



**PUNÇÃO EM LAJES LISAS DE CONCRETO ARMADO  
APOIADAS EM PILARES DE CANTO REENTRANTE**

**APARECIDA EVANGELISTA CARTAXO**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**FACULDADE DE TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

**PUNÇÃO EM LAJES LISAS DE CONCRETO ARMADO  
APOIADAS EM PILARES DE CANTO REENTRANTE**  
**APARECIDA EVANGELISTA CARTAXO**

ORIENTADOR: GUILHERME SALES SOARES DE AZEVEDO MELO

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL

BRASÍLIA/DF: DEZEMBRO - 2023

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

**PUNÇÃO EM LAJES LISAS DE CONCRETO ARMADO  
APOIADAS EM PILARES DE CANTO REENTRANTE**

**APARECIDA EVANGELISTA CARTAXO**

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL.

APROVADA POR:

---

**Prof. Guilherme Sales Soares de Azevedo Melo, *Ph.D.* (UnB)**  
(Orientador)

---

**Prof. Marcos Honorato de Oliveira, *DSc* (UnB)**  
(Examinador 1)

---

**Prof. Marília Gonçalves Marques, *DSc* (UFV)**  
(Examinador 2)

BRASÍLIA/DF, DEZEMBRO DE 2023

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço ao meu orientador Guilherme Sales S. A. Melo pela orientação e dedicação para a construção deste trabalho.

Agradeço ao aluno de doutorado e colega de pesquisa João Paulo de Almeida Siqueira pelas orientações e conhecimentos transmitidos.

Agradeço aos professores do PECC, especialmente ao professor Marcos Honorato pelas contribuições e auxílio durante os ensaios realizados no laboratório de estruturas da UnB.

Agradeço ao meu colega de profissão, de sala de aula e de vida, Lucas Pessoa, por todo apoio durante a realização deste trabalho.

Agradeço ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo apoio financeiro.

## RESUMO

### PUNÇÃO EM LAJES LISAS DE CONCRETO ARMADO APOIADAS EM PILARES DE CANTO REENTRANTE

Autor: Aparecida Evangelista Cartaxo

Orientador: Guilherme Sales Soares de Azevedo Melo

Programa de Pós-graduação em Estruturas e Construção Civil

Brasília, Dezembro de 2023

Embora a maioria das pesquisas sobre punção estejam relacionadas a pilares internos, o estudo sobre o comportamento da ligação laje-pilar de canto reentrante é primordial em decorrência da utilização frequente dessa conexão em edificações. Em vista disso, o presente trabalho objetivou analisar experimentalmente o comportamento à punção em lajes lisas de concreto armado apoiadas em pilares de canto reentrante, tendo como principal variável de estudo a taxa de armadura de cisalhamento.

O programa experimental é composto por três lajes apoiadas em pilares de seção quadrada de 300x300 mm. Uma das lajes não possuía armadura de cisalhamento, enquanto as demais foram reforçadas com diferentes taxas de *double headed studs*, posicionados radialmente em relação ao pilar. Todas as lajes possuíam a mesma taxa de armadura de flexão (0,96%) e foram submetidas a uma mesma excentricidade de carga.

Com a análise dos resultados experimentais, observou-se que os *studs* monitorados apresentaram maiores solicitações sobretudo na primeira camada de distribuição. A utilização da armadura de cisalhamento conferiu um acréscimo de resistência às lajes entre 14% e 21%.

Um banco de dados foi montado com os resultados desta pesquisa e de Albuquerque (2015). Os resultados foram avaliados de acordo com as prescrições da ABNT NBR 6118 (2014), ABNT NBR 6118 (2023), Eurocode 2 (2004), prEC2 (2022), ACI 318 (2019) e *fib* Model Code 2010 (2013).

**Palavras-Chave:** Punção. Lajes lisas. Pilar de canto reentrante. Armadura de cisalhamento.

## **ABSTRACT**

### **PUNCHING IN REINFORCED CONCRETE FLAT SLABS SUPPORTED ON REENTRANT CORNER COLUMN**

Author: Aparecida Evangelista Cartaxo

Supervisor: Guilherme Sales Soares de Azevedo Melo

Postgraduate Program in Structures and Civil Construction

Brasília, December, 2023

Although most research on punching shear is related to internal columns, the study of the behavior of the slab-column connection with a re-entrant corner is essential due to the frequent use of this connection in buildings. Therefore, the present work aims to experimentally analyze the punching behavior of reinforced concrete flat slabs supported on re-entrant corner columns, with the main study variable the shear reinforcement rate.

The experimental program consists of three slabs supported on columns with a square section of 300x300 mm. One of the slabs did not have shear reinforcement, while the others were reinforced with different rates of double headed studs, positioned radially in relation to the column. All slabs had the same flexural reinforcement ratio (0.96%) and were subjected to the same load eccentricity.

With the analysis of the experimental results, it was observed that the monitored studs presented greater requests in the first distribution layer. The use of shear reinforcement provides an increase in resistance at levels between 14% and 21%.

A database was assembled with the results of this research and Albuquerque (2015). The results were evaluated in accordance with the prescriptions of ABNT NBR 6118 (2014), ABNT NBR 6118 (2023), Eurocode 2 (2004), prEC2 (2022), ACI 318 (2019) and *fib* Model Code 2010 (2013).

**Keywords:** Punching shear. Flat slabs. Reentrant corner columns. Shear reinforcement.

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1. JUSTIFICATIVA .....	2
1.2. OBJETIVOS .....	3
1.3. METODOLOGIA .....	4
<b>2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>5</b>
2.1. CONCEITOS FUNDAMENTAIS .....	5
2.1.1. Tipos de Punção .....	5
2.1.2. Comportamento da ligação laje-pilar .....	7
2.2. PARÂMETROS QUE INFLUENCIAM NA RESISTÊNCIA À PUNÇÃO .....	8
2.3. PESQUISAS RELACIONADAS: PUNÇÃO EM LAJES LISAS DE CONCRETO ARMADO COM PILAR DE CANTO REENTRANTE .....	11
2.3.1. Cares (2012) .....	11
2.3.2. Barbosa (2012) .....	14
2.3.3. Albuquerque (2015).....	15
2.4. PRESCRIÇÕES NORMATIVAS PARA RESISTÊNCIA À PUNÇÃO .....	18
2.4.1. ABNT NBR 6118 (2023) - Projeto de estruturas de concreto – Procedimento .....	18
2.4.2. Eurocode 2 (2004) - Design of concrete structures .....	24
2.4.3. ACI 318 (2019) - Building Code Requirements for Structural Concrete .....	30
2.4.4. <i>fib</i> Model Code for Concrete Structures 2010 (2013) .....	35
2.4.5. Eurocode 2 (prEN1992-1-1:2022) .....	42
<b>3. PROGRAMA EXPERIMENTAL .....</b>	<b>47</b>
3.1. CARACTERÍSTICAS DAS LAJES .....	47
3.2. ARMADURAS LONGITUDINAIS .....	49
3.3. ARMADURAS DE CISALHAMENTO .....	51
3.4. ARMADURA DOS PILARES .....	52

3.5.	CONCRETAGEM .....	53
3.6.	INSTRUMENTAÇÃO .....	54
3.6.1.	Deslocamentos verticais .....	54
3.6.2.	Deformações: armaduras e concreto.....	55
3.7.	SISTEMA DE ENSAIO .....	59
<b>4.</b>	<b>RESULTADOS E ANÁLISES EXPERIMENTAIS.....</b>	<b>63</b>
4.1.	PROPRIEDADES MECÂNICAS DOS MATERIAS.....	63
4.1.1.	Concreto .....	63
4.1.2.	Aço .....	63
4.2.	CARGAS DE RUPTURA .....	64
4.3.	MAPA DE FISSURAÇÃO.....	66
4.4.	DESLOCAMENTOS VERTICAIS.....	70
4.5.	DEFORMAÇÕES DAS ARMADURAS DE FLEXÃO .....	85
4.6.	DEFORMAÇÕES DAS ARMADURAS DE CISALHAMENTO .....	90
4.7.	DEFORMAÇÕES NA SUPERFÍCIE DO CONCRETO .....	97
4.8.	ROTAÇÕES .....	107
4.9.	RESISTÊNCIA À FLEXÃO .....	108
<b>5.</b>	<b>ANÁLISES DAS EXPRESSÕES NORMATIVAS .....</b>	<b>112</b>
5.1.	ABNT NBR 6118 (2014).....	113
5.2.	ABNT NBR 6118 (2023).....	116
5.3.	EUROCODE 2 (2004).....	119
5.4.	EUROCODE 2 (PREN1992-1-1:2022) .....	121
5.5.	ACI 318 (2019).....	122
5.6.	<i>fib</i> MODEL CODE 2010 (2013) .....	124
5.7.	COMPARATIVO DOS CÓDIGOS NORMATIVOS.....	125
5.8.	MODOS DE RUPTURA ESTIMADOS – CÓDIGOS NORMATIVOS.....	128
<b>6.</b>	<b>CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....</b>	<b>131</b>
6.1.	CONCLUSÕES .....	131

6.2.	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....	132
<b>7.</b>	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>134</b>

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1- Resumo das características das lajes ensaiadas .....	15
Tabela 2.2: Valores de “ <i>K</i> ” conforme ABNT NBR 6118 (2023).....	19
Tabela 2.3: Valores de “ <i>k</i> ” para áreas carregadas retangulares Eurocode 2 (2010).....	26
Tabela 3.1 - Características das lajes ensaiadas .....	48
Tabela 4.1: Deformações últimas dos <i>studs</i> e relação entre deformação de escoamento	94
Tabela 4.2: Deformações últimas dos <i>studs</i> e relação entre deformação de escoamento	94
Tabela 4.3: Deformações últimas dos <i>studs</i> e relação entre deformação de escoamento	95
Tabela 4.4: Deformações últimas dos <i>studs</i> e relação entre deformação de escoamento – S11 de acordo com Albuquerque (2015).....	97
Tabela 4.5: Deformação Última: Superfície do concreto da laje S13 .....	103
Tabela 4.6: Relação entre a carga de alívio das tensões radiais e a carga última.....	104
Tabela 4.7: Resistência à flexão e Relação com carga última de ensaio.....	111
Tabela 5.1: Características das lajes – Banco de Dados.....	112
Tabela 5.2: Classificação da relação $V_u/V_{Norma}$ quanto a segurança (Oliveira, 2013) ..	113
Tabela 5.3: Estimativas ABNT NBR 6118 (2014) para o Caso 1 .....	114
Tabela 5.4: Estimativas ABNT NBR 6118 (2014) para o Caso 2.....	114
Tabela 5.5: Estimativas ABNT NBR 6118 (2014) para o Caso 3.....	115
Tabela 5.6: Estimativas ABNT NBR 6118 (2014) para o Caso 4.....	115
Tabela 5.7: Estimativas ABNT NBR 6118 (2023) para o Caso 1 .....	117
Tabela 5.8: Estimativas ABNT NBR 6118 (2023) para o Caso 2.....	117
Tabela 5.9: Estimativas ABNT NBR 6118 (2023) para o Caso 3.....	118
Tabela 5.10: Estimativas ABNT NBR 6118 (2023) para o Caso 4.....	118
Tabela 5.11: Estimativas Eurocode 2 (2004) para o Caso 1.....	119
Tabela 5.12: Estimativas Eurocode 2 (2004) para o Caso 2.....	120
Tabela 5.13: Estimativas Eurocode 2 (2004) para o Caso 3.....	120
Tabela 5.14: Estimativas Eurocode 2 (2004) para o Caso 4.....	121
Tabela 5.15: Estimativas prEC2 (2022) .....	122
Tabela 5.16: Estimativas ACI 318 (2019) para o Caso 1 .....	123
Tabela 5.17: Estimativas <i>fib</i> Model Code 2010 (2013).....	124
Tabela 5.18: Modo de Ruptura Estimado ABNT NBR 6118 (2014/2023).....	129
Tabela 5.19: Modo de Ruptura Estimado pelo Eurocode 2 (2004) e prEC2 (2022) ....	129

Tabela 5.20: Modo de Ruptura Estimado pelo ACI 318 (2019) e <i>fib</i> Model Code 2010 (2013) .....	130
---	-----

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1: Tipos de ligações laje-pilar: classificação dos pilares quanto a posição.....	2
Figura 2.1: Ruptura por Punção conforme <i>fib</i> Model Code 2010 (2013).....	5
Figura 2.2: Tipos de Punção (Tassinari, 2011).....	6
Figura 2.3: Pavimento tipo (a), distribuição de tensões na seção crítica (b), simplificação da solicitação (c) (Santos, 2018).....	7
Figura 2.4: Fissuração em casos de punção simétrica e excêntrica em pilar interno e punção excêntrica em pilar de borda, respectivamente (Van Musen, 1985, <i>apud</i> Tassinari, 2011) .....	8
Figura 2.5: Sistema de lajes lisas com capitéis nas regiões de ligações (Santos, 2018). 10	
Figura 2.6: Tipos de armadura de cisalhamento para lajes lisas (adaptado Oliveira, 2021).....	10
Figura 2.7: Distribuição radial e em cruz, respectivamente, das armaduras de cisalhamento (Ferreira, 2010).....	11
Figura 2.8: Dimensões das lajes ensaiadas em mm (CARES, 2012) .....	12
Figura 2.9: Distribuição de cisalhamento devido à transferência de momento (adaptado de CARES Technical Approval Report TA7 5041, 2012) .....	13
Figura 2.10: Laje lisa com pinos SHEARFIX: Ensaio Experimental (CARES, 2012)..	13
Figura 2.11: Superfície crítica no contorno C e C' com perímetro $u_0$ e $u$ , respectivamente, de acordo com ABNT NBR 6118 (2023).....	20
Figura 2.12: Superfície crítica no contorno C' com perímetro reduzido $u^*$ para pilar de borda conforme ABNT NBR 6118 (2023) .....	21
Figura 2.13: Superfície crítica no contorno C' com perímetro reduzido $u^*$ para pilar de canto conforme ABNT NBR 6118 (2023) .....	22
Figura 2.14: perímetro crítico “ $u$ ” completo (a) e perímetro crítico “ $u^*$ ” reduzido (b), respectivamente (Albuquerque, 2015).....	22
Figura 2.15: Superfície crítica no contorno C'' com perímetro crítico $u'$ , Região externa as armaduras com distribuição radial e em cruz segundo ABNT NBR 6118 (2023).....	24
Figura 2.16: Perímetro crítico $u'$ para pilar de canto reentrante no contorno C'' .....	24
Figura 2.17: Distribuição de tensões tangenciais devidas a um momento não equilibrado na ligação entre laje e pilar interior segundo Eurocode 2 (2004) .....	26
Figura 2.18: Superfície tronco-cônica conforme Eurocode 2 (2004).....	27
Figura 2.19: Perímetro crítico $u_{out}$ , Região externa às armaduras transversais com distribuição radial e cruz, respectivamente, segundo Eurocode 2 (2004) .....	29
Figura 2.20: Perímetro $u_{out}$ para pilar de canto reentrante.....	29
Figura 2.21: Detalhamento do Perímetro crítico $b_0$ (Albuquerque, 2015) .....	31
Figura 2.22: Coordenadas dos pontos i e j nas extremidades de cada segmento .....	32

Figura 2.23: Perímetro crítico $b_0$ conforme ACI318 (2019) .....	33
Figura 2.24: Perímetro crítico $b_0$ (adaptado de Albuquerque, 2015).....	33
Figura 2.25: Perímetro crítico $b_{0,out}$ .....	35
Figura 2.26: Perímetro de controle básico $b_1$ segundo <i>fib</i> Model Code 2010 (2013) ....	37
Figura 2.27: Profundidade efetiva da laje considerando a penetração do apoio ( $d_v$ ) e profundidade efetiva para cálculos de flexão ( $d$ ) conforme <i>fib</i> Model Code 2010 (2013) .....	37
Figura 2.28: Perímetro de controle básico reduzido $b_{1,red}$ adotado pelo <i>fib</i> Model Code 2010 (2013) .....	37
Figura 2.29: Excentricidade da resultante das forças cortantes em relação ao centroide do perímetro de controle básico segundo <i>fib</i> Model Code 2010 (2013) .....	38
Figura 2.30: Perímetro de controle reduzido e profundidade efetiva resistente ao cisalhamento ( <i>fib</i> Model Code 2010 (2013)).....	40
Figura 2.31: Perímetro de controle básico ( $b_1$ ) e Perímetro de controle <i>out</i> ( $b_1, out$ ) .	40
Figura 3.1 - Região de análise .....	47
Figura 3.2 - Dimensões dos modelos ensaiados (mm) .....	48
Figura 3.3 - Detalhamento da armadura de flexão superior das lajes (mm).....	49
Figura 3.4 - Detalhamento da armadura de flexão inferior das lajes (mm).....	49
Figura 3.5 - Corte AA e Detalhe A (mm).....	50
Figura 3.6 - Corte BB e Detalhe B (mm) .....	50
Figura 3.7 - <i>Double headed studs</i> utilizados na pesquisa.....	51
Figura 3.8 - Detalhamento da armadura de cisalhamento da Laje S14 (mm) .....	51
Figura 3.9 - Detalhamento da armadura de cisalhamento da Laje S15 (mm) .....	52
Figura 3.10 - Distribuição da armadura de cisalhamento das Lajes S14 e S15 (mm)....	52
Figura 3.11 - Detalhamento das armaduras longitudinais e transversais dos pilares (mm) .....	53
Figura 3.12 - Fôrmas e Concretagem das lajes.....	54
Figura 3.13 - Disposição dos LVDT's sobre a laje (mm) .....	55
Figura 3.14 - Etapas de instrumentação dos extensômetros.....	56
Figura 3.15 - Extensômetros na armadura de cisalhamento das lajes S14 e S15 .....	57
Figura 3.16 - Extensômetros nas armaduras longitudinais tracionadas.....	58
Figura 3.17 - Posição dos extensômetros na região inferior da laje (mm) .....	58
Figura 3.18: Pontos de aplicação de carga (mm).....	59
Figura 3.19: Vista superior do sistema de ensaio (mm) .....	60
Figura 3.20: Vista Lateral do Sistema de Ensaio (mm).....	60

Figura 3.21: Bombas hidráulicas utilizadas para atuação dos cilindros .....	61
Figura 3.22: Sistema de Aquisição de Dados – <i>Spider8</i> .....	61
Figura 3.23: Vista Frontal do Sistema de Ensaio .....	62
Figura 3.24: Sistema de Ensaio .....	62
Figura 4.1 - Excentricidade <i>versus</i> Carga.....	65
Figura 4.2 - Carga <i>versus</i> Leitura: Laje S13.....	65
Figura 4.3 - Carga <i>versus</i> Leitura: Laje S14.....	66
Figura 4.4 - Carga <i>versus</i> Leitura: Laje S15.....	66
Figura 4.5: Mapa de fissuração da Laje S13 .....	67
Figura 4.6: Mapa de fissuração da Laje S14 .....	67
Figura 4.7: Mapa de fissuração da Laje S15 .....	68
Figura 4.8: Reentrância da Laje S13 após colapso.....	69
Figura 4.9: Reentrância da Laje S14 após colapso.....	69
Figura 4.10: Reentrância da Laje S15 após colapso.....	69
Figura 4.11 – Posição dos LVDT’s na laje.....	70
Figura 4.12: Carga <i>versus</i> Deslocamento da Laje S13.....	71
Figura 4.13: Carga <i>versus</i> Deslocamento da Laje S13 – Primeira camada.....	71
Figura 4.14: Carga <i>versus</i> Deslocamento da Laje S13 – Segunda camada.....	72
Figura 4.15: Carga <i>versus</i> Deslocamento da Laje S13 – Terceira camada .....	72
Figura 4.16: Carga <i>versus</i> Deslocamento da Laje S14.....	73
Figura 4.17: Carga <i>versus</i> Deslocamento da Laje S14 – Primeira camada.....	73
Figura 4.18: Carga <i>versus</i> Deslocamento da Laje S14 – Segunda camada.....	74
Figura 4.19: Carga <i>versus</i> Deslocamento da Laje S14 – Terceira camada .....	74
Figura 4.20: Carga <i>versus</i> Deslocamento da Laje S15.....	75
Figura 4.21: Carga <i>versus</i> Deslocamento da Laje S15 – Primeira camada.....	75
Figura 4.22: Carga <i>versus</i> Deslocamento da Laje S15 – Segunda camada.....	76
Figura 4.23: Carga <i>versus</i> Deslocamento da Laje S15 – Terceira camada .....	76
Figura 4.24: Carga <i>versus</i> Deslocamento Vertical Médio das Lajes.....	78
Figura 4.25: Deslocamento <i>versus</i> Posição do LVDT: Direção SE-NO da Laje S13....	79
Figura 4.26: Deslocamento <i>versus</i> Posição do LVDT: Direção S-N da Laje S13 .....	79
Figura 4.27: Deslocamento <i>versus</i> Posição do LVDT: Direção SO-NE da Laje S13....	80
Figura 4.28: Deslocamento <i>versus</i> Posição do LVDT: Direção SE-NO da Laje S14....	80
Figura 4.29: Deslocamento <i>versus</i> Posição do LVDT: Direção S-N da Laje S14 .....	81

Figura 4.30: Deslocamento <i>versus</i> Posição do LVDT: Direção SO-NE da Laje S14....	81
Figura 4.31: Deslocamento <i>versus</i> Posição do LVDT: Direção SE-NO da Laje S15....	82
Figura 4.32: Deslocamento <i>versus</i> Posição do LVDT: Direção S-N da Laje S15 .....	82
Figura 4.33: Deslocamento <i>versus</i> Posição do LVDT: Direção SO-NE da Laje S15....	83
Figura 4.34: Deslocamento da Laje S13 e S15, respectivamente.....	84
Figura 4.35- Pontos monitorados por extensômetros: barras de flexão .....	85
Figura 4.36- Carga <i>versus</i> Deformação: Armadura de Flexão da Laje S13.....	85
Figura 4.37- Carga <i>versus</i> Deformação: Armadura de Flexão da Laje S14.....	86
Figura 4.38- Carga <i>versus</i> Deformação: Armadura de Flexão da Laje S15.....	86
Figura 4.39- Deformação Armaduras <i>versus</i> Posição do extensômetro: Laje S13 .....	88
Figura 4.40- Deformação Armaduras <i>versus</i> Posição do extensômetro: Laje S14 .....	88
Figura 4.41- Deformação Armaduras <i>versus</i> Posição do extensômetro: Laje S15 .....	89
Figura 4.42- Extensômetros na armadura de cisalhamento das lajes S14 e S15 .....	90
Figura 4.43- Carga <i>versus</i> Deformação: Primeira camada de <i>Studs</i> da Laje S14 .....	90
Figura 4.44- Carga <i>versus</i> Deformação: Segunda camada de <i>Studs</i> da Laje S14.....	91
Figura 4.45- Carga <i>versus</i> Deformação: Terceira camada de <i>Studs</i> da Laje S14.....	91
Figura 4.46- Carga <i>versus</i> Deformação: Primeira camada de <i>Studs</i> da Laje S15 .....	92
Figura 4.47- Carga <i>versus</i> Deformação: Segunda camada de <i>Studs</i> da Laje S15 .....	93
Figura 4.48- Carga <i>versus</i> Deformação: Terceira camada de <i>Studs</i> da Laje S15.....	93
Figura 4.49: Carga <i>versus</i> Deformação: Primeira camada de <i>studs</i> da Laje S11 (Adaptado, Albuquerque, 2015) .....	96
Figura 4.50: Carga <i>versus</i> Deformação: Segunda camada de <i>studs</i> da Laje S11 (Adaptado, Albuquerque, 2015) .....	96
Figura 4.51- Carga <i>versus</i> Deformação: Superfície do concreto da Laje S13 .....	98
Figura 4.52- Carga <i>versus</i> Deformação: Superfície do concreto da Laje S13 com distribuição radial .....	99
Figura 4.53- Carga <i>versus</i> Deformação: Superfície do concreto da Laje S13 com distribuição tangencial.....	99
Figura 4.54- Carga <i>versus</i> Deformação: Superfície do concreto da Laje S14 .....	100
Figura 4.55- Carga <i>versus</i> Deformação: Superfície do concreto da Laje S14 com distribuição radial .....	100
Figura 4.56- Carga <i>versus</i> Deformação: Superfície do concreto da Laje S14 com distribuição tangencial.....	101
Figura 4.57- Carga <i>versus</i> Deformação: Superfície do concreto da Laje S15 .....	101

Figura 4.58- Carga <i>versus</i> Deformação: Superfície do concreto da Laje S15 com distribuição radial .....	102
Figura 4.59- Carga <i>versus</i> Deformação: Superfície do concreto da Laje S15 com distribuição tangencial.....	102
Figura 4.60: Modelo de bielas e tirantes para ruptura por punção, Muttoni, 2008, <i>apud</i> Ferreira, 2010. ....	104
Figura 4.61: Carga <i>versus</i> Deformação: Superfície do concreto da Laje S3 (Adaptado, Albuquerque, 2015).....	105
Figura 4.62: Carga <i>versus</i> Deformação: Superfície do concreto da Laje S11 (Adaptado, Albuquerque, 2015).....	106
Figura 4.63: Carga <i>versus</i> Rotação: Laje S13 .....	107
Figura 4.64: Carga <i>versus</i> Rotação: Laje S14 .....	107
Figura 4.65: Carga <i>versus</i> Rotação: Laje S15 .....	108
Figura 4.66: Linha de Ruptura das Lajes segundo Siqueira <i>et al.</i> (2023) .....	110
Figura 5.1: Comparação casos 1 e 3 para ABNT NBR 6118 (2014) e (2023).....	125
Figura 5.2: Comparação casos 1 e 3 para ABNT NBR 6118 (2014) e (2023) – Lajes sem armadura de cisalhamento .....	126
Figura 5.3: Comparação casos 1 e 3 para ABNT NBR 6118 (2014) e (2023) – Lajes com armadura de cisalhamento .....	127
Figura 5.4: Comparação Eurocode 2 (2004) e prEC2 (2022).....	127
Figura 5.5: Comparação entre os códigos normativos .....	128

## LISTA DE SÍMBOLOS, NOMENCLATURAS E ABREVIACÕES

$A_c$	área da seção transversal de concreto,
$A_s$	área da seção transversal das armaduras de flexão tracionadas,
$A_{sw}$	área da seção transversal das armaduras de cisalhamento,
$b_w$	largura da seção de concreto considerada,
$c$	lado de um pilar quadrado,
$d$	altura útil,
$e_{ens}$	excentricidade de ensaio,
$E_c$	módulo de elasticidade do concreto
$f_c$	resistência à compressão do concreto,
$f_{ck}$	resistência característica à compressão do concreto,
$h$	altura da laje,
$s_0$	distância da face do pilar até a primeira camada de armaduras de cisalhamento,
$s_r$	espaçamento entre camadas de armaduras de cisalhamento,
$V_u$	carga de última de ensaio,
$V_{R,c}$	parcela de resistência ao cisalhamento atribuída pelo concreto,
$V_{R,s}$	parcela de resistência ao cisalhamento atribuída pelas armaduras de cisalhamento,
$V_{R,cs}$	resistência ao cisalhamento para uma ruptura por tração diagonal dentro da região das armaduras de cisalhamento,
$V_{R,max}$	resistência ao cisalhamento para uma ruptura por compressão diagonal,
$V_{R,out}$	resistência ao cisalhamento para uma ruptura por tração diagonal fora da região das armaduras de cisalhamento,
$\varepsilon_c$	deformação na superfície de concreto,
$\varepsilon_{ys}$	deformação correspondente a tensão de escoamento da armadura de

	flexão,
$\xi$	efeito de tamanho ( <i>size effect</i> ),
$\rho$	taxa de armadura de flexão tracionada,
$\rho_w$	taxa de armadura de cisalhamento,
$\phi_w$	diâmetro da barra da armadura de cisalhamento.

## 1. INTRODUÇÃO

O sistema de lajes lisas – lajes apoiadas diretamente nos pilares – é empregado no ramo da construção civil para a edificação de prédios, pontes e estacionamentos, por possuir vantagens como: facilidade na execução de formas; simplificação durante a concretagem; maior flexibilidade no layout da edificação; economia de materiais; e ganho de altura útil construída, em decorrência da ausência de vigas.

Por mais que o sistema proporcione diversos benefícios, se comparado ao sistema convencional, as lajes lisas apresentam uma região crítica, localizada na ligação laje-pilar, que está sujeita a um complexo estado de tensões. Deste modo, durante a concepção e dimensionamento, alguns parâmetros devem ser analisados com o intuito de melhorar a capacidade resistente na região de ligação entre a laje e o pilar.

As altas tensões observadas na região de ligação são provenientes de esforços de flexão, torção e cisalhamento, e podem resultar em uma ruptura da laje por punção. A punção é um fenômeno caracterizado por ruptura devido ao cisalhamento, em que se pode observar a criação de uma superfície tronco-cônica desde a região comprimida, localizada na face inferior da laje, a caminho da região tracionada, formando um ângulo de inclinação de  $45^\circ$  conforme Talbot (1913).

A punção pode ser dividida em dois tipos, punção simétrica e assimétrica. A punção simétrica ocorre caso a geometria, carregamento, e distribuição da armadura de flexão possam ser considerados simétricos com relação aos eixos de simetria da ligação laje-pilar. Caso contrário, tem-se o caso de assimetria, mais comum de ser observada, e pode ser subdividida ainda em assimetria sem excentricidade ou com excentricidade (punção excêntrica).

A punção excêntrica é caracterizada pela transferência de momentos fletores entre laje e pilar, podendo ser observada, por exemplo, em pilares de borda e canto. A Figura 1.1 apresenta a classificação dos pilares conforme posição destes em uma edificação, três casos são abordados pelos códigos normativos: pilar interno, pilar de borda e pilar de canto.

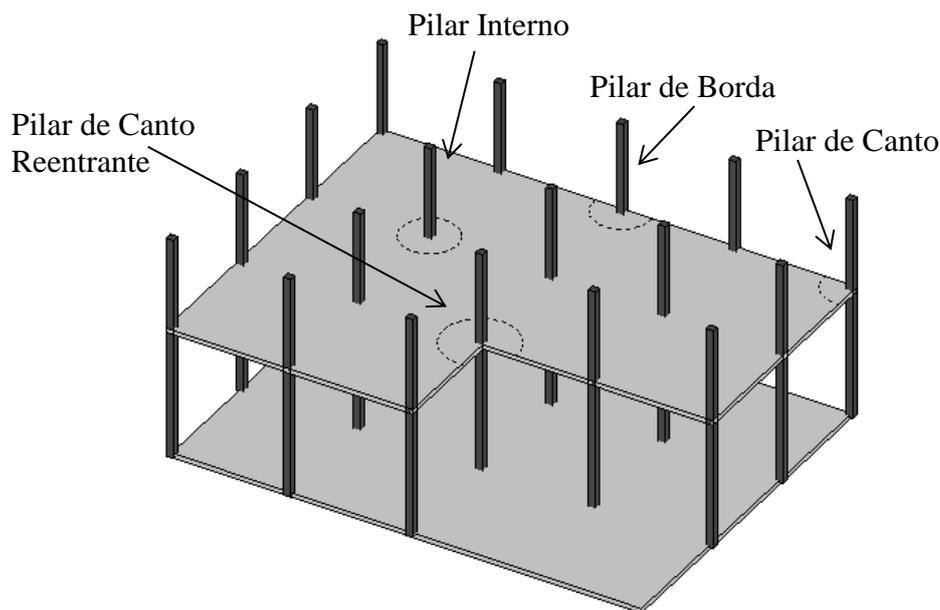


Figura 1.1: Tipos de ligações laje-pilar: classificação dos pilares quanto a posição

O comportamento à punção na ligação laje-pilar de canto reentrante ainda é pouco estudado, tendo em vista que este tipo de ligação não é citado nos principais códigos normativos ou literaturas técnicas. Na Universidade de Brasília (UnB), algumas pesquisas já abordaram acerca da punção excêntrica, como Ferreira (2010), Barbosa (2012), Oliveira (2013), e Albuquerque (2014). Porém, apenas Barbosa (2012) e Albuquerque (2015) realizaram o estudo do comportamento à punção em lajes lisas com pilares de canto reentrante, sendo ensaiadas 12 lajes no laboratório da instituição.

Diante do exposto, o presente trabalho visa analisar experimentalmente o comportamento à punção de lajes lisas de concreto armado apoiadas em pilares de canto reentrante, com o intuito de contribuir para o conhecimento sobre o referido tema, que como já mencionado, é pouco abordado pelas normas técnicas, livros, artigos e demais pesquisas.

## 1.1. JUSTIFICATIVA

A punção tem sido investigada extensivamente, abrangendo pesquisas experimentais, analíticas e, posteriormente, numéricas ao longo de mais de um século. Apesar desse enorme escopo de investigação, a maioria está restrita a ligações laje-pilar interna, e como resultado, para ligações laje-pilar de borda e ligações de canto o número de ensaios disponíveis é menor, como indicado

por Hanson e Hanson (1968), Albuquerque, Melo e Volum (2018), Zaghlool (1971), Walker e Regan (1987), Hammil e Ghali (1994), e Sudarsana (2001). Nessas ligações, o efeito da punção é agravado pelo fato da seção de contato entre a laje e o pilar ser menor, envolvendo combinações de força cortante, momento fletor, e momento torçor presente nas bordas da laje. À vista disso, persiste uma lacuna no entendimento das conexões de cantos reentrantes. Em uma pesquisa realizada em duas das principais plataformas de veiculação de artigos científicos da área estrutural: Journal Engineering Structures e ACI Journal Structural, ao pesquisar sobre o tema “punção excêntrica” nos últimos cinco anos, dentre os 19 artigos encontrados, 17 tratavam sobre lajes lisas apoiadas em pilares internos, e dois artigos abordavam acerca de lajes lisas apoiadas em pilares de borda, o que indica uma carência de pesquisas na área, principalmente para pilares de canto e canto-reentrante.

Essa lacuna justifica a realização de mais estudos experimentais, numéricos e analíticos para aprimorar a compreensão do comportamento dessas conexões. Com base na pesquisa iniciada por Albuquerque (2015), que ensaiou doze lajes apoiadas em pilares de canto reentrante, outras três lajes foram recentemente ensaiadas. O conjunto de dados, embora composto por quinze lajes e relativamente pequeno, servirá como base para análises destinadas a aprofundar a compreensão da resistência dessas ligações e para avaliação dos códigos normativos.

## **1.2. OBJETIVOS**

O presente trabalho possui como objetivo principal analisar experimentalmente o comportamento à punção em lajes lisas de concreto armado apoiadas em pilares de canto reentrante, o qual verificará a influência de diferentes taxas de armadura de cisalhamento no comportamento das lajes.

- Verificar a influência da armadura de cisalhamento na resistência das lajes;
- Comparar os valores das cargas de ruptura obtidas experimentalmente com os valores adquiridos através de adaptações das expressões das normas técnicas vigentes;
- Desenvolver um banco de dados acerca das pesquisas já realizadas cujo tema se enquadre em punção em lajes lisas de concreto armado apoiadas em pilares de canto reentrante, com o intuito de se verificar o desempenho das equações normativas para estes casos.

### 1.3. METODOLOGIA

O presente estudo foi realizado paralelamente com a pesquisa de doutorado do aluno João Paulo de Almeida Siqueira. Inicialmente, realizou-se um levantamento bibliográfico acerca do tema “punção em lajes lisas de concreto armado com pilar de canto reentrante”, com o intuito de analisar e verificar os aspectos que influenciam o comportamento destas estruturas.

Em seguida, foram construídas cinco lajes lisas apoiadas em pilares de canto reentrante no Laboratório de Estruturas da Universidade de Brasília (UnB) para serem ensaiadas até a ruptura. Dois parâmetros foram variados durante a construção das lajes: taxa e distribuição da armadura de cisalhamento; e a excentricidade da carga aplicada. Este trabalho apresentará os dados obtidos pelos ensaios de três dessas lajes (S13, S14 e S15), submetidas a mesma excentricidade e diferentes taxas de armadura de cisalhamento.

Uma das lajes trata-se de uma laje de referência, portanto, sem armadura de cisalhamento, enquanto as demais receberam diferentes taxas de armaduras transversais para resistir à punção. Através dos Transdutores de Deslocamentos Variáveis Lineares (LVDT's), extensômetros e observações visuais, os seguintes dados foram monitorados durante os ensaios: os deslocamentos verticais, as deformações específicas no concreto e nas armaduras, a fissuração, e as cargas de ruptura.

As cargas de rupturas obtidas durante ensaio serão comparadas com estimativas disponibilizadas pelas equações das normas: ABNT NBR 6118 (2014), ABNT NBR 6118 (2023), Eurocode 2 (2004), Eurocode 2 (prEN1992-1-1:2022), ACI 318 (2019) e *fib* Model Code 2010 (2013), vale ressaltar que algumas adaptações serão realizadas, tendo em vista que as normas não tratam especificamente do caso de punção em lajes lisas com pilar de canto reentrante.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O presente capítulo apresenta os principais conceitos e estudos acerca do tema “Punção”, além de exibir os parâmetros que influenciam na resistência à punção e os mais importantes códigos normativos, temas essenciais para a compreensão da pesquisa.

### 2.1. CONCEITOS FUNDAMENTAIS

#### 2.1.1. Tipos de Punção

A resistência à punção em um sistema de lajes lisas tende a governar o dimensionamento deste, pois o tipo de ruptura provocada pela punção se caracteriza como frágil e repentina. Segundo Wigth (2016) antes da formação das fissuras inclinadas, o cisalhamento é transferido por tensões de cisalhamento no concreto, sendo que a maior parte do cisalhamento vertical é propagado pelas bielas inclinadas que se iniciam na zona de compressão, na parte inferior da laje, e se estendem até a armadura no topo da laje, zona tracionada, o que resulta na superfície tronco-cônica ilustrada na Figura 2.1.

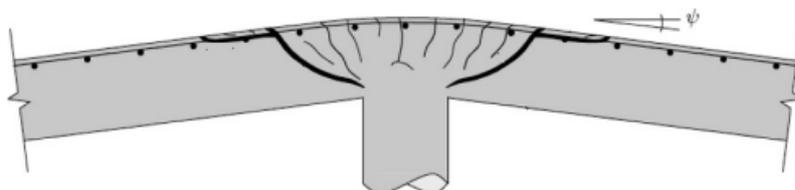


Figura 2.1: Ruptura por Punção conforme *fib* Model Code 2010 (2013)

A punção pode ser classificada em punção simétrica e punção assimétrica, sendo esta última subdividida em assimétrica sem excentricidade e assimétrica com excentricidade, conhecida também como punção excêntrica.

Segundo Tassinari (2011) o funcionamento simétrico existe caso a geometria, a carga, as condições de apoio e a constituição do elemento estrutural possa ser considerado simétrico em relação a dois eixos de simetria, caso contrário, tem-se a assimetria. As condições de não simetria levam ao aparecimento de um momento fletor a ser transferido da laje para o pilar, o que caracteriza a punção excêntrica.

Conforme Tassinari (2011), de modo geral, tem-se:

- Punção Simétrica: caso com simetria biaxial como indicado na Figura 2.2a e Figura 2.2b;
- Punção Assimétrica: constituem os casos não simétricos ou com simetria uniaxial, mas sem excentricidade, ou seja, sem a ocorrência de transferência de momento fletor na ligação (Figura 2.2c);
- Punção Excêntrica: Compõem casos não simétricos com excentricidade, o que acarreta a transferência de momento fletor na ligação laje-pilar, como exemplo tem-se a Figura 2.2d.

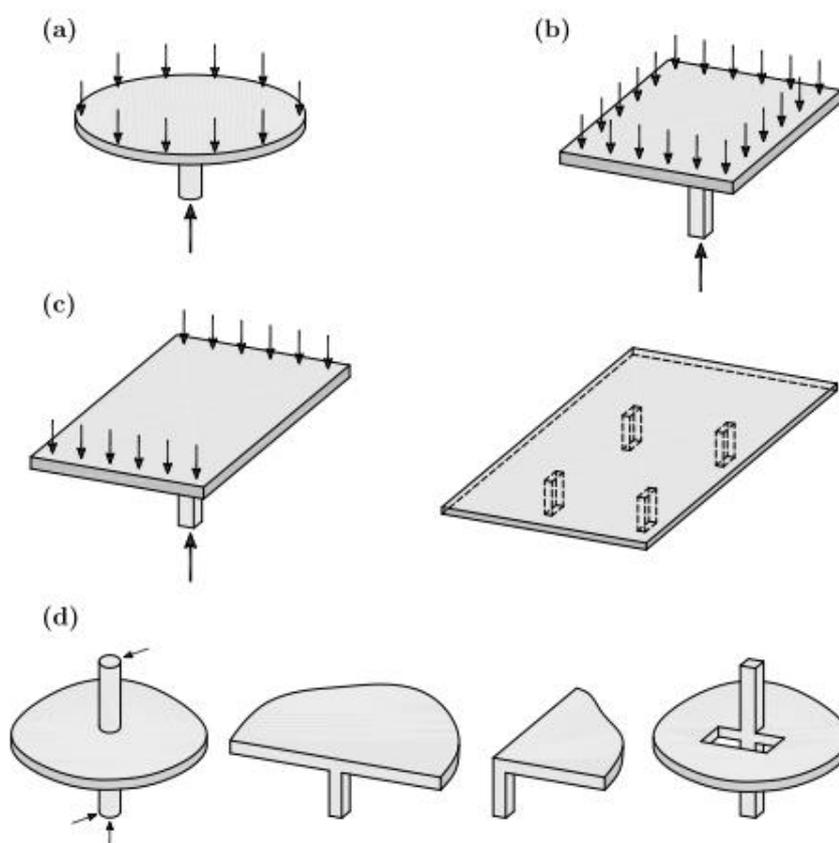


Figura 2.2: Tipos de Punção (Tassinari, 2011)

As principais causas de transferência de momento estão relacionadas a ação de carregamento assimétrico, assimetria nos comprimentos dos vãos adjacentes ao pilar, atuação de ações laterais, além da própria posição do pilar dentro da edificação, pois os casos mais comuns de punção excêntrica são em lajes apoiadas em pilares de borda e pilares de canto.

### 2.1.2. Comportamento da ligação laje-pilar

Conforme Santos (2018) no contorno do pilar a laje transfere esforços por meio de tensões normais e de cisalhamento, que para um pilar interno, pode ser representado por uma componente de carga vertical e duas componentes de momentos fletores (uma em cada direção da laje), como indica a Figura 2.3.

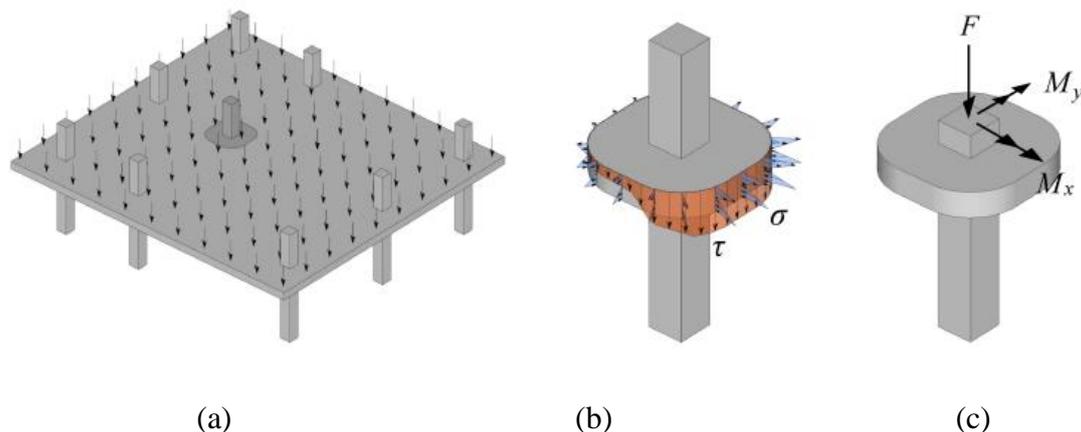


Figura 2.3: Pavimento tipo (a), distribuição de tensões na seção crítica (b), simplificação da solicitação (c) (Santos, 2018)

Para os pilares de borda e de canto deve-se levar em consideração a excentricidade existente nestes casos. Um momento desbalanceado transferido entre a ligação laje-pilar ocasiona na distribuição não uniforme do cisalhamento em torno do pilar, sendo os esforços envolvidos na transferência de um momento desbalanceado: cisalhamento vertical, flexão nas faces perpendiculares ao momento, e torção nas outras faces do pilar.

Conforme Tassinari (2011) a contribuição dos três modos de transmissão (carga vertical, momento fletor e momento torçor) é difícil de se determinar analiticamente ou experimentalmente, por este motivo a estimativa da força de cisalhamento máxima é um problema complexo com soluções muitas vezes discordantes.

Moe (1961) assume como simplificação que as tensões de cisalhamento vertical são uniformemente distribuídas ao longo da altura estática da laje, o autor indica que essas tensões são constantes nas faces perpendiculares ao plano de simetria e que varia linearmente nas outras faces. A quantificação das parcelas separadamente de momento fletor e torçor é de difícil determinação, por este motivo o autor apresenta um coeficiente de transferência da parcela de

momento que gera somente tensões de cisalhamento verticais na seção crítica, denominado por “K”, valor definido experimentalmente.

A Figura 2.4 indica a configuração da fissuração superficial na ruptura de uma laje simétrica com pilar interno (punção simétrica), de uma laje com pilar interno com excentricidade (punção excêntrica) e uma laje com pilar de borda (punção excêntrica).

Pode-se observar a semelhança existente no padrão de fissuração entre os dois últimos casos, o que evidencia que o comportamento da laje frente a resistência à punção está totalmente ligado ao tipo de solicitação existente. Conforme Tassinari (2011) dois efeitos são observados em decorrência da combinação da carga vertical com o momento, que possuem grande influência na resistência à punção: o primeiro é uma concentração da força de cisalhamento por unidade de comprimento, que aumenta as forças locais, e o segundo é um aumento na abertura da fissura crítica, que gera uma diminuição na resistência da laje.

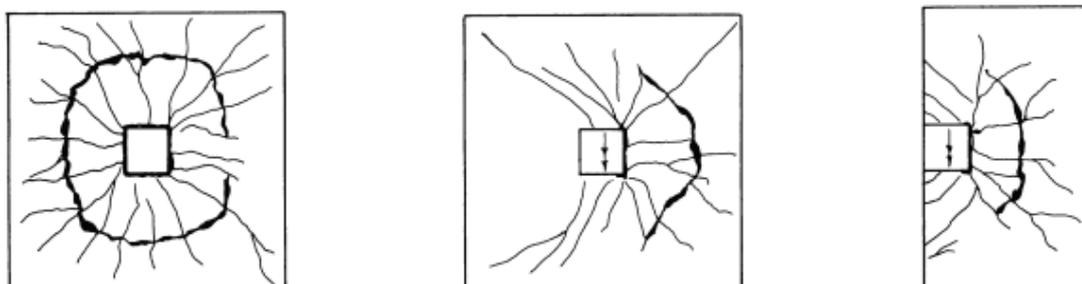


Figura 2.4: Fissuração em casos de punção simétrica e excêntrica em pilar interno e punção excêntrica em pilar de borda, respectivamente (Van Musen, 1985, *apud* Tassinari, 2011)

## 2.2. PARÂMETROS QUE INFLUENCIAM NA RESISTÊNCIA À PUNÇÃO

Através de pesquisas já realizadas e diante das expressões utilizadas pelos códigos normativos referentes à resistência à punção de lajes lisas, pode-se observar que os parâmetros que influenciam nesta são: resistência à compressão do concreto, taxa de armadura de flexão tracionada, altura útil da laje e fator de escala (*size effect*), geometria e tamanho do pilar, e a presença da armadura de cisalhamento.

A resistência à compressão do concreto é um parâmetro básico para o dimensionamento de uma peça em concreto armado, Moe (1961) indica que a resistência ao puncionamento pode ser

estimada por meio de uma função proporcional a raiz quadrada da resistência à compressão do concreto, como adotado pelo *American Concrete Institute* (ACI). A raiz quadrada da resistência à compressão é limitada pelo ACI em 8.3 MPa, que como observado por Hallgren (1996), as lajes com concreto de elevada resistência tendem a superestimar a influência deste parâmetro, motivo da limitação proposta.

Segundo Regan (1981), a taxa de armadura de flexão tracionada contribui para a resistência à punção, principalmente nos casos de lajes sem armadura de cisalhamento. O incremento da armadura longitudinal diminui a espessura das fissuras, o que facilita a transferência de forças através da parcela de engrenamento de agregados, podendo ainda, conforme o autor, aumentar o efeito pino.

A taxa de armadura mencionada é obtida pela relação entre a área de armadura de flexão tracionada ( $A_s$ ) e a área de concreto ( $A_c$ ), como mostra a equação abaixo. Para o cálculo da área de concreto, Regan (1986) indica que a largura efetiva a ser considerada para contribuir para a resistência à punção deve ser tomada afastada a uma distância  $3d$  das faces do pilar.

$$\rho = \frac{A_s}{A_c} = \frac{A_s}{b_w d} \quad \text{Equação 2.1}$$

Na qual:

$b_w$  – Largura da seção de concreto considerada para o cálculo, para um pilar quadrado pode ser calculada por:  $b_w = c + 2(3d)$  (mm);

$d$  – Altura útil da laje (mm);

$c$  – Comprimento do pilar (mm).

Na região de ligação laje-pilar pode-se observar em alguns casos a utilização de ábacos no local, a aplicação dessa metodologia está respaldada no fato do aumento da altura útil ( $d$ ) da laje elevar a resistência à punção, já que existe uma maior quantidade de concreto disponível para resistir ao cisalhamento. No entanto, este acréscimo da resistência com a elevação da altura útil não é linear, e é conhecido como *size effect*, traduzido como efeito de tamanho ou fator escala.

Assim como os três aspectos anteriores, a geometria e as dimensões de um pilar influenciam na resistência à punção uma vez que a distribuição de tensões ocorre na região de ligação laje-

pilar. Logo, quanto maior a dimensão do pilar, tensões menores se desenvolvem no local, e, conseqüentemente, maior a capacidade de carga da ligação. Conforme Santos (2018), um pilar mais fino tende a perfurar a laje com mais facilidade, por este motivo, a adoção de capitéis na região de ligação, vide Figura 2.5, visa aumentar as dimensões do pilar com o intuito de suavizar a transferência de esforços entre este e a laje.

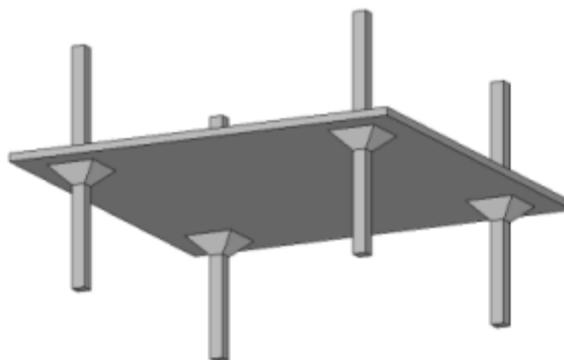


Figura 2.5: Sistema de lajes lisas com capitéis nas regiões de ligações (Santos, 2018)

Um modo eficaz de aumentar a resistência da laje à punção é a adoção da armadura de cisalhamento, esta precisa atender dois requisitos: ser prática do ponto de vista de instalação e efetiva, ou seja, bem aproveitada durante utilização. Em decorrência da região de ligação apresentar alta concentração de armadura de flexão, a distribuição da armadura transversal muitas vezes apresenta-se dificultosa. Por este motivo no mercado pode-se encontrar diversas possibilidades de armaduras para incrementar a carga resistida e ductilidade da ligação, sendo os estribos e os *double-headed studs* as mais empregadas, indicadas na Figura 2.6.

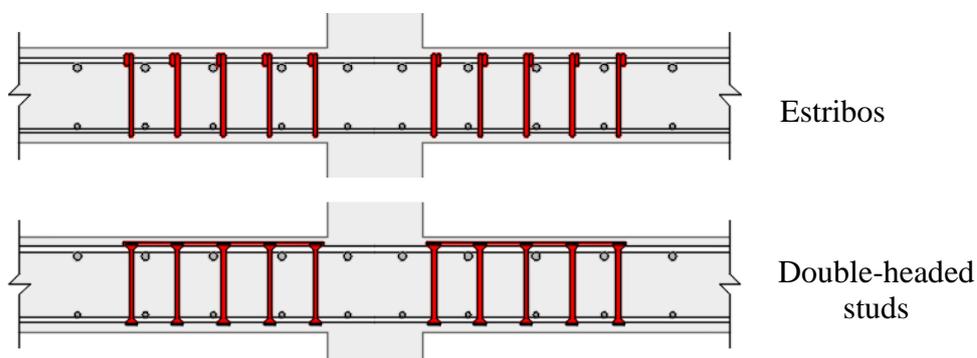


Figura 2.6: Tipos de armadura de cisalhamento para lajes lisas (adaptado Oliveira, 2021)

De acordo com Ferreira (2010), a quantidade e o arranjo da distribuição da armadura de cisalhamento são fatores que influenciam significativamente na resistência à punção. Conforme o autor, o arranjo ideal deveria apresentar as armaduras de cisalhamento distribuídas igualmente em torno da superfície de ruptura, no entanto, do ponto de vista construtivo, não seria uma tarefa fácil devido a interferência das barras de flexão. Assim, dois tipos de distribuições são utilizados na prática: a radial e a distribuição em cruz, como observado na Figura 2.7.

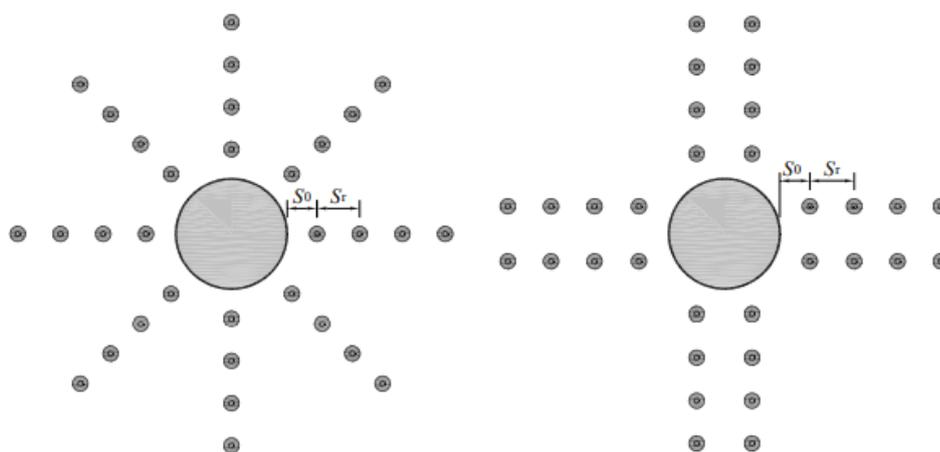


Figura 2.7: Distribuição radial e em cruz, respectivamente, das armaduras de cisalhamento (Ferreira, 2010)

A distância da primeira camada de armadura até a face do pilar ( $s_0$ ) e o espaçamento entre camadas ( $s_r$ ) também influenciam na resistência da laje à punção, pois a armadura transversal deve “costurar” a superfície de ruptura. Assim, os valores de espaçamentos ( $s_0$ ) e ( $s_r$ ) são limitados pelos códigos normativos, de modo que, caso haja ruptura por punção, tal feito ocorra dentro das camadas de armadura, visando garantir mais ductilidade e, por conseguinte, segurança para a edificação.

### 2.3. PESQUISAS RELACIONADAS: PUNÇÃO EM LAJES LISAS DE CONCRETO ARMADO COM PILAR DE CANTO REENTRANTE

#### 2.3.1. Cares (2012)

O Relatório de Aprovação Técnica da CARES (*UK Certification Authority for Reinforcing Steels*), TA7 5041, trata da avaliação do sistema Ancon SHEARFIX – utilização de *double-*

*headed studs* como armadura de cisalhamento para a construção de lajes lisas de concreto armado. No estudo, três lajes com pilar de canto reentrante foram ensaiadas na Universidade de Cambridge, sendo uma laje sem armadura de cisalhamento e duas lajes reforçadas com diferentes arranjos de *studs*, com dimensões indicadas na Figura 2.8.

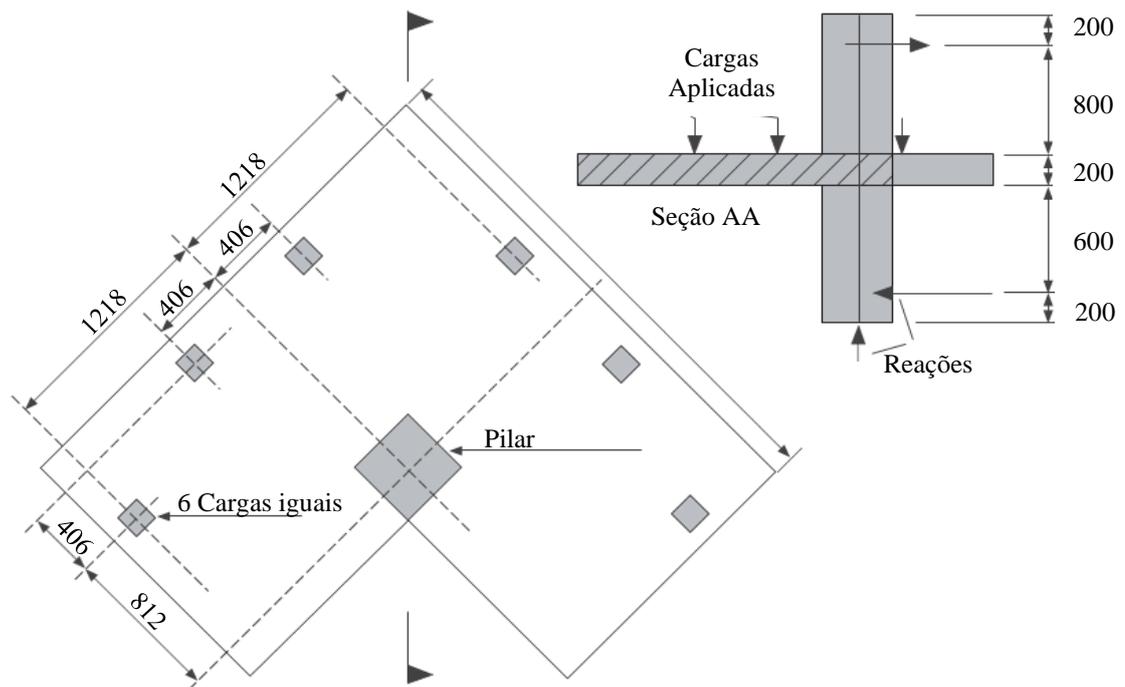


Figura 2.8: Dimensões das lajes ensaiadas em mm (CARES, 2012)

O sistema de reforço de punção SHEARFIX da Ancon foi avaliado para uso em lajes de concreto armado projetadas de acordo com a norma BS EN 1992-1-1: Eurocode 2 (2004). Segundo o relatório, por mais que o Eurocode 2 (2004) não incluía nenhuma regra para ligações entre lajes e pilares de canto reentrante, seu tratamento básico de carga excêntrica pode ser estendido para incluir este caso, na qual a Figura 2.9 ilustra tal extensão para uma coluna quadrada.

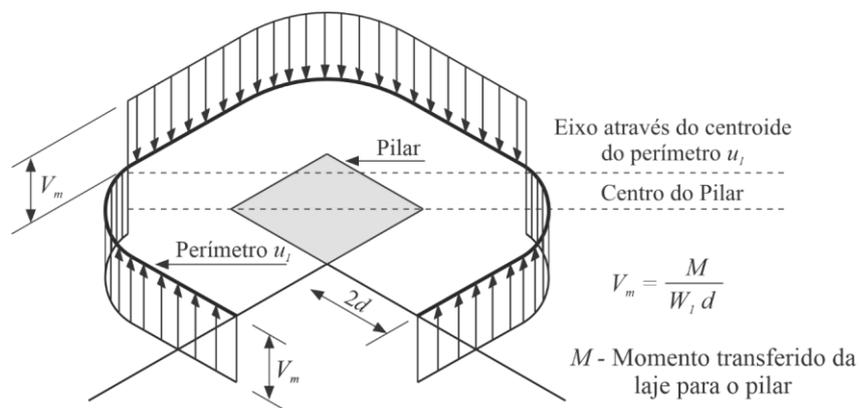


Figura 2.9: Distribuição de cisalhamento devido à transferência de momento (adaptado de CARES Technical Approval Report TA7 5041, 2012)

Duas das lajes foram reforçadas com diferentes arranjos de pinos SHEARFIX e a terceira sem armadura de cisalhamento. A Figura 2.10 apresenta o modelo de uma das lajes armada com *studs*.

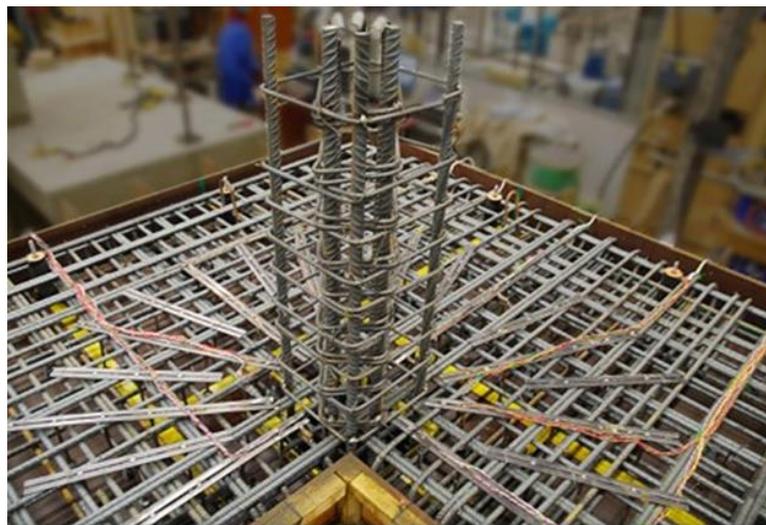


Figura 2.10: Laje lisa com pinos SHEARFIX: Ensaio Experimental (CARES, 2012)

As razões das cargas finais experimentais para as resistências previstas calculadas com base nas equações da EC2 (2004) foram de 1,05 para a laje sem armadura de cisalhamento e 1,10 e 1,19 para as lajes com armadura de cisalhamento. Para as lajes armadas à punção, em ambos os testes, as medições de deformações mostraram que os pinos individuais atingiram o escoamento.

### 2.3.2. Barbosa (2012)

Barbosa (2012) realizou o estudo de quatro lajes apoiadas em pilares de canto reentrante, a pesquisa ocorreu paralelamente com o trabalho de Albuquerque (2015). O autor teve como objetivo principal analisar o comportamento experimental e numérico das lajes lisas, com e sem armadura de cisalhamento.

As lajes utilizadas por Barbosa (2012) correspondem às lajes S1, S2, S8 e S9 de Albuquerque (2015), com características indicadas na Tabela 2.1. As principais variáveis do estudo foram: a taxa e a quantidade de camadas de armadura de cisalhamento, e a excentricidade de carga. O pesquisador dividiu o estudo em dois grupos: Grupo 1 formado por duas lajes sem armadura de cisalhamento e diferentes excentricidades (S1 e S2); Grupo 2 constituído por duas lajes reforçadas com *studs* e com a mesma excentricidade (S8 e S9).

O autor concluiu que o grupo 1 teve ruptura por punção, não sendo constatado escoamento nas barras de flexão ou deformações na superfície do concreto superiores ao valor da deformação última de compressão. Além de ser observado fissuras menos intensas nas lajes. Para o grupo 2, foi constatado ruptura por flexo-punção, com base valores de deformações nas armaduras de flexão nas proximidades dos pilares, além das lajes apresentarem padrões de fissuração mais intensos que o caso anterior.

A laje com maior excentricidade (S1) apresentou carga de ruptura menor, uma redução de cerca de 13,5% comparado a laje S2. A presença da armadura de cisalhamento aumentou a resistência da laje em 41% e 58% para as lajes S8 e S9, respectivamente, se comparadas à S2, que possuía mesma excentricidade e taxa de armadura de flexão.

A laje que apresentou maior deslocamento foi a S9, que também apresentou maior carga de ruptura. As lajes que possuíam a mesma excentricidade (S2, S8, S9) apresentaram deslocamentos verticais com a mesma configuração, com deslocamento observado no mesmo sentido da aplicação de carga.

Nas lajes armadas ao cisalhamento, foi observado deformações maiores na segunda camada de *studs*, e maiores deformações nas armaduras de flexão se comparadas as lajes do grupo 1.

Barbosa (2012) utilizou o Ansys v.11 para realizar a simulação numérica das lajes sem armadura de cisalhamento, e por ter utilizado uma análise elástico-linear, os valores de deformações e deslocamento não representaram fielmente o que foi observado durante os ensaios, reforçando a necessidade de mais pesquisas na área.

### 2.3.3. Albuquerque (2015)

Albuquerque (2015) realizou o ensaio de 12 lajes lisas apoiadas em pilares de canto reentrante no Laboratório de Estruturadas da UnB, dividido em três séries de quatro lajes, que possuíam as características indicadas na Tabela 2.1. A pesquisadora teve como objetivo analisar a influência das seguintes variáveis: excentricidade de carga, taxa de armadura de flexão, presença de armadura de torção, taxa e disposição da armadura de cisalhamento.

As dimensões das lajes são indicadas na Figura 3.2, apoiadas em pilares de seção quadrada de 300x300 mm. As armaduras de cisalhamento utilizadas na pesquisa foram do tipo os *double headed studs*, posicionadas radialmente em relação ao pilar.

Tabela 2.1- Resumo das características das lajes ensaiadas

Laje		$d$ (mm)	$\rho$ (%)	$f_c$ (MPa)	Nº de Camadas	Nº de Linhas	$\emptyset$ (mm)	$s_0$ (mm)	$s_r$ (mm)	$\rho_{sw}$ (%)	$V_u$ (kN)	$\frac{P_2}{P_1}$	$e_{ens}$ (mm)
L01	S1	148,0	1,49	48	-	-	-				325	0,5	500
L02	S8	148,0	1,49	48	3	10	8,0	70	100	0,30	513	1,0	352
L03	S9	144,5	1,55	48	4	10	10,0	70	100	0,47	575	1,0	349
L04	S2	147,0	1,49	48	-	-	-				372	1,0	349
L05	S3	142,5	0,67	44	-	-	-				250	0,5	504
L06	S4	144,5	0,65	44	-	-	-				282	1,0	343
L07	S5	141,0	1,00	44	-	-	-				358	1,0	349
L08	S6	145,5	0,94	44	-	-	-				345	1,0	347
L09	S10	147,5	1,50	43	5	13	10,0	60	90	0,68	550	1,0	349
L10	S11	147,4	1,50	43	5	10	10,0	70	90	0,52	500	0,5	498
L11	S12	146,5	1,51	43	5	10	10,0	70	90	0,53	640	1,5	267
L12	S7	145,0	0,95	43	-	-	-				345	1,5	268

$e_{ens}$  – Excentricidade de Ensaio;  $P_2/P_1$  – Relação de carga aplicada;  $V_u$  – Carga de Ruptura.

A autora realizou tanto o estudo experimental como a análise computacional através do software ATENA, além de comparar os resultados experimentais com os valores esperados pelos principais códigos normativos: ABNT NBR 6118 (2014), Eurocode 2 (2004), ACI 318 (2014), MC2010 (2013). Com relação aos resultados experimentais, Albuquerque concluiu que para o grupo sem armadura de cisalhamento:

- Quanto maior a taxa de armadura de flexão, maior a resistência da laje e menor o deslocamento desta, uma vez que a laje S2 apresentou carga de ruptura 32% superior a S4, 8% maior se comparado a S6 e 4% mais elevada que a laje S5;
- Quanto maior a excentricidade, maior o deslocamento da laje, tendo em vista que o deslocamento próximo a borda da laje no sentido da aplicação de carga da laje S3 foi 80% superior ao da laje S4;
- Pequena influência da armadura de torção na resistência, porém, a armadura de torção diminui o deslocamento na borda reentrante, assim como, diminui a deformação das barras de flexão;
- Quanto maior a excentricidade, menor é a carga de ruptura, pois ocorre maior transferência de momento, se comparar a carga de ruptura da laje S1 com a S2, tem-se que a redução da excentricidade aumentou 14% a resistência da laje, enquanto a S4 apresenta carga de ruptura 13% superior à da S3.

Para o grupo com armadura de cisalhamento:

- Para uma mesma taxa de armadura de flexão, quanto maior a área de armadura de cisalhamento, maior a carga de ruptura da laje, uma vez que a laje S10, com taxa de armadura transversal pouco superior à da S8, apresentou carga de ruptura 7% maior que esta; enquanto a laje S11 indicou carga última 54% mais elevada que a S1, que não possuía armadura de cisalhamento.
- Para a mesma excentricidade e taxa de armadura de flexão, o aumento da área da armadura de cisalhamento acarreta uma maior solicitação da armadura de flexão, o que ocasiona maiores deformações na armadura de flexão;
- Para a mesma excentricidade e taxa de armadura de flexão, quanto maior a quantidade de armadura de cisalhamento, maiores são os deslocamentos da laje;

- Quanto maior a excentricidade, menor a carga de ruptura da laje, tendo em vista que as lajes S12 e S9 apresentaram carga última 28% e 15%, respectivamente, superior à da laje S11;

No estudo das expressões dos principais códigos normativos a pesquisadora também verificou a influência de alguns parâmetros, tendo em vista que o pilar de canto reentrante é um caso particular não mencionado nos presentes códigos. Os casos, assim nomeados pela autora, verificam quais os melhores cenários para se adotar nas equações, comparando os resultados experimentais com os esperados pelas normas, estudando, portanto, a adoção dos: perímetros reduzidos e completos, excentricidade do carregamento e excentricidade do perímetro crítico.

Albuquerque (2015) concluiu que as melhores situações para o cálculo da resistência à punção de lajes com pilar de canto reentrante é: considerar perímetros reduzidos para seção crítica C', localizada a  $2d$  das faces do pilar, tanto para ABNT NBR 6118 (2014) como para a Eurocode 2 (2004), assim como recomenda as presentes normas para pilares de borda e canto. Além disso, a autora aconselha que para obter a carga resistente pela Eurocode 2 (2004), sugere-se utilizar as expressões mencionadas no Capítulo 2 desta norma, com perímetros e cálculo do momento plástico resistente ( $W_I$ ) como indicado no tópico, na interpretação da autora, o  $W_I$  deve ser calculado de acordo com a superfície de controle C'.

A pesquisadora ressalta ainda que, para ambas as normas, foi testado utilizar a excentricidade relativa ao perímetro crítico (excentricidade reduzida), mas os valores médios obtidos foram contra a segurança. Já para o caso da ACI 318 (2014), a autora afirma que se pode obter resultados com um menor conservadorismo ao utilizar uma excentricidade reduzida relativa ao perímetro crítico ( $b_0$ ).

Albuquerque (2015) propôs verificar a viabilidade na utilização do software ATENA, destinado a efetuar análises tridimensionais não lineares em estruturas de concreto armado, e concluiu que os deslocamentos obtidos experimentalmente e numericamente possuem uma concordância razoável, com exceção dos deslocamentos nas lajes sem armadura de cisalhamento e com alta excentricidade (S1 e S3). Além de notar um comportamento mais rígido para os resultados numéricos e uma boa aceitação com relação as cargas de ruptura, tendo em vista que a relação entre as cargas experimentais e as cargas estimadas pelo programa apresentaram uma média de 1,09 e um coeficiente de variação 0,079.

## 2.4. PRESCRIÇÕES NORMATIVAS PARA RESISTÊNCIA À PUNÇÃO

### 2.4.1. ABNT NBR 6118 (2023) - Projeto de estruturas de concreto – Procedimento

O dimensionamento à punção da Norma Brasileira ABNT NBR 6118 (2023): Projeto de estruturas de concreto – Procedimento, se encontra no item 19.5 deste código normativo. O modelo de cálculo adotado pela norma corresponde à verificação do cisalhamento em duas ou mais superfícies críticas, no contorno C, C' e C'', definidas no entorno de forças concentradas.

#### 2.4.1.1. Tensão Solicitante – ABNT NBR 6118 (2023)

No caso de punção excêntrica, além da força vertical, existe também a transferência de momento da laje para o pilar, de modo que a tensão solicitante deve ser calculada levando em consideração duas parcelas:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u_i \cdot d} + \frac{K \cdot M_{sd}}{W_p \cdot d} \quad \text{Equação 2.2}$$

Na qual:

$F_{sd}$  - Força ou a reação concentrada de cálculo (N);

$M_{sd}$  - Momento fletor de cálculo (N.mm);

$u_i$  - Perímetro do contorno crítico de análise (mm);

$d$  - Altura útil da laje na seção crítica considerada, obtida pela expressão:  $\frac{d_x + d_y}{2}$ ;

$d_x$  e  $d_y$  - Alturas úteis nas duas direções ortogonais (mm);

$K$  - Coeficiente que fornece a parcela de  $M_{sd}$  transmitida ao pilar por cisalhamento, que depende da relação  $C_1/C_2$ ;

$W_p$  - Módulo de resistência plástica do perímetro crítico (mm<sup>2</sup>).

Para o pilar de canto, a ABNT NBR 6118 (2023) indica que “ $K$ ” deve ser calculado em função da proporção  $C_1/C_2$ , sendo  $C_1$  e  $C_2$ , respectivamente, os lados do pilar perpendicular e paralelo à borda livre adotada. A Tabela 2.2 informa o valor de “ $K$ ” de acordo com relação proposta.

Tabela 2.2: Valores de “K” conforme ABNT NBR 6118 (2023)

$C_1/C_2$	0,5	1,0	2,0	3,0
$K$	0,45	0,60	0,70	0,8

O módulo resistente da seção crítica ( $W_p$ ) pode ser calculado desprezando a curvatura dos cantos do perímetro crítico, através da formulação:

$$W_p = \int_0^u |e_i| dl \quad \text{Equação 2.3}$$

Onde:

$dl$  - Comprimento infinitesimal no perímetro crítico  $u$  (mm);

$e_i$  - Distância de  $dl$  ao eixo que passa pelo centro do pilar e sobre a qual atua o momento fletor  $M_{sd}$  (mm).

#### 2.4.1.2. Tensão resistente na superfície crítica do contorno C – Diagonal Comprimida

Em lajes submetidas à punção, com ou sem armadura de cisalhamento, a compressão diagonal deve ser verificada no contorno do pilar com perímetro crítico  $u_0$ , como indica a Figura 2.11.

De modo que a tensão solicitante seja igual ou menor que a tensão resistente:

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_v \cdot f_{cd} \quad \text{Equação 2.4}$$

$$V_{Rd,max} = \frac{\tau_{Rd2} \cdot u_0 \cdot d \cdot W_p}{W_p + K \cdot e \cdot u_0} \quad \text{Equação 2.5}$$

Na qual:

$\tau_{Sd}$  - Tensão solicitante na seção considera (perímetro do contorno C) (MPa);

$\tau_{Rd2}$  - Tensão de cisalhamento resistente de cálculo-limite para verificação da compressão diagonal do concreto na ligação laje – pilar (MPa);

$\alpha_v$  - Fator de redução da resistência de cálculo do concreto, indicado em virtude de as tensões no concreto não serem uniformes, dado por:  $\alpha_v = 1 - \frac{f_{ck}}{250}$ , com  $f_{ck}$  em MPa;

$f_{ck}$  - Resistência característica a compressão do concreto aos 28 dias (MPa);

$f_{cd}$  - Resistência de cálculo do concreto à compressão, dado por:  $f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$  (MPa);

$\gamma_c$  - Coeficiente de minoração da resistência do concreto, para situação de ensaios, tem-se  $\gamma_c = 1$ ;

$V_{Rd,max}$  - Resistência à compressão diagonal (N);

$u_0$  - Perímetro da superfície crítica no contorno C (mm);

$e$  - Excentricidade da carga resultante em relação ao centroide do perímetro crítico considerado (mm).

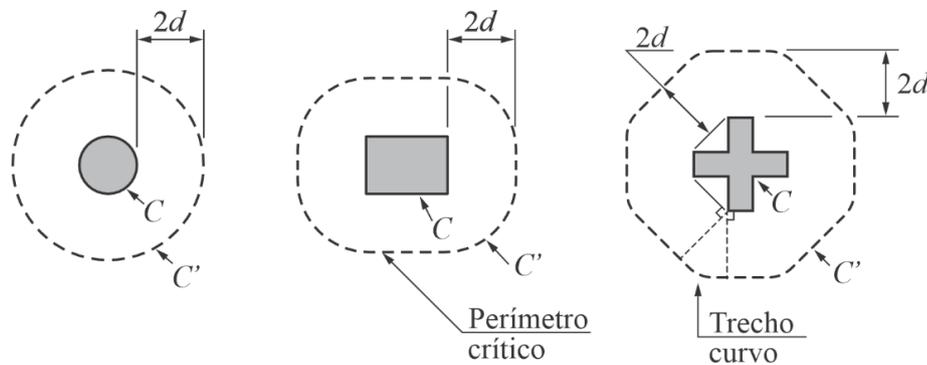


Figura 2.11: Superfície crítica no contorno C e C' com perímetro  $u_0$  e  $u$ , respectivamente, de acordo com ABNT NBR 6118 (2023)

#### 2.4.1.3. Tensão resistente na superfície crítica do contorno C' – Tração Diagonal

A tensão resistente para elementos estruturais sem armadura de punção na superfície crítica C', localizada a  $2d$  das faces do pilar, vide Figura 2.11, deve atender a Equação:

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd1} = \frac{0,182}{\gamma_c} \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} \quad \text{Equação 2.6}$$

$$V_{Rd,c} = \frac{\tau_{Rd1} \cdot u \cdot d \cdot W_p}{W_p + K \cdot e \cdot u} \quad \text{Equação 2.7}$$

Sendo:

$\tau_{Sd}$  - Tensão solicitante na seção considera (perímetro do contorno C') (MPa);

$\tau_{Rd1}$  - Tensão de cisalhamento resistente de cálculo-limite para que uma laje possa prescindir de armadura transversal para resistir à força cortante (MPa);

$\rho$  - Taxa geométrica de armadura de flexão aderente (armadura não aderente deve ser desprezada), dada por:  $\sqrt{\rho_x \rho_y} \leq 0,02$ ;

$\rho_x$  e  $\rho_y$  - Taxas de armadura nas duas direções ortogonais;

$\xi$  - *Size effect*, obtido pela expressão:  $\xi = \left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}}\right) \leq 2$ ;

$V_{Rd,c}$  - Resistência à tração diagonal em lajes sem armadura de cisalhamento (N);

$u$  - Perímetro da superfície crítica no contorno  $C'$  (mm);

Para pilares de borda e de canto a norma recomenda a redução do perímetro crítico do contorno  $C'$ , conforme indica a Figura 2.12 e Figura 2.13:

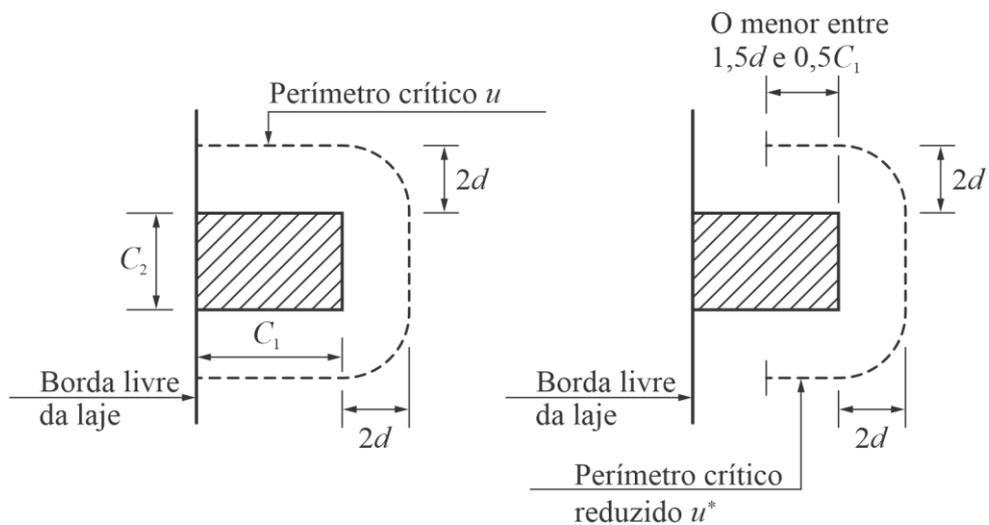


Figura 2.12: Superfície crítica no contorno  $C'$  com perímetro reduzido  $u^*$  para pilar de borda conforme ABNT NBR 6118 (2023)

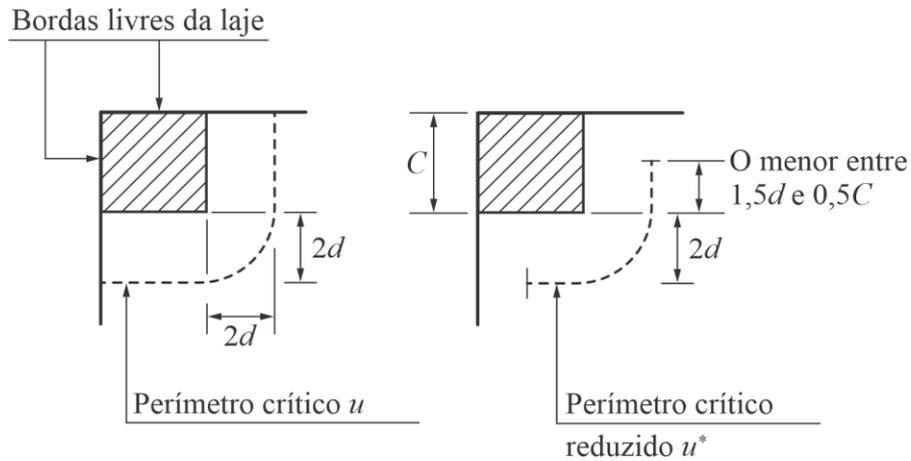


Figura 2.13: Superfície crítica no contorno  $C'$  com perímetro reduzido  $u^*$  para pilar de canto conforme ABNT NBR 6118 (2023)

Na qual:

$C_1$  - Dimensão do pilar paralela à excentricidade da força (mm);

$C_2$  - Dimensão do pilar perpendicular à excentricidade da força (mm);

$C$  - A dimensão do pilar para pilares quadrados na direção analisada (mm);

Para o pilar de canto reentrante, Albuquerque (2015) sugere utilizar o perímetro crítico  $u$  completo ou reduzido semelhante ao indicado pela ABNT NBR 6118 (2023), ilustrado na Figura 2.14 (a) e (b), respectivamente, tendo em vista que a presente norma não aborda o caso de pilar de canto reentrante.

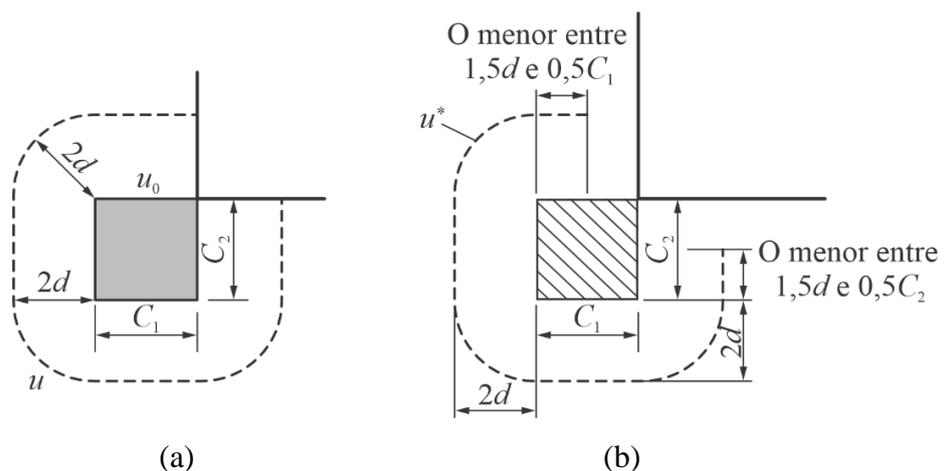


Figura 2.14: perímetro crítico “ $u$ ” completo (a) e perímetro crítico “ $u^*$ ” reduzido (b), respectivamente (Albuquerque, 2015)

Ao adicionar armadura de cisalhamento, a resistência da laje ganha uma nova parcela de contribuição proveniente do aço. A tensão resistente na superfície crítica C' deve ser efetuada como indica as Equações:

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd3} = \frac{0,14}{\gamma_c} \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} + 1,5 \frac{d}{s_r} \cdot \frac{A_{sw} \cdot f_{ywk} \cdot \text{sen} \alpha}{\gamma_s \cdot u \cdot d} \quad \text{Equação 2.8}$$

$$V_{Rd,cs} = \frac{\tau_{Rd3} \cdot u \cdot d \cdot W_p}{W_p + K \cdot e \cdot u} \quad \text{Equação 2.9}$$

Sendo:

$\tau_{Rd3}$  - Tensão de cisalhamento resistente de cálculo para lajes armadas ao cisalhamento (MPa);

$s_r$  - Espaçamento radial entre linhas de armadura de punção, não maior do que  $0,75d$  (mm);

$A_{sw}$  - Área da armadura de punção em um contorno completo paralelo a C' (mm<sup>2</sup>);

$\alpha$  - Ângulo de inclinação entre o eixo da armadura de punção e o plano da laje;

$f_{ywk}$  - Resistência característica da armadura de punção, a norma limita a resistência de cálculo a 300 MPa para conectores ou 250 MPa para estribos (de aço CA-50 ou CA-60);

$\gamma_s$  - Coeficiente de minoração da resistência do aço, para situação de ensaio, tem-se  $\gamma_s=1$ ;

$V_{Rd,cs}$  - Resistência à tração diagonal em lajes com armadura de cisalhamento (N).

#### 2.4.1.4. Tensão resistente na superfície crítica do contorno C'' – Tração Diagonal

Na presença de armadura transversal, uma nova seção crítica deve ser verificada, no contorno C'' afastada  $2d$  da última camada de armadura, como mostra a Figura 2.15, de modo a atender as Equações:

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd1} = \frac{0,182}{\gamma_c} \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} \quad \text{Equação 2.10}$$

$$V_{Rd,out} = \frac{\tau_{Rd1} \cdot u' \cdot d \cdot W_p}{W_p + K \cdot e \cdot u'} \quad \text{Equação 2.11}$$

Onde:

$V_{Rd,out}$  - Resistência à punção na região externa à armadura de cisalhamento (N);

$u'$  - Perímetro da superfície crítica no contorno  $C''$  (mm).

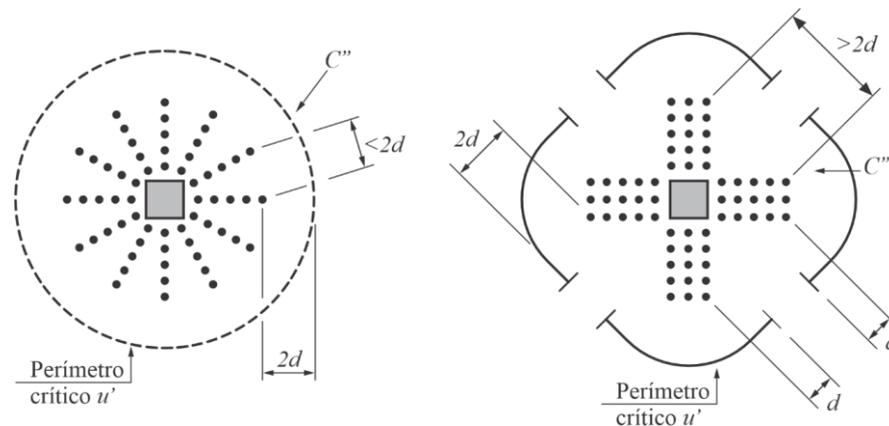


Figura 2.15: Superfície crítica no contorno  $C''$  com perímetro crítico  $u'$ , Região externa as armaduras com distribuição radial e em cruz segundo ABNT NBR 6118 (2023)

Semelhante ao padrão adotado pela ABNT NBR 6118 (2023), a Figura 2.16 indica para o pilar de canto reentrante o perímetro crítico completo externo as camadas de armadura, cujo espaçamento entre linhas de armadura é inferior a  $2d$ .

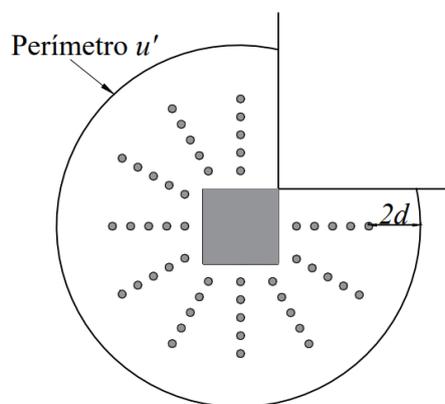


Figura 2.16: Perímetro crítico  $u'$  para pilar de canto reentrante no contorno  $C''$

#### 2.4.2. Eurocode 2 (2004) - Design of concrete structures

O Eurocode 2 (2004) - Design of concrete structures também prever três superfícies críticas como a ABNT NBR 6118 (2023). O item 6.4 do código trata do dimensionamento à punção, o qual apresenta que a resistência ao puncionamento deve ser verificada na face do pilar ( $u_0$ ) e no perímetro de controle  $u_1$ , localizado a  $2d$  das faces do pilar. Caso seja necessário armadura

transversal, deve-se determinar um outro contorno ( $u_{out}$ ) a partir do ponto que já não seja necessária a armadura.

Como pode-se perceber, o perímetro crítico  $u_1$  é equivalente ao  $u$  da ABNT NBR 6118 (2023).

#### 2.4.2.1. Tensão Solicitante - Eurocode 2 (2004)

O valor da máxima tensão de cisalhamento quando a reação for excêntrica com relação ao perímetro crítico é dado pela Equação:

$$v_{Ed} = \beta \cdot \frac{V_{Ed}}{u_i \cdot d} \quad \text{Equação 2.12}$$

Em que  $\beta$  é definido pela expressão:

$$\beta = 1 + k \frac{M_{Ed}}{V_{Ed}} \cdot \frac{u_1}{W_1} \quad \text{Equação 2.13}$$

Como a excentricidade de carga é dada pela razão entre momento e carga ( $e = \frac{M_{Ed}}{V_{Ed}}$ ), a Equação 2.12 pode ser escrita como:

$$v_{Ed} = \frac{V_{Ed}}{u_i \cdot d} + k \frac{e \cdot V_{Ed}}{u_i \cdot d} \cdot \frac{u_1}{W_1} \quad \text{Equação 2.14}$$

Sendo:

$V_{Ed}$  - Força ou a reação concentrada de cálculo (N);

$M_{Ed}$  - Momento fletor de cálculo (N.mm);

$u_i$  - Perímetro crítico de controle da seção considerada (mm);

$u_1$  - Perímetro crítico distante  $2d$  das faces do pilar (mm);

$k$  - Coeficiente que depende da relação entre as dimensões do pilar  $C_1$  e  $C_2$ ; seu valor é função da proporção do momento não equilibrado transmitido por forças cortantes não uniformes e por flexão e torção, dado pela Tabela 2.3.

Tabela 2.3: Valores de “k” para áreas carregadas retangulares Eurocode 2 (2010)

$C_1/C_2$	$\leq 0,5$	1,0	2,0	$\geq 3,0$
$k$	0,45	0,60	0,70	0,8
$C_1$ é a dimensão do pilar paralela à excentricidade da carga $C_2$ é a dimensão do pilar perpendicular à excentricidade da carga				

$W_1$  - Corresponde a uma distribuição de tensões tangenciais, como representado na Figura 2.17 e indicado pela Equação 2.3 ( $mm^2$ ).

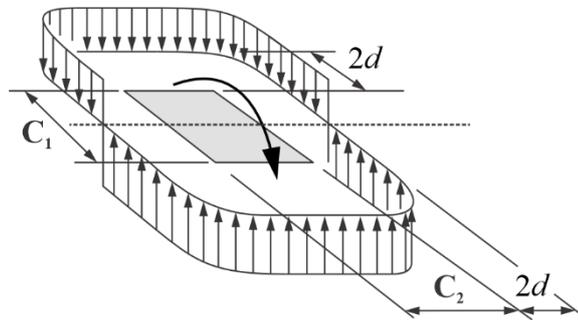


Figura 2.17: Distribuição de tensões tangenciais devidas a um momento não equilibrado na ligação entre laje e pilar interior segundo Eurocode 2 (2004)

#### 2.4.2.2. Tensão resistente no contorno do pilar – Diagonal Comprimada

Na vizinhança do pilar a resistência à punção é limitada a  $v_{m\acute{a}x}$ , dada pela Equação 2.15, conforme recomendação realizada em 2010:

$$v_{Ed} \leq v_{m\acute{a}x} = \frac{0,24}{\gamma_c} \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \cdot f_{cd} \quad \text{Equação 2.15}$$

$$V_{Rd,max} = v_{m\acute{a}x} \cdot u_0 \cdot d \cdot \frac{1}{\beta} \quad \text{Equação 2.16}$$

Na qual:

$v_{Ed}$  - Tensão solicitante no contorno do pilar (perímetro crítico  $u_0$ , indicado na Figura 2.11) (MPa);

$v_{m\acute{a}x}$  - Valor de cálculo da resistente máxima à punção ao longo da seção de controle considerada (MPa);

$f_{ck}$  - Resistência característica a compressão do concreto aos 28 dias – limitado à 90 MPa (MPa);

$f_{cd}$  - Resistência de cálculo do concreto à compressão, dada por  $f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$  (MPa);

$\gamma_c$  - Coeficiente de minoração da resistência do concreto, para situação de ensaios, tem-se  $\gamma_c = 1$ .

#### 2.4.2.3. Tensão resistente no perímetro crítico $u_1$ – Tração Diagonal

A primeira área de controle indicada pelo Eurocode 2 (2004) se encontra a uma distância  $2d$  das faces do pilar, o que indica uma inclinação de  $26,6^\circ$  da superfície de ruptura, como mostra a Figura 2.18.

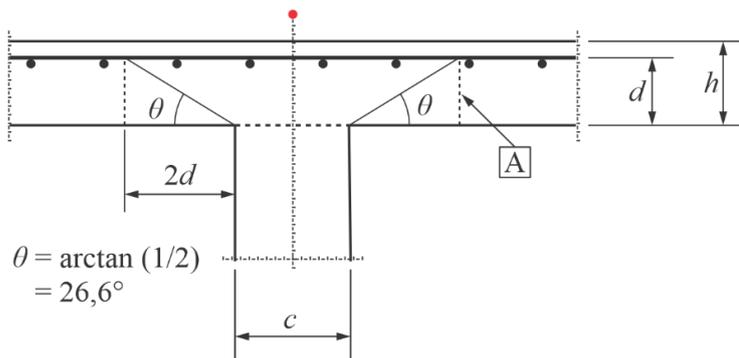


Figura 2.18: Superfície tronco-cônica conforme Eurocode 2 (2004)

O perímetro de controle dessa área ( $u_1$ ) é indicado nas Figura 2.12, 2.13 e 2.14 do mesmo modo que já definido pela ABNT NBR 6118 (2023).

Para lajes sem armadura transversal, tem-se que o valor da resistência à punção está condicionada a tensão resistente do concreto ( $v_{Rd,c}$ ), segundo expressão:

$$v_{Ed} \leq v_{Rd,c} = \max \left\{ \begin{array}{l} \frac{0,18}{\gamma_c} \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} \cdot k \\ \frac{0,0525}{\gamma_c} \cdot k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2} \end{array} \right. \quad \text{Equação 2.17}$$

$$V_{Rd,c} = v_{Rd,c} \cdot u_1 \cdot d \cdot \frac{1}{\beta} \quad \text{Equação 2.18}$$

Onde:

$v_{Rd,c}$  - Valor de cálculo da resistência à punção de uma laje sem armadura transversal, ao longo da seção considerada ( $u_1$ ), (MPa);

$\rho$  - Taxa geométrica de armadura de flexão aderente, limitada a 0,02;

$k$  - Coeficiente conhecido como *Size effect*, obtido pela expressão:  $\left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}}\right) \leq 2$

Para lajes armadas à punção, a resistência máxima sucedida da combinação da armadura de cisalhamento e do concreto é dada pela Equação:

$$v_{Ed} \leq v_{Rd,cs} = 0,75 \cdot v_{Rd,c} + 1,5 \frac{d}{s_r} \cdot \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd,ef} \cdot \text{sen} \alpha}{u_1 \cdot d} \leq 1,5 \cdot v_{Rd,c} \quad \text{Equação 2.19}$$

$$V_{Rd,cs} = v_{Rd,cs} \cdot u_1 \cdot d \cdot \frac{1}{\beta} \quad \text{Equação 2.20}$$

Na qual:

$v_{Rd,cs}$  - Valor de cálculo da resistência à punção de uma laje com armadura transversal, ao longo da seção considerada ( $u_1$ ) (MPa);

$s_r$  - Espaçamento radial entre linhas de armadura de punção (mm);

$A_{sw}$  - Área da armadura de punção em torno do pilar (mm<sup>2</sup>);

$\alpha$  - Ângulo de inclinação entre o eixo da armadura de punção e o plano da laje;

$u_1$  - Perímetro crítico ou perímetro crítico reduzido no caso de pilares de borda ou canto (mm);

$f_{ywd,ef}$  - Resistência de cálculo da tensão de escoamento das armaduras transversais, obtida por:  $f_{ywd,ef} = 250 + 0,25d \leq f_{ywd}$  (Mpa).

O presente código normativo limita a resistência  $v_{Rd,cs}$  à  $1,5v_{Rd,c}$ .

#### 2.4.2.4. Tensão resistente no perímetro crítico $u_{out}$ – Tração Diagonal

A resistência da laje na região externa à armadura de cisalhamento é dada pela Equação 2.17, analisada a uma distância “ $kd$ ” da última camada de armadura. A norma recomenda o valor de  $k$  igual a 1,5.

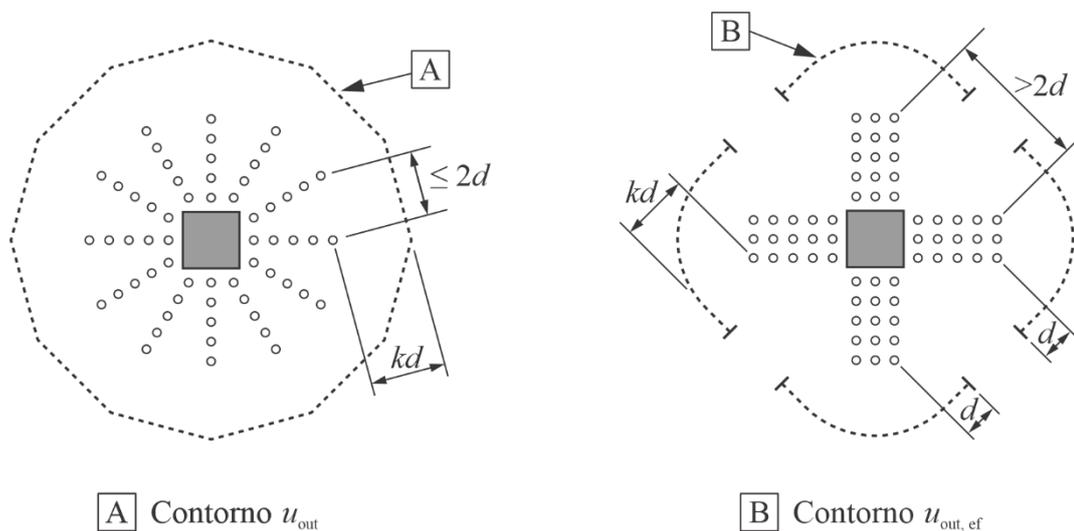


Figura 2.19: Perímetro crítico  $u_{out}$ , Região externa às armaduras transversais com distribuição radial e cruz, respectivamente, segundo Eurocode 2 (2004)

Onde:

$u_{out}$  - Perímetro crítico para o qual não é necessário armadura de cisalhamento (mm);

$u_{out,ef}$  - Soma dos trechos do perímetro mínimo externos às armaduras de cisalhamento (mm).

De modo análogo, o perímetro poligonal  $u_{out}$  para pilares de canto reentrante adotado na presente pesquisa é exibido na Figura 2.20.

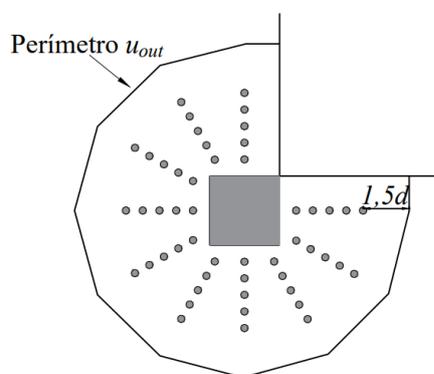


Figura 2.20: Perímetro  $u_{out}$  para pilar de canto reentrante.

### 2.4.3. ACI 318 (2019) - Building Code Requirements for Structural Concrete

A resistência ao cisalhamento bidirecional da *American Concrete Institute* – ACI está localizado no item 22.6 do *Building Code Requirements for Structural Concrete* – ACI 318 (2019). O modelo de cálculo adotado pelo código corresponde à verificação do cisalhamento em uma ou duas superfícies críticas: no perímetro a uma distância  $d/2$  das faces do pilar ( $b_0$ ) e, no caso da presença de armadura, à uma distância  $d/2$  da última camada de armadura ( $b_{0,out}$ ).

#### 2.4.3.1. Tensão Solicitante - ACI 318 (2019)

A tensão solicitante pode ser determinada por meio da Equação 2.21 ou Equação 2.22, deve-se verificá-la na seção de estudo, no perímetro crítico  $b_0$  ou  $b_{0,out}$ , na qual a força de cisalhamento de cálculo ( $V_u$ ) e o momento de cálculo da laje ( $M_u$ ) é determinado no eixo centroidal da seção crítica.

$$v_u = \frac{V_u}{b_i \cdot d} + \frac{\gamma_v \cdot M_u \cdot c_{AB}}{J_c} \quad \text{Equação 2.21}$$

$$v_u = \frac{V_u}{b_i \cdot d} + \frac{\gamma_v \cdot M_u \cdot c_{CD}}{J_c} \quad \text{Equação 2.22}$$

Sendo:

$b_i$  - Perímetro de controle da seção de estudo (mm);

$\gamma_v$  - Fator usado para determinar a fração de momento transferido pela excentricidade do cisalhamento na conexão laje-pilar;

$c_{AB}$  - Distância do centroide da seção crítica até o ponto de máximo cisalhamento, conforme Figura 2.21 (mm);

$J_c$  - Propriedade da seção crítica considerada, análoga ao momento polar de inércia ( $\text{mm}^4$ ).

O coeficiente de transferência de momento fletor pela excentricidade da força cortante ( $\gamma_v$ ) pode ser obtido pela expressão:

$$Y_v = 1 - \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{(b_1/b_2)}} \quad \text{Equação 2.23}$$

Na qual:

$b_1$  é a projeção do perímetro crítico no eixo principal, na direção do momento;

$b_2$  é a projeção do perímetro crítico perpendicular a  $b_1$ .

A Figura 2.21 auxilia no cálculo da propriedade da seção crítica, análoga ao momento polar de inércia ( $J_c$ ) sendo  $e_b$  a excentricidade da seção crítica considera com relação ao centro de gravidade do pilar.

O  $J_c$  pode ser calculado através da soma da contribuição de cada segmento reto que constitui o perímetro crítico, indicado na Equação 2.24.

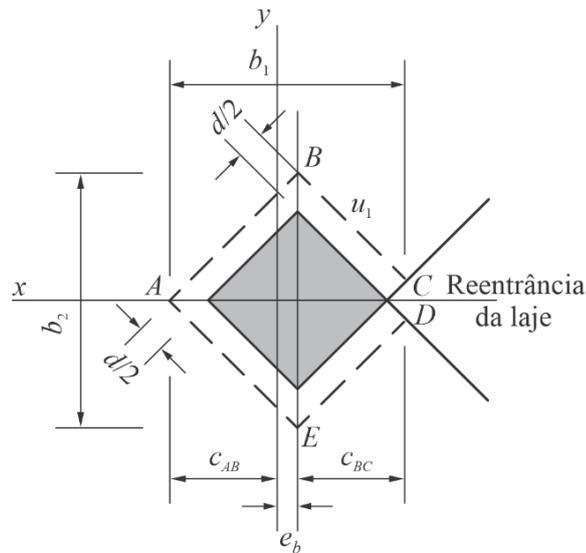


Figura 2.21: Detalhamento do Perímetro crítico  $b_0$  (Albuquerque, 2015)

$$J_c = d \sum \frac{l}{3} (x_i^2 + x_i x_j + x_j^2) \quad \text{Equação 2.24}$$

Sendo:

$x_i$  e  $x_j$  - Coordenadas dos pontos  $i$  e  $j$  nas extremidades de cada segmento cujo comprimento é igual a  $l$ , vide Figura 2.22.

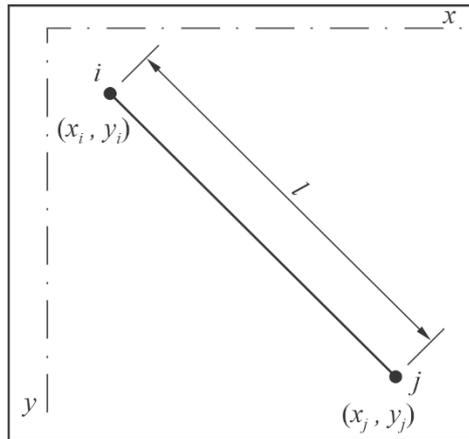


Figura 2.22: Coordenadas dos pontos i e j nas extremidades de cada segmento

O mesmo é válido para o cálculo do  $J_{c,out}$ , levando-se em consideração o perímetro poligonal indicado pela presente norma e mostrado na Figura 2.25.

#### 2.4.3.2. Tensão resistente na superfície crítica $b_0$ – Diagonal Comprimida

Em lajes lisas, a compressão diagonal deve ser verificada no perímetro crítico  $b_0$ , tomado a uma distância  $d/2$  do pilar, como indica a Figura 2.23. A resistência à compressão diagonal ( $v_{Rd,max}$ ) deve ser calculada através da equação:

$$v_{Rd,max} = 0,66 \cdot \phi \cdot \sqrt{f'_c} \quad \text{Equação 2.25}$$

$$V_{Rd,max} = \frac{v_{Rd,max} \cdot b_0 \cdot d \cdot J_c}{J_c + b_0 \cdot d \cdot \gamma_v \cdot e_b \cdot c} \quad \text{Equação 2.26}$$

Sendo:

$\phi$  - Coeficiente de minoração adotado pelo ACI, para os ensaios realizados na pesquisa,  $\phi=1$ ;

$f'_c$  - Resistência característica à compressão do concreto, limitada à no máximo 69 MPa;

$b_0$  - Comprimento de um perímetro de controle a  $d/2$  da face do pilar (mm);

$d$  - Altura útil da laje (mm).

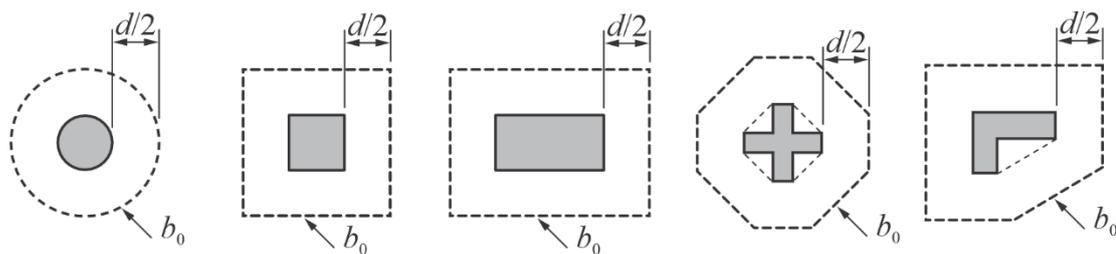


Figura 2.23: Perímetro crítico  $b_0$  conforme ACI318 (2019)

Para o pilar de canto reentrante, Albuquerque (2015) sugere o perímetro crítico ( $b_0$ ) mostrado na Figura 2.24, com o momento atuando na direção oposta à reentrância.

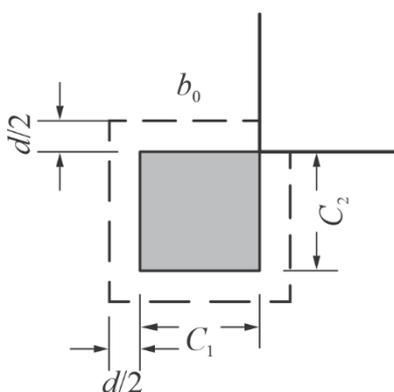


Figura 2.24: Perímetro crítico  $b_0$  (adaptado de Albuquerque, 2015)

### 2.4.3.3. Tensão resistente no perímetro crítico $b_0$ – Tração Diagonal

A resistência ao puncionamento em lajes sem armadura de cisalhamento deve ser adotada pelo valor mínimo das expressões apresentadas na Equação 2.7, também verificadas no contorno  $b_0$ :

$$v_c = \min \begin{cases} 0,33 \cdot \lambda_s \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} \\ \left(0,17 + \frac{0,33}{\beta}\right) \cdot \lambda_s \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} \\ \left(0,17 + \frac{0,083 \cdot \alpha_s \cdot d}{b_0}\right) \lambda_s \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} \end{cases} \quad \text{Equação 2.27}$$

$$V_c = \frac{v_c \cdot b_0 \cdot d \cdot J_c}{J_c + b_0 \cdot d \cdot \gamma_v \cdot e_b \cdot c} \quad \text{Equação 2.28}$$

Na qual:

$v_c$  - Resistência nominal ao cisalhamento fornecida pelo concreto (MPa);

$\lambda_s$  - Parâmetro que considera o efeito de escala, *size effect*, dado por:  $\lambda_s = \sqrt{\frac{2}{1+0,004d}} \leq 1$ ;

$\lambda$  - Coeficiente que leva em consideração a densidade do concreto, para concreto normal tem-se  $\lambda=1$ ;

$\beta$  - Razão entre a maior e a menor dimensão do pilar;

$\alpha_s$  - Coeficiente que depende da posição do pilar, para pilar de canto a norma indica o valor de 20;

Para lajes armadas transversalmente com *Studs*, tem-se que a resistência à punção proveniente da parcela  $v_c$  deve ser obtida pelo valor mínimo indicado:

$$v_c = \min \left\{ \begin{array}{l} 0,25 \cdot \lambda_s \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} \\ \left(0,17 \cdot \left(1 + \frac{2}{\beta}\right)\right) \cdot \lambda_s \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} \\ 0,083 \cdot \left(2 + \frac{\alpha_s \cdot d}{b_0}\right) \cdot \lambda_s \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} \end{array} \right. \quad \text{Equação 2.29}$$

A resistência total da laje à punção será dada pela soma da parcela  $v_c$  com a contribuição do aço ( $v_s$ ), esta última é obtida por:

$$v_s = \frac{A_v \cdot f_{yt}}{b_0 \cdot s} \quad \text{Equação 2.30}$$

$$v_{cs} = v_c + v_s \quad \text{Equação 2.31}$$

$$V_{cs} = \frac{v_{cs} \cdot b_0 \cdot d \cdot J_c}{J_c + b_0 \cdot d \cdot \gamma_v \cdot e_b \cdot c} \quad \text{Equação 2.32}$$

Onde:

$A_v$  - Soma da área de todas as pernas da armadura em uma linha periférica que é geometricamente semelhante ao perímetro da seção da coluna (mm<sup>2</sup>);

$f_{yt}$  - Limite de escoamento especificado da armadura transversal, limitada à 420 MPa;

$s$  - Espaçamento das linhas periféricas de armadura de cisalhamento na direção perpendicular à face da coluna (mm).

#### 2.4.3.4. Tensão resistente no perímetro crítico $b_{out}$ – Tração Diagonal

A tensão resistente fora da região armada ao cisalhamento ( $v_{R,out}$ ) para os elementos de laje lisa deve ser calculada de acordo com a Equação 2.33, verificada no perímetro de controle ( $b_{0,out}$ ), localizado à  $d/2$  da última camada de armadura, como indicado na Figura 2.25 para o caso de pilar de canto reentrante.

$$v_{R,out} = \phi \cdot 0,17 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} \quad \text{Equação 2.33}$$

$$V_{R,out} = \frac{v_{R,out} \cdot b_{0,out} \cdot d \cdot J_c}{J_c + b_{0,out} \cdot d \cdot \gamma_v \cdot e_b \cdot c} \quad \text{Equação 2.34}$$

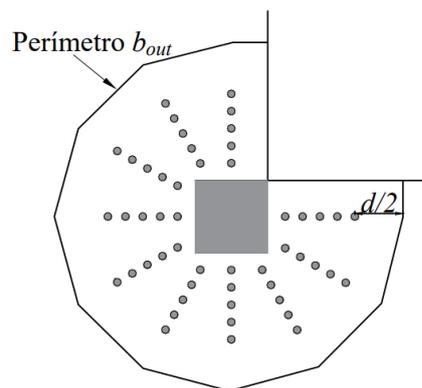


Figura 2.25: Perímetro crítico  $b_{0,out}$

#### 2.4.4. *fib* Model Code for Concrete Structures 2010 (2013)

O item 7.3.5 do *fib* Model Code 2010 (2013) trata do dimensionamento à punção de uma estrutura. O código apresenta um perímetro de controle básico para análise localizado à  $0,5d_v$  das faces do pilar, vide Figura 2.26, e caso a laje seja armada à punção, outro perímetro de controle deve ser verificado, distante  $0,5d_v$  da última camada de armadura.

O presente código é baseado na Teoria da Fissura Crítica, idealizada por Aurelio Muttoni (2008). Segundo o autor, a resistência da laje à punção está relacionada com a abertura da

fissura crítica, que encontrar-se conexas com a rotação que a laje sofre durante o carregamento desta.

#### 2.4.4.1. Tensão resistente na superfície crítica do perímetro de controle básico $b_1$ – Diagonal Comprimida

A resistência máxima à punção é limitada pelo esmagamento das bielas de concreto na área apoiada, analisada no perímetro de controle  $b_1$ :

$$V_{máx} = k_{sys} \cdot k_{\psi} \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} \cdot b_0 \cdot d_v \leq \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} \cdot b_0 \cdot d_v \quad \text{Equação 2.35}$$

Sendo:

$k_{sys}$  - Coeficiente responsável pelo desempenho dos sistemas de reforço à punção para controlar a fissuração por cisalhamento, valor igual a 2,4 para estribos, 2,8 para *studs* e 1 para lajes não armadas;

$k_{\psi}$  - Parâmetro que depende das deformações (rotações) da laje, calculado por:

$$k_{\psi} = \frac{1}{1,5 + 0,9 \cdot k_{dg} \cdot \Psi \cdot d} \leq 0,6 \quad \text{Equação 2.36}$$

$k_{dg}$  - Coeficiente que leva em consideração a influência do tamanho do agregado ( $d_g$ ) na resistência à punção,  $k_{dg} = \frac{32}{16 + d_g} \geq 0,75$ ;

$\Psi$  - Rotação em torno da área suportada (rad);

$b_0$  - Perímetro de controle resistente ao cisalhamento (mm);

$d_v$  - Profundidade efetiva da laje considerando a penetração do apoio (vide Figura 2.27) (mm);

$d$  - Profundidade efetiva para cálculos de flexão (mm).

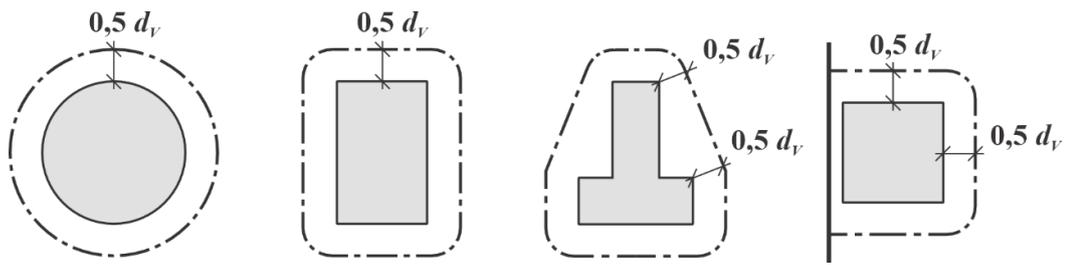


Figura 2.26: Perímetro de controle básico  $b_1$  segundo *fib* Model Code 2010 (2013)

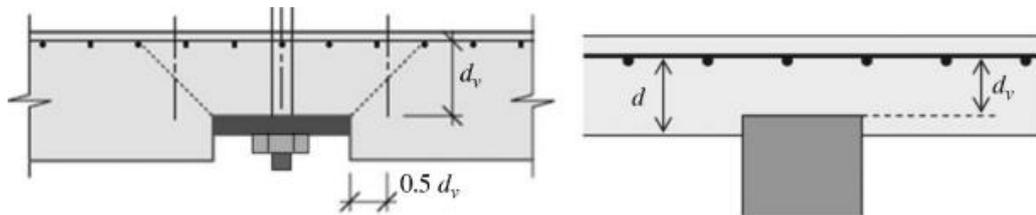


Figura 2.27: Profundidade efetiva da laje considerando a penetração do apoio ( $d_v$ ) e profundidade efetiva para cálculos de flexão ( $d$ ) conforme *fib* Model Code 2010 (2013)

Segundo o código, as concentrações das forças de cisalhamento nos cantos de grandes áreas de apoio podem ser consideradas, aproximadamente, reduzindo o perímetro de controle básico ( $b_{1,red}$ ) assumindo que o comprimento de seus segmentos retos não exceda  $3d_v$  para cada aresta, como indica a Figura 2.28.

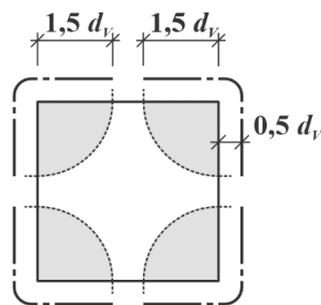


Figura 2.28: Perímetro de controle básico reduzido  $b_{1,red}$  adotado pelo *fib* Model Code 2010 (2013)

O perímetro de controle resistente ao cisalhamento ( $b_0$ ) é responsável pela distribuição não uniforme das forças de cisalhamento ao longo do perímetro de controle básico. A concentração das forças cortantes devido à transferência de momento entre a laje e a área de apoio pode ser considerado, aproximadamente como:

$$b_0 = k_e \cdot b_{1,red} \quad \text{Equação 2.37}$$

Sendo  $k_e$  o coeficiente de excentricidade:

$$k_e = \frac{1}{1 + \frac{e_u}{b_u}} \quad \text{Equação 2.38}$$

Na qual:

$e_u$  - Excentricidade da resultante das forças cortantes em relação ao centroide do perímetro de controle básico, conforme Figura 2.29 (mm);

$b_u$  - Diâmetro de um círculo com a mesma superfície da região dentro do perímetro de controle básico (mm).

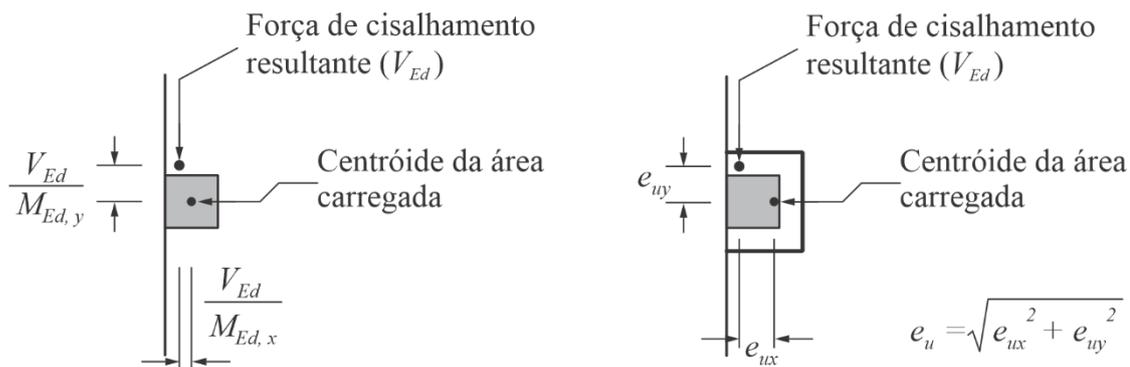


Figura 2.29: Excentricidade da resultante das forças cortantes em relação ao centroide do perímetro de controle básico segundo *fib* Model Code 2010 (2013)

#### 2.4.4.2. Tensão resistente no perímetro crítico $b_1$ – Tração Diagonal

A resistência ao cisalhamento é calculada através das parcelas de contribuição do concreto ( $V_{Rd,c}$ ) e do aço ( $V_{Rd,s}$ ), de modo que a carga resistente ( $V_R$ ) seja igual ou superior a solicitante ( $V_{Ed}$ ):

$$V_R = V_{Rd,c} + V_{Rd,s} \geq V_{Ed} \quad \text{Equação 2.39}$$

Para uma laje não armada ao cisalhamento, tem-se apenas a parcela de contribuição do concreto, dada por:

$$V_{Rd,c} = k_{\psi} \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} \cdot b_0 \cdot d_v \quad \text{Equação 2.40}$$

A resistência ao cisalhamento fornecida pela armadura transversal pode ser calculada como:

$$V_{Rd,s} = \sum A_{sw} \cdot k_e \cdot \sigma_{swd} \quad \text{Equação 2.41}$$

Na qual:

$\Sigma A_{sw}$  - Soma da área transversal da armadura de cisalhamento incluída entre  $0,35d_v$  e  $d_v$  (mm<sup>2</sup>);

$\sigma_{swd}$  - Tensão que é ativada na armadura de cisalhamento encontrada por meio da expressão, (MPa):

$$\sigma_{swd} = \frac{E_{sw} \cdot \Psi}{6} \cdot \left( 1 + \frac{f_{bd}}{f_{ywd}} \cdot \frac{d}{\varphi_w} \right) \leq f_{ywd} \quad \text{Equação 2.42}$$

$E_{sw}$  - Módulo de elasticidade da armadura de combate à punção (MPa);

$f_{bd}$  - Força de aderência do concreto, para barras corrugadas pode ser considerada igual à 3 MPa;

$f_{ywd}$  - Tensão de escoamento do aço (MPa);

$\varphi_w$  - Diâmetro da barra de reforço à punção (mm).

A área de aço utilizada na construção da laje deve respeitar o valor mínimo estabelecido no código, de modo a garantir uma capacidade de deformação à laje:

$$\sum A_{sw} \cdot k_e \cdot f_{ywd} \geq 0,5 V_{Ed} \quad \text{Equação 2.43}$$

#### 2.4.4.3. Tensão resistente no perímetro de controle $b_{1,out}$ – Tração Diagonal

Para as lajes armadas ao cisalhamento um novo perímetro de controle deve ser analisado, localizado a uma distância de  $0,5d_v$  da última camada de armadura, conforme Figura 2.30. Nestes casos aplicam-se os mesmos procedimentos detalhado no item anterior, tendo em vista que apenas a parcela do concreto contribui para a resistência ao cisalhamento da laje:

$$V_{Rd,out} = k_{\psi,out} \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} \cdot b_{0,out} \cdot d_v$$

Equação 2.44

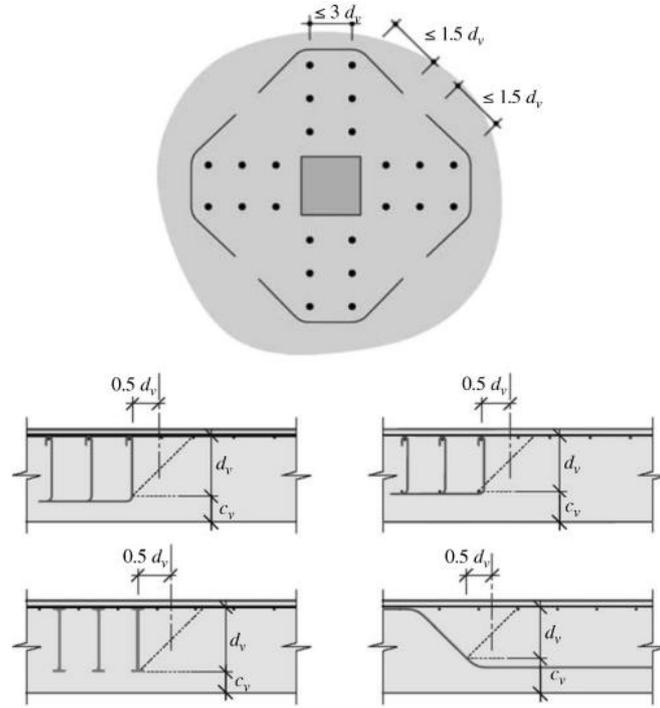


Figura 2.30: Perímetro de controle reduzido e profundidade efetiva resistente ao cisalhamento (fib Model Code 2010 (2013))

Para o pilar de canto reentrante, os seguintes perímetros serão considerados ao assumir que em  $b_1$  o comprimento de seus segmentos retos não exceda  $3d_v$  para cada aresta, e no caso de  $b_{1,out}$ , que o espaçamento entre armaduras seja inferior a  $3d_v$ , conforme Figura 2.31. Se os pontos mencionados não forem obedecidos, reduções deverão ser empregadas nos perímetros como indicado na Figura 2.28.

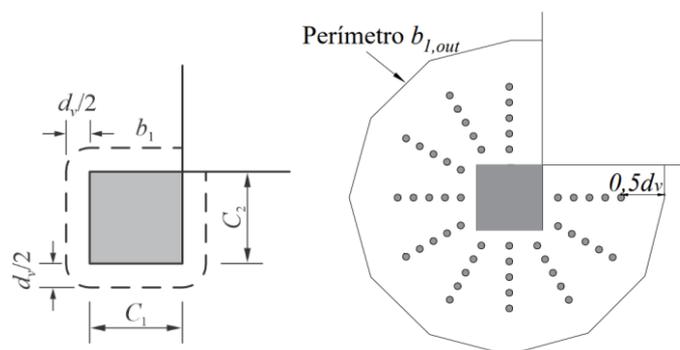


Figura 2.31: Perímetro de controle básico ( $b_1$ ) e Perímetro de controle out ( $b_{1,out}$ )

#### 2.4.4.4. Cálculo de Rotação da Laje

A rotação da laje durante a ruptura pode ser calculada através de quatro níveis de aproximação:

Nível I de aproximação - Pode ser utilizado para uma laje plana regular projetada de acordo com uma análise elástica sem redistribuição significativa das forças internas:

$$\Psi = 1,5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_{yd}}{E_s} \quad \text{Equação 2.45}$$

Sendo:

$r_s$  - Raio que indica a posição onde o momento de flexão é nulo em relação ao eixo de apoio, (mm);

$E_s$  - Módulo de Elasticidade das barras de aço para combate à flexão (MPa).

Nível II de aproximação - Nos casos em que há redistribuição significativa do momento fletor para a laje:

$$\Psi = 1,5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_{yd}}{E_s} \cdot \left( \frac{M_{Ed}}{M_{Rd}} \right)^{1,5} \quad \text{Equação 2.46}$$

Onde:

$M_{Ed}$  - Momento médio por unidade de comprimento para cálculo da armadura de flexão na faixa de apoio (kN.mm/mm);

$M_{Rd}$  - Momento médio resistente à flexão por unidade de comprimento na faixa de apoio (kN.mm/mm);

$f_{yd}$  - Tensão de escoamento do aço da armadura de flexão (MPa).

A rotação deve ser calculada ao longo das duas direções principais do reforço, sendo a largura da faixa de apoio para cálculo de  $M_{Ed}$ :

$$b_s = 1,5 \cdot \sqrt{r_{s,x} \cdot r_{s,y}} \leq L_{min} \quad \text{Equação 2.47}$$

Nível III de aproximação: Utilizado quando o raio que indica a posição onde o momento de flexão se anula e momento solicitante são calculados por meio de modelo elástico linear (não fissurado), com isso o coeficiente da Equação 2.46 é reduzido para 1,2.

Nível IV de aproximação: Utiliza-se uma análise não linear da estrutura para verificar o valor da rotação.

#### 2.4.5. Eurocode 2 (prEN1992-1-1:2022)

A norma Eurocode 2: Design of concrete structures (2004) se encontra em processo de revisão para em breve publicação, deste modo, esta subseção abordará as novidades do código por meio do documento prEC2 (2022).

As equações para revificação da resistência à punção se encontram no item 8.4 do documento, que, de modo similar ao *fib* Model Code for Concrete Structures 2010 (2013), apresenta um perímetro de controle básico para análise localizado à  $0,5d_v$  das faces do pilar, vide Figura 2.26, e caso a laje seja armada à punção, outro perímetro de controle deve ser verificado, distante  $0,5d_v$  da última camada de armadura.

##### 2.4.5.1. Tensão solicitante

A tensão solicitante para o primeiro perímetro de controle ( $b_1$ ) é calculada pela equação:

$$\tau_{Ed} = \beta_e \cdot \frac{V_{ed}}{b_1 \cdot d_v} \quad \text{Equação 2.48}$$

Na qual:

$V_{ed}$  - Força Solicitante no perímetro de análise (N);

$b_1$  - Perímetro de controle resistente ao cisalhamento localizado à  $0,5d_v$  das faces do pilar, conforme Figura 2.31 (mm);

$d_v$  - Profundidade efetiva da laje considerando a penetração do apoio (vide Figura 2.27) (mm).

O coeficiente que leva em conta as concentrações das forças de cisalhamento ( $\beta_e$ ) pode ser calculado como indica a equação:

$$\beta_e = 1 + 1,1 \cdot \frac{e_b}{b_b} \quad \text{Equação 2.49}$$

Onde:

$e_b$  - Excentricidade da linha de atuação das cargas com relação ao perímetro de controle analisado, calculado por:  $e_b = \sqrt{e_{b,x}^2 + e_{b,y}^2}$  (mm);

$b_b$  - Média geométrica das larguras globais mínima e máxima do perímetro de controle:  $\sqrt{b_{b,min} \cdot b_{b,máx}}$  (mm).

Para as lajes armadas, o cálculo da tensão solicitante na verificação da resistência à punção fora das camadas de armadura é feito com a Equação 2.48, ao considerar a substituição das variáveis de estudo para o respectivo perímetro de controle analisado ( $b_{1,out}$ ).

#### 2.4.5.2. Tensão resistente na superfície crítica do perímetro de controle $b_1$ – Diagonal Comprimida

A tensão resistente na superfície crítica do perímetro de controle  $b_1$ , utilizada para o cálculo da resistência máxima, deve ser estimada pela equação:

$$\tau_{Rd,máx} = \eta_{sys} \cdot \tau_{Rd,c} \quad \text{Equação 2.50}$$

$$V_{Rd,máx} = \frac{\tau_{Rd,máx} \cdot b_1 \cdot d_v}{\beta_e} \quad \text{Equação 2.51}$$

Na qual:

$\eta_{sys}$  - Coeficiente que depende do tipo de armadura transversal, calculado pela Equação 2.52;

$\tau_{Rd,c}$  - Tensão resistente de cálculo decorrente da contribuição do concreto (MPa);

O valor do coeficiente  $\eta_{sys}$  para armadura de cisalhamento do tipo *Studs* é estimado segundo expressão:

$$\eta_{sys} = 0,70 + 0,63 \cdot \left(\frac{b_0}{d_v}\right)^{\frac{1}{4}} \geq 1,0 \quad \text{Equação 2.52}$$

Em que:

$b_0$  - Perímetro do pilar (mm).

### 2.4.5.3. Tensão resistente na superfície crítica do perímetro de controle $b_1$ – Tração Diagonal

Em lajes não armadas ao cisalhamento, a tensão resistente na superfície crítica do perímetro de controle  $b_1$  é dada pela equação:

$$\tau_{Rd,c} = \frac{0,6}{\gamma_v} \cdot k_{pb} \cdot \left( 100 \cdot \rho \cdot f_{ck} \cdot \frac{d_{dg}}{d_v} \right)^{\frac{1}{3}} \leq \frac{0,5}{\gamma_v} \cdot \sqrt{f_{ck}} \quad \text{Equação 2.53}$$

$$V_{Rd,c} = \frac{\tau_{Rd,c} \cdot b_1 \cdot d_v}{\beta_e} \quad \text{Equação 2.54}$$

Em que:

$\gamma_v$  - Coeficiente de segurança para resistência ao cisalhamento, para situação de ensaio tem-se valor unitário;

$d_{dg}$  - Parâmetro de tamanho que descreve a rugosidade da zona de falha, que depende do tipo de concreto e de suas propriedades agregadas, calculado por:  $d_{dg} = 16 \text{ mm} + D_{lower}$  (mm);

$D_{lower}$  - Diâmetro do agregado graúdo (mm);

$k_{pb}$  - Coeficiente de aumento do gradiente de punção que pode ser calculado como:

$$1,0 \leq k_{pb} = 3,6 \sqrt{1 - \frac{b_0}{b_1}} \leq 2,5 \quad \text{Equação 2.55}$$

Para as lajes com armaduras transversais, a contribuição do aço deve ser contabilizada e a resistência da laje à punção corresponde ao indicado:

$$\tau_{Rd,cs} = \eta_c \cdot \tau_{Rd,c} + \eta_s \cdot \rho_w \cdot f_{ywd} \leq \rho_w \cdot f_{ywd} \quad \text{Equação 2.56}$$

$$V_{Rd,cs} = \frac{\tau_{Rd,cs} \cdot b_1 \cdot d_v}{\beta_e} \quad \text{Equação 2.57}$$

Onde:

$\rho_w$  - Taxa da armadura de cisalhamento, dada por:  $\rho_w = \frac{A_{sw}}{s_r \cdot s_t}$ ;

$A_{sw}$  - Área de aço da primeira camada de armadura (mm<sup>2</sup>);

$s_r$  - Espaçamento radial da armadura de cisalhamento (mm);

$s_t$  - Comprimento do perímetro de controle investigado dividido pelo número de barras de reforço de cisalhamento dispostas sobre ele ou perto dele (mm);

$f_{ywd}$  - Tensão de escoamento de cálculo da armadura de cisalhamento (MPa);

$\eta_c$  - Coeficiente da contribuição de resistência do concreto, dado por:  $\eta_c = \frac{\tau_{Rd,c}}{\tau_{Ed}}$

$\eta_s$  - Coeficiente da contribuição de resistência do aço, calculado por:

$$\eta_s = \frac{d_v}{150} + \left(15 \frac{d_{dg}}{d_v}\right)^{1/2} \cdot \left(\frac{1}{\eta_c \cdot k_{pb}}\right)^{3/2} \leq 0,8 \quad \text{Equação 2.58}$$

#### 2.4.5.4. Tensão resistente na superfície crítica do perímetro de controle $b_{1,out}$ – Tração Diagonal

A verificação da resistência à punção fora das camadas de armadura é realizada considerando o perímetro de controle localizado à  $0,5d_v$  da última camada de armadura ( $b_{1,out}$ ), conforme Figura 2.31, de modo que seu valor é estimado pela equação Equação 2.56, ao atualizar o valor de  $k_{pb}$  para:

$$1,0 \leq k_{pb} = 3,6 \sqrt{1 - \frac{b_{0,out}}{b_{1,out}}} \leq 2,5 \quad \text{Equação 2.59}$$

$$V_{Rd,out} = \frac{\tau_{Rd,c} \cdot b_{1,out} \cdot d_v}{\beta_{e,out}} \quad \text{Equação 2.60}$$

Em que:

$b_{0,out}$  – Perímetro da última camada de armadura de cisalhamento (mm);

$\beta_{e,out}$  - Coeficiente que leva em conta as concentrações das forças de cisalhamento para o perímetro  $b_{1,out}$ ;

$d_v$  - Altura útil para o perímetro externo as camadas de armadura, calculado por:  $\frac{d_x+d_y}{2} - c_v$ , onde  $c_v$  representa a espessura do cobrimento, como indica a Figura 2.30.

### 3. PROGRAMA EXPERIMENTAL

#### 3.1. CARACTERÍSTICAS DAS LAJES

Com o intuito de minimizar os custos referentes a construção do modelo, leva-se em consideração a região de momentos negativos de um pavimento tipo. Portanto, a amostra é demarcada pela região onde os momentos fletores são nulos, localizada a uma distância de aproximadamente 22% da largura do vão, conforme Figura 3.1.

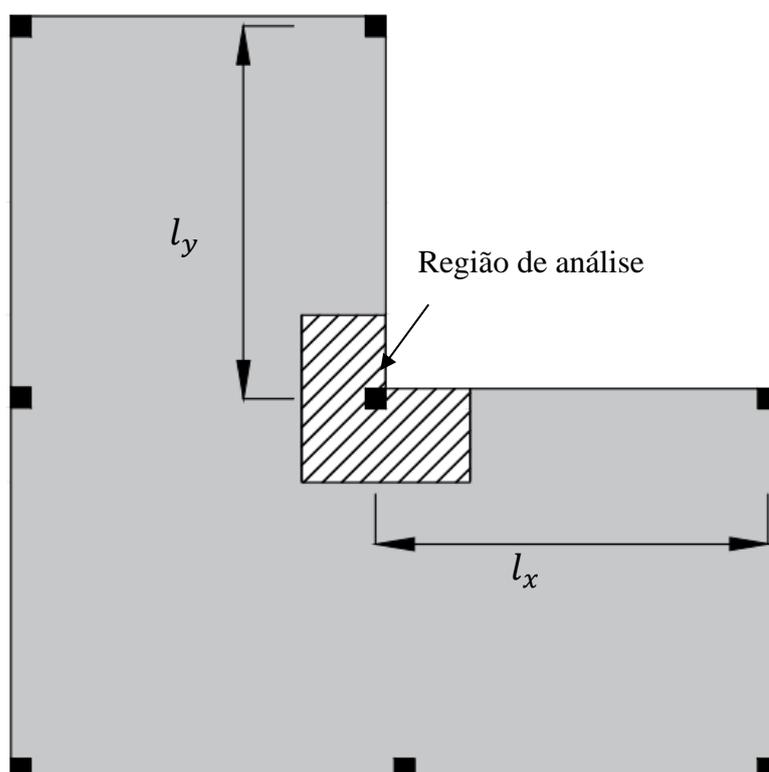
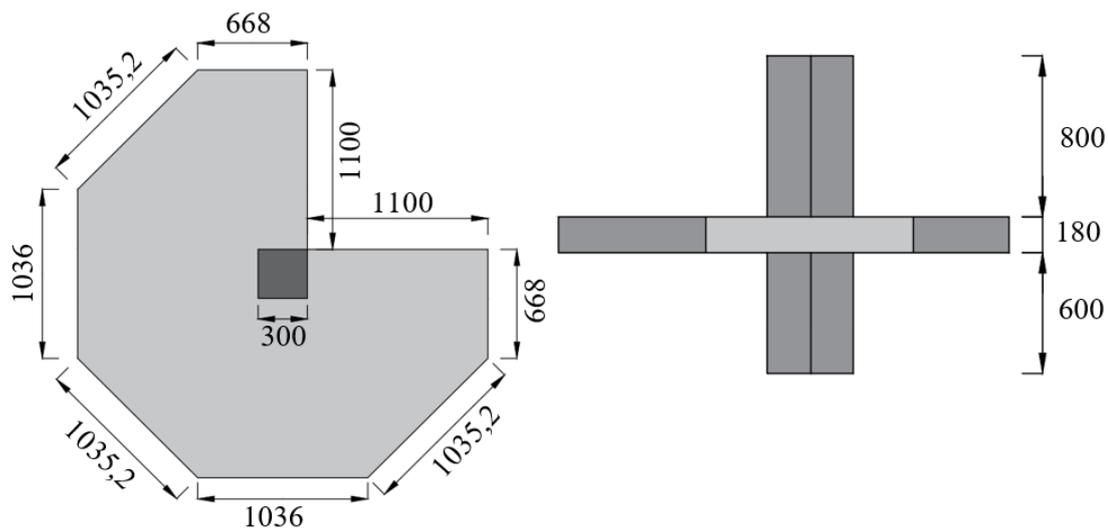


Figura 3.1 - Região de análise

O programa experimental é composto pelo estudo de três lajes, uma sem armadura de cisalhamento (S13) e duas reforçadas com *studs* (S14 e S15), todas apresentam a mesma taxa de armadura de flexão (0,96%), foram submetidas a mesma excentricidade ( $e=500$  mm) e relação de carga ( $P_2/P_1$ ) durante os ensaios. As dimensões dos modelos ensaiados são mostradas na Figura 3.2, assim como as características das lajes são indicadas na Tabela 3.1.

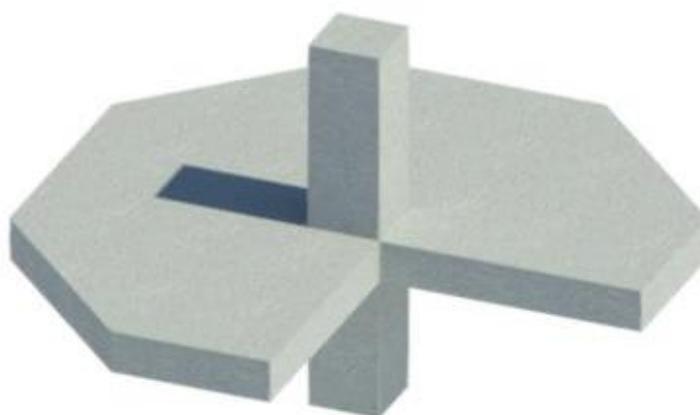
Tabela 3.1 - Características das lajes ensaiadas

Laje	$d$ (mm)	$\rho$ (%)	$f_c$ (MPa)	Nº de camadas	Nº de Linhas	$\emptyset$ (mm)	$s_0$ (mm)	$s_r$ (mm)	$A_{sw}$ (cm <sup>2</sup> )	$\rho_w$ (%)	$\frac{P_2}{P_1}$
S13	144	0,96	53	-	-	-	-	-	-	-	0,5
S14	144	0,96	53	5	10	8.0	72	72	502	0,42	0,5
S15	144	0,96	53	5	10	10.0	72	72	785	0,66	0,5



(a) Vista Superior

(b) Vista Lateral



(c) Vista em Perspectiva

Figura 3.2 - Dimensões dos modelos ensaiados (mm)

### 3.2. ARMADURAS LONGITUDINAIS

As armaduras longitudinais são dispostas nas duas direções principais e são de aço tipo CA-50, posicionadas na região superior e inferior da laje. As armaduras tracionadas, localizadas na região superior da laje, são constituídas por barras de diâmetro de 16 mm, espaçadas a cada 160 mm nas duas direções, vide Figura 3.3. Enquanto as armaduras comprimidas são compostas de barras de 10 mm espaçadas a cada 100 mm, como indica a Figura 3.4.

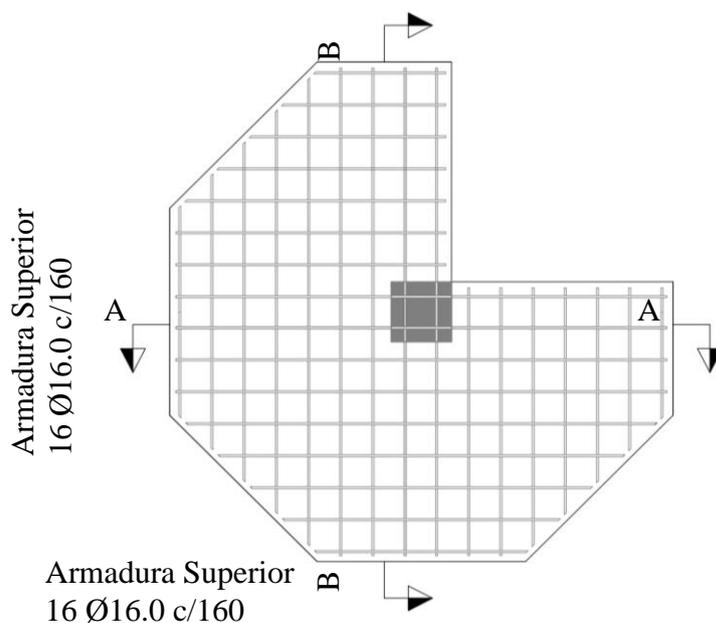


Figura 3.3 - Detalhamento da armadura de flexão superior das lajes (mm)

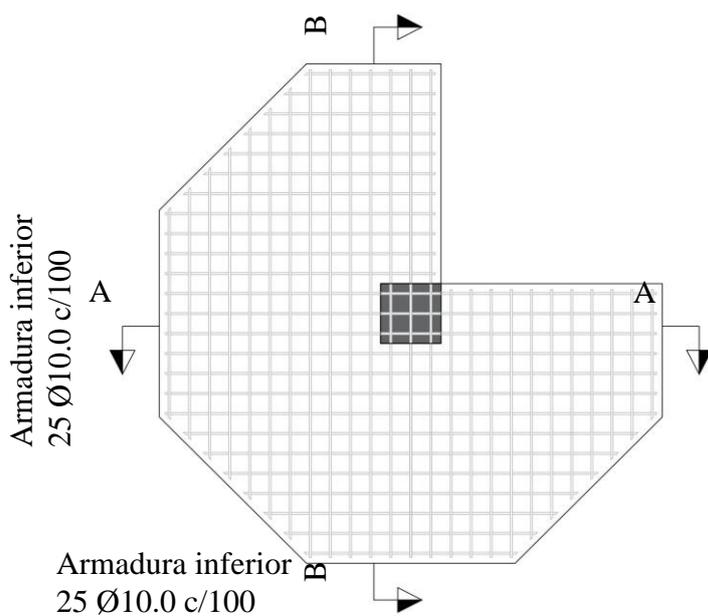


Figura 3.4 - Detalhamento da armadura de flexão inferior das lajes (mm)

Foram utilizados ganchos nos bordos das lajes para garantir a ancoragem das armaduras, fabricados por barras de diâmetro de 12.5 mm espaçados a cada 160 mm. A Figura 3.5 e Figura 3.6 indica os cortes com a disposição das armaduras longitudinais e o detalhe dos ganchos de ancoragem.

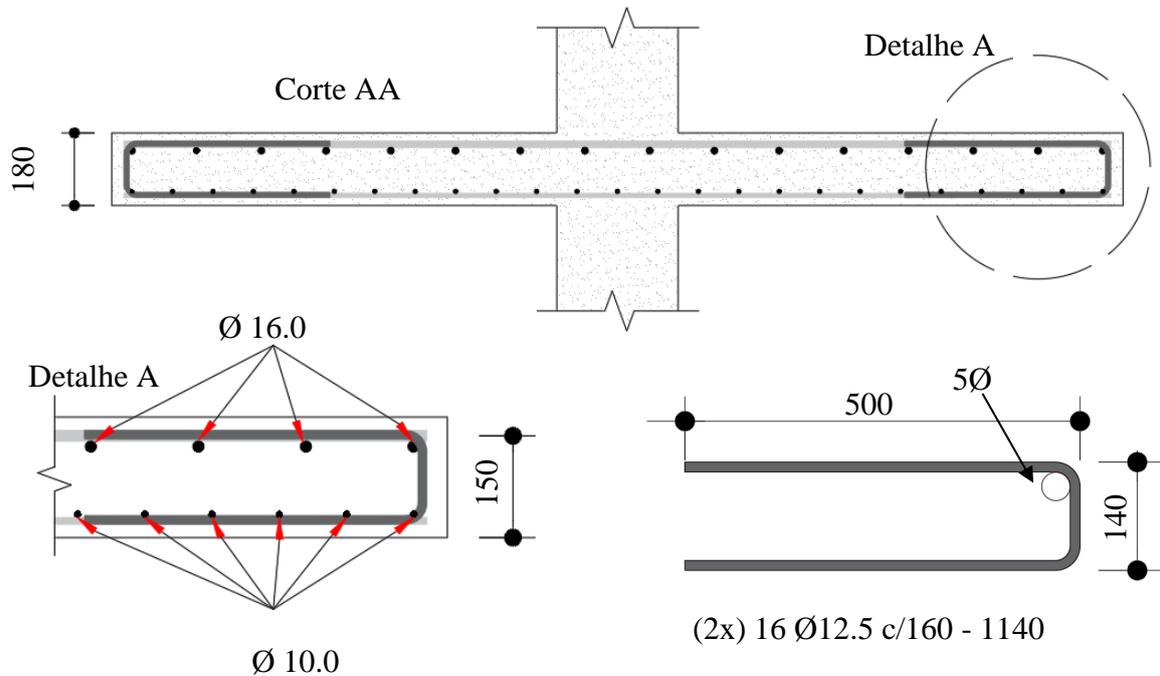


Figura 3.5 - Corte AA e Detalhe A (mm)

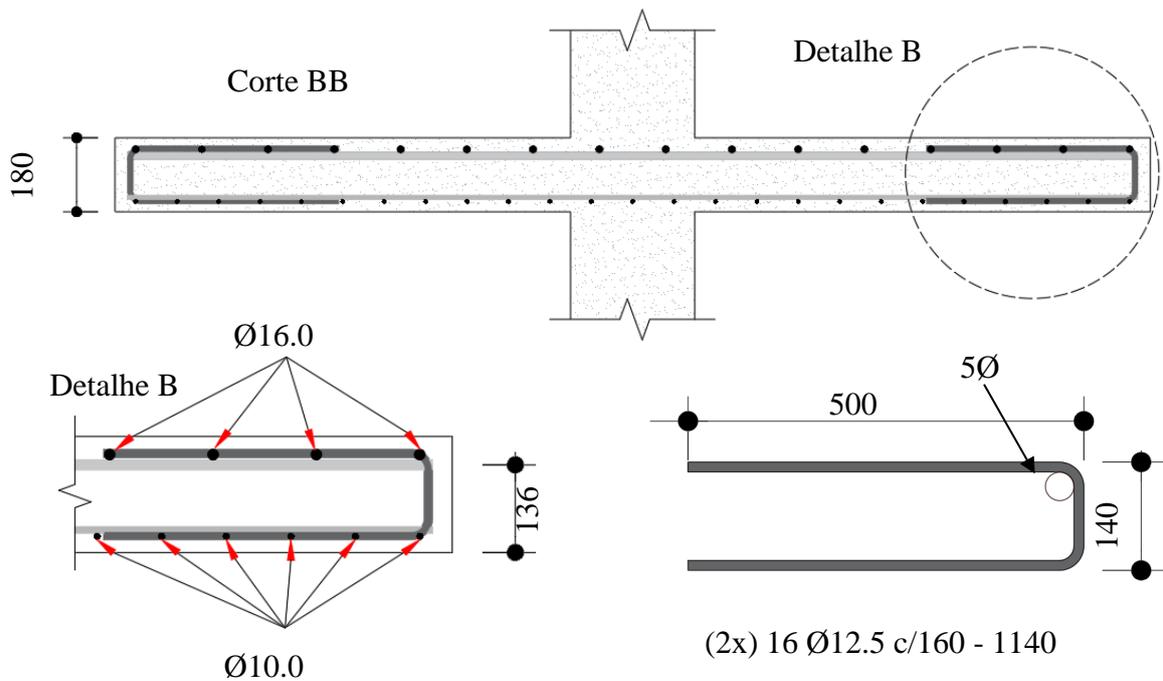


Figura 3.6 - Corte BB e Detalhe B (mm)

### 3.3. ARMADURAS DE CISALHAMENTO

As armaduras de cisalhamento empregadas na construção das lajes S14 e S15 são do tipo *double headed studs*, disponibilizadas pela empresa Trejor – Soluções Metálicas. Os *studs* são constituídos de conectores com cabeça dupla, que garante sua ancoragem, sendo esta soldada ao trilho para assegurar o espaçamento entre barras ( $s_r$ ), como mostra a Figura 3.7.



Figura 3.7 - *Double headed studs* utilizados na pesquisa

A laje S14 é composta por conectores de 8 mm, enquanto a laje S15 apresenta *studs* de 10 mm, como exibe a Figura 3.8 e Figura 3.9, respectivamente. Os *studs* foram empregados de forma radial, na região próxima ao pilar, vide Figura 3.10, sendo utilizado uma quantidade de 5 camadas de armaduras em ambas as lajes, espaçadas a cada 72 mm.

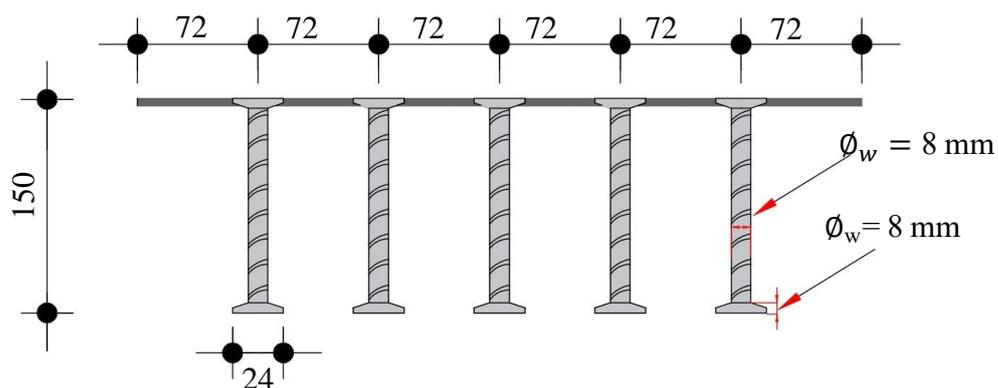


Figura 3.8 - Detalhamento da armadura de cisalhamento da Laje S14 (mm)

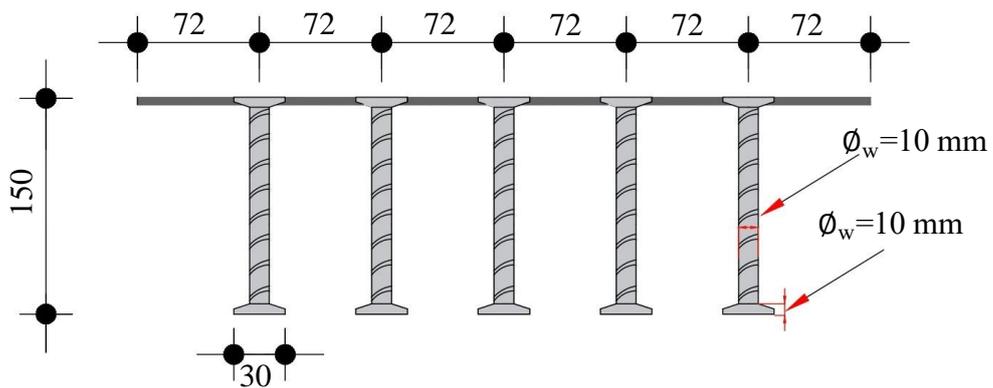


Figura 3.9 - Detalhamento da armadura de cisalhamento da Laje S15 (mm)

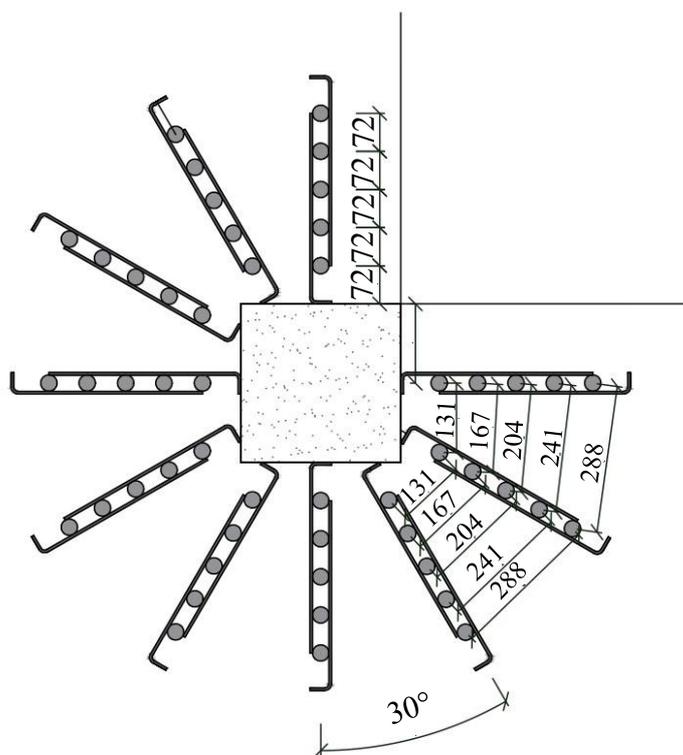


Figura 3.10 - Distribuição da armadura de cisalhamento das Lajes S14 e S15 (mm)

### 3.4. ARMADURA DOS PILARES

A altura total dos pilares corresponde à 1580 mm, adotada com o intuito de acomodar o modelo local ao pórtico de reação. As armaduras dos pilares foram compostas por 8 barras de 25 mm de aço CA-50 na direção longitudinal, e estribos de 10 mm de diâmetros espaçados a cada 100 mm.

Para se evitar problemas de ancoragem, assim como empregado por Albuquerque (2015), as armaduras dos pilares são constituídas por barras dobradas em L e U. A Figura 3.11 apresenta o detalhamento dessas armaduras.

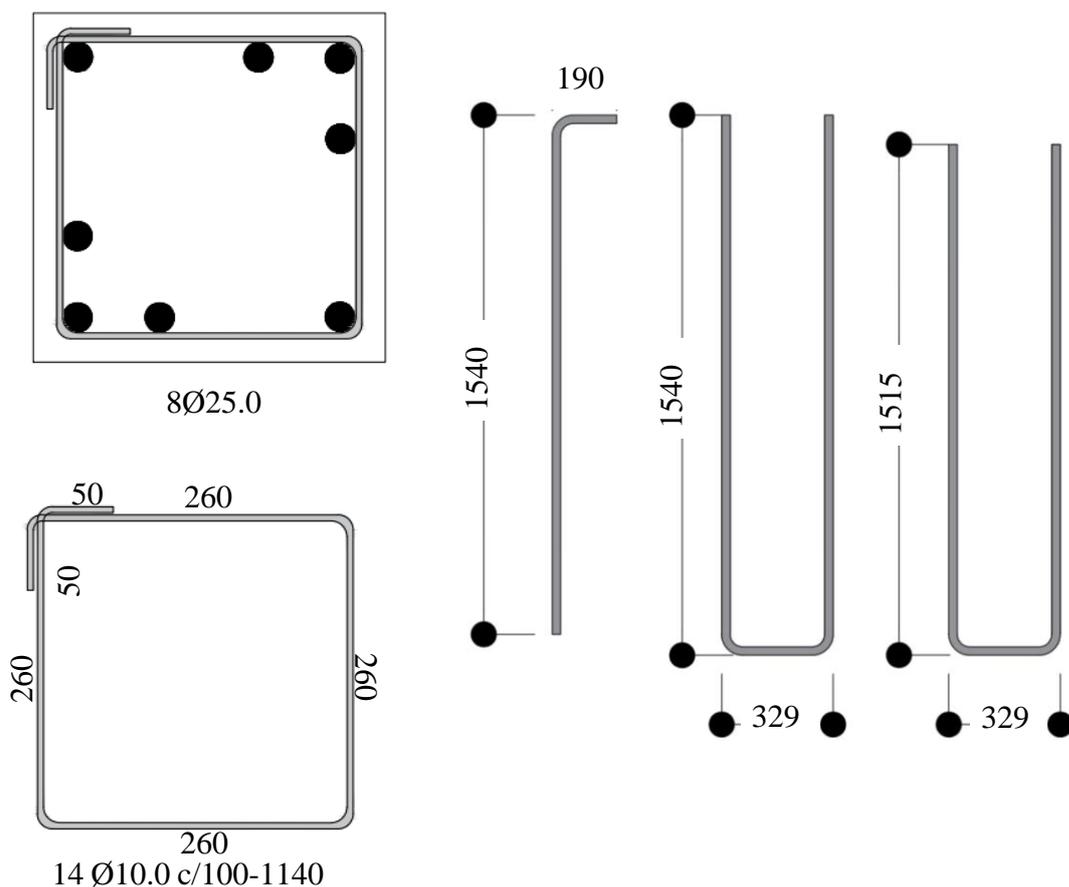


Figura 3.11 - Detalhamento das armaduras longitudinais e transversais dos pilares (mm)

### 3.5. CONCRETAGEM

As três lajes foram concretadas no dia cinco de novembro de 2022 no Laboratório de Estruturas da UnB, como ilustrado na Figura 3.2, utilizou-se concreto usinado com agregado graúdo de 19mm e resistência característica à compressão especificada em 53 MPa aos 28 dias. O ensaio de abatimento do tronco de cone conforme a ABNT NBR NM 67 (1998) foi empregada com a finalidade de verificar a consistência do concreto e forneceu um *slump* de  $10 \pm 2$  cm.

Inicialmente a parte inferior do pilar foi concretada, seguido da laje e por fim da região superior do pilar. O concreto foi lançado por bombas e adensado por meio de um vibrador de imersão do tipo agulha.

Foram moldados 45 corpos de provas cilíndricos com dimensões de 100 mm de diâmetro e 200 mm de altura, seguindo as recomendações normativas da ABNT NBR 5738 (2015). O intuito da fabricação dos corpos de provas é realizar a caracterização do concreto através do rompimento destes, sendo obtidos dados referentes a resistência à compressão, resistência à tração e módulo de elasticidade do concreto.

Lençóis umedecidos foram dispostos sobre as lajes para garantir o processo de cura do concreto, estes foram molhados três vezes ao dia durante um período de sete dias.



Figura 3.12 - Fôrmas e Concretagem das lajes

### 3.6. INSTRUMENTAÇÃO

#### 3.6.1. Deslocamentos verticais

Os deslocamentos verticais das lajes foram medidos através do emprego de doze *Linear Variable Differential Transformer* (LVDT) da marca *HBM*, numerados de L1 a L12. Onze

desse dispositivos foram posicionados na parte superior da laje, enquanto um foi empregado na região inferior da estrutura (L12), conforme indica Figura 3.13. Os equipamentos possuem como características: cursor de 50 mm e precisão de 0,01 mm.

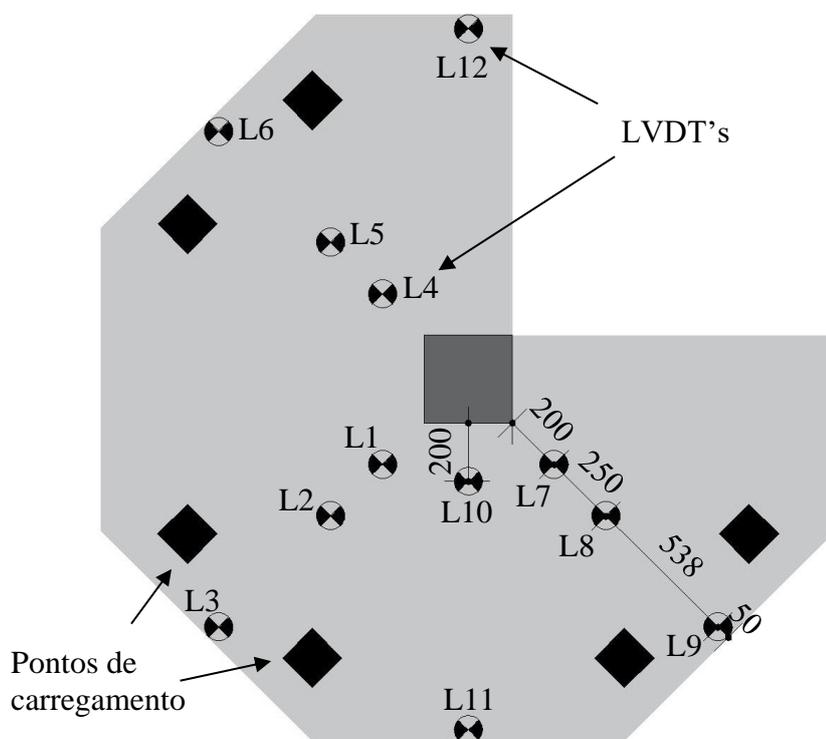


Figura 3.13 - Disposição dos LVDT's sobre a laje (mm)

### 3.6.2. Deformações: armaduras e concreto

Extensômetros elétricos foram utilizados para monitorar as deformações nas armaduras de flexão e cisalhamento. Os dispositivos são fabricados pela empresa *Kyowa Electronic Instruments* e possuem as seguintes especificações: resistência de 120 $\Omega$ , tipo KFGS-5-120-C1-11, e dimensões de 9,4mm x 2,8mm.

Uma série de etapas compuseram a realização da instrumentação das barras, iniciada antes da armação das barras de flexão. De início, na barra, o local de aplicação do extensômetro é lixado e limpo com o intuito de promover uma região nivelada, que é necessária para a obtenção de uma leitura satisfatória. Os materiais empregados nesta etapa são: lixa, algodão e álcool isopropílico.

Em seguida o extensômetro é fixado na barra por meio de uma cola de alta aderência à base de Cianoacrilato (*Super Bonder*), a extremidade do dispositivo é soldada a um cabo elétrico para permitir a transmissão de informações a um sistema de aquisição de dados durante o ensaio, no caso, foi utilizado o Spider8 da empresa *HBM*.

Depois de soldados, os cabos foram fixados à barra utilizando braçadeiras plásticas. Logo após a fixação, uma resina à base epóxi (*Araldite*) é empregada no local, assim como silicone em gel, com o objetivo de garantir resistência mecânica ao extensômetro, livrando-o assim de danos durante o processo de concretagem. Por fim, uma fita isolante de alta fusão é utilizada para proteger a região e isolá-la eletricamente. A Figura 3.14 representa um resumo das etapas de instrumentação citadas.



a) Região lixada



b) Limpeza da região



c) Extensômetro fixado com *Super Bonder* e Soldado no cabo



d) Proteção de resina à base epóxi (*Araldite*)



d) Proteção com silicone em gel



e) Proteção elétrica com fita de alto fusão

Figura 3.14 - Etapas de instrumentação dos extensômetros

Os pontos monitorados nas armaduras de cisalhamento das lajes S14 e S15 estão indicados na Figura 3.15, o objetivo é verificar as deformações nos *studs* e analisar quais camadas foram mais solicitadas durante a aplicação de carga.

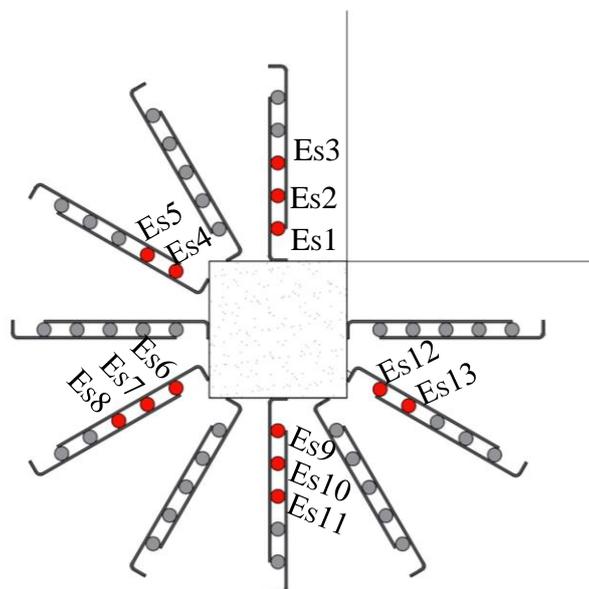


Figura 3.15 - Extensômetros na armadura de cisalhamento das lajes S14 e S15

Assim como as armaduras de cisalhamento, as barras de flexão tracionadas serão analisadas nos pontos indicados na Figura 3.16, com o intuito de se verificar o comportamento das barras perante aplicação de carga e até mesmo definir um possível modo de ruptura da laje, tendo em vista que um alto nível de solicitação pode indicar ruptura por flexão.

Extensômetros do tipo KC70-120-A1-11 fabricados pela empresa *Kyowa Electronic Instruments* com as seguintes especificações: resistência de  $120\Omega$  e dimensões de  $80\text{ mm} \times 7,5\text{ mm}$  foram empregados com o objetivo de se verificar as deformações específicas do concreto, averiguando a possibilidade de ruptura à flexão por esmagamento do concreto na região mais comprimida da laje. Sete extensômetros foram fixados na parte inferior da laje, nomeados de C1 à C7, conforme indica Figura 3.17.

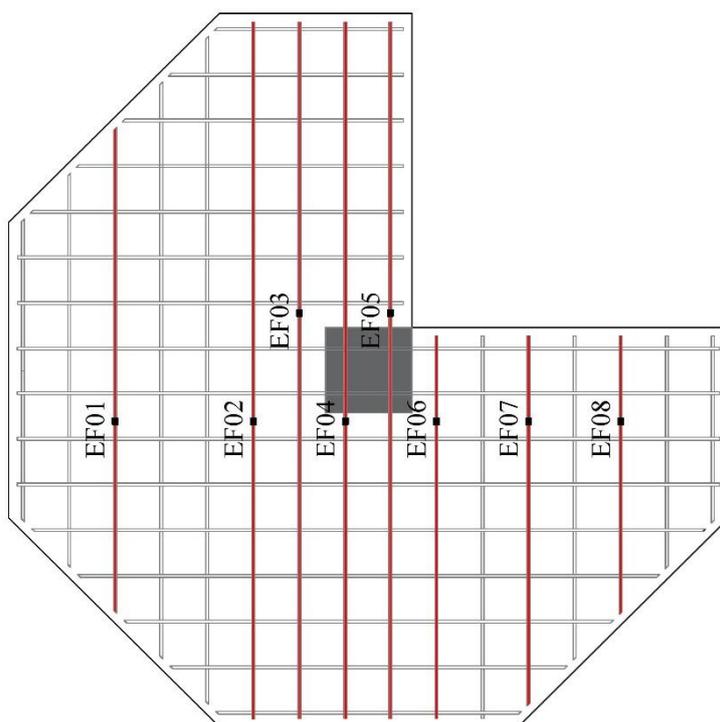


Figura 3.16 - Extensômetros nas armaduras longitudinais tracionadas

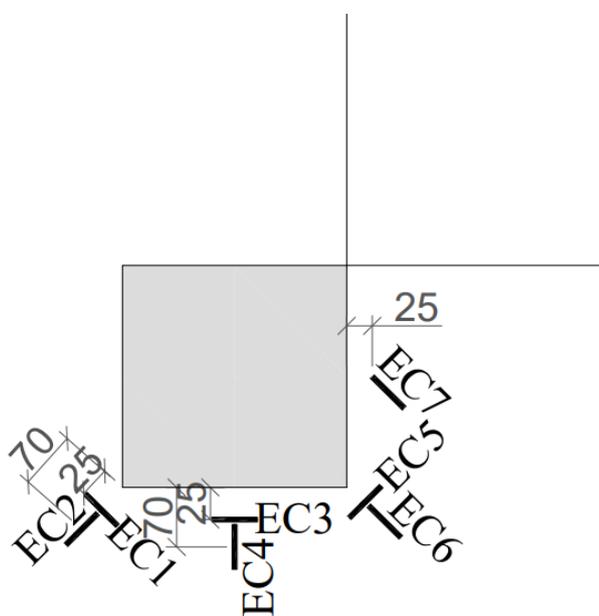


Figura 3.17 - Posição dos extensômetros na região inferior da laje (mm)

### 3.7. SISTEMA DE ENSAIO

O sistema de ensaio é constituído por pórtico de reação, vigas, tirantes, células de cargas, placas de aplicação de carga, cilindros e bombas hidráulicas, sistema de aquisição de dados e peças acessórias. No laboratório de Estruturas da UnB, inicialmente, a laje é transferida para o pórtico de reação por meio da ponte rolante, cuja capacidade de carga é de 2000 kN. Em seguida, a base inferior e superior do pilar é fixada no pórtico através de placas metálicas que restringe o movimento deste apoio.

Placas metálicas quadradas apoiadas em placas de Neoprene são posicionadas nos pontos desejados de aplicação de carga da laje, conforme Figura 3.18. Posteriormente, três vigas são dispostas sobre os seis pontos indicados, com o intuito de transmitir a carga dos cilindros hidráulicos para os pontos de aplicação, e conseqüentemente, para a laje.

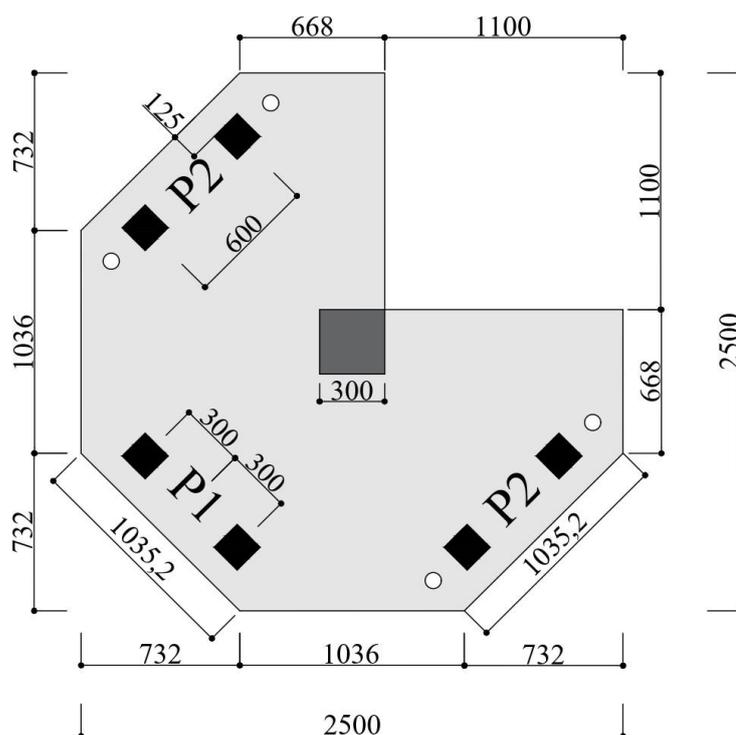


Figura 3.18: Pontos de aplicação de carga (mm)

A Figura 3.19 apresenta a vista superior do sistema de ensaio, as vigas indicadas são presas à laje de reação e ao pórtico por meio de quatro tirantes. Como mostrado na Figura 3.20, três cilindros hidráulicos da marca *ENERPAC* com capacidade de 500 kN cada são utilizados para

realizar a aplicação de carga de forma contínua durante os ensaios. Os cilindros são controlados através de duas bombas hidráulicas, indicadas na Figura 3.21.

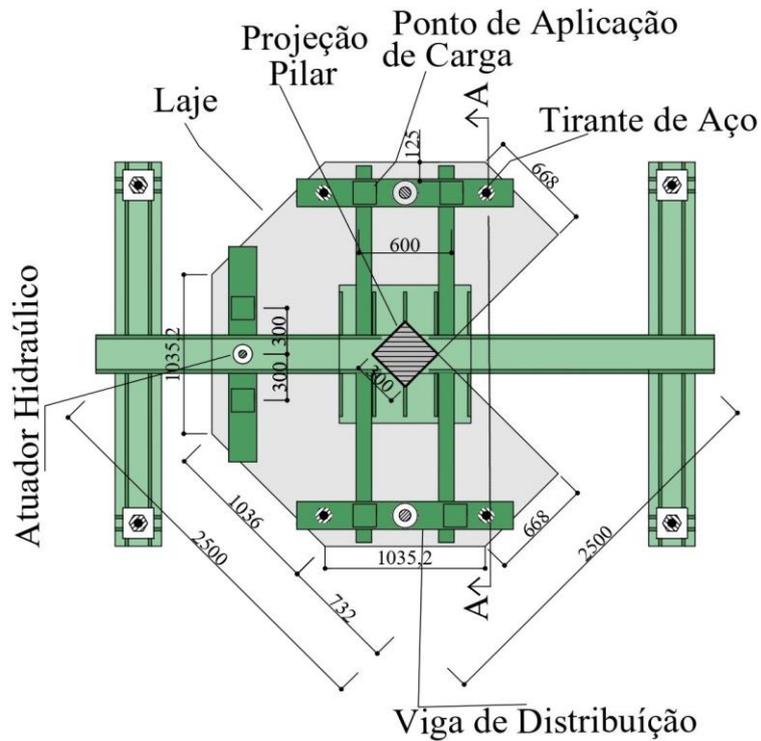


Figura 3.19: Vista superior do sistema de ensaio (mm)

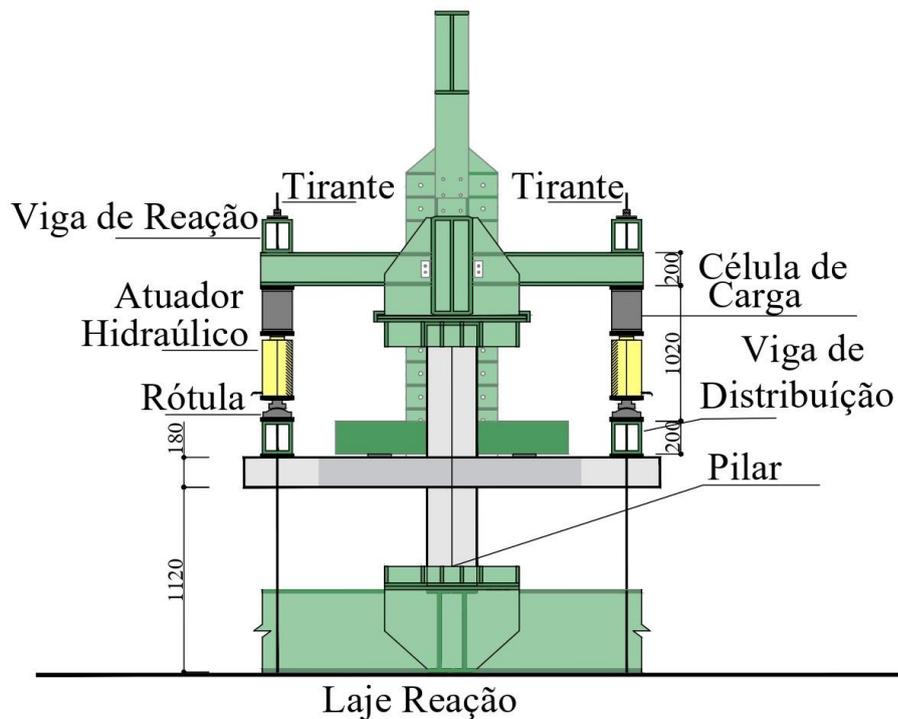


Figura 3.20: Vista Lateral do Sistema de Ensaio (mm)



Figura 3.21: Bombas hidráulicas utilizadas para atuação dos cilindros

As três células de cargas empregadas no ensaio são da empresa *KRATOS*, com capacidade de 500 kN cada. Estas foram conectadas ao sistema de aquisição de dados para indicar a carga aplicada durante todo o ensaio. O sistema de aquisição de dados utilizado trata-se do *Spider8* da empresa *HBM*, onde os LVDT's, extensômetros e células de carga foram conectados com o intuito de se obter os valores de deslocamentos, deformações, e cargas, por meio do software *CATMAN* na sua versão 4.5.

A Figura 3.22 apresenta o sistema de aquisição de dados conectados aos cabos dos transdutores, extensômetros e células de carga. Enquanto, as Figura 3.23 e Figura 3.24 apresentam o sistema de ensaio montado para o início deste.

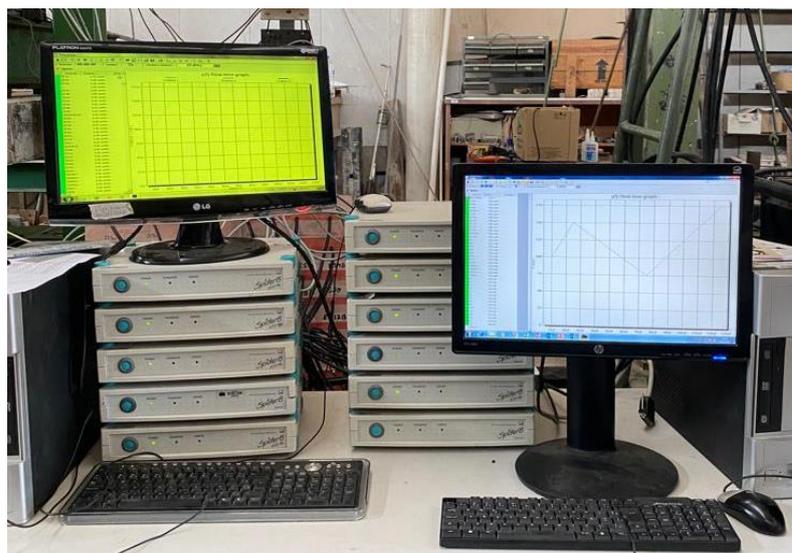


Figura 3.22: Sistema de Aquisição de Dados – *Spider8*



Figura 3.23: Vista Frontal do Sistema de Ensaio



Figura 3.24: Sistema de Ensaio

## 4. RESULTADOS E ANÁLISES EXPERIMENTAIS

Nesta seção serão apresentados os resultados experimentais obtidos durante a pesquisa, são eles: propriedades mecânicas dos materiais, cargas de ruptura, deslocamentos verticais das lajes, deformações das armaduras de flexão e cisalhamento, deformações na superfície do concreto, mapeamento das fissuras e linhas de ruptura das lajes.

### 4.1. PROPRIEDADES MECÂNICAS DOS MATERIAS

#### 4.1.1. Concreto

Doze corpos de prova cilíndricos com dimensões de 100 mm de diâmetro e 200 mm de altura foram utilizados para verificar a resistência característica à compressão do concreto, três corpos de provas foram empregados para se obter o valor da resistência à tração por compressão diametral, enquanto mais três foram ensaiados para se obter o módulo de elasticidade do material. Os ensaios realizados no Laboratório de Ensaio de Materiais da UnB seguiram as recomendações das seguintes normas regulamentadoras: ABNT NBR 16889 (2020), ABNT NBR 5738 (2015), ABNT NBR 5739 (2018), ABNT NBR 7222 (2011) e ABNT NBR 8522 (2021).

A Tabela 4.1 apresenta os resultados dos ensaios referentes à resistência à compressão ( $f_c$ ), resistência à tração por compressão diametral ( $f_{ct,sp}$ ), e módulo de elasticidade inicial do concreto ( $E_{ci}$ ). Os resultados exibidos para cada ensaio foram obtidos por meio da média aritmética dos valores adquiridos pelos corpos de provas.

Tabela 4.1 – Propriedades mecânicas do concreto

Laje	$f_c$ (MPa)	$f_{ct,sp}$ (MPa)	$E_{ci}$ (GPa)
S13	53,40	4,47	35,32
S14	53,40	4,47	35,32
S15	53,40	4,47	35,32

#### 4.1.2. Aço

Com o intuito de se verificar a tensão de escoamento ( $f_y$ ), a deformação de escoamento ( $\epsilon_y$ ), e o módulo de elasticidade ( $E_s$ ) das barras de aço CA-50 utilizadas na pesquisa, dez corpos de

provas foram submetidos ao ensaio de tração conforme norma regulamentadora NBR 6892 (2018).

Para as armaduras de cisalhamento foi utilizado uma quantia de quatro corpos de prova de *studs* de 8 mm de diâmetro e três corpos de prova dos *studs* de 10 mm. Já para a armadura de flexão de 16 mm, foram empregadas três amostras para ensaios no equipamento *Emic DL30000N*, o software utilizado para análise dos resultados trata-se do *Tesc* versão 3.04. Os resultados dos ensaios são indicados na Tabela 4.2, obtidos através da média aritmética dos valores indicados por cada corpo de prova.

Tabela 4.2 – Propriedades mecânicas do aço

CP - Aço (mm)	$f_y$ (MPa)	$\epsilon_y$ (‰)	$E_s$ (GPa)
8	652	2,89	226
10	592	2,92	203
16	532	2,73	195

#### 4.2. CARGAS DE RUPTURA

A Tabela 4.3 exhibe as cargas de ruptura obtidas nos ensaios para as lajes S13, S14 e S15, além de apresentar a relação entre a carga de ruptura das lajes armadas e da laje de referência ( $V_u/V_{u,13}$ ).

Tabela 4.3 – Cargas de ruptura das lajes

Laje	$\rho$ (%)	$\phi$ (mm)	$A_{sw}$ (cm <sup>2</sup> )	$\rho_w$ (%)	$\frac{P_2}{P_1}$	$V_u$ (kN)	$\frac{V_u}{V_{u13}}$
S13	0,96	-	-	-	0,5	309	1,00
S14	0,96	8.0	502	0,42	0,5	353	1,14
S15	0,96	10.0	785	0,66	0,5	375	1,21

Pode-se observar que a utilização da armadura de cisalhamento conferiu um acréscimo de resistência às lajes de 14% e 21% para as lajes S14 e S15, respectivamente. O comportamento entre a aplicação de carga e a excentricidade resultante, esta última calculada por meio da relação entre o momento e carga solicitante como indica o APÊNDICE A - , pode ser observado na Figura 4.1.

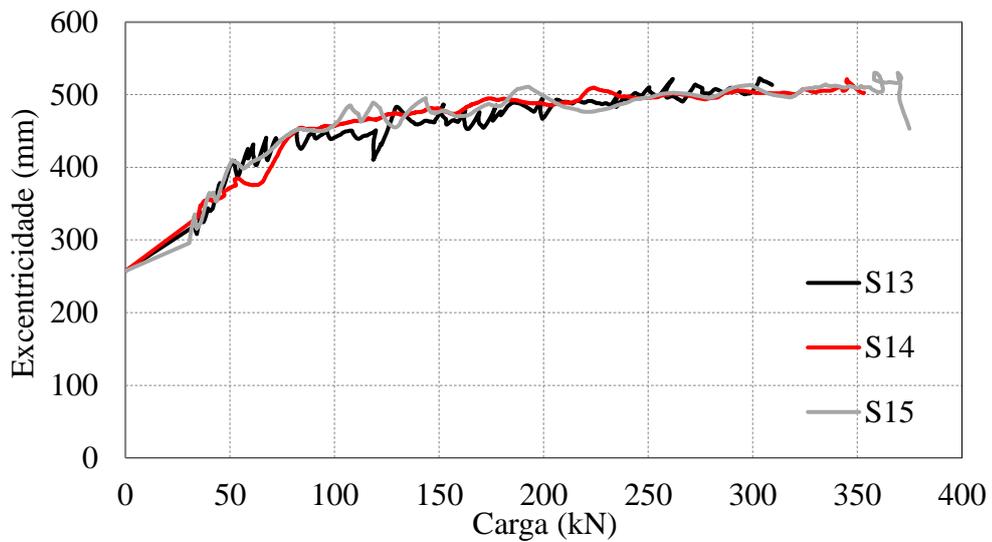


Figura 4.1 - Excentricidade *versus* Carga

Por se tratar de uma aplicação de carga controlada por operadores por meio de bombas hidráulicas, é observado através dos gráficos uma variação da excentricidade durante o carregamento. No entanto, a relação carga versus excentricidade das três lajes se assemelham entre si, indicando uma excentricidade de aproximadamente 500 mm no momento de ruptura das lajes, como pretendido inicialmente.

As Figuras Figura 4.2 a Figura 4.4 apresentam o comportamento da aplicação de carga versus leitura das bombas hidráulicas. Durante os ensaios de ruptura estes gráficos eram observados com o intuito de garantir a relação de cargas desejada, como indicada na Tabela 3.1.

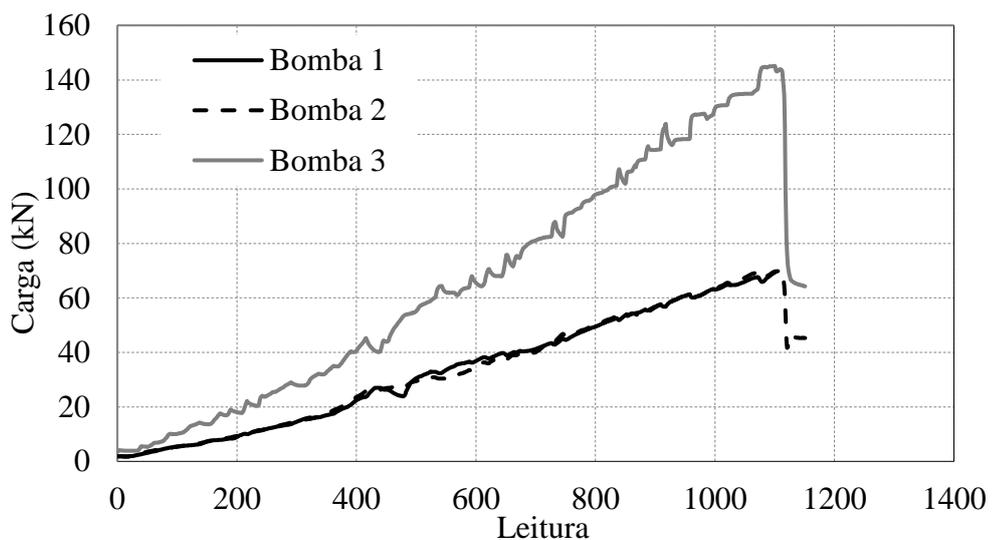


Figura 4.2 - Carga *versus* Leitura: Laje S13

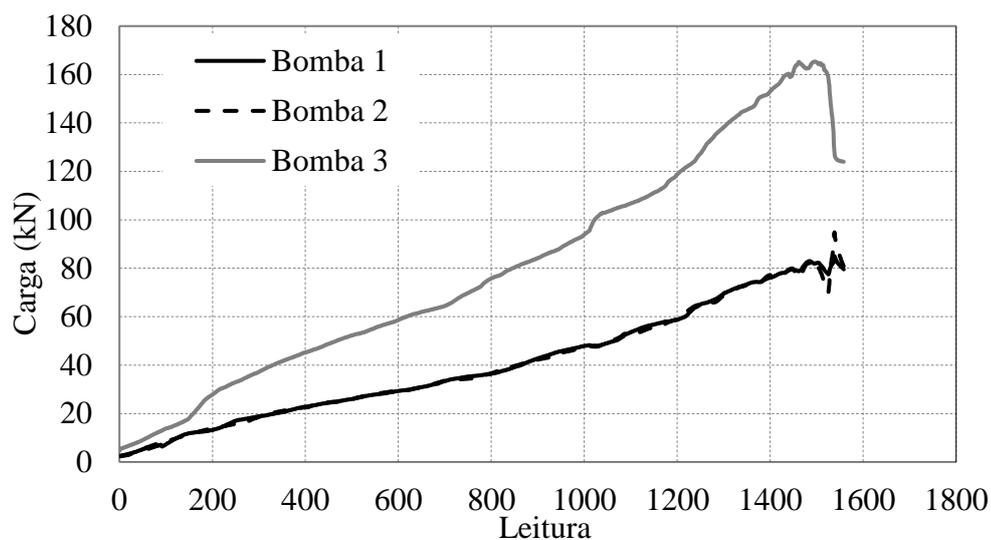


Figura 4.3 - Carga *versus* Leitura: Laje S14

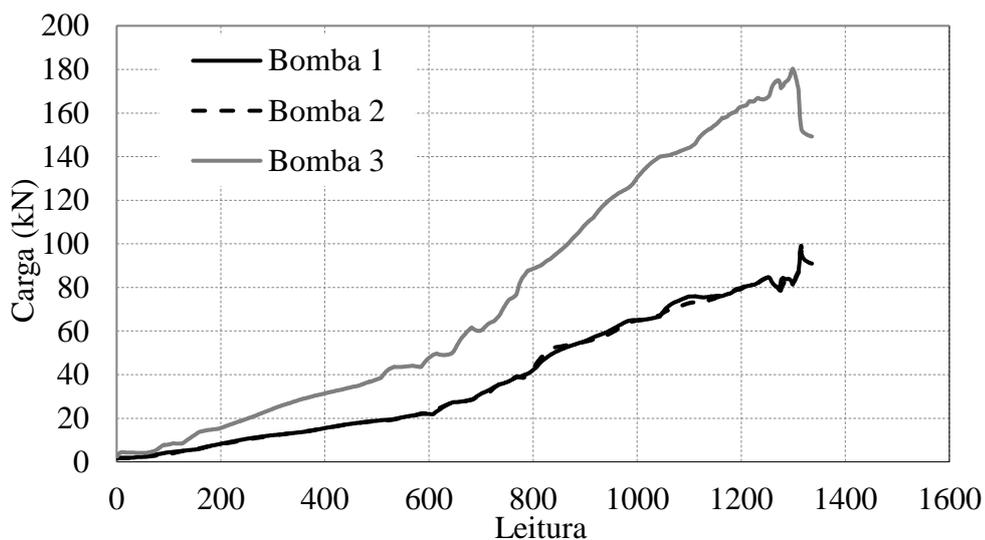


Figura 4.4 - Carga *versus* Leitura: Laje S15

### 4.3. MAPA DE FISSURAÇÃO

As Figura 4.5 a Figura 4.7 exibem os mapas de fissurações das lajes S13, S14 e S15, respectivamente. As fissuras foram marcadas de forma visual durante os ensaios, assim como as cargas responsáveis por suas aberturas, as primeiras fissuras visuais surgiram a partir de 75kN a 101kN.

Após conclusão dos ensaios todas as marcações que não foram possíveis de se acompanhar durante aplicação de carga foram destacadas, como ilustram as Figura 4.5, Figura 4.6 e Figura 4.7. As primeiras fissuras foram visualizadas partindo do canto superior esquerdo do pilar, seguindo em direção a região inferior da ligação.



Figura 4.5: Mapa de fissuração da Laje S13

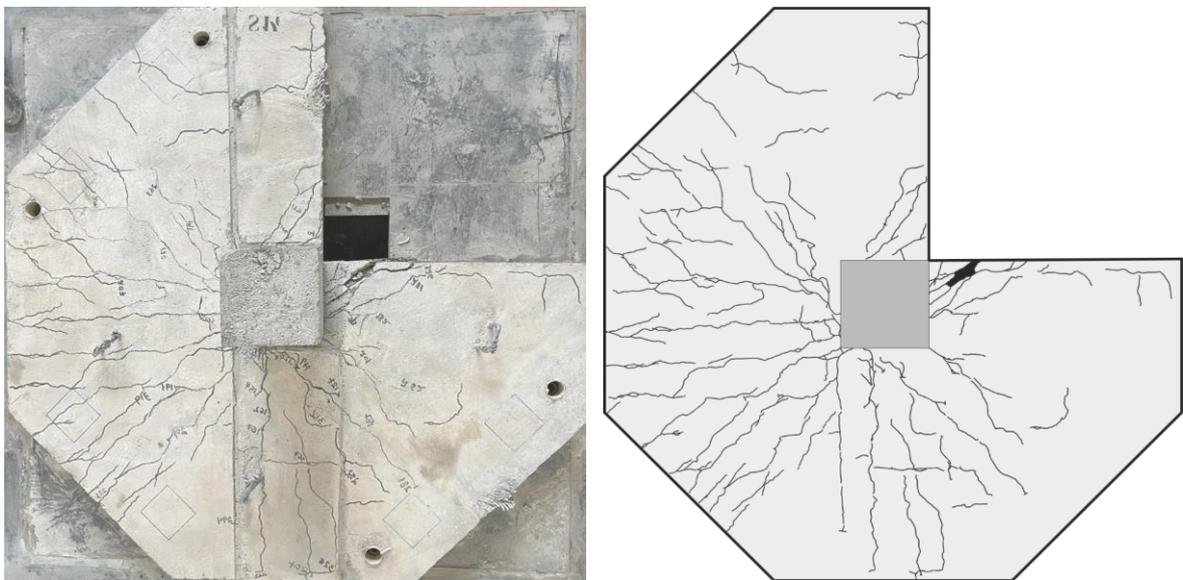


Figura 4.6: Mapa de fissuração da Laje S14

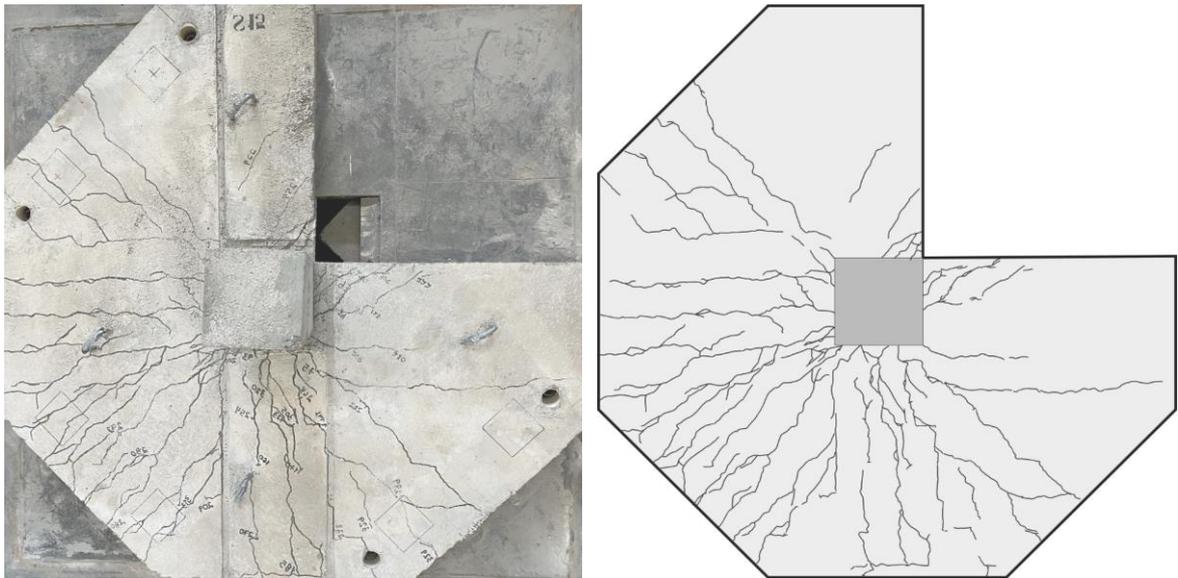


Figura 4.7: Mapa de fissuração da Laje S15

As fissuras indicadas pelas Figura 4.5, Figura 4.6 e Figura 4.7 são classificadas em radiais e tangenciais, percebe-se que apenas a laje de referência apresentou uma fissura tangencial característica da ruptura por punção. Esta fissura foi registrada durante colapso da laje, apresentando-se de forma abrupta.

Como observado, a fissura tangencial não percorre o caminho até as bordas da reentrância, o que pode indicar uma redução do perímetro crítico considerado nos cálculos das estimativas de resistências.

As fissuras radiais foram observadas a partir de valores de  $0,20V_u$ , com início na ligação laje-pilar exibindo ramificação radial em direção as extremidades da laje. É nítido que a presença da armadura transversal permite maior fissuração na laje, com maior incidência ocorrendo na direção de aplicação de carga (SO).

As reentrâncias das lajes exibiram padrões de fissuração semelhantes, devido a torção existente nestes pontos é possível visualizar um “cone de punção invertido”, como indica as Figura 4.8 a Figura 4.10. Estas fissuras apresentaram-se com maior abertura e incidência nas lajes armadas, onde foram visualizadas próximo a uma carga de  $0,30V_u$ , enquanto as marcações nesta região ocorreram para a laje de referência a partir de uma carga de  $0,47V_u$ .



Figura 4.8: Reentrância da Laje S13 após colapso



Figura 4.9: Reentrância da Laje S14 após colapso



Figura 4.10: Reentrância da Laje S15 após colapso

#### 4.4. DESLOCAMENTOS VERTICAIS

A Figura 4.11 indica os doze pontos de estudo para a análise dos deslocamentos, enquanto as Figura 4.12 a Figura 4.23 apresentam os deslocamentos verticais monitorados durante a aplicação de carga das lajes. A primeira camada dos instrumentos está distante de 200 mm das faces do pilar, enquanto a segunda camada encontra-se a 450 mm, e a última está disposta a 50 mm das bordas da laje.

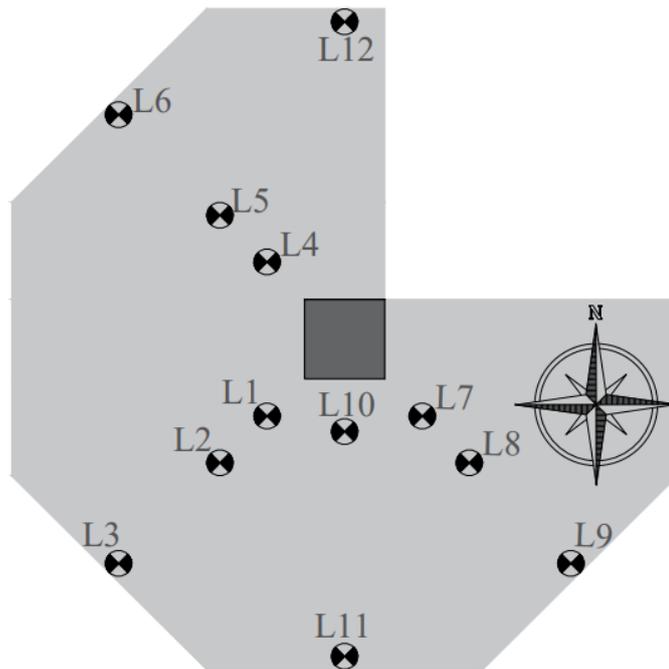


Figura 4.11 – Posição dos LVDT's na laje

As Figura 4.12 a Figura 4.15 indicam os valores dos deslocamentos de todos os pontos de controle da Laje S13, os deslocamentos verticais dos LVDT's da primeira camada de estudo (L1, L4, L7, L10), da segunda (L2, L5, L8) e terceira camada (L3, L6, L9, L11 e L12), respectivamente, seguido pelas lajes S14 e S15.

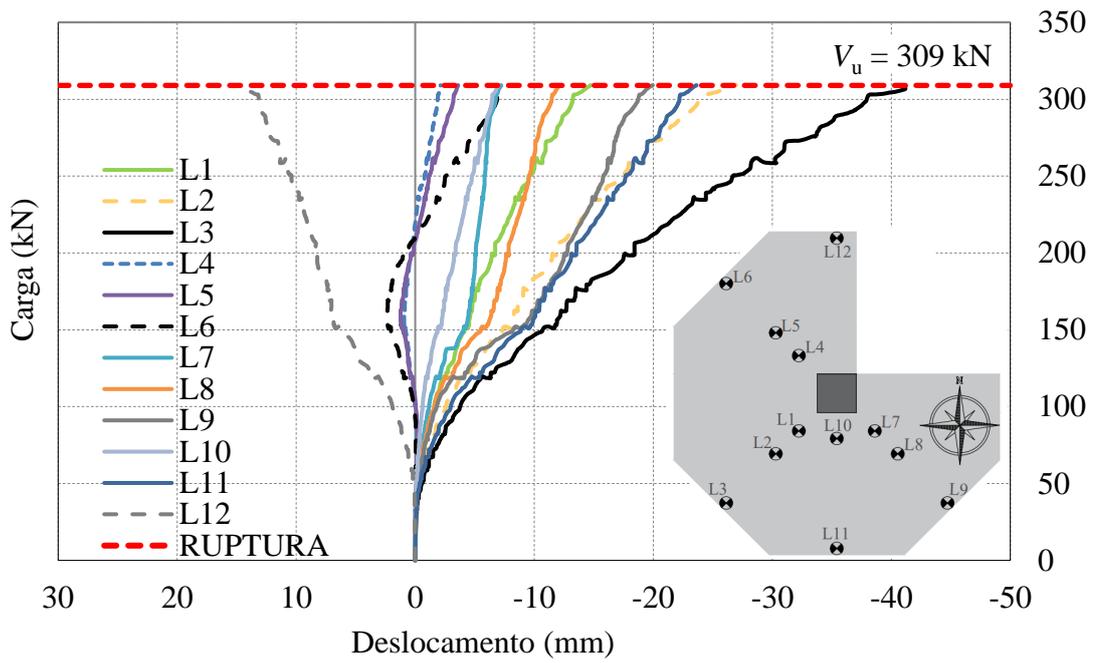


Figura 4.12: Carga *versus* Deslocamento da Laje S13

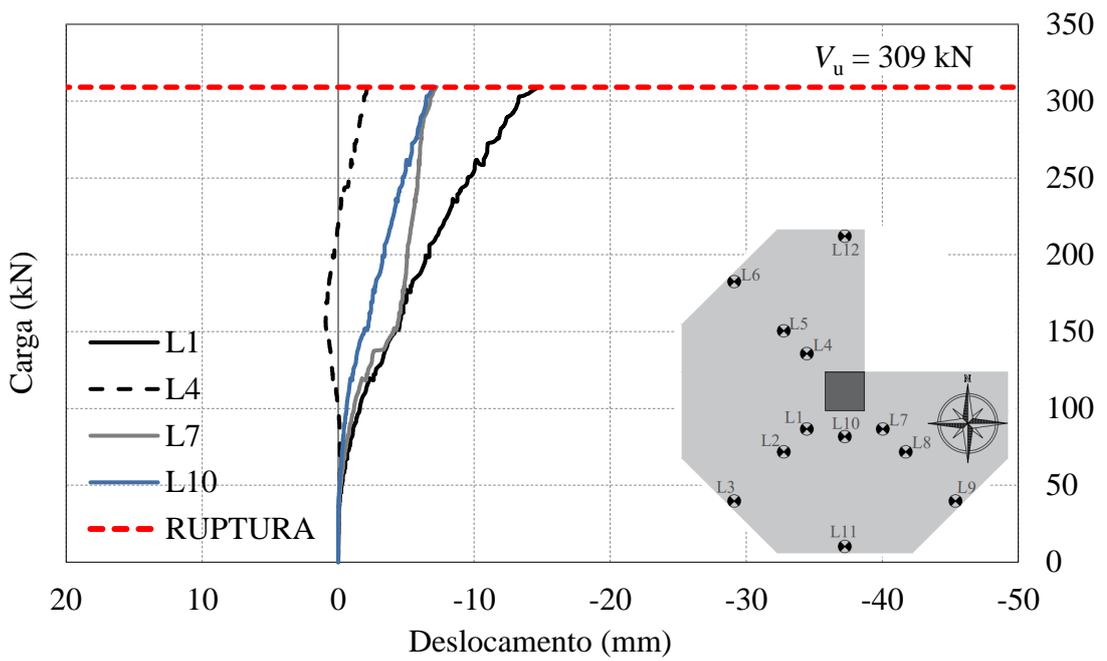


Figura 4.13: Carga *versus* Deslocamento da Laje S13 – Primeira camada

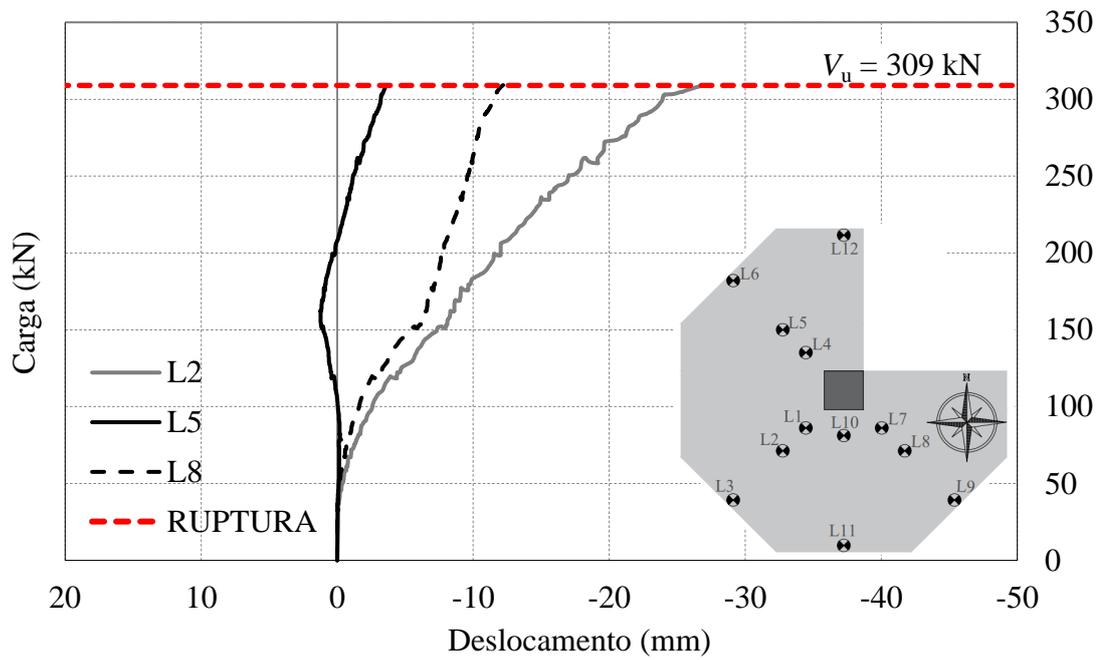


Figura 4.14: Carga *versus* Deslocamento da Laje S13 – Segunda camada

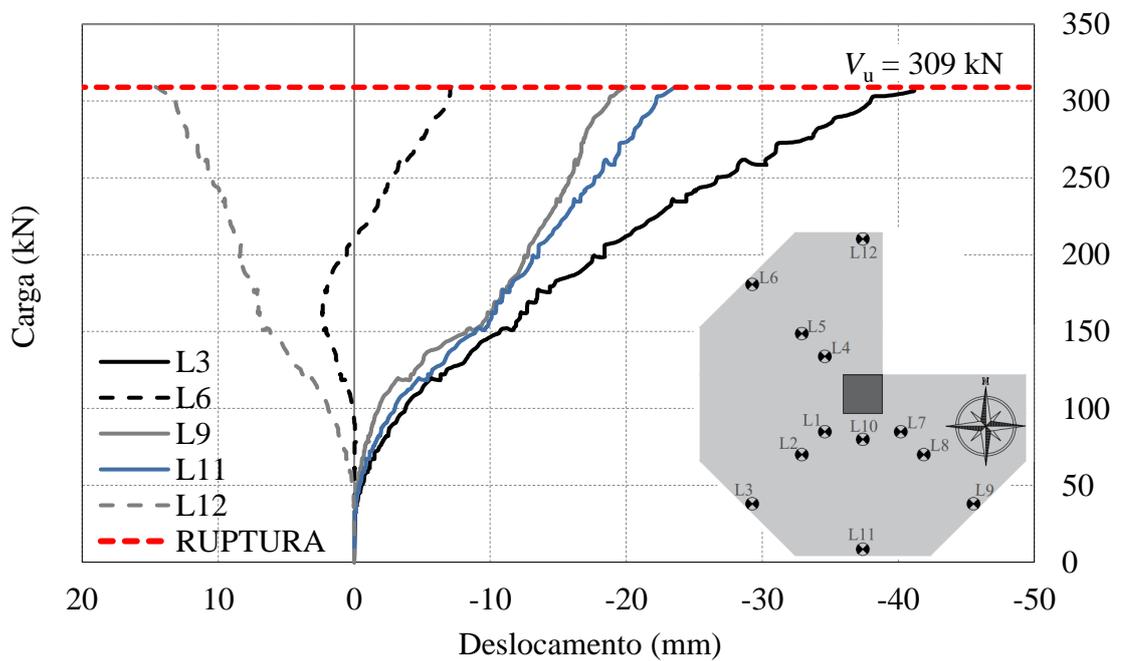


Figura 4.15: Carga *versus* Deslocamento da Laje S13 – Terceira camada

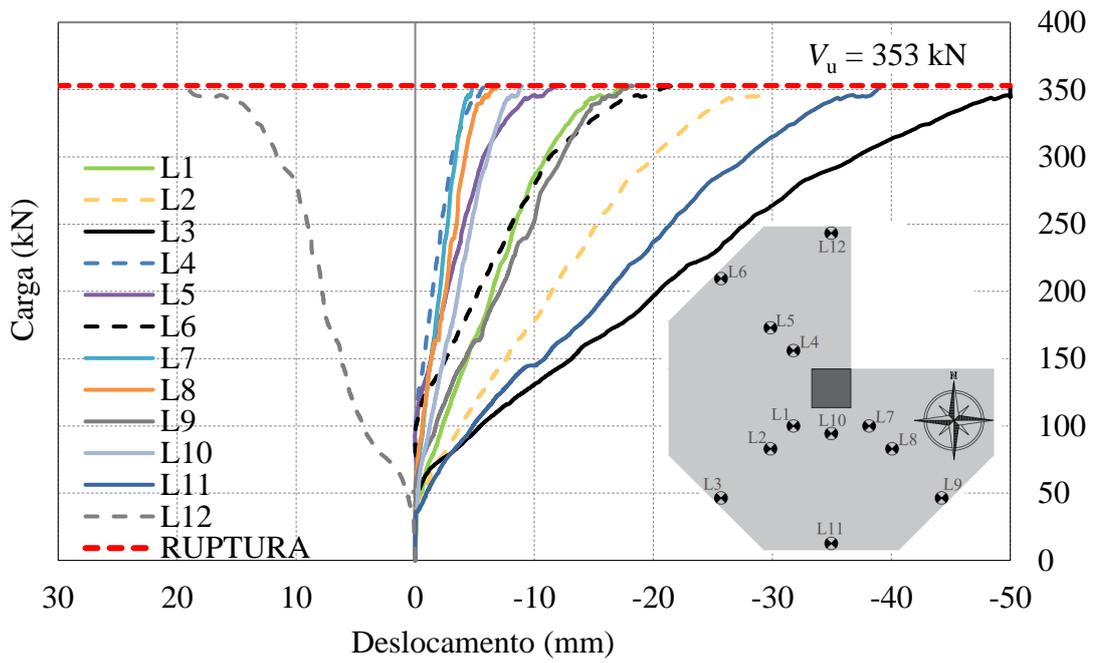


Figura 4.16: Carga versus Deslocamento da Laje S14

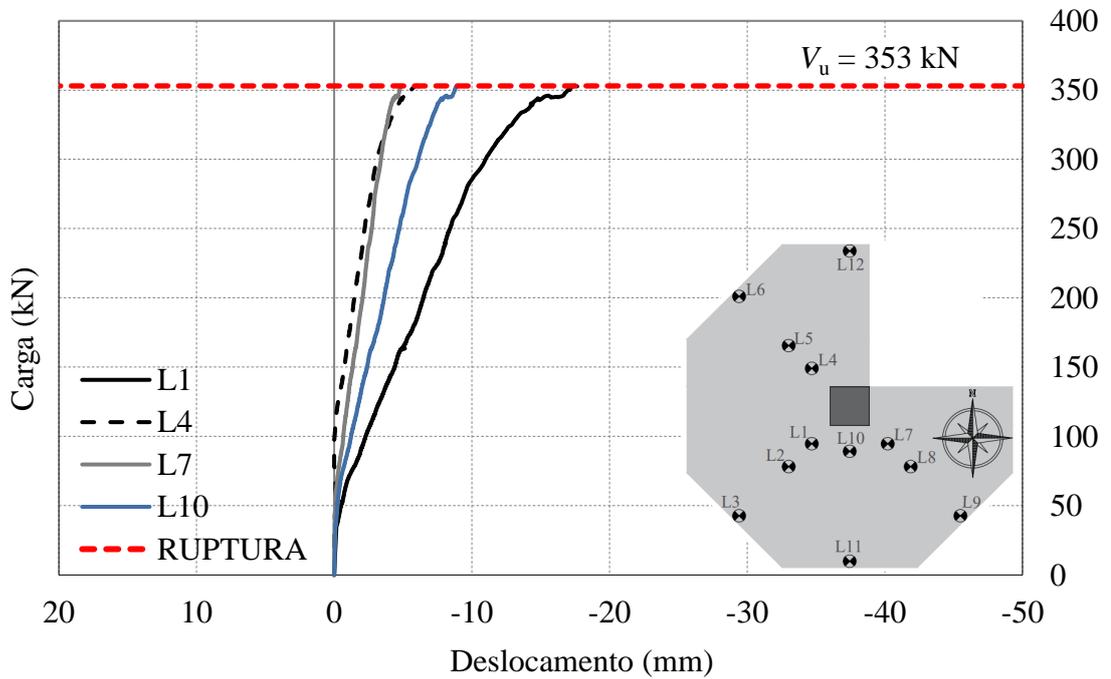


Figura 4.17: Carga versus Deslocamento da Laje S14 – Primeira camada

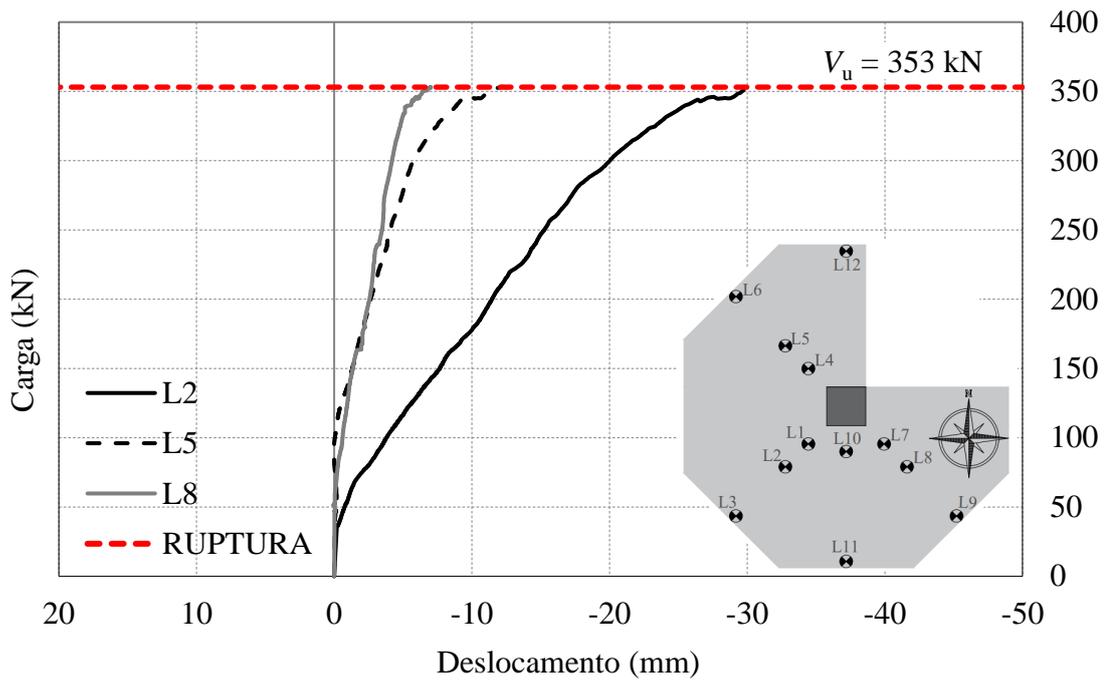


Figura 4.18: Carga *versus* Deslocamento da Laje S14 – Segunda camada

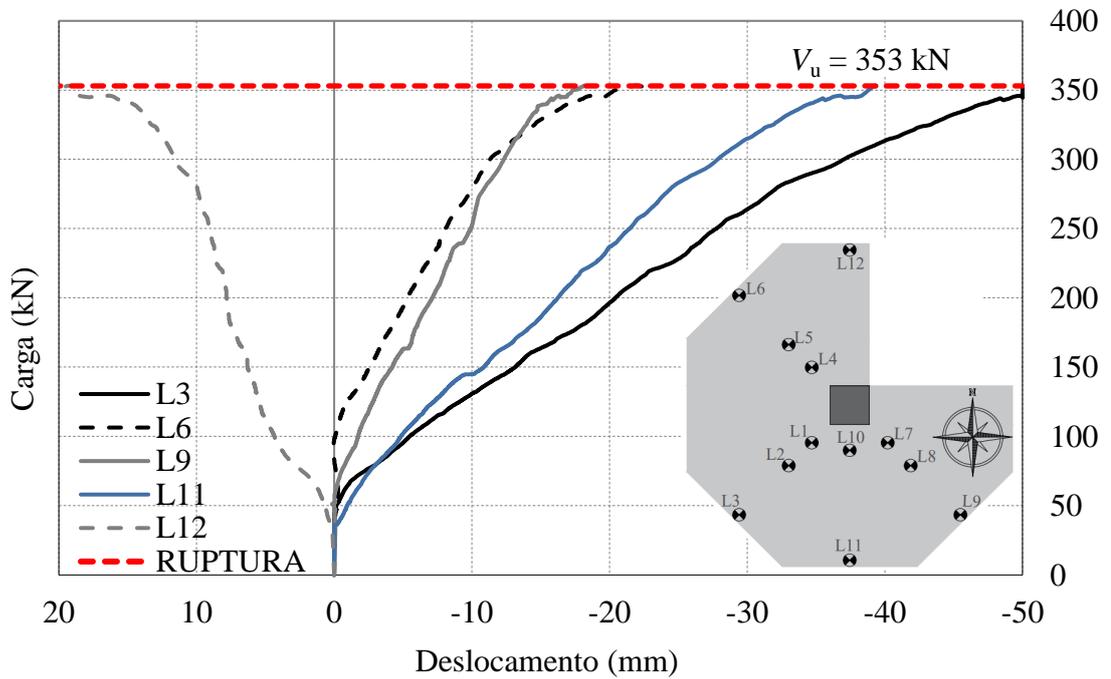


Figura 4.19: Carga *versus* Deslocamento da Laje S14 – Terceira camada

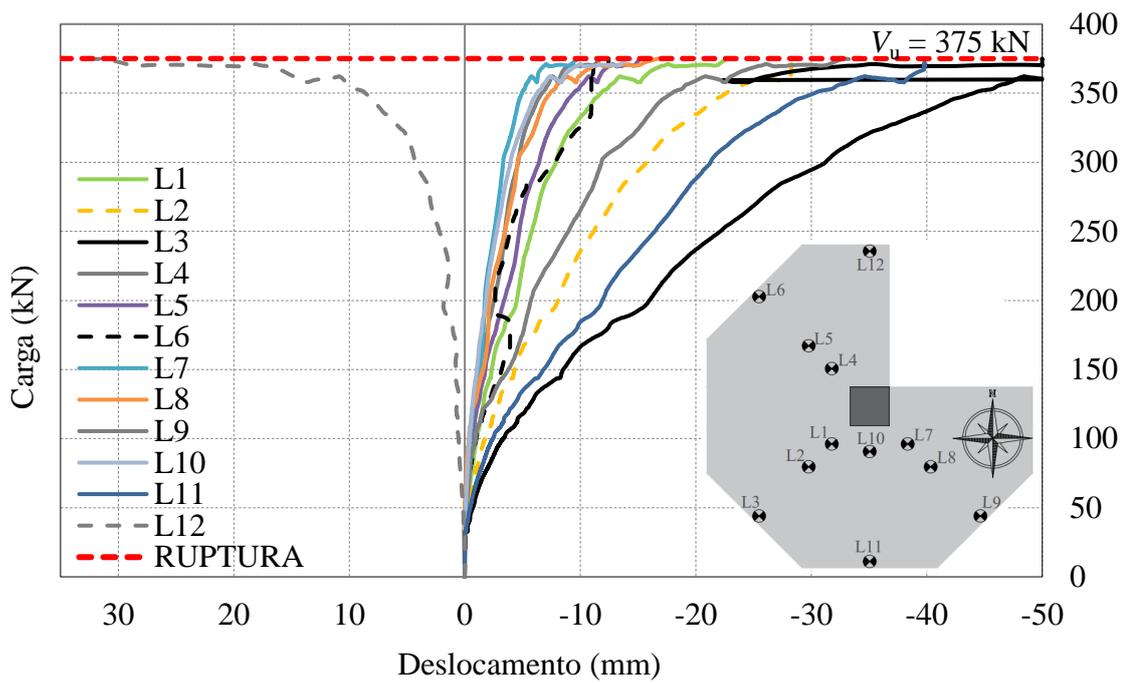


Figura 4.20: Carga versus Deslocamento da Laje S15

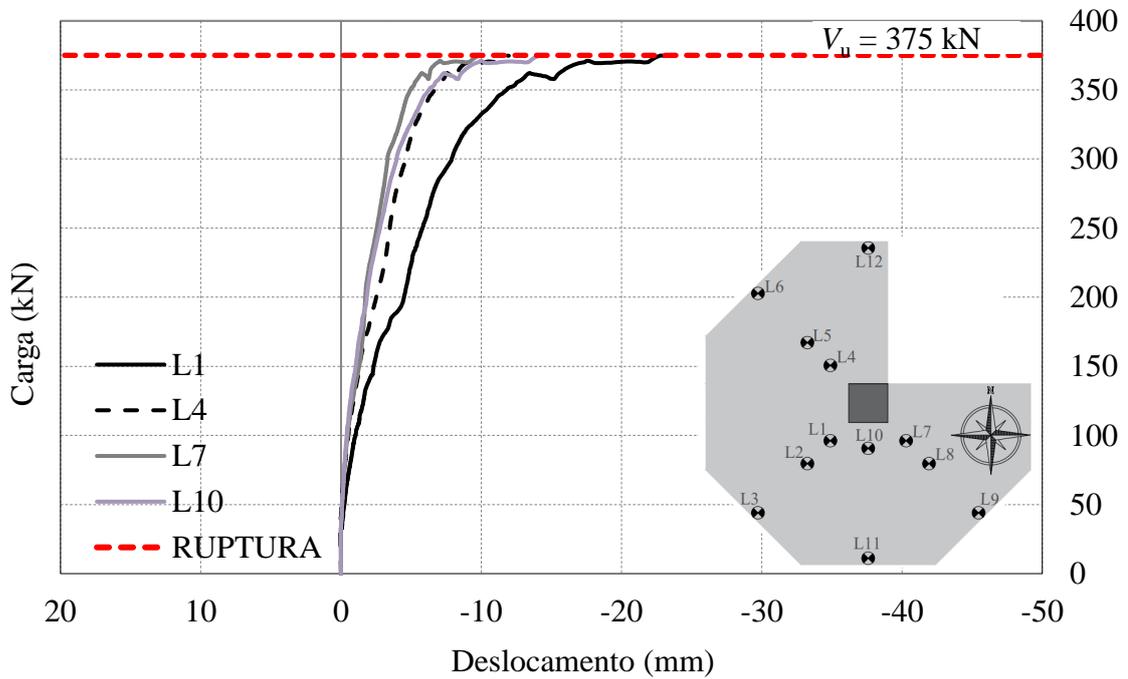


Figura 4.21: Carga versus Deslocamento da Laje S15 – Primeira camada

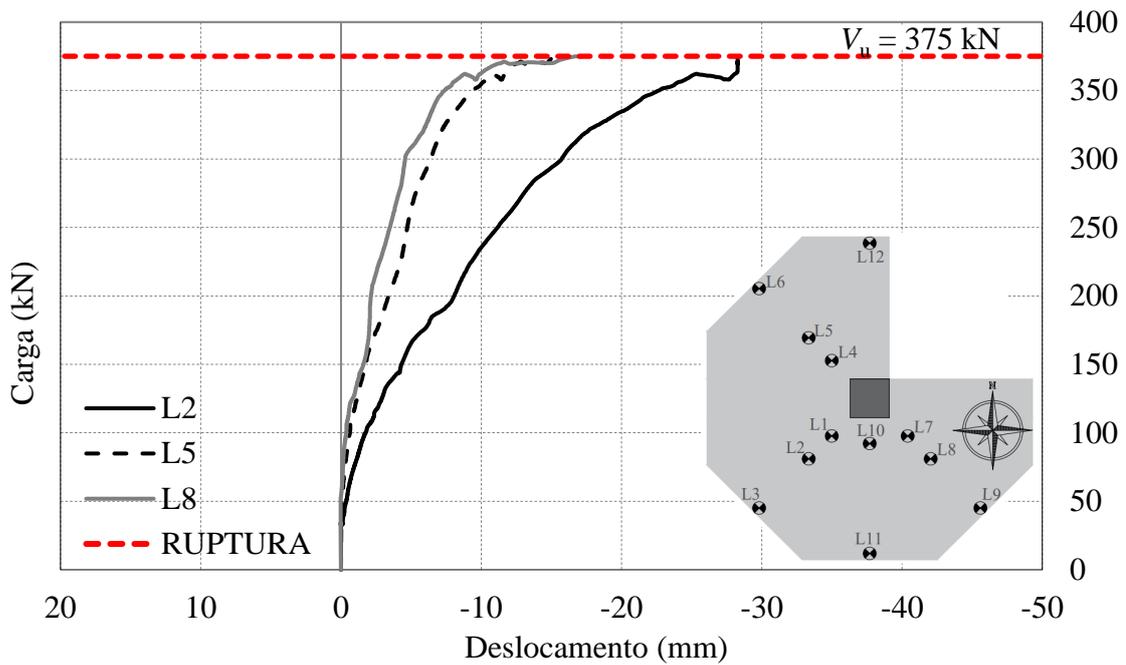


Figura 4.22: Carga versus Deslocamento da Laje S15 – Segunda camada

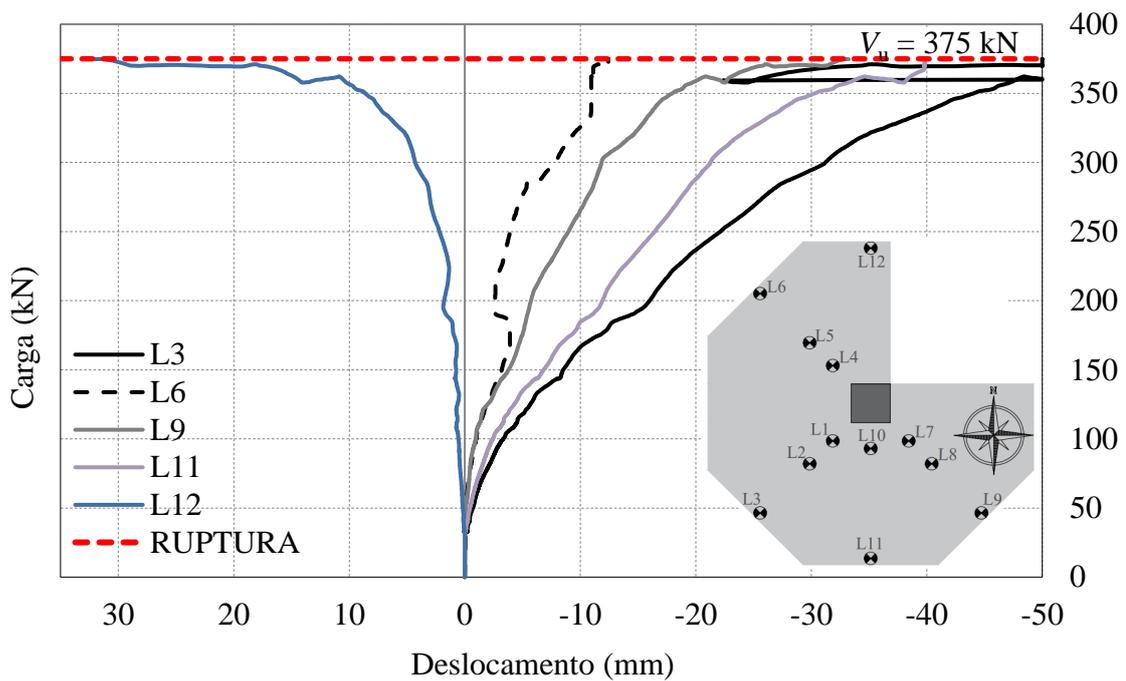


Figura 4.23: Carga versus Deslocamento da Laje S15 – Terceira camada

Conforme Figura 4.12 a Figura 4.19, tanto para a laje S13, como para a laje S14, os maiores registros de deslocamentos foram monitorados pelos LVDT03, LVDT11 e LVDT02. O dispositivo L2 da laje S14 registrou flecha semelhante ao da laje não armada, enquanto o L11 monitorou um deslocamento vertical 67% maior, e o L3, situado na extremidade da direção de

aplicação de carga, apresentou flecha 22% superior se comparado ao instrumento da laje de referência.

Os deslocamentos verticais da laje S15 foram indicados pelas Figura 4.20 a Figura 4.23. Observa-se que o maior deslocamento foi apontado pelo LVDT03, seguido do LVDT11, assim como foi notado para a laje S14. O LVDT09 apresentou o terceiro maior registro de deslocamento, todos estes dispositivos citados foram distribuídos na última camada de estudo da laje.

Nota-se pela Figura 4.23 que pouco antes da ruptura da laje S15, o LVDT03 apresentou uma redução nos deslocamentos da laje, e, logo em seguida, retornou a aumentar, atingindo o valor máximo registrado pelo dispositivo no momento de colapso da laje (-50 mm).

O instrumento L6 da laje S15 exibiu de forma mais pronunciada um pequeno levantamento na borda da laje ao atingir a carga de 175 kN, acredita-se que este deve ter se deslocado da posição inicial à medida que se seguia com a aplicação de carga, pois os valores informados pelo dispositivo distam significativamente dos indicados pelo LVDT09, localizado na face oposta, e que por simetria deveriam apresentar valores iguais, se não, próximos. Outro fato que colabora com a suposição, estaria presente no comportamento dos dispositivos L4 e L5, alinhados com o instrumento L6, que não apresentaram o mesmo padrão.

Por via de regra, a média dos deslocamentos últimos da laje S15 (-23,25 mm) foi superior ao da laje S13 (-15,08 mm) e S14 (-19,65 mm), como ilustra a Figura 4.24. Logo, a utilização da armadura de cisalhamento possibilitou que a laje deformasse mais antes desta atingir a ruptura, o acréscimo da armadura de cisalhamento ( $\rho_{sw}=0,42\%$ ) aumentou cerca de 30% os deslocamentos da laje S14 se comparada com a S13, enquanto a taxa de armadura aplicada na laje S15 ( $\rho_{sw}=0,66\%$ ) elevou os deslocamentos médios da laje em 54%.

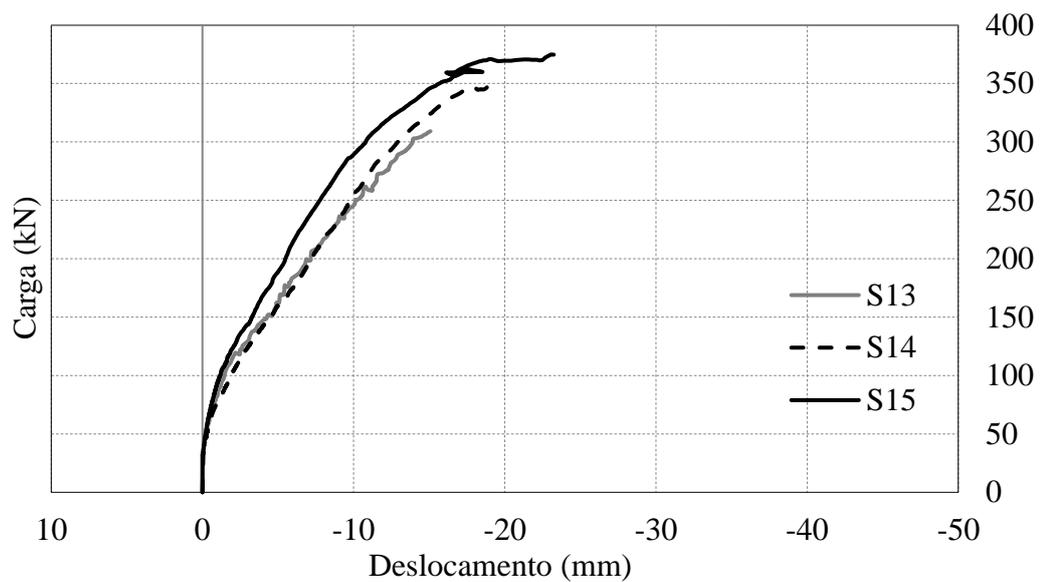


Figura 4.24: Carga *versus* Deslocamento Vertical Médio das Lajes

As Figura 4.25 a Figura 4.33 exibem os deslocamentos verticais das lajes a cada passo de 20% da carga de ruptura, nas direções Sudeste/Noroeste (SE-NO), Sul/Norte (S-N) e Sudoeste/Nordeste (SO-NE), para as S13, S14 e S15, respectivamente.

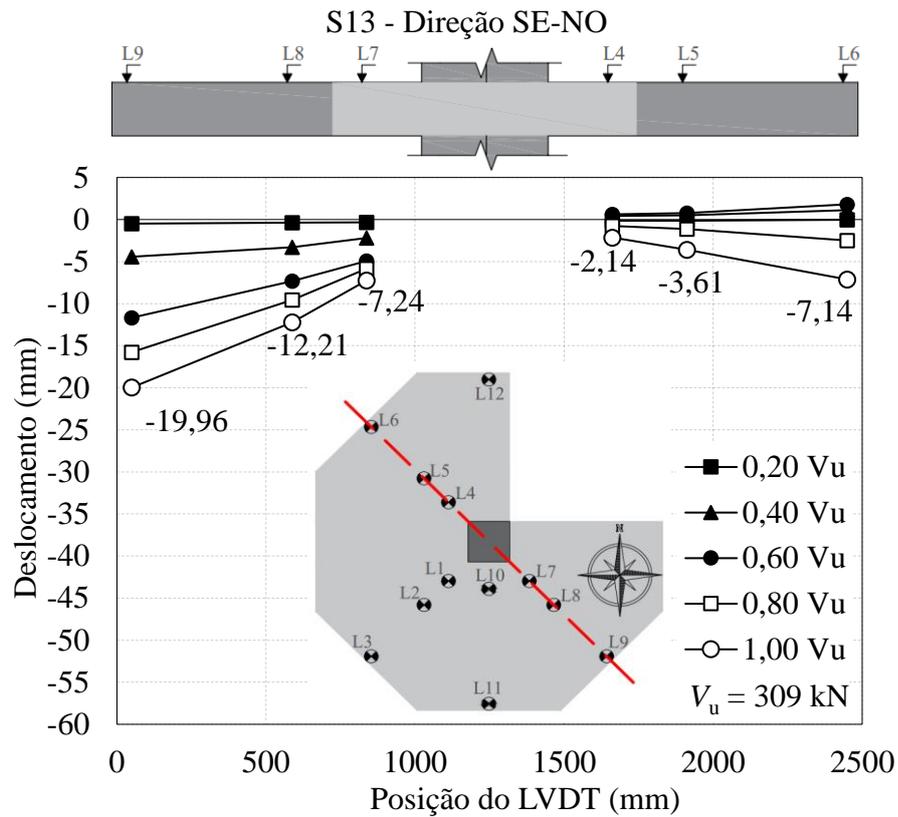


Figura 4.25: Deslocamento *versus* Posição do LVDT: Direção SE-NO da Laje S13

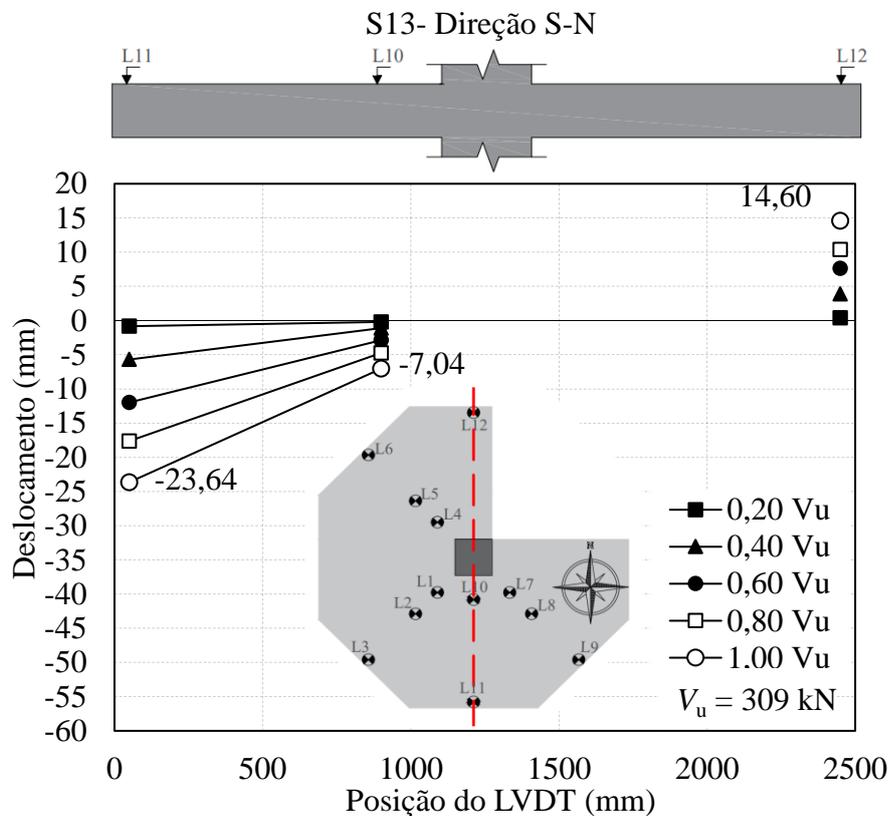


Figura 4.26: Deslocamento *versus* Posição do LVDT: Direção S-N da Laje S13

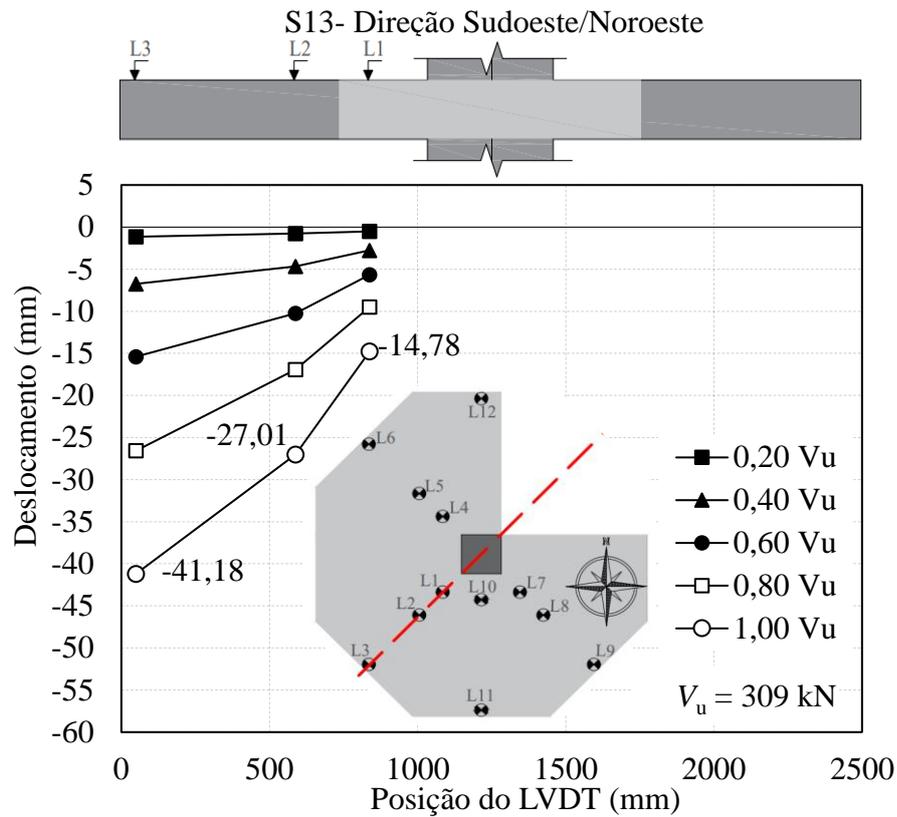


Figura 4.27: Deslocamento *versus* Posição do LVDT: Direção SO-NE da Laje S13

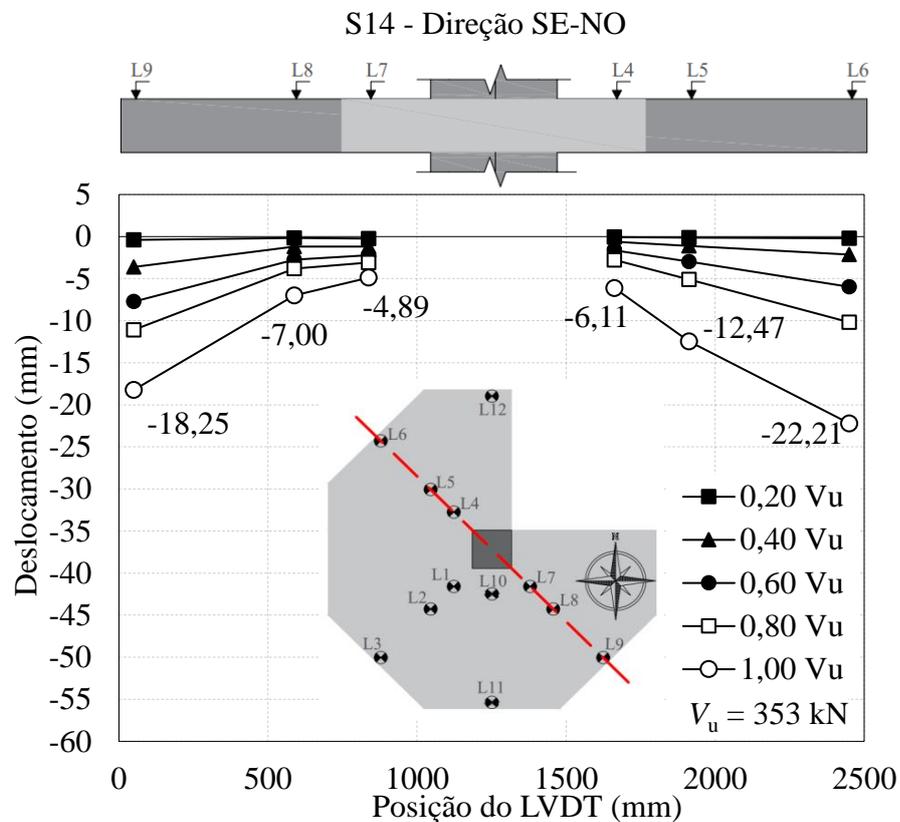


Figura 4.28: Deslocamento *versus* Posição do LVDT: Direção SE-NO da Laje S14

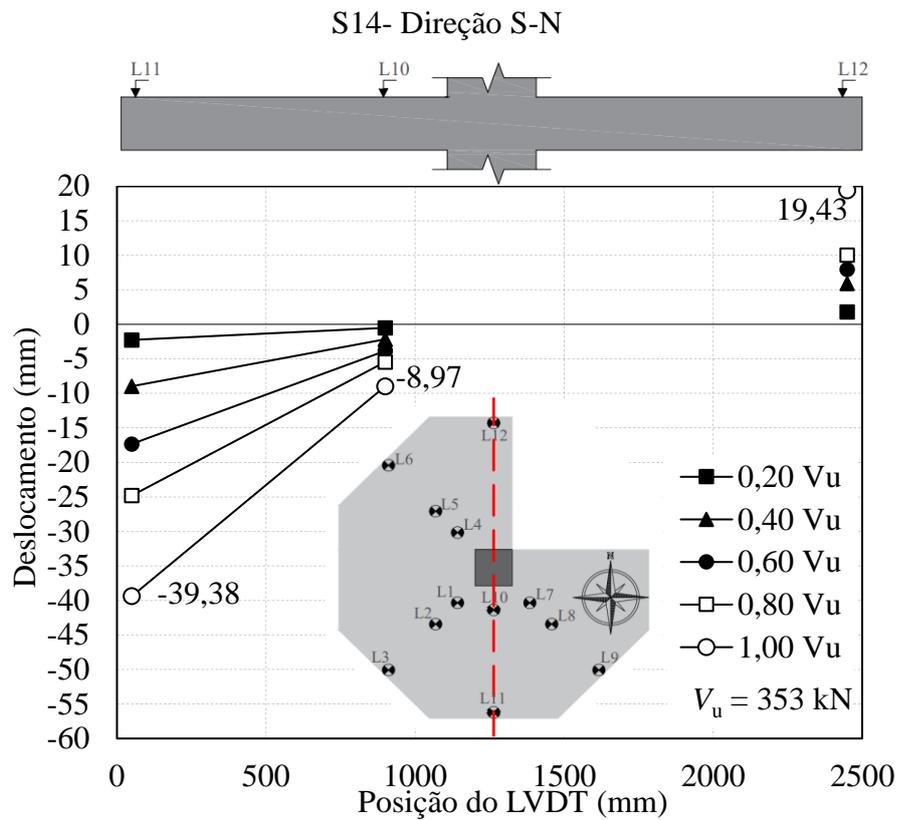


Figura 4.29: Deslocamento *versus* Posição do LVDT: Direção S-N da Laje S14

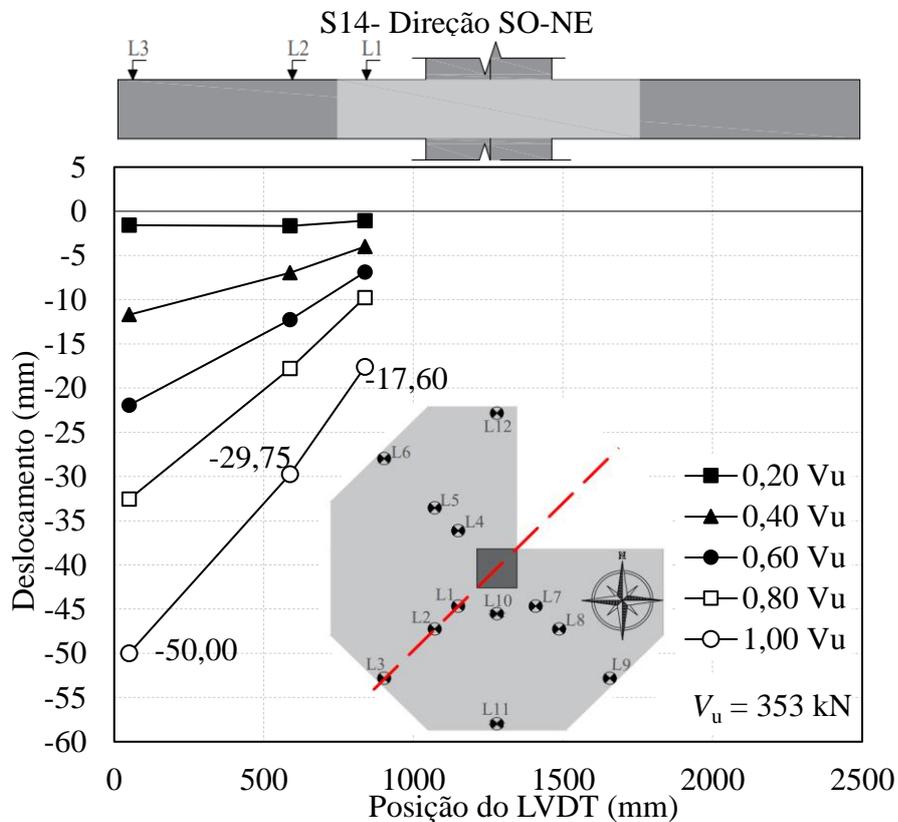


Figura 4.30: Deslocamento *versus* Posição do LVDT: Direção SO-NE da Laje S14

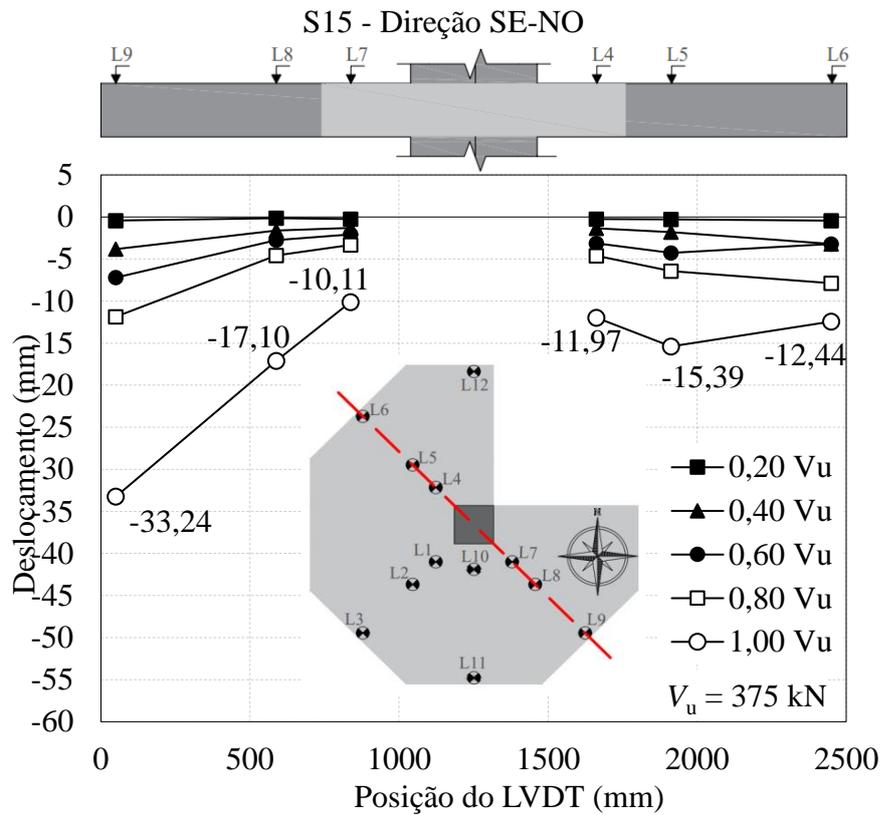


Figura 4.31: Deslocamento *versus* Posição do LVDT: Direção SE-NO da Laje S15

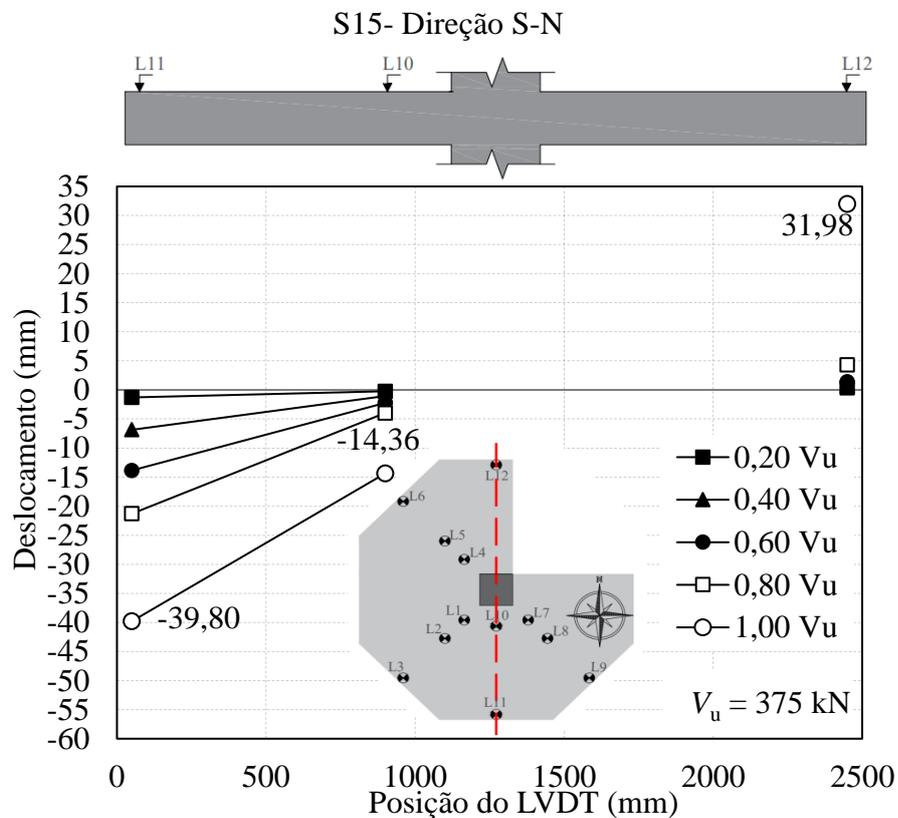


Figura 4.32: Deslocamento *versus* Posição do LVDT: Direção S-N da Laje S15

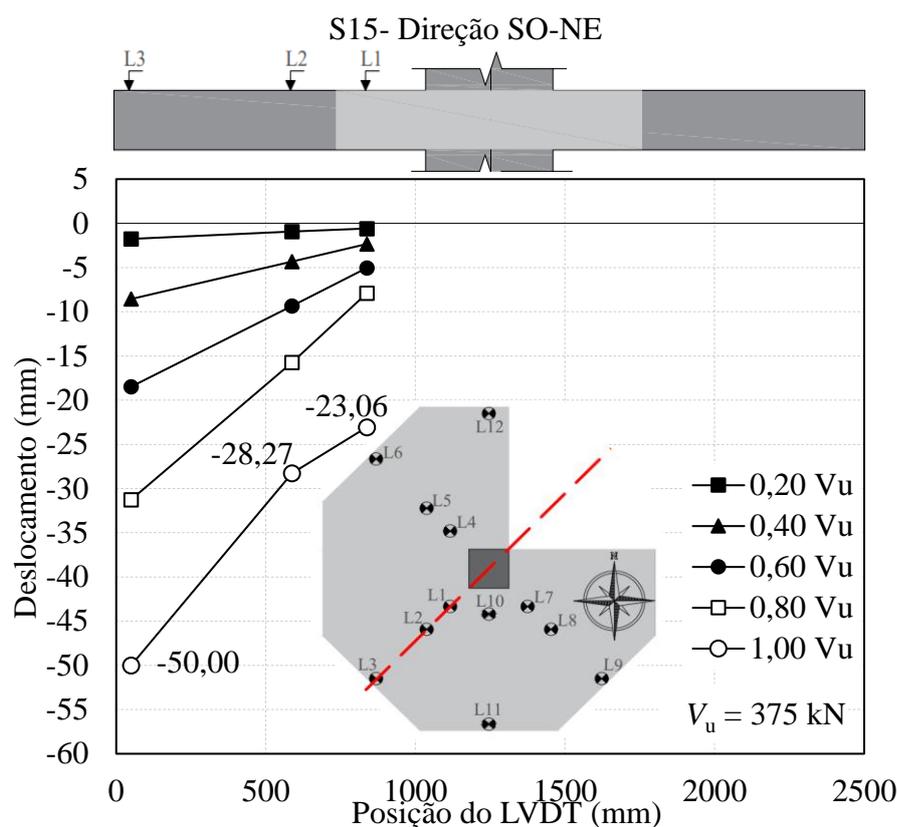


Figura 4.33: Deslocamento *versus* Posição do LVDT: Direção SO-NE da Laje S15

Conforme Figura 4.25 a Figura 4.33, os instrumentos posicionados do lado oposto da reentrância, direção SO-NE, indicaram que as lajes deslocaram no sentido da aplicação de carga, como era esperado, em decorrência da alta excentricidade que as lajes foram submetidas. A direção analisada apresenta os maiores deslocamentos médios entre as direções de estudo.

O LVDT12 registrou levantamento na borda reentrante durante os ensaios, sendo o único dispositivo a monitorar deslocamento positivo em todas as lajes. O maior valor de deslocamento neste ponto foi indicado pela laje S15, valor 119% superior ao indicado pela laje de referência.

A Figura 4.31 exibiu o comportamento da laje S15 quanto aos deslocamentos verticais na direção SE-NO, pode-se perceber com mais detalhe o recuo do LVDT06, enquanto os demais pares apresentam valores próximos de deslocamentos. Pela Figura 4.31 também se verifica que os acréscimos finais de carga aumentaram os deslocamentos em diferentes proporções, pois até a aplicação de  $0,80V_u$ , as flechas apresentavam acréscimos similares a cada passo de 20% de carga, aumentando significativamente após os 80% da carga de ruptura.

O mesmo comportamento é observado nas outras direções da laje, indicadas pelas Figura 4.32 e Figura 4.33, no entanto, se comparada a laje S13, não se é observado a mesma conduta, assim como a laje S14 apresenta de forma mais discreta tal comportamento. Deste modo, pode-se inferir que o aumento da taxa de armadura de cisalhamento tende a tornar a ruptura da laje mais dúctil, enquanto a laje sem armadura apresentou ruptura mais brusca, comportamento também observado durante ensaio.

O instrumento L11 indicou um dos valores mais elevados de deslocamentos verticais, tanto para a laje S15 (-39,80 mm), quanto para as lajes S14 (-39,38 mm) e S13 (-23,64 mm). Tal instrumento apresentou-se com o maior registro de deslocamento na direção S-N da laje S15, como mostra a Figura 4.32, caso também apontado pelas demais lajes.

O comportamento acerca dos deslocamentos verticais da direção SO-NE da laje S15 encontra-se apresentado na Figura 4.33. Ao analisá-la se é percebido que o dispositivo L03 indicou no momento da ruptura o valor máximo de deslocamento registrado pelo instrumento, 50 mm, o mesmo caso ocorreu para a laje S14, o que indica que maiores deslocamentos possam ter ocorrido em tal posição.

A linha noroeste da laje S13 apresentou deslocamentos positivos, diferentemente das demais lajes, o que pode ter acontecido devido a rotação da laje em torno da aplicação de carga, que tende a levantar as bordas da estrutura, como observado na Figura 4.34. O LVDT frontal indicado na imagem corresponde ao L06, disposto na direção SE-NO da laje.



Figura 4.34: Deslocamento da Laje S13 e S15, respectivamente

Para fins de comparação, a Figura 4.34 também indica a configuração da Laje S15 após seu colapso, observa-se o mesmo comportamento que a laje S13, no entanto, no alinhamento central, a inclinação é mais constante no caso da laje S15.

#### 4.5. DEFORMAÇÕES DAS ARMADURAS DE FLEXÃO

A Figura 4.35 apresenta os pontos de monitoramento das deformações das barras de flexão. Todos os dispositivos, com exceção de EF03 e EF05, estão alinhados e distantes 30 mm da face inferior do pilar, do lado oposto a reentrância. Enquanto os extensômetros 03 e 05 estão alinhados entre si e localizados a 50 mm da face superior do pilar. As Figura 4.36 a Figura 4.38 apresentam as deformações para barras monitoradas das lajes S13, S14 e S15, respectivamente.

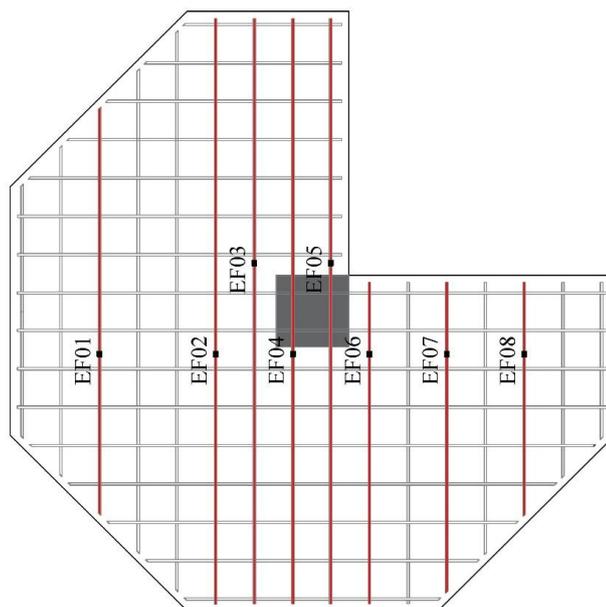


Figura 4.35- Pontos monitorados por extensômetros: barras de flexão

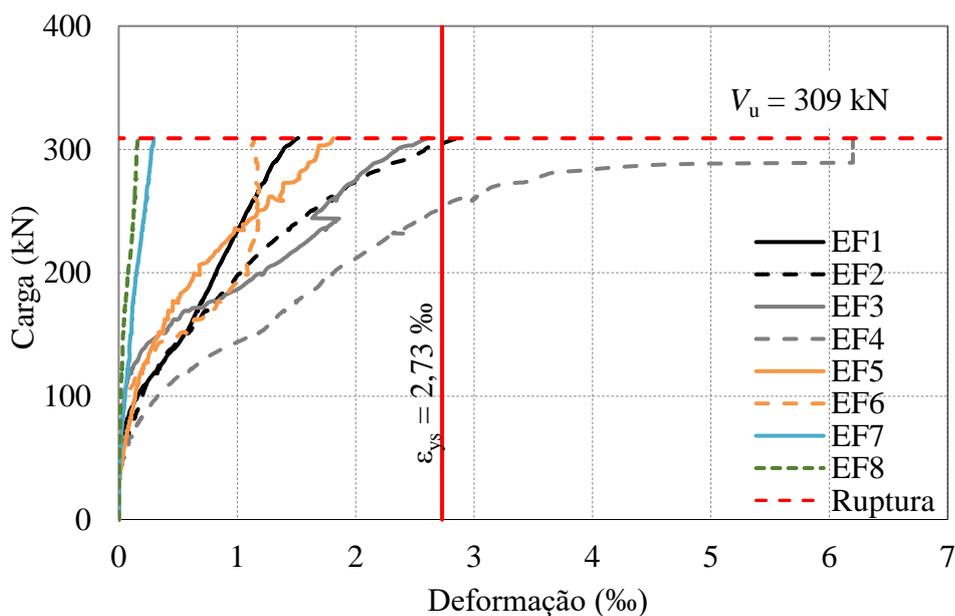


Figura 4.36- Carga versus Deformação: Armadura de Flexão da Laje S13

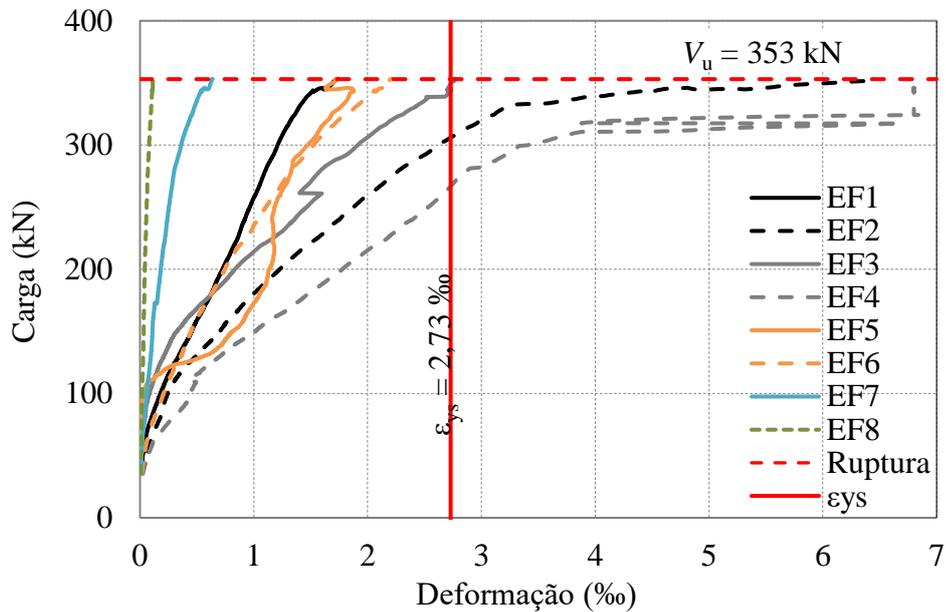


Figura 4.37- Carga *versus* Deformação: Armadura de Flexão da Laje S14

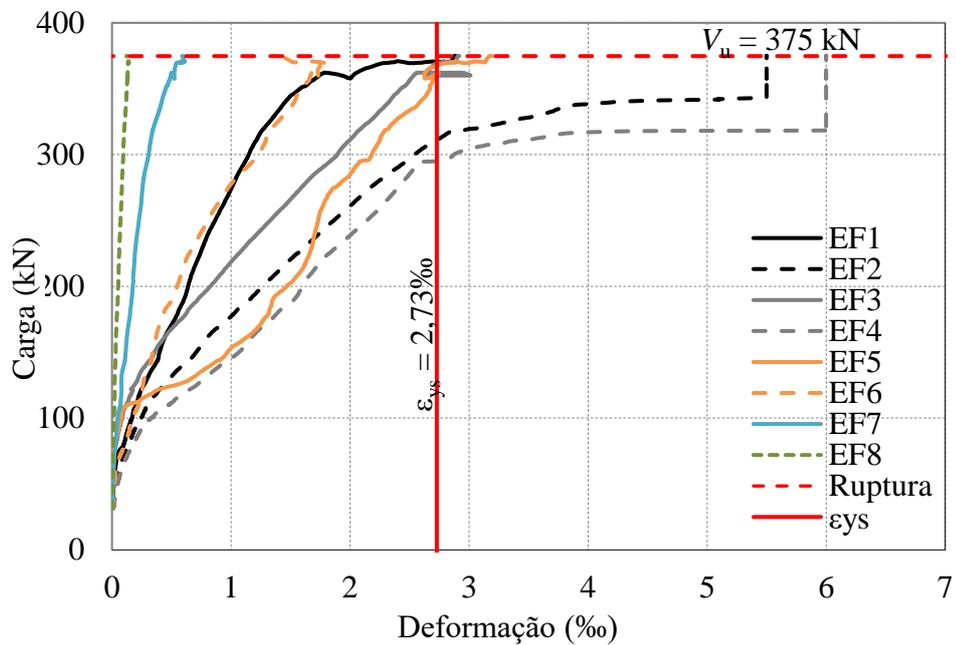


Figura 4.38- Carga *versus* Deformação: Armadura de Flexão da Laje S15

Ao analisar as Figura 4.36 a Figura 4.38 constata-se que duas barras da laje S13 atingiram o escoamento, monitoradas pelos dispositivos EF02 (2,9‰) e EF04 (6,2‰). Os mesmos extensômetros, assim como o EF03, indicaram que as barras aos quais estavam conectados

atingiram o escoamento na laje S14, com deformações últimas de 6,4%, 6,8% e 2,8%, respectivamente. A laje S15 apresentou a maior quantidade de barras com deformações superiores à de escoamento dentre os pontos monitorados, observadas pelos dispositivos EF04 (6,0%), EF02 (5,5%), EF05 (3,2%), EF03 (2,9%), e EF01 (2,9%).

Verifica-se que ao aumentar a taxa de armadura de cisalhamento, as barras de flexão são mais solicitadas, tendo em vista que a média das deformações últimas das barras monitoradas da laje S13 foi de 2,08%, enquanto as lajes S14 e S15 apresentaram deformações médias de 2,78% e 2,83%, respectivamente. Além disso, mais barras atingiram o escoamento na laje com maior taxa de armadura de cisalhamento, sendo um total de cinco barras escoadas, enquanto a laje S14 apresentou três, e a laje não armada S13 exibiu duas barras com deformações superiores à de escoamento.

Pode-se verificar que os extensômetros EF04 e EF02 apresentaram os maiores valores de deformações tanto para a laje de referência, como para as lajes armadas. A leitura do dispositivo EF04 foi perdida próximo a ruptura das lajes durante os três ensaios, em média a  $0,91 V_u$ , o que pode indicar uma deformação real ainda maior neste ponto, ficando registrado como deformação última o último valor apontado pelo extensômetro. O dispositivo EF02 das lajes S14 e S15 também apresentaram o mesmo comportamento.

As Figura 4.39 a Figura 4.41 indicam as deformações monitoradas pelos extensômetros distribuídas ao longo da laje em acréscimos de 20% de carga de ruptura. Os dispositivos de 01 a 04 se encontram na direção oeste da laje, lado oposto a reentrância, conforme Figura 4.35, já os extensômetros de 05 a 08 se localizam na região leste da estrutura.

S13 - Deformação Armaduras X Posição do extensômetro

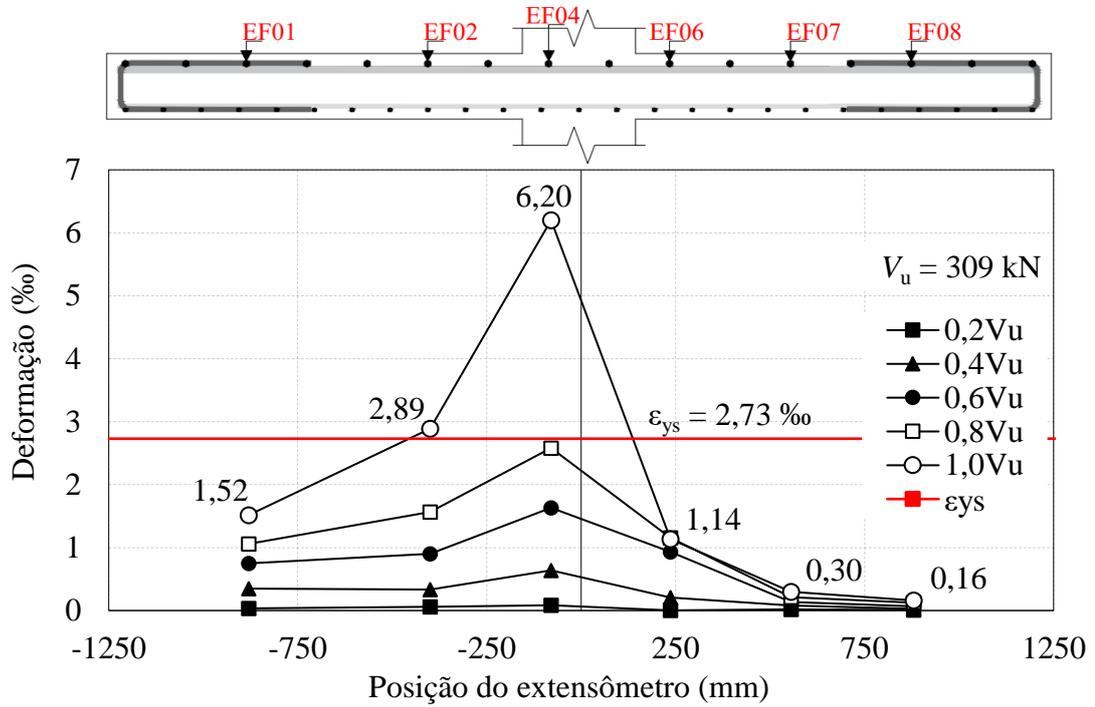


Figura 4.39- Deformação Armaduras *versus* Posição do extensômetro: Laje S13

S14 - Deformação Armaduras X Posição do extensômetro

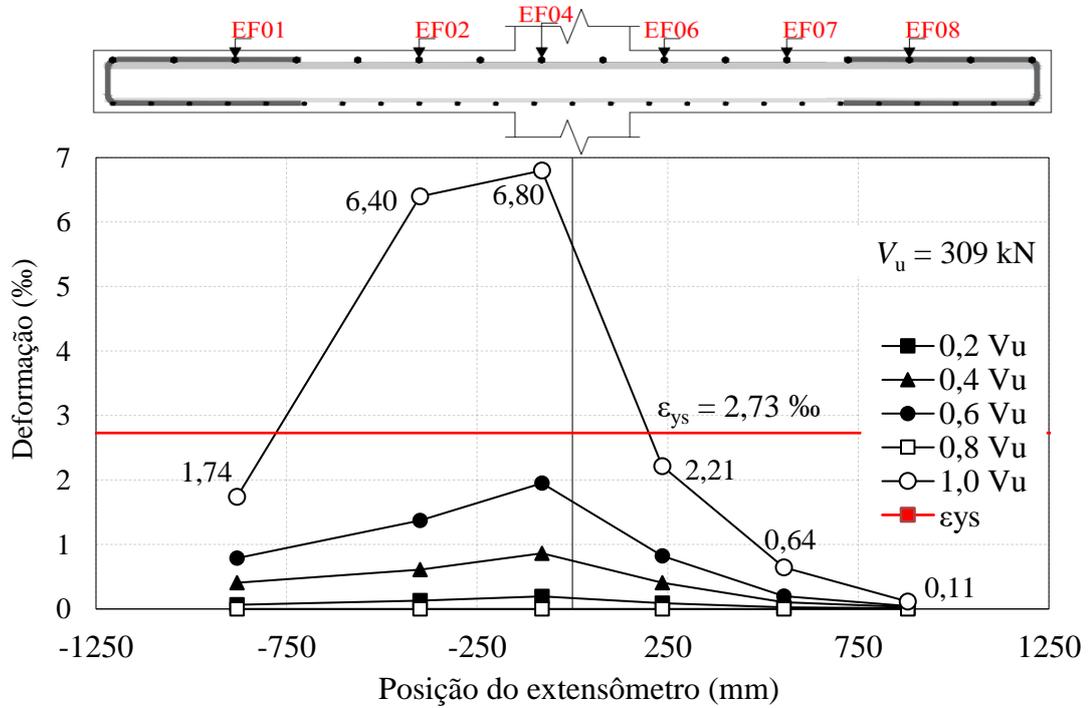


Figura 4.40- Deformação Armaduras *versus* Posição do extensômetro: Laje S14

### S15 - Deformação Armaduras X Posição do extensômetro

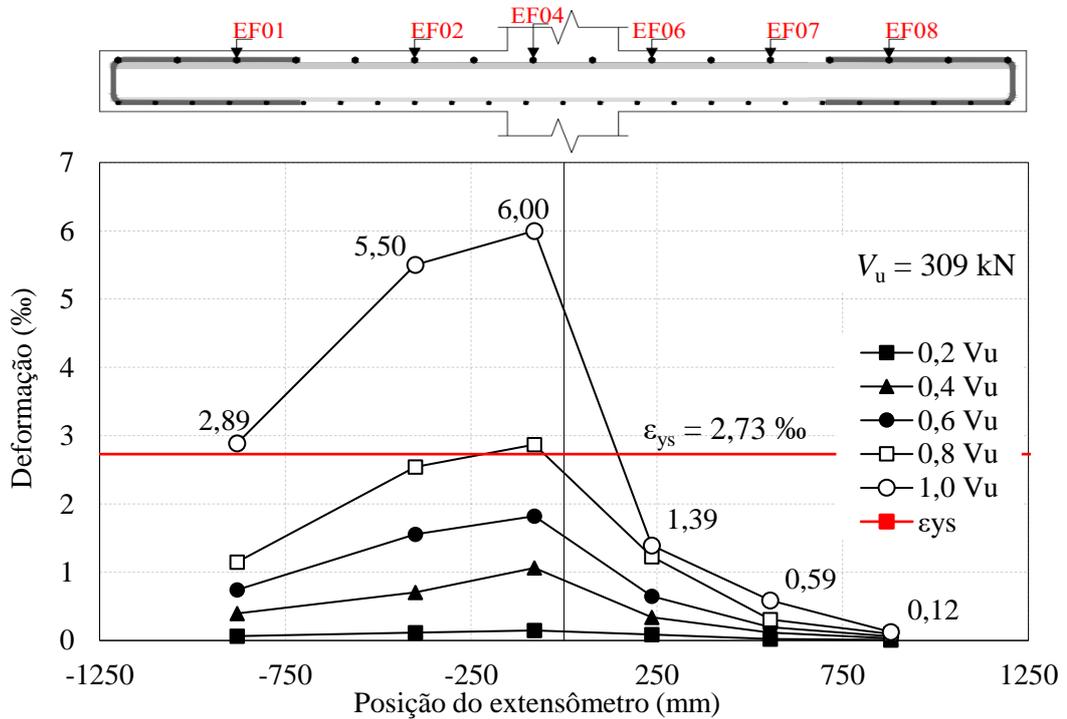


Figura 4.41- Deformação Armaduras *versus* Posição do extensômetro: Laje S15

Observa-se que além de comportamento semelhante entre a aplicação de carga e as deformações obtidas pelos extensômetros, os dispositivos da região oeste das lajes apresentaram maiores deformações últimas do que os da direção leste, com média de 3,3‰ contra 0,9‰ no caso da laje S13, 4,4‰ versus 1,17‰ para laje S14, e 4,3‰ contra 1,3‰ na laje S15.

A laje S15 foi a única laje que apresentou uma deformação superior à de escoamento quando a carga aplicada atingiu 80% da carga de ruptura, registrada pelo dispositivo EF04, as demais barras que escoaram advieram com carga superior a 80% da carga última.

Ao comparar os dispositivos EF01 e EF08, dispostos em lados opostos da laje, constata-se que o extensômetro da região oeste apresentou deformações entre dez e vinte quatro vezes superiores ao dispositivo leste. Logo, constata-se que a parte interna da laje é mais solicitada se comparada as bordas reentrantes, com valores de deformações caindo consideravelmente na borda reentrante da laje.

#### 4.6. DEFORMAÇÕES DAS ARMADURAS DE CISALHAMENTO

A Figura 4.42 indica os pontos de monitoramento das deformações das armaduras de cisalhamento, posicionados de modo alternado na primeira, segunda e terceira camadas das lajes S14 e S15.

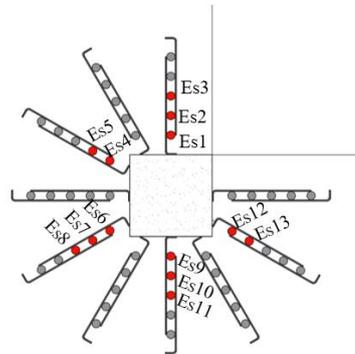


Figura 4.42- Extensômetros na armadura de cisalhamento das lajes S14 e S15

As Figura 4.43 a Figura 4.45 exibem as deformações registradas pelos dispositivos da laje S14, para a primeira, segunda e terceira camada de armadura, respectivamente. Verifica-se que dois extensômetros registraram deformações superiores a deformação de escoamento, são eles o ES1, que se encontra na primeira camada de armadura e próximo a reentrância da laje, e o ES7, dispositivo localizado na segunda camada de armadura e posicionado do lado oposto a reentrância.

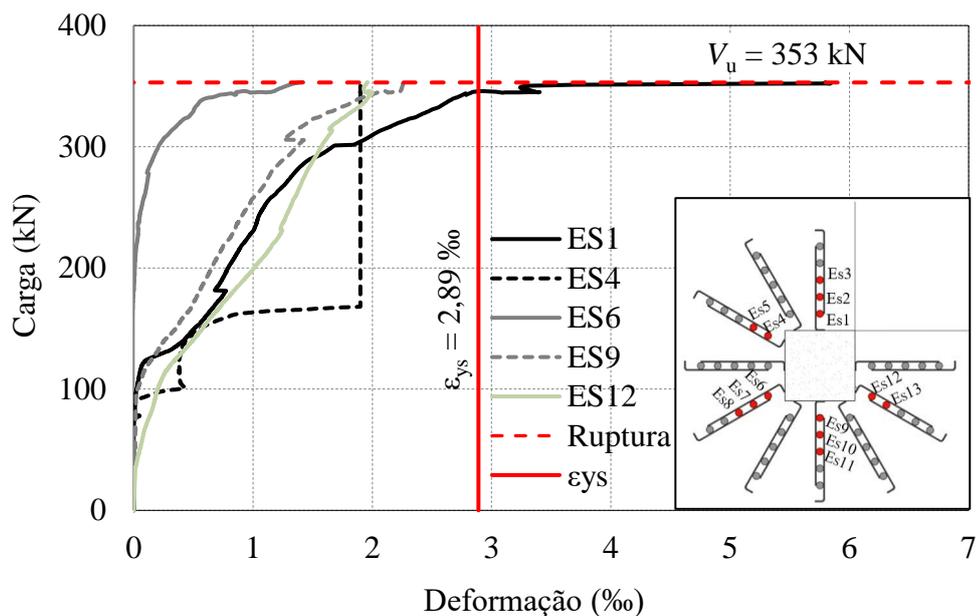


Figura 4.43- Carga versus Deformação: Primeira camada de Studs da Laje S14

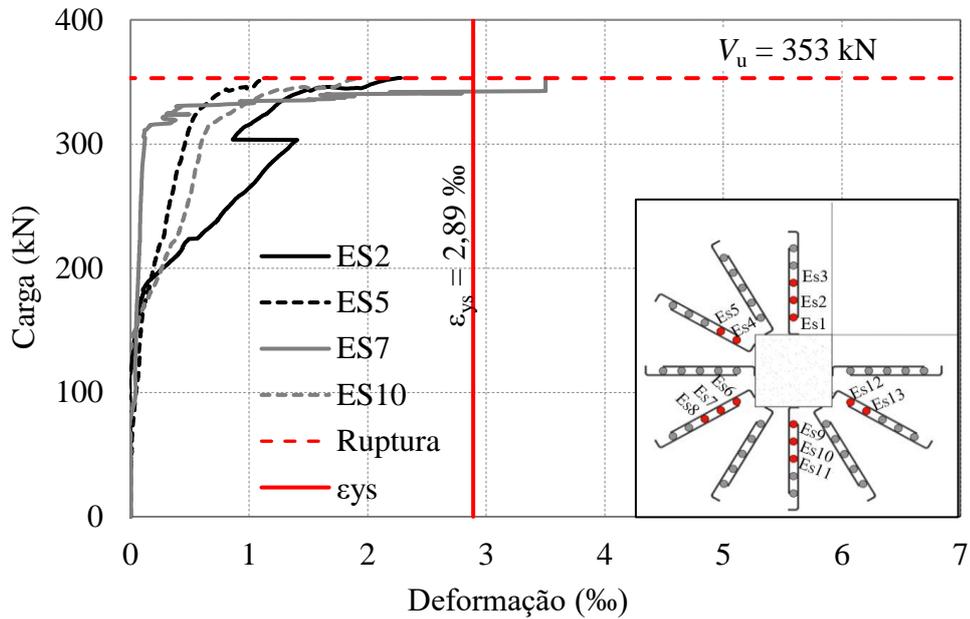


Figura 4.44- Carga versus Deformação: Segunda camada de *Studs* da Laje S14

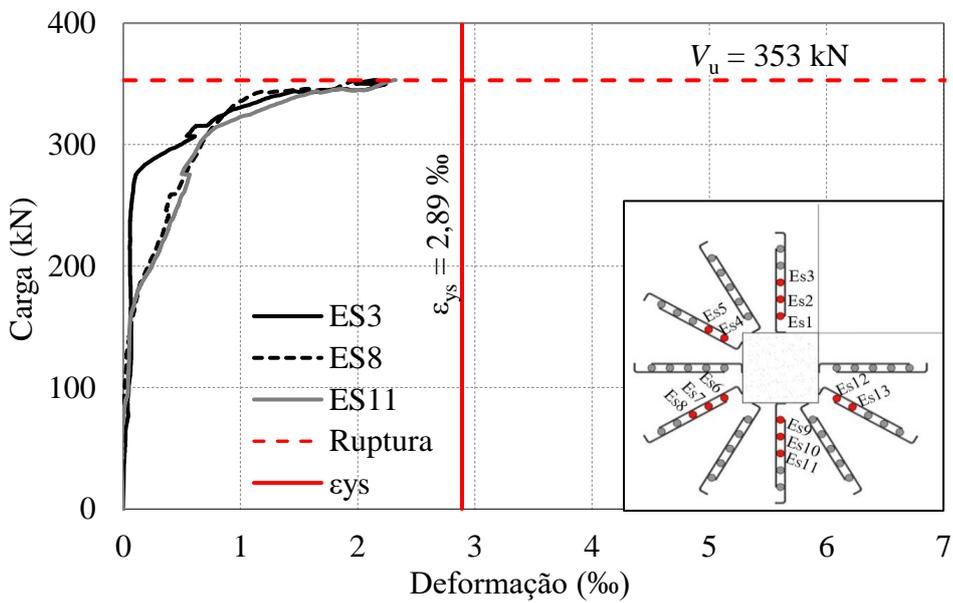


Figura 4.45- Carga versus Deformação: Terceira camada de *Studs* da Laje S14

Com base na Figura 4.43 a Figura 4.45 pode-se averiguar que a primeira camada corresponde a maior sollicitação, os extensômetros desta camada apresentaram deformações médias últimas de 2,7%. Em seguida, em termos de sollicitação, a camada dois e três apresentaram a mesma média de deformações últimas, com valor de 2,2%. O extensômetro ES4 monitorou as

deformações do *stud* o qual estava conectado até uma carga de  $0,48V_u$ , após este ponto o dispositivo foi perdido ficando registrado o último valor de deformação (1,9%).

As Figura 4.46 a Figura 4.48 indicam as deformações das armaduras de cisalhamento monitoradas na laje S15. A primeira camada corresponde a maior média de deformações últimas (3,3%), seguida da segunda (1,8%) e terceira camada (1,0%). Três dispositivos registraram deformações acima da deformação de escoamento, sendo estes o dispositivo ES1, com maior valor de deformação (5,4%), ES4 (3,2%), e o ES9 (2,9%), todos localizados na primeira camada de armaduras.

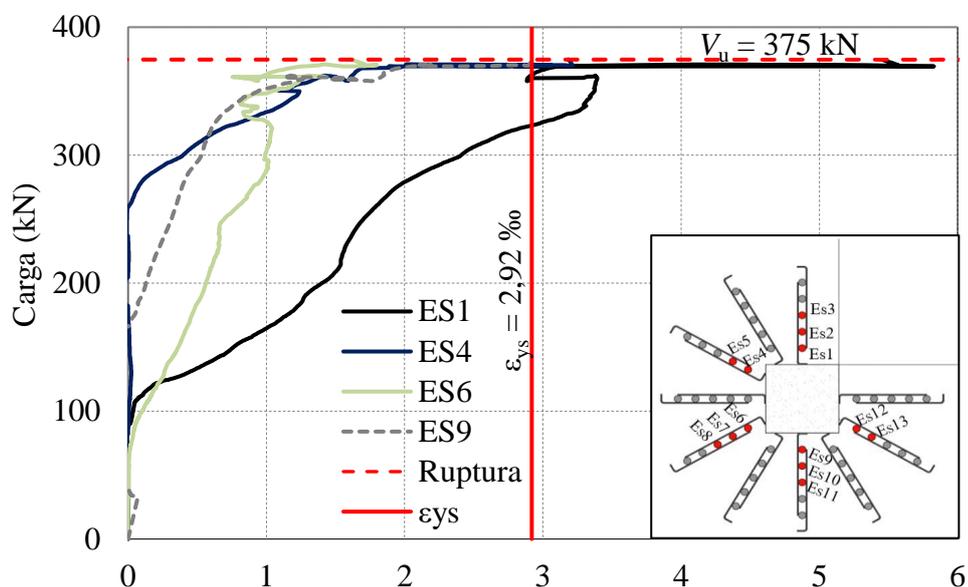


Figura 4.46- Carga *versus* Deformação: Primeira camada de *Studs* da Laje S15

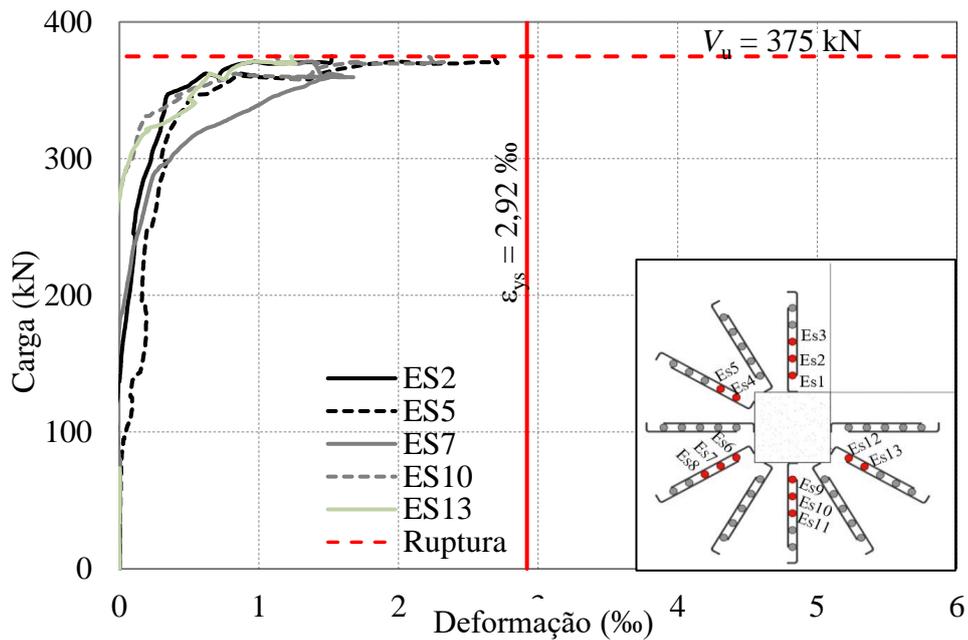


Figura 4.47- Carga versus Deformação: Segunda camada de *Studs* da Laje S15

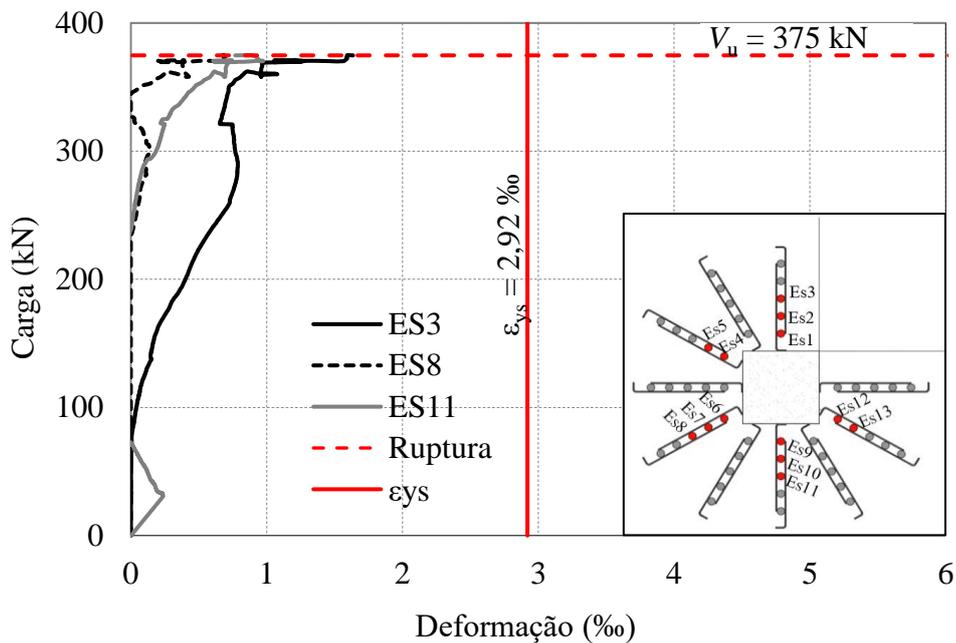


Figura 4.48- Carga versus Deformação: Terceira camada de *Studs* da Laje S15

O dispositivo ES1, tanto para a laje S14, como para a S15, registrou o maior valor de deformação, ao analisar as Figura 4.43 e Figura 4.45 observa-se comportamento semelhante do extensômetro de ambas as lajes, pois próximo a carga de ruptura, o extensômetro monitorou

um pequeno decréscimo de deformação e em seguida, para pequenos acréscimos de carga, deformações maiores são verificadas até o colapso da laje.

Com exceção do extensômetro ES1 da laje S15, os demais dispositivos que registraram deformações superiores a 2,0%, só monitoraram tal comportamento com aplicação de carga superior a 80% da carga de ruptura.

O comportamento das deformações quanto a aplicação de carga, registradas pelos dispositivos da segunda e terceira camada de armaduras de ambas as lajes, indica um padrão semelhante entre si, enquanto a primeira camada apresenta comportamento mais irregular. Em geral, as deformações médias monitoradas durante ensaio da laje S14 apresentaram valor 80% superior às da laje S15, sendo esta última a laje com maior taxa de armadura de cisalhamento.

As tabelas mostradas abaixo exibem as deformações últimas e a relação destas com a deformação de escoamento das armaduras de cisalhamento das lajes S14 e S15 para as direções S-N, SE-NO e SO-NE, respectivamente. O dispositivo ES13 da laje S14 e o ES12 da laje S15 não registraram deformações durante o ensaio, pois foram danificados durante concretagem das lajes.

Tabela 4.1: Deformações últimas dos *studs* e relação entre deformação de escoamento

LAJE S-N	ES11		ES10		ES9		ES1		ES2		ES3	
	$\epsilon_s$	$\epsilon_s/\epsilon_{ys}$										
<b>S14</b>	2,3	0,8	1,9	0,7	2,3	0,8	5,8	2,0	2,3	0,8	2,2	0,7
<b>S15</b>	0,8	0,3	2,2	0,7	2,9	1,0	5,4	1,9	1,5	0,5	1,6	0,6

Tabela 4.2: Deformações últimas dos *studs* e relação entre deformação de escoamento

LAJE SE-NO	ES13		ES12		ES4		ES5	
	$\epsilon_s$	$\epsilon_s/\epsilon_{ys}$	$\epsilon_s$	$\epsilon_s/\epsilon_{ys}$	$\epsilon_s$	$\epsilon_s/\epsilon_{ys}$	$\epsilon_s$	$\epsilon_s/\epsilon_{ys}$
<b>S14</b>	-	-	2,0	0,7	1,9	0,7	1,2	0,4
<b>S15</b>	1,2	0,4	-	-	3,2	1,1	2,7	0,9

Tabela 4.3: Deformações últimas dos *studs* e relação entre deformação de escoamento

LAJE SO-NE	ES8		ES7		ES6	
	$\epsilon_s$	$\epsilon_s/\epsilon_{ys}$	$\epsilon_s$	$\epsilon_s/\epsilon_{ys}$	$\epsilon_s$	$\epsilon_s/\epsilon_{ys}$
<b>S14</b>	2,0	0,7	3,5	1,2	1,4	0,5
<b>S15</b>	0,7	0,2	1,1	0,4	1,6	0,5

A direção S-N exibe a maior solicitação entre as direções de estudo, com valores maiores indicados pelos dispositivos localizados na região norte, diferentemente do que ocorreu com as barras de flexão. As maiores deformações de flexão foram observadas na região oeste, que por simetria da laje, equivale a sua direção sul.

A laje S14, com menor taxa de armadura de cisalhamento, exibiu valores mais elevados de deformações últimas em todas as direções estudadas, com exceção da noroeste. Do lado oposto a reentrância, direção SO-NE, a maior deformação registrada pelos extensômetros para a laje S14 ocorreu na segunda camada de armaduras, enquanto para a laje S15 observou-se maior registro na primeira camada de pinos.

A laje S11 de Albuquerque (2015) apresenta características similares as lajes armadas desta pesquisa, com mesma relação e excentricidade de carga, porém com maior taxa de armadura longitudinal, como mostra a Tabela 2.1.

A laje S11 de Albuquerque (2015) possuía os mesmos pontos de monitoramento indicados na Figura 4.42, com exceção dos dispositivos da terceira camada, pois a pesquisadora monitorou somente as duas primeiras camadas de *studs* em suas lajes armadas. A segunda camada de *studs* da laje S11 apresentou deformações mais elevadas que a primeira, contudo, não foi verificado deformações acima da deformação de escoamento (2,55%). As Figura 4.49 e Figura 4.50 indicam as deformações da primeira e segunda camada de armaduras do elemento estrutural, respectivamente.

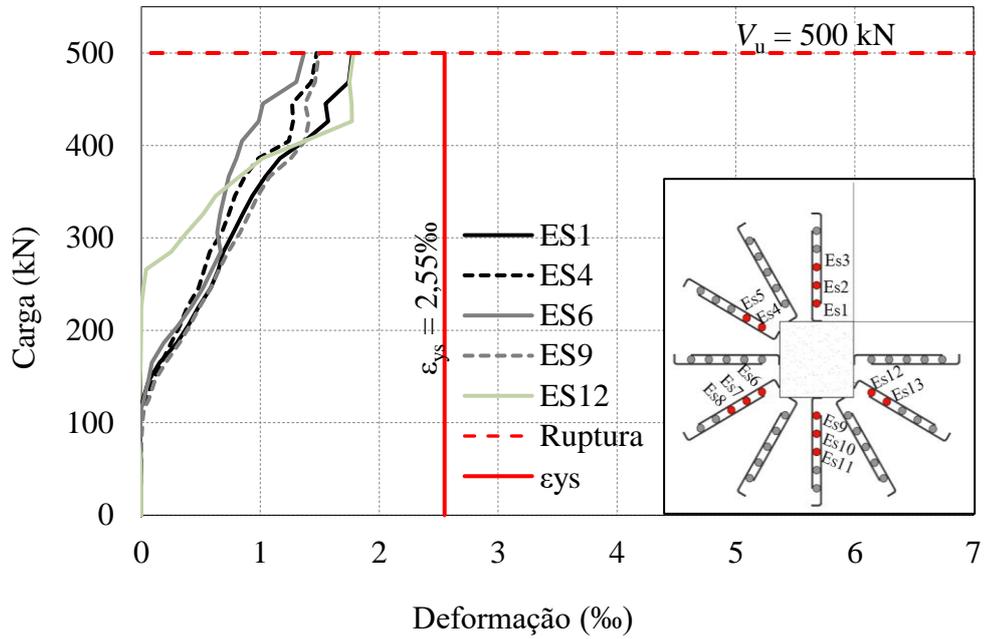


Figura 4.49: Carga *versus* Deformação: Primeira camada de *studs* da Laje S11 (Adaptado, Albuquerque, 2015)

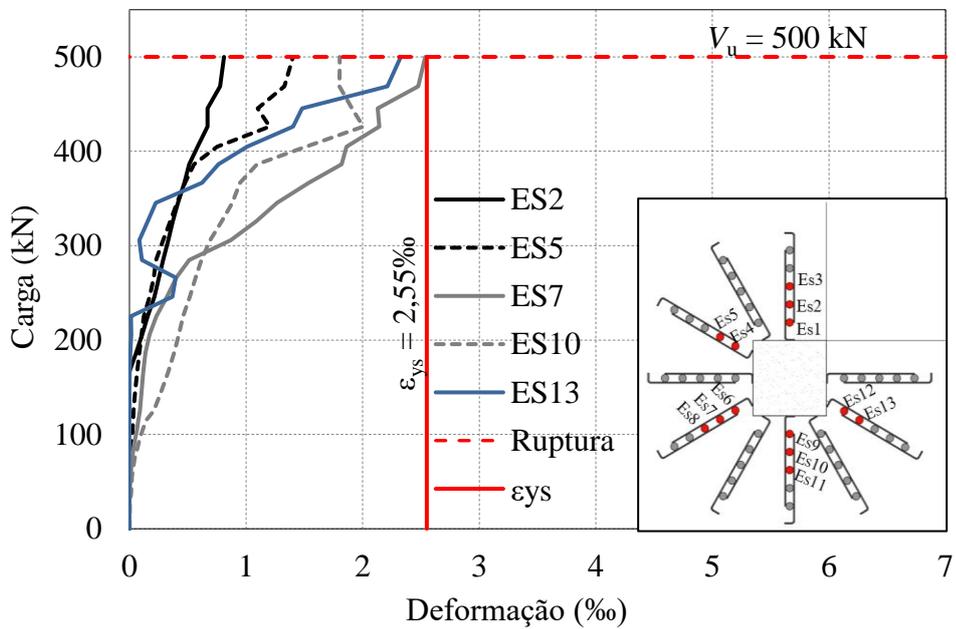


Figura 4.50: Carga *versus* Deformação: Segunda camada de *studs* da Laje S11 (Adaptado, Albuquerque, 2015)

O dispositivo ES7 exibiu a maior deformação entre os pinos controlados da laje, ficando no limiar de escoamento (2,54%). Com exceção deste extensômetro e do ES13, os demais *strain*

*gages* das armaduras transversais registraram deformações inferiores a 2,0%. Desse modo, pode-se inferir que o aumento da taxa de armadura de flexão diminui a solicitação das armaduras de cisalhamento, uma vez que a média das deformações últimas da primeira e segunda camada de *studs* das lajes S14 e S15 foram de 2,50‰ e 2,40‰, respectivamente, enquanto a da laje S11 corresponde a 1,68‰, valor 30% menor se comparar a laje S11 com a S15, que possuía maior taxa de armadura de cisalhamento, e 33% inferior quando comparada a laje S14.

A Tabela 4.4 exhibe as deformações últimas e a relação destas com a deformação de escoamento das armaduras de cisalhamento da laje S11 para as direções S-N, SE-NO e SO-NE, respectivamente.

Tabela 4.4: Deformações últimas dos *studs* e relação entre deformação de escoamento – S11 de acordo com Albuquerque (2015)

Direção/Deformação	$\epsilon_s$	$\epsilon_s/\epsilon_{ys}$	$\epsilon_s$	$\epsilon_s/\epsilon_{ys}$	$\epsilon_s$	$\epsilon_s/\epsilon_{ys}$	$\epsilon_s$	$\epsilon_s/\epsilon_{ys}$
S-N	ES10		ES9		ES1		ES2	
	1,80	0,71	1,49	0,58	1,77	0,69	0,81	0,32
SE-NO	ES13		ES12		ES4		ES5	
	2,33	0,91	1,78	0,70	1,47	0,58	1,40	0,55
SO-NE	ES7		ES6					
	2,54	1,00	1,40	0,55	-	-	-	-

Diferentemente das lajes armadas desta pesquisa, a direção sul da laje S11 apresentou maiores deformações que a região norte, este comportamento também foi verificado pelas barras de flexão da laje. Enquanto as maiores deformações dos pinos apontadas pelos dispositivos das lajes S14 e S15 ocorreram na região norte destas lajes, a S11 apresentou maior solicitação na direção sudeste, o que ambas possuem em comum é o fato de se localizarem próximo as reentrâncias das lajes.

#### 4.7. DEFORMAÇÕES NA SUPERFÍCIE DO CONCRETO

Nesta seção serão apresentados os valores das deformações no concreto durante a aplicação de carga das lajes. As Figura 4.51 a Figura 4.63 indicam as deformações monitoradas por todos os

pontos de estudo, as deformações radiais e tangenciais do concreto das lajes S13, S14 e S15, respectivamente.

Nenhum dispositivo registrou deformação no concreto maior que a deformação de esmagamento, adotada pela NBR 6118 (2014) e Eurocode 2 (2004) para concretos com classes superiores a C50 em 3,26‰ e 3,31‰, respectivamente, e pelo ACI, em 3,0‰. As maiores deformações de compressão no concreto foram monitoradas pelos dispositivos EC03 da laje S14, EC03 e EC06 da S15, com valores de 2,2‰, 1,8‰ e 1,8‰, respectivamente. A maior deformação monitorada pelos extensômetros posicionados na face inferior das lajes foi obtida pelo dispositivo EC1 da laje S15, e corresponde a uma deformação de tração com valor estimado em 2,7‰ no momento da ruptura da laje.

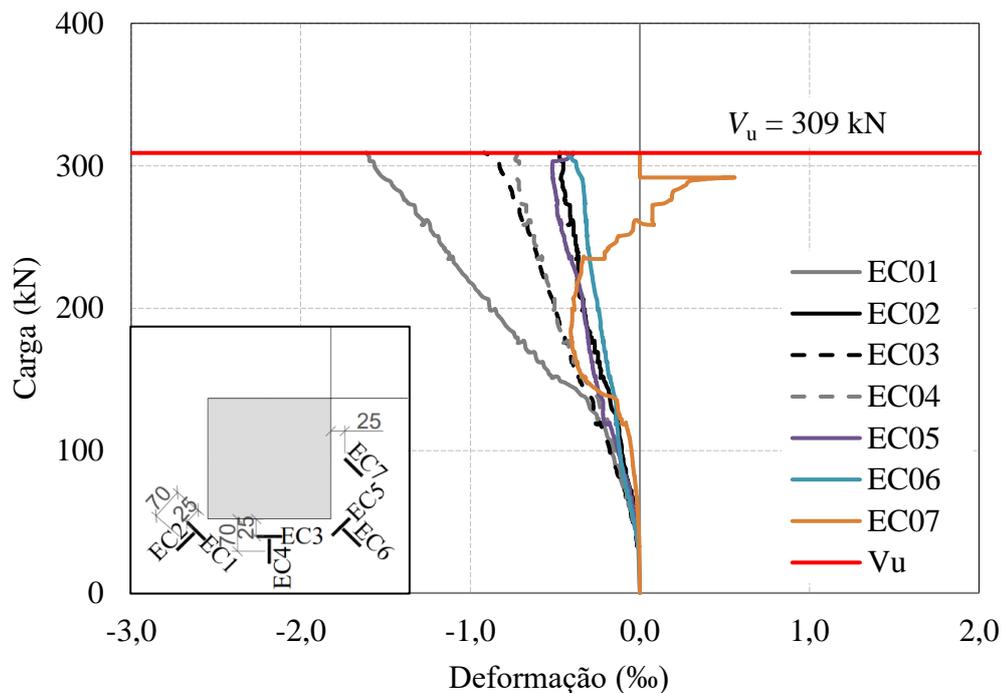


Figura 4.51- Carga versus Deformação: Superfície do concreto da Laje S13

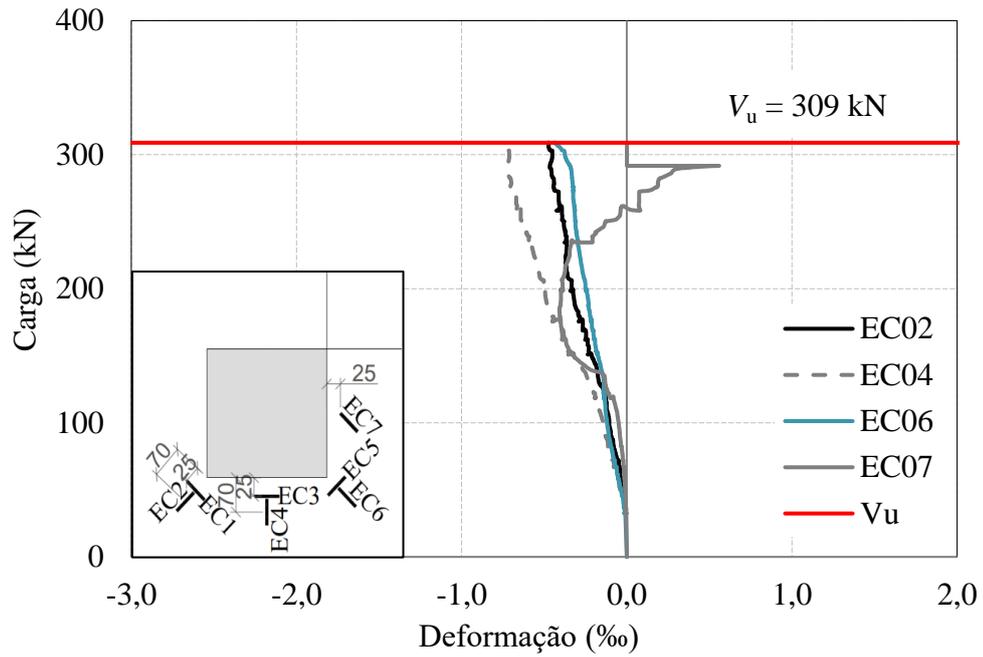


Figura 4.52- Carga *versus* Deformação: Superfície do concreto da Laje S13 com distribuição radial

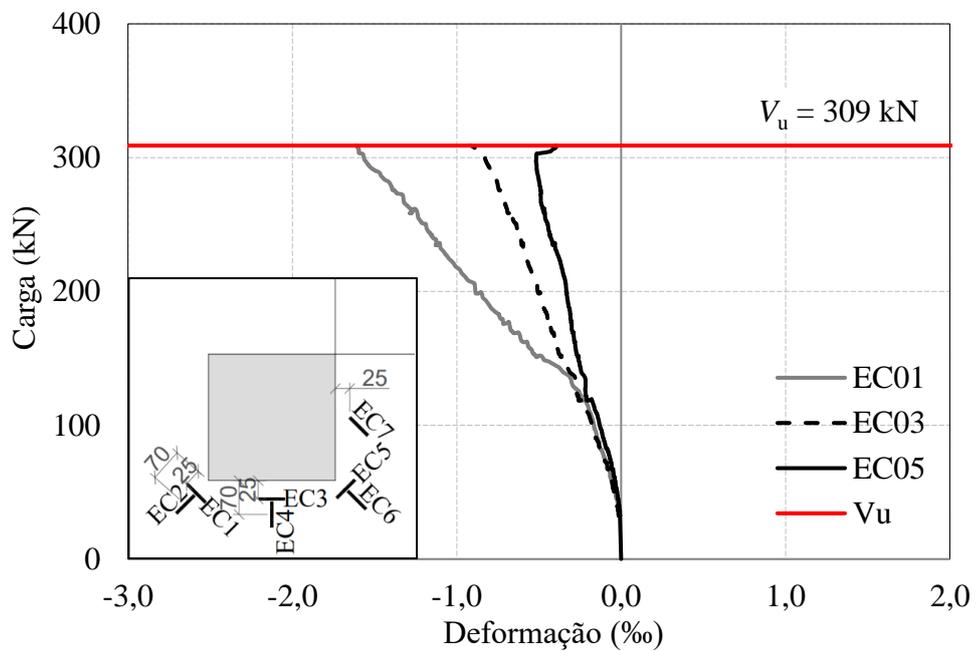


Figura 4.53- Carga *versus* Deformação: Superfície do concreto da Laje S13 com distribuição tangencial

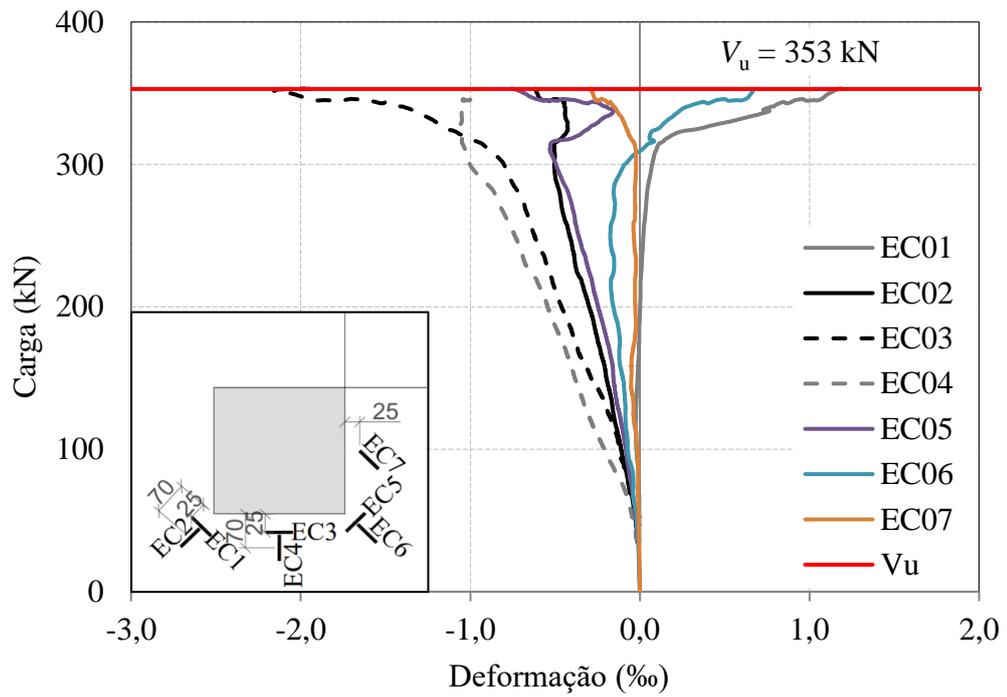


Figura 4.54- Carga versus Deformação: Superfície do concreto da Laje S14

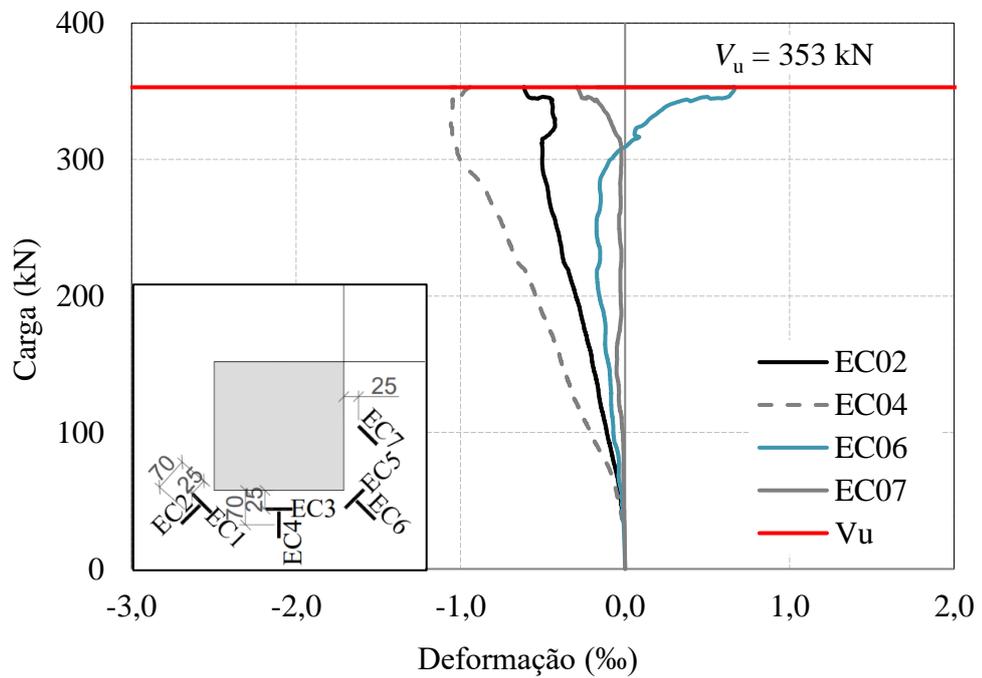


Figura 4.55- Carga versus Deformação: Superfície do concreto da Laje S14 com distribuição radial

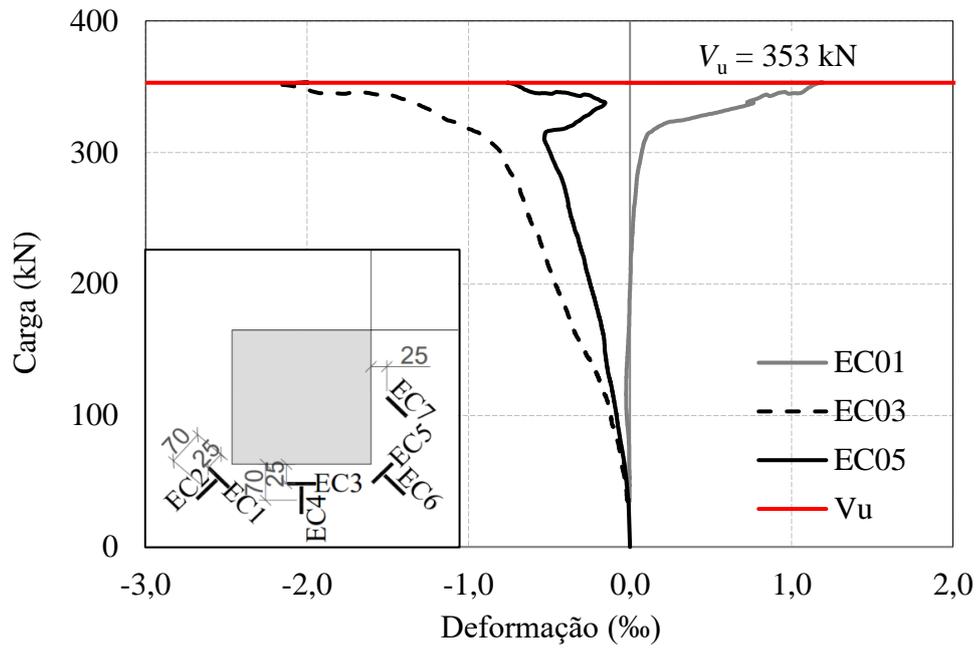


Figura 4.56- Carga *versus* Deformação: Superfície do concreto da Laje S14 com distribuição tangencial

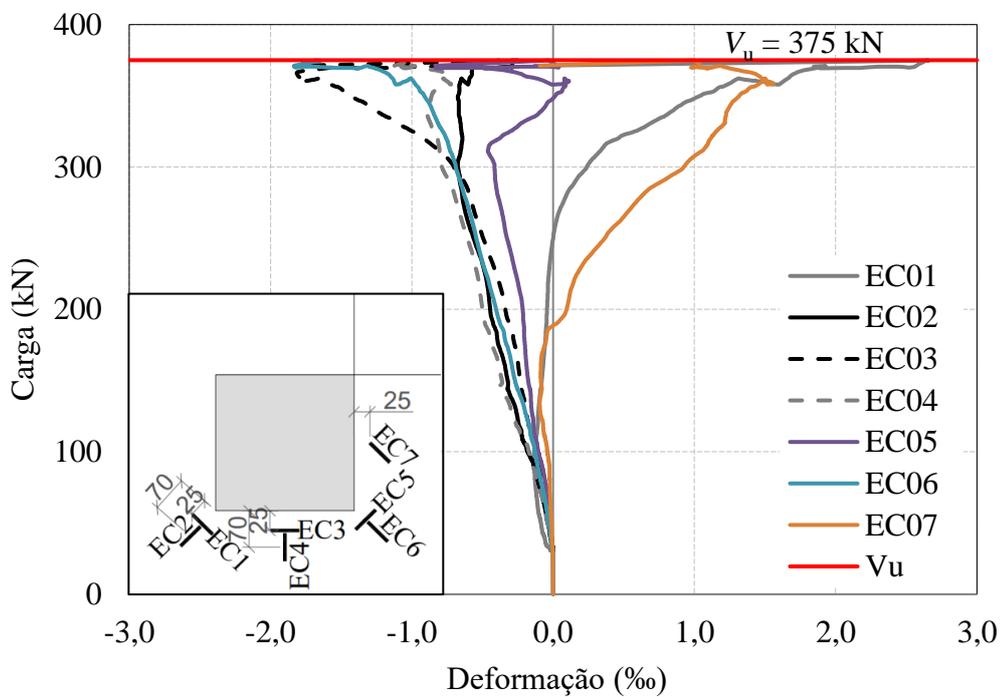


Figura 4.57- Carga *versus* Deformação: Superfície do concreto da Laje S15

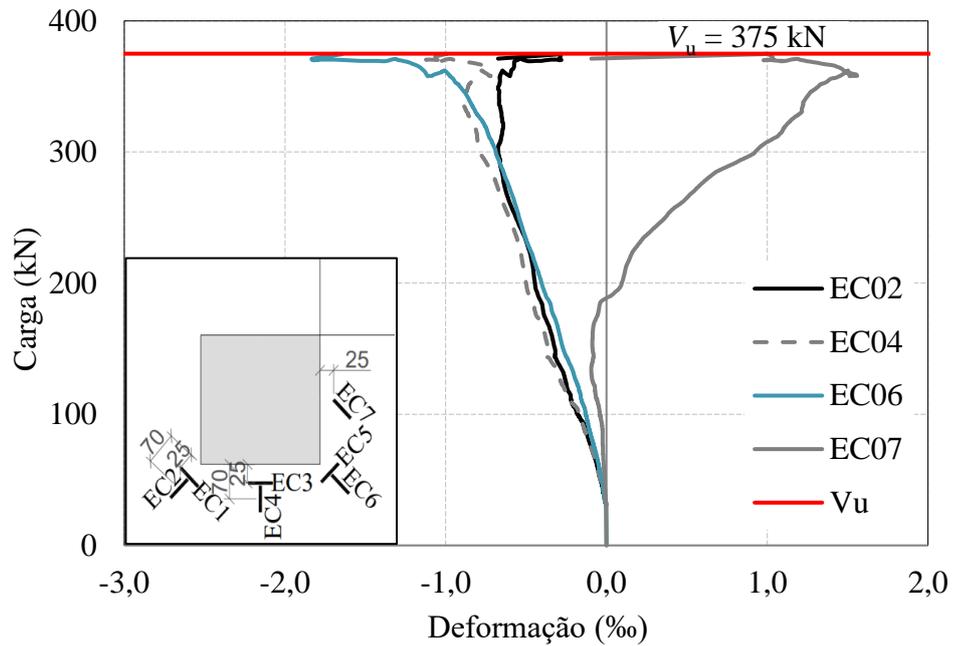


Figura 4.58- Carga *versus* Deformação: Superfície do concreto da Laje S15 com distribuição radial

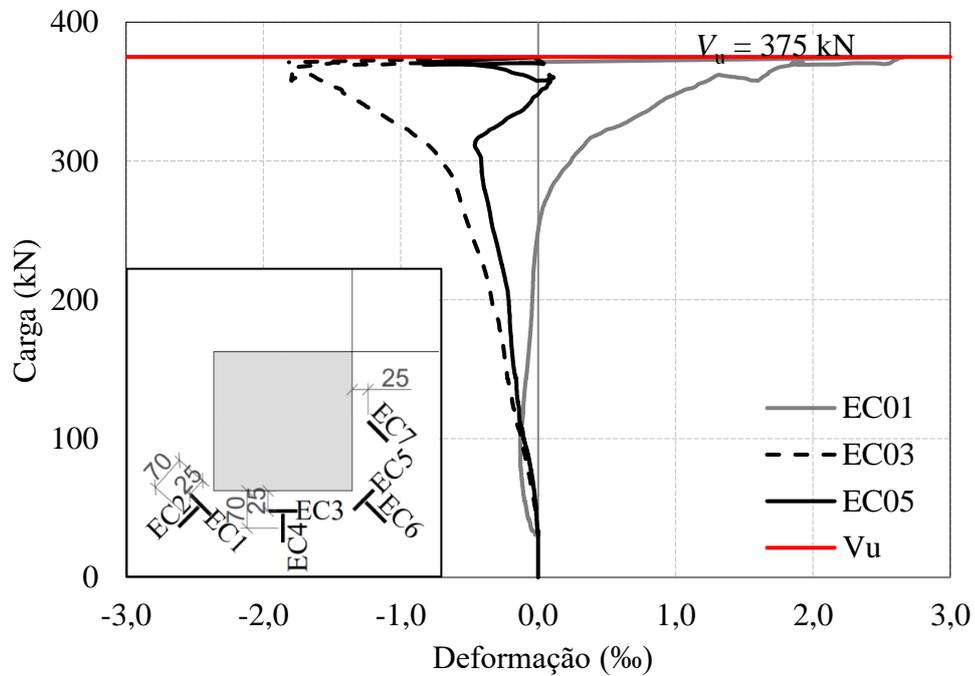


Figura 4.59- Carga *versus* Deformação: Superfície do concreto da Laje S15 com distribuição tangencial

A laje S13 apresentou os menores valores de deformações na superfície do concreto, com valor máximo de 1,6‰, registrado pelo dispositivo EC01 que se posiciona tangencialmente no contorno do pilar. O extensômetro radial EC07 indicou deformação de tração com carga superior a  $0,84V_u$ , enquanto os demais extensômetros da laje de referência apresentaram deformações inferiores a 1,0‰ no momento de ruptura do elemento estrutural.

A laje S14 exibiu o maior valor de deformação na superfície do concreto (2,2‰) monitorada pelo extensômetro tangencial EC3. Tanto o dispositivo EC01, como o EC6 monitoraram deformações de tração no valor de 1,2‰ e 0,7‰, respectivamente, no momento da ruptura da laje, os demais extensômetros apresentaram valores de deformações de compressão inferiores a 1,0‰ durante o colapso da estrutura.

Conforme Figura 4.59 e Figura 4.60, os dispositivos EC01 e EC07 da laje S15 monitoraram deformações de tração a partir de uma carga superior a  $0,68V_u$ , no primeiro caso, e  $0,48 V_u$ , no segundo, os extensômetros permaneceram com valores positivos de deformações até o colapso da laje. As maiores deformações de compressão da laje S15 foram registradas pelo extensômetro tangencial EC03 e radial EC06, ambos apresentaram deformações de compressão no valor de 1,8‰ pouco antes do colapso da laje, enquanto os demais indicaram valores de deformações iguais ou inferiores a 1,0‰.

A Tabela 4.5 apresenta as deformações na superfície do concreto das lajes S13, S14 e S15, respectivamente, no momento da ruptura. Em seguida, a Tabela 4.6 exibe os valores das cargas onde foi observado o alívio das tensões radiais.

Tabela 4.5: Deformação Última: Superfície do concreto da laje S13

Def./Disp.	EC01	EC02	EC03	EC04	EC05	EC06	EC07
$\epsilon_{cu, S13}$	-1,6	-0,5	-0,9	-0,7	-0,4	-0,4	0,0
$\epsilon_{cu, S14}$	1,2	-0,6	-1,9	-0,9	-0,8	0,7	-0,3
$\epsilon_{cu, S15}$	2,7	-0,3	-0,2	-1,0	-0,1	-1,6	1,0

De acordo com a Tabela 4.5 o dispositivo tangencial EC01 de ambas as lajes armadas registrou deformações de tração, tais extensômetros exibiram baixos valores de deformações de compressão, em torno de 0,1‰, e em seguida, para cargas de  $0,62V_u$  e  $0,68V_u$  apresentaram deformações positivas para as lajes S14 e S15, respectivamente.

Tabela 4.6: Relação entre a carga de alívio das tensões radiais e a carga última

LAJE	Vu (kN)	EC02		EC04		EC06		EC07	
		V	V/Vu	V	V/Vu	V	V/Vu	V	V/Vu
S13	319	-	-	-	-	-	-	186	0,58
S14	353	320	0,91	300	0,85	286	0,81	-	-
S15	375	300	0,80	352	0,94	-	-	179	0,48

- : Dispositivo não apresentou descompressão;  
V: Carga a partir da qual se observa descompressão.

Todos os dispositivos radiais que apresentaram descompressão registrada pelos extensômetros, com exceção do EC07, indicaram redução das deformações de compressão a partir de uma carga de  $0,8V_u$ . Segundo Muttoni (2008) pouco antes da ruptura por punção, tensões de tração podem ser observadas na face inferior da laje, como registrado pelos extensômetros EC07 da laje S13 e EC06 da laje S14. A explicação para tal comportamento estaria no desenvolvimento de uma biela em forma de cotovelo ao longo da fissura crítica de cisalhamento com um tirante posicionado no sentido horizontal, conforme Figura 4.60.

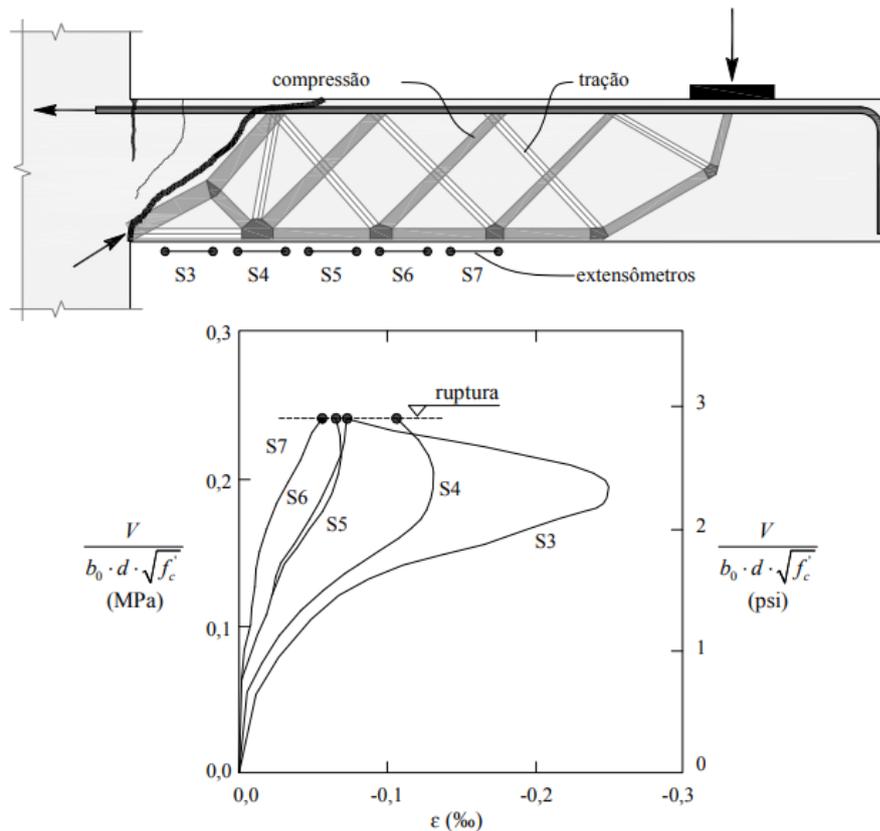


Figura 4.60: Modelo de bielas e tirantes para ruptura por punção, Muttoni, 2008, *apud* Ferreira, 2010.

As lajes S1, S3 e S11 de Albuquerque (2015) foram submetidas a mesma relação e excentricidade de carga que as lajes ensaiadas nesta pesquisa, como mostra a Tabela 2.1. Albuquerque (2015) utilizou duas disposições diferentes de extensômetros na superfície do concreto.

Na laje S1, esses extensômetros foram posicionados com maior espaçamento e distantes dos pilares, já na laje S11 os instrumentos foram posicionados mais próximos ao pilar. Os resultados não foram considerados satisfatórios para a primeira configuração, uma vez que a deformação máxima de compressão observada atingiu cerca de 0,59%. Enquanto que na segunda distribuição alguns dispositivos registram deformações de compressão superiores a 2,0%.

Assim, as Figura 4.61 e Figura 4.62 apresentam os resultados das deformações na superfície do concreto das lajes S3 e S11, respectivamente.

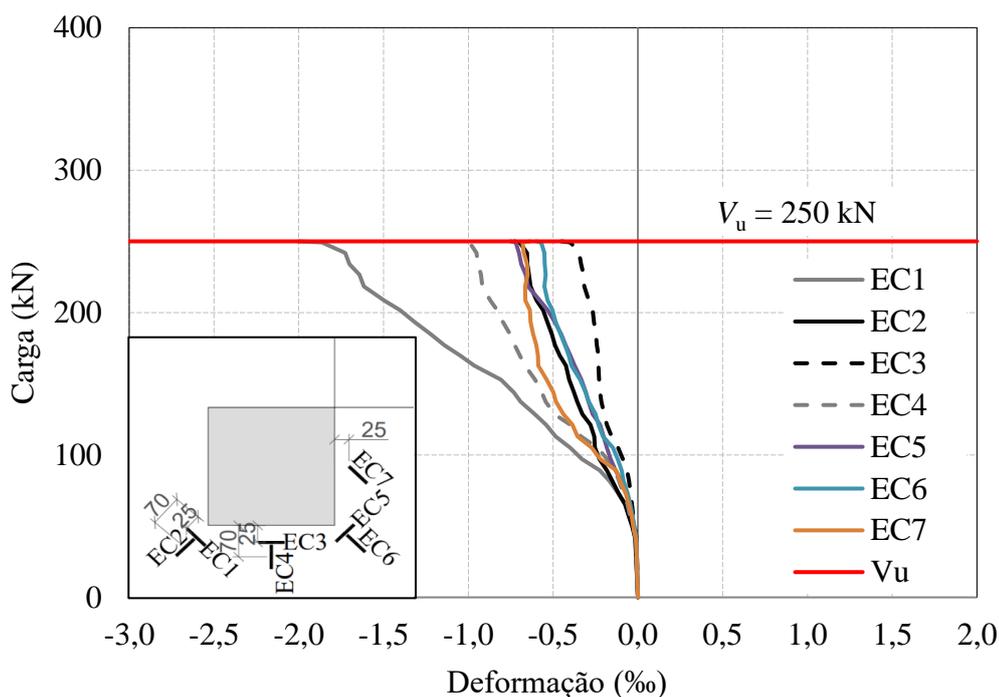


Figura 4.61: Carga *versus* Deformação: Superfície do concreto da Laje S3 (Adaptado, Albuquerque, 2015)

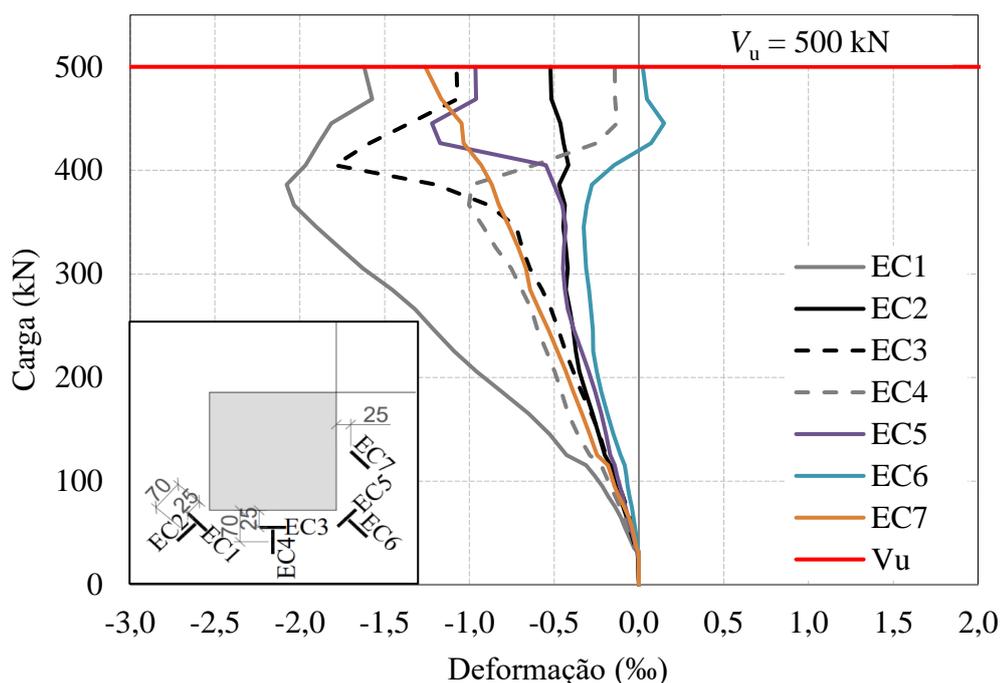


Figura 4.62: Carga *versus* Deformação: Superfície do concreto da Laje S11 (Adaptado, Albuquerque, 2015)

Em ambas as lajes o extensômetro tangencial EC1 apresentou a maior leitura de deformação, com valor de 2,0‰ para a laje S3 e 2,08‰ para a laje S11. Na laje sem armadura de cisalhamento não é observado uma descompressão dos instrumentos, como notado na laje S11, que ao atingir uma carga acima de  $0,8V_u$ , todos os dispositivos, com exceção do EC2 e EC7 indicaram alívio nas deformações de compressão, até mesmo com o extensômetro radial EC6 apresentando deformação de tração próximo a ruptura da laje.

A maior deformação registrada pela laje S13 também foi verificada pelo dispositivo tangencial EC01, com valor inferior ao indicado pelas lajes anteriores (1,61‰), enquanto as lajes armadas S14 e S15 apresentaram maiores deformações no ponto monitorado pelo extensômetro tangencial EC3, com valores de 2,16‰ e 1,81‰, respectivamente.

Os dispositivos de ambas as lajes de referências não apresentaram descompressão, com exceção do EC7 da laje S13. Ao passo que a maioria dos dispositivos das lajes armadas das duas pesquisas proporcionaram tal comportamento, até mesmo monitorado pelos extensômetros tangenciais, como observado nas Figura 4.50, Figura 4.54 e Figura 4.57.

#### 4.8. ROTAÇÕES

As rotações foram calculadas por meio dos deslocamentos fornecidos pelos instrumentos L12, L6, L3, L11 e L9, localizados nas extremidades das lajes nas direções Norte (N), Noroeste (NO), Sudoeste (SO), Sul (S), e Sudeste (SE), respectivamente. As Figura 4.63, Figura 4.64 e Figura 4.65, apresentam as rotações das lajes S13, S14 e S15 nas direções citadas.

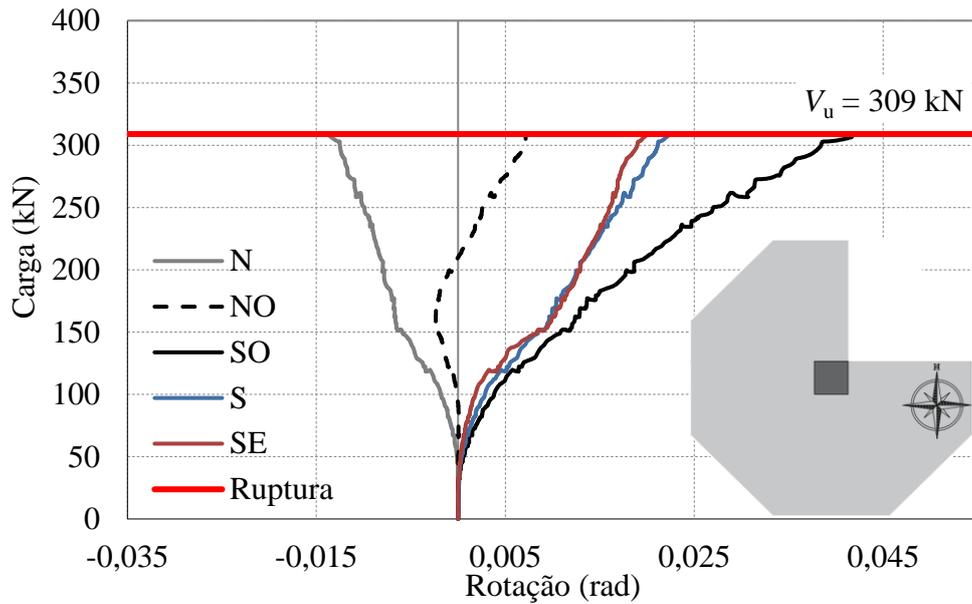


Figura 4.63: Carga versus Rotação: Laje S13

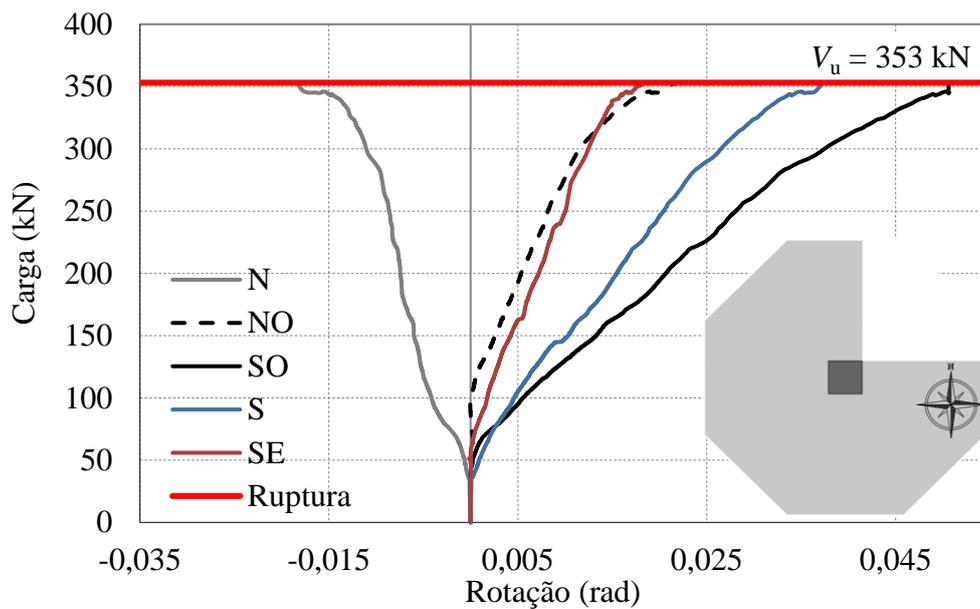


Figura 4.64: Carga versus Rotação: Laje S14

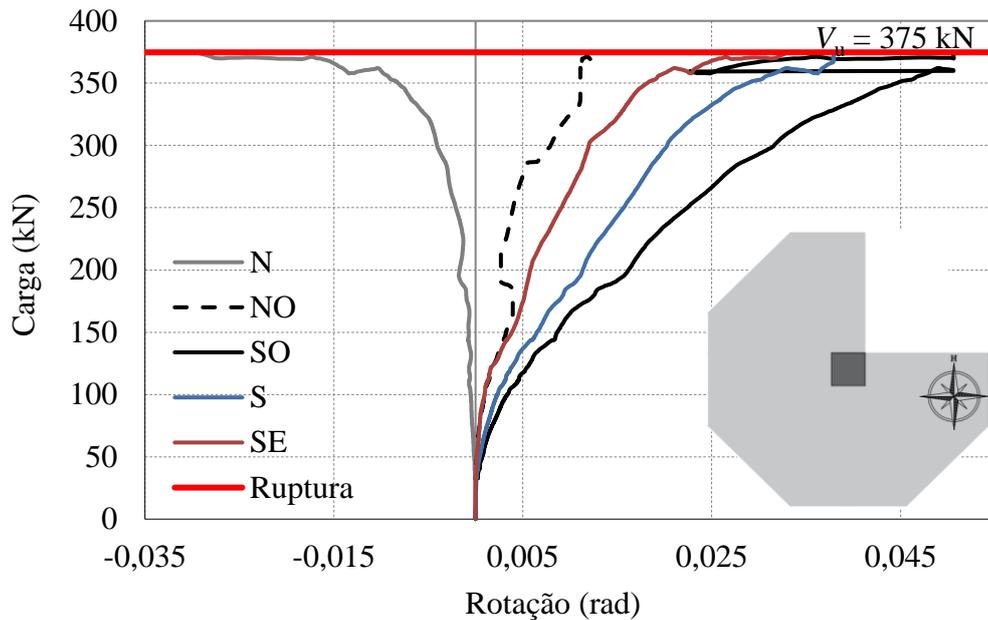


Figura 4.65: Carga versus Rotação: Laje S15

A direção norte apresentou rotação negativa em todas as lajes em decorrência do levantamento registrado pelo LVDT12. Ao comparar a direção norte com a sul, observa-se padrão semelhante de rotação, com valores últimos bem próximos, no entanto, a ocorrência advém em sentidos opostos.

Próximo a ruptura da laje S15, a rotação diminui consideravelmente e logo em seguida retorna a aumentar, este padrão também pode ser observado pelo gráfico carga versus deslocamento, ilustrado pela Figura 4.23. Tal comportamento pode ser explicado pela redução da excentricidade observada próximo a ruptura da laje, como mostra a Figura 4.1 (carga versus excentricidade da laje S15), acredita-se que tal fato se deve à abertura abrupta do cone de punção.

#### 4.9. RESISTÊNCIA À FLEXÃO

A Figura 4.66 apresenta a linha de ruptura das lajes ensaiadas nesta pesquisa e por Albuquerque (2015) conforme apresentado por Siqueira *et al.* (2023). Por meio da teoria das charneiras plásticas pode-se determinar a carga resistente à flexão das lajes ( $V_{flex}$ ), partindo do equilíbrio entre o trabalho interno e o trabalho externo, conforme as equações:

$$\dot{W}_i = 2 \cdot m_R \cdot \dot{\psi}_2 \cdot \left( \frac{c}{\cos(\beta)} \cdot \frac{\cos(\alpha)}{\sin(\beta-\alpha)} + c + \frac{l_2}{\cos(\alpha)} \cdot \frac{\cos(\beta)}{\sin(\beta-\alpha)} + \frac{l_1 \cdot \sqrt{2}}{2} \right) \quad \text{Equação 4.1}$$

$$\dot{W}_e = 2 \cdot \dot{\psi}_2 \cdot \left( P_1 \cdot d_1 + (P_2 \cdot d_2 + P_2 \cdot d_3) \cdot \frac{\cos \alpha}{\sin(\beta-\alpha)} \right) \quad \text{Equação 4.2}$$

Os ângulos  $\beta$  e  $\alpha$ , assim como as distâncias perpendiculares  $d_1$ ,  $d_2$  e  $d_3$  são determinados de modo a minimizar a carga de ruptura, sendo determinados por:

$$d_1 = r_1 \cdot \sin\left(\gamma_3 - \frac{\pi}{2}\right) \quad \text{Equação 4.3}$$

$$d_2 = r_2 \cdot \sin(\gamma_1 - \beta) \quad \text{Equação 4.4}$$

$$d_3 = r_2 \cdot \sin(\gamma_2 - \beta) \quad \text{Equação 4.5}$$

Em que os ângulos  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$  e  $\gamma_3$  valem  $115.30^\circ$ ,  $154.70^\circ$  e  $220.22^\circ$ , respectivamente. As rotações são calculadas através das seguintes expressões:

$$\dot{\psi}_1 = \frac{\dot{\psi}_2 \cdot \cos \alpha}{\sin(\beta-\alpha)} \quad \text{Equação 4.6}$$

$$\dot{\psi}_3 = \frac{\dot{\psi}_2 \cdot \cos(\beta)}{\sin(\beta-\alpha)} \quad \text{Equação 4.7}$$

$$\dot{\psi}_4 = \sqrt{2} \cdot \dot{\psi}_2 \quad \text{Equação 4.8}$$

De modo que ao realizar a igualdade entre a taxa de trabalho interno e trabalho externo, tem-se, para  $P_1 = \lambda P_2$ :

$$P_2 = m_R \cdot \frac{\frac{c}{\cos(\beta)} \cdot \frac{\cos(\alpha)}{\sin(\beta-\alpha)} + c + \frac{l_2}{\cos(\alpha)} \cdot \frac{\cos(\beta)}{\sin(\beta-\alpha)} + \frac{l_1 \cdot \sqrt{2}}{2}}{\lambda \cdot d_1 + (d_2 + d_3) \cdot \frac{\cos \alpha}{\sin(\beta-\alpha)}} \quad \text{Equação 4.9}$$

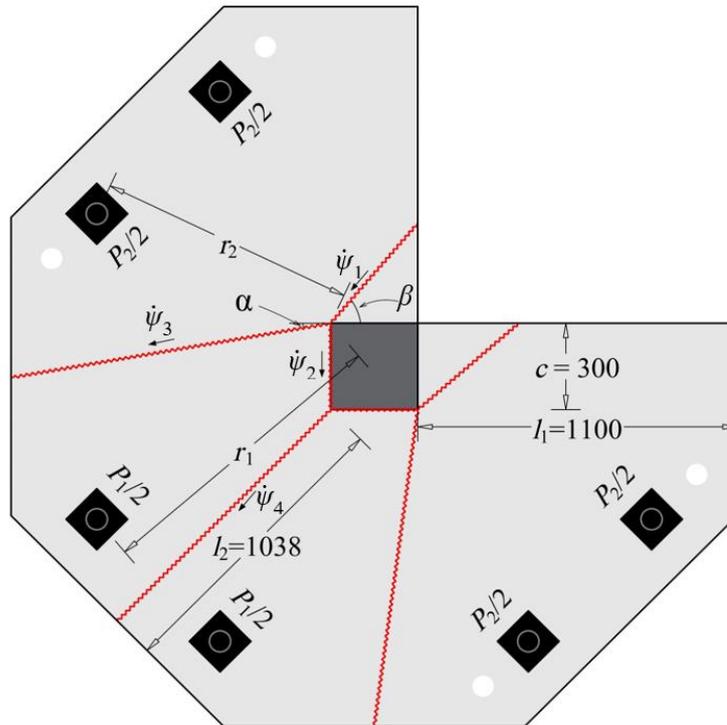


Figura 4.66: Linha de Ruptura das Lajes segundo Siqueira *et al.* (2023)

Portanto:

$$V_{flex} = 6 \cdot m_R \cdot \frac{\frac{c}{\cos(\beta)} \cdot \frac{\cos(\alpha)}{\sin(\beta-\alpha)} + c + \frac{l_2}{\cos(\alpha)} \cdot \frac{\cos(\beta)}{\sin(\beta-\alpha)} + \frac{l_1 \cdot \sqrt{2}}{2}}{\lambda \cdot d_1 + (d_2 + d_3) \cdot \frac{\cos \alpha}{\sin(\beta-\alpha)}} \quad \text{Equação 4.10}$$

Na qual:

$\lambda = 1$  para lajes com relação de carga  $P_2/P_1 = 1$

$\lambda = 2$  para lajes com relação de carga  $P_2/P_1 = 0,50$

$\lambda = 1/1,5$  para lajes com relação de carga  $P_2/P_1 = 1,50$

Conforme Simões (2018) o momento resistente é estimado a partir da expressão:

$$m_R = \rho \cdot d^2 \cdot f_y \cdot \left( 1 - \frac{\rho f_y}{2 f_{cp}} \right) \quad \text{Equação 4.11}$$

$$f_{cp} = f_{ck} \left( \frac{30}{f_{ck}} \right)^{1/3}$$

Equação 4.12

A Tabela 4.7 apresenta a resistência à flexão ( $V_{flex}$ ) das lajes desta pesquisa, calculada através da Equação 4.10, e a relação desta com as cargas de ruptura obtidas nos ensaios.

Tabela 4.7: Resistência à flexão e Relação com carga última de ensaio

Laje	$V_u$ (kN)	$V_{flex}$ (kN)	$V_u/V_{flex}$
S13	309	386	0,80
S14	353	386	0,91
S15	375	386	0,97

## 5. ANÁLISES DAS EXPRESSÕES NORMATIVAS

Nesta seção serão apresentadas as estimativas da resistência das lajes calculadas através das prescrições normativas ABNT NBR 6118 (2014) e (2023), Eurocode 2 (2004), prEC2 (2022), ACI 318 (2019), e *fib* Model Code 2010 (2013). Além das lajes estudadas nesta pesquisa, as lajes ensaiadas por Albuquerque (2015) farão parte do banco de dados, de modo que um total de 15 lajes serão analisadas, com características indicadas na Tabela 5.1.

Tabela 5.1: Características das lajes – Banco de Dados

Autor	Laje	$d$ (mm)	$\rho$ (%)	$f_c$ (MPa)	N° de Camadas	N° de Linhas	$\phi$ (mm)	$s_0$ (mm)	$s_r$ (mm)	$\rho_{sw}$ (%)	$V_u$ (kN)	$\frac{P_2}{P_1}$	$e_{ens}$ (mm)
Albuquerque (2015)	S1	148,0	1,49	48	-	-	-				325	0,5	500
	S2	147,0	1,49	48	-	-	-				372	1,0	349
	S3	142,5	0,67	44	-	-	-				250	0,5	504
	S4	144,5	0,65	44	-	-	-				282	1,0	343
	S5	141,0	1,00	44	-	-	-				358	1,0	349
	S6	145,5	0,94	44	-	-	-				345	1,0	347
	S7	145,0	0,95	43	-	-	-				345	1,5	268
	S8	148,0	1,49	48	3	10	8,0	70	100	0,30	513	1,0	352
	S9	144,5	1,55	48	4	10	10,0	70	100	0,47	575	1,0	349
	S10	147,5	1,50	43	5	13	10,0	60	90	0,68	550	1,0	349
	S11	147,4	1,50	43	5	10	10,0	70	90	0,52	500	0,5	498
	S12	146,5	1,51	43	5	10	10,0	70	90	0,53	640	1,5	267
Cartaxo (2023)	S13	144	0,96	53	-	-	-	-	-	-	309	0,5	511
	S14	144	0,96	53	5	10	8.0	72	72	0,42	353	0,5	501
	S15	144	0,96	53	5	10	10.0	72	72	0,66	375	0,5	451

Os resultados serão avaliados através da relação  $V_u/V_{Norma}$ , o qual representa a razão entre a carga de ruptura experimental e a carga estimada pela respectiva normativa. A classificação das estimativas quanto a segurança obedecerá a metodologia qualitativa proposta por Oliveira (2013), que corresponde a verificação da relação  $V_u/V_{Norma}$  considerando uma margem de até 5% contra a segurança, conforme Tabela 5.2.

Tabela 5.2: Classificação da relação  $V_u/V_{Norma}$  quanto a segurança (Oliveira, 2013)

CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO DA SEGURANÇA	CLASSIFICAÇÃO
$V_u/V_{Norma} < 0,95$	INSEGURO
$0,95 \leq V_u/V_{Norma} \leq 1,25$	PRECISO
$1,25 < V_u/V_{Norma} \leq 1,40$	SATISFATÓRIO
$V_u/V_{Norma} > 1,40$	CONSERVADOR

### 5.1. ABNT NBR 6118 (2014)

O modelo de cálculo adotado pela ABNT NBR 6118 (2014) assume uma distribuição plástica de tensões de cisalhamento, o modelo corresponde à verificação do cisalhamento em duas ou mais superfícies críticas definidas no entorno de forças concentradas, de modo que são feitas as seguintes verificações: compressão diagonal do concreto ( $V_{R,max}$ ), tração diagonal em lajes sem armadura de cisalhamento ( $V_{R,c}$ ) e em lajes com armadura de cisalhamento ( $V_{R,cs}$ ), e tração diagonal na região externa à armadura de cisalhamento ( $V_{R,out}$ ).

A norma propõe a utilização de perímetros reduzidos para pilares de borda e canto, deste modo, quatro casos foram analisados ao adotar diferentes situações de cálculo nas equações indicadas na subseção 2.4.1, com coeficientes de segurança unitários, são eles:

**Caso 1:** Utilizou-se o perímetro crítico reduzido para cada superfície de controle. O módulo de resistência plástica ( $W_p$ ) foi calculado para a superfície C'.

**Caso 2:** Utilizou-se o perímetro crítico completo para cada superfície de controle. O  $W_p$  foi calculado para a superfície C'.

**Caso 3:** Utilizou-se o perímetro crítico reduzido para cada superfície de controle. O  $W_p$  foi calculado para cada superfície de controle.

**Caso 4:** Utilizou-se o perímetro crítico completo para cada superfície de controle. O  $W_p$  foi calculado para cada superfície de controle.

Em todos os casos a excentricidade foi considerada em relação ao centro de gravidade do perímetro crítico, assim como o cálculo do módulo de resistência plástica. As Tabela 5.3 a Tabela 5.6 apresentam os resultados das cargas últimas das lajes e a relação entre estas e as estimadas para os casos 1, 2, 3 e 4, respectivamente.

Tabela 5.3: Estimativas ABNT NBR 6118 (2014) para o Caso 1

Laje	$V_{R,max}$ (kN)	$V_{R,c}$ (kN)	$V_{R,cs}$ (kN)	$V_{R,out}$ (kN)	$V_{R,NBR}$ (kN)	$V_u$ (kN)	$\frac{V_u}{V_{NBR}}$
S1	1004	305	-	-	305	325	1,06
S2	1087	361	-	-	361	372	1,03
S3	891	212	-	-	212	250	1,18
S4	995	259	-	-	259	282	1,09
S5	971	291	-	-	291	358	1,23
S6	1001	297	-	-	297	345	1,16
S7	1035	329	-	-	329	345	1,05
S13	1030	254	-	-	254	309	1,22
S8	1093	279	531	516	516	513	0,99
S9	1063	273	656	570	570	575	1,01
S10	1000	269	836	655	655	550	0,84
S11	920	227	594	528	528	500	0,95
S12	1046	299	784	798	784	640	0,82
S14	1036	198	477	375	375	353	0,94
S15	1067	209	672	408	408	375	0,92
Lajes sem armadura de cisalhamento				Média			1,13
				COV			0,07
Lajes com armadura de cisalhamento				Média			0,92
				COV			0,08

Tabela 5.4: Estimativas ABNT NBR 6118 (2014) para o Caso 2

Laje	$V_{R,max}$ (kN)	$V_{R,c}$ (kN)	$V_{R,cs}$ (kN)	$V_{R,out}$ (kN)	$V_{R,NBR}$ (kN)	$V_u$ (kN)	$\frac{V_u}{V_{NBR}}$
S1	1224	326	-	-	326	325	1,00
S2	1353	391	-	-	391	372	0,95
S3	1083	227	-	-	227	250	1,10
S4	1237	280	-	-	280	282	1,01
S5	1207	315	-	-	315	358	1,14
S6	1251	322	-	-	322	345	1,07
S7	1305	360	-	-	360	345	0,96
S13	1250	271	-	-	271	309	1,14
S8	1359	302	543	544	543	513	0,95
S9	1321	296	661	597	597	575	0,96
S10	1244	291	833	685	685	550	0,80
S11	1122	242	589	521	521	500	0,96
S12	1318	327	796	842	796	640	0,80
S14	1259	211	474	390	390	353	0,91
S15	1305	224	662	425	425	375	0,88
Lajes sem armadura de cisalhamento				Média			1,05
				COV			0,07
Lajes com armadura de cisalhamento				Média			0,89
				COV			0,08

Tabela 5.5: Estimativas ABNT NBR 6118 (2014) para o Caso 3

Laje	$V_{R,max}$ (kN)	$V_{R,c}$ (kN)	$V_{R,cs}$ (kN)	$V_{R,out}$ (kN)	$V_{R,NBR}$ (kN)	$V_u$ (kN)	$\frac{V_u}{V_{NBR}}$
S1	472	305	-	-	305	325	1,06
S2	585	361	-	-	361	372	1,03
S3	422	212	-	-	212	250	1,18
S4	538	259	-	-	259	282	1,09
S5	533	291	-	-	291	358	1,23
S6	544	297	-	-	297	345	1,16
S7	615	329	-	-	329	345	1,05
S13	480	254	-	-	254	309	1,22
S8	584	279	531	637	531	513	0,97
S9	573	273	655	741	573	575	1,00
S10	536	269	836	854	536	550	1,03
S11	434	227	594	794	434	500	1,15
S12	618	299	784	931	618	640	1,04
S14	486	198	477	557	477	353	0,74
S15	521	209	672	584	521	375	0,72
Lajes sem armadura de cisalhamento				Média			1,13
				COV			0,07
Lajes com armadura de cisalhamento				Média			0,95
				COV			0,17

Tabela 5.6: Estimativas ABNT NBR 6118 (2014) para o Caso 4

Laje	$V_{R,max}$ (kN)	$V_{R,c}$ (kN)	$V_{R,cs}$ (kN)	$V_{R,out}$ (kN)	$V_{R,NBR}$ (kN)	$V_u$ (kN)	$\frac{V_u}{V_{NBR}}$
S1	515	326	-	-	326	325	1,00
S2	654	391	-	-	391	372	0,95
S3	461	227	-	-	227	250	1,10
S4	601	280	-	-	280	282	1,01
S5	597	315	-	-	315	358	1,14
S6	609	322	-	-	322	345	1,07
S7	701	360	-	-	360	345	0,96
S13	523	271	-	-	271	309	1,14
S8	652	302	543	681	543	513	0,95
S9	641	296	661	789	641	575	0,90
S10	599	291	833	905	599	550	0,92
S11	475	242	589	779	475	500	1,05
S12	703	327	796	992	703	640	0,91
S14	531	211	474	589	474	353	0,74
S15	572	224	662	619	572	375	0,65
Lajes sem armadura de cisalhamento				Média			1,05
				COV			0,07
Lajes com armadura de cisalhamento				Média			0,87
				COV			0,15

Para todos os cenários estudados, as lajes não armadas ao cisalhamento apresentaram estimativas precisas, com valores variando de 1,03 a 1,23 para os casos que foi utilizado perímetro crítico reduzido (casos 1 e 3). Apesar dos casos 2 e 4 apresentarem valores inferiores a 1 para as lajes não reforçadas à punção, S2 e S7, tais estimativas ainda podem ser consideradas precisas de acordo com classificação adotada na Tabela 5.2.

Dentre os cenários estudados, o caso 3 apresentou-se como o mais preciso, tendo em vista que treze das quinze lajes analisadas exibiram relação carga de ensaio por carga estimada entre 0,97 e 1,23. No entanto, o presente caso indicou que para lajes armadas à punção com uma baixa taxa de armadura longitudinal, características das lajes S14 e S15, as previsões foram contra a segurança, e distam, significativamente, das demais lajes.

Ao analisar as Tabela 5.3 a Tabela 5.6 percebe-se que a utilização do perímetro crítico completo tende a tornar as estimativas da norma menos seguras, uma vez que a médias das relações entre cargas de ensaio e estimadas, nos casos 2 e 4, apresentaram-se com valores inferiores a 1.

## 5.2. ABNT NBR 6118 (2023)

A revisão da ABNT NBR 6118 introduziu algumas restrições relacionadas a taxa de armadura longitudinal e *size effect*. De modo que as expressões indicadas no subitem 2.4.1 são adaptadas para:

$\rho$  - Taxa geométrica de armadura de flexão aderente, dada por:  $\sqrt{\rho_x \rho_y} \leq 0,02$ ;

$\xi$  - *Size effect*, obtido pela expressão:  $\xi = \left( 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \right) \leq 2$ .

As taxas das armaduras longitudinais das lajes estudadas possuem valores inferiores a 0,02, dessa forma, apenas o *size effect* apresenta influência no cálculo das estimativas. Os valores atualizados para os quatro casos estudados são apresentados nas Tabela 5.7 a Tabela 5.10.

Tabela 5.7: Estimativas ABNT NBR 6118 (2023) para o Caso 1

Laje	$V_{R,max}$ (kN)	$V_{R,c}$ (kN)	$V_{R,cs}$ (kN)	$V_{R,out}$ (kN)	$V_{R,NBR}$ (kN)	$V_u$ (kN)	$\frac{V_u}{V_{NBR}}$
S1	1004	282	-	-	282	325	1,15
S2	1087	333	-	-	333	372	1,12
S3	891	194	-	-	194	250	1,29
S4	995	238	-	-	238	282	1,19
S5	971	265	-	-	265	358	1,35
S6	1005	273	-	-	273	345	1,26
S7	1035	303	-	-	303	345	1,14
S13	1030	233	-	-	233	309	1,33
S8	1093	258	510	477	477	513	1,08
S9	1063	251	633	523	523	575	1,10
S10	1000	248	815	605	605	550	0,91
S11	920	209	577	487	487	500	1,03
S12	1046	276	761	736	736	640	0,87
S14	1036	181	461	345	345	353	1,02
S15	1067	192	655	375	375	375	1,00
Lajes sem armadura de cisalhamento	Média						1,23
	COV						0,07
Lajes com armadura de cisalhamento	Média						1,00
	COV						0,08

Tabela 5.8: Estimativas ABNT NBR 6118 (2023) para o Caso 2

Laje	$V_{R,max}$ (kN)	$V_{R,c}$ (kN)	$V_{R,cs}$ (kN)	$V_{R,out}$ (kN)	$V_{R,NBR}$ (kN)	$V_u$ (kN)	$\frac{V_u}{V_{NBR}}$
S1	1224	301	-	-	301	325	1,08
S2	1353	361	-	-	361	372	1,03
S3	1083	208	-	-	208	250	1,20
S4	1237	257	-	-	257	282	1,10
S5	1207	288	-	-	288	358	1,24
S6	1251	296	-	-	296	345	1,16
S7	1305	331	-	-	331	345	1,04
S13	1250	249	-	-	249	309	1,24
S8	1359	279	520	503	503	513	1,02
S9	1321	272	637	549	549	575	1,05
S10	1244	269	811	633	633	550	0,87
S11	1122	224	571	481	481	500	1,04
S12	1318	302	770	777	770	640	0,83
S14	1259	194	457	358	358	353	0,99
S15	1305	206	643	391	391	375	0,96
Lajes sem armadura de cisalhamento	Média						1,14
	COV						0,08
Lajes com armadura de cisalhamento	Média						0,96
	COV						0,09

Tabela 5.9: Estimativas ABNT NBR 6118 (2023) para o Caso 3

Laje	$V_{R,max}$ (kN)	$V_{R,c}$ (kN)	$V_{R,cs}$ (kN)	$V_{R,out}$ (kN)	$V_{R,NBR}$ (kN)	$V_u$ (kN)	$\frac{V_u}{V_{NBR}}$
S1	472	282	-	-	282	325	1,15
S2	585	333	-	-	333	372	1,12
S3	422	194	-	-	194	250	1,29
S4	538	238	-	-	238	282	1,19
S5	533	265	-	-	265	358	1,35
S6	544	273	-	-	273	345	1,26
S7	615	303	-	-	303	345	1,14
S13	480	233	-	-	233	309	1,33
S8	584	258	510	589	510	513	1,01
S9	573	251	633	681	573	575	1,00
S10	536	248	815	789	536	550	1,03
S11	434	209	577	733	434	500	1,15
S12	618	276	761	859	618	640	1,04
S14	486	181	461	511	461	353	0,77
S15	521	192	655	536	521	375	0,72
Lajes sem armadura de cisalhamento	Média						1,23
	COV						0,07
Lajes com armadura de cisalhamento	Média						0,96
	COV						0,16

Tabela 5.10: Estimativas ABNT NBR 6118 (2023) para o Caso 4

Laje	$V_{R,max}$ (kN)	$V_{R,c}$ (kN)	$V_{R,cs}$ (kN)	$V_{R,out}$ (kN)	$V_{R,NBR}$ (kN)	$V_u$ (kN)	$\frac{V_u}{V_{NBR}}$
S1	515	301	-	-	301	325	1,08
S2	654	361	-	-	361	372	1,03
S3	461	208	-	-	208	250	1,20
S4	601	257	-	-	257	282	1,10
S5	597	288	-	-	288	358	1,24
S6	609	296	-	-	296	345	1,16
S7	701	331	-	-	331	345	1,04
S13	523	249	-	-	249	309	1,24
S8	652	279	520	630	520	513	0,99
S9	641	272	637	725	637	575	0,90
S10	599	269	811	837	599	550	0,92
S11	475	224	571	720	475	500	1,05
S12	703	302	770	914	703	640	0,91
S14	531	194	457	541	457	353	0,77
S15	572	206	643	568	568	375	0,66
Lajes sem armadura de cisalhamento	Média						1,14
	COV						0,08
Lajes com armadura de cisalhamento	Média						0,89
	COV						0,15

A limitação do *size effect* tornou as estimativas da norma mais seguras, uma vez que a média das relações entre cargas de ensaio e estimada foi elevada em torno de 9% para todos os casos. O caso 1, que na versão anterior apresentou quatro casos contra a segurança, com a atualização indicou redução para dois casos, tornando as estimativas das lajes S14 e S15 precisas. Para tal caso, as lajes que apresentaram valores contra segurança tinham como características: Laje S10, maior taxa de armadura transversal dentre as lajes da pesquisa; Laje S12, terceira maior taxa de armadura transversal e menor excentricidade de ensaio dentre as lajes estudadas.

O caso 3, que antes apresentou-se como melhor cenário para cálculo, não exibiu mudanças significativas, permanecendo as lajes S14 e S15 com valores estimados contra a segurança. Enquanto as estimativas das lajes não armadas são classificadas 50% em precisas e os outros 50% em satisfatórias.

### 5.3. EUROCODE 2 (2004)

O modelo de cálculo utilizado pelo Eurocode 2 (2004) é semelhante ao da ABNT NBR 6118 (2023), deste modo os mesmos casos indicados anteriormente foram analisados. Os valores das estimativas obtidas pelas equações exibidas no subitem 2.4.2 são apresentados nas Tabela 5.11 a Tabela 5.14.

Tabela 5.11: Estimativas Eurocode 2 (2004) para o Caso 1

Laje	$V_{R,max}$ (kN)	$V_{R,c}$ (kN)	$V_{R,cs}$ (kN)	$V_{R,out}$ (kN)	$V_{R,EC2}$ (kN)	$V_u$ (kN)	$\frac{V_u}{V_{EC2}}$
S1	893	279	-	-	279	325	1,16
S2	966	330	-	-	330	372	1,13
S3	792	192	-	-	192	250	1,30
S4	884	235	-	-	235	282	1,20
S5	863	262	-	-	262	358	1,36
S6	894	270	-	-	270	345	1,28
S7	920	299	-	-	299	345	1,15
S13	915	231	-	-	231	309	1,34
S8	972	332	490	473	473	513	1,09
S9	945	322	484	554	484	575	1,19
S10	889	319	479	667	479	550	1,15
S11	817	269	404	542	404	500	1,24
S12	930	355	532	752	532	640	1,20
S14	921	233	350	395	350	353	1,01
S15	948	247	370	420	370	375	1,01
Lajes sem armadura de cisalhamento				Média			1,24
				COV			0,07
Lajes com armadura de cisalhamento				Média			1,13
				COV			0,08

Tabela 5.12: Estimativas Eurocode 2 (2004) para o Caso 2

Laje	$V_{R,max}$ (kN)	$V_{R,c}$ (kN)	$V_{R,cs}$ (kN)	$V_{R,out}$ (kN)	$V_{R,EC2}$ (kN)	$V_u$ (kN)	$\frac{V_u}{V_{EC2}}$
S1	1088	298	-	-	298	325	1,09
S2	1202	357	-	-	357	372	1,04
S3	963	205	-	-	205	250	1,22
S4	1099	255	-	-	255	282	1,11
S5	1073	285	-	-	285	358	1,26
S6	1112	293	-	-	293	345	1,18
S7	1160	328	-	-	328	345	1,05
S13	1111	246	-	-	246	309	1,26
S8	1208	359	500	499	499	513	1,03
S9	1174	349	611	524	524	575	1,10
S10	1106	345	778	518	518	550	1,06
S11	997	287	548	431	431	500	1,16
S12	1172	388	738	582	582	640	1,10
S14	1119	249	438	373	373	353	0,95
S15	1160	265	616	397	397	375	0,94
Lajes sem armadura de cisalhamento				Média			1,15
				COV			0,08
Lajes com armadura de cisalhamento				Média			1,05
				COV			0,08

Tabela 5.13: Estimativas Eurocode 2 (2004) para o Caso 3

Laje	$V_{R,max}$ (kN)	$V_{R,c}$ (kN)	$V_{R,cs}$ (kN)	$V_{R,out}$ (kN)	$V_{R,EC2}$ (kN)	$V_u$ (kN)	$\frac{V_u}{V_{EC2}}$
S1	419	279	-	-	279	325	1,16
S2	520	330	-	-	330	372	1,13
S3	375	192	-	-	192	250	1,30
S4	478	235	-	-	235	282	1,20
S5	474	262	-	-	262	358	1,36
S6	484	270	-	-	270	345	1,28
S7	547	299	-	-	299	345	1,15
S13	427	231	-	-	231	309	1,34
S8	519	332	490	507	490	513	1,05
S9	509	322	484	603	484	575	1,19
S10	477	319	479	725	477	550	1,15
S11	386	269	404	628	386	500	1,30
S12	549	355	532	774	532	640	1,20
S14	432	233	350	451	350	353	1,01
S15	463	247	370	473	370	375	1,01
Lajes sem armadura de cisalhamento				Média			1,24
				COV			0,07
Lajes com armadura de cisalhamento				Média			1,13
				COV			0,10

Tabela 5.14: Estimativas Eurocode 2 (2004) para o Caso 4

Laje	$V_{R,max}$ (kN)	$V_{R,c}$ (kN)	$V_{R,cs}$ (kN)	$V_{R,out}$ (kN)	$V_{R,EC2}$ (kN)	$V_u$ (kN)	$\frac{V_u}{V_{EC2}}$
S1	458	298	-	-	298	325	1,09
S2	581	357	-	-	357	372	1,04
S3	410	205	-	-	205	250	1,22
S4	534	255	-	-	255	282	1,11
S5	530	285	-	-	285	358	1,26
S6	541	293	-	-	293	345	1,18
S7	623	328	-	-	328	345	1,05
S13	465	246	-	-	246	309	1,26
S8	580	359	500	543	500	513	1,03
S9	569	349	524	644	524	575	1,10
S10	533	345	518	771	518	550	1,06
S11	422	287	431	662	422	500	1,18
S12	625	388	582	827	582	640	1,10
S14	472	249	373	476	373	353	0,95
S15	509	265	397	502	397	375	0,94
Lajes sem armadura de cisalhamento				Média			1,15
				COV			0,08
Lajes com armadura de cisalhamento				Média			1,05
				COV			0,08

Assim como as estimativas da ABNT NBR 6118 (2023), as lajes não armadas ao cisalhamento apresentaram valores estimados de resistências classificados entre precisos e satisfatórios. Enquanto os cálculos das lajes armadas foram mais seguros para o caso 1 e caso 3, e menos eficientes para os casos 2 e 4 de ambas as lajes, o que indica que a utilização do perímetro completo tende a tornar as estimativas menos seguras.

Embora o cálculo do módulo de resistência plástica ( $W_p$ ) tenha sido utilizado de modo distinto nos casos 1 e 3, para o Eurocode 2 (2004) não fez diferença significativa tais distinções em decorrência da limitação de  $V_{R,cs}$ . Com a limitação de  $V_{R,cs}$ , as estimativas das lajes armadas S14 e S15, que na norma brasileira apresentaram valores contra a segurança, exibiram resultados precisos de relação  $V_u/V_{norma}$ .

#### 5.4. EUROCODE 2 (prEN1992-1-1:2022)

A versão do prEC2 (2022) que se encontra em revisão apresenta um modelo de cálculo similar ao *fib* Model Code 2010 (2013), não apresentando reduções para seus perímetros de estudos,

como indicado pela versão anterior (2004). As estimativas das resistências à punção das lajes são apresentadas na Tabela 5.15.

Tabela 5.15: Estimativas prEC2 (2022)

Laje	$V_{R,max}$ (kN)	$V_{R,c}$ (kN)	$V_{R,cs}$ (kN)	$V_{R,out}$ (kN)	$V_{R,EC2}$ (kN)	$V_u$ (kN)	$\frac{V_u}{V_{EC2}}$
S1	424	240	-	-	240	325	1,35
S2	509	288	-	-	288	372	1,29
S3	299	169	-	-	169	250	1,48
S4	367	207	-	-	207	282	1,36
S5	416	234	-	-	234	358	1,53
S6	420	238	-	-	238	345	1,45
S7	471	266	-	-	266	345	1,30
S13	356	201	-	-	201	309	1,54
S8	510	289	397	438	397	513	1,29
S9	503	284	451	499	451	575	1,28
S10	492	279	460	530	460	550	1,20
S11	410	232	383	470	383	500	1,31
S12	554	314	517	567	517	640	1,24
S14	360	203	347	376	347	353	1,02
S15	382	216	448	392	382	375	0,98
Lajes sem armadura de cisalhamento				Média			1,41
				COV			0,07
Lajes com armadura de cisalhamento				Média			1,19
				COV			0,11

O novo código apresenta valores estimados mais seguros que os casos estudados na sua versão anterior, sendo mais conservadores para as lajes não armadas ao cisalhamento, que exibiram média de relação  $V_u/V_{norma}$  igual a 1,41, com coeficiente de variação de 0,07. O grupo de lajes armadas apresentou estimativas mais precisas, com média de relação entre carga de ensaio e esperada por norma igual a 1,19.

### 5.5. ACI 318 (2019)

O modelo de cálculo do ACI 318 (2019) não apresenta redução do perímetro crítico. Os cálculos das resistências são realizados considerando o centro de gravidade do perímetro crítico. Assim, apenas um caso foi analisado:

**Caso 1:** Utilizou-se o perímetro crítico completo para cada superfície de controle. A propriedade da seção crítica ( $J_c$ ) foi calculada para cada superfície de controle, ao levar em

consideração o centro de gravidade do perímetro crítico de análise. As estimativas para o presente caso são apresentadas na Tabela 5.16.

Tabela 5.16: Estimativas ACI 318 (2019) para o Caso 1

Laje	$V_{R,max}$ (kN)	$V_{R,c}$ (kN)	$V_{R,cs}$ (kN)	$V_{R,out}$ (kN)	$V_{R,ACI}$ (kN)	$V_u$ (kN)	$\frac{V_u}{V_{ACI}}$
S1	388	188	-	-	188	325	1,73
S2	484	234	-	-	234	372	1,59
S3	349	167	-	-	167	250	1,50
S4	452	217	-	-	217	282	1,30
S5	443	211	-	-	211	358	1,70
S6	459	221	-	-	221	345	1,56
S7	525	252	-	-	252	345	1,37
S13	379	182	-	-	-	309	1,70
S8	484	183	320	334	320	513	1,61
S9	470	178	386	395	386	575	1,49
S10	458	173	480	450	450	550	1,22
S11	367	139	328	411	328	500	1,52
S12	530	201	474	506	474	640	1,35
S14	385	146	289	351	289	353	1,22
S15	413	157	398	372	372	375	1,01
Lajes sem armadura de cisalhamento				Média			1,56
				COV			0,10
Lajes com armadura de cisalhamento				Média			1,35
				COV			0,16

As lajes não armadas ao cisalhamento apresentaram estimativas mais conservadoras se comparada as lajes armadas. Dentre as oito lajes não reforçadas ao cisalhamento, apenas duas não apresentaram estimativas conservadoras, mas sim, satisfatórias, de acordo com classificação adotada na Tabela 5.2.

A média das estimativas das resistências das lajes reforçadas com *studs* foi de 1,35, valor também superior ao indicado pelas demais normas abordadas nesta seção. Deste modo, o ACI 318 (2019) apresentou-se como o código mais conservador, com todos os valores previstos superiores a um, sendo, portanto, a favor da segurança.

## 5.6. *fib* MODEL CODE 2010 (2013)

As resistências estimadas pelo *fib* Model Code 2010 (2013), apresentadas na Tabela 5.17, foram calculadas considerando o nível II de aproximação, com a rotação sendo estimada por meio da relação  $V/V_{flex}$ , como indicado por Muttoni (2008).

Tabela 5.17: Estimativas *fib* Model Code 2010 (2013)

Laje	$V_{R,max}$ (kN)	$V_{R,c}$ (kN)	$V_{R,cs}$ (kN)	$V_{R,out}$ (kN)	$V_{R,MD}$ (kN)	$V_u$ (kN)	$V_{flex}$ (kN)	$\frac{V_u}{V_{MC}}$
S1	278	278	-	-	278	325	656	1,17
S2	332	332	-	-	332	372	807	1,12
S3	186	186	-	-	186	250	308	1,35
S4	229	229	-	-	229	282	387	1,23
S5	262	262	-	-	262	358	522	1,37
S6	271	271	-	-	271	345	540	1,27
S7	300	300	-	-	300	345	586	1,15
S13	223	223	-	-	223	309	386	1,39
S8	580	291	400	482	400	513	813	1,28
S9	564	234	484	524	484	575	791	1,19
S10	577	218	544	571	544	550	821	1,01
S11	479	198	412	485	412	500	662	1,21
S12	629	265	528	603	528	640	885	1,21
S14	373	157	322	356	322	353	386	1,10
S15	383	136	384	361	361	375	386	1,04
Lajes sem armadura de cisalhamento	Média							1,26
	COV							0,08
Lajes com armadura de cisalhamento	Média							1,15
	COV							0,09

Todas as estimativas exibidas para o presente código apresentaram-se com valores superiores a um, com média entre a relação de carga de ensaio e a esperada pelo código, superior entre as lajes não armadas (1,26), estas apresentando ainda coeficiente de variação inferior ao do segundo grupo (0,08). Para o primeiro grupo de lajes, não armadas ao cisalhamento, as previsões de resistências variaram entre precisas e satisfatórias. Enquanto que para as lajes armadas, com média estimada de relação  $V/V_{norma}$  de 1,15 e coeficiente de variação de 0,09, 86% das resistências estimadas foram classificadas em precisas, apenas uma laje (S8) apresentou valor qualificado em satisfatório.

## 5.7. COMPARATIVO DOS CÓDIGOS NORMATIVOS

Como já mencionado, as melhores estimativas das resistências à punção para os casos analisados das normas ABNT NBR 6118 (2014) e (2023), assim como do Eurocode 2 (2004), envolveram a redução dos perímetros críticos (Caso 1 e 3). A Figura 5.1 apresenta a distribuição das estimativas  $V/V_{norma}$  para os presentes casos calculados através da versão atual e anterior da ABNT NBR 6118.

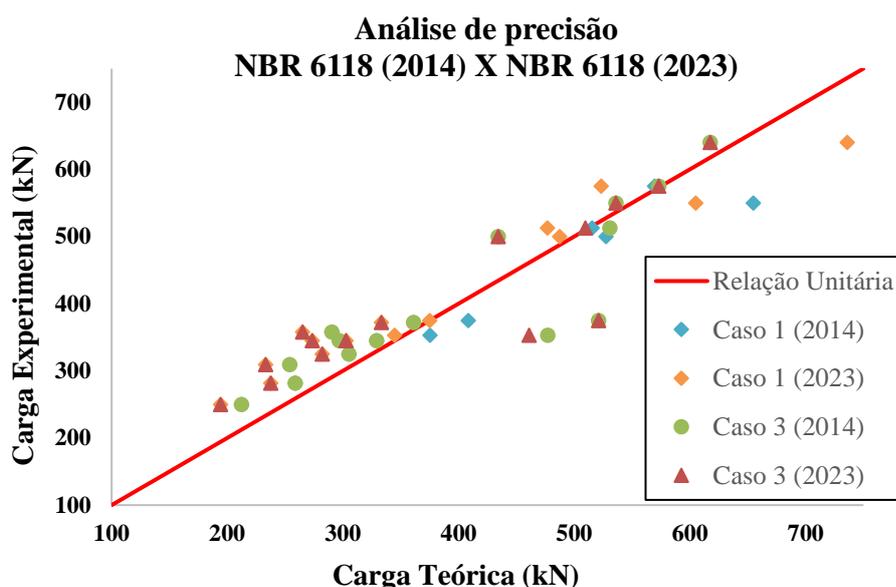


Figura 5.1: Comparação casos 1 e 3 para ABNT NBR 6118 (2014) e (2023)

Conforme Figura 5.1, o caso 3 da ABNT NBR 6118 apresentou dois valores estimados contra a segurança, tanto para a versão de 2023, como para a de 2014. Para o presente cenário, em ambas as versões, a previsão de ruptura não exibiu boa estimativa, com nenhum modo de ruptura coincidindo com o apresentado em ensaio por Albuquerque (2015).

Por outro lado, o caso 1, que não apresentou bom comportamento entre as lajes armadas para a versão de 2014, trouxe estimativas mais seguras na versão da norma de 2023, com 87% dos valores de relação  $V/V_{norma}$  superiores a 1, e com 80% do modo de ruptura estimado condizente com o observado em ensaio.

Apesar do caso 1 da NBR 6118 (2023) ter apresentado valores estimados de resistência melhores que sua versão anterior, ao compará-la com o Eurocode 2 (2004), que apresenta o mesmo modelo de cálculo, tem-se que a norma europeia exibiu todas suas estimativas a favor da segurança. O que diferencia ambos os códigos normativos seria o fato do Eurocode 2 (2004)

limitar a resistência das lajes com armadura de cisalhamento ( $V_{R,cs}$ ) à  $1,5V_{R,c}$ . Embora exiba melhores estimativas, o modo de ruptura estimado pela norma europeia corresponde a 40% do que foi observado após corte das lajes de Albuquerque (2015). A Figura 5.4 mostra as estimativas das resistências da Eurocode 2 (2004) e prEC2 (2022), percebe-se que a versão de (2022) torna as estimativas ainda mais seguras, com aumento de 10% na média final da relação  $V/V_{norma}$ .

A Figura 5.2 e a Figura 5.3 indicam a dispersão dos resultados para as lajes sem armadura de cisalhamento e as lajes com armadura de cisalhamento para a ABNT NBR 6118. Observa-se que a norma apresenta estimativas seguras para o grupo de lajes não armadas, enquanto para o segundo grupo, tem-se estimativa menos precisas, principalmente para o caso 1 da versão de 2014.

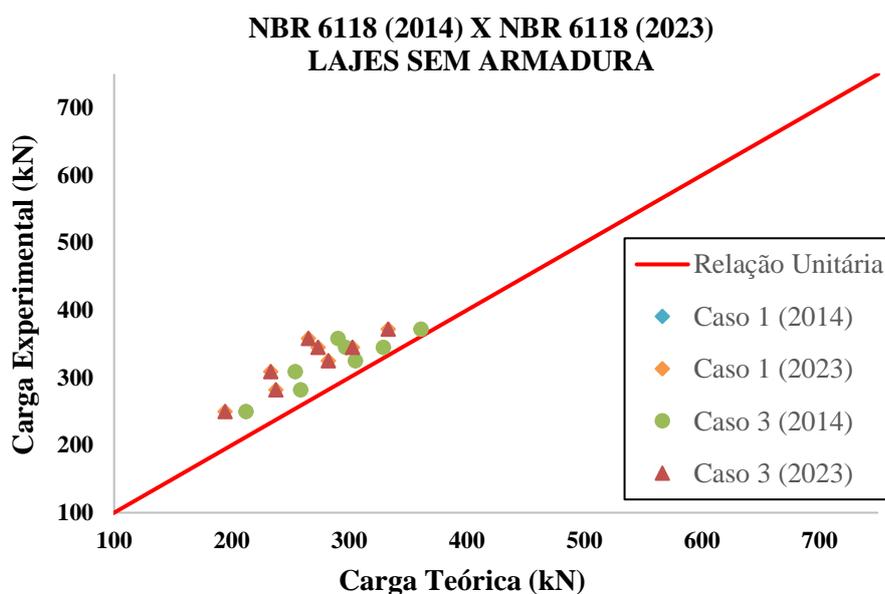


Figura 5.2: Comparação casos 1 e 3 para ABNT NBR 6118 (2014) e (2023) – Lajes sem armadura de cisalhamento

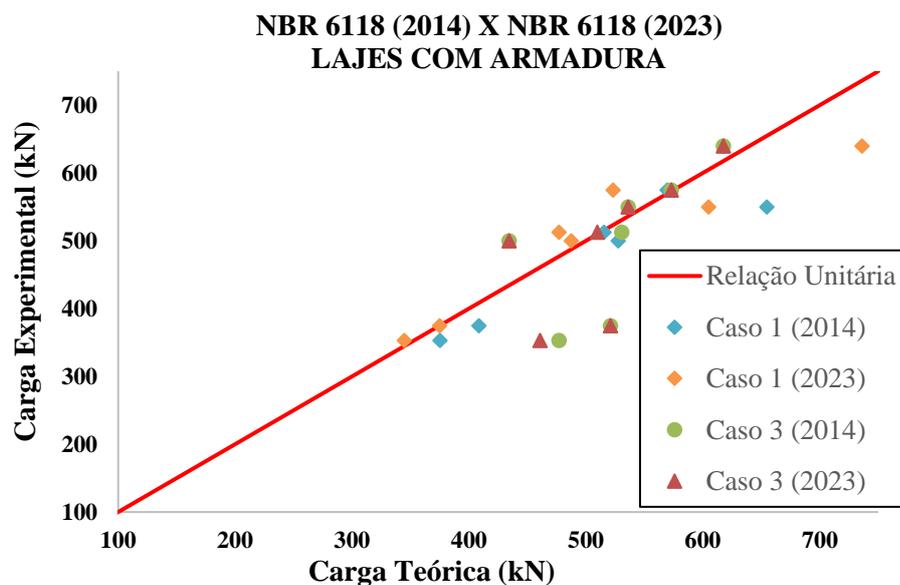


Figura 5.3: Comparação casos 1 e 3 para ABNT NBR 6118 (2014) e (2023) – Lajes com armadura de cisalhamento

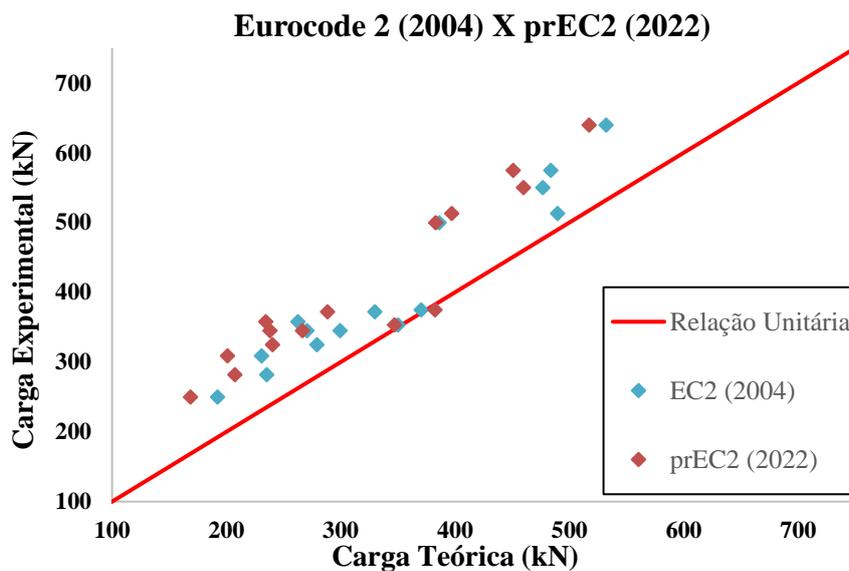


Figura 5.4: Comparação Eurocode 2 (2004) e prEC2 (2022)

A Figura 5.5 apresenta as estimativas das resistências à punção dos códigos normativos: ABNT NBR 6118 (2014), ABNT NBR 6118 (2023), Eurocode 2 (2004), prEC2 (2022), ACI 318 (2019) e MC2010 (2013). O cenário de cálculo apresentado para as normas ABNT NBR 6118 (2014/2023), e Eurocode 2 (2004) corresponde ao caso 3.

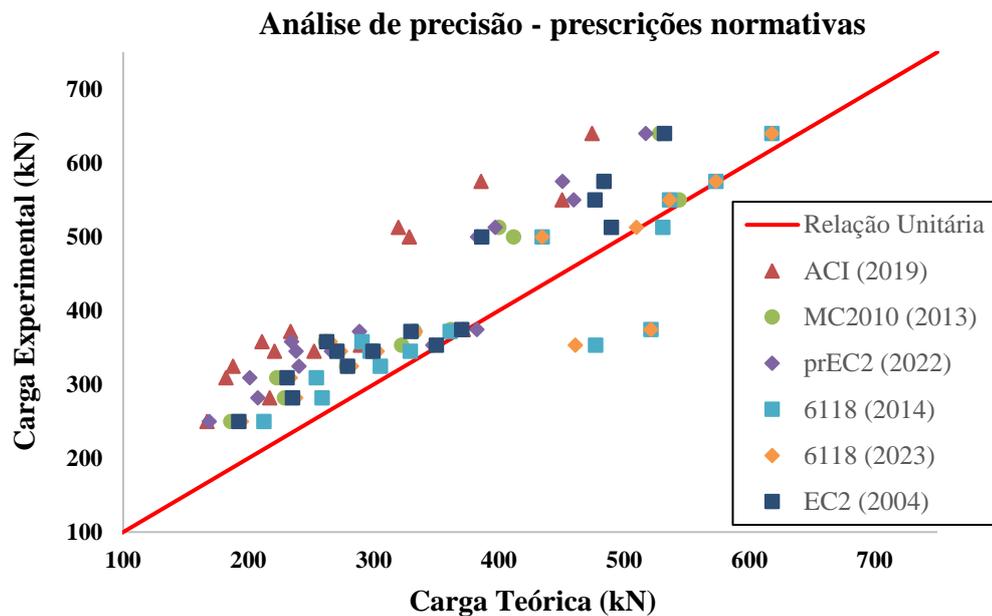


Figura 5.5: Comparação entre os códigos normativos

Por meio da Figura 5.5 pode-se analisar o grau de precisão e segurança de cada código normativo. Percebe-se que o ACI 318 (2019) exibiu os resultados mais conservadores, seguido da prEC2 (2022). O MD2010 (2013) apresentou os resultados mais precisos para as lajes armadas dentre as normas aqui estudadas, enquanto a norma brasileira foi a única a apresentar resultados contra a segurança, tanto para a versão de (2014) como para a atual (2023).

## 5.8. MODOS DE RUPTURA ESTIMADOS – CÓDIGOS NORMATIVOS

O modo de ruptura estimado pelos casos estudados para a ABNT NBR 6118 versão 2014 e 2023 estão indicados na Tabela 5.18, assim como o modo de ruptura das lajes ensaiadas por Albuquerque (2015). Os cortes das Lajes S14 e S15 ainda não foram realizados, logo os modos de ruptura de ensaio desses elementos não serão exibidos.

Tabela 5.18: Modo de Ruptura Estimado ABNT NBR 6118 (2014/2023)

Laje	ABNT NBR 6118 (2014)				ABNT NBR 6118 (2023)				Modo Ruptura Ensaio
	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	
<b>S8</b>	OUT	IN	IN	IN	OUT	OUT	IN	IN	<b>OUT</b>
<b>S9</b>	OUT	OUT	DC	DC	OUT	OUT	DC	IN	<b>OUT</b>
<b>S10</b>	OUT	OUT	DC	DC	OUT	OUT	DC	DC	<b>OUT</b>
<b>S11</b>	OUT	OUT	DC	DC	OUT	OUT	DC	DC	<b>IN</b>
<b>S12</b>	IN	IN	DC	DC	OUT	IN	DC	DC	<b>OUT</b>
<b>S14</b>	OUT	OUT	IN	IN	OUT	OUT	IN	IN	-
<b>S15</b>	OUT	OUT	DC	DC	OUT	OUT	DC	OUT	-

IN - Ruptura por Tração Diagonal Dentro das camadas de armadura;  
 OUT - Ruptura por Tração Diagonal Fora das camadas de armadura;  
 DC - Ruptura por Compressão Diagonal.

Dentre os casos analisados, para a versão (2014) da norma ABNT NBR 6118, o caso 1 apresentou-se com maior convergência entre os modos de ruptura estimados e os verificados em ensaio. O mesmo ocorreu para a versão (2023), com uma melhoria na tendência dos resultados, com 80% das estimativas sendo confirmadas através das análises das superfícies de corte e deformações dos materiais.

A Tabela 5.19 apresenta as estimativas do modo de ruptura das versões Eurocode 2 (2004) e prEC2 (2022). Das cinco lajes estudadas de Albuquerque (2015), o Eurocode 2 (2004) apresentou apenas duas estimativas de ruptura confirmadas em ensaio (casos 1 e 2), enquanto a nova versão apresentou apenas uma.

Tabela 5.19: Modo de Ruptura Estimado pelo Eurocode 2 (2004) e prEC2 (2022)

Laje	Eurocode 2 (2004)				prEC2 (2022)	Modo Ruptura Ensaio
	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	Caso 1	
<b>S8</b>	OUT	OUT	IN	IN	IN	<b>OUT</b>
<b>S9</b>	IN	IN	IN	IN	IN	<b>OUT</b>
<b>S10</b>	IN	IN	DC	IN	IN	<b>OUT</b>
<b>S11</b>	IN	IN	DC	DC	IN	<b>IN</b>
<b>S12</b>	IN	IN	IN	IN	IN	<b>OUT</b>
<b>S14</b>	IN	IN	IN	IN	IN	-
<b>S15</b>	IN	IN	IN	IN	DC	-

IN - Ruptura por Tração Diagonal Dentro das camadas de armadura;  
 OUT - Ruptura por Tração Diagonal Fora das camadas de armadura;  
 DC - Ruptura por Compressão Diagonal.

A Tabela 5.20 apresenta o modo de ruptura estimado pelos demais códigos normativos, o ACI 318 (2019) e o *fib* Model Code 2010 (2013). Das cinco lajes analisadas, o ACI 318 (2019) apresentou duas estimativas de ruptura confirmadas em ensaio, já o *fib* Model Code 2010 (2013) apresentou apenas um modo de ruptura condizente com o observado na superfície de corte das lajes.

Tabela 5.20: Modo de Ruptura Estimado pelo ACI 318 (2019) e *fib* Model Code 2010 (2013)

Laje	ACI 318 (2019)	<i>fib</i> Model Code (2013)	Modo Ruptura Ensaio
	Caso 1	Caso 1	
<b>S8</b>	IN	IN	<b>OUT</b>
<b>S9</b>	IN	IN	<b>OUT</b>
<b>S10</b>	OUT	IN	<b>OUT</b>
<b>S11</b>	IN	IN	<b>IN</b>
<b>S12</b>	IN	IN	<b>OUT</b>
<b>S14</b>	IN	IN	-
<b>S15</b>	OUT	IN	-
IN - Ruptura por Tração Diagonal Dentro das camadas de armadura; OUT - Ruptura por Tração Diagonal Fora das camadas de armadura; DC - Ruptura por Compressão Diagonal.			

## 6. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Este capítulo apresenta as conclusões do programa experimental e uma avaliação dos principais modelos de cálculos. As conclusões e recomendações para trabalhos futuros são apresentadas nos itens seguintes.

### 6.1. CONCLUSÕES

As ligações entre laje e pilar em cantos reentrantes, embora menos comuns em edificações que as conexões internas, de bordas e cantos, são uma possibilidade ainda pouco abordada em pesquisas científicas e negligenciada pelos códigos normativos.

Nessa perspectiva, objetivou-se analisar experimentalmente o comportamento à punção de lajes lisas de concreto armado apoiadas em pilares de canto reentrante, verificando a influência da taxa de armadura de cisalhamento. Com base nos resultados apresentados nas seções anteriores, pode-se inferir que:

1. Como esperado, a adição da armadura de cisalhamento conferiu um acréscimo de resistência às lajes, com incremento entre 14% e 21%. Os *studs* monitorados apresentaram bom desempenho, sobretudo na primeira e segunda camada de distribuição, alguns exibindo deformações superiores à de escoamento.
2. O emprego da armadura de cisalhamento possibilitou que a laje deformasse mais antes desta atingir a ruptura, este aumento variou entre 30% e 54%, o que tornou as lajes mais dúcteis durante ensaios, comportamento também confirmado pelo padrão de fissuração das lajes, com as lajes armadas apresentando maior presença de fissuras radiais.
3. A respeito dos resultados das deformações nas armaduras de flexão e na superfície do concreto, constata-se que nenhuma das lajes ensaiadas atingiu deformação por esmagamento do concreto. Quanto as deformações das barras tracionadas, a laje com maior taxa de armadura de cisalhamento foi a única a apresentar deformações mais elevadas que a de escoamento em um raio de análise superior a  $3d$ . Deste modo, estima-se que a ruptura da laje S13 classifica-se como punção, assim como a S14, enquanto a S15 exibiu comportamento de flexo-punção.

4. Todos os códigos normativos apresentados exibiram estimativas seguras para o grupo de lajes sem armadura de cisalhamento. Dentre os códigos normativos analisados, o ACI 318 (2019) exibiu maior conservadorismo, seguido pelo prEC2 (2022), enquanto a ABNT NBR 6118 (2014) apresentou resultados mais precisos para o grupo.
5. Ao verificar o grupo de lajes armadas, para os cenários adotados nesta pesquisa, observa-se que a norma brasileira exibe algumas previsões inseguras. Vale salientar que a interpretação deste trabalho quanto ao cenário de cálculo apresentado pela presente norma corresponde ao exposto pelo caso 3, com perímetro crítico reduzido para cada superfície de controle e módulo de resistência plástica calculado para cada superfície de controle.
6. Para o grupo de lajes armadas, as previsões do *fib* Model Code 2010 (2013) apresentaram resultados mais precisos, enquanto a ABNT NBR 6118 (2014) e (2023) foi a única norma a apresentar algumas estimativas contra a segurança, com base o banco de dados de estudo.
7. Uma provável sugestão para a norma brasileira seria a limitação de  $V_{cs}$ , assim como faz o EC2 (2004). Ressalta-se também a importância da realização de mais ensaios envolvendo a ligação laje-pilar de canto reentrante para se determinar melhores cenários de cálculos, dado o banco de dados limitado.

## 6.2. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Diante dos dados apresentados, torna-se evidente que mais estudos acerca da ligação laje-pilar de canto reentrante são necessários, e requer uma maior discussão sobre as variáveis adotadas para o dimensionamento desse caso particular, o qual tem sido abordado em poucos trabalhos na área. Assim, sugere-se que mais ensaios experimentais com este tipo de conexão sejam efetuados de modo a aumentar o banco de dados relativo ao tema. Algumas recomendações serão propostas a seguir:

- Verificar o comportamento das lajes quando submetidas a diferentes tipos, distribuição, e quantidade de armadura de cisalhamento;

- Realizar ensaios variando a forma e dimensões dos pilares;
- Avaliar modificações necessárias para os modelos de cálculos teóricos, com o objetivo de representar melhor o comportamento da ligação laje-pilar de canto reentrante.
- Efetuar análises numéricas para a ligação laje-pilar de canto reentrante, ao levar em consideração o comportamento não linear dos materiais.

## 7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALBUQUERQUE, E. J. P., **Punção em lajes lisas com armadura de cisalhamento e pilar reentrante**. Tese de Doutorado em Estruturas e Construção Civil, Publicação E.TD-002A/15, Departamento Engenharia Civil Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 2015.

ALBUQUERQUE, N. G. B., **Comportamento das ligações de lajes lisas de concreto armado com pilares de borda sujeitas a excentricidades interna e externas**. Tese de Doutorado em Estruturas e Construção Civil, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 2014.

ALBUQUERQUE, N.G.B., MELO, G.S., VOLLUM, R.L., **Punching Shear Strength of Flat Slab-Edge Column Connections with Outward Eccentricity of Loading**. *ACI Struct.*, vol. 113, no. 5, pp. 1117–1129, Jan., 2016, doi:10.14359/51689156.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, **ACI 318-19: Building Code Requirements for Structural Concrete**. Farmington Hills, Michigan, 2019.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 16889: Concreto-Determinação da consistência pelo abatimento do tronco de cone**. Rio de Janeiro, Brasil, 2020.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 5738: Concreto - Procedimento para moldagem e cura de corpos de prova**. Rio de Janeiro, Brasil, 2015.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 5739: Concreto - Ensaios de compressão de corpos-de-prova cilíndricos**. Rio de Janeiro, Brasil, 2018.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Projeto e Estruturas de Concreto**. Rio de Janeiro, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Projeto e Estruturas de Concreto**. Rio de Janeiro, 2023.

ASSOCIACAO BRASILEIRA DE NORMAS TECNICAS. **NBR 6892 - Materiais metálicos – Ensaio de tração à temperatura ambiente**. Rio de Janeiro, 2018.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7222: Concreto e argamassa - Determinação da resistência à tração por compressão diametral de corpos de prova cilíndricos**. Rio de Janeiro, 2011.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8522: Concreto - Determinação do módulo estático de elasticidade à compressão**. Rio de Janeiro, 2021.

BARBOSA, W. C. S., **Punção em lajes lisas de concreto armado com pilares de canto reentrante**. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil, Departamento Engenharia Civil Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 2012.

CARES Technical Approval Report TA7 5041. **Assessment of the Ancon SHEARFIX. Punching Shear Reinforcement System and Quality System for Production.** 2019. Disponível em: <http://www.ukcares.com/TAPDF/5041.pdf>.

CARES Technical Approval Report TA7 5043. FRANK Max Frank Shearail. **Punching Shear Reinforcement System. Assessment of the Shearail. Punching Shear Reinforcement System.** 2019. Disponível em: <http://www.ukcares.com/tapdf/5043.pdf>.

EUROPEAN STANDARD. **Eurocode 2, Design of Concrete Structures—Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings, CEN, EN 1992-1-1**, Brussels, Belgium, 2004.

EUROPEAN STANDARD. **Eurocode 2, Design of Concrete Structures—Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings, CEN, EN 1992-1-1**, Brussels, Belgium, 2022.

FERREIRA, M. P., **Punção em lajes lisas de concreto armado com armaduras de cisalhamento e momentos desbalanceados.** Tese de Doutorado em Estruturas e Construção Civil, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, Brasil, 2010.

FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON. **fib Model Code for concrete Structures 2010.** ISBN: 978-3-433-03061-5, October, 2013.

HALLGREN, M., **Punching Shear Capacity of Reinforced High Strength Concrete Slabs.** PhD-Thesis, KTH Stockholm, TRITA-BKN. Bulletin No. 23, 1996.

MOE, J., **Shearing strength of reinforced concrete slabs and footings under concentrated loads.** Portland Cement Association Research and Development Laboratories. Illinois, 1961.

MUTTONI, A., **Punching shear strength of reinforced concrete slabs without transverse reinforcement,** ACI Structural Journal, vol. 105, No. 4, pp. 440-450, 2008.

HAMMIL, N., GHALI, A., **Punching Shear Resistance of Corner Slab-Column Connections.** ACI Struct., vol. 91, no. 6, pp. 697–707, Nov., 1994, doi: 10.14359/1502.

HANSON, N. W., HANSON, J. N., **Shear and moment transfer between concrete slabs and columns.** J. of the PCA Rsrch. and Devel. Lab., vol. 10, no. 1, pp. 2–16, Jan. 1968.

OLIVEIRA, M. H., **Punção em Lajes Lisas com Armadura de Cisalhamento Submetidas a Carregamento Excêntrico e Apoiadas sobre Pilares Retangulares.** Tese de Doutorado em Estruturas e Construção Civil, Publicação E.TD - 02 A/13, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 2013.

OLIVEIRA, V. H. D., **Punção em lajes lisas com diferentes tipos de ancoragem para a armadura de cisalhamento.** Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil, Publicação E.DM – 01A/21, 149p, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 2021.

REGAN, P. E., **Behaviour of reinforced concrete flat slabs**. Construction Industry Research and Information Association, 1981.

REGAN, P. E., **Symmetric Punching of Reinforced Concrete Slabs**. Magazine of Concrete Research, V. 38, No. 136, Sep. 1986, pp 115-128.

SANTOS, E., **Punção em lajes lisas: modelos de cálculo, prescrições normativas e exemplos de aplicações**. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil, de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 2018.

SIMÕES, J.T.B.S.R., **The mechanics of punching in reinforced concrete slabs and footings without shear reinforcement**. Ph.D. thesis, Dept. Civil Eng. ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE, Suisse, 2018.

SIQUEIRA, J.P.A., ALBUQUERQUE, E.J.P., FERNÁNDEZ, RUIZ M., MELO, G.S.S.A., **Punching shear tests in flat slabs supported on re-entrant corner columns**. Eng Struct, 2023. (Under Review)

SUDARSANA, I.K., **Punching Shear in Edge and Corner Column Slab Connections of Flat Plate Structures**. Ph.D. thesis, Dept. Civil Eng., Univ. Ottawa, Ottawa, ON, Canada, 2001.

TALBOT, A. N., **Reinforced concrete wall footings and column footings**, n. 67, University of Illinois, Engineering Experiment Station, 1913.

TASSINARI, L., **Asymmetric punching of R/C slabs with shear reinforcement (in French: Poinçonnement asymétrique des dalles en béton armé avec armature de poinçonnement)**. Thèse EPFL No. 5030, Lausanne, Switzerland, 2011.

WALKER, P.R., REGAN, P.E., **Corner column-slab connections in concrete flat plates**. J. Struct. Eng., vol. 113, no. 4, pp. 704–720, Apr., 1987, doi: 10.1061/(ASCE)0733-9445(1987)113:4(704).

WIGHT, James K., **Reinforced Concrete: Mechanics and Design**. 7ª Edição, Editora Pearson, 2016.

ZAGHLOOL, E.E.D.R.F., **Strength and Behaviour of Corner and Edge Column-Slab Connections in Reinforced Concrete Flat Plates**. Ph.D. thesis, Dept. Civil Eng., Univ. Calgary, Calgary, AB, 1971.

## APÊNDICE A - CÁLCULO DA EXCENTRICIDADE

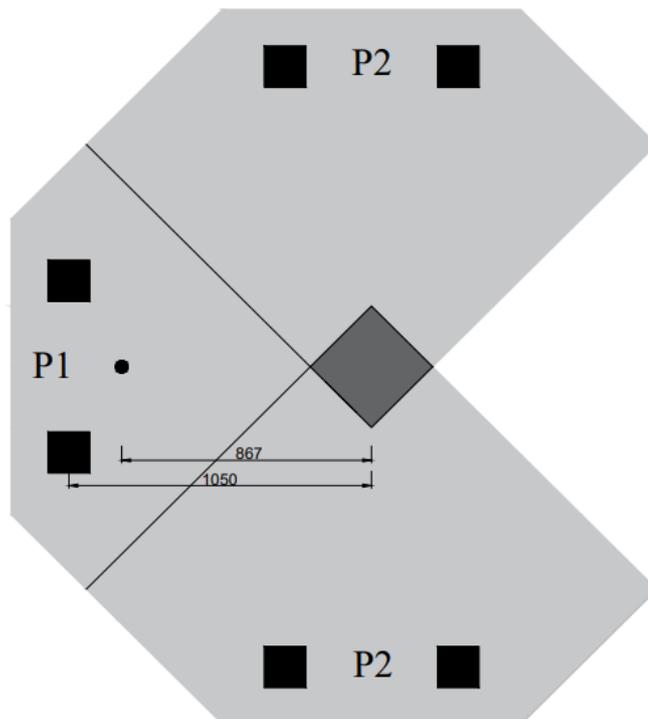


Figura A - Cálculo da Excentricidade

A excentricidade da carga resultante em relação ao centro do pilar foi calculada como indica a expressão:

$$e = \frac{M_u}{V_u} = \frac{(P_1 + P_{eq}) \cdot z_1 + P_{\text{parte da laje}} \cdot z_2}{P_1 + P_2 + P_{\text{laje}} + 3 \cdot P_{eq}}$$

Na qual:

$P_1$  e  $P_2$  são as cargas aplicadas nas lajes ensaiadas (kN);

$P_{eq}$  é o peso do equipamento na laje (2kN);

$P_{\text{parte da laje}}$  é o peso próprio da porção da laje indicada na Figura A (4,2 kN);

$P_{\text{laje}}$  é o peso próprio da laje (19kN);

$z_1$  é o braço de alavanca entre o ponto de aplicação da carga e o eixo transversal que passa pelo centro do pilar. Para esta pesquisa,  $z_1$  é 1050 mm;

$z_2$  é o braço de alavanca entre o centro de gravidade da área e o eixo transversal que passa pelo centro do pilar. Para as lajes desta pesquisa,  $z_2$  é 866,9 mm.