

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**MODELAGEM FÍSICO-MATEMÁTICA DA INTERAÇÃO
SOLO-ATMOSFERA E EROSÃO HÍDRICA EM BORDAS DE
RESERVATÓRIOS**

MATHEUS MARQUES MARTINS

**ORIENTADOR: PROF. ANDRÉ LUÍS BRASIL CAVALCANTE,
D.Sc.**

**COORIENTADORA: PROF.^a MARTA PEREIRA DA LUZ,
D.Sc.**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM GEOTECNIA

**PUBLICAÇÃO: G.DM-366/2022
BRASÍLIA/DF: MAIO/2022**

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

**MODELAGEM FÍSICO-MATEMÁTICA DA INTERAÇÃO
SOLO-ATMOSFERA E EROÇÃO HÍDRICA EM BORDAS DE
RESERVATÓRIOS**

MATHEUS MARQUES MARTINS

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA
CIVIL E AMBIENTAL DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE**

APROVADA POR:



PROF. ANDRÉ LUÍS BRASIL CAVALCANTE, D.Sc. (UnB)
(ORIENTADOR)



PROF.ª MARTA PEREIRA DA LUZ, D.Sc. (Furnas)
(COORIENTADORA)



PROF. JOSÉ CAMAPUM DE CARVALHO, Dr. (UnB)
(EXAMINADOR INTERNO)



PROF.ª MÁRCIA MARIA DOS ANJOS MASCARENHA, D.Sc. (UFG)
(EXAMINADORA EXTERNA)

DATA: BRASÍLIA/DF, 19 DE MAIO DE 2022

FICHA CATALOGRÁFICA

MARTINS, MATHEUS MARQUES

Modelagem Físico-Matemática da Interação Solo-Atmosfera e Erosão Hídrica em Bordas de Reservatórios.

xv, 106 p., 210 x 297 mm (ENC/FT/UnB, Mestre, Geotecnia, 2022).

Dissertação de Mestrado – Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.

1. Barragem

2. Transporte de sedimentos

3. Escoamento superficial

4. Infiltração

I. ENC/FT/UnB

II. Mestre

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

Martins, M. M. (2022). Modelagem Físico-Matemática da Interação Solo-Atmosfera e Erosão Hídrica em Bordas de Reservatórios. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 106 p.

CESSÃO DE DIREITOS

NOME DO AUTOR: Matheus Marques Martins

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO: Modelagem Físico-Matemática da Interação Solo-Atmosfera e Erosão Hídrica em Bordas de Reservatórios

GRAU/ANO: Mestre/2022

É concedida à Universidade de Brasília a permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.



Matheus Marques Martins

SQS 407 Bloco V Apartamento 208, Asa Sul

70256-220 – Brasília/DF – Brasil

mmarquesmartins@hotmail.com

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus e Nossa Senhora, por guiarem meu caminho.

Aos meus pais, Carlos e Nízia, que sempre me incentivaram e me deram total suporte para que eu pudesse colocar os estudos em primeiro lugar. Vocês são minha inspiração diária.

Ao meu orientador, André Luís Brasil Cavalcante, sou grato por acreditar em mim, por sempre me apoiar, pelo direcionamento ao longo do desenvolvimento desta pesquisa e por todos os ensinamentos transmitidos.

A Furnas e à minha coorientadora, Marta Pereira da Luz, pelo apoio à realização desta pesquisa, que está inserida no Projeto de Pesquisa, Desenvolvimento e Inovação “Modelagem em Diversas Escalas da Geração de Sedimentos em Erosões e o Aporte em Reservatórios de UHEs”.

Ao meu amigo José Carlos Frazão Merabet Júnior, cuja pesquisa desenvolvida na Universidade Federal de Goiás se relacionava diretamente com a minha. Sou muito grato pela colaboração e pelos dados experimentais fornecidos, que foram essenciais para esta pesquisa.

Aos colegas do Grupo de Pesquisa GeoFluxo, em especial, Moisés, Ana Paola, Katherin e Mateus Bezerra, que sempre foram atenciosos e demonstraram interesse em me ajudar.

Às minhas colegas de mestrado, Lara e Isabella, sou muito grato pelas horas de estudo em conjunto e por estarem ao meu lado nas adversidades. Sempre estarei torcendo pelo sucesso de vocês e contem comigo para o que precisarem.

À Universidade de Brasília, por fazer parte da minha história e por ser única.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), pelo apoio financeiro durante os dois anos de mestrado.

Obrigado!

MODELAGEM FÍSICO-MATEMÁTICA DA INTERAÇÃO SOLO-ATMOSFERA E EROÇÃO HÍDRICA EM BORDAS DE RESERVATÓRIOS

RESUMO

A capacidade de geração de energia de uma usina hidrelétrica (UHE) está relacionada com o volume útil armazenado no reservatório de água. Ao longo da vida útil do reservatório, o aporte e a deposição de sedimentos reduzem gradualmente esta capacidade de geração. O desprendimento de partículas de solo em bordas de reservatórios é consequência da erosão hídrica, que pode ser deflagrada pelo impacto de gotas de chuva e pela tensão de cisalhamento exercida pelo escoamento superficial, ou seja, a erosão hídrica, embora não apenas, é induzida por um evento de precipitação, corroborando para a necessidade de um melhor entendimento dos processos de circulação de água envolvidos na interação solo-atmosfera. Modelos físico-matemáticos podem ser empregados para descrever o processo de geração de escoamento superficial e o transporte de sedimentos, constituindo uma alternativa eficaz para estimativa do volume de partículas desprendidas em bordas de reservatórios. Nesta pesquisa, foi desenvolvido um modelo analítico em condição de precipitação constante no qual a infiltração de água no solo foi descrita pelo modelo de Green-Ampt-Mein-Larson, o escoamento superficial foi aproximado pelo modelo de onda cinemática e a erosão hídrica foi estimada a partir da equação da continuidade do transporte de sedimentos. Como resultado, foram desenvolvidas as equações da descarga por unidade de área, da lâmina acumulada, da taxa de carreamento de sedimentos e da perda de solo, as quais foram validadas com dados experimentais de ensaios com simulador de chuva. Foi verificado que a descarga por unidade de área e a taxa de carreamento de sedimentos formam um patamar no regime estacionário, enquanto a lâmina acumulada e a perda de solo crescem linearmente ao longo do tempo. O modelo do escoamento superficial se aplicou melhor a inclinações maiores. O modelo do transporte de sedimentos não foi capaz de retratar um pico de taxa de carreamento de sedimentos observado nos dados experimentais durante os minutos iniciais de chuva, sendo constatada a necessidade de considerar a erosão por impacto de gotas de chuva como variável no tempo. Por outro lado, a evolução da perda de solo teve correspondência satisfatória com os dados experimentais. Também foram realizadas análises paramétricas para demonstrar a influência da intensidade de precipitação, da permeabilidade, da inclinação e do comprimento do plano de fluxo, da duração da precipitação, do coeficiente de erodibilidade, da tensão de cisalhamento crítica e da constante da erosão por impacto de gotas de chuva nas equações desenvolvidas.

Palavras-Chave: Barragem; Transporte de Sedimentos; Escoamento Superficial; Infiltração.

PHYSICAL-MATHEMATICAL MODELING OF SOIL-ATMOSPHERE INTERACTION AND WATER EROSION IN RESERVOIRS BANKS

ABSTRACT

The power generation capacity of a hydroelectric power plant is related to the usable volume stored in the water reservoir. Over the lifetime of the water reservoir, sediment transport and deposition gradually reduces its power generation capacity. The detachment of soil particles in water reservoirs banks is a consequence of water erosion, which can be caused by rainfall splash and tractive shear force exerted by overland flow, so water erosion, although not only, is induced by a rainfall event, which corroborates the need for a better understanding of the water circulation processes involved in the soil-atmosphere interaction. Physical-mathematical models can be employed to describe overland flow generation and sediment transport, being an effective way to predict the volume of soil particles detached from water reservoirs banks. In this research, an analytical model was developed under uniform rainfall conditions in which water infiltration was described by the Green-Ampt-Mein-Larson model, overland flow was approximated by the kinematic wave model and water erosion was estimated using the sediment transport continuity equation. As a result, the equations for discharge per unit area, total runoff, sediment yield rate and sediment load per unit area were developed. These equations were validated with experimental data obtained from rainfall simulator tests. It was found that discharge per unit area and sediment yield rate form a plateau in the steady state, while total runoff and sediment load per unit area increase linearly over time. The overland flow model applied best at steeper slopes. The sediment transport model was not able to present a peak sediment yield rate observed in the experimental data during the initial minutes of rainfall, indicating the need to consider splash erosion as time-varying. On the other hand, the evolution of sediment load per unit area had satisfactory correspondence with the experimental data. Parametric analyses were also runned in order to demonstrate the influence of rainfall intensity, hydraulic conductivity, slope gradient, slope length, rainfall duration, erodibility coefficient, critical shear stress and splash erosion calibration constant on the developed equations.

Keywords: Dam; Sediment Transport; Overland Flow; Infiltration.

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	1
1.1.	Motivação	1
1.2.	Objetivos.....	2
1.3.	Estrutura da Dissertação	3
2.	MEIO POROSO NÃO SATURADO	5
2.1.	Fluxo em Solos Não Saturados.....	6
2.1.1.	Lei de Darcy	6
2.1.2.	Lei de Darcy-Buckingham.....	7
2.1.3.	Equação de Richards	7
2.2.	Modelos Constitutivos	9
2.2.1.	Curva de Retenção de Água no Solo	9
2.2.2.	Função de Condutividade Hidráulica	13
3.	INTERAÇÃO SOLO-ATMOSFERA	16
3.1.	Precipitação	17
3.2.	Infiltração.....	17
3.2.1.	Modelo de Green-Ampt.....	18
3.2.2.	Modelo de Mein-Larson	20
3.3.	Escoamento Superficial	21
4.	EROSÃO	25
4.1.	Erosão Hídrica	26
4.1.1.	Erosão por Impacto de Gotas de Chuva	26
4.1.2.	Erosão Laminar.....	27
4.2.	Perdas de Solo	28
4.2.1.	Equação Universal de Perdas de Solo	28
4.2.2.	Equação da Continuidade do Transporte de Sedimentos	29
4.3.	Ensaio de Laboratório	30
4.3.1.	Ensaio com Simulador de Chuva.....	30
4.3.2.	Ensaio de Inderbitzen	31
5.	METODOLOGIA.....	33
5.1.	Material.....	33
5.2.	Métodos	34
5.2.1.	Interação Solo-Atmosfera.....	34

5.2.2.	Erosão Hídrica	35
5.2.3.	Análises Paramétricas	37
6.	DESENVOLVIMENTO DO MODELO FÍSICO-MATEMÁTICO.....	38
6.1.	Acoplamento do Modelo Constitutivo ao Modelo de Mein-Larson.....	38
6.2.	Escoamento Superficial em Condição de Precipitação Constante	39
6.2.1.	Durante a Precipitação.....	40
6.2.2.	Após a Precipitação	40
6.3.	Erosão Hídrica em Condição de Precipitação Constante	41
6.3.1.	Durante a Precipitação.....	42
6.3.2.	Após a Precipitação	43
6.3.3.	Volume de Partículas Desprendidas	45
7.	ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	46
7.1.	Validação do Modelo.....	46
7.1.1.	Curva de Retenção de Água no Solo e Função de Condutividade Hidráulica	46
7.1.2.	Escoamento Superficial em Condição de Precipitação Constante	47
7.1.3.	Erosão Hídrica em Condição de Precipitação Constante	55
7.2.	Análises Paramétricas.....	64
7.2.1.	Intensidade de Precipitação	64
7.2.2.	Condutividade Hidráulica Saturada do Solo	67
7.2.3.	Declividade do Plano de Fluxo.....	70
7.2.4.	Comprimento do Plano de Fluxo.....	72
7.2.5.	Duração da Precipitação	75
7.2.6.	Coefficiente de Erodibilidade	77
7.2.7.	Tensão de Cisalhamento Crítica	79
7.2.8.	Constante da Erosão por Impacto de Gotas de Chuva.....	80
8.	CONCLUSÕES	82
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	84
	APÊNDICE A: OBTENÇÃO DAS EQUAÇÕES DE LÂMINA ACUMULADA E DE PERDA DE SOLO	90
	APÊNDICE B: VALIDAÇÃO DO MODELO FÍSICO-MATEMÁTICO A PARTIR DA CURVA DE RETENÇÃO DE ÁGUA NO SOLO OBTIDA POR MOLHAGEM.....	93

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1. Volume infinitesimal de solo não saturado (Adaptado de Fredlund, 1979).	5
Figura 2.2. Zonas da curva de retenção de água no solo (Adaptado de Salinas, 2017).	10
Figura 2.3. Sensibilidade do parâmetro de ajuste δ na curva de retenção de água no solo (Adaptado de Cavalcante e Zornberg, 2017).	12
Figura 2.4. Validação experimental do modelo da curva de retenção de água no solo com dados de El Volador, na Colômbia (Adaptado de Costa e Cavalcante, 2021).	13
Figura 2.5. Sensibilidade do parâmetro de ajuste δ na função de condutividade hidráulica (Adaptado de Cavalcante e Zornberg, 2017).	14
Figura 2.6. Função de condutividade hidráulica do modelo de Costa e Cavalcante aplicada ao solo de El Volador, na Colômbia (Adaptado de Costa e Cavalcante, 2021).	15
Figura 3.1. Perfil da frente de umedecimento no modelo de Green-Ampt.	19
Figura 3.2. Regiões de um hidrograma hipotético.	22
Figura 4.1. Simulador de chuva.	30
Figura 4.2. Aparelho de Inderbitzen.	32
Figura 5.1. Processos envolvidos no estudo da interação solo-atmosfera.	35
Figura 5.2. Processos envolvidos no estudo da erosão hídrica.	36
Figura 5.3. Análises paramétricas realizadas.	37
Figura 7.1. Modelo da SWRC de secagem para um intervalo de confiança de 95%.	46
Figura 7.2. Função de condutividade hidráulica das amostras de solo.	47
Figura 7.3. Descarga por unidade de área nos ensaios.	50
Figura 7.4. Lâmina acumulada nos ensaios.	53
Figura 7.5. Comparação entre dados experimentais e modelo da lâmina acumulada.	55
Figura 7.6. Taxa de carreamento de sedimentos nos ensaios.	58
Figura 7.7. Perda de solo nos ensaios.	61
Figura 7.8. Comparação entre dados experimentais e modelo da perda de solo.	63
Figura 7.9. Efeito da intensidade de precipitação nas equações.	66
Figura 7.10. Efeito da permeabilidade nas equações.	69
Figura 7.11. Efeito da declividade nas equações.	72
Figura 7.12. Efeito do comprimento nas equações.	74
Figura 7.13. Efeito da duração da precipitação nas equações.	77
Figura 7.14. Efeito do coeficiente de erodibilidade nas equações.	78
Figura 7.15. Efeito da tensão de cisalhamento crítica nas equações.	80

Figura 7.16. Efeito da constante da erosão por impacto de gotas de chuva nas equações.....	81
Figura B.1. Modelo da SWRC de molhagem para um intervalo de confiança de 95%.....	93
Figura B.2. Descarga por unidade de área nos ensaios.	97
Figura B.3. Lâmina acumulada nos ensaios.....	100
Figura B.4. Taxa de carreamento de sedimentos nos ensaios.	103
Figura B.5. Perda de solo nos ensaios.....	106

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1. Principais equações de ajuste da curva de retenção de água no solo.	11
Tabela 2.2. Principais equações de ajuste da função de condutividade hidráulica.	14
Tabela 3.1. Extensão dos modelos hidráulicos de escoamento (Adaptado de Tucci, 2007b)..	23
Tabela 4.1. Deslocamento de sólidos no escoamento (Adaptado de Aksoy e Kavvas, 2005).	26
Tabela 5.1. Caracterização geotécnica das amostras de solo retiradas da UHE Itumbiara.	33
Tabela 5.2. Ensaio com simulador de chuva realizados por Merabet Jr. (2022, no prelo).	33
Tabela 5.3. Valores utilizados como referência nas análises paramétricas.	37
Tabela 7.1. Parâmetros calibrados no modelo da SWRC de Costa e Cavalcante.	46
Tabela B.1. Parâmetros calibrados no modelo da SWRC de Costa e Cavalcante a partir dos dados obtidos pelo processo de molhagem.	93
Tabela B.2. Comparativo da adequabilidade das equações aos dados obtidos pelos processos de secagem e de molhagem.	94

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

Abreviatura/Sigla	Significado
EDP	Equação Diferencial Parcial
Eletrobras	Centrais Elétricas Brasileiras S/A
IDF	Intensidade, Duração e Frequência
RUSLE	Equação Universal de Perdas de Solo Revisada / <i>Revised Universal Soil Loss Equation</i>
SWRC	Curva de Retenção de Água no Solo / <i>Soil Water Retention Curve</i>
UFG	Universidade Federal de Goiás
UHE	Usina Hidrelétrica
USLE	Equação Universal de Perdas de Solo / <i>Universal Soil Loss Equation</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolo	Unidade	Significado
β	-	Coefficiente que reflete o grau de turbulência do fluxo
δ	cm ⁻¹	Parâmetro de ajuste do modelo de Cavalcante e Zornberg
δ_1	cm ⁻¹	Parâmetro de ajuste correspondente aos macroporos no modelo de Costa e Cavalcante
δ_2	cm ⁻¹	Parâmetro de ajuste correspondente aos microporos no modelo de Costa e Cavalcante
Θ	-	Teor de umidade volumétrica normalizado
θ	-	Teor de umidade volumétrica
θ_i	-	Teor de umidade volumétrica inicial
θ_r	-	Teor de umidade volumétrica residual
θ_s	-	Teor de umidade volumétrica saturado
λ	-	Fator de ponderação do modelo de Costa e Cavalcante
π	cm	Sucção osmótica
ρ_d	g/cm ³	Massa específica seca
ρ_s	g/cm ³	Massa específica dos sólidos
ρ_w	g/cm ³	Massa específica da água
τ	Pa	Tensão de cisalhamento
τ_c	Pa	Tensão de cisalhamento crítica
ϕ	cm	Carga hidráulica
ψ	cm	Sucção total
ψ_b	cm	Valor de entrada de ar
ψ_f	cm	Sucção mátrica na frente de umedecimento
ψ_i	cm	Sucção mátrica inicial
ψ_r	cm	Sucção residual
A	m ²	Área da seção transversal
a	-	Parâmetro de ajuste do modelo de Costa e Cavalcante
a_s	cm/min	Velocidade advectiva em condição não saturada
b	-	Parâmetro de ajuste do modelo de Costa e Cavalcante
C	cm ^{0.5} /min	Coefficiente de Chézy
c_r	g ² .min/cm ⁷	Constante de calibração da erosão por impacto de gotas de chuva

Símbolo	Unidade	Significado
D	cm ² /min	Difusividade da água em condição não saturada
e	-	Índice de vazios
F	cm	Infiltração acumulada
F_p	cm	Infiltração acumulada no tempo de empoçamento
f	cm/min	Taxa de infiltração
g	m/s ²	Aceleração da gravidade
h	cm	Lâmina de escoamento superficial
J	cm/cm	Declividade do plano de fluxo
J_f	cm/cm	Declividade da linha de atrito
K_e	g/cm ² /min/Pa	Coefficiente de erodibilidade
k	cm/min	Condutividade hidráulica não saturada do solo
k_s	cm/min	Condutividade hidráulica saturada do solo
L	cm	Comprimento do plano de fluxo
m_d	g	Massa de solo seco desagregado
n	min/cm ^{1/3}	Coefficiente de rugosidade de Manning
P	g/m ²	Perda de solo
p	cm/min	Intensidade de precipitação
p_e	cm/min	Precipitação efetiva
Q	cm ² /min	Descarga unitária
q	cm/min	Descarga por unidade de área
R	cm	Lâmina acumulada
R^2	-	Coefficiente de determinação
R_h	cm	Raio hidráulico
S	g/m ² /min	Taxa de carreamento de sedimentos
S_r	-	Grau de saturação
s	g/cm ³	Concentração de sedimentos
T	g/m ² /min	Capacidade de transporte
t	min	Tempo
t_p	min	Tempo de empoçamento
t_s	min	Duração da precipitação

Símbolo	Unidade	Significado
u_a	cm	Poropressão do ar
u_w	cm	Poropressão da água
$u_a - u_w$	cm	Sucção mátrica
V_s	m^3/m^2	Volume de partículas desprendidas por unidade de área
V_t	m^3	Volume total
V_v	m^3	Volume de vazios
V_w	m^3	Volume de água
v	cm/min	Velocidade de percolação
Y	g/cm/min	Produto entre concentração de sedimentos e descarga unitária
Z	cm	Profundidade da frente de umedecimento
z	cm	Distância ao longo do plano de fluxo

1. INTRODUÇÃO

1.1. Motivação

O emprego de reservatórios de água para garantia do abastecimento público ou para geração de energia elétrica possui importância estratégica dentro do planejamento econômico e social de um país. A capacidade de geração de uma usina hidrelétrica está diretamente relacionada com o volume útil armazenado no reservatório de água. Ao longo do tempo, os processos erosivos que ocorrem nas bacias de contribuição, assim como nas margens do reservatório, promovem o aporte e a deposição de sedimentos no fundo do reservatório, reduzindo gradualmente o volume útil e resultando em problemas como diminuição da geração de energia, dificuldades de operação da tomada de água, válvulas de descarga e comportas, e danos às turbinas por abrasão (Eletrobras, 2003).

A erosão é um processo físico que abrange o desprendimento, o transporte e a deposição de partículas de solo ou rocha. Os agentes primários do desprendimento de partículas sólidas são as forças de tração exercidas pelo escoamento superficial e a ação por impacto de gotas de chuva (Govindaraju, 1998). A interação solo-atmosfera abrange os processos de circulação de água e temperatura entre estes dois meios, promovendo, dentre outros, variações na umidade e na sucção atuante no solo, o que interfere na infiltração de água e no escoamento superficial gerado. A precipitação é responsável pelo aporte de água à superfície do solo e o que excede à infiltração escoam superficialmente sob a forma de uma fina lâmina de água (Horton, 1933).

O estudo de processos erosivos depende da escala de interesse: em áreas maiores, a cartografia geotécnica é empregada para entender os processos de degradação promovidos por atividades antrópicas e para propor ações preventivas e restauradoras das boas condições ambientais (Souza e Romão, 2017); em uma escala reduzida, a modelagem numérica associada a ensaios laboratoriais possibilita a incorporação de propriedades internas de resistência do solo e de modificações na interação solo-atmosfera, contribuindo para o entendimento dos fenômenos envolvidos na deflagração e evolução dos processos erosivos.

Neste contexto, modelos físico-matemáticos podem ser empregados para descrever o escoamento superficial e o transporte de sedimentos, constituindo uma forma efetiva de previsão do volume de partículas desprendidas devido à ocorrência de um evento de precipitação. O processo de geração de escoamento superficial é fundamentado na equação da continuidade e na equação de quantidade de movimento, que são equações altamente não lineares (Wang *et al.*, 2006) e só podem ser resolvidas numericamente. Alternativamente, podem ser obtidas soluções analíticas a partir de simplificações destas equações, como o modelo de onda cinemática e o modelo de onda de difusão (Govindaraju e Kavvas, 1991).

Devido aos prejuízos econômicos e ambientais associados ao desprendimento de partículas de solo, fica evidente como o processo precipitação-infiltração-deposição precisa ser mais bem compreendido e quantificado. Usualmente, a equação universal de perdas de solo é empregada para o cálculo da erosão hídrica durante períodos de tempo mais extensos. Há uma perda de acurácia quando esta equação é aplicada para um evento específico de precipitação porque seus fatores médios variam consideravelmente a cada evento, entretanto as flutuações aleatórias tendem a oferecer um razoável valor médio na previsão da erosão hídrica de longo prazo (Wischmeier e Smith, 1978).

Portanto, o desenvolvimento de soluções analíticas para o problema exposto a partir da equação da continuidade do transporte de sedimentos e o estudo do comportamento das variáveis envolvidas no processo constituem um avanço importante na compreensão da dinâmica da erosão hídrica, contribuindo para uma tomada de decisão mais embasada caso seja necessário o emprego de medidas preventivas e/ou mitigadoras.

1.2. Objetivos

O objetivo geral desta Dissertação é desenvolver um modelo analítico capaz de estimar o volume de partículas desprendidas de bordas de reservatórios em condição de precipitação constante. Para cumprir este objetivo geral, os seguintes objetivos específicos serão realizados:

- Incorporar a influência da sucção na estimativa da taxa de infiltração;
- Desenvolver uma solução analítica para o escoamento superficial em um talude inclinado a partir do modelo de onda cinemática;
- Desenvolver uma solução analítica para a equação da continuidade do transporte de sedimentos;
- Programar um código no *Wolfram Mathematica 12.3* com as soluções desenvolvidas para o escoamento superficial e para o transporte de sedimentos;
- Verificar a validade do modelo proposto por retroanálise a partir de dados experimentais obtidos pela UFG (Universidade Federal de Goiás) por meio de ensaios com simulador de chuva realizados com amostras de solo da Usina Hidrelétrica (UHE) de Itumbiara;
- Realizar análises paramétricas das equações desenvolvidas.

1.3. Estrutura da Dissertação

No Capítulo 1, introduz-se a pesquisa, definem-se seus objetivos e detalha-se a estrutura desta dissertação.

No Capítulo 2, são apresentados o conceito de meio poroso não saturado, a equação governadora do movimento da água em solos não saturados e as justificativas para escolher o modelo constitutivo de Cavalcante e Zornberg (2017) para representação da curva de retenção de água no solo em termos da sucção mátrica.

No Capítulo 3, são discutidos os fenômenos de interesse na interação solo-atmosfera: precipitação, infiltração e escoamento superficial. O modelo de infiltração de Green-Ampt-Mein-Larson é exposto em termos de suas aplicabilidades, hipóteses adotadas e limitações. É justificada a escolha do modelo de onda cinemática para descrever o processo de geração de escoamento superficial de forma aproximada e explicado como o regime de fluxo é incorporado neste modelo.

No Capítulo 4, é explicado o conceito de erosão e como ocorre a movimentação de sedimentos dentro do escoamento superficial. Os agentes primários da erosão hídrica (impacto de gotas de chuva e escoamento superficial) são discutidos e também é apresentada a equação da continuidade do transporte de sedimentos, que será utilizada para estimar o volume de partículas de solo desprendidas por unidade de área.

A metodologia da pesquisa é apresentada no Capítulo 5.

No Capítulo 6, apresenta-se o desenvolvimento do modelo físico-matemático. É demonstrado o passo a passo para a obtenção da solução analítica do escoamento superficial gerado por um evento de chuva com intensidade constante e da solução analítica da equação da continuidade do transporte de sedimentos. Também são descritas as hipóteses simplificadoras adotadas durante o desenvolvimento das equações.

No Capítulo 7, são contempladas a análise e a discussão dos resultados. O modelo é validado com dados experimentais pelo cálculo do coeficiente de determinação das equações. Em seguida, são realizadas análises paramétricas para avaliação do efeito da intensidade de precipitação, da condutividade hidráulica saturada do solo, da declividade e do comprimento do plano de fluxo, da duração da precipitação, do coeficiente de erodibilidade, da tensão de cisalhamento crítica e da constante da erosão por impacto de gotas de chuva no padrão apresentado pelo modelo.

Por fim, as conclusões do trabalho e as sugestões para trabalhos futuros são expostas no Capítulo 8.

Em seguida, são listadas todas as referências bibliográficas utilizadas durante a elaboração desta dissertação.

No Apêndice A, é apresentado o desenvolvimento matemático das equações de lâmina acumulada e de perda de solo. Estas equações também são comparadas com equações encontradas na literatura.

No Apêndice B, é apresentada a validação do modelo físico-matemático caso fossem empregados os dados da SWRC obtida pelo processo de molhagem.

2. MEIO POROSO NÃO SATURADO

A mecânica dos solos combina a mecânica de engenharia com as propriedades dos solos. Embora uma grande variedade de tipos de solo seja descrita pela mecânica dos solos clássica, como areias, siltes e argilas saturadas ou areias secas, vários materiais usuais na prática de engenharia apresentam comportamento não consistente com seus princípios e conceitos, como argilas de alta plasticidade, solos siltosos fofos, solos residuais, solos escavados e solos recompactados (Fredlund e Rahardjo, 1993). A mecânica dos solos não saturados é uma generalização da mecânica dos solos clássica, podendo ser tratada como uma extensão fenomenológica da hipótese do contínuo, que considera a matéria como indefinidamente divisível e estabelece a ideia de um volume infinitesimal de materiais. Na mecânica do contínuo, os materiais são idealizados e definidos por relações constitutivas (Lai *et al.*, 2009). Quando o meio é tratado como contínuo, torna-se possível o uso do cálculo integral e diferencial como instrumento de análise.

Fredlund e Morgenstern (1977) dividiram os solos não saturados em quatro fases distintas: partículas de solo, água, ar e membrana contráctil. A partir do conceito de fase, Fredlund (1979) reforçou que a membrana contráctil deve ser considerada como uma fase independente por possuir propriedades distintas dos materiais contíguos e superfície de contorno definida. Do ponto de vista comportamental, um solo não saturado pode ser visto como uma mistura de duas fases que atingem o equilíbrio quando submetidas a um gradiente de tensão (partículas de solo e membrana contráctil) e de duas fases que fluem (ar e água).

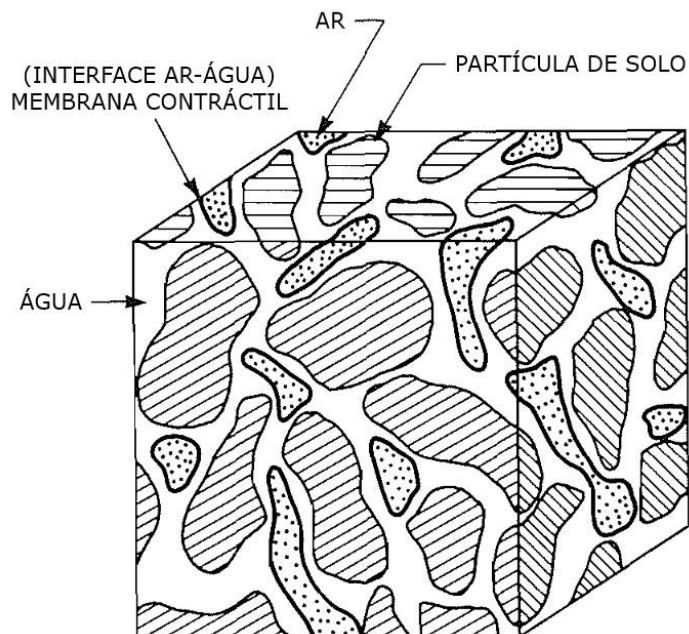


Figura 2.1. Volume infinitesimal de solo não saturado (Adaptado de Fredlund, 1979).

A presença desta membrana contráctil é explicada pelo fenômeno da capilaridade da água, no qual a adesão entre as moléculas de água e as moléculas da superfície sólida é resultado das forças de interação intermoleculares, também conhecidas como forças de Van der Waals. Além das forças de superfície, o efeito da capilaridade depende da distribuição granulométrica e da porosidade; consequentemente, a capilaridade é função da distribuição de poros no solo, que varia de uniforme a bem graduada (Camapum de Carvalho *et al.*, 2015).

2.1. Fluxo em Solos Não Saturados

Para que haja movimento de um fluido em um meio qualquer, é necessário que haja diferença de energia interna ou intrínseca entre as moléculas do fluido localizadas em diferentes regiões do meio. Havendo esta diferença de energia ou de potencial, o fluido sempre migrará das regiões nas quais as moléculas se encontram com maior energia interna para aquelas que se encontram em condições de menor energia. De uma forma geral, pode-se dizer que a energia interna de um fluido está sempre relacionada com o grau de agitação de suas moléculas, tendo seus efeitos expressos na forma de energia térmica ou de pressão (Machado e Vilar, 2015).

2.1.1. Lei de Darcy

Darcy (1856) estudou o fluxo vertical de água em colunas preenchidas com areia limpa e concluiu que a vazão é proporcional à seção transversal da coluna e à carga piezométrica, e inversamente proporcional ao comprimento da coluna. A condutividade hidráulica do solo, também conhecida como coeficiente de permeabilidade, é a medida da facilidade do fluido para percolar pelos vazios do solo. Em solos saturados, a condutividade hidráulica depende do índice de vazios e da distribuição de poros no solo; em solos não saturados, a condutividade hidráulica passa a depender também da quantidade de água presente nos vazios e do histórico de saturação (Masrouri *et al.*, 2008). Além disso, é preciso mencionar que a temperatura afeta a viscosidade e a densidade do fluido, interferindo na interação entre as moléculas.

A Lei de Darcy, válida para regime laminar em meios saturados, é definida por:

$$v_z = -k_s \frac{d\phi}{dz} \quad (2.1)$$

onde: v = velocidade de percolação [LT^{-1}];

k_s = condutividade hidráulica saturada do solo [LT^{-1}];

ϕ = carga hidráulica [L];

z = distância ao longo do plano de fluxo [L].

2.1.2. Lei de Darcy-Buckingham

Buckingham (1907) estendeu a Lei de Darcy para solos não saturados, de modo que a condutividade hidráulica passou a ser definida como função do teor de umidade volumétrica ou da poropressão do solo. No segundo caso, a Lei de Darcy-Buckingham é expressa como:

$$v_z = -k_z(\psi) \frac{d\phi}{dz} \quad (2.2)$$

onde: k = condutividade hidráulica não saturada do solo [LT^{-1}];

ψ = sucção total [$ML^{-1}T^{-2}$].

2.1.3. Equação de Richards

O princípio da conservação de massa estabelece que a taxa de variação temporal do armazenamento de massa em um volume infinitesimal equivale à diferença entre a taxa de entrada e a taxa de saída de massa. Para fluidos incompressíveis (com massa específica constante no tempo) e homogêneos (com massa específica constante no espaço), a equação da continuidade de fluxo é descrita por:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{\partial v_z}{\partial z} \quad (2.3)$$

onde: θ = teor de umidade volumétrica [adimensional];

t = tempo [T].

Richards (1931) desenvolveu a equação que governa o movimento da água em solos não saturados ao substituir a Eq. (2.2) na Eq. (2.3):

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial z} \left[-k_z(\psi) \frac{d\phi}{dz} \right] \quad (2.4)$$

A carga hidráulica pode ser expressa pela equação de Bernoulli, sendo expandida em termos da carga altimétrica, da carga de pressão (com a sucção mátrica assumindo um valor negativo por se tratar de uma tensão de tração) e da carga cinética, respectivamente:

$$\phi = -z + \frac{\psi}{\rho_w g} + \frac{v_z^2}{2g} \quad (2.5)$$

onde: ρ_w = massa específica da água [ML^{-3}];

g = aceleração da gravidade [LT^{-2}].

Durante a infiltração, a velocidade de percolação é baixa e a parcela de carga cinética pode ser desprezada. Substituindo a Eq. (2.5) na Eq. (2.4):

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[k_z(\psi) \left(\frac{1}{\rho_w g} \frac{\partial \psi}{\partial z} - 1 \right) \right] \quad (2.6)$$

Como a condutividade hidráulica não saturada é função da sucção total e esta é função do teor de umidade volumétrica, a equação de Richards pode ser manipulada como uma equação diferencial parcial (EDP) com apenas uma incógnita (teor de umidade volumétrica) variando no tempo e no espaço:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{k_z(\theta)}{\rho_w g} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} \right] - \frac{\partial k_z}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} \quad (2.7)$$

Definindo a difusividade da água em condição não saturada como:

$$D_z(\theta) = \frac{k_z(\theta)}{\rho_w g} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \quad (2.8)$$

E a velocidade advectiva em condição não saturada como:

$$a_s(\theta) = \frac{\partial k_z}{\partial \theta} \quad (2.9)$$

Ao substituir a Eq. (2.8) e a Eq. (2.9) na Eq. (2.7), a equação de Richards pode ser reescrita como:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[D_z(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} \right] - a_s(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} \quad (2.10)$$

onde: D = difusividade da água em condição não saturada [$L^2 T^{-1}$];

a_s = velocidade advectiva em condição não saturada [LT^{-1}].

A equação de Richards possui difícil solução analítica em condição transiente devido à natureza fortemente não linear das propriedades hidráulicas dos solos não saturados. As soluções analíticas encontradas na literatura são aproximações fundamentadas em hipóteses simplificadoras (Philip, 1960; Sander *et al.*, 1988; Hogarth *et al.*, 1989; Hogarth *et al.*, 1992; Parlange *et al.*, 1992; Ross e Parlange, 1994; Parlange *et al.*, 1997; Hogarth e Parlange, 2000; Dell'Avanzi *et al.*, 2004; Rathie *et al.*, 2012; Cavalcante *et al.*, 2013; Swamee *et al.*, 2014) ou soluções exatas apresentadas com formas integrais (Wang e Dooge, 1994; Basha, 1999; Chen *et al.*, 2001; Chen *et al.*, 2003; Hayek, 2016; Broadbridge *et al.*, 2017), que requerem o uso de ferramentas numéricas para serem implementadas. A obtenção de soluções analíticas exatas possui extrema relevância, pois facilitam as análises paramétricas e são usadas para validar a acurácia de previsões numéricas. Neste contexto, a solução analítica desenvolvida por Cavalcante e Zornberg (2017), que será abordada posteriormente, configura-se como uma abordagem eficiente para o problema do fluxo de água não saturado em condição transiente.

2.2. Modelos Constitutivos

Os modelos constitutivos ou relações constitutivas representam uma idealização do comportamento esperado de uma variável dependente diante da variação de uma ou mais variáveis independentes e são obtidos com base em ensaios para um determinado material. Usualmente, a variação esperada da sucção mátrica é apresentada em termos da curva de retenção de água no solo e da função de condutividade hidráulica do solo.

A sucção total possui duas componentes: a sucção mátrica e a sucção osmótica.

$$\psi = (u_a - u_w) - \pi \quad (2.11)$$

onde: $u_a - u_w =$ sucção mátrica [$ML^{-1}T^2$];

$u_a =$ poropressão do ar [$ML^{-1}T^2$];

$u_w =$ poropressão da água [$ML^{-1}T^2$];

$\pi =$ sucção osmótica [$ML^{-1}T^2$].

A sucção mátrica é a parcela da sucção total referente à pressão isotrópica negativa da água intersticial do solo devido aos efeitos da capilaridade e das forças de adsorção, enquanto a sucção osmótica se refere à diferença de concentração química de solutos da água no solo. Para a maioria dos problemas geotécnicos envolvendo solos não saturados, a variação da sucção total pode ser assumida como equivalente à variação da sucção mátrica e vice-versa (Fredlund e Rahardjo, 1993). A sucção osmótica atua de forma pouco significativa na retenção de umidade, podendo ser considerada constante em casos com pequena amplitude de variação do teor de umidade. Contudo, pode-se ter variação da sucção osmótica em problemas caracterizados por contaminação do solo ou por variações significativas do teor de umidade promovidas pela evaporação de água (Gitirana Jr. *et al.*, 2015).

2.2.1. Curva de Retenção de Água no Solo

A curva de retenção de água no solo (*Soil Water Retention Curve* – SWRC) ou curva característica consiste na relação entre a quantidade de água armazenada no material poroso e a energia necessária para remover esta água, podendo ser apresentada em termos do teor de umidade gravimétrica, do teor de umidade volumétrica, do grau de saturação, da sucção mátrica e da sucção total. De acordo com Vanapalli *et al.* (1999), a SWRC deve ser expressa preferencialmente pelo grau de saturação:

$$S_r = \frac{V_w}{V_v} \quad (2.12)$$

onde: $V_w =$ volume de água [L^3];

$V_v =$ volume de vazios [L^3].

Apesar de ser menos difundido no contexto geotécnico, o teor de umidade volumétrica é um índice físico muito utilizado em análises de percolação em meios não saturados e nas formulações de balanço de massa de água (Gitirana Jr. *et al.*, 2015), sendo calculado por:

$$\theta = \frac{V_w}{V_t} \quad (2.13)$$

onde: V_t = volume total [L^3].

A curva de retenção de água no solo é apresentada em escala semi-logarítmica, podendo ser plotada em escala aritmética caso o intervalo de sucção esteja limitado a 1.000 kPa (Vanapalli *et al.*, 1999). A SWRC pode ser dividida em três zonas que identificam os estágios de dessaturação: zona saturada, zona de transição e zona residual.

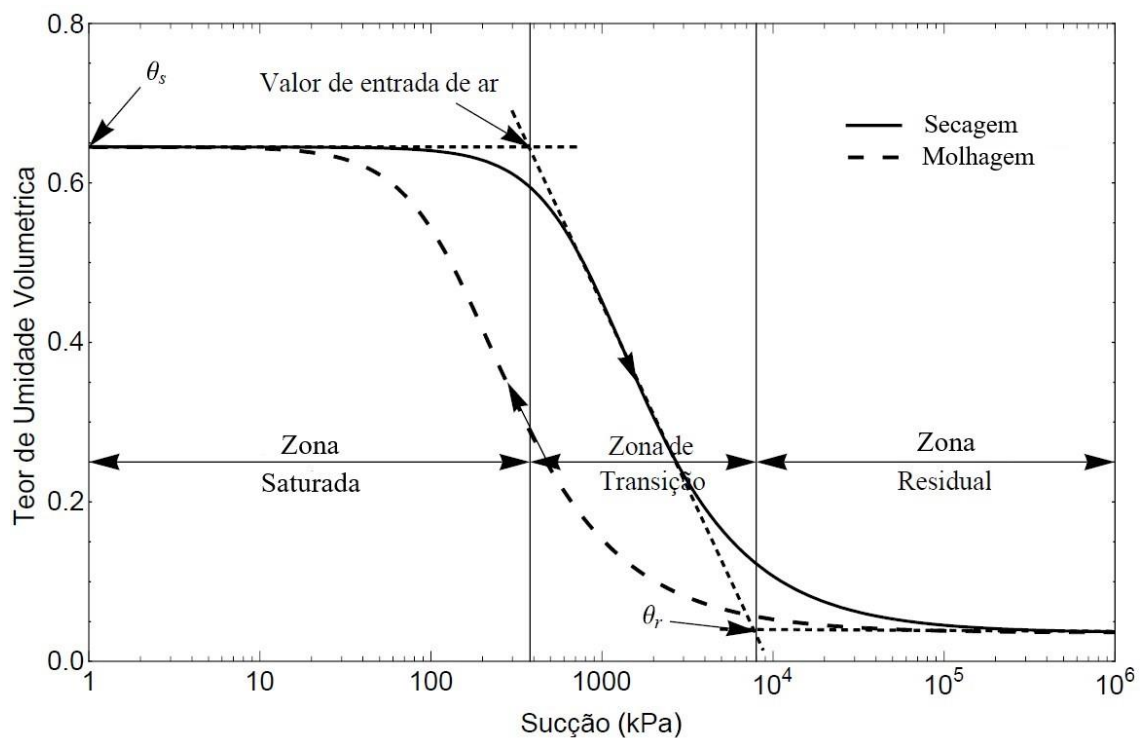


Figura 2.2. Zonas da curva de retenção de água no solo (Adaptado de Salinas, 2017).

A zona saturada corresponde ao intervalo de sucção no qual o solo se encontra completamente saturado e se estende até o valor de entrada de ar (ψ_b), que conceitualmente representa a sucção mátrica requerida para causar a dessaturação dos macroporos. Na zona de transição, a saída de água ocorre em termos de fluxo líquido e o solo passa a sofrer drenagem sob o efeito do aumento de sucção até atingir a sucção residual (ψ_r). A zona residual é caracterizada pela descontinuidade da fase líquida e a drenagem se dá pelo fenômeno da evaporação, o qual é controlado pela sucção total, e não apenas pela sucção mátrica (Vanapalli *et al.*, 1999).

A transição entre as zonas de dessaturação é caracterizada por uma mudança de inclinação na curva. Em solos bimodais, a SWRC apresenta dois valores de entrada de ar: um referente aos macroporos e outro referente aos microporos. Os poros interagregados (macroporosidade) correspondem ao arranjo dos grãos de diferentes tamanhos e sua rede, enquanto os poros intra-agregados (microporosidade) são formados na matriz argilosa do solo, composta pelo aglomerado de minerais e suas interações (Othmer *et al.* 1991).

Para uma determinada sucção mátrica, a quantidade de água armazenada durante os processos de secagem e de molhagem são diferentes, o que resulta na histerese da SWRC, como pode ser observado na Figura 2.2. A não uniformidade na distribuição de poros no solo, a diferença do ângulo de contato na interface ar-água durante as trajetórias de secagem e de molhagem, e a presença de ar aprisionado no solo são apontadas como as causas principais da histerese (Fredlund e Rahardjo, 1993).

A obtenção de dados de sucção nas diferentes zonas da SWRC requer a combinação de mais de um método de medição, uma vez que cada método possui intervalos de medição específicos. Além disso, a escolha da técnica de medição deve levar em consideração o tipo de sucção medida e seu tempo de resposta. O entendimento da natureza do mecanismo de interação entre o sensor empregado e a água do solo também possui grande influência em como os resultados obtidos são interpretados. Entre os principais métodos para determinação direta da curva de retenção de água no solo, destacam-se: a placa de sucção, a placa de pressão, o método do papel filtro e o método do equilíbrio de vapor (Gitirana Jr. *et al.*, 2015). A SWRC também pode ser obtida de forma indireta por meio de equações matemáticas (Fredlund e Xing, 1994). As principais curvas de ajuste para obtenção da SWRC são listadas em função da sucção e do teor de umidade volumétrica normalizado na Tabela 2.1.

Tabela 2.1. Principais equações de ajuste da curva de retenção de água no solo.

Modelo	$\Theta(\psi)$	$\psi(\Theta)$
Gardner (1958)	$\Theta(\psi) = \frac{1}{1 + \alpha_{r,g} \psi^{n_g}}$	$\psi(\Theta) = n_g \sqrt[n_g]{\frac{1 - \Theta}{\alpha_{r,g} \Theta}}$
Brooks e Corey (1964)	$\Theta(\psi) = \left(\frac{\psi_b}{\psi}\right)^{\lambda_{bc}}$	$\psi(\Theta) = \psi_b \Theta^{-1/\lambda_{bc}}$
van Genuchten (1980)	$\Theta(\psi) = (1 + (\alpha_{vg} \psi)^{n_{vg}})^{-m_{vg}}$	$\psi(\Theta) = \frac{1}{\alpha_{vg}} \sqrt[n_{vg}]{\Theta^{-1/m_{vg}} - 1}$
Cavalcante e Zornberg (2017)	$\Theta(\psi) = \exp(-\delta_{cz} \psi)$	$\psi(\Theta) = \frac{1}{\delta_{cz}} \ln(\Theta)$

O teor de umidade volumétrica normalizado definido como:

$$\Theta = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \quad (2.14)$$

onde: θ_r = teor de umidade volumétrica residual [adimensional];

θ_s = teor de umidade volumétrica saturado [adimensional].

A solução analítica desenvolvida por Cavalcante e Zornberg (2017) para o fluxo de água transiente em meio não saturado possui a vantagem de incluir apenas um parâmetro de ajuste e este possuir significado físico: o parâmetro δ possui relação hiperbólica com o valor de entrada de ar (Costa e Cavalcante, 2020):

$$\psi_b = \frac{\exp[1 - \exp(1)]}{\delta} \quad (2.15)$$

onde: δ = parâmetro hidráulico de ajuste [$M^{-1}L^2T^2$];

ψ_b = valor de entrada de ar [$ML^{-1}T^2$].

Com base na Eq. (2.15), maiores valores do parâmetro δ resultam em valores reduzidos de entrada de ar e são associados a solos arenosos, enquanto solos finos são representados por menores valores deste parâmetro de ajuste. A sensibilidade da SWRC de um solo unimodal ($\theta_r = 0,04$; $\theta_s = 0,41$) ao parâmetro δ é ilustrada na Figura 2.3.

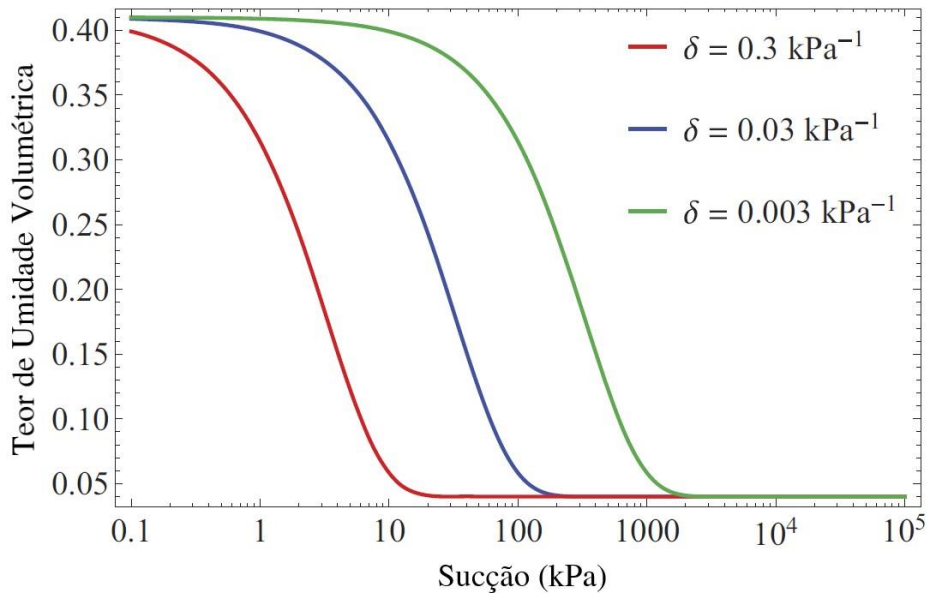


Figura 2.3. Sensibilidade do parâmetro de ajuste δ na curva de retenção de água no solo (Adaptado de Cavalcante e Zornberg, 2017).

Costa e Cavalcante (2021) desenvolveram a SWRC para solos bimodais baseando-se no princípio da superposição linear (Durner, 1992) e no modelo constitutivo da SWRC de Cavalcante e Zornberg (2017):

$$\theta(|\psi|) = \theta_r + (\theta_s - \theta_r) \left[\lambda \exp(-\delta_1 |\psi|) + (1 - \lambda) \exp(-\delta_2 |\psi|) \right] \quad (2.16)$$

onde: δ_1 = parâmetro hidráulico de ajuste correspondente aos macroporos [$M^{-1}LT^2$];

δ_2 = parâmetro hidráulico de ajuste correspondente aos microporos [$M^{-1}LT^2$];

λ = fator de ponderação correspondente à região dos macroporos [adimensional].

Por consequência direta da relação entre o parâmetro δ e o valor de entrada de ar definida pela Eq. (2.15), tem-se que δ_2 é menor que δ_1 . Os três parâmetros de ajuste δ_1 , δ_2 e λ podem ser obtidos a partir de dados experimentais da SWRC (Costa e Cavalcante, 2021). A boa correspondência da Eq. (2.16) com dados do solo de El Volador ($\lambda = 0,46$; $\delta_1 = 0,02203 \text{ kPa}^{-1}$; $\delta_2 = 0,00004 \text{ kPa}^{-1}$; $\theta_s = 0,48$; $\theta_r = 0,0000047$), na Colômbia, é apresentada na Figura 2.4.

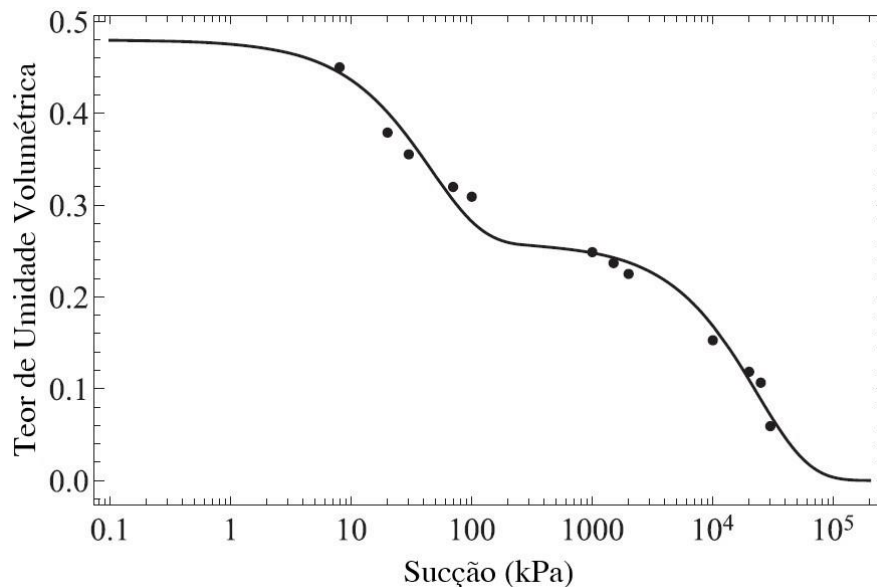


Figura 2.4. Validação experimental do modelo da curva de retenção de água no solo com dados de El Volador, na Colômbia (Adaptado de Costa e Cavalcante, 2021).

2.2.2. Função de Condutividade Hidráulica

A função de condutividade hidráulica relaciona a condutividade hidráulica não saturada do solo com o conteúdo de água ou a poropressão. Assumindo que o solo possui distribuição aleatória de poros de diferentes tamanhos e que possui estrutura incompressível, a função de condutividade hidráulica descreve o somatório de uma série de termos obtidos da distribuição probabilística das interconexões entre os poros de diferentes tamanhos preenchidos com água (Fredlund e Rahardjo, 1993).

A função de condutividade hidráulica pode ser obtida experimentalmente por métodos permanentes e por métodos transientes ou de forma indireta por curvas de ajuste. As principais curvas de ajuste para obtenção da função de condutividade hidráulica são listadas em termos da sucção e do teor de umidade volumétrica normalizado na Tabela 2.2.

Tabela 2.2. Principais equações de ajuste da função de condutividade hidráulica.

Modelo	$k_z(\psi)$	$k_z(\Theta)$
Gardner (1958)	$k_z(\psi) = k_s \exp(-\alpha_{k,g} \psi)$	$k_z(\Theta) = k_s \exp\left(-\alpha_{k,g} n_g \sqrt{\frac{1-\Theta}{\alpha_{r,g} \Theta}}\right)$
Brooks e Corey (1964)	$k_z(\psi) = k_s \left(\frac{\psi_b}{\psi}\right)^{\lambda_{bc}}$	$k_z(\Theta) = k_s \Theta$
van Genuchten (1980)	$k_z(\psi) = \frac{k_s \sqrt{\left(1 + (\alpha_{vg} \psi)^{n_{vg}}\right)^{-m_{vg}}}}{\left(1 - \left(1 - \left(1 + (\alpha_{vg} \psi)^{n_{vg}}\right)^{-m_{vg}}\right)^{\frac{1}{m_{vg}}}\right)^{m_{vg}}}$	$k_z(\Theta) = \frac{k_s \sqrt{\Theta}}{\left(1 - \left(1 - \Theta\right)^{\frac{1}{m_{vg}}}\right)^{m_{vg}}}$
Cavalcante e Zornberg (2017)	$k_z(\psi) = k_s \exp(-\delta_{cz} \psi)$	$k_z(\Theta) = k_s \Theta$

A sensibilidade da condutividade hidráulica de um solo unimodal ($\theta_r = 0,04$; $\theta_s = 0,41$; $k_s = 8,2 \times 10^{-7}$ m/s) ao parâmetro δ do modelo de Cavalcante e Zornberg é vista na Figura 2.5.

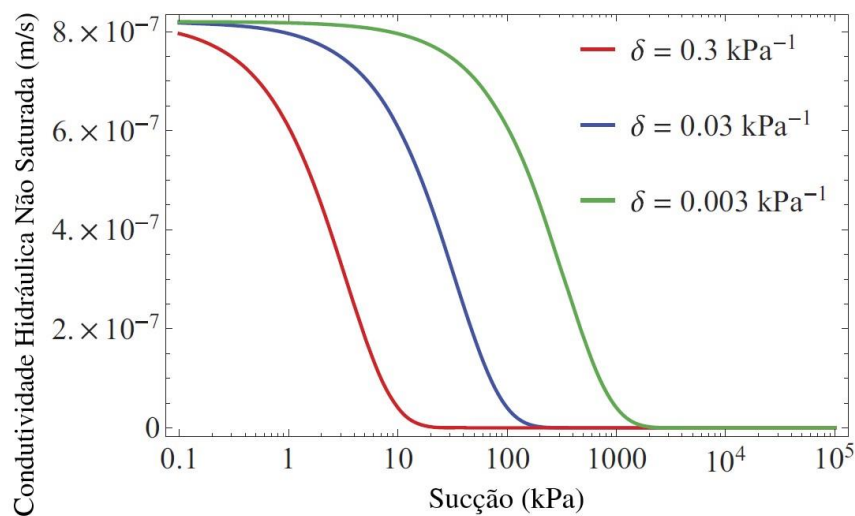


Figura 2.5. Sensibilidade do parâmetro de ajuste δ na função de condutividade hidráulica (Adaptado de Cavalcante e Zornberg, 2017).

Ao aplicar os modelos constitutivos de Cavalcante e Zornberg (2017), a difusividade da água e a velocidade advectiva em condição não saturada se tornam constantes na Eq. (2.10), simplificando a resolução do fluxo de água transiente em meios não saturados. Além do significado físico do parâmetro de ajuste δ e da simplicidade matemática, outra vantagem do uso destes modelos constitutivos é que a função de condutividade hidráulica não saturada pode ser obtida diretamente dos ensaios realizados para obtenção da curva de retenção de água no solo.

A função de condutividade hidráulica de Cavalcante e Zornberg (2017) também foi estendida para solos bimodais por Costa e Cavalcante (2021):

$$k(|\psi|) = k_s \left[\lambda \exp(-\delta_1 |\psi|) + (1 - \lambda) \exp(-\delta_2 |\psi|) \right] \quad (2.17)$$

A aplicação da Eq. (2.17) aos dados do solo de El Volador, na Colômbia, é apresentada na Figura 2.6.

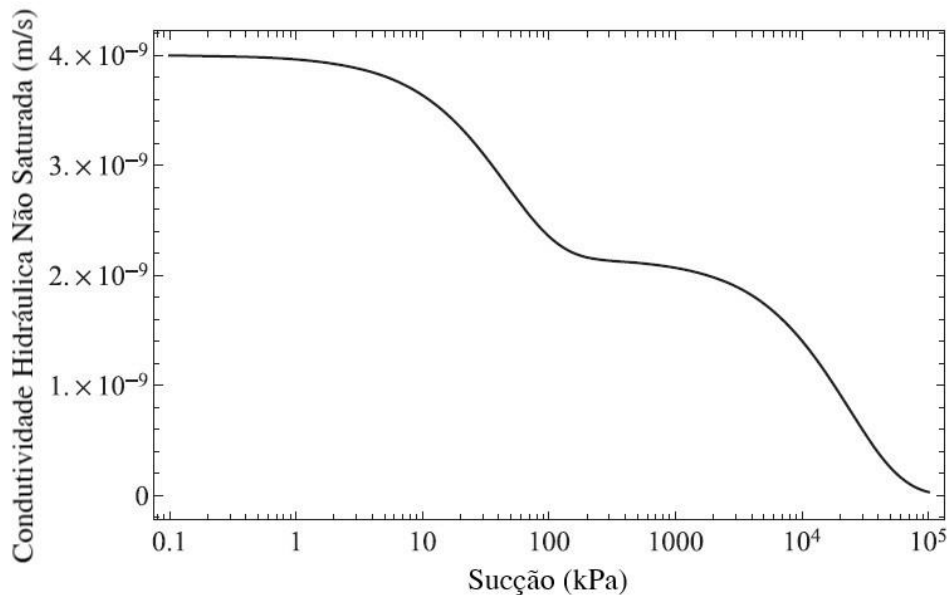


Figura 2.6. Função de condutividade hidráulica do modelo de Costa e Cavalcante aplicada ao solo de El Volador, na Colômbia (Adaptado de Costa e Cavalcante, 2021).

3. INTERAÇÃO SOLO-ATMOSFERA

O ciclo hidrológico é o fenômeno global de circulação fechada de água entre a superfície terrestre e a atmosfera, impulsionado fundamentalmente pela energia solar associada à gravidade e à rotação terrestre (Silveira, 2007). O fluxo de água ocorre na forma de vapor no sentido superfície-atmosfera por meio do fenômeno da evapotranspiração, enquanto a transferência de água ocorre em qualquer estado físico no sentido atmosfera-superfície, principalmente na forma de precipitação de chuva e neve. É importante ressaltar que o ciclo hidrológico é caracterizado como aberto ao nível local, pois o volume precipitado não é necessariamente o mesmo que o volume evaporado em uma determinada região do planeta.

A superfície do solo e a atmosfera formam um sistema dinâmico de fluxo de água e temperatura, conhecido como interação solo-atmosfera, no qual o solo é influenciado pela atmosfera e a atmosfera é influenciada pelo solo simultaneamente. As condições atmosféricas impostas por fatores como temperatura e maior ou menor incidência dos raios solares e dos ventos conduzem a condições de umidade de equilíbrio diversas no solo, afetando o grau de saturação e a sucção nele atuante, intervindo assim, por consequência, na infiltrabilidade da água proveniente das precipitações. Nas regiões tropicais, é esperado um aumento da sucção mátrica nos períodos de seca devido ao aumento da taxa de evapotranspiração e uma redução da sucção mátrica nos períodos chuvosos ocasionada pela infiltração de água no solo e, conseqüentemente, pelo aumento do grau de saturação. O aumento da sucção mátrica modifica o comportamento mecânico dos solos não saturados, podendo proporcionar um aumento significativo de resistência ao cisalhamento. Opostamente, processos de instabilidade são deflagrados pela redução da sucção mátrica decorrente da saturação provocada pelas chuvas excessivas (Fredlund e Rahardjo, 1993).

A caracterização completa da interação solo-atmosfera requer o estudo do fluxo de umidade no interior do solo (Nogueira, 2005), o qual é governado pelo gradiente de carga hidráulica total e/ou pelas pressões parciais das fases fluidas do solo: água líquida e vapor de água (Gitirana Jr., 2005). Como mencionado anteriormente, o fluxo de umidade na interface solo-atmosfera é sensível às condições atmosféricas: a precipitação e a evapotranspiração influenciam as dimensões da zona não saturada (Lu e Likos, 2004) e a sucção atuante, resultando em alterações do gradiente hidráulico que interferem diretamente no escoamento superficial (Luiz, 2012). De acordo com Borma *et al.* (2015), a declividade do terreno, a cobertura do solo, o teor de umidade e a poropressão correspondente são os fatores que determinam o particionamento entre a parcela de água que infiltra na superfície do solo e gera fluxo interno, e a parcela de água que escoia superficialmente.

3.1. Precipitação

No campo da hidrologia, a precipitação é entendida como toda água proveniente do meio atmosférico que atinge a superfície terrestre (Bertoni e Tucci, 2007). Um evento de chuva é caracterizado em termos de sua altura pluviométrica, duração, intensidade e tempo de retorno (ou frequência). A altura pluviométrica é a espessura média da lâmina de água que recobriria a região atingida pela precipitação admitindo-se que não ocorre infiltração, evaporação ou escoamento superficial. A intensidade é a taxa de precipitação por unidade de tempo e intensidades elevadas são associadas com precipitações de menor duração. Como a ocorrência de uma precipitação é um processo aleatório que não permite uma previsão determinística com antecedência (Bertoni e Tucci, 2007), o tempo de retorno representa o período esperado para que uma determinada precipitação seja igualada ou superada. As precipitações máximas são retratadas pontualmente pelas curvas de intensidade, duração e frequência (IDF) e a equação que descreve as curvas IDF de um local pode ser determinada a partir de dados pluviográficos representativos durante um período de tempo suficientemente longo.

A intensidade de precipitação e a distribuição de gotas apresentam grande variabilidade espacial e temporal dentro do mesmo evento de chuva natural (Emmanuel *et al.*, 2012). Os simuladores de chuva ou infiltrômetros de aspersão são equipamentos capazes de reproduzir um evento de precipitação sob condições ideais. Quando comparado com o ensaio em campo, o ensaio com simulador de chuva em laboratório apresenta diversas vantagens, como redução do custo do experimento, redução da duração do experimento, maior controle das condições do ensaio, possibilidade de repetição do ensaio sob condições idênticas, e dificuldade no transporte e na operação em campo (Guerra, 1991; Morgan, 2005). No Capítulo 4, serão apresentadas mais informações sobre os ensaios com simulador de chuva.

3.2. Infiltração

A infiltração é o processo de passagem de água da superfície para o interior do solo, o qual depende fundamentalmente da água disponível para infiltrar, da natureza do solo, do estado da superfície do solo e das quantidades de água e ar inicialmente presentes no interior do solo. A precipitação garante o aporte de água à superfície do solo e a parcela de água que infiltra umedece as camadas superiores do solo de cima para baixo, alterando gradativamente o perfil de umidade. Quando o aporte de água e a infiltração cessam, o perfil de umidade do solo é invertido, pois a água no interior do solo é propagada para as camadas mais profundas ou é transferida para a atmosfera por evapotranspiração (Silveira *et al.*, 2007).

O conceito de capacidade de infiltração representa o potencial do solo de absorver água pela sua superfície, enquanto a taxa de infiltração corresponde à infiltração que realmente ocorre quando há disponibilidade de água para penetrar no solo:

$$f = \frac{\partial F}{\partial t} \quad (3.1)$$

onde: f = taxa de infiltração [LT^{-1}];

F = infiltração acumulada [L].

Quando a intensidade de precipitação é superior ou equivalente à capacidade de infiltração do solo, a taxa de infiltração atinge a capacidade de infiltração. Nesta condição, o excesso de infiltração escoar superficialmente sob a forma de uma fina lâmina de água (Horton, 1933). Embora o princípio esteja correto, o mecanismo de infiltração não é tão simples. A presença de cobertura vegetal, a inclinação do talude, o estado de compactação da superfície do solo e o teor de umidade da camada subsuperficial são fatores que interferem na taxa de infiltração (Blight, 1997), assim como o grau de saturação e a continuidade ou não da fase ar.

A estimativa da taxa de infiltração pode ser realizada por meio de modelos empíricos ou de modelos teóricos. Nos modelos empíricos, os parâmetros são avaliados a partir de dados experimentais e não possuem significado físico próprio. Os modelos de Kostiakov (1932), Lewis-Kostiakov (1937), Horton (1940) e Holtan (1961) são exemplos de modelos empíricos. Os modelos teóricos ou físicos são desenvolvidos a partir da Lei de Darcy e possuem condições de contorno bem definidas e parâmetros físicos do solo como dados de entrada. Entre os modelos teóricos, destacam-se os modelos de Green-Ampt (1911), Philip (1957) e Green-Ampt-Mein-Larson (1973). O primeiro e o último serão apresentados na sequência.

3.2.1. Modelo de Green-Ampt

O modelo de Green-Ampt (1911) é uma solução fisicamente fundamentada para a infiltração de água em um solo homogêneo. Após o estabelecimento da condição de empocamento, a infiltração se propaga como um pistão de água que preenche os poros do solo succionado para baixo sob tensão constante (Silveira *et al.*, 2007). A frente de umedecimento estabelece a fronteira entre o solo saturado e o solo não saturado: o solo é considerado totalmente saturado da superfície até a profundidade da frente de umedecimento e mantém o teor de umidade inicial abaixo da frente de umedecimento, porém com atuação de pressão neutra positiva na fase ar. As condições de contorno do modelo de Green-Ampt são ilustradas na Figura 3.1.

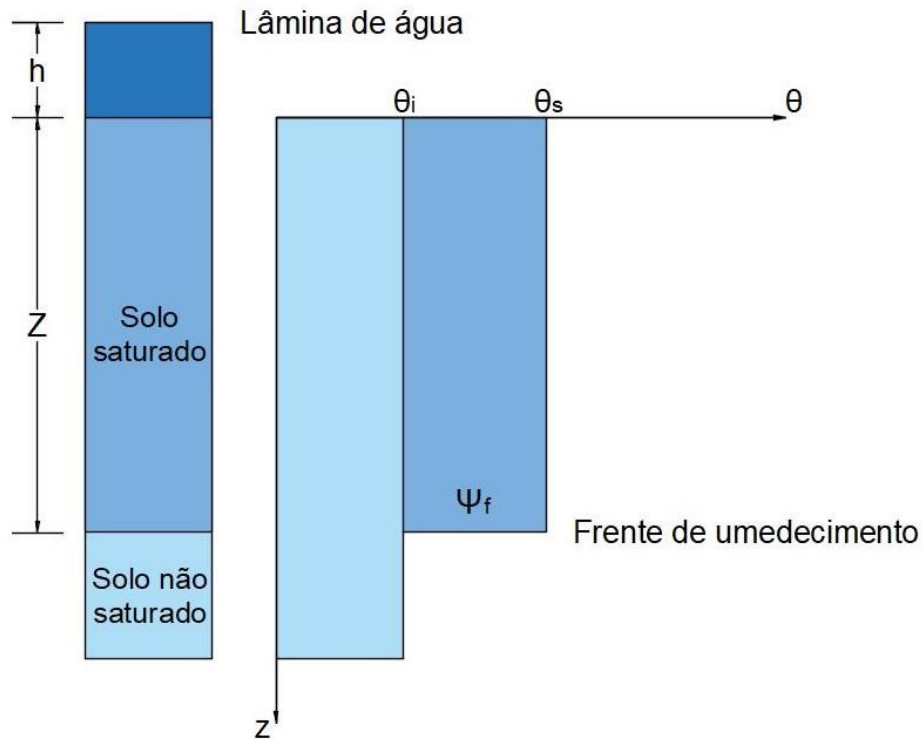


Figura 3.1. Perfil da frente de umedecimento no modelo de Green-Ampt.

No modelo de Green-Ampt, a sucção na frente de umedecimento é mantida constante, independentemente da posição e do tempo. De acordo com Mein e Farrell (1974), a sucção na frente de umedecimento pode ser obtida por meio da seguinte integração:

$$\psi_f = -\frac{1}{k_s} \int_{\psi_i}^0 k(\psi) d\psi \quad (3.2)$$

onde: ψ_f = sucção mátrica na frente de umedecimento [$ML^{-1}T^{-2}$];

ψ_i = sucção mátrica inicial [$ML^{-1}T^{-2}$].

A partir das condições de contorno do modelo de Green-Ampt, a taxa de infiltração é definida como:

$$f = k_s \left[1 + \frac{\psi_f}{Z} \right] \quad (3.3)$$

onde: Z = profundidade da frente de umedecimento [L].

Observando a Figura 3.1, conclui-se que a infiltração acumulada é equivalente à área do retângulo:

$$F = Z(\theta_s - \theta_i) \quad (3.4)$$

onde: θ_i = teor de umidade volumétrica inicial.

Substituindo a Eq. (3.4) na Eq. (3.3), a taxa de infiltração pelo modelo de Green-Ampt é reescrita como uma função da infiltração acumulada:

$$f(t) = k_s \left[1 + \frac{\psi_f (\theta_s - \theta_i)}{F(t)} \right] \quad (3.5)$$

E a infiltração acumulada pode ser estimada por um processo iterativo a partir da seguinte equação implícita:

$$F(t) = k_s t + \psi_f (\theta_s - \theta_i) \ln \left[1 + \frac{F(t)}{\psi_f (\theta_s - \theta_i)} \right] \quad (3.6)$$

O modelo de Green-Ampt requer o estabelecimento da condição de empoçamento da superfície para que haja infiltração, ou seja, tem aplicabilidade apenas se a intensidade de precipitação for superior à capacidade de infiltração, o que não ocorre na fase inicial da precipitação e em solos porosos, como os solos lateríticos, que possuem elevada capacidade de infiltração. Esta limitação do modelo seria contornada posteriormente no modelo de Green-Ampt-Mein-Larson.

3.2.2. Modelo de Mein-Larson

Mein e Larson (1973) estenderam a aplicabilidade do modelo de Green-Ampt ao incluir a ocorrência de infiltração antes do empoçamento da superfície, ou seja, desde o início do evento de precipitação. Nesta condição, a taxa de infiltração é constante e equivale à intensidade de precipitação. A partir do empoçamento de água na superfície do solo, a taxa de infiltração se iguala à capacidade de infiltração do solo e a taxa de infiltração é estimada a partir da infiltração acumulada como no modelo original de Green-Ampt:

$$f(t) = \begin{cases} p & ; t < t_p \\ k_s \left[1 + \frac{\psi_f (\theta_s - \theta_i)}{F(t)} \right] & ; t \geq t_p \end{cases} \quad (3.7)$$

onde: p = intensidade de precipitação [LT^{-1}];

t_p = tempo de empoçamento [T].

A infiltração acumulada pelo modelo de Mein-Larson também é estimada por um processo iterativo, porém a equação implícita utilizada inclui parâmetros referentes ao tempo de empoçamento que não são considerados no modelo de Green-Ampt:

$$F(t) - F_p - \psi_f (\theta_s - \theta_i) \ln \left[\frac{\psi_f (\theta_s - \theta_i) + F(t)}{\psi_f (\theta_s - \theta_i) + F_p} \right] = k_s (t - t_p) \quad (3.8)$$

onde: F_p = infiltração acumulada no tempo de empoçamento [L].

A infiltração acumulada no tempo de empoçamento é definida como:

$$F_p = \frac{k_s \psi_f (\theta_s - \theta_i)}{p - k_s} \quad (3.9)$$

E o tempo de empoçamento como:

$$t_p = \frac{F_p}{p} \quad (3.10)$$

Substituindo a Eq. (3.9) na Eq. (3.10), o tempo de empoçamento é reescrito como:

$$t_p = \frac{k_s \psi_f (\theta_s - \theta_i)}{p(p - k_s)} \quad (3.11)$$

3.3. Escoamento Superficial

Os escoamentos são classificados como superficial, subsuperficial ou subterrâneo: o primeiro corresponde ao fluxo de água acima da superfície do solo; o segundo percola na zona mais ativa do perfil, geralmente correspondente à profundidade das raízes da cobertura vegetal; o terceiro ocorre devido à contribuição de aquíferos (Tucci, 2007a).

Dentro do balanço hídrico, o volume precipitado não é convertido em sua totalidade em infiltração ou escoamento superficial. Na presença de cobertura vegetal, uma parcela da precipitação é interceptada antes de atingir a superfície do solo e, posteriormente, retorna à atmosfera por evapotranspiração. Caso a superfície possua temperatura superior à temperatura da chuva, uma parcela da precipitação evapora assim que atinge a superfície do solo ou imediatamente acima desta (Blight, 1997). Na ausência destas duas condições, a parcela do total precipitado que gera escoamento superficial pode ser estimada por:

$$p_e(t) = p - f(t) \quad (3.12)$$

onde: p_e = precipitação efetiva [LT^{-1}].

O processo de geração de escoamento superficial como resposta à intensidade de precipitação e à capacidade de infiltração do solo pode ser entendido por meio do mecanismo de excesso de saturação (Hewlett e Hibbert, 1967; Dunne, 1978) ou do mecanismo de excesso de infiltração (Horton, 1933). No primeiro, o solo atinge a saturação com a oclusão da fase ar e nenhuma quantidade adicional de água é capaz de escoar por ele. No segundo, a intensidade de precipitação é maior que a capacidade de infiltração do solo e a água escoar superficialmente apesar do solo estar em condição não saturada. O mecanismo de excesso de infiltração é predominante em regiões áridas e semiáridas, caracterizadas por taludes com pouca cobertura vegetal e por chuvas intensas de curta duração (Agnese *et al.*, 2014).

A evolução do escoamento superficial é representada graficamente por meio de hidrogramas, que são gráficos que relacionam vazão e tempo. Os hidrogramas são divididos em três regiões principais: ascensão, pico e recessão.

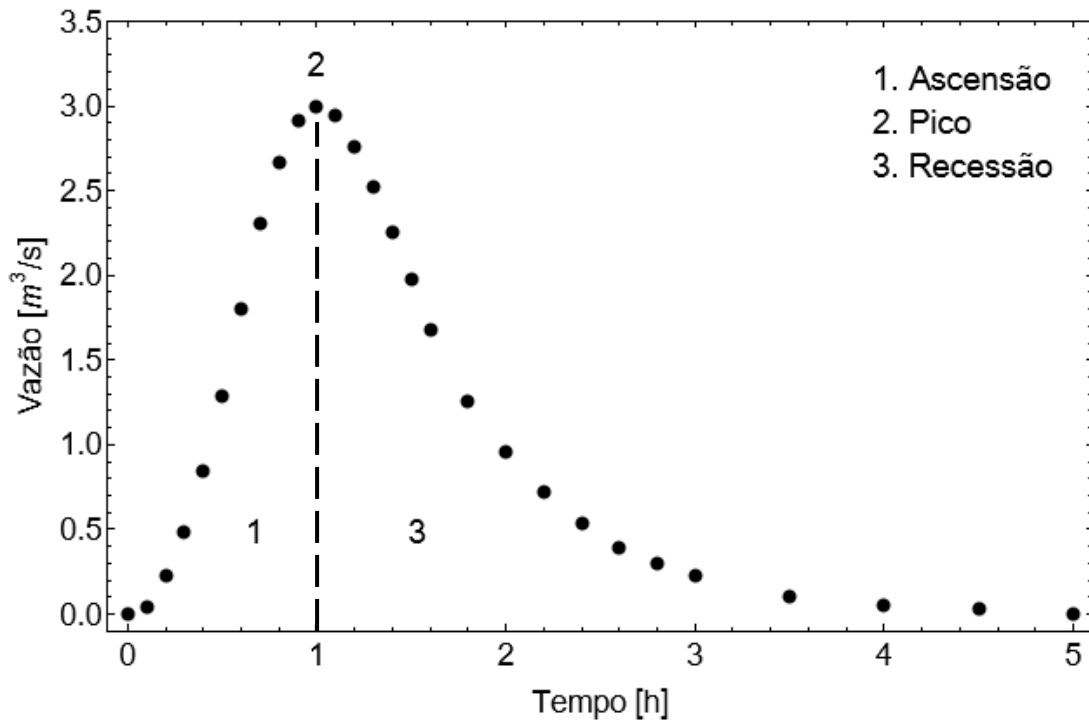


Figura 3.2. Regiões de um hidrograma hipotético.

A região de ascensão corresponde ao escoamento superficial gerado durante o evento de precipitação. Na região do pico, o escoamento superficial atinge seu valor máximo e ocorre a mudança de inflexão devido à redução do aporte de água pela chuva. A região de recessão se inicia com o término do evento de precipitação.

O escoamento superficial é regido pelas equações de Saint-Venant (1871), também denominadas como equações unidimensionais do escoamento não permanente gradualmente variado. Considerando massa específica constante, a equação da continuidade fundamentada na conservação de massa e a equação de quantidade de movimento são, respectivamente:

$$\frac{\partial Q}{\partial z} + \frac{\partial h}{\partial t} = 0 \quad (3.13)$$

$$g \frac{\partial \phi}{\partial z} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial t} = g(J - J_f) \quad (3.14)$$

onde: Q = descarga unitária [L^2T^{-1}];

h = lâmina de escoamento superficial [L];

J = declividade do plano de fluxo [L/L];

J_f = declividade da linha de atrito [L/L].

sendo a declividade da linha de atrito definida como:

$$J_f = \frac{v_z^2}{C^2 R_h} \quad (3.15)$$

onde: C = coeficiente de Chézy [$L^{0,5}T^{-1}$];

R_h = raio hidráulico [L].

As equações de Saint-Venant possuem solução analítica complexa e são usualmente empregadas de forma aproximada para descrever o processo de geração de escoamento superficial, de modo que as simplificações não prejudiquem a análise em termos de acurácia. Os modelos de escoamento são classificados como hidrológicos ou hidráulicos (Chow, 1959). Os modelos hidrológicos consideram somente o efeito do armazenamento no escoamento, desprezando os efeitos da equação de quantidade de movimento. Estes modelos possibilitam a obtenção de resposta rápida em um cenário com carência de dados, podendo ser usados quando o efeito preponderante é o amortecimento devido ao armazenamento e não existem efeitos de jusante sobre o escoamento (Tucci, 2007b). Os modelos hidráulicos, por sua vez, consideram a equação de quantidade de movimento em sua totalidade ou parcialmente.

Na Tabela 3.1, é apresentado um quadro comparativo entre os modelos hidráulicos de escoamento encontrados na literatura.

Tabela 3.1. Extensão dos modelos hidráulicos de escoamento (Adaptado de Tucci, 2007b).

Modelo	Distribuído	Efeito de jusante	Termos de pressão	Termos de inércia	Dados físicos
Onda Cinemática	Sim	Não	Não	Não	Opcional
Difusão	Sim	Sim	Sim	Não	Opcional
Hidrodinâmico	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim

Os modelos hidrodinâmicos são os modelos de escoamento mais precisos, pois não desprezam nenhum termo da equação de quantidade de movimento. Por outro lado, este tipo de modelo requer soluções numéricas das equações diferenciais, necessitando de maior quantidade de dados que os demais modelos (Tucci, 2007b).

O modelo de onda de difusão e o modelo de onda cinemática propagam apenas a jusante e com mesma celeridade. Ao contrário do modelo de onda cinemática, as ondas são atenuadas à medida que se propagam no modelo de onda de difusão (Miller, 1984). Este comportamento é explicado pela hipótese da equivalência entre as forças de atrito e as forças gravitacionais adotada no modelo de onda cinemática; nesta condição, a aceleração local, a aceleração convectiva e o gradiente de pressão são desprezados na equação de quantidade de movimento.

No modelo de onda de difusão, apenas os termos de aceleração são omitidos. Singh (2002) concluiu que o modelo de onda cinemática é a forma aproximada dominante do escoamento superficial, especialmente durante o estágio de ascensão do hidrograma e na maior parte do estágio de recessão. Portanto, o escoamento superficial pode ser representado essencialmente por este modelo, porém reconhecendo que o modelo de onda de difusão se aplica melhor a determinadas condições, como taludes íngremes (Govindaraju *et al.*, 1988).

Henderson e Wooding (1964) desenvolveram a solução analítica do modelo de onda cinemática para uma precipitação constante com duração finita. Parlange *et al.* (1981) generalizaram a solução analítica do modelo de onda cinemática ao tratar a precipitação efetiva como uma função arbitrária do tempo, porém sem incorporar a variação espacial. Sander *et al.* (1990) estenderam a solução analítica generalizada do modelo de onda cinemática ao considerar a precipitação efetiva negativa, que ocorre quando a taxa de infiltração é superior à intensidade de precipitação, como equivalente à condutividade hidráulica saturada. Tao *et al.* (2018) desenvolveram uma solução analítica aproximada para a condição de precipitação real ao empregar precipitações efetivas constantes durante intervalos de tempo menores.

A aproximação do escoamento superficial pelo modelo de onda cinemática é descrita por (Tao *et al.*, 2018):

$$\frac{\partial Q(z,t)}{\partial z} + \frac{\partial h(z,t)}{\partial t} = p_e(t) \quad (3.16)$$

E a descarga unitária é relacionada com a lâmina de escoamento superficial por:

$$Q(z,t) = \frac{J^{1/2}}{n} h(z,t)^\beta \quad (3.17)$$

onde: n = coeficiente de rugosidade de Manning [$TL^{-1/3}$];

β = coeficiente que reflete o grau de turbulência do fluxo [adimensional].

O coeficiente β varia entre 5/3 para regimes turbulentos e 3 para regimes laminares. Quando o escoamento superficial se encontra no regime de transição entre laminar e turbulento, β pode ser aproximado para 2 (Horton, 1938; Agnese *et al.*, 2001; Singh, 2002; Baiamonte e Agnese, 2010; Tao *et al.*, 2018).

4. EROSÃO

O carreamento de sedimentos pelo escoamento superficial ocorre paralelamente ao ciclo hidrológico, provocando o remanejo e a redistribuição pela bacia de um volume considerável de partículas sólidas. O denominado ciclo hidrossedimentológico é um ciclo aberto e totalmente dependente do ciclo hidrológico (Bordas e Semmelmann, 2007), sendo constituído pelos processos de desprendimento, erosão, transporte, sedimentação (ou decantação), deposição e adensamento (ou consolidação).

O desprendimento se refere à desagregação de partículas sólidas no leito de fluxo. Este processo pode ser controlado pelo impacto de gotas de chuva ou pelo cisalhamento aplicado pelo escoamento superficial (Kinnell, 2021). Conseqüentemente, uma massa de partículas de solo fica exposta à ação do escoamento superficial gerado pela precipitação efetiva, sendo suscetível ao movimento imposto pela água. A erosão acontece quando as partículas desprendidas da superfície do solo são deslocadas de seu local de origem, podendo ser induzida pelo vento, por precipitação, pelo escoamento ou por movimentos glaciais (Aksoy e Kavvas, 2005). Este deslocamento ocorre quando as forças hidrodinâmicas exercidas pelo escoamento superficial sobre uma partícula de solo ultrapassam a resistência proporcionada pelas forças de coesão e pelo atrito entre as partículas (Kinnell, 2021).

O transporte do material erodido é classificado como descarga sólida em suspensão, referente às partículas mais finas, ou como descarga sólida por arraste, referente às partículas mais pesadas, que se deslocam por rolamento, por deslizamento ou, eventualmente, por saltos curtos. A sedimentação designa o processo pelo qual as partículas transportadas em suspensão tendem a reestabelecer contato com o leito de fluxo sob efeito da gravidade. A deposição é a parada total da partícula em suspensão recém-decantada ou da partícula transportada por arraste no leito de fluxo. O adensamento compreende o acúmulo de partículas transportadas no leito de fluxo e a autocompactação do depósito resultante sob efeito do peso próprio dos sedimentos e da pressão hidrostática, resultando no aumento de densidade do depósito de sedimentos (Bordas e Semmelmann, 2007).

A capacidade de transporte expressa a quantidade máxima de sólidos que um escoamento a superfície livre pode transportar, enquanto a competência do escoamento designa o maior tamanho de partícula sólida que este escoamento pode carrear. A capacidade de transporte não possui um valor máximo único, pois a capacidade de transporte por suspensão é alterada pela própria carga de sedimentos em trânsito e a capacidade de transporte por arraste pode diminuir na presença de deformações locais de geometria variável no leito de fluxo, que dissipam parcialmente a energia do escoamento por atrito (Bordas e Semmelmann, 2007).

Usualmente, é aceito que os processos erosivos são limitados pelo desprendimento ou pela capacidade de transporte do escoamento. Segundo Kinnell (2021), a erosão por impacto de gotas de chuva é limitada por ambos simultaneamente. O sentido do deslocamento de partículas sólidas dentro do escoamento é determinado pela relação entre a capacidade de transporte (T) e a taxa de carreamento de sedimentos (S).

Tabela 4.1. Deslocamento de sólidos no escoamento (Adaptado de Aksoy e Kavvas, 2005).

Caso	Desprendimento	Transporte	Deposição
$T > S$	X	X	
$T = S$		X	
$T < S$		X	X

Nota: T = capacidade de transporte [$ML^{-2}T^{-1}$];

S = taxa de carreamento de sedimentos [$ML^{-2}T^{-1}$].

O desprendimento e o transporte de sedimentos são controlados pelo comprimento e inclinação do talude, pelo tamanho e peso específico das partículas de solo, e pelas forças de tração exercidas pelo escoamento (Lopes e Lane, 1988). A concentração de sedimentos (s) máxima ocorre no início da chuva e diminui até o estabelecimento do regime estacionário.

4.1. Erosão Hídrica

A erosão hídrica é deflagrada pelo impacto de gotas de chuva e pelo escoamento superficial, compreendendo os processos de desprendimento e transporte de sedimentos. A erosão por escoamento também é conhecida como erosão laminar.

4.1.1. Erosão por Impacto de Gotas de Chuva

A fase inicial da erosão hídrica é desencadeada pelo impacto de gotas de chuva e ocorre antes da geração de escoamento superficial. Devido ao impacto, as partículas superficiais se desprendem e são transportadas por salpicamento (*splashing*). A energia cinética é o principal parâmetro que afeta a erosão por impacto de gotas de chuva (Fernández-Raga *et al.*, 2017) e a erosividade da chuva está diretamente relacionada com a intensidade e a duração da chuva, o diâmetro da gota, a orientação e a velocidade de impacto, e a qualidade da água da chuva (Bertoni e Lombardi Neto, 2005). Esta última interfere rapidamente na sucção osmótica das partículas superficiais, podendo instabilizá-las ou estabilizá-las em relação à massa do solo. Experimentos feitos por Zhang *et al.* (2019) com solos argilosos mostraram que o aumento da inclinação possui efeito positivo no desprendimento por impacto de gotas de chuva.

A descarga sólida por impacto de gotas de chuva é calculada por fórmulas empíricas (Bennett, 1974). Se a distribuição da precipitação for uniforme na região de interesse, a taxa de carreamento de sedimentos é proporcional ao quadrado da intensidade de precipitação:

$$S_r = \frac{c_r P^2}{\rho_d} \quad (4.1)$$

onde: S_r = taxa de carreamento de sedimentos por impacto de gotas de chuva [$ML^{-2}T^{-1}$];

c_r = constante de calibração da erosão por impacto de gotas de chuva [M^2TL^{-7}];

ρ_d = massa específica seca do solo [ML^{-3}].

sendo o coeficiente c_r determinado experimentalmente.

Na presença de cobertura vegetal, o impacto de gotas de chuva na erosão hídrica não é tão relevante e a erosão hídrica é controlada pelo escoamento superficial.

4.1.2. Erosão Laminar

A descarga sólida por escoamento superficial costuma ser estimada em termos da tensão de cisalhamento crítica, que é definida como a tensão de cisalhamento a partir da qual o escoamento se torna competente para o transporte de partículas sólidas. Definindo o excesso de tensão de cisalhamento como a diferença entre a tensão de cisalhamento hidráulica e a tensão de cisalhamento crítica, a taxa de carreamento de sedimentos é estimada por:

$$S_e = K_e (\tau - \tau_c) \quad (4.2)$$

onde: S_e = taxa de carreamento de sedimentos por escoamento [$ML^{-2}T^{-1}$];

K_e = coeficiente de erodibilidade [TL^{-1}];

τ = tensão de cisalhamento hidráulica [$ML^{-1}T^{-2}$];

τ_c = tensão de cisalhamento crítica [$ML^{-1}T^{-2}$].

sendo a tensão de cisalhamento hidráulica calculada por:

$$\tau = \rho_w g J h \quad (4.3)$$

A proporcionalidade entre a descarga sólida e o excesso de tensão de cisalhamento foi atestada por Du Boys (1879), Partheniades (1965), Flanagan e Nearing (1995), Zhang *et al.* (1996), Bastos (1999) e Kimiaghali *et al.* (2016), porém essa relação pode não ser linear para certos intervalos de tensão de cisalhamento hidráulica, conforme os trabalhos de Meyer-Peter e Müller (1948), Foster e Meyer (1972), Li (1979), Foster (1982), Lopes e Lane (1988), Srinivasan *et al.* (2003), Khanal *et al.* (2016), Wardinski *et al.* (2018) e Gao *et al.* (2019). Neste caso, o excesso de tensão de cisalhamento é elevado a um expoente entre 1,0 e 2,5 (Govindaraju e Kavvas, 1991). De acordo com Lane *et al.* (1987), é aceitável utilizar a relação linear para quantificação aproximada da perda de solo.

A taxa de carreamento de sedimentos por escoamento é nula se a tensão de cisalhamento crítica for maior ou igual à tensão de cisalhamento hidráulica. Nesta condição, as gotas de chuva penetram no escoamento superficial e causam o desprendimento de partículas sólidas por impacto (Kinnell, 2021).

A descarga sólida por arraste exercido pelo escoamento superficial também pode ser estimada empregando a vazão crítica (Schoklitsch, 1934), considerando a turbulência como maior responsável pelo transporte de sedimentos de fundo (Kalinske, 1947; Einstein, 1950) ou relacionando a descarga sólida por arraste à potência do escoamento (Bagnold, 1966; Engelund e Hansen, 1967; Yang, 1972; Ackers e White, 1973).

4.2. Perdas de Solo

A formulação empregada para estudo das perdas de solo depende do tempo de avaliação. A equação universal de perdas de solo é empregada para a estimativa da perda de solo média produzida durante períodos de tempo mais extensos. No caso de um evento específico de precipitação, recorre-se à equação da continuidade do transporte de sedimentos.

4.2.1. Equação Universal de Perdas de Solo

A equação universal de perdas de solo (*Universal Soil Loss Equation – USLE*) é uma equação empírica desenvolvida por Wischmeier e Smith (1978) para estimar a descarga sólida anual produzida por uma bacia:

$$A = RKLSCP \quad (4.4)$$

onde: A = perdas de solo por unidade de área [$ML^{-2}T^{-1}$];

R = fator precipitação e escoamento [MLT^{-4}];

K = fator erodibilidade do solo [T^3L^{-3}];

L = fator comprimento [adimensional];

S = fator declividade [adimensional];

C = fator cobertura e uso do solo [adimensional];

P = fator práticas de conservação do solo [adimensional].

Há uma perda de acurácia quando a USLE é aplicada a um evento específico de precipitação porque seus fatores médios variam consideravelmente a cada evento, entretanto os efeitos das flutuações aleatórias tendem a oferecer um razoável valor médio na previsão da perda de solo de longo prazo (Wischmeier e Smith, 1978).

Posteriormente, a USLE foi revisada (*Revised Universal Soil Loss Equation – RUSLE*) por Renard *et al.* (1997), que agruparam os parâmetros topográficos (L e S) e de uso do solo (C e P), possibilitando sua aplicação a áreas maiores, como bacias hidrográficas.

4.2.2. Equação da Continuidade do Transporte de Sedimentos

O transporte de sedimentos decorrente de um evento de precipitação é usualmente descrito pela equação da continuidade, que incorpora a erosão por impacto de gotas de chuva e a erosão laminar, a qual pode ser expressa por:

$$\frac{\partial [s(z,t)h(z,t)]}{\partial t} + \frac{\partial [s(z,t)Q(z,t)]}{\partial z} = \frac{c_r p^2}{\rho_d} + K_e [\tau - \tau_c] \quad (4.5)$$

onde: s = concentração de sedimentos [ML^{-3}].

Substituindo a Eq. (4.3) na Eq. (4.5), tem-se:

$$\frac{\partial [s(z,t)h(z,t)]}{\partial t} + \frac{\partial [s(z,t)Q(z,t)]}{\partial z} = \frac{c_r p^2}{\rho_d} + K_e [\rho_w g J h(z,t) - \tau_c] \quad (4.6)$$

Como a capacidade de infiltração diminui rapidamente no início da precipitação, a taxa de infiltração tende a se estabilizar, assim como a descarga unitária e a lâmina de escoamento superficial. Consequentemente, a erosão por impacto de gotas de chuva e a erosão laminar variam pouco no regime estacionário, de modo que a variação da concentração de sedimentos no tempo pode ser desprezada (Foster e Meyer, 1972; Beasley *et al.*, 1980; Yu, 2003). Partindo desta hipótese, a equação da continuidade é reescrita como:

$$\frac{\partial [s(z,t)Q(z,t)]}{\partial z} = \frac{c_r p^2}{\rho_d} + K_e [\rho_w g J h(z,t) - \tau_c] \quad (4.7)$$

Tao *et al.* (2018) utilizaram a equação da continuidade desprezando a tensão de cisalhamento crítica e recomendam usar $0,15 \text{ g}^2 \cdot \text{min}/\text{cm}^7$ como constante de calibração da erosão por impacto de gotas de chuva, facilitando a aplicação do modelo para previsão da taxa de carreamento de sedimentos e mantendo uma acurácia aceitável, embora haja erros associados ao uso de valores médios independentemente do tipo de solo e à não consideração da cobertura do solo na equação da continuidade do transporte de sedimentos.

O transporte de sedimentos é fortemente influenciado pela variação espacial da microtopografia e das propriedades do solo. De acordo com Tayfur e Singh (2004), a adoção de inclinação constante para representar a microtopografia superestima a taxa de carreamento de sedimentos em, aproximadamente, 10%. Por outro lado, a rugosidade superficial e a infiltração podem ser representadas por valores médios sem perda indevida de acurácia.

4.3. Ensaio de Laboratório

A realização de experimentos para quantificação da erodibilidade do solo e da erosividade da chuva possui fundamental importância no estudo da erosão hídrica. O ensaio com simulador de chuva fornece dados essenciais para a calibração e a validação de modelos físico-matemáticos (Aksoy e Kavvas, 2005), os quais são desenvolvidos para compreender como os processos erosivos são formados e evoluem. A constante da erosão por impacto de gotas de chuva pode ser calibrada por retro-análise dos dados obtidos do ensaio com simulador de chuva, enquanto a tensão de cisalhamento crítica e o coeficiente de erodibilidade podem ser determinados por meio do ensaio de Inderbitzen.

4.3.1. Ensaio com Simulador de Chuva

Os simuladores de chuva são equipamentos (Figura 4.1) que permitem a simulação de diversos fenômenos, como compactação do solo pelo impacto de gotas de chuva de diferentes tamanhos, processos erosivos, transporte de sedimentos e de contaminantes, e estabilidade de taludes, sendo também empregados para avaliação do escoamento superficial e da infiltração de água no solo (Mendes *et al.*, 2021).



Figura 4.1. Simulador de chuva.

Os experimentos devem reproduzir com acurácia condições similares às encontradas *in situ*, como o teor de umidade inicial, o tipo de solo e sua granulometria, a cobertura do solo e a inclinação do talude (Mendes *et al.*, 2020), assim como características da chuva, incluindo intensidade e sua uniformidade espacial, tamanho das gotas, velocidade de queda e energia cinética (Aksoy *et al.*, 2012). No ensaio com simulador de chuva, a intensidade de precipitação é monitorada pelo volume de água coletado pelos pluviômetros:

$$p = \frac{V_w / A_{pl}}{t_s} \quad (4.8)$$

onde: A_{pl} = área da seção transversal dos pluviômetros [L^2];

t_s = duração da precipitação [T].

A perda de solo é calculada por:

$$P = \frac{m_d}{A_c} \quad (4.9)$$

onde: P = perda de solo [ML^{-2}];

m_d = massa de solo seco desagregado [M];

A_c = área da seção transversal da caixa [L^2].

E a taxa de carreamento de sedimentos é estimada por:

$$S = \frac{m_d / A_c}{t} \quad (4.10)$$

4.3.2. Ensaio de Inderbitzen

O ensaio desenvolvido por Inderbitzen (1961) consiste na quantificação da perda de solo de um corpo de prova submetido a um escoamento superficial durante um determinado intervalo de tempo. A vazão, a inclinação da rampa do equipamento (Figura 4.2) e o teor de umidade do solo são controlados neste ensaio (Camapum de Carvalho *et al.*, 2006), sendo possível avaliar a influência destes na erodibilidade do solo.

A tensão de cisalhamento hidráulica é estimada pela Eq. (4.3) e o coeficiente de erodibilidade é determinado plotando a perda de solo e a tensão de cisalhamento hidráulica, sendo equivalente ao coeficiente angular da equação de reta que melhor se ajusta aos pontos do gráfico (Lafayette, 2006). De acordo com Bastos (1999), a erodibilidade do solo pode ser classificada como:

- Alta erodibilidade: $K_e > 0,1 \text{ g/cm}^2/\text{min/Pa}$;
- Média erodibilidade: $0,001 \text{ g/cm}^2/\text{min/Pa} \leq K_e \leq 0,1 \text{ g/cm}^2/\text{min/Pa}$;
- Baixa erodibilidade: $K_e < 0,001 \text{ g/cm}^2/\text{min/Pa}$.



Figura 4.2. Aparelho de Inderbitzen.

Bryan (2000) cita que a erodibilidade do solo apresenta variabilidade temporal e espacial, sendo definida como uma variável de longo prazo, e não um índice de resposta para um evento específico de precipitação.

Embora seja amplamente utilizado, o ensaio de Inderbitzen não é normatizado. Além disso, este ensaio não é capaz de simular o processo de desprendimento de partículas sólidas por impacto de gotas de chuva, devendo ser combinado com o ensaio com simulador de chuva para suprir esta limitação.

5. METODOLOGIA

5.1. Material

O material empregado para validação do modelo físico-matemático corresponde a amostras de solo compactadas que foram retiradas da margem direita do reservatório da UHE Itumbiara, localizada no rio Paranaíba, entre Itumbiara-GO e Araporã-MG. Trata-se de um solo predominantemente laterítico com comportamento bimodal (Merabet Jr., 2022, no prelo), cujas características geotécnicas são apresentadas na Tabela 5.1.

Tabela 5.1. Caracterização geotécnica das amostras de solo retiradas da UHE Itumbiara.

Condutividade hidráulica saturada (k_s) [*]	0,0004 cm/s
Teor de umidade volumétrica saturado (θ_s) ^{**}	50,0%
Teor de umidade volumétrica residual (θ_r) ^{**}	2,2%
Massa específica dos sólidos (ρ_s)	2,62 g/cm ³

Os pontos experimentais da SWRC foram medidos com placa de pressão até 280 kPa e com WP4C^{***} acima de 300 kPa. Ambos os equipamentos foram utilizados nos processos de secagem e de molhagem. Estes pontos experimentais de sucção foram obtidos por Merabet Jr. (2022, no prelo).

Os dados experimentais de descarga por unidade de área, lâmina acumulada, taxa de carregamento de sedimentos e perda de solo foram levantados por Merabet Jr. (2022, no prelo) por meio de ensaios com simulador de chuva (Figura 4.1). Foram realizados seis ensaios com intensidade de precipitação de 246,76 mm/h e duração de 60 minutos, variando a inclinação da caixa, o teor de umidade volumétrica inicial e o índice de vazios das amostras de solo. A identificação dos ensaios é indicada na Tabela 5.2.

Tabela 5.2. Ensaios com simulador de chuva realizados por Merabet Jr. (2022, no prelo).

Ensaio	Inclinação (graus)	Teor de umidade volumétrica inicial (%)	Índice de vazios[*]
U05A	5	32,4	1,05
U05B	5	33,1	0,97
S05	5	20,7	1,08
U15A	15	33,5	1,00
U15B	15	35,3	1,02
S15	15	20,2	1,12

*Parâmetros obtidos a partir das condições de moldagem escolhidas.

**Parâmetros a serem calibrados no modelo constitutivo da SWRC de Costa e Cavalcante.

*** Os pontos experimentais da SWRC medidos com WP4C referem-se à sucção total.

5.2. Métodos

Esta Dissertação foi estruturada em duas vertentes: a interação solo-atmosfera e o transporte de sedimentos. Na primeira, a geração de escoamento superficial a partir de um evento de precipitação constante é descrita em termos da descarga por unidade de área e da lâmina acumulada. Na segunda, são desenvolvidas as equações da taxa de carreamento de sedimentos e da perda de solo, de modo a estimar o volume de partículas desprendidas por unidade de área. Como a precipitação efetiva, a descarga unitária e a lâmina de escoamento superficial são dados de entrada da equação da continuidade do transporte de sedimentos, a segunda vertente é dependente dos resultados obtidos na primeira. O desenvolvimento matemático apresentado no Capítulo 6 e os gráficos do Capítulo 7 foram implementados no *software Wolfram Mathematica 12.3*.

5.2.1. Interação Solo-Atmosfera

No âmbito desta Dissertação, o estudo da interação solo-atmosfera compreende os fenômenos de precipitação, infiltração e escoamento superficial gerado pela precipitação efetiva. Como dado de entrada do modelo físico-matemático, a intensidade de precipitação foi considerada constante. A infiltração de água da chuva no solo foi representada pelo modelo de Green-Ampt-Mein-Larson (1973). A influência da sucção no modelo físico-matemático é incorporada pela Eq. (3.2), na qual foi empregada a função de condutividade hidráulica de Costa e Cavalcante (2021). A taxa de infiltração foi calculada pela Eq. (3.7), sendo necessário determinar previamente a infiltração acumulada pela Eq. (3.8). Esta equação implícita foi resolvida utilizando o comando *Solver* do *Wolfram Mathematica* e aproximando o logaritmo neperiano por uma série de Taylor de 20 termos:

$$\ln x = \sum_{n=1}^{20} \frac{(-1)^{n+1}}{n} (x-1)^n \quad (5.1)$$

Definida a taxa de infiltração, a precipitação efetiva é calculada pela Eq. (3.12). Portanto, o excesso de precipitação varia ao longo do tempo ao contrário do trabalho desenvolvido por Tao *et al.* (2018), que considerou o excesso de precipitação constante.

Como hipótese simplificadora necessária para o desenvolvimento da solução analítica do escoamento superficial, a variação da descarga unitária no espaço foi admitida como constante. O modelo de onda cinemática no regime de fluxo de transição foi empregado para descrever a geração de escoamento superficial. Como resultado, foram desenvolvidas as equações da descarga por unidade de área, da descarga unitária, da lâmina de escoamento superficial e da lâmina acumulada, nos estágios de ascensão e de recessão.

O coeficiente de rugosidade de Manning das amostras de solo foi calibrado a partir dos dados experimentais de lâmina acumulada. De acordo com Neves (1960), é esperado que este coeficiente se encontre entre $0,017 \text{ s/m}^{1/3}$ (canais de terra, retilíneos e uniformes em condições muito boas) e $0,025 \text{ s/m}^{1/3}$ (canais de terra, retilíneos e uniformes em más condições).

Por fim, a descarga por unidade de área e a lâmina acumulada foram comparadas com os dados experimentais obtidos por Merabet Jr. (2022, no prelo) pelo cálculo do coeficiente de determinação (R^2) destas equações.

De modo a esquematizar a explicação acima, é apresentado um fluxograma (Figura 5.1) que descreve as etapas do desenvolvimento da solução analítica do escoamento superficial.

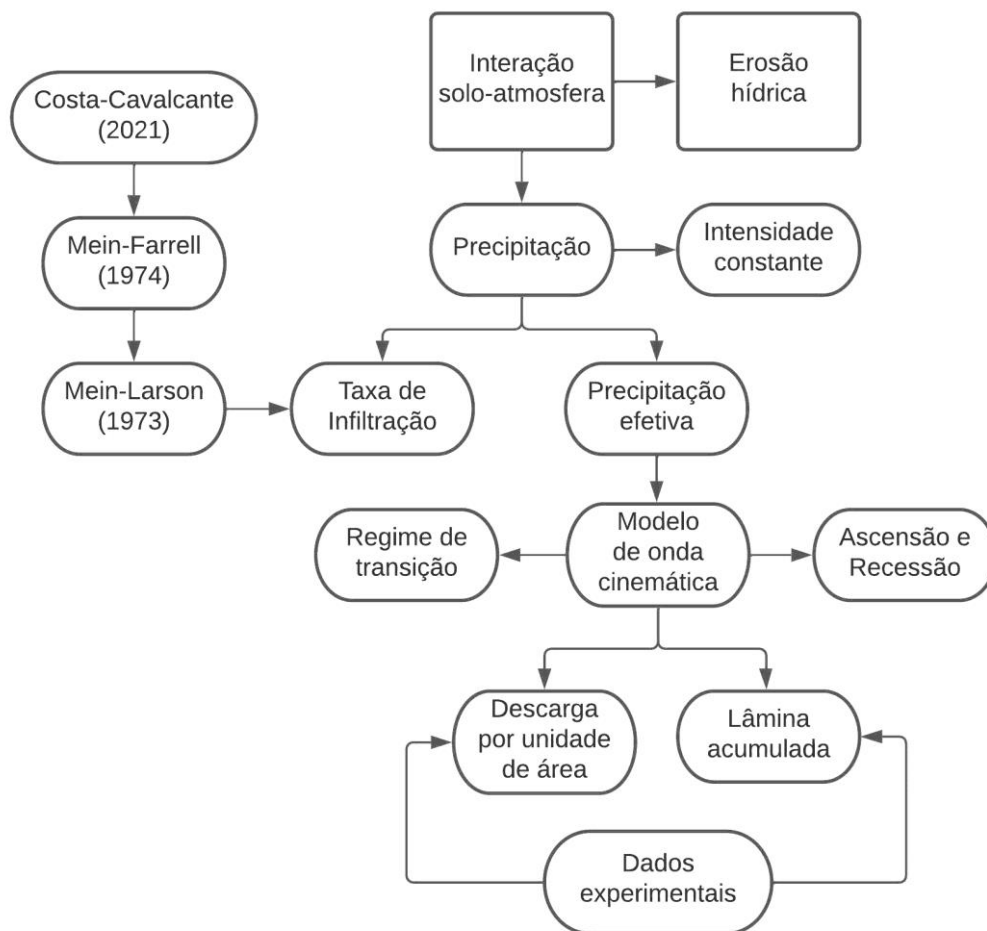


Figura 5.1. Processos envolvidos no estudo da interação solo-atmosfera.

5.2.2. Erosão Hídrica

Como abordado no Capítulo 4, a erosão hídrica é dividida em erosão por impacto de gotas de chuva e erosão por escoamento (laminar). O carreamento de sedimentos pelo escoamento superficial foi descrito pela equação da continuidade do transporte de sedimentos desprezando a variação da concentração de sedimentos no tempo. Para fins matemáticos,

a concentração de sedimentos e a descarga unitária foram combinadas em um único parâmetro no termo de variação espacial da equação da continuidade durante o desenvolvimento da solução analítica do transporte de sedimentos. Como resultado, foram obtidas as equações da taxa de carreamento de sedimentos e da perda de solo, nos estágios de ascensão e de recessão. O volume de partículas desprendidas por unidade de área pode ser estimado a partir da divisão da perda de solo pela massa específica seca do solo.

Assim como no trabalho desenvolvido por Tao *et al.* (2018), o excesso de tensão de cisalhamento foi descrito apenas pela Eq. (4.3) na parcela da erosão laminar dentro da equação da continuidade do transporte de sedimentos. A constante da erosão por impacto de gotas de chuva e o coeficiente de erodibilidade foram calibrados a partir dos dados experimentais de perda de solo.

Por fim, a taxa de carreamento de sedimentos e a perda de solo foram comparadas com os dados experimentais obtidos por Merabet Jr. (2022, no prelo) pelo cálculo do coeficiente de determinação (R^2) destas equações.

Na Figura 5.2, é apresentado um fluxograma que descreve as etapas envolvidas no desenvolvimento da solução analítica do transporte de sedimentos.

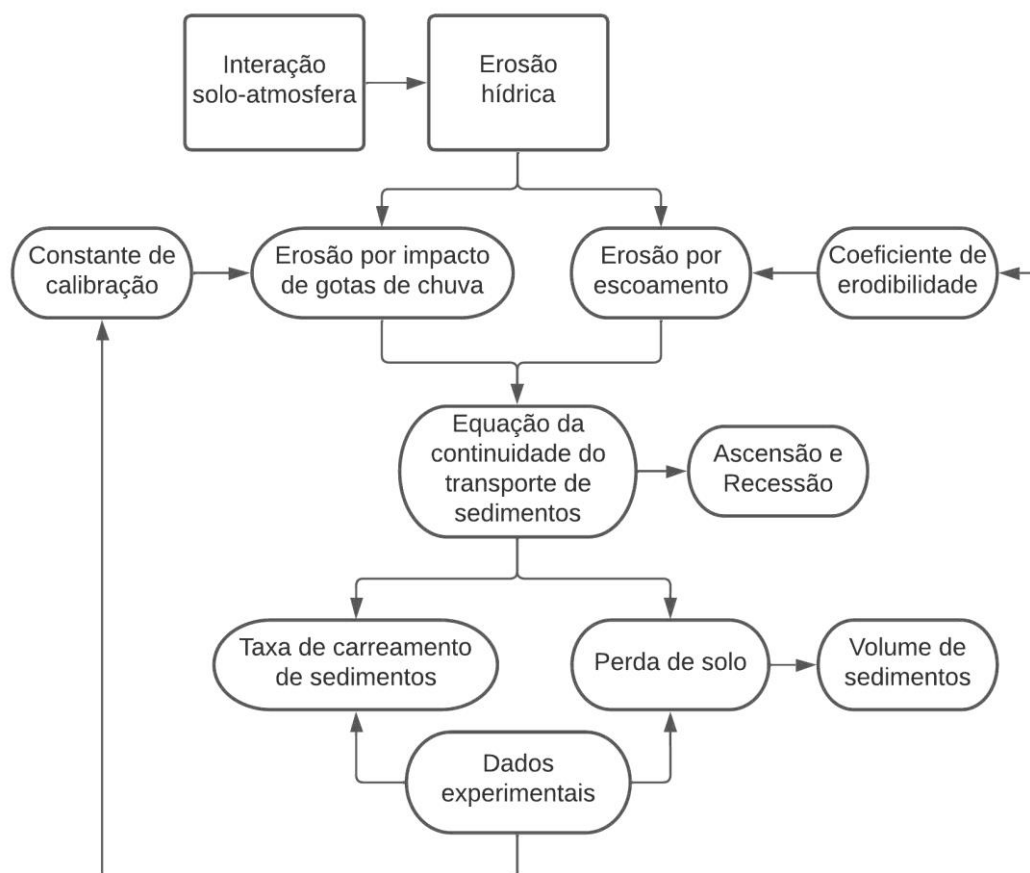


Figura 5.2. Processos envolvidos no estudo da erosão hídrica.

5.2.3. Análises Paramétricas

Foram realizadas análises paramétricas das equações da descarga por unidade de área, da lâmina acumulada, da taxa de carreamento de sedimentos e da perda de solo, de modo a demonstrar a influência das variáveis presentes nestas equações. Os valores definidos como condição padrão nas análises paramétricas são listados na Tabela 5.3.

Tabela 5.3. Valores utilizados como referência nas análises paramétricas.

Intensidade de precipitação (p)	246,76 mm/h
Duração da precipitação (t_s)	60 min
Condutividade hidráulica saturada do solo (k_s)	0,024 cm/min
Comprimento do plano de fluxo (L)	0,5 m
Declividade do plano de fluxo (J)	15°
Coefficiente de erodibilidade (K_e) ^{***}	0,005 g/cm ² /min/Pa
Tensão de cisalhamento crítica (τ_c) ^{***}	0,0 Pa
Constante da erosão por impacto de gotas de chuva (c_r) ^{***}	0,000 g ² min/cm ⁷

Na Figura 5.3, são expostos os valores utilizados na análise paramétrica de cada variável.

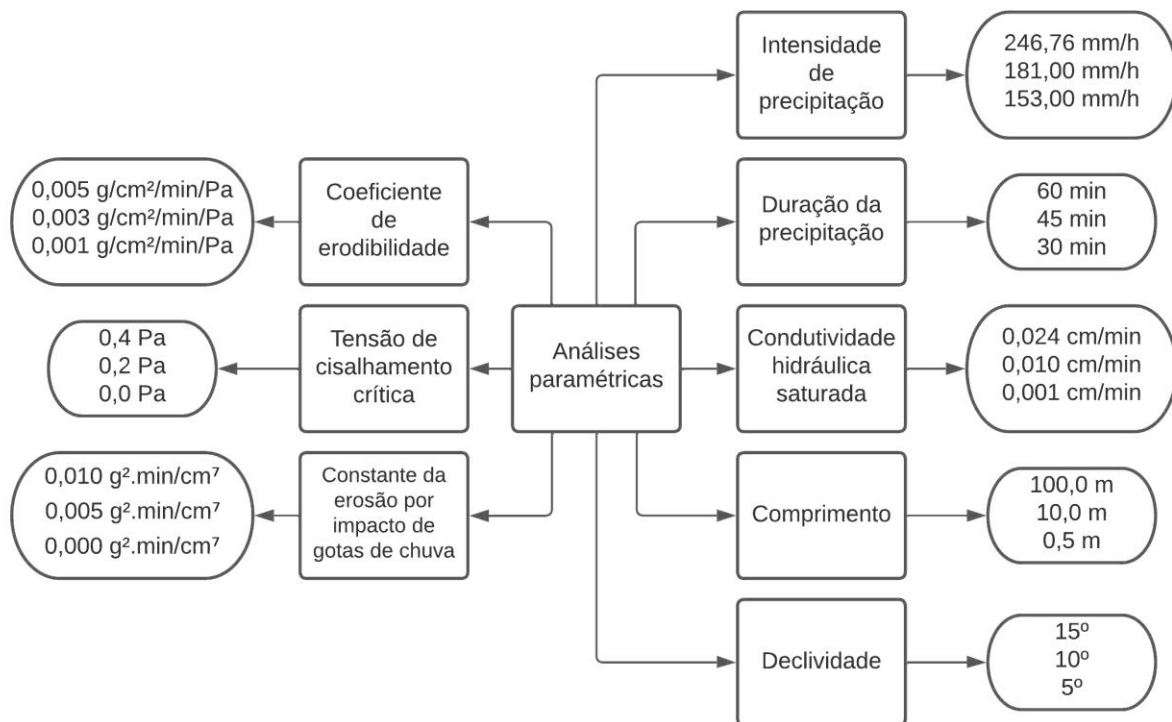


Figura 5.3. Análises paramétricas realizadas.

*** Analisados apenas na taxa de carreamento de sedimentos e na perda de solo.

6. DESENVOLVIMENTO DO MODELO FÍSICO-MATEMÁTICO

Uma nova abordagem para a estimativa do volume de partículas desprendidas por erosão hídrica é apresentada. O modelo físico-matemático desenvolvido se aplica a solos unimodais e bimodais, sendo composto de uma solução analítica para o escoamento superficial gerado em um talude inclinado por um evento de chuva com intensidade constante e de uma solução analítica para a equação da continuidade do transporte de sedimentos. Os modelos de Cavalcante e Zornberg (2017) e Costa e Cavalcante (2021) foram empregados para reprodução dos comportamentos unimodal e bimodal do solo, respectivamente. A seguir, são apresentadas as etapas do desenvolvimento matemático das equações do modelo e as hipóteses simplificadoras adotadas.

6.1. Acoplamento do Modelo Constitutivo ao Modelo de Mein-Larson

Como apresentado no Capítulo 3, a precipitação efetiva corresponde à parcela do total precipitado que gera escoamento superficial. Baseando-se no mecanismo de excesso de infiltração (Horton, 1933), a estimativa da precipitação efetiva pela Eq. (3.12) requer a formulação da taxa de infiltração. No modelo de Green-Ampt-Mein-Larson (1973), a taxa de infiltração e a infiltração acumulada dependem da definição da sucção mátrica na frente de umedecimento. Substituindo a função de condutividade hidráulica de Cavalcante e Zornberg (2017) na formulação da sucção mátrica na frente de umedecimento (Mein e Farrell, 1974):

$$\psi_f = -\frac{1}{k_s} \int_{\psi_i}^0 k_s \exp(-\delta|\psi|) d\psi \quad (6.1)$$

Resolvendo a Eq. (6.1), obtém-se a sucção mátrica na frente de umedecimento acoplada ao modelo constitutivo de Cavalcante e Zornberg (para solos unimodais):

$$\psi_f = \frac{1 - \exp(-\delta \psi_i)}{\delta} \quad (6.2)$$

Substituindo a função de condutividade hidráulica de Costa e Cavalcante (2021) na formulação da sucção mátrica na frente de umedecimento (Mein e Farrell, 1974):

$$\psi_f = -\frac{1}{k_s} \int_{\psi_i}^0 k_s [\lambda \exp(-\delta_1|\psi|) + (1 - \lambda) \exp(-\delta_2|\psi|)] d\psi \quad (6.3)$$

Resolvendo a Eq. (6.3), obtém-se a sucção mátrica na frente de umedecimento acoplada ao modelo constitutivo de Costa e Cavalcante (para solos bimodais):

$$\psi_f = \frac{\lambda}{\delta_1} [1 - \exp(-\delta_1 \psi_i)] + \frac{1 - \lambda}{\delta_2} [1 - \exp(-\delta_2 \psi_i)] \quad (6.4)$$

6.2. Escoamento Superficial em Condição de Precipitação Constante

A aproximação da geração de escoamento superficial pelo modelo de onda cinemática foi apresentada na Eq. (3.16) como função da descarga unitária e da lâmina de escoamento superficial. Assumindo que a variação da descarga unitária no espaço é constante, a descarga unitária pode ser expressa como:

$$Q(z,t) = q(t)z \quad (6.5)$$

onde: q = descarga por unidade de área [LT^{-1}].

Considerando que o fluxo se encontra no regime de transição entre laminar e turbulento ($\beta = 2$) e igualando a Eq. (3.17) e a Eq. (6.5):

$$\frac{J^{1/2}}{n} h(z,t)^2 = q(t)z \quad (6.6)$$

Definindo o parâmetro α como:

$$\alpha = \frac{J^{1/2}}{n} \quad (6.7)$$

Substituindo a Eq. (6.7) na Eq. (6.6) e isolando a lâmina de escoamento superficial:

$$h(z,t) = \left(\frac{z}{\alpha} q(t) \right)^{\frac{1}{2}} \quad (6.8)$$

Derivando a Eq. (6.8) no tempo:

$$\frac{\partial h(z,t)}{\partial t} = \frac{1}{2} \left(\frac{z}{\alpha} \right)^{1/2} q(t)^{-1/2} \frac{dq(t)}{dt} \quad (6.9)$$

Substituindo a Eq. (6.5) e a Eq. (6.9) na Eq. (3.16), o modelo de onda cinemática passa a ser descrito em função da descarga por unidade de área. Resolvendo as derivadas parciais do lado esquerdo da equação:

$$q(t) + \frac{1}{2} \left(\frac{z}{\alpha} \right)^{1/2} q(t)^{-1/2} \frac{dq(t)}{dt} = p_e(t) \quad (6.10)$$

Integrando os dois lados da Eq. (6.10) no espaço de 0 ao comprimento L :

$$\int_0^L q(t) dz + \frac{1}{2} q(t)^{-1/2} \frac{dq(t)}{dt} \int_0^L \left(\frac{z}{\alpha} \right)^{1/2} dz = \int_0^L p_e(t) dz \quad (6.11)$$

onde: L = comprimento do plano de fluxo [L].

Resolvendo as integrais da Eq. (6.11):

$$q(t)L + q(t)^{-1/2} \frac{dq(t)}{dt} \frac{L}{3} \left(\frac{L}{\alpha} \right)^{1/2} = p_e(t)L \quad (6.12)$$

Dividindo a Eq. (6.12) por L e isolando o diferencial de tempo dt :

$$dt = \frac{1}{3} \left(\frac{L}{\alpha} \right)^{1/2} \frac{q(t)^{-1/2}}{p_e(t) - q(t)} dq(t) \quad (6.13)$$

6.2.1. Durante a Precipitação

Como discutido no Capítulo 3, o estágio de ascensão do hidrograma corresponde ao escoamento superficial gerado durante o evento de precipitação. Integrando os dois lados da Eq. (6.13) do tempo de empoçamento t_p até um tempo t ($t \leq t_s$):

$$t - t_p = \frac{1}{3} \left(\frac{L}{\alpha} \right)^{1/2} \int_{q(t_p)}^{q(t)} \frac{q(t)^{-1/2}}{p_e(t) - q(t)} dq(t) \quad (6.14)$$

A descarga por unidade de área no estágio de ascensão é obtida resolvendo a integral da Eq. (6.14):

$$q(t) = \tanh^2 \left(\frac{3}{2} \sqrt{\frac{\alpha p_e(t)}{L}} (t - t_p) \right) p_e(t) \quad (6.15)$$

A descarga unitária no estágio de ascensão é obtida substituindo a Eq. (6.15) na Eq. (6.5):

$$Q(z, t) = \tanh^2 \left(\frac{3}{2} \sqrt{\frac{\alpha p_e(t)}{L}} (t - t_p) \right) p_e(t) z \quad (6.16)$$

A lâmina de escoamento superficial no estágio de ascensão é reformulada substituindo a Eq. (6.15) na Eq. (6.8):

$$h(z, t) = \sqrt{\frac{p_e(t)z}{\alpha}} \tanh \left(\frac{3}{2} \sqrt{\frac{\alpha p_e(t)}{L}} (t - t_p) \right) \quad (6.17)$$

E a lâmina acumulada no estágio de ascensão é alcançada integrando a Eq. (6.15) do tempo de empoçamento t_p até um tempo t ($t \leq t_s$):

$$R(t) = p_e(t)(t - t_p) - \frac{2}{3} \sqrt{\frac{p_e(t)L}{\alpha}} \tanh \left(\frac{3}{2} (t - t_p) \sqrt{\frac{\alpha p_e(t)}{L}} \right) \quad (6.18)$$

onde: R = lâmina acumulada [L].

6.2.2. Após a Precipitação

O estágio de recessão do hidrograma é iniciado com o término do evento de precipitação, ou seja, possui precipitação efetiva nula. Nesta condição, a Eq. (6.13) se torna:

$$dt = -\frac{1}{3} \left(\frac{L}{\alpha} \right)^{1/2} q(t)^{-3/2} dq(t) \quad (6.19)$$

Integrando os dois lados da Eq. (6.19) da duração da precipitação t_s até um tempo t :

$$(t - t_s) = -\frac{1}{3} \left(\frac{L}{\alpha} \right)^{1/2} \int_{q(t_s)}^{q_r(t)} q(t)^{-3/2} dq(t) \quad (6.20)$$

A descarga por unidade de área no estágio de recessão é obtida resolvendo a integral da Eq. (6.20):

$$q_r(t) = q(t_s) \left(1 + \frac{3}{2} (t - t_s) \sqrt{\frac{\alpha q(t_s)}{L}} \right)^{-2} \quad (6.21)$$

A descarga unitária no estágio de recessão é obtida substituindo a Eq. (6.21) na Eq. (6.5):

$$Q_r(z, t) = q(t_s) \left(1 + \frac{3}{2} (t - t_s) \sqrt{\frac{\alpha q(t_s)}{L}} \right)^{-2} z \quad (6.22)$$

A lâmina de escoamento superficial no estágio de recessão é reformulada substituindo a Eq. (6.21) na Eq. (6.8):

$$h_r(z, t) = \sqrt{\frac{q(t_s)z}{\alpha}} \left(1 + \frac{3}{2} (t - t_s) \sqrt{\frac{\alpha q(t_s)}{L}} \right)^{-1} \quad (6.23)$$

E a lâmina acumulada no estágio de recessão é alcançada somando a Eq. (6.18) para $t = t_s$ com a integral da Eq. (6.21) da duração da precipitação t_s até um tempo t :

$$\begin{aligned} R_r(t) = p_e(t_s)(t_s - t_p) - \frac{2}{3} \sqrt{\frac{p_e(t_s)L}{\alpha}} \tanh \left(\frac{3}{2} (t_s - t_p) \sqrt{\frac{\alpha p_e(t_s)}{L}} \right) \\ + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{q(t_s)L}{\alpha}} - \frac{\frac{4}{9} \sqrt{\frac{q(t_s)L}{\alpha}}}{\frac{2}{3} + \sqrt{\frac{\alpha q(t_s)}{L}} (t - t_s)} \end{aligned} \quad (6.24)$$

O desenvolvimento matemático da Eq. (6.18) e da Eq. (6.24) se encontra no Apêndice A. Comparativamente, as equações de lâmina acumulada de Tao *et al.* (2018) são expostas.

6.3. Erosão Hídrica em Condição de Precipitação Constante

A equação da continuidade do transporte de sedimentos foi apresentada na Eq. (4.7) como função da concentração de sedimentos, da descarga unitária e da lâmina de escoamento superficial. Para fins matemáticos, a concentração de sedimentos e a descarga unitária serão combinadas em um único parâmetro Y :

$$Y(z, t) = s(z, t)Q(z, t) \quad (6.25)$$

onde: Y = produto entre concentração de sedimentos e descarga unitária [$ML^{-1}T^{-1}$].

A aceleração da gravidade possui unidade [m/s²] no modelo, enquanto os demais parâmetros têm [cm] como unidade de comprimento e [min] como unidade de tempo. Incluindo um coeficiente para padronização das unidades e substituindo a Eq. (6.25) na Eq. (4.7), a equação da continuidade do transporte de sedimentos é reescrita como:

$$\frac{\partial Y(z,t)}{\partial z} = \frac{c_r p^2}{\rho_d} + K_e [10\rho_w g J h(z,t) - \tau_c] \quad (6.26)$$

Substituindo a Eq. (6.17) na Eq. (6.26):

$$\frac{\partial Y(z,t)}{\partial z} = \frac{c_r p^2}{\rho_d} + K_e \left[10\rho_w g J \sqrt{\frac{p_e(t)z}{\alpha}} \tanh\left(\frac{3}{2} \sqrt{\frac{\alpha p_e(t)}{L}} (t-t_p)\right) - \tau_c \right] \quad (6.27)$$

Rearranjando a Eq. (6.27):

$$\frac{\partial Y(z,t)}{\partial z} = \left(\frac{c_r p^2}{\rho_d} - K_e \tau_c \right) + 10K_e \rho_w g J \sqrt{\frac{p_e(t)}{\alpha}} z^{1/2} \tanh\left(\frac{3}{2} \sqrt{\frac{\alpha p_e(t)}{L}} (t-t_p)\right) \quad (6.28)$$

Para fins de simplificação matemática, alguns termos da Eq. (6.28) podem ser agrupados. Definindo X_1 e X_2 como:

$$X_1 = \left(\frac{c_r p^2}{\rho_d} - K_e \tau_c \right) \quad (6.29)$$

$$X_2 = 10K_e \rho_w g J \quad (6.30)$$

Substituindo a Eq. (6.29) e a Eq. (6.30) na Eq. (6.28):

$$\frac{\partial Y(z,t)}{\partial z} = X_1 + X_2 \sqrt{\frac{p_e(t)}{\alpha}} z^{1/2} \tanh\left(\frac{3}{2} \sqrt{\frac{\alpha p_e(t)}{L}} (t-t_p)\right) \quad (6.31)$$

Integrando a Eq. (6.31) em relação a z :

$$Y(z,t) = X_1 z + \frac{2}{3} X_2 \sqrt{\frac{p_e(t)}{\alpha}} z^{3/2} \tanh\left(\frac{3}{2} \sqrt{\frac{\alpha p_e(t)}{L}} (t-t_p)\right) \quad (6.32)$$

6.3.1. Durante a Precipitação

Por definição, a taxa de carregamento de sedimentos é o produto entre a concentração de sedimentos e a descarga por unidade de área:

$$S(z,t) = s(z,t)q(t) \quad (6.33)$$

Substituindo a Eq. (6.5) e a Eq. (6.33) na Eq. (6.25), tem-se a relação entre o parâmetro Y e a taxa de carregamento de sedimentos:

$$Y(z,t) = S(z,t)z \quad (6.34)$$

Portanto, a taxa de carregamento de sedimentos no estágio de ascensão é obtida dividindo a Eq. (6.32) por z :

$$S(z,t) = X_1 + \frac{2}{3} X_2 \sqrt{\frac{p_e(t)z}{\alpha}} \tanh\left(\frac{3}{2} \sqrt{\frac{\alpha p_e(t)}{L}} (t-t_p)\right) \quad (6.35)$$

Substituindo a Eq. (6.29) e a Eq. (6.30) na Eq. (6.35) e convertendo a unidade da taxa de carregamento de sedimentos no estágio de ascensão para $[\text{g}/\text{m}^2/\text{min}]$:

$$S(z,t) = \left[\left(\frac{c_r p^2}{\rho_d} - K_e \tau_c \right) + \frac{20}{3} K_e \rho_w g J \sqrt{\frac{p_e(t)z}{\alpha}} \tanh\left(\frac{3}{2} \sqrt{\frac{\alpha p_e(t)}{L}} (t-t_p)\right) \right] 10^4 \quad (6.36)$$

E a perda de solo no estágio de ascensão é alcançada integrando a Eq. (6.35) do tempo de empoçamento t_p até um tempo t ($t \leq t_s$):

$$P(z,t) = X_1 (t-t_p) + \frac{4}{9} \frac{X_2}{\alpha} \sqrt{Lz} \ln \left\{ \cosh \left[\frac{3}{2} \sqrt{\frac{\alpha p_e(t)}{L}} (t-t_p) \right] \right\} \quad (6.37)$$

Para z igual ao comprimento L , substituindo a Eq. (6.29) e a Eq. (6.30) na Eq. (6.37) e convertendo a unidade da perda de solo no estágio de ascensão para $[\text{g}/\text{m}^2]$:

$$P(t) = \left\{ \left(\frac{c_r p^2}{\rho_d} - K_e \tau_c \right) (t-t_p) + \frac{40}{9} K_e \rho_w g \sqrt{JnL} \ln \left\{ \cosh \left[\frac{3}{2} \sqrt{\frac{\alpha p_e(t)}{L}} (t-t_p) \right] \right\} \right\} 10^4 \quad (6.38)$$

6.3.2. Após a Precipitação

No estágio de recessão do hidrograma, a precipitação efetiva é nula. Consequentemente, a equação da continuidade do transporte de sedimentos é descrita apenas em termos da erosão por escoamento. Nesta condição, a Eq. (6.26) se torna:

$$\frac{\partial Y_r(z,t)}{\partial z} = K_e [10 \rho_w g J h_r(z,t) - \tau_c] \quad (6.39)$$

Substituindo a Eq. (6.23) na Eq. (6.39):

$$\frac{\partial Y_r(z,t)}{\partial z} = K_e \left\{ 10 \rho_w g J \left[z^{1/2} \sqrt{\frac{q(t_s)}{\alpha}} \left(1 + \frac{3}{2} (t-t_s) \sqrt{\frac{\alpha q(t_s)}{L}} \right)^{-1} \right] - \tau_c \right\} \quad (6.40)$$

Para fins de simplificação matemática, alguns termos da Eq. (6.40) podem ser agrupados. Definindo $X_3(t)$ e X_4 como:

$$X_3(t) = 10 K_e \rho_w g J \sqrt{\frac{q(t_s)}{\alpha}} \left(1 + \frac{3}{2} (t-t_s) \sqrt{\frac{\alpha q(t_s)}{L}} \right)^{-1} \quad (6.41)$$

$$X_4 = K_e \tau_c \quad (6.42)$$

Substituindo a Eq. (6.41) e a Eq. (6.42) na Eq. (6.40):

$$\frac{\partial Y_r(z,t)}{\partial z} = X_3(t)z^{1/2} - X_4 \quad (6.43)$$

Integrando a Eq. (6.43) em relação a z :

$$Y_r(z,t) = \frac{2}{3} X_3(t)z^{3/2} - X_4 z \quad (6.44)$$

A taxa de carregamento de sedimentos no estágio de recessão é obtida dividindo a Eq. (6.44) por z :

$$S_r(z,t) = \frac{2}{3} X_3(t)z^{1/2} - X_4 \quad (6.45)$$

Substituindo a Eq. (6.41) e a Eq. (6.42) na Eq. (6.45) e convertendo a unidade da taxa de carregamento de sedimentos no estágio de recessão para $[\text{g}/\text{m}^2/\text{min}]$:

$$S_r(z,t) = \left[\frac{20}{3} K_e \rho_w g J \sqrt{\frac{q(t_s)}{\alpha}} \left(1 + \frac{3}{2} (t-t_s) \sqrt{\frac{\alpha q(t_s)}{L}} \right)^{-1} z^{1/2} - K_e \tau_c \right] 10^4 \quad (6.46)$$

E a perda de solo no estágio de recessão é alcançada somando a Eq. (6.37) para $t = t_s$ com a integral da Eq. (6.46) da duração da precipitação t_s até um tempo t . Para z igual ao comprimento L :

$$P_r(t) = \left(\frac{c_r p^2}{\rho_d} - K_e \tau_c \right) (t_s - t_p) + \frac{40}{9} K_e \rho_w g \sqrt{J} n L \ln \left\{ \cosh \left[\frac{3}{2} \sqrt{\frac{\alpha p_e(t_s)}{L}} (t_s - t_p) \right] \right\} + \frac{40}{9} K_e \rho_w g \sqrt{J} n L \ln \left[1 + \frac{3}{2} \sqrt{\frac{\alpha q(t_s)}{L}} (t - t_s) \right] - X_4 (t - t_s) \quad (6.47)$$

Substituindo a Eq. (6.42) na Eq. (6.47), simplificando a equação e convertendo a unidade da perda de solo no estágio de recessão para $[\text{g}/\text{m}^2]$:

$$P_r(t) = \left\{ \left(\frac{c_r p^2}{\rho_d} \right) (t_s - t_p) + \frac{40}{9} K_e \rho_w g \sqrt{J} n L \left\{ \ln \left[\cosh \left[\frac{3}{2} \sqrt{\frac{\alpha p_e(t_s)}{L}} (t_s - t_p) \right] \right] + \ln \left[1 + \frac{3}{2} \sqrt{\frac{\alpha q(t_s)}{L}} (t - t_s) \right] \right\} - K_e \tau_c (t - t_p) \right\} 10^4 \quad (6.48)$$

O desenvolvimento matemático da Eq. (6.38) e da Eq. (6.48) também é encontrado no Apêndice A. Comparativamente, as equações de perda de solo obtidas por Tao *et al.* (2018) são expostas.

6.3.3. Volume de Partículas Desprendidas

Por fim, o volume de partículas desprendidas por unidade de área é estimado dividindo a perda de solo no estágio de recessão pela massa específica dos sólidos:

$$V_s = \frac{P_r(t)}{\rho_s} \quad (6.49)$$

onde: V_s = volume de partículas desprendidas por unidade de área [L];

ρ_s = massa específica dos sólidos [ML^{-3}].

7. ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

7.1. Validação do Modelo

O modelo físico-matemático foi validado a partir dos dados experimentais obtidos por Merabet Jr. (2022, no prelo). Na sequência, estes dados experimentais são confrontados com o modelo constitutivo da SWRC de Costa e Cavalcante (2021), com a solução analítica do escoamento superficial a partir do modelo de onda cinemática e com a solução analítica da equação da continuidade do transporte de sedimentos.

7.1.1. Curva de Retenção de Água no Solo e Função de Condutividade Hidráulica

A SWRC obtida por secagem ($R^2 = 0,9849$) se aplicou melhor ao modelo do que a SWRC obtida por molhagem ($R^2 = 0,9599$). Embora esperava-se que o umedecimento do solo durante o ensaio fosse melhor representado pela SWRC obtida por molhagem*, a microporosidade dos agregados se encontra vazia nesta trajetória, defasando-se assim os resultados da realidade. Os parâmetros calibrados a partir dos dados obtidos por secagem são apresentados na Tabela 7.1.

Tabela 7.1. Parâmetros calibrados no modelo da SWRC de Costa e Cavalcante.

θ_s	θ_r	δ_1	δ_2	λ
45,15%	1,28%	0,006441 cm^{-1}	0,000005 cm^{-1}	0,47846

Na Figura 7.1, é exibido o modelo da SWRC empregando os parâmetros da Tabela 7.1.

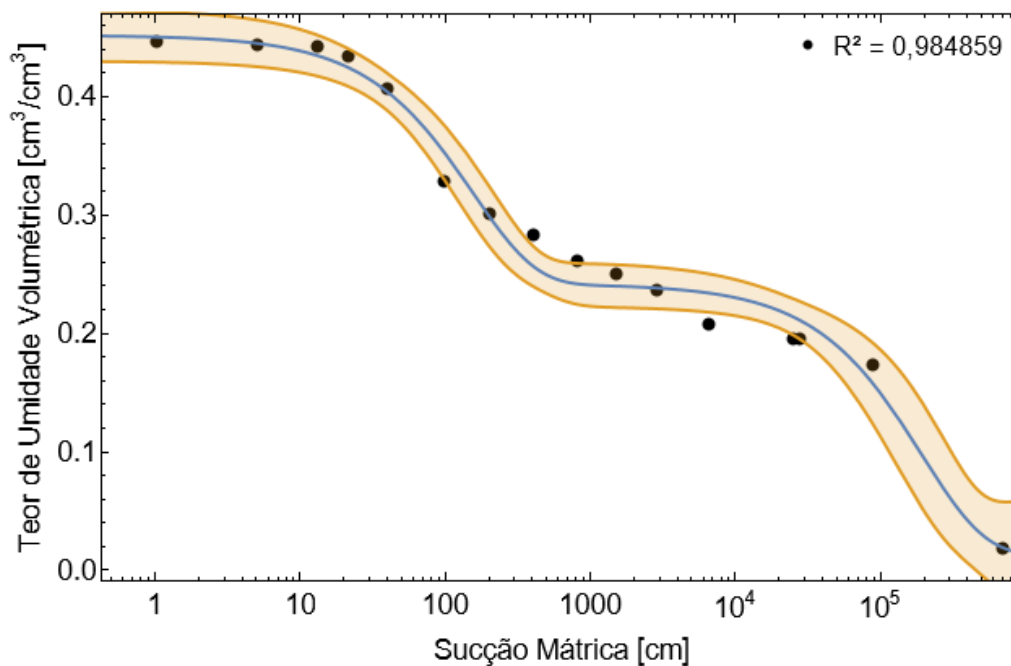


Figura 7.1. Modelo da SWRC de secagem para um intervalo de confiança de 95%.

*Os resultados alcançados utilizando a SWRC obtida por molhagem estão disponíveis no Apêndice B.

Observa-se que a equação da SWRC apresenta um elevado coeficiente de determinação, o que indica uma boa aderência do modelo constitutivo aos dados experimentais. Nota-se também que 14 dos 16 pontos experimentais se encontram dentro das bandas que indicam 95% de confiança.

O uso do modelo da SWRC de Costa e Cavalcante (2021) também possibilita a obtenção da função de condutividade hidráulica a partir da substituição dos parâmetros apresentados na Tabela 7.1 na Eq. (2.17). A função de condutividade hidráulica das amostras de solo da UHE Itumbiara é mostrada na Figura 7.2.

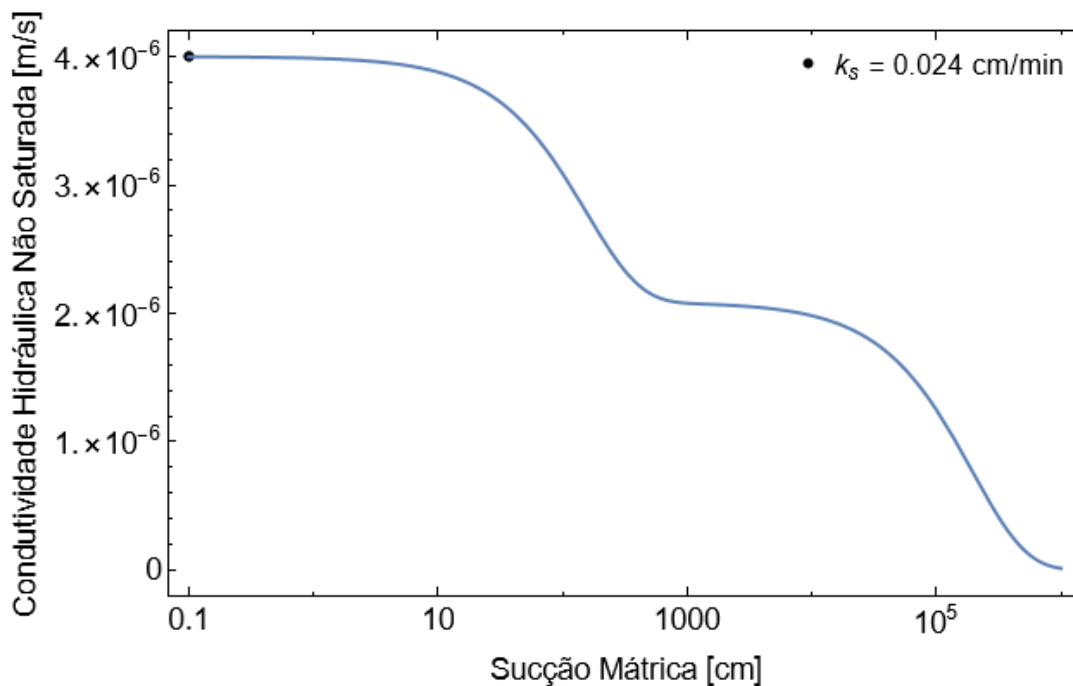
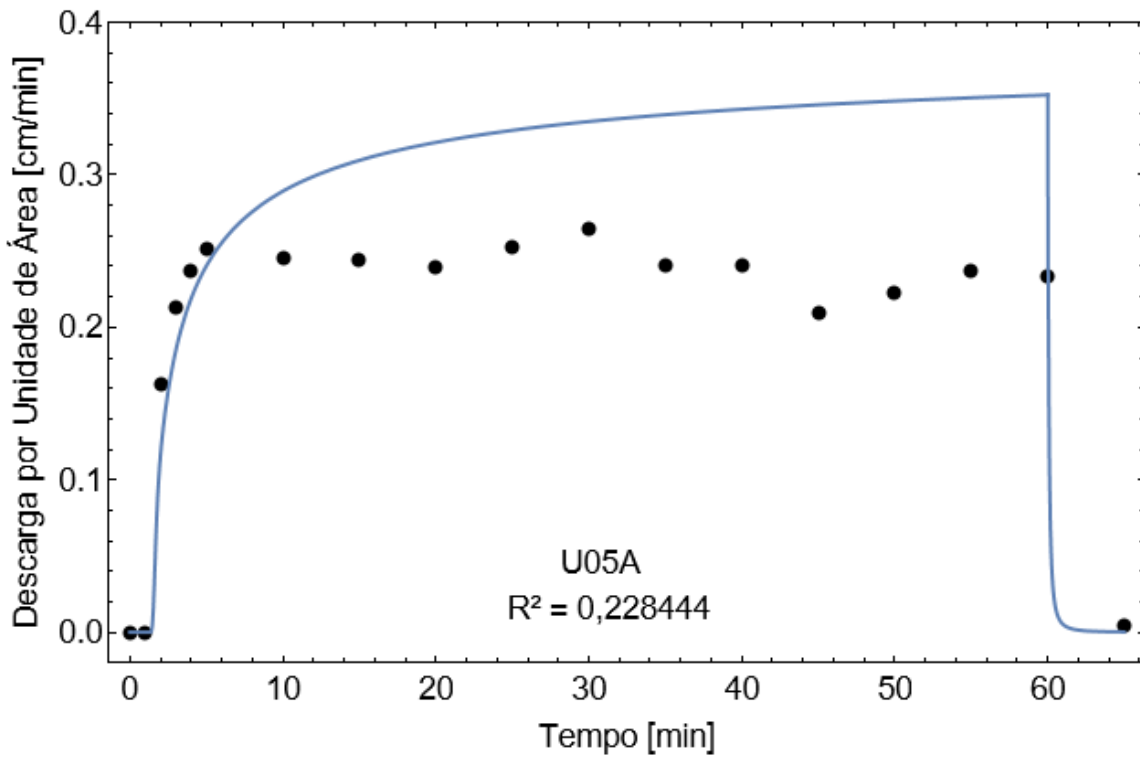


Figura 7.2. Função de condutividade hidráulica das amostras de solo.

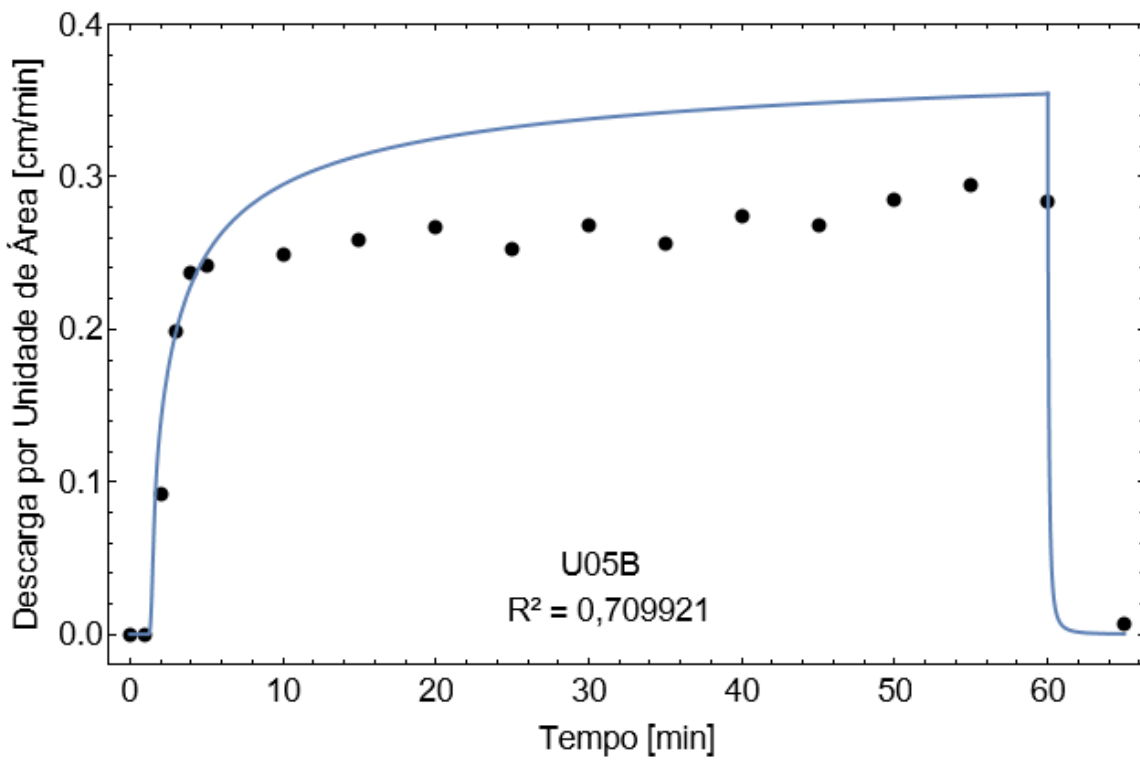
7.1.2. Escoamento Superficial em Condição de Precipitação Constante

O coeficiente de rugosidade de Manning das amostras de solo foi calibrado a partir dos dados experimentais de lâmina acumulada. A calibração foi restringida ao intervalo esperado de $0,017 \text{ s/m}^{1/3}$ a $0,025 \text{ s/m}^{1/3}$ para que o coeficiente mantivesse significado físico, pois ocorre divergência dos valores teóricos esperados na ausência desta restrição. Como resultado, houve convergência para o limite superior nos seis ensaios, o que indica canais de terra, retilíneos e uniformes em más condições (Neves, 1960).

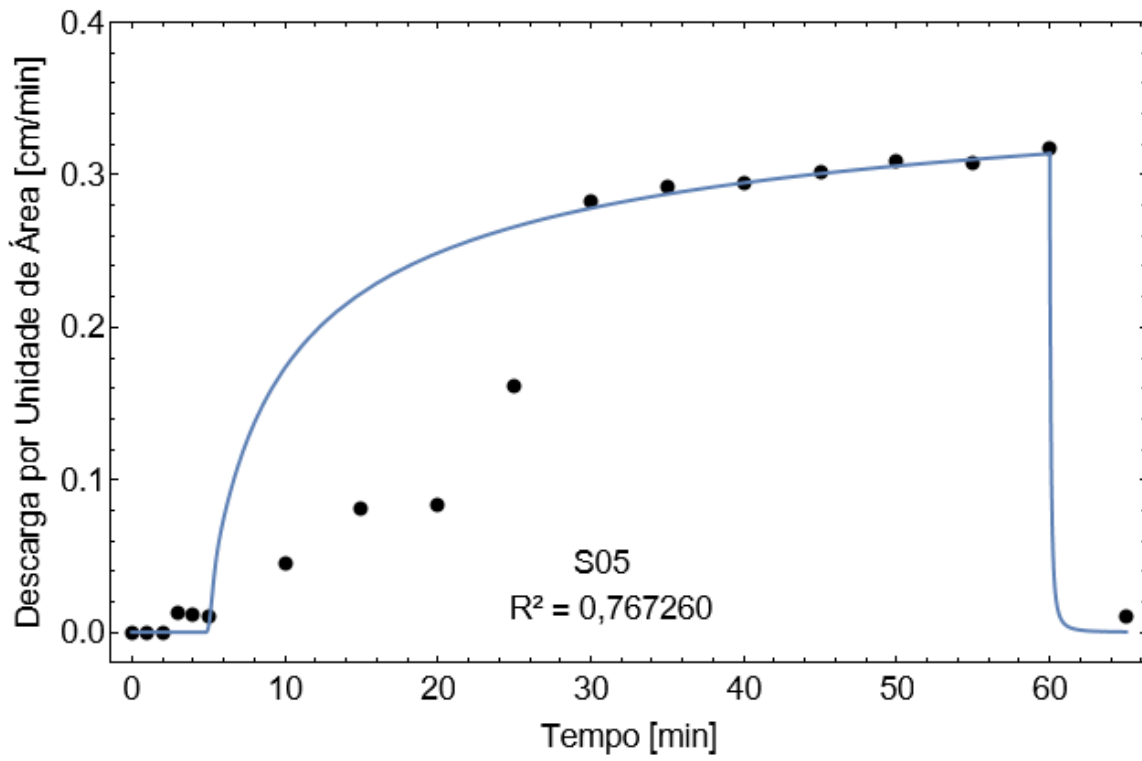
Nas Figuras 7.3 e 7.4, o modelo físico-matemático e os dados experimentais são plotados em termos da descarga por unidade de área e, posteriormente, da lâmina acumulada.



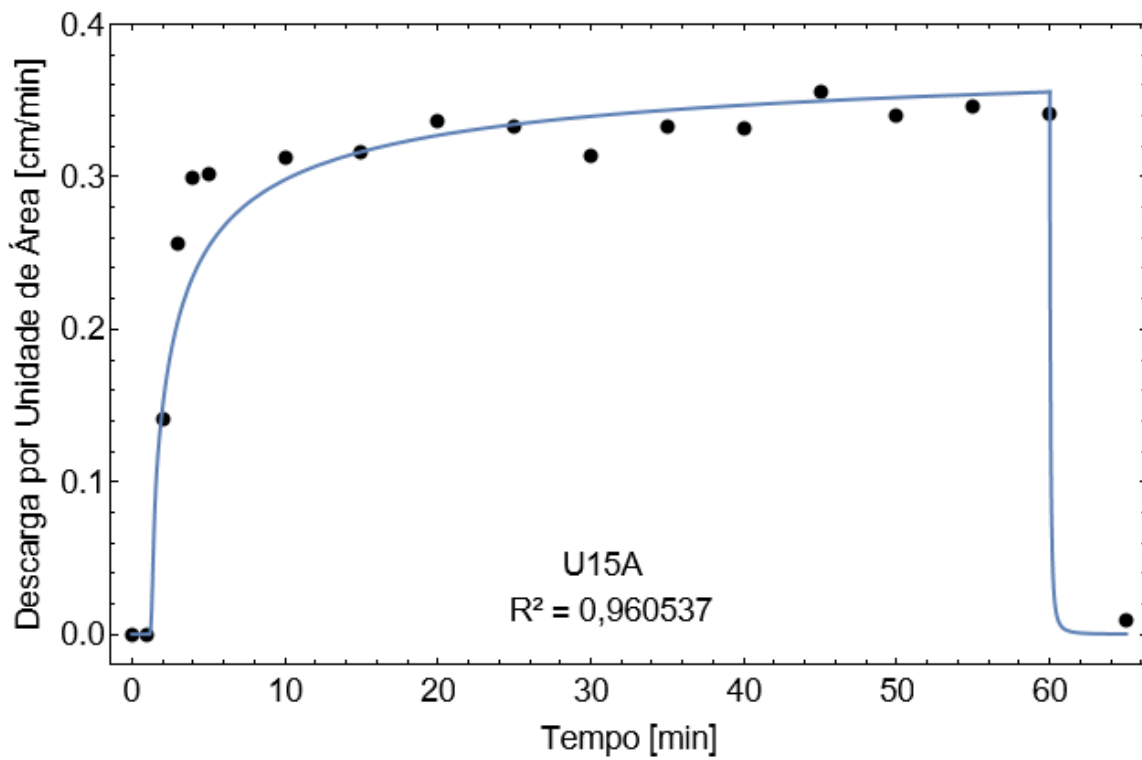
(a)



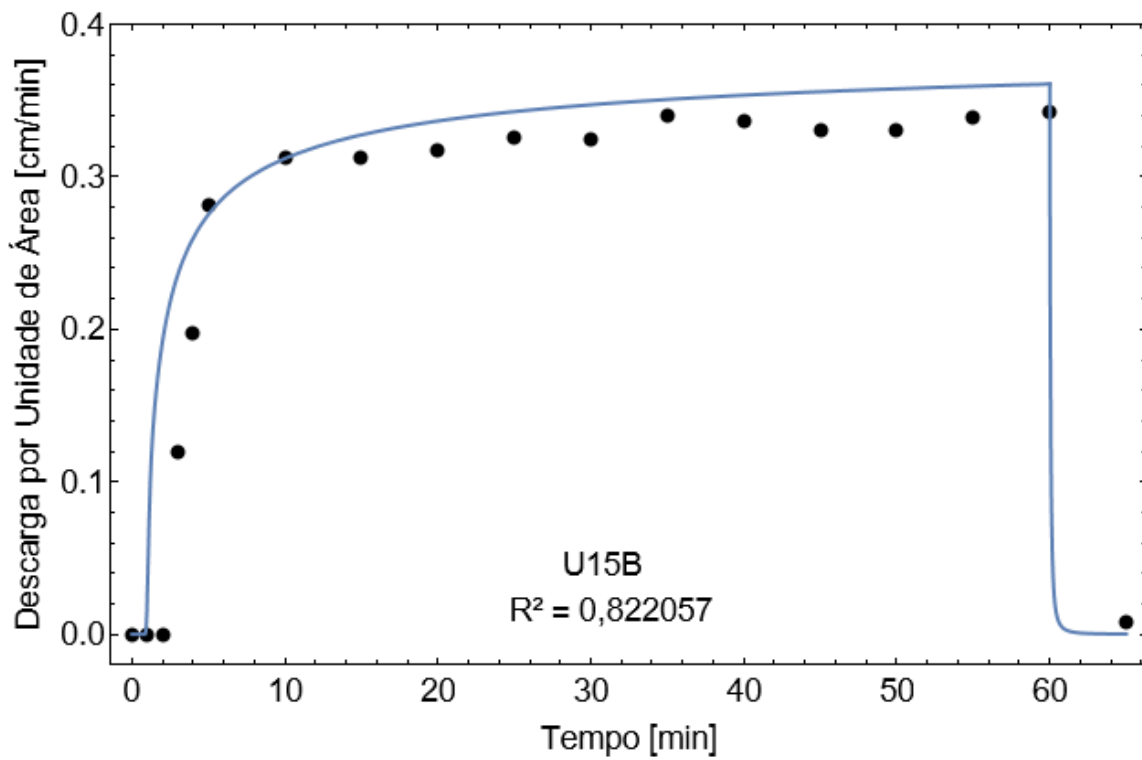
(b)



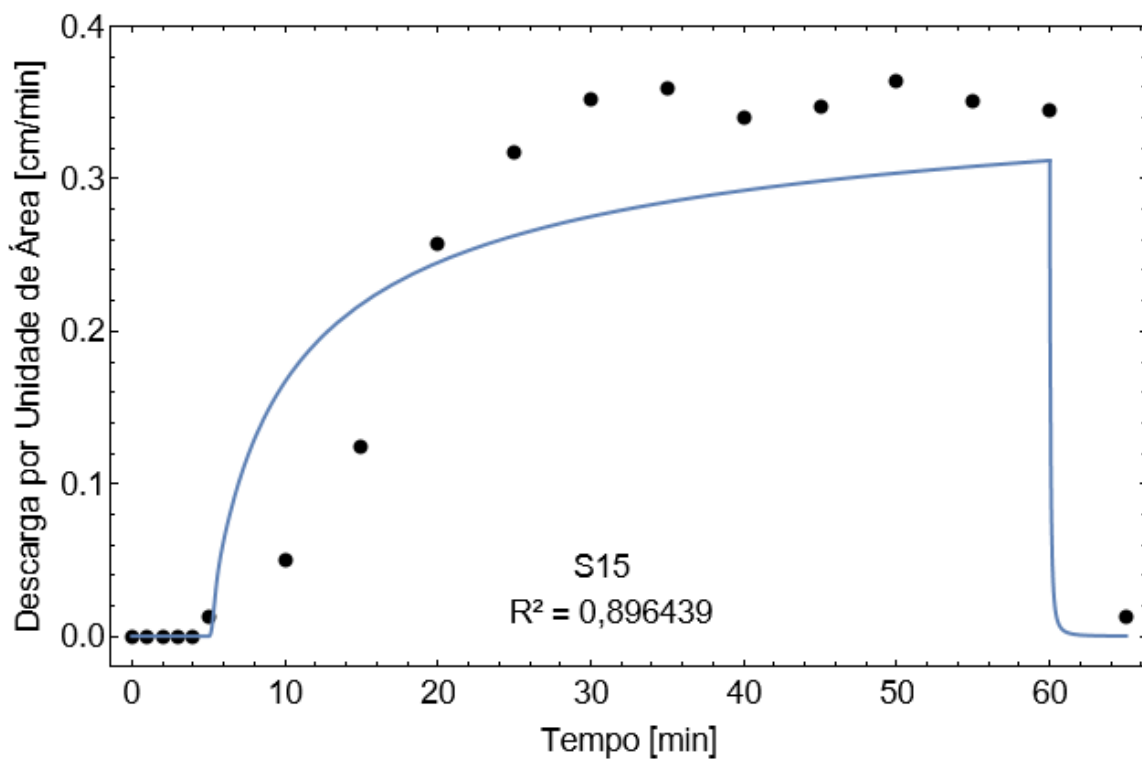
(c)



(d)

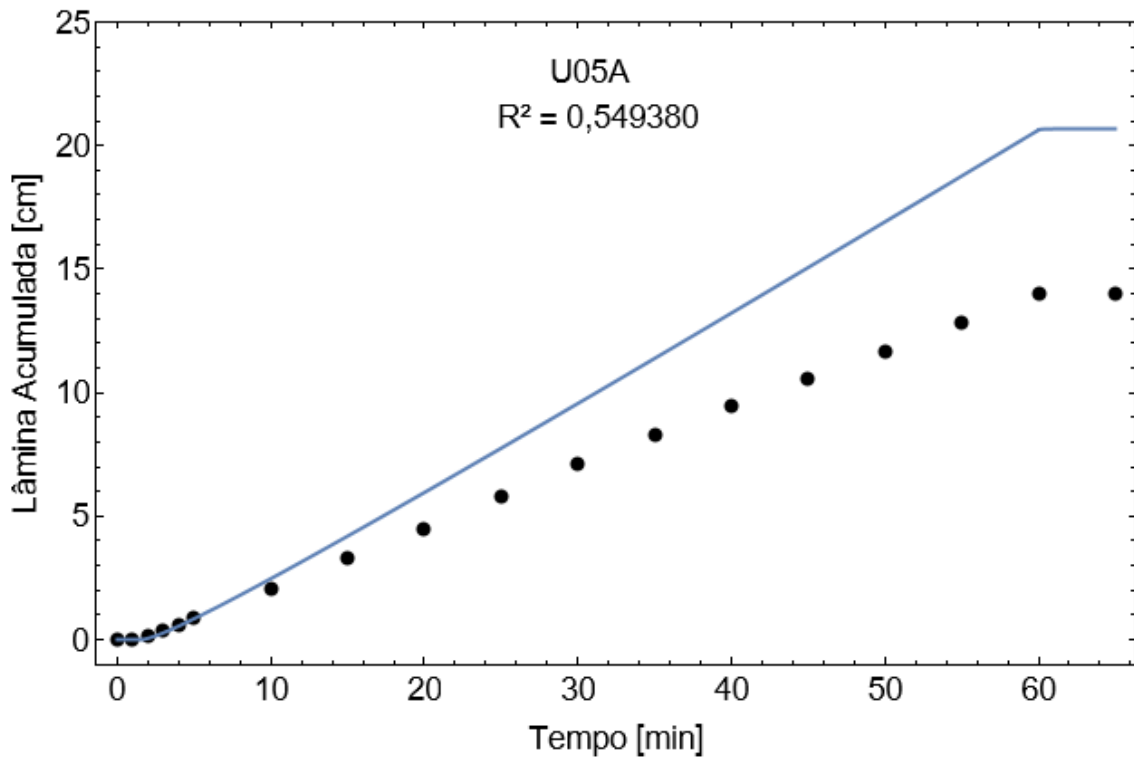


(e)

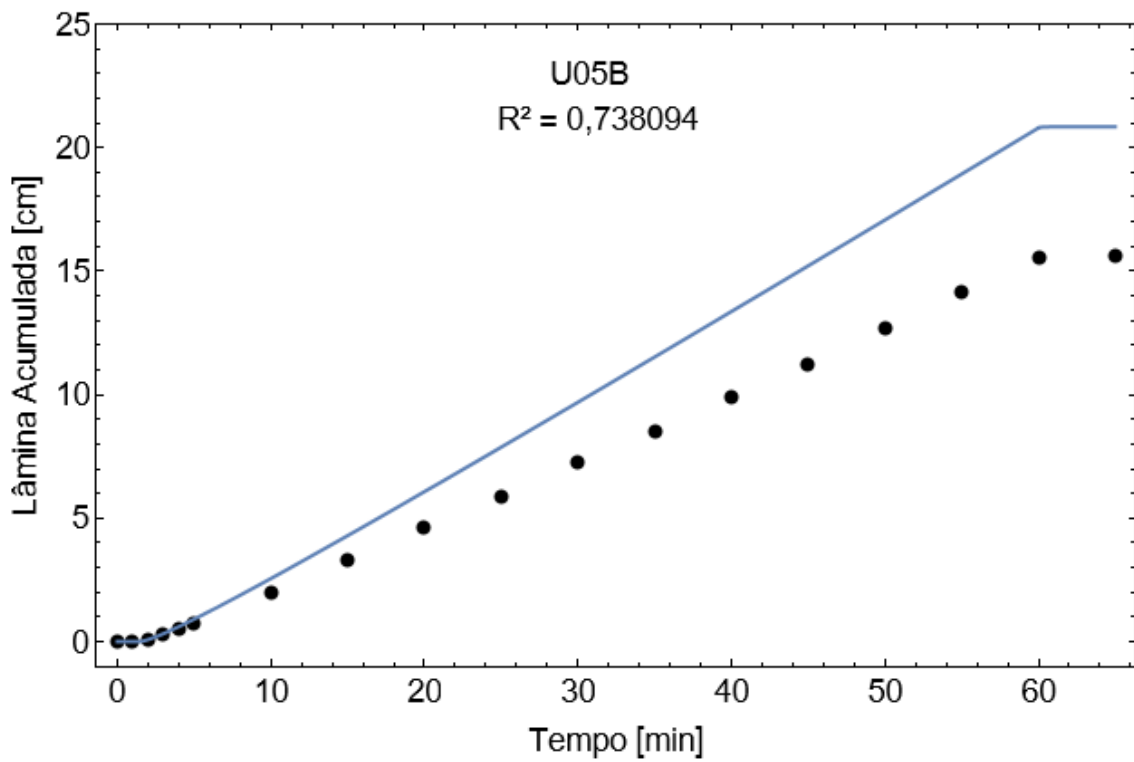


(f)

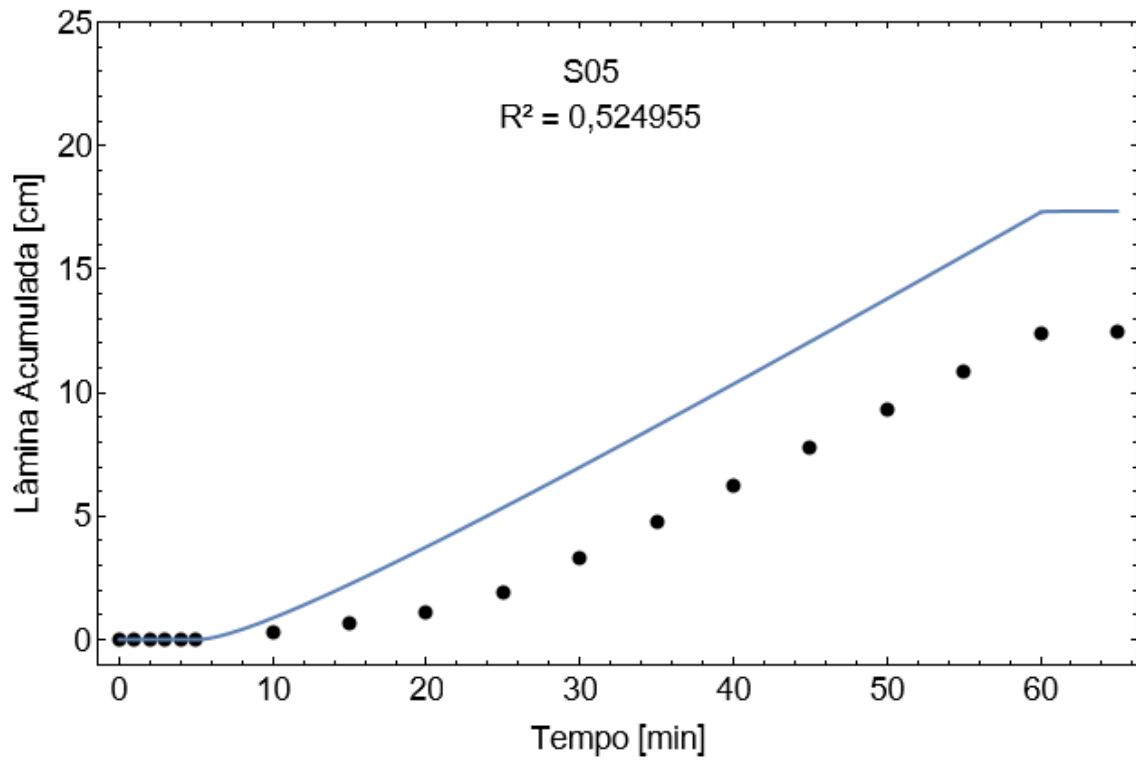
Figura 7.3. Descarga por unidade de área nos ensaios: (a) U05A; (b) U05B; (c) S05; (d) U15A; (e) U15B; e (f) S15.



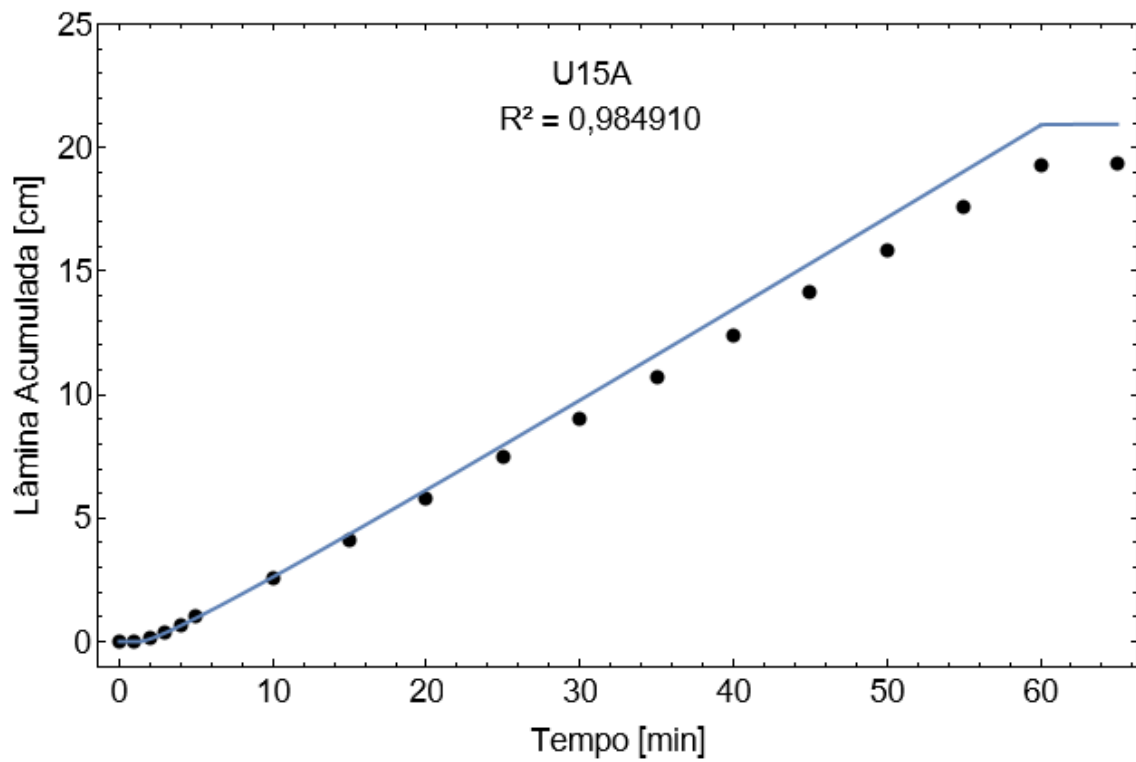
(a)



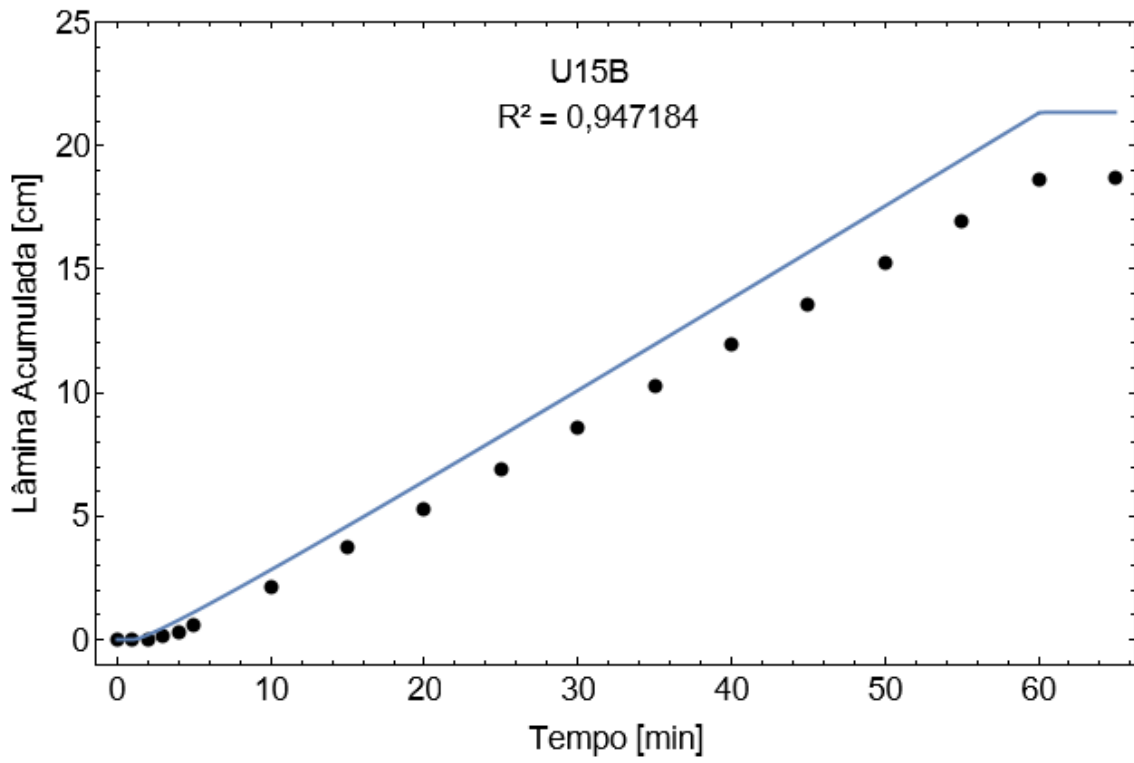
(b)



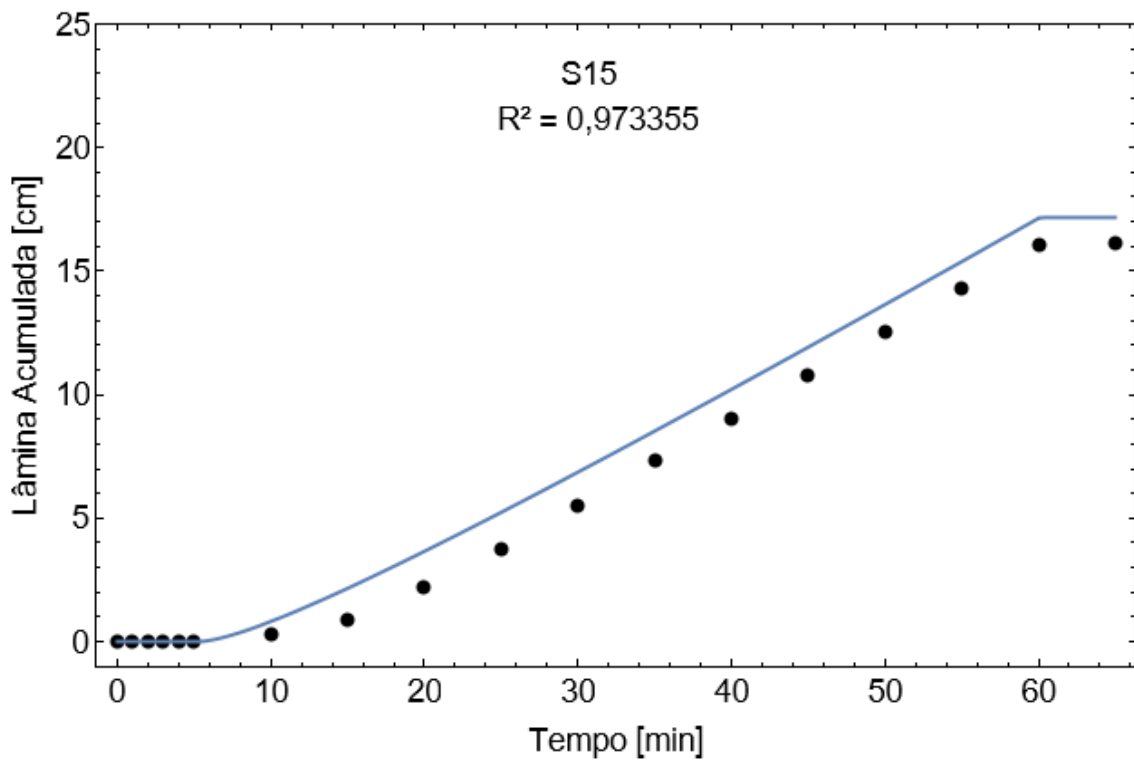
(c)



(d)



(e)



(f)

Figura 7.4. Lâmina acumulada nos ensaios: (a) U05A; (b) U05B; (c) S05; (d) U15A; (e) U15B; e (f) S15.

Conforme a Tabela 5.2, os dados experimentais são compostos por três ensaios realizados a 5 graus de inclinação (U05A, U05B e S05) e três ensaios realizados a 15 graus de inclinação (U15A, U15B e S15). Em relação ao teor de umidade volumétrica inicial, os dados podem ser agrupados em ensaios úmidos (U05A, U05B, U15A e U15B) e ensaios secos (S05 e S15).

O padrão exibido pelo modelo físico-matemático mostrou-se adequado ao comportamento observado nos dados experimentais: há um aumento inicial de descarga por unidade de área seguido pela sua estabilização no regime estacionário, enquanto a lâmina acumulada apresenta tendência de crescimento linear até o fim do evento de precipitação.

Na comparação com os ensaios úmidos, o desenvolvimento do patamar de descarga por unidade de área nos ensaios secos é atrasado devido à sucção. Por esta razão, o início do aumento da lâmina acumulada também é retardado, resultando em lâminas acumuladas menores após a duração da precipitação. A formação do patamar de descarga por unidade de área é melhor representada pelo modelo nos ensaios úmidos do que nos ensaios secos, pois o modelo não apresenta diminuição da inclinação antes do regime estacionário nos ensaios secos, antecipando o estabelecimento do patamar em relação aos dados experimentais nesta condição. Entretanto, o modelo da descarga por unidade de área apresenta boa correspondência com os dados experimentais durante o regime estacionário tanto nos ensaios úmidos quanto nos ensaios secos, principalmente nos ensaios S05, U15A e U15B.

A descarga por unidade de área e a lâmina acumulada são superestimadas pelo modelo quando comparadas aos dados experimentais. Esta diferença é menos significativa nos ensaios com 15 graus de inclinação, os quais apresentaram R^2 superior a 0,8 para a descarga por unidade de área e R^2 superior a 0,9 para a lâmina acumulada nos três ensaios. É esperado que o escoamento superficial gerado fosse maior nos ensaios com 15 graus de inclinação do que nos ensaios com 5 graus de inclinação, pois a infiltração de água no solo é reduzida à medida que a declividade do plano de fluxo aumenta (Blight, 1997). Este comportamento é observado nos dados experimentais, entretanto a mudança de inclinação não provocou uma variação significativa no modelo dentro de um mesmo grupo de teor de umidade volumétrica inicial. Como a Eq. (6.15) é descrita inteiramente em função de uma tangente hiperbólica, o comprimento e a declividade do plano de fluxo não influenciam a descarga por unidade de área. A Eq. (6.18) possui um termo multiplicando a tangente hiperbólica, o que resulta em um leve aumento da lâmina acumulada quando o comprimento do plano de fluxo é ampliado, porém a variação da declividade do plano de fluxo não influencia a lâmina acumulada no intervalo estudado.

O comparativo entre o modelo da lâmina acumulada e a lâmina acumulada obtida nos ensaios com simulador de chuva após 60 minutos é mostrado na Figura 7.5.

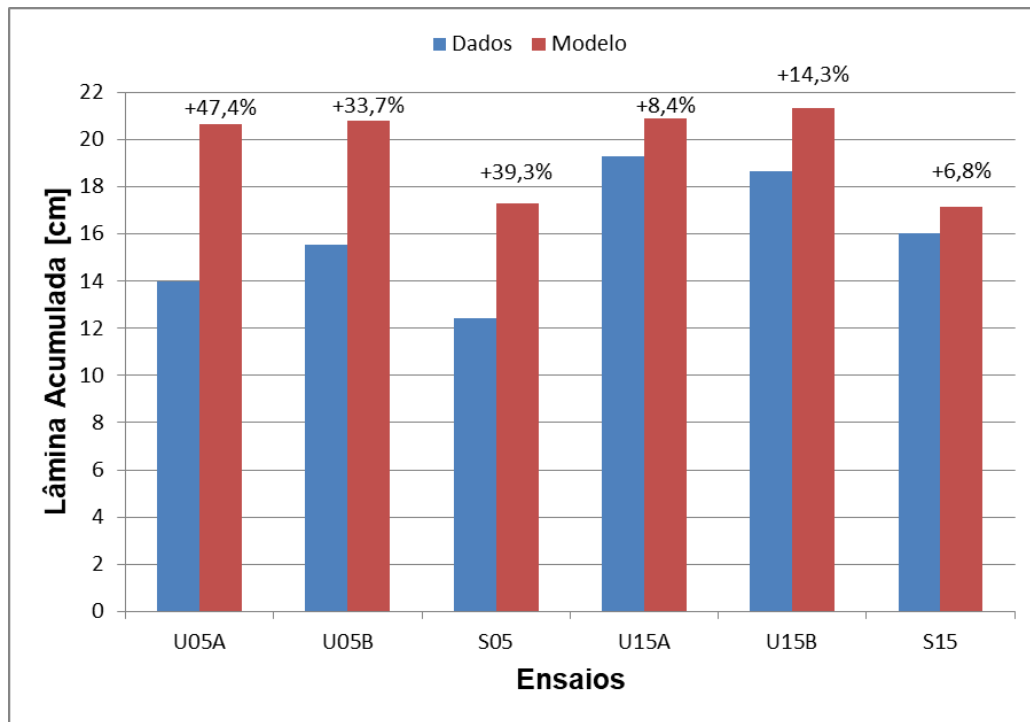
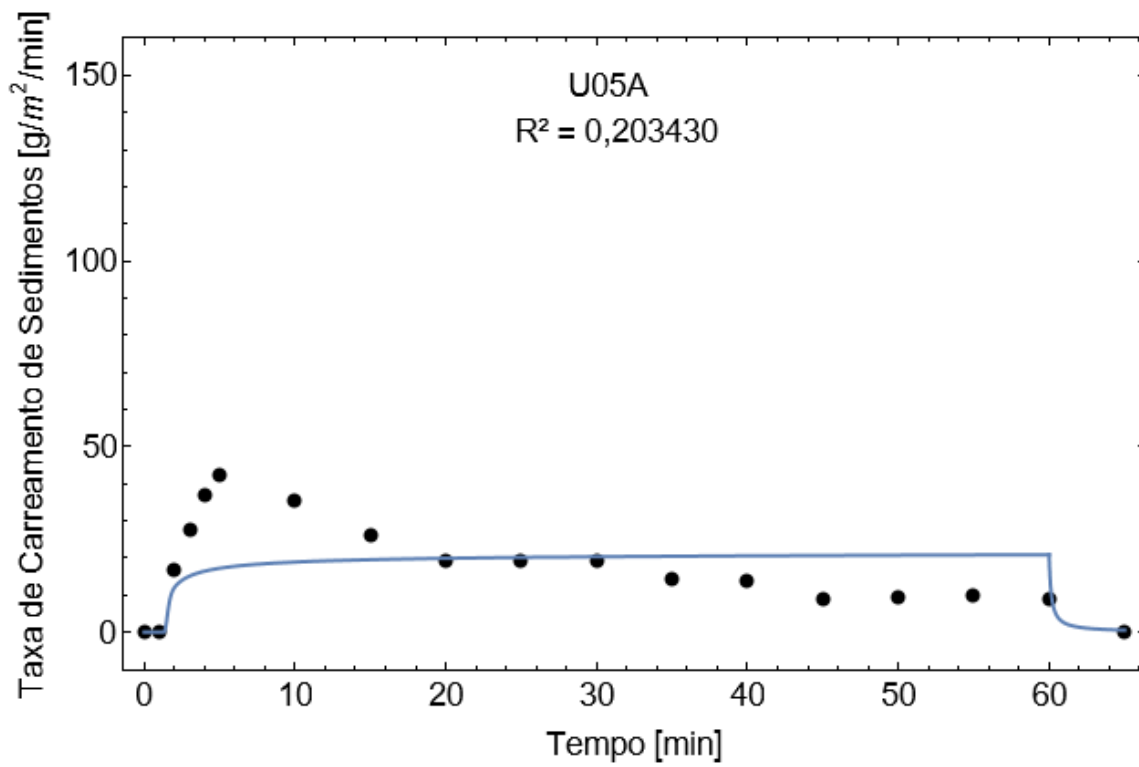


Figura 7.5. Comparação entre dados experimentais e modelo da lâmina acumulada.

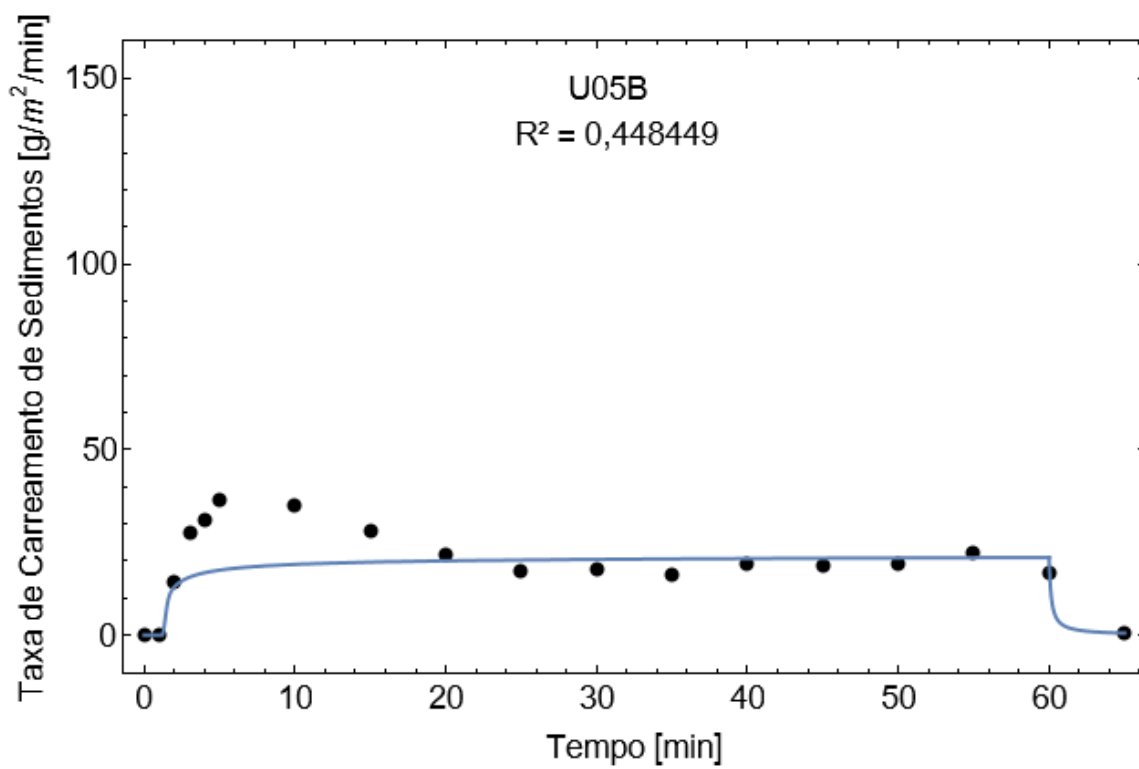
A lâmina acumulada após 60 minutos é superestimada pelo modelo em mais de 33% nos ensaios com 5 graus de inclinação, enquanto é superestimada em menos de 15% nos ensaios com 15 graus de inclinação. Além disso, a lâmina acumulada do modelo variou menos de 0,7 cm dentro dos ensaios úmidos (contra 5,3 cm nos dados experimentais) e menos de 0,2 cm dentro dos ensaios secos (contra 3,6 cm nos dados experimentais), corroborando que o modelo do escoamento superficial não apresenta sensibilidade à mudança de inclinação em uma condição com pouca variação do teor de umidade volumétrica inicial.

7.1.3. Erosão Hídrica em Condição de Precipitação Constante

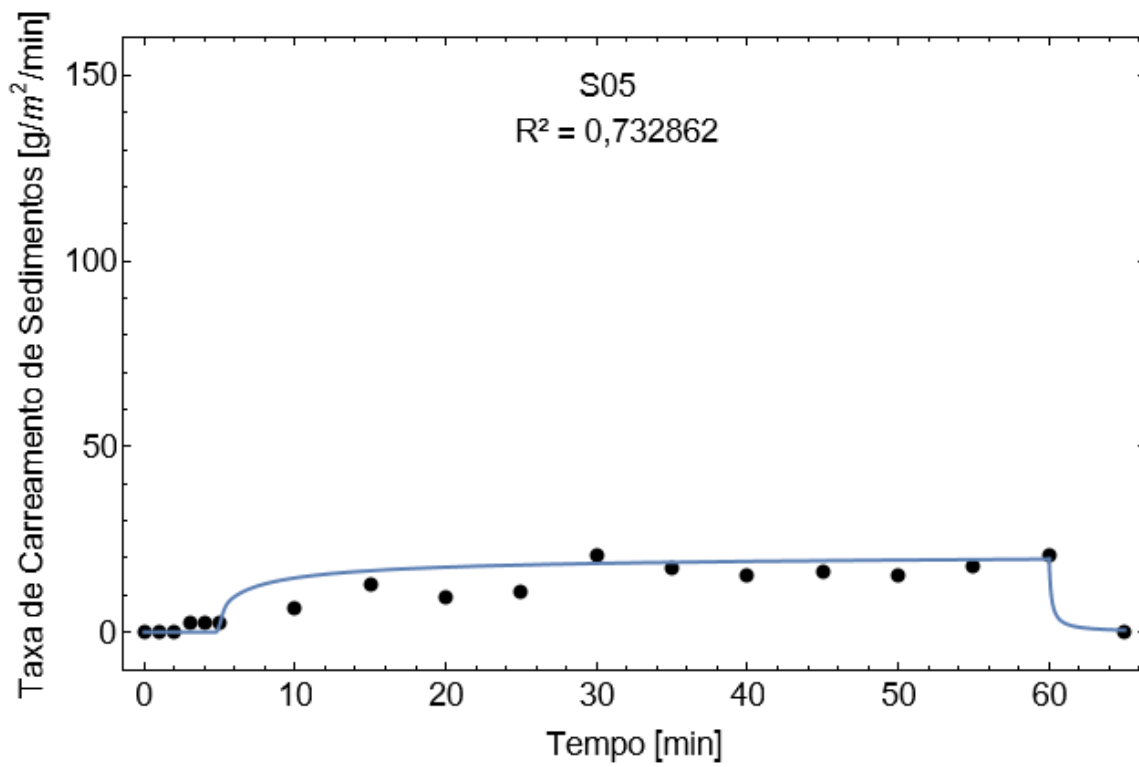
A calibração da constante da erosão por impacto de gotas de chuva convergiu para zero, o que significa que a erosão por impacto de gotas de chuva não estaria contribuindo para a erosão hídrica. A modelagem da erosão por impacto de gotas de chuva será discutida nas análises paramétricas. Nas Figuras 7.6 e 7.7, o modelo e os dados experimentais são plotados em termos da taxa de carregamento de sedimentos e, posteriormente, da perda de solo.



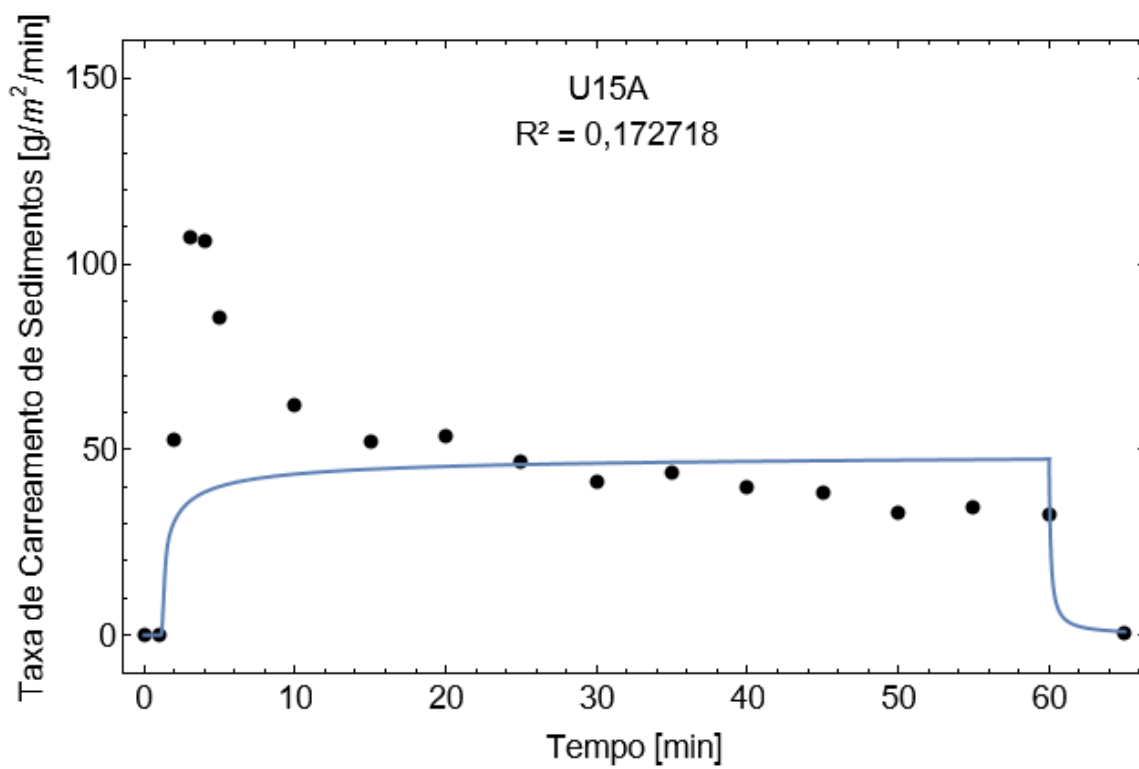
(a)



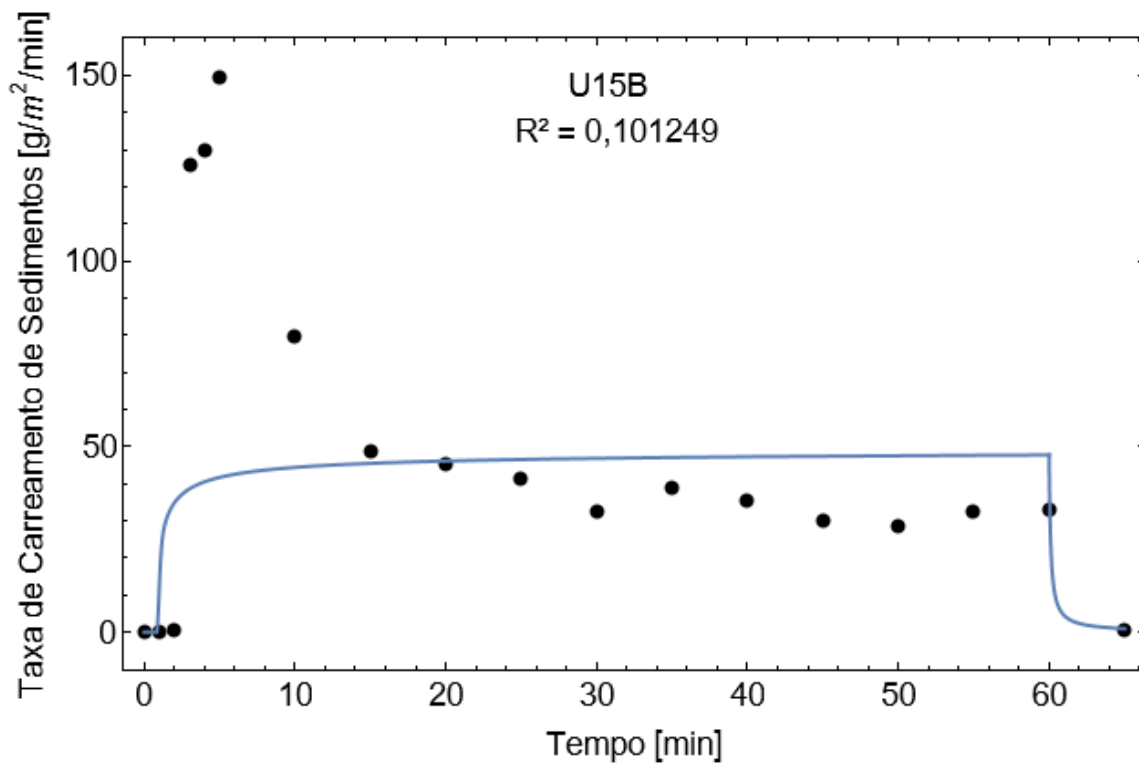
(b)



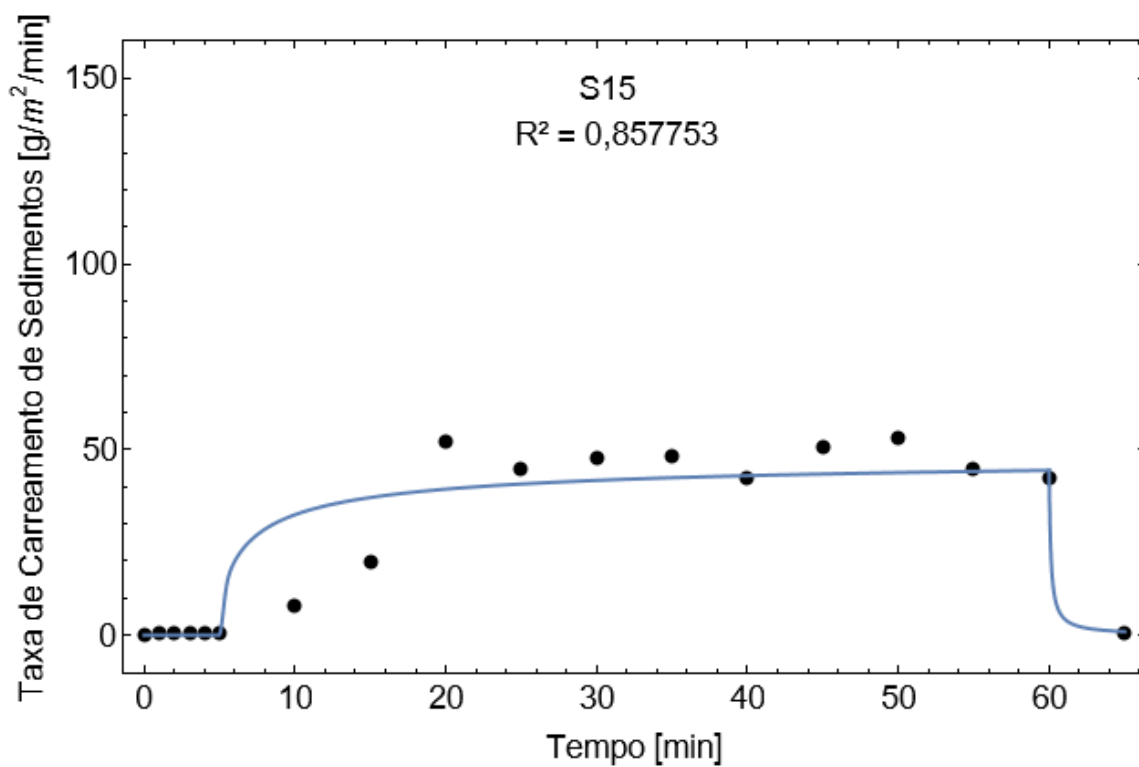
(c)



(d)

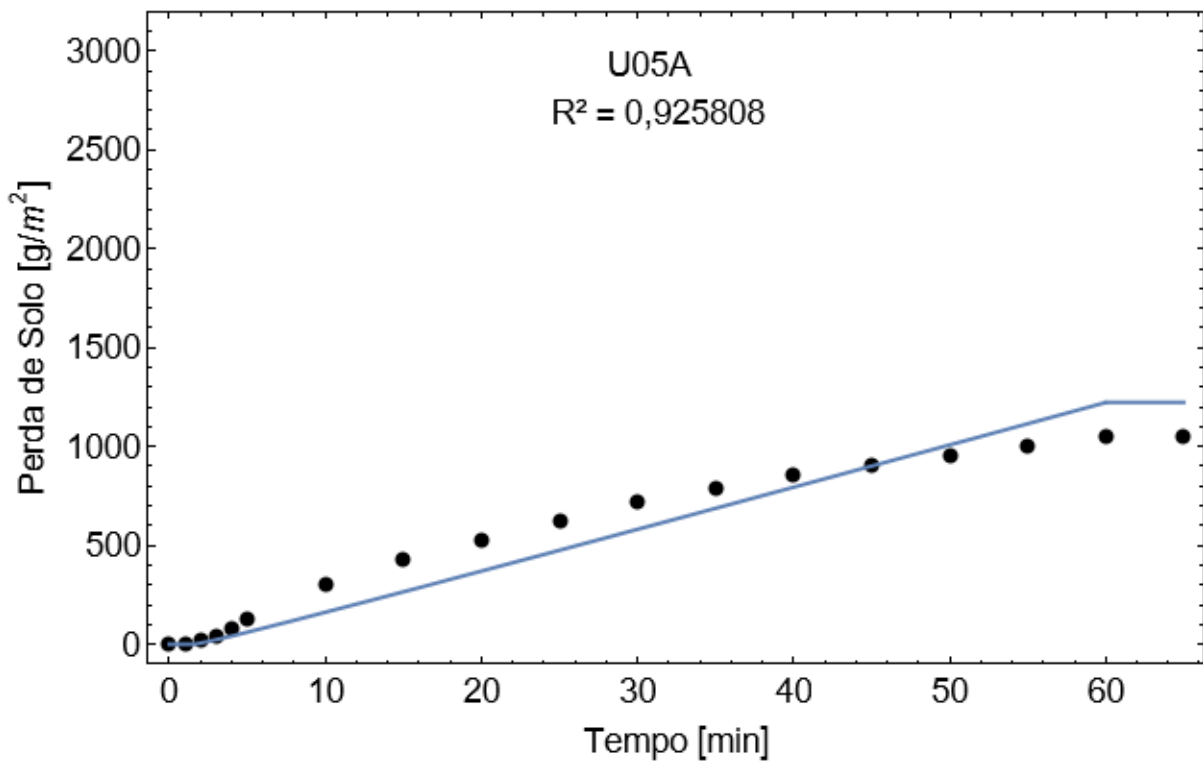


(e)

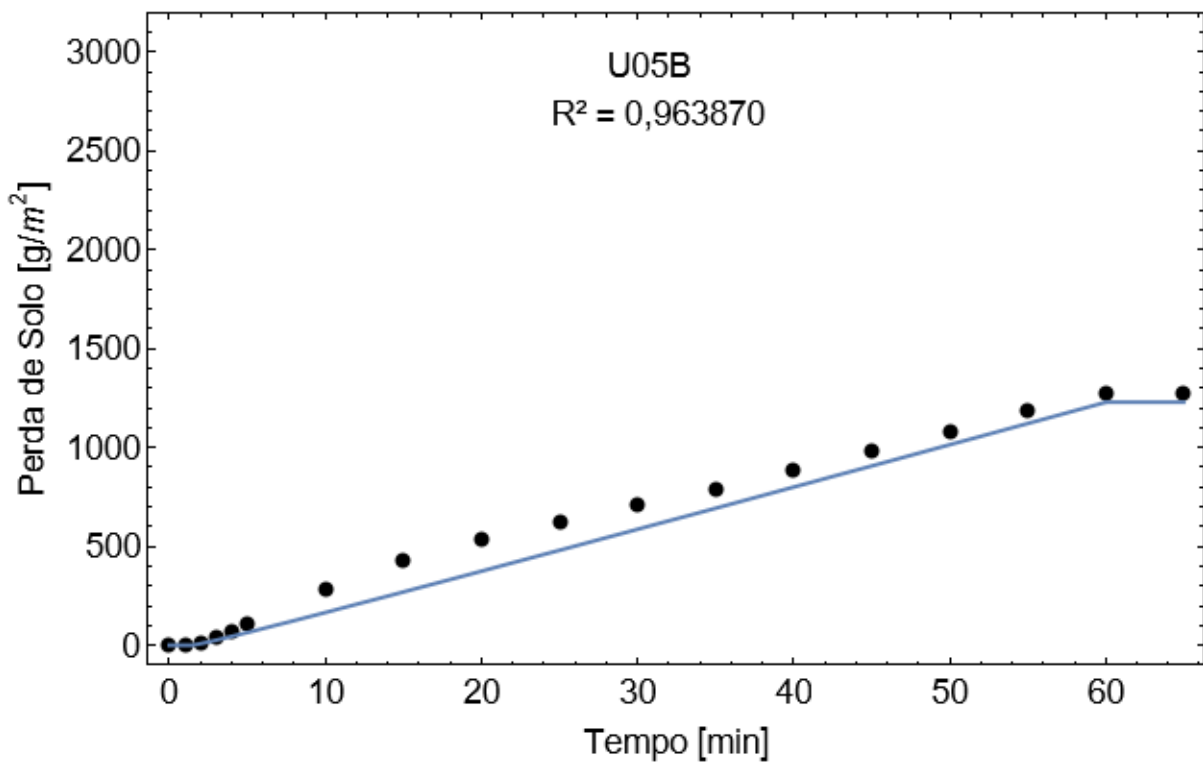


(f)

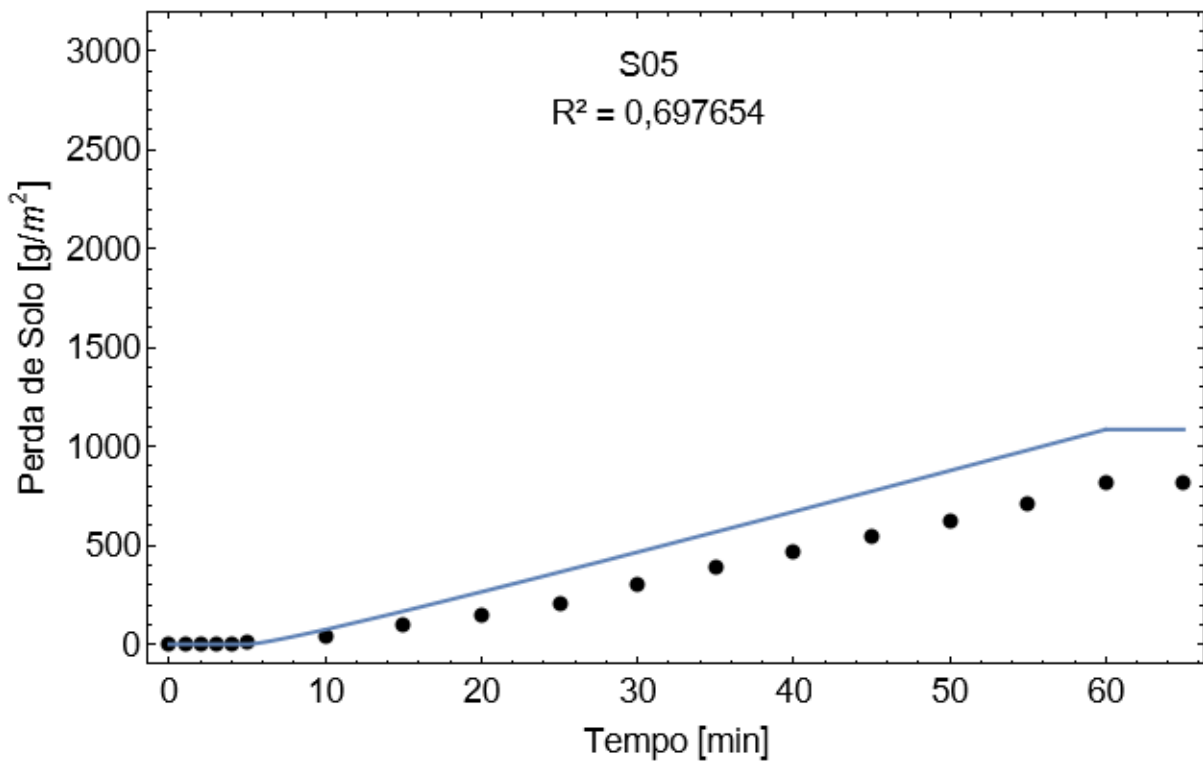
Figura 7.6. Taxa de carreamento de sedimentos nos ensaios: (a) U05A; (b) U05B; (c) S05; (d) U15A; (e) U15B; e (f) S15.



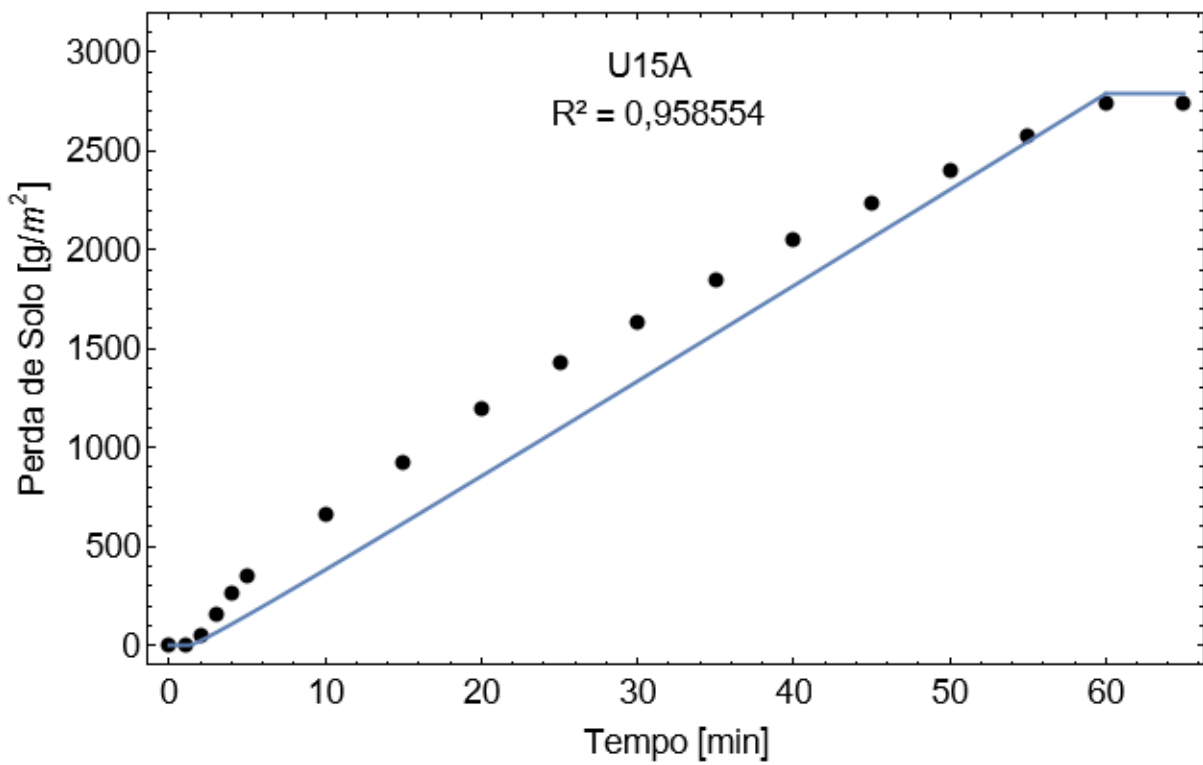
(a)



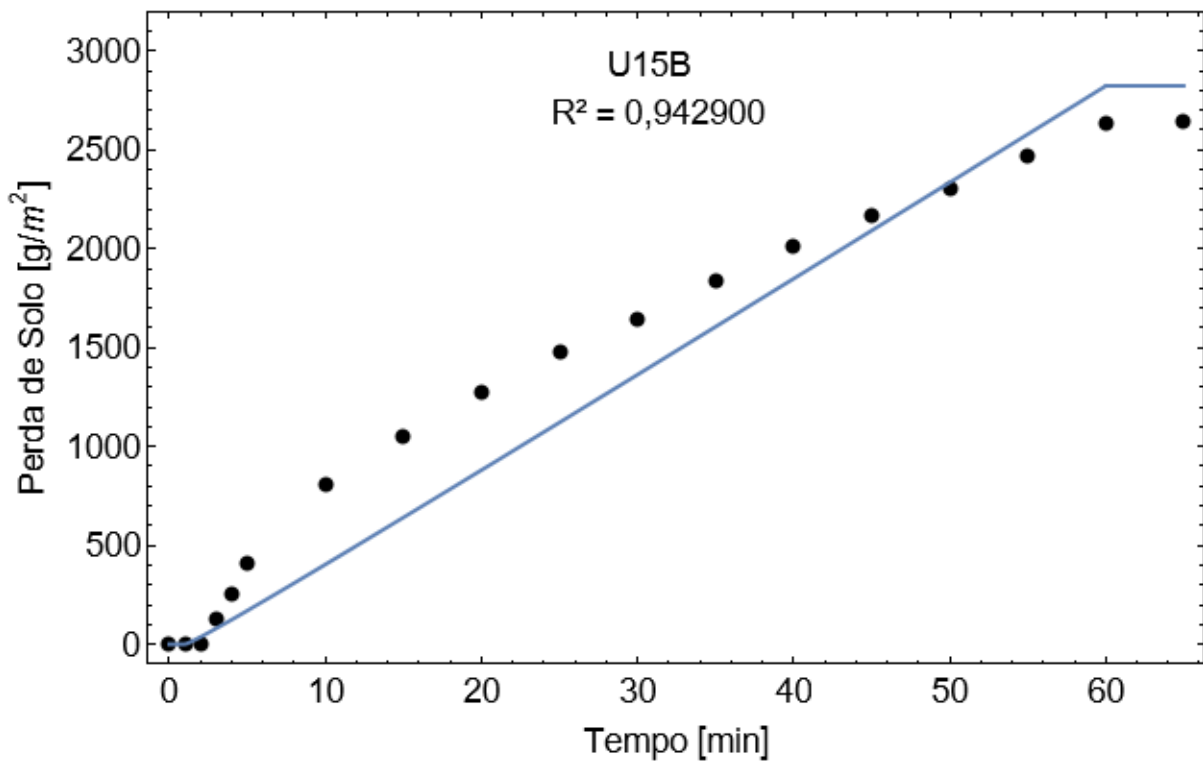
(b)



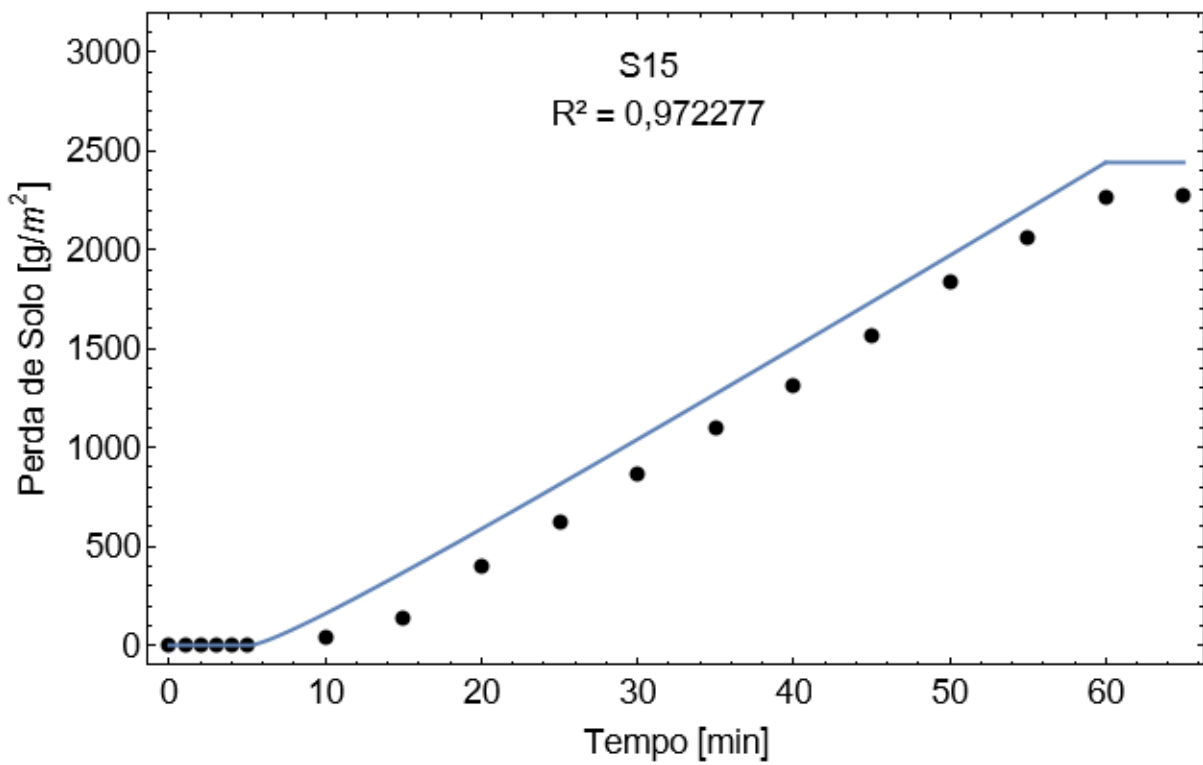
(c)



(d)



(e)



(f)

Figura 7.7. Perda de solo nos ensaios: (a) U05A; (b) U05B; (c) S05; (d) U15A; (e) U15B; e (f) S15.

O padrão exibido pelo modelo da taxa de carreamento de sedimentos é o mesmo apresentado pelo modelo da descarga por unidade de área, com o desenvolvimento de um patamar quando o regime estacionário é atingido. Analogamente, o padrão exibido pelo modelo da perda de solo é o mesmo apresentado pelo modelo da lâmina acumulada, com o aumento linear da perda de solo até o término do evento de precipitação. Assim como na descarga por unidade de área, a formação do patamar de taxa de carreamento de sedimentos também é atrasada nos ensaios secos, resultando em perdas de solo menores após a duração da precipitação.

Os dados experimentais dos ensaios úmidos indicaram a ocorrência de um pico de taxa de carreamento de sedimentos aos cinco minutos de chuva, principalmente nos ensaios com 15 graus de inclinação, indicando o desprendimento de partículas sólidas por impacto de gotas de chuva. Após a geração do escoamento superficial, este passa a ser o mecanismo predominante para o desprendimento de partículas sólidas e a taxa de carreamento de sedimentos decresce até o estabelecimento de um patamar. O padrão observado nos minutos iniciais dos ensaios úmidos não é retratado pelo modelo, pois a parcela da erosão por impacto de gotas de chuva na Eq. (4.7) é constante ao longo do tempo. Para solucionar esta limitação do modelo, a constante de calibração da erosão por impacto de gotas de chuva deveria ser substituída por um parâmetro variável no tempo, de modo que a parcela da erosão por impacto de gotas de chuva se tornasse nula após certo tempo e a erosão hídrica passasse a ser descrita apenas pela erosão laminar. Neste contexto, Oliveira *et al.* (2021) demonstraram como o coeficiente de erodibilidade de um solo laterítico decai ao longo do tempo. Como os ensaios secos não apresentaram esta oscilação nos minutos iniciais, a taxa de carreamento de sedimentos é melhor representada pelo modelo nos ensaios secos ($R^2 > 0,7$) do que nos ensaios úmidos ($0,1 < R^2 < 0,5$), embora o modelo antecipe o estabelecimento do patamar em relação aos dados experimentais, assim como ocorre no modelo da descarga por unidade de área.

Devido à oscilação da taxa de carreamento de sedimentos, os dados de perda de solo dos ensaios úmidos apresentam uma mudança de inclinação: a inclinação inicial é mais acentuada porque a taxa de carreamento de sedimentos é superior nos minutos iniciais devido ao efeito da erosão por impacto de gotas de chuva; em seguida, a inclinação é reduzida acompanhando a redução da taxa de carreamento de sedimentos quando o mecanismo predominante de desprendimento passa a ser o escoamento superficial. O modelo deve retratar a média ponderada destas inclinações para que se aproxime da perda de solo final observada.

Como esperado, os ensaios com 15 graus de inclinação tiveram perda de solo superior aos ensaios com 5 graus de inclinação. No modelo, a perda de solo média dos ensaios com 15 graus de inclinação foi 2,4 vezes maior que a dos ensaios com 5 graus de inclinação. Esta relação foi similar à observada nos dados experimentais (2,3 vezes maior). O modelo da perda de solo apresentou boa correspondência com os dados experimentais, apresentando R^2 superior a 0,9 em todos os ensaios, com exceção do ensaio S05.

O comparativo entre o modelo da perda de solo e a perda de solo obtida nos ensaios com simulador de chuva após 60 minutos é mostrado na Figura 7.8.

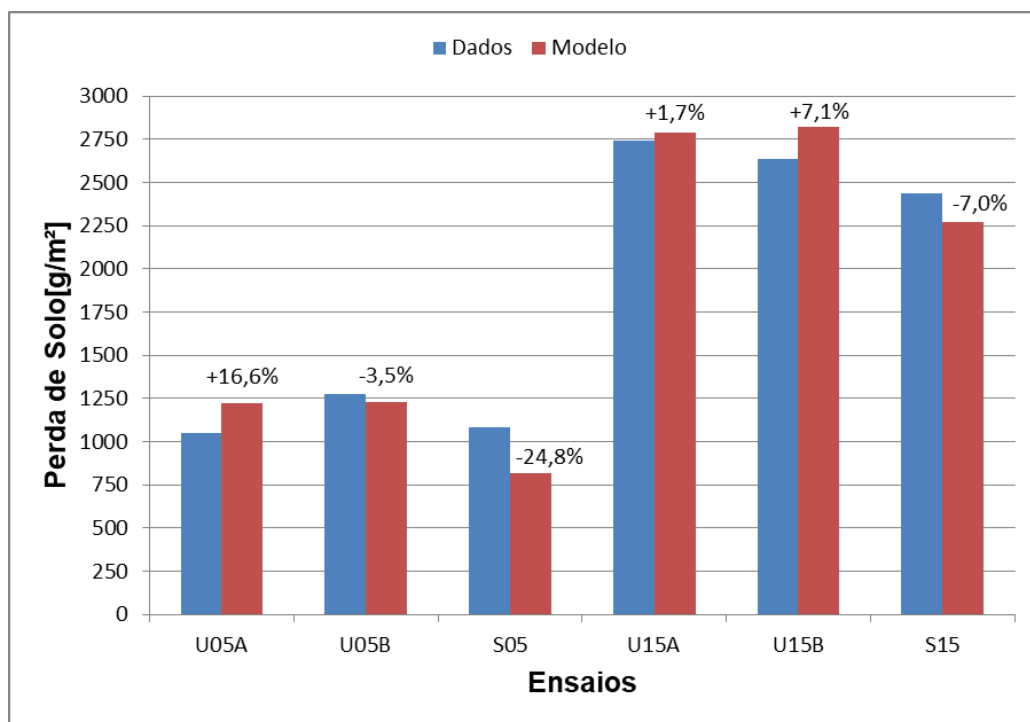


Figura 7.8. Comparação entre dados experimentais e modelo da perda de solo.

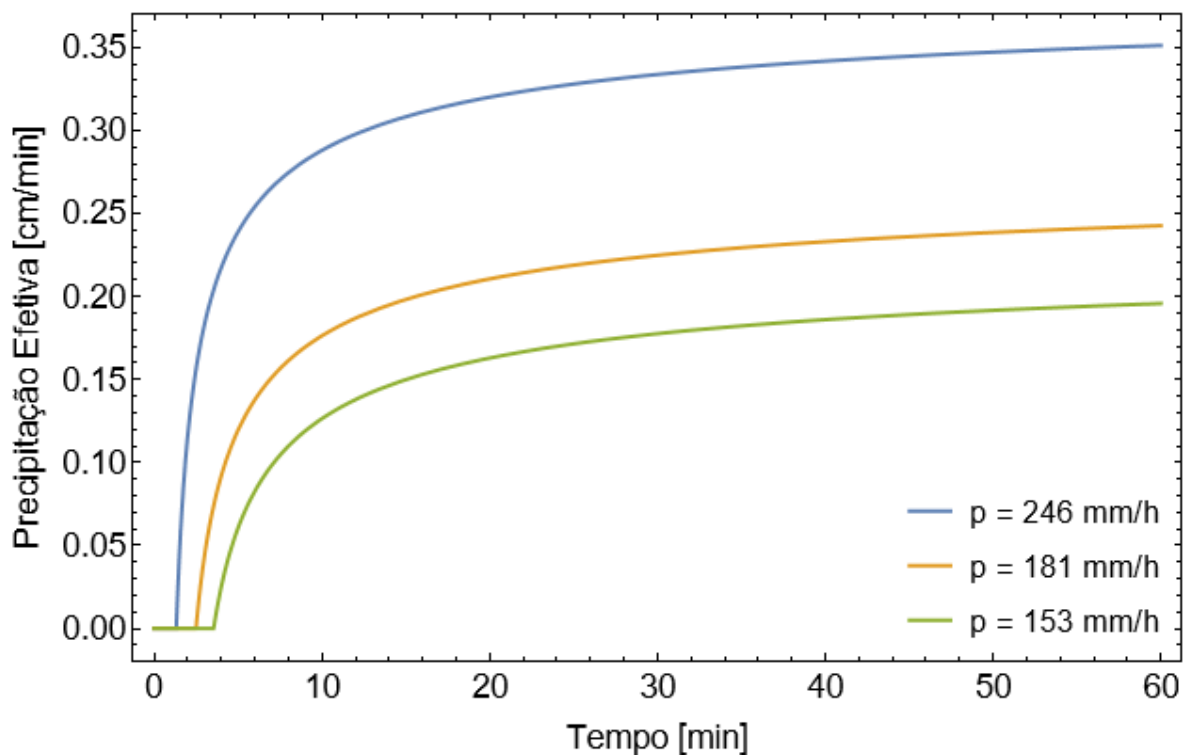
Comparando a Figura 7.8 com a Figura 7.5, conclui-se que a perda de solo foi melhor simulada pelo modelo físico-matemático do que a lâmina acumulada, pois as diferenças percentuais entre modelo e dados experimentais foram menos expressivas. A perda de solo do modelo variou 412,0 g/m^2 dentro dos ensaios com 5 graus de inclinação (contra 225,2 g/m^2 nos dados experimentais) e 553,2 g/m^2 dentro dos ensaios com 15 graus de inclinação (contra 299,6 g/m^2 nos dados experimentais), portanto a variação da perda de solo é maior no modelo do que nos dados experimentais. Por outro lado, foi mantida uma relação onde a perda de solo nos ensaios com 5 graus de inclinação equivale a aproximadamente 75% da perda de solo nos ensaios com 15 graus de inclinação tanto no modelo quanto nos dados experimentais.

7.2. Análises Paramétricas

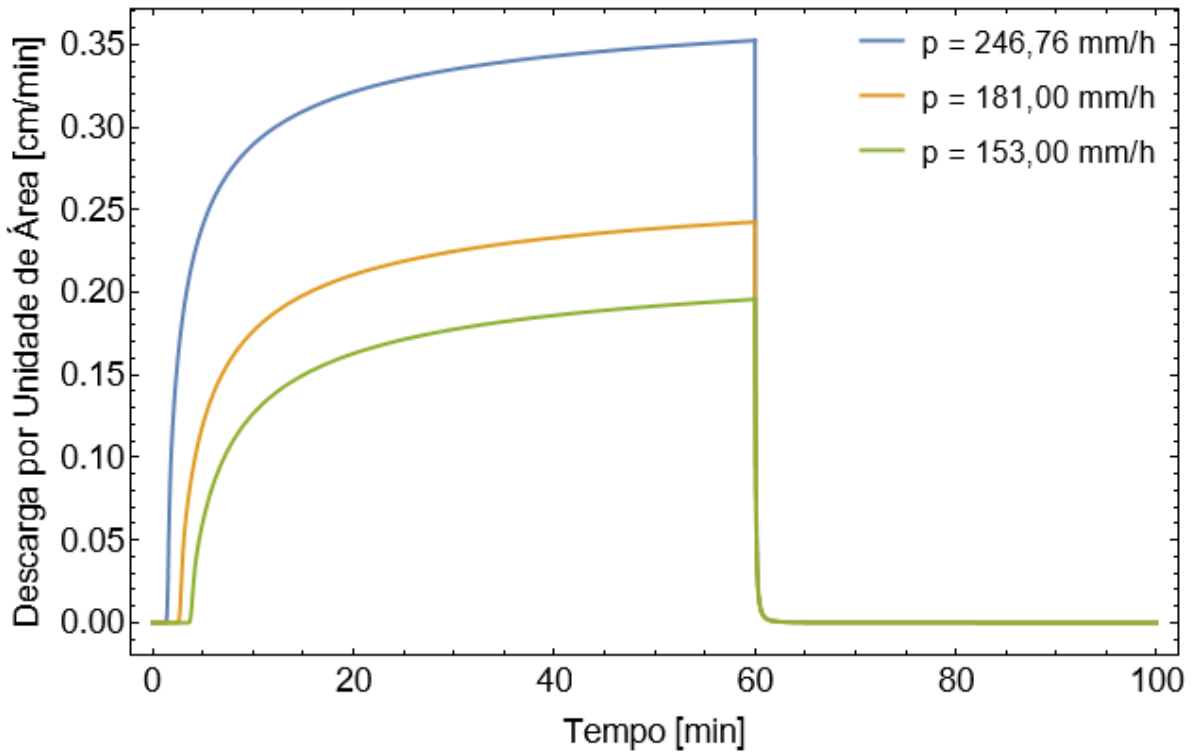
Nesta seção, são apresentadas as análises paramétricas das equações da precipitação efetiva, da descarga por unidade de área, da lâmina acumulada, da taxa de carreamento de sedimentos e da perda de solo.

7.2.1. Intensidade de Precipitação

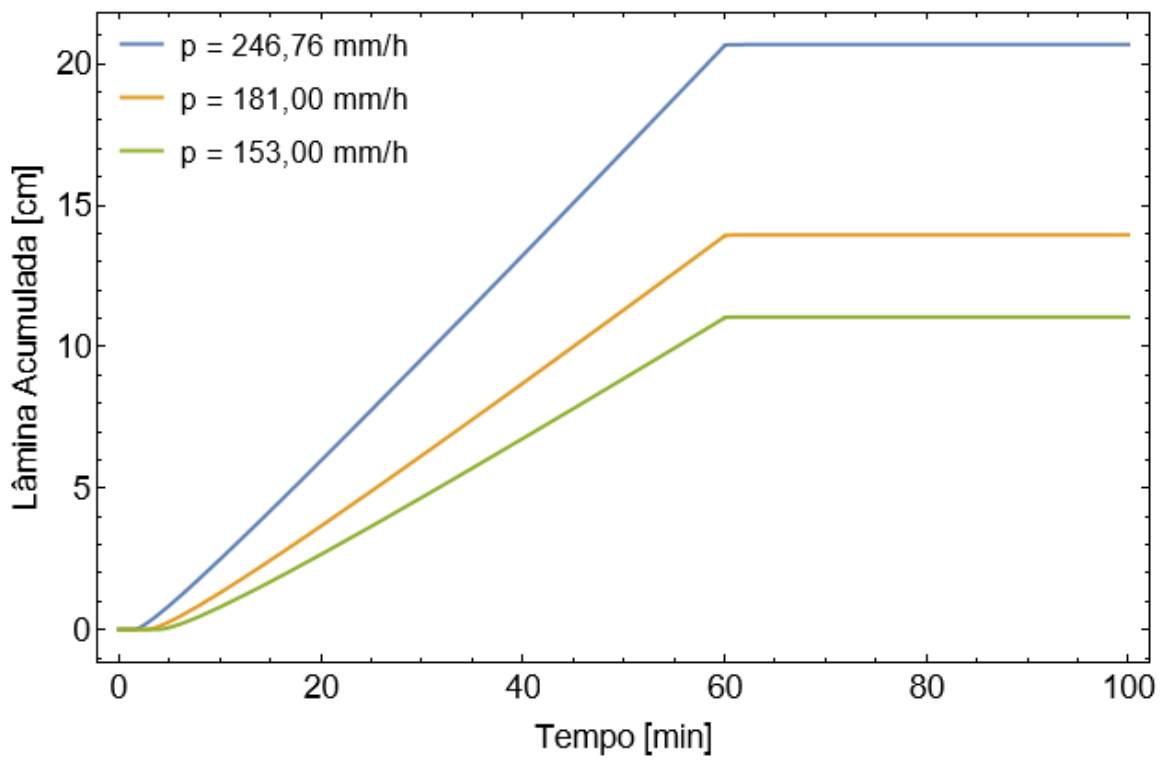
Conforme o mecanismo de excesso de infiltração (Horton, 1933), uma intensidade de precipitação maior alcança a capacidade de infiltração do solo mais rapidamente. Como pode ser observado na Figura 7.9, a precipitação efetiva, a descarga por unidade de área e taxa de carreamento de sedimentos iniciam mais cedo à medida que a intensidade de precipitação é aumentada. Além disso, a precipitação efetiva, a descarga por unidade de área e taxa de carreamento de sedimentos atingem níveis maiores no regime estacionário para intensidades de precipitação maiores. Consequentemente, o crescimento linear da lâmina acumulada e da perda de solo também é iniciado anteriormente e com maior inclinação, resultando em valores finais mais elevados após a duração da precipitação. Embora apresentem comportamentos similares, o modelo demonstrou que as distâncias entre as intensidades testadas são menores nas equações do transporte de sedimentos do que nas equações do escoamento superficial.



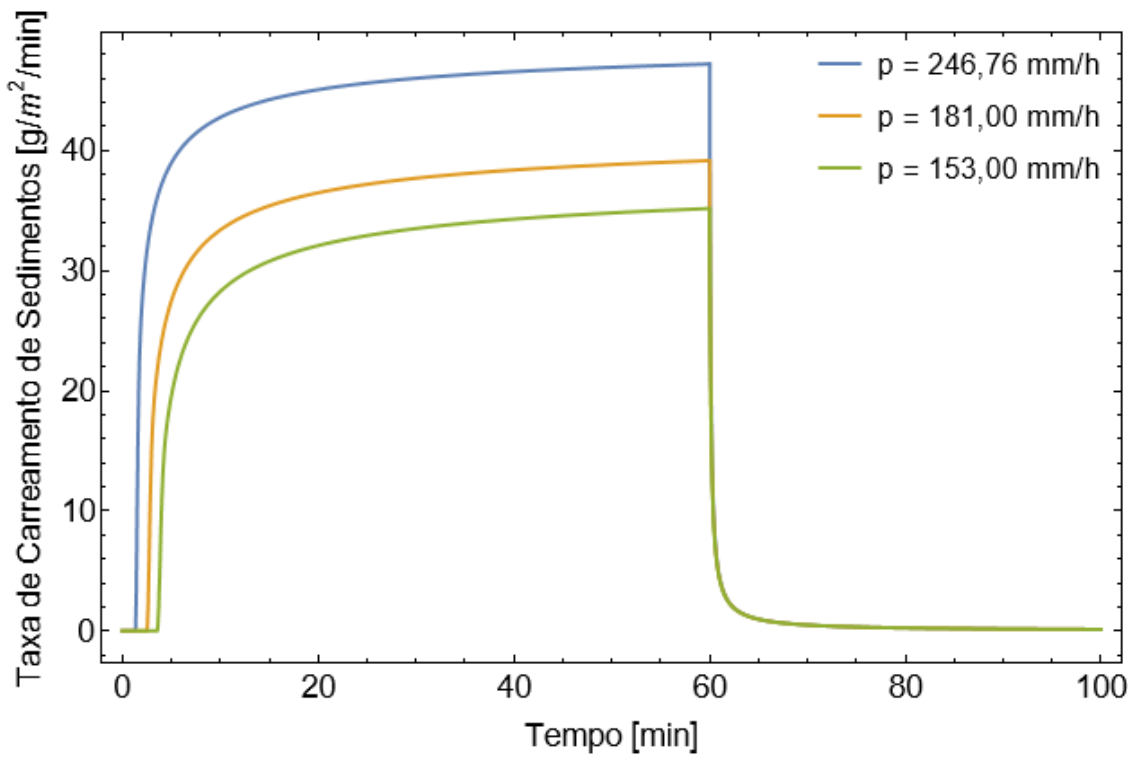
(a)



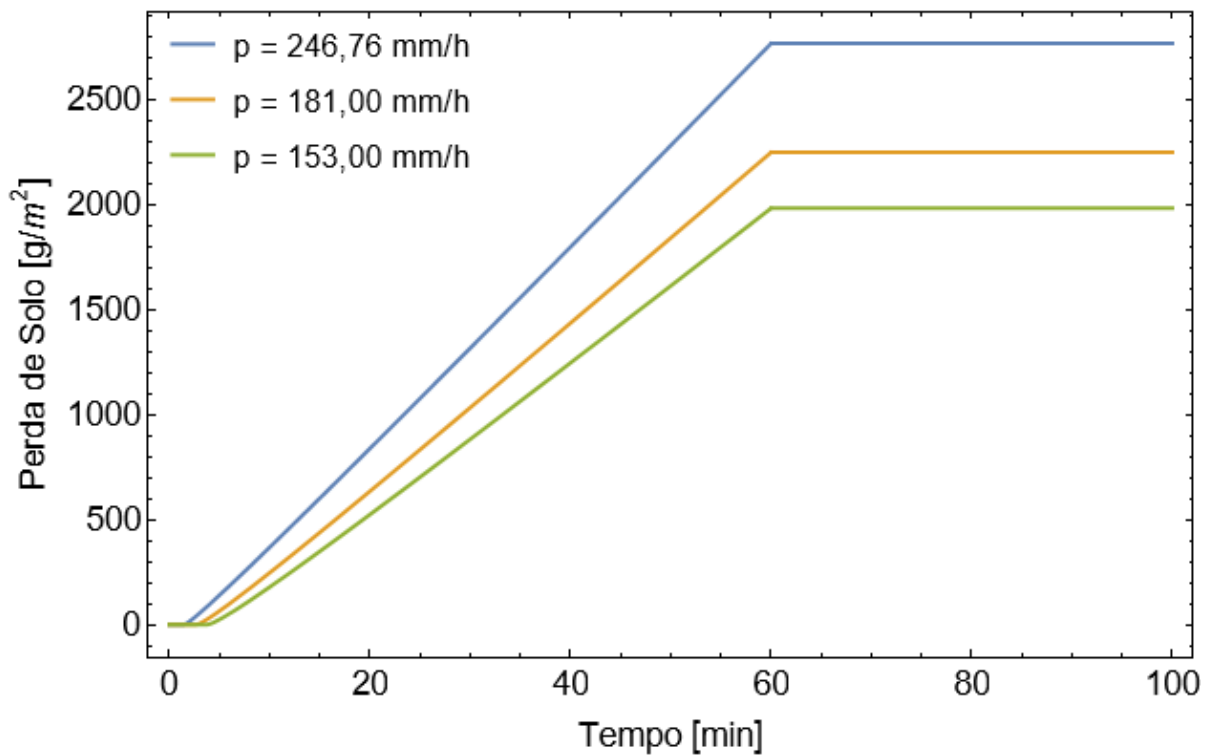
(b)



(c)



(d)

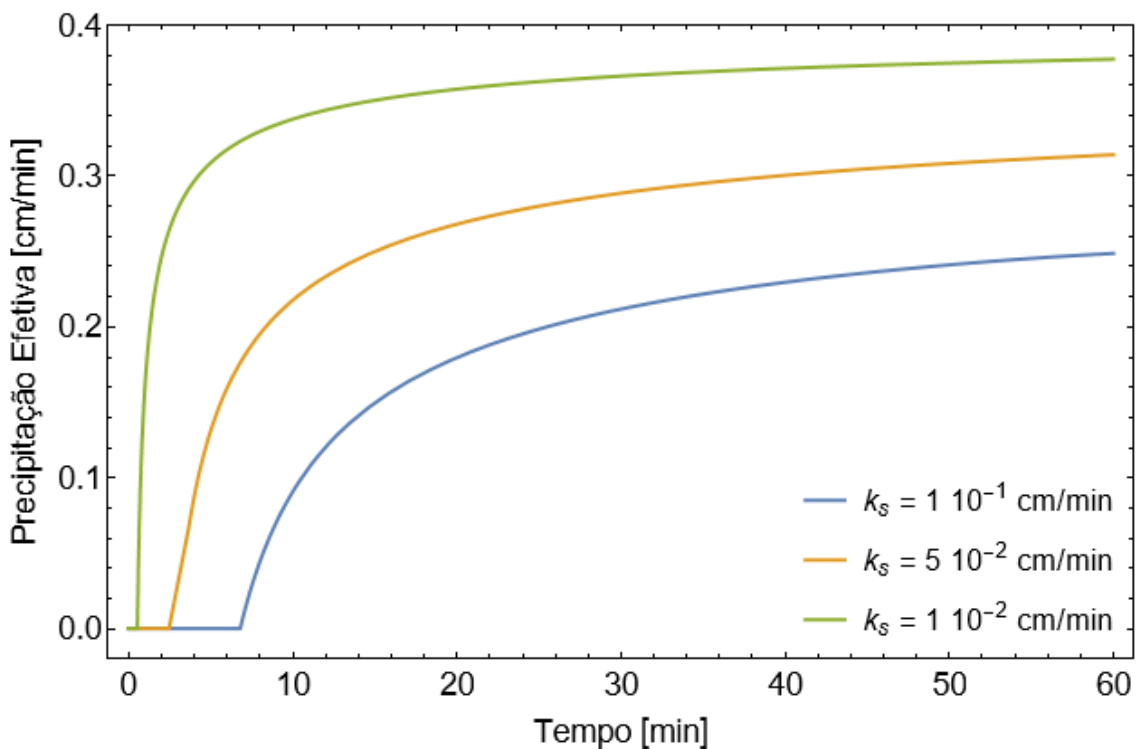


(e)

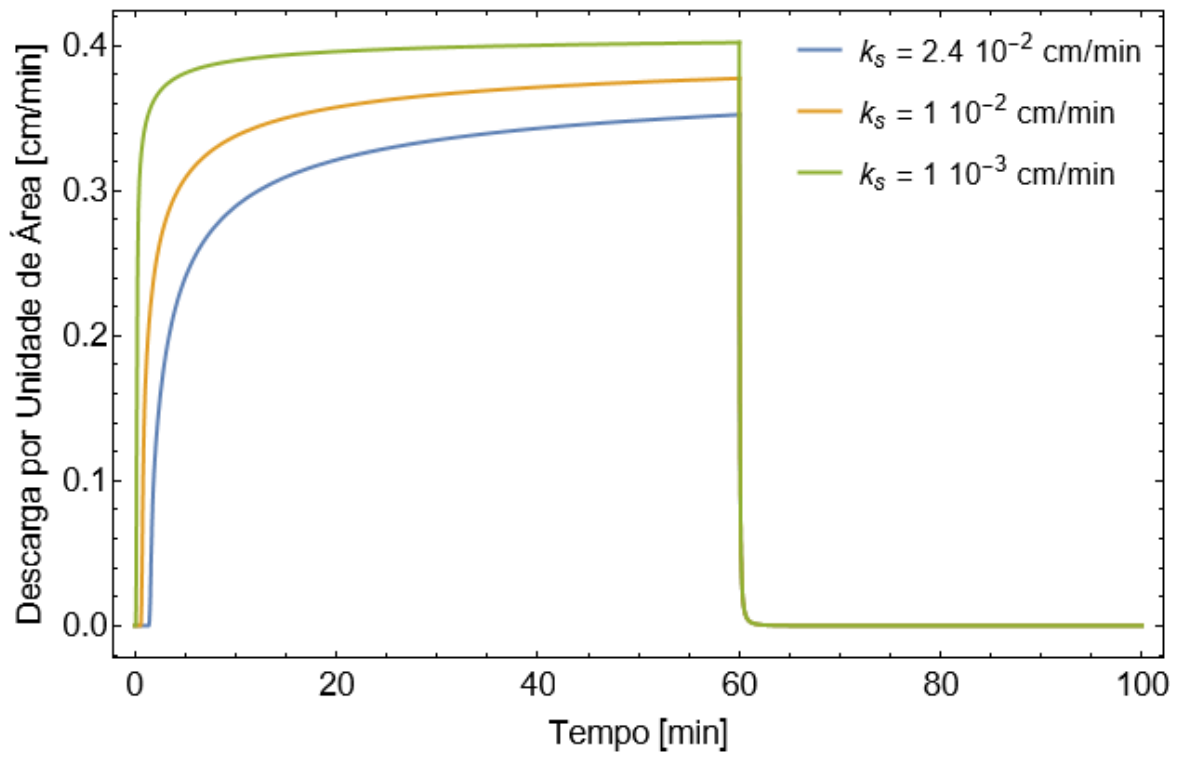
Figura 7.9. Efeito da intensidade de precipitação nas equações: (a) da precipitação efetiva; (b) da descarga por unidade de área; (c) da lâmina acumulada; (d) da taxa de carreamento de sedimentos; e (e) da perda de solo.

7.2.2. Condutividade Hidráulica Saturada do Solo

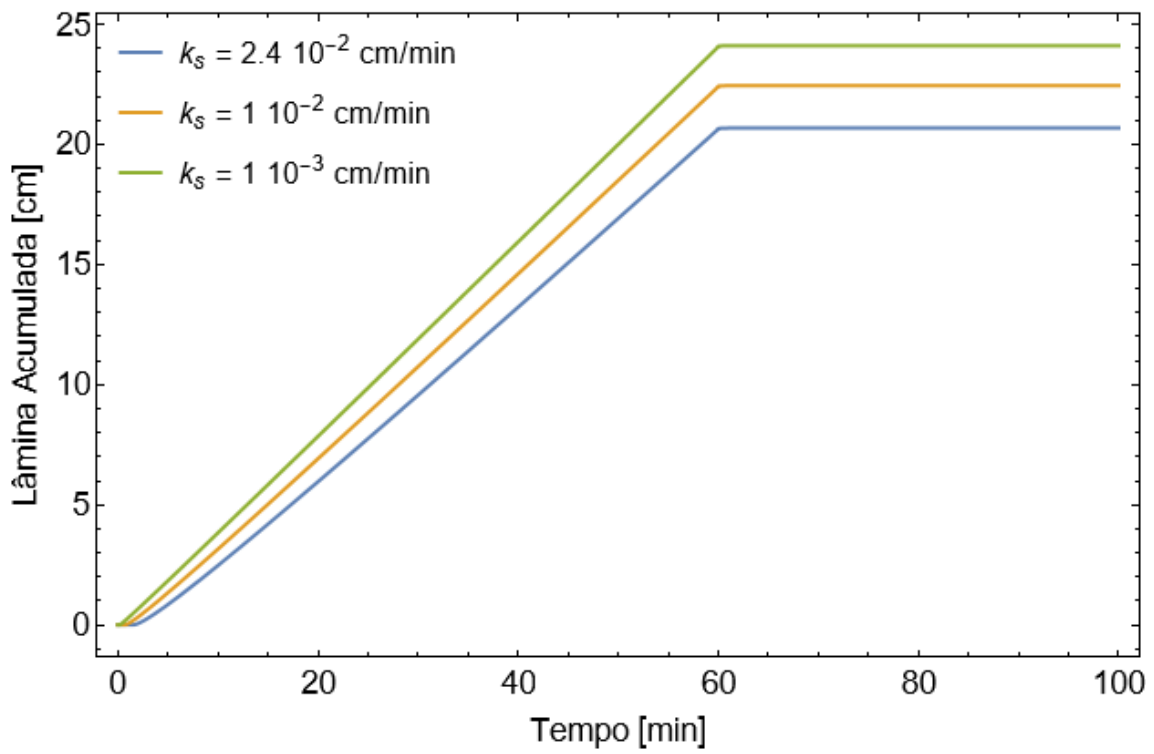
Ainda segundo o mecanismo de excesso de infiltração (Horton, 1933), uma capacidade de infiltração do solo superior demora mais para ser alcançada por certa intensidade de precipitação. Como pode ser observado na Figura 7.10, a precipitação efetiva, a descarga por unidade de área e taxa de carreamento de sedimentos iniciam mais tarde à medida que o solo é mais permeável, ou seja, à medida que a condutividade hidráulica saturada do solo é maior. Além disso, a precipitação efetiva, a descarga por unidade de área e taxa de carreamento de sedimentos atingem níveis menores no regime estacionário para permeabilidades maiores. Conseqüentemente, o crescimento linear da lâmina acumulada e da perda de solo também é retardado, resultando em valores finais menores após a duração da precipitação. Assim como observado na análise paramétrica da intensidade de precipitação, o modelo também demonstrou que as distâncias entre as permeabilidades testadas são menores nas equações do transporte de sedimentos do que nas equações do escoamento superficial.



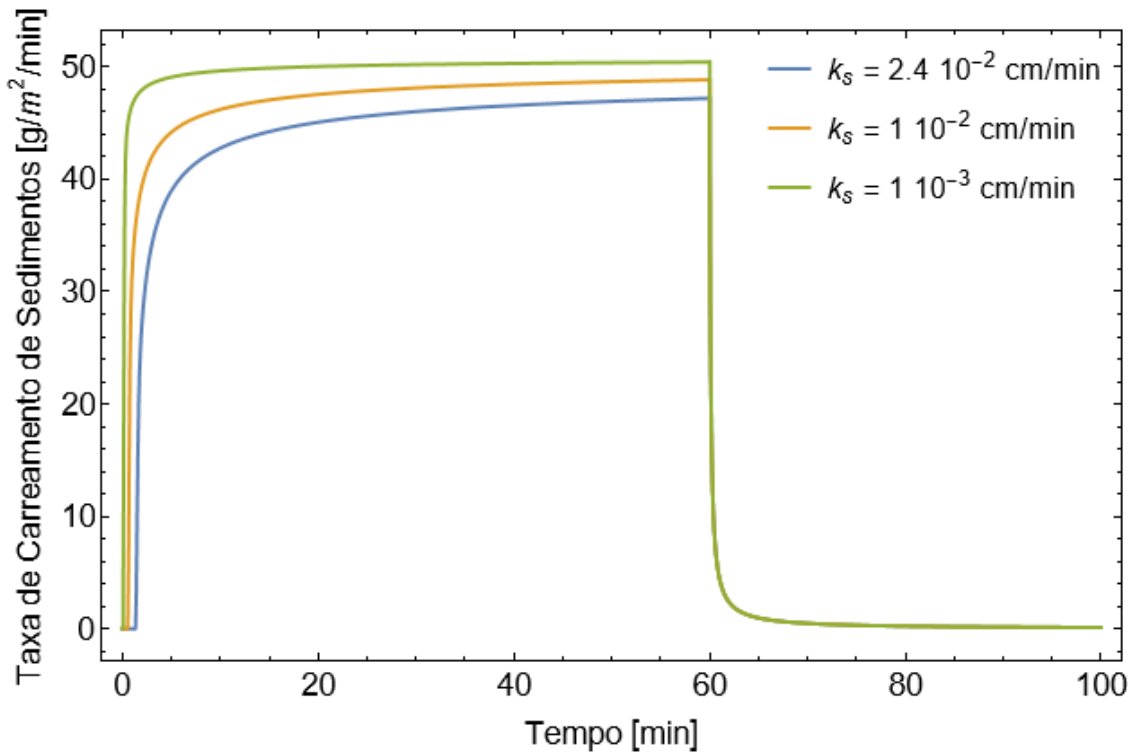
(a)



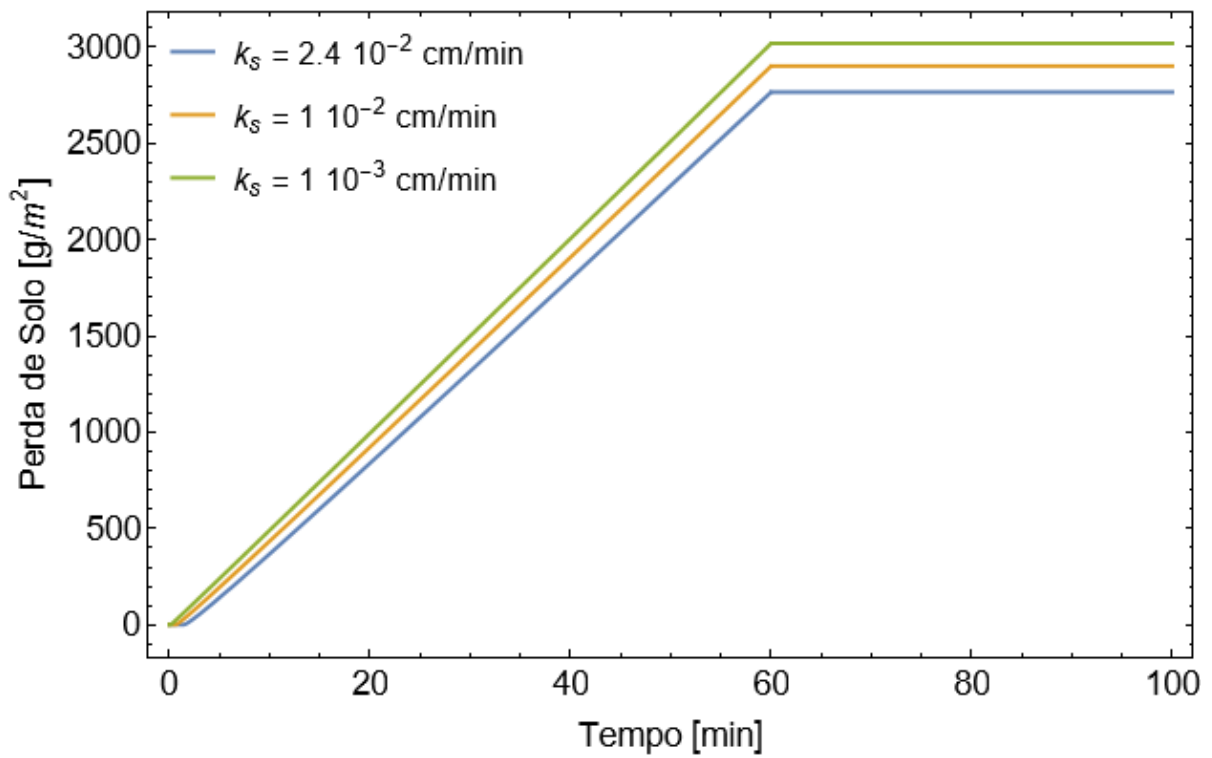
(b)



(c)



(d)



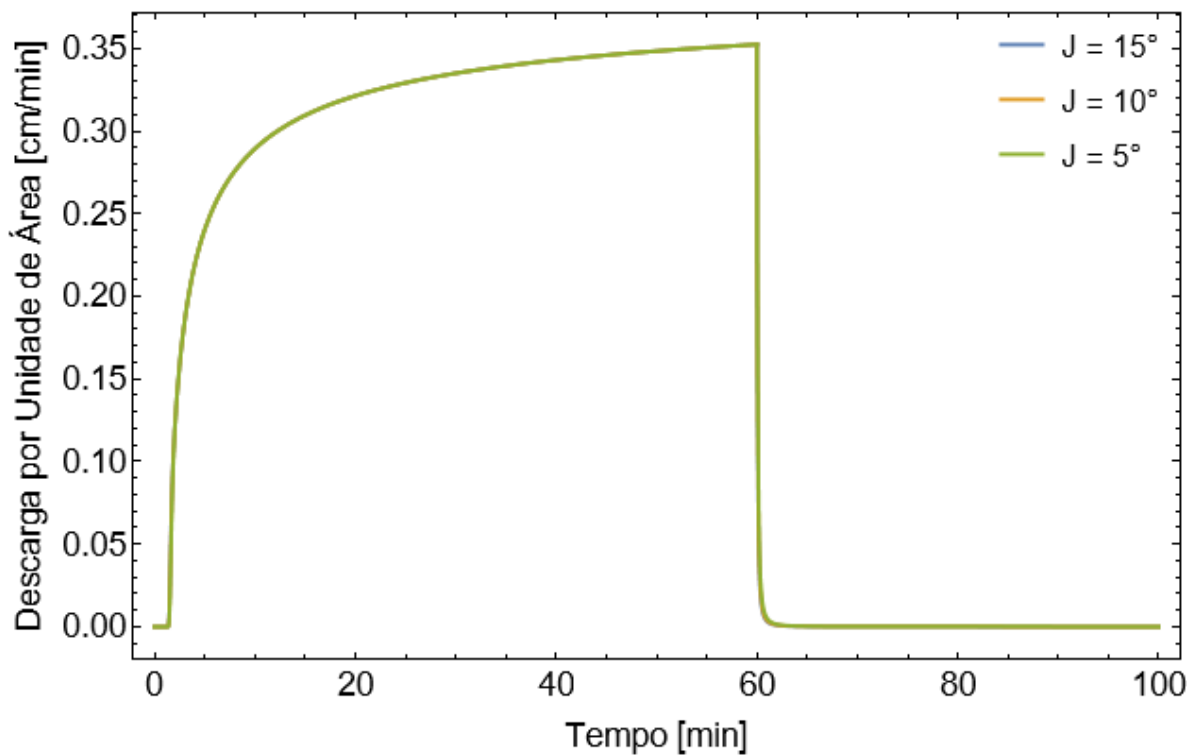
(e)

Figura 7.10. Efeito da permeabilidade nas equações: (a) da precipitação efetiva; (b) da descarga por unidade de área; (c) da lâmina acumulada; (d) da taxa de carreamento de sedimentos; e (e) da perda de solo.

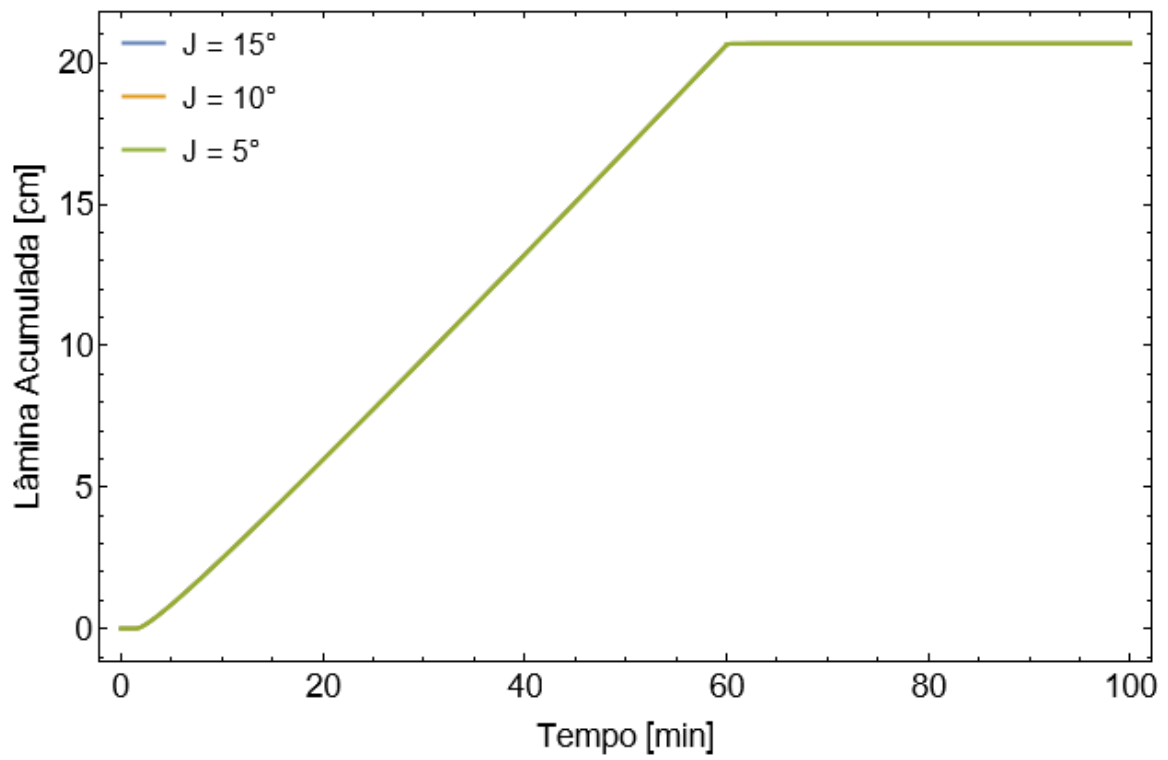
7.2.3. Declividade do Plano de Fluxo

Conforme a Figura 7.11, não foram observadas diferenças significativas no modelo do escoamento superficial para as declividades testadas. Como discutido na página 54, este comportamento é explicado pelas equações da descarga por unidade de área e da lâmina acumuladas serem descritas em função de uma tangente hiperbólica.

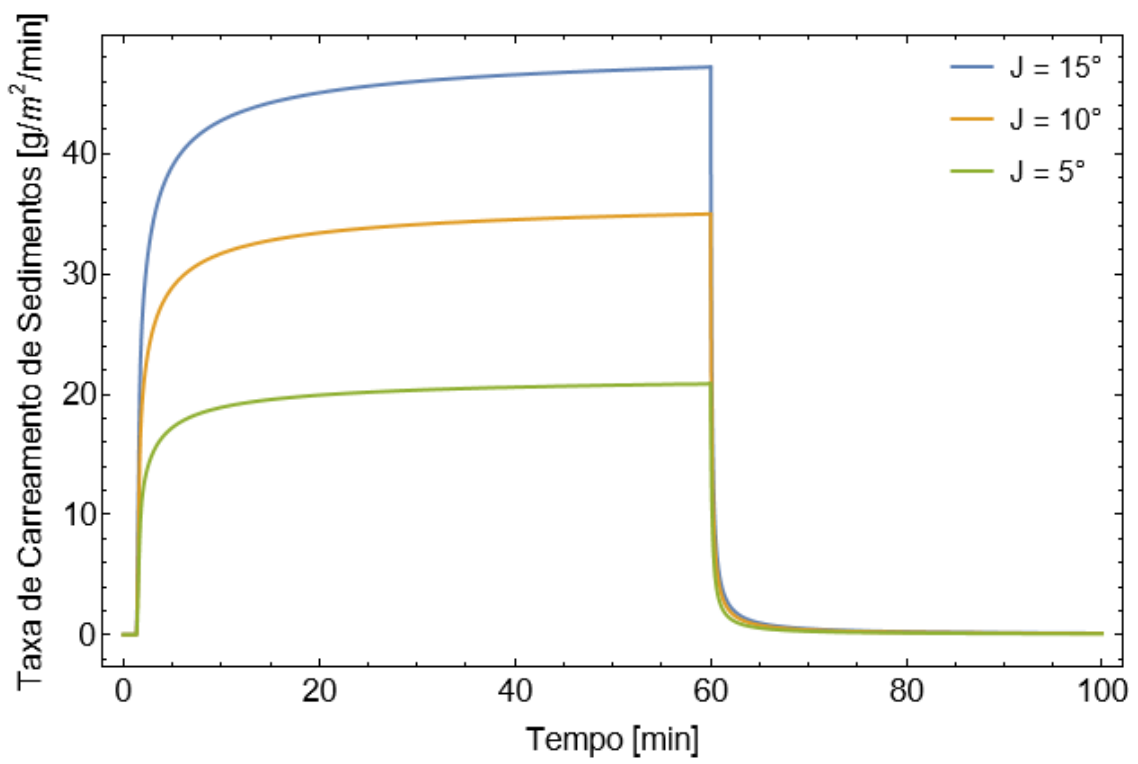
No modelo do transporte de sedimentos, o aumento da declividade não acelera a taxa de carreamento de sedimentos, porém níveis maiores são atingidos no regime estacionário para declividades maiores. Consequentemente, o crescimento linear da perda de solo possui maior inclinação, resultando em valores finais maiores após a duração da precipitação.



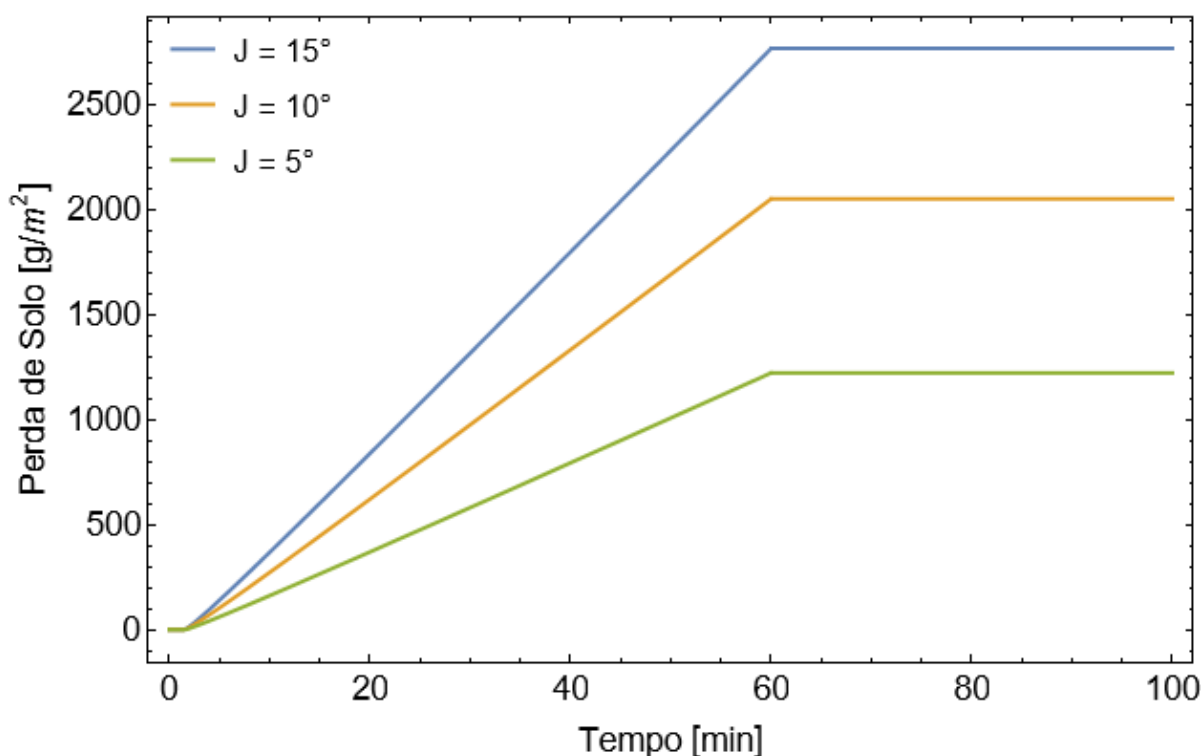
(a)



(b)



(c)



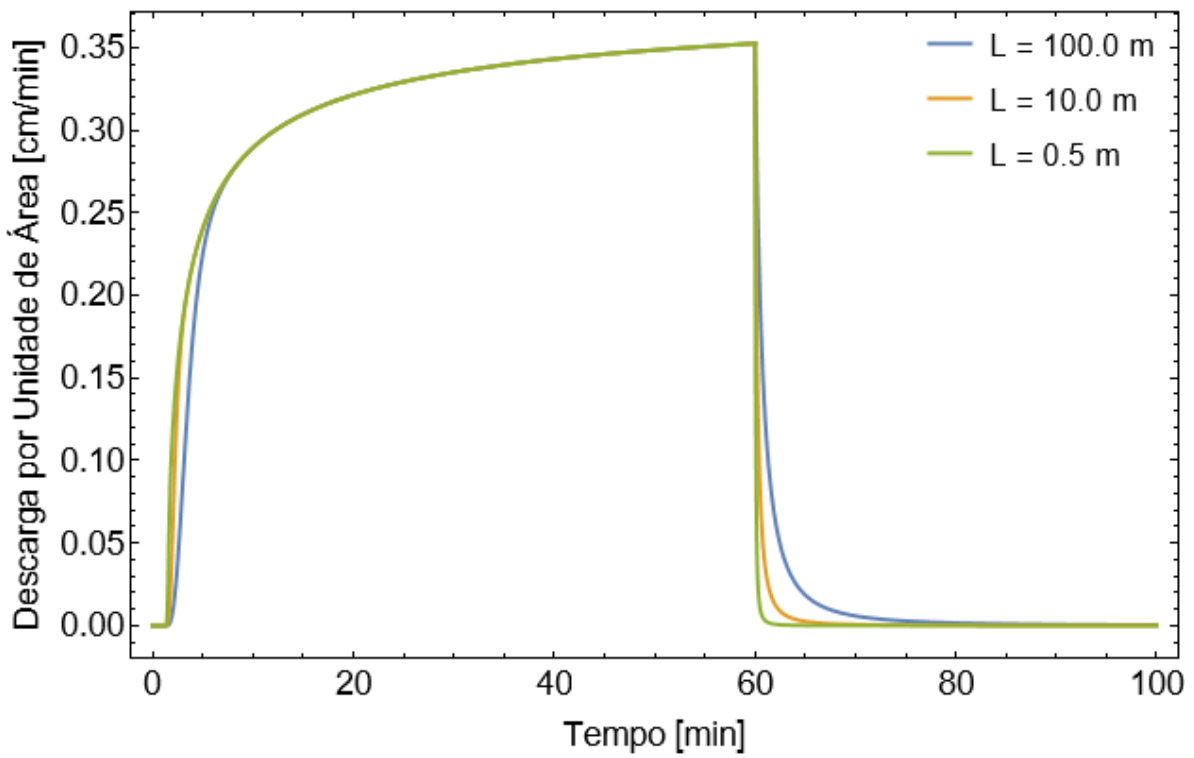
(d)

Figura 7.11. Efeito da declividade nas equações: (a) da descarga por unidade de área; (b) da lâmina acumulada; (c) da taxa de carregamento de sedimentos; e (d) da perda de solo.

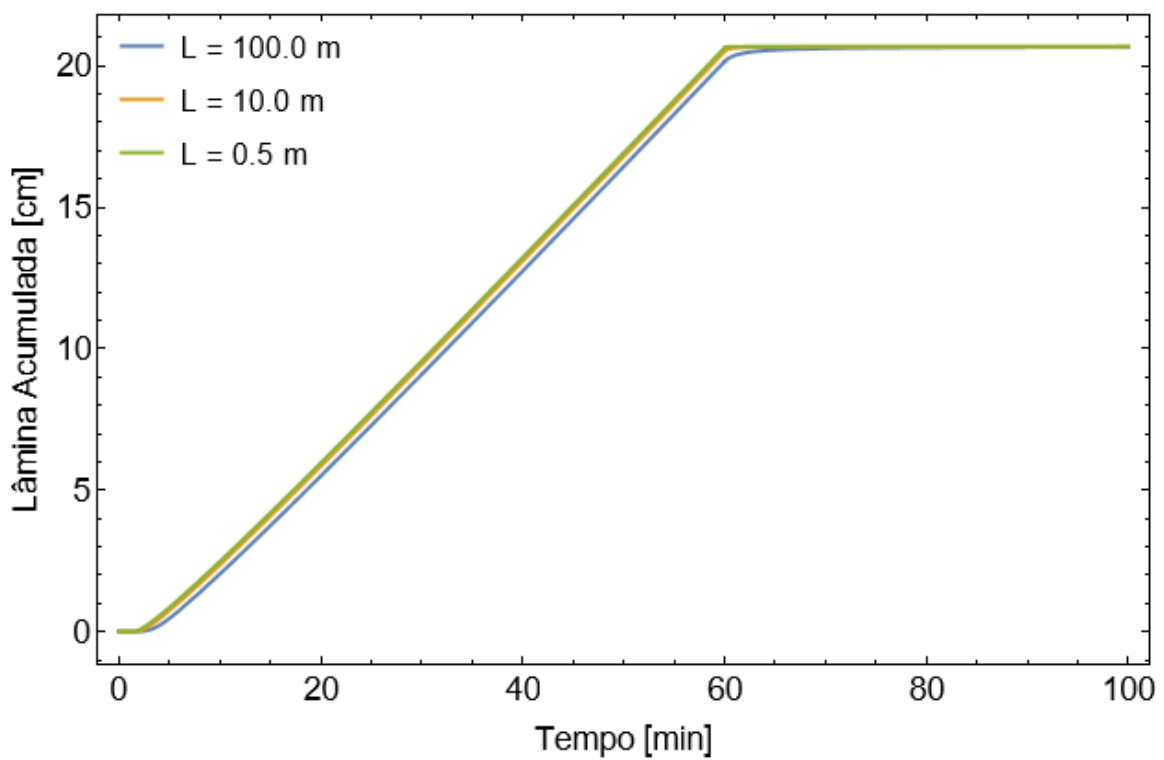
7.2.4. Comprimento do Plano de Fluxo

Observando a Figura 7.12, também não foram constatadas diferenças significativas no modelo do escoamento superficial para os comprimentos testados. As diferenças observadas antes da formação do regime estacionário e após a duração da precipitação são consequências do maior intervalo coberto pela análise paramétrica do comprimento quando comparada à da declividade. Novamente, este comportamento é explicado pelas equações da descarga por unidade de área e da lâmina acumuladas serem descritas em função de uma tangente hiperbólica.

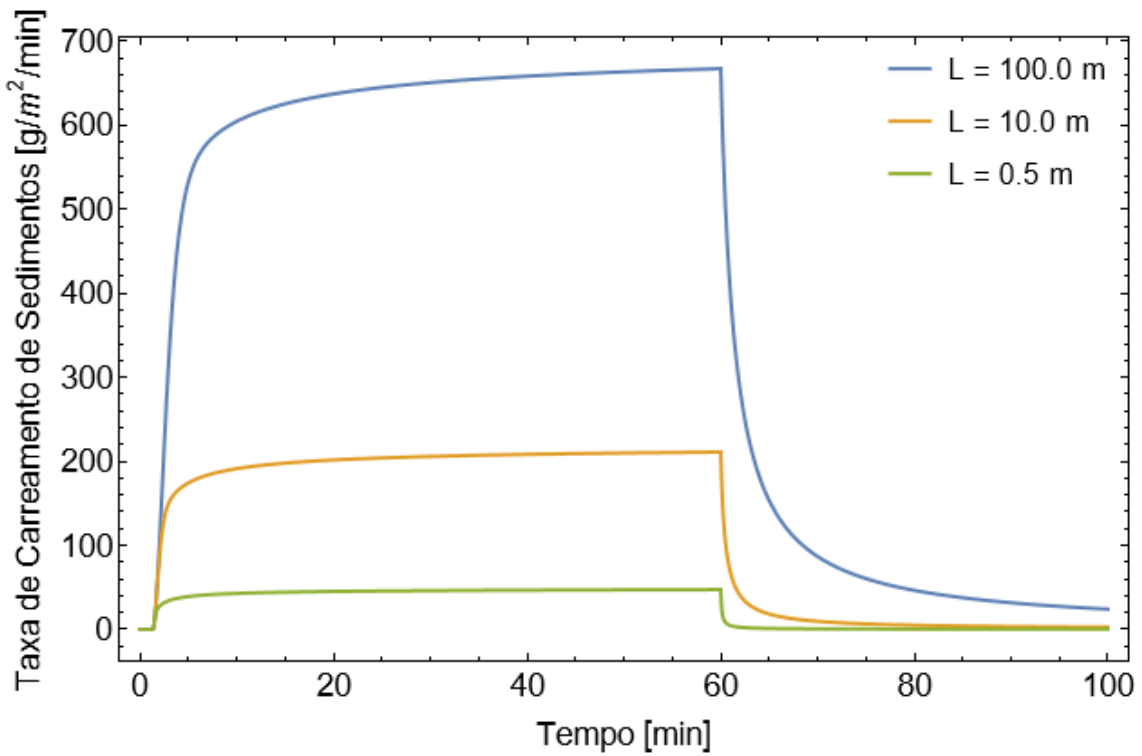
No modelo do transporte de sedimentos, o aumento do comprimento também não acelera a taxa de carregamento de sedimentos, porém níveis maiores são atingidos no regime estacionário para comprimentos maiores. Consequentemente, o crescimento linear da perda de solo apresenta maior inclinação, resultando em valores finais maiores após a duração da precipitação. Por outro lado, é possível observar como o carregamento de sedimentos persiste mesmo após a duração da precipitação e demora mais para ser dissipado quando o comprimento do plano de fluxo é extenso.



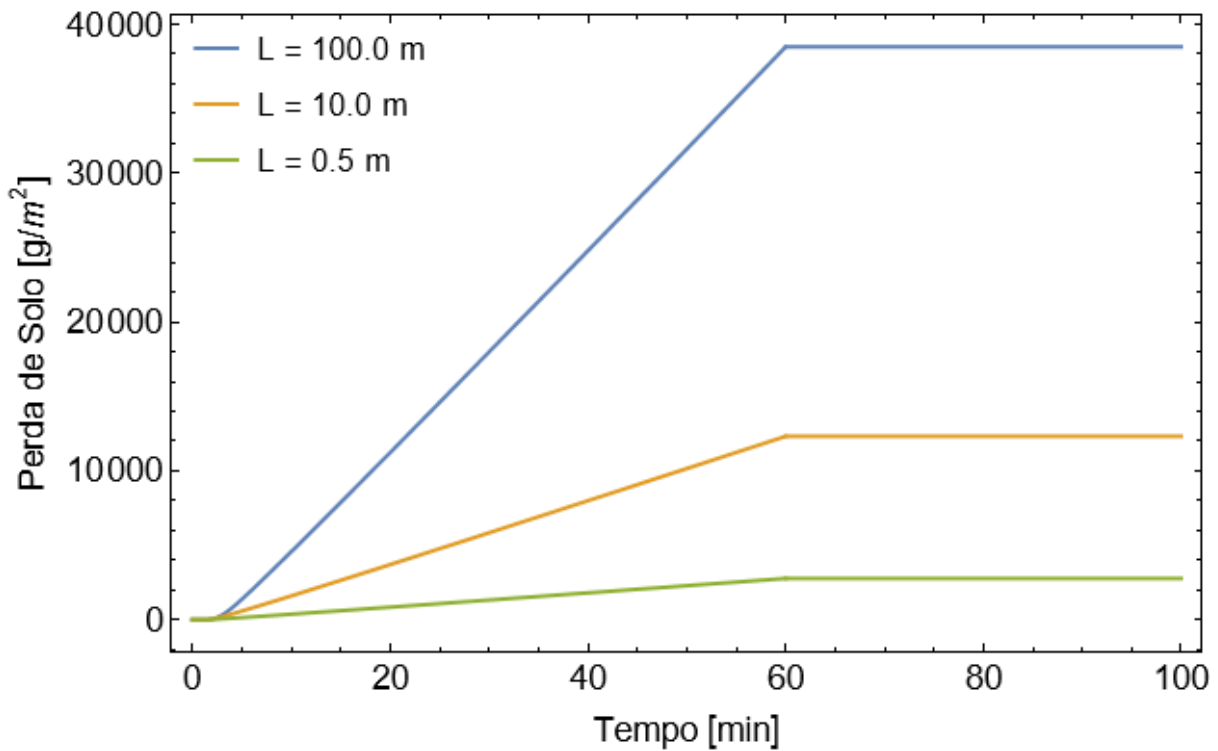
(a)



(b)



(c)

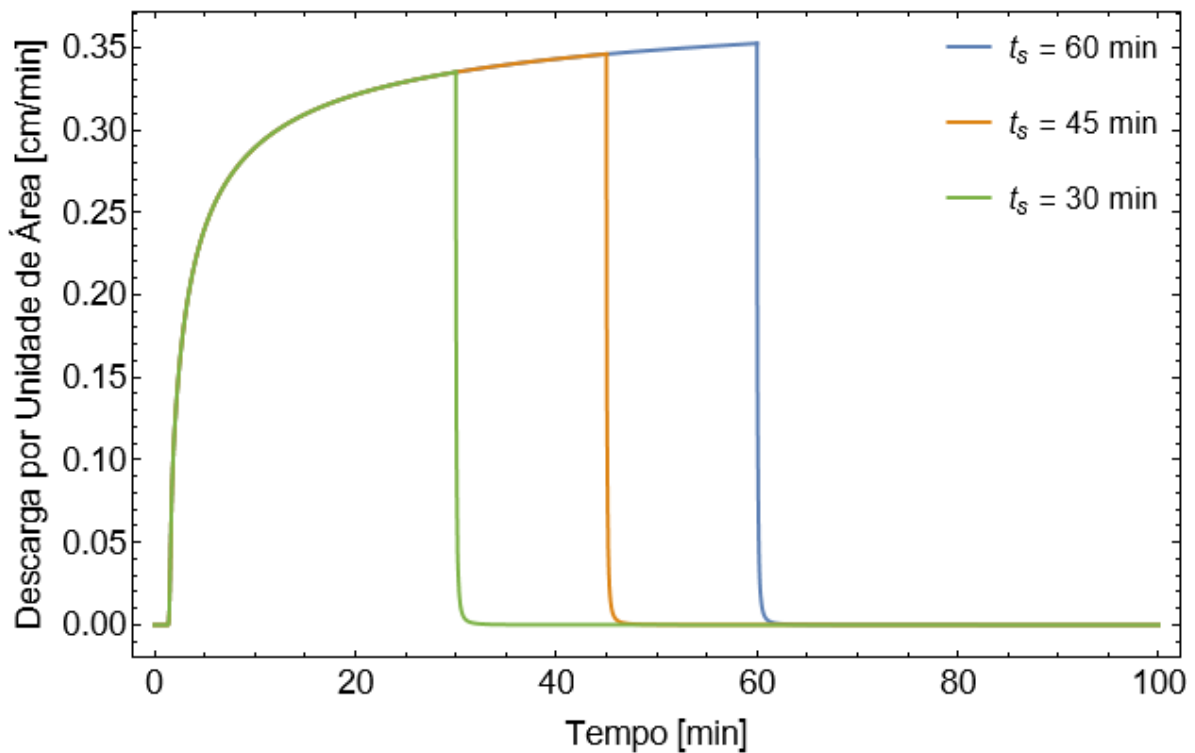


(d)

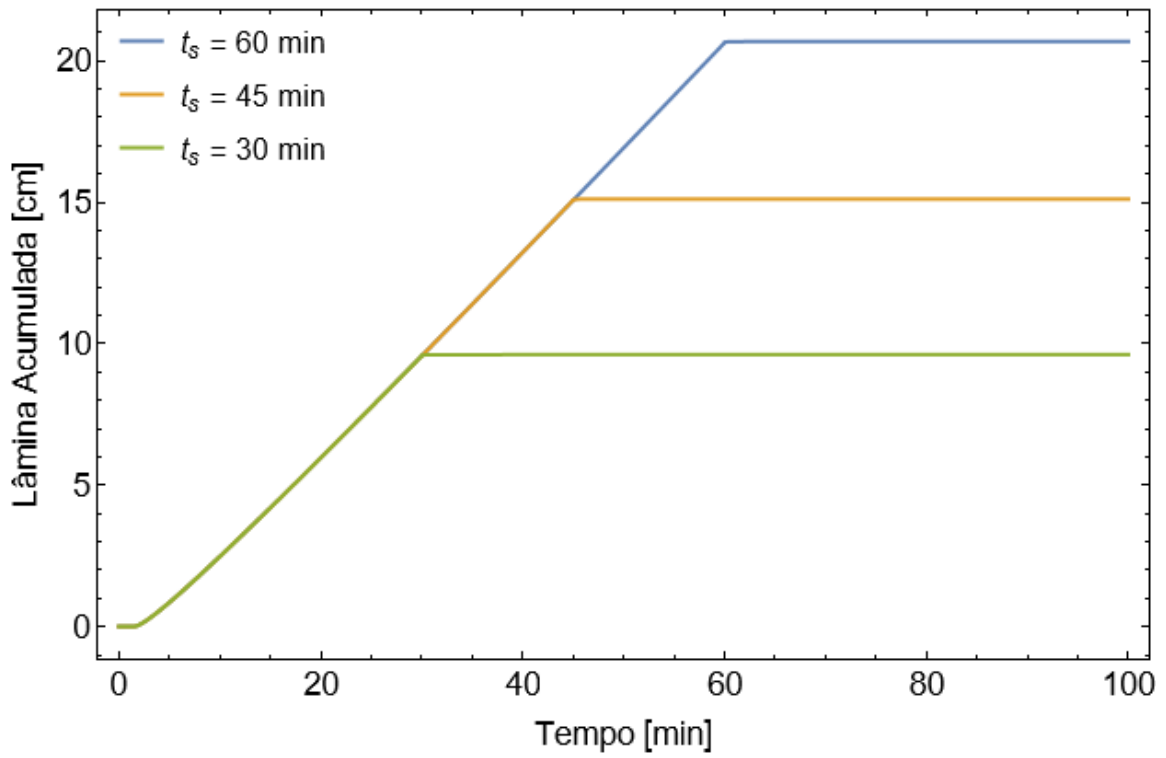
Figura 7.12. Efeito do comprimento nas equações: (a) da descarga por unidade de área; (b) da lâmina acumulada; (c) da taxa de carreamento de sedimentos; e (d) da perda de solo.

7.2.5. Duração da Precipitação

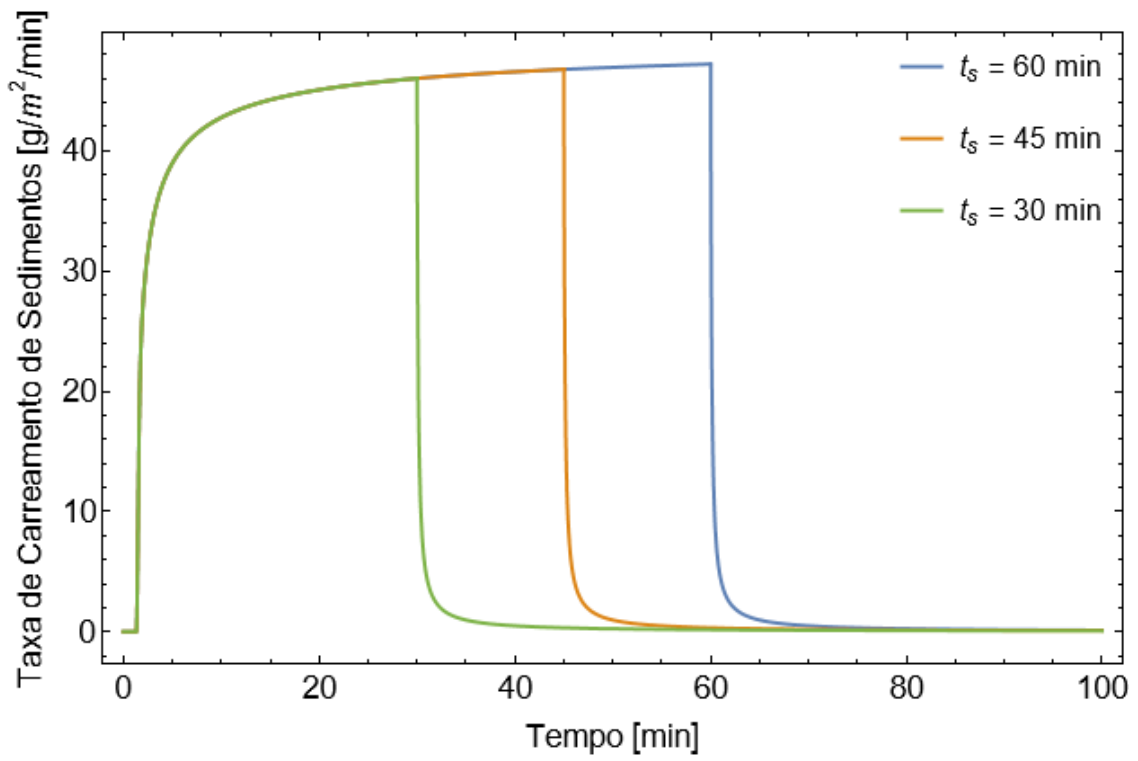
Na Figura 7.13, é demonstrado como a descarga por unidade de área e a taxa de carreamento de sedimentos são dissipadas na duração da precipitação, embora é possível constatar que essa dissipação é mais iminente na descarga por unidade de área. Dependendo da duração da precipitação, é possível que o regime estacionário sequer tenha sido atingido, especialmente no caso de chuvas mais intensas, que são relacionadas com durações mais curtas. O crescimento linear da lâmina acumulada e da perda de solo é interrompido no momento que a duração da precipitação é atingida.



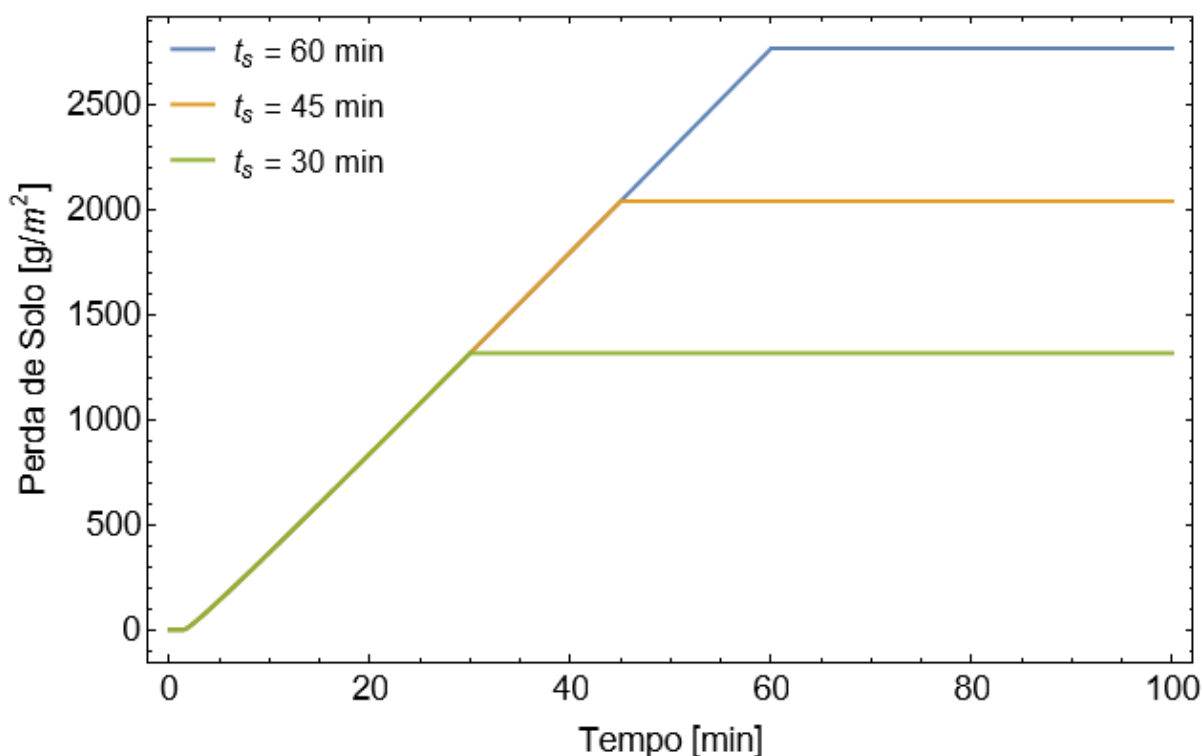
(a)



(b)



(c)

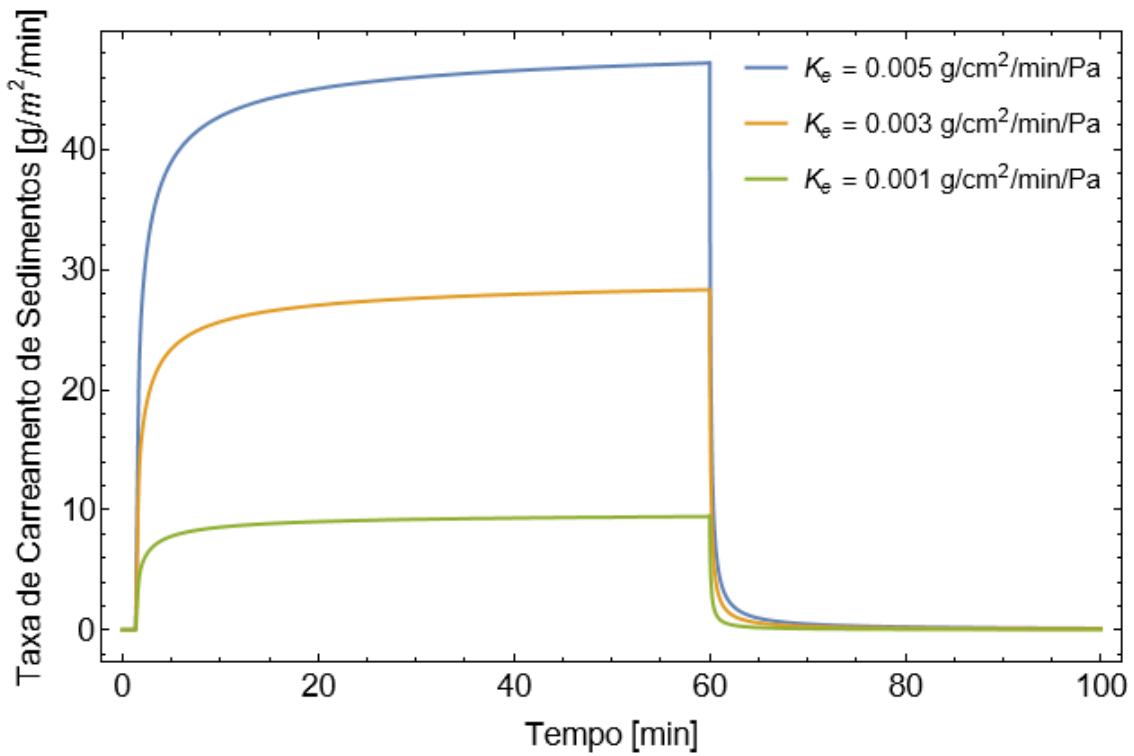


(d)

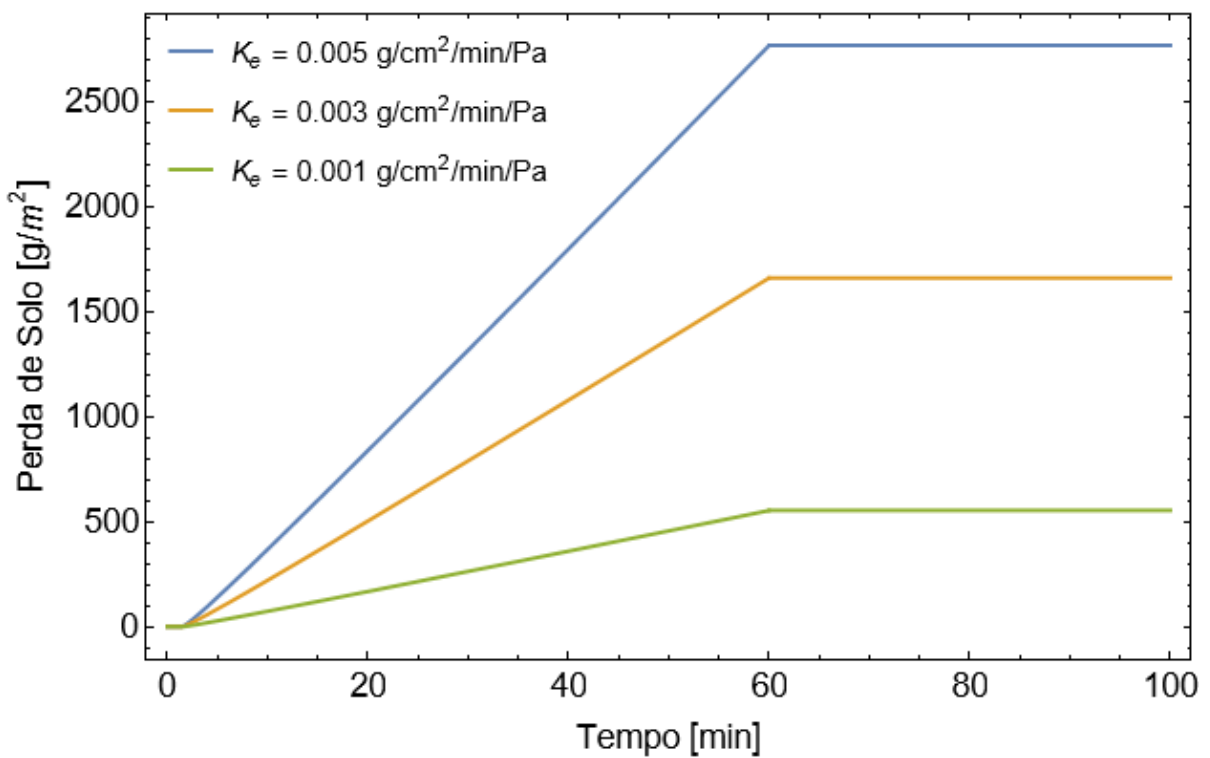
Figura 7.13. Efeito da duração da precipitação nas equações: (a) da descarga por unidade de área; (b) da lâmina acumulada; (c) da taxa de carregamento de sedimentos; e (d) da perda de solo.

7.2.6. Coeficiente de Erodibilidade

As análises paramétricas do coeficiente de erodibilidade consideraram um solo de média erodibilidade segundo a classificação de Bastos (1999). Na Figura 7.14, é demonstrado como o aumento do coeficiente de erodibilidade do solo amplifica a taxa de carregamento de sedimentos e a perda de solo. O aumento da erodibilidade não acelera a taxa de carregamento de sedimentos, entretanto níveis maiores são atingidos no regime estacionário para coeficientes maiores. Conseqüentemente, o crescimento linear da perda de solo possui maior inclinação, resultando em valores finais maiores após a duração da precipitação. Também foi observado que a dissipação do carregamento de sedimentos é mais demorada quando a erodibilidade do solo é maior.



(a)

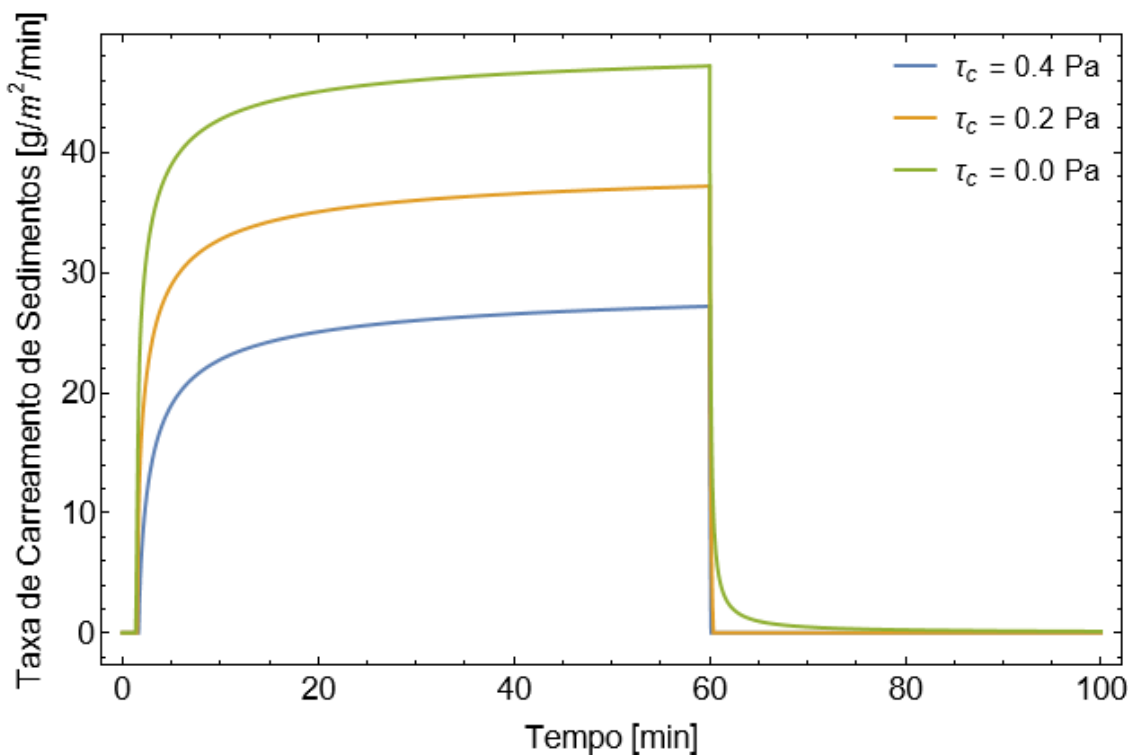


(b)

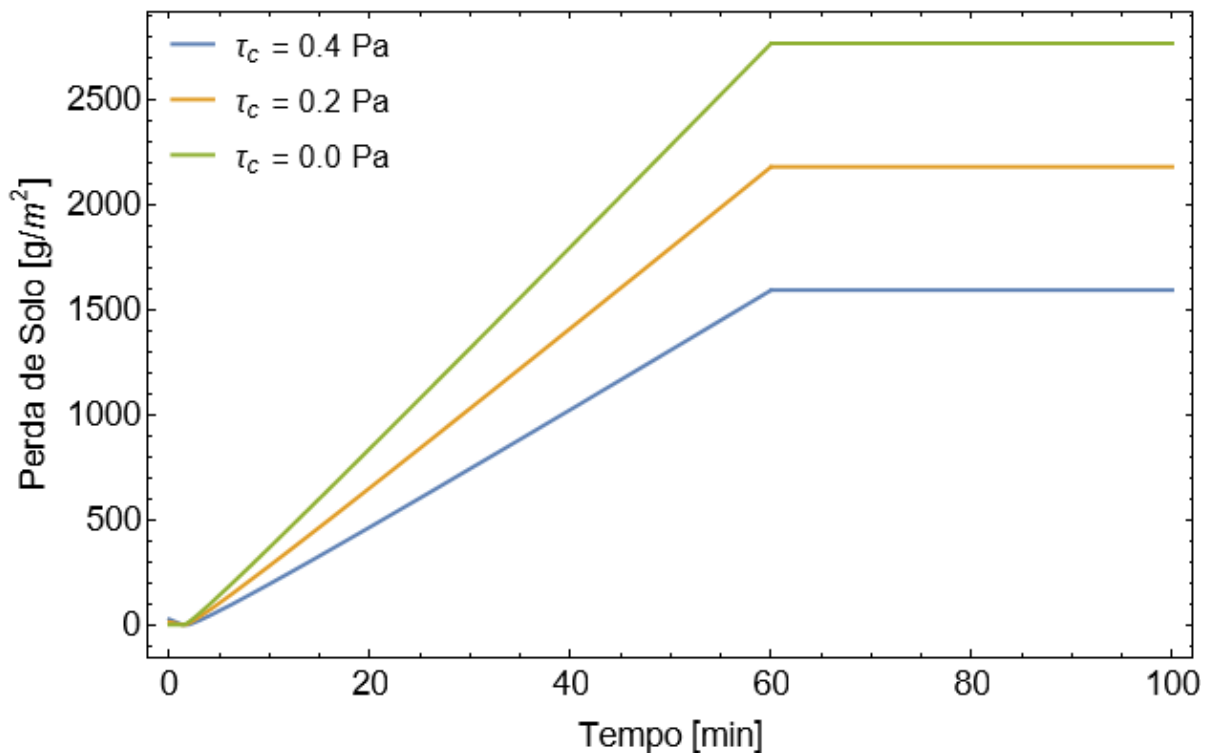
Figura 7.14. Efeito do coeficiente de erodibilidade nas equações:
 (a) da taxa de carreamento de sedimentos; e (b) da perda de solo.

7.2.7. Tensão de Cisalhamento Crítica

Como discutido no Capítulo 5, o modelo físico-matemático proposto adotou tensão de cisalhamento crítica nula como simplificação. Na realidade, a tensão de cisalhamento crítica é positiva, variando com a inclinação e com a sucção. Seu efeito na equação da continuidade do transporte de sedimentos é demonstrado na Figura 7.15. O aumento da tensão de cisalhamento crítica não retarda a taxa de carregamento de sedimentos, porém níveis menores são atingidos no regime estacionário à medida que a tensão de cisalhamento crítica aumenta, pois a tensão de cisalhamento hidráulica aplicada sobre uma partícula de solo se torna menos capaz de ultrapassar a resistência proporcionada pelas forças de coesão e pelo atrito entre as partículas (Kinnell, 2021). Consequentemente, o crescimento linear da perda de solo apresenta menor inclinação, resultando em valores finais inferiores após a duração da precipitação. Também foi constatado que a dissipação do carregamento de sedimentos não é imediata apenas se a tensão de cisalhamento crítica for nula. Quando a tensão de cisalhamento crítica é positiva no modelo, a perda de solo começa acima de zero no tempo inicial e decresce até zero antes de inverter a inflexão. Este comportamento ocorre porque a parcela da erosão laminar na Eq. (4.7) é negativa nos minutos iniciais, pois a tensão de cisalhamento hidráulica é menor que a tensão de cisalhamento crítica, uma vez que a lâmina de escoamento superficial (h) ainda não atingiu seu máximo, o que ocorre no regime estacionário.



(a)



(b)

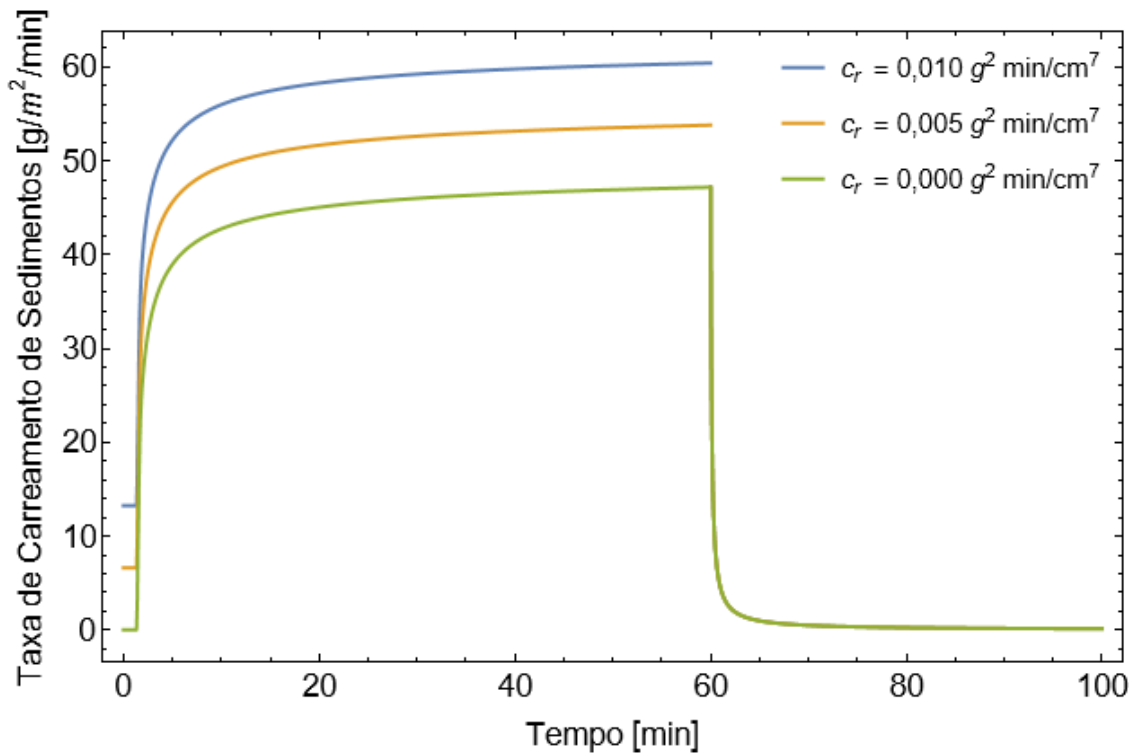
Figura 7.15. Efeito da tensão de cisalhamento crítica nas equações:

(a) da taxa de carregamento de sedimentos; e (b) da perda de solo.

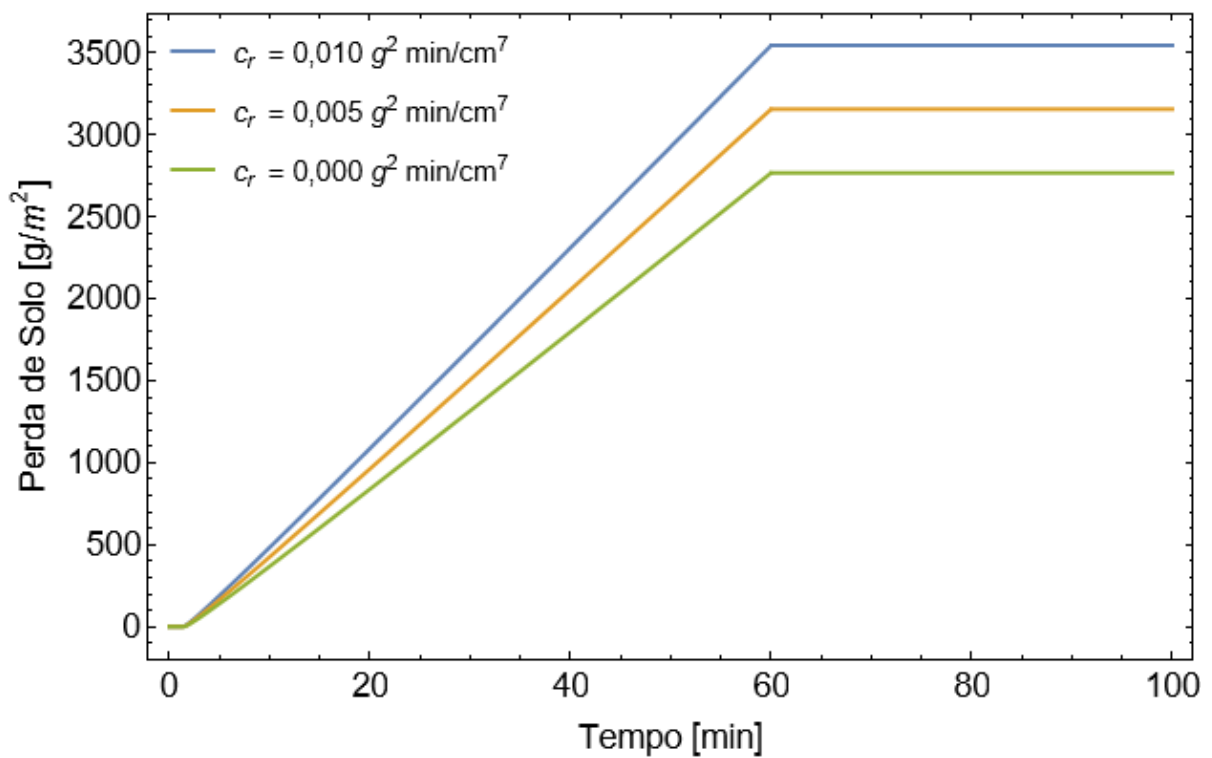
7.2.8. Constante da Erosão por Impacto de Gotas de Chuva

Como pode ser observado na Figura 7.16, a taxa de carregamento de sedimentos é completamente translada para cima durante o estágio de ascensão quando a constante da erosão por impacto de gotas de chuva é positiva. Como a Eq. (6.39) independe desta constante, o modelo fica com uma descontinuidade na transição do estágio de ascensão para o estágio de recessão, o que constitui uma limitação do modelo.

Com o aumento da constante da erosão por impacto de gotas de chuva, a taxa de carregamento de sedimentos atinge níveis maiores no regime estacionário, inclusive com a taxa de carregamento de sedimentos iniciando acima de zero no tempo inicial. Conseqüentemente, o crescimento linear da perda de solo possui maior inclinação, resultando em valores finais maiores após a duração da precipitação.



(a)



(b)

Figura 7.16. Efeito da constante da erosão por impacto de gotas de chuva nas equações:

(a) da taxa de carreamento de sedimentos; e (b) da perda de solo.

8. CONCLUSÕES

Foi proposto um modelo físico-matemático para o fenômeno da erosão hídrica em bordas de reservatórios a partir de um evento de precipitação com intensidade constante. Este modelo foi implementado em um código aberto em linguagem *Wolfram Mathematica* e consiste em soluções analíticas para o escoamento superficial em um talude inclinado e para a equação da continuidade do transporte de sedimentos.

O processo de geração de escoamento superficial foi aproximado pelo modelo de onda cinemática em regime de fluxo de transição, no qual a precipitação efetiva foi estimada com a infiltração de água no solo sendo descrita pelo modelo de Green-Ampt-Mein-Larson, ou seja, a precipitação efetiva não foi adotada como constante no modelo. A equação da continuidade do transporte de sedimentos incorpora a erosão por impacto de gotas de chuva e a erosão por escoamento. Todas as equações do modelo analítico foram desenvolvidas nos estágios de ascensão e de recessão do hidrograma.

O modelo proposto foi validado em termos da descarga por unidade de área, da lâmina acumulada, da taxa de carreamento de sedimentos e da perda de solo, sendo empregados dados experimentais de amostras de solo retiradas da UHE Itumbiara obtidos em ensaios com simulador de chuva, os quais variaram a inclinação, o teor de umidade volumétrica inicial e o índice de vazios. Este solo possui comportamento bimodal e sua curva de retenção de água no solo foi reproduzida pelo modelo de Costa e Cavalcante (2021).

A modelagem dos processos envolvidos na interação solo-atmosfera no contexto da precipitação produziu comportamentos satisfatórios para a formação do patamar de descarga por unidade de área no regime estacionário, especialmente nos ensaios úmidos, e para a evolução da lâmina acumulada no tempo. O modelo da descarga por unidade de área não foi capaz de reproduzir a diminuição da inclinação devido à sucção nos ensaios secos, antecipando o estabelecimento do regime estacionário em relação aos dados experimentais. Quando comparado aos dados experimentais, o modelo superestima a descarga por unidade de área e a lâmina acumulada. Além disso, o modelo do escoamento superficial não se mostrou sensível à variação da inclinação como esperado, pois o escoamento superficial deveria aumentar à medida que a declividade do plano de fluxo é ampliada, uma vez que a infiltração de água no solo se reduziria. A diferença entre modelo e dados experimentais foi considerada pouco significativa nos três ensaios realizados com 15 graus de inclinação, para os quais a equação da descarga por unidade de área apresentou R^2 superior a 0,8 e a equação da lâmina acumulada apresentou R^2 superior a 0,9. Por este motivo, é possível afirmar que o modelo do escoamento superficial se aplica melhor a inclinações maiores.

A modelagem do transporte de sedimentos produziu comportamentos análogos à descarga por unidade de área para a taxa de carreamento de sedimentos e à lâmina acumulada para a perda de solo. Com base nos dados experimentais da taxa de carreamento de sedimentos, foi constatada a necessidade da inclusão de um parâmetro variável no tempo para representar melhor a erosão por impacto de gotas de chuva, de modo a retratar a oscilação da taxa de carreamento de sedimentos nos primeiros minutos do evento de chuva, a qual foi observada especialmente nos ensaios úmidos. Ao contrário do modelo do escoamento superficial, o modelo do transporte de sedimentos apresenta sensibilidade à mudança de inclinação em uma condição com pouca variação do teor de umidade volumétrica inicial, com maiores perdas de solo ocorrendo nas inclinações mais acentuadas. O modelo da perda de solo teve boa correspondência aos dados experimentais, apresentando R^2 superior a 0,9 em cinco dos seis ensaios.

As análises paramétricas demonstraram que o modelo analítico proposto é capaz de representar a erosão hídrica como um fenômeno diretamente associado à duração da precipitação. A intensidade de precipitação, o coeficiente de erodibilidade e a constante da erosão por impacto de gotas de chuva são parâmetros que contribuem positivamente para a erosão hídrica, enquanto o aumento da permeabilidade do solo e da tensão de cisalhamento crítica desfavorecem a erosão hídrica.

Para trabalhos futuros, recomenda-se que a validação do modelo físico-matemático utilize dados de ensaios com simulador de chuva realizados com maior repetibilidade e conduzidos com diferentes intensidades de precipitação. Além disso, o coeficiente de erodibilidade e a tensão de cisalhamento crítica devem ser obtidos por meio de ensaios de Inderbitzen. O modelo pode ser aperfeiçoado, o que passa pelo aprimoramento da influência da sucção a nível de macroporos e microporos, possibilitando a incorporação do efeito da inclinação na geração do escoamento superficial, e pela formulação da erosão por impacto de gotas de chuva considerando a variabilidade temporal, de modo a reproduzir o pico da taxa de carreamento de sedimentos nos minutos iniciais do evento de precipitação. Na continuação desta linha de pesquisa, sugere-se a consideração da geomorfologia de superfície e subsuperfície, assim como a avaliação da continuidade ou não da fase ar. O modelo físico-matemático também pode ser estendido à condição de precipitação natural (com intensidade variável) e acoplado ao fenômeno do adensamento a grandes deformações em condição saturada e não saturada, possibilitando uma estimativa mais precisa da perda de volume útil em reservatórios de água.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Ackers, P., & White, W. R. (1973). Sediment transport: new approach and analysis. *Journal of the Hydraulics Division*, 99(11), 2041-2060.
- Agnese, C., Baiamonte, G., & Cammalleri, C. (2014). Modelling the occurrence of rainy days under a typical Mediterranean climate. *Advances in water resources*, 64, 62-76.
- Agnese, C., Baiamonte, G., & Corrao, C. (2001). A simple model of hillslope response for overland flow generation. *Hydrological processes*, 15(17), 3225-3238.
- Aksoy, H., & Kavvas, M. L. (2005). A review of hillslope and watershed scale erosion and sediment transport models. *Catena*, 64(2-3), 247-271.
- Aksoy, H., Unal, N. E., Cokgor, S., Gedikli, A., Yoon, J., Koca, K., Inci, S. B., & Eris, E. (2012). A rainfall simulator for laboratory-scale assessment of rainfall-runoff-sediment transport processes over a two-dimensional flume. *Catena*, 98, 63-72.
- Bagnold, R. A. (1966). *An approach to the sediment transport problem from general physics*. US Government Printing Office.
- Baiamonte, G., & Agnese, C. (2010). An analytical solution of kinematic wave equations for overland flow under Green-Ampt infiltration. *Journal of Agricultural Engineering*, 41(1), 41-48.
- Basha, H. A. (1999). Multidimensional linearized nonsteady infiltration with prescribed boundary conditions at the soil surface. *Water resources research*, 35(1), 75-83.
- Bastos, C. A. B. (1999). Estudo geotécnico sobre a erodibilidade de solos residuais não saturados. Tese de Doutorado, Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, 266 p.
- Beasley, D. B., Huggins, L. F., & Monke, A. (1980). ANSWERS: A model for watershed planning. *Transactions of the ASAE*, 23(4), 938-0944.
- Bennett, J. P. (1974). Concepts of mathematical modeling of sediment yield. *Water Resources Research*, 10(3), 485-492.
- Bertoni, J. C., & Lombardi Neto, F. (2005). *Conservação do solo*. Ícone.
- Bertoni, J. C., & Tucci, C. E. M. (2007). Precipitação. In *Hidrologia: ciência e aplicação*, 5, 177-241.
- Blight, G. E. (1997). Interactions between the atmosphere and the earth. *Géotechnique*, 47(4), 715-767.
- Bordas, M. P., & Semmelmann, F. R. (2007). Elementos de engenharia de sedimentos. In *Hidrologia: ciência e aplicação*, 24, 915-943.
- Borma, L. S., Gitirana Jr., G. F. N., & Luiz, G. C. (2015). Interação solo-planta-atmosfera e o papel dos solos não saturados. In *Solos não saturados no contexto geotécnico*, 13, 327-365.
- Broadbridge, P., Daly, E., & Goard, J. (2017). Exact solutions of the Richards equation with nonlinear plant-root extraction. *Water Resources Research*, 53, 9679-9691.
- Brooks, R. H., & Corey, A. T. (1964). Hydraulic properties of porous media. *Hydrology Papers, Colorado State University*, 3, 1-27.
- Bryan, R. B. (2000). Soil erodibility and processes of water erosion on hillslope. *Geomorphology*, 32(3-4), 385-415.
- Buckingham, E. (1907). *Studies on the movement of soil moisture*.
- Camapum de Carvalho, J., Barbosa, M. C., Mendonça, R. M. G., Farias, W. M., & Cardoso, F. B. F. (2015). Propriedades químicas, mineralógicas e estruturais de solos naturais e compactados. In *Solos não saturados no contexto geotécnico*, 3, 39-78.
- Camapum de Carvalho, J., Sales, M. M., Souza, N. M., & Melo, M. T. S. (2006). *Processos erosivos no centro-oeste brasileiro*. Finatec.
- Cavalcante, A. L. B., Ozelim, L. C. S. M., Swamee, P. K., & Rathie, P. N. (2013). Explicit numerical iterative methods applied to the three-parameter infiltration equation. *Soils Rock*, V, 36(1), 129-133.

- Cavalcante, A. L. B., & Zornberg, J. G. (2017). Efficient approach to solving transient unsaturated flow problems. I: Analytical solutions. *International Journal of Geomechanics*, 17(7), 04017013.
- Chen, J. M., Tan, Y. C., & Chen, C. H. (2003). Analytical solutions of one-dimensional infiltration before and after ponding. *Hydrological processes*, 17(4), 815-822.
- Chen, J. M., Tan, Y. C., Chen, C. H., & Parlange, J. Y. (2001). Analytical solutions for linearized Richards equation with arbitrary time-dependent surface fluxes. *Water Resources Research*, 37(4), 1091-1093.
- Chow, V. T. (1959). *Open-channel hydraulics*. McGraw-Hill civil engineering series.
- Costa, M. B. A., & Cavalcante, A. L. B. (2020). Novel Approach to Determine Soil–Water Retention Surface. *International Journal of Geomechanics*, 20(6), 04020054.
- Costa, M. B. A., & Cavalcante, A. L. B. (2021). Bimodal Soil–Water Retention Curve and k-Function Model Using Linear Superposition. *International Journal of Geomechanics*, 21(7), 04021116.
- Darcy, H. (1856). *Les fontaines publiques de la ville de Dijon: exposition et application des principes à suivre et des formules à employer dans les questions de distribution d'eau; ouvrage terminé par un appendice relatif aux fournitures d'eau de plusieurs villes au filtrage des eaux et à la fabrication des tuyaux de fonte, de plomb, de tôle et de bitume*. Victor Dalmont.
- Dell'Avanzi, E., Zornberg, J. G., & Cabral, A. R. (2004). Suction profiles and scale factors for unsaturated flow under increased gravitational field. *Soils and foundations*, 44(3), 79-89.
- Du Boys, M. P. (1879). Le Rhône et les rivières à lit affouillable. *Annales des Ponts et Chaussées*, 18(5), 141-195.
- Dunne, T. (1978). Field studies of hillslope flow processes. *Hillslope hydrology*, 227-293.
- Durner, W. (1992). Predicting the unsaturated hydraulic conductivity using multi-porosity water retention curves. In *Indirect methods for estimating the hydraulic properties of unsaturated soils*, 185-202.
- Einstein, H. A. (1950). *The bed-load function for sediment transportation in open channel flows* (No. 1026). US Department of Agriculture.
- Eletrobras, C. E. B. (2003). *Critérios de projeto civil de usinas hidrelétricas*. Rio de Janeiro.
- Emmanuel, I., Andrieu, H., Leblois, E., & Flahaut, B. (2012). Temporal and spatial variability of rainfall at the urban hydrological scale. *Journal of hydrology*, 430, 162-172.
- Engelund, F., & Hansen, E. (1967). *A monograph on sediment transport in alluvial streams*. Teknisk Forlag, Copenhagen.
- Fernández-Raga, M., Palencia, C., Keesstra, S., Jordán, A., Fraile, R., Angulo-Martínez, M., & Cerdà, A. (2017). Splash erosion: A review with unanswered questions. *Earth-Science Reviews*, 171, 463-477.
- Flanagan, D. C., & Nearing, M. A. (1995). *USDA – Water Erosion Prediction Project: Hillslope profile and watershed model documentation* (No. 10). National Soil Erosion Research Laboratory.
- Foster, G. R. (1982). Modeling the erosion process. In *Hydrologic Modeling of Small Watersheds*, 5, 297–380.
- Foster, G. R., & Meyer, L. D. (1972). A closed-form soil erosion equation for upland areas. In *Sedimentation: Symposium to honor professor H. A. Einstein*, 12, 1-19.
- Fredlund, D. G. (1979). Second Canadian Geotechnical Colloquium: Appropriate concepts and technology for unsaturated soils. *Canadian Geotechnical Journal*, 16(1), 121-139.
- Fredlund, D. G., & Morgenstern, N. R. (1977). Stress state variables for unsaturated soils. *Journal of the geotechnical engineering division*, 103(5), 447-466.
- Fredlund, D. G., & Rahardjo, H. (1993). *Soil mechanics for unsaturated soils*. John Wiley & Sons.

- Fredlund, D. G., & Xing, A. (1994). Equations for the soil-water characteristic curve. *Canadian geotechnical journal*, 31(4), 521-532.
- Gao, X., Wang, Q., & Ma, G. (2019). Experimental investigation on the erosion threshold and rate of gravel and silty clay mixtures. *Transactions of the ASABE*, 62(4), 867-875.
- Gardner, W. R. (1958). Some steady-state solutions of the unsaturated moisture flow equation with application to evaporation from a water table. *Soil science*, 85(4), 228-232.
- Gitirana Jr., G. F. N. (2005). Weather-Related Geo-Hazard Assessment Model for Railway Embankment Stability. *PhD thesis, University of Saskatchewan*.
- Gitirana Jr., G. F. N., Marinho, F. A. M., & Soto, M. A. A. (2015). A curva de retenção de água de materiais porosos. In *Solos não saturados no contexto geotécnico*, 9, 205-229.
- Govindaraju, R. S. (1998). Effective erosion parameters for slopes with spatially varying properties. *Journal of irrigation and drainage engineering*, 124(2), 81-88.
- Govindaraju, R. S., Jones, S. E., & Kavvas, M. L. (1988). On the diffusion wave model for overland flow: 1. Solution for steep slopes. *Water Resources Research*, 24(5), 734-744.
- Govindaraju, R. S., & Kavvas, M. L. (1991). Modeling the erosion process over steep slopes: approximate analytical solutions. *Journal of Hydrology*, 127(1-4), 279-305.
- Green, W. H., & Ampt, G. A. (1911). Studies on Soil Physics. *The Journal of Agricultural Science*, 4(1), 1-24.
- Guerra, A. J. T. (1991). Soil characteristics and erosion, with particular reference to organic matter content. *PhD thesis, University of London*.
- Hayek, M. (2016). An exact explicit solution for one-dimensional, transient, nonlinear Richards' equation for modeling infiltration with special hydraulic functions. *Journal of Hydrology*, 535, 662-670.
- Henderson, F. M., & Wooding, R. A. (1964). Overland flow and groundwater flow from a steady rainfall of finite duration. *Journal of Geophysical Research*, 69(8), 1531-1540.
- Hewlett, J. D., & Hibbert, A. R. (1967). Factors affecting the response of small watersheds to precipitation in humid areas. *Forest hydrology*, 1, 275-290.
- Hogarth, W. L., & Parlange, J. Y. (2000). Application and improvement of a recent approximate analytical solution of Richards' equation. *Water Resources Research*, 36(7), 1965-1968.
- Hogarth, W. L., Parlange, J. Y., & Braddock, R. D. (1989). First integrals of the infiltration equation: 2. Nonlinear conductivity. *Soil Science*, 148(3), 165-171.
- Hogarth, W. L., Parlange, J. Y., & Norbury, J. (1992). Addendum to "First integrals of the infiltration equation". *Soil Science*, 154(5), 341-343.
- Holtan, H. N. (1961). *Concept for infiltration estimates in watershed engineering*. US Department of Agriculture.
- Horton, R. E. (1933). The role of infiltration in the hydrologic cycle. *Transactions American Geophysical Union*, 14(1), 446-460.
- Horton, R. E. (1938). The interpretation and application of runoff plane experiments with reference to soil erosion problems. *Soil Science Society of America Journal*, 1, 401-437.
- Horton, R. E. (1940). An approach toward a physical interpretation of infiltration capacity. *Soil Science Society of America Journal*, 5, 399-417.
- Inderbitzen, A. L. (1961). An erosion test for soils. *Materials research and standards*, 1, 553-554.
- Kalinske, A. A. (1947). Movement of sediment as bed load in rivers. *Transactions American Geophysical Union*, 28(4), 615-620.
- Khanal, A., Klavon, K. R., Fox, G. A., & Daly, E. R. (2016). Comparison of linear and nonlinear models for cohesive sediment detachment: Rill erosion, hole erosion test, and streambank erosion studies. *Journal of Hydraulic Engineering*, 142(9), 04016026.

- Kimiaghalam, N., Clark, S. P., & Ahmari, H. (2016). An experimental study on the effects of physical, mechanical, and electrochemical properties of natural cohesive soils on critical shear stress and erosion rate. *International Journal of Sediment Research*, 31(1), 1-15.
- Kinnell, P. I. A. (2021). Detachment and transport limiting systems operate simultaneously in raindrop driven erosion. *Catena*, 197, 104971.
- Kostiakov, A. N. (1932). On the dynamics of the coefficient of water percolation in soils and the necessity of studying it from the dynamic point of view for the purposes of amelioration. *Transactions of the Sixth Commission of the International Society of Soil Science*, 1, 7-21.
- Lafayette, K. P. V. (2006). Estudo geológico-geotécnico do processo erosivo em encostas no Parque Metropolitano Armando de Holanda Cavalcanti – Cabo de Santo Agostinho/PE. Tese de Doutorado, Centro de Tecnologia e Geociências, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, PE, 358 p.
- Lai, W. M., Rubin, D., & Krempl, E. (2009). *Introduction to continuum mechanics*. Elsevier.
- Lane, L. J., Foster, G. R., & Nicks, A. D. (1987). *Use of fundamental erosion mechanics in erosion prediction* (No. 11). American Society of Agricultural Engineers.
- Lewis, M. R. (1937). The rate of infiltration of water in irrigation-practice. *Transactions American Geophysical Union*, 18(2), 361-368.
- Li, R. M. (1979). Water and sediment routing from watersheds. *Modeling of Rivers*, 9.1-9.88.
- Lopes, V. L., & Lane, L. J. (1988). Modeling sedimentation processes in small watersheds. In *Sediment Budgets*, 174, 497-508.
- Lu, N., & Nikos, W. J. (2004). *Unsaturated Soil Mechanics*. John Wiley & Sons.
- Luiz, G. C. (2012). Influência da relação solo-atmosfera no comportamento hidromecânico de solos tropicais não saturados: estudo de caso – Município de Goiânia-GO. Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 246 p.
- Machado, S. L., & Vilar, O. M. (2015). Potenciais da água no solo. In *Solos não saturados no contexto geotécnico*, 4, 79-96.
- Masrouri, F., Bicalho, K. V., & Kawai, K. (2008). Laboratory hydraulic testing in unsaturated soils. *Geotechnical and Geological Engineering*, 26(6), 691-704.
- Mein, R. G., & Farrell, D. A. (1974). Determination of wetting front suction in the Green-Ampt equation. *Soil Science Society of America Journal*, 38(6), 872-876.
- Mein, R. G., & Larson, C. L. (1973). Modeling infiltration during a steady rain. *Water resources research*, 9(2), 384-394.
- Mendes, T. A., Gitirana Jr., G. F. N., Rebolledo, J. F. R., Vaz, E. F., & Luz, M. P. (2020). Numerical evaluation of laboratory apparatuses for the study of infiltration and runoff. *RBRH*, 25(37), 1-16.
- Mendes, T. A., Pereira, S. A. S., Rebolledo, J. F. R., Gitirana Jr., G. F. N., Melo, M. T. S., & Luz, M. P. (2021). Development of a rainfall and runoff simulator for performing hydrological and geotechnical tests. *Sustainability*, 13(6), 3060.
- Merabet Jr., J. C. F. (no prelo). (2022). Estudo da erodibilidade de um solo tropical devido à precipitação e escoamento superficial. Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, GO.
- Meyer-Peter, E., & Müller, R. (1948). Formulas for bed-load transport. *Proceedings of 2nd meeting of the International Association for Hydraulic Structures Research, Stockholm*.
- Miller, J. E. (1984). *Basic concepts of kinematic-wave models* (No. 1302). US Geological Survey.
- Morgan, R. P. C. (2005). *Soil erosion and conservation*. Blackwell Publishing.
- Neves, E. T. (1960). *Curso de Hidráulica*. Editora Globo.

- Nogueira, J. F. (2005). Análise da Influência do Fluxo por Capilaridade na Degradação Físico-Química do Solo. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 108 p.
- Oliveira, V. N., Gitirana Jr., G. F. N., Mascarenha, M. M. A., Sales, M. M., Varrone, L. F. R., & Luz, M. P. (2021). An Enhanced Flume Testing Procedure for the Study of Rill Erosion. *Water*, 13(21), 2956.
- Othmer, H., Diekkruger, B., & Kutilek, M. (1991). Bimodal porosity and unsaturated hydraulic conductivity. *Soil Science*, 152(3), 139-150.
- Parlange, J. Y., Barry, D. A., Parlange, M. B., Hogarth, W. L., Haverkamp, R., Ross, P. J., Ling, L., & Steenhuis, T. S. (1997). New approximate analytical technique to solve Richards equation for arbitrary surface boundary conditions. *Water Resources Research*, 33(4), 903-906.
- Parlange, J. Y., Rose, C. W., & Sander, G. (1981). Kinematic flow approximation of runoff on a plane: An exact analytical solution. *Journal of Hydrology*, 52(1-2), 171-176.
- Parlange, M. B., Prasad, S. N., Parlange, J. Y., & Römkens, M. J. M. (1992). Extension of the Heaslet-Alksne Technique to arbitrary soil water diffusivities. *Water resources research*, 28(10), 2793-2797.
- Partheniades, E. (1965). Erosion and deposition of cohesive soils. *Journal of the Hydraulics Division*, 91(1), 105-139.
- Philip, J. R. (1957). The theory of infiltration: 4. Sorptivity and algebraic infiltration equations. *Soil Science*, 84(3), 257-264.
- Philip, J. R. (1960). General method of exact solution of the concentration-dependent diffusion equation. *Australian Journal of Physics*, 13, 1.
- Rathie, P. N., Swamee, P. K., Cavalcante, A. L. B., & Ozelim, L. C. S. M. (2012). Lagrange's inversion theorem and infiltration. *World Academy of Science, Engineering and Technology*, 67, 473-478.
- Renard, K. G., Foster, G. R., Weesies, G. A., McCool, D. K., & Yoder, D. C. (1997). *Predicting soil erosion by water: A guide to conservation planning with the Revised Universal Soil Loss Equation (RUSLE)* (No. 703). US Department of Agriculture.
- Richards, L. A. (1931). Capillary conduction of liquids through porous mediums. *Physics*, 1(5), 318-333.
- Ross, P. J., & Parlange, J. Y. (1994). Comparing exact and numerical solutions of Richards' equation for one-dimensional infiltration and drainage. *Soil science*, 157(6), 341-344.
- Saint-Venant, B. (1871). Theorie du mouvement non-permanent des eaux avec application aux crues des rivières et à l'introduction des Mares dans leur lit. *Académie des Sciences Comptes Rendus*, 73(99), 148-154.
- Salinas, E. J. C. (2017). Modelagem e Simulação de Ensaios Laboratoriais de Contaminação em Rejeitos em Condição não Saturada. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 109 p.
- Sander, G. C., Parlange, J. Y., Hogarth, W. L., Rose, C. W., & Haverkamp, R. (1990). Kinematic flow approximation to runoff on a plane: Solution for infiltration rate exceeding rainfall rate. *Journal of Hydrology*, 113(1-4), 193-206.
- Sander, G. C., Parlange, J. Y., Kühnel, V., Hogarth, W. L., Lockington, D., & O'Kane, J. P. J. (1988). Exact nonlinear solution for constant flux infiltration. *Journal of Hydrology*, 97(3-4), 341-346.
- Schoklitsch, A. (1934). Der geschiebetrieb und die geschiebefracht. *Wasserkraft and Wasserwirtschaft*, 4, 1-7.
- Silveira, A. L. L. (2007). Ciclo hidrológico e bacia hidrográfica. In *Hidrologia: ciência e aplicação*, 2, 35-51.

- Silveira, A. L. L., Louzada, J. A., & Beltrame, L. F. (2007). Infiltração e armazenamento no solo. In *Hidrologia: ciência e aplicação*, 9, 335-372.
- Singh, V. P. (2002). Is hydrology kinematic?. *Hydrological processes*, 16(3), 667-716.
- Souza, N. M., & Romão, P. A. (2017). Cartografia geotécnica e a preservação ambiental das bordas dos reservatórios. In *Erosão em Borda de Reservatório*, 13, 277-285.
- Srinivasan, V. S., Aragão, R., Suzuki, K., & Watanabe, M. (2003). Evaluation of an erosion simulation model in a semiarid region of Brazil. *International Association of Hydrological Sciences*, 279, 109-116.
- Swamee, P. K., Rathie, P. N., Ozelim, L. C. S. M., & Cavalcante, A. L. B. (2014). Recent advances on solving the three-parameter infiltration equation. *Journal of Hydrology*, 509, 188-192.
- Tao, W., Wang, Q., & Lin, H. (2018). An approximate analytical solution for describing surface runoff and sediment transport over hillslope. *Journal of Hydrology*, 558, 496-508.
- Tayfur, G., & Singh, V. P. (2004). Numerical model for sediment transport over nonplanar, nonhomogeneous surfaces. *Journal of Hydrologic Engineering*, 9(1), 35-41.
- Tucci, C. E. M. (2007). Escoamento superficial. In *Hidrologia: ciência e aplicação*, 11, 391-441.
- Tucci, C. E. M. (2007). Fundamentos do escoamento não permanente. In *Hidrologia: ciência e aplicação*, 10, 373-389.
- Van Genuchten, M. T. (1980). A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. *Soil science society of America journal*, 44(5), 892-898.
- Vanapalli, S. K., Fredlund, D. G., & Pufahl, D. E. (1999). The influence of soil structure and stress history on the soil–water characteristics of a compacted till. *Geotechnique*, 49(2), 143-159.
- Wang, A., Jin, C., Liu, J., & Pei, T. (2006). A modified Hortonian overland flow model based on laboratory experiments. *Water resources management*, 20(2), 181-192.
- Wang, Q. J., & Dooge, J. C. I. (1994). Limiting cases of water fluxes at the land surface. *Journal of Hydrology*, 155(3-4), 429-440.
- Wardinski, K. M., Guertault, L., Fox, G. A., & Castro-Bolinaga, C. F. (2018). Suitability of a linear model for predicting cohesive soil detachment during jet erosion tests. *Journal of Hydrologic Engineering*, 23(9), 06018004.
- Wischmeier, W. H., & Smith, D. D. (1978). *Predicting rainfall erosion losses: a guide to conservation planning* (No. 537). Department of Agriculture, Science and Education Administration.
- Yang, C. T. (1972). Unit stream power and sediment transport. *Journal of the Hydraulics Division*, 98(10), 1805-1826.
- Yu, B. (2003). A unified framework for water erosion and deposition equations. *Soil Science Society of America Journal*, 67(1), 251-257.
- Zhang, Q., Wang, Z., Guo, Q., Tian, N., Shen, N., & Wu, B. (2019). Plot-based experimental study of raindrop detachment, interrill wash and erosion-limiting degree on a clayey loessal soil. *Journal of Hydrology*, 575, 1280-1287.
- Zhang, X. C., Nearing, M. A., Risse, L. M., & McGregor, K. C. (1996). Evaluation of WEPP runoff and soil loss predictions using natural runoff plot data. *Transactions of the ASAE*, 39(3), 855-863.

APÊNDICE A: OBTENÇÃO DAS EQUAÇÕES DE LÂMINA ACUMULADA E DE PERDA DE SOLO

Na sequência, são apresentadas as resoluções das integrais que resultam nas equações de lâmina acumulada e de perda de solo, nos estágios de ascensão e de recessão. Para fins de comparação, também são expostas as equações obtidas por Tao *et al.* (2018).

Lâmina acumulada no estágio de ascensão ($t \leq t_s$) – Eq. (6.18):

$$R(t) = \int_{t_p}^t \tanh^2 \left(\frac{3}{2} \sqrt{\frac{\alpha p_e(t)}{L}} (t - t_p) \right) p_e(t) dt \quad (\text{A.1})$$

$$R(t) = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{L}{\alpha p_e(t)}} p_e(t) \left[\frac{3}{2} (t - t_p) \sqrt{\frac{\alpha p_e(t)}{L}} - \tanh \left(\frac{3}{2} (t - t_p) \sqrt{\frac{\alpha p_e(t)}{L}} \right) \right] \quad (\text{A.2})$$

$$R(t) = p_e(t)(t - t_p) - \frac{2}{3} \sqrt{\frac{p_e(t)L}{\alpha}} \tanh \left(\frac{3}{2} (t - t_p) \sqrt{\frac{\alpha p_e(t)}{L}} \right) \quad (\text{A.3})$$

Lâmina acumulada no estágio de ascensão ($t \leq t_s$) segundo Tao *et al.* (2018):

$$R(t) = p_e(t - t_p) - \frac{4}{3} \sqrt{\frac{p_e L}{\alpha}} \left(\exp^2 \left(-\frac{3}{2} (t - t_p) \sqrt{\frac{\alpha p_e}{L}} \right) + 1 \right)^{-1} + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{p_e L}{\alpha}} \quad (\text{A.4})$$

Lâmina acumulada no estágio de recessão ($t > t_s$) – Eq. (6.24):

$$R_r(t) = R(t_s) + \int_{t_s}^t q(t_s) \left(1 + \frac{3}{2} (t - t_s) \sqrt{\frac{\alpha q(t_s)}{L}} \right)^{-2} dt \quad (\text{A.5})$$

$$R_r(t) = p_e(t_s)(t_s - t_p) - \frac{2}{3} \sqrt{\frac{p_e(t_s)L}{\alpha}} \tanh \left(\frac{3}{2} (t_s - t_p) \sqrt{\frac{\alpha p_e(t_s)}{L}} \right) + \frac{2L}{3\alpha} \sqrt{\frac{\alpha q(t_s)}{L}} - \frac{4L}{\alpha \left[6 + 9 \sqrt{\frac{\alpha q(t_s)}{L}} (t - t_s) \right]} \sqrt{\frac{\alpha q(t_s)}{L}} \quad (\text{A.6})$$

$$R_r(t) = p_e(t_s)(t_s - t_p) - \frac{2}{3} \sqrt{\frac{p_e(t_s)L}{\alpha}} \tanh \left(\frac{3}{2} (t_s - t_p) \sqrt{\frac{\alpha p_e(t_s)}{L}} \right) + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{q(t_s)L}{\alpha}} - \frac{\frac{4}{9} \sqrt{\frac{q(t_s)L}{\alpha}}}{\frac{2}{3} + \sqrt{\frac{\alpha q(t_s)}{L}} (t - t_s)} \quad (\text{A.7})$$

Lâmina acumulada no estágio de recessão ($t > t_s$) segundo Tao *et al.* (2018):

$$R_r(t) = p_e(t - t_p) - \frac{4}{3} \sqrt{\frac{p_e L}{\alpha}} \left(\exp^2 \left(-\frac{3}{2} (t - t_p) \sqrt{\frac{\alpha p_e}{L}} \right) + 1 \right)^{-1} + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{p_e L}{\alpha}} + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{q(t_s) L}{\alpha}} - \frac{\frac{4}{9} \sqrt{\frac{q(t_s) L}{\alpha}}}{\frac{2}{3} + \sqrt{\frac{\alpha q(t_s)}{L}} (t - t_s)} \quad (\text{A.8})$$

Perda de solo no estágio de ascensão ($t \leq t_s$) – Eq. (6.38):

$$P(z, t) = \int_{t_p}^t X_1 + \frac{2}{3} X_2 \sqrt{\frac{p_e(t) z}{\alpha}} \tanh \left(\frac{3}{2} \sqrt{\frac{\alpha p_e(t)}{L}} (t - t_p) \right) dt \quad (\text{A.9})$$

$$P(z, t) = X_1(t - t_p) + \frac{4}{9} X_2 \sqrt{\frac{p_e(t) z}{\alpha}} \sqrt{\frac{L}{\alpha p_e(t)}} \ln \left\{ \cosh \left[\frac{3}{2} \sqrt{\frac{\alpha p_e(t)}{L}} (t - t_p) \right] \right\} \quad (\text{A.10})$$

$$P(z, t) = X_1(t - t_p) + \frac{4}{9} \frac{X_2}{\alpha} \sqrt{Lz} \ln \left\{ \cosh \left[\frac{3}{2} \sqrt{\frac{\alpha p_e(t)}{L}} (t - t_p) \right] \right\} \quad (\text{A.11})$$

$$P(t) = \left(\frac{c_r p^2}{\rho_d} - K_e \tau_c \right) (t - t_p) + \frac{40}{9} K_e \rho_w g \sqrt{J n L} \ln \left\{ \cosh \left[\frac{3}{2} \sqrt{\frac{\alpha p_e(t)}{L}} (t - t_p) \right] \right\} \quad (\text{A.12})$$

Perda de solo no estágio de ascensão ($t \leq t_s$) segundo Tao *et al.* (2018):

$$P(t) = \left(\frac{2}{3} \frac{K_e \rho_w g J}{\rho_d} \sqrt{\frac{p_e L}{\alpha}} + \frac{c_r p^2}{\rho_d} \right) (t - t_p) + \frac{4}{9} \frac{K_e \rho_w g J L}{\alpha \rho_d} \ln \left\{ \exp^2 \left[-\frac{3}{2} \sqrt{\frac{\alpha p_e}{L}} (t - t_p) \right] + 1 \right\} - \ln 2 \quad (\text{A.13})$$

Perda de solo no estágio de recessão ($t > t_s$) – Eq. (6.48):

$$P_r(t) = P(t_s) + \int_{t_s}^t \left[\frac{20}{3} K_e \rho_w g J L^{1/2} \sqrt{\frac{q(t_s)}{\alpha}} \left(1 + \frac{3}{2} (t - t_s) \sqrt{\frac{\alpha q(t_s)}{L}} \right)^{-1} - X_4 \right] dt \quad (\text{A.14})$$

$$X_5 = \frac{20}{3} K_e \rho_w g J L^{1/2} \sqrt{\frac{q(t_s)}{\alpha}} \quad (\text{A.15})$$

$$P_r(t) = P(t_s) + \int_{t_s}^t \left[X_5 \left(1 + \frac{3}{2} (t - t_s) \sqrt{\frac{\alpha q(t_s)}{L}} \right)^{-1} - X_4 \right] dt \quad (\text{A.16})$$

$$P_r(t) = P(t_s) + X_5 \frac{2}{3} \sqrt{\frac{L}{\alpha q(t_s)}} \ln \left[1 + \frac{3}{2} \sqrt{\frac{\alpha q(t_s)}{L}} (t - t_s) \right] - X_4 (t - t_s) \quad (\text{A.17})$$

$$P_r(t) = \left(\frac{c_r p^2}{\rho_d} - K_e \tau_c \right) (t_s - t_p) + \frac{40}{9} K_e \rho_w g \sqrt{JnL} \ln \left\{ \cosh \left[\frac{3}{2} \sqrt{\frac{\alpha p_e(t_s)}{L}} (t_s - t_p) \right] \right\} \\ + \frac{40}{9} K_e \rho_w g \sqrt{JnL} \ln \left[1 + \frac{3}{2} \sqrt{\frac{\alpha q(t_s)}{L}} (t - t_s) \right] - K_e \tau_c (t - t_s) \quad (\text{A.18})$$

$$P_r(t) = \left(\frac{c_r p^2}{\rho_d} \right) (t_s - t_p) + \frac{40}{9} K_e \rho_w g \sqrt{JnL} \left\{ \ln \left\{ \cosh \left[\frac{3}{2} \sqrt{\frac{\alpha p_e(t_s)}{L}} (t_s - t_p) \right] \right\} \right. \\ \left. + \ln \left[1 + \frac{3}{2} \sqrt{\frac{\alpha q(t_s)}{L}} (t - t_s) \right] \right\} - K_e \tau_c (t - t_p) \quad (\text{A.19})$$

Perda de solo no estágio de recessão ($t > t_s$) segundo Tao *et al.* (2018):

$$P(t) = \left(\frac{2}{3} \frac{K_e \rho_w g J}{\rho_d} \sqrt{\frac{p_e L}{\alpha}} + \frac{c_r p^2}{\rho_d} \right) (t_s - t_p) \\ + \frac{4}{9} \frac{K_e \rho_w g J L}{\alpha \rho_d} \ln \left\{ \exp^2 \left[-\frac{3}{2} \sqrt{\frac{\alpha p_e}{L}} (t_s - t_p) + 1 \right] - \ln 2 \right\} \\ + \frac{1}{18} \frac{K_e \rho_w g J L}{\alpha \rho_d} \left\{ 1 - \left[1 + \frac{3}{2} \sqrt{\frac{\alpha q(t_s)}{L}} (t - t_s) \right]^{-2} \right\} \quad (\text{A.20})$$

APÊNDICE B: VALIDAÇÃO DO MODELO FÍSICO-MATEMÁTICO A PARTIR DA CURVA DE RETENÇÃO DE ÁGUA NO SOLO OBTIDA POR MOLHAGEM

Na sequência, a validação do modelo físico-matemático é realizada empregando os dados da SWRC obtida pelo processo de molhagem. A calibração do modelo constitutivo da SWRC para estes dados alcançou os parâmetros apresentados na Tabela B.1.

Tabela B.1. Parâmetros calibrados no modelo da SWRC de Costa e Cavalcante a partir dos dados obtidos pelo processo de molhagem.

θ_s	θ_r	δ_1	δ_2	λ
40,41%	1,94%	0,0194365 cm ⁻¹	0,0000068 cm ⁻¹	0,435195

Comparando com a Tabela 7.1, nota-se que o teor de umidade volumétrica saturado diminuiu 4,74% e o teor de umidade volumétrica residual subiu 0,66%. O efeito dos macroporos sobre o modelo da SWRC foi minorado, conforme a redução do fator de ponderação λ . Na Figura B.1, é exibido o modelo da SWRC das amostras de solo da UHE Itumbiara empregando os parâmetros apresentados na Tabela B.1.

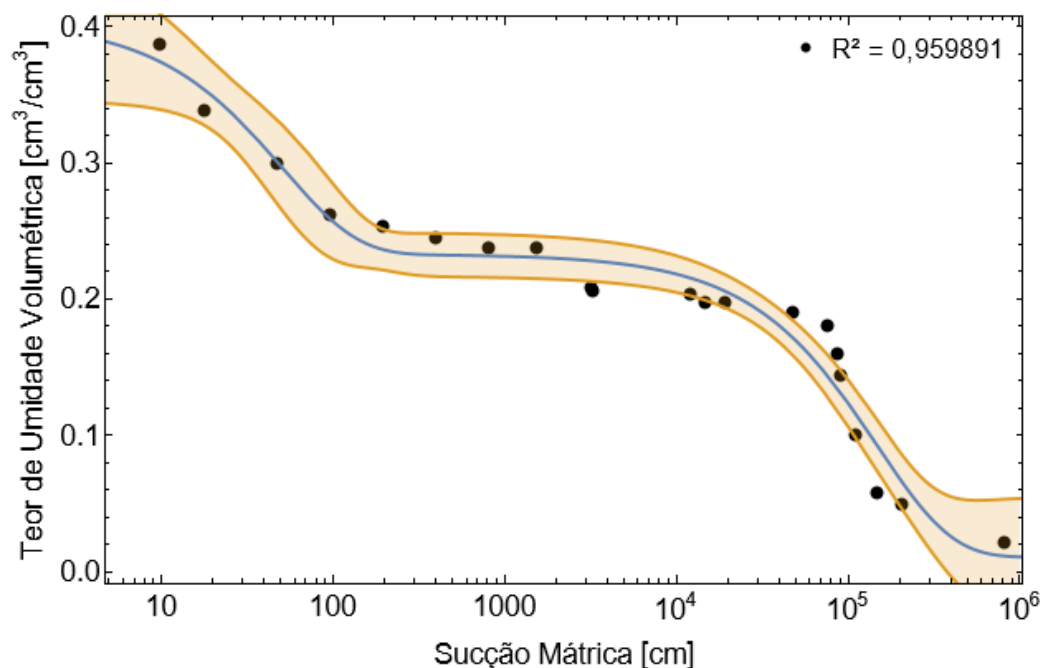


Figura B.1. Modelo da SWRC de molhagem para um intervalo de confiança de 95%.

A equação da SWRC de molhagem também apresentou um elevado coeficiente de determinação, o que indica uma boa aderência do modelo constitutivo aos dados experimentais. Nota-se também que 17 dos 21 pontos experimentais se encontram dentro das bandas que indicam 95% de confiança.

Para facilitar a comparação entre os resultados da validação do modelo físico-matemático a partir dos dados de secagem e de molhagem, é apresentado um quadro resumo (Tabela B.2) dos coeficientes de determinação das equações da descarga por unidade de área (q), da lâmina acumulada (R), da taxa de carreamento de sedimentos (S) e da perda de solo (P).

Tabela B.2.a. Comparativo da adequabilidade das equações aos dados obtidos pelos processos de secagem e de molhagem.

	Ensaio U05A		Ensaio U05B		Ensaio S05	
	Secagem	Molhagem	Secagem	Molhagem	Secagem	Molhagem
q	0,2284	-0,8290	0,7099	-0,2224	0,7673	-0,0326
R	0,5494	0,2716	0,7381	0,5552	0,5250	-0,3626
S	0,2034	0,2311	0,4484	0,4385	0,7329	-0,1669
P	0,9258	0,9288	0,9639	0,9847	0,6977	0,2515

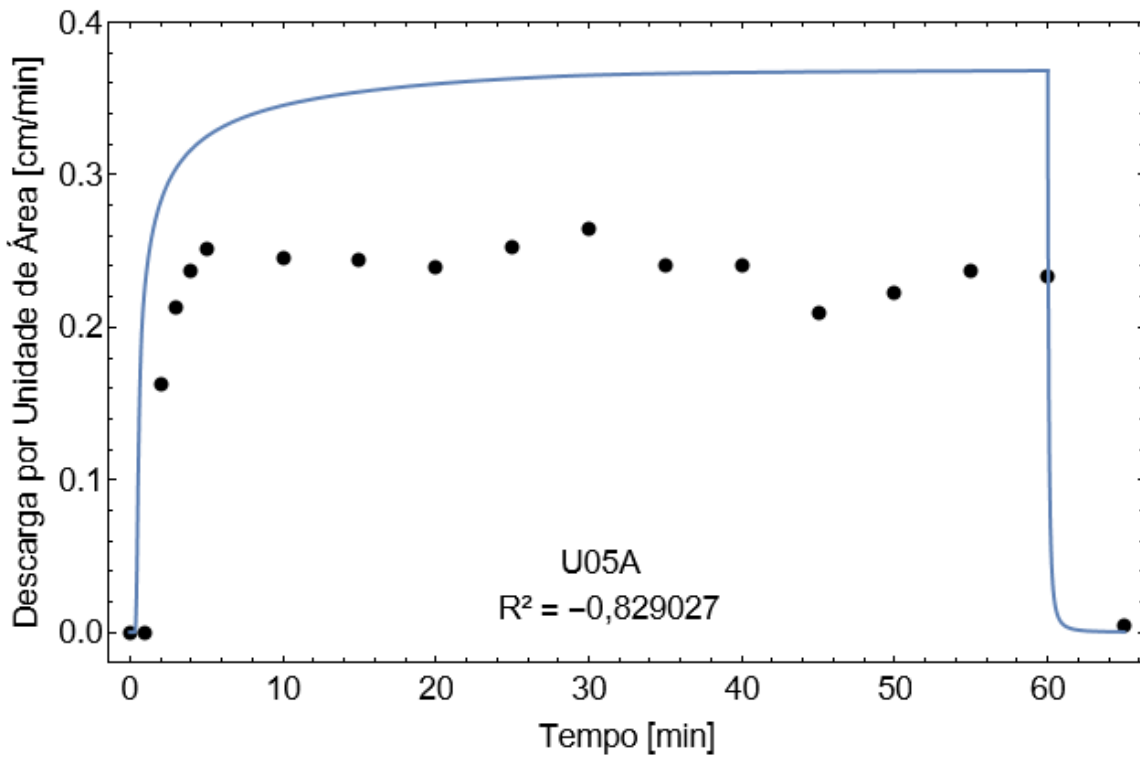
Tabela B.2.b. Comparativo da adequabilidade das equações aos dados obtidos pelos processos de secagem e de molhagem.

	Ensaio U15A		Ensaio U15B		Ensaio S15	
	Secagem	Molhagem	Secagem	Molhagem	Secagem	Molhagem
q	0,9605	0,6263	0,8221	0,2037	0,8964	0,5304
R	0,9849	0,9412	0,9472	0,8943	0,9734	0,7132
S	0,1727	0,2564	0,1012	0,1256	0,8578	0,3203
P	0,9586	0,9784	0,9429	0,9568	0,9723	0,8171

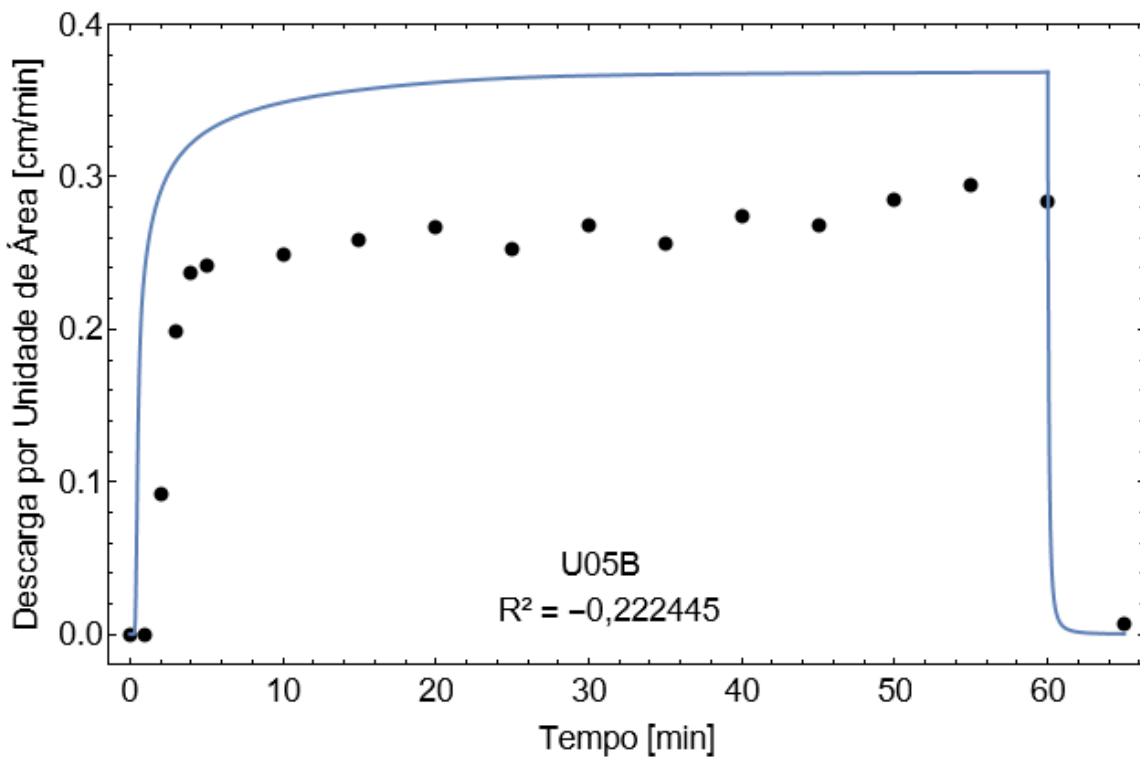
A validação do modelo físico-matemático a partir dos dados de molhagem apresentou R^2 mais elevados em sete* dos 24 casos analisados, todos referentes aos ensaios úmidos, sendo três casos de taxa de carreamento de sedimentos e quatro casos de perda de solo. Pode-se pensar que os dados de molhagem se aplicam melhor ao transporte de sedimentos em ensaios úmidos, porém é importante ressaltar que, em geral, as diferenças percentuais foram maiores nos casos que a validação a partir dos dados de secagem apresentou R^2 superiores e que houve cinco casos de R^2 negativos para os dados de molhagem, sendo três casos apenas no ensaio S05, o que indica afastamento do modelo em relação ao comportamento esperado. Como a soma dos quadrados dos resíduos é maior que a soma total dos quadrados nesta condição, o modelo fica superestimado em excesso quando comparado aos dados experimentais.

Nas Figuras B.2 a B.5, o modelo físico-matemático ajustado a partir dos dados de secagem e os dados experimentais são plotados em termos da descarga por unidade de área, da lâmina acumulada, da taxa de carreamento de sedimentos e da perda de solo.

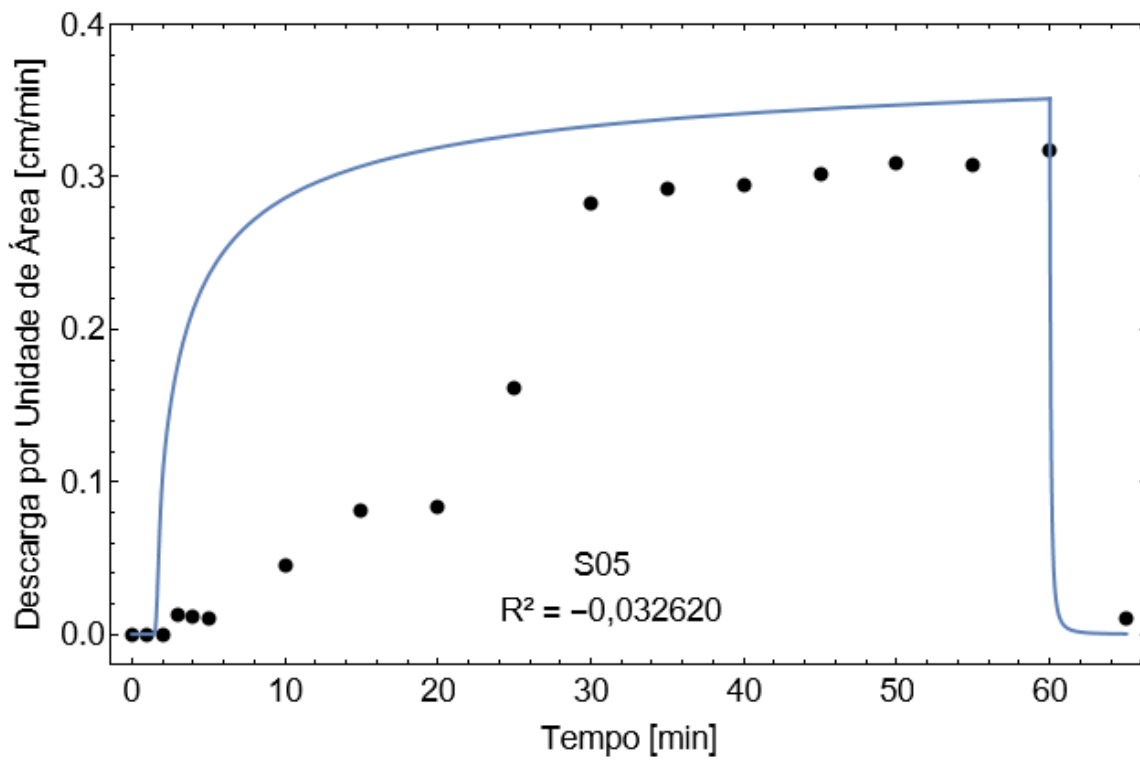
*Destacados em negrito na Tabela B.2.



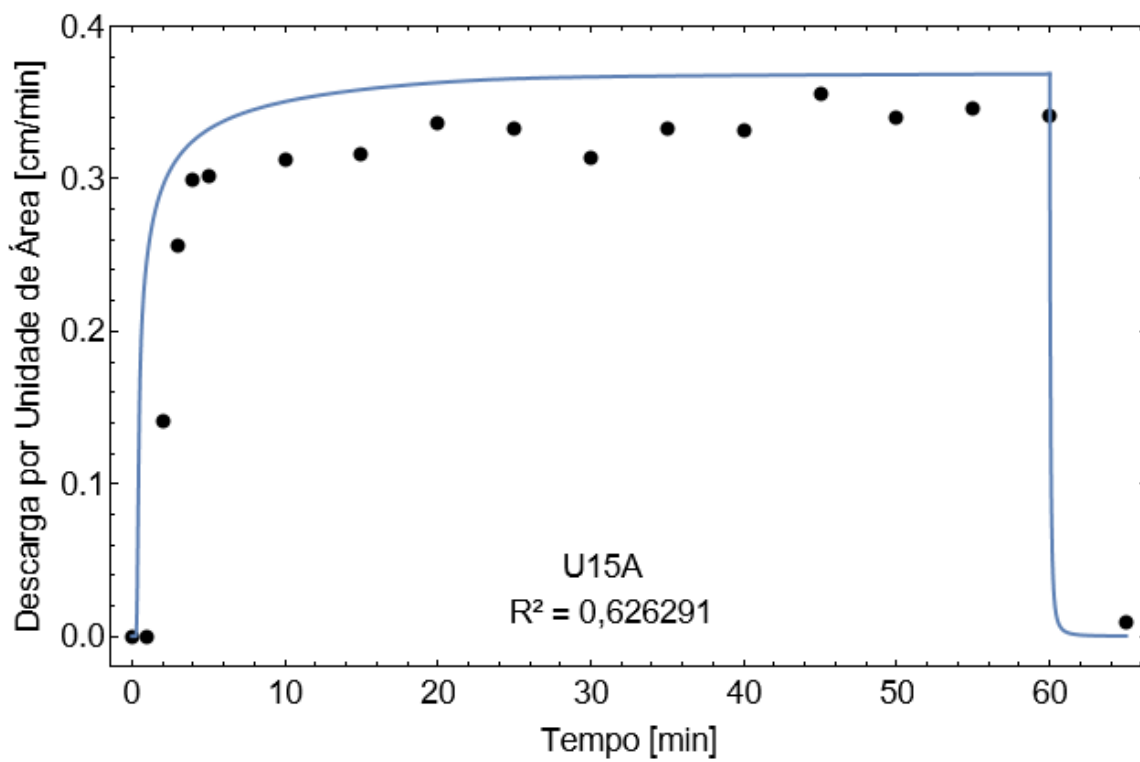
(a)



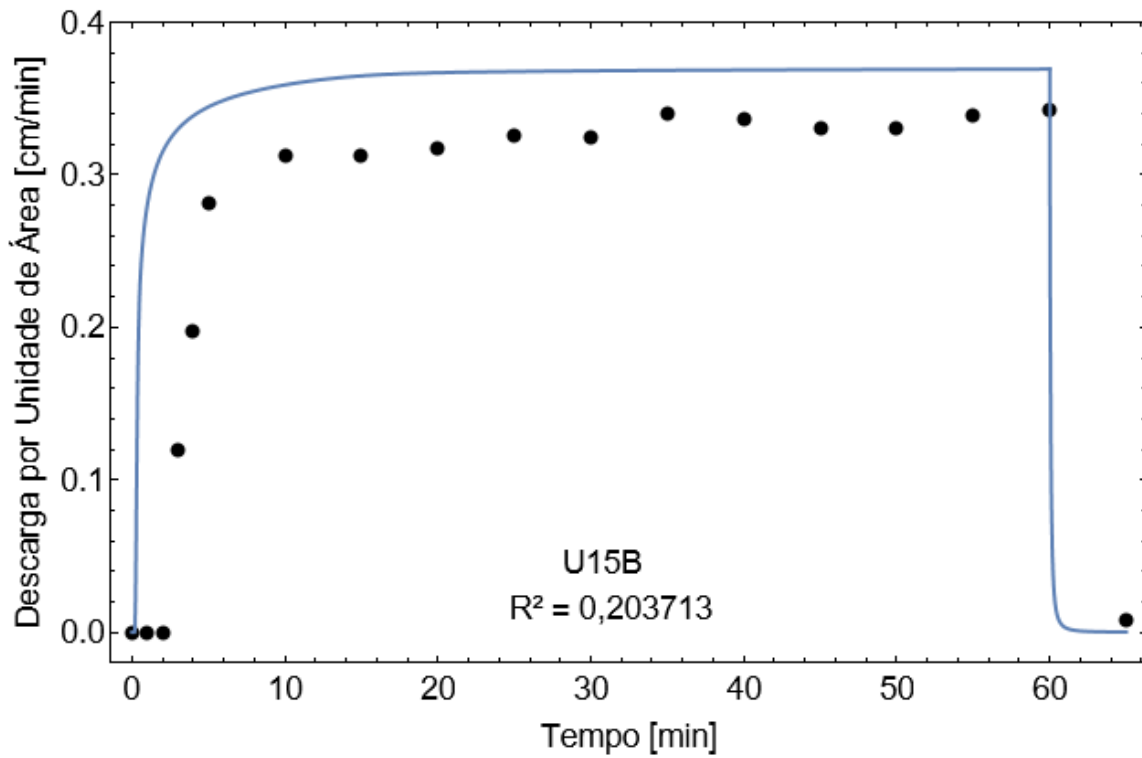
(b)



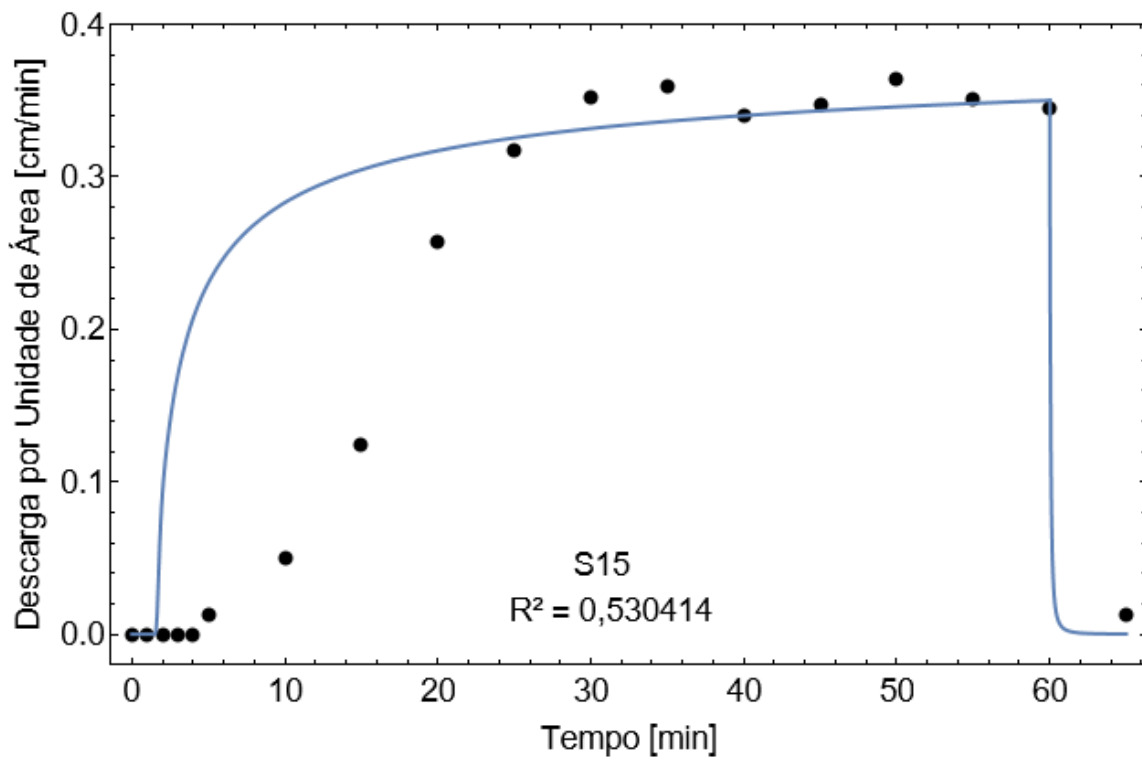
(c)



(d)

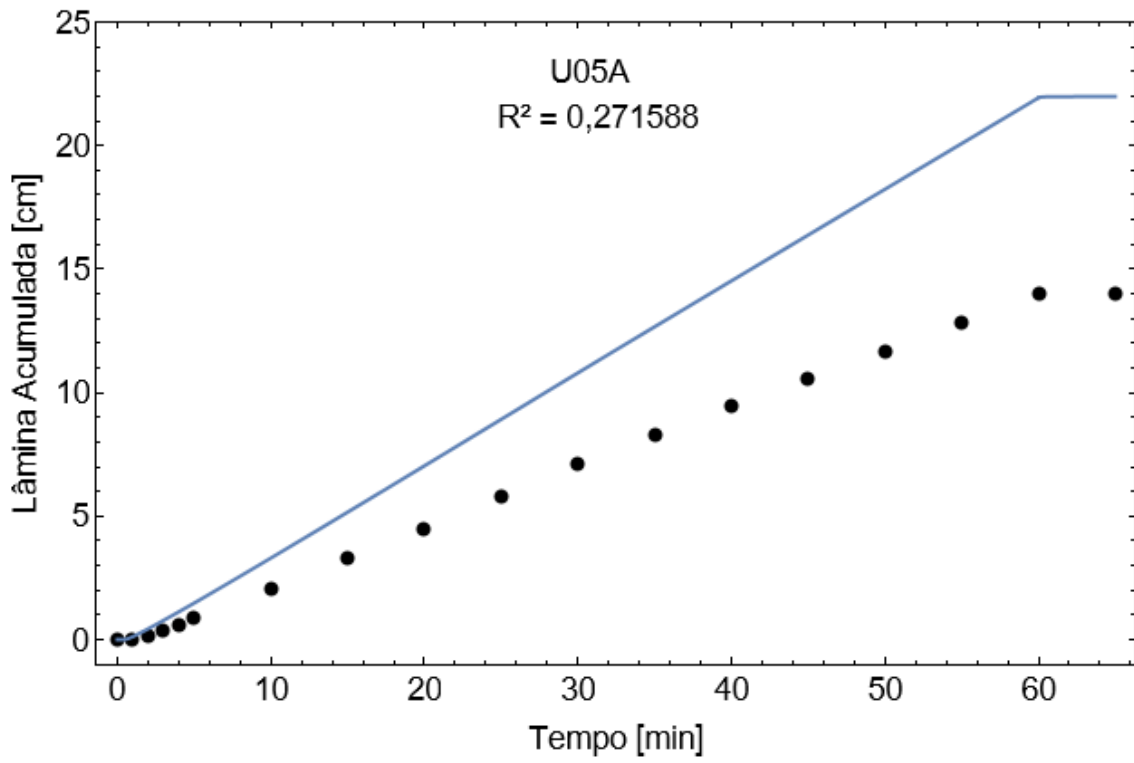


(e)

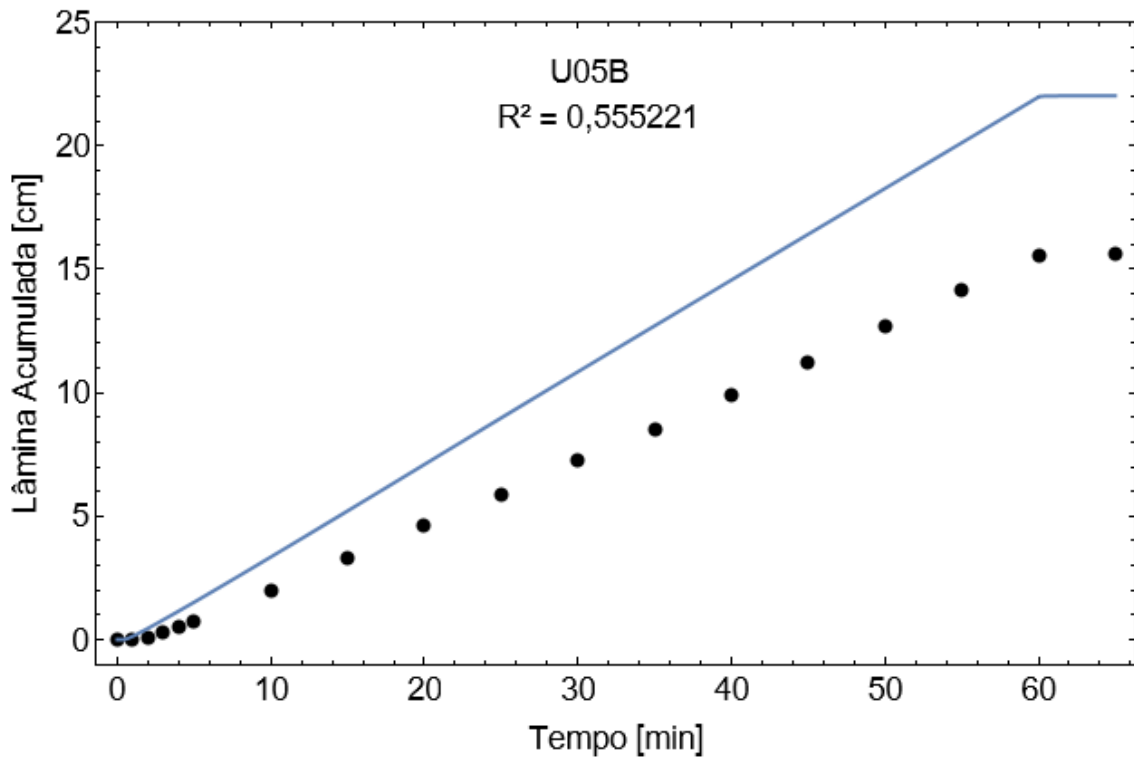


(f)

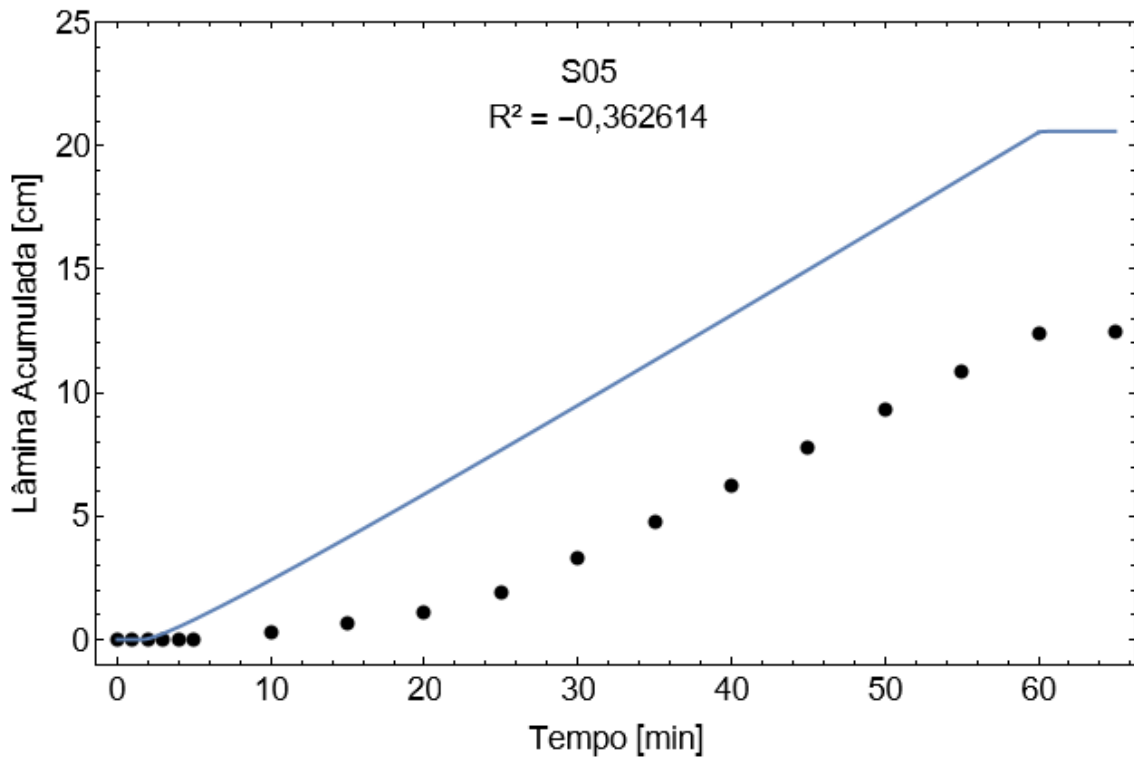
Figura B.2. Descarga por unidade de área nos ensaios: (a) U05A; (b) U05B; (c) S05; (d) U15A; (e) U15B; e (f) S15.



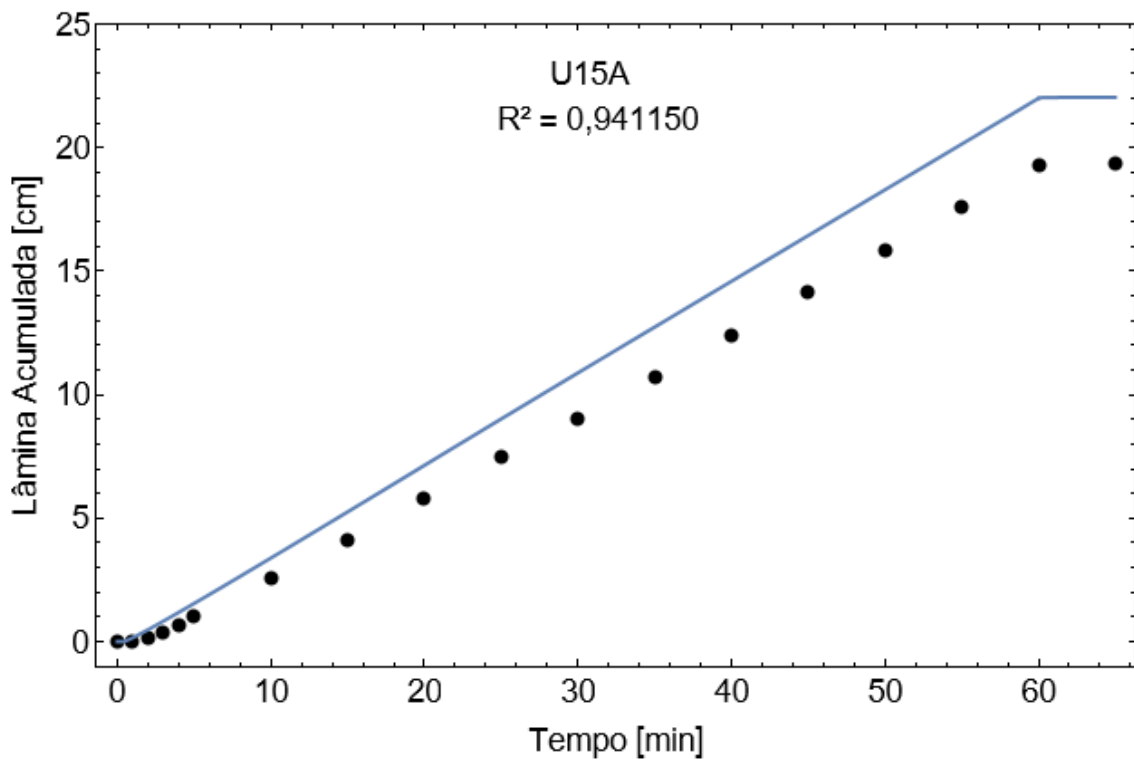
(a)



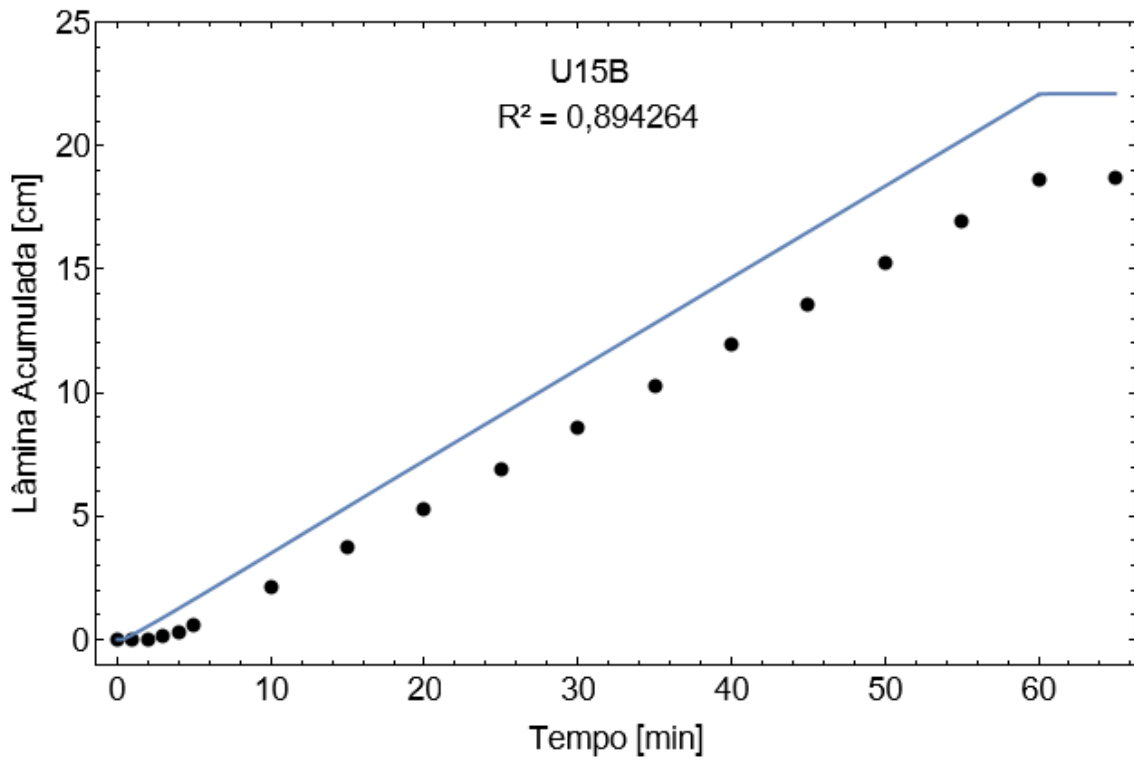
(b)



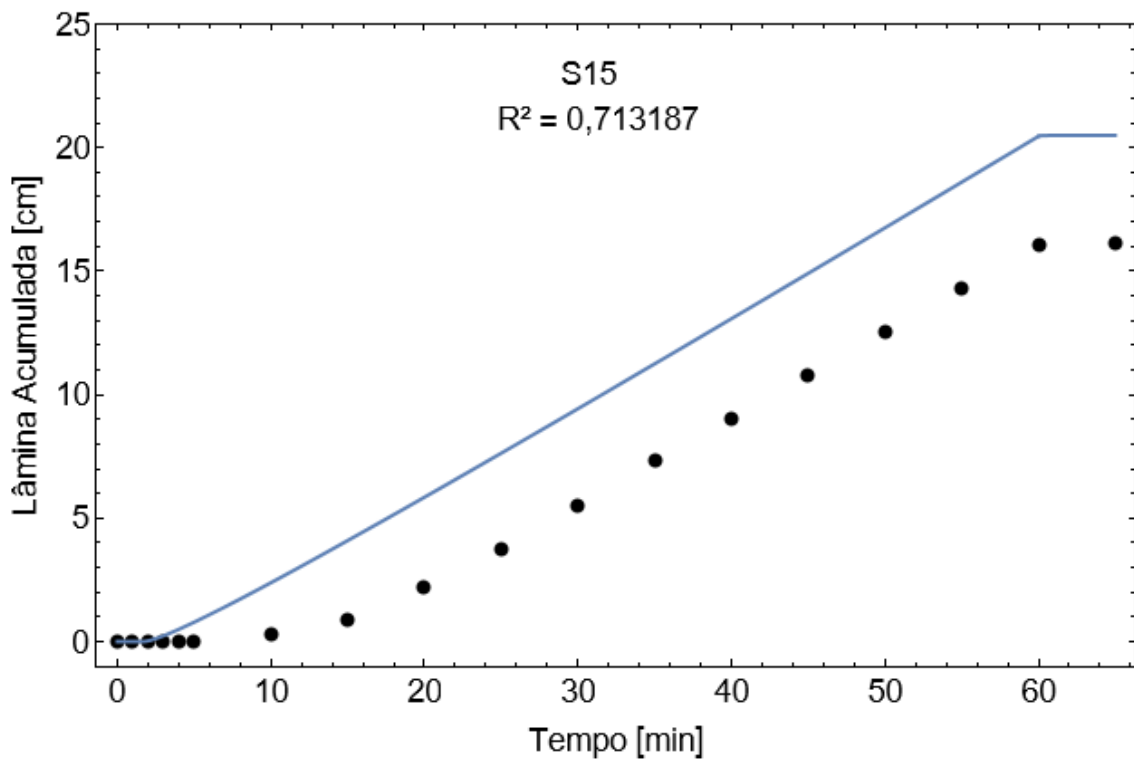
(c)



(d)

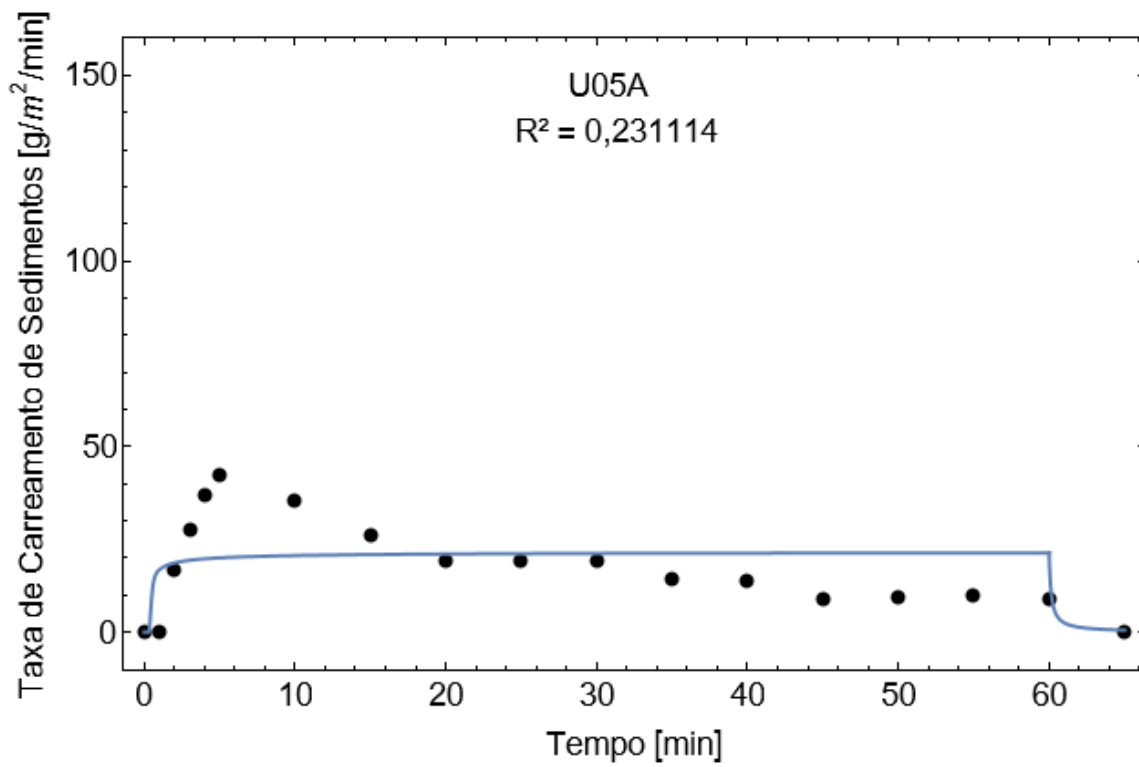


(e)

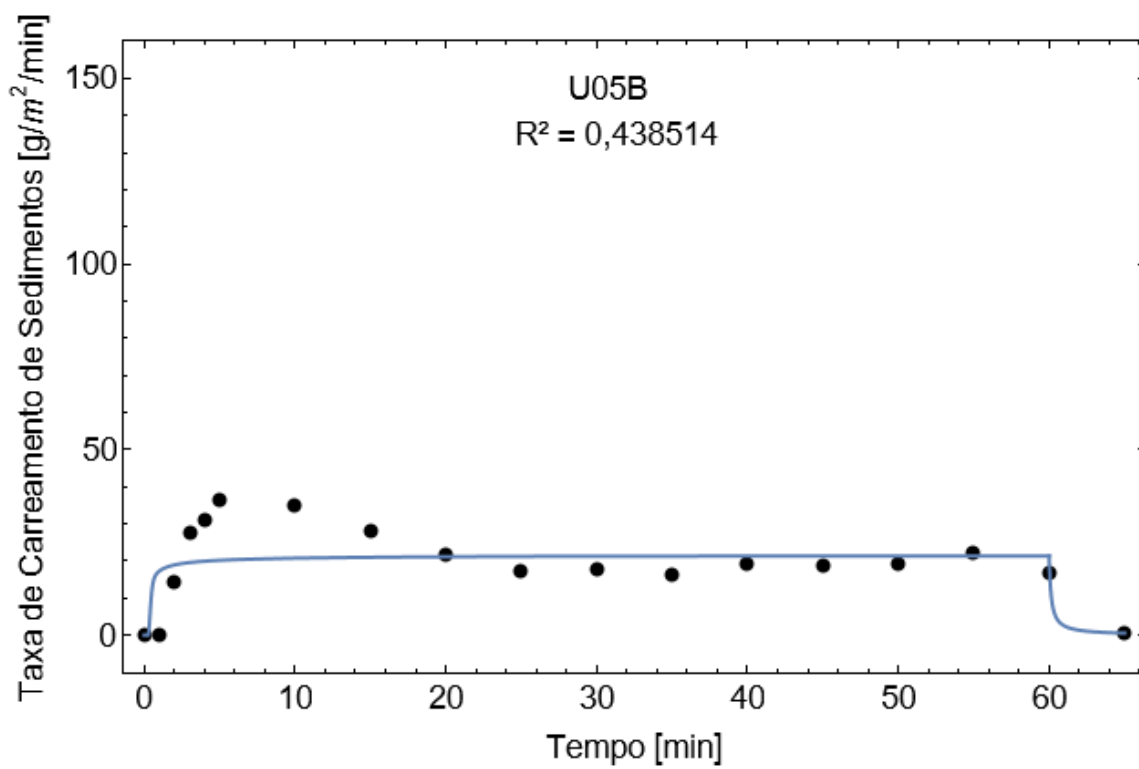


(f)

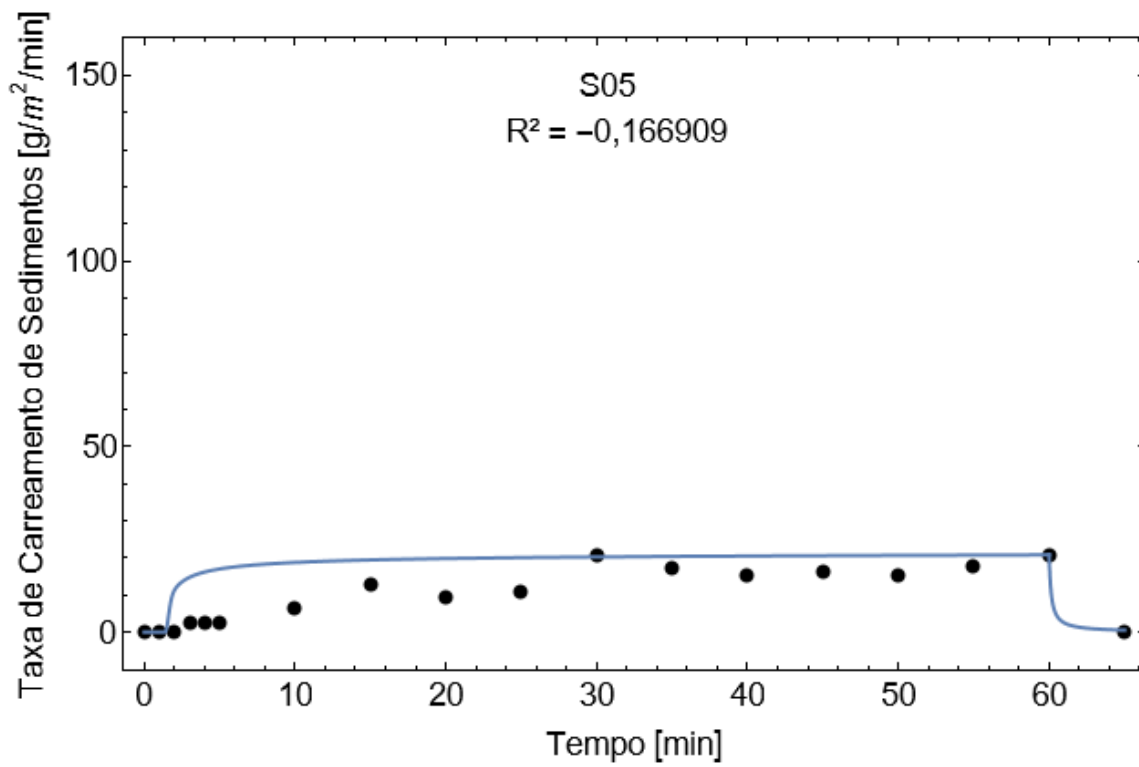
Figura B.3. Lâmina acumulada nos ensaios: (a) U05A; (b) U05B; (c) S05; (d) U15A; (e) U15B; e (f) S15.



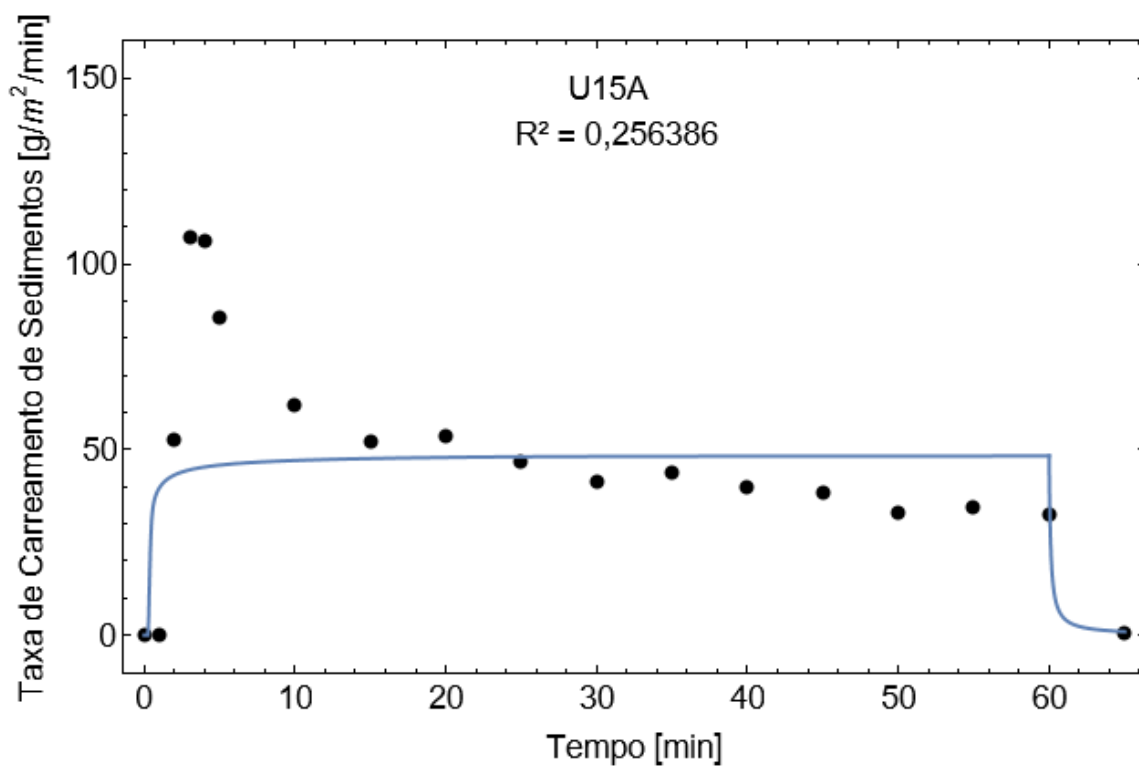
(a)



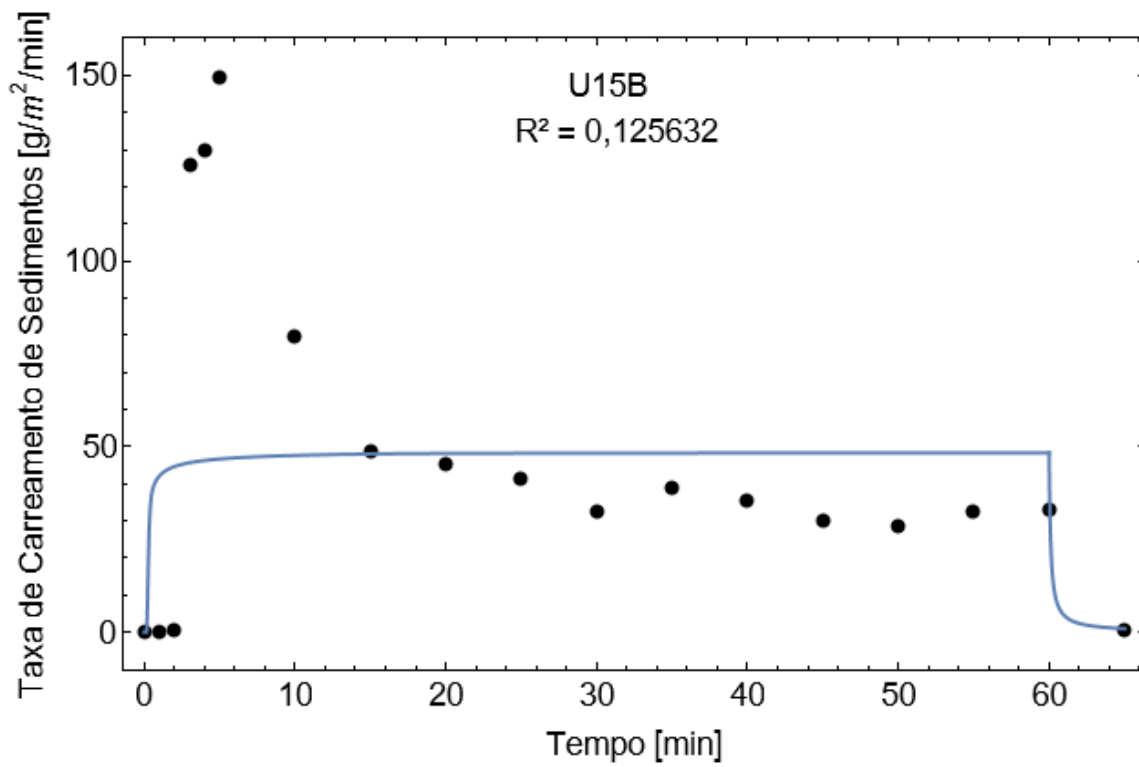
(b)



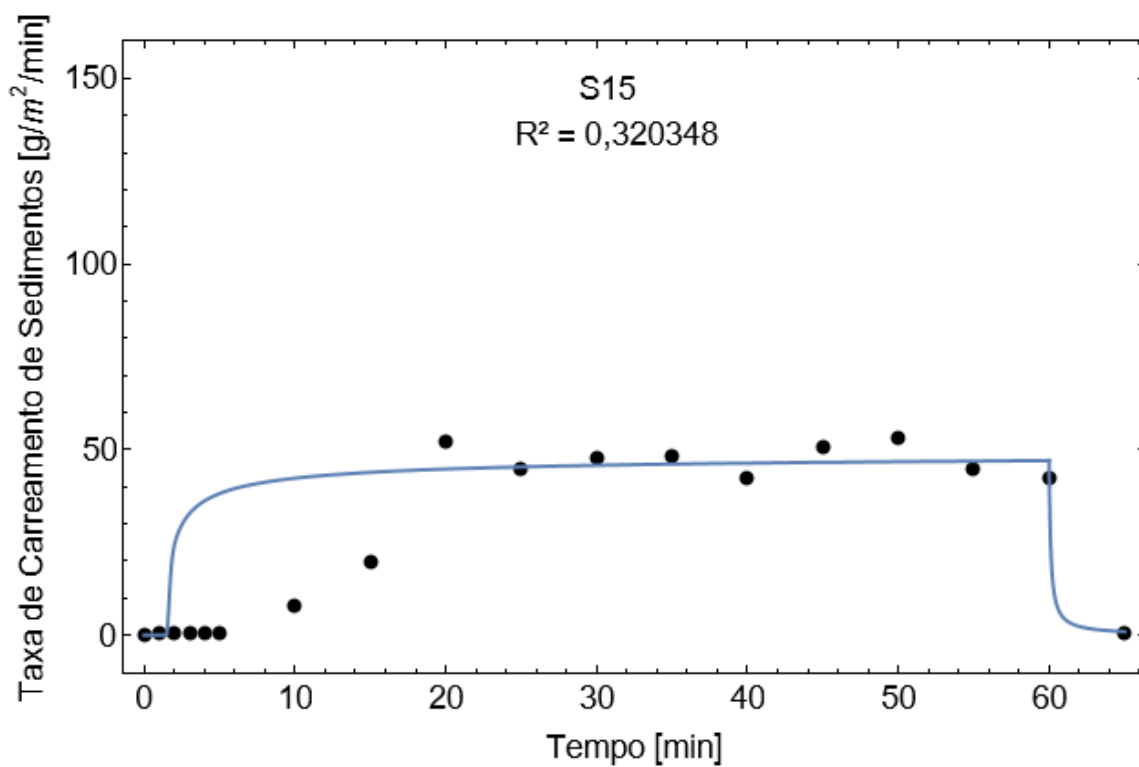
(c)



(d)

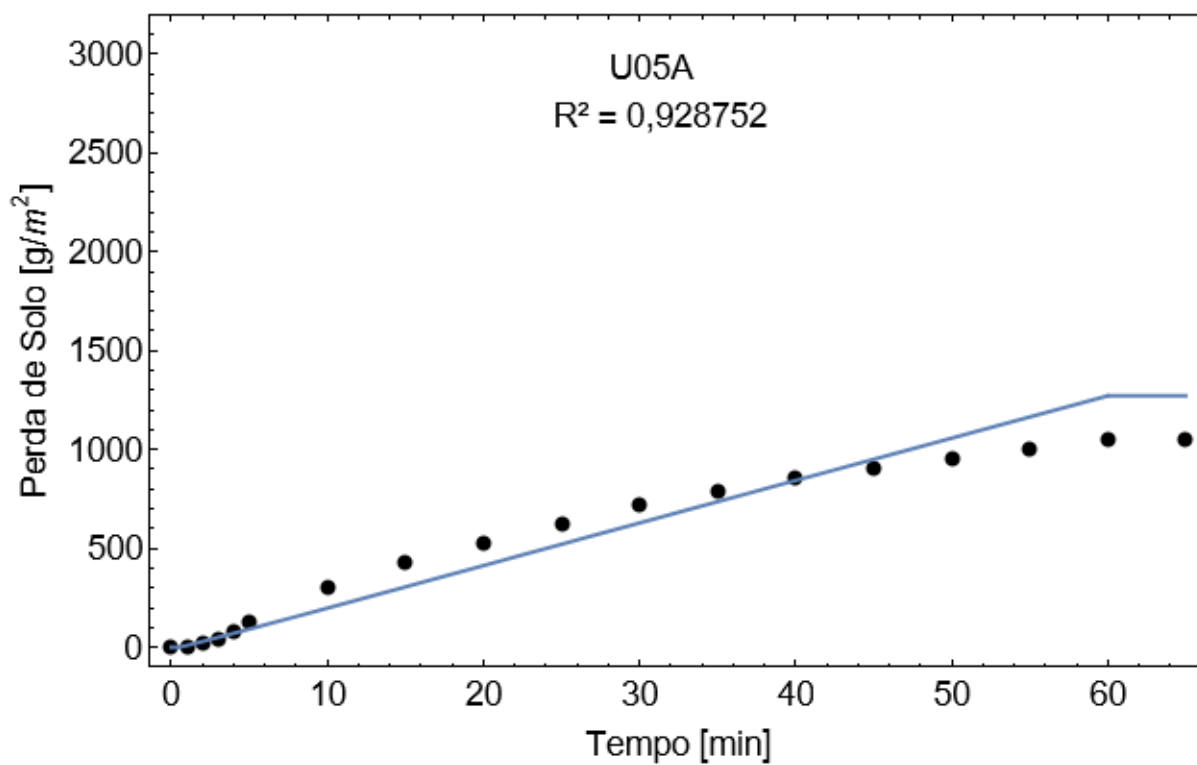


(e)

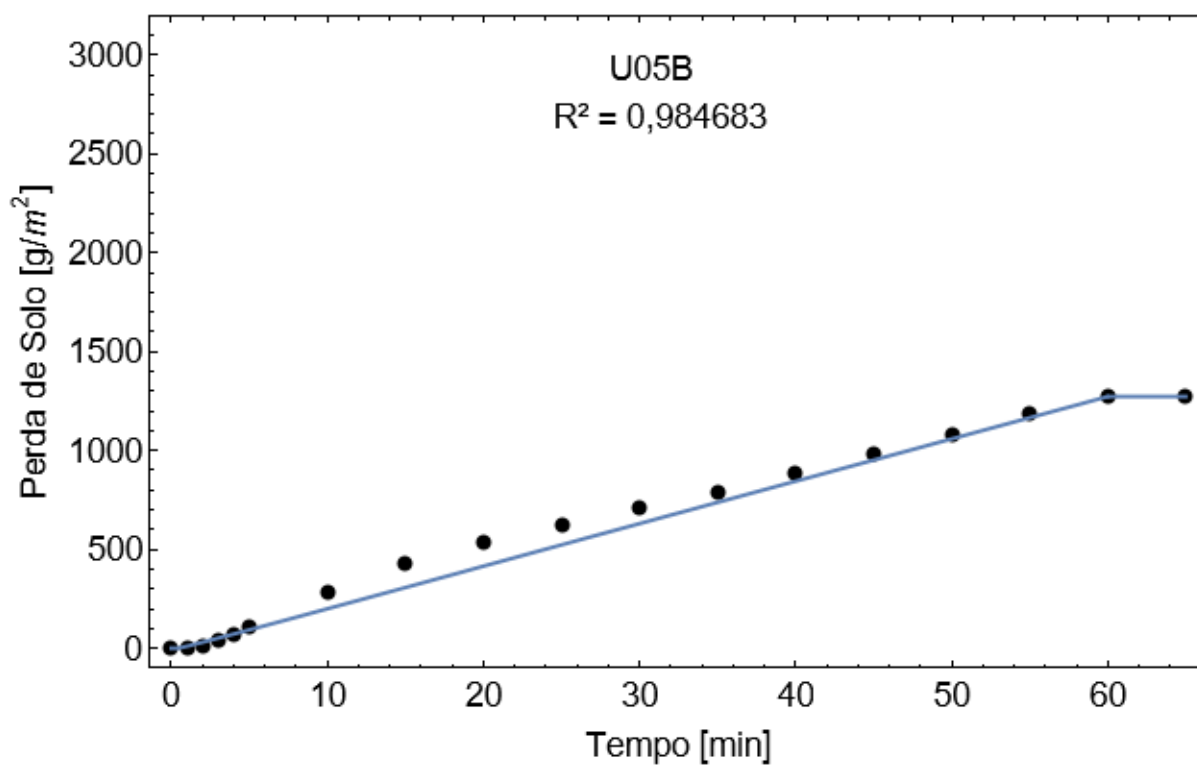


(f)

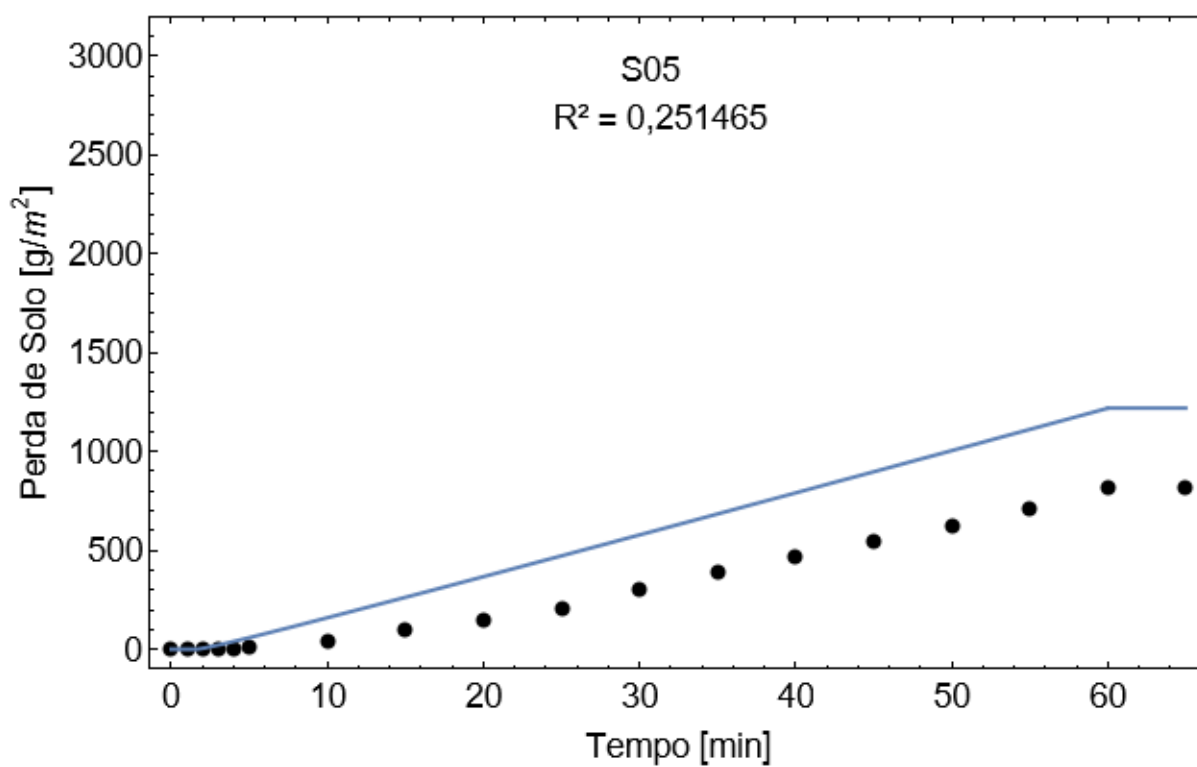
Figura B.4. Taxa de carreamento de sedimentos nos ensaios: (a) U05A; (b) U05B; (c) S05; (d) U15A; (e) U15B; e (f) S15.



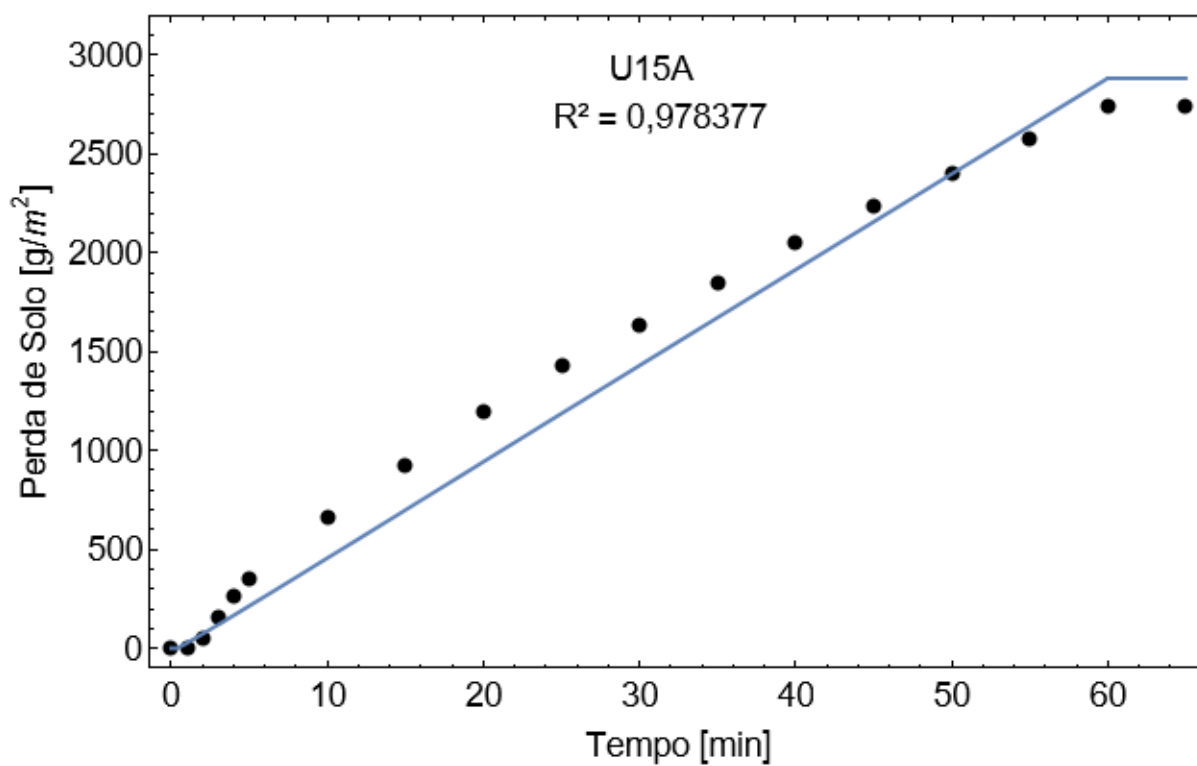
(a)



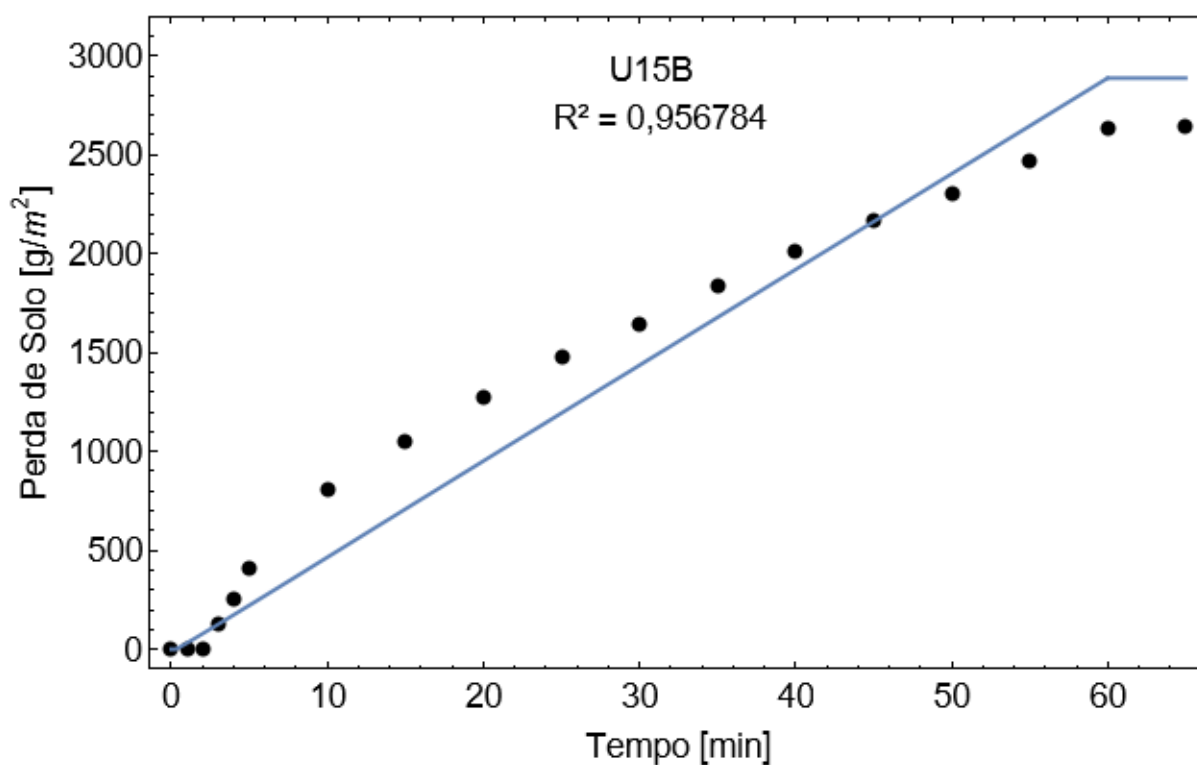
(b)



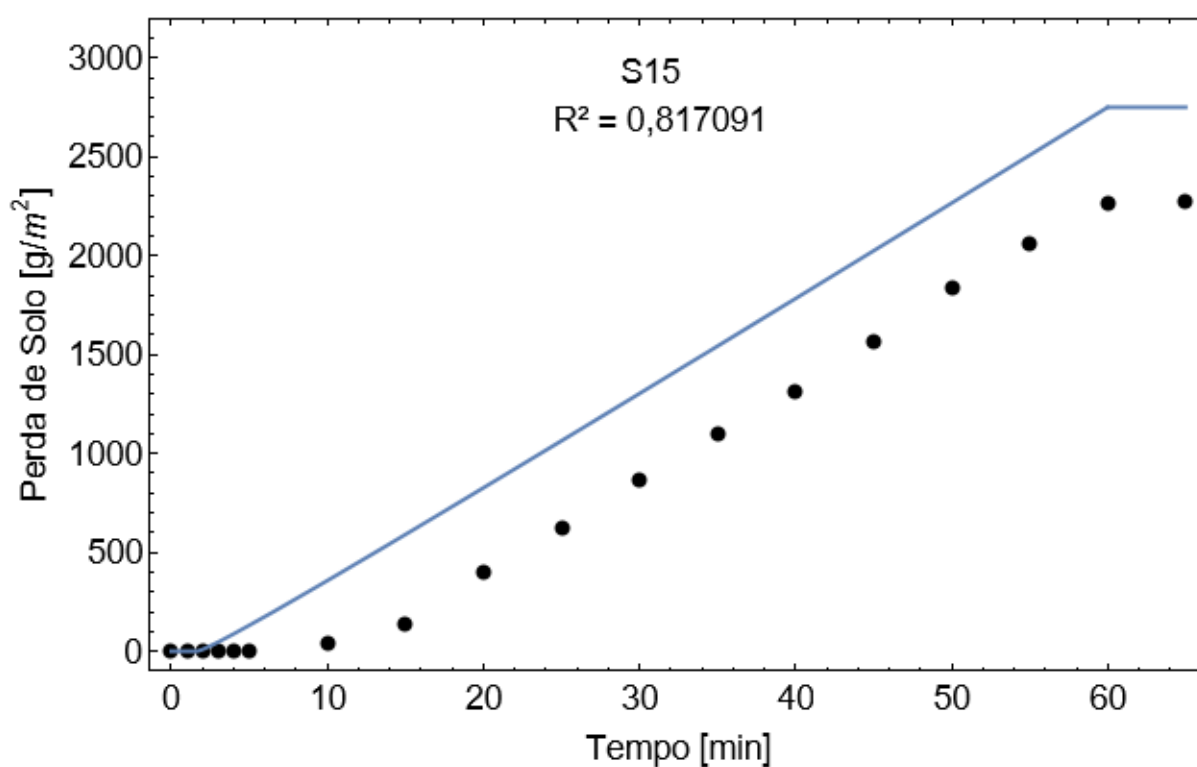
(c)



(d)



(e)



(f)

Figura B.5. Perda de solo nos ensaios: (a) U05A; (b) U05B; (c) S05; (d) U15A; (e) U15B; e (f) S15.