

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**MODELOS CONSTITUTIVOS DE SUPERFÍCIE DE RETENÇÃO E DE
CONDUTIVIDADE HIDRÁULICA PARA SOLOS UNI E BIMODAIS**

MATEUS BEZERRA ALVES DA COSTA, MSc

ORIENTADOR: PROF. ANDRÉ LUÍS BRASIL CAVALCANTE, DSc

TESE DE DOUTORADO EM GEOTECNIA

PUBLICAÇÃO: G.DM 173/2022

BRASÍLIA/DF: JULHO/2022

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

MODELOS CONSTITUTIVOS DE SUPERFÍCIE DE RETENÇÃO E DE
CONDUTIVIDADE HIDRÁULICA PARA SOLOS UNI E BIMODAIS

MATEUS BEZERRA ALVES DA COSTA

TESE DE DOUTORADO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E
AMBIENTAL DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS
NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR.

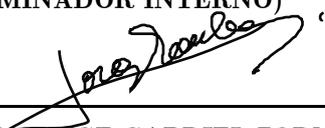
APROVADA POR:



PROF. ANDRÉ LUÍS BRASIL CAVALCANTE, DSc (UNB)
(ORIENTADOR)



PROF. ANDRÉ PACHECO DE ASSIS, PhD (UNB)
(EXAMINADOR INTERNO)



PROF. JORGE GABRIEL ZORNBERG, PhD (UT AUSTIN)
(EXAMINADOR EXTERNO)



PROF. MARCOS MASSAO FUTAI, DSc (POLI USP)
(EXAMINADOR EXTERNO)

DATA: BRASÍLIA/DF, 05 DE JULHO DE 2022.

FICHA CATALOGRÁFICA

COSTA, MATEUS BEZERRA ALVES DA

Modelos Constitutivos de Superfície de Retenção e de Condutividade Hidráulica para Solos Uni e Bimodais [Distrito Federal] 2022

xx, 103 p., 297 mm (ENC/FT/UnB, Doutor, Geotecnia, 2022)

Tese de Doutorado - Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.

1. Superfície de retenção 2. Superfície de condutividade hidráulica

3. Solos Bimodais 4. Distribuição de Poros

I. ENC/FT/UnB

II. Doutor

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

Costa, M.B.A. (2022). Modelos Constitutivos de Superfície de Retenção e de Condutividade Hidráulica para Solos Uni e Bimodais. Tese de Doutorado, Publicação G.DM 173/2022, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 103 p.

CESSÃO DE DIREITOS

NOME DO AUTOR: Mateus Bezerra Alves da Costa

TÍTULO DA TESE DE DOUTORADO: Modelos Constitutivos de Superfície de Retenção e de Condutividade Hidráulica para Solos Uni e Bimodais

GRAU / ANO: Doutor / 2022

É concedida à Universidade de Brasília a permissão para reproduzir cópias desta tese de doutorado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta tese de doutorado pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

Mateus Bezerra Alves da Costa

Mateus Bezerra Alves da Costa

QC 13 Torre M1 Apto 12

71687-676 – Brasília/DF – Brasil

DEDICATÓRIA

À Kathy.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, meu Pai, o criador do mundo e de tudo o que nele há. Criador também das belas geotecnia e matemática, das quais sou profundo admirador e entusiasta.

Agradeço à minha esposa, Katherin, que sempre esteve ao meu lado nessa caminhada me motivando e me inspirando com sua dedicação, seu compromisso e seu amor, cumprindo com maestria tudo o que faz e me dando sempre exemplo como discípula amada de Cristo. Aproveito para homenagear e declarar meu amor a ela e ao nosso filho Israel, que está em seu ventre nesse momento e me inspirou na finalização desse trabalho.

Agradeço à minha mãe, Maria Helena, por ser uma mãe amorosa que sempre me instiga a seguir em frente, me ajuda a superar desafios e me dá exemplo de dedicação ao trabalho e à família.

Agradeço ao meu pai, José Roberto, pelo seu amor de pai e pelo seu exemplo de perseverança e garra que sempre me inspirou.

Agradeço aos meus irmãos, André e Thiago, pelo amor fraternal e por sempre demonstrarem felicidade e estímulo em todas as minhas realizações.

Agradeço ao Professor André Brasil, meu orientador, que sempre contribui de maneira intencional e relevante para meu crescimento profissional e pessoal. Além de professor, se tornou um grande amigo.

Agradeço aos colegas do grupo de pesquisa Geofluxo, que me ajudaram no crescimento como pesquisador e sempre sugeriram melhorias para o trabalho.

Agradeço aos amigos do Karate Kyokushin e, principalmente, ao meu mestre Sensei Josimar Ikeda, que me ensina sempre a trilhar um caminho árduo me ensinando a cumprir os meus objetivos, por mais difíceis que eles sejam.

Agradeço à minha psicóloga Clarissa Suassuna que, em sua mais alta competência técnica e empatia, me ajudou a manter a estabilidade emocional, a delinear objetivos e a cumprir as metas durante a realização desse trabalho.

RESUMO

MODELOS CONSTITUTIVOS DE SUPERFÍCIE DE RETENÇÃO E DE CONDUTIVIDADE HIDRÁULICA PARA SOLOS UNI E BIMODAIS

A consideração do solo na condição não saturada tem sido cada vez mais comum e necessária em problemas de geotecnia. Quanto à modelagem do solo nessa condição, sabe-se que os progressos em sua utilização estão atrelados aos aprofundados estudos e também aos avanços computacionais. Ao considerar a variação volumétrica de um solo, a curva de retenção de água no solo e a curva de condutividade hidráulica não saturada do solo tornam-se propriedades hidráulicas mutáveis e, com isso, estabelecem-se os conceitos de superfície de retenção e de condutividade hidráulica. Esta tese tem como objetivo propor novos modelos constitutivos das superfícies citadas para solos de comportamento unimodal e bimodal. O desenvolvimento inicia-se a partir de um modelo unimodal existente de curva de retenção de água no solo e o modelo bimodal é elaborado a partir do princípio da superposição linear. A sua validação experimental foi executada e, com isso, foi feita uma simulação do fluxo de água nesse solo encontrando e resolvendo a equação diferencial parcial regente do fenômeno. Foi feita, também, a relação entre os modelos uni e bimodal com a distribuição de poros, onde criam-se e validam-se modelos de curva da função frequência acumulada de raios e da função frequência de raios que, por consequência, consolidam o significado físico de alguns parâmetros utilizados. Finalmente, os modelos de superfície de retenção para solos uni e bimodais são criados e também validados com dados experimentais e, durante esse desenvolvimento, o significado físico do parâmetro hidráulico δ é consolidado e também é desenvolvida uma expressão analítica para encontrar a pressão de entrada de ar de um solo. Uma formulação analítica para o conceito desenvolvido de superfície de condutividade hidráulica para solos uni e bimodais foi proposta e foi feita sua representação gráfica tridimensional. Durante o desenvolvimento da tese procurou-se apresentar um rigor matemático coerente e representar, com acurácia, o comportamento dos solos nas condições estabelecidas.

Palavras-chave: Solos não saturados; Superfície de retenção; Solos bimodais; Distribuição de poros; Superfície de condutividade hidráulica.

ABSTRACT

CONSTITUTIVE RETENTION SURFACE AND HYDRAULIC CONDUCTIVITY MODELS FOR UNI AND BIMODAL SOILS

The consideration of soil in the unsaturated condition has become increasingly common and necessary in geotechnical problems. As for soil modeling in this condition, it is known that the progress in its use is linked to the in-depth studies and also to computational advances. When considering the volumetric variation of a soil, the soil water retention curve and the k-function become changeable hydraulic properties and, with this, the concepts of Soil–Water Retention Surface (SWRS) and unsaturated hydraulic conductivity surface are established. This thesis aims to propose new constitutive models of the mentioned surfaces for unimodal and bimodal behavior soils. The development starts from an existing unimodal model of soil water retention curve and the bimodal model is elaborated from the linear superposition principle. Its experimental validation was performed and, with this, a simulation of the water flow in this soil was made by finding and solving the partial differential equation governing the phenomenon. The relationship between the uni and bimodal models and the porosimetry was also made, where the curve models of the cumulative pore–size distribution and the direct pore–size distribution were created and validated, which, as a consequence, consolidate the physical meaning of some of the parameters used. Finally, the SWRS models for uni and bimodal soils are created and also validated with experimental data, and during this development, the physical meaning of the hydraulic parameter δ is consolidated and an analytical expression for finding the air–entry value of a soil is also developed. An analytical formulation for the developed concept of hydraulic conductivity surface for uni and bimodal soils was proposed and its three-dimensional graphical representation was made. During the development of the thesis, an attempt was made to present a coherent mathematical rigor and to represent, with accuracy, the behavior of the soils under the established conditions.

Keywords: Unsaturated soils; Soil-water retention surface; Bimodal soils; Pore-size distribution; Hydraulic conductivity surface.

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	1
1.1	Objetivos.....	4
1.2	Estrutura da Tese	4
2.	FLUXO EM MEIO POROSO NÃO SATURADO	5
2.1	Solos Não Saturados	5
2.2	Modelos Constitutivos de Cavalcante & Zornberg	9
2.3	Soluções Analíticas da Equação de Richards	11
3.	SOLOS UNI E BIMODAIS	14
3.1	Distribuição de Poros	14
3.2	Propriedades Hidráulicas de Solos Bimodais	18
4.	SUPERFÍCIE DE RETENÇÃO DE ÁGUA NO SOLO	22
4.1	Definição	22
4.2	Modelo de Quaglia (2018)	22
4.3	Modelo de Salager (2010)	24
5.	METODOLOGIA	27
5.1	Material	27
5.1.1	<i>Dados de Quaglia (2018)</i>	28
5.1.2	<i>Dados de Fresneda (2018)</i>	29
5.1.3	<i>Dados de Futai & Almeida (2005)</i>	30
5.1.4	<i>Dados de Chen (2018)</i>	32
5.1.5	<i>Dados de Silva (2009)</i>	33
5.2	Métodos	33
5.2.1	<i>Propriedades Hidráulicas de Solos Bimodais</i>	34
5.2.2	<i>Simulação de Fluxo em Solo Bimodal</i>	35

5.2.3	<i>Desenvolvimento e Validação dos Modelos de Distribuição de Poros</i>	36
5.2.4	<i>Modelo de Superfície de Retenção Unimodal</i>	37
5.2.5	<i>Modelo de Superfície de Retenção Bimodal</i>	38
5.2.6	<i>Modelo de Superfície de Condutividade Hidráulica não Saturada Uni e Bimodal</i>	39
6.	NOVOS MODELOS DE REPRESENTAÇÃO DE SOLOS BIMODAIS	41
6.1	Curva de Retenção Bimodal	41
6.2	Validação Experimental do Modelo de Curva de Retenção Bimodal	43
6.3	Função de Condutividade Hidráulica Não Saturada Bimodal	45
6.4	Modelo de Infiltração Bimodal	47
6.5	Solução do Modelo de Infiltração Bimodal	48
6.6	Simulação do Modelo de Infiltração Bimodal	50
7.	RELAÇÃO DOS MODELOS DESENVOLVIDOS COM A DISTRIBUIÇÃO DE POROS	54
7.1	Introdução	54
7.2	Modelo de Distribuição de Poros para Solo Unimodal	55
7.3	Cálculo do Raio do Pico para o Modelo Unimodal	57
7.4	Modelo de Distribuição de Poros para Solo Bimodal	59
7.5	Validação Experimental do Modelo de Distribuição de Poros	63
8.	NOVOS MODELOS DE SUPERFÍCIE DE RETENÇÃO E DE CONDUTIVIDADE HIDRÁULICA	66
8.1	Determinação Analítica da Pressão de Entrada de Ar	66
8.1.1	<i>Descrição Qualitativa</i>	66
8.1.2	<i>Transformação da Equação para a Escala Logarítmica</i>	68
8.1.3	<i>Equação da Reta r</i>	69
8.1.4	<i>Equação da Reta s</i>	69

8.1.5	<i>Expressão Final da Pressão de Entrada de Ar</i>	71
8.1.6	<i>Análise Paramétrica da Pressão de Entrada de Ar</i>	71
8.1.7	<i>Pressão de Entrada de Ar para Sucção Próxima de Zero</i>	73
8.2	Relação o Parâmetro δ e o Índice de Vazios	74
8.3	Relação Entre Teores de Umidade e Índice de Vazios	75
8.4	Equação Constitutiva do Modelo de Superfície de Retenção Unimodal ..	75
8.5	Análise de Sensibilidade dos Parâmetros a e b	76
8.6	1ª Validação Experimental: Dados de Quaglia (2018)	78
8.7	2ª Validação Experimental: Dados de Chen (2018)	83
8.8	Equação Constitutiva do Modelo de Superfície de Retenção Bimodal	86
8.9	3ª Validação Experimental: Dados de Silva (2009)	87
8.10	Superfície de Condutividade Hidráulica Unimodal	90
8.11	Superfície de Condutividade Hidráulica Bimodal	92
9.	CONCLUSÕES	93
9.1	Sugestões para Pesquisas Futuras	95
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	96

Lista de Figuras

Figura 2.1 – Exemplo de curva de retenção de água no solo.	7
Figura 2.2 – Exemplo de curva de condutividade hidráulica não saturada de um solo em função da sucção mátrica.	8
Figura 2.3 – Análise paramétrica do parâmetro hidráulico δ na curva de retenção de água no solo ($\theta_s = 0.41, \theta_r = 0.04, k_s = 8,2 \times 10^{-7} \text{ m/s}$) (modificado de Cavalcante & Zornberg, 2017a).	10
Figura 2.4 – Evolução do teor de umidade volumétrica a diferentes profundidades ($\delta = 0,03 \text{ kPa}^{-1}; \theta_s = 0.41, \theta_r = 0.04, k_s = 8,2 \times 10^{-7} \text{ m/s}$) (modificado de Cavalcante & Zornberg, 2017a).	12
Figura 3.1 – Exemplo de curva da função frequência acumulada de raios (Libardi, 2010).	15
Figura 3.2 – Exemplo de curva da função frequência de raios (Libardi, 2010). .	15
Figura 3.3 – Distribuição de poros obtida a partir do ensaio do porosímetro de mercúrio (Yuan <i>et al.</i> , 2019).	17
Figura 3.4 – Ilustração da curva bimodal do modelo Multi-Van-Genuchten proposta por Durner (1992).	19
Figura 3.5 – Curvas de condutividade hidráulica não saturada bimodal previstas com base nos modelos ULN, BvG e BLN e dados de Mohanty <i>et al.</i> (1997) (modificado de Liu <i>et al.</i> , 2013b).	20
Figura 4.1 – Superfície de Retenção da argila <i>Eagle Ford</i> obtida usando diferentes metodologias experimentais (modificado de Quaglia, 2018).	24
Figura 4.2 – Superfície de retenção de água no solo obtida para uma areia silto-argilosa (modificado de Salager <i>et al.</i> , 2010).	25
Figura 4.3 – Zonas na superfície de retenção de água no solo para uma areia silto-argilosa (modificado de Salager <i>et al.</i> , 2010).	26
Figura 5.1 – Curvas de retenção para a argila de baixa plasticidade RMA a diferentes índices de vazío (modificado de Quaglia, 2018).	28

Figura 5.2 – Relação entre índice de vazios (e) e sucção (ψ) para o solo RMA a diferentes teores de umidade e pesos específicos (modificado de Quaglia, 2018).	29
Figura 5.3 – Curvas de retenção bimodal ajustadas segundo o modelo de Durner (1992) para o solo presente em: (a) Barbosa e em (b) El Volador (modificado de Fresneda, 2019).	30
Figura 5.4 – Curvas de retenção de água do solo laterítico extraído a 1 m e a 5 m de profundidade (modificado de Futai & Almeida, 2005).	31
Figura	
5.5 – Distribuição de poros acumulada do solo laterítico extraído a 1 m e a 5 m de profundidade (modificado de Futai & Almeida, 2005).	31
Figura 5.6 – Influência da densidade seca na curva de retenção do solo (modificado de Chen, 2018).	32
Figura 5.7 – Curva de retenção de água em função do grau de saturação volumétrica de um solo bimodal do distrito federal a diferentes índices de vazio (Silva, 2009).	33
Figura 5.8 – Diagrama das etapas realizadas para obtenção e validação dos modelos constitutivos desenvolvidos para solos bimodais.	35
Figura 5.9 – Diagrama das etapas realizadas para a realização da simulação do fluxo em solo não saturado bimodal.	36
Figura 5.10 – Diagrama das etapas realizadas para a realização do desenvolvimento e da validação dos modelos de distribuição de poros.	37
Figura 5.11 – Diagrama das etapas realizadas para a realização do desenvolvimento e da validação do modelo de superfície de retenção unimodal.	38
Figura 5.12 – Diagrama das etapas realizadas para a realização do desenvolvimento e da validação do modelo de superfície de retenção bimodal. .	39
Figura 5.13 – Diagrama das etapas realizadas para a realização do desenvolvimento e da validação do modelo de superfície de condutividade hidráulica não saturada uni e bimodal.	40

Figura 6.1 – Ilustração da curva de retenção de água no solo bimodal obtida a partir do modelo proposto ($\lambda = 0,45$; $\delta_1 = 0,02 \text{ kPa}^{-1}$; $\delta_2 = 0,00001 \text{ kPa}^{-1}$; $\theta_s = 0,40$, $\theta_r = 0,05$).....	42
Figura 6.2 – Validação experimental do modelo para solos localizados em: (a) Barbosa ($\lambda = 0,41$; $\delta_1 = 0,03221 \text{ kPa}^{-1}$; $\delta_2 = 0,00023 \text{ kPa}^{-1}$; $\theta_s = 0,41$, $\theta_r = 0,0000033$) e em (b) El Volador ($\lambda = 0,46$; $\delta_1 = 0,0220304 \text{ kPa}^{-1}$; $\delta_2 = 0,00004 \text{ kPa}^{-1}$; $\theta_s = 0,48$; $\theta_r = 0,0000048$).	44
Figura 6.3 – Análise comparativa entre o modelo proposto e o modelo de Durner (1992) para o solo localizado em Barbosa.....	45
Figura 6.4 – Curva de condutividade hidráulica bimodal utilizando o modelo proposto e dados de: (a) Barbosa ($k_s = 2 \times 10^{-8} \text{ m/s}$; $\lambda = 0,41$; $\delta_1 = 0,03221 \text{ kN}^{-1}$; $\delta_2 = 0,00023 \text{ kN}^{-1}$) (b) El Volador ($k_s = 4 \times 10^{-9} \text{ m/s}$; $\lambda = 0,46$; $\delta_1 = 0,02203 \text{ kN}^{-1}$; $\delta_2 = 0,00004 \text{ kN}^{-1}$).....	46
Figura 6.5 – Ilustração do processo de infiltração a ser simulado com a condição inicial e as condições de contorno.	49
Figura 6.6 – Simulação do processo de infiltração no solo bimodal de El Volador após 5 dias em uma profundidade de 1 m ($\lambda = 0,46$; $\delta_1 = 0,0220304 \text{ kPa}^{-1}$; $\delta_2 = 0,00004 \text{ kPa}^{-1}$; $k_s = 4 \times 10^{-9} \text{ m/s}$; $\theta_s = 0,48$; $\theta_r = 0,0000047$; $\psi_0 = 0 \text{ kPa}$, $\psi_i = -100,000 \text{ kPa}$, $L = 10\text{m}$) expressando a relação entre: (a) $ \psi $ e tempo; (b) θ e tempo e (c) k e tempo.....	51
Figura 6.7 – Simulação do processo de infiltração no solo bimodal de El Volador após 200 dias em uma profundidade de 1 m ($\lambda = 0,46$; $\delta_1 = 0,0220304 \text{ kPa}^{-1}$; $\delta_2 = 0,00004 \text{ kPa}^{-1}$; $k_s = 4 \times 10^{-9} \text{ m/s}$; $\theta_s = 0,48$; $\theta_r = 0,0000047$; $\psi_0 = 0 \text{ kPa}$, $\psi_i = -100,000 \text{ kPa}$, $L = 10\text{m}$) expressando a relação entre: (a) $ \psi $ e tempo; (b) θ e tempo e (c) k e tempo.....	52
Figura 6.8 – Simulação do processo de infiltração no solo bimodal de El Volador a tempos fixos variando-se a profundidade ($\lambda = 0,46$; $\delta_1 = 0,0220304 \text{ kPa}^{-1}$; $\delta_2 =$	

0,00004 kPa^{-1} ; $k_s = 4 \times 10^{-9}$ m/s; $\theta_s = 0,48$; $\theta_r = 0.0000047$; $\psi_0 = 0$ kPa , $\psi_i = -100.000$ kPa , $L = 10m$).	53
Figura 7.1 – Curva da função frequência acumulada de raios para um solo granular ($\theta_s = 0.40$, $\theta_r = 0.01$, $\delta = 0.3$ kPa^{-1} , $\sigma = 0.07275 \cdot 10^{-3}$ $kN \cdot m^{-1}$).	56
Figura 7.2 – Curva da função frequência de raios para um solo granular ($\theta_s = 0.40$, $\theta_r = 0.01$, $\delta = 0.3$ kPa^{-1} , $\sigma = 0.07275 \cdot 10^{-3}$ $kN \cdot m^{-1}$).	57
Figura 7.3 – Análise paramétrica do parâmetro δ na curva da função frequência de raios de um solo ($\theta_s = 0.40$, $\theta_r = 0.01$, $\sigma = 0.07275 \cdot 10^{-3}$ $kN \cdot m^{-1}$).	58
Figura 7.4 – Análise paramétrica de (θ_r/θ_s) na curva da função frequência de raios de um solo ($\delta = 0.3$ kPa^{-1} , $\sigma = 0.07275 \cdot 10^{-3}$ $kN \cdot m^{-1}$).	59
Figura 7.5 – Curva da função frequência acumulada de raios de um solo bimodal ($\theta_s = 0.40$, $\theta_r = 0.01$, $\delta_1 = 0.3$ kPa^{-1} , $\delta_2 = 0.0003$ kPa^{-1} , $\lambda = 0.40$, $\sigma = 0.07275 \cdot 10^{-3}$ $kN \cdot m^{-1}$).	60
Figura 7.6 – Curva da função frequência de raios de um solo bimodal ($\theta_s = 0.40$, $\theta_r = 0.01$, $\delta_1 = 0.3$ kPa^{-1} , $\delta_2 = 0.0003$ kPa^{-1} , $\lambda = 0.40$, $\sigma = 0.07275 \cdot 10^{-3}$ $kN \cdot m^{-1}$).	61
Figura 7.7 – Curva da função frequência de raios de um solo bimodal com os raios dos picos calculados utilizando a Eq. (7.11) ($\theta_s = 0.40$, $\theta_r = 0.01$, $\delta_1 = 0.3$ kPa^{-1} , $\delta_2 = 0.0003$ kPa^{-1} , $\lambda = 0.40$, $\sigma = 0.07275 \cdot 10^{-3}$ $kN \cdot m^{-1}$).	61
Figura 7.8 – Curva da função frequência de raios de um solo bimodal com superposição de regiões de poros ($\theta_s = 0.40$, $\theta_r = 0.01$, $\delta_1 = 0.3$ kPa^{-1} , $\delta_2 = 0.003$ kPa^{-1} , $\lambda = 0.40$, $\sigma = 0.07275 \cdot 10^{-3}$ $kN \cdot m^{-1}$).	62
Figura 7.9 – Análise paramétrica de λ na curva da função frequência de raios ($\theta_s = 0.40$, $\theta_r = 0.01$, $\delta_1 = 0.3$ kPa^{-1} , $\delta_2 = 0.0003$ kPa^{-1} , $\sigma = 0.07275 \cdot 10^{-3}$ $kN \cdot m^{-1}$).	
(a) $\lambda = 0.2$, (b) $\lambda = 0.4$, (c) $\lambda = 0.6$, and (d) $\lambda = 0.8$.	63
Figura 7.10 – Validação experimental do modelo bimodal de curva de retenção de água no solo utilizando os dados de Futai & Almeida (2005) ($\lambda = 0.37$, $\delta_1 = 0.19046$ kPa^{-1} , $\delta_2 = 0.00004$ kPa^{-1} , $\theta_s = 0.60$, $\theta_r = 0.05$).	64

Figura 7.11 – Curva da função frequência acumulada de raios: comparação entre o modelo proposto de distribuição de poros bimodal e os dados experimentais de Futai & Almeida (2005) ($\lambda = 0.37$, $\delta_1 = 0.32875 \text{ kPa}^{-1}$, $\delta_2 = 0.00031 \text{ kPa}^{-1}$, $\theta_s = 0.60$, $\theta_r = 0.05$).	65
Figura 8.1 – Representação gráfica da pressão de entrada de ar fundamentada na interseção das retas r e s na curva de retenção de água no solo obtida por Cavalcante & Zornberg (2017a) ($\delta = 0,09 \text{ kPa}^{-1}$; $\theta_s = 0,40$; $\theta_r = 0,05$).	67
Figura 8.2 – Superfície que relaciona a pressão de entrada de ar com o parâmetro hidráulico δ e o valor da abcissa y_0 da curva de retenção ($\theta_s = 0,41$; $\theta_r = 0,02$).	72
Figura 8.3 – Influência do y_0 na curva que relaciona a pressão de entrada de ar (ψ_{ar}) e o parâmetro hidráulico δ	72
Figura 8.4 – Relação entre a pressão de entrada de ar (ψ_{ar}) e o parâmetro hidráulico δ considerando o ponto ψ_0 próximo a zero.	73
Figura 8.5 – Representação 3D do modelo de superfície de retenção unimodal ($a = 10$; $b = 4$; $\theta_r = 0,05$).	76
Figura 8.6 – Análise de sensibilidade do (a) parâmetro a ($e = 0,7$; $b = 4$; $\theta_r = 0,05$) e (b) parâmetro b ($e = 0,7$; $a = 1$; $\theta_r = 0,05$).	77
Figura 8.7 – Representação do modelo 3D de superfície de retenção para os dados de Quaglia (2018) em: (a) visão de canto e (b) visão lateral ($a = 0,78$; $b = 2,95$; $\theta_r = 0,14$).	79
Figura 8.8 – Resíduos que permitem comparação entre o modelo proposto e os dados de Quaglia (2018) ($R^2 = 0,85$).	80
Figura 8.9 – Comparação entre a curva do modelo e os pontos experimentais de Quaglia (2018) para diferentes índices de vazios: (a) $e = 0,901$; (b) $e = 0,623$; (c) $e = 0,539$	81
Figura 8.10 – Curvas de retenção relativas a diferentes índices de vazios obtidas a partir da superfície de retenção ($a = 0,78$; $b = 2,95$; $\theta_r = 0,14$).	82

Figura 8.11 – Relação entre a pressão de entrada de ar e o índice de vazios para o solo RMA de Quaglia (2018).	83
Figura 8.12 – Representação do modelo 3D de superfície de retenção para os dados de Chen (2018) em: (a) visão de canto e (b) visão lateral ($a = 0,68$; $b = 1,90$; $\theta_r = 0,10$).	84
Figura 8.13 – Resíduos que permitem comparação entre o modelo proposto e os dados de Chen (2018) ($R^2 = 0,96$).	85
Figura 8.14 – Comparação entre a curva do modelo e os pontos experimentais de Chen (2018) para diferentes índices de vazios: (a) $e = 0,786$; (b) $e = 0,698$; (c) $e = 0,538$; (d) $e = 0,444$	86
Figura 8.15 – Representação 3D do modelo de superfície de retenção bimodal ($a_1 = 100$; $b_1 = 25$; $a_2 = 10$; $b_2 = 1$; $\lambda = 0,4$; $\theta_r = 0,05$).	87
Figura 8.16 – Representação do modelo 3D de superfície de retenção para os dados de Silva (2009) em: (a) visão de canto e (b) visão lateral ($a_1 = 1304,36$; $b_1 = 2,03$; $a_2 = 1,49$; $b_2 = 5,29$; $\lambda = 0,51$; $\theta_r = 0,03$).	88
Figura 8.17 – Resíduos que permitem comparação entre o modelo proposto e os dados de Silva (2009) ($R^2 = 0,97$).	89
Figura 8.18 – Comparação entre a curva do modelo e os pontos experimentais de Silva (2009) para diferentes índices de vazios: (a) $e = 1,16$; (b) $e = 0,97$; (c) $e = 0,77$	89
Figura 8.19 – Exemplo de superfície de condutividade hidráulica unimodal ($a = 10$; $b = 4$; $C = 10^{-5} \text{ m/s}$; $m = 1,5$).	91
Figura 8.20 – Exemplo de superfície de condutividade hidráulica unimodal ($a_1 = 100$; $b_1 = 25$; $a_2 = 10$; $b_2 = 1$; $\lambda = 0,4$; $C = 10^{-5} \text{ m/s}$; $m = 1,5$).	92

Lista de Abreviações e de Símbolos

Abreviação	Significado
BLN	<i>Bimodal Lognormal Soil Hydraulic Model</i>
BVG	<i>Bimodal van Genuchten-Mualem Soil Hydraulic Model</i>
EDO	Equação Diferencial Ordinária
EDP	Equação Diferencial Parcial
LVDT	<i>Linear Variable Differential Transformer</i>
MOL	<i>Method of Lines</i> (Método das Linhas)
POLI USP	Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
RMA	<i>Rocky Mountain Arsenal Soil</i>
ULN	<i>Unimodal Lognormal Soil Hydraulic Model</i>
UnB	Universidade de Brasília
UT Austin	Universidade do Texas em Austin

Símbolo	Significado
a	Parâmetro de ajuste no modelo de Costa & Cavalcante
a_i	Parâmetros de ajuste do modelo de Quaglia
a_i	Parâmetro de ajuste no modelo de Costa & Cavalcante
a_s	Coefficiente de advecção não saturada na direção z no modelo de Cavalcante & Zornberg
a_{sl}	Parâmetro de ajuste do modelo de Salager <i>et al.</i>
b	Parâmetro de ajuste no modelo de Costa & Cavalcante
b_i	Parâmetros de ajuste do modelo de Quaglia
b_i	Parâmetro de ajuste no modelo de Costa & Cavalcante
b_{sl}	Parâmetro de ajuste do modelo de Salager <i>et al.</i>
C	Constante relativa ao solo no modelo de Ren <i>et al.</i>
C_F	Constante de forma no modelo de Ren <i>et al.</i>
D	Diâmetro do poro
D_z	Coefficiente de difusividade não saturada na direção z no modelo de Cavalcante & Zornberg
e	Índice de vazios

Símbolo	Significado
h	Carga de pressão
K_r	Condutividade hidráulica relativa
k_s	Condutividade hidráulica saturada do solo
k_z	Condutividade hidráulica não saturada do solo na direção z
m	Parâmetro de ajuste do modelo de van Genuchten ou constante positiva do modelo de Ren <i>et al.</i>
m_i	Parâmetros de ajuste do modelo Multi-Van-Genuchten
n	Parâmetro de ajuste do modelo de van Genuchten
n_i	Parâmetros de ajuste do modelo Multi-Van-Genuchten
p	Modalidade do modelo
P_m	Pressão diferencial aplicada para a intrusão do mercúrio
r	Raio do poro
R^2	Coefficiente de determinação
r_{pico}	Raio do pico na curva da função frequência de raios
r_s	Raio do poro no modelo de Libardi
S	Grau de saturação
S_e	Saturação efetiva
S_{hg}	Grau de saturação do mercúrio no solo
S_s	Superfície específica do solo
t	Tempo
u_a	Pressão relativa do ar no solo
u_w	Poropressão
V_t	Volume total do solo
V_w	Volume de água presente no solo
v_z	Velocidade de infiltração da água no solo na direção vertical
w_i	Fatores de peso no modelo Multi-Van-Genuchten
y	Logaritmo da sucção (utilizado, com vários índices, no cálculo da pressão de entrada de ar)
z	Coordenada vertical, direção vertical ou carga altimétrica
α	Parâmetro de ajuste do modelo de van Genuchten

Símbolo	Significado
β	Parâmetro relacionado à tortuosidade e conectividade de poros no modelo BLN
δ	Parâmetro de ajuste hidráulico
δ_1	Parâmetro de ajuste hidráulico que corresponde à região dos macroporos
δ_2	Parâmetro de ajuste hidráulico que corresponde à região dos microporos
ϕ_i	Fatores de peso no modelo BLN
γ	Parâmetro relacionado à tortuosidade e conectividade de poros no modelo BLN
γ_w	Peso específico da água
λ	Fator de peso correspondente à região dos macroporos
μ	Ângulo de contato do mercúrio ou viscosidade do fluido no modelo de Ren <i>et al.</i>
π	Sucção Osmótica
θ	Teor de umidade volumétrica
θ_0	Teor de umidade volumétrica na fronteira superior do solo
θ_i	Teor de umidade volumétrica inicial do solo
θ_{int}	Teor de umidade volumétrica de interseção entre duas retas no modelo de Salager <i>et al.</i>
θ_r	Teor de Umidade Volumétrica Residual
θ_s	Teor de Umidade Volumétrica Saturado
ρ	Logaritmo do raio do poro
ρ_s	Massa específica da partícula de solo
σ	Tensão superficial da água
σ_i	Desvio padrão da distribuição do logaritmo natural do raio no modelo BLN
σ_m	Tensão superficial do mercúrio
v	Ângulo de contato da água
ψ	Sucção do solo

Símbolo	Significado
ψ_0	Valor de sucção na fronteira superior do solo na simulação de fluxo em solo não saturado bimodal e também utilizado como uma importante sucção no cálculo da pressão de entrada de ar
ψ_{ar}	Sucção correspondente à pressão de entrada de ar
ψ_i	Valor de sucção inicial do solo
ψ_m	Sucção mátrica
ψ_{mi}	Sucção mátrica medida no i -ésimo espaço de poros no modelo BLN
ψ_{pico}	Sucção correspondente ao raio do pico
ζ	Parâmetro relacionado à tortuosidade e conectividade de poros no modelo BLN

1. INTRODUÇÃO

O sucesso das obras na engenharia geotécnica está diretamente relacionado à precisa compreensão do comportamento do solo. Este, por sua vez, é constituído por partículas sólidas de tamanhos diversos interconectadas por espaços vazios. Quando esses vazios estão preenchidos por água e ar, é dito que o solo está na condição não saturada e é necessária uma precisa compreensão do seu comportamento nessa condição para sua correta modelagem e descrição de propriedades.

O fluxo de água no solo, provocado por um gradiente de energia, pode ocorrer por meio dos espaços vazios do solo quando eles apresentam continuidade (Das, 2019; Fredlund & Rahardjo, 1993). O seu estudo é de suma importância para a mecânica dos solos. Ao longo de sua história, diversos ramos da engenharia, da física e da hidrologia se dedicaram às análises experimentais e analíticas em busca de promover um mais completo entendimento dos processos que envolvem esse fenômeno (Ahmed, 2019). O fluxo de água necessita ser analisado e levado em consideração em diversos contextos da geotecnia, como em operação de barragens, análise de estabilidade de encostas e de escavações, fundações superficiais e profundas, dentre outros (Fredlund & Rahardjo, 1993).

As leis físicas e termodinâmicas regem a percolação da água no meio poroso (Fetter, 1994) e as propriedades hidráulicas nesse meio influenciam diretamente o processo de infiltração. Essas propriedades hidráulicas são influenciadas pelas características físicas, químicas e mineralógicas do solo (Brandão *et al.*, 2006).

Durante um longo período de tempo, a quantificação dessas propriedades era realizada para solos em situação seca ou saturada, prática comum da mecânica dos solos clássica (Camapum de Carvalho *et al.*, 2015). Embora esse procedimento possa prover cenários de pior caso, impede o desenvolvimento de uma possível otimização para projetos de engenharia geotécnica (Zornberg & McCartney, 2010).

A precisa representação do fluxo em condição não saturada necessita de uma satisfatória aquisição dessas propriedades hidráulicas que caracterizam o meio e, dentre estas, pode-se destacar como de imprescindível importância a curva de retenção de água no solo e a função de condutividade hidráulica não saturada do solo (Nimmo *et al.*, 1987; Fredlund & Rahardjo, 1993; Skibinsky & Fredlund, 1996; Lu & Likos, 2004; Fredlund *et al.*, 2012).

A presença de mais de uma fase fluida resulta em um material cuja modelagem de comportamento é desafiadora para aplicações geotécnicas, sendo um dos principais motivos o fato de que o seu comportamento é expresso por equações diferenciais parciais não lineares e de elevada dificuldade de resolução (Fredlund *et al.*, 2012). Além disso, os procedimentos experimentais para aquisição de propriedades requerem, geralmente, longos tempos de ensaio (Zornberg & McCartney, 2010).

O conhecimento das propriedades do meio poroso tem como pré-requisito a sua modelagem e, tanto para a sua representação em geral quanto para a resolução das equações diferenciais que regem o fluxo não saturado nesse meio, são necessários modelos constitutivos. Estes são equações que demonstram uma relação entre duas quantidades físicas específicas do material e que não vêm diretamente das leis físicas (Fish, 2013). Uma coerente modelagem utilizando os modelos constitutivos pode levar a excelentes previsões de comportamento do solo. É necessário que o modelo represente adequadamente o comportamento do solo e, ao mesmo tempo, permita um desenvolvimento matemático posterior correto e solucionável ao serem inseridos nas equações diferenciais que regem os fenômenos físicos.

Destacam-se, conseqüentemente, que inovadores estudos, recentemente publicados pelo grupo de pesquisa Grupo de Pesquisa Inovações e Tecnologias Aplicadas em Geotecnia Ambiental – Geofluxo, da Universidade de Brasília, contribuem tanto com novos modelos constitutivos como com novas modelagens analíticas e numéricas com a finalidade de representar mais precisamente o

comportamento dos solos em condição não saturada (Borges, 2016; Costa, 2017; Cavalcante & Zornberg, 2017a, 2017b; Rojas, 2017; Silva, 2018; Mascarenhas, 2018; Sousa, 2019; Cavalcante *et al.*, 2019; Costa & Cavalcante, 2020, 2021b, 2021a; Cavalcante & Mascarenhas, 2021; Mascarenhas & Cavalcante, 2022).

Busca-se, dessa forma, um aprimoramento da modelagem dos solos não saturados ampliando a gama de atuação do conceito de solos não saturados nas obras geotécnicas. Fatores como multimodalidade (Ozelim & Cavalcante, 2016) e variações volumétricas têm de serem levados em consideração na quantificação das propriedades hidráulicas do solo ao longo do tempo e do espaço em que ele se encontra.

Solos multimodais e, como caso particular, solos bimodais apresentam propriedades hidráulicas e relações constitutivas diferentes em relação ao aspecto unimodal comumente observado em modelos de solos não saturados (Othmer *et al.*, 1991; Durner, 1992; Ross & Smettem, 1993; Durner, 1994; Burger & Shackelford, 2001; Gitirana Jr & Fredlund, 2004). Destaca-se, também, que a nomenclatura bimodal é utilizada para designar solos que tem tanto distribuição de poros quanto curva de retenção em formato bimodal, existindo uma intrínseca relação entre elas.

Além disso, diferentes estados de tensão ou outras possibilidades de variação volumétrica do solo também podem modificar as suas propriedades hidráulicas. A consideração de variações volumétricas no meio poroso levou à criação do conceito de superfície de retenção de água no solo (Matyas & Radhakrishna, 1968; Salager *et al.*, 2007; Plaisted, 2014; Quaglia, 2018).

As diferentes características e os diversos fatores que intervêm no comportamento dos solos trazem à tona a necessidade de criar e de sofisticar novas metodologias para representação do comportamento do meio poroso por meio de modelos constitutivos. Esses modelos visam suprir a demanda da engenharia geotécnica na otimização de projetos em diferentes contextos.

1.1 Objetivos

O objetivo geral desta tese é desenvolver e validar novos modelos constitutivos para solos na condição não saturada que representem as superfícies de retenção de água e de condutividade hidráulica não saturada para solos uni e bimodais.

Os objetivos específicos desta tese são:

- ⊕ Elaborar modelos constitutivos que representem a curva de retenção de água e de condutividade hidráulica não saturada para solos bimodais;
- ⊕ Desenvolver e solucionar a equação diferencial parcial que rege o fluxo de água não saturado em solos bimodais;
- ⊕ Relacionar os modelos de curva de retenção de água no solo com a distribuição de poros do solo;
- ⊕ Desenvolver um modelo constitutivo que represente a superfície de retenção de água e de condutividade hidráulica não saturada para solos unimodais;
- ⊕ Criar modelos constitutivos que representem a superfície de retenção de água e de condutividade hidráulica não saturada para solos bimodais;
- ⊕ Validar os modelos desenvolvidos para diferentes experimentos realizados cujos resultados serão obtidos de universidades parceiras e dados da literatura.

1.2 Estrutura da Tese

Os Capítulos 2, 3 e 4 são capítulos de revisão bibliográfica. Eles fornecem o embasamento teórico necessário para a compreensão dos resultados da tese. O Capítulo 5 trata da metodologia utilizada no trabalho, sendo subdividido em material e métodos. Os Capítulos 6, 7 e 8 tratam da apresentação e da discussão dos resultados da tese referenciando-os com os artigos publicados. O Capítulo 9 trata das conclusões do trabalho bem como das sugestões para pesquisas futuras.

2. FLUXO EM MEIO POROSO NÃO SATURADO

Neste capítulo, são expostos os fundamentos teóricos do fluxo em solos não saturados e também é detalhado o modelo constitutivo hidráulico de Cavalcante & Zornberg (2017a) com as suas respectivas soluções analíticas para a equação de Richards.

2.1 Solos Não Saturados

A engenharia e, em especial, a mecânica dos solos, têm evoluído constante e aceleradamente nas últimas décadas e um dos pontos de grande notoriedade evolutiva é o estudo dos solos em condições não saturadas. Na engenharia geotécnica, em geral, esta condição descrita ocorre quando, entre as partículas sólidas do solo, há dois fluidos presentes: ar e água.

Torna-se necessária, em diversos contextos, a análise não saturada por vários motivos, dentre eles: a avaliação na condição saturada pode não ser suficientemente realista, as análises conservativas podem não ser economicamente viáveis e o fato de os avanços tecnológicos permitirem melhor medição, caracterização e previsão de comportamento das propriedades do solo no estado não saturado (Lu & Likos, 2004).

Nesta condição, tanto a aquisição de propriedades quanto as complexas leis matemáticas descobertas tornaram-se feitos desafiadores para o desenvolvimento dessa ciência. Destaca-se que o avanço computacional permitiu, ao longo do tempo, a resolução e implementação de complexas formulações matemáticas que regem os problemas da mecânica dos solos não saturados (Fredlund *et al.*, 2012).

A equação regente do fluxo não saturado unidimensional no solo sob ação da gravidade é denominada equação de Richards, cuja formulação é:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{k_z(\theta)}{\gamma_w} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} \right] - \frac{\partial k_z(\theta)}{\partial z} \quad (2.1)$$

onde θ = teor de umidade volumétrica [L^3L^{-3}]; t = tempo [T]; z = coordenada vertical [L]; $k_z(\theta)$ = condutividade hidráulica não saturada do solo na direção z [LT^{-1}]; γ_w = peso específico da água [$ML^{-2}T^2$]; ψ = sucção no solo [$ML^{-1}T^2$].

A partir da Eq. (2.1), identificam-se variáveis que quantificam características hidráulicas dos solos não saturados. O teor de umidade volumétrica (θ) é uma das variáveis que pode ser utilizada para definir a quantidade de água presente no solo em um determinado instante de tempo. Ele é definido por:

$$\theta = \frac{V_w}{V_t} \quad (2.2)$$

onde V_w = volume de água presente no solo [L^3]; V_t = volume total do solo [L^3].

O teor de umidade volumétrica (θ) de um solo não saturado encontra-se no intervalo entre o teor de umidade volumétrica residual (θ_r) e o teor de umidade volumétrica saturado (θ_s).

A variável sucção (ψ) geralmente é definida como a energia interna livre no solo, sendo composta por duas parcelas, mátrica e osmótica (Leong *et al.*, 2003), conforme a equação a seguir:

$$\psi = (u_a - u_w) + \pi \quad (2.3)$$

onde $(u_a - u_w) = \psi_m$ = sucção mátrica [$ML^{-1}T^2$]; π = sucção osmótica [$ML^{-1}T^2$]; u_a = pressão relativa do ar no solo [$ML^{-1}T^2$]; u_w = pressão da água no solo (poropressão) [$ML^{-1}T^2$].

De maneira geral, é possível considerar a pressão relativa do ar em relação à atmosfera igual a zero ($u_a = 0$) e o gradiente de sucção osmótica igual a zero ($\partial\pi/\partial z = 0$), tornando aceitável, nas simulações de fluxo, a utilização da seguinte expressão para a sucção:

$$\psi = -u_w + \pi_{\text{constante}} \quad (2.4)$$

Qualitativamente, pode-se entender que, quando maior o módulo da sucção, menos água há nos vazios do solo e, por conseguinte, menor o teor de umidade volumétrica. Existe uma importante relação gráfica entre a sucção e

teor de umidade volumétrica que se chama curva de retenção de água no solo. Essa curva é a informação mais valiosa para conduzir análises de solo na condição não saturada (Skibinsky & Fredlund, 1996).

Fisicamente, a curva de retenção fornece informações a respeito da capacidade de retenção de água no solo, sobre a condutividade hidráulica não saturada e também sobre a distribuição de porosidade do solo. Um exemplo de curva de retenção é visto na Figura 2.1, curva essa obtida teoricamente pelo modelo de Cavalcante & Zornberg (2017a).

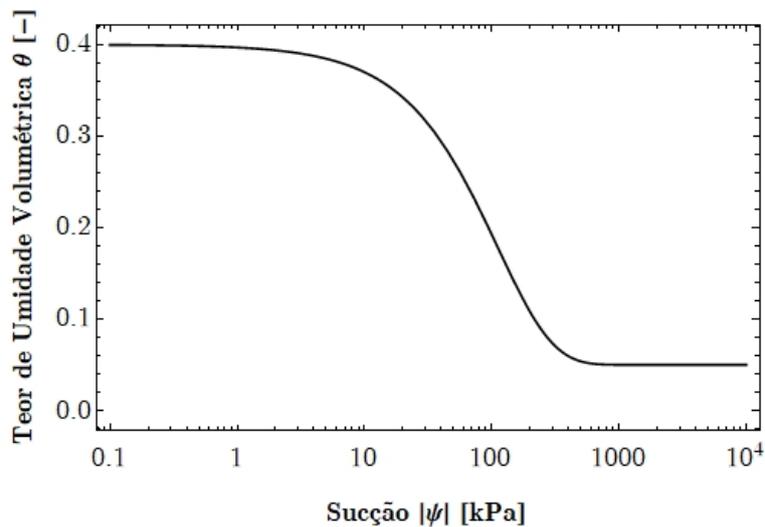


Figura 2.1 – Exemplo de curva de retenção de água no solo.

Além da diversidade experimental existente na aquisição dos pontos da curva de retenção, existem diferentes modelos constitutivos que relacionam, matematicamente, a sucção e o teor de umidade volumétrica, de forma que uma curva contínua em formato sigmoide é ajustada conforme os pontos solicitados e plotada por meio da expressão matemática do modelo constitutivo. Pode-se citar, como exemplo, os modelos de Brooks & Corey (1966), de van Genuchten (1980), de Fredlund & Xing (1994) e de Cavalcante & Zornberg (2017a).

Na tradicional análise saturada, um dos parâmetros de bastante relevância é o coeficiente de permeabilidade saturada (k_s). Ele reflete a facilidade com a

qual um fluido newtoniano percola o meio poroso saturado e este depende tanto das propriedades da matriz sólida quanto da matriz líquida (Harr, 1991; Camapum de Carvalho *et al.*, 2015).

O coeficiente de permeabilidade não saturada k_z reflete a facilidade com a qual um fluido newtoniano percola o solo em determinada condição não saturada na direção vertical z . Esta percolação ocorre por meio dos caminhos preferenciais, preenchidos por água, de sorte que, à medida que o solo se dessatura, uma menor velocidade de fluxo é alcançada (Fredlund & Rahardjo, 1993). Dessa forma, não existe mais um coeficiente de permeabilidade, mas sim uma função de condutividade hidráulica não saturada que pode ser mensurada a partir do teor de umidade volumétrica ($k_z(\theta)$) ou a partir da sucção ($k_z(\psi)$). A Figura 2.2 representa um exemplo de função de condutividade hidráulica não saturada em função da sucção mátrica.

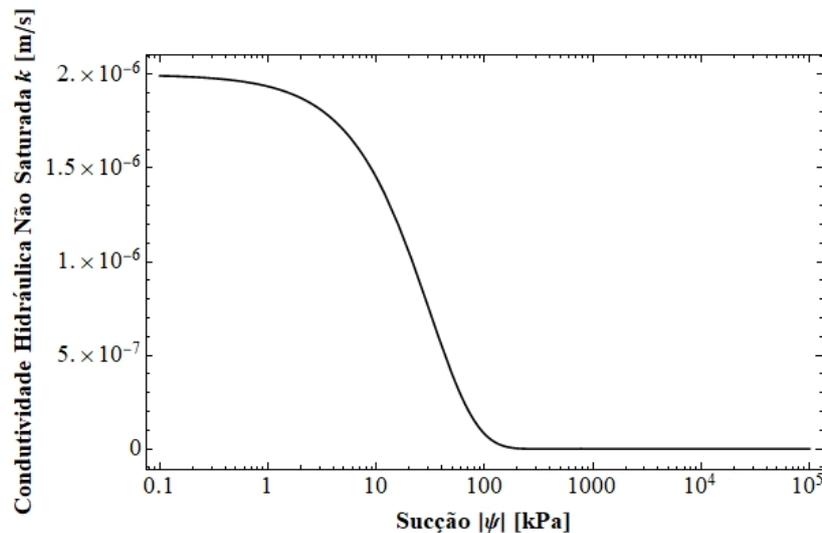


Figura 2.2 – Exemplo de curva de condutividade hidráulica não saturada de um solo em função da sucção mátrica.

Apesar dos esforços experimentais em encontrar, de forma direta, a função de condutividade hidráulica não saturada, as metodologias até então desenvolvidas são de alto custo temporal e econômico, levando grande parte dos

pesquisadores a obter essa curva de forma indireta, na maioria das vezes, por meio da curva de retenção de água no solo (Zhai & Rahardjo, 2015). Como exemplo, pode-se citar os trabalhos de van Genuchten (1980), de Fredlund *et al.* (1994) e de Cavalcante & Zornberg (2017a).

A resolução da equação de Richards (Eq. (2.1)) depende dos modelos constitutivos da curva de retenção de água no solo, $\psi(\theta)$, e da curva de condutividade hidráulica não saturada do solo, $k(\theta)$. A depender do modelo constitutivo utilizado, obtém-se uma solução analítica ou numérica para a EDP e destaca-se, nesse quesito, que Cavalcante & Zornberg (2017a) foram os primeiros pesquisadores a promoverem soluções analíticas explícitas para essa equação.

2.2 Modelos Constitutivos de Cavalcante & Zornberg

Como já mencionado, diversas formulações para a curva de retenção de água e para a curva de condutividade hidráulica não saturada no solo foram e têm sido, ainda hoje, apresentadas. Os modelos constitutivos de Cavalcante & Zornberg, publicados tanto em Cavalcante & Zornberg (2017a) quanto em Cavalcante & Zornberg (2017b), destacam-se por diversos fatores, dentre eles o fato de que eles tornam possível a resolução da equação de Richards com formulações analíticas explícitas para a condição de fluxo transiente.

De modo geral, as abordagens de resolução da equação de Richards registradas utilizavam a hipótese de o regime ser estacionário ou, quando apresentavam soluções explícitas para o regime transiente, faziam uso de abordagens numéricas para a completa apresentação de resultados (Hogarth *et al.*, 1992; Basha, 1999; Hogarth & Parlange, 2000; Chen *et al.*, 2003).

Para a solução analítica da equação de Richards (Eq. (2.1)), o modelo de Cavalcante & Zornberg propõe que:

$$\psi(\theta) = \frac{1}{\delta} \ln \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right) \quad (2.5)$$

onde δ é um parâmetro de ajuste hidráulico [M^1LT^2].

Também é proposto que:

$$k_z(\theta) = k_s \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right) \quad (2.6)$$

onde k_s é a condutividade hidráulica saturada do solo [LT^{-1}].

Os modelos constitutivos presentes nas Eqs. (2.5) e (2.6), além de tornarem possível a resolução analítica e explícita da equação de Richards, apresentam um único parâmetro de ajuste, δ , que tem um significado físico bem definido e relacionado com a natureza do solo: solos mais granulares apresentam um δ maior e solos mais finos apresentam um δ menor. É possível relacionar o parâmetro δ com a pressão de entrada de ar (Costa & Cavalcante, 2020), com a distribuição de poros (Sousa, 2019), com a resistência não saturada (Cavalcante & Mascarenhas, 2021), dentre outras análises. A Figura 2.3 apresenta a representação de três curvas de retenção de água em solos com δ diferentes.

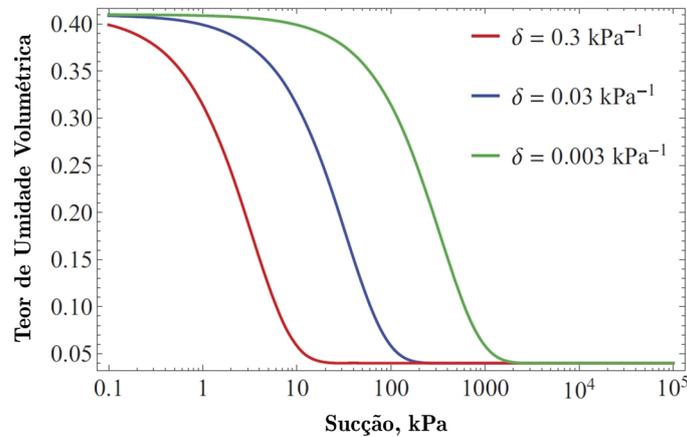


Figura 2.3 – Análise paramétrica do parâmetro hidráulico δ na curva de retenção de água no solo ($\theta_s = 0.41$, $\theta_r = 0.04$, $k_s = 8,2 \times 10^{-7} \text{ m/s}$) (modificado de Cavalcante & Zornberg, 2017a).

A partir dos modelos apresentados, é possível visualizar a evolução da frente de umidade $\theta(z,t)$ solucionando a equação de Richards de forma analítica, como abordado a seguir.

2.3 Soluções Analíticas da Equação de Richards

A partir dos modelos apresentados de Cavalcante & Zornberg (2017a), é possível transformar a equação de Richards (Eq. (2.1)) na equação a seguir:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \bar{D}_z \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} - \bar{a}_s \frac{\partial \theta}{\partial z} \quad (2.7)$$

onde $\bar{D}_z =$ coeficiente de difusividade não saturada na direção z [$L^2 T^{-1}$] e $\bar{a}_s =$ coeficiente de advecção não saturada na direção z [LT^{-1}].

O coeficiente \bar{D}_z pode ser calculado pela formulação:

$$\bar{D}_z = \frac{k_s}{\delta(\theta_s - \theta_r) \gamma_w}$$

O coeficiente \bar{a}_s pode ser calculado a partir da formulação:

$$\bar{a}_s = \frac{k_s}{(\theta_s - \theta_r)}$$

A Eq. (2.7) foi resolvida, em Cavalcante & Zornberg (2017a), para quatro cenários diferentes, que configuram diferentes problemas de valor inicial. Os cenários foram denominados de Caso 1, Caso 2, Caso 3 e Caso 4. Os Casos 1 e 3 resolveram a EDP para uma coluna de solo semi infinita, enquanto os Casos 2 e 4 resolveram a EDP para uma coluna de solo finita. Além disso, considerando a fronteira superior, nos Casos 1 e 2 há uma umidade constante imposta (condição de Dirichlet), enquanto nos Casos 3 e 4 há uma velocidade de descarga constante imposta (condição de Neumann).

Exemplificando a solução de Cavalcante & Zornberg com o Caso 1, tem-se uma umidade inicial uniforme e igual a θ_i :

$$\theta(z, 0) = \theta_i \quad (2.8)$$

Além disso, assume-se uma condição de fronteira superior igual a θ_0 :

$$\theta(0, t) = \theta_0 \quad (2.9)$$

Como a coluna de solo é semi infinita, a condição de contorno da fronteira inferior é descrita por:

$$\frac{\partial \theta}{\partial z}(\infty, t) = 0 \quad (2.10)$$

Com isso, a solução analítica da Eq. (2.7), no Caso 1, é dada por:

$$\theta(z, t) = \theta_i + (\theta_0 - \theta_i)A(z, t) \quad (2.11)$$

onde $A(z, t)$ é uma função auxiliar calculada como:

$$A(z, t) = \frac{1}{2} \left[\operatorname{erfc}(Z_{-1}) + \exp\left(\frac{\bar{a}_s z}{\bar{D}_z}\right) \operatorname{erfc}(Z_{+1}) \right] \quad (2.12)$$

E as funções $Z_{\pm 1}$ são dadas por:

$$Z_{\pm 1} = \frac{z \pm \bar{a}_s t}{2\sqrt{\bar{D}_z t}} \quad (2.13)$$

Na Figura 2.4 mostra-se uma análise paramétrica a partir da solução apresentada no Caso 1.

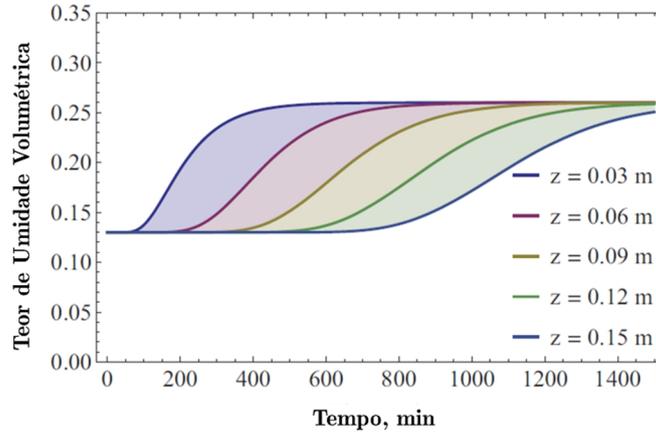


Figura 2.4 – Evolução do teor de umidade volumétrica a diferentes profundidades ($\delta = 0,03 \text{ kPa}^{-1}$; $\theta_s = 0,41$, $\theta_r = 0,04$, $k_s = 8,2 \times 10^{-7} \text{ m/s}$)

(modificado de Cavalcante & Zornberg, 2017a).

A escolha do caso a ser utilizado depende da situação geotécnica envolvida. Pode-se citar, por exemplo, o trabalho de Rojas (2017), que utilizou a solução apresentada no Caso 4 para descrever uma infiltração de água em um talude e associou essa infiltração com o fator de segurança calculado em Cavalcante & Camapum de Carvalho (2017).

Também de relevante importância tem-se o trabalho de Silva (2018), que utilizou a solução apresentada no Caso 3 e também o fator de segurança calculado em Cavalcante & Camapum de Carvalho (2017), acrescentando conceitos de probabilidade de ruptura transiente, bem como o trabalho de Santos & Cavalcante (2022), que utilizou a solução apresentada no Caso 1 adaptando o modelo de Fellenius (1936) para permitir uma análise transiente do fator de segurança em taludes de solo homogêneo durante a infiltração de água.

3. SOLOS UNI E BIMODAIS

De maneira geral, os solos podem ser classificados de acordo com a sua distribuição de poros: solos unimodais apresentam apenas um espaço de poros, enquanto solos bimodais apresentam dois espaços de poros distintos, denominados de espaço dos macroporos e espaço dos microporos. A nomenclatura apresentada refere-se, basicamente, ao formato da sua distribuição de poros, porém solos com distribuição de poros uni ou bimodal tendem a ter também uma curva de retenção de água no solo uni ou bimodal, respectivamente.

3.1 Distribuição de Poros

Os poros de um solo são as regiões desse meio ocupadas por água ou por ar. A distribuição de poros torna a análise do comportamento do solo mais detalhada, permitindo uma melhor observação da complexidade da estrutura em relação à porosidade por si só (Nimmo, 2013).

Basicamente, a distribuição de poros pode ter sua representação a partir de duas curvas: a curva da função frequência acumulada de raios e a curva da função frequência de raios, sendo que essas funções apresentam natureza semelhante à função distribuição e à função probabilidade, respectivamente (Libardi, 2010).

É apresentada, na Figura 3.1, um exemplo de curva da função frequência acumulada de raios, onde o eixo horizontal representa o raio r_s do poro, em escala logarítmica de base 10, e o eixo vertical representa o grau de saturação $S = F(\log r_s)$. A classificação dos poros em macro, meso e microporos não apresenta consenso entre autores, porém a classificação utilizada na Figura 3.1 foi a de Koorevaar *et al.* (1983), que considera macroporos como sendo poros de raio maior do que 50 μm , mesoporos como sendo poros de raio entre 15 e 50 μm e microporos como sendo poros de raio menor do que 15 μm .

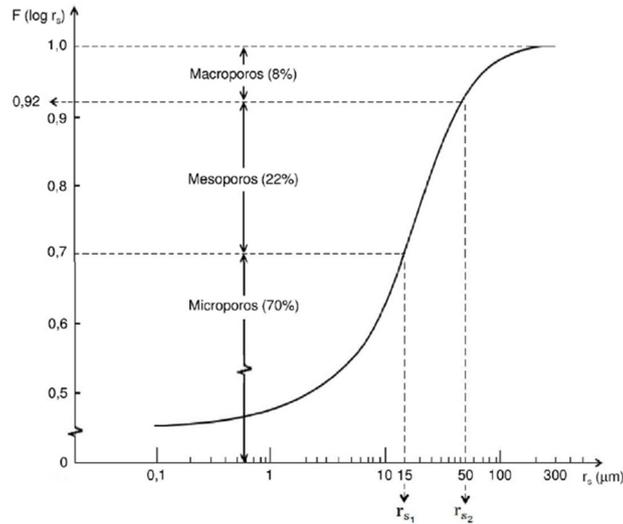


Figura 3.1 – Exemplo de curva da função frequência acumulada de raios (Libardi, 2010).

Derivando o grau de saturação S em relação ao logaritmo de r_s , a curva frequência de raios do solo da Figura 3.1 pode ser obtida e está apresentada na Figura 3.2.

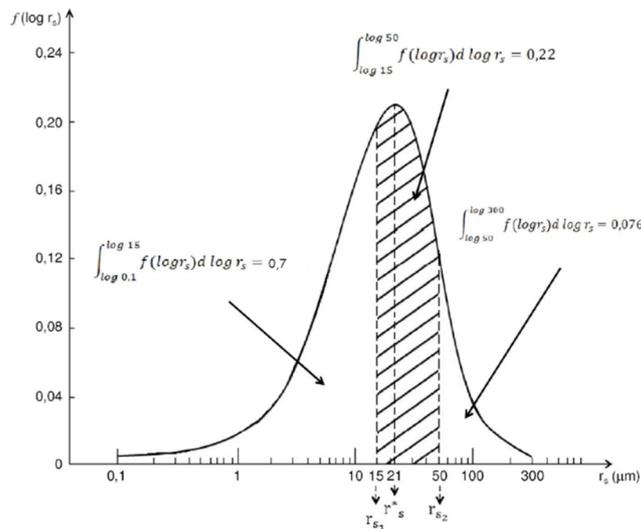


Figura 3.2 – Exemplo de curva da função frequência de raios (modificado de Libardi, 2010).

A distribuição de poros é comumente determinada a partir do ensaio do porosímetro de mercúrio ou, de maneira indireta, a partir da curva de retenção de água no solo. Em ambos os casos, consideram-se os poros do solo como tubos capilares com determinados raios (Beckett & Augarde, 2013). Esse modelo utiliza a equação e as hipóteses descritas em Washburn (1921), onde cada tamanho de poro é representado por um tubo capilar de seção transversal circular e uniforme de raio r . Outros métodos também podem ser utilizados para a obtenção da distribuição de poros, tais como microscopias ou tomografias.

No ensaio do porosímetro de mercúrio, introduz-se mercúrio sob pressão no meio poroso, expulsando a água (teoricamente, sendo semelhante a uma secagem), considerando que, quanto menores os poros são, maior a pressão necessária para a intrusão do mercúrio. O equipamento gera a distribuição por meio da equação de Washburn:

$$D = - \frac{4\sigma_m \cos \mu}{P_m} \quad (3.1)$$

onde D = diâmetro do poro [L]; σ_m = tensão superficial do mercúrio [MT^{-2}], μ = ângulo de contato do mercúrio [-] e P_m = pressão diferencial aplicada para a intrusão do mercúrio [$ML^{-1}T^2$].

Um típico resultado de ensaio no experimento do porosímetro de mercúrio está mostrado na Figura 3.3, onde a medida volumétrica de mercúrio é dada pelo seu volume de vazios em relação ao meio e o eixo y representa a derivada em relação ao logaritmo do diâmetro dos poros. O detalhamento das formulações e dos parâmetros necessários para o ensaio pode ser visto em Sun & Cui (2020).

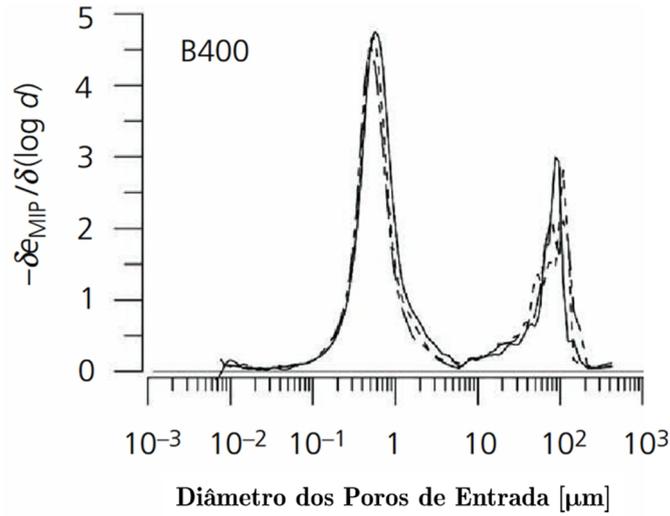


Figura 3.3 – Distribuição de poros obtida a partir do ensaio do porosímetro de mercúrio (Yuan *et al.*, 2019).

É possível, também, obter a distribuição de poros por meio da curva de retenção de água no solo. A relação entre o raio do poro e a sucção mátrica pode ser dada a partir da Eq. (3.2), que deriva da equação de Kelvin da capilaridade, considerando a água como fluido:

$$\psi_m = \frac{2\sigma \cos v}{r} \quad (3.2)$$

onde ψ_m = sucção mátrica [$ML^{-1}T^2$]; σ = tensão superficial da água [MT^{-2}]; v = ângulo de contato da água; r = raio do poro [L].

Frequentemente considera-se, na Eq. (3.2), o ângulo de contato (v) igual a zero, onde utiliza-se a hipótese de que o ângulo de contato no tubo capilar é similar ao ângulo de contato entre a água e o vidro. Nas Figuras 3.1 e 3.2, a distribuição de poros foi obtida por meio da Eq. (3.2), considerando o ângulo de contato nulo. Ressalta-se, também, que a distribuição de poros apresentada na Figura 3.2 é a distribuição de um solo unimodal e na Figura 3.3 é a distribuição de um solo bimodal.

3.2 Propriedades Hidráulicas de Solos Bimodais

Usualmente, os modelos desenvolvidos de curva de retenção de água no solo e de curva de condutividade hidráulica não saturada visam representar solos que têm uma distribuição de poros unimodal. Entretanto, solos que têm dois espaços de poros distintos, chamados de solos bimodais, usualmente têm, em sua curva de retenção, dois pontos de entrada de ar e os modelos para solos unimodais não são capazes de reproduzir seu comportamento adequadamente (Durner, 1994; Liu *et al.*, 2013b).

Nas últimas décadas, diversos modelos têm sido propostos para descrever o comportamento dos solos bimodais no que tange às suas propriedades hidráulicas (Othmer *et al.*, 1991; Durner, 1992; Ross & Smettem, 1993; Durner, 1994; Burger & Shackelford, 2001; Gitirana Jr & Fredlund, 2004; Coppola *et al.*, 2009; Liu *et al.* 2013a; 2013b). As propriedades hidráulicas de solos bimodais podem ser obtidas de diversas formas, podendo estas fazerem uso de: métodos estatísticos, funções por partes, métodos que utilizam por base a análise granulométrica, aproximação puramente matemática das curvas ou superposição linear de curvas unimodais de modelos previamente consolidados.

Os métodos que utilizam a superposição linear consistem em uma soma ponderada de funções unimodais em que os pesos são relacionados à distribuição de poros. A limitação desse tipo de abordagem é que, em geral, os modelos unimodais de solos não saturados são fundamentados em relações empíricas (Liu *et al.*, 2013b). Um dos mais reconhecidos modelos desse tipo é modelo de curva de retenção apresentado em Durner (1992), que utiliza como base o modelo de van Genuchten (1980), transformando-o no conhecido modelo Multi-Van-Genuchten, cuja equação é:

$$\theta = \theta_r + (\theta_s - \theta_r) \sum_{i=1}^{i=p} w_i \left[\frac{1}{1 + (\alpha_i h)^{n_i}} \right]^{m_i} \quad (3.3)$$

onde w_i = fatores de peso, sujeitos às condições $0 < w_i < 1$ e $\sum_{i=1}^p w_i = 1$ [-]; p = modalidade do solo [-]; α_i [L^{-1}], n_i [-] e m_i [-] = parâmetros de ajuste do modelo de van Genuchten para cada subcurva; h = carga de pressão [L].

Durner (1992) apresenta um exemplo de seu modelo, proposto na Eq. (3.3), para um solo bimodal (Figura 3.4). São apresentadas as duas subcurvas (1 e 2), com fatores de peso 0,4 e 0,6, respectivamente, e a curva bimodal composta.

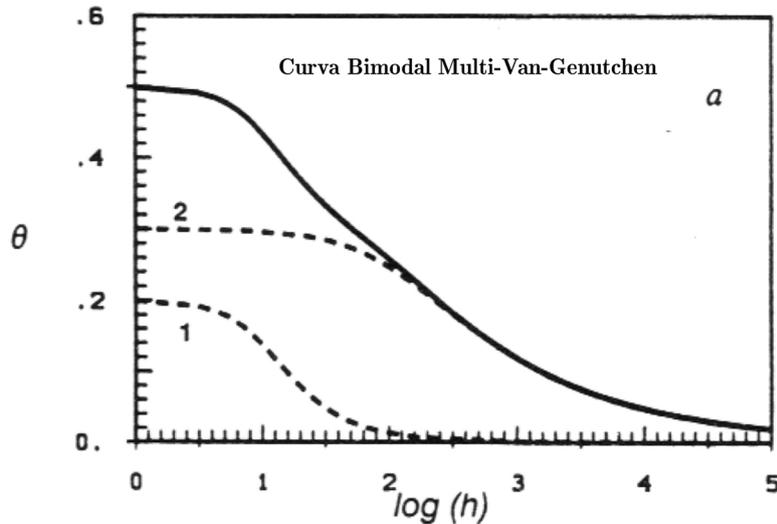


Figura 3.4 – Ilustração da curva bimodal do modelo Multi-Van-Genuchten proposta por Durner (1992).

Quanto à curva de condutividade hidráulica não saturada, um importante trabalho é o de Liu *et al.* (2013b). Nele, foi proposto um modelo de curva de condutividade hidráulica não saturada bimodal, chamado de BLN (*Bimodal Lognormal Soil Hydraulic Model*), e foi feita a comparação com outros dois modelos, abreviados de ULN (*Unimodal Lognormal Soil Hydraulic Model*), proposto por Kosugi (1996) e BvG (*Bimodal van Genuchten–Mualem Soil Hydraulic Model*), proposto por Priesack & Durner (2006).

O modelo BLN tem a seguinte formulação, quantificado em termos de condutividade hidráulica relativa (K_r), que é a razão entre a condutividade hidráulica não saturada e a condutividade hidráulica saturada:

$$K_r = S_e^\zeta \frac{\left[\frac{\sum_{i=1}^2 \frac{\phi_i}{\psi_{m_i}^\beta} \exp\left(\frac{\beta^2 \sigma_i^2}{2}\right) F_n\left(\frac{\ln\left(\frac{\psi}{\psi_{m_i}}\right)}{\sigma_i} + \beta\sigma_i\right)}{\sum_{i=1}^2 \frac{\phi_i}{\psi_{m_i}^\beta} \exp\left(\frac{\beta^2 \sigma_i^2}{2}\right)} \right]^\gamma}{1} \quad (3.4)$$

onde S_e = saturação efetiva [-]; ϕ_i = fatores de peso [-]; ψ_{m_i} = sucção mátrica média do i -ésimo espaço de poros em metros de coluna d'água [L]; σ_i = desvio padrão da distribuição do logaritmo natural do raio e ζ , β e γ são parâmetros relacionados à tortuosidade e conectividade de poros.

A função $F_n(x)$ é dada por:

$$F_n(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt \quad (3.5)$$

Uma comparação entre os três modelos pode ser visualizada na Figura 3.5.

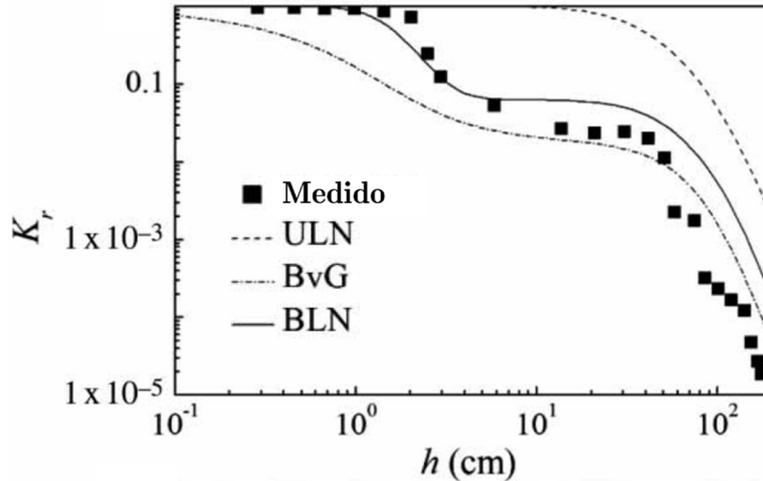


Figura 3.5 – Curvas de condutividade hidráulica não saturada bimodal previstas com base nos modelos ULN, BvG e BLN e dados de Mohanty *et al.* (1997)

(modificado de Liu *et al.*, 2013b).

De um modo geral, afirma-se que, referente às propriedades hidráulicas de solos bimodais, há uma busca constante por modelos que as representem corretamente apresentando significado físico e que também mostrem uma descrição matemática coerente e explícita para a correta modelagem do fluxo não saturado nesse meio.

4. SUPERFÍCIE DE RETENÇÃO DE ÁGUA NO SOLO

Neste capítulo, o conceito de superfície de retenção de água no solo é exposto e são apresentadas formulações explícitas de recentes modelos de superfície publicados.

4.1 Definição

O avanço dos processos de modelagem e de experimentação leva a geotecnia à necessidade de representar os solos não saturados de forma mais acurada. Sabe-se que, à medida que o solo apresenta variações volumétricas, as suas propriedades hidráulicas tendem a se modificar concomitantemente. Especificamente tratando da curva de retenção de água no solo, esse conceito é expandido ao considerar a sua mudança de comportamento à medida que o solo apresenta variações volumétricas.

A variável mais usualmente utilizada para representar a variação volumétrica do solo é o índice de vazios (e). A superfície de retenção de água é gerada a partir da incorporação do índice de vazios como um terceiro eixo, perpendicular aos eixos da curva de retenção, de forma que o teor de umidade volumétrica é expresso em função da sucção e do índice de vazios ($\theta(\psi, e)$). A plotagem de uma curva de retenção de água no solo específica é feita a partir de uma seção transversal em um índice de vazios particular selecionado. Diversos estudos têm relatado resultados satisfatórios na aquisição e na modelagem da superfície de retenção de água no solo (Matyas & Radhakrishna, 1968; Karube & Kawai, 2001; Gallipoli *et al.*, 2003; Salager *et al.*, 2007, 2010; Plaisted, 2014; Li *et al.*, 2018; Quaglia, 2018; Ye *et al.*, 2018). A seguir, são mostrados dois modelos de superfície de retenção de água no solo.

4.2 Modelo de Quaglia (2018)

Tipicamente, os modelos de superfície de retenção utilizam relações empíricas para associar os parâmetros da curva de retenção ao índice de vazios, como, por exemplo, estabelecendo uma relação de linearidade.

O modelo de Quaglia (2018) utiliza a seguinte formulação para a superfície de retenção:

$$\theta(\psi, e) = \theta_r(e) + (\theta_s(e) - \theta_r(e)) \left[1 + (\alpha(e)\psi)^{n(e)} \right]^{-m(e)} \quad (4.1)$$

A formulação da Eq. (4.1) é a função inversa obtida a partir do modelo de van Genuchten (1980), considerando, entretanto, θ_s , θ_r , α e n em função do índice de vazios e . Para incorporar o índice de vazios (e) à formulação, foram estabelecidas as seguintes relações de linearidade:

$$\theta_s(e) = a_1 + b_1 e \quad (4.2)$$

$$\theta_r(e) = a_2 + b_2 e \quad (4.3)$$

$$\alpha(e) = a_3 + b_3 e \quad (4.4)$$

$$n(e) = a_4 + b_4 e \quad (4.5)$$

onde a_1 , b_1 , a_2 , b_2 , a_3 , b_3 , a_4 e b_4 são parâmetros de ajuste [-].

Além disso, a relação entre os parâmetros m e n pode ser estabelecida:

$$m(e) = \left(1 - \frac{1}{n(e)} \right) \quad (4.6)$$

Um exemplo de superfície de retenção de água em uma argila específica a partir do modelo de Quaglia (2018) pode ser visualizado na Figura 4.1.

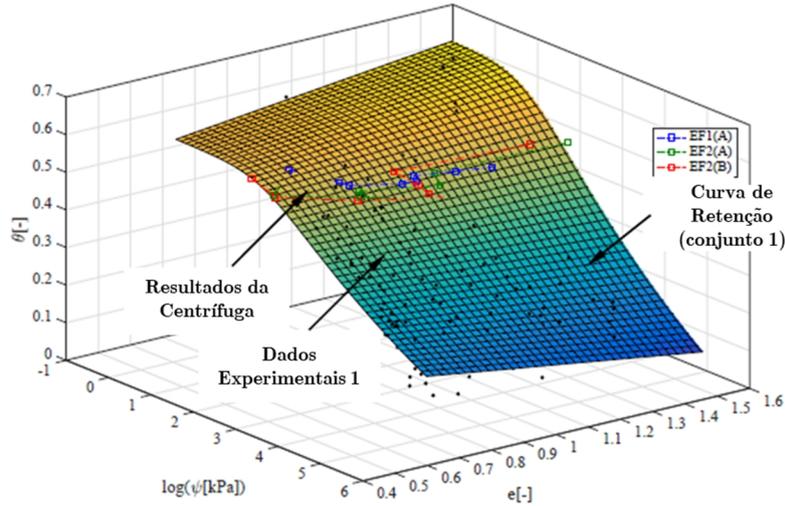


Figura 4.1 – Superfície de Retenção da argila *Eagle Ford* obtida usando diferentes metodologias experimentais (modificado de Quaglia, 2018).

Embora seja um modelo satisfatório para apresentação de resultados, a quantidade de parâmetros de ajuste é elevada (oito parâmetros) e a relação de linearidade com o índice de vazios precisaria ser melhor explicada para que seja justificável a sua utilização.

4.3 Modelo de Salager (2010)

O modelo de Salager *et al.* (2010) estabelece uma relação de linearidade entre o teor de umidade volumétrica e o índice de vazios, como a seguir:

$$\theta = a_{sl}e + b_{sl} \quad (4.7)$$

onde a_{sl} e b_{sl} são parâmetros de ajuste que dependem do valor da sucção [-].

Para cada valor de sucção 1, 10, 100, ..., 1000000 kPa, o modelo de superfície de retenção pode ser descrito pela equação:

$$\theta = \begin{cases} a_{sl}e + \theta_{\text{int}}(1 - G_s a), & \text{para } a_{sl}e + \theta_{\text{int}}(1 - G_s a_{sl}) < \frac{e}{G_s} \\ \theta_s = \frac{e}{G_s}, & \text{para } a_{sl}e + \theta_{\text{int}}(1 - G_s a_{sl}) \geq \frac{e}{G_s} \end{cases} \quad (4.8)$$

onde θ_{int} = teor de umidade volumétrica do ponto de interseção entre a linha de saturação e a reta determinada pela Eq. (4.7) [L^3L^{-3}]; G_s = peso específico relativo dos grãos sólidos do solo [-].

A superfície de retenção desse modelo pode ser visualizada na Figura 4.2.

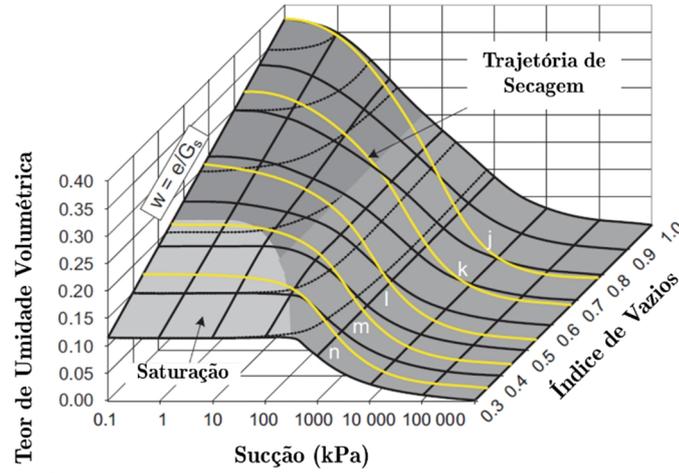


Figura 4.2 – Superfície de retenção de água no solo obtida para uma areia silto-argilosa (modificado de Salager *et al.*, 2010).

Esse modelo apresentado divide a superfície de retenção em três zonas: zona de saturação, que tem sucções próximas à zero, zona dependente do índice de vazios e zona independente do índice de vazios. Essas zonas são ilustradas na Figura 4.3.

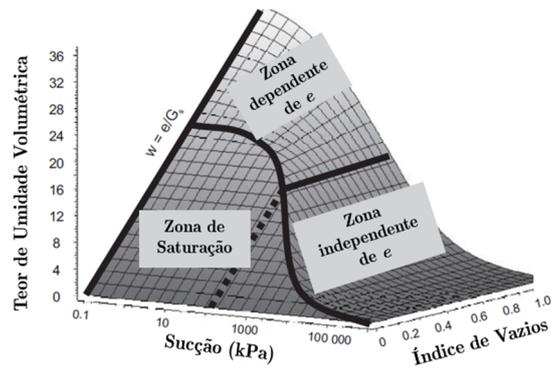


Figura 4.3 – Zonas na superfície de retenção de água no solo para uma areia silto-argilosa (modificado de Salager *et al.*, 2010).

Encontra-se, também, nesse modelo, uma relação de linearidade e um elevado número de parâmetros, haja vista que, para cada sucção estabelecida, haverá diferentes parâmetros de ajuste na superfície. Os autores também concluem que, como observado na Figura 4.3, quanto maior a sucção, menor a influência que o índice de vazios tem sobre o teor de umidade volumétrica.

5. METODOLOGIA

Este capítulo é dividido em duas seções (material e métodos) onde são expostos os dados utilizados na pesquisa e os métodos desenvolvidos e utilizados ao longo o trabalho.

5.1 Material

Devido à pesquisa focar, principalmente, na modelagem físico-matemática dos solos, os dados utilizados são provenientes de trabalhos de universidades parceiras e de moderna literatura pesquisada e publicada em periódicos indexados.

A Universidade do Texas em Austin (UT Austin) destaca-se como um centro tecnológico de referência em solos não saturados. Há um contato de cooperação mútua que permite a utilização dos dados de pesquisas lá desenvolvidas. Neste contexto, destaca-se que o trabalho de Quaglia (2018) é um dos trabalhos que mais forneceram dados e embasamento teórico para o desenvolvimento da presente pesquisa. Adjacentes a ele, também produzidos na UT Austin, os trabalhos de McCartney (2007), de Walker (2012) e de Plaisted (2014) forneceram, também, forte embasamento teórico para as conclusões, até então, consideradas com os seus dados e com as suas análises conceituais e matemáticas.

A Facultad de Minas da Universidad Nacional de Colombia (Sede Medellín) também tem um centro de excelência em engenharia civil e cordialmente concedeu os dados da pesquisa de Fresneda (2019), bem como informações adjacentes necessárias para a modelagem.

Os outros dados do trabalho utilizados para as validações e simulações dos modelos foram extraídos dos trabalhos de Futai & Almeida (2005), Silva (2009) e Chen (2018).

5.1.1 Dados de Quaglia (2018)

Quaglia (2018) desenvolveu séries de experimentos que encontraram curvas de retenção a diferentes índices de vazios para uma argila de baixa plasticidade chamada de *Rocky Mountain Arsenal Soil* (Solo RMA). O objetivo era gerar a superfície de retenção e também demonstrar que, para este solo, o índice de vazios não varia significativamente com o aumento de sucção.

Para baixas sucções, um equipamento construído, nomeado Célula ATX, foi empregado para monitoramento transiente do teor de umidade volumétrica, da sucção e do índice de vazios. Ele utilizou a técnica da translação de eixos e o instrumento LVDT (*Linear Variable Differential Transformer*) foi utilizado para medição de deslocamentos. Um outro equipamento, o *Chilled Mirror Hygrometer* (CMH) foi utilizado para a obtenção do teor de umidade volumétrica para valores altos de sucção para o mesmo solo com diferentes pesos específicos iniciais.

As curvas de retenção utilizadas na modelagem e na verificação experimental do modelo podem ser visualizadas na Figura 5.1.

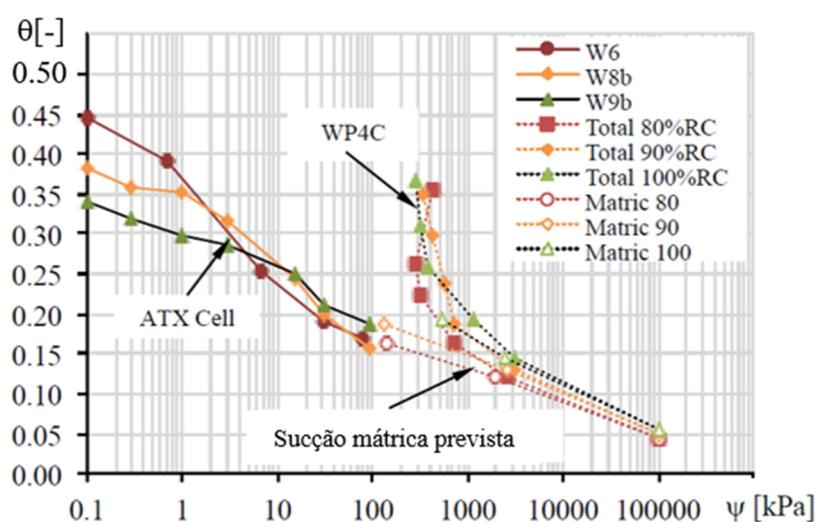


Figura 5.1 – Curvas de retenção para a argila de baixa plasticidade RMA a diferentes índices de vazio (modificado de Quaglia, 2018).

Para a aplicação do modelo principal de superfície de retenção e de condutividade hidráulica não saturada do presente trabalho, é necessário que o solo apresentado não varie, significativamente, seu índice de vazios ao longo do acréscimo de sucção, que é o caso deste solo em discussão, como mostrado na Figura 5.2.

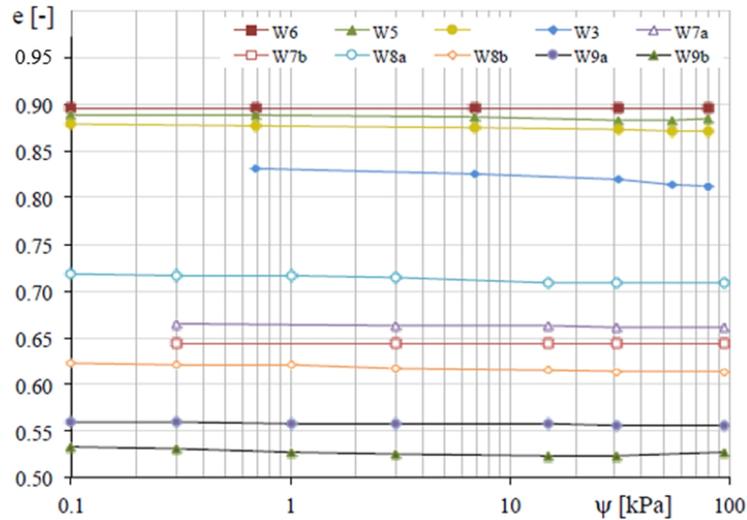


Figura 5.2 – Relação entre índice de vazios (e) e sucção (ψ) para o solo RMA a diferentes teores de umidade e pesos específicos (modificado de Quaglia, 2018).

5.1.2 Dados de Fresneda (2018)

Fresneda (2019) fez uma recompilação, criando uma base de dados, de trabalhos realizados pelo Grupo de Investigação de Geotecnia da Universidad Nacional (Medellín). As investigações foram feitas em diferentes zonas da área metropolitana do vale de Aburrá e do oriente de Antioquia.

Os solos utilizados para a pesquisa pertencem às regiões de Barbosa e de El Volador. Eles foram utilizados para a validação do modelo de curva de retenção bimodal e, com os seus dados, geraram-se as curvas de condutividade hidráulica não saturada e foi feita a simulação do modelo de infiltração de água. Os valores de condutividade hidráulica saturada (k_s) foram fornecidos diretamente pela universidade. Pode-se verificar como a curva de retenção se

comporta com o modelo de Durner (1992) feito por Fresneda (2019) na Figura 5.3.

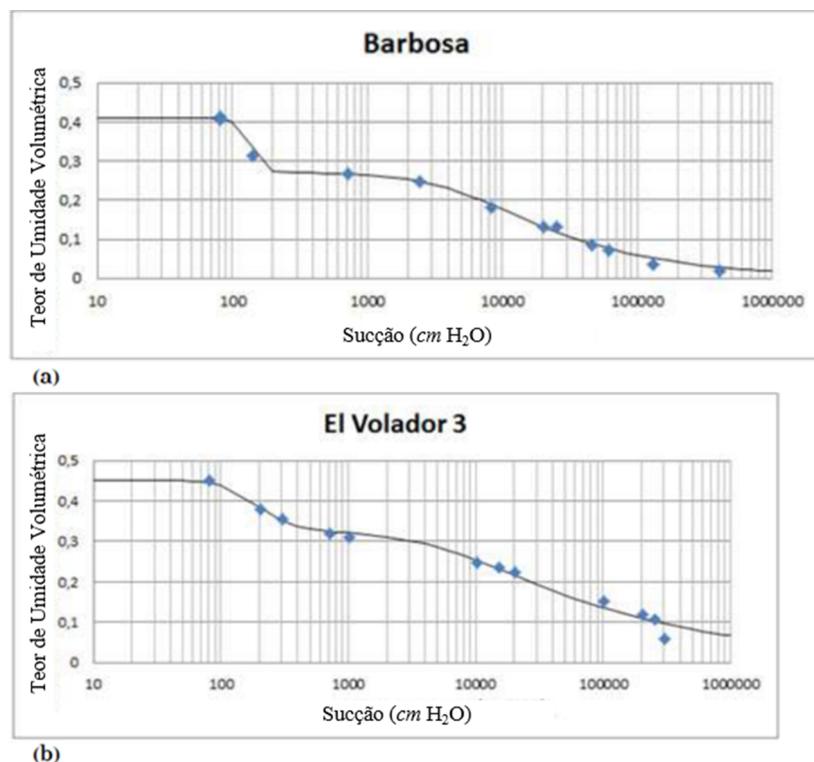


Figura 5.3 – Curvas de retenção bimodal ajustadas segundo o modelo de Durner (1992) para o solo presente em: (a) Barbosa e em (b) El Volador (modificado de Fresneda, 2019).

5.1.3 Dados de Futai & Almeida (2005)

Futai & Almeida (2005) estudaram um solo residual vindo de uma rocha gnáissica encontrado próximo à cidade de Ouro Preto, Minas Gerais. É um solo laterítico extraído a 1 metro de profundidade. A curva de retenção de água no solo, mostrada na Figura 5.4, foi obtida usando a placa de sucção e a técnica do papel filtro.

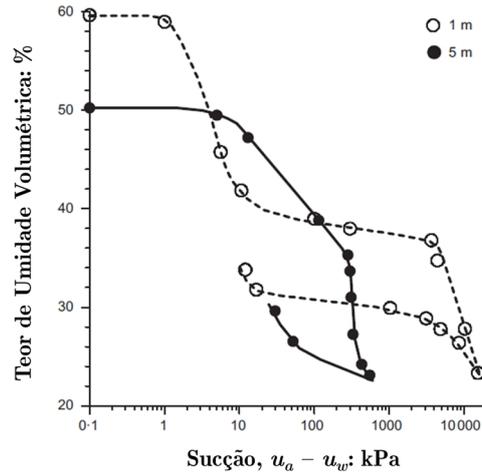


Figura 5.4 – Curvas de retenção de água do solo laterítico extraído a 1 m e a 5 m de profundidade (modificado de Futai & Almeida, 2005).

As distribuições de poros, tanto a acumulada quanto a incremental, foram obtidas utilizando o porosímetro de mercúrio. Na Figura 5.5 é mostrada a distribuição acumulada, onde o eixo vertical mostra o volume de intrusão acumulada de mercúrio.

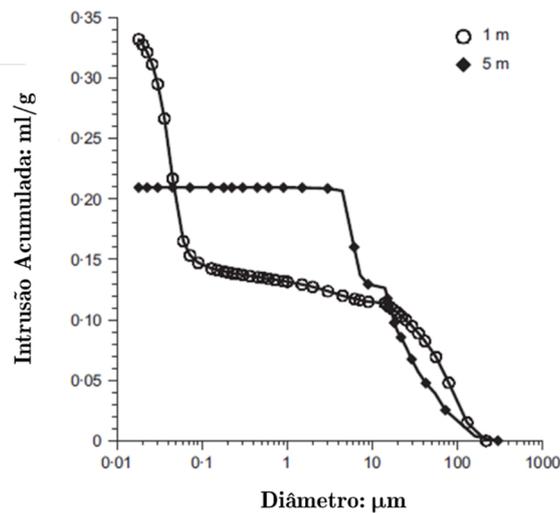


Figura 5.5 – Distribuição de poros acumulada do solo laterítico extraído a 1 m e a 5 m de profundidade (modificado de Futai & Almeida, 2005).

5.1.4 Dados de Chen (2018)

Chen (2018) desenvolveu uma série de experimentos para determinar curvas de retenção de molhagem e de secagem para um solo silto-arenoso com diferentes densidades secas iniciais. As amostras de solo foram coletadas em um talude natural localizado no Japão. O aparelho de placa de pressão foi utilizado para obter a curva de retenção de água no solo.

O objetivo do trabalho foi determinar a influência da densidade inicial seca do solo nas propriedades de retenção de água dele. Para isso, utilizaram-se as técnicas de ressonância magnética nuclear, para caracterizar a migração de água e os seus processos de distribuição ao longo do solo a diferentes sucções, o processamento de imagens, para obter a área dos poros que se concentravam entre as partículas, e o porosímetro de mercúrio, para estudar a distribuição de poros.

Como esse estudo proporcionou diferentes curvas de retenção a diferentes índices de vazios para um solo não expansivo, é possível criar a superfície de retenção a partir da recompilação dos dados. Foram utilizadas as curvas de retenção de secagem, apresentadas na Figura 5.6.

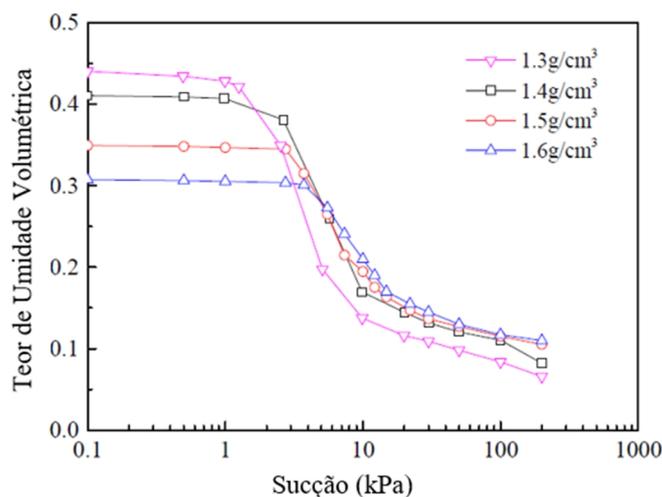


Figura 5.6 – Influência da densidade seca na curva de retenção do solo

(modificado de Chen, 2018).

5.1.5 Dados de Silva (2009)

Silva (2009) realizou ensaios de curva de retenção de água no solo do Campo Experimental do Programa de Pós Graduação em Geotecnia da Universidade de Brasília (UnB), onde foram extraídas amostras a uma profundidade de 1,80 a 2,20 m, que continha um solo residual laterítico formado por uma argila arenosa vermelho escura. Os corpos de prova foram moldados para o ensaio de papel filtro, em três condições de índice de vazios distintas e, assim, as curvas de retenção de água no solo foram obtidas e mostradas na Figura 5.7. O solo apresenta comportamento bimodal.

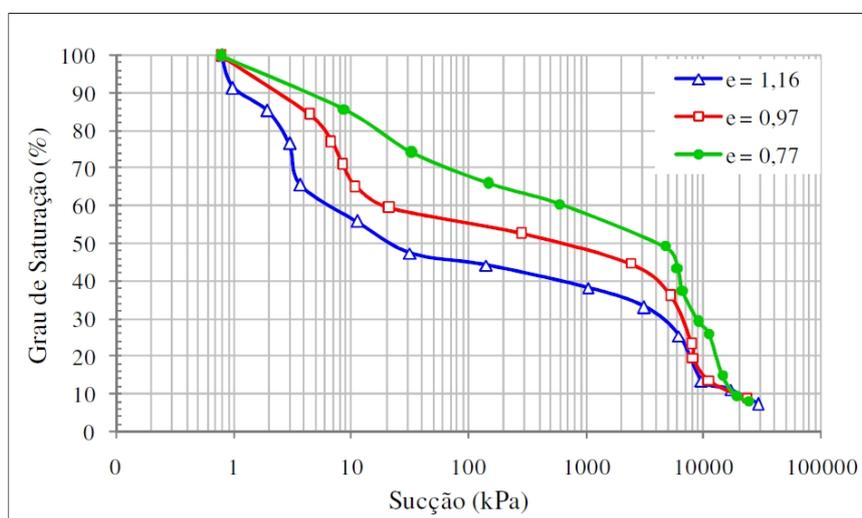


Figura 5.7 – Curva de retenção de água em função do grau de saturação volumétrica de um solo bimodal do distrito federal a diferentes índices de vazios (Silva, 2009).

5.2 Métodos

De modo geral, pode-se dizer que a metodologia do trabalho se dá nas seguintes frentes: criação dos novos modelos constitutivos para solos não saturados, incorporação dos modelos constitutivos às equações de conservação de energia para criação das EDPs que regem os fenômenos de infiltração e validações experimentais. O ajuste de curvas aos pontos experimentais será feito

pelo Método dos Mínimos Quadrados. Será utilizada a plataforma de programação do *software Wolfram Mathematica*.

5.2.1 Propriedades Hidráulicas de Solos Bimodais

Utilizando o princípio da superposição linear de curvas unimodais presente nos trabalhos de Durner (1992) e de Durner (1994), o modelo bimodal de curva de retenção de água no solo é construído partindo do modelo unimodal de Cavalcante & Zornberg (2017a). O modelo conta com a incorporação do fator de peso λ que, posteriormente, terá seu significado físico provado ser atrelado à distribuição de poros do solo.

Inicialmente, pode-se constatar que a visualização do formato da curva gerada a partir do modelo, com parâmetros de entrada escolhidos, pode representar um solo tipicamente bimodal. Após isso, faz-se duas validações experimentais do modelo com os dados de Fresneda (2019), presentes nas regiões de Barbosa e de El Volador, em Medellín, de comportamento tipicamente bimodal.

O modelo de curva de condutividade hidráulica não saturada bimodal também é obtido a partir da superposição linear das curvas unimodais e com o mesmo parâmetro λ . A partir dos dados de condutividade hidráulica saturada, as curvas de condutividade hidráulica não saturada dos solos das regiões de Barbosa e de El Volador também puderam ser obtidas. Na Figura 5.8 é apresentado o diagrama com as etapas desenvolvidas nesta seção.

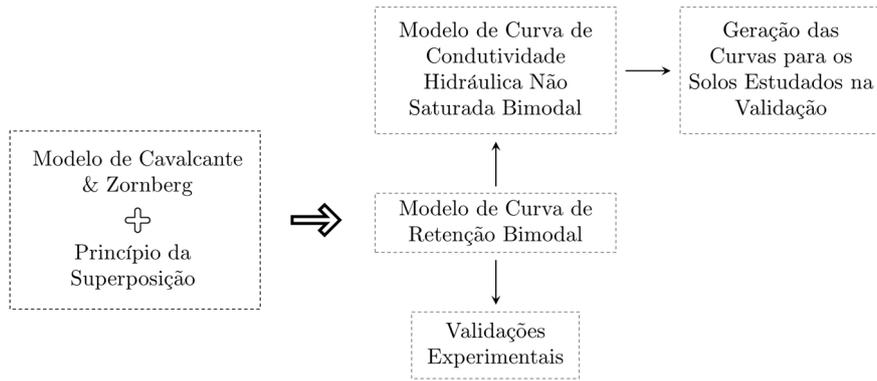


Figura 5.8 – Diagrama das etapas realizadas para obtenção e validação dos modelos constitutivos desenvolvidos para solos bimodais.

5.2.2 Simulação de Fluxo em Solo Bimodal

O modelo de fluxo não saturado é deduzido a partir das equações de conservação e de modelagem constitutiva: equação da carga hidráulica, equação da continuidade e lei de Darcy-Buckingham. Efetuando o desenvolvimento, encontra-se uma EDP que possui, como variáveis independentes, θ , k e ψ . Essa EDP tem como característica uma alta não-linearidade.

Com os modelos constitutivos estabelecidos de $\theta(\psi)$ e $k(\psi)$, é possível reescrever a EDP resultante em termos de ψ . Estabelecem-se, então, a condição inicial e as condições de contorno para que a solução da EDP seja encontrada. Embora tradicionalmente esse tipo de equação seja resolvido em termos de θ , a não possibilidade de obtenção da função inversa de maneira analítica torna necessária a resolução em termos de ψ . O modelo constitutivo pode ser utilizado, ao final da solução, para a visualização da evolução da frente de umidade a partir do θ .

Devido à sua alta não-linearidade, opta-se por resolver a EDP utilizando o método das linhas (*Method of Lines*, MOL) em que discretiza-se, pelo método das diferenças finitas, a dimensão espacial (z) e resolvem-se as EDOs resultantes no tempo (t) de forma analítica.

Com os parâmetros obtidos pelo solo da região de El Volador, do trabalho de Fresneda (2019), faz-se a simulação de um fluxo de água, para condições inicial e de contorno estabelecidas, e visualiza-se a evolução da frente de umidade volumétrica θ , da sucção ψ e da condutividade hidráulica k do solo em estado não saturado ao longo do tempo. Na Figura 5.9 é apresentado o diagrama com as etapas desenvolvidas nesta seção.

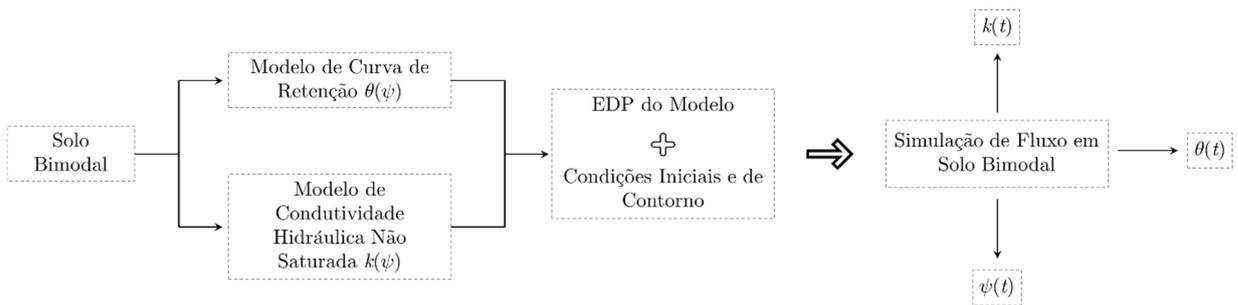


Figura 5.9 – Diagrama das etapas realizadas para a realização da simulação do fluxo em solo não saturado bimodal.

5.2.3 Desenvolvimento e Validação dos Modelos de Distribuição de Poros

A partir do modelo de Cavalcante & Zornberg (2017a), desenvolveu-se um modelo de distribuição de poros unimodal considerando os poros do solo como a união de tubos capilares. Por meio da combinação das equações e também da utilização de cálculo diferencial, os modelos de curva da função frequência acumulada de raios e de curva da função frequência de raios para um solo unimodal são encontrados. Na curva da função frequência de raios, também por meio de cálculo diferencial, é obtida uma formulação para o cálculo do raio do pico. São feitas análises paramétricas para a demonstração de como o modelo se comporta.

Utilizando também o princípio da superposição linear, o modelo de distribuição de poros bimodal é deduzido gerando as equações da curva da função frequência acumulada de raios e da curva da função frequência de raios

para um solo bimodal. Os raios dos picos também podem ser calculados semelhantemente ao modelo unimodal. São feitas, também, análises paramétricas para ilustrar como o modelo funciona e também é feita uma validação experimental com os dados de Futai & Almeida (2005). Dentro da análise, é possível fazer, também, uma revalidação do modelo bimodal de curva de retenção de água no solo estudado.

A importância do desenvolvimento e da validação desses modelos se dá tanto pela sua concepção em si quanto pela consolidação do significado físico do parâmetro λ . Na Figura 5.10 é apresentado o diagrama com as etapas desenvolvidas nesta seção.

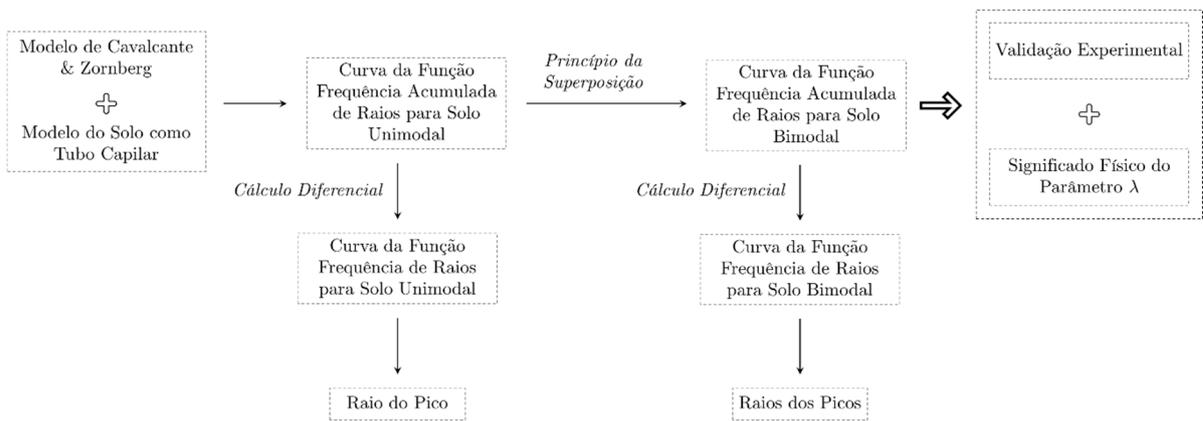


Figura 5.10 – Diagrama das etapas realizadas para a realização do desenvolvimento e da validação dos modelos de distribuição de poros.

5.2.4 Modelo de Superfície de Retenção Unimodal

A dedução do modelo de superfície de retenção é feita utilizando como premissa o modelo de Cavalcante & Zornberg (2017a), tendo como objetivo relacionar cada uma das variáveis do modelo original com o índice de vazios (e). O ponto-chave na dedução do modelo é a determinação analítica da pressão de entrada de ar em função do parâmetro hidráulico δ .

Deve ser estabelecida, então, a relação das variáveis θ_s , θ_r e δ com o índice de vazios (e). Com esse objetivo, a formulação matemática da curva de retenção é convertida para a escala logarítmica e conceitos de geotecnia, de geometria analítica e de cálculo diferencial são utilizados para chegar à formulação final do modelo. Além da equação final do modelo, a formulação analítica para determinar a pressão de entrada de ar para um solo qualquer também é obtida.

O modelo de superfície de retenção unimodal é validado a partir dos dados de Quaglia (2018) e de Chen (2018) e variadas análises paramétricas são realizadas. Ao final, são encontrados o modelo de superfície de retenção de água em um solo unimodal, a validação experimental deste, as etapas metodológicas para caracterização hidráulica de um solo qualquer utilizando a superfície de retenção, a pressão de entrada de ar de forma analítica e a consolidação do significado físico do modelo de Cavalcante & Zornberg (2017a) atribuindo um sentido físico real ao parâmetro hidráulico δ . Na Figura 5.11 é apresentado o diagrama com as etapas desenvolvidas nesta seção.

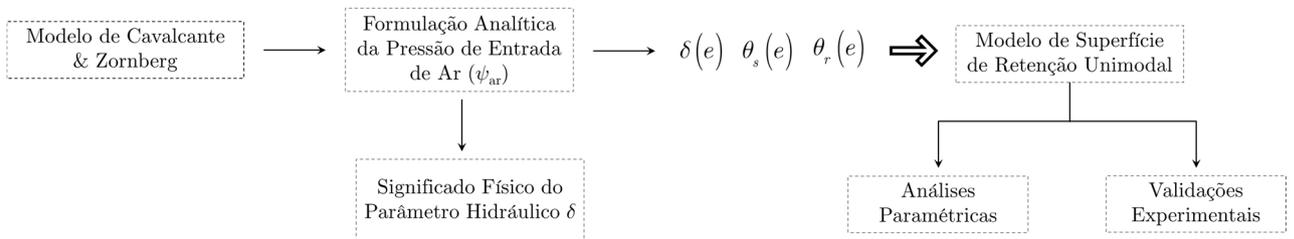


Figura 5.11 – Diagrama das etapas realizadas para a realização do desenvolvimento e da validação do modelo de superfície de retenção unimodal.

5.2.5 Modelo de Superfície de Retenção Bimodal

O modelo de superfície de retenção bimodal é obtido a partir do princípio da superposição aplicado em duas superfícies unimodais e utilizando o parâmetro λ como fator de ponderação. A formulação do modelo é deduzida e a

validação experimental dele é feita com os dados de Silva (2009). Na Figura 5.12 é apresentado o diagrama com as etapas desenvolvidas nesta seção.



Figura 5.12 – Diagrama das etapas realizadas para a realização do desenvolvimento e da validação do modelo de superfície de retenção bimodal.

5.2.6 Modelo de Superfície de Condutividade Hidráulica não Saturada Uni e Bimodal

Considerando todos os conceitos estabelecidos, é criado o conceito inovador de superfície de condutividade hidráulica não saturada unimodal, a partir do modelo de Cavalcante & Zornberg (2017a), das relações encontradas anteriormente no modelo de superfície de retenção unimodal e da função $k_s(e)$ presente no trabalho de Ren *et al.* (2016). Essa superfície relaciona a condutividade hidráulica não saturada (k) com a sucção (ψ) e com o índice de vazios (e).

Utilizando novamente o princípio da superposição, é possível desenvolver também o modelo de superfície de condutividade hidráulica não saturada bimodal. Na Figura 5.13 é apresentado o diagrama com as etapas desenvolvidas nesta seção.

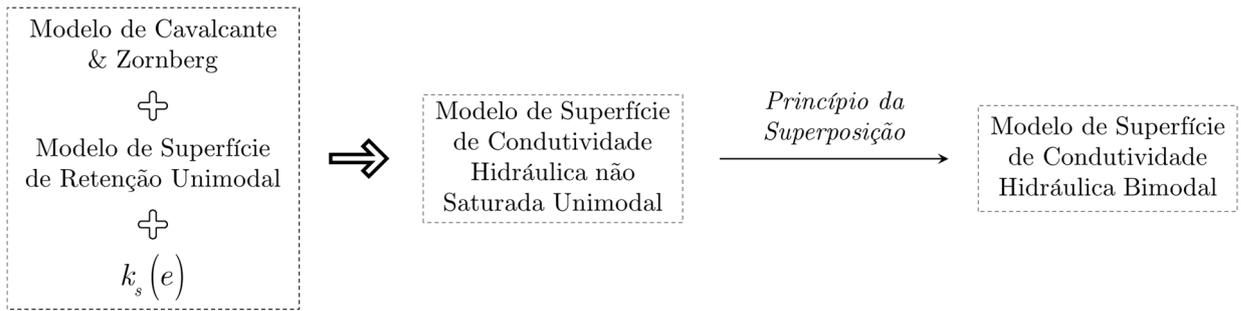


Figura 5.13 – Diagrama das etapas realizadas para a realização do desenvolvimento e da validação do modelo de superfície de condutividade hidráulica não saturada uni e bimodal.

6. NOVOS MODELOS DE REPRESENTAÇÃO DE SOLOS BIMODAIS

Neste capítulo, é mostrado o desenvolvimento dos novos modelos para representação das curvas de retenção e de condutividade hidráulica não saturadas para solos bimodais. Além disso, é formulada a equação diferencial parcial que rege o fluxo não saturado nesse tipo de solo e, posteriormente, ela é resolvida numericamente possibilitando a apresentação de resultados de simulações de fluxo. Destaca-se que os resultados aqui descritos estão presentes no trabalho de Costa & Cavalcante (2021a).

O objetivo desse capítulo resume-se a fazer uma releitura dos modelos desenvolvidos para solos unimodais de forma que o conceito da bimodalidade seja inserido de modo a abranger a aplicação dos modelos para solos de comportamento mais complexo.

6.1 Curva de Retenção Bimodal

Sabe-se que o modelo de curva de retenção unimodal de Cavalcante & Zornberg (2017a) apresenta consistência física e seus parâmetros são diretamente relacionados ao comportamento físico do solo. Parte dessas demonstrações são apresentadas neste trabalho.

O procedimento adotado para a proposição do modelo bimodal é o de superposição linear de curvas unimodais, semelhante ao realizado em Durner (1992). A crítica comum ao procedimento feita, por exemplo, por Liu *et al.* (2013), deve-se ao fato de que os modelos utilizados para curvas unimodais são empíricos e carecem de significado e de base física, limitação superada pelo modelo proposto por Cavalcante & Zornberg (2017a) juntamente com as explicações presentes neste trabalho.

O procedimento de superposição linear de duas curvas unimodais, cada uma correspondendo a regiões de poros diferentes, leva ao modelo bimodal da curva de retenção de água no solo proposto:

$$\theta(|\psi|) = \theta_r + (\theta_s - \theta_r) \left[\lambda \exp(-\delta_1 |\psi|) + (1 - \lambda) \exp(-\delta_2 |\psi|) \right] \quad (6.1)$$

onde δ_1 = parâmetro de ajuste hidráulico que corresponde à região dos macroporos [$M^{-1}LT^2$]; δ_2 = parâmetro de ajuste hidráulico que corresponde à região dos microporos [$M^{-1}LT^2$]; λ = fator de peso correspondente à região dos macroporos [-].

É possível concluir, a partir das análises feitas no artigo original de Cavalcante & Zornberg (2017a) e também no Capítulo 8 deste trabalho, que δ_2 será menor que δ_1 . Também será discutido, posteriormente, o significado físico do parâmetro λ . Uma ilustração do modelo bimodal proposto pode ser visualizada na Figura 6.1.

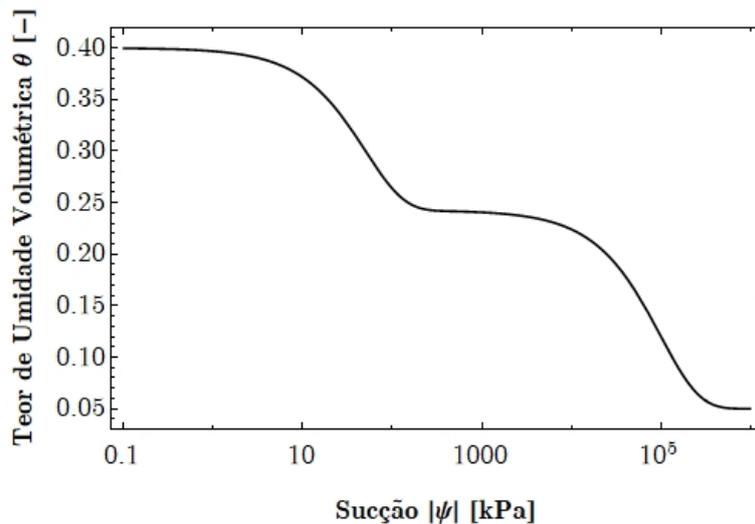


Figura 6.1 – Ilustração da curva de retenção de água no solo bimodal obtida a partir do modelo proposto ($\lambda = 0,45$; $\delta_1 = 0,02 \text{ kPa}^{-1}$; $\delta_2 = 0,00001 \text{ kPa}^{-1}$; $\theta_s = 0,40$, $\theta_r = 0,05$).

Percebe-se que o modelo apresenta coerência quanto ao comportamento de um solo bimodal. Os três parâmetros do modelo (δ_1 , δ_2 e λ) podem ser encontrados utilizando pontos experimentais de curvas de retenção de água no

solo a partir do ajuste por meio do método dos mínimos quadrados e, com isso, suas propriedades hidráulicas são obtidas.

6.2 Validação Experimental do Modelo de Curva de Retenção Bimodal

Solos bimodais aparecem, com frequência, em regiões tropicais. Muitos dos solos presentes na recompilação de dados do trabalho de Fresneda (2019) apresentam um comportamento bimodal e parte desses dados foram utilizados para validar o modelo proposto.

As Figuras 6.2(a) e 6.2(b) ilustram um exemplo de validação experimental do modelo para um solo nas regiões de Barbosa e de El Volador, respectivamente. O procedimento experimental forneceu os pontos da curva de retenção e os teores de umidade volumétrica residual e saturado.

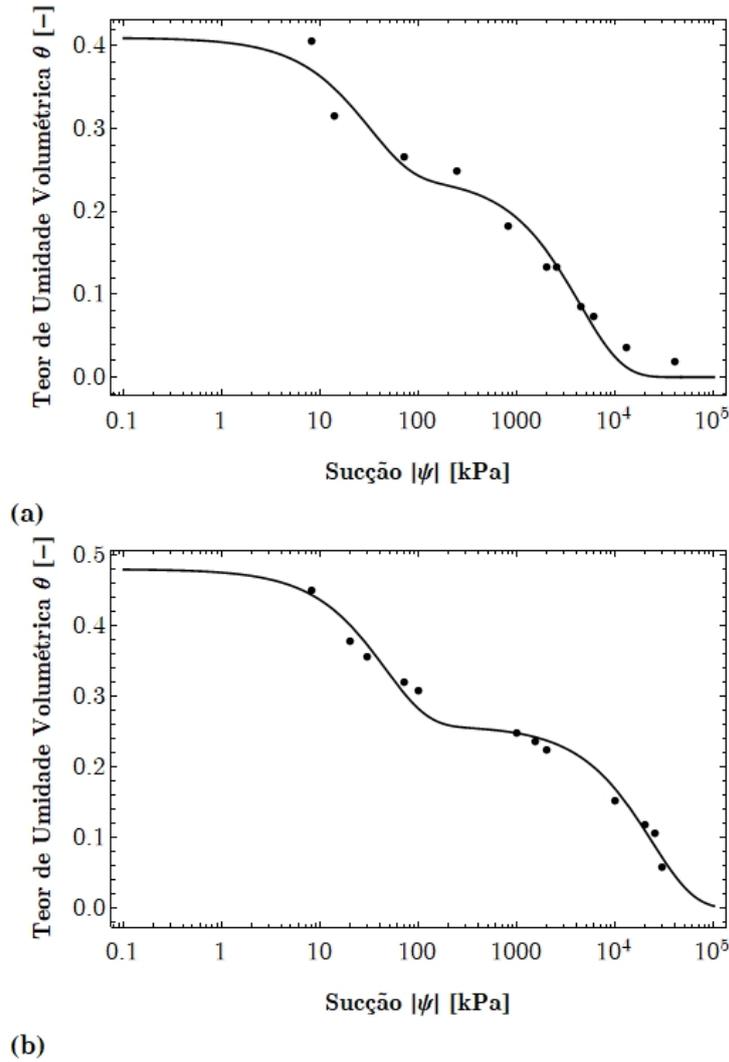


Figura 6.2 – Validação experimental do modelo para solos localizados em: (a) Barbosa ($\lambda = 0,41$; $\delta_1 = 0,03221 \text{ kPa}^{-1}$; $\delta_2 = 0,00023 \text{ kPa}^{-1}$; $\theta_s = 0,41$, $\theta_r = 0,0000033$) e em (b) El Volador ($\lambda = 0,46$; $\delta_1 = 0,0220304 \text{ kPa}^{-1}$; $\delta_2 = 0,00004 \text{ kPa}^{-1}$; $\theta_s = 0,48$; $\theta_r = 0,0000048$).

A fim de comparar a performance do modelo proposto com modelos já existentes, a Figura 6.3 ilustra uma análise comparativa com o modelo multi-van-Genuchten (Durner, 1992) para o solo localizado em Barbosa. É notório que o modelo proposto neste trabalho tem uma performance similar ao modelo de Durner (1992) e apresenta a vantagem de ter menos parâmetros de ajuste e uma

descrição precisa do significado físico de todos os seus parâmetros, como será feito ao longo deste trabalho.

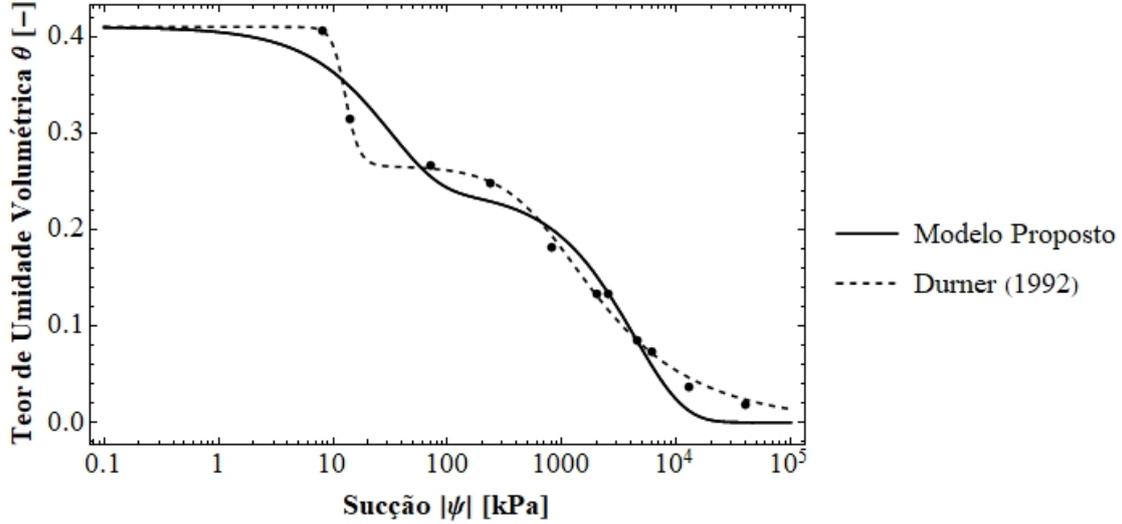


Figura 6.3 – Análise comparativa entre o modelo proposto e o modelo de Durner (1992) para o solo localizado em Barbosa.

6.3 Função de Condutividade Hidráulica Não Saturada Bimodal

A formulação da função de condutividade hidráulica não saturada unimodal desenvolvida em Cavalcante & Zornberg (2017a) é:

$$k(|\psi|) = k_s \exp(-\delta |\psi|) \quad (6.2)$$

Semelhantemente, o modelo bimodal de função de condutividade hidráulica não saturada pode ser obtido utilizando a superposição linear de curvas unimodais com o fator de peso λ , que é assumido como sendo o mesmo da curva de retenção bimodal, haja vista que ele é relacionado à distribuição de poros. O modelo proposto para curva de condutividade hidráulica não saturada bimodal é, então:

$$k(|\psi|) = k_s \left(\lambda \exp(-\delta_1 |\psi|) + (1 - \lambda) \exp(-\delta_2 |\psi|) \right) \quad (6.3)$$

As Figuras 6.4(a) e 6.4(b) ilustram a função de condutividade hidráulica bimodal em Barbosa e em El Volador, respectivamente, utilizando o modelo proposto na Eq. (6.3) e o k_s de cada solo obtido experimentalmente.

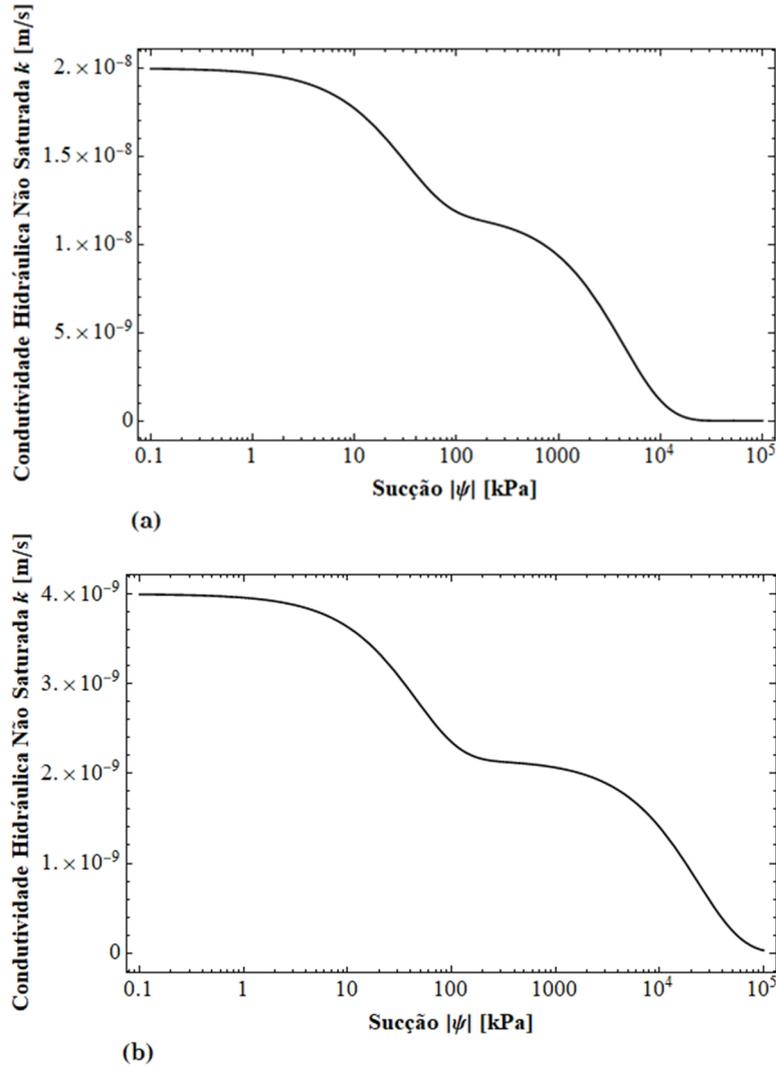


Figura 6.4 – Curva de condutividade hidráulica bimodal utilizando o modelo proposto e dados de: (a) Barbosa ($k_s = 2 \times 10^{-8} \text{ m/s}$; $\lambda = 0,41$; $\delta_1 = 0,03221 \text{ kN}^{-1}$; $\delta_2 = 0,00023 \text{ kN}^{-1}$) (b) El Volador ($k_s = 4 \times 10^{-9} \text{ m/s}$; $\lambda = 0,46$; $\delta_1 = 0,02203 \text{ kN}^{-1}$; $\delta_2 = 0,00004 \text{ kN}^{-1}$).

6.4 Modelo de Infiltração Bimodal

O modelo de infiltração unimodal é derivado utilizando os modelos constitutivos até então desenvolvidos e as leis físicas de conservação de energia. Sabe-se que a carga hidráulica da água em um solo não saturado considerando o eixo vertical apontando para baixo é:

$$\phi = -z + \frac{\psi}{\gamma_w} \quad (6.4)$$

onde z = carga altimétrica [L].

Para a Eq. (6.4), opta-se por considerar a sucção com valor negativo, para que seja possível utilizar as equações de energia em sua forma padrão. A equação de Darcy-Buckingham calcula a velocidade de infiltração da água no solo:

$$v_z = -k \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (6.5)$$

Substituindo a Eq. (6.4) na Eq. (6.5):

$$v_z = k - \frac{k}{\gamma_w} \frac{\partial \psi}{\partial z} \quad (6.6)$$

Considerando o balanço de massa a uma densidade constante, o princípio da continuidade declara que:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{\partial v_z}{\partial z} \quad (6.7)$$

Substituindo a Eq. (6.6) na Eq. (6.7) e aplicando a fórmula da derivada da soma de funções, tem-se:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{\partial k}{\partial z} + \frac{k}{\gamma_w} \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \frac{1}{\gamma_w} \frac{\partial k}{\partial z} \frac{\partial \psi}{\partial z} \quad (6.8)$$

A Eq. (6.8) apresenta θ , k e ψ como variáveis dependentes e, para escrevê-la apenas em termos de ψ , pode-se usar a regra da cadeia para derivadas parciais. Então, a Eq. (6.8) se torna:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \psi} \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\partial k}{\partial \psi} \frac{\partial \psi}{\partial z} + \frac{k}{\gamma_w} \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \frac{1}{\gamma_w} \frac{\partial k}{\partial \psi} \left(\frac{\partial \psi}{\partial z} \right)^2 \quad (6.9)$$

A Eq. (6.8) também poderia ter sido escrita em termos de θ , mas a função inversa $\psi(\theta)$ não pode ser encontrada analiticamente para o modelo bimodal que está sendo proposto (Eq. (6.1) e Eq. (6.3)). Para eliminar os termos que estão em função de θ e de k , utilizam-se os modelos constitutivos propostos. Sabe-se que a derivada de k em relação a ψ é:

$$\frac{\partial k}{\partial \psi} = f(\psi) = k_s \left[\delta_1 \lambda \exp(\delta_1 \psi) + \delta_2 (1 - \lambda) \exp(\delta_2 \psi) \right] \quad (6.10)$$

Na Eq. (6.10), designou-se a função f para representar a derivada acima. A derivada de θ em relação a ψ é:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \psi} = g(\psi) = (\theta_s - \theta_r) \left[\delta_1 \lambda \exp(\delta_1 \psi) + \delta_2 (1 - \lambda) \exp(\delta_2 \psi) \right] \quad (6.11)$$

Na Eq. (6.11), designou-se a função g para representar a derivada acima. Substituindo as Eqs. (6.10) e (6.11) na Eq. (6.9), tem-se:

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{f(\psi)}{\gamma_w g(\psi)} \left(\frac{\partial \psi}{\partial z} \right)^2 + \frac{k(\psi)}{\gamma_w g(\psi)} \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} - \frac{f(\psi)}{g(\psi)} \frac{\partial \psi}{\partial z} \quad (6.12)$$

A solução da equação diferencial parcial não linear, vista na Eq. (6.12), obtida considerando específicas condições iniciais e de contorno, representa o perfil de sucção $\psi(z,t)$ do fluxo de água. O modelo constitutivo bimodal apresentado na Eq. (6.1) calcula o perfil de umidade $\theta(z,t)$, necessitando apenas de que seja ajustado o sinal da sucção do solo que, neste caso, é considerada negativa.

6.5 Solução do Modelo de Infiltração Bimodal

Considerando o problema como um problema de valor inicial constante. Matematicamente, isso significa que:

$$\psi(z, 0) = \psi_i, \text{ se } 0 < z < L \quad (6.13)$$

onde ψ_i = valor inicial de sucção [$ML^{-1}T^2$].

Ter a condição inicial da Eq. (6.13) significa que a coluna de solo tem uma sucção homogênea ao longo de seu comprimento. Considerando, também, a condição de contorno na fronteira superior como:

$$\psi(0,t) = \psi_0, \text{ para } t \geq 0 \quad (6.14)$$

onde ψ_0 = valor de sucção na fronteira superior $[ML^{-1}T^2]$.

Na condição de contorno presente na Eq. (6.14), é imposta uma sucção na fronteira superior da coluna de solo. Sabendo que o solo apresenta uma curva de retenção definida, essa condição também significa que é imposta uma umidade constante ao solo nessa fronteira. Considerando, também, a condição de contorno na fronteira de baixo como:

$$\psi(L,t) = 0, \text{ para } t \geq 0 \quad (6.15)$$

A condição da Eq. (6.15) reflete o topo do nível freático, com sucção zero. A representação das condições inicial e de contorno podem ser visualizadas na Figura 6.5.

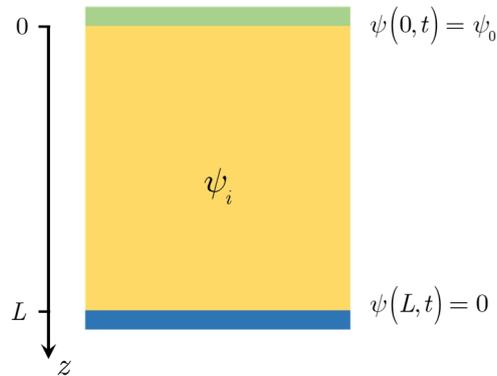


Figura 6.5 – Ilustração do processo de infiltração a ser simulado com a condição inicial e as condições de contorno.

A solução da Eq. (6.12) pode ser feita numericamente utilizando o método das linhas (MOL). Esse método é bastante eficiente para a resolução de problemas de valor inicial, que é o caso apresentado.

A discretização de uma EDP utilizando o MOL ocorre em todas as dimensões, exceto uma, que geralmente é o tempo. A discretização das dimensões (geralmente espaciais do tipo x , y ou z) pode ser feita utilizando o método dos volumes finitos, dos elementos finitos ou, mais comumente, das diferenças finitas. Fazendo a discretização utilizando o método das diferenças finitas na Eq. (6.12), para z , tem-se:

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{f(\psi)}{\gamma_w g(\psi)} \left(\frac{\psi_{j+1} - \psi_j}{\Delta z} \right)^2 + \frac{k(\psi)}{\gamma_w g(\psi)} \left[\frac{\psi_{j+1} - 2\psi_j + \psi_{j-1}}{(\Delta z)^2} \right] - \frac{f(\psi)}{g(\psi)} \left(\frac{\psi_{j+1} - \psi_j}{\Delta z} \right) \quad (6.16)$$

onde $\Delta z =$ diferença numérica entre dois pontos consecutivos na malha discretizada; $\psi_j =$ valor de sucção relativo ao ponto que se distancia $j \Delta z$ da fronteira superior; $j =$ posição do ponto na malha, indo de 0 a n .

Satisfazendo as condições de contorno, a Eq. (6.16) gera um sistema de Equações Diferenciais Ordinárias (EDOs) nas quais as soluções são $\psi_0(t)$, $\psi_1(t)$, $\psi_2(t), \dots, \psi_n(t)$. A união de todas essas soluções gera a solução $\psi(z,t)$ que representa uma superfície no espaço tridimensional (z,t,ψ) . O perfil $\theta(z,t)$ pode ser obtido utilizando a equação:

$$\theta(z,t) = \theta_r + (\theta_s - \theta_r) \left\{ \lambda \exp[\delta_1 \psi(z,t)] + (1 - \lambda) \exp[\delta_2 \psi(z,t)] \right\} \quad (6.17)$$

E o perfil $k(z,t)$ pode ser obtido pela equação:

$$k(z,t) = k_s \left[\lambda \exp(-\delta_1 |\psi(z,t)|) + (1 - \lambda) \exp(-\delta_2 |\psi(z,t)|) \right] \quad (6.18)$$

6.6 Simulação do Modelo de Infiltração Bimodal

Considera-se, para a simulação, o solo de *El Volador* (Figuras 6.2(b) e 6.4(b)). É possível, pela curva de retenção, visualizar em qual teor de umidade volumétrica a transição entre as regiões de poros ocorre. Como o fenômeno é de infiltração, os valores de θ devem aumentar com o tempo e tender ao teor de umidade volumétrica saturado do solo (θ_s). Enquanto isso, também os valores de k devem se aproximar da condutividade hidráulica saturada do solo (k_s).

Na Figura 6.6 é feita a representação da solução resultante para $z = 1$ m, ou seja, a análise da infiltração visualizada para uma profundidade de 1 m durante um período de aproximadamente 5 dias. A reta horizontal tracejada representa o ponto de saturação do solo.

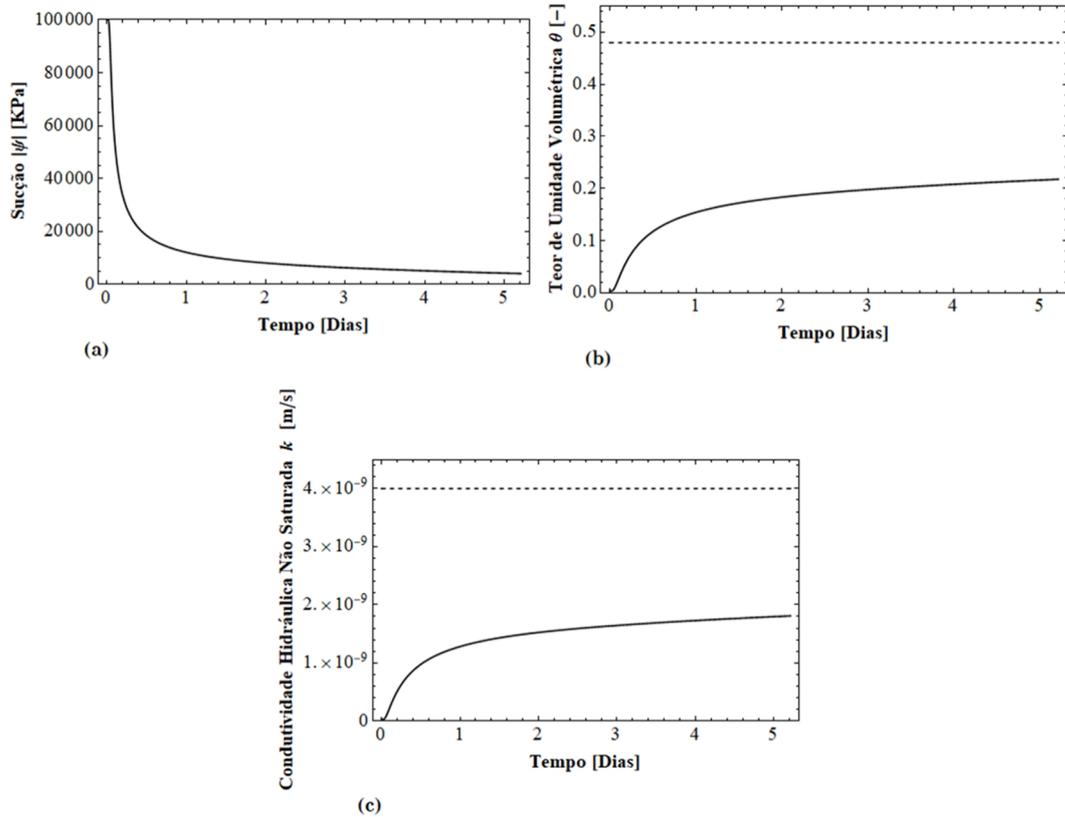


Figura 6.6 – Simulação do processo de infiltração no solo bimodal de El Volador após 5 dias em uma profundidade de 1 m ($\lambda = 0,46$; $\delta_1 = 0,0220304 \text{ kPa}^{-1}$; $\delta_2 = 0,00004 \text{ kPa}^{-1}$; $k_s = 4 \times 10^{-9} \text{ m/s}$; $\theta_s = 0,48$; $\theta_r = 0.0000047$; $\psi_0 = 0 \text{ kPa}$, $\psi_i = -100.000 \text{ kPa}$, $L = 10\text{m}$) expressando a relação entre: (a) $|\psi|$ e tempo; (b) θ e tempo e (c) k e tempo.

Analisando a Figura 6.6(a) e comparando-a com a curva de retenção de água no solo apresentada na Figura 6.2(b), percebe-se que o solo ainda está na região de microporos. À medida que a infiltração avança, o solo fica mais próximo da saturação e tende a alcançar os parâmetros saturados, transitando

da região de microporos para a região dos macroporos, como visto na Figura 6.7, onde a análise é feita para a mesma profundidade de 1 m.

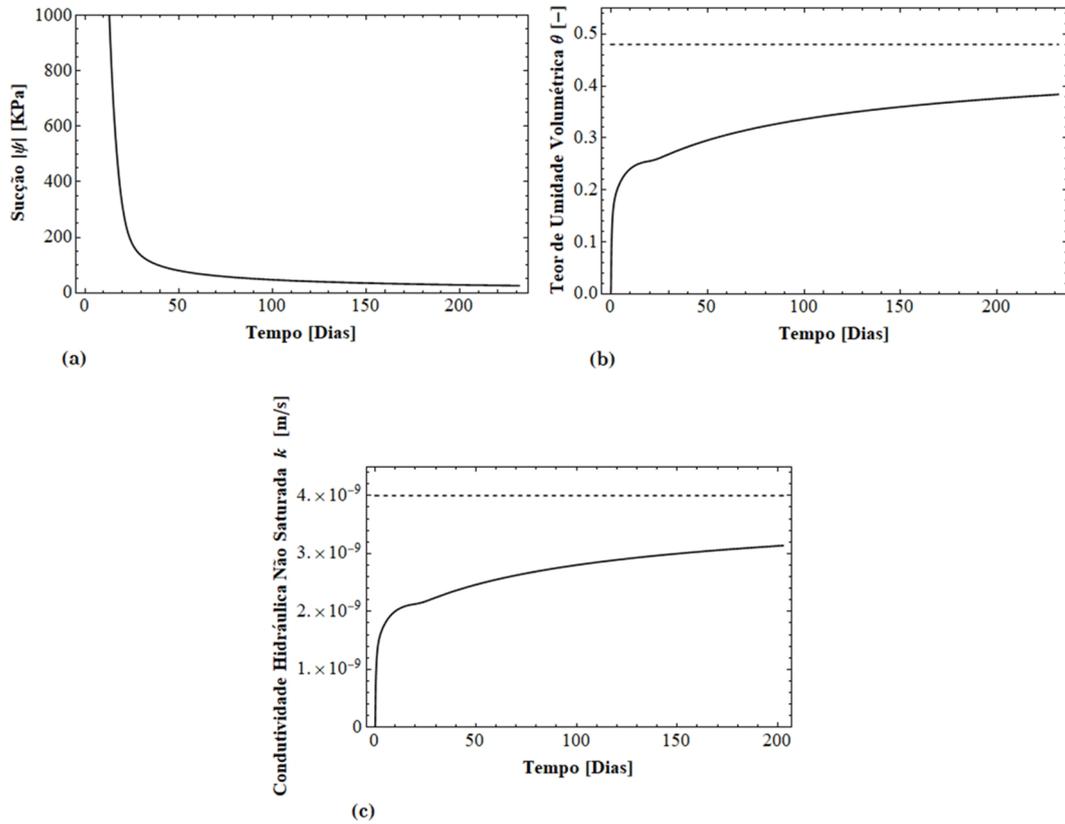


Figura 6.7 – Simulação do processo de infiltração no solo bimodal de El Volador após 200 dias em uma profundidade de 1 m ($\lambda = 0,46$; $\delta_1 = 0,0220304 \text{ kPa}^{-1}$; $\delta_2 = 0,00004 \text{ kPa}^{-1}$; $k_s = 4 \times 10^{-9} \text{ m/s}$; $\theta_s = 0,48$; $\theta_r = 0,0000047$; $\psi_0 = 0 \text{ kPa}$, $\psi_i = -100.000 \text{ kPa}$, $L = 10 \text{ m}$) expressando a relação entre: (a) $|\psi|$ e tempo; (b) θ e tempo e (c) k e tempo.

É necessário um longo período de tempo para o solo atingir a saturação nessa profundidade devido à sua baixa permeabilidade. Além disso, quanto maior é o tempo de análise, menos perceptível fica o ponto de inflexão. A análise também pode ser feita variando o z . A Figura 6.8 mostra o fenômeno da infiltração a diferentes tempos com a variação da profundidade z no eixo

horizontal. À medida que a profundidade aumenta, o solo requer um maior tempo para atingir a saturação.

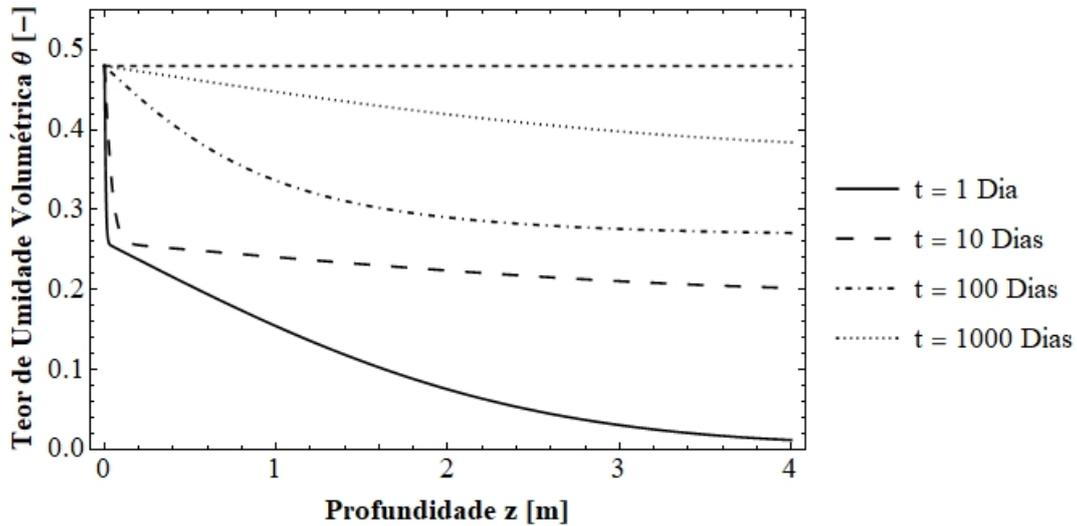


Figura 6.8 – Simulação do processo de infiltração no solo bimodal de El Volador a tempos fixos variando-se a profundidade ($\lambda = 0,46$; $\delta_1 = 0,0220304 \text{ kPa}^{-1}$; $\delta_2 = 0,00004 \text{ kPa}^{-1}$; $k_s = 4 \times 10^{-9} \text{ m/s}$; $\theta_s = 0,48$; $\theta_r = 0.0000047$; $\psi_0 = 0 \text{ kPa}$, $\psi_i = -100.000 \text{ kPa}$, $L = 10\text{m}$).

O modelo constitutivo apresentado mostrou-se capaz de tanto representar características hidráulicas de solo de comportamento bimodal quanto simular o fluxo de água presente nesse solo. Nos capítulos a seguir, uma discussão mais aprofundada a respeito do significado físico dos parâmetros será realizada.

7. RELAÇÃO DOS MODELOS DESENVOLVIDOS COM A DISTRIBUIÇÃO DE POROS

Neste capítulo, busca-se relacionar, quantitativamente, os modelos uni e bimodais neste trabalho utilizados com a distribuição de poros de um solo. Essa relação é fundamental para a consolidação das conclusões acerca do significado físico dos parâmetros desenvolvidos nos modelos. Os resultados deste capítulo estão publicados em Costa & Cavalcante (2021a).

7.1 Introdução

O solo não é um simples tubo capilar, e sim uma composição irregular de poros e canais formados por seus sólidos (Libardi, 2010). A caracterização dos poros de um solo, por meio da distribuição de poros, é um aspecto vital na investigação geotécnica (Nimmo, 2013).

Sabe-se que a água flui através do solo de um local de maior energia potencial para um local de menor energia potencial. O potencial matricial no solo é uma componente da energia relacionada às forças de capilaridade e de adsorção da água às partículas de solo e, por ter a maior parte de sua magnitude relacionada à capilaridade, também pode ser chamado de potencial capilar. Embora a sucção mátrica (ψ_m) seja geralmente atribuída a forças capilares em baixos potenciais matriciais (Stephens, 1995), neste capítulo, ela é aplicada para todos os níveis de sucção e a curva de retenção de água no solo é plotada em função de ψ_m .

Esta metodologia, também apresentada em Mualem (1976), permite a apresentação de uma relação direta entre sucção e raio do poro. Também permite a obtenção de uma curva de retenção de água no solo aproximada a partir da distribuição de poros de um solo.

7.2 Modelo de Distribuição de Poros para Solo Unimodal

A partir da teoria do tubo capilar, cada poro do solo é considerado um tubo capilar com um determinado raio (Beckett & Augarde, 2013). Essa teoria considera a equação e as hipóteses descritas em Washburn (1921), em que cada tubo é um único tubo capilar de secção transversal constante, circular e de raio r .

Considerando um ângulo de contato nulo, a relação entre a sucção mátrica e o raio de cada poro é igual a:

$$\psi_m = \frac{2\sigma}{r} \quad (7.1)$$

onde r é o raio do poro [L].

A função inversa do modelo de Cavalcante & Zornberg dado na Eq. (2.5) é dada por:

$$\theta(|\psi|) = \theta_r + (\theta_s - \theta_r) \exp(-\delta|\psi|) \quad (7.2)$$

Combinando as Eqs. (7.1) e (7.2), a seguinte equação é obtida:

$$\theta(r) = \theta_r + (\theta_s - \theta_r) \exp\left(-\frac{2\sigma\delta}{r}\right) \quad (7.3)$$

Então o grau de saturação S do solo é igual a:

$$S(r) = \frac{\theta_r + (\theta_s - \theta_r) \exp\left(-\frac{2\sigma\delta}{r}\right)}{\theta_s} \quad (7.4)$$

A relação entre S e r é definida como a curva da função frequência acumulada de raios (Libardi, 2010). A Figura 7.1 ilustra essa curva para um solo granular arbitrário.

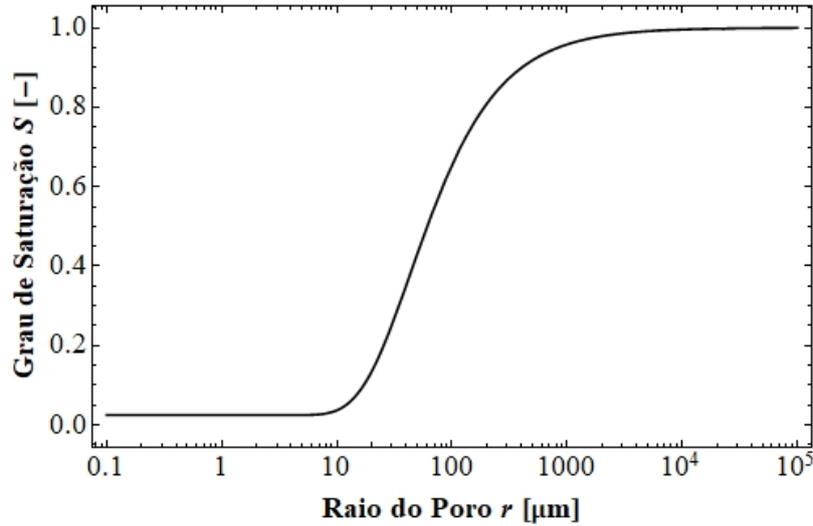


Figura 7.1 – Curva da função frequência acumulada de raios para um solo granular ($\theta_s = 0.40$, $\theta_r = 0.01$, $\delta = 0.3 \text{ kPa}^{-1}$, $\sigma = 0.07275 \cdot 10^{-3} \text{ kN} \cdot \text{m}^{-1}$).

A derivada de S com respeito a $\log_{10}(r)$ deve ser determinada a fim de se obter a função frequência de raios de um solo. Considerando $\log_{10}(r) = \log(r)$, seja $\rho = \log(r)$. A partir das propriedades dos logaritmos, tem-se que:

$$r = 10^\rho \quad (7.5)$$

Substituindo a Eq. (7.5) na Eq. (7.4), tem-se:

$$S(\rho) = \frac{\theta_r + (\theta_s - \theta_r) \exp\left(-\frac{2\sigma\delta}{10^\rho}\right)}{\theta_s} \quad (7.6)$$

Derivando a Eq. (7.6) com relação a ρ , a seguinte expressão é obtida:

$$S'(\rho) = \frac{2(\theta_s - \theta_r) \ln(10) \delta \sigma \exp\left(-\frac{2\delta\sigma}{10^\rho}\right)}{10^\rho \theta_s} \quad (7.7)$$

A partir das Eqs. (7.5) e (7.7), ilustra-se, na Figura 7.2, a função frequência de raios para o mesmo solo granular arbitrário apresentado previamente. O eixo horizontal está em escala logarítmica.

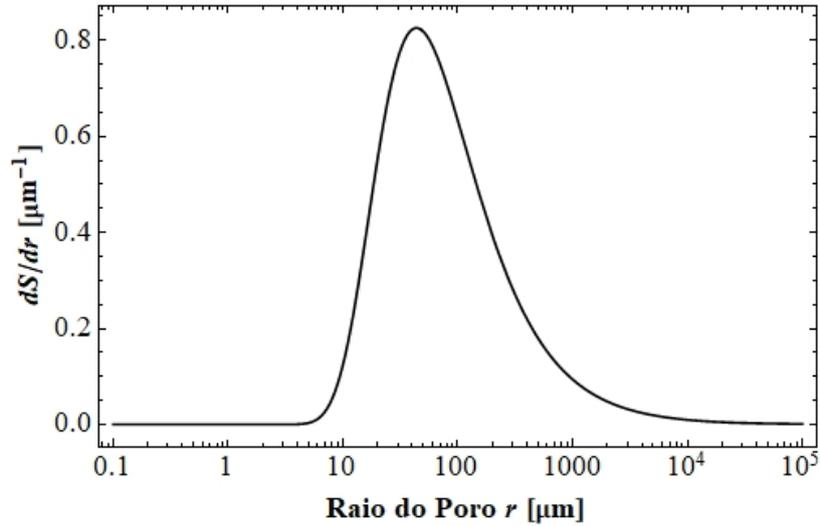


Figura 7.2 – Curva da função frequência de raios para um solo granular ($\theta_s = 0.40$, $\theta_r = 0.01$, $\delta = 0.3 \text{ kPa}^{-1}$, $\sigma = 0.07275 \cdot 10^{-3} \text{ kN} \cdot \text{m}^{-1}$).

Observa-se, na Figura 7.2, um pico na curva com raio que será denominado r_{pico} . A frequência do r_{pico} chama-se moda. Esse r_{pico} corresponde ao raio relativo ao ponto de inflexão da curva na Figura 7.1 e o cálculo dele será feito a seguir.

7.3 Cálculo do Raio do Pico para o Modelo Unimodal

O r_{pico} é um importante parâmetro na caracterização do meio poroso e pode ser utilizado na estimativa de diversas propriedades, tais como a permeabilidade e a condutividade elétrica (Katz & Thompson, 1986, 1987; Nishiyama & Yokoyama, 2017).

A segunda derivada de S com relação a ρ pode ser obtida derivando a Eq. (7.7) com relação a ρ :

$$S''(\rho) = -\frac{2(\theta_s - \theta_r) [\ln(10)]^2 \delta \sigma \exp\left(-\frac{2\delta\sigma}{10^\rho}\right) (10^\rho - 2\delta\sigma)}{10^{2\rho} \theta_s} \quad (7.8)$$

Como ρ é um número real, a solução da equação $S''(\rho) = 0$ é:

$$\rho_{\text{pico}} = \log 2\delta\sigma \quad (7.9)$$

Para provar que ρ_{pico} é, de fato, um ponto de máximo local, é necessário provar que $S'''(\rho_{\text{pico}}) \neq 0$. Então:

$$S'''(\rho_{\text{pico}}) = \frac{2(\theta_s - \theta_r) [\ln(10)]^3 \delta \sigma \exp\left(-\frac{2\delta\sigma}{10^{2\delta\sigma}}\right) \left[10^{4\delta\sigma} + 2\delta\sigma(-3 \cdot 10^{2\delta\sigma} + 2\delta\sigma)\right]}{10^{6\delta\sigma} \theta_s} \quad (7.10)$$

Como todos os fatores na Eq. (7.10) são valores positivos, está provado que o ρ_{pico} representa um ponto de máximo local e, analisando os pontos da curva, ele é um ponto de máximo global. Substituindo a Eq. (7.5) na Eq. (7.9), tem-se que:

$$r_{\text{pico}} = 2\delta\sigma \quad (7.11)$$

Considerando σ um valor constante, a Eq. (7.11) mostra que o valor de r_{pico} é diretamente proporcional ao parâmetro hidráulico δ . Essa descoberta corrobora com os resultados encontrados em Costa & Cavalcante (2020), que relaciona valores mais altos ou mais baixos de δ a solos mais granulares e finos, respectivamente. Na Figura 7.3 é mostrada a análise paramétrica do parâmetro δ mostrando a sua influência na curva da função frequência de raios de um solo, ilustrando a relação proporcional encontrada na Eq. (7.11).

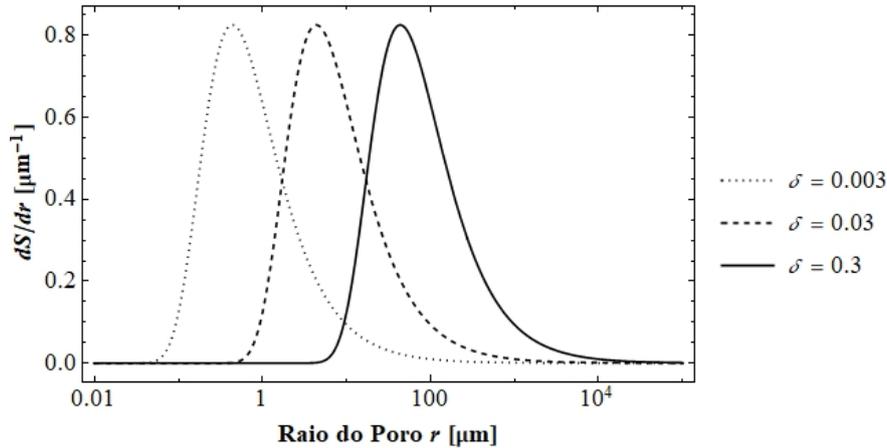


Figura 7.3 –Análise paramétrica do parâmetro δ na curva da função frequência de raios de um solo ($\theta_s = 0.40$, $\theta_r = 0.01$, $\sigma = 0.07275 \cdot 10^{-3} \text{ kN} \cdot \text{m}^{-1}$).

Substituindo a Eq. (7.11) na Eq. (7.1), a sucção correspondente ao raio do pico é:

$$\psi_{\text{pico}} = \frac{1}{\delta} \quad (7.12)$$

A Eq. (7.12) é equivalente à expressão encontrada em Costa & Cavalcante (2020) para encontrar o valor de sucção no ponto de inflexão da curva de retenção de água no solo.

A Eq. (7.7) mostra que $S'(\rho)$, caso os outros fatores sejam considerados constantes, é proporcional a $(1 - \theta_r/\theta_s)$. Na Figura 7.4 é ilustrada a análise paramétrica de (θ_r/θ_s) na função frequência de raios. Um incremento positivo de (θ_r/θ_s) indica um maior θ_r ou um menor θ_s que, por sua vez, indica um pico menos acentuado e uma distribuição de poros mais uniforme, como verificado por Aligizaki (2005).

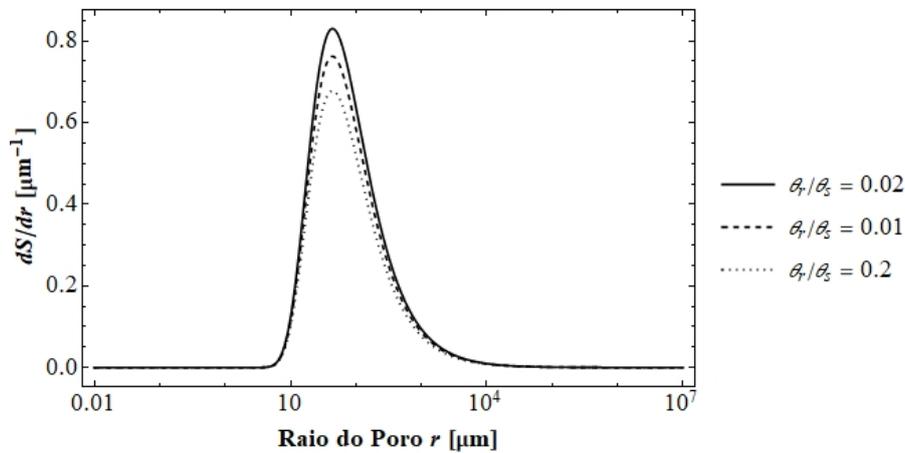


Figura 7.4 – Análise paramétrica de (θ_r/θ_s) na curva da função frequência de raios de um solo ($\delta = 0.3 \text{ kPa}^{-1}$, $\sigma = 0.07275 \cdot 10^{-3} \text{ kN} \cdot \text{m}^{-1}$).

7.4 Modelo de Distribuição de Poros para Solo Bimodal

A partir do modelo de curva de retenção de água no solo bimodal, o teor de umidade volumétrica para um solo bimodal em função do raio do poro r é:

$$\theta(r) = \theta_r + (\theta_s - \theta_r) \left[\lambda \exp\left(-\frac{2\sigma\delta_1}{r}\right) + (1 - \lambda) \exp\left(-\frac{2\sigma\delta_2}{r}\right) \right] \quad (7.13)$$

Então, o grau de saturação é igual a:

$$S(r) = \frac{\theta_r + (\theta_s - \theta_r) \left[\lambda \exp\left(-\frac{2\sigma\delta_1}{r}\right) + (1 - \lambda) \exp\left(-\frac{2\sigma\delta_2}{r}\right) \right]}{\theta_s} \quad (7.14)$$

Na Figura 7.5 é ilustrada a curva da função frequência acumulada de raios de um solo bimodal arbitrário obtida a partir da Eq. (7.14).

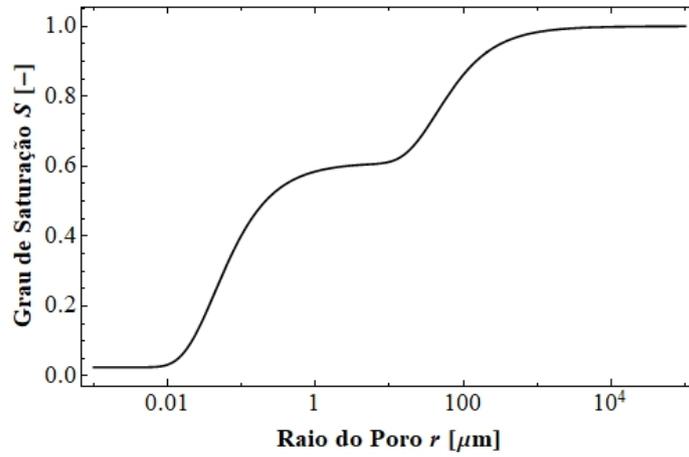


Figura 7.5 – Curva da função frequência acumulada de raios de um solo bimodal

$$(\theta_s = 0.40, \theta_r = 0.01, \delta_1 = 0.3 \text{ kPa}^{-1}, \delta_2 = 0.0003 \text{ kPa}^{-1}, \lambda = 0.40, \sigma = 0.07275 \cdot 10^{-3} \text{ kN} \cdot \text{m}^{-1}).$$

Derivando a Eq. (7.14) em relação a ρ , obtém-se:

$$S'(\rho) = \frac{2(\theta_s - \theta_r) \ln(10) \sigma \left(\lambda \delta_1 \exp\left(-\frac{2\delta_1 \sigma}{10^\rho}\right) + (1 - \lambda) \delta_2 \exp\left(-\frac{2\delta_2 \sigma}{10^\rho}\right) \right)}{10^\rho \theta_s} \quad (7.15)$$

$S'(\rho)$ fornece a função frequência de raios de um solo bimodal, como exibido na Figura 7.6.

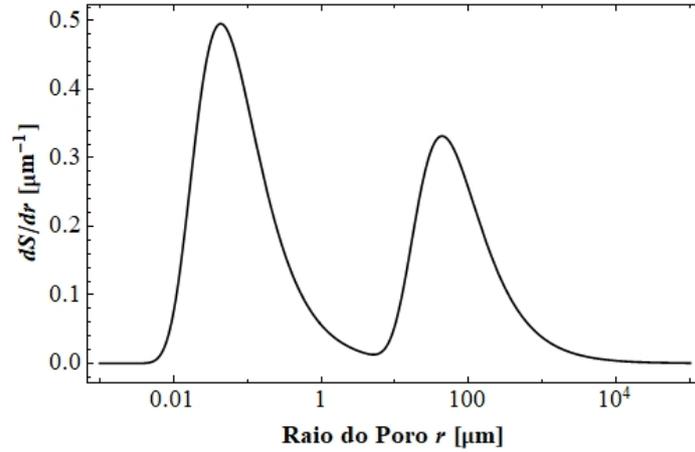


Figura 7.6 – Curva da função frequência de raios de um solo bimodal ($\theta_s = 0.40$, $\theta_r = 0.01$, $\delta_1 = 0.3 \text{ kPa}^{-1}$, $\delta_2 = 0.0003 \text{ kPa}^{-1}$, $\lambda = 0.40$, $\sigma = 0.07275 \cdot 10^{-3} \text{ kN} \cdot \text{m}^{-1}$).

Na Figura 7.6 é exibida a curva da função frequência de raios de um solo bimodal, onde as duas regiões representam dois espaços de poros distintos. Os raios dos picos podem, da mesma maneira, serem calculados utilizando a Eq. (7.11) e na Figura 7.7 são mostradas as correspondências dos valores.

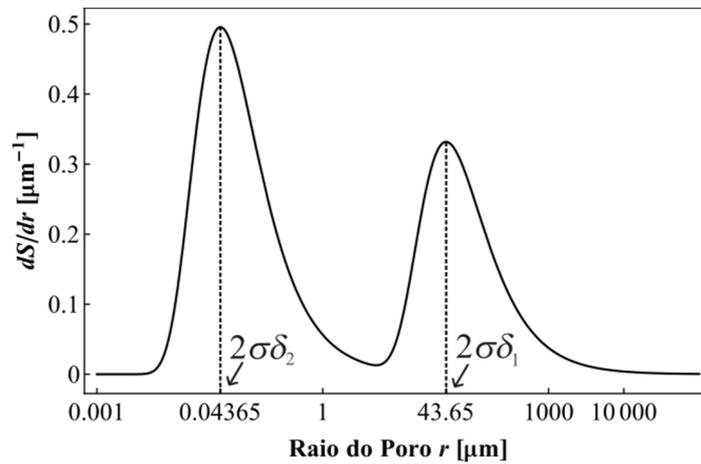


Figura 7.7 – Curva da função frequência de raios de um solo bimodal com os raios dos picos calculados utilizando a Eq. (7.11) ($\theta_s = 0.40$, $\theta_r = 0.01$, $\delta_1 = 0.3 \text{ kPa}^{-1}$, $\delta_2 = 0.0003 \text{ kPa}^{-1}$, $\lambda = 0.40$, $\sigma = 0.07275 \cdot 10^{-3} \text{ kN} \cdot \text{m}^{-1}$).

A influência da razão θ_r/θ_s na acentuação do pico é semelhante ao que ocorre no solo unimodal, onde tem-se um pico mais acentuado à medida que essa razão diminui. Para o solo bimodal, como há dois parâmetros hidráulicos, δ_1 e δ_2 , é possível que haja alguns fenômenos interessantes. Sabe-se que a curva é transladada para a direita para valores maiores de δ_1 e de δ_2 e para a esquerda para valores menores de δ_1 e de δ_2 . Além disso, uma curva pode superpor a outra, como mostrado na Figura 7.8.

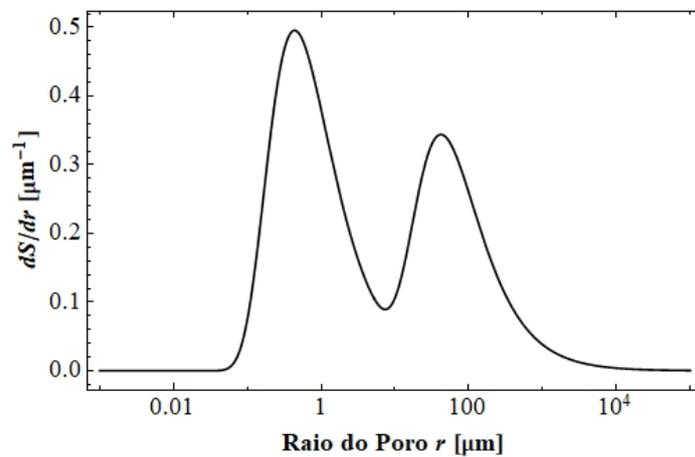


Figura 7.8 – Curva da função frequência de raios de um solo bimodal com superposição de regiões de poros ($\theta_s = 0.40$, $\theta_r = 0.01$, $\delta_1 = 0.3 \text{ kPa}^{-1}$, $\delta_2 = 0.003 \text{ kPa}^{-1}$, $\lambda = 0.40$, $\sigma = 0.07275 \cdot 10^{-3} \text{ kN} \cdot \text{m}^{-1}$).

Na ausência de uma superposição significativa, o parâmetro λ está relacionado com a altura da curva da região dos macroporos (Eq. (7.15)) na curva da função frequência de raios. Na Figura 7.9 é ilustrada a análise paramétrica observada do parâmetro em questão.

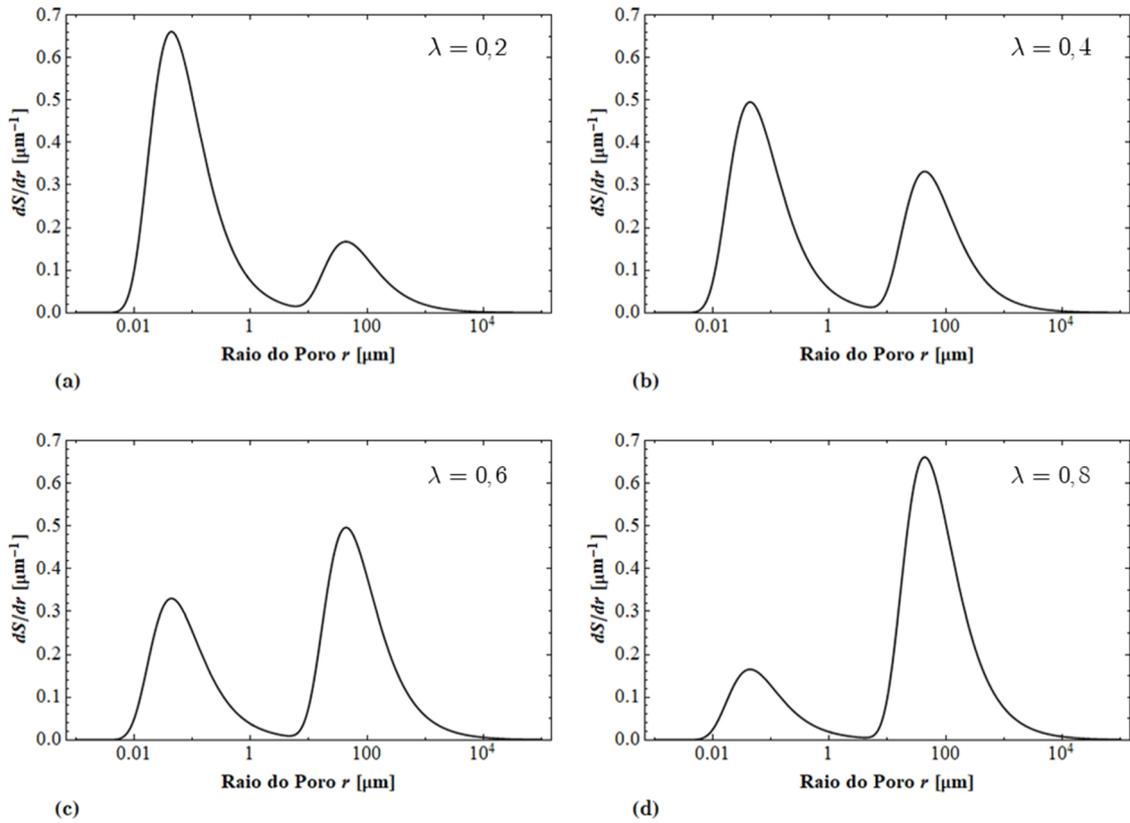


Figura 7.9 – Análise paramétrica de λ na curva da função frequência de raios ($\theta_s = 0.40$, $\theta_r = 0.01$, $\delta_l = 0.3 \text{ kPa}^{-1}$, $\delta_2 = 0.0003 \text{ kPa}^{-1}$, $\sigma = 0.07275 \cdot 10^{-3} \text{ kN} \cdot \text{m}^{-1}$).

(a) $\lambda = 0.2$, (b) $\lambda = 0.4$, (c) $\lambda = 0.6$, and (d) $\lambda = 0.8$.

É possível perceber que, à medida que λ aumenta, a área abaixo da região dos macroporos também aumenta. Sabe-se que essa área está relacionada com a quantidade de água presente na região dentro dos limites estabelecidos.

7.5 Validação Experimental do Modelo de Distribuição de Poros

A validação experimental do modelo de distribuição de poros bimodal foi feita utilizando dados experimentais do trabalho de Futai & Almeida (2005). A partir da curva de retenção de água do solo é possível obter os valores de θ_s e de θ_r utilizando o modelo proposto (Figura 7.10), sendo também mais uma comprovação da validade do modelo bimodal de curva de retenção de água no solo.

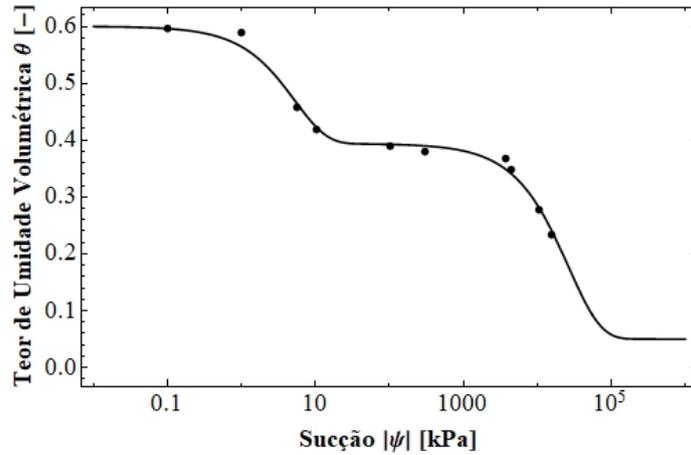


Figura 7.10 – Validação experimental do modelo bimodal de curva de retenção de água no solo utilizando os dados de Futai & Almeida (2005) ($\lambda = 0.37$, $\delta_1 = 0.19046 \text{ kPa}^{-1}$, $\delta_2 = 0.00004 \text{ kPa}^{-1}$, $\theta_s = 0.60$, $\theta_r = 0.05$).

Para validar o modelo de distribuição de poros, a curva da função frequência acumulada de raios precisa ser determinada. Isso requer a utilização da Eq. (7.16), que representa uma hipótese assumida na interpretação dos dados do porosímetro de mercúrio (Tao *et al.*, 2019).

$$S = 1 - S_{Hg} \quad (7.16)$$

onde S_{Hg} é o grau de saturação do mercúrio no solo.

A Eq. (7.16) permite a obtenção do grau de saturação (S) do solo para cada ponto experimental, o que torna possível o cálculo da curva da função frequência acumulada de raios, como mostrado na Figura 7.11.

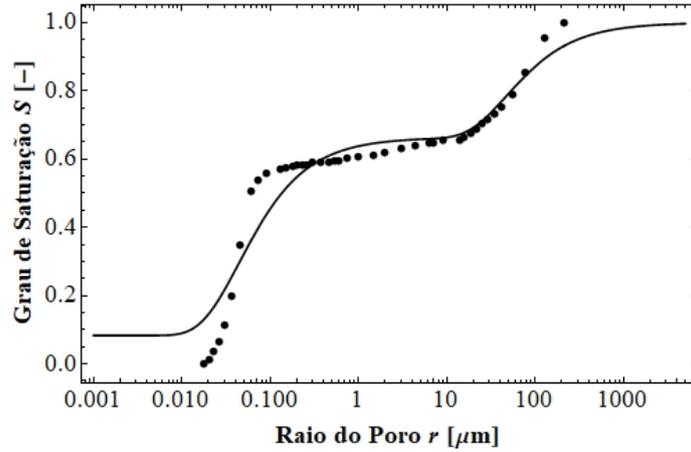


Figura 7.11 – Curva da função frequência acumulada de raios: comparação entre o modelo proposto de distribuição de poros bimodal e os dados experimentais de Futai & Almeida (2005) ($\lambda = 0.37$, $\delta_1 = 0.32875 \text{ kPa}^{-1}$, $\delta_2 = 0.00031 \text{ kPa}^{-1}$, $\theta_s = 0.60$, $\theta_r = 0.05$).

Percebe-se que o modelo proposto pode representar, de maneira acurada, a distribuição de poros para o solo bimodal analisado. Depois disso, a curva da função frequência de raios também pode ser encontrada a partir da Eq. (7.15). É importante notar que, embora em diferentes experimentos, o parâmetro λ encontrado foi o mesmo, mostrando a eficiência do modelo no cálculo da contribuição dos diferentes espaços de poros.

8. NOVOS MODELOS DE SUPERFÍCIE DE RETENÇÃO E DE CONDUTIVIDADE HIDRÁULICA

Neste capítulo, são apresentados e discutidos os principais resultados obtidos no que se refere aos novos modelos de superfície de retenção de água e de condutividade hidráulica não saturada para solos. Apresenta-se o embasamento teórico, o desenvolvimento matemático e a verificação de resultados para os modelos propostos. Ressalta-se que o desenvolvimento e os resultados aqui descritos estão publicados em Costa & Cavalcante (2020) e em Costa & Cavalcante (2021b).

O desenvolvimento matemático concentra-se em relacionar as variáveis descritas no modelo de curva de retenção de água no solo e de função de condutividade hidráulica não saturada de Cavalcante & Zornberg (2017a) ao índice de vazios. A análise realizada tem baixo número de parâmetros e é eficiente para diversos tipos de solo nos quais mudanças no estado de tensão refletem mudanças em sua densidade. Utiliza-se, também, o princípio da superposição linear no desenvolvimento da superfície de retenção de água e de condutividade hidráulica não saturada para solos bimodais.

8.1 Determinação Analítica da Pressão de Entrada de Ar

A seguir, descreve-se a determinação físico-matemática da pressão de entrada de ar, conceito fundamental para o desenvolvimento final do modelo de superfície de retenção.

8.1.1 Descrição Qualitativa

Considerando que a curva de retenção de água no solo é a relação entre o teor de umidade volumétrica (θ) e a sucção (ψ), considerada em módulo, a pressão de entrada de ar é a sucção que tem de ser superada de forma que o ar comece a penetrar nos menores poros do solo (Fredlund & Rahardjo, 1993; Fredlund *et al.*, 2012).

A tradicional metodologia para obtenção da pressão de entrada de ar consiste em desenhar graficamente duas retas específicas e obter o seu ponto de interseção de forma visual. Para fins didáticos, essas retas são chamadas de r e s e na Figura 8.1 é ilustrado onde elas se encontram no gráfico da curva de retenção.

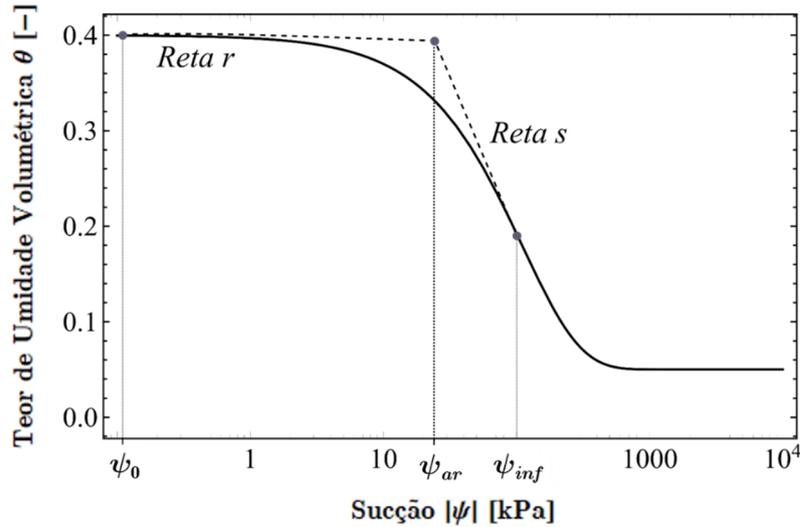


Figura 8.1 – Representação gráfica da pressão de entrada de ar fundamentada na interseção das retas r e s na curva de retenção de água no solo obtida por Cavalcante & Zornberg (2017a) ($\delta = 0,09 \text{ kPa}^{-1}$; $\theta_s = 0,40$; $\theta_r = 0,05$).

A reta r é uma reta tangente à curva de retenção de água no solo em um ponto específico denominado ψ_0 . Esse ponto é um ponto de baixa sucção, que pode ser estrategicamente escolhido como um ponto onde, a partir dele, não há mais deformações volumétricas com o aumento da sucção. Dependendo da característica do solo, pode-se escolher ψ_0 próximo a zero, onde a reta r seria aproximadamente horizontal. Já a reta s é tangente à curva em seu ponto de inflexão.

Embora o método de obtenção a partir do desenho das retas proveja uma razoável aproximação do valor da pressão de entrada de ar, ele pode ser impreciso. Alternativamente, Zhai & Rahardjo (2012) propuseram uma

metodologia de determinação matemática da pressão de entrada de ar fundamentando-se no modelo de Fredlund & Xing (1994) para a curva de retenção de água no solo. Posteriormente, Soltani *et al.* (2017) desenvolveram uma metodologia similar, utilizando o modelo de van Genuchten (1980) para a curva de retenção. Nas seções a seguir, desenvolve-se uma metodologia analítica mais abrangente do que as anteriormente citadas utilizando por base o modelo de Cavalcante & Zornberg (2017a).

8.1.2 Transformação da Equação para a Escala Logarítmica

O modelo de Cavalcante & Zornberg (2017a) para a curva de retenção é:

$$\theta(|\psi|) = \theta_r + (\theta_s - \theta_r) \exp(-\delta |\psi|) \quad (8.1)$$

Como mostrado na Figura 8.1, de forma geral, os gráficos de curva de retenção de água no solo apresentam-se em escala logarítmica, o que permite uma melhor visualização de seus elementos principais. A correspondência matemática entre a Eq. (8.1) e a Figura 8.1 mostra a necessidade da transformação dessa equação para a escala logarítmica.

Sabe-se que, para quaisquer números a e b que satisfazem às condições de existência de um logaritmo, a seguinte equação é satisfeita:

$$a^{\log_a b} = b \quad (8.2)$$

Considerando a notação simplificada $\log_{10}|\psi| = \log|\psi|$ e substituindo a Eq. (8.2) na Eq. (8.1), tem-se:

$$\theta(\log|\psi|) = \theta_r + (\theta_s - \theta_r) \exp(-\delta \cdot 10^{\log|\psi|}) \quad (8.3)$$

Se $\log|\psi| = y$, a Eq. (8.3) se torna:

$$\theta(y) = \theta_r + (\theta_s - \theta_r) \cdot \exp(-\delta \cdot 10^y) \quad (8.4)$$

Que representa a equação do modelo para plotar o gráfico em escala logarítmica. Como parte constituinte da transformação, a variável y está no intervalo real $]-\infty, +\infty[$. Existe uma correspondência direta entre y e ψ , sendo $\log|\psi_0| = y_0$, $\log|\psi_{ar}| = y_{ar}$ e $\log|\psi_{inf}| = y_{inf}$.

8.1.3 Equação da Reta r

Segundo a geometria analítica, a equação de uma reta não vertical pode ser dada, de forma genérica, por:

$$z_r(y) = m_1 \cdot y + n_1 \quad (8.5)$$

O coeficiente angular da reta r pode ser encontrado utilizando o conceito de derivada. Derivando a Eq. (8.4):

$$\theta'(y) = -\delta \cdot 10^y \cdot (\theta_s - \theta_r) \cdot \ln(10) \cdot \exp(-\delta \cdot 10^y) \quad (8.6)$$

Dessa forma, como a reta tangente apresentada passa pelo ponto de abscissa y_0 , o coeficiente angular da reta r é:

$$m_1 = -\delta \cdot 10^{y_0} \cdot (\theta_s - \theta_r) \cdot \ln(10) \cdot \exp(-\delta \cdot 10^{y_0}) \quad (8.7)$$

Por meio da Eq. (8.4), sabe-se que a reta r passa pelo ponto $(y_0, \theta_r + (\theta_s - \theta_r) \cdot \exp(-\delta \cdot 10^{y_0}))$. Substituindo esse ponto na Eq. (8.5), pode-se determinar o coeficiente n_1 :

$$n_1 = \theta_r + (\theta_s - \theta_r) \cdot \left(1 + \delta \cdot y_0 \cdot 10^{y_0} \cdot \ln 10\right) \exp(-\delta \cdot 10^{y_0}) \quad (8.8)$$

Substituindo as Eqs. (8.7) e (8.8) na Eq. (8.5), a equação da reta r é encontrada:

$$z_r(y) = \left[-\delta \cdot 10^{y_0} \cdot (\theta_s - \theta_r) \cdot \ln(10) \cdot \exp(-\delta \cdot 10^{y_0}) \right] \cdot y + \left[\theta_r + (\theta_s - \theta_r) \cdot \left(1 + \delta \cdot y_0 \cdot 10^{y_0} \cdot \ln 10\right) \exp(-\delta \cdot 10^{y_0}) \right] \quad (8.9)$$

8.1.4 Equação da Reta s

A reta s passa pelo ponto de inflexão da curva. A coordenada y desse ponto pode ser determinada estudando o comportamento da segunda derivada da Eq. (8.4). Derivando a Eq. (8.6), tem-se:

$$\theta''(y) = \delta \cdot 10^y \cdot (\delta \cdot 10^y - 1) \cdot (\theta_s - \theta_r) \cdot \left[\ln(10) \right]^2 \cdot \exp(-\delta \cdot 10^y) \quad (8.10)$$

Fazendo $\theta''(y) = 0$, tem-se um provável ponto de inflexão:

$$y_{inf} = \log\left(\frac{1}{\delta}\right) \quad (8.11)$$

Encontrar o valor de y_{inf} ainda é insuficiente para definir que o ponto encontrado é um ponto de inflexão. Para isto ser verdade, é necessário que a terceira derivada da Eq. (8.4) seja não nula no ponto. Derivando a Eq. (8.10), tem-se:

$$\theta'''(y) = -\delta \cdot 10^y \cdot [1 + 10^y \cdot \delta \cdot (10^y \cdot \delta - 3)] \cdot (\theta_s - \theta_r) \cdot [\ln(10)]^3 \cdot \exp(-\delta \cdot 10^y) \quad (8.12)$$

Substituindo a Eq. (8.11) na Eq. (8.12), tem-se:

$$\theta'''(y_{inf}) = \frac{(\theta_s - \theta_r) \cdot [\ln(10)]^3}{\exp(1)} \quad (8.13)$$

Que é um número estritamente positivo. Ou seja, a Eq. (8.11) é a expressão que denota o ponto de inflexão da curva. Considera-se a equação da reta s como sendo:

$$z_s(y) = m_2 \cdot y + n_2 \quad (8.14)$$

Substituindo a Eq. (8.11) na Eq. (8.6), o coeficiente angular da reta s é encontrado:

$$m_2 = -\frac{(\theta_s - \theta_r) \cdot \ln(10)}{\exp(1)} \quad (8.15)$$

É sabido, também, que a reta s passará pelo ponto $(\log(1/\delta), \theta_r + (\theta_s - \theta_r)/\exp(1))$. Substituindo este ponto na junção das Eqs. (8.14) e (8.15), o coeficiente linear n_2 pode ser encontrado:

$$n_2 = \frac{\theta_s + [\exp(1) - 1] \cdot \theta_r + (\theta_s - \theta_r) \cdot \ln\left(\frac{1}{\delta}\right)}{\exp(1)} \quad (8.16)$$

E a equação da reta s será:

$$z_s(y) = -\frac{(\theta_s - \theta_r) \cdot \ln(10)}{\exp(1)} \cdot y + \frac{\theta_s + [\exp(1) - 1] \cdot \theta_r + (\theta_s - \theta_r) \cdot \ln\left(\frac{1}{\delta}\right)}{\exp(1)} \quad (8.17)$$

8.1.5 Expressão Final da Pressão de Entrada de Ar

Igualando as Eqs. (8.9) e (8.17), encontra-se a abscissa y do ponto de entrada de ar:

$$y_{ar} = \frac{-\exp(1) \cdot (1 + \delta \cdot y_0 \cdot \ln(10) \cdot 10^{y_0}) + \exp(\delta \cdot 10^{y_0}) \cdot \left[1 + \ln\left(\frac{1}{\delta}\right)\right]}{\left(\exp(\delta \cdot 10^{y_0}) - \delta \cdot \exp(1) \cdot 10^{y_0}\right) \ln(10)} \quad (8.18)$$

Considerando a transformação logarítmica da Eq. (8.2), a pressão de entrada de ar pode ser encontrada:

$$\psi_{ar} = 10^{\frac{-\exp(1) \left[1 + \delta \cdot y_0 \cdot \ln(10) \cdot 10^{y_0}\right] + \exp(\delta \cdot 10^{y_0}) \left[1 + \ln\left(\frac{1}{\delta}\right)\right]}{\left(\exp(\delta \cdot 10^{y_0}) - \delta \cdot \exp(1) \cdot 10^{y_0}\right) \ln(10)}} \quad (8.19)$$

A Eq. (8.19) é uma expressão generalizada da pressão de entrada de ar para uma curva de retenção unimodal.

8.1.6 Análise Paramétrica da Pressão de Entrada de Ar

Como y_0 é o ponto onde a reta r é tangente, tem-se que $y_0 < y_{inf}$. Dessa forma, pode-se plotar a superfície correspondente à variável $\psi_{ar}(\delta, y_0)$, mostrada na Figura 8.2, para valores de θ_s e θ_r escolhidos.

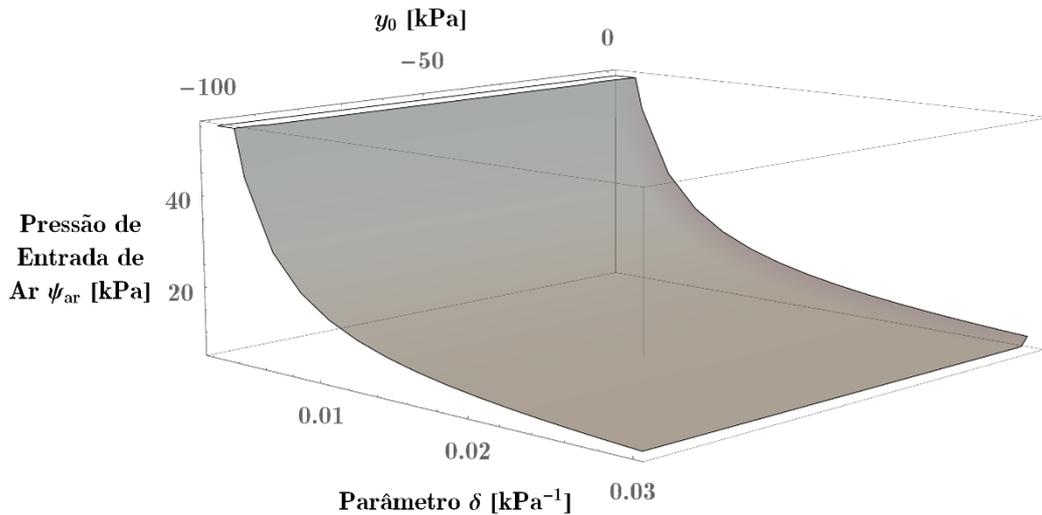


Figura 8.2 – Superfície que relaciona a pressão de entrada de ar com o parâmetro hidráulico δ e o valor da abscissa y_0 da curva de retenção ($\theta_s = 0,41$; $\theta_r = 0,02$).

Para uma mais precisa visualização e entendimento, pode-se visualizar a Figura 8.2 utilizando seções transversais da superfície. Opta-se, nesse caso, por fixar diferentes valores de y_0 e observar como a pressão de entrada de ar varia com o parâmetro hidráulico δ (Figura 8.3).

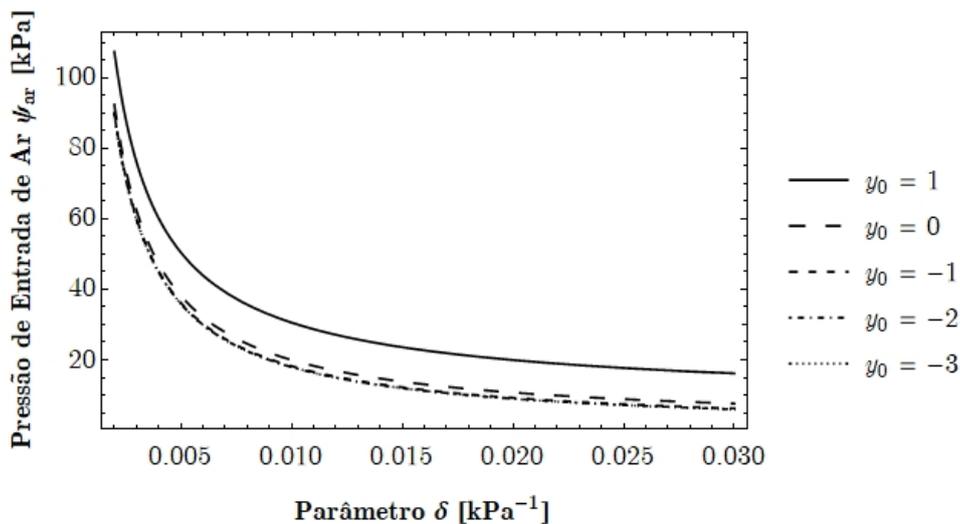


Figura 8.3 – Influência do y_0 na curva que relaciona a pressão de entrada de ar (ψ_{ar}) e o parâmetro hidráulico δ .

Percebe-se que, à medida que y_0 vai ficando mais negativo, ou seja, a sucção tendendo a zero, a curva visualizada tende a estabilizar-se. Se $y_0 = -3$, por exemplo, a sucção escolhida para a reta r tangenciar a curva é de 0,001 kPa.

8.1.7 Pressão de Entrada de Ar para Sucção Próxima de Zero

Caso y_0 seja considerado pequeno o suficiente ao ponto de a sucção ψ_0 se aproximar de zero, tem-se valores de pressão de entrada de ar no limite de y_0 tendendo a $-\infty$, o que leva à expressão:

$$\psi_{ar} = \lim_{y_0 \rightarrow -\infty} 10 \frac{-\exp(1) \left\{ 1 + \delta \cdot y_0 \cdot \ln(10) \cdot 10^{y_0} \right\} + \exp\left\{ \delta \cdot 10^{y_0} \right\} \left[1 + \ln\left\{ \frac{1}{\delta} \right\} \right]}{\left(\exp\left\{ \delta \cdot 10^{y_0} \right\} - \delta \cdot \exp(1) \cdot 10^{y_0} \right) \ln(10)} = \frac{\exp\left(1 - \exp(1)\right)}{\delta} \quad (8.20)$$

A consideração do ponto y_0 tendendo a $-\infty$ está coerente com as metodologias de obtenção da pressão de entrada de ar mais usuais (Zhai & Rahardjo, 2012; Soltani *et al.*, 2017). Pela Eq. (8.20), observa-se que a relação entre a pressão de entrada de ar (ψ_0) e o parâmetro δ , para o limite de y_0 proposto, é um dos ramos de uma hipérbole equilátera, ilustrada na Figura 8.4.

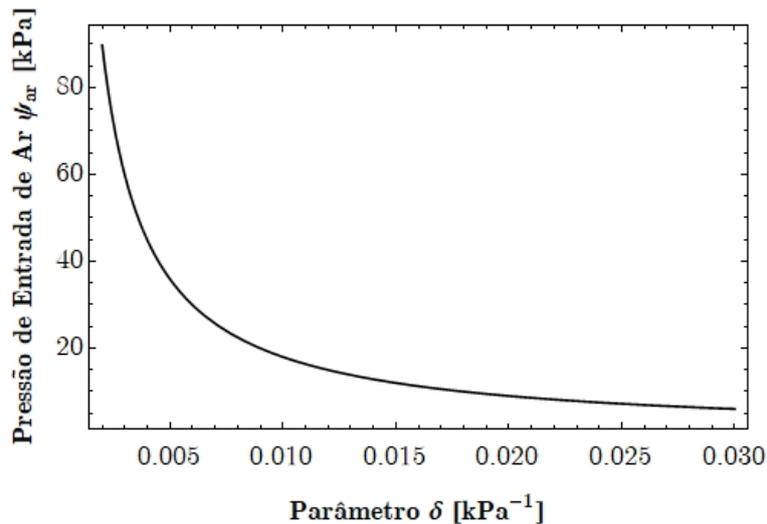


Figura 8.4 – Relação entre a pressão de entrada de ar (ψ_{ar}) e o parâmetro hidráulico δ considerando o ponto ψ_0 próximo a zero.

É sabido que altos valores de δ usualmente representam solos arenosos e baixos valores representam solos argilosos. Este fato pode ser confirmado pela Figura 8.3 e pela Figura 8.4, onde pode ser observado que, quanto maior o parâmetro δ , menor a pressão de entrada de ar ψ_{ar} .

8.2 Relação o Parâmetro δ e o Índice de Vazios

A pressão de entrada de ar também pode ser utilizada para estabelecer uma relação da curva de retenção com o índice de vazios. Como ela se relaciona com o tamanho da zona capilar, ela se relaciona inversamente com o índice de vazios do solo (Karube & Kawai, 2001; Heshmati & Motahari, 2012). Além disso, Huang *et al.* (1998) demonstraram que o logaritmo natural da pressão de entrada de ar está linearmente relacionado com o logaritmo natural do índice de vazios, o que matematicamente mostra que ambos os parâmetros estão relacionados por uma lei de potência.

Diversos autores desenvolveram e validaram experimentalmente um modelo constitutivo que mostra que a relação entre a pressão de entrada de ar e o índice de vazios podem ser equacionados mediante a seguinte lei de potência (Romero & Vaunat, 2000; Karube & Kawai, 2001; Tarantino, 2009; Salager *et al.*, 2010; Heshmati & Motahari, 2012):

$$\psi_{ar} = a \cdot e^{-b} \quad (8.21)$$

onde a e b são parâmetros de ajuste [-].

Igualando as Eqs. (8.20) e (8.21), tem-se:

$$\delta(e) = \frac{e^b \cdot \exp(1 - \exp(1))}{a} \quad (8.22)$$

A Eq. (8.22) é a equação que relaciona o parâmetro δ com o índice de vazios e .

8.3 Relação Entre Teores de Umidade e Índice de Vazios

O teor de umidade volumétrica saturado (θ_s) representa o valor máximo possível do teor de umidade volumétrica e ele corresponde à porosidade do solo saturado. Ou seja:

$$\theta_s(e) = \frac{e}{1+e} \quad (8.23)$$

O teor de umidade volumétrica residual (θ_r) representa o teor de umidade que requer uma alta mudança de sucção para promover uma mudança em seu valor. De acordo com um vasto número de experimentos realizados anteriormente, com diversos tipos de solos diferentes, pode-se considerar o teor de umidade volumétrica residual constante quando o índice de vazios do solo analisado varia (Salager *et al.*, 2007; Salager *et al.*, 2010; Kim & Borden, 2011; Fredlund *et al.*, 2012; Zhou & Ng, 2014; Quaglia, 2018).

8.4 Equação Constitutiva do Modelo de Superfície de Retenção Unimodal

Considerando as Eqs. (8.22), (8.23) e o fato de que θ_r se mantém constante na Eq. (8.1) ao variar o índice de vazios, a equação do modelo de superfície de retenção unimodal será:

$$\theta(|\psi|, e) = \theta_r + \left(\frac{e}{1+e} - \theta_r \right) \cdot \exp \left(- \frac{e^b \cdot \exp(1 - \exp(1))}{a} \cdot |\psi| \right) \quad (8.24)$$

A Eq. (8.24) representa o novo modelo constitutivo que descreve, quantitativamente, a retenção de água no solo considerando variações do índice de vazios. Uma ilustração da superfície pode ser visualizada na Figura 8.5.

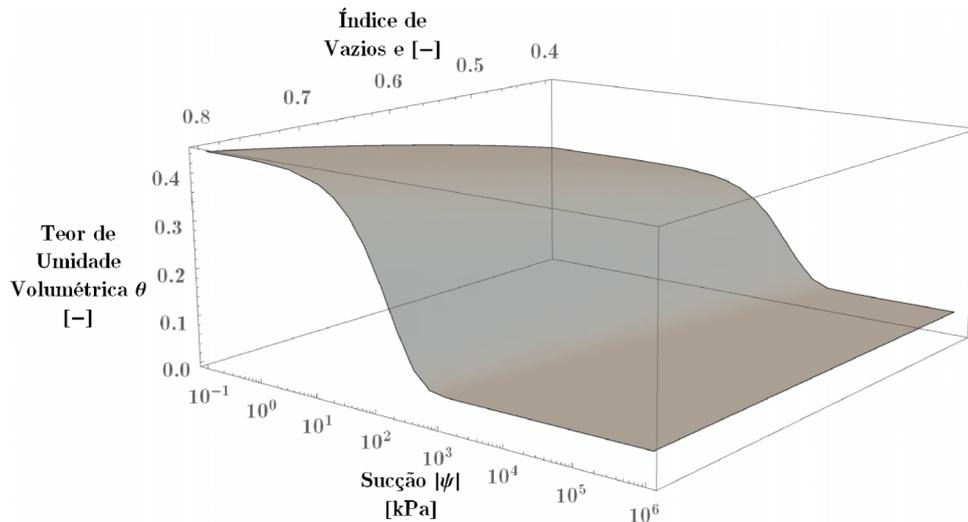


Figura 8.5 – Representação 3D do modelo de superfície de retenção unimodal ($a = 10$; $b = 4$; $\theta_r = 0,05$).

Os dados experimentais necessários para a determinação da superfície de retenção de água no solo são obtidos a partir das curvas de retenção a diferentes índices de vazios. A superfície permite uma mais abrangente caracterização das propriedades hidráulicas do solo. O desenvolvimento, a análise e as validações do modelo foram publicados em Costa & Cavalcante (2020).

8.5 Análise de Sensibilidade dos Parâmetros a e b

Os parâmetros a e b influenciam diretamente no formato da superfície de retenção. Pode-se observar seus comportamentos quando os outros parâmetros são fixados. Nas Figuras 8.6 (a) e 8.6(b) são mostradas as análises de sensibilidade para os parâmetros a e b , respectivamente.

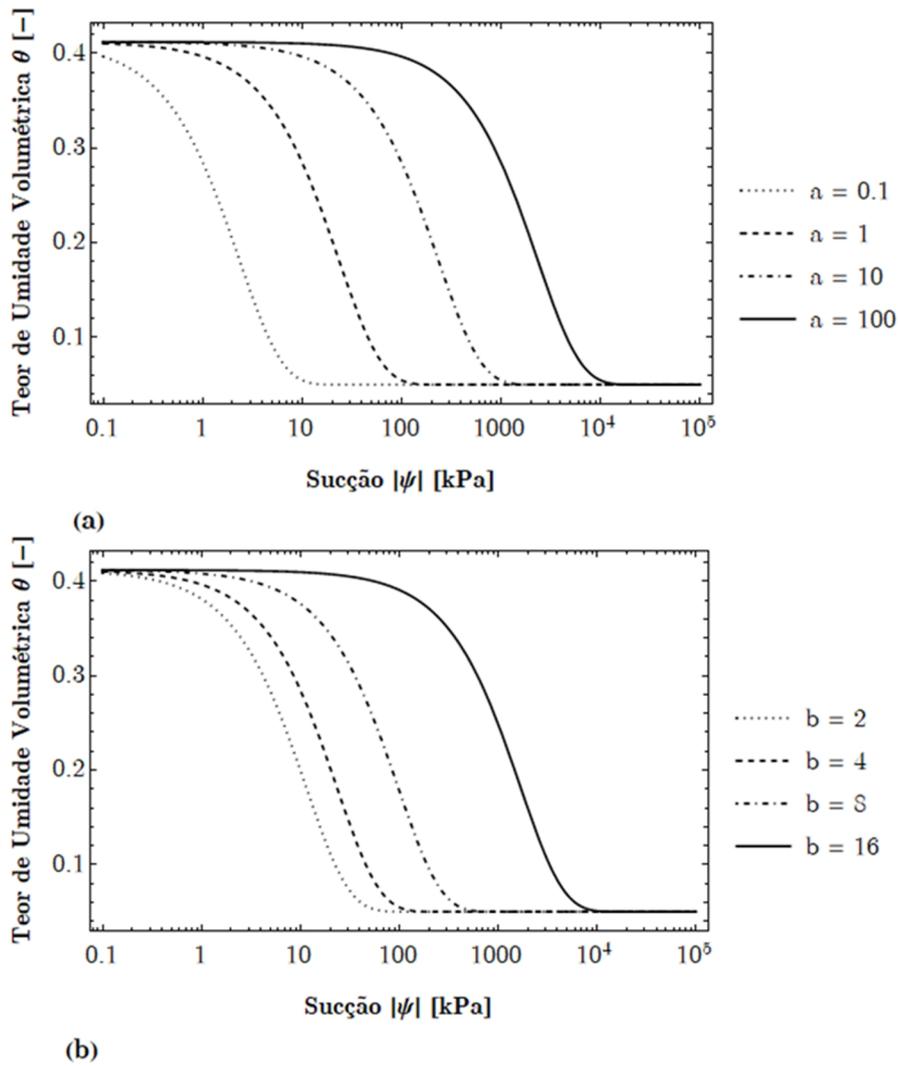


Figura 8.6 – Análise de sensibilidade do (a) parâmetro a ($e = 0,7$; $b = 4$; $\theta_r = 0,05$) e (b) parâmetro b ($e = 0,7$; $a = 1$; $\theta_r = 0,05$).

Nota-se que os parâmetros a e b relacionam-se de forma crescente com a pressão de entrada de ar, que é associada com o tipo de solo. Entretanto, b é relacionado de forma decrescente com a pressão de entrada de ar se o índice de vazios for maior que 1, haja vista que o índice de vazios é base de uma função exponencial, como observado na Eq. (8.21).

8.6 1ª Validação Experimental: Dados de Quaglia (2018)

O modelo de superfície de retenção utilizado por Quaglia (2018) fundamentou-se no estabelecimento de relações lineares dos parâmetros hidráulicos de van Genuchten (1980) com o índice de vazios do solo. O modelo apresenta um total de oito parâmetros de ajuste. O modelo atual proposto apresenta a vantagem de ter apenas dois parâmetros de ajuste, a e b , cujo significado físico pôde ser visualizado nas deduções matemáticas que levam em consideração modelos constitutivos já previamente consolidados e discutidos na literatura.

O modelo de superfície 3D foi gerado a partir dos dados de entrada capturados. Na Figura 8.7 é mostrada a superfície do modelo e os dados, representados pelos pontos pretos. A otimização matemática utilizou o método dos mínimos quadrados.

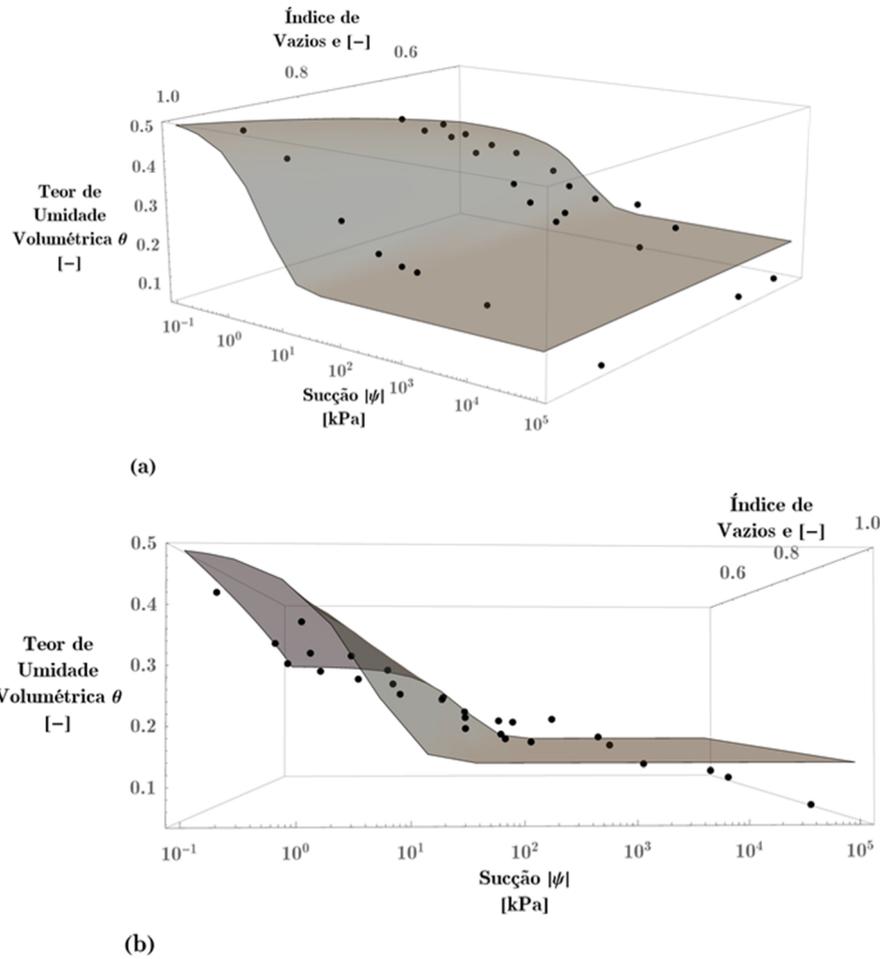


Figura 8.7 – Representação do modelo 3D de superfície de retenção para os dados de Quaglia (2018) em: (a) visão de canto e (b) visão lateral ($a = 0,78$; $b = 2,95$; $\theta_r = 0,14$).

O modelo apresenta uma ótima representação visual em correspondência com os dados experimentais, gerando uma superfície contínua que permite a obtenção de qualquer curva de retenção para um índice de vazios especificado. A acurácia do modelo pode ser verificada a partir dos seus resíduos, mostrados na Figura 8.8. O coeficiente de determinação ($R^2 = 0,85$) pode ser utilizado para medir a acurácia do modelo e o grau de correspondência que este tem com a realidade dos dados experimentais.

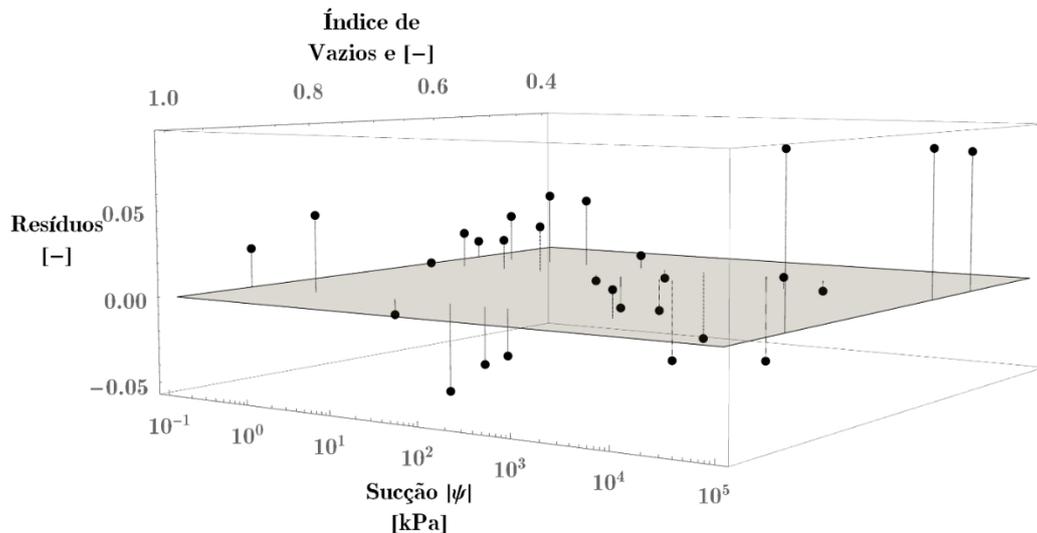


Figura 8.8 – Resíduos que permitem comparação entre o modelo proposto e os dados de Quaglia (2018) ($R^2 = 0,85$).

Analisando a Figura 8.8, vê-se que a maioria dos resíduos está abaixo de 0,05, tendência que só aumenta para pontos em região de alta sucção. A ocorrência desses resultados é devido ao fato de que o teor de umidade volumétrica residual (θ_r) também é selecionado como um parâmetro de ajuste e pontos em região de alta sucção estão em menores quantidades em relação a pontos em região de baixa sucção. Essa tendência pode ser corrigida com ensaios de curva de retenção em que há uma densidade de pontos equitativamente distribuída.

Como nesse caso a densidade de pontos está concentrada em níveis de sucção baixos e médios, escolher um θ_r numericamente ajustado não compromete a performance do modelo se a situação geotécnica for condizente com a região de sucção em que o experimento apresenta mais pontos. O modelo, ainda assim, consegue apresentar os resultados de acordo com a expectativa.

Pode ser feita uma comparação direta entre as seções transversais da superfície e os dados do modelo. Na Figura 8.9, apresenta-se essa comparação para os diferentes índices de vazio vistos no experimento. O modelo e os pontos experimentais apresentam uma precisa correspondência.

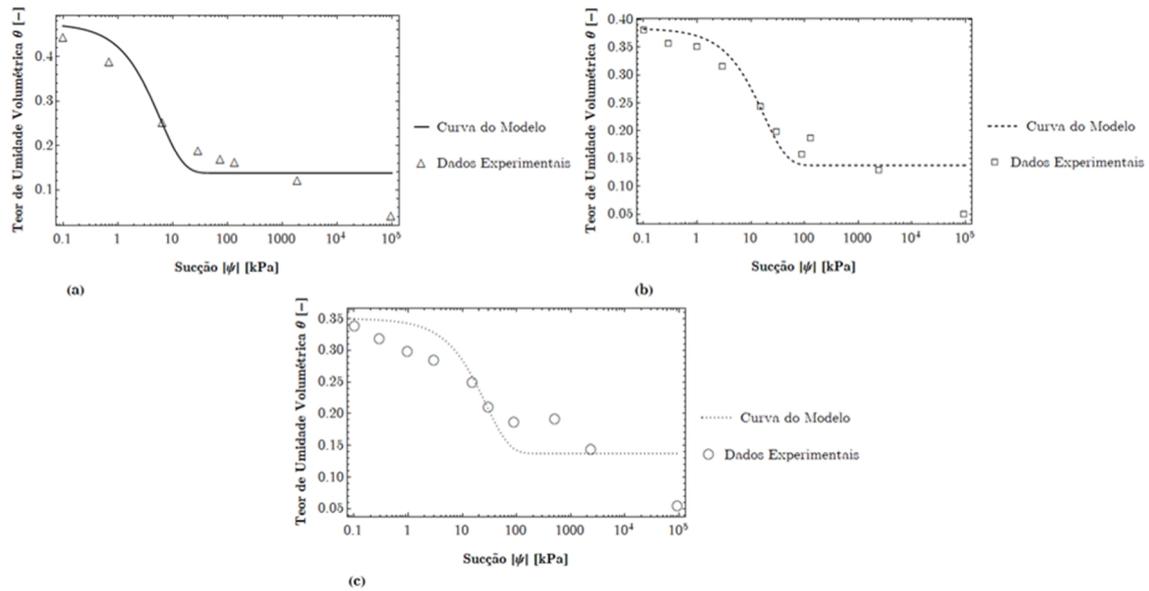


Figura 8.9 – Comparação entre a curva do modelo e os pontos experimentais de Quaglia (2018) para diferentes índices de vazios: (a) $e = 0,901$; (b) $e = 0,623$; (c) $e = 0,539$.

Haja vista que o modelo proveu resultados satisfatórios na plotagem da superfície contínua do solo, é possível determinar a curva de retenção para qualquer índice de vazios escolhido. Na Figura 8.10 ilustram-se diferentes curvas de retenção obtidas por diferentes seções transversais da superfície para determinados índices de vazios.

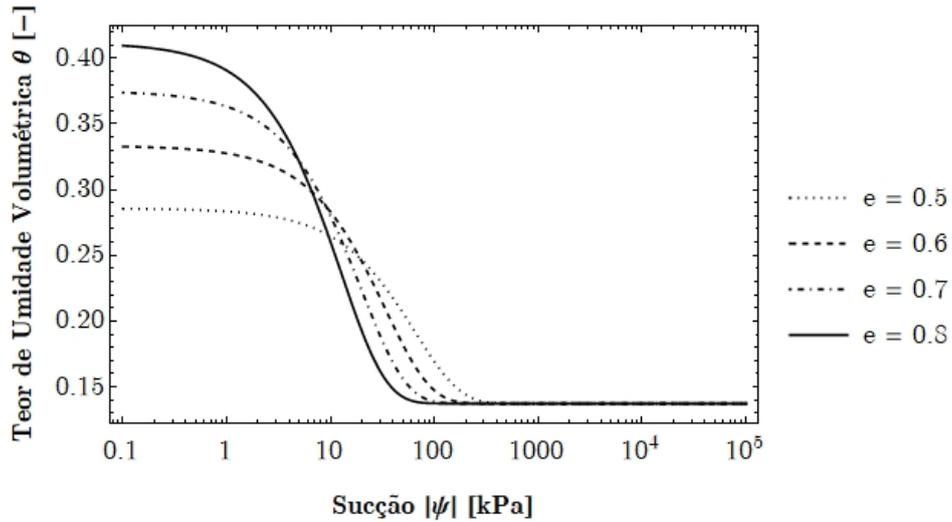


Figura 8.10 – Curvas de retenção relativas a diferentes índices de vazios obtidas a partir da superfície de retenção ($a = 0,78$; $b = 2,95$; $\theta_r = 0,14$).

A pressão de entrada de ar é, também, uma importante propriedade na análise de solos não saturados. É essencial à análises de fluxo e, também, à previsão de resistência ao cisalhamento, permeabilidade e mudança de volumes nos solos (Soltani *et al.*, 2017; Cavalcante & Mascarenhas, 2021). Considerando os parâmetros a e b encontrados por meio do modelo, a pressão de entrada de ar pode ser calculada para qualquer índice de vazios escolhido utilizando a Eq. (8.21). Na Figura 8.11 apresenta-se a relação entre a pressão de entrada de ar e o índice de vazios do solo utilizando o novo modelo proposto.

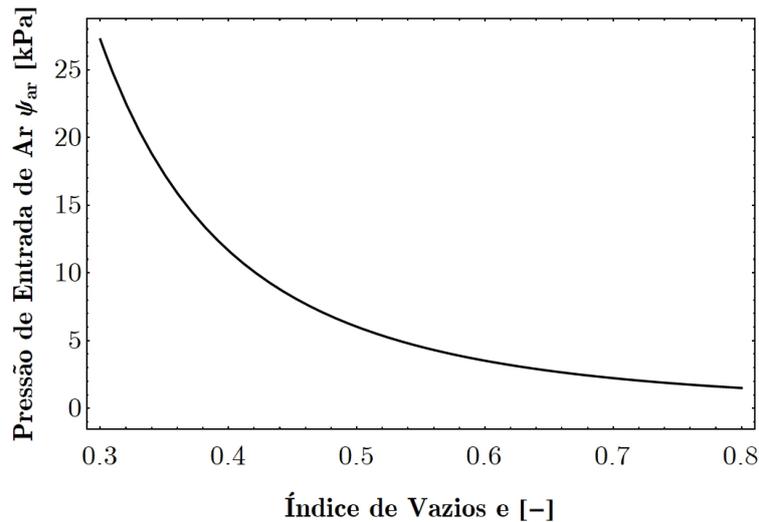


Figura 8.11 – Relação entre a pressão de entrada de ar e o índice de vazios para o solo RMA de Quaglia (2018).

Considera-se que houve um satisfatório resultado e foi exposta a metodologia de como utilizar a superfície de retenção de água no solo para caracterizá-lo quanto às suas propriedades hidráulicas.

8.7 2ª Validação Experimental: Dados de Chen (2018)

Sabe-se que Chen (2018), ao fazer o estudo da influência da massa específica seca na curva de retenção de água para o solo não expansivo em questão, elaborou curvas de molhagem e de secagem. Para esse estudo, as curvas de secagem foram utilizadas, embora também fosse possível a utilização das curvas de molhagem. Ao optar pela curva de molhagem, a única diferença é que não seria utilizada a pressão de entrada de ar, e sim a pressão de entrada de água e a formulação final seria a mesma.

Os índices de vazios das diferentes amostras de solo foram determinados utilizando a Eq. (8.23), haja vista que o teor de umidade volumétrica saturado pode ser obtido a partir da curva de retenção. O mesmo procedimento descrito para os dados anteriores pode ser aplicado, e a superfície de retenção deste solo é mostrada na Figura 8.12.

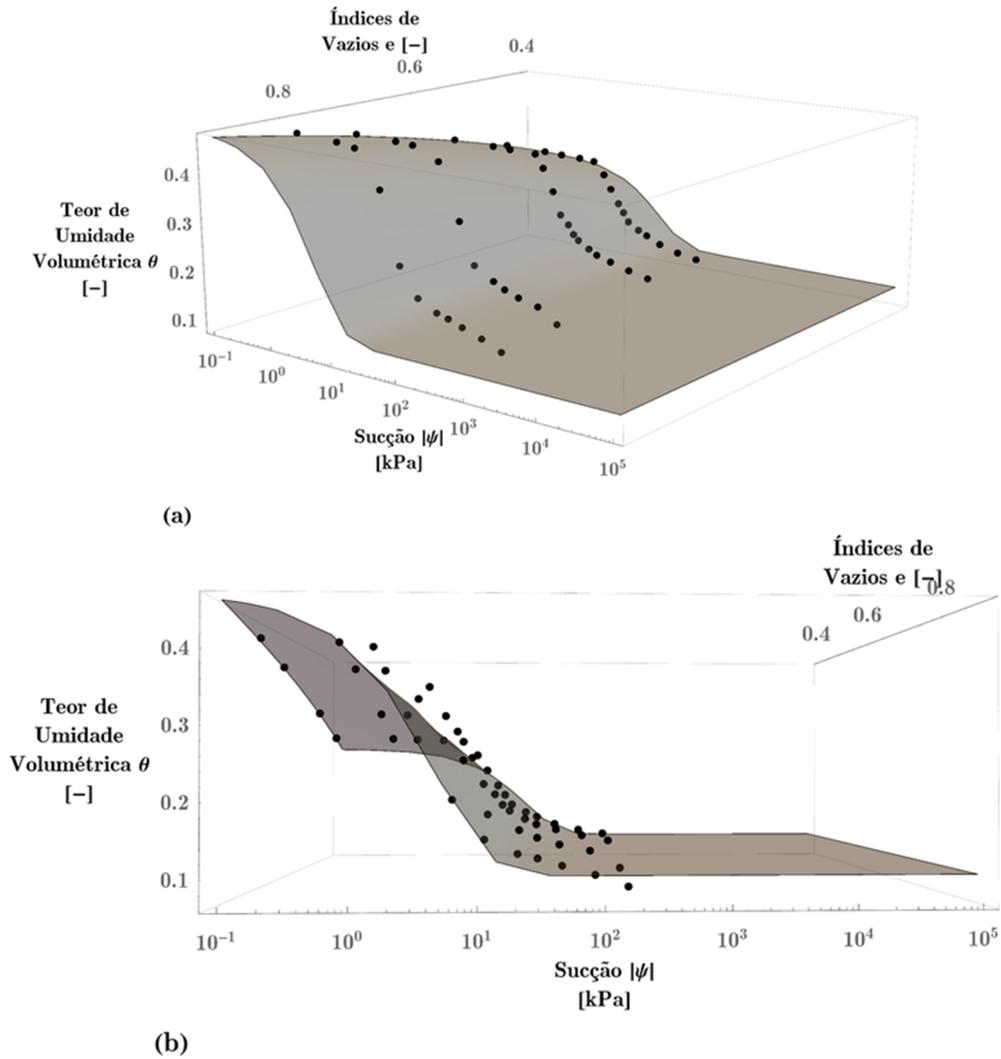


Figura 8.12 – Representação do modelo 3D de superfície de retenção para os dados de Chen (2018) em: (a) visão de canto e (b) visão lateral ($a = 0,68$; $b = 1,90$; $\theta_r = 0,10$).

Percebe-se, neste caso, uma ainda melhor correspondência entre o modelo e a realidade experimental quando comparada aos dados de Quaglia (2018). Isto se deve à maior densidade de pontos em um intervalo maior de sucção e, quantitativamente, os resíduos, mostrados na Figura 8.13, podem mensurar a proximidade do modelo com os resultados experimentais.

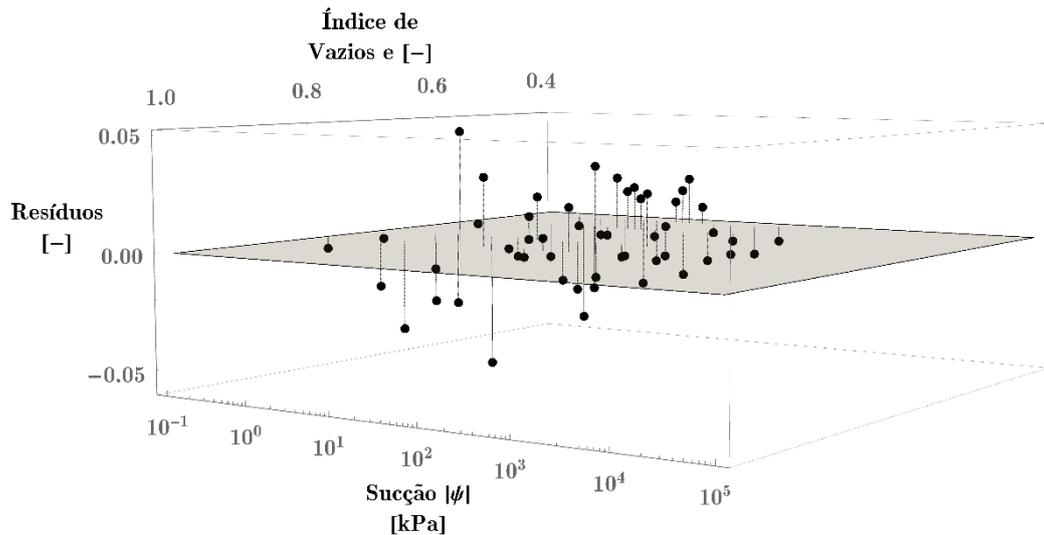


Figura 8.13 – Resíduos que permitem comparação entre o modelo proposto e os dados de Chen (2018) ($R^2 = 0,96$).

Os baixos resíduos apresentados confirmam o fato de que o modelo apresenta boa acurácia. Esta acurácia aumenta à medida que a qualidade e a densidade de dados experimentais aumenta. Para uma visualização bidimensional, pode-se fazer seções transversais na superfície e verificar sua concordância com os dados considerando índices de vazios fixos, conforme é exibido na Figura 8.14.

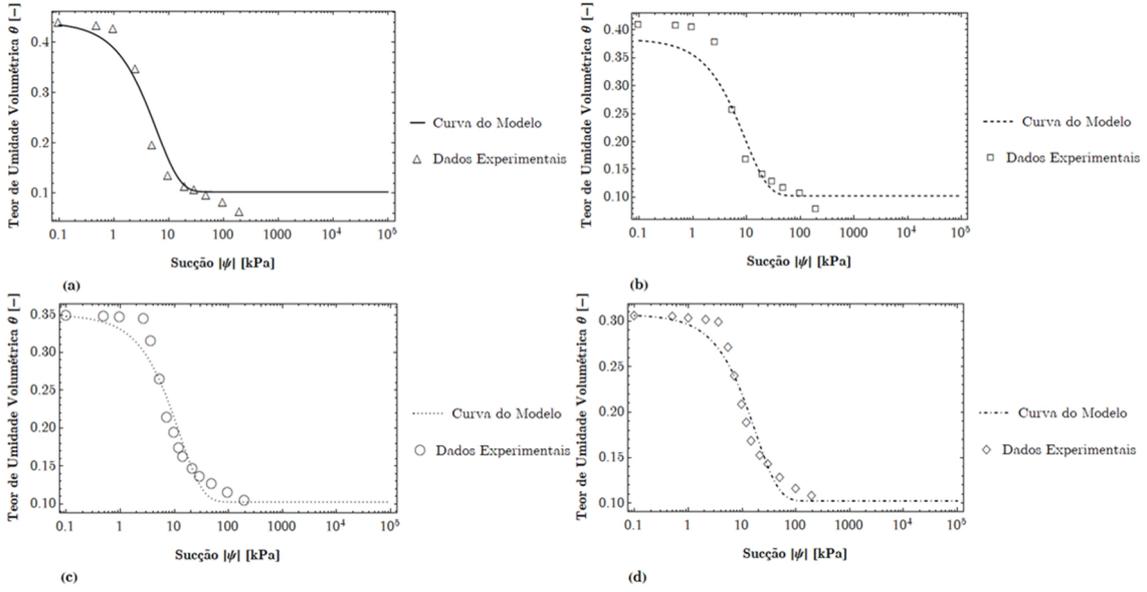


Figura 8.14 – Comparação entre a curva do modelo e os pontos experimentais de Chen (2018) para diferentes índices de vazios: (a) $e = 0,786$; (b) $e = 0,698$; (c) $e = 0,538$; (d) $e = 0,444$.

Semelhantemente, pode-se executar, a partir do modelo, as mesmas análises ilustradas nas Figuras 8.10 e 8.11, haja vista que a superfície foi obtida a partir dos dados experimentais com uma excelente correspondência com eles.

8.8 Equação Constitutiva do Modelo de Superfície de Retenção Bimodal

Fundamentado no princípio da superposição linear, é possível compor a superfície de retenção bimodal a partir da soma ponderada de superfícies unimodais. Dessa forma, a equação constitutiva para o modelo de superfície de retenção bimodal é:

$$\theta(|\psi|, e) = \theta_r + \left(\frac{e}{1+e} - \theta_r \right) \cdot \left[\lambda \exp \left(- \frac{e^{b_1} \cdot \exp(1 - \exp(1))}{a_1} \cdot |\psi| \right) + (1 - \lambda) \exp \left(- \frac{e^{b_2} \cdot \exp(1 - \exp(1))}{a_2} \cdot |\psi| \right) \right] \quad (8.25)$$

onde a_1 , b_1 , a_2 e b_2 são parâmetros de ajuste [-]

Uma ilustração da superfície de retenção bimodal pode ser visualizada na Figura 8.15.

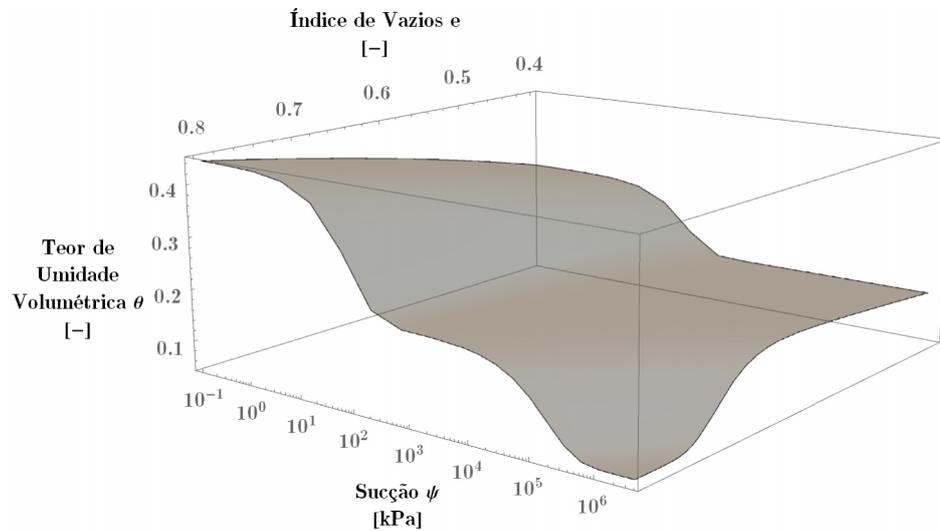


Figura 8.15 – Representação 3D do modelo de superfície de retenção bimodal ($a_1 = 100$; $b_1 = 25$; $a_2 = 10$; $b_2 = 1$; $\lambda = 0,4$; $\theta_r = 0,05$).

O desenvolvimento e o resultado desse modelo foram publicados em Costa & Cavalcante (2021b).

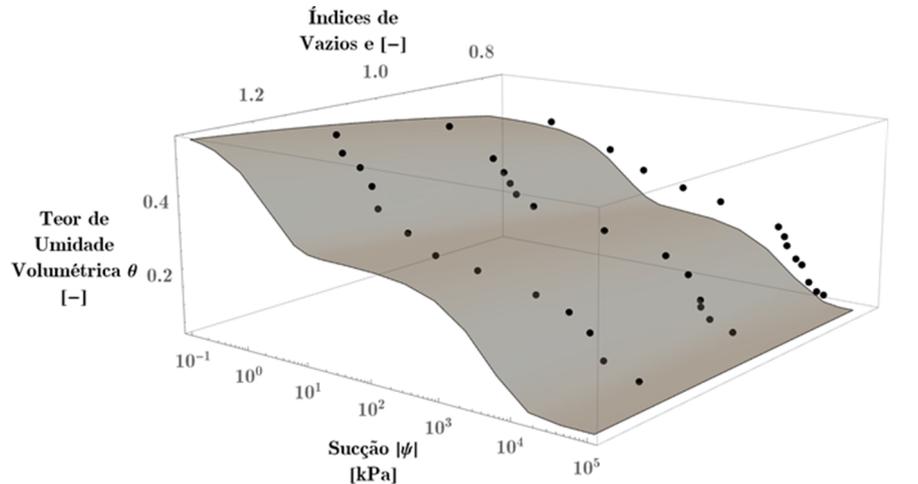
8.9 3ª Validação Experimental: Dados de Silva (2009)

Para a validação experimental do modelo de superfície de retenção bimodal, utilizam-se os dados de Silva (2009), onde utilizou-se o solo localizado no Campo Experimental do Programa de Pós-Graduação em Geotecnia na UnB. Sabe-se que o trabalho contempla curvas de retenção a diferentes índices de vazios e , como o solo apresenta um comportamento bimodal, o modelo de superfície bimodal deve ser utilizado.

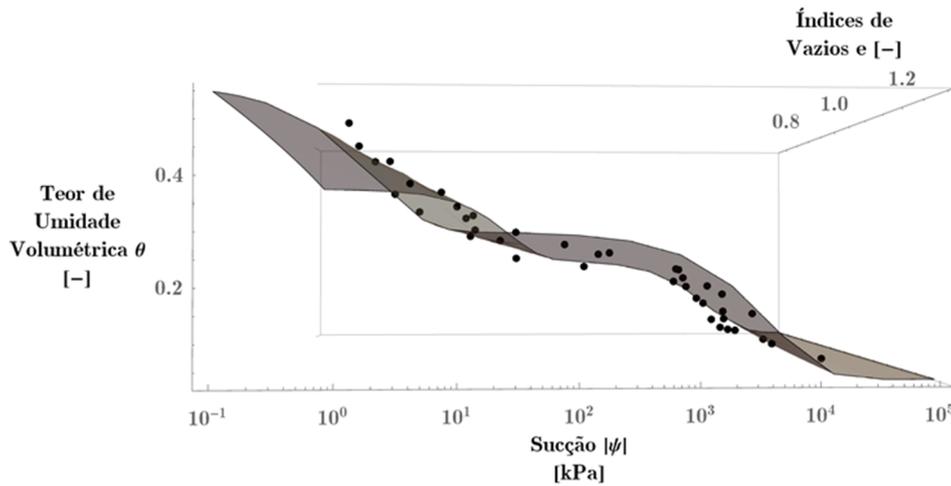
Como a curva apresentada (Figura 5.7) está em termos de grau de saturação, então utiliza-se a seguinte transformação para encontrar o teor de umidade volumétrica (θ):

$$\theta = \frac{S \cdot e}{1 + e} \quad (8.26)$$

A superfície de retenção desse solo é, então, mostrada na Figura 8.16.



(a)



(b)

Figura 8.16 – Representação do modelo 3D de superfície de retenção para os dados de Silva (2009) em: (a) visão de canto e (b) visão lateral ($a_1 = 1304,36$; $b_1 = 2,03$; $a_2 = 1,49$; $b_2 = 5,29$; $\lambda = 0,51$; $\theta_r = 0,03$).

Também é possível perceber uma coerente correspondência entre o modelo de superfície de retenção bimodal e os dados apresentados. Isso pode ser visualizado, também, a partir dos resíduos na Figura 8.17.

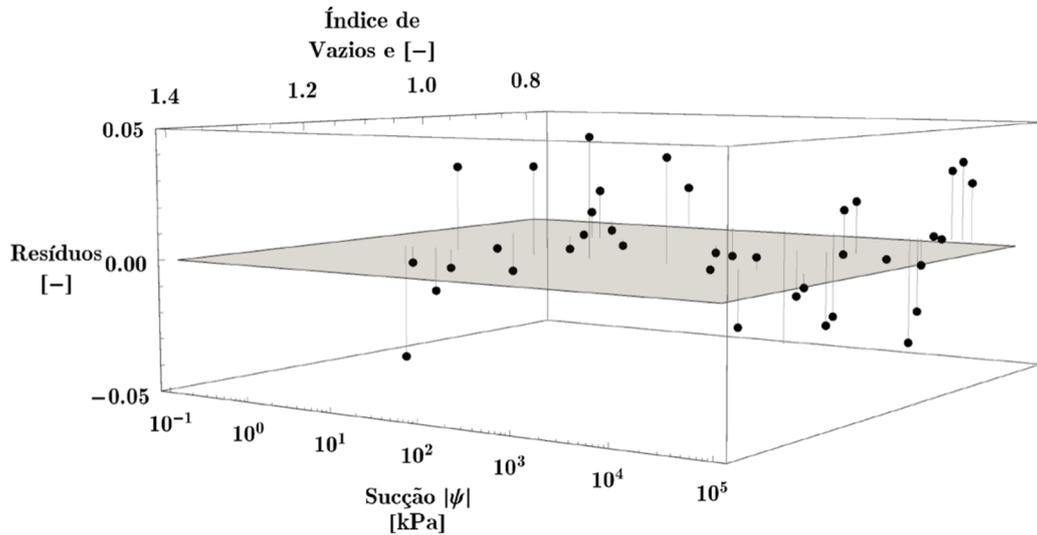


Figura 8.17 – Resíduos que permitem comparação entre o modelo proposto e os dados de Silva (2009) ($R^2 = 0,97$).

Também é possível visualizar as seções transversais da curva para cada índice de vazio do ensaio realizado e, assim, observar a excelente correspondência que a superfície teve com o solo estudado. Esse resultado é visto na Figura 8.18.

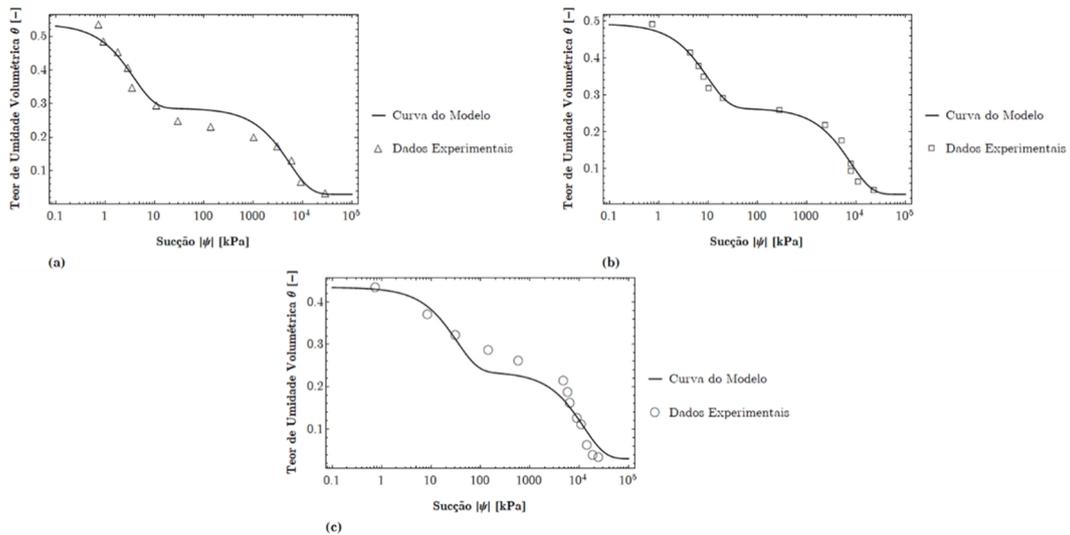


Figura 8.18 – Comparação entre a curva do modelo e os pontos experimentais de Silva (2009) para diferentes índices de vazios: (a) $e = 1,16$; (b) $e = 0,97$; (c) $e = 0,77$.

O modelo de superfície de retenção bimodal, além de apresentar uma coerente física e matemática em sua dedução, provou sua eficiência na representação do solo bimodal apresentado.

8.10 Superfície de Condutividade Hidráulica Unimodal

A superfície de condutividade hidráulica não saturada do solo é um conceito novo, criado no presente trabalho, para representar a variação da curva de condutividade hidráulica não saturada com o índice de vazios. Haja vista a dificuldade de obtenção da curva de condutividade hidráulica não saturada para um solo, até mesmo para um único índice de vazios, neste tópico apresenta-se apenas o modelo teórico representativo.

O modelo de Cavalcante & Zornberg (2017a) diz que a curva de condutividade hidráulica não saturada de um solo pode ser descrita pela Eq. (2.6).

O parâmetro k_s pode ser descrito em termos do índice de vazio e uma das abordagens mais conhecidas para a formulação de k_s é a fórmula de Kozeny-Carman. Entretanto, haja vista que na dedução da fórmula as interações eletroquímicas são desprezadas, a formulação só apresenta boa eficácia para solos arenosos.

De forma a generalizar a relação k_s em função do índice de vazios, Ren *et al.* (2016) propuseram a seguinte equação, podendo ser utilizada para todos os tipos de solos e foi testada em mais de 1100 dados experimentais:

$$k_s = C \frac{e^{3m+3}}{(1+e)^{\frac{5}{3}m+1} \cdot \left[(1+e)^{m+1} - e^{m+1} \right]^{\frac{4}{3}}} \quad (8.27)$$

onde C = constante relativa ao solo [LT^{-1}]; m = constante positiva que é assumida pelo autor como 0, para solos arenosos, 1, para solos siltosos, ou 3/2, para solos argilosos.

Caso escolha-se $m = 0$, a Eq. (8.27) retorna à equação de Kozeny-Carman (Carman, 1937, 1956), o que comprova a coerência do modelo. Considerando a água como fluido circulante, a constante C , cuja ordem de grandeza varia semelhantemente à condutividade hidráulica saturada de um solo, também pode ser calculada por:

$$C = \frac{\gamma_w}{C_F \cdot \mu \cdot (\rho_s)^2 \cdot (S_s)^2} \quad (8.28)$$

onde C_F = constante de forma [-]; μ = viscosidade do fluido [$ML^{-1}T^{-1}$]; ρ_s = massa específica da partícula de solo [ML^{-3}]; S_s = superfície específica do solo [$M^{-1}L^2$].

Substituindo as Eqs. (8.23), (8.24) e (8.27) na Eq. (2.6), tem-se:

$$k(e, |\psi|) = C \cdot \frac{e^{3m+3}}{(1+e)^{\frac{5}{3}m+1} \cdot \left[(1+e)^{m+1} - e^{m+1} \right]^{\frac{4}{3}}} \cdot \exp \left(-\frac{e^b \cdot \exp(1 - \exp(1))}{a} \cdot |\psi| \right) \quad (8.29)$$

A Eq. (8.29) é o modelo desenvolvido de superfície de condutividade hidráulica não saturada de um solo unimodal. Uma ilustração dessa superfície é vista na Figura 8.19.

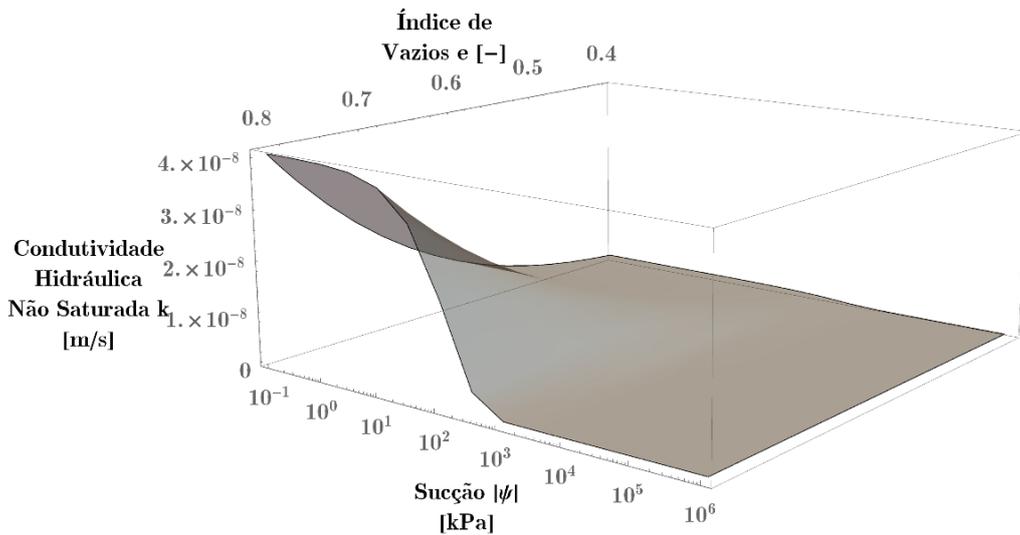


Figura 8.19 – Exemplo de superfície de condutividade hidráulica unimodal ($a =$

$$10; b = 4; C = 10^{-5} \text{ m/s}; m = 1,5)$$

Como os parâmetros a e b são os mesmos da superfície de retenção do solo, pode-se descobrir C a partir de um ensaio que relacione condutividade hidráulica saturada e índice de vazios (comumente realizado em ensaios de adensamento) e, assim, obter, com razoável facilidade, a superfície esperada para o solo experimentado.

8.11 Superfície de Condutividade Hidráulica Bimodal

Utilizando o princípio da superposição linear, é possível, também, estabelecer um modelo bimodal para a superfície de condutividade hidráulica não saturada bimodal. A equação constitutiva do modelo será:

$$k(e, |\psi|) = C \cdot \frac{e^{3m+3}}{(1+e)^{\frac{5}{3}m+1} \cdot \left[(1+e)^{m+1} - e^{m+1} \right]^{\frac{4}{3}}} \cdot \left(\lambda \exp \left[-\frac{e^{b_1} \cdot \exp(1 - \exp(1))}{a_1} \cdot |\psi| \right] + (1-\lambda) \exp \left[-\frac{e^{b_2} \cdot \exp(1 - \exp(1))}{a_2} \cdot |\psi| \right] \right) \quad (8.30)$$

Uma ilustração da superfície de condutividade hidráulica bimodal pode ser visualizada na Figura 8.20.

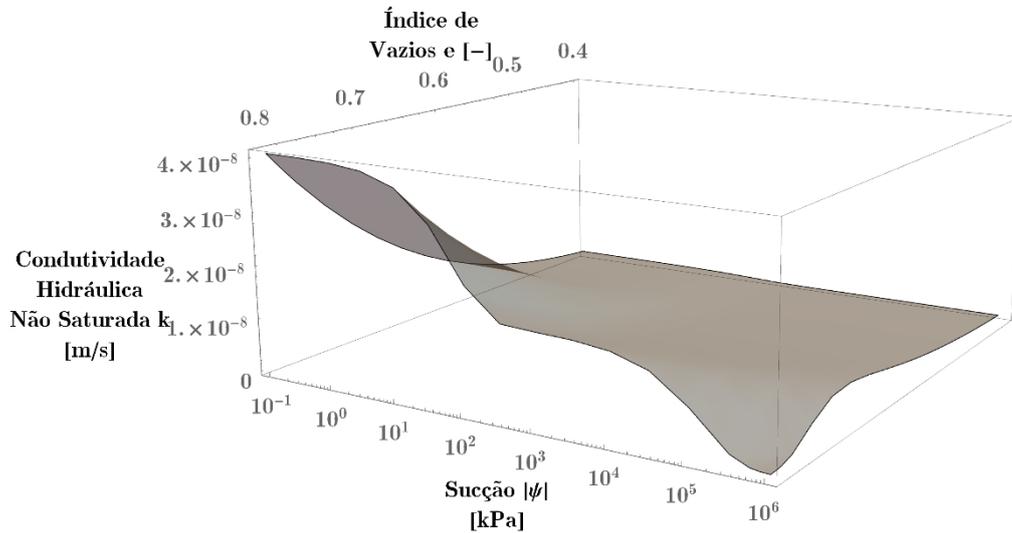


Figura 8.20 – Exemplo de superfície de condutividade hidráulica unimodal ($a_1 = 100$; $b_1 = 25$; $a_2 = 10$; $b_2 = 1$; $\lambda = 0,4$; $C = 10^{-5} \text{ m/s}$; $m = 1,5$).

9. CONCLUSÕES

Este trabalho destinou-se propor modelos físico-matemáticos para os fenômenos que envolvem solos em estado não saturado considerando alguns aspectos não convencionalmente abordados, tais como a variação volumétrica e a possível bimodalidade de um solo. O trabalho teve um foco no desenvolvimento matemático de modelos e utilizou-se de conceitos de geometria analítica, cálculo diferencial e equações diferenciais parciais e ordinárias aplicados na geotecnia.

Buscou-se, nesse trabalho, a aplicação dos conceitos unidos de geotecnia e de matemática, de maneira eficiente, com o intuito de desenvolver uma modelagem com baixo número de parâmetros e que todos esses parâmetros apresentem significado físico definido e sejam relacionados com o comportamento do solo. A aplicação o trabalho contribui para a resolução de problemas reais da engenharia geotécnica em que a consideração do solo em condição não saturada precise ser aplicada. A seguir, resumem-se os principais resultados obtidos e documentados neste trabalho.

Um modelo constitutivo que representa a curva de retenção de água e a função de condutividade hidráulica não saturada para um solo bimodal foi criado. Esse modelo apresenta poucos parâmetros de ajuste, onde todos eles apresentam significado físico definido e apresentado durante o desenvolvimento do trabalho. A utilização do princípio da superposição linear de curvas foi coerente com o fato de que o modelo unimodal apresenta significado físico definido e é condizente com o comportamento do solo. Foram realizadas validações experimentais do modelo que comprovaram sua eficácia.

A partir dos modelos constitutivos desenvolvidos para representar propriedades hidráulicas de solos bimodais, foi desenvolvida uma EDP capaz de simular o fluxo não saturado nesse meio bimodal. Condições de contorno específicas foram utilizadas e, com dados reais, a simulação de fluxo foi desenvolvida apresentando a evolução o teor de umidade volumétrica, da sucção

e da condutividade hidráulica não saturada ao longo do tempo. O modelo apresentou um comportamento coerente com o esperado de um solo bimodal.

Considerando, também, cada de poro do solo como um tubo capilar de determinado tamanho, relacionou-se os modelos de curvas de retenção uni e bimodal com a distribuição de poros. Como consequência, foram obtidas as formulações analíticas para a curva da função frequência acumulada de raios e para a curva da função frequência de raios, que permitiram o estabelecimento da relação do parâmetro λ com a distribuição de poros de um solo consolidando o seu significado físico. A validação experimental comprovou o comportamento coerente do modelo de distribuição de poros.

O desenvolvimento matemático do modelo de superfície de retenção de um solo unimodal consolidou o significado físico do parâmetro hidráulico δ e, portanto, dos parâmetros δ_1 e δ_2 para um solo bimodal. Esse desenvolvimento contou com uma formulação analítica final para a obtenção da pressão de entrada de ar e criou-se um modelo de superfície de retenção com poucos parâmetros de ajuste em que todos esses parâmetros têm significado físico definido e condizente com o comportamento do solo, sendo esse fato visto tanto nas análises paramétricas quanto nas validações experimentais realizadas.

A partir também do princípio da superposição, foi desenvolvido o modelo de superfície de retenção para um solo bimodal e foi feita a validação experimental atestando, também, o ótimo desempenho do modelo.

Por fim, o conceito de superfície de condutividade hidráulica não saturada unimodal foi criado a partir da superfície de retenção de água em um solo unimodal e a sua equação constitutiva foi criada unindo os conceitos já previamente desenvolvidos com a relação da condutividade hidráulica saturada com o índice de vazios. Utilizando novamente o princípio da superposição, foi desenvolvido também o conceito e o modelo de superfície de condutividade hidráulica não saturada bimodal.

9.1 Sugestões para Pesquisas Futuras

A partir da reflexão acerca dos feitos do trabalho, sugerem-se os seguintes temas para pesquisas futuras:

- ⊕ Obtenção de curvas de retenção de água para solos uni e bimodais fundamentando-se na distribuição de poros do solo;
- ⊕ Validação experimental do modelo de superfície de condutividade hidráulica não saturada para solos uni e bimodais;
- ⊕ Simulação de fluxo em solo não saturado para solos bimodais considerando outras condições de contorno diferentes das condições abordadas neste trabalho, bem como validação experimental desse modelo de infiltração para solo bimodal;
- ⊕ Criação de um modelo de superfície de retenção de água para solos uni e bimodais com comportamento expansivo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Ahmed, T. (2019). *Reservoir Engineering Handbook*. Gulf Professional Publishing.
- Aligizaki, K. K. (2005). *Pore structure of cement-based materials: testing, interpretation and requirements*. Crc Press.
- Basha, H. A. (1999). Multidimensional linearized nonsteady infiltration with prescribed boundary conditions at the soil surface. *Water Resources Research*, 35(1), 75–83.
- Beckett, C. T. S., & Augarde, C. E. (2013). Prediction of soil water retention properties using pore-size distribution and porosity. *Canadian Geotechnical Journal*, 50(4), 435–450.
- Borges, L. P. F. (2016). *Método discreto Iota-Delta: Uma nova abordagem numérica para o problema de fluxo não saturado em meios porosos e fraturados*. Dissertação de Mestrado, Universidade de Brasília (UnB), Brasília, DF, 132 p.
- Brandão, V. S., Cecílio, R. A., Pruski, F. F., & Silva, D. D. (2006). *Infiltração da Água no Solo* (3 ed.). UFV.
- Brooks, R. H., & Corey, A. T. (1966). Properties of porous media affecting fluid flow. *Journal of the Irrigation and Drainage Division*, 92(2), 61–90.
- Burger, C. A., & Shackelford, C. D. (2001). Evaluating dual porosity of pelletized diatomaceous earth using bimodal soil-water characteristic curve functions. *Canadian Geotechnical Journal*, 38(1), 53–66.
- Camapum de Carvalho, J., Gitirana, G. F. N., Machado, S. L., Mascarenha, M. M. A., & Chagas, F. S. (2015). *Solos não saturados no contexto geotécnico*. ABMS, São Paulo, SP, 759p.
- Carman, P. C. (1937). Fluid flow through granular beds. *Trans. Inst. Chem. Eng.*, 15, 150–166.
- Carman, P. C. (1956). *Flow of gases through porous media*. Academic Press.
- Cavalcante, A. L. B., Borges, L. P. F., & Zornberg, J. G. (2019). New 3D Analytical Solution for Modeling Transient Unsaturated Flow Due to Wetting and Drying. *International Journal of Geomechanics*, 19(7), 4019077.
- Cavalcante, A. L. B., & Camapum de Carvalho, J. (2017). Probabilidade De Ruptura Transiente De Taludes Não Saturados Em Bordas De

- Reservatórios. In *Erosão em Borda de Reservatório*.
- Cavalcante, A. L. B., & Mascarenhas, P. V. S. (2021). Efficient approach in modeling the shear strength of unsaturated soil using soil water retention curve. *Acta Geotechnica*.
- Cavalcante, A. L. B., & Zornberg, J. G. (2017a). Efficient approach to solving transient unsaturated flow problems. I: Analytical solutions. *International Journal of Geomechanics*, 17(7), 4017013.
- Cavalcante, A. L. B., & Zornberg, J. G. (2017b). Efficient approach to solving transient unsaturated flow problems. II: Numerical solutions. *International Journal of Geomechanics*, 17(7), 4017014.
- Chen, J. M., Tan, Y. C., & Chen, C. H. (2003). Analytical solutions of one-dimensional infiltration before and after ponding. *Hydrological Processes*, 17(4), 815–822.
- Chen, Y. (2018). Soil–Water Retention Curves Derived as a Function of Soil Dry Density. *GeoHazards*, 1(1), 3–19.
- Chen, Yulong. (2018). Soil–Water Retention Curves Derived as a Function of Soil Dry Density. *GeoHazards*, 1(1), 3–19.
- Coppola, A., Basile, A., Comegna, A., & Lamaddalena, N. (2009). Monte Carlo analysis of field water flow comparing uni-and bimodal effective hydraulic parameters for structured soil. *Journal of Contaminant Hydrology*, 104(1–4), 153–165.
- Costa, M. B. A. (2017). *Modelagem Numérica do Fluxo Transiente em Meio Poroso Não Saturado Sob a Ação de Centrifugação*. Dissertação de Mestrado, Universidade de Brasília (UnB), Brasília, DF, 92 p.
- Costa, M. B. A., & Cavalcante, A. L. B. (2020). Novel Approach to Determine Soil–Water Retention Surface. *International Journal of Geomechanics*, 20(6), 4020054.
- Costa, M. B. A., & Cavalcante, A. L. B. (2021a). Bimodal Soil-Water Retention Curve and k-Function Model Using Linear Superposition. *International Journal of Geomechanics*.
- Costa, M. B. A., & Cavalcante, A. L. B. (2021b). Closure to “Novel Approach to Determine Soil–Water Retention Surface.” *International Journal of Geomechanics*.
- Das, B. M. (2019). *Advanced soil mechanics*. Crc Press.

- Durner, W. (1992). Predicting the unsaturated hydraulic conductivity using multi-porosity water retention curves. *Indirect Methods for Estimating the Hydraulic Properties of Unsaturated Soils*, 185–202.
- Durner, W. (1994). Hydraulic conductivity estimation for soils with heterogeneous pore structure. *Water Resources Research*, 30(2), 211–223.
- Fellenius, W. (1936). Calculation of stability of earth dam. In *Transactions. 2nd Congress Large Dams, Washington, DC, 1936* (Vol. 4, pp. 445–462).
- Fetter, C. W. (1994). *Applied hydrogeology* (3rd ed.). Prentice-Hall.
- Fish, J. (2013). *Practical multiscaling*. John Wiley & Sons.
- Fredlund, D. G., & Rahardjo, H. (1993). *Soil Mechanics for Unsaturated Soils*. John Wiley & Sons, USA, 544p.
- Fredlund, D. G., Rahardjo, H., & Fredlund, M. D. (2012). *Unsaturated soil mechanics in engineering practice*. John Wiley & Sons.
- Fredlund, D. G., & Xing, A. (1994). Equations for the soil-water characteristic curve. *Canadian Geotechnical Journal*, 31(4), 521–532.
- Fredlund, D. G., Xing, A., & Huang, S. (1994). Predicting the permeability function for unsaturated soils using the soil-water characteristic curve. *Canadian Geotechnical Journal*, 31(4):533-546.
- Fresneda, C. A. (2019). *Determinación de la Curva Característica Con Base en Propiedades Índice a suelos de Antioquia*. Dissertação de Mestrado, Universidad Nacional de Colombia, Medellín, Antioquia, 119p.
- Futai, M. M., & Almeida, M. S. S. (2005). An experimental investigation of the mechanical behaviour of an unsaturated gneiss residual soil. *Géotechnique*, 55(3), 201–213.
- Gallipoli, D., Wheeler, S. J., & Karstunen, M. (2003). Modelling the variation of degree of saturation in a deformable unsaturated soil. *Géotechnique*, 53(1), 105–112.
- Gitirana Jr, G. F. N., & Fredlund, D. G. (2004). Soil-water characteristic curve equation with independent properties. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 130(2), 209–212.
- Harr, M. E. (1991). *Groundwater and Seepage*. Dover Publications, New York, NY, 339p.
- Heshmati, A. A., & Motahari, M. R. (2012). Identification of key parameters on soil water characteristic curve. *Life Science Journal*, 9(3), 1532–1537.

- Hogarth, W. L., & Parlange, J. Y. (2000). Application and improvement of a recent approximate analytical solution of Richards' equation. *Water Resources Research*, *36*(7), 1965–1968.
- Hogarth, W. L., Parlange, J. Y., & Norbury, J. (1992). Addendum to “First integrals of the infiltration equation.” *Soil Science*, *154*(5), 341–343.
- Huang, S., Barbour, S. L., & Fredlund, D. G. (1998). Development and verification of a coefficient of permeability function for a deformable unsaturated soil. *Canadian Geotechnical Journal*, *35*(3), 411–425.
- Karube, D., & Kawai, K. (2001). The role of pore water in the mechanical behavior of unsaturated soils. *Geotechnical & Geological Engineering*, *19*(3–4), 211–241.
- Katz, A. J., & Thompson, A. H. (1986). Quantitative prediction of permeability in porous rock. *Physical Review B*, *34*(11), 8179.
- Katz, A. J., & Thompson, A. H. (1987). Prediction of rock electrical conductivity from mercury injection measurements. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, *92*(B1), 599–607.
- Kim, W. S., & Borden, R. H. (2011). Influence of soil type and stress state on predicting shear strength of unsaturated soils using the soil-water characteristic curve. *Canadian Geotechnical Journal*, *48*(12), 1886–1900.
- Koorevaar, P., Menelik, G., & Dirksen, C. (1983). *Elements of soil physics*. Elsevier.
- Kosugi, K. (1996). Lognormal distribution model for unsaturated soil hydraulic properties. *Water Resources Research*, *32*(9), 2697–2703.
- Leong, E. C., Tripathy, S., & Rahardjo, H. (2003). Total suction measurement of unsaturated soils with a device using the chilled-mirror dew-point technique. *Geotechnique*, *53*(2), 173–182.
- Li, L., Zhang, X., & Li, P. (2018). Soil Water Retention Surface Determination Using a New Triaxial Testing System. In *GeoShanghai International Conference* (pp. 87–94). Springer, Singapore.
- Libardi, P. L. (2010). Água no solo. *Física Do Solo. Viçosa: Sociedade Brasileira de Ciência Do Solo*, 103–152.
- Liu, S., Yasufuku, N., Liu, Q., & Hemanta, H. (2013). Physically based closed-form expression for the bimodal unsaturated hydraulic conductivity function. *Water Science and Technology*, *68*(2), 328–334.

- Liu, S., Yasufuku, N., Liu, Q., Omine, K., & Hemanta, H. (2013). Bimodal and multimodal descriptions of soil-water characteristic curves for structural soils. *Water Science and Technology*, *67*(8), 1740–1747.
- Lu, N., & Likos, W. J. (2004). *Unsaturated Soil Mechanics*. John Wiley & Sons.
- Mascarenhas, P. V. S. (2018). *Modelagem Fracionária do Fluxo de Água em Meio Poroso Não Saturado*. Dissertação de Mestrado, Universidade de Brasília (UnB), Brasília, DF, 128 p.
- Mascarenhas, P. V. S., & Cavalcante, A. L. B. (2022). Stochastic Foundation to Solving Transient Unsaturated Flow Problems Using a Fractional Dispersion Term. *International Journal of Geomechanics*, *22*(1), 4021262.
- Matyas, H. S., & Radhakrishna, E. L. (1968). Volume Change Characteristics of Partially Saturated Soils. *Géotechnique*, *18*(4), 432–448.
- McCartney, J. S. (2007). *Determination of the Hydraulic Characteristics of Unsaturated Soils Using a Centrifuge Permeameter*. Tese de Doutorado, Universidade do Texas em Austin, Austin, TX, 388p.
- Mohanty, B. P., Bowman, R. S., Hendrickx, J. M. H., & Van Genuchten, M. T. (1997). New piecewise-continuous hydraulic functions for modeling preferential flow in an intermittent-flood-irrigated field. *Water Resources Research*, *33*(9), 2049–2063.
- Mualem, Y. (1976). A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media. *Water Resources Research*, *12*(3), 513–522.
- Nimmo, J. R. (2013). *Porosity and Pore Size Distribution. Reference Module in Earth Systems and Environmental Sciences*. Elsevier Inc.
- Nimmo, J. R., Rubin, J., & Hammermeister, D. P. (1987). Unsaturated flow in a centrifugal field: Measurement of hydraulic conductivity and testing of Darcy's Law. *Water Resources Research*, *23*(1), 124–134.
- Nishiyama, N., & Yokoyama, T. (2017). Permeability of porous media: Role of the critical pore size. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, *122*(9), 6955–6971.
- Othmer, H., Diekkrüger, B., & Kutilek, M. (1991). Bimodal porosity and unsaturated hydraulic conductivity. *Soil Science*, *152*(3), 139–150.
- Ozelim, L. C. S. M., & Cavalcante, A. L. B. (2016). Soil's Pore Size Distribution Modelling by Means of Multimodal Statistical Distributions. *Hong Kong International Conference on Engineering and Applied Science*,

157–165.

- Plaisted, M. D. (2014a). *Characterization of Soil Unsaturated Flow Properties Using Steady State Centrifuge Methods*. Tese de Doutorado, Universidade do Texas em Austin, Austin, TX, 253p.
- Plaisted, M. D. (2014b). *Characterization of Soil Unsaturated Flow Properties Using Steady State Centrifuge Methods*. Tese de Doutorado, Universidade do Texas em Austin, Austin, TX, 253p.
- Priesack, E., & Durner, W. (2006). Closed-form expression for the multi-modal unsaturated conductivity function. *Vadose Zone Journal*, 5(1), 121–124.
- Quaglia, G. (2018). *Hydro-Mechanical Characterization of Unsaturated Clays Using Centrifuge Technology*. Tese de Doutorado, Universidade do Texas em Austin, Austin, TX, 354p.
- Ren, X., Zhao, Y., Deng, Q., Kang, J., Li, D., & Wang, D. (2016). A relation of hydraulic conductivity—void ratio for soils based on Kozeny-Carman equation. *Engineering Geology*, 213, 89–97.
- Rojas, K. R. C. (2017). *Estudo dos Deslizamentos Superficiais Deflagrados por Chuvas Implementando a Análise Não Saturada e Transiente em Escala Regional*. Dissertação de Mestrado, Universidade de Brasília (UnB), Brasília, DF, 132 p.
- Romero, E., & Vaunat, J. (2000). Retention curves of deformable clays. *International Workshop on Unsaturated Soils: Experimental Evidence and Theoretical Approaches in Unsaturated Soils, Trento*, 91–106.
- Ross, P. J., & Smettem, K. R. J. (1993). Describing soil hydraulic properties with sums of simple functions. *Soil Science Society of America Journal*, 57(1), 26–29.
- Salager, S., El Youssoufi, M., & Saix, C. (2010). Definition and experimental determination of a soil-water retention surface. *Canadian Geotechnical Journal*, 47(6), 609–622.
- Salager, S., Youssoufi, M., & Saix, C. (2007). Experimental study of the water retention curve as a function of void ratio. *Computer Applications in Geotechnical Engineering*, (iii), 1–10.
- Salager, S., Youssoufi, M., & Saix, C. (2010). Definition and experimental determination of a soil-water retention surface. *Canadian Geotechnical Journal*, 47(6), 609–622.

- Santos, D. B., & Cavalcante, A. L. B. (2022). Análise Transiente e Não Saturada da Estabilidade Global de Taludes em Solos sob Infiltração de Água.
- Silva, A. P. N. (2018). *Probabilidade de Ruptura Transiente de Encostas Medida Durante Eventos Significativos de Precipitação*. Dissertação de Mestrado, Universidade de Brasília (UnB), Brasília, DF, 100 p.
- Silva, M. T. M. G. (2009). *Metodologia para determinação de parâmetros para solos não saturados utilizando ensaios com umidade conhecida*. Dissertação de Mestrado, Universidade de Brasília (UnB), Brasília, DF, 132 p.
- Skibinsky, D. N., & Fredlund, D. G. (1996). A centrifuge method to obtain the soil-water characteristic curve. *49th Canadian Geotechnical Conference*, 2:753--760.
- Soltani, A., Azimi, M., Deng, A., & Taheri, A. (2017). A simplified method for determination of the soil-water characteristic curve variables. *International Journal of Geotechnical Engineering*, 1–10.
- Sousa, P. F. (2019). *Determinação das Propriedades Hidráulicas de Solos Não Saturados a Partir de Ensaios de Infiltração Utilizando Tomografias de Raios Gama*. Dissertação de Mestrado, Universidade de Brasília (UnB), Brasília, DF, 82 p.
- Stephens, D. B. (1995). *Vadose zone hydrology*. CRC press.
- Sun, W. J., & Cui, Y. J. (2020). Determining the soil-water retention curve using mercury intrusion porosimetry test in consideration of soil volume change. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, 12(5), 1070–1079.
- Tao, G., Chen, Y., Xiao, H., Chen, Q., & Wan, J. (2019). Determining soil-water characteristic curves from mercury intrusion porosimeter test data using fractal theory. *Energies*, 12(4), 752.
- Tarantino, A. (2009). A water retention model for deformable soils. *Géotechnique*, 59(9), 751–762.
- van Genuchten, M. T. (1980). A Closed-form Equation for Predicting Hydraulic Conductivity of Unsaturated Soils. *Soil Science Society of America Journal*, 44(5), 892–898.
- Walker, T. M. (2012). *Quantification Using Centrifuge of Variables Governing the Swelling of Clays*. Tese de Doutorado, Universidade do Texas em

- Austin, Austin, TX, 238p.
- Washburn, E. W. (1921). The dynamics of capillary flow. *Physical Review*, *17*(3), 273.
- Ye, Y., Zou, W., & Han, Z. (2018). An Insight into the Projection Characteristics of the Soil-Water Retention Surface. *Water*, *10*(12), 1717.
- Yuan, S., Liu, X., & Buzzi, O. (2019). Technical aspects of mercury intrusion porosimetry for clays. *Environmental Geotechnics*, *8*(4), 255–263.
- Zhai, Q., & Rahardjo, H. (2012). Determination of soil–water characteristic curve variables. *Computers and Geotechnics*, *42*, 37–43.
- Zhai, Q., & Rahardjo, H. (2015). Estimation of permeability function from the soil-water characteristic curve. *Engineering Geology*, *199*:148–156.
- Zhou, C., & Ng, C. W. W. (2014). A new and simple stress-dependent water retention model for unsaturated soil. *Computers and Geotechnics*, *62*, 216–222.
- Zornberg, J. G., & McCartney, J. S. (2010). Centrifuge permeameter for unsaturated soils. I: Theoretical basis and experimental developments. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, *136*(8), 1051–1063.