

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
ENGENHARIA CIVIL**

**ESTUDO DA LIQUEFAÇÃO ESTÁTICA EM REJEITOS DE  
MINERAÇÃO NÃO SATURADOS**

**BRUNO LEITE RAMIRES SALDANHA**

**ORIENTADOR: MANOEL PORFÍRIO CORDÃO NETO**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM GEOTECNIA  
PUBLICAÇÃO: G.DM-399/2023**

**BRASÍLIA/DF: AGOSTO/2023**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**  
**FACULDADE DE TECNOLOGIA**  
**ENGENHARIA CIVIL**

**ESTUDO DA LIQUEFAÇÃO ESTÁTICA EM REJEITOS DE  
MINERAÇÃO NÃO SATURADOS**

**BRUNO LEITE RAMIRES SALDANHA**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL DA  
UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A  
OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE.

**APROVADA POR:**

---

**MANOEL PORFÍRIO CORDÃO NETO, DOUTOR (UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA)**  
**(ORIENTADOR)**

---

**RAFAEL CERQUEIRA SILVA, DOUTOR (UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA)**  
**(EXAMINADOR INTERNO)**

---

**LETÍCIA PEREIRA DE MORAIS, DOUTORA (AGÊNCIA NACIONAL DE  
MINERAÇÃO)**  
**(EXAMINADOR EXTERNO)**

**DATA: BRASÍLIA/DF, 18 DO AGOSTO DE 2023.**

## **AGRADECIMENTOS**

Primeiramente, gostaria de agradecer à minha família, em especial aos meus pais, Elenice e Israel, e aos meus irmãos Artur e Natália, que me ensinaram todos os meus valores e apoiaram todas as minhas decisões.

A todos os meus amigos, em especial Anna, Beatriz, Camila, Paulo, Matheus, Isabela Fernanda, Sanmara, Ariana e Gabriel, por tornarem minha caminhada mais fácil e dinâmica.

A todos os professores da UnB em especial meu orientador Manoel pelo voto de confiança que me foi dado e por todos os conhecimentos, desafios e oportunidades que me transformaram no estudante que eu sou hoje.

A CAPES por viabilizar pesquisas de qualidade a nível nacional, e em especial essa dissertação.

Por fim, à UnB pelo zelo ao ensino público de qualidade e pela criação de um ambiente propício ao desenvolvimento dos seus estudantes.

## RESUMO

O objetivo do presente trabalho consiste em apresentar a formulação de um modelo constitutivo capaz de reproduzir o fenômeno da liquefação estática em rejeitos de mineração na condição não saturada. Para isso, foi realizada a implementação do modelo Unificado para Areia e Argila (CASM) expandido para representação do comportamento não saturado na linguagem de programação *visual basic*. Os resultados dos ensaios de caracterização hidromecânica saturados (Carrera, 2008) e não saturados (Bella, 2017; Nocera, 2017) do rejeito de mineração da Mina Stava foram utilizados como subsídio para calibração e validação do modelo. Foram realizadas simulações para avaliar a resposta do modelo perante a aplicação de diferentes valores de sucção nos resultados de ensaios não drenados e de compressão isotrópica. O modelo conseguiu reproduzir grande parte do comportamento não saturado observados em ensaios oedométricos não saturados, incluindo: o aumento da tensão de pré-adensamento, a mudança na inclinação da reta de compressão virgem e o fenômeno de colapso por molhagem. Em relação ao comportamento não drenado, foram aplicados valores de sucção de 100 kPa, 200 kPa, 1200 kPa e 4800 kPa, e obtiveram-se resultados de trajetórias  $p - q$  e de deformação axial por tensão desvio. Concluiu-se que a sua aplicação ocasiona no aumento das tensões de pico e residual e na mudança do comportamento pós pico. Em relação ao estudo da razão das Linhas de Liquefação, foram realizadas simulações mantendo-se ou a sucção constante ou a tensão média líquida contante. Observou-se que a razão não é única para o caso não saturado e que existe uma razão entre a tensão líquida média com a sucção mátrica que aumenta a resistência à liquefação estática. Por esses e outros motivos, o modelo pode ser considerado como uma boa opção para a representação do fenômeno na condição saturada.

Palavras-Chave: Modelos Constitutivos. Liquefação. Mecânica dos Solos Não Saturados.

## ABSTRACT

The objective of this study is to present the formulation of a constitutive model capable of reproducing the static liquefaction phenomenon in unsaturated mining tailings. The Unified Model for Sand and Clay (CASM) expanded to represent unsaturated behavior was implemented in *visual basic* programming language. Experimental results of saturated (Carrera, 2008) and unsaturated (Bella, 2017; Nocera, 2017) hydromechanical characterization of the Stava Mine tailings were used as input data for calibration and validation of the model. undrained and isotropic compression simulations were conducted, and the model was able to reproduce a significant portion of the unsaturated behavior, including: the increase in preconsolidation stress, the change in the slope of the normal consolidation line, and the wetting collapse phenomenon. With respect to the undrained behavior, it was applied suction values of 100 kPa, 200 kPa, 1200 kPa and 4800 kPa. The model was able to reproduce its effects on the  $p - q$  trajectories and on the axial strain-deviatoric stress results. It was observed an increase in peak and residual stresses and a post-peak behavior change. Regarding the effects of suction on the liquefaction ratio, it was observed the existence of a ratio between the average net stress and the matric suction that increases the resistance to static liquefaction. For these and other reasons, the model can be considered a good option for representing the static liquefaction phenomenon in saturated conditions.

Keywords: Constitutive Models. Unsaturated Soils. Liquefaction.

## SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO .....	1
1.1	MOTIVAÇÃO .....	2
1.2	DEFINIÇÃO DO PROBLEMA .....	3
1.3	OBJETIVOS .....	3
1.3.1	Objetivo Geral.....	3
1.3.2	Objetivos Específicos .....	3
1.4	METODOLOGIA DE PESQUISA .....	3
1.5	ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO.....	4
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	5
2.1	MODELAGEM DO COMPORTAMENTO MECÂNICO DOS SOLOS NÃO SATURADOS.....	5
2.1.1	Princípio das Tensões Efetivas para Solos Não Saturados .....	6
2.1.2	Resistência ao Cisalhamento de Solos Não Saturados .....	7
2.1.3	Modelos Constitutivos para Solos Não Saturados .....	9
2.2	LIQUEFAÇÃO .....	11
2.2.1	Considerações para o Estudo da Liquefação em Solos Não Saturados .....	13
2.3	MODELOS CONSTITUTIVOS PARA A LIQUEFAÇÃO .....	14
3	MODELO UNIFICADO DE AREIA E ARGILA (CASM) .....	17
3.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS .....	17
3.2	O PARÂMETRO DE ESTADO .....	18
3.3	RELAÇÃO ESTADO DE TENSÃO PARA AREIAS E ARGILAS.....	20
3.3.1	Componentes Elásticos do Modelo.....	23
3.3.2	Função de Plastificação .....	24
3.3.3	Lei de Fluxo .....	24
3.3.4	Lei de Endurecimento .....	26

3.4	EXPANSÃO PARA SOLOS NÃO SATURADOS .....	26
3.4.1	Lei de Fluxo para a Linha de Colapso .....	31
3.4.2	Lei de Fluxo para a Superfície de Aumento de Sucção .....	32
3.4.3	Integração da Relação Tensão-Deformação .....	32
3.4.4	Leis de Endurecimento .....	35
3.4.5	Síntese dos Parâmetros Necessários .....	35
4	COLETA DE DADOS.....	38
4.1	CARACTERIZAÇÃO DO MATERIAL.....	38
4.2	CARACTERIZAÇÃO DO COMPORTAMENTO MECÂNICO DO MATERIAL .....	41
4.2.1	Resultados para o teste TX_0.70-60-200.....	44
4.2.2	Resultados para o teste TX_0.70-60-100.....	46
4.2.3	Resultados para o teste TX_0.70-60-400.....	48
4.2.4	Resultados para o teste TX_0.60-60-800.....	49
4.2.5	Resultados para o teste TX_0.60-175-200.....	50
4.2.6	Resultados para o teste TX_0.80-90-800.....	52
4.2.7	Principais Conclusões .....	53
4.3	ESTUDO DO COMPORTAMENTO NÃO DRENADO DO MATERIAL.....	56
4.3.1	Efeito do Método de Preparo no Comportamento Não Drenado.....	57
4.3.2	Efeitos do Grau de Saturação no Comportamento Não Drenado .....	58
4.3.3	Efeito do Índice de Vazios no Comportamento Não Drenado .....	59
5	CALIBRAÇÃO E VALIDAÇÃO DO MODELO .....	61
5.1	ALGORITMO PROPOSTO .....	61
5.2	CÁLCULOS E EXTRAÇÕES DOS PARÂMETROS .....	62
5.2.1	Parâmetros Relacionados à Linha de Colapso .....	62
5.2.2	Parâmetros Relacionados à Curva de Aumento de Sucção .....	64
5.2.3	Parâmetros Relacionados à Mudanças na Tensão e Resistência ao Cisalhamento.....	64

5.2.4 Parâmetros Relacionados ao Formato da Superfície de Plastificação .....	65
5.3 VALIDAÇÕES DO MODELO .....	68
5.3.1 Compressão Isotrópica.....	68
6 ESTUDO DA RESPOSTA DO MODELO SOB DIFERENTES VALORES DE SUCÇÃO.....	70
6.1 EFEITO DA SUCÇÃO NO COMPORTAMENTO NÃO DRENADO .....	70
6.1.1 Efeito da sucção na Linha de Liquefação .....	77
7 CONCLUSÕES .....	81
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	83
A – INFORMAÇÕES ADICIONAIS À IMPLEMENTAÇÃO DO CASM .....	87
A.1 - DERIVADAS NECESSÁRIAS.....	87
A.2 – ALGORITMO PROPOSTO.....	88

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 - Classificação do Rejeito Quanto ao teor de Umidade e de Sólidos (modificado Davies et al., 2011).....	1
Figura 1.2 - Fluxograma Metodológico Adotado na Dissertação .....	4
Figura 2.1 - Envoltória de ruptura de Mohr-Coulomb para solos não saturados (Adaptado de Fredlund & Rahardjo, 1993) .....	8
Figura 2.2 - Superfície de estado relacionando índice de vazios por variação de sucção mátrica e tensão líquida (Adaptado de Fredlund, 1979) .....	9
Figura 2.3 - Superfície de plastificação apresentada pelo modelo BBM (Adaptado de Gens <i>et al.</i> , 2006) .....	10
Figura 2.4 - Representação gráfica dos ensaios realizados por Kramer (Adaptado de Kramer, 1996).....	13
Figura 2.5 - Proposição das Linhas de Compressão Virgem (NCL) e Linha de Estado Crítico (CSL) propostas por Jefferies & Been (2016).....	15
Figura 3.1 - Representação Gráfica do Lado Seco e Lado Úmido no espaço $p - q$ .....	18
Figura 3.2 - Representação Gráfica do Parâmetro de Estado ( $\psi$ ) .....	19
Figura 3.3 - Representação gráfica da superfície de plastificação para diferentes valores de $n$ .....	21
Figura 3.4 - Representação gráfica das alterações no valor de $r$ .....	22
Figura 3.5 - Representação gráfica dos parâmetros do CASM no espaço $v - \ln(p)$ (Adaptado de Yu, 1998).....	22
Figura 3.6 - Representação gráfica das linhas de compressão virgem ao se aplicar valores de sucção no espaço $v - \ln(pl)$ (Adaptado de Alonso <i>et al.</i> , 1990) .....	29
Figura 3.7 - Representação visual da LC ao se variar a) $p_0(0)$ , b) $\alpha$ e c) $\beta$ .....	30
Figura 3.8 - Representação gráfica da Linha de Colapso (LC) e de aumento de sucção (SI) no espaço $pl - s$ (Adaptado de Alonso <i>et al.</i> , 1990) .....	31
Figura 4.1 - (a) Localização da Mina Stava e (b) Imagem das duas Barragens de Rejeito (Bella, 2017).....	38
Figura 4.2 - Rejeito em forma de polpa retirado da Mina Stava (Bella, 2017).....	39
Figura 4.3 - a) Distribuição granulométrica realizada por ISMES 1985 b) Distribuição realizada por Carrera (2008) (Adaptado de Bella, 2017) .....	40
Figura 4.4 - Compilado dos resultados de ensaios oedométricos saturados e não saturados no rejeito da Mina Stava (adaptado de Bella, 2017) .....	42

Figura 4.5 – Comparação entre as linhas de compressão virgem das amostras saturadas com as não saturadas (adaptado de Bella, 2017) .....	43
Figura 4.6 - Deformação volumétrica por deformação axial apresentada pela amostra TX_0.70-60-200 (Adaptado de Bella, 2017) .....	44
Figura 4.7 - Variação de poropressão com a deformação axial. Adaptado de Bella (2017)....	45
Figura 4.8 - Tensão desviadora por deformação axial (Adaptado de Bella, 2017).....	45
Figura 4.9 - Trajetória p-q para o ensaio TX_0.70-60-200 (Adaptado de Bella, 2017) .....	46
Figura 4.10 - Deformação axial por deformação volumétrica obtida para o ensaio TX_0.70-60-100 (Adaptado de Bella, 2017) .....	47
Figura 4.11 - Tensão desviadora por deformação axial obtida para o ensaio TX_0.70-60-100 (Adaptado de Bella, 2017) .....	48
Figura 4.12 - Deformação axial por deformação volumétrica obtida para o ensaio TX_0.70-60-400 (Adaptado de Bella, 2017) .....	48
Figura 4.13 - Tensão desviadora por deformação axial obtida para o ensaio TX_0.70-60-400 (Adaptado de Bella, 2017) .....	49
Figura 4.14 - Deformação axial por deformação volumétrica obtida para o ensaio TX_0.60-60-800 (Adaptado de Bella, 2017) .....	50
Figura 4.15 - Tensão desviadora por deformação axial obtida para o ensaio TX_0.70-60-400 (Adaptado de Bella, 2017) .....	50
Figura 4.16 - Deformação axial por deformação volumétrica obtida para o ensaio TX_0.60-175-200 (Adaptado de Bella, 2017) .....	51
Figura 4.17 - Tensão desviadora por deformação axial obtida para o ensaio TX_0.60-175-200 (Adaptado de Bella, 2017) .....	51
Figura 4.18 - Deformação axial por deformação volumétrica obtida para o ensaio TX_0.80-90-800 (Adaptado de Bella, 2017) .....	52
Figura 4.19 - Tensão desviadora por deformação axial obtida para o ensaio TX_0.80-90-800 (Adaptado de Bella, 2017) .....	52
Figura 4.20 - Resultados de deformação axial por tensão desviadora das amostras com mesmo valor de sucção, mas diferentes valores de tensão líquida média (Adaptado de Bella, 2017).	53
Figura 4.21 - Resultados de deformação axial por deformação volumétrica das amostras com mesmo valor de sucção, mas diferentes valores de tensão líquida média (Adaptado de Bella, 2017).....	54
Figura 4.22 - CSL para amostras saturadas e não saturadas a) no plano $p - q$ e b) no plano $e - \ln(p)$ (Adaptado de Bella, 2017) .....	55

Figura 4.23 - Deformação axial por tensão desviadora das amostras TX1, TX6 e TX7 (Adaptado de Bella, 2017) .....	58
Figura 4.24 - Comparação entre os resultados de deformação axial por tensão desviadora das amostras TX3, TX5, TX6 e TX7 (Adaptado de Bella, 2017) .....	59
Figura 4.25 - Comparação entre os resultados (a) da deformação axial por tensão desviadora e (b) da trajetória $p - q$ das amostras TX3 e TX5 (Adaptado de Bella, 2017) .....	60
Figura 5.1 - Algoritmo utilizado para modelagem do CASM em VBA .....	61
Figura 5.2 - Ensaios oedométricos OED 0,60-100, 0,60-70 e 0,60-50 realizados por Nocera (2017) (Adaptado de Bella, 2017).....	63
Figura 5.3 - Simulações do CASM das trajetórias $p - q$ dos ensaios a) TX3, $s = 1 \text{ kPa}$ , b) TX4, $s = 1 \text{ kPa}$ e TX5, $s = 0,5 \text{ kPa}$ , utilizando os valores de $n = 1,5$ , $r = 7$ e $m = 2,8$ ...	66
Figura 5.4 - Simulações do CASM da deformação axial por tensão desviadora dos ensaios a) TX3, $s = 1 \text{ kPa}$ , b) TX4, $s = 1 \text{ kPa}$ , e c) TX5, $s = 0,5 \text{ kPa}$ , utilizando os valores de $n = 1,5$ , $r = 7$ e $m = 2,8$ .....	67
Figura 5.5 - Simulações do CASM para compressão isotrópica saturada e com $s=200 \text{ kPa}$ ...	68
Figura 5.6 - Ensaios de Compressão isotrópicas obtidas pelo modelo BBM, em que 1 representa o caso saturado, e 2 e 3 representam o caso não saturado (adaptado de <i>Alonso et al.</i> , 1990)..	69
Figura 5.7 - Simulações do CASM para representação do fenômeno de colapso por molhagem .....	69
Figura 6.1 - Resultados obtidos para a simulação ND0 a) trajetória $p - q$ e b) Deformação axial por tensão desviadora .....	71
Figura 6.2 - Resultados obtidos para a simulação ND1 a) trajetória $p - q$ e b) Deformação axial por tensão desviadora .....	72
Figura 6.3 - Resultados obtidos para a simulação ND2 a) trajetória $p - q$ e b) Deformação axial por tensão desviadora .....	73
Figura 6.4 - Resultados obtidos para a simulação ND3 a) trajetória $p - q$ e b) Deformação axial por tensão desviadora .....	74
Figura 6.5 - Resultados obtidos para a simulação ND4 a) trajetória $p - q$ e b) Deformação axial por tensão desviadora .....	75
Figura 6.6 - Compilado da resposta do modelo referente a aplicação de diferentes valores de sucção no comportamento não drenado .....	76
Figura 6.7 - Simulações LL11, LL12 e LL13 e linha de liquefação para o caso saturado .....	78

Figura 6.8 - Simulações LL21, LL22, LL23 e LL24 e linhas de liquefação para diferentes valores de sucção.....	78
Figura 6.9 - Simulações LL31, LL32, LL33 e LL34 e linhas de liquefação para diferentes valores de tensão líquida média .....	79
Figura 6.10 - Relação entre as razões da tensão líquida média/sucção com a razão de liquefação .....	80

## LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 - Parâmetros necessários para utilização do CASM expandido para materiais não saturados.....	36
Tabela 3.2 - Condições iniciais necessárias para utilização do CASM expandido para materiais não saturados .....	37
Tabela 4.1 –Diâmetros efetivos que passam 50% (D50) 10% (D10) e 90% (D90) da massa de solo e densidade real dos grãos ( $G_s$ ) obtidos para o rejeito da Mina Stava (Bella, 2017).....	39
Tabela 4.2 - Limites de Atterberg, Limite de Liquidez (LL), Limite de Plasticidade (LP) e Índice de Plasticidade (IP), realizados por ISMES (1985) e Carrera (2008) .....	41
Tabela 4.3 - Resultado do ensaio DRX realizado por ISMES (1985).....	41
Tabela 4.4 - Condições iniciais utilizadas nos ensaios oedométricos. Onde $Sr_0$ é o grau de saturação inicial, $\gamma_d$ é o peso específico seco, $scarregamento$ é o valor de sucção na etapa de carregamento e $sdescarregamento$ é o valor de sucção na fase de descarregamento (Bella, 2017).....	42
Tabela 4.5 - Estimativas da tensão de pré-adesamento ( $\sigma_p$ ) e sucção das amostras utilizadas nos ensaios oedométricos (Bella, 2017) .....	43
Tabela 4.6 - Índice de vazios iniciais, umidade ( $w_0$ ) e peso específico seco utilizados nos ensaios triaxiais com sucção controlada.....	44
Tabela 4.7 - Síntese dos ensaios triaxiais realizados para a avaliação do potencial de liquefação .....	57
Tabela 5.1 - Tensão de pré-adsensamento ( $\sigma_p$ ) e inclinação das curvas de compressão isotrópicas ( $\lambda(s)$ ) em função da sucção.....	63
Tabela 5.2 - Parâmetros e condições iniciais referentes à Linha de Colapso.....	64
Tabela 5.3 - Parâmetros Calibrados para o rejeito da Mina Stava .....	68
Tabela 6.1 - Simulações de ensaios não drenados com diferentes valores de sucção executados pelo CASM.....	70
Tabela 6.2 - Síntese das simulações executadas pelo CASM para avaliação do efeito da sucção na Linha de Liquefação .....	77
Tabela 6.3 - Relação entre tensão média líquida em relação a sucção com a razão da linha de liquefação. ....	80

## LISTA DE SÍMBOLOS, NOMENCLATURAS E ABREVIACÕES

$(u_a - u_w)_f$  - Sucção mátrica no plano de ruptura na ruptura;

$\phi^b$  - Ângulo de atrito associado a variável de sucção mátrica;

$h_i$  - Vetor tensão-poropressão;

$C_{ijkl}$  - Tensor de quarta ordem que transforma linearmente o Tensor de tensões líquidas em deformações;

$G_s$  - Densidade Real dos Grãos

$H^e$  - Módulo de Elasticidade da estrutura do solo com relação a mudança na sucção mátrica;

$c'$  - Coesão efetiva;

$e_0$  - Índice de vazio inicial;

$e_c$  - Índice de vazios no estado crítico;

$m_i$  - Vetor unitário.

$p_0^{(0)}$  - Tensão de Pré-adensamento para o solo saturado;

$p_a$  - Pressão Atmosférica;

$p^c$  - Tensão referente ao início da compressão virgem na condição saturada;

$p_l$  - Tensão Líquida;

$p_x$  - Tensão de Pré-adensamento na CSL;

$s_0$  - Maior valor de sucção já atingido pelo material;

$u_a$  - Pressão no ar;

$u_w$  - Pressão na água;

$w_0$  - Umidade Inicial;

$\gamma_d$  - Peso Específico Seco;

$\delta_{ij}$  - Delta de Kronecker;

$\varepsilon^e$  - Deformações Elásticas;

$\varepsilon_{kl}$  - Parte simétrica do Tensor de Deformações, para pequenas deformações;

$\varepsilon^p$  - Deformações Plásticas;

$\varepsilon_q^e$  - Deformação Cisalhante Elástica;

$\varepsilon_q^p$  - Deformação Cisalhante Plástica;

$\varepsilon_v^e$  - Deformação Volumétrica Elástica;

$\varepsilon_v^p$  - Deformação Volumétrica Plástica;

$\kappa_s$  - Inclinação do trecho de compressão elástico no espaço  $e - Ln(s)$ ;

$\sigma_{ij}$  - Tensor de tensões totais;

$\sigma'_{ij}$  - Tensor de tensões efetivas;  
 $\sigma_p$  - Tensão de Pré-adensamento;  
 $\tau_{ff}$  - Tensão cisalhante na ruptura;  
 $\chi_{bs}$  - Parâmetro de Bishop.  
 $\psi_R$  - Parâmetro de Estado de Referência;  
 $\phi'$  - Ângulo de atrito associado a variável de tensão normal líquida;  
 BBM – Modelo Básico de Barcelona;  
 CASM – Modelo Unificado de Areia e Argila;  
 CLS – Linha de Estado Crítico;  
 D90, D50, D10 - Diâmetros efetivos que passam 90%, 50% e 10% da massa de solo;  
 IP – Índice de Plasticidade;  
 LC – Linha de Colapso;  
 LL – Limite de Liquidez;  
 LP – Limite de Plasticidade;  
 NCL – Linha de Compressão Virgem;  
 OCR – Grau de pré-adensamento;  
 SI - Curva de aumento de sucção;  
 $\Gamma$  - Índice de vazios no estado crítico referente a uma tensão média  $p = 1 \text{ kPa}$ ;  
 $A$  - Parâmetro de forma da Lei de Fluxo;  
 $E$  - Módulo de Young;  
 $G$  - Módulo de Cisalhamento;  
 $H$  - Módulo de Endurecimento;  
 $M$  - Inclinação da CSL;  
 $Sr_0$  - Grau de Saturação Inicial;  
 $c$  - Coesão total;  
 $d$  - Dilatância;  
 $k$  - Parâmetro referente ao aumento de coesão devido a sucção;  
 $m$  - Parâmetro utilizado na Lei de Fluxo;  
 $n$  e  $r$  - Parâmetros do CASM utilizados para definir o formato a superfície de plastificação;  
 $p$  - Tensão média;  
 $s$  - Sucção Mátrica;  
 $v$  - Volume específico;  
 $\alpha$  e  $\beta$  - Parâmetros utilizados na modificação da inclinação da NCL;

$\eta$  - Razão entre tensão média e tensão desviadora;

$\kappa$  - Inclinação do Trecho Elástico;

$\lambda(0)$  e  $\lambda(s)$  - Inclinação da NCL a diferentes valores de sucção;

$\nu$  - Coeficiente de Poisson;

$\chi$  - Multiplicador plástico;

$\psi$  - Parâmetro de Estado;

# 1 INTRODUÇÃO

A atividade de mineração apresenta-se como uma das grandes contribuintes para o desenvolvimento econômico mundial, sendo os produtos obtidos pela lavra de crescente demanda para os bens utilizados pela sociedade. Esse fator pode ser observado historicamente pelo aumento da oferta, a quantidade de mineradoras tem crescido de forma exponencial, isto é, dobrando de valor a cada período de 20 anos. Atualmente, estima-se que haverá um acréscimo de aproximadamente 26% na quantidade de minérios estocado em 2023 quando comparados ao período de 2019 (Franks et al., 2021).

No Brasil, a situação se apresenta de forma semelhante. A mineração é subsidiada pela vasta abundância de reservas minerais, representando a principal atividade econômica de diversas regiões do país. De acordo com o relatório anual de atividades do Instituto Brasileiro de Mineração (IBRAM, 2019), a atividade representa 12,5% de toda a exportação e 1,4% do PIB do país, respaldando a posição do Brasil como uma das grandes potências no comércio mundial do setor, e aludindo para a conseqüente quantidade de resíduos gerados pela atividade.

Dentre esses resíduos, o rejeito se apresenta como um dos grandes gerados pela extração do minério. O material é composto por areia, restos de minério resultantes do processo de beneficiamento, e de água, apresentando comportamento diferenciado de acordo com o teor de cada um desses materiais. Na Figura 1 apresenta-se a classificação do rejeito apresentada por Davies et al. (2011) quanto a quantidade de água e sólidos.

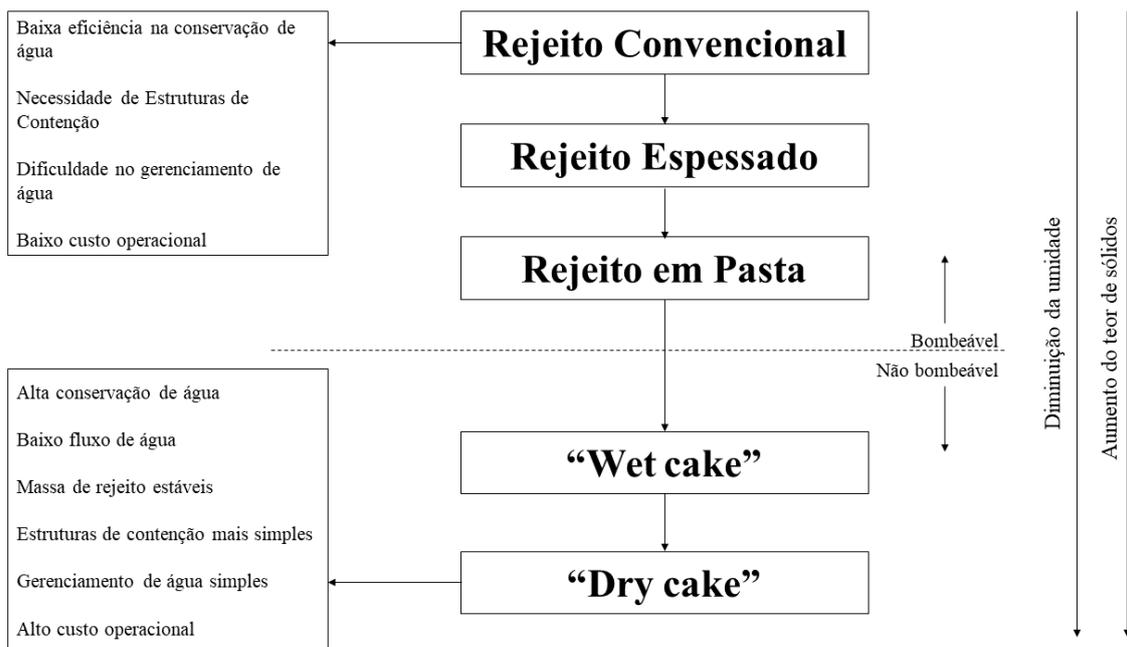


Figura 1.1 - Classificação do Rejeito Quanto ao teor de Umidade e de Sólidos (modificado Davies et al., 2011)

Tradicionalmente, o rejeito se apresenta em forma de polpa, ou rejeito convencional, necessitando de uma estrutura de contenção, convencionalmente barragens, para possibilitar a sua disposição. Essas estruturas possuem majoritariamente três métodos construtivos referentes ao seu processo de alteamento, sendo eles: o de montante, linha de centro e jusante.

Dentre esses métodos, o de montante se apresenta historicamente como o mais comum de modo que no período entre 1920 e 1929 representava 85% das barragens ativas, enquanto que atualmente esse valor reduziu para 37%. Esse decréscimo está associado a diversos problemas relacionados ao armazenamento do rejeito na forma polpa, sendo eles: a contaminação dos depósitos naturais e subterrâneos de água, rompimento da estrutura e/ou da fundação e no problema de liquefação, ambos causadores da destruição da fauna e flora e das comunidades ao redor das barragens (Franks et al., 2021).

Aliado a isso, os grandes acidentes ocorridos no Brasil aconteceram em barragens construídas por esse método. Em 2015, ocorreu o rompimento da barragem do Fundão, em que um fluxo de mais de 50 milhões m<sup>3</sup> de resíduo escoou por uma extensão de 540 km. Além desse, 4 anos depois a barragem da Mina Córrego do Feijão rompeu de forma súbita, causando a morte de 270 pessoas, e destruindo toda a zona no entorno (Arroyo & Gens, 2022).

Por esses e outros motivos, iniciou-se uma busca por métodos alternativos para a disposição dos rejeitos. Dentre esses métodos, a disposição do rejeito filtrado se apresentou como uma boa alternativa por armazenar o material na condição não saturada.

Apesar disso, os estudos quanto ao comportamento hidromecânico desse material ainda são escassos. Pouco se sabe da resposta quando solicitados sob condições não drenadas, nem se existe a possibilidade de ocorrência da liquefação quando armazenados nessa condição, tornando necessária a realização de um estudo aprofundado para avaliação dessas problemáticas

## 1.1 MOTIVAÇÃO

Apesar dos grandes avanços no estudo do comportamento não saturado dos solos quanto à resistência ao cisalhamento e deformação volumétrica, atualmente observa-se grandes lacunas nos estudos sobre o potencial de liquefação de materiais que se encontram não saturados.

Poucos estudos foram realizados nessa área, de modo que existia um consenso sobre a inexistência da ocorrência da liquefação quando o solo se apresentasse na condição não saturada. Apesar disso, estudos recentes como o apresentado por Vernay *et al.* (2016) mostraram que a liquefação cíclica pode sim ocorrer em areias independente do grau de

saturação inicial, abrindo espaço para uma compreensão melhor sobre os gatilhos geradores do fenômeno.

Nesse sentido, uma grande lacuna apresenta-se na possibilidade de ocorrência da liquefação estática quando o solo se apresenta em estado não saturado. Até o momento não se sabe se o fenômeno ocorre somente na condição saturada ou se poderá ocorrer em valores abaixo disso, ressaltando a necessidade em se estudar essa problemática.

## 1.2 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

Esta dissertação abordará os seguintes problemas correlatos:

- a) Há na literatura modelo constitutivo que permita considerar o problema da liquefação estática em rejeitos na condição não saturada?
- b) Havendo, quais são os efeitos da não saturação na ocorrência da liquefação estática?

## 1.3 OBJETIVOS

### 1.3.1 Objetivo Geral

O objetivo deste trabalho consiste em apresentar a formulação de um modelo constitutivo capaz de reproduzir o fenômeno da liquefação estática em rejeitos de mineração no estado não saturado.

### 1.3.2 Objetivos Específicos

- Avaliar a possibilidade de ocorrência da liquefação estática em rejeitos na condição não saturada;
- Reproduzir os efeitos relacionados a variação da sucção no comportamento mecânico de rejeitos não saturados;
- Reproduzir os efeitos da sucção na resistência à liquefação estática;
- Implementar uma ferramenta computacional para validação do modelo.

## 1.4 METODOLOGIA DE PESQUISA

A metodologia adotada na dissertação é apresentada na Figura 1.2.

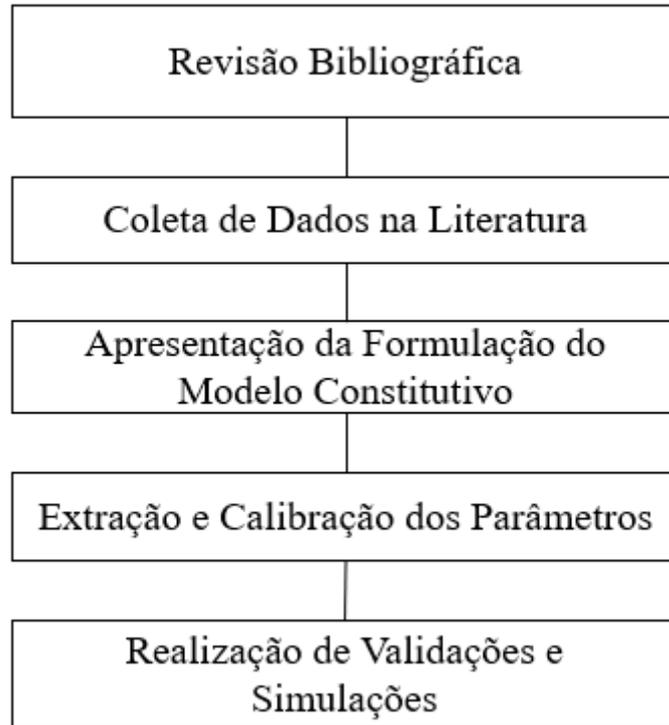


Figura 1.2 - Fluxograma Metodológico Adotado na Dissertação

## 1.5 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

A presente dissertação é estruturada em 6 capítulos. No Capítulo 1 é apresentada uma breve introdução referente ao problema de pesquisa, apresentando as motivações e os objetivos da dissertação. No Capítulo 2 é apresentada a revisão bibliográfica, abordando os tópicos referentes aos avanços relacionados a modelagem constitutiva do comportamento mecânico dos solos não saturados e da liquefação.

No Capítulo 3 é apresentada toda a formulação, considerações e modificações do modelo constitutivo utilizado para possibilitar a modelagem da ocorrência da liquefação e do comportamento não saturado. No Capítulo 4 é apresentado todos os dados coletados como subsídio para o processo de extração dos parâmetros, calibração e validação do modelo.

No Capítulo 5 são apresentados os procedimentos utilizados para a extração dos parâmetros e calibração do modelo com o material escolhido, além disso, são apresentados os resultados obtidos pela dissertação. Por fim, no Capítulo 6 são apresentadas as conclusões obtidas pela presente dissertação.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O objetivo do presente capítulo consiste em realizar uma breve introdução relacionada as temáticas mais relevantes para o desenvolvimento da dissertação. Serão abordados tópicos relacionados à modelagem do comportamento não saturado dos rejeitos e da possibilidade de ocorrência da liquefação nessas condições.

### 2.1 MODELAGEM DO COMPORTAMENTO MECÂNICO DOS SOLOS NÃO SATURADOS

O estudo do comportamento não saturado dos solos foi por muito tempo limitado devido à dificuldade em se determinar a real influência da sucção no comportamento dos solos. Nesse sentido, os avanços na área se deram por meio de uma premissa fundamental, a de que qualquer solo pode ser não saturado, sendo a grande diferença a existência de partículas de ar ocupando os seus poros (Gens et al., 2006).

A mecânica dos solos não saturados deve ser, portanto, vista como a formulação mais geral da mecânica dos solos, sendo o solo saturado introduzido como um caso particular. Nesse sentido, os modelos que se aplicam a solos não saturados devem também atender aos solos saturados (Fredlund & Rahardjo, 1993).

Gens et al. (2006) explica que um dos grandes desafios relacionados a modelagem do comportamento não saturado consiste em introduzir algumas mudanças adicionais para os modelos já estabelecidos para solos saturados, dentre essas mudanças apresentam-se: as variações no comportamento volumétrico, as mudanças na resistência ao cisalhamento do material e as mudanças no comportamento hidráulico associadas a saturação ou variação da sucção.

Atualmente, a teoria da elastoplasticidade se apresenta como a principal ferramenta para o desenvolvimento de leis constitutivas apropriadas a caracterização do comportamento mecânico de um solo não saturado. Esse estudo é caracterizado pela medição das variações no volume do solo e da sua resistência ao cisalhamento causadas por mudanças no seu estado (Fredlund & Rahardjo, 1993).

A descrição dessas mudanças pode ser feita pela utilização de variáveis de estado de tensão, que devido a sua grande influência na caracterização do comportamento mecânico do material, requer a realização de um breve histórico sobre os avanços relacionados a sua escolha.

## 2.1.1 Princípio das Tensões Efetivas para Solos Não Saturados

A generalização do princípio das tensões efetivas foi a primeira tentativa de representar o comportamento mecânico de um solo não saturado.

Uma das primeiras proposições foi apresentada por Biot (1941) com a teoria do adensamento para solos não saturados. O autor foi pioneiro na formulação de uma variável de tensão em que se era considerado de forma independente os efeitos da tensão efetiva e da poropressão. Em seguida Croney et al. (1958) propôs a equação

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - \beta' u_w \delta_{ij} \quad (2.1)$$

Onde,  $\sigma'_{ij}$  é o tensor de tensões efetivas,  $\sigma_{ij}$  é o tensor de tensões totais,  $\delta_{ij}$  é o delta de Kronecker,  $u_w$  é a pressão da água e  $\beta'$  é um fator que representa o efeito da sucção na tensão efetiva.

Posteriormente Bishop (1959) considerou a ação simultânea da pressão do ar ( $u_a$ ) com a pressão da água, e sugeriu a utilização da

$$\sigma'_{ij} = (\sigma_{ij} - u_a \delta_{ij}) + \chi_{bs}(u_a - u_w) \delta_{ij} \quad (2.2)$$

Esta variável controlaria as deformações e a resistências ao cisalhamento dos solos não saturados, considerando o efeito conjunto de duas variáveis, a tensão líquida ( $p_l = \sigma - u_a$ ) e a sucção mátrica ( $s = u_a - u_w$ ) que em conjunto com um parâmetro denominado  $\chi_{bs}$  possibilitava determinar a tensão efetiva (Fredlund & Rahardjo, 1993).

A proposição de Bishop teve grande sucesso na descrição da resistência ao cisalhamento dos solos não saturados, apesar disso, o mesmo não pode ser afirmado sobre o comportamento em termos de deformação.

Jennings & Burland (1962), a partir de estudos experimentais, concluíram que a expressão proposta por Bishop não representava adequadamente o comportamento deformacional em solos com um grau de saturação inferior a um valor crítico, embora representasse de forma adequada a resistência ao cisalhamento. Os autores também apresentaram a falta de explicação do colapso por molhagem que ocorre pela saturação do solo e a dependência de  $\chi_{bs}$  com o grau de saturação, isto é, para uma mesma tensão líquida e sucção, podem haver diversos valores de tensão efetiva (Fredlund & Rahardjo, 1993).

Matyas & Radhakrishna (1968) subsequentemente introduziram o conceito de superfície de estado para descrever as respostas dos solos ao serem submetidos a uma

solicitação. A mudança de volume foi apresentada como uma superfície tridimensional em função das mesmas variáveis propostas por Bishop.

Fredlund & Morgenstern (1977) concluíram que é possível utilizar 2 das 3 possíveis variáveis de tensão em solos não saturados, sendo elas uma combinação entre  $(\sigma_{ij} - u_a \delta_{ij})$ ,  $(u_a - u_w) \delta_{ij}$  e  $(\sigma_{ij} - u_w \delta_{ij})$ .

A utilização de duas variáveis teve grande impacto no estudo do comportamento mecânico por possibilitar a separação entre os efeitos decorrente de variações no estado de tensão e na poropressão de maneira independentes. Como consequência, alguns fenômenos já observados experimentalmente puderam ser representados, como por exemplo o colapso por molhagem que ocorre pela variação da sucção a uma tensão média líquida constante (Cordão Neto, 2005).

Dentre as combinações entre os componentes de tensão, Fredlund & Morgenstern (1976) sugerem a utilização dos tensores  $(\sigma_{ij} - u_a \delta_{ij})$  e  $(u_a - u_w) \delta_{ij}$  pois desse modo há a completa separação da componente de tensão na estrutura sólida e da poropressão na fase líquida (Cordão Neto, 2005).

Houlsby (1997) afirma que no desenvolvimento de relações constitutivas para solos é necessário fazer uma escolha apropriada das variáveis de tensão e deformação de modo que a taxa de trabalho aplicada por unidade de volume no solo seja igual aos produtos das tensões com as correspondentes taxas de deformação, isto é, o trabalho interno é igual ao trabalho externo aplicado (Gens *et al.*, 2006).

## 2.1.2 Resistência ao Cisalhamento de Solos Não Saturados

A formulação para solos não saturados em termos de variáveis de tensão independentes foi proposta por Fredlund *et al.* (1978), e admite a utilização de qualquer uma das três combinações supracitadas. A envoltória de resistência pode ser então expressa pela equação

$$\tau_{ff} = c' + (\sigma - u_a)_f \cdot \text{tg}(\phi') + (u_a - u_w)_f \cdot \text{tg}(\phi^b) \quad (2.3)$$

onde,  $\tau_{ff}$  é a tensão cisalhante na ruptura,  $c'$  é a coesão efetiva, definida pelo intercepto da envoltória expandida no eixo em que a tensão líquida e a sucção mátrica são zero na ruptura,  $(\sigma - u_a)_f$  é a tensão normal líquida no plano de ruptura na ruptura,  $\phi'$  é o ângulo de atrito associado a variável de tensão normal líquida,  $(u_a - u_w)_f$  é a sucção mátrica no plano de ruptura na ruptura,  $\phi^b$  é o ângulo que indica a taxa de crescimento da resistência ao cisalhamento devido a sucção mátrica.

Como pode ser observado, duas variáveis de tensão são utilizadas para descrever a resistência ao cisalhamento do solo, diferentemente dos solos saturados que necessitam somente uma.

A Equação 2.3 exibe uma transição entre as equações de resistência ao cisalhamento. Quando o solo se aproxima da saturação, o componente de sucção desaparece, e a equação se torna igual para o caso saturado.

A representação gráfica da envoltória é feita em um espaço tridimensional, em que a ordenada é dada pela tensão cisalhante e as abscissas são dadas pela sucção mátrica e a tensão líquida como pode ser observado na Figura 2.1.

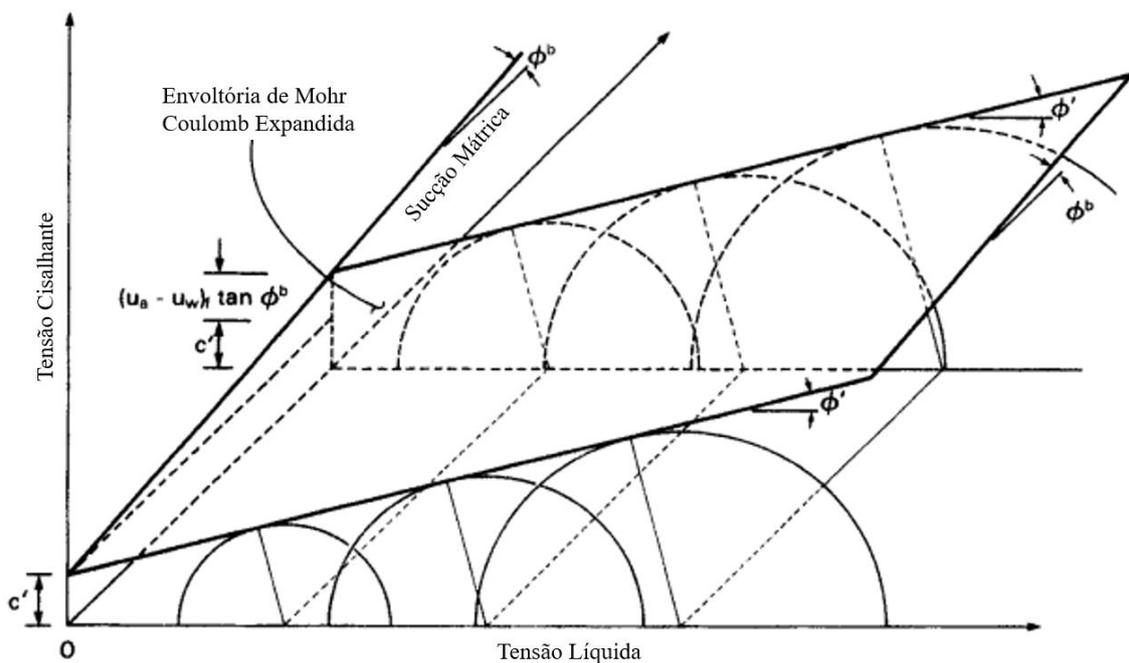


Figura 2.1 - Envoltória de ruptura de Mohr-Coulomb para solos não saturados (Adaptado de Fredlund & Rahardjo, 1993)

Destaca-se a ocorrência do aumento da coesão com o aumento da sucção mátrica, sendo definido pela equação

$$c = c' + (u_a - u_w)_f \cdot \text{tg}(\phi^b) \quad (2.4)$$

onde,  $c$  é o intercepto de coesão total, definido pelo intercepto da envoltória no eixo da tensão cisalhante a uma sucção mátrica específica e tensão normal líquida igual à zero.

### 2.1.3 Modelos Constitutivos para Solos Não Saturados

A introdução das superfícies de estado por Matyas & Radhakrishna (1968) possibilitou a criação de diversas relações quanto ao comportamento do solo com a utilização de diferentes variáveis.

Uma dessas relações foi proposta por Fredlund (1979) que apresentou um modelo elástico incremental para representar o estado de deformação do solo. O modelo pode ser associado a lei de Hooke para solos não saturados, de modo que a não linearidade da relação tensão deformação é considerada por meio da equação

$$d\varepsilon_{kl} = C_{ijkl} \cdot d(\sigma_{ij} - u_a \delta_{ij}) + d(u_a - u_w) H^e \delta_{kl} \quad (2.5)$$

onde,  $\varepsilon_{kl}$  é a parte simétrica do tensor de deformações para pequenas deformações,  $C_{ijkl}$  é o tensor de quarta ordem que transforma linearmente o tensor de tensões líquidas em deformações e  $H$  é o módulo de elasticidade da estrutura do solo com relação a mudanças na sucção mátrica.

Na Figura 2.2, apresenta-se a superfície de estado que relaciona o índice de vazios com as correspondentes taxas de variações de acordo com as variáveis propostas.

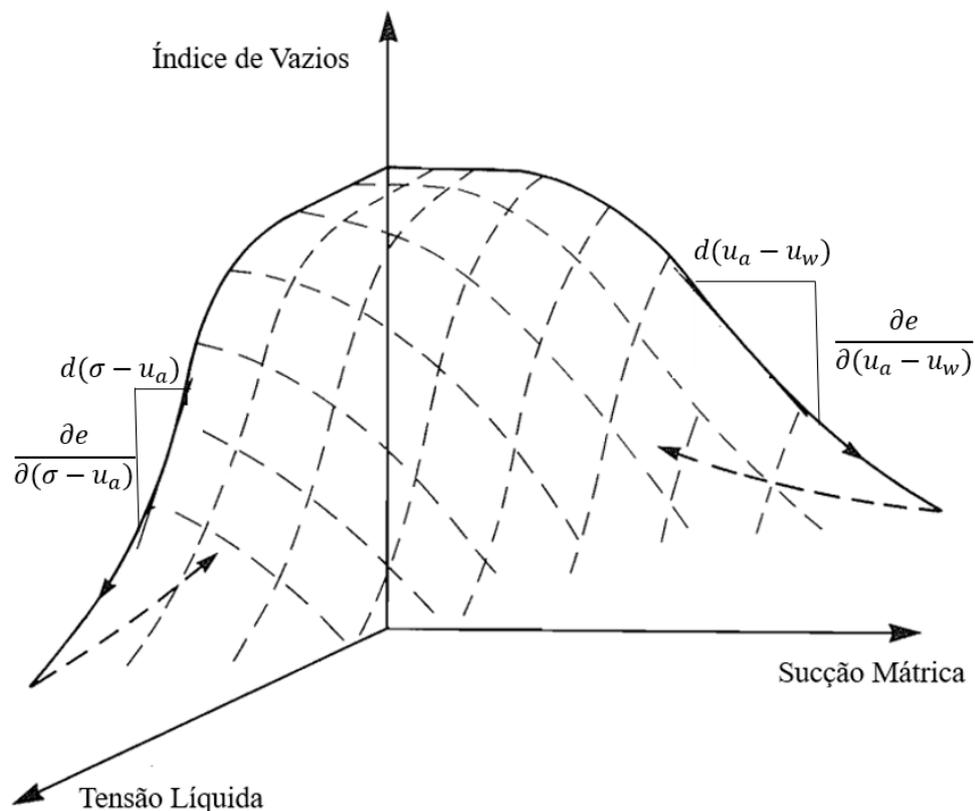


Figura 2.2 - Superfície de estado relacionando índice de vazios por variação de sucção mátrica e tensão líquida (Adaptado de Fredlund, 1979)

Essa superfície possibilita determinar as taxas de deformabilidade em função das variáveis de tensão líquida e sucção, possibilitando, portanto, a obtenção dos módulos necessários para a definição da Matriz  $C$  e o vetor  $H^e$  necessários para a determinação do estado de deformação (Fredlund, 1979).

Diversos modelos constitutivos elastoplásticos foram desenvolvidos, citando-se com especial destaque o Modelo Básico de Barcelona (BBM) introduzido por Alonso *et al.* (1990).

O BBM se baseia na ideia básica de que o solo não saturado é a formulação geral da mecânica dos solos, sendo o caso saturado somente um caso particular. O modelo consiste na expansão do Cam-Clay Modificado (Roscoe & Burland, 1968), e se utiliza da tensão líquida e da sucção mátrica como suas variáveis estado de tensão. O modelo apresenta uma superfície de plastificação no espaço  $p_l \times q \times s$ , que varia de acordo com os valores de sucção, sendo a taxa de aumento determinada pela denominada Linha de Colapso (LC). Para um valor de  $s = 0$  a superfície se torna igual a superfície utilizada pelo Cam-Clay Modificado, validando sua utilização para solos saturados. A Figura 2.3 apresenta a superfície de plastificação utilizada pelo BBM (Gens *et al.*, 2006).

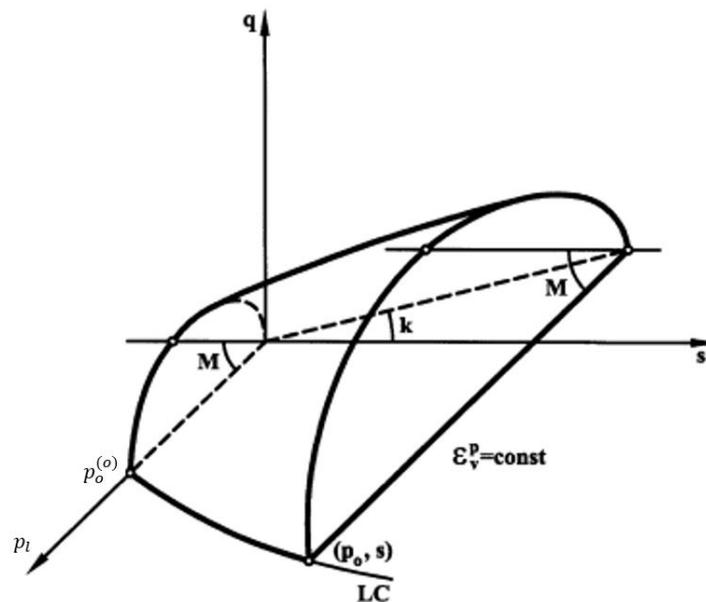


Figura 2.3 - Superfície de plastificação apresentada pelo modelo BBM (Adaptado de Gens *et al.*, 2006)

O modelo apresenta em sua formulação diversos fenômenos característicos do comportamento não saturado, dentre eles: o incremento da tensão de pré-adensamento com a sucção, a não linearidade da relação sucção-rigidez, as deformações por secagem ou colapso por molhagem dependendo do nível da tensão aplicada quando a sucção é variada, os

incrementos da resistência ao cisalhamento com os acréscimos de sucção e o acúmulo de deformações plásticas ou irreversíveis dependendo do carregamento (Alonso *et al.*, 1990).

Wheeler *et al.* (2003) expõe que o modelo é incapaz de representar a influência do grau de saturação no comportamento tensão-deformação do solo. Uma amostra de solo com alto grau de saturação apresentará porcentagens diferentes de vazios preenchidos com água, influenciando nas forças intramoleculares do esqueleto sólido, e, conseqüentemente, no comportamento tensão-deformação.

Sendo assim, o autor introduz sequencialmente os preceitos de acoplamento hidromecânico, em que o comportamento mecânico deixa de ser considerado separadamente do comportamento hidráulico, isto é, incorpora-se os efeitos da variação do grau de saturação no comportamento tensão-deformação, e sua mudança é representada pela posição na curva de retenção durante o carregamento (Wheeler *et al.*, 2003).

Nesse sentido, dois fenômenos físicos separados, são considerados. O primeiro fenômeno se dá pelas deformações do esqueleto sólido devido a carregamentos, o que incluem as deformações elásticas e plásticas. O segundo consiste na mudança no armazenamento da água nos poros, processo considerado reversível (Wheeler *et al.*, 2003).

Dentre os avanços relacionados a mecânica dos solos não saturados, destaca-se a adição de aspectos relacionados a estrutura do solo, incluindo os efeitos da microestrutura do solo e da anisotropia, introdução do conceito de acoplamento hidromecânico, introdução de conceitos relacionados a variações permanentes do grau de saturação e da histerese hidráulica e introdução do conceito de *bounding surface* na modelagem do comportamento mecânico dos solos não saturados (Alonso *et al.*, 1999; Gallipoli *et al.*, 2003; Wheeler *et al.*, 2003; Karstunen *et al.*, 2005; Yu, 2006; Sun *et al.*, 2007; Khalili *et al.*, 2008; Cordão-Neto *et al.*, 2009; Sheng *et al.*, 2008; Zhou *et al.*, 2012; Lai *et al.*, 2016; Lü *et al.*, 2017, Cordão-Neto *et al.*, 2018).

## 2.2 LIQUEFAÇÃO

A liquefação pode ser definida como a perda da resistência e rigidez do solo, induzido por acréscimos de poropressão resultantes de carregamentos cíclicos ou monotônicos. O fenômeno é característico de materiais saturados que apresentam tendência de contração de volume, de modo que, ao serem solicitados na condição não drenada, apresentam aumento da poropressão e conseqüente redução da tensão efetiva, podendo chegar a valores iguais a zero, tornando o material em um líquido viscoso sem nenhuma resistência ao cisalhamento (Guillén, 2008).

O fenômeno pode ser subdividido em dois tipos: a liquefação estática e a liquefação cíclica. A liquefação estática está associada ao comportamento contrátil dos solos e é caracterizada pelo surgimento de altos acréscimos de poropressões no interior do material devido a um carregamento monotônico ou dinâmico, ocasionando em grandes deformações e na perda de resistência residual. Já a liquefação cíclica é característica da aplicação de carregamentos de forma cíclica que ocasionam estágios de aumento de poropressão, resultando em um aumento progressivo das deformações (Guillén, 2008; Andrade, 2009).

Atualmente, a liquefação se apresenta como uma grande preocupação para as grandes estruturas construídas em solos granulares, visto que a perda de resistência geralmente ocorre de forma rápida e nas seções críticas da estrutura. Os rejeitos de mineração geralmente se enquadram nesse tipo de material, sendo, portanto, altamente suscetíveis à liquefação (Robertson, 2017).

Os estudos da liquefação estática tiveram início com o trabalho de Castro (1969) em que foi demonstrado que amostras de areia fofa sob compressão triaxial não drenada apresentavam um pico de resistência seguido por um colapso súbito, acompanhado por um grande aumento da poropressão, grandes deslocamentos e uma tendência ao amolecimento pós pico. Em seguida, Vaid & Chern (1983) apresentaram a existência de uma razão entre a tensão média e desviadora ( $\eta_l$ ) que controla o início da liquefação em amostras fofas.

Been & Jefferies (1985) apresentaram o conceito de parâmetro de estado que caracteriza a tendência dos solos granulares a liquefazer ou não. Os autores definem o parâmetro ( $\psi$ ) como a diferença entre o índice de vazios iniciais ( $e_0$ ) com o índice de vazios no estado crítico ( $e_c$ ). Para valores positivos, as amostras se apresentam com comportamento contrátil e suscetíveis a liquefação, já valores negativos se relacionaram a amostras expansivas.

Lade & Pradel (1990) posteriormente concluíram que amostras de solo contráteis totalmente saturadas podem apresentar perdas de estabilidade seguidas por um rápido acréscimo de deformações e aumento de poropressão, podendo essa instabilidade ocorrer abaixo da linha de ruptura. Lade (1992) postulou então a existência de uma linha de instabilidade que não coincide com a de ruptura, mas que inicia o processo de liquefação, sendo, portanto, denominada linha de liquefação.

A identificação do fenômeno de liquefação é feita laboratorialmente pela realização de ensaios triaxiais adensados não drenados como exposto por Kramer (1996). O autor por meio de ensaios em areias com mesmo índice de vazios inicial, mas diferentes tensões confinantes, obteve uma linha no plano  $e \times p'$  denominada Linha de Estado Crítico (CSL). Essa linha, como

mencionado anteriormente, é caracterizada por representar um estado no qual o solo flui continuamente sob tensão cisalhante, volume e velocidade constante (Corrêa, 2020).

Na Figura 2.4 apresenta-se a representação gráfica desses ensaios.

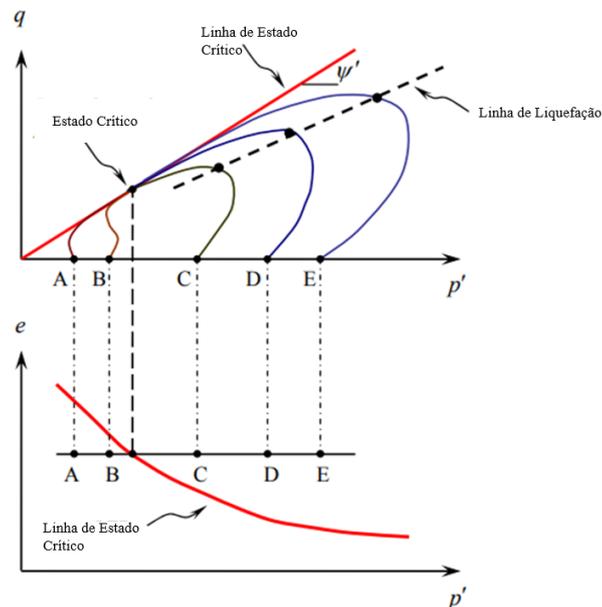


Figura 2.4 - Representação gráfica dos ensaios realizados por Kramer (Adaptado de Kramer, 1996)

As amostras A e B, por se localizarem abaixo da Linha de Estado Crítico, possuem comportamento de expansão quando cisalhadas. As amostras C, D e E exibem comportamento contrátil, atingindo um pico de resistência não drenada e deformando-se rapidamente em seguida até atingir a Linha de Estado Crítico.

### 2.2.1 Considerações para o Estudo da Liquefação em Solos Não Saturados

Os estudos atuais relacionados a ocorrência da liquefação em solos não saturados tiveram grande enfoque nos estudos associados a liquefação cíclica, havendo, portanto, uma notória escassez nos estudos da liquefação estática.

Diversos autores observaram um aumento significativo na resistência a liquefação ao se reduzir o grau de saturação da amostra (Ishihara *et al.*, 2001, 2004; Yang, 2002; Yang *et al.*, 2004; Bouferra, 2000; Bouferra *et al.*, 2007). Os maiores ganhos foram observados a valores próximos de 70% de saturação, sendo os ganhos de resistência abaixo desse valor insignificante.

Della (2010) realizou ensaios triaxiais drenados e não drenados em areais medianamente compactas variando o valor de B de 0,13 a 0,90, concluindo que a diminuição do parâmetro B tende a diminuir o comportamento contrátil do solo.

He *et al.* (2014), realizou ensaios triaxiais de compressão e extensão a diferentes índices de vazios e observou que as amostras apresentaram um aumento na resistência não drenada e

apresentaram uma transição no comportamento pós pico de amolecimento para endurecimento quando o grau de saturação foi reduzido para 88%.

Vernay *et al.* (2016) realizou um estudo experimental realizando ensaios triaxiais não drenados em areias aplicando-se diferentes valores iniciais de grau de saturação. Os autores concluíram que a presença de ar aumenta a rigidez inicial do solo, e que a aplicação de qualquer valor de sucção acarretam em mudanças significativas na resistência à liquefação cíclica. Além disso, comprovou-se que a liquefação cíclica pode ocorrer independentemente do valor inicial do grau de saturação, ressaltando a possibilidade de ocorrência do fenômeno também em solos não saturados.

Carrera (2008) apresentou a caracterização hidromecânica do rejeito da Mina Stava, tendo como foco principal a ocorrência do fenômeno de liquefação estática em materiais siltosos saturados. O autor conclui que o fenômeno também tem grande ocorrência nesse tipo de material, comprovando a necessidade de estudos quanto a liquefação também em materiais siltosos, e não somente em materiais arenosos.

Bella (2017) deu então continuidade nos estudos de Carrera (2008) e realizou a caracterização não saturada da Mina Stava, realizando um estudo de caracterização hidromecânica completo relacionado a ocorrência de liquefação em solos não saturados e estudando o efeito de três variáveis na ocorrência da liquefação estática, sendo elas: o grau de saturação, o índice de vazios iniciais e o método de preparação da amostra.

## 2.3 MODELOS CONSTITUTIVOS PARA A LIQUEFAÇÃO

Em relação a modelagem constitutiva da liquefação, atualmente o modelo mais utilizado é denominado NorSand (Jefferies, 1993), sendo este um modelo elastoplástico semelhante ao Cam-Clay original, e introduz o parâmetro de estado para prever o comportamento do solo.

O modelo é caracterizado por possibilitar a representação do comportamento contrátil ou dilatantes em areias durante um carregamento de cisalhamento, permitindo definir o comportamento do solo em termos de deformação quando cisalhado, ou seja, se o solo tenderá a dilatar, nos casos em que o parâmetro de estado é negativo, ou contrair, quando esse é positivo.

Dentre os preceitos fundamentais do modelo, Jefferies (1993) apresenta dois axiomas que ditam as idealizações assumidas para os solos granulares. O primeiro consiste na existência de uma superfície, Linha de Estado Crítico (CSL), no espaço  $p - q - e$ , em que o solo pode deformar indefinidamente a uma tensão e índice de vazios constante. O segundo consiste no pressuposto que essa linha (CSL) representará o estado último do solo independente do seu

estado de tensão inicial, de modo que independente de o material contrair ou dilatar ele tenderá a essa reta.

Outra grande diferença postulada pelo modelo consiste na existência de infinitas linhas de compressão virgens (NCL) no espaço  $e - \ln(p')$  que dependem do índice de vazios inicial. Na Figura 2.5 apresenta-se a representação visual dessas linhas, que no caso não só são infinitas, mas também não são paralelas a CSL (Jefferies & Been, 2016).

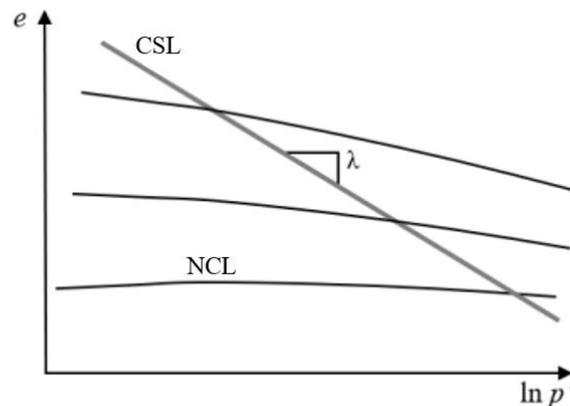


Figura 2.5 - Proposição das Linhas de Compressão Virgem (NCL) e Linha de Estado Crítico (CSL) propostas por Jefferies & Been (2016)

Dentre os parâmetros e variáveis utilizados na formulação da liquefação, apresentam-se: as propriedades que descrevem a linha de estado crítico do solo ( $\Gamma, \lambda$ ), as propriedades que descrevem o comportamento de tensão/dilatação do solo ( $M, N$ ), a propriedade que descreve o comportamento estado/dilatação do solo ( $\chi'$ ), a propriedade que descreve a rigidez ou compressibilidade plástica do solo ( $H'$ ) e as propriedades elásticas ( $I_r, \nu$ ) (Jefferies, 1993).

Apesar da grande difusão do modelo na comunidade acadêmica, sua utilização apresenta instabilidades que não possibilita a modelagem efetiva do comportamento do material, um exemplo disso pode ser observado nas análises numéricas da barragem da Mina do Córrego do Feijão em que o modelo apresentou instabilidades numéricas e precisou ser descontinuado. (Robertson et al., 2019).

Nesse sentido, surge o modelo *Clay and Sand Model* (CASM) apresentado por Yu (1998) que se baseia na introdução de dois novos parâmetros associados ao formato da superfície de plastificação, de modo que esta apresente flexibilidade na representação de qualquer tipo de material. O modelo foi utilizado nas análises numéricas do rompimento da barragem de brumadinho, sendo então de grande importância no estudo da liquefação estática no país. Sua utilização é baseada na teoria dos estados críticos, incorporando o parâmetro de estado apresentado por Been & Jefferies (1985) em sua formulação (Arroyo & Gens, 2022).

Cita-se como vantagem de utilização do CASM em relação a outros modelos:

- A inclusão do parâmetro de estado na sua formulação de modo a incluir os diversos conceitos apresentados por Been & Jefferies (1985) referentes ao comportamento das areias, e que já são utilizados pelo modelo NorSand;
- A possibilidade de modificação da superfície de plastificação de modo a possibilitar a representação de qualquer tipo de material, e não só de materiais granulares como no NorSand;
- A representação de diversos fenômenos e trajetórias de carregamento, incluindo o pico de resistência seguido por um processo de amolecimento decorrente de carregamentos não drenados, comportamento este não observável nem pelo Cam Clay nem pelo NorSand;
- A facilidade de expansão do modelo para representação de diversos fenômenos observados na mecânica dos solos, incluindo a representação do comportamento não saturado, representação de carregamento cíclicos, inclusão da viscosidade do material etc (Yu, 2006).

Devido a importância do modelo para a presente dissertação, a formulação do CASM será discutida no Capítulo 3, abordando os aspectos gerais relacionados a sua utilização e expansão para avaliar o comportamento não saturado.

### 3 MODELO UNIFICADO DE AREIA E ARGILA (CASM)

O objetivo do presente capítulo consiste em apresentar a formulação do Modelo Unificado de Areia e Argila (CASM) em conjunto com as considerações necessárias para expandir sua utilização na representação do comportamento não saturado dos solos.

#### 3.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A utilização de modelos constitutivos elastoplásticos tem grande difusividade na mecânica dos solos pela possibilidade de reprodução das peculiaridades inerentes do material. Dentre essas peculiaridades, destaca-se: a não-linearidade da relação tensão-deformação, a ocorrência de deformações elásticas e deformações plásticas, a anisotropia e a dependência do histórico de tensões.

Apesar dessas possibilidades, quanto mais completa a formulação de um modelo, mais complexa se torna também sua formulação, tornando-se necessário aumentar o número de parâmetros, que muitas vezes não apresentam nenhum sentido físico, para quantidades inviáveis de utilização. Sendo assim, um dos grandes desafios da modelagem constitutiva torna-se a obtenção de um modelo simples o suficiente para que represente a maior quantidade de comportamentos, com a menor quantidade de parâmetros.

Nesse sentido, o CASM surge como um modelo caracterizado pela sua flexibilidade de utilização, apresentando uma formulação única para uma grande quantidade de materiais. Dentre suas especificidades, apresenta-se a possibilidade de modificação do formato da superfície de plastificação e a inclusão do parâmetro de estado na sua formulação, que possibilita solucionar alguns dos grandes problemas apresentados pelos modelos clássicos, incluindo: melhorias na tensão de ruptura obtidas no lado seco, a utilização de uma lei de fluxo não associada e a modelagem tanto de materiais finos como de materiais granulares (Yu, 1998).

Apresenta-se na Figura 3.1 a representação do lado seco e úmido no espaço  $p - q$ .

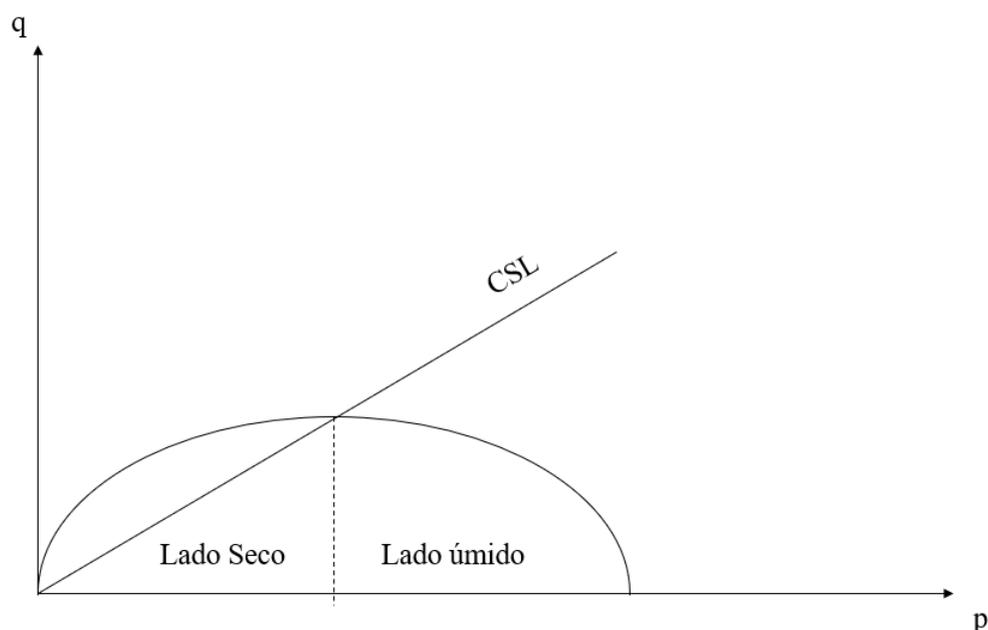


Figura 3.1 - Representação Gráfica do Lado Seco e Lado Úmido no espaço  $p - q$

O conceito de lado seco e úmido surgiu da necessidade em se explicar as diferenças decorrentes do cisalhamento de materiais normalmente adensados e pré adensados. Materiais no lado seco, isto é, mais densos do que o estado crítico, apresentarão um comportamento de dilatação, ou um decréscimo de poropressão para condições não drenadas. Já materiais que estão no lado úmido se apresentam mais fofos que o estado crítico, e, portanto, apresentarão um comportamento de contração para atingir o estado crítico (Yu, 2006).

Atualmente, os modelos convencionais conseguem reproduzir bem somente o lado úmido. Modelos tais como o Cam Clay Modificado e o BBM apresentam uma região elástica muito grande no lado seco, resultando em valores superestimados da tensão desviadora de pico. Nesse sentido, o CASM possibilita ajustar o lado seco, de modo a possibilitar uma melhor resposta nessa região (Yu, 2006).

Visto que o modelo inclui em sua formulação o parâmetro de estado apresentado por Been & Jefferies (1985) serão apresentados a seguir alguns conceitos referentes a esse parâmetro.

### 3.2 O PARÂMETRO DE ESTADO

O parâmetro de estado é definido por Been & Jefferies (1985) como a diferença entre o volume específico e o volume específico no estado crítico a uma mesma tensão efetiva média (Figura 3.2). Sua interpretação se baseia na inclusão da influência conjunta da densidade e da tensão confinante no comportamento do material, de modo que ao se comparar duas amostras com o mesmo parâmetro de estado, estas deverão apresentar o mesmo comportamento

independente do histórico de tensões (Been & Jefferies, 1985; Sladen *et al.*, 1985; Sladen & Oswell, 1989).

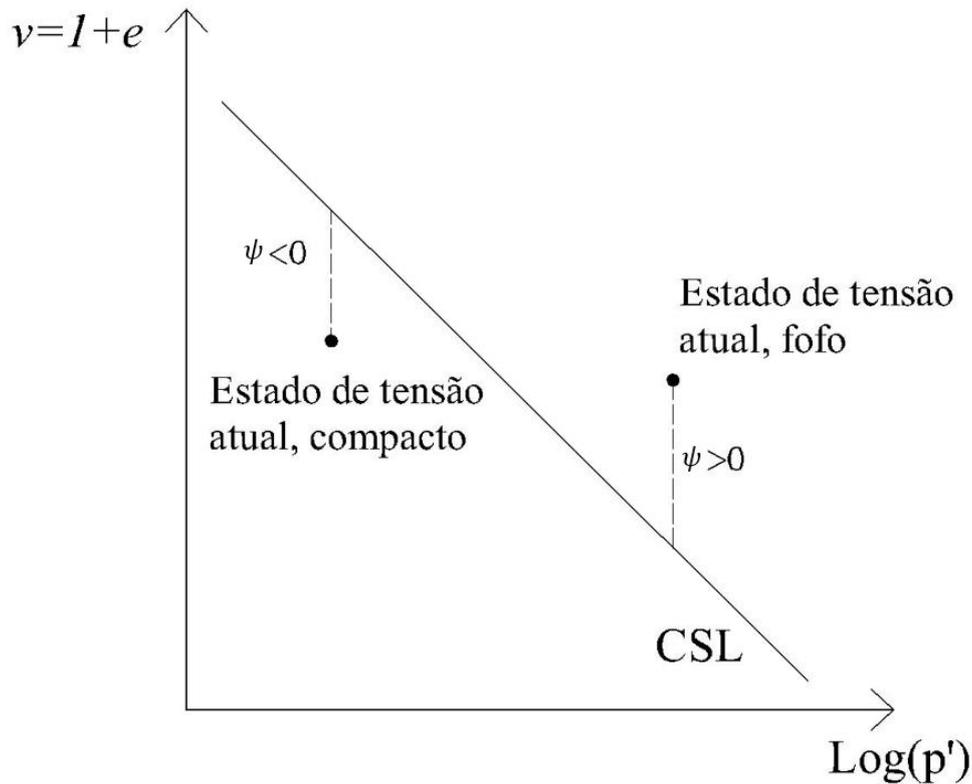


Figura 3.2 - Representação Gráfica do Parâmetro de Estado ( $\psi$ )

Observa-se que para estados de tensão abaixo da linha de estados crítico, o parâmetro de estado apresenta valores negativos, caracterizando o material como compacto e, conseqüentemente, apresentando comportamento dilatante. Já para estados acima da CSL, o parâmetro apresenta valores positivos, caracterizando sua tendência em contrair.

Historicamente, a razão de pré-adensamento (OCR) foi utilizada como padrão para descrever o comportamento mecânico das argilas sob diferentes condições de carregamento. Apesar disso, sua utilização para solos granulares era inviabilizada pela necessidade de utilização de altos níveis de tensão para sua determinação. Nesse sentido, o parâmetro de estado surgiu como uma alternativa a sua utilização, podendo ser facilmente obtido para qualquer tipo de material e apresentando função semelhante ao OCR (Yu, 1998).

O material antes de alcançar o estado crítico é controlado pelo parâmetro de estado, definido por

$$\psi = v + \lambda \cdot \ln(p) - \Gamma \quad (3.1)$$

onde,  $v = (1 + e)$  é o volume específico,  $\lambda$  é a inclinação da linha de compressão isotrópica (NCL),  $p$  é a média das tensões principais efetivas e  $\Gamma$  é o volume específico da linha de estado crítico para um valor de  $p = 1 \text{ kPa}$ .

### 3.3 RELAÇÃO ESTADO DE TENSÃO PARA AREIAS E ARGILAS

Yu (1995, 1998) pela observação dos estudos experimentais das superfícies de estado realizadas por Stroud (1971), Lee & Seed (1967), Schofield & Wroth (1968), Sladen et al. (1990) e Coop & Lee (1993), define uma relação entre o estado de tensão com o parâmetro de estado definido pela equação

$$\left(\frac{\eta}{M}\right)^n = 1 - \frac{\psi}{\psi_R} \quad (3.2)$$

onde,  $\psi_R = (\lambda - \kappa)\ln(r)$  é o parâmetro de estado de referência,  $n$  e  $r$  são os dois novos parâmetros utilizados para descrever a superfície de plastificação do modelo,  $M$  é um parâmetro relacionado ao estado crítico e  $\kappa$  é a inclinação da reta de recompressão no espaço  $v - \ln(p')$ . Finalmente,  $\eta$  é definido por

$$\eta = \frac{q}{p} \quad (3.3)$$

onde,  $q$  é a tensão desvio das tensões principais.

Dentre a importância dessa relação apresentam-se os dois novos parâmetros utilizados pelo modelo,  $n$  e  $r$ , que são responsáveis pelo formato da superfície de plastificação, possibilitando a generalização da formulação para diferentes tipos de materiais. O parâmetro  $n$  geralmente varia entre 1,0 e 5,0, e seu efeito na superfície de plastificação pode ser observado na Figura 3.3, em que se apresenta a superfície para diferentes valores de  $n$ .

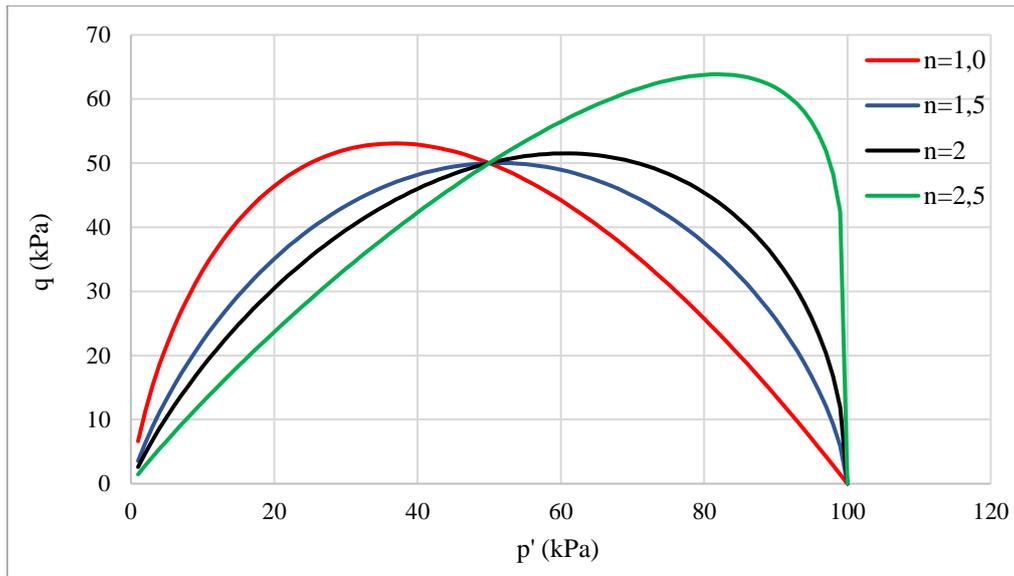


Figura 3.3 - Representação gráfica da superfície de plastificação para diferentes valores de  $n$

Observa-se que a alteração do valor de  $n$  altera ambos os lados da superfície, de modo que, ao se aumentar o seu valor, a superfície tende a se movimentar para o lado direito, como apresentado pelos valores de  $n = 2$  e  $n = 5$ . Para o valor de  $n = 1,5$ , a superfície é simétrica, e para valores abaixo disso, a superfície se movimenta para a esquerda. Atualmente carecem estudos que associem os valores do parâmetro  $n$  em relação ao tipo de material, apesar disso, a modificação desse parâmetro possibilita melhorias na resposta de deformação volumétrica no lado seco, visto que modifica o trecho da superfície de plastificação presente nesse espaço.

O valor de  $r$  é utilizado para estimar o parâmetro de estado de referência, que consiste no estado mais fofo que um solo pode alcançar na prática. É interessante ressaltar que seu valor na verdade é utilizado por todos os modelos, sendo que muitos o consideram constante, como por exemplo o Cam-Clay que se utiliza de um valor de 2,718. Seus valores variam desde 2 até o infinito, sendo o valor para areias muito maior que para argilas. Sua representação visual pode ser observada na Figura 3.4.

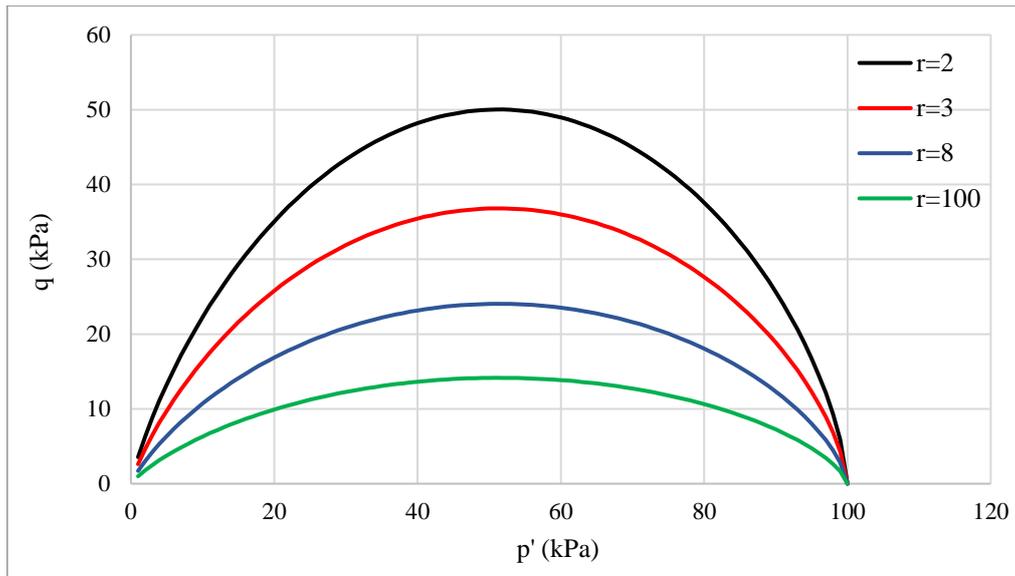


Figura 3.4 - Representação gráfica das alterações no valor de  $r$

Observa-se que a medida em que se aumenta os valores de  $r$ , a tensão de pico diminui. A Figura 3.5 apresenta visualmente uma síntese dos parâmetros em conjunto com  $\Gamma$  e  $v_\lambda$ , que representam o índice de vazios para uma tensão média de 1 kPa na CSL e em uma linha de referência que passa pelo estado de tensão atual, e  $p_u$  e  $p_e$  que representam a tensão média atual na CSL e na linha de referência.

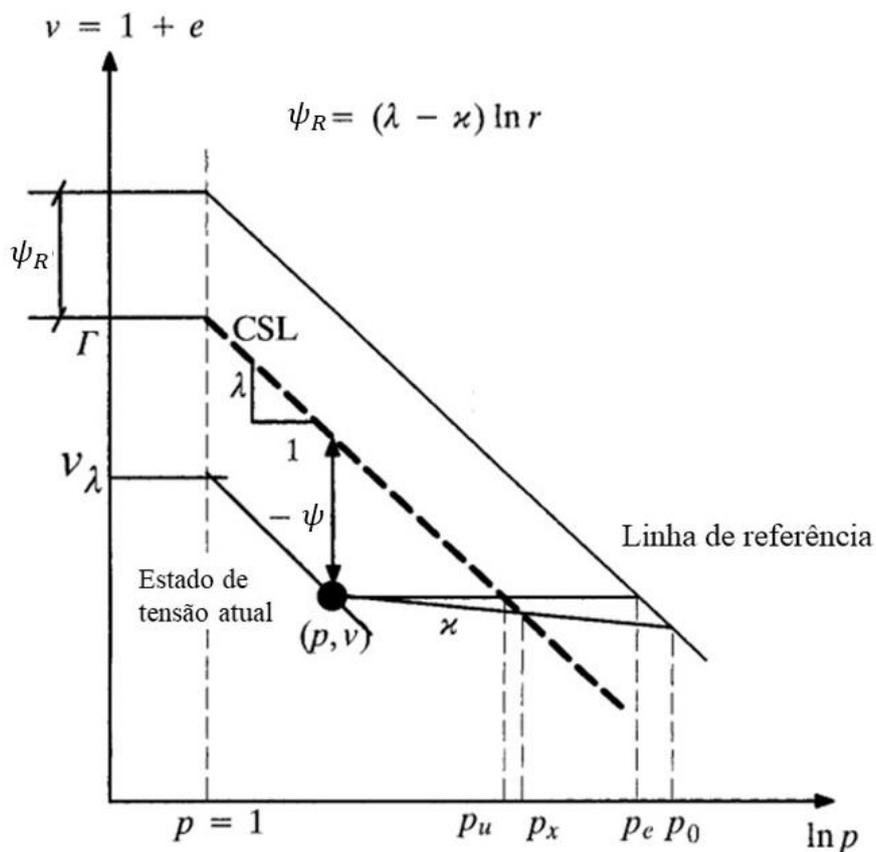


Figura 3.5 - Representação gráfica dos parâmetros do CASM no espaço  $v - \ln(p)$  (Adaptado de Yu, 1998)

A Equação 3.2 pode ser reescrita em termos da tensão de pré-adensamento, para isso utiliza-se a Figura 3.5 como subsídio para a obtenção da equação

$$\frac{\psi}{\psi_R} = \frac{-(\lambda - \kappa) \cdot \ln\left(\frac{p_x}{p}\right)}{(\lambda - \kappa) \cdot \ln(r)} = 1 + \frac{\ln\left(\frac{p}{p_0^{(0)}}\right)}{\ln(r)} \quad (3.4)$$

onde,  $p_0^{(0)}$  é a tensão de pré-adensamento para solos saturados e  $p_x$  é o valor da projeção do estado de tensão de pré-adensamento na CSL.

Substituindo os valores na Equação 3.2, obtém-se

$$\left(\frac{\eta}{M}\right)^n = -\frac{\ln\left(\frac{p}{p_0^{(0)}}\right)}{\ln(r)} \quad (3.5)$$

A Equação 3.5 representa a equação de plastificação do modelo, e possui apenas 7 parâmetros e uma variável de estado.

A completa formulação de um modelo elastoplástico exige a definição de quatro elementos, sendo eles: a definição das propriedades elásticas, a definição da superfície de plastificação, a lei de fluxo e de um parâmetro de endurecimento (Wood, 1990).

A seguir são apresentadas as funções e relações propostas para o CASM, incluindo as alterações necessárias para sua expansão quanto ao comportamento não saturado dos solos.

### 3.3.1 Componentes Elásticos do Modelo

As deformações elásticas produzidas são definidas pelos parâmetros elásticos utilizados pelo modelo, que no presente caso são o Módulo de Young (E) e o Módulo de Cisalhamento (G) expressos por

$$E = \frac{3(1 - 2\nu)(1 + e)}{\kappa} p' \quad (3.6)$$

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (3.7)$$

onde,  $e$  é o índice de vazios,  $\nu$  é o coeficiente de Poisson e  $\kappa$  é a inclinação do trecho de recompressão no espaço  $v - \ln(p)$ .

O primeiro componente, Módulo de Young, é considerado proporcional a tensão efetiva média. Já para o segundo componente, é necessário assumir ou o Coeficiente de Poisson

constante, ou o Módulo de Cisalhamento constante. Por conveniência, o modelo adota o valor de coeficiente de Poisson constante, sendo  $G$  variando de acordo com  $E$  (Yu, 1998).

### 3.3.2 Função de Plastificação

A função de plastificação adotada pelo modelo é igual a relação estado de tensão apresentada anteriormente (Equação 3.5), podendo-se então expressá-la tanto em termos da tensão de pré-adensamento como em termos do parâmetro de estado.

Visto que a implementação computacional é convencionalmente feita utilizando-se da tensão pré-adensamento, esta será adotada na presente dissertação, como exposto na Equação 3.8, ou seja,

$$f(p', q, p_0^{(0)}) = \left(\frac{q}{M \cdot p'}\right)^n + \ln\left(\frac{p'}{p_0^{(0)}}\right) \frac{1}{\ln(r)} = 0 \quad (3.8)$$

### 3.3.3 Lei de Fluxo

Para definir a Lei de Fluxo é necessário inicialmente definir uma relação tensão-dilatância. Rowe (1962) apresenta uma equação desenvolvida por meio de considerações relacionadas a energia mínima necessária para que partículas deslizem. A relação definida por Rowe (1962) é apresentada como

$$d = \frac{d\varepsilon_v^p}{d\varepsilon_q^p} = \frac{9(M - \eta)}{9 + 3M - 2M\eta} \quad (3.9)$$

onde,  $d$  é a taxa de dilatância,  $d\varepsilon_v^p$  é o incremento de deformação plástica volumétrica e  $d\varepsilon_q^p$  é o incremento de deformação plástica cisalhante.

A relação apresentou grande sucesso na descrição da deformação de materiais granulares, mas também foi utilizada para argilas, sendo, portanto, bastante condizente com o princípio de generalização considerada pelo modelo (Yu, 2006).

A integração da relação de Rowe resulta na Lei de Fluxo apresentada como

$$g(p', q, A) = 3M \ln\left(\frac{p'}{A}\right) + (3 + 2M) \ln\left(\frac{2q}{p'} + 3\right) - (3 - M) \ln\left(3 - \frac{q}{p'}\right) = 0 \quad (3.10)$$

onde,  $A$  representa o tamanho da superfície, podendo ser determinado para qualquer par  $(p', q)$  se resolvendo a equação.

Apesar da relação apresentada por Rowe ter notória validade, a relação apresenta problemas na representação de trajetórias isotrópicas e oedométricas a baixos níveis de tensão. Sendo assim, (Yu, 2006) apresenta como alternativa uma relação em que o incremento de deformações plásticas no estado crítico é zero, resultando em

$$\frac{d\varepsilon_v^p}{d\varepsilon_q^p} = \frac{M^n - \eta^n}{m\eta^{n-1}} \quad (3.11)$$

onde  $n$  é o mesmo parâmetro utilizado pela superfície de plastificação do modelo e  $m$  é um novo parâmetro utilizado pelo modelo. Sua escolha deve ser feita de modo que a Lei de Fluxo apresente deformações laterais igual a zero para relações correspondentes a de Jaky (1948), ou seja, condição  $K_0$ . Assim, a relação pode ser apresentada por

$$K_0 = 1 - \text{sen}(\phi) = \frac{6 - 2M}{6 + M} \quad (3.12)$$

onde,  $\phi$  é o ângulo de atrito do material.

A relação de tensão para trajetórias  $K_0$ , é dada por

$$\eta_{K_0} = \frac{3(1 - K_0)}{1 + 2K_0} = \frac{3M}{6 - M} \quad (3.13)$$

Por definição, o incremento de deformações totais é dado pela soma do incremento elástico e do incremento plástico. Sendo assim, ao se considerar deformações laterais iguais a zero, é possível obter a relação exposta na Equação 3.14.

$$\frac{d\varepsilon_v^e + d\varepsilon_v^p}{d\varepsilon_q^e + d\varepsilon_q^p} = \frac{d\varepsilon_1}{\frac{2}{3}d\varepsilon_1} = \frac{3}{2} \quad (3.14)$$

Assumindo irrelevante os incrementos de deformação elástica em relação às plásticas, obtém-se a relação

$$\frac{d\varepsilon_v^p}{d\varepsilon_q^p} = \frac{3\lambda(0) - \kappa}{2\lambda(0)} = \frac{3}{2}\Lambda \quad (3.15)$$

onde,  $\lambda(0)$  é a inclinação do trecho de compressão virgem considerando a situação saturada.

Juntando-se as Equações 3.15, 3.13 e 3.11, obtém-se uma relação para obtenção do valor de  $m$ , expressa por

$$m = \frac{2 [M(6 - M)]^n - (3M)^n}{3 \Lambda(6 - M)(3M)^{n-1}} \quad (3.16)$$

Integrando-se então a relação apresentada, obtém-se a Lei de Fluxo utilizada nesta dissertação, expressa pela equação

$$g(p', q, A) = m \ln \left[ 1 + (m - 1) \left( \frac{\eta}{M} \right)^n \right] + n(m - 1) \ln \left( \frac{p'}{A} \right) \quad (3.17)$$

### 3.3.4 Lei de Endurecimento

O tamanho da superfície de plastificação é definido pelo parâmetro de estado que varia com as deformações volumétricas plásticas. Sabendo-se que

$$\frac{dv}{v} = -d\varepsilon_p \quad (3.18)$$

em conjunto com a Equação 3.1, é possível obter a Lei de Endurecimento dada por

$$\frac{d\psi}{d\varepsilon_p^p} = \frac{d\psi}{dv} \frac{dv}{d\varepsilon_p^p} = -v \quad (3.19)$$

onde,  $d\psi$  é o incremento do parâmetro de estado,  $dv$  é o incremento de volume específico e  $v$  é volume específico.

Que resulta em um módulo de endurecimento ( $H$ ) expresso por

$$H = \frac{v}{\psi_R} \left[ \frac{9 + 6M}{2q + 3p'} - \frac{9 - 3M}{3p' - q} \right] \quad (3.20)$$

## 3.4 EXPANSÃO PARA SOLOS NÃO SATURADOS

A expansão do modelo para consideração do comportamento não saturado se utiliza dos mesmos princípios utilizados por Alonso *et al.* 1990 para formulação do BBM - Barcelona Básic Model.

Inicialmente, torna-se necessário a definição das variáveis de estado de tensão utilizadas pelo modelo, que no presente caso adotou-se a tensão líquida ( $\sigma'_{ij}$ ) e a sucção mátrica ( $s$ ) expressas por

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - u_a \delta_{ij} \quad (3.21)$$

$$s = u_a - u_w > 0 \quad (3.22)$$

onde,  $\sigma_{ij}$  é o tensor de tensões total,  $u_a$  é a pressão do ar e  $u_w$  é a pressão da água.

Assim, um incremento de deformações volumétrica elásticas ( $d\varepsilon_p^e$ ) pode surgir de um incremento de tensão ou de sucção, conforme expresso por

$$d\varepsilon_p^e = \frac{\kappa dp_l}{v p_l} + \frac{\kappa_s ds}{v (s + p_a)} \quad (3.23)$$

onde,  $\kappa$  é a inclinação do trecho de recompressão no espaço  $v - \ln(p)$ ,  $\kappa_s$  é a inclinação do trecho de recompressão no espaço  $v - \ln(s)$ ,  $p_l$  é a tensão líquida média,  $p_a$  é a pressão do ar,  $s$  é a sucção mátrica e  $v$  é o volume específico.

Por outro lado, o incremento de deformações desvio elásticas ( $d\varepsilon_q^e$ ) será igual ao caso saturado, expresso por

$$d\varepsilon_q^e = \frac{2v}{3E} dq \quad (3.24)$$

onde,  $dq$  é o incremento de tensão desvio,  $E$  é o Módulo de Young e  $v$  é o volume específico.

Visto que tanto a sucção como a tensão líquida afetam o comportamento dos solos, torna-se necessária a definição de duas superfícies de plastificação. A primeira, conhecida como Linha de Colapso, se relaciona com as variações decorrentes do aumento de tensão ou diminuição de sucção, isto é, o processo de molhagem. Esta superfície é definida por

$$f_1 = f(p_l, q, s, p_0) = \left[ \frac{q}{M(p_l + ks)} \right]^n + \frac{1}{\ln(r)} \ln \left( \frac{p_l + ks}{p_0 + ks} \right) = 0 \quad (3.25)$$

onde,  $p_0$  é a tensão de pré-adensamento para o material não saturado e  $k$  é o aumento do efeito coesivo produzido pelo aumento da sucção.

A superfície de plastificação apresenta então uma quarta variável ( $s$ ) que inclui os efeitos da sucção na sua forma.

No espaço  $p_l - s$ , a LC, projeção da superfície de escoamento, assemelha-se a superfície proposta por Alonso *et al.* (1990), sendo expressa por

$$\frac{p_0}{p^c} = \left( \frac{p_0^{(0)}}{p^c} \right)^\omega \quad (3.26)$$

Em que  $p^c$  representa a tensão média líquida na qual se atinge o estado de compressão virgem na condição saturada,  $p_0^{(0)}$  é a tensão de pré-adensamento para o caso saturado e  $\omega$  é dado por

$$\omega = \frac{\lambda(0) - \kappa}{\lambda(s) - \kappa} \quad (3.27)$$

onde,  $\lambda(0)$  representa a inclinação da reta de compressão virgem para o caso saturado e  $\lambda(s)$  a inclinação da reta de compressão virgem para um valor de sucção  $s$ . A Equação (3.26) define os valores da tensão de pré-adensamento com a sucção.

Na Figura 3.6, apresentam-se duas trajetórias de compressão isotrópica no espaço  $v - \ln(p_t)$  com diferentes valores de sucção. Observa-se que a aplicação de sucção ocasiona em mudanças na inclinação da linha de compressão virgem e um aumento na tensão de pré-adensamento. Além disso, é apresentada uma visualização gráfica das posições de  $p^c$ ,  $p_0^{(0)}$  e  $p_0$ , e dos fenômenos de secagem e colapso.

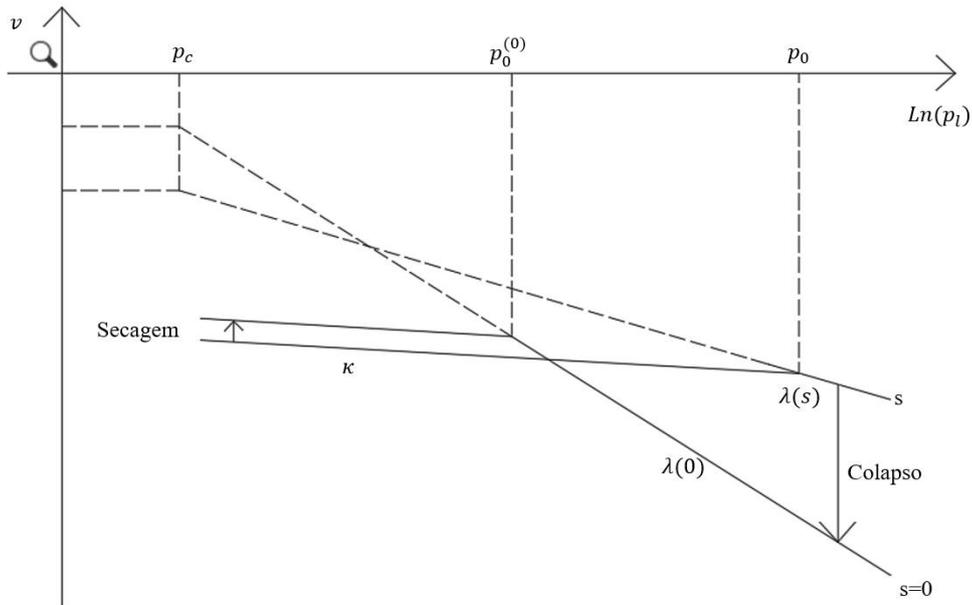


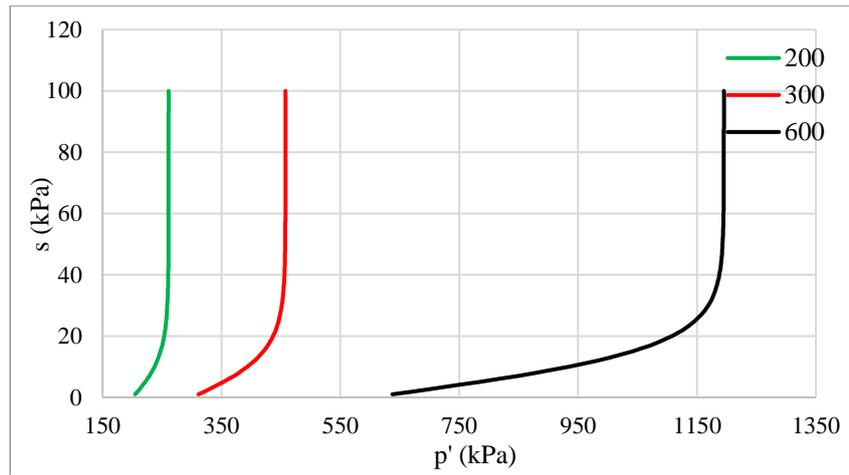
Figura 3.6 - Representação gráfica das linhas de compressão virgem ao se aplicar valores de sucção no espaço  $v - \ln(p_I)$  (Adaptado de Alonso *et al.*, 1990)

Estudos experimentais sugerem a utilização de uma equação para expressar a variação da inclinação da linha de compressão virgem, podendo ser expressa por

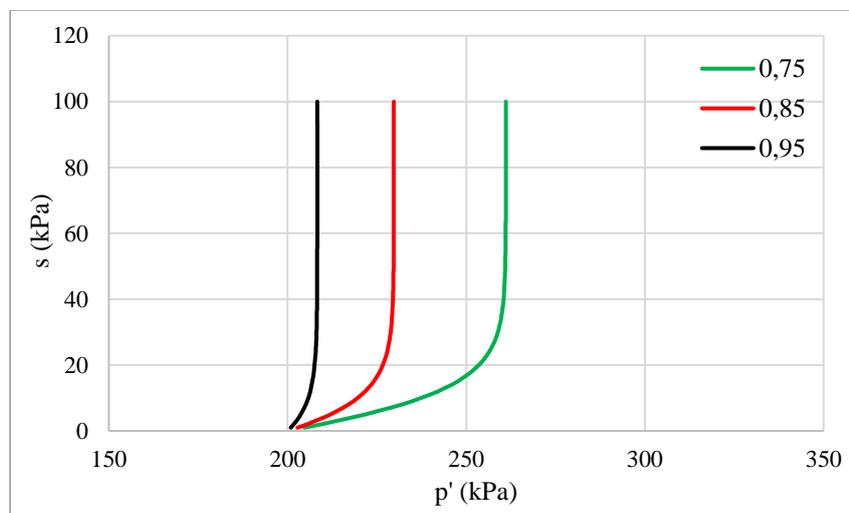
$$\frac{\lambda(s)}{\lambda(0)} = (1 - \alpha)e^{\beta s} + \alpha \quad (3.28)$$

onde,  $\alpha$  e  $\beta$  são duas constantes do material que podem ser determinadas experimentalmente.

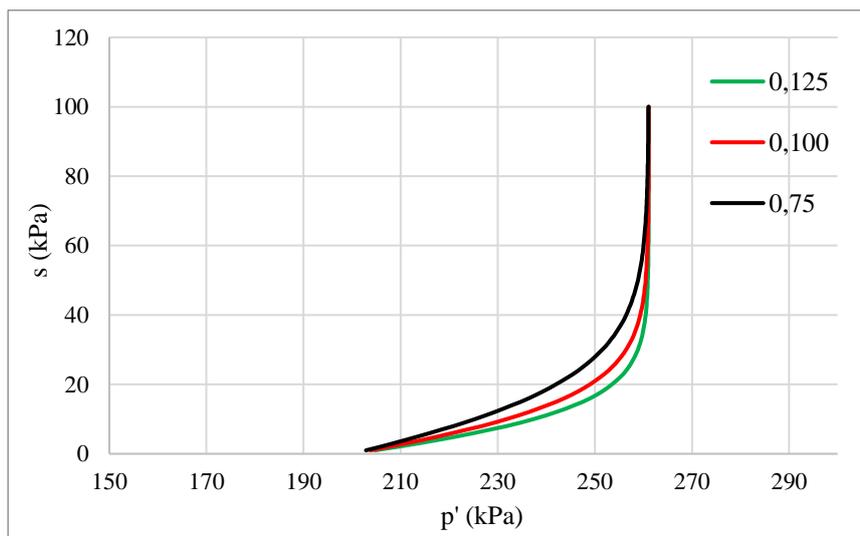
Apresenta-se na Figura 3.7 a), b) e c) a representação visual da LC ao se variar os valores de  $p_0^{(0)}$ ,  $\alpha$  e  $\beta$ , respectivamente.



a)



b)



c)

Figura 3.7 - Representação visual da LC ao se variar a)  $p_0^{(0)}$ , b)  $\alpha$  e c)  $\beta$

A segunda superfície de plastificação é denominada curva de aumento de sucção (SI) e representa os efeitos ocasionados pelo aumento da sucção, isto é, o processo de secagem. A superfície no espaço  $p - s$  consiste em uma reta horizontal definida pelo maior valor de sucção já atingido pelo material. Essa superfície é representada pela equação

$$f_2 = f(s, s_0) = s - s_0 = 0 \quad (3.29)$$

onde,  $s_0$  é o maior valor de sucção já atingido.

Na Figura 3.8 apresenta-se a representação visual dos parâmetros supracitados no espaço  $p - s$  em conjunto com as duas superfícies definidas pelo modelo.

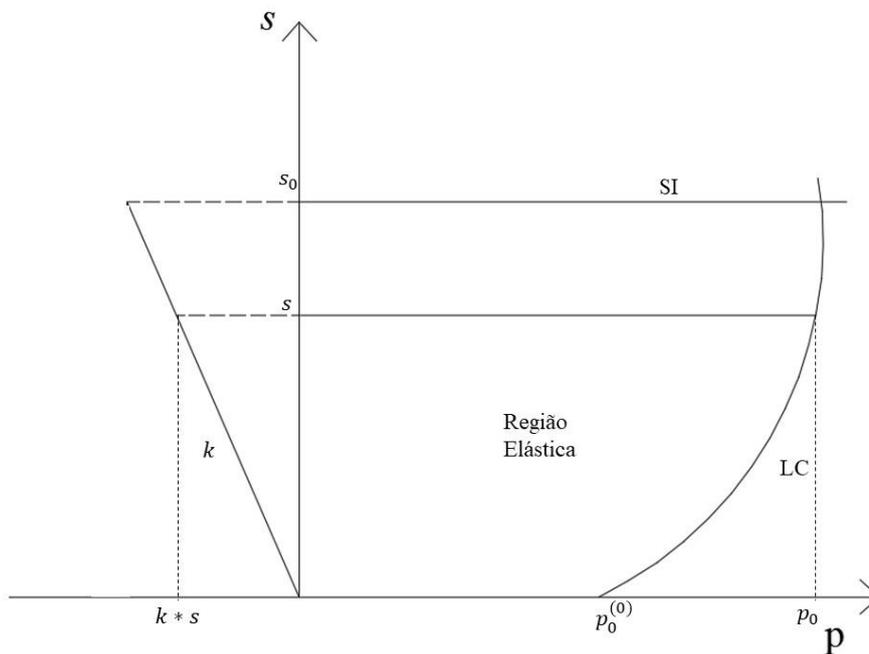


Figura 3.8 - Representação gráfica da Linha de Colapso (LC) e de aumento de sucção (SI) no espaço  $p_l - s$  (Adaptado de Alonso *et al.*, 1990)

Observa-se que o modelo delimita a região elástica pelas duas superfícies, sendo assim, a ocorrência de deformações plásticas fica definida por dois processos diferentes. O primeiro ocorre pelo acréscimo de tensão líquida para valores além da Linha de Colapso. O segundo ocorre pelo acréscimo de sucção para valores além da SI

### 3.4.1 Lei de Fluxo para a Linha de Colapso

Assim como é necessário determinar uma Lei de Fluxo para a superfície de plastificação de um solo saturado, o mesmo deve ser feito para cada uma das superfícies utilizadas pelo modelo. Sendo assim, para a Linha de Colapso, é adotada a mesma relação tensão-dilatância

utilizada no CASM, sendo a única alteração decorrente do aumento do efeito coesivo, que alterará a razão de tensões para a expressão

$$\eta_s = \frac{q}{p + ks} \quad (3.30)$$

onde  $k$  representa o efeito coesivo advindo da sucção. O valor de  $m$  pode ser obtido pelo mesmo processo utilizado para a condição saturada, resultando na equação

$$m = \frac{2}{3} \frac{\lambda(0)}{\lambda(0) - \kappa} \frac{[M(6 - M)]^n - (3M)^n}{(6 - M)(3M)^{n-1}} \quad (3.31)$$

A Lei de Fluxo é então apresentada como

$$g_1 = m \ln \left[ 1 + (m - 1) \left( \frac{\eta_s}{M} \right)^n \right] + n(m - 1) \ln \left( \frac{p + ks}{A} \right) \quad (3.32)$$

### 3.4.2 Lei de Fluxo para a Superfície de Aumento de Sucção

Para determinar as deformações plásticas associada à SI, é admitido fluxo associado, isto é, a Lei de Fluxo é igual à superfície de plastificação, como

$$g_2 = f_2 = s - s_0 = 0 \quad (3.33)$$

### 3.4.3 Integração da Relação Tensão-Deformação

O estudo das deformações em solos não saturados requer o cálculo dos incrementos de deformações resultantes das variações no estado de tensão-sucção. Sendo assim, torna-se necessária a obtenção de não somente uma matriz de compressibilidade, mas também de um vetor associado a variações na sucção (Cordão Neto, 2005).

Por definição, as deformações são compostas pela soma de duas componentes, a componente elástica e a componente plástica. A componente elástica pode ser definida por

$$d\varepsilon_i^e = C_{ij}^e d\sigma_j + H_i^e ds \quad (3.34)$$

onde,  $d\varepsilon_i^e$  é o vetor incremento de deformação elástica,  $C_{ij}^e$  é a inversa da matriz elástica tensão-deformação,  $d\sigma_j$  é o incremento de tensão líquida,  $H_i^e$  é o vetor elástico associado as deformações decorrentes da sucção e  $ds$  é o incremento de sucção.

Como exposto anteriormente, a componente elástica utilizada pelo CASM se baseia na utilização do Coeficiente de Poisson e do Módulo de Young. Sendo assim, a matriz  $C_{ij}^e$  é composta por esses dois componentes (Yu, 2006).

Já o vetor elástico associado a sucção é expresso por

$$H_i^e = m_i \frac{\kappa_s}{3(1+e)(s+p_a)} \quad (3.35)$$

onde,  $\kappa_s$  é o coeficiente de recompressão decorrente do processo de molhagem,  $p_a$  é o valor da pressão atmosférica e  $m_i$  é o vetor unitário.

Por definição, as deformações plásticas são calculadas pela Equação 3.35.

$$d\varepsilon_i^p = \chi \frac{\partial g}{\partial \sigma_i} \quad (3.36)$$

onde,  $d\varepsilon_i^p$  é o vetor incremento de deformação plástica,  $\chi$  é o multiplicador plástico e  $\frac{\partial g}{\partial \sigma_i}$  é a projeção do vetor normal à superfície potencial plástica no espaço de tensões.

Somando-se as parcelas elásticas e as parcelas plásticas, é possível obter o incremento de deformação total ( $d\varepsilon_i$ ) como

$$d\varepsilon_i = C_{ij}^e d\sigma_j + \chi \frac{\partial g}{\partial \sigma_i} + H_i^e ds \quad (3.37)$$

onde,  $d\sigma_j$  é o incremento de tensão líquida e  $ds$  é o incremento de sucção.

A Equação 3.37 pode ser expressa também isolando-se o incremento de tensão líquida ( $d\sigma_j$ ), resultando em

$$d\sigma_j = D_{ij}^e \left( d\varepsilon_i - \chi \frac{\partial g}{\partial \sigma_i} - H_i^e ds \right) \quad (3.38)$$

onde,  $D_{ij}^e$  é a matriz inversa de  $C_{ij}^e$ .

Para a obtenção do valor do multiplicador plástico, é necessária a utilização da condição de consistência, que, no caso, é imposta pelo limite físico da superfície de plastificação, que não permite estados de tensão além da sua superfície. Essa condição é expressa por

$$\frac{\partial f_1}{\partial \sigma_j} d\sigma_j + \frac{\partial f_1}{\partial s} ds + \frac{\partial f_1}{\partial p_0} \frac{\partial p_0}{\partial p_0^0} \frac{\partial p_0^0}{\partial \varepsilon_v^p} d\varepsilon_v^p = 0 \quad (3.39)$$

onde,  $\frac{\partial f_1}{\partial \sigma_j}$  é a projeção no espaço de tensões do vetor normal a superfície de plastificação,  $\frac{\partial f_1}{\partial s}$  é a projeção no eixo de sucção do vetor normal a superfície de plastificação,  $\frac{\partial f_1}{\partial p_0} \frac{\partial p_0}{\partial p_0^0} \frac{\partial p_0^0}{\partial \varepsilon_v^p}$  é o parâmetro de endurecimento e  $d\varepsilon_v^p$  é o incremento de deformação volumétrica plástica.

O incremento de deformação volumétrica plástica é dado por definição por

$$d\varepsilon_v^p = \chi \left( \frac{\partial g_1}{\partial \sigma_1} + \frac{\partial g_1}{\partial \sigma_2} + \frac{\partial g_1}{\partial \sigma_3} \right) \quad (3.40)$$

onde  $g$  é a função potencial plástica.

Juntando-se as Equação 3.39 com a 3.40, obtém-se a equação

$$\frac{\partial f_1}{\partial \sigma_j} d\sigma_j + \frac{\partial f_1}{\partial s} ds + \chi \frac{\partial f_1}{\partial p_0} \frac{\partial p_0}{\partial p_0^0} \frac{\partial p_0^0}{\partial \varepsilon_v^p} \left( \frac{\partial g_1}{\partial \sigma_1} + \frac{\partial g_1}{\partial \sigma_2} + \frac{\partial g_1}{\partial \sigma_3} \right) = 0 \quad (3.41)$$

Observa-se que a Equação 3.37 e 3.40 formam um sistema com duas incógnitas, o incremento de tensão líquida e o multiplicados plástico. A resolução desse sistema possibilita obter o multiplicador plástico como

$$\chi = \frac{a_l D_{lm}^e}{a_j D_{ij}^e b_i - Y} d\varepsilon_m + \frac{c - a_l D_{ml}^e H_m^e}{a_j D_{ij}^e b_i - Y} ds \quad (3.42)$$

onde,  $a_l = \frac{\partial f_1}{\partial \sigma_l}$ ,  $b_i = \frac{\partial g_1}{\partial \sigma_i}$ ,  $c = \frac{\partial f_1}{\partial s}$  e  $Y = \frac{\partial f_1}{\partial p_0} \frac{\partial p_0}{\partial p_0^0} \frac{\partial p_0^0}{\partial \varepsilon_v^p} \left( \frac{\partial g_1}{\partial \sigma_1} + \frac{\partial g_1}{\partial \sigma_2} + \frac{\partial g_1}{\partial \sigma_3} \right)$ . E,

$$d\sigma_i = D_{ij} d\varepsilon_j - h_i ds \quad (3.43)$$

onde,  $D_{ij}$  é a matriz tensão-deformação e  $h_i$  o vetor tensão-poropressão, expressos pelas Equações 3.43 e 3.44 respectivamente.

$$D_{ij} = D_{ij}^e - \frac{a_l D_{ij}^e D_{ik}^e b_k}{a_j D_{ij}^e b_i - Y} \quad (3.44)$$

$$h_i = D_{ij}^e H_j^e + D_{ij}^e (c - a_l D_{ml}^e H_m^e) \frac{b_j}{a_p D_{pq}^e b_q - Y} \quad (3.45)$$

No Apêndice A apresentam-se todas as derivadas necessárias para a implementação computacional das formulações supracitadas.

### 3.4.4 Leis de Endurecimento

As Leis de Endurecimento utilizadas pelo modelo são geridas pelas deformações volumétricas plásticas, sendo dadas pelas Equação 3.45 e 3.46.

$$dp_0^{(0)} = \frac{vp_0^{(0)}}{\lambda(0) - \kappa} d\varepsilon_v^p \quad (3.46)$$

$$ds_0 = \frac{v(s_0 + p_a)}{\lambda_s - \kappa_s} d\varepsilon_v^p \quad (3.47)$$

onde,  $\lambda_s$  é a inclinação do trecho de compressão virgem no espaço  $v - \ln(s)$  e  $s_0$  é o maior valor de sucção já atingido pelo material.

### 3.4.5 Síntese dos Parâmetros Necessários

Na Tabela 3.1 apresentam-se resumidos os parâmetros utilizados pelo modelo, seu significado físico e os seus métodos de obtenção.

Tabela 3.1 - Parâmetros necessários para utilização do CASM expandido para materiais não saturados

Parâmetro	Associação	Obtenção	Significado	
<b>Elásticos</b>	$\nu$	-	-	Coefficiente de Poisson
	$E$	-	Equação 3.6	Módulo de Young
	$H_i^e$	-	Equação 3.33	Módulo Elástico para a fase água
<b>Plástico</b>	$\lambda(0)$	LC	Ensaio oedométrico na condição saturada	Compressibilidade volumétrica do trecho virgem na condição saturada
	$\kappa$	LC	Ensaio oedométrico na condição saturada	Compressibilidade elástica na condição saturada
	$p_c$	LC	Conjunto de pelo menos 3 ensaios oedométricos com diferentes valores de sucção	Tensão média líquida referente ao início trecho virgem
	$\alpha$	LC	Conjunto de pelo menos 3 ensaios oedométricos com diferentes valores de sucção	Ajuste de curva para variação da compressibilidade volumétrica virgem em função da sucção
	$\beta$	LC	Conjunto de pelo menos 3 ensaios oedométricos com diferentes valores de sucção	Ajuste de curva para variação da compressibilidade volumétrica virgem em função da sucção
	$M$		Ensaio de cisalhamento direto com diferentes valores de sucção.	Inclinação da linha de estados críticos
	$k$		Ensaio de cisalhamento direto com diferentes valores de sucção.	Representa o aumento do efeito coesivo devido ao aumento de coesão.
	$\kappa_s$	SI	Ensaio que envolva ciclos de secagem-molhagem a uma tensão média líquida constante	Compressibilidade volumétrica de descarregamento em relação a sucção.
	$\lambda_s$	SI	Ensaio que envolva ciclos de secagem-molhagem a uma tensão média líquida constante	Compressibilidade volumétrica virgem associada a sucção.
	$n$	CASM	Ensaio triaxial não drenado	Associado ao formato da superfície de plastificação.
	$r$	CASM	Ensaio triaxial não drenado	Associado ao formato da superfície de plastificação.
$m$	-	Equação 3.29	Parâmetro para a Lei de Fluxo	

Além dos parâmetros, é necessário também a determinação das condições iniciais das amostras, apresentados na Tabela 3.2.

Tabela 3.2 - Condições iniciais necessárias para utilização do CASM expandido para materiais não saturados

<b>Parâmetro</b>	<b>Obtenção</b>	<b>Significado</b>
$e_0$	Ensaio de Caracterização-	Índice de vazios inicial
$s_0$	Ensaio que envolva ciclos de secagem-molhagem a uma tensão líquida média constante	Módulo de Young
$p_0^0$	Ensaio Oedométrico	Tensão de pré-adensamento na condição saturada

## 4 COLETA DE DADOS

O objetivo do presente Capítulo consiste em apresentar os principais resultados e conclusões obtidos por Bella (2017) na caracterização do rejeito da Mina Stava, possibilitando assim a sua utilização como material de referência para o presente trabalho.

### 4.1 CARACTERIZAÇÃO DO MATERIAL

A Mina Stava consistiu em um conjunto de duas barragens construídas pelo método de montante localizadas no município de Tesero na Itália. A Mina ficou conhecida em meados de 1985 quando as barragens romperam, causando grande destruição nas cidades próximas. Na Figura 4.1 a) e b) apresenta-se a localização da mina em conjunto com uma imagem das duas barragens.

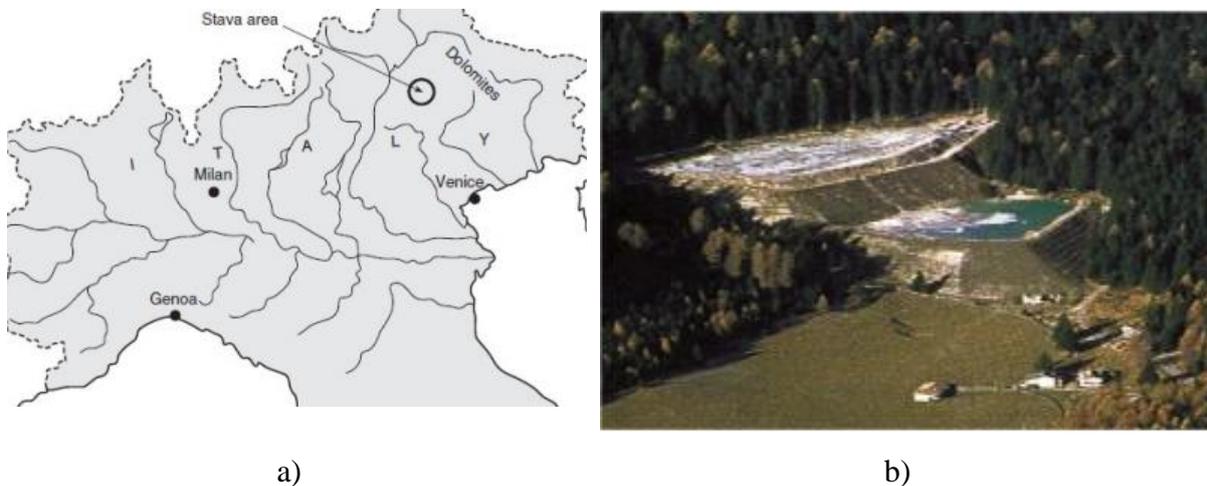


Figura 4.1 - (a) Localização da Mina Stava e (b) Imagem das duas Barragens de Rejeito (Bella, 2017)

O material utilizado para o estudo de caracterização consistiu em um rejeito de mineração retirado da parte inferior da barragem utilizada para armazenamento do rejeito. O rejeito era retirado na forma de polpa (Figura 4.2) que posteriormente passava por um processo de secagem.



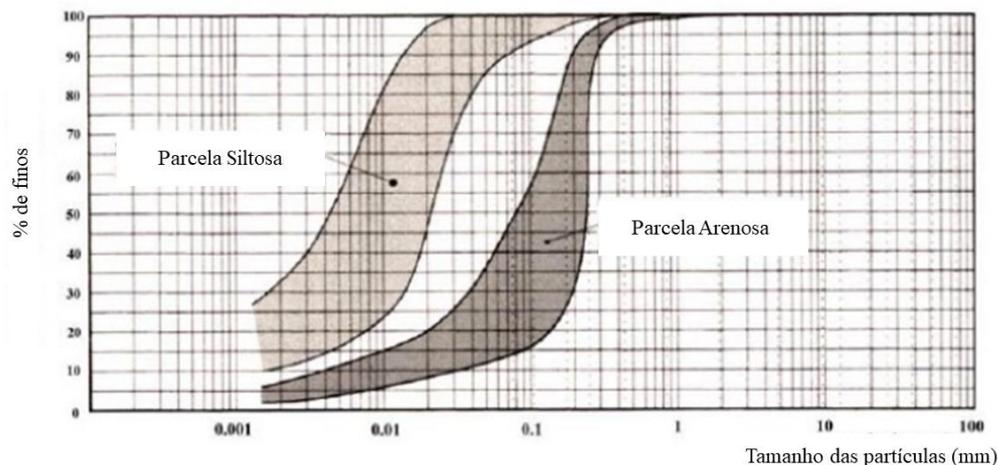
Figura 4.2 - Rejeito em forma de polpa retirado da Mina Stava (Bella, 2017)

O rejeito possui tanto frações arenosas como frações siltsosas, sendo apresentado na Tabela 4.1 algumas de suas propriedades.

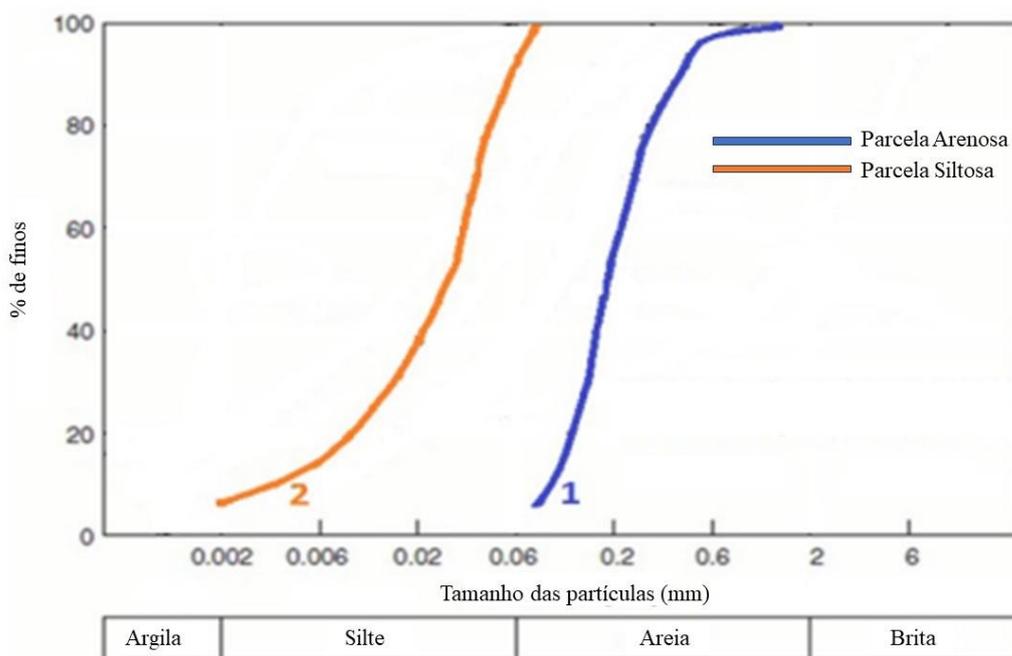
Tabela 4.1 –Diâmetros efetivos que passam 50% (D50) 10% (D10) e 90% (D90) da massa de solo e densidade real dos grãos ( $G_s$ ) obtidos para o rejeito da Mina Stava (Bella, 2017)

<b>Material</b>	<b>D50 (mm)</b>	<b>D10 (mm)</b>	<b>D90 (mm)</b>	<b>Gs</b>
Fração arenosa	0,200	0,080	0,360	2,721
Fração siltsosa	0,025	0,003	0,070	2,828

A Figura 4.3 a) e b) apresentam a distribuição granulométrica realizada para o material. Foram realizados dois estudos utilizando a norma ASTM D422, o primeiro realizado por ISMES (1985) e o segundo por Carrera (2008).



a)



b)

Figura 4.3 - a) Distribuição granulométrica realizada por ISMES 1985 b) Distribuição realizada por Carrera (2008) (Adaptado de Bella, 2017)

Em relação a caracterização da mineralogia do material, foi possível observar que a idade recente da mina e o processo de extração do minério tiveram bastante influência na sua composição (Bella, 2017).

Devido a idade recente da mina, não foi possível observar grandes alterações na rocha mãe, resultando em partículas mais friáveis tipicamente de areias. Além disso, os processos antrópicos ocasionaram no esmagamento dessas partículas, resultando em uma parcela de materiais finos. Sendo assim, observa-se que apesar de existirem partículas finas na distribuição granulométrica do material, estas não são decorrentes da existência de material argiloso,

resultando em uma parcela de finos caracterizada por um comportamento não coesivo (Bella, 2017).

Os Limites de Atterberg do material foram realizados por ISMES (1985), obtendo-se uma caracterização referente à argila inorgânica de baixa-média plasticidade e compressibilidade. O índice de vazios máximo ( $e_{max}$ ) e mínimo ( $e_{min}$ ) foram obtidos por Carrera (2008) por meio da ASTM D425 e ASTM D4254. Na Tabela 4.2, apresentam-se os resultados obtidos.

Tabela 4.2 - Limites de Atterberg, Limite de Liquidez (LL), Limite de Plasticidade (LP) e Índice de Plasticidade (IP), realizados por ISMES (1985) e Carrera (2008)

<b>Material</b>	<b>LL (%)</b>	<b>LP (%)</b>	<b>IP (%)</b>	<b><math>e_{max}</math></b>	<b><math>e_{min}</math></b>
Parcela arenosa	-	-	-	1,068	0,615
Parcela Siltosa	27,4	18,0	9,4	-	-

ISMES (1985) realizou também um ensaio de Difração de Raio-X (DRX) nas parcelas arenosas e siltosas. Ambas as parcelas foram predominantemente compostas por quartzo, com parcelas significantes de calcita e fluorita. O resultado é apresentado na Tabela 4.3.

Tabela 4.3 - Resultado do ensaio DRX realizado por ISMES (1985)

<b>Mineral</b>	<b>Silte</b>	<b>Argila</b>
Magnetita	-	11 %
Quartzo	36,4 %	70%
Feldspato K	Traços	Traços
Feldspato Na	-	Traços
Calcita	11,9 %	6%
Fluorita	47,8 %	2%

#### 4.2 CARACTERIZAÇÃO DO COMPORTAMENTO MECÂNICO DO MATERIAL

O estudo do comportamento mecânico do material foi realizado por meio de ensaios oedométricos e triaxiais com sucção controlada. A premissa básica foi avaliar as mudanças na tensão de pré-adensamento ao se aplicar diferentes valores de sucção, confirmando-se, portanto, a existência de uma correlação entre eles (Bella, 2017).

Apresenta-se na Tabela 4.4 uma síntese das condições iniciais do material utilizadas para os ensaios oedométricos com sucção controlada.

Tabela 4.4 - Condições iniciais utilizadas nos ensaios oedométricos. Onde  $Sr_0$  é o grau de saturação inicial,  $\gamma_d$  é o peso específico seco,  $s_{carregamento}$  é o valor de sucção na etapa de carregamento e  $s_{descarregamento}$  é o valor de sucção na fase de descarregamento (Bella, 2017)

Amostra	$e_0$	$Sr_0$ (%)	$\gamma_d$ ( $kN/m^3$ )	$s_{carregamento}$ (kPa)	$s_{descarregamento}$ (kPa)
Oed_0,70-60	0,7	60,0	16,6	5 ~ 15	50 ~ 60
Oed_0,80-90	0,8	90,0	15,7	0,5 ~ 1	9 ~ 10
Oed_0,60-100	0,6	100,0	17,6	~ 0	~ 0
Oed_0,60-70	0,6	70,0	17,6	9 ~ 30	80 ~ 100
Oed_0,60-50	0,6	50,0	17,6	30 ~ 100	200 ~ 300

Na Figura 4.4 apresentam-se os resultados dos ensaios oedométricos saturados (Carrera, 2008) e não saturados (Bella, 2017; Nocera, 2017) realizados no material.

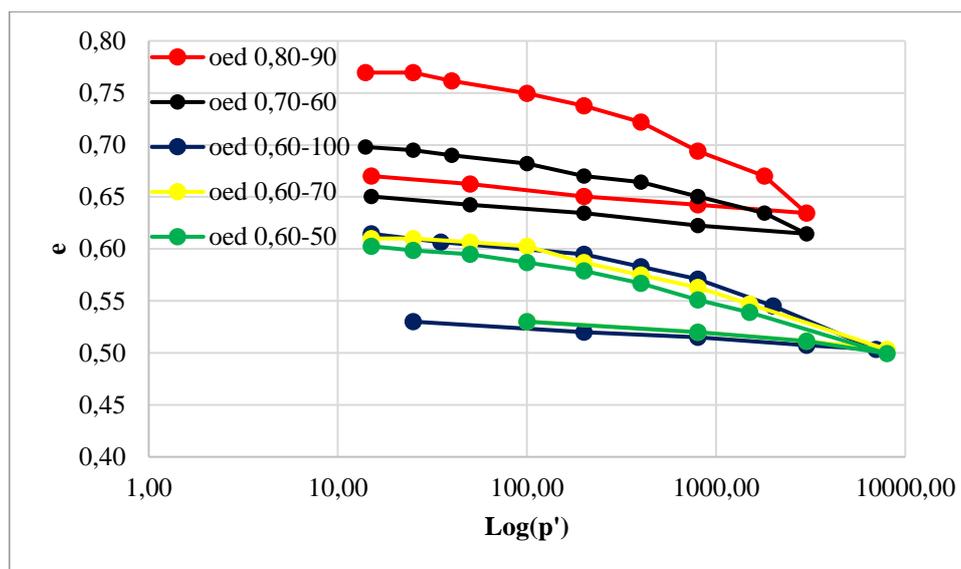


Figura 4.4 - Compilado dos resultados de ensaios oedométricos saturados e não saturados no rejeito da Mina Stava (adaptado de Bella, 2017)

Na Tabela 4.5 são apresentadas as estimativas da tensão de pré-adensamento e dos valores de sucção nas amostras saturadas e não saturadas. Bella (2017) ressalta que não foi possível apresentar uma estimativa da tensão de pré-adensamento para as amostras oed\_0.60-70 e oed\_0.80-90 visto que o ensaio não atingiu a reta de compressão isotrópica.

Tabela 4.5 - Estimativas da tensão de pré-adensamento ( $\sigma_p$ ) e sucção das amostras utilizadas nos ensaios oedométricos (Bella, 2017)

Amostra	$s(kPa)$	$\sigma_p(kPa)$
Oed 0.60-100	0	820
Oed 0.60-70	50	900
Oed 0.60-50	200	950

A Figura 4.5 possibilita a avaliação dos efeitos da sucção na inclinação da curva de compressão virgem. No intervalo de tensão estudado, observa-se que o aumento dos valores de sucção ocasionou na redução da inclinação das curvas e no aumento da tensão de pré-adensamento, tal observação é descrito por Alonso *et al.* (1990), expressando a necessidade em se representar essas variações na modelagem do material.

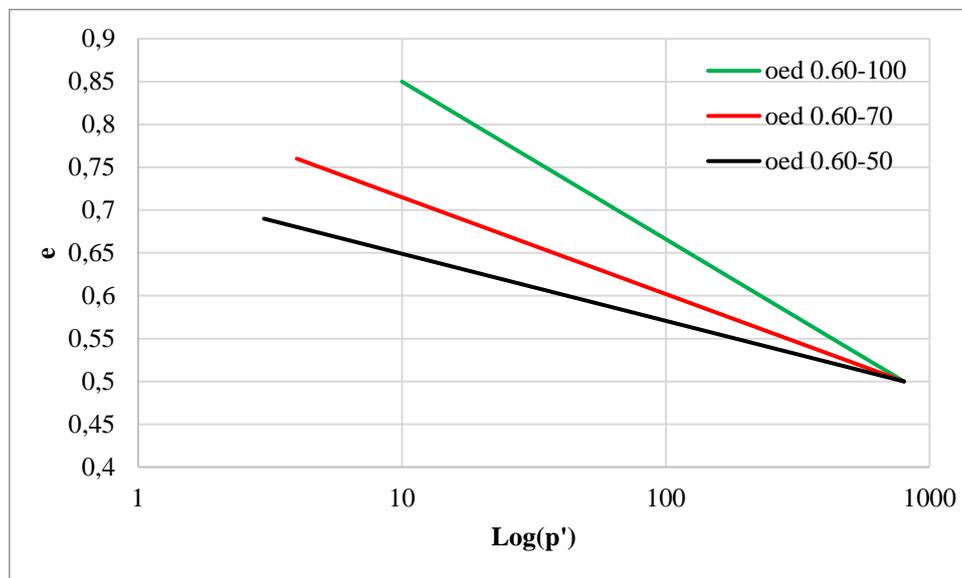


Figura 4.5 – Comparação entre as linhas de compressão virgem das amostras saturadas com as não saturadas (adaptado de Bella, 2017)

Em relação aos ensaios triaxiais, foi definida a utilização ou da umidade constante ou da sucção constante, sendo a técnica de translação de eixos aplicada na maioria das amostras.

Na Tabela 4.6 apresentam-se as condições iniciais dos ensaios triaxiais realizados.

Tabela 4.6 - Índice de vazios iniciais, umidade ( $w_0$ ) e peso específico seco utilizados nos ensaios triaxiais com sucção controlada

Amostra	$e_0$	$w_0$ (%)	$\gamma_d$ ( $kN/m^3$ )
TX_0.70-60-100	0,70	14,9	16,6
TX_0.70-60-200	0,70	14,9	16,6
TX_0.70-60-400	0,70	14,9	16,6
TX_0.60-60-800	0,60	14,9	17,7
TX_0.60-175-200	0,60	6,4	17,7
TX_0.80-90-800	0,80	5,7	15,7

#### 4.2.1 Resultados para o teste TX\_0.70-60-200

A amostra TX\_0.70-60-200 foi inicialmente adensada isotropicamente, com um valor de sucção de 60 kPa, até atingir um valor de tensão líquida média de 200 kPa.

Na Figura 4.6 é apresentada a deformação volumétrica por deformação axial apresentada pelo ensaio. Observou-se um decréscimo de volume até um valor próximo de 1,4%. Após isso, o material apresentou comportamento dilatante, expandindo de 1,4% até -1,8%, e alcançando o estado crítico.

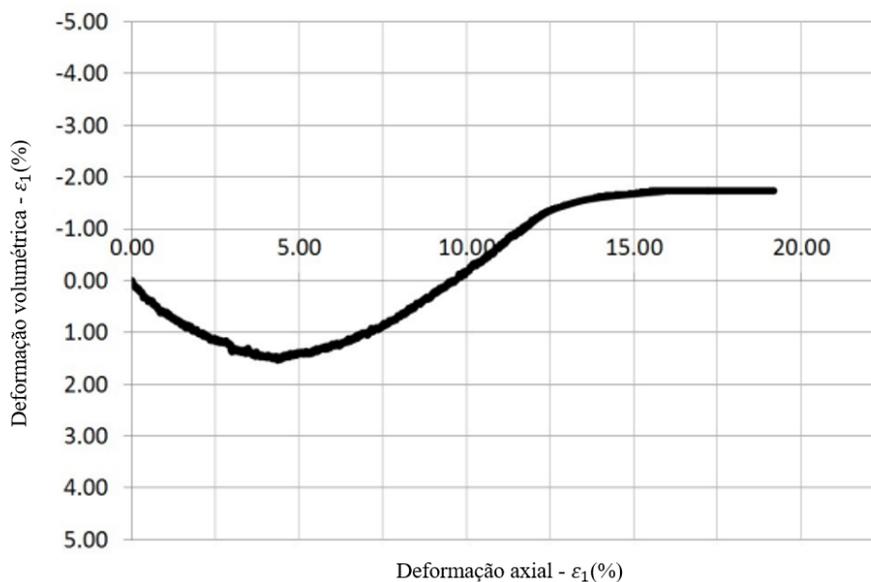


Figura 4.6 - Deformação volumétrica por deformação axial apresentada pela amostra TX\_0.70-60-200 (Adaptado de Bella, 2017)

Na Figura 4.7 apresenta-se o resultado referente a variação de poropressão com a deformação axial.

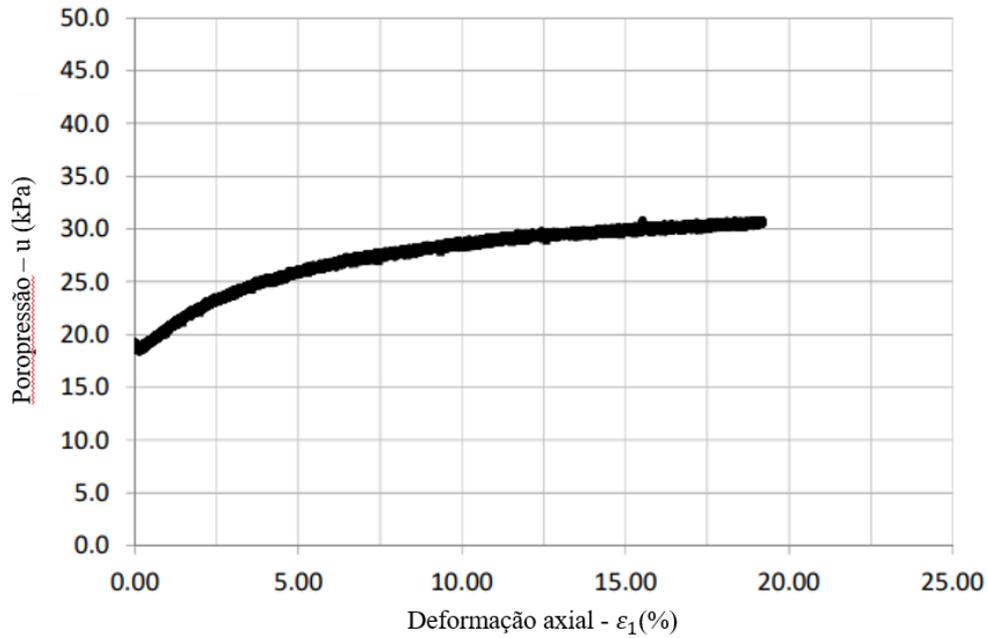


Figura 4.7 - Variação de poropressão com a deformação axial. Adaptado de Bella (2017)

A Figura 4.8 apresenta o resultado referente a variação da tensão desviadora por deformação axial. Observa-se que a tensão desviadora aumentou até um pico de 405 kPa, diminuindo até um valor residual de 360 kPa. As perdas de tensão desviadora que ocorreram ao longo do ensaio foram decorrentes de pausas para a realização leituras a laser para recriar o perfil da amostra (Bella, 2017).

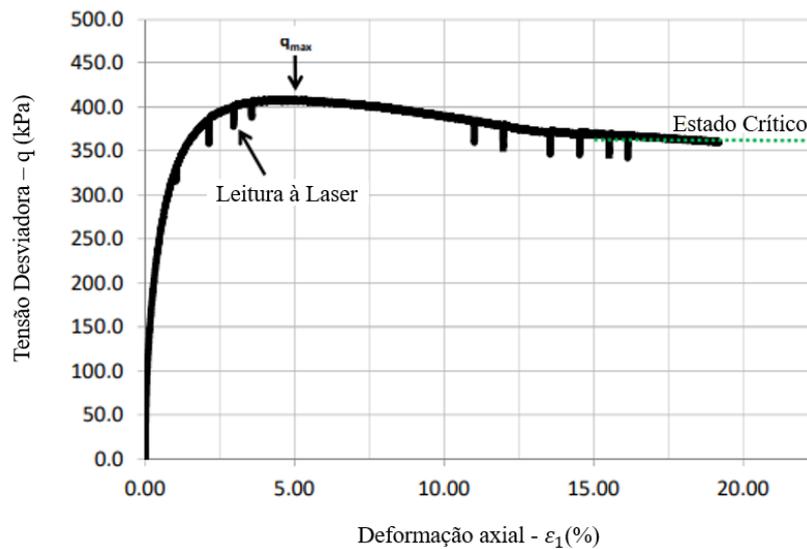


Figura 4.8 - Tensão desviadora por deformação axial (Adaptado de Bella, 2017)

A Figura 4.9 apresenta a trajetória  $p - q$  obtida para a amostra. Observa-se que o material apresentou um valor de  $M$  igual a 1,1, que representa um ângulo de atrito de aproximadamente  $27,7^\circ$ .

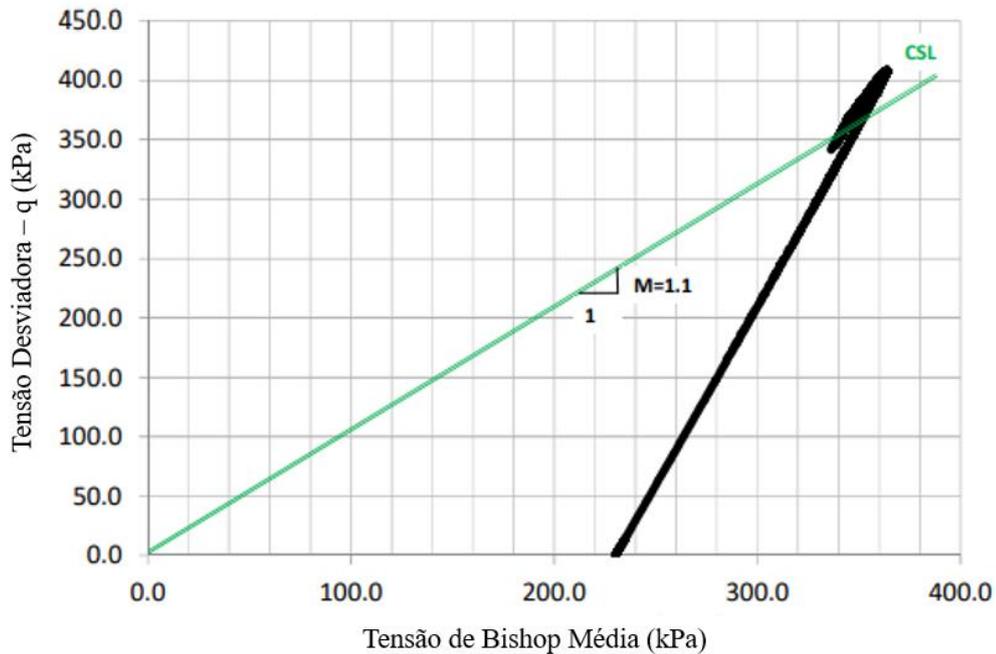


Figura 4.9 - Trajetória  $p-q$  para o ensaio TX\_0.70-60-200 (Adaptado de Bella, 2017)

Os resultados subsequentes serão apresentados a seguir de forma mais sucinta em conjunto com as principais conclusões obtidas pela caracterização mecânica do material.

#### 4.2.2 Resultados para o teste TX\_0.70-60-100

A amostra foi adensada isotropicamente, com um valor de sucção de 60 kPa, até atingir um valor de tensão líquida média de 100 kPa.

Na Figura 4.10 é apresentada a deformação volumétrica por deformação axial. Observa-se que o ensaio não atingiu um ponto em que a deformação volumétrica se apresentou constante, indicando que o ensaio não atingiu o estado crítico.

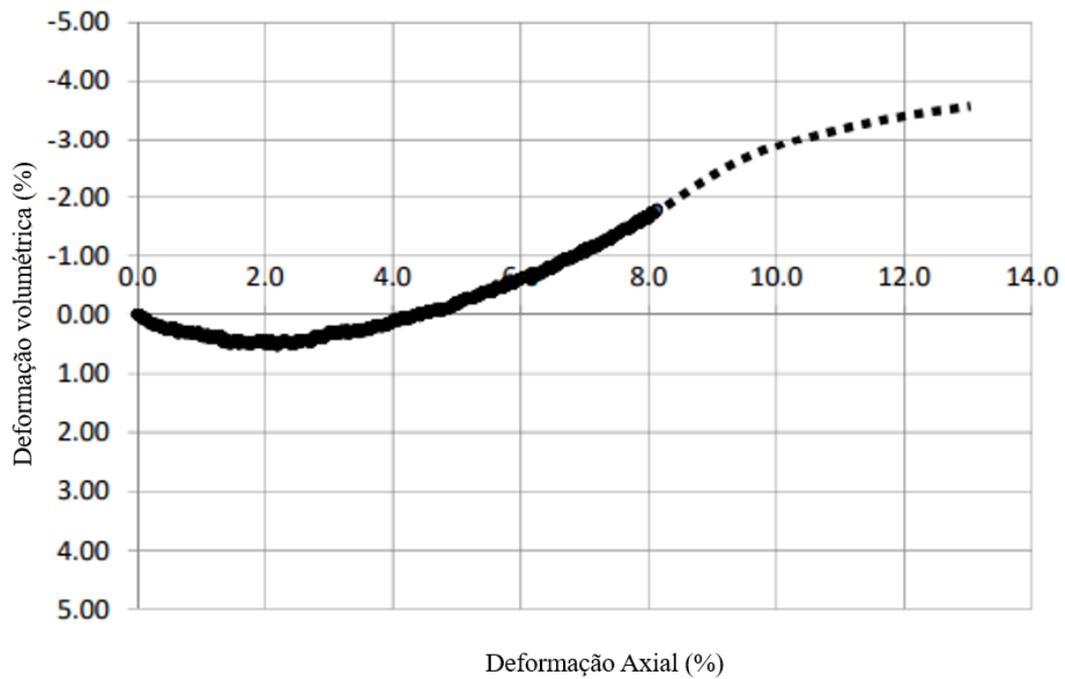


Figura 4.10 - Deformação axial por deformação volumétrica obtida para o ensaio TX\_0.70-60-100 (Adaptado de Bella, 2017)

Na Figura 4.11 é apresentada a tensão desviador por deformação axial. Observa-se que o ensaio atingiu uma tensão desviadora máxima de 240 kPa, e uma tensão residual de 190 kPa.

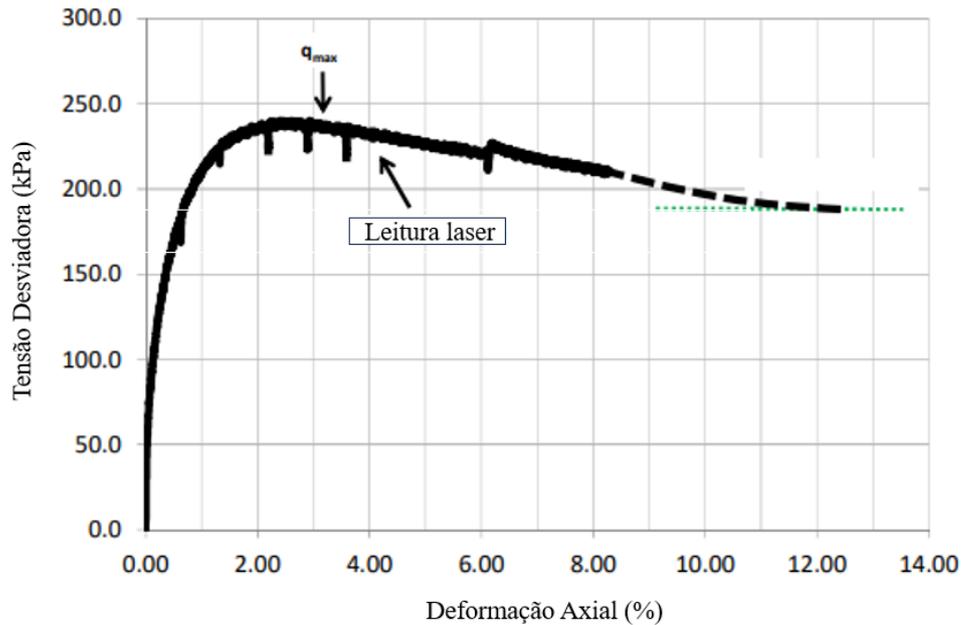


Figura 4.11 - Tensão desviadora por deformação axial obtida para o ensaio TX\_0.70-60-100 (Adaptado de Bella, 2017)

#### 4.2.3 Resultados para o teste TX\_0.70-60-400

A amostra foi adensada isotropicamente, com um valor de sucção de 60 kPa, até atingir um valor de tensão líquida média de 400 kPa.

Na Figura 4.12 é apresentada a deformação volumétrica por deformação axial apresentada pelo ensaio. Observa-se que a amostra apresentou comportamento contrátil até atingir um valor de 2% de deformação volumétrica, após isso dilatou até alcançar o estado crítico a uma deformação axial de aproximadamente 20%.

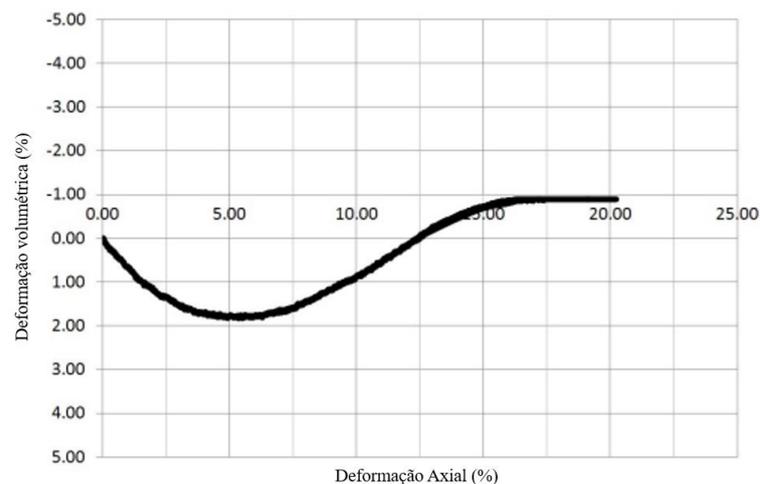


Figura 4.12 - Deformação axial por deformação volumétrica obtida para o ensaio TX\_0.70-60-400 (Adaptado de Bella, 2017)

Na Figura 4.13 apresenta-se o resultado da tensão desviadora por deformação axial. Observa-se que o ensaio atingiu uma tensão desviadora máxima de 780 kPa, e uma tensão residual de 720 kPa.

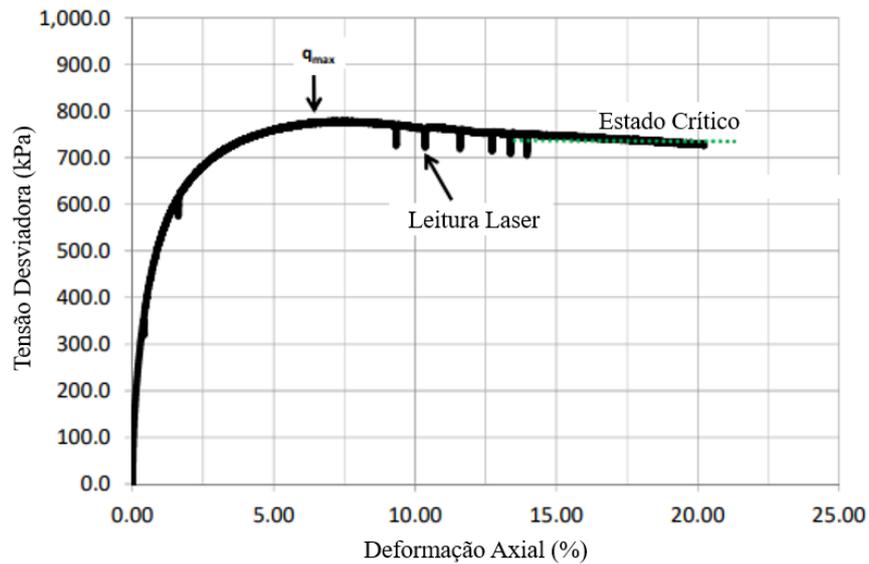


Figura 4.13 - Tensão desviadora por deformação axial obtida para o ensaio TX\_0.70-60-400 (Adaptado de Bella, 2017)

#### 4.2.4 Resultados para o teste TX\_0.60-60-800

A amostra foi adensada isotropicamente, com um valor de sucção de 60 kPa, até atingir um valor de tensão líquida média de 800 kPa.

Na Figura 4.14 é apresentada a deformação volumétrica por deformação axial apresentada pelo ensaio. Observa-se que a amostra apresentou comportamento contrátil até atingir um valor de 2% de deformação volumétrica, após isso dilatou, mas não alcançou o estado crítico.

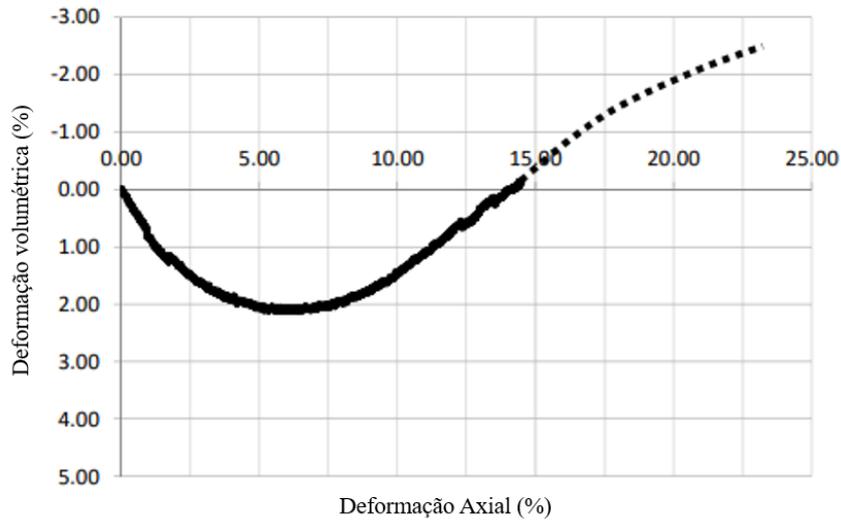


Figura 4.14 - Deformação axial por deformação volumétrica obtida para o ensaio TX\_0.60-60-800 (Adaptado de Bella, 2017)

Na Figura 4.15 apresenta-se o resultado da tensão desviadora por deformação axial. Observa-se que o ensaio atingiu uma tensão desviadora máxima de 1600 kPa, mas não apresentou um valor definido de tensão residual.

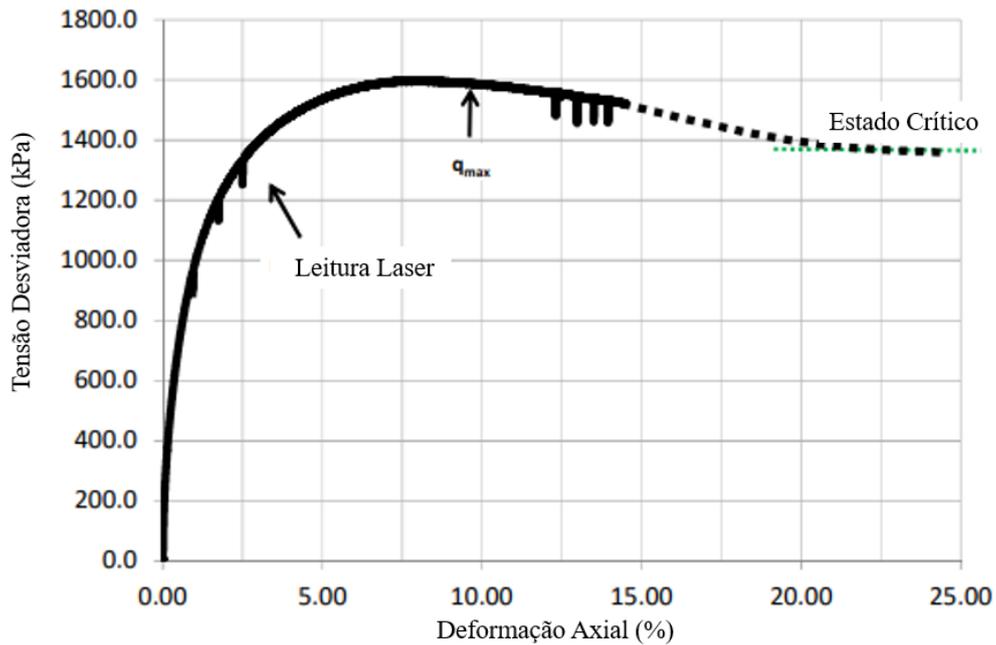


Figura 4.15 - Tensão desviadora por deformação axial obtida para o ensaio TX\_0.70-60-400 (Adaptado de Bella, 2017)

#### 4.2.5 Resultados para o teste TX\_0.60-175-200

A amostra foi adensada isotropicamente, com um valor de sucção de 175 kPa, até atingir um valor de tensão líquida média de 200 kPa.

Na Figura 4.16 é apresentada a deformação volumétrica por deformação axial apresentada pelo ensaio. Observa-se inicialmente a ocorrência de uma pequena contração, seguida por um processo de dilatação até se alcançar um valor de 9%. Após isso, não foi observada nenhuma variação volumétrica, indicando que o material alcançou o estado crítico.

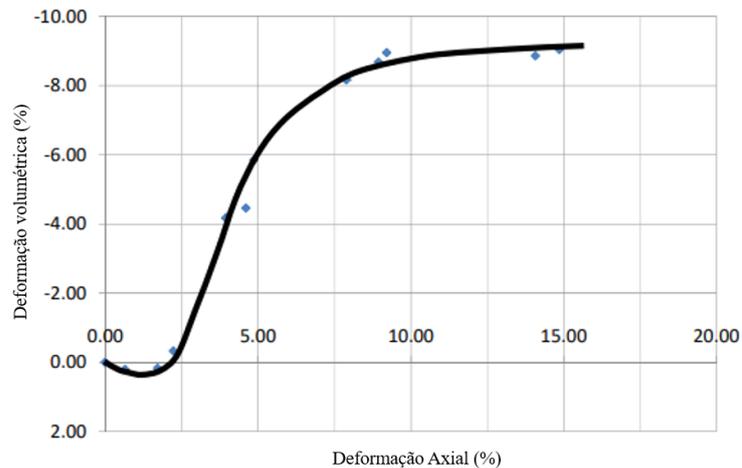


Figura 4.16 - Deformação axial por deformação volumétrica obtida para o ensaio TX\_0.60-175-200 (Adaptado de Bella, 2017)

Na Figura 4.17 apresenta-se o resultado da tensão desviadora por deformação axial. Observa-se que o ensaio atingiu uma tensão desviadora máxima de 650 kPa, e uma tensão residual de 450 kPa.

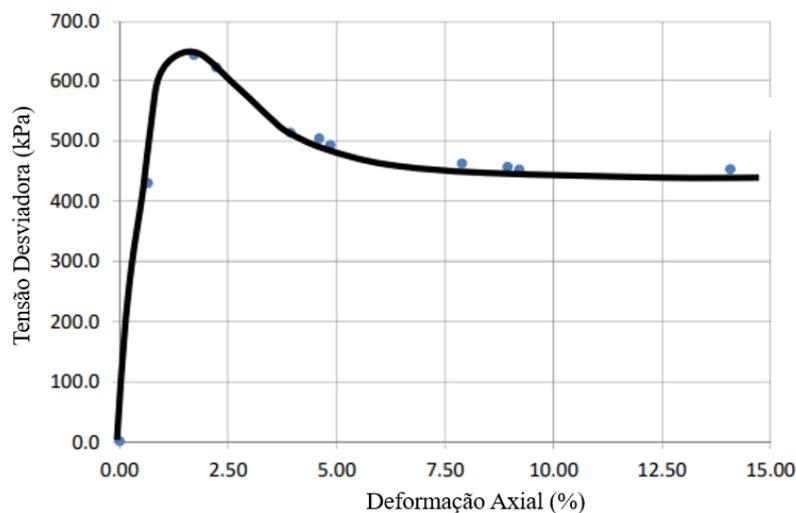


Figura 4.17 - Tensão desviadora por deformação axial obtida para o ensaio TX\_0.60-175-200 (Adaptado de Bella, 2017)

#### 4.2.6 Resultados para o teste TX\_0.80-90-800

A amostra foi adensada isotropicamente, com um valor de sucção de 90 kPa, até atingir um valor de tensão líquida média de 800 kPa.

Na Figura 4.18 é apresentada a deformação volumétrica por deformação axial apresentada pelo ensaio. Observa-se que diferentemente das outras amostras, o material apresentou somente um comportamento contrátil, alcançando um valor constante de deformação volumétrica de 5%, indicando que o estado crítico foi alcançado.

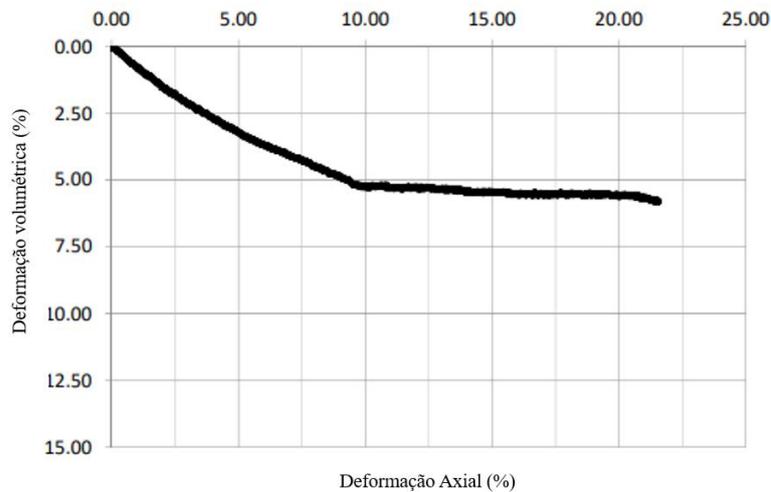


Figura 4.18 - Deformação axial por deformação volumétrica obtida para o ensaio TX\_0.80-90-800 (Adaptado de Bella, 2017)

Na Figura 4.19 apresenta-se o resultado da tensão desviadora por deformação axial. Observa-se que o ensaio atingiu uma tensão desviadora máxima de 1280 kPa, após isso o valor se manteve praticamente constante.

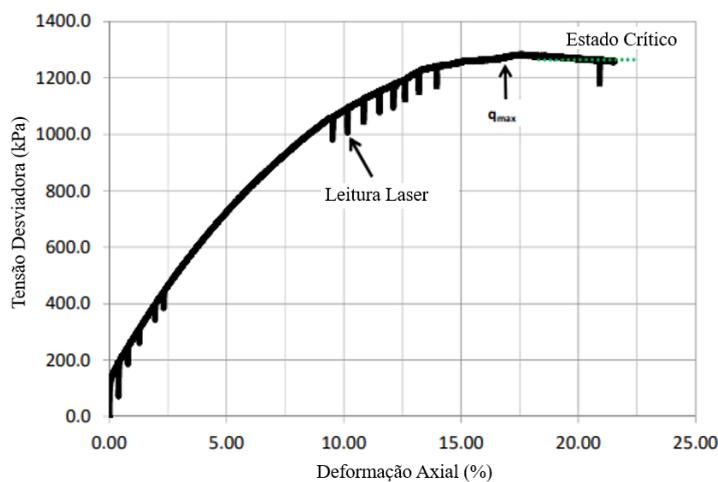


Figura 4.19 - Tensão desviadora por deformação axial obtida para o ensaio TX\_0.80-90-800 (Adaptado de Bella, 2017)

#### 4.2.7 Principais Conclusões

Na Figura 4.20 apresenta-se o conjunto de resultados referentes a deformação axial por tensão desviadora dos ensaios em que se variou a tensão líquida média, mas se manteve constante o valor de sucção.

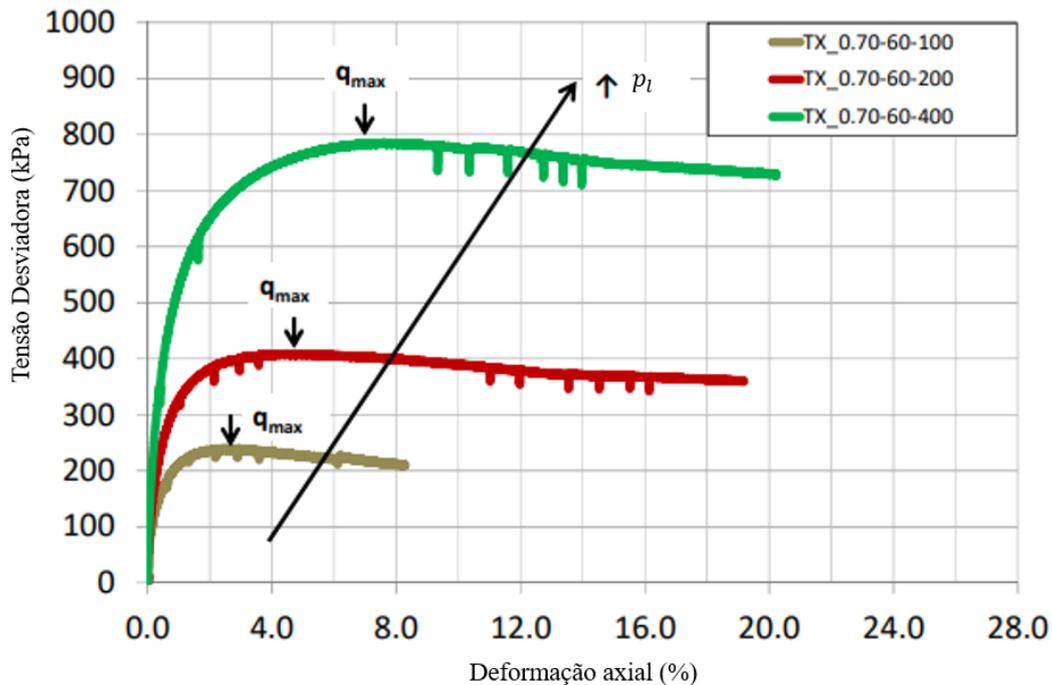


Figura 4.20 - Resultados de deformação axial por tensão desviadora das amostras com mesmo valor de sucção, mas diferentes valores de tensão líquida média (Adaptado de Bella, 2017)

A observação da figura possibilita a obtenção de conclusões referentes ao efeito da variação da tensão líquida média ao se manter a sucção constante. Dois fenômenos ocorrem devido a essa variação, sendo eles: o aumento das tensões de pico e residual e o aumento da deformação axial necessária para alcançar essas tensões.

Na Figura 4.21 observa-se os resultados referentes a deformação axial por deformação volumétrica dos ensaios em que se variou a tensão líquida média, mas se manteve constante o valor de sucção.

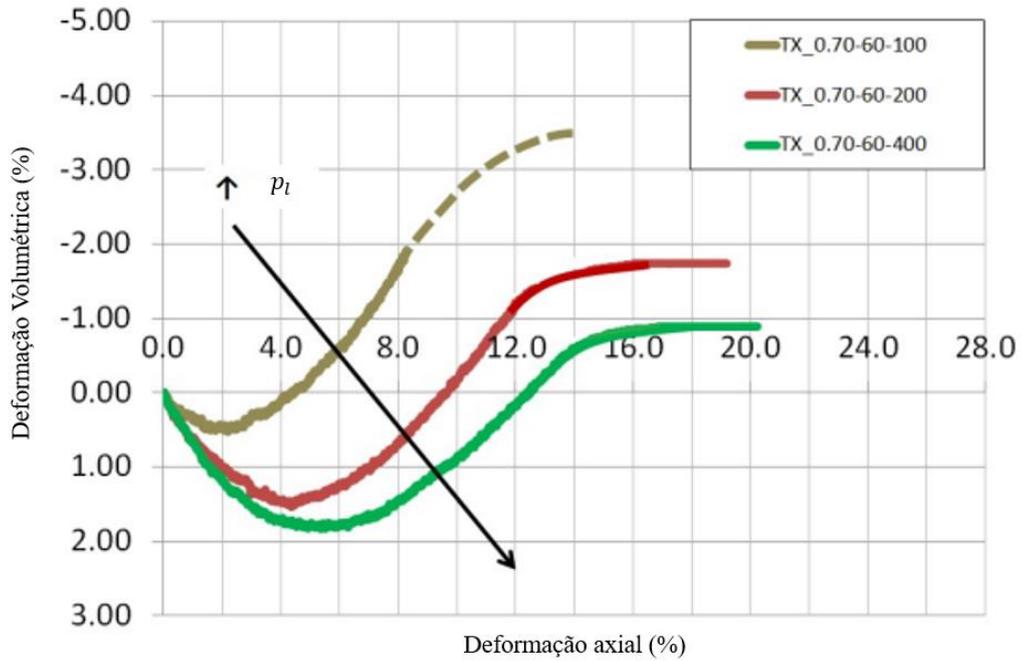
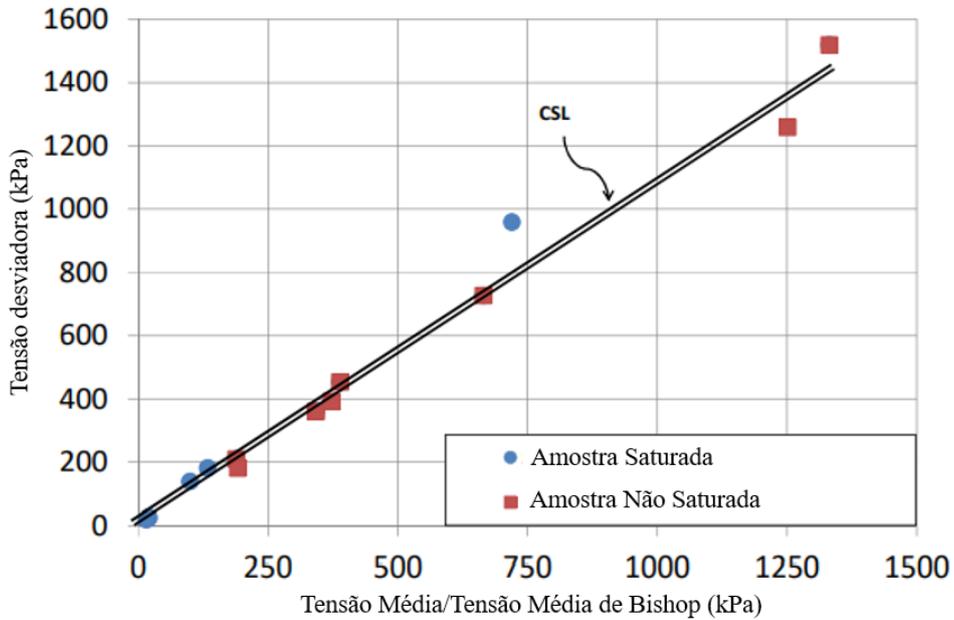


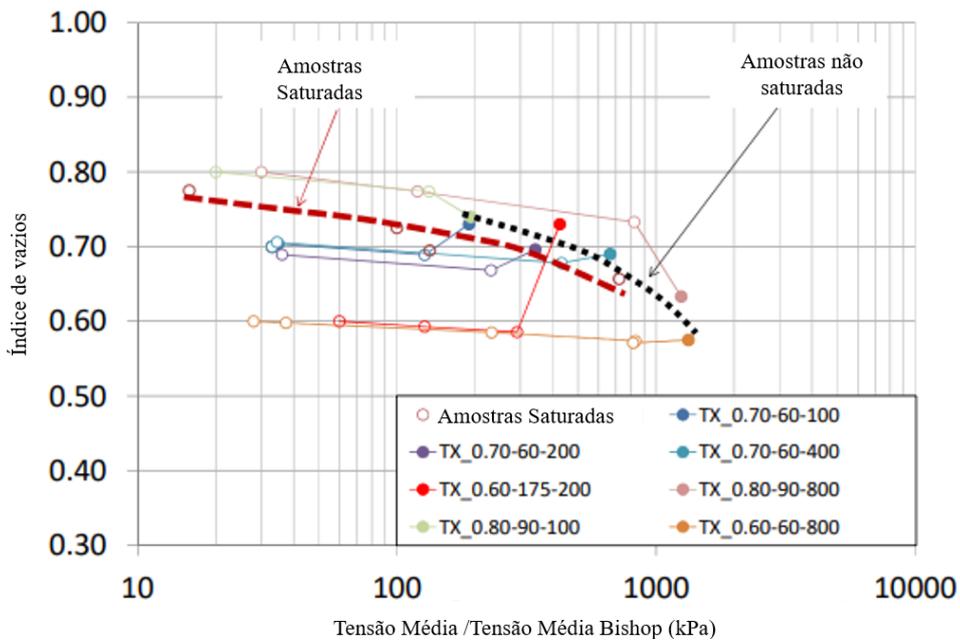
Figura 4.21 - Resultados de deformação axial por deformação volumétrica das amostras com mesmo valor de sucção, mas diferentes valores de tensão líquida média (Adaptado de Bella, 2017)

Observa-se um comportamento semelhante ao observado a Figura 4.18, à medida que a tensão líquida média aumenta, ocorre um aumento geral no comportamento contrátil do material.

Na Figura 4.22 a) e b) apresentam-se as CSL obtidas para as amostras saturadas e não saturadas nos planos  $p - q$  e  $e - \ln(p)$ .



a)



b)

Figura 4.22 - CSL para amostras saturadas e não saturadas a) no plano  $p - q$  e b) no plano  $e - \ln(p)$  (Adaptado de Bella, 2017)

A observação da figura permite concluir que no intervalo estudado, a não saturação do material não teve grande influência na Linha de Estados Críticos, de modo que as CSL podem ser consideradas únicas para ambas as condições. Resultados semelhantes foram obtidos por Otálvaro (2013), em que quatro ensaios de compressão triaxial convencionais foram realizados, e, no espaço  $p - q$ , a inclinação da CSL foi igual tanto para o material saturado como para o não saturado.

### 4.3 ESTUDO DO COMPORTAMENTO NÃO DRENADO DO MATERIAL

Adicionalmente aos ensaios triaxiais realizados na etapa de caracterização mecânica, Bella (2017) realizou também um conjunto de 9 ensaios triaxiais não drenados com o intuito de avaliar a ocorrência da liquefação ao se variar o método de preparo da amostra, o índice de vazios inicial e o grau de saturação inicial.

O material foi ensaiado em células triaxiais de Bishop e Wesley, sendo admitida dupla drenagem. As amostras foram compactadas ou externamente ou dentro da própria célula triaxial, visando observar as diferenças da técnica de preparo na ocorrência da liquefação. Cada ensaio consistiu em três fases, sendo elas: a fase de saturação das amostras, em que o material era saturado até atingir o grau de saturação procurado para referente ensaios, a fase de adensamento, e, por fim, a fase de cisalhamento, em que amostra era cisalhada em condições não drenadas (Bella, 2017).

A Tabela 4.7 apresenta a síntese dos ensaios realizados.

Tabela 4.7 - Síntese dos ensaios triaxiais realizados para a avaliação do potencial de liquefação

Amostra	Técnica de preparo	$e_0$	$e_f$	$w_0(\%)$	$\gamma_d(kN/m^3)$	Comentários
TX1	Compactado externamente	1,00	0,94	21,2	1,39	Não liquefez
TX2	Compactado externamente	1,06	1,02	21,2	1,39	Não liquefez
TX3	Compactado na célula triaxial	1,22	0,82	5,0	1,28	Liquefez
TX4	Compactado na célula triaxial	1,23	0,84	5,0	1,28	Liquefez
TX5	Compactado na célula triaxial	1,20	0,71	5,0	1,28	Liquefez
TX6	Compactado na célula triaxial	1,25	0,79	5,0	1,28	Liquefez
TX7	Compactado na célula triaxial	1,34	0,78	5,0	1,28	Não liquefez
TX8	Compactado na célula triaxial	1,20	-	5,0	1,28	Valor de B muito alto
TX9	Compactado na célula triaxial	1,20	0,75	5,0	1,28	Liquefez

#### 4.3.1 Efeito do Método de Preparo no Comportamento Não Drenado

A Figura 4.23 apresenta o resultado da tensão desviadora por deformação axial das amostras TX1, TX6 e TX7.

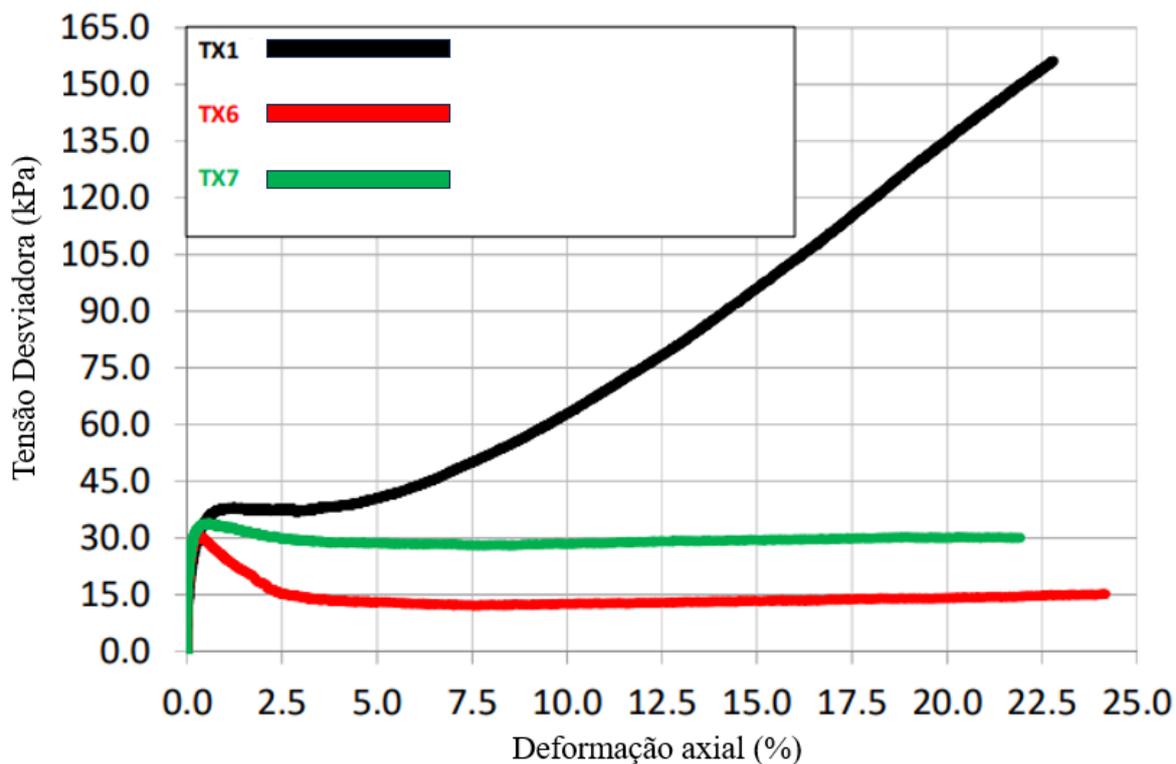


Figura 4.23 - Deformação axial por tensão desviadora das amostras TX1, TX6 e TX7 (Adaptado de Bella, 2017)

Pela observação da Figura 4.23 é possível obter conclusões referentes ao efeito da técnica de preparação das amostras em relação ao comportamento não drenado do material. Ao avaliar o resultado da amostra TX1, observa-se a ocorrência de um nítido comportamento de endurecimento pós pico enquanto as outras duas apresentaram comportamento de amolecimento (Bella, 2017).

#### 4.3.2 Efeitos do Grau de Saturação no Comportamento Não Drenado

Na Figura 4.24 apresenta-se uma comparação entre os resultados das amostras TX 3, TX5, TX6 e TX7.

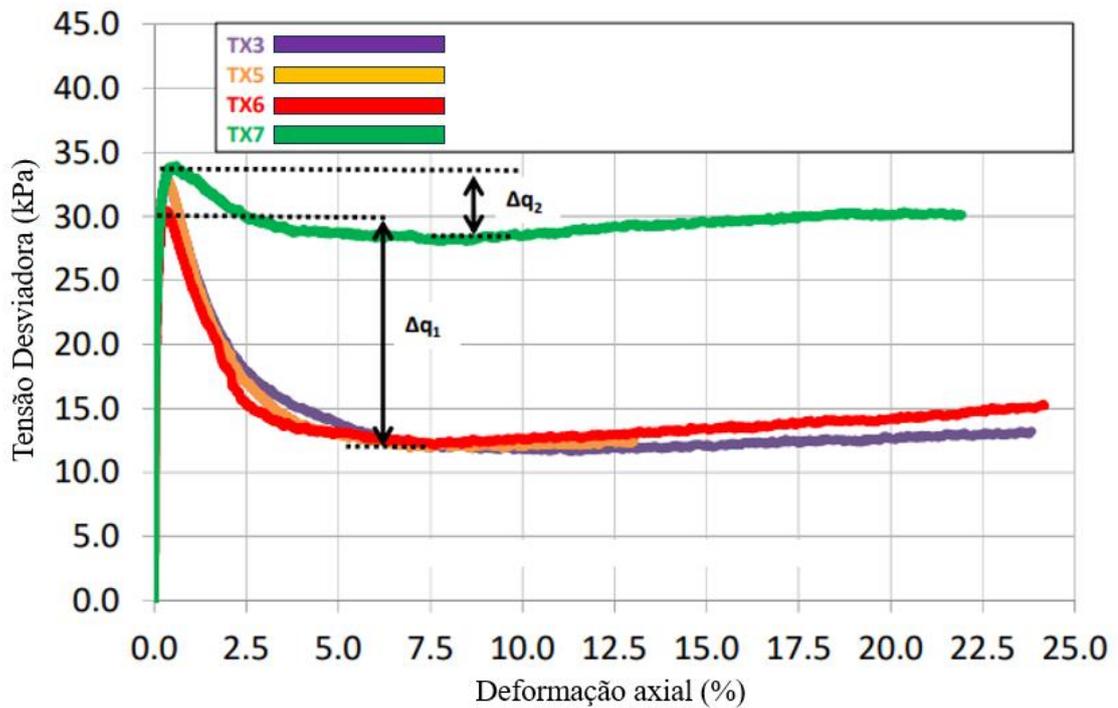
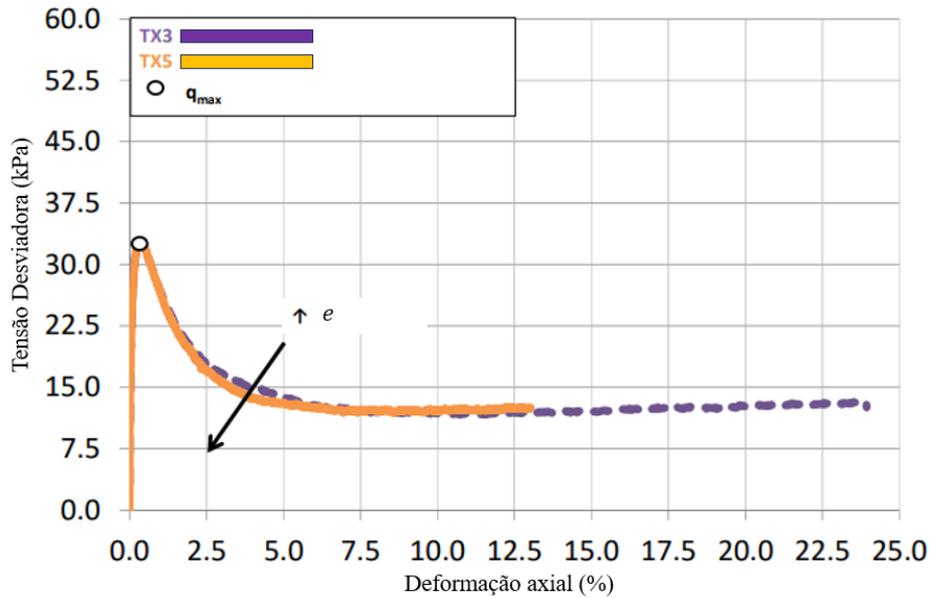


Figura 4.24 - Comparação entre os resultados de deformação axial por tensão desviadora das amostras TX3, TX5, TX6 e TX7 (Adaptado de Bella, 2017)

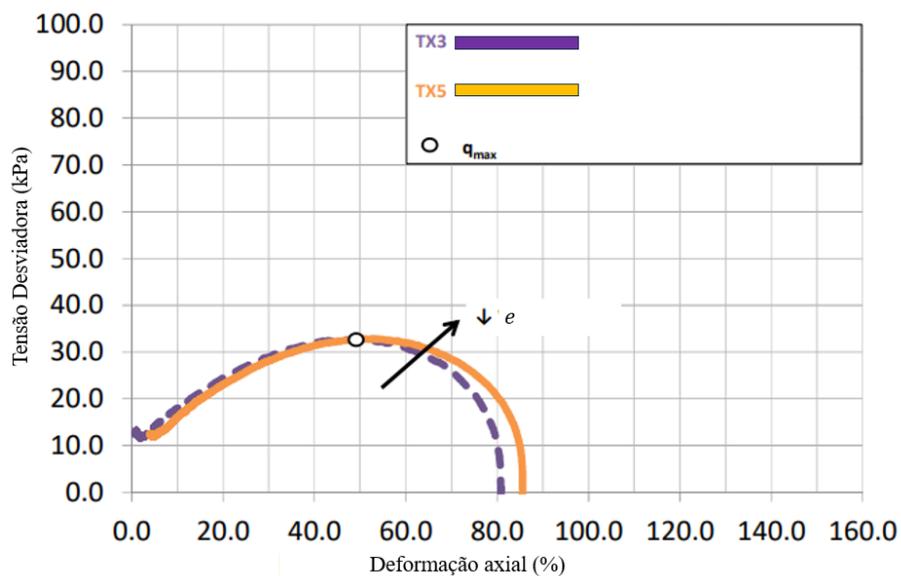
Observa-se que as amostras que apresentam grau de saturação semelhantes, isto é, as amostras TX3, TX5 e TX6, apresentaram praticamente o mesmo comportamento, isto é, a ocorrência de uma tensão de pico de aproximadamente 30 kPa e um valor residual de aproximadamente 12 kPa. Na amostra TX7, que apresenta um grau de saturação menor, observa-se que houve uma variação muito menor entre a tensão desviadora de pico com a residual, de modo que a tensão residual subiu de 12 kPa para aproximadamente 30 kPa. Sendo assim, conclui-se que a diminuição do grau de saturação não acarreta mudanças significantes na tensão de pico, mas ocasiona em aumentos na tensão residual (Bella, 2017).

### 4.3.3 Efeito do Índice de Vazios no Comportamento Não Drenado

A Figura 4.25 a) e b) apresentam um estudo comparativo da trajetória  $p - q$  e dos resultados de tensão desviadora por deformação axial das amostras TX3 e TX5.



a)



b)

Figura 4.25 - Comparação entre os resultados (a) da deformação axial por tensão desviadora e (b) da trajetória  $p - q$  das amostras TX3 e TX5 (Adaptado de Bella, 2017)

A análise da figura possibilita obter conclusões referentes ao efeito da mudança do índice de vazios no comportamento não drenado.

As amostras foram cisalhadas com diferentes valores de índice de vazios final, 0,82 para TX3 e 0,71 para TX5, e como pode ser observado, essa variação não ocasionou em mudanças na resposta não drenada do material, de modo que a trajetória  $p - q$  e os resultados de deformação axial por tensão desviadora se mantiveram praticamente iguais (Bella, 2017).

## 5 CALIBRAÇÃO E VALIDAÇÃO DO MODELO

O processo de validação de um modelo constitutivo é utilizado para comprovar a sua eficiência na representação do comportamento requerido do determinado material. Sendo assim, o presente Capítulo tem como objetivo avaliar o desempenho do CASM na reprodução dos ensaios não drenados realizados por Bella (2017), e na resposta do modelo modificado quanto a trajetórias não exploradas pelo autor.

Para a realização do processo, inicialmente utilizou-se dos resultados laboratoriais expostos no Capítulo 4 para a obtenção e calibração dos parâmetros requeridos para a utilização do modelo. Em seguida, foram realizadas diversas simulações utilizando o algoritmo escrito em *Visual Basic* (VBA), com o intuito de compará-las com os resultados já realizados por Bella (2017) e Carrera (2008). Por fim, foram realizadas algumas simulações de ensaios de compressão isotrópica para avaliar os efeitos da sucção nessas trajetórias.

O algoritmo proposto é apresentado no Apêndice A

### 5.1 ALGORITMO PROPOSTO

O algoritmo proposto para a modelagem do material foi escrito na linguagem *Visual Basic* utilizada pelo *software* Microsoft Excel. Sua utilização é caracterizada pela fácil e intuitiva interface de um dos softwares mais utilizados para tratamento e manipulação de dados, representando, portanto, uma boa alternativa para o estudo. Na Figura 5.1 apresenta-se um diagrama com todas as etapas utilizadas pelo algoritmo.

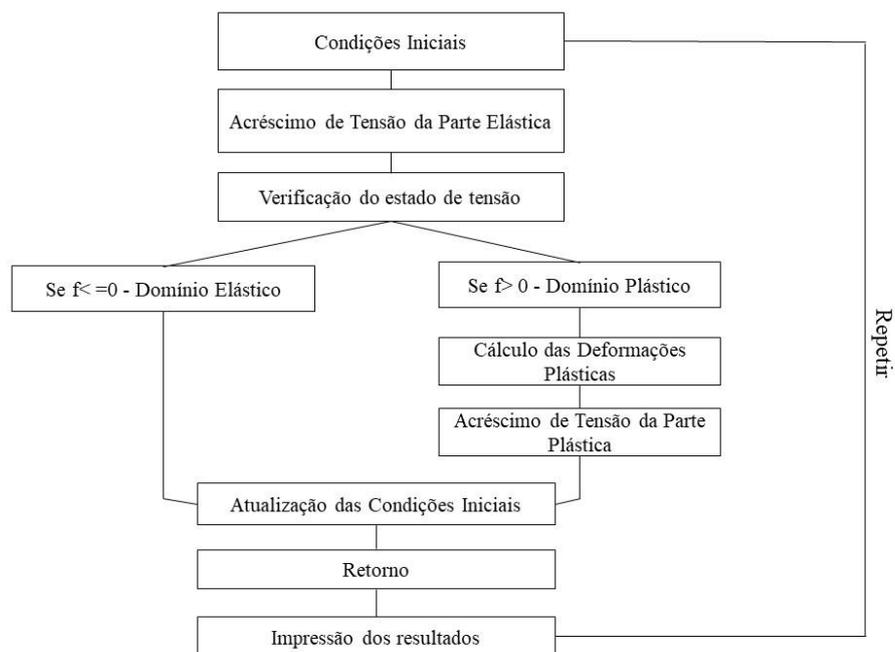


Figura 5.1 - Algoritmo utilizado para modelagem do CASM em VBA

A primeira etapa de cada iteração consiste na leitura de todos os parâmetros e condições iniciais obtidas para o determinado material. É feita também a leitura da quantidade de iterações que serão realizadas, do incremento de deformação e do incremento de sucção quando for o caso.

Realizada a leitura, é feito o cálculo da matriz e do vetor de compressibilidade elástica do esqueleto sólido e da fase líquida, seguido pela determinação do incremento de tensão gerado pela parte elástica. O próximo passo consiste então em avaliar a posição do estado de tensão em relação a superfície de plastificação após esse incremento.

Para o caso em que o estado de tensão se encontra no domínio elástico, as deformações plásticas são consideradas zero. Para o caso em que o estado se encontra no domínio plástico, torna-se necessário realizar o cálculo tanto do multiplicador plástico quanto do  $\frac{dg}{d\sigma_i}$ . Após isso, é feito o incremento de tensão gerado pelas deformações plásticas.

Por fim, os valores das condições iniciais são atualizados e para o caso em que ocorreram deformações plásticas, utiliza-se um algoritmo de retorno para ajustar o estado de tensão para uma posição acima da superfície de plastificação, isto é,  $f = 0$ . Os resultados são então impressos em uma planilha e inicia-se uma nova iteração.

O algoritmo será apresentado no Apêndice A.

## 5.2 CÁLCULOS E EXTRAÇÕES DOS PARÂMETROS

O modelo proposto por Yu (1998) requer um total de 13 parâmetros para sua utilização. Serão apresentados a seguir a metodologia de obtenção de cada parâmetro e as condições necessárias para modelar o material.

### 5.2.1 Parâmetros Relacionados à Linha de Colapso

Para a obtenção dos parâmetros associados a Linha de Colapso (LC), torna-se necessária a obtenção de resultados de ensaios oedométricos com diferentes valores de sucção, sendo necessário um mínimo de três. Desses resultados, obtém-se os seguintes parâmetros:  $p^c$ ,  $\lambda(0)$ ,  $\kappa$ ,  $\alpha$  e  $\beta$ , além do valor de  $p_0^{(0)}$ .

Na Figura 5.2 apresenta-se os resultados dos ensaios oedométricos OED 0,60-100, 0,60-70, 0,60-50 realizados por Nocera (2017). O primeiro, OED 0,60-100, consistiu no ensaio oedométrico para o caso saturado, já os ensaios OED 0,60-70 e OED 0,60-50, consistiram nos casos não saturados em que foram aplicados valores de sucção de 50 e 200 kPa respectivamente.

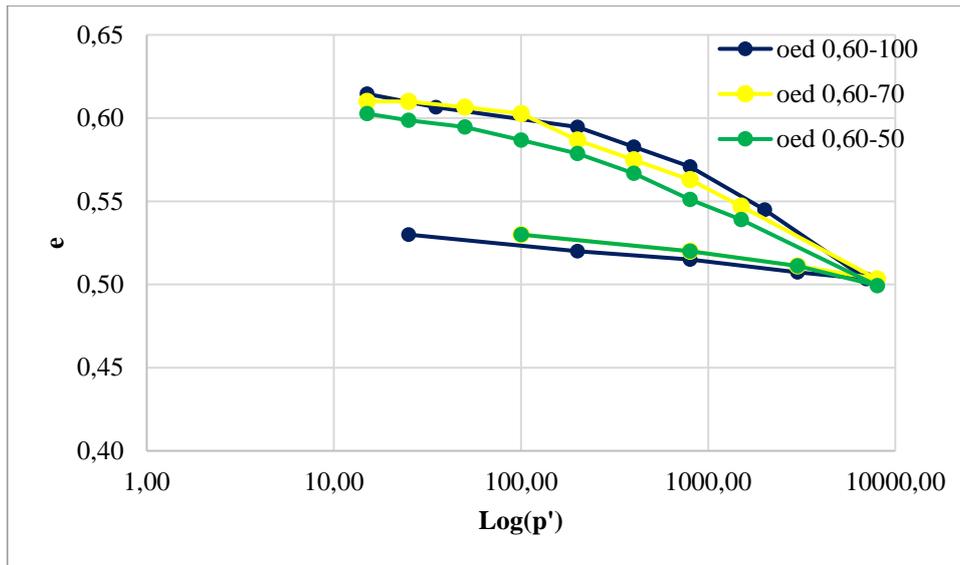


Figura 5.2 - Ensaios oedométricos OED 0,60-100, 0,60-70 e 0,60-50 realizados por Nocera (2017) (Adaptado de Bella, 2017).

Para a obtenção do parâmetro  $\kappa$ , é necessário obter a inclinação do trecho elástico obtido por um ensaio oedométrico. No caso, utilizou-se o resultado do ensaio OED 0,60-100, que resultou em um valor de  $\kappa = 0,008$ .

Da Figura 5.2 é possível obter uma relação dos valores da tensão de pré-adensamento e das inclinações das NCLs de acordo com o valor de sucção. Sendo assim, apresenta-se na Tabela 5.1, um resumo dos valores extraídos da figura.

Tabela 5.1 - Tensão de pré-adensamento ( $\sigma_p$ ) e inclinação das curvas de compressão isotrópicas ( $\lambda(s)$ ) em função da sucção

$s$ (kPa)	$\lambda(s)$	$\sigma_p$ (kPa)	$p_0$ (kPa)
0	0,097	820	727,07
50	0,044	900	798
200	0,036	950	842,33

Os valores da tabela possibilitam a utilização da Equação 3.27, para se obter um sistema de 3 equações com 3 incógnitas, sendo elas,  $\lambda(0)$ ,  $\alpha$ , e  $\beta$ . Resolvendo o sistema obtém-se os valores de  $\lambda(0) = 0,097$ ,  $\alpha = 0,37$  e  $\beta = -0,041$  kPa.

Pela Equação 3.25 obtém-se um sistema de duas equações para duas incógnitas, resultado nos valores de  $p_0^{(0)} = 727,07$  kPa e  $p^c = 680$  kPa.

Na Tabela 5.2 apresenta-se a síntese dos parâmetros e condições iniciais obtidos.

Tabela 5.2 - Parâmetros e condições iniciais referentes à Linha de Colapso

$p_0^{(0)} (kPa)$	$p^c (kPa)$	$\lambda(0)$	$\kappa$	$\alpha$	$\beta (kPa^{-1})$
727,07	680	0,097	0,008	0,37	-0,041

### 5.2.2 Parâmetros Relacionados à Curva de Aumento de Sucção

Os parâmetros associados a curva de aumento de sucção são  $s_0, \kappa_s, \lambda_s$ . A obtenção desses parâmetros é feita por ensaios que envolvem variações na sucção com a tensão média líquida constante. Bella (2017) não realizou ensaios que possibilitam a obtenção desses parâmetros, tornando necessário admitir valores que levaram ao melhor ajustes dos dados, baseados em outros resultados da literatura (Cordão Neto, 2005).

Sendo assim, serão adotados os valores de  $s_0 = 300 kPa, \kappa_s = 0,001$  e  $\lambda_s = 0,01$ .

Ressalta-se que, para o referente estudo, os parâmetros supracitados serão utilizados somente para fins de demonstração das funcionalidades do modelo, não influenciando, portanto, nos objetivos principais do trabalho.

### 5.2.3 Parâmetros Relacionados à Mudanças na Tensão e Resistência ao Cisalhamento

Os parâmetros relacionados à resistência ao cisalhamento são divididos em dois parâmetros, sendo: a inclinação da linha de estados críticos ( $M$ ) e um parâmetro que controla o aumento de coesão com a sucção ( $k$ ).

Como descrito anteriormente, a tensão cisalhante pode ser descrita pela Equação 2.2, que se utiliza de três parâmetros,  $c', \phi$  e  $\phi^b$ . Esses parâmetros se relacionam com os parâmetros  $M$  e  $k$  pelas equações

$$M = \frac{6 \cdot \text{sen}(\phi)}{3 - \text{sen}(\phi)} \quad (5.2)$$

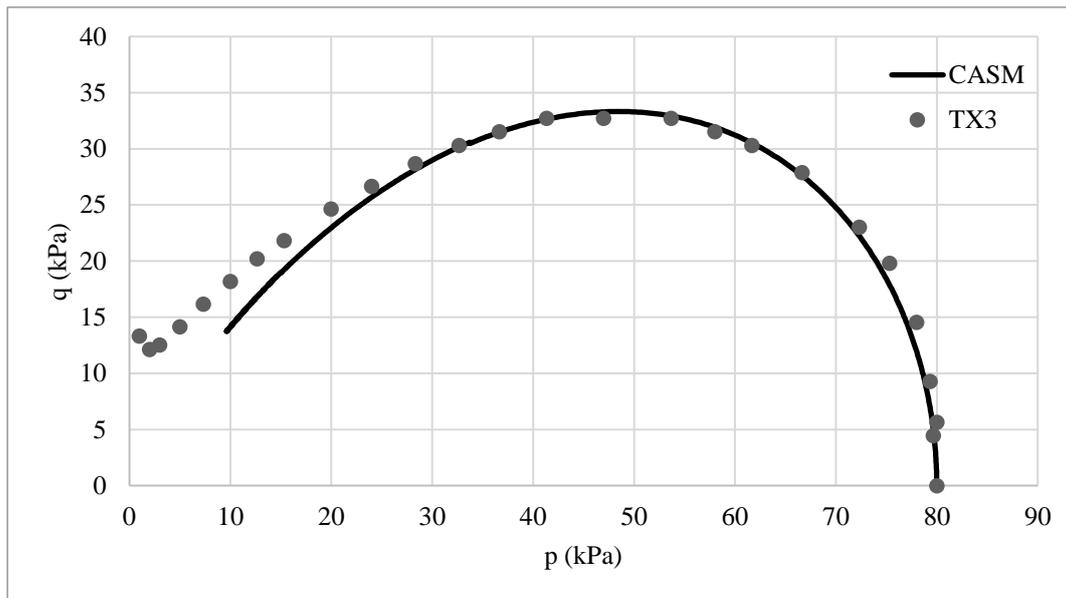
$$k = \frac{\text{tg}(\phi)}{\text{tg}(\phi^b)} \quad (5.3)$$

A obtenção desses parâmetros é feita pela utilização de ensaios de cisalhamento direto ou de ensaios triaxiais drenados a diferentes valores de sucção. A Figura 4.21 possibilita a obtenção do valor de  $M$  que no caso foi de 1,1 e estimar o valor de  $k$ , que no caso será adotado um valor de 0,1 (Bella, 2017).

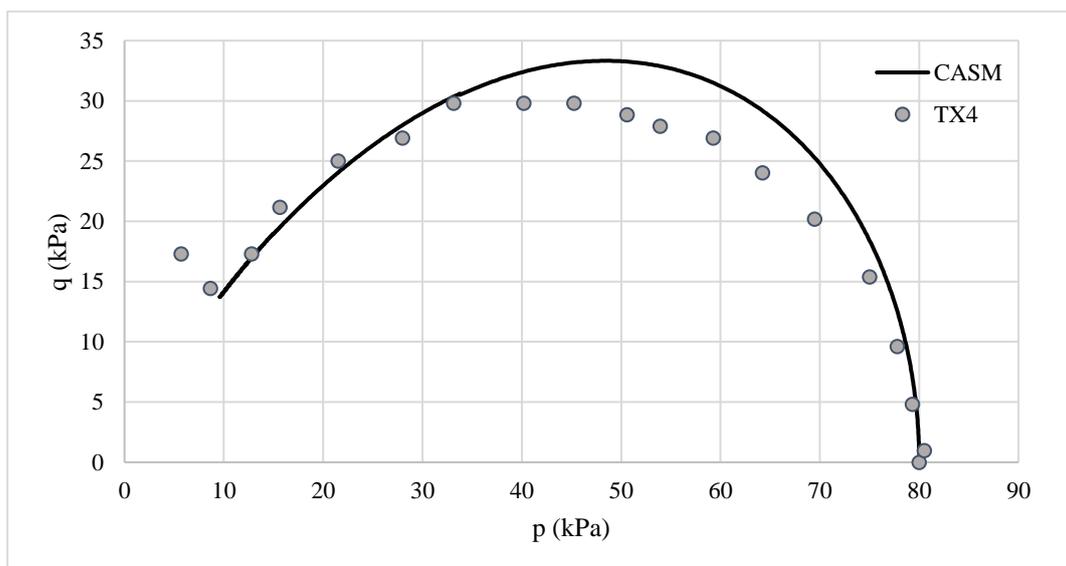
## 5.2.4 Parâmetros Relacionados ao Formato da Superfície de Plastificação

Em relação aos parâmetros relacionados a superfície de plastificação, é necessária a obtenção de três parâmetros, sendo eles:  $n$ ,  $r$  e  $m$ . Para isso, é necessário realizar traçados da superfície em conjunto dos resultados de ensaios não-drenados.

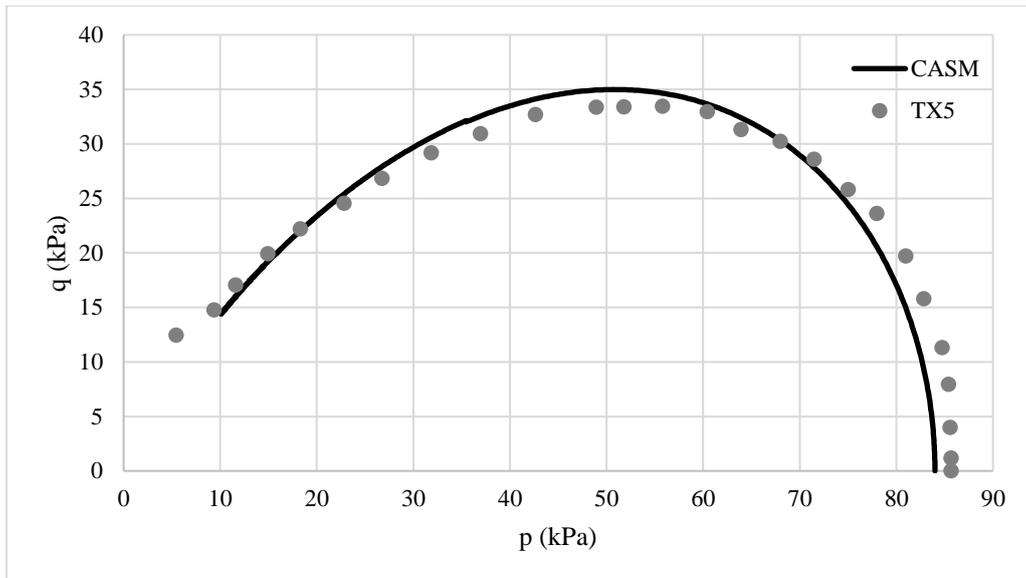
Na Figura 5.3 a), b) e c), apresentam-se os resultados das simulações realizadas pelo CASM das trajetórias  $p - q$  dos ensaios não saturados TX3, 4 e 5 para os valores de  $n = 1,5$ ,  $r = 7$  e  $m = 2,8$ .



a)



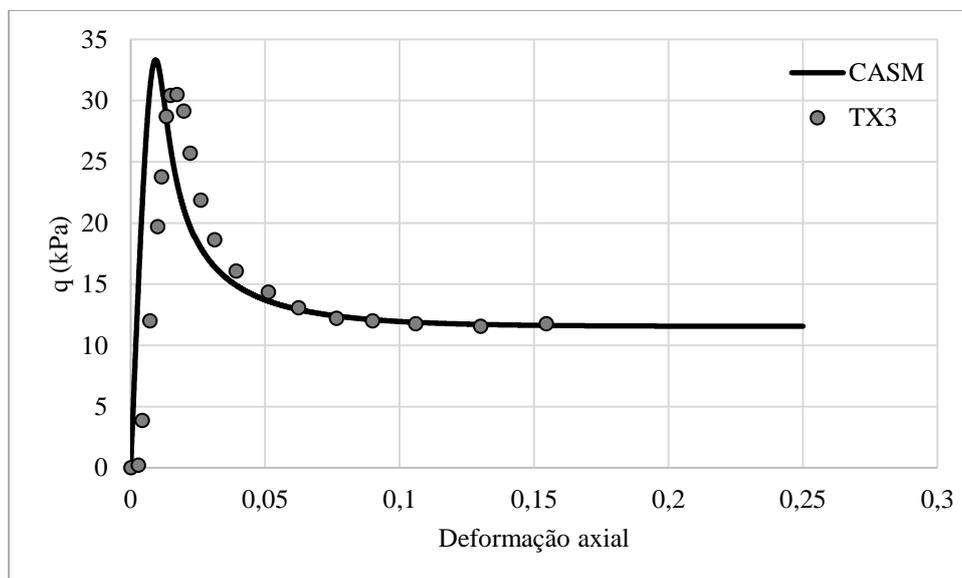
b)



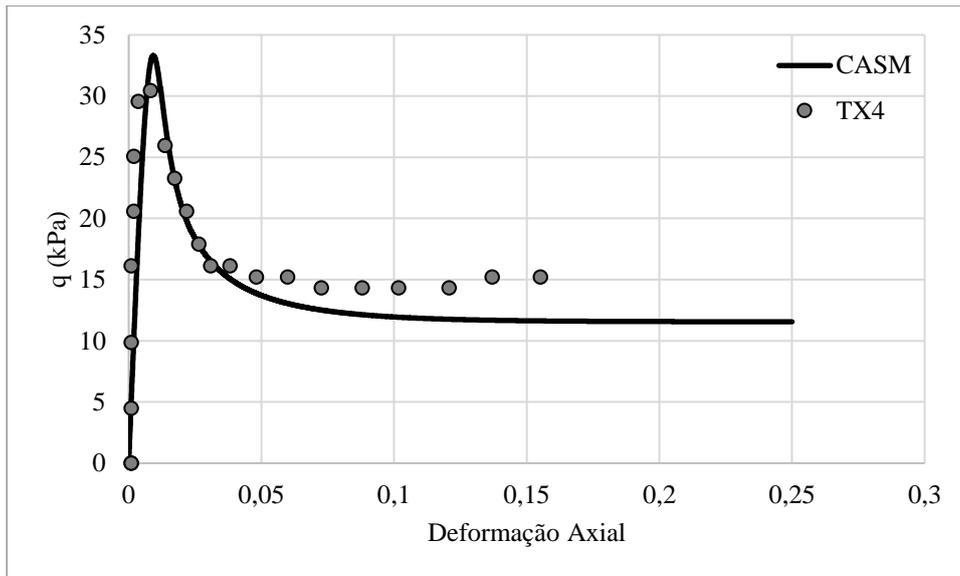
c)

Figura 5.3 - Simulações do CASM das trajetórias  $p - q$  dos ensaios a) TX3,  $s = 1 \text{ kPa}$ , b) TX4,  $s = 1 \text{ kPa}$  e TX5,  $s = 0,5 \text{ kPa}$ , utilizando os valores de  $n = 1,5$ ,  $r = 7$  e  $m = 2,8$

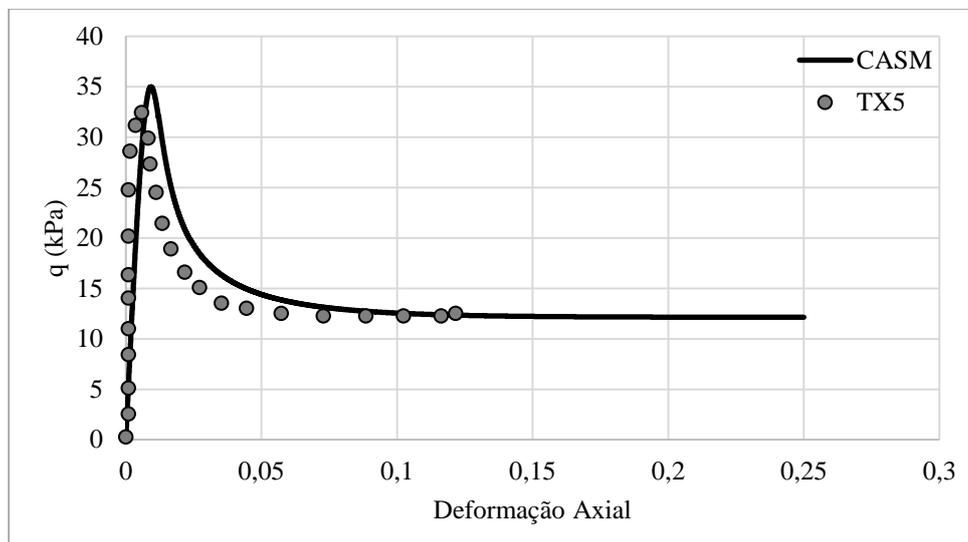
Na Figura 5.4 a), b) e c), apresentam-se as simulações dos resultados de deformação axial por tensão desviadora para os valores de  $n = 1,5$ ,  $r = 7$  e  $m = 2,8$ .



a)



b)



c)

Figura 5.4 - Simulações do CASM da deformação axial por tensão desviadora dos ensaios a) TX3,  $s = 1 \text{ kPa}$ , b) TX4,  $s = 1 \text{ kPa}$ , e c) TX5,  $s = 0,5 \text{ kPa}$ , utilizando os valores de  $n = 1,5$ ,  $r = 7$  e  $m = 2,8$

Observa-se que as simulações com os valores dos parâmetros adotados apresentaram uma boa relação com os resultados experimentais, predizendo o formato das trajetórias  $p - q$  e obtendo-se os valores da tensão de pico e residual com bastante proximidade.

Nesse sentido, destaca-se a capacidade do modelo em reproduzir o comportamento não drenado do material com a utilização de diferentes valores de sucção, viabilizando sua utilização para as análises subsequentes.

Na Tabela 5.3 apresentam-se os parâmetros calibrados para o referido material.

Tabela 5.3 - Parâmetros Calibrados para o rejeito da Mina Stava

$p^c$ (kPa)	$\lambda(0)$	$\kappa$	$\alpha$	$\beta$ (kPa $^{-1}$ )	$M$	$k$	$s_0$ (kPa)	$\kappa_s$	$\lambda_s$	$m$	$n$	$r$
680	0,097	0,008	0,37	-0,041	1,1	0,1	300	0,001	0,01	2,8	1,5	7

### 5.3 VALIDAÇÕES DO MODELO

#### 5.3.1 Compressão Isotrópica

Apresenta-se na Figura 5.5 os resultados da simulação de dois ensaios de compressão isotrópica, um na condição saturada e outra com um valor de sucção de  $s = 200$  kPa.

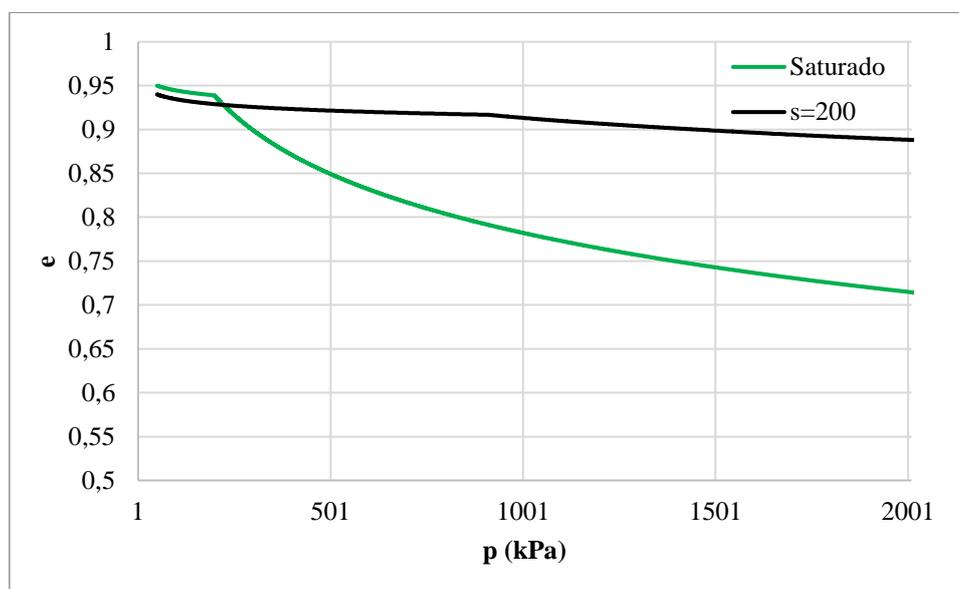


Figura 5.5 - Simulações do CASM para compressão isotrópica saturada e com  $s=200$  kPa

Observa-se que a aplicação da sucção ocasionou em dois processos. O primeiro consistiu no aumento da tensão de pré-adensamento de 200 kPa para 1103 kPa, e o segundo na diminuição da inclinação da NCL de 0,097 para 0,036, expressando o aumento de rigidez do material causado pela sucção.

Além disso, na Figura 5.6 é apresentado os resultados da mesma trajetória obtida por Alonso *et al.* (1990) com o modelo BBM. Observa-se que as curvas apresentadas pelas Figura 5.5 e 5.6 se assemelham em forma e comportamento, de modo que as curvas saturadas iniciam acima das curvas não saturadas, e terminam abaixo. Sendo assim, observa-se que os resultados obtidos pelo CASM são bastante coerentes com os obtidos por Alonso *et al.* (1990), isto é, o modelo consegue representar o mesmo comportamento esperado pela não saturação do material.

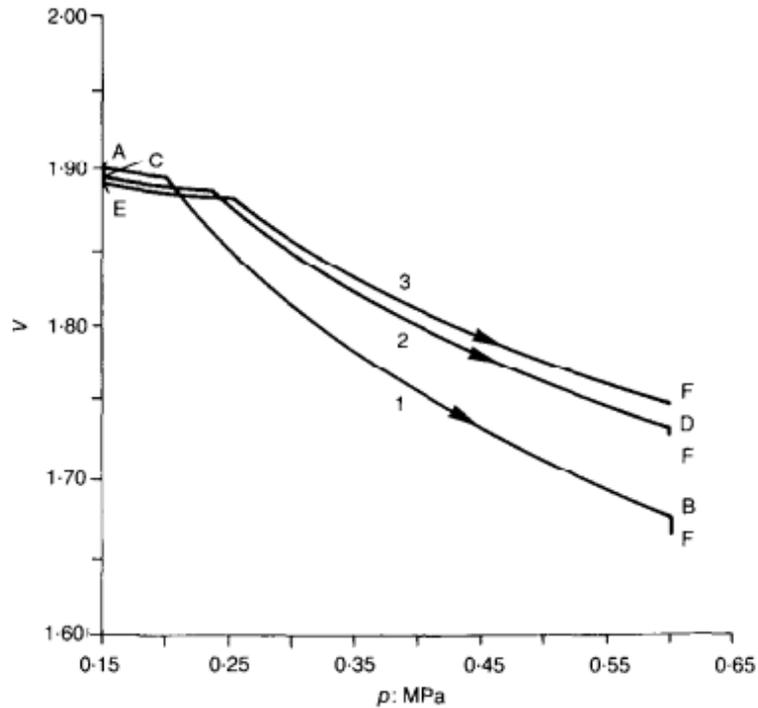


Figura 5.6 - Ensaio de Compressão isotrópica obtidas pelo modelo BBM, em que 1 representa o caso saturado, e 2 e 3 representam o caso não saturado (adaptado de *Alonso et al.*, 1990)

Na Figura 5.7 apresentam-se duas trajetórias de colapso por molhagem. Para a realização das trajetórias, inicialmente escolheu-se um estado de tensão na linha não saturada, e mantendo-se a tensão média líquida constante, reduziu-se o valor de sucção. Como pode-se observar, ao se alcançar um valor de sucção igual à zero, a trajetória para exatamente na curva saturada.

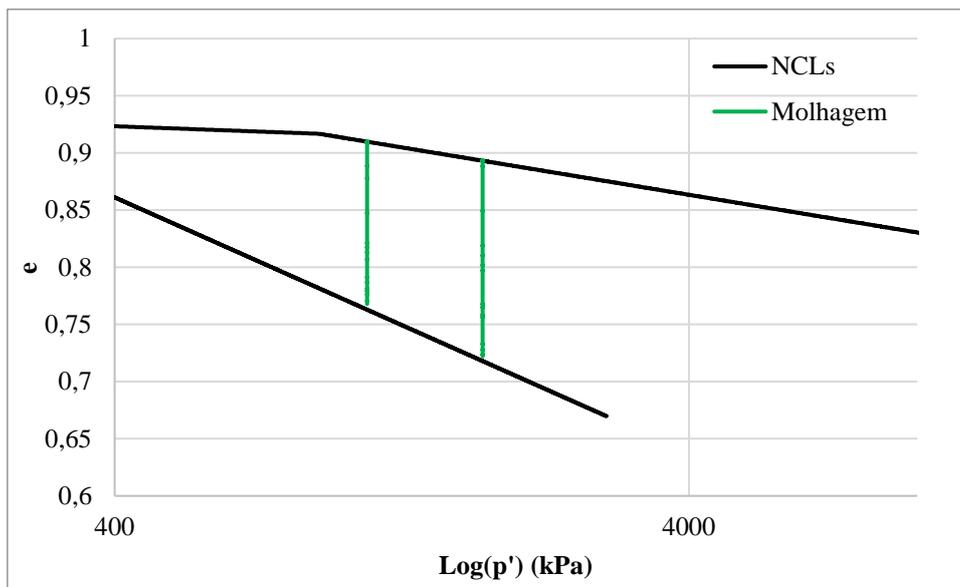


Figura 5.7 - Simulações do CASM para representação do fenômeno de colapso por molhagem

Observa-se então que o modelo consegue reproduzir também o fenômeno de colapso por molhagem, atestando sua utilização para esse tipo de trajetória.

## 6 ESTUDO DA RESPOSTA DO MODELO SOB DIFERENTES VALORES DE SUCCÃO

O presente capítulo tem como objetivo avaliar a resposta não saturada do modelo em relação ao comportamento não drenado, isto é, nas mudanças das trajetórias  $p - q$ , nos gráficos de deformação axial por tensão desvio e nas razões da linha de liquefação.

Para isso, serão utilizados os mesmos parâmetros obtidos pelo processo de calibração no Capítulo 5, e serão realizadas simulações com diferentes valores de sucção e de tensão média líquida, que serão comparados com a resposta do modelo para o caso saturado.

### 6.1 EFEITO DA SUCCÃO NO COMPORTAMENTO NÃO DRENADO

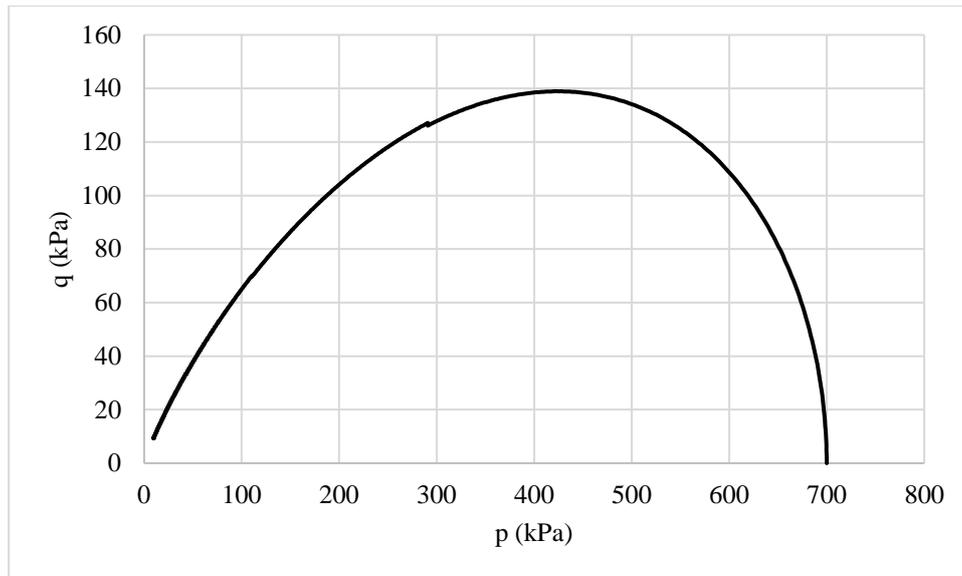
O presente estudo tem como objetivo avaliar a resposta do modelo no comportamento não drenado perante a aplicação de trajetórias não exploradas experimentalmente por Bella (2017), encontrando-se então estimativas para a resposta do material. Para isso, serão apresentadas simulações de ensaios triaxiais não drenados aplicando-se diferentes valores de sucção e de tensão líquida média. Com os resultados serão avaliadas as mudanças ocasionadas na trajetória  $p - q$  e nos gráficos de tensão desvio por deformação axial.

Na Tabela 6.1 apresenta-se um resumo das simulações executadas. Os parâmetros utilizados foram os mesmos obtidos no item 5.2.

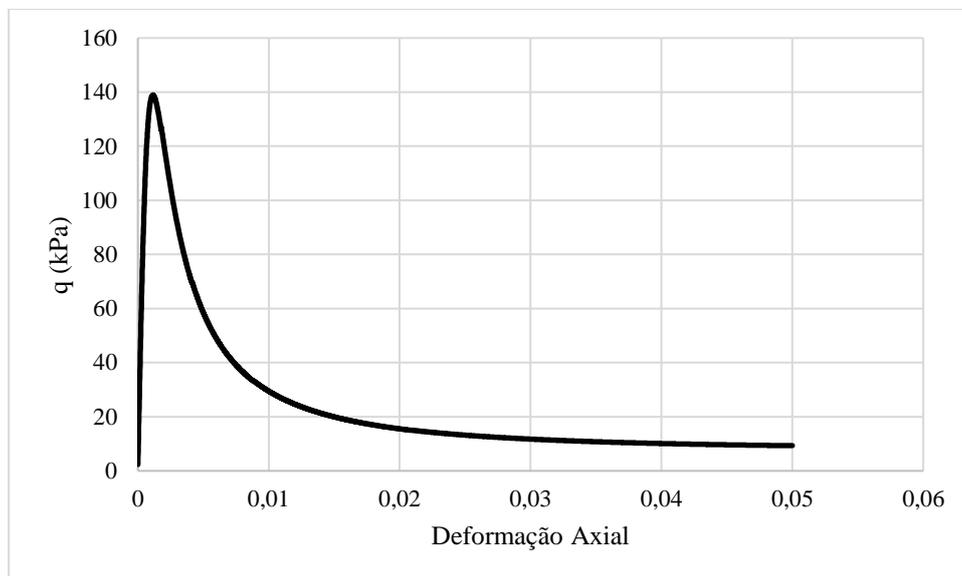
Tabela 6.1 - Simulações de ensaios não drenados com diferentes valores de sucção executados pelo CASM

<b>Simulação</b>	<b><math>s</math> (kPa)</b>	<b><math>p</math> (kPa)</b>	<b><math>p_0</math> (kPa)</b>
ND0	0	700	700
ND1	100	700	743
ND2	200	700	745
ND3	1200	700	746
ND4	4800	700	746

Na Figura 6.1 a) e b) são apresentados os resultados da simulação ND0 referente a resposta do modelo em relação ao comportamento não drenado do material na condição saturada. Observa-se que a tensão desviadora máxima foi de aproximadamente 140 kPa e a residual de 10 kPa. Observou-se também um comportamento de amolecimento pós pico.



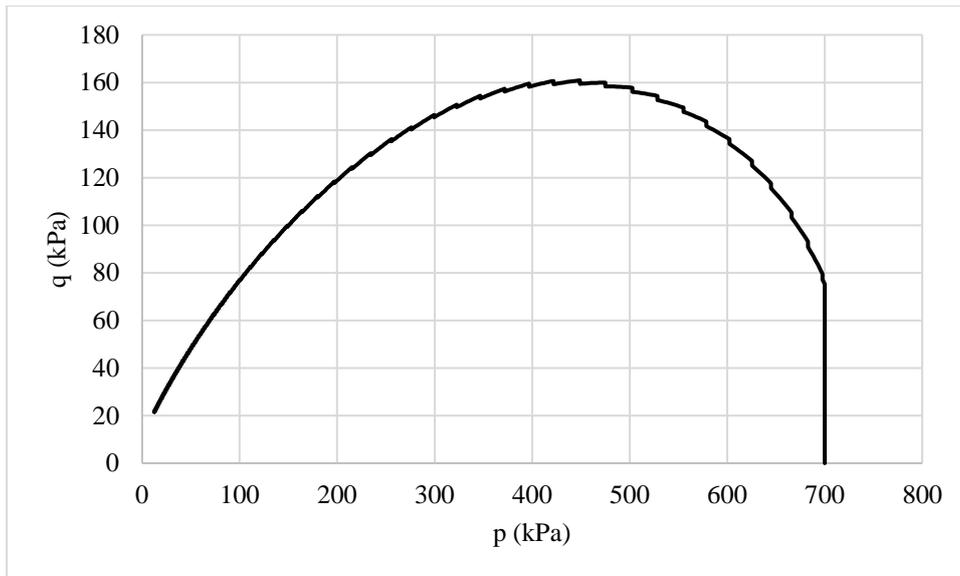
a)



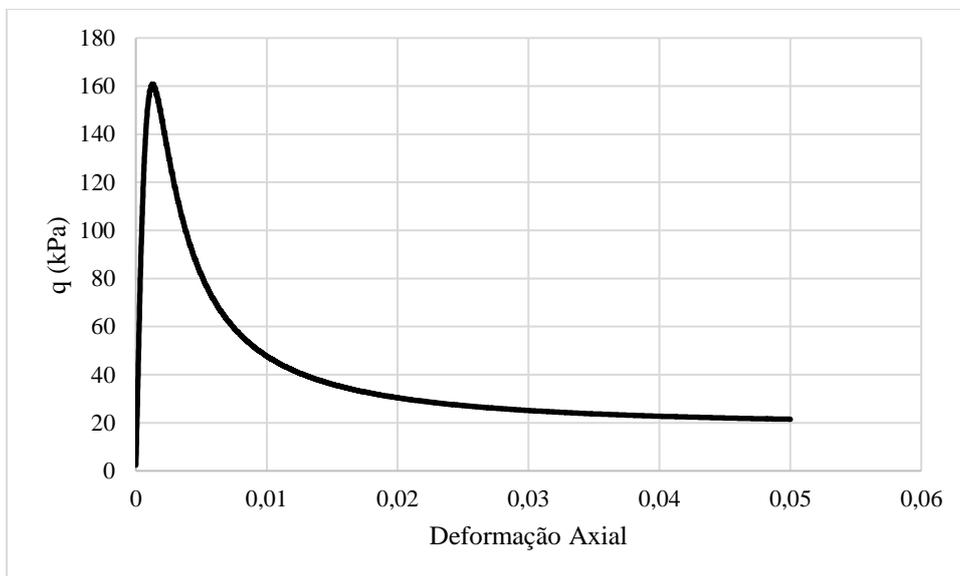
b)

Figura 6.1 - Resultados obtidos para a simulação ND0 a) trajetória  $p - q$  e b) Deformação axial por tensão desviadora

Na Figura 6.2 a) e b) apresenta-se os resultados referentes a simulação ND1, em que se aplicou um valor de sucção de 100 kPa. O primeiro efeito observado foi a mudança na tensão de pré-adensamento que se alterou para um valor de 743 kPa. Sendo assim, com as condições iniciais aplicadas o material se apresenta na condição levemente pré-adensada. O segundo efeito observado foi o aumento da tensão de pico e residual, que passaram, respectivamente, para 160 kPa e 20 kPa.



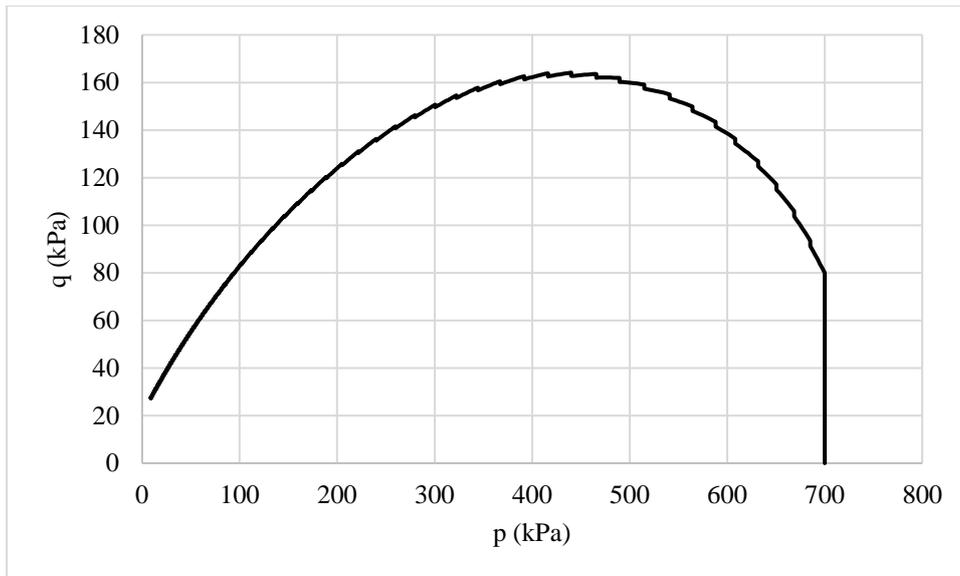
a)



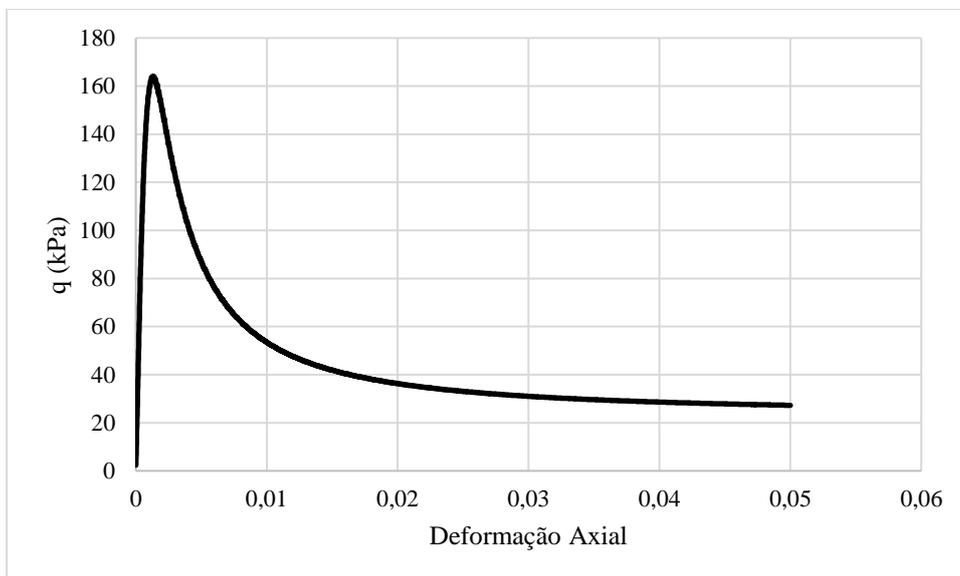
b)

Figura 6.2 - Resultados obtidos para a simulação ND1 a) trajetória  $p - q$  e b) Deformação axial por tensão desviadora

Na Figura 6.3 a) e b) apresentam-se os resultados referentes a simulação ND2, em que se aplicou um valor de sucção de 200 kPa. A resposta do modelo apresentou grande semelhança com os resultados obtidos para a simulação ND1, observando-se somente um pequeno aumento na tensão de pré-adensamento e nas tensões de pico e residual. Apesar desse pequeno aumento, decidiu-se aumentar a magnitude dos valores de sucção para avaliar a ocorrência de mais algum efeito decorrente da sua aplicação.



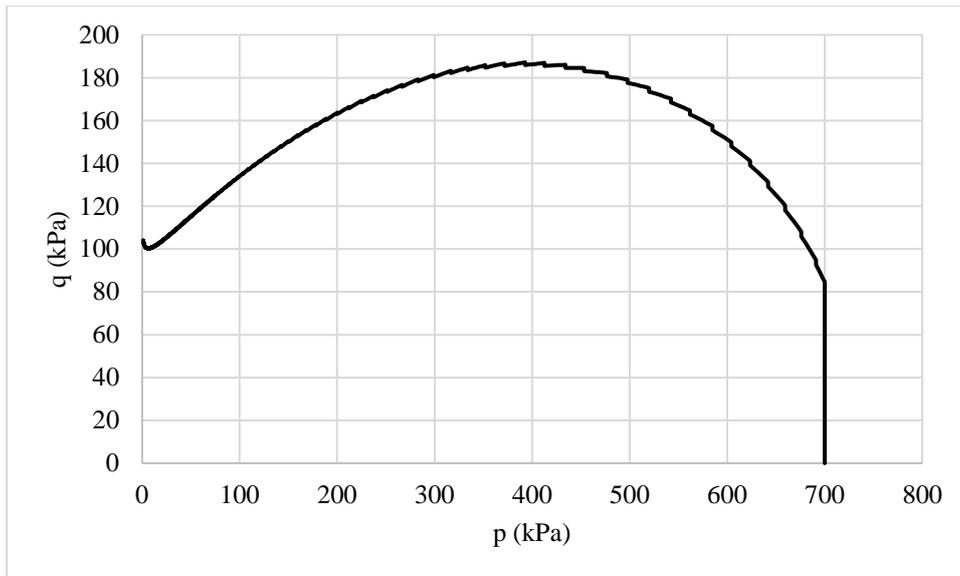
a)



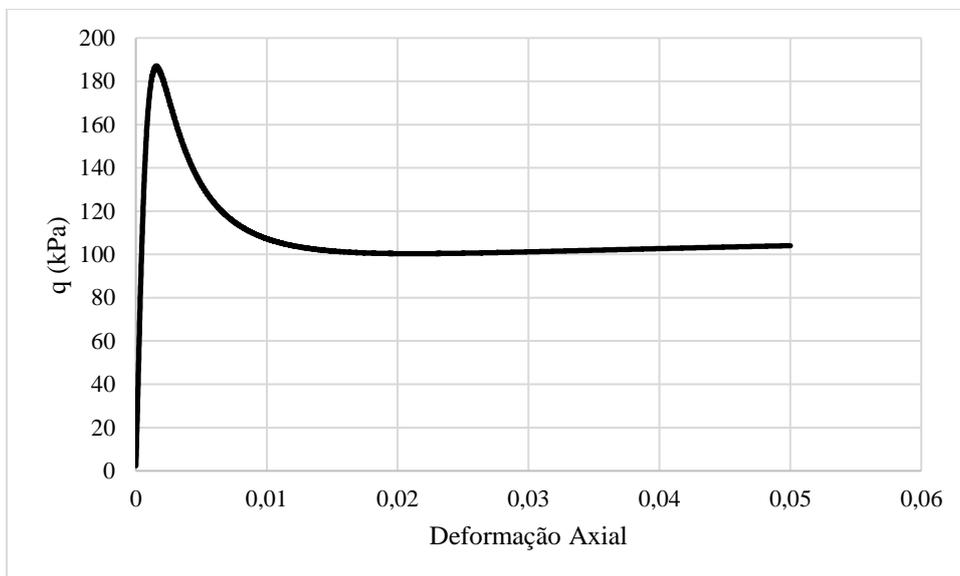
b)

Figura 6.3 - Resultados obtidos para a simulação ND2 a) trajetória  $p - q$  e b) Deformação axial por tensão desviadora

Na Figura 6.4 a) e b) apresenta-se os resultados referentes a simulação ND3, em que se aplicou um valor de sucção de 1200 kPa. Observa-se que apesar de não ter havido mudanças na tensão de pré-adensamento, ocorreu um leve aumento na tensão de pico e diminuiu-se a diferença entre esta e a tensão desviadora residual.



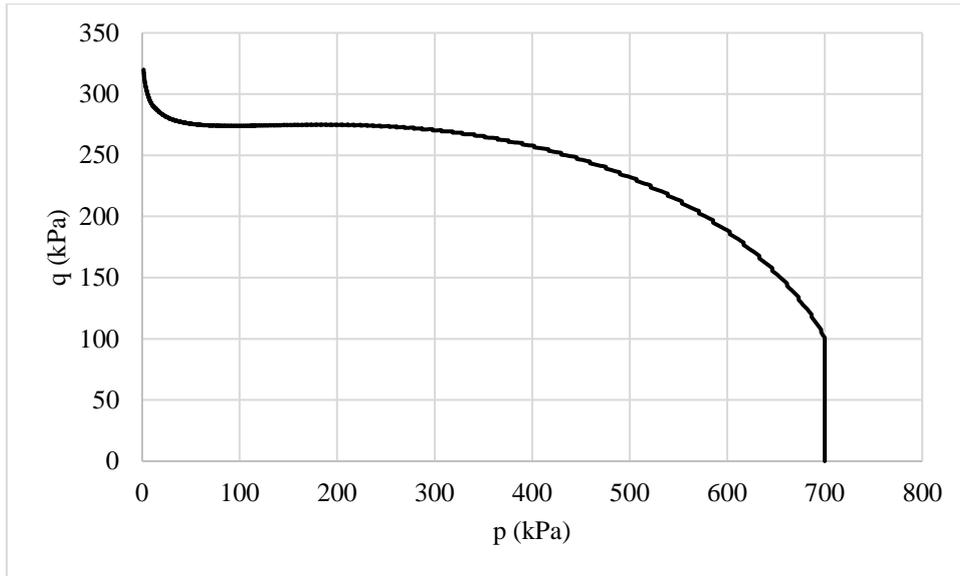
a)



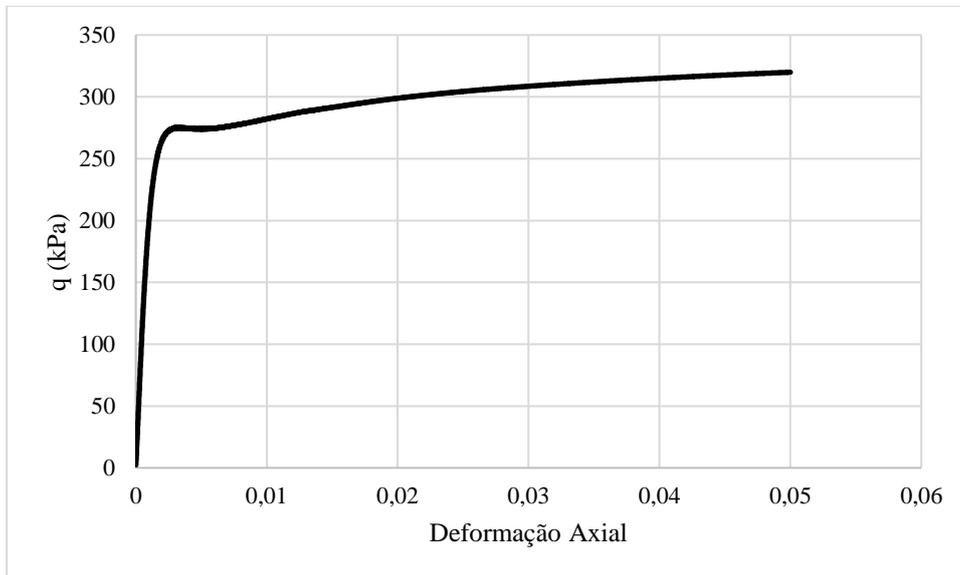
b)

Figura 6.4 - Resultados obtidos para a simulação ND3 a) trajetória  $p - q$  e b) Deformação axial por tensão desviadora

Na Figura 6.5 a) e b) apresentam-se os resultados referentes a simulação ND4, em que se aplicou um valor de sucção de 4800 kPa. Observa-se que a elevação dos valores de sucção para grandes magnitudes ocasiona em alterações no comportamento pós pico. Inicialmente o material modelado apresentou leve redução da tensão desviadora após atingir o pico. Logo em seguida observou-se uma tendência de aumento dessa mesma tensão, caracterizando uma transição de comportamento de amolecimento para endurecimento.



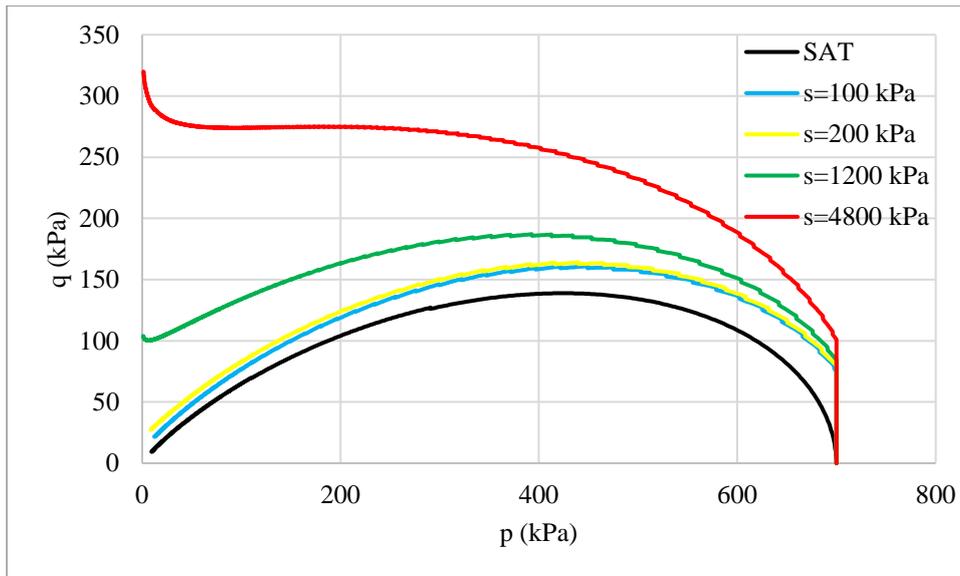
a)



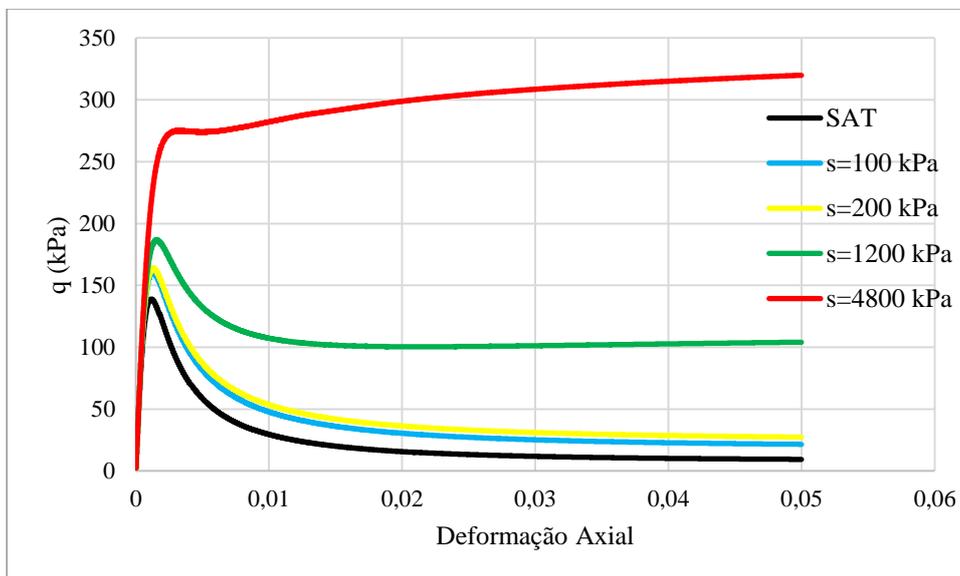
b)

Figura 6.5 - Resultados obtidos para a simulação ND4 a) trajetória  $p - q$  e b) Deformação axial por tensão desviadora

Na Figura 6.6 a) e b) apresenta-se um compilado de todos os resultados obtidos pelo estudo.



a)



b)

Figura 6.6 - Compilado da resposta do modelo referente a aplicação de diferentes valores de sucção no comportamento não drenado

Sendo assim, é possível concluir que a aplicação da sucção em solicitações não drenadas é representada pelo modelo por dois fenômenos diferentes. O primeiro é observado pela aplicação de pequenos valores de sucção que ocasiona em significativos aumentos na resistência do material, representados pelo acréscimo na tensão desviadora de pico e residual, sendo os ganhos iniciais mais significativos. O segundo é observado em altos valores de sucção, em que ocorre a alteração do comportamento pós pico.

### 6.1.1 Efeito da sucção na Linha de Liquefação

O presente estudo tem como objetivo avaliar a resposta do modelo referente a previsão das Linhas de Liquefação ao se aplicar diferentes valores de sucção. Para isso, serão apresentados resultados de simulações de ensaios triaxiais não drenados com diferentes condições iniciais, possibilitando o traçado de diversas linhas de liquefação.

Na Tabela 6.2 apresenta-se a síntese de todas as simulações executadas.

Tabela 6.2 - Síntese das simulações executadas pelo CASM para avaliação do efeito da sucção na Linha de Liquefação

<b>Simulação</b>	<b><math>s</math> (kPa)</b>	<b><math>p</math> (kPa)</b>	<b>Inclinação da linha de Liquefação</b>
<b>LL11</b>	0	100	0,53
<b>LL12</b>	0	200	0,53
<b>LL13</b>	0	400	0,53
<b>LL21</b>	100	100	0,70
<b>LL22</b>	200	100	0,90
<b>LL23</b>	400	100	1,22
<b>LL24</b>	800	100	3,22
<b>LL31</b>	100	100	0,70
<b>LL32</b>	100	200	0,65
<b>LL33</b>	100	400	0,64
<b>LL34</b>	100	800	0,58

Na Figura 6.7 apresentam-se os resultados das simulações LL11, LL12 e LL13, que representam as simulações das trajetórias  $p - q$  obtidas para o caso saturado, em conjunto com suas respectivas Linha de liquefação. A razão obtida para a linha foi constante para as três simulações e apresentou um valor de 0,53.

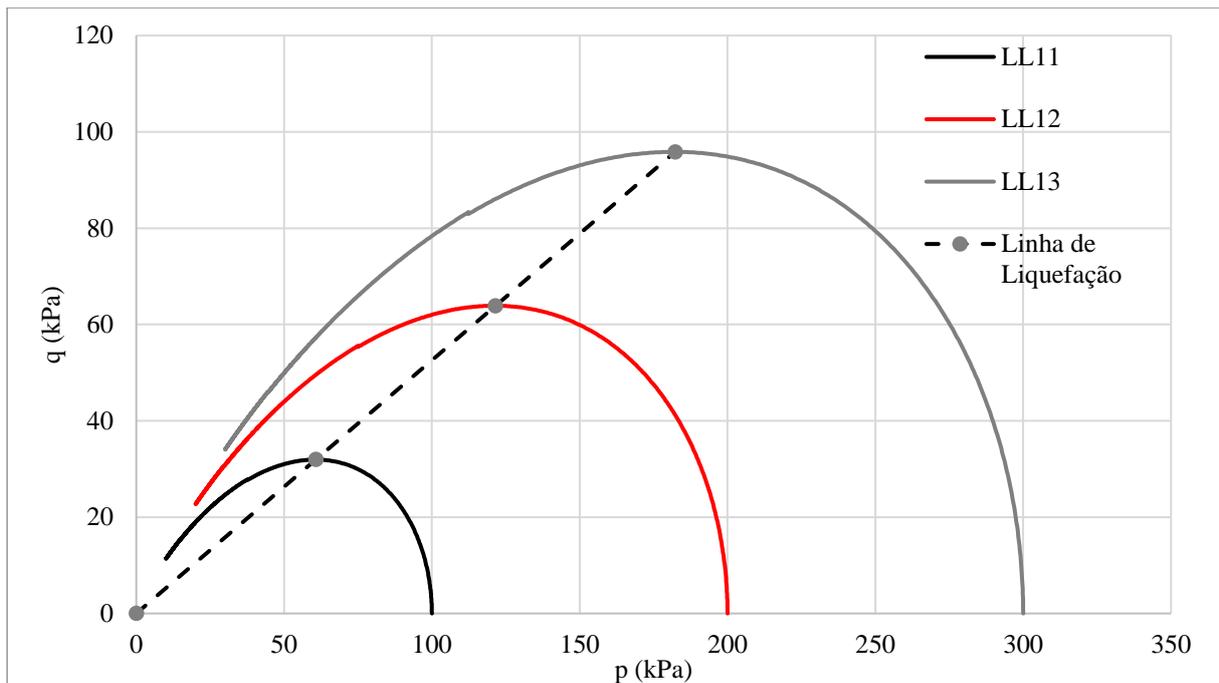


Figura 6.7 - Simulações LL11, LL12 e LL13 e linha de liquefação para o caso saturado

Na Figura 6.8 apresentam-se as simulações referentes a aplicação de diferentes valores de sucção mantendo-se a tensão líquida média constante. Observa-se que a linha de liquefação não apresenta mais uma razão única, de modo que quanto maior a sucção, maior será também o valor dessa razão, expressando, portanto, um aumento na resistência à ocorrência da liquefação.

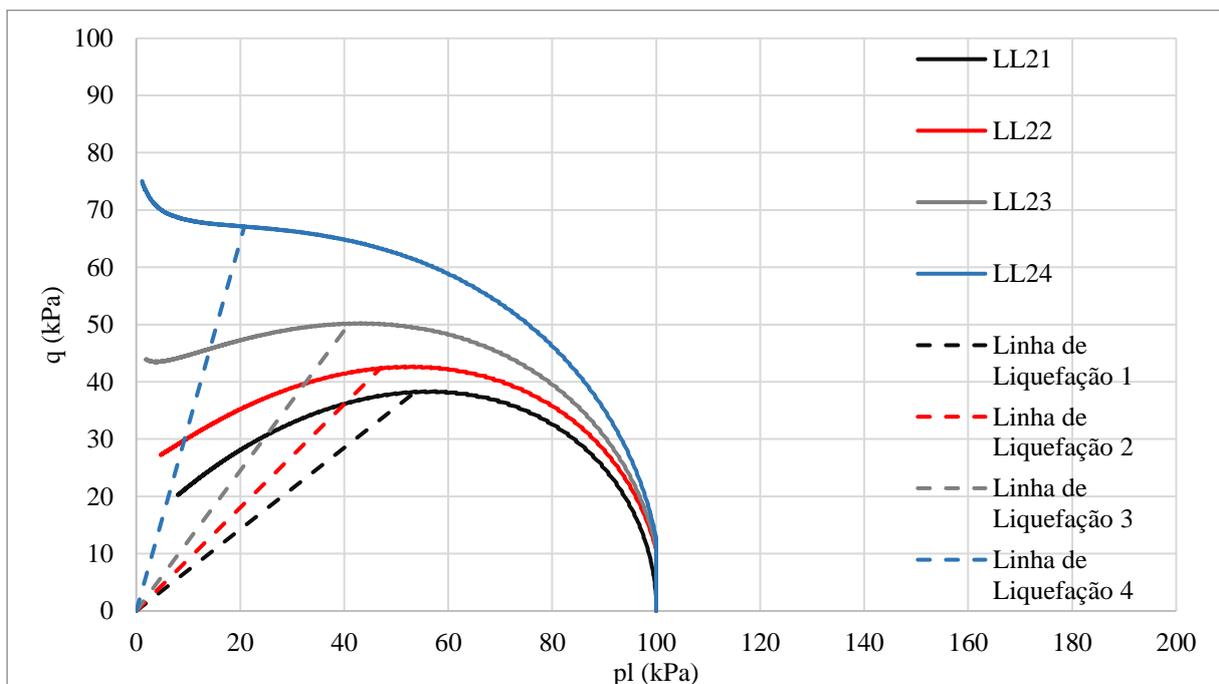


Figura 6.8 - Simulações LL21, LL22, LL23 e LL24 e linhas de liquefação para diferentes valores de sucção

A Figura 6.9 apresenta os resultados das simulações referentes a mudanças na tensão líquida média ao se manter o valor de sucção constante. Analogamente a Figura 5.12, observa-se que a razão de liquefação não se manteve constante, diminuindo a medida em que se aumentava a tensão líquida média. Nesse sentido, observa-se que quanto maior o valor da tensão em relação ao da sucção, mais próximo do caso saturado se apresenta a razão de liquefação.

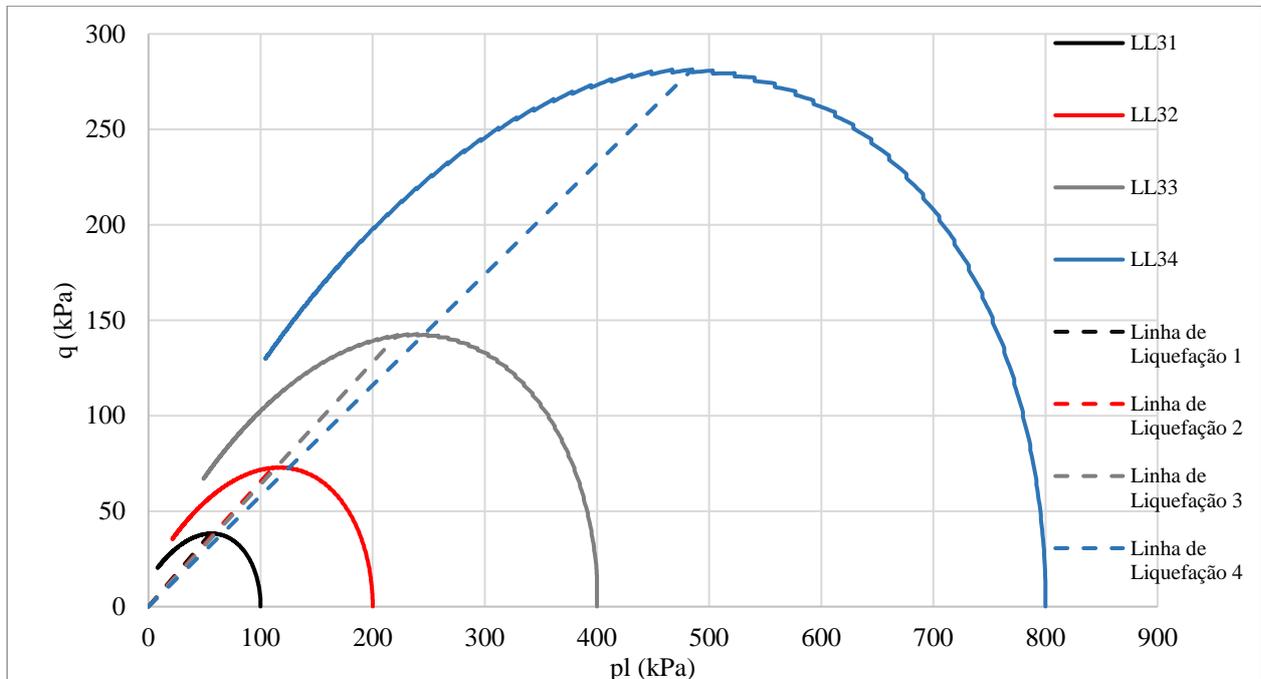


Figura 6.9 - Simulações LL31, LL32, LL33 e LL34 e linhas de liquefação para diferentes valores de tensão líquida média

Conclui-se, portanto, que o modelo consegue prever, para o caso não saturado, que a linha de liquefação não é única, e observa-se a existência de uma relação entre a razão da tensão líquida média em relação a sucção com a razão da linha de liquefação. O valor dessas relações pode ser observado na Tabela 6.3.

Tabela 6.3 - Relação entre tensão média líquida em relação a sucção com a razão da linha de liquefação.

$p_l/s$	Inclinação de Linha de Liquefação
-	0,53
-	0,53
-	0,53
8	0,58
4	0,64
2	0,65
1	0,70
0,5	0,9
0,25	1,22
0,125	3,22

O traçado dos valores da tabela é representado pela Figura 6.10.

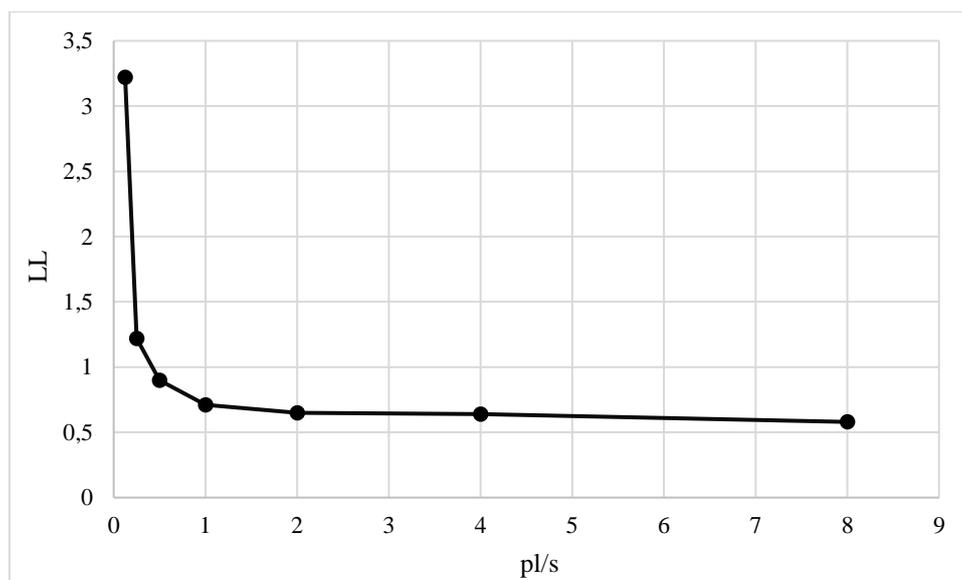


Figura 6.10 - Relação entre as razões da tensão líquida média/sucção com a razão de liquefação

A figura permite concluir que a razão da linha de liquefação apresenta certa relação entre a razão dos valores de sucção com a tensão média líquida, de modo que a resistência a liquefação varia de forma exponencial a medida em que se aumenta a razão entre  $p$  e  $s$ . Nesse sentido, observa-se que os maiores ganhos de resistência ocorrem no intervalo de razão entre 0 e 1, de modo que pequenas variações acarretam mudanças significativas na resistência à liquefação.

## 7 CONCLUSÕES

O presente estudo possibilitou avaliar o desempenho da expansão não saturada do modelo constitutivo CASM apresentado por Yu (1998) na avaliação da resposta não drenada de material granular e na representação de fenômenos de interesse para a mecânica do solo não saturado.

Em geral, o modelo se apresentou como uma boa alternativa para a representação do comportamento não saturado. A obtenção dos parâmetros apresenta certa facilidade de obtenção, havendo somente dois parâmetros ( $n, r$ ) que apresentam certa escassez de informações quanto a sua obtenção.

Em relação a representação de comportamentos relacionados ao comportamento não saturado, o modelo conseguiu reproduzir as variações ocasionadas pelo aumento de sucção em trajetórias isotrópicas, incluindo o aumento da tensão de pré-adensamento, a diminuição da inclinação Linha de Compressão Virgem e a ocorrência do fenômeno de colapso.

Em relação ao estudo relacionado ao comportamento não drenado, observou-se uma boa representação do material de estudo tanto nas trajetórias  $p - q$  quanto nos resultados de deformação axial por tensão desviadora, conseguindo representar, inclusive, o aumento de rigidez ocasionada pelo aumento da sucção. Outras importantes observações são citadas:

- A possibilidade de mudança do comportamento pós pico ao se aplicar valores grandes de sucção;
- O aumento significativo na resistência de pico e residual para pequenos valores de sucção;
- A existência de um limite de aumento de sucção que apresenta mudanças insignificativas na resistência do material;
- A existência de diversas linhas de liquefação quando o comportamento se apresenta não saturado;
- A existência de uma relação entre a razão da tensão média líquida com a sucção em relação a resistência de liquefação;

Apesar da boa resposta do modelo referentes a representação do material de estudo, a calibração do modelo exige a realização de ensaios específicos que não foram realizados por Bella (2017), tornando necessária a utilização de estimativas para alguns parâmetros. Além disso, algumas observações do modelo não foram realizadas experimentalmente, abrindo espaço para as seguintes pesquisas futuras:

- A realização de um estudo experimental focado na calibração do CASM, possibilitando realizar um estudo completo referente ao comportamento mecânico do material;
- A realização de um estudo experimental focado na observação dos efeitos da sucção na ocorrência da liquefação;
- A inclusão de estudos referentes a liquefação cíclicas no modelo;
- A implementação do CASM em softwares comerciais com o intuito expandir a sua utilização, e possibilitar a resolução de problemas de contorno;

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALONSO, E. E., GENS, A., & JOSA, A. (1990). A constitutive model for partially saturated soils. *Géotechnique*, 40(3), 405–430. doi:10.1680/geot.1990.40.3.405.
- ANDRADE, J. (2009). A predictive framework for liquefaction instability. *Géotechnique*, v. 59, n. 8, p. 673-682. Thomas Telford Ltd.. <http://dx.doi.org/10.1680/geot.7.00087>.
- ARROYO, M. & GENS, A. (2022). A Ruptura da Barragem de Rejeito de Brumadinho: A Montanha de Cristal (em espanhol). XI Simposio Nacional de Ingeniería Geotécnica. Mieres, Asturias, Espanha. (Arroyo, Marcos & Gens, Antonio. (2022). Disponível em: [https://www.researchgate.net/publication/360901513\\_La\\_rotura\\_de\\_la\\_presa\\_de\\_relaves\\_de\\_Brumadinho\\_la\\_montana\\_de\\_cristal](https://www.researchgate.net/publication/360901513_La_rotura_de_la_presa_de_relaves_de_Brumadinho_la_montana_de_cristal).
- BEEN, K. & JEFFERIES, M. G. (1985). A state parameter for sands. *Géotechnique*, 35(2): 99-112.
- BELLA, G. (2017). Hydro-Mechanical Behaviour of Tailings in Unsaturated Conditions. 305 f. Tese (Doutorado) - Curso de Doctoral Program In Environmental Engineering, Politecnico di Torino, Torino.
- BOUFERRA, R. (2000). Etude en laboratoire de la liquefaction des sols, These de doctorat, Ecole Universitaire des Inge´nieurs de Lille USTLille, pp. 95-111.
- BOUFERRA, R., BENSEDDIQ, N. & SHAHROUR, I. (2007). Saturation preloading effects on the cyclic behaviour of sand. *Int. J. Geomech.* 7(5):396–401.
- CARRERA, A. (2008). Mechanical behaviour of Stava tailings. Ph.D. thesis, Politecnico di Torino.
- CASTRO, G. (1969). Liquefaction of Sands. Harvard Soil Mechanics Series 81, Cambridge, MA: Harvard University.
- CORDÃO NETO, M. P. (2005). Análise hidro-mecânica de barragens de terra construídas com materiais colapsíveis. Tese de Doutorado, Publicação G.TD – 028/05, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 152 p.
- CORDÃO NETO, M. P., SANCHEZ, M. & KARSTUNEN, M. (2009). A constitutive model for structured anisotropic soils. 1st International Symposium on Computational Geomechanics (ComGeo I). Juan-les-Pins, Cote d’Azur, France.
- CORDÃO NETO, M., P., HERNANDEZ, O., LORENZO, R., BORGES, C., & CAICEDO, B. (2018). Study of the relationship between hydromechanical soil behavior and microstructure of a structured soil. *Earth Sciences Research Journal*, 22(2), 91-101.
- CORRÊA, A. A. (2020). Determinação do potencial de liquefação estática de uma areia fina. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 103 p.

- DAVIES, M., LUPO, J., MARTIN, T., MCROBERTS, E., MUSSE, M. & RITCHIE, D. (2011). Dewatered tailings practice - Trends and observations. Tailings and Mine Waste. Proceedings of the 14th International Conference on Tailings and Mine Waste. 133-142.
- DELLA, N. (2010). Laboratory testing of the Monotonic behavior of partially saturated sandy soil. *Earth Sci. Res. S J.* Vol. 14, No. 2: 181-186.
- FRANKS, D. M., STRINGER, M., TORRES-CRUZ, L. A., BAKER, E., VALENTA, R., THYGESEN, K., MATTHEWS, A., HOWCHIN, J. & BARRIE, S. (2021). Tailings facility disclosures reveal stability risks. *Sci Rep*, 11 (5353).
- FREDLUND, D. G. & MORGENSTERN, N. R. (1977). Stress state variables for unsaturated soils. *Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE*, 103(5): 447-466.
- FREDLUND, D. G. & RAHARDJO, H. (1993). *Soil mechanics for unsaturated soil*. John Wiley & Sons, New York, United States of America, 517p.
- FREDLUND, D. G. (1979). Appropriate concepts and technology for unsaturated soils. *Canadian Geotechnical Journal*, 16(1): 121-139.
- FREDLUND, D. G., MORGENSTERN, N. R., & WIDGER, R. A. (1978). The shear strength of unsaturated soils. *Canadian Geotechnical Journal*, 15 (3): 313-321.
- GALLIPOLI, D., WHEELER, S. J. & KARSTUNEN, M. (2003). Modelling the variation of degree of saturation in a deformable unsaturated soil. *Géotechnique* 53: 105-112.
- GENS, A., SÁNCHEZ, M. & SHENG, D. (2006). On constitutive modelling of unsaturated soils. *Acta Geotechnica*, v. 1, n. 3, p. 137-147. Springer Science and Business Media LLC. <http://dx.doi.org/10.1007/s11440-006-0013-9>.
- GUILLÉN, J. L. C. (2008). *Modelagem Elasto-plástica da Liquefação Dinâmica de Solos*. Tese de Doutorado, Curso de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 246 p.
- HE, J., CHU, J. & LIU, H. (2014). Undrained shear strength of desaturated loose sand under monotonic shearing. *Soils and Foundations* 54(4): 910-916.
- IBRAM (2019). *Relatório Anual de Atividades*. Profissionais do Texto Ltda. 49 p.
- ISHIHARA K., TSUCHIYA H., HUANG Y., & KAMADA K. (2001). Recent studies on liquefaction resistance of sand: effect of saturation. *Proc., 4th Int. Conf. on Recent Advances in Geotech. Earthquake Engineering and Soil Dynamics*, S. Prakash, ed., Missouri Univ. of Science and Technology, Rolla, MO.
- ISHIHARA, K. (1993). Liquefaction and Flow Failure during Earthquake. *Géotechnique* 43(3): 351-415.
- ISMES. 1985. *Estudo geotécnico de material proveniente da barragem de retenção localizada em Stava - Tesero (Em italiano)*, Final report.

- JEFFERIES, M. & BEEN, K. (2016) – Soil liquefaction – A Critical State Approach. 2ª Edição, 690. Boca Raton, FL.
- JEFFERIES, M. (1993). Nor-Sand: a simple critical state model for sand. *Géotechnique*, 43(1):91–103.
- KARSTUNEN, M., KRENN, H., WHEELER, S. J., KOSKINEN, M. & ZENTAR, R. (2005). Effect of Anisotropy and Destructuration on the Behavior of Murro Test Embankment, (June), 87–97.
- KHALILI, N., HABTE, M. A. & ZARGARBASHI, S. (2008). A fully coupled flow deformation model for cyclic analysis of unsaturated soils including hydraulic and mechanical hysteresees. *Computers and Geotechnics*, 35(6), 872–889. doi:10.1016/j.compgeo.2008.08.003.
- KRAMER, S. L. (1996). *Geotechnical Earthquake Engineering*. New Jersey: Prentice-Hall.
- LADE, P. V. & PRADEL, D. (1990). Instability and plastic flow of soils. I: Experimental observations, *J. Engng Mech.* 116(11): 2532–2550.
- LADE, P. V. (1992). Static instability and liquefaction of loose fine sandy slopes. *Geotech, J. Engng, ASCE*, 118(1): 51–71.
- LAI, B. T., WONG, H. & FABBRI, A. (2016). A new constitutive model of unsaturated soils using bounding surface plasticity (BSP) and a non-associative flow rule. *Innov. Infrastruct. Solut.* 1, 3. <https://doi.org/10.1007/s41062-016-0005-z>.
- LÜ, X., HUANG, M., ANDRADE, J. E. (2018). Modeling the static liquefaction of unsaturated sand containing gas bubbles. *Soils And Foundations*, v. 58, n. 1, p. 122-133. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.sandf.2017.11.008>.
- MATYAS, E. L. & RADHAKRISHNA, H. S. (1968). Volume change characteristics of partially saturated soils. *Géotechnique*, 18(4): 432-448.
- NOCERA, E. (2017). Estudo experimental do comportamento hidromecânico em condições não saturadas do rejeito de Stava (Em italiano). MSc. thesis, Politecnico di Torino.
- OTÁLVARO, I.F. (2013). Comportamento Hidromecânico de um Solo Tropical Compactado. Tese de Doutorado, Publicação G.TD-082/13, Departamento de Engenharia Civil, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 122 p
- ROBERTSON, P. (2017). Evaluation of Flow Liquefaction: influence of high stresses. Disponível em: [https://www.researchgate.net/publication/318682041\\_Evaluation\\_of\\_Flow\\_Liquefaction\\_influence\\_of\\_high\\_stresses](https://www.researchgate.net/publication/318682041_Evaluation_of_Flow_Liquefaction_influence_of_high_stresses).
- ROBERTSON, P., DE MELO, L., WILLIAMS, D. J. & WILSON, G. W. (2019). Report of the expert panel on the technical causes for the failure of Feijão Dam. Published online at <http://www.b1technicalinvestigation.com/>.

- ROSCOE, K. H. & BURLAND, J. B., (1968). On the generalized behaviour of “wet” clay. *Eng. Plast.*, 48, 535-609.
- SHENG, D., GENS, A., FREDLUND, D. G., & SLOAN, S. W. (2008). Unsaturated soils: From constitutive modelling to numerical algorithms. *Computers and Geotechnics*, 35(6), 810–824. doi:10.1016/j.compgeo.2008.08.011.
- SLADEN, J. A. & OSWELL, J. M. (1989). The behaviour of very loose sand in the triaxial compression test. *Canadian Geotechnical Journal*, Vol 26, 103-113.
- SLADEN, J. A., D’HOLLANDER, R. D. D. & KRAHN, J. (1985). The Liquefaction of Sands, a Collapse Surface Approach. *Canadian Geotechnical Journal*, 22(4): 564–578.
- SUN, D., SHENG, D., & XU, Y. (2007). Collapse behaviour of unsaturated compacted soil with different initial densities. *Canadian Geotechnical Journal*, 44(6), 673–686. doi:10.1139/t07-023.
- VAID, Y. P. & CHERN, J. C. (1983). Effect of Static Shear on Resistance to Liquefaction. *Soils Foundation*, JSSMFE 23(1): 47–60.
- VERNAY, M., MORVAN, M. & BREUL, P. (2016). Influence of saturation degree and role of suction in unsaturated soils behaviour: application to liquefaction. *E3S Web Of Conferences*, 9: 14002.
- WHEELER, S. J., SHARMA, R. J. & BUISSON, M. S. R. (2003). Coupling of hydraulic hysteresis and stress – strain behaviour in unsaturated soils. *Géotechnique*, 53(1), 41–54
- WOOD, D. (1990). *Soil Behaviour and Critical State Soil Mechanics*. Cambridge University Press, Cambridge.
- YANG, J. (2002). Liquefaction resistance of sand in relation to P-wave velocity. *Geotechnique* 52(4): pp. 295–298. 47.
- YANG, J., SAVIDIS, S. & ROEMER, M. (2004). Evaluating liquefaction strength of partially saturated sand. *J Geotech. Geoenviron. Eng. ASCE* 130(9): pp. 975–979.
- YU, H. (1998). CASM: A unified state parameter model for clay and sand. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 22: 621-653.
- YU, H. (2006). *Plasticity and geotechnics*. New York: Springer. *Advances in mechanics and mathematics*, v. 13. ISBN 0-387-33597-8.
- YU, H. S. (1995). A unified critical state model for clay and sand. *Civil Engineering Research Report No 112.08.1995*, University of Newcastle, NSW.
- ZHOU, A. N., SHENG, D., & CARTER, J. P. (2012). Modelling the effect of initial density on soil-water characteristic curves. *Géotechnique*, 62(8), 669–680. doi:10.1680/geot.

## A – INFORMAÇÕES ADICIONAIS À IMPLEMENTAÇÃO DO CASM

### A.1 - DERIVADAS NECESSÁRIAS

No presente apêndice serão apresentadas todas as derivadas necessárias para a implementação computacional do CASM.

$$\frac{\partial f_1}{\partial \sigma_i} = \frac{\partial f_1}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial \sigma_i} + \frac{\partial f_1}{\partial q} \frac{\partial q}{\partial \sigma_i} \quad (\text{A.1})$$

Onde,

$$\frac{\partial f_1}{\partial p} = - \frac{\left( \frac{q}{M(p+k.s)} \right)^n n}{p+k.s} + \frac{1}{\ln(r) \cdot (p+k.s)} \quad (\text{A.2})$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial q} = \frac{\left( \frac{q}{M(p+k.s)} \right)^n n}{q} \quad (\text{A.3})$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial s} = A + B + C \quad (\text{A.4})$$

Onde,

$$A = - \frac{\left( \frac{q}{M(p+k.s)} \right)^n n \cdot k}{p+k.s} \quad (\text{A.5})$$

$$B = \frac{k}{(p+k.s) \cdot \ln(r)} \quad (\text{A.6})$$

$$C = - \frac{\left( \left( p_o \cdot (\lambda(0) - \kappa) \cdot \lambda(0) \cdot (1 - \alpha) \cdot e^{-\beta \cdot s} \cdot \ln \left( \frac{p_o^{(o)}}{p^c} \right) \right) \right)}{(\lambda(s) - \kappa)^2} + k}{(p_o + k.s) \ln(r)} \quad (\text{A.7})$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial p_o^{(o)}} = \frac{\partial f_1}{\partial p_o} \frac{\partial p_o}{\partial p_o^{(o)}} \quad (\text{A.8})$$

Onde,

$$\frac{\partial p_0}{\partial p_0^{(0)}} = \frac{\lambda(0) - \kappa \cdot p_0}{\lambda(s) - \kappa \cdot p_0^{(0)}} \quad (\text{A.9})$$

$$\frac{\partial p_0^{(0)}}{\partial \varepsilon_v^p} = \frac{v p_0^{(0)}}{\lambda(0) - \kappa} \quad (\text{A.10})$$

$$\frac{\partial g_1}{\partial \sigma_i} = \frac{\partial g_1}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial \sigma_i} + \frac{\partial g_1}{\partial q} \frac{\partial q}{\partial \sigma_i} \quad (\text{A.11})$$

Onde,

$$\frac{\partial g_1}{\partial p} = - \frac{m \cdot \ln(m-1) \cdot \left( \frac{q}{M \cdot (p+k \cdot s)} \right)^n}{p+k \cdot s} + \frac{n(m-1)}{p+k \cdot s} \quad (\text{A.12})$$

$$\frac{\partial g_1}{\partial q} = \frac{m \cdot \ln(m-1) \cdot \left( \frac{q}{M \cdot (p+k \cdot s)} \right)^n}{q} \quad (\text{A.13})$$

$$\frac{df_2}{ds} = 1 \quad (\text{A.14})$$

$$\frac{df_2}{ds_0} = -1 \quad (\text{A.15})$$

$$\frac{ds_0}{d\varepsilon_v^p} = \frac{v(s_0 + p_a)}{\lambda_s - \kappa_s} \quad (\text{A.16})$$

## A.2 – ALGORITMO PROPOSTO

No presente apêndice será apresentado o algoritmo escrito em VBA.

Option Explicit

'Cria a matriz rigidez elastica a partir de E e poisson

\*\*\*\*\*

Public Function matrizelastica(kapa\_ As Variant, vr\_ As Variant, p\_ As Variant, poisson\_ As Variant) As Variant

Dim aux1, aux2, G As Double

Dim matel(5, 5) As Double

Dim E As Double

Dim l, c As Integer

E = 3 \* p\_ \* (1 + vr\_) \* (1 - 2 \* poisson\_) / kapa\_

aux1 = E \* (poisson\_ - 1) / (2 \* poisson\_ ^ 2 + poisson\_ - 1)

aux2 = -E \* poisson\_ / (2 \* poisson\_ ^ 2 + poisson\_ - 1)

$G = E / (2 * (1 + \text{poisson\_}))$

For l = 0 To 5

For c = 0 To 5

matel(l, c) = 0

If (l < 3 And c < 3) Then

If (l = c) Then

matel(l, c) = aux1

Else

matel(l, c) = aux2

End If

Else

If (l = c) Then

matel(l, c) = G

End If

End If

Next

Next

matrizelastica = matel

End Function

Public Function matrizsuc(ks As Variant, vr\_ As Variant, s As Variant, Sa As Variant) As Variant

Dim i As Integer

Dim Vetor(5) As Double

If (s = 0) Then

For i = 0 To 2

Vetor(i) = 0

Vetor(i + 3) = 0

Next

Else

```

For i = 0 To 2
    Vetor(i) = (ks / (3 * (1 + vr_) * (s + 1)))
    Vetor(i + 3) = 0
Next
End If

matrizsuc = Vetor

End Function

Public Function lambdasuc(lambdazero As Variant, alfa As Variant, beta As Variant, s As
Variant) As Variant

    lambdasuc = lambdazero * ((1 - alfa) * Exp(beta * s) + alfa)

End Function

Public Function escoamento(stress As Variant, MM As Variant, po As Variant, r As Variant, n
As Variant, k As Variant, s As Variant, Sr As Variant)
Dim pp, qq As Double

pp = hidrostatico(stress, s, Sr)
qq = desvio(stress)

escoamento = ((qq / (MM * (pp + k * s))) ^ n + Log((pp + k * s) / (po + k * s)) / Log(r))

End Function

Public Function dpdsig(stress As Variant) As Variant
Dim i As Integer
Dim Vetor(5) As Double
'Ok

For i = 0 To 2
    Vetor(i) = 1 / 3

```

```

    Vetor(i + 3) = 0
Next

dpdsig = Vetor

End Function

Public Function dqdsig(stress As Variant, s As Variant, Sr As Variant) As Variant
    Dim i As Integer
    Dim Vetor(5) As Double
    Dim qq, pp As Double
    pp = hidrostatico(stress, s, Sr)
    qq = desvio(stress)

    If (Abs(qq) < 0.000001) Then
        For i = 0 To 5
            Vetor(i) = 0
        Next i
    Else
        For i = 0 To 5
            If (i < 3) Then
                Vetor(i) = 3 * (stress(i) - pp) / (2 * qq)
            Else
                Vetor(i) = 3 * stress(i) / qq
            End If
        Next
    End If
    dqdsig = Vetor

End Function

Public Function desvio(stress As Variant) As Variant
    Dim qq As Double
    'Ok

```

```

    qq = (((stress(1) - stress(2)) ^ 2) + ((stress(2) - stress(0)) ^ 2) + ((stress(0) - stress(1)) ^ 2)) /
2 + 3 * ((stress(3) ^ 2) + (stress(4) ^ 2) + (stress(5) ^ 2))) ^ (0.5)

```

```

    desvio = qq

```

```

End Function

```

```

Public Function hidrostatico(stress As Variant, s As Variant, Sr As Variant) As Variant

```

```

    Dim pp As Double

```

```

    pp = (stress(0) + stress(1) + stress(2)) / 3

```

```

    hidrostatico = pp

```

```

End Function

```

```

Public Function Mult_plas(po As Variant, n As Variant, r As Variant, stress As Variant, M As
Variant, lambdazero As Variant, kapa As Variant, poisson As Variant, vr As Variant, def As
Variant, ds As Variant, s As Variant, k As Variant, m_ As Variant, lambdas As Variant, poo
As Variant, pc As Variant, alfa As Variant, beta As Variant, ks As Variant, Sa As Variant, Sr
As Variant) As Variant

```

```

Dim dfdp, dfdq, dfds, dpoodevp, dpodpoo, dfdpo, dpoodpev As Double

```

```

Dim dqds, dpds As Variant

```

```

Dim esc1, esc2, numerador, multiplas, num1, num2, escY As Double

```

```

Dim p, q, evp, eve As Double

```

```

Dim dfdsig, dgdsig, aH As Variant

```

```

Dim vetorX(5) As Double

```

```

Dim i, j As Integer

```

```

Dim MatrizE As Variant

```

```

    p = hidrostatico(stress, s, Sr)

```

```

    q = desvio(stress)

```

```

    dfdp = -((q / (M * (p + k * s))) ^ n) * n / (p + k * s) + 1 / ((p + k * s) * Log(r))

```

```

    If (Abs(q) < 0.0001) Then

```

```

        dfdq = 0

```

```

    Else

```

$$dfdq = ((q / (M * (p + k * s))) ^ n) * n / q$$

End If

$$dfds = -((q / (M * (p + k * s))) ^ n) * n * k / (p + k * s) + ((k / (po + k * s) - ((p + k * s) * k) / ((po + k * s) ^ 2) * (po + k * s))) / (\text{Log}(r) * (p + k * s)) + (1 / (\text{Log}(r) * (po + k * s))) * (po * ((\text{lambdazero} - \text{kapa}) * \text{Log}(poo / pc)) / (\text{lambdas} - \text{kapa}) ^ 2) * (\text{lambdazero} * (1 - \text{alfa}) * \text{beta} * \text{Exp}(\text{beta} * s))$$

$$dfdpo = (-1 / (\text{Log}(r) * (po + k * s)))$$

$$dpodpoo = (\text{lambdazero} - \text{kapa} * po) / (\text{lambdas} - \text{kapa} * poo)$$

$$dpoodpev = (1 + vr) * poo / (\text{lambdazero} - \text{kapa})$$

$$\text{MatrizE} = \text{matrizelastica}(\text{kapa}, vr, p, \text{poisson})$$

$$dfdsig = \text{derF}(\text{stress}, M, n, r, s, k, Sr)$$

$$dgdsig = \text{derG}(\text{stress}, M, m_, n, k, s, Sr)$$

$$aH = \text{matrizesuc}(ks, vr, s, Sa)$$

$$\text{num1} = 0$$

For i = 0 To 5

For j = 0 To 5

$$\text{num1} = \text{num1} + \text{dfdsig}(i) * \text{MatrizE}(i, j) * \text{def}(j)$$

Next j

Next i

$$\text{esc1} = 0$$

For i = 0 To 5

For j = 0 To 5

$$\text{esc1} = \text{esc1} + \text{dfdsig}(i) * \text{MatrizE}(i, j) * \text{dgdsig}(j)$$

Next j

Next i

$$\text{escY} = \text{dfdpo} * \text{dpodpoo} * \text{dpoodpev} * (\text{dgdsig}(0) + \text{dgdsig}(1) + \text{dgdsig}(2))$$

$$\text{esc2} = 0$$

For i = 0 To 5

For j = 0 To 5

```

        esc2 = esc2 - dfdsig(i) * MatrizE(i, j) * aH(j)
    Next j
Next i

multiplas = num1 / (esc1 - escY) + (dfds - esc2) / (esc1 - escY) * ds

Mult_plas = multiplas

End Function

Public Function derF(stress As Variant, M As Variant, n As Variant, r As Variant, s As Variant,
k As Variant, Sr As Variant) As Variant
    Dim p, q, dfdp, dfdq, dfdpsi
    Dim dfdsig(5) As Double
    Dim dpds, dqds, dpsdsig As Variant
    Dim i As Integer

    p = hidrostatico(stress, s, Sr)
    q = desvio(stress)

    dfdp = -((q / (M * (p + k * s))) ^ n) * n / (p + k * s) + 1 / ((p + k * s) * Log(r))

    If (Abs(q) < 0.0001) Then
        dfdq = 0
    Else
        dfdq = ((q / (M * (p + k * s))) ^ n) * n / q
    End If

    dpds = dpdsig(stress)
    dqds = dqdsig(stress, s, Sr) 'função que calcula ....

    For i = 0 To 5
        dfdsig(i) = dfdp * dpds(i) + dfdq * dqds(i) '+dfdM*dMdtheta*dtheta_dsig(i)
    Next i
End Function

```

```

Next i
derF = dfdsig

End Function

Public Function derG(stress As Variant, M, m_ As Variant, n As Variant, k As Variant, s As
Variant, Sr As Variant) As Variant
    Dim p, q, dgdq, dgdq
    Dim dgdsig(5) As Double
    Dim dpds, dqds As Variant
    Dim i As Integer

    p = hidrostatico(stress, s, Sr)
    q = desvio(stress)

    dgdq = -((m_ * Log(m_ - 1) * (((q / (M * (p + k * s))) ^ n) * n) / (p + k * s))) + n * (m_ - 1) /
    (p + k * s)

    If (Abs(q) < 0.0001) Then
        dgdq = 0
    Else
        dgdq = (m_ * Log(m_ - 1) * (((q / (M * (p + k * s))) ^ n) * n) / q)
    End If

    dpds = dpdsig(stress)
    dqds = dqdsig(stress, s, Sr)

    For i = 0 To 5
        dgdsig(i) = dgdq * dpds(i) + dgdq * dqds(i) '+dfdM*dMtheta*dtheta_dsig(i)
    Next i
    derG = dgdsig

End Function

```

```
Public Sub modelo3d()  
Dim MatrizE, MatrizP As Variant  
Dim lambdazero, lambdas, kapa, poisson As Double  
Dim dsigE(5), def(5) As Double  
Dim sigma(5) As Double  
Dim p, q, vr, psi As Double  
Dim i, j, n As Integer  
Dim M, E, r, po, s, Sa, alfa, beta, k, m_, Sr, ks, ds, pc, poo As Double  
Dim f As Double  
Dim dfdsig, dgdsig, dgdsigA, dfdsigA As Variant  
Dim defp(5), dsE(5) As Double  
Dim multiplas, multiplasA As Double  
Dim step, numStep, br As Integer  
Dim retorno, matrizH As Variant
```

```
lambdazero = Cells(1, 2)
```

```
kapa = Cells(2, 2)
```

```
poisson = Cells(3, 2)
```

```
M = Cells(4, 2)
```

```
n = Cells(13, 2)
```

```
r = Cells(14, 2)
```

```
s = Cells(15, 2)
```

```
Sa = Cells(16, 2)
```

```
alfa = Cells(17, 2)
```

```
beta = Cells(18, 2)
```

```
k = Cells(19, 2)
```

```
m_ = Cells(20, 2)
```

```
ks = Cells(21, 2)
```

```
pc = Cells(22, 2)
```

```
For i = 0 To 5
```

```
    def(i) = Cells(i + 6, 2)
```

```
Next i
```

ds = Cells(24, 2)

numStep = Cells(12, 2)

For step = 1 To numStep

If (s = 0) Then

    ds = 0

End If

lambdas = lambdasuc(lambdazero, alfa, beta, s)

vr = Cells(2 + step - 1, 4)

poo = Cells(2 + step - 1, 5)

po = pzero(pc, poo, lambdazero, kapa, lambdas)

For i = 0 To 5

    If (i < 3) Then

        sigma(i) = Cells(2 + step - 1, 7 + i)

    Else

        sigma(i) = Cells(2 + step - 1, 7 + i)

    End If

Next

p = hidrostatico(sigma, s, Sr)

MatrizE = matrizelastica(kapa, vr, p, poisson)

matrizH = matrizsuc(ks, vr, s, Sa)

If (ds = 0) Then

    For i = 0 To 5

        dsigE(i) = 0

    For j = 0 To 5

```

        dsigE(i) = dsigE(i) + MatrizE(i, j) * def(j) - MatrizE(i, j) * matrizH(i) * ds ' tentativa
elastica
    Next j
Next i

Else
    For i = 0 To 5
        dsigE(i) = 0
    Next i
End If

'antes de somar incremento
f = escoamento(sigma, M, po, r, n, k, s, Sr)

For i = 0 To 5
    sigma(i) = sigma(i) + dsigE(i)
Next i

If (f < 0) Then 'antes do incremento

    f = escoamento(sigma, M, po, r, n, k, s, Sr) ' depois do incremento

    If (f > 0) Then

        multiplas = Mult_plas(po, n, r, sigma, M, lambdazero, kapa, poisson, vr, def, ds, s, k,
m_, lambdas, poo, pc, alfa, beta, ks, Sa, Sr)
        dgdsig = derG(sigma, M, m_, n, k, s, Sr)

        For i = 0 To 5
            defp(i) = multiplas * dgdsig(i)
        Next i

```

```

Else

    For i = 0 To 5
        defp(i) = 0
    Next i
End If
Else

    multiplas = Mult_plas(po, n, r, sigma, M, lambdazero, kapa, poisson, vr, def, ds, s, k,
m_, lambdas, poo, pc, alfa, beta, ks, Sa, Sr)
    dgdsig = derG(sigma, M, m_, n, k, s, Sr)
    For i = 0 To 5
        defp(i) = (multiplas) * (dgdsig(i))
    Next i

End If

For i = 0 To 5
    For j = 0 To 5
        sigma(i) = sigma(i) - MatrizE(i, j) * defp(j)
    Next j
Next i

If (ds <> 0) Then
    For i = 0 To 5
        def(i) = 0
        def(i) = def(i) + defp(i) + matrizH(i) * ds
    Next i
End If

vr = vr - (1 + vr) * (def(0) + def(1) + def(2)) 'ok
poo = poo + (1 + vr) * poo / (lambdazero - kapa) * (defp(0) + defp(1) + defp(2))
s = s + ds
f = escoamento(sigma, M, po, r, n, k, s, Sr)

```

```

Do While f > 0.00001
    retorno = cal_retorno(poo, po, r, n, sigma, M, lambdazero, kapa, vr, poisson, k, s,
lambdas, m_, Sr)
    dgdsig = derG(sigma, M, m_, n, k, s, Sr)
    For i = 0 To 5
        For j = 0 To 5
            sigma(i) = sigma(i) - retorno * MatrizE(i, j) * dgdsig(j)
        Next j
    Next i
    f = escoamento(sigma, M, po, r, n, k, s, Sr)
Loop

Cells(2 + step, 4) = vr
Cells(2 + step, 5) = poo
Cells(2 + step, 6) = ds

For i = 0 To 5
    Cells(2 + step, i + 7) = sigma(i)
Next i

f = escoamento(sigma, M, po, r, n, k, s, Sr)

Cells(2 + step, 13) = f
Cells(2 + step, 14) = (def(0) + def(1) + def(2)) - (defp(0) + defp(1) + defp(2))
Cells(2 + step, 15) = 2 * ((def(0) + def(1) + def(2)) - (defp(0) + defp(1) + defp(2))) / 3
Cells(2 + step, 16) = defp(0) + defp(1) + defp(2)
Cells(2 + step, 17) = 2 * ((defp(0) + defp(1) + defp(2))) / 3
Cells(2 + step, 18) = multiplas
Cells(2 + step, 24) = Cells(2 + step - 1, 23) + 2 * (def(1) - def(0)) / 3
Cells(2 + step, 25) = desvio(sigma)
Cells(2 + step, 26) = 2 * (def(1) - def(2)) / 3
Cells(2 + step, 29) = def(1)
Cells(2 + step - 1, 6) = s

```

Next step

End Sub

Public Function cal\_retorno(po As Variant, r As Variant, n As Variant, stress As Variant, M As Variant, lambdazero As Variant, kapa As Variant, vr As Variant, poisson As Variant, k As Variant, s As Variant, lambdas As Variant, m\_ As Variant, Sr As Variant)

Dim dppidpo, dpodevp, dfdpi As Double

Dim dfdsig, dgdsig, dfdpo, dpodpoo, dpoodpev As Variant

Dim MatrizE As Variant

Dim f As Variant

Dim p As Double

Dim esc1, escY As Double

Dim i, j As Integer

f = escoamento(stress, M, po, r, n, k, s, Sr)

dfdsig = derF(stress, M, n, r, s, k, Sr)

dgdsig = derG(stress, M, m\_, n, k, s, Sr)

p = hidrostatico(stress, s, Sr)

MatrizE = matrizelastica(kapa, vr, p, poisson)

dfdpo = -1 / (Log(r) \* (po + k \* s))

dpodpoo = (lambdazero - kapa \* po) / (lambdas - kapa \* poo)

dpoodpev = (1 + vr) \* poo / (lambdazero - kapa)

esc1 = 0

For i = 0 To 5

For j = 0 To 5

esc1 = esc1 + dfdsig(i) \* MatrizE(i, j) \* dgdsig(j)

Next j

Next i

$escY = dfdp0 * dpodpoo * dpoodpev * (dgdsig(0) + dgdsig(1) + dgdsig(2))$

$cal\_retorno = f / (esc1 - escY)$

End Function

Public Function pzero(pc As Variant, p00 As Variant, lambdazero As Variant, kapa As Variant, lambdas As Variant)

$pzero = pc * (p00 / pc) ^ ((lambdazero - kapa) / (lambdas - kapa))$

End Function

