P_o$  é a pressão estática de referência, tomada na entrada do túnel de vento,  $U_o$  é a velocidade na entrada do túnel e  $\rho$  é a massa específica do fluido.

No gráfico da figuras 4.56 é apresentado o coeficiente de pressão,  $C_p$ , ao redor do corpo de Ahmed e ao longo da sua linha de centro. Neste gráfico, são apresentadas referências das regiões que definem as principais regiões, frontal, central e traseira, do corpo de Ahmed. Na figura seguinte, 4.57, é mostrado um zoom na região traseira do veículo.

É importante salientar que para a região frontal do corpo não existem diferenças significativas entre todos os modelos de turbulência simulados. Os resultados apresentam diferenças entre si, na região da traseira do veículo, onde o descolamento da camada limite rompe o equilíbrio entre a produção e a dissipação da turbulência. A figura 4.56(b) fornece uma vista ampliada dos resultados nesta região. Aqui, nota-se

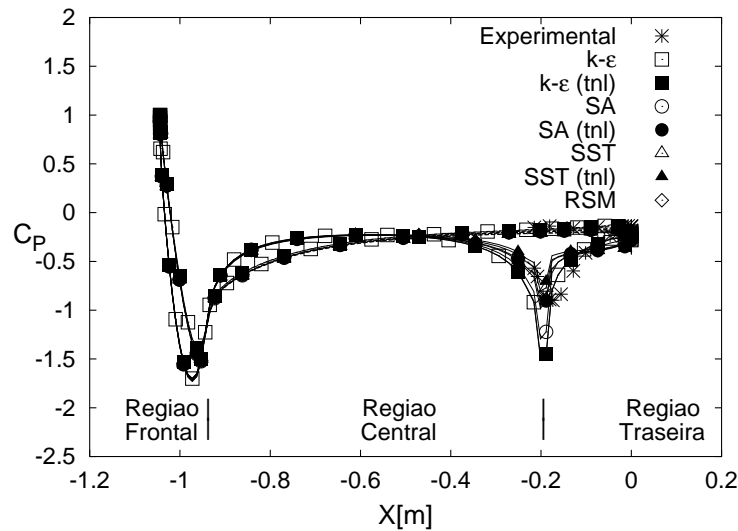


Figura 4.56: Coeficiente de pressão na linha de centro do corpo.

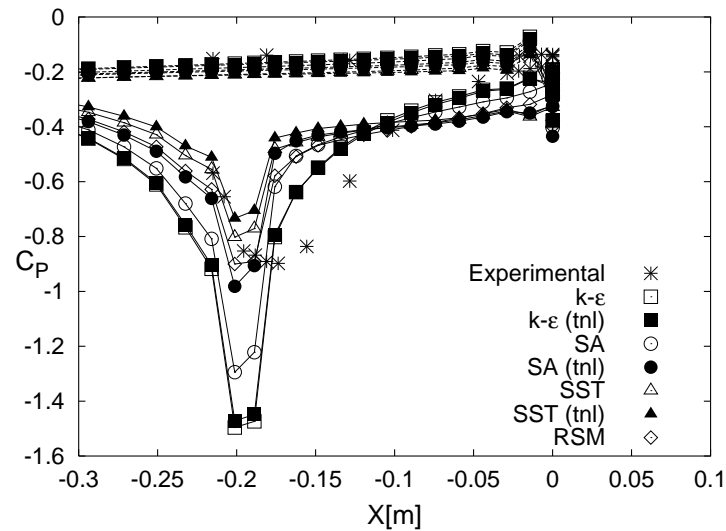


Figura 4.57: Coeficiente de pressão na linha de centro do corpo - zoom na região traseira.

que o modelo de turbulência  $k - \varepsilon$  não apresentou diferenças do modelo padrão para o modelo modificado, sendo que para ambos, os valores de  $C_p$  na região superior do corpo (linha cheia) possuem mínimo de aproximadamente  $-1,5$ , enquanto que para o experimento estes valores são da ordem de  $-0,9$ .

A implementação da modelagem não linear no modelo de turbulência de Spalart-Allmaras mostrou bons resultados, em relação ao modelo padrão, aproximando dos resultados experimentais, característica também mostrada pelo modelo RSM. O modelo SST apresentou resultados subestimados de  $C_p$  em relação aos valores experimentais, tanto no modelo padrão, quanto no modelo modificado.



### 4.3.4 Perfis de velocidade

Nas figuras 4.58 e 4.59 são apresentados os perfis 1 e 2 de velocidade longitudinal localizados à montante do corpo. Em ambos os perfis, nota-se a característica elíptica do escoamento, pois o perfil de velocidade à montante do corpo é influenciado por sua presença. O perfil de velocidade 2, figura 4.59 ressalta a perturbação que a presença do corpo induz na velocidade, referente ao escoamento que está se direcionando para as regiões superior e inferior do corpo.

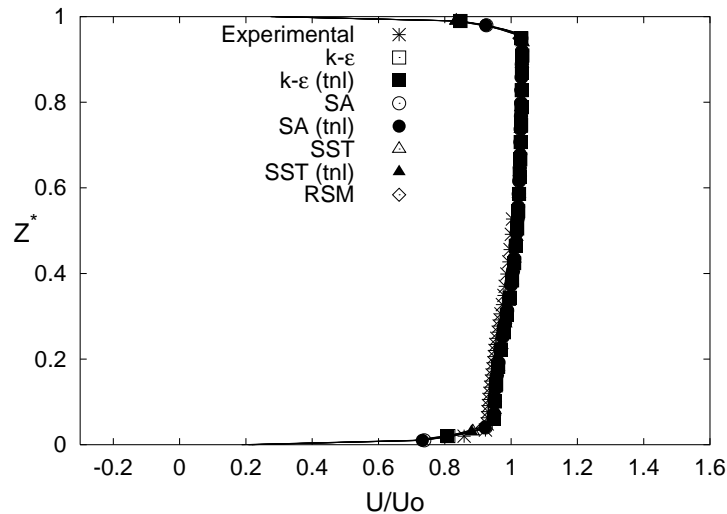


Figura 4.58: Perfil de velocidade localizado em  $x = -1,442m$  - Perfil 1.

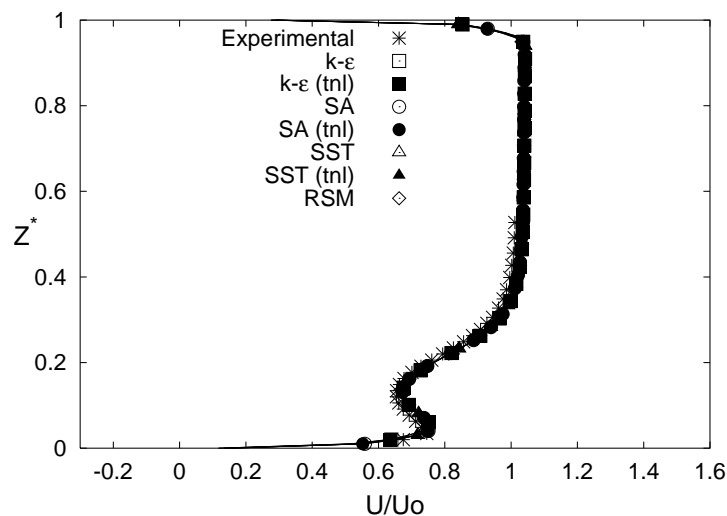


Figura 4.59: Perfil de velocidade localizado em  $x = -1,162m$  - Perfil 2.

Em  $x = -0,962$ , figura 4.60, o perfil de velocidade 3 apresenta valores mais altos nas regiões próximas ao corpo, tanto acima quanto abaixo, devido à aceleração que o escoamento sofre, causados pelas curvaturas da geometria da região frontal.

O perfil de velocidade 4, figura 4.61, apresenta uma forma semelhante a um perfil turbulento padrão, pois que nesta posição, não existe mais a influência da geometria da região frontal do corpo.

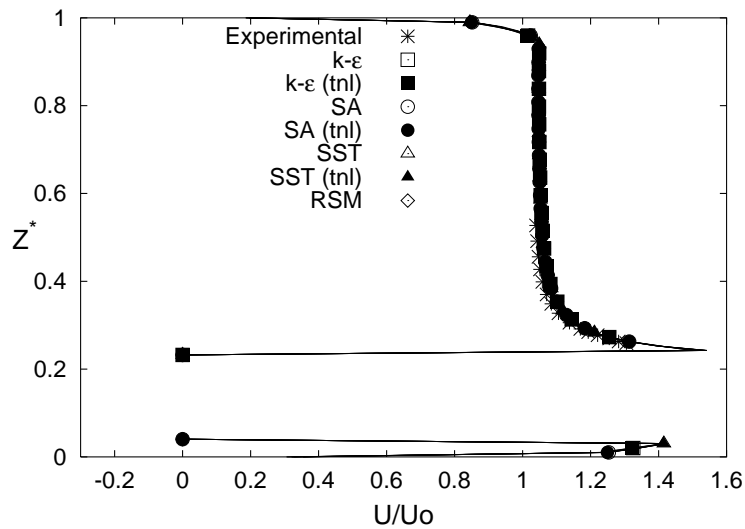


Figura 4.60: Perfil de velocidade localizado em  $x = -0,962m$  - Perfil 3.

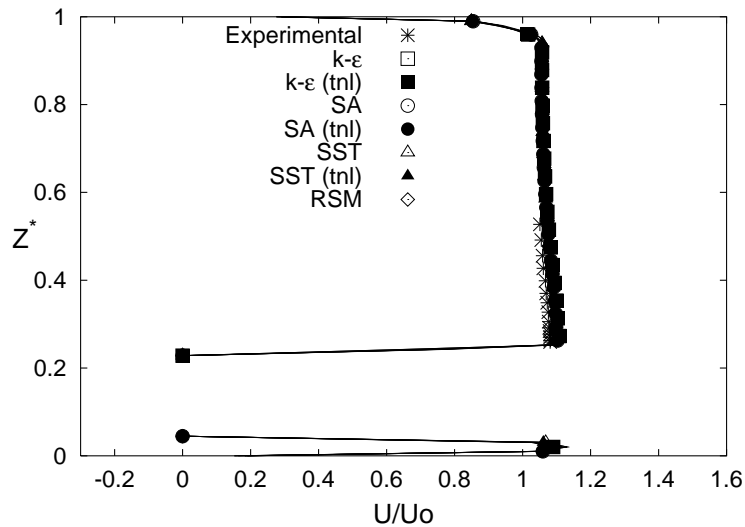


Figura 4.61: Perfil de velocidade localizado em  $x = -0,562m$  - Perfil 4.

Todos os resultados obtidos para as simulações com os modelos de turbulência, obtiveram boa concordância com os valores experimentais, em todos os perfis de velocidade das figuras 4.58, 4.59, 4.60 e 4.61.

Os perfis localizados na região traseira inclinada do veículo são apresentados nas figuras 4.62 e 4.63. Nesta região existe a presença do gradiente adverso de pressão devido à inclinação da geometria do veículo.

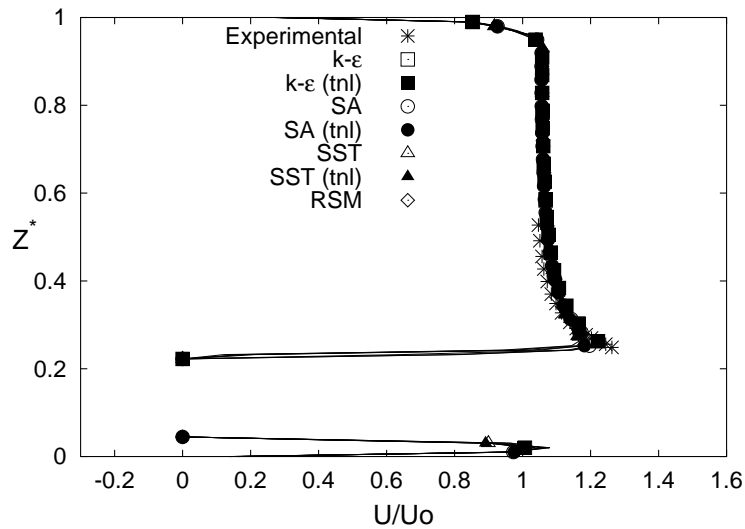


Figura 4.62: Perfil de velocidade localizado em  $x = -0,162m$  - Perfil 5.

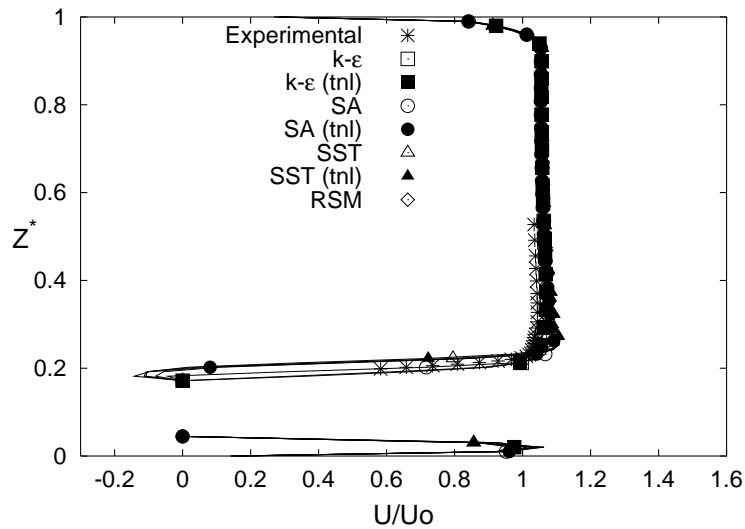


Figura 4.63: Perfil de velocidade localizado em  $x = -0,012m$  - Perfil 6.

Nas figuras 4.64, 4.65 e 4.66 são mostrados os perfis de velocidade 7, 8 e 9 localizados à jusante do corpo. No perfil 7 percebe-se a presença de recirculações na região da esteira do corpo. Tanto os resultados experimentais quanto numéricos mostram velocidades longitudinais negativas.

Na figura 4.65, correspondente ao perfil 8, nota-se que ainda existe a presença da esteira no escoamento, porém todos os modelos de turbulência simulados estão apresentando valores negativos de velocidade, mostrando uma recirculação. A formulação matemática dos modelos de turbulência é baseada no fato de que a produção e a dissipação de turbulência se equivalem, porém, na região a jusante do corpo, estes efeitos são fortemente influenciados pela presença da esteira, que impede o equilíbrio entre

produção e dissipação.

Nesta região, o modelo de turbulência  $k-\varepsilon$  (tnl) mostra resultados mais próximos dos dados experimentais, fato que pode ser visto no perfil de velocidade 9, figura 4.66. Neste perfil, percebe-se que o escoamento recupera a camada limite, porém ainda existe uma pequena influência causada pela presença do corpo.

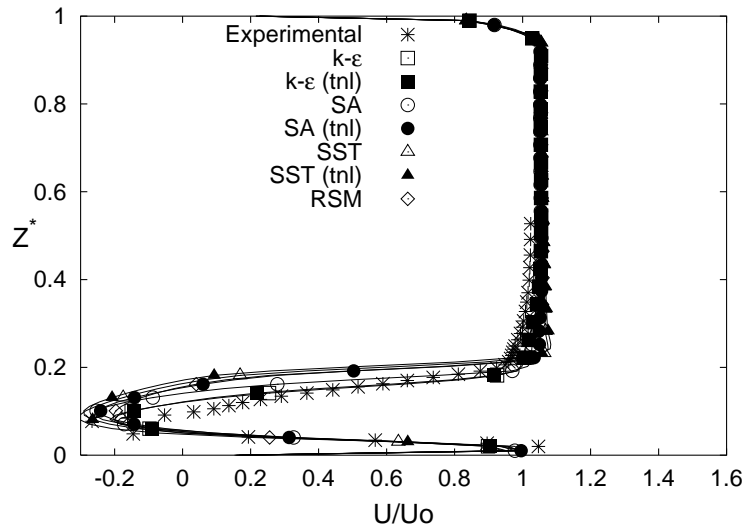


Figura 4.64: Perfil de velocidade localizado em  $x = 0,088m$  - Perfil 7.

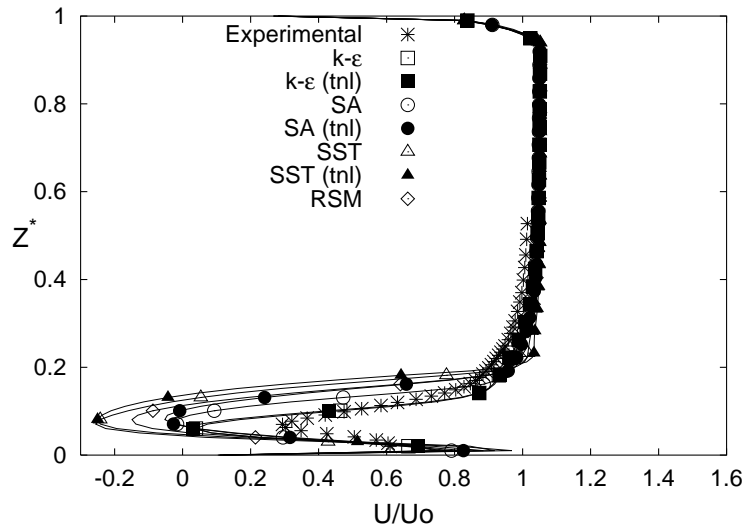


Figura 4.65: Perfil de velocidade localizado em  $x = 0,238m$  - Perfil 8.

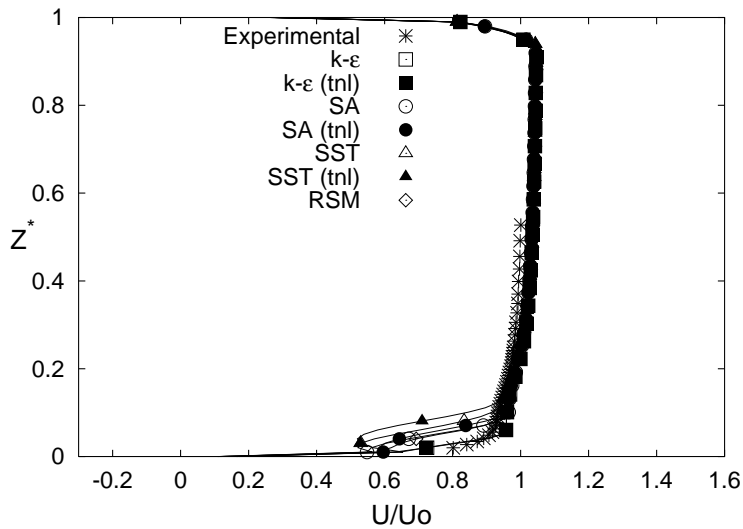


Figura 4.66: Perfil de velocidade localizado em  $x = 0,638m$  - Perfil 9.

### 4.3.5 Perfis de energia cinética turbulenta

Nesta seção são apresentados os resultados obtidos para os perfis de energia cinética turbulenta, seguindo as posições referenciadas para os perfis de velocidade, de acordo com a figura 4.53 e tabela 4.8.

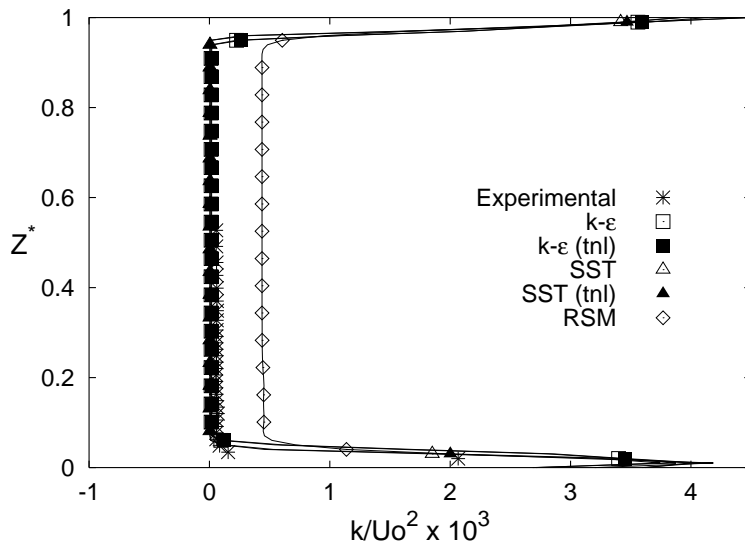


Figura 4.67: Perfil de energia cinética turbulenta em  $x = -1,442m$  - Perfil 1.

Assim como nos resultados apresentados para velocidade, para os perfis de energia cinética turbulenta localizados a montante do corpo, figuras 4.67 e 4.68 e sobre o mesmo, figuras 4.69, 4.70, 4.71 e 4.72, apresentam boa concordância entre os resultados numéricos e experimentais. A ressalva aqui é para o modelo de turbulência RSM, que apresentou valores subestimados para a produção de energia cinética turbulenta, na

região afastada da parede.

Os resultados mostram que, assim como comentado por Klebanoff [30], para o escoamento parietal a turbulência é gerada predominantemente nas regiões próximas às paredes, enquanto fora destas regiões a produção de energia cinética turbulenta é muito pequena.

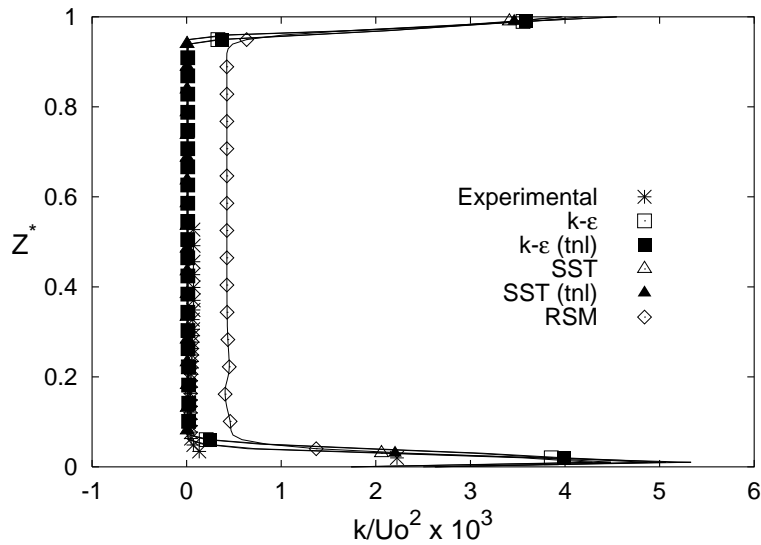


Figura 4.68: Perfil de energia cinética turbulenta em  $x = -1,162m$  - Perfil 2.

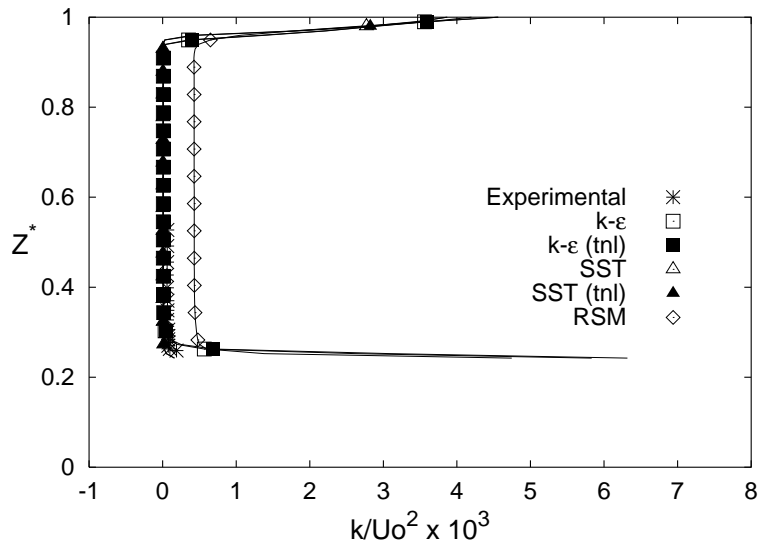


Figura 4.69: Perfil de energia cinética turbulenta em  $x = -0,962m$  - Perfil 3.

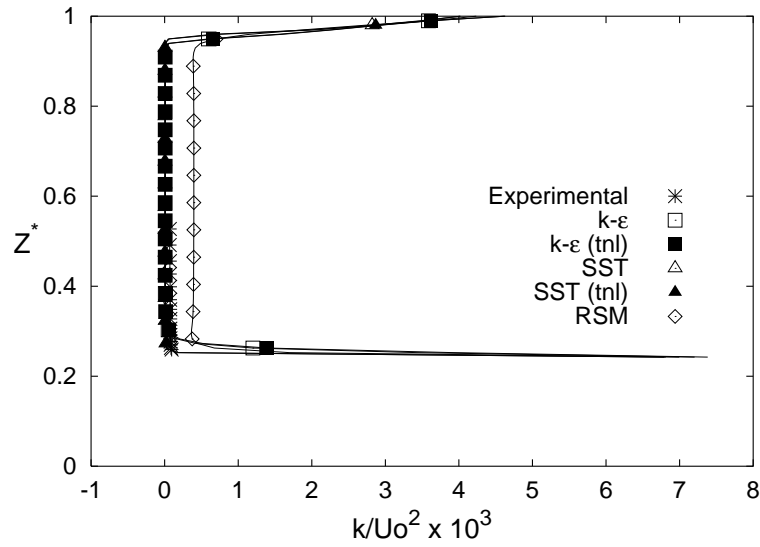


Figura 4.70: Perfil de energia cinética turbulenta em  $x = -0,562m$  - Perfil 4.

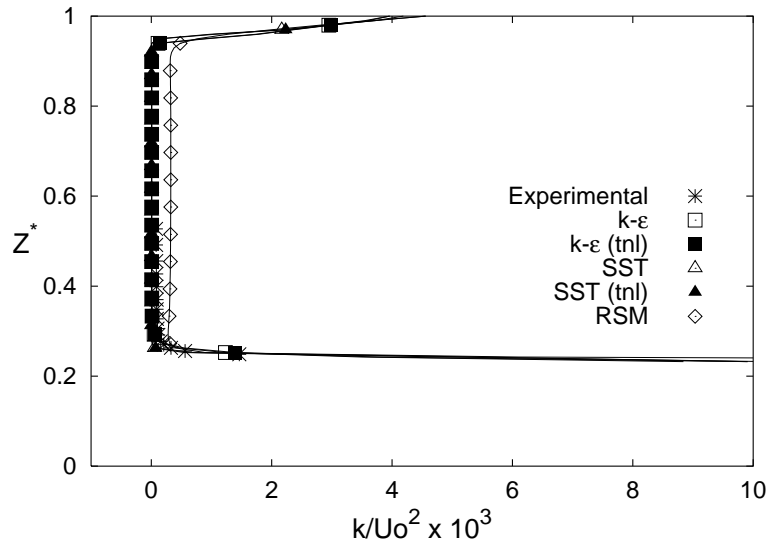


Figura 4.71: Perfil de energia cinética turbulenta em  $x = -0,162m$  - Perfil 5.

Nas figuras 4.73, 4.74 e 4.75 são apresentados os perfis de energia cinética turbulenta, 7, 8 e 9, localizados à jusante do corpo.

Para o perfil 7 representado na figura 4.73, as características turbulentas da região da esteira, estão melhor representadas pelos modelos de turbulência SST, SST(tnl) e RSM. Os modelos  $k - \varepsilon$  e  $k - \varepsilon(tnl)$  apresentam valores baixos na região superior da esteira, por volta de  $Z^* = 0,2$ , resultante de uma maior dissipação turbulenta deste modelo.

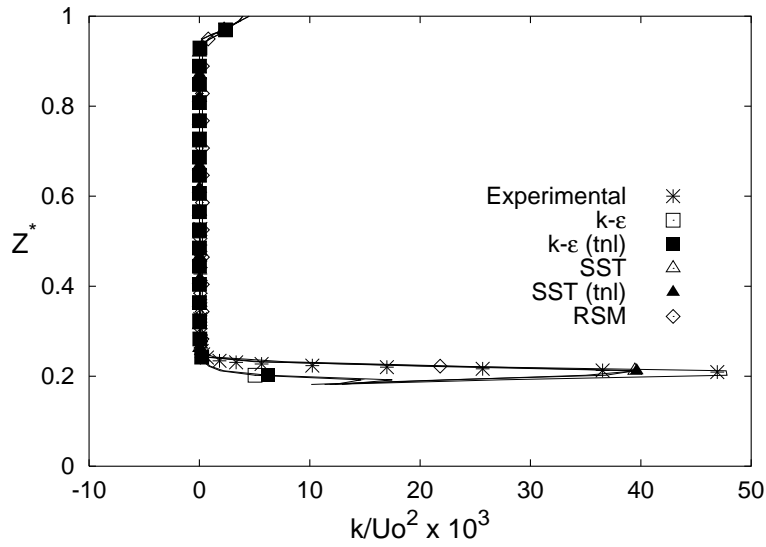


Figura 4.72: Perfil de energia cinética turbulenta em  $x = -0,012m$  - Perfil 6.

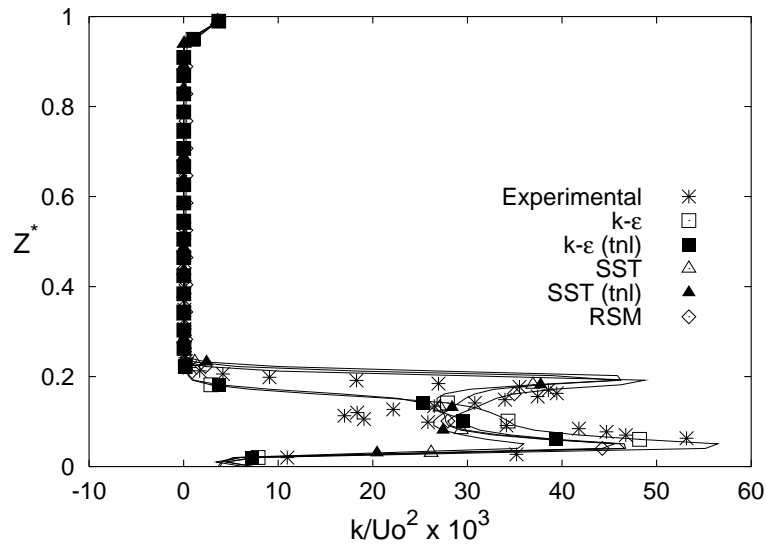


Figura 4.73: Perfil de energia cinética turbulenta em  $x = 0,088m$  - Perfil 7.

Assim como nos perfis de velocidade, nos resultados dos perfis de energia cinética turbulenta 8 e 9, figuras 4.74 e 4.75, respectivamente, as características da esteira foram melhor representadas pelos modelos  $k-\varepsilon$  e  $k-\varepsilon(tnl)$ . Os outros modelos de turbulência ainda apresentam resultados onde nota-se uma perturbação da presença do corpo no escoamento.



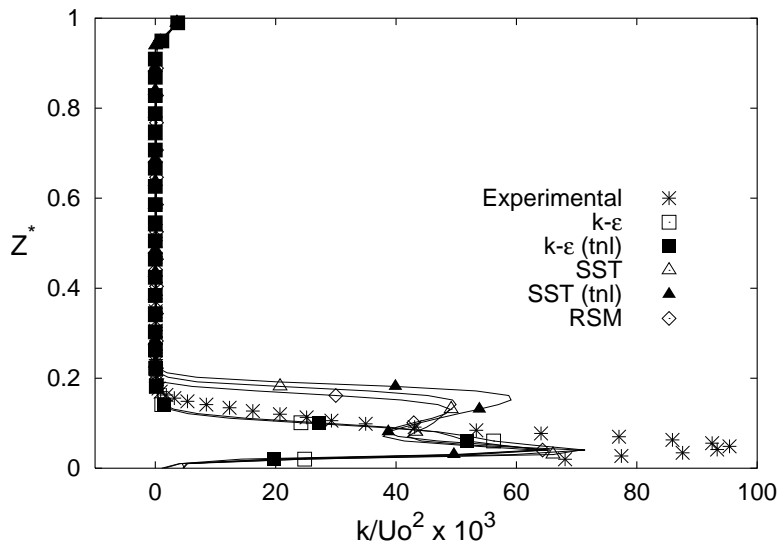


Figura 4.74: Perfil de energia cinética turbulenta em  $x = 0, 238m$  - Perfil 8.

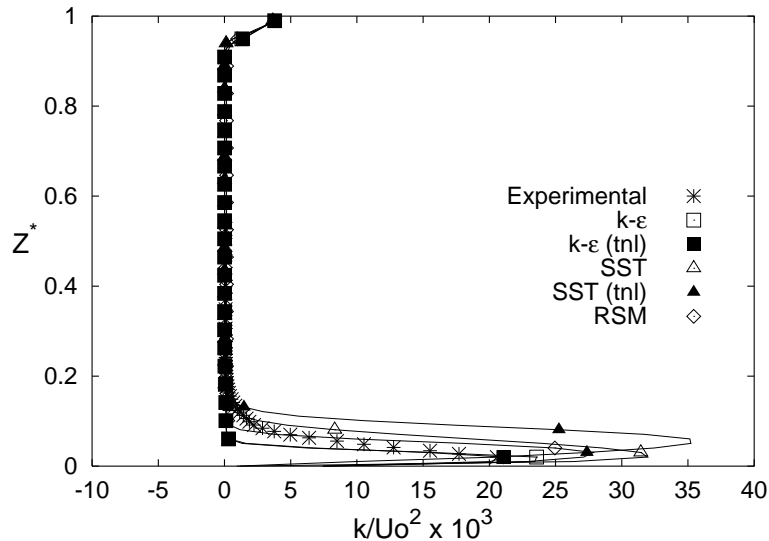


Figura 4.75: Perfil de energia cinética turbulenta em  $x = 0, 638m$  - Perfil 9.

### 4.3.6 Vetores velocidade na região da esteira

Os resultados apresentados nesta seção são comparados com os obtidos por Lienhart [38] em seu estudo experimental para túnel de vento de baixa velocidade, utilizando um anemômetro a laser de duas componentes.

Nas figuras 4.76(a) e 4.76(b) são apresentados os vetores velocidade obtidos no experimento realizado por Lienhart [38] e neste trabalho com o modelo RSM, respectivamente. Em seguida, na figura 4.77 são apresentados os vetores velocidade, para os modelos de turbulência  $k - \epsilon$ , SA e SST. A figura da esquerda, referência (a), representa o modelo padrão, enquanto a figura da direita, (b), representa o respectivo

modelo modificado (tnl). Os resultados de ambas as figuras foram obtidos no plano I, seguindo a referência da tabela 4.9.

Em seguida, nas figuras 4.78 e 4.79 são apresentadas iso-linhas de velocidade para o mesmo plano, de modo a avaliar as diferenças do ponto de vista quantitativo.

As figuras 4.80(a) e 4.80(b) apresentam os vetores velocidade no plano II, obtidos experimentalmente e com o modelo RSM, respectivamente. Assim como na figura e 4.81 são apresentados os resultados de vetores velocidade com os modelos  $k - \varepsilon$ , SA e SST.

Os resultados com as iso-linhas de velocidade obtidos com o modelo RSM e demais modelos de turbulência são apresentados nas figuras 4.82 e 4.83, respectivamente.

Para o plano III, os vetores velocidade são apresentados nas figuras 4.84(a) e 4.84(b), obtidos experimentalmente e para o modelo RSM. Assim como, na figura 4.85 são apresentados os resultados para os demais modelos de turbulência. Neste mesmo plano, as figuras 4.86 e 4.87 apresentam os resultados para as iso-linhas de velocidade, para o modelo RSM e demais modelos de turbulência, respectivamente.

Finalmente os resultados de vetores velocidade obtidos no plano IV são apresentados. Os dados experimentais estão ilustrados na figura 4.88(a) e os resultados obtidos com o modelo RSM estão contidos na figura 4.88(b). Para os modelos de turbulência  $k - \varepsilon$ , SA e SST, os resultados são mostrados na figura 4.89. Para este plano, os resultados quantitativos são mostrados nas figuras 4.90, para o modelo RSM e 4.91 para os modelos  $k - \varepsilon$ , SA e SST.

Em todas os planos de corte, os resultados numéricos apresentam boa concordância com o experimento realizado por Lienhart [38]. A implementação feita para o modelo não linear não resultou em mudanças significativas para os resultados numéricos.

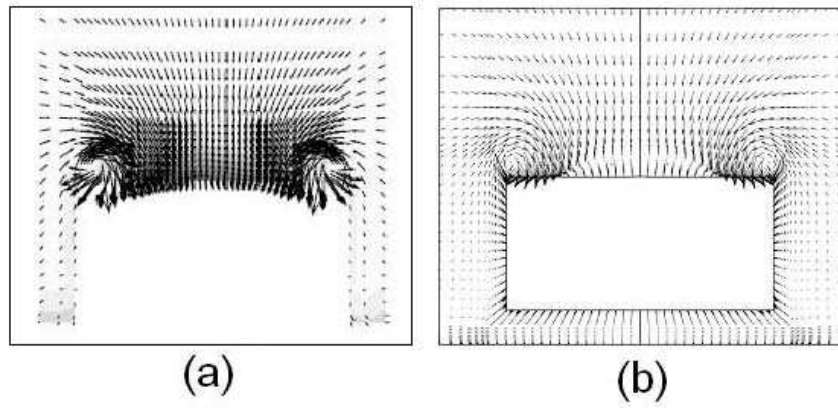


Figura 4.76: Vetores velocidade no plano I: (a) - experimental e (b) - RSM

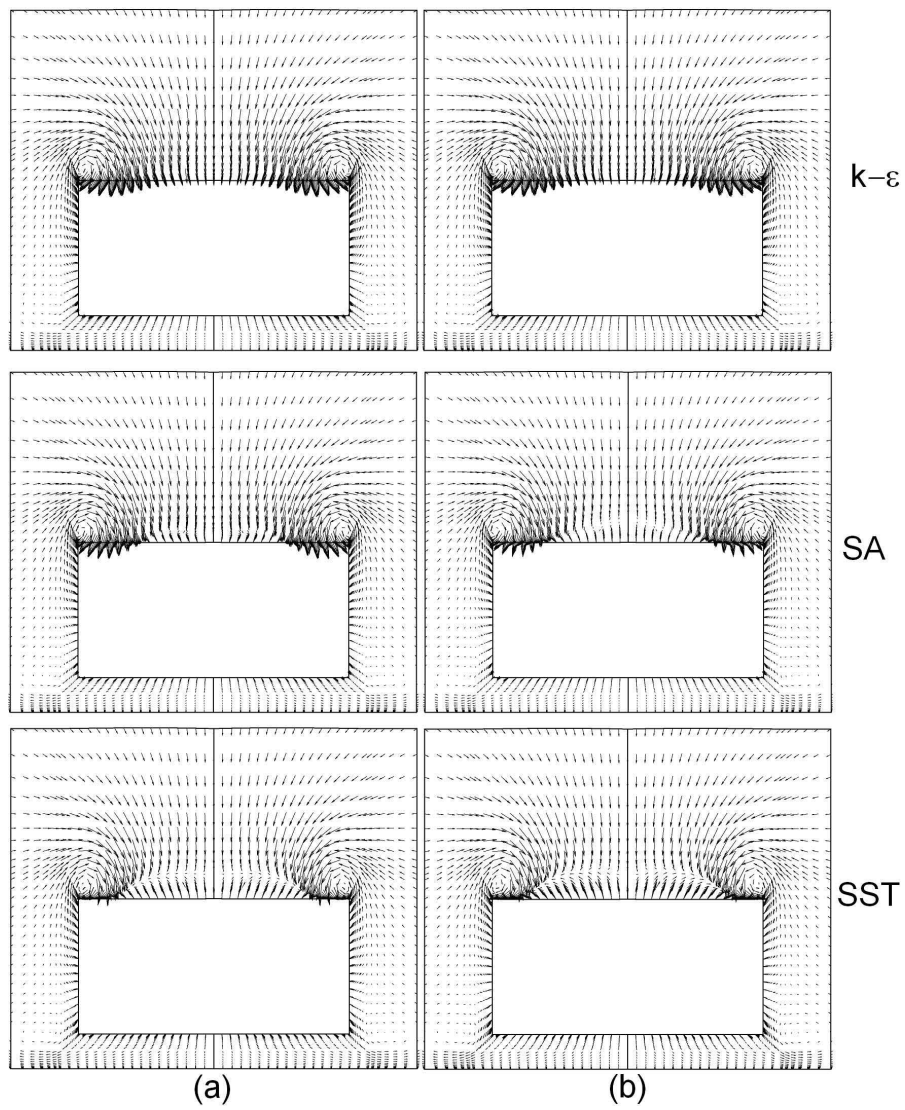


Figura 4.77: Vetores velocidade no plano I: (a) - padrão e (b) - tnl

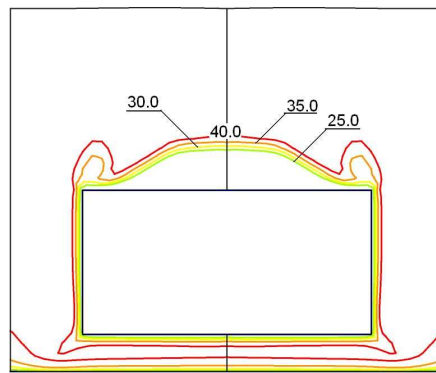


Figura 4.78: Iso-linhas de velocidade no plano I para o modelo RSM

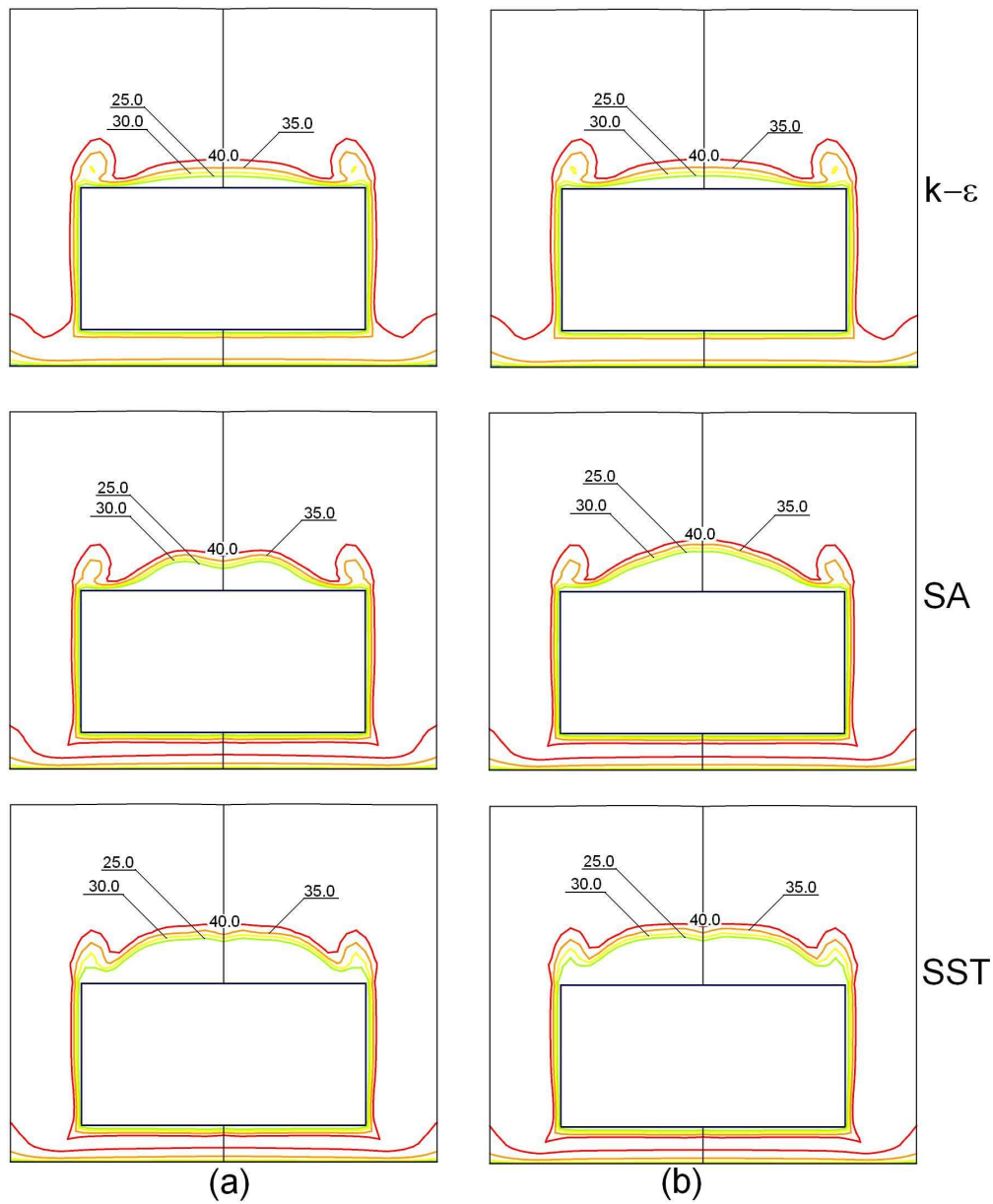


Figura 4.79: Iso-linhas de velocidade no plano I: (a) - padrão e (b) - tnl

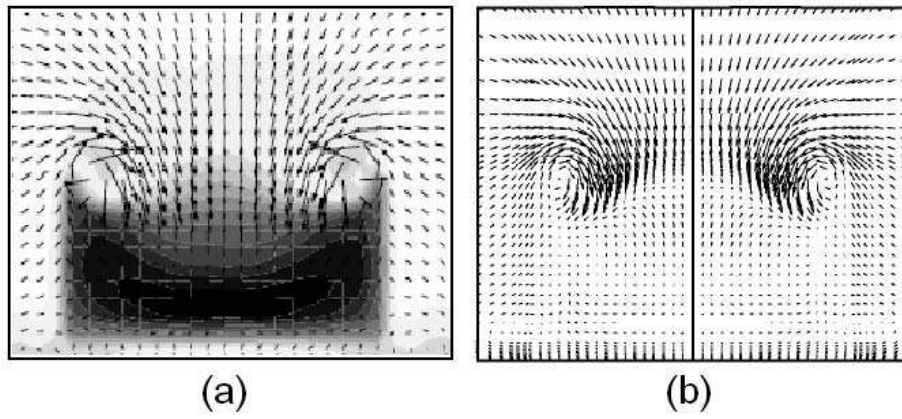


Figura 4.80: Vetores velocidade no plano II: (a) - experimental e (b) - RSM

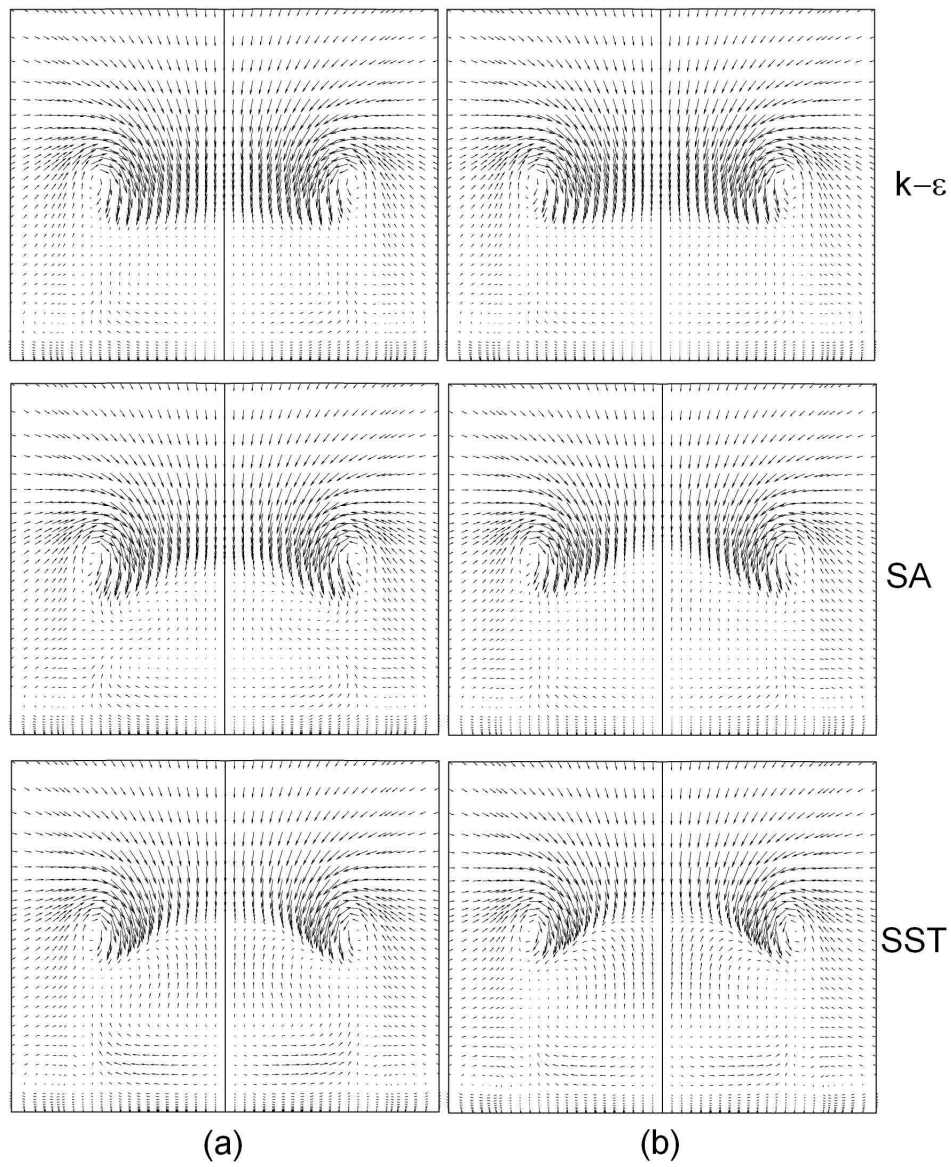


Figura 4.81: Vetores velocidade no plano II: (a) - padrão e (b) - tnl

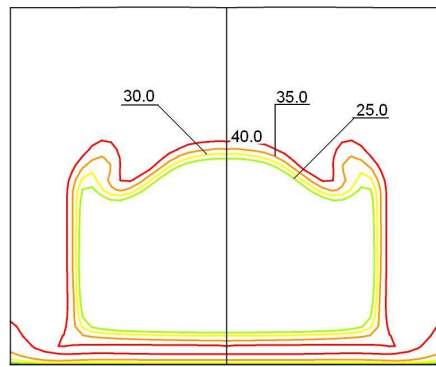


Figura 4.82: Iso-linhas de velocidade no plano II para o modelo RSM

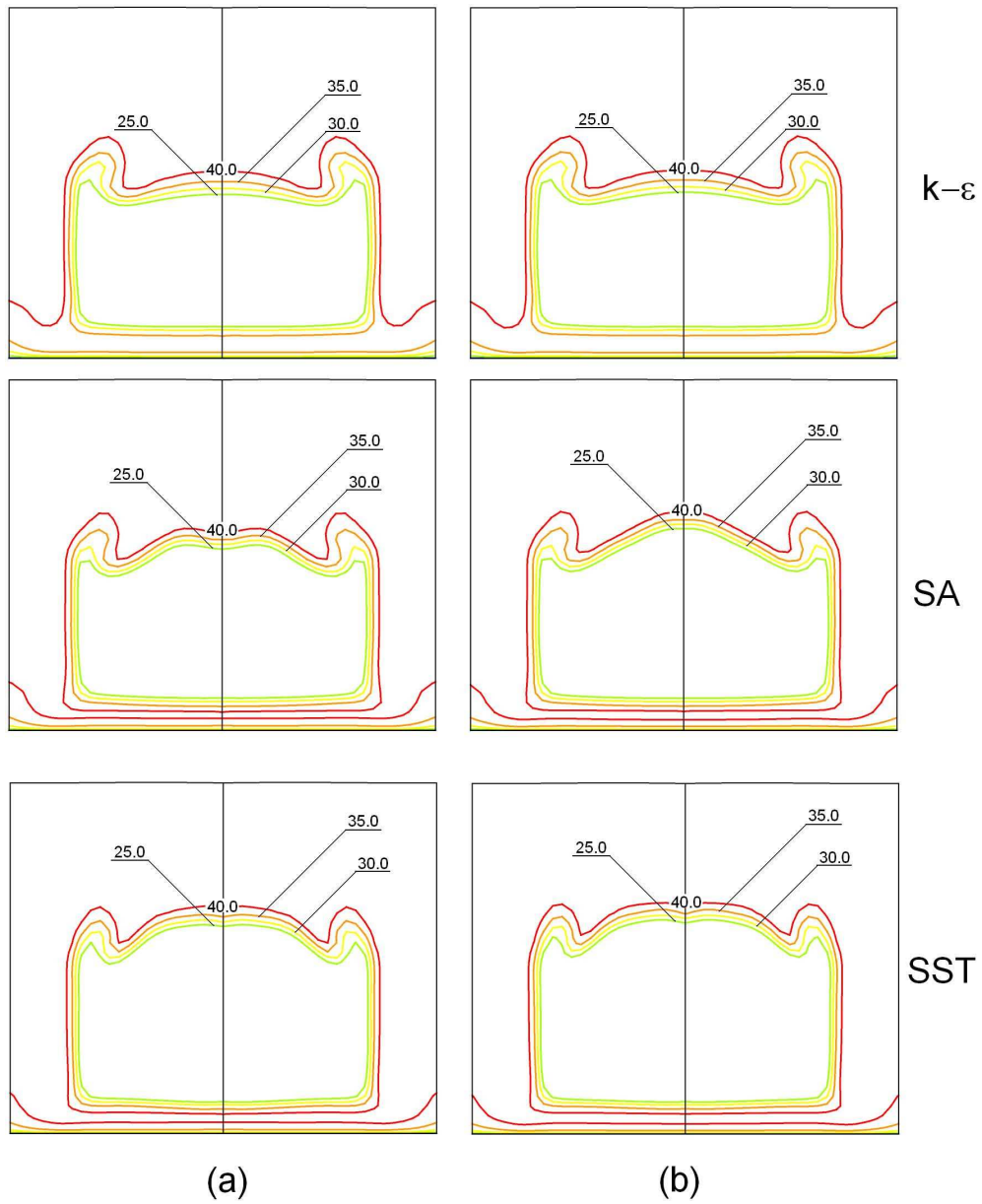


Figura 4.83: Iso-linhas de velocidade no plano II: (a) - padrão e (b) - tnI

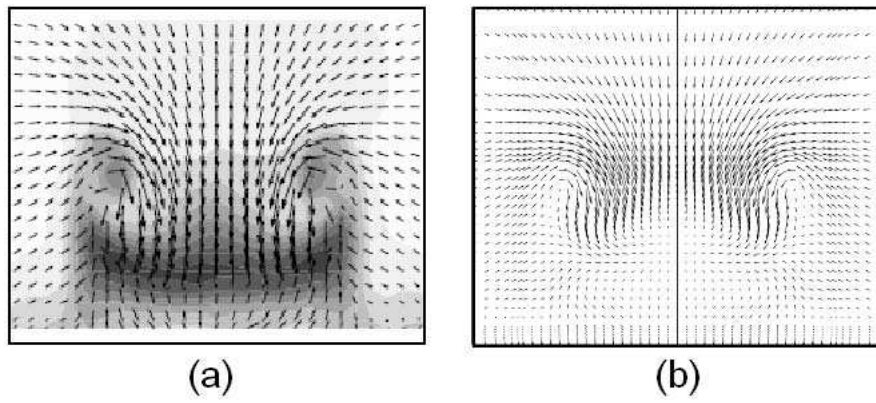


Figura 4.84: Vetores velocidade no plano III: (a) - experimental e (b) - RSM

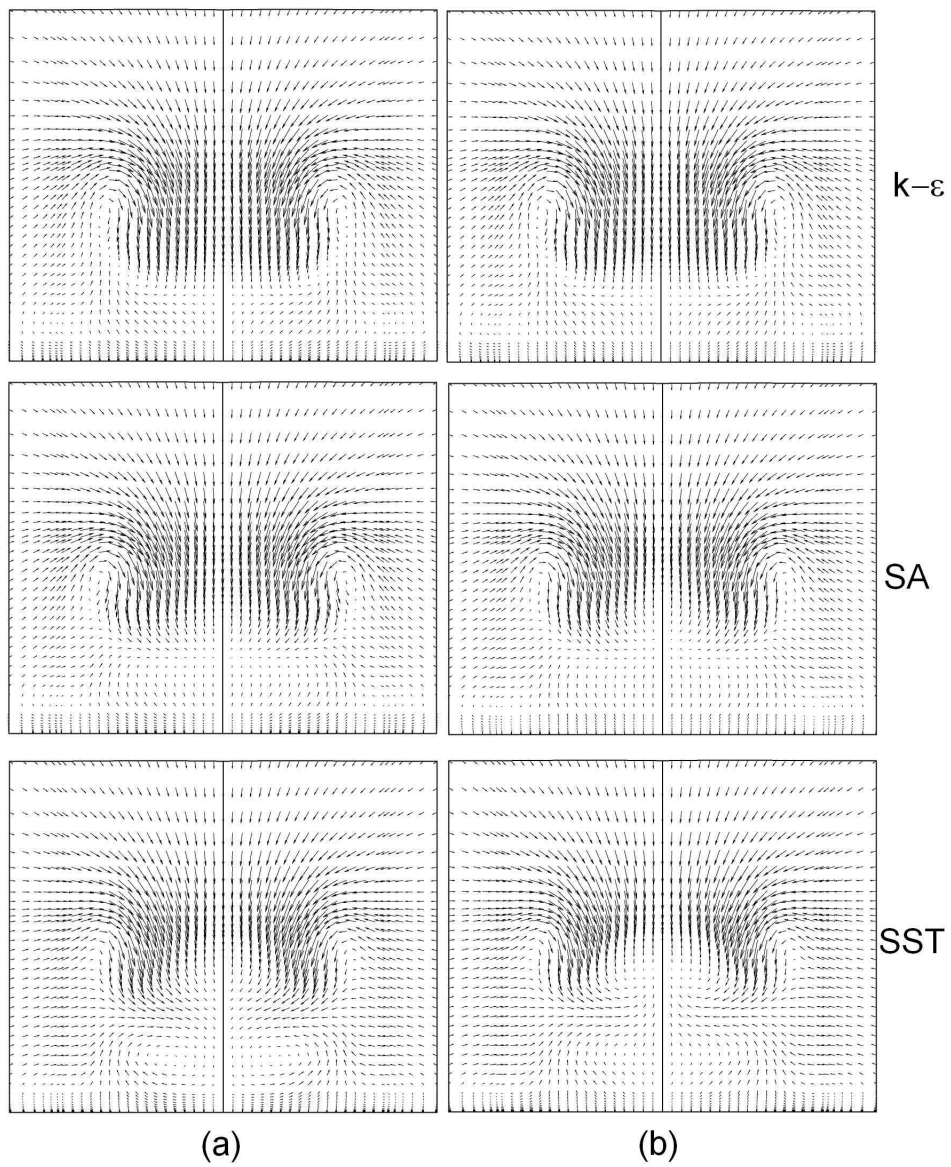


Figura 4.85: Vetores velocidade no plano III: (a) - padrão e (b) - tnI

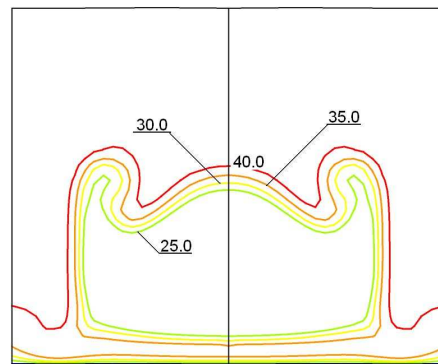


Figura 4.86: Iso-linhas de velocidade no plano III para o modelo RSM

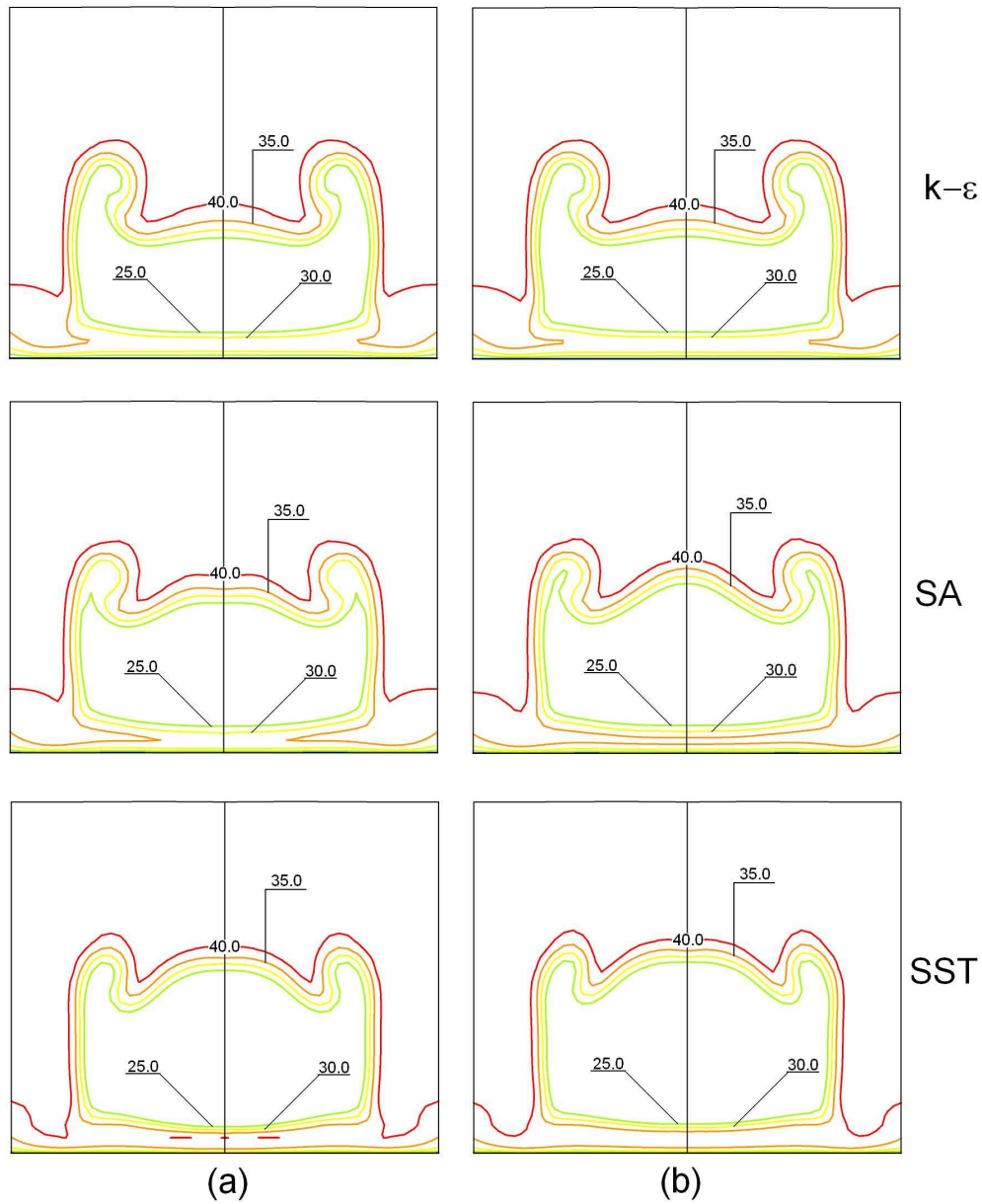


Figura 4.87: Iso-linhas de velocidade no plano III: (a) - padrão e (b) - tnl



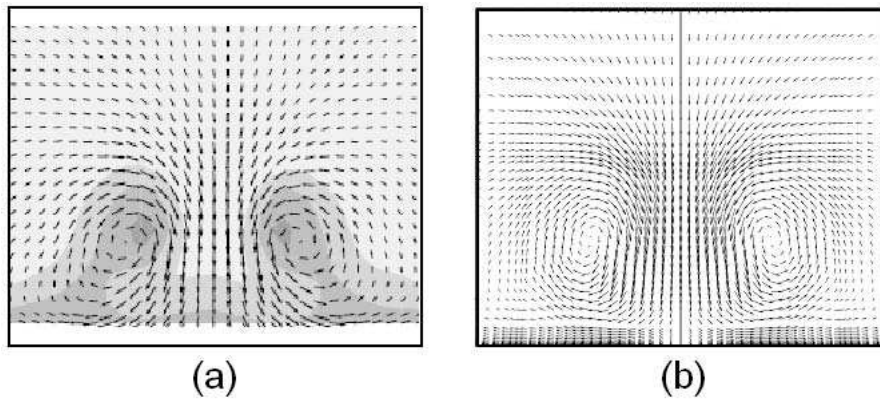


Figura 4.88: Vetores velocidade no plano IV: (a) - experimental e (b) - RSM

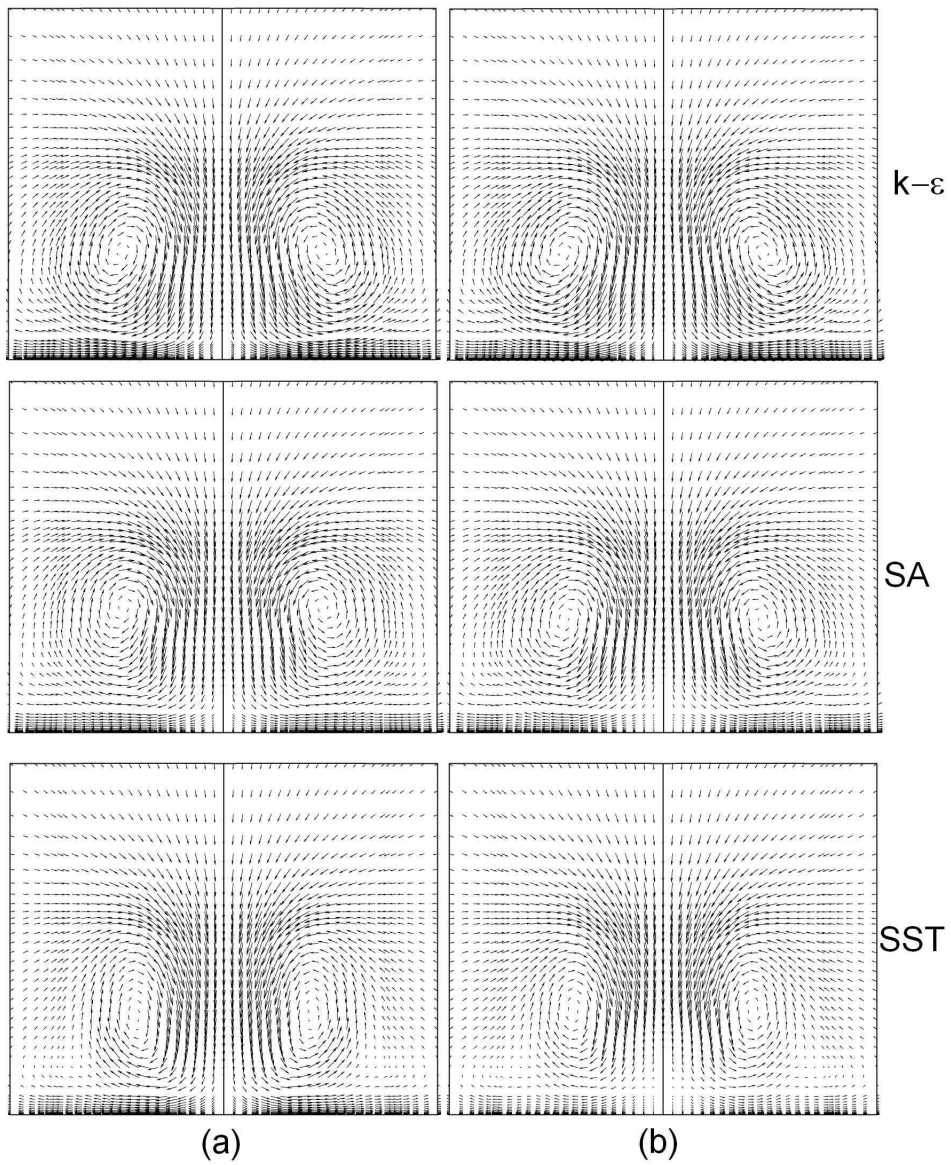


Figura 4.89: Vetores velocidade no plano IV: (a) - padrão e (b) - tnl

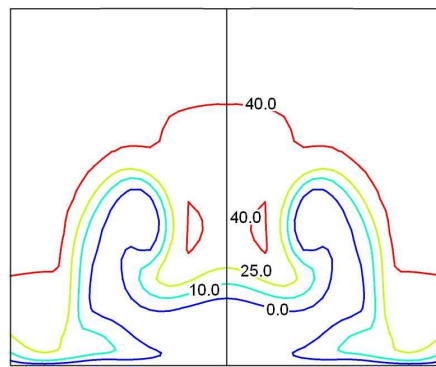


Figura 4.90: Iso-linhas de velocidade no plano IV para o modelo RSM

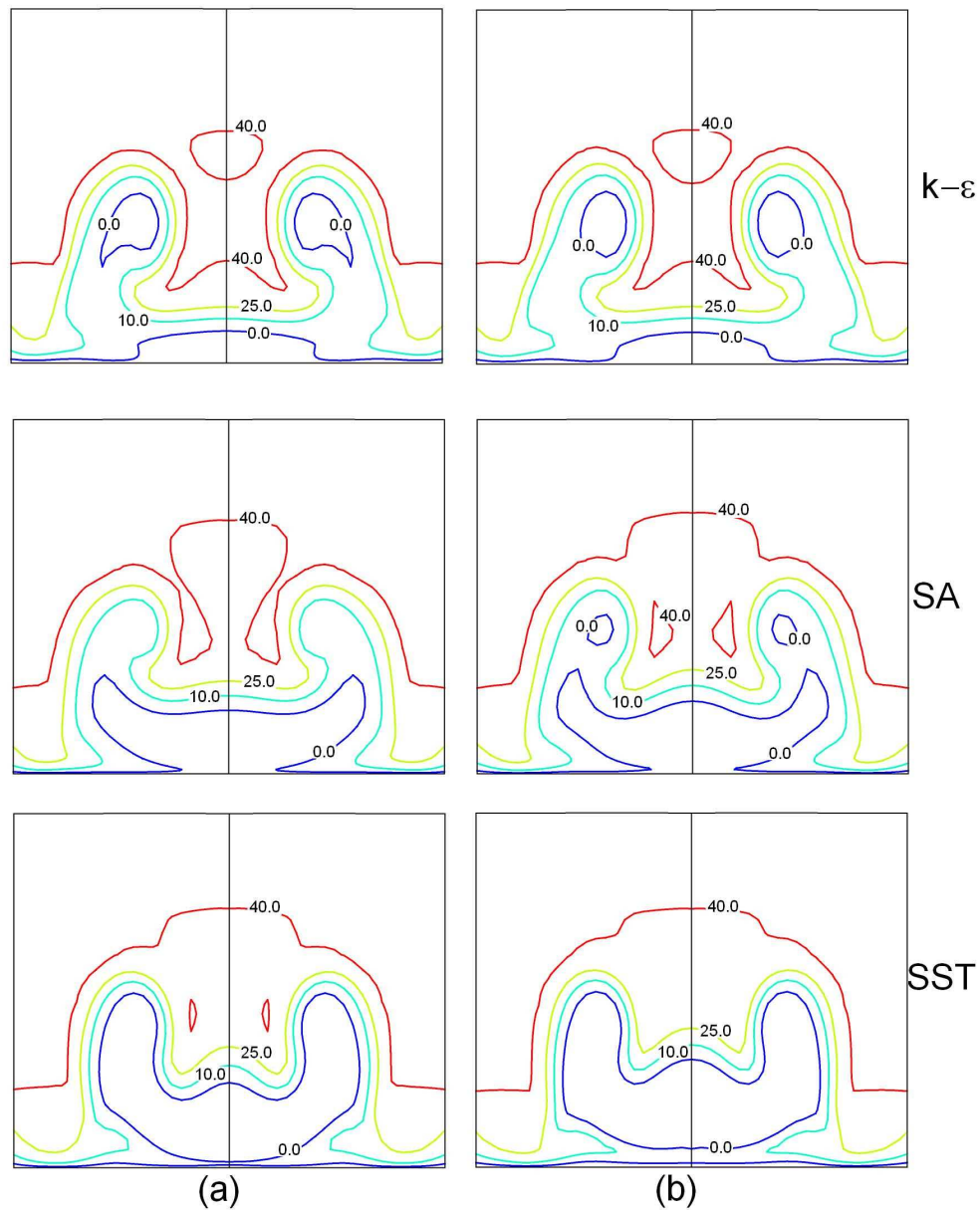


Figura 4.91: Iso-linhas de velocidade no plano IV: (a) - padrão e (b) - tnl

### 4.3.7 Coeficiente de arrasto

Os resultados numéricos obtidos para o coeficiente de arrasto, calculado através da definição clássica:

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho U_o^2 A_x}, \quad (4.16)$$

onde  $F_D$  é a força de arrasto calculada na direção  $x$ ,  $\rho$  é a massa específica do fluido,  $U_o$  é a velocidade na entrada do túnel de vento e  $A_x$  é a projeção da área frontal do corpo na direção  $x$ .

Os valores dos coeficientes de arrasto obtidos por cada modelo de turbulência são comparados com o resultado obtido por Ahmed em seu experimento.

A força  $F_D$  é calculada numericamente através da relação:

$$\underbrace{F_D}_{\text{Força total}} = \underbrace{\vec{a}_x \cdot \vec{F}_P}_{\text{Componente de pressão}} + \underbrace{\vec{a}_x \cdot \vec{F}_\nu}_{\text{Componente viscosa}} \quad (4.17)$$

onde:  $\vec{a}_x$  é o vetor unitário na direção  $x$ ,  $\vec{F}_P$  é o vetor força de pressão e  $\vec{F}_\nu$  é o vetor força viscosa. As forças de pressão e viscosa são obtidas através de integração numérica, levando-se em consideração a força em cada elemento da malha superficial.

O valor do coeficiente de arrasto medido por Ahmed em seu experimento é de 0,305, enquanto que os valores encontrados nas simulações deste trabalho são apresentados na tabela 4.11, a seguir. Os modelos de turbulência Spalart-Allmaras e RSM apresentam os melhores resultados em relação ao experimento, enquanto que a implementação feita com o modelo não linear apresentou uma sensível diferença nos modelos de turbulência simulados. O modelo  $k - \varepsilon$  superestimou o coeficiente de arrasto, sem diferenças entre com o modelo não linear. Já o modelo SST subestima o valor do coeficiente de arrasto, com um pequena diferença quando comparado com o modelo não linear. Para estes resultados, a medida do erro foi obtida de acordo com a relação:

$$|Erro|\% = \left| \frac{(C_D)_{EXP} - (C_D)_{NUM}}{(C_D)_{EXP}} \times 100 \right| \quad (4.18)$$

onde  $(C_D)_{EXP}$  e  $(C_D)_{NUM}$  são os valores do coeficiente de arrasto obtidos experimentalmente e numérico, respectivamente.

Tabela 4.11: Coeficiente de arrasto

Modelo de turbulência	$C_D$	Erro  %
SA	0,312	2,3
SA (tnl)	0,315	3,2
$k - \varepsilon$	0,325	6,6
$k - \varepsilon$ (tnl)	0,325	6,6
SST	0,282	7,6
SST (tnl)	0,280	8,1
RSM	0,299	2,1

Para todos os modelos de turbulência simulados a componente de pressão do coeficiente de arrasto representa cerca de 85%, enquanto que a parcela viscosa representa 15%.

### 4.3.8 Tempo computacional

Finalmente na tabela 4.12 são apresentados os tempos computacionais de cada modelo simulado. Os modelos  $k - \varepsilon$  e SA apresentaram acréscimos de 48% e 60%, respectivamente, no tempo por iteração em relação aos seus modelos originais, no entanto, assim como nos casos anteriores em ambos o tempo por iteração está abaixo do registrado para o modelo RSM. Assim como nos casos teste anteriores, a implementação feita para o modelo SST, que apresentou um aumento de aproximadamente 38% no tempo, resultou em um tempo por iteração maior que no modelo RSM e um tempo total muito próximo ao obtido pelo modelo RSM.

A diferença é calculada de acordo com a expressão 4.8.

Vale a pena ressaltar que, em todos os resultados apresentados para este caso-teste, não houve diferenças representativas nos resultados obtidos entre o modelo com a modificação no tensor não linear e o seu respectivo modelo de turbulência padrão.

Tabela 4.12: Tempo computacional - corpo rombudo

Modelo de turbulência	N.de iterações	Tempo/iteração (Segundos)	Tempo total (Minutos)	Diferença %
SA	838	16,51	230,6	60
SA (tnl)	841	26,39	369,9	
$k - \varepsilon$	1283	19,02	406,7	48
$k - \varepsilon$ (tnl)	1306	28,14	612,5	
SST	1362	26,74	607,0	38
SST (tnl)	1349	36,81	827,6	
RSM	1759	31,53	924,4	

# Capítulo 5

## CONCLUSÕES

### 5.1 Conclusões gerais

Como forma de avaliar o efeito da modificação proposta por Spalart [53], para minorar as imperfeições inerentes aos modelos de turbulência baseados na hipótese de Boussinesq, foram simulados três casos testes: o escoamento em um duto de seção quadrada proposto por Melling [41], o escoamento em um duto curvo de seção retangular proposto por Kim e Patel [29] e o escoamento em torno de um corpo rombudo proposto por Ahmed [1]. O primeiro caso representa um escoamento parietal interno com produção de escoamentos secundários. No segundo caso, também um escoamento parietal interno, existe a presença de curvatura das linhas corrente imposta pela geometria, além da produção de escoamento secundário. No terceiro caso-teste está presente a tridimensionalidade do escoamento associado ao descolamento da camada limite. Desta forma, os casos-teste selecionados representam escoamentos onde atuam as principais causas da produção de taxa de deformação independente do escoamento médio.

As modificações foram implementadas no software comercial Fluent, de propriedade da empresa ANSYS Inc., através de uma função definida pelo usuário (*UDF User-Defined Function*) escrita em linguagem “C”. Esta subrotina possui aproximadamente 400 linhas de programação, onde estão implementadas as equações 2.77, propostas por Spalart [53].

Para todos os casos casos-teste simulados, foram feitos estudos de refinamento da malha computacional e simulação do escoamento com os modelos de turbulência: Spalart-Allmaras,  $k - \varepsilon$ ,  $k - \omega SST$ , nas suas formas originais e com a presença do

tensor modificado; além do modelo RSM (*Reynolds Stress Model*), que é usado como padrão de comparação por não fazer uso da hipótese de Boussinesq.

O primeiro caso-teste, proposto por Melling [41] representa o escoamento em um duto de seção quadrada onde foram avaliados o desenvolvimento do escoamento médio na linha central do duto, os perfis de velocidade, de energia cinética turbulenta e resultados qualitativos que mostram as estruturas do campo de velocidade do escoamento secundário.

Em termos gerais, o modelo de turbulência SA apresentou excelentes resultados para velocidade na linha de centro e para os perfis de velocidade avaliados. Nestes resultados, a modificação implementada no modelo, não apresentou diferenças significativas em relação ao modelo na sua forma padrão. Para os resultados de energia cinética turbulenta, os resultados dos modelos de turbulência modificados se aproximaram dos dados experimentais nas regiões próximas aos cantos do duto. Nestas regiões, o escoamento secundário somente foi muito bem capturado pelo modelo RSM e pelos outros modelos de turbulência na sua forma modificada, comprovando-se a eficiência da correção proposta por Spalart [53] para a simulação das estruturas secundárias que surgem nos escoamentos turbulentos em dutos com seção quadrada ou retangular.

Para o segundo caso teste, proposto por Kim e Patel [29], representado pelo escoamento no interior do duto curvo retangular foram apresentados os resultados do coeficiente de pressão nas paredes, perfis de velocidade à montante, no interior e à jusante da curva, além dos campos vetoriais de velocidade.

Para o cálculo dos coeficientes de pressão, os modelos de turbulência estudados apresentaram resultados próximos entre si, tendo o modelo SST obtido valores mais próximos dos resultados experimentais de Kim e Patel [29].

Para todos os modelos de turbulência simulados, os perfis de velocidade à montante e dentro da curva, apresentaram excelentes resultados. Em seu experimento, Kim e Patel [29] notaram a presença de um vórtice descendente. Em seu trabalho, eles citam que o vórtice se forma na região próxima da parede superior do duto e tem um movimento descendente do seu núcleo. Além disso, de acordo com Kim e Patel [29], ao longo do escoamento, o núcleo do vórtice se aproxima da parede convexa do duto. No trabalho experimental não existem citações ou resultados quantitativos que mostram a

posição do núcleo deste vórtice. Nos resultados obtidos numericamente neste trabalho, este fenômeno foi capturado por todos os modelos de turbulência simulados, entretanto, as simulações mostraram posições diferentes no núcleo do vórtice descendente. Fazendo-se uma comparação entre os perfis de velocidade obtidos a jusante da curva, 4.40, nota-se que o modelo SA é o que melhor se aproxima dos resultados experimentais. Esta informação pode levar a um indicativo de que a posição do vórtice descendente obtida por este modelo de turbulência poderia estar mais próxima da posição capturada experimentalmente por Kim e Patel. Entretanto, este resultado é apenas um indicativo e recomenda-se uma melhor análise, comparando-se com outros trabalhos experimentais que representem quantitativamente esta característica. Os modelos de turbulência SA (tnl) e  $k - \varepsilon$  (tnl) apresentam resultados próximos do modelo SA, para este perfil de velocidade. Os modelos  $k - \varepsilon$  (tnl), RSM e SST (tnl) apresentam resultados imprecisos deste perfil de velocidade, enquanto que o modelo SST apresenta o pior resultado do perfil de velocidade nesta posição.

O terceiro caso-teste simulado difere dos anteriores por ser um escoamento externo com descolamento de camada limite, ao redor de um corpo rombudo, proposto por Ahmed [1]. Para este caso, foram obtidos os resultados de coeficiente de pressão ao longo da linha de centro do corpo, perfis de velocidade e energia cinética turbulenta a montante, sobre e à jusante do corpo, além da visualização de planos de corte com vetores de velocidade na região traseira do corpo e o coeficiente de arrasto.

Nos resultados para o coeficiente de pressão, os modelos de turbulência SA (tnl) e RSM apresentaram a melhor caracterização do valor de  $C_P$ . Os modelos SST e SST (tnl) apresentaram pequenas diferenças em relação ao experimento. Os modelos  $k - \varepsilon$  (tnl),  $k - \varepsilon$  e SA estão mais distantes dos resultados experimentais. Dentre os modelos de turbulência simulados, o modelo SA foi o único a apresentar diferenças significativas com a introdução da correção proposta por Spalart [53].

Para os perfis de velocidade localizados a montante e sobre o corpo rombudo, todos os modelos de turbulência simulados apresentaram excelentes resultados em comparação com o experimento. Na região da esteira formada a jusante do corpo, os modelos de turbulência  $k - \varepsilon$  (tnl) e  $k - \varepsilon$  apresentaram os melhores resultados na caracterização do escoamento, seguidos pelo modelo SA que apresentou uma ligeira diferença. Os modelos SST e SST (tnl) apresentaram os piores resultados quando comparados com o experimento. No último perfil de velocidade avaliado, 4.66, os modelos  $k - \varepsilon$  (tnl) e  $k - \varepsilon$  são os únicos que representaram a tendência de reuniformização do



escoamento. Os resultados obtidos com os demais modelos de turbulência para este perfil de velocidade apresentam uma ligeira perturbação do escoamento proveniente da esteira.

Para os perfis de energia cinética turbulenta localizados a montante e sobre o corpo rombudo os modelos de turbulência baseados na hipótese de Boussinesq apresentaram bons resultados. O modelo de turbulência RSM apresentou valores superestimados para estes perfis de energia cinética de turbulência. Já na região na esteira, de forma análoga aos resultados obtidos para os perfis de velocidade, os modelos  $k - \varepsilon$  (tnl) e  $k - \varepsilon$  apresentaram os melhores resultados, porém ainda subestimando o valor da máxima energia cinética de turbulência. Para o último perfil de energia cinética de turbulência, os resultados obtidos com os modelos  $k - \varepsilon$  (tnl) e  $k - \varepsilon$  estão mais próximos dos dados experimentais, seguidos pelos modelos RSM e SST. O modelo de turbulência SST (tnl) apresentou os resultados ligeiramente mais distantes do experimento.

A representação do escoamento na região da esteira, obtida através de vetores velocidade em planos de corte transversais, mostrou grandes semelhanças entre os resultados numéricos e o experimento. A modificação proposta por Spalart [53] não apresentou diferenças significativas quando comparados os seus resultados com os modelos de turbulência baseados na hipótese de Boussinesq nas suas forma originais.

No cálculo do coeficiente de arrasto, os modelos SA e RSM mostraram bons resultados, quando comparados aos resultados experimentais, com erros da ordem de 2%, seguidos do modelo SA (tnl), com erro da orde de 3%. Os modelos de turbulência  $k - \varepsilon$  (tnl) e  $k - \varepsilon$  não apresentaram diferenças entre si. Em ambos, o erro calculado foi de aproximadamente 7%. O modelo de turbulência SST apresentou erro no cálculo do coeficiente de arrasto da ordem de 7,6%, seguido do modelo SST (tnl), que teve o pior desempenho, com erro de aproximadamente 8%.

Em relação ao custo computacional, os três casos teste simulados apresentaram semelhanças no comportamento. Para o modelo de turbulência SA, houve um acréscimo da ordem de 60% no tempo computacional na simulação do modelo modificado em relação à sua forma padrão. O modelo de turbulência  $k - \varepsilon$  (tnl) apresentou um tempo computacional 50% maior em relação ao seu modelo orginal,  $k - \varepsilon$ . Mesmo com o acréscimo no custo computacional, o tempo por iteração destes dois modelos de turbulência modificados ainda estão abaixo do tempo obtido para o modelo RSM. Contudo, para o modelo SST, a implementação proposta por Spalart [53] apresentou em

um acréscimo da ordem de 35% no tempo computacional por iteração, o que resultou em um tempo maior que o obtido pelo modelo RSM.

De uma forma geral, do ponto de vista da aplicação em engenharia, onde o interesse é a obtenção das propriedades globais do escoamento, velocidade média, perda de carga, fluxo de calor, etc., a modificação implementada apresenta pequenas diferenças em relação aos modelos de turbulência na sua forma padrão. No entanto, do ponto de vista da geração de ruído a correta caracterização do escoamento secundário em dutos se mostra bastante importante e é um fenômeno que necessita de melhor investigação sob a ótica dos efeitos da modificação proposta por Spalart [53].

## 5.2 Sugestões para pesquisas futuras

Em seu trabalho, Spalart [53] apresenta uma “correção” para modelos de turbulência baseados na hipótese de Boussinesq. Como sugestão para pesquisas futuras, propõe-se que sejam realizados mais testes em geometrias que possuam descolamento de camada limite. Conforme mencionado anteriormente, os modelos baseados na hipótese de Boussinesq apresentam falhas na simulação desta classe de escoamentos. Dentre as geometrias capazes de reproduzir este tipo de característica, pode-se citar:

- o escoamento no canal divergente de Driver e Seegmiller [14]
- o escoamento no difusor plano assimétrico de Obi et al [45]

Além disso, propõe-se uma análise mais precisa da modificação proposta por Spalart [53] do ponto de vista de geração de ruído em dutos de seções quadradas e retangulares, sob a ótica da analogia de Lighthill [39].

# Referências Bibliográficas

- [1] Ahmed SR, Ramm G. Some Salient Features of the Time-Average Ground Vehicle Wake. SAE Technical Paper 840300, 1984.
- [2] Anderson AA, Tannehil JC, Pletcher RH. Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer. ISBN 0-89116-471-5, Hemisphere Publishing Corporation, New York, 1984.
- [3] Barth TJ, Jespersen D. The design and application of upwind schemes on unstructured meshes. Technical Report AIAA-89-0366, AIAA 27th Aerospace Sciences Meeting. Reno, Nevada, 1989.
- [4] Boussinesq J. Théorie de l'Écoulement Tourbillant. Mem.Présentés par Divers Savants Acad.Sci.Inst.Fr. Vol.23, pp.46-50, 1877.
- [5] Brandt A. Multi-Level Adaptive Solutions to Boundary Value Problems. Math. and Comput. Vol. 31, pp.333-390, 1977.
- [6] Chang SM, Humphrey JAC, Johnson RW Launder BE. Turbulent momentum and heat transfer in flow through a 180 degree bend of square cross section. Proc. 4th Symposium on Turbulent Shear Flows, Karlsruhe, Germany, 1983.
- [7] Chen CJ, Jaw SY, Fundamentals of Turbulence Modeling. ISBN 1-56032-405-8, Taylor & Francis, New York, 1998.
- [8] Chorin AJ. Numerical Method for Solving Incompressible Viscous Flow Problems. Journal of Computational Physics. Vol 2, pp. 12-26, 1967.
- [9] Chorin AJ. Numerical Solution of Navier-Stokes Equations. Mathematics of Computation. Vol 22, pp.745-762, 1971.

- [10] Dacles-Mariani J, Zilliac GG, Chow JS, Bradshaw P. Numerical/Experimental Study of a Wingtip Vortex in the Near Field. *AIAA Journal*. Vol 33(9):1561-1568, 1995.
- [11] Darly BJ, Harlow FH. Transport Equations in Turbulence. *Phys.Fluids*. Vol 13:2634-2649, 1970.
- [12] Deardorff JW. A numerical study of three-dimensional channel flow at large-Reynolds-numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 41, pp. 453-480, 1970.
- [13] Ellis LB, Joubert PN. Turbulent Shear Flow in a Curved Duct. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 62, part. 1, pp. 65-84, 1974.
- [14] Driver DM, Seegmiller HL. Features of a reattaching turbulent shear layer in divergent channel flow. *AIAA Journal*, vol. 23, pp. 163-171, 1985.
- [15] Ferziger JH, Peric M. *Computational Methods for Fluid Dynamics*. ISBN 3-540-59434-5, Springer-Verlag, 2nd edition, Berlin, 1997.
- [16] Fu S, Launder BE, Leschziner MA. Modeling Strongly Swirling Recirculating Jet Flow with Reynolds-Stress Transport Closures. *Sixth Symposium on Turbulent Shear Flows*. Toulouse, France, 1987.
- [17] Lienhart H, Stoots C, Becker S. Flow and Turbulence Structures in the Wake of a Simplified Car Model (Ahmed Model). *DGLR Fach Symp. der AG STAB*, Stuttgart University, 15-17 Nov., 2000.
- [18] Gibson MM, Launder BE. Ground Effects on Pressure Fluctuations in the Atmospheric Boundary Layer. *J.Fluid Mech*. Vol 86:491-511, 1978.
- [19] Gillis SM, Johnson RW. Turbulent boundary layer flow and structure on a convex wall and its redevelopment on a flat wall. *J. Fluid Mech.*, Vol. 135, pp.123-153, 1983.
- [20] Hanjalic K. Launder BE. A Reynolds-stress model of turbulence and its applications to thin shear flows. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 52, n.4, pp. 609-638, 1972.

- [21] Hanjalic K. Models for Vehicle Aerodynamics (MOVA). Cordis Focus, February 2003, Published by the European Commission, Innovation, pp 40 Issn 1025-4013, 2003.
- [22] Hirsch C. Numerical Computational of Internal and External Flows. ISBN 0-471-923850 (vol 1) e ISBN 0-471-924520 (vol 2), John Wiley and Sons, New York, 1988.
- [23] Hoagland LC. Fully developed turbulent flow in straight rectangular ducts. Ph.D. thesis, MIT, 1960.
- [24] Hoffman PH, Muck KC, Bradshaw P. The effect of concave surface curvature on turbulent boundary layers. J. Fluid Mech., Vol. 161, pp.371-403, 1983.
- [25] Humphrey JAC, Whitelaw JH, Yee G. Turbulent flow in a square duct with strong curvature. J. Fluid Mech., Vol. 103, pp.443-463, 1981.
- [26] Hunt IA, Joubert PN. Effects of Small Streamline Curvature on Turbulent Duct Flow. Journal of Fluid Mechanics, vol. 91, part. 4, pp. 633-659, 1979.
- [27] Iacovides H, Launder BE, Loizou PA, Zhao HH. Turbulent boundary layer development around a square-sectioned U-bend: measurements and computation. J. Fluid Mech., Vol. 112, pp.409-415, 1990.
- [28] Jones WP, Launder BE. The prediction of laminarization with a two-equation model of turbulence. International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 15, pp. 301-314, 1972.
- [29] Kim WJ, Patel VC. An Experimental study of boundary-layer flow in a curved rectangular duct. Symposium on data for validation of CFD codes. Vol.146, pp. 13-28, 1993.
- [30] Klebanoff PS. Characteristics of turbulence in a boundary layer with zero pressure gradient. NACA Rep. 1247, 1955.
- [31] Kline SJ, Reynolds WC, Schraub FA, Runstadler PW. The structure of turbulent boundary layers. J.Fluid Mech. Vol 30, part 4, pp. 741-773, 1967.

- [32] Launder BE, Spalding DB. Lectures in Mathematical Models of Turbulence. Academic Press. London, England, 1972.
- [33] Launder BE, Spalding DB. The Numerical Computation of Turbulent Flows. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. Vol 3:269-289, 1974.
- [34] Launder BE. Second-Moment Closure and Its Use in Modeling Turbulent Industrial Flows. International Journal for Numerical Methods in Fluids. Vol 9:963-985, 1989.
- [35] Launder BE. Second-Moment Closure: Present... and Future?. Inter. J. Heat Fluid Flow. Vol 10(4):282-300, 1989.
- [36] Leschziner MA. Turbulence modelling for physically complex flows pertinent to turbomachinery aerodynamics. von Karman Lectures Series 1998-02, 1998.
- [37] Lien FS, Leschziner MA. Assessment of Turbulent Transport Models Including Non-Linear RNG Eddy-Viscosity Formulation and Second-Moment Closure. Computers and Fluids. Vol 23(8):983-1004, 1994.
- [38] Lienhart H, Stoots C, Becker S. Flow and Turbulence Structures in the Wake of a Simplified Car Model (Ahmed Model). DGLR Fach Symp. der AG STAB, Stuttgart University, 15-17 Nov., 2000.
- [39] Lighthill, MJ. On Sound Generated Aerodynamically. I. General Theory. Proc. Roy. Soc. 222(A) S. 1-34, London, 1954.
- [40] Maliska, CR. Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional. Segunda Edição. ISBN 85-216-1396-2, LTC - Livros Técnicos e Científicos Editora, Brasil, 2004.
- [41] Mellling A, Whitelaw JH. Turbulent Flow in a Rectangular Duct. J.Fluid Mech. Vol 78(2): 289-315, 1976.
- [42] Menter FR. Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications. AIAA Journal. Vol 32(8):1598-1605, 1994.
- [43] Muck KC, Hoffman PH, Bradshaw P. The effect of convex surface curvature on turbulent boundary layers. J. Fluid Mech., Vol. 161, pp.347-369. 1985.

- [44] Nikuradse J. Untersuchungen über die Geschwindigkeitsverteilung in turbulenten Strömungen. VDI-Forschungsheft, p.281, 1926.
- [45] Obi S, Aoki K, Masuda S. Experimental and computational study of turbulent separating flow in an asymmetric plane diffuser. Ninth Symposium on Turbulent Shear Flows. Kyoto, Japan, pp.305, 1993.
- [46] Patankar SV, Spalding DB. A Calculation Procedure for Heat, Mass and Momentum Transfer in Three-Dimensional Parabolic Flows. Int.Journal of Heat and Mass Transfer. Vol 15, pp.1787-1806, 1972.
- [47] Reynolds O. On the Dynamical Theory of Incompressible Viscous Fluids and Determination of the Criterion. Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Series A, Vol.186, p.123, 1895.
- [48] Rhie CM, Chow WL. Numerical Study of the Turbulent Flow Past an Airfoil with Trailing Edge Separation. AIAA Journal. Vol 21(11):1525-1532, 1983.
- [49] Sarkar S, Balakrishnan L. Application of a Reynolds-Stress Turbulence Model to the Compressible Shear Layer. ICASE Report 90-18, NASA CR 182002, 1990.
- [50] Settari A, Aziz K. A Generalization of the Additive Correction Methods for the Iterative Solution of Matrix Equations. SIAM J. Numer. Anal. Vol 10, pp. 506-521, 1973.
- [51] Smits AJ, Young STB, Bradshaw P. The effect of short regions of high surface curvature on turbulent boundary layers. J. Fluid Mech., Vol 94, pp. 209-242, 1979.
- [52] Spalart PR, Allmaras SR. A One-equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows. La Recherche Aéronautique. Vol 1, 5-21, 1994.
- [53] Spalart PR. Strategies for Turbulence Modelling and Simulations. International Journal of Heat and Fluid Flow. 252-263, 2000.
- [54] Stokes, CG. On the Theories of Internal Friction of Fluids in Motion. Transactions of Cambridge Philosophical Society, vol.8, pp.287-305, 1845.
- [55] Suzuki Y, Kasagi N. Turbulent Air Flow Measurement with the Aid of 3-D Particle Tracking Velocimetry in a Curved Square Bend. 2000.

- [56] Wilcox DC. Turbulence Modeling for CFD. DCW Industries, Inc. La Canada, California, 1998.



## APÊNDICES

# Apêndice A

## Modelo de turbulência RSM

O Modelo do Tensor de Reynolds (RSM - *Reynolds Stress Model*) é um dos modelos de turbulência mais elaborados. Este modelo não utiliza a hipótese da viscosidade turbulenta isotrópica, ao invés disso, o problema de fechamento das equações médias de Reynolds é resolvido através da modelagem de cada uma das componentes do tensor, utilizando-se uma equação de transporte, além de uma equação para a taxa de dissipação. Isto significa resolver sete (7) equações de transporte adicionais, para o caso de um escoamento em três dimensões.

Dado que o modelo RSM leva em conta os efeitos de curvatura das linhas de corrente, rotação e rápidas mudanças na taxa de deformação de uma forma mais rigorosa do que os modelos a uma e duas equações, seu potencial de predição da solução para escoamentos complexos é maior. Entretanto, a fidelidade do modelo RSM predizer a solução ainda é limitada pelas hipóteses de fechamento empregadas nos vários termos das equações de transporte do tensor de Reynolds. O grande desafio é a modelagem dos termos de pressão-deformação e taxa de dissipação.

Nem sempre o uso modelo RSM é aconselhado, face ao seu elevado custo computacional. Entretanto, o uso do modelo RSM é recomendado quando as características de interesse no escoamento são resultados da anisotropia do tensor de Reynolds. Entre os exemplos mais comuns estão: escoamentos em ciclones, escoamentos rotacionais com presença de vórtices e escoamentos em dutos com presença de momentos de segunda ordem induzidos pelas tensões.

As equações de transporte para as tensões de Reynolds podem ser escritas como:

$$\begin{aligned}
 & \underbrace{\frac{\partial}{\partial t} (\overline{\rho u'_i u'_j})}_{\text{Derivada temporal}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_k} (\overline{\rho u_k u'_i u'_j})}_{C_{ij} \equiv \text{Convectivo}} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \overline{\rho u'_i u'_j u'_k} + p (\delta_{kj} u'_i + \delta_{ik} u'_j) \right]}_{D_{T,ij} \equiv \text{Difusao Turbulenta}} + \\
 & \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \mu \frac{\partial}{\partial x_k} (\overline{u'_i u'_j}) \right]}_{D_{L,ij} \equiv \text{Difusao Molecular}} - \underbrace{\rho \left( \overline{u'_i u'_k} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} + \overline{u'_j u'_k} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right)}_{P_{ij} \equiv \text{Producao}} - \underbrace{\rho \beta (g_i \overline{u'_j \theta} + g_j \overline{u'_i \theta})}_{G_{ij} \equiv \text{Gravitacional}} + \\
 & \underbrace{p \left( \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right)}_{\phi_{ij} \equiv \text{Pressao-Deformacao}} - \underbrace{2\mu \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial u'_j}{\partial x_k}}_{\epsilon_{ij} \equiv \text{Dissipacao}} - \underbrace{2\rho \Omega_k (\overline{u'_j u'_m} \epsilon_{ikm} + \overline{u'_i u'_m} \epsilon_{jkm})}_{F_{ij} \equiv \text{Producao por Rotacao}} \quad (A.1)
 \end{aligned}$$

Dos vários termos deste conjunto de equações,  $C_{ij}$ ,  $D_{L,ij}$ ,  $P_{ij}$  e  $F_{ij}$  não necessitam de qualquer modelagem. Entretanto, os termos  $D_{T,ij}$ ,  $G_{ij}$ ,  $\phi_{ij}$  e  $\epsilon_{ij}$  necessitam ser modelados para fechar o sistema de equações. A seguir, serão apresentadas as hipóteses assumidas para fechar o sistema de equações (A.1).

O termo de transporte de difusão turbulenta,  $D_{T,ij}$ , pode ser modelado através do modelo de gradiente de difusão generalizada, proposto por Darly e Harlow [11]:

$$D_{T,ij} = C_s \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \rho \frac{k \overline{u'_k u'_l}}{\varepsilon} \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_l} \right) \quad (A.2)$$

Entretanto, esta equação pode resultar em instabilidades numéricas, portanto, no software Fluent, é implementada uma equação simplificada usando uma difusividade turbulenta, dada por:

$$D_{T,ij} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_k} \right). \quad (A.3)$$

A viscosidade turbulenta,  $\mu_t$ , é calculada usando a seguinte expressão:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}, \quad (A.4)$$

onde  $C_\mu = 0.09$ .

Lien e Leschziner [37] encontraram o valor de  $\sigma_k = 0,82$ , aplicando o modelo de gradiente de difusão generalizada, Equação (A.3), para o caso de escoamento cisalhante homogêneo plano.

O termo Pressão-Deformação,  $\phi_{ij}$ , da Equação (A.1), é modelado de acordo com o proposto por Gibson e Launder [18], Fu et al. [16] e Launder [34],[35].

A modelagem clássica do termo  $\phi_{ij}$  usa a seguinte decomposição:

$$\phi_{ij} = \phi_{ij,1} + \phi_{ij,2} + \phi_{ij,w} \quad (\text{A.5})$$

onde  $\phi_{ij,1}$  é o termo de pressão-deformação lenta, também conhecido como termo de retorno para isotropia.  $\phi_{ij,2}$  é chamado de termo de pressão-deformação rápida e  $\phi_{ij,w}$  é o termo de reflexão da parede.

O termo de pressão-deformação lenta,  $\phi_{ij,1}$ , é modelado como:

$$\phi_{ij,1} \equiv -C_1 \rho \frac{\varepsilon}{k} \left[ \overline{u'_i u'_j} - \frac{2}{3} \delta_{ij} k \right], \quad (\text{A.6})$$

com  $C_1 = 1,8$ .

O termo de pressão-deformação rápida,  $\phi_{ij,2}$ , é modelado como:

$$\phi_{ij,2} \equiv -C_2 \left[ (P_{ij} + F_{ij} + G_{ij} + C_{ij}) - \frac{2}{3} \delta_{ij} (P + G - C) \right], \quad (\text{A.7})$$

onde  $C_2 = 0,60$ ,  $P_{ij}$ ,  $F_{ij}$ ,  $G_{ij}$  e  $C_{ij}$  são definidos na Equação (A.1),  $P = \frac{1}{2} P_{kk}$ ,  $G = \frac{1}{2} G_{kk}$  e  $C = \frac{1}{2} C_{kk}$ .

O termo de reflexão na parede,  $\phi_{ij,w}$ , é responsável pela redistribuição da tensão normal próxima à parede. Este termo tende a amortecer a tensão normal perpendicular à parede, enquanto amplifica a tensão paralela à parede. Este termo é modelado como:

$$\phi_{ij,w} \equiv -C'_1 \left( \overline{u'_k u'_m} n_k n_m \delta_{ij} - \frac{3}{2} \overline{u'_i u'_k} n_j n_k - \frac{3}{2} \overline{u'_j u'_k} n_i n_k \right) \frac{C_1 k^{3/2}}{\varepsilon d} +$$

$$C'_2 \left( \omega_{km,2} n_k n_m \delta_{ij} - \frac{3}{2} \phi_{ik,2} n_j n_k - \frac{3}{2} \phi_{jk,2} n_i n_k \right) \frac{C_l k^{3/2}}{\varepsilon d}, \quad (\text{A.8})$$

onde  $C'_1 = 0,5$ ,  $C'_2 = 0,3$ ,  $n_k$  é a componente  $x_k$  da normal unitária na parede,  $d$  é a distância normal à parede e  $C_l = C_\mu^{3/4}$ , onde  $C_\mu = 0,09$  e  $\kappa$  é a constante de von Kármán (=0,4187).

O termo de produção por efeito gravitacional,  $G_{ij}$ , é modelado como:

$$G_{ij} = \beta \frac{\mu_t}{Pr_t} \left( g_i \frac{\partial T}{\partial x_j} + g_j \frac{\partial T}{\partial x_i} \right), \quad (\text{A.9})$$

onde  $Pr_t$  é o Número de Prandtl turbulento para energia (= 0,85).

Usando a definição do coeficiente de expansão térmica,  $\beta$ , dado por:

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right), \quad (\text{A.10})$$

a Equação (A.9) resulta em:

$$G_{ij} = -\frac{\mu_t}{\rho Pr_t} \left( g_i \frac{\partial \rho}{\partial x_j} + g_j \frac{\partial \rho}{\partial x_i} \right). \quad (\text{A.11})$$

A energia cinética turbulenta é obtida através da equação de transporte, a seguir, com o objetivo de se ter as condições de contorno para as tensões de Reynolds:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \frac{1}{2} (P_{ii} + G_{ii}) - \rho \varepsilon (1 + 2M_t^2), \quad (\text{A.12})$$

onde  $\sigma_k = 0,82$ .

Embora a Equação (A.12) seja resolvida globalmente em todo o domínio, os valores obtidos de  $k$  são usados somente para as condições de contorno.

O tensor taxa de dissipação,  $\epsilon_{ij}$ , é modelado como:

$$\epsilon_{ij} = \frac{2}{3} \delta_{ij} (\rho \epsilon + Y_M), \quad (\text{A.13})$$

onde  $Y_M = 2\rho \epsilon M_t^2$  é um termo de dissipação por dilatação adicional, de acordo com o modelo de Sarkar [49]. O número de Mach turbulento deste termo, é definido como:

$$M_t = \sqrt{\frac{k}{a^2}}, \quad (\text{A.14})$$

onde  $a \equiv \sqrt{\gamma RT}$  é a velocidade do som. Esta modificação compressível sempre tem efeito quando é usada a forma compressível da lei de gás ideal.

A taxa de dissipação escalar,  $\epsilon$ , é obtida através de um modelo de equação de transporte:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \epsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \epsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] C_{\epsilon 1} \frac{1}{2} [P_{ii} + C_{\epsilon 3} G_{ii}] - C_{\epsilon 2} \rho \frac{\epsilon^2}{k}, \quad (\text{A.15})$$

onde  $\sigma_\epsilon = 1,0$ ,  $C_{\epsilon 1} = 1,44$ ,  $C_{\epsilon 2} = 1,92$  e  $C_{\epsilon 3}$  é avaliado como uma função da direção do escoamento local, relativa ao vetor gravidade:

$$C_{\epsilon 3} = \tanh \left[ \frac{v}{u} \right], \quad (\text{A.16})$$

onde  $v$  e  $u$  são as componentes de velocidade do escoamento, paralelo e perpendicular ao vetor gravidade, respectivamente. A viscosidade turbulenta,  $\mu_t$ , é calculada de maneira similar ao modelo de turbulência  $k - \epsilon$ , de acordo com a Equação (A.4).

# Apêndice B

## Estudo de malha

Para os três casos teste avaliados neste trabalho, foram feitos estudos do refinamento da malha computacional, que são apresentados à seguir.

### B.1 Duto de seção quadrada

O primeiro caso teste avaliado, trata-se da geometria do duto reto de seção quadrada proposta Melling [41].

No estudo de refinamento da malha computacional foram avaliadas quatro malhas computacionais, compostas de elementos hexaédricos e cujos números de nós e elementos são apresentados na Tabela B.1.

Tabela B.1: Números de nós e elementos das malhas do duto retangular

Malha	Número de nós	Número de elementos	Referência - figura B.1
Malha 1	12505	11520	(a)
Malha 2	41053	38640	(b)
Malha 3	105651	100800	(c)
Malha 4	203401	195840	(d)

As quatro malhas computacionais avaliadas são apresentadas na figura B.1 a seguir:

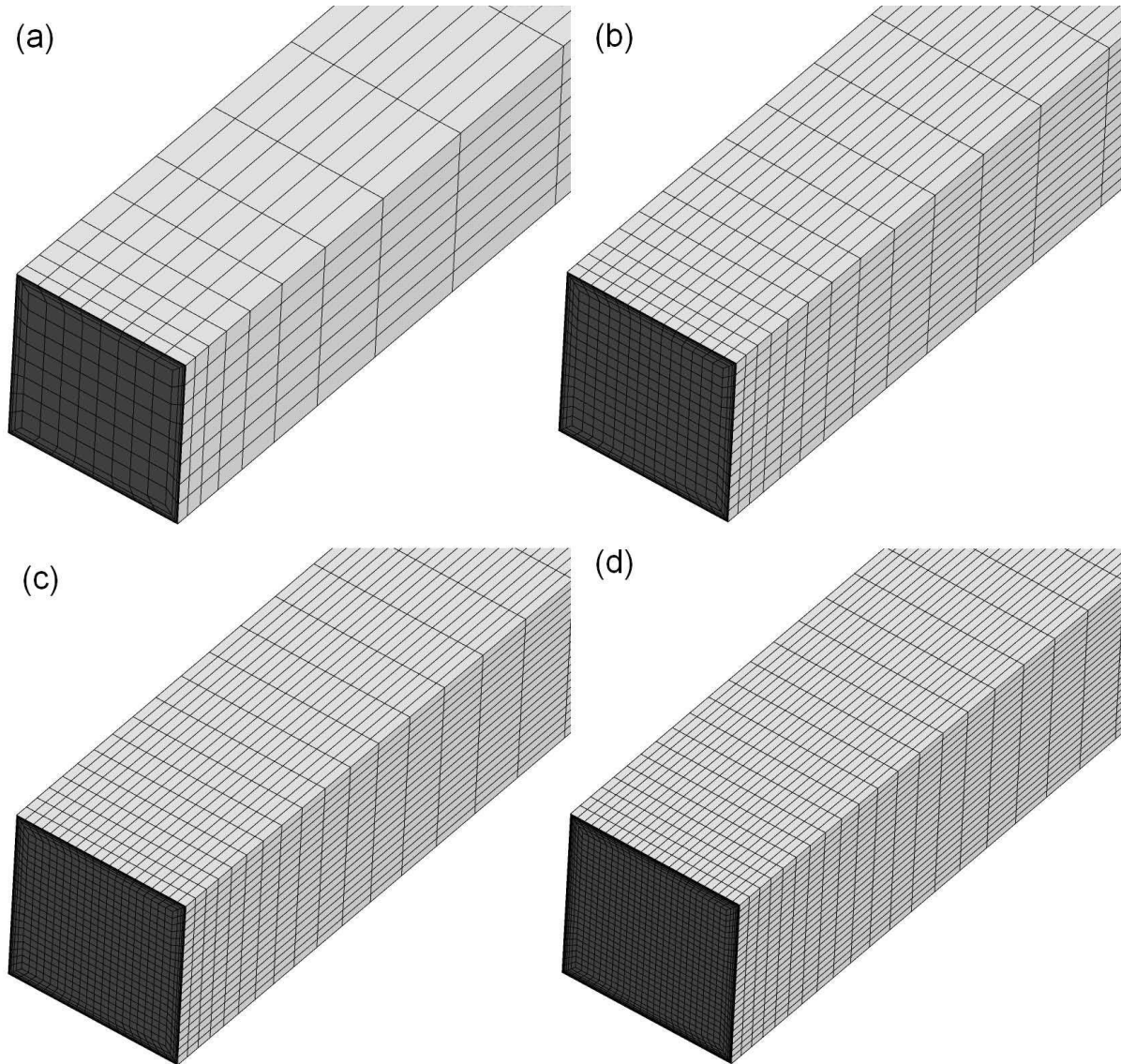


Figura B.1: Malhas computacionais para o duto reto de seção quadrada.

O desenvolvimento da velocidade axial  $U_s$  ao longo do comprimento do duto é apresentado na figura B.2. Esta velocidade é obtida na linha de centro do duto e adimensionalizada a partir da velocidade média  $U_b$ , sendo que o comprimento do duto, medido na componente  $x$  tem a sua adimensionalização a partir do diâmetro hidráulico  $D_H$ . Nota-se claramente uma evolução no refino de malha, na direção dos dados experimentais, principalmente a partir da dimensão  $x/D_H$  igual a 25, sendo que as malhas 2 e 3 apresentam resultados muito próximos.



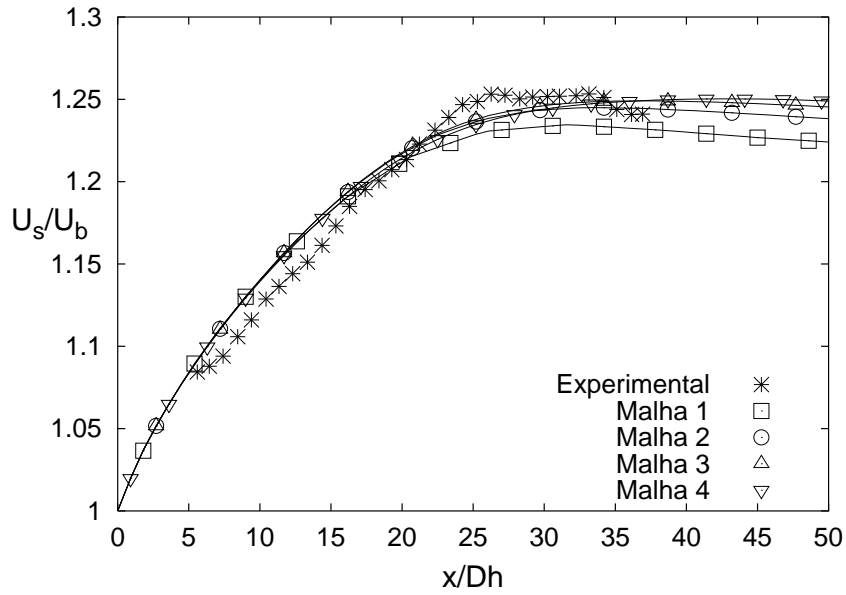


Figura B.2: Desenvolvimento da componente axial da velocidade ao longo do comprimento do duto.

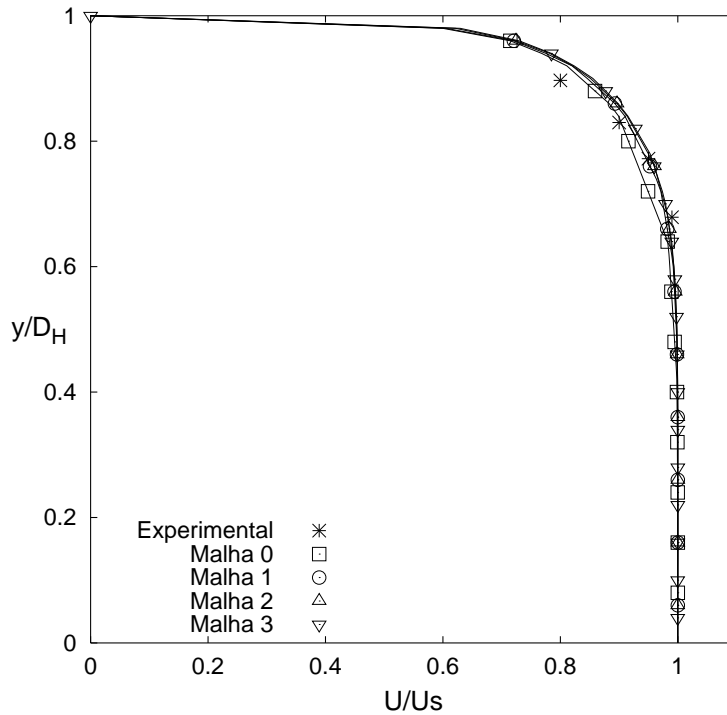


Figura B.3: Perfil de velocidade em  $x/D_H = 5,6$ .

Nas figuras B.3 e B.4 são apresentados os perfis de velocidade na direção longitudinal do duto,  $U$ , adimensionalizada pela velocidade na linha de centro, para cada seção,  $U_s$ , em função da coordenada medida na direção transversal adimensionalizada pelo diâmetro hidráulico  $y/D_H$ , para  $x/D_H = 5,6$  e  $x/D_H = 36,8$ , respectivamente.

Em ambos os casos, não houve variações significativas dos resultados entre as malhas avaliadas.

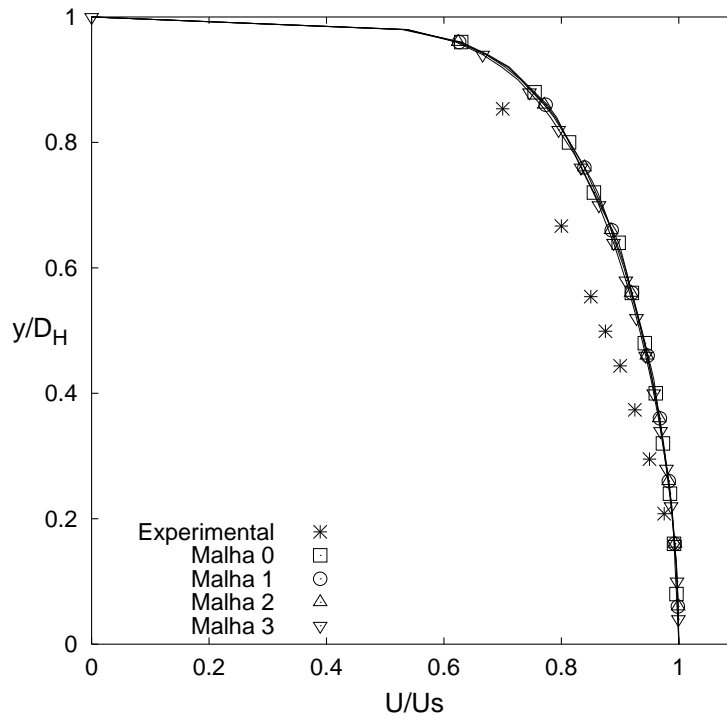


Figura B.4: Perfil de velocidade em  $x/D_H = 36,8$ .

## B.2 Duto curvo de seção retangular

O experimento proposto por Kim & Patel [29] investiga o desenvolvimento de um escoamento turbulento em um duto de seção transversal retangular com a presença de uma curva de  $90^\circ$ , figura B.5 e razão de aspecto, altura x largura, igual a 6.

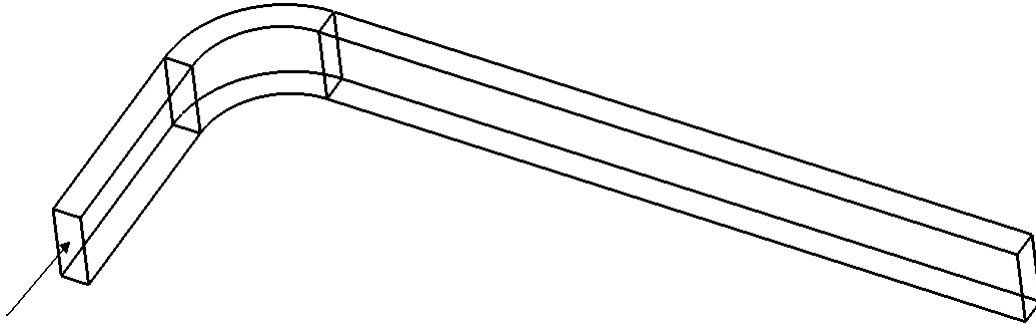


Figura B.5: Duto de seção retangular com a presença de uma curva de  $90^\circ$

Neste caso, foram feitas avaliações em três malhas computacionais, construídas utilizando-se elementos hexaédricos, apresentadas na figura B.6. Os respectivos números de nós e de elementos são apresentados na tabela B.2.

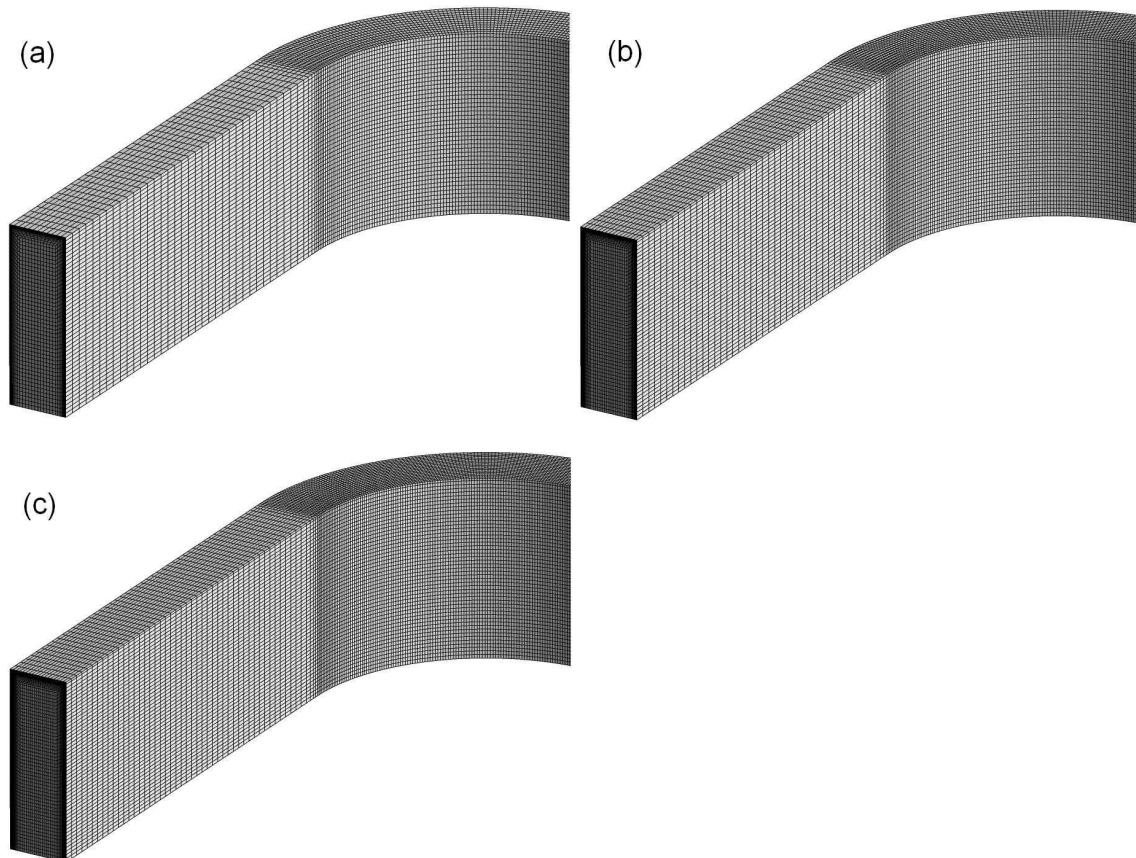


Figura B.6: Malhas computacionais para o duto curvo de seção retangular.

Tabela B.2: Números de nós e elementos das malhas do duto curvo de seção retangular

Malha	Número de nós	Número de elementos	Referência - figura B.6
Malha 1	725169	702720	(a)
Malha 2	1135987	1106304	(b)
Malha 3	1454350	1419568	(c)

Inicialmente foi obtido o coeficiente de pressão, a partir do valor da pressão nas paredes do duto, nas linhas posicionadas no plano de simetria da geometria, conforme é apresentado na figura B.7. O valor do coeficiente de pressão foi obtido a partir da relação:

$$C_p = \frac{P - P_o}{\frac{1}{2}\rho U_o^2}, \quad (\text{B.1})$$

onde:  $P_o$  e  $U_o$  são a pressão estática de referência e a velocidade média, ambas tomada na entrada do duto e  $\rho$  é a massa específica do fluido.

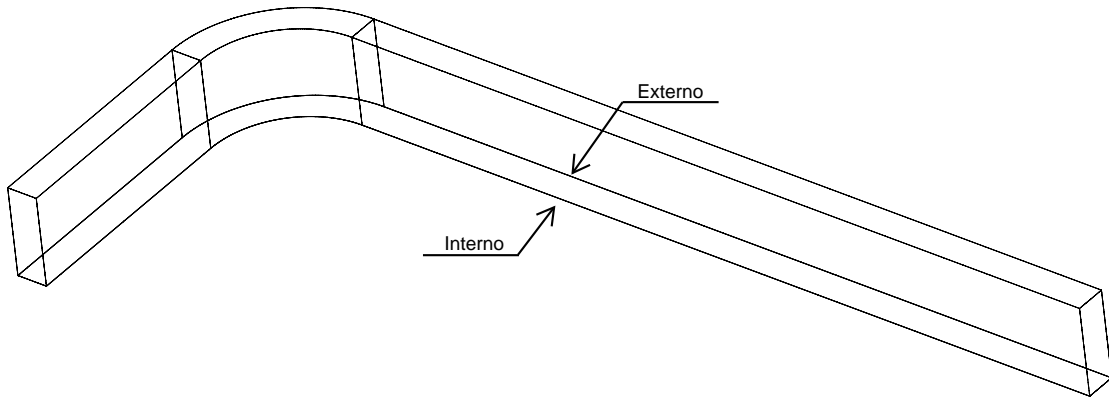


Figura B.7: Linhas de medição do coeficiente de pressão.

Nas figuras B.8 e B.9 são apresentados os coeficientes de pressão medidos no plano de simetria, nas paredes interna (convexa) e externa (côncava) do duto, respectivamente. A distribuição de pressão experimental nas paredes do duto foi medida através de tomadas de pressão posicionadas nas paredes e ao longo do plano central do duto.

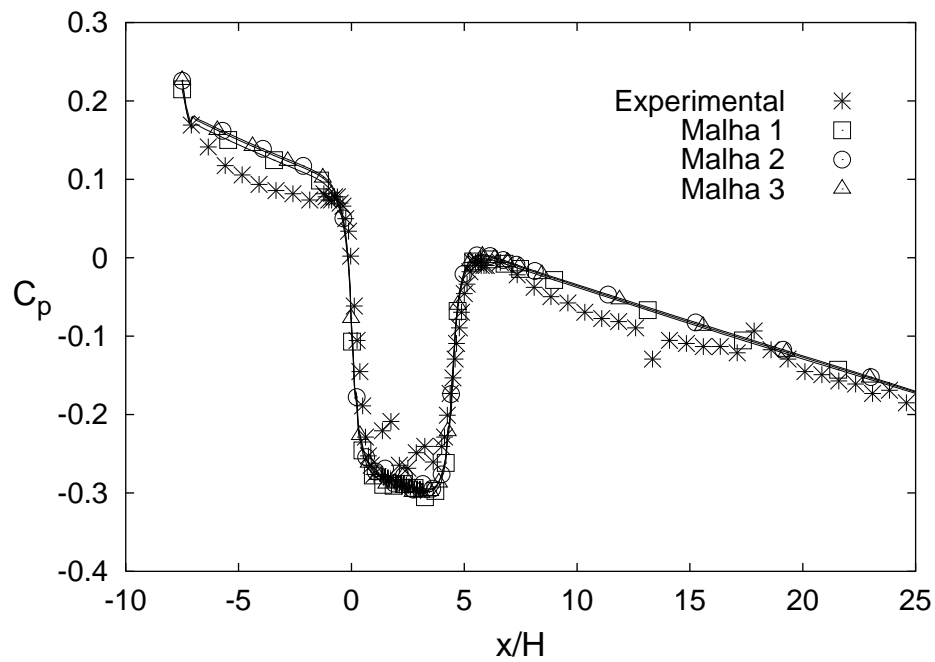


Figura B.8: Coeficiente de pressão na parede interna (convexa).

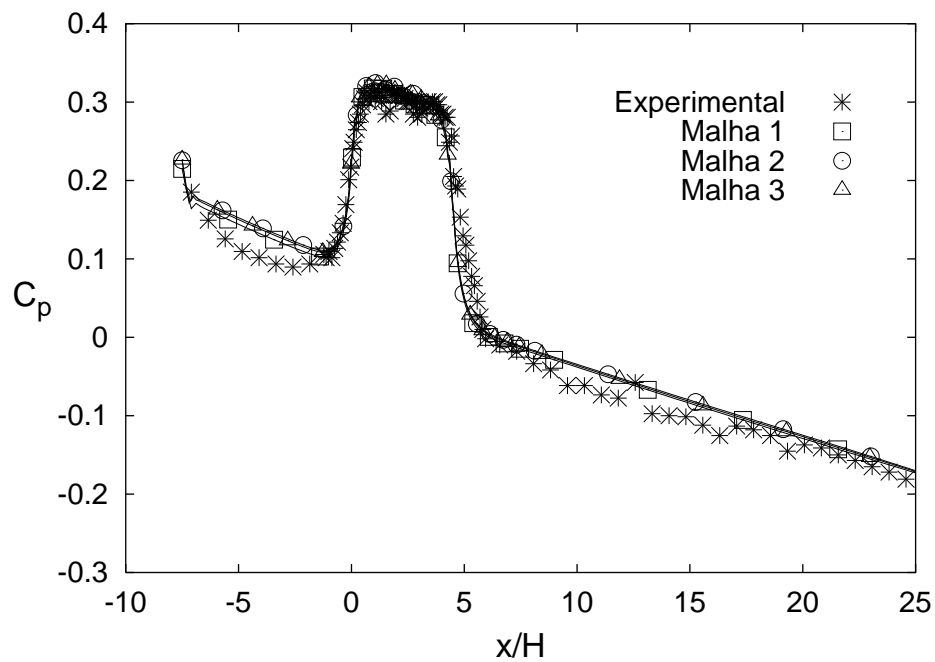


Figura B.9: Coeficiente de pressão na parede externa (côncava).

Os resultados são apresentados para as três malhas utilizadas. Os gráficos mostram boa concordância dos resultados obtidos para todas as malhas simuladas em relação ao experimento de Kim & Patel [29]. Não houve diferença considerável entre as malhas utilizadas.

Os perfis de velocidade, adimensionalizados pela velocidade média na entrada do duto,  $U_o$ , foram calculados para as seguintes seções transversais, ilustrados na figura B.10:

- um perfil localizado a  $0,5H$  antes da curva;
- três perfis dentro da curva, localizados em  $15^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $75^\circ$ ;
- dois perfis localizados a  $0,5H$  e  $4,5H$  após a curva.

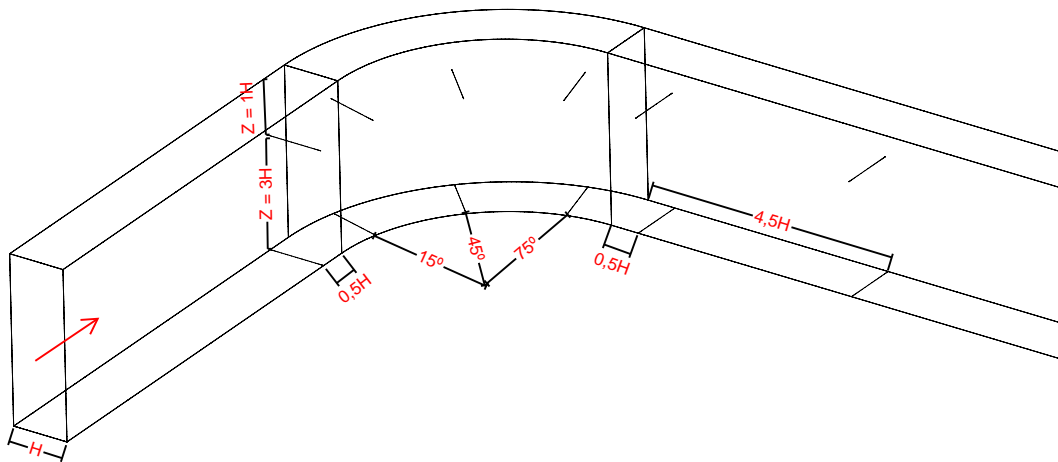


Figura B.10: Posições dos perfis de velocidade.

Os gráficos das figuras B.11 a B.16 apresentam os perfis de velocidade, iniciando na seção localizada a  $0,5H$  antes da curva, passando por três seções ao longo da curva e finalizando com duas seções, localizadas a  $0,5H$  e  $4,5H$ , à jusante da curva, na altura  $Z = 1,0H$ . As coordenadas  $Y/H = 0$  e  $Y/H = 1$  representam as paredes interna e externa do duto, respectivamente.

No perfil localizado antes da curva, apresentado na figura B.11, percebe-se uma boa concordância dos resultados numéricos com o perfil experimental, sendo que não existem diferenças aparentes entre os resultados das diferentes malhas simuladas.

Os perfis de velocidade localizados dentro da curva são apresentados nas figuras B.12, B.13 e B.14. Para estes perfis também, todas as malhas simuladas apresentam boa concordância com os resultados experimentais e não houveram diferenças significativas nos resultados entre as malhas utilizadas.

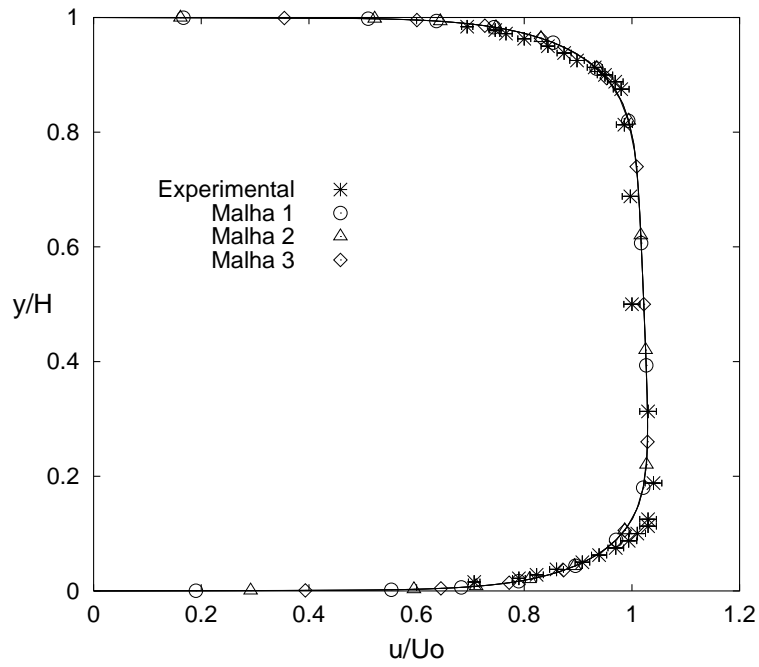


Figura B.11: Perfil de velocidade em  $0,5H$  antes da curva, em  $Z = 1,0H$ .

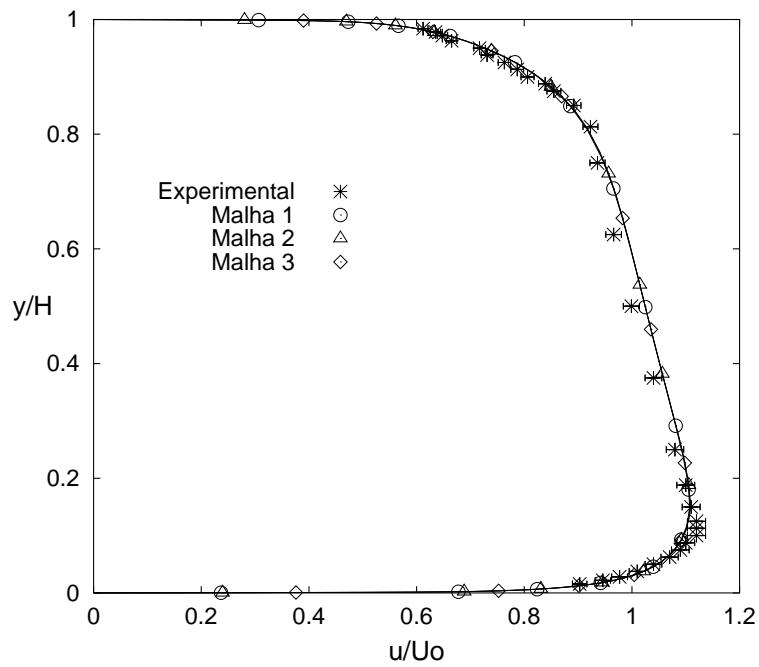


Figura B.12: Perfil de velocidade na posição  $15^\circ$ , em  $Z = 1,0H$ .

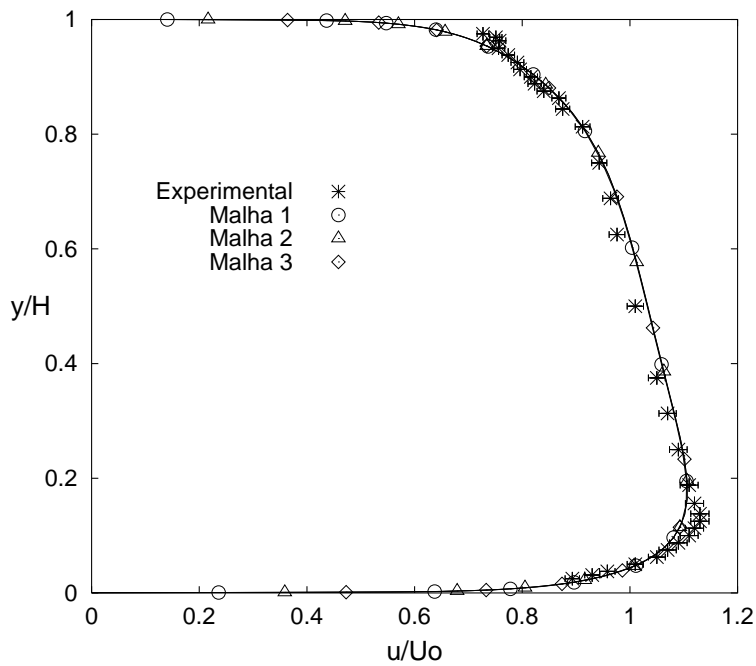


Figura B.13: Perfil de velocidade na posição  $45^\circ$ , em  $Z = 1,0H$ .

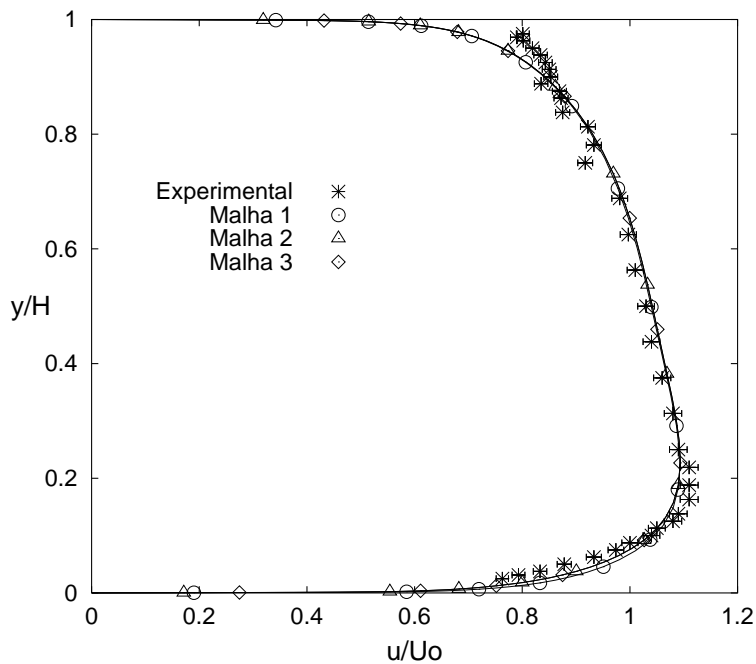


Figura B.14: Perfil de velocidade na posição  $75^\circ$ , em  $Z = 1,0H$ .

Nas figuras B.15 e B.16 são apresentados os perfis de velocidade localizados após a curva. O refinamento de malha realizado entre as malhas 1 e 2 aproximou os resultados numéricos do perfil medido experimentalmente, porém, com um melhor refinamento da malha 2 para 3, não houve diferenças significativas nos resultados. Isto pode indicar uma limitação do modelo de turbulência Spalart-Allmaras, utilizado nesta etapa.



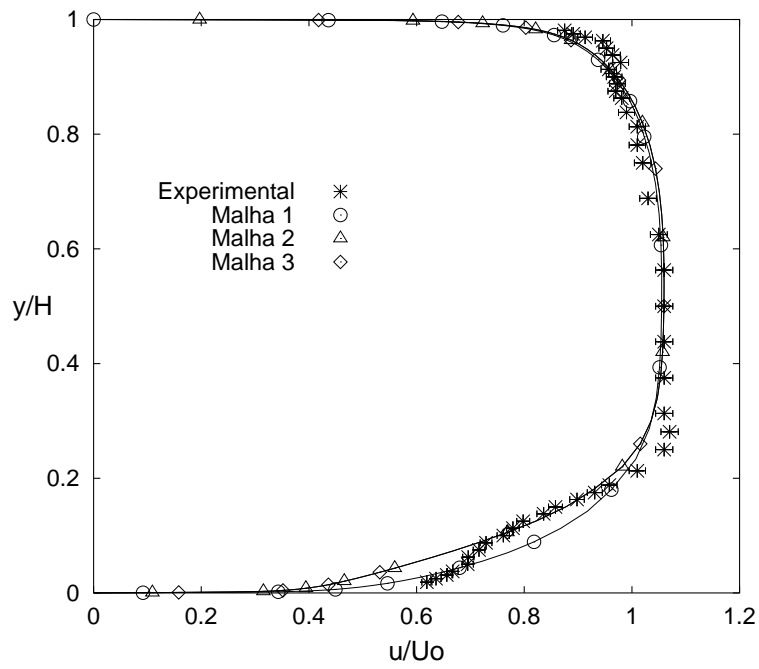


Figura B.15: Perfil de velocidade na posição  $0,5H$  após a curva, em  $Z=1,0H$ .

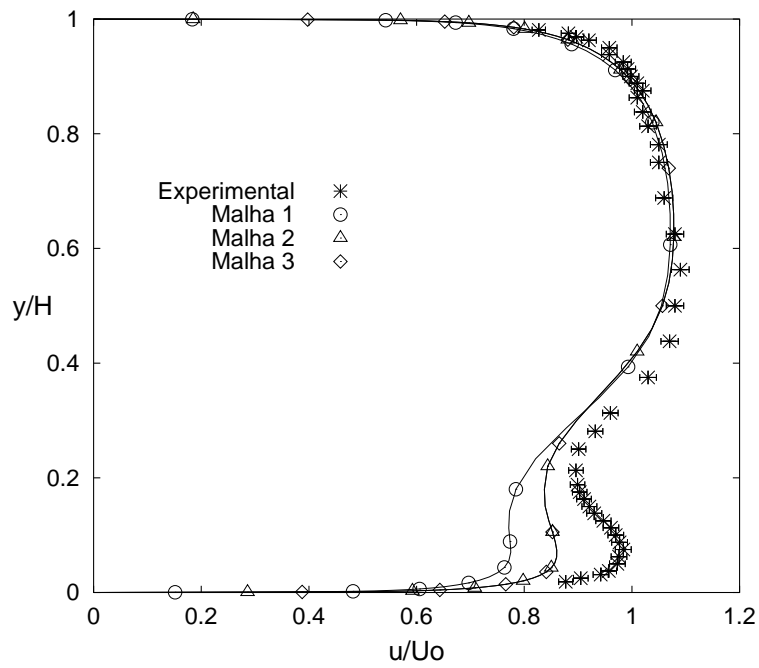


Figura B.16: Perfil de velocidade na posição  $4,5H$  após a curva, em  $Z=1,0H$ .

### B.3 Escoamento em torno de um corpo rombudo

No experimento proposto por Ahmed [1] um corpo rombudo é montado no interior de um túnel de vento, conforme é apresentado na figura B.17.

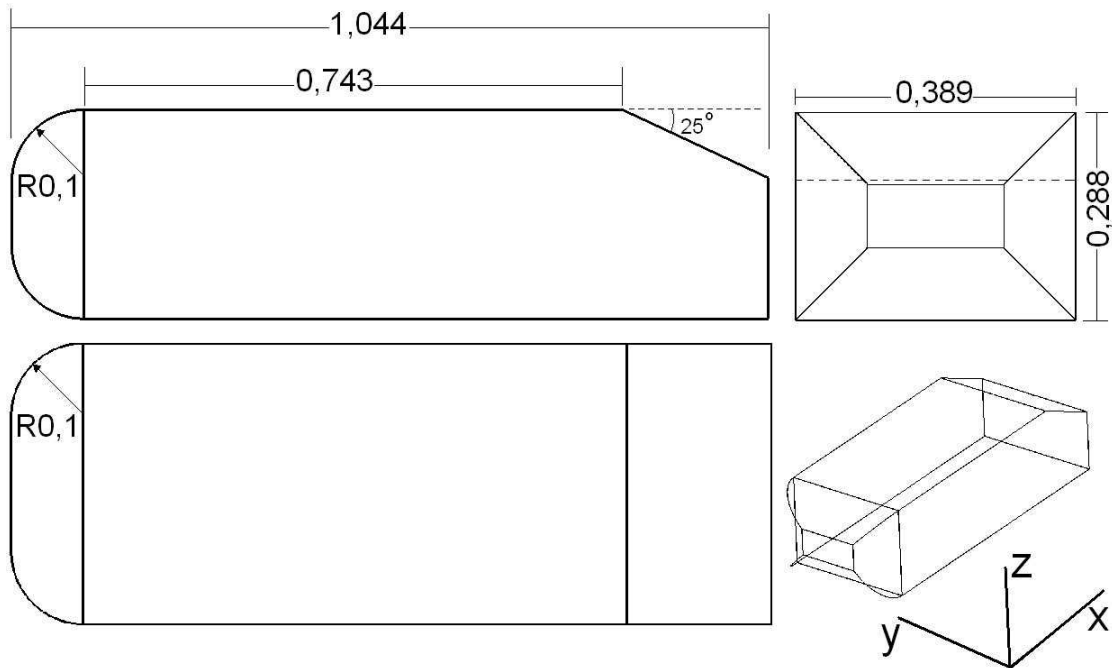


Figura B.17: Corpo de Ahmed.

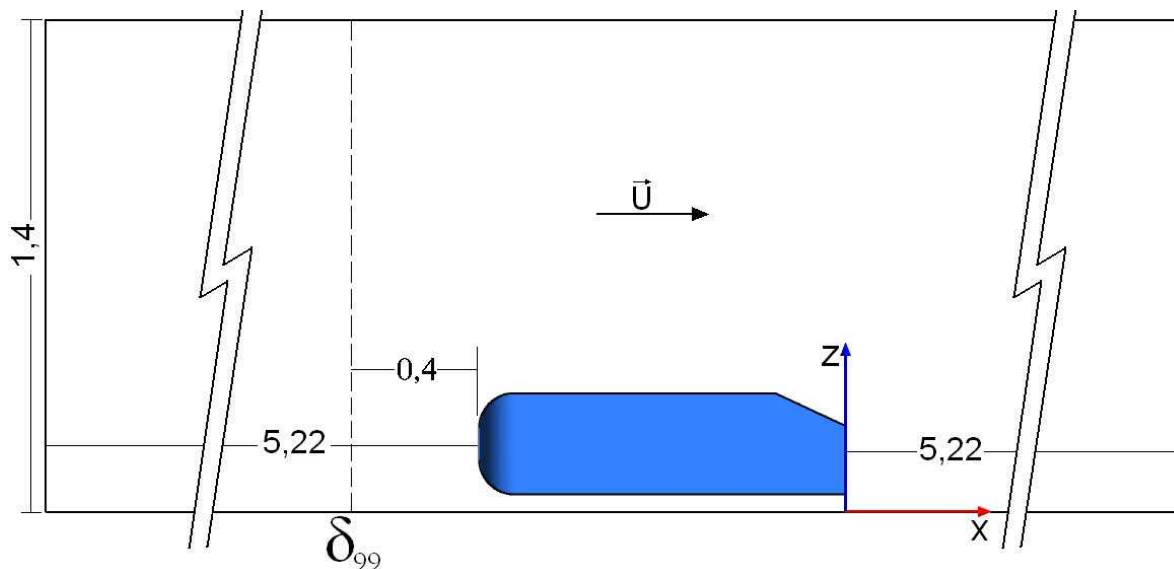


Figura B.18: Vista lateral do túnel de vento com a presença do corpo de Ahmed.

Para as simulações realizadas, foi considerado que o corpo está posicionado em um túnel de vento, conforme as figuras B.18 e B.19. Para as simulações, o sistema de coordenadas tem a sua origem localizado na parte traseira do corpo, conforme representa as figuras.

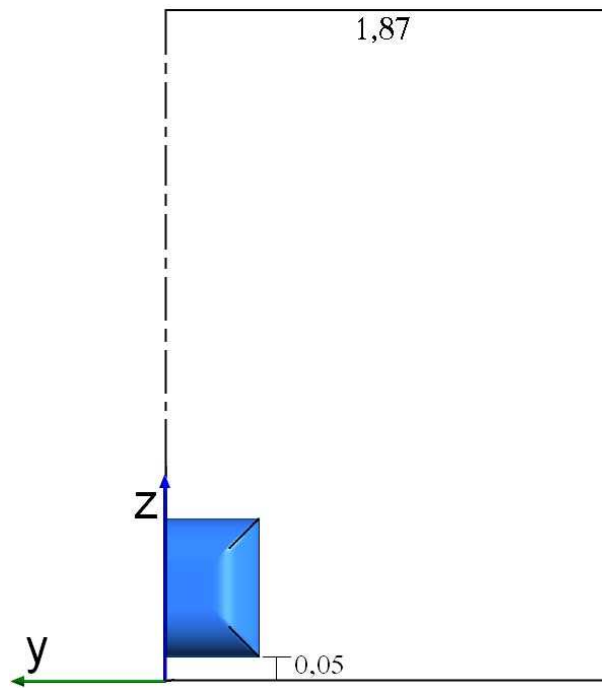


Figura B.19: Vista frontal do túnel de vento com a presença do corpo de Ahmed.

Para o estudo de refinamento da malha computacional foram utilizadas quatro malhas, construídas utilizando-se elementos hexaédricos, como mostra a figura B.20. Os respectivos números de nós e de elementos são apresentados na Tabela B.3.

Tabela B.3: Números de nós e elementos das malhas do estudo no corpo de Ahmed

Malha	Número de nós	Número de elementos	Referência - figura B.20
Malha 1	286050	270548	(a)
Malha 2	588124	562956	(b)
Malha 3	1038540	1001694	(c)
Malha 4	1074828	1036894	(d)

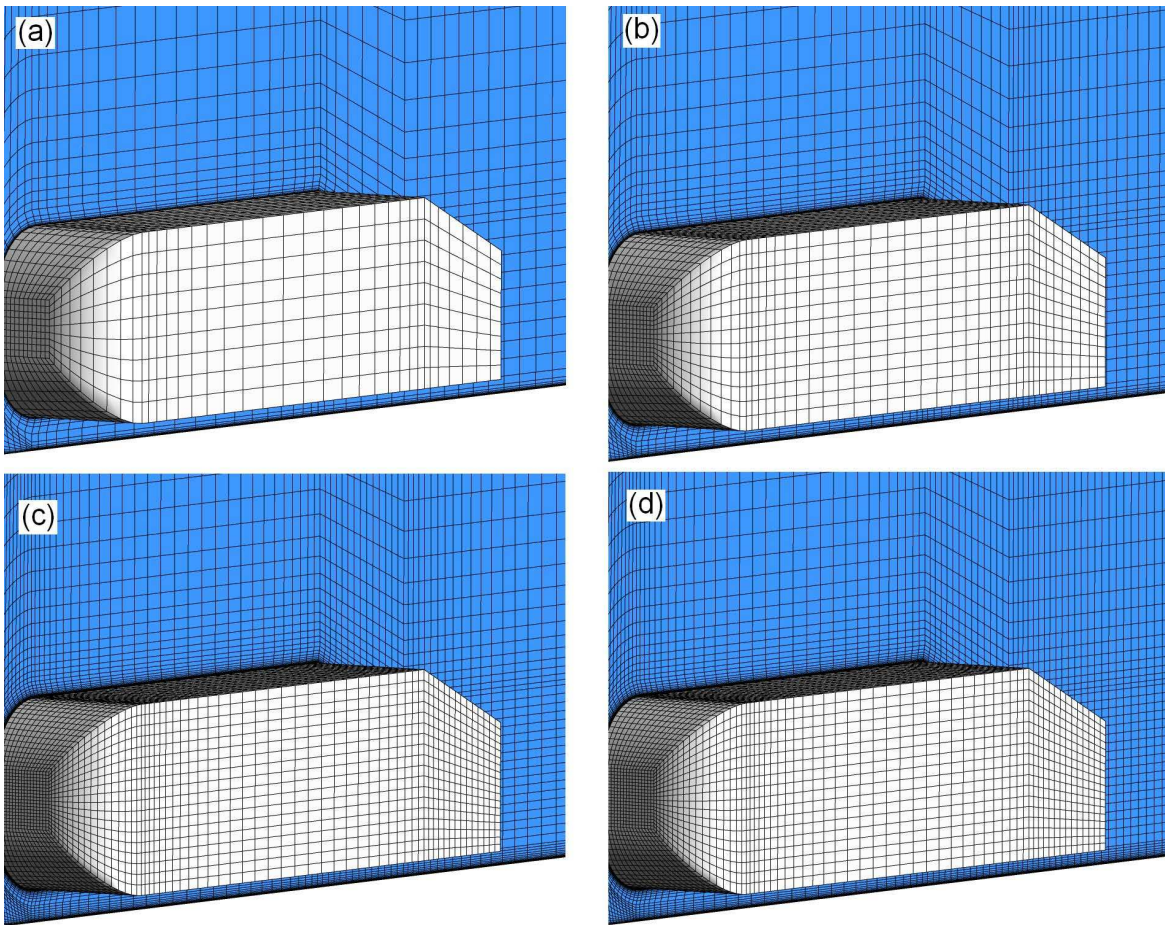


Figura B.20: Malhas computacionais para o corpo de Ahmed.

Inicialmente foi obtido o coeficiente de pressão, a partir do valor da pressão na linha de centro do corpo, plano de simetria, conforme a equação a seguir:

$$C_p = \frac{P - P_o}{\frac{1}{2}\rho U_o^2}, \quad (\text{B.2})$$

onde:  $P_o$  é a pressão estática de referência, tomada na entrada do túnel de vento,  $U_o$  é a velocidade na entrada do túnel e  $\rho$  é a massa específica do fluido.

Na figura B.21 são apresentados os valores do coeficiente de pressão na linha de centro do corpo. Vale a pena ressaltar que os resultados experimentais somente são mostrados na região da traseira do veículo. Desta forma, na figura B.22 é apresentado o coeficiente de pressão ampliando-se o gráfico na região traseira do corpo, onde as linhas tracejadas representam a parte inferior do corpo, enquanto que as linhas cheias são referentes à parte superior. Nota-se, pelos gráficos, que para todas as malhas simuladas, não existem diferenças significativas dos resultados numéricos entre si e

todos subestimam o valor de  $C_p$  mínimo,  $\approx -1,3$ , em relação ao experimento,  $\approx -0,9$ .

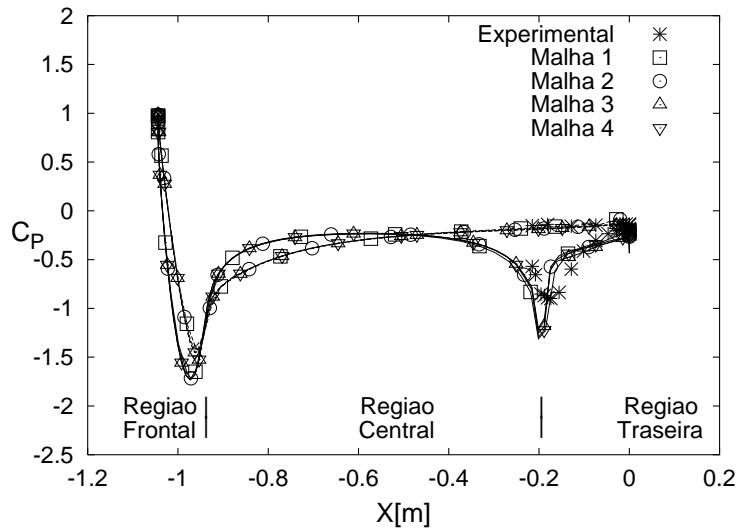


Figura B.21: Coeficiente de pressão na linha de centro do corpo.

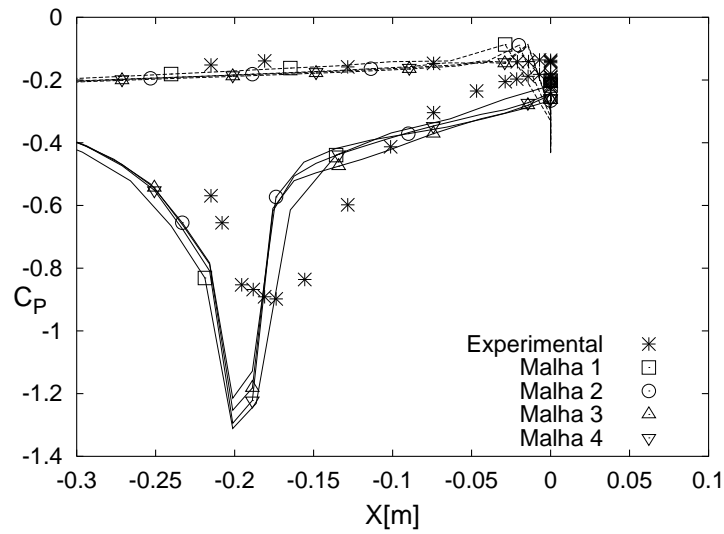


Figura B.22: Coeficiente de pressão na linha de centro do corpo - zoom na região traseira.

Foram obtidos nove perfis de velocidade no plano de simetria do corpo e ao longo do seu comprimento, de acordo com a figura B.23, a seguir. A Tabela B.4, em seguida, mostra as posições dos perfis de velocidade, assumindo que a posição de referência,  $x = 0$ , está localizada na traseira do corpo.

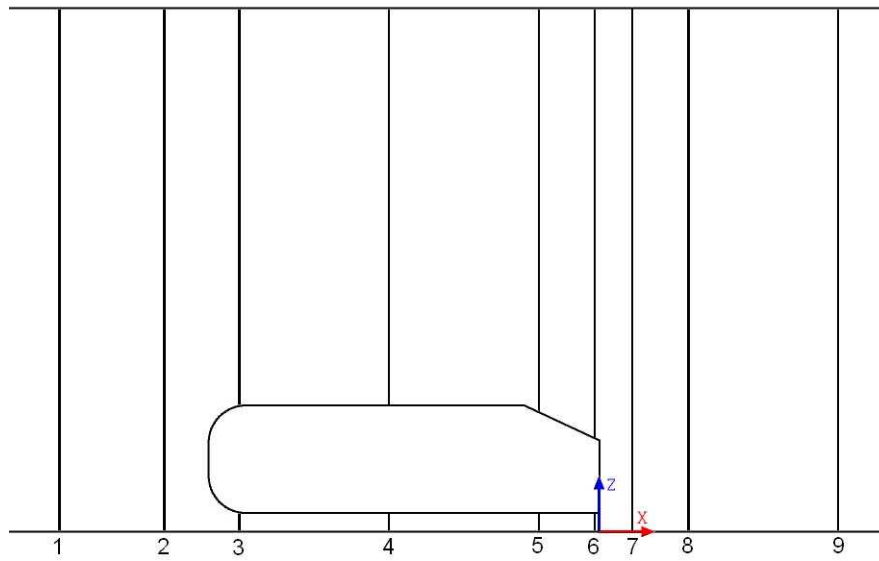


Figura B.23: Posições dos perfis de velocidade.

Tabela B.4: Posições e coordenadas dos perfis de velocidade

Número do perfil	Coordenada “x” [m]
1	-1,442
2	-1,162
3	-0,962
4	-0,562
5	-0,162
6	-0,012
7	0,088
8	0,238
9	0,638

Nos gráficos,  $Z^*$ , representa a coordenada transversal,  $Z$ , adimensionalizada pela altura total do túnel de vento e nas figuras tem-se o perfil de velocidade longitudinal,  $U$ , adimensionalizada pela velocidade de referência,  $U_o$ , na entrada do túnel de vento.

Os perfis localizados a montante do corpo, figuras B.24 e B.25, e sobre ele, figuras B.26, B.27, B.28 e B.29, apresentam boa concordância entre os resultados numéricos e experimentais. Nestes gráficos, as diferenças entre os resultados das malhas computacionais simuladas não são representativas.

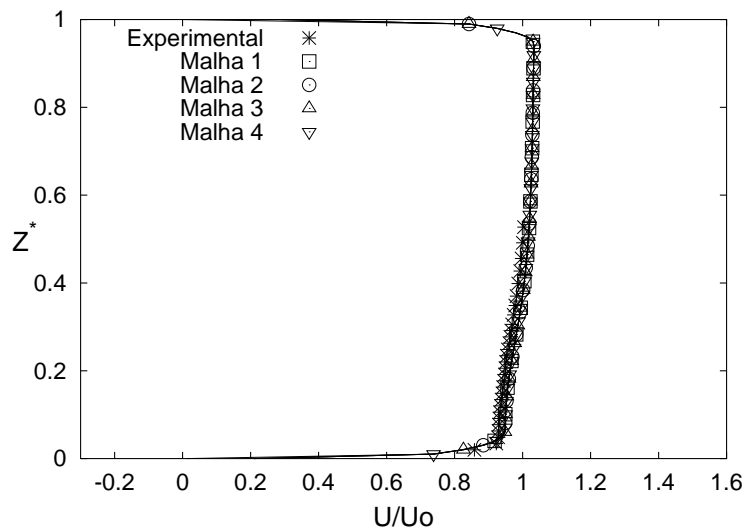


Figura B.24: Perfil de velocidade localizado em  $x = -1,442m$ .

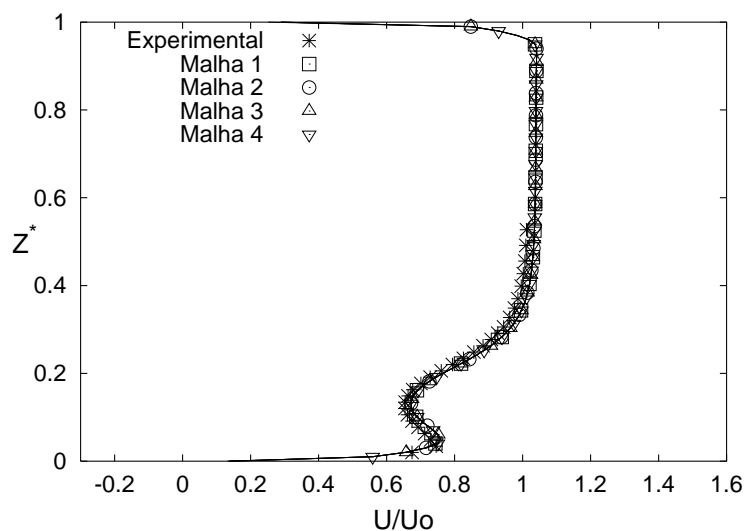


Figura B.25: Perfil de velocidade localizado em  $x = -1,162m$ .

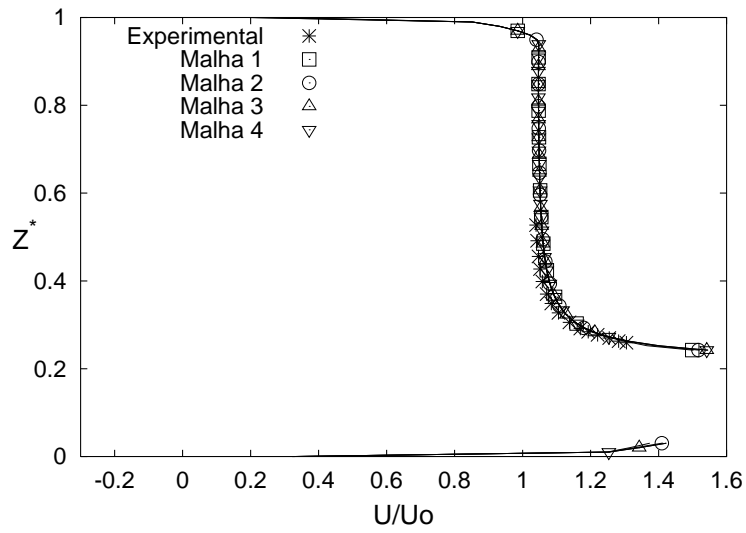


Figura B.26: Perfil de velocidade localizado em  $x = -0,962m$ .

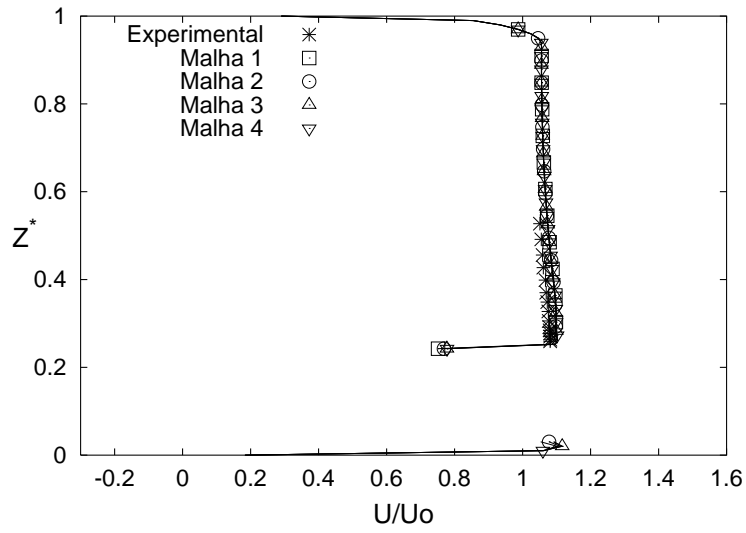


Figura B.27: Perfil de velocidade localizado em  $x = -0,562m$ .



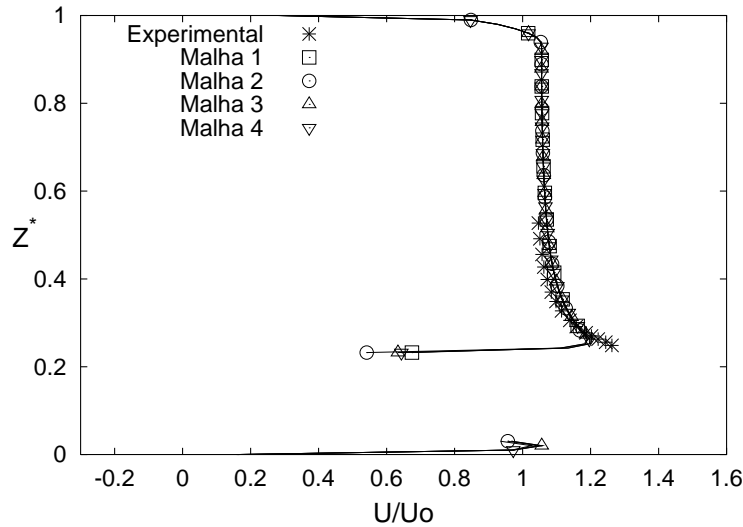


Figura B.28: Perfil de velocidade localizado em  $x = -0,162m$ .

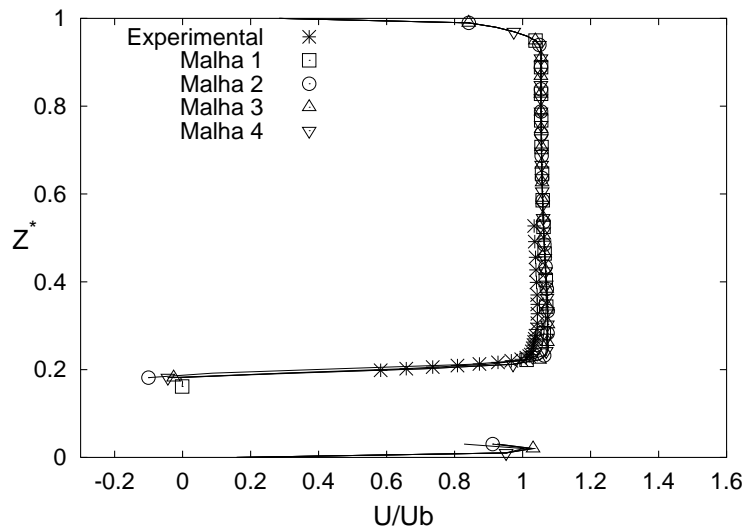


Figura B.29: Perfil de velocidade localizado em  $x = -0,012m$ .

Nas figuras B.30, B.31 e B.32 são apresentados os perfis de velocidade localizados à jusante do corpo. Em B.30, nota-se que a Malha 1 não representa bem o perfil de velocidade, enquanto que as outras malhas apresentam resultados mais próximos dos dados experimentais.

Nas figuras B.31 e B.32, os perfis de velocidade longitudinal, mostram que existe uma tendência em reestabelecer a camada limite proveniente do escoamento no túnel de vento, diminuindo-se a perturbação do corpo no escoamento. Para o modelo de turbulência SA, usado no estudo de malha, ainda existe uma perturbação do corpo rombudo no escoamento, no perfil da figura B.32. Entre as malhas 2, 3 e 4, os resultados apresentam-se bem semelhantes entre si.

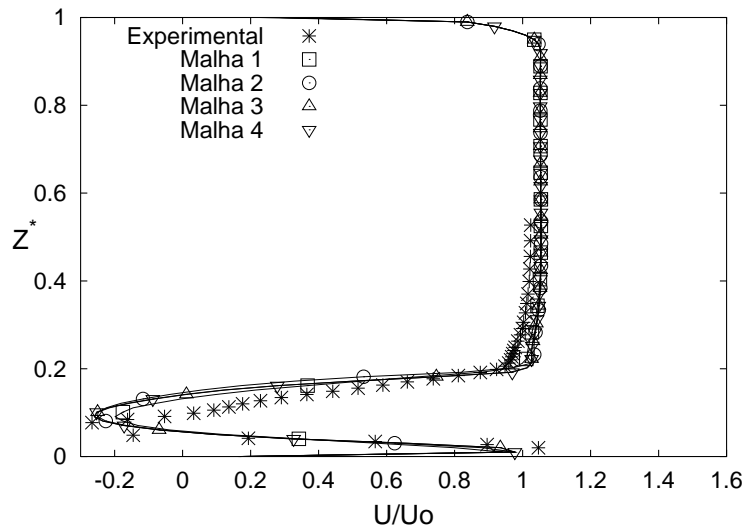


Figura B.30: Perfil de velocidade localizado em  $x = 0,088m$ .

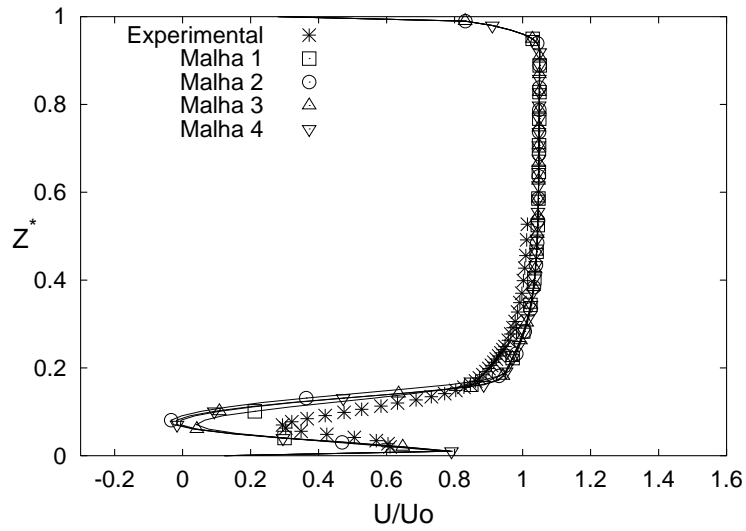


Figura B.31: Perfil de velocidade localizado em  $x = 0,238m$ .

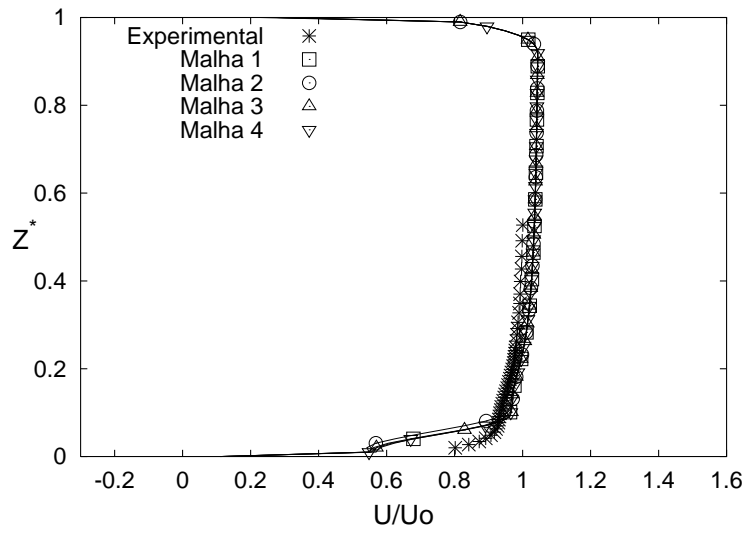


Figura B.32: Perfil de velocidade localizado em  $x = 0,638m$ .