

**MNPEF**  
Mestrado Nacional  
Profissional em  
Ensino de Física



**Instrumento Didático para Ensino de Conceitos de Movimento Harmônico  
Simples e Movimento Circular no Contexto da Aprendizagem Significativa  
Ausubeliana**

**MARGARIDA IRENE DA ROCHA DE MENESES**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação da Universidade de Brasília (UnB) no Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Física (MNPEF), como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física, sob orientação do Professor Dr. Antony Marco Mota Polito.

BRASÍLIA – DF

Março de 2022

Dedico essa dissertação aos meus pais  
Maria e Afonso, pilares da minha  
formação.

## AGRADECIMENTOS

Nesses nove anos de jornada acadêmica incluindo muito esforço, dedicação, empenho e oração, quero agradecer primeiramente, a Deus, Jesus Cristo, que me sustentou até aqui em sua infinita bondade.

Aos meus pais, Maria e Afonso pela criação, ensinamentos, correções, e apoio sem medida, sem o amor e suas orações diárias eu não conseguiria, meus mais sinceros agradecimentos.

Aos meus irmãos José e Rafael que fazem parte da mim.

Ao meu noivo Iago, que há mais de sete anos acompanha da forma mais íntima a minha jornada acadêmica, sempre com muita paciência, conselhos, compreensão da minha ausência pelo tempo dedicado aos estudos e principalmente por ser o maior incentivador da realização dos meus sonhos.

Ao meu professor e orientador Antony Marco Mota Polito, por fazer parte da minha vida acadêmica desde a graduação, com o dom de transformar cada aula e encontro em um belíssimo momento de reflexão. Sou grata por todos os encontros e considerações.

Ao meu professor e orientador *in memoriam* Ivan Soares Ferreira que me acompanhou e me incentivou ainda na graduação, meus mais sinceros agradecimentos.

À todos os meus colegas do MNPEF, por contribuírem com este sonho.

À todos os professores da Universidade de Brasília que, com excelência, auxiliam na formação de professores.

À instituição de ensino CEPI José de Assis por dispor-se em colaborar com as atividades e aos alunos que participaram e contribuíram com seus conhecimentos.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001

À Sociedade Brasileira de Ensino de Física (SBF) pela realização do Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física.

Ao Instituto de Física da Universidade de Brasília (UnB) pela recepção e acompanhamento.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Uma partícula em Movimento Circular Uniforme. ....	32
Figura 2 - A posição de uma partícula é descrita pela distância $r$ e pelo ângulo $\theta$ ..	33
Figura 3 - Uma partícula se move com velocidade angular $\omega$ .....	34
Figura 4 - O vetor velocidade $v$ possui apenas o componente tangencial $vt$ .....	35
Figura 5 - no movimento circular uniforme, a aceleração sempre aponta para o centro .....	36
Figura 6 - Eixo $xy$ .....	36
Figura 7 - A força resultante tem direção radial e aponta para o centro.....	39
Figura 8 - movimento oscilatório de uma partícula.....	39
Figura 9 - Um protótipo de experimento de movimento harmônico simples.....	40
Figura 10 - O gráfico posição versus tempo para o movimento harmônico simples	41
Figura 11 - Gráficos da posição e da velocidade para o movimento harmônico simples .....	42
Figura 12 - A força elástica de uma mola .....	43
Figura 13 - A projeção do movimento circular uniforme de uma bola que gira equivale ao movimento harmônico simples de um objeto preso a uma mola.....	44
Figura 14 - uma partícula de referência $P'$ e sua projeção.....	45
Figura 15 - Sala de aula - alunos respondendo ao questionário do teste prévio.....	65
Figura 16 - Imagem pausada do episódio apresentado aos alunos .....	66
Figura 17 - Atividade 2 - Exibição de um episódio do documentário apresentado ...	67
Figura 18 - Pêndulo Cônico constituído por uma partícula de massa $m$ presa a um ponto fixo por um fio de comprimento conhecido .....	68
Figura 19 - Reprodução da apresentação de <i>powerpoint</i> da sequência. Vídeo do movimento circular do pêndulo cônico .....	69
Figura 20- Sala de aula - Apresentação da aula 3 .....	69
Figura 21- Reprodução da apresentação de <i>powerpoint</i> da sequência. Vídeo do movimento circular e comparação com massa mola simulado. ....	71
Figura 22 - Sala de aula identificando a relação entre os gráficos da posição e aceleração do Movimento Harmônico Simples. ....	72
Figura 23 - Sala de aula dedução da Força Centrípeta.....	73
Figura 24 - Reprodução da apresentação do vídeo do movimento circular e comparação com massa mola simulado. ....	75
Figura 25 - Sala de aula - Onda senoidal -verificação do aspecto espacial da onda	76
Figura 26 - Sala de aula - Duas fitas presas à corda para visualização do MHS .....	77
Figura 27 - Resposta da questão 1 - Aluno A7.....	80
Figura 28 - Resposta da questão 1 - Aluno A20.....	81
Figura 29 - Resposta da questão 1 - Aluno A35.....	81
Figura 30 - Resposta da questão 1 - Aluno A32.....	81
Figura 31 - Resposta da questão 1 - Aluno A39.....	82
Figura 32 - Resposta da questão 2 - Aluno A20.....	83
Figura 33 - Resposta da questão 2 - Aluno A20.....	83
Figura 34 - Resposta da questão 2 - Aluno A25.....	84
Figura 35 - Resposta da questão 3 - Aluno A36.....	84
Figura 36 - Resposta da questão 3 - Aluno A28.....	85
Figura 37 - Resposta da questão 3 - Aluno A25.....	85
Figura 38 - Resposta da questão 3 - Aluno A12.....	86

Figura 39 - Resposta da questão 3 - Aluno A26.....	86
Figura 40 - Resposta da questão 4 - Aluno A31.....	87
Figura 41 - Resposta da questão 4 - Aluno A36.....	87
Figura 42 - Resposta da questão 4 - Aluno A7.....	88
Figura 43 - Resposta da questão 1 e 2 - Aluno A23.....	94
Figura 44 - Resposta da questão 1 letra a - Aluno A31.....	95
Figura 45 - Resposta da questão 1 letra a - Aluno A39.....	95
Figura 46 - Resposta da questão 1 letra a - Aluno A32.....	96
Figura 47 - Resposta da questão 1 letra a - Aluno A40.....	96
Figura 48 - Resposta da questão 1 letra a - Aluno A22.....	97
Figura 49 - Resposta da questão 1 letra a - Aluno A41.....	97
Figura 50 - Resposta da questão 1 letra a - Aluno A4.....	98
Figura 51 - Resposta da questão 1 letra a - Aluno A20.....	98
Figura 52 - Resposta da questão 1 letra b - Aluno A10.....	99
Figura 53 - Resposta da questão 1 letra b - Aluno A36.....	99
Figura 54 - Resposta da questão 1 letra b - Aluno A21.....	100
Figura 55 - Resposta da questão 1 letra b - Aluno A7.....	100
Figura 56 - Resposta da questão 1 letra b - Aluno A5.....	100
Figura 57 - Resposta da questão 1 letra b - Aluno A4.....	101
Figura 58 - Resposta da questão 1 letra b - Aluno A32.....	101
Figura 59 - Resposta da questão 1 letra c - Aluno A1.....	102
Figura 60 - Resposta da questão 1 letra c - Aluno A12.....	102
Figura 61 - Resposta da questão 1 letra c - Aluno A39.....	103
Figura 62 - Resposta da questão 1 letra c - Aluno A29.....	103
Figura 63 - Resposta da questão 1 letra c - Aluno A41.....	104
Figura 64 - Mapa Mental 1 .....	105
Figura 65 - Mapa Mental 3 .....	106

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Os tipos de processos de aprendizagem e exemplos de tarefas e seus diferentes valores .....	20
Quadro 2 – Mapa conceitual mostrando as ideias e as características chave que envolvem a construção dos mapas conceituais .....	23

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Esquema de Subsunção para os Conceitos de Frequência, Período e Amplitude no MHS .....	<b>Erro! Indicador não definido.</b>
Tabela 2 - Esquema de Subsunção para os Conceitos de Posição, Velocidade e Aceleração do MHS .....	<b>Erro! Indicador não definido.</b>
Tabela 3 - Esquema de Subsunção para o Conceito de Força Restauradora, no MHS .....	<b>Erro! Indicador não definido.</b>
Tabela 4 - Candidato a Instrumento de Subsunção .....	<b>Erro! Indicador não definido.</b>
Tabela 5 - Sequência Didática .....	56

## RESUMO

Instrumento Didático para Ensino de Conceitos de Movimento Harmônico Simples e Movimento Circular no Contexto da Aprendizagem Significativa Ausubeliana

Margarida Irene da Rocha de Meneses

Orientador: Prof. Dr. Antony Marco Mota Polito

Nesse trabalho apresentamos uma proposta de sequência didática para o ensino de conceitos básicos do Movimento Harmônico Simples para turmas de segunda série do Ensino Médio. O fundamento teórico que dá sustentação ao trabalho consiste na Teoria Ausubeliana de Assimilação, juntamente com uma metodologia geral para implementação da teoria, baseada nos conceitos de Esquema de Subsunção e Instrumento de Subsunção. Partimos dos elementos descritos do Movimento Circular Uniforme, identificados como subsunçores, contribuindo como fundamentos para desenvolvimento dos conceitos análogos como período, frequência, aceleração e força. Toda sequência se articula em torno da assimilação entre os conceitos do Movimento Circular Uniforme e Movimento Harmônico Simples. Para realizar a relação entre os dois movimentos, utilizamos um pêndulo cônico em movimento para formação de uma sombra que, em diferentes perspectivas, revela dois movimentos diferentes, o circular, no plano, e o harmônico, em uma linha reta. A partir da sombra, utilizamos o *software* Tracker, que analisa e gera gráficos do movimento em diferentes variáveis. A geração dos gráficos e as funções horárias indicam equações semelhantes para os dois movimentos, estabelecendo a conexão entre eles. Observamos, a partir dos resultados da aplicação da sequência didática, que, ao se utilizar os conceitos do Movimento Circular Uniforme para ensinar os elementos do Movimento Harmônico Simples, os alunos demonstraram resultados mais satisfatórios no que se refere à aprendizagem significativa, além de demonstrarem maior motivação para o aprendizado.

Palavras-chaves: Movimento Circular Uniforme, Movimento Harmônico Simples, Teoria Ausubeliana de Aprendizagem Significativa, Esquemas de Subsunção, Instrumentos de Subsunção.



## **ABSTRACT**

### **Didactic Instrument for Teaching Concepts of Simple Harmonic Motion and Circular Motion in the Context of Ausubelian Meaningful Learning**

Margarida Irene da Rocha de Meneses

Supervisor: Prof. Dr. Antony Marco Mota Polito

In this work we present a proposal of a didactic sequence developed to teaching basic concepts of Simple Harmonic Motion for students of Second Grade of High Scholl. The theoretical foundations adopted consists in the Ausubelian Theory of Assimilation, complemented with a general methodology for the implementation of the theory, based on the concepts of Subsumption Scheme and Subsumption instrument. We start from the concepts provided by Uniform Circular Motion in the plane that we identified as subsumers for the analogous concepts of period, frequency, acceleration and force. The entire sequence is based on the articulation between the concepts of Uniform Circular Motion and the Simple Harmonic Motion. To realize the relation between them, we use a conic pendulum in motion to construct a mobile shadow that, in different perspectives, reveals two different motions: the circular, in the plane, and the harmonic, in a straight line. Based on the shadows, we use the software Tracker to analyze and produce graphs of the motions in different variables. The production of the graphs and of the time functions points to similar equations for both motions, establishing the connections between them. We have observed, from the results of the application of the didactic sequence, once we use Uniform Circular Motion to teaching Simple Harmonic Motion, the students show more significant results concerning meaning learning. Moreover, they show bigger motivation for learning.

**Keywords:** Uniform Circular motion, Simple Harmonic Motion, Subsumption Scheme, Subsumption Instrument, Ausubelian Theory of Meaningful Learning.

## SUMÁRIO

RESUMO.....	8
ABSTRACT .....	9
INTRODUÇÃO.....	12
CAPÍTULO 2.....	15
Referenciais Didático-Pedagógicos .....	15
2.1 Aprendizagem Significativa de David Ausubel .....	15
2.1.1 Aprendizagens Significativa, Mecânica, por Recepção e por Descoberta .....	18
2.1.2 Tipos de Aprendizagem Significativa .....	21
2.1.3 Mapas Conceituais .....	22
2.2 Uma Metodologia Geral para a Teoria Ausubeliana.....	25
2.2.1 Condições Externas de Suficiência para a Subsunção .....	28
2.2.2 Esquemas de Subsunção e Instrumentos de Subsunção .....	29
CAPÍTULO 3.....	31
Conceitos Cinemáticos e Dinâmicos Associados com Movimentos Harmônicos .....	31
3.1 Movimento Circular Uniforme.....	31
3.1.1 Cinemática do Movimento Circular Uniforme .....	32
3.1.2 Dinâmica do Movimento Circular Uniforme .....	38
3.2 Movimento Harmônico Simples.....	39
3.2.1 A Cinemática do Movimento Harmônico Simples.....	40
3.2.2 A Dinâmica do Movimento Harmônico Simples.....	43
3.3 Movimento Harmônico Simples e Movimento Circular Uniforme .....	44
CAPÍTULO 4.....	48
Descrição do Produto Educacional .....	48
4.1 Esquemas de Subsunção para os Conceitos de Movimento Harmônico Simples .....	48
4.2 O Sistema de Estratégias: Estrutura e Conteúdo.....	51
4.3 Sequência de aprendizagem .....	56
4.3.1 Etapa 1 – Questionário Inicial .....	57
4.3.2 Etapa 2 – Apresentação de elemento motivacional.....	57
4.3.3 Etapa 3 - Aula expositiva .....	58
4.3.4 Etapa 4 – Aula expositiva.....	58
4.3.5 Etapa 5 – Aula expositiva.....	59
4.3.6 Etapa 6 – Aula expositiva.....	59
4.3.7 Etapa 7 – Questionário final.....	59
CAPÍTULO 5.....	61
Aplicação do Produto Educacional.....	61
5.1 Introdução.....	61

5.2	Objetivos e Hipóteses de Trabalho .....	61
5.3	Metodologia .....	63
5.4	Relato de Aplicação .....	64
5.4.1	Etapa 1: Teste prévio .....	64
5.4.2	Etapa 2: Documentário: Planetas Alienígenas .....	66
5.4.3	Etapa 3: Aula expositiva – Pêndulo Cônico.....	68
5.4.4	Etapa 4: Aula expositiva – Pêndulo Cônico e Tracker .....	70
5.4.5	Etapa 5: Aula expositiva – Definição de Força Centrípeta.....	72
5.4.6	Etapa 6: Aula expositiva – Dedução da Força Centrípeta .....	73
5.4.7	Etapa 7: Questionário Final.....	75
	CAPÍTULO 6.....	79
	Discussão dos Resultados da Aplicação.....	79
6.1	Prospecção de Subsunçores .....	79
6.1.1	Análise do Questionário Prévio .....	79
6.1.2	Análise do elemento motivacional .....	88
6.2	Análise das Aulas Expositivas.....	90
6.2.1	Aula 3 - Exposição do Pêndulo Cônico .....	90
6.2.2	Aula 4 - Exposição do Software Tracker e Uso para Gráficos e Funções .....	91
6.2.3	Aula 5 - Exposição da Força Centrípeta.....	91
6.2.4	Aula 6 - Exposição da Equação da Aceleração Centrípeta .....	92
6.3	Análise do Questionário Final e Mapa Conceitual .....	92
6.3.1	Questionário Final.....	92
6.3.2	Mapa Conceitual .....	104
	CAPÍTULO 7.....	107
	Considerações Finais .....	107
	REFERÊNCIAS .....	109
	ANEXO 1 .....	113
	ANEXO 2 .....	115
	APÊNDICE .....	<b>Erro! Indicador não definido.</b>

## INTRODUÇÃO

O documento Base Nacional Comum Curricular (BNCC) define aprendizagens essenciais que devem assegurar aos estudantes desenvolvimento de competências ao longo da Educação Básica. A BNCC, apesar de ter como objetivo a alteração do quadro de desigualdade ainda vigente na Educação Básica do Brasil, sozinha não altera a atual situação do país. Com base nisso, mais do que oferecer currículos, a formação dos professores e produção de materiais didáticos com qualidade, juntamente com exames nacionais, são essenciais para iniciar a mudança na realidade da educação do Brasil.

Os parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM), Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, apresentam uma proposta, em conhecimentos de Física, relacionada às competências indicadas na BNCC como forma de explicitação das habilidades básicas e competências específicas devidas aos aprendizados da disciplina e das tecnologias associadas. Esse documento apresenta competências e habilidades para a representação e comunicação, a investigação e compreensão, e a contextualização sociocultural.

Apesar de documentos que dão base para a condução da educação, observamos que os professores enfrentam grandes desafios desde a formação até o ambiente de trabalho, ainda que com formação continuada. Com a expectativa de melhorias no ambiente educacional, encontramos diversos materiais com estratégias para melhorar a qualidade de ensino. Apesar de encontrar alguns erros de conexão entre as teorias aplicadas e as metodologias aplicadas, ainda assim observamos docentes em busca de desenvolvimento de estratégias para oportunizar aos estudantes educação minimamente qualificada. Diante disso, assumimos que os docentes devem utilizar-se de meios e de práticas educativas mais sofisticadas, com o intuito de melhorar o ambiente educacional para o estudante, aproximando a física da sala de aula.

Um dos assuntos mais importantes da física é o estudo das oscilações. As oscilações estão presentes na natureza e estamos constantemente nos deparando com elas, nos movimentos de objetos que se repetem de modo aproximadamente regular. Muitas oscilações podem ser importantes ou até perigosas. Da música aos

terremotos, padrões oscilatórios descrevem fenômenos complexos e conseguem representar uma boa parte da realidade. Existem muitos movimentos dessa natureza, por exemplo: na astronomia, o movimento orbital de um planeta em torno do Sol; ou quando um avião sofre turbulências do ar, suas asas oscilam, podendo se quebrar; ou a vibração de uma corda de violão, ou o movimento vibratório de uma ponte, ou o movimento oscilante de elétrons que implicam a formação de ondas eletromagnéticas.

Portanto, estudar as oscilações que estão a todo momento presentes em nosso ambiente é um objetivo primordial da física. A partir desses estudos teóricos, pode-se fazer a previsão do comportamento dessas oscilações. As teorias são poderosas ferramentas para a engenharia, com o objetivo de controlar esses movimentos de maneira bem-sucedida.

No âmbito desse trabalho, vamos discutir o tipo mais básico de oscilações: o movimento harmônico simples (MHS). Esse assunto pode ser considerado difícil para os estudantes, por implicarem o uso de uma matemática um pouco mais sofisticada, envolvendo, por exemplo, a necessidade de relacionar as oscilações observadas no movimento de um objeto físico com equações e gráficos. Isso exige maior esforço intelectual. Por essa razão, consideramos que o uso de tecnologias de software que gerem os gráficos, a partir do movimento do objeto, certamente facilita a apreensão e a compreensão dos estudantes.

Orientamos nosso trabalho segundo a perspectiva vigente nas teorias de aprendizagem que visam a explicação dos processos envolvidos na aquisição, no armazenamento, na compreensão, na transformação e, por fim, no uso do conhecimento adquirido, pela postulação de um objeto teórico chamado de estrutura cognitiva e em termos de processos envolvendo a manipulação de informação, dentro dessa estrutura (AUSUBEL, 2003; MOREIRA e MASINI, 1982).

A teoria cognitivista que apoia nosso trabalho é a teoria de David Ausubel (1918-2008), que propõe uma explicação geral para a assimilação de conceitos na qual o princípio mais fundamental é a concepção de que a estrutura cognitiva é organizada de maneira hierárquica e que, portanto, a assimilação de objetos conceituais deve envolver a apresentação dos conteúdos que exiba uma organização hierarquizada suficientemente compatível. A chamada aprendizagem significativa, para Ausubel (2003), é o resultado da assimilação bem sucedida, a qual se define pela transformação da estrutura cognitiva prévia operada no sentido de garantir sua

coerência interna e máxima integridade. O efeito disso é tornar a estrutura cognitiva transformada mais apta para a interação com o mundo real.

O resultado desse trabalho é um produto educacional que se constitui como uma sequência didática, construído com base em uma metodologia geral para a aplicação da teoria ausubeliana proposta por Polito e de Barcellos Coelho (2020). Essa metodologia provê a teoria ausubeliana com um conjunto de preceitos sobre como construir candidatos a instrumentos de subsunção, ou seja, como construir instrumentos didáticos potencialmente bem-sucedidos para implementar a aprendizagem significativa, em termos estritamente ausubelianos. Essa metodologia é complementada pela utilização de mapas conceituais, baseados na perspectiva de Novak e Gowin (1984).

Para apresentação dos resultados desse trabalho, estruturamos sete capítulos, da seguinte maneira.

O primeiro capítulo apresenta essa introdução do trabalho.

O segundo capítulo apresenta os referenciais didático-pedagógicos do trabalho, divididos em uma apresentação breve da teoria de aprendizagem significativa de David Ausubel e da metodologia geral de Polito e de Barcellos Coelho.

O terceiro capítulo apresenta a física na qual estamos interessados, em particular, os conceitos cinemáticos e dinâmicos associados com o movimento circular e com o movimento harmônico simples.

O quarto capítulo apresenta o produto educacional. Esse capítulo expõe a sequência didática, que foi construída em sete etapas, desdobrando os elementos do candidato a instrumento de subsunção proposto, bem como a etapa prévia de prospecção de conhecimentos que serão assumidos como tendo sido já assimilados e a etapa final de prospecção de evidências de aprendizagem significativa.

O quinto capítulo apresenta o relato da aplicação do produto educacional, realizada ao longo de sete atividades, em uma turma de 2ª série do Ensino Médio de uma instituição pública estadual da cidade de Santo Antônio do Descoberto, em Goiás.

O sexto capítulo apresenta as discussões dos resultados alcançados na aplicação do produto educacional, ao longo da sequência.

O sétimo capítulo apresenta as considerações finais desta dissertação.

## **CAPÍTULO 2**

### **Referenciais Didático-Pedagógicos**

A aprendizagem de qualidade é uma meta que o país constantemente busca e, de acordo com o documento normativo Base Nacional Comum Curricular (BNCC), está sempre voltada para a adoção de estratégias e de conjuntos de práticas que se empenham contra as desigualdades presentes na educação básica do Brasil. A constante evolução da educação no país depende, além de currículos implementados, da produção de bons materiais didáticos.

A aprendizagem de qualidade é, também, uma questão de interesse dos professores, visto que, geralmente, se aperfeiçoam para melhor compreensão dos processos de desenvolvimento da aprendizagem e buscam estratégias para melhorar a implementação de uma aprendizagem realmente significativa, dentro da sala de aula.

Existe uma distância relativamente ampla entre o contexto acadêmico no qual são desenvolvidas as teorias psicológicas de aprendizagem e o contexto da experiência didático-pedagógica, em salas de aula. Uma forma de reduzir essa distância é prover as teorias psicológicas com metodologias que elas, implícita ou explicitamente, subscrevam.

Nesse trabalho, cumprimos essa tarefa pela adoção de uma metodologia geral para implementação da aprendizagem em termos estritamente ausubelianos, proposta recentemente por Polito e de Barcellos Coelho (2020).

Assim, passamos a apresentar, de forma breve, as principais ideias envolvidas com a teoria ausubeliana e com a metodologia geral acima mencionada.

#### **2.1 Aprendizagem Significativa de David Ausubel**

São diversas as concepções de aprendizagem encontrados nas teorias desenvolvidas para explicar esse processo. Contudo, as diferenças de concepção podem ser, muitas vezes, mapeadas em sutis diferenças de foco. Alguns desses focos são o processo de aprendizagem como assimilação estruturada de informações; ou

como desenvolvimento de habilidades superiores; ou como mudança de padrões de comportamento que se tornam estáveis, no tempo (MOREIRA E MASINI, 1999).

Em qualquer caso, contudo, as teorias de aprendizagem são formas amplas de compreender, sistematizar e explicar todos os modos como a aprendizagem acontece, em todas as suas dimensões ou focos. Isso significa que as diferenças mais importantes são encontradas nos princípios mais fundamentais do que deve ser uma teoria de aprendizagem, propriamente dita.

As principais correntes teóricas partem de princípios fundamentais distintos, de tal forma que se pode identificar três grandes correntes: comportamentalismo, humanismo e cognitivismo.

Para a corrente comportamentalista, uma teoria deve ser uma forma de articular elementos observáveis e mensuráveis, buscando descobrir as regras que conectam estímulos, respostas e suas consequências. Uma parte majoritária da prática docente, principalmente nos anos de 1960 e 1970, baseava-se na atuação por meio de estímulos para obtenção de respostas pré-definidas.

A corrente humanista concebe a teoria como uma forma de explicação que deve, necessariamente, integrar o aprendiz como um sujeito que possui outras disposições psicológicas, além das cognitivas, associadas com a aprendizagem. Essas outras disposições envolvem não apenas disposições introspectivas, tais como sentimentos, pensamentos, desejos e emoções, mas, também, disposições sociais, que envolvem as ações do sujeito (MOREIRA E MASINI, 1999).

A corrente cognitivista, por sua vez, concebe a teoria de um modo mais estreito, porém, como profundamente comprometida em considerar, de forma explícita e consequente, a existência de uma instância interna aos sujeitos, a qual se pode associar o nome de *estrutura cognitiva* (ou *mente*). A mente ou estrutura cognitiva é a verdadeira responsável por portar, articular e acionar as relações simbólicas de significação envolvendo conceitos, proposições e sistema de proposições. Esses objetos conceptuais abstratamente concebidos estão, portanto, relacionados com o que é considerado, pelos cognitivistas, o propósito precípua da aprendizagem: a assimilação de conhecimento por meio de processos internos operantes na estrutura cognitiva (MOREIRA E MASINI, 1982).



As teorias cognitivistas podem ser muito distintas entre si e reunir diferentes autores, dentre os quais, os mais conhecidos são Jerome Bruner, Jean Piaget, Lev Vygotsky e David Ausubel.

David Ausubel propõe uma teoria para o processo de aprendizagem segundo a qual a estrutura cognitiva está organizada hierarquicamente. Essa organização hierárquica implica o armazenamento de objetos conceituais segundo um princípio de organização que envolve a subordinação de classes mais específicas em classes cada vez mais genéricas. A aprendizagem é essencialmente um processo segundo o qual esta estrutura cognitiva pode ser manipulada, aumentada e modificada, de modo a tornar-se cada vez mais complexa e potencialmente capaz de permitir ao sujeito pensar e atuar de forma mais eficiente no mundo. Toda informação nova é aprendida e assimilada na medida em que certos conceitos-chave estejam presentes de forma clara para servir de pontos de ancoragem (AUSUBEL, 2002; MOREIRA, MASINI, 1982; MOREIRA, 1999).

Na teoria de Ausubel, aprendizagem significativa ocorre quando a modificação da estrutura cognitiva é tal que os sujeitos passam a serem capazes de atuar em situações e contextos novos resolvendo de forma eficiente situações problemáticas que lhe são apresentadas.

Portanto, na aprendizagem significativa, as novas ideias passam a ser assimiladas por ideias previamente existentes na estrutura cognitiva. Ausubel chama essas ideias preexistentes de subsunçores. A aprendizagem significativa ocorre quando esses subsunçores são modificados em virtude do processo de assimilação. Tanto as ideias a serem assimiladas quanto as ideias potencialmente assimiladoras (subsunçores) podem ser nomes, conceitos isolados, proposições ou, ainda, sistemas inteiros de proposições (AUSUBEL, 2003).

Quando há aprendizagem significativa, de acordo com a teoria de Ausubel, verifica-se que há apropriação de objetos conceituais que passam a operar simbolicamente, adquirindo significados nítidos e diferenciados em virtude da sua integração consistente com todo o restante da estrutura.

A verificação da assimilação significativa de objetos conceituais não costuma ser simples. Em testes de aprendizagem pouco sofisticados, o que comumente se observa é a produção de respostas automáticas por parte dos aprendizes, devido ao fato de que, muitas vezes, exigem mera memorização de definições e expressões

matemáticas e aplicações muito diretas dessas definições e expressões, por meio de um procedimento puramente mecânico e estereotipado.

Essa estrutura é comum em muitos exercícios típicos que se encontram em livros didáticos de física. Por isso a necessidade, já mencionada, de uso de avaliações que saiam de padrões, em contextos que sejam completamente novos daqueles em que a aprendizagem se deu. Então, para observar evidências da aprendizagem significativa, a melhor forma é evitar testes que requeiram apenas memorização do conteúdo ou de algoritmos para a solução de problemas.

Para Ausubel, o pleno e significativo desenvolvimento da estrutura cognitiva ocorre quando a assimilação implica um processo de transformação da estrutura prévia. A ideia é de que novos conhecimentos não são apenas agregados, em justaposição ao conhecimento prévio, mas, sim, que a assimilação altere os subsunçores originais e, por um efeito de propagação, eventualmente, todos os demais elementos da estrutura, em maior ou menor grau. Essas transformações locais e globais não acontecem de forma imediata.

De todo modo, uma parte dos processos de assimilação deve acontecer de maneira organizada hierarquicamente, de modo que objetos conceituais que são mais abrangentes e gerais subordinem elementos menos gerais, em um processo de diferenciação progressiva de conceitos e, portanto, formação de uma estrutura mais rica em detalhamento e precisão.

### *2.1.1 Aprendizagens Significativa, Mecânica, por Recepção e por Descoberta*

A abordagem teórica de aprendizagem de Ausubel dá prioridade à aprendizagem significativa. Mas, em contraste, Ausubel apresenta o conceito de aprendizagem mecânica, a qual atribui um papel fundamental na aquisição de novos elementos que não podem ser assimilados a uma estrutura preexistente pelo simples fato de que essa estrutura ou não existe ou é pouco desenvolvida.

A aprendizagem mecânica, portanto, é indispensável, em algumas áreas do conhecimento, para dar início a uma nova cadeia de aprendizagem quando não há nenhum conhecimento prévio que possa ser vinculado ao conhecimento a ser adquirido, principalmente, pela pouca idade do aprendiz.

Exemplos de aprendizagem mecânica são muito abundantes, sobretudo, na área de matemática e de linguagens. De fato, regras de sintaxe e algoritmos

matemáticos elementares, tais como os da divisão, máximo divisor comum, crivo de Eratóstenes para os números primos e tabuadas de multiplicação são, inicialmente, aprendidas e aplicadas sem praticamente nenhuma compreensão das razões pelas quais funcionam. Ainda assim, a aprendizagem mecânica é fundamental para criar itens que ainda não existem na estrutura cognitiva, mas que prontamente serão manipulados e desenvolvidos para se organizarem na estrutura e, eventualmente, passem a ser usados como subsunçores para novos objetos conceituais (MOREIRA, MASINI, 1982).

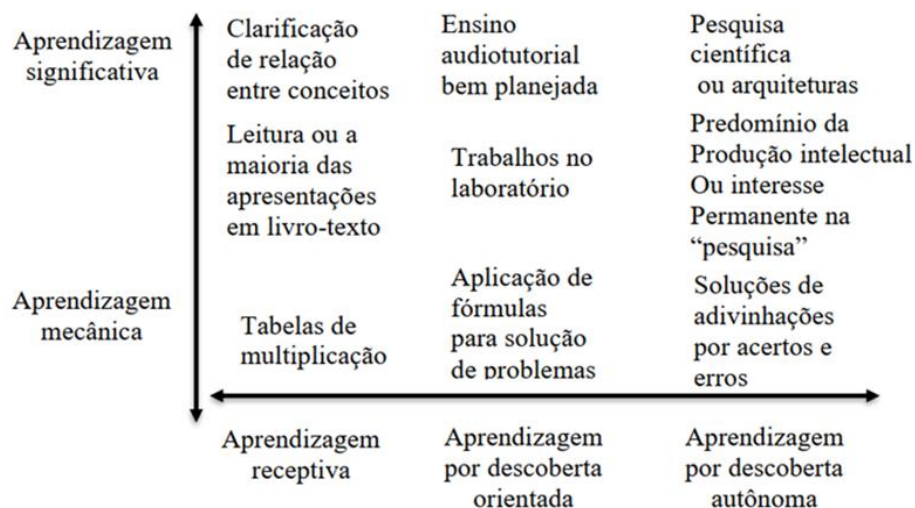
As aprendizagens mecânica e significativa não são, portanto, processos antagônicos, mas partes essenciais do modo como um sujeito vivencia a sua história de aquisição de conhecimentos.

O que não deixa dúvidas é o fato de que, em etapas posteriores dessa história, é necessário que, paulatinamente, haja predominância da aprendizagem significativa, em detrimento da mecânica. Em caso contrário, o sujeito construirá uma estrutura cognitiva fragmentária e desconectada, cujo poder de compreensão e ação sobre o mundo é drasticamente reduzido, quando comparado com as estruturas cognitivas mais articuladas e integradas. Portanto, se insistirmos na aprendizagem mecânica, no que se refere a conhecimentos mais elaborados, que deverão ser assimilados em fases posteriores da formação curricular, é bastante possível que quaisquer outras aprendizagens que sejam significativas sejam inviabilizadas. E isso provavelmente acontecerá em virtude do fato de que os elementos prévios mecanicamente assimilados não se apresentam como estruturas assimiladoras estáveis e bem definidas para assimilação de novos conhecimentos.

Uma outra contraposição tematizada por Ausubel tem a ver com os conceitos de aprendizagem por recepção e aprendizagem por descoberta, que são do âmbito das estratégias.

Vejamos como Novak e Gowin (1984) organizaram e apresentaram os diversos tipos de aprendizagem, segundo dois eixos que nos dão as dimensões do tipo de aprendizagem e da estratégia de aprendizagem, no quadro 1.

Quadro 1 – Os tipos de processos de aprendizagem e exemplos de tarefas e seus diferentes valores



FONTE: NOVAK E GOWIN (1984)

Nesse quadro 1, são apresentados diversos exemplos de atividades relacionadas com aprendizagem.

O eixo horizontal mostra, em uma escala contínua, as estratégias, nas quais comparecem, como extremos, a aprendizagem por recepção pura e por descoberta pura. Segundo Ausubel, quando a aprendizagem acontece por recepção pura, os conceitos e proposições a serem assimilados são expostos ao sujeito em sua forma final e pouca elaboração, por parte dos aprendizes, é requerida. A aprendizagem por descoberta pura, por sua vez, se dá quando o sujeito descobre, deduz, assimila e associa o novo conhecimento de maneira totalmente autônoma, ou seja, de modo completamente independente da atuação do instrutor. Novak e Gowin relacionam as duas aprendizagens como um contínuo e o gráfico nos indica essa gradação progressiva.

Observe-se que tanto a aprendizagem significativa quanto a aprendizagem mecânica podem ser realizadas utilizando estratégias de aprendizagem por recepção ou de descoberta.

Ausubel (2003) deu explícita preferência para o ensino por recepção, por julgar que ele era mais compatível com a sua teoria de aprendizagem. De fato, se a estrutura cognitiva pré-existente é organizada de forma hierárquica e se queremos que o processo de aprendizagem ocorra de maneira mais rápida e eficiente possível, então,

a apresentação de materiais didáticos estruturados e hierarquizados é, claramente, mais indicada. Entretanto, Ausubel jamais descartou a possibilidade de alcançar a aprendizagem significativa por meio da estratégia por descoberta.

A natural subscrição que a teoria ausubeliana dá para a adoção da estratégia de ensino por recepção requer que, necessariamente, o ensino se dê com base em materiais pedagógicos altamente bem preparados e organizados e que as metodologias e estratégias de ensino sejam compatíveis com essa organização.

Em particular, de nada vale estabelecer quais os conhecimentos novos devem ser ensinados se não se puder ter uma boa ideia de quais são os potenciais subsunçores requeridos para levar a cabo o processo de assimilação. Assim, cada etapa do processo instrucional deve ser planejada de modo a levar em conta não apenas qual é o estado prévio da estrutura cognitiva do sujeito, mas, também, como se quer que esse estado prévio se apresente.

### *2.1.2 Tipos de Aprendizagem Significativa*

Ausubel, Novak e Hanesian (1980) destacam diferentes tipos de aprendizagem, são elas: a aprendizagem representacional, conceitual e proposicional.

A aprendizagem representacional é a mais básica e aproxima-se da aprendizagem por memorização. Sempre que, por exemplo, um nome é atribuído a um referente objetivo no universo da experiência do sujeito e se transforma, no interior de sua estrutura cognitiva, em um símbolo seminal capaz de ser utilizado, posteriormente, como elemento em torno do qual se poderá realizar processos de subsunção, permitindo a paulatina diferenciação progressiva, ocorre a aprendizagem representacional. Ela é significativa sempre que a assimilação do nome se dê de modo não arbitrário, quando comparado com o modo como se organiza a estrutura prévia.

A aprendizagem de conceitos, por sua vez, requer a apropriação ou formação de símbolos mais inclusivos e gerais, no interior da estrutura, que sejam capazes de subsumir outros símbolos menos inclusivos e gerais, de acordo com um princípio ou uma regra não arbitrária. Essas regras e princípios descrevem uma ordem de associação desses símbolos menos inclusivos que levam em conta o fato de que possuem características e atributos comuns entre si.

A aprendizagem conceitual pode se dar segundo duas formas: (1) formação conceptual, que ocorre na infância e se caracteriza por uma aquisição espontânea de

noções gerais sobre categorias de objetos similares, no mundo; e (2) assimilação conceptual, que é a principal forma de aprendizagem entre crianças na fase escolar e adultos e se dá, principalmente, por meio de assimilação de definições formais, logicamente construídas.

A aprendizagem proposicional requer a assimilação do significado de combinações de conceitos que formam proposições sobre como é o mundo, do ponto de vista das atribuições objetivas de estados, de composições e, sobretudo, de relações entre os muitos objetos que nele comparecem, bem como dos conceitos que lhes subordina.

### 2.1.3 Mapas Conceituais

Joseph Novak (1980) introduziu o uso de mapas conceituais como forma de organização e representação de conceitos para uma aprendizagem significativa. A teoria de assimilação de Ausubel (1963;1968) deram suporte à criação desse instrumento de ensino.

A teoria de Ausubel sustenta que a aprendizagem significativa acontece mais facilmente na medida em que novos conceitos são incorporados à estrutura cognitiva respeitando sua relação hierárquica, que é justamente o princípio básico de construção de um mapa conceitual. A disposição dos elementos e das ligações entre esses elementos, na construção de um mapa conceitual, capacita a geração de proposições coerentes sobre o tema. A hierarquia da estrutura é realizada pela disposição dos conceitos mais gerais e mais inclusivos no topo do mapa e os conceitos sucessivamente menos abrangentes nas sucessivas linhas horizontais que se encontram abaixo e que formam uma espécie de pauta invisível.

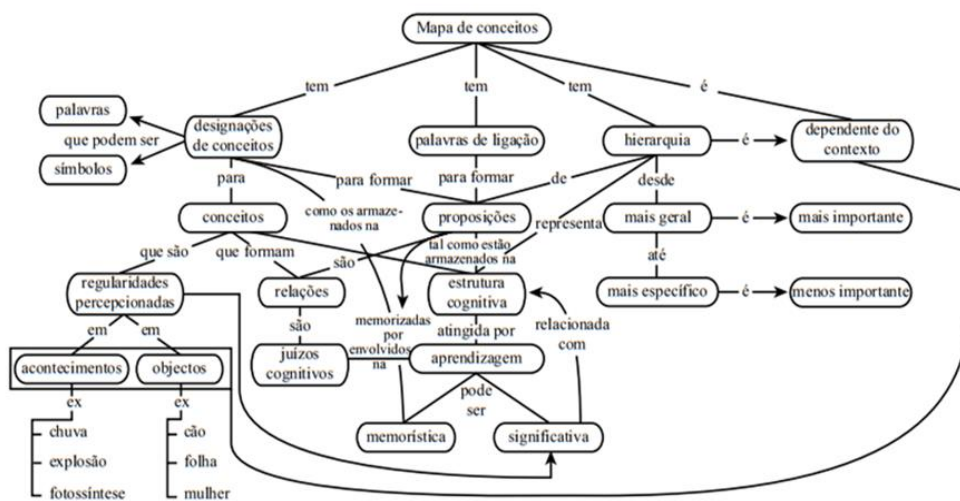
Os mapas conceituais têm como objetivo representar conexões significativas entre conceitos na forma de *proposições*. Uma proposição, em termos simplificados, é uma asserção (verdadeira ou falsa) sobre um recorte da realidade e que se constrói, em termos simbólicos, como uma ligação entre dois ou mais termos que representam conceitos. Assim, os mapas conceituais são instrumentos esquemáticos que se propõe a representar uma parcela da realidade por meio da exibição da sua estrutura proposicional.

Novak (2000) nos orienta, quanto à construção de um mapa conceitual, a realizar dez passos: (i) identificar a questão essencial do problema e as questões de

domínio, os itens mais pertinentes; (ii) ordenar os conceitos de forma que a ideia mais ampla e inclusiva fique no topo do mapa; (iii) fazer uma lista e adicionar mais conceitos, se preciso; (iv) preparar o mapa (geralmente existem um, dois, ou três conceitos mais gerais que devem estar no topo do mapa); (v) seleccionar conceitos para adicionar sob cada conceito mais geral; (vi) ligar os conceitos com linhas e rotulá-las com palavras de ligação que definirão a relação entre os conceitos de forma que sejam lidos como uma afirmação ou proposição válida; (vii) rever a estrutura do mapa (é possível que, à medida que adquirem novos elementos, o mapa seja modificado com inclusão, subtração ou alteração dos conceitos intermediários ou os conceitos pouco inclusivos); (viii) analisar as ligações cruzadas entre conceitos para que novas relações criativas sejam visualizadas; (xix) juntar exemplos específicos aos conceitos e (x) compreender que os mapas conceituais podem ser feitos de formas diferentes para o mesmo conjunto de conceitos, pois não existe forma pré-definida para desenhar o mapa conceitual.

A visualização dos mapas conceituais nos indica, com maior clareza, os trajetos que se podem seguir para unir os significados dos conceitos até que formem proposições. A representação das ideias gerais acerca de um mapa conceitual pode ser vista no quadro 2.

Quadro 2 – Mapa conceitual mostrando as ideias e as características chave que envolvem a construção dos mapas conceituais



FONTE: NOVAK E GOWIN (1984)

Os mapas conceituais auxiliam tanto os professores quanto os alunos, tornando claras as ideias que devem ser destaque para uma aprendizagem específica, desde a seleção dos conceitos até a construção ideal do mapa. Ao fim da atividade proposta, o mapa conceitual torna-se um resumo esquemático da ideia principal, podendo ser modificado sempre que um conteúdo for adicionado ou incorporado ao tema aprendido.

Os mapas conceituais são representações básicas das estruturas conceituais com objetivo de facilitar a aprendizagem dessa estrutura; entretanto, os mapas não são instrumentos isolados de interpretação. É preciso que o orientador (geralmente o criador do mapa) guie o aprendiz. Uma vez que os conceitos de um mapa conceitual sejam conectados por linhas para então formar uma proposição, a conexão entre eles poderá não ter sentido, a menos que o professor esclareça a relação ou que o aprendiz tenha familiaridade com a matéria de ensino.

Moreira e Masini (1982) levantam as possíveis vantagens e desvantagens da utilização dos mapas conceituais na aprendizagem. Dentre as possíveis vantagens, pode-se mencionar que os mapas podem ajudar a enfatizar a estrutura conceitual de uma disciplina; a mostrar que os conceitos dessa disciplina diferem quanto ao grau de inclusividade; a apresentar os conceitos numa ordem que facilita a aprendizagem e a retenção dos mesmos, uma vez que permite uma visualização integrada do assunto abordado nos materiais instrucionais. Dentre as possíveis desvantagens, pode-se mencionar que, se o mapa não tiver significado para o aprendiz, eles podem encará-lo como algo a mais a ser memorizado; podem acabar por ficarem confundidos, dificultando a aprendizagem e, se receberem os mapas prontos, construído exclusivamente com a visão do professor, as habilidades dos alunos para construir suas próprias hierarquias podem ficar inibidas.

Para contornar as desvantagens do uso do mapa conceitual, o professor deve explicar os mapas e sua finalidade. Além de ser claro e completo em suas explicações, deve introduzir o mapa como instrumento apenas quando os alunos possuem familiaridade com o tema e devem enfatizar que o mapa pode ser traçado de várias maneiras, de modo a estimular os alunos a construírem seus próprios mapas.



## **2.2 Uma Metodologia Geral para a Teoria Ausubeliana**

As teorias psicológicas de aprendizagem são construções intelectuais cujo objetivo é o de elucidar as formas e/ou os mecanismos abstratos que dão suporte ao fenômeno de aquisição e de retenção do conhecimento, com ou sem menção explícita aos elementos contextuais. Observe que, em nenhum momento, a definição faz menção ao processo de ensinar, que é, evidentemente, da área da educação. No âmbito escolar e da prática docente, ensino e aprendizagem requerem, portanto, a união de teorias de aprendizagem com metodologias e/ou tecnologias de ensino. Sem essas, é impossível superar a enorme distância que as teorias de aprendizagem têm com relação às instâncias práticas, nas quais o ensino e a aprendizagem realmente se dão.

Ao se inserirem na vida acadêmica, os estudantes de licenciatura, futuros professores, têm contato com algumas teorias de aprendizagem, durante a sua formação, como requisito obrigatório. De modo geral, também são apresentadas algumas tecnologias e metodologias de ensino, muito embora nem sempre esteja claro que há relações entre teorias e metodologias que são preferenciais ou que, em alguns casos, simplesmente não podem ser feitas, por carecerem de sentido (OLAVO, FERREIRA, POLITO, DE BARCELLOS COELHO, 2018).

Outro ponto crucial sobre esse assunto reside no fato de que a educação, enquanto área acadêmica, não é apenas uma coleção de tecnologias e metodologias. A educação possui teorias, as quais diferem radicalmente das teorias psicológicas de aprendizagem, em virtude de seu caráter eminentemente normativo. Isso significa que uma teoria de educação é uma estrutura fundada com base em princípios de valor, e não com base em fatos, como são as teorias psicológicas. São esses princípios de valor que determinam, inclusive, em que medida certas tecnologias ou metodologias são ou não preferenciais e, mais além, que tipos de teoria psicológica podem, ou não, subscrever as diversas tecnologias e metodologias existentes (OLAVO, FERREIRA, POLITO, DE BARCELLOS COELHO, 2018).

A teoria ausubeliana (AUSUBEL, 2000) nos apresenta os fundamentos de uma teoria psicológica de aprendizagem, baseada nos conceitos de subsunções e de processo de subsunção. A utilização desta teoria, consistente e significativa, exige que eles sejam bem definidos e aplicados de acordo com suas definições, de acordo com os princípios da teoria.

Porém, isso não basta. Para que a teoria ausubeliana dê suporte a (e/ou seja utilizada como) uma teoria educacional efetiva, é necessário suprir os elementos faltantes, que são de caráter educacional, propriamente dito. Ou seja, é necessário suprir as tecnologias e metodologias que, subscritas pelas teorias psicológicas e educacionais, de fundo, as subescrevem. Uma metodologia geral para a aplicação educacional da teoria ausubeliana foi apresentada por Polito e de Barcellos Coelho (2020).

Em seu trabalho, esses autores começam chamando a atenção para o fato de que a assimilação e a retenção de conhecimento, enquanto operante em sujeitos aprendizes, é um processo real, cuja contrapartida conceitual, na teoria ausubeliana, é representada por uma relação de subsunção. Portanto, a teoria ausubeliana busca elucidar um processo cognitivo com base em uma definição lógica de uma relação.

Isso esclarece que conceitos subsunçores e conceitos subsumíveis não são definidos independentemente da relação que os conecta. Polito e de Barcellos Coelho fazem, então, uma análise lógica para caracterizar o que são as condições de necessidade e de suficiência para que conceitos gerais sejam candidatos a potenciais subsunçores e a potenciais subsumíveis. Eles concluem, com base na interdependência definicional entre subsunçores e subsumíveis, que não pode haver nenhuma condição que seja suficiente para que, isoladamente, conceitos sejam subsunçores ou subsumíveis. E, no que se refere às condições de necessidade, eles argumentam que é razoável impor que tanto potenciais subsunçores quanto potenciais subsumíveis sejam bem fundados ontologicamente e logicamente. Apenas para ilustrar o que se quer dizer: um “círculo quadrado” não é um conceito que supre as condições necessárias, pois envolve uma impossibilidade lógica. E o conceito de “entidade azul” também não supre as condições necessárias, pois envolve uma impossibilidade ontológica, já que azul não é uma entidade, mas, sim, uma propriedade de entidades.

Em seguida, esses autores fazem uma análise lógica da própria relação de subsunção e das condições de suficiência e de necessidade para que a relação se candidate a ser um bom descritor teórico do processo de subsunção real. Em sua análise, os autores argumentam que as únicas condições necessárias para o processo de subsunção são aquelas que garantem – ainda que conjecturalmente – a existência de relações entre pares de conceitos subsunçores e subsumíveis que supram as

necessidades de serem conceitos claros, bem fundados e logicamente consistentes. Ou seja, que são condições de natureza puramente lógica e ontológica. No âmbito do ensino da física, requeremos, circunstancialmente, que eles sejam também conceitos de natureza científica, o que significa que devem constar de teorias gerais, com partes qualitativa e quantitativa bem determinadas.

Quanto às condições de suficiência para a relação de subsunção, elas são classificadas em duas categorias: condições internas e condições externas. As condições internas de suficiência têm a ver com as estruturas cognitivas e psicológicas de cada sujeito, em particular. Isso significa que são condições para que a subsunção ocorra não apenas que o indivíduo possua uma estrutura cognitiva com um grau mínimo de sofisticação para realizar a assimilação e a retenção do conhecimento aprendido, mas, também, uma estrutura psicológica com capacidade mínima para implementar o processo. Esses graus mínimos, evidentemente, dependem da saúde física, da maturidade intelectual, da história individual, das condições emocionais, etc. Observe que elas são condições suficientes, mas não necessárias, porque os autores consideram que a aprendizagem significativa pode ocorrer a despeito das condições mínimas não estarem presentes.

De todo modo, Polito e de Barcellos Coelho argumentam que as condições internas de suficiência são difíceis de se determinar (embora não impossíveis) porque são complexas e individuais. Isso requereria um trabalho de educação completamente individualizado, o que está fora do verdadeiro objetivo de uma metodologia educacional.

Porém, o fundamental é constatar que o educador não tem controle quase nenhum sobre as condições internas de seus estudantes. É por isso que Polito e de Barcellos Coelho consideram que, do ponto de vista do ensino, apenas as relações externas de suficiência cumprem um papel realmente não trivial e significativo, pois são as únicas que se encontram sob algum controle do educador. E, o que se quer das metodologias educacionais é exatamente que elas forneçam recursos para se ter algum tipo de *controle* sobre o processo didático, precisamente para que se possa implementar os princípios da teoria de educação que subscrevemos.

### *2.2.1 Condições Externas de Suficiência para a Subsunção*

De acordo com Polito e de Barcellos Coelho (2020), as condições externas de suficiência são as condições que, se supridas conjuntamente com as condições internas, devem implicar a concretização do processo de subsunção, ao menos, em termos de probabilidade. Esse ponto é importante, por dois motivos. Primeiro, porque não é na aprendizagem significativa por parte de um único indivíduo que se deve estar interessado, mas, na aprendizagem significativa do maior número deles. Segundo, porque os testes só podem fornecer indícios estatísticos de que a aprendizagem significativa ocorreu, não certezas.

Dessa forma, nenhuma condição tomada isoladamente pode ser suficiente. Além disso, o conjunto de condições suficientes não deve sequer ser único, já que outras combinações de condições internas e externas podem ser também suficientes, pois é possível que haja muitos caminhos para alcançar a aprendizagem significativa.

O fato crucial a respeito das condições externas de suficiência – e que garante que o controle desejado pode ser realmente alcançado – é que elas podem e devem ser supridas através da identificação objetiva das relações existentes entre os conceitos considerados potenciais subsunçores e os conceitos considerados potenciais subsumíveis. Observe-se que, antes de ser subsunçor (que é um objeto interno às estruturas cognitivas), a ideia ou noção é um conceito e, como tal, ela pode e deve ter uma representação simbólica e lógica externas. É essa externalidade que garante a sua objetividade, a qual, por sua vez, garante o seu controle. E as relações entre potenciais conceitos subsunçores e potenciais conceitos subsumíveis são consideradas objetivas no sentido de que podem ser representadas simbolicamente, através de uma linguagem que é compartilhada por uma comunidade.

Essas relações objetivas podem ser bastante diversas. Polito e de Barcellos Coelho apresentam alguns exemplos de relações dessa natureza, tais como as relações de definição, similaridade, analogia, regularidade e causalidade.

De todo modo, relações objetivas entre conceitos não são as únicas condições externas suficientes que devem ser consideradas. As estratégias associadas aos instrumentos e materiais educacionais são fundamentais, tanto quanto o são, também, contextos gerais, incluídas, aí, os recursos materiais e sociais. O importante é que todos esses elementos estão sob a possibilidade de algum controle, por parte do educador e/ou dos sistemas educacionais.

### 2.2.2 Esquemas de Subsunção e Instrumentos de Subsunção

A metodologia geral desenvolvida Polito e de Barcellos Coelho concentra-se exatamente sobre aquilo que pode ser controlado externamente de modo mais geral, ou seja, sobre as relações objetivas entre pares potenciais subsunçores/subsumíveis e sobre as estratégias implementadas nos materiais instrucionais. Para isso, os autores criaram os conceitos interconectados de esquema e de instrumento de subsunção.

O *esquema de subsunção* é uma estrutura relacional que possui duas partes interligadas por uma relação definidora; a primeira parte é um conjunto de potenciais subsunçores e a segunda parte é um conjunto de potenciais subsumíveis. A parte mais importante do esquema de subsunção é a relação definidora que conecta os dois conjuntos.

Polito e de Barcellos Coelho apontam que a relação entre os potenciais subsunçores e subsumíveis é daquelas condições suficientes externas, mas que, o esquema de subsunção, sozinho, não é suficiente para a concretização do processo de subsunção. Porém, argumentam que, em qualquer processo de subsunção concreto, é necessário que existam um ou mais esquemas de subsunção, ainda que implícitos. Outro ponto para o qual chamam a atenção é que o esquema de subsunção não precisa ser explicitado para os estudantes, mas é fundamental que o professor esteja ciente dele.

O principal objetivo de se identificar esquemas de subsunção está no fato de que eles devem funcionar como modelo, inspiração, motivação ou justificção para a construção dos chamados *candidatos a instrumentos de subsunção*. Esses candidatos a instrumentos de subsunção são os esquemas de subsunção, juntamente com um sistema bem estruturado de estratégias de aplicação e de execução das ideias centrais que estão presentes nos esquemas.

Daí a necessidade do educador ter consciência dos esquemas, pois é só com base no domínio sobre as suas relações definidoras que ele poderá construir um instrumento de subsunção cujas estratégias tenham chance de ser eficientes. Isso porque um esquema é uma condição necessária para a subsunção e, se as estratégias não contiverem nenhuma relação com nenhum esquema, não podem elas mesmas serem suficientes.

Um candidato a instrumento de subsunção se torna um instrumento de subsunção quando ele é considerado bem-sucedido. Isso significa que ele deve ter sido suficientemente testado, em situações concretas de sala de aula, muitas vezes e em contextos diferentes, para que o sucesso seja definido em termos estatísticos.

No contexto desse trabalho, faremos uma aplicação da nova metodologia e apresentaremos um candidato a instrumento de subsunção voltado para o ensino de conceitos relacionados com o movimento harmônico simples, bem como os conceitos de aceleração e força centrípeta. Para tanto, proporemos, como um conjunto de potenciais subsunçores, conceitos relacionados com o movimento circular uniforme.

Definiremos três esquemas de subsunção, baseados em três diferentes relações definidoras.

O primeiro esquema de subsunção compõe-se dos conceitos de frequência, período e amplitude, no movimento circular uniforme (potenciais subsunçores) e dos mesmos conceitos no movimento harmônico simples (potenciais subsumíveis), cuja relação definidora é uma relação de analogia, baseada na constatação da periodicidade temporal dos estados sucessivos. Ele inspirará, no âmbito do candidato a instrumento de subsunção, a estratégia de utilização de um pêndulo cônico e a observação dos movimentos da sombra gerada por ele, em duas perspectivas.

O segundo esquema de subsunção compõe-se dos conceitos de funções horárias para posição, espaço e tempo, no movimento circular uniforme (potenciais subsunçores) e dos mesmos conceitos no movimento harmônico simples (potenciais subsumíveis), cuja relação definidora é uma relação de transformação matemática entre coordenadas no plano (polares e cartesianas). Ele inspirará, no âmbito do candidato a instrumento de subsunção, a estratégia de utilização do programa Tracker, para medida e construção de gráficos de funções temporais.

O terceiro esquema de subsunção compõe-se do conceito de força restauradora (potencial subsunçor) e força central (potencial subsumível), cuja relação definidora é uma relação de definição de força como um vetor, ou seja, um objeto que pode ser decomposto ortogonalmente. Ele inspirará, no âmbito do candidato a instrumento de subsunção, uma estratégia de inferência da fórmula da aceleração centrípeta.

## CAPÍTULO 3

### Conceitos Cinemáticos e Dinâmicos Associados com Movimentos Harmônicos

O presente trabalho dedica-se a apresentar um produto educacional voltado para o ensino de conceitos associados com a física das oscilações, especialmente, do movimento harmônico simples, a partir da cinemática do movimento circular uniforme. Em um segundo momento, retorna-se ao movimento circular uniforme, a partir da dinâmica do movimento harmônico simples, para apresentar uma derivação heurística da expressão da aceleração e da força centrípeta.

#### 3.1 Movimento Circular Uniforme

Ao longo da história, muitos pensadores e filósofos naturais desenvolveram modelos para a compreensão do universo e seus movimentos (POLITO, 2016). O início da história da astronomia apresenta um modelo cósmico dominado pela ideia do círculo. O movimento do Sol, da Lua e dos planetas foi observado e sucessivamente descrito, por vários filósofos e astrônomos, com base em movimentos circulares uniformes.

*“Eis, portanto, os termos em que se encontra formulada esta tradição platônica no Comentário de Simplicios: “Platão admite, em princípio, que os corpos celestes se movem com um movimento circular, uniforme e constantemente regular.” (...) O objetivo da astronomia é definido aqui com uma extrema clareza; esta ciência combina movimentos circulares e uniformes para fornecer um movimento resultante semelhante ao movimento dos astros” (P. Duhem, 1984, p.3)*

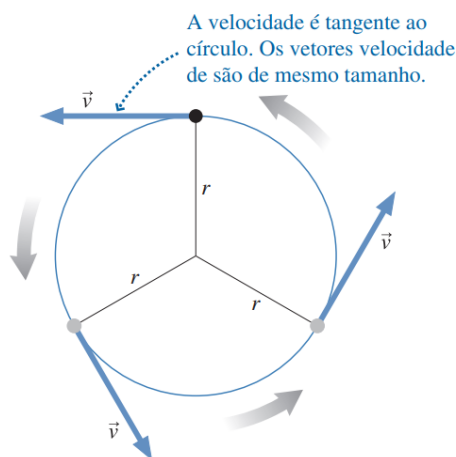
Modelos baseados exclusivamente em movimentos circulares uniformes foram adotados para representar os movimentos celestes até que Johannes Kepler (1546-1601) rompeu com a tradição e estabeleceu de forma precisa o movimento dos planetas em torno do Sol em termos de elipses. Somente muito tempo depois, Joseph Fourier (1768-1830) mostrou, matematicamente, que qualquer curva periódica podia ser adequadamente representada usando séries infinitas de funções circulares.

Além dos movimentos celestes, uma infinidade de outros movimentos circulares ou aproximadamente circulares estiveram presentes em muitas situações e foram de grande importância para o estudo e desenvolvimento da física. As potencialidades didáticas de ilustração são numerosas, como ocorre nos movimentos em aceleradores de partículas, sob ação de campos eletromagnéticos; nos movimentos em vórtices (nos fluidos); ou em sistemas mecânicos comuns, como o movimento das pás de um moinho de vento, das rodas dos veículos e, afinal, da própria Terra, em torno de seu próprio eixo.

### 3.1.1 Cinemática do Movimento Circular Uniforme

O movimento circular é um tipo específico de um movimento em um plano. Dizemos que uma partícula descreve um movimento circular uniforme quando ela se move, ao longo de uma circunferência, com velocidade escalar constante. A figura 1 apresenta uma partícula movendo-se em torno de um círculo de raio  $r$ . Se considerarmos que essa partícula se move com velocidade escalar constante, teremos um vetor  $\vec{v}$  tangente em cada ponto do círculo, sempre de mesma magnitude.

Figura 1 - Uma partícula em Movimento Circular Uniforme.



FONTE: RANDALL, 2009

O tempo que a partícula leva para realizar uma volta completa, no círculo, é chamado de período ( $T$ ) do movimento. Se uma partícula se desloca com velocidade



constante, ao longo da circunferência de perímetro  $2\pi R$  e  $R$  é o raio do círculo descrito, a velocidade escalar será dada por:

$$v = \frac{1 \text{ circunferência}}{1 \text{ período}} = \frac{2\pi R}{T}. \quad (3.1)$$

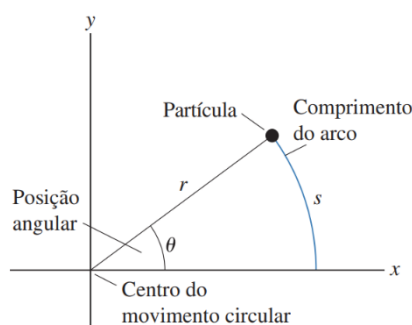
A frequência associada com um movimento periódico é a quantidade de vezes que um mesmo estado cinemático associado com esse fenômeno se repete, em determinada unidade de tempo. Período e frequência são, portanto, grandezas inversamente proporcionais.

$$T = \frac{1}{f}, \quad (3.2)$$

$$f = \frac{1}{T}. \quad (3.3)$$

As coordenadas de um ponto, no plano, naturalmente induzidas por um círculo são as coordenadas polares, dadas pela distância do ponto para a origem do sistema de coordenadas cartesianas,  $r$ , e pelo ângulo  $\theta$  que a reta que passa pelo ponto e pela origem faz com o eixo  $x$  positivo.

Figura 2 - A posição de uma partícula é descrita pela distância  $r$  e pelo ângulo  $\theta$ .



FONTE: RANDALL, 2009

Como mostra a figura 2, o movimento da partícula pontual se caracteriza por grandezas como o comprimento  $s$  cumprido sobre a circunferência, o raio  $r$  de sua órbita e sua posição angular  $\theta$ . Sendo estabelecida a medida angular, em radianos, como:

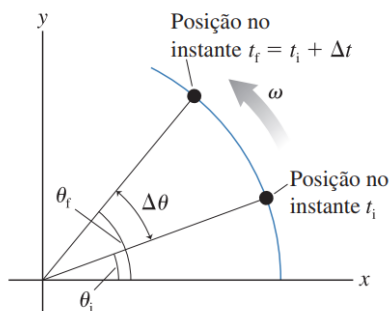
$$\theta = \frac{s}{r}, \quad (3.4)$$

temos um arco completo definido, portanto, como

$$\theta = \frac{2\pi r}{r} = 2\pi \text{ rad}. \quad (3.5)$$

A velocidade angular  $\omega$  é a taxa temporal com a qual a posição angular de uma partícula pontual varia, enquanto ela descreve um círculo. No movimento circular uniforme,  $\omega$  é constante.

Figura 3 - Uma partícula se move com velocidade angular  $\omega$ .



FONTE: RANDALL, 2009

A partícula que se desloca, em movimento circular, entre os instantes de tempo  $t_i$  e  $t_f$ , possui variação angular

$$\Delta\theta = \theta_f - \theta_i. \quad (3.6)$$

A velocidade angular média da partícula é definida por:

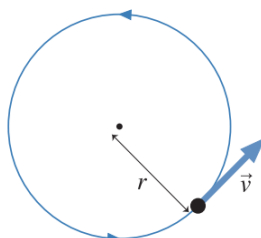
$$\text{velocidade angular média} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}. \quad (3.7)$$

A velocidade angular instantânea é

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}. \quad (3.8)$$

Em um movimento circular, a velocidade vetorial  $\vec{v}_t$  é sempre tangencial ao deslocamento, no círculo, como mostra a figura 4.

Figura 4- O vetor velocidade  $\mathbf{v}$  possui apenas a componente tangencial  $\vec{v}_t$ .



FONTE: RANDALL, 2009

Essa velocidade é a taxa temporal de variação da distância da partícula sobre o círculo:

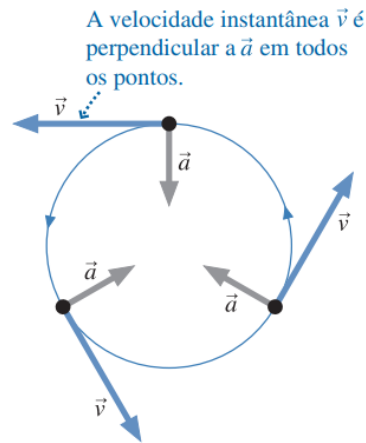
$$v_t = \frac{ds}{dt} = r \frac{d\theta}{dt}. \quad (3.9)$$

Como  $\frac{d\theta}{dt}$  é a velocidade angular  $\omega$ , há uma relação entre velocidade tangencial e velocidade angular:

$$v_t = \omega r. \quad (3.10)$$

Em um movimento circular uniforme, a velocidade média é constante e a direção do vetor velocidade instantânea está em constante variação, sempre tangente ao círculo. Com essa alteração de direção do vetor velocidade, há uma aceleração, que aponta sempre para o centro da circunferência.

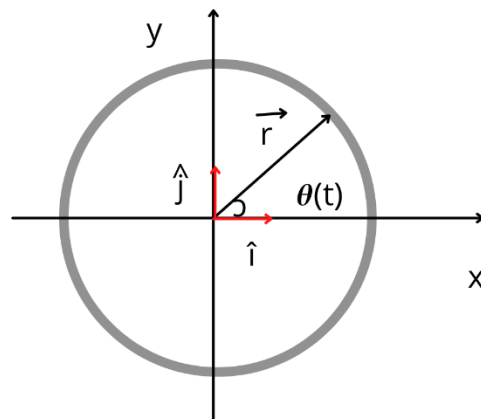
Figura 5 - No movimento circular uniforme, a aceleração sempre aponta para o centro.



FONTE: RANDALL, 2009

A aceleração do movimento circular uniforme é chamada de aceleração centrípeta  $\vec{a}_{cp}$ . Em qualquer ponto do círculo, como mostra a figura 5, a partícula terá os vetores velocidade e aceleração perpendiculares. Seu módulo pode ser conhecido como função da velocidade angular  $\omega$ .

Figura 6 – Eixos Cartesianos e Coordenadas Polares



FONTE- própria autora

A figura 6 ilustra mostra o vetor  $\vec{r}$  associado com um movimento circular. Suas componentes  $x(t)$  e  $y(t)$  são tais que:

$$\vec{r}(t) = x(t)\hat{i} + y(t)\hat{j} . \quad (3.11)$$

Da equação 3.8, o ângulo  $\theta(t)$  é dado, conforme a partícula se move em relação ao tempo, por:

$$\theta(t) = \omega t . \quad (3.12)$$

Das equações 3.11 e 3.12, temos:

$$\vec{r}(t) = r \cos \theta (t) \hat{i} + r \operatorname{sen} \theta (t) \hat{j} , \quad (3.13)$$

$$\vec{r}(t) = r (\cos \omega t) \hat{i} + r (\operatorname{sen} \omega t) \hat{j} .$$

Diferenciando a equação 3.13 e lembrando que  $r$  é constante, no movimento circular:

$$d\vec{r}(t) = -r [\operatorname{sen} \theta(t)] d\theta \hat{i} + r \cos \theta (t) d\theta \hat{j} , \quad (3.14)$$

$$\frac{d\vec{r}(t)}{dt} = -r \frac{d\theta}{dt} \operatorname{sen} \theta(t) \hat{i} + r \frac{d\theta}{dt} \cos \theta(t) \hat{j} . \quad (3.15)$$

Portanto,

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} = -r \omega \operatorname{sen} \theta(t) \hat{i} + r \omega \cos \theta (t) d\theta \hat{j} . \quad (3.16)$$

Diferenciando a equação 3.16, com  $\omega$  constante, temos:

$$d\vec{v}(t) = -r \omega \cos \theta(t) d\theta \hat{i} - r \omega \operatorname{sen} \theta(t) d\theta \hat{j} , \quad (3.17)$$

$$\frac{d\vec{v}(t)}{dt} = -r \omega \frac{d\theta}{dt} \cos \theta(t) \hat{i} - r \omega \frac{d\theta}{dt} \operatorname{sen} \theta(t) \hat{j} , \quad (3.18)$$

$$\frac{d\vec{v}(t)}{dt} = -r \omega^2 \{ \cos \theta(t) \hat{i} + \operatorname{sen} \theta(t) \hat{j} \} . \quad (3.19)$$

Portanto, a aceleração centrípeta é dada por:

$$\vec{a} = -r\omega^2\hat{r}, \quad (3.20)$$

em que  $\hat{r}$  é o vetor unitário radial. O módulo da aceleração centrípeta, em termos da velocidade linear escalar, é dado por:

$$|a_{cp}| = r\omega^2 = r\left(\frac{v}{r}\right)^2 = \frac{v^2}{r}. \quad (3.21)$$

### 3.1.2 Dinâmica do Movimento Circular Uniforme

Considerando a segunda lei de Newton, uma partícula pontual de massa  $m$ , sujeito a forças  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3 \dots$  sofrerá uma aceleração dada por:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{res}}{m}, \quad (3.22)$$

onde a força resultante

$$\vec{F}_{res} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots, \quad (3.23)$$

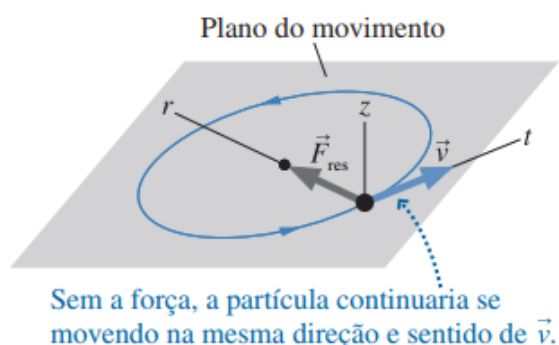
é o vetor soma de todas as forças exercidas sobre a partícula. Reescrevendo a segunda lei de Newton na forma:

$$\vec{F}_{res} = m\vec{a}, \quad (3.24)$$

$$\vec{F}_{res} = m\vec{a} = \left(\frac{mv^2}{r}\right)\hat{r}. \quad (3.25)$$

Isso mostra que, para que uma partícula se mantenha em trajetória circular, com velocidade escalar constante, deve haver uma força resultante central, que garanta a aceleração centrípeta, com módulo constante.

Figura 7– A força resultante tem direção radial e aponta para o centro

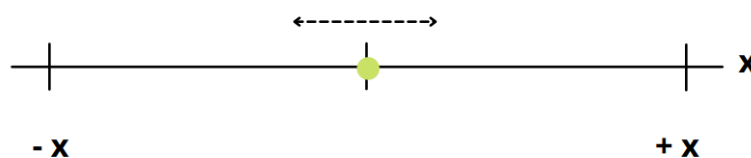


FONTE: RANDALL, 2009

### 3.2 Movimento Harmônico Simples

Frequentemente, presenciamos oscilações de objetos que se movem ou vibram sistematicamente, de um lado para o outro, em torno de uma posição de equilíbrio; por exemplo, um carro que oscila sobre seus amortecedores, uma campainha que toca, uma corda de violão tangida, etc. Todos esses movimentos são oscilatórios, ou seja, periódicos, e a forma mais básica de um movimento oscilatório é o *movimento harmônico simples*.

Figura 8 – Movimento oscilatório de uma partícula



FONTE – própria autora

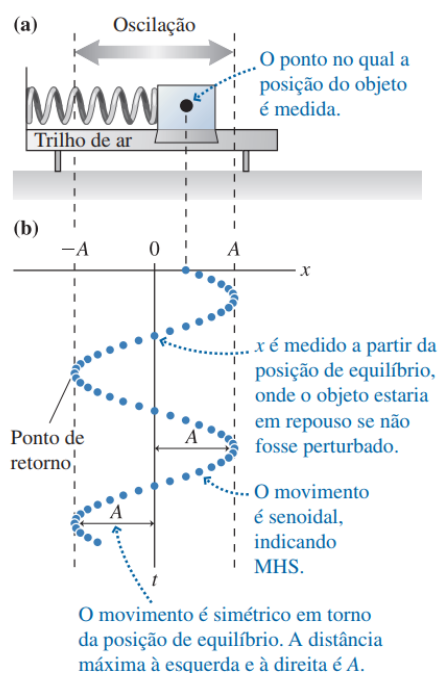
A figura 8 exemplifica um movimento oscilatório de uma partícula que se desloca alternadamente entre uma mesma distância máxima  $x$ , medida a partir da origem, ao longo de uma linha reta. Assim como na cinemática do movimento circular, a frequência do movimento da partícula é dada pelo número de movimentos

oscilatórios completos (ciclos) executados por unidade de tempo. E o tempo necessário para que essa partícula complete um ciclo é definido como sendo o período  $T$  da oscilação.

### 3.2.1 A Cinemática do Movimento Harmônico Simples

O movimento harmônico simples é uma função senoidal do tempo  $t$ , ou seja, pode ser descrito por uma função trigonométrica seno ou cosseno.

Figura 9 – Um protótipo de experimento de movimento harmônico simples



FONTE: RANDALL, 2009

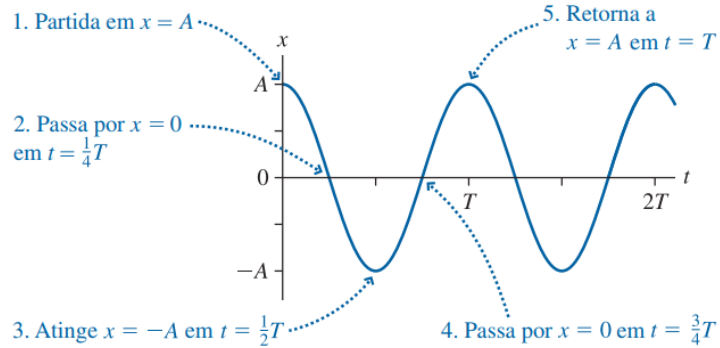
A figura mostra o movimento oscilatório de um carrinho preso a uma mola, sobre um trilho de ar. Essa figura indica a posição do objeto como função do tempo. A distância máxima atingida pelo movimento em relação à sua posição de equilíbrio é chamada de amplitude  $A$  do movimento. A posição do objeto é dada por:

$$x(t) = A \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right). \quad (3.26)$$

Uma vez que  $\cos(2\pi) = \cos(0)$ , é fácil ver que a posição no instante  $t = T$  é a mesma que para  $t = 0$ . Em outras palavras, esta é uma função cosseno de período  $T$ .



Figura 10 - O gráfico posição versus tempo para o movimento harmônico simples



FONTE: RANDALL, 2009

A equação 3.17 pode ser descrita em termos da frequência  $f$  ou da frequência angular, já que é relacionada com o período por  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ :

$$x(t) = A \cos(2\pi ft), \quad (3.27)$$

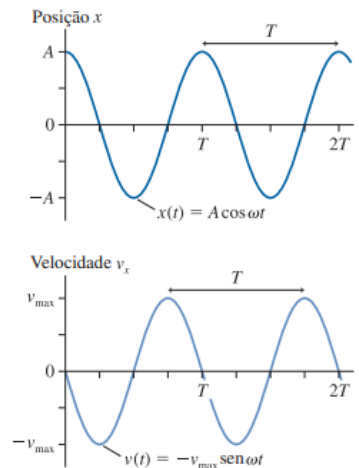
$$x(t) = A \cos \omega t. \quad (3.28)$$

A velocidade é a derivada da função posição com respeito ao tempo:

$$v_x(t) = \frac{dx}{dt} = -\frac{2\pi A}{T} \text{sen}\left(\frac{2\pi t}{T}\right) = -2\pi f A \text{sen}(2\pi ft) = -\omega A \text{sen}(\omega t). \quad (3.29)$$

A velocidade é uma função senoidal, também com período  $T$  (figura 11).

Figura 11 – Gráficos da posição e da velocidade para o movimento harmônico simples



FONTE: RANDALL, 2009

A aceleração da partícula é a derivada da função velocidade com respeito ao tempo. Assim, obteremos uma função cosseno novamente, porém com o sinal negativo. Isso indica uma diferença de fase de  $180^\circ$  entre a posição e a aceleração:

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = \frac{d}{dt} [-\omega A \text{sen}(\omega t)] , \quad (3.30)$$

$$a(t) = -\omega^2 A \cos(\omega t). \quad (3.31)$$

A partir dessa equação, observamos que o módulo da aceleração é zero quando a partícula está passando pelo ponto  $x = 0$  e é máximo quando a partícula passa pelos pontos extremos do movimento.

Se comparadas as equações da posição e aceleração obteremos

$$a(t) = -\omega^2 x(t). \quad (3.32)$$

A partir dessa equação notamos que, no movimento harmônico simples, o vetor aceleração tem sentido contrário ao vetor deslocamento e a constante da frequência angular relaciona as magnitudes da aceleração e do deslocamento.

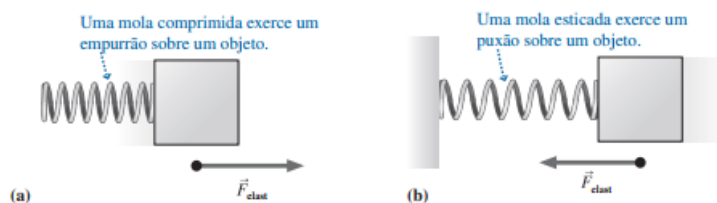
### 3.2.2 A Dinâmica do Movimento Harmônico Simples

O movimento harmônico simples é um movimento acelerado de uma partícula submetida a uma força. A segunda lei de Newton fornece a força que age sobre a partícula:

$$\vec{F} = m\vec{a} = -(m\omega^2)\vec{x}. \quad (3.33)$$

Analisando a equação, observamos que o módulo da força é proporcional ao deslocamento da partícula e tem sinal negativo, o que indica que é orientada em sentido oposto ao deslocamento dessa partícula. No movimento harmônico simples, portanto, temos uma força central, se opondo ao deslocamento e sempre dirigida para a origem da reta real,  $x=0$ . Na origem, a força é nula. Por isso a origem é referida como ponto de equilíbrio e a força, no MHS, é dita restauradora.

Figura 12 – A força elástica de uma mola



FONTE: RANDALL, 2009

A Lei de Hooke é o modelo de força mais simples para o movimento de um sistema massa-mola:

$$\vec{F}_{el} = -kx. \quad (3.34)$$

Portanto, a constante elástica  $k$  (rigidez da mola) se associa com a frequência do MHS, onde  $k$  é:

$$k = m\omega^2, \quad (3.35)$$

ou ainda:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (3.36)$$

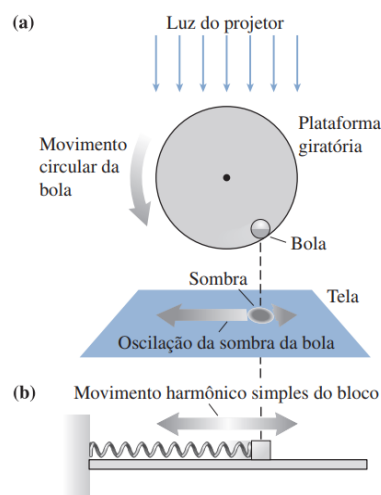
O período do movimento é dado por:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (3.37)$$

### 3.3 Movimento Harmônico Simples e Movimento Circular Uniforme

O movimento harmônico simples é um movimento unidimensional, ao longo de uma reta, e o movimento circular uniforme é um movimento bidimensional, em um plano, com a coordenada radial constante. Eles podem ser relacionados, cinematicamente, por meio de uma transformação entre coordenadas cartesianas, na reta, coordenadas polares, no plano.

Figura 13 – A projeção do movimento circular uniforme de uma bola que gira equivale ao movimento harmônico simples de um objeto preso a uma mola.



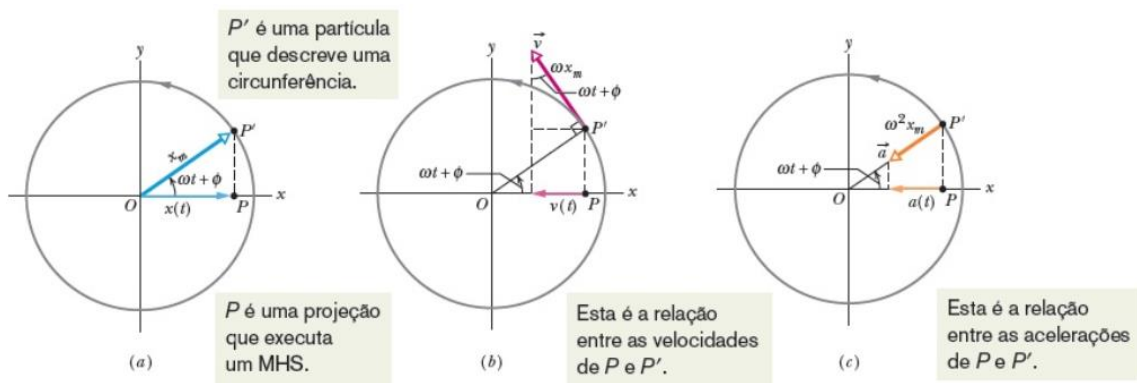
FONTE: RANDALL, 2009

A figura 13 mostra o movimento de uma bola que realiza uma trajetória circular em uma plataforma giratória. Se a luz de um projetor incidir sobre essa bola, uma sombra será formada em um anteparo. A sombra terá movimento oscilatório de

vaivém e periódico, de mesmo período que o movimento da bola, à medida que a plataforma gira. Se houvesse um outro objeto, massa-mola, ajustado para que os dois possuísem a mesma frequência, poderíamos concluir que os dois movimentos seriam “equivalentes”. O movimento circular uniforme projetado em uma dimensão é descrito, portanto, por um movimento harmônico simples.

A figura 14 nos mostra uma partícula  $P'$  em movimento ao longo de uma trajetória circular e uma partícula  $P$  como projeção desse movimento no eixo  $x$ .

Figura 14 – uma partícula de referência  $P'$  e sua projeção  $P$



FONTE: HALLIDAY, 2016

Na figura 14 (HALLIDAY, 2016), temos:

(a) Uma partícula de referência  $P'$  descrevendo um movimento circular uniforme em uma circunferência de raio  $x_m$ . A projeção  $P$  da posição da partícula no eixo  $x$  executa um movimento harmônico simples.

(b) A projeção da velocidade tangencial  $\mathbf{v}$ , da partícula de referência, é a velocidade da projeção  $v(t)$ , ou seja, a velocidade do MHS.

(c) A projeção da aceleração radial  $\mathbf{a}$ , da partícula de referência, é a aceleração  $a(t)$ , da projeção (MHS).

Suponha uma partícula de referência  $P'$  executando um movimento circular uniforme em uma circunferência com velocidade angular  $\omega$ . O raio dessa circunferência é o módulo do vetor posição da partícula. Passado um tempo  $t$ , a posição angular que a partícula se encontra é  $\omega t + \phi$  sendo  $\phi$  a posição angular em  $t=0$ .

A partícula P' se projeta no eixo x como um ponto P, como se fosse uma segunda partícula. Essa projeção nos fornece a localização  $x(t)$  do ponto P. Temos então, a equação

$$x(t) = x_m \cos(\omega t + \phi). \quad (3.38)$$

Essa equação é equivalente à equação 3.28, ou seja, se a partícula de referência segue um movimento circular, então sua projeção no diâmetro do círculo seguirá um movimento harmônico simples.

A velocidade da partícula de referência é a derivada da posição em relação ao tempo. Sendo  $v = \omega r$ , a projeção no eixo x é:

$$v(t) = -\omega x_m \text{sen}(\omega t + \phi). \quad (3.39)$$

Essa equação é equivalente à equação 3.29.

A aceleração da partícula de referência é a derivada da velocidade em relação ao tempo. Sendo  $a_r = \omega^2 r$ , o módulo da aceleração radial é  $\omega^2 x_m$ , temos que a projeção da aceleração no eixo x é:

$$a_x(t) = -\omega^2 x_m \cos(\omega t + \phi). \quad (3.40)$$

Essa equação é equivalente à equação 3.31. A expressão para a componente y da aceleração centrípeta, obtida de forma análoga, é

$$a_y(t) = -\omega^2 x_m \text{sen}(\omega t + \phi). \quad (3.41)$$

Podemos utilizar as fórmulas 3.40 e 3.41, das acelerações dos movimentos harmônicos simples, para escrever o módulo da aceleração centrípeta:

$$|\vec{a}|^2 = a_x(t)^2 + a_y(t)^2 = [-\omega^2 x_m \cos(\omega t + \phi)]^2 + [-\omega^2 x_m \text{sen}(\omega t + \phi)]^2. \quad (3.42)$$

Donde,

$$|\vec{a}|^2 = a^2 = [-\omega^2 x_m]^2 = \omega^4 x_m^2. \quad (3.43)$$

Assim:

$$a = \omega^2 x_m . \quad (3.44)$$

Da relação  $v = \omega R$ ,

$$a = \frac{v^2}{R} . \quad (3.45)$$

## CAPÍTULO 4

### Descrição do Produto Educacional

Este produto educacional consiste em uma sequência didática que interpretamos como um candidato a instrumento de subsunção. A sequência é constituída por oito etapas que abordam os conceitos de Movimento Circular Uniforme e de Movimento Harmônico Simples através da relação entre os dois movimentos visualizados por meio das sombras produzidas por um pêndulo cônico. Para isso, construímos um pêndulo e estudamos seu movimento com base nos gráficos das funções horárias que o *software* Tracker gerou. Elaboramos sete planos de aula, selecionamos textos de apoio e vídeo como elemento motivacional e facilitador de aprendizagem e elaboramos as atividades introdutória e final que contribuem para a análise da aplicação do produto. Nesse capítulo, apresentamos a estrutura de nosso produto educacional (que se encontra no Apêndice único).

#### 4.1 Esquemas de Subsunção para os Conceitos de Movimento Harmônico Simples

Para fundamentar o candidato a instrumento de subsunção que constitui o produto, definiremos três esquemas de subsunção, baseados em três diferentes relações definidoras.

Devemos entender que MCU não é apenas uma designação de um fenômeno, mas, também, a designação de um conjunto de conceitos correlacionados, dentre os quais os de frequência, período e amplitude do movimento. Esses conceitos são o nosso ponto de partida para a construção do primeiro esquema de subsunção. Nós nos referimos a eles, dada a sua natureza parcialmente intuitiva, como constituintes de uma “cinemática pré-quantitativa”.

Após a verificação da posse, pelos estudantes, dos elementos dessa cinemática pré-quantitativa, estabelecidos sobre o círculo, é apresentado um movimento, possivelmente novo, realizado por um pêndulo cônico. Esse movimento deve ser visualizado mediante duas perspectivas. Quando visualizado a partir da linha vertical que passa pelo seu ponto de suspensão, claramente pode ser observado o movimento da sombra do pêndulo, que é um movimento circular uniforme. E, quando observado



segundo qualquer linha de visada perpendicular à vertical, a sombra projetada em um anteparo revela um movimento harmônico simples.

A partir dessas duas visualizações, de sombras distintas, de um mesmo movimento realizado por um pêndulo cônico, mudando apenas a perspectiva de observação, estabelecemos a conexão entre os movimentos MCU e MHS. Identificamos a ligação entre esses tipos de movimentos a partir do movimento aparente da sombra.

Os elementos para a definição de um primeiro esquema de subsunção estão postos (vide tabela 1). O primeiro esquema de subsunção compõe-se dos conceitos de frequência, período e amplitude, no movimento circular uniforme (potenciais subsunçores) e dos mesmos conceitos no movimento harmônico simples (potenciais subsumíveis), cuja relação definidora é uma relação de analogia, baseada na constatação da periodicidade temporal dos estados sucessivos, ou seja, da repetição do mesmo estado de um sistema de forma regular, no tempo. Ele é que subsidia, no âmbito do candidato a instrumento de subsunção, a estratégia de utilização do pêndulo cônico e a observação dos movimentos da sombra gerada por ele.

Tabela 1 – Esquema de Subsunção para os Conceitos de Frequência, Período e Amplitude no MHS

Potenciais Subsunçores	Potenciais Subsumíveis	Relação Definidora
Frequência, Período e Amplitude no Movimento Circular Uniforme.	Frequência, Período e Amplitude de um movimento oscilatório.	Relação de Analogia
Constituição qualitativa do conjunto de conceitos: representações visuais.	Constituição qualitativa do conjunto de conceito: representações visuais.	A relação de analogia é a ideia de que em ambos os conjuntos ocorre uma repetição do mesmo estado de um sistema de forma regular no tempo.
Constituição quantitativa do conjunto de conceitos: relação entre os conceitos matemáticos de frequência e de período.	Constituição quantitativa do conjunto de conceitos: relação entre os conceitos matemáticos de frequência e de período.	

O segundo esquema de subsunção compõe-se dos conceitos de funções horárias para posição, espaço e tempo, no movimento circular uniforme (potenciais subsunçores) e dos mesmos conceitos no movimento harmônico simples (potenciais subsumíveis), cuja relação definidora é uma relação de transformação matemática entre coordenadas no plano (polares e cartesianas), dada por  $x = R \cos \theta$  e  $y = R \sin \theta$ . Ele subsidia, no âmbito do candidato a instrumento de subsunção, a estratégia de utilização do programa Tracker, para medida e construção de gráficos de funções temporais. Os elementos que constituem o segundo esquema de subsunção estão postos na tabela 2.

Tabela 2 - Esquema de subsunção para os conceitos de Posição, Velocidade e Aceleração do MHS

Potenciais Subsunçores	Potenciais Subsumíveis	Relação Definidora
<p>Do Movimento Circular Uniforme:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ângulo x tempo</li> <li>• Velocidade angular x tempo</li> </ul> <p>Estrutura Quantitativa dos Conceitos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Funções horárias</li> </ul>	<p>Do Movimento Harmônico Simples:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Posição x tempo</li> <li>• Velocidade x tempo</li> <li>• Aceleração x tempo</li> </ul> <p>Estrutura Quantitativa dos Conceitos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Funções Horárias</li> </ul>	<p>Relação de transformação matemática:</p> <p>Equação de transformação entre as coordenadas x e y e R e <math>\theta</math>.</p> $x = R \cos \theta$ $y = R \sin \theta$

O terceiro esquema de subsunção compõe-se do conceito de força central (potencial subsunçor) e força restauradora (potencial subsumível), cuja relação definidora é uma relação de definição de força como um vetor, ou seja, um objeto que pode ser decomposto ortogonalmente. Ou seja, nesse caso, a relação definidora é a *relação matemática de composição de vetores perpendiculares* que se dá a partir do vetor força que aponta sempre na direção do centro, no movimento planar, no caso do MCU, e o vetor força que aponta sempre na direção do centro, mas em um movimento em uma linha reta, no caso do MHS. Esse esquema subsidia, no âmbito do candidato a instrumento de subsunção, uma estratégia de inferência da fórmula da aceleração

centrípeta. Os elementos do terceiro esquema de subsunção estão postos na tabela 3.

Tabela 3 - Esquema de subsunção para o conceito de Força Restauradora, no MHS

Potenciais Subsunoçores	Potenciais Subsumíveis	Relação Definidora
<p>Do Movimento Circular Uniforme:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Força Central</li> </ul> <p>Estrutura Quantitativa do Conceito:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Vetor força que aponta sempre na direção do centro em um movimento planar.</li> </ul>	<p>Do Movimento Harmônico Simples:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Força Restauradora</li> </ul> <p>Estrutura Quantitativa do Conceito:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Vetor força que aponta sempre na direção do centro em um movimento linear.</li> </ul>	<p>Relação matemática de composição de vetores perpendiculares.</p>

#### 4.2 O Sistema de Estratégias: Estrutura e Conteúdo

Apresentados os esquemas de subsunção, o passo seguinte é criar um sistema de estratégias que se inspire nas relações definidoras dos esquemas com o objetivo de montar um candidato a instrumento de subsunção, que terá a forma de uma *sequência de aprendizagem*. Essencialmente, fazem parte do candidato a instrumento o pêndulo cônico e o software Tracker, que permitirá a construção de gráficos de funções horárias.

A relação definidora do primeiro esquema de subsunção é a base para a utilização do pêndulo cônico, enquanto a relação definidora do segundo esquema de subsunção é a base para a utilização do Tracker. O software Tracker é a estratégia que permite apresentar a cinemática quantitativa dos MHS, a partir da análise das funções horárias correspondentes à posição, à velocidade e à aceleração.

A sequência de aprendizagem consiste em três estágios.

O objetivo do primeiro estágio (etapas 1 e 2) é apresentar e tornar conscientes os elementos que constituem o primeiro esquema de subsunção. Nesse estágio não será apresentada, para os estudantes, a relação definidora. Assim sendo, nos restringimos a estabelecer concepções intuitivas associadas com o movimento circular e com movimentos periódicos (cinemática pré quantitativa).

O objetivo do segundo estágio (etapas 3 e 4) é identificar e desenvolver os elementos que formam tanto o primeiro, quanto o segundo esquemas de subsunção. Nesse estágio, será apresentada a relação definidora do segundo esquema, ou seja, a relação de transformação matemática entre coordenadas. Com isso, pode-se abordar os conceitos do MCU e do MHS, por meio do software Tracker. Aqui, desenvolve-se as funções horárias do MHS.

O objetivo do terceiro estágio (etapas 5, 6, 7 e 8) é apresentar e desenvolver os elementos que constituem o terceiro esquema de subsunção. Nesse estágio, apresentamos a relação definidora que conecta a dinâmica dos movimentos MCU e MHS, ou seja, a relação matemática de composição de vetores perpendiculares. Aqui, adotaremos estratégias e instrumentos específicos para constituir matematicamente a relação de subsunção.

No *primeiro estágio*, apresentamos e tornamos conscientes os elementos que constituem o primeiro esquema de subsunção empregados, base para os conceitos subsunçores. A execução deste estágio é realizada em duas etapas:

(i) Etapa 1: Realização de uma atividade prospectiva prévia. Propomos um teste com a descrição de um movimento periódico absolutamente hipotético. A atividade dividiu-se em duas partes: (i) leitura de um texto a respeito de um movimento periódico (linear); (ii) respostas a um questionário a respeito do texto lido, envolvendo elementos que sobrevirão ao longo da sequência; com isso, temos a verificação sobre os conceitos de amplitude, período e frequência de um movimento;

(ii) Etapa 2: Uma aula destinada à exposição de movimentos periódicos e circulares como elemento motivador da sequência didática; para isso, utiliza-se uma obra cinematográfica que reproduz os movimentos planetários. Nesse passo, devem ser exploradas: (i) a percepção de movimentos constantes e circulares; e, (ii) planetas com diferentes períodos de translação. Esse passo é importante para agregar representações concretas e exemplos de natureza circular, haja visto que, nas

próximas etapas serão abordados movimentos circulares. É importante que o aprendiz tenha mais elementos como referência, nas próximas etapas.

O *segundo estágio* é constituído por duas etapas:

(i) Etapa 1: Aula destinada a apresentação do pêndulo cônico e identificação das sombras a partir das duas perspectivas, do MCU e MHS.

(ii) Etapa 2: Aula destinada a utilização do *software* Tracker para elaboração de gráficos das funções horárias do MHS. Esse passo dividiu-se em quatro partes: (i) observação dos gráficos gerados da posição, velocidade e aceleração, em função do tempo, do movimento da sombra em movimento MHS; (ii) identificação das funções posição e aceleração, oscilando com diferença de fase de  $180^\circ$ ; (iii) vínculo de mesmos senos e cossenos entre a posição e aceleração, resultando em mesma função horária; (iv) uso da Segunda Lei de Newton para a inferir proporcionalidade entre posição e força. Aqui, indica-se que o sinal negativo da posição sugere a diferença de fase observada no gráfico.

O segundo estágio tem o uso do *software* Tracker como principal aliado (BONVETI E ARANHA, 2015), possibilitando melhor análise da demonstração do movimento MHS, a partir da sombra do pêndulo cônico.

No *terceiro estágio*, desenvolvemos os elementos que constituem o terceiro esquema de subsunção e fazemos prospecções de indícios de aprendizagem significativa, bem como atividades de integração. Apresentamos estratégias e instrumentos para tentar verificar a realização do processo de subsunção e reconhecer indícios de aprendizagem significativa. Aplicamos a estratégia ausubeliana da reconciliação integradora (AUSUBEL, 2003; NOVAK E GOWIN 1984). A reconciliação integradora tem a tarefa facilitada no ensino expositivo, dessa forma, os instrumentos utilizados devem enfrentar as semelhanças e diferenças complexas entre novas ideias e ideias relevantes existentes previamente estabelecidas nas estruturas cognitivas dos aprendizes. A estratégia para o uso da reconciliação integradora é apresentar ao aprendiz a uma exposição a um ambiente diferente do que ele foi submetido ao longo da sequência, onde aconteceu o processo de subsunção. A execução desse estágio é realizada em quatro etapas.

(i) Etapa 1: Definição da Força Centrípeta. Esse passo dividiu-se em duas partes: (i) identificar a força nas direções  $x$  e  $y$ ; (ii) verificar que as forças nas direções  $x$  e  $y$  compõem a Força Centrípeta.

(ii) Etapa 2: Dedução da equação da aceleração centrípeta. Esse passo dividiu-se em duas partes: (i) a partir da composição das forças, no passo anterior, identificar a relação entre as forças projetadas, nas direções perpendiculares, e a força central; (ii) apresentar a Segunda Lei de Newton para obtenção da equação da aceleração centrípeta.

(iii) Etapa 3: Verificação de indícios de aprendizagem significativa, em dois passos. No primeiro passo, solicitamos a leitura de um texto apresentando uma nova situação, ou seja, um movimento diferente do movimento circular e do movimento do sistema massa-mola; no caso, o movimento dos elétrons na geração de ondas eletromagnéticas (de rádio). Em seguida, temos a realização de um questionário a respeito desse novo tipo de movimento. Espera-se que o aprendiz descreva matematicamente a forma espacial das ondas eletromagnéticas e a intensidade dos campos elétrico e magnético, em um ponto do espaço, ao longo do tempo e, em seguida, compare as ondas eletromagnéticas com o pêndulo cônico e com o sistema massa-mola, indicando o que têm em comum. No segundo passo, solicitamos a leitura de outro texto, apresentando informações sobre o movimento dos elétrons, e a realização de um questionário que contém perguntas já abordadas no processo de prospecção dos subsunçores.

(iv) Etapa 4: Solicitamos a elaboração de um mapa conceitual contendo os elementos que foram abordados ao longo da sequência de aprendizagem. A realização do mapa conceitual, neste caso, foi sugerida ao final da aplicação e exige a aplicação do máximo de conteúdo abordado durante a sequência, em um mapa com boa conexão entre os conceitos.

Na Tabela 4, apresentamos a estrutura do candidato a instrumento de subsunção.

Tabela 4 - Candidato a instrumento de subsunção

Estágio	Etapas	Descrição
1. Apresentação de estratégias para exibir elementos que constituem o primeiro esquema de subsunção. A execução desse estágio é realizada em dois passos.	1. Atividade para prospecção dos potenciais subsunçores.	(i) leitura de um texto a respeito de um movimento que indica ser periódico; (ii) resolução de um questionário a respeito do texto lido envolvendo conceitos como movimento oscilatório, período e frequência, que sucederão ao longo da sequência;
	2. Exposição de movimentos periódicos e circulares como elemento motivador da sequência didática utilizando uma obra cinematográfica que reproduz os movimentos planetários.	(i) a percepção de movimentos constantes e circulares; (ii) representações de planetas com diferentes períodos de translação, movimentos circulares repetitivos.
2. Apresentação de estratégias e instrumentos fundados no primeiro e no segundo esquema de subsunção. A execução desse estágio é realizada em dois passos.	1. Apresentação do pêndulo cônico.	(i) identificação das sombras projetadas pelo pêndulo cônico, a partir das duas perspectivas, do MCU e MHS.
	2. Aula destinada a utilização do <i>software</i> Tracker para elaboração de gráficos das funções horárias do MHS.	(i) observação dos gráficos gerados da posição, velocidade e aceleração em função do tempo do movimento da sombra em movimento MHS; (ii) identificação das funções posição e aceleração, oscilando com diferença de fase de 180°; (iii) vínculo de mesmos senos e cossenos entre a posição e aceleração, resultando em mesma função horária; (iv) uso da Segunda Lei de Newton para a inferir proporcionalidade entre posição e força. Aqui, indicar que o sinal negativo da posição sugere a diferença de fase observada no gráfico.
3. Apresentação dos elementos que constituem o terceiro esquema de subsunção. A execução desse estágio é realizada em quatro passos.	1. Definição da Força Centrípeta	(i) identificar a força nas direções x e y; (ii) verificar que as forças nas direções x e y compõem a Força Centrípeta.
	2. Dedução da equação da aceleração centrípeta.	(i) a partir da composição das forças, no passo anterior, identificar a relação entre as forças na direção perpendicular e a força central; (ii) apresentar a Segunda Lei de Newton para obtenção da equação da aceleração centrípeta.
	3. Apresentação de estratégias e instrumentos para estabelecer o processo de subsunção e reconhecer indícios de aprendizagem significativa: reconciliação integradora.	(i) leitura de um texto apresentando uma nova situação, um movimento diferente do circular e massa mola, no caso movimento dos elétrons na geração de ondas de rádio e realização de um questionário a respeito desse novo movimento;

		(ii) leitura de outro texto apresentando informações sobre o movimento dos elétrons e realização de um questionário que contém perguntas já abordadas no processo de subsunção.
	4. Elaboração de um mapa conceitual	(i) aplicação do máximo de conteúdo abordado durante a sequência no mapa com boas conexões entre conceitos.

### 4.3 Sequência de aprendizagem

A sequência didática foi estruturada em oito aulas e tem como objetivo introduzir conceitos básicos do Movimento Harmônico Simples para alunos da 2ª série do Ensino Médio. Na tabela 5, indicamos os elementos essenciais da sequência didática, na sua divisão em termos de aulas, que assumimos como sugestão, para o professor.

Tabela 5 - Sequência Didática

Aula	O que foi desenvolvido
Aula 1 (Simples)	Questionário prévio;
Aulas 2 e 3 (Dupla)	Uso de filme como elemento motivacional;
Aula 4 (Simples)	Aula expositiva destinada a apresentação do pêndulo cônico. a. Percepção do movimento circular produzido pela sombra do sistema físico pêndulo cônico; b. Percepção do movimento oscilatório em conexão com um sistema massa-mola, produzido pela sombra do sistema físico pêndulo cônico;
Aula 5 (Simples)	Aula expositiva com o uso do <i>software</i> Tracker que aborda os seguintes temas: a. observação dos gráficos gerados da posição, velocidade e aceleração em função do tempo do movimento da sombra em movimento MHS; b. identificação das funções posição e aceleração, oscilando em fase, embora com diferença de 180°; c. percepção do vínculo entre senos e cossenos da posição e aceleração, resultando em mesma função horária; d. análise vetorial do sistema massa-mola em diversas posições; e. uso da Segunda Lei de Newton para inferir a proporcionalidade entre posição e força, indicando que o sinal negativo da posição sugere diferença de fase observada no gráfico.
Aula 6 (Simples)	Aula expositiva, a respeito da definição da Força Centrípeta, que aborda os seguintes temas: a. identificação da força nas direções x e y; b. verificação das forças nas direções x e y que compõem a Força Centrípeta.



Aula 7 (Simples)	Aula expositiva a respeito da definição da aceleração centrípeta que aborda os seguintes temas: a) identificação da relação entre as forças na direção perpendicular e a força central. b) apresentação da Segunda Lei de Newton para obtenção da equação da aceleração centrípeta.
Aula 8 (Simples)	Questionário Final + Mapa conceitual a) leitura de um texto apresentando uma nova situação, um movimento diferente do circular e do sistema massa-mola, no caso, o movimento dos elétrons na geração de ondas de rádio e realização de um questionário a respeito desse novo movimento; b) leitura de outro texto apresentando informações sobre o movimento dos elétrons e realização de um questionário que contém perguntas já abordadas no processo de subsunção. c) solicitação da realização de um mapa conceitual.

#### 4.3.1 Etapa 1 – Questionário Inicial

A etapa um apresenta-se em uma aula e busca a aplicação do questionário inicial (Anexo I), composto por quatro questões que buscam verificar os conhecimentos prévios (subsunçores) sobre movimentos periódicos, fundamentais para o entendimento dos fenômenos do Movimento Harmônico Simples. Esses conceitos são periodicidade de um movimento, ponto de equilíbrio, força de restauração, frequência e período. Desses elementos abordados nessa etapa, utilizaremos, a princípio, os conceitos de período e frequência como ancoradouros. Os demais, apresentamos no decorrer da sequência, os quais serão aprofundados, em suas definições.

O resultado da verificação dos subsunçores é importante para a decisão de prosseguir com a condução da sequência didática.

#### 4.3.2 Etapa 2 – Apresentação de elemento motivacional

A etapa dois apresenta-se em duas aulas e busca introduzir aos alunos a visualização de um exemplo de movimento circular, o movimento planetário, além de motivar os alunos ao estudo do movimento harmônico simples, a partir de um movimento conhecido. A obra cinematográfica que exhibe o movimento planetário consiste no episódio apresentado na plataforma de *streaming* Netflix, da série “O Universo”, 2ª temporada, episódio 15.

O episódio selecionado poderia ser substituído por uma apresentação análoga de qualquer outra fonte, visto que participa da sequência didática apenas como

motivador da aprendizagem e para iniciar a discussão dos conceitos de período e de frequência.

#### *4.3.3 Etapa 3 - Aula expositiva*

A etapa 3 apresenta-se em uma aula e busca a apresentação do sistema físico pêndulo cônico e a exibição do movimento de sua sombra, sob perspectiva do Movimento Circular Uniforme e do Movimento Harmônico Simples.

Nesse momento, os dois movimentos serão destacados. O movimento circular uniforme será observado mais uma vez e o conceito do movimento harmônico simples, concretizado por um sistema massa-mola, será apresentado pela primeira vez, aos alunos.

O sistema físico pêndulo cônico será apresentado em formato de fotografias e vídeo, juntamente com o passo a passo para a confecção desse sistema, como explicado no Produto Educacional (apêndice único).

A visualização desses dois movimentos é essencial para as próximas etapas, visto que o uso do *software* Tracker, na geração de gráficos das funções horárias, se dá por meio do movimento da sombra formado pelo sistema do pêndulo cônico.

#### *4.3.4 Etapa 4 – Aula expositiva*

A etapa 4, destinada à utilização do *software* Tracker, apresenta-se em uma aula e busca fazer a análise da sombra de um movimento oscilatório do pêndulo cônico, a partir da elaboração de gráficos das funções horárias do MHS. Os alunos observarão os gráficos gerados para a posição, a velocidade e a aceleração, em função do tempo.

Nessa etapa, será necessária a instalação do *software* Tracker no computador (no apêndice único, indica-se o passo a passo para sua instalação e uso). Além disso, será necessário produzir um vídeo do movimento feito por um pêndulo cônico (no apêndice único, indica-se como fazer a construção desse sistema).

Ainda nessa etapa, os alunos devem reconhecer as funções da posição e da aceleração e perceber o fato de que são a mesma função horária, embora oscilando com diferença de fase de  $180^\circ$ . Em seguida, a partir do uso da Segunda Lei de Newton, devem obter a proporcionalidade entre posição e força do movimento.

#### *4.3.5 Etapa 5 – Aula expositiva*

A etapa 5, realizada em uma aula, é destinada a explorar a definição de Força Centrípeta, no movimento circular. Essa etapa requer que os estudantes percebam, a partir da figura de um movimento circular, que existem forças, nas direções x e y de um sistema de coordenadas cartesiano, que são as componentes do vetor Força Centrípeta. Devem perceber que, no movimento circular, a força centrípeta possui módulo constante e direção variável, ao passo que cada uma de suas componentes possuem módulos variáveis e direções constantes. Essa etapa é importante para a etapa seguinte, por fornecer o suporte necessário para a dedução da expressão da aceleração centrípeta.

#### *4.3.6 Etapa 6 – Aula expositiva*

A etapa 6, destinada à dedução da fórmula da Aceleração Centrípeta, apresenta-se em uma aula. A ideia é partir da decomposição da força centrípeta em suas componentes perpendiculares e, a partir daí, obter a expressão do módulo da aceleração centrípeta em termos das suas componentes. Com as componentes da aceleração já conhecidas, em termos de funções horárias cosseno (direção x) e seno (direção y), obtém-se o módulo da aceleração centrípeta.

Para a boa conclusão dessa etapa, os estudantes deverão, antes, a partir do vídeo de apoio (que indica os dois movimentos formados pela sombra do sistema pêndulo cônico), compreender a necessidade da existência de uma força para a produção de um movimento circular. Além disso, precisam reconhecer que essa força centrípeta é a resultante da composição da força peso com a tensão produzida pela corda que sustenta o pêndulo. Ao final, o estudante deve perceber que a aceleração centrípeta deve estar correlacionada, necessariamente, com o módulo da velocidade (tangencial) do pêndulo.

#### *4.3.7 Etapa 7 – Questionário final*

A etapa 7 apresenta-se em uma aula e destina-se à aplicação de um questionário final (Anexo II), subsidiado por dois textos, composto por quatro questões que buscam verificar indícios de aprendizagem significativa. A ideia é colocar os estudantes em um contexto diferenciado de demanda dos conhecimentos que se presume que eles tenham adquirido, em virtude da aplicação da sequência didática.

Esse contexto diferenciado consiste na introdução de outro movimento oscilatório, diferente dos apresentados, a saber, o movimento de cargas elétricas puntiformes, em um condutor, para a geração de ondas eletromagnéticas. Em seguida, solicita-se a criação de um mapa conceitual que inclua todos conceitos que foram tematizados, de uma forma que permita exibir a hierarquia entre os conceitos que são os potenciais subunçores, os potenciais subsumíveis, além de outros elementos eventualmente adicionais.

## **CAPÍTULO 5**

### **Aplicação do Produto Educacional**

Este capítulo descreve o relato da aplicação do produto educacional. As atividades da sequência didática serão registradas mencionando o comportamento dos estudantes em cada atividade proposta.

#### **5.1 Introdução**

O produto educacional foi aplicado em uma instituição de ensino pública estadual, da cidade de Santo Antônio do Descoberto em Goiás, em uma turma de 2ª série do Ensino Médio, com estudantes da faixa etária de 15 a 16 anos, num total de 8 aulas de 50 minutos. Diante do desenvolvimento das atividades propostas, foram observados os comportamentos e o desempenho dos estudantes com o objetivo de avaliar uma possível aprendizagem significativa sobre a temática do Movimento Harmônico Simples e seus conceitos.

A turma era composta por 43 matriculados, mas, em média, somente 34 alunos participaram ativamente das atividades propostas em sala de aula.

A aplicação do produto educacional envolveu atividades de natureza qualitativa e quantitativa, visando à descrição de situações, de conceitos e de expressões matemáticas. As atividades realizadas na sequência foram devidamente registradas por meio de fotografias, anotações realizadas pelos estudantes, além das observações do professor, no contato direto com os alunos, em sala de aula, diante da situação didático-pedagógica.

Começamos por apresentar nossos objetivos gerais e específicos, bem como as hipóteses de trabalho. Em seguida, apresentamos a metodologia de trabalho empregada e em seguida, a descrição das etapas da aplicação.

#### **5.2 Objetivos e Hipóteses de Trabalho**

O trabalho foi construído a partir da hipótese de que o uso de conceitos do Movimento Circular Uniforme, adquiridos na 1ª série do Ensino Médio, podem ser utilizados como subsunçores para a assimilação de conceitos do Movimento

Harmônico Simples, na introdução ao estudo da física ondulatória, no âmbito da 2ª série do Ensino Médio.

Constituem objetivos gerais deste trabalho:

- I. Construir um produto didático-pedagógico que consista em um candidato a instrumento de subsunção, tal que os conceitos do Movimento Circular Uniforme sejam utilizados como potenciais subsunçores para a assimilação de conceitos do Movimento Harmônico Simples, pela exploração do comportamento de um pêndulo cônico.
- II. Estudar o possível impacto positivo que o uso de *softwares* educacionais, como base para a construção e desenvolvimento de conceitos físicos, permite alcançar como, de fato, um facilitador da aprendizagem.
- III. Estudar o possível impacto positivo que a comparação de dois movimentos distintos, mas oriundos de um mesmo sistema físico, permite alcançar no sentido de integrar, de forma mais efetiva, os conceitos físicos e suas definições matemáticas formais.

Os objetivos específicos do trabalho são:

- I. Estruturar uma sequência didática para a construção e desenvolvimento de conceitos físicos do Movimento Harmônico Simples, a partir de um movimento presumivelmente distinto, o Movimento Circular Uniforme.
- II. Utilizar os gráficos gerados pelo *software* Tracker como instrumento visual para verificação de relação entre movimentos destacados.
- III. Identificar as funções horárias, a partir de informações dos gráficos, comuns aos dois movimentos, indicando os elementos correlatos.
- IV. Utilizar outros contextos, com a apresentação de movimentos aparentemente distintos, para a verificação de indícios de aprendizagem significativa associada com a aplicação do candidato a instrumento de subsunção.

### 5.3 Metodologia

O nosso produto educacional foi desenvolvido com base nos preceitos da metodologia educacional desenvolvida por Polito e De Barcellos Coelho para a viabilizar a aplicação da teoria de aprendizagem de David Ausubel (cf. Capítulo 2). Como métodos complementares, lançamos mão de recursos analógicos e de recursos tecnológicos, em particular, de um *software* educacional denominado Tracker (cf. Capítulo 4).

Com base nesses elementos, propusemos uma sequência didática em oito etapas (cf. Capítulo 4). Nessas etapas, procuramos incluir diversos instrumentos didáticos que promovessem íntima conexão entre os dois tipos de movimentos, circular uniforme e harmônico simples, bem como entre seus conceitos matemáticos.

Ao final da sequência didática, incluímos os mapas conceituais – conforme descritos por Novak e Gowin (1984) – para organizar os conceitos assimilados ao fim da aplicação.

Para a prospecção dos potenciais subsunçores, utilizamos de um questionário inicial (Anexo I). Ele foi desenvolvido para evocar conceitos já conhecidos pelos aprendizes na série anterior, a partir de um trecho do livro “Alice. Edição Comentada (2002)”. Algumas questões foram exploradas a fim de reconhecer esses (potenciais) subsunçores. Esse teste contém a leitura do texto antes da aplicação do questionário para prospecção dos elementos subsunçores. A primeira leitura do texto se deu por parte do professor, em voz alta. Dala-Bona (2017) indica que a leitura em voz alta, pelo professor, configura-se uma estratégia decisiva de mediação da leitura, fundamental para provocar na criança e nos jovens o interesse pela leitura e a habilidade de concentração.

Antes de inserir o uso do *software*, em nosso trabalho, utilizamos, como elemento motivador, uma obra cinematográfica, a saber, o documentário “O Universo”, 2ª temporada, episódio 15. Sabendo que os alunos haviam estudado o movimento circular na série anterior, optamos por introduzir, na sequência didática, uma experiência visual com movimentos circulares realizados pelos astros para relembrar uma instância potencialmente interessante, para os alunos, de objetos que giram, na natureza. Pereira (2017), destaca a importância da utilização do cinema como importante veículo didático-pedagógico, em sala de aula, e confirma o aumento de motivação e participação, nas situações de ensino.

Os materiais utilizados nessa sequência didática apresentam o desenvolvimento do vínculo entre o Movimento Circular Uniforme e o Movimento Harmônico Simples através de: visualização de um vídeo caseiro que mostra um sistema físico que exhibe movimento harmônico simples e movimento circular; análise do movimento das sombras, no *software* Tracker; geração de gráficos; comparação dos gráficos, obtidos em diferentes perspectivas, das posição, velocidade e aceleração dos movimentos; descrição das funções horárias para os dois movimentos e comparação entre as funções horárias.

Para a investigação sobre indícios de aprendizagem significativa, seguimos a prescrição ausubeliana, segundo a qual o contexto de testagem deve ser qualitativamente diferenciado do contexto de aprendizagem. Neste sentido, ao fim da sequência, como instrumentos de avaliação, usamos dois textos a respeito de ondas eletromagnéticas, com parte do material proveniente do Grupo de Reelaboração do Ensino de Física - GREF, que é um grupo de professores da rede estadual de ensino de São Paulo, coordenado por docentes do Instituto de Física da USP.

## **5.4 Relato de Aplicação**

### *5.4.1 Etapa 1: Teste prévio*

A sequência se iniciou com a aplicação de um questionário prévio que visou apresentar e descrever um movimento oscilatório hipotético e, com isso, identificar se conceitos como os de periodicidade, frequência, ponto de equilíbrio de um movimento periódico e força restauradora, estavam presentes como conhecimento sedimentado, entre os estudantes.

O questionário impresso possui um trecho do livro “Alice. Edição Comentada (2002)”, relatando um movimento hipotético de Alice que se repete. A partir do texto, foi solicitado que os alunos respondessem ao questionário com quatro questões abertas, para evitar obter respostas automáticas.

O tempo disponível para responder ao questionário foi de 50 minutos. Para a realização do teste, foi preferível que a primeira leitura do texto acontecesse em voz alta, pelo professor, para alcançar a atenção dos alunos e concentração na atividade. Após a leitura, um aluno sugeriu que ele mesmo desenhasse, na lousa, a situação descrita pelo texto: a queda de Alice por um buraco, na superfície da Terra, passando



pelo seu centro e estendendo-se até a superfície, no lado oposto. Feito isso, os alunos responderam ao questionário, alguns com algumas dúvidas pontuais com relação à interpretação do texto.

Figura 15 - Sala de aula - alunos respondendo ao questionário do teste prévio



FONTE: Própria autora

Após a aplicação e recolhimento do questionário, os alunos, em grupos constituídos por afinidade, iniciaram um debate sobre a atividade e as possíveis respostas para as questões. Nesse momento, solicitei que o debate passasse a ser feito com a turma inteira e discutimos sobre cada questão.

Em seguida, fizemos algumas correções das dúvidas apontadas, como a periodicidade do movimento da Alice na queda, o ponto de equilíbrio desse movimento, a existência de uma força de restauração e o período e a frequência, associados com esse movimento repetitivo.

Nesse momento de correção, pôde-se perceber que somente parte dos estudantes apresentavam os conhecimentos prévios a respeito dos conceitos que julgamos necessários para o andamento da sequência didática, como os de período e frequência. Diante disso, optamos por dar mais ênfase a esses dois conceitos na etapa dois.

#### 5.4.2 Etapa 2: Documentário: *Planetas Alienígenas*

A segunda aula da sequência iniciou-se apresentando aos alunos uma obra cinematográfica que exibiu movimentos planetários, como modelos de movimentos circulares. Essa etapa visava motivar os alunos ao estudo do movimento harmônico simples, como movimentos que são igualmente periódicos.

Figura 16 - Imagem pausada do episódio apresentado aos alunos



FONTE: Netflix

Figura 17 - Atividade 2 - Exibição de um episódio do documentário apresentado



FONTE: Própria autora

Ao final da reprodução, comentamos sobre o episódio apresentado; destacamos os movimentos constantes e circulares dos planetas apresentados e os diferentes períodos dos planetas.

Os alunos relataram que gostaram de ver a simulação dos movimentos planetários, comentaram sobre as diferentes cores e tamanho dos planetas, acharam as informações dos especialistas interessantes, comentaram que não é o gênero de série que costumam assistir, neste caso, um documentário, e solicitaram mais reproduções como essa.

Nessa etapa, intencionalmente os conceitos de período e frequência fizeram parte da aula. Foi dada grande ênfase na apresentação dos períodos de translação dos diferentes planetas, principalmente nas discussões que se seguiram, após a reprodução do episódio. O conceito de frequência dos movimentos planetários também foi abordado.

Essa atividade funcionou como elemento motivador, na sequência didática, e não apresenta, portanto, uma avaliação quantitativa vinculada. A avaliação ocorreu de forma qualitativa e episódica, a partir da observação da participação dos alunos, na atividade proposta.

### 5.4.3 Etapa 3: Aula expositiva – Pêndulo Cônico

Na terceira aula da sequência, apresentamos o sistema físico pêndulo cônico, constituído por um corpo de massa  $m$ , preso a um ponto fixo, por um fio de comprimento conhecido, e pendendo sob a ação da gravidade. Apresentamos aos estudantes os materiais utilizados para a confecção do pêndulo, bem como o modo como ele foi disposto, para a gravação, em vídeo, de seu movimento.

Essa aula, portanto, foi baseada na apresentação de um vídeo, produzido por mim, com o auxílio do *powerpoint*. Os alunos observaram o movimento do pêndulo, a partir de duas perspectivas visuais distintas, para possibilitar a conexão entre os movimentos das sombras geradas.

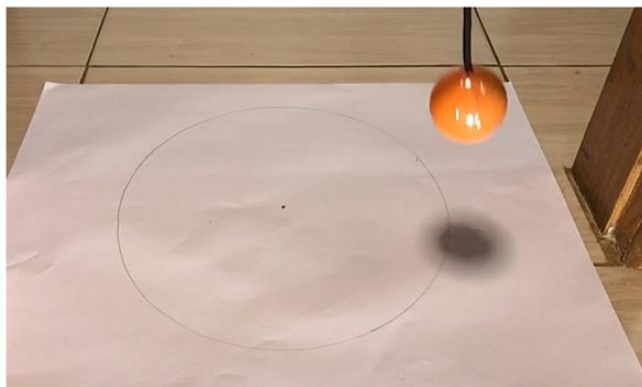
Figura 18 - Pêndulo Cônico constituído por um corpo de massa  $m$  preso a um ponto fixo por um fio de comprimento conhecido



FONTE: Própria autora

Figura 19 - Reprodução da apresentação de *powerpoint* da sequência. Vídeo do movimento circular do pêndulo cônico

❖ O vídeo apresenta o movimento circular que o pêndulo cônico executa com trajetória circular de raio  $R$ .



FONTE: Própria autora

Assim que reproduzimos o vídeo, os alunos solicitaram sua repetição e explicação. Nesse momento, tratamos qualitativamente dos conceitos de período e de frequência do movimento circular.

Figura 20- Sala de aula - Apresentação da aula 3



FONTE: Própria autora

#### 5.4.4 Etapa 4: Aula expositiva – Pêndulo Cônico e Tracker

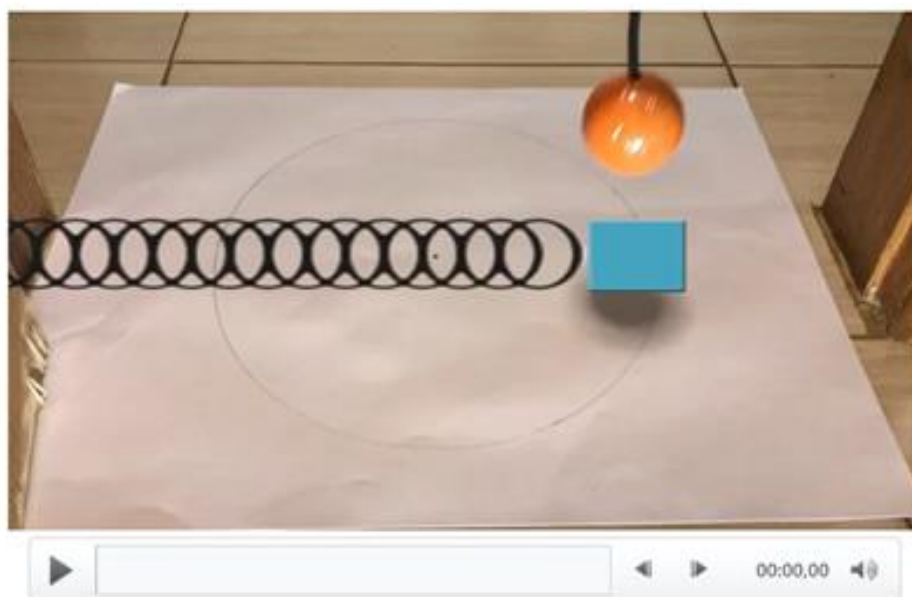
Nessa etapa, fizemos o uso do *software* Tracker. Inicialmente, abordamos brevemente conceitos associados com grandezas angulares, no movimento circular. Em uma apresentação de tela, expusemos, com uso de gráficos, os conceitos de área angular e deslocamento angular, indicando a diferença entre ambos. Esses dois conceitos foram desenvolvidos na série anterior. A apresentação de tela apresentada encontra-se no Apêndice, aula 4.

Após a exposição breve dessas grandezas, apresentamos os gráficos gerados pelo *software* Tracker do movimento harmônico simples. Ao longo da exposição, os gráficos foram apresentados em forma de vídeo e gradativamente, à medida que o movimento acontecia, o *software* Tracker gerava os gráficos. Os gráficos apresentados nesta etapa foram, em ordem, posição x tempo, velocidade x tempo e aceleração x tempo da sombra gerada pelo pêndulo cônico, do MHS.

Propositalmente, junto à apresentação dos gráficos gerados pelo *software* Tracker, todos tinham seus gráficos correspondentes, para comparação. Usamos os gráficos posição x tempo, velocidade x tempo e aceleração x tempo do MHS do livro “Uma Abordagem Estratégica - Randall D. Knight - Vol 1 - 2ª Ed 2009”. Conforme o *software* gerava o gráfico do movimento, ao lado da apresentação havia um gráfico pronto, apresentado pelo livro.

À medida que as variáveis iam mudando, de posição para velocidade e, em seguida, para aceleração em relação ao tempo, era dada ênfase na mudança da função representada: para a posição e aceleração, obtínhamos o gráfico da função cosseno e, para velocidade, da função seno.

Figura 21- Reprodução da apresentação de *powerpoint* da sequência. Vídeo do movimento circular e comparação com massa mola simulado.



FONTE: Própria autora

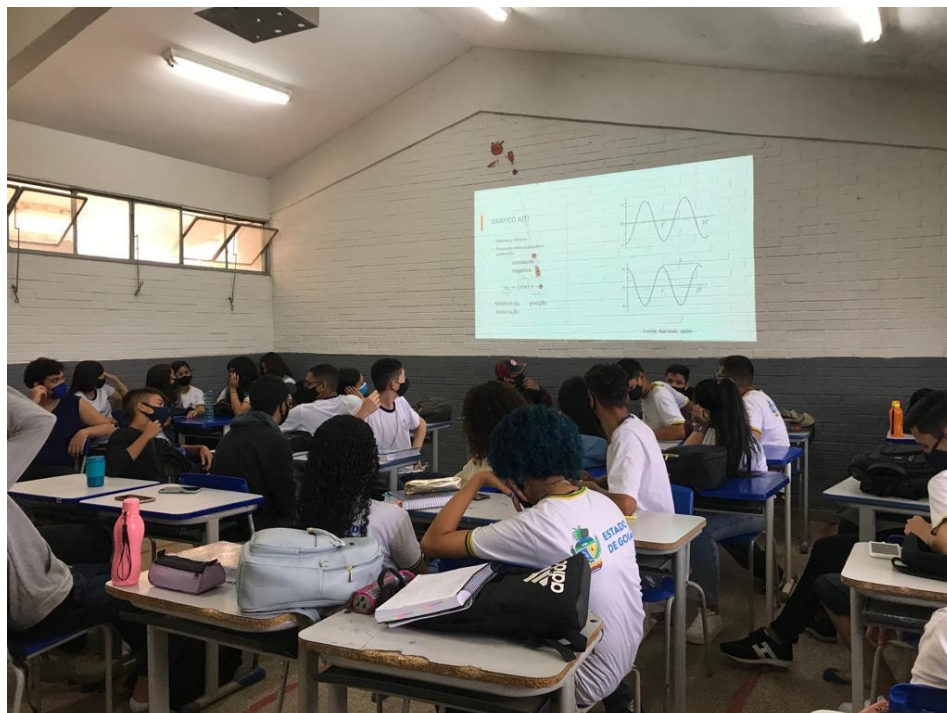
Em seguida, os alunos identificaram as funções posição e aceleração oscilando com diferença de fase de  $180^\circ$ , para verificar que a posição e a aceleração resultavam na mesma função horária (vide figura 22).

Para inferir a proporcionalidade entre posição e força, usamos a Segunda Lei de Newton, indicando o sinal negativo da posição, o que mostrava que a força tinha sinal contrário e, portanto, estava sempre apontando na direção da origem da reta real. Nesse momento, além da tela apresentada pelo *powerpoint*, fizemos o uso do quadro branco para melhores explicações. As expressões utilizadas para foram desenvolvidas como:

$$ma_x = m (cte) x \quad (5.1)$$

$$F = -k \cdot x \quad (5.2)$$

Figura 22– Sala de aula identificando a relação entre os gráficos da posição e aceleração do Movimento Harmônico Simples.



Fonte: Própria autora

A partir dos gráficos gerados via Tracker, foram comparadas as equações horárias da velocidade e aceleração. Ao longo dessa etapa, foi esclarecido, aos alunos, que os movimentos da sombra do sistema pêndulo cônico apresentam duas perspectivas de análise, o que visualmente já nos indicava a conexão entre os movimentos MCU e MHS.

#### 5.4.5 Etapa 5: Aula expositiva – Definição de Força Centrípeta

Nessa etapa, apresentamos aos alunos a definição da Força Centrípeta no Movimento Circular Uniforme. Utilizamos o *powerpoint* para apresentação das equações e gráficos como facilitador e para melhor visualização do conteúdo programado para a aula.

Aqui, identificamos as forças nas direções  $x$  e  $y$  do plano cartesiano apresentado. Inicialmente, apresentamos, novamente, o vídeo do pêndulo cônico para chamar a atenção para o movimento circular da sombra. Na sequência, apresentamos aos alunos o plano cartesiano para identificação das forças nas direções  $x$  e  $y$ . Primeiramente, os alunos puderam ver a construção dos eixos cartesianos, no quadro,

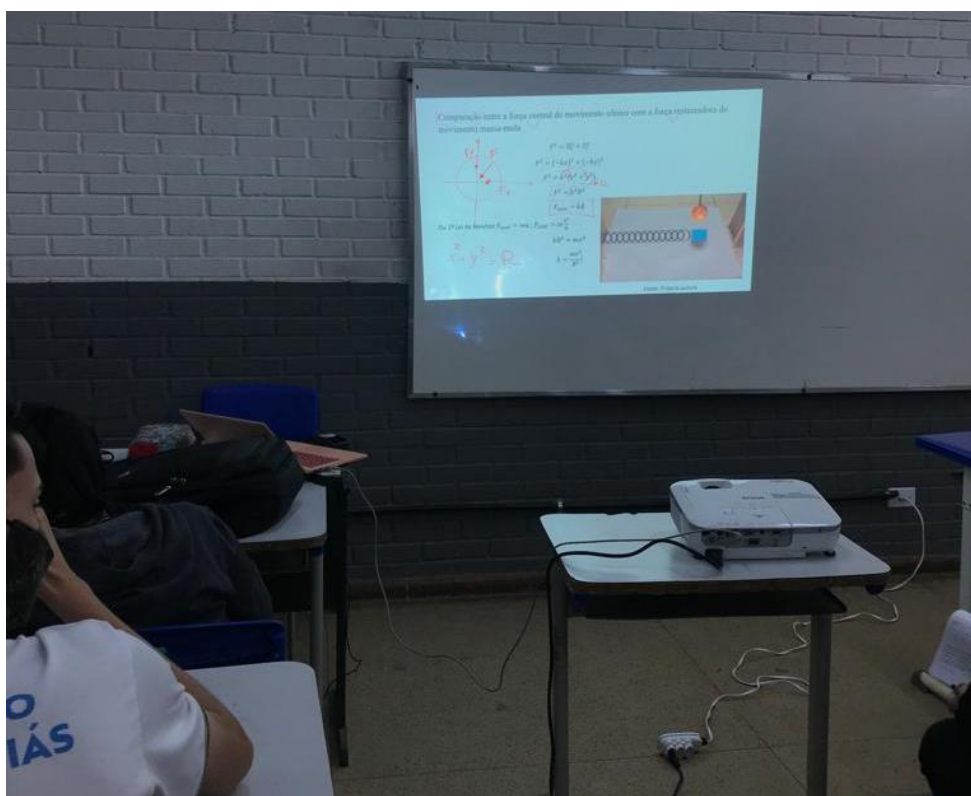


e então, adicionamos as forças para assim visualizar a composição da Força Centrípeta.

#### 5.4.6 Etapa 6: Aula expositiva – Dedução da Força Centrípeta

A sexta aula da sequência foi dedicada a desenvolver a derivação da equação da aceleração centrípeta, no Movimento Circular Uniforme.

Figura 23– Sala de aula dedução da Força Centrípeta



Fonte: Própria autora

A figura 23 apresenta parte da derivação da equação da Força Centrípeta, juntamente com algumas anotações que foram feitas durante a exposição, como a representação do círculo no eixo cartesiano, por meio da apresentação de *powerpoint*, utilizada como ferramenta para exibição das equações.

Também usamos o *powerpoint* para exibir o vídeo do pêndulo cônico, os gráficos e para apresentar a dedução da equação da aceleração centrípeta. Essa atividade se articulou integralmente em torno de finalizar, com base no terceiro esquema de subsunção, a relação entre os conceitos do MCU e os conceitos do MHS.

Inicialmente, apresentamos aos alunos as equações horárias do movimento circular e do sistema massa-mola, esse, referido a dois eixos perpendiculares entre si. Ao todo, tínhamos quatro equações, já que usamos a descrição do movimento circular projetado em dois eixos cartesianos perpendiculares, x e y, como indicadas a seguir:

$$\text{Movimento Circular} \quad x(t) = R\cos(\omega t) \quad (5.3)$$

$$\text{Movimento Circular} \quad y(t) = R\sin(\omega t) \quad (5.4)$$

$$\text{Massa Mola} \quad x(t) = A\cos(\omega t) \quad (5.5)$$

$$\text{Massa Mola} \quad y(t) = A\sin(\omega t) \quad (5.6)$$

Assim que as equações foram exibidas, indicamos a analogia entre os mesmos elementos para os dois movimentos: o raio R, do círculo, e a amplitude A, do sistema massa mola, bem como as mesmas frequências angulares  $\omega$ , para os dois movimentos.

Após a indicação das equações, relacionamos a frequência angular  $\omega$  com a frequência  $f$ , inversamente proporcional ao período T. Esclarecemos que, no movimento cônico, o movimento é circular uniforme, assim os ângulos instantâneos são diretamente proporcionais ao tempo. Com base na descrição de uma volta completa, em torno do círculo, indicamos a relação entre o ângulo  $2\pi$  e o período T. Assim, relacionamos a frequência angular com a frequência linear do MHS. Multiplicando a frequência angular pelo raio R, do círculo, obtivemos a velocidade linear.

A dedução da aceleração centrípeta a partir de elementos do MHS, vistos ao longo da sequência, reforçava a conexão entre os dois movimentos observados, MCU e MHS.

Ao final da aula, apresentamos as condições para o Movimento Harmônico Simples. Destacamos que *todos* os problemas de MHS podem ser resolvidos como um problema de um sistema massa-mola. Em particular, destacamos a proporcionalidade entre a força restauradora e o deslocamento, a partir da posição de equilíbrio.

Figura 24- Reprodução da apresentação do vídeo do movimento circular e comparação com massa mola simulado.



FONTE: Própria autora

#### 5.4.7 Etapa 7: Questionário Final

A sexta aula da sequência realizou-se com a aplicação de um questionário que visava apresentar um movimento completamente diferente dos movimentos apresentados. Com os resultados desse questionário, esperávamos concluir se a sequência didática foi bem-sucedida, verificando se havia indícios de aprendizagem significativa. O questionário possuía quatro questões e foi introduzido pela leitura de um texto, o qual apresentava uma nova situação, no caso, o movimento dos elétrons em um condutor, na geração de ondas de rádio.

Esse primeiro texto (anexo II), abordava informações sobre o movimento dos elétrons em aparelhos de comunicação, como rádio e TV. Essa competência ainda não é conhecida, pois se trata de conteúdo para a série seguinte, dessa forma, optamos por apresentar um texto agradável e curioso, Em seguida, apresentamos o questionário que envolve a interpretação do texto lido.

Após a leitura do texto I, em voz alta, solicitamos que os alunos respondessem às duas primeiras questões, sendo a primeira a respeito de uma pesquisa e a segunda a respeito da interpretação do texto. Os estudantes que puderam, fizeram a pesquisa em seus aparelhos celulares e, em seguida, responderam à questão 2.

Em seguida, antes de apresentar a leitura do texto II, fizemos uma dinâmica, a partir da apresentação do movimento de uma onda se propagando em uma corda. A primeira parte da dinâmica concentrou-se no aspecto espacial do movimento da onda, ou seja, na forma da corda, quando fotografada e apresentada instantaneamente. A segunda parte da dinâmica estava envolvida com o aspecto temporal.

Na primeira parte, foi possível visualizar uma função de aparência senoidal, estendida no espaço. Na segunda parte, foi feita a visualização do MHS, concentrando-se na observação do movimento de um ponto fixo, na corda.

Para a primeira parte da dinâmica, usamos um aparelho celular com câmera para fotografar o movimento da corda e observar a função de aspecto senoidal. Os estudantes tinham noção do que era uma onda e a visualizaram primeiramente sob perspectiva espacial. A figura 25 nos mostra uma fotografia, feita por um estudante, do movimento na corda.

Figura 25– Sala de aula - Onda senoidal -verificação do aspecto espacial da onda



FONTE: Própria autora

Para a segunda parte da dinâmica, solicitei ajuda de um estudante para prender duas fitas, ao longo da corda. Ao prender as fitas, solicitamos que os estudantes reparassem no movimento das fitinhas, a partir do movimento de onda da corda, e comentassem sobre o seu movimento. Aqui, os estudantes citaram alguns movimentos, de forma errônea, até que um estudante percebeu o movimento de “sobe e desce” das fitinhas, visto que as fitinhas estavam presas à corda. Por fim,

perceberam que as fitas realizavam um movimento similar a um MHS, na vertical. A figura 26 exibe a fotografia da segunda parte da dinâmica, com as duas fitas presas à corda.

Figura 26– Sala de aula - Duas fitas presas à corda para visualização do MHS



FONTE: Própria autora

Em seguida, realizamos a leitura do texto II (anexo II). Nele, exibimos informações mais técnicas, relacionadas com o movimento dos elétrons. O ponto mais importante da leitura do texto inicia-se pela frase: “Um dos métodos para fazer uma carga puntiforme emitir ondas eletromagnéticas consiste em fazê-la oscilar com movimento harmônico simples...”. Em seguida, a leitura tornou-se mais profunda, com mais informações sendo apresentadas.

Incluso ao texto, apresentamos um glossário, com informações sobre termos que os estudantes, em princípio, desconhecem, tais como: carga puntiforme, radiação eletromagnética, comprimentos de ondas macroscópicas e frequência de ressonância. O objetivo era esclarecer o significado desses termos, de modo que isso não representasse um empecilho para a interpretação.

Junto à explicação dos termos no glossário, comentamos sobre o que é uma onda eletromagnética, mostrando um desenho que ilustra o modo como o campo elétrico e o campo magnético estão presentes.

O questionário, na sequência, define  $E_0$  e  $B_0$  como sendo a amplitude dos campos elétrico e magnético e solicita que os estudantes descrevam matematicamente a forma espacial das ondas eletromagnéticas, e façam a descrição matemática da intensidade do campo elétrico e do campo magnético, fixado um ponto do espaço, ao longo do tempo. Solicita-se, também, que comparem as ondas eletromagnéticas com o pêndulo cônico e com o sistema massa-mola.

Após a leitura do texto II, também em voz alta, observamos os estudantes abrindo os cadernos para acessar as anotações que foram feitas ao longo da sequência. Solicitei que não usassem o caderno e expliquei que poderiam responder apenas com o que havia sido aprendido e fixado.

Por fim, solicitamos que os estudantes, individualmente, elaborassem um mapa conceitual, contendo todos os elementos que foram abordados, ao longo da sequência. Neste caso, poderiam usar o caderno para recapitular os conceitos que foram estudados. Os alunos deveriam entregar seus mapas conceituais na aula seguinte, pois o tempo disponível, naquela mesma aula, havia findado.

## CAPÍTULO 6

### Discussão dos Resultados da Aplicação

Neste capítulo, detalham-se os resultados que surgiram ao longo da aplicação do nosso projeto. São apresentadas impressões pessoais, opiniões dos estudantes sobre as atividades, mapas conceituais e respostas aos questionários.

Todos os resultados coletados foram levantados para fazer uma avaliação preliminar das qualidades e dos defeitos do produto educacional, por meio da verificação de indícios de aprendizagem significativa. Evidentemente, contudo, não há que se falar em dados, do ponto de vista estatístico.

O presente capítulo está dividido em três subseções. A *primeira subseção* detalha a análise do questionário inicial para a prospecção dos possíveis subsunçores e da aplicação do elemento motivador, ou seja, da aplicação do documentário. A *segunda subseção* refere-se às atividades de implementação do candidato a instrumento de subsunção. A *terceira subseção* detalha a análise do questionário final aplicado e dos mapas conceituais produzidos pelos estudantes.

Ao longo da aplicação, recolheu-se diversas informações, entretanto, foram analisadas apenas algumas respostas, consideradas as mais relevantes e mais reproduzidas e/ou representativas do comportamento geral dos estudantes.

### 6.1 Prospecção de Subsunçores

#### 6.1.1 Análise do Questionário Prévio

O questionário inicial (Anexo I) contém quatro questões e foi utilizado tanto como elemento de contextualização e apresentação de conceitos, quanto como instrumento de coleta de informações sobre conhecimentos prévios necessários para o prosseguimento da sequência. Nessa atividade, participaram 34 estudantes, os quais realizaram a leitura de um texto que descreve o movimento hipotético de Alice, personagem do texto aplicado. Antes dos alunos responderem, solicitamos que os estudantes ignorassem a rotação do planeta Terra em torno de seu próprio eixo.

Não analisaremos as quatro questões unificadamente. Elas devem ser analisadas de forma independente uma da outra, pois, a princípio, não possuem vínculos entre os conceitos. Identificamos as respostas apresentadas pelos alunos

usando a letra A, de aluno, seguido do número correspondente à posição que ocupa na lista de frequência (ordem alfabética). As questões apresentadas foram as seguintes:

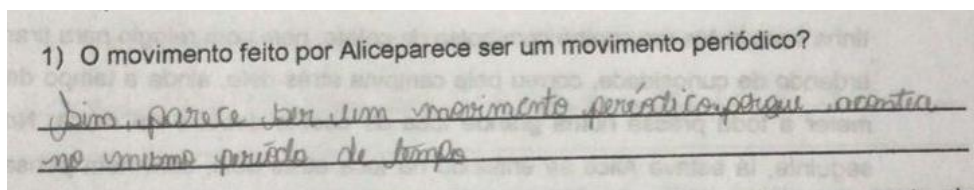
- 1) O movimento feito por Alice parece ser um movimento periódico?
- 2) No movimento de “queda” ou de oscilação da Alice, existe um ponto de equilíbrio?
- 3) Alguma força faz a Alice cair quando chega a abertura do outro extremo. Qual poderia ser a força?
- 4) Sabendo o tempo de queda para atravessar a Terra, é possível calcular o período e a frequência do movimento de oscilação da Alice? Explique.

A *primeira questão* teve como objetivo a identificação de um movimento periódico hipotético, de “vaivém”. A questão sugere a possibilidade do movimento ser periódico. Os estudantes, nesse caso, precisam identificar que o movimento poderia ser periódico, com a condição de *repetição de queda, com mesmo intervalo de tempo*. A periodicidade de um movimento foi abordada a partir da apresentação do Movimento Circular Uniforme na 1ª série do Ensino Médio.

Dentre os 34 alunos, sete responderam à primeira questão de maneira idêntica à essa:

Aluno A7:

Figura 27- Resposta da questão 1 - Aluno A7



Fonte: Própria Autora

A transcrição da escrita do aluno A7 (figura 27):

“Sim, parece ser um movimento periódico porque acontece no mesmo período de tempo.”

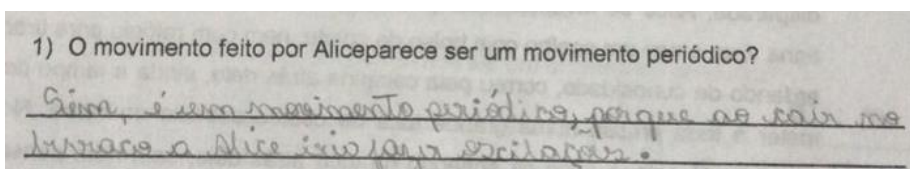
O aluno A7 e os outros seis estudantes, com resposta análoga, apresentaram noção de movimentos que se repetem, após a descrição do movimento hipotético da queda de Alice. Em suas respostas, incluíram a importância do *movimento se realizar com intervalos de tempo iguais*.



Dentro dos dados coletados, identificamos algumas respostas menos específicas do que as respostas do tipo do aluno A7. Esses estudantes não citaram a importância do movimento com intervalos de tempo iguais. Apresentamos três delas (figuras 28, 29, 30):

Aluno A20:

Figura 28- Resposta da questão 1 - Aluno A20



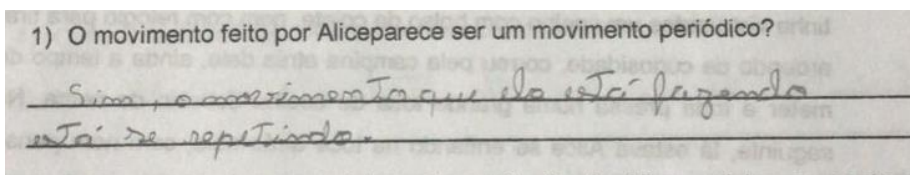
Fonte: Própria Autora

A transcrição da escrita do aluno A20 (figura 28):

“Sim, é um movimento periódico, porque ao cair no buraco a Alice iria fazer oscilações.”

Aluno A35:

Figura 29- Resposta da questão 1 - Aluno A35



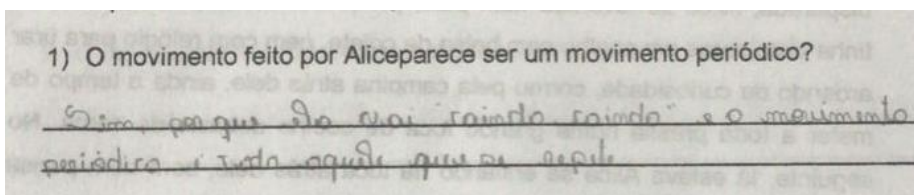
Fonte: Própria Autora

A transcrição da escrita do aluno A35 (figura 29):

“Sim, o movimento que ela (Alice) está fazendo está se repetindo.”

Aluno A32:

Figura 30- Resposta da questão 1 - Aluno A32



Fonte: Própria Autora

A transcrição da escrita do aluno A32 (figura 30):

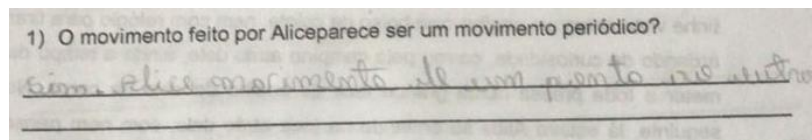
“Sim, porque ela (Alice) vai caindo e o movimento periódico é todo aquele que se repete”.

A partir das respostas desses estudantes, apresentadas nas figuras 28, 29 e 30, percebemos que esses estudantes compreendem a *repetição* como importante especificidade de um movimento periódico.

Percebemos pelo menos três respostas que se apresentaram confusas. Seleccionamos uma delas, para exposição:

Aluno A39:

Figura 31- Resposta da questão 1 - Aluno A39



Fonte: Própria Autora

A transcrição da escrita do aluno A39 (figura 31):

“Sim. Alice (se) movimenta de um ponto a outro.”

Identificamos que esse estudante não menciona repetição do movimento, apenas indica que Alice se movimenta de um ponto a outro, nesse caso, não aponta também a importância do tempo, no movimento entre os extremos.

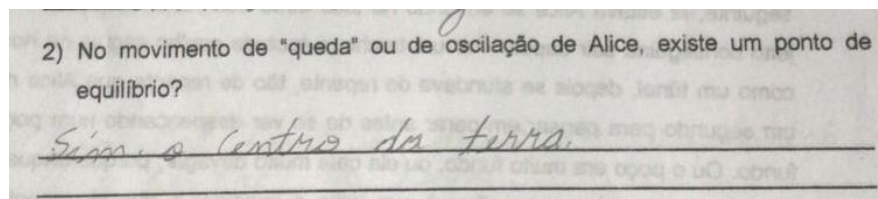
A *segunda questão*, teve como objetivo averiguar o que os estudantes conheciam a respeito do ponto de equilíbrio, em um movimento que oscila.

O texto expõe um movimento hipotético de queda, como um ‘vaivém’, e narra que, assim que Alice chega à abertura do buraco em qualquer extremo, torna a cair; portanto, os estudantes podem identificar a existência de um ponto de equilíbrio, no movimento em questão.

Dentre os 34 estudantes, seis responderam à segunda questão de maneira análoga a essa:

Aluno A12:

Figura 32 - Resposta da questão 2 - Aluno A20



Fonte: Própria Autora

A transcrição da escrita do aluno A12 (figura 32):

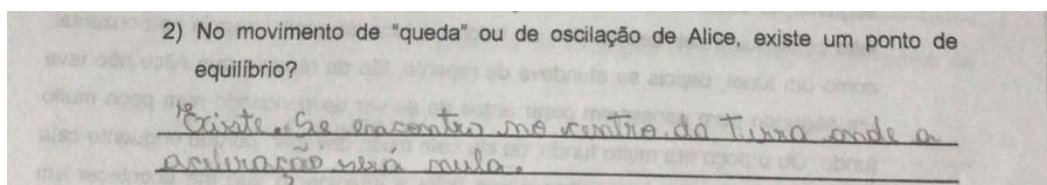
“Sim. O centro da Terra.”

O aluno A12 e os outros estudantes com resposta análoga à essa apresentaram noção do conceito de ponto de equilíbrio de um movimento que oscila e indicaram ser esse o centro da Terra.

Na análise do questionário, observamos 18 respostas como parecidas com a resposta do aluno A20, figura 33. Esse aluno identificou que, no ponto de equilíbrio, a aceleração era nula. Nesse caso, podemos analisar as respostas de duas maneiras: ou os estudantes (i) voltam ao texto no trecho: “... o objeto cairia com velocidade crescente, mas com aceleração decrescente até atingir o centro da Terra, ponto em que sua aceleração seria zero...” e copiam automaticamente a parte: aceleração zero no centro da Terra; ou os estudantes (ii) identificam que, no ponto de equilíbrio de um movimento periódico, a aceleração é zero.

Aluno A20:

Figura 33 - Resposta da questão 2 - Aluno A20



Fonte: Própria Autora

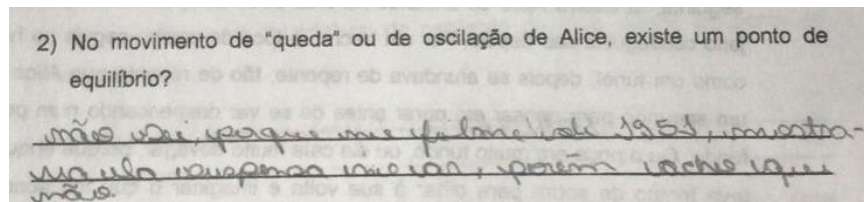
A transcrição da escrita do aluno A20 (figura 33):

“Existe. Se encontra no centro da Terra, onde a aceleração será nula.”

Em observação aos dados coletados, nos deparamos com a resposta do estudante A25, diferente e confusa:

Aluno A25:

Figura 34- Resposta da questão 2 - Aluno A25



Fonte: Própria Autora

A transcrição da escrita do aluno A25 (figura 34):

"Não sei porque no filme de 1951 mostrava ela suspensa no ar, porém acho que não".

Aqui, percebe-se que o estudante não indica que tem um ponto central, cita a respeito do filme e destoa a resposta da pergunta.

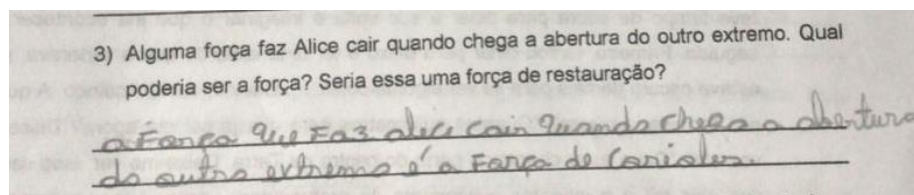
As outras respostas apresentaram-se um pouco confusas, mas não tão distantes da indicação do centro da Terra como o ponto de equilíbrio do movimento.

A *terceira questão*, teve como objetivo averiguar o que os estudantes conheciam sobre a força que mantém um movimento periódico. No texto, sempre que a Alice chegava aos extremos do buraco, tornava a cair e o movimento se repetia. Os alunos precisam identificar a existência de uma força, nesse movimento que se repete.

Dos 34 estudantes, percebemos com análise das respostas que cinco voltaram ao texto no trecho: "...ignorando-se a resistência do ar e a força de Coriolis que resulta da rotação da Terra..." e responderam que a força que faz Alice cair quando chega na abertura do outro extremo é a força de Coriolis.

Aluno A36:

Figura 35- Resposta da questão 3 - Aluno A36



Fonte: Própria Autora

A transcrição da escrita do aluno A36 (figura 35):

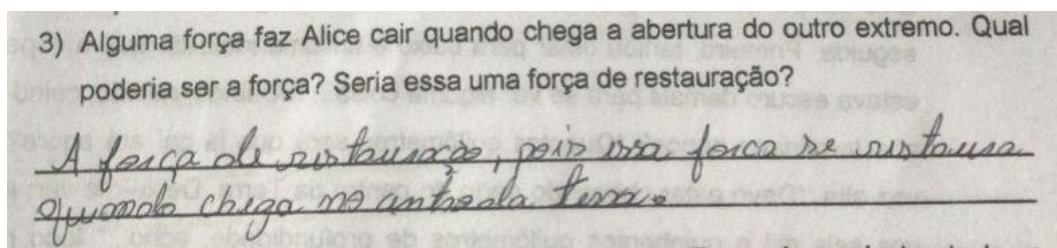
“A força que faz Alice cair quando chega a abertura do outro extremo é a força de Coriolis.”

Observando as cinco respostas como a do aluno A36, identificam-se falta de atenção à questão solicitada. É observado que alguns estudantes leem o texto e procuram palavras semelhantes para, automaticamente, responder à questão que “se parece” com o que foi lido e concluir a tarefa solicitada.

Dos 34 estudantes, notamos 16 respostas indicando a força de restauração, sem indicar outro nome para essa força.

Aluno A28:

Figura 36- Resposta da questão 3 - Aluno A28



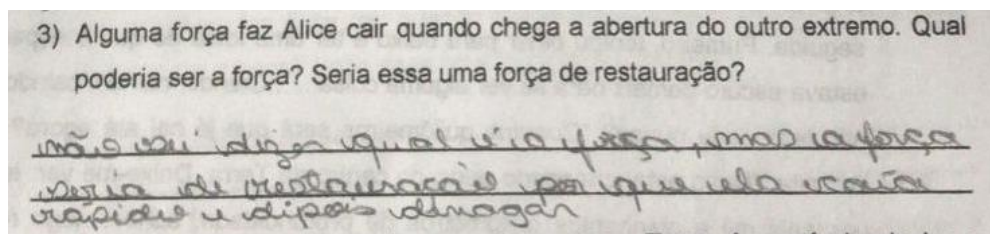
Fonte: Própria Autora

A transcrição da escrita do aluno A28 (figura 36):

“A força de restauração, pois essa força se restaura quando chega no centro da Terra.”

Aluno A25:

Figura 37- Resposta da questão 3 - Aluno A25



Fonte: Própria Autora

A transcrição da escrita do aluno A25 (figura 37):

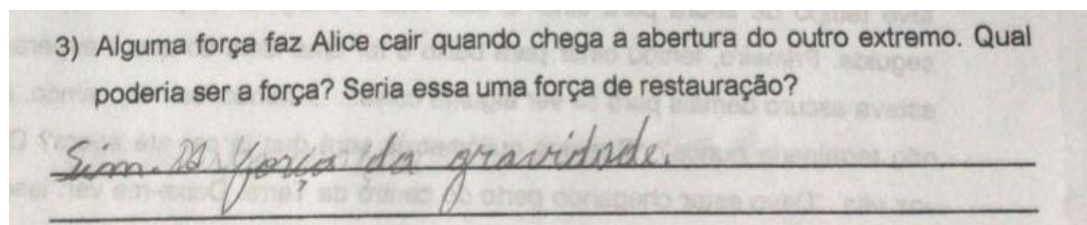
“Não sei dizer qual é a força, mas a força seria de restauração porque ela caía rápido e depois devagar”.

Apesar de serem mínimas as respostas diferentes, é preciso ter atenção a elas. O estudante A28 indicou a restauração, mas não considerou a força ser específica; o aluno A25 não soube identificar a força, mas indicou restauração, apesar de confundir a justificativa.

Dentre os 34 estudantes, seis responderam à terceira questão de maneira análoga aos estudantes A12 e A26:

Aluno A12:

Figura 38- Resposta da questão 3 - Aluno A12



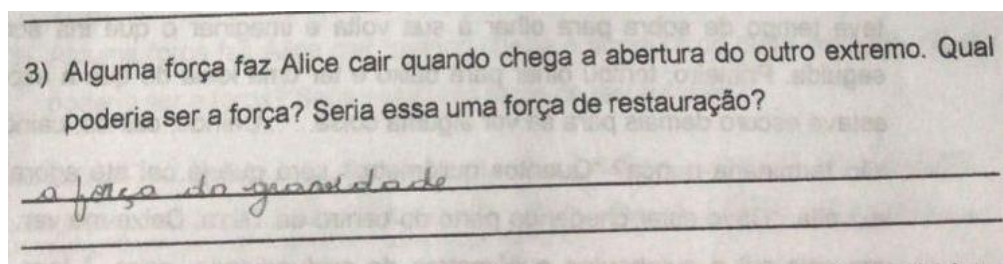
Fonte: Própria Autora

A transcrição da escrita do aluno A11 (figura 38):

“Sim. A força da gravidade”.

Aluno A26

Figura 39- Resposta da questão 3 - Aluno A26



Fonte: Própria Autora

A transcrição da escrita do aluno A26 (figura 39):

“A força da gravidade”.

Observamos que seis estudantes citaram a força gravitacional como responsável pelo movimento de queda. Esse conteúdo foi abordado na 1ª série do Ensino Médio em Cinemática - Queda Livre. Não seria incomum que essa resposta se repetisse. Existe boa compreensão a respeito da ação da gravidade.

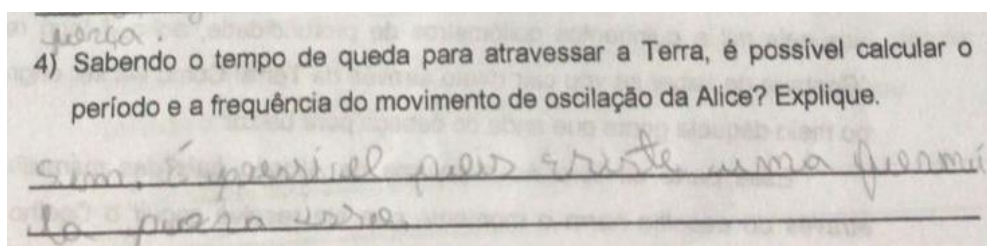
A *quarta* questão, teve como objetivo averiguar o que os estudantes conheciam a respeito do período e da frequência de um movimento que oscila, citado no texto.

Dentre os 34 estudantes, apenas cinco estudantes responderam com comentário sobre o período do movimento ser determinado pelo *tempo de uma oscilação completa*. A outra parte dos alunos relataram respostas mais desviadas das pretendidas.

Notamos muitas respostas indicando encontrar o período e a frequência com o uso de fórmulas. O aluno A31 exemplifica esse modelo de respostas.

Aluno A31:

Figura 40- Resposta da questão 4 - Aluno A31



Fonte: Própria Autora

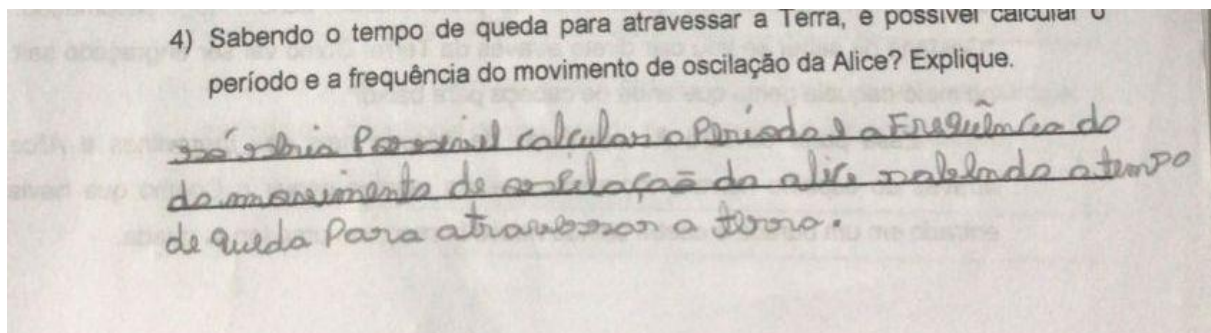
A transcrição da escrita do aluno A31 (figura 40):

“Sim, é possível pois existe uma fórmula para isso.”

Pudemos encontrar boas respostas. Pelo menos 10 estudantes responderam de maneira parecida com os estudantes A36 e A7. Esses estudantes indicaram que é possível calcular o período e frequência do movimento apesar de não indicar como.

Aluno A36:

Figura 41- Resposta da questão 4 - Aluno A36



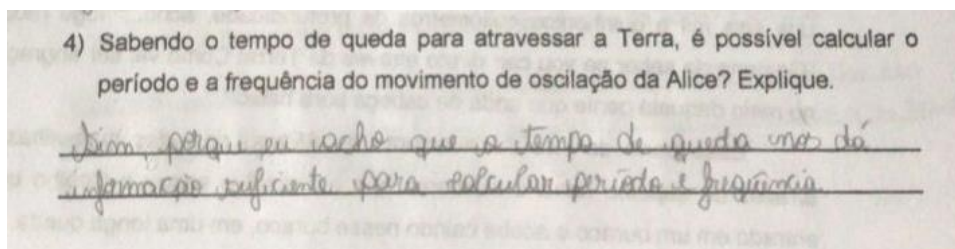
Fonte: Própria Autora

A transcrição da escrita do aluno A36 (figura 41):

“Só seria possível calcular o período e a frequência do movimento de oscilação da Alice sabendo o tempo de queda para atravessar a Terra.”

Aluno A7:

Figura 42 - Resposta da questão 4 - Aluno A7



Fonte: Própria Autora

A transcrição da escrita do aluno A37 (figura 42):

“Sim, porque eu acho que o tempo de queda nos dá informação suficiente para calcular período e frequência”.

Com a aplicação do questionário, foi possível observar algumas respostas importantes para a decisão sobre o andamento da sequência didática apresentada.

### 6.1.2 Análise do elemento motivacional

A segunda aula da sequência consistia em assistir, durante 45 minutos, um episódio do documentário da série “O Universo”. O episódio se encontra na 2ª temporada, episódio 15: “Planetas Alienígenas”. Além disso, foi utilizada mais uma aula de 50 minutos, para maiores explicações e comentários sobre o episódio apresentado.



A escolha do episódio foi feita por incluir a ilustração de movimentos circulares (periódicos), discorrendo sobre movimentos planetários, no nosso Sistema Solar, e de outros sistemas. Porém, quaisquer outras apresentações de movimentos circulares poderiam servir como estímulos para os estudantes.

Partindo da condição que os estudantes conhecem o Movimento Circular Uniforme e Gravitação Universal, desde a 1ª série do Ensino Médio, recordá-los iria fomentar os nossos próximos encontros.

No início da aula, esclarecemos a intenção do vídeo, visto que aplicá-lo sem relacionar com as aulas futuras poderia causar lacuna entre essa aula e as próximas.

Não foi solicitada a confecção de nenhum material e, portanto, nos atemos aos comportamentos demonstrados pelos estudantes. Para isso, questionamos e destacamos alguns pontos, em uma conversação:

- Os diferentes períodos de translação dos diferentes planetas: os estudantes visualizaram diversos planetas, em diversos sistemas, e eles mesmos destacaram as diferentes durações dos períodos de translação, ou seja, o tempo para que o movimento se repita.
- A relação entre os períodos e as frequências dos movimentos: questionamos sobre a frequência dos movimentos e alguns alunos confundiram o conceito com o período. Nesse momento, tratamos de resolver as diferenças. Alguns alunos comentaram sobre a existência de uma fórmula, entretanto trabalhamos a recordação do significado do conceito de frequência. Para isso, usamos o movimento de translação da Terra, ou seja, o tempo necessário para uma volta completa. Assim, acrescentamos a relação: uma volta é completada no tempo de um ano. Comentamos que a frequência é uma relação entre número de voltas/ciclos e a unidade de tempo utilizada. Os alunos participativos indicaram que lembravam dessa relação.
- A característica dos movimentos apresentados (circulares e elípticos): questionamos sobre as órbitas dos planetas e suas características, relembremos que, a rigor, as órbitas dos planetas têm formato elíptico.
- Mais exemplos de movimentos circulares: ao fim da aula, solicitamos aos alunos que sugerissem mais exemplos de movimentos circulares que se repetissem. Dessa forma, surgiram exemplos como o movimento das pás de um ventilador, das rodas de um carro e das pás de hélices de avião.

De maneira geral, as duas atividades da primeira subseção geraram efeito positivo para a primeira apresentação dos elementos do movimento circular. Os estudantes puderam visualizar referências que, ao longo do seguimento, foram proveitosas, além de se mostrarem envolvidos, fazendo comentários e considerações.

## **6.2 Análise das Aulas Expositivas**

Em todas as aulas expositivas, usamos um projetor para melhor visualização de vídeos, gráficos e equações. Apesar do uso do projetor, precisamos fazer uso do quadro branco para fornecer melhores explicações e detalhes. Juntamente com essa ferramenta tecnológica, utilizamos um *software* para geração de gráficos instantâneos, relacionados com o movimento apresentado no vídeo.

Essas quatro aulas constituem, do ponto de vista metodológico, a implementação do candidato a instrumento de subsunção, cujo fundamento são os esquemas de subsunção, com suas relações definidoras que conectam os conjuntos de conceitos do MCU e os conceitos do MHS.

Em cada aula de exposição, propiciamos um ambiente de aprendizagem diferente das aulas tradicionais. Na terceira aula, utilizamos como suporte a apresentação e a descrição do sistema pêndulo cônico, visualizando a sombra dos movimentos em questão. Na quarta aula, utilizamos como base o *software* Tracker, para a produção dos gráficos das funções do movimento gerado pela sombra do pêndulo cônico. Na quinta aula, apresentamos o conceito da Força Centrípeta e das forças perpendiculares que a compõem. Na sexta aula, deduzimos a equação da aceleração centrípeta, a partir da Segunda Lei de Newton e da composição das forças, identificando a relação entre as forças nas direções perpendiculares e a força central.

### *6.2.1 Aula 3 - Exposição do Pêndulo Cônico*

Solicitamos que os estudantes observassem o pêndulo cônico e foi explicada sua construção e seu funcionamento. Nesse momento, nenhuma objeção ou questionamento específico surgiram.

O momento mais destacado, para a sequência, se deu a partir da reprodução do vídeo do pêndulo cônico. Nesse momento, foram apresentados os dois movimentos através da sombra, o circular e o sistema massa-mola. Assim que

visualizamos os dois movimentos, comentamos sobre seus períodos e frequências, assim como havíamos comentado na aula dois, após a apresentação do episódio. Alguns alunos participativos apontaram que era fácil saber o período a partir do vídeo, nesse caso, apenas pela contagem do tempo de pausa do vídeo.

No geral, percebemos que os estudantes se mantiveram interessados na apresentação da sequência didática.

#### *6.2.2 Aula 4 - Exposição do Software Tracker e Uso para Gráficos e Funções*

A quarta aula da sequência, com duração de 50 minutos, se desenvolve a partir da apresentação do *software* Tracker. Informamos aos alunos que alguns gráficos gerados têm algumas deficiências, pois o software necessita de vídeos com qualidade de imagem. No caso dos gráficos apresentados para a variável aceleração, eles não foram gerados de forma tão clara como os gráficos da posição e da velocidade. Dessa forma, os gráficos do livro foram usados para auxiliar na comparação.

Apresentamos o mesmo vídeo novamente, mas com a simulação de um movimento massa-mola gerado a partir de um outro *software*, o Modellus. Nesse momento, os estudantes mostraram-se curiosos e apresentaram indícios de que captaram a ideia do vídeo.

Nessa aula, os alunos comentaram sobre alguns outros movimentos em que poderiam usar o *software*, para geração de gráficos e funções horárias. Percebemos que os estudantes ficaram atentos aos gráficos gerados do movimento da sombra na parede. Comparamos os gráficos gerados pelo *software* Tracker com os ideais, fornecidos pelo livro “Uma Abordagem Estratégica - Randall D. Knight - Vol 1 - 2ª Ed 2009”. Os estudantes observaram as diferenças, provocadas apenas pela limitação do programa Tracker, mas também notaram a semelhança entre os gráficos.

#### *6.2.3 Aula 5 - Exposição da Força Centrípeta*

A quinta aula da sequência foi dedicada à apresentação dos elementos preliminares para realizar a dedução da equação da força centrípeta, no Movimento Circular Uniforme. Utilizamos o *powerpoint* para apresentação das equações e gráficos.

De maneira breve, apresentamos elementos de grandezas angulares do movimento circular, como espaço e deslocamento angulares. Em seguida,

apresentamos o vídeo do pêndulo cônico. Nesse momento, precisamos fazer uso do quadro branco para melhor compreensão dos alunos. Desenhamos um plano cartesiano, incluindo as forças perpendiculares para a composição da Força Centrípeta.

#### *6.2.4 Aula 6 - Exposição da Equação da Aceleração Centrípeta*

Na sexta aula da sequência didática, apresentamos a última exposição oral, realizando a apresentação da dedução da expressão da aceleração centrípeta. Os estudantes atentamente seguiram a dedução da equação, a partir da composição das forças.

Os estudantes acompanharam a evolução das três aulas até a conclusão, onde concluímos a relação entre os dois movimentos e, ao fim, estabelecemos as condições para o MHS e comentamos sobre os diversos movimentos que se encaixam nessas condições, os quais devem ser expressos, matematicamente, pelos mesmos gráficos, equações e soluções.

Essas quatro aulas intermediárias não incluíram questionários, apenas observação da participação dos alunos. Durante a aplicação, o professor deve estar atento aos sinais que os alunos apresentam, para, eventualmente, modificar as estratégias de apresentação, caso observe que a turma não respondeu bem à sequência de aprendizagem. Os estudantes devem ser convidados a comentar e participar da aula. Com esses cuidados, é possível a verificação da capacidade do aluno em dar seguimento à sequência.

### **6.3 Análise do Questionário Final e Mapa Conceitual**

#### *6.3.1 Questionário Final*

No questionário final, contamos com a participação de 36 alunos. Aplicamos um questionário (Anexo II) contendo cinco questões e as dividimos em duas partes. Entre a aplicação dessas duas partes, realizamos uma dinâmica, em sala de aula, para introduzir as noções de onda senoidal e de movimento harmônico simples, em uma corda em movimento.

A dinâmica realizou-se de forma rápida e prática, utilizamos uma corda longa, e reproduzimos ondas transversais. No primeiro momento, foi questionado que tipo de onda era observado. Após algumas respostas como “transversal” e “mecânica”,

alguns responderam que se pareciam com ondas senoidais. Os estudantes fizeram algumas fotos do movimento para observar, de maneira pausada, a onda aproximadamente senoidal.

No segundo momento, prendemos duas fitas à corda, de forma espaçada. As ondas geradas balançavam as fitas, em movimento semelhante a um MHS. Quando questionados a respeito das trajetórias das fitinhas, alguns estudantes responderam que era “para cima e para baixo” e, a partir dessa resposta, comentamos mais sobre esse movimento. Um estudante questionou a respeito de uma possível geração de gráficos no *software* Tracker, a partir do movimento gravado da fita. Comentamos que isso era perfeitamente possível e deixamos essa possibilidade aberta para uma próxima atividade.

A segunda parte apresenta o texto 2 (Anexo II), com informações mais técnicas e com dados mais específicos. Ao finalizarmos a leitura em voz alta, solicitamos que os estudantes respondessem às questões.

Para este questionário, apresentaremos as respostas dos alunos em conjunto, e não de maneira individual como no questionário inicial. Continuamos identificando as respostas apresentadas pelos alunos da mesma forma que anteriormente.

O questionário possui cinco questões, sendo duas correspondentes ao texto 1 e três correspondentes ao texto 2. São elas:

1. Pesquisem de onde vem o nome rádio e porque o nome rádio parece ser bem empregado?
2. Na exibição do rádio, as informações chegam ao aparelho pela tomada ou pela antena?
3. Suponha que, na figura,  $E_0$  e  $B_0$  representem as amplitudes dos campos elétrico e magnético.
  - a) Como você descreveria matematicamente a forma espacial das ondas eletromagnéticas?
  - b) Como você descreveria matematicamente a intensidade do campo elétrico e do campo magnético em um ponto do espaço, ao longo do tempo?
  - c) Você pode comparar as ondas eletromagnéticas com o pêndulo cônico e com o sistema massa-mola? O que eles têm em comum?

A primeira questão é de pesquisa rápida, podendo ser feita no mesmo instante, através do próprio celular. A segunda questão envolve interpretação do texto lido.

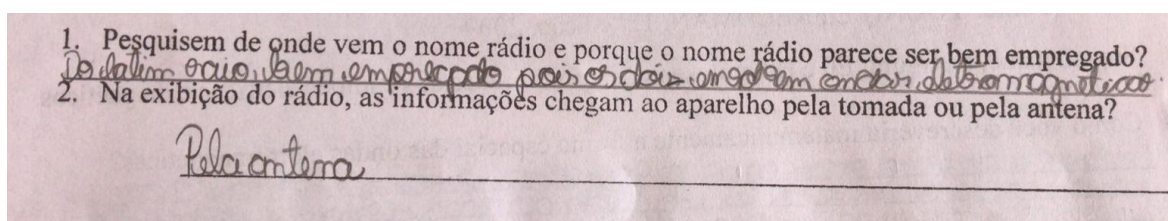
A partir da leitura do texto 1, dos 36 alunos participantes, 26 alunos responderam à questão que solicitava a pesquisa da origem da palavra “rádio” e o porquê de ser, esse termo, tão corretamente empregado e adequado.

Na questão 2, que requer interpretação de texto, todos os estudantes responderam que, na exibição do rádio, as informações chegam ao aparelho pela antena.

O aluno A23 exemplifica essas respostas:

Aluno A23:

Figura 43- Resposta da questão 1 e 2 - Aluno A23



Fonte: Própria Autora

A transcrição da escrita do aluno A23 (figura 43):

- “1. Do latim raio. Bem empregado, pois os dois envolvem ondas eletromagnéticas.
2. Pela antena.”

O aluno A23 representa as 26 respostas da pesquisa a respeito da origem da palavra “rádio”, a maioria dos alunos que pesquisaram produziram a mesma resposta. Da mesma forma com a questão 2, todos os estudantes responderam da forma que o aluno A23 respondeu.

Percebemos que a leitura em voz alta, com ênfase em algumas frases, contribuiu para a interpretação correta do texto. Todos os estudantes responderam que as informações chegam ao aparelho (rádio e TV) através da antena e não pela tomada, o esperado de uma boa interpretação de texto. Introduzimos, com essas questões, parte do assunto que será abordado no segundo texto desse questionário. De forma simples, solicitamos essas questões com o único intuito de introduzir as ideias relacionadas com ondas eletromagnéticas e um exemplo concreto onde comparecem.

Após a dinâmica com a corda para observação de ondas senoidais, na segunda parte do questionário, os estudantes levaram mais tempo para responder. Durante a leitura, comentei brevemente a respeito das oscilações formadas por campos elétricos e campos magnéticos, deixando claro que a intenção não era aprofundar esses aspectos do assunto relacionado com oscilações. Pudemos perceber alguns estudantes confusos a respeito do comentário sobre os campos, mas logo insistimos que não era nosso objetivo compreender o que eram os campos, mas, somente, observá-los e descrevê-los.

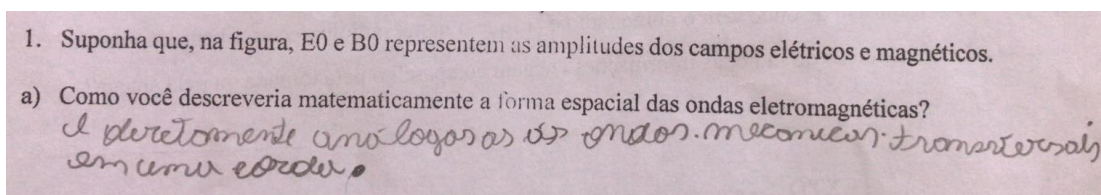
O primeiro item da questão da segunda parte (3.a) tem como objetivo a descrição matemática da forma espacial das ondas eletromagnéticas. O segundo item, a descrição matemática da intensidade do campo elétrico e do campo magnético ao longo do tempo, em um ponto do espaço. Quanto ao último item, tem como objetivo a comparação entre os movimentos apresentados na sequência didática com o movimento discutido nos dois textos.

Quanto ao primeiro item da terceira questão (3.a), seis alunos responderam a essa pergunta de maneira idêntica ao texto lido, no trecho: “As ondas eletromagnéticas senoidais são diretamente análogas às ondas mecânicas transversais em uma corda esticada.”

Selecionamos as respostas dos alunos A31 e A39 como exemplo dessa resposta.

Aluno A31:

Figura 44- Resposta da questão 1 letra a - Aluno A31



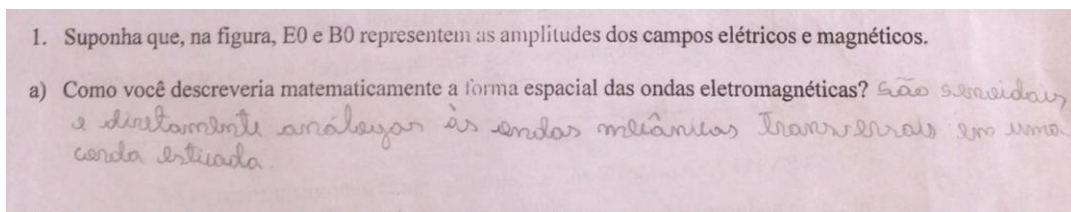
Fonte: Própria Autora

A transcrição da escrita do aluno A31 (figura 44):

“a) Diretamente análogas às ondas mecânicas transversais em uma corda”.

Aluno A39:

Figura 45- Resposta da questão 1 letra a - Aluno A39



Fonte: Própria Autora

A transcrição da escrita do aluno A39 (figura 45):

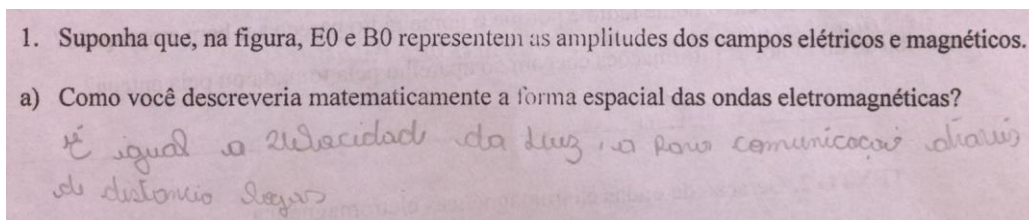
“a) São senoidais e diretamente análogas às ondas transversais em uma corda esticada.”

Observamos que esses estudantes identificaram no texto que as ondas eletromagnéticas são análogas às ondas mecânicas, mas não apontaram a equação que é correspondente também à forma espacial das ondas eletromagnéticas.

Dos 36 alunos, obtivemos 18 respostas variadas e não condizentes com o que foi questionado. Selecionamos duas respostas que destoam do que foi solicitado. Os alunos A32 e A40 exemplificam essas respostas.

Aluno A32:

Figura 46- Resposta da questão 1 letra a - Aluno A32



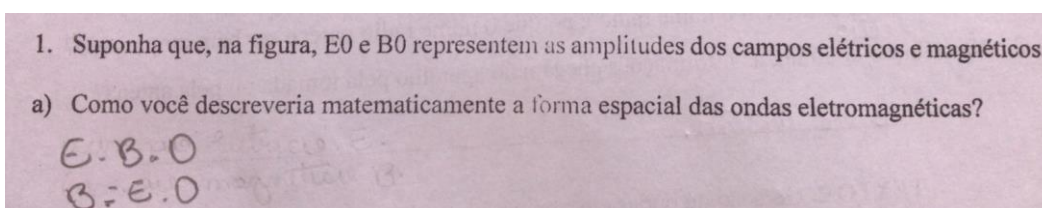
Fonte: Própria Autora

A transcrição da escrita do aluno A32 (figura 46):

“a) É igual a velocidade da luz para a comunicação através de distâncias longas.”

Aluno A40:

Figura 47- Resposta da questão 1 letra a - Aluno A40





Fonte: Própria Autora

A transcrição da escrita do aluno A32 (figura 47):

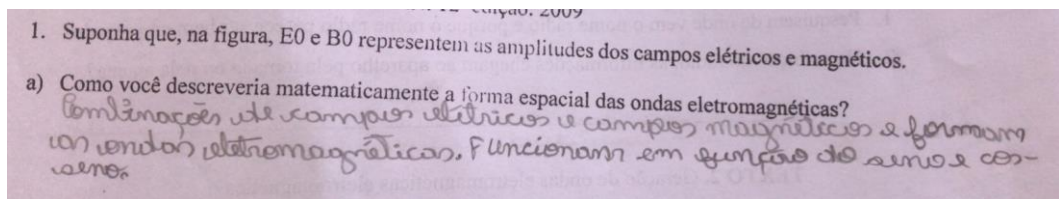
“a)  $E = B \cdot 0$  e  $B = E \cdot 0$ ”

Observamos que esses estudantes desviaram completamente suas respostas do esperado para a questão solicitada. Entre os outros estudantes, no total 18, notamos que, por falta de compreensão, responderam ao questionário de forma aleatória.

Ainda na questão 3.a, observamos que nove alunos responderam que as ondas eletromagnéticas têm suas funções correspondentes a senos e a cossenos. Entretanto não chegaram a fornecer a expressão matemática. Como exemplo, selecionamos duas respostas, dos alunos A22 e A41.

Aluno A22:

Figura 48 - Resposta da questão 1 letra a - Aluno A22



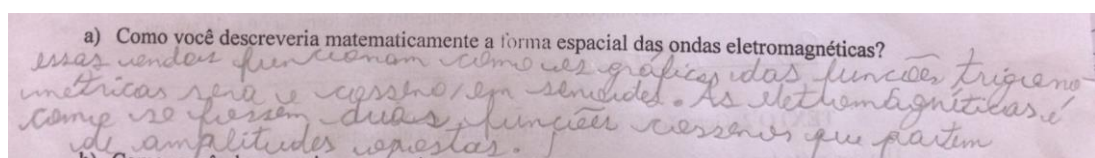
Fonte: Própria Autora

A transcrição da escrita do aluno A22 (figura 48):

“a) Combinações de campos elétricos e campos magnéticos e formam ondas eletromagnéticas. Funcionam em função do seno e cosseno.”

Aluno A41:

Figura 49 - Resposta da questão 1 letra a - Aluno A41



Fonte: Própria Autora

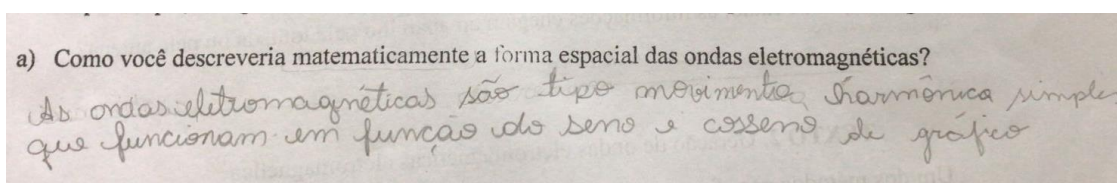
A transcrição da escrita do aluno A41 (figura 49):

“a) Essas ondas funcionam como os gráficos das funções trigonométricas seno e cosseno, em senoides. As (ondas) eletromagnéticas é como se fossem duas funções cossenos que partem de amplitudes opostas.”

Dois alunos mencionaram que as ondas eletromagnéticas descrevem a funções do tipo harmônico simples, contudo, do mesmo modo, não mencionaram a expressão matemática. Como exemplo, selecionamos as respostas dos alunos A4 e A20.

Aluno A20:

Figura 50 - Resposta da questão 1 letra a - Aluno A4



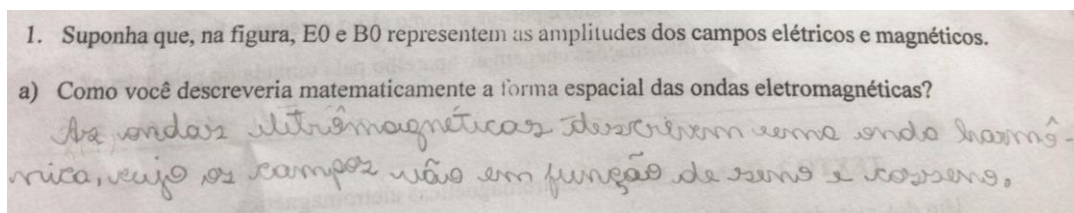
Fonte: Própria Autora

A transcrição da escrita do aluno A4 (figura 50):

“a) As ondas eletromagnéticas são do tipo movimento harmônico simples que funcionam em função do seno e cosseno do gráfico.”

Aluno A20:

Figura 51 - Resposta da questão 1 letra a - Aluno A20



Fonte: Própria Autora

A transcrição da escrita do aluno A20 (figura 51):

“a) As ondas eletromagnéticas descrevem uma onda harmônica, cujos campos são em função de seno e cosseno.”

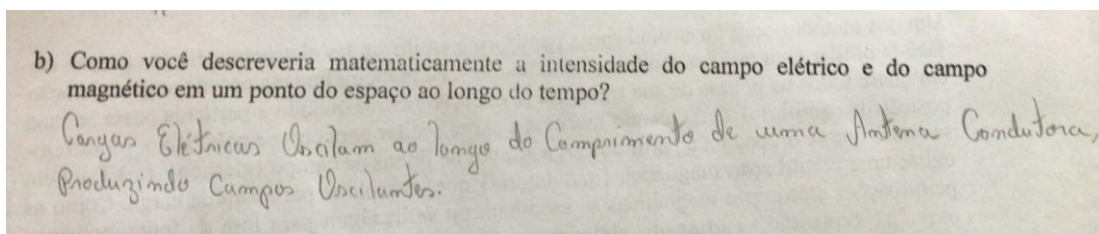
Compreendemos que os dois alunos que citaram o MHS, além de interpretar o texto que menciona o movimento das cargas puntiformes como sendo um exemplo de MHS, indicaram que as funções seno e cosseno têm relação com o movimento das cargas elétricas.

A questão 3.b solicita a descrição matemática da intensidade do campo elétrico e magnético, em um ponto do espaço, ao longo do tempo. Apenas o aluno A3 deixou a questão em branco, os demais responderam à questão.

Cinco alunos responderam copiando partes do texto, como “*Em um transmissor de rádio, cargas elétricas oscilam ao longo do comprimento de uma antena condutora, produzindo campos oscilantes.*” Seleccionamos o aluno A10 para exemplificar essas respostas.

Aluno A10:

Figura 52- Resposta da questão 1 letra b - Aluno A10



Fonte: Própria Autora

A transcrição da escrita do aluno A10 (figura 52):

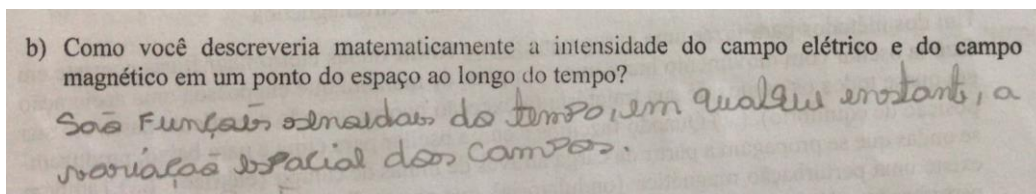
“b) Cargas elétricas oscilam ao longo do comprimento de uma antena condutora, produzindo campos oscilantes.”

Apesar desses alunos selecionarem um trecho do texto como respostas, elas destoam do que foi solicitado.

Dos 36 alunos, obtivemos 15 respostas variadas e discrepantes com o que foi questionado. Os alunos A36 e A21 exemplificam essas respostas.

Aluno A36:

Figura 53 - Resposta da questão 1 letra b - Aluno A36



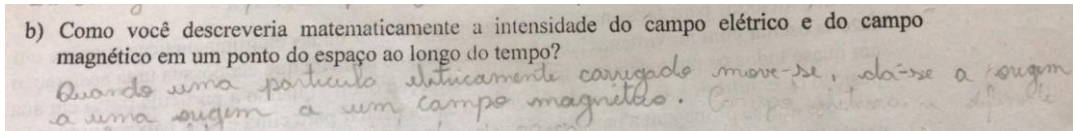
Fonte: Própria Autora

A transcrição da escrita do aluno A36 (figura 53):

“b) São funções senoidais do tempo em qualquer instante, a variação espacial dos campos.”

Aluno A21:

Figura 54- Resposta da questão 1 letra b - Aluno A21



Fonte: Própria Autora

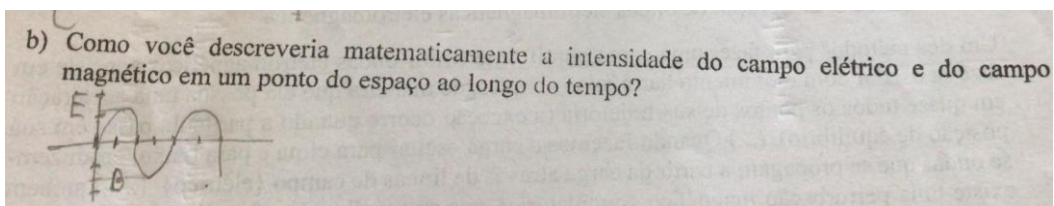
A transcrição da escrita do aluno A21 (figura 54):

“b) Quando uma partícula eletricamente carregada move-se, dá-se a origem a um campo magnético.”

Três alunos mencionaram o gráfico para responder à questão 3.b. Dois deles desenharam um novo gráfico e outro o descreveu. Entretanto, houve confusão na interpretação do gráfico disponível no texto, pois temos campo elétrico  $E$ , em um eixo, e campo magnético, em outro eixo, perpendiculares entre si, e não como duas intensidades de um mesmo elemento, como os alunos interpretaram. Como exemplo, temos o aluno A7 (com o gráfico) e o aluno A5 (com a descrição).

Aluno A7:

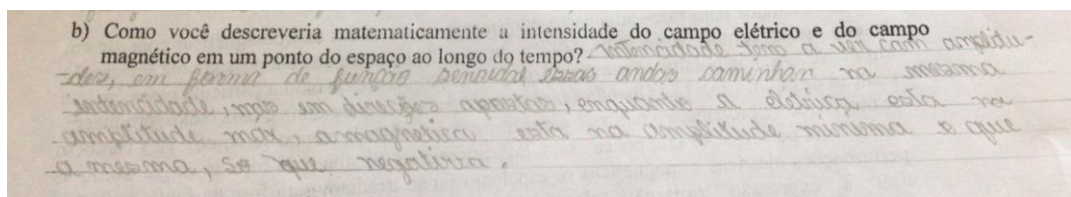
Figura 55- Resposta da questão 1 letra b - Aluno A7



Fonte: Própria Autora

Aluno A5:

Figura 56 - Resposta da questão 1 letra b - Aluno A5



Fonte: Própria Autora

A transcrição da escrita do aluno A7 (figura 56):

“b) Intensidade tem a ver com amplitudes, em forma de função senoidal essas ondas caminham na mesma intensidade, mas em direções opostas, enquanto a elétrica está na amplitude máxima, a magnética está na amplitude mínima, o que [indica] a mesma [intensidade], só que negativa.”

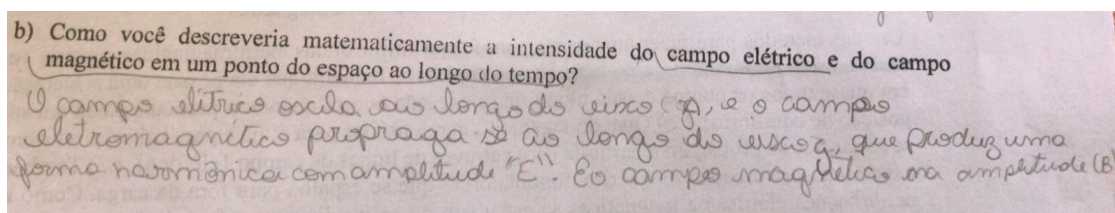
Os três alunos que responderam a letra 3.b, indicando a mesma intensidade para os dois campos em questão, se confundiram por julgar que os campos são os mesmos. Entretanto, percebemos que, em uma resposta em termos de gráfico e outra em termos de descrição do gráfico, compreendem o sentido de amplitude em um gráfico senoidal.

Identificamos seis alunos que responderam à essa questão de maneira mais adequada, porém, com algumas carências em algumas definições, tanto do movimento harmônico simples, quanto do movimento das cargas elétricas. Nesse caso, cada resposta tem sua peculiaridade. Identificamos também um aluno que indicou a descrição matemática apenas “usando a mesma fórmula”, indicando que para os movimentos harmônicos simples servem a mesma equação que usamos no sistema massa-mola.

Como exemplo, temos duas respostas dos alunos A4 e A32.

Aluno A4:

Figura 57 - Resposta da questão 1 letra b - Aluno A4



Fonte: Própria Autora

A transcrição da escrita do aluno A4 (figura 57):

“b) O campo elétrico oscila ao longo do eixo x e o campo eletromagnético propaga-se ao longo do eixo z que produz uma forma harmônica com amplitude ‘E’. E o campo magnético na amplitude ‘B’.”

Aluno A32:

Figura 58 - Resposta da questão 1 letra b - Aluno A32

b) Como você descreveria matematicamente a intensidade do campo elétrico e do campo magnético em um ponto do espaço ao longo do tempo?

$E = \frac{\text{elétrico}}{0}$   $E_0$  amplitude máxima  
 $B = \text{magnético}$   $B_0$  amplitude máxima

Fonte: Própria Autora

A transcrição da escrita do aluno A32 (figura 58):

“b) E = elétrico  $E_0$  amplitude máxima  
B = magnético  $B_0$  amplitude máxima.”

O aluno A32 indicou intensidade como amplitude, tanto no campo elétrico, quanto no campo magnético, apesar de não indicar a equação.

A questão 3.c solicita uma comparação das ondas eletromagnéticas com o movimento do pêndulo cônico e com o sistema massa mola.

Identificamos 15 respostas relacionando o “vaivém” da carga elétrica, na geração de ondas eletromagnéticas, com o movimento do sistema massa-mola.

Como exemplo dessas respostas, temos dois alunos, A1 e A12.

Aluno A1:

Figura 59- Resposta da questão 1 letra c - Aluno A1

c) Você pode comparar as ondas eletromagnéticas com pêndulo cônico e com o sistema massa mola? O que tem em comum?  
Sim o que tem em comum é o movimento vai e volta da mola e sobe e desce das ondas.

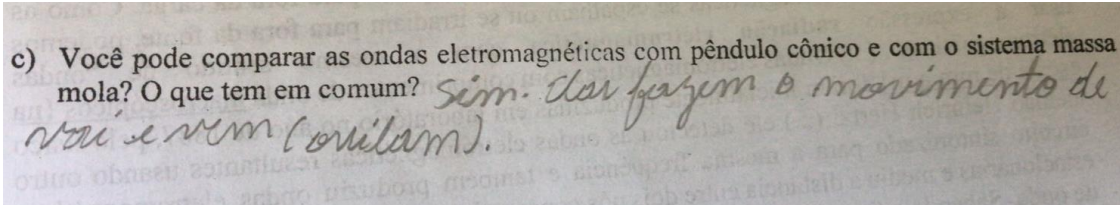
Fonte: Própria Autora

A transcrição da escrita do aluno A1 (figura 59):

“c) Sim. O que tem em comum é o movimento vai e volta da mola e sobe e desce das ondas.”

Aluno A12:

Figura 60- Resposta da questão 1 letra c - Aluno A12



Fonte: Própria Autora

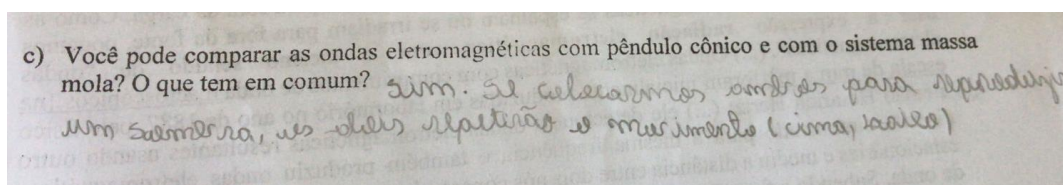
A transcrição da escrita do aluno A12 (figura 60):

“c) Sim. Elas fazem o movimento de vai e vem (oscilam).”

Dois alunos mencionaram a sombra que os movimentos fazem, como exemplo, a resposta do aluno A39.

Aluno A39:

Figura 61- Resposta da questão 1 letra c - Aluno A39



Fonte: Própria Autora

A transcrição da escrita do aluno A39 (figura 61):

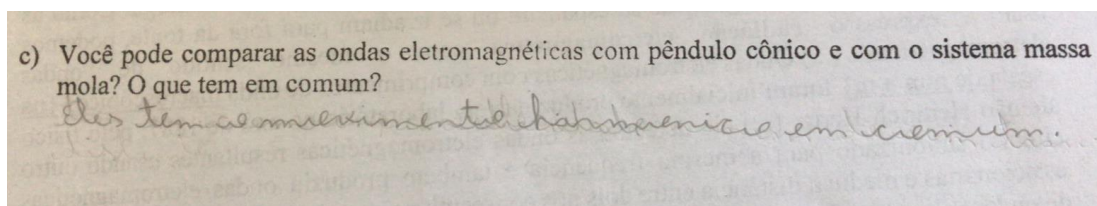
“c) Sim. Se colocarmos ambos para reproduzir uma sombra, os dois repetirão o movimento (cima, baixo).”

O aluno A39 indicou o uso da sombra nos movimentos para comparação entre eles, sendo comum o movimento de vaivém.

Ainda nessa última questão, 13 alunos mencionaram que o que havia em comum era o movimento harmônico simples. Como exemplo, a resposta dos alunos A29 e A41.

Aluno A29:

Figura 62- Resposta da questão 1 letra c - Aluno A29



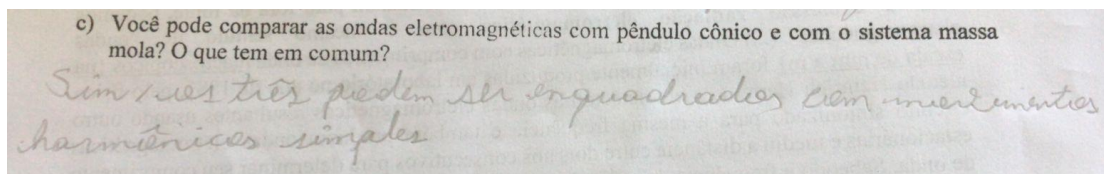
Fonte: Própria Autora

A transcrição da escrita do aluno A29 (figura 62):

“c) Eles têm o movimento harmônico em comum.”

Aluno A41:

Figura 63- Resposta da questão 1 letra c - Aluno A41



Fonte: Própria Autora

A transcrição da escrita do aluno A41 (figura 63):

“c) Sim, os três podem ser enquadrados com movimentos harmônicos simples.”

Observamos que a questão 3.c foi respondida por todos os alunos como havendo, sim, uma comparação entre as ondas eletromagnéticas, por um lado, e o pêndulo simples e o sistema massa-mola, por outro.

### 6.3.2 Mapa Conceitual

Para a conclusão dessa aula, optamos por solicitar a construção de um mapa conceitual, incluindo todos os elementos que apresentamos durante a sequência didática. A geração do mapa não se deu em sala de aula, mas como atividade extraclasse.

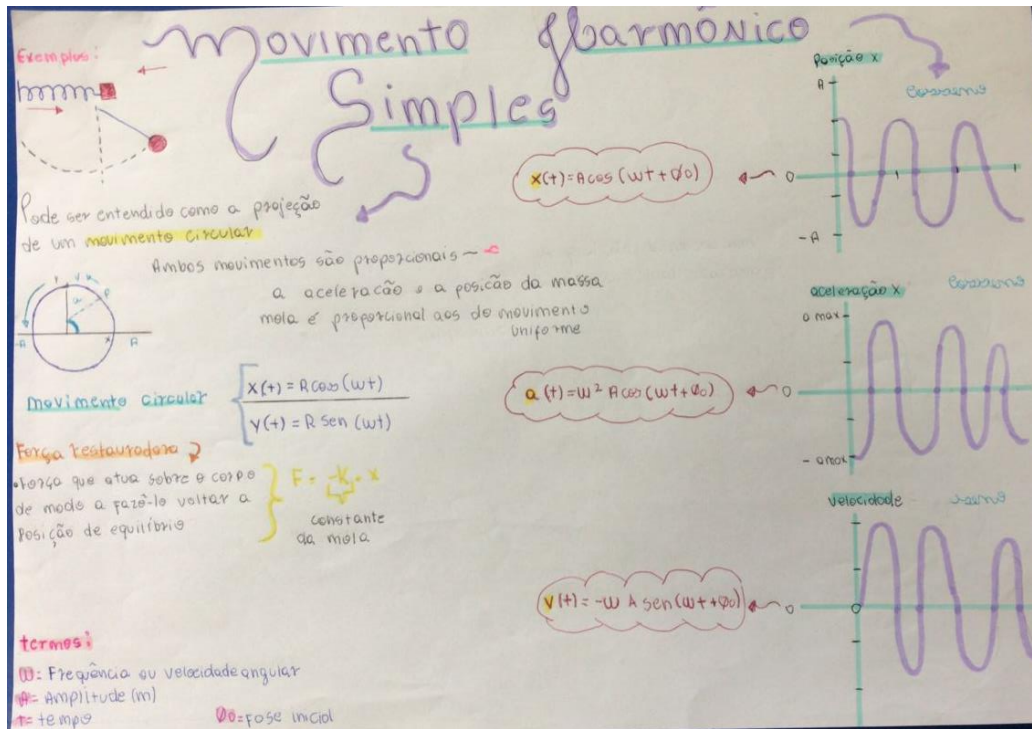
A intenção era receber mapas que informassem indícios de construção de novas estruturas na estrutura cognitiva de cada estudante, ou até modificação dos elementos já existentes. Em geral, os alunos se desviaram e não construíram mapas conceituais, mas mapas mentais.

Selecionamos três mapas dos 30 recebidos. Todos os mapas considerados abordaram o Movimento Harmônico Simples e o Movimento Circular Uniforme. Alguns mapas separaram os temas, outros foram baseados em uma pesquisa com detalhes não mencionados em sala e outros, apenas com os itens abordados na sequência.

Mapa Mental 1:



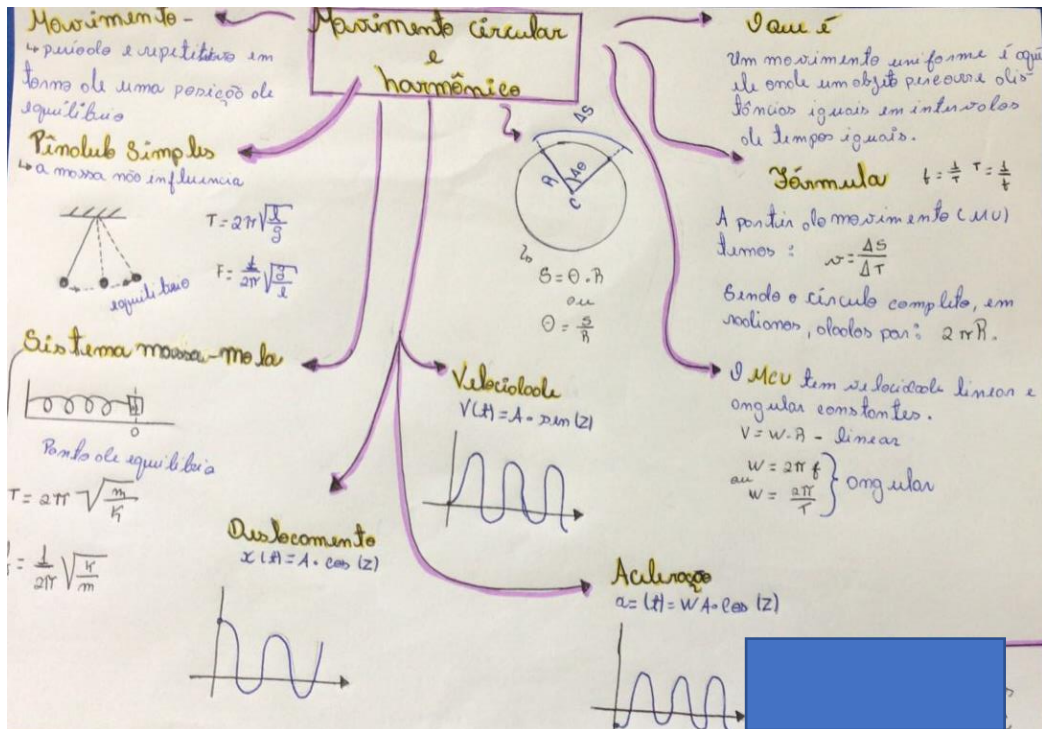
Figura 64- Mapa Mental 1



Fonte: Alunos do CEPI José de Assis

Mapa Mental 2:

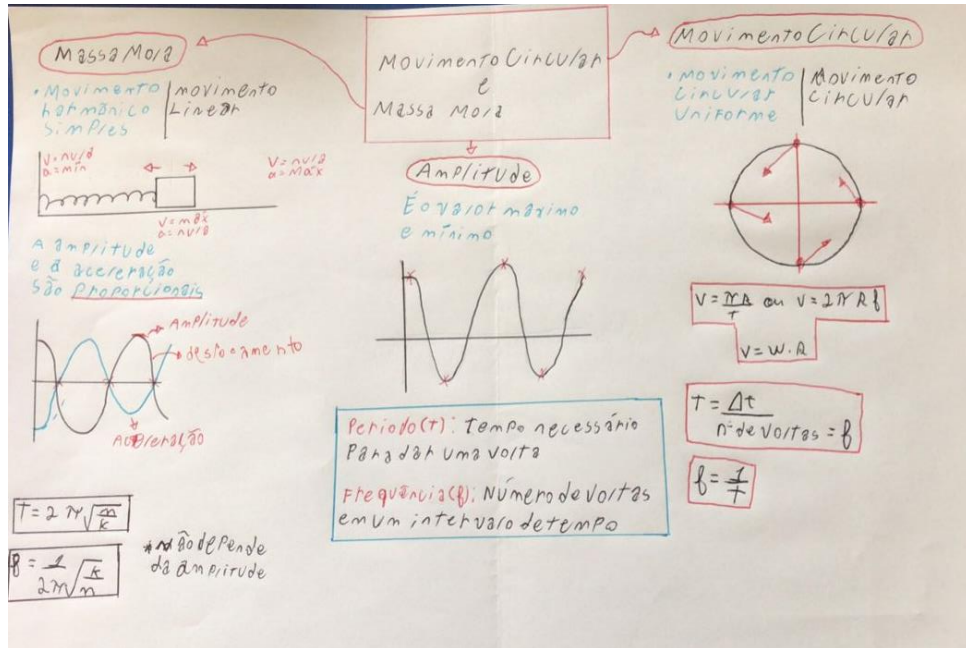
Figura 65 - Mapa Mental 2



Fonte: Alunos do CEPI José de Assis

Mapa Mental 3:

Figura 65- Mapa Mental 3



Fonte: Alunos do CEPI José de Assis

## CAPÍTULO 7

### Considerações Finais

Esse trabalho foi estruturado como uma sequência didática para o ensino de conceitos elementares de Movimento Harmônico Simples, a partir de conceitos associados com o Movimento Circular Uniforme. Para tanto, fundamo-nos na teoria de aprendizagem ausubeliana e na metodologia geral, desenvolvida por Polito e De Barcellos Coelho, que estabelece uma forma possível para a implementação da teoria ausubeliana, por meio da construção dos chamados (candidatos a) instrumentos de subsunção, a partir da definição de esquemas de subsunção, previamente criados.

Os esquemas de subsunção são estruturas formais que conectam conjuntos de conceitos potencialmente subsunçores e de conceitos potencialmente subsumíveis por meio de relações definidoras. Os esquemas de subsunção formam o núcleo inspirador para a construção dos instrumentos de subsunção, na medida em que esses sejam constituídos por estratégias que se inspiram diretamente nas relações definidoras dos esquemas.

No presente caso, os esquemas de subsunção criados formaram o núcleo inspirador para a utilização de dois recursos estratégicos que constituem a parte fundamental do nosso candidato a instrumento de subsunção: o pêndulo cônico e o Software Tracker.

A partir do pêndulo cônico, estabelece-se a conexão crucial entre os dois tipos de movimentos. Essa conexão é, em seguida, explorada mais profundamente pela utilização do Tracker, como uma ferramenta analógico-matemática que permitiu fazer inferências entre conceitos, a partir dos gráficos das funções horárias que foram geradas pela computação de movimentos previamente gravados.

O produto educacional (apêndice único), apresentado nessa dissertação, é uma sequência de aprendizagem que foi aplicada em uma instituição pública estadual, em uma turma de 2ª série do Ensino Médio. Essa sequência de aprendizagem desenvolvida é baseada exatamente no candidato a instrumento de subsunção que foi elaborado. Complementando o candidato a instrumento de subsunção, a sequência de aprendizagem apresenta, ainda, duas etapas prévias, para a prospecção de potenciais subsunçores e para a realização de atividade motivadora, e uma etapa

final, para a verificação de indícios de aprendizagem significativa e realização de reconciliação integradora.

Como avaliação geral, verificamos que a aplicação do produto educacional teve efeitos positivos sobre a turma, sobretudo no que se refere ao aspecto motivacional, associado com o uso dos recursos estratégicos articulados, como foram os softwares e os vídeos produzidos com o modelo analógico do pêndulo cônico.

Observamos, ainda, que o uso de elementos motivadores, como foi o caso do documentário, tem potencial para tornar a sequência mais agradável e interativa. Essa atividade representou uma novidade para os estudantes, tanto no que se refere ao conteúdo – a ilustração por meio de movimentos planetários – quanto no que se refere ao formato.

A partir da análise do questionário final e dos mapas conceituais produzidos pelos estudantes, observamos que a sequência didática não apresentou, nesse único evento de aplicação, indícios claros ou suficientes de aprendizagem significativa. Isso sugere que se deve fazer ajustes no candidato a instrumento de subsunção ou, ainda, nos próprios instrumentos de avaliação. De todo modo, certezas sobre se e sobre quais pontos requererão ajustes e aperfeiçoamentos só poderão ser obtidas por meio de novas aplicações, que são esperadas para o futuro.

Sugerimos aos professores que utilizarão essa sequência didática que sigam as recomendações indicadas no produto educacional (apêndice único) e busquem se familiarizar com o *software*, antes de começar a utilizá-lo. Sugerimos, ainda, que se dediquem a analisar passo a passo a estrutura da sequência, e empreendam modificações que julgarem mais concernentes ao seu alunado e às condições específicas que constituem o contexto de suas salas de aula.

## REFERÊNCIAS

AUSUBEL, D. P. **Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva**. Lisboa: Plátano Edições Técnicas. Tradução de The acquisition and retention of knowledge: a cognitive view. 2000.

AUSUBEL, D. P.; NOVAK, J. D. & HANESIAN, H. (1980). **Psicologia Educacional**. Rio de Janeiro: Interamericana.

AUSUBEL, D.P. **Aquisição e Retenção de Conhecimentos: Uma Perspectiva Cognitiva**. Portugal: Paralelo Editora, 2003.

BONVETI, W.; ARANHA, N. **Estudo das oscilações amortecidas de um pêndulo físico com o auxílio do “Tracker”**. Revista Brasileira de Ensino de Física, São Paulo, v. 37, n. 2, 2504 p. (1-9), junho, 2015. Disponível em: <<https://www.scielo.br/j/rbef/a/rJYcjTcSD5t6fmhGrMWPvqs/?lang=pt>>, acesso em 01/12/21.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio) (PCNEM)**. Física. Ensino Médio. Parte III, Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CARROL, L. **Alice. Edição comentada**. Tradução Maria Luiza X. de A Borges. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2002.

DALLA-BONA, E.M. **Leitura em voz alta na sala de aula: a materialização do texto literário**. Nuances: estudos sobre Educação, Presidente Prudente-SP, v. 28, n. 1, p. 112-126, Jan./Abril, 2017.

DUHEIN, P. **Salvar os Fenômenos: Ensaio sobre a noção de teoria física de Platão a Galileo**. Cadernos de história e filosofia da ciência, 2018. Disponível em: <<https://www.cle.unicamp.br/eprints/index.php/cadernos/article/view/1135>>. Acesso em: 04/10/2021.

Grupo de Reelaboração de Ensino de Física: **Eletromagnetismo** / GREF 4ª. Ed. São Paulo: EDUSP, 2000.

HALLIDAY & RESNICK. (2016). **Fundamentos de física. Gravitação, ondas e termodinâmica**. (10ª edição). Rio de Janeiro: GEN.

KAZUHITO, Y. e FUKE, L.F. **Física para o Ensino Médio**. 4ª Edição. São Paulo: Saraiva Educação Ltda, 2016.

MELO, E. **O uso de vídeos na contextualização do ensino de química e a visão dos alunos sobre a utilização desse recurso em sala de aula**. Monografia – Universidade Estadual da Paraíba. João Pessoa, p. 57. 2014.

MOREIRA, M. A. **Aprendizagem Significativa: um conceito subjacente**. In: Encontro Internacional sobre Aprendizagem Significativa, 1997. Burgos. Actos.

MOREIRA, M.A. (2006). **O que é afinal aprendizagem significativa?** Aula Inaugural do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais, Instituto de Física, Universidade Federal do Mato Grosso, Cuiabá, MT, 23 de abril de 2010. Aceito para publicação, *Curriculum*, La Laguna, Espanha, 2012.

MOREIRA, M.A. e MASINI, E.A.F. (1982). **Aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel**. São Paulo: Editora Moraes.

MOREIRA, M.A. e MASINI, E.A.F. (1999). **Teorias de Aprendizagem**. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária LTDA.

NOVAK, J. D. **Aprender criar e utilizar o conhecimento: mapas conceituais como ferramentas de facilitação nas escolas e empresas**. Lisboa: Plátano, 2000.

NOVAK, J.D. e GOWIN, D.B. **Aprender a aprender**. 1ª Edição em português. Lisboa: Plátano Edições Técnicas, 1984.

PEREIRA, F. **Proposta de sequência didática visando abordar os fundamentos da teoria caos no ensino médio**. Dissertação de Mestrado - Universidade Federal de Santa Catarina. Araranguá, p. 133. 2017.

POLITO, A.M.M. **A Construção da Estrutura Conceitual da Física Clássica**. 1ª edição. – São Paulo: Editora Livraria da Física, 2016. – (Série mestrado nacional profissional em ensino de física; v. 2).

POLITO, A.M.M. e COELHO, A.L.M.B. **Uma Metodologia Geral para a Teoria Ausubeliana e sua Aplicação no Desenvolvimento de um Instrumento de Subsunção entre Conceitos de Música e de Física – Parte 1**. Caderno Brasileiro de Física, Brasília, v. 38, n.1, p. 325-345, abril, 2021. Disponível em: <<https://periodicos.ufsc.br/index.php/fisica/article/view/74041/45581>>. Acesso em: 07/07/2021.

POLITO, A.M.M. e COELHO, A.L.M.B. **Uma Metodologia Geral para a Teoria Ausubeliana e sua Aplicação no Desenvolvimento de um Instrumento de Subsunção entre Conceitos de Música e de Física – Parte 2**. Caderno Brasileiro de Física, Brasília, v. 38, n.2, p. 805-852, agosto, 2021. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/fisica/article/view/80013/47039>. Acesso em: 07/07/2021.

SILVA FILHO, O. L. S.; FERREIRA, M.; POLITO, A. M. M.; COELHO, A.L.M.B. **Normatividade e descritividade em referenciais teóricos na área de ensino de Física**. Pesquisa e Debate em Educação, Juiz de Fora: UFJF, v. 11, n. 1, p. 1-33, e32564, jan./jun. 2021.

RANDALL, K. D. (2009). **Física, uma abordagem estratégica**. (2ª edição). Porto Alegre : Bookman.



## ANEXO 1

ATIVIDADE

NOME: \_\_\_\_\_



“Não havia nada de tão extraordinário nisso; nem Alice achou assim tão esquisito ouvir o Coelho dizer consigo mesmo: “Ai, ai! Ai, ai! Vou chegar atrasado demais!” (quando pensou sobre isso mais tarde, ocorreu-lhe que deveria ter ficado espantada, mas na hora tudo pareceu muito natural); mas quando ouviu o Coelho tirar um relógio do bolso do colete e olhar as horas, e depois sair em disparada, Alice se levantou num pulo, porque constatou subitamente que nunca tinha visto antes um coelho com bolso de colete, nem com relógio para tirar de lá, e, ardendo de curiosidade, correu pela campina atrás dele, ainda a tempo de vê-lo se meter a toda pressa numa grande toca de coelho debaixo da cerca. No instante seguinte, lá estava Alice se enfiando na toca atrás dele, sem nem pensar de que jeito conseguiria sair depois. Por um trecho, a toca de coelho seguia na horizontal, como um túnel, depois se afundava de repente, tão de repente que Alice não teve um segundo para pensar em parar antes de se ver despencando num poço muito fundo. Ou o poço era muito fundo, ou ela caía muito devagar, porque enquanto caía teve tempo de sobra para olhar à sua volta e imaginar o que iria acontecer em seguida. Primeiro, tentou olhar para baixo e ter uma ideia do que a esperava, mas estava escuro demais para se ver alguma coisa... ..Caindo, caindo, caindo. A queda não terminaria nunca? “Quantos quilômetros será que já caí até agora? Disse em voz alta. “Devo estar chegando perto do centro da Terra. Deixe-me ver: isso seria a uns seis mil e quinhentos quilômetros de profundidade, acho...” logo recomeçou. “Gostaria de saber se vou cair direto

através da Terra! Como vai ser engraçado sair no meio daquela gente que anda de cabeça para baixo!”

Essa parte do livro *As aventuras de Alice no país das maravilhas* e Alice através do espelho narra o momento que ela resolve seguir o Coelho que havia entrado em um buraco e acaba caindo nesse buraco, em uma longa queda.

“Na época de Carroli havia considerável especulação popular quanto ao que aconteceria se alguém caísse num buraco que passasse exatamente pelo centro da Terra. Plutarco havia formulado a pergunta e muitos pensadores famosos, entre os quais Francis Bacon e Voltaire, haviam-na discutido. Galileu (*Dialogo dei massini sistemi, giomata seconda*, editado em Florença em 1842, vol. 1, p. 251-2) deu a resposta correta: o objeto cairia com velocidade crescente mas com aceleração decrescente até atingir o centro da Terra, ponto em que sua aceleração seria zero. A partir daí teria sua velocidade reduzida, com aceleração crescente, até alcançar a abertura no outro extremo. Em seguida cairia de volta. Ignorando-se a resistência do ar e a força de Coriolis que resulta da rotação da Terra (a menos que o buraco vá de polo a polo), o objeto iria oscilar de um lado para o outro eternamente. A resistência do ar, é claro, acabaria por pô-lo em repouso...”

CARROIL, Lewis. Alice. Edição comentada. Tradução Maria Luiza X. de A Borges. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2002

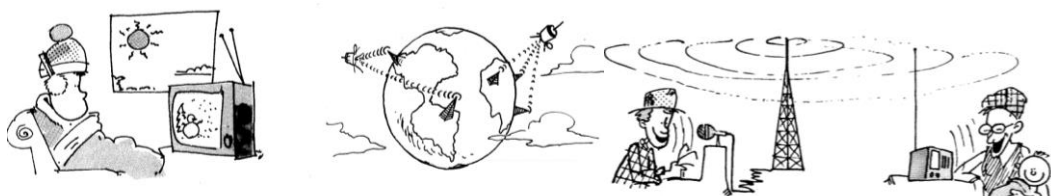
A partir da leitura do texto, pense e responda:

- 1) O movimento feito por Alice parece ser um movimento periódico?
- 2) No movimento de “queda” ou de oscilação de Alice, existe um ponto de equilíbrio?
- 3) Alguma força faz Alice cair quando chega a abertura do outro extremo. Qual poderia ser a força? Seria essa uma força de restauração?
- 4) Sabendo o tempo de queda para atravessar a Terra, é possível calcular o período e a frequência do movimento de oscilação da Alice? Explique.

## ANEXO 2

Atividade

Nome: \_\_\_\_\_



**TEXTO 1.** Quando ligamos o rádio, mesmo que nenhuma estação esteja sintonizada, estamos fechando o seu circuito elétrico interno que inclui entre muitas coisas, a fonte de energia fios de ligação, o alto-falante. Ao sintonizarmos uma estação, algo a mais acontece e está relacionado com a antena do aparelho e a da estação (...). Agora, podemos adiantar que a antena da estação comunica-se com a do aparelho de rádio sem necessidade de fios.

Com a TV acontece algo semelhante quando sintonizamos uma determinada estação. A diferença reside em que a comunicação entre as antenas do aparelho e da estação escolhida envolve além do som a imagem. Internamente, o aparelho de TV contém vários circuitos elétricos que envolvem diferentes materiais condutores de eletricidade. Tais circuitos, estão conectados à mesma fonte de energia elétrica que faz funcionar os demais aparelhos elétricos que são ligados na rede elétrica residencial.

A comunicação entre microcomputadores também tem sido possível não apenas através de circuitos com fios, mas também fazendo uso de antenas. Com o crescimento das comunicações entre governos, instituições científicas, bibliotecas, ..., dos mais diferentes locais do planeta, além dos eventos que hoje têm transmissão para todas as regiões ou boa parte delas, a utilização de antenas e satélites artificiais tem sido cada vez mais presente.

Fonte: Eletromagnetismo / GREF 4<sup>a</sup>. Ed. São Paulo: EDUSP, 2000.

1. Pesquisem de onde vem o nome rádio e porque o nome rádio parece ser bem empregado?

2. Na exibição do rádio, as informações chegam ao aparelho pela tomada ou pela antena?

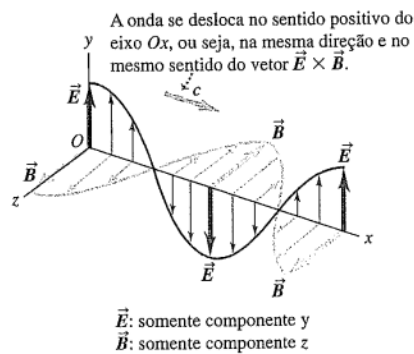
### **TEXTO 2.** Geração de ondas eletromagnéticas eletromagnética

Um dos métodos para fazer uma carga puntiforme emitir ondas eletromagnéticas consiste em fazê-la oscilar com movimento harmônico simples, de maneira que ela possua uma aceleração em quase todos os pontos de sua trajetória (a exceção ocorre quando a partícula passa em sua posição de equilíbrio). (...) Quando fazemos a carga oscilar para cima e para baixo, produzem-se ondas que se propagam a partir da carga através de linhas de campo {elétrico}. (...) Também existe uma perturbação magnética {ondulatória} que se espalha para fora da carga. Como as perturbações elétricas e magnéticas se espalham ou se irradiam para fora da fonte, podemos usar a expressão **radiação eletromagnética** com o mesmo sentido de “ondas eletromagnéticas”. (...) Ondas eletromagnéticas com comprimentos de onda macroscópicos {na escala de mm a m} foram inicialmente produzidas em laboratório no ano de 1887, pelo físico alemão Heinrich Hertz; (...) ele detectou as ondas eletromagnéticas resultantes usando outro circuito sintonizado para a mesma frequência e também produziu ondas eletromagnéticas estacionárias e mediu a distância entre dois nós consecutivos para determinar seu comprimento de onda. Sabendo a frequência de ressonância {frequência de sintonização} de seu circuito, ele então determinou a velocidade da onda usando a relação  $v = \lambda \cdot f$ . Desse modo, verificou que a velocidade da onda eletromagnética era igual a velocidade da luz, que designamos pelo símbolo  $c$ , é igual a 299.792.458 m/s. (...) A possibilidade do uso de ondas eletromagnéticas para a comunicação através de distâncias longas parece não ter ocorrido para Hertz. Coube aos entusiasmos e ao esforço de Marconi e de outros a ideia de fazer as comunicações por meio do rádio se tornarem uma realidade cotidiana.

Em um *transmissor* de rádio, cargas elétricas oscilam ao longo do comprimento de uma antena condutora, produzindo campos oscilantes. Visto que muitas cargas oscilam juntas em uma antena, as perturbações são muito mais fortes que em uma única carga oscilando e podem ser detectadas em distâncias muito mais longas. Em um *receptor* de rádio, a antena também é um condutor; os campos das ondas que emanam de um transmissor distante exercem forças sobre as cargas livres no interior

da antena receptora, produzindo uma corrente oscilante que é detectada e amplificada pelo circuito receptor.

As ondas eletromagnéticas senoidais são diretamente análogas às ondas mecânicas transversais em uma corda esticada. Em uma onda eletromagnética senoidal, os campos elétricos e magnéticos em qualquer ponto do espaço são funções senoidais do tempo, e em qualquer instante, a variação espacial dos campos também é.



Fonte: YOUNG E FREEDMAN. 12<sup>a</sup> edição. 2009

4. Suponha que, na figura,  $E_0$  e  $B_0$  representem as amplitudes dos campos elétricos e magnéticos.

a) Como você descreveria matematicamente a forma espacial das ondas eletromagnéticas?

b) Como você descreveria matematicamente a intensidade do campo elétrico e do campo magnético em um ponto do espaço ao longo do tempo?

c) Você pode comparar as ondas eletromagnéticas com pêndulo cônico e com o sistema massa mola? O que tem em comum?