



**ESTUDO NUMÉRICO DA
TERMOCONVECÇÃO MAGNÉTICA EM
UMA CAVIDADE**

LUÍS HENRIQUE FRAGA CASTRO

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM CIÊNCIAS MECÂNICAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

FACULDADE DE TECNOLOGIA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**ESTUDO NUMÉRICO DA TERMOCONVECÇÃO
MAGNÉTICA EM UMA CAVIDADE**

LUÍS HENRIQUE FRAGA CASTRO

Orientador: Professor Taygoara Felamingo de Oliveira

Coorientador: Professor Adriano Possebon Rosa

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM CIÊNCIAS MECÂNICAS

BRASÍLIA / DF, 03 DE MAIO DE 2023

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**ESTUDO NUMÉRICO DA TERMOCONVECÇÃO
MAGNÉTICA EM UMA CAVIDADE**

LUÍS HENRIQUE FRAGA CASTRO

Dissertação de Mestrado Acadêmico Submetida ao Departamento de Engenharia Mecânica da Faculdade de Tecnologia da Universidade de Brasília, como Parte dos Requisitos Necessários para Obtenção do Grau de Mestre em Ciências Mecânicas

APROVADA POR:

Prof. Taygoara Felamingo de Oliveira, ENM-UnB
(Orientador)

Prof. Adriano Possebon Rosa, ENM-UnB
(Coorientador)

Prof. Edgar Amaral Silveira, ENM-UnB
(Examinador Interno)

Prof. Rafael Menezes de Oliveira, PUC-Rio
(Examinador Externo)

Prof. Mário Benjamim Baptista de Siqueira, ENM-UnB
(Suplente)

Brasília / DF, 03 de Maio de 2023

FICHA CATALOGRÁFICA:

LUÍS HENRIQUE FRAGA CASTRO

Estudo Numérico da Termoconvecção Magnética em uma Cavidade

2023, iii, 100p., 201x297 mm

(ENM / FT / UnB, Mestre, Ciências Mecânicas, 2023)

Dissertação de Mestrado - Universidade de Brasília

Faculdade de Tecnologia - Departamento de Engenharia Mecânica

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA:

LUÍS HENRIQUE FRAGA CASTRO (2023) - ESTUDO NUMÉRICO DA TERMOCONVECÇÃO MAGNÉTICA EM UMA CAVIDADE. Dissertação de Mestrado em Ciências Mecânica, Publicação, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 100p

CESSÃO DE DIREITOS:

AUTOR: Luís Henrique Fraga Castro

TÍTULO: Estudo Numérico da Termoconvecção Magnética em uma Cavidade

GRAU: Mestre ANO: 2023

CESSÃO DE DIREITOS:

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de Mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor se reserva a outros direitos de publicação e nenhuma parte desta dissertação de Mestrado pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

Luís Henrique Fraga Castro

QE 15, Conjunto V, Casa 34, Guará II, 71050-221, Brasília-DF-Brasil

Dedicatória

Dedico este trabalho aos meus pais: Janaina e Rogério Bruno, por sempre me apoiarem os meus sonhos, me ajudarem nos momentos de dificuldade, me incentivarem nos momentos de desconfiança, me suportarem nos momentos de desistência, por serem pais compreensivos e acima de tudo serem pais.

Dedico este trabalho ao professor Adriano Possebon Rosa por me assistir com o desenvolvimento da dissertação de mestrado em relação às dúvidas, equívocos e explicações, sendo sempre muito dispostos, presente, dedicado, transparente e, principalmente, paciente com minha pessoa.

Dedico este trabalho à Universidade de Brasília por me proporcionar um ambiente bom, saudável e tranquilo para o desenvolvimento de meu mestrado, além de funcionários competentes, dedicados e qualificados, tendo em especial os professores Tayogoara Felamingo de Oliveira e Francisco Ricardo da Cunha, por sua contribuição, aceitação e paciência para com minha pessoa como seu aluno.

Luís Henrique Fraga Castro

Agradecimentos

Agradeço, primeiramente, a Deus por me proporcionar essa dádiva em poder realizar uma especialização de excelência por uma instituição de ensino de qualidade, com excelentes profissionais a respeito de um conhecimento tão rico, interessante e atemporal.

Em segundo lugar, quero agradecer aos meus pais por todo carinho, apoio, comprometimento, compreensão, dedicação e paciência comigo durante todo esse período do mestrado que acabou tendo que ser realizado durante um período conturbado para o mundo que se deveu à pandemia do corona vírus, onde acabamos perdendo familiares e amigos, infelizmente.

Em terceiro lugar, quero agradecer aos professores Tayogoara Felamingo de Oliveira e Francisco Ricardo da Cunha por me ajudarem de todas formas que lhe foram possíveis no desenvolvimento desta dissertação de mestrado e, em especial, ao professor Adriano Possebon Rosa por estar sempre presente ajudando, auxiliando, corrigindo e animando, com intuito de desenvolver um trabalho de excelência para a academia.

Em quarto lugar, agradeço aos meus familiares e amigos (em especial o meu grande amigo Sérgio Caetano Alves de Araujo que me ajudou em vários momentos com esta dissertação) que me apoiaram e incentivaram durante todo este período de dedicação, com pensamentos positivos, dicas e orações.

Em quinto lugar, agradeço a Universidade de Brasília por me proporcionar a vaga, o ambiente e os excelentes profissionais que participaram e me auxiliaram durante toda formulação deste trabalho.

Por fim, e não menos importante, agradeço a minha Husky-Siberiana, Laika, por ser a razão do meu viver, e estar sempre presente me ajudando psicologicamente e mentalmente a ter animação, comprometimento, paciência, calma, sensatez, paz espiritual e lucidez (Amo-te demais!!).

"Nada é para sempre, dizemos, mas há momentos que parecem ficar suspensos, pairando sobre o fluir inexorável do tempo."

José Saramago

Resumo

Este trabalho apresenta um estudo do escoamento de um ferrofluido termossensível em uma cavidade bidimensional aquecida por baixo, resfriada por cima e isolada nas laterais. A influência do campo magnético externo sobre os padrões do escoamento e da transferência de calor, bem como o efeito da introdução de um obstáculo retangular na cavidade, são analisados. O escoamento é considerado incompressível, laminar, com ferrofluido newtoniano superparamagnético e de susceptibilidade dependente da temperatura. O campo magnético externo é gerado por um fio condutor de eletricidade adjacente à cavidade. O problema é resolvido numericamente por meio da solução das equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia usando uma discretização de diferenças finitas em malha regular desenvolvida pelo método de malha defasada. O acoplamento pressão-velocidade é resolvido por meio do método de projeção de 2ª ordem, junto ao método de *Crank-Nicolson* para o avanço no tempo. A compilação das equações no programa computacional *Python* é feita por meio do método do gradiente conjugado junto ao método *SOR*. Os resultados apresentam que o fio condutor de eletricidade fixo em uma posição adjacente à metade da altura da parede lateral direita isolada gera um campo magnético capaz modificar a topologia do escoamento de ferrofluido e promover o aumento do número de *Nusselt* médio do sistema. Além disso, a mudança da posição do fio em relação à cavidade também trouxe mudanças significativas na topologia do escoamento e produziu variações abruptas do número de *Nusselt* médio, de modo a aprimorar ou dificultar a eficiência do mecanismo de transferência de calor do sistema. Um estudo dos efeitos da presença de um obstáculo retangular no interior da cavidade foi conduzido. Considerou-se o caso no qual o obstáculo é isolado termicamente e o caso em que a temperatura dele é mantida constante. Os resultados revelam que a presença do obstáculo retangular gera um modelo de cavidade composta e ocasiona uma influência direta e considerável na topologia do escoamento de ferrofluido, no campo de velocidade do escoamento e nos valores do número de *Nusselt* médio. Além disso, o obstáculo em sua configuração térmica aquecida é capaz de induzir a formação de estruturas no escoamento similares às células de *Bénard* que quando sob o efeito do campo magnético, tendem a desaparecer. Com isso, um estudo a respeito das células de *Bénard* foi realizado e esse confirmou o comportamento de desaparecimento das células *Bénard* quando o escoamento interage com os efeitos magnéticos gerados pela fonte magnética, além de intensificar significativamente a velocidade do fluxo do ferrofluido e a eficiência do mecanismo de transferência de calor.

Palavras - Chave: Convecção Natural, Ferrofluido, Transferência de Calor, Simulação Computacional

Abstract

This work presents a study on thermo-sensitive ferrofluid flow inside a two-dimensional cavity with a heated bottom wall, a cooled top wall and insulated vertical walls. The influence of the external magnetic field on the ferrofluid flow and in your heat transfer patterns, as well as the effect of introducing a rectangular obstacle inside the cavity, are analyzed. The ferrofluid flow is assumed incompressible, laminar, superparamagnetic and with susceptibility as a function of the temperature. The external magnetic field is generated by an electrical conducting wire near the cavity. The problem is numerically solved by solving the mass, momentum and energy conservation equations using a regular mesh finite difference discretization developed by the staggered grid method. The pressure-velocity coupling is solved using the 2nd order projection method, together with the *Crank-Nicolson* method for advancing in time. The compiling equations in the *Python* computer program is done using the conjugate gradient method together with the *SOR* method. The results show that the electrical conducting wire fixed in a position near to half the height of the isolated right side wall generates a magnetic field capable of modifying the topology of the ferrofluid flow and promoting an increase in the average *Nusselt* number of the system. Furthermore, the relative position of the electrical conducting wire in relation to the cavity also brought about significant changes in the topology of the ferrofluid flow and produced abrupt variations in the average *Nusselt* number, in order to improve or hinder the efficiency of the heat transfer mechanism of the system. A study about the effects of the presence of a rectangular obstacle inside the cavity was conducted, whereas there are two cases: the first one when the obstacle is thermally insulated and the next one when its temperature is kept constant. The results reveal that the presence of the rectangular obstacle generates a composite cavity model and causes a direct and considerable influence on the topology of the ferrofluid flow, on the flow velocity field and on the average *Nusselt* numbers values. Besides, the obstacle in its heated thermal configuration is capable of inducing the formation of structures in the flow similar to *Bénard* cells which, when under the effect of the magnetic field, tend to disappear. Therefore, a study about the *Bénard* cells was carried out and this confirmed the disappearance behavior of the *Bénard* cells when the flow interacts with the magnetic effects generated by the magnetic source, in addition to significantly intensifying the velocity of the ferrofluid flow and the efficiency of the heat transfer mechanism.

Keywords: Natural Convection, Ferrofluid, Heat Transfer, Computational Simulation

Sumário

1	Introdução	1
1.1	Ferrofluido	1
1.2	Motivação	3
1.3	Estado da arte	8
1.4	Objetivo	11
1.4.1	Objetivo principal	11
1.4.2	Objetivos específicos	11
1.5	Metodologia	12
1.6	Organização do Texto	12
2	Fundamentação Teórica	13
2.1	Proposição do problema	13
2.2	Modelo matemático	16
2.3	Adimensionalização	18
3	Simulação Numérica	23
3.1	Métodos das diferenças finitas: <i>Crank-Nicolson</i>	23
3.2	Método de projeção de 2 ^a ordem	24
3.3	Malha defasada	25
3.4	Implementação computacional	27
3.4.1	<i>Ghost Points</i>	28
3.4.2	Condição de não deslizamento na parede	30
3.4.3	Método do <i>Upwind</i> de 3 ^a ordem	32
3.5	Método do gradiente conjugado	32
3.5.1	Método <i>SOR</i>	33
3.6	<i>Software</i>	34
3.7	Estudo de convergência de malha	34
3.8	Validação	36
3.8.1	Convecção gravitacional	36
3.8.2	Convecções gravitacional e magnética combinadas	38
4	Resultados	41
4.1	Efeito da imposição de um campo magnético	41
4.1.1	Campo magnético de baixa intensidade ($Ra_m = 10^3$)	44
4.1.2	Campo magnético de alta intensidade ($Ra_m = 10^6$)	46
4.1.3	Comportamento do número de <i>Nusselt</i> em função do efeito do campo magnético	48
4.2	Influência da posição da fonte magnética	49
4.2.1	Estudo desconsiderando a presença do obstáculo	50

4.2.2	Estudo considerando a presença do obstáculo retangular isolado . . .	57
4.2.3	Comportamento do número de <i>Nusselt</i> em função da posição da fonte magnética	64
4.3	Efeito da intensidade do campo magnético	66
4.3.1	Obstáculo retangular isolado	67
4.3.2	Obstáculo retangular aquecido	71
4.4	Investigação do mecanismo de células de <i>Bénard</i>	75
4.4.1	Comportamento do número de <i>Nusselt</i> em relação às célula de <i>Bénard</i>	81
5	Conclusões	82
5.1	Sugestões para trabalhos futuros	82
	Referências Bibliográficas	84

Lista de Figuras

1.1	Ilustrações da partícula magnética com a camada de surfactante (a) e do conjunto de partículas magnéticas que constituem um ferrofluido (b).	2
1.2	Amplificador de som com dispositivo magnético a base de ferrofluido (Bailey, 1983).	3
1.3	Ilustração da condução de medicamentos a uma área afetada em que (a) representa a região afetada, (b) representa o esquema de ligação do medicamento a base de ferrofluido em uma célula afetada e (c) representa o campo magnético externo aplicado para direcionar o medicamento a região afetada (Cole, Yang, e David, 2011).	4
1.4	Ilustração do mecanismo de magnetohipertermia por meio das estruturas de ferrofluido de bioafinidade em um tecido hipotético (Guimarães, Cunha, e Gontijo, 2020).	5
1.5	Ilustração do sistema de arrefecimento de dispositivos (Pattanaik, Varma, Cheekati, Chaudhary, e Ramanujan, 2021).	6
1.6	Ilustração da cavidade com formato de C usada como modelo de estudo (Mojunder, Saha, e Saha, 2015).	7
1.7	Gráficos do objeto de estudo e de suas respectivas linhas de corrente para um escoamento de um ferrofluido termossensível posto em uma cavidade quadrada porosa, sendo analisado pelo método de <i>Lattice-Boltzmann</i> (1.7b) e pelo método de <i>Darcy</i> (1.7c).	8
2.1	Ilustração do objeto de estudo proposto para esta dissertação.	14
2.2	Representação ilustrativa do fenômeno do superparamagnetismo no ferrofluido.	15
3.1	Ilustração da discretização do método da malha defasada (<i>staggered grid</i>) aplicada ao objeto de estudo deste trabalho.	26
3.2	Configuração estrutural de uma célula de malha defasada.	27
3.3	Ilustração do objeto de estudo analisado por Davis (1983) e L. H. P. Cunha, Siqueira, Campos, Rosa, e Oliveira (2020).	36
3.4	Gráficos de linhas de corrente obtidos pelo código computacional (3.4a e 3.4c) e por Davis (1983) (3.4b e 3.4d), para $Ra = 10^3$ e $Ra = 10^4$, respectivamente.	37
3.5	Gráficos de linhas de corrente obtidos pelo código computacional (3.5a e 3.5c) e por Davis (1983) (3.5b e 3.5d), para $Ra = 10^5$ e $Ra = 10^6$	38
3.6	Comparação entre as distribuições de temperatura obtidas pelo código computacional e por L. H. P. Cunha et al. (2020) para $Ra = 10^3$ e $Ra_m = 10^6$, gerado por um campo magnético linear.	39

3.7	Comparação entre as distribuições de temperatura obtidas pelo código computacional e por L. H. P. Cunha et al. (2020) para $Ra = 10^6$ e $Ra_m = 10^6$, gerado por um campo magnético linear.	39
4.1	Gráficos das linhas de corrente e do campo de temperatura para a convecção natural de um ferrofluido em uma cavidade sem obstáculo, considerando $Ra_m = 0.0$ e $Ra = 10^3$ (a), 10^4 (b) e 10^5 (c).	42
4.2	Gráficos de convergência temporal de \overline{Nu} para $Ra = 10^3$ (a) e 10^5 (b), com $Ra_m = 0.0$, em que a linha vermelha representa a quantidade de calor que entra na cavidade pela parede inferior e a linha azul representa a quantidade de calor que sai da cavidade pela parede superior, ao longo do tempo.	43
4.3	Gráficos do campo magnético (a) e força magnética (b) gerados pelo fio condutor de eletricidade posicionado em (1.05, 0.5), em que a região sombreada apresenta uma maior concentração do efeito magnético junto às setas pretas que apontam a direção e o sentido de atração magnética.	44
4.4	Gráficos das linhas de corrente e do campo de temperatura para a termoconvecção magnética de um ferrofluido em uma cavidade sem obstáculo e sobre influência dos efeitos magnéticos gerados pelo fio condutor de eletricidade (Figura 4.3), considerando $Ra_m = 10^3$ fixo e variando $Ra = 10^3$ (a), 10^4 (b) e 10^5 (c).	45
4.5	Gráficos das linhas de corrente e do campo de temperatura para a termoconvecção magnética de um ferrofluido em uma cavidade sem obstáculo e sobre influência dos efeitos magnéticos gerados pelo fio condutor de eletricidade (Figura 4.3), considerando $Ra_m = 10^6$ fixo e variando $Ra = 10^3$ (a), 10^4 (b) e 10^5 (c).	47
4.6	Número de <i>Nusselt</i> médio (\overline{Nu}) em função do número de <i>Rayleigh</i> magnético (Ra_m), em relação a intensidade do número de <i>Rayleigh</i> (Ra).	49
4.7	Ilustração das 8 posições que o fio condutor de eletricidade terá ao redor da cavidade.	50
4.8	Gráficos de distribuição de temperatura com linhas de corrente (a) e do respectivo campo magnético gerado pela fonte magnética posicionada em $(-0.05, -0.05)$ (b).	51
4.9	Gráficos de distribuição de temperatura com linhas de corrente (a) e do respectivo campo magnético gerado pela fonte magnética posicionada em $(0.5, -0.05)$ (b).	52
4.10	Gráficos de distribuição de temperatura com linhas de corrente (a) e do respectivo campo magnético gerado pela fonte magnética posicionada em $(1.05, -0.05)$ (b).	53
4.11	Gráficos de distribuição de temperatura com linhas de corrente (a) e do respectivo campo magnético gerado pela fonte magnética posicionada em $(1.05, 0.5)$ (b).	53
4.12	Gráficos de distribuição de temperatura com linhas de corrente (a) e do respectivo campo magnético gerado pela fonte magnética posicionada em $(1.05, 1.05)$ (b).	54
4.13	Gráficos de distribuição de temperatura com linhas de corrente (a) e do respectivo campo magnético gerado pela fonte magnética posicionada em $(0.5, 1.05)$ (b).	55

4.14	Gráficos de distribuição de temperatura com linhas de corrente (a) e do respectivo campo magnético gerado pela fonte magnética posicionada em $(-0.05, 1.05)$ (b).	56
4.15	Gráficos de distribuição de temperatura com linhas de corrente (a) e do respectivo campo magnético gerado pela fonte magnética posicionada em $(-0.05, 0.5)$ (b).	57
4.16	Distribuição de temperatura e linhas de corrente da convecção natural do ferrofluido no interior da cavidade quadrada, com a presença de um obstáculo retangular isolado e sem influência da fonte magnética, para $Ra = 10^5$ e $Ra_m = 0$	58
4.17	Gráficos de distribuição de temperatura com linhas de corrente (a) e do respectivo campo magnético gerado pela fonte magnética posicionada em $(-0.05, -0.05)$ (b).	58
4.18	Gráficos de distribuição de temperatura com linhas de corrente (a) e do respectivo campo magnético gerado pela fonte magnética posicionada em $(0.5, -0.05)$ (b).	59
4.19	Gráficos de distribuição de temperatura com linhas de corrente (a) e do respectivo campo magnético gerado pela fonte magnética posicionada em $(1.05, -0.05)$ (b).	60
4.20	Gráficos de distribuição de temperatura com linhas de corrente (a) e do respectivo campo magnético gerado pela fonte magnética posicionada em $(1.05, 0.5)$ (b).	60
4.21	Gráficos de distribuição de temperatura com linhas de corrente (a) e do respectivo campo magnético gerado pela fonte magnética posicionada em $(1.05, 1.05)$ (b).	61
4.22	Gráficos de distribuição de temperatura com linhas de corrente (a) e do respectivo campo magnético gerado pela fonte magnética posicionada em $(0.5, 1.05)$ (b).	62
4.23	Gráficos de distribuição de temperatura com linhas de corrente (a) e do respectivo campo magnético gerado pela fonte magnética posicionada em $(-0.05, 1.05)$ (b).	63
4.24	Gráficos de distribuição de temperatura com linhas de corrente (a) e do respectivo campo magnético gerado pela fonte magnética posicionada em $(-0.05, 0.5)$ (b).	63
4.25	Número de <i>Nusselt</i> médio (\overline{Nu}) em função da posição da fonte magnética ao redor da cavidade sem a presença do obstáculo.	65
4.26	Número de <i>Nusselt</i> médio (\overline{Nu}) em função da posição da fonte magnética ao redor da cavidade com a presença do obstáculo retangular isolado.	66
4.27	Gráficos das linhas de corrente e do campo de temperatura da termoconvecção magnética do ferrofluido no interior da cavidade quadrada, sob influência de um obstáculo retangular isolado, com a presença da fonte magnética definida pelo conjunto de figuras presentes em 4.3, considerando $Ra = 10^5$ e $Ra_m = 10^4$ (a), 10^5 (b), 10^6 (c) e 10^7 (d).	68
4.28	Gráficos dos campos de velocidade da termoconvecção magnética do ferrofluido junto à demarcação da temperatura do ferrofluido no interior da cavidade quadrada, com a presença do obstáculo retangular isolado, sob influência da fonte magnética definida pelo conjunto de figuras presentes em 4.3, para $Ra_m = 10^4$ (a) e 10^7 (b), com Ra fixo em 10^5	70

4.29	Número de <i>Nusselt</i> médio (\overline{Nu}) em função do número de <i>Rayleigh</i> magnético (Ra_m), considerando a presença de um obstáculo retangular isolado.	71
4.30	Distribuição de temperatura e linhas de corrente da convecção natural do ferrofluido no interior da cavidade quadrada, com a presença de um obstáculo retangular aquecido e sem influência da fonte magnética, em que $Ra = 10^5$ e $Ra_m = 0$	72
4.31	Gráficos das linhas de corrente e do campo de temperatura da termoconvecção magnética do ferrofluido no interior da cavidade quadrada, sob influência de um obstáculo retangular aquecido, com a presença da fonte magnética definida pelo conjunto de figuras presentes em 4.3, considerando $Ra = 10^5$ e $Ra_m = 10^5$ (a), 10^6 (b) e 10^7 (c).	73
4.32	Número de <i>Nusselt</i> médio (\overline{Nu}) em função do número de <i>Rayleigh</i> magnético (Ra_m), considerando a presença de um obstáculo retangular aquecido.	75
4.33	Gráficos do campo magnético (a) e força magnética (b) gerados pelo fio condutor de eletricidade na posição (2.0, -0.05).	76
4.34	Distribuição de temperatura e linhas de corrente referentes à convecção natural do ferrofluido no interior da cavidade retangular, para $Ra_m = 0$ e $Ra = 10^4$	76
4.35	Apresentação dos gráficos de distribuição de temperatura com linhas de corrente referentes à termoconvecção magnética de ferrofluido no interior da cavidade retangular, com a presença da fonte magnética definida pelo conjunto de figuras presentes em 4.33, para os casos em que $Ra_m = 10^4$ (a), 10^5 (b) e 10^6 (c).	77
4.36	Gráficos dos campos de velocidade junto à demarcação da temperatura do ferrofluido para $Ra_m = 0.0$ (a) e 10^4 (b), com Ra fixo em 10^4	79
4.37	Gráficos dos campos de velocidade junto à demarcação da temperatura do ferrofluido para $Ra_m = 10^5$ (a) e 10^6 (b), com Ra fixo em 10^4	80
4.38	Número de <i>Nusselt</i> médio (\overline{Nu}) em função do número de <i>Rayleigh</i> magnético (Ra_m) para número de <i>Rayleigh</i> (Ra) fixo em 10^4 , no caso do estudo das células de <i>Bénard</i>	81

Lista de Tabelas

2.1	Valores das propriedades e dos parâmetros adimensionais.	22
3.1	Sensibilidade do \overline{Nu} em relação ao refinamento da malha, considerando $Ra = 10^4$ e $Ra_m = 10^5$	35
3.2	\overline{Nu} obtidos pelo código em relação aos obtidos nos trabalhos de Davis (1983) e L. H. P. Cunha et al. (2020).	37
4.1	Valores do número de <i>Nusselt</i> médio (\overline{Nu}) em função das posições relativas da fonte magnética.	64

Lista de Símbolos

Simbologia Latina

B	<i>Vetor Indução Magnética</i>
<i>c</i>	<i>Calor Específico</i>
C	<i>Constante de Integração</i>
<i>d</i>	<i>Diâmetro da Partícula Magnética</i>
<i>g</i>	<i>Gravidade</i>
<i>h</i>	<i>Coefficiente de Calor por Convecção</i>
g	<i>Vetor Campo Gravitacional</i>
H	<i>Campo Magnético</i>
H	<i>Vetor Campo Magnético</i>
H_0	<i>Campo Magnético de Referência</i>
H_{Fio}	<i>Campo Magnético Gerado pelo Fio Contador de Eletricidade</i>
<i>I</i>	<i>Intensidade de Corrente Elétrica</i>
k_f	<i>Condutividade Térmica</i>
<i>k</i>	<i>Constante de Boltzmann</i>
$L(\alpha^{\text{Lang}})$	<i>Função de Langevin</i>
<i>L</i>	<i>Comprimento Característico</i>
L_y	<i>Altura da Cavidade</i>
L_{Fio}	<i>Comprimento do Fio Contador de Eletricidade</i>
M_d	<i>Magnetização de Sólido</i>
M_s	<i>Magnetização de Saturação</i>
M	<i>Vetor Magnetização</i>
\mathbf{M}_{eq}	<i>Vetor Magnetização Equivalente</i>
\overline{Nu}	<i>Número de Nusselt Médio</i>
p, P	<i>Pressão</i>
p_{mod}	<i>Pressão Modificada</i>
Pr	<i>Número de Prandtl</i>
Q	<i>Calor</i>
\dot{Q}	<i>Fluxo de Calor</i>
Ra	<i>Número de Rayleigh</i>
Ra_m	<i>Número de Rayleigh Magnético</i>

t	<i>tempo</i>
T	<i>Temperatura</i>
T_0	<i>Temperatura de Referência</i>
T_C	<i>Temperatura Fria</i>
T_H	<i>Temperatura Quente</i>
u	<i>Componente Horizontal da Velocidade</i>
u^*	<i>Função Numérica para a Componente Horizontal da Velocidade</i>
u	<i>Vetor Velocidade</i>
u *	<i>Função Numérica do Vetor Velocidade</i>
v	<i>Componente Vertical da Velocidade</i>
v^*	<i>Função Numérica para a Componente Vertical da Velocidade</i>

Simbologia Grega

α	<i>Coefficiente de Difusão Térmica</i>
α^{Lang}	<i>Campo Magnético Adimensional</i>
β	<i>Coefficiente de Expansão Volumétrica</i>
β_M	<i>Coefficiente Piromagnético</i>
η	<i>Viscosidade Dinâmica</i>
θ	<i>Temperatura Adimensional</i>
μ_0	<i>Permeabilidade Magnética do Vácuo</i>
π	<i>Número Irracional π</i>
ρ	<i>Massa Específica</i>
ρ_0	<i>Massa Específica do Fluido Base</i>
ρ_{local}	<i>Massa Específica Local</i>
ω	<i>Fator Acelerador do Método SOR</i>
ν	<i>Viscosidade Cinemática</i>
ϕ	<i>Função Numérica para a Pressão</i>
ϕ_M	<i>Fração Volumétrica de Partículas Magnéticas no Ferrofluido</i>
χ	<i>Susceptibilidade Magnética do Ferrofluido</i>
χ_0	<i>Susceptibilidade Magnética de Referência</i>

Notação Matemática

∇	<i>Operador do Gradiente</i>
$+$	<i>Operador da Soma</i>
$-$	<i>Operador da Subtração</i>
$/$	<i>Operador da Divisão</i>
$=$	<i>Sinal de Igualdade</i>
\cdot	<i>Operador da Multiplicação</i>
\times	<i>Operador Produto Vetorial</i>
\coth	<i>Operador Cotangente</i>
∇	<i>Operador Gradiente</i>
∇^2	<i>Operador de Laplace</i>
δ	<i>Operador Derivada Párcical Implícita</i>
Δ	<i>Operador de Variação</i>

Sistema de Coordenadas

\hat{H}	<i>Vetor Unitário de Direcionamento do Campo Magnético</i>
\hat{n}	<i>Vetor Unitário Normal</i>
\hat{e}_x	<i>Vetor Unitário na Direção x</i>
\hat{e}_y	<i>Vetor Unitário na Direção y</i>
x	<i>Coordenada x</i>
x_w	<i>Coordenada x da Posição do Fio Condutor de Eletricidade</i>
y	<i>Coordenada y</i>
y_w	<i>Coordenada y da Posição do Fio Condutor de Eletricidade</i>
z	<i>Coordenada z</i>

Capítulo 1

Introdução

"O importante é não parar de questionar."

Albert Einstein

1.1 Ferrofluido

Em meados do século passado, um novo tipo de fluido foi desenvolvido devido às necessidades da época. Este foi nomeado de ferrofluido e inicialmente desenvolvido pela NASA (Papell, 1965) na busca de criar um tipo de combustível de foguete que pudesse ser controlado no interior do sistema de alimentação dos motores para fins de redução de custo e elevação da segurança das viagens aeroespaciais. Porém, apesar de, na prática, o ferrofluido não ter sido utilizado para seu propósito inicial, alguns cientistas da época perceberam o quão visionário era esta nova criação, pois, algumas de suas propriedades eram inéditas, o que possibilitava diversas inovações científicas e tecnológicas.

Um ferrofluido é uma suspensão coloidal formada por partículas magnéticas, com diâmetro de 3 nm a 15 nm , envoltas por uma camada de surfactante, de 2 nm de espessura, conforme mostrado pela Figura 1.1a, dispersas em um fluido newtoniano base (Borduz e Raj, 1986; Rosensweig, 1975), como mostrado na Figura 1.1b. Quando sob o efeito de um campo magnético, o ferrofluido torna-se magnetizado e apresenta um comportamento magnético reativo, como expresso por Rosensweig (1985) e Kaiser e Miskolczy (1970).

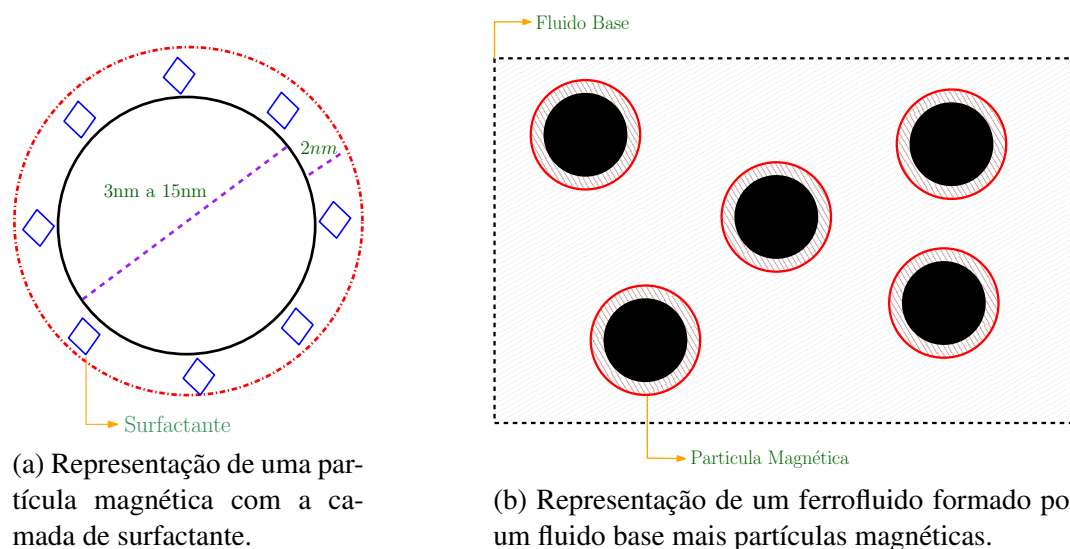


Figura 1.1: Ilustrações da partícula magnética com a camada de surfactante (a) e do conjunto de partículas magnéticas que constituem um ferrofluido (b).

Os ferrofluidos dependem de um número médio de partículas magnéticas em sua constituição para desenvolver suas propriedades e características singulares. Este número está em torno de 10^{23} partículas suspensas por m^3 de fluido newtoniano base (Rosensweig, 1985; Shliomis, 1974).

As partículas magnéticas são constituídas, geralmente, pela magnetita (Fe_3O_4), a partícula magnética de maior êxito funcional, como apresentado por Scherer e Figueiredo Neto (2005). Juntamente a elas, há uma camada de surfactante, geralmente formada por materiais poliméricos (polimetilfenil siloxano, polidimetilsiloxano e outros óleos de silicone líquido) que tornam a partícula inerte aos efeitos magnéticos internos da suspensão (Chagnom, 1982). Este mecanismo impede que as partículas magnéticas aglomerem-se de modo a formar grandes agregados que ocasionam a perda de propriedades características do ferrofluido.

Rosensweig (1975) apresentou diversas formas e modos de produzir um ferrofluido com os mais diversos materiais, o que, posteriormente, possibilitou estudos como os de Yamaguchi, Zhang, Niu, e Yoshikawa (2010) e Jin, Zhang, e Niu (2012) a respeito de ferrofluidos termossensíveis, que consistem em ferrofluidos que têm sua magnetização altamente dependente da temperatura, sendo facilmente influenciados pela faixa de temperatura do ambiente ao qual estão inseridos. De modo geral, esse tipo de ferrofluido é considerado parte do grupo *thermosensitive magnetic fluid* (TSMF), o qual tem grande utilidade em sistemas de transporte e conservação de energia e calor, principalmente, para ambientes de microgravidade ou de pequenas escalas de comprimento.

Como resultado de toda essa estruturação físico-química, Yamaguchi (2008) explica que o ferrofluido desenvolve propriedades únicas como, por exemplo: a perspectiva de controle externo de seu escoamento (direção, sentido e a reversão dos mesmos), a capacidade de interação com campos magnéticos dos mais diversos tipos, a capacidade de variação de viscosidade, densidade, difusividade térmica, dentre outras propriedades termofísicas (Kothari, Raina, Chandak, Iyer, e Mahajan, 2010).

1.2 Motivação

As propriedades únicas que o ferrofluido possui proporcionaram diversos estudos experimentais, numéricos e computacionais ao longo de meados do século passado ao início do novo milênio. Diversos desses estudos explicaram como criar um ferrofluido, como interpretar seu comportamento e como aplicá-lo nas mais diversas tecnologias desenvolvidas.

Uma das aplicações do ferrofluido mais presentes no cotidiano do ser humano e muitas vezes desconhecida é expressa por Bailey (1983) e Raj e Moskowitz (1990) em relação aos dispositivos sonoros como alto-falantes e amplificadores de som, em que o ferrofluido é utilizado para impedir efeitos de interferência com correntes elétricas ou ondas de rádio que possam vir a interagir com o dispositivo sonoro, além de controlar de forma mais particular a qualidade sonora do dispositivo de som. A Figura 1.2 apresenta um exemplo de um amplificador de som com sistema magnético.

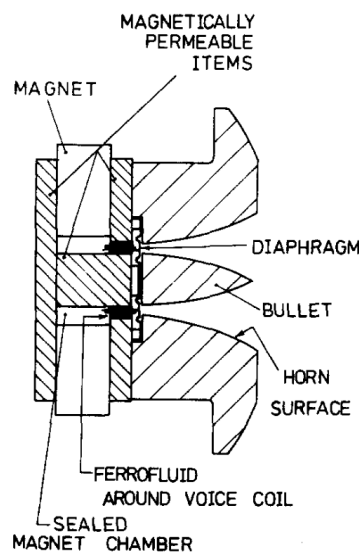
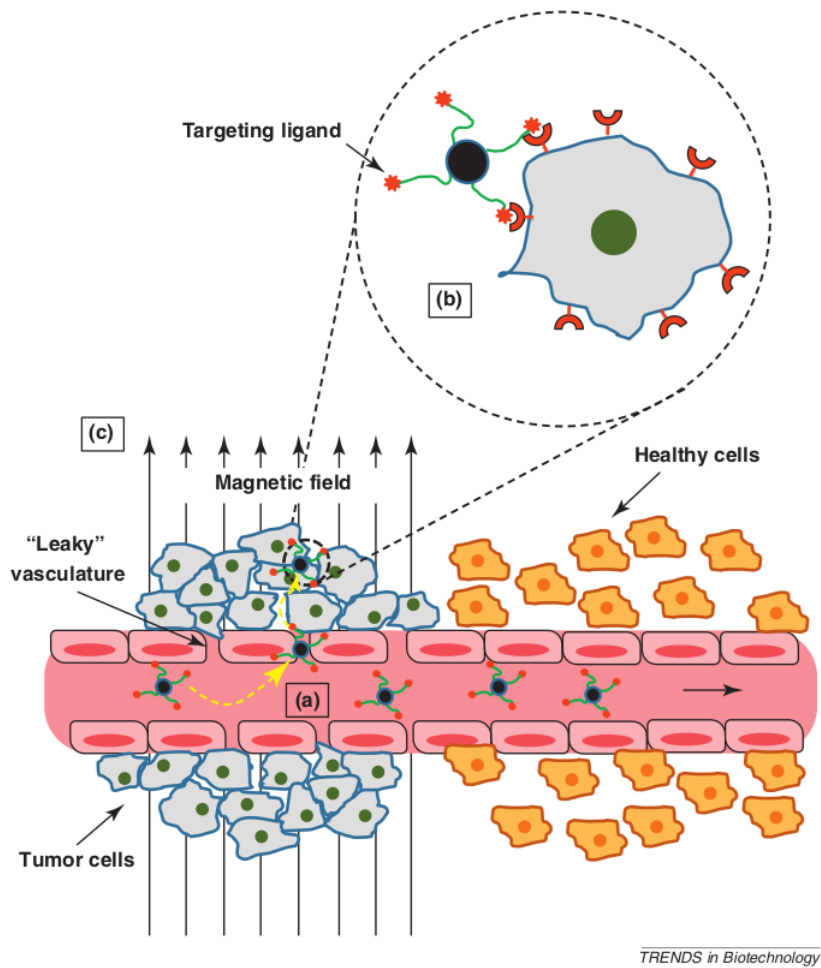


Figura 1.2: Amplificador de som com dispositivo magnético a base de ferrofluido (Bailey, 1983).

Outra aplicação de grande utilidade, estudada por Cole et al. (2011); Lübbe, Alexiou, e Bergemann (2001); Scherer e Figueiredo Neto (2005), é a condução de medicamentos no interior de seres vivos, em geral, que apresenta medicamentos a base de ferrofluido que podem ser inseridos em um ser vivo e por meio de campos magnéticos externos aplicados, podem ser direcionados para as áreas afetadas sem que estes medicamentos causem efeitos colaterais em outras áreas. A Figura 1.3 apresenta um modelo ilustrativo desta aplicação.



TRENDS in Biotechnology

Figura 1.3: Ilustração da condução de medicamentos a uma área afetada em que (a) representa a região afetada, (b) representa o esquema de ligação do medicamento a base de ferrofluido em uma célula afetada e (c) representa o campo magnético externo aplicado para direcionar o medicamento a região afetada (Cole et al., 2011).

Há também outra aplicação na área medicinal, de grande relevância, que se chama magnetohipertermia (Brusentsov et al., 2002; Bubnovskaya et al., 2014; Guimarães et al., 2020; Hiergeist et al., 1999; Obaidat, Issa, e Haik, 2015). Esta aplicação consiste em estruturas a base de ferrofluido com bioafinidade por células cancerígenas que aplicadas em um ser humano percorrem o corpo até serem atraídas e associadas às células afetadas. Após a associação, um campo magnético externo oscilatório é aplicado próximo à região afetada do corpo e gera um aumento vibratório dessas estruturas que aumentam a temperatura das células. Esse aumento tem o objetivo de gerar à apoptose das células, isto é, uma forma de morte natural da célula, fazendo com que o material cancerígeno não se espalhe para outras células. A Figura 1.4 ilustra um modelo de mecanismo da magnetohipertermia.

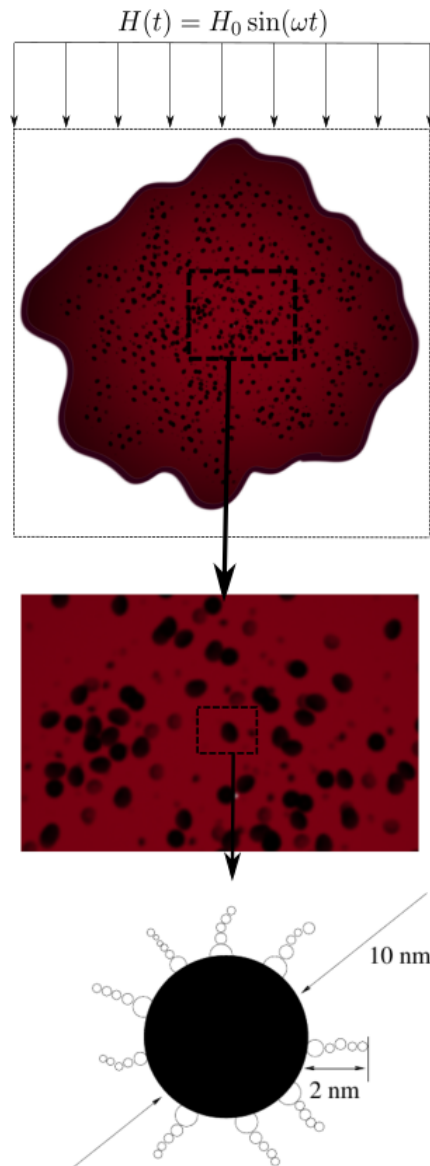


Figura 1.4: Ilustração do mecanismo de magnetohipertermia por meio das estruturas de ferrofluido de bioafinidade em um tecido hipotético (Guimarães et al., 2020).

Um outro tipo de aplicação bem comum na atualidade é referente ao arrefecimento de dispositivos, em geral eletrônicos, em que a utilização de ferrofluido se mostrou muito eficaz devido a suas propriedades e características únicas. Dentre diversos estudos, o estudo realizado por Pattanaik et al. (2021) expressa uma busca pela melhor composição de ferrofluido a ser utilizada para arrefecimento de dispositivos. Neste estudo, eles simulam computacionalmente uma termoconvecção magnética em um sistema de arrefecimento em forma de circuito oval de corrida, utilizando um ímã na região interna do circuito e variando o tipo de ferrofluido com o objetivo de analisar qual ferrofluido proporciona a melhor eficiência para o sistema. A Figura 1.5 ilustra um modelo do sistema de arrefecimento.

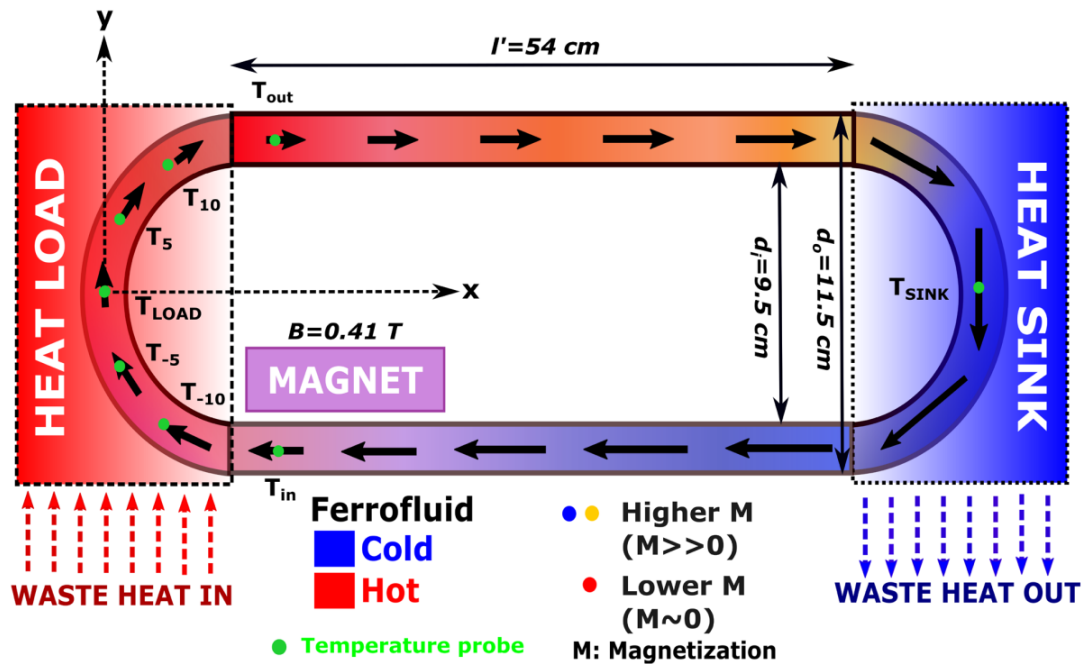


Figura 1.5: Ilustração do sistema de arrefecimento de dispositivos (Pattanaik et al., 2021).

No entanto, há estudos numéricos computacionais que buscam criar novos sistemas ou conhecimentos que possam ser aplicados na realidade, ou pelo menos melhorar as aplicações já existentes. Um exemplo disso é o estudo realizado por Mojunder et al. (2015) que analisou especificamente a termoconvecção magnética em uma cavidade bidimensional com formato de C totalmente preenchida por um ferrofluido constituído de querosene (fluido base) e cobalto (partículas magnéticas). Nessa análise, avaliou-se o potencial de transferência de calor do sistema na busca de aplicá-lo em coletores solares de energia térmica. A Figura 1.6 ilustra o modelo proposto e estudado a ser aplicado em coletores solares de energia térmica.

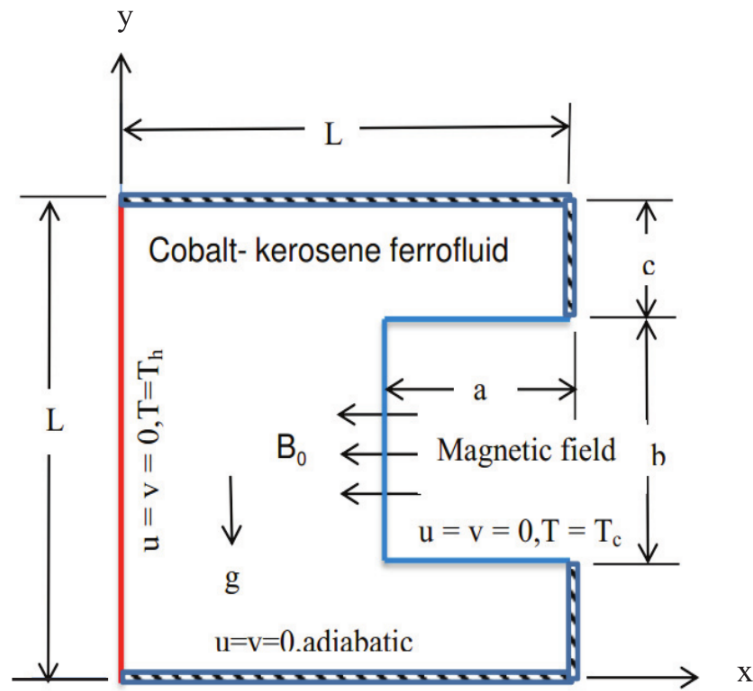
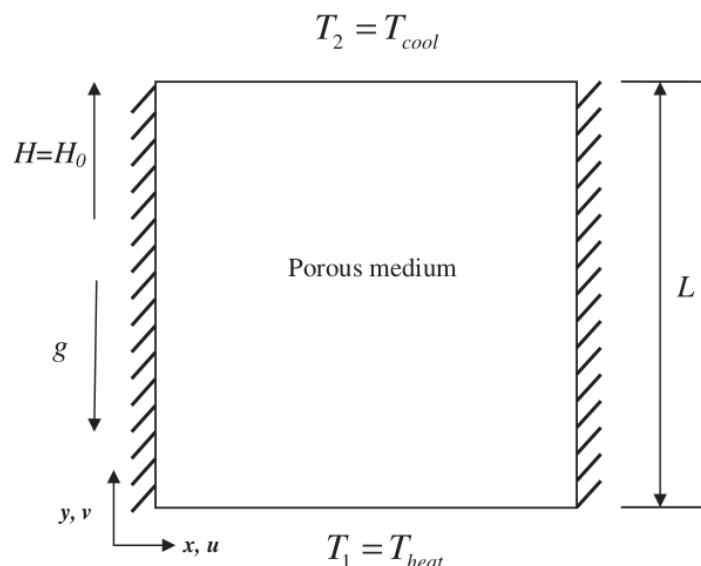
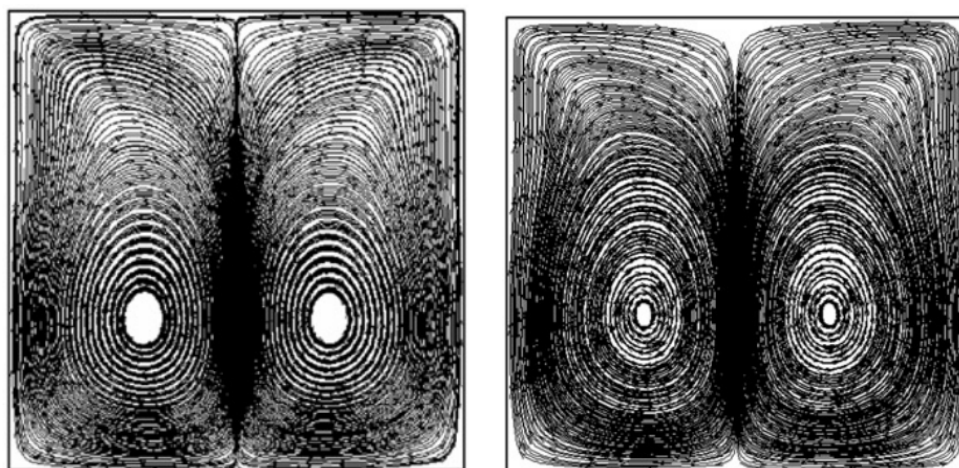


Figura 1.6: Ilustração da cavidade com formato de C usada como modelo de estudo (Mojunder et al., 2015).

Outros estudos que seguem uma proposta semelhante a anterior são os desenvolvidos por Jin e Zhang (2013); Jin et al. (2012) que utilizaram, respectivamente, o método de *Lattice-Boltzmann* e o número de *Darcy* para analisar a termoconvecção magnética em uma cavidade porosa quadrada. Esses trabalhos tiveram como objetivo investigar a topologia do escoamento de ferrofluido e as consequências geradas sobre a magnetização, campo de temperatura e transferência de calor do escoamento. Este tipo de estudo tem aplicação nas indústrias petrolífera e nuclear. A Figura 1.7 ilustra o objeto de estudo investigado e um dos resultados obtidos.



(a) Modelo de estudo de termoconvecção magnética para uma cavidade porosa (Jin e Zhang, 2013; Jin et al., 2012).



(b) $Ra = 5000$, porosidade $\varepsilon = 0.4$ e $Ra_m = 1.25 \times 10^8$ (Jin et al., 2012). (c) $Da = 10^{-3}$ e porosidade $\varepsilon = 0.8$ (Jin e Zhang, 2013).

Figura 1.7: Gráficos do objeto de estudo e de suas respectivas linhas de corrente para um escoamento de um ferrofluido termossensível posto em uma cavidade quadrada porosa, sendo analisado pelo método de *Lattice-Boltzmann* (1.7b) e pelo método de *Darcy* (1.7c).

1.3 Estado da arte

A literatura a respeito do ferrofluido é muito diversa como pode ser visto na Seção 1.2. Entretanto, uma área de estudo que desenvolveu um certo destaque nas últimas décadas foi o ramo relativo à termoconvecção magnética de um ferrofluido. Isso se deve, principalmente, à capacidade que o ferrofluido tem de interagir o aspecto térmico junto ao magnético, possibilitando não só o controle e direcionamento do escoamento e suas propriedades, como também a intensidade da competição entre o empuxo gravitacional e o empuxo termomagnético.

Um dos primeiros trabalhos com enfoque nessa temática foi realizado por Kikurá, Sawada, e Tanahashi (1993), ao qual realizou-se análises experimentais da termoconvecção magnética no interior de uma cavidade cúbica selada, sendo a parede lateral direita resfriada, a

parede lateral esquerda aquecida e as outras isoladas. Cinco casos foram investigados, sendo que o caso considerado como referência não tinha a influência do empuxo termomagnético e os outros casos consideraram a presença de um ímã nas seguintes localizações: embaixo da cavidade, sobre a cavidade, adjacente a parede aquecida e adjacente a parede resfriada, com o objetivo de investigar o comportamento do escoamento em cada caso.

Yamaguchi, Kobori, e Uehata (1999) também estudaram a termoconvecção magnética no interior de uma cavidade. No entanto, a pesquisa realizada fez uma análise numérica experimental em uma cavidade retangular bidimensional preenchida com ferrofluido e sob influência de um campo magnético gerado por duas bobinas ligadas a um controlador de corrente contínua. O campo magnético foi gerado verticalmente da bobina inferior para a superior. Um dos resultados observados constatou que a direção e sentido do campo magnético instabilizava o escoamento de ferrofluido.

Snyder, Cader, e Finlayson (2003) desenvolveram um modelo de termoconvecção magnética em elementos finitos para uma cavidade cúbica e compararam com alguns dos resultados obtidos pelo trabalho desenvolvido por Kikurá et al. (1993). O objeto de estudo foi igual ao da pesquisa de Kikurá et al. (1993), porém foram realizados somente três estudos de caso, sendo o primeiro sem a influência do empuxo termomagnético, o segundo com o campo magnético e a gravidade apontando para mesma direção e sentido, e o terceiro caso com o campo magnético e gravidade na mesma direção, mas com sentidos opostos.

Anos depois do trabalho de Snyder et al. (2003), F. R. Cunha, Couto, e Marcelino (2007) desenvolveram um estudo teórico de fundamentação numérica da termoconvecção magnética de um ferrofluido no interior de uma cavidade retangular estreita com as paredes superior e inferior isoladas, a parede lateral esquerda aquecida e a parede lateral direita resfriada. O desenvolvimento do trabalho se fez por meio da adimensionalização das equações governantes regentes do problema proposto a fim de obter os parâmetros adimensionais para análises de caso. Nestas análises, eles avaliaram diferentes condições gravitacionais para diferentes valores de número de *Rayleigh* magnético.

Seguindo, ao fim da penúltima década, Yamaguchi et al. (2010) desenvolveram um estudo numérico experimental, semelhante ao realizado por Yamaguchi et al. (1999), porém foi desenvolvido um estudo de termoconvecção magnética de um ferrofluido termosensível inserido no interior de uma cavidade cúbica contendo um gerador de calor prismático no centro da cavidade e um campo magnético uniforme agindo sobre tudo. Já a parte numérica foi desenvolvida pelo método de *Lattice-Boltzmann* a fim de confirmar os resultados experimentais obtidos.

Outro trabalho contemporâneo ao anterior foi o desenvolvido por Ashouri, Ebrahimi, Shafii, Saidi, e Saidi (2010). Esse trabalho propôs uma investigação numérica da termoconvecção magnética pura de um escoamento de ferrofluido em uma cavidade quadrada com paredes superior e inferior adiabáticas, parede lateral esquerda aquecida e parede lateral direita resfriada, contendo um ímã permanente posicionado abaixo da parede inferior. A pesquisa analisou o comportamento que o número de *Nusselt* desenvolvia em relação ao modelo proposto.

Gontijo e Cunha (2012) realizaram uma investigação experimental da termoconvecção magnética no interior de cavidades. Neste estudo, o primeiro experimento consistiu em investigar o comportamento do escoamento de um ferrofluido (suspensão magneto-reológica), no interior de uma cavidade retangular, exposto, proximamente, a um ímã gerador de campo magnético e tendo sua temperatura analisada por meio de uma câmera térmica. Já, o segundo experimento, consistiu na investigação experimental da capacidade de transferência de calor da termoconvecção magnética de um ferrofluido (suspensão magneto-reológica) ocorrida no

interior de uma cavidade retangular estreita.

Kefayati (2014) realizou um estudo numérico baseado no método de *Lattice-Boltzmann* sobre a termoconvecção magnética de um ferrofluido constituído de querosene (fluido base) e cobalto (partículas magnéticas) inserido em uma cavidade quadrada. A cavidade foi definida com a parede superior isolada, a parede lateral direita resfriada, a parede inferior aquecida e a parede lateral esquerda como uma relação entre o aspecto de seu comprimento em relação ao comprimento total da cavidade e uma relação entre as temperaturas das paredes lateral direita e inferior. Esse estudo analisou a transferência de calor gerada pelo escoamento do ferrofluido e o comportamento de suas partículas magnéticas para diferentes números de *Rayleigh*, sob ação de uma fonte magnética adjacente a parede superior isolada.

Contemporâneo ao trabalho anterior, Selimefendigil, Oztop, e Al-Salem (2014) realizaram uma investigação numérica, por meio do método de elementos finitos, a respeito da termoconvecção magnética de um ferrofluido no interior de uma cavidade sob a influência de um dipolo magnético. A cavidade foi definida como quadrada com paredes superior e inferior isoladas, parede lateral direita resfriada e parede lateral esquerda parcialmente isolada com sua região central aquecida. O dipolo magnético foi posicionado adjacente à porção aquecida da parede lateral esquerda. O estudo analisou o comportamento do mecanismo de transferência de calor do sistema para diferentes valores de número de *Rayleigh* e diferentes intensidades de campo magnético gerado pelo dipolo magnético.

Ashouri e Shafii (2017) desenvolveram uma simulação numérica para estudar a termoconvecção magnética de um ferrofluido no interior de uma cavidade quadrada contendo em seu centro um ímã permanente como gerador de campo magnético. No caso, a cavidade foi definida com paredes superior e inferior isoladas, parede lateral direita resfriada e parede lateral esquerda aquecida. A proposta deste estudo foi investigar o comportamento do número de *Nusselt* para diferentes valores de números de *Rayleigh* e de números de *Rayleigh* magnético.

L. H. P. Cunha et al. (2020) realizaram um estudo numérico computacional a respeito da termoconvecção magnética de um ferrofluido em uma cavidade quadrada e sob influência de um campo magnético linear. O estudo foi realizado por meio do método de elementos finitos, com a cavidade quadrada contendo as paredes laterais isoladas, parede superior aquecida e parede inferior resfriada. O campo magnético linear foi desenvolvido para simular um ímã de proporção maior que a cavidade, afim de que seu efeito magnético influencie toda a cavidade de um só vez. O estudo investigou o comportamento do Número de *Nusselt*, do campo de temperatura e do campo de velocidade gerados pelo escoamento de ferrofluido.

Wada, Kaneda, e Suga (2020) desenvolveram um estudo numérico, por meio do método de *Lattice-Boltzmann*, da termoconvecção magnética, gerada por um ímã, de um líquido paramagnético no interior de uma cavidade retangular, quando esta gerava as células de *Bénard* em seu interior. A cavidade foi definida com uma geometria 6.0×1.0 , com paredes laterais isoladas, parede superior resfriada e parede inferior aquecida. A fonte magnética escolhida foi um ímã, Ele teve variação de tamanho e sua localização continuamente adjacente ao centro da parede inferior aquecida, a exceção da investigação com mais de dois ímã influenciando o escoamento de ferrofluido. Por fim, o estudo prezou estudar o comportamento do Número de *Nusselt* para as diferentes configurações de análise postas.

Castro, Cunha, e Rosa (2022) realizaram um estudo numérico-computacional da termoconvecção magnética de um ferrofluido no interior de uma cavidade quadrada sobre influência de um campo magnético linear e de um obstáculo retangular aquecido posto no interior da cavidade. A cavidade foi definida com paredes laterais isoladas, parede superior resfriada e parede inferior aquecida. O obstáculo retangular aquecido foi engastado no centro da pa-

rede lateral esquerda. O estudo analisou o comportamento do escoamento de ferrofluido para diferentes números de *Rayleigh* e *Rayleigh* magnético a fim de entender o comportamento das linhas de corrente, campo de temperatura, campo de velocidade, campo de pressão e mecanismo de transferência de calor regido pelo número de *Nusselt*.

Com isso, verifica-se o quão rico, relevante e atual é o estudo da termoconvecção magnética, mas esta, ainda apresenta lacunas, numéricas e experimentais, as quais podem ser abordadas em trabalhos futuros. Uma primeira dessas lacunas é sobre estudos da termoconvecção magnética em cavidades com formas geométricas mais complexas no aspecto bidimensional e tridimensional. Uma segunda lacuna é referente a variação dos tipos de fontes magnéticas e suas possíveis posições relativas à cavidade. Uma terceira lacuna é referente a cavidades não seladas que podem ser montadas de diversas formas. Uma quarta lacuna é o estudo da termoconvecção magnética forçada, em que essas também podem ser montadas de várias formas. Uma quinta lacuna é o estudo da influência de diferentes tipos e quantidades de obstáculo interagindo com a termoconvecção magnética. Uma sexta lacuna é sobre estudos de termoconvecção magnética que estudem as propostas anteriores misturadas entre si. Essas são apenas algumas temáticas dentre tantas outras não citadas aqui e que apresentam possibilidades de estudo e descoberta de novos conhecimentos.

A fim de preencher uma das lacunas existentes, esta dissertação tem como proposta de estudo uma modelagem numérica inovadora para entender o comportamento da termoconvecção magnética de um ferrofluido sob influência de um fio condutor de eletricidade, como fonte magnética, posto adjacente a uma cavidade quadrática selada, preenchida com o respectivo ferrofluido e podendo conter ou não um obstáculo retangular, isolado ou aquecido, em seu interior. Essa proposta apresenta alguns dos aspectos existentes nas lacunas e que ainda não foram abordadas pela literatura acadêmica. Além disso, o estudo tem como meta gerar novos conhecimentos científicos na área de termoconvecção magnética e viabilizar possíveis inovações em aplicações práticas de arrefecimento de dispositivo eletrônico ou de controle externo de escoamento. Por fim, essa pesquisa também tem o potencial de gerar novas lacunas a serem estudadas em trabalhos futuros.

1.4 Objetivo

1.4.1 Objetivo principal

O objetivo principal deste trabalho é simular computacionalmente, o comportamento da termoconvecção magnética de um ferrofluido no interior de uma cavidade bidimensional (quadrada ou retangular) na presença ou não de um obstáculo interno e sob a influência de um campo magnético externo aplicado.

1.4.2 Objetivos específicos

Os objetivos específicos são:

- avaliar a influência do empuxo termomagnético sobre o número de *Nusselt* médio e investigar as mudanças no comportamento do ferrofluido;
- determinar a influência que diferentes posicionamentos de uma fonte magnética ao redor da cavidade causam em algumas propriedades do escoamento de ferrofluido;

- investigar a influência que um obstáculo interno pode causar na topologia e o comportamento das propriedades do escoamento de ferrofluido;
- estudar o efeito do campo magnético nas células de *Bénard* (Bénard (1900)).

1.5 Metodologia

A metodologia desenvolvida e utilizada para o desenvolvimento deste trabalho é apresentada a seguir:

- definição do objeto de estudo junto as suas especificações e possíveis variantes a serem implementadas e abordadas neste estudo;
- determinação das equações governantes na forma dimensional e adimensional com a identificação dos grupos adimensionais: número de *Prandtl*, número de *Rayleigh*, número de *Rayleigh* magnético e número de *Nusselt* que servem para interpretar os fenômenos físicos ocorrentes no objeto de estudo;
- implementação numérico computacional das equações governantes adimensionais e dos grupos adimensionais regentes do objeto de estudo;
- realização das simulações numéricas para diversas condições de contorno e obtenção de resultados;
- apresentação dos resultados obtidos e explicação dos fenômenos ocorrentes;
- divulgação das conclusões a respeito dos resultados obtidos e do entendimento do objeto de estudo;
- sugestão de futuras abordagens que podem expandir o entendimento sobre objeto de estudo.

1.6 Organização do Texto

Esta dissertação está dividida em 5 capítulos. Este Capítulo 1 exibe a introdução, em que conceitualiza o ferrofluido, expressa a motivação da dissertação, apresenta os estudos relacionados ao tema escolhido, os objetivos a serem alcançados e a metodologia utilizada. O Capítulo 2 exibe a fundamentação teórica, onde se determina o problema a ser estudado, as formulações matemáticas que regem o problema e suas respectivas adimensionalizações. O Capítulo 3 exibe a simulação numérica com a apresentação dos métodos numéricos aplicados para resolução das formulações matemáticas regentes do problema junto com a validação do código criado para a simulação. O Capítulo 4 exibe os resultados obtidos com as simulações numéricas do problema, no qual o principal resultado obtido é apresentado na Seção 4.4, onde foi estudado a influência que os efeitos de um campo magnético aplicado podem gerar sob uma estrutura de células de *Bénard*. Por fim, no Capítulo 5 são apresentadas as conclusões alcançadas pelo autor a respeito do problema proposto e são feitas propostas para futuros estudos e aplicações.

Capítulo 2

Fundamentação Teórica

"Feliz aquele que transfere o que sabe e aprende o que ensina."

Cora Coralina

Neste capítulo são definidos a proposição do problema a ser estudado, o modelo matemático utilizado para traduzir o problema e a adimensionalização do modelo matemático para sua simplificação na implementação computacional e extrapolação de análise para diferentes situações. Resumidamente, a fundamentação teórica consiste em apresentar o problema a ser estudado com o estabelecimento de todas as suas condições iniciais e de contorno, a definição e adequação da modelagem matemática ao problema proposto e a adimensionalização das formulações matemáticas obtidas a fim de gerar as grandezas e parâmetros adimensionais regentes do problema.

2.1 Proposição do problema

O problema proposto é apresentado na Figura 2.1, que ilustra uma cavidade bidimensional de geometria quadrada, com sua parede inferior aquecida (T_{quente}), sua parede superior resfriada (T_{frio}) e suas paredes laterais isoladas ($\dot{Q} = 0$), a fim de delimitar uma superfície de controle onde possa configurar um mecanismo de convecção natural.

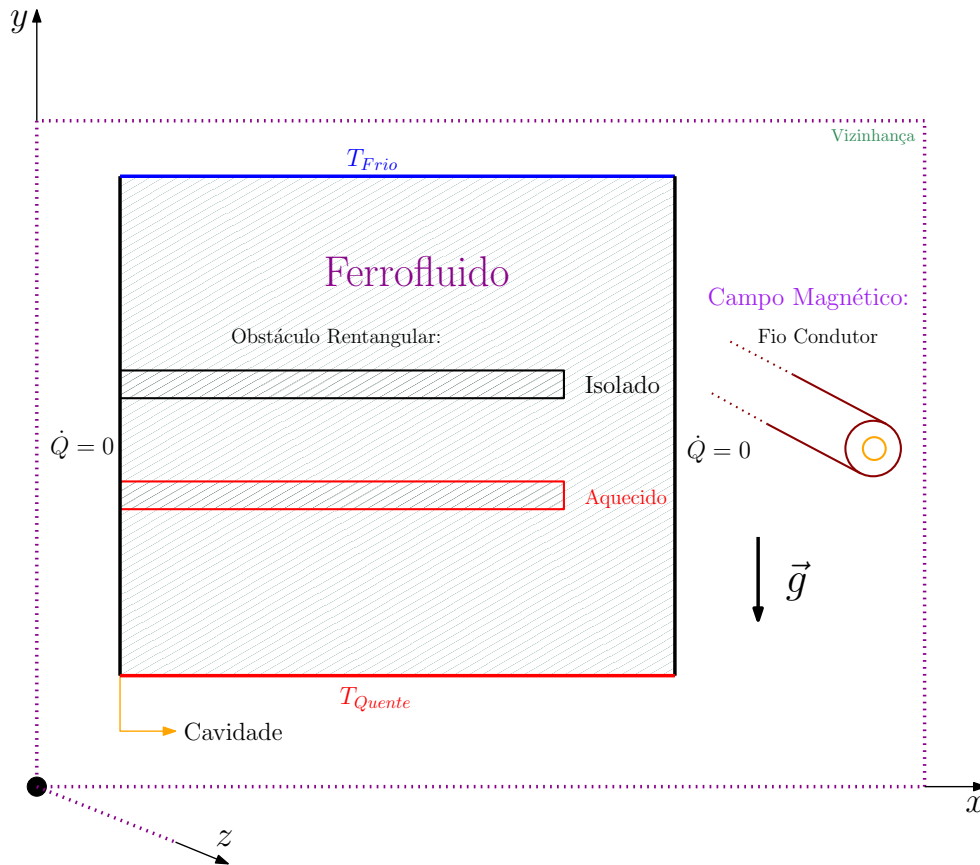


Figura 2.1: Ilustração do objeto de estudo proposto para esta dissertação.

O fluido no interior da cavidade é um ferrofluido com características análogas às descritas na Seção 1.1. O ferrofluido, nesse estudo, é modelado como superparamagnético, o que significa que a magnetização está sempre orientada na direção do campo magnético (Figura 2.2). Além disso, o ferrofluido investigado é não condutor de eletricidade.

O fluido proposto a ser inserido no interior da cavidade é um ferrofluido de constituição análoga à apresentada na Seção 1.1. Contudo, ele é considerado superparamagnético (Figura 2.2) para que não haja desalinhamento entre o vetor magnetização (\mathbf{M}), desenvolvido pelas partículas magnéticas constituintes do ferrofluido (essas que precisam ter um diâmetro $d < 10nm$), quando em interação com os efeitos magnéticos gerados pelo vetor campo magnético, ou campo de desmagnetização, (\mathbf{H}) Shliomis (2002).

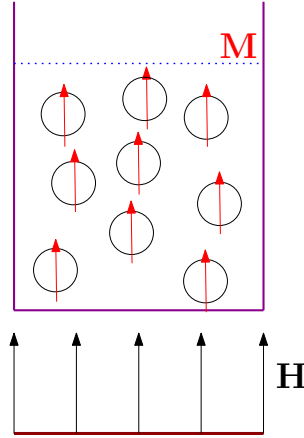


Figura 2.2: Representação ilustrativa do fenômeno do superparamagnetismo no ferrofluido.

O escoamento desse ferrofluido é assumido como um escoamento incompressível de um fluido newtoniano, com a propriedade intensiva massa específica sendo função somente da temperatura do ferrofluido a fim de determinar o termo de empuxo gravitacional (Boussinesq, 1887). O estado do escoamento é assumido em regime laminar, com suas dissipações viscosas sendo consideradas desprezíveis (Batchelor, 1967).

O campo magnético externo aplicado é representado por um fio condutor reto, no qual passa uma corrente elétrica contínua, posicionado de forma adjacente e perpendicular ao plano da cavidade, como ilustrado na Figura 2.1. No caso, esta é a fonte magnética escolhida para interagir com o escoamento de ferrofluido que transcorre no interior da cavidade, com o papel de influenciar a direção e sentido que o escoamento pode reproduzir e interferir diretamente na capacidade de transferência de calor do sistema. McCaig e Clegg (1987) explicam que um campo magnético gerado por um fio condutor de eletricidade deve ser expresso matematicamente por

$$\mathbf{H} = \frac{I}{2\pi} \left[\frac{-(y - y_w)\hat{\mathbf{e}}_x + (x - x_w)\hat{\mathbf{e}}_y}{(x - x_w)^2 + (y - y_w)^2} \right], \quad (2.1)$$

em que x_w e y_w são as coordenadas da posição do fio condutor de eletricidade, I é a intensidade de sua corrente elétrica, x e y delimitam o plano ao qual a cavidade é posta e z é a direção em que o fio condutor de eletricidade é disposto perpendicularmente a cavidade.

Além do campo gerado por um fio condutor de eletricidade, é apresentado, também, o campo magnético linear (teórico) que é utilizado para o processo de validação do código computacional desenvolvido (Seção 3.8). O campo magnético linear (teórico) é proposto por Snyder et al. (2003) como um campo magnético que aproxima o campo gerado por um grande ímã próximo ao objeto. Essa definição é associada a um gradiente de campo magnético constante e apresentado como

$$\nabla H = \frac{H_0}{L}\hat{\mathbf{e}}_x, \quad (2.2)$$

em que H_0 é o campo magnético constante de referência, como apresentado por L. H. P. Cunha et al. (2020) e obtido a partir do vetor campo magnético

$$\mathbf{H} = \left(\frac{H_0 x}{L} + C \right) \hat{\mathbf{e}}_x, \quad (2.3)$$

em que C é uma constante de integração.

Por fim, o obstáculo retangular engastado no centro da parede lateral esquerda é estudado em relação à influência que este pode causar sobre o escoamento, quando este está isolado ou aquecido. A Figura 2.1 apresenta uma ilustração das duas situações ao qual o obstáculo é estudado.

2.2 Modelo matemático

A modelagem matemática para o problema estabelecido na Seção 2.1 é inicialmente definido pela equação da conservação de massa para um fluido incompressível (White, 1998)

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (2.4)$$

pela equação do balanço de quantidade de movimento para um fluido magnético

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = -\nabla P + \eta \nabla^2 \mathbf{u} + \rho \mathbf{g} - \rho \mathbf{g} \beta (T - T_0) + \mu_0 (\mathbf{M} \cdot \nabla \mathbf{H}), \quad (2.5)$$

e pela equação da energia (Bejan, 2013),

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla T = \alpha \nabla^2 T, \quad (2.6)$$

que são as equações governantes do problema.

Nessas equações, t é o tempo, \mathbf{u} é vetor velocidade, p é a pressão, η é a viscosidade dinâmica, g é a aceleração da gravidade dada por $\mathbf{g} = -g\hat{\mathbf{e}}_y$, β é o coeficiente de expansão volumétrica, T é a temperatura, T_0 é a temperatura de referência, μ_0 é a permeabilidade magnética no vácuo e α o coeficiente de difusão térmica.

O escoamento de ferrofluido proposto no problema e apresentado na Figura 2.1 é regido pelo mecanismo de convecção natural, em que Zeytounian (2003) explica que um aumento de temperatura local de uma porção de massa fluida altera o seu campo de massa específico local (ρ_{local}), configurando um movimento de permuta entre a massa fluida aquecida (mais leve) e a massa fluida não aquecida (mais pesada).

Entretanto, uma das condições do problema é a massa específica ser função exclusiva da temperatura, de modo que Boussinesq (1887) a representa como $\rho(T) = \rho_0 - \beta \rho_0 \Delta T$, atuando apenas no termo de força de campo, com o fator β sendo definido como $\beta = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p$, o ρ_0 como a massa específica do fluido base do ferrofluido e ΔT o gradiente de temperatura presente no meio enquanto a massa específica no termo de inércia é assumida constante (Gray e Giorgini, 1976). Com isso obtém-se o termo de força da equação 2.5.

O fator $\mu_0 (\mathbf{M} \cdot \nabla \mathbf{H})$ representa a influência magnética da equação 2.5 e é denominada de força magnética de *Kelvin* ou força magnética por unidade de volume. A definição desta equação é proposta por Neuringer e Rosensweig (1964); Rosensweig (1985) e baseada na lei de *Coulomb*, porém, adaptada para uma interação entre dois pólos magnéticos.

O ferrofluido foi considerado dentro dos limites magnetostáticos e em regime linear de magnetização. Por isso, uma modelagem matemática das equações *Maxwell* é realizada a

fim de computar essas características impostas ao ferrofluido. Com isso, Hayt Jr e Buck (2013) expressam que

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.7)$$

e

$$\nabla \times \mathbf{H} = 0, \quad (2.8)$$

em que

$$\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{M} + \mathbf{H}) \quad (2.9)$$

é o vetor de indução magnética. Assim, conhecendo-se o vetor magnetização \mathbf{M} , é possível determinar o valor do campo magnético \mathbf{H} em cada ponto do domínio. Nesse trabalho, optou-se por considerar o campo magnético local como sendo o campo externo aplicado. Essa aproximação é válida quando a magnetização é pequena quando comparada à intensidade do campo magnético.

A magnetização \mathbf{M} é um fator complexo que contém diversos modelos matemáticos para sua contabilização. Contudo, para a condição de superparamagnetismo imposta para o ferrofluido, Rosensweig (1985) expressa que a magnetização \mathbf{M} pode ser calculada por

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_{eq} = \phi_M M_d L(\alpha^{Lang}) \hat{\mathbf{H}} = M_s L(\alpha^{Lang}) \hat{\mathbf{H}}, \quad (2.10)$$

em que ϕ_M é fração volumétrica de partículas magnéticas no ferrofluido, M_d é magnetização de sólido, M_s é a magnetização de saturação (maior magnetização, em intensidade, que o ferrofluido pode atingir, quando todos os momentos magnéticos das suas partículas estão orientados em uma mesma direção), $\hat{\mathbf{H}} = \frac{\mathbf{H}}{H}$ e $L(\alpha^{Lang})$ é a função de *Langevin* dada por $L(\alpha^{Lang}) = \coth(\alpha^{Lang}) - \frac{1}{\alpha^{Lang}}$, em que $\alpha^{Lang} = \frac{\mu_0 \pi H M_d d^3}{6kT}$ é o campo magnético adimensional, com k como constante de *Boltzmann*, d como o diâmetro da partícula magnética e T a temperatura do ferrofluido.

Com estas considerações feitas, a porção magnética da equação 2.5, pode ser reformulada junto à aplicação da identidade matemática $\mathbf{a} \cdot \nabla \mathbf{a} = \frac{1}{2} \nabla (\mathbf{a} \cdot \mathbf{a}) + \mathbf{a} \times (\nabla \times \mathbf{a})$, culminando em

$$\mu_0 \mathbf{M} \cdot \nabla \mathbf{H} = \frac{\mu_0 \phi_M M_d L(\alpha^{Lang})}{H} \mathbf{H} \cdot \nabla \mathbf{H} = \frac{\mu_0 \phi_M M_d L(\alpha^{Lang})}{H} \nabla \left(\frac{H^2}{2} \right). \quad (2.11)$$

Entretanto, considerando campos magnéticos de baixa intensidade, a magnetização \mathbf{M} pode ser aproximada para

$$\mathbf{M} = \phi_M M_d \left(\frac{\alpha^{Lang}}{3} \right) \hat{\mathbf{H}} = \phi_M \left(\frac{\mu_0 \pi M_d^2 d^3}{18kT} \right) H = \chi H, \quad (2.12)$$

em que χ é uma propriedade do ferrofluido dependente da temperatura ($\chi = \chi(T)$) e nomeada de susceptibilidade magnética do ferrofluido. Neste ponto, assume-se uma simplificação para α , em que considera-se $\alpha^{Lang} \ll 1.0$ para, conseqüentemente, ter $L(\alpha^{Lang}) = \frac{\alpha^{Lang}}{3}$.

A susceptibilidade magnética do ferrofluido χ , matematicamente, fornece a inclinação de um gráfico M versus H , de modo que poder ser escrita como $\chi = \left. \frac{\partial M}{\partial H} \right|_{H \rightarrow 0}$, o que, conseqüentemente, torna magnetização $\mathbf{M} = \chi \mathbf{H}$. Diante disso, ao considerar \mathbf{H} constante e as variações de temperatura sofridas pelo ferrofluido pequenas, obtém-se

$$\chi = \chi_0 (1 - \beta_M (T - T_0)), \quad (2.13)$$

onde $\chi_0 = \chi(T = T_0)$ e $\beta_M = -\frac{1}{\chi} \left(\frac{d\chi}{dT} \right)$, denominado de coeficiente piromagnético, em que, por aproximação de 1ª ordem na série de Taylor, $\frac{d\chi}{dT} \approx \frac{\chi - \chi_0}{T - T_0}$.

Além disso, os termos ∇P , $\rho g \hat{\mathbf{e}}_y$ e $\mu_0 \chi_0 \nabla \left(\frac{H^2}{2} \right)$ podem ser agrupados em um único termo denominado de pressão modificada tal que $\nabla p_{mod} = \nabla \left[P - \rho g y + \mu_0 \chi_0 \left(\frac{H^2}{2} \right) \right]$. Com isso, a equação 2.5 torna-se

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = -\nabla p_{mod} + \eta \nabla^2 \mathbf{u} + \rho g \beta (T - T_0) \hat{\mathbf{e}}_y - \mu_0 \chi_0 \beta_M (T - T_0) \nabla \left(\frac{H^2}{2} \right), \quad (2.14)$$

que é a equação da termoconvecção magnética utilizada neste trabalho. Ressalta-se, neste ponto, que essa equação foi obtida após várias simplificações, explicadas ao longo de seu desenvolvimento.

2.3 Adimensionalização

Após a redefinição da equação do balanço de quantidade de movimento para o modelo da Seção 2.1, aplicou-se a metodologia da adimensionalização para as equações 2.4, 2.14 e 2.6 na busca de possibilitar a análise da temática abordada no problema em diferentes circunstâncias, permitir a utilização de diversos valores distintos para as propriedades presentes nas equações governantes do problema a fim de gerar diversas análises de casos e facilitar a comparação de resultados com outros autores.

Primeiramente, os termos característicos referentes as variáveis presentes nas equações governantes são definidos de modo que $L = L_y$ é o comprimento característico em função da altura da cavidade, $T = T_C$ é a temperatura característica em função da temperatura fria gerada pela parede superior da cavidade e usada como referência neste estudo, $\Delta T = T_H - T_C$ é o gradiente de temperatura relativo à interação do ferrofluido com as paredes superior e inferior da cavidade, $t = \frac{L}{u}$ é o tempo característico, $p = \rho u^2$ é a pressão característica, $H = H_{Fio} = \frac{I}{L}$ é o campo magnético característico relativo ao campo magnético gerado pelo fio condutor de eletricidade. Além disto, a velocidade característica u foi assumida como

$$u = (RaPr)^{\frac{1}{2}} \frac{\alpha}{L}, \quad (2.15)$$

em que Pr é chamado de número de Prandtl, Ra é chamado de número de Rayleigh. A velocidade característica dada por 2.15, baseada nas correlações demonstradas por Bejan (2013), se mostrou uma boa aproximação para a proposta de estudo da Seção 2.1, pois outras correlações estavam causando inconsistências numéricas nos resultados. No caso, a proposição 2.15 permitiu um controle a tendência de escalonamento da velocidade do escoamento de ferrofluido próximo às paredes da cavidade quando o número de Rayleigh era intensificado. Isso possibilitou a regulação da velocidade do escoamento de ferrofluido próximo às paredes

da cavidade, eliminando as inconsistências numéricas e gerando resultados condicentes com o esperado.

De posse das definições dos termos característicos, definem-se os parâmetros adimensionais em função das variáveis adimensionais: $\nabla^* = L\nabla$, $x^* = \frac{x}{L}$, $\mathbf{u}^* = \frac{\mathbf{u}}{u}$, $t^* = \frac{t}{t_c}$, $p^* = \frac{p_{mod}}{p}$, $\theta = \frac{T-T_C}{T_H-T_C}$ e $H^* = \frac{H}{H_{Fio}}$. Dessa forma, substituindo as variáveis adimensionais (já sem os asteriscos) nas equações 2.4, 2.14 e 2.6, obtêm-se as equações governantes adimensionais

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\nabla p + \frac{Pr}{(RaPr)^{\frac{1}{2}}} \nabla^2 \mathbf{u} + \theta \hat{\mathbf{e}}_y - \frac{Ra_m}{Ra} \theta \nabla \left(\frac{H^2}{2} \right), \quad (2.17)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \theta = \frac{1}{(RaPr)^{\frac{1}{2}}} \nabla^2 \theta, \quad (2.18)$$

em que Ra_m é chamado de número de *Rayleigh* magnético, que junto com Pr e Ra formam os parâmetros adimensionais presentes nas equações governantes e responsáveis por definir o escoamento de ferrofluido.

Bergman, Lavine, Incropera, e Dewitt (2014) explicam que o número de *Prandtl* é um parâmetro adimensional responsável por mensurar a efetividade relativa entre o mecanismo de transporte por difusão viscosa com o mecanismo de transporte por difusão térmica no interior das camadas limites térmica e de velocidade de um escoamento. Sua formulação matemática é dada por

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\eta c}{k_f}, \quad (2.19)$$

em que ν é a viscosidade cinemática do fluido, α é o coeficiente de difusão térmica, η é a viscosidade dinâmica, c é o calor específico e o k_f é a condutividade térmica do ferrofluido em contato com a superfície.

Continuando, Çengel e Ghajar (2015) explicam que o número de *Rayleigh* o qual relaciona a força de empuxo exercida pelo fluido e as forças viscosas do fluido com os mecanismos de transporte por difusão viscosa e difusão térmica do escoamento desse fluido. Sua formulação matemática é dada por

$$Ra = \frac{g\beta(T_H - T_C)L^3}{\nu\alpha}, \quad (2.20)$$

em que g é a gravidade, β é o coeficiente de expansão volumétrica, T_H é a temperatura da parede inferior, T_C é a temperatura da parede superior, L é o comprimento característico em função da altura da cavidade, ν é a viscosidade cinemática do fluido e α é o coeficiente de difusão térmica. Além disso, o número de *Rayleigh* também é apresentado como $Ra = Gr \cdot Pr$, em que Gr é o parâmetro adimensional denominado de número de *Grashof*, no qual é definido pela razão entre a força de empuxo exercida pelo fluido e as forças viscosas do fluido, ou também chamadas de forças de empuxo hidrodinâmicas.

Enfim, Henjes (1993) explica que as forças de empuxo magnético são elaboradas analogamente às forças de empuxo hidrodinâmicas, de modo que o número de *Rayleigh* magnético também é um parâmetro adimensional, porém, este relaciona a força de empuxo magnético

com os mecanismos de transporte por difusão viscosa e difusão térmica do escoamento de um fluido magnético. Dessa forma, sua formulação matemática é dada por

$$Ra_m = \frac{\mu_0 \chi_0 \beta_M (T_H - T_C) H_{Fio}^2 L^2}{\eta \alpha}, \quad (2.21)$$

em que, μ_0 é a permeabilidade magnética do vácuo, χ_0 é a susceptibilidade magnética de referência, β_M coeficiente piromagnético, T_H é a temperatura da parede inferior, T_C é a temperatura da parede superior, H_{Fio} é o campo magnético gerado pelo fio contudor de eletricidade, L é o comprimento característico em função da altura da cavidade, η é a viscosidade dinâmica e o α é o coeficiente de difusão térmica.

O principal resultado almejado nesta dissertação é referente ao estudo mecanismo de transferência de calor, ou da capacidade de transferência de calor do sistema visto na Figura 2.1 - na literatura é um fator adimensional denominado de número de *Nusselt*. Esse fator é o principal parâmetro utilizado para determinar os resultados obtidos com modelos que trabalham com estudo de convecção. No caso,

$$Nu = \frac{hL}{k_f}, \quad (2.22)$$

em que h é o coeficiente de transferência de calor por convecção do ferrofluido, L é o comprimento característico em função da altura da cavidade e o k_f é a condutividade térmica do ferrofluido em contato com a superfície. O número de *Nusselt* dado pela equação 2.22, representa a razão entre a taxa de transferência de calor por convecção através de uma superfície e a taxa de transferência de calor por condução que atravessa a primeira camada de ferrofluido em contato com a superfície.

Contudo, o modelo proposto na Seção 2.1, refere-se a uma cavidade bidimensional a qual é formada por quatro paredes, sendo a inferior aquecida (T_{Quente}) e a superior resfriada (T_{Frio}). Logo, a equação 2.22 é adaptada em função do fluxo de energia existente na transferência de calor ocorrente entre o ferrofluido e as superfícies das paredes formadoras da cavidade. Nesta adaptação, a equação 2.22 torna-se

$$Nu = \frac{\dot{Q}_{Convecção}}{\dot{Q}_{Condução}}, \quad (2.23)$$

em que quando o escoamento de ferrofluido esta sob regime permanente, a quantidade de calor que chega a ele por meio da parede inferior da cavidade é a mesma quantidade de calor que sai para o ambiente por meio da parede superior, já que as paredes laterais são adiabáticas ($\dot{Q} = 0$). Ou seja, $\dot{Q}_{Convecção}^{Inferior} = \dot{Q}_{Convecção}^{Superior}$, de modo que

$$\dot{Q}_{Convecção} = - \int_0^L k \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} dx = - \int_0^L k \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=L} dx. \quad (2.24)$$

Porém, essa situação é referente a cavidade bidimensional sem a presença do obstáculo retangular em seu interior. Então, a contribuição térmica do obstáculo é calculada por meio da equação

$$\dot{Q}_{\text{Obstáculo}} = \int_{\text{obstáculo}} k(\hat{\mathbf{n}} \cdot \nabla T) dS \quad (2.25)$$

quando este não está isolado. Na Subseção 4.3.2 há um estudo referente ao escoamento de ferrofluido interagindo com um obstáculo aquecido, e para este estudo a equação 2.24 junto à equação 2.25 torna-se

$$\dot{Q}_{\text{Convecção}} = - \int_0^L k \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} dx + \int_{\text{obstáculo}} k(\hat{\mathbf{n}} \cdot \nabla T) dS = - \int_0^L k \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=L} dx. \quad (2.26)$$

O termo $\dot{Q}_{\text{Condução}}$ pode ser definido pela lei de resfriamento de *Newton* dada por $\dot{Q}_{\text{Condução}} = k \frac{T_H - T_C}{L}$, e com esta definição feita junto à equação 2.26, o número de *Nusselt* fica sendo calculado por

$$Nu = \frac{- \int_0^L k \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=L} dx}{T_H - T_C}, \quad (2.27)$$

que é o número de *Nusselt* médio referente à transferência de calor geradas pelo escoamento de ferrofluido na cavidade.

Pela definição dada para a equação 2.22, pode-se adequar a equação 2.27 para uma análise local do número de *Nusselt*, ou seja, avaliando-o em cada parede da cavidade separadamente. Assim, a equação do número de *Nusselt* torna-se

$$Nu_{\text{local}}(x) = \frac{- \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=L}(x)L}{T_H - T_C}. \quad (2.28)$$

A equação do número de *Nusselt* tem de ser adequada as variáveis adimensionais definidas para esta dissertação de modo que os números de *Nusselt* local e médio, respectivamente, tornam-se a equação

$$Nu_{\text{local}}(x) = \frac{\partial \theta}{\partial y} \Big|_{y=1}(x), \quad (2.29)$$

e a equação

$$\bar{Nu} = - \int_0^1 \frac{\partial \theta}{\partial y} \Big|_{y=1} dx. \quad (2.30)$$

Para calcular valores típicos dos parâmetros adimensionais governantes do problema, a Tabela 2.1 apresenta as propriedades de um ferrofluido usado por Snyder et al. (2003). Com esses valores, os parâmetros adimensionais são: $Pr = 44$, $Ra = 4.2 \times 10^4$ e $Ra_m = 7.4 \times 10^5$. Ferrofluidos a base de água possuem valores de Pr mais baixos, da ordem de 10, enquanto

ferrofluidos a base de óleo podem ter Pr mais elevados, chegando a 1000. Nesse trabalho o Pr é fixado em 100, o Ra imposto permanece entre 10^3 e 10^5 e o Ra_m máximo é 10^7 . Esses valores são observados em experimentos como o desenvolvido por Snyder et al. (2003).

Tabela 2.1: Valores das propriedades e dos parâmetros adimensionais.

Propriedades	Medidas	Unidades
ρ_0	1.4×10^3	Kg/m^3
η	3.99×10^{-2}	$Kg/m \cdot s$
μ_o	$4\pi \times 10^{-7}$	N/A^2
C	3×10^{-3}	$J/Kg \cdot K$
k_f	2.7	$W/m \cdot K$
k	1.38×10^{-23}	Nm/K
β	2.6×10^{-6}	$1/K$
β_M	1×10^{-5}	T/K
χ_0	0.5	adm
L	0.1	m
T_C	300	K
T_H	330	K
g	9.81	m/s^2
H_{FiO}	1×10^5	A/m
ν	η_0/ρ_0	m^2/s
α	$k_f/\rho_0 \cdot c$	m^2/s
V_M	α/L	m^2/s

Capítulo 3

Simulação Numérica

"Computadores são como bicicletas para nossas mentes."

Steve Jobs

Neste capítulo são apresentados os detalhes da metodologia numérica utilizada para resolver as equações governantes apresentadas na Seção 2.3. A metodologia numérica consiste em discretizar os termos diferenciais das equações governantes utilizando o método das diferenças finitas em uma malha defasada, em que sua evolução no tempo é desenvolvida pelo método de *Crank-Nicolson*. O acoplamento pressão-velocidade é resolvido pelo método de projeção de 2ª ordem, enquanto os termos advectivos das equações são definidos pelo método de upwind de 3ª ordem. Por fim, um sistema de equações algébricas lineares é obtido e resolvido pelo método do gradiente conjugado preconditionado, em que o método *SOR* é fator pré-condicionador. Além disso, ao final do capítulo é apresentado o programa computacional utilizado, um estudo de convergência de malha e uma validação do código computacional desenvolvido. Leitores familiarizados com simulação numérica são convidados a seguir para os capítulos subsequentes.

3.1 Métodos das diferenças finitas: *Crank-Nicolson*

Na discretização das equações governantes do problema estudado - equações 2.16, 2.17 e 2.18 - foi utilizado o método de diferenças finitas (Hoffman, 2001; Kiusalaas, 2005). Esse método consiste em discretizar os termos diferenciais parciais das equações em aproximações por séries de *Taylor* com uma ordem de erro adequada para traduzir os fenômenos e comportamentos do objeto de estudo. A evolução das equações governantes no tempo é realizada pelo método de *Crank-Nicolson*, pois este possibilita o estudo de evolução no tempo do objeto de estudo considerando uma metodologia implícita.

Com isso, as equações governantes 2.16, 2.17 e 2.18, em suas versões discretizadas são escritas como

$$\nabla \cdot \mathbf{u}^{k+1} = 0, \quad (3.1)$$

$$\frac{\mathbf{u}^{k+1} - \mathbf{u}^k}{\Delta t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u})^{k+\frac{1}{2}} = -\nabla p^{k+\frac{1}{2}} + \frac{Pr}{(RaPr)^{\frac{1}{2}}} \nabla^2 \mathbf{u}^{k+\frac{1}{2}} + \theta^{k+\frac{1}{2}} \hat{\mathbf{e}}_y - \frac{Ra_m}{2Ra} \theta^{k+\frac{1}{2}} \nabla \left[\frac{(H^{k+\frac{1}{2}})^2}{2} \right], \quad (3.2)$$

e

$$\frac{\theta^{k+1} - \theta^k}{\Delta t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla \theta)^{k+\frac{1}{2}} = \frac{1}{(RaPr)^{\frac{1}{2}}} \nabla^2 \theta^{k+\frac{1}{2}}. \quad (3.3)$$

No entanto, a aplicação do método de *Crank-Nicolson* não proporciona uma equação explícita para pressão p , somente uma equação restritiva que impõe a condição de divergente nulo para o campo de velocidade. Devido a isso, há a necessidade da aplicação de um método que auxilie essa limitação.

3.2 Método de projeção de 2ª ordem

O método de projeção de 2ª ordem foi escolhido para solucionar o problema da pressão p . A formulação desse método é dada por

$$1^{\circ} \text{Passo} : \begin{cases} \frac{\mathbf{u}^* - \mathbf{u}^k}{\Delta t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u})^{k+\frac{1}{2}} = -\nabla p^{k-\frac{1}{2}} + \frac{Pr}{2(RaPr)^{\frac{1}{2}}} \nabla^2 (\mathbf{u}^* + \mathbf{u}^k) + \\ \theta^{k+\frac{1}{2}} \hat{\mathbf{e}}_y - \frac{Ra_m}{Ra} \left(\theta^{k+\frac{1}{2}} \right) \nabla \left[\frac{(H^{k+\frac{1}{2}})^2}{2} \right] \\ \mathbf{u}^* = \mathbf{u}_b + \Delta t \nabla \phi^k \leftarrow \partial \Omega \end{cases} \quad (3.4)$$

$$2^{\circ} \text{Passo} : \begin{cases} \nabla^2 \phi^{k+1} = \frac{1}{\Delta t} \nabla \cdot \mathbf{u}^* \\ \nabla \phi^{k+1} \cdot \hat{\mathbf{n}} = 0 \leftarrow \partial \Omega \end{cases} \quad (3.5)$$

$$3^{\circ} \text{Passo} : \{ \mathbf{u}^{k+1} = \mathbf{u}^* - \Delta t \nabla \phi^{k+1} \quad (3.6)$$

$$4^{\circ} \text{Passo} : \left\{ p^{k+\frac{1}{2}} = p^{k-\frac{1}{2}} + \phi^{k+1} - \frac{Pr \Delta t}{2(RaPr)^{\frac{1}{2}}} \nabla^2 \phi^{k+1} \right. \quad (3.7)$$

$$5^{\circ} \text{Passo} : \left\{ \frac{\theta^{k+1} - \theta^k}{\Delta t} + \mathbf{u}^{k+\frac{1}{2}} \cdot \nabla \theta^{k+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2(RaPr)^{\frac{1}{2}}} [\nabla^2 \theta^{k+1} + \nabla^2 \theta^k] \right. \quad (3.8)$$

Esse método de 2ª ordem foi proposto por Bell, Colella, e Glaz (1989) e modificado por Brown, Cortez, e Minion (2001). O método consiste em propor a implementação de duas novas variáveis auxiliares exclusivamente numéricas, que são ϕ e \mathbf{u}^* , a fim de calcular de forma desacoplada o campo de velocidade \mathbf{u} e a pressão p . A função numérica ϕ tem um comportamento análogo à pressão p e fica responsável por simular a pressão p no cálculo do

sistema de equações. A velocidade numérica \mathbf{u}^* , que não é essencialmente solenoidal (seu divergente não é necessariamente nulo), serve para simular o campo de velocidade \mathbf{u} neste mesmo cálculo. Este processo permite satisfazer a equação da ferrodinâmica ao mesmo tempo que garante a restrição de incompressibilidade do cálculo.

O termo advectivo $\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u}$ e a temperatura adimensional $\theta^{k+\frac{1}{2}}$ tidos na equação 3.4 (1º Passo), são calculados como

$$(\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u})^{k+\frac{1}{2}} = \frac{3}{2} (\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u})^k - \frac{1}{2} (\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u})^{k-1}, \quad (3.9)$$

$$\theta^{k+\frac{1}{2}} = \frac{3}{2} \theta^k - \frac{1}{2} \theta^{k-1}, \quad (3.10)$$

onde $\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u}$ é obtido por meio de uma aproximação por extrapolação no tempo, e este se torna explícito, resultando em um sistema de equações algébricas lineares. E no equacionamento 3.8 (5º Passo), o termo advectivo, em relação à temperatura adimensional, $\mathbf{u}^{k+\frac{1}{2}} \cdot \nabla \theta^{k+\frac{1}{2}}$, é definido como

$$\mathbf{u}^{k+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} (\mathbf{u}^{k+1} + \mathbf{u}^k), \quad (3.11)$$

$$\theta^{k+\frac{1}{2}} = \frac{3}{2} \theta^k - \frac{1}{2} \theta^{k-1}. \quad (3.12)$$

Além disso, ainda no 5º passo do método, o termo θ^{k+1} tem uma interdependência com as condições de contorno impostas à parede. Essas condições podem influenciar a temperatura do escoamento de ferrofluido. Definindo-a como ganho de temperatura, perda de temperatura ou temperatura constante.

Com isso, formam-se 4 sistemas de equações lineares, para \mathbf{u}^* , ϕ (sendo obtido em um instante de tempo intermediário entre k e $k+1$) e θ em cada passo de tempo avaliado na análise. Esses sistemas são resolvidos com o método do gradiente conjugado preconditionado, apresentado na Seção 3.5.

3.3 Malha defasada

Para um melhor acoplamento entre as equações discretas da velocidade e da pressão, utilizou-se uma malha defasada, como mostra a Figura 3.1. Na malha defasada, as variáveis não estão na mesma posição espacial no domínio do problema. A Figura 3.2 apresenta uma célula da malha, onde a posição da componente u da velocidade está representada pelos círculos (\circ) roxos, a componente v está nos quadrados (\square) cianos e pressão p e a temperatura θ estão nos triângulos (\triangleright) rosas. A utilização de malha defasada leva a melhores resultados quando comparada à malha tradicional, em que todas as propriedades estão na mesma posição (Fortuna, 2000; Hinch, 2020; Kim e Moin, 1985).

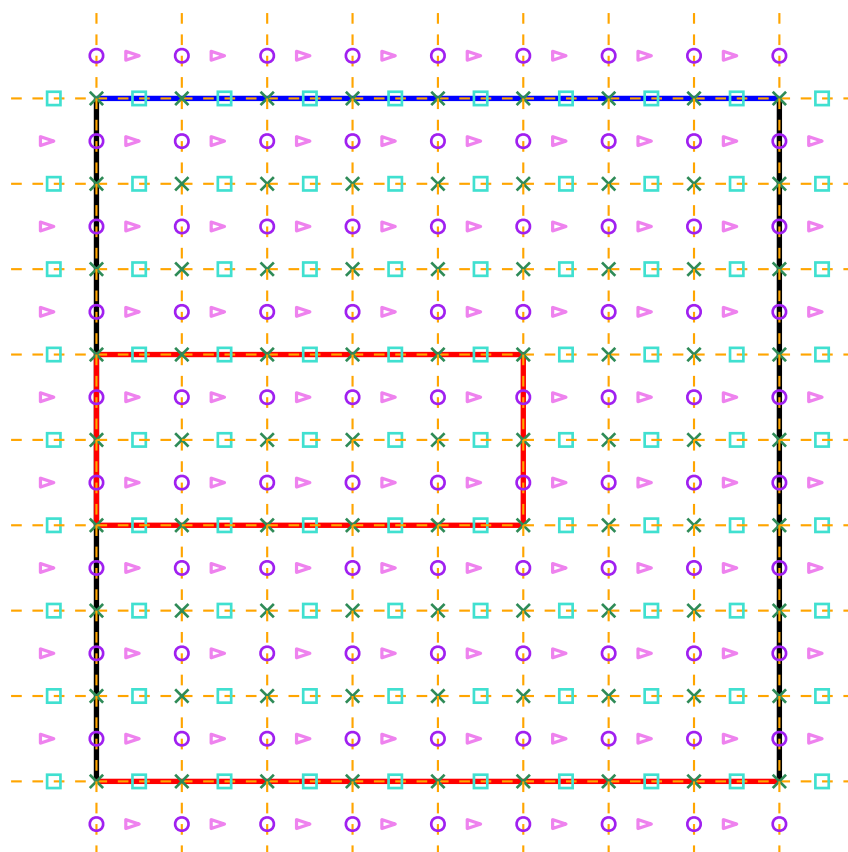


Figura 3.1: Ilustração da discretização do método da malha defasada (*staggered grid*) aplicada ao objeto de estudo deste trabalho.

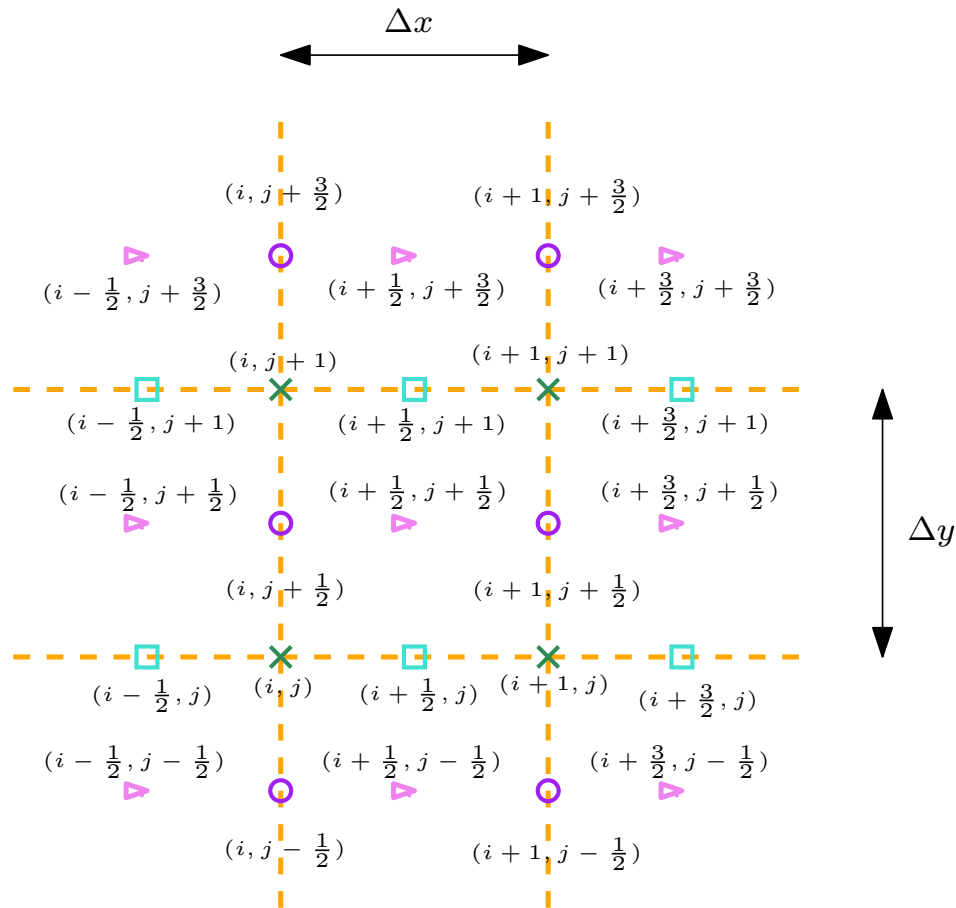


Figura 3.2: Configuração estrutural de uma célula de malha defasada.

3.4 Implementação computacional

Partindo da consideração feita na seção de malha defasada, em que cada uma das variáveis e suas componentes são analisadas em posições variadas, tem-se que as posições avaliadas em $x = i\Delta x$, $y = j\Delta y$ e $t = k\Delta t$ apresentam aproximações das soluções verdadeiras esperadas para cada um dos termos e, conseqüentemente, das equações para cada ponto do domínio de análise, que é visto na Figura 3.1.

Desse modo, na malha defasada as soluções numéricas para u , v , ϕ , p , θ e H são aproximadas como

$$u_{i,j+\frac{1}{2}}^k \approx u \left(i\Delta x, \left(j + \frac{1}{2} \right) \Delta y, k\Delta t \right), \quad (3.13)$$

$$v_{i+\frac{1}{2},j}^k \approx v \left(\left(i + \frac{1}{2} \right) \Delta x, j\Delta y, k\Delta t \right), \quad (3.14)$$

$$\phi_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^k \approx \phi \left(\left(i + \frac{1}{2} \right) \Delta x, \left(j + \frac{1}{2} \right) \Delta y, k\Delta t \right), \quad (3.15)$$

$$p_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^k \approx p \left(\left(i + \frac{1}{2} \right) \Delta x, \left(j + \frac{1}{2} \right) \Delta y, k\Delta t \right), \quad (3.16)$$

$$\theta_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^k \approx \theta \left(\left(i + \frac{1}{2} \right) \Delta x, \left(j + \frac{1}{2} \right) \Delta y, k\Delta t \right), \quad (3.17)$$

$$H_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^k \approx H \left(\left(i + \frac{1}{2} \right) \Delta x, \left(j + \frac{1}{2} \right) \Delta y, k\Delta t \right). \quad (3.18)$$

Dessa forma, ao verificar a célula da malha defasada vista na Figura 3.2, percebe-se que diversos posicionamentos de análise são alocados em pontos de índices não inteiros, acarretando necessidade de adequação dos termos u , v , ϕ , p , θ e H para uma configuração de modelo de índices inteiros a fim de que se desenvolva a leitura da linguagem computacional.

Assim sendo, determina-se uma matriz para cada um dos termos: $u[0:N_x, -1:N_y]$, $v[-1:N_x, 0:N_y]$, $\phi[-1:N_x, -1:N_y]$, $p[-1:N_x, -1:N_y]$, $\theta[-1:N_x, -1:N_y]$ e $H[-1:N_x, -1:N_y]$, em que as correspondências da posição real dos termos com suas configurações numéricas ficam dadas como:

$$\begin{aligned} u[i, j] &\leftarrow u_{i,j+\frac{1}{2}}^k & u^*[i, j] &\leftarrow u_{i,j+\frac{1}{2}}^* \\ v[i, j] &\leftarrow v_{i+\frac{1}{2},j}^k & v^*[i, j] &\leftarrow v_{i+\frac{1}{2},j}^* \\ \phi[i, j] &\leftarrow \phi_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^k \\ p[i, j] &\leftarrow p_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^k \\ \theta[i, j] &\leftarrow \theta_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^k \\ H[i, j] &\leftarrow H_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^k \end{aligned} \quad (3.19)$$

Essas correspondências mostram que, por exemplo, fisicamente a velocidade $u_{i,j+\frac{1}{2}}$ está situada no ponto $u \left(i\Delta x, j\Delta y + \frac{\Delta y}{2} \right)$ na Figura 3.2, e este raciocínio se replica para todos os termos em todos os pontos do domínio de estudo visto na Figura 3.1. Com isso, as equações contidas nos passos do método de projeção de 2^a ordem, podem ser reformuladas na versão matricial e configuradas para implementação aos moldes do modelo de linguagem computacional a ser utilizado.

3.4.1 Ghost Points

Com a determinação da forma correta de aplicação computacional das equações governantes do problema, resta determinar as condições de contorno ao qual se quer fazer a análise

do objeto de estudo. Assim sendo, percebe-se que todas as variáveis, u^* , v^* , ϕ e θ têm condições específicas de análise quando avaliadas próximo das paredes da cavidade e/ou do obstáculo.

O primeiro fator a se avaliar é a visualização da existência de pontos fora do domínio de análise, como visto na Figura 3.1. Hoffman (2001) apresenta estes pontos como *ghost points* que são pontos fora do domínio físico, de cunho totalmente numérico, necessários para avaliar o comportamento das variáveis em análise em posições limites do domínio sob estudo, e que se fazem necessários por causa da forma interpretativa que a linguagem computacional apresenta na hora de realizar os cálculos e suas interações.

A exemplo dessa metodologia, visualizando a velocidade auxiliar numérica u^* quando o $j = N_y - 1$, obtém-se

$$\begin{aligned}
 & \left[1 + \frac{\Delta t}{R\Delta x^2} + \frac{\Delta t}{R\Delta y^2} \right] u^*[i, N_y - 1] - \\
 & \left[\frac{\Delta t}{2R\Delta x^2} \right] (u^*[i + 1, N_y - 1] + u^*[i - 1, N_y - 1]) - \\
 & \left[\frac{\Delta t}{2R\Delta y^2} \right] \left(\boxed{u^*[i, N_y]} + u^*[i, N_y - 2] \right) = u[i, N_y - 1] - \\
 & \Delta t \text{CONV}_u [i, N_y - 1] - \frac{\Delta t}{\Delta x} (p[i, N_y - 1] - p[i - 1, N_y - 1]) + \\
 & \frac{\Delta t}{2R} \left(\frac{u[i + 1, N_y - 1] - 2u[i, N_y - 1] + u[i - 1, N_y - 1]}{\Delta x^2} + \right. \\
 & \quad \left. \frac{u[i, N_y] - 2u[i, N_y - 1] + u[i, N_y - 2]}{\Delta y^2} \right) - \\
 & \Delta t \frac{Ra_m}{2Ra} \left(\frac{\theta_{in}[i - 1, N_y - 1] + \theta_{in}[i, N_y - 1]}{2} \right) (\hat{e}_x \nabla H^2), \tag{3.20}
 \end{aligned}$$

onde o termo destacado $u^*[i, N_y]$ é um *ghost points* por estar posicionado numa região limite do domínio sob análise.

Contudo, tem-se que nas paredes, que são as regiões limites do domínio, a velocidade $u^*[i, N_y]$ é nula, acarretando assim numa média entre as velocidades dentro e fora do domínio igual a zero. Com isso, tem-se que $u^*[i, N_y]$ acaba tendo que ser substituído por $u^*[i, N_y - 1]$ como método de aproximação de seu valor real na posição limite, de modo que

$$\begin{aligned}
 & \frac{u^*[i, N_y] + u^*[i, N_y - 1]}{2} = \Delta t \left(\frac{\phi[i, N_y - 1] - \phi[i - 1, N_y - 1]}{\Delta x} \right) \\
 & u^*[i, N_y] = 2\Delta t \left(\frac{\phi[i, N_y - 1] - \phi[i - 1, N_y - 1]}{\Delta x} \right) - u^*[i, N_y - 1]. \tag{3.21}
 \end{aligned}$$

Agora, substituindo a nova versão de u^* , dada pela equação 3.21, na equação 3.20, obtém-se

$$\begin{aligned}
& \left[1 + \frac{\Delta t}{R\Delta x^2} + \frac{\Delta t}{R\Delta y^2} \right] u^*[i, N_y - 1] - \\
& \left[\frac{\Delta t}{2R\Delta x^2} \right] (u^*[i + 1, N_y - 1] + u^*[i - 1, N_y - 1]) - \\
& \left[\frac{\Delta t}{2R\Delta y^2} \right] \left(2\Delta t \left\{ \frac{\phi[i, N_y - 1] - \phi[i - 1, N_y - 1]}{\Delta x} \right\} - \right. \\
& \quad \left. u^*[i, N_y - 1] + u^*[i, N_y - 2] \right) = u[i, N_y - 1] - \\
& \Delta t \text{CONV}_u [i, N_y - 1] - \frac{\Delta t}{\Delta x} (p[i, N_y - 1] - p[i - 1, N_y - 1]) + \\
& \frac{\Delta t}{2R} \left(\frac{u[i + 1, N_y - 1] - 2u[i, N_y - 1] + u[i - 1, N_y - 1]}{\Delta x^2} + \right. \\
& \quad \left. \frac{u[i, N_y] - 2u[i, N_y - 1] + u[i, N_y - 2]}{\Delta y^2} \right) - \\
& \Delta t \frac{Ra_m}{2Ra} \left(\frac{\theta_{int}[i - 1, N_y - 1] + \theta_{int}[i, N_y - 1]}{2} \right) (\hat{\mathbf{e}}_x \nabla H^2), \tag{3.22}
\end{aligned}$$

que é a equação responsável por avaliar a velocidade u^* na parede da cavidade. Raciocínio análogo é feito para as variáveis v^* , ϕ e θ a fim de avaliar seus comportamentos nas regiões limites do domínio.

3.4.2 Condição de não deslizamento na parede

Outro fator a ser analisado é a condição de contorno para \mathbf{u}^* expressa no equacionamento 3.4 (1º Passo) e apresentada por

$$\mathbf{u}^* = \mathbf{u}_b + \Delta t \nabla \phi^k. \tag{3.23}$$

Esta condição de contorno quando avaliada próxima à parede pelo cálculo numérico-computacional, acaba apresentando valores defasados, o que ocasiona uma certa instabilidade dos resultados nas primeiras iterações.

Devido a isso, o cálculo da nova velocidade \mathbf{u}^{k+1} expressa no equacionamento 3.6 (3º Passo) é dada por

$$\mathbf{u}^{k+1} = \mathbf{u}^* - \Delta t \nabla \phi^{k+1}, \tag{3.24}$$

quando relacionada com a equação 3.23, torna-se

$$\mathbf{u}^{k+1} = \mathbf{u}_b + \Delta t (\nabla \phi^k - \nabla \phi^{k+1}). \tag{3.25}$$

Com esta configuração para a equação 3.25, o termo $(\nabla \phi^k - \nabla \phi^{k+1})$ apresenta uma ordem de erro $O(\Delta t)$, o que conseqüentemente acarreta numa ordem de erro $O(\Delta t^2)$ para \mathbf{u}^{k+1} e \mathbf{u}_b . Isso revela que o deslizamento na parede é proporcional a ordem de erro $O(\Delta t^2)$. Percebe-se então, que nos passos de tempo iniciais, a diferença entre os valores de \mathbf{u}^{k+1} e \mathbf{u}_b

é considerável, o que causa algumas flutuações numéricas nos resultados e atrapalha que a função ϕ se adéque às condições de contorno.

Por isso, a fim de minimizar as flutuações numéricas que o deslizamento causa nos primeiros passos de tempo no cálculo numérico, propõe-se efetuar algumas iterações iniciais de cunho exclusivamente numérico, a fim de acelerar o processo de convergência dos valores de deslizamento nos primeiros passos de tempo e adequar a função ϕ às condições de contorno.

Para a implementação desta metodologia, desenvolvida por Brown et al. (2001), inicialmente, representam-se as iterações extras pelo índice n nos termos: advectivos, θ e ϕ das equações presentes nos 1^o, 2^o, 3^o e 5^o passos do método de projeção de 2^a ordem. Isto feito, iniciam-se as iterações dentre esses passos a fim de obter e convergir os valores de \mathbf{u}^* de modo a minimizar os efeitos do deslizamento.

Assim, para elucidar o processo, em primeiro lugar, calcula-se o \mathbf{u}^* por meio da equação

$$\begin{aligned} \frac{\mathbf{u}^* - \mathbf{u}^k}{\Delta t} + \left[\frac{3}{2} (\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u})^{k+1,n} - \frac{1}{2} (\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u})^k \right] = -\nabla p^{k-\frac{1}{2}} + \\ \frac{Pr}{2(RaPr)^{\frac{1}{2}}} \nabla^2 (\mathbf{u}^* + \mathbf{u}^k) + \left[\frac{3}{2} \theta^{k+1,n} - \frac{1}{2} \theta^k \right] \hat{\mathbf{e}}_y - \\ \frac{Ra_m}{Ra} \left[\frac{3}{2} \theta^{k+1,n} - \frac{1}{2} \theta^k \right] \nabla \left[\frac{\left(H^{k+\frac{1}{2}} \right)^2}{2} \right] \end{aligned} \quad (3.26)$$

com a condição de contorno

$$\mathbf{u}^* = \mathbf{u}_b + \Delta t \nabla \phi^{k+1,n}. \quad (3.27)$$

Em seguida, de posse do valor de \mathbf{u}^* , calculamos o novo valor de ϕ , por meio de

$$\nabla^2 \phi^{k+1,n+1} = \frac{1}{\Delta t} \nabla \cdot \mathbf{u}^* \quad (3.28)$$

com a condição de contorno

$$\nabla \phi^{k+1,n+1} \cdot \hat{\mathbf{n}} = 0 \leftarrow \partial \Omega. \quad (3.29)$$

De posse da nova ϕ , calcula-se o novo valor para a velocidade real, que é dado por

$$\mathbf{u}^{k+1,n+1} = \mathbf{u}^* - \Delta t \nabla \phi^{k+1,n+1}, \quad (3.30)$$

e um novo valor para a temperatura, dado por

$$\frac{\theta^{k+1,n+1} - \theta^k}{\Delta t} + \frac{1}{2} \left[(\mathbf{u} \cdot \nabla \theta)^{k+1,n} + (\mathbf{u} \cdot \nabla \theta)^k \right] = \frac{1}{2(RaPr)^{\frac{1}{2}}} \left[\nabla^2 \theta^{k+1,n+1} + \nabla^2 \theta^k \right]. \quad (3.31)$$

Por fim, as equações 3.30 e 3.31 são substituídas em 3.26 e o processo iterativo é realizado. Para o caso deste trabalho, determinou-se 5 iterações, em média, por passo de tempo durante os primeiros 10 passos de tempo, pois, a partir desse momento os efeitos do deslizamento na parede já estão suficientemente minimizados.

3.4.3 Método do *Upwind* de 3ª ordem

Por último, o método de *Upwind* de 3ª ordem, apresentado por Bruneau e Saad (2006, 2007), foi implementado para os termos convectivos das equações de \mathbf{u}^* , \mathbf{v}^* e θ . Nesta implementação, os termos convectivos são discretizados como

$$\begin{aligned} u \frac{\partial u}{\partial x} &= u[i, j] \left(\frac{2u[i+1, j] + 3u[i, j] - 6u[i-1, j] + u[i-2, j]}{6\Delta x} \right) \quad \text{se } u[i, j] > 0, \\ u \frac{\partial u}{\partial x} &= u[i, j] \left(\frac{-2u[i+1, j] - 3u[i, j] + 6u[i-1, j] - u[i-2, j]}{6\Delta x} \right) \quad \text{se } u[i, j] < 0, \\ v \frac{\partial u}{\partial x} &= v^\square \left(\frac{-2u[i+1, j] - 3u[i, j] + 6u[i-1, j] - u[i-2, j]}{6\Delta x} \right) \quad \text{se } v^\square > 0, \\ v \frac{\partial u}{\partial x} &= v^\square \left(\frac{-2u[i+1, j] - 3u[i, j] + 6u[i-1, j] - u[i-2, j]}{6\Delta x} \right) \quad \text{se } v^\square < 0, \end{aligned}$$

onde v^\square é a componente v da velocidade expressa na direção x , que é calculada por meio da interpolação entre os pontos vizinhos e sendo dado por

$$v^\square = \frac{v[i, j+1] + v[i, j] + v[i-1, j+1] + v[i-1, j]}{4}.$$

Raciocínio análogo é realizado para \mathbf{v}^* e θ . Além disso, uma interpolação linear é necessária para os pontos de \mathbf{u}^* , \mathbf{v}^* e θ próximos às paredes da cavidade devido à condição de contorno do *ghost point*.

3.5 Método do gradiente conjugado

Após as equações governantes adimensionais serem modeladas numericamente e terem suas condições de contorno definidas e adequadas ao modelo proposto na Seção 2.1, verifica-se que a modelagem numérica gerou um sistema de equações algébricas para a obtenção das variáveis u^* , v^* , ϕ e θ .

Entretanto, a complexidade do sistema de equações formado é muito elevada e, geralmente, é solucionada por meio computacional. Porém, a arquitetura computacional não permite a implementação direta do sistema de equações e assim um dos métodos computacionais utilizados para este tipo de problema é o método do gradiente conjugado.

Este método condiciona o sistema de equações em conformação matricial para que o software computacional possa interpretá-lo e assim calcular cada uma das propriedades (u^* , v^* , ϕ e θ) em cada ponto do domínio de forma iterativa. Com isso, o sistema de equações pode ser disposto em forma matricial como

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b},$$

em que \mathbf{A} é a matriz dos coeficientes, \mathbf{b} é a matriz dos termos independentes e \mathbf{x} é a matriz solução, que aqui representa u^* , v^* , ϕ , θ e ψ . Assim, as equações do sistema de equações ficam representadas por

$$r[i, j]x[i + 1, j] + l[i, j]x[i - 1, j] + u[i, j]x[i, j + 1] + d[i, j]x[i, j - 1] + c[i, j]x[i, j] = b[i, j],$$

onde r , l , u , d e c são matrizes que representam o estêncil da equação discretizada e sendo obtidos a partir da equação final de cada variável.

O método do gradiente conjugado tem uma variante que é denominada de método do gradiente conjugado preconditionado (Saad, 2003). Esta variante foi a escolhida e implementada, por se adequar melhor as necessidades do sistema de equações desenvolvido, em que seu algoritmo é definido como:

1. $\mathbf{r} \leftarrow \mathbf{b} - \mathbf{Ax}$
2. $\mathbf{z} \leftarrow \mathbf{M}^{-1}\mathbf{r}$
3. $\mathbf{p} \leftarrow \mathbf{z}$
4. $\delta \leftarrow \mathbf{r} \cdot \mathbf{z}$
5. Faça:
6. $\alpha \leftarrow \frac{\delta}{(\mathbf{p} \cdot (\mathbf{Ap}))}$
7. $\mathbf{x} \leftarrow \mathbf{x} + \alpha\mathbf{p}$
8. $\mathbf{r} \leftarrow \mathbf{r} + \alpha\mathbf{Ap}$
9. *se* $\max(\text{abs}(\mathbf{r})) < \text{tol}$: *pare*
10. $\mathbf{z} \leftarrow \mathbf{M}^{-1}\mathbf{r}$
11. $\delta_{new} \leftarrow \mathbf{r} \cdot \mathbf{z}$
12. $\beta = \frac{\delta_{new}}{\delta}$
13. $\mathbf{p} \leftarrow \mathbf{z} + \beta\mathbf{p}$
14. $\delta \leftarrow \delta_{new}$

Em que \mathbf{M} é a matriz preconditionadora.

3.5.1 Método SOR

Uma das formas de preconditionar o gradiente conjugado é por meio da utilização do método *SOR* (*Successive-Over-Relaxation*). Este método consiste em multiplicar o resíduo em cada iteração por um fator denominado ω , que pode variar entre 1.0 e 2.0, e que acelera o processo de convergência dos valores no algoritmo (Kiusalaas, 2005). Uma observação a ser feita, aqui, é que o $\omega = 1.0$ fornece o método de *Gauss-Seidel* e o $\omega = 2.0$ ocasiona o cenário de divergência do método *SOR*. Por isso, a obtenção de um ω ideal depende de testar valores de 1.0 até 2.0 para cada caso, em específico, que o método *SOR* esteja sendo aplicado.

No caso desta dissertação o método *SOR* foi implementado por meio do diagrama:

$$\begin{aligned}\mathbf{M} &= \mathbf{M}_{SOR} = \mathbf{W}\mathbf{Y}, \\ \mathbf{W} &= \frac{1}{\omega(2-\omega)}(\mathbf{D} - \omega\mathbf{L}), \\ \mathbf{Y} &= \mathbf{D}^{-1}(\mathbf{D} - \omega\mathbf{L}), \\ \mathbf{A} &= \mathbf{D} - \mathbf{L} - \mathbf{U},\end{aligned}$$

onde ω é o fator de relaxação.

Com isso, o sistema apresentado pelo diagrama é resolvido por:

$$\begin{aligned}\mathbf{Mz} = \mathbf{r} &\leftrightarrow \mathbf{Mz} = \mathbf{WYz} = \mathbf{W}(\mathbf{Yz}) = \mathbf{r}, \\ \mathbf{Wh} = \mathbf{r}, &\quad \mathbf{Yz} = \mathbf{h}.\end{aligned}$$

3.6 Software

A implementação do código numérico foi feita por meio do *software* de linguagem computacional *Python*. Essa linguagem foi escolhida por ser confiável, versátil, atual, simples e bem robusto estruturalmente (Kiusalaas, 2005).

Além disso, o *Python* contém diversas bibliotecas e ferramentas para auxiliar na resolução de cálculos (*numpy*), gerar figuras e gráficos (*matplotlib* e *panda*) e acelerar o processamento (*numba*). Esta última é capaz de deixar o tempo de processamento comparável a outras linguagens mais eficientes, como *Fortran* e *C++*.

3.7 Estudo de convergência de malha

Um estudo de sensibilidade da variação do \overline{Nu} em relação ao número N de divisões da malha foi realizado por meio da simulação computacional do código desenvolvido na busca de verificar se há convergência dos valores do \overline{Nu} em relação à melhora do refinamento da malha.

O modelo utilizado para a realização deste estudo é um escoamento do ferrofluido dentro de uma cavidade quadrada com paredes laterais isoladas, parede superior aquecida e parede inferior resfriada, sem a presença de obstáculo interno e sendo influenciado pelo campo magnético linear definido pela equação 2.2.

A simulação computacional usou 1.0×1.0 de tamanho da cavidade, 1000 de tempo de simulação (regime permanente), 0.5 de número de *Courant*, 1.9 de fator ω e tolerâncias numéricas para u^* , v^* , ϕ e θ de 10^{-5} , 10^{-5} , 10^{-6} e 10^{-6} , como condições de contorno gerais. As condições de contorno específicas foram $Pr = 100$, para simular o ferrofluido, e $Ra = 10^4$ e $Ra_m = 10^5$ para padronizar as simulações em uma mesma situação física de modo a gerar \overline{Nu} em relação ao refinamento da malha.

Uma consideração importante sobre as condições de contorno específicas utilizadas é que essas são as mesmas utilizadas por L. H. P. Cunha et al. (2020) em seu estudo de convergência de malha. Isso foi feito a fim de comparar seus respectivos resultados com os aqui obtidos.

Tabela 3.1: Sensibilidade do \overline{Nu} em relação ao refinamento da malha, considerando $Ra = 10^4$ e $Ra_m = 10^5$.

Malha (N)	\overline{Nu}
40×40	3.493
50×50	3.473
60×60	3.459
80×80	3.447
100×100	3.442
150×150	3.438
160×160	3.437
200×200	3.436
250×250	3.435

A Tabela 3.1 apresenta os resultados obtidos pela simulação computacional do método para os valores de \overline{Nu} em função do refinamento da malha. Uma primeira observação a ser feita é o decaimento gradativo dos valores de \overline{Nu} de forma a convergir para o valor de \overline{Nu} relativo ao refinamento máximo proposto (250×250).

Uma segunda análise a ser feita é o valor de $\overline{Nu} = 3.493$, referente ao refinamento de malha 40×40 , ser apenas 1,68% maior que o valor de \overline{Nu} do refinamento de malha de 250×250 que é de 3.435. Além disso, os resultados obtidos no Capítulo 4, por meio das simulações computacionais, utilizaram o refinamento de malha de 100×100 , pois este fornece um valor de \overline{Nu} igual a 3.442, que é apenas 0.2% maior que o valor de \overline{Nu} obtido pelo refinamento de malha de 250×250 . Uma observação a ser feita sobre a escolha do refinamento de malha ser a 100×100 para a geração dos resultados obtidos no Capítulo 4 é que o tempo de simulação computacional para geração deles, não só é significativamente menor que o tempo de simulação dos resultados obtidos pelos melhores refinamentos de malha, como também a acurácia de seus resultados é próxima aos resultados dos melhores refinamentos de malha.

Uma terceira análise proposta é um comparativo entre o estudo de convergência de malha realizado por esta dissertação com o estudo de convergência de malha realizado por L. H. P. Cunha et al. (2020). Nesta análise, ambos os estudos foram realizados sobre as mesmas condições de contorno específicas, porém L. H. P. Cunha et al. (2020) utilizou a metodologia de elementos finitos para geração de seus resultados. Logo, essa análise utiliza o tamanho característico do elemento formador da malha como fator de referência para a análise de sensibilidade dos seus valores de \overline{Nu} . Dito isto, o primeiro fator verificado é que o modelo de L. H. P. Cunha et al. (2020) apresenta um melhor refinamento de malha devido aos seus valores de \overline{Nu} , pois a malha de menor refinamento utilizada por ele foi com um elemento característico de malha de 2.50×10^{-2} e obteve um valor de \overline{Nu} de 3.442, 1,4% menor que o valor de \overline{Nu} obtido pelo método. Contudo, o melhor refinamento calculado por L. H. P. Cunha et al. (2020), elemento característico de malha de 1.92×10^{-3} , forneceu um valor de \overline{Nu} de 3.433, sendo 0.029% menor que o valor de \overline{Nu} obtido pelo método.

O método apresenta resultados expressivos de sua confiabilidade e funcionalidade, além de se mostrar estável no refinamento de malha espacial e no refinamento de malha temporal (Δt), para a relação de discretização de malha proposta na Seção 3.3.

3.8 Validação

Após toda modelagem numérico computacional do problema proposto na Seção 2.1, dois estudos foram realizados para validar a credibilidade do programa utilizado para obtenção dos resultado apresentados na Capítulo 4.

3.8.1 Convecção gravitacional

O primeiro estudo de validação é baseado na obtenção dos resultados obtidos por Davis (1983) e L. H. P. Cunha et al. (2020) a respeito dos valores de \overline{Nu} em função dos valores de Ra avaliados.

No caso, Davis (1983) e L. H. P. Cunha et al. (2020) estudaram o problema de convecção natural do ar, o qual é considerado $Pr = 0.71$, em uma cavidade quadrada bidimensional, com paredes horizontais isoladas e paredes verticais mantidas à temperatura constante, como ilustra a Figura 3.3.

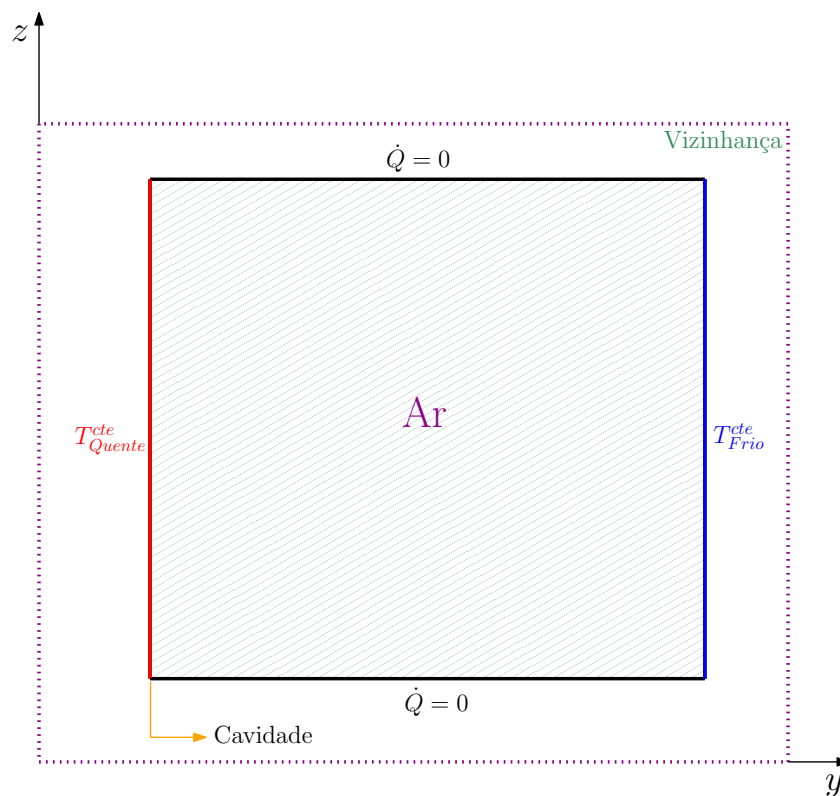


Figura 3.3: Ilustração do objeto de estudo analisado por Davis (1983) e L. H. P. Cunha et al. (2020).

Os estudos de Davis (1983) e L. H. P. Cunha et al. (2020) determinaram o \overline{Nu} do escoamento de ar para os valores de $Ra = 10^3, 10^4, 10^5$ e 10^6 . Dessa forma, para realização desta mesma análise com o código computacional desenvolvido para esta dissertação, as condições de contorno foram estabelecidas como: 1.0×1.0 de tamanho da cavidade; discretização da malha: 100×100 ; 1000 de tempo de simulação; 0.5 de número de *Courant*; 1.9 de fator ω e tolerâncias numéricas para u^*, v^*, ϕ e θ de $10^{-5}, 10^{-5}, 10^{-6}$ e 10^{-6} .

A Tabela 3.2 apresenta os valores de \overline{Nu} em função de Ra obtidos por Davis (1983), L. H. P. Cunha et al. (2020) e pelo código computacional desenvolvido para esta dissertação.

Verifica-se nos resultados obtidos pelo código computacional uma excelente concordância com os resultados de \overline{Nu} dos trabalhos de Davis (1983) e L. H. P. Cunha et al. (2020) a respeito dos valores de Ra analisados.

Tabela 3.2: \overline{Nu} obtidos pelo código em relação aos obtidos nos trabalhos de Davis (1983) e L. H. P. Cunha et al. (2020).

Ra	10^3	10^4	10^5	10^6
$\overline{Nu}_{(Davis, 1983)}$	1.118	2.243	4.519	8.800
$\overline{Nu}_{(L. H. P. Cunha et al., 2020)}$	1.118	2.245	4.522	8.825
\overline{Nu}	1.118	2.247	4.538	8.939

Além disso, um estudo comparativo referente aos gráficos de linhas de corrente obtidos pelo código computacional foi realizado em relação ao trabalho desenvolvido por Davis (1983). As figuras 3.4 e 3.5 apresentam os gráficos referente a esta análise.

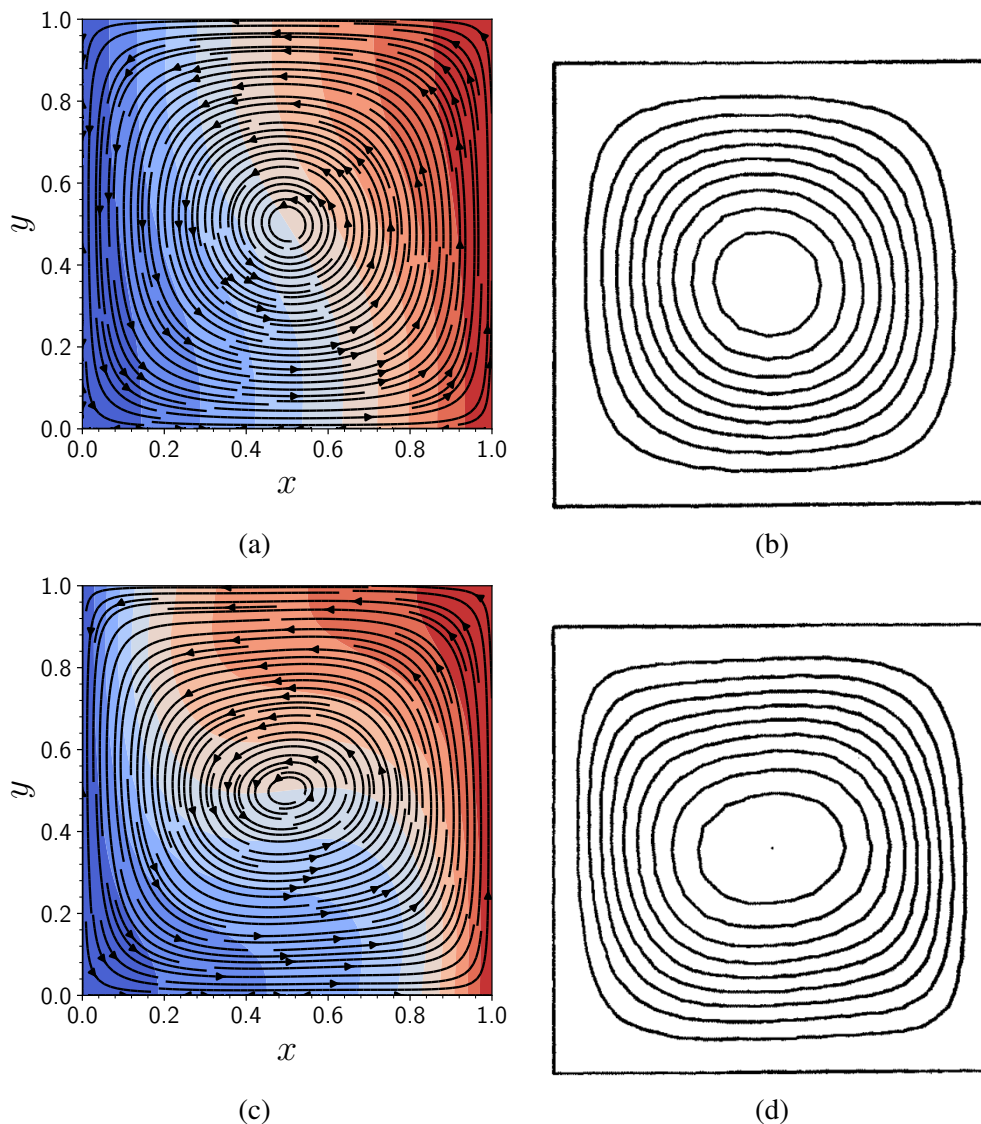


Figura 3.4: Gráficos de linhas de corrente obtidos pelo código computacional (3.4a e 3.4c) e por Davis (1983) (3.4b e 3.4d), para $Ra = 10^3$ e $Ra = 10^4$, respectivamente.

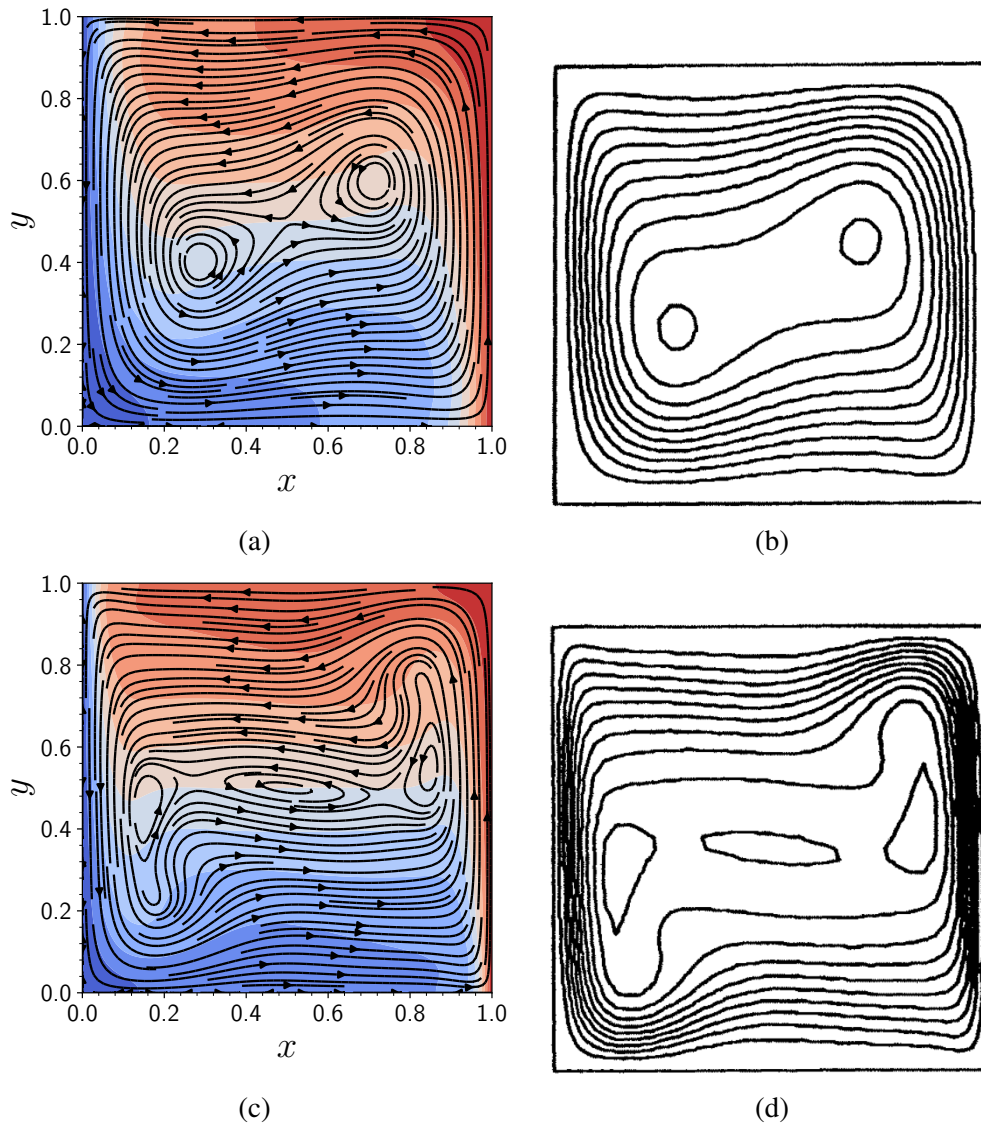


Figura 3.5: Gráficos de linhas de corrente obtidos pelo código computacional (3.5a e 3.5c) e por Davis (1983) (3.5b e 3.5d), para $Ra = 10^5$ e $Ra = 10^6$.

As Figuras 3.4 e 3.5 apresentam uma notável semelhança entre as linhas de corrente obtidas pelo código computacional com as obtidas pelo trabalho realizado por Davis (1983), em que nos casos para Ra igual a 10^5 e 10^6 , há as mesmas zonas de recirculação nas mesmas regiões da cavidade, além da deformidade dessas recirculações para o caso em que $Ra = 10^6$.

3.8.2 Convecções gravitacional e magnética combinadas

A segunda validação consistiu em uma análise qualitativa do código, onde se fez um estudo comparativo do comportamento do campo de temperatura obtido pelo código computacional com o obtido por L. H. P. Cunha et al. (2020).

As condições de contorno desta validação foram as utilizadas por L. H. P. Cunha et al. (2020) que determinou que a cavidade é quadrada bidimensional com as paredes laterais inertes, a parede superior aquecida e a parede inferior resfriada. O escoamento de ferrofluido é regido por $Pr = 100$ e sofre influência de um campo magnético linear determinado pela equação 2.2 com \mathbf{H} definido pela equação 2.3.

Com isso, o campo de temperatura do escoamento de ferrofluido foi avaliado de acordo com os valores de Ra e Ra_m definidos por L. H. P. Cunha et al. (2020), que foram $Ra_m = 10^6$ para $Ra = 10^3$ e $Ra = 10^6$.

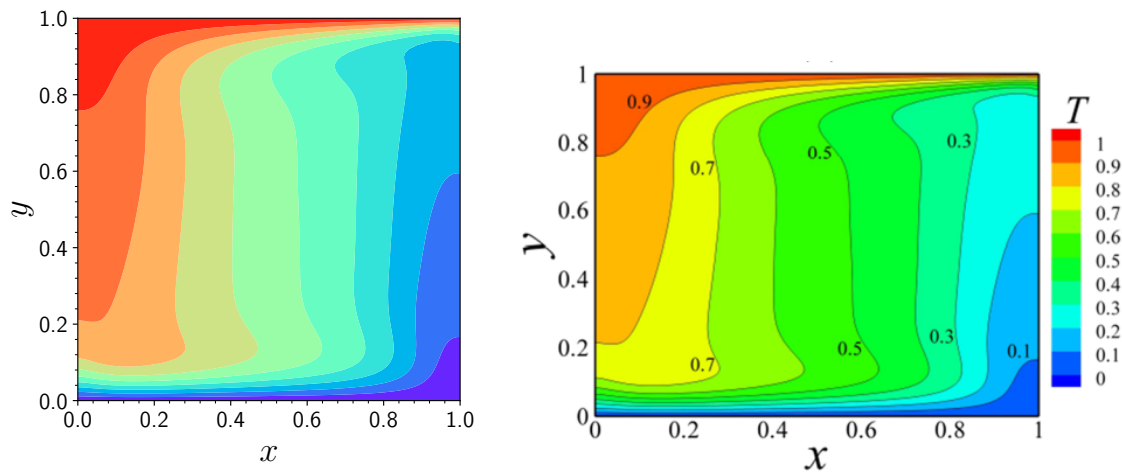


Figura 3.6: Comparação entre as distribuições de temperatura obtidas pelo código computacional e por L. H. P. Cunha et al. (2020) para $Ra = 10^3$ e $Ra_m = 10^6$, gerado por um campo magnético linear.

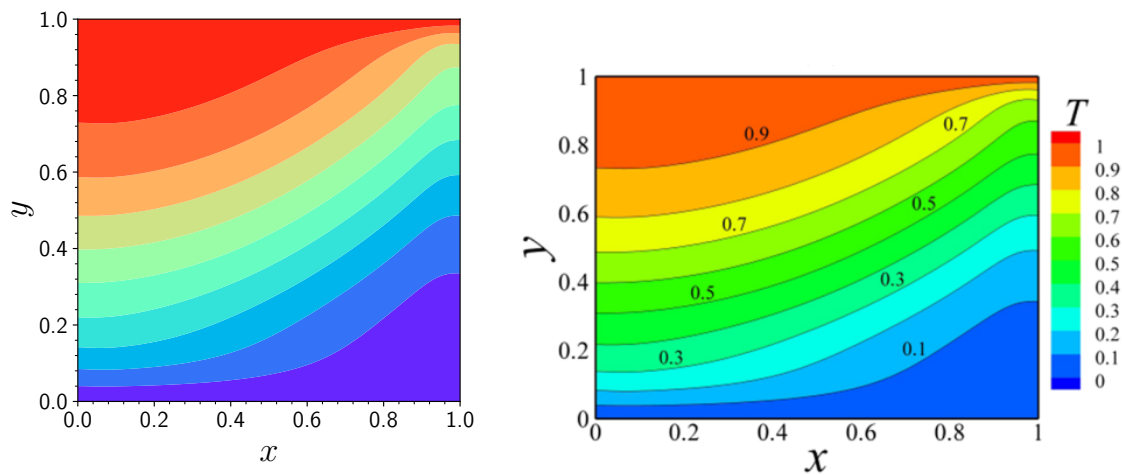


Figura 3.7: Comparação entre as distribuições de temperatura obtidas pelo código computacional e por L. H. P. Cunha et al. (2020) para $Ra = 10^6$ e $Ra_m = 10^6$, gerado por um campo magnético linear.

As Figuras 3.6 e 3.7 demonstram uma grande similaridade entre os resultados obtidos pelo código computacional e pelo trabalho realizado por L. H. P. Cunha et al. (2020). Nota-se que os campos de temperatura apresentam comportamentos nitidamente equivalentes, de modo que as linhas de definição do campo de temperatura no interior da cavidade apresentam os mesmos contornos e as mesmas intensidades de temperatura nos mesmos pontos.

Além disso, a Figura 3.7 mostra a competição entre o empuxo gravitacional e o empuxo termomagnético geram um o campo de temperatura com um perfil mais equilibrado e harmonioso.

Já para o caso em que o empuxo gravitacional é dominado pelo empuxo termomagnético (Figura 3.6), o campo de temperatura apresenta um padrão mais disforme configurando uma maior difusividade energética entre o ferrofluido a alta e baixa temperaturas.

Por fim, essas duas análises obtidas demonstram que o código computacional desenvolvido é íntegro e confiável.

Capítulo 4

Resultados

"Sempre parece impossível, até que seja feito."

Nelson Mandela

Neste capítulo são apresentados e discutidos os principais resultados obtidos com o código numérico desenvolvido conforme os detalhes do Capítulo 3. Primeiramente, são apresentados resultados sem obstáculo e com um fio condutor de eletricidade como fonte de campo magnético. Em seguida, são apresentados resultados com o obstáculo retangular isolado e aquecido. Por fim, um estudo preliminar do efeito do campo magnético na formação das células de *Bénard* é realizado, no qual a cavidade tem sua geometria modificada de quadrada para retangular e não é considerado a presença de obstáculo em seu interior.

Nos resultados apresentados neste capítulo, o número de *Prandtl* (Pr) é fixado em 100 para todos os casos, enquanto o número de *Rayleigh* (Ra) varia entre 10^3 e 10^5 e o número de *Rayleigh* magnético (Ra_m) entre 0 (condição sem campo magnético) e 10^6 . A cavidade estudada nas simulações é quadrada, de lado 1, e a malha discretizada possui 100×100 de espaçamento. Há apenas uma exceção: o estudo das células de Bénard, em que a cavidade possui tamanho 4×1 . A parede de baixo da cavidade é aquecida ($\theta = 1$) e a parede de cima é resfriada ($\theta = 0$), enquanto as paredes laterais são isoladas ($\frac{\partial \theta}{\partial x} = 0$). As tolerâncias numéricas utilizadas na resolução dos sistemas de equações para u^* , v^* , ϕ e θ são 10^{-5} , 10^{-5} , 10^{-6} e 10^{-6} , respectivamente. O passo de tempo utilizado e o tempo final são ajustados de acordo com a simulação. Nas simulações realizadas foi utilizado $\Delta t = 0.005$ e tempo final de simulação igual a 1000. No entanto, há alguns casos em que foi necessário aumentar o tempo final de simulação para se obter o regime permanente do escoamento. Essas mudanças estão espessas ao longo de texto.

4.1 Efeito da imposição de um campo magnético

Inicialmente, um estudo sobre a influência do campo magnético no escoamento de ferrofluido sem a presença de um obstáculo foi realizado com o objetivo de estudar a influência do empuxo termomagnético sobre o escoamento de ferrofluido e sobre o mecanismo de transferência de calor do sistema. A temperatura está representada por um gráfico de contorno com 10 intervalos, em que a cor vermelha representa as temperaturas de θ entre 0.9 e 1 e a cor azul

entre 0 e 0.1. A Figura 4.1 apresenta três gráficos referentes ao campo de temperatura que o ferrofluido desenvolve no interior da cavidade junto às linhas de corrente (linhas pretas, com uma seta indicando o sentido da velocidade), as quais ilustram a direção, sentido e a forma que o escoamento de ferrofluido reproduz. Para obtenção dos gráficos, considerou-se $Ra_m = 0$ para todos os casos e $Ra = 10^3$, 10^4 e 10^5 . Estes resultados são casos em que não há influência empuxo termomagnético, logo são usados como referência comparativa para os estudos realizados nesta dissertação.

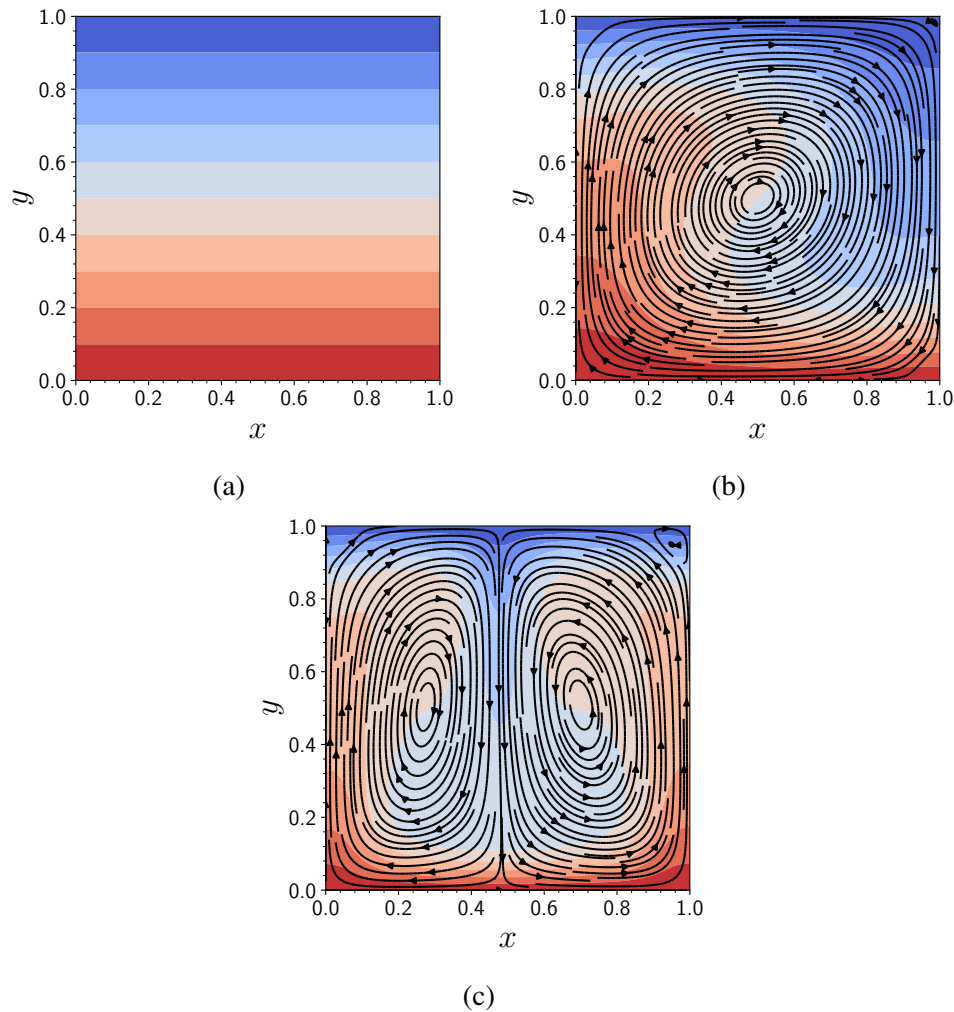


Figura 4.1: Gráficos das linhas de corrente e do campo de temperatura para a convecção natural de um ferrofluido em uma cavidade sem obstáculo, considerando $Ra_m = 0.0$ e $Ra = 10^3$ (a), 10^4 (b) e 10^5 (c).

A Figura 4.1a refere-se ao caso sem a presença do empuxo termomagnético ($Ra_m = 0$) e com o empuxo gravitacional de baixa intensidade regido por $Ra = 10^3$. Nessas condições, a diferença de temperatura existente no ferrofluido não é suficiente para gerar um escoamento. Além disso, a transferência de calor existente no interior da cavidade para esta situação é majoritariamente realizada por condução entre as camadas de ferrofluido, de modo que o valor de \overline{Nu} foi igual a 1.000. Bejan (2013) expressa que para um escoamento ser iniciado, o Ra do escoamento tem de ser maior que o $Ra_{Crítico}$ de valor 1708. No estudo numérico realizado, os valores das componentes da velocidade configuraram $Ra < Ra_{Crítico}$.

Já, a Figura 4.1b refere-se à $Ra = 10^4$, o qual ultrapassa o valor estipulado para o $Ra_{Crítico}$

e acaba configurando a existência de um escoamento de ferrofluido, como visualizado na Figura 4.1. Nesse caso, as linhas de corrente estão bem definidas, girando no sentido horário e gerando uma única grande zona de recirculação centrada no meio da cavidade e englobando-a por inteiro. Esta configuração representa o fenômeno de convecção natural que afeta a distribuição de temperatura no interior da cavidade, pois essa acompanha as linhas de corrente gerando uma difusividade energética entre o ferrofluido de alta e baixa temperaturas. Dessa forma, a transferência de calor é dominada pelo fenômeno de convecção e intensifica as trocas de calor, ao ponto do valor de \overline{Nu} ser igual a 2.194.

Por fim, na Figura 4.1c, em que $Ra = 10^5$, há uma intensificação do empuxo gravitacional no interior da cavidade, ao ponto de gerar duas zonas de recirculação girando em sentidos opostos. Essa configuração representa as células de *Bénard* (Bénard, 1900) que aparecem espontaneamente em problemas de convecção natural, além de gerar uma intensificação das trocas de calor resultante de um sistema, de modo que o valor de \overline{Nu} foi igual a 4.169. Outra característica importante a se salientar é que essa configuração de célula de *Bénard* faz com que o ferrofluido a baixa temperatura escoe para baixo pelo centro da cavidade, enquanto o ferrofluido a alta temperatura escoe para cima pelas laterais da cavidade.

Além de tudo isso, um estudo de convergência temporal é apresentado aqui para elucidar que o tempo de simulação de 1000 foi suficiente para obter o regime permanente nos três casos estudados na Figura 4.1 e, também, como um parâmetro de comparação com os estudos posteriores a serem apresentados neste capítulo. A Figura 4.2 apresenta dois gráficos de convergência temporal, sendo o primeiro (4.2a) para $Ra = 10^3$ e o segundo (4.2b) para $Ra = 10^5$, em relação aos valores absolutos de \overline{Nu} para as paredes aquecida (linha vermelha) e resfriada (linha azul).

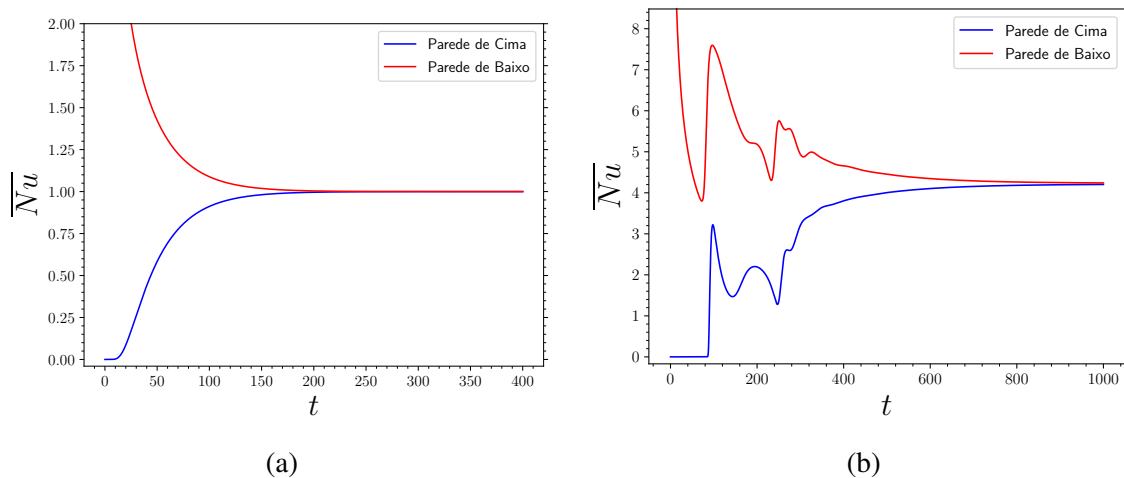


Figura 4.2: Gráficos de convergência temporal de \overline{Nu} para $Ra = 10^3$ (a) e 10^5 (b), com $Ra_m = 0.0$, em que a linha vermelha representa a quantidade de calor que entra na cavidade pela parede inferior e a linha azul representa a quantidade de calor que sai da cavidade pela parede superior, ao longo do tempo.

Os gráficos 4.2a e 4.2b apresentam a convergência temporal para a obtenção do regime permanente dentro dos limites estipulados, contudo, quando analisado ambos os gráficos, observa-se que $Ra = 10^3$ tem uma convergência temporal mais rápida ($t \approx 200$) que em $Ra = 10^5$ ($t \approx 900$). Segundo Bejan (2013), isso acontece porque em metais líquidos com $Ra = 10^6$, ocorre a geração de efeitos turbulentos no escoamento. No entanto, para $Ra = 10^5$, configura-se um escoamento laminar bem intenso e com forte empuxo gravitacional,

justificando o atraso causado para se obter o regime permanente para esse caso.

O regime permanente nestas e nas simulações posteriores deste capítulo é regido por todo calor que entra no sistema ser aproximadamente igual a todo calor que sai dele, onde a margem de erro para essa diferença é de no máximo 1%.

4.1.1 Campo magnético de baixa intensidade ($Ra_m = 10^3$)

A inclusão do efeito magnético é feita por meio de um fio condutor de eletricidade perpendicular ao plano da cavidade, como visto na Figura 2.1. Neste estudo, o fio condutor de eletricidade é posicionado em $x = 1.05$ e $y = 0.5$ em relação ao plano de cavidade. A Figura 4.3 apresenta as direções, sentidos e intensidades do campo magnético (4.3a) e da força magnética (4.3b) gerados pelo fio condutor de eletricidade e governados pelo fator $\nabla(H^2)$.

Nesse caso, o campo magnético gera um efeito de atração sobre as partículas magnéticas presentes no ferrofluido e isto ocasiona o aparecimento de uma força magnética que movimenta o ferrofluido no sentido em que o fio condutor de eletricidade está localizado. Entretanto, os estudos realizados abordam o fenômeno da termoconvecção magnética que configura a existência de um gradiente de temperatura interferindo diretamente no efeito magnético gerado pela fonte magnética.

Devido a isso, a variação de temperatura no interior da cavidade ocasiona um desbalanceamento do empuxo termomagnético causado pela força magnética gerada pelo fio condutor de eletricidade sobre o escoamento de ferrofluido. Isto ocorre porque o ferrofluido a baixa temperatura contém partículas magnéticas mais próximas uma das outras que o ferrofluido a alta temperatura, de modo a provocar uma maior predisposição do ferrofluido a baixa temperatura aos efeitos magnéticos gerados pela fonte magnética. Em consequência deste evento, há alterações diretas nas propriedades, topologia e, principalmente, na eficiência do mecanismo de transferência de calor do escoamento de ferrofluido.

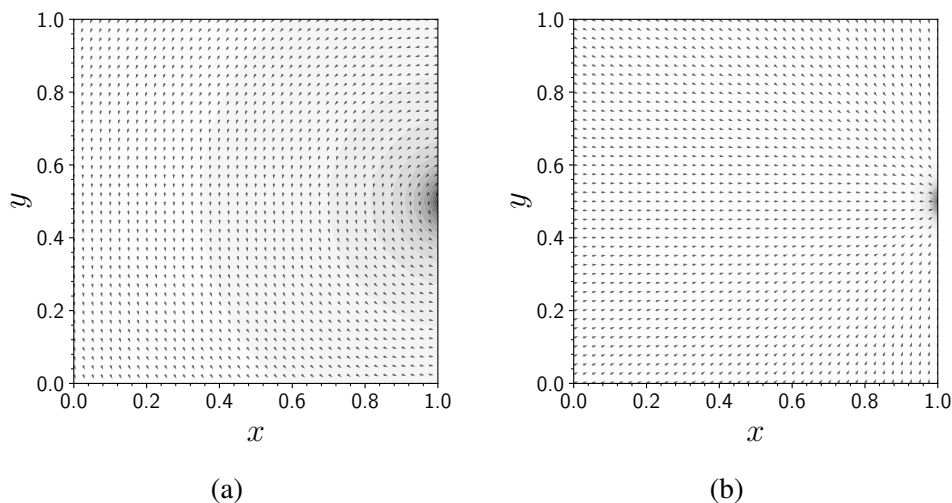


Figura 4.3: Gráficos do campo magnético (a) e força magnética (b) gerados pelo fio condutor de eletricidade posicionado em $(1.05, 0.5)$, em que a região sombreada apresenta uma maior concentração do efeito magnético junto às setas pretas que apontam a direção e o sentido de atração magnética.

O primeiro estudo a ser apresentado é o estudo da termoconvecção magnética do ferrofluido no interior da cavidade sem a presença do obstáculo e sobre efeito do fio condutor de eletricidade (Figura 4.3). Neste estudo, o escoamento de ferrofluido foi influenciado por um

empuxo termomagnético de baixa intensidade ($Ra_m = 10^3$) e por três cenários de empuxo gravitacional: baixa intensidade ($Ra = 10^3$), média intensidade ($Ra = 10^4$) e alta intensidade ($Ra = 10^5$). A Figura 4.4 apresenta os gráficos de linhas de corrente e campo de temperatura para este estudo.

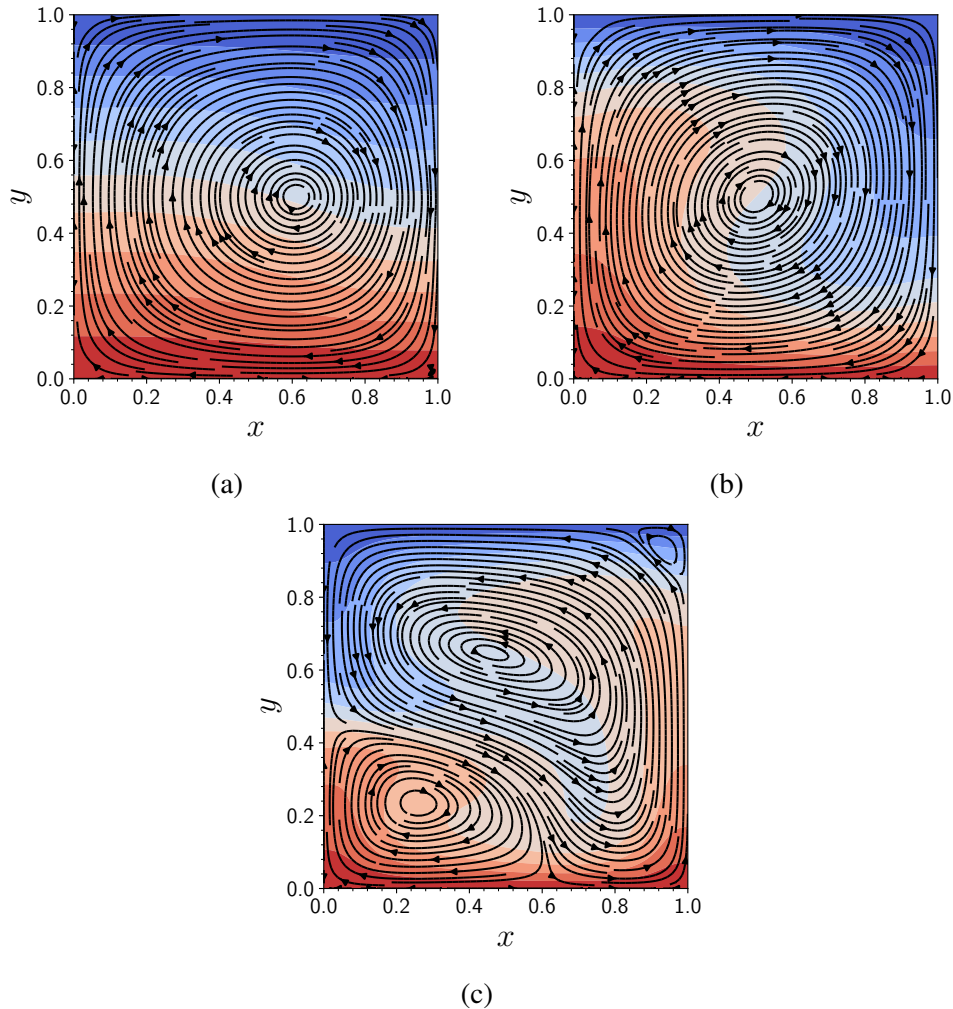


Figura 4.4: Gráficos das linhas de corrente e do campo de temperatura para a termoconvecção magnética de um ferrofluido em uma cavidade sem obstáculo e sobre influência dos efeitos magnéticos gerados pelo fio condutor de eletricidade (Figura 4.3), considerando $Ra_m = 10^3$ fixo e variando $Ra = 10^3$ (a), 10^4 (b) e 10^5 (c).

O primeiro resultado deste estudo é apresentado pela Figura 4.4a que aborda o caso onde $Ra_m = 10^3$ e o $Ra = 10^3$. Nesse caso, a existência do empuxo termomagnético sobre o ferrofluido modifica consideravelmente as propriedades e a topologia dele, de modo que o ferrofluido estático visto no caso sem empuxo termomagnético (Figura 4.1a), inicia um processo de fluxo que gera um escoamento do ferrofluido no interior da cavidade. Este escoamento desenvolve uma grande e única recirculação que gira no sentido horário abrangendo todo o interior da cavidade. Um ponto a se salientar é o centro da recirculação surgir deslocado singelamente à direita da cavidade junto com um campo de temperatura tendente a seguir o sentido de giro da recirculação. Este efeito demonstra como a termoconvecção magnética gerada conduz o ferrofluido a baixa temperatura em direção à região onde está posicionada a fonte geradora de campo magnético, modificando, assim, toda a topologia do escoamento.

Entretanto, o empuxo termomagnético não foi capaz de causar mudanças significativas no mecanismo de transferência de calor porque o seu valor de \overline{Nu} foi igual a 1.031, sendo, somente, 3.1% maior que o respectivo valor obtido para o caso sem a presença de campo magnético.

O segundo resultado é apresentado pela Figura 4.4b que aborda o caso o qual $Ra_m = 10^3$ e o $Ra = 10^4$. Nessa situação, o empuxo termomagnético é mantido em baixa intensidade, porém o empuxo gravitacional é aumentado para uma situação de média intensidade. Nesse caso, o empuxo termomagnético é dominado pelo empuxo gravitacional de modo que o escoamento de ferrofluido presente no caso em que $Ra_m = 0$ e $Ra = 10^4$ (Figura 4.1b) é semelhante ao do caso em que $Ra_m = 10^3$ e o $Ra = 10^4$. Ambas as situações apresentam uma grande e única recirculação no interior da cavidade, que gira em sentido horário, de modo a intensificar a difusividade energética entre o ferrofluido a alta e baixa temperaturas, quando comparado ao caso anterior. Outro ponto a considerar é que o centro da recirculação se posiciona ao centro da cavidade, diferentemente do caso em que $Ra_m = 10^3$ e o $Ra = 10^3$ (Figura 4.4a). Além disso, aqui, torna-se ainda mais nítido a suscetibilidade do ferrofluido de baixa temperatura ao empuxo termomagnético, pois há uma maior concentração deste ferrofluido na região próxima ao local onde a fonte magnética foi posicionada. Porém, o empuxo termomagnético não causa mudanças significativas no mecanismo de transferência de calor, pois o seu valor de \overline{Nu} é igual a 2.211, sendo, somente, 0.7% maior que o respectivo valor obtido para o caso sem a presença de campo magnético.

O terceiro resultado é apresentado pela Figura 4.4c que aborda o caso em que $Ra_m = 10^3$ e o $Ra = 10^5$. Nessa situação, como na anterior, o empuxo termomagnético foi mantido em baixa intensidade, porém, o empuxo gravitacional foi aumentado ainda mais, de modo a chegar na sua alta intensidade. Nesse caso, o escoamento de ferrofluido assume uma topologia única em comparação com os casos anteriores (Figuras 4.4a e 4.4b), ao ponto das células de *Bénard* existentes no caso sem a presença do empuxo termomagnético (Figura 4.1c) terem seu padrão harmonioso desconfigurado para uma configuração desforme com três recirculações distintas. Estas recirculações têm um aspecto singular, pois suas disposições fazem com que o ferrofluido a baixa temperatura não esteja próximo ou concentrado na região adjacente a posição em que a fonte magnética foi posta (Figura 4.3), e diferindo totalmente dos casos anteriores. Além disso, as duas maiores recirculações influenciam diretamente na conformação do campo de temperatura, pois geram uma dualidade de temperaturas na parede lateral esquerda da cavidade e um direcionamento do ferrofluido a baixa temperatura para a região central da cavidade. Toda esta atípica configuração demonstra que mesmo que a intensidade do empuxo termomagnético seja baixa, este consegue influenciar bastante as características e propriedades do escoamento do ferrofluido. No entanto, o empuxo termomagnético acaba atrapalhando o mecanismo de transferência de calor do sistema, pois seu valor de \overline{Nu} foi igual a 3.354 que é 19.54% menor que o seu respectivo valor obtido para o caso sem a presença de campo magnético.

4.1.2 Campo magnético de alta intensidade ($Ra_m = 10^6$)

O segundo estudo a ser apresentado segue o mesmo raciocínio do estudo anterior, analisando a termoconvecção magnética do ferrofluido, contudo, aqui é utilizado um empuxo termomagnético de alta intensidade ($Ra_m = 10^6$) nos três cenários de empuxo gravitacional: baixa intensidade ($Ra = 10^3$), média intensidade ($Ra = 10^4$) e alta intensidade ($Ra = 10^5$). Além disso, uma observação a ser feita é que o tempo de simulação para o caso de $Ra_m = 10^6$ e $Ra = 10^5$ teve de ser de 10000 para se obter o regime permanente. A Figura 4.5 apresenta

os gráficos de linhas de corrente e campo de temperatura para este estudo.

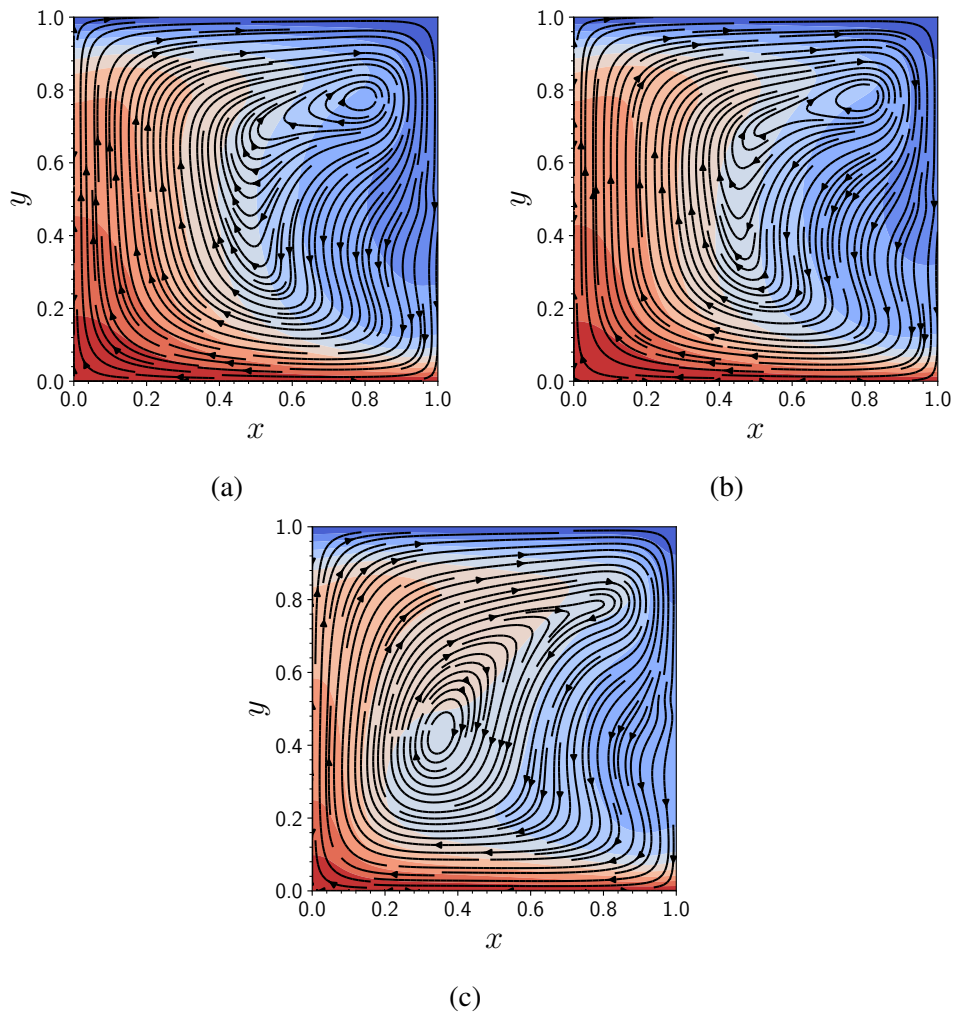


Figura 4.5: Gráficos das linhas de corrente e do campo de temperatura para a termoconvecção magnética de um ferrofluido em uma cavidade sem obstáculo e sobre influência dos efeitos magnéticos gerados pelo fio condutor de eletricidade (Figura 4.3), considerando $Ra_m = 10^6$ fixo e variando $Ra = 10^3$ (a), 10^4 (b) e 10^5 (c).

O primeiro resultado deste segundo estudo é apresentado pela Figura 4.5a que aborda o caso em que $Ra_m = 10^6$ e o $Ra = 10^3$. Igualmente ao que aconteceu com o caso $Ra_m = 10^3$ e o $Ra = 10^3$ (Figura 4.4a), quando comparado ao caso $Ra_m = 0$ e o $Ra = 10^3$ (Figura 4.1a), para $Ra_m = 10^6$ e $Ra = 10^3$, o empuxo termomagnético também se torna o estímulo necessário para que o ferrofluido inicie um fluxo e conseqüentemente forme um escoamento no interior da cavidade. Outro ponto a se salientar é que a alta intensidade do empuxo termomagnético é suficiente para atrair o centro da recirculação e modificar a topologia mais equilibrada da recirculação presente no caso em que $Ra_m = 10^3$ e $Ra = 10^3$ (Figura 4.1a). Além disso, o ferrofluido é nitidamente bem dividido em relação a sua temperatura, onde a fração a alta temperatura fica concentrada nas paredes inferior e lateral esquerda enquanto a fração a baixa temperatura fica concentrada nas paredes superior e lateral direita, onde essa última é adjacente ao local que a fonte magnética foi posicionada (Figura 4.3). Por fim, a transferência de calor apresenta um salto de eficiência, pois o seu valor de \overline{Nu} foi igual a 4.144 que é 414% maior que o valor do caso $Ra_m = 0$ e $Ra = 10^3$ e do caso $Ra_m = 10^3$ e

$Ra = 10^3$.

O segundo resultado é apresentado pela Figura 4.5b que aborda o caso de $Ra_m = 10^6$ e o $Ra = 10^4$. O empuxo gravitacional é aumentado para uma média intensidade, porém não intenso o suficiente para se equivaler ao empuxo termomagnético presente. Dessa forma, a topologia do escoamento de ferrofluido acaba sendo equivalente ao caso anterior (Figura 4.5a), porém com um sutil aumento da difusividade energética entre o ferrofluido a alta temperatura com o ferrofluido a baixa temperatura. Contudo, o mecanismo de transferência de calor apresenta um pequeno crescimento de 4.5%, quando comparado com o caso anterior, pois o valor de \overline{Nu} foi igual a 4.331. Mas quando comparado ao caso $Ra_m = 0$ e $Ra = 10^4$ (sem empuxo termomagnético), o mecanismo de transferência de calor apresenta um crescimento de 97.40%, ou seja, basicamente dobra a ocorrência das trocas de calor.

O terceiro resultado é apresentado pela Figura 4.5c que aborda o caso em que $Ra_m = 10^6$ e o $Ra = 10^5$. Nessa situação, o empuxo gravitacional é aumentado a sua intensidade máxima de $Ra = 10^5$, sem que saia do regime laminar. O empuxo termomagnético ainda é superior ao empuxo gravitacional, o que demonstra o porquê do escoamento de ferrofluido ter uma topologia similar aos casos anteriores (Figuras 4.5a e 4.5b). Contudo, o centro da recirculação desforme formada no interior da cavidade está deslocado para a esquerda, ou seja, próximo à parede lateral esquerda, que é a direção contrária a posição em que a fonte magnética foi posta (Figura 4.3) e isso demonstra como o empuxo gravitacional exerce influência sobre o escoamento de ferrofluido, mesmo esse não competindo ou dominando o escoamento. Além disso, o empuxo termomagnético apresenta um aumento de 16.76% na eficiência do mecanismo de transferência de calor, quando comparado ao caso anterior, pois o valor de \overline{Nu} é igual 5.057. Agora, quando comparado com o $Ra_m = 0$ e o $Ra = 10^5$ (sem empuxo termomagnético), o aumento é de 21.30%.

4.1.3 Comportamento do número de *Nusselt* em função do efeito do campo magnético

Enfim, um estudo do comportamento do \overline{Nu} é apresentado por meio do gráfico 4.6, em que é exibido o seu comportamento de acordo com a relação entre Ra e Ra_m e suas respectivas intensidades.

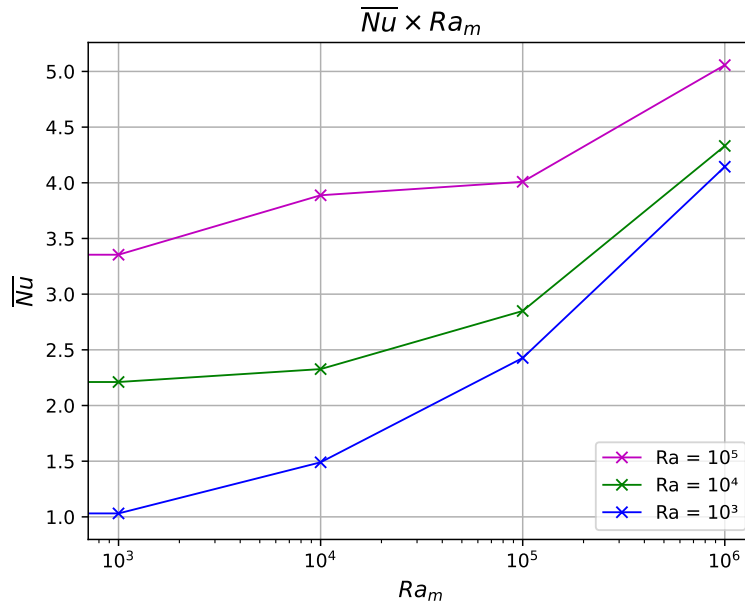


Figura 4.6: Número de *Nusselt* médio (\overline{Nu}) em função do número de *Rayleigh* magnético (Ra_m), em relação a intensidade do número de *Rayleigh* (Ra).

O gráfico 4.6 exibe que a intensificação do Ra_m gera um aumento do \overline{Nu} independentemente da intensidade do Ra . Um fator a ser observado é que para os valores de Ra igual a 10^3 e 10^4 , o aumento do valor do \overline{Nu} ocorre de forma regular crescente semelhante a um crescimento exponencial. Já, o caso em que o $Ra = 10^5$, o gráfico cresce de forma desigual, de modo a ter uma módica variação no valor do \overline{Nu} quando se varia Ra_m de 10^4 para 10^5 . Este crescimento irregular do gráfico de $Ra = 10^5$ demonstra que o empuxo gravitacional, dominando o empuxo termomagnético (para $Ra_m = 10^4$) ou competindo com ele (para $Ra_m = 10^5$), não consegue modificar de forma significativa a eficiência da transferência de calor desempenhada pela cavidade.

Outro fator observado no gráfico 4.6 é a relação de crescimento do \overline{Nu} para o caso em que $Ra = 10^3$, quando comparado ao caso em que $Ra = 10^4$. Os seus respectivos gráficos crescem, no entanto o gráfico de $Ra = 10^3$ tem um crescimento muito mais acentuado, principalmente, com o aumento do valor do Ra_m . Este aumento é tão significativo que a diferença entre os valores de \overline{Nu} para $Ra = 10^3$ e $Ra = 10^4$, quando o $Ra_m = 10^6$, é ínfima quando visualizada no gráfico, demonstrando que o empuxo termomagnético tem uma melhor eficiência no aprimoramento do mecanismo de transferência de calor quando o escoamento apresenta um baixo número de Ra .

4.2 Influência da posição da fonte magnética

Nas simulações apresentadas na Seção 4.1, o fio condutor de eletricidade foi posicionado em (1.05, 0.5) para os estudos realizados. Nesta seção, esta posição do fio condutor de eletricidade será variada ao redor da cavidade a fim de verificar quais influências essas variações de posição causam sobre o escoamento de ferrofluido e sobre o mecanismo de transferência de calor do sistema. Além disso, dois estudos são propostos nesta seção: o primeiro terá a cavidade sem a presença de um obstáculo em seu interior e o segundo contará com um obstáculo retangular em seu interior.

No estudo é considerado que os números de *Rayleigh* e *Rayleigh* magnético são iguais a 10^5 . Esta consideração foi tomada com o objetivo de analisar o comportamento do escoamento de ferrofluido quando este é influenciado pela competição entre o empuxo gravitacional e o empuxo termomagnético, devido as diferentes posições onde a fonte magnética será avaliada. Neste caso, foram consideradas 8 diferentes configurações de posicionamento dadas por: $(-0.05, -0.05)$, $(0.5, -0.05)$, $(1.05, -0.05)$, $(1.05, 0.5)$, $(1.05, 1.05)$, $(0.5, 1.05)$, $(-0.05, 1.05)$ e $(-0.05, 0.5)$, como mostra a Figura 4.7.

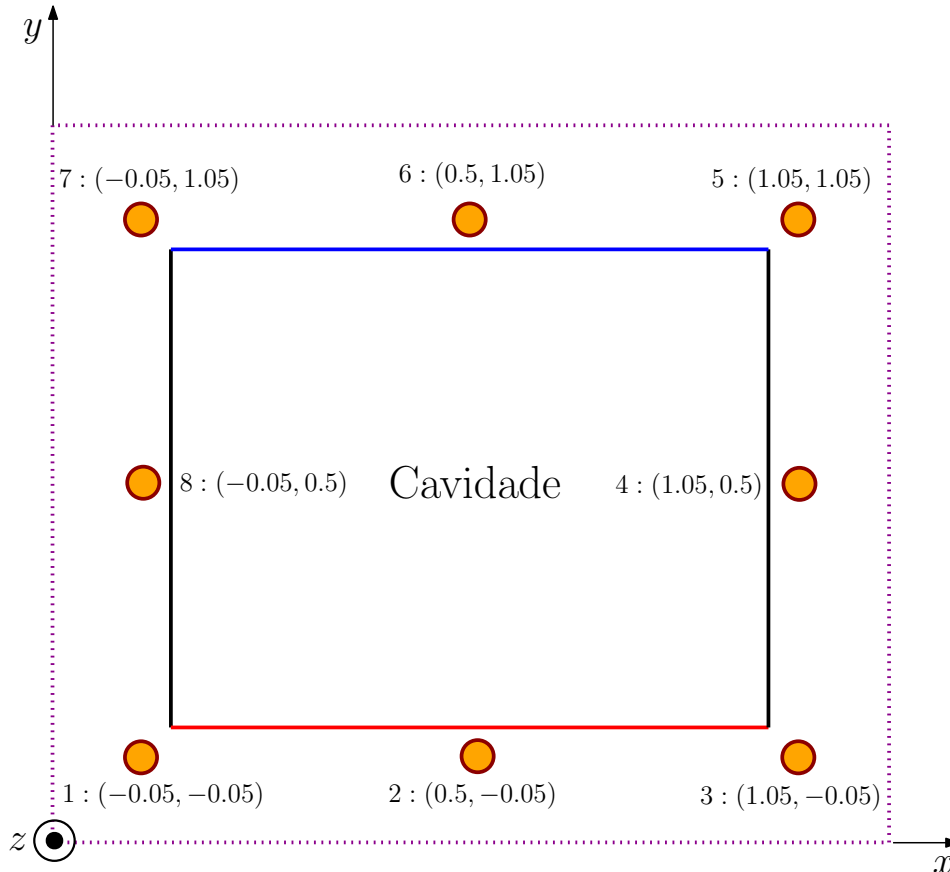


Figura 4.7: Ilustração das 8 posições que o fio condutor de eletricidade terá ao redor da cavidade.

4.2.1 Estudo desconsiderando a presença do obstáculo

Neste primeiro estudo, a cavidade é analisada sem a presença de um obstáculo em seu interior e preenchida com ferrofluido. O comportamento que este ferrofluido desenvolve é regido pela termoconvecção magnética gerada pelo gradiente de temperatura existente entre as paredes superior e inferior da cavidade e pela influência do campo magnético gerado pelo fio condutor elétrico. O caso de referência é mostrado na Seção 4.1 pela Figura 4.1c, em que o $Ra = 10^5$ e o $Ra_m = 0$ e $\overline{Nu} = 4.169$, porém a variação do posicionamento da fonte magnética ocasiona mudanças no escoamento de ferrofluido, como mostram as figuras: 4.8, 4.9, 4.10, 4.11, 4.12, 4.13, 4.14 e 4.15.

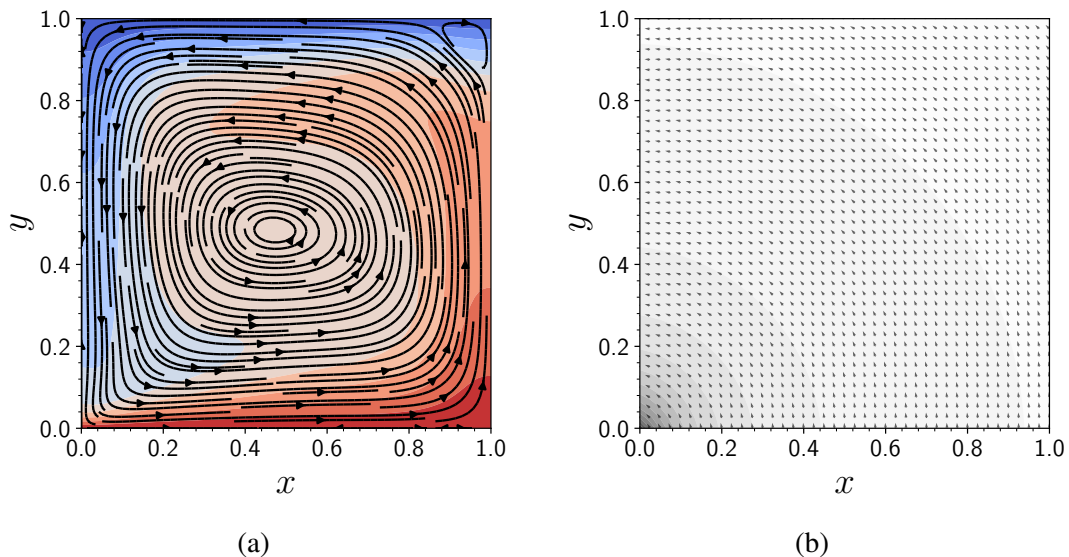


Figura 4.8: Gráficos de distribuição de temperatura com linhas de corrente (a) e do respectivo campo magnético gerado pela fonte magnética posicionada em $(-0.05, -0.05)$ (b).

Na primeira simulação, a fonte magnética é posicionada em $(-0.05, -0.05)$, como mostra a Figura 4.8. O escoamento desenvolve duas recirculações: uma é a grande recirculação que engloba, praticamente, todo o interior da cavidade e a outra é uma minúscula recirculação posicionada no vértice superior direito da cavidade. A grande recirculação apresenta características singulares como: a recirculação tem um giro no sentido anti-horário, sua forma é bem definida com seu centro bem-posto no centro da cavidade contendo um sutil deslocamento à esquerda e observa-se uma maior concentração de ferrofluido há elevadas temperaturas em seu interior. A minúscula recirculação, apesar de parecer insignificante, controla a expansão do ferrofluido a alta temperatura no sentido do vértice superior direito e está diagonalmente oposta a posição da fonte magnética. A posição da fonte magnética influencia bastante no escoamento de ferrofluido, pois ela acaba atraindo o ferrofluido a baixa temperatura para próxima de si, o que justifica o sentido de giro da recirculação. A disposição do campo de temperatura no interior da cavidade apresenta uma predominância do ferrofluido há temperaturas mais elevadas nas paredes inferior e lateral direita, mostrando que há interferência da fonte magnética sobre o campo de temperatura. O efeito da posição da fonte magnética faz com que o mecanismo de transferência de calor gere um valor de \overline{Nu} igual a 4.390 que é 5.3% maior que o respectivo valor no caso sem a influência da fonte magnética. Isto mostra que esta posição causa um módico aumento das trocas de calor no sistema.

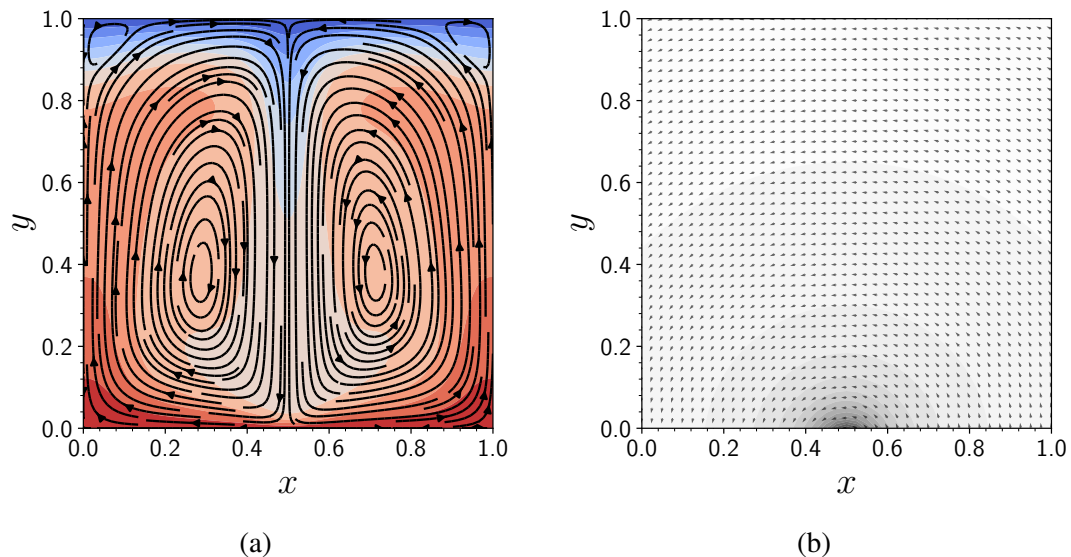


Figura 4.9: Gráficos de distribuição de temperatura com linhas de corrente (a) e do respectivo campo magnético gerado pela fonte magnética posicionada em $(0.5, -0.05)$ (b).

A segunda simulação é mostrada pela Figura 4.9, onde a fonte magnética é posicionada em $(0.5, -0.05)$. O escoamento desenvolve quatro recirculações bem definidas e espelhadas entre si. A configuração das duas maiores recirculações se assemelha muito a configuração das células de *Bénard*, porém com uma certa deformidade próxima da posição onde a fonte magnética foi posicionada, de modo que os centros delas são ligeiramente deslocados para baixo. A simetria do sistema também é presente e bem definida, em que o ferrofluido a alta temperatura sobe pelas paredes laterais da cavidade e o ferrofluido a baixa temperatura desce pelo centro. As duas minúsculas recirculações encontram-se posicionadas nos vértices superiores da cavidade e funcionam como uma barreira ao ferrofluido de alta temperatura que sobe pelas laterais. O campo de temperatura é bem definido com uma predominância nítida do ferrofluido a alta temperatura no interior da cavidade, enquanto o ferrofluido a baixa temperatura se concentra na parede superior e no centro da cavidade, porém com menor expressão. O efeito de posição da fonte magnética faz o mecanismo de transferência de calor gerar um valor de \overline{Nu} igual a 5.351 que é 28.35% maior que o respectivo valor no caso sem a influência da fonte magnética. Isto mostra que esta posição causa um considerável aumento das trocas de calor no sistema.

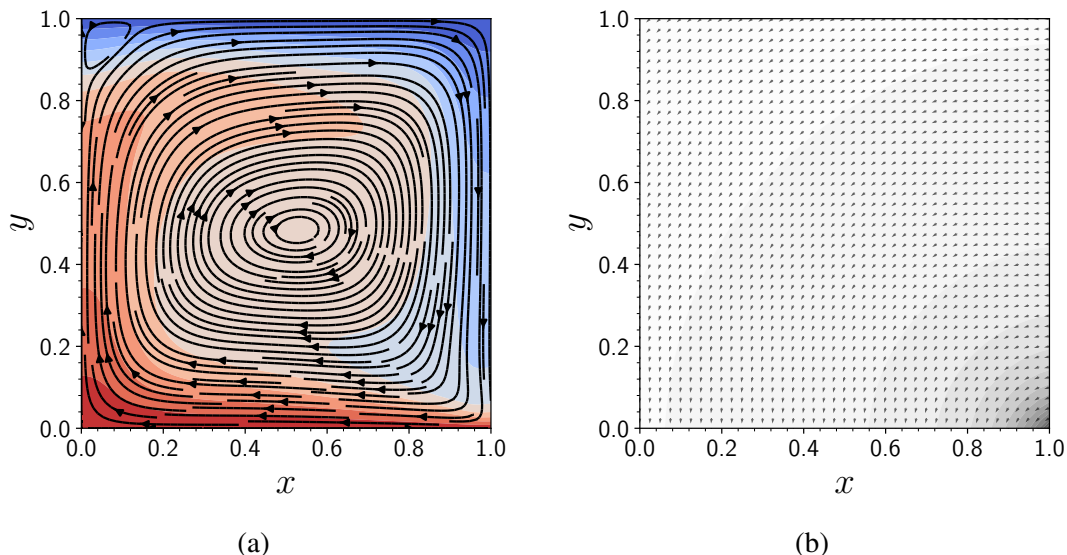


Figura 4.10: Gráficos de distribuição de temperatura com linhas de corrente (a) e do respectivo campo magnético gerado pela fonte magnética posicionada em $(1.05, -0.05)$ (b).

Para a terceira simulação, em que a fonte magnética é posta em $(1.05, -0.05)$ e vista na Figura 4.10. O escoamento de ferrofluido desenvolve um comportamento e uma topologia igual ao primeiro caso (Figura 4.8), porém de forma espelhada. Logo, não há o que se elucidar sobre esse caso, pois a única grande mudança seria o giro da grande e única recirculação estar no sentido horário, sobretudo quando o valor de \overline{Nu} é igual a 4.391, como no caso espelhado.

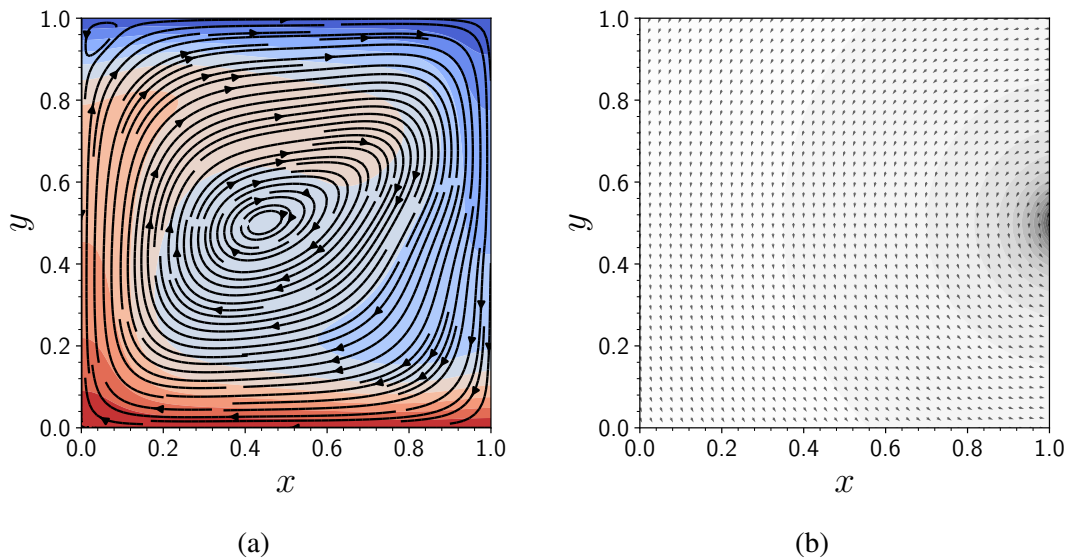


Figura 4.11: Gráficos de distribuição de temperatura com linhas de corrente (a) e do respectivo campo magnético gerado pela fonte magnética posicionada em $(1.05, 0.5)$ (b).

Na quarta simulação, onde a fonte magnética é posicionada em $(1.05, 0.5)$ e apresentada na Figura 4.11. O escoamento desenvolve duas recirculações: uma grande recirculação que engloba, praticamente, todo o interior da cavidade e outra minúscula recirculação posicionada no vértice superior direito. A grande recirculação gira no sentido horário e apresenta uma deformidade em sua porção direita de modo que a recirculação parece estar enviesada

para nordeste da parede lateral direita, ou seja, uma região entre o vértice superior direito e a posição em que a fonte magnética está localizada. Junto a essa evidência, observa-se que o centro da grande recirculação segue o enviesamento do escoamento e apresenta um sutil deslocamento para a esquerda. A minúscula recirculação, acaba tendo um papel equivalente às observadas nos casos anteriores (figuras 4.8, 4.9 e 4.10), ou seja, girar no sentido oposto da grande recirculação, servir como uma barreira para o ferrofluido a alta temperatura que vai em sua direção e ter uma posição oposta a fonte magnética. O campo de temperatura no interior da cavidade muda consideravelmente quando comparado ao primeiro e ao terceiro casos pois se verifica uma maior predominância do ferrofluido a baixa temperatura no interior da cavidade. Esta predominância demonstra como a posição da fonte magnética é relevante para o comportamento do escoamento de ferrofluido e como o ferrofluido a baixa temperatura é suscetível ao empuxo termomagnético, principalmente, quando esse está mais próximo da fonte magnética. O efeito da posição da fonte magnética faz mecanismo de transferência de calor gerar um valor de \overline{Nu} igual a 3.990, sendo 4.2% menor que o respectivo valor no caso sem a influência da fonte magnética. Isso mostra que esta posição diminui modicamente as trocas de calor que ocorrem no sistema.

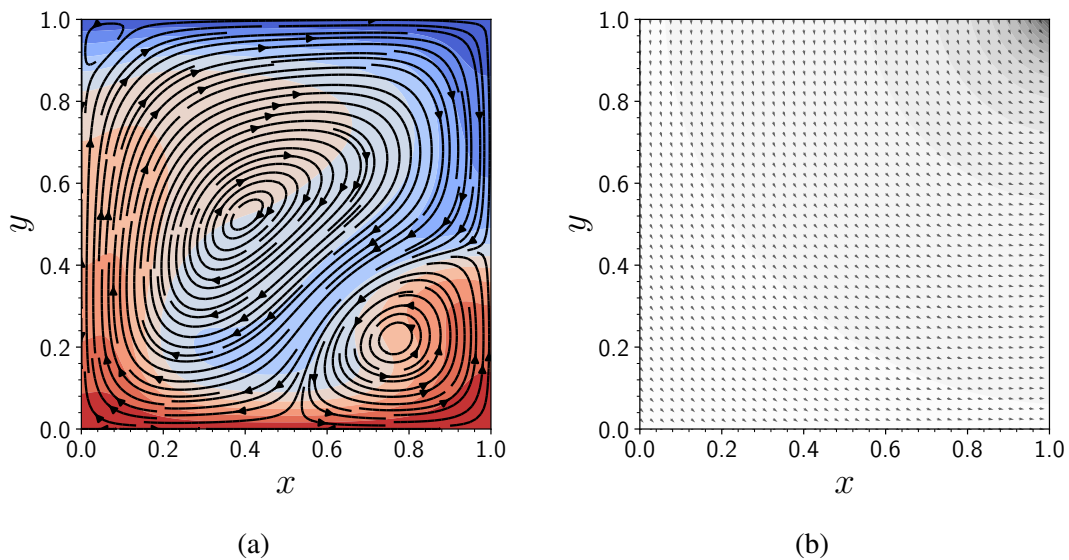


Figura 4.12: Gráficos de distribuição de temperatura com linhas de corrente (a) e do respectivo campo magnético gerado pela fonte magnética posicionada em (1.05, 1.05) (b).

Na quinta simulação em que a fonte magnética é posicionada em (1.05, 1.05) e mostrada pela Figura 4.12. O escoamento sofre mudanças consideráveis em sua conformação pois esse acaba desenvolvendo três recirculações no interior da cavidade: uma minúscula recirculação posicionada no vértice superior esquerdo, uma segunda recirculação diagonalmente oposta a anterior e de maior expressividade (ocupando aproximadamente 12,5% do interior da cavidade) e uma terceira e maior recirculação que engloba praticamente todo o interior da cavidade restante. A minúscula recirculação mantém o comportamento visto nos casos anteriores e, de certa forma, sempre oposta a posição onde a fonte magnética está. A segunda recirculação apresenta uma maior dimensão e ocupa boa parte do quadrante inferior direito da cavidade. Esta recirculação apresenta uma maior concentração de ferrofluido a alta temperatura, gira no sentido anti-horário, oposto ao sentido de giro da maior recirculação e exerce um papel de redirecionamento do ferrofluido a baixa temperatura que se desloca de cima para baixo da cavidade. Além disso, essa recirculação apresenta um achatamento de

sua porção superior esquerda quando em contato com o fluxo de ferrofluido a baixa temperatura que desce, apesar de aparentar manter seu centro na posição central. A terceira e maior recirculação gira no sentido horário, apresenta uma certa deformidade em sua porção inferior esquerda devido à presença da segunda recirculação. O centro está sucintamente deslocado para a esquerda devido à deformidade causada pela interação com a segunda recirculação, em que é observado um enviesamento diagonal do ferrofluido a baixa temperatura que desce. O campo de temperatura junto com a direção e sentido do escoamento de ferrofluido apresentam um comportamento que tende a se igualar ao comportamento que ocorre no segundo caso (Figura 4.9) que é o ferrofluido a alta temperatura subir pelas laterais e o ferrofluido a baixa temperatura descer pelo centro. Contudo, como a fonte magnética está posicionada próxima ao vértice superior direito e o ferrofluido a baixa temperatura se mostra mais suscetível aos seus efeitos, ocorre um deslocamento do ferrofluido a baixa temperatura para próximo da região onde a fonte magnética está posicionada. Dessa forma, a termoconvecção magnética presente na cavidade causa o encontro entre o ferrofluido a alta temperatura (que tenta subir pela parede lateral direita) e o ferrofluido a baixa temperatura (que tenta descer pela parede lateral direita). Este encontro acaba gerando a segunda recirculação e o desvio em diagonal do ferrofluido a baixa temperatura para o centro. O efeito da posição da fonte magnética faz o mecanismo de transferência de calor gerar um valor de \overline{Nu} igual a 3.791, sendo 9% menor que o respectivo valor no caso sem a influência da fonte magnética. Isso mostra que esta posição diminui ainda mais as trocas de calor que ocorrem no sistema, quando comparado com o caso anterior.

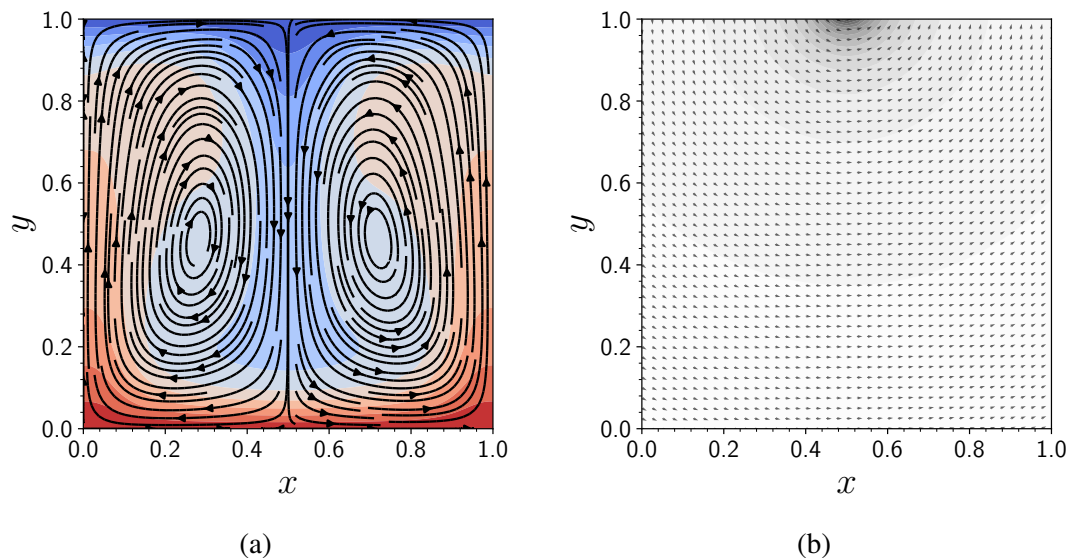


Figura 4.13: Gráficos de distribuição de temperatura com linhas de corrente (a) e do respectivo campo magnético gerado pela fonte magnética posicionada em $(0.5, 1.05)$ (b).

A sexta simulação mostrada pela Figura 4.13, onde a fonte magnética é posicionada em $(0.5, 1.05)$, apresenta um comportamento do escoamento similar ao segundo caso (Figura 4.9), contudo, há diferenças notáveis entre os dois casos. O escoamento de ferrofluido apresenta duas recirculações bem definidas, de mesma dimensão e com seus centros sutilmente deslocados para o centro e, de certa forma, apontando na direção e sentido da região onde foi posicionada a fonte magnética. O escoamento, como no segundo caso, apresenta o ferrofluido a alta temperatura subindo pelas laterais da cavidade e o ferrofluido a baixa temperatura descendo pelo centro. Além disso, a disposição das duas recirculações assemelha-se

à configuração das células de *Bénard*. Além de neste caso não existir as duas pequenas recirculações presentes no segundo caso, o campo de temperatura é, praticamente, oposto ao do segundo caso porque há uma concentração majoritária de ferrofluido a baixa temperatura disposto no interior da cavidade. Isso também configura uma maior difusividade energética entre o ferrofluido a baixa e alta temperaturas no interior da cavidade. A posição da fonte magnética acaba atraindo o ferrofluido a baixa temperatura para perto de si, o que explica uma maior concentração deste ferrofluido no centro e uma maior difusividade energética entre os ferrofluido a baixa e alta temperaturas e provavelmente um fluxo mais intenso do escoamento no interior da cavidade. O efeito da posição da fonte magnética faz com que o mecanismo de transferência de calor gere um valor de \overline{Nu} igual a 4.568 que é 9,5% maior que o respectivo valor no caso sem a influência da fonte magnética. Isso mostra que esta posição tem um aumento moderado das trocas de calor que ocorrem no sistema.

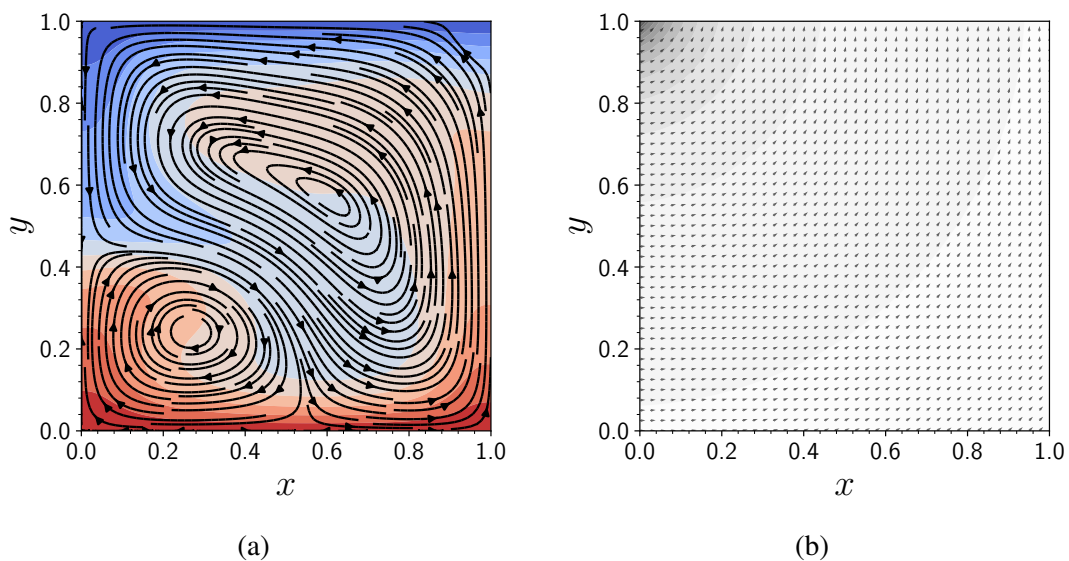


Figura 4.14: Gráficos de distribuição de temperatura com linhas de corrente (a) e do respectivo campo magnético gerado pela fonte magnética posicionada em $(-0.05, 1.05)$ (b).

A sétima simulação, onde a fonte magnética é localizada em $(-0.05, 1.05)$ e mostrada na Figura 4.14. O escoamento de ferrofluido desenvolve um comportamento e uma topologia semelhante ao quinto caso 4.12, e de certa forma espelhada. Porém, aqui não há a formação da pequena recirculação no vértice direito superior da cavidade, o centro da maior recirculação apresenta um certo esticamento e há uma maior difusividade energética do ferrofluido a alta e baixa temperaturas. Dessa forma, o espelhamento ocorre de forma específica e parcial. O mecanismo de transferência de calor acabou gerando um valor de \overline{Nu} igual a 3.776 que é apenas 0.4% menor que o valor obtido pela quinta posição. Uma observação a ser feita é que a disposição das linhas de corrente e da distribuição de temperatura teve mudanças módicas em relação ao seu caso espelho, sendo que não há qualquer tipo de influência extra sobre o sistema e ambos os casos: sétima e quinta posições estão em regime permanente.

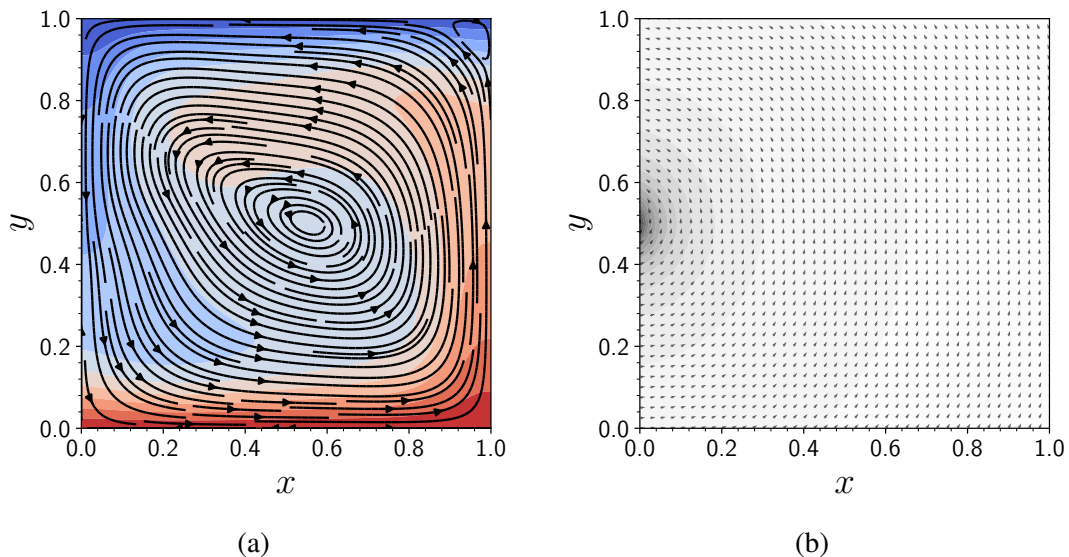


Figura 4.15: Gráficos de distribuição de temperatura com linhas de corrente (a) e do respectivo campo magnético gerado pela fonte magnética posicionada em $(-0.05, 0.5)$ (b).

A oitava simulação, onde a fonte magnética é posicionada é dada por $(-0.05, 0.5)$ e vista na Figura 4.15. O escoamento de ferrofluido desenvolve um comportamento e a topologia igual ao quarto caso (Figura 4.11), porém de forma espelhada devido à posição da fonte magnética que é oposta ao do quarto caso. Dessa forma, não há, necessariamente, o que se elucidar sobre este caso. Além de que o valor de \overline{Nu} igual a 3.990.

4.2.2 Estudo considerando a presença do obstáculo retangular isolado

Neste segundo estudo, a cavidade é analisada com a presença de um obstáculo retangular isolado termicamente e engastado no centro da parede lateral esquerda. Este obstáculo tem sua dimensão definida pelos vértices $(0.0, 0.45)$, $(0.0, 0.55)$, $(0.8, 0.45)$ e $(0.8, 0.55)$ e a proposta é simular uma configuração de cavidade composta, onde o ferrofluido esteja confinado em duas regiões que se conectem por uma abertura. Dessa forma, a variação da fonte magnética ao redor da cavidade pode fornecer quais posições são mais eficazes para a ocorrência do mecanismo de transferência de calor e quais não são.

O caso de referência é apresentado na Figura 4.16, em que é considerado $Ra_m = 0$ e $Ra = 10^5$, a presença do obstáculo retangular isolado e o ferrofluido sofrendo, somente, o efeito das paredes superior resfriada e inferior aquecida, o que justifica o porquê da recirculação de ferrofluido a baixa temperatura estar concentrada na porção superior da cavidade e a recirculação de ferrofluido a alta temperatura estar concentrada na porção inferior da cavidade.

A abertura de conexão apresenta uma relação de proporcionalidade entre a área da seção transversal da cavidade e a área da seção transversal da abertura de conexão de $\frac{L}{0.2L} = 5$. Esta razão expressa que a abertura tem uma dimensão muito pequena em relação à dimensão da cavidade e do obstáculo, além de ela ser o único local que provê o contato entre as duas porções da cavidade. Isso explica porque os centros de ambas recirculações estão deslocados em direção da abertura e porque o mecanismo de convecção natural não se desenvolve como esperado. A topologia do escoamento de ferrofluido dentro da cavidade é tão bem definida e simétrica em relação ao plano do obstáculo e a distribuição térmica se apresenta em uma forma dualista e polarizada.

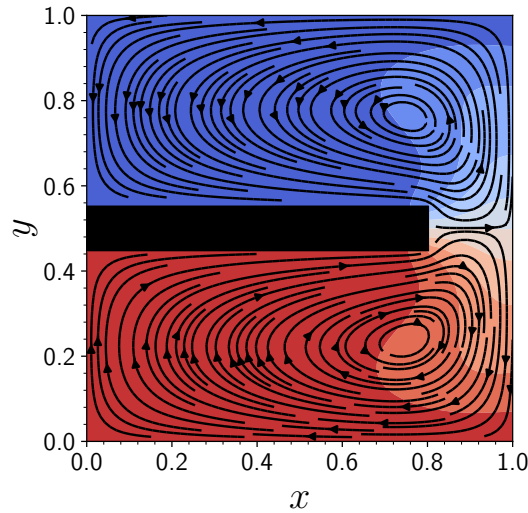


Figura 4.16: Distribuição de temperatura e linhas de corrente da convecção natural do ferrofluido no interior da cavidade quadrada, com a presença de um obstáculo retangular isolado e sem influência da fonte magnética, para $Ra = 10^5$ e $Ra_m = 0$.

Uma observação relevante é que as explicações anteriormente feitas em relação a este modelo de referência em estudo e pelo que é mostrado pela Figura 4.16, constatou-se que o mecanismo de transferência de calor teve seu funcionamento alterado quando comparado ao caso de referência da Subseção 4.2.1 pois o valor do \overline{Nu} para este caso foi de 4.169, enquanto para o caso desta seção foi de 0.571. Isso expressa uma diminuição de 86,30% nas trocas de calor que ocorrem na cavidade de modo que o obstáculo atrapalha drasticamente o mecanismo de transferência de calor.

Continuando, as figuras 4.17, 4.18, 4.19, 4.20, 4.21, 4.22, 4.23 e 4.24 apresentam o mesmo estudo realizado na Subseção 4.2.1, porém para o caso com obstáculo.

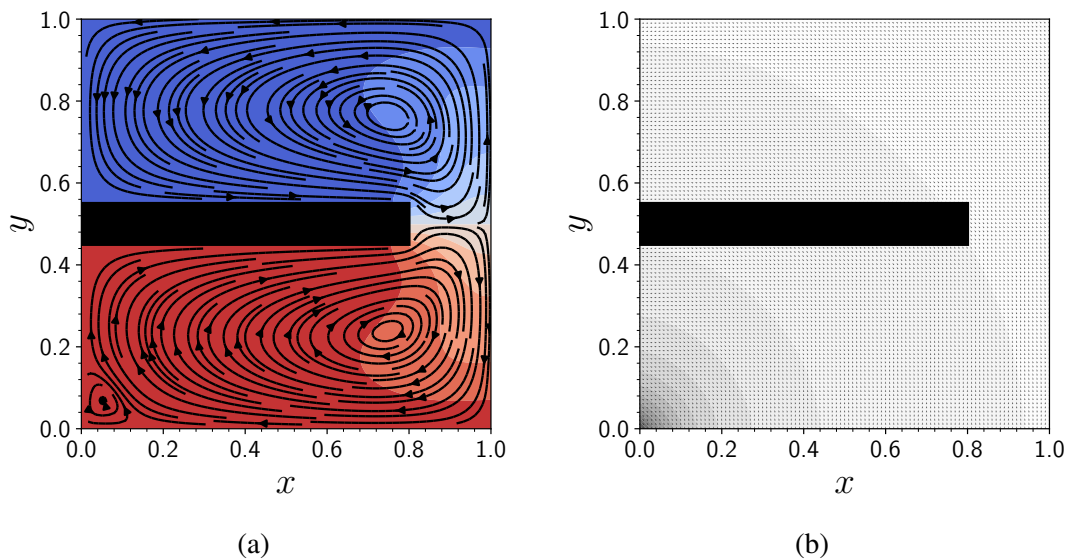


Figura 4.17: Gráficos de distribuição de temperatura com linhas de corrente (a) e do respectivo campo magnético gerado pela fonte magnética posicionada em $(-0.05, -0.05)$ (b).

Na primeira simulação, a fonte magnética é posicionada em $(-0.05, -0.05)$, como mostra a Figura 4.17. O efeito magnético atua somente na porção inferior da cavidade de modo

que somente o ferrofluido a alta temperatura acaba interagindo com esses efeitos. Por isso a porção superior se mantém como no caso de referência. O escoamento de ferrofluido da porção inferior acaba tendo mudanças em sua topologia, porém são mudanças muito sutis, porque ocorre a geração de uma singela recirculação adjacente ao local que a fonte magnética foi posicionada e ocorre uma diminuição da recirculação central da grande recirculação presente na porção inferior da cavidade. A distribuição de temperatura se mantém como no caso de referência e, conseqüentemente, o mecanismo de transferência de calor não se beneficia da posição em que a fonte magnética foi colocada pois o valor do \overline{Nu} foi igual a 0.576 que é, somente, 0.87% maior que o respectivo valor no caso sem a influência da fonte magnética.

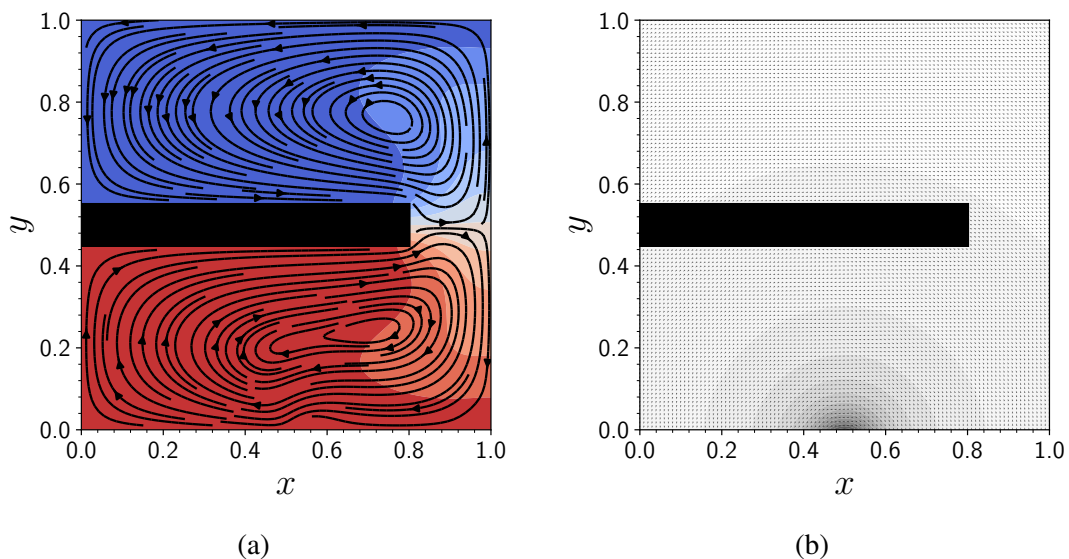


Figura 4.18: Gráficos de distribuição de temperatura com linhas de corrente (a) e do respectivo campo magnético gerado pela fonte magnética posicionada em $(0.5, -0.05)$ (b).

Na segunda simulação, em que a fonte magnética é localizada em $(0.5, -0.05)$ e apresentada na Figura 4.18. O efeito magnético atua somente na porção inferior da cavidade, como no caso anterior, fazendo com que a porção superior da cavidade não seja afetada e mantenha o ferrofluido a baixa temperatura com a topologia igual à do caso de referência. O escoamento de ferrofluido da porção inferior apresenta mudanças quando comparado ao caso anterior e ao caso de referência. Nesse caso, não há três recirculações como no caso anterior. O centro da grande recirculação sofre uma distensão de modo a modificar de forma ínfima as linhas de corrente próximas ao local em que a fonte magnética foi posicionada. Estas mudanças se devem a suscetibilidade que o ferrofluido tem ao efeito magnético gerado pela fonte, mesmo que as partículas magnéticas presentes no ferrofluido a alta temperatura estejam mais espaçadas que no caso do ferrofluido a baixa temperatura. A distribuição de temperatura se mantém como no caso de referência e o mecanismo de transferência de calor apresenta uma módica melhora em sua eficiência pois o seu valor de \overline{Nu} torna-se igual a 0.606 que é 6.1% maior que o respectivo valor no caso sem a influência da fonte magnética.

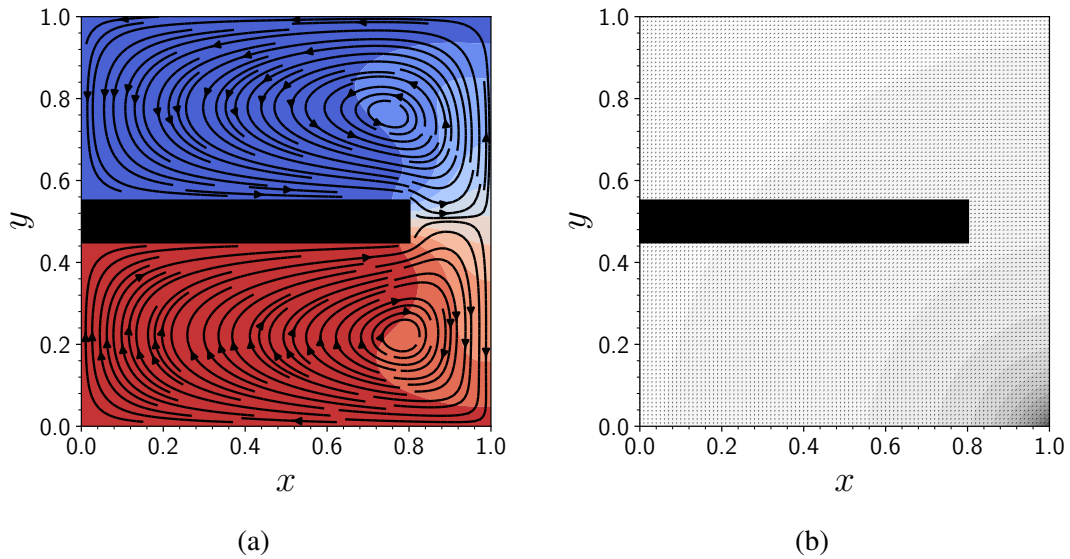


Figura 4.19: Gráficos de distribuição de temperatura com linhas de corrente (a) e do respectivo campo magnético gerado pela fonte magnética posicionada em $(1.05, -0.05)$ (b).

Para a terceira simulação vista na Figura 4.19, onde a fonte magnética é posta em $(1.05, -0.05)$ e . O efeito magnético continua atuando somente na porção inferior da cavidade e mantendo a porção superior da cavidade com sua topologia intacta. O escoamento de ferrofluido da porção inferior, praticamente, não apresenta mudanças significativas. Dessa forma, percebe-se apenas uma diminuta variação diametral da recirculação central da grande recirculação de ferrofluido a alta temperatura. A distribuição de temperatura também não apresenta mudanças, porém há mais uma módica melhora na eficiência do mecanismo de transferência de calor pois o seu valor de \overline{Nu} torna-se igual a 0.628 que é 9.9% maior que o respectivo valor no caso sem a influência da fonte magnética.

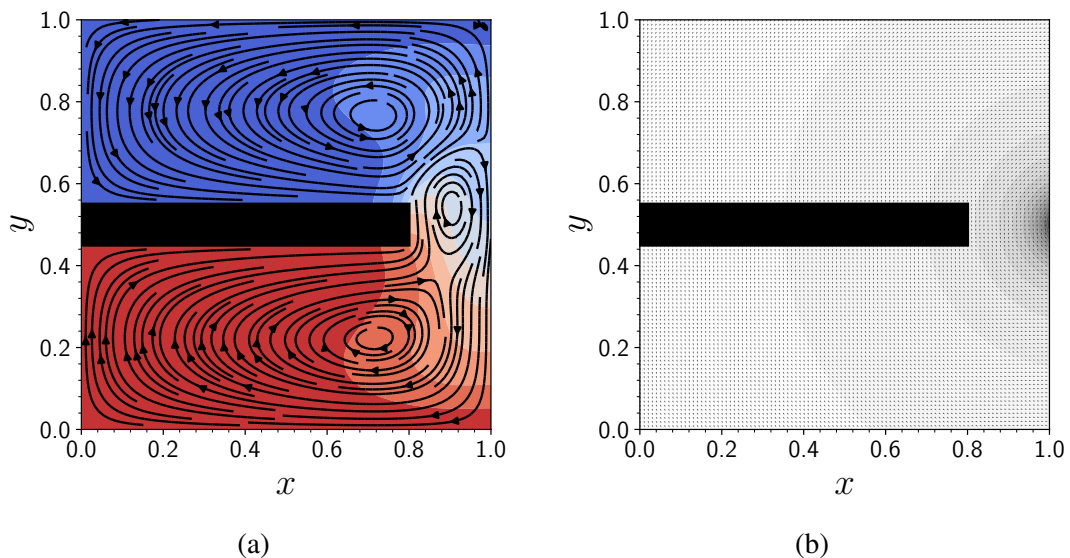


Figura 4.20: Gráficos de distribuição de temperatura com linhas de corrente (a) e do respectivo campo magnético gerado pela fonte magnética posicionada em $(1.05, 0.5)$ (b).

A quarta simulação teve a fonte magnética localizada em $(1.05, 0.5)$ e apresentada pela Figura 4.20. O campo magnético gera uma terceira recirculação bem na pequena abertura de

conexão. Esta nova recirculação tem uma dimensão menor que as outras duas recirculações por ela estar limitada pela área da abertura. Além disso, ela é ligeiramente deslocada no sentido da porção superior da cavidade e apresenta uma grande difusividade energética de ferrofluido a alta e a baixa temperaturas. Essa configuração ocorre devido à fonte magnética estar posicionada adjacente à região da abertura de conexão, onde há o contato de ferrofluido a alta e baixa temperaturas. Além disso, observa-se uma mudança no campo de temperatura de modo que transparece uma transferência de calor nos arredores da abertura de conexão. Isso se comprova com o valor do \overline{Nu} dessa configuração que foi igual a 0.739 que é 29,42% maior que o respectivo valor no caso sem a influência da fonte magnética. Assim sendo, a configuração proposta fornece uma alta eficiência do mecanismo de transferência de calor tomada as devidas condições ao qual o escoamento de ferrofluido está sujeito.

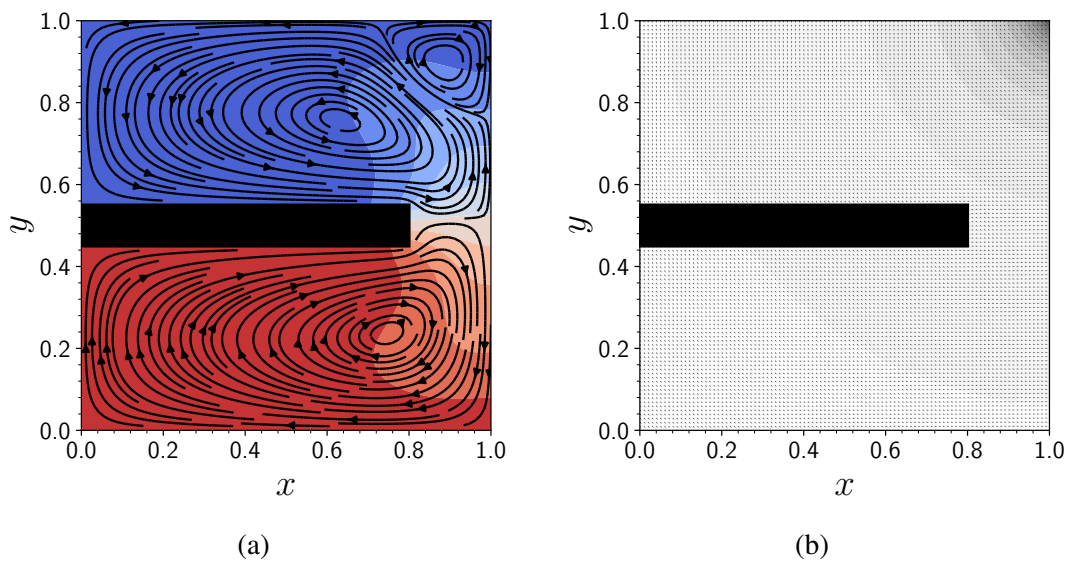


Figura 4.21: Gráficos de distribuição de temperatura com linhas de corrente (a) e do respectivo campo magnético gerado pela fonte magnética posicionada em (1.05, 1.05) (b).

Na quinta simulação, (1.05, 1.05) foi a posição da fonte magnética, como visto na Figura 4.21. O efeito magnético também gera uma terceira recirculação de menor dimensão, porém esta encontra-se posicionada no vértice superior direito da cavidade adjacente à posição em que a fonte magnética foi posta. O escoamento de ferrofluido a alta temperatura na porção inferior da cavidade não apresenta mudanças de modo que sua topologia é igual ao do caso de referência. Já o escoamento de ferrofluido a baixa temperatura na porção superior da cavidade apresenta a formação de duas recirculações: uma grande recirculação e uma pequena recirculação, onde a menor é comprimida pela maior. Além disso, a região da abertura não apresenta um fluxo de escoamento e trocas de calor como no caso anterior. Com isso, a menor recirculação parece funcionar como uma obstrução ao efeito magnético gerado pela fonte magnética sobre o ferrofluido a baixa temperatura presente na grande recirculação. Por isso, a distribuição de temperatura não apresenta mudanças e parece estar equilibrada, configurando um cenário em que o mecanismo de transferência de calor parece não existir ou ser muito ineficiente. Esse raciocínio é condizente com a situação pois o seu valor de \overline{Nu} é igual a 0.485 que é 15% menor que o seu respectivo valor no caso sem a influência da fonte magnética. Assim sendo, essa configuração fornece uma baixíssima eficiência do mecanismo de transferência de calor, tornando essa posição da fonte magnética ruim para a ocorrência das trocas de calor do sistema.

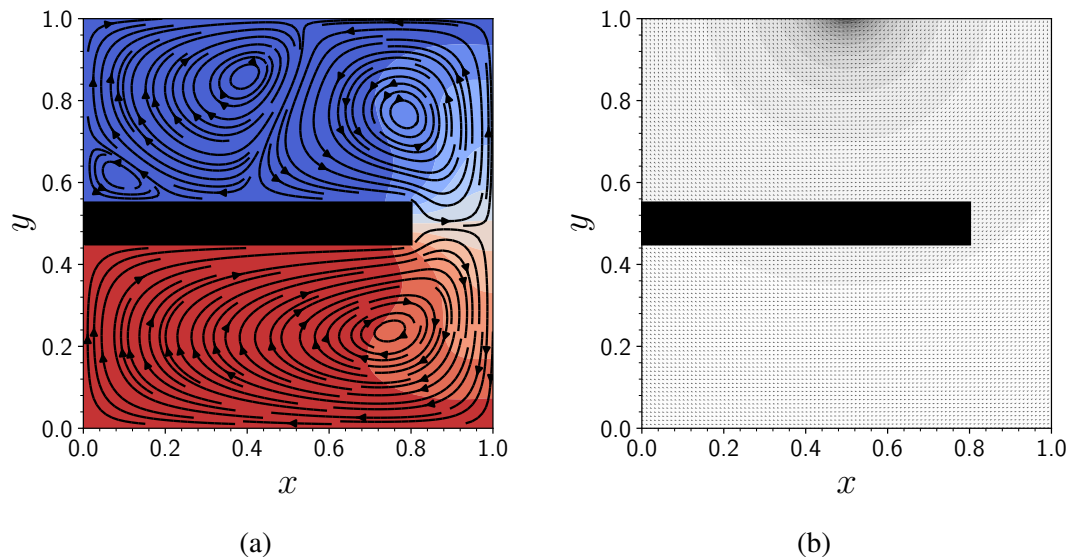


Figura 4.22: Gráficos de distribuição de temperatura com linhas de corrente (a) e do respectivo campo magnético gerado pela fonte magnética posicionada em $(0.5, 1.05)$ (b).

A sexta simulação considerou a fonte magnética em $(0.5, 1.05)$ como mostrado pela Figura 4.22. O efeito magnético age somente na porção superior da cavidade, fazendo com que a topologia da grande recirculação de ferrofluido a alta temperatura presente na porção inferior da cavidade não sofra qualquer tipo de mudança. Porém, na porção superior, o efeito magnético gera uma grande desordem na região e surge três recirculações totalmente distintas em tamanho, forma posição e disposição de centro. Com isso, o escoamento de ferrofluido a baixa temperatura forma uma topologia desordenada, em que a menor recirculação aparece sobre o vértice superior esquerdo do obstáculo sendo comprimida pela segunda maior recirculação. Essa, por sua vez, divide a região próxima ao local em que a fonte magnética foi localizada, ao ponto que seu centro é atraído no sentido da fonte. Por fim, a maior recirculação tem sua geometria com uma definição melhor que as anteriores e se encontra próxima à abertura de conexão, porém observa-se que o fluxo de escoamento na abertura se mantém em equilíbrio e sem demonstrar uma ocorrência nítida de trocas de calor entre as porções inferior e superior da cavidade. A distribuição de temperatura confirma a afirmação anterior pois o escoamento de ferrofluido não apresenta mudanças nítidas, mesmo com a presença de quatro recirculações que interagem entre si no interior da cavidade. Devido a isso, o mecanismo de transferência de calor não se beneficia da posição em que a fonte magnética foi localizada pois o valor de \overline{Nu} é igual a 0.540 que é 5.4% menor que o respectivo valor no caso sem a influência da fonte magnética.

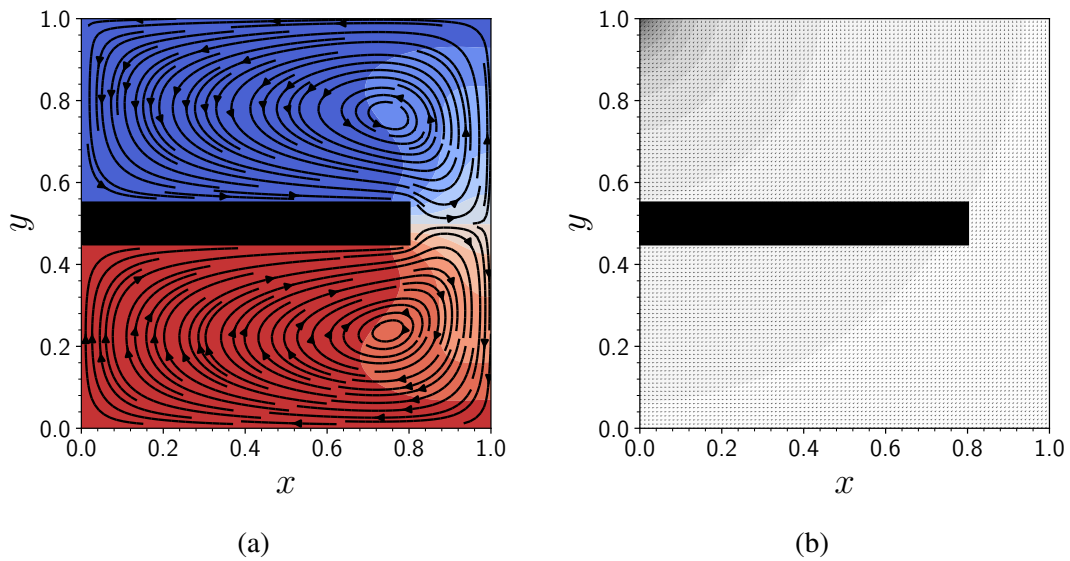


Figura 4.23: Gráficos de distribuição de temperatura com linhas de corrente (a) e do respectivo campo magnético gerado pela fonte magnética posicionada em $(-0.05, 1.05)$ (b).

Para a sétima simulação, a Figura 4.23 apresenta a fonte magnética posicionada em $(-0.05, 1.05)$. O efeito magnético continua atuando somente na porção superior da cavidade, porém a topologia do escoamento de ferrofluido a baixa temperatura torna-se igual à topologia do caso de referência. Este ocorrido transparece que o efeito magnético gerado pela fonte não está causando influência sobre o ferrofluido. Essa evidência fica clara quando o centro da grande recirculação não apresenta qualquer mudança de posição, e, além disso, não há qualquer geração de novas recirculações como nos dois últimos casos. A distribuição de temperatura apresenta o mesmo padrão do caso de referência e o mecanismo de transferência de calor apresenta uma eficiência igual ao caso de referência pois o valor de \overline{Nu} é igual 0.569 que é duas unidades milésimas a menos que o valor do caso de referência, ou seja, 0.35% menor que o valor do caso de referência.

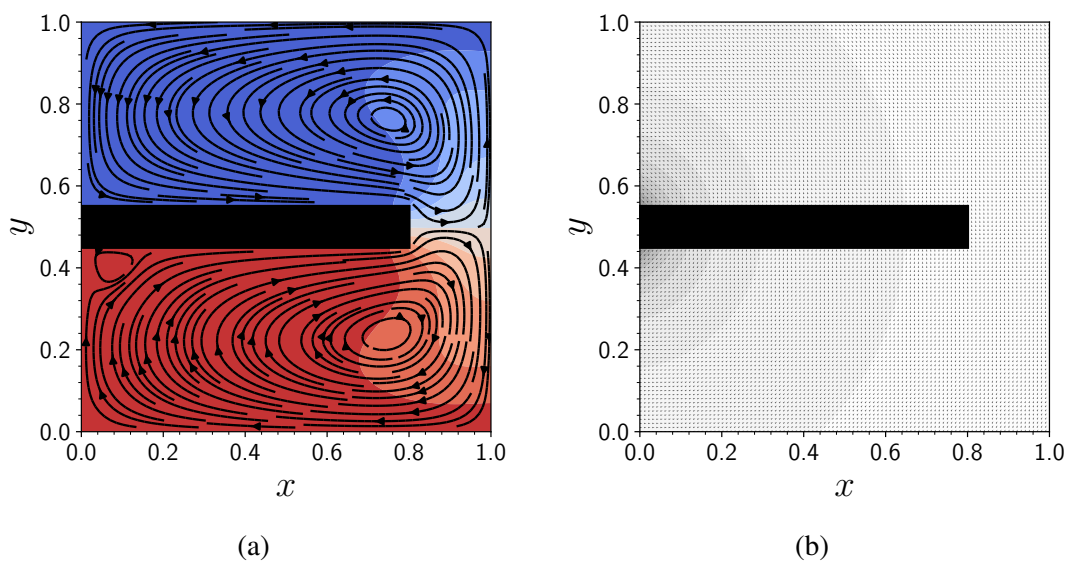


Figura 4.24: Gráficos de distribuição de temperatura com linhas de corrente (a) e do respectivo campo magnético gerado pela fonte magnética posicionada em $(-0.05, 0.5)$ (b).

A oitava simulação, onde a fonte magnética é localizada em $(-0.05, 0.5)$ e vista na Figura 4.24. O efeito magnético continua atuando somente na porção superior da cavidade e a topologia do escoamento de ferrofluido a baixa temperatura na porção superior da cavidade apresenta a mesma configuração do caso de referência. A topologia do escoamento de ferrofluido a alta temperatura na porção inferior da cavidade apresenta uma minúscula recirculação posicionada no vértice inferior esquerdo do obstáculo e próxima ao local em que a fonte magnética foi posicionada, mas não deixa de apresentar a grande recirculação de ferrofluido a alta temperatura que é similar a do caso de referência. Essa configuração mostra que o empuxo termomagnético acaba sendo prejudicado pelo posicionamento do obstáculo. Isso acaba corroborando para que a distribuição de temperatura não tenha mudanças significativas quando comparada com o caso de referência. Além disso, o mecanismo de transferência de calor apresenta uma eficiência igual ao caso de referência pois o valor de \overline{Nu} é igual 0.572 (uma unidade milesimal a mais que o valor do caso de referência), ou seja, 0.17% maior que o valor do caso de referência.

4.2.3 Comportamento do número de *Nusselt* em função da posição da fonte magnética

Um estudo do comportamento do \overline{Nu} em função da posição da fonte magnética ao redor da cavidade é apresentado por meio dos gráficos 4.25 e 4.26. O primeiro gráfico citado mostra o comportamento do \overline{Nu} para o caso sem a presença do obstáculo no interior da cavidade, enquanto o segundo gráfico citado também mostra o comportamento do \overline{Nu} , porém para o caso com a presença do obstáculo retangular isolado no interior da cavidade. Além disso, a Tabela 4.1 apresenta os valores de \overline{Nu} para ambos os casos de estudo em relação a cada posição em que a fonte magnética foi estudada.

Tabela 4.1: Valores do número de *Nusselt* médio (\overline{Nu}) em função das posições relativas da fonte magnética.

Posição	$\overline{Nu}_{\text{Sem Obst.}}$	$\overline{Nu}_{\text{Com Obst.}}$
1 : $(-0.05, -0.05)$	4.390	0.576
2 : $(0.5, -0.05)$	5.351	0.606
3 : $(1.05, -0.05)$	4.391	0.628
4 : $(1.05, 0.5)$	3.990	0.739
5 : $(1.05, 1.05)$	3.791	0.485
6 : $(0.5, 1.05)$	4.568	0.540
7 : $(-0.05, 1.05)$	3.482	0.569
8 : $(-0.05, 0.5)$	3.990	0.572

A Tabela 4.1 apresenta os valores de \overline{Nu} dos dois casos de estudo apresentados anteriormente. No caso sem a presença de obstáculo, o maior valor obtido foi de 5.351, referente à posição 2 $(0.5, -0.05)$ da fonte magnética. Já o caso em que há a presença do obstáculo retangular isolado, o maior valor obtido foi de 0.739, referente a posição 4 $(1.05, 0.5)$ da fonte magnética. Isso apresenta um aumento das trocas de calor para ambos os casos, essas seriam as melhores posições para colocar a fonte magnética. Raciocínio semelhante pode ser feito para o caso em que se deseje minimizar as trocas de calor para ambos os casos de estudo.

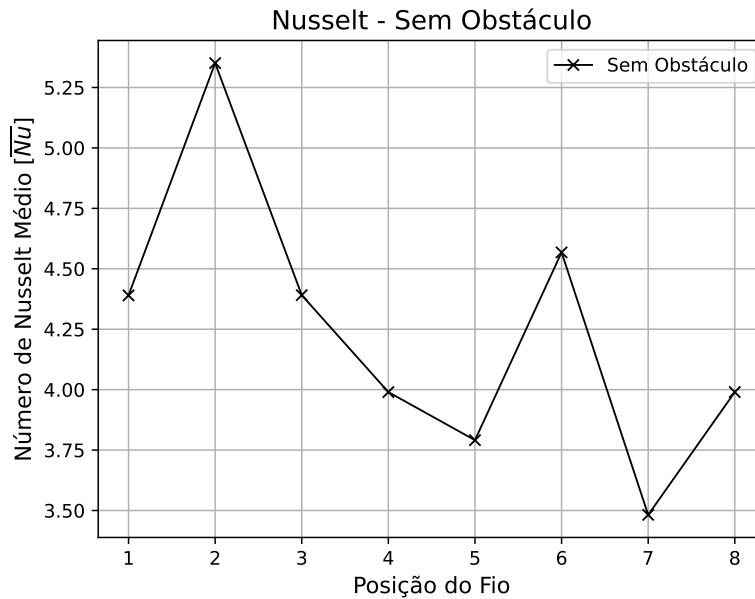


Figura 4.25: Número de *Nusselt* médio (\overline{Nu}) em função da posição da fonte magnética ao redor da cavidade sem a presença do obstáculo.

O gráfico 4.25 apresenta o comportamento do \overline{Nu} para o caso sem a presença de obstáculo no interior da cavidade, onde pode se observar as melhores e piores posições que a fonte magnética pode ter para que o \overline{Nu} tenha um valor alto ou baixo. Além disso, o gráfico exibe a posição 1 como um fator de referência e, por meio dele, pode se avaliar as variações percentuais entre cada posição e verificar quais posições beneficiam ou desfavorecem o mecanismo de transferência de calor.

O gráfico exibe um traçado abstrato geometricamente, mas que apresenta uma estrutura de picos e vales em sentido decrescente. Visualiza-se no gráfico que as posições 2 (0.5, -0.05) e 6 (0.5, 1.05) beneficiam o mecanismo de transferência de calor, mesmo que a posição 6 não forneça trocas de calor de alta intensidade. Outra investigação feita é a análise da curva formada pelos pontos 3, 4 e 5, em que o mecanismo de transferência de calor decresce consideravelmente em relação à posição 2 e, também, de certa forma, a posição 1 de referência. Por fim, a posição 7 representa a pior posição para que o mecanismo de transferência de calor seja eficiente e a posição 8 tem seu resultado equivalente ao da posição 4.

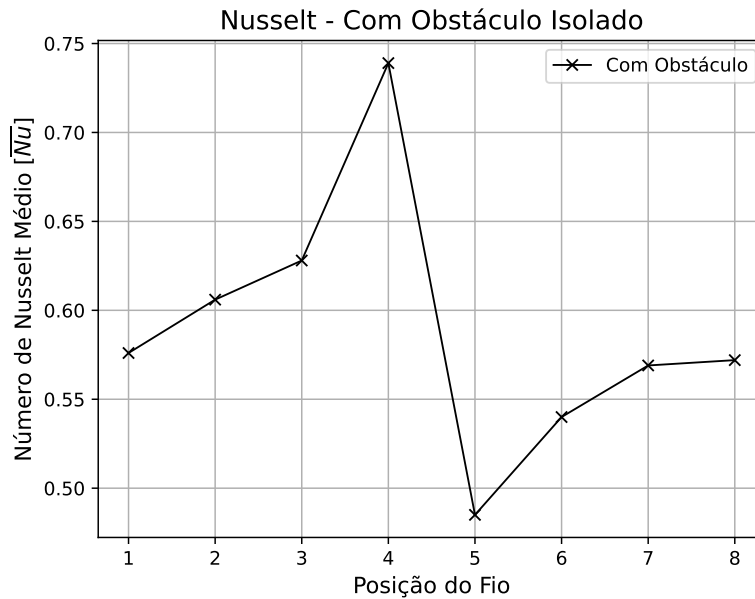


Figura 4.26: Número de *Nusselt* médio (\overline{Nu}) em função da posição da fonte magnética ao redor da cavidade com a presença do obstáculo retangular isolado.

O gráfico da Figura 4.26 apresenta o comportamento do \overline{Nu} para o caso com a presença de obstáculo retangular isolado que segue a mesma modelização do gráfico anterior. Além disso, ele também exibe um traçado abstrato geometricamente, mas com um só pico e um só vale em sua conformação, quando comparado ao gráfico anterior. Entretanto, o comportamento de seu traçado é peculiar pois ele inicia com um crescimento do \overline{Nu} para as posições 2, 3 e 4; mostrando que estas posições beneficiam o mecanismo de transferência de calor e que a posição 4 (ponto de máximo) é a mais eficiente delas. Logo depois, há uma queda abrupta em direção a posição 5 (ponto de mínimo) em que o mecanismo de transferência de calor tem seu maior desfavorecimento no sistema. Contudo, após a posição 5, o traçado apresenta um crescimento em formato exponencial em direção as posições 6, 7 e 8. Esses pontos, quando comparados a posição 5, apresentam uma melhora na transferência de calor. No entanto, as posições 6, 7 e 8 também não favorecem o mecanismo de transferência de calor pois encontram-se abaixo da posição 1.

4.3 Efeito da intensidade do campo magnético

Nesta seção, um estudo sobre a influência da intensidade do efeito magnético sobre o escoamento de ferrofluido é realizado. A localização do fio condutor de eletricidade está, novamente, em (1.05, 0.5) (Figura 4.3). A cavidade é mantida quadrada com as paredes laterais isoladas, parede superior resfriada e parede inferior aquecida e a presença do obstáculo retangular com as seguintes coordenadas consideradas: (0.0, 0.45), (0.0, 0.55), (0.8, 0.45) e (0.8, 0.55). O estudo é dividido em duas frentes, em que a primeira considera o obstáculo retangular isolado e a segunda considera o obstáculo retangular aquecido ($\theta = 1$).

As condições de contorno específicas deste estudo são determinadas pela fixação do número de *Rayleigh* em 10^5 e pela variação do número de *Rayleigh* Magnético de 0 até 10^7 buscando gerar campos magnéticos de diferentes intensidade.

Com isso, a proposta do estudo é simular diferentes intensidades do efeito magnético

sobre o escoamento de ferrofluido sujeito a dois diferentes aspectos do obstáculo retangular e analisando o comportamento desse escoamento de ferrofluido no interior da cavidade para ambos os obstáculos. O mesmo será feito para o mecanismo de transferência de calor do sistema.

4.3.1 Obstáculo retangular isolado

Neste primeiro estudo é considerado a presença do obstáculo retangular isolado engastado no centro da parede lateral direita da cavidade. O caso de referência deste estudo é apresentado na Subseção 4.2.2, em que o $Ra = 10^5$, o $Ra_m = 0$ e o mecanismo de transferência de calor regido pelo valor do \overline{Nu} é de 0.571. A forma do escoamento é apresentada pela Figura 4.16.

Observou-se que o empuxo gravitacional dominou o empuxo termomagnético, quando o Ra_m foi igual a 0, 10^1 , 10^2 e 10^3 . Isso fez a topologia do escoamento e o comportamento do mecanismo de transferência de calor não apresentarem quaisquer tipos de mudanças em seus respectivos valores e disposições gráficas, de modo que seus resultados foram desconsiderados para esta análise.

Com isso, a Figura 4.27 apresenta os estudos dos casos em que Ra_m é igual a 10^4 (Figura 4.27a), 10^5 (Figura 4.27b), 10^6 (Figura 4.27c) e 10^7 (Figura 4.27d), sendo o valor de $Ra = 10^5$ e a referência padrão para o mecanismo do empuxo gravitacional.

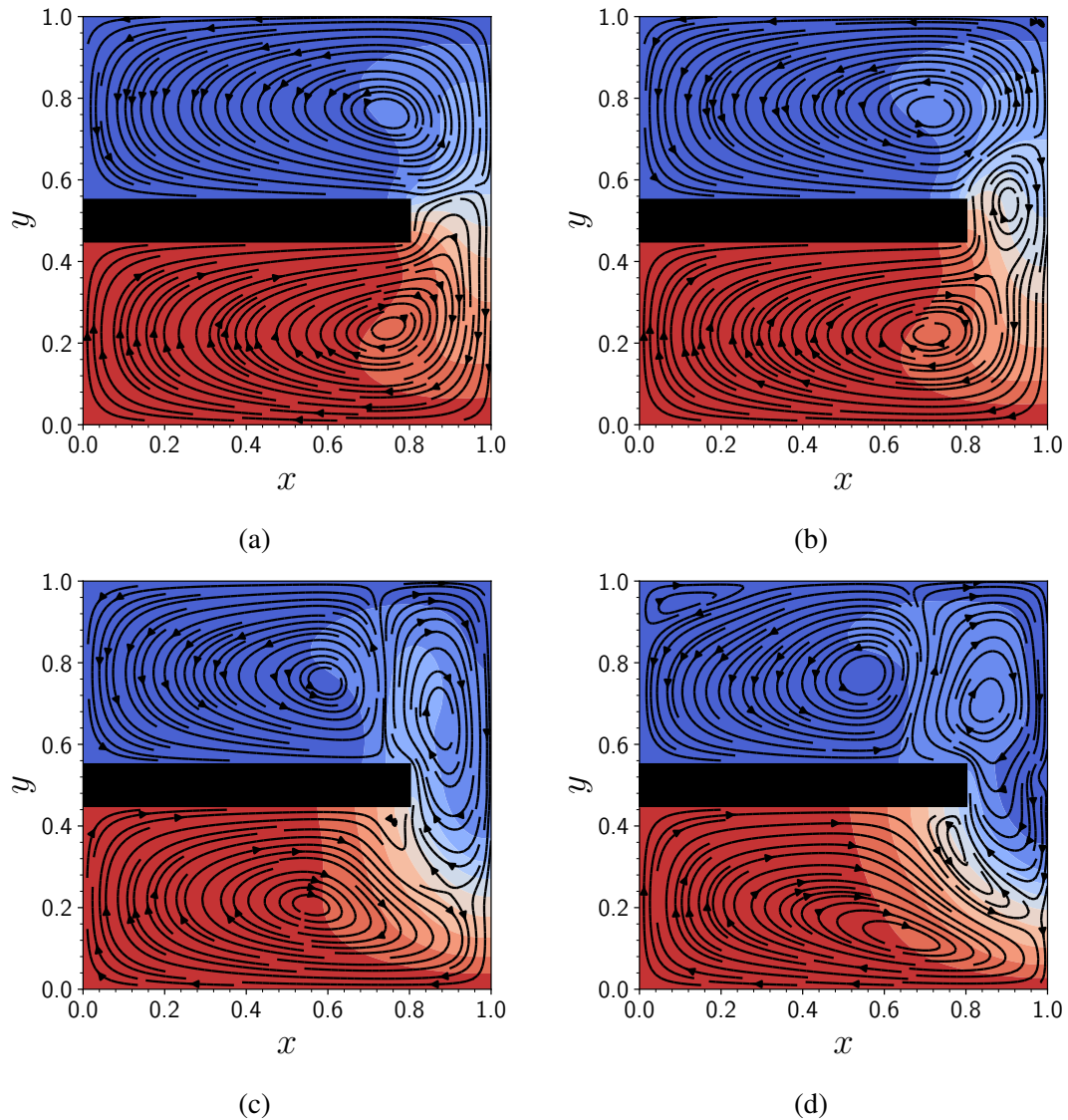


Figura 4.27: Gráficos das linhas de corrente e do campo de temperatura da termoconvecção magnética do ferrofluido no interior da cavidade quadrada, sob influência de um obstáculo retangular isolado, com a presença da fonte magnética definida pelo conjunto de figuras presentes em 4.3, considerando $Ra = 10^5$ e $Ra_m = 10^4$ (a), 10^5 (b), 10^6 (c) e 10^7 (d).

O primeiro caso em análise é apresentado pela Figura 4.27a, em que $Ra_m = 10^4$ e $Ra = 10^5$. O empuxo gravitacional ainda domina o empuxo termomagnético, porém o gráfico apresenta uma singular variação do comportamento da recirculação de ferrofluido a alta temperatura na região da abertura de conexão entre as porções inferior e superior da cavidade. Nessa região, a recirculação de ferrofluido a alta temperatura movimenta-se em direção a recirculação de ferrofluido a baixa temperatura, de maneira a comprimi-la na porção superior da cavidade. A ocorrência deste cenário, apesar de não mudar muito a difusividade energética no interior da cavidade, faz com que o mecanismo de transferência de calor gere um valor de \overline{Nu} igual a 0.594 que é 4% maior que o respectivo valor no caso sem a influência da fonte magnética.

O segundo caso em análise é apresentado pela Figura 4.27b, em que $Ra_m = 10^5$ e $Ra = 10^5$. Esse caso foi abordado na Subseção 4.2.2, onde o empuxo gravitacional entra em competição direta com o empuxo termomagnético. Essa competição gera uma terceira re-

circulação (menor que as demais) na região da abertura de conexão entre as porções inferior e superior da cavidade, de modo a modificar contundentemente a topologia do escoamento. Isso faz com que o mecanismo de transferência de calor gere um valor de \overline{Nu} igual a 0.739 que é 29,42% maior que o respectivo valor no caso sem a influência da fonte magnética.

O terceiro caso em análise é apresentado pela Figura 4.27c, em que $Ra_m = 10^6$ e $Ra = 10^5$. A partir daqui, o empuxo gravitacional é dominado pelo empuxo termomagnético. Esse domínio gera mudanças significativas na topologia do escoamento, em que a terceira recirculação (adjacente à parede lateral direita) presente no caso anterior se expande consideravelmente na região da abertura de conexão, tanto para baixo quanto para cima, e ainda é tomada pelo ferrofluido a baixa temperatura em sua constituição. Além disso, essa recirculação acaba comprimindo a recirculação de ferrofluido a alta temperatura existente na porção inferior da cavidade e acaba invadindo, aproximadamente 75% da porção superior da cavidade de modo a comprimir a recirculação de ferrofluido a baixa temperatura lá presente. Por fim, o mecanismo de transferência de calor deste caso gera um valor de \overline{Nu} igual a 0.799 que é 39.92% maior que o respectivo valor no caso sem a influência da fonte magnética, mas que é apenas 8.1% maior que o caso anterior.

O quarto caso em análise é apresentado pela Figura 4.27d, em que $Ra_m = 10^7$ e $Ra = 10^5$. O empuxo termomagnético é intensificado ao máximo, de modo que a topologia do escoamento sofre mudanças consideráveis. Estas mudanças se devem ao aparecimento de duas novas e menores recirculações no interior da cavidade, em que uma concentra-se no vértice superior esquerdo da cavidade e sendo totalmente formada por ferrofluido a baixa temperatura e a outra aparece entre a recirculação de ferrofluido a alta temperatura e a terceira recirculação do caso anterior, que é de ferrofluido a baixa temperatura, configurando a difusividade energética de ferrofluido de baixa e alta temperaturas. Por fim, apesar de a topologia do escoamento estar bem irregular, o mecanismo de transferência de calor deste caso gerou um valor de \overline{Nu} igual a 1.096 que é 91.94% maior que o respectivo valor no caso sem a influência da fonte magnética e 37,17% maior que o caso anterior.

Além de tudo isso, um estudo referente ao campo de velocidade da termoconvecção magnética do caso aqui estudado é realizado e apresentado pela Figura 4.28. Esta figura demonstra o campo de velocidade para o caso em que $Ra_m = 10^4$ (4.28a) e o campo de velocidade para o caso em que $Ra_m = 10^7$ (4.28b) a fim de apresentar como que a intensidade do efeito magnético consegue influenciar diretamente no comportamento do campo de velocidade do escoamento de ferrofluido.

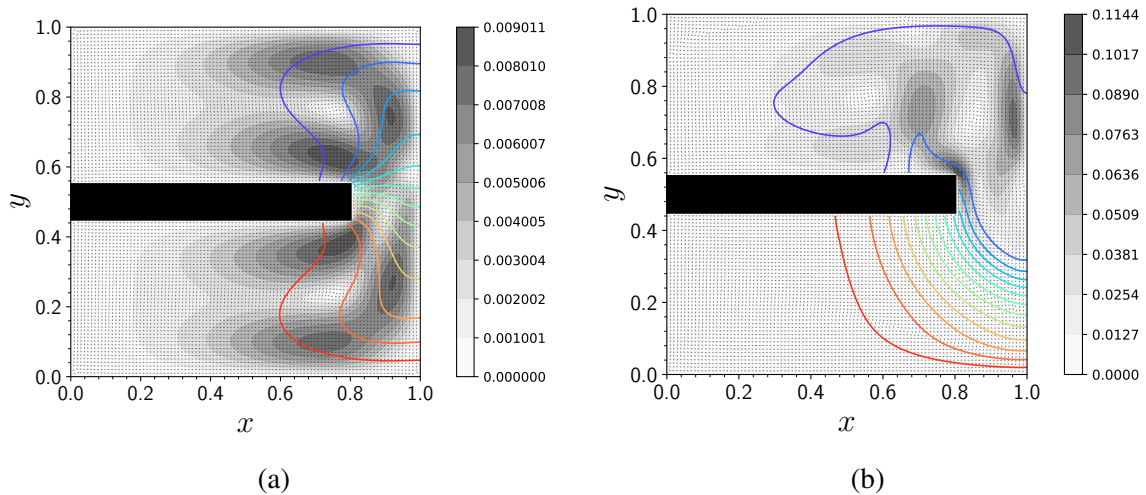


Figura 4.28: Gráficos dos campos de velocidade da termoconvecção magnética do ferrofluido junto à demarcação da temperatura do ferrofluido no interior da cavidade quadrada, com a presença do obstáculo retangular isolado, sob influência da fonte magnética definida pelo conjunto de figuras presentes em 4.3, para $Ra_m = 10^4$ (a) e 10^7 (b), com Ra fixo em 10^5 .

Nos gráficos presentes na Figura 4.28, as linhas coloridas representam uma demarcação do tipo de temperatura que está governando cada região interna do escoamento de ferrofluido e as áreas sombreadas e não sombreadas representam o campo de velocidade em que a região sombreada significa o local onde o fluxo de ferrofluido é o mais intenso.

No gráfico 4.28a, há diversas regiões sombreadas demonstrando a existência de um domínio do empuxo gravitacional sobre o empuxo termomagnético ($Ra_m < Ra$). O fluxo de ferrofluido mais intenso se dispersa de forma espelhada entre as porções da cavidade composta, de modo a apresentar fluxos intensos na porção da cavidade com ferrofluido a alta temperatura e na porção da cavidade com ferrofluido a baixa temperatura. Além disso, este mesmo fluxo de ferrofluido não consegue ser muito intenso pois seu maior valor na barra de escala ao lado do gráfico é de 0.0090.

No gráfico 4.28b, o comportamento do campo de velocidade já muda drasticamente pois o empuxo gravitacional é dominado pelo empuxo termomagnético ($Ra_m > Ra$). Desse modo, há uma maior desarmonização do campo de velocidade no interior da cavidade e uma diminuição dos sombreamentos. Esses sombreamentos, diferente do caso anterior, são concentrados na porção superior da cavidade e próximos da abertura de conexão, sendo formados apenas por ferrofluido a baixa temperatura. Além disso, o fluxo de ferrofluido tem sua intensidade elevada de modo que o maior valor na barra de escala ao lado do gráfico é de 0.1144.

Com isso, verifica-se que o empuxo termomagnético influencia significativamente o comportamento e a intensidade do fluxo de ferrofluido pois ele desarmoniza o campo de velocidade e concentra a sua maior intensidade na região mais suscetível ao seu efeito, a ponto de elevar a velocidade do fluxo nessa região de forma considerável. Isso é verificado quando comparado os maiores valores mostrados na barra de escala de ambos gráficos, em que o fluxo de ferrofluido para o caso de $Ra_m = 10^7$ é 16 vezes maior que o fluxo para o caso de $Ra_m = 10^4$.

Por fim, um estudo do comportamento do \overline{Nu} é apresentado pelo gráfico 4.29, onde é exibido o seu comportamento em função da intensidade do Ra_m sob influência do obstáculo retangular isolado, a fim de analisar o comportamento do mecanismo de transferência de calor.

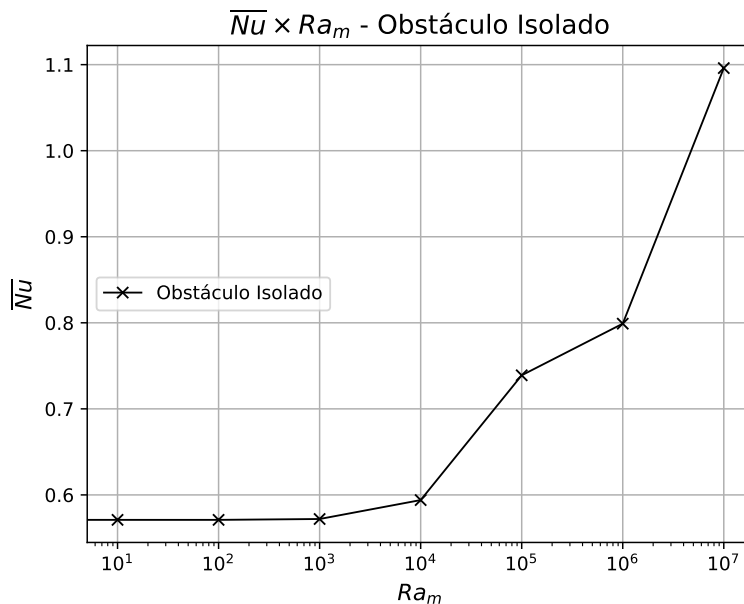


Figura 4.29: Número de *Nusselt* médio (\overline{Nu}) em função do número de *Rayleigh* magnético (Ra_m), considerando a presença de um obstáculo retangular isolado.

O gráfico 4.29 apresenta um comportamento crescente e meio irregular para \overline{Nu} enquanto o empuxo gravitacional domina o empuxo termomagnético ($Ra > Ra_m$) fazendo com que a eficiência do mecanismo de transferência de calor seja baixa e constante, a exceção de $Ra = 10^4$. Porém, quando o empuxo termomagnético se intensifica a ponto de haver uma competição com o empuxo gravitacional ($Ra \approx Ra_m$), ou mesmo, haver uma dominância do empuxo termomagnético ($Ra_m > Ra$), ocorre um crescimento da eficiência do mecanismo de transferência de calor, ao ponto de este dobrar, quando comparado com os casos em que o empuxo gravitacional é dominante.

4.3.2 Obstáculo retangular aquecido

Neste segundo estudo é considerado a presença do obstáculo retangular aquecido engastado no centro da parede lateral direita da cavidade. O seu caso de referência é apresentado na Figura 4.30 em que $Ra_m = 0$ e $Ra = 10^5$. O resto das condições de contorno seguem o mesmo raciocínio do estudo anterior.

Esse caso de referência é notável pois apresenta um comportamento da termoconvecção magnética do ferrofluido bem distinto dos casos de referência anteriores. Nesse cenário, visualiza-se a formação de quatro recirculações no interior da cavidade composta. A maior delas é formada somente por ferrofluido a alta temperatura, enquanto as outras três desenvolvem um aspecto de células de *Bénard* com dimensões similares e com alto grau de difusividade energética entre o ferrofluido a alta e baixa temperaturas.

Além disso, o sistema térmico formado pela parede inferior aquecida mais o obstáculo retangular aquecido e a parede superior resfriada exibe a existência de duas fontes quentes de calor e apenas uma fonte fria de calor para o escoamento de ferrofluido. Por isso, o mecanismo de transferência de calor regido pelo \overline{Nu} utilizado para as análises deste estudo foram todos relativos à parede superior resfriada.

Dito isto, o \overline{Nu} para este caso de referência forneceu o valor de 5.150 que é 9.6 vezes maior que valor de \overline{Nu} do caso de referência do estudo anterior. Esse resultado mostra que o

obstáculo aquecido contribui bastante para o mecanismo de transferência de calor do sistema.

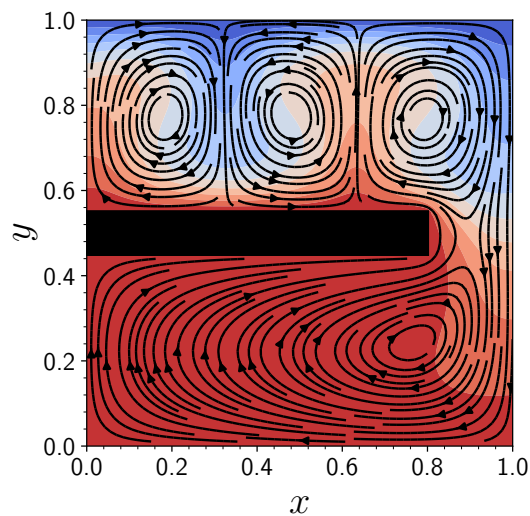


Figura 4.30: Distribuição de temperatura e linhas de corrente da convecção natural do ferrofluido no interior da cavidade quadrada, com a presença de um obstáculo retangular aquecido e sem influência da fonte magnética, em que $Ra = 10^5$ e $Ra_m = 0$.

Uma observação a ser feita para a obtenção do regime permanente do caso de $Ra_m = 10^7$ foi que o tempo de simulação teve que ser de $t = 5000$. Além disso, os casos em que o Ra_m foi igual a 0, 10^1 , 10^2 , 10^3 e 10^4 ; o empuxo gravitacional dominou o empuxo termomagnético. Assim, como no estudo anterior, a topologia do escoamento e o comportamento do mecanismo de transferência de calor não apresentaram mudanças significativas e por isso seus resultados foram desconsiderados para esta análise.

Com isso, a Figura 4.31 apresenta os estudos dos casos em que Ra_m foi igual 10^5 (Figura 4.31a), 10^6 (Figura 4.31b) e 10^7 (Figura 4.31c); mantendo o $Ra = 10^5$ como no estudo anterior.

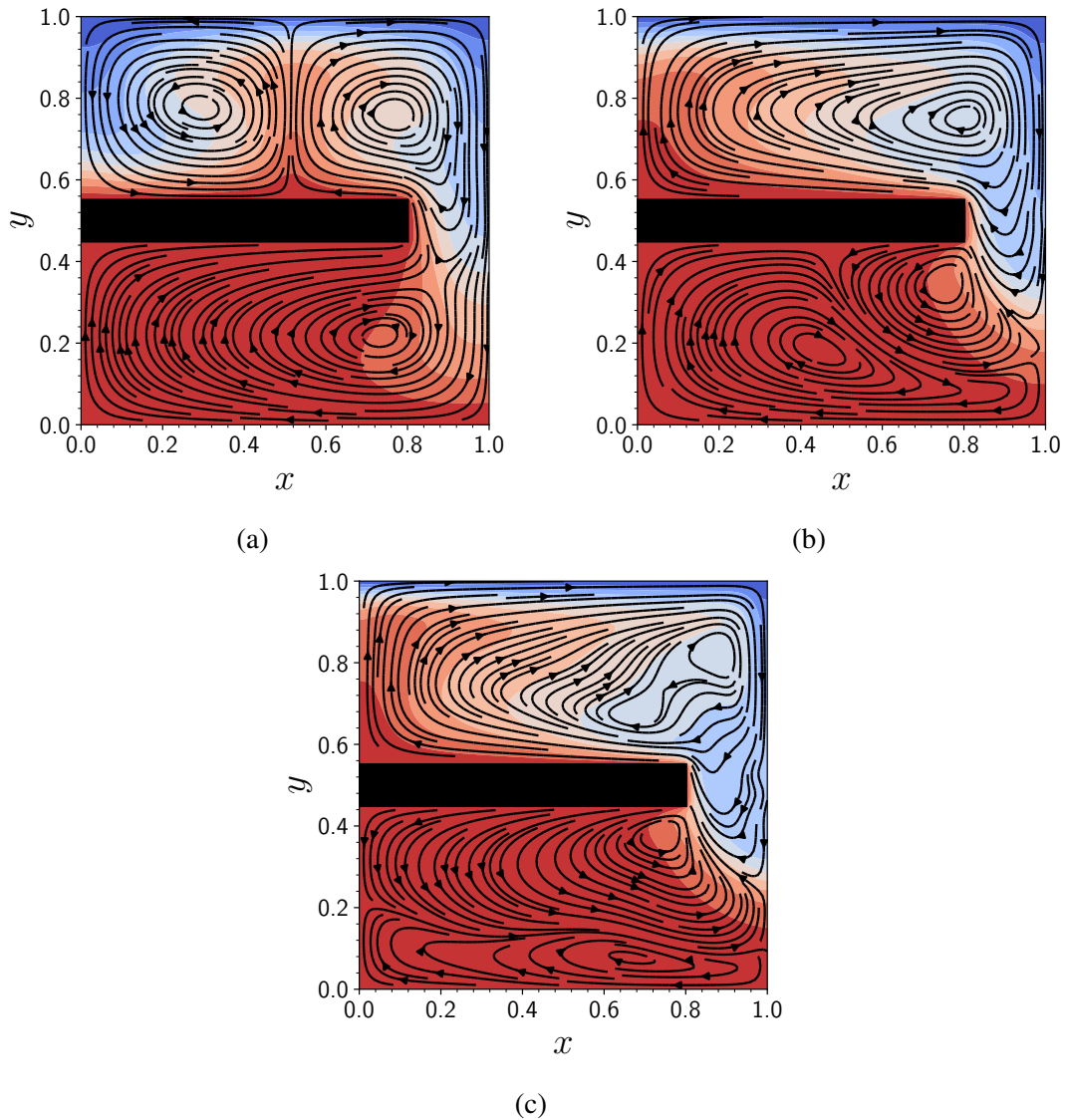


Figura 4.31: Gráficos das linhas de corrente e do campo de temperatura da termoconvecção magnética do ferrofluido no interior da cavidade quadrada, sob influência de um obstáculo retangular aquecido, com a presença da fonte magnética definida pelo conjunto de figuras presentes em 4.3, considerando $Ra = 10^5$ e $Ra_m = 10^5$ (a), 10^6 (b) e 10^7 (c).

O primeiro caso em análise é apresentado pela Figura 4.31a, em que $Ra_m = 10^5$ e $Ra = 10^5$. O empuxo gravitacional compete diretamente com o empuxo termomagnético de maneira que o escoamento de ferrofluido, nas porções superior e inferior da cavidade, sofre algumas mudanças em sua distribuição de temperatura e topologia. Na porção inferior da cavidade, o escoamento de ferrofluido recebe uma leve alteração de sua distribuição térmica, configurando uma maior difusividade energética entre ferrofluidos a alta e baixa temperaturas, tendo o centro de sua grande recirculação singelamente diminuído e deslocado para a esquerda. Na porção superior da cavidade, o escoamento de ferrofluido sofre uma mudança considerável porque o sistema de células de *Bénard* deixa de ser formado por três recirculações e torna-se um sistema, ainda semelhante às células de *Bénard*, de apenas duas recirculações, onde uma projeta-se no sentido da porção inferior da cavidade por meio da abertura de conexão. Contudo, o mecanismo de transferência de calor não se beneficia tanto quando se espera, pois o seu respectivo valor de \overline{Nu} é igual a 5.704, que é apenas 10,7%

maior que o respectivo valor no caso sem a influência da fonte magnética.

O segundo caso em análise é apresentado pela Figura 4.31b, em que $Ra_m = 10^6$ e $Ra = 10^5$. O empuxo gravitacional é dominado pelo empuxo termomagnético, de modo a gerar mudanças contundentes no escoamento de ferrofluido no interior da cavidade. Na porção inferior da cavidade ocorre uma divisão da grande recirculação de ferrofluido a alta temperatura em duas novas e irregulares recirculações de ferrofluido a alta temperatura, em que a menor delas fica com seu centro posicionado bem próximo da abertura de conexão e, também, fica sendo comprimida pela projeção da recirculação vinda da porção superior da cavidade e pela outra recirculação de presente na porção inferior da cavidade. Na porção superior da cavidade ocorre outra grande mudança na difusividade energética e na topologia do escoamento de ferrofluido. Isso ocorre porque as duas recirculações presentes no caso de competição entre os empuxos gravitacional e termomagnético desaparecem ou se fundem gerando uma única e grande recirculação. Essa única e grande recirculação projeta-se de forma intensa no sentido da porção inferior da cavidade e apresenta uma equilibrada difusividade energética em seu interior, contendo o ferrofluido a alta temperatura mais concentrado próximo ao obstáculo aquecido e o ferrofluido a baixa temperatura mais concentrado na parede superior resfriada e parede lateral direita isoladas. Além disso, o mecanismo de transferência de calor apresenta um maior benefício que no caso anterior, pois o seu respectivo valor de \overline{Nu} é igual a 6.484, que é apenas 25.9% maior que o respectivo valor no caso sem a influência da fonte magnética e 13,67% maior que o do caso anterior.

O terceiro caso em análise é apresentado pela Figura 4.31c, em que $Ra_m = 10^7$ e $Ra = 10^5$. O empuxo termomagnético é intensificado ao seu máximo, de modo que a topologia de todo o escoamento de ferrofluido presente no interior da cavidade sofre mudanças significativas, enquanto a difusividade energética apresenta uma maior harmonização em relação a grande recirculação presente na porção superior da cavidade. Na porção inferior da cavidade há uma troca de dominância entre as recirculações de ferrofluido a alta temperatura. A recirculação mais próxima da abertura de conexão aumenta consideravelmente o seu tamanho de modo a movimentar a outra recirculação de ferrofluido a alta temperatura inteiramente para próximo da parede inferior aquecida da cavidade e comprimi-la bastante. Na porção superior da cavidade a recirculação presente mantém vários dos aspectos do caso anterior, porém ocorre uma maior harmonização da distribuição de temperatura em seu interior, além da disformidade de seu centro em dois novos, sendo que ambos estão próximos da abertura de conexão. Com isso, o mecanismo de transferência de calor apresenta sua maior eficiência nesse caso, pois o seu respectivo valor de \overline{Nu} é igual a 10.350, que é 2 vezes maior que o respectivo valor no caso sem a influência da fonte magnética e 59.62% maior que o valor do caso anterior.

Por fim, um estudo do comportamento do \overline{Nu} é apresentado pelo gráfico 4.32, em que é exibido o seu comportamento em função da intensidade do Ra_m sob influência do obstáculo retangular aquecido, a fim de analisar o comportamento do mecanismo de transferência de calor.

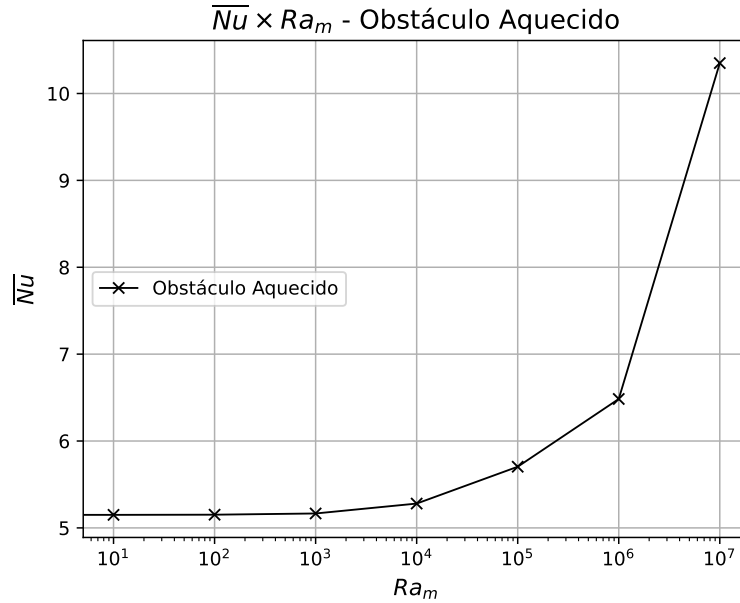


Figura 4.32: Número de *Nusselt* médio (\overline{Nu}) em função do número de *Rayleigh* magnético (Ra_m), considerando a presença de um obstáculo retangular aquecido.

O gráfico 4.32 apresenta um comportamento crescente para \overline{Nu} como no caso anterior, porém a curva formada é mais harmoniosa e com um aspecto exponencial. Isso confirma o que foi verificado no caso anterior para os cenários de empuxo gravitacional dominando o empuxo termomagnético ($Ra > Ra_m$) e empuxo gravitacional competindo ($Ra \approx Ra_m$) ou sendo dominando pelo empuxo termomagnético ($Ra_m > Ra$).

Uma observação a ser feita é que Castro et al. (2022) obtiveram resultados semelhantes para este caso de análise em relação ao comportamento da termoconvecção magnética do ferrofluido, no entanto, no trabalho deles foi utilizado um campo magnético linear.

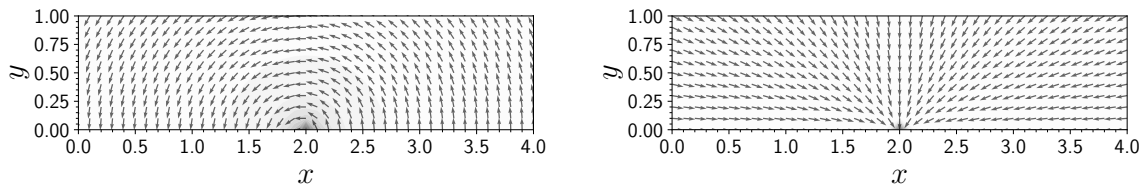
Outro ponto a se salientar é a mudança de comportamento do \overline{Nu} pelo Ra_m entre os modelos investigados (gráficos 4.29 e 4.32), provavelmente, deve-se muito às características do obstáculo. No presente caso, o obstáculo retangular aquecido acaba se comportando como uma segunda fonte de calor, fortalecendo o processo de termoconvecção magnética existente no interior da cavidade, enquanto que para o obstáculo isolado, este acaba funcionando como uma barreira ao processo de termoconvecção magnética do ferrofluido.

4.4 Investigação do mecanismo de células de *Bénard*

Nesta seção, um estudo do efeito do campo magnético sobre o mecanismo de células de *Bénard* é realizado a fim de tentar compreender alguns comportamentos ocorridos nos escoamentos de ferrofluido estudados ao longo desta dissertação, como a ocorrência ou não das células de *Bénard*. Nesse estudo é realizada algumas modificações das condições de contorno gerais e específicas em relação ao problema proposto na Seção 2.1.

No caso das condições de contorno gerais, a cavidade é reprojeta para uma versão retangular de tamanho 4.0×1.0 , as paredes laterais continuam isoladas, a parede inferior aquecida e a parede superior resfriada. A fonte magnética continua sendo o fio condutor de eletricidade, porém, sendo posicionado em $(2.0, -0.05)$, como apresentado nos gráficos 4.33a e 4.33b. A presença de qualquer tipo de obstáculo é desconsiderada para este estudo,

como também a variação da posição da fonte magnética em relação à cavidade.



(a) Campo magnético gerado pelo fio na posição (2.0, -0.05) para a cavidade 4.0×1.0 . (b) Força magnética gerada pelo fio na posição (2.0, -0.05) para a cavidade 4.0×1.0 .

Figura 4.33: Gráficos do campo magnético (a) e força magnética (b) gerados pelo fio condutor de eletricidade na posição (2.0, -0.05).

Já para as condições de análise desse caso, definiu-se que $Ra = 10^4$ é fixo e os valores de Ra_m são variados em 0, 10^0 , 10^1 , 10^2 , 10^3 , 10^4 , 10^5 e 10^6 . Outro ponto a ser informado é que o tempo de simulação para obtenção do regime permanente para todos esses casos foram $t = 5000$ para os casos de $Ra_m = 0$ e 10^0 , $t = 10000$ para os casos de $Ra_m = 10^1$ e 10^2 , $t = 15000$ para os casos de $Ra_m = 10^3$, 10^4 e 10^5 , e $t = 35000$ para o caso de $Ra_m = 10^6$.

O caso de referência é apresentado na Figura 4.34, em que é considerado $Ra_m = 0$ e $Ra = 10^4$. A topologia do escoamento formada pela convecção natural gerada pelo gradiente de temperatura presente na cavidade desenvolveu o mecanismo de células de Bénard. Devido à intensidade do empuxo gravitacional ocorreu o aparecimento de 6 células de Bénard simétricas no interior da cavidade. Além disso, o valor de \overline{Nu} foi de 9.849.

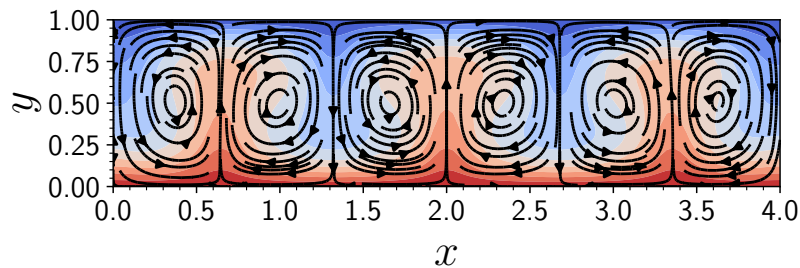
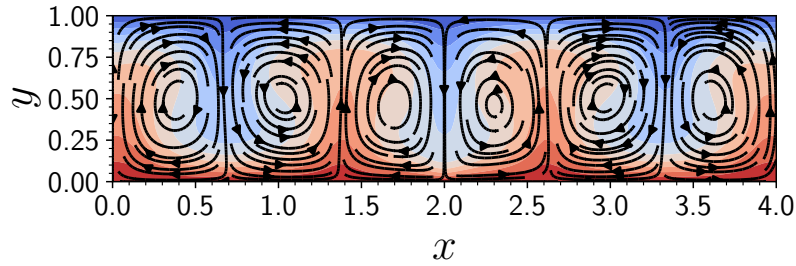


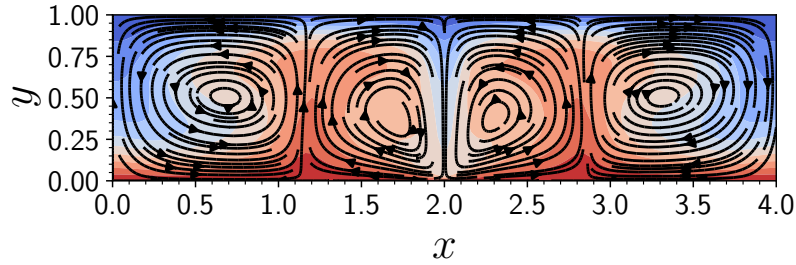
Figura 4.34: Distribuição de temperatura e linhas de corrente referentes à convecção natural do ferrofluido no interior da cavidade retangular, para $Ra_m = 0$ e $Ra = 10^4$.

Observou-se nos casos em que o Ra_m foi igual a 0, 10^0 , 10^1 , 10^2 e 10^3 ; o empuxo termomagnético foi dominado pelo empuxo gravitacional. Dessa forma, a topologia do escoamento e o comportamento do mecanismo de transferência de calor não apresentaram mudanças em seus respectivos valores e disposições gráficas. Assim, os respectivos resultados foram desconsiderados para esta análise.

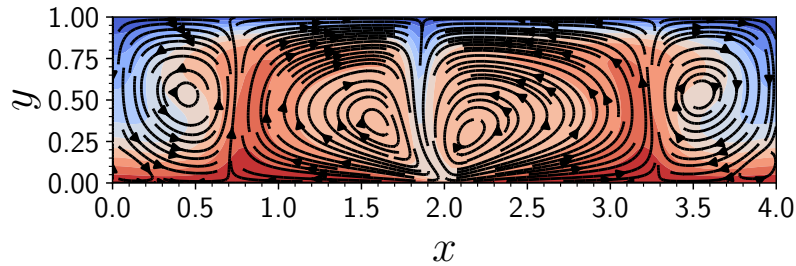
Com isso, a Figura 4.35 apresenta os estudos dos casos em que Ra_m é igual 10^4 (Figura 4.35a), 10^5 (Figura 4.35b) e 10^6 (Figura 4.35c), com o valor fixo de $Ra = 10^4$.



(a) Distribuição de temperatura e linhas de corrente para $Ra_m = 10^4$ e $Ra = 10^4$.



(b) Distribuição de temperatura e linhas de corrente para $Ra_m = 10^5$ e $Ra = 10^4$.



(c) Distribuição de temperatura e linhas de corrente para $Ra_m = 10^6$ e $Ra = 10^4$.

Figura 4.35: Apresentação dos gráficos de distribuição de temperatura com linhas de corrente referentes à termoconvecção magnética de ferrofluido no interior da cavidade retangular, com a presença da fonte magnética definida pelo conjunto de figuras presentes em 4.33, para os casos em que $Ra_m = 10^4$ (a), 10^5 (b) e 10^6 (c).

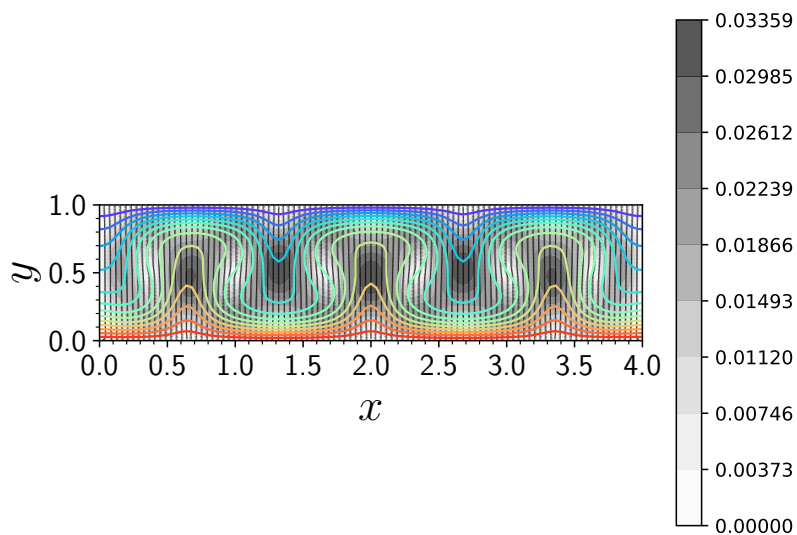
O primeiro caso em análise é apresentado pela Figura 4.34, em que o $Ra_m = 10^4$ e o $Ra = 10^4$. Nesta situação, o empuxo gravitacional compete com o empuxo termomagnético de forma que a topologia do escoamento não apresenta uma mudança no número de células de *Bénard*, que continua sendo 6 células simétricas, mas apresenta uma mudança contundente no sentido de giro de todas as 6 células de *Bénard*. Esse acontecimento é visualizado quando se compara o sentido ao qual o ferrofluido a baixa temperatura segue na posição $x = 2.0$ relativa à cavidade, que é a região adjacente à localização da fonte magnética. Neste cenário, os sentidos de giro de todas as 6 células de *Bénard* são invertidos entre si de modo que as paredes laterais isoladas tem ferrofluido a alta temperatura escoando e é o inverso do que ocorre no caso de referência. Além disso, o mecanismo de transferência de calor aumenta sua eficiência modicamente pois o seu valor de \overline{Nu} é de 10.352 que é 5% maior que o respectivo valor no caso sem a influência da fonte magnética.

O segundo caso em análise é apresentado pela Figura 4.35b, em que o $Ra_m = 10^5$ e o

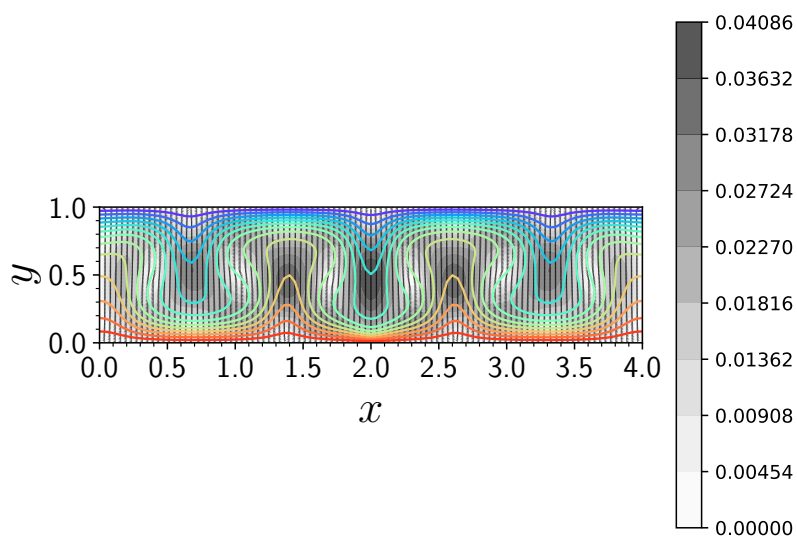
$Ra = 10^4$. Nesse cenário, o empuxo gravitacional é dominado pelo empuxo termomagnético de forma que a topologia do escoamento apresenta uma mudança significativa de sua conformação. No caso, o número de células de *Bénard* diminui para 4 e as recirculações centrais, próximas à localização da fonte magnética, têm seus centros atraídos. Outro ponto a se avaliar é a mudança de tamanhos das células de *Bénard* porque as recirculações localizadas nas extremidades tem sua dimensão aumentada quando comparado com as recirculações centrais, no entanto, todas elas mantêm a simetria do sistema. Além disso, o mecanismo de transferência de calor aumenta ainda mais sua eficiência de modo que o valor do \overline{Nu} torna-se 12.248 que é 18% maior, quando comparado caso anterior e, 24.35% maior que o respectivo valor no caso sem a influência da fonte magnética.

O terceiro caso em análise é apresentado pela Figura 4.35c, em que o $Ra_m = 10^6$ e o $Ra = 10^4$. Nessa conjuntura, o empuxo termomagnético é intensificado ao seu máximo, de modo que a topologia do escoamento muda mais ainda sua conformação. Nesse caso, as células de *Bénard* centrais aumentam drasticamente o tamanho em relação às células de *Bénard* localizadas nas extremidades da cavidade, diferindo do comportamento do caso anterior. Outro ponto é polarização do ferrofluido a alta e baixa temperaturas, em que o ferrofluido a alta temperatura acaba se concentrando entre a célula da extremidade e a célula central, enquanto o ferrofluido a baixa temperatura se concentra nas paredes laterais isoladas. Além disso, o mecanismo de transferência de calor obtém uma eficiência bem elevada, devido ao valor do \overline{Nu} tornar-se 16.322 que é 33.26% maior que o caso anterior e 65.72% maior que o respectivo valor no caso sem a influência da fonte magnética.

Um estudo do comportamento do campo de velocidade gerado nos quatro casos de análise apresentados anteriormente (Figura 4.35), também foi realizado. Este estudo tem a finalidade de verificar o quanto que o campo de velocidade do sistema de células de *Bénard* pode ser influenciado pelos efeitos magnéticos gerados pela fonte magnética. As Figuras 4.36 e 4.37 apresentam os campos de velocidades para $Ra_m = 0, 10^4, 10^5$ e 10^6 .

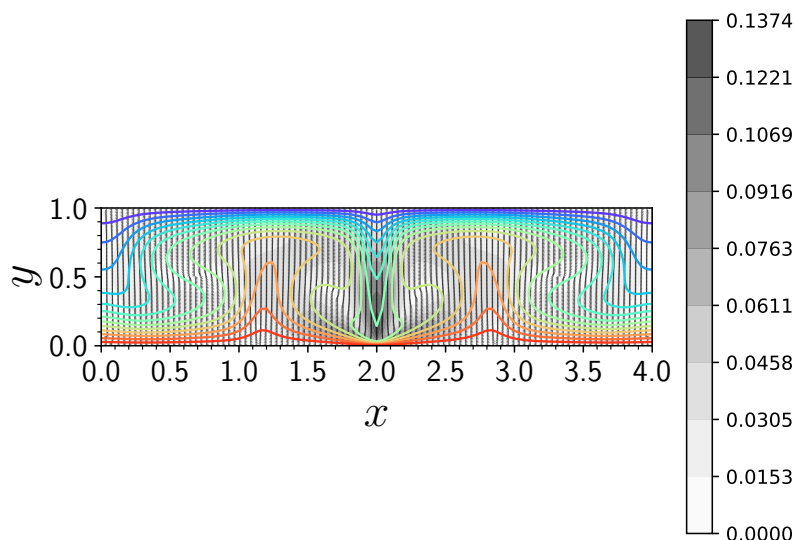


(a)

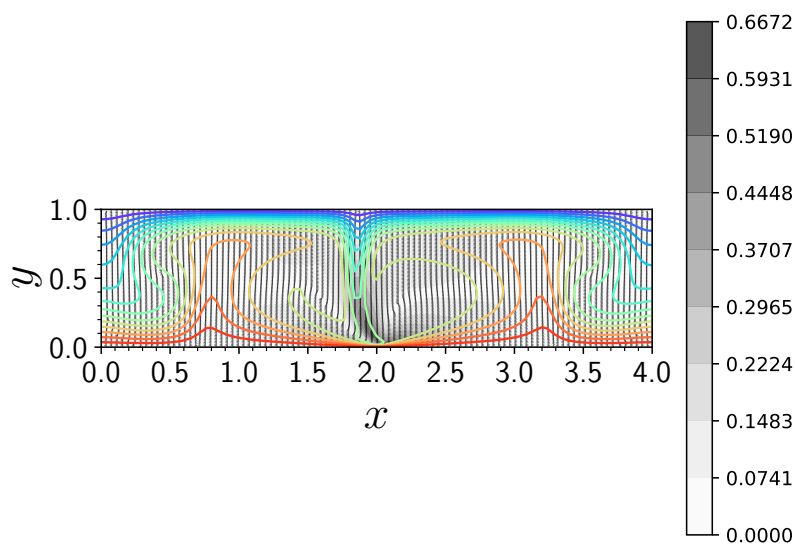


(b)

Figura 4.36: Gráficos dos campos de velocidade junto à demarcação da temperatura do ferrofluido para $Ra_m = 0.0$ (a) e 10^4 (b), com Ra fixo em 10^4 .



(a)



(b)

Figura 4.37: Gráficos dos campos de velocidade junto à demarcação da temperatura do ferrofluido para $Ra_m = 10^5$ (a) e 10^6 (b), com Ra fixo em 10^4 .

Nesse caso, como explicado na análise de campo de velocidade da Subseção 4.3.1, as regiões sombreadas apresentam maiores intensidades de velocidade e a temperatura é representada pelas linhas coloridas. .

Os campos de velocidade visualizados na Figura 4.36 semelhança na forma de seus campos de velocidade. Contudo, a Figura 4.36a refere-se ao caso de referência ($Ra_m = 0$, $Ra = 10^4$), em que o empuxo gravitacional domina o escoamento. Porém, o fluxo de ferrofluido do seu campo de velocidade tem seu maior valor igual 0.03359, que comparado aos outros casos, é bem baixo. Além disso, ele é diluído nas regiões de contato e interação das células de Bénard.

Já a Figura 4.36b, representa o caso em que o empuxo gravitacional compete com o empuxo termomagnético ($Ra_m = 10^4$, $Ra = 10^4$). O campo de velocidade, embora semelhante ao caso de referência, apresenta a maioria das regiões sombreadas com um aspecto mais acinzentado, a exceção da região sombreada central. Esta, localiza-se próxima à fonte mag-

nética, onde o fluxo de ferrofluido apresenta maior intensidade. Além disso, o valor máximo de seu fluxo é igual a 0.04086 que é 21,64% maior que o valor do caso de referência.

No caso da Figura 4.37, ambos os gráficos (figuras 4.37a e 4.37b) apresentam um campo de velocidade muito similar e bem diferente dos casos da Figura 4.36.

As figuras 4.37a e 4.37b são os casos em que o empuxo gravitacional é dominado pelo empuxo termomagnético ($Ra_m = 10^5$ e 10^6 respectivamente, $Ra = 10^4$). O campo de velocidade de ambos os casos apresentam apenas uma região sombreada, adjacente à localização da fonte magnética, de alta intensidade de fluxo de ferrofluido. No caso desses, os valores máximos de seus respectivos fluxos são de 0.1374 e 0.6672. O caso de 0.1374 ($Ra_m = 10^5$) é 2.87 vezes maior que o caso de $Ra_m = 10^4$. Já o caso de 0.6672 ($Ra_m = 10^6$) é 4.85 vezes maior que o caso de $Ra_m = 10^5$ e 19.86 vezes maior que o caso de referência.

4.4.1 Comportamento do número de Nusselt em relação às célula de Bénard

Por fim, um estudo do comportamento do \overline{Nu} é apresentado pelo gráfico 4.38, onde é exibido o seu comportamento em função da intensidade do Ra_m , para um $Ra = 10^4$ fixo, nos casos de termoconvecção magnética em cenários de presença de célula de Bénard.

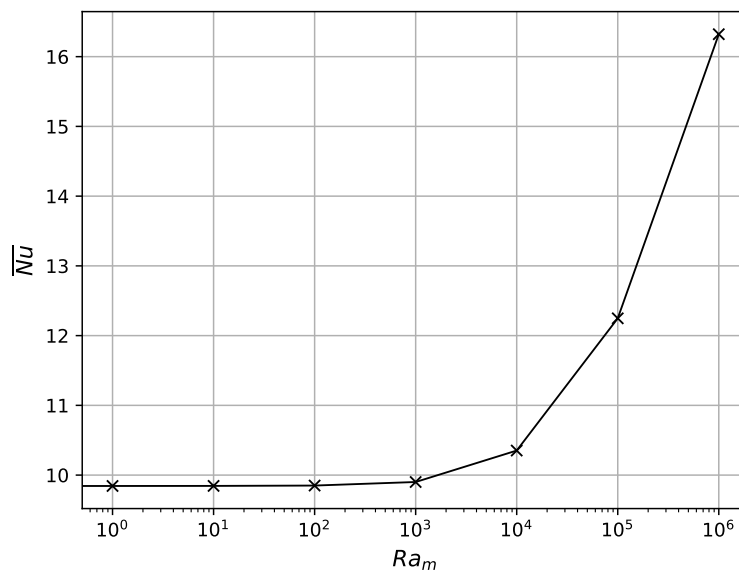


Figura 4.38: Número de Nusselt médio (\overline{Nu}) em função do número de Rayleigh magnético (Ra_m) para número de Rayleigh (Ra) fixo em 10^4 , no caso do estudo das células de Bénard.

O gráfico 4.38 apresenta um comportamento crescente para \overline{Nu} , em que a curva formada pelos \overline{Nu} apresenta um aspecto exponencial semelhante ao caso do gráfico 4.32. Além disso, o domínio do empuxo termomagnético sobre o empuxo gravitacional intensifica de forma significativa a eficiência do mecanismo de transferência de calor.

Uma observação a ser feita é que a intensidade do campo magnético pode causar a diminuição do número de células de Bénard no interior da cavidade (como visto nesta seção e na Subseção 4.3.2), intensificar a eficiência do mecanismo de transferência de calor do sistema e elevar a intensidade do fluxo de ferrofluido no interior da cavidade.

Capítulo 5

Conclusões

Este trabalho apresentou uma análise sobre o comportamento de um ferrofluido no interior de uma cavidade bidimensional, regido por efeitos da termoconvecção magnética e com a inclusão ou não de um obstáculo retangular interno. Verificou-se o comportamento do ferrofluido em diversas situações, a partir da visualização do comportamento das linhas de corrente, do fluxo energético, do campo de velocidade e da eficiência do mecanismo de transferência de calor dos sistemas estudados. Os resultados mostraram que o escoamento de ferrofluido é muito influenciado pela intensidade que o empuxo termomagnético pode ter de modo a gerar mudanças significativas no comportamento do número de *Nusselt* médio e na topologia do escoamento.

A presença do obstáculo interno ao escoamento pode desenvolver dois cenários de acordo com sua situação térmica. Uma em que o obstáculo está isolado de modo a ocorrer uma diminuição significativa no fluxo energético do escoamento, na intensidade do fluxo de ferrofluido e na eficiência do mecanismo de transferência de calor do sistema. Outra em que o obstáculo está aquecido de modo que ocorre, praticamente, o oposto do anterior. Isso acontece, principalmente, quando a intensidade do empuxo termomagnético é elevada.

O posicionamento relativo da fonte magnética ao redor da cavidade mostrou que a posição da fonte magnética gera diferenças consideráveis na termoconvecção magnética. Tanto no caso sem obstáculo quanto no caso com obstáculo isolado, encontraram-se posições ideais para que o escoamento de ferrofluido e seu mecanismo de transferência de calor fossem beneficiados ou desfavorecidos.

No estudo realizado a respeito do comportamento das células de *Bénard* na termoconvecção magnética, verificou-se que uma elevada intensidade do empuxo termomagnético pode diminuir o número de células de *Bénard*. Com isso, harmoniza-se a topologia do escoamento, intensifica-se o fluxo do escoamento no interior da cavidade e eleva-se a eficiência do mecanismo de transferência de calor do sistema.

Com isso, o trabalho conseguiu apresentar resultados importantes, condizentes e relevantes na compreensão do comportamento da termoconvecção magnética no interior de uma cavidade com ou sem obstáculo de forma a ser útil para a otimização de processos industriais e dispositivos eletrônicos que envolvem controle de escoamento e transferência de calor.

5.1 Sugestões para trabalhos futuros

Como sugestões para trabalhos futuros, no sentido de continuar a discussão iniciada nesta dissertação e aprimorar os resultados obtidos, tem-se:

- adicionar ao código numérico a possibilidade de inclusão de mais de um obstáculo no interior da cavidade;
- implementar ao código numérico uma forma de posicionar as fontes magnéticas (ímã e fio) no interior da cavidade, no caso, no interior do obstáculo;
- estudar o problema tridimensional;
- resolver o campo magnético aplicado usando as equações de *Maxwell*, levando em consideração a influência da magnetização do fluido;
- considerar o ferrofluido não superparamagnético, com a adoção de um modelo de magnetização e, conseqüentemente, com a inclusão do termo relacionado ao torque magnético na equação de balanço de quantidade de movimento;
- desenvolver uma modelagem complementar capaz de abordar geometrias complexas, tanto da cavidade quanto do obstáculo interno;
- implementar, no código numérico, a possibilidade de adicionar mais de uma fonte magnética ao modelo, a fim de verificar a influência da posição relativa entre as fontes no escoamento de ferrofluido;
- desenvolver modelos experimentais a fim de verificar e validar na prática os resultados obtidos nessa modelagem numérica.

Referências Bibliográficas

- Ashouri, M., Ebrahimi, B., Shafii, M. B., Saidi, M. H., e Saidi, M. S. (2010). Correlation of nusselt number in pure magnetic convection ferrofluid flow in a square cavity by a numerical investigation. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 322, 3607-3613.
- Ashouri, M., e Shafii, M. B. (2017). Numerical simulation of magnetic convection ferrofluid flow in a permanent magnet-inserted cavity. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 422, 270-278.
- Bailey, R. L. (1983). Lesser known applications of ferrofluid. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 39(North-Holland Publishing Company), 178-182.
- Batchelor, G. K. (1967). *An introduction to fluid dynamics*. Cambridge University Press.
- Bejan, A. (2013). *Convection heat transfer*. John Wiley & Sons, Inc.
- Bell, J. B., Colella, P., e Glaz, H. M. (1989). A second-order projection method for the incompressible navier-stokes equation. *Journal of Computational Physics*, 85, 257-283.
- Bergman, T. L., Lavine, A. S., Incropera, F. P., e Dewitt, D. P. (2014). *Fundamentos de transferência de calor e de massa*. John Wiley & Sons, Inc.
- Borduz, L., e Raj, K. (1986). Stable ferrofluid composition and method of making and using same. *United States Patent, Depositante: Lucian Borduz, Nashua; Kuldip Raj, Merrimack, both of N.H., Procurador: Ferrofluidics Corporation, Nashua, N.H.*(4.604.222), Depósito: May, 21, 1985, Concessão: August, 5, 1986.
- Boussinesq, J. (1887). *Essai sur la théorie de eaux courantes*. Imprimerie Nationale.
- Brown, D., Cortez, R., e Minion, M. (2001). Accurate projection methods for the incompressible navier-stokes equation. *Journal of Computational Physics*, 168, 464-499.
- Bruneau, C.-H., e Saad, M. (2006). The 2d lid-driven cavity problem revisited. *Computational Fluid Dynamics Journal*, 35, 326-348.
- Bruneau, C.-H., e Saad, M. (2007). The behavior of high reynolds flows in a driven cavity. *Computational Fluid Dynamics Journal*, 15.3(303), 1-11.
- Brusentsov, N. A., Nikitin, V., Brusentsova, T. N., Kuznetsov, A. A., Bayburtskiy, F. S., Shumakov, L. I., e Jurchenko, N. Y. (2002). Magnetic fluid hyperthermia of the mouse experimental tumor. *Journal of Surgical Research*, 252, 378-380.
- Bubnovskaya, L., Belous, A., Solopan, S., Kovel'skaya, A., Bovkun, L., Podoltsev, A., ... Osinsky, S. (2014). Magnetic fluid hyperthermia of rodent tumors using manganese perovskite nanoparticles. *Journal of Nanoparticles*(278761), 1-9.
- Bénard, M. H. (1900). Étude expérimentale des courants de convection dans une nappe liquide - régime permanent: Tourbillons cellulaires. *J. de Phys*, IX(3^e Série), 513-524.
- Castro, L. H. F., Cunha, F. R., e Rosa, A. P. (2022). Convecção termomagnética em uma cavidade quadrada com obstáculo interno aquecido: uma investigação numérica. *Congresso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica*, 1-8.
- Chagnom, M. S. (1982). Stable ferrofluid composition and method of making same. *United*

- States Patent, Depositante: Mark S. Chagnom, Lowell, Mass; Procurador: Ferrofluidics Corporation, Nashua, N.H.(4.356.098), Depósito: September, 15, 1980; Concessão: October, 26, 1982.*
- Cole, A. J., Yang, V. C., e David, A. E. (2011). Cancer theranostics: The rise of targeted magnetic nanoparticles. *Trends in Biotechnology*, 29(7), 323-332.
- Cunha, F. R., Couto, H. L. G., e Marcelino, N. B. (2007). A study on magnetic convection in a narrow rectangular cavity. *Magnetohydrodynamics*, 43(4), 421-428.
- Cunha, L. H. P., Siqueira, I. R., Campos, A. A. R., Rosa, A. P., e Oliveira, T. F. (2020). A numerical study on heat transfer of a ferrofluid flow in a square cavity under simultaneous gravitational and magnetic convection. *Theoretical and Computational Fluid Dynamic*, 1-15.
- Davis, G. V. (1983). Natural convection of air in a square cavity a bench mark numerical solution. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 3, 249-264.
- Fortuna, A. O. (2000). *Técnicas computacionais para dinâmica dos fluidos*. Editora da Universidade de São Paulo.
- Gontijo, R. G., e Cunha, F. R. (2012). Experimental investigation on thermo-magnetic convection inside cavities. *Journal of Nanoscience and Nanotechnology*, 12, 9198-9207.
- Gray, D. D., e Giorgini, A. (1976). The validity of the boussinesq approximation for liquids and gases. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 19, 545 - 551.
- Griffiths, D. J. (2011). *Eletrodinâmica*. Pearson.
- Guimarães, A. B., Cunha, F. R., e Gontijo, R. G. (2020). The influence of hydrodynamics effects on the complex susceptibility response of magnetic fluids undergoing oscillatory fields: New insights for magnetic hyperthermia. *Phys. Fluids*, 32(012008-1), 1-18.
- Hayt Jr, W. H., e Buck, J. A. (2013). *Eletromagnetismo*. McGraw-Hill and Bookman.
- Henjes, K. (1993). Buoyancy forces in magnetic fluids. *Zeitschrift Fur Physik B*, 92, 113-127.
- Hiergeist, R., Andra, W., Buske, N., Hert, R., Hilger, I., Richter, U., e Kaiser, W. (1999). Application of magnetite ferrofluids for hyperthermia. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 201(0304-8853), 420-422.
- Hinch, E. J. (2020). *Think before you compute: A prelude to computational fluid dynamics*. Cambridge University Press.
- Hoffman, J. D. (2001). *Numerical methods for engineers and scientists*.
- Jin, L., e Zhang, X. (2013). Analysis of temperature-sensitive magnetic fluids in a porous square cavity depending on different porosity and darcy number. *Applied Thermal Engineering*, 50, 1-11.
- Jin, L., Zhang, X., e Niu, X. (2012). Lattice boltzmann simulation for temperature-sensitive magnetic fluids in a porous square cavity. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 324, 44-51.
- Kaiser, R., e Miskolczy, G. (1970). Magnetic properties of stable dispersions of subdomain magnetite particles. *Journal of Applied Physics*, 41(3), 1064-1072.
- Kefayati, G. H. R. (2014). Natural convection of ferrofluid in a linearly heated cavity utilizing lbm. *Journal of Molecular Liquids*, 191, 1-9.
- Kikurá, H., Sawada, T. S., e Tanahashi, T. (1993). Natural convection of a magnetic fluid in a cubic enclosure. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 122, 315-318.
- Kim, J., e Moin, P. (1985). Application of fractional-step method to incompressible navier-stokes equation. *Journal of Computational Physics*, 59(0021-9991/85), 308-323.

- Kiusalaas, J. (2005). *Numerical methods in engineering with python*. Cambridge University Press.
- Kothari, N., Raina, B., Chandak, K., Iyer, V., e Mahajan, H. (2010). Application of ferrofluid of enhanced surfactant flooding in eor. *Society of Petroleum Engineers, SPE 131272*, 1-7.
- Lübbe, A. S., Alexiou, C., e Bergemann, C. (2001). Clinical applications of magnetic drug targeting. *Journal of Surgical Research*, 95, 200-206.
- McCaig, M., e Clegg, A. G. (1987). *Permanent magnets in theory and practice*. Pentech Press.
- Mojunder, S., Saha, S., e Saha, M. A. H., S. Mamun. (2015). Effect of magnetic field on natural convection in a c-shaped cavity filled with ferrofluid. *Procedia Engineering*, 105, 96-104.
- Neuringer, J. L., e Rosensweig, R. E. (1964). Ferrohydrodynamics. *The Physics of Fluids*, 7(12), 1927 - 1937.
- Obaidat, I. M., Issa, B., e Haik, Y. (2015). Magnetic properties of magnetic nanoparticles for efficient hyperthermia. *Nanomaterials*, 5, 63-89.
- Papell, S. S. (1965). Low viscosity magnetic fluid obtained by the colloidal suspension of magnetic particles. *United States Patent, Depositante: Solomon Stephen Papell, Berea, Ohio, Procurador: Administrator of the National Aeronautics and Space Administration(3.215.572)*, Depósito: October, 9, 1963, Concessão: November, 2, 1965.
- Pattanaik, M. S., Varma, V. B., Cheekati, S. K., Chaudhary, V., e Ramanujan, R. V. (2021). Optimal ferrofluids for magnetic cooling devices. *Scientific Reports*, 1-20.
- Raj, K., e Moskowitz, R. (1990). Commercial applications of ferrofluids. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 85, 233-245.
- Rosensweig, R. E. (1975). Ferrofluid compositions and process of making same. *United States Patent, Depositante: Ronald E. Rosensweig, Summit, NJ, Procurador: Ferrofluidics Corporation, Burlington, Mass(3.917.538)*, Depósito: November, 4, 1973, Concessão: November, 4, 1975.
- Rosensweig, R. E. (1985). *Ferrohydrodynamics*. Cambridge University Press.
- Saad, Y. (2003). *Iterative methods for sparse linear systems*. Society for Industrial and Applied Mathematics.
- Scherer, C., e Figueiredo Neto, A. M. (2005). Ferrofluids: Properties and applications. *Brazilian Journal of Physics*, 35(3A), 718-727.
- Selimefendigil, F., Oztop, H. F., e Al-Salem, K. (2014). Natural convection of ferrofluids in partially heated square enclosures. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 372, 122-133.
- Shliomis, M. I. (1974). Magnetic fluids. *Soviet Physics Uspekhi*, 17(112), 427-458.
- Shliomis, M. I. (2002). Ferrohydrodynamics: Retrospective and issues. *Lecture Notes on Physics*, 549, 85-111.
- Snyder, S. M., Cader, T., e Finlayson, B. A. (2003). Finite element model of magnetoconvection of a ferrofluid. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 262, 269-279.
- Wada, K., Kaneda, M., e Suga, K. (2020). Rayleigh-bénard convection of paramagnetic liquid under a magnetic field from permanent magnets. *Symmetry*, 341, 1-11.
- White, F. M. (1998). *Fluid mechanics*. McGraw-Hill.
- Yamaguchi, H. (2008). *Engineering fluid mechanics*. Springer.
- Yamaguchi, H., Kobori, I., e Uehata, Y. (1999). Heat transfer in natural convection of a magnetic fluid. *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, 13(4), 501-507.
- Yamaguchi, H., Zhang, X.-R., Niu, X.-D., e Yoshikawa, K. (2010). Thermomagnetic natural

convection of thermo-sensitive magnetic fluids in cubic cavity with heat generating object inside. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 0304-8853(322), 698-704.

Zeytounian, R. K. (2003). Joseph boussinesq and his approximation: a contemporary view. *Comptes Rendus Mecanique*, 331, 575 - 586.

Çengel, Y. A., e Ghajar, A. J. (2015). *Heat and mass transfer: Fundamentals & applications*. McGraw-Hill Education.

Índice Remissivo

- Ghost Points*, 29, 32
Python, 34
Thermosensitive Magnetic Fluid, 2
- Amplificador de Som, 3
- Campo de Velocidade, 69, 70, 78
Campo Magnético, 1–4, 10–12, 14, 15, 17, 41, 42, 44
Campo Magnético Linear, 10, 15, 34, 38
Cavidade, 7, 9–15, 20, 21, 32, 34, 41–45
Composição do Ferrofluido, 2
Condução de Medicamentos, 3
Convecção Natural, 13, 16
Convergência de Malha, 34
Célula de *Bénard*, 12, 41, 43, 75, 76
- Empuxo Gravitacional, 15
Equação da Conservação de Massa, 16
Equação da Energia, 16
Equação da Ferrohodinâmica, 16, 18
Equações Governantes, 12, 16, 18, 19, 23, 29
- Escoamento Incompressível, 15
- Ferrofluido, 1–7, 9–12, 14–17, 20, 21, 25, 34, 40, 42–45
Ferohidrodinâmica, 25
Fio Condutor de Eletricidade, 15, 18, 41, 44, 45
Fluido Newtoniano, 2, 15
Força Magnética, 44
- Indução Magnética, 17
- Magnetização, 14, 17
Magnetohipertermia, 4
Massa Específica, 15, 16
- Método *SOR*, 23, 33
Método da Malha Defasada, 23, 25–27
Método das Diferenças Finitas, 23
Método de *Crank-Nicolson*, 23, 24
Método de *Gauss-Seidel*, 33
Método de Projeção de 2^a Ordem, 23, 24, 31
Método do *Upwind* de 3^a Ordem, 23, 32
Método do Gradiente Conjugado, 23, 32, 33
- Número de *Nusselt*, 10–12, 20, 21, 34, 35, 37, 44, 48, 49, 64–66, 71, 75, 81
Número de *Prandtl*, 12, 19, 41
Número de *Rayleigh*, 10–12, 19, 34, 41, 42, 48
Número de *Rayleigh* Magnético, 11, 12, 19, 20, 34, 41, 48
- Obstáculo, 11, 16, 20, 34, 41, 45
- Partícula Magnética, 1, 2, 17, 44
- Refinamento de Malha, 34, 35
Regime Laminar, 15
Resfriamento de Dispositivo Eletrônico, 5
- Simulação Numérica, 23
Superparamagnetismo, 14, 15, 17
Surfactante, 1, 2
Susceptibilidade Magnética, 17
Suspensão Coloidal, 1
- Termoconvecção Magnética, 5–7, 9–11, 18, 44, 45
Transferência de Calor, 6, 7, 10, 15, 20, 42, 44