Universidade de Brasília
Instituto de Ciências Exatas
Departamento de Matemática
Programa de Mestrado Profissional
em Matemática em Rede Nacional

PROFMAT

O ensino de funções: uma sequência didática aplicada para alunos do 1º ano do ensino médio

Michelle Ramos von Borries

Brasília

2023

Michelle Ramos von Borries

O ensino de funções: uma sequência didática aplicada para alunos do 1º ano do ensino médio

Dissertação apresentada ao Departamento de Matemática da Universidade de Brasília, como parte dos requisitos do "Programa" de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, para obtenção do grau de Mestre.

Universidade de Brasília - UnB

Departamento de Matemática - MAT

PROFMAT - SBM

Orientadora: Profa. Dra. Luciana Maria Dias de Ávila Rodrigues

Brasília

2023

Posição vertical

Michelle Ramos von Borries
O ensino de funções: uma sequência didática aplicada para alunos do 1º ano do ensino médio/ Michelle Ramos von Borries. – Brasília, 2023. –
181 p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientadora: Profa. Dra. Luciana Maria Dias de Ávila Rodrigues

Dissertação de Mestrado – Universidade de Brasília - UnB
Departamento de Matemática - MAT
PROFMAT - SBM, 2023.

1. Ensino médio. 2. Funções. 3. Metodologias. 4. Sequência didática. I. Profa. Dra. Luciana Maria Dias de Ávila Rodrigues. II. Universidade de Brasília. III. PROFMAT - SBM. IV. Título O ensino de funções: uma sequência didática aplicada para alunos do 1º ano do ensino médio

CDU XYZ 02:141:005.7

Universidade de Brasília
Instituto de Ciências Exatas
Departamento de Matemática

O ensino de funções: uma sequência didática aplicada para alunos do 1º ano do ensino médio

por

Michelle Ramos von Borries

Dissertação apresentada ao Departamento de Matemática da Universidade de Brasília, como parte dos requisitos do "Programa" de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, para obtenção do grau de

MESTRE

Brasília, 15 de dezembro de 2023

Comissão Examinadora:

Profa. Dra. Luciana Maria Dias de Ávila Rodrigues- MAT/UnB (Orientadora)

Prof. Dr. Rogério César dos Santos - FUP/UnB (Membro)

Prof. Dr. Hiuri Felipe Santos dos Reis - IME/UFG (Membro)

Dedico à minha mãe, Maria Abadia, e ao meu marido, George, por serem meus exemplos de respeito e dedicação à educação.

Agradecimentos

A Deus, por me abençoar em mais uma etapa da minha vida.

Aos meus filhos Beatriz e Felipe, por serem a razão do meu crescimento contínuo.

À Profª Luciana, minha orientadora, por ter me orientado em um dos maiores desafios da minha carreira e pelas conversas informais.

Aos meus familiares e amigos que contribuíram com palavras de motivação e incentivo.

Ao Colégio Militar de Brasília, por ser meu porto seguro e pelos excelentes profissionais que sempre acreditaram em mim, incentivando-me no crescimento profissional.

Aos meus alunos do passado, presente e futuro, que a cada ano me inspiram a continuar buscando o meu melhor. Em especial, aos meus alunos do 1º ano que fizeram parte desse estudo.

Muito obrigada!

Resumo

Essa dissertação tem o objetivo de analisar o processo de ensino-aprendizagem sobre o conceito de funções envolvendo os tópicos: o conceito de função, a representação gráfica, a variação de uma função, as funções representadas por mais de uma sentença, a função composta, a paridade de uma função e a função inversa. O trabalho em questão teve como foco um estudo feito com alunos do 1º ano do ensino médio do Colégio Militar de Brasília (CMB), uma das unidades do Sistema Colégio Militar do Brasil (SCMB). Em termos metodológicos, a pesquisa apresenta uma proposta de sequência didática para o ensino destes temas constando de avaliações diagnósticas, de entrevista estruturada, de aulas expositivas, de estudos dirigidos e de atividades com o uso do aplicativo Geogebra. O estudo mostra que as dificuldades dos alunos permeiam em todos os tópicos estudados, no entanto, consideramos que as atividades trabalhadas na sequência didática contribuíram para a melhoria das aulas e para o aprendizado do conteúdo da teoria de funções.

Palavras-chaves: Ensino médio. Funções. Metodologias. Sequência didática.

Abstract

This dissertation aims to analyze the teaching-learning process of the following topics in the concept of functions: function concept, graphical representation, variation of a function, functions represented by more than one sentence, compound function, parity of a function, and inverse function. The work focused on a study carried out with 1st year high school students at The Military School of Brasilia (*Colégio Militar de Brasília - CMB*), one of the units of The Brazilian Military School System (*Sistema Colégio Militar do Brasil - SCMB*). In methodological terms, the research presents a proposal for a didactic sequence for teaching the aforementioned topics, diagnostic assessments, structured interviews, expository classes, guided studies, and activities using the Geogebra software. The study shows that students' difficulties permeate all the topics studied, however, we consider that the didactic sequence activities contributed to the improvement of classes and to the learning of the function theory content.

Key-words: High school. Functions. Methodologies. Didactic sequence.

Lista de Ilustrações

Figura 1 – Situação-problema da seção “Trocando ideias” 32
Figura 2 – Definição da Lei de formação da função, variáveis dependentes e independentes 33
Figura 3 – Notação $f(x)$ e valor de uma função 33
Figura 4 – Definições de função linear e constante 34
Figura 5 – Variação de uma função afim 35
Figura 6 – Estudo do sinal da função afim 36
Figura 7 – A parábola 37
Figura 8 – Construção do gráfico de uma função quadrática 38
Figura 9 – Ponto de mínimo e ponto de máximo de uma função quadrática 39
Figura 10 – Estudo do sinal de uma função quadrática 40
Figura 11 – Definições de relação entre conjuntos e de função 41
Figura 12 – Função real de variável real 42
Figura 13 – Taxa média de variação de uma função 42
Figura 14 – Funções definidas por mais de uma sentença 43
Figura 15 – Interpretação geométrica da função par e da função ímpar 44
Figura 16 – Função bijetora 46
Figura 17 – Inversão de funções 47
Figura 18 – Propriedades da função linear 48
Figura 19 – Proporcionalidade na função afim - taxa de variação 49
Figura 20 – Construção de gráficos utilizando o Geogebra 64
Figura 21 – Análise de gráficos utilizando o Geogebra 65
Figura 22 – Variação do sinal e a variação de uma função utilizando o Geogebra . . . 66
Figura 23 – Questões relativas ao perfil do aluno 67
Figura 24 – Relação do aluno com a disciplina de Matemática 69
Figura 25 – Sobre o estudo da disciplina de Matemática 71
Figura 26 – Expectativa do aluno no 1º ano do ensino médio 73
Figura 27 – Item 1a - Avaliação Diagnóstica 1 81
Figura 28 – Item 1b - Avaliação Diagnóstica 2 81
Figura 29 – Item 2a - Avaliação Diagnóstica 1 82
Figura 30 – Item 2a - Avaliação Diagnóstica 2 82
Figura 31 – Item 3a - Avaliação Diagnóstica 1 83
Figura 32 – Item 3b - Avaliação Diagnóstica 2 84
Figura 33 – Item 4a - Avaliação Diagnóstica 1 84
Figura 34 – Item 4b - Avaliação Diagnóstica 2 85
Figura 35 – Item 5a - Avaliação Diagnóstica 1 86

Figura 36 – Item 5b - Avaliação Diagnóstica 2 86
Figura 37 – Item 6a - Avaliação Diagnóstica 1 88
Figura 38 – Item 6b - Avaliação Diagnóstica 2 88
Figura 39 – Item 7a - Avaliação Diagnóstica 1 89
Figura 40 – Item 7b - Avaliação Diagnóstica 2 90
Figura 41 – Itens 8a / 8b - Avaliação Diagnóstica 91
Figura 42 – Item 9a - Avaliação Diagnóstica 1 92
Figura 43 – Item 9b - Avaliação Diagnóstica 2 92
Figura 44 – Item 10a - Avaliação Diagnóstica 1 93
Figura 45 – Item 10b - Avaliação Diagnóstica 2 93
Figura 46 – Item 11a - Avaliação Diagnóstica 1 95
Figura 47 – Item 11b - Avaliação Diagnóstica 2 95
Figura 48 – Item 12a - Avaliação Diagnóstica 1 96
Figura 49 – Item 12b - Avaliação Diagnóstica 2 96
Figura 50 – Item 13a / 13b - Avaliação Diagnóstica 97
Figura 51 – Item 1 da entrevista estruturada 98
Figura 52 – Resoluções dos alunos - Item 1 99
Figura 53 – Item 2 da entrevista estruturada 99
Figura 54 – Resolução do aluno - Item 2 100
Figura 55 – Item 3 da entrevista estruturada 100
Figura 56 – Resoluções dos alunos - Item 3 101
Figura 57 – Item 4 da entrevista estruturada 101
Figura 58 – Item 5 da entrevista estruturada 102
Figura 59 – Item 6 da entrevista estruturada 102
Figura 60 – Resoluções dos alunos - Item 6 103
Figura 61 – Item 7 da entrevista estruturada 104
Figura 62 – Item 8 da entrevista estruturada 104
Figura 63 – Item 9 da entrevista estruturada 105
Figura 64 – Item 10 da entrevista estruturada 106
Figura 65 – Resoluções dos alunos - Item 10 107
Figura 66 – Item 11 da entrevista estruturada 108
Figura 67 – Resolução do aluno - Item 11 108
Figura 68 – Item 12 da entrevista estruturada 109
Figura 69 – Resolução do aluno - Item 12 109
Figura 70 – Item 13 da entrevista estruturada 110
Figura 71 – Resolução do aluno - Item 13 110

Lista de Tabelas

Tabela 1 – Classificação e percentual esperado para os índices de dificuldade na TCT 75
Tabela 2 – Classificação dos itens de acordo com o poder de discriminação na TCT . 76
Tabela 3 – Índice de dificuldade da Avaliação Diagnóstica 1 76
Tabela 4 – Índice de dificuldade da Avaliação Diagnóstica 2 77
Tabela 5 – Índice de discriminação da Avaliação Diagnóstica 1 77
Tabela 6 – Índice de discriminação da Avaliação Diagnóstica 2 78
Tabela 7 – Resumo das respostas obtidas no questionário final 111

Lista de Quadros

Quadro 1 – Quantitativo de aulas destinado à pesquisa 52
Quadro 2 – Objetos do conhecimento do 9º ano 56
Quadro 3 – Competências e habilidades da matriz de referência do 1º ano 57
Quadro 4 – Objetos do conhecimento do 1º ano 58
Quadro 5 – Matriz de referência das avaliações diagnósticas 59
Quadro 6 – Aula expositiva 61
Quadro 7 – Estudo dirigido 62
Quadro 8 – Tecnologia - Geogebra 63
Quadro 9 – Conclusões dos itens da entrevista estruturada 116

Lista de Gráficos

Gráfico 1 – Ano escolar de ingresso no CMB 68
Gráfico 2 – Escola estudada antes de ingressar no CMB 68
Gráfico 3 – Estudo e domínio das operações básicas em Matemática 69
Gráfico 4 – Recuperação em Matemática 70
Gráfico 5 – Frequência que estuda Matemática 71
Gráfico 6 – Como o aluno estuda o conteúdo de Matemática 72
Gráfico 7 – Auxílio nos estudos 72
Gráfico 8 – Quantitativo de acertos em cada item da Avaliação Diagnóstica 1 79
Gráfico 9 – Quantitativo de acertos de cada item da Avaliação Diagnóstica 2 80
Gráfico 10 – Comparativo de acertos dos itens das Avaliações Diagnósticas 1 e 2 . . . 80
Gráfico 11 – Quantitativo de acertos do Item 01 82
Gráfico 12 – Quantitativo de acertos do Item 02 83
Gráfico 13 – Quantitativo de acertos do Item 03 84
Gráfico 14 – Quantitativo de acertos do Item 04 85
Gráfico 15 – Quantitativo de acertos do Item 05 87
Gráfico 16 – Quantitativo de acertos do Item 06 89
Gráfico 17 – Quantitativo de acertos do Item 07 90
Gráfico 18 – Quantitativo de acertos do Item 08 91
Gráfico 19 – Quantitativo de acertos do Item 09 92
Gráfico 20 – Quantitativo de acertos do Item 10 94
Gráfico 21 – Quantitativo de acertos do Item 11 96
Gráfico 22 – Quantitativo de acertos do Item 12 97
Gráfico 23 – Quantitativo de acertos do Item 13 98
Gráfico 24 – Metodologias aplicadas na sequência didática 112

Lista de abreviaturas e siglas

AD	Avaliação Diagnóstica
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CD	Caderno de Didática
CMB	Colégio Militar do Brasil
DEPA	Diretoria de Educação Preparatória e Assistencial
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
EsPCEx	Escola Preparatória de Cadetes do Exército
MEC	Ministério da Educação e Cultura
NAEEB	Normas para a Avaliação Escolar da Educação Básica
OC	Objeto do Conhecimento
PA	Plano de aulas
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PED	Plano de Execução Didática
PSD	Plano de Sequências Didáticas
SCMB	Sistema Colégio Militar do Brasil
SD	Sequência Didática
TCT	Teoria Clássica dos Testes
UnB	Universidade de Brasília

Sumário

INTRODUÇÃO **27**

1 A TEORIA DE FUNÇÕES **29**

1.1 Breve histórico da teoria de funções **29**

1.2 A teoria de funções ensinada nos livros didáticos **31**

1.2.1 Livro didático do 9º ano - Matemática: compreensão e prática 31

1.2.2 Livro didático do 1º ano - Matemática: Paiva 40

2 METODOLOGIA **51**

2.1 Planejamento da sequência didática **51**

2.2 Atividades pedagógicas propostas na sequência didática **53**

2.2.1 Questionário Individual (Perfil do aluno) 53

2.2.2 Avaliação Diagnóstica (AD) 54

2.2.2.1 Elaboração das avaliações diagnósticas 55

2.2.3 Mostra da Avaliação Diagnóstica 1 59

2.2.4 Aula expositiva 60

2.2.5 Estudo Dirigido 61

2.2.6 Atividades com o Geogebra 62

3 ANÁLISE DE DADOS **67**

3.1 Análise do questionário individual **67**

3.1.1 Perfil do aluno no SCMB 67

3.1.2 Relação do aluno com a disciplina de Matemática 69

3.1.3 Expectativa do aluno no 1º ano do ensino médio 72

3.2 Análise das avaliações diagnósticas **73**

3.2.1 Calibração dos itens das Avaliações Diagnósticas 1 e 2 74

3.2.2 Avaliações Diagnósticas 1 e 2 78

3.2.3 Análise item por item entre as duas avaliações diagnósticas 81

3.2.3.1 Item 1 - Descritor: Reconhecer um produto cartesiano 81

3.2.3.2 Item 2 - Descritor: Reconhecer relações entre dois conjuntos 82

3.2.3.3 Item 3 - Descritor: Compreender uma função através de diagramas, gráficos e sentenças matemáticas 83

3.2.3.4 Item 4 - Descritor: Identificar os elementos do domínio, contradomínio e imagem de uma função 84

3.2.3.5 Item 5 - Descritor: Compreender as características de uma função: injetora, sobrejetora e bijetora 85

3.2.3.6 Item 6 - Descritor: Representar no plano cartesiano o gráfico das funções 87
3.2.3.7 Item 7 - Descritor: Classificar as funções em injetora, sobrejetora e bijetora 89
3.2.3.8 Item 8 - Descritor: Analisar o gráfico de uma função 91
3.2.3.9 Item 9 - Descritor: Determinar o valor numérico de uma função 92
3.2.3.10 Item 10 - Descritor: Reconhecer relações entre grandezas variáveis dadas por gráficos, tabelas e fórmulas 93
3.2.3.11 Item 11 - Descritor: Representar uma situação-problema que envolve duas grandezas por tabelas ou gráficos 94
3.2.3.12 Item 12 - Descritor: Identificar as variáveis existentes numa situação-problema e a relação entre elas 96
3.2.3.13 Item 13 - Descritor: Interpretar uma situação-problema descrita por meio de uma função 97
3.3 Análise da entrevista estruturada da Avaliação Diagnóstica 1 98
3.4 Análise do questionário final 111

CONSIDERAÇÕES FINAIS 115

REFERÊNCIAS 119

ANEXOS 121

ANEXO A - Questionário individual **124**

ANEXO B - Avaliação Diagnóstica 1 . . . . **126**

ANEXO C - Avaliação Diagnóstica 2 . . . . **132**

ANEXO D - Entevista Estruturada **140**

ANEXO E - Aula expositiva **145**

E.1 - Plano de Aula 06 . . . . **146**

E.2 - Aula Expositiva - Imagem/Paridade **147**

E.3 - Plano de Aula 09 . . . . **149**

E.4 - Aula Expositiva - Função Composta **150**

E.5 - Plano de Aula 08 . . . . **152**

E.6 - Aula Expositiva - Otimização **153**

ANEXO F - Estudo dirigido **155**

F.1 - Plano de Aula 04 . . . . **156**

F.2 - Estudo Dirigido 1 - O conceito de função **157**

F.3 - Plano de Aula 10 . . . . **159**

F.4 - Estudo Dirigido 2 - Inversão de funções **160**

ANEXO G - Atividades com Geogebra **163**

G.1 - Plano de Aula 03 . . . . **164**

G.2 - Atividade - Geogebra **165**

G.3 - Plano de Aula 05 . . . . **166**

G.4 - Atividade 1 - Gráficos **167**

G.5 - Plano de Aula 07 . . . . **169**

G.6 - Atividade 2 - Variação **170**

ANEXO H - Questionário final **174**

ANEXO I - Solicitação para realização de pesquisa de mestrado **176**

ANEXO J - Termo de Autorização Institucional - DEPA **178**

ANEXO K - DIEx Final **179**

Introdução

> "O conceito mais importante em toda a Matemática é o de função..."
> Simmons (1987)

A importância do conceito de funções na Matemática, revelado nas palavras de Simmons, se fundamenta por sua presença nos diversos ramos desta ciência como: Álgebra, Geometria, Análise, Teoria dos Números, Probabilidade, entre outros.

As funções são utilizadas em diversos modelos matemáticos em que representam situações nas quais as dependências entre as grandezas podem ser relacionadas utilizando uma expressão matemática.

Na perspectiva da Base Nacional Comum Curricular do Ensino Médio (MEC, 2018), na área da Matemática e suas tecnologias, já no 9º do ensino fundamental II, o aluno é introduzido às situações e problemas relacionados com o conceito de função, mas a ampliação dos conhecimentos adquiridos nesse tópico acontece ao longo do 1º ano e de todo o ensino médio.

> A BNCC da área de Matemática e suas Tecnologias propõe a ampliação e o aprofundamento das aprendizagens essenciais desenvolvidas até o 9º ano do ensino fundamental II. Para tanto, coloca em jogo, de modo mais inter-relacionado, os conhecimentos já explorados na etapa anterior, de modo a possibilitar que os estudantes construam uma visão mais integrada da Matemática, ainda na perspectiva de sua aplicação à realidade.(BNCC, 2018, p.527)

Neste processo de transição do ensino fundamental II para o ensino médio, o docente depara-se com uma barreira por parte dos alunos no que diz respeito à definição, à exemplificação e à aplicação dos conceitos matemáticos, principalmente, quando se inicia a introdução da teoria de funções.

Assim, a sequência didática escolhida no 1º ano deve fortalecer o conhecimento prévio de conteúdos básicos adquiridos pelos alunos no Ensino Fundamental II. Com isso, diferentes metodologias devem ser utilizadas a fim de transformá-los em protagonistas do processo de ensino-aprendizagem.

Com o objetivo de analisar o processo de ensino-aprendizagem sobre o tema de funções, o trabalho em questão tem como foco um estudo feito com alunos do 1º ano do ensino médio do Colégio Militar de Brasília (CMB), uma das unidades do Sistema Colégio Militar do Brasil (SCMB).

O tema principal do estudo foi o conceito de funções envolvendo os tópicos: o conceito de função; a representação gráfica; a variação de uma função; as funções representadas por mais de uma sentença; a função composta; a paridade de uma função e a função inversa.

Em termos metodológicos, a pesquisa apresenta uma proposta de sequência didática para o ensino destes temas, e está dividida em 3 capítulos.

O Capítulo 1 inicia com um breve histórico da teoria de funções e finaliza com análise de como essa teoria é ensinada nos livros didáticos atuais adotados pelo SCMB para os alunos do 9º e do 1º anos.

O Capítulo 2 faz menção à metodologia e à coleta de dados que foi feita nas aulas de Matemática de 2 turmas do 1º ano do ensino médio. Durante a elaboração das aulas sobre a teoria de funções desse estudo, foram utilizadas diferentes metodologias na elaboração da sequência didática. Dentre elas estão: elaboração de questionários; de avaliações diagnósticas; de entrevista estruturada; aulas expositivas; de estudos dirigidos e de atividades com o uso de tecnologias.

O Capítulo 3 expõe a análise dos dados coletados durante o estudo, mostrando a influência deles na elaboração e na escolha da melhor técnica para cada atividade elaborada. Fazemos uma análise do perfil do aluno através de um questionário individual, do conhecimento prévio através das avaliações diagnósticas e da entrevista estruturada adaptada à avaliação diagnóstica e das metodologias aplicadas através de uma avaliação do processo de ensino-aprendizagem feita pelos alunos.

Finalmente, trazemos algumas considerações observadas ao longo da elaboração e aplicação das atividades pedagógicas que integraram a sequência didática. E com o fito de motivar outros docentes, em Anexo, estão todos os materiais usados durante as aulas ministradas: planos de aula; questionários; avaliações diagnósticas; entrevista estruturada; estudos dirigidos e atividades propostas.

1 A teoria de funções

Neste capítulo, mostramos um breve histórico sobre o conceito de função e a forma que o tema é ensinado nos livros didáticos adotados no SCMB. Na primeira seção relatamos a trajetória do conceito de função no início da Idade Média até suas aplicações, atualmente, em diferentes áreas do conhecimento. Na segunda seção, apresentamos de que forma os livros didáticos adotados no SCMB apresentam o conceito de função.

1.1 Breve histórico da teoria de funções

No contexto da história Matemática, as ideias que envolvem o conceito de função apareceram desde a Idade Média. O conceito de função surgiu de forma intuitiva ligado à contagem e foi um longo percurso até chegarmos no conceito de função como é ensinado hoje.

Nos últimos anos, as pesquisas sobre esse tema mostram uma Matemática dividida em antes e depois do século XVII, conforme relatado no livro de Howard Eves, publicado em 2011.

Na primeira parte do livro, antes do século XVII, o autor relata alguns momentos em que a teoria de funções foi apresentada por grandes matemáticos daquela época, mostrando que ainda não existia formalização dos conceitos e das notações específicas dessa teoria:

> "... É provável que a maneira mais antiga de contar se baseasse em algum método de registro simples, empregando o princípio da correspondência biunívoca". (Eves, 2011, p.26)
> "... um papiro que data por volta de 1950 a.c., encontrado em Kahun, contém o seguinte problema: "uma dada superfície de 100 unidades de área deve ser representada como a soma de dois quadrados cujos lados estão entre si como 1 : 3/4". (Eves, 2011, p.74)
> "Numa tábula do Louvre, de cerca de 1700 a.C., há o seguinte problema: Por quanto tempo deve-se aplicar uma certa soma de dinheiro a juros compostos anuais de 20% para que ela dobre?". (Eves, 2011, p.77)
> "... Hiparco propugnava a localização de pontos sobre a superfície da Terra por meio de latitudes e longitudes".(Eves, 2011, p.202)

A segunda parte, depois do século XVII, o autor considera o momento que a história da Matemática foi impulsionada pelo desenvolvimento das grandes teorias.

> O século XVII é particularmente importante na história da Matemática. Perto do início do século, Napier revelou sua invenção dos logaritmos, Harriot e Oughtred contribuíram para a notação e a codificação da álgebra, Galileu fundou a ciência da dinâmica e Kepler anunciou suas leis do movimento planetário. Mais tarde, Desargues e Pascal inauguraram um novo campo da geometria pura, Descartes lançou a geometria analítica moderna, Fermat estabeleceu os fundamentos da teoria dos números moderna e Huygens deu contribuições de monta à teoria das probabilidades e a outros campos. E então, perto do final do século, na esteira preparada por vários matemáticos do próprio século, Newton e Leibniz contribuíram memoravelmente com a criação de cálculo. Podemos ver então que muitos campos novos e vastos se abriram para a pesquisa matemática durante o século XVII. (Eves, 2011, p.340)

Neste período, as teorias, os conceitos e as notações foram formalizadas, favorecendo o desenvolvimento técnico da Matemática e estabelecendo uma conexão entre o passado e o presente. O conceito de função começa a ser introduzido nas grandes teorias e pelos renomados matemáticos dessa época como é o caso de Descartes, Leibniz, Bernoulli e Euler.

> "Descartes, na primeira parte de La géométrie, marcava x num eixo dado e então um comprimento y, formando um ângulo fixo com esse eixo, com o objetivo de construir pontos cujo x e cujo y satisfizessem uma relação dada." (Eves, 2011, p.384)

> "... Descartes defendia que o pensamento não deve se dedicar a compreender todos os tipos de coisas, mas somente aquelas que são passíveis de quantificação. As deduções lógicas que permitem passar de uma proposição a outra devem ser substituídas por relações entre coisas quantificáveis, traduzidas por equações (igualdades entre quantidades)." (Roque, 2012, p.192)

> "O procedimento de Leibniz supõe um princípio subjacente que demonstra a extrema potência de seu cálculo e sua incompreendida modernidade. Em linguagem atual, este princípio estabelece o seguinte: é sempre necessário determinar a variável em relação à qual se quer derivar. Uma quantidade varia em função da outra, ou seja, já temos aqui uma noção implícita de variável dependente e variável independente, que antecede a noção de função." (Roque, 2012, p.221)

> "A falta de um termo geral para exprimir quantidades arbitrárias, que dependem de outra quantidade variável, motiva a definição de função, que aparece pela primeira vez em uma correspondência entre Leibniz e Johann Bernoulli." (Roque, 2012, p.228)

> "Euler afirma que a forma mais universal de uma função seria dada por uma série de potências da forma $A + Bz + Cz^2 + Dz^3 + ...$ Como não se sabe se toda função pode ser escrita deste modo, ele acrescenta que devemos considerar também expoentes dados por qualquer número (e não apenas por números inteiros)." (Roque, 2012, p.230)

Somente a partir do século XVIII, o conceito de função começou a ser formalizado se aproximando do que é ensinado hoje.

Atualmente, observamos que a importância do conceito de função se revela, principalmente, no estudo e divulgação de informações em várias áreas do conhecimento, como Economia, Física, Química, Biologia, Geografia, Sociologia, entre outros.

Muitas grandezas presentes no dia-a-dia se relacionam, como o consumo de energia elétrica e o valor a ser pago, o valor do salário de um trabalhador e as horas trabalhadas, a distância percorrida e o tempo. Traduzir a relação entre essas grandezas utilizando uma expressão matemática está relacionada com o estudo das funções.

1.2 A teoria de funções ensinada nos livros didáticos

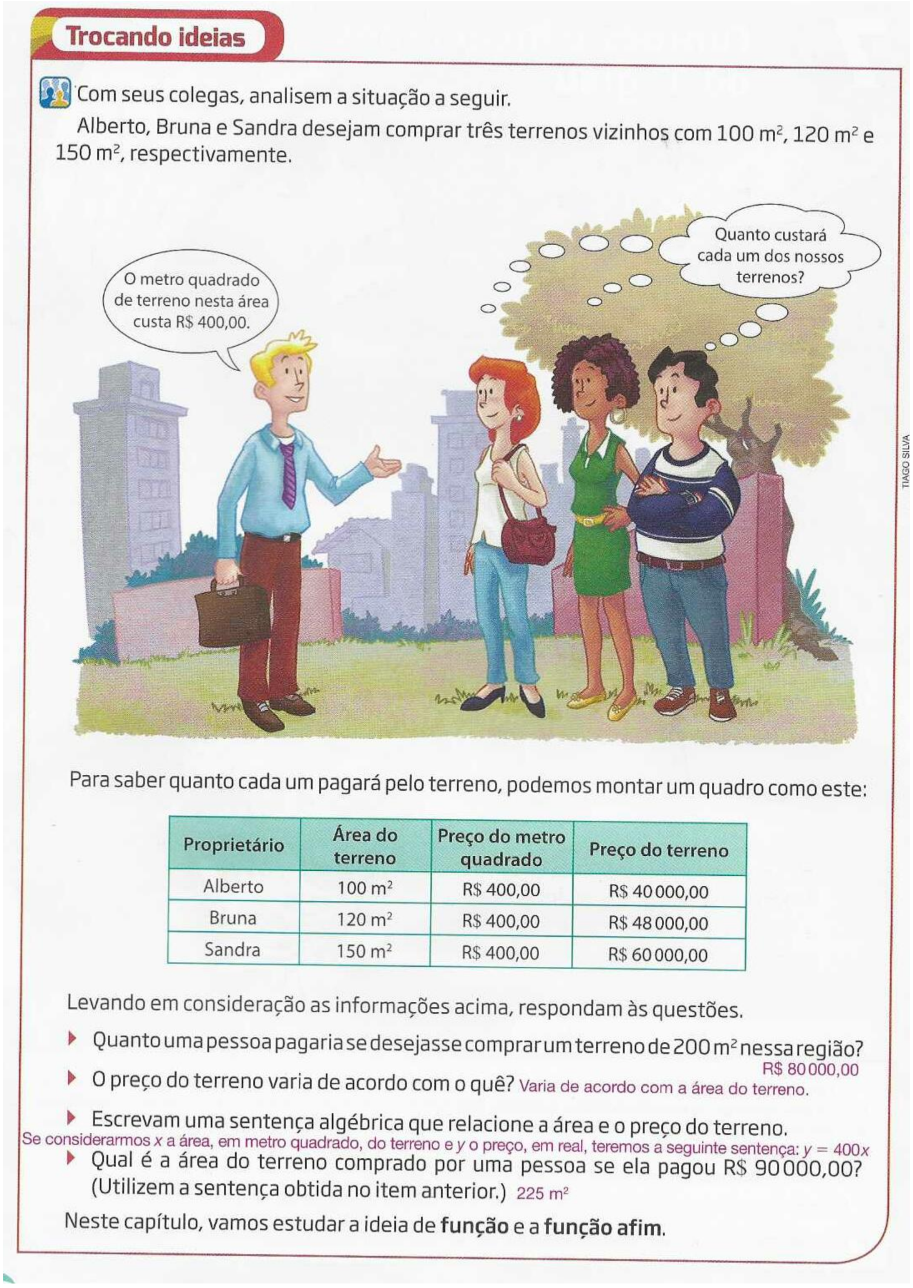
Nesta seção, mostramos a abordagem da teoria de funções nos livros didáticos adotados no CMB. O livro, Matemática: compreensão e prática, dos autores Ênio Silveira e Cláudio Marques é adotado no 9º ano e o livro, Matemática: Paiva, do autor Manoel Paiva é adotado no 1º ano. A análise mostra as definições, as notações e as aplicações dos conteúdos relacionados às funções apresentadas pelos autores, pois antes da elaboração da sequência didática, tínhamos que ter uma ampla visão dos conteúdos que os alunos do 1º ano já tinham adquiridos, previamente, no 9º ano, e os conteúdos que seriam ensinados durante as aulas no ensino médio.

1.2.1 Livro didático do 9º ano - Matemática: compreensão e prática

O livro dos autores Ênio Silveira e Cláudio Marques, publicado pela editora Moderna, no ano de 2019, 6ª edição, aborda a teoria de funções nos capítulos 7 e 8. Nos capítulos citados, os autores apresentam o conceito de função, gráfico de funções, funções afins e funções quadráticas, conteúdos que compõem o currículo do 9º ano do ensino fundamental no SCMB.

No início do capítulo 7, os autores mostram na seção “Trocando ideias” uma situação-problema envolvendo área de terrenos, levando os alunos a utilizarem operações matemáticas básicas já adquiridas nos anos escolares anteriores. Na Figura 1, observamos essa abordagem desvinculada de conceitos e de notações de funções.

Figura 1 – Situação-problema da seção “Trocando ideias”



Trocando ideias

Com seus colegas, analisem a situação a seguir.

Alberto, Bruna e Sandra desejam comprar três terrenos vizinhos com 100 m², 120 m² e 150 m², respectivamente.

Para saber quanto cada um pagará pelo terreno, podemos montar um quadro como este:

Proprietário	Área do terreno	Preço do metro quadrado	Preço do terreno
Alberto	100 m²	R$ 400,00	R$ 40 000,00
Bruna	120 m²	R$ 400,00	R$ 48 000,00
Sandra	150 m²	R$ 400,00	R$ 60 000,00

Levando em consideração as informações acima, respondam às questões.

- Quanto uma pessoa pagaria se desejasse comprar um terreno de 200 m² nessa região? R$ 80 000,00
- O preço do terreno varia de acordo com o quê? Varia de acordo com a área do terreno.
- Escrevam uma sentença algébrica que relacione a área e o preço do terreno. Se considerarmos x a área, em metro quadrado, do terreno e y o preço, em real, teremos a seguinte sentença: $y = 400x$
- Qual é a área do terreno comprado por uma pessoa se ela pagou R$ 90 000,00? (Utilizem a sentença obtida no item anterior.) 225 m²

Neste capítulo, vamos estudar a ideia de **função** e a **função afim**.

Fonte: Livro didático - Matemática: compreensão e prática 9^o ano, 2019, p.200

A definição formal de funções é apresentada pelos autores em uma situação-problema que relaciona o valor do serviço de um pedreiro com a área rebocada de uma casa. Os autores escrevem no final: “Quando relacionamos duas grandezas, e para cada medida da primeira grandeza corresponde uma única medida da segunda grandeza, podemos dizer que a segunda grandeza é **função** da primeira” (Marques, 2019, p.201). Nessa parte da teoria, os autores, também, definem a **lei de formação da função** e as **variáveis dependentes** e **independentes**, no qual a única notação apresentada para o aluno é a sentença relacionando as variáveis x e y, observada na Figura 2.

Figura 2 – Definição da Lei de formação da função, variáveis dependentes e independentes

Lei de formação da função

Quando temos uma relação em que uma grandeza é função de outra, a correspondência entre cada valor de uma grandeza e cada valor da outra pode ser expressa por uma sentença chamada **lei de formação da função** ou **lei da função**.

Na situação anterior, se indicarmos por y o valor, em real, a ser recebido pelo pedreiro e por x a área, em metro quadrado, de parede rebocada, a lei da função será:

$$y = 30 \cdot x$$

Variáveis

As grandezas envolvidas em uma relação em que uma é função da outra são chamadas de **variáveis** da situação apresentada. No caso da situação anterior, as variáveis são o valor, em real, e a área, em metro quadrado.

O valor a ser recebido pelo pedreiro é a **variável dependente** (y), pois depende da área de parede que rebocar.

A área de parede rebocada é a **variável independente** (x), pois podemos escolher um valor para essa variável.

Fonte: Livro didático - Matemática: compreensão e prática 9º ano, 2019, p.201

A **notação** $f(x)$ e o **valor de uma função** são abordadas durante uma situação-problema e observamos que os autores não se preocuparam em definir uma função f apresentando os conjuntos do domínio, do contradomínio e da imagem (Figura 3).

Figura 3 – Notação $f(x)$ e valor de uma função

A notação $f(x)$

Observe a afirmação de Teresa.

A quantidade de litros (L) de combustível consumido é função da distância (x) percorrida. A lei dessa função é: $L = \frac{x}{12}$

A função também pode ser representada por f; quando f varia em função de uma variável x, é o mesmo que escrevermos $f(x)$. Assim, a função representada anteriormente poderia ser escrita da seguinte forma:

$$f(x) = \frac{x}{12} \left(\text{Lemos: "}f \text{ de } x \text{ é igual a } \frac{x}{12}\text{"}\right)$$

Nessa notação, a função foi representada por f, x indica a distância percorrida, em quilômetro, e $f(x)$, o número de litros de combustível consumido.

Valor de uma função

Na situação anterior, a quantidade de litros de combustível consumido de acordo com a distância percorrida, em quilômetro, foi representado por uma função f tal que: $f(x) = \frac{x}{12}$

Desse modo, para calcular a quantidade de litros de combustível consumido para o automóvel percorrer 108 km, basta substituir x por 108 na lei da função e efetuar a operação indicada. Veja:

$$f(x) = \frac{x}{12} \Rightarrow f(108) = \frac{108}{12} \Rightarrow f(108) = 9$$

Isso significa que, quando x é igual a 108, o **valor da função** é 9.

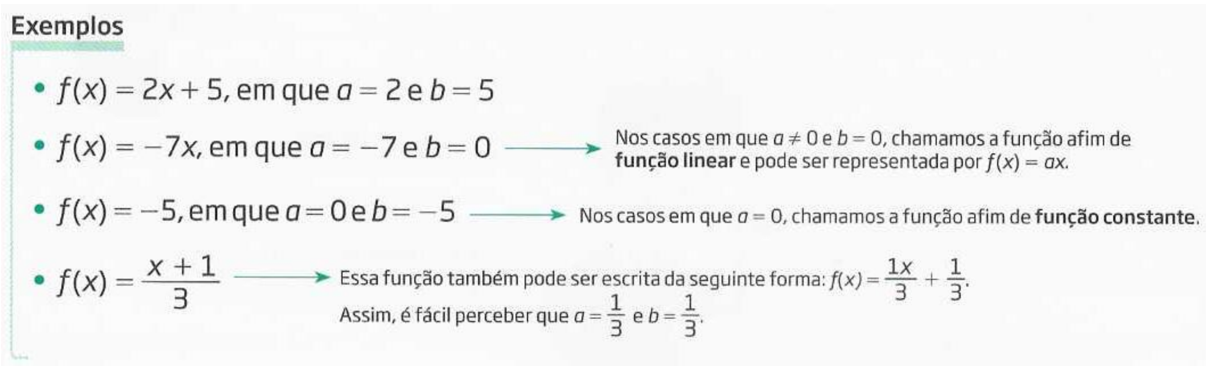
Logo, o automóvel consumiu 9 litros de combustível para percorrer 108 km.

Fonte: Livro didático - Matemática: compreensão e prática 9º ano, 2019, p.203,204

Sobre a **representação gráfica de uma função**, os autores consideram que o aluno tenha visto no 7º ano e 8º ano do ensino fundamental as definições de pares ordenados e de plano cartesiano. Após um exemplo de plotagem de pares ordenados no plano cartesiano, é mencionado sobre a representação gráfica: "Toda situação que permite expressar uma grandeza em função da outra pode ser representada em um plano cartesiano na forma de gráfico" (Marques, 2019, p.205).

Ainda no capítulo 7 e seguindo a mesma estrutura: situação-problema e definições, os autores definem função afim: " **Função afim** é toda função f cuja lei pode ser escrita na forma $f(x) = ax+b$, em que a e b são números reais e x pode ser qualquer número real" (Marques, 2019, p.211). Aproveitando os exemplos de função afim, abordam as definições de **função linear** e de **função constante**, conforme Figura 4.

Figura 4 – Definições de função linear e constante



Exemplos

- $f(x) = 2x + 5$, em que $a = 2$ e $b = 5$
- $f(x) = -7x$, em que $a = -7$ e $b = 0$ → Nos casos em que $a \neq 0$ e $b = 0$, chamamos a função afim de **função linear** e pode ser representada por $f(x) = ax$.
- $f(x) = -5$, em que $a = 0$ e $b = -5$ → Nos casos em que $a = 0$, chamamos a função afim de **função constante**.
- $f(x) = \frac{x+1}{3}$ → Essa função também pode ser escrita da seguinte forma: $f(x) = \frac{1x}{3} + \frac{1}{3}$. Assim, é fácil perceber que $a = \frac{1}{3}$ e $b = \frac{1}{3}$.

Fonte: Livro didático - Matemática: compreensão e prática 9º ano, 2019, p.211

Com a construção de tabelas e os pares ordenados a partir de uma função afim, os autores afirmam que o gráfico desse tipo de função sempre será uma reta não perpendicular ao eixo x. Em seguida, determinam o zero de uma função afim: "Em toda função f, cada valor de x em que $f(x) = 0$ é chamado de **zero da função**" (Marques, 2019, p.214), e aborda a **variação** e o **estudo do sinal de uma função**, conforme observamos nas Figuras 5 e 6.

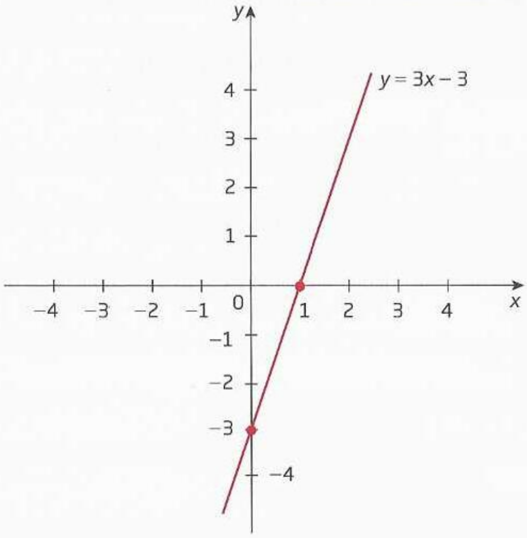
Figura 5 – Variação de uma função afim

Variação de uma função afim

Observe os gráficos das funções dadas por $y = 3x - 3$ e $y = -x + 2$, em que x pode ser qualquer número real.

- $y = 3x - 3$

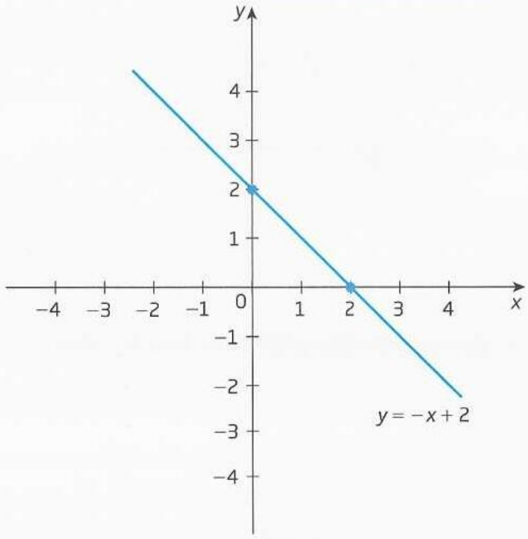
x	y	(x, y)
0	-3	$(0, -3)$
1	0	$(1, 0)$



Aumentando o valor de x, o valor de y aumenta; por isso, dizemos que a função é **crescente**. Observe que na lei $y = 3x - 3$, temos $a = 3$.

- $y = -x + 2$

x	y	(x, y)
0	2	$(0, 2)$
2	0	$(2, 0)$



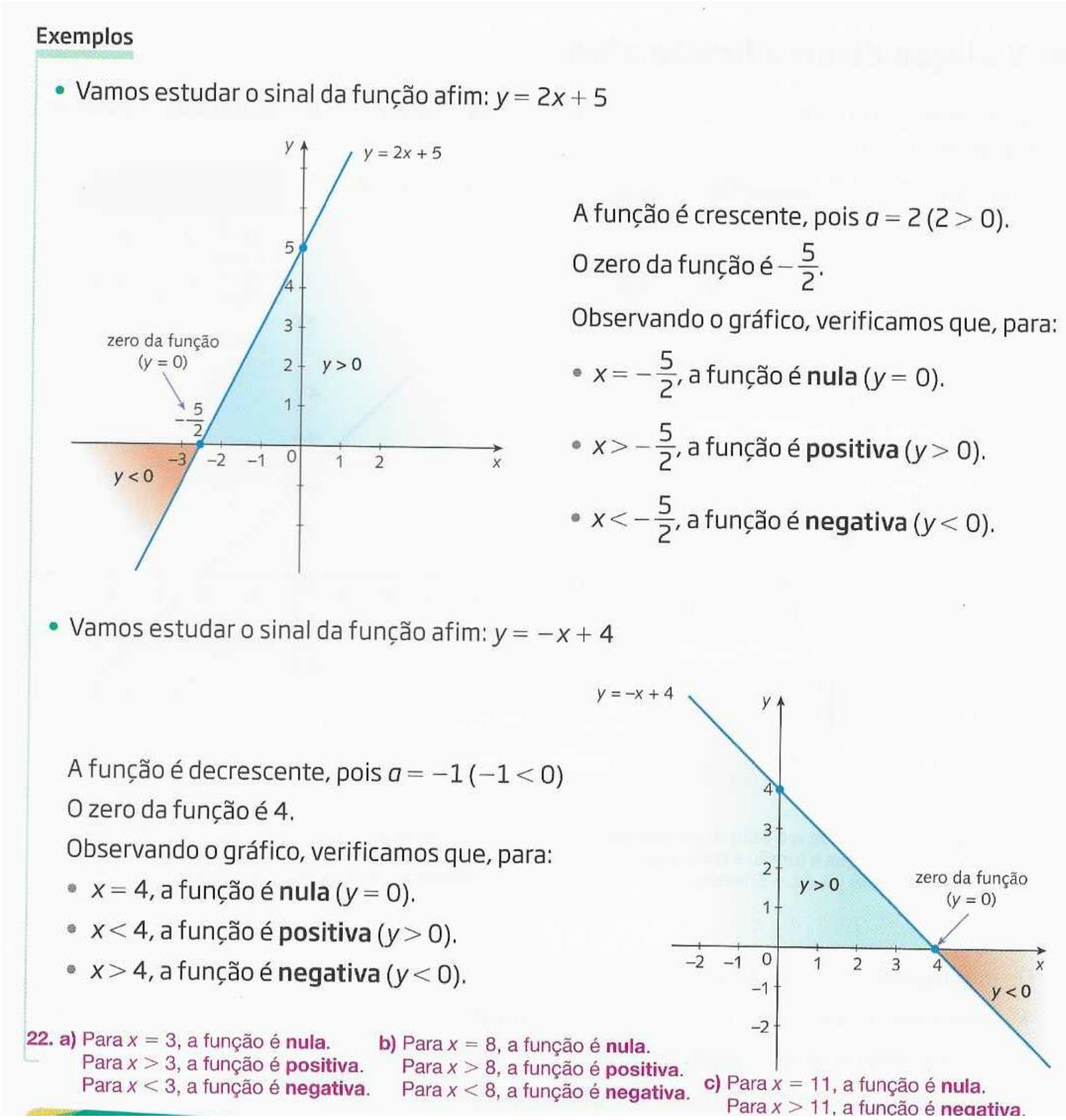
Aumentando o valor de x, o valor de y diminui; por isso, dizemos que a função é **decrescente**. Observe que na lei $y = -x + 2$, temos $a = -1$.

De modo geral, uma função afim $y = ax + b$ é:

- **crescente** quando o coeficiente a é maior que zero ($a > 0$).
- **decrescente** quando o coeficiente a é menor que zero ($a < 0$).
- **constante** quando o coeficiente a é igual a zero ($a = 0$).

Fonte: Livro didático - Matemática: compreensão e prática 9º ano, 2019, p.215

Figura 6 – Estudo do sinal da função afim



Exemplos

- Vamos estudar o sinal da função afim: $y = 2x + 5$

A função é crescente, pois $a = 2$ ($2 > 0$).

O zero da função é $-\frac{5}{2}$.

Observando o gráfico, verificamos que, para:

- $x = -\frac{5}{2}$, a função é **nula** ($y = 0$).
- $x > -\frac{5}{2}$, a função é **positiva** ($y > 0$).
- $x < -\frac{5}{2}$, a função é **negativa** ($y < 0$).

- Vamos estudar o sinal da função afim: $y = -x + 4$

A função é decrescente, pois $a = -1$ ($-1 < 0$)

O zero da função é 4.

Observando o gráfico, verificamos que, para:

- $x = 4$, a função é **nula** ($y = 0$).
- $x < 4$, a função é **positiva** ($y > 0$).
- $x > 4$, a função é **negativa** ($y < 0$).

22. a) Para $x = 3$, a função é **nula**.
Para $x > 3$, a função é **positiva**.
Para $x < 3$, a função é **negativa**.

b) Para $x = 8$, a função é **nula**.
Para $x > 8$, a função é **positiva**.
Para $x < 8$, a função é **negativa**.

c) Para $x = 11$, a função é **nula**.
Para $x > 11$, a função é **negativa**.

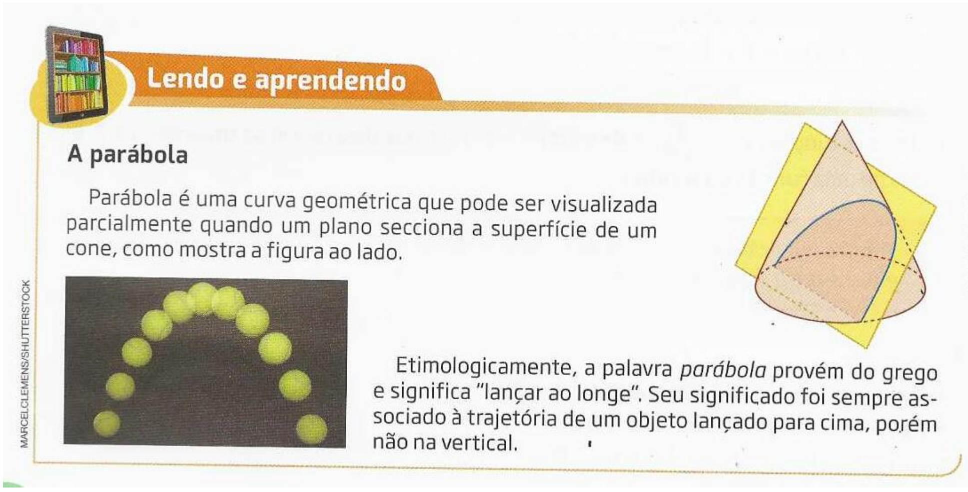
Fonte: Livro didático - Matemática: compreensão e prática 9º ano, 2019, p.216

Ao final de cada seção e do capítulo, o livro disponibiliza uma lista de exercícios para resolver, sendo alguns diretos e outros em forma de situação-problema.

Finalizando a teoria de funções, no capítulo 8, os autores apresentam o conteúdo sobre as funções quadráticas. Seguindo a mesma estrutura do capítulo 7, introduz o conteúdo com situações-problema e definições simples, sem se preocupar novamente, com os conjuntos do domínio, do contradomínio e da imagem, e de notações mais técnicas.

Na seção 1, os autores definem a função quadrática: "**Função quadrática** é toda função f cuja lei pode ser escrita na forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, em que a, b e c são números reais, com $a \neq 0$, e x pode ser qualquer número real" (Marques, 2019, p.231). Em seguida, na seção 2, apresentam a parábola como o **gráfico de uma função quadrática** por intermédio de exemplos e na subseção “Lendo e aprendendo” definem **parábola**, conforme Figura 7.

Figura 7 – A parábola


Lendo e aprendendo

A parábola

Parábola é uma curva geométrica que pode ser visualizada parcialmente quando um plano secciona a superfície de um cone, como mostra a figura ao lado.

MARCELCLEMENS/SHUTTERSTOCK

Etimologicamente, a palavra *parábola* provém do grego e significa “lançar ao longe”. Seu significado foi sempre associado à trajetória de um objeto lançado para cima, porém não na vertical.

Fonte: Livro didático - Matemática: compreensão e prática 9º ano, 2019, p.232

Nesta mesma seção, os autores discorrem sobre a **concavidade da parábola**, os **zeros de uma função quadrática** e o cálculo das **coordenadas do vértice da parábola**. Finalizando com um roteiro de como construir o gráfico de uma função quadrática, conforme apresentado na Figura 8.

Figura 8 – Construção do gráfico de uma função quadrática

Construção do gráfico de uma função quadrática

Podemos construir o gráfico de uma função quadrática utilizando esta sequência:

1º) Determinamos as coordenadas do vértice.

2º) Escolhemos valores de x simétricos em relação à abscissa x_v e montamos uma tabela com os valores de x e os valores correspondentes de y.

3º) Marcamos no plano cartesiano os pontos registrados na tabela.

4º) Traçamos a parábola que passa pelos pontos obtidos.

Observe nos casos a seguir como construir o gráfico de algumas funções quadráticas.

- Construir o gráfico da função quadrática dada por: $f(x) = x^2 - 4x + 5$

Solução

Determinamos as coordenadas do vértice:

$$x_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{(-4)}{2 \cdot 1} = 2$$

$$y_v = f(2) = (2)^2 - 4 \cdot (2) + 5 = 1$$

Logo, $V(2, 1)$.

Escolhemos valores de x simétricos em relação a 2 e montamos uma tabela com os valores de x e os valores correspondentes de y.

Para $x = 0$: $f(0) = 0^2 - 4 \cdot 0 + 5 = 5$

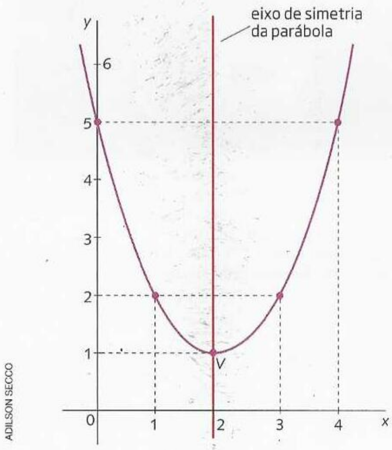
Para $x = 1$: $f(1) = 1^2 - 4 \cdot 1 + 5 = 2$

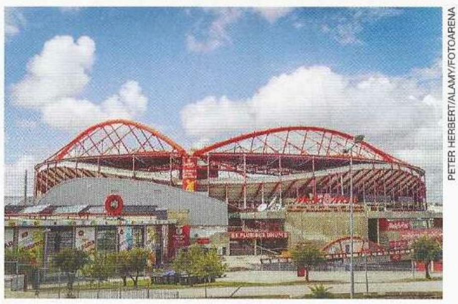
Para $x = 3$: $f(3) = 3^2 - 4 \cdot 3 + 5 = 2$

Para $x = 4$: $f(4) = 4^2 - 4 \cdot 4 + 5 = 5$

x	y	(x, y)	
0	5	(0, 5)	
1	2	(1, 2)	
2	**1**	**(2, 1)**	← vértice
3	2	(3, 2)	
4	5	(4, 5)	

Marcamos no plano cartesiano os pontos registrados na tabela e traçamos a parábola que passa pelos pontos obtidos.



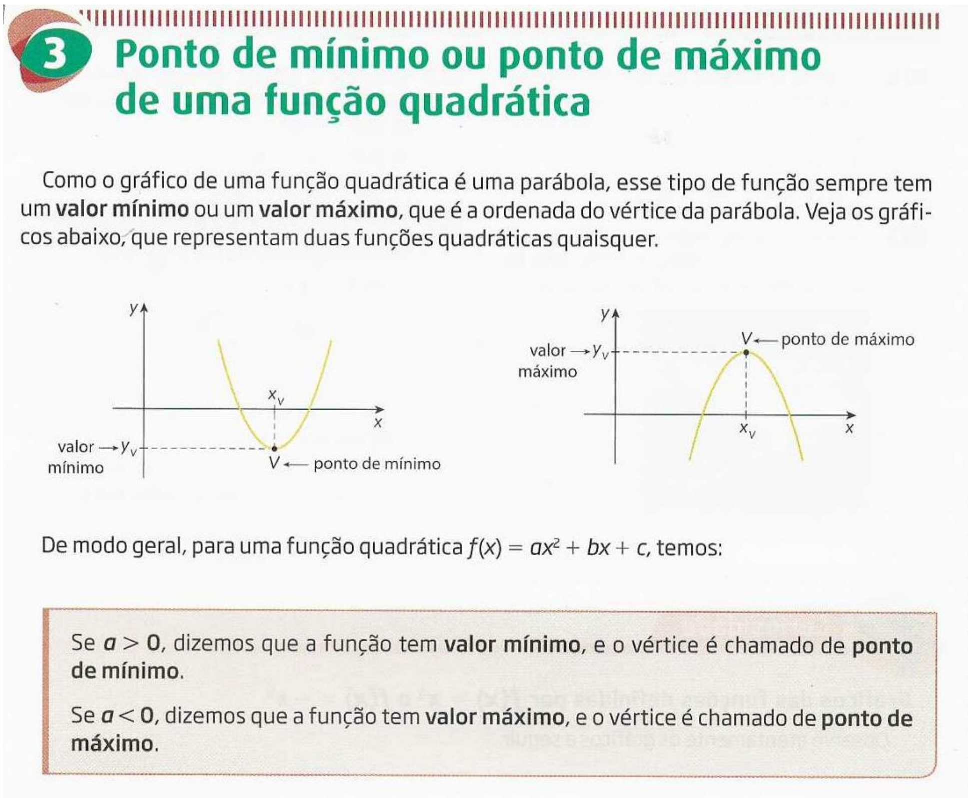


O estádio da Luz localiza-se em Lisboa (Portugal) e tem capacidade para 65 mil pessoas. Recebe esse nome por ter o telhado em policarbonato, suportado por arcos em forma de parábola com 43 metros de altura, permitindo a penetração dos raios solares e iluminando o estádio, ao mesmo tempo que transmite a ideia de flutuar sobre as bancadas onde se assentam.

Fonte: Livro didático - Matemática: compreensão e prática 9º ano, 2019, p.241

Na seção 3, os autores versam sobre o **ponto mínimo** e **ponto máximo** da função quadrática, Figura 9.

Figura 9 – Ponto de mínimo e ponto de máximo de uma função quadrática



3 Ponto de mínimo ou ponto de máximo de uma função quadrática

Como o gráfico de uma função quadrática é uma parábola, esse tipo de função sempre tem um **valor mínimo** ou um **valor máximo**, que é a ordenada do vértice da parábola. Veja os gráficos abaixo, que representam duas funções quadráticas quaisquer.

De modo geral, para uma função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, temos:

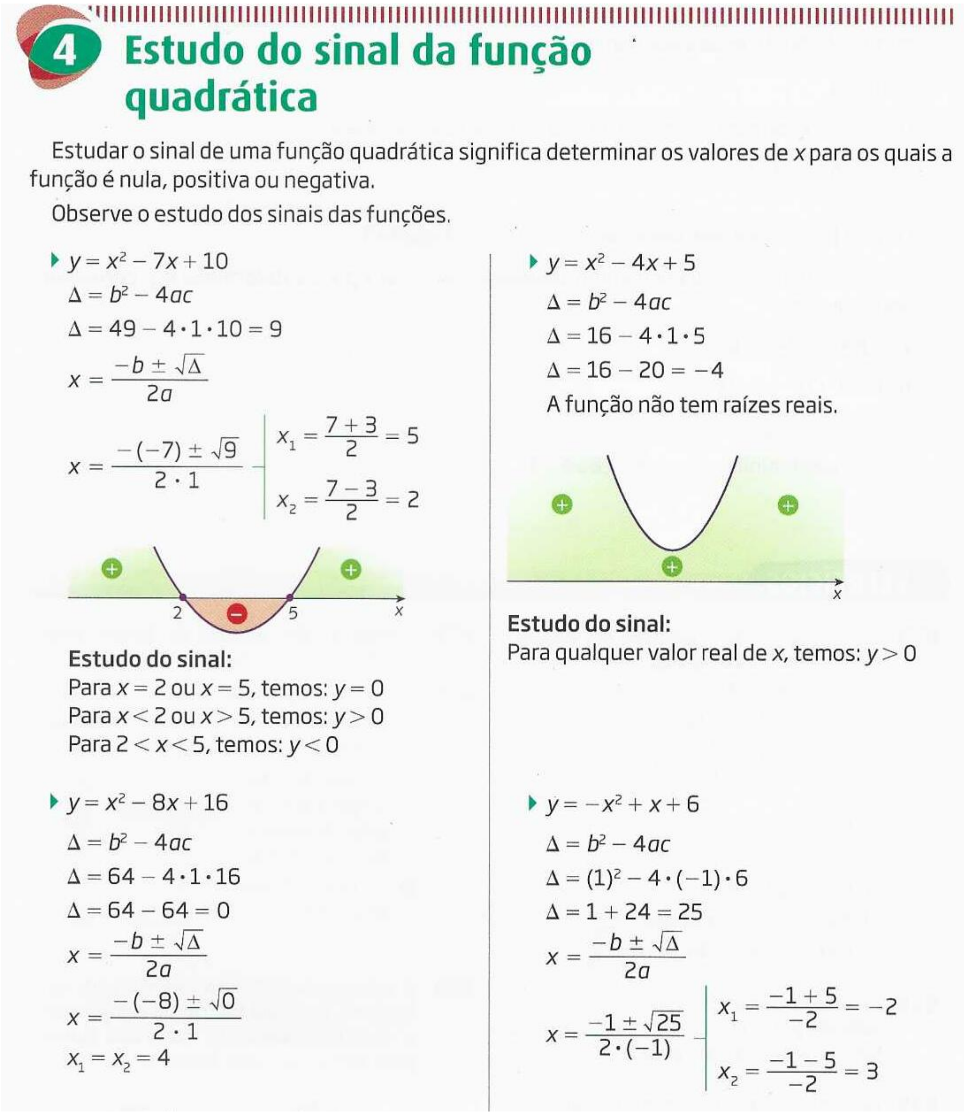
Se $a > 0$, dizemos que a função tem **valor mínimo**, e o vértice é chamado de **ponto de mínimo**.

Se $a < 0$, dizemos que a função tem **valor máximo**, e o vértice é chamado de **ponto de máximo**.

Fonte: Livro didático - Matemática: compreensão e prática 9º ano, 2019, p.244

A teoria de função é encerrada na seção 4, na qual os autores fazem o **estudo do sinal de uma função quadrática** através de exemplos, como ilustra a Figura 10.

Figura 10 – Estudo do sinal de uma função quadrática



4 Estudo do sinal da função quadrática

Estudar o sinal de uma função quadrática significa determinar os valores de x para os quais a função é nula, positiva ou negativa.

Observe o estudo dos sinais das funções.

- $y = x^2 - 7x + 10$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = 49 - 4 \cdot 1 \cdot 10 = 9$

$x = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

$x = \dfrac{-(-7) \pm \sqrt{9}}{2 \cdot 1}$ $\quad x_1 = \dfrac{7+3}{2} = 5$ $\quad x_2 = \dfrac{7-3}{2} = 2$

Estudo do sinal:

Para $x = 2$ ou $x = 5$, temos: $y = 0$

Para $x < 2$ ou $x > 5$, temos: $y > 0$

Para $2 < x < 5$, temos: $y < 0$

- $y = x^2 - 4x + 5$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = 16 - 4 \cdot 1 \cdot 5$

$\Delta = 16 - 20 = -4$

A função não tem raízes reais.

Estudo do sinal:

Para qualquer valor real de x, temos: $y > 0$

- $y = x^2 - 8x + 16$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = 64 - 4 \cdot 1 \cdot 16$

$\Delta = 64 - 64 = 0$

$x = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

$x = \dfrac{-(-8) \pm \sqrt{0}}{2 \cdot 1}$

$x_1 = x_2 = 4$

- $y = -x^2 + x + 6$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (1)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 6$

$\Delta = 1 + 24 = 25$

$x = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

$x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{25}}{2 \cdot (-1)}$ $\quad x_1 = \dfrac{-1+5}{-2} = -2$ $\quad x_2 = \dfrac{-1-5}{-2} = 3$

Fonte: Livro didático - Matemática: compreensão e prática 9º ano, 2019, p.246

Na próxima subseção, mostramos a teoria de funções apresentada no livro didático do 1º ano do ensino médio.

1.2.2 Livro didático do 1º ano - Matemática: Paiva

No 1º ano do ensino médio, o CMB adota o livro Matemática: Paiva do autor Manoel Paiva, publicado pela editora Moderna, em 2015, 3ª edição. Apesar de ser um livro publicado há muitos anos, o livro contempla toda matriz de referência do 1º ano do SCMB, pois a matriz está baseada nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN - 2014), fazendo uma ligação maior ao Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e às Escolas preparatórias das Forças Armadas, em particular com a Escola Preparatória de Cadetes do Exército (EsPCEx).

A teoria de funções é trabalhada pelo autor nos capítulos 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 e 14, iniciando com a introdução ao estudo de funções, e terminando com as funções trigonométricas. Para este estudo, foram retratados apenas os seguintes conteúdos: capítulo 2 - Introdução ao estudo das funções; capítulo 3 - Complementos sobre a teoria geral das funções; capítulo 4 - Função afim; capítulo 5 - Função quadrática, os quais serão analisados a seguir.

O autor Paiva (2015) no capítulo 2, apresenta o **plano cartesiano**, o **par ordenado** e em seguida o conceito de função: "Dizemos que uma variável y é dada em **função** de uma variável x se, e somente se, a cada valor de x corresponde um único valor de y" (Paiva, 2015, p.74). A lei de formação de uma função é substituída por lei de associação: "A condição que estabelece a correspondência entre os valores de x e y é chamada de **lei de associação**, ou simplesmente lei entre x e y. Quando possível, essa lei é expressa por uma equação" (Paiva, 2015, p.74), utilizando essa seção para fazer uma revisão da teoria aprendida pelo aluno no 9º ano.

Para formalizar o conceito de função, o autor, apresenta a definição de **relação entre conjuntos** e de **função**, aqui, diferentemente do 9º ano, o autor introduz os conjuntos do domínio, do contradomínio e da imagem, conforme Figura 11.

Figura 11 – Definições de relação entre conjuntos e de função

Relação entre conjuntos

Dados dois conjuntos não vazios, A e B, chama-se **relação** de A em B qualquer conjunto de pares ordenados (x, y) com $x \in A$ e $y \in B$.

Função

Sejam A e B conjuntos não vazios. Uma relação f de A em B é **função** se, e somente se, qualquer elemento de A está associado, através de f, a um único elemento de B.
Adotaremos a notação $f\colon A \to B$ para indicar que f é uma função de A em B.

Destacamos que, como uma função $f\colon A \to B$ é um tipo particular de relação, temos:

- o **domínio** da função é o próprio conjunto de partida, isto é, $D(f) = A$;
- o **contradomínio** da função é o conjunto $CD(f) = B$;
- o **conjunto imagem** da função é o conjunto $Im(f) = \{y \in B \mid (x, y) \in f\}$.

Fonte: Livro didático - Matemática: Paiva 1º ano, 2015, p.77,79

Observamos que as definições são mais formais e usam notações técnicas, em que a simbologia matemática passa a ser um fator importante na construção do conhecimento.

O autor, após a formalização do conceito de função, diz "Também podemos representar essa relação por um **gráfico cartesiano**, que é formado pelos pontos determinados pelos pares ordenados da relação" (Paiva, 2015, p.78). Sendo este o primeiro momento que ele define o gráfico da função. Em seguida, durante a construção de gráficos, Paiva apresenta a ideia de continuidade quando diz "Ligando esses pontos por uma curva suave - **sem falhas, sem forma pontiaguda e sem variações abruptas** - delineamos o gráfico" (Paiva, 2015, p.100).

Ainda no capítulo 2, o autor define a imagem de x pela função f: "Se (x, y) pertence a uma função f, a ordenada y é chamada de **imagem de x pela função f** (ou imagem de x através de f). Indicaremos esse fato por $y = f(x)$" (Paiva, 2015, p.81), mostrando para o aluno, que a notação $f(x)$ apresentada no 9º ano exerce um papel importante na teoria de função.

Aprofundando a teoria de função vista pelo aluno no 9º ano, o autor define **raiz de uma função**, **variação do sinal**, **construções gráficas** e **variação de uma função**. Na ideia de ampliar o conteúdo referente ao 9º ano, o autor apresenta **função real de variável real** (Figura 12) e **taxa média de variação de uma função** (Figura 13), finalizando assim o capítulo 2.

Figura 12 – Função real de variável real

Função real de variável real

Toda função cujos domínio e contradomínio são subconjuntos de $\mathbb{R}$ é chamada de **função real de variável real**. Por exemplo, a função g: $\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z}$ tal que $g(x) = 2x - 5$ é uma função real de variável real, pois seu domínio ($\mathbb{N}$) e seu contradomínio ($\mathbb{Z}$) são subconjuntos de $\mathbb{R}$.

Estudo do domínio de uma função real de variável real

Uma forma de descrever precisamente uma função f é explicitar seu domínio, seu contradomínio e a lei que associa cada x do domínio ao correspondente y do contradomínio. Há casos, porém, em que a descrição de uma função pode ser apresentada simplesmente pela lei de associação $y = f(x)$, ficando subentendidos o domínio e o contradomínio. Para esses casos, podemos estabelecer o seguinte:

Uma função f pode ser apresentada simplesmente pela lei de associação $y = f(x)$ se, e somente se, o domínio de f for o mais amplo subconjunto de $\mathbb{R}$ em que f pode ser definida e o contradomínio de f for $\mathbb{R}$.

Assim, dada a função $y = f(x)$, seu domínio $D(f)$ e seu contradomínio $CD(f)$ são os conjuntos:

$$D(f) = \{x \in \mathbb{R} \mid f(x) \in \mathbb{R}\} \text{ e } CD(f) = \mathbb{R}$$

Fonte: Livro didático - Matemática: Paiva 1º ano, 2015, p.89

Figura 13 – Taxa média de variação de uma função

Taxa média de variação de uma função

Para qualquer função $y = f(x)$, a razão entre a variação de valores de y e a correspondente variação de valores de x, nessa ordem, é chamada de **taxa média de variação** de y em relação a x, isto é, se $A(x_A, y_A)$ e $B(x_B, y_B)$ são dois pontos distintos do gráfico da função $y = f(x)$, então a razão

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}, \text{ que é igual a } \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}$$

é a taxa média de variação de y em relação a x, quando este varia de x_A a x_B.

Fonte: Livro didático - Matemática: Paiva 1º ano, 2015, p.106

No capítulo 3, o autor apresenta outros conceitos da teoria de funções, conteúdos que são novos para os alunos que iniciam o ensino médio, funções definidas por mais de uma sentença, função par e função ímpar, composição de funções e inversão de funções.

Sobre as **funções definidas por mais de uma sentença**, o autor apresenta uma contextualização sobre Imposto de Renda e no final, após associar uma tabela com a representação algébrica, escreve: “Percebe-se, por essa situação, que nem sempre é possível definir uma função por uma única sentença” (Paiva, 2015, p.119), faltando uma representação gráfica para o aluno ter uma visualização da situação (Figura 14).

Figura 14 – Funções definidas por mais de uma sentença

Funções definidas por mais de uma sentença

Acompanhe a situação a seguir.

Em todos os países, os impostos arrecadados dos cidadãos devem ser aplicados na manutenção da estrutura pública e em políticas sociais, econômicas e culturais do Estado. No Brasil, os impostos são arrecadados pela Secretaria da Receita Federal.

Receita Federal

REPRODUÇÃO

O imposto que o contribuinte paga sobre a renda adquirida é chamado de Imposto de Renda (IR). Esse tipo de imposto é calculado em função da renda de cada cidadão, como mostra a tabela progressiva para o cálculo anual do Imposto de Renda de Pessoa Física arrecadado em 2015, com base na renda do ano de 2014.

Imposto de renda – cálculo anual		
Base de cálculo anual (R$)	Alíquota (%)	Parcela a deduzir do imposto (R$)
até 21.453,24	0,0	0,00
de 21.453,25 até 32.151,48	7,5	1.608,99
de 32.151,49 até 42.869,16	15,0	4.020,35
de 42.869,17 até 53.565,72	22,5	7.235,54
acima de 53.565,72	27,5	9.913,83

Disponível em: <www.receita.fazenda.gov.br>. Acesso em: 16 dez. 2014.

Por exemplo, uma pessoa que recebeu em 2014 renda total de R$ 25.000,00 deverá pagar R$ 266,01 de imposto de renda, conforme mostram os cálculos abaixo:

$$\underbrace{7{,}5\%}_{\text{alíquota}} \cdot \underbrace{25.000{,}00}_{\text{renda}} - \underbrace{1.608{,}99}_{\text{parcela a deduzir}} = 1.875{,}00 - 1.608{,}99 = 266{,}01$$

De acordo com a tabela, se a renda anual de um cidadão é x reais, então o imposto de renda anual $f(x)$ a pagar, em real, pode ser calculado pela função:

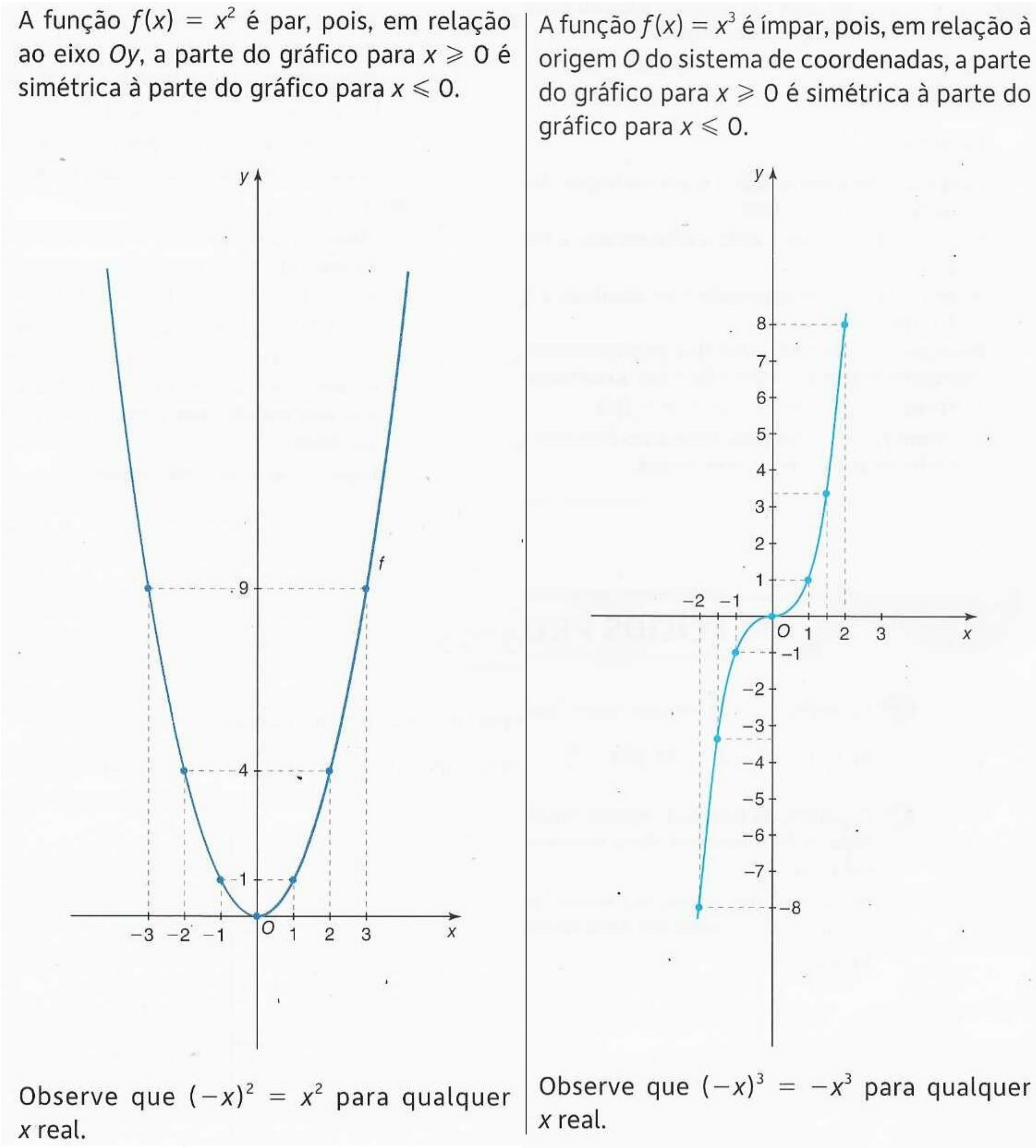
$$f(x) = \begin{cases} 0, \text{ se } x \leqslant 21.453{,}24 \\ 0{,}075x - 1.608{,}99, \text{ se } 21.453{,}25 \leqslant x \leqslant 32.151{,}48 \\ 0{,}15x - 4.020{,}35, \text{ se } 32.151{,}49 \leqslant x \leqslant 42.869{,}16 \\ 0{,}225x - 7.235{,}54, \text{ se } 42.869{,}17 \leqslant x \leqslant 53.565{,}72 \\ 0{,}275x - 9.913{,}83, \text{ se } x > 53.565{,}72 \end{cases}$$

Percebe-se, por essa situação, que nem sempre é possível definir uma função por uma única sentença.

Fonte: Livro didático - Matemática: Paiva 1º ano, 2015, p.119

A paridade de uma função é definida algebricamente e interpretada geometricamente, pelo autor. As definições da função par e da função ímpar, são apresentadas da seguinte forma: "Uma função f de domínio D é **par** se, e somente se, $f(-x) = f(x)$ para qualquer $x \in D$" e "Uma função f de domínio D é **ímpar** se, e somente se, $f(-x) = -f(x)$ para qualquer $x \in D$" (Paiva, 2015, p.121). Novamente, o aluno pode observar a importância da imagem $f(x)$ na construção da teoria. Para a **interpretação geométrica**, o autor relaciona a simetria do gráfico dessas funções em relação ao eixo Oy, no caso da função par, ou à origem O, no caso da função ímpar, conforme observamos na Figura 15.

Figura 15 – Interpretação geométrica da função par e da função ímpar



Fonte: Livro didático - Matemática: Paiva 1º ano, 2015, p.121

Para função composta, após uma situação-problema, Paiva define da seguinte forma: "Sejam A, B e C conjuntos não vazios e sejam as funções $f : A \to B$ e $g : B \to C$. A função $s : A \to C$ tal que $s(x) = g(f(x))$ é chamada de **função composta** de g em f. Indica-se essa composição por $g \circ f$ (lemos: g composta com f)" (Paiva, 2015, p.125).

Antes de finalizar o capítulo 3, o autor apresenta as funções inversas. Os conceitos de função injetora e sobrejetora são apresentadas seguindo a mesma dinâmica: situação-problema, definição, interpretação geométrica e contraexemplos. As definições algébricas são: "Uma função $f : A \to B$ é **injetora** se, e somente se, para quaisquer x_1 e x_2 do domínio de f, for obedecida a condição: $x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$" e "Uma função $f : A \to B$ é **sobrejetora** se, e somente se, para todo elemento y do conjunto B, existe x no conjunto A tal que $f(x) = y$" (Paiva, 2015, p.129,130). Em seguida apresenta a definição de **função bijetora** (Figura 16).

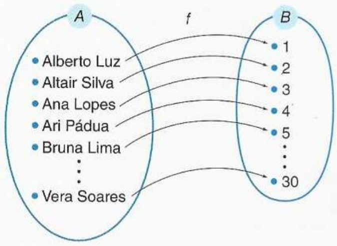
Figura 16 – Função bijetora

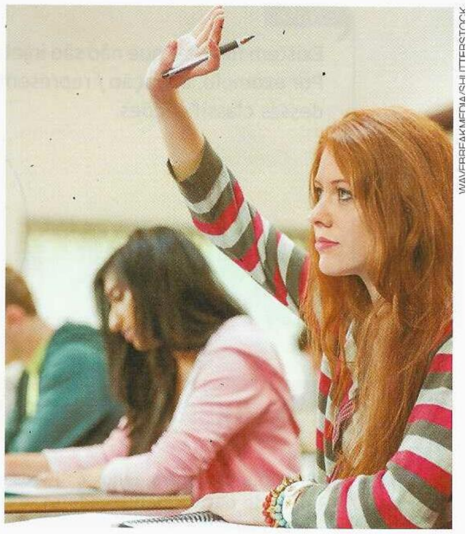
Função bijetora

Na lista de chamada de uma classe, o nome de cada um dos 30 alunos é associado a um único número natural não nulo, e não há dois alunos com um mesmo número:

Número	Nome
1	Alberto Luz
2	Altair Silva
3	Ana Lopes
4	Ari Pádua
5	Bruna Lima
...	...
30	Vera Soares

Sendo A o conjunto dos nomes dos alunos dessa turma e B o conjunto dos números naturais de 1 a 30, vamos considerar a função $f: A \to B$ que associa o nome de cada aluno ao seu número na lista de chamada.





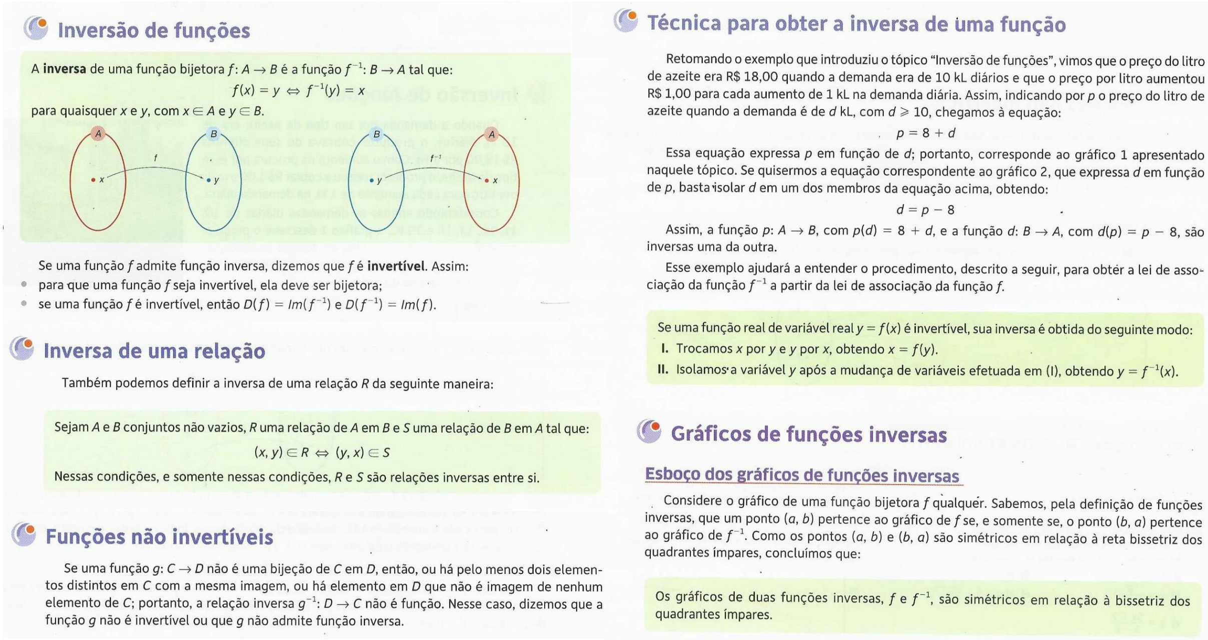
Como a função f é simultaneamente injetora e sobrejetora, dizemos que f é uma **bijeção** de A em B. Generalizando, definimos:

Uma função $f: A \to B$ é **bijetora** se, e somente se, f é injetora e sobrejetora.

Fonte: Livro didático - Matemática: Paiva 1º ano, 2015, p.131

Na seção das funções inversas, o autor divide a abordagem em cinco etapas: inversão de função, inversa de uma relação, funções não invertíveis, técnica para obter a inversa de uma função e gráficos de funções inversas. Conforme apresentado na Figura 17.

Figura 17 – Inversão de funções



Inversão de funções

A **inversa** de uma função bijetora $f: A \to B$ é a função $f^{-1}: B \to A$ tal que:

$$f(x) = y \Leftrightarrow f^{-1}(y) = x$$

para quaisquer x e y, com $x \in A$ e $y \in B$.

Se uma função f admite função inversa, dizemos que f é **invertível**. Assim:

- para que uma função f seja invertível, ela deve ser bijetora;
- se uma função f é invertível, então $D(f) = Im(f^{-1})$ e $D(f^{-1}) = Im(f)$.

Inversa de uma relação

Também podemos definir a inversa de uma relação R da seguinte maneira:

Sejam A e B conjuntos não vazios, R uma relação de A em B e S uma relação de B em A tal que:

$$(x, y) \in R \Leftrightarrow (y, x) \in S$$

Nessas condições, e somente nessas condições, R e S são relações inversas entre si.

Funções não invertíveis

Se uma função $g: C \to D$ não é uma bijeção de C em D, então, ou há pelo menos dois elementos distintos em C com a mesma imagem, ou há elemento em D que não é imagem de nenhum elemento de C; portanto, a relação inversa $g^{-1}: D \to C$ não é função. Nesse caso, dizemos que a função g não é invertível ou que g não admite função inversa.

Técnica para obter a inversa de uma função

Retomando o exemplo que introduziu o tópico "Inversão de funções", vimos que o preço do litro de azeite era R$ 18,00 quando a demanda era de 10 kL diários e que o preço por litro aumentou R$ 1,00 para cada aumento de 1 kL na demanda diária. Assim, indicando por p o preço do litro de azeite quando a demanda é de d kL, com $d \geqslant 10$, chegamos à equação:

$$p = 8 + d$$

Essa equação expressa p em função de d; portanto, corresponde ao gráfico 1 apresentado naquele tópico. Se quisermos a equação correspondente ao gráfico 2, que expressa d em função de p, basta isolar d em um dos membros da equação acima, obtendo:

$$d = p - 8$$

Assim, a função $p: A \to B$, com $p(d) = 8 + d$, e a função $d: B \to A$, com $d(p) = p - 8$, são inversas uma da outra.

Esse exemplo ajudará a entender o procedimento, descrito a seguir, para obter a lei de associação da função f^{-1} a partir da lei de associação da função f.

Se uma função real de variável real $y = f(x)$ é invertível, sua inversa é obtida do seguinte modo:
I. Trocamos x por y e y por x, obtendo $x = f(y)$.
II. Isolamos a variável y após a mudança de variáveis efetuada em (I), obtendo $y = f^{-1}(x)$.

Gráficos de funções inversas

Esboço dos gráficos de funções inversas

Considere o gráfico de uma função bijetora f qualquer. Sabemos, pela definição de funções inversas, que um ponto (a, b) pertence ao gráfico de f se, e somente se, o ponto (b, a) pertence ao gráfico de f^{-1}. Como os pontos (a, b) e (b, a) são simétricos em relação à reta bissetriz dos quadrantes ímpares, concluímos que:

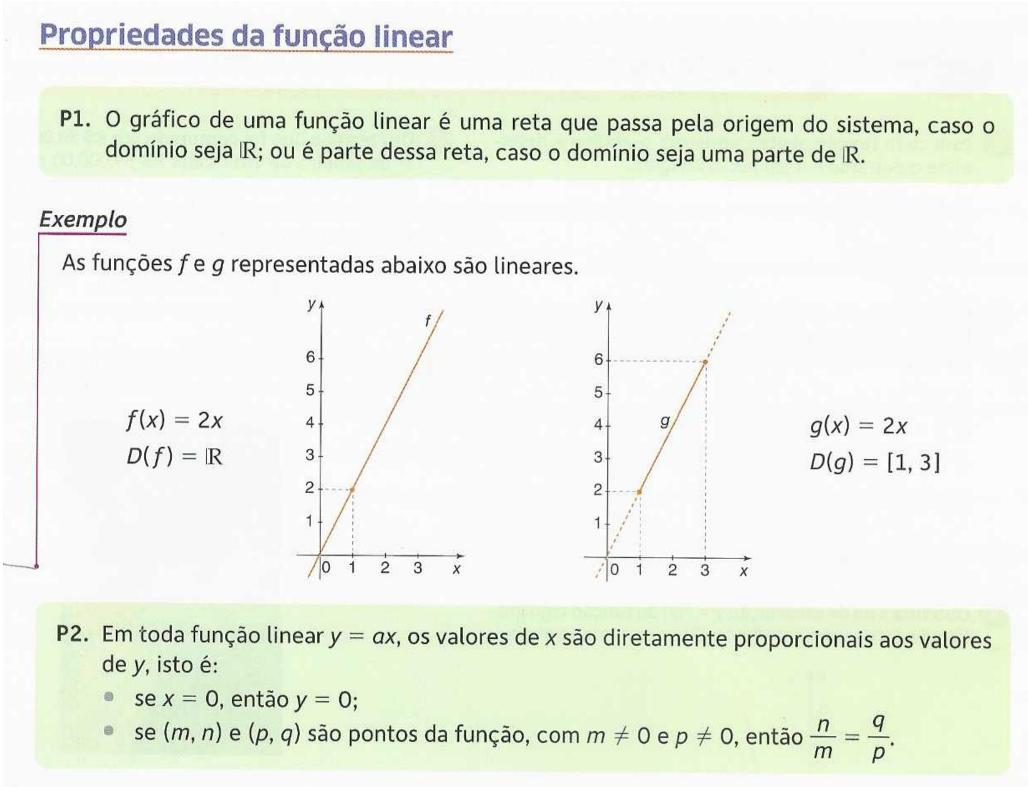
Os gráficos de duas funções inversas, f e f^{-1}, são simétricos em relação à bissetriz dos quadrantes ímpares.

Fonte: Livro didático - Matemática: Paiva 1º ano, 2015, p.135a140

Função afim e função quadrática, abordadas nos capítulos 4 e 5, respectivamente, foram conteúdos abordados no 9º ano do ensino fundamental II, então, será de grande importância para o estudo desta dissertação, analisar apenas quais itens foram acrescentados para uma ampliação e aprofundamento desses conteúdos.

No capítulo 4, sobre função afim, já de início, o autor define a função linear: "Toda função da forma $y = ax$, com $a \in R^*$, é chamada de **função linear**" (Paiva, 2015, p.154). Em seguida, apresenta as **propriedades da função linear** (Figura 18).

Figura 18 – Propriedades da função linear



Propriedades da função linear

P1. O gráfico de uma função linear é uma reta que passa pela origem do sistema, caso o domínio seja $\mathbb{R}$; ou é parte dessa reta, caso o domínio seja uma parte de $\mathbb{R}$.

Exemplo

As funções f e g representadas abaixo são lineares.

$f(x) = 2x$
$D(f) = \mathbb{R}$

$g(x) = 2x$
$D(g) = [1, 3]$

P2. Em toda função linear $y = ax$, os valores de x são diretamente proporcionais aos valores de y, isto é:

- se $x = 0$, então $y = 0$;
- se (m, n) e (p, q) são pontos da função, com $m \neq 0$ e $p \neq 0$, então $\frac{n}{m} = \frac{q}{p}$.

Fonte: Livro didático - Matemática: Paiva 1º ano, 2015, p.155

Na seção sobre variação da função afim, o autor destaca a proporcionalidade na função afim sendo uma ligação com a taxa de variação da função, abordada no capítulo 2. A Figura 19 mostra essa propriedade.

Figura 19 – Proporcionalidade na função afim - taxa de variação

Proporcionalidade na função afim – taxa de variação

Na introdução do item 4.1, vimos que o tanque de um automóvel continha inicialmente 10 L de combustível, aos quais foram acrescentados 20 L por minuto durante o período de abastecimento. Assim, nesse período, o volume de combustível no tanque, em litro, x minutos depois de iniciado o abastecimento, é dado pela função afim $y = 10 + 20x$. Vimos também que, nessa função, a variação dos valores de y é diretamente proporcional à variação dos valores correspondentes de x, isto é, $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ é constante.

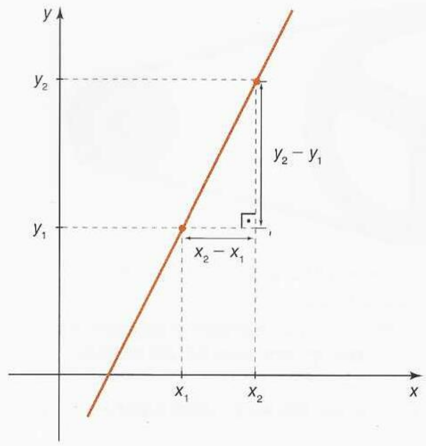
Esse fato, observado na função afim $y = 10 + 20x$, é uma particularidade da propriedade a seguir.

Em toda função da forma $y = ax + b$, com a e b reais e $a \neq 0$, a taxa média de variação de y em relação a x, quando x varia em qualquer intervalo, é igual à constante a, que é o coeficiente de x na função afim.

Demonstração

Na função afim $y = ax + b$, vamos considerar a variação de x de x_1 a x_2, com $x_1 < x_2$.

A variação correspondente de y é de $ax_1 + b$ a $ax_2 + b$.



Assim, temos:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{ax_2 + b - (ax_1 + b)}{x_2 - x_1} = \frac{ax_2 - ax_1}{x_2 - x_1} = \frac{a(x_2 - x_1)}{x_2 - x_1} = a$$

Como a taxa média de variação da função afim é constante, podemos chamá-la, simplesmente, de taxa de variação, omitindo a palavra média.

Observando que $\frac{\Delta y}{\Delta x} = a$, concluímos que $\Delta y = a \cdot \Delta x$; portanto, Δy em função de Δx é uma função linear. Por isso, dizemos que, em toda função afim da forma $y = ax + b$, os valores de x e y **variam linearmente**.

Fonte: Livro didático - Matemática: Paiva 1º ano, 2015, p.158

No capítulo 5, sobre função quadrática, observamos a mesma teoria apresentada no 9º ano, apenas com enriquecimento da notação técnica trabalhada nos capítulos 2 e 3 do livro em análise, tais como: domínio e imagem de uma função, e funções definidas por mais de uma sentença envolvendo funções quadráticas.

2 Metodologia

Neste capítulo, apresentamos a elaboração e o desenvolvimento de todas as atividades propostas no estudo desta dissertação. O objetivo principal do trabalho é propor uma sequência didática, para o início dos estudos da teoria de funções, direcionada aos docentes que pode ser aplicada para alunos do 1º ano do ensino médio.

Sequência didática, definida em várias pesquisas, é a maneira de articular diferentes atividades durante o ensino de um determinado conteúdo afim de assegurar o processo ensino-aprendizagem. À sequência de atividades, Zabala e Arnau (2014) acrescenta que “a sequência de atividades de ensino deve: permitir determinar os conhecimentos prévios que cada aluno tem em relação aos novos conteúdos de aprendizagem, ser adequada ao nível de desenvolvimento de cada aluno, fomentar atitudes favoráveis.” (Zabala e Arnau, 2014, p.132).

Em um estudo mais recente sobre sequência didática, Ugalde e Roweder (2020) concluem "As atividades organizadas em sequência didática, se bem planejadas, trazem propostas ricas para se desenvolver em sala de aula, possibilitando o professor apreender o conhecimento prévio do aluno, seu desempenho, além de visualizar o que ainda precisa ser trabalhado para que se concretize a aprendizagem"(Ugalde e Roweder, 2020, p.11). Nessa perspectiva, desenvolvemos as atividades para o estudo.

O estudo foi realizado no Colégio Militar de Brasília (CMB), e para tanto, seguimos as diretrizes do projeto pedagógico do SCMB, que é reconhecido pelo Ministério da Educação e Cultura (MEC) e subordinado à Diretoria de Educação Preparatória e Assistencial (DEPA).

Com o intuito de assegurar que a elaboração e o desenvolvimento das atividades não se afastassem do projeto pedagógico do SCMB, foi de suma relevância seguir as informações contidas nos documentos internos do sistema: o Caderno de Didática (CD) com metodologias diferenciadas, o Plano de Sequências Didáticas (PSD) com as competências e habilidades, o Plano de Execução Didática (PED) com os descritores, e as Normas para a Avaliação Escolar da Educação Básica (NAEEB) com as orientações para o processo de avaliação.

2.1 Planejamento da sequência didática

Iniciamos o planejamento da pesquisa em janeiro de 2023, precedendo a abertura do ano letivo do CMB, no mês de fevereiro. A princípio, teríamos um total de 4 turmas do 1º ano do ensino médio, totalizando um grupo de 120 alunos, mas devido ao remanejamento de turmas para novos docentes do CMB no ano de 2023, o público-alvo foi de 2 turmas, com um total de 65 alunos, do 1º ano do ensino médio, do CMB.

O conteúdo escolhido foi sobre a teoria de funções, abrangendo os seguintes tópicos: conceito de função, imagem de x pela função f, raiz de uma função, variação do sinal de uma função, gráfico de funções, taxa média de variação de uma função, funções definidas por mais de uma sentença, função par e função ímpar, função composta, inversão de funções, funções afins e funções quadráticas.

A pesquisa foi realizada durante as aulas regulares das duas turmas, no turno matutino, e ao longo do estudo, para o desenvolvimento das atividades pedagógicas, foram realizadas 21 aulas de 40 minutos cada, conforme o Quadro 1.

Quadro 1 – Quantitativo de aulas destinado à pesquisa

Aulas	Estratégia utilizada	Conteúdo estudado
01	Questionário individual	-
02 e 03	Avaliação diagnóstica	Conceitos de funções, funções afim e quadrática
04	Entrevista estruturada	Itens da avaliação diagnóstica
05	Tecnologia - Geogebra	Gráficos de funções
06 e 07	Estudo dirigido	Produto cartesiano, relação e função
08 e 09	Tecnologia - Geogebra	Domínio, imagem e intersecção com os eixos Ox e Oy
10 e 11	Aula expositiva	Imagem de uma função / Classificação quanto à paridade
12 e 13	Tecnologia - Geogebra	Classificações quanto à monotonicidade
14	Aula expositiva	Coordenadas do Vértice: valor máximo ou mínimo
15 e 16	Aula expositiva	Funções definidas por mais de uma sentença / Função composta
17 e 18	Estudo dirigido	Classificação quanto à injetividade, sobrejetividade / Função inversa
19 e 20	Avaliação diagnóstica	-
21	Questionário final	-

Fonte: A autora, 2023

Durante o desenvolvimento das atividades, existiram problemas comuns de uma escola, tais como: falta do aluno à aula, feriados, atividades extraclasse e aplicação de avaliações, contribuindo para que ocorressem mudanças ao longo das aulas e das realizações das atividades. Deste modo, houve uma alteração no que concerne ao quantitativo de alunos durante as aulas.

A fim de envolver os alunos no processo de elaboração da sequência didática, desde o início do ano letivo, foram elaboradas atividades semelhantes às que seriam aplicadas durante o estudo.

No primeiro dia de aula, foi realizado um questionário individual com o objetivo de conhecer o perfil do aluno, a relação e os pensamentos dos alunos com a disciplina de Matemática.

Para identificar o conhecimento prévio dos alunos sobre o conteúdo de funções adquiridos no 9º ano do ensino fundamental, foi elaborada uma matriz de descritores que serviu de orientação para a elaboração da avaliação diagnóstica e da entrevista estruturada, tornando a principal referência para propor as atividades durante a sequência didática.

Ao longo do estudo de funções, foram trabalhadas atividades com metodologias diferenciadas tais como: atividade com Geogebra, estudo dirigido e aula expositiva.

No final da sequência didática, foram elaborados uma nova avaliação diagnóstica e um questionário avaliativo sobre o processo de ensino-aprendizagem.

Nas próximas seções, descrevemos cada atividade citada anteriormente.

2.2 Atividades pedagógicas propostas na sequência didática

Nesta seção, mostramos a importância e a descrição de cada atividade pedagógica aplicada durante a sequência didática.

2.2.1 Questionário Individual (Perfil do aluno)

Na pesquisa de Pigato e Cangiani (2017), os autores ressaltam a importância do docente conhecer o perfil do seu aluno, mesmo que esteja ligada à gestão da escola como um todo, buscando as características físicas, socioeconômicas, ambiente familiar e educacional.

> É de fundamental importância para o educador conhecer o aluno, pois esse conhecimento é central nos processos de ensino e de aprendizagem, no entanto, essa não é uma tarefa fácil. Um planejamento educacional mais abrangente precisa considerar as necessidades individuais de cada aluno, de forma a potencializar o seu desenvolvimento. (Pigato e Cangiani, 2017, p.108)

Na pesquisa de Viana (2021), aplicou-se um questionário para os professores e para os alunos, com o objetivo de entender como este perfil é levado em consideração durante o processo de ensino-aprendizagem. Concluiu-se que "Assim se faz necessário que o professor conheça seu estudante para que possa alinhar sua metodologia à melhor forma de aprendizagem do estudante, visando assim a otimização do processo de ensino-aprendizagem" (Viana, 2017, p.17056).

Logo, conhecer o perfil do aluno torna-se fator importante para o processo de ensino-aprendizagem. Cada aluno tem sua peculiaridade e quando o profissional tem a percepção dessas peculiaridades, os ajustes em seu planejamento e em suas aulas são primordiais.

No SCMB, os alunos são oriundos de escolas públicas, outros de escolas privadas tanto do Distrito Federal quanto de outros Estados. O ingresso dos alunos ocorre de duas formas. Na primeira, os alunos devem ser dependentes de militares das Forças Armadas e das Forças Auxiliares, esses são amparados pelo Regulamento dos Colégios Militares (EB10-R-05.173), aprovado pela Portaria CEx nº 1.714, de 5 de abril de 2022. Na segunda, os alunos fazem o concurso de admissão que é realizado, anualmente, para o 6º ano do ensino fundamental II e para o 1º Ano do ensino médio. Os alunos oriundos desse processo de seleção são conhecidos como alunos concursados do Sistema. Sendo assim, o percentual maior de vagas concentra-se nos que são dependentes de militares e as demais vagas são ocupadas por aqueles que logram êxito nas provas de Língua Portuguesa e de Matemática, no concurso de admissão.

A maioria dos alunos começam seus estudos no 6º ano do ensino fundamental II, sendo considerado o portão de entrada ao SCMB. O Colégio Militar de Brasília tem em média 3.000 alunos, desses, 490 alunos compõem o 1º ano do ensino médio no ano de 2023, distribuídos em 15 turmas. Dentre essas turmas, o público-alvo do nosso estudo foram 2 turmas, com um total de 65 alunos.

Dessa forma, com o objetivo de entender o perfil desses alunos e suas experiências com o ensino da Matemática ao longo do ensino fundamental II, no início do ano letivo de 2023, elaboramos um questionário individual que foi dividido em 3 eixos: o perfil do aluno no SCMB, a relação do aluno com a disciplina de Matemática e a expectativa do aluno em relação ao 1º ano no ensino médio. O questionário completo está disponível no Anexo A.

Os dados obtidos no questionário também foram considerados para a elaboração das atividades pedagógicas propostas durante o estudo desta dissertação, e são analisados no Capítulo 3.

2.2.2 Avaliação Diagnóstica (AD)

Na NAEEB (2022), a avaliação diagnóstica é citada como uma das modalidades de avaliação prevista para cada ano letivo no SCMB.

> Art. 8o A Avaliação Diagnóstica (AD) é a modalidade de avaliação que tem por objetivo determinar o nível de desenvolvimento do discente em relação as habilidades cognitivas, físicas e motoras, e o nível de assimilação dos conteúdos de aprendizagem necessários para iniciar um assunto, disciplina e/ou curso. (NAEEB, 2022, p.7/71)
>
> § 1o A AD pode utilizar a heteroavaliação, autoavaliação e coavaliação e deve gerar providência imediata. (NAEEB, 2022, p.7/71)
>
> § 2o Como parte do processo de avaliação, a avaliação diagnóstica deverá ser executada no início das atividades de sala de aula. Deve ser prevista, obrigatoriamente, nos planos de aula (PA), na fase inicial das aulas como acionamento do conteúdo prévio (para introdução de novo objeto do conhecimento) ou como "feedback" da sessão anterior. (NAEEB, 2022, p.7/71)

Nas suas pesquisas, Regis (2015) considera como objetivo principal da avaliação diagnóstica

> ... identificar as características de aprendizagem do aluno com a finalidade de escolher a forma de trabalho mais acertada a tais peculiaridades. Ou seja, a avaliação diagnóstica evidencia os aspectos fortes e fracos de cada aluno, sendo capaz de precisar o ponto adequado de entrada em uma sequência da aprendizagem, o que permite a partir daí determinar o modo de ensino mais oportuno. (Regis, 2015, p.14)

No final da sua pesquisa a autora concluiu que: "É de fundamental importância este tipo de trabalho, o de diagnosticar os principais problemas de defasagem no ensino de Matemática enfrentados pelos alunos ingressantes no ensino médio. Certamente a realização de uma análise diagnóstica, antecipando e trazendo possibilidades de correção na defasagem dos conteúdos, deve trazer grandes benefícios a aprendizagem de Matemática dos alunos" (Regis, 2015, p.51). Reforçando a importância da avaliação diagnóstica para o ensino-aprendizagem e a prática pedagógica do docente.

Considerando as instruções do parágrafo 2º da NAEEB, ao longo do estudo, elaboramos duas avaliações diagnósticas. A primeira com o propósito de reconhecer os conteúdos assimilados pelos alunos no 9º ano do ensino fundamental II e conduzir as aulas com metodologias pedagógicas mais adequadas durante o conteúdo ministrado no 1º ano. No final, após todas as atividades aplicadas, foi elaborada uma segunda avaliação diagnóstica com o objetivo de detectar o nível de assimilação dos conteúdos trabalhados ao longo das aulas.

A elaboração das avaliações diagnósticas será apresentada na próxima subseção e os resultados obtidos nas duas avaliações diagnósticas serão analisados no próximo Capítulo.

2.2.2.1 Elaboração das avaliações diagnósticas

No SCMB, o currículo é materializado pelos Planos de Sequências Didáticas (PSD), que são compostos pela proposta filosófica da Área e da Disciplina, pelos eixos cognitivos, pela matriz de referência definindo as competências e as habilidades a serem aprendidas, pelos objetos do conhecimento designados para cada ano escolar e pela competência discursiva a ser trabalhada em cada trimestre.

Inseridos em cada PSD, os Planos de Execução Didática (PED) são documentos onde são detalhadas as sequências didáticas (SD) para a aprendizagem dos objetos do conhecimento (OC) e os descritores para o desenvolvimento das competências e das habilidades para cada ano escolar, em seus respectivos trimestres, tornando um documento essencial para o docente durante a elaboração das aulas. Os descritores fornecem para os docentes os objetivos específicos dentro de cada habilidade, tornando um suporte para a elaboração das questões em uma avaliação diagnóstica, formativa ou somativa.

No 9º ano, a teoria de funções é trabalhada na SD 6 (Introdução ao estudo das funções) e na SD 11 (Função polinomial do 2º grau), com os seguintes OCs: Relações, funções, domínio, contradomínio, conjunto imagem, valor de uma função, função injetora, função sobrejetora, função bijetora, função afim (zeros da função, crescimento e decrescimento, coeficiente angular e linear, construção do gráfico e estudo do sinal da função), função quadrática (definição, gráfico de uma função quadrática, ponto de mínimo e ponto de máximo de uma função quadrática, estudo do sinal da função quadrática), conforme o Quadro 2.

Quadro 2 – Objetos do conhecimento do 9º ano

9º ano do ensino fundamental	
SEQUÊNCIA DIDÁTICA	**OBJETO DO CONHECIMENTO**
Sequência didática 6 – Introdução ao estudo das funções	1. Relações e funções; 2. Domínio, contradomínio, conjunto imagem e valor de uma função; 3. Função injetora, sobrejetora e bijetora; 4. Função afim: zeros da função, crescimento e decrescimento, coeficiente angular e linear, construção do gráfico; 5. Estudo do sinal da função.
Sequência didática 11 – Função polinomial do 2º grau	1. Função quadrática: definição; 2. Gráfico de uma função quadrática; 3. Ponto de mínimo e ponto de máximo de uma função quadrática; 4. Estudo do sinal da função quadrática.

Fonte: PED do 9º ano - DEPA

Para a elaboração das avaliações diagnósticas, utilizamos o PSD do 1º ano do ensino médio, afim de selecionar as competências e as habilidades relacionadas à teoria de funções e para formar uma matriz de referência para a AD. O Quadro 3 apresenta essas habilidades e competências.

Quadro 3 – Competências e habilidades da matriz de referência do 1º ano

Competência	Habilidade
C1 – Reconhecer e utilizar adequadamente, na forma escrita e oral, símbolos, códigos e nomenclatura da linguagem científica	**H1** – Reconhecer e utilizar símbolos, códigos e nomenclaturas da linguagem matemática; por exemplo, ao ler embalagens de produtos, manuais técnicos, textos de jornais ou outras comunicações, compreender o significado de dados apresentados por meio de porcentagens, escritas numéricas, potências de dez, variáveis em fórmulas.
C2 – Ler, articular e interpretar símbolos e códigos em diferentes linguagens: sentenças, equações, esquemas, diagramas, tabelas, gráficos e representações geométricas	**H6** – Interpretar situações econômicas, sociais e das Ciências da Natureza que envolvem a variação de duas grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação com ou sem o apoio de tecnologias digitais.
C4 – Identificar em dada situação-problema as informações ou variáveis relevantes e possíveis estratégias para resolvê-la.	**H8** – Identificar os dados relevantes em uma dada situação-problema para buscar possíveis resoluções; por exemplo, em situações com uma diversidade de dados apresentados por meio de tabelas, gráficos, especificações técnicas, reconhecer as informações relevantes para uma dada questão que se busca resolver.
	H9 – Identificar as relações envolvidas e elaborar possíveis estratégias para enfrentar uma dada situação-problema; por exemplo, para obter uma dada distância, saber optar por medi-la diretamente, utilizar uma planta em escala, usar semelhança de figuras, fazer uso de propriedades trigonométricas ou utilizar um sistema de eixos cartesianos e abordar o problema através da geometria analítica.
	H10 – Frente a uma situação ou problema, reconhecer a sua natureza e situar o objeto de estudo dentro dos diferentes campos da Matemática, ou seja, decidir-se pela utilização das formas algébrica, numérica, geométrica, combinatória ou estatística
C5 – Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando recursos e estratégias como observação de padrões, experimentações e tecnologias digitais, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas	**H11** – Identificar regularidades em situações semelhantes para estabelecer regras, algoritmos e propriedades; por exemplo, perceber que todas as funções do segundo grau possuem o mesmo tipo de gráfico, o que implica propriedades de sinal, crescimento e decrescimento. Da mesma forma, ao identificar a regularidade de que é constante a soma dos termos equidistantes de uma progressão aritmética finita, estender essa propriedade a toda situação envolvendo progressões aritméticas e daí deduzir a soma de seus termos
C7 – Reconhecer, utilizar, interpretar e propor modelos explicativos para fenômenos ou sistemas naturais ou tecnológicos	**H22** – Interpretar, fazer uso e elaborar modelos e representações matemáticas para analisar situações; por exemplo, utilizar funções ou gráficos para modelar situações envolvendo cálculos de lucro máximo ou prejuízo mínimo; utilizar ferramentas da estatística e probabilidade para compreender e avaliar ou, ainda, optar entre modelos algébricos ou geométricos para obter determinadas medições de sólidos
C8 – Articular, integrar e sistematizar fenômenos e teorias dentro de uma ciência, entre as várias ciências e áreas de conhecimento	**H27** – Reconhecer relações entre a Matemática e outras áreas do conhecimento, percebendo sua presença nos mais variados campos de estudo e da vida humana, seja nas demais ciências, como a Física, Química e Biologia, seja nas ciências humanas e sociais, como a Geografia ou a Economia, ou ainda nos mais diversos setores da sociedade, como na agricultura, na saúde, nos transportes e na moradia.

Fonte: PSD do 1º ano - DEPA

Observamos que as competências e as habilidades do 1º ano seguem as diretrizes da BNCC no sentido de ampliar e aprofundar os conteúdos prévios do ensino fundamental II, como destacado na Introdução desta dissertação.

No 1º ano, a teoria de funções contemplada nesta dissertação é trabalhada nas SDs 2, 3 e 4, abordando todos os OCs ministrados no 9º ano do ensino fundamental II. O Quadro 4 relaciona todos os OCs do 1º ano em estudo.

Quadro 4 – Objetos do conhecimento do 1º ano

1º ano do ensino médio	
SEQUÊNCIA DIDÁTICA	**OBJETO DO CONHECIMENTO**
Sequência didática 2 – Funções: Conceitos e generalidades	1. Produto cartesiano, relação e função; 2. Gráficos de funções; 3. Classificações: quanto a monotonicidade, injetividade, sobrejetividade e paridade; 4. Composição de funções e funções inversas; 5. Função definida por mais de uma sentença: análise de gráficos.
Sequência didática 3 – Função afim	1. Definição e estudo dos coeficientes; 2. Gráfico e zero da função; 3. Estudo dos sinais e inequações; 4. Inequação produto e quociente; 5. Situações-problema.
Sequência didática 4 – Função quadrática	1. Definição e estudo dos coeficientes; 2. Estudo dos gráficos; 3. Coordenadas do vértice: valor máximo ou mínimo e imagem; 4. Estudo dos sinais e inequações; 5. Inequação produto e quociente; 6. Situações-problema.

Fonte: PED do 1º ano - DEPA

Ao analisar os objetos do conhecimento do 9º ano e do 1º ano, fizemos uma correlação de quais descritores do 1º ano poderiam ser inclusos na AD. Assim, criamos uma matriz de referência para a elaboração da avaliação diagnóstica, pois entendemos que o conhecimento prévio do aluno é fundamental para um planejamento mais eficiente das aulas.

O Quadro 5 relaciona as competências, as habilidades e os descritores referentes a cada item que compõe a AD aplicada como parâmetro para as aulas, sobre função, que foram ministradas.

Quadro 5 – Matriz de referência das avaliações diagnósticas

Item	Competência	Habilidade	Descritor
1	C1	H1	D34 – Reconhecer um produto cartesiano
2	C1	H1	D35 – Reconhecer relações ente dois conjuntos
3	C1	H1	D36 – Compreender uma função através de diagramas, gráficos e sentença matemática
4	C1	H1	D37 – Identificar os elementos do domínio, contradomínio e imagem de uma função
5	C1	H1	D42 – Compreender as características de uma função: injetora, sobrejetora e bijetora
6	C2	H6	D43 – Representar no plano cartesiano o gráfico das funções
7	C2	H6	D45 – Classificar as funções em injetora, sobrejetora e bijetora
8	C7	H22	D52 – Analisar o gráfico de uma função
9	C7	H22	D54 – Determinar o valor numérico de uma função
10	C1	H1	D38 – Reconhecer relações entre grandezas variáveis dadas por gráficos, tabelas e fórmulas
11	C2	H6	D44 – Representar uma situação-problema que envolve duas grandezas por tabelas ou gráficos
12	C4	H10	D47 – Interpretar uma situação-problema descrita por meio de uma função
13	C5	H11	D48 – Identificar as variáveis existentes numa situação-problema e a relação entre elas

Fonte: PED do 1º ano - DEPA

Com a matriz de referência finalizada, elaboramos as duas avaliações diagnósticas, composta por 13 itens de múltipla escolha, com 5 alternativas cada. A AD1 está disponível no Anexo B e a AD2 no Anexo C.

O desempenho dos alunos em cada avaliação foi analisado e será discutido no Capítulo 3.

2.2.3 Mostra da Avaliação Diagnóstica 1

Pela NAEEB, Art. 103, "A mostra das provas formais é um direito do discente porque, a partir da releitura e da correção realizada com a turma, é possível detectar aspectos que ainda precisam ser revistos" (NAEEB, 2022, p.30/71).

Muitos alunos não se preocupam com a mostra das avaliações e às vezes não sabem nem questionar sobre a correção. Visando um melhor aproveitamento desse momento, resolvemos elaborar uma entrevista estruturada adaptada à AD1.

Analisando pesquisas sobre o tema, entrevista estruturada, Gladcheff (2003), acredita-se que "Uma entrevista estruturada pode ser utilizada quando se desejam informações específicas de um conteúdo e de um problema, resultando em dados mais úteis para uma Base de Conhecimento [...]" (Gladcheff, 2003, p.135).

Ainda no artigo de Gladcheff, a autora descreve as fases de uma entrevista estruturada: planejamento, começo, corpo, fechamento e follow up. Na fase do planejamento, apresenta os tipos de questões que podem ser usadas durante a entrevista.

> A entrevista pode seguir uma técnica de seqüência de questões. As mais apropriadas incluem as seqüências funil e funil invertida. A seqüência funil começa com perguntas abertas e termina com perguntas fechadas e mais restritas. A ligação das idéias é mais facilmente estabelecida e permite que as respostas sejam avaliadas para que as perguntas seguintes sejam refinadas. A seqüência funil invertida é o oposto da funil, ou seja, começa com perguntas fechadas e restritas e termina com perguntas abertas. Ela permite que a sessão de entrevista seja finalizada com uma generalização ou exposição e um sumário por parte do Especialista do Domínio. (Gladcheff, 2003, p.135,136)

Portanto, com o intuito de fornecer uma mostra mais eficiente da AD1 e obter um norte para as atividades que seriam propostas durante as aulas seguintes, elaboramos uma entrevista estruturada, usando a técnica funil invertida e com os seguintes objetivos: analisar os itens com questionamentos que façam o aluno refletir sobre o seu próprio estudo, questionar as definições e os significados da teoria que estão sendo relacionados e propor um novo questionamento, afim de incentivar o aluno a desenvolver novas formas de resolução.

Na aula seguinte à aplicação da AD1, os alunos responderam essa entrevista estruturada individualmente e com um tempo de 30 minutos para a sua conclusão. Os itens da entrevista, disponível no Anexo D, eram compostos com questões objetivas e finalizavam com uma ou duas questões discursivas (Anexo D). Não foi possível elaborar uma entrevista estruturada da AD2, pois tínhamos um curto tempo para finalizar o trimestre letivo das turmas.

Uma análise mais detalhada da entrevista, será apresentada no Capítulo 3.

2.2.4 Aula expositiva

Por que uma aula expositiva? No Caderno de didática, documento publicado pela DEPA (2023, p.44), a aula expositiva "é uma exposição do conteúdo, com a participação ativa dos estudantes, cujo conteúdo prévio deve ser considerado e pode ser tomado como ponto de partida."

A descrição acima define uma aula expositiva dialogada, metodologia que também é defendida pelos pesquisadores na área da didática quando descrita em seus livros.

Libâneo (2006), afirma ser um procedimento necessário, desde que o docente consiga mobilizar a atividade interna do aluno de concentrar-se e de pensar, e a combine com outros procedimentos, como o trabalho independente, a conversação e o trabalho em grupo.

Haydt (2011), descreve a exposição aberta ou dialogada, onde o docente dialoga com a classe, ouvindo o que o aluno tem a dizer, fazendo perguntas e respondendo às dúvidas dos alunos.

Piletti (2004), define a aula expositiva, na posição de diálogo, como um simples pretexto para desencadear a participação dos alunos, podendo haver contestação, pesquisa e discussão, sempre que oportuno e necessário.

Assim, durante o período do estudo, elaboramos 5 aulas expositivas, em que a participação dos alunos era ativa e essencial para a explicação do conteúdo. A escolha dos conteúdos selecionados para essas aulas seguiu os mesmos critérios e procedimentos que são destacados por Piletti (2011), sobre a utilização da aula expositiva pelo docente.

> Procurar manter os alunos em atitude reflexiva, propondo, de tempo em tempo, questões que exijam raciocínio, com apresentação de situações problemáticas, relacionadas com o tema;
> Utilizar gravuras, gráficos ou painéis que melhor ilustrem o tema apresentado;
> Promover exercícios rápidos e objetivos;
> Efetuar recapitulações das noções apresentadas para facilitar a compreensão de outras que virão a seguir;
> Explorar as vivências dos alunos para enriquecer ou comprovar a exposição.
>
> (Piletti, 2011, p.106)

O Quadro 6 elenca os conteúdos trabalhados em cada aula expositiva.

Quadro 6 – Aula expositiva

Aulas	Conteúdo	Anexo
10 e 11	Imagem de uma função / Classificação quanto à paridade	E1 e E2
14	Coordenadas do Vértice: valor máximo ou mínimo	E3 e E4
15 e 16	Funções definidas por mais de uma sentença / Função composta	E5 e E6

Fonte: A autora, 2023

Os planos e os roteiros das aulas expositivas estão disponíveis no Anexo E.

2.2.5 Estudo Dirigido

No Caderno de didática (DEPA, 2023, p.47), "Estudo Dirigido é o ato de estudar sob a orientação e diretividade do professor, visando sanar dificuldades específicas". Essa metodologia exige uma autonomia maior dos alunos, afim de desenvolver as atividades baseadas nos conteúdos prévios e/ou leitura do material adotado pelo docente.

Essa ação também é defendida por Haydt (2011), quando ele relaciona os objetivos do estudo dirigido:

> Desenvolver técnicas e habilidades de estudo, ajudando o aluno a aprender as formas mais adequadas e eficientes de estudar cada área do conhecimento;
> Promover a aquisição de novos conhecimentos e habilidades, ajudando o aluno no processo de construção do conhecimento;
> Oferecer aos alunos um roteiro ou guia de estudos contendo questões, tarefas ou problemas significativos que mobilizem seus esquemas operatórios de pensamento, contribuindo para o aperfeiçoamento das operações cognitivas;
> Desenvolver nos alunos uma atitude de independência frente à aquisição do conhecimento e favorecer o sentimento de autoconfiança pelas tarefas realizadas, por meio da própria atividade e do esforço pessoal.
>
> (Haydt, 2011, p.123)

Com essas finalidades e utilizando os dados da análise do perfil dos alunos sobre o estudo da Matemática por intermédio da leitura do livro didático, elaboramos dois estudos dirigidos contemplando os conteúdos da teoria de funções, conforme o Quadro 7.

Quadro 7 – Estudo dirigido

Aulas	Conteúdo	Anexo
06 e 07	Produto cartesiano, relação e função	F1 e F2
17 e 18	Classificação quanto à injetividade, sobrejetividade / Função inversa	F3 e F4

Fonte: A autora, 2023

Para a elaboração dos estudos dirigidos, utilizamos o livro didático adotado pelo CMB, no 1º ano do ensino médio, do autor Manoel Paiva, analisado no Capítulo 1.

2.2.6 Atividades com o Geogebra

O uso do Geogebra na sala de aula tem sido tema de várias pesquisas na área da educação. Pesquisas que apresentam diferentes maneiras de empregá-lo, assumindo diferentes papéis na relação aluno e conhecimento, sejam em atividades desenvolvidas no computador ou no smartphone.

Na pesquisa de Flores (2018), a autora utiliza o aplicativo Geogebra no computador para visualizar situações-problemas com o auxílio dos gráficos das funções em estudo. Nas conclusões, Flores aponta a importância do conhecimento matemático na utilização do aplicativo, afim do aluno detectar seu próprio erro na resolução dos problemas.

José Ricardo de Souza Araújo, na sua pesquisa, em 2015, concluiu que os objetos digitais de aprendizagem são fundamentais para a facilitação da aprendizagem do aluno, podendo ser utilizado como suporte ao processo de ensino do professor de Matemática, tornando a aula mais dinâmica.

Nogueira (2019), em seu estudo, tinha como objetivo, abrir mais uma porta para o conhecimento, oferecendo, desde cedo, aos alunos um apoio, uma ferramenta de consulta confiável, que auxilia na visualização e interpretação dos conceitos, facilitando o entendimento da solução.

Em uma pesquisa mais recente, Nunes (2020) busca construir figuras geométricas interativas para uma melhor visualização do formato através da mudança dos parâmetros. Nunes, concluiu que o aplicativo Calculadora Gráfica Geogebra, deve ser ferramenta pedagógica básica para o uso do professor de Matemática com o aluno, uma vez que o mesmo proporciona e facilita o entendimento de vários conteúdos em sala de aula, além de aproveitar de uma forma útil e mais proveitosa o celular que tanto desgasta a atuação do professor em sala de aula.

Com base nesses estudos, foram elaboradas atividades utilizando o aplicativo Calculadora Gráfica Geogebra para smartphones, envolvendo gráficos de funções, conforme o Quadro 8. Devido ao número limitado de aulas para o desenvolvimento das atividades, não foi elaborado atividades interativas.

Quadro 8 – Tecnologia - Geogebra

Aulas	Conteúdo	Anexo
05	Gráficos de funções	G1 e G2
08 e 09	Domínio, imagem e intersecção com os eixos Ox e Oy	G3 e G4
12 e 13	Classificações quanto à monotonicidade	G5 e G6

Fonte: A autora, 2023

No primeiro momento, durante a aula 5, os alunos tiveram uma apresentação de diferentes “Apps” e páginas na internet que poderiam ajudá-los em casa durante um estudo ou resolução de exercícios. No segundo momento, eles foram desafiados a construir vários gráficos usando o aplicativo do Geogebra em sala de aula e em grupo (Anexo G2), finalizando com uma discussão sobre o que eles já tinham visto no 9º ano. A Figura 20 mostra o primeiro item dessa atividade utilizando o Geogebra no smartphone.

Figura 20 – Construção de gráficos utilizando o Geogebra

1. Utilize os aplicativos e construa os gráficos das funções abaixo:

(a) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$

(b) $f(x) = -x^5 + 6x^3 - 4x^2$

(c) $f(x) = x^2 + 5x - 6$

(d) $f(x) = -2x + 4$

(e) $f(x) = |3^x + 1|$

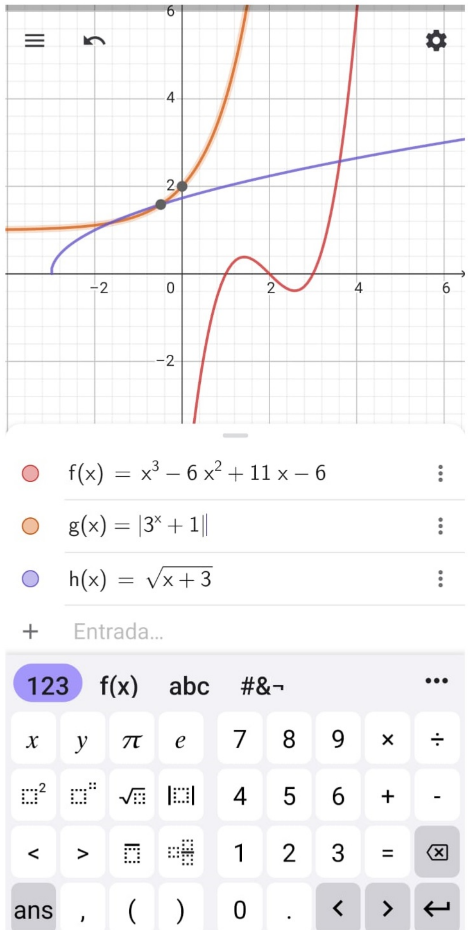
(f) $y = \frac{x^2+x+1}{x}$

(g) $y = \frac{x}{x^2-6x+8}$

(h) $f(x) = \sqrt{x+3}$

(i) $f(x) = \ln(x-5)$

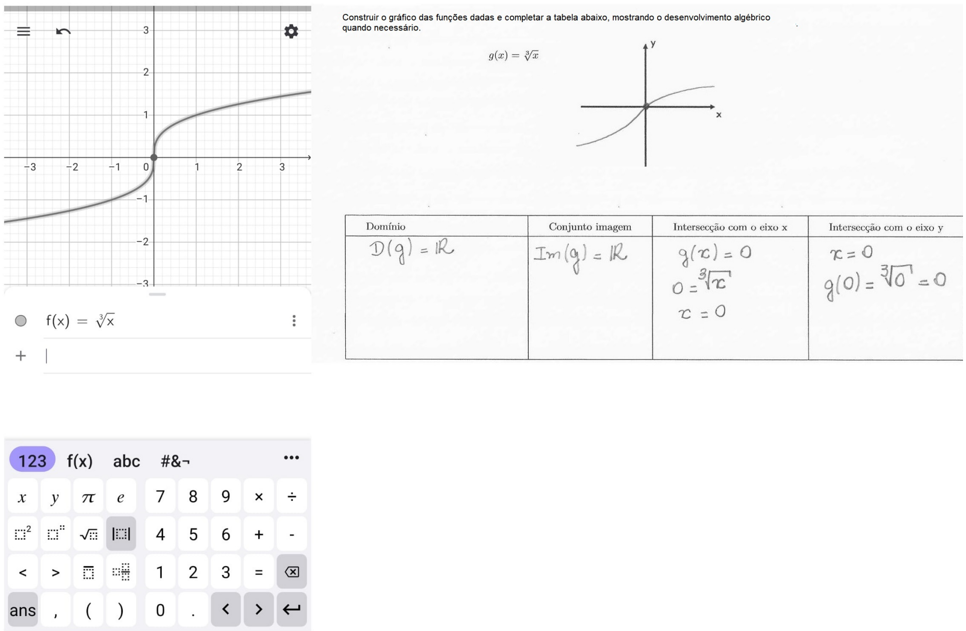
(j) $f(x) = \frac{1}{x^2}$



Fonte: A autora, 2023

Na atividade 01 (Anexo G4) , aulas 8 e 9, os alunos usaram o Geogebra para construir gráficos de variadas funções e representar o domínio, o conjunto imagem e as intersecções com os eixos x e y através de símbolos matemáticos e/ou desenvolvimento algébrico. A atividade foi desenvolvida em grupo e revisou o conteúdo estudado anteriormente. A construção de gráficos no Geogebra auxilia o aluno na verificação das respostas obtidas algebricamente. Um exemplo é dado na Figura 21.

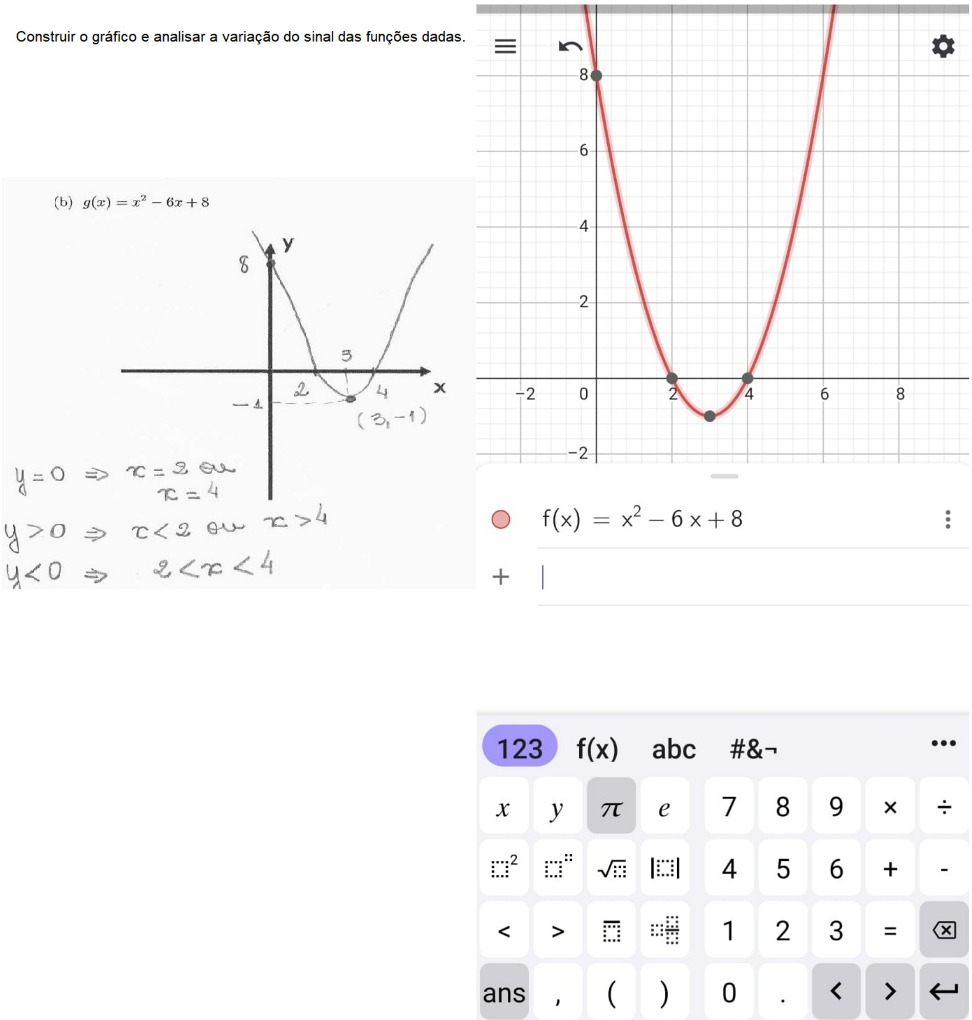
Figura 21 – Análise de gráficos utilizando o Geogebra



Fonte: A autora, 2023

Utilizando o conteúdo estudado no 9º ano sobre variação do sinal de uma função afim e quadrática, nas aulas 12 e 13 (Anexo G6), no desenvolvimento da atividade 2, os alunos teriam que determinar a variação do sinal e a variação de uma função utilizando a notação de intervalos ou conjunto, através de gráficos construídos pelo Geogebra. A Figura 22 mostra um item da variação do sinal.

Figura 22 – Variação do sinal e a variação de uma função utilizando o Geogebra



Fonte: A autora, 2023

Ao todo foram 5 aulas que exigiram dos alunos o uso específico do Geogebra. Mas, durante as resoluções de exercícios em sala ou casa, os alunos foram incentivados a usar o aplicativo para confirmar resultados, construir gráficos das situações-problemas e conhecer os gráficos das funções estudadas nas aulas.

3 Análise de Dados

Neste capítulo, apresentamos a análise dos dados obtidos das atividades propostas na nossa sequência didática. Iniciamos com a análise do questionário individual, no qual apresenta o perfil do aluno e sua relação com a Matemática. Após, analisamos os resultados obtidos nas avaliações diagnósticas 1 e 2, as respostas obtidas na entrevista estruturada e por último, a análise dos dados do questionário final, no qual os alunos fizeram uma avaliação das atividades pedagógicas propostas durante a sequência didática.

3.1 Análise do questionário individual

O questionário individual foi elaborado com 9 perguntas divididas em 3 eixos: o perfil do aluno no SCMB, a relação do aluno com a disciplina de Matemática e a expectativa do aluno em relação ao 1º ano no ensino médio. Os dados serão analisados nas subseções seguintes e a versão completa do questionário está disponível no Anexo A.

No início do ano letivo, quando a atividade foi realizada, houve a participação de 63 alunos.

3.1.1 Perfil do aluno no SCMB

Para obter o perfil do aluno, no questionário foram feitas perguntas tais como: se o aluno era amparado ou concursado, em que ano escolar ingressou no CMB, se frequentou escola pública ou particular antes de ingressar no CMB, se já foi reprovado em algum ano escolar e se faz cursinho fora do CMB, conforme Figura 23.

Figura 23 – Questões relativas ao perfil do aluno

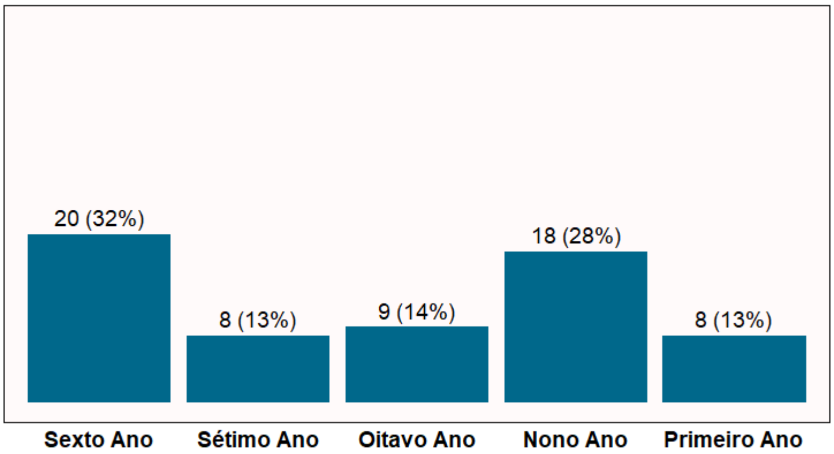
1. Você é um aluno:
   ( ) Amparado ( ) Amparado e transferido ( ) Concursado ( ) Concursado e transferido
2. Qual ano de ingresso no CMB? __________
3. Em que Ano Escolar você entrou? ( ) 6º ano ( ) 7º Ano ( ) 8º Ano ( ) 9º Ano ( ) 1º Ano
4. Antes do CMB, você estudou em uma escola: ( ) Pública ( ) Particular
5. Já foi reprovado em algum Ano Escolar? ( ) Não ( ) Sim Qual Ano Escolar? __________
6. Você faz cursinho fora do CMB? ( ) Não ( ) Sim Onde? __________

Fonte: A autora, 2023

Dentre os alunos que participaram da pesquisa, em resposta ao item 1, 59 (94%) alunos são amparados. Como mencionado anteriormente, esses são alunos dependentes de militares das Forças Armadas ou das Forças Auxiliares.

O item 2 mostrou que os alunos ingressaram no CMB entre os anos de 2019 a 2023. O Gráfico 1 mostra o resultado do item 3, no qual percebemos que 26 alunos ingressaram no 9º e 1º anos. Então, esses alunos entraram no CMB em 2022 e 2023, cursando a maior parte do ensino fundamental II em outra escola.

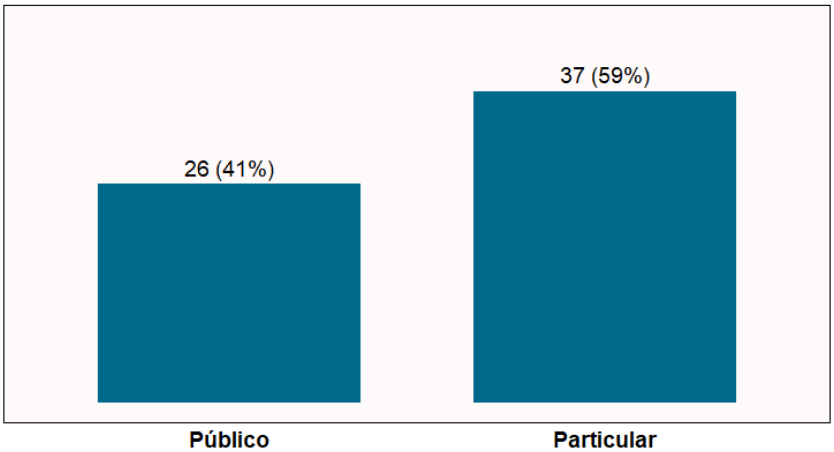
Gráfico 1 – Ano escolar de ingresso no CMB



Fonte: A autora, 2023

O Gráfico 2 mostra a quantidade de alunos oriundos de escola pública ou de escola particular.

Gráfico 2 – Escola estudada antes de ingressar no CMB



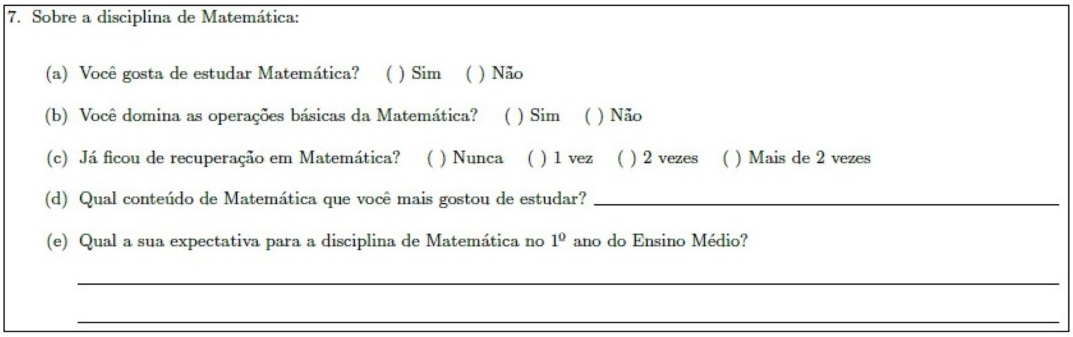
Fonte: A autora, 2023

Os dois fatos são considerados importantes quando se volta no tempo. Entre os anos de 2019 e 2022, tivemos a pandemia da Covid19, acarretando prejuízo na formação educacional dos alunos devido ao longo período que as escolas ficaram sem aula ou tiveram aulas no modo remoto. Por conseguinte, esses alunos ficaram com lacunas no processo de ensino-aprendizagem, o que acarretou em prejuízo no que diz respeito aos conteúdos mais significativos e que são pré-requisitos necessários para iniciarem o ensino médio. Apesar dessa lacuna, apenas 1 aluno foi reprovado ao longo desses anos. Em resposta ao item 6, 12 (20%) alunos frequentam cursinhos fora do CMB, acarretando um acréscimo na carga horária semanal de estudos.

3.1.2 Relação do aluno com a disciplina de Matemática

Após conhecer a trajetória dos alunos, queríamos identificar o nível de relação do aluno com a disciplina de Matemática fazendo-lhes algumas perguntas. Na Figura 24, observamos as perguntas que os alunos responderam referente à relação com a disciplina de Matemática.

Figura 24 – Relação do aluno com a disciplina de Matemática


7. Sobre a disciplina de Matemática:

(a) Você gosta de estudar Matemática? ( ) Sim ( ) Não

(b) Você domina as operações básicas da Matemática? ( ) Sim ( ) Não

(c) Já ficou de recuperação em Matemática? ( ) Nunca ( ) 1 vez ( ) 2 vezes ( ) Mais de 2 vezes

(d) Qual conteúdo de Matemática que você mais gostou de estudar? ____________________

(e) Qual a sua expectativa para a disciplina de Matemática no 1º ano do Ensino Médio?

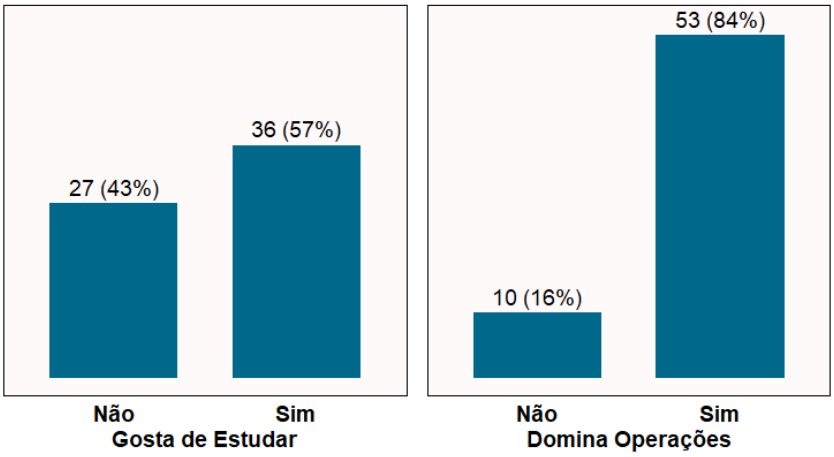
____

____

Fonte: A autora, 2023

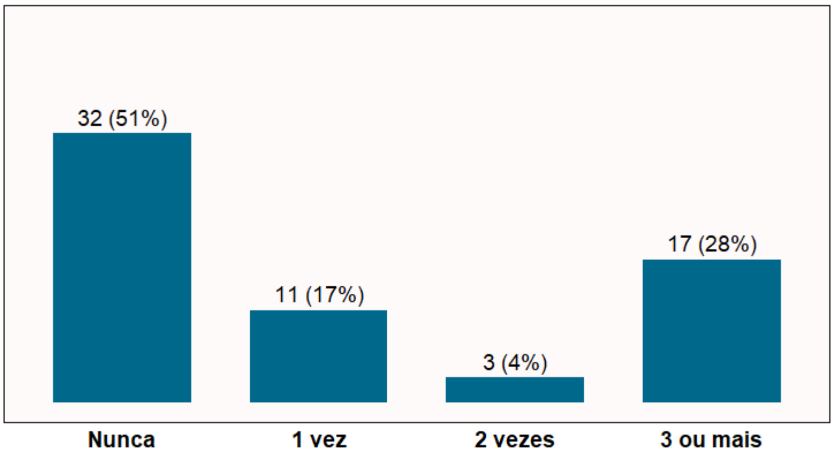
Os Gráficos 3 e 4 mostram o quantitativo das respostas obtidas aos itens 7a, 7b e 7c.

Gráfico 3 – Estudo e domínio das operações básicas em Matemática



Fonte: A autora, 2023

Gráfico 4 – Recuperação em Matemática



Fonte: A autora, 2023

Dos 63 alunos que responderam ao questionário, 27 (42%) alunos não gostam de Matemática, 10 (16%) não dominam as operações básicas e 20 (32%) alunos já ficaram de recuperação pelo menos 2 vezes. Esses dados mostram uma aversão adquirida à Matemática, supostamente, durante o ensino fundamental II, fato conhecido pelos docentes em qualquer escola. Logo, as atividades desenvolvidas durante o estudo tinham o objetivo de tentar retomar o interesse dos alunos pela Matemática.

No item 7d, os alunos listaram os conteúdos que mais gostaram de estudar, abrangendo várias áreas da Matemática, tais como: equações do 1º e do 2º grau, teorema de Pitágoras, números irracionais, teorema de Thales, geometria, operação básica, notação científica, fração e funções.

Em resposta ao item 7e, sobre sua expectativa em relação à disciplina de Matemática no ensino médio, alguns alunos referiam-se as expectativas pessoais tais como: “não pirar”, “tentar melhorar”, “esforçar”, “não ter dificuldades”, “estudar”, “entender a matéria” e “dedicação”. Outros, consideraram a disciplina de Matemática como “difícil” e “conteúdos chatos e complexos”. E tem ainda, os que se preocupam em tirar notas boas, manter o destaque entre os colegas e aprofundar na disciplina do 9º ano. Ainda nesse item, 2 alunos tinham o interesse em aprofundar no conteúdo. Eles escreveram: “Melhorar a minha interpretação do mundo por meio dos números” e “Aprofundar função e geometria”.

No item 8, os alunos responderam sobre suas rotinas e sobre os métodos utilizados durante o estudo da disciplina de Matemática (Figura 25).

Figura 25 – Sobre o estudo da disciplina de Matemática

8. Sobre o estudo da disicplina de Matemática:

   (a) Com que frequência você estuda Matemática? ( ) Diariamente ( ) 2 a 4 vezes por semana ( ) Raramente ( ) Só quando tem provas

   (b) Como você estuda? ( ) Lendo o livro didático ( ) Lendo o livro didático e resolvendo exercícios ( ) Resolvendo exercícios

   (c) Você tem apoio em casa para estudar? ( ) Não ( ) Sim Quem? ________________

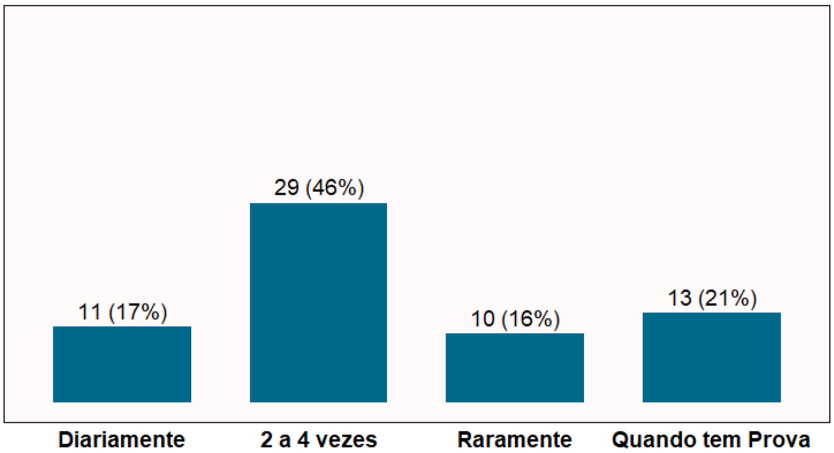
   (d) Gosta de assistir videoaulas pela internet? ( ) Sim ( ) Não

   (e) Conhece algum aplicativo de Matemática para ajudar nos estudos? ( ) Não ( ) Sim Qual? ____________

Fonte: A autora, 2023

Pelo Gráfico 5, observamos que 40 (63%) alunos se dedicam semanalmente ao estudo da disciplina, comportamento que facilitaria a elaboração de atividades pedagógicas com um roteiro pré-definido.

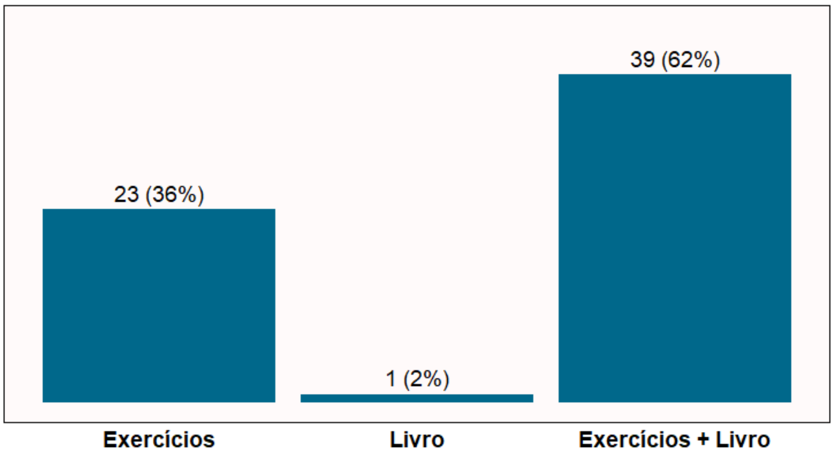
Gráfico 5 – Frequência que estuda Matemática



Fonte: A autora, 2023

No item 8b, os alunos responderam sobre o método de estudo. Conforme observamos no Gráfico 6, 40 (63%) alunos gostam de resolver exercícios com o auxílio do livro didático. Assim, já sabíamos que o livro seria um dos nossos aliados para as atividades.

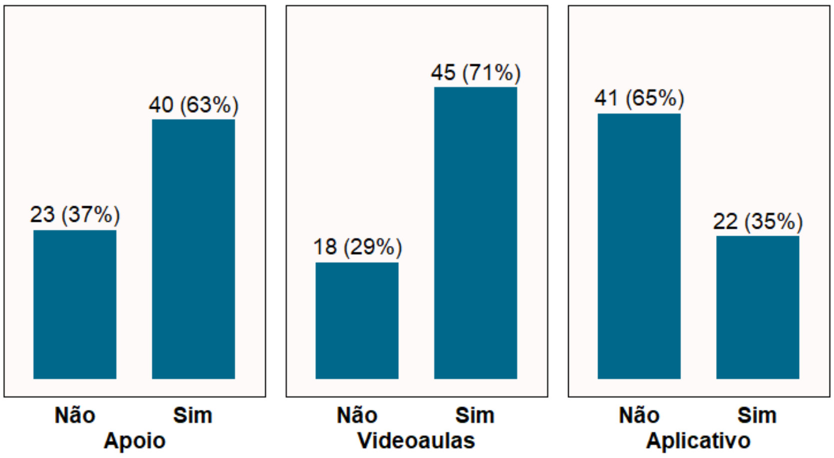
Gráfico 6 – Como o aluno estuda o conteúdo de Matemática



Fonte: A autora, 2023

O Gráfico 7, mostra as respostas dos itens 8c, 8d e 8e, finalizando assim as perguntas do questionário individual sobre a relação do aluno com a disciplina de Matemática.

Gráfico 7 – Auxílio nos estudos



Fonte: A autora, 2023

Analisando o Gráfico 7, observamos que a maioria dos alunos tinham apoio em casa e gostavam de videoaulas. No último item, apenas 22 (35%) alunos conheciam algum aplicativo para auxiliar nos estudos. Os alunos citaram o Photomath, Khan academy e Qconcursos, mostrando que não conheciam o aplicativo do Geogebra.

3.1.3 Expectativa do aluno no 1º ano do ensino médio

No final, os alunos tiveram de responder sobre a expectativa em relação ao 1º ano do ensino médio, o que eles esperavam de um ano letivo repleto de novidades. A pergunta está na Figura 26.

Figura 26 – Expectativa do aluno no 1º ano do ensino médio

9. Sobre o 1º Ano do Ensino Médio:

(a) Você está entusiasmado? ( ) Sim ( ) Não

(b) Qual a sua expectativa para o ano de 2023?

____

____

____

Fonte: A autora, 2023

Todos os alunos se expressaram de alguma forma, seja sobre os estudos, seja sobre fatos pessoais. Em sua maioria, os alunos mostraram bastante receio dos conteúdos do 1º ano e uma preocupação em dedicar-se bastante aos estudos para obterem boas notas, tendo como objetivo final, não ser reprovado.

Esses medos e receios puderam ser observados em algumas falas, conforme descrevemos a seguir.

> “Conseguir me superar nos estudos, tirar boas notas, ser produtiva e conciliar todas as matérias da escola com outros afazeres”.

> “Minhas expectativas são que o ano seja legal e sem muitas dificuldades. Espero gostar das novas matérias do 1º ano”.

> “De poder me reinventar em metas pessoais, adquirir o máximo de conhecimento e aplicá-los e poder tirar os meus defeitos”.

> “Espero um ano de muitas mudanças, e espero que esse seja um processo bem divertido com Jesus. Novas amizades e novas experiências”.

3.2 Análise das avaliações diagnósticas

Como mencionado no Capítulo 2, as avaliações diagnósticas foram aplicadas com finalidades diferentes no decorrer do estudo. A AD1 foi aplicada a fim de avaliar o conhecimento prévio do aluno e a AD2 com o objetivo de avaliar o processo de ensino-aprendizagem no final do período de estudo. Participaram dessas atividades 57 alunos, sendo 27 (47%) alunos da turma 1 e 30 (53%) alunos da turma 2.

Para compreender melhor a análise dos dados e a aplicação delas nas atividades propostas, foi feita uma calibração nos itens da AD1 e após o término da sequência didática, uma calibração nos itens da AD2. Uma análise de cada AD separadamente, sobre o desempenho dos alunos, e uma comparativa, item por item entre as duas avaliações.

3.2.1 Calibração dos itens das Avaliações Diagnósticas 1 e 2

Após a aplicação da AD1, surgiram dois questionamentos sobre a avaliação: os enunciados foram bem elaborados? Os itens apresentavam índices de dificuldades coerentes? Assim, resolvemos fazer uma calibração na AD1, afim de garantir que o processo de avaliação, utilizado no início do curso sobre teoria de funções, fosse preciso para a elaboração das atividades da sequência didática.

No fim do estudo, com os dados da AD2, fizemos uma calibração dos itens com a finalidade de verificar se houve uma coerência entre os itens da AD2 e as atividades propostas ao longo da sequência didática.

Por ser um estudo com uma quantidade pequena de alunos, foi realizada uma análise simples dos itens da AD1 e da AD2, utilizando os parâmetros da Teoria Clássica dos Testes (TCT), afim de responder tais questionamentos.

No estudo feito por Silva (2018), o autor considera que "A teoria clássica dos testes (TCT) é uma das vertentes da psicometria moderna, ela se preocupa em explicar o resultado final total, isto é, a soma das respostas dadas a uma série de itens, expressa no denominado escore total." e acrescenta que "... a grande tarefa da TCT consiste em elaborar estratégias para controlar ou avaliar a magnitude do erro, que pode ser por defeitos do próprio teste..." (Silva, 2018, p.121). O autor conclui que "... a TCT busca, em última instância, a interpretação final da resposta dada a determinada questão e, desta forma, tomando como ponto de partida a soma dos itens acertados ou errados, obtém-se "a nota" do sujeito." (Silva, 2018, p.122)

Portanto, utilizamos a TCT para análise dos itens através do cálculo de índices de dificuldade e de discriminação, como definidos no estudo de Andriola (1998).

> Dificuldade: refere-se a proporção de sujeitos que respondem corretamente ao item. Seu valor varia de O a 1, e quanto mais próximo de 1 mais fácil o item. O valor do índice está diretamente relacionado à média do teste. (Andriola, 1998, p.95)
>
> Discriminação: o índice de discriminação é definido como a correlação entre as pontuações dos sujeitos no item e sua pontuação no teste. Assim, um item é considerado discriminador quando diferencia os respondentes que conseguem sair-se melhor, daqueles que não conseguem resultados satisfatórios. (Andriola, 1998, p.96)

Na pesquisa de Almeida (2018), os autores descrevem como determinar o índice de dificuldade (ID) dos itens de uma avaliação envolvendo questões de múltipla-escolha.

> O ID do i-ésimo item é definido como:
>
> $$ID_i = \frac{A}{n}$$
>
> em que A é o número de participantes que responderam corretamente ao item e n é o número de participantes que realizaram o teste e $0 \leq ID_i \leq 1$.
>
> (Almeida, 2018, p.40)

A Tabela 1 mostra a classificação para o índice de dificuldade na TCT.

Tabela 1 – Classificação e percentual esperado para os índices de dificuldade na TCT

Quantitativo ideal de itens na avaliação (% esperado)	**Índice de dificuldade do item**	**Classificação do item em relação ao índice de dificuldade**
10%	Superior a 0,9	Muito fáceis
20%	De 0,7 a 0,9	Fáceis
40%	De 0,3 a 0,7	Medianos
20%	De 0,1 a 0,3	Difíceis
10%	Até 0,1	Muito difíceis

Fonte: https://educacaocientifica.com/educacao/avaliacoes-parte-iii-teoria-classica-dos-testes-tct/acessado: 05/10/2023

Baseado nos estudos de Soares (2018), o cálculo do índice de discriminação é descrito pelo autor:

> Para determinarmos o índice de discriminação (IDi) separamos os indivíduos respondentes ao teste em dois grupos de igual tamanho, formado pelos indivíduos com maior pontuação (grupo superior) e pelos indivíduos com menor pontuação (grupo inferior). Kelley (1939) sugere que a distribuição dos indivíduos deve ser tratada como normal e que a porcentagem referente aos grupos superior e inferior deve ser de 27%, em que li é a nota máxima obtida para estar entre os 27% alunos com piores notas e ls é a nota mínima para estar entre os 27% melhores alunos. (Soares, 2018, p.13)

Para analisar o índice de discriminação, os itens são classificados de acordo com a Tabela 2.

Tabela 2 – Classificação dos itens de acordo com o poder de discriminação na TCT

Valores	**Classificação**
Discriminação < 0,20	Item deficiente, deve ser rejeitado
0,20 ≤ Discriminação < 0,30	Item marginal, sujeito a reelaboração
0,30 ≤ Discriminação < 0,40	Item bom, mas sujeito a aprimoramento
Discriminação ≥ 0,40	Item bom

Fonte: https://educacaocientifica.com/educacao/avaliacoes-parte-iii-teoria-classica-dos-testes-tct/acessado: 05/10/2023

De acordo com as descrições e as tabelas dos índices de dificuldade e de discriminação na TCT, fizemos a calibração das duas avaliações diagnósticas aplicadas na sequência didática.

Índice de dificuldade.

Utilizando uma planilha de dados e a fórmula utilizada por Almeida (2018), calculamos e classificamos os itens da AD1, conforme é mostrado na Tabela 3.

Tabela 3 – Índice de dificuldade da Avaliação Diagnóstica 1

Item	**Índice de dificuldade**	**Classificação**
1	0,40	Mediano
2	0,58	Mediano
3	0,49	Mediano
4	0,25	Difícil
5	0,46	Mediano
6	0,68	Mediano
7	0,44	Mediano
8	0,19	Difícil
9	0,58	Mediano
10	0,49	Mediano
11	0,56	Mediano
12	0,47	Mediano
13	0,19	Difícil

Fonte: A autora, 2023

Seguindo o mesmo processo, a Tabela 4 mostra o índice de dificuldade de cada item da AD2.

Tabela 4 – Índice de dificuldade da Avaliação Diagnóstica 2

Item	Índice de dificuldade	Classificação
1	0,84	Fácil
2	0,68	Mediano
3	0,67	Mediano
4	0,74	Fácil
5	0,49	Mediano
6	0,33	Mediano
7	0,44	Mediano
8	0,40	Mediano
9	0,72	Fácil
10	0,49	Mediano
11	0,49	Mediano
12	0,61	Mediano
13	0,28	Difícil

Fonte: A autora, 2023

Índice de discriminação.

Primeiramente, na AD1, separamos os alunos com maior pontuação (grupo superior) e com menor pontuação (grupo inferior), criando assim dois grupos com 15 alunos cada. Após, calculamos o índice de dificuldade de cada item por grupo e o índice de discriminação, como mostra a Tabela 5.

Tabela 5 – Índice de discriminação da Avaliação Diagnóstica 1

Item	Índice de dificuldade (Grupo superior)	Índice de dificuldade (Grupo inferior)	Índice de discriminação (D)
1	0,70	0,10	0,60
2	0,90	0,40	0,50
3	0,60	0,30	0,30
4	0,40	0,15	0,25
5	0,55	0,25	0,30
6	0,90	0,35	0,55
7	0,55	0,35	0,20
8	0,50	0	0,50
9	0,85	0,30	0,55
10	0,75	0,10	0,65
11	0,85	0,30	0,55
12	0,75	0,20	0,55
13	0,35	0,10	0,25

Fonte: A autora, 2023

Comparando os dados da Tabela 2 com os dados da Tabela 5, observamos 8 itens acima de 0,4, ou seja, considerados itens bons; 2 itens considerados bons, mas sujeitos a aprimoramento e 3 itens considerados marginais, sujeitos a reelaboração. De modo geral, a análise foi satisfatória, pois ainda que não foi possível realizar uma primeira aplicação da Avaliação Diagnóstica 1 e calibrar os itens por meio das teorias de testes, conforme, Feijó (2018) realiza na sua pesquisa, não tivemos nenhum item que deveria ser rejeitado.

Seguindo o mesmo processo, construímos a Tabela 6 com os dados referentes à AD2.

Tabela 6 – Índice de discriminação da Avaliação Diagnóstica 2

Item	**Índice de dificuldade (Grupo superior)**	**Índice de dificuldade (Grupo inferior)**	**Índice de discriminação (D)**
1	1,0	0,53	0,47
2	0,87	0,20	0,67
3	1,0	0,33	0,67
4	1,0	0,40	0,60
5	0,67	0,33	0,34
6	0,60	0,13	0,47
7	0,80	0,13	0,67
8	0,93	0,13	0,80
9	1,0	0,27	0,73
10	1,0	0	1,0
11	0,87	0,07	0,80
12	0,93	0,27	0,66
13	0,73	0	0,73

Fonte: A autora, 2023

Podemos observar que apenas o item 5, da AD2, foi considerado um item bom, sujeito a aprimoramento. Os 12 itens restantes, tiveram índice de discriminação maiores que 0,4, sendo considerados itens bons. Portanto, nenhum item foi rejeitado, considerando a AD2 um intrumento de avaliação compatível com as atividades propostas.

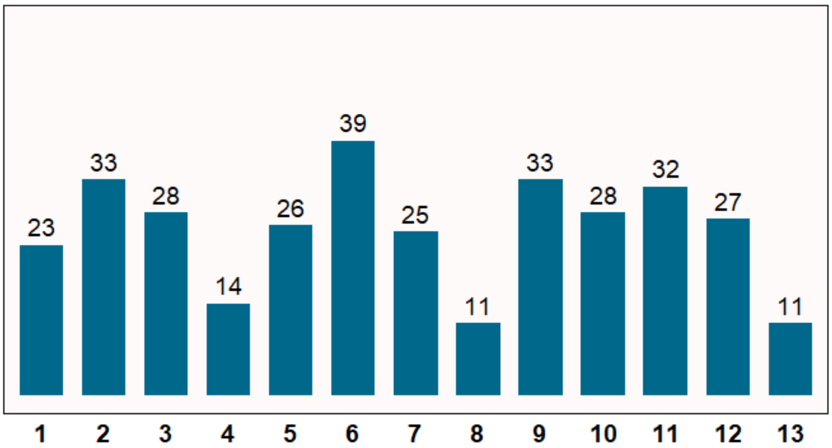
Os resultados obtidos foram utilizados nas análises das avaliações diagnósticas que serão dadas nas próximas subseções.

3.2.2 Avaliações Diagnósticas 1 e 2

Nesta subseção, analisamos o desempenho dos alunos nas duas avaliações diagnósticas aplicadas no início e no fim da sequência didática. As avaliações diagnósticas foram elaboradas seguindo os descritores para cada item conforme a matriz de referência, Quadro 5, apresentada no Capítulo 2, e aplicadas a um total de 57 alunos do 1º ano do ensino médio. As avaliações estão disponíveis nos Anexos B e C desta dissertação.

Iniciando com a AD1, o Gráfico 8, apresenta o quantitativo de acertos para cada item da avaliação.

Gráfico 8 – Quantitativo de acertos em cada item da Avaliação Diagnóstica 1



Fonte: A autora, 2023

Observamos um menor desempenho nos itens 4, 8 e 13. Mostrando que os objetivos específicos dos descritores selecionados para esses itens “Identificar os elementos do domínio, contradomínio e imagem de uma função”, “Analisar o gráfico de uma função” e “Interpretar uma situação-problema por meio de uma função” não foram atingidos durante os estudos no 9º ano do ensino fundamental II.

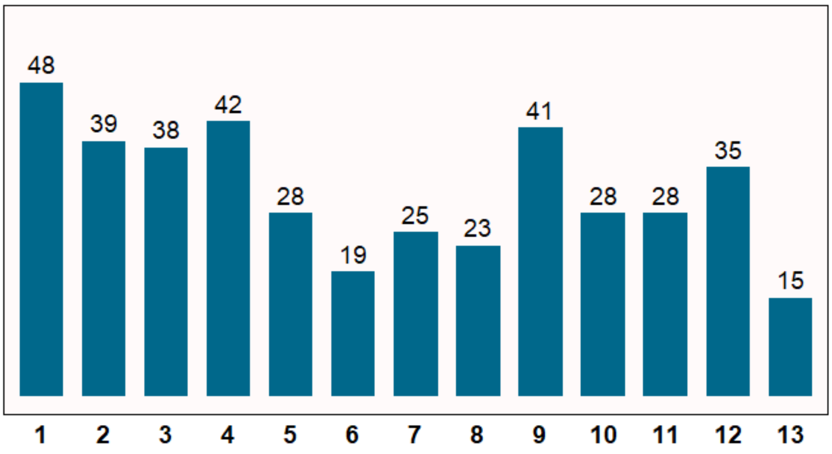
Os itens 8 e 13 apresentaram situações relacionadas à função quadrática. Os resultados mostraram a dificuldade dos alunos em relação ao conteúdo. Pode ser um reflexo das lacunas não preenchidas, que foram mencionadas na análise do questionário individual, ou ainda da dificuldade que os alunos têm em relação à equação do 2º grau.

Ao observar novamente o Gráfico 8, temos um maior desempenho dos alunos nos itens 2, 6 e 9, mostrando que os alunos poderiam ter adquirido conhecimento nos seguintes descritores: “Reconhecer relações entre dois conjuntos”, “Representar no plano cartesiano o gráfico das funções” e “Determinar o valor numérico de uma função”.

Mas, analisando os enunciados dos itens 2, 6 e 9 na AD1, os três itens apresentaram uma lei de formação e resoluções semelhantes. Assim, poderia haver alguns questionamentos, tais como: houve uma memorização de regras e de esquemas ou os alunos compreenderam os procedimentos? Questionamentos que deveríamos preocupar durante as atividades desenvolvidas no estudo.

A Avaliação Diagnóstica 2 estimou o processo de ensino-aprendizagem no final das atividades. Para cada item foi utilizado o mesmo descritor, Quadro 5, com enunciados diferentes, e para os itens 8 e 13, itens com menor desempenho na AD1, foram mantidos os mesmos enunciados. Com a participação de 57 alunos do 1º ano, o Gráfico 9 mostra o desempenho dos alunos em cada item da AD2.

Gráfico 9 – Quantitativo de acertos de cada item da Avaliação Diagnóstica 2

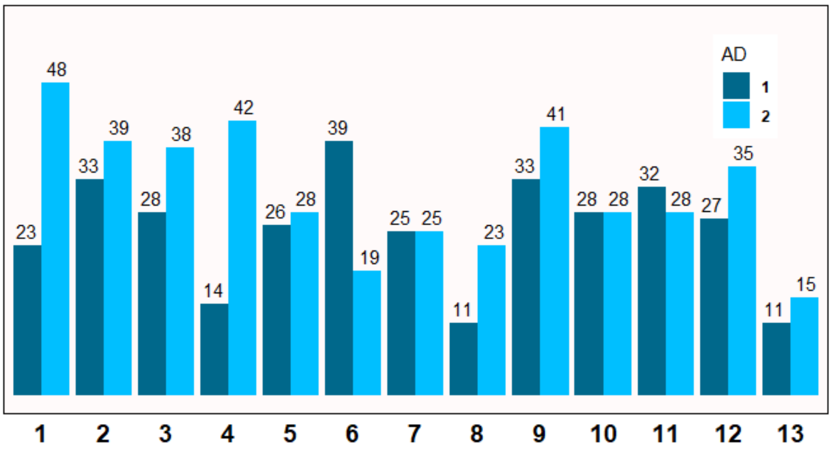


Fonte: A autora, 2023

Analisando o item com menor desempenho na AD2, temos o mesmo item 13 da AD1, no qual o descritor está relacionado com interpretação e com a função quadrática.

Devido as aplicações das duas avaliações diagnósticas terem sido feito para o mesmo grupo de alunos, pudemos fazer uma comparação do desempenho dos alunos entre a AD1 e a AD2, conforme observado no Gráfico 10.

Gráfico 10 – Comparativo de acertos dos itens das Avaliações Diagnósticas 1 e 2



Fonte: A autora, 2023

Assim, percebemos que houve um crescimento no desempenho de 9 itens das avaliações diagnósticas, isto é, 70% dos itens.

Na próxima subseção mostramos com mais detalhes a análise dos dados para as duas avaliações diagnósticas, que será feita item por item.

3.2.3 Análise item por item entre as duas avaliações diagnósticas

Como mencionado no início da seção, as avaliações diagnósticas foram aplicadas nas duas turmas, totalizando 57 alunos. Como os itens estão correspondidos aos mesmos descritores, Quadro 5, fizemos uma análise item por item entre as duas avaliações. Durante a análise, destacamos o conteúdo solicitado em cada avaliação e após, comparamos o desempenho dos alunos no item em análise.

Para simplificar a referência durante a análise, os itens da Avaliação Diagnóstica 1 foram nomeados por: 1a, 2a, 3a, 4a, 5a, 6a, 7a, 8a, 9a, 10a, 11a, 12a, 13a e os itens da Avaliação Diagnóstica 2 foram nomeados por: 1b, 2b, 3b, 4b, 5b, 6b, 7b, 8b, 9b, 10b, 11b, 12b e 13b.

3.2.3.1 Item 1 - Descritor: Reconhecer um produto cartesiano

O item 1 tinha como objetivo específico reconhecer um produto cartesiano.

Na AD1, o enunciado do item 1a apresentou apenas parte dos elementos de um produto cartesiano, no qual o aluno teria de lembrar da notação de produto cartesiano e aplicar a definição (Figura 27).

Figura 27 – Item 1a - Avaliação Diagnóstica 1

1. Sejam $A = \{1, 2, 3\}$ e $B = \{2, 4, 6, 8\}$, então quais elementos pertencem ao conjunto $A \times B$?

(a) (1, 1), (2, 2) e (3, 3).
(b) (4, 2), (6, 2) e (8, 2).
(c) (1, 2), (3, 6) e (4, 8).
(d) (1, 2), (1, 4), (1, 6) e (1, 8).
(e) (2, 2), (3, 2), (4, 2) e (6, 2).

Fonte: A autora, 2023

Na AD2, item 1b, com um enunciado mais completo, passou a exigir uma aplicação direta da definição (Figura 28).

Figura 28 – Item 1b - Avaliação Diagnóstica 2

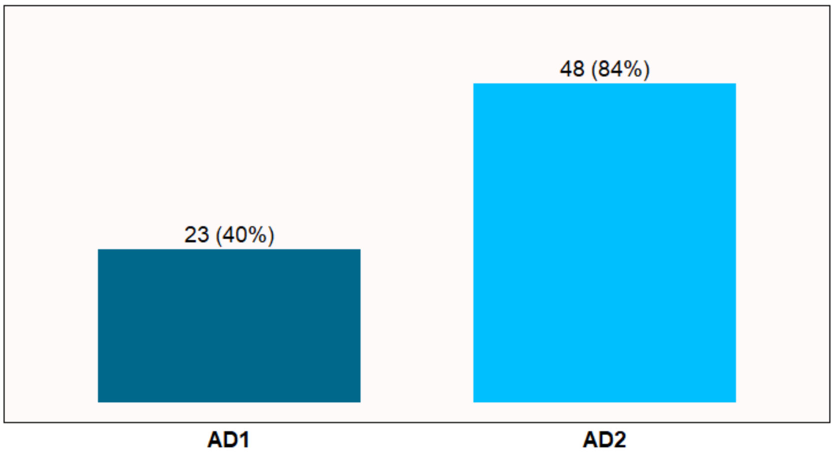
1. Dados os conjuntos $A = \{5, 6\}$ e $B = \{6, 7, 8\}$, o produto cartesiano de A por B é igual a

(a) $A \times B = \{(5,5), (6,6), (6,7), (6,8), (7,7), (8,8)\}$.
(b) $A \times B = \{(5,6), (6,5), (7,6), (8,6), (5,7), (5,8)\}$.
(c) $A \times B = \{(5,6), (5,7), (5,8), (6,6), (6,7), (6,8)\}$.
(d) $A \times B = \{(6,5), (6,6), (7,5), (8,5), (7,6), (8,6)\}$.
(e) $A \times B = \{(5,5), (6,6), (7,7), (8,8), (7,8), (8,7)\}$.

Fonte: A autora, 2023

Pelos resultados obtidos, conforme Gráfico 11, percebemos um aumento no desempenho dos alunos na resolução do item.

Gráfico 11 – Quantitativo de acertos do Item 01



Fonte: A autora, 2023

Analisando a resolução escrita dos alunos na própria avaliação, dos 23 (40%) alunos que acertaram o item 1, apenas 7 (30%) alunos mostraram conhecimento sobre o conteúdo na AD1. Na AD2, de 48 alunos, apenas 19 (39%) alunos. Assim, podemos confirmar uma assimilação melhor da definição, por parte dos alunos.

3.2.3.2 Item 2 - Descritor: Reconhecer relações entre dois conjuntos

O item 2 tinha como objetivo específico reconhecer relações entre dois conjuntos. A diferença entre os dois itens é a indicação dos conjuntos no enunciado, conforme as Figuras 29 e 30.

Figura 29 – Item 2a - Avaliação Diagnóstica 1

2. A relação R de um conjunto A em um conjunto B é definida pela lei $y = x^2 + 2$. Sabendo que $x \in A$ e $y \in B$, qual alternativa melhor representa os conjuntos A e B?

(a) $A = \{1, 2, 3\}$ e $B = \{4, 5, 6\}$.
(b) $A = \{1, 2, 3\}$ e $B = \{3, 4, 5\}$.
(c) $A = \{1, 3, 5\}$ e $B = \{1, 4, 10\}$.
(d) $A = \{3, 4, 5\}$ e $B = \{11, 18, 27\}$.
(e) $A = \{2, 3, 4\}$ e $B = \{6, 8, 10\}$.

Fonte: A autora, 2023

Figura 30 – Item 2a - Avaliação Diagnóstica 2

2. A relação R de um conjunto A em um conjunto B é definida pela lei $y = 2x - 4$. Sabendo que $x \in A$ e $y \in B$, qual alternativa melhor representa o conjunto A se o conjunto $B = \{4, 6, 10\}$?

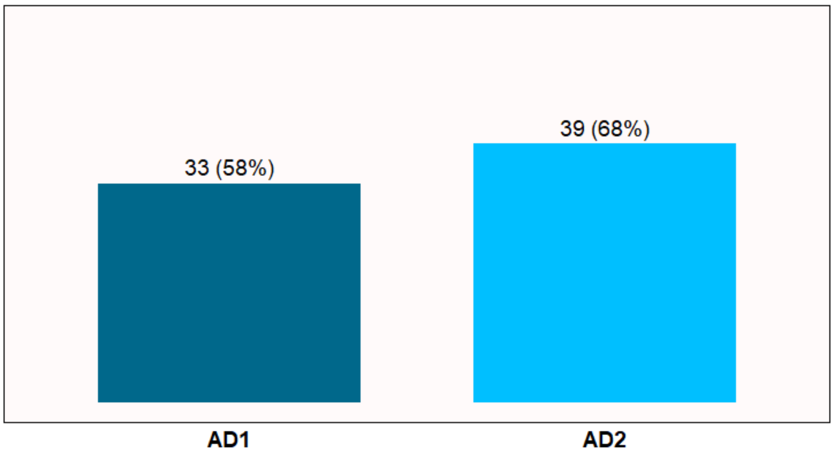
(a) $A = \{4, 8, 16\}$.
(b) $A = \{4, 5, 7\}$.
(c) $A = \{5, 7, 8\}$.
(d) $A = \{4, 8, 12\}$.
(e) $A = \{5, 8, 10\}$.

Fonte: A autora, 2023

Na AD1 questionou os dois conjuntos da relação e na AD2, foi dado o conjunto B e questionou sobre o conjunto A.

Conforme observamos no Gráfico 12, percebemos um aumento na quantidade de acertos, mas não foi satisfatório, mostrando ainda um desconforto por parte dos alunos em entender quais elementos representam as variáveis em uma relação.

Gráfico 12 – Quantitativo de acertos do Item 02



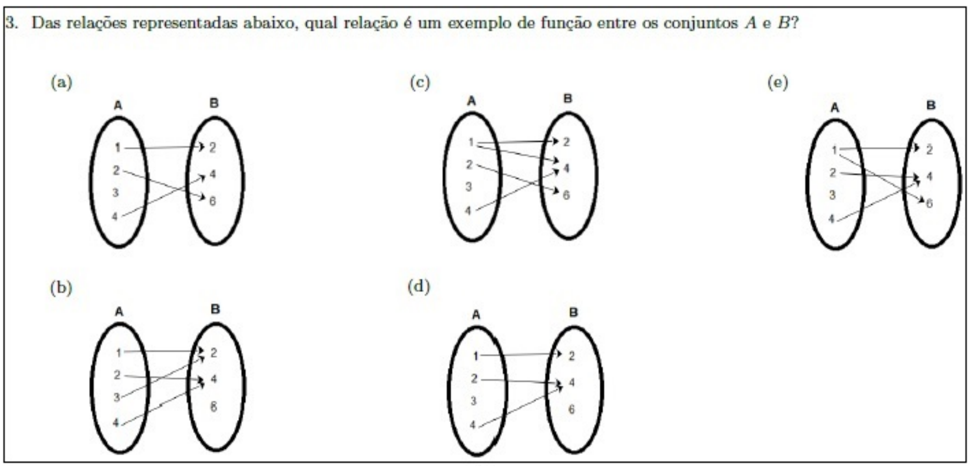
Fonte: A autora, 2023

Analisando a resolução escrita desenvolvida por alguns alunos, 8 (14%) alunos mostraram cálculos com conhecimento do conteúdo na AD1, e 13 (22%) alunos na AD2.

3.2.3.3 Item 3 - Descritor: Compreender uma função através de diagramas, gráficos e sentenças matemáticas

O item 3a tinha como objetivo específico avaliar se os alunos compreendiam a definição de função através de diagramas e o item 3b avaliou através de sentenças matemáticas, isto é, passando de uma compreensão visual para uma resolução mais algébrica. As Figuras 31 e 32 mostram os enunciados apresentados aos alunos.

Figura 31 – Item 3a - Avaliação Diagnóstica 1



Fonte: A autora, 2023

Figura 32 – Item 3b - Avaliação Diagnóstica 2

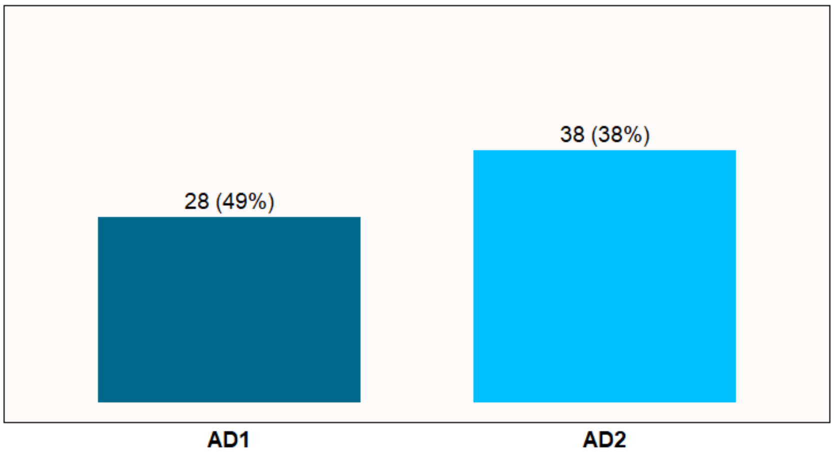
3. Das relações representadas abaixo, qual relação é um exemplo de função entre os conjuntos A e B, sabendo que o conjunto $A = \{0, 1, 2\}$ e o conjunto $B = \{1, 2, 4\}$?

(a) $y = \frac{1}{x}$, em que $x \in A$ e $y \in B$
(b) $y = x^2 + 1$, em que $x \in B$ e $y \in A$
(c) $y = 2^x$, em que $x \in A$ e $y \in B$
(d) $y = x^3 - 2$, em que $x \in B$ e $y \in A$
(e) $y = 3x - 4$, em que $x \in A$ e $y \in B$

Fonte: A autora, 2023

O Gráfico 13 apresenta os dados obtidos na correção do item 3.

Gráfico 13 – Quantitativo de acertos do Item 03



Fonte: A autora, 2023

Na resolução escrita do item 3b, dos 38 (67%) alunos que responderam corretamente o item 3b, apenas 8 (21%) alunos apresentaram algum desenvolvimento algébrico, mostrando uma compreensão maior do enunciado da questão, pelos alunos.

3.2.3.4 Item 4 - Descritor: Identificar os elementos do domínio, contradomínio e imagem de uma função

Na AD1, deveriam identificar os elementos do conjunto imagem e na AD2 os elementos do conjunto domínio. Conforme Figuras 33 e 34, podemos observar que os enunciados eram bem diretos e sem cálculos.

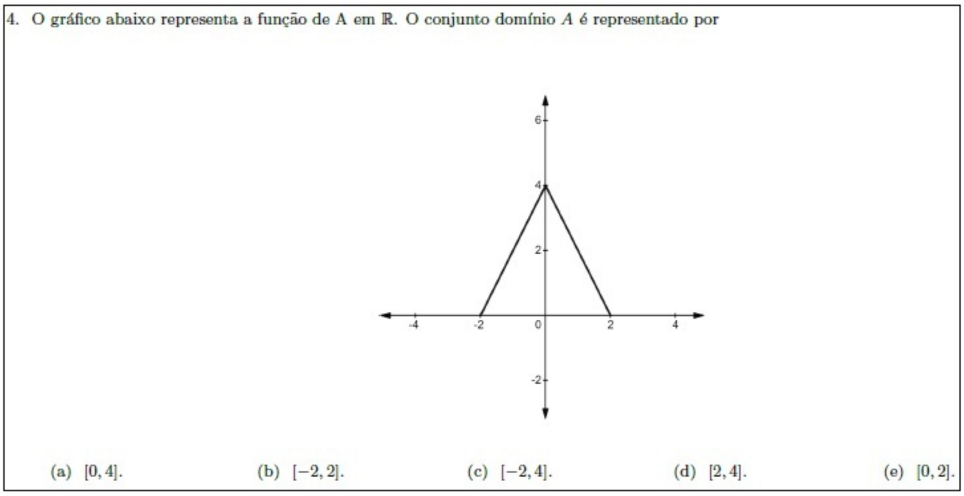
Figura 33 – Item 4a - Avaliação Diagnóstica 1

4. A relação $R = \{(1, 2), (2, 4), (3, 6), (4, 8)\}$ é uma função entre os conjuntos A e B. O conjunto imagem de R é representado por

(a) $\{1, 3\}$.
(b) $\{1, 2, 3, 4\}$.
(c) $\{2, 4, 6, 8\}$.
(d) $\{1, 3, 6, 8\}$.
(e) $\{1, 2, 3, 4, 6, 8\}$.

Fonte: A autora, 2023

Figura 34 – Item 4b - Avaliação Diagnóstica 2

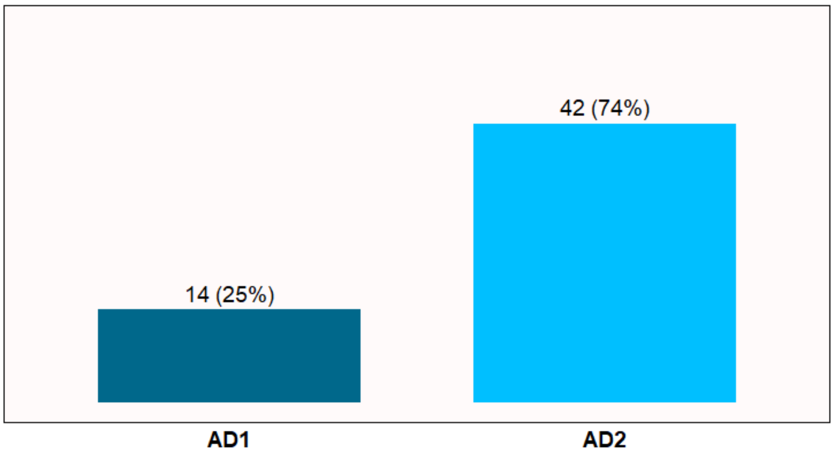

4. O gráfico abaixo representa a função de A em $\mathbb{R}$. O conjunto domínio A é representado por

(a) $[0, 4]$. (b) $[-2, 2]$. (c) $[-2, 4]$. (d) $[2, 4]$. (e) $[0, 2]$.

Fonte: A autora, 2023

Analisando os resultados, observamos um aumento no quantitativo de acertos para a AD2, conforme mostra o Gráfico 14.

Gráfico 14 – Quantitativo de acertos do Item 04

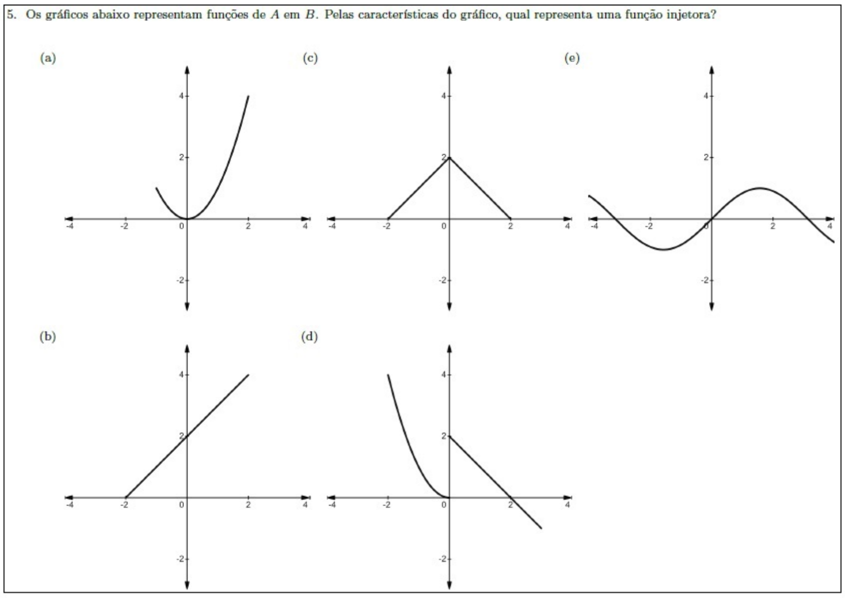


Fonte: A autora, 2023

3.2.3.5 Item 5 - Descritor: Compreender as características de uma função: injetora, sobrejetora e bijetora

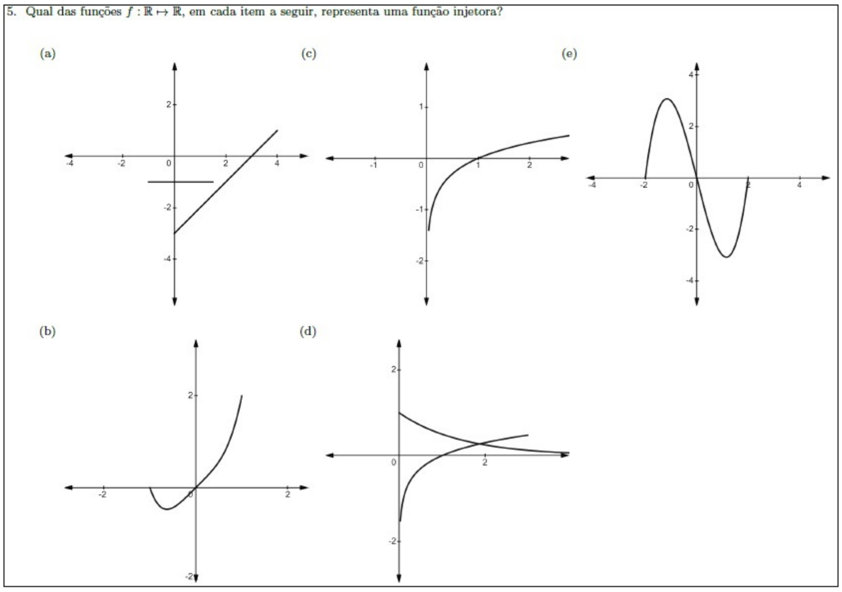
No item 05, foram colocados 5 gráficos e os alunos deveriam identificar característica da função injetora. As Figuras 35 e 36, mostram a semelhança entre os itens 5a e 5b, aplicados na AD1 e na AD2, respectivamente.

Figura 35 – Item 5a - Avaliação Diagnóstica 1



Fonte: A autora, 2023

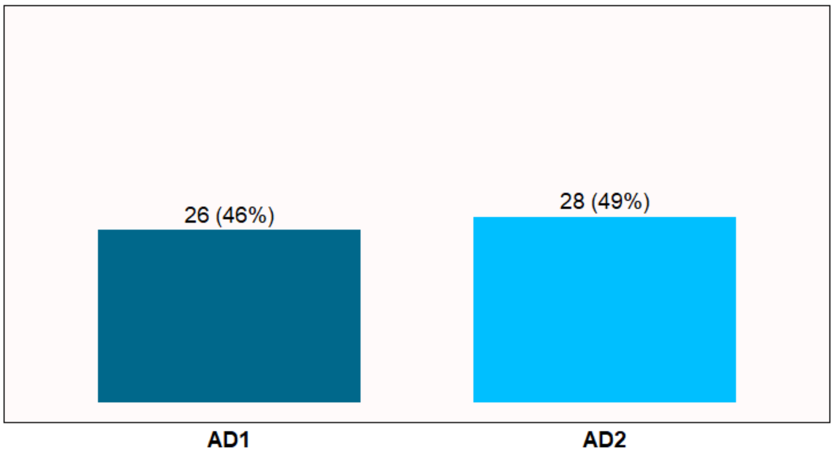
Figura 36 – Item 5b - Avaliação Diagnóstica 2



Fonte: A autora, 2023

O Gráfico 15 mostra o quantitativo de acertos do item 5.

Gráfico 15 – Quantitativo de acertos do Item 05



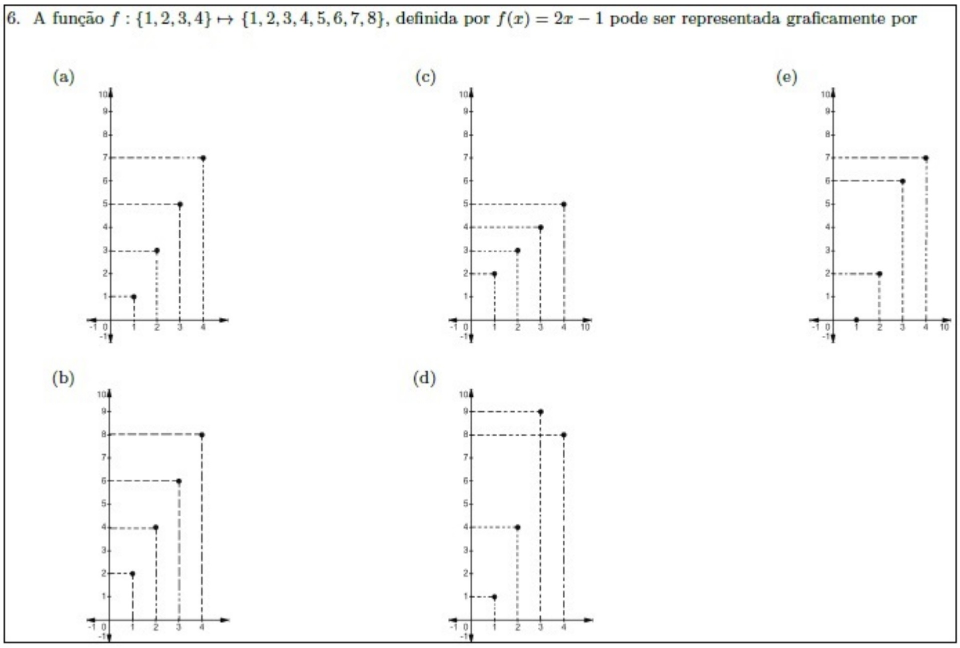
Fonte: A autora, 2023

Podemos observar que o aumento de desempenho dos alunos foi mínimo, mostrando que o objetivo específico de "Conhecer as características de uma função injetora" ainda é de difícil assimilação para os alunos. Analisando as resoluções escritas, apenas 3 (11%) alunos que acertaram o item 5b, na AD2, buscaram fazer a solução correta, ou seja, traçaram retas paralelas ao eixo Ox.

3.2.3.6 Item 6 - Descritor: Representar no plano cartesiano o gráfico das funções

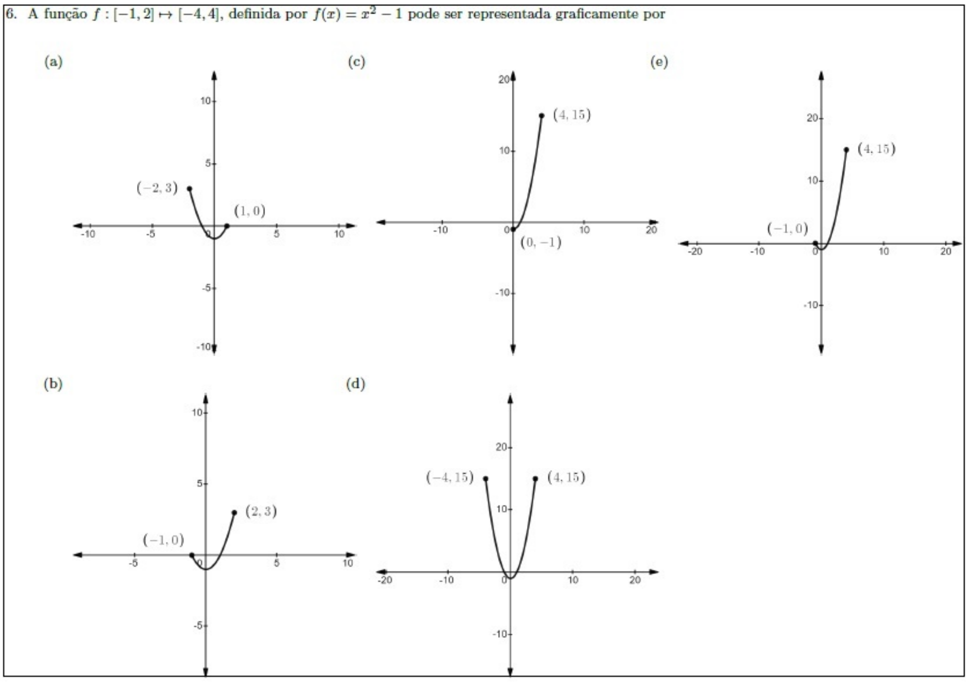
Conforme observamos nas Figuras 37 e 38, o item 6a solicita que o aluno identifique o gráfico de uma função afim em que os conjuntos do domínio e do contradomínio são subconjuntos do conjunto dos números inteiros. No item 6b, no enunciado foi usado a notação de intervalo para os conjuntos do domínio e do contradomínio e uma função quadrática.

Figura 37 – Item 6a - Avaliação Diagnóstica 1



Fonte: A autora, 2023

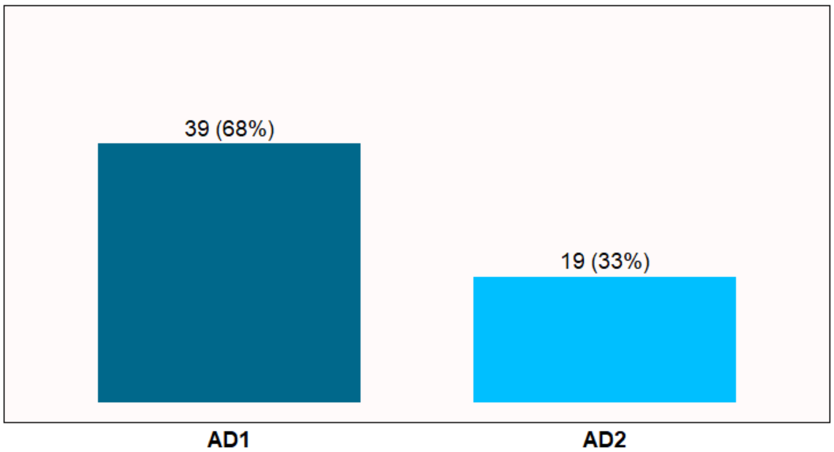
Figura 38 – Item 6b - Avaliação Diagnóstica 2



Fonte: A autora, 2023

O Gráfico 16 apresenta o desempenho dos alunos.

Gráfico 16 – Quantitativo de acertos do Item 06



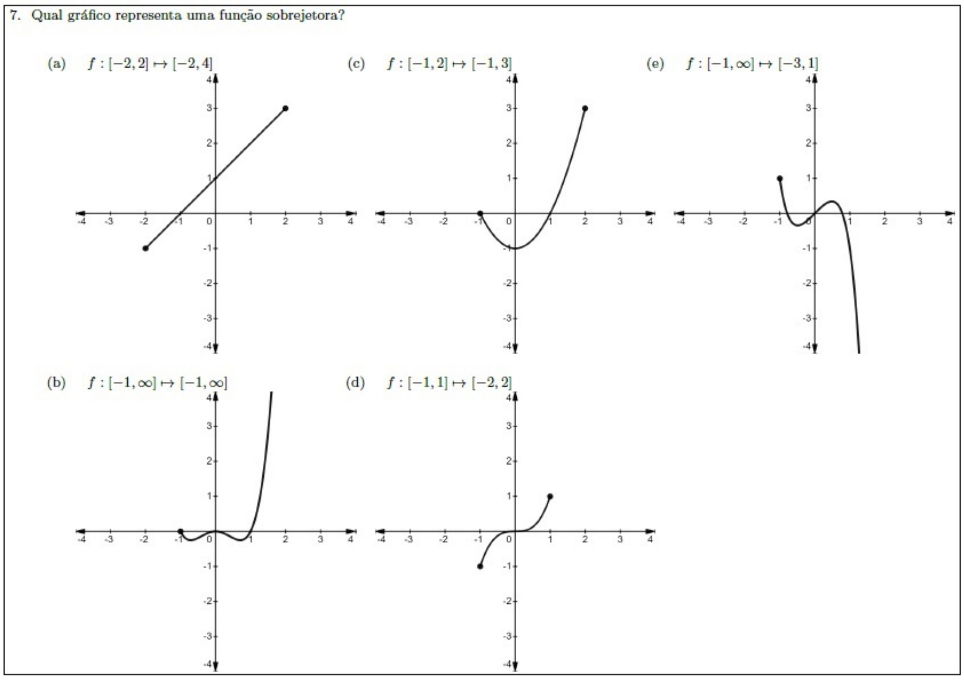
Fonte: A autora, 2023

Acreditamos que o domínio e a imagem por serem intervalos com a representação de conjuntos tenha influenciado no baixo desempenho no item 6b.

3.2.3.7 Item 7 - Descritor: Classificar as funções em injetora, sobrejetora e bijetora

Com cinco gráficos limitados, o item 7a solicitou que o aluno identificasse uma função sobrejetora (Figura 39). Na AD2, o item 7b, questionou sobre o contradomínio de uma função em relação ao seu gráfico para que seja sobrejetora (Figura 40).

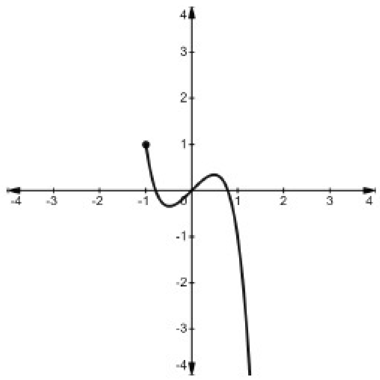
Figura 39 – Item 7a - Avaliação Diagnóstica 1



Fonte: A autora, 2023

Figura 40 – Item 7b - Avaliação Diagnóstica 2

7. O gráfico da função $f : [-1, \infty[\mapsto B$ está representado abaixo.



De acordo com as características de uma função sobrejetora, o conjunto B da função f deverá ser igual a

(a) $]-\infty, \infty[$.

(b) $[1, \infty[$.

(c) $]-\infty, -1]$.

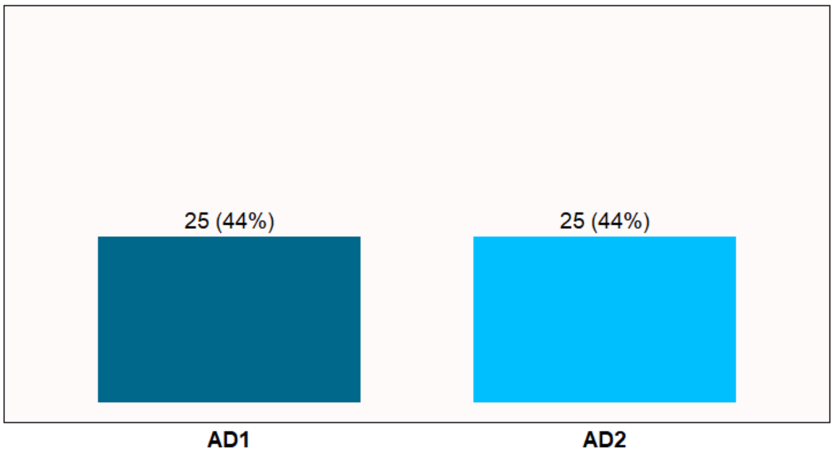
(d) $[-1, 1]$.

(e) $]-\infty, 1]$.

Fonte: A autora, 2023

Como os itens não necessitavam de cálculos, não ficou clara a confirmação de que o aluno realmente conseguiria identificar uma função sobrejetora em qualquer situação. O Gráfico 17 mostra um desempenho semelhante nas duas avaliações.

Gráfico 17 – Quantitativo de acertos do Item 07

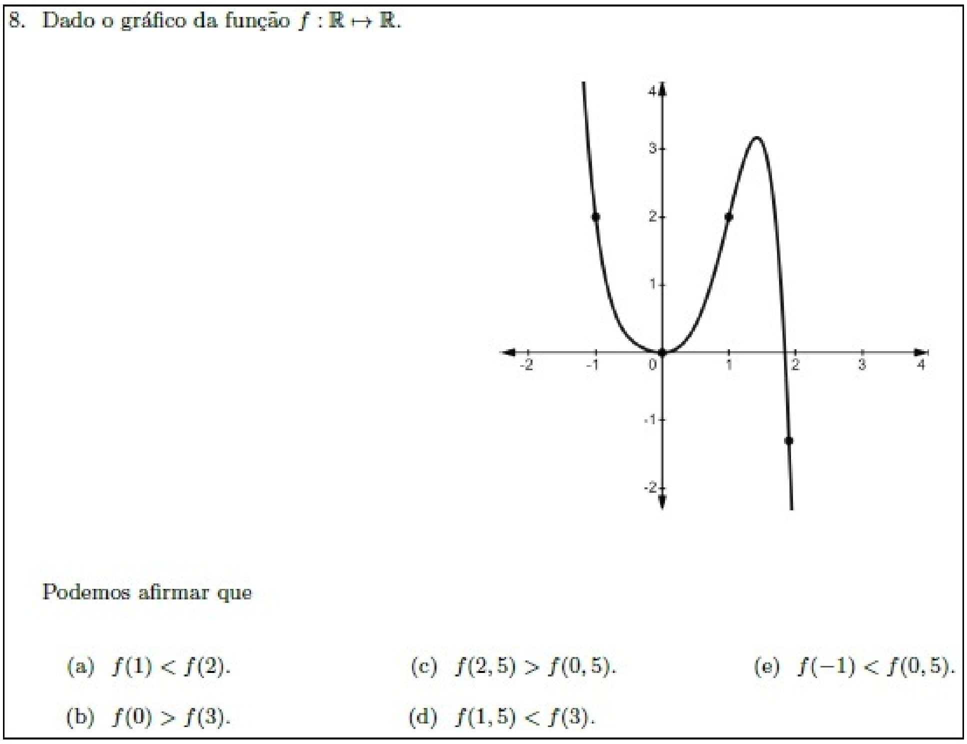


Fonte: A autora, 2023

3.2.3.8 Item 8 - Descritor: Analisar o gráfico de uma função

Pela Tabela 3, o item 8 foi considerado com um índice dificuldade difícil. Por isso, foi aplicado na AD1 e na AD2, e solicitava a comparação entre alguns valores da imagem com base no gráfico, conforme mostra a Figura 41.

Figura 41 – Itens 8a / 8b - Avaliação Diagnóstica



8. Dado o gráfico da função $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$.

Podemos afirmar que

(a) $f(1) < f(2)$.

(b) $f(0) > f(3)$.

(c) $f(2,5) > f(0,5)$.

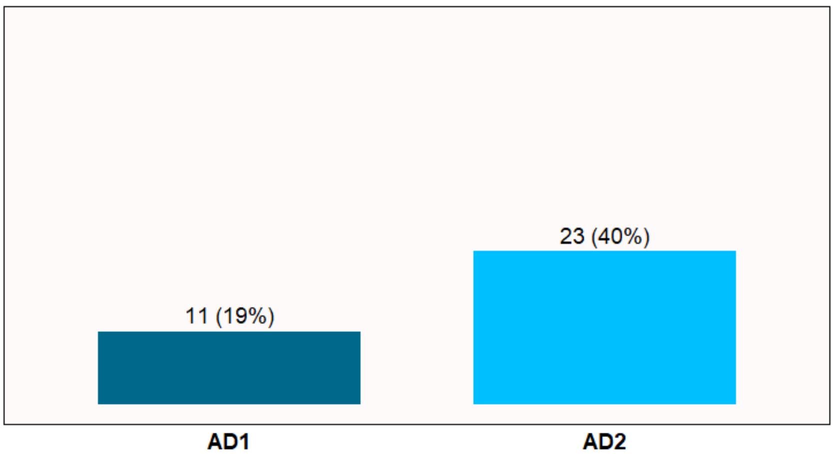
(d) $f(1,5) < f(3)$.

(e) $f(-1) < f(0,5)$.

Fonte: A autora, 2023

Analisando os resultados, observamos que o índice de acertos na Avaliação Diagnóstica 1 foi bem baixo, assim, repetimos o mesmo item na Avaliação Diagnóstica 2. O Gráfico 18 apresenta o quantitativo de acertos desse item nas duas avaliações.

Gráfico 18 – Quantitativo de acertos do Item 08



Fonte: A autora, 2023

3.2.3.9 Item 9 - Descritor: Determinar o valor numérico de uma função

O diferencial entre os itens 9a e 9b estava na lei de formação da função e são enunciados nas Figuras 42 e 43.

Figura 42 – Item 9a - Avaliação Diagnóstica 1

9. A lei de uma função f é dada por $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$. O valor númerico de $\frac{f(0)-f(1)}{f(2)}$ é igual a

(a) -3. (b) -2. (c) -1. (d) 0. (e) 1.

Fonte: A autora, 2023

Figura 43 – Item 9b - Avaliação Diagnóstica 2

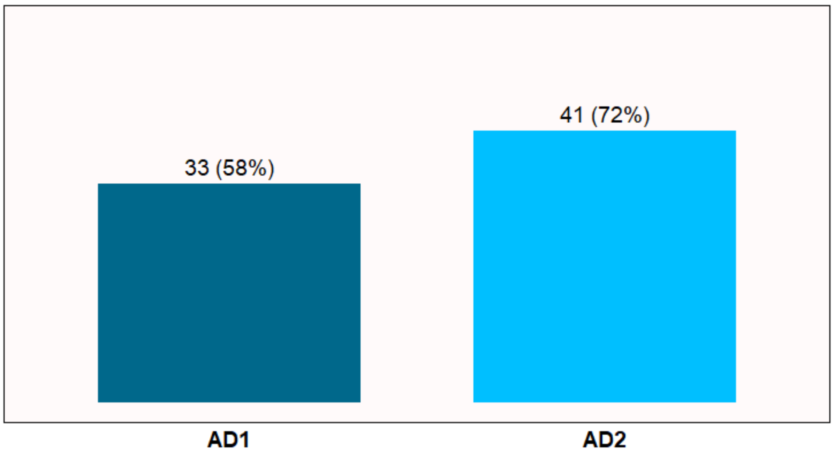
9. A lei de uma função $f : \mathbb{R}^* \mapsto \mathbb{R}$ é dada por $f(x) = \frac{6-x}{x^2}$. O valor númerico de $\frac{f(-1)-f(1)}{f(2)}$ é igual a

(a) -5. (b) -2. (c) 0. (d) 2. (e) 5.

Fonte: A autora, 2023

Ao analisar os resultados, observamos que houve um pequeno aumento no desempenho dos alunos. (Gráfico 19)

Gráfico 19 – Quantitativo de acertos do Item 09



Fonte: A autora, 2023

Observando as resoluções escritas nas avaliações, os erros cometidos pelos alunos foram referentes à Matemática Básica e não de como calcular os valores da função, que era o objetivo específico do item.

3.2.3.10 Item 10 - Descritor: Reconhecer relações entre grandezas variáveis dadas por gráficos, tabelas e fórmulas

O item 10a avaliou se os alunos sabiam reconhecer relações entre grandezas variáveis dados por tabelas e no item 10b utilizamos um gráfico. As Figuras 44 e 45 mostram os enunciados das duas avaliações.

Figura 44 – Item 10a - Avaliação Diagnóstica 1

10. A tabela abaixo representa a relação entre duas grandezas:

Tempo (s)	0	1	2	3
Distância (m)	3	7	11	15

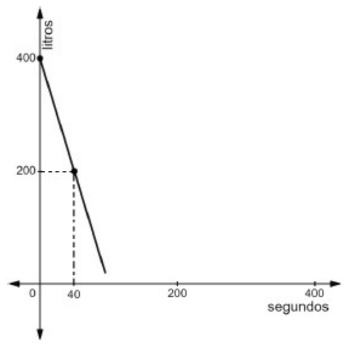
De acordo com a tabela, a sentença algébrica que relaciona a distância (d) e o tempo (t) será

(a) $d = 3t$. (b) $d = t + 4$. (c) $d = 4 + 3t$. (d) $d = 4t$. (e) $d = 3 + 4t$.

Fonte: A autora, 2023

Figura 45 – Item 10b - Avaliação Diagnóstica 2

10. O gráfico abaixo representa a relação entre duas grandezas:



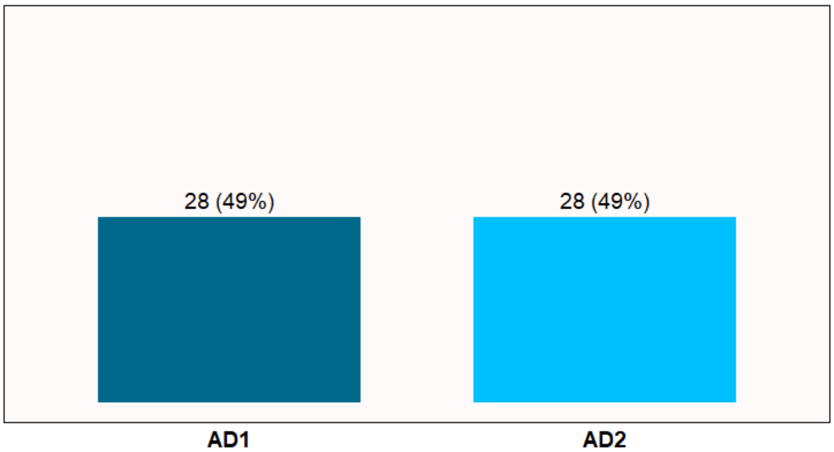
De acordo com o gráfico, a sentença algébrica que relaciona a quantidade de água Q, em litro, em função do tempo t, em segundo, será

(a) $Q(t) = 5t + 40$. (b) $Q(t) = 400 - t$. (c) $Q(t) = 200 + 40t$. (d) $Q(t) = 400 - 5t$. (e) $Q(t) = 40t$.

Fonte: A autora, 2023

O gráfico a seguir mostra o quantitativo de acertos no item 10.

Gráfico 20 – Quantitativo de acertos do Item 10



Fonte: A autora, 2023

Apesar do Gráfico 20 mostrar o mesmo desempenho nas duas avaliações, as resoluções escritas dos alunos mostram um desequilíbrio. No item 10a, 19 (33%) alunos esboçaram alguma resolução algébrica e na AD2, no item 10b, apenas 11 (19%) alunos esboçaram alguma resolução. Acreditamos que o gráfico pode ser sempre um obstáculo para as resoluções, se o aluno não tiver um conhecimento prévio.

3.2.3.11 Item 11 - Descritor: Representar uma situação-problema que envolve duas grandezas por tabelas ou gráficos

No item 11a, solicitamos a representação de uma situação-problema através de uma tabela. Com uma situação-problema semelhante, o item 11b, solicitou a representação através de um gráfico. As Figuras 46 e 47 mostram os enunciados.

Figura 46 – Item 11a - Avaliação Diagnóstica 1

11. Leia:

"Um estagiário de um escritório recebe R$ 12,00 por hora trabalhada até o limite de 20 horas semanais e para cada hora que exceder recebe R$ 18,00."

Qual tabela que melhor representa a situação acima?

(a)

Horas Semanais trabalhadas	5	10	15	20	25	30
Salário Pelas Horas Trabalhadas (R$)	60	120	200	280	390	400

(b)

Horas Semanais trabalhadas	5	10	15	20	25	30
Salário Pelas Horas Trabalhadas (R$)	60	120	180	240	300	360

(c)

Horas Semanais trabalhadas	5	10	15	20	25	30
Salário Pelas Horas Trabalhadas (R$)	90	180	270	360	450	540

(d)

Horas Semanais trabalhadas	5	10	15	20	25	30
Salário Pelas Horas Trabalhadas (R$)	60	120	180	240	330	420

(e)

Horas Semanais trabalhadas	5	10	15	20	25	30
Salário Pelas Horas Trabalhadas (R$)	80	160	240	300	380	460

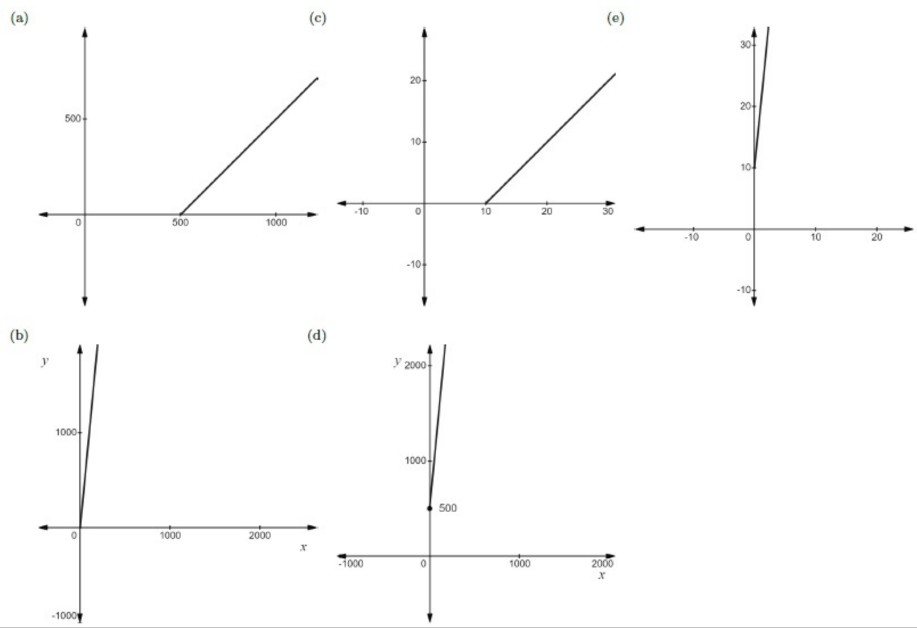
Fonte: A autora, 2023

Figura 47 – Item 11b - Avaliação Diagnóstica 2

11. Leia:

"Um vendedor recebe um ordenado fixo de R$ 500,00. Além disso, recebe mais R$ 10,00 cada vez que vende uma unidade do produto com o qual trabalha."

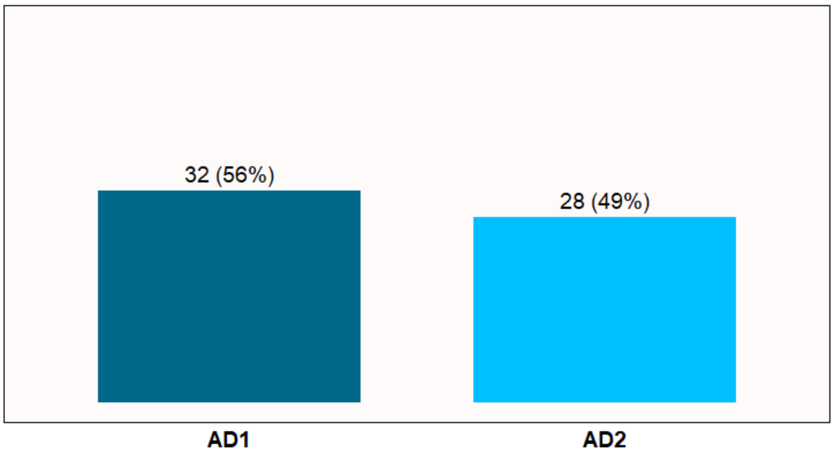
Qual gráfico que melhor representa a situação acima?



Fonte: A autora, 2023

Analisando os dados temos que os alunos apresentaram dificuldades em relacionar as variáveis de uma situação-problema com as variáveis do plano cartesiano, conforme Gráfico 21.

Gráfico 21 – Quantitativo de acertos do Item 11



Fonte: A autora, 2023

Podemos dizer que o gráfico continua sendo um obstáculo na resolução.

3.2.3.12 Item 12 - Descritor: Identificar as variáveis existentes numa situação-problema e a relação entre elas

Observando os enunciados nas Figuras 48 e 49, tanto o item 12a como o item 12b relacionavam funções afins já estudadas no 9º ano e revisadas no 1º ano. Na AD1, a situação-problema envolvia o preço da gasolina e na AD2, envolvia a quantidade de ar utilizada para submergir e emergir.

Figura 48 – Item 12a - Avaliação Diagnóstica 1

12. Ao completar com gasolina o tanque de seu carro, o motorista olhou para a bomba e observou que havia colocado 26 litros de gasolina e que o total a pagar era R$ 130,00. Considerando x e y as grandezas relacionadas na situação, a equação que melhor representa essa relação é

(a) $y = 5x$. (b) $y = 5x + 130$. (c) $y = 26x + 5$. (d) $y = 26x + 130$. (e) $y = 26x$.

Fonte: A autora, 2023

Figura 49 – Item 12b - Avaliação Diagnóstica 2

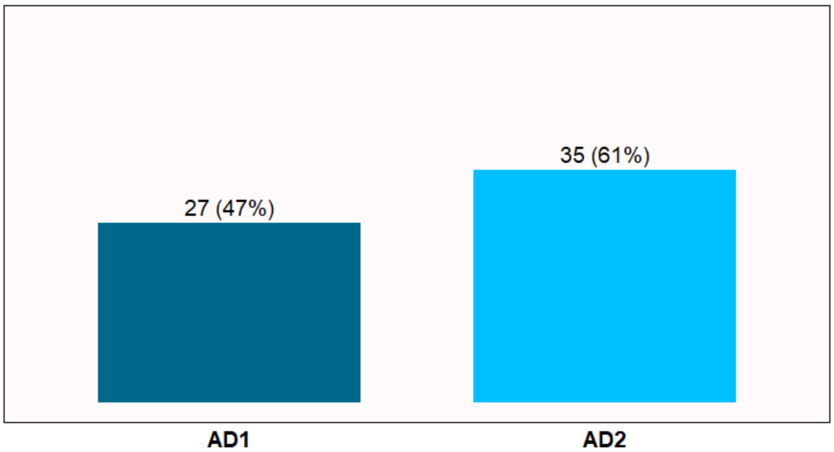
12. Desde o momento em que submergiu até o momento em que emergiu, um mergulhador consumiu 15 litros de ar por minuto de seu cilindro de ar comprimido. Dado que o cilindro tinha 900 litros de ar no momento da imersão e 300 litros no momento da emersão. Considerando x e y as grandezas relacionadas na situação, a equação que melhor representa essa relação é

(a) $y = 900 - 300x$. (b) $y = 15x - 300$. (c) $y = 900 - 15x$. (d) $y = 300x - 15$. (e) $y = 300 - 15x$.

Fonte: A autora, 2023

Os resultados mostram um aumento no quantitativo de acertos, e podem ser observados no Gráfico 22.

Gráfico 22 – Quantitativo de acertos do Item 12



Fonte: A autora, 2023

Apesar da melhora, os alunos sempre apresentam dificuldades na interpretação de situação-problema.

3.2.3.13 Item 13 - Descritor: Interpretar uma situação-problema descrita por meio de uma função

O item 13 avaliou a interpretação de uma situação-problema usando uma função quadrática (Figura 50), que é o último conteúdo visto no 9º ano. Ele foi usado na AD1 e na AD2.

Figura 50 – Item 13a / 13b - Avaliação Diagnóstica

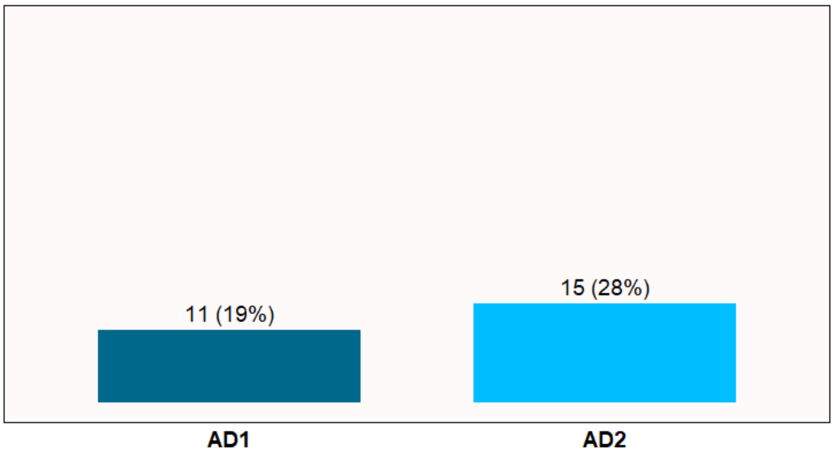
13. A trajetória de uma bola de futebol, chutada a partir de um ponto do campo, pode ser descrita pela função $h(t) = 3t - t^2$, em que $h(t)$ representa a altura da bola, em metro, em relação ao campo, e t representa o tempo, em segundos, desde o instante do chute até o instante em que a bola atinge novamente o solo. Qual a altura máxima da bola, em relação ao campo, após o chute?

(a) 2 metros. (b) 2,25 metros. (c) 2,5 metros. (d) 2,75 metros. (e) 3 metros.

Fonte: A autora, 2023

Um item considerado difícil após a aplicação da AD1, conforme observado na Tabela 3, mostrou a dificuldade dos alunos ao analisar o máximo de uma função quadrática. No Gráfico 23, apresentamos o quantitativo de acertos desse item.

Gráfico 23 – Quantitativo de acertos do Item 13



Fonte: A autora, 2023

Observando os resultados vemos que na AD1 o quantitativo de acerto foi baixíssimo, somente 11 (19%) dos alunos acertaram o item. Por isso, a mesma pergunta foi mantida na avaliação AD2. Apesar dos dados não mostrarem um aumento significativo, aos poucos os alunos vão se familiarizando com a resolução de situações-problema. Ao analisar as resoluções escritas, constatamos que, 16 (28%) alunos tentaram interpretar a situação algebricamente na AD1 e na AD2 foram 20 (35%) alunos.

3.3 Análise da entrevista estruturada da Avaliação Diagnóstica 1

A mostra da AD1 foi feita através de uma entrevista estruturada adaptada, com o objetivo principal de orientar os alunos sobre as respostas da sua própria avaliação e consequentemente, utilizar os dados obtidos na elaboração das atividades da sequência didática. Utilizando o enunciado dos itens da AD1, elaboramos perguntas e questões sobre o conteúdo abrangido, e aplicamos aos 57 alunos que tinham feito a AD1. A versão completa da entrevista estruturada está no Anexo D.

Item 1.

Figura 51 – Item 1 da entrevista estruturada

1. ***Sejam*** $A = \{1,2,3\}$ ***e*** $B = \{2,4,6,8\}$***, então quais elementos pertencem ao conjunto*** $A \times B$***?***

   (a) Você conhece o significado matemático da notação $A \times B$? ( ) Sim ( ) Não

   (b) Se sim, quais os elementos do conjunto $A \times B$?

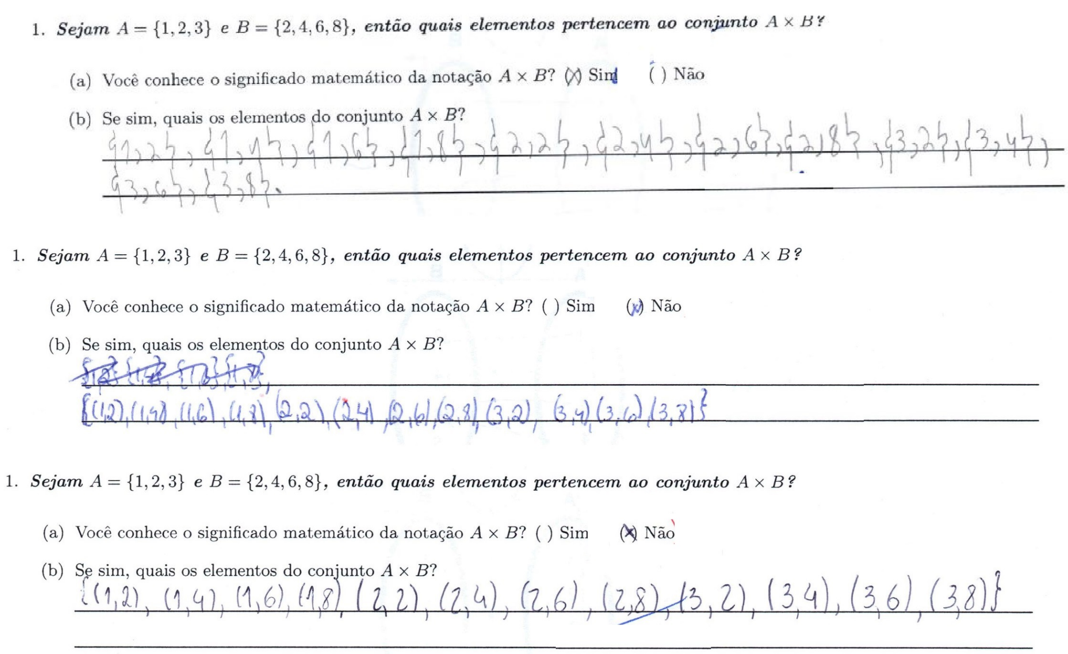
   ____

   ____

Fonte: A autora, 2023

Após a correção, verificamos que 45 (82%) alunos responderam que não conheciam o significado matemático da notação de produto cartesiano, mostrando que o item 1 da AD1 tinha sido difícil para os alunos. Apenas 3 alunos resolveram corretamente o item b, cujas soluções são mostradas na Figura 52.

Figura 52 – Resoluções dos alunos - Item 1



1. *Sejam* $A = \{1, 2, 3\}$ *e* $B = \{2, 4, 6, 8\}$*, então quais elementos pertencem ao conjunto* $A \times B$*?*

(a) Você conhece o significado matemático da notação $A \times B$? (X) Sim ( ) Não

(b) Se sim, quais os elementos do conjunto $A \times B$?

{1,2}, {1,4}, {1,6}, {1,8}, {2,2}, {2,4}, {2,6}, {2,8}, {3,2}, {3,4}, {3,6}, {3,8}.

1. *Sejam* $A = \{1, 2, 3\}$ *e* $B = \{2, 4, 6, 8\}$*, então quais elementos pertencem ao conjunto* $A \times B$*?*

(a) Você conhece o significado matemático da notação $A \times B$? ( ) Sim (X) Não

(b) Se sim, quais os elementos do conjunto $A \times B$?

{(1,2),(1,4),(1,6),(1,8),(2,2),(2,4),(2,6),(2,8),(3,2),(3,4),(3,6),(3,8)}

1. *Sejam* $A = \{1, 2, 3\}$ *e* $B = \{2, 4, 6, 8\}$*, então quais elementos pertencem ao conjunto* $A \times B$*?*

(a) Você conhece o significado matemático da notação $A \times B$? ( ) Sim (X) Não

(b) Se sim, quais os elementos do conjunto $A \times B$?

{(1,2), (1,4), (1,6), (1,8), (2,2), (2,4), (2,6), (2,8), (3,2), (3,4), (3,6), (3,8)}

Fonte: A autora, 2023

Mesmo não usando a notação correta, o primeiro aluno respondeu "sim" ao item 1a e resolveu corretamente o item 1b da entrevista, mostrando conhecimento do conteúdo. Como o índice de acertos ao item b foi baixo, o conteúdo sobre produto cartesiano foi adicionado durante as atividades.

Item 2.

Figura 53 – Item 2 da entrevista estruturada

2. ***A relação*** R ***de um conjunto*** A ***em um conjunto*** B ***é definida pela lei*** $y = x^2 + 2$***. Sabendo que*** $x \in A$ ***e*** $y \in B$***, qual alternativa melhor representa os conjuntos*** A ***e*** B***?***

(a) Se você tivesse o conjunto A, a solução tornaria mais fácil? ( ) Sim ( ) Não

(b) Dado $A = \{1, 2, 3\}$, qual seria uma possível solução para o conjunto B?

Fonte: A autora, 2023

Do total de 57 alunos, 48 (84%) alunos responderam "sim" ao item 2a e 35 (61%) alunos conseguiram responder o item 2b corretamente. Com isso, se o item fornecesse um dos conjuntos da relação, os alunos considerariam mais fácil a questão. Comparando com os resultados da AD1, 23 (40%) alunos resolveram corretamente os dois itens. Sendo assim, um percentual aceitável por esse item ter sido classificado como índice de dificuldade mediano, conforme Tabela 3. A Figura 54 mostra a resolução feita por um dos alunos.

Figura 54 – Resolução do aluno - Item 2

2. ***A relação R de um conjunto A em um conjunto B é definida pela lei $y = x^2 + 2$. Sabendo que $x \in A$ e $y \in B$, qual alternativa melhor representa os conjuntos A e B?***

   (a) Se você tivesse o conjunto A, a solução tornaria mais fácil? (x) Sim ( ) Não

   (b) Dado $A = \{1, 2, 3\}$, qual seria uma possível solução para o conjunto B?

$y = x^2 + 2$ - $2^2 + 2$
$y = 1^2 + 2$ $4 + 2 = 6$
$y = 1 + 2 = 3$ $3^2 + 2 =$
11

$B = \{3, 6, 1\}$

Fonte: A autora, 2023

Na resolução percebemos que os cálculos foram feitos corretamente e o conjunto B estava faltando apenas o número 11.

Item 3.

Figura 55 – Item 3 da entrevista estruturada

3. ***Das relações representadas abaixo, qual relação é um exemplo de função entre os conjuntos A e B?***

   (a) Você lembra da definição de uma função? ( ) Sim ( ) Não

   (b) Dê um exemplo de função? (Algebricamente ou geometricamente)

Fonte: A autora, 2023

Após a correção, observamos que 24 (42%) alunos não lembravam da definição de função, mas 35 (61%) alunos conseguiram exemplificar graficamente ou algebricamente uma função no item 3b. Com esses resultados, percebemos, que os alunos, têm dificuldades de associar as definições que são trabalhadas nas aulas de Matemática com os exercícios de aplicação, mas têm facilidades para memorizar resultados. A Figura 56 mostra os dois tipos de soluções feitas pelos alunos.

Figura 56 – Resoluções dos alunos - Item 3

3. ***Das relações representadas abaixo, qual relação é um exemplo de função entre os conjuntos A e B?***

   (a) Você lembra da definição de uma função? (X) Sim ( ) Não

   (b) Dê um exemplo de função? (Algebricamente ou geometricamente)

$f(x) = ax + b$

3. ***Das relações representadas abaixo, qual relação é um exemplo de função entre os conjuntos A e B?***

   (a) Você lembra da definição de uma função? ( ) Sim (X) Não

   (b) Dê um exemplo de função? (Algebricamente ou geometricamente)

$f(x) = ax^2 + b$

Fonte: A autora, 2023

Na primeira resolução, o aluno exemplifica através das duas representações.

Item 4.

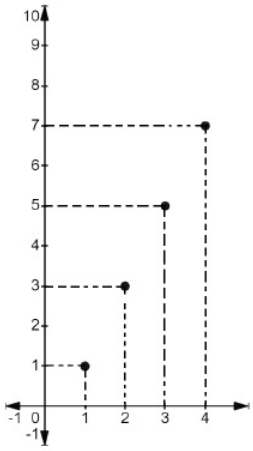
Figura 57 – Item 4 da entrevista estruturada

4. ***A relação $R = \{(1,2),(2,4),(3,6),(4,8)\}$ é uma função entre os conjuntos A e B. O conjunto imagem de R é representado por***

   (a) Você lembra da definição de conjunto imagem? ( ) Sim ( ) Não

   (b) Se o exercício tivesse um gráfico, você conseguiria encontrar o conjunto imagem? ( ) Sim ( ) Não

   (c) Observe o gráfico abaixo e indique o conjunto imagem da função dada?

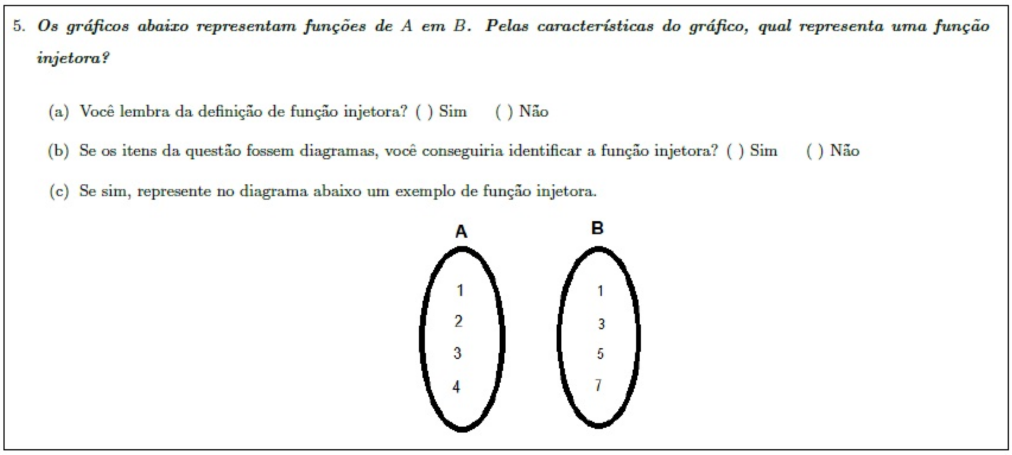


Fonte: A autora, 2023

Nesse item foi questionado sobre a definição de conjunto imagem e o gráfico da função no plano cartesiano. Dos 57 alunos que responderam a entrevista estruturada, 23 (58%) alunos responderam sim ao item 4a, 21 (37%) alunos responderam sim ao item 4b e 9 (16%) alunos acertaram o item 4c. Percebemos, assim, uma dificuldade dos alunos sobre a interpretação do gráfico de uma função.

Item 5.

Figura 58 – Item 5 da entrevista estruturada


5. ***Os gráficos abaixo representam funções de A em B. Pelas características do gráfico, qual representa uma função injetora?***

(a) Você lembra da definição de função injetora? ( ) Sim ( ) Não

(b) Se os itens da questão fossem diagramas, você conseguiria identificar a função injetora? ( ) Sim ( ) Não

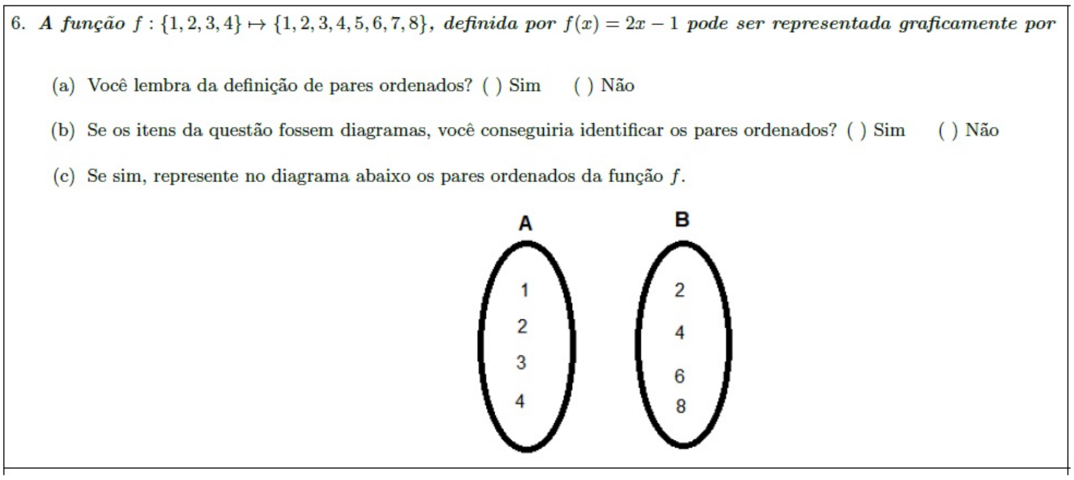
(c) Se sim, represente no diagrama abaixo um exemplo de função injetora.

Fonte: A autora, 2023

Do total de 57 alunos, 38 (67%) alunos responderam que "não" lembravam da definição de função injetora. Quando questionados se o diagrama facilitaria, 33 (58%) alunos responderam "não". Comparando os resultados da entrevista com a AD1, 9 (16%) alunos conseguiram responder os dois itens corretamente. O baixo desempenho pode ser justificado pelo conteúdo não ser explorado no livro do 9º ano.

Item 6.

Figura 59 – Item 6 da entrevista estruturada


6. ***A função $f : \{1, 2, 3, 4\} \mapsto \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, definida por $f(x) = 2x - 1$ pode ser representada graficamente por***

(a) Você lembra da definição de pares ordenados? ( ) Sim ( ) Não

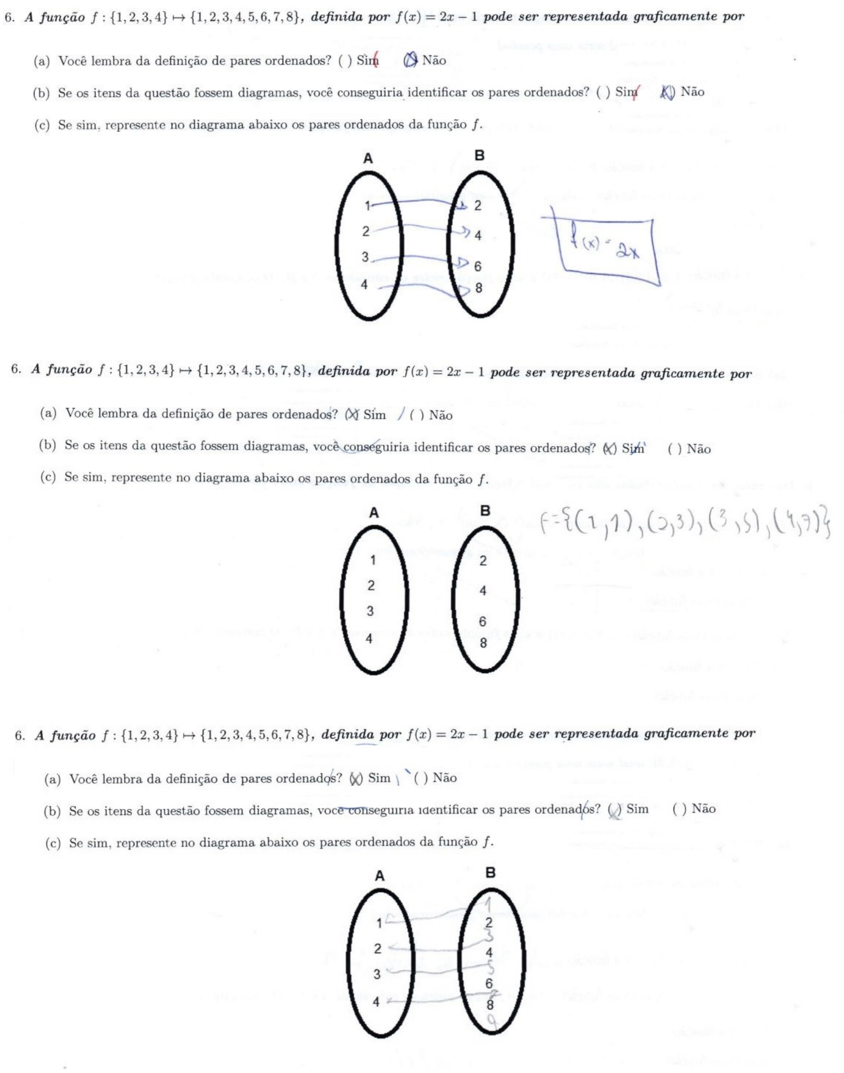
(b) Se os itens da questão fossem diagramas, você conseguiria identificar os pares ordenados? ( ) Sim ( ) Não

(c) Se sim, represente no diagrama abaixo os pares ordenados da função f.

Fonte: A autora, 2023

Durante a aplicação, verificamos um erro no diagrama do item 6c, levando os alunos a não completarem o item final. E mais uma vez, a definição foi um obstáculo a mais na resolução, pois 27 (47%) alunos responderam "não" ao item 6a. Apesar, do equívoco sobre o diagrama, 3 alunos conseguiram criar uma maneira de responder ao item 6c, conforme mostra a Figura 60.

Figura 60 – Resoluções dos alunos - Item 6



Fonte: A autora, 2023

Os alunos resolveram o item 6c com criatividade quando criaram uma função $f(x)$, representaram os pares ordenados como elementos de um conjunto e acrescentaram os elementos que faltavam no conjunto B do diagrama.

Item 7.

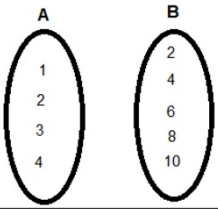
Figura 61 – Item 7 da entrevista estruturada

7. ***Qual gráfico representa uma função sobrejetora?***

(a) Você lembra da definição de função sobrejetora? ( ) Sim ( ) Não

(b) Se os itens da questão fossem diagramas, você conseguiria identificar a função sobrejetora? ( ) Sim ( ) Não

(c) Se sim, represente no diagrama abaixo um exemplo de função sobrejetora.



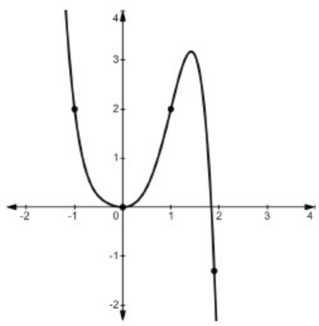
Fonte: A autora, 2023

Os dados demonstraram que 37 (65%) alunos desconheciam a definição de função sobrejetora e 35 (61%) alunos responderam "não" para o item 7b. O diagrama do item 7c estava errado durante a aplicação, assim nenhum aluno acertou o item.

Item 8.

Figura 62 – Item 8 da entrevista estruturada

8. ***Dado o gráfico da função*** $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$.



Podemos afirmar que

(a) Observando o gráfico, quais os valores de $f(1)$, $f(0)$ e $f(-1)$?

(b) Identifique no gráfico os pontos $f(2,5)$ e $f(0,5)$.

(c) A expressão $f(2,5) < f(0,5)$ está correta?

Fonte: A autora, 2023

Os dados continuam mostrando a dificuldade dos alunos nas questões que envolvem valor de uma função através do gráfico. Neste item, 24 (42%) alunos acertaram o item 8a, 7 (12%) alunos acertaram o item 8b e 9 (16%) acertaram o item 8c. Quando comparamos o desempenho do item 8 da AD1 (Gráfico 18) com o desempenho de todos os subitens referentes ao item 8 da entrevista estruturada, apenas 5 (9%) alunos responderam corretamente o item 8.

Item 9.

Figura 63 – Item 9 da entrevista estruturada

9. ***A lei de uma função f é dada por*** $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$. ***O valor númerico de*** $\frac{f(0)-f(1)}{f(2)}$ ***é igual a***

(a) A lei de formação da função com fração foi uma dificuldade extra? ( ) Sim ( ) Não

(b) Sendo $f(x) = 5x - 3$, qual o valor numérico de $f(1) + f(0) - f(2)$?

(c) E o valor da expressão $\frac{f(3)+f(1)}{f(2)}$?

Fonte: A autora, 2023

Quando questionados sobre a dificuldade na lei de formação da função dada envolvendo fração, 26 (46%) responderam que não. Nos demais itens, 36 (63%) e 33 (58%) alunos responderam corretamente os itens 9b e 9c, respectivamente.

Item 10.

Figura 64 – Item 10 da entrevista estruturada

10. ***A tabela abaixo representa a relação entre duas grandezas:***

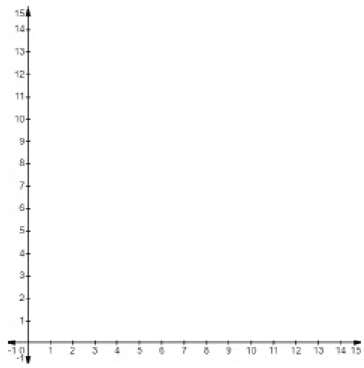
Tempo (s)	0	1	2	3
Distância (m)	3	7	11	15

De acordo com a tabela, a sentença algébrica que relaciona a distância (d) ***e o tempo*** (t) ***será***

(a) Em relação as grandezas do exercício, quem está em função de quem?

( ) tempo em função da distância   ( ) distância em função do tempo

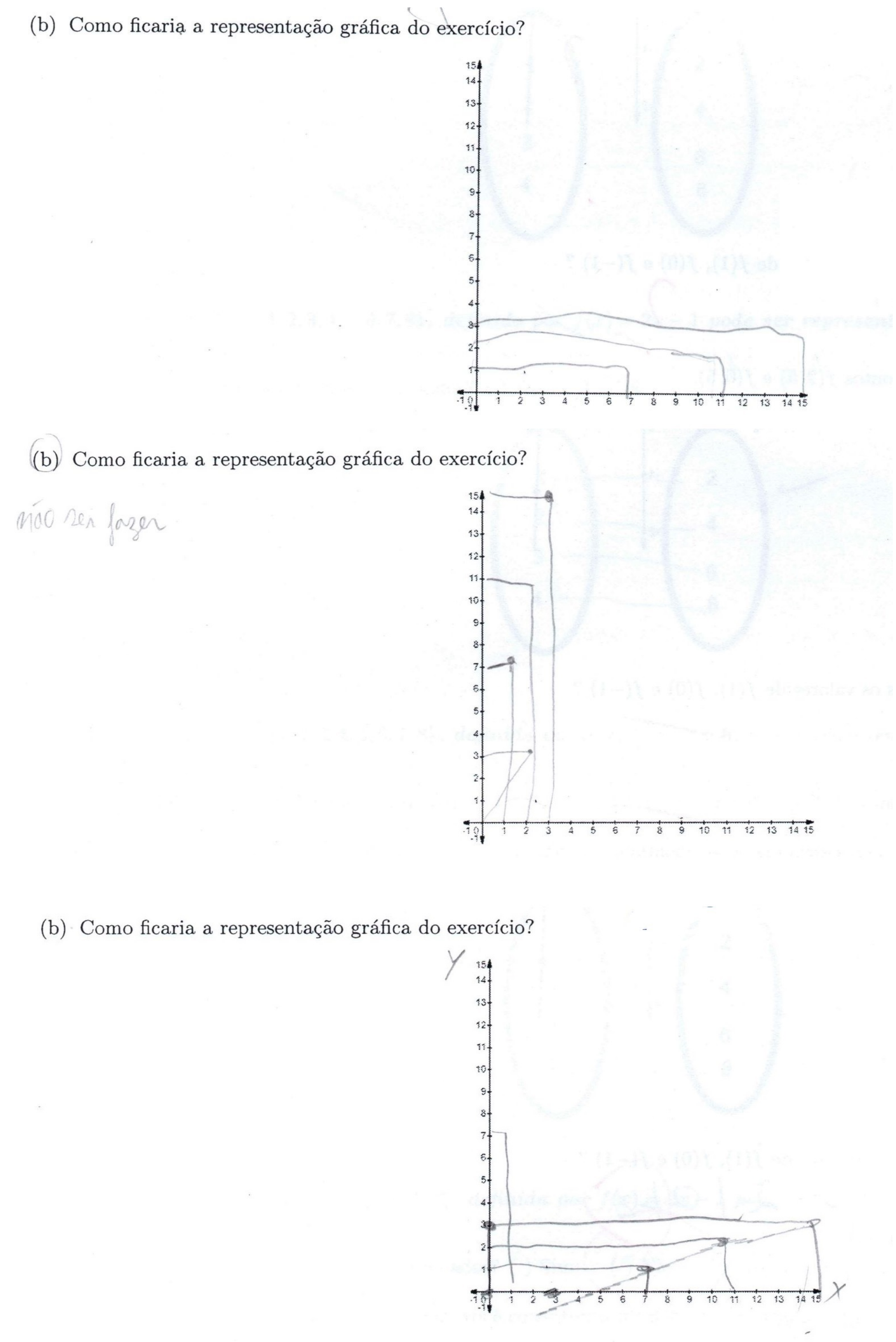
(b) Como ficaria a representação gráfica do exercício?



Fonte: A autora, 2023

Neste item, 43 (75%) alunos reconheceram a relação entre as grandezas. Desses alunos, apenas 3 alunos não conseguiram representar no gráfico as informações do item 10, como podemos observar na Figura 65.

Figura 65 – Resoluções dos alunos - Item 10



Fonte: A autora, 2023

Os erros cometidos pelos alunos foram ressaltados durante as atividades propostas na sequência didática.

Item 11.

Figura 66 – Item 11 da entrevista estruturada

11. ***Leia:***

"Um estagiário de um escritório recebe R$ 12,00 por hora trabalhada até o limite de 20 horas semanais e para cada hora que exceder recebe R$ 18,00."

Qual tabela que melhor representa a situação acima?

(a) De acordo com as grandezas da questão, quem está em função de quem?

( ) Horas/trabalhadas em função do salário ( ) Salário em função das horas/trabalhadas

(b) Qual a equação matemática que melhor representa essa função?

____

Fonte: A autora, 2023

Neste item, apenas um aluno conseguiu representar corretamente a função. Mesmo identificando as grandezas desse item, os alunos possuem dificuldades em trabalhar com funções definidas por mais de uma sentença na teoria de funções. A Figura 67 mostra a resolução mencionada, onde observamos que o aluno soube estruturar corretamente a função.

Figura 67 – Resolução do aluno - Item 11

11. ***Leia:***

"Um estagiário de um escritório recebe R$ 12,00 por hora trabalhada até o limite de 20 horas semanais e para cada hora que exceder recebe R$ 18,00." $12x$

Qual tabela que melhor representa a situação acima?

(a) De acordo com as grandezas da questão, quem está em função de quem?

( ) Horas/trabalhadas em função do salário (X) Salário em função das horas/trabalhadas

(b) Qual a equação matemática que melhor representa essa função?

$y = 12x \mid x \leq 20$ ou $y = 12 \cdot 20 + 18(x-20) \mid x > 20$

Fonte: A autora, 2023

Item 12.

Figura 68 – Item 12 da entrevista estruturada

12. ***Ao completar com gasolina o tanque de seu carro, o motorista olhou para a bomba e observou que havia colocado 26 litros de gasolina e que o total a pagar era R$ 130,00. Considerando x e y as grandezas relacionadas na situação, a equação que melhor representa essa relação é***

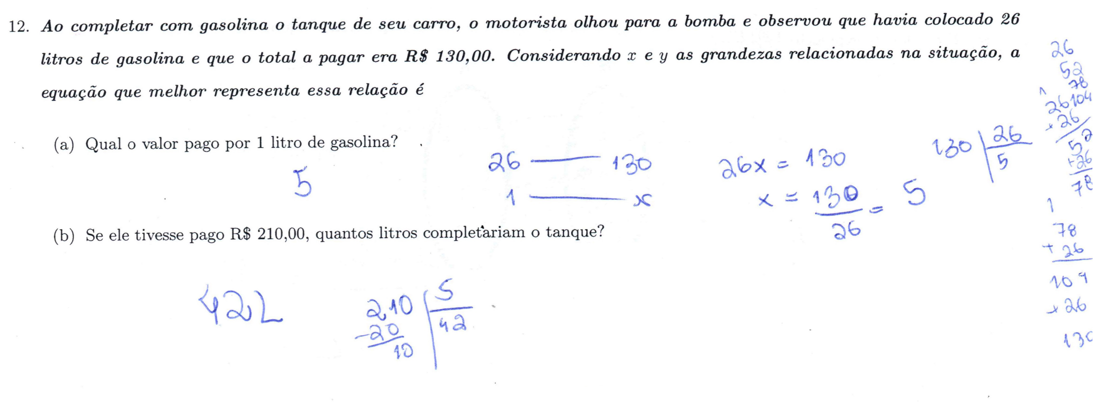
    (a) Qual o valor pago por 1 litro de gasolina?

    (b) Se ele tivesse pago R$ 210,00, quantos litros completariam o tanque?

Fonte: A autora, 2023

Nesse item, 46 (81%) alunos acertaram o item 12a, e 40 (70%) alunos o item 12b, mostrando um conhecimento em resolução de problemas separado do conteúdo de função. Uma solução, sem o conteúdo de função, pode ser observada na Figura 69.

Figura 69 – Resolução do aluno - Item 12


12. ***Ao completar com gasolina o tanque de seu carro, o motorista olhou para a bomba e observou que havia colocado 26 litros de gasolina e que o total a pagar era R$ 130,00. Considerando x e y as grandezas relacionadas na situação, a equação que melhor representa essa relação é***

    (a) Qual o valor pago por 1 litro de gasolina?

    5

    26 — 130
    1 — x

    $26x = 130$
    $x = \frac{130}{26} = 5$

    (b) Se ele tivesse pago R$ 210,00, quantos litros completariam o tanque?

    42L

Fonte: A autora, 2023

Item 13.

Figura 70 – Item 13 da entrevista estruturada

13. ***A trajetória de uma bola de futebol, chutada a partir de um ponto do campo, pode ser descrita pela função $h(t) = 3t–t^2$, em que $h(t)$ representa a altura da bola, em metro, em relação ao campo, e t representa o tempo, em segundos, desde o instante do chute até o instante em que a bola atinge novamente o solo. Qual a altura máxima da bola, em relação ao campo, após o chute?***

(a) Você lembra como encontrar o ponto máximo de uma função quadrática? ( ) Sim ( ) Não

(b) Qual a altura da bola de futebol, em metros, após 2 segundos, desde o instante do chute?

(c) Quantos segundos após o instante do chute, a bola de futebol atingiu 2 metros?

Fonte: A autora, 2023

O item 13a da entrevista estruturada teve 42 (74%) alunos que responderam não, confirmando o baixo desempenho dos alunos no mesmo item na AD1. Desses alunos, 23 (40%) não responderam os itens 13b e 13c. Analisando a AD1 e a entrevista estruturada, apenas 01 aluno respondeu corretamente todos os itens, conforme mostra a Figura 71.

Figura 71 – Resolução do aluno - Item 13

13. A trajetória de uma bola de futebol, chutada a partir de um ponto do campo, pode ser descrita pela função $h(t) = 3t–t^2$, em que $h(t)$ representa a altura da bola, em metro, em relação ao campo, e t representa o tempo, em segundos, desde o instante do chute até o instante em que a bola atinge novamente o solo. Qual a altura máxima da bola, em relação ao campo, após o chute?

$-\frac{\Delta}{4a}$

(a) 2 metros. ~~(b)~~ 2,25 metros. (c) 2,5 metros. (d) 2,75 metros. (e) 3 metros.

$-\frac{9}{-4} \Rightarrow 2{,}25$

13. ***A trajetória de uma bola de futebol, chutada a partir de um ponto do campo, pode ser descrita pela função $h(t) = 3t–t^2$, em que $h(t)$ representa a altura da bola, em metro, em relação ao campo, e t representa o tempo, em segundos, desde o instante do chute até o instante em que a bola atinge novamente o solo. Qual a altura máxima da bola, em relação ao campo, após o chute?*** $-\frac{\Delta}{4a} \Rightarrow \frac{4(-1).3}{4.(-1)} \Rightarrow 3$

(a) Você lembra como encontrar o ponto máximo de uma função quadrática? (/) Sim ( ) Não

(b) Qual a altura da bola de futebol, em metros, após 2 segundos, desde o instante do chute?

$h = 2m$

(c) Quantos segundos após o instante do chute, a bola de futebol atingiu 2 metros?

$2 = 3t - t^2$

$t^2 - 3t + 2 = 0 \therefore t_I = 1, \ t_{II} = 2$

Fonte: A autora, 2023

O aluno mostrou conhecimento na fórmula do valor máximo de uma função quadrática e na resolução da equação do 2º grau.

3.4 Análise do questionário final

Após o final das aulas destinadas a aplicação desse estudo, foi elaborado um questionário em que os alunos avaliaram a docente, as metodologias exploradas e poderiam dar sugestões de melhoria para os próximos trimestres. No dia da aplicação do questionário final estavam presentes um total de 61 alunos. O questionário foi aplicado com as seguintes perguntas:

1. A professora explorou metodologias diferentes para contextualizar, ilustrar e exemplificar o conteúdo a ser aprendido?
   ( ) Sempre ( ) Na maioria das vezes ( ) Raramente ( ) Nunca

2. No início ou durante as aulas, a professora buscou saber o que você sabia para poder ensinar o conteúdo?
   ( ) Sempre ( ) Na maioria das vezes ( ) Raramente ( ) Nunca

3. A resolução de exercícios durante as explicações dos conteúdos e após, como revisão, facilitaram o seu aprendizado?
   ( ) Sempre ( ) Na maioria das vezes ( ) Raramente ( ) Nunca

4. Sobre as metodologias trabalhadas em sala de aula, qual(is) você mais se identificou e que facilitou o seu aprendizado?
   ( ) Avaliação diagnóstica ( ) Entrevista estruturada ( ) Estudo dirigido ( ) Atividades com o Geogebra ( ) Aula expositiva

5. De acordo com as suas escolhas no item 04, escreva os comentários que achar necessário e que contribua para a melhoria da aprendizagem pessoal e da sua turma de um modo geral.

A Tabela 7, mostra as respostas dos itens 1, 2 e 3, resumindo como os alunos observaram a didática da docente durante as aulas.

Tabela 7 – Resumo das respostas obtidas no questionário final

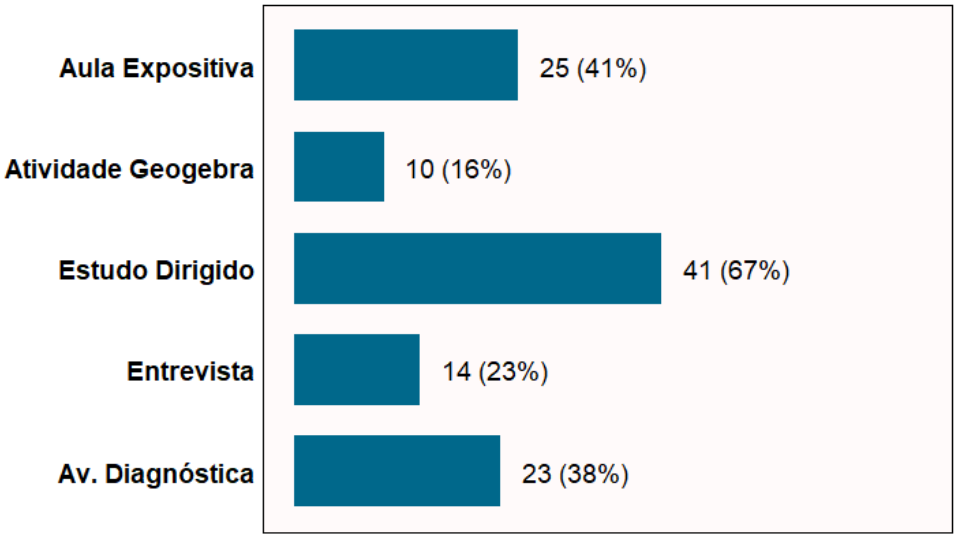
	Item 1	**Item 2**	**Item 3**
Sempre	22	30	27
Na maioria das vezes	28	18	30
Raramente	9	11	4
Nunca	2	2	0

Fonte: A autora, 2023

Observamos que a maioria dos alunos entenderam a dinâmica das aulas e participaram das atividades, facilitando o processo de ensino-aprendizagem.

O Gráfico 24, mostra a análise do item 4, sobre a preferência dos alunos entre as metodologias aplicadas. Neste item, o aluno podia escolher mais de uma opção.

Gráfico 24 – Metodologias aplicadas na sequência didática



Fonte: A autora, 2023

Apesar de todas as metodologias aplicadas durante as aulas serem novidades para os alunos, observamos que a avaliação diagnóstica e o estudo dirigido foram as preferidas por eles. Sendo um ponto positivo ao mostrar que os alunos aceitam ser desafiados e querem ser protagonistas do processo de aprendizagem. A aula expositiva aparece como a segunda melhor opção, ressaltando a importância do diálogo entre professores e alunos durante a exposição dos conteúdos.

As atividades com o Geogebra foram as que eles menos gostaram. Apesar da maioria dos alunos terem smartphone, durante as aulas, observamos que uma turma participou mais das atividades pedagógicas com o aplicativo do que a outra. As atividades com tecnologia podem ser melhoradas, buscando ideias dos estudos mencionados no Capítulo 2.

Em relação ao item 5, houve algumas sugestões e vários relatos de como as metodologias os ajudaram no estudo. A fim de exemplificar tais pontos, listamos as seguintes falas.

> “A resolução de exercícios durante as aulas expositivas me ajudam a sanar a maioria das minhas dúvidas e os EDs e Autoavaliações me ajudaram a reconhecer os conteúdos que eu precisava me dedicar um pouco mais”.

> “Acho que as AD devem ser feitas mais vezes”.

> "Com o ED e resolução de exercícios, eu pude utilizar os exercícios como guia ao estudar para as provas. Como alguém com mais dificuldade em exatas, As páginas corrigidas me ajudaram a tirar as dúvidas".

> "Estudos dirigidos ajudam muito com os conteúdos, a revisar. Mais aulas expositivas da parte teórica da matéria".

Após a análise total do questionário, no início do 2º trimestre, foram feitas algumas mudanças na ordem de aplicação das atividades, de acordo com as preferências e sugestões dadas pelos alunos. Uma das modificações foi sobre a aplicação do estudo dirigido. Passamos a aplicá-lo após as aulas expositivas, como revisão do conteúdo. A participação do aluno nas atividades pedagógicas ajuda na aproximação docente-aluno, formando uma relação de confiança no processo de ensino-aprendizagem.

Considerações finais

Este estudo consistiu em elaborar uma sequência didática apresentando diferentes metodologias, com a finalidade de reforçar o conteúdo sobre funções adquirido no 9º do ensino fundamental II. Trabalhamos os conceitos na teoria de funções, no qual as funções afins e as quadráticas estavam presentes nos exemplos e exercícios, por ser um conteúdo muito importante na transição dos alunos do ensino fundamental II para o ensino médio.

Os capítulos desta dissertação trouxeram uma análise dos livros didáticos adotados no CMB, descrições das metodologias trabalhadas e análise dos resultados obtidos pelos questionários, avaliações e entrevistas realizadas na elaboração da sequência didática.

Após a análise da teoria de funções apresentada nos livros, percebemos que os alunos do 9º ano não conhecem a fundo as definições e as notações técnicas. Detalhe que, às vezes, os docentes do ensino médio acreditam, falsamente, que seria fácil para os alunos no 1º ano compreenderem o conceito de funções.

O questionário individual, as avaliações diagnósticas e a entrevista estruturada foram de grande importância para iniciar os estudos dessa dissertação, pois mostraram que conhecer o perfil e as dificuldades que os alunos possuíam na Matemática, ajudaram a resgatar metodologias não conhecidas por eles, a fim de aproximá-los à elaboração das aulas.

Analisando os dados da entrevista estruturada, foi possível trabalhar conteúdos com mais detalhes. O quadro 9, apresenta as conclusões retiradas do desempenho dos alunos em cada item.

Quadro 9 – Conclusões dos itens da entrevista estruturada

Item	Percentual referente ao Total de Alunos que fizeram as duas avaliações (AD1 e Entrevista estruturada)
1	80% não conheciam o conceito de produto cartesiano
2	60% conseguiam encontrar um dos conjuntos da função através da lei de formação
3	50% não lembravam da definição de função, mas 60% conseguiam exemplificar uma função
4	90% não conseguiam encontrar o conjunto imagem pelo gráfico
5	70% não lembravam da definição de função injetora
6	50% não lembravam da definição de par ordenado
7	60% desconheciam a definição de função sobrejetora
8	60% não conseguiam identificar valores de uma função no gráfico
9	70% tiveram dificuldades em cálculos básicos envolvendo valores de uma função e sua lei de formação
10	75% conseguiram representar valores de uma tabela no plano cartesiano
11	99% não conseguem representar a lei de formação de uma situação-problema com mais de uma sentença
12	75% resolvem uma situação-problema sem mencionar a teoria de função
13	70% tiveram dificuldades na interpretação de uma situação-problema envolvendo a função quadrática

Fonte: A autora, 2023

Durante as aulas, tínhamos consciência das dificuldades corriqueiras que uma sala de aula poderia proporcionar: a falta de interesse, as brincadeiras, conversas paralelas, dificuldades no conteúdo e os próprios problemas emocionais dos alunos. Assim, procuramos diversificar as dinâmicas em sala de aula, fornecendo ferramentas suficientes para que eles tivessem um apoio durante a execução das atividades. A cada etapa do estudo, os alunos correspondiam de forma positiva, mostrando mais interesse em resolver os exercícios, independente se valeriam para uma nota formal.

Analisando as atividades de um modo geral, percebemos que entre as atividades propostas, o uso de uma tecnologia digital, não foi o ponto mais empolgante entre os alunos. O aplicativo Geogebra, no smartphone, foi usado apenas nas construções de gráficos e análise dos mesmos, devido ao curto prazo que envolveu o estudo desta dissertação. A atividade supracitada, mostrou que a simples inclusão dessas tecnologias digitais não é suficiente para o aprendizado significativo. Acreditamos que atividades extraclasse envolvendo o aplicativo durante ano letivo em diferentes segmentos no colégio, os docentes poderiam ter aulas mais planejadas e os alunos se envolveriam mais nas atividades propostas.

No entanto, consideramos que as atividades pedagógicas trabalhadas contribuíram para a melhoria das aulas e para o aprendizado do conteúdo da teoria de funções, sendo sua ampliação uma opção viável para diferentes conteúdos e para todos os docentes. A integração com outras pesquisas dentro da educação matemática, podem proporcionar um resgate da autoestima dos alunos em relação a esta disciplina que tanto causa desconforto entre eles.

Diante do exposto, desejamos que esse estudo ajude outros docentes (ou futuros docentes) a planejar suas aulas e dedicar-se constantemente a um aprendizado significativo de seus alunos, retornando as aulas de Matemática uma referência em troca de conhecimento.

Referências

ALMEIDA, J. P.-G. A. M. Análise da dificuldade e da discriminação de itens de matemática do ENEM. *REMAT*, v. 4, n. 2, p. 38–53, dez. 2018.

ANDRIOLA, W. B. Avaliação da aprendizagem: uma análise descritiva segundo a Teoria de Respostas ao Item (TRI). *Revista Educação em Debate*, v. 20, n. 36, p. 93–102, 1998.

ARAÚJO, J. R. de S. *Uso de smartphones e tablets como ferramentas do ensino de Matemática: o software Geogebra*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Acre, jan. 2015.

CANGIANI, D. T. D. P. S. M. P. Utilização do perfil dos estudantes como parâmetro da gestão educacional. *Regae - Revista de Gestão e Avaliação Educacional*, Rio Branco, v. 6, n. 12, p. 107–123, maio 2017.

DEPA. Normas para a Avaliação Escolar da Educação Básica (NAEEB). Documento interno (SCMB). 2022.

DEPA. Caderno de didática. Documento interno - SCMB. 2023.

EVES, H. *Introdução à história da Matemática*. São Paulo: Editora da Unicamp, 2011.

FEIJÓ, R. S. A. A. *Dificuldades e obstáculos no aprendizado de trigonometria: um estudo com alunos do ensino médio do Distrito Federal*. Dissertação (Mestrado) — Universidade de Brasília, 2018.

FLORES, T. *Uso do software Geogebra no ensino e aprendizagem de funções afins e quadráticas*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá, 2018.

GLADCHEFF, A. P. Entrevista estruturada: uma eficiente técnica de aquisição de conhecimento explícito. *Pensamento e Realidade*, v. 6, n. 13, p. 133–140, 2003.

HAYDT, R. C. C. *Curso de didática geral*. São Paulo: Editora Ática, 2011.

LIBÂNEO, J. C. *Didática*. São Paulo: Cortez Editora, 2006.

MARQUES Ênio S. C. *Matemática: compreensão e prática*. São Paulo: Editora Moderna, 2019.

MEC. *Base Nacional Comum Curricular - BNCC*. 2018. <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso: 20/09/2023. 27

NOGUEIRA, G. *Uma proposta de introdução do aplicativo calculadora gráfica do Geogebra para alunos do Ensino Médio*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2019.

NUNES, D. E. *O ensino-aprendizagem da matemática através de tecnologias da informação e comunicação para o ensino médio, em especial a utilização do celular como ferramenta pedagógica e o aplicativo calculadora gráfica Geogebra*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Vitória da Conquista, 2020.

PAIVA, M. *Matemática: Paiva*. São Paulo: Editora Moderna, 2015.

PILETTI, C. *Didática geral*. São Paulo: Editora Ática, 2004.

REGIS, T. F. da S. *Avaliação diagnóstica em matemática dos alunos que ingressaram nos cursos técnicos integrados do Instituto Federal de Rondônia em 2015 - Campus Vilhena*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Rondônia – UNIR, Porto velho, 2015.

ROQUE, J. B. P. T. M. *Tópicos de História da Matemática*. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2012.

SILVA, J. A. R. S. A. F. A. C. R. da. Avaliação educacional em larga escala e algumas considerações sobre a TCT e a TRI. *Revista Ciências Exatas e Naturais*, v. 20, n. 1, p. 119–125, jan. 2018.

SOARES, D. J. M. *Teoria Clássica dos Testes e Teoria de Resposta ao Item aplicadas em uma avaliação de Matemática básica*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Viçosa, fev. 2018.

UGALDE, M. C. P.; ROWEDER, C. Sequência didática: uma proposta metodológica de ensino-aprendizagem. *Revista de Estudos e Pesquisas sobre Ensino Tecnológico*, v. 6, n. Edição especial, 2020.

VIANA, G. de Oliveira Silva; Gabriel Christiano da Silva; Luiz Augusto Ferreira de C. Análise do perfil do estudante no processo de ensino-aprendizagem: um estudo de caso em minas gerais. *Brazilian Journal of Development*, v. 7, n. 2, p. 17042–17058, fev. 2021.

ZABALA, A.; ARNAU, L. *Como aprender e ensinar competências [Recurso eletrônico]*. [S.l.]: Artmed, 2014.

Anexos

ANEXO A - Questionário individual

SISTEMA COLÉGIO MILITAR DO BRASIL
COLÉGIO MILITAR DE BRASÍLIA
1º Ano - Matemática

NOME DE GUERRA: ______________________ TURMA: _____ NÚMERO: _____

Questionário Individual

1. Você é um aluno:

   ( ) Amparado ( ) Amparado e transferido ( ) Concursado ( ) Concursado e transferido

2. Qual ano de ingresso no CMB? ______________________

3. Em que Ano Escolar você entrou? ( ) 6º ano ( ) 7º Ano ( ) 8º Ano ( ) 9º Ano ( ) 1º Ano

4. Antes do CMB, você estudou em uma escola: ( ) Pública ( ) Particular

5. Já foi reprovado em algum Ano Escolar? ( ) Não ( ) Sim Qual Ano Escolar? ______________________

6. Você faz cursinho fora do CMB? ( ) Não ( ) Sim Onde? ______________________

7. Sobre a disciplina de Matemática:

   (a) Você gosta de estudar Matemática? ( ) Sim ( ) Não

   (b) Você domina as operações básicas da Matemática? ( ) Sim ( ) Não

   (c) Já ficou de recuperação em Matemática? ( ) Nunca ( ) 1 vez ( ) 2 vezes ( ) Mais de 2 vezes

   (d) Qual conteúdo de Matemática que você mais gostou de estudar? ______________________

   (e) Qual a sua expectativa para a disciplina de Matemática no 1º ano do Ensino Médio?

   ____

   ____

8. Sobre o estudo da disicplina de Matemática:

   (a) Com que frequência você estuda Matemática? ( ) Diariamente ( ) 2 a 4 vezes por semana ( ) Raramente ( ) Só quando tem provas

   (b) Como você estuda? ( ) Lendo o livro didático ( ) Lendo o livro didático e resolvendo exercícios ( ) Resolvendo exercícios

   (c) Você tem apoio em casa para estudar? ( ) Não ( ) Sim Quem? ______________________

   (d) Gosta de assistir videoaulas pela internet? ( ) Sim ( ) Não

   (e) Conhece algum aplicativo de Matemática para ajudar nos estudos? ( ) Não ( ) Sim Qual? ______________________

9. Sobre o 1º Ano do Ensino Médio:

   (a) Você está entusiasmado? ( ) Sim ( ) Não

   (b) Qual a sua expectativa para o ano de 2023?

   ____

   ____

   ____

ANEXO B - Avaliação Diagnóstica 1

SISTEMA COLÉGIO MILITAR DO BRASIL
COLÉGIO MILITAR DE BRASÍLIA
1º Ano - Matemática

Avaliação Diagnóstica - Funções

NOME DE GUERRA: ______________________________

TURMA: ______________ **NÚMERO:** ______________

Instruções: 1. Avaliação individual, sem consulta e sem uso de calculadora; 2. Respostas à caneta no Cartão Resposta.

1. Sejam $A = \{1, 2, 3\}$ e $B = \{2, 4, 6, 8\}$, então quais elementos pertencem ao conjunto $A \times B$?

   (a) (1, 1), (2, 2) e (3, 3).

   (b) (4, 2), (6, 2) e (8, 2).

   (c) (1, 2), (3, 6) e (4, 8).

   (d) (1, 2), (1, 4), (1, 6) e (1, 8).

   (e) (2, 2), (3, 2), (4, 2) e (6, 2).

2. A relação R de um conjunto A em um conjunto B é definida pela lei $y = x^2 + 2$. Sabendo que $x \in A$ e $y \in B$, qual alternativa melhor representa os conjuntos A e B?

   (a) $A = \{1, 2, 3\}$ e $B = \{4, 5, 6\}$.

   (b) $A = \{1, 2, 3\}$ e $B = \{3, 4, 5\}$.

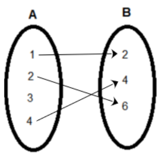
   (c) $A = \{1, 3, 5\}$ e $B = \{1, 4, 10\}$.

   (d) $A = \{3, 4, 5\}$ e $B = \{11, 18, 27\}$.

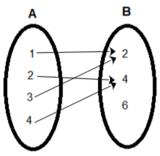
   (e) $A = \{2, 3, 4\}$ e $B = \{6, 8, 10\}$.

3. Das relações representadas abaixo, qual relação é um exemplo de função entre os conjuntos A e B?

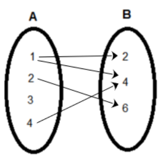
   (a)



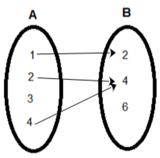
   (b)



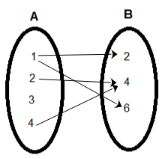
   (c)



   (d)



   (e)



4. A relação $R = \{(1,2),(2,4),(3,6),(4,8)\}$ é uma função entre os conjuntos A e B. O conjunto imagem de R é representado por

(a) $\{1,3\}$.

(b) $\{1,2,3,4\}$.

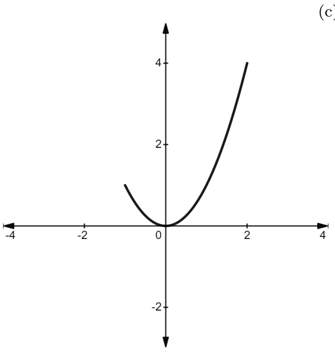
(c) $\{2,4,6,8\}$.

(d) $\{1,3,6,8\}$.

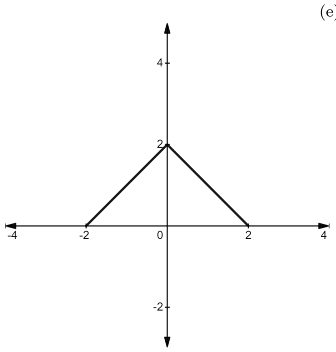
(e) $\{1,2,3,4,6,8\}$.

5. Os gráficos abaixo representam funções de A em B. Pelas características do gráfico, qual representa uma função injetora?

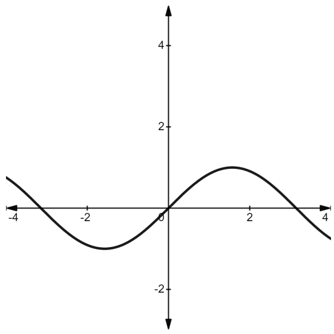
(a)



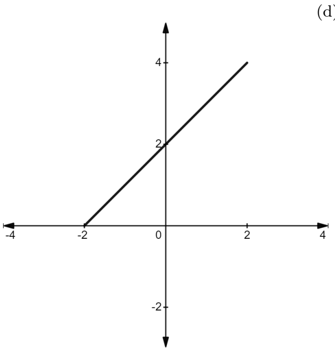
(c)



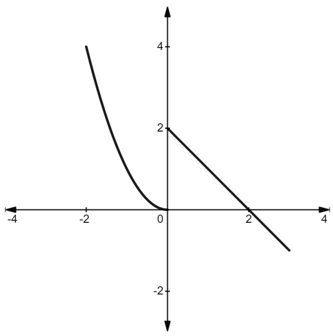
(e)



(b)

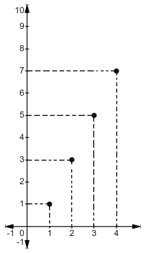


(d)

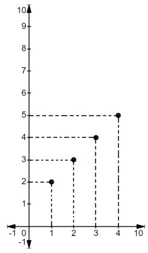


6. A função $f : \{1, 2, 3, 4\} \mapsto \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, definida por $f(x) = 2x - 1$ pode ser representada graficamente por

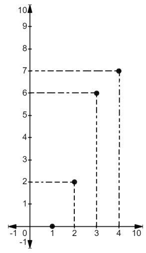
(a)



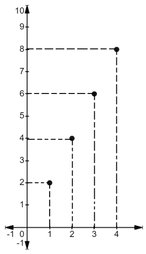
(c)



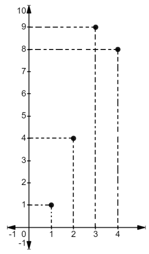
(e)



(b)

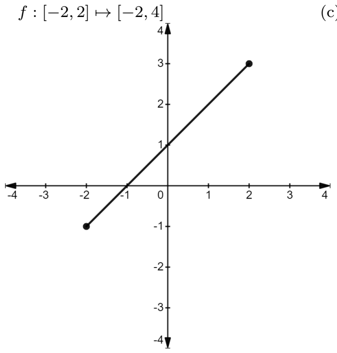


(d)

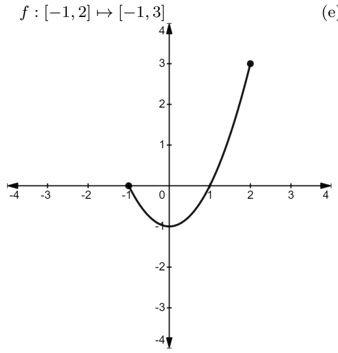


7. Qual gráfico representa uma função sobrejetora?

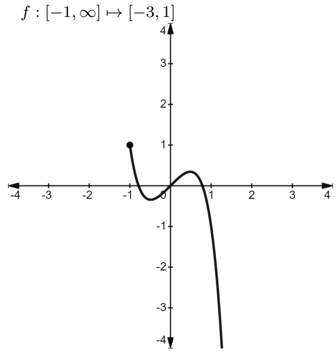
(a) $f : [-2, 2] \mapsto [-2, 4]$



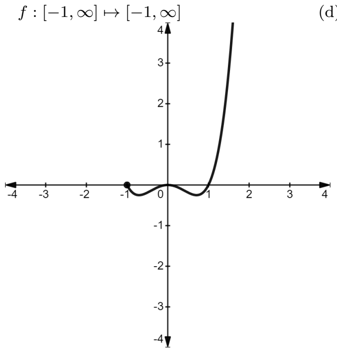
(c) $f : [-1, 2] \mapsto [-1, 3]$



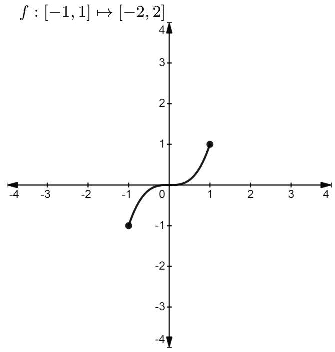
(e) $f : [-1, \infty] \mapsto [-3, 1]$



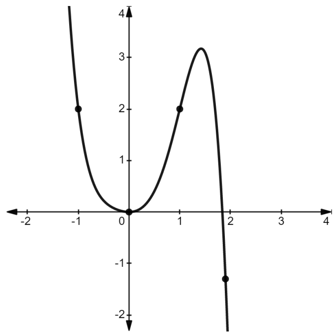
(b) $f : [-1, \infty] \mapsto [-1, \infty]$



(d) $f : [-1, 1] \mapsto [-2, 2]$



8. Dado o gráfico da função $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$.



Podemos afirmar que

(a) $f(1) < f(2)$.
(b) $f(0) > f(3)$.
(c) $f(2,5) > f(0,5)$.
(d) $f(1,5) < f(3)$.
(e) $f(-1) < f(0,5)$.

9. A lei de uma função f é dada por $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$. O valor númerico de $\frac{f(0)-f(1)}{f(2)}$ é igual a

(a) -3.
(b) -2.
(c) -1.
(d) 0.
(e) 1.

10. A tabela abaixo representa a relação entre duas grandezas:

Tempo (s)	0	1	2	3
Distância (m)	3	7	11	15

De acordo com a tabela, a sentença algébrica que relaciona a distância (d) e o tempo (t) será

(a) $d = 3t$.
(b) $d = t + 4$.
(c) $d = 4 + 3t$.
(d) $d = 4t$.
(e) $d = 3 + 4t$.

11. Leia:

"Um estagiário de um escritório recebe R$ 12,00 por hora trabalhada até o limite de 20 horas semanais e para cada hora que exceder recebe R$ 18,00."

Qual tabela que melhor representa a situação acima?

(a)

Horas Semanais trabalhadas	5	10	15	20	25	30
Salário Pelas Horas Trabalhadas (R$)	60	120	200	280	390	400

(b)

Horas Semanais trabalhadas	5	10	15	20	25	30
Salário Pelas Horas Trabalhadas (R$)	60	120	180	240	300	360

(c)

Horas Semanais trabalhadas	5	10	15	20	25	30
Salário Pelas Horas Trabalhadas (R$)	90	180	270	360	450	540

(d)

Horas Semanais trabalhadas	5	10	15	20	25	30
Salário Pelas Horas Trabalhadas (R$)	60	120	180	240	330	420

(e)

Horas Semanais trabalhadas	5	10	15	20	25	30
Salário Pelas Horas Trabalhadas (R$)	80	160	240	300	380	460

12. Ao completar com gasolina o tanque de seu carro, o motorista olhou para a bomba e observou que havia colocado 26 litros de gasolina e que o total a pagar era R$ 130,00. Considerando x e y as grandezas relacionadas na situação, a equação que melhor representa essa relação é

(a) $y = 5x$. (b) $y = 5x + 130$. (c) $y = 26x + 5$. (d) $y = 26x + 130$. (e) $y = 26x$.

13. A trajetória de uma bola de futebol, chutada a partir de um ponto do campo, pode ser descrita pela função $h(t) = 3t–t^2$, em que $h(t)$ representa a altura da bola, em metro, em relação ao campo, e t representa o tempo, em segundos, desde o instante do chute até o instante em que a bola atinge novamente o solo. Qual a altura máxima da bola, em relação ao campo, após o chute?

(a) 2 metros. (b) 2,25 metros. (c) 2,5 metros. (d) 2,75 metros. (e) 3 metros.

CARTÃO RESPOSTA

Questões	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13
Alternativas													

Fim da Avaliação!

ANEXO C - Avaliação Diagnóstica 2

SISTEMA COLÉGIO MILITAR DO BRASIL
COLÉGIO MILITAR DE BRASÍLIA
1º Ano - Matemática

Avaliação Diagnóstica 02 - Funções

NOME DE GUERRA: ______________________________

TURMA: ______________ **NÚMERO**: ______________

Instruções: 1. Avaliação individual, sem consulta e sem uso de calculadora; 2. Respostas à caneta no Cartão Resposta.

1. Dados os conjuntos $A = \{5, 6\}$ e $B = \{6, 7, 8\}$, o produto cartesiano de A por B é igual a

   (a) $A \times B = \{(5, 5), (6, 6), (6, 7), (6, 8), (7, 7), (8, 8)\}$.

   (b) $A \times B = \{(5, 6), (6, 5), (7, 6), (8, 6), (5, 7), (5, 8)\}$.

   (c) $A \times B = \{(5, 6), (5, 7), (5, 8), (6, 6), (6, 7), (6, 8)\}$.

   (d) $A \times B = \{(6, 5), (6, 6), (7, 5), (8, 5), (7, 6), (8, 6)\}$.

   (e) $A \times B = \{(5, 5), (6, 6), (7, 7), (8, 8), (7, 8), (8, 7)\}$.

2. A relação R de um conjunto A em um conjunto B é definida pela lei $y = 2x - 4$. Sabendo que $x \in A$ e $y \in B$, qual alternativa melhor representa o conjunto A se o conjunto $B = \{4, 6, 10\}$?

   (a) $A = \{4, 8, 16\}$.

   (b) $A = \{4, 5, 7\}$.

   (c) $A = \{5, 7, 8\}$.

   (d) $A = \{4, 8, 12\}$.

   (e) $A = \{5, 8, 10\}$.

3. Das relações representadas abaixo, qual relação é um exemplo de função entre os conjuntos A e B, sabendo que o conjunto $A = \{0, 1, 2\}$ e o conjunto $B = \{1, 2, 4\}$?

   (a) $y = \frac{1}{x}$, em que $x \in A$ e $y \in B$

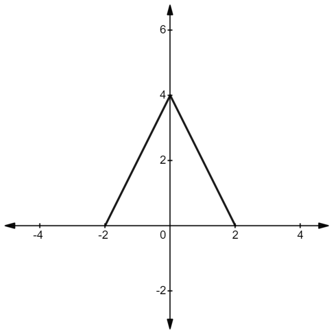
   (b) $y = x^2 + 1$, em que $x \in B$ e $y \in A$

   (c) $y = 2^x$, em que $x \in A$ e $y \in B$

   (d) $y = x^3 - 2$, em que $x \in B$ e $y \in A$

   (e) $y = 3x - 4$, em que $x \in A$ e $y \in B$

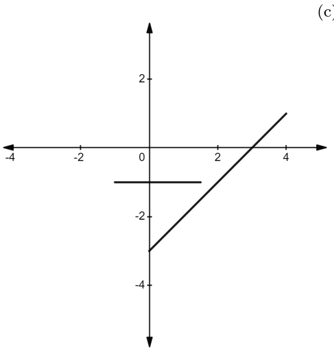
4. O gráfico abaixo representa a função de A em $\mathbb{R}$. O conjunto domínio A é representado por



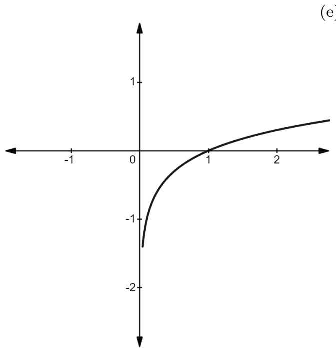
(a) $[0, 4]$. (b) $[-2, 2]$. (c) $[-2, 4]$. (d) $[2, 4]$. (e) $[0, 2]$.

5. Qual das funções $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$, em cada item a seguir, representa uma função injetora?

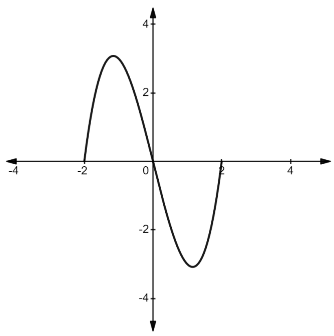
(a)



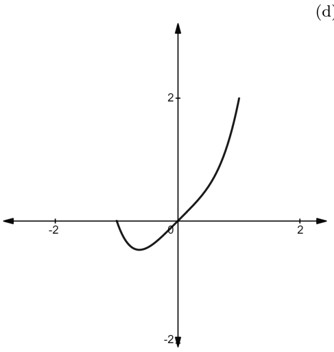
(c)



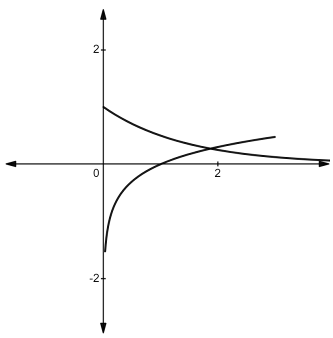
(e)



(b)

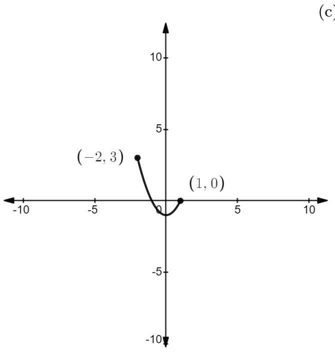


(d)

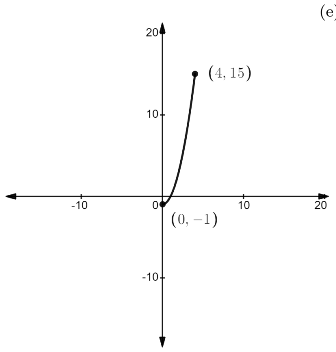


6. A função $f : [-1, 2] \mapsto [-4, 4]$, definida por $f(x) = x^2 - 1$ pode ser representada graficamente por

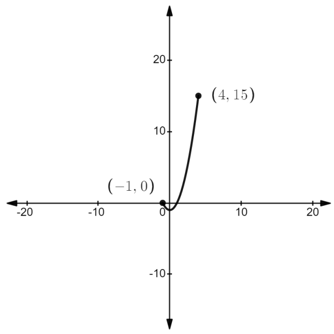
(a)



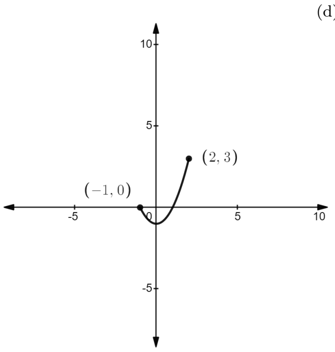
(c)



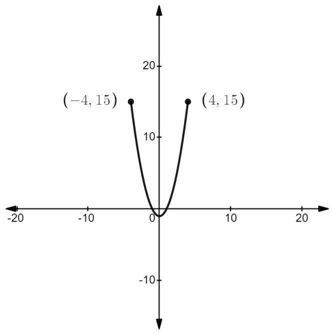
(e)



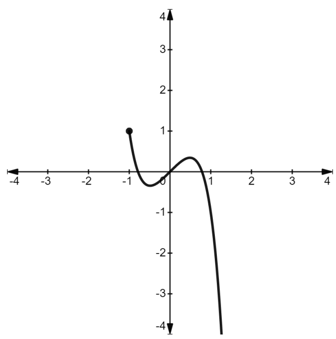
(b)



(d)



7. O gráfico da função $f : [-1, \infty[\mapsto B$ está representado abaixo.



De acordo com as características de uma função sobrejetora, o conjunto B da função f deverá ser igual a

(a) $]-\infty, \infty[$.

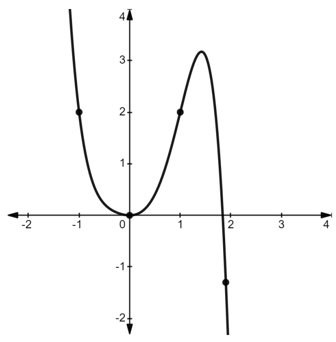
(b) $[1, \infty[$.

(c) $]-\infty, -1]$.

(d) $[-1, 1]$.

(e) $]-\infty, 1]$.

8. Dado o gráfico da função $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$.



Podemos afirmar que

(a) $f(1) < f(2)$.

(b) $f(0) > f(3)$.

(c) $f(2,5) > f(0,5)$.

(d) $f(1,5) < f(3)$.

(e) $f(-1) < f(0,5)$.

9. A lei de uma função $f : \mathbb{R}^* \mapsto \mathbb{R}$ é dada por $f(x) = \frac{6-x}{x^2}$. O valor númerico de $\frac{f(-1)-f(1)}{f(2)}$ é igual a

(a) -5.

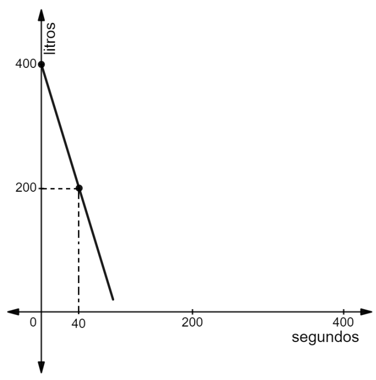
(b) -2.

(c) 0.

(d) 2.

(e) 5.

10. O gráfico abaixo representa a relação entre duas grandezas:



De acordo com o gráfico, a sentença algébrica que relaciona a quantidade de água Q, em litro, em função do tempo t, em segundo, será

(a) $Q(t) = 5t + 40$.

(b) $Q(t) = 400 - t$.

(c) $Q(t) = 200 + 40t$.

(d) $Q(t) = 400 - 5t$.

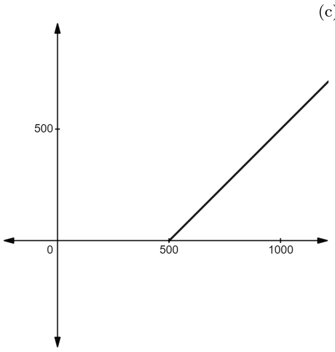
(e) $Q(t) = 40t$.

11. Leia:

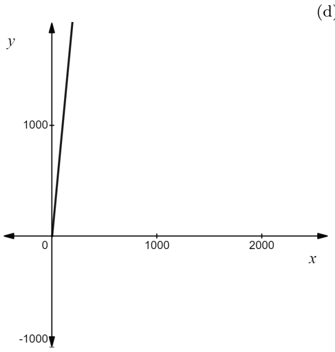
"Um vendedor recebe um ordenado fixo de R$ 500,00. Além disso, recebe mais R$ 10,00 cada vez que vende uma unidade do produto com o qual trabalha."

Qual gráfico que melhor representa a situação acima?

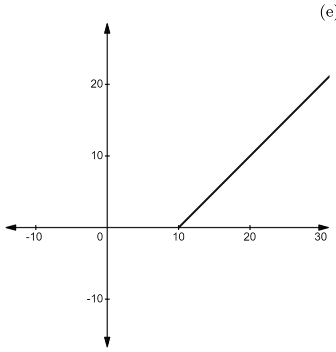
(a)



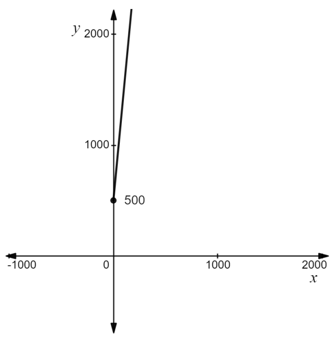
(b)



(c)



(d)



(e)

12. Desde o momento em que submergiu até o momento em que emergiu, um mergulhador consumiu 15 litros de ar por minuto de seu cilindro de ar comprimido. Dado que o cilindro tinha 900 litros de ar no momento da imersão e 300 litros no momento da emersão. Considerando x e y as grandezas relacionadas na situação, a equação que melhor representa essa relação é

(a) $y = 900 - 300x$. (b) $y = 15x - 300$. (c) $y = 900 - 15x$. (d) $y = 300x - 15$. (e) $y = 300 - 15x$.

13. A trajetória de uma bola de futebol, chutada a partir de um ponto do campo, pode ser descrita pela função $h(t) = 3t–t^2$, em que $h(t)$ representa a altura da bola, em metro, em relação ao campo, e t representa o tempo, em segundos, desde o instante do chute até o instante em que a bola atinge novamente o solo. Qual a altura máxima da bola, em relação ao campo, após o chute?

(a) 2 metros. (b) 2,25 metros. (c) 2,5 metros. (d) 2,75 metros. (e) 3 metros.

CARTÃO RESPOSTA

Questões	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13
Alternativas													

Fim da Avaliação!

ANEXO D - Entrevista Estruturada

SISTEMA COLÉGIO MILITAR DO BRASIL
COLÉGIO MILITAR DE BRASÍLIA
1º Ano - Matemática

Avaliação Diagnóstica - Funções

Entrevista

1. ***Sejam $A = \{1, 2, 3\}$ e $B = \{2, 4, 6, 8\}$, então quais elementos pertencem ao conjunto $A \times B$?***

   (a) Você conhece o significado matemático da notação $A \times B$? ( ) Sim ( ) Não

   (b) Se sim, quais os elementos do conjunto $A \times B$?

   ____

   ____

2. ***A relação R de um conjunto A em um conjunto B é definida pela lei $y = x^2 + 2$. Sabendo que $x \in A$ e $y \in B$, qual alternativa melhor representa os conjuntos A e B?***

   (a) Se você tivesse o conjunto A, a solução tornaria mais fácil? ( ) Sim ( ) Não

   (b) Dado $A = \{1, 2, 3\}$, qual seria uma possível solução para o conjunto B?

3. ***Das relações representadas abaixo, qual relação é um exemplo de função entre os conjuntos A e B?***

   (a) Você lembra da definição de uma função? ( ) Sim ( ) Não

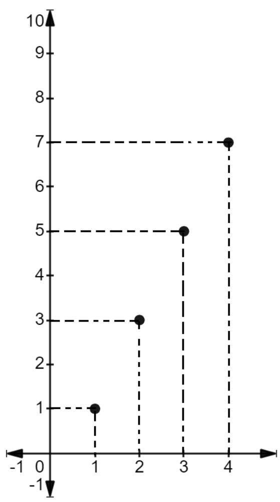
   (b) Dê um exemplo de função? (Algebricamente ou geometricamente)

4. ***A relação $R = \{(1, 2), (2, 4), (3, 6), (4, 8)\}$ é uma função entre os conjuntos A e B. O conjunto imagem de R é representado por***

   (a) Você lembra da definição de conjunto imagem? ( ) Sim ( ) Não

   (b) Se o exercício tivesse um gráfico, você conseguiria encontrar o conjunto imagem? ( ) Sim ( ) Não

   (c) Observe o gráfico abaixo e indique o conjunto imagem da função dada?

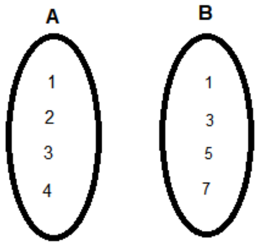


5. ***Os gráficos abaixo representam funções de A em B. Pelas características do gráfico, qual representa uma função injetora?***

   (a) Você lembra da definição de função injetora? ( ) Sim ( ) Não

   (b) Se os itens da questão fossem diagramas, você conseguiria identificar a função injetora? ( ) Sim ( ) Não

   (c) Se sim, represente no diagrama abaixo um exemplo de função injetora.

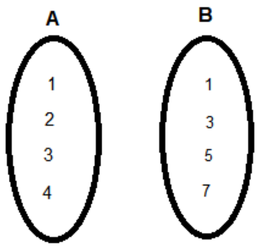


6. ***A função $f : \{1, 2, 3, 4\} \mapsto \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, definida por $f(x) = 2x - 1$ pode ser representada graficamente por***

   (a) Você lembra da definição de pares ordenados? ( ) Sim ( ) Não

   (b) Se os itens da questão fossem diagramas, você conseguiria identificar os pares ordenados? ( ) Sim ( ) Não

   (c) Se sim, represente no diagrama abaixo os pares ordenados da função f.

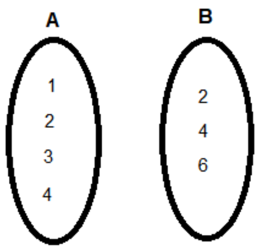


7. ***Qual gráfico representa uma função sobrejetora?***

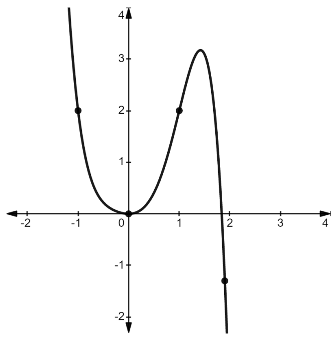
   (a) Você lembra da definição de função sobrejetora? ( ) Sim ( ) Não

   (b) Se os itens da questão fossem diagramas, você conseguiria identificar a função sobrejetora? ( ) Sim ( ) Não

   (c) Se sim, represente no diagrama abaixo um exemplo de função sobrejetora.



8. ***Dado o gráfico da função*** $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$.



Podemos afirmar que

(a) Observando o gráfico, quais os valores de $f(1)$, $f(0)$ e $f(-1)$?

(b) Identifique no gráfico os pontos $f(2,5)$ e $f(0,5)$.

(c) A expressão $f(2,5) < f(0,5)$ está correta?

---

9. ***A lei de uma função*** f ***é dada por*** $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$. ***O valor númerico de*** $\frac{f(0)-f(1)}{f(2)}$ ***é igual a***

(a) A lei de formação da função com fração foi uma dificuldade extra? ( ) Sim ( ) Não

(b) Sendo $f(x) = 5x - 3$, qual o valor numérico de $f(1) + f(0) - f(2)$?

(c) E o valor da expressão $\frac{f(3)+f(1)}{f(2)}$?

10. ***A tabela abaixo representa a relação entre duas grandezas:***

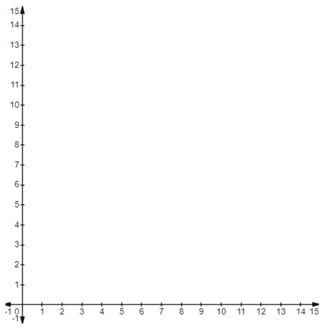
Tempo (s)	0	1	2	3
Distância (m)	3	7	11	15

De acordo com a tabela, a sentença algébrica que relaciona a distância (d) ***e o tempo*** (t) ***será***

(a) Em relação as grandezas do exercício, quem está em função de quem?

( ) tempo em função da distância ( ) distância em função do tempo

(b) Como ficaria a representação gráfica do exercício?



11. ***Leia:***

"Um estagiário de um escritório recebe R$ 12,00 por hora trabalhada até o limite de 20 horas semanais e para cada hora que exceder recebe R$ 18,00."

Qual tabela que melhor representa a situação acima?

(a) De acordo com as grandezas da questão, quem está em função de quem?

( ) Horas/trabalhadas em função do salário ( ) Salário em função das horas/trabalhadas

(b) Qual a equação matemática que melhor representa essa função?

---

12. ***Ao completar com gasolina o tanque de seu carro, o motorista olhou para a bomba e observou que havia colocado 26 litros de gasolina e que o total a pagar era R$ 130,00. Considerando*** x ***e*** y ***as grandezas relacionadas na situação, a equação que melhor representa essa relação é***

(a) Qual o valor pago por 1 litro de gasolina?

(b) Se ele tivesse pago R$ 210,00, quantos litros completariam o tanque?

13. ***A trajetória de uma bola de futebol, chutada a partir de um ponto do campo, pode ser descrita pela função*** $h(t) = 3t – t^2$***, em que*** $h(t)$ ***representa a altura da bola, em metro, em relação ao campo, e*** t ***representa o tempo, em segundos, desde o instante do chute até o instante em que a bola atinge novamente o solo. Qual a altura máxima da bola, em relação ao campo, após o chute?***

   (a) Você lembra como encontrar o ponto máximo de uma função quadrática? ( ) Sim ( ) Não

   (b) Qual a altura da bola de futebol, em metros, após 2 segundos, desde o instante do chute?

   (c) Quantos segundos após o instante do chute, a bola de futebol atingiu 2 metros?

Fim da Autoavaliação!!

ANEXO E - Aula expositiva

E.1 - Plano de Aula 06

Sistema Colégio Militar do Brasil - Diretoria de Educação Preparatória e Assistencial
Colégio Militar de Brasília
PLANO DE AULA

DISCIPLINA DE: Matemática	**Plano de Aula nº** 06		
Ano: 1º Ano	**Turmas:** 107 e 108	**Nível:** Médio	**Professora:** SC Michelle
Data: 17/04/2023			
1.**Referência:** Sequência Didática nº 02	**Assunto:** Funções: Conceitos e generalidades		
2.Descritores: D1MAT-FGB037, D1MAT-FGB045, D1MAT-FGB054, D1MAT-FGB042			
3.Competência Discursiva a ser trabalhada:			
Determinar os valores numéricos das funções através da lei de formação ou pela análise dos gráficos, reconhecendo assim, funções pares ou ímpares.			
4.Mediação: Aulas 09 e 10	**Duração:** 120 min		
Apresentação do OC:	Imagem de uma função / Classificação quanto a paridade		
Sistematização/Significado	Após as construções de várias funções, o professor explorará a imagem dos elementos do domínio e definirá as características de uma função par ou ímpar. A aula será expositiva com resoluções de exercícios do livro didático.		
Resumo/ Transcendência	Os alunos resolverão exercícios propostos e tirarão as dúvidas durante a resolução.		
Avaliação	-		

E.2 - Aula Expositiva - Imagem/Paridade

SISTEMA COLÉGIO MILITAR DO BRASIL
COLÉGIO MILITAR DE BRASÍLIA
1º Ano - Matemática

Imagem de uma função / Classificação quanto a paridade

1. Imagem de x pela função f:

   Antes da aula, os alunos serão orientados para lerem as páginas 81 a 86.

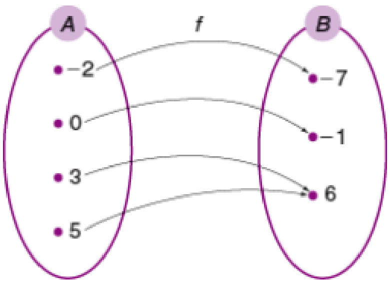
   Definição: Se (x, y) pertence a uma função f, a ordenada y é chamada de imagem de x pela função f. Indicaremos esse fato por $y = f(x)$.

   Como suporte para a explicação, será resolvido os exercícios 17 e 18 das páginas 82 e 83.

   (a)

   17 O diagrama ao lado representa uma função $f\colon A \to B$.

   a. Calcule $f(-2)$.
   b. Calcule $f(0)$.
   c. Calcule a soma $f(3) + f(5)$.
   d. Obtenha x tal que $f(x) = -7$.
   e. Obtenha x tal que $f(x) = 6$.



   (b)

   18 Dada a função $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $f(x) = 6 - 2x$.

   a. Calcule $f(0)$.
   b. Calcule $f(3)$.
   c. Calcule $f(-5)$.
   d. Calcule $f\left(\frac{1}{2}\right)$.
   e. Obtenha x tal que $f(x) = 8$.
   f. Obtenha x tal que $f(x) = -4$.
   g. Obtenha x tal que $f(x) = x$.

2. Função par e função ímpar:

   Antes da aula, os alunos serão orientados para lerem as páginas 121, 122 e 123.

   Definição 01: Uma função f de domínio A é par se, e somente se, $f(-x) = f(x)$ para qualquer $x \in A$.

   Definição 02: Uma função f de domínio A é ímpar se, e somente se, $f(-x) = -f(x)$ para qualquer $x \in A$.

   Como suporte para a explicação, será resolvido o exercício 5 da página 122.

   (a)

   5 Classifique cada função como “par”, “ímpar” ou “nem par nem ímpar”.

   a. $f(x) = x^2 + 1$

   b. $g(x) = \dfrac{x^3}{6}$

   c. $h(x) = (x + 1)^2$

   d. $r(x) = \sqrt[5]{x}$

   e. $q(x) = \dfrac{x^4}{x^2 + 1}$

   (b) Com o auxílio do Geogebra, os alunos construirão os gráficos das funções e observarão as características de funções pares e funções ímpares.

---

3. Exercício Propostos:

   (a) Exercício 19, 20, 26, 27 - pág.: 83. (Resolução no caderno)

   (b) Exercício 6 - pág.: 122 (Resolução no caderno)

   (c) Exercícios 7, 8, 9 - pág.: 123 (Resolução no caderno)

E.3 - Plano de Aula 09

Sistema Colégio Militar do Brasil - Diretoria de Educação Preparatória e Assistencial
Colégio Militar de Brasília
PLANO DE AULA

DISCIPLINA DE: Matemática	**Plano de Aula nº** 09		
Ano: 1º Ano	**Turmas:** 107 e 108	**Nível:** Médio	**Professora:** SC Michelle
Data: 02/05/2023			
1.**Referência:** Sequência Didática nº 02		**Assunto:** Funções: Conceitos e generalidades	
2.Descritores: D1MAT-FGB039, D1MAT-FGB041, D1MAT-FGB044, D1MAT-FGB047, D1MAT-FGB049			
3.Competência Discursiva a ser trabalhada:			
Ampliar o conhecimento sobre as funções quando temos mais de duas grandezas relacionadas.			
4.Mediação: Aulas 14 e 15		**Duração:** 80 min	

Apresentação do OC:	Funções definidas por mais de uma sentença / Função composta	
Sistematização/Significado	Através da correção dos exercícios contextualizados 3 e 16 do livro didático, os alunos serão induzidos a generalizar funções com mais de uma sentença e a definir uma função composta.	
Resumo/ Transcendência	Os alunos deverão resolver os exercícios propostos e tirar dúvidas.	
Avaliação	Exercícios individualizado (15 min)	

E.4 - Aula Expositiva - Função Composta

SISTEMA COLÉGIO MILITAR DO BRASIL
COLÉGIO MILITAR DE BRASÍLIA
1º Ano - Matemática

Funções definidas por mais de uma sentença / Função Composta

Para casa, os alunos deverão ler as páginas 119, 120, 124, 125, 126 e 127 , e resolver os exercícios 3 e 16 das páginas 120 e 127.

3 Estudos geológicos realizados em determinada região revelaram que, até a profundidade de 20 metros, a temperatura no interior da Terra permanece constante em 40 °C; a partir daí, até a profundidade de 700 m, a temperatura aumenta 3 °C a cada 100 m de profundidade.

Obtenha a lei de associação que expressa a temperatura *T*, em °C, no interior da Terra nessa região, em função da profundidade *p*, em metro, para $0 < p \leqslant 700$.

16 O consumo médio diário *y* de energia elétrica de uma pousada, em quilowatt-hora (kWh), em função do número *x* de apartamentos ocupados, é dado por $y = 60 + 4x$. O número médio diário *x* de apartamentos ocupados em função do preço *p* da diária por apartamento, em real, é dado por $x = 22 + \frac{600}{p}$, até o limite da capacidade máxima da pousada.

a. Para o preço de R$ 100,00 da diária por apartamento, qual é o consumo médio diário de energia em quilowatt-hora dessa pousada?

b. Escreva uma equação que expresse o consumo médio diário de energia elétrica, em quilowatt-hora, em função do preço da diária por apartamento.

1. Funções definidas por mais de uma sentença:

   Iniciar a explicação com a correção do exercício 3 da página 120.

   Mostrar outros exemplos dessas funções

2. Função composta

   Iniciar a explicação com a correção do exercício 16 da página 127.

   Definição: Sejam A, B e C conjuntos não vazios e sejam as funções $f : A \to B$ e $g : B \to C$. A função $s : A \to C$ tal que $s(x) = g(f(x))$ é chamada de função composta de g com f. Indica-se essa composição por $g \circ f$.

   Mostrar exemplos em diagramas e algebricamente usando os exercícios 10 e 12 da página 127.

10 Dados $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $B = \{-3, -1, 1, 3, 5\}$ e $C = \{11, 3, 27, 35\}$, e as funções $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow C$ tais que $f(x) = 2x + 1$ e $g(x) = x^2 + 2$, construa o diagrama de flechas de f e g e calcule:

a. $(g \circ f)(-1)$ b. $(g \circ f)(1)$ c. $(g \circ f)(2)$ d. $(g \circ f)(x)$

12 Dadas as funções reais de variável real $f(x) = 5x - 4$ e $g(x) = 3x + 6$, determine:

a. $(g \circ f)(2)$ c. $(f \circ f)(1)$ e. $(g \circ f)(x)$ g. $(f \circ f)(x)$

b. $(f \circ g)(2)$ d. $(g \circ g)(3)$ f. $(f \circ g)(x)$ h. $(g \circ g)(x)$

---

3. Exercícios Propostos:

   (a) Exercícios 1, 2 - pág.: 120. (Resolução no caderno)

   (b) Exercícios 11, 13, 14 - pág.: 127 (Resolução no caderno)

E.5 - Plano de Aula 08

Sistema Colégio Militar do Brasil - Diretoria de Educação Preparatória e Assistencial
Colégio Militar de Brasília
PLANO DE AULA

DISCIPLINA DE: Matemática	**Plano de Aula nº** 08		
Ano: 1º Ano	**Turmas:** 107 e 108	**Nível:** Médio	**Professora:** SC Michelle
Data: 26/04/2023			
1.**Referência:** Sequência Didática nº 04	**Assunto:** Função quadrática		
2.Descritores: D1MAT-FGB085, D1MATG-FGB086, D1MATG-FGB093			
3.Competência Discursiva a ser trabalhada:			
Analisar os gráficos das funções quadráticas, destacando os valores de máximo e mínimo em diferentes contextos.			
4.Mediação: Aula 13	**Duração:** 40 min		

Apresentação do OC:	Coordenadas do Vértice: valor máximo ou mínimo	
Sistematização/Significado	Durante a aula expositiva, o professor construirá gráfico de funções quadráticas, destacando os pontos de máximo e de mínimo e a sua identificação algebricamente.	
Resumo/ Transcendência	O exercício 18 – página 195 aplicará a teoria sobre máximo e mínimo	
Avaliação	-	

E.6 - Aula Expositiva - Otimização

SISTEMA COLÉGIO MILITAR DO BRASIL
COLÉGIO MILITAR DE BRASÍLIA
1º Ano - Matemática

Otimização da função quadrática

1. Valor máximo e valor mínimo da função quadrática:

   Antes da aula, os alunos levarão para casa um exercício extra de função quadrática.

Exercício Extra

(a) Leia as páginas192, 193, 194, 195 e 196 do livro didático.

(b) Esboce o gráfico das seguintes funções quadráticas.

$y = 4x^2 + 2x - 2 \qquad y = -x^2 + 2x + 3 \qquad y = 3x^2 - 12x + 20$

$y = -x^2 + x - \frac{1}{2} \qquad y = x^2 - 4x + 4 \qquad y = -x^2 - 2x - 1$

Durante a aula expositiva, o aluno irá calcular algebricamente os pontos notáveis de uma parábola

(a) Raízes de uma função

(b) Vértice de uma parábola (ponto de máximo ou mínimo)

(c) Intersecção com o eixo y.

---

2. Exercícios Propostos:

   (a) Exercícios 15, 16,18 - pág.: 195. (Resolução no caderno)

ANEXO F - Estudo dirigido

F.1 - Plano de Aula 04

Sistema Colégio Militar do Brasil - Diretoria de Educação Preparatória e Assistencial
Colégio Militar de Brasília
PLANO DE AULA

DISCIPLINA DE: Matemática	**Plano de Aula nº** 04		
Ano: 1º Ano	**Turmas:** 107 e 108	**Nível:** Médio	**Professora:** SC Michelle
Data: 05/04/2023			
1.**Referência:** Sequência Didática nº 02	**Assunto:** Funções: Conceitos e generalidades		
2.Descritores: D1MAT-FGB034 a D1MAT-FGB038, D1MAT-FGB044, D1MAT-FGB047, D1MAT-FGB048, D1MAT-FGB055			
3.Competência Discursiva a ser trabalhada:			
Reconhecer, utilizar e interpretar símbolos e situações que envolvam com o conteúdo de funções.			
4.Mediação: Aulas 05 e 06	**Duração:** 80 min		

Apresentação do OC:	Produto cartesiano, relação e função	
Sistematização/Significado	Com uma leitura prévia das páginas do livro didático, os alunos serão conduzidos pela professora a responder perguntas em um estudo dirigido. Durante as indagações e dúvidas, as questões da Avaliação Diagnóstica serão resolvidas para que o aluno possa conectar o conteúdo prévio e o atual.	
Resumo/ Transcendência	Os alunos deverão estar aptos a resolver os exercícios propostos pelo livro.	
Avaliação	- Um exercício extra sobre a simbologia de funções.	

F.2 - Estudo Dirigido 1 - O conceito de função

SISTEMA COLÉGIO MILITAR DO BRASIL
COLÉGIO MILITAR DE BRASÍLIA
1º Ano - Matemática

MATEMÁTICA
CMB - 1º ANO

NOME DE GUERRA: ______________________________

TURMA: ______________ NÚMERO: ______________

Estudo Dirigido 1 - O conceito de funções

1. Contextualização:

   Durante a leitura do texto "A noção de função no cotidiano", percebemos a importância de entender como as grandezas se relacionam através de uma lei de associação. Essas relações podem ser chamadas de funções se cada valor de uma grandeza seja associado um único valor da outra grandeza.

   No exemplo abaixo, temos mais duas grandezas relacionadas. Leia e determine o que se pede:

   "Um terreno retangular tem 30m de comprimento. Obtenha a lei de associação que expressa a área y do terreno, em metro quadrado, em função de sua largura x, em metro"

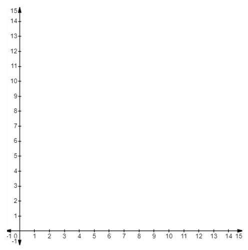
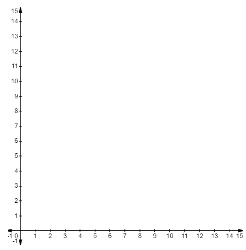
Representação do terrreno	Grandezas	Lei de Associação

2. Relação X Função:

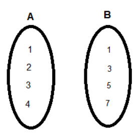
   Durante a leitura das páginas 77 a 79 (Formalização do conceito de função), procuramos entender quando uma relação entre conjuntos ou grandezas é uma função.

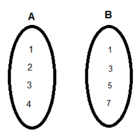
   Nos planos cartesianos e nos diagramas abaixo vamos representar uma relação que não é função e uma relação que é exemplo de uma função.

   (a)

   (b)





3. Notação (Elementos de uma função):

   Durante as leituras, observamos palavras como variável, lei de associação, domínio, contradomínio e conjunto imagem. No exemplo abaixo, vamos determinar e representar os elementos de uma função.

   Sejam $A = [-2, 6]$ e $B = [-3, 10]$ subconjuntos de $\mathbb{R}$. A função f de A em B é definida por $x + 1$.

   (a) Função:

   (b) Lei de associação:

   (c) Domínio:

   (d) Contradomínio:

   (e) Conjunto imagem:

4. Função real de variável real:

   Fazendo a leitura da definição de uma **função real de variável real** (pág.:89), observamos a importância do **domínio** e **contradomínio** na descrição de uma função.

   Relembrando a **condição de existência** estudada no $8^{\underline{o}}$ ano, determine o **domínio** de cada função abaixo.

   (a) $f(x) = \frac{2x+1}{3x-12}$

   (b) $f(x) = \frac{3x-7}{x^2-4}$

   (c) $f(x) = \frac{7}{x^2-16}$

   (d) $f(x) = \frac{3}{4x^2-1}$

   (e) $f(x) = \frac{1}{2x-2}$

5. Exercícios de fixação:

   (a) Exercícios 12 e 13 - pág.: 76;

   (b) Exercício 14 - pág.: 80;

   (c) Exercícios 15 e 16 - pág.; 81

F.3 - Plano de Aula 10

Sistema Colégio Militar do Brasil - Diretoria de Educação Preparatória e Assistencial
Colégio Militar de Brasília
PLANO DE AULA

DISCIPLINA DE: Matemática	**Plano de Aula nº** 10		
Ano: 1º Ano	**Turmas:** 107 e 108	**Nível:** Médio	**Professora:** SC Michelle
Data: 08/05/2023			
1.**Referência:** Sequência Didática nº 02		**Assunto:** Funções: Conceitos e generalidades	
2.Descritores: D1MAT-FGB040, D1MAT-FGB042, D1MAT-FGB045, D1MAT-FGB050, D1MAT-FGB051			
3.Competência Discursiva a ser trabalhada:			
A partir do conhecimento das características de uma relação ou função, podemos construir relações ou funções inversas.			
4.Mediação: Aulas 16 e 17		**Duração:** 80 min	

Apresentação do OC:	Classificação quanto a injetividade, sobrejetividade / Função inversa	
Sistematização/Significado	Através de exemplos contextualizados, a professora irá explorar as características de uma função inversa. A base da aula será o Estudo Dirigido 03, onde os exemplos serão exercícios do livro.	
Resumo/ Transcendência	Os alunos deverão reconhecer função injetora, sobrejetora ou bijetora através do seu gráfico. (Geogebra)	
Avaliação	-	

F.4 - Estudo Dirigido 2 - Inversão de funções

SISTEMA COLÉGIO MILITAR DO BRASIL
COLÉGIO MILITAR DE BRASÍLIA
1º Ano - Matemática

NOME DE GUERRA: ______________________________

TURMA: ______________ NÚMERO: ______________

Estudo Dirigido 03 - Inversão de funções

1. Contextualização:

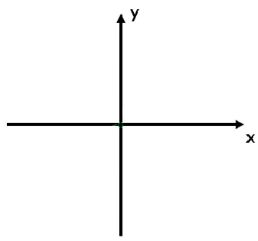
   Leia as situações abaixo e responda:

   (a) Cinco candidatos inscreveram-se no concurso interno de promoção de cargo de uma empresa. Cada um deles recebeu um único número de inscrição ente os números naturais de 1 a 5, e não há dois candidatos com o mesmo número de inscrição. Sendo A o conjunto dos candidatos inscritos nesse concurso e $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, ...\}$ o conjunto dos números naturais.

   Faça o diagrama de Venn das relações $f : A \to \mathbb{N}$ e $g : \mathbb{N} \to A$.

   (b) Sabe-se que as duas escalas termométricas mais utilizadas são a escala Celsius e a Fahrenheit utiliza-se a fórmula $F = \frac{9 \cdot {}^\circ C + 160}{5}$.

   Esboce o gráfico dessa função.



2. Características de uma função inversa:

   (a) Função injetora: ______________________________

   ____

   (b) Função sobrejetora: ______________________________

   ____

   (c) Função bijetora: ______________________________

   ____

3. Exemplos:

   (a) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $f(x) = x^2 - 5$

   (b) $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $g(x) = 3x + 2$

   (c) $h : \mathbb{R}^* \to \mathbb{R}^*$ tal que $h(x) = \frac{1}{x}$

   (d) $t : \mathbb{R} - \{1\} \to \mathbb{R}^*$ tal que $t(x) = \frac{5}{x-1}$

   (e) $u : \mathbb{R} \to \mathbb{R}_+$ tal que $u(x) = x^2$

4. Inversão de funções:

   (a) Retornando a contextualização (b), determine a lei de formação que expressa a temperatura C, em graus celsius, como uma função da temperatura F, em fahrenheit.

   (b) Determine a inversa da função bijetora $f(x) = 2x - 5$

   (c) Determine a inversa da função bijetora $y = \frac{8}{x-6}$

---

5. Exercícios Propostos:

   (a) Exercícios 17, 18 e 20 - pág.: 134;

   (b) Exercícios 23, 24 e 25 - pág.: 139;

   (c) Exercícios 31 e 32 - pág.; 141

ANEXO G - Atividades com Geogebra

G.1 - Plano de Aula 03

Sistema Colégio Militar do Brasil - Diretoria de Educação Preparatória e Assistencial
Colégio Militar de Brasília
PLANO DE AULA

DISCIPLINA DE: Matemática	**Plano de Aula nº** 03		
Ano: 1º Ano	**Turmas:** 107 e 108	**Nível:** Médio	**Professora:** SC Michelle
Data: 05/03/2023			
1.**Referência:** Sequência Didática nº 02	**Assunto:** Funções: Conceitos e generalidades		
2.Descritores: D1MAT-FGB043			
3.Competência Discursiva a ser trabalhada:			
Com o uso dos aplicativos Geogebra ou Symbolab no celular (tecnologia digitais), os alunos serão protagonistas para desenhar os gráficos de funções.			
4.Mediação: Aula 04	**Duração:** 40 min		

Apresentação do OC:	Gráficos de funções.	
Sistematização/Significado	Para os alunos familiarizarem com os aplicativos no celular, eles construirão gráficos de diferentes funções.	
Resumo/ Transcendência	Durante as construções os alunos perceberão as curvas que representam essas funções.	
Avaliação	-	

G.2 - Atividade - Geogebra

SISTEMA COLÉGIO MILITAR DO BRASIL
COLÉGIO MILITAR DE BRASÍLIA
1º Ano - Matemática

NOME DE GUERRA: ____________________ TURMA: ______ NÚMERO: ______

Aplicativos (Geogebra e Symbolab)

1. Utilize os aplicativos e construa os gráficos das funções abaixo:

   (a) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$

   (b) $f(x) = -x^5 + 6x^3 - 4x^2$

   (c) $f(x) = x^2 + 5x - 6$

   (d) $f(x) = -2x + 4$

   (e) $f(x) = |3^x + 1|$

   (f) $y = \frac{x^2+x+1}{x}$

   (g) $y = \frac{x}{x^2-6x+8}$

   (h) $f(x) = \sqrt{x+3}$

   (i) $f(x) = \ln(x-5)$

   (j) $f(x) = \frac{1}{x^2}$

2. Limitando gráficos no Geogebra:

   (a) $f(x) = -x^5 + 6x^3 - 4x^2, (0 \leq x \leq 1)$

   (b) $f(x) = \frac{1}{x^2}, (-2 < x < 3)$

   (c) $f(x) = |3^x + 1|, (-2 \leq x < 1)$

3. Limitando gráficos no Symbolab:

   (a) $f(x) = x^2 + 5x - 6, [2, 3]$

   (b) $f(x) = \sqrt{x+3}, [0, 6]$

   (c) $f(x) = \ln(x-5), [0.5, 10]$

G.3 - Plano de Aula 05

Sistema Colégio Militar do Brasil - Diretoria de Educação Preparatória e Assistencial
Colégio Militar de Brasília
PLANO DE AULA

DISCIPLINA DE: Matemática	**Plano de Aula nº** 05		
Ano: 1º Ano	**Turmas:** 107 e 108	**Nível:** Médio	**Professora:** SC Michelle
Data: 06/04/2023			
1.**Referência:** Sequência Didática nº 02		**Assunto:** Funções: Conceitos e generalidades	
2.Descritores: D1MAT-FGB037, D1MAT-FGB043, D1MAT-FGB046, D1MAT-FGB052			
3.Competência Discursiva a ser trabalhada:			
No conteúdo das funções, a interpretação dos gráficos se torna ponto chave para a aplicação dos conceitos estudados.			
4.Mediação: Aulas 07 e 08		**Duração:** 80 min	
Apresentação do OC:	Gráficos de funções		
Sistematização/Significado	Utilizando o aplicativo Geogebra, os alunos resolverão a Atividade 01 em grupo ou individual, apresentando o desenvolvimento algébrico dos pontos principais de um gráfico.		
Resumo/ Transcendência	A resolução dos exercícios propostos será o fechamento dessa atividade.		
Avaliação	Exercício individual sobre a interpretação de um gráfico		

G.4 - Atividade 1 - Gráficos

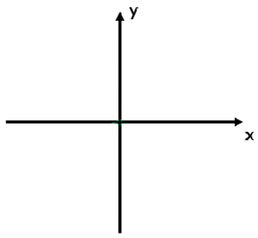
SISTEMA COLÉGIO MILITAR DO BRASIL
COLÉGIO MILITAR DE BRASÍLIA
1º Ano - Matemática

NOME DE GUERRA: ______________________ TURMA: ____ NÚMERO: ____

Atividade 01 - Contrução e análise de gráficos

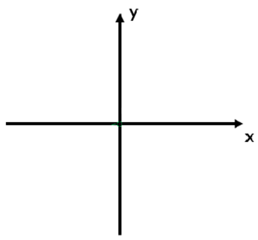
Utilizando os aplicativos **Symbolab (só pode ser usado com internet) ou Geogebra (sem internet)**, vamos construir os gráficos das funções reais abaixo e completar as tabelas conforme solicitado.

1. $f(x) = \sqrt{x}$



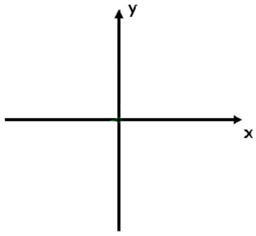
Domínio	Conjunto imagem	Intersecção com o eixo x	Intersecção com o eixo y

2. $g(x) = \sqrt[3]{x}$



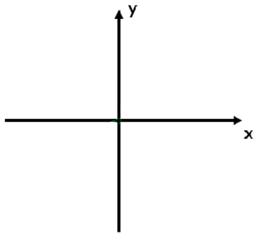
Domínio	Conjunto imagem	Intersecção com o eixo x	Intersecção com o eixo y

3. $h(x) = 3x + 5$



Domínio	Conjunto imagem	Intersecção com o eixo x	Intersecção com o eixo y

4. $p(x) = 15$



Domínio	Conjunto imagem	Intersecção com o eixo x	Intersecção com o eixo y

G.5 - Plano de Aula 07

Sistema Colégio Militar do Brasil - Diretoria de Educação Preparatória e Assistencial
Colégio Militar de Brasília
PLANO DE AULA

<table>
<tr><td colspan="4">DISCIPLINA DE: Matemática   Plano de Aula nº 07</td></tr>
<tr><td>Ano: 1º Ano</td><td>Turmas: 107 e 108</td><td>Nível: Médio</td><td>Professora: SC Michelle</td></tr>
<tr><td colspan="4">Data: 24/04/2023</td></tr>
<tr><td colspan="4">1.Referência: Sequência Didática nº 02   Assunto: Funções: Conceitos e generalidades</td></tr>
<tr><td colspan="4">2.Descritores: D1MAT-FGB042, D1MAT-FGB045, D1MAT-FGB052</td></tr>
<tr><td colspan="4">3.Competência Discursiva a ser trabalhada:</td></tr>
<tr><td colspan="4">A partir da representação gráfica, podemos estudar as propriedades de uma função, como seu crescimento, seu decrescimento ou sua constância e sua variação de sinal.</td></tr>
<tr><td colspan="4">4.Mediação: Aulas 11 e 12   Duração: 80 min</td></tr>
</table>

Apresentação do OC:	Classificações quanto a monotonicidade	
Sistematização/Significado	Com o auxílio do Geogebra, os alunos construirão gráficos de funções afins e quadráticas. Ao mesmo tempo, analisarão os intervalos do domínio que as funções são positivas, negativas, nulas, crescentes e decrescentes.	
Resumo/ Transcendência	Haverá uma discussão sobre a taxa de variação e a relação com os coeficientes das funções.	
Avaliação	-	

G.6 - Atividade 2 - Variação

SISTEMA COLÉGIO MILITAR DO BRASIL
COLÉGIO MILITAR DE BRASÍLIA
1º Ano - Matemática

NOME DE GUERRA: ______________________ TURMA: ____ NÚMERO: ____

Atividade 02: Variação do sinal de uma função $\times$ Variação de uma função

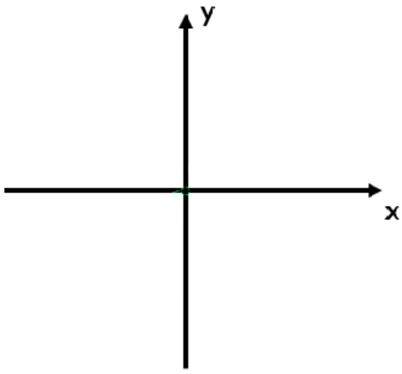
Variação:

Ação ou efeito de variar, de submeter a mudanças, de diversificar; inconstância, desigualdade.

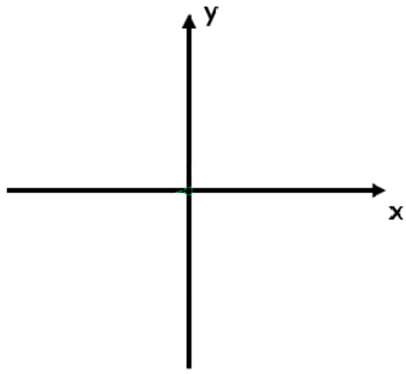
Conjunto de alterações que podem ser observadas num dado momento, organismo, espécie, durante um tempo determinado.

1. **Variação do sinal de uma função:**

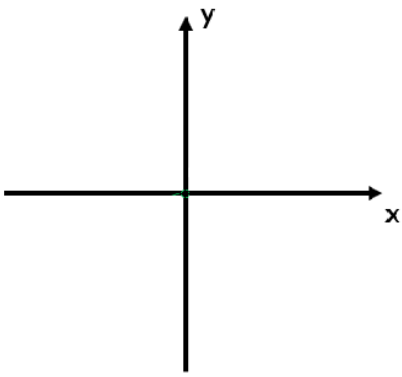
(a) $f(x) = 4x - 8$



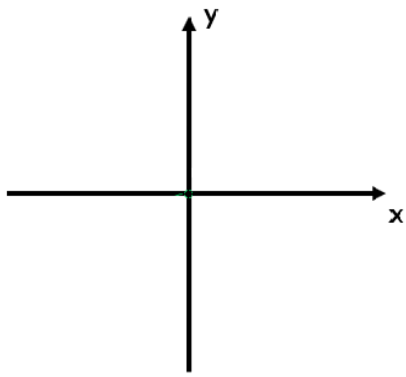
(c) $y = -4x + 8$



(b) $g(x) = x^2 - 6x + 8$

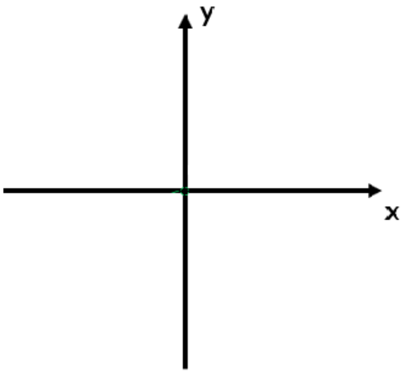


(d) $y = -x^2 - 2x + 3$

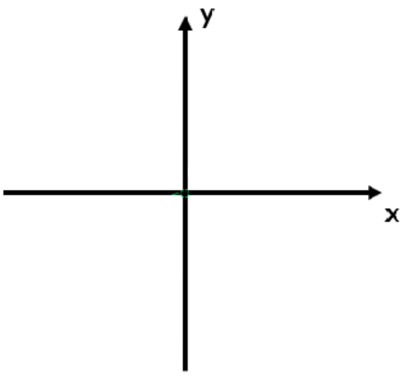


2. **Variação de uma função:**

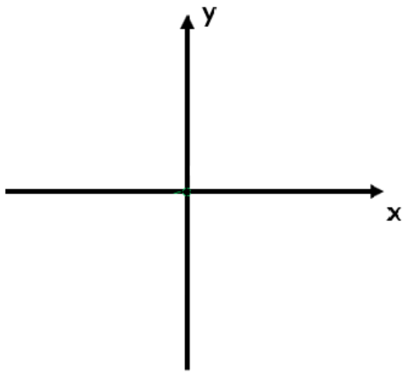
(a) $f(x) = 4x^2 + 2x - 2$



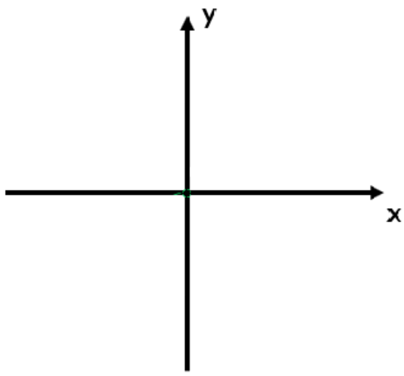
(b) $g(x) = \frac{1+x}{4}$



(c) $y = -x^2 + 2x + 3$



(d) $y = 5 - 2x$



---

3. Exercícios 48 e 49 - págs.: 94 e 95 (Resolução no caderno)

4. Exercícios 56 e 57 - pág.: 105.(Resolução no caderno)

5. Exercícios 21 (a, d) e 24 - pág.: 162.(Resolução no caderno)

6. Exercícios 25(c, d, e, f) e 26 - pág.: 164.(Resolução no caderno)

7. Exercícios 23(c, d, e) - pág.: 199 (Resolução no caderno)

ANEXO H - Questionário final

SISTEMA COLÉGIO MILITAR DO BRASIL
COLÉGIO MILITAR DE BRASÍLIA
1º Ano - Matemática

NOME DE GUERRA: ______________________ TURMA: ______ NÚMERO: ______

Questionário Final - 1º Trimestre

As perguntas abaixo se referem às aulas ministradas durante o 1º trimestre.

1. A professora explorou metodologias diferentes para contextualizar, ilustrar e exemplificar o conteúdo a ser aprendido?

   ( ) Sempre ( ) Na maioria das vezes ( ) Raramente ( ) Nunca

2. No início ou durante as aulas, a professora buscou saber o que você sabia para poder ensinar o conteúdo?

   ( ) Sempre ( ) Na maioria das vezes ( ) Raramente ( ) Nunca

3. A resolução de exercícios durante as explicações dos conteúdos e após como revisão, facilitaram o seu aprendizado?

   ( ) Sempre ( ) Na maioria das vezes ( ) Raramente ( ) Nunca

4. Sobre as metodologias trabalhadas em sala de aula, qual(is) você mais se identificou e que facilitou o seu aprendizado?

   ( ) Avaliação Diagnóstica ( ) Autoavaliação ( ) Estudo Dirigido ( ) Atividades com o Geogebra ( ) Aula expositiva

5. De acordo com as suas escolhas no item 04, escreva os comentários que achar necessário e que contribua para a melhoria da aprendizagem pessoal e da sua tuma de um modo geral.

Fim do Questionário.

ANEXO I - Solicitação para realização de pesquisa de mestrado

07/11/2023, 08:49 DIEx

DIEx Nº 3771-COORD1°ANO/DE/CMB
EB: 64250.007424/2023-31

Brasília, 6 de julho de 2023.

Do Professora de Matemática da Coordenação do 1º Ano
Ao Sr Coordenador do 1º Ano
Assunto: Solicitação para realização de pesquisa de mestrado - Documentação
Anexos:

1) Declaração_matricula;
2) TERMO_DE_AUTORIZAÇÃO_INSTITUCIONAL_-_DEPA_Michelle_Ramos_von_Borries; e
3) Projeto_pesquisa_Michelle_von_Borries.

1. Em atenção ao DIEx Nº 266-SSeç Avl Estat/Seç Ens/DEPA, de 19 JUN 23, encaminho os documentos solicitados (em anexo) afim de obter a autorização de finalizar a pesquisa de conclusão do curso de mestrado junto à Universidade de Brasília.

MICHELLE RAMOS VON BORRIES - SC
Professora de Matemática da Coordenação do 1º Ano

"200 ANOS DO TENENTE ANTONIO JOÃO: HERÓI DA EPOPEIA DE DOURADOS"

https://sped-consulta.cmb.eb.mil.br/sped/protocolo/redacao/eb/RedigirDiexSimplesAction.do?method=imprimir&id_doc=134230 1/1

ANEXO J - Termo de Autorização Institucional - DEPA

MINISTÉRIO DA DEFESA
EXÉRCITO BRASILEIRO
DEPARTAMENTO DE EDUCAÇÃO E CULTURA DO EXÉRCITO
DIRETORIA DE EDUCAÇÃO PREPARATÓRIA E ASSISTENCIAL

TERMO DE AUTORIZAÇÃO INSTITUCIONAL

Rio de Janeiro, 06 de julho de 2023

Senhor (a) Coordenador (a),

Declaramos que nós da Diretoria de Educação Preparatória e Assistencial (DEPA), estamos de acordo com a realização do estudo "O ENSINO DE FUNÇÕES: UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA APLICADA PARA ALUNOS DO 1º ANO DO ENSINO MÉDIO", a ser conduzido pela MICHELLE RAMOS VON BORRIES no ano de 2023.

Fomos informados pela responsável do estudo sobre as características e objetivos da pesquisa, bem como das atividades que serão realizadas no Sistema Colégio Militar do Brasil (análise documental e entrevista).

Declaramos ainda ter ciência de que a pesquisa só será iniciada após aprovação do Comitê de Ética em Pesquisa da Instituição Proponente UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA – DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, além de conhecer e cumprir as Resoluções Éticas Brasileiras, em especial a Resolução CNS 466/12 e/ou CNS 510/16.

Esta instituição está ciente de suas corresponsabilidades como instituição coparticipante do presente projeto de pesquisa e de seu compromisso no resguardo da segurança e bem-estar dos participantes de pesquisa nela recrutados, dispondo de infraestrutura necessária para a garantia de tal segurança e bem-estar.

Gen Bda CARLOS VINÍCIUS TEIXEIRA DE VASCONCELOS
Diretor de Educação Preparatória e Assistencial

ANEXO K - DIEx Final

DIEx http://sped.cmb.eb.mil.br/sped/protocolo/redacao/eb/RedigirDiexA...

MINISTÉRIO DA DEFESA
EXÉRCITO BRASILEIRO
COLÉGIO MILITAR DE BRASÍLIA

DIEx Nº auto
EB: nup-auto

Brasília, 6 de julho de 2023.

Do Comandante e Diretor de Ensino do CMB
Ao Sr Chefe de Gabinete da Diretoria de Educação Preparatória e Assistencial
Assunto: solicitação para realização de pesquisa de mestrado
Referências: a) DIEx nº 266-SSeç Avl Estat/Seç Ens/DEPA, de 19 JUN 23; e
b) DIEx nº 2325-SSE/DE/CMB, de 15 JUN 23..
Anexos:
1) Declaracao_Matricula;
2) TERMO_DE_AUTORIZACAO_DEPA_Michelle_Ramos_von_Borries; e
3) Projeto_Pesquisa_Michelle_von_Borries.

1. Em atenção ao DIEx da referência (DIEx nº 266-SSeç Avl Estat/Seç Ens/DEPA, de 19 JUN 23), encaminho documentos complementares do processo de solicitação de pesquisa acadêmica da Svd Civ MICHELLE RAMOS VON BORRIES, visando à emissão de autorização por parte dessa Diretoria de Educação Preparatória e Assistencial.

2. Por fim, informo que este Estabelecimento de Ensino designou o Maj QCO ROGÉRIO **CARVALHO** MENDES TÁVORA como coorientador para fins de acompanhamento da pesquisa e de alinhamento ao Projeto Pedagógico do SCMB 2021-2025.

THALES MOTA DE ALENCAR - Cel
Comandante e Diretor de Ensino do CMB

"200 ANOS DO TENENTE ANTONIO JOÃO: HERÓI DA EPOPEIA DE DOURADOS"

1 of 1 06/07/2023, 11:03

ANEXO L - Folha de rosto

Universidade de Brasília
Instituto de Ciências Exatas
Departamento de Matemática

O ensino de funções: uma sequência didática aplicada para alunos do 1º ano do ensino médio

por

Michelle Ramos von Borries

Dissertação apresentada ao Departamento de Matemática da Universidade de Brasília, como parte dos requisitos do "Programa" de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, para obtenção do grau de

MESTRE

Brasília, 15 de dezembro de 2023

Comissão Examinadora:

____
Profa. Dra. Luciana Maria Dias de Ávila Rodrigues- MAT/UnB (Orientadora)

____
Prof. Dr. Rogério César dos Santos - FUP/UnB (Membro)

Hiuri Reis
____
Prof. Dr. Hiuri Felipe Santos dos Reis - IME/UFG (Membro)