



DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**FILTRO ADAPTATIVO LIVRE DE MODELO  
PARA CONTROLE EM MALHA FECHADA**

**Lucas Moura Gomes**

**Brasília, Abril de 2022**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**



UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
Faculdade de Tecnologia

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**FILTRO ADAPTATIVO LIVRE DE MODELO  
PARA CONTROLE EM MALHA FECHADA**

**Lucas Moura Gomes**

*Dissertação de Mestrado submetida ao Departamento de Engenharia  
Mecânica como requisito parcial para obtenção  
do grau de Mestre em Sistemas Mecatrônicos*

**Banca Examinadora**

Prof. Dr. Eugênio Libório Feitosa Fortaleza  
*Orientador*

\_\_\_\_\_

Prof. Dr. Carlos Humberto Llanos Quintero  
*Examinador interno*

\_\_\_\_\_

Prof. Dr. Marcelo Lopes de Lima  
*Examinador externo*

\_\_\_\_\_

## FICHA CATALOGRÁFICA

MOURA GOMES, LUCAS

FILTRO ADAPTATIVO LIVRE DE MODELOPARA CONTROLE EM MALHA FECHADA [Distrito Federal] 2022.

xvi, 56 p., 210 x 297 mm (ENM/FT/UnB, Mestre, Engenharia Mecânica, 2022).

Dissertação de Mestrado - Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Mecânica

1. Filtro Adaptativo

2. Malha Fechada

3. PID

4. Indústria

I. ENM/FT/UnB

II. Sistemas Mecatrônicos

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

MOURA GOMES, L. (2022). *FILTRO ADAPTATIVO LIVRE DE MODELOPARA CONTROLE EM MALHA FECHADA*. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 56 p.

## CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Lucas Moura Gomes

TÍTULO: FILTRO ADAPTATIVO LIVRE DE MODELOPARA CONTROLE EM MALHA FECHADA.

GRAU: Mestre em Sistemas Mecatrônicos ANO: 2022

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta Dissertação de Mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. Os autores reservam outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa Dissertação de Mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito dos autores.

---

Lucas Moura Gomes

Depto. de Engenharia Mecânica (ENM) - FT

Universidade de Brasília (UnB)

Campus Darcy Ribeiro

CEP 70919-970 - Brasília - DF - Brasil

## Agradecimentos

*Ao Prof. Eugênio por aquela pergunta "Que tal você fazer o Mestrado?" que moldou meus últimos 2 anos, por acreditar no meu trabalho, pela compreensão e pelo que aprendi neste projeto.*

*Ao meu padrasto, o Prof. Fernando, por toda a paciência em me ajudar a revisar este trabalho, pela referência de humildade e boa fé em estar lá pelo próximo.*

*À minha mãe, por me dar a vida, por me ensinar a ser quem sou, pelo apoio e por desde pequeno me dar a oportunidade de aprender para me tornar um homem melhor.*

*Ao meu pai, pela referência de resiliência e força para continuar a lutar sob qualquer obstáculo com determinação para vencer.*

*À minha Lornita, marcada desde o primeiro dia, pelo amor compartilhado de todos os dias, por toda a felicidade em ser compreendido e aceito, pelo incentivo a ser mais honesto comigo e com os outros, por sempre fazer questão e por garantir que eu como maravilhosamente bem todos os dias.*

*À minha tia Ondina, por todo o apoio que sempre me deu independente da distância e independente do tempo e por revelar o valor da simplicidade.*

*Aos meus irmãos pelos conselhos diante das decisões, pelos momentos de confraternização e descanso e por serem meus parceiros de eterna confiança.*

*Aos meus gatos e cachorros, que me ensinam o que é ser responsável de verdade com a vida e com o meio ambiente.*

*À minha equipe e amigos que fiz durante este curso, pela motivação para concluir este trabalho com sucesso e alcançar resultados excelentes.*

*À Universidade de Brasília, que me provém mais esta etapa de formação profissional, por desenvolver a minha educação como cidadão e mostrar o valor do espaço público.*

*A todos os meus amigos e família, que são minha verdadeira alegria de viver esta aventura pela Terra, por me ensinarem a importância de compartilhar os bons momentos e memórias com aqueles que amamos.*

*Meus mais sinceros agradecimentos a todos vocês!*

*Lucas Moura Gomes*

---

## RESUMO

Este trabalho apresenta um filtro adaptativo de base estatística livre de modelo para controle em malha fechada. Seu principal objetivo é reduzir o desgaste de atuadores em sistemas industriais através da filtragem do ruído de medição enquanto mantém-se um desempenho do processo similar ao projetado. Sua configuração requer apenas um parâmetro que é o desvio padrão do ruído de medição, visto que seu princípio de funcionamento se dá em verificar variações na saída da planta e identificar se as mudanças foram majoritariamente causadas pela dinâmica do processo ou pelo ruído de medição. A fim de validar a eficácia do filtro, simulações numéricas, testes experimentais e aplicação a um caso real da indústria foram realizados, cujos resultados foram analisados e comparados com outros tipos de filtros, mostrando serem satisfatório para sua implementação na indústria. Além disso, a sua fácil implementação e escalabilidade industrial se mostram promissores para aumentar o tempo de vida de atuadores e reduzir os gastos de manutenção.

**Palavras-chave:** Filtro adaptativo, Controlador PID, Aplicação Industrial, Controle de Processos

---

## ABSTRACT

This work presents a model-free adaptive filter of statistical basis for closed loop control. Its main goal is to reduce actuator wear in industrial control systems through filtering of measurement noise while the original performance is maintained. Its configuration needs only a single parameter which is the standard deviation of measurement noise, since its working principle lies in identifying whether changes in the process output were majoritarily due to process dynamics or to measurement noise. To validate its efficiency, numerical, experimental and real industry tests were performed in comparison with other filters, showing positive results for its practical application in the industry. In addition, its easy implementation and industrial scalability are promising for increasing the life of actuators and reducing maintenance costs.

**Keywords:** Adaptive Filter, PID Controller, Industrial Application, Process Control

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
1.1	Contextualização . . . . .	1
1.2	Definição do Problema . . . . .	2
1.3	Objetivo Geral . . . . .	2
1.4	Objetivos Específicos . . . . .	2
1.5	Resultados Alcançados . . . . .	3
1.6	Apresentação do Trabalho . . . . .	3
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b>	<b>4</b>
2.1	Variáveis Aleatórias . . . . .	4
2.2	Filtro Passa-baixa . . . . .	6
2.3	Filtro de Kalman . . . . .	7
2.4	Controle PID . . . . .	9
<b>3</b>	<b>DESENVOLVIMENTO DO FILTRO ADAPTATIVO</b>	<b>13</b>
3.1	Filtro Estatístico Livre de Modelo . . . . .	13
3.1.1	Princípio de Funcionamento . . . . .	13
3.1.2	Premissas para o Uso do Filtro . . . . .	16
3.2	Condições de Teste do Filtro . . . . .	18
3.2.1	Índices de Desempenho . . . . .	19
3.2.2	Casos de Comparação . . . . .	19
3.3	Simulações Numéricas . . . . .	21
3.3.1	Sistema de Quarta Ordem . . . . .	22
3.3.2	Sistema com Atraso Temporal . . . . .	23
<b>4</b>	<b>EXPERIMENTOS E APLICAÇÃO EM CASOS REAIS</b>	<b>27</b>
4.1	Instrumentação . . . . .	27
4.1.1	Planta Piloto de 4 tanques . . . . .	27
4.1.2	Planta Industrial de Destilação de Óleo . . . . .	30
4.2	Software de Implementação . . . . .	30
4.3	Sistema de Dois Tanques em Cascata . . . . .	32
4.4	Torre de Destilação de Refinaria de Petróleo . . . . .	37



<b>5</b>	<b>CONCLUSÃO</b>	<b>41</b>
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>42</b>
<b>6</b>	<b>APÊNDICE A</b>	<b>45</b>
<b>7</b>	<b>APÊNDICE B</b>	<b>46</b>
<b>8</b>	<b>APÊNDICE C</b>	<b>47</b>
8.1	Sinais e Sistemas Dinâmicos . . . . .	47
8.2	Sistema de Dois Tanques em Cascata . . . . .	49
8.2.1	Modelagem de Nível de Um Tanque . . . . .	50
8.2.2	Modelagem de Nível de Dois Tanques . . . . .	51
<b>9</b>	<b>APÊNDICE D</b>	<b>54</b>
9.1	Controladores Lógicos Programáveis . . . . .	54
9.1.1	Linguagem Ladder . . . . .	55
9.1.2	Texto Estruturado . . . . .	55

# LISTA DE FIGURAS

2.1	Distribuição de probabilidade normal, curvas para uma mesma esperança e dois valores de variância diferentes, sendo $\sigma_1^2 > \sigma_2^2$ . . . . .	5
2.2	Circuito eletrônico de um filtro passa-baixas de primeira ordem. . . . .	6
2.3	Diagrama de blocos do PID em paralelo. . . . .	10
3.1	Diagrama de blocos da aplicação filtro adaptativo. . . . .	13
3.2	Simulação do filtro adaptativo em malha fechada com controladores PID. . . . .	22
3.3	Sinal de controle do sistema de quarta ordem para os três casos comparados. . . . .	23
3.4	Sinal de saída do sistema de quarta ordem para os três casos comparados. . . . .	24
3.5	Variação do parâmetro $\alpha[k]$ do filtro adaptativo ao longo do tempo para o sistema de quarta ordem. . . . .	24
3.6	Sinal de controle do sistema com atraso temporal para os três casos comparados. . . . .	25
3.7	Sinal de saída do sistema com atraso temporal para os três casos comparados. . . . .	25
3.8	Variação do parâmetro $\alpha[k]$ do filtro adaptativo ao longo do tempo para o sistema com atraso temporal. . . . .	26
4.1	Planta de quatro tanques proposta por [1] [adaptado]. . . . .	28
4.2	Bancada de quatro tanques do LCPI-UnB. . . . .	29
4.3	Quadro elétrico da bancada utilizada. . . . .	30
4.4	Torre da unidade de destilação. . . . .	31
4.5	Esquema simplificado da unidade de destilação. . . . .	31
4.6	Sinal de controle da simulação do sistema dos dois tanques em cascata para os três casos comparados. . . . .	33
4.7	Sinal de saída da simulação do sistema dos dois tanques em cascata para os três casos comparados. . . . .	34
4.8	Sinal de controle experimental do sistema dos dois tanques em cascata para os três casos comparados. . . . .	35
4.9	Sinal de saída experimental do sistema dos dois tanques em cascata para os três casos comparados. . . . .	35
4.10	Saídas do sistema com o filtro adaptativo sintonizado pelo supervisor. . . . .	36
4.11	Progressão do parâmetro $\alpha[k]$ para taxas de atualização diferentes do supervisor. . . . .	36
4.12	Sinal da variável de processo (topo) e sinal de controle (fundo) antes e depois da aplicação do filtro adaptativo para a Malha 1. . . . .	38

4.13	Sinal da variável de processo (topo) e sinal de controle (fundo) antes e depois da aplicação do filtro adaptativo para a Malha 2. . . . .	39
4.14	Sinal da variável de processo (topo) e sinal de controle (fundo) antes e depois da aplicação do filtro adaptativo para a Malha 3. . . . .	39
4.15	Sinal da variável de processo (topo) e sinal de controle (fundo) antes e depois da aplicação do filtro adaptativo para a Malha 4. . . . .	39
8.1	Ilustração do MHS de um sistema massa-mola. . . . .	47
8.2	Sistema de nível com um tanque. . . . .	50
8.3	Sistema de nível com dois tanque. . . . .	52
9.1	Operação de um diagrama em <i>ladder</i> . . . . .	56

# LISTA DE TABELAS

2.1	Tabela de referência para a sintonia IMC de sistemas de diferentes tipos. . . . .	12
3.1	Índices de performance para o caso sem filtro, filtro de primeira ordem, EKF e filtro adaptativo aplicado no sistema (3.30). . . . .	23
3.2	Índices de performance para o caso sem filtro, filtro de primeira ordem, EKF e filtro adaptativo aplicado no sistema (3.31) . . . . .	25
4.1	Vazão e altura manométrica da bomba XD-2. . . . .	28
4.2	Características elétricas da bomba XD-2. . . . .	28
4.3	Índices de performance da simulação numérica dos dois tanques em cascata. . . .	34
4.4	Índices de performance dos resultados experimentais dos dois tanques em cascata.	35
4.5	Índices de performance dos resultados experimentais dos dois tanques em cascata com o filtro sintonizado pelo supervisor. . . . .	37
4.6	Índices de performance do controle das Malhas 1, 2, 3 e 4 para a malha fechada sem filtro e com o filtro adaptativo. . . . .	38

# LISTA DE SÍMBOLOS

## SIGLAS

CLP	Controlador Lógico Programável
DCS	Distributed Control System
EKF	Filtro de Kalman Extendido
GLP	Gás Liquefeito de Petróleo
IAE	Integral Absolute Error
IMC	<i>Internal Model Control</i>
IP	<i>Ingress Protection</i>
ISE	Integral Squared Error
LCPI	Laboratório de Controle de Processos Industriais
MHS	Movimento Harmônico Simples
PID	Proporcional Integral Derivativo
OPC	<i>Open Platform Communications</i>
RAM	<i>Random Access Memory</i>
ROM	<i>Read Only Memory</i>
TV	Variação Total
UnB	Universidade de Brasília

## SÍMBOLOS

$\mathcal{L}[\cdot]$	Transformada de Laplace
$s$	Variável complexa do Domínio de Laplace
$G(s)$	Função de transferência generalizada
$x$	Vetor de estados no espaço de estados
$u$	Vetor de entradas no espaço de estados
$y$	Vetor de saída no espaço de estados
$A$	Matriz de estado no espaço de estados
$B$	Matriz de entrada no espaço de estados
$C$	Matriz de saída no espaço de estados
$D$	Matriz de transição direta no espaço de estados
$\mu$	Esperança de uma variável aleatória
$\sigma^2$	Variância de uma variável aleatória
$\sigma$	Desvio padrão de uma variável aleatória
$P(\cdot)$	Probabilidade de um evento
$\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$	Distribuição normal com média e variância definidas
$erf$	Função erro de Gauss
$\tau_f$	Constante de tempo de um filtro passa baixas
$\hat{x}_k$	Vetor de estados estimado
$\cdot^-$	Indicador de valor "a priori" de uma variável
$\cdot^+$	Indicador de um valor "a posteriori" de uma variável
$F$	Jacobiano da matriz de estados para o EKF
$H$	Jacobiano da matriz de saída para o EKF
$Q$	Matriz de covariância das perturbações no filtro de Kalman
$R$	Matriz de covariância do ruído de medição no filtro de Kalman
$K_k$	Ganho de Kalman
$P_k$	Matriz de covariância na aplicação do filtro de Kalman
$K_c$	Constante de ganho proporcional no controlador PID
$\tau_I$	Constante de tempo integral do controlador PID
$\tau_D$	Constante de tempo derivativa do controlador PID
$\tau_c$	Constante de tempo atualizada para o método IMC
$y_O$	Saída do filtro adaptativo
$y_I$	Entrada do filtro adaptativo
$n$	Ruído de medição
$\alpha[k]$	Parâmetro interno do filtro adaptativo
$y_{OI}$	Variável aleatória intermediária no desenvolvimento do Filtro
$sgn(\cdot)$	Função Sinal
$e[k]$	Erro entre referência e medição
$\pi$	Constante Pi
$T_s$	Tempo de amostragem
$\theta$	Parâmetros desconhecidos de um sistema

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO

Filtros são algoritmos desenvolvidos para a redução de ruídos e perturbações em diversos domínios da engenharia. O desenvolvimento de filtros capazes de entregar um bom equilíbrio entre robustez e reinjeção de ruído no sistema de controle é um tema de estudo em constante evolução. A aplicação de filtros é importante para que os controladores obtenham medições mais precisas e acuradas da variável monitorada, e assim possa desempenhar o seu propósito de maneira eficaz.

Os sistemas particularmente requerem ambientes controlados para atingir a melhor eficiência e produtividade em seus processos. Frequentemente essa tarefa consiste em adequar valores de pressão, vazão, nível e temperatura através de controladores. No caso de controladores Proporcional Integral Derivativo (PID) industriais o uso de um filtro na parte derivativa do controle PID é essencial para o bom funcionamento do sistema. O problema da reinjeção do ruído também motiva o ajuste da sensibilidade no controlador PID na parte derivativa conforme os trabalhos em [2] e [3]. Em alguns casos, a reinjeção do ruído chega a inviabilizar a utilização da parte derivativa do controlador, reduzindo as possibilidades de projeto. Outras abordagens consistem apenas em propor uma metodologia para escolher o melhor filtro passa-baixa no controle PID, como em [4] com um filtro de segunda ordem, ou em [5] com procedimentos de acordo com sintonias de PID conhecidas. No caso desenvolvido em [6], busca-se otimizar o projeto do controlador PID com um projeto em conjunto dos parâmetros do filtro, em vez do projeto sequencial do controlador e depois o filtro. Na proposta apresentada em [7], um controlador PID *fuzzy* atinge desempenhos melhores em um projeto mais complexo.

Outras abordagens de filtragem se baseiam em observadores, algoritmos que estimam o comportamento de um sistema em tempo real. É possível estimar o ruído de medição e filtrar o sinal medido através do ruído estimado como em [8] e [9]. Contudo, as incertezas dos modelos dos observadores são importantes nesta abordagem, visto que o filtro só consegue bons resultados diante de um modelo bem identificado. Os dois trabalhos se diferem na dependência do observador ao controle empregado à planta, sendo um integrado ao controlador e o outro independente.

Os filtros de Kalman também são observadores que entregam bons resultados em relação a filtros projetados no domínio da frequência, se o modelo e os erros causados pelas perturbações forem conhecidos e descorrelacionados [10]. De fato, eles entregam a solução ótima no caso linear e suas variações buscam maneiras de lidar com sistemas não-lineares. Contudo, as matrizes de covariâncias precisam ser conhecidas, e metodologias para determinar essas matrizes são mais complexas.

O filtro adaptativo proposto neste trabalho busca trazer uma solução que independe de um

conhecimento profundo do modelo do sistema, além de ser projetado de maneira independente do controlador. Essa solução é inspirada na modificação do filtro de Kalman apresentada em [11]. Seu funcionamento parte de uma estimativa prévia da distribuição do ruído com base na sua variância e em suposições acerca de seu perfil. As medições são estatisticamente avaliadas a fim de modificar a sensibilidade do filtro durante um determinado período, levando a uma filtragem intensa durante o estado estacionário e de baixo impacto no estado transitório. Pode-se tanto manter o desempenho do sistema reduzindo a reinjeção do ruído, como abrir espaço para maiores ganhos derivativos do controlador, conforme o ajuste entre robustez e performance. Portanto, também pode ser diretamente adicionado a uma malha já existente, sem a necessidade de modificar o controlador ou reprojeta-lo.

## **1.2 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA**

O presente trabalho busca lidar com o problema da reinjeção do ruído em sistemas de controle. Este fenômeno ocorre quando o controlador propaga o ruído de sua entrada para a planta controlada, gerando dificuldades como a perda de performance, sobreuso do atuador e maiores gastos com manutenção no longo prazo. A utilização de sensores ruidosos é comumente a principal causa do ruído propagado.

Na ausência de um filtro, quaisquer variações no sinal da variável medida serão diretamente alimentadas ao controlador. Contudo, o sinal de um sensor dificilmente estará livre de ruído, visto que este é comumente gerado por fatores intrínsecos ao sensor como a própria eletrônica de sua construção ou a interferências causadas por sua temperatura de operação. Para evitar que o ruído de medição seja reinjetado na malha de controle, a aplicação de um filtro bem projetado é geralmente a abordagem preferida para lidar com este tipo de problema.

## **1.3 OBJETIVO GERAL**

O objetivo deste trabalho consiste em apresentar um filtro adaptativo livre de modelo de fácil implementação e simples configuração para malhas fechadas de controles, cujo propósito é filtrar o sinal da variável medida e reduzir o ruído reinjetado no sistema enquanto gera mínimo impacto no desempenho da planta de controle.

## **1.4 OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

Para alcançar o objetivo geral foram definidos objetivos específicos a serem alcançados ao longo da percurso:



1. Desenvolvimento de filtro livre de modelo.
2. Implementação e validação numérica do filtro para casos de base.
3. Comparação com a literatura.
4. Testes experimentais.
5. Apoio ao uso da tecnologia desenvolvida na indústria.

## **1.5 RESULTADOS ALCANÇADOS**

Após implementação em laboratório, o filtro foi testado em uma aplicação real de uma torre de destilação em uma refinaria de petróleo da Petrobras. Os resultados foram disponibilizados e comprovaram a eficácia do filtro em termos de desempenho do processo e de redução do desgaste dos atuadores, para casos nos quais um estudo das características do ruído de medição e o modelo do sistema controlado não estavam disponíveis. Os resultados foram satisfatórios e a aplicação foi realizada com êxito.

Dados os resultados promissores do filtro adaptativo, um artigo foi submetido e aceito sob o nome "Model-Free Adaptive Filter to Mitigate Actuator Wear"[12], ainda aguardando publicação final na data de confecção deste trabalho. Os resultados chamam atenção especialmente à sua aplicabilidade na indústria com resultados melhores do que o filtro passa-baixas padrão da indústria, bem como sua facilidade de adição a malhas de controle já existentes. Além disso, apenas uma estimativa do erro típico do ruído de medição de uma planta é necessária para sua correta utilização. A aprovação dos resultados pela equipe parceira abriu espaço para mais testes e aplicações futuras, que poderão gerar mais resultados para validação do filtro adaptativo.

## **1.6 APRESENTAÇÃO DO TRABALHO**

Após a introdução do tema abordado neste primeiro capítulo, conceitos importantes para a realização deste trabalho serão discutidos na fundamentação teórica. A metodologia de desenvolvimento e implementação do filtro serão descritas no terceiro capítulo, seguida pela apresentação dos resultados obtidos com a implementação do filtro no quarto capítulo. A conclusão realça as principais descobertas e sugestões de trabalhos futuros. Por fim, os apêndices contém implementações computacionais do algoritmo e informações conceituais básicas para os leitores menos experientes.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo serão apresentados os conceitos fundamentais e alguns métodos do estado da arte acerca de filtragem de sinais com filtros passa-baixas, filtros de Kalman e filtros adaptativos.

### 2.1 VARIÁVEIS ALEATÓRIAS

Uma variável aleatória é uma variável quantitativa cujo valor é incerto [13]. Este é um conceito da probabilidade e estatística utilizado na engenharia para modelar sinais ou processos cujos valores ou resultados não são conhecidos e não podem ser modelados de maneira determinística. Estas variáveis podem ser discretas ou contínuas de acordo com sua natureza e possíveis valores que podem assumir. Uma variável aleatória discreta poderia ser, por exemplo, o número de peças defeituosas em um lote de um produto, enquanto uma variável contínua poderia ser o ruído de um sinal elétrico. Em sistemas de controle, o ruído é um empecilho no projeto de controladores quando está presente na variável de saída do sistema.

A esperança  $\mu_X$  de uma variável aleatória  $X$  discreta é definida como [14]

$$E(X) = \mu_X = \sum_{i=1}^{\infty} X_i P(X_i), \quad i = 0, 1, 2, \dots, k \quad (2.1)$$

onde  $P(X_i)$  é a probabilidade de  $X$  assumir o valor  $X_i$ , dentre os possíveis valores de  $X$ . Para uma variável contínua, a operação de soma é substituída pela integral. Caso a operação convirja para um valor absoluto, então  $\mu_X$  também pode ser chamado de valor médio de  $X$ . Esse valor representa o valor esperado de  $X$ , sendo que ruídos de medição definidos como média-zero possuem esperança igual a zero.

A variância de uma variável aleatória  $X$  discreta é definida como [14]

$$V(X) = \sigma_X^2 = E[X - E(X)]^2 \quad (2.2)$$

A raiz quadrada positiva da variância é definida como o desvio padrão  $\sigma_X$  da variável  $X$  que representa a dispersão dos valores de  $X$ , ou seja, a distância entre os valores de  $X$  e  $E(X)$ . A definição do desvio padrão é interessante por possuir a mesma ordem de grandeza da variável aleatória analisada.

Tanto a esperança quanto a variância podem ser estimadas através da análise de sucessivas medições de uma variável aleatória. Quanto maior o número de medições da variável, melhor será a estimativa.

Para descrever o comportamento de uma variável aleatória é possível construir uma função de distribuição que descreve a probabilidade da variável assumir um valor específico ao ser medida. As funções de distribuição de probabilidade mais comuns são a de Poisson para variáveis discretas e a de Gauss para variáveis contínuas. A distribuição Gaussiana, também chamada de distribuição de probabilidade normal, modela muito bem sucessivas medições de grandezas físicas em uma escala linear, como altura ou peso.

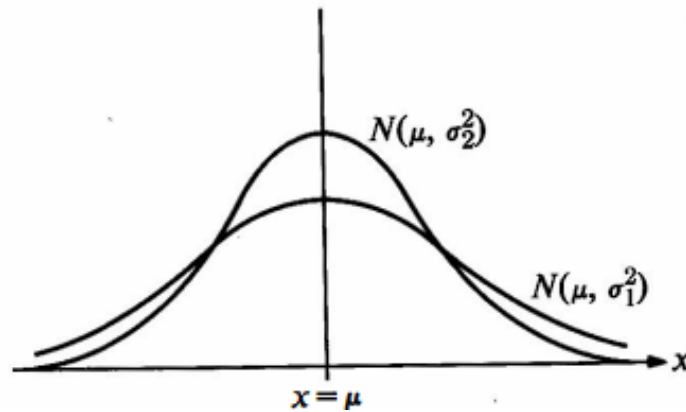


Figura 2.1: Distribuição de probabilidade normal, curvas para uma mesma esperança e dois valores de variância diferentes, sendo  $\sigma_1^2 > \sigma_2^2$ .

Fonte: [15, p.114]

A função de distribuição Gaussiana de uma variável aleatória  $X$  contínua com esperança  $\mu_X$  e variância  $\sigma_X^2$  é [15]

$$f(x_i) = \frac{1}{\sigma_X \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x_i - \mu_X)^2}{2\sigma_X^2}}, \quad x \in R \quad (2.3)$$

também representada por  $N(\mu_X, \sigma_X^2)$ . Portanto, a probabilidade da variável aleatória  $X$  assumir um valor  $x_i$  será também  $f(x_i) \in [0, 1]$ . Sendo assim, o conhecimento da esperança e da variância de  $X$  são suficientes para modelar uma distribuição de probabilidade normal, cuja curva muda conforme a Figura (2.1).

Considerando a mesma variável aleatória, temos que a probabilidade de uma medição  $x_i$  estar em um intervalo  $[a, b]$  é

$$P(x_i \in [a, b]) = \frac{1}{\sigma_X \sqrt{2\pi}} \int_a^b e^{-\frac{(t - \mu_X)^2}{2\sigma_X^2}} dt \quad (2.4)$$

em outras palavras, a equação acima descreve a probabilidade de uma medição estar contida no intervalo da integral. Esta equação é conhecida como Função Erro de Gauss *erf* em sua forma geral.

A *erf* é comumente implementada levando em conta uma variável aleatória  $Z$  com distribuição

de probabilidade normal  $N(0, \frac{1}{2})$ , chegando à representação

$$P(z_i \in [-a, a]) = erf(a) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^a e^{-t^2} dt, \quad a > 0 \quad (2.5)$$

Nota-se que para utilizar a implementação da equação 2.5 para calcular a  $erf$  considerando uma outra distribuição normal  $X$  de esperança  $\mu_X$  e variância  $\sigma_X^2$  arbitrárias, deve-se modificar a entrada da equação para ajustar a função à distribuição desejada.

$$P((x_i - \mu_X) \in [-a, a]) = erf\left(\frac{a - \mu_X}{\sigma_X \sqrt{2}}\right), \quad a > 0 \quad (2.6)$$

## 2.2 FILTRO PASSA-BAIXA

O filtro passa-baixas é um tipo de filtro que deixa passar as componentes de frequência menores do que uma frequência de corte selecionada, atenuando as frequências maiores do que esta [16]. Sua aplicação vai desde tratamento de áudio e imagens até sua utilização na indústria e na biomedicina.

Existem várias formas de implementar essa classe de filtros. A mais simples é o filtro passa-baixas de primeira ordem, inicialmente construído a partir de um circuito elétrico com um resistor e um capacitor [17], conforme a Figura (2.2).

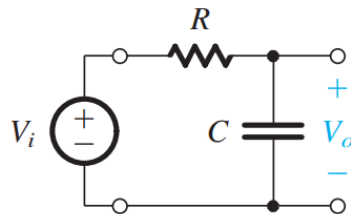


Figura 2.2: Circuito eletrônico de um filtro passa-baixas de primeira ordem.

Fonte: [17, p.35]

A tensão  $V_o$  de saída pode ser calculada pela equação diferencial

$$V_o = V_i - RC \dot{v}_o, \quad V_i \in \mathcal{R} \quad (2.7)$$

onde  $R$  e  $C$  representam a resistência e a capacitância dos componentes, e  $V_i$  é a tensão de entrada da fonte do circuito. A tensão  $V_o$  é um sinal filtrado de  $V_i$ , tal que as variações em altas frequências em  $V_i$  são atenuadas pelo filtro. A função de transferência de um filtro passa-baixas genérico de ganho unitário é descrita como

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = H(s) = \frac{1}{\tau_f s + 1}, \quad (2.8)$$

onde  $\tau_f$  é a constante de tempo do filtro, enquanto sua frequência de corte é definida pelo inverso da constante de tempo. Essa implementação foi primeiramente desenvolvida a partir do circuito elétrico composto por um resistor e um capacitor em série, com a carga conectada em paralelo ao capacitor. A resposta será uma tensão de saída filtrada de acordo com a constante de tempo  $RC$ .

Filtros passa-baixas também podem ser realizados com outras funções de transferência, levando a decaimentos diferentes a partir da frequência de corte. Isso modifica a forma com que as componentes de frequência maiores serão atenuadas, permitindo um pouco mais de liberdade de projeto acerca desse requisito.

## 2.3 FILTRO DE KALMAN

O algoritmo do filtro de Kalman busca filtrar um sinal através de estimativas baseadas em medições e no conhecimento prévio da dinâmica do sistema [18].

Considere um sistema discreto descrito no espaço de estados, com  $n$  estados,  $m$  entradas e  $p$  saídas, descrito por

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + w_k \quad (2.9)$$

$$y_k = Cx_k + v_k \quad (2.10)$$

onde  $w_k$  e  $v_k$  descrevem respectivamente vetores de perturbações na dinâmica do sistema e ruído associado à medição, consideradas variáveis aleatórias normais,  $x_k \in \mathbf{R}^n$  é o vetor de estado,  $y_k \in \mathbf{R}^p$  é o vetor de saída e  $u_k \in \mathbf{R}^m$  é o vetor de entrada. As matrizes  $A \in \mathbf{R}^{n \times n}$  e  $B \in \mathbf{R}^{n \times m}$  são as matrizes de estado e de entrada, respectivamente. A matriz  $C \in \mathbf{R}^{p \times n}$  é a matriz de saída.

O princípio de funcionamento do filtro consiste em prever o estado do sistema através de uma estimativa  $\hat{x}_k$  partindo do estado anterior e do conhecimento prévio da dinâmica do sistema e das matrizes de covariância  $Q$  e  $R$ , que são matrizes diagonais não-negativas [19]. A partir daí, a estimativa  $\hat{x}_k$  é calculada através de dois passos: o de estimação e o de atualização.

O passo de estimação consiste em estimar o próximo estado do sistema, enquanto o passo de atualização consiste em atualizar o conhecimento do sistema com base nos parâmetros  $P_k$  e  $K_k$ , que respectivamente representam as matrizes de covariância dos estados estimados e ganho de Kalman que atualiza os estados com base no erro de estimação das saídas.

No primeiro passo de estimação, descrito nas Equações (2.11) e (2.12), as novas estimativas “a priori” dos estados  $\hat{x}_{k+1}$  e a matriz de covariância  $P_{k+1}$  são calculadas utilizando as informações

conhecidas da dinâmica do sistema.

$$\hat{x}_{k+1}^- = A\hat{x}_k + Bu_k \quad (2.11)$$

$$P_{k+1}^- = AP_kA^T + Q \quad (2.12)$$

Observa-se que a notação  $\bullet^-$  indica o valor “a priori” da variável. A estimativa “a priori” é obtida durante o passo de estimação, que posteriormente será atualizada novamente durante o passo de atualização obtendo-se as estimativas “a posteriori” finais. As estimativas “a posteriori” são denotadas pela notação  $\bullet^+$  sobre a respectiva variável [20].

$$K_k = P_kC^T(CP_kC^T + R)^{-1} \quad (2.13)$$

$$\hat{x}_{k+1}^+ = \hat{x}_k + K_k(y_k - C\hat{x}_k) \quad (2.14)$$

$$P_{k+1}^+ = (I - K_kC)P_k \quad (2.15)$$

No segundo passo de atualização, descrito pelas Equações (2.13), (2.14) e (2.15), o ganho de Kalman  $K_k$  de um novo passo é atualizado com base na matriz de covariância  $P_k$ . As estimativas são reajustadas conforme a Equação (2.11), sendo que a estimativa dos estados é atualizada pelo ganho de Kalman e pelo erro entre a saída estimada com base nos estados e a saída medida.

Em sua essência, o filtro de Kalman estima o sinal que ele filtra com base na dinâmica linear conhecida do sistema. Esse tipo de filtro pode ser caracterizado como um observador de estados, que busca observar o sinal medido e estimar os estados internos de um sistema real. Esse conceito é importante para aplicações nas quais um sistema real é observado e simulado por um sistema numérico, buscando acompanhar e prever o comportamento do processo. A partir daí, é possível construir pares digitais que auxiliam na detecção de eventos e na identificação de falhas. Para que as estimativas dos estados sejam calculadas pelo filtro de Kalman com bons resultados, o sistema precisa de um bom modelo e de uma boa estimativa da matriz de covariância. Além disso, processos reais são costumeiramente mais complexos do que sistemas lineares, e o filtro de Kalman não opera bem com sistemas não-lineares.

Para abordar sistemas não-lineares, é possível aplicar o Filtro de Kalman Extendido (EKF), que busca linearizar o sistema em torno de um ponto de operação a fim de encontrar uma dinâmica linear aproximada para uma dada condição do sistema. A linearização em torno de um ponto de operação tem o intuito de utilizar a derivada de um sinal em um determinado ponto e considerar o sistema linear para regiões próximas àquele ponto.

O algoritmo do EKF é similar ao filtro de Kalman discreto. Inicialmente descreve-se as equações dos sistemas por funções que podem não ser lineares.

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) + w(t) \quad (2.16)$$

$$y_k = h(x_k) + v_k \quad (2.17)$$

onde a função  $f(x(t), u(t))$  calcula a dinâmica dos estados e  $h(x_k)$  identifica as saídas medidas do sistema. Aplica-se a mesma configuração de entradas e saídas descritas nas Equações (2.9) e (2.10). O algoritmo do EKF segue os mesmos passos de estimação e atualização com algumas modificações nas matrizes utilizadas.

O passo de estimação utiliza as mesmas Equações (2.11) e (2.12) com a substituição de  $A \in \mathcal{R}^{n \times n}$  por uma matriz  $F \in \mathcal{R}^{n \times n}$  que é a linearização da função  $f(x(t), u(t))$ , tal que

$$F = \left. \frac{d}{dt} f(x(t), u(t)) \right|_{\hat{x}(t), u(t)} \quad (2.18)$$

para o ponto de operação escolhido do sistema.

Quanto ao passo de atualização utilizam-se as mesmas Equações (2.13), (2.14) e (2.15), substituindo  $C \in \mathcal{R}^{p \times n}$  por uma matriz  $H \in \mathcal{R}^{p \times n}$  que é a linearização da função  $h(x_k)$ , tal que

$$H = \left. \frac{d}{dt} h(x_k) \right|_{\hat{x}_k} \quad (2.19)$$

para o ponto de operação escolhido do sistema.

O EKF é largamente utilizado na teoria de estimação de estados não-lineares, e portanto um valioso recurso para aplicações reais nas quais a dinâmica do sistema é conhecida ou pode ser corretamente identificada e estimada, visto que vários processos reais acontecem de forma não-linear em vez dos modelos lineares ideais.

## 2.4 CONTROLE PID

É senso comum que controladores PID são os tipos de controladores usados na maioria dos processos industriais [21]. Devido à facilidade de implementação do PID e seus resultados satisfatórios, tornou-se essa a principal solução comercial de controle industrial.

O fundamento do controlador PID é somar ações de controle proporcional, integral e derivativa do erro. Cada uma dessas ações modifica o controle de uma forma diferente, de tal modo que alguns requisitos de performance dependem exclusivamente de uma dessas ações, enquanto outros requisitos dependem da combinação das ações. A sua implementação mais comum é a configuração paralela representada no diagrama de blocos da Figura (2.3).

A função de transferência do controlador PID paralelo é dada por

$$G_c(s) = K_c \left( 1 + \frac{1}{\tau_I s} + \tau_D s \right) \quad (2.20)$$

onde  $K_c$  é a constante de ganho,  $\tau_I$  é constante de tempo de integração e  $\tau_D$  é a constante de tempo da derivada.

A ação proporcional do controlador PID tem maior impacto na rapidez do sistema para atingir a referência desejada. Ela é definida pela constante de ganho do controlador. Um nesse valor irá aumentar a velocidade de resposta, possivelmente criando oscilações no sistema e fazendo com que a saída do sistema fique variando em torno da saída desejada. Esse comportamento não é desejável do ponto de vista do controle industrial, e raramente a variável de processo é capaz de alcançar a referência por si só.

A ação integral tem o papel de corrigir os erros de estado estacionário. À medida que o erro do controlador se mantém em valor diferente da referência, a ação integral se adapta para ajustar essa saída, fazendo a planta alcançar valores mais próximos da referência. Enquanto a saída não alcançar a referência, esta ação aumenta ou diminui continuamente até que ela chegue à referência. Nota-se que nos casos onde o atuador está travado e não consegue controlar a planta, o atuador continua identificando diferenças entre o erro e a referência, e a ação integral tende a aumentar indefinidamente, causando problemas quando o atuador volta a funcionar corretamente.

A ação derivativa está relacionada com a robustez do controlador. Tem por objetivo evitar que a variável de processo transicione muito rápido, além de servir para retirar o sistema da inércia em variações bruscas da referência. Contudo, a presença de ruído no sinal de saída pode gerar problemas para a ação derivativa, visto que é comum observar variações de alta frequência nos sinais dos sensores. Essas variações podem causar picos no sinal de controle derivativo, mudando muito rapidamente o sinal de controle. Esta, por sua vez, resulta em mais reversões do movimento do atuador e maior desgaste.

A reinjeção de ruído de uma malha de controle no controlador PID se mostra um problema principalmente por efeito da parte derivativa, que eleva a amplitude dos sinais de alta frequência. Sendo assim é comum utilizar um filtro passa-baixas na ação derivativa para reduzir o efeito do

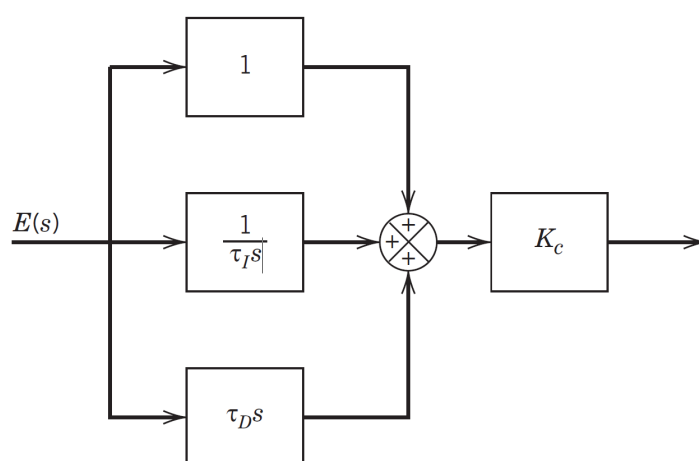


Figura 2.3: Diagrama de blocos do PID em paralelo.

Fonte: [22, p. 129] [adaptado].



ruído sobre o sinal de controle. A função de transferência do controlador PID com um filtro passa-baixas na parte derivativa torna-se

$$G_c = K_c \left( 1 + \frac{1}{\tau_I s} + \frac{\tau_D s}{\tau_f s + 1} \right). \quad (2.21)$$

onde  $\tau_f$  é a constante de tempo do filtro, que deve ter um valor muito abaixo das constantes de tempo do sistema para não interferir na dinâmica dominante do processo.

É importante notar que nem todo sistema precisa da ação derivativa. Sistemas de primeira ordem no meio industrial, por exemplo, por serem bastante estáveis e devido a requisitos de projeto flexíveis, frequentemente dispensam a ação derivativa para realizar apenas um controle PI, que só possui a parte proporcional e a parte integral.

A sintonia através do *Internal Model Control* (IMC) é uma forma prática de se projetar um controlador PID robusto com base em um modelo aproximado do sistema [23]. A premissa do IMC é que, na realidade, apenas possuímos um modelo aproximado do processo. Mesmo com um modelo correto, provavelmente não teremos medidas precisas dos parâmetros do processo [24]. Portanto, o modelo imperfeito deve ser levado em conta no projeto do controlador. A partir do ganho e das constantes de tempo do sistema imperfeito calcula-se as constantes  $K_c$ ,  $\tau_I$  e  $\tau_D$  do controlador.

A Tabela (2.1) é uma referência para calcular os parâmetros do controlador PID através do IMC, para os sistemas utilizados neste trabalho. Nota-se que o cálculo é diferente de acordo com o tipo de sistema a ser controlado. As constantes podem então ser utilizadas para configurar o controlador PID.

Similar a outros métodos de sintonia, há um parâmetro  $\tau_c$  (por vezes denotado como  $\lambda$ ) que determina a nova constante de tempo em malha fechada do sistema a ser controlado. O valor desse parâmetro varia conforme o compromisso entre robustez e performance desejadas, sendo que valores maiores garantem menos oscilações e menos sobressinal. Para sistemas industriais, a escolha desse valor pelos engenheiros costumeiramente é empírica, conforme explica [25, p. 46]. Uma boa referência inicial é

$$\tau_c = \lambda = 3\tau, \quad (2.22)$$

onde  $\tau$  é a constante de tempo do sistema identificado em malha aberta.

Caso	Modelo	$K_c$	$\tau_I$	$\tau_D$
A	$\frac{K}{\tau s + 1}$	$\frac{\tau}{\tau_c}$	$\tau$	–
B	$\frac{K}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$	$\frac{\tau_1 + \tau_2}{\tau_c}$	$\tau_1 + \tau_2$	$\frac{\tau_1 \tau_2}{\tau_1 + \tau_2}$
C	$\frac{K}{\tau^2 s^2 + 2\zeta \tau s + 1}$	$\frac{2\zeta \tau}{\tau_c}$	$2\zeta \tau$	$\frac{\tau}{2\zeta}$
D	$\frac{K(-\beta s + 1)}{\tau^2 s^2 + 2\zeta \tau s + 1}, \beta > 0$	$\frac{2\zeta \tau}{\tau_c + \beta}$	$2\zeta \tau$	$\frac{\tau}{2\zeta}$
E	$\frac{K}{s}$	$\frac{2}{\tau_c}$	$2\tau_c$	–
F	$\frac{K}{s(\tau s + 1)}$	$\frac{2\tau_c + \tau}{\tau_c^2}$	$2\tau_c + \tau$	$\frac{2\tau_c \tau}{2\tau_c + \tau}$
G	$\frac{K e^{-\theta s}}{\tau s + 1}$	$\frac{\tau}{\tau_c + \theta}$	$\tau$	–
H	$\frac{K e^{-\theta s}}{\tau s + 1}$	$\frac{\tau + \frac{\theta}{2}}{\tau_c + \frac{\theta}{2}}$	$\tau + \frac{\theta}{2}$	$\frac{\tau \theta}{2\tau + \theta}$
I	$\frac{K(\tau_3 s + 1)e^{-\theta s}}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$	$\frac{\tau_1 + \tau_2 - \tau_3}{\tau_c + \theta}$	$\tau_1 + \tau_2 - \tau_3$	$\frac{\tau_1 \tau_2 - (\tau_1 + \tau_2 - \tau_3)\tau_3}{\tau_1 + \tau_2 - \tau_3}$
J	$\frac{K(\tau_3 s + 1)e^{-\theta s}}{\tau^2 s^2 + 2\zeta \tau s + 1}$	$\frac{2\zeta \tau - \tau_3}{\tau_c + \theta}$	$2\zeta \tau - \tau_3$	$\frac{\tau^2 - (2\zeta \tau - \tau_3)\tau_3}{2\zeta \tau - \tau_3}$
K	$\frac{K(-\tau_3 s + 1)e^{-\theta s}}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$	$\frac{\tau_1 + \tau_2 + \frac{\tau_3 \theta}{\tau_c + \tau_3 + \theta}}{\tau_c + \tau_3 + \theta}$	$\tau_1 + \tau_2 + \frac{\tau_3 \theta}{\tau_c + \tau_3 + \theta}$	$\frac{\tau_3 \theta}{\tau_c + \tau_3 + \theta} + \frac{\tau_1 \tau_2}{\tau_1 + \tau_2 + \frac{\tau_3 \theta}{\tau_c + \tau_3 + \theta}}$
L	$\frac{K(-\tau_3 s + 1)e^{-\theta s}}{\tau^2 s^2 + 2\zeta \tau s + 1}$	$\frac{2\zeta \tau + \frac{\tau_3 \theta}{\tau_c + \tau_3 + \theta}}{\tau_c + \tau_3 + \theta}$	$2\zeta \tau + \frac{\tau_3 \theta}{\tau_c + \tau_3 + \theta}$	$\frac{\tau_3 \theta}{\tau_c + \tau_3 + \theta} + \frac{\tau^2}{2\zeta \tau + \frac{\tau_3 \theta}{\tau_c + \tau_3 + \theta}}$
M	$\frac{K e^{-\theta s}}{s}$	$\frac{2\tau_c + \theta}{(\tau_c + \theta)^2}$	$2\tau_c + \theta$	–
N	$\frac{K e^{-\theta s}}{s}$	$\frac{2\tau_c + \theta}{\left(\tau_c + \frac{\theta}{2}\right)^2}$	$2\tau_c + \theta$	$\frac{\tau_c \theta + \frac{\theta^2}{4}}{2\tau_c + \theta}$
O	$\frac{K e^{-\theta s}}{s(\tau s + 1)}$	$\frac{2\tau_c + \tau + \theta}{(\tau_c + \theta)^2}$	$2\tau_c + \tau + \theta$	$\frac{(2\tau_c + \theta)\tau}{2\tau_c + \tau + \theta}$

Tabela 2.1: Tabela de referência para a sintonia IMC de sistemas de diferentes tipos.

Fonte: [22] [adaptado].

# 3 DESENVOLVIMENTO DO FILTRO ADAPTATIVO

Este capítulo apresenta os métodos utilizados para o desenvolvimento e implementação do filtro adaptativo. Testes laboratoriais em um sistema de dois tanques em cascata foram realizados para avaliar o desempenho do filtro inseiro em um sistema de controle PID em malha fechada, posteriormente utilizados em testes em um ambiente industrial real.

## 3.1 FILTRO ESTATÍSTICO LIVRE DE MODELO

O filtro estatístico desenvolvido busca reduzir o ruído do sinal de controle em malha fechada derivado da imprecisão dos sensores. O seu propósito é diminuir os custos de manutenção em plantas industriais, através da redução dos esforços por parte dos atuadores. Por essa razão, é interessante que sua apresentação e aplicação sejam acessíveis e confiáveis.

### 3.1.1 Princípio de Funcionamento

Para descrever o funcionamento do filtro adaptativo proposto, primeiramente define-se um sistema de controle realimentado genérico para uma planta industrial representada na figura 3.1.

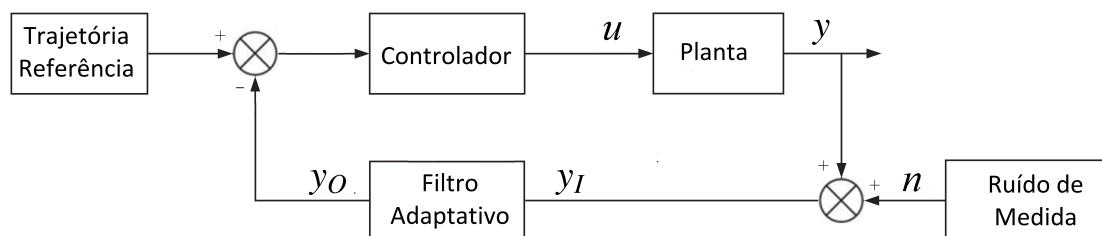


Figura 3.1: Diagrama de blocos da aplicação filtro adaptativo.

onde  $u$  e  $y$  representam a entrada e a saída da planta, respectivamente. O sinal medido  $y_I$  é o valor da saída do sistema  $y$  adicionado a um ruído de medição aditivo  $n$ , portanto

$$y_I = y + n. \quad (3.1)$$

onde  $n$  é um ruído aleatório de média zero e desvio padrão  $\sigma_n$ .

O funcionamento básico do filtro é agir como um filtro passa-baixa que adapta sua frequência de corte de acordo com o estado estacionário ou transiente do sistema. Contudo, para sua

configuração é necessário apenas definir qual é o desvio padrão do ruído de medição do sistema, ou seja, o valor de  $\sigma_n$ . Esse parâmetro é utilizado para escolher uma região em torno de cada medição para a qual o filtro irá considerar que o sistema está sob efeito do ruído, e não há mudanças significativas acontecendo no sistema.

Para expressar o comportamento dinâmico do filtro adaptativo através de equações, propõe-se uma aproximação pela média móvel. Apesar da sua simplicidade, que se assemelha à de um integrador discreto ou um filtro passa-baixa, essa abordagem permite alcançar resultados eficientes em reduzir o ruído aditivo aleatório obtendo-se uma resposta satisfatória.

A saída do filtro adaptativo  $y_O$  é definida por [26]

$$\begin{cases} y_O[0] = y_I[0] \\ y_O[k] = y_O[k-1] + \alpha[k](y_I[k] - y_O[k-1]), \quad k > 0 \end{cases} \quad (3.2)$$

onde  $\alpha[k]$  é um parâmetro variante interno do filtro de acordo com a dinâmica do sistema, que permite que o sinal de entrada seja repassado diretamente à saída ou seja mais filtrado para reduzir o ruído de medição. Esta abordagem recursiva se assemelha a outros filtros citados: no filtro passa-baixas,  $\alpha[k]$  é substituído por um valor fixo relativo à constante de tempo; no filtro de Kalman,  $\alpha[k]$  é substituído por um valor determinado pelo ganho de Kalman.

A equação recursiva que ajusta o valor de  $\alpha[k]$  pode ser descrita como

$$\begin{aligned} \alpha[k] = & P(\text{sgn}(y_O[k-1] - y_I[k]) = \text{sgn}(\mu_{Y_O[k-1]} - \mu_{Y_I[k]})) \\ & - P(\text{sgn}(y_O[k-1] - y_I[k]) \neq \text{sgn}(\mu_{Y_O[k-1]} - \mu_{Y_I[k]})) \end{aligned} \quad (3.3)$$

onde  $P$  significa a probabilidade,  $y_O[k-1]$  é uma observação da variável aleatória  $Y_O$  cujo valor médio é  $\mu_{Y_O[k-1]}$  e  $Y_I[k]$  é uma observação da variável aleatória  $Y_I$  cujo valor médio é  $\mu_{Y_I[k]}$ . Nota-se que o valor médio da entrada do filtro, no caso o sinal de um sensor, é o próprio valor real da grandeza medida. Quanto à saída do filtro, a melhor estimativa do seu valor médio é a própria saída anterior do filtro.

A função  $\text{sgn}(x)$  representa a função sinal

$$\text{sgn}(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases} \quad (3.4)$$

Antes de explicar o fundamento do cálculo do parâmetro  $\alpha[k]$  no caso do filtro adaptativo, um exemplo intuitivo para explicar o seu comportamento é o caso no qual a entrada atual  $y_I[k]$  tem um valor muito próximo da última saída  $y_O[k-1]$ , de tal maneira que não se sabe dizer se a diferença na medida aconteceu por uma mudança na variável de processo ou simplesmente por causa do ruído de medição aditivo. Portanto neste caso onde nada se pode afirmar, as duas probabilidades complementares seriam iguais a 50% e o valor de  $\alpha[k]$  seria nulo e toda a variação na medição seria filtrada. Por outro lado, no caso da diferença ser muito grande, a probabilidade das diferenças terem sido causadas pelo ruído seria muito baixa, tornando o valor máximo de  $\alpha[k] = 1$  e o filtro não teria efeito sobre o sistema, permitindo que a saída medida fosse a saída levada ao controlador.

A interpretação do valor de  $\alpha[k]$  é que este valor busca representar um fator de confiança de que a saída do filtro reflete a variação da saída do processo a cada medição em instantes de tempo  $k$ . Considerando que  $Y_I$  e  $Y_O$ , a equação de  $\alpha[k]$  calcula a probabilidade de que a diferença entre a última saída  $y_O[k-1]$  e a entrada atual  $y_I[k]$  do filtro tenha o mesmo sinal que a diferença entre o valor médio da saída do filtro  $\mu_{Y_O[k-1]}$  e o valor real da variável de processo  $\mu_{Y_I[k]}$ . Posteriormente, calcula-se a probabilidade complementar do último resultado, ou seja, a probabilidade de que a mesma proposição seja falsa e a saída do filtro não reflete a variação na saída do processo. Subtrai-se o primeiro resultado do segundo, e obtém-se o fator de confiança  $\alpha[k]$ .

Visto que as probabilidades calculadas nas parcelas da Equação (3.3) são complementares, esta equação pode ser reescrita como

$$\alpha[k] = 2P(\text{sgn}(y_O[k-1] - y_I[k]) = \text{sgn}(\mu_{Y_O[k-1]} - \mu_{Y_I[k]})) - 1 \quad (3.5)$$

permitindo a análise de três casos, de acordo com o resultado da função sinal.

Primeiro caso: O resultado da função sinal é 1, ou seja,  $\mu_{Y_O[k-1]} - \mu_{Y_I[k]} > 0$

$$\begin{aligned} \alpha[k] &= 2P(\text{sgn}(y_O[k-1] - y_I[k]) = 1) - 1 \\ &= 2P(y_O[k-1] - y_I[k] > 0) - 1 \end{aligned} \quad (3.6)$$

Segundo caso: O resultado da função sinal é 0, ou seja,  $\mu_{Y_O[k-1]} - \mu_{Y_I[k]} = 0$

$$\begin{aligned} \alpha[k] &= 2P(\text{sgn}(y_O[k-1] - y_I[k]) = 0) - 1 \\ &= 2P(y_O[k-1] - y_I[k] = 0) - 1 \end{aligned} \quad (3.7)$$

Terceiro caso: O resultado da função sinal é  $-1$ , ou seja,  $\mu_{Y_O[k-1]} - \mu_{Y_I[k]} < 0$

$$\begin{aligned}
 \alpha[k] &= 2P(\text{sgn}(y_O[k-1] - y_I[k]) = -1) - 1 \\
 &= 2P(y_O[k-1] - y_I[k] < 0) - 1 \\
 &= 2P(-(y_O[k-1] - y_I[k]) > 0) - 1
 \end{aligned} \tag{3.8}$$

A partir das análises feitas nas equações, podemos definir uma variável aleatória  $Y_{OI}$ , na qual uma observação no instante  $k$  tem média e variância dados por

$$\mu_{Y_{OI}[k]} = |\mu_{Y_O[k-1]} - \mu_{Y_I[k]}| \tag{3.9}$$

$$\sigma_{Y_{OI}[k]}^2 = \sigma_{Y_O[k-1]}^2 + \sigma_{Y_I[k]}^2 + 2Cov(y_O[k-1], y_I[k]) \tag{3.10}$$

onde  $\sigma_{Y_O[k-1]}^2$  e  $\sigma_{Y_I[k]}^2$  são variâncias de  $y_O[k-1]$  e  $y_I[k]$ , respectivamente. A Equação (3.5) pode ser reescrita como

$$\alpha[k] = 2P(Y_{OI}[k] \geq 0) - 1 \tag{3.11}$$

### 3.1.2 Premissas para o Uso do Filtro

Para facilitar a implementação no cálculo de  $\alpha[k]$  na Equação (3.11), as seguintes suposições são assumidas:

**Suposição 1:** A variável aleatória  $Y_{OI}[k]$  pode ser aproximada por uma distribuição normal  $N(\mu_{Y_{OI}[k]})$  e variância  $\sigma_{Y_{OI}[k]}^2$ .

Em aplicações práticas, uma suposição razoável para o ruído de medição de um sensor é a composição de elementos estatisticamente independentes como resolução do sensor, perturbações de ambiente desconhecidas e dinâmicas não-lineares do sensor. Neste contexto, do teorema do limite central, a contribuição total desses elementos tende a uma distribuição normal mesmo que as variáveis originais não possuam distribuições normais. Portanto, é razoável assumir que as propriedades estatísticas do ruído de medição do sensor podem ser aproximadas por uma distribuição normal, o que implica o mesmo para as observações tanto da entrada como da saída do filtro. Consequentemente,  $Y_{OI}$  pode ser aproximado também por uma distribuição normal, já que é definido baseado na composição dessas observações.

**Suposição 2:** Tanto o comportamento aleatório como as componentes de alta frequência do sinal ruidoso implicam que as observações  $y_O[k-1]$  e  $y_I[k]$  podem ser consideradas estatística-

mente independentes entre si. Matematicamente isso implica dizer que a covariância entre os dois é aproximadamente nula.

**Suposição 3:** A variância da saída do filtro é normalmente significativamente menor do que a variância da saída medida.

**Suposição 4:** Ao considerar um ruído de medida aditivo e de média zero, as medições  $y_O[k-1]$  e  $y_I[k]$  podem ser usados para estimar  $\mu_{Y_O[k-1]}$  e  $\mu_{Y_I[k]}$ , respectivamente.

Da Suposição 1, a Equação (3.11) pode ser reescrita como

$$\begin{aligned}\alpha[k] &= 2P(N(\mu_{Y_{OI}}, \sigma_{Y_{OI}}^2) > 0) - 1 \\ &= 2P(N(0, \sigma_{Y_{OI}}^2) \leq \mu_{Y_{OI}}) - 1\end{aligned}\quad (3.12)$$

que pode ser reescrita através da função *erf* descrita na Equação (2.5) através da expressão

$$\alpha[k] = erf\left(\frac{|\mu_{Y_O[k-1]} - \mu_{Y_I[k]}|}{\sqrt{2(\sigma_{Y_O[k-1]}^2 + \sigma_{Y_I[k]}^2 + 2Cov(y_O[k-1], y_I[k]))}}\right)\quad (3.13)$$

A partir das Suposições 2, 3 e 4, pode-se simplificar a Equação (3.13) como

$$\alpha[k] = erf\left(\frac{|y_O[k-1] - y_I[k]|}{\sigma_{Y_I[k]}\sqrt{2}}\right)\quad (3.14)$$

Também nota-se que para um sistema de controle estável, o ganho do ruído reinjetado no sistema de malha fechada não pode exceder o valor unitário da saída do sinal. De outro modo, o ruído será amplificado a cada iteração da malha, levando a um sistema instável. Portanto, deduz-se a relação válida na operação em malha-fechada e no estado estacionário

$$\frac{y}{n} = -|G|, \quad |G| \leq 1, \quad (3.15)$$

onde  $G$  é a função de transferência do sistema.

A influência do ruído de medição pode ser representada como

$$y_I = (1 - G)n \quad (3.16)$$

no qual em termos da variância pode ser escrita como

$$\sigma_{Y_I}^2 = (1 - G)^2 \sigma_n^2, \quad 0 \leq \sigma_{Y_I}^2 \leq 4\sigma_n^2 \quad (3.17)$$

Por fim, chegamos à expressão final de  $\alpha$ , reescrevendo a Equação (3.14) e assumindo o pior caso para expressar a variância de  $y_I$  em termos da variância do ruído  $n$

$$\alpha[k] = \operatorname{erf} \left( \frac{|y_O[k-1] - y_I[k]|}{2\sigma_n \sqrt{2}} \right) \quad (3.18)$$

Observa-se que durante a implementação do filtro nem sempre é disponibilizada a função erro de Gauss (*erf*) no software utilizado. Portanto, a Equação (3.18) pode ser implementada usando a expansão da série de Taylor-Mclaurin até uma ordem aceitável [27] e definir o valor máximo de unitário para  $\alpha$ , a exemplo da equação

$$\operatorname{erf}(a) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left( a - \frac{a^3}{3} + \frac{a^5}{10} - \frac{a^7}{42} + \frac{a^9}{216} - \frac{a^{11}}{1320} + \frac{a^{13}}{9360} - \dots \right) \quad (3.19)$$

que calcula a *erf* para um valor absoluto  $a$  qualquer.

Além disso, devido ao desenvolvimento em média móvel do filtro, é possível implementá-lo em um CLP como um filtro passa-baixa cuja constante de tempo  $\tau_f$  é atualizada, sendo esta calculada com base em  $\alpha[k]$  pela equação

$$\tau_f = -\frac{T_s}{\ln(1 - \alpha[k])} \quad (3.20)$$

onde  $T_s$  é o tempo de amostragem do sistema.

## 3.2 CONDIÇÕES DE TESTE DO FILTRO

A seguir são apresentadas algumas condições de implementação do filtro a fim de validar sua eficiência em atenuar o ruído de medição em malha fechada sem grandes alterações na performance. Inicialmente é necessário definir métricas de desempenho tanto para o sinal de controle quanto para o sinal de processo da planta. Depois disso, os filtros utilizados como referência de comparação quantitativa dos índices de desempenho são apresentados, além do caso sem filtragem alguma.



### 3.2.1 Índices de Desempenho

Os índices de desempenho utilizados para quantificar as melhorias do filtro em relação ao controle original de uma planta são: a TV para o sinal de controle da planta; a IAE e a *Integral Square Error* (ISE) para o sinal de saída. Esses três índices estão entre os índices comumente utilizados para avaliar a performance de controladores PID, pois avaliam tanto o número de reversões de um sinal de entrada da planta (TV) quanto a diferença entre o sinal de saída e a referência (IAE e ISE). De maneira geral, pode-se dizer que quanto menores esses índices, melhor é a performance do controle.

O TV faz uma medição de toda a movimentação entre os picos de medição das amostras de um sinal. A sua definição para sinais discretos é

$$TV = \sum_{i=1}^N |u_{i+1} - u_i| \quad (3.21)$$

onde  $u$  é a entrada do sistema e  $N$  é o número de amostras do sinal.

O índice IAE é a integral do erro absoluto, que de maneira geral é o critério preferido para a análise da minimização do erro. É calculado como

$$IAE = \int_0^N |e(t)| dt \quad (3.22)$$

onde  $e(t)$  representa o erro entre a saída e o sinal de referência, e  $N$  é o número de amostras do sinal.

Por fim, o índice ISE é a integral do erro quadrático

$$ISE = \int_0^N e(t)^2 dt \quad (3.23)$$

onde  $e(t)$  representa o erro entre a saída e o sinal de referência, e  $N$  é o número de amostras do sinal.

### 3.2.2 Casos de Comparação

Para avaliar a eficácia do filtro em reduzir o ruído de controle, é necessário compará-lo com outras opções de filtros, adaptativos ou não. Sendo assim, os resultados das simulações são comparados utilizando os índices de desempenho e levam em conta quais informações serão disponíveis para o projeto do filtro, a fim de levar a comparações justas entre os métodos de filtragem.

### 3.2.2.1 Filtro Passa-baixa

O filtro passa-baixa é um filtro comumente aplicado na indústria para lidar com o ruído de medição e pode ser considerado um dos métodos de filtragem mais simples. Visto que a maioria dos controladores industriais é do tipo PI ou PID, é de suma importância adicionar no mínimo um filtro desse tipo para lidar com picos de atuação relacionados à derivada do sistema. Seu funcionamento se dá no domínio da frequência de um sinal, e busca reduzir o ganho de frequências acima de uma determinada frequência de corte e manter os ganhos abaixo dessa frequência. Essa frequência de corte também pode ser definida com base na constante de tempo do filtro, dada em segundos, e caracteriza a resposta ao degrau desse tipo de filtro que é um sistema dinâmico de primeira ordem.

Para a aplicação deste filtro, é essencial a escolha de uma constante de tempo bem ajustada ao sistema. Caso a frequência de corte do filtro esteja muito alta, o sistema pode não filtrar as frequências mais altas do sinal e os problemas da malha sem filtro se manterem. Por outro lado, uma frequência de corte do filtro muito baixa pode atrapalhar a dinâmica do controlador e causar problemas de estabilidade, nas quais o filtro não consegue reagir às mudanças presentes no sistema. Visto que este é o filtro de mais fácil aplicação, entende-se que para uma comparação justa é cabível buscar por metodologias refinadas para encontrar uma constante de tempo com excelente compromisso entre a eficiência do filtro e a estabilidade do sistema.

Em [4, 5] define-se um método para ajustar a frequência de corte do filtro em malhas fechadas PID através da aproximação do processo a um sistema de primeira ordem com atraso temporal. Então, adiciona-se a dinâmica do controlador e calcula-se uma constante de filtro baseado em um parâmetro de projeto e a frequência de cruzamento do ganho do sistema, que pode ser visualizada através do Diagrama de Bode. Para calcular o sistema de primeira ordem com atraso temporal equivalente, a metodologia utilizada segue o que foi proposto em [28].

### 3.2.2.2 Filtro de Kalman Extendido com Estimação de Parâmetros

O filtro de Kalman possui uma estrutura que estima a saída de um sistema com base em informações conhecidas do sistema. Quanto mais informação estiver disponível para a estimação, incluindo conhecimento sobre a dinâmica interna de um processo, maior será a eficiência do filtro. Contudo, para sua aplicação é necessário que a dinâmica seja conhecida, e em casos de sistemas mais complexos do que simples equações de estados ideais, um estudo metódico do sistema dinâmico precisa ser conduzido para sua aplicação mais pura. Para evitar os custos adicionais de recursos materiais e de tempo para realizar esse tipo de estudo, propõe-se a utilização da sua versão não-linear e da estimação conjunta de parâmetros.

O EKF é a aplicação do filtro de Kalman para o caso de sistemas não-lineares, que leva em conta as derivadas parciais do sistema para estimar as saídas, permitindo que a dinâmica não modelada pelo espaço de estados convencional seja estimada. Além disso, a fim de aproximar de maneira mais precisa a dinâmica do sistema, o EKF foi implementado no estado aumentado,

ou seja, com estimação conjunta de estados do sistema e parâmetros da sua dinâmica. Visto que algum modelo dinâmico é necessário para aplicar o EKF, considerou-se um sistema observável de terceira ordem na seguinte estrutura do espaço de estados

$$\begin{bmatrix} x \\ \theta \end{bmatrix} [k+1] = \begin{bmatrix} A(\theta) & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \theta \end{bmatrix} [k] + \begin{bmatrix} B(\theta) \\ 0 \end{bmatrix} u[k] + d[k] \quad (3.24)$$

$$y_I[k+1] = \begin{bmatrix} C(\theta) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \theta \end{bmatrix} [k] + n[k] \quad (3.25)$$

Como o sistema segue a forma canônica observável, podemos definir as matrizes discretas por

$$A(\theta) = (I + Ts \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\theta_1 & -\theta_2 & -\theta_3 \end{bmatrix}) \quad (3.26)$$

$$B(\theta) = Ts \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad C(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

$$\theta = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

$$(3.29)$$

Sendo assim, o EKF busca estimar a saída do sistema de maneira adaptativa com a estimação de parâmetros, enquanto as informações de variâncias do ruído de medição também são disponíveis.

### 3.3 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

Para analisar os resultados que podem ser obtidos com o uso do filtro, simulações numéricas utilizando o MATLAB e o Simulink foram desenvolvidas antes da implementação e aplicação do filtro. Sistemas conhecidos na literatura de processos industriais foram utilizados para testar os ganhos de controle e estabilidade do sistema usando controladores PID em malha fechada, projetados para cada sistema proposto. Em todas as simulações realizadas, foi adicionado um

ruído de medição ao sinal de saída do sistema utilizado na realimentação do controlador conforme a Figura (3.2). Os casos comparativos substituem o filtro adaptativo pelos outros filtros propostos, ou simplesmente o removem para analisar a malha fechada sem filtro.

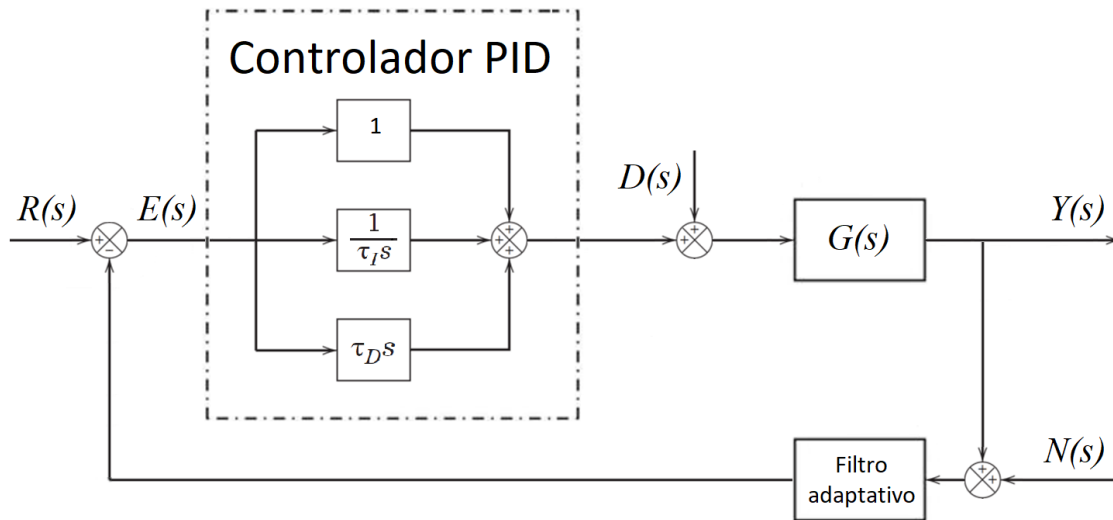


Figura 3.2: Simulação do filtro adaptativo em malha fechada com controladores PID.

### 3.3.1 Sistema de Quarta Ordem

Considere o sistema de quarta ordem retirado de [4, 5]

$$G(s) = \frac{1}{(s + 1)^4} \quad (3.30)$$

Um controlador PID foi desenvolvido para este sistema, com os seguintes parâmetros:

$$\bullet K_c = 2.510 \quad \bullet \tau_I = 4.6146 \quad \bullet \tau_D = 1.1275$$

Este sistema foi simulado durante 25 segundos a partir do estado estacionário nulo com perturbações de degraus aos 5 segundos e 15 segundos. O ruído aplicado à saída do sistema foi um ruído branco de variância 0.08, com média nula. A constante de tempo utilizada para o filtro de primeira ordem foi de 0.105 segundos, obtida através dos procedimentos descritos em [4, 5]. A Tabela (3.1) apresenta os resultados obtidos em cada um dos casos.

	Sem filtro	Filtro de primeira ordem	Filtro de Kalman estendido	Filtro adaptativo
IAE ( $Y$ )	23.1404	24.0057	23.9050	23.3323
ISE ( $Y$ )	41.6751	44.5531	43.3173	42.4387
TV ( $U$ )	393.4215	222.1850	220.7500	198.0592

Tabela 3.1: Índices de performance para o caso sem filtro, filtro de primeira ordem, EKF e filtro adaptativo aplicado no sistema (3.30).

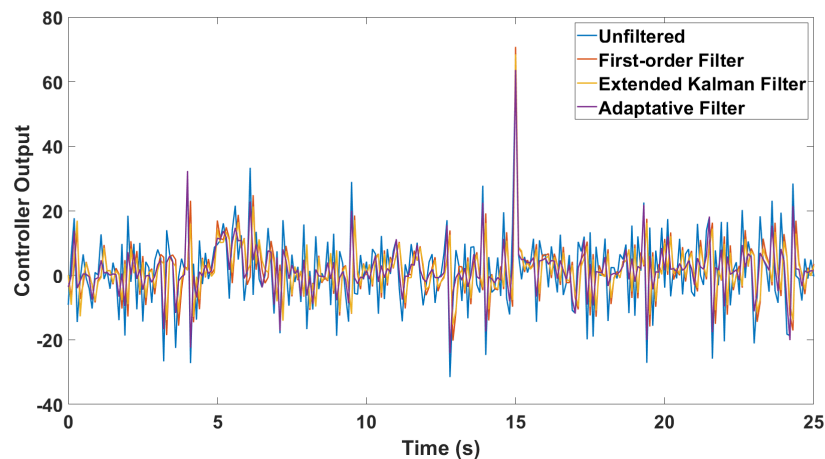


Figura 3.3: Sinal de controle do sistema de quarta ordem para os três casos comparados.

Os resultados temporais da simulação de cada caso estão disponíveis nas Figuras (3.3) e (3.4). Pode-se observar que o filtro gera a melhor atenuação de ruído (menor índice TV) com menor impacto na saída do sistema (menor IAE e ISE). Além disso, os sinais de saída mostram que o filtro adaptativo acompanha o caso sem filtro melhor do que os outros filtros, ainda que todos os casos filtrados tenham sido capazes de entregar uma performance similar ao caso não filtrado.

A evolução do parâmetro  $\alpha[k]$  ao longo do tempo pode ser visto na Figura (3.5), junto de uma linha de referência que mostra o valor de  $\alpha[k]$  equivalente para a configuração do filtro passa-baixa. Observando esse gráfico, fica claro que o filtro adaptativo busca se tornar mais ou menos reativo ao longo do tempo, tornando-se mais reativo quanto maiores as variações na saída medida do sistema. O filtro adaptativo busca manter  $\alpha[k]$  em valores baixos durante o estado estacionário e valores mais altos durante o estado transiente. De outro modo, o filtro passa-baixa apenas consegue manter sua sensibilidade ao ruído, portanto se o filtro adaptativo em geral manter-se em valores mais baixos durante o experimento, o filtro adaptativo conseguirá melhores resultados quanto à atenuação do ruído. Observa-se que as variações causadas pelo ruído de medição também são capazes de elevar os valores de alfa em alguns instante de tempo.

### 3.3.2 Sistema com Atraso Temporal

Considere o sistema com atraso temporal retirado de [4, 5]

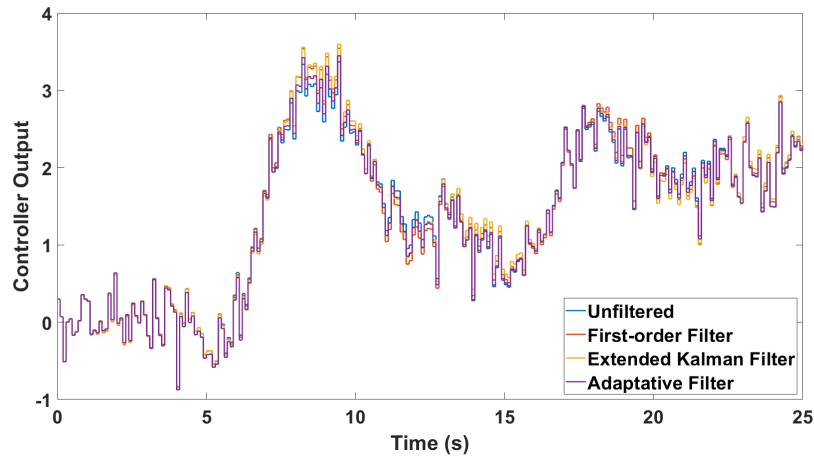


Figura 3.4: Sinal de saída do sistema de quarta ordem para os três casos comparados.

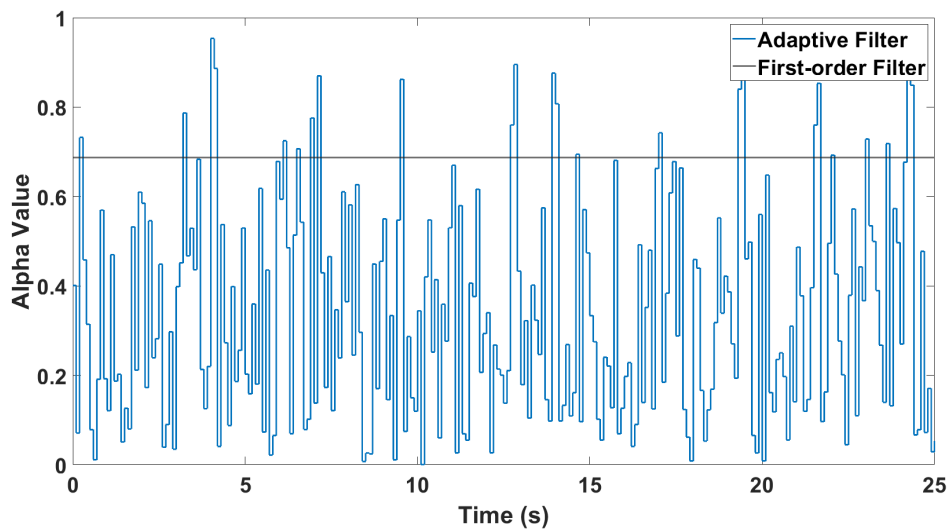


Figura 3.5: Variação do parâmetro  $\alpha[k]$  do filtro adaptativo ao longo do tempo para o sistema de quarta ordem.

$$G(s) = \frac{1}{s(0.5s + 1)} e^{-0.5s} \quad (3.31)$$

Um controlador PID foi desenvolvido para este sistema, com os seguintes parâmetros:

$$\bullet K_c = 0.8660 \quad \bullet \tau_I = 11.8766 \quad \bullet \tau_D = 0.5023$$

Este sistema foi simulado durante 60 segundos com perturbações aplicadas no sinal de controle e na referência aos 1 segundo e 30 segundos, respectivamente. A fim de testar a robustez do filtro adaptativo ao ruído não-branco, o sinal de saída foi simulado sujeito a um ruído colorido aditivo obtido a partir de um ruído branco aplicado a uma função de transferência de primeira ordem com uma constante de tempo de 0.1 segundos, e um ganho que mantém a variância do ruído de 0.08 aplicada ao caso anterior.

Os sinais de controle e as saídas simuladas são apresentadas nas Figuras (3.6) e (3.7), respectivamente. Os índices de performance estão disponíveis na Tabela (3.2).

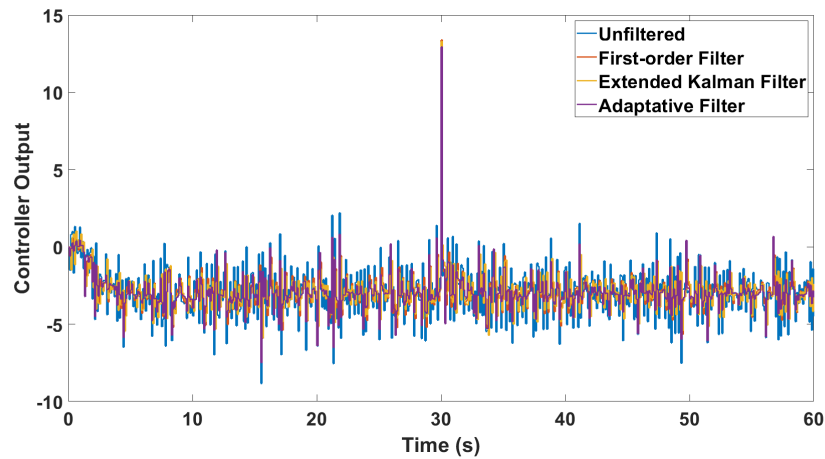


Figura 3.6: Sinal de controle do sistema com atraso temporal para os três casos comparados.

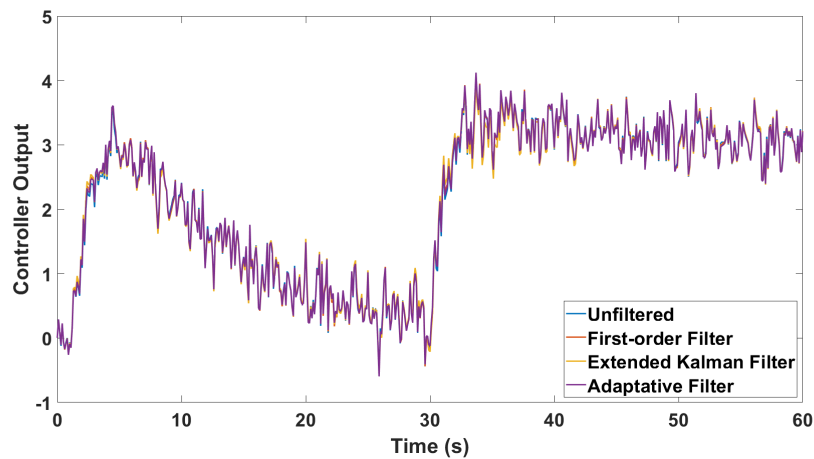


Figura 3.7: Sinal de saída do sistema com atraso temporal para os três casos comparados.

	Sem filtro	Filtro de primeira ordem	Filtro de Kalman estendido	Filtro adaptativo
IAE ( $Y$ )	49.0398	49.1254	48.8619	49.1353
ISE ( $Y$ )	83.6011	83.6049	82.8670	83.6274
TV ( $U$ )	128.6181	64.6499	69.1913	61.9779

Tabela 3.2: Índices de performance para o caso sem filtro, filtro de primeira ordem, EKF e filtro adaptativo aplicado no sistema (3.31)

De maneira similar ao último exemplo, a evolução do parâmetro do filtro adaptativo  $\alpha[k]$  ao longo do tempo está disponível na Figura (3.8).

O filtro adaptativo entrega a melhor atenuação (menor TV) com mínimos impactos na saída (IAE e ISE similares) quando comparado aos outros filtros. Neste caso, o EKF teve um resultado um pouco pior do que o filtro passa-baixa de primeira ordem, e a imprecisão na dinâmica

do sistema causada pelo atraso temporal trouxe o pior resultado quanto ao desgaste do atuador (maior TV). Pode-se notar que, apesar do filtro de primeira ordem e o EKF conseguirem reduzir o impacto do ruído no sinal de controle com eficácia, o filtro adaptativo consegue um controle mais suave com ótima performance.

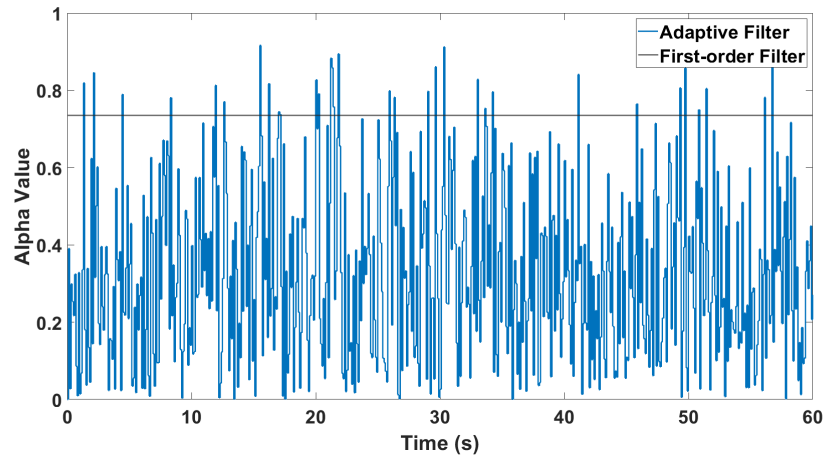


Figura 3.8: Variação do parâmetro  $\alpha[k]$  do filtro adaptativo ao longo do tempo para o sistema com atraso temporal.



# 4 EXPERIMENTOS E APLICAÇÃO EM CASOS REAIS

Neste capítulo serão apresentados os resultados simulados e experimentais da implementação do filtro estatístico em diferentes sistemas de controle de malha fechada, para posterior análise comparativa dos resultados.

## 4.1 INSTRUMENTAÇÃO

Nesta seção serão apresentados os instrumentos e plantas utilizados para a realização dos testes experimentais, incluindo uma planta piloto de 4 tanques e uma planta industrial de destilação de óleo. As duas aplicações visam trazer informações mais próximas da aplicação do filtro na indústria, para validar sua robustez e aplicabilidade em sistemas industriais e no software correspondente nos quais faltas devem ser evitadas ao máximo.

### 4.1.1 Planta Piloto de 4 tanques

A bancada utilizada possui quatro tanques, dispostos de acordo com a Figura (4.1). Este tipo de bancada foi desenvolvido por [1] para o estudo de sistemas MIMO, especialmente interessante pelas possibilidades de ajustes na dinâmica do sistema.

Existem duas bombas como atuadores e sensores de nível em cada tanque que medem as saídas do sistema. A conexão das bombas aos tanques é cruzada, e a disposição deles é de tal modo que a água do Tanque 2 só pode retornar ao reservatório após ser despejada no Tanque 4; de maneira análoga, a água do Tanque 1 é despejada no Tanque 3 antes de retornar ao reservatório. Válvulas em cada tanque e no fluxo de água do atuador permitem controlar o escoamento de água em cada entrada e saída da planta.

A bancada utilizada nesse trabalho, ilustrada na Figura (4.2), está situada no Laboratório de Controle de Processos Industriais (LCPI) da UnB, foi montada pela empresa Didaticontrol, a partir do seu modelo DCNV4T.

A bancada tem 12 válvulas no total. As válvulas de entrada das bombas em cada um dos tanques são acionadas e controladas remotamente. As demais válvulas são manuais esféricas e estão dispostas da seguinte maneira: quatro válvulas nas saídas dos tanques, duas válvulas para redirecionar a vazão das bombas, uma válvula entre os dois tanques de cima e uma válvula entre os dois tanques de baixo.

As bombas da bancada são centrífugas monoestágio da marca Mark, modelo XD-2, cu-

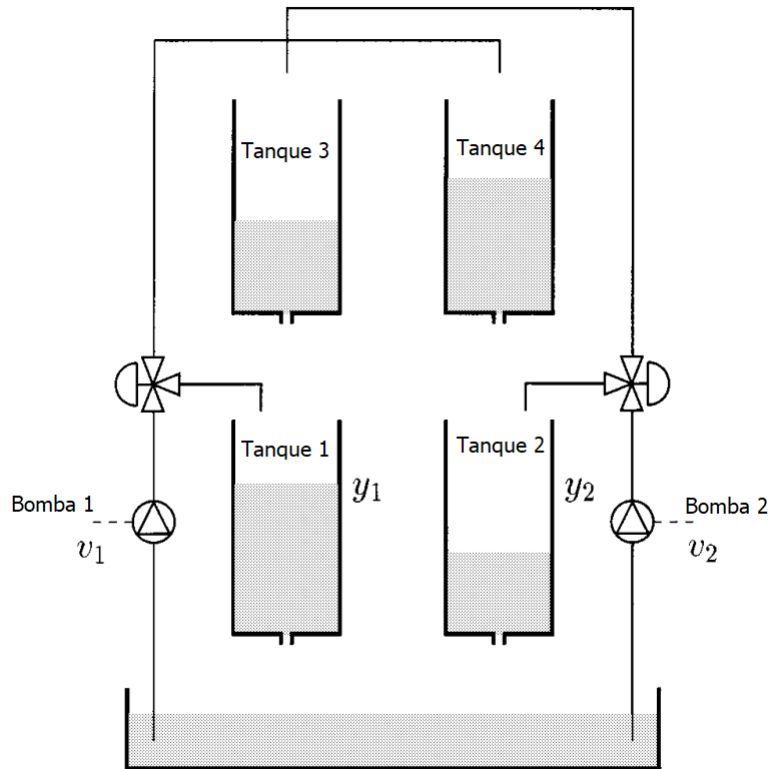


Figura 4.1: Planta de quatro tanques proposta por [1] [adaptado].

jos motores acoplados são monofásicos de fase dividida, da marca WEG, modelo W48J. As especificações estão descritas na Tabela (4.1) e na Tabela (4.2).

**Altura manométrica em mca**

Modelo	11	12	13	14	16	18	19	Shut off (mca)
	Vazão em m <sup>3</sup> /h							
<b>XD2</b>	8,0	7,3	6,5	5,8	4,4	2,5	1,4	20

■ Faixa de performance no terceiro quarto da curva. Geralmente faixa de melhor rendimento.

Tabela 4.1: Vazão e altura manométrica da bomba XD-2.

• Material do corpo: Ferro fundido • Material do rotor: Ferro fundido • Material das vedações: NBR • Selo mecânico • Temperatura de operação: 0 a 80°C

Modelo	Ø rotor (mm)	DNS BSP	DNR BSP	Características elétricas						
				Potência [cv]	Tipo	I (A) 127V	I (A) 220V	Fator de Serviço	Rotação (rpm)	Proteção
<b>XD-2</b>	110	1"	3/4"	0,5	Monofásico	11,9	4,5	1,5	3500	IP21

Tabela 4.2: Características elétricas da bomba XD-2.

Cada tanque tem o seu próprio sensor hidrostático de nível da marca Sitron, modelo SP21. Esse tipo de sensor mede a pressão em líquidos e gases, é piezorresistivo e sua saída é linear por um sinal analógico de 4-20 mA. A partir de uma fita metrada disposta em cada um dos tanques, é



Figura 4.2: Bancada de quatro tanques do LCPI-UnB.

possível calibrar os sensores de tal modo a transformar as medições em valores de porcentagem do nível máximo. O nível máximo considerado para cada um dos tanques é 68 cm.

O quadro elétrico da bancada é mostrado na Figura (4.3). Os cabos de sinais estão organizados em barramentos ao lado dos disjuntores de proteção. Há dois inversores de frequência da marca Dakol, posicionados abaixo da fonte da mesma marca, que são responsáveis pelas variações das frequências das bombas, que modificam as rotações e conseqüentemente as vazões. A vazão das bombas é aproximadamente linear em relação ao sinal de porcentagem do RPM nominal enviado para os inversores.

O sinal de atuação enviado para as bombas parte de um CLP da marca R&B Automation, instalado ao lado da fonte dos inversores. O seu modelo é X20CP1584, com uma série de módulos de entradas e saídas analógicas. Os sinais enviados para os inversores de frequência e para as válvulas são sinais de 4-20mA, bem como os sinais de entrada dos sensores de nível.



Figura 4.3: Quadro elétrico da bancada utilizada.

#### 4.1.2 Planta Industrial de Destilação de Óleo

A planta industrial na qual o filtro foi testado é uma torre atmosférica de uma unidade de destilação de uma refinaria de óleo brasileira que processa 30.000 m<sup>3</sup>/d de óleo. O principal produto da refinaria é o diesel com 50% da produção, seguido pela gasolina com 25% da produção. O restante é dividido entre querosene, óleos de combustíveis, gás liquefeito de petróleo (GLP), asfalto, nafta petroquímica e propileno. A unidade de destilação começou suas operações em 1993, sendo capaz de processar perto de 20.000 m<sup>3</sup>/d de matéria prima. Sua capacidade atual é de 21.000 m<sup>3</sup>/d e a troca da alimentação ocorre de 3 a 4 vezes por semana. A unidade tem como produtos resultantes GLP, nafta, querosene e diesel, bem como o resíduo atmosférico enviado para uma unidade de Quebra Catalítica de Fluido Residual. O diagrama de fluxo simplificado da planta é mostrado na Figura (4.5).

### 4.2 SOFTWARE DE IMPLEMENTAÇÃO

Os softwares utilizados nos testes se dividem entre os de configuração, os de supervisão e os de análise dos resultados. Cada fabricante de CLP possui o seu próprio software de configuração para definir os parâmetros do controlador e estruturar a interface de aquisição de dados analógicos e digitais. Esses CLPs têm seus parâmetros de sintonia atualizados por um sistema superior chamado de supervisor, que busca ajustar o sistema dinâmico de um CLP de acordo com o panorama geral da fábrica. Visto que a principal proposta do filtro é sua utilização na indústria, é interessante que sua implementação seja feita em plataformas utilizadas nesses contextos. Por



Figura 4.4: Torre da unidade de destilação.

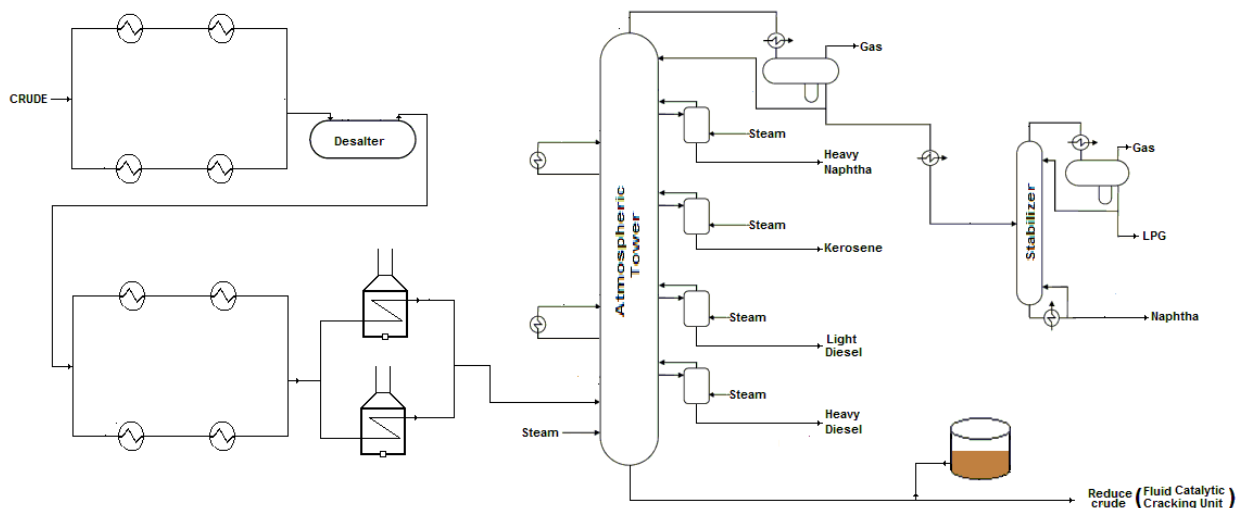


Figura 4.5: Esquema simplificado da unidade de destilação.

fim, para realizar uma análise mais detalhada dos dados, é interessante utilizar um software que possa gerar gráficos e tabelas de dados.

Nos testes desenvolvidos em laboratório, o CLP foi configurado utilizando seu software nativo Automation Studio da marca R&B. É um programa robusto que pode rodar rotinas em ladder e texto estruturado e possui o seu próprio servidor *Open Platform Communications* (OPC). A conexão OPC é um padrão de comunicação largamente utilizado na indústria para a transferência de informação entre os vários sistemas integrados de um mesmo chão de fábrica, sem a necessidade de um protocolo específico. Esse padrão de comunicação também permite a comunicação

de dados entre sistemas de fábrica de diferentes tipos de equipamentos, e no laboratório também abrange o Matlab, software responsável pelas simulações, identificações de dinâmica e até mesmo pela supervisão nos testes iniciais. Posteriormente, as próprias rotinas do filtro foram implementadas no CLP em ladder, e por fim, adicionou-se um sistema superior de supervisão, fornecido pelo Instituto Tecgraf/PUC-Rio para acompanhar a execução do sistema e trazer o sistema para o estado operacional mais próximo do real. Visto que o comportamento do filtro adaptativo é o mesmo de um filtro passa-baixa cuja frequência de corte se adapta, o parâmetro do filtro adaptativo  $\alpha[k]$  pode ser convertido para uma constante de tempo de filtro de primeira ordem e aplicado como um filtro de primeira ordem desde que o supervisor modifique o valor de  $\alpha[k]$  a cada passo de tempo, ou a cada k-ésimo passo de tempo.

Quanto à planta industrial na qual o filtro foi testado, as variáveis da unidade de destilação são controladas por um sistema de *Distributed Control System* (DCS) da Emerson Electric Co. (Delta V Emerson), cujas estações de engenharia operam em um ambiente Windows, o que torna fácil a inserção de lógicas e controles adicionais aos nativos do sistema. O filtro adaptativo foi programado diretamente em cada módulo PID do DCS. O parâmetro do filtro adaptativo  $\alpha[k]$  foi convertido para uma constante de tempo de filtro de primeira ordem para cada PID nativo correspondente, seguindo uma ordem apropriada de execução de blocos para cada instante de tempo.

### 4.3 SISTEMA DE DOIS TANQUES EM CASCATA

O primeiro experimento apresentado foi realizado em um sistema de dois tanques em cascata obtido na planta de quatro tanques. Dois tanques dispostos verticalmente foram escolhidos e isolados do restante da planta para obter o sistema. A identificação do sistema de segunda ordem foi feita com um sinal degrau e análise da dinâmica da curva filtrada. Chegou-se à seguinte função de transferência para o sistema linearizado:

$$G(s) = \frac{0.002677}{(s + 0.0565)(s + 0.0192)} \quad (4.1)$$

Visto que a planta possui uma dinâmica não linear, esse modelo foi obtido para um ponto de operação do sistema no qual a bomba está ajustada para 53% da sua atuação e o nível do tanque inferior está em 24%. A função de transferência lineariza o ponto de operação de tal modo que o sistema fique em condições iniciais relativas nulas.

Após a identificação, um controlador PID foi projetado através do método IMC, resultando nos parâmetros de controlador:

$$\bullet K_c = 0.3105 \quad \bullet \tau_I = 70.5716 \quad \bullet \tau_D = 13.2106$$

A planta foi controlada com um tempo de amostragem de 1 segundo, tanto para os resultados



numéricos quanto para os resultados experimentais. Antes dos testes realizados em laboratório, a planta foi simulada para verificar a dinâmica do sistema com o filtro e para estabelecer uma referência de resultados esperados. O sistema sofre perturbações aditivas de módulo 10 no sinal de controle aos 1800 segundos e aos 3600 segundos de simulação.

Um último experimento foi realizado a fim de testar o filtro adaptativo com um sistema supervisório que atualiza a constante  $\alpha$  do filtro com menos frequência a fim de verificar o seu funcionamento em condições nas quais o cálculo de alfa não é possível a cada amostra. Essa aplicação visa não apenas implementar o filtro em um ambiente de programação utilizado na indústria como também avaliar o funcionamento do filtro na sua aplicação em larga escala, nas quais um único supervisor é responsável pela sintonia de múltiplos controladores e filtros.

## Resultados Numéricos

Como esperado, as respostas de malha fechada são numericamente similares em todos os casos, enquanto os efeitos do ruído de medição no comportamento dinâmico do atuador são mais mitigados com o uso do filtro adaptativo. As curvas dos sinais estão disponíveis nas Figuras (4.6) e (4.7).

Para verificar os resultados numéricos, os índices de performance IAE, ISE e TV estão disponíveis na Tabela (4.3). Note que o índice TV para o sinal de controle foi reduzido para aproximadamente metade do caso sem filtro usando o filtro adaptativo, um resultado correspondente aos encontrados para os sistemas industriais propostos na literatura. O filtro de primeira ordem levou ao segundo melhor resultado quanto às reduções de ruído. O EKF não conseguiu alcançar melhores resultados devido às diferenças do modelo entre os parâmetros estimados e a dinâmica configurado. Apesar do sinal de controle menos ruidoso, os índices de performance confirmam que todos os filtros conseguiram manter a performance de saída do caso não filtrado.

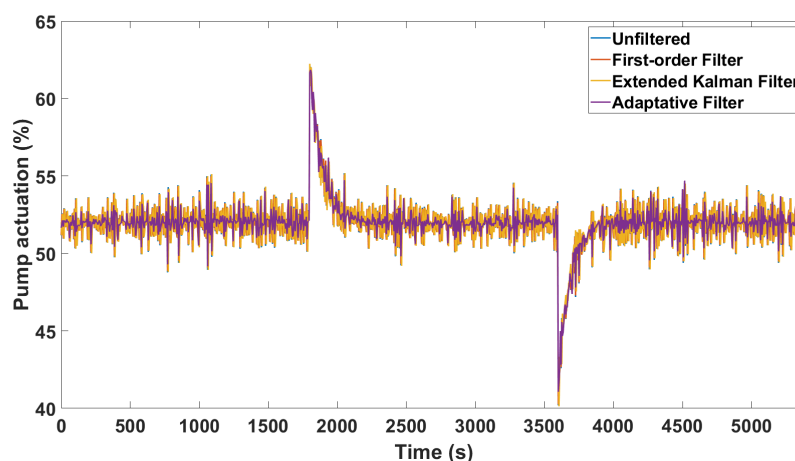


Figura 4.6: Sinal de controle da simulação do sistema dos dois tanques em cascata para os três casos comparados.

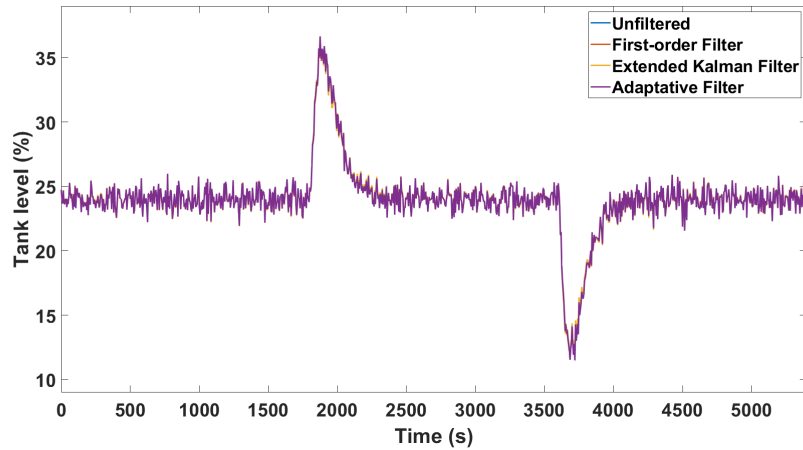


Figura 4.7: Sinal de saída da simulação do sistema dos dois tanques em cascata para os três casos comparados.

	Sem filtro	Passa-baixa	EKF	Adaptativo
IAE ( $Y$ )	$7.009 \times 10^3$	$7.009 \times 10^3$	$6.986 \times 10^3$	$7.011 \times 10^3$
ISE ( $Y$ )	$3.766 \times 10^4$	$3.769 \times 10^4$	$3.715 \times 10^4$	$3.813 \times 10^4$
TV ( $U$ )	$7.268 \times 10^3$	$6.982 \times 10^3$	$7.203 \times 10^3$	$3.655 \times 10^3$

Tabela 4.3: Índices de performance da simulação numérica dos dois tanques em cascata.

## Resultados Experimentais

Após verificar os resultados simulados, os experimentos análogos foram conduzidos no planta piloto presente no laboratório. O mesmo controlador PID foi implementado e testado sem filtro. Cada um dos filtros foi então implementado e testado na planta piloto com os mesmos parâmetros utilizados para a simulação numérica. Cada experimento foi conduzido de forma sucessiva para minimizar os efeitos de perturbações externas no sistema. As mesmas referências foram aplicadas ao sistema do experimento de acordo com as simulações.

Os resultados experimentais, disponíveis nas Figuras (4.8) e (4.9), estão condizentes com aqueles obtidos anteriormente. O filtro adaptativo de fato reduziu os efeitos do ruído de medição na dinâmica do atuador sem afetar a resposta de malha fechada significativamente. Os índices de performances estão disponíveis na Tabela 4.4. Note que para os valores obtidos nas Tabelas (3.1), (3.2) e (4.3) também mostram a redução do TV para aproximadamente metade do caso não filtrado. Para o experimento realizado, a redução no TV foi de 31.2%.



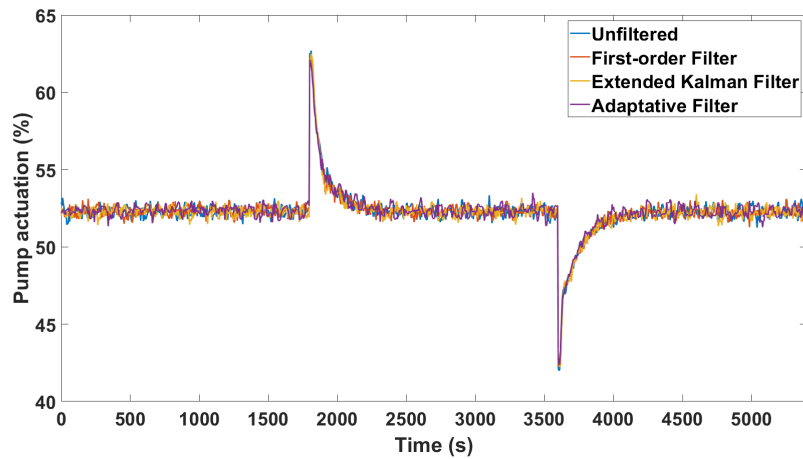


Figura 4.8: Sinal de controle experimental do sistema dos dois tanques em cascata para os três casos comparados.

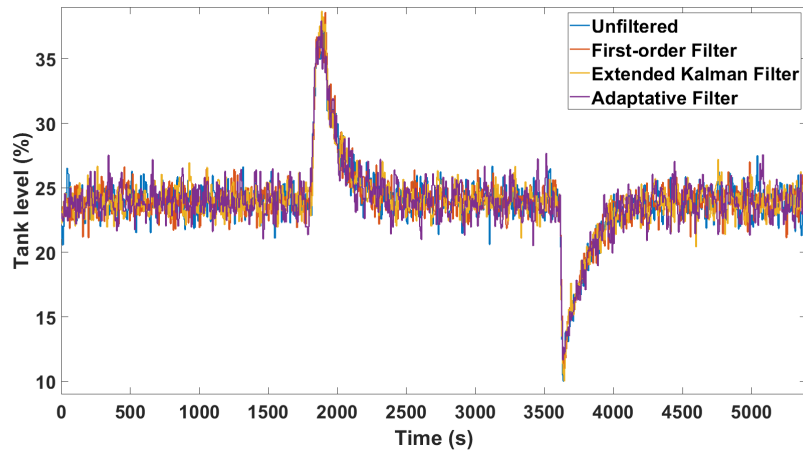


Figura 4.9: Sinal de saída experimental do sistema dos dois tanques em cascata para os três casos comparados.

	Sem filtro	Passa-baixa	EKF	Adaptativo
IAE ( $Y$ )	$7.9862 \times 10^3$	$7.5603 \times 10^3$	$7.6932 \times 10^3$	$8.4728 \times 10^3$
ISE ( $Y$ )	$3.8205 \times 10^4$	$3.7532 \times 10^4$	$3.8245 \times 10^4$	$3.8965 \times 10^4$
TV ( $U$ )	$1.5442 \times 10^3$	$1.4585 \times 10^3$	$1.4039 \times 10^3$	$1.0616 \times 10^3$

Tabela 4.4: Índices de performance dos resultados experimentais dos dois tanques em cascata.

## Resultados com Supervisor

Um experimento adicional foi realizado no qual o filtro adaptativo é implementado como um filtro passa-baixa cuja constante de tempo é reajustada a cada  $k$ -ésima amostra da planta, sendo os valores de  $k$  testados como 5, 10 e 15. Para este experimento, utilizou-se uma frequência de amostragem de 0.3 segundos a fim de simular uma planta cuja amostragem é mais rápida e o supervisor precisa de mais tempo para computar a sintonia do filtro e retorná-lo.

A Figura (4.10) mostra que os sinais obtidos em todos os casos foram similares ao caso sem filtro. A Tabela (4.5) confirma que os índices de desempenho da saída, apesar de terem alguma variação entre si, possuem valores parecidos aos do caso sem filtro de referência. Os valores significativamente reduzidos do índice TV mostram que o filtro foi bem sucedido em atenuar o ruído.

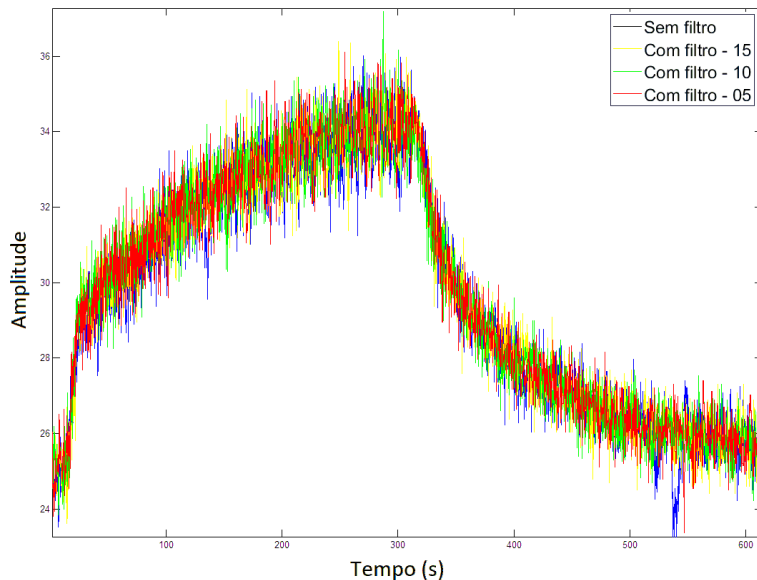


Figura 4.10: Saídas do sistema com o filtro adaptativo sintonizado pelo supervisor.

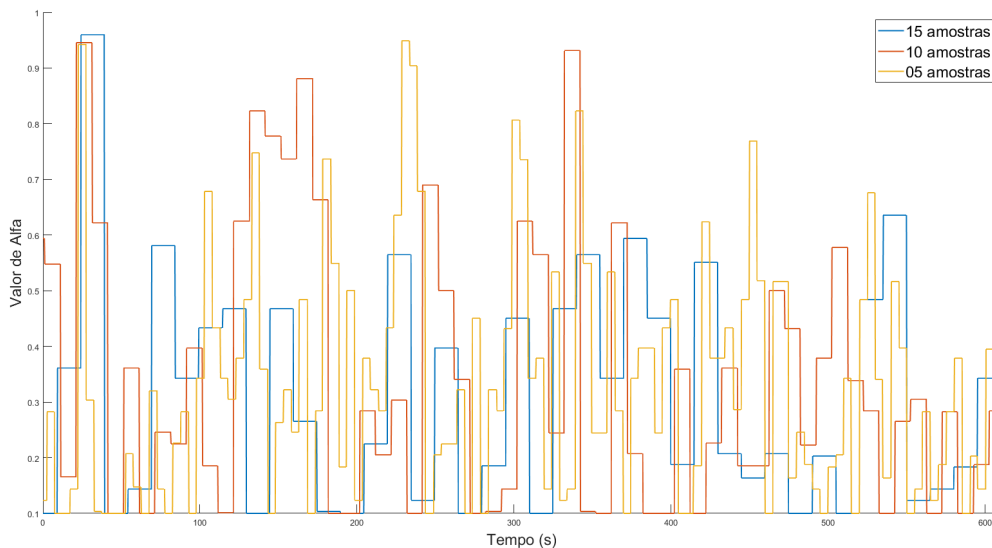


Figura 4.11: Progressão do parâmetro  $\alpha[k]$  para taxas de atualização diferentes do supervisor.

Por fim, a Figura (4.11) compara a variação do parâmetro  $\alpha$  ao longo do tempo. Os picos mais baixos no caso de atualizações a cada 15 amostras refletem a melhor atenuação do ruído neste

caso. Em todos estes casos, o parâmetro  $\alpha$  foi informado ao controlador como um parâmetro de constante de tempo para o filtro passa-baixa pré-configurado, conforma a Equação (3.20).

	Sem Filtro	Passa-baixa	EKF	Adaptativo
IAE ( $Y$ )	$4.853 \times 10^4$	$5.015 \times 10^4$	$4.891 \times 10^4$	$4.953 \times 10^4$
ISE ( $Y$ )	$6.258 \times 10^6$	$6.526 \times 10^6$	$6.283 \times 10^6$	$6.573 \times 10^6$
TV ( $U$ )	$1.073 \times 10^3$	$0.276 \times 10^3$	$0.308 \times 10^3$	$0.246 \times 10^3$

Tabela 4.5: Índices de performance dos resultados experimentais dos dois tanques em cascata com o filtro sintonizado pelo supervisor.

## 4.4 TORRE DE DESTILAÇÃO DE REFINARIA DE PETRÓLEO

O filtro adaptativo foi implementado em quatro malhas de controle da torre de destilação atmosférica. Os detalhes acerca do sistemas não foram disponibilizados por razões de confidencialidade, e serão denominados Malhas 1 a 4. O sinal da variável de processo é identificado por PV, a referência (*setpoint*) por SP e o sinal de controle por OP. O filtro adaptativo requer uma configuração do desvio padrão esperado do ruído de medição presente na saída do sistema. Esse parâmetro afeta diretamente a eficiência do filtro quanto à atenuação do ruído de controle do atuador ao mesmo tempo que se preserva a performance de saída.

Os casos de comparação foram as malhas sem o filtro adaptativo e com o filtro adaptativo. Os casos analisados foram referentes às janelas de tempo não consecutivas de 6 dias sem o filtro e 5 dias com o filtro adaptativo, com tempos de amostragem de 10 segundos. A Tabela (4.6) apresenta os índices de performance do sistema de controle das Malhas 1, 2, 3 e 4 sem filtro e com o filtro adaptativo.

		Sem Filtro	Filtro Adaptativo
Malha 1	IAE ( $Y$ )	$8.3377 \times 10^5$	$3.1774 \times 10^5$
	ISE ( $Y$ )	$2.5508 \times 10^7$	$0.3676 \times 10^7$
	TVC ( $U$ )	$8.1148 \times 10^3$	$2.4682 \times 10^3$
Malha 2	IAE ( $Y$ )	$6.9406 \times 10^4$	$6.2096 \times 10^4$
	ISE ( $Y$ )	$1.9213 \times 10^5$	$1.4243 \times 10^5$
	TVC ( $U$ )	$8.6647 \times 10^2$	$7.1323 \times 10^2$
Malha 3	IAE ( $Y$ )	$2.9155 \times 10^5$	$2.5208 \times 10^5$
	ISE ( $Y$ )	$3.4710 \times 10^6$	$2.4132 \times 10^6$
	TVC ( $U$ )	$6.0787 \times 10^2$	$4.6075 \times 10^2$
Malha 4	IAE ( $Y$ )	$1.2849 \times 10^6$	$1.2264 \times 10^6$
	ISE ( $Y$ )	$6.0891 \times 10^7$	$5.1078 \times 10^7$
	TVC ( $U$ )	$1.1115 \times 10^3$	$1.0040 \times 10^3$

Tabela 4.6:

Índices de performance do controle das Malhas 1, 2, 3 e 4 para a malha fechada sem filtro e com o filtro adaptativo.

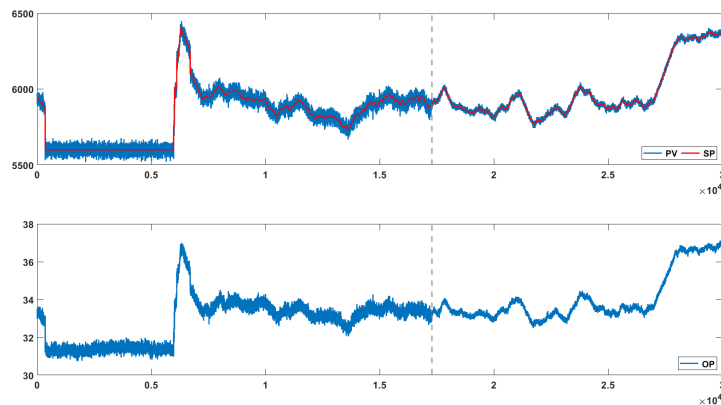


Figura 4.12: Sinal da variável de processo (topo) e sinal de controle (fundo) antes e depois da aplicação do filtro adaptativo para a Malha 1.

Observe que usar o filtro adaptativo na Malha 1 trouxe uma redução de 70% no índice TV comparado ao controlador PID original, conforme a Figura (4.12). Essa redução é maior do que os resultados observados nas outras malhas devido à escolha de um desvio padrão do ruído de medição muito alto. Porém, também nota-se que o índice de performance IAE da saída também é afetado, apesar de que a saída se manteve mais perto do SP e portanto mais suave. O desvio padrão do ruído ajustados para os filtros das Malhas 2 e 3 foram próximos ao desvio padrão esperado medido nos seus sensores, como ocorrido nos testes experimentais. Esta configuração é mais apropriada quando a manutenção da resposta de saída é estritamente necessário. Como resultado, observa-se nas Figuras (4.13) e (4.14) uma pequena redução no TV do sinal de controle com pouquíssimas diferentes na resposta do sistema. A Malha 4 é um exemplo de um caso nos quais

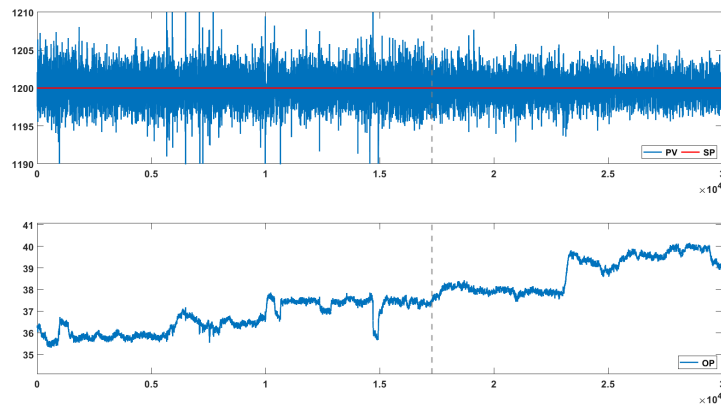


Figura 4.13: Sinal da variável de processo (topo) e sinal de controle (fundo) antes e depois da aplicação do filtro adaptativo para a Malha 2.

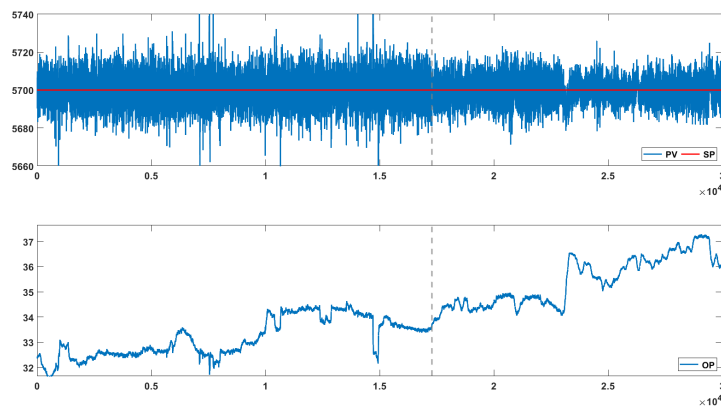


Figura 4.14: Sinal da variável de processo (topo) e sinal de controle (fundo) antes e depois da aplicação do filtro adaptativo para a Malha 3.

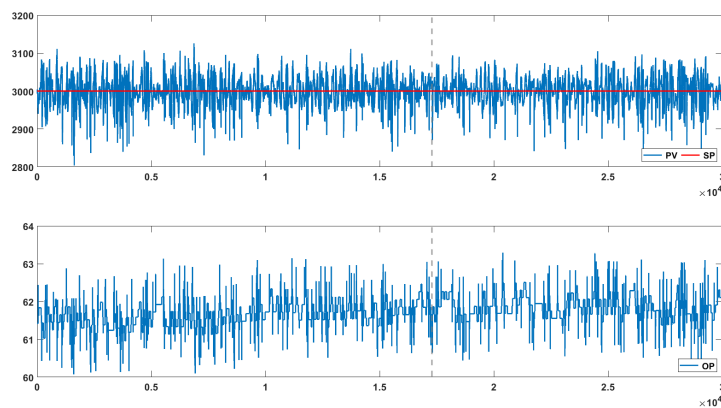


Figura 4.15: Sinal da variável de processo (topo) e sinal de controle (fundo) antes e depois da aplicação do filtro adaptativo para a Malha 4.

o filtro mostra efeitos mínimos na atenuação do ruído, e pode ser visualizada na Figura (4.15). Nessa malha de controle, um compensador de agarramento constantemente modifica a variável

de processo para que a válvula atuadora não trave, de tal forma a prevenir o estado estacionário e o travamento do atuador. Ainda é possível obter uma atenuação de ruído mínima, mas a premissa da resposta de controle original seria afetada e este requisito é de grande importância para o bom funcionamento do sistema.

Ainda que manter a resposta original do controlador seja uma das maiores vantagens deste filtro, é possível ajustar o seu comportamento e alcançar ainda mais a redução de ruído. Portanto, o valor configurado para o desvio padrão é essencial para alcançar o melhor compromisso entre atenuação de ruído e resposta da malha de controle para cada caso específico.

## 5 CONCLUSÃO

Este trabalho apresenta um filtro adaptativo de base estatística para uso em malhas fechadas. Este filtro foi desenvolvido com o objetivo de reduzir o desgaste de atuadores enquanto garante a performance do processo. A lei de adaptação do parâmetro do filtro é independente de modelo e apenas requer o desvio padrão do ruído de medição, que pode ser obtido de maneira direta a partir de medições da variável de processo em estado estacionário.

As principais vantagens no uso do filtro adaptativo são a escalabilidade industrial, a sua fácil implementação na maioria dos CLPs e uma sintonia intuitiva cujo único parâmetro é o desvio padrão do sensor. Além disso, o entendimento do funcionamento do filtro também é intuitivo, visto que ele define uma região de maior tolerância a variações na planta, e o ajuste do seu parâmetro pode ser configurado de forma a obter melhores desempenhos de acordo com a malha de controle no qual o filtro é empregado. Comparado a outras abordagens na literatura, a sua performance se mostrou promissora e extremamente simples para o uso prático por ser livre de modelo.

Visto que o controle PID é a estratégia de controle mais utilizada na indústria, a performance do filtro foi testada com controladores desse tipo em simulações numéricas de sistemas da literatura, em uma planta piloto experimental e na aplicação real de uma refinaria de petróleo. O filtro adaptativo foi implementado com o intuito de aumentar o tempo de vida dos atuadores através da redução das reversões e variações no sinal de controle, reduzindo os gastos de manutenção de equipamentos caros. Os resultados variaram de acordo com a malha de controle utilizada, conforme os resultados industriais apontaram. Isso porque a reinjeção do ruído na planta tem efeitos diferentes de acordo com a malha, ou mesmo de acordo com o controlador empregado na planta.

Para trabalhos futuros, seria interessante fazer análises dos resultados de longo prazo na indústria para quantificar o impacto financeiro do filtro adaptativo, bem como a avaliação de acordo com o atuador. Além disso, mais resultados de aplicações em outros tipos de malhas poderiam ser analisados e comparados com as condições de malha fechada já existentes no local. Outros trabalhos poderiam incluir: o uso de abordagens estatísticas para detectar falhas na malha de controle, visto que o filtro adaptativo apenas filtra a saída da planta sem considerar possíveis faltas; o desenvolvimento de melhores leis de adaptação para o parâmetro  $\alpha[k]$ , possivelmente de acordo com a sensibilidade ao ruído da planta, levando a resultados melhores em plantas mais estáveis por exemplo.

# REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1 JOHANSSON, Karl. The quadruple-tank process: A multivariable laboratory process with an adjustable zero. *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, v. 8, p. 456–465, 2000.
- 2 SEKARA, Tomislav B.; MATAUSEK, Miroslav R. Optimization of pid controller based on maximization of the proportional gain under constraints on robustness and sensitivity to measurement noise. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 54, p. 184–189, 1 2009. ISSN 0018-9286.
- 3 LARSSON, P.; HÄGGLUND, T. Comparison between robust pid and predictive pi controllers with constrained control signal noise sensitivity. *IFAC Proceedings Volumes*, v. 45, p. 175–180, 2012. ISSN 14746670.
- 4 SEGOVIA, V. Romero; HÄGGLUND, T.; ÅSTRÖM, K.J. Measurement noise filtering for pid controllers. *Journal of Process Control*, v. 24, n. 4, p. 299–313, 2014.
- 5 SEGOVIA, V. Romero; HÄGGLUND, T.; ÅSTRÖM, K.J. Measurement noise filtering for common pid tuning rules. *Control Engineering Practice*, v. 32, p. 43–63, 2014.
- 6 SOLTESZ, Kristian; GRIMHOLT, Chriss; SKOGESTAD, Sigurd. Simultaneous design of proportional–integral–derivative controller and measurement filter by optimisation. *IET Control Theory & Applications*, v. 11, p. 341–348, 2 2017. ISSN 1751-8652.
- 7 WANG, Honghai; HAN, Qing-Long; LIU, Jianchang; HE, Dakuo. Discrete-time filter proportional–integral–derivative controller design for linear time-invariant systems. *Automatica*, v. 116, p. 108918, 6 2020. ISSN 00051098.
- 8 NING, Zongqi; MAO, Yao; HUANG, Yongmei; XI, Zhou; ZHANG, Chao. A measurement noise rejection method in the feedback control system based on noise observer. *IEEE Sensors Journal*, v. 21, n. 2, p. 1686–1693, 2021.
- 9 ZHU, Yang; ZHU, Bo; LIU, Hugh H. T.; QIN, Kaiyu. A model-based approach for measurement noise estimation and compensation in feedback control systems. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, v. 69, n. 10, p. 8112–8127, 2020.
- 10 CHUI, Guanrong Chen (auth.) Charles K. *Kalman filtering: with real-time applications*. 4. ed. [S.l.]: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2009.
- 11 FILHO, J. O. A. Limaverde; FORTALEZA, E. L. F.; SILVA, J. G.; CAMPOS, M. C. M. M. de. Adaptive kalman filtering for closed-loop systems based on the observation vector covariance. *International Journal of Control*, Taylor & Francis, v. 0, n. 0, p. 1–16, 2021.
- 12 FORTALEZA, Eugênio L.F.; GOMES, Lucas M.; FILHO, José Oniram de A. Limaverde; CAMPOS, Mário C.M.M. de; LONGHI, Luis Gustavo S.; LIMA, Marcelo Lopes de; TOGNETTI, Eduardo S. Model-free adaptive filter to mitigate actuator wear. *ISA Transactions*, 2 2022.



- 13 WEISS, Neil A. *Introductory Statistics*. 10th global ed.. ed. [S.l.]: Pearson, 2017. ISBN 1292099720,9781292099729.
- 14 MEYER, Paul L. *Introductory Probability and Statistical Applications*. 2nd. ed. [S.l.]: Addison-Wesley, 1970.
- 15 NELSON KAREN A.F. COPELAND, Marie Coffin Peter R. *Introductory Statistics for Engineering Experimentation*. 1. ed. [S.l.]: Academic Press, 2003.
- 16 IRWIN, Robert M. Nelms J. David. *Basic Engineering Circuit Analysis*. 11. ed. [S.l.]: Wiley, 2015.
- 17 SEDRA, Kenneth C. Smith Adel S. *Microelectronic Circuits*. 6. ed. [S.l.]: Oxford University Press, USA, 2009. (The Oxford Series in Electrical and Computer Engineering).
- 18 KALMAN, R. E. A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems. *Journal of Basic Engineering*, v. 82, n. 1, p. 35–45, 03 1960.
- 19 HAJEK, Bruce. *Random processes for engineers*. 1. ed. [S.l.]: Cambridge University Press, 2015.
- 20 HAYKIN, Simon. *Kalman filtering and neural networks*. [S.l.]: Wiley-Interscience, 2001. ISBN 9780471369981,9780471464211,0471369985.
- 21 DESBOROUGH, Lane; MILLER, Randy. Increasing customer value of industrial control performance monitoring -honeywell’s experience. *AIChE Symposium Series*, v. 98, p. 21, jan. 2002.
- 22 SEBORG, D.E.; EDGAR, T.F.; MELLICHAMP, D.A.; DOYLE, F.J. *Process Dynamics and Control*. 4th. ed. Hoboken, NJ, USA: Wiley, 2016.
- 23 GARCIA, Carlos E.; MORARI, Manfred. Internal model control. a unifying review and some new results. *Industrial & Engineering Chemistry Process Design and Development*, v. 21, p. 308–323, 4 1982.
- 24 SHAH, Ankit; MARKANA, Anil; PARIKH, Nishant. Performance analysis of imc based pid controller tuning on approximated process model. *Nirma University Journal of Engineering and Technology*, v. 1, p. 51–54, 12 2010.
- 25 OLSEN, Tim; ITO, Norman. Implement an effective loop tuning strategy. *Chemical Engineering Progress*, v. 109, p. 42–48, 01 2013.
- 26 BROWN, RG. Exponential smoothing for predicting demand. Arthur D.Little, 1956.
- 27 JEFFREY, Alan; DAI, Hui Hui. *Handbook of mathematical formulas and integrals*. Massachusetts, USA: Academic Press, 2008.
- 28 SKOGESTAD, Sigurd; GRIMHOLT, Chriss. *The SIMC Method for Smooth PID Controller Tuning*. [S.l.: s.n.], 2012. 147-175 p.
- 29 HALLIDAY ROBERT RESNICK, Jearl Walker David. *Fundamentals of Physics*. 9. ed. [S.l.]: Wiley, 2010.

30 OGATA, Katsuhiko. *Modern Control Engineering*. 5. ed. [S.l.]: Prentice Hal, 2010.

31 DORF, Richard; BISHOP, Robert. *Modern Control Systems, 13th Edition*. [S.l.: s.n.], 2017. ISBN 0134407628.

32 BOLTON, William. *Programmable Logic Controllers*. 5th. ed. Newton, MA, USA: Newnes, 2009.

## 6 APÊNDICE A

Código do MATLAB para implementação do filtro adaptativo.

```
1 %Autor: Lucas Moura Gomes
2 %Filtro adaptativo com base estatística livre de modelo .
3
4 function [y_out, alpha] = filtroAdaptativo( ...
5     y_in, ... % Entrada do filtro
6     std_sensor, ... % Desvio padrão do sensor ou erro típico de medição
7     Tf ... % Constante de tempo do filtro, quando houver supervisão
8 )
9
10 persistent y_ant; % guarda a última saída do filtro
11
12 if isempty(y_ant) % define como 0 na primeira iteração
13     y_ant = 0;
14 end
15
16 % Cálculo do alfa pela constante de tempo do supervisorio
17
18 %Ts = 5;
19 %a_Tf = 1 - exp(-1/Tf * Ts);
20 %alpha = a_Tf;
21
22 % Cálculo do alfa pela ERF no próprio bloco
23
24 alpha = erf(abs(y_ant - y_in)/(sqrt(2)*2*std_sensor));
25
26 if alpha > 1
27     alpha = 1;
28 end
29
30 y_out = (1-alpha)*y_ant + alpha*y_in; % Saída do filtro
31
32 y_ant = y_out; % Guarda a última saída do filtro
33
34
35 end
```

## 7 APÊNDICE B

Código para o cálculo dos índices de desempenho.

```
1 % Calcular o IAE
2 function IAE = calcIAE(Y, Yd, dt, t0)
3     if isempty(t0)
4         t0 = 1;
5     end
6
7     tFinal = length(Y);
8     t = t0: dt: tFinal*dt; % process time vector
9
10    IAE = 0;
11    for i = t0 :1: tFinal
12        IAE = IAE + abs(Y(i)-Yd(i))*dt;
13    end
14
15 % Calcular o ISE
16 function ISE = calcISE(Y, Yd, dt, t0)
17     if isempty(t0)
18         t0 = 1;
19     end
20
21    tFinal = length(Y);
22    t = 1: dt: tFinal*dt; % process time vector
23
24    ISE = 0;
25    for i = t0 :1: tFinal
26        ISE = ISE + ((Y(i)-Yd(i))^2)*dt;
27    end
28
29 % Calcular o TV
30 function [TV] = calcTV(U,dt, t0)
31     if isempty(t0)
32         t0 = 1;
33     end
34
35    tFinal = length(U);
36    TV = 0;
37    for i = (t0 +1):1:tFinal
38        TV = TV + abs(U(i) - U(i-1))*dt;
39    end
```

# 8 APÊNDICE C

## 8.1 SINAIS E SISTEMAS DINÂMICOS

Um sistema dinâmico é um conjunto de equações que descrevem o movimento de um ponto em um espaço, sendo que esse ponto pode representar uma grandeza física ou matemática. Esse tipo de sistema é utilizado na engenharia para descrever o comportamento da posição de um objeto ou um processo químico. Sua representação se dá por meio de equações diferenciais, que são equações que possuem derivadas de funções ou variáveis.

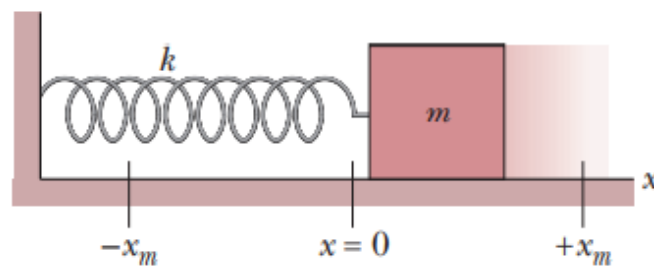


Figura 8.1: Ilustração do MHS de um sistema massa-mola.

Fonte: [29]

Vejamos, por exemplo, a equação do Movimento Harmônico Simples (MHS), composto por uma massa presa a uma mola, cuja ilustração pode ser vista na Figura (8.1). A mola faz com que a partícula presa a ela se movimente continuamente entre dois extremos  $-x_m$  e  $+x_m$  [29]. Sua equação na forma diferencial é dada por

$$m \frac{d^2x(t)}{dt^2} = -kx(t) \quad (8.1)$$

onde  $m$  é a massa do objeto,  $k$  é a constante da mola e  $x(t)$  é a posição do objeto ao longo do tempo  $t$ . Visto que a segunda derivada da posição do objeto é a aceleração, a parcela da esquerda na Equação (8.1) representa a força que movimenta o sistema massa mola. Este é um exemplo de equação diferencial ordinária de segunda ordem e sua solução leva a uma função que descreve  $x(t)$ . Observa-se que este é um sistema considerado linear, visto que a equação diferencial pode ser descrita apenas a partir de uma combinação linear de  $x(t)$  e suas derivadas.

A solução do sistema harmônico simples é dada por

$$x(t) = k_1 \cos(w_0 t) + k_2 \sin(w_0 t) \quad (8.2)$$

onde  $w_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$  e as constantes  $k_1$  e  $k_2$  dependem das condições iniciais. Para o caso do MHS,  $k_1$  é a posição inicial e  $k_2$  é a velocidade inicial do sistema.

A função que descreve uma variável com base em parâmetros é chamada de sinal. Assim, pode-se dizer que  $x(t)$  descreve o sinal da posição da massa ao longo do tempo e que pode também ser descrito como uma combinação linear de funções senoidais, possibilitando a representação do sinal no domínio frequencial.

Utiliza-se a Transformada de Laplace para facilitar os estudos de sinais e sistemas, definida como

$$\mathcal{L}[f(t)] = F(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt, \quad (8.3)$$

onde  $f(t)$  é um sinal no domínio do tempo,  $s = \lambda + j\omega$  é uma variável complexa e a função  $F(s)$  resultante é a função transformada de  $f(t)$  no domínio da frequência.

Através da definição da transformada de Laplace e de suas propriedades, aplicações interessantes para sistemas de controle podem ser viabilizadas, como a construção de diagramas de blocos para sua representação.

A transformada inversa de Laplace é definida por

$$\mathcal{L}^{-1}[F(s)] = f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\omega-j\infty}^{\omega+j\infty} F(s)e^{st} ds, \quad (8.4)$$

e permite recuperar a função temporal  $f(t)$  cuja transformada de Laplace é  $F(s)$ .

As principais formas de se representar sistemas invariantes no tempo são as funções de transferência e as equações de estado. A primeira faz uso da Transformada de Laplace que leva do domínio do tempo para o domínio da frequência, enquanto a segunda utiliza uma representação matricial no tempo para facilitar sua manipulação e representação.

Seja um sistema linear geral definido pela equação diferencial de n-ésima ordem dada por

$$a_n \frac{d^n c(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} c(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_0 c(t) = b_m \frac{d^m r(t)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} r(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_0 r(t), \quad (8.5)$$

onde  $c(t)$  é o sinal de saída do sistema e  $r(t)$  é o sinal de entrada. Assumindo que todas as condições iniciais das derivadas são iguais a zero, podemos representar o sistema como uma razão entre a saída e a entrada denominada de função de transferência  $G(s)$

$$\frac{C(s)}{R(s)} = G(s) = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0} \quad (8.6)$$

onde  $C(s)$  e  $R(s)$  são as respectivas transformadas de Laplace da saída e da entrada do sistema. É importante observar que a aplicabilidade do conceito de função de transferência é limitada a sistemas de equações diferenciais lineares e invariantes no tempo [30]. Nota-se que a função de transferência descreve a resposta do sistema ao sinal de entrada. Uma boa maneira de visualizar como um sistema responde a uma dada entrada é visualizar o seu Diagrama de Bode.

Diferente das funções de transferência, a notação de sistemas dinâmicos no espaço de estados permite o estabelecimento de condições iniciais não nulas, bem como a definição de múltiplas entradas e saídas para um mesmo sistema. A notação no espaço de estados segue a seguinte convenção

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (8.7)$$

$$y = Cx + Du \quad (8.8)$$

onde a Equação (8.7) é a equação de estado e a Equação (8.8) é equação de saída.  $u \in \mathcal{R}^m$  é o vetor de entrada do sistema,  $x \in \mathcal{R}^n$  é o vetor de estado do sistema e  $y \in \mathcal{R}^p$  é o vetor de saída. As matrizes  $A \in \mathcal{R}^{n \times n}$  e  $B \in \mathcal{R}^{n \times m}$  são denominadas matriz de estado e matriz de entrada, respectivamente, estas definem a dinâmica dos estados e do sistema em si. As matrizes  $C \in \mathcal{R}^{p \times n}$  e  $D \in \mathcal{R}^{p \times m}$  relacionam respectivamente os estados e as entradas às saídas do sistema. Nota-se que estas matrizes são necessárias para caracterizar as medições da saída do sistema.

O espaço de estados permite trabalhar com sistemas mais complexos e representa um grande avanço na representação de sistemas dinâmicos em relação às funções de transferência, apesar de não possuírem a mesma facilidade de construção de diagramas de blocos.

## 8.2 SISTEMA DE DOIS TANQUES EM CASCATA

A planta piloto utilizada para os testes dos algoritmos de filtros é uma bancada de quatro tanques conforme sugerida por [1]. A bancada é composta por quatro tanques e duas bombas, sendo dois tanques superiores e dois tanques inferiores. As bombas despejam água nos tanques de maneira cruzada, de tal maneira que cada bomba fornece água para um tanque superior e um inferior. A água presente em cada um dos tanques superiores flui para o respectivo tanque inferior através de um orifício no fundo do tanque. Abaixo dos tanques inferiores há um reservatório do qual a água é rebombeada para o sistema. Apesar de possuir uma dinâmica não-linear, a sua teoria é conhecida e linearizável. As equações diferenciais para a dinâmica do sistema de tanques em cascata serão descritas abaixo.

### 8.2.1 Modelagem de Nível de Um Tanque

O desenvolvimento teórico do modelo de um sistema desta natureza foi realizado por [31], explicado a seguir:

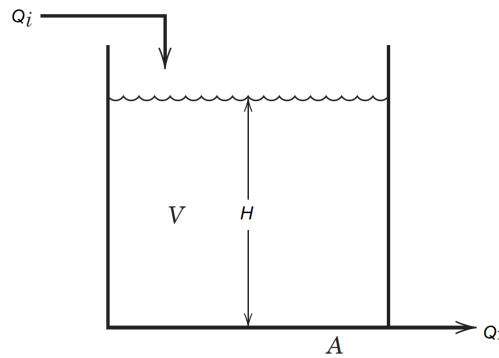


Figura 8.2: Sistema de nível com um tanque.

Fonte: [31]

Seja o sistema de nível dado na Figura (8.2), onde  $Q_i$  e  $Q_1$  são a vazão de entrada e saída respectivamente e  $H$  é a altura da água. Supondo que a base do tanque seja  $A$ , o volume deste é dado por:

$$V = AH, \quad (8.9)$$

se a densidade da água é  $\rho$ , a massa dentro do tanque é dado por  $m = \rho V$ .

A variação da massa de água no tanque é

$$\dot{m} = Q_i - Q_1, \quad (8.10)$$

que em termos do nível temos

$$\dot{H} = \frac{1}{\rho A}(Q_i - Q_1). \quad (8.11)$$

sendo  $Q_1 = \rho A_2 v_2$  onde  $A_2$  é a área na saída do tanque e  $v_2$  é a velocidade do fluido na saída. Esta por sua vez é calculada utilizando a equação de Bernoulli

$$\frac{1}{2}\rho v_1^2 + P_1 + \rho gH = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + P_2, \quad (8.12)$$

onde  $v_1$  é a velocidade da água na boca do reservatório,  $P_1$  e  $P_2$  são as pressões na entrada e saída respectivamente e iguais à pressão atmosférica. Como  $A_2$  é suficientemente pequena em relação a  $A$ , a água escoar vagarosamente tornando  $v_1$  desprezível.

Logo a Equação (8.12) reduz-se a



$$v_2 = \sqrt{2g\bar{H}}. \quad (8.13)$$

Substituindo a Equação (8.13) na Equação (8.11) tem-se

$$\dot{H} = - \left[ \frac{A_2}{A} \sqrt{2g} \right] \sqrt{\bar{H}} + \frac{1}{\rho A} Q_i. \quad (8.14)$$

Para termos um nível desejado  $\bar{H}$  de regime, o fluxo de entrada  $\bar{Q}_i$  deve satisfazer  $\dot{H} = 0$ . Da Equação (8.14) temos

$$\bar{Q}_i = \rho \sqrt{2g} A_2 \sqrt{\bar{H}}. \quad (8.15)$$

Linearizando em torno do ponto de regime e definindo as variáveis de desvio como:  $H = \bar{H} + h$ ,  $Q_i = \bar{Q}_i + q_i$  e considerando que  $\dot{H} = \dot{h}$ , obtemos a seguinte equação

$$\dot{h} + ah = bq_i, \quad (8.16)$$

onde  $a = \frac{A_2 \sqrt{2g}}{2A \sqrt{\bar{H}}}$  e  $b = \frac{1}{\rho A}$ .

A Equação (8.16) pode ser reescrita como

$$\tau_1 \dot{h} + h = k_1 q_1, \quad (8.17)$$

em que  $k_1 = \frac{\bar{Q}_i}{A_2^2 g \rho}$  e  $\tau_1 = \frac{A \bar{Q}_i}{A_2^2 g \rho}$ .

Assim a função de transferência da Equação (8.17) é dada por

$$h(s) = \frac{k_1}{\tau_1 s + 1} q_i(s) \quad (8.18)$$

## 8.2.2 Modelagem de Nível de Dois Tanques

Considerando agora um sistema de dois tanques representados na figura 8.3.

A modelagem do segundo tanque é feita de forma similar à do primeiro tanque. A variação da massa de água do Tanque 2 é dada por

$$\dot{m}_2 = Q_1 - Q_2, \quad (8.19)$$

onde  $Q_1$  é a vazão de saída do primeiro tanque e  $Q_2 = \rho A_4 \sqrt{2g} \sqrt{H_2}$ , onde  $A_4$  é a área da boca

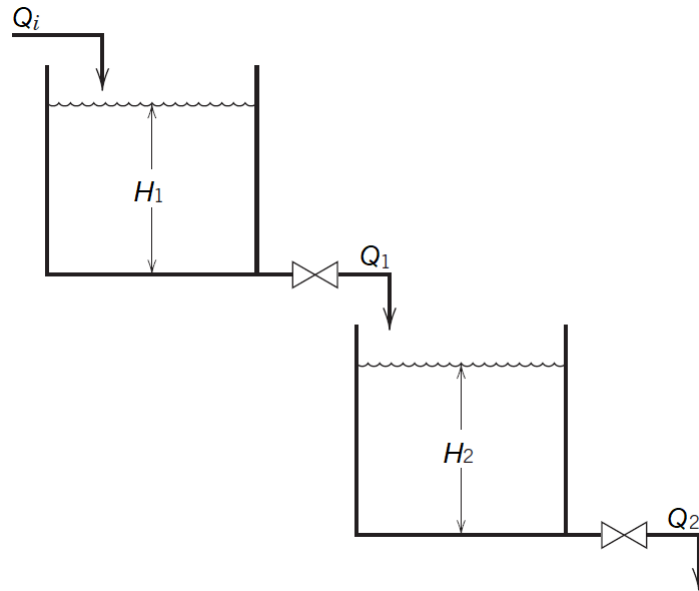


Figura 8.3: Sistema de nível com dois tanque.

Fonte: [31]

do segundo tanque e  $H_2$  é o nível deste. Da Equação (8.19), obtemos a variação do nível como

$$\dot{H}_2 = - \left[ \frac{A_4}{A_3} \sqrt{2g} \right] \sqrt{H_2} + \frac{1}{\rho A_3} Q_1, \quad (8.20)$$

em que  $A_3$  é a área da base do segundo tanque.

Assim,

$$\dot{H}_2 = - \left[ \frac{A_4}{A_3} \sqrt{2g} \right] \sqrt{H_2} + \frac{A_2}{A_3} \sqrt{2g} \sqrt{H}. \quad (8.21)$$

Definindo as variáveis de desvio como:  $H_2 = \bar{H}_2 + h_2$ ,  $H = \bar{H} + h$ , onde os valores de regime são calculados igualando-se a Equação (8.21) a zero, obtemos

$$\bar{H}_2 = \left( \frac{A_2}{A_4} \right)^2 \bar{H}. \quad (8.22)$$

O que mostra uma dependência entre os valores de regime.

Linearizando em torno desses pontos obtemos a seguinte equação diferencial

$$\tau_2 \dot{h}_2 + h_2 = k_2 h, \quad (8.23)$$

em que  $k_2 = \frac{A_2 \sqrt{\bar{H}_2}}{A_4 \sqrt{\bar{H}}}$  e  $\tau_2 = \frac{2A_3 \sqrt{\bar{H}_2}}{A_4 \sqrt{2g}}$ .

A função de transferência de (8.23) é dada por

$$h_2(s) = \frac{k_2}{\tau_2 s + 1} h(s). \quad (8.24)$$

Assim, o sistema composto pelos dois tanques, utilizando as Equações (8.18) e (8.24), tem como função de transferência

$$h_2(s) = \frac{k_1 k_2}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} q_i(s). \quad (8.25)$$

# 9 APÊNDICE D

## 9.1 CONTROLADORES LÓGICOS PROGRAMÁVEIS

A automação industrial é importante para a eficiência da produção de uma planta, seja comandando os atuadores, seja realizando o controle realimentado das variáveis de processo. Normalmente os Controladores Lógicos Programáveis (CLP) são os dispositivos escolhidos para desempenhar essas tarefas. As principais razões para a sua preferência são a necessidade de um processador capaz de lidar com as informações de múltiplas entradas e saídas, a facilidade da sua programação, o grau de proteção do aparelhos a condições adversas e a confiança do mercado em sua utilização.

Tipicamente, os componentes básicos de um CLP são: o processador, a memória, a interface de sinais de entrada e saída, o módulo de comunicação externa e um dispositivo para a sua programação [32]. Além disso, esses aparelhos frequentemente possuem altos graus de proteção *Ingress Protection* (IP), padrão internacional de identificação da proteção de equipamentos elétricos a contato direto, infiltração de água e corrosão.

O processador é responsável por executar o programa armazenado na memória. Sua operação funciona de maneira cíclica, sendo que o programador define qual será o período para cada ciclo de operação. Antes de entrar em repetições, é possível adicionar uma rotina de inicialização para preparar as variáveis internas do controlador ou levar o sistema ao ponto de operação desejado.

A cada período do CLP, a memória do aparelho é varrida para identificar os valores dos sinais de entrada. Esses valores são armazenados na *Random Access Memory* (RAM), a seção da memória reservada para as instruções do programador e dados do programa, enquanto que as informações de sistema operacional permanentes, estas ficam armazenadas na *Read-Only Memory* (ROM). Cada uma das instruções executadas pelo processador utiliza os valores de entrada e as variáveis internas declaradas pelo usuário. Os resultados são os valores dos sinais de saída a serem enviados para o controle do sistema.

O barramento de sinais de entrada e saída fazem a interface entre os dispositivos reais e o CLP. Em instalações elétricas, é comum utilizar botões para o acionamento dos dispositivos que dão a partida de motores. Entretanto, requisitos de comando para a segurança da instalação podem ficar bem complicados. Do ponto de vista do operador, é interessante possuir um aparelho ao qual apenas se conecta a botoeira no sinal de entrada e o dispositivo de partida na saída. Todas as outras operações lógicas e temporização ficam a cargo do programa.

Em sistemas de controle, os cálculos dos controladores são realizados a partir dos sinais de entrada de sensores. Para monitorar o valor de uma variável de processo, é preferível que o sensor seja analógico para descrever corretamente o erro em relação à referência. Os sensores costumam

utilizar sinais de corrente de 4-20 mA ou de tensão de 1-5 V, reservando o caso de um valor nulo para identificar falhas no sistema. Alguns modelos de CLP são modulares, facilitando a expansão com mais portas de acordo com a necessidade do cliente.

A comunicação externa serve tanto para programá-lo, quanto para enviar e receber os valores armazenados a um transmissor ou de uma base de dados. Exemplos de protocolos de comunicação são o TCP/IP, utilizado em redes de computadores, e o RS-232, um dos padrões da indústria. Quanto à programação, dependendo do modelo do CLP pode haver uma interface sobre o aparelho com telas e botões ou software completos para programar detalhadamente utilizando um computador auxiliar. Considerando que nem todo operador industrial consegue trabalhar com linguagens de programação tradicionais, as empresas fabricantes disponibilizam diversas opções mais intuitivas.

### **9.1.1 Linguagem Ladder**

A programação em ladder é feita de maneira gráfica com base na lógica de relés de circuitos de comando em instalações elétricas. A aceitação no mercado fez dessa linguagem um padrão dos CLPs, independente da marca e modelo.

Os programas em ladder são executados linha a linha, como degraus de uma escada. Cada linha possui pelo menos uma entrada e uma saída, que serão variáveis armazenadas na memória. O diagrama é avaliado da esquerda para a direita de cima para baixo, como mostra a Figura (9.1), e a conexão de um bloco entre os dois lados da escada indica que este bloco está energizado. As operações lógicas para permitir que um bloco esteja energizado, ou não, depende de contatos normalmente fechados ou abertos, como em um circuito elétrico. Uma vez que todas as operações são realizadas, a rotina chega ao fim, as saídas são atualizadas e o processador espera o período para retornar ao início do diagrama da escada, capturar as entradas e repetir o algoritmo.

A necessidade de criar sistemas mais complexos gerou o uso de blocos de funções. Controladores PID, por exemplo, são implementados nesse tipo de linguagem utilizando um bloco de função PID. Esse bloco possui uma função pré-programada de fábrica e suas variáveis de entrada são bem definidas para calcular o sinal de controle da saída. No software dos CLPs é possível definir novos blocos de funções de acordo com a necessidade do usuário, utilizando outros métodos de programação com texto estruturado para algoritmos mais complexos.

### **9.1.2 Texto Estruturado**

Dentre as linguagens geralmente utilizadas em CLPs, o texto estruturado oferece uma aparência mais universal às linguagens de programação de computadores. O programa é desenvolvido através instruções de texto, separadas por ponto e vírgula, tornando-se ideal para implementar rotinas complicadas devido à facilidade em descrever pequenas repetições, iterações e estruturas condicionais.

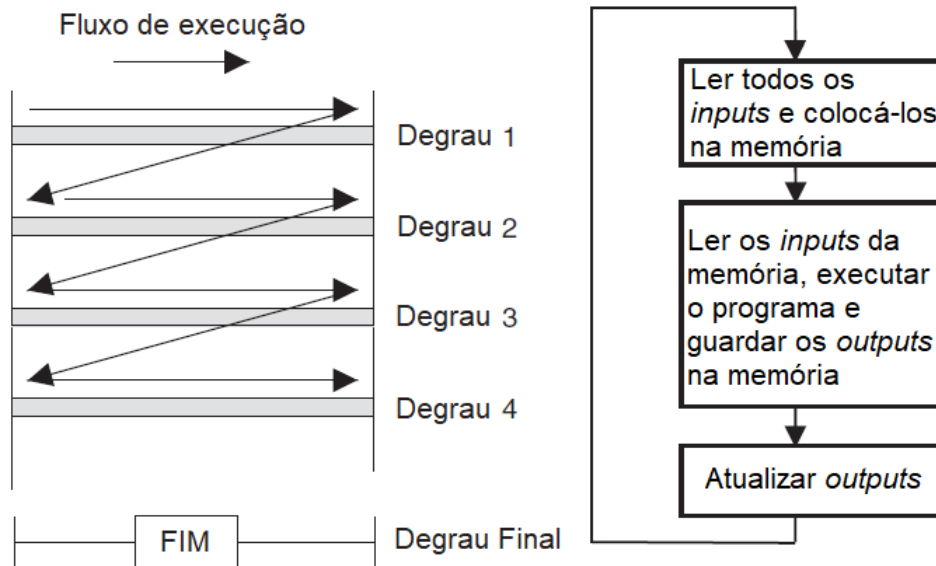


Figura 9.1: Operação de um diagrama em *ladder*.

Fonte: [32, p. 112] [adaptado].

O texto estruturado também oferece algumas vantagens que justificam o seu uso. Em termos de funcionalidade, a descrição de cálculos matemáticos complexos com muitas entradas é facilitada pela estrutura organizada do código, podendo inserir comentários que ajudam no entendimento do mesmo. Visto que toda a sua implementação é feita apenas com textos, é relativamente mais fácil copiar um programa de um CLP a outro. Além disso, a documentação é mais simples e leva menos espaço do que em *ladder*.

Programar em texto estruturado tornou-se essencial para os sistemas atuais, sendo assim, para se ter uma visão geral da rotina cíclica do sistema, é comum utilizar diagramas em *ladder* com blocos de funções específicas definidos em texto estruturado, auxiliando graficamente a implementação.