



**AVALIAÇÃO DA RESISTÊNCIA DE LAJES MISTAS COM FÔRMA DE AÇO  
INCORPORADA POR MODELAGEM EM ELEMENTOS FINITOS  
CONSIDERANDO A GEOMETRIA DAS MOSSAS**

**JUÇARA HINGRID LIMA PINHEIRO MELLO**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**FACULDADE DE TECNOLOGIA**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**AVALIAÇÃO DA RESISTÊNCIA DE LAJES MISTAS COM FÔRMA DE AÇO  
INCORPORADA POR MODELAGEM EM ELEMENTOS FINITOS CONSIDERANDO A  
GEOMETRIA DAS MOSSAS**

**JUÇARA HINGRID LIMA PINHEIRO MELLO**

**ORIENTADOR: RODRIGO DE MELO LAMEIRAS  
COORIENTADOR: GUILHERME SANTANA ALENCAR**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL**

**BRASÍLIA/DF: JULHO – 2023**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**AVALIAÇÃO DA RESISTÊNCIA DE LAJES MISTAS COM FÔRMA DE AÇO  
INCORPORADA POR MODELAGEM EM ELEMENTOS FINITOS CONSIDERANDO A  
GEOMETRIA DAS MOSSAS**

**JUÇARA HINGRID LIMA PINHEIRO MELLO**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA  
CIVIL E AMBIENTAL DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE  
BRASÍLIA, COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO  
GRAU DE MESTRE EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL.**

**APROVADA POR:**

---

**Prof. Rodrigo de Melo Lameiras, DSc. (ENC-UnB)**  
**(Orientador)**

---

**Prof. Guilherme Santana Alencar, DSc. (ENC-UnB)**  
**(Coorientador)**

---

**Prof. Raul Darío Durand Farfán, DSc. (ENC-UnB)**  
**(Examinador Interno)**

---

**Prof. Adenilcia Fernanda Grobério Calenzani, DSc. (UFES)**  
**(Examinador Externo)**

**BRASÍLIA/DF, 21 DE JULHO DE 2023.**

## FICHA CATALOGRÁFICA

MELLO, JUÇARA HINGRID LIMA PINHEIRO

Avaliação da resistência de lajes mistas com fôrma de aço incorporada por modelagem em elementos finitos considerando a geometria das mossas [Distrito Federal] 2023.

(ENC/FT/UnB, Mestre, Estruturas e Construção Civil, 2023). Dissertação de Mestrado – Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.

- |                       |                                 |
|-----------------------|---------------------------------|
| 1. Laje mista         | 2. <i>Steel-deck</i>            |
| 3. Força longitudinal | 4. Método dos elementos finitos |
| 5. Estudo numérica    |                                 |

I. ENC/FT/UnB

II. Título (Mestre)

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

MELLO, J. H. L. P. (2023). Avaliação da resistência de lajes mistas com fôrma de aço incorporada por modelagem em elementos finitos considerando a geometria das mossas, Publicação E.DM –/, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, p.

## CESSÃO DE DIREITOS

AUTORA: Juçara Hingrid Lima Pinheiro Mello.

TÍTULO: Avaliação da resistência de lajes mistas com fôrma de aço incorporada por modelagem em elementos finitos considerando a geometria das mossas.

GRAU: Mestre          ANO: 2023

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. A autora reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito da autora.

*Dedico este trabalho à minha família, por todo amor que tiveram comigo no decorrer  
dessa caminhada.*

## AGRADECIMENTOS

Inicialmente, expresso minha gratidão a Deus por me conceder os meios necessários para alcançar este título, pois sem Sua divina providência, nada disso teria sido possível. Agradeço também à intercessão da Virgem Maria, que sempre esteve presente, intercedendo por mim e zelando pelos meus caminhos.

Gostaria de estender meus agradecimentos primeiramente ao meu esposo, Matheus, que me apoiou incondicionalmente, carregando-me nos braços quando tudo parecia distante e impossível, e esteve ao meu lado celebrando as alegrias e enfrentando as tristezas desta jornada mesmo cansado da rotina de trabalho não mediu esforços para que eu pudesse finalizar o mestrado. Aos meus filhos, Luísa e Bento, que foram minha maior motivação nessa trajetória. Aos meus pais, Joel e Fárida, que sempre me incentivaram e forneceram valiosa ajuda ao longo do percurso cuidando da minha família para que eu pudesse ir às reuniões e trabalhar na pesquisa durante o dia. Agradeço também à minha irmã, Járída, pelas conversas, conselhos preciosos e ajuda com as crianças, bem como aos meus avôs, Marciana e Evandro, que me proporcionaram a oportunidade de me graduar em Engenharia Civil e me incentivaram em cada etapa. Agradeço também a minha sogra, Keila, que não mediu esforços para me ajudar durante suas férias. Manifesto minha gratidão de forma geral a todos os familiares, amigos e conhecidos que me apoiaram e forneceram força durante todo o processo.

Desejo expressar minha gratidão à Universidade de Brasília (UnB) pelo seu apoio contínuo, à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo apoio financeiro concedido, à ArcelorMittal Brasil, por meio do Engenheiro Dr. Hermano de Sousa Cardoso, pela parceria e suporte na pesquisa, à Universidade Estadual do Rio de Janeiro (UERJ), através do professor Dr. José Guilherme Santos da Silva, pela colaboração na publicação de parte desta pesquisa, ao Departamento de Mecânica, representado pelo professor Dr. Roberto, que gentilmente disponibilizou um computador adequado para realizar as primeiras simulações, ao Engenheiro Matheus Braga da Wikki Brasil pelo auxílio nos cálculos desse trabalhos e aos professores e colegas do Programa de Pós-Graduação em Estruturas e Construção Civil da Universidade de Brasília (PECC-UnB).

Quero destacar meu agradecimento especial ao professor Dr. Rodrigo de Melo Lameiras, que me acolheu como orientanda e proporcionou um novo tema de pesquisa. Ao professor Dr. Guilherme Santana Alencar, que foi um excelente orientador e me guiou no universo da pesquisa.

Por fim, expresso minha gratidão a todos que contribuíram diretamente ou indiretamente para a realização deste trabalho. Seus esforços e colaboração foram fundamentais para o sucesso desta pesquisa.

*“É justo que muito custe o que muito vale”*

**(Santa Teresa d'Ávila)**

## RESUMO

### AVALIAÇÃO DA RESISTÊNCIA DE LAJES MISTAS COM FÔRMA DE AÇO INCORPORADA POR MODELAGEM EM ELEMENTOS FINITOS CONSIDERANDO A GEOMETRIA DAS MOSSAS

**Autor:** Juçara Hingrid Lima Pinheiro Mello

**Orientador:** Rodrigo de Melo Lameiras

**Coorientador:** Guilherme Santana Alencar

**Programa de Pós-graduação em Estruturas e Construção Civil**

**Brasília, 21 de julho de 2023**

Lajes com fôrmas de aço incorporadas são um sistema estrutural misto composto de aço e concreto. O modo de falha por cisalhamento horizontal é o mais comum em lajes mistas com bases em numerosos estudos experimentais. Esta falha consiste na perda de aderência e contato mecânico do sistema misto e, frequentemente, ocorre antes do sistema atingir sua capacidade máxima à flexão. Assim, o projeto deste sistema construtivo é, usualmente, determinado pela resistência ao cisalhamento longitudinal, que pode ser determinada pelo método semiempírico convencional  $m-k$  com base no ensaio de flexão de quatro pontos proposto por diversas normas. Um dos fatores conhecidos de maior influência na resistência ao cisalhamento longitudinal é a geometria das mossas presentes na fôrma de aço. Simulações computacionais por meio do método dos elementos finitos calibradas com base em resultados experimentais podem ser uma alternativa para reduzir o número necessário de ensaios. O presente trabalho modificou e adaptou uma metodologia da literatura, Soltanalipour *et al.* (2022), que inclui explicitamente a geometria das mossas na análise numérica de modo a usar materiais e produtos disponíveis no mercado brasileiro e usou esta metodologia para derivar coeficientes  $m-k$ . Isto foi feito com o objetivo de determinar numericamente a influência de parâmetros na resistência ao cisalhamento longitudinal na interface aço-concreto de lajes mistas. Gráficos de força versus deslocamentos foram traçados e os valores obtidos para os coeficientes  $m-k$  se mostraram compatíveis com os de outros autores da literatura. Assim, em relação ao modo de ruptura por cisalhamento longitudinal, as simulações numéricas realizadas apresentaram resistências últimas com bom ajuste medido pelos coeficientes “ $m$ ” e “ $k$ ” chegando a um valor bom para a relação semiempírica utilizando os resultados dos dados de elementos finitos. O estudo paramétrico contou com 36 modelos de lajes mistas e foi observado que os parâmetros mais influentes nos resultados de carga última foram a altura da laje, vão de cisalhamento, espessura da chapa de aço e coeficiente de atrito. Já os que menos influenciaram foram a resistência a compressão do concreto e tensão de escoamento do aço.

**Palavras-chave:** laje composta, *steel deck*, força longitudinal, estudo numérico, método dos elementos finitos.

## ABSTRACT

### LONGITUDINAL SHEAR STRENGTH DESIGN OF COMPOSITE SLABS BY FULL-SCALE FE MODELLING CONSIDERING THE EMBOSSEMENTS

**Author: Juçara Hingrid Lima Pinheiro Mello**

**Supervisor: Rodrigo de Melo Lameiras**

**Co-supervisor: Guilherme Santana Alencar**

**Postgraduate Program in Structures and Civil Construction**

**Brasília, 21 July of 2023**

Slabs with embedded steel formwork are a mixed structural system made up of steel and concrete. Horizontal shear failure is the most common failure mode in composite slabs, based on numerous experimental studies. This failure consists of the loss of adhesion and mechanical contact of the mixed system and often occurs before the system reaches its maximum flexural capacity. Therefore, the design of this construction system is usually determined by the longitudinal shear strength, which can be determined by the conventional semi-empirical  $m-k$  method based on the four-point bending test proposed by various standards. One of the factors known to have the greatest influence on longitudinal shear strength is the geometry of the dents in the steel formwork. Computer simulations using the finite element method calibrated on the basis of experimental results can be an alternative to reduce the number of tests required. The present work modified and adapted a methodology from the literature, Soltanalipour *et al.* (2022), which explicitly includes the geometry of the embossments in the numerical analysis in order to use materials and products available on the Brazilian market and used this methodology to derive  $m-k$  coefficients. This was done in order to numerically determine the influence of parameters on the resistance to longitudinal shear at the steel-concrete interface of composite slabs. Force versus displacement graphs were plotted and the values obtained for the  $m-k$  coefficients proved to be compatible with those of other authors in the literature. Thus, in relation to the longitudinal shear failure mode, the numerical simulations carried out showed ultimate strengths with a good fit measured by the " $m$ " and " $k$ " coefficients, reaching a good value for the semi-empirical relationship using the results of the finite element data. The parametric study included 36 composite slab models and it was observed that the most influential parameters in the ultimate load results were slab height, shear span, steel plate thickness and friction coefficient. The least influential were concrete compressive strength and steel yield strength.

**Keywords:** Composite slab, steel deck, longitudinal shear, numerical study, finite element method.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Modelo de laje com fôrma de aço incorporada (Grossi, 2016). .....	20
Figura 2- Tipos de chapas de aço e tipos de ligação (ABNT NBR 8800, 2008) .....	26
Figura 3 - Ilustração das seções críticas possíveis (Ferraz, 1999) .....	28
Figura 4 – Diagrama de tensões para momento positivo com linha neutra plástica acima da fôrma de aço (ABNT NBR 8800, 2008).....	31
Figura 5 - Diagrama de tensões para momento positivo com linha neutra plástica na fôrma de aço (ABNT NBR 8800, 2008). .....	32
Figura 6 – Dimensões da fôrma de aço e da capa de concreto (ABNT NBR 8800, 2008).....	33
Figura 7 – Diagrama de tensões nas seções da laje mista relacionadas ao cisalhamento longitudinal (Calado, 2015). .....	37
Figura 8 – Determinação do comprimento do vão de cisalhamento (Calado, 2015). .....	39
Figura 9 - Representação do vão equivalente para lajes contínuas. ....	39
Figura 10 – Modelo de ensaio de flexão em quatro pontos (EN 1994-1-1, 2011) (medidas em milímetros). .....	39
Figura 11 – Avaliação dos resultados de ensaio (EN 1994-1-1, 2011).....	41
Figura 12 – Gráfico de regressão linear apresentando os limites dos modos de colapso da laje mista. Adaptado de Calado (2015). .....	42
Figura 13 – Largura da seção de concreto transformada em uma seção equivalente em aço. Adaptado de Favarato (2021). .....	44
Figura 14 – Seção transversal homogeneizada com linha neutra elástica na capa de concreto. Adaptado de Favarato (2021). .....	44
Figura 15 - Seção transversal homogeneizada com linha neutra elástica abaixo da laje de concreto. Adaptado de Favarato (2021). .....	45
Figura 16 – Sólido contínuo discretizado em $m$ elementos finitos sólidos. Adaptado de Bathe (1996). .....	49
Figura 17 – Elemento de viga utilizado por Daniels e Crisnef (1993). .....	57
Figura 18 – Modelo utilizado por Shobaki (2000). .....	58
Figura 19 – Modelo em elementos finitos realizado por Chen e Shi (2011). .....	58
Figura 20 – Modelo apresentado por Gholamhoseini <i>et al.</i> (2014). .....	59
Figura 21 – Protótipo em escala real de Silva e Silva (2019). .....	59
Figura 22 – Modelo desenvolvido por Santos e Malite (2019). .....	60
Figura 23 – Modelo com representação real das mossas desenvolvido por Soltanalipour <i>et al.</i> (2022). .....	60
Figura 24- Características geométricas do Polydeck 59S (CATÁLOGO TÉCNICO POLYDECK 59S, 2016) (medidas em milímetros). .....	63
Figura 25 - Características geométricas das amostras de ensaio de acordo com a norma ASTM E8/E8M - 13a (2010). .....	64
Figura 26 – Amostras e modelo de ensaio. ....	65
Figura 27 - Resultado típico da curva tensão-deformação do ensaio de resistência à tração do ZAR 280. ....	65

Figura 28 – Modelo elastoplástico perfeito para o aço da chapa perfilada ( $\sigma_y = 280$ MPa).....	66
Figura 29 – Elemento de casca quadrático SHELL281 (ANSYS ELEMENT REFERENCE, 2013)..	67
Figura 30 – Ensaio de resistência à compressão do concreto Silva (2018).....	68
Figura 31 – Ensaio de módulo de elasticidade do concreto Silva (2018). ....	68
Figura 32 – Funções de endurecimento/amolecimento com amolecimento linear (Dmitriev <i>et al.</i> , 2020).....	73
Figura 33 - Funções de endurecimento/amolecimento com amolecimento exponencial (Dmitriev <i>et al.</i> , 2020). ....	74
Figura 34 – Representação genérica da superfície de falha de Menétrey-Willam (ANSYS ELEMENT REFERENCE, 2021).....	76
Figura 35 – Elemento sólido tetraédrico quadrático de 10 nós (ANSYS ELEMENT REFERENCE, 2021).....	77
Figura 36 – Lei de Coloumb para atrito (ANSYS THEORY REFERENCE, 2013). ....	78
Figura 37 - Descrição do modelo computacional em elementos finitos com os planos de simetria.....	80
Figura 38 – Vista da seção transversal do módulo com variação do tamanho médio do elemento.....	80
Figura 39 – Vista oblíqua do modelo estrutural com variação do tamanho médio do elemento. ....	81
Figura 40 – Gráfico de força versus deslocamento dos valores obtidos de um modelo estrutural com variação do tamanho médio do elemento.....	81
Figura 41 - Fôrma de aço Polydeck 59s com medições <i>in loco</i> e modelo numérico com representação das mossas.....	82
Figura 42 - Geometria do modelo em elementos finitos desenvolvido no presente trabalho. ....	83
Figura 43 – Fotografia da <i>Workstation</i> utilizada para realização das simulações numéricas em elementos finitos. ....	86
Figura 44 - Resultados de cada modelo estrutural: (a), (c) e (e) deslocamentos vetoriais totais; (b), (d) e (f) tensão na direção longitudinal (componente Z). ....	88
Figura 45 - Resultados de cada modelo estrutural: (a), (c) e (e) deslocamentos vetoriais totais; (b), (d) e (f) tensão na direção longitudinal (componente Z). ....	89
Figura 46 – Deslocamento vertical entre a fôrma metálica e o concreto verificado na simulação em elementos finitos. ....	90
Figura 47 - Representação dos indicadores de localização dos parâmetros de deformação e de deslizamento (Ríos <i>et al.</i> , 2017).....	90
Figura 48 - Resultados das simulações numéricas dos modelos estruturais no gráfico de força versus deslizamento.....	91
Figura 49 - Resultados das simulações numéricas dos modelos estruturais no gráfico de força do meio do vão versus deslocamento.....	92
Figura 50 - Regressão linear dos resultados obtidos nas simulações numéricas. ....	94
Figura 51 - Regressão linear dos coeficientes <i>m-k</i> da literatura e resultado das simulações numérica obtido.....	95
Figura 52 – Gráfico de regressão linear apresentando os limites dos modos de ruptura da laje mista com os valores obtidos nas análises numéricas.....	96
Figura 53 - Gráfico de força versus deslizamento comparando as análises de referência com variação da espessura da chapa de aço para comprimento de vão de 1,8 metros.....	100

Figura 54 - Gráficos de força versus deslizamento comparando as análises de referência com variação do comprimento do vão de cisalhamento.....	101
Figura 55 - Gráficos de força versus deslizamento comparando as análises de referência com a variação do coeficiente de atrito.....	103
Figura 56 – Gráficos de força versus deslocamento comparando as análises de referência com a variação da tensão de escoamento.....	104
Figura 57 - Gráficos de força versus deslocamento comparando as análises de referência com a variação da resistência a compressão média do concreto. ....	106
Figura 58 - Gráficos de força versus deslocamento comparando as análises de referência com a variação de altura dos protótipos.....	108

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1- Tipos de fôrmas metálicas comercializadas nacionalmente.....	25
Tabela 2 - Parâmetros de entrada adotados no <i>software</i> para o aço.....	63
Tabela 3 – Parâmetros de entrada adotados no <i>software</i> para o concreto.....	67
Tabela 4 – Resultados encontrados através dos ensaios de compressão e módulo de elasticidade encontrados por Silva (2008).....	69
Tabela 5 – Propriedades dos materiais das primeiras simulações realizadas.....	84
Tabela 6 - Características dos modelos estruturais simulados.....	84
Tabela 7 - Resultado dos valores de deformação e deslizamento das análises numéricas efetuadas (os parâmetros estão representados na Figura 47).....	90
Tabela 8 - Resultados da carga última obtidos nas simulações numéricas.....	93
Tabela 9 – Valores dos coeficientes $m$ e $k$ obtidos nas simulações.....	93
Tabela 10 - Alguns valores de coeficientes $m$ e $k$ encontrados na literatura.....	94
Tabela 11 – Comparação entre os valores obtidos e os valores médios derivados da curva média.....	95
Tabela 12 - Características das variações dos modelos estruturais simulados.....	99
Tabela 13 - Valores de cargas últimas obtidos com a variação da espessura da chapa.....	99
Tabela 14 - Valores de cargas últimas obtidos com a variação do comprimento do vão..	101
Tabela 15 - Valores de cargas últimas obtidos utilizando coeficiente de atrito igual a 0,5.....	102
Tabela 16 - Valores de cargas últimas obtidos utilizando tensão de escoamento do aço igual a 350 MPa.....	104
Tabela 17 - Valores de cargas últimas obtidos utilizando a resistência a compressão média do concreto igual a 21,5 MPa.....	106
Tabela 18 - Valores de cargas últimas obtidos utilizando altura de 11 centímetros.....	107
Tabela 19 – Valores de cargas últimas obtidos utilizando altura de 25 centímetros.....	107

## LISTA DE ABREVIACOES E SÍMBOLOS

### Abreviaoes:

<b>ABNT</b>	Associação Brasileira de Normas Técnicas
<b>APDL</b>	ANSYS Programming Design Language
<b>EN</b>	Norma Europeia
<b>IBRACON</b>	Instituto Brasileiro do Concreto
<b>M</b>	Modelo estrutural
<b>MEF</b>	Método dos Elementos Finitos
<b>NBR</b>	Norma Brasileira

### Símbolos:

#### Capítulo 2

$a$	Altura do bloco de compressão do concreto
$a'$	Distância entre enrijecedores transversais de alma da frma de aço
$A_{F,ef}$	área da seção efetiva da fórma
$A_s$	área da armadura longitudinal de tração
$A_v$	área resistente do concreto
$\alpha_E$	Razão modular entre o aço e concreto
$b$	Largura unitária da laje
$b_0$	Largura média das nervuras
$b_n$	Largura entre duas nervuras consecutivas
$b_{tr}$	Largura da seção transformada
$d$	Distância da face superior da laje de concreto ao centro da armadura longitudinal de tração
$d_F$	Distância da face superior da laje de concreto ao centro geométrico da seção efetiva da fôrma
$\delta$	Deslocamento vertical
$\delta_{max}$	Deslocamento vertical máximo
$E$ ou $E_s$	Módulo de elasticidade da frma de aço
$E_{cs}$	Módulo de elasticidade secante do concreto
$e$	Distância do centro geométrico da área efetiva da fôrma  sua face inferior
$e_p$	Distância da linha neutra plástica da seção efetiva da fôrma  sua face inferior
$f_{cd}$	Resistência de cálculo do concreto  compressão
$f_{ck}$	Resistência característica a compressão do concreto
$f_{ctk,inf}$	Resistência  tração direta característica inferior do concreto

$f_{yFd}$	Resistência de cálculo ao escoamento do aço da fôrma
$\gamma_c$	Coefficiente de segurança do concreto
$\gamma_F$	Coefficiente de ponderação da fôrma de aço
$\gamma_{s\ell}$	Coefficiente de ponderação de resistência
$h$ ou $h_t$	Altura total da laje
$h_c$ ou $t_c$	Altura da laje de concreto acima do topo da fôrma de aço
$h_p$	Altura da fôrma de aço
$I_{s,min}$	Momento de inércia mínimo de um enrijecedor simples ou duplo
$I_{x,tr}$	Momento de inércia da seção homogeneizada
$I_{x,fôrma}$	Momento de inércia da fôrma de aço
$k$	Constante empírica
$K_v$	Coefficiente de flambagem local por cisalhamento da fôrma de aço
$k_1$	Atrito dos apoios
$k_2$	Constante de proporcionalidade
$\ell_{b,nec}$	Comprimento de ancoragem necessário
$m$	Constante empírica
$L$	Vão interno da laje
$L_F$	Vão teórico da laje
$L_s$	Vão de cisalhamento da laje
$P$	Forças concentradas de lajes biapoiadas
$q_{var}$	Valor da carga aplicada na laje
$\rho$	Densidade específica do concreto
$V_t$	Esforço cisalhante experimental
$W$ ou $W_t$ ou $V_{l,u}$	Valor medido na célula de carga central acrescido do peso próprio da laje
$x$	Posição da linha neutra elástica da seção homogeneizada

### Capítulo 3

$B$	Matriz das derivadas parciais espaciais das funções de forma
$D$	Tensor de constantes elásticas ou tensor constitutivo
$d$	Vetor de deslocamento
$E$	Módulo de elasticidade
$\epsilon$	Campo de deformações correspondente ao campo de deslocamentos
$\varepsilon$	Deformação
$F$	Força resultante

$f_d$	Vetor de forças desequilibradas
$f_r$	Vetor das forças internas resistentes
$f_s$	Vetor das forças solicitantes
$K$	Matriz de rigidez
$K_t$	Matriz de rigidez tangente
$N$	Função de forma do elemento finito, ou matriz de interpolação dos deslocamentos
$R_C$	Vetor de forças externas atuantes
$\sigma$	Tensão
$t$	Transposto(a)
$u$	Deslocamento local
$U$	Campo de deslocamentos resultante
$\hat{U}$	Vetor que armazena as componentes $U_i$ , $V_i$ e $W_i$ (três direções globais)
$\nu$	Coefficiente de Poisson
---	Virtual

#### Capítulo 4

$\alpha_c$	Função de peso de compressão
$\alpha_t$	Função de peso de tração
$b$	Coesão de contato inicial
$D$	Matriz constitutiva elástica
$d\varepsilon$	Incrementos de deformação total
$d\varepsilon^{el}$	Incrementos de deformação elástica
$d\varepsilon^{pl}$	Incrementos de deformação plástica
$E$	Módulo de elasticidade
$E_c$	Módulo de elasticidade do concreto
$\xi$	Tensão hidrostática não variável
$F(\xi, \rho, \theta)$	Superfície de escoamento no espaço de tensão
$\bar{f}_{bc}$	Esforço de compressão biaxial
$\bar{f}_c$	Esforço de compressão uniaxial
$f_c$	Resistência à compressão uniaxial
$f_{cm}$	Resistência a compressão média do concreto
$f_{ck}$	Resistência a compressão característica do concreto
$f_y$	Tensão de escoamento do aço
$\bar{f}_t$	Esforço à tração uniaxial
$f_t$	Resistência à tração uniaxial
$f_u$	Tensão última do aço

$G_{ft0}$	Valor base da energia da fratura, que depende do tamanho do agregado
$h$	Altura da laje mista
$I_1, J_2$ e $J_3$	Tensores de tensão invariantes
$K_c$	Parâmetro atual de compressão-endurecimento
$K_{cm}$	Parâmetro de compressão-endurecimento correspondente ao esforço de compressão uniaxial
$k_t$	Parâmetro de tração-endurecimento
$L$	Vão interno da laje
$L_s$	Vão de cisalhamento
$\lambda$	Multiplicador plástico não negativo
$\mu$	Coefficiente de atrito
$\Omega_c$	Função de endurecimento/amolecimento de compressão
$\Omega_t$	Função de endurecimento/amolecimento de tração
$p$	Pressão de contato
$\Psi$ ou $\varphi$	Ângulo de dilatância
$Q$	Função de potencial plástico
$\rho$	Tensão desviadora não variável
$\sigma$	Vetor de tensão
$\sigma_1, \sigma_2$ e $\sigma_3$	Vetor de tensão nas direções principais
$t$	Espessura da chapa de aço
$\tau$	Tensão de cisalhamento equivalente
$\tau_{lim}$	Tensão de cisalhamento limite
$\tau_{max}$	Tensão de cisalhamento máxima
$\theta$	Ângulo polar desviador
<b>Capítulo 5 e 6</b>	
$h$	Altura da laje mista
$f_{cm}$	Resistência a compressão média do concreto
$f_y$	Tensão de escoamento do aço
$L$	Vão interno da laje
$L_s$	Vão de cisalhamento
$t$	Espessura da chapa de aço
$V_{\ell,u,MEF}$	Carga última encontrada nas simulações em elementos finitos

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	<b>20</b>
1.1. JUSTIFICATIVA.....	21
1.2. OBJETIVOS .....	22
<b>2. DIMENSIONAMENTO DE LAJES MISTAS PELO MÉTODO DOS ESTADOS-LIMITES</b> .....	<b>24</b>
2.1. DESCRIÇÃO DOS MATERIAIS .....	24
2.1.1. Concreto .....	24
2.1.2. Perfil de aço.....	24
2.2. INTERAÇÃO CONCRETO-AÇO.....	26
2.3. DIMENSIONAMENTO PELO MÉTODO DOS ESTADOS LIMITES.....	27
2.3.1. Momento fletor.....	29
2.3.2. Cisalhamento vertical.....	33
2.3.3. Cisalhamento longitudinal.....	36
2.3.4. Fissuração do concreto .....	42
2.3.5. Deslizamento horizontal.....	42
2.3.6. Deslocamento vertical.....	43
2.4. CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	46
<b>3. MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS APLICADO À ANÁLISE NÃO-LINEAR DE LAJES MISTAS</b> .....	<b>47</b>
3.1. PRINCÍPIO DOS TRABALHOS VIRTUAIS.....	50
3.2. EQUAÇÕES DOS ELEMENTOS FINITOS.....	51
3.3. NÃO LINEARIDADE .....	53
3.3.1. Método de Newton-Raphson.....	54
3.4. HISTÓRICO .....	56
3.5. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	61
<b>4. MODELAGEM NUMÉRICA EM ELEMENTOS FINITOS</b> .....	<b>62</b>
4.1. PROPRIEDADES, MODELO CONSTITUTIVO e ELEMENTO FINITO ADOTADO PARA O AÇO .....	63
4.1.1. Ensaio para determinar as propriedades mecânicas do aço.....	64
4.1.2. Modelo constitutivo do aço.....	65
4.1.3. Elemento finito da chapa de aço.....	66
4.2. PROPRIEDADES, MODELO CONSTITUTIVO E ELEMENTO FINITO ADOTADO PARA O CONCRETO .....	67

4.2.1.	Ensaio para determinar as propriedades mecânicas do concreto desenvolvido por Silva (2018) .....	68
4.2.2.	Modelo constitutivo de Menétrey-Willam .....	69
4.2.3.	Elemento finito adotado para o concreto.....	77
4.3.	MODELAGEM DO CONTATO ENTRE A CHAPA METÁLICA E O CONCRETO ..	77
4.4.	MÉTODO COMPUTACIONAL PARA SOLUÇÃO DA ANÁLISE NÃO-LINEAR ....	79
4.5.	CARREGAMENTO E APOIO .....	79
4.6.	SIMETRIA .....	79
4.7.	MALHA DAS MOSSAS .....	80
4.8.	MENOR MÓDULO REPETÍVEL.....	83
4.9.	CARACTERÍSTICAS DOS PRIMEIROS MODELOS ESTRUTURAIS SIMULADOS 84	
4.10.	INFRAESTRUTURA DE HARDWARE PARA SIMULAÇÃO.....	85
4.11.	CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	86
<b>5.</b>	<b>RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES E DERIVAÇÃO DOS COEFICIENTES M-K</b>	<b>87</b>
5.1.	CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	96
<b>6.</b>	<b>ANÁLISE PARAMÉTRICA DA SIMULAÇÃO NUMÉRICA EM ELEMENTOS FINITOS .....</b>	<b>99</b>
6.1.	ESPESSURA DA CHAPA DE AÇO.....	99
6.2.	COMPRIMENTO DO VÃO DE CISALHAMENTO .....	100
6.3.	COEFICIENTE DE ATRITO .....	102
6.4.	TENSÃO DE ESCOAMENTO DO AÇO .....	103
6.5.	RESISTÊNCIA A COMPRESSÃO DO CONCRETO.....	105
6.6.	ALTURA.....	107
6.7.	CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	108
<b>7.</b>	<b>CONCLUSÕES .....</b>	<b>110</b>
7.1.	TRABALHOS FUTUROS.....	112
	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>114</b>

## 1. INTRODUÇÃO

A utilização de estruturas mistas na construção civil surgiu através da necessidade de proteger a construção dos danos decorrentes de incêndios. A princípio não era o objetivo tornar o uso do aço com o concreto armado um elemento estrutural, entretanto ao verificar a utilização desses materiais em conjunto, pôde-se encontrar um método construtivo eficiente, econômico e sustentável para essa finalidade. A laje mista de aço e concreto (Figura 1), também chamada de laje com fôrma de aço incorporada é um elemento estrutural misto, no qual na fase final do processo construtivo, o concreto atua estruturalmente em conjunto com a fôrma de aço, que funciona como parte ou como toda a armadura de tração da laje. Já na fase inicial, ou seja, antes de o concreto atingir 75% da resistência à compressão especificada, a fôrma de aço, comumente chamada de telha-fôrma de aço, suporta isoladamente as ações permanentes e a sobrecarga de construção, conforme apresentado na ABNT NBR 8800 (2008).

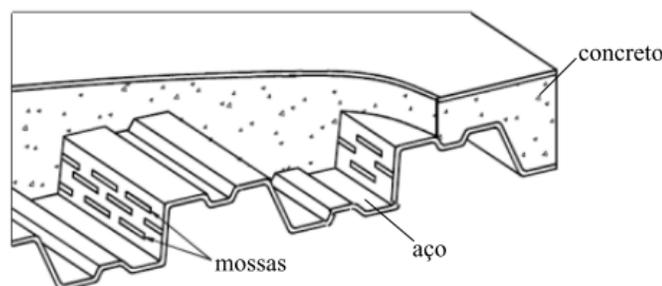


Figura 1- Modelo de laje com fôrma de aço incorporada (Grossi, 2016).

A ação composta entre a capa de concreto armado e a fôrma metálica depende da capacidade resistente da interface aço-concreto em resistir à tensão longitudinal cisalhante que surge nesta região. Basicamente, três mecanismos são responsáveis pela capacidade resistente da interface aço-concreto, são eles: a aderência inicial, a ligação mecânica (mossas) e o atrito. Além da interface aço-concreto, outras variáveis influenciam no comportamento mecânico apresentado pelas lajes mistas, os principais são: a geometria da fôrma, a espessura da chapa metálica, a resistência da capa de concreto armado e o comprimento do vão de cisalhamento (Santos e Malite, 2019).

Lajes mistas entram em colapso quando as solicitações de cálculo relativas a momento fletor, cisalhamento longitudinal, cisalhamento vertical ou punção ultrapassam suas respectivas

resistências de cálculo das lajes. Contudo, a falha por cisalhamento longitudinal é a mais frequente nas lajes mistas. Esse modo de ruptura consiste na perda de aderência na interface do sistema composto e ocorre antes do atingimento da capacidade total à flexão da laje. O dimensionamento recomendado através dos modelos normativos existentes propõe o uso de dois tipos de metodologias de cálculo, sendo elas, o método *m-k* e o método da interação parcial. Para a obtenção dos resultados propostos por esses cálculos, é necessário a realização de ensaio experimental de flexão a quatro pontos. Esse ensaio encontra-se descrito no EN 1994-1-1(2011).

Por conseguinte, a realização desses ensaios se torna onerosa partindo do princípio da necessidade de variação de parâmetros e, conseqüentemente, na diversidade de protótipos para obtenção de resultados satisfatórios. Assim, modelos numéricos baseados em resultados experimentais, após a etapa de calibração podem ser usados em análises paramétricas. Os modelos numéricos têm sido utilizados com base no Método dos Elementos Finitos (MEF) e a modelagem numérica desse tipo de laje possui comportamento não linear por apresentar não linearidades física e geométrica.

Por fim, devido à baixa quantidade de pesquisas relacionadas ao ensaio de flexão em quatro pontos por via numérica em fôrmas comercializadas nacionalmente, esse trabalho foi desenvolvido objetivando a análise da variação dos parâmetros relevantes para a determinação da resistência ao cisalhamento longitudinal na interface concreto-aço de lajes mistas com concreto tradicional levando em consideração a geometria da fôrma metálica Polydeck 59s fabricada pela ArcelorMittal/PERFILOR Brasil.

## **1.1. JUSTIFICATIVA**

O mercado dos edifícios em estrutura metálica com pilares e vigas metálicas ou mistas (aço-concreto) e lajes mistas ocupa apenas uma pequena fração das soluções estruturais empregues no país para edifícios altos. Por outro lado, na América do Norte, os projetos estruturais de edifícios altos são majoritariamente dominados por soluções em estrutura metálica. Algumas das principais vantagens apontadas para adoção de soluções em estrutura metálica para edifícios altos em relação às estruturas em concreto armado são: i) redução do tempo de obra; ii) diminuição do efetivo (as equipes de montagem tendem a ser menores que as equipes tradicionalmente empregues na construção civil com concreto armado); iii) fabricação totalmente industrializada com pouca ou nenhuma solda e/ou pintura em campo;

iv) redução nos custos de frete em relação às soluções pré-fabricadas, tendo em vista que o peso da carga é menor; v) redução do tamanho do canteiro de obras. No entanto, para que todas estas vantagens sejam realmente percebidas pelos construtores e pelo cliente, é necessário que os engenheiros envolvidos tanto na fase de projeto quanto na fase de execução tenham domínio e conhecimento dos métodos de dimensionamento utilizados na construção metálica e mista.

Nesse contexto, bons projetos de edifícios metálicos, com soluções estruturais competitivas e econômicas começam a partir da definição da modulação das vigas secundárias, que por sua vez depende do vão adotado para as lajes mistas. Assim, convém instruir os atores envolvidos no mercado a respeito do dimensionamento ótimo das lajes mistas. A principal solução adotada para a laje nestes edifícios é a laje de concreto com fôrma metálica incorporada com presença de mossas, responsáveis por aumentar a aderência física e a interação mista entre o concreto e o aço. Tradicionalmente, o método empregue para o dimensionamento é o método m-k, preconizado nas normas NBR 8800 (2008) e EN 1994-1-1 (2011), segundo o qual a resistência última ao cisalhamento longitudinal depende de coeficientes obtidos experimentalmente em ensaios de flexão de 4 pontos. Estes coeficientes são normalmente oferecidos pelos fabricantes da fôrma metálica, não havendo uma uniformização ou padronização no cálculo entre os diversos atores envolvidos. Além disso, a obtenção de tais coeficientes é onerosa, pois depende da realização de ensaios experimentais em escala real.

Recentemente, o aumento do poder de processamento computacional e da sofisticação na modelagem de simulações físicas por meio de métodos numérico-computacionais, como o método dos elementos finitos, torna possível a simulação do problema da interação mista entre a fôrma metálica e o concreto como uma etapa preliminar à realização de ensaios, permitindo o estudo aprofundado dos parâmetros envolvidos que influenciarão a resistência da laje mista.

## **1.2. OBJETIVOS**

O objetivo deste trabalho foi estudar a respeito do modo de ruptura por cisalhamento longitudinal em lajes mistas por meio da realização de análises numéricas baseadas no Método dos Elementos Finitos (MEF) com a consideração do comportamento não linear físico e geométrico dos materiais.

Como objetivos específicos dessa dissertação de mestrado, pode-se citar:

- Propor uma adaptação da metodologia utilizada por Soltanalipour *et al.* (2022) para realizar simulações de elementos finitos de ensaios de flexão em quatro pontos de lajes mistas com modelagem explícita da geometria das mossas, que modifique a geometria da moesa para se adequar às chapas de aço disponíveis no setor da construção civil brasileira, fabricadas com o aço ZAR280;
- Estimar a resistência última ao cisalhamento longitudinal para a obtenção dos coeficientes  $m-k$ ;
- Avaliar a influência de parâmetros que afetam o modo de ruptura ao cisalhamento longitudinal de lajes mistas.

## 2. DIMENSIONAMENTO DE LAJES MISTAS PELO MÉTODO DOS ESTADOS-LIMITES

Lajes mistas são elementos estruturais compostos de chapa de aço e camada de concreto armado, onde o aço se porta como uma fôrma para o concreto presente na face superior da laje. Este modelo construtivo quando comparado ao modelo convencional de lajes em concreto armado inibe a remoção de fôrmas e a necessidade do uso de escoras para a maioria dos casos. Dentre outras vantagens, há a redução do tempo de execução da laje e a leveza no peso final da estrutura, quando comparada a uma laje tradicional de concreto armado. Neste capítulo, será abordado o dimensionamento de lajes mistas segundo o método dos estados-limites, e de acordo com a norma NBR 8800 (2008).

### 2.1. DESCRIÇÃO DOS MATERIAIS

#### 2.1.1. Concreto

O concreto presente nessa estrutura é moldado *in loco* e, para a utilização na laje mista, é indicado o uso de concreto usinado que apresente resistência à compressão maior ou igual a 20 MPa (ABNT NBR 6118, 2014), além de ser evitado o uso de aditivos a base de cloretos para que não haja agressão à camada de zinco da chapa de aço. É necessário o uso de armadura complementar no concreto, uma malha anti-fissuração e/ou, no caso da existência de momentos fletores negativos é recomendado o dimensionamento dessa armadura superior, quando a área de aço da malha anti-fissuração não for suficiente para os esforços envolvidos. Esta malha controla o aparecimento de fissuras decorrente da retração e variação térmica do concreto.

#### 2.1.2. Perfil de aço

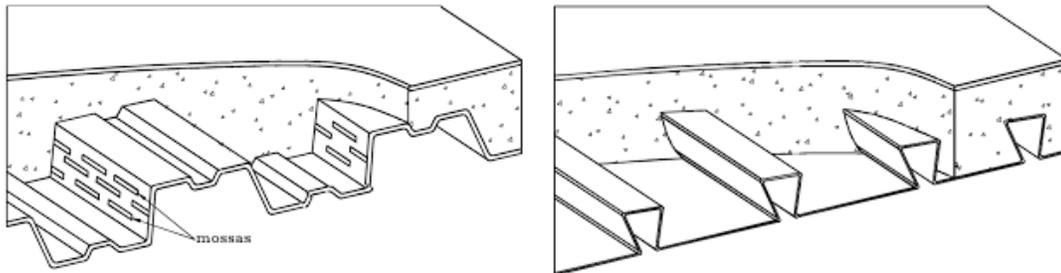
A chapa de aço das lajes mistas é popularmente conhecida como *deck* metálico, mas também é denominada de fôrma de aço perfilado ou telha-fôrma metálica. Outro termo comumente utilizado pelo meio técnico-científico é o termo *steel deck*, da língua inglesa. Há dois formatos mais utilizados de decks metálicos, são eles: o formato trapezoidal (Figura 2a) e reentrante (Figura 2b). A fôrma é responsável por resistir aos esforços de flexão e após o concreto apresentar rigidez, contribui para que a laje funcione como elemento misto através da transferência de cisalhamento horizontal segundo Queiroz *et al.* (2012).

Tabela 1- Tipos de fôrmas metálicas comercializadas nacionalmente

Nome	Fabricante	Geometria (medidas em milímetros)
<b>Polydeck 59s</b>	ArcelorMittal	
<b>SD-100</b>	Braços	
<b>Trapézio 75</b>	Forte Ferro e Aço	
<b>ISODECK-75</b>	ISOESTE Metálica	
<b>Kofar Deck</b>	Kofar	
<b>MF-50</b>	Metform	
<b>MF-75</b>	Metform	
<b>MBP-SD-50/915</b>	MBP	
<b>MBP-SD-75/795</b>	MBP	

Os perfis mais comercializados no mercado brasileiro (Tabela 1) são do tipo trapezoidal com chapa de aço de espessura fina variando entre 0,80 e 1,25 milímetros, podendo apresentar até 12 metros de comprimento e resultando em lajes de alturas médias entre 100 e 200

milímetros. As fôrmas são fabricadas com chapas de aço estrutural e, normalmente, obtidas através de perfilação a frio de uma chapa de aço zincada. Estas devem apresentar resistência para suportar as cargas isoladas das ações permanentes e sobrecargas da construção (Cordeiro, 2014; Queiroz *et al.*, 2012)



a) Trapezoidal e ligação mecânica

b) Reentrante e ligação por atrito

Figura 2- Tipos de chapas de aço e tipos de ligação (ABNT NBR 8800, 2008)

## 2.2. INTERAÇÃO CONCRETO-AÇO

A capacidade de transmissão do cisalhamento longitudinal ocorre através da interação da interface entre os materiais através de ligação mecânica ou por atrito, conforme já referenciado na Figura 2. A ligação mecânica está presente nas ligações do perfil metálico com o concreto através das mossas, característica presente nas fôrmas trapezoidais. No caso da ligação por atrito, essa ocorre através do confinamento do concreto nos cantos reentrantes das fôrmas que possuem essa característica no seu projeto, segundo Queiroz *et al.* (2012).

O comportamento denominado misto ocorre entre os dois elementos interconectados resultando em um único elemento, isso se dá pela ligação mecânica ou por atrito na interface dos elementos para que se deformem de maneira dependente. A aderência química dos elementos, mesmo que seja possível o atingimento de valores altos, não é considerada devido à baixa confiabilidade nessa conexão além de pouca ductibilidade (Queiroz *et al.*, 2012).

A interligação desses dois materiais, nesse caso, não é suficientemente rígida ou resistente para que haja interação total. Assim, trata-se de interação parcial onde há no elemento duas linhas neutras dependentes que possuem posição relacionada ao grau de interação entre os dois sistemas, segundo Queiroz *et al.* (2012). Dessa forma, haverá um pequeno deslizamento entre as superfícies caracterizando a ação mista parcial.

### 2.3. DIMENSIONAMENTO PELO MÉTODO DOS ESTADOS LIMITES

Inicialmente, algumas disposições construtivas precisam ser obedecidas para o dimensionamento das lajes mistas conforme recomendado pela ABNT NBR 8800 (2008) e são apresentados a seguir:

- a) a espessura da capa de concreto acima da fôrma precisa apresentar o valor mínimo de 50 milímetros;
- b) a dimensão máxima característica do agregado graúdo para o concreto não deve exceder os seguintes valores:
  - $0,4t_c$ , em que  $t_c$  é a altura da laje de concreto acima do topo da fôrma de aço;
  - $b_0/3$ , sendo  $b_0$  igual a largura média das nervuras para fôrmas trapezoidais e a largura mínima das nervuras para fôrmas reentrantes;
  - 30 milímetros.
- c) a armadura adicional necessária para a resistência da laje ao momento positivo e a armadura necessária para o momento negativo precisam estar de acordo com o recomendado pela NBR 6118 (2014) para o concreto de densidade normal ou, na ausência de Norma Brasileira aplicável, do EN1994-1-1 (2011), para o concreto de baixa densidade;
- d) o comprimento mínimo de apoio deve ser o necessário a fim de evitar o atingimento dos estados-limites correspondentes, tais como enrugamento da alma da fôrma de aço ou esmagamento do apoio durante a fase construtiva. Contudo recomenda-se que não seja um valor inferior a 75 milímetros para apoio em aço ou concreto e 100 milímetros para apoio em outros materiais, no caso de apoios internos. Para os apoios externos da fôrma esses valores podem ser reduzidos para 50 e 70 milímetros, respectivamente.

Por conseguinte, o dimensionamento de laje mista é dividido em duas etapas, sendo estas inicial e final. A fase inicial consiste na verificação da fôrma de aço enquanto o concreto ainda não apresenta resistência, nessa fase é utilizada como base a ABNT NBR 14762 (2010) e são levados em consideração os estados-limites últimos e de serviço. Para verificar o passo a passo dessa etapa inicial recomenda-se o uso da ABNT NBR 8800 (2008) no Anexo Q no item Q3. A presente dissertação de mestrado foca-se exclusivamente na fase final (fase mista), e, portanto, maiores detalhes quanto à verificação na fase inicial poderão ser consultados em outras bibliografias, como por exemplo Loureiro (2023).

Já na fase final, em que o concreto apresenta resistência com a fôrma de aço, também há verificação dos estados-limites correspondentes. Nesse trabalho será abordado apenas os parâmetros relacionados a essa etapa de pós-cura do concreto, tendo em vista que se deseja observar o comportamento misto das lajes. De um modo geral, as lajes mistas devem ser verificadas aos estados limites associados a momento fletor, cisalhamento longitudinal e cisalhamento vertical. Os estados limites de serviço de deslocamento vertical, fissuração do concreto e vibração excessiva do piso devem ser verificados. no estado-limite último.

Na Figura 3 são apresentadas as seções verificadas no dimensionamento da fase mista após a cura do concreto, ou seja, as seções críticas da laje mista. O significado de cada uma das numerações é mostrado a seguir, onde:

- I – está relacionada à resistência à flexão. Sendo a seção crítica quando há interação completa entre a fôrma e o concreto;
- II – possui relação com o cisalhamento longitudinal. O maior valor de carga na laje é definido para resistir ao cisalhamento nessa seção. Caracteriza-se como conexão de cisalhamento parcial pelo fato de o momento resistente último não poder ser atingido na seção I;
- III – relaciona-se com o cisalhamento vertical. Apenas em casos especiais esta seção será crítica, como por exemplo em lajes altas e curtas com cargas de grande magnitude.

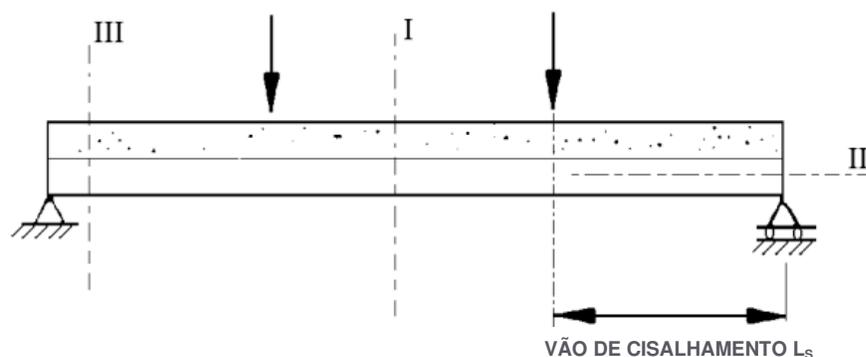


Figura 3 - Ilustração das seções críticas possíveis (Ferraz, 1999)

Nas seções seguintes, cada um destes estados-limites será explanado em detalhe segundo as especificações da ABNT NBR 8800 (2008).

### 2.3.1. Momento fletor

No dimensionamento das lajes mistas após a cura do concreto é necessário a determinação do momento fletor positivo de cálculo objetivando a verificação do modo de colapso da laje. Dessa forma, a fôrma de aço precisa resistir aos esforços de tração em conjunto com uma armadura adicional, caso exista, colocada na face inferior da laje segundo a ABNT NBR 8800 (2008). A colocação desta armadura adicional geralmente está associada a aplicações em que a telha-fôrma é utilizada apenas como fôrma perdida (sem função estrutural), ou para dimensionamento ao incêndio, quando, por motivos relacionados a requisitos associados à resistência ao fogo torna-se necessário acrescentar vergalhões nesta região. Estas situações não serão cobertas pela presente dissertação, pois está fora do escopo do trabalho.

Para a situação de momento fletor negativo, em que a fôrma metálica e o concreto abaixo da linha neutra estarão comprimidos, normalmente despreza-se a contribuição da fôrma metálica para o momento fletor negativo resistente, tendo em conta apenas a contribuição do concreto, dimensionando a seção como uma seção simples de concreto submetida à flexão com armadura negativa. A presente dissertação de mestrado, por se concentrar na modelagem numérico-computacional do modo de falha de cisalhamento longitudinal, foca-se apenas no dimensionamento, portanto, ao momento fletor positivo, que se correlaciona mais diretamente com a ocorrência do modo de cisalhamento longitudinal (recordar Figura 3). Para detalhes sobre o dimensionamento ao momento fletor negativo consultar Johnson (2004).

Algumas premissas de cálculo apresentadas no EN 1994-1-1 (2011) são propostas na determinação do momento fletor positivo resistente de projeto e estão citadas abaixo.

- Não há deslizamento relativo entre a fôrma de aço e o concreto, ou seja, é considerado que há interação total entre os materiais;
- A capacidade resistente do sistema é dada até a formação de uma rótula plástica, o que representa uma análise rígido-plástica;
- O modo de ruptura do sistema se dá por falha a flexão se for atingido o valor da tensão de escoamento da fôrma de aço ou o valor de tensão que corresponda ao esmagamento do concreto por compressão;

- Não é considerada a contribuição da parcela do concreto tracionado na resistência da laje mista, ou seja, é levado em consideração apenas a parcela referente a contribuição da fôrma de aço;
- Por fim, não é considerado a influência do concreto confinado no interior das nervuras.

O cálculo do momento fletor positivo é realizado levando em consideração a posição da linha neutra plástica. Contudo, é necessário o cálculo da força resistente de compressão de cálculo da capa de concreto da laje ( $N_{cf}$ ) e da força resistente de tração de cálculo da chapa perfurada ( $N_{pa}$ ), pois se  $N_{cf} \geq N_{pa}$ , então a linha neutra plástica estará posicionada na capa de concreto, porém se  $N_{cf} < N_{pa}$ , então a linha neutra plástica estará posicionada na fôrma de aço. Esses parâmetros podem ser calculados conforme apresentado nas Equações (1) e (2).

$$N_{cf} = 0,85bt_c f_{cd} \quad (1)$$

$$N_{pa} = A_{F,ef} f_{yFd} \quad (2)$$

Onde:

$b$  é a largura unitária da laje, tomada igual a 1.000 mm;

$t_c$  é a altura da laje de concreto acima do topo da fôrma de aço;

$f_{cd}$  é a resistência de cálculo do concreto à compressão;

$A_{F,ef}$  é a área da seção efetiva da fôrma (correspondente a 1.000 mm), determinada desprezando-se a largura das mossas na seção transversal, a menos que se demonstre por meio de ensaios que uma área maior possa ser utilizada;

$f_{yFd}$  é a resistência de cálculo ao escoamento do aço da fôrma.

### 2.3.1.1. Linha neutra plástica acima da fôrma de aço

Quando a linha neutra plástica está posicionada acima da fôrma de aço o diagrama de tensões na seção transversal da laje se comporta conforme apresentado na Figura 4, sendo o valor da altura do bloco de compressão do concreto, ver Equação (4), oriundo do equilíbrio de forças na seção e o valor do momento resistente de cálculo ( $M_{Rd}$ ) obtido por meio do equilíbrio de momentos que atuam na seção transversal da laje mista, ver Equação (3), tendo em vista que este atua a favor da redução da parcela referente a compressão do concreto para haver esse equilíbrio.

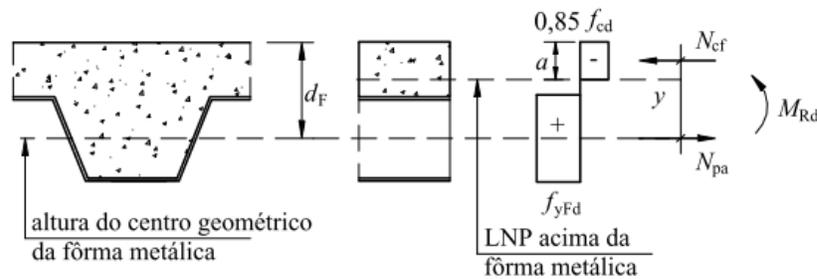


Figura 4 – Diagrama de tensões para momento positivo com linha neutra plástica acima da fôrma de aço (ABNT NBR 8800, 2008).

$$M_{Rd} = N_{pa}(d_F - 0,5a) \quad (3)$$

$$a = \frac{N_{pa}}{0,85f_{cd}b} \quad (4)$$

Onde:

$d_F$  é a distância da face superior da laje de concreto ao centro geométrico da seção efetiva da fôrma;

$a$  é a altura do bloco de compressão do concreto;

$b$  é a largura unitária da laje, tomada igual a 1 000 mm.

### 2.3.1.2. Linha neutra plástica na fôrma de aço

No caso da linha neutra plástica contida na fôrma de aço, não há uma metodologia simplificada para representar o cálculo do momento resistente e a posição da linha neutra plástica na fôrma devido à complexidade da geometria do *deck*. Nessa situação é proposto um método aproximado previsto no EN1994-1-1 (2011) e validado por meio de ensaios experimentais, conforme apresentado nas Equações de (5) a (7) e no diagrama de tensões na Figura 5.

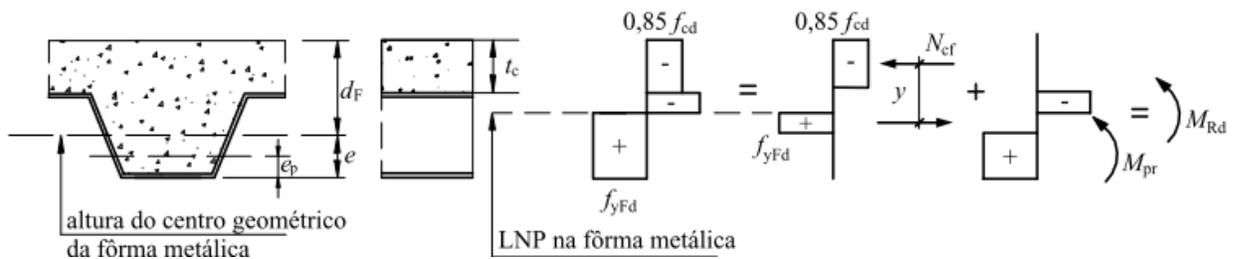


Figura 5 - Diagrama de tensões para momento positivo com linha neutra plástica na fôrma de aço (ABNT NBR 8800, 2008).

$$M_{Rd} = N_{cf}y + M_{pr} \quad (5)$$

$$y = h_t - 0,5t_c - e_p + (e_p - e) \frac{N_{cf}}{N_{pa}} \quad (6)$$

$$M_{pr} = 1,25M_{pa} \left( 1 - \frac{N_{cf}}{N_{pa}} \right) \leq M_{pa} \quad (7)$$

Onde:

$M_{pr}$  é o momento de plastificação da fôrma de aço, reduzido pela presença da força axial;

$M_{pa}$  é o momento de plastificação da fôrma de aço, considerando sua seção efetiva, dividido pelo coeficiente de ponderação da resistência ( $\gamma_{a1}=1,10$ );

$h_t$  é a altura total da laje, incluindo a fôrma e o concreto;

$e$  é a distância do centro geométrico da área efetiva da fôrma à sua face inferior.

$e_p$  é a distância da linha neutra plástica da seção efetiva da fôrma à sua face inferior.

### 2.3.2. Cisalhamento vertical

A resistência ao cisalhamento vertical de cálculo ( $V_{v,Rd}$ ) é proporcionada pelo concreto e pela fôrma de aço, conforme apresentado na Equação (8) e parâmetros de cálculo relacionados a geometria da laje mista ilustrados na Figura 6.

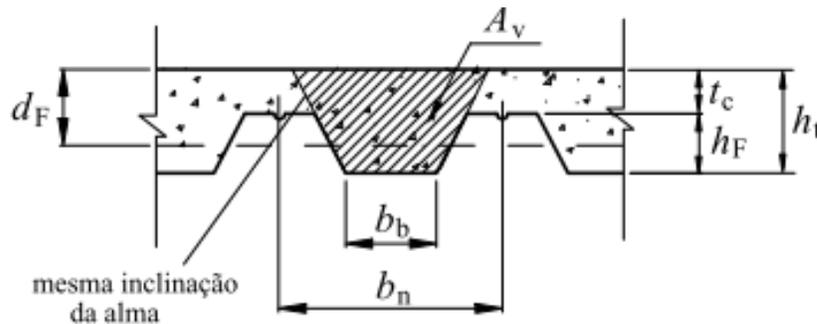


Figura 6 – Dimensões da fôrma de aço e da capa de concreto (ABNT NBR 8800, 2008)

$$V_{v,Rd} = V_{v,F,Rd} + V_{v,c,Rd} \leq V_{max} \quad (8)$$

Onde:

$V_{v,F,Rd}$  é a força cortante vertical resistente de cálculo da fôrma de aço incorporada, expressa em newton (N), relativa a 1.000 mm de largura, determinada conforme a ABNT NBR 14762 (2010);

$V_{v,c,Rd}$  é a força cortante vertical resistente de cálculo do concreto, expressa em newton (N), relativa a 1.000 mm de largura;

$V_{max}$  é um limite da força cortante, expresso em newton (N), relativo a 1.000 mm de largura.

Para obter o valor da força cortante vertical resistente de cálculo da fôrma de aço incorporada ( $V_{v,F,Rd}$ ) a ABNT NBR 14762 (2010) considera os estados-limites de escoamento da alma ou flambagem por cisalhamento através das equações apresentadas abaixo.

$$\text{Para } \frac{h}{t} \leq 1,08 \left( \frac{EK_v}{f_y} \right)^{0,5} \text{ utiliza-se } V_{v,F,Rd} = \frac{0,6f_y h t}{\gamma_F} \quad (9)$$

$$\text{Para } 1,08 \left( \frac{EK_v}{f_y} \right)^{0,5} < \frac{h}{t} \leq 1,4 \left( \frac{EK_v}{f_y} \right)^{0,5} \text{ utiliza-se } V_{v,F,Rd} = \frac{0,65t^2 (K_v f_y E)^{0,5}}{\gamma_F} \quad (10)$$

$$\text{Para } \frac{h}{t} > 1,4 \left( \frac{EK_v}{f_y} \right)^{0,5} \text{ utiliza-se } V_{v,F,Rd} = \frac{0,905EK_v t^3}{\gamma_F h} \quad (11)$$

$$K_v = 5,0 \text{ quando } \frac{a'}{h} > 3 \quad (12)$$

$$K_v = 5 + \frac{5}{\left( \frac{a'}{h} \right)^2} \text{ quando } \frac{a'}{h} \leq 3, \frac{a'}{h} \leq \left[ \frac{260}{\left( \frac{h}{t} \right)} \right]^2 \text{ e } I_{s,min} = 5ht^3 \left( \frac{h}{a'} - \frac{0,7a'}{h} \right) \geq \left( \frac{h}{50} \right)^4 \quad (13)$$

Onde:

$E$  é o módulo de elasticidade da fôrma de aço;

$t$  é a espessura da alma da fôrma de aço;

$h$  é a largura da alma da fôrma de aço (altura da parte plana da alma, ou seja, desconsidera-se os raios do canto da seção transversal);

$\gamma_F$  é o coeficiente de ponderação da fôrma de aço apresentado na tabela 12.1 da ABNT NBR 6118 (2014), podendo assumir os valores de 1,0 ou 1,15.;

$K_v$  é o coeficiente de flambagem local por cisalhamento da fôrma de aço;

$a'$  é a distância entre enrijecedores transversais de alma da fôrma de aço;

$I_{s,min}$  é o momento de inércia mínimo de um enrijecedor simples ou duplo, em relação ao eixo contido no plano médio da alma da fôrma de aço.

No caso da força cortante vertical resistente de cálculo do concreto ( $V_{v,c,Rd}$ ), o roteiro de cálculo é apresentado abaixo:

$$V_{v,c,Rd} = \frac{1000\tau_{Rd}k_v(1,2 + 40\rho)A_v}{b_n} \quad (14)$$

$$\tau_{Rd} = 0,25f_{ctd} \quad (15)$$

$$f_{ctd} = \frac{\eta f_{ctk,inf}}{\gamma_c} \quad (16)$$

$$\eta = 0,3 + 0,7(\rho_c/2400) \quad (17)$$

$$f_{ctk,inf} = 0,21f_{ck}^{2/3} \quad (18)$$

Caso haja armadura longitudinal de tração que se estenda a não menos que

$$d + \ell_{b,nec} \text{ além da seção considerada, } k_v = \left(1,6 - \frac{d}{1000}\right) \geq 1,0 \quad (19)$$

$$\text{Nos outros casos, } k_v = 1,0 \quad (20)$$

$$\rho = \frac{A_s}{A_v} \leq 0,02 \quad (21)$$

Onde:

- $A_v$  é a área resistente do concreto, expressa em milímetros quadrados (mm<sup>2</sup>);
- $A_s$  é a área da armadura longitudinal de tração, referente à área  $A_v$ , expressa em milímetros quadrados (mm<sup>2</sup>);
- $d$  é a distância da face superior da laje de concreto ao centro da armadura longitudinal de tração, expressa em milímetros (mm);
- $b_n$  é a largura entre duas nervuras consecutivas, expressa em milímetros (mm);
- $\ell_{b,nec}$  é o comprimento de ancoragem necessário, dado na ABNT NBR 6118 (2014) para o concreto de densidade normal ou, na ausência de Norma Brasileira aplicável, no EN1994-1-1 (2011) para o concreto de baixa densidade;
- $\rho_c$  é a densidade específica do concreto, em quilogramas por metro cúbico, não podendo ser tomado valor superior a 2.400 kg/m<sup>3</sup>;
- $f_{ctk,inf}$  é a resistência à tração direta característica inferior do concreto, segundo a ABNT NBR 6118 (2014) expressa em megapascal (MPa);
- $f_{ck}$  é a resistência característica a compressão do concreto expressa em megapascal (MPa);

$\gamma_c$  é o coeficiente de segurança do concreto apresentado na tabela 12.1 da ABNT NBR 6118 (2014), podendo assumir os valores de 1,2 ou 1,4.

Por fim, é apresentada a Equação (22) para o cálculo do valor limite da força cortante:

$$V_{max} = \frac{1000 \cdot 0,285(f_{ck})^{1/2} A_v}{b_n} \quad (22)$$

### 2.3.3. Cisalhamento longitudinal

Para o cálculo da resistência ao cisalhamento longitudinal é apresentado pela ABNT NBR 8800 (2008) o método semi-empírico *m-k*. A norma ABNT NBR 8800 (2008) refere ainda que outros métodos para se calcular a resistência ao cisalhamento longitudinal podem ser utilizados, como, por exemplo, o método da interação parcial dado pelo EN1994-1-1 (2011). Nesse trabalho é utilizado o método *m-k*, que relaciona a resistência nominal ao esforço cortante através de parâmetros de ensaio. Segundo Neto (2001) este método apresenta resultados satisfatórios quando há fôrmas metálicas com comportamento frágil e pequenos vãos. Contudo, não se aplica em lajes mistas com ancoragem de extremidade ou quando o uso de armadura longitudinal de reforço na resistência do sistema misto é necessário.

A Equação (23), em que o momento resistente da laje é representado por  $M_R$ , é obtida considerando o equilíbrio de forças na seção longitudinal da laje mista ilustrada na Figura 7, onde  $C$  representa a parcela relacionada a compressão e  $T$  a tração no sistema misto. Nesta figura, “ $a$ ” representa a profundidade da linha neutra. A distância entre as duas componentes é chamada de  $y$ , contudo a diferença entre  $y$  e a distância do centro de gravidade da fôrma à fibra superior ( $d_F$ ) é pequena, sendo possível tomá-la igual à distância  $d_F$ .

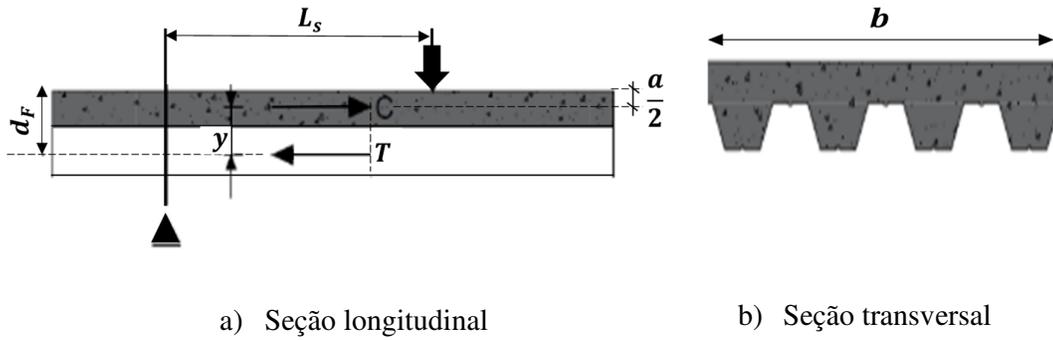


Figura 7 – Diagrama de tensões nas seções da laje mista relacionadas ao cisalhamento longitudinal (Calado, 2015).

$$M_R = T \cdot y = T \cdot d_F, \text{ pois } y = d_F - \frac{a}{2} \cong d_F \text{ tendo em vista que } \frac{a}{2} \ll d_F \quad (23)$$

A área correspondente ao cisalhamento é equivalente à largura  $b$  multiplicado pelo comprimento  $L_s$ . A força  $T$ , ver Equação (24), é encontrada pelo somatório da força de atrito nos apoios e a força resistente ao cisalhamento longitudinal, onde  $k_1$  representa o atrito dos apoios e  $k_2$  é uma constante de proporcionalidade. A força solicitante é a força cortante solicitante na laje ( $V$ ) que provoca o momento  $M_s$ , conforme apresentado na Equação (25). Para que haja o equilíbrio na seção, temos que o momento resistente precisa ser igual ao momento solicitante, ver Equação (26).

$$M_R = T \cdot d_F = (k_1 + k_2 b L_s) d_F \quad (24)$$

$$M_s = V \cdot L_s \quad (25)$$

$$M_s = M_R \quad (26)$$

Desenvolvendo a Equação (26), tem-se que a Equação (27) e, por conseguinte, isolando a força cortante longitudinal, encontra-se a Equação (28). Substituindo-se os valores de coeficientes e dividindo pelo coeficiente de segurança nesta última, obtém-se a Equação (29) apresentada na ABNT NBR 8800 (2008).

$$V \cdot L_s = k_1 d_F + k_2 b L_s d_F = k_1 d_F \left( \frac{b A_{F,ef}}{b A_{F,ef}} \right) + k_2 b L_s d_F \quad (27)$$

$$V = b d_F \left( \frac{k_1 A_{F,ef}}{b L_s A_{F,ef}} \right) + b d_F k_2 = b d_F \left( \frac{k_1}{A_{F,ef}} \frac{A_{F,ef}}{b L_s} + k_2 \right) \quad (28)$$

De acordo com a ABNT NBR 8800 (2008) a força cortante resistente vertical devido ao modo de falha de cisalhamento longitudinal ( $V_{\ell,Rd}$ ) pode ser calculada da seguinte forma:

$$V_{\ell,Rd} = \frac{bd_F \left[ \left( \frac{mA_{F,ef}}{bL_s} \right) + k \right]}{\gamma_{s\ell}} \quad (29)$$

Onde:

$d_F$  é a distância da face superior da laje de concreto ao centro geométrico da seção efetiva da fôrma, expressa em milímetros;

$b$  é a largura unitária da laje, tomada igual 1000 milímetros;

$L_s$  é o vão de cisalhamento, expresso em milímetros;

$m$  e  $k$  são constantes empíricas, em newton por milímetros quadrado (N/mm<sup>2</sup>), obtidas por meio de ensaios realizados conforme o EN1994-1-1 (2011);

$\gamma_{s\ell}$  é o coeficiente de ponderação de resistência, sendo o valor determinado pela norma utilizada nos ensaios igual a 1,25;

$A_{F,ef}$  é a área da seção efetiva da fôrma.

O vão de cisalhamento ( $L_s$ ) deve ser adotado conforme (ver Figura 8):

- a)  $L_F/4$  para cargas uniformemente distribuídas, onde  $L_F$  é o vão teórico da laje na direção das nervuras;
- b) a distância entre uma carga aplicada e o apoio mais próximo para duas cargas concentradas simétricas;
- c) a relação entre o máximo momento e a maior reação de apoio, para outras condições de carregamento, incluindo combinação de carga distribuída ou cargas concentradas assimétricas.

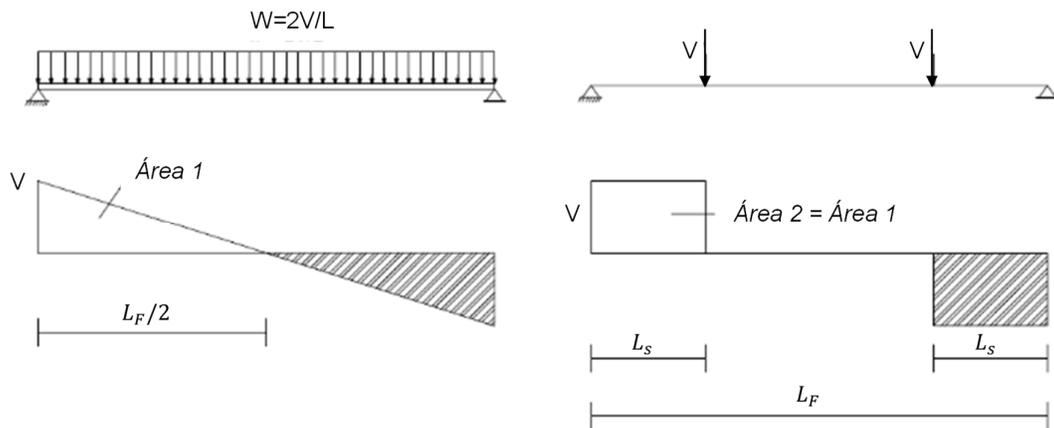


Figura 8 – Determinação do comprimento do vão de cisalhamento (Calado, 2015).

Caso a laje seja projetada para ser contínua, a ABNT NBR 8800 (2008) permite o uso de vão simplesmente apoiado equivalente para determinação da resistência. O valor de comprimento pode ser igual ao 0,8 vezes o vão real para vãos internos e 0,9 vezes para vão de extremidade, conforme ilustrado na Figura 9.



Figura 9 - Representação do vão equivalente para lajes contínuas.

### 2.3.3.1. Ensaios de lajes mistas

O método de ensaio proposto pelo EN 1994-1-1 (2011) para lajes mistas é chamado ensaio de flexão de quatro pontos, cuja configuração é mostrada na Figura 10.

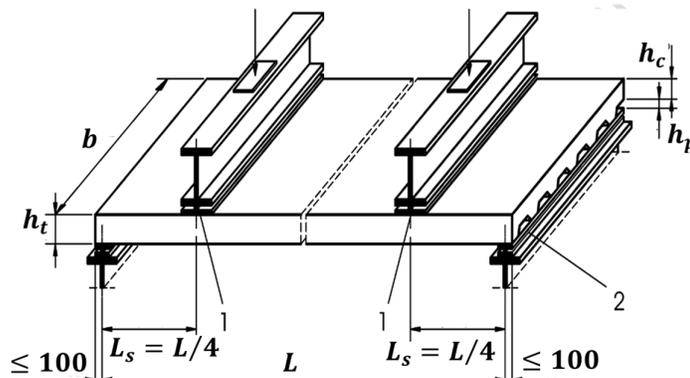


Figura 10 – Modelo de ensaio de flexão em quatro pontos (EN 1994-1-1, 2011) (medidas em milímetros).

É recomendado que o ensaio seja efetuado em lajes simplesmente apoiadas, sendo o sistema de ensaio igual ou equivalente ao da Figura 10. São aplicadas duas cargas concentradas lineares iguais com disposição simétrica a  $L/4$  e a  $3L/4$  na direção do vão. Quando os ensaios são utilizados para a determinação dos coeficientes  $m$  e  $k$ , para cada variável a analisar deverão realizar-se no mínimo dois grupos de três ensaios (indicados na Figura 11 pelas zonas A e B) ou três grupos de dois ensaios, resultando, portanto, no mínimo de 6 pontos para obtenção dos coeficientes  $m-k$ .

Para os protótipos na zona A, o vão de corte deverá ser o maior possível, continuando, no entanto, a provocar a ruptura por corte longitudinal e para os protótipos na zona B, o vão de corte deverá ser o menor possível, continuando, no entanto, a provocar a ruptura por corte longitudinal, mas sem ter um comprimento inferior a  $3h_t$ .

Nesse ensaio, a fôrma e as mossas precisam ser representadas de maneira mais semelhante possível com as chapas que serão utilizadas. Sendo assim, o espaçamento e a altura das mossas não podem apresentar desvios em relação aos valores nominais superiores respectivamente a 5% e a 10%.

Na zona de tração das lajes, deverão colocar-se, em toda a largura da laje de ensaio e sob as cargas aplicadas, indutores de fissuração. Para isso, a altura dos indutores deverá ser pelo menos igual à altura das chapas. Esses indutores são colocados de modo a definir melhor o vão de corte ( $L_s$ ) e para eliminar a resistência do concreto a tração desde o início do ensaio. A largura ( $b$ ) das lajes de ensaio não deverá ser inferior a três vezes a altura total, ou à largura do recobrimento da chapa perfilada, ou 600 milímetros (EN 1994-1-1, 2011).

#### 2.3.3.2. Determinação dos valores de cálculo para $m$ e $k$

De acordo com o EN 1994-1-1 (2011), se o comportamento for dúctil, o esforço cisalhante experimental representativo  $V_t$  deverá ser considerado igual a 0,5 vezes o valor da carga de ruptura  $W_t$  (valor medido na célula de carga central acrescido do peso próprio da laje). Se o comportamento for frágil, este valor deve ser reduzido pela aplicação do coeficiente 0,8. A partir do conjunto dos valores de ensaio de  $V_t$ , o valor característico da resistência ao cisalhamento deverá ser calculado como sendo o quartil de 5% do modelo estatístico adequado e representado por uma reta de regressão linear característica, como indicado na Figura 11.

Se forem efetuados dois grupos de três ensaios e se o desvio de qualquer resultado em relação à média do grupo não exceder 10%, a relação de cálculo poderá ser determinada de acordo com o Anexo D do EN 1994-1-1 (2011) ou admitindo-se em cada grupo que o valor característico é o obtido reduzindo de 10% o valor mínimo do grupo. A relação de cálculo é constituída pela reta que passa por esses valores característicos para os grupos A e B.

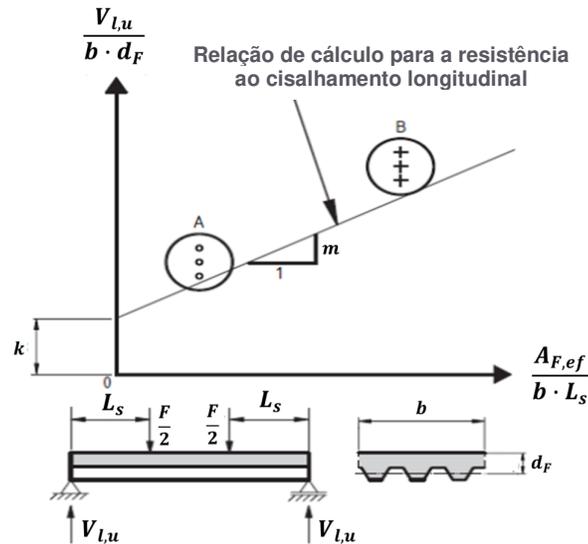


Figura 11 – Avaliação dos resultados de ensaio (EN 1994-1-1, 2011)

Na Figura 12, tem-se o modelo de gráfico típico de determinação dos coeficientes “*m*” e “*k*”, porém acrescentando-se também as curvas equivalentes aos outros modos de colapso. Assim, tem-se no trecho inicial, a reta correspondente à plastificação por momento fletor que será o estado limite governante no caso de lajes de maiores vãos, seguida da aproximação da reta representativa do colapso por esforço de cisalhamento longitudinal ocorrido em vãos intermediários e, por fim, o patamar correspondente ao colapso por cisalhamento vertical, que costuma prevalecer em casos de lajes de vãos curtos com maiores carregamentos. Nesse gráfico são utilizadas as equações apresentadas na seção 2.3.1 para a reta de flexão, na seção 2.3.3 para a reta de cisalhamento longitudinal e na seção 2.3.2, desse trabalho, para a reta de cisalhamento vertical.

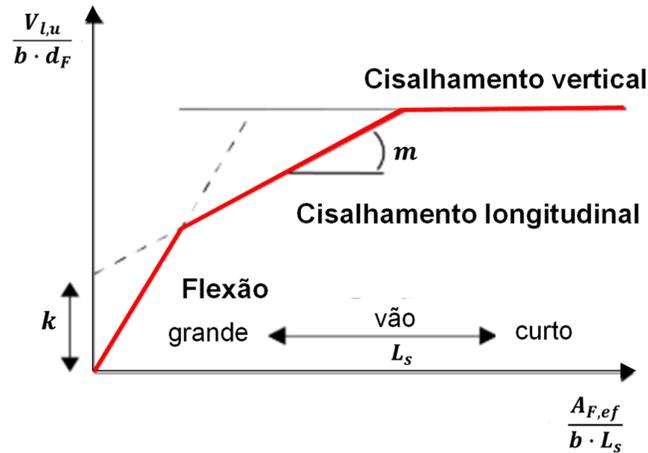


Figura 12 – Gráfico de regressão linear apresentando os limites dos modos de colapso da laje mista. Adaptado de Calado (2015).

Segundo Ferraz (1999), o colapso por cisalhamento longitudinal ocorre pela falha por cisalhamento entre as mossas da fôrma de aço e o concreto resultando na perda da ação composta do concreto com a fôrma de aço. A característica da falha se dá pelo alto valor de deslizamento horizontal relativo entre a fôrma de aço e o concreto na extremidade – deslizamento relativo de extremidade. Dessa forma, o colapso ocorre por meio de interação parcial ao cisalhamento.

#### 2.3.4. Fissuração do concreto

De acordo com a ABNT NBR 8800 (2008), o estado-limite de fissuração do concreto em regiões de momento negativo de lajes contínuas deve ser verificado de acordo com a ABNT NBR 6118 (2014) para o concreto de densidade normal ou, na ausência de Norma Brasileira aplicável, de acordo com o EN 1992-1-1, (2004) para o concreto de baixa densidade. Para lajes calculadas como simplesmente apoiadas, deve-se colocar armadura para combater os efeitos de retração e temperatura com área não menor que 0,1% da área de concreto acima da face superior da fôrma. Essa armadura deve ser colocada preferencialmente a 20 milímetros abaixo do topo da laje.

#### 2.3.5. Deslizamento horizontal

O deslizamento relativo de extremidade ocorre no estado limite de utilização, segundo o EN1994-1-1 (2011), e é caracterizado pelo deslizamento horizontal relativo resultante de

aplicação de carga. A carga de deslizamento é a que provoca um deslizamento de extremidade de 0,5 mm. Se a carga for inferior a 1,2 vezes o valor de cálculo da carga de serviço é considerado que houve o deslizamento de extremidade e deve-se utilizar armaduras de extremidade. Em alternativa, as flechas devem ser calculadas incluindo o efeito do deslizamento de extremidade.

### 2.3.6. Deslocamento vertical

O deslocamento vertical ( $\delta$ ) não deve ser maior que o vão teórico da laje ( $L_F$ ) na direção das nervuras dividido por 350, conforme a Equação (30) deve ser considerado exclusivamente o efeito das ações variáveis de acordo com a ABNT NBR 8800 (2008).

$$\delta < \frac{L_F}{350} \quad (30)$$

Primeiramente, realiza-se a homogeneização da seção transversal (31), tendo em vista que nas lajes mistas essa seção é composta por dois materiais, aço e concreto.

$$\alpha_E = \frac{E_s}{E_{CS}} \quad (31)$$

Onde:

$\alpha_E$  é a razão modular entre o aço e concreto;

$E_s$  é o módulo de elasticidade do aço;

$E_{CS}$  é o módulo de elasticidade secante do concreto.

Por conseguinte, faz-se a transformação da largura da seção de concreto em uma seção equivalente em aço por meio da Equação (32), conforme apresentado na Figura 13.

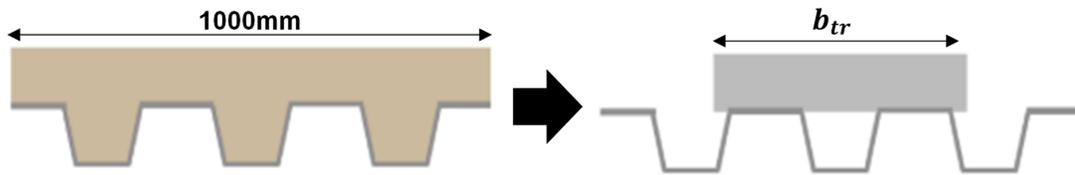


Figura 13 – Largura da seção de concreto transformada em uma seção equivalente em aço. Adaptado de Favarato (2021).

$$b_{tr} = \frac{1000}{\alpha_E} \quad (32)$$

Onde:

$b_{tr}$  é a largura da seção transformada.

### 2.3.6.1. Posição da linha neutra na capa de concreto

O cálculo do valor da posição da linha neutra elástica da seção homogeneizada ( $x$ ) é mostrado na Equação (33) onde é desprezada a influência do concreto tracionado e os parâmetros estão ilustrados na Figura 14.

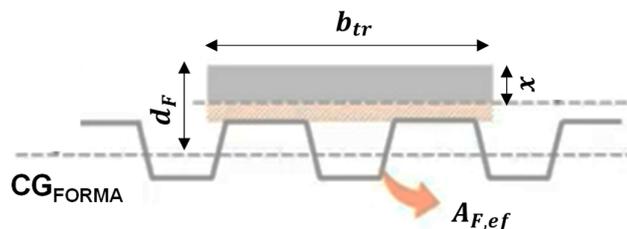


Figura 14 – Seção transversal homogeneizada com linha neutra elástica na capa de concreto. Adaptado de Favarato (2021).

$$\frac{b_{tr}x^2}{2} = A_{F,ef}(d_F - x) \text{ para } x \leq t_c \quad (33)$$

Onde:

$A_{F,ef}$  é a distância da face superior da laje de concreto ao centro geométrico da seção efetiva da fôrma, expressa em milímetros;

$d_F$  é a área da seção efetiva da fôrma;

$t_c$  é a altura da laje de concreto acima do topo da fôrma de aço, expressa em milímetros (mm).

Utiliza-se a Equação (34) para obter o momento de inércia da seção homogeneizada ( $I_{x,tr}$ ) quando a posição da linha neutra elástica se encontra na capa de concreto.

$$I_{x,tr} = I_{x,fôrma} + A_{F,ef}(d_F - x)^2 + \frac{b_{tr}x^3}{3} \quad (34)$$

Onde:

$I_{x,fôrma}$  é o momento de inércia da fôrma metálica.

### 2.3.6.2. Posição da linha neutra abaixo da capa de concreto

A posição da linha neutra elástica da seção homogeneizada ( $x$ ) é mostrado na Equação (35) para o caso em que se encontra abaixo da capa de concreto (Figura 15).

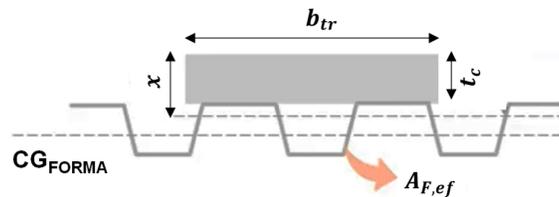


Figura 15 - Seção transversal homogeneizada com linha neutra elástica abaixo da laje de concreto. Adaptado de Favarato (2021).

$$b_{tr}t_c \left( x - \frac{t_c}{2} \right) = A_{F,ef}(d_F - x) \text{ para } x > t_c \quad (35)$$

Assim, calcula-se o momento de inércia da seção homogeneizada ( $I_{x,tr}$ ) através da Equação (36).

$$I_{x,tr} = I_{x,fôrma} + A_{F,ef}(d_F - x)^2 + \frac{b_{tr}t_c^3}{12} + b_{tr}t_c \left(x - \frac{t_c}{2}\right)^2 \quad (36)$$

Por fim, utilizando a Equação (37) para lajes mistas do tipo biapoiadas encontra-se o valor do deslocamento vertical máximo ( $\delta_{max}$ ) quando submetidas a um carregamento distribuído.

$$\delta_{max} = \frac{5q_{var}L_F^4}{384E_sI_{x,tr}} \quad (37)$$

Onde:

$q_{var}$  é o valor da carga aplicada na laje;

$L_F$  é o vão teórico da laje.

Para o caso de lajes biapoiadas com forças concentradas  $P$  equidistantes  $L_F/4$  do apoio sem a atuação de carga distribuída, o deslocamento máximo no centro do vão pode ser encontrado pelo princípio dos trabalhos virtuais (2º Teorema de Castigliano) como igual a:

$$\delta_{max} = \frac{11PL_F^3}{384E_sI_{x,tr}} \quad (38)$$

## 2.4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo o dimensionamento de lajes mistas em relação aos principais modos de falha (momento fletor positivo, cisalhamento longitudinal e cisalhamento vertical) foram revisados segundo a norma brasileira NBR 8800 (2008). Nos capítulos seguintes, as equações apresentadas no Capítulo 2 serão utilizadas para interpretar, analisar e comparar os resultados obtidos via método dos elementos finitos.

### **3. MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS APLICADO À ANÁLISE NÃO-LINEAR DE LAJES MISTAS**

Considerando que o principal objetivo da presente dissertação é a modelagem numérico-computacional de lajes mistas por meio do método dos elementos finitos, na primeira parte do presente capítulo serão abordados os conceitos fundamentais do método dos elementos finitos com enfoque na formulação clássica baseada em deslocamentos (Bathe, 1996), além dos conceitos fundamentais associados a análise não-linear de natureza física e geométrica no contexto do método dos elementos finitos. Na segunda parte, são apresentados uma revisão histórica juntamente com o estado da arte das aplicações do método para a análise estrutural de lajes mistas, com destaque para as primeiras tentativas, até os mais recentes avanços, contextualizando como este trabalho pretenderá contribuir.

Segundo Vaz (2011), o Método dos Elementos Finitos (MEF) para a análise em estruturas se tornou mais conhecido através de trabalhos independentes do professor John Argyris do Imperial College em Londres e de um grupo de engenheiros da Boeing liderados pelo professor Ray W. Clough, os quais ocorreram quase que simultaneamente. Contudo, o trabalho que foi considerado como pioneiro foi sobre o problema de torção de Saint-Venant do matemático alemão Richard Courant do ano de 1943.

O MEF foi um desenvolvimento natural da formulação em deslocamentos da análise matricial de estruturas reticuladas impulsionado pelo crescimento do uso de computadores nas universidades, centros de pesquisa e na grande indústria. A semelhança entre os dois métodos consiste no uso comum dos conceitos de matriz de rigidez de elemento, montagem (*assembly*, em inglês) da matriz de rigidez da estrutura a partir da contribuição das matrizes de rigidez dos elementos e do conceito de cargas equivalentes nodais. A diferença entre os dois métodos está relacionado ao fato de o MEF apresentar maior generalidade e por possuir raízes nos métodos de energia e nos métodos aproximados, segundo Vaz (2011).

A análise matricial de estruturas reticuladas sistematizou o método clássico dos deslocamentos e unificou a metodologia para a análise de diferentes tipos de estruturas reticuladas, tais como treliças planas e espaciais, vigas e grelhas e pórticos planos e espaciais. Contudo o MEF pode ser usado para se formular tanto problemas de análise de estruturas reticuladas, quanto de estruturas contínuas em duas e três dimensões, de acordo com Vaz (2011). A aplicação do método que teve início através da análise estática de estruturas de

comportamento linear elástico, estendeu-se à análise estática de estruturas com não linearidade física e geométrica e à análise dinâmica de estruturas. Na área de análise de estruturas, a formulação do MEF pode ser feita a partir do Princípio da Mínima Energia Potencial Total, do Método de Resíduos Ponderados ou do Princípio dos Deslocamentos Virtuais. Será apresentado aqui brevemente a formulação clássica baseada em deslocamentos tendo como base o Princípio dos Deslocamentos Virtuais.

O MEF utiliza os conceitos de “discretização” do contínuo e de “matriz de interpolação” que fornece os deslocamentos em um ponto no interior do elemento em função de seus deslocamentos nodais. O termo discretização se refere a um modelo com um número finito (*discrete*, em inglês) de incógnitas (deslocamentos nos nós do modelo) para a análise de meios contínuos em contraposição a uma análise com um número infinito de variáveis como as feitas pela Teoria da Elasticidade que usam funções contínuas, ou seja, com infinitas incógnitas como solução (Vaz, 2011). Nesse sentido, no MEF, assim como no método dos deslocamentos, as incógnitas são deslocamentos rotações em nós discretizados da estrutura.

Considere um sólido deformável contínuo com restrições que impeçam deslocamento de corpo rígido em um sistema cartesiano X, Y e Z (ver Figura 16). Este sólido contínuo é discretizado em uma série finita de elementos “*m*”, com 8 nós, com cada nó identificado pelo subíndice *i*. Na Figura 16, também são apresentadas as forças externas concentradas, **F**, atuando em nós *i* ao longo dos três eixos coordenados (**F<sub>X</sub>**, **F<sub>Y</sub>** e **F<sub>Z</sub>**), ao os pontos nodais com deslocamentos locais *u<sub>i</sub>*, *v<sub>i</sub>* e *w<sub>i</sub>*, para um elemento finito genérico com um sistema de coordenadas cartesianas locais *x*, *y* e *z*. Além disso, cada nó “*i*” também possui deslocamentos globais *U*, *V* e *W* no sistema cartesiano global, denotados por **U**. Faz-se uma observação breve de que sempre que o texto refere deslocamentos, está se referindo a rotações. Além disso, as grandezas vetoriais e matriciais estarão em negrito.

O campo de deformações correspondente ao campo de deslocamentos é denotada por:

$$\boldsymbol{\epsilon}^T = [\boldsymbol{\epsilon}_{XX} \quad \boldsymbol{\epsilon}_{YY} \quad \boldsymbol{\epsilon}_{ZZ} \quad \boldsymbol{\gamma}_{XY} \quad \boldsymbol{\gamma}_{YZ} \quad \boldsymbol{\gamma}_{ZX}] \quad (39)$$

Em que:

$$\boldsymbol{\epsilon}_{XX} = \left( \frac{\partial U}{\partial X} \right); \quad \boldsymbol{\epsilon}_{YY} = \left( \frac{\partial V}{\partial Y} \right); \quad \boldsymbol{\epsilon}_{ZZ} = \left( \frac{\partial W}{\partial Z} \right) \quad (40)$$

$$\gamma_{XY} = \frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X}; \quad \gamma_{YZ} = \frac{\partial V}{\partial Z} + \frac{\partial W}{\partial Y} \quad \gamma_{ZX} = \frac{\partial W}{\partial X} + \frac{\partial U}{\partial Z} \quad (41)$$

E o campo de tensões associado a esse campo de deslocamentos é definido por:

$$\boldsymbol{\sigma}^T = [\sigma_{XX} \quad \sigma_{YY} \quad \sigma_{ZZ} \quad \sigma_{XY} \quad \sigma_{YZ} \quad \sigma_{ZX}] \quad (42)$$

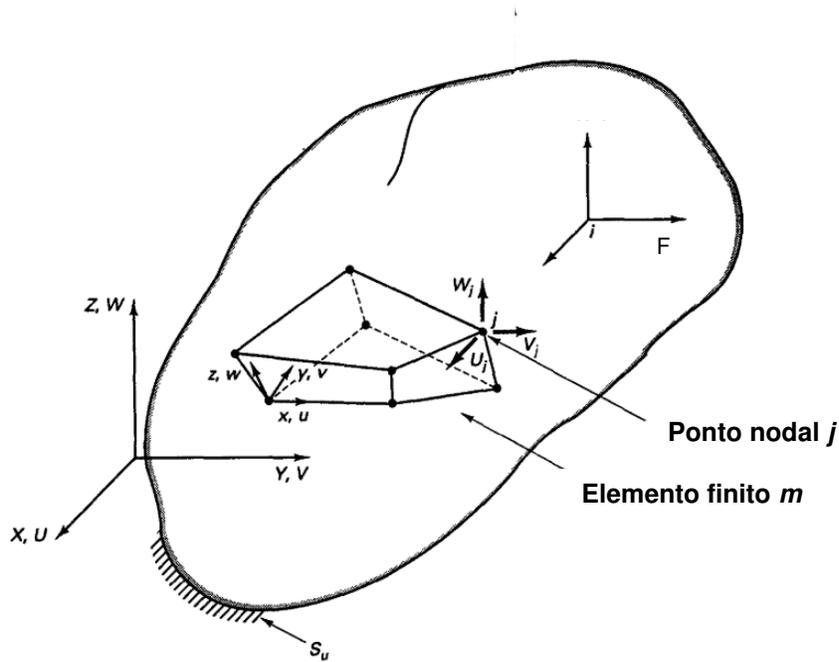


Figura 16 – Sólido contínuo discretizado em  $m$  elementos finitos sólidos. Adaptado de Bathe (1996).

Pela teoria da elasticidade, tem-se a relação constitutiva a seguir (Lei de Hooke Generalizada), definida por:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D} \cdot \boldsymbol{\varepsilon} \quad (43)$$

O tensor  $\mathbf{D}$  é denominado tensor de constantes elásticas ou tensor constitutivo, e pode depender de 21 coeficientes independentes para o maior caso de anisotropia possível. Para materiais isotrópicos, este dependerá de apenas dois coeficientes independentes, sendo: o módulo de elasticidade,  $E$ , e o coeficiente de Poisson,  $\nu$ , como mostrado na Equação (44). Assim, o MEF se propõe a resolver o seguinte problema: dado um corpo de geometria definida, com forças externas atuantes, representadas pelo vetor  $\mathbf{R}_c$ , com condições de contorno que o restringem, com uma relação constitutiva tensão-deformação, deseja-se calcular o campo de deslocamentos resultante, denotado por  $\mathbf{U}$ .

$$D = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1-2\nu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1-2\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1-2\nu \end{bmatrix} \quad (44)$$

Na formulação aqui revisada assume-se que os deslocamentos sejam infinitesimais (hipótese de pequenos deslocamentos), a relação constitutiva do material seja linear-elástica, e o corpo esteja em equilíbrio estático (não é permitido deslocamento de corpo rígido). Na seção seguinte, os fundamentos da não-linearidade geométrica (grandes deslocamentos) e da não-linearidade física (por exemplo, relação constitutiva do material elasto-plástica) serão discutidos. Para o caso geral, utiliza-se então o princípio dos trabalhos virtuais, que irá estabelecer as equações diferenciais que irão governar o equilíbrio, as quais poderão ser resolvidas com base nas condições de contorno estabelecidas.

### 3.1. PRINCÍPIO DOS TRABALHOS VIRTUAIS

A base do método dos elementos finitos com formulação baseada em deslocamentos é o princípio dos deslocamentos virtuais (que também pode ser chamado de princípio dos trabalhos virtuais). Este princípio estabelece que para o corpo da Figura 16, o equilíbrio requer que para pequenos deslocamentos virtuais (que são zero nas regiões de restrições externas) impostos sobre o corpo, o trabalho virtual total interno é qual ao trabalho total virtual externo, neste caso realizado pelas forças externas  $F$ , ver Equação (45).

$$\begin{array}{l} \text{Trabalho} \\ \text{virtual interno} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Trabalho virtual} \\ \text{externo } \mathfrak{R} \end{array} \\ \int_V \bar{\epsilon}^T \tau dV = \sum_i \bar{U}^{iT} R_C^i \quad (45) \\ \begin{array}{l} \text{Tensões em equilíbrio com} \\ \text{aplicação do carregamento} \end{array} \\ \begin{array}{l} \text{Deformações virtuais} \\ \text{que correspondem ao} \\ \text{deslocamento virtual } \bar{U} \end{array}$$

Onde  $\bar{U}$  são os deslocamentos virtuais e  $\bar{\epsilon}$  são as correspondentes deformações virtuais (a barra superior denotando grandezas virtuais). Tratam-se de deslocamentos fictícios, apenas para um exercício imaginativo, com fins de derivar as equações diferenciais que vão

governar o equilíbrio. Observe que as tensões estão balanceadas (em equilíbrio) com as forças externas, e as deformações virtuais podem ser calculadas a partir de derivadas parciais do campo de deslocamentos virtuais, que se assume contínuo. A formulação também de ser realizada para pressões (cargas distribuídas) e forças de volume (por exemplo, forças gravitacionais). Aqui, por simplicidade, mostra-se a demonstração apenas para forças concentradas externas.

Além disso, enfatiza-se que a Equação (45) satisfaz os três princípios fundamentais da mecânica:

1. *Equilíbrio*, porque as tensões estão balanceadas com as forças;
2. *Compatibilidade*, porque o campo de deslocamento é contínuo e satisfaz as condições de contorno (é zero nas restrições externas);
3. *Lei constitutiva do material*, porque as tensões podem ser calculadas a partir da relação constitutiva do material com base nas deformações, por exemplo, Equação (43)

### 3.2. EQUAÇÕES DOS ELEMENTOS FINITOS

Na análise em elementos finitos nós aproximamos o corpo contínuo da Figura 16 como uma “assemblagem” (neologismo, do inglês “*assemblage*”), isto é, uma união de elementos finitos discretos interconectados pelos pontos nodais nas suas fronteiras. Os deslocamentos medidos em um sistema de coordenadas local  $x$ ,  $y$  e  $z$  (escolhidos convenientemente para cada elemento finito) dentro do elemento finito “ $m$ ”,  $\mathbf{u}^{(m)}(x, y, z)$ , podem ser aproximados por uma função de deslocamentos tendo como “input” (dados de entrada) os deslocamentos nodais no sistema de coordenadas global  $X$ ,  $Y$  e  $Z$ . À função que faz a conversão de deslocamentos nos pontos nodais em um sistema global para os deslocamentos em um ponto dentro do elemento finito em um sistema local chamamos função de forma do elemento finito, ou matriz de interpolação dos deslocamentos, denotada por  $\mathbf{N}^{(m)}(x, y, z)$ . Assim, escreve-se:

$$\mathbf{u}^{(m)}(x, y, z) = \mathbf{N}^{(m)}(x, y, z)\hat{\mathbf{U}} \quad (46)$$

Onde  $\hat{\mathbf{U}}$  é o vetor que armazena as componentes  $U_i$ ,  $V_i$  e  $W_i$  (três direções globais) de cada nó  $i$  do elemento  $m$ , assumindo a seguinte forma:

$$\hat{\mathbf{U}}^T = [U_1 V_1 W_1 \quad U_2 V_2 W_2 \quad \dots \quad U_n V_n W_n] \quad (47)$$

Uma vez tendo avaliado os deslocamentos, pode-se também obter uma expressão para avaliar as deformações dentro do elemento, a partir da seguinte relação:

$$\boldsymbol{\epsilon}^{(m)}(x, y, z) = \mathbf{B}^{(m)}(x, y, z) \hat{\mathbf{U}} \quad (48)$$

Onde  $\mathbf{B}^{(m)}(x, y, z)$  é a matriz das derivadas parciais espaciais das funções de forma. Procedendo desta maneira, o uso das Equações (47) e (48) junto com o princípio dos trabalhos virtuais conduzirá automaticamente a um processo efetivo de assemblagem de todas as matrizes de elementos finitos na matriz que governará o equilíbrio, também chamada matriz de rigidez, como se verá a seguir. Além disso, a relação constitutiva do material também é aplicada ao nível do elemento finito:

$$\boldsymbol{\sigma}^{(m)} = \mathbf{D}^{(m)} \cdot \boldsymbol{\epsilon}^{(m)} \quad (49)$$

O princípio dos trabalhos virtuais pode agora ser aplicado para abranger todos os elementos finitos, por meio da assemblagem (símbolo de somatório que aparece à esquerda da integral, que traduz a discretização de “ $m$ ” elementos). Reescrevendo a Equação (45), tem-se:

$$\sum_m \int_{V^{(m)}} \bar{\boldsymbol{\epsilon}}^{(m)T} \boldsymbol{\tau}^{(m)} dV^{(m)} = \sum_i \bar{\mathbf{u}}^{iT} \mathbf{R}_C^i \quad (50)$$

As relações apresentadas nas Equações (48) e (49) foram obtidas para deslocamentos e deformações desconhecidos (incógnitas) a nível dos elementos finitos. No caso presente para o princípio dos trabalhos virtuais emprega-se a mesma aproximação, mas para deformações virtuais:

$$\bar{\boldsymbol{\epsilon}}^{(m)}(x, y, z) = \mathbf{B}^{(m)}(x, y, z) \bar{\bar{\mathbf{U}}} \quad (51)$$

Substituindo-se as Equações (51), (49) e (48) em (50), e reagrupando o lado esquerdo para colocar em evidência os deslocamentos virtuais nodais, tem-se:

$$\bar{\bar{\boldsymbol{\theta}}}^T \left[ \sum_m \int_{V^{(m)}} \mathbf{B}^{(m)T} \mathbf{D}^{(m)} \mathbf{B}^{(m)} dV^{(m)} \right] \hat{\mathbf{U}} = \bar{\bar{\boldsymbol{\theta}}}^T \mathbf{R}_C \quad (52)$$

Simplificando-se em ambos os lados os deslocamentos virtuais nodais, chega-se finalmente à seguinte expressão, que consiste em um sistema de equações diferenciais que governa o equilíbrio linear-elástico (análise linear-elástica em elementos finitos):

$$\mathbf{KU} = \mathbf{F} \quad (53)$$

Que é a mesma expressão do método da rigidez direta (formulação matricial do método dos deslocamentos), a diferença consistindo na maneira de se obter a matriz de rigidez dos elementos finitos de maneira aproximada (formulação aproximada por funções de forma polinomiais na maior parte das situações), por meio da seguinte integral para um único elemento finito:

$$K^{(m)} = \int_{V^{(m)}} \mathbf{B}^{(m)T} \mathbf{D}^{(m)} \mathbf{B}^{(m)} dV^{(m)} \quad (54)$$

Para o conjunto de elementos finitos, realiza-se a montagem (“somatório” de todas as matrizes de rigidez individuais de cada elemento finito) para obtenção da matriz de rigidez global:

$$\mathbf{K} = \sum_m \int_{V^{(m)}} \mathbf{B}^{(m)T} \mathbf{D}^{(m)} \mathbf{B}^{(m)} dV^{(m)} \quad (55)$$

### 3.3. NÃO LINEARIDADE

A análise não linear está presente em estruturas cujo a rigidez varia com a ação do carregamento aplicado, essa variação ocorre devido a presença de grandes deflexões e deformações, problemas de contato ou problemas de plasticidade. No caso de estudo desse trabalho, tem-se tanto não linearidades físicas quanto geométrica, mas para simplificar a compressão do problema foi abordado a explicação de não linearidade física. Para melhor compreensão de não linearidade geométrica, pode-se verificar em Bathe (1996). A análise não linear é classificada como incremental e iterativa e possui diversas metodologias para solução do problema, contudo nesse trabalho o método utilizado para essa solução é o método de Newton-Raphson.

A solução do problema supracitado é obtida com base na relação em que o somatório de forças internas e o somatório das forças externas precisam estar em equilíbrio, por exemplo. Nesse caso, com o carregamento total da estrutura dividido em pedaços menores, é possível

resolver a análise não linear realizando um incremento de carga e propondo um incremento de deslocamento. Tendo em vista que o deslocamento é uma função, ao aplicar a série de Taylor, que representa a função após acrescentar uma variação, tem-se uma relação incremental. Seguindo para uma análise iterativa em que se realiza a comparação entre os somatórios das forças internas e externas, tem-se que caso esses valores sejam iguais, o resultado da deformação é obtido e é mudado de *step*, ou seja, é realizada uma nova verificação com outro valor de carregamento. Caso ocorra o contrário uma nova iteração é realizada até que o valor das forças se iguale, esse processo é chamado de *substep*. Esse é o modelo de solução empregado no método de Newton-Raphson que será detalhado na seção seguinte.

### 3.3.1. Método de Newton-Raphson

O método de Newton-Raphson descrito nessa seção é deduzido através de um comportamento não linear mais simples a fim de facilitar a compreensão, essa dedução encontra-se presente em Vaz (2011). Mesmo que o detalhamento da metodologia seja oriundo de um caso particular de comportamento não linear do material, não há perda de generalidade, pois os métodos adotados para a análise são basicamente os mesmos.

Inicialmente, é apresentado o sistema de equações de equilíbrio não linear obtido através do método de Castigliano, que é um método de análise de estruturas. A expressão é escrita usando o conceito de vetor de forças desequilibradas,  $f_d$ , conforme apresentado na Equação (56), e fornece um sistema de  $n$  equações não lineares e  $n$  incógnitas. Sendo as incógnitas iguais às  $n$  componentes  $d_i$  do vetor de deslocamentos nodais. Trata-se de encontrar o vetor de deslocamentos  $d$  que vai anular o vetor das forças desequilibradas.

$$f_d(d) = f_r(d) - f_s = 0 \quad (56)$$

Onde:

$f_r$  é o vetor das forças internas resistentes;

$f_s$  é o vetor das forças solicitantes.

Representando o vetor das forças desequilibradas ( $f_d$ ) por meio de uma expansão em série de Taylor de primeira ordem no entorno do vetor  $d_k$  tem-se a Equação (57).

$$\mathbf{f}_d(\mathbf{d}_k + \Delta\mathbf{d}_k) = \mathbf{f}_d(\mathbf{d}_k) + \left. \frac{\partial \mathbf{f}_d(\mathbf{d})}{\partial \mathbf{d}} \right|_{\mathbf{d}=\mathbf{d}_k} \Delta\mathbf{d}_k \quad (57)$$

De forma alternativa à Equação (57), tem-se a Equação (58)

$$\Delta\mathbf{f}_d(\mathbf{d}_k) = \mathbf{f}_d(\mathbf{d}_k + \Delta\mathbf{d}_k) - \mathbf{f}_d(\mathbf{d}_k) = \left. \frac{\partial \mathbf{f}_d(\mathbf{d})}{\partial \mathbf{d}} \right|_{\mathbf{d}=\mathbf{d}_k} \Delta\mathbf{d}_k \quad (58)$$

Como o vetor das forças solicitantes ( $\mathbf{f}_s$ ) não depende do vetor de deslocamentos nodais ( $d_i$ ) na Equação (58) e reescrevendo-a, tem-se a Equação (59).

$$\Delta\mathbf{f}_d(\mathbf{d}_k) = \mathbf{f}_d(\mathbf{d}_k + \Delta\mathbf{d}_k) - \mathbf{f}_d(\mathbf{d}_k) = \left. \frac{\partial \mathbf{f}_r(\mathbf{d})}{\partial \mathbf{d}} \right|_{\mathbf{d}=\mathbf{d}_k} \Delta\mathbf{d}_k \quad (59)$$

A matriz que relaciona o incremento de deslocamentos ( $\Delta\mathbf{d}_k$ ) com o incremento de forças desequilibradas ( $\Delta\mathbf{f}_d$ ) apresenta relevante interpretação física, em que o termo  $i$  da matriz representa o incremento da componente  $i$  das forças internas resistentes matriz ( $\Delta\mathbf{f}_{r,i}$ ) e o termo  $j$ , o incremento unitário da componente  $j$  do vetor de deslocamentos nodais ( $\Delta\mathbf{d}_{k,j}$ ). Devido essa análise física e análogo a interpretação física da matriz de rigidez de estruturas com comportamento linear, essa matriz é chama de matriz de rigidez tangente  $\mathbf{K}_t(\mathbf{d}_k)$  com  $\mathbf{d} = \mathbf{d}_k$ , conforme apresentado na Equação (60).

$$\mathbf{K}_t(\mathbf{d}_k) = \left. \frac{\partial \mathbf{f}_r(\mathbf{d})}{\partial \mathbf{d}} \right|_{\mathbf{d}=\mathbf{d}_k} \quad (60)$$

Usando a Equação (57) e a Equação (60) pode-se obter a Equação (61).

$$\mathbf{f}_d(\mathbf{d}_k + \Delta\mathbf{d}_k) = \mathbf{f}_d(\mathbf{d}_k) + \mathbf{K}_t(\mathbf{d}_k)\Delta\mathbf{d}_k \quad (61)$$

No método de Newton-Raphson o objetivo é encontrar um vetor  $\mathbf{d}$  que anula o vetor das forças desequilibradas,  $\mathbf{f}_d(\mathbf{d}_k)$ , através de iterações sucessivas utilizando a Equação (61), para encontrar assim a Equação (62).

$$\mathbf{f}_d(\mathbf{d}_k) + \mathbf{K}_t(\mathbf{d}_k)\Delta\mathbf{d}_k = 0 \quad (62)$$

Isolando o incremento de deslocamentos ( $\Delta\mathbf{d}_k$ ), tem-se:

$$\Delta\mathbf{d}_k = -\mathbf{K}_t(\mathbf{d}_k)^{-1}\mathbf{f}_d(\mathbf{d}_k) \quad (63)$$

E substituindo o vetor  $\mathbf{d}$  por:

$$\Delta \mathbf{d}_k = \mathbf{d}_{k+1} - \mathbf{d}_k \quad (64)$$

Encontra-se a fórmula recursiva apresentada na Equação (65).

$$\mathbf{d}_{k+1} = \mathbf{d}_k - \mathbf{K}_t(\mathbf{d}_k)^{-1} \mathbf{f}_d(\mathbf{d}_k) \quad (65)$$

O término das iterações ocorre quando é atendido o critério de convergência em que o critério para o erro do resultado da iteração  $k+1$  em relação ao resultado da iteração  $k$  em termos da resposta em deslocamentos nodais deva ser menor que uma tolerância TOL prescrita, conforme a Equação (66).

$$erro_k = \frac{|\mathbf{d}_{k+1}| - |\mathbf{d}_k|}{|\mathbf{d}_k|} \leq TOL = 10^{-4} \quad (66)$$

### 3.4. HISTÓRICO

O uso de lajes mistas com fôrma de aço começou em 1938, quando a empresa H.H. Robertson utilizou o trabalho conhecido como "viga keystone". A viga keystone era um sistema de pavimento celular utilizado principalmente em edifícios baixos. A fôrma metálica não trabalhava para atuar em conjunto com o sistema de pavimento. A transferência do esforço longitudinal entre o concreto e a fôrma metálica surgiu quando a empresa Granco Steel Products combinou a fôrma de aço com arames soldados transversalmente às nervuras. Desta forma, foi possível obter uma ação composta entre o aço e o concreto. "Cofar" era o nome do produto, que ganhou aceitação e reduziu significativamente o custo dos sistemas de pavimentos de concreto (Young & Easterling, 1990).

As mossas e as reentrâncias no interior do tabuleiro foram utilizadas no final dos anos 50 e início dos anos 60 para substituir os arames soldados utilizados como dispositivos de transferência de cisalhamento horizontal. Para responder a esta exigência, vários fabricantes introduziram a sua versão da fôrma de aço. Não existiam normas de concepção. Por conseguinte, os fabricantes tinham de verificar individualmente se as suas concepções eram adequadas. Isto era frequentemente feito através da realização de numerosos ensaios laboratoriais segundo Young & Easterling (1990).

O American Iron and Steel Institute, em 1967, iniciou um extenso projeto de investigação na Iowa State University (ISU). O objetivo desta investigação era analisar as características

comportamentais e desenvolver uma norma de projeto para os sistemas de pavimentos compostos de concreto armado com deck de aço. Com objetivos semelhantes, a Universidade de West Virginia desenvolveu estudos independentes, de acordo com Luttrell & Prasanna (1984).

Com o passar do tempo, observou-se que a realização desses ensaios era onerosa, tendo em vista a necessidade de variação de parâmetros e, conseqüentemente, a diversidade de protótipos para se obter um resultado satisfatório. Dessa forma, a utilização de análises numéricas, baseadas em resultados experimentais, depois de calibradas e validadas, poderia ser uma alternativa à realização de mais ensaios (Shobaki, 2000). Com os avanços computacionais, alguns pesquisadores se dedicaram a calibrar modelos numéricos em diversos programas para tornar o método dos elementos finitos uma alternativa viável à execução de mais ensaios.

Desta forma, Daniels e Crisnef (1993) relataram em seu trabalho a utilização do método dos elementos finitos de forma pioneira para a realização de estudos em lajes mistas. Neste trabalho, foi utilizado um elemento de viga (Figura 17), onde as ligações entre o aço e o concreto foram determinadas através do uso de mossas e ancoragens de extremidade que foram definidas através de aproximações de dados experimentais de carga-deslizamento de ensaios. Esta foi uma limitação do trabalho, para além do fato de não apresentar a representação real das mossas, principalmente devido à limitação do *hardware* do computador da época.

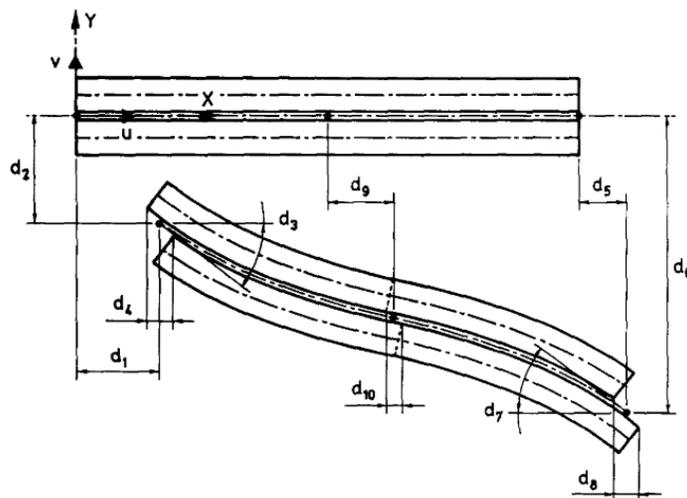
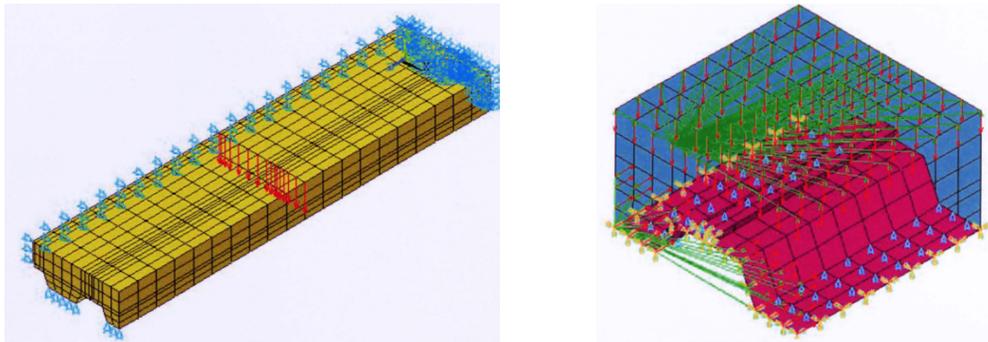


Figura 17 – Elemento de viga utilizado por Daniels e Crisnef (1993).

Por conseguinte, Shobaki (2000) modelou lajes mistas em escala real e em escala reduzida (Figura 18), no entanto no modelo em escala real o autor não modelou a geometria das mossas também devido a limitações computacionais, modelando a resistência ao corte longitudinal indiretamente através da calibração de um coeficiente de atrito com o *software* ANSYS. No modelo em escala reduzida, foi modelada a geometria de apenas uma moessa, porém com carregamento simples (não o carregamento derivado de um ensaio de flexão em quatro pontos).



a) Modelo em escala real

b) Modelo em escala reduzida

Figura 18 – Modelo utilizado por Shobaki (2000).

Chen e Shi (2011) utilizaram o elemento TARGET173 e o elemento CONTACT170 do ANSYS. Semelhante a Shobaki (2000), neste estudo, a modelação da geometria das mossas também foi desconsiderado. O efeito das mossas também foi simulado indiretamente através do contato e do atrito puramente das superfícies planas, e foram utilizados dados experimentais de ensaios de arrancamento e de ensaios de flexão para validar e calibrar os modelos de elementos finitos propostos (Figura 19).

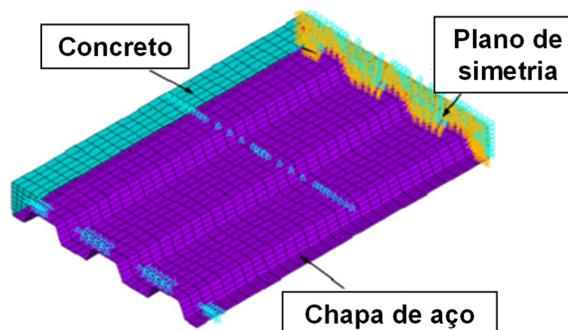


Figura 19 – Modelo em elementos finitos realizado por Chen e Shi (2011).

Gholamhoseini *et al.* (2014), utilizaram o *software* Atena 3D e efetuaram uma modelação em escala real com uma nervura (Figura 20). Neste trabalho, as mossas também não foram representadas. Para representar o contato entre a fôrma de aço e a laje de concreto, foi utilizado um material de interface baseado no critério de Mohr-Coulomb com tensão de corte. A relação constitutiva para um caso bidimensional geral foi dada em termos de trações nos planos da interface e deslocamentos relativos de deslizamento e abertura.

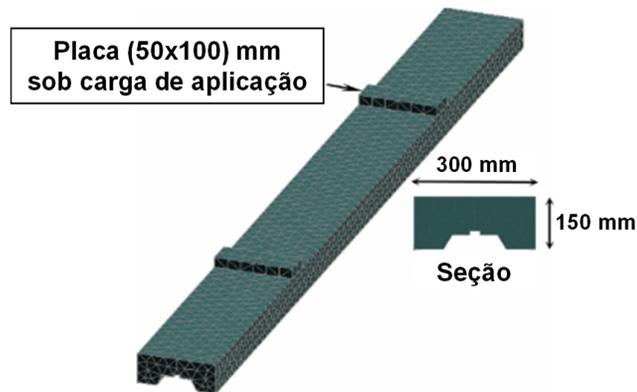


Figura 20 – Modelo apresentado por Gholamhoseini *et al.* (2014).

Silva e Silva (2019) desenvolveram protótipos em escala real (Figura 21) onde foi utilizada a discretização de uma laje mista em elementos de casca plana, elementos de viga e elementos de interface. Dois elementos de interface foram utilizados para modelar a interface aço-concreto, um que conecta dois elementos de casca plana e outro que conecta o elemento de viga ao elemento de casca. Foi utilizada uma curva linear que representa a ligação total, ou seja, uma rigidez elevada para representar o contato na direção transversal e vertical.

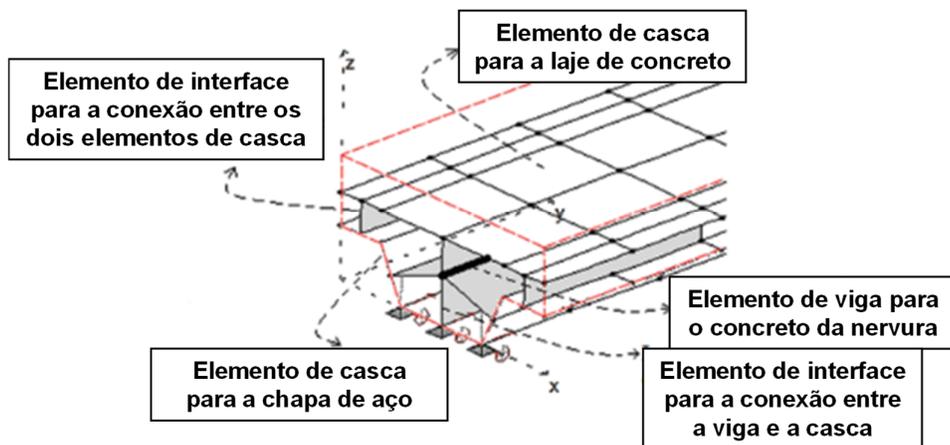


Figura 21 – Protótipo em escala real de Silva e Silva (2019).

Santos e Malite (2019) desenvolveram uma simulação numérica com método de elementos finitos através do software ABAQUS. O modelo foi realizado em escala real com fôrma de aço nacional (Figura 22), mas as mossas não foram representadas. Para o contato entre o *steel deck* e o concreto, foi utilizado um coeficiente de atrito calibrado com dados experimentais.

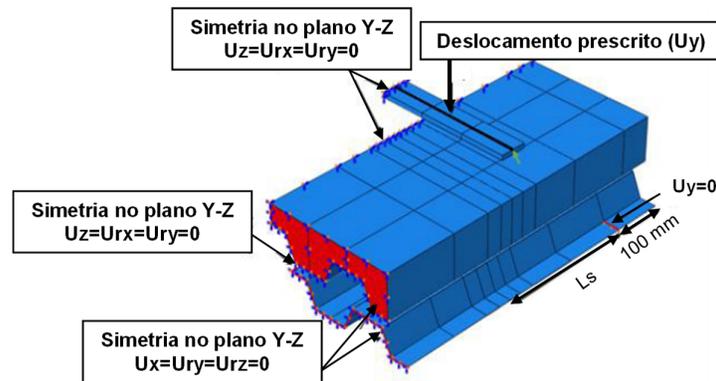


Figura 22 – Modelo desenvolvido por Santos e Malite (2019).

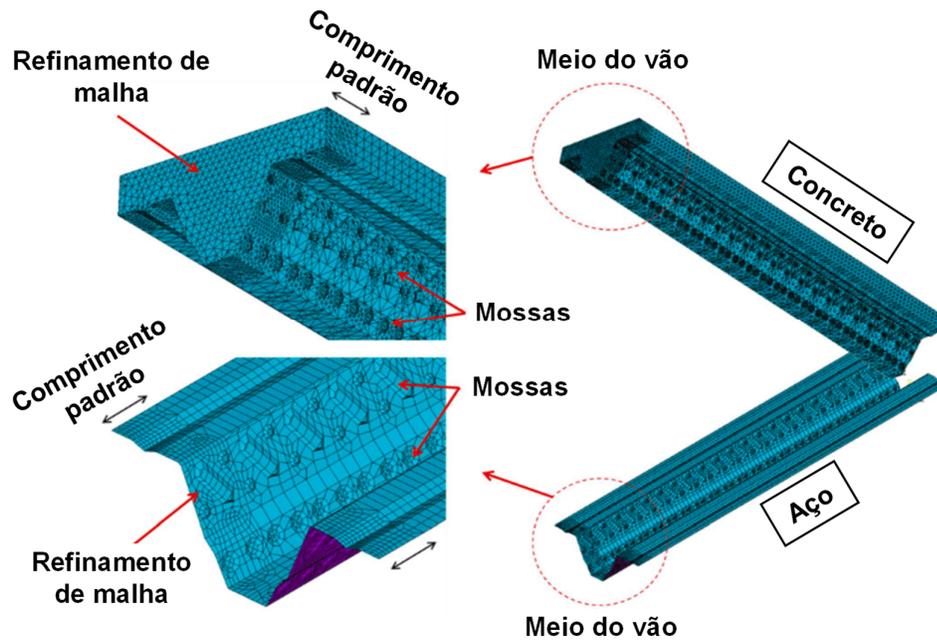


Figura 23 – Modelo com representação real das mossas desenvolvido por Soltanalipour *et al.* (2022).

Soltanalipour *et al.* (2022) modelaram modelos em escala real (Figura 23), incluindo explicitamente as mossas, através do software ANSYS, com uma chapa de aço disponível no setor da construção civil espanhola, fabricada com o aço S320 normalizado na Europa.

Além de modelar explicitamente a geometria das mossas, foram também utilizados elementos de contato e um coeficiente de atrito para simular o contato entre os dois materiais. Os autores efetuaram uma calibração dos modelos através de ensaios experimentais. O objetivo principal do trabalho foi estudar as diferenças de comportamento estrutural entre lajes mistas com fôrmas trapezoidais e reentrantes, não fazendo inferências sobre a resistência ao cisalhamento último relacionada com o método *m-k*.

Após este levantamento bibliográfico, foi possível definir o objetivo deste trabalho como sendo o de propor o estudo do modo de ruptura por cisalhamento longitudinal em lajes mistas através da realização de análises numéricas baseadas no Método dos Elementos Finitos (MEF) com a consideração do comportamento não linear físico e geométrico dos materiais. Neste contexto, este trabalho propõe combinar e adaptar uma metodologia desenvolvida na Universidade Politécnica da Catalunha, Soltanalipour *et al.* (2022), para realizar simulações de elementos finitos de ensaios de flexão em quatro pontos de lajes mistas com *steel deck*, com modelagem explícita da geometria das mossas, mas modificando a geometria da mossa para se adequar a uma chapa de aço disponível no setor da construção civil brasileira, fabricada com o aço brasileiro padrão ZAR280. Para o efeito, as dimensões reais da chapa foram medidas *in situ*, como será ilustrado nas seções seguintes.

### **3.5. CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Nesse capítulo foi apresentada de forma geral a teoria presente no método dos elementos finitos realçando os principais conceitos relacionados ao objeto de estudo desse trabalho, além do conceito e formulação de análise não linear. Também foi realizado uma revisão histórica juntamente com o estado da arte das aplicações do método para a análise estrutural de lajes mistas. Dessa forma, é possível obter um embasamento pra julgar os resultados encontrados, além de compreender o que já foi realizado em termos de pesquisa para situar o presente trabalho.

No capítulo seguinte, é apresentado como foi realizado a modelagem numérica em elementos finitos nesse trabalho. São detalhadas as propriedades, modelos constitutivos, elementos finitos utilizados no concreto, chapa de aço e na região de contato entre ambos materiais, além de serem descritos o modelo de carregamento, apoio, simetria, malha das mossas, módulo desenvolvido em elementos finitos, as características do primeiros modelos simulados e a infraestrutura de *hardware* usada.

## 4. MODELAGEM NUMÉRICA EM ELEMENTOS FINITOS

Nesse capítulo será abordado a respeito da metodologia adotada nesse trabalho, propriedades dos materiais, modelos constitutivos, elementos finitos adotados, geometria do modelo, malha, condições de contorno e de carregamento e infraestrutura de *hardware* usada nas simulações numéricas.

Inicialmente, foi desenvolvida uma metodologia de simulação numérico-computacional, baseada no programa em elementos finitos ANSYS, juntamente com a linguagem de programação APDL (ANSYS Programming Design Language), com a geometria da estrutura realizada no próprio *software*. A metodologia proposta neste trabalho, bem como todas as suas partes integrantes (modelos constitutivos dos materiais, teoria de contato, elementos finitos, algoritmo de solução não-linear etc) são previstos para simular computacionalmente um ensaio de flexão de 4 pontos de laje mista com telha-fôrma metálica incorporada com concreto convencional.

A metodologia apresentada neste trabalho assemelha-se à metodologia para simulação numérico-computacional de lajes mistas proposta no artigo de Soltanalipour *et al.* (2022). Este trabalho realizou ensaios experimentais e simulações computacionais de lajes mistas com diferentes *steel decks* presentes no mercado ibérico, pois trata-se de uma Tese de Doutorado em desenvolvimento na Universidade Politécnic da Catalúnia, Barcelona, Espanha. Portanto, este trabalho considera um enquadramento normativo próprio dos Eurocódigos, com considerações de materiais do mercado europeu. No presente trabalho, a metodologia foi alterada e adaptada para os materiais do mercado da construção civil no Brasil, de modo a incluir a geometria de uma telha-fôrma metálica presente no mercado brasileiro, o Polydeck 59S, bem como a consideração normativa nacional, com utilização das disposições das normas NBR 6118 (2014), NBR 8800 (2008), NBR 14762 (2010) e ABNT NBR 6120 (2019).

Nesse contexto, o uso de modelos constitutivos inadequados para os materiais é um dos principais fatores limitantes da análise estrutural. Isso se deve a enorme complexidade de modelar matematicamente, de forma condizente com a realidade, o comportamento dos materiais (HIPÓLITO *et al.*, 2016). Por isso torna-se de suma importância a busca de modelos constitutivos que represente de forma mais adequada o comportamento obtido

experimentalmente. A seguir, são descritos os modelos constitutivos, propriedades materiais e elementos finitos empregados para o aço e o concreto, respectivamente.

#### 4.1. PROPRIEDADES, MODELO CONSTITUTIVO E ELEMENTO FINITO ADOTADO PARA O AÇO

Para este trabalho, a fôrma metálica escolhida para as simulações numérico-computacionais foi o Polydeck 59S (CATÁLOGO TÉCNICO POLYDECK 59S, 2016) ver Figura 24, disponibilizado no material ZAR 280 ( $f_y = 280$  MPa e  $f_u = 380$  MPa), e nas espessuras 0,80, 0,95 e 1,25 milímetros. Essa escolha foi em razão dessa dissertação de mestrado ter sido desenvolvida em parceria com a equipe técnica do setor de Pesquisa & Desenvolvimento da ArcelorMittal Brasil-Perfilor.

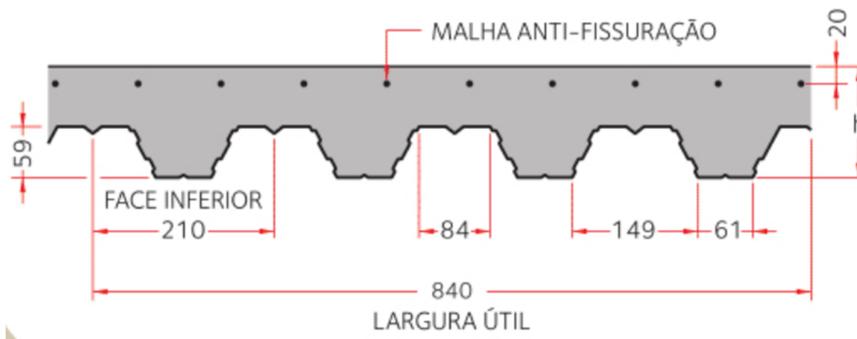


Figura 24- Características geométricas do Polydeck 59S (CATÁLOGO TÉCNICO POLYDECK 59S, 2016) (medidas em milímetros).

Tabela 2 - Parâmetros de entrada adotados no *software* para o aço

<b>Tensão de escoamento nominal</b>	<b>280 MPa e 350 MPa</b>
<b>Modelo constitutivo</b>	Bilinear isotrópico
<b>Elemento finito</b>	SHELL281
<b>Módulo de Young do aço</b>	200 GPa
<b>Coefficiente de Poisson</b>	0,3
<b>Densidade</b>	7850 kg/m <sup>3</sup>
<b>Crítério de plasticidade</b>	von Mises
<b>Tensão de ruptura</b>	Não definida

Para os modelos em elementos finitos foram adotados os parâmetros citados na Tabela 2. É válido ressaltar que na simulação numérica os valores de tensão de escoamento do aço

atribuídos foram de 280 MPa e 350 MPa. Contudo, foram ensaiados apenas os modelos com tensão de escoamento de 280 MPa, conforme disposto no item 4.1.1. O modelo constitutivo do aço está apresentado na seção 4.1.2 e o elemento finito na 4.1.3.

#### 4.1.1. Ensaio para determinar as propriedades mecânicas do aço

O ensaio foi desenvolvido no Laboratório de Mecânica na Universidade de Brasília e a caracterização experimental do material ZAR 280 foi efetuada a partir de amostras de ensaio da mesa da fôrma de aço, evitando a região dos reforços longitudinais. A geometria das amostras foi definida pelas especificações da norma ASTM E8/E8M - 13a (2010) e é apresentada na Figura 25. O material retirado da fôrma de aço cortado pode ser visto na Figura 26a.

A configuração experimental envolveu uma máquina de ensaio universal MTS e um sistema comercial de correlação digital de imagem 2D (*Digital Image Correlation - DIC*) Xsight. A análise de correlação de imagens digitais requer que a superfície das amostras de teste tenha um padrão de manchas aleatórias para fornecer características ou marcadores distinguíveis que possam ser facilmente localizados. Uma vez que o material utilizado não oferecia um padrão natural, foi necessário criar um padrão artificial. O processo de fabricação do padrão das amostras de teste começou utilizando uma lixa de grão fino para otimizar a aderência da superfície do material. Em seguida, foi aplicada uma camada primer de tinta em spray branco fosco e foram criadas manchas de tinta preta fosca para obter um padrão visualmente distinto na superfície das amostras conforme apresentado na Figura 26b. As amostras foram ensaiadas numa máquina de ensaios universal MTS equipada com uma câmara DIC e iluminação LED, como mostra a Figura 26c.

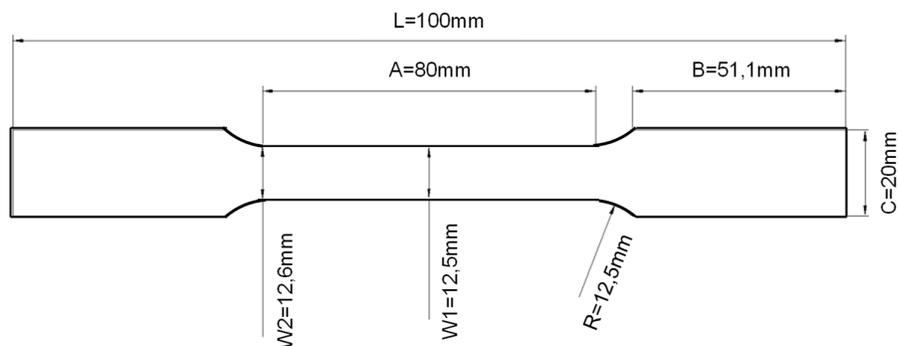


Figura 25 - Características geométricas das amostras de ensaio de acordo com a norma ASTM E8/E8M - 13a (2010).

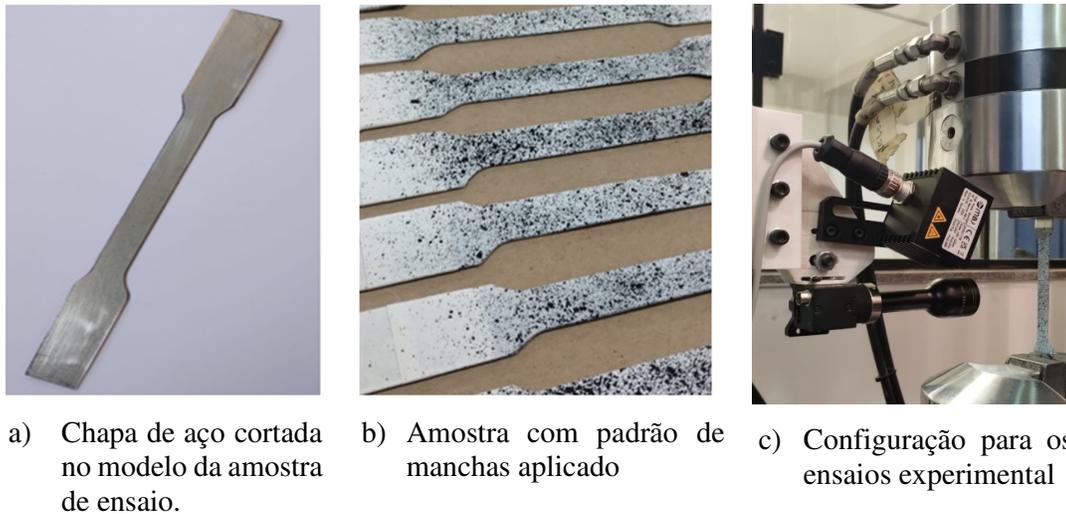


Figura 26 – Amostras e modelo de ensaio.

Na Figura 27, é apresentada a curva de tensão versus deformação dos valores obtidos nos ensaios de resistência à tração. A tensão de escoamento das amostras ensaiadas manteve-se acima do valor nominal de 280 MPa, atingindo um valor de cerca de 320 MPa, com um curto patamar plástico seguido de um padrão de endurecimento, típico dos aços utilizados para seções formadas a frio. Por conseguinte, uma vez que o objetivo do presente trabalho é utilizar o método dos elementos finitos para efetuar uma estimativa do limite inferior da resistência de projeto ao corte longitudinal, o valor de 280 MPa com uma curva elástico-perfeitamente plástica foi utilizado nas presentes simulações.

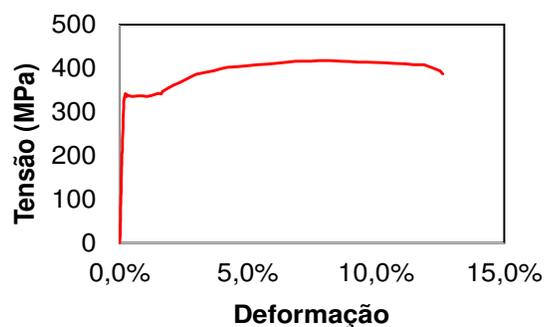


Figura 27 - Resultado típico da curva tensão-deformação do ensaio de resistência à tração do ZAR 280.

#### 4.1.2. Modelo constitutivo do aço

O modelo constitutivo para o aço da chapa perfilada adotado é bilinear isotrópico, inicialmente como linear elástico, e em seguida como perfeitamente plástico, isto é, modelo

elastoplástico perfeito, tanto em tração quanto em compressão, ver Figura 28. O módulo de Young do aço é de 200 GPa com coeficiente de Poisson de 0.3. A tensão de escoamento é definida em 280 MPa e a densidade em 7850 kg/m<sup>3</sup> (ensaio apresentado na seção 4.1.1). Uma tensão de ruptura não é definida, pois dentro dos limites e condições do ensaio não se espera a falha da chapa perfilada (o material é livre para escoar). O critério para definir a plasticidade é o de von Mises e, para fins de simplificação, não é considerado o endurecimento apresentado no ensaio experimental do aço citado anteriormente.

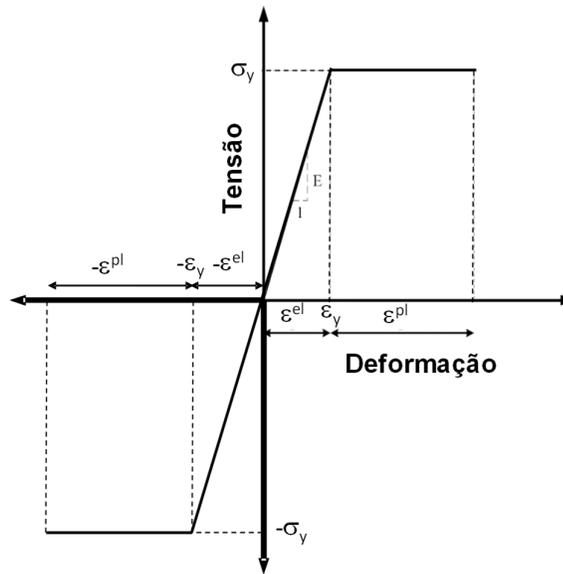


Figura 28 – Modelo elastoplástico perfeito para o aço da chapa perfilada ( $\sigma_y = 280$  MPa)

#### 4.1.3. Elemento finito da chapa de aço

O elemento finito da chapa perfilada a ser adotado nas modelagens será o SHELL281 (ANSYS ELEMENT REFERENCE, 2013), ver Figura 29, que se trata de um elemento finito com função de forma quadrática com 6 graus de liberdade por nó (translações e rotações nas três direções cartesianas), que é bastante apropriado para chapas muito finas que sofrem grandes rotações e deformações em regime não-linear, que é o caso da telha-fôrma metálica ao fim do ensaio de flexão em 4 pontos. Para a região das mossas, que possui uma geometria complexa, será utilizada sua forma triangular, com 6 nós, enquanto para a região afastada das mossas, a sua forma retangular mais simples com 8 nós é utilizada. As espessuras dos elementos finitos são as mesmas espessuras efetivas da telha-fôrma metálica, descontando-se o revestimento galvanizado. Por exemplo, comercialmente o Polydeck 59S é disponibilizado nas espessuras nominais 0,80, 0,95 e 1,25 milímetros. Entretanto, a

espessura efetiva para fins estruturais deve descontar o revestimento galvanizado, que para o ZAR 280 com revestimento Z275, é da ordem de 0,02 mm por face. Portanto, as espessuras efetivas utilizadas para estes elementos foram de 0,76, 0,91 e 1,21 milímetros.

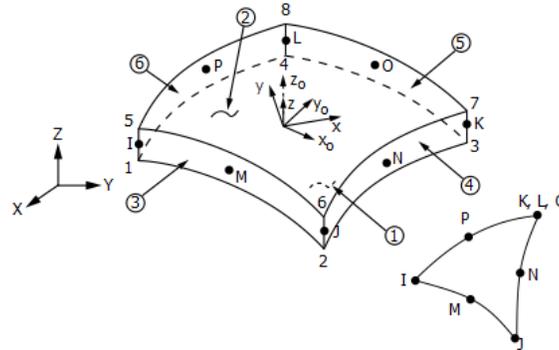


Figura 29 – Elemento de casca quadrático SHELL281 (ANSYS ELEMENT REFERENCE, 2013).

#### 4.2. PROPRIEDADES, MODELO CONSTITUTIVO E ELEMENTO FINITO ADOTADO PARA O CONCRETO

Para o concreto foram adotados os valores de  $f_{cm}$  de 21,5 e 41 MPa, cuja as propriedades relacionadas a essa especificação de concreto foram colhidas no trabalho experimental de Silva (2018), presentes no item 4.2.1. A referência para o valor do ângulo de dilatância foi o trabalho de Santana (2020). O modelo constitutivo implementado foi o de Menétréy-Willam (item 4.2.2). Esses e outros parâmetros estão apresentados na Tabela 3.

Tabela 3 – Parâmetros de entrada adotados no *software* para o concreto.

Modelo constitutivo	Menétréy-Willam	Menétréy-Willam
Elemento finito	SOLID187	SOLID187
Módulo de Young do concreto	21,8 GPa	33,6 GPa
Coefficiente de Poisson	0,2	0,2
Resistência a compressão média ( $f_{cm}$ )	21,5 MPa	41 MPa
Densidade	2400 kg/m <sup>3</sup>	2400 kg/m <sup>3</sup>
Resistência última à tração uniaxial ( $f_t$ )	$f_{ct,m} = 0,3 f_{ck}^{2/3}$	$f_{ct,m} = 0,3 f_{ck}^{2/3}$
Resistência à compressão biaxial	1,2 $f_{cm}$	1,2 $f_{cm}$
Ângulo de dilatância	13 graus	13 graus
Funções de amolecimento	Desconsideradas	Desconsideradas

#### 4.2.1. Ensaio para determinar as propriedades mecânicas do concreto desenvolvido por Silva (2018)

Para os ensaios de resistência à compressão (Figura 30) utilizou-se como referência a ABNT NBR 5739 (2007) para determinar as propriedades mecânicas do concreto. Já a ABNT NBR 8522 (2008) foi usada como base para o ensaio de módulo de elasticidade do concreto (Figura 31).



Figura 30 – Ensaio de resistência à compressão do concreto Silva (2018).



Figura 31 – Ensaio de módulo de elasticidade do concreto Silva (2018).

Os corpos de prova para os ensaios de caracterização do concreto foram moldados em formato cilíndrico com dimensões de 100 milímetros de diâmetro por 200 milímetros de altura Silva (2018). Estes tiveram suas bases retificadas com disco de corte diamantado.

Os ensaios de módulo de elasticidade foram realizados na prensa EMIC modelo DL 30000 com capacidade 2000 kN presente no Laboratório de Ensaio de Materiais da Universidade

de Brasília. Os resultados que foram utilizados nesse trabalho para representar a resistência do concreto foram encontrados por Silva (2018) e estão apresentados na Tabela 4.

Tabela 4 – Resultados encontrados através dos ensaios de compressão e módulo de elasticidade encontrados por Silva (2008).

$f_{cm}$ (MPa)	$E_c$ (GPa)
21,5	21,8
41,0	33,6

#### 4.2.2. Modelo constitutivo de Menétrey-Willam

O concreto assim como o aço é caracterizado pelo comportamento não linear, além de ser um material heterogêneo e complexo. O modelo de Menétrey-Willam (Menétrey, 1994) é geralmente indicado para simular o comportamento de agregados ligados, como o concreto. Este se baseia na teoria da plasticidade e na superfície de ruptura de Willam & Warnke (1975), além de ser o modelo atual mais avançado para o concreto disponível no *software* ANSYS.

O trabalho de Dmitriev *et al.* (2020) apresenta a calibração e validação desse modelo constitutivo. Nesse trabalho são apresentados a superfície de escoamento, função de plasticidade potencial e a formulação do comportamento de endurecimento/amolecimento, sendo esses os principais componentes do modelo constitutivo baseado na teoria da plasticidade, tais componentes estão descritos nos próximos itens.

##### 4.2.2.1. Equações fundamentais e definições do espaço de tensão

A partir da teoria da plasticidade, os incrementos de deformação total  $d\varepsilon$  podem ser representados como uma soma do componente elástico  $d\varepsilon^{el}$  e plástico  $d\varepsilon^{pl}$ .

$$d\varepsilon = d\varepsilon^{el} + d\varepsilon^{pl} \quad (67)$$

A parcela referente à variação da deformação elástica é calculada pelo produto entre o incremento de tensão e o inverso da matriz constitutiva elástica  $D$ .

$$d\varepsilon^{el} = D^{-1}d\sigma \quad (68)$$

A variação da deformação plástica é calculada a partir da lei de fluxo não associada, em que a função de potencial plástico não se iguala à superfície de escoamento, que é o caso do comportamento comum para materiais cimentícios:

$$d\boldsymbol{\varepsilon}^{pl} = d\lambda \frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (69)$$

Onde:

- $\boldsymbol{\sigma}$  é o vetor de tensão;
- $\lambda$  é o multiplicador plástico não negativo;
- $Q$  é a função de potencial plástico.

A lei de fluxo não associada implica que a direção da deformação plástica é orientada em relação à normal da superfície potencial plástica  $Q$ , que difere da função da superfície de escoamento. Tanto a função da superfície de escoamento quanto a função de superfície potencial plástica são definidas como funções de três tensores de tensão invariantes  $I_1$ ,  $J_2$  e  $J_3$ :

$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \quad (70)$$

$$J_2 = \frac{1}{6} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2] \quad (71)$$

$$J_3 = \left(\sigma_1 - \frac{I_1}{3}\right) \left(\sigma_2 - \frac{I_1}{3}\right) \left(\sigma_3 - \frac{I_1}{3}\right) \quad (72)$$

Para uma interpretação geométrica mais adequada, as funções serão descritas por coordenadas Haigh-Westergaard ( $\xi$ ,  $\rho$ ,  $\theta$ ):

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{3}} I_1 \quad (73)$$

$$\rho = \sqrt{2J_2} \quad (74)$$

$$\theta = \frac{1}{3} \arccos \left( \frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J_3}{\sqrt{J_2^3}} \right) \quad (75)$$

Onde:

- $\xi$  é a tensão hidrostática não variável;
- $\rho$  é a tensão desviadora não variável;
- $\theta$  é o ângulo polar desviador.

#### 4.2.2.2. Superfície de escoamento

A superfície de escoamento no espaço de tensão  $F(\xi, \rho, \theta)$  é o conjunto de pontos em que a condição inicial de fluxo plástico é verdadeira. Portanto, a superfície de escoamento separa as zonas de deformação elástica e elastoplástica. Devido ao endurecimento e amolecimento, o formato e tamanho da superfície de escoamento é constantemente alterada. O modelo de Menétrey-Willam assume o endurecimento isotrópico, em que a superfície de escoamento apenas altera o tamanho, mantendo a coaxialidade no eixo hidrostático. A superfície de escoamento de Menétrey-Willam é baseada na superfície de Willam-Warnke e para um estado de tensão genérico é definido pela seguinte função:

$$F(\xi, \rho, \theta) = \frac{c_2}{c_3} [\sqrt{2}\xi + r\rho] + \rho^2 - \frac{1}{c_3} \quad (76)$$

Onde

$$r = \frac{4C\cos^2\theta + D^2}{2C\cos\theta + D\sqrt{4C\cos^2\theta + 5e^2 - 4e}}$$

$$C = 1 - e^2, D = 2e - 1$$

$$e = \frac{1 + m}{2 - m}$$

$$m = \frac{\bar{f}_t \bar{f}_{bc}^2 - \bar{f}_c^2}{\bar{f}_{bc} \bar{f}_c^2 - \bar{f}_t^2}$$

$$c_2 = \frac{1}{\sqrt{6}} \left[ \frac{1}{\bar{f}_c} - \frac{1}{\bar{f}_{bc}} + \frac{\bar{f}_{bc} - \bar{f}_t}{\bar{f}_c^2} \right]$$

$$c_3 = \frac{3}{2} \frac{1}{\bar{f}_c^2}$$

Onde:

$\bar{f}_c$  é o esforço de compressão uniaxial;

$\bar{f}_t$  é a resistência à tração uniaxial;

$\bar{f}_{bc}$  é o esforço de compressão biaxial.

Esses valores dependem dos valores padrões das funções de tração e compressão e de endurecimento/amolecimento:

$$\bar{f}_t = f_t \Omega_{tc}$$

$$\begin{aligned}\bar{f}_c &= f_c \Omega_c \\ \bar{f}_{bc} &= f_{bc} \Omega_c \\ \Omega_{tc} &= \begin{cases} \Omega_t, K_c \leq K_{cm} \\ \Omega_t \Omega_c, K_c > K_{cm} \end{cases}\end{aligned}$$

Onde:

- $\Omega_t$  é a função de endurecimento/amolecimento de tração;
- $\Omega_c$  é a função de endurecimento/amolecimento de compressão;
- $K_c$  é o parâmetro atual de compressão-endurecimento;
- $K_{cm}$  é o parâmetro de compressão-endurecimento correspondente ao esforço de compressão uniaxial.

O processo de fissuração e rompimento é caracterizado pela diminuição gradativa de resistência em conjunto de uma deformação adicional. A diminuição da resistência é causada pela eliminação da microestrutura e da redução da coesão do material.

O comportamento de endurecimento/amolecimento é modelado pela variação do tamanho da superfície de escoamento e a superfície potencial plástica. O tamanho delas dependem dos valores de resistência, determinados pelas funções acima descritas. Essas funções dependem dos parâmetros de compressão-endurecimento e tração-endurecimento e se desenvolvem a partir das expressões:

$$dk_c = \frac{\alpha_c}{\bar{f}_c} \sigma d\varepsilon^{pl} \quad (77)$$

$$dk_t = \frac{\alpha_t}{\bar{f}_t} \sigma d\varepsilon^{pl} \quad (78)$$

$$\alpha_c = 1 - \alpha_t \quad (79)$$

$$\alpha_t = \begin{cases} 0, \tan(\alpha) < -2 \\ \frac{1}{1 + \exp(-10 \tan \alpha)}, -2 \leq \tan(\alpha) \leq 2 \\ 1, \tan(\alpha) > 2, \end{cases} \quad (80)$$

$$\tan(\alpha) = \sqrt{6} \left( \frac{\xi}{\rho} \right) \quad (81)$$

Onde:

- $k_t$  é o parâmetro de tração-endurecimento;
- $\alpha_c$  é a função de peso de compressão;

$\alpha_t$  é a função de peso de tração.

Em caso de estado simples de tensão, o parâmetro de endurecimento coincide com a deformação plástica.

$$k = \varepsilon^{pl} \quad (82)$$

O modelo de Menétrey-Willam no ANSYS pode considerar o amolecimento linear ou exponencial. Antes da ocorrência de deformação plástica, a função de endurecimento  $\Omega_c$  mantém o valor constante de  $\Omega_{ci}$ , definindo a superfície de escoamento inicial que limita o regime elástico inicial. No caso de amolecimento linear, a função  $\Omega_c$  é uma função potencial de endurecimento e uma função linear de amolecimento (Figura 32).

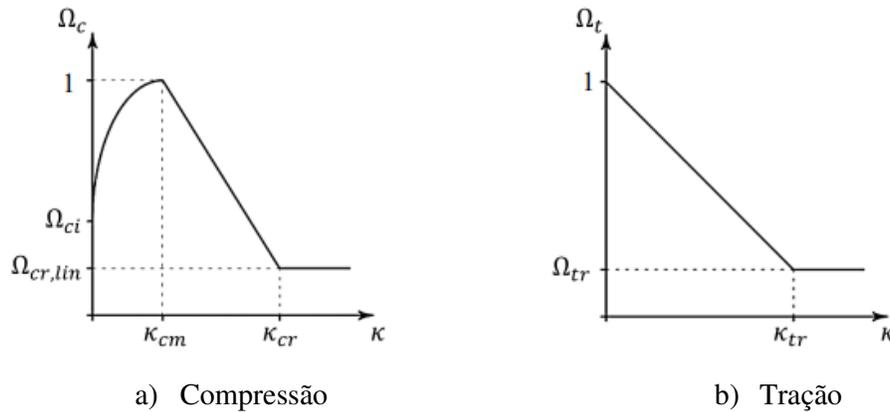


Figura 32 – Funções de endurecimento/amolecimento com amolecimento linear (Dmitriev *et al.*, 2020).

A função potencial de endurecimento para  $k < k_{cm}$  é:

$$\Omega_c = \Omega_{ci} + (1 - \Omega_{ci}) \sqrt{2 \frac{k_c}{k_{cm}} - \frac{k_c^2}{k_{cm}^2}} \quad (83)$$

Quando  $k = k_{cm}$  a resistência de compressão é atingida e o amolecimento se inicia. A função linear de amolecimento para  $k > k_{cm}$  é:

$$\Omega_c = 1 - \frac{1 - \Omega_{cr}}{k_{cr} - k_{cm}} (k_c - k_{cm}) \quad (84)$$

O endurecimento/amolecimento em função da tração é descrito por uma função linear de amolecimento. Assim, se assume que o comportamento do concreto em tração a partir do

valor de  $f_t$  é elástico. Após atingir  $f_t$ , as tensões são reduzidas ao nível residual de tensão. Assim, o material é considerado como completamente fraturado e apresenta apenas resistência residual de atrito similar a materiais granulares sem coesão.

No caso de amolecimento exponencial, a função de endurecimento em compressão é a mesma e determinada pela Equação (84). O comportamento de amolecimento é estabelecido por uma função potencial e uma função exponencial (Figura 33).

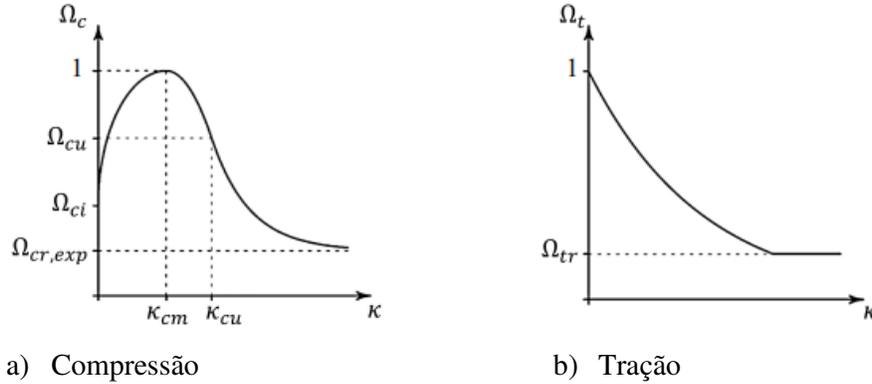


Figura 33 - Funções de endurecimento/amolecimento com amolecimento exponencial (Dmitriev *et al.*, 2020).

A deformação plástica e sua tensão correspondente é o ponto de transição entre o amolecimento potencial para o exponencial. São indicados como  $k_{cu}$  e  $\Omega_{cu}$ , respectivamente. A função potencial de amolecimento para compressão no caso em que  $k_{cm} < k < k_{cu}$  é:

$$\Omega_c = 1 - (1 - \Omega_{cu}) \left( \frac{k - k_{cm}}{k_{cu} - k_{cm}} \right)^2 \quad (85)$$

A função exponencial de amolecimento para compressão no caso de  $k > k_{cu}$  é:

$$\Omega_c = \Omega_{cr} + (\Omega_{cu} - \Omega_{cr}) \exp \left( 2 \frac{\Omega_{cu} - 1}{k_{cu} - k_{cm}} \frac{k - k_u}{\Omega_{cu} - \Omega_{cm}} \right) \quad (86)$$

O comportamento de amolecimento em tração é descrito pela função exponencial  $\Omega_t$ . A energia volumétrica é dissipada no amolecimento é proporcional à energia específica de fratura no domínio I ( $G_{ft}$ ):

$$\Omega_t = \exp\left(-\frac{k}{\alpha_t}\right) \quad (87)$$

$$a_t = \frac{g_{ft}}{f_t} \quad (88)$$

$$g_{ft} = \max\left(\frac{G_{ft}}{L_i}, \frac{f_t^2}{E}\right) \quad (89)$$

$$G_{ft} = G_{ft0} \left(\frac{f_c + 8}{10}\right)^{0,7} \quad (90)$$

Onde:

$f_c$  é a resistência à compressão uniaxial;

$G_{ft0}$  é o valor base da energia da fratura, que depende do tamanho do agregado.

#### 4.2.2.3. Função potencial plástica

A dilatância no concreto, caracterizada pela variação não linear de volume com distorção de cisalhamento não pode ser descrita corretamente pela lei de fluxo associada. A função de potencial plástico  $Q$ , que é diferente da função de superfície de escoamento  $F$ , determina a direção do vetor da deformação plástica e leva à lei de fluxo não associada.

A função de potencial plástico define o comportamento não linear do material e permite sua melhor descrição. A função de potencial plástico para um estado de tensão em coordenadas de Haigh-Wastergaard pode ser escrita como:

$$Q(\xi, \rho) = \rho^2 + B_g \rho + C_g \xi, \quad (91)$$

$$B_g = \frac{2\bar{f}_c \tan \Psi - \sqrt{2}\bar{f}_t}{\sqrt{3}(1 - \sqrt{2}\tan \Psi)} \quad (92)$$

$$C_g = \frac{B_g}{\sqrt{2}} + \frac{2\bar{f}_t}{\sqrt{3}} \quad (93)$$

Onde:

$\Psi$  é o ângulo de dilatância.

#### 4.2.2.4. Critério de falha

O critério de falha de Menétrey-Willam descreve a resistência triaxial do concreto em termos de três invariantes independentes de tensão. A superfície de falha não apresenta arestas vivas (Figura 34), e estas tornam-se mais circulares com o aumento do confinamento.

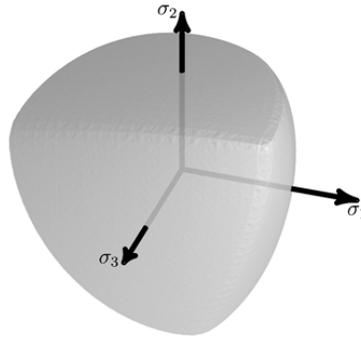


Figura 34 – Representação genérica da superfície de falha de Menétrey-Willam (ANSYS ELEMENT REFERENCE, 2021).

#### 4.2.2.5. Parâmetros básicos de entrada do modelo constitutivo

Os parâmetros básicos de entrada do modelo constitutivo de Menétrey-Willam incluem o módulo de Young,  $f_{ck}$  e  $f_{cm}$ , coeficiente de Poisson, densidade, a resistência última à compressão uniaxial,  $f_c$  (neste caso adotado igual ao  $f_{cm}$ ), a resistência última à tração uniaxial,  $f_t$ , neste caso adotado igual a  $f_{ct,m} = 0,3 f_{ck}^{2/3}$  (ABNT NBR 6118, 2014), e a resistência à compressão biaxial, adotada igual a 1,2 de  $f_c$ , semelhante ao critério de Willam e Warnke (1975); o ângulo de dilatância,  $\varphi$ , foi adotado respeitando os limites da Equação (94) (ANSYS MATERIAL REFERENCE, 2021).

$$\frac{f_t}{\sqrt{2}f_c} \leq \tan\varphi \leq \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (94)$$

No caso desse trabalho, as funções de amolecimento (*softening*) que se aplicam após os limites de compressão e tração terem sido atingidos foram desconsideradas para evitar dificuldades de convergência na análise não-linear, de acordo com Soltanalipour *et al.* (2022).

#### 4.2.3. Elemento finito adotado para o concreto

O elemento finito adotado para o concreto foi o elemento finito sólido quadrático SOLID187, com 10 nós, com três graus de liberdade por nó (translação nas três direções cartesianas), ver Figura 35, apropriado para modelagem e discretização de geometrias bastante irregulares. A utilização deste elemento finito é necessária em razão da geometria complexa de interface entre a chapa metálica e o volume de concreto na região das mossas.

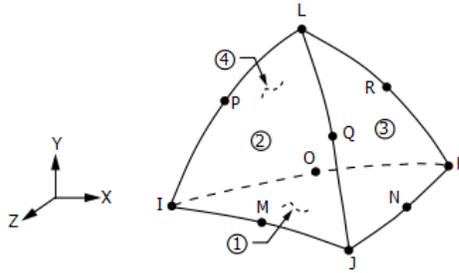


Figura 35 – Elemento sólido tetraédrico quadrático de 10 nós (ANSYS ELEMENT REFERENCE, 2021).

### 4.3. MODELAGEM DO CONTATO ENTRE A CHAPA METÁLICA E O CONCRETO

O contato entre o concreto e a laje foi modelado com base em uma abordagem realística tridimensional, ou seja, a geometria das mossas é representada ao detalhe de modo a reproduzir a interação mecânica real entre os materiais e as mossas. Recentemente, esta abordagem tem ganhado maior interesse devido ao maior poder computacional dos dias de hoje (Soltanalipour *et al.*, 2022). A interface entre o aço e o concreto foi simulada neste trabalho face-a-face através de elementos de contato, que é a abordagem usual no ANSYS. Uma das superfícies é definida como “*target*” (“alvo”), neste caso o concreto, e a outra superfície é definida como “*contact*” (“contato”), neste caso o aço. Para as primeiras superfícies adota-se o elemento finito TARGE170 (ANSYS ELEMENT REFERENCE, 2013), o qual descreve o limite de um corpo deformável. Para as segundas superfícies (“*contact*”) associam-se os elementos CONTA174. O contato ocorre quando os elementos de contato CONTA174 penetram um dos elementos alvos (“*target*”) definidos pelo TARGE170. A pressão normal se iguala a zero se ocorre algum tipo de separação.

Neste trabalho, a aderência química entre a chapa metálica e o concreto não foi modelada, ou seja, o efeito foi desprezado, dado que a contribuição da aderência inicial à resistência última é negligenciável, de acordo com resultados experimentais de aços galvanizados (Soltanalipour *et al.*, 2022). Além disso, para os ensaios de lajes mistas, alguns procedimentos preveem lubrificação das chapas antes da concretagem, em uma tentativa de realizar uma estimativa mais conservadora da resistência ao cisalhamento longitudinal como uma contribuição apenas das mossas (ECCS TC 7, 1998).

O modelo de atrito adotado entre as superfícies após entrarem em contato é baseado na lei de Coulomb. Neste modelo, duas superfícies em contato suportam tensões de cisalhamento. Quando a tensão de cisalhamento equivalente é menor do que um determinado limite,  $\tau_{lim}$ , nenhum movimento ocorre entre as duas superfícies (Figura 36). A lei de Coulomb é definida como:

$$\tau_{lim} = \mu P + b \quad (95)$$

$$|\tau| \leq \tau_{lim}$$

Onde:

- $P$  é a pressão de contato;
- $\mu$  é o coeficiente de atrito;
- $b$  é a coesão de contato inicial.

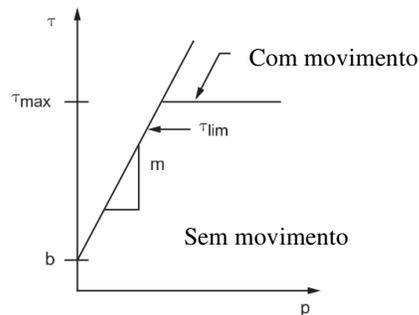


Figura 36 – Lei de Coloumb para atrito (ANSYS THEORY REFERENCE, 2013).

O coeficiente de atrito é definido como isotrópico e estático (devido à baixa velocidade de aplicação do carregamento no ensaio da laje mista), ou seja, independente da direção de tendência de deslizamento durante o contato, a lei de Coulomb se comporta da mesma maneira. Normalmente, um valor recomendado para o atrito entre chapas galvanizadas e o concreto é 0,5, contudo este coeficiente pode ser variado entre 0,2 e 0,9 de acordo com

Soltanalipour *et al.* (2022). Nesse trabalho, foram adotados dois valores para o coeficiente de atrito, sendo eles 0,2 e 0,5. A escolha desses dois coeficientes teve como finalidade obter resultados a favor da segurança.

#### **4.4. MÉTODO COMPUTACIONAL PARA SOLUÇÃO DA ANÁLISE NÃO-LINEAR**

O ensaio de flexão em 4 pontos é simulado no ANSYS por meio de análises estáticas incrementais (monotônica) em regime não-linear. Nesse trabalho, foi utilizado o algoritmo de Newton-Raphson, descrito no capítulo anterior item 3.3.1.

#### **4.5. CARREGAMENTO E APOIO**

O carregamento aplicado nos modelos do método dos elementos finitos foi controlado através do deslocamento prescrito. O carregamento é aplicado prescrevendo o deslocamento numa linha de nós na superfície do concreto. As cargas últimas das simulações são assim medidas no apoio de reação (forças totais no apoio em cada passo).

O deslocamento foi aplicado na quarta parte do vão de cisalhamento, como mostra a Figura 37. O apoio é definido restringindo o deslocamento vertical de uma linha de nós na parte inferior da chapa perfilada e foi aplicado a 89 milímetros do início do vão (Figura 37). Neste caso, 89 milímetros é o comprimento do menor módulo possível, como será explicado nas seções seguintes.

#### **4.6. SIMETRIA**

Foram utilizadas duas condições de simetria, como mostra a Figura 37, onde há dois planos de simetria transversal e um plano de simetria longitudinal presentes na lateral do menor modelo necessário para a modelagem geométrica. Assim, foi possível espelhar o módulo em relação ao centro da laje e repetir um de cada lado, igualando um protótipo com três nervuras na largura. Devido à estratégia de elementos finitos simétricos adotados, assume-se que as cargas últimas computadas como as forças totais no apoio devem ser multiplicadas por três, considerando a presença de três nervuras ao adotar a simetria.

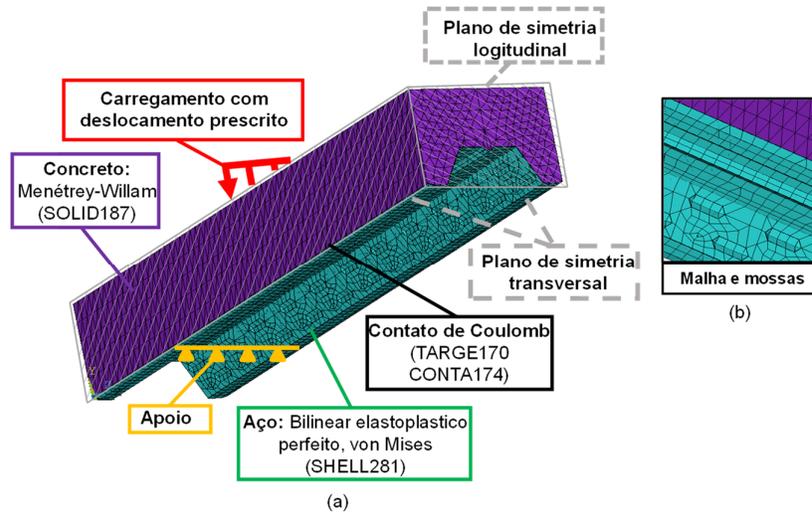


Figura 37 - Descrição do modelo computacional em elementos finitos com os planos de simetria.

#### 4.7. ESTUDO DA MALHA

Para a definição do tamanho médio do elemento na malha, foram realizadas cinco simulações com valores de 17, 15, 13, 11 e 9 milímetros com laje de 15 centímetros de altura e vão de 1400 milímetros. Os resultados obtidos das malhas de 15 e 11 milímetros foram em próximos do valor de 13 milímetros. Por isso, optou-se por mostrar nesse trabalho apenas os valores limites e o médio. Na Figura 38 e na Figura 39 são apresentadas as vistas dos modelos numéricos com elementos de 17, 13 e 9 milímetros, esses modelos possuíam 49572, 63054 e 157536 elementos, respectivamente.

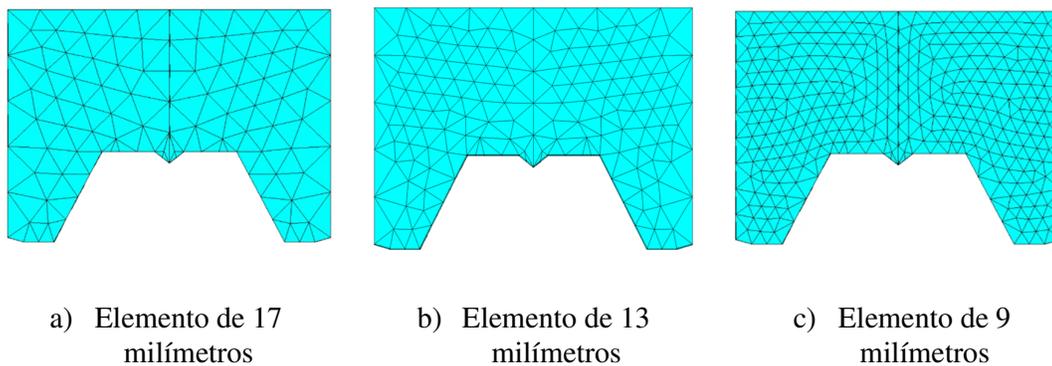


Figura 38 – Vista da seção transversal do módulo com variação do tamanho médio do elemento.

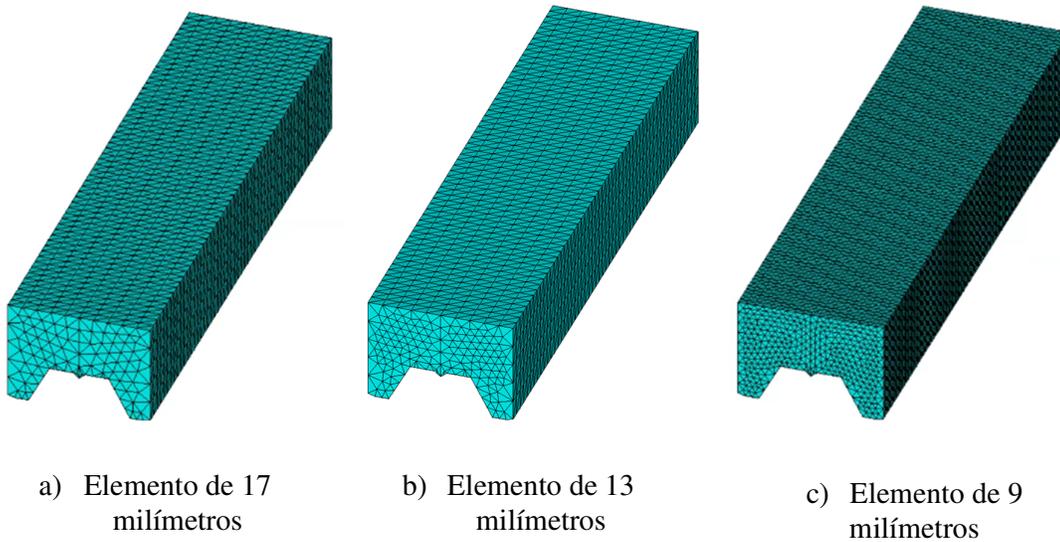


Figura 39 – Vista oblíqua do modelo estrutural com variação do tamanho médio do elemento.

Tendo em vista que o modelo estrutural usado como padrão é o modelo que possui a menor quantidade de elementos e essas simulações variaram entre 2 e 12 horas de duração, além de apresentarem resultados bem próximos conforme está mostrado na Figura 40. Optou-se por utilizar o tamanho médio de 13 milímetros.

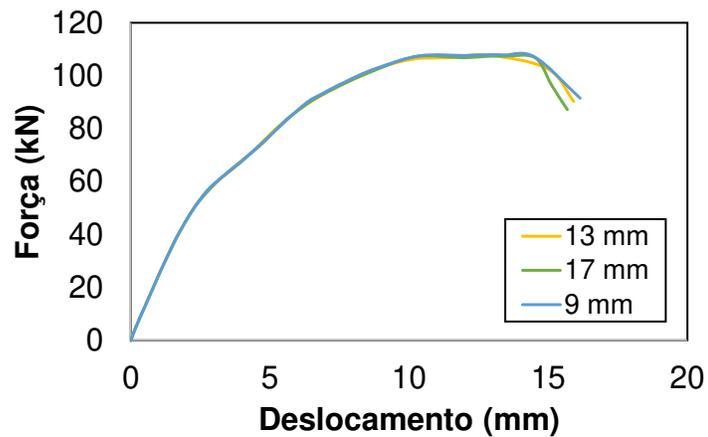


Figura 40 – Gráfico de força versus deslocamento dos valores obtidos de um modelo estrutural com variação do tamanho médio do elemento.

#### 4.8. MALHA DAS MOSSAS

A discretização da malha foi efetuada ao longo de todo o modelo, como mostra a Figura 37b, e de acordo com cada um dos seus elementos, procurando sempre a forma mais regular para o representar, de modo a evitar elementos finitos muito distorcidos. O tamanho médio da malha global introduzida no *software* foi de 13 milímetros. Como se pode ver na Figura 41, as medidas utilizadas para a fôrma de aço Polydeck 59s foram obtidas através de medições no local. Na Figura 41 é também possível observar que o modelo numérico representa a geometria real da fôrma metálica com uma boa aproximação.

É importante ter em conta que a modelação das mossas é uma estratégia de modelação de geometria aproximada, desprezando os pequenos raios envolvidos no processo de fabricação das mossas sobre a chapa de aço. Em outras palavras, a geometria da “curva real” da mossa é aproximada por planos médios com um bom ajuste. Naturalmente, a geometria das mossas é aproximada devido a limitações da análise de elementos finitos. Esta limitação está relacionada com possíveis problemas de convergência dos resultados comuns em análises não lineares materiais e geométricas. Na chapa de aço investigada existem duas fileiras de mossas, enquanto que na chapa de aço original investigada no trabalho de Soltanalipour *et al.* (2022) existia apenas uma fileira de mossas, o que exigiu a modificação da geometria para adicionar mais mossas.



Figura 41 - Fôrma de aço Polydeck 59s com medições *in loco* e modelo numérico com representação das mossas.

#### 4.9. MENOR MÓDULO REPETÍVEL

Um módulo de 89 milímetros (ver Figura 42) foi desenvolvido e repetido para atingir o valor do vão para cada protótipo (Figura 42d). Naturalmente, os comprimentos de vão desejados eram múltiplos do comprimento do módulo. Em cada módulo estão representadas duas mossas, como mostra a Figura 42c. Excetuando-se as mossas, o módulo é simétrico, ou seja, possui a mesma geometria quando espelhado em relação ao eixo central. No entanto, as mossas ocupam posições alternadas na direção longitudinal quando se consideram as faces vizinhas. Isso também foi incluído no modelo de elementos finitos desenvolvido neste trabalho. Isto é feito para aumentar o efeito de intertravamento contra a falha longitudinal.

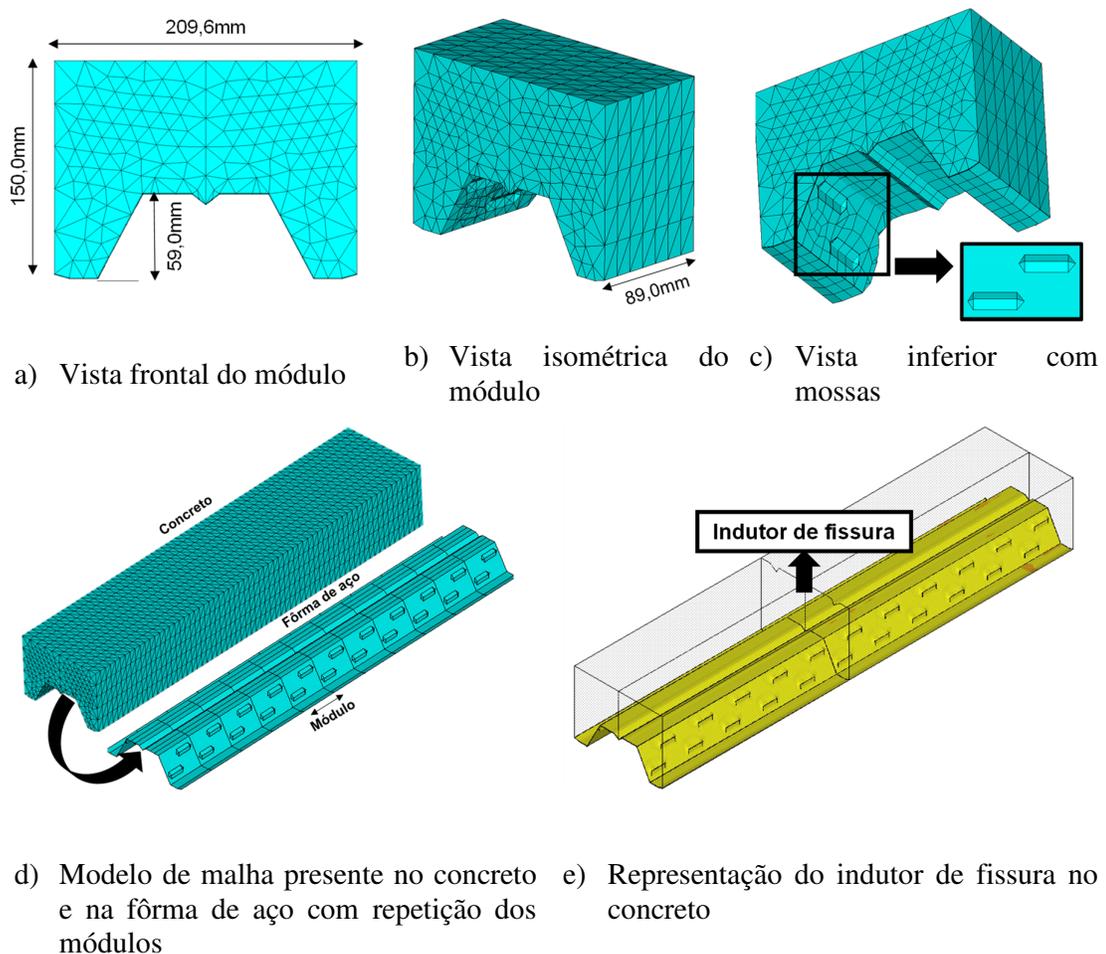


Figura 42 - Geometria do modelo em elementos finitos desenvolvido no presente trabalho.

Considera-se uma fissura aberta num plano superior ao perfil de aço para representar os indutores de fissura experimentais regulamentados pelo Eurocódigo e normalmente utilizados em ensaios reais (Figura 42e). Neste plano do indutor de fissura, os elementos não

partilham os mesmos nós, criando assim uma descontinuidade na malha de elementos finitos do concreto, evitando a transmissão de tensões de tração ao longo destas seções, já que este é o efeito pretendido do indutor de fissura, definindo claramente um vão de corte. O indutor de fissura está localizado na última fileira de elementos à aproximadamente 5 milímetros do topo da laje mista.

A partir da Figura 42c pode observar-se que as mossas estão muito próximas dos limites do módulo, aproximando-se do fim do comprimento do módulo, mas não o tocando. Isto foi feito propositadamente, de modo a evitar elementos muito distorcidos gerados pelo algoritmo de malha automática nestas regiões altamente irregulares. Neste caso, colocar a extremidade das mossas a uma distância de 3 a 4 milímetros da extremidade do módulo foi suficiente para não gerar elementos distorcidos (*'poor mesh'*). Isso não foi um problema no trabalho original de Soltanalipour *et al.* (2022), pois a mossa destes autores era apenas uma, e estava posicionado no centro do módulo.

#### 4.10. CARACTERÍSTICAS DOS PRIMEIROS MODELOS ESTRUTURAIS SIMULADOS

Tendo realizado todas as definições como os modelos constitutivos, os elementos finitos, o contato entre os materiais, a malha e as condições de contorno neste trabalho, foram definidas as primeiras propriedades dos materiais que seriam simulados (Tabela 5). Por conseguinte, foi escolhido um valor mínimo em relação ao vão de cisalhamento, que neste caso é de 1,40 metros, este vão foi escolhido por ser um dos menores vãos vistos em um projeto. O vão de 2,80 metros é frequentemente utilizado em projetos típicos de pavimentos com lajes mistas.

Tabela 5 – Propriedades dos materiais das primeiras simulações realizadas.

Identificação	Resistência a compressão do concreto (MPa)	Tensão de escoamento do aço (MPa)	Coefficiente de atrito
M-I a VI	40	280	0,2

Tabela 6 - Características dos modelos estruturais simulados.

Identificação	Altura (mm)	Espessura da chapa (mm)	Vão da laje (mm)	Vão de cisalhamento da laje (mm)
M-I	150	0,80	1800	450
M-II	150	0,80	2800	700

<b>M-III</b>	150	0,95	1800	450
<b>M-IV</b>	150	0,95	2500	625
<b>M-V</b>	150	1,25	1800	450
<b>M-VI</b>	150	1,25	1400	350

Assim, foram realizadas, inicialmente, seis simulações com alturas de protótipo ( $h$ ) de 15 centímetros, e vãos de cisalhamento ( $L_s = L/4$ ) variando entre 350, 450, 625 e 700 milímetros, e espessuras das chapas de aço ( $t$ ) entre 0,8, 0,95 e 1,25 milímetros, conforme apresentado na Tabela 6. Cada protótipo foi identificado com o nome de modelo estrutural (M) com o respectivo número que se refere à ordem em que cada simulação foi executada, classificada de I a VI.

#### 4.11. INFRAESTRUTURA DE HARDWARE PARA SIMULAÇÃO

Com relação às análises para obtenção dos coeficientes  $m-k$  (Capítulo 5) e as análises de variação paramétrica de algumas características (Capítulo 6), estas totalizaram trinta análises. Para as simulações executadas nesta dissertação de trabalho foi utilizado uma *Workstation* com processador Ryzen 5 5600X com 6 núcleos e 12 threads, TDP 65W, 32 GB RAM DDR4 2133 MHz, GPU NVIDIA Asus GeForce GTX 3060 Ti, 8 GB DRAM, mostrado na Figura 43.

Neste *hardware*, a análise com menor tempo de processamento (vão de 1,4 metros, altura de 110 milímetros e 52992 elementos) resultava em cerca de 4 horas com a utilização de todos os núcleos do *hardware*. A análise com maior tempo de processamento (vão de 2,8 metros, altura de 250 milímetros e 230044 elementos) resultava em cerca de 30 horas. As análises eram iniciadas manualmente pela autora (sem lançamento automático de processos). Considerando estas condições, todas as análises que serão apresentadas nos dois últimos capítulos foram realizadas ao longo de cerca de 3 meses. A licença utilizada para execução das simulações foi a ANSYS *Mechanical Research* (com capacidades completas) do grupo de pesquisa CONSTRUCT da Universidade do Porto (Portugal) via acesso VPN.



Figura 43 – Fotografia da *Workstation* utilizada para realização das simulações numéricas em elementos finitos.

#### 4.12. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo foram descritas todas as definições adotadas nesse trabalho para a execução das análises estruturais. É válido ressaltar que as decisões a respeito da escolha de cada modelo foram ponderadas levando em consideração o custo computacional e relevância na literatura. Outro ponto importante de ser ressaltado é a complexidade de importar a geometria da fôrma metálica para o *software*, tendo em vista a irregularidade na região das mossas. Inicialmente, foi desenvolvido a geometria no sistema CAD, contudo foram encontrados diversos problemas de convergência, isso resultou em buscar a alternativa de realizar a geometria na própria linguagem APDL. Essa alternativa custou tempo, contudo foi bem mais eficiente na etapa de verificação de convergência, tendo em vista que era necessário apenas modificar as linhas relacionadas ao código da geometria dos protótipos e não redesenhar cada modelo novamente. Por fim, outra dificuldade em realizar as simulações foi encontrar um modelo de *hardware* que executasse a análise, pois os *hardwares* tradicionais não foram eficientes nesse requisito.

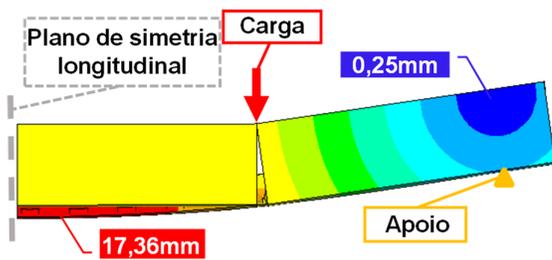
No próximo capítulo são apresentados os resultados dos seis primeiros modelos estruturais encontrados por meio das ilustrações gráficas obtidas no *software*, diagramas de tensão versus deslocamento vertical e deslizamento horizontal, além de apresentar a reta de regressão linear das análises que resultam nos valores dos coeficientes m-k obtidos nesse trabalho.

## 5. RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES E DERIVAÇÃO DOS COEFICIENTES M-K

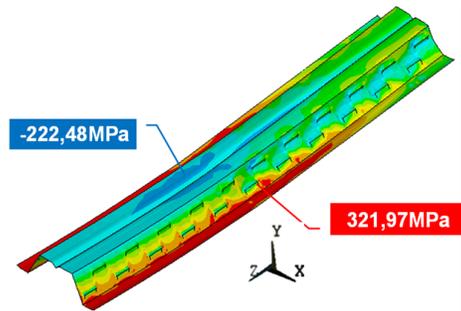
Nesse capítulo são apresentados os resultados obtidos após realizar as seis primeiras simulações descritas no item 4.10 do capítulo anterior. Os resultados presentes nesse capítulo estão contidos no artigo submetido para a revista IBRACON *Structures and Materials Journal* estando em processo de revisão até o presente momento da publicação dessa dissertação de mestrado.

Inicialmente, os resultados das análises não lineares por elementos finitos para os primeiros modelos estruturais são apresentados na Figura 44 e Figura 45, mostrando os resultados em termos de deslocamentos vetoriais totais (etiquetas (a), (c) e (e)) e tensões na direção longitudinal Z apenas para a chapa de aço (etiquetas (b), (d) e (f)). Os resultados são apresentados para o patamar de carga última (ou seja, o patamar para o qual as forças totais no apoio começam a diminuir - capacidade de carga última da simulação).

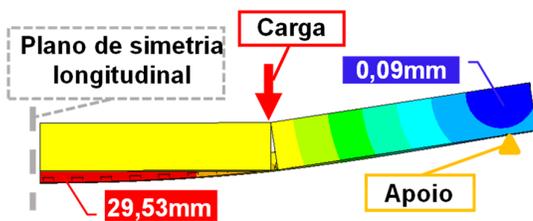
Na Figura 44a,c,e e Figura 45a,c,e pode ver-se a parte de concreto da laje mista unida no topo apenas por uma fila de elementos, a fissura totalmente aberta, e o deslizamento da chapa de aço em relação ao concreto na região de momento constante (também mostrado na Figura 46). A Figura 47 representa os parâmetros de deformação e deslizamento que podem ser analisados neste modo de ruptura. A Tabela 7 apresenta o valor de cada um destes parâmetros em cada um dos modelos estruturais simulados no patamar de carga última. Na Figura 44b,d,f e Figura 45b,d,f é possível ver que na região de momento constante existe o efeito de flexão isolada da chapa e da parte do concreto, enquanto no vão de corte este efeito é menos aparente.



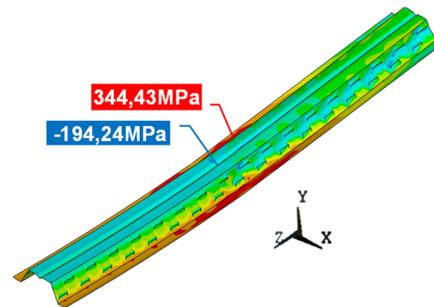
a) M-I – Forma deformada da laje mista



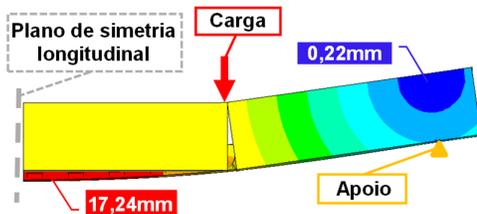
b) M-I – Componente Z de tensão



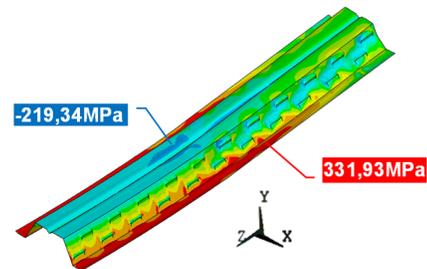
c) M-II – Forma deformada da laje mista



d) M-II – Componente Z de tensão

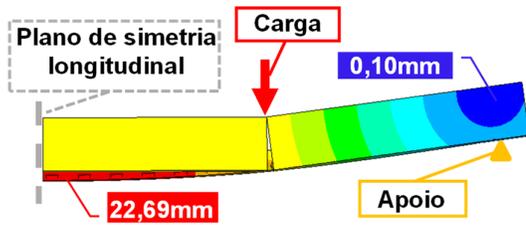


e) M-III – Forma deformada da laje mista

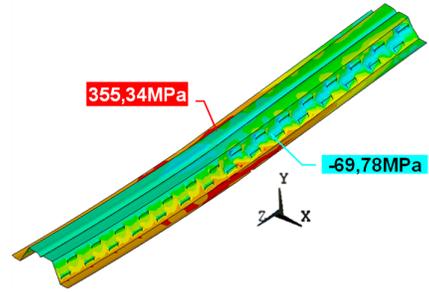


f) M-III – Componente Z de tensão

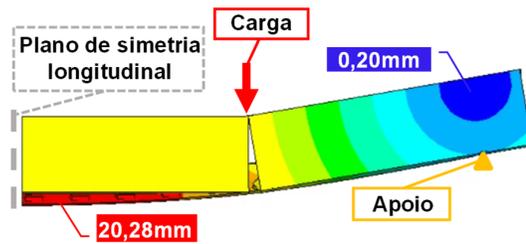
Figura 44 - Resultados de cada modelo estrutural: (a), (c) e (e) deslocamentos vectoriais totais; (b), (d) e (f) tensão na direção longitudinal (componente Z).



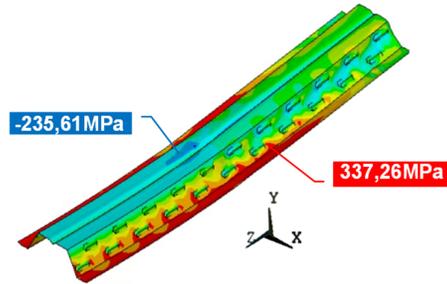
a) M-IV – Forma deformada da laje mista



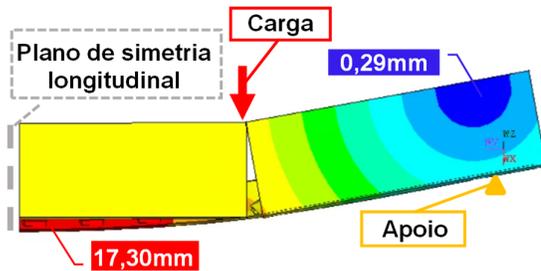
b) M-IV – Componente Z de tensão



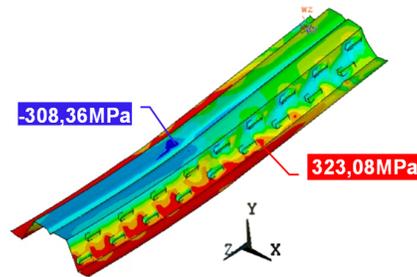
c) M-V – Forma deformada da laje mista



d) M-V – Componente Z de tensão



e) M-VI – Forma deformada da laje mista



f) M-VI – Componente Z de tensão

Figura 45 - Resultados de cada modelo estrutural: (a), (c) e (e) deslocamentos vetoriais totais; (b), (d) e (f) tensão na direção longitudinal (componente Z).

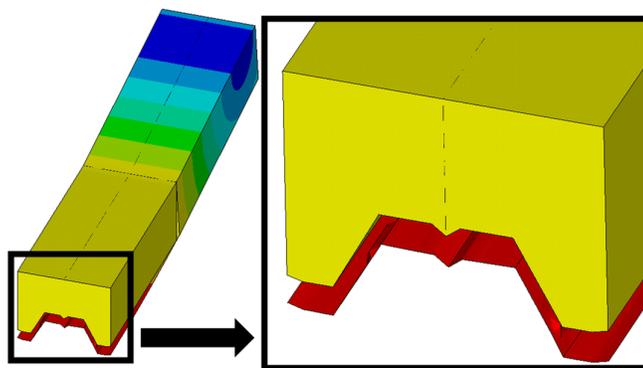


Figura 46 – Deslocamento vertical entre a fôrma metálica e o concreto verificado na simulação em elementos finitos.

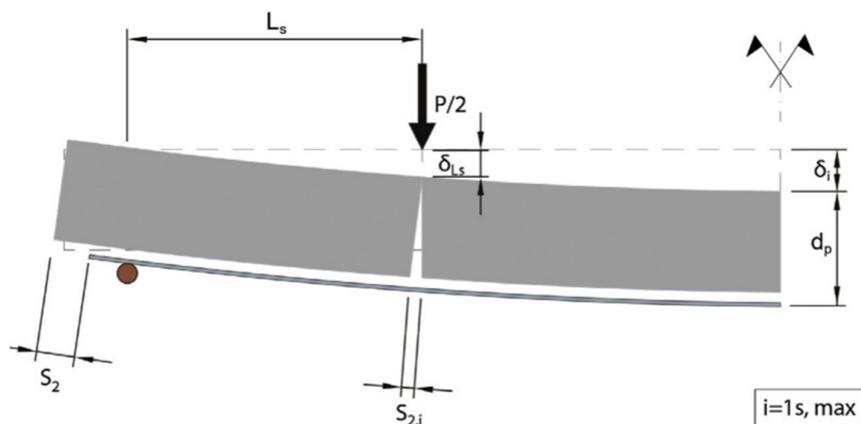


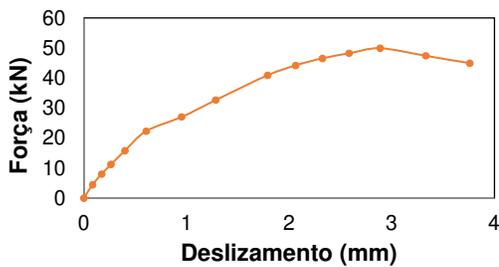
Figura 47 - Representação dos indicadores de localização dos parâmetros de deformação e de deslizamento (Ríos *et al.*, 2017).

Tabela 7 - Resultado dos valores de deformação e deslizamento das análises numéricas efetuadas (os parâmetros estão representados na Figura 47).

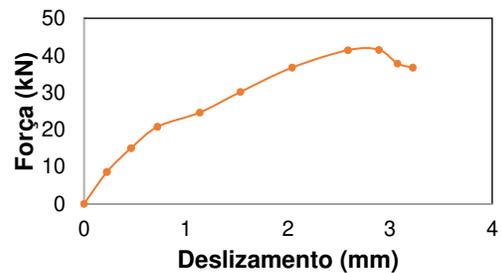
Identificação	$L_s$ (mm)	$\delta_{L_s}$ (mm)	$\delta_i$ (mm)	$S_2$ (mm)	$S_{2,i}$ (mm)
M-I	450	12,72	12,94	2,89	4,06
M-II	700	21,80	22,22	2,89	4,28
M-III	450	12,72	12,96	3,70	4,03
M-IV	625	16,88	17,28	2,41	3,74
M-V	450	15,14	15,49	4,65	4,76
M-VI	356	12,87	13,18	3,58	5,12

O deslizamento horizontal entre a fôrma de aço e o concreto obtido na simulação por elementos finitos pode ser visto na Figura 46. É importante referir que os fatores que influenciam este deslizamento são a ligação química entre o concreto e o aço, a ligação

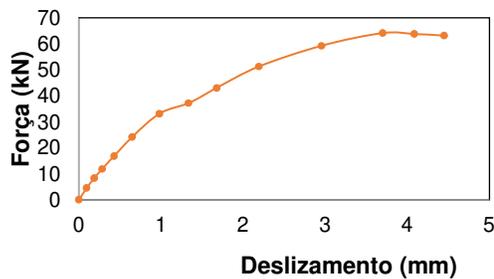
mecânica que ocorre através das mossas e o atrito entre a fôrma e o concreto. Neste trabalho, estão presentes tanto a ligação mecânica como o atrito, que se torna presente através da utilização do valor do coeficiente de atrito de 0,2. Verifica-se que a ruptura ocorre geralmente para um deslizamento de cerca de 3 a 4 milímetros, o que está de acordo com os valores encontrados na literatura (Ferraz, 1999).



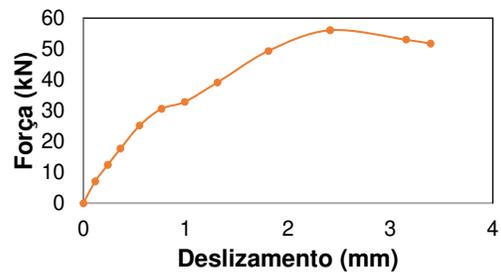
a) M-I (ver Tabela 7 e Figura 44b)



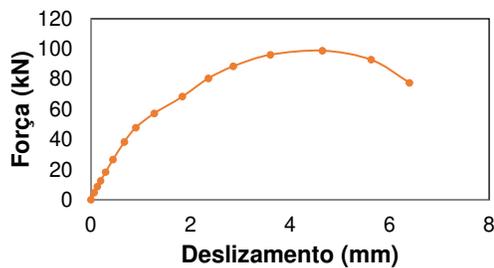
b) M-II (ver Tabela 7 e Figura 44d)



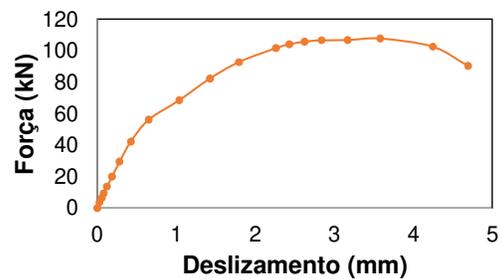
c) M-III (ver Tabela 7 e Figura 44f)



d) M-IV (ver Tabela 7 a Figura 44h)



e) M-V (ver Tabela 7 e Figura 44j)

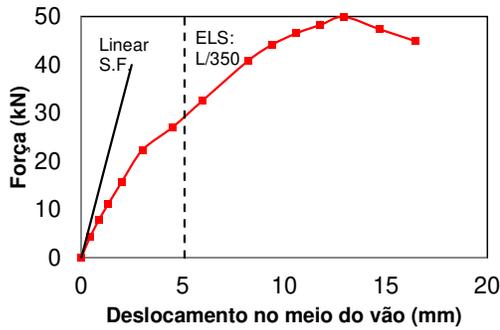


f) M-VI (ver Tabela 7 e Figura 44l)

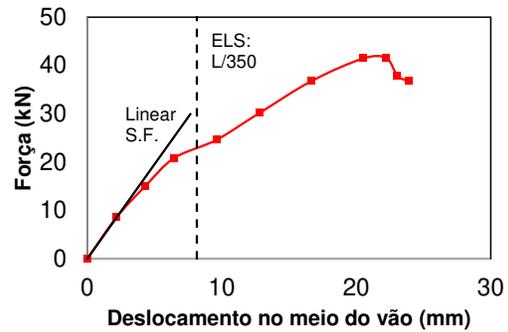
Figura 48 - Resultados das simulações numéricas dos modelos estruturais no gráfico de força versus deslizamento.

A Figura 49 mostra os resultados dos deslocamentos verticais no meio do vão em relação às cargas. Neste gráfico é possível identificar a carga de pico para cada uma das simulações. É de salientar que neste modelo de simulação numérica não é possível obter os resultados da

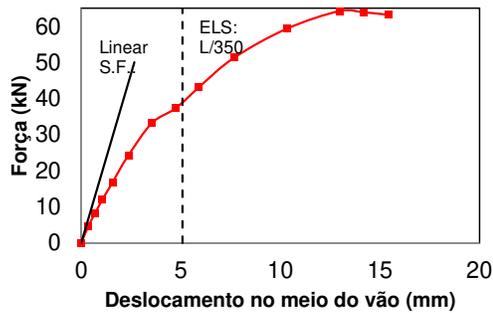
pré-fissuração do concreto, pois foram utilizados indutores de fissuração, ou seja, desde o início do carregamento já existia concreto fissurado.



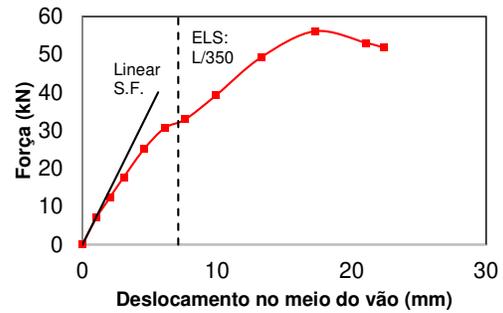
a) M-I (ver Tabela 8 e Figura 44a)



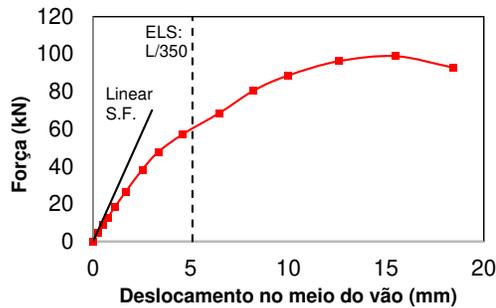
b) M-II (ver Tabela 8 e Figura 44c)



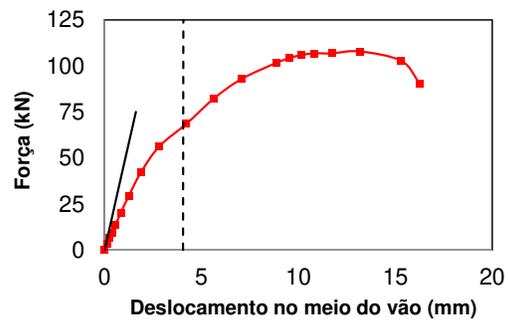
c) M-III (ver Tabela 8 e Figura 44e)



d) M-IV (ver Tabela 8 e Figura 44g)



e) M-V (ver Tabela 8 e Figura 44i)



f) M-VI (ver Tabela 8 e Figura 44k)

Figura 49 - Resultados das simulações numéricas dos modelos estruturais no gráfico de força do meio do vão versus deslocamento.

Juntamente com a curva não linear na Figura 49, uma linha reta preta (Linear S.F.) representa a rigidez elástica linear (força versus deslocamento) considerando o momento de inércia de fissuração calculado conforme apresentado na Seção 2.3.6. O deslocamento linear-elástico

foi calculado conforme Equação (38). Para os passos iniciais das cargas, as curvas vermelhas são relativamente consistentes com a rigidez linear e, após alguns passos, diferem. Este fato pode ser causado pelo comportamento não linear e também pela presença da fissura ao longo de toda a altura na análise de elementos finitos. No entanto, já é conhecido de outros trabalhos que o cálculo dos deslocamentos em sistemas de lajes mistas utilizando a teoria linear-elástica com momento de inércia da seção fissurada não é conservador, e Costa *et al.* (2021) apresentaram uma metodologia para aprimorar o cálculo dos deslocamentos com formulações mais avançadas que levam em conta a não-linearidade da seção de concreto.

Após a realização das simulações, obtiveram-se os resultados da carga última ( $P_{u,MEF}$ ) para as análises efetuadas, conforme apresentado na Tabela 8. Desta forma, foi possível utilizar estes resultados de carga e obter o gráfico de regressão linear (Figura 50) para obter os coeficientes  $m$  e  $k$  (Tabela 9). Assim, conclui-se que a linha de tendência apresenta um bom desempenho ao apresentar um valor de correlação linear ( $R$ ) igual a 0,97, sendo a relação entre o eixo Y explicada em 94% pelo eixo X ( $R^2=0,94$ ). Foi também encontrado um desvio padrão de 0,18, o que para estimativas de capacidade de resistência última em campo de cálculo estrutural é um bom valor.

Tabela 8 - Resultados da carga última obtidos nas simulações numéricas.

Id.	t (mm)	L (mm)	L <sub>s</sub> (mm)	$P_{u,MEF}$ (kN)	$V_{\ell,u,MEF}$ $= P_{u,MEF}/2$ (kN)	X = $A_{F,ef}/(b \cdot L_s)$	Y = $V_{\ell,u,MEF}/(b \cdot L_s)$
M-I	0,80	1800	450	49,91	24,96	0,0039	0,34
M-II	0,80	2800	700	41,52	20,76	0,0024	0,28
M-III	0,95	1800	450	64,20	32,10	0,0046	0,43
M-IV	0,95	2500	625	56,09	28,05	0,0033	0,38
M-V	1,25	1800	450	98,76	49,38	0,0062	0,67
M-VI	1,25	1400	350	107,77	53,89	0,0077	0,73

Tabela 9 – Valores dos coeficientes  $m$  e  $k$  obtidos nas simulações.

$m$ (N/mm <sup>2</sup> )	$k$ (N/mm <sup>2</sup> )
91,22	0,043

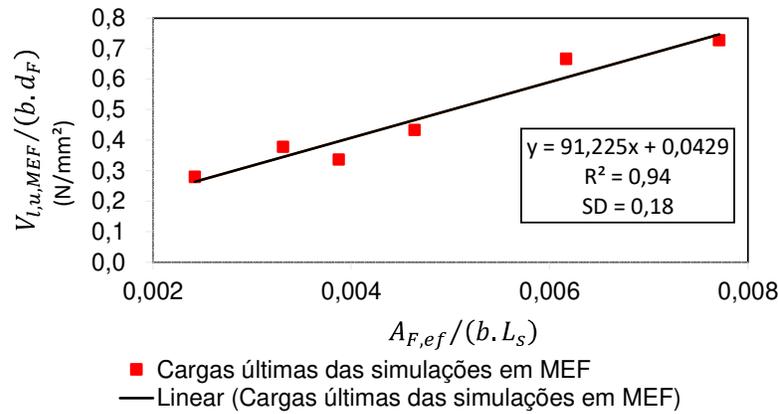


Figura 50 - Regressão linear dos resultados obtidos nas simulações numéricas.

Também é possível verificar que os resultados encontrados para os valores dos coeficientes  $m$  e  $k$  nesta simulação em elementos finitos estão dentro dos padrões dos resultados apresentados nos trabalhos citados na Tabela 10. É válido ressaltar que o modelo de moosa utilizado nesse trabalho se aproxima aos modelos de Marimuthu *et al.* (2007) e Hedao *et al.* (2012). Na Figura 51, é possível observar mais claramente os resultados obtidos neste estudo numérico comparados com os resultados encontrados na literatura. É também apresentada uma curva de projeto, obtida através da aplicação de um coeficiente de segurança de 1,25 a  $m$  e  $k$ , que representa uma estimativa do limite inferior da capacidade última das lajes mistas utilizadas na prática comum.

Tabela 10 - Alguns valores de coeficientes  $m$  e  $k$  encontrados na literatura.

Módulo	Altura (mm)	Largura (mm)	Tipo de moosa	$m$ (N/mm <sup>2</sup> )	$k$ (N/mm <sup>2</sup> )	Referências
	46	900		107,53	0,040	Wright <i>et al.</i> (1987)
	76	914		84,67	0,022	Chen (2003)
	55	820		87,96	0,032	Marimuthu <i>et al.</i> (2007)
	60	820		98,32	0,080	O Feliz (2011)
	52	830		81,95	0,046	Hedao <i>et al.</i> (2012)
	61	820		95,69	0,022	Soltanalipour <i>et al.</i> (2020)

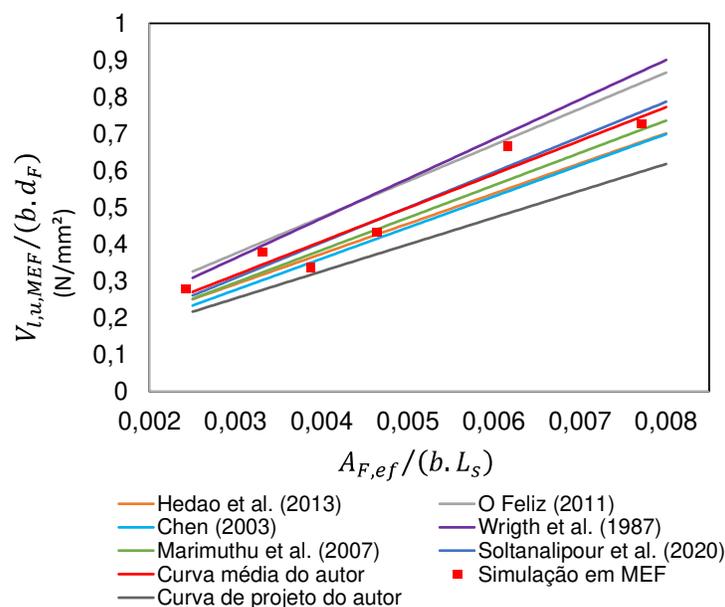


Figura 51 - Regressão linear dos coeficientes  $m-k$  da literatura e resultado das simulações numérica obtido.

Tabela 11 – Comparação entre os valores obtidos e os valores médios derivados da curva média.

Id.	t (mm)	L (mm)	$V_{l,u,MEF}$ (kN)	Valor obtido pela reta $m-k$ média (kN)	Diferença (%)
M-I	0,80	1800	24,96	29,36	15
M-II	0,80	2800	20,76	19,54	-6
M-III	0,95	1800	32,10	34,52	7
M-IV	0,95	2500	28,05	25,56	-10
M-V	1,25	1800	49,38	44,86	-10
M-VI	1,25	1400	53,89	55,28	3

Na Tabela 11 é possível observar que de modo geral maior valor de diferença entre as cargas últimas encontradas está relacionado ao maior vão de cada espessura e que as menores diferenças encontradas estão em relação aos menores vãos e maiores espessuras, o oposto ocorre apenas na espessura de 0,80 milímetros. A título de comparação com outros estados-limites, os resultados dos modelos estruturais corridos por meio do método dos elementos finitos encontrados estão também plotados no gráfico da Figura 52. Nesta figura, a reta de projeto é comparada com a resistência à flexão positiva para vãos longos e a resistência ao cortante vertical para vãos curtos, calculados segundo o Anexo Q da NBR 8800 (2008) (ver Figura 12), especificamente para a laje de altura 150 milímetros e espessura de *steel deck* de

0,80 milímetros (entre os seis pontos, é a laje que apresenta a menor resistência à flexão positiva e ao cortante vertical).

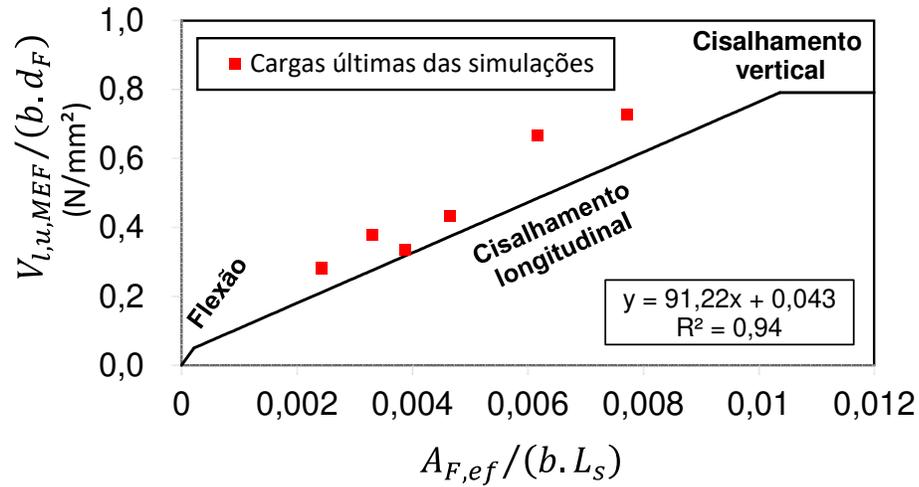


Figura 52 – Gráfico de regressão linear apresentando os limites dos modos de ruptura da laje mista com os valores obtidos nas análises numéricas.

## 5.1. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesse capítulo foram apresentados os resultados encontrados nas primeiras simulações numéricas em que houve variação das espessuras das fôrmas de aço e vão de cisalhamento, mantendo o mesmo valor de altura, resistência a compressão do concreto, tensão de escoamento do aço e coeficiente de atrito. Através desses modelos numéricos pode-se verificar que:

- a ruptura ocorre geralmente para um deslizamento de cerca de 3 a 4 milímetros, o que está de acordo com os valores encontrados na literatura;
- neste modelo de simulação numérica não foi possível obter os resultados da pré-fissuração do concreto, pois foram utilizados indutores de fissuração, ou seja, desde o início do carregamento já existia concreto fissurado;
- a linha de tendência do gráfico de regressão linear apresentou um bom desempenho ao resultar um valor de correlação linear (R) igual a 0,97, sendo a relação entre o eixo Y explicada em 94% pelo eixo X ( $R^2=0,94$ ).
- que os resultados encontrados para os valores dos coeficientes  $m$  e  $k$  nesta simulação em elementos finitos estão dentro dos padrões dos resultados apresentados na literatura.

Por outro lado, a partir das comparações dos resultados experimentais da literatura com os resultados não lineares com o presente trabalho utilizando a metodologia adaptada e proposta, algumas observações podem ser feitas em relação às limitações da análise de elementos finitos, por exemplo:

- Durante os ensaios experimentais de uma laje mista, são geralmente observadas duas quedas de carga. A primeira queda de carga está normalmente associada à perda de aderência entre a chapa de aço e o concreto entre as duas cargas (na região de momento constante). A segunda queda de carga está normalmente associada ao crescimento de fissuras induzidas por indutores de fissuração nas seções de aplicação de carga, desde a altura do indutor de fissuração até à armadura de controle de fissuração (em ensaios experimentais, a fissura cresce quase até à altura da seção de concreto). Naturalmente, para ultrapassar esta limitação (uma vez que não foi utilizado nenhum modelo de mecânica da fratura na presente metodologia), a altura total da fissura é incluída desde o início da análise, considerando-se assim também uma menor rigidez à flexão para a análise completa, o que justifica os deslocamentos relativamente mais elevados na análise em elementos finitos no início da simulação quando comparados com os cálculos utilizando a hipótese linear-elástica (mesmo utilizando o momento de inércia da seção fissurada);
- Durante a análise, verificou-se que a posição da altura inicial da fissura na análise em elementos finitos, que representa a fase final do crescimento da fissura durante os ensaios, influencia fortemente as cargas finais. Os resultados aqui apresentados foram calculados considerando a posição da pré-trinca na região da aplicação da carga, deixando apenas uma pequena fila de elementos ligados no topo. A pré-trinca cobrindo a maior parte da altura representa as menores estimativas de carga última, portanto a favor da segurança;
- A metodologia aqui apresentada e adaptada de um trabalho anterior (Soltanalipour *et al.*, 2022) não considera qualquer aderência química entre materiais, embora como discutido isto seja consistente com ensaios experimentais usando óleo (técnica francesa de *Avis*), que tenta eliminar esta contribuição na análise. Para além disso, os apoios são simulados na análise de elementos finitos como linhas “concentradas”, ou seja, uma linha de nós que resiste às cargas verticais. Trata-se de uma simplificação, uma vez que nos ensaios experimentais o apoio ocorre ao longo de um comprimento de 100 milímetros, tal como estipulado pelo Eurocódigo como o

comprimento de apoio padrão. É de notar que o efeito do atrito nos apoios, que contribui para aumentar a resistência ao corte longitudinal total, depende da área de contato e, obviamente, neste caso, uma linha “concentrada” de nós restritos a deslocamentos verticais limita a área de contato, modificando assim ligeiramente o efeito do atrito nos apoios. Este efeito precisaria ser melhor investigado em um trabalho futuro, com a utilização de uma largura de apoio no lugar de uma linha concentrada. Outro inconveniente não comentado e discutido no trabalho original de Soltanalipour *et al.* (2022) é que, durante a análise não linear, alguns nós ao longo destas linhas “concentradas” apresentam reações negativas (isto é, a chapa de aço tenta subir em alguns nós), embora os valores estejam limitados a valores muito inferiores aos das reações positivas, e portanto são desprezíveis. No presente trabalho, apenas os valores positivos das reações nos apoios foram utilizados (somados) para calcular as cargas últimas e construir os gráficos de força versus deslocamento apresentados. Para evitar este efeito, é necessário incluir um apoio não linear, mas isto pode ser muito dispendioso em termos de tempo computacional e também aumentar a dificuldade de atingir a convergência.

No capítulo seguinte serão exploradas as análises paramétricas dos 36 modelos simulados.

## 6. ANÁLISE PARAMÉTRICA DA SIMULAÇÃO NUMÉRICA EM ELEMENTOS FINITOS

Após a realização das seis análises do Capítulo 5, foram realizadas mais 30 análises (Tabela 12) com variação do coeficiente de atrito (0,2 e 0,5), tensão de escoamento do aço,  $f_y$  (280 e 350 MPa) e resistência à compressão média do concreto,  $f_{cm}$  (21,5 e 41 MPa) e variação de altura,  $h$  (110 milímetros e 150 milímetros) usando como base as seis análises inicialmente corridas. Todas as análises resultaram, portanto, 36 análises.

Tabela 12 - Características das variações dos modelos estruturais simulados.

Identificação	$h$ (mm)	Coefficiente de atrito	$f_y$ (MPa)	$f_{cm}$ (MPa)
M-I a VI	150	0,2	280	41,0
M-CA05-I a VI	150	0,5	280	41,0
M-TE350-I a VI	150	0,2	350	41,0
M-FCM21-I a VI	150	0,2	280	21,5
M-H11-I a VI	110	0,2	280	41,0
M-H25-I a VI	250	0,2	280	41,0

### 6.1. ESPESSURA DA CHAPA DE AÇO

Para verificação da influência da espessura da chapa de aço ( $t$ ) foram consideradas as espessuras nominais de 1,25, 0,95 e 0,80 milímetros. Nessa variação de espessura foram utilizados vão ( $L$ ) de 1,80 metros e altura de laje de 15 centímetros. Os valores de tensão de escoamento do aço e resistência a compressão do concreto foram iguais a, respectivamente, 280 MPa e 41 MPa. Os resultados de cargas últimas encontrados nas simulações numéricas estão presentes na Tabela 13.

Tabela 13 - Valores de cargas últimas obtidos com a variação da espessura da chapa.

Identificação	$t$ (mm)	$L$ (mm)	$L_s$ (mm)	$P_{u,MEF}$ (kN)	$V_{\ell,u,MEF} = P_{u,MEF}/2$ (kN)
M-I	0,80	1800	450	49,91	24,96
M-III	0,95	1800	450	64,20	32,10
M-V	1,25	1800	450	98,76	49,38

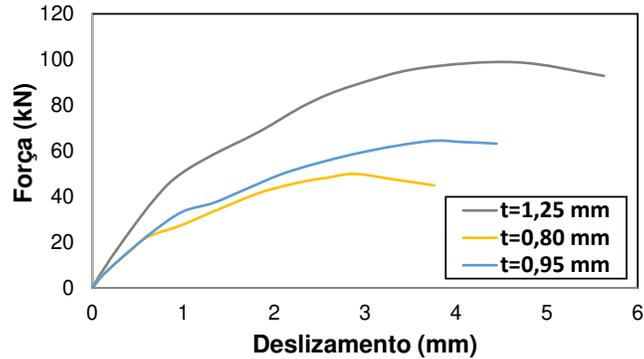


Figura 53 - Gráfico de força versus deslizamento comparando as análises de referência com variação da espessura da chapa de aço para comprimento de vão de 1,8 metros.

Os resultados de força versus deslocamento correlacionando as três diferentes espessuras estão plotados na Figura 53. Nesse gráfico é possível observar que com o aumento da espessura da fôrma metálica houve o aumento da rigidez inicial, da ductilidade ao cisalhamento longitudinal e da capacidade última resistente das lajes mistas. Além disso, a carga de início de deslizamento foi maior nas lajes com fôrma de maior espessura. O acréscimo de carga última comparado com o aumento da espessura da fôrma foi de aproximadamente 28,6% para a espessura de 0,95 milímetros e de 97,8% para a espessura de 1,25 milímetros quando comparados ao valor obtido de carga última da espessura de 0,80 milímetros.

## 6.2. COMPRIMENTO DO VÃO DE CISALHAMENTO

A influência do comprimento do vão de cisalhamento ( $L_s$ ) nas lajes mistas foi verificada através da variação desse parâmetro nas lajes de espessura ( $e$ ) de 0,80 milímetros com variação valor do comprimento ( $L$ ) de 1,80 e 2,80 metros, nas de 0,90 milímetros os comprimentos de 1,80 e 2,50 metros e nas de 1,25 milímetros os comprimentos de 1,80 e 1,40 metros conforme apresentado na Tabela 14 com os valores encontrados de cargas últimas.

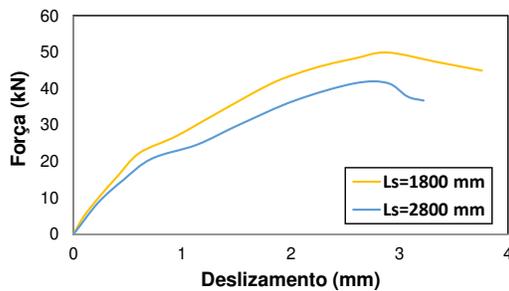
Na Figura 54 estão plotados os resultados encontrados de força versus deslizamento, onde na Figura 54a é apresentado o comparativo entre os dois vãos variados na espessura de 0,80 milímetros, na Figura 54b estão plotados os resultados obtidos com a variação dos dois vãos da espessura de 0,95 milímetros e na Figura 54c estão os valores com a variação dos dois

vãos na espessura de 1,25 milímetros. De acordo com os resultados encontrados, pode-se afirmar que à medida que o vão de cisalhamento aumenta a resistência da laje mista diminui.

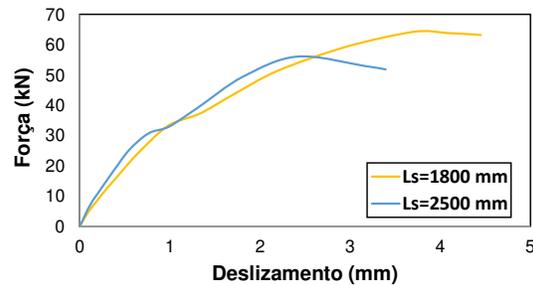
Além disso, é possível observar que as lajes com maiores vãos deslizam mais que as de vãos menores quando verificado o valor do deslizamento no ponto da carga última. Com o aumento do vão em 1 metro, considerando a espessura de 0,80 milímetros, obteve-se a perda em 20% da resistência. Na espessura de 0,95 milímetros, com aumento de 70 centímetros no vão houve diminuição da resistência em 14%. A menor diminuição relacionou-se com a espessura de 1,25 milímetros com a variação de 40 centímetros no vão e apresentou perda de 9% na carga última.

Tabela 14 - Valores de cargas últimas obtidos com a variação do comprimento do vão.

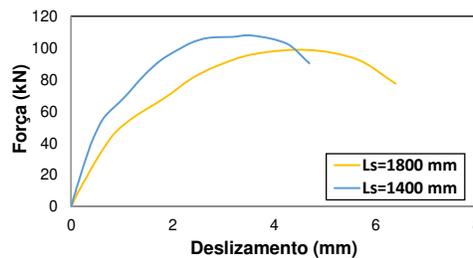
Identificação	t (mm)	L (mm)	L <sub>s</sub> (mm)	P <sub>u,MEF</sub> (kN)	V <sub>ℓ,u,MEF</sub> = P <sub>u,MEF</sub> /2 (kN)
M-I	0,80	1800	450	49,91	24,96
M-II	0,80	2800	700	41,52	20,76
M-III	0,95	1800	450	64,20	32,10
M-IV	0,95	2500	625	56,09	28,05
M-V	1,25	1800	450	98,76	49,38
M-VI	1,25	1400	350	107,77	53,89



a) Espessura de 0,80 mm



b) Espessura de 0,95 mm



c) Espessura de 1,25 mm

Figura 54 - Gráficos de força versus deslizamento comparando as análises de referência com variação do comprimento do vão de cisalhamento.

### 6.3. COEFICIENTE DE ATRITO

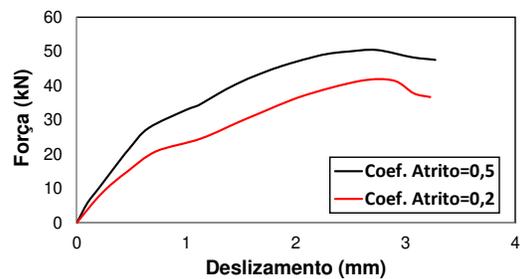
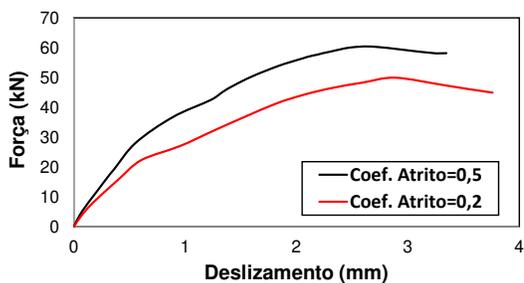
Foram realizadas análises com coeficientes de atrito igual a 0,2 (análises de referência) e valor de 0,5. Os resultados das cargas últimas encontradas estão dispostos na Tabela 15. Na Figura 55 estão plotados os resultados obtidos de força versus deslizamento de cada um dos modelos estruturais com a variação dos coeficientes de atrito (0,2 e 0,5).

Na Tabela 15 também é apresentado o acréscimo de carga, ou seja, quanto foi o ganho de resistência em relação aos protótipos de referência com coeficiente de atrito de 0,2. É possível concluir com esses resultados que quanto maior a espessura da chapa de aço maior o ganho de resistência, além disso observa-se que o modelo estrutural que obteve maior ganho de resistência foi o modelo com espessura de 1,25 milímetros e vão de 1,4 metros. O modelo de espessura de 0,80 milímetros e vão de 1,8 metros obteve o menor ganho de resistência.

Pode-se observar nos resultados da Figura 55 que quanto maior o coeficiente de atrito maior a resistência da laje mista. Em relação aos gráficos apresentados, é possível concluir que com o aumento do valor do coeficiente de atrito há a diminuição do deslizamento em todos os protótipos, sendo as maiores variações em relação ao deslizamento relacionadas aos modelos estruturais de 1,25 milímetros de espessura. Com o vão de 1,4 metros houve uma diferença de quase 2,5 milímetros em relação ao deslizamento com o aumento do coeficiente de atrito (Figura 55f).

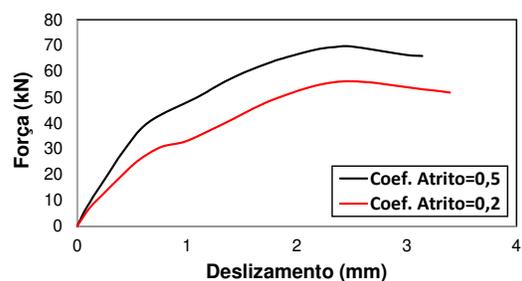
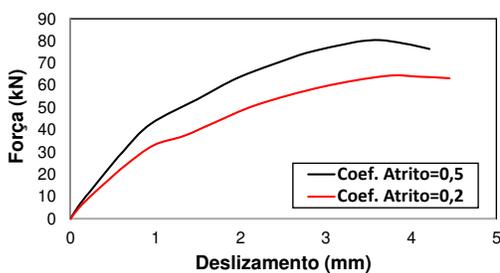
Tabela 15 - Valores de cargas últimas obtidos utilizando coeficiente de atrito igual a 0,5.

<b>Identificação</b>	<b>t</b> (mm)	<b>L</b> (mm)	<b>L<sub>s</sub></b> (mm)	<b>P<sub>u,MEF</sub></b> (kN)	<b>V<sub>ℓ,u,MEF</sub> = P<sub>u,MEF</sub>/2</b> (kN)	<b>Acréscimo de carga (%)</b>
<b>M-CA05-I</b>	0,80	1800	450	60,34	30,17	21
<b>M- CA05-II</b>	0,80	2800	700	50,46	25,23	22
<b>M- CA05-III</b>	0,95	1800	450	80,40	40,20	25
<b>M- CA05-IV</b>	0,95	2500	625	69,68	34,84	24
<b>M- CA05-V</b>	1,25	1800	450	127,46	63,73	29
<b>M- CA05-VI</b>	1,25	1400	350	142,21	71,10	32



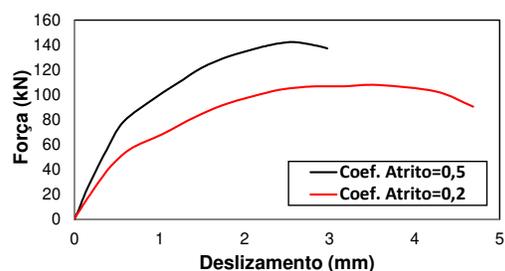
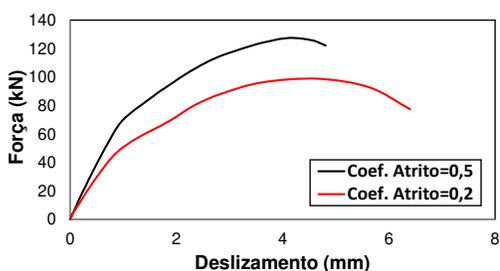
a) M-I e M-CA05-I

b) M-II e M-CA05-II



c) M-III e M-CA05-III

d) M-IV e M-CA05-IV



e) M-V e M-CA05-V

f) M-VI e M-CA05-VI

Figura 55 - Gráficos de força versus deslizamento comparando as análises de referência com a variação do coeficiente de atrito.

#### 6.4. TENSÃO DE ESCOAMENTO DO AÇO

Considerou-se para a variação da tensão de escoamento do aço o valor de 350 MPa pelo fato de ser também comercializado no mercado brasileiro em fôrmas metálicas. O valor de referência para esse parâmetro foi de 280 MPa e pôde ser comparado na Figura 56 com resultados encontrados. Os valores de cargas últimas encontradas estão apresentados na Tabela 16. Através desses resultados é possível afirmar que houve um leve incremento de carga com o aumento do valor da tensão de escoamento do aço em cerca de 25%.



## 6.5. RESISTÊNCIA A COMPRESSÃO DO CONCRETO

Para a variação da resistência a compressão do concreto foi adotado o valor de 21,5 MPa em comparação com o valor das análises de referência (41 MPa) e podem ser observados os resultados de carga última na Tabela 17 e os gráficos comparativos presentes

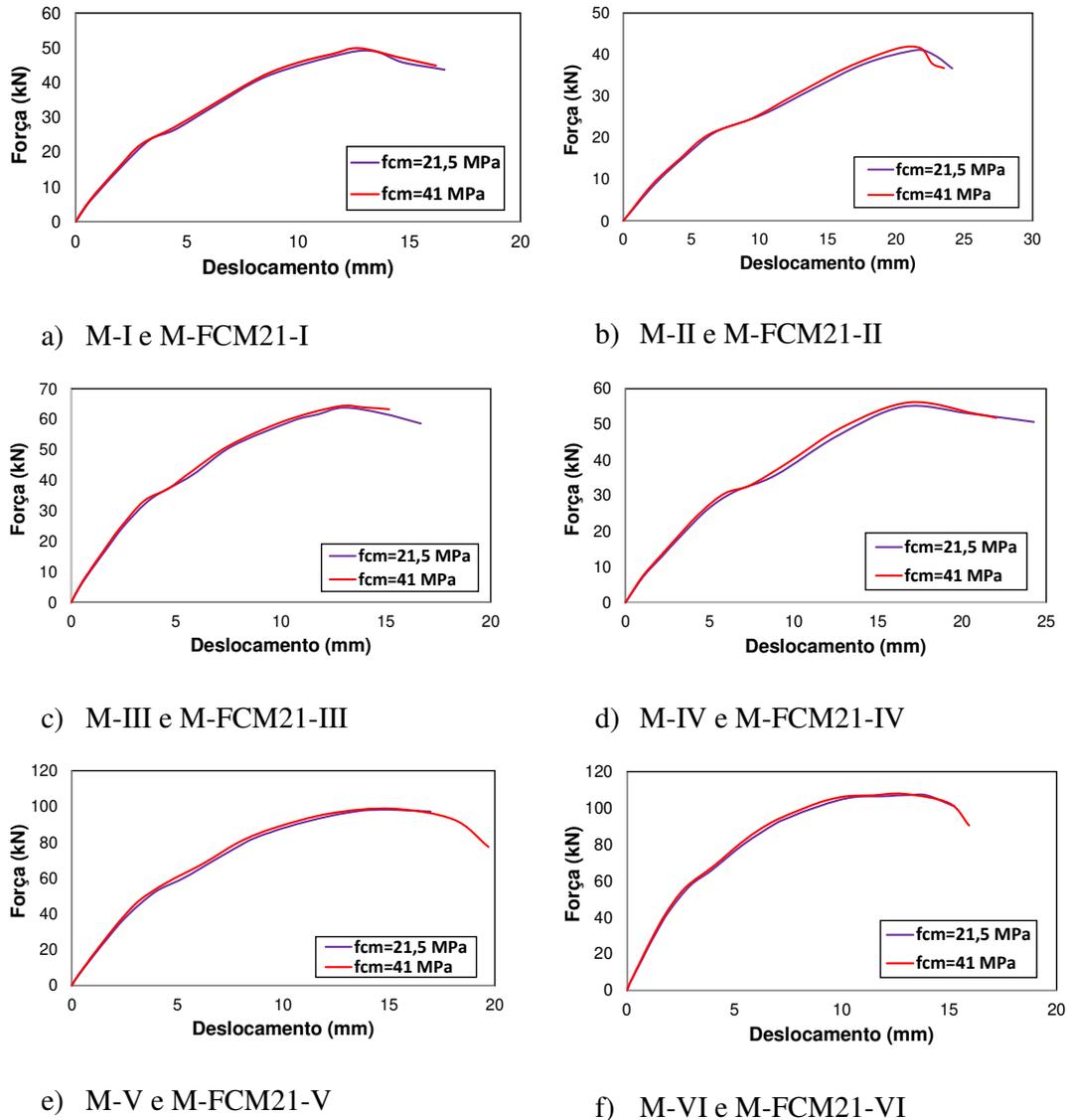
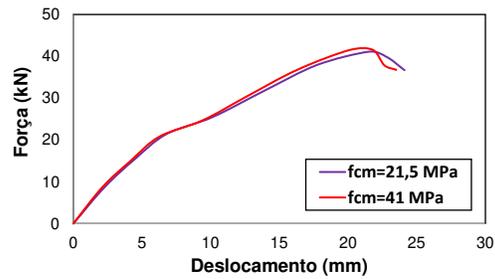
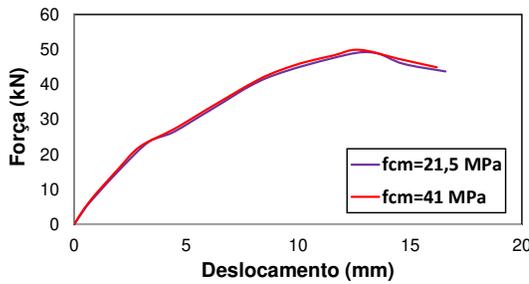


Figura 57. De acordo com o resultado encontrado, é possível afirmar que a resistência a compressão do concreto não influencia diretamente na resistência ao cisalhamento longitudinal das lajes mistas, tendo assim pouca influência no comportamento mecânico das lajes mistas. Santos e Malite (2019) encontraram resultados semelhantes em análises paramétricas realizadas com o ABAQUS para uma laje mista com fôrma metálica.

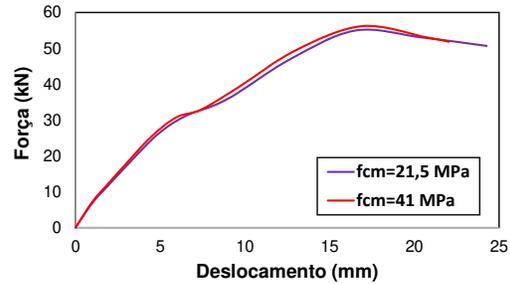
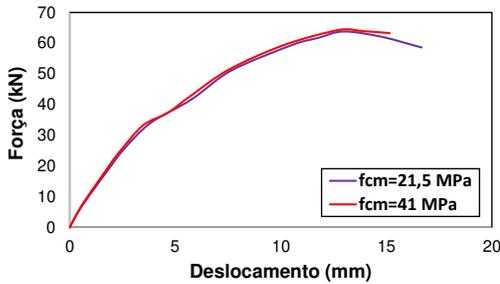
Tabela 17 - Valores de cargas últimas obtidos utilizando a resistência a compressão média do concreto igual a 21,5 MPa.

Identificação	t (mm)	L (mm)	L <sub>s</sub> (mm)	P <sub>u,MEF</sub> (kN)	V <sub>ℓ,u,MEF</sub> = P <sub>u,MEF</sub> /2 (kN)
M-FCM21-I	0,80	1800	450	49,03	24,51
M-FCM21-II	0,80	2800	700	41,06	20,53
M-FCM21-III	0,95	1800	450	63,75	31,87
M-FCM21-IV	0,95	2500	625	54,91	27,45
M-FCM21-V	1,25	1800	450	98,30	49,15
M-FCM21-VI	1,25	1400	350	106,98	53,49



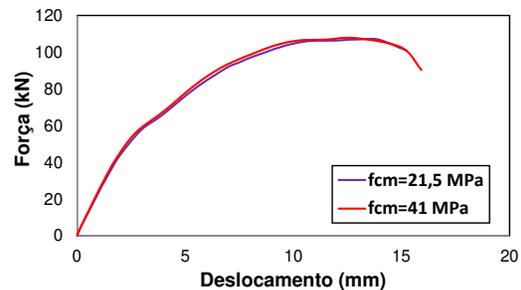
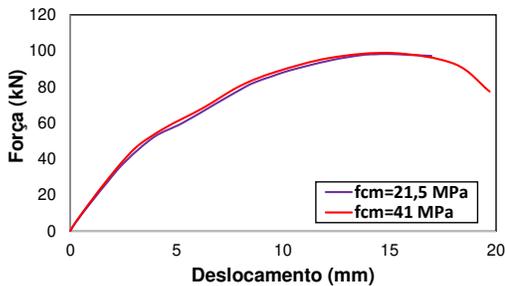
g) M-I e M-FCM21-I

h) M-II e M-FCM21-II



i) M-III e M-FCM21-III

j) M-IV e M-FCM21-IV



k) M-V e M-FCM21-V

l) M-VI e M-FCM21-VI

Figura 57 - Gráficos de força versus deslocamento comparando as análises de referência com a variação da resistência a compressão média do concreto.

## 6.6. ALTURA

Foram utilizados três valores diferentes de altura para os protótipos, a altura dos modelos de referência é de 15 centímetros, já as outras duas variações são de 11 e 25 centímetros. Os resultados de cargas últimas encontrados estão presentes na Tabela 18 e na Tabela 19.

Tabela 18 - Valores de cargas últimas obtidos utilizando altura de 11 centímetros.

<b>Identificação</b>	<b>t</b> (mm)	<b>L</b> (mm)	<b>L<sub>s</sub></b> (mm)	<b>P<sub>u,MEF</sub></b> (kN)	<b>V<sub>ℓ,u,MEF</sub> = P<sub>u,MEF</sub>/2</b> (kN)
<b>M-H11-I</b>	0,80	1800	450	42,67	21,33
<b>M-H11-II</b>	0,80	2800	700	35,63	17,81
<b>M-H11-III</b>	0,95	1800	450	56,36	28,18
<b>M-H11-IV</b>	0,95	2500	625	47,92	23,96
<b>M-H11-V</b>	1,25	1800	450	86,03	43,01
<b>M-H11-VI</b>	1,25	1400	350	94,94	47,47

Tabela 19 – Valores de cargas últimas obtidos utilizando altura de 25 centímetros.

<b>Identificação</b>	<b>t</b> (mm)	<b>L</b> (mm)	<b>L<sub>s</sub></b> (mm)	<b>P<sub>u,MEF</sub></b> (kN)	<b>V<sub>ℓ,u,MEF</sub> = P<sub>u,MEF</sub>/2</b> (kN)
<b>M-H25-I</b>	0,80	1800	450	58,31	29,15
<b>M-H25-II</b>	0,80	2800	700	51,70	25,85
<b>M-H25-III</b>	0,95	1800	450	78,85	39,42
<b>M-H25-IV</b>	0,95	2500	625	71,71	35,85
<b>M-H25-V</b>	1,25	1800	450	129,76	64,88
<b>M-H25-VI</b>	1,25	1400	350	142,46	71,23

Na Figura 58 é possível observar como a altura é um parâmetro que possui alta relevância na definição do valor de resistência, podendo confirmar que quanto maior a altura do protótipo maior a resistência, sendo o inverso também válido, ou seja, quanto menor a altura menor a resistência. As lajes com altura menor apresentaram maiores deslocamentos quando comparadas a de maior altura, isso se justifica pelo ganho de rigidez do sistema proporcionado pelo aumento da espessura da capa de concreto.

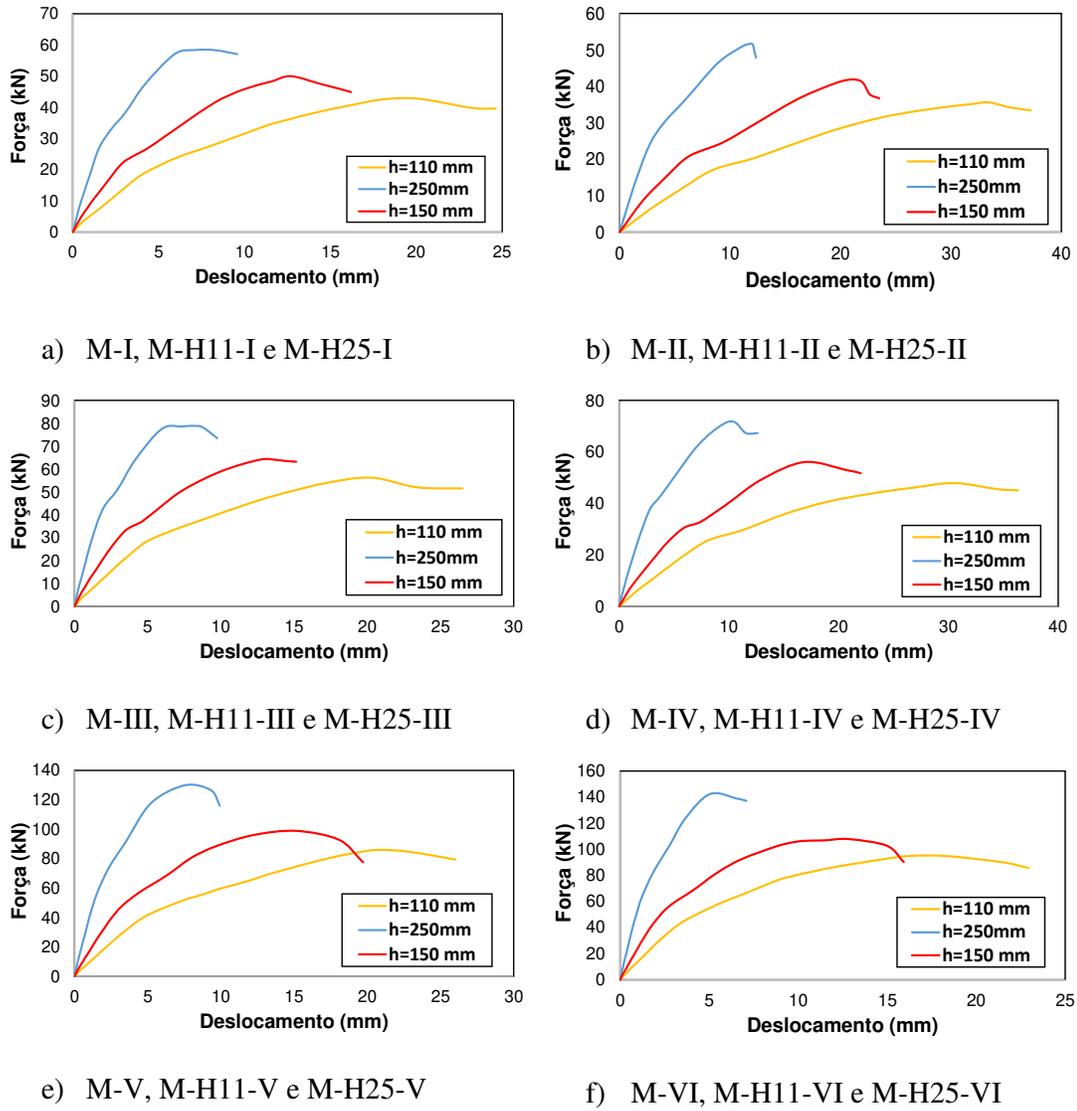


Figura 58 - Gráficos de força versus deslocamento comparando as análises de referência com a variação de altura dos protótipos.

## 6.7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesse capítulo foram descritos os resultados encontrados através da análise paramétrica das trinta e seis simulações realizadas e foi possível concluir que:

- com o aumento da espessura da fôrma metálica houve o aumento da rigidez inicial, da ductilidade ao cisalhamento longitudinal e da capacidade última resistente das lajes mistas. Também foi possível observar que a carga de início de deslizamento foi maior nas lajes com fôrma de maior espessura;

- as lajes com maiores vãos deslizaram mais quando comparadas as lajes de vãos menores.
- com o aumento do vão em 1 metro, considerando a espessura de 0,80 milímetros, obteve-se a perda em 20% da resistência;
- quanto maior o coeficiente de atrito maior a resistência da laje mista;
- o modelo estrutural que obteve maior ganho de resistência foi o modelo com espessura de 1,25 milímetros e vão de 1,4 metros, cerca de 32%;
- o modelo de espessura de 0,80 milímetros e vão de 1,8 metros obteve o menor ganho de resistência, aproximadamente 21%;
- houve um leve incremento de carga com o aumento do valor da tensão de escoamento de 280 para 350 MPa do aço em cerca de 25%;
- a resistência do concreto possui pouca influência no comportamento mecânico das lajes mistas;
- a altura possui alta relevância na definição do valor de resistência, podendo confirmar que quanto maior a altura do protótipo maior a resistência, sendo o inverso também válido;
- a ruptura geralmente ocorre para um deslizamento de cerca de 3 a 4 milímetros, o que está de acordo com os valores encontrados na literatura;
- neste modelo de simulação numérica não foi possível obter os resultados da pré-fissuração do concreto, pois foram utilizados indutores de fissuração, ou seja, desde o início do carregamento já existia concreto fissurado.

No próximo capítulo é apresentado as conclusões desse trabalho e as sugestões para trabalhos futuros através dos resultados obtidos nessa pesquisa.

## 7. CONCLUSÕES

Conclui-se que o modelo em elementos finitos desenvolvido neste trabalho permitiu uma boa representação dos parâmetros envolvidos, apesar de apresentar limitações quando comparado com a investigação experimental, continua a ser uma excelente ferramenta para a realização de estudos sobre lajes mistas com *steel deck*. Partindo desse princípio, as seguintes conclusões podem ser extraídas do presente estudo:

- Com o uso de simetrias e módulos repetíveis ao longo do vão, o custo computacional desses estudos numéricos é consideravelmente reduzido, permitindo a variação da geometria da fôrma de aço para representar praticamente qualquer tipo de irregularidade. Para além disso, a utilização de malhas adequadas permite que o modelo tenha melhores condições de convergência nos seus resultados;
- A comparação de coeficientes  $m-k$  com a literatura para outras fôrmas trapezoidais se mostrou bastante razoável, demonstrando que os 6 pontos caíram nos limites observados dos coeficientes  $m-k$  para os autores levantados;
- É também importante referir que, antes de se poderem extrair conclusões mais profundas dos resultados das análises numéricas, os modelos em elementos finitos necessitam de ser calibrados com resultados experimentais, embora a presente metodologia tenha sido adaptada e modificada a partir de um estudo em que foi calibrada com outros *steel deck*, conferindo-lhe maior garantia para ser aplicada a outras geometrias, tarefa que foi efetuada no presente estudo. Neste sentido, obteve-se uma análise de regressão com bom resultado, alcançando um  $R^2$  igual a 0,94 e um desvio padrão de 0,18;
- Os parâmetros que mais influenciaram os resultados de carga última foram a altura da laje, vão de cisalhamento, espessura da chapa de aço e coeficiente de atrito. Já os que menos influenciaram foram a resistência a compressão do concreto e tensão de escoamento do aço;
- O custo computacional e a relevância na literatura são pontos importantes na escolha da variação dos protótipos que serão modelados numericamente;
- A complexidade em importar a geometria da fôrma de aço para o *software* é elevada, tendo em vista a irregularidade na região das mossas. Isso justifica a não calibração experimental dos modelos utilizados nesse trabalho com outros modelos de fôrmas de aço que apresentam ensaios experimentais disponíveis na literatura;

- Para evitar problemas de convergência no *software* é sugerido desenvolver a geometria da fôrma de aço por meio de linguagem de programação;
- Os *hardwares* tradicionais apresentam elevada dificuldade, podendo até não serem eficientes para executar as análises. Partindo desse princípio, é fundamental encontrar um modelo de *hardware* que atenda essa necessidade antes de iniciar as variações dos modelos;
- Aumentando a espessura da fôrma de aço observou-se o aumento da rigidez inicial, da ductilidade ao cisalhamento longitudinal e da capacidade última resistente das lajes mistas, além da elevação da carga de início de deslizamento;
- À medida que o vão de cisalhamento aumenta a resistência da laje mista diminui;
- Ao variar a tensão de escoamento do aço de 280 MPa para 350 MPa observou-se uma pequena variação em relação ao incremento de carga em cerca de 25%;
- Quanto maior o coeficiente de atrito maior o valor da carga última;
- Lajes de maiores espessuras apresentaram os maiores acréscimos de carga com o aumento do coeficiente de atrito, variando entre 29 e 35%;
- A influência da resistência do concreto é baixa no comportamento mecânico das lajes mistas;
- A altura apresenta alta relevância no valor da resistência, de forma em que quanto maior a altura do protótipo maior a resistência, sendo o inverso também válido;
- Com deslizamentos entre 3 e 4 milímetros observou-se o colapso dos protótipos;
- Por fim, os resultados da pré-fissuração do concreto não foram verificados neste modelo de simulação numérica devido a presença indutores de fissuração, ou seja, desde o início do carregamento já existia concreto fissurado.

Algumas observações podem ser feitas em relação às limitações da análise em elementos finitos desenvolvida nesse trabalho, como por exemplo:

- Pelo fato da altura total da fissura está presente desde o início da análise, considera-se uma menor rigidez à flexão para a análise completa, o que justifica os deslocamentos relativamente mais elevados na análise em elementos finitos no início da simulação quando comparados com os cálculos utilizando a hipóteses linear-elástica (mesmo utilizando o momento de inércia da seção fissurada);
- Durante a análise, verificou-se que a posição da altura inicial da fissura na análise em elementos finitos, que representa a fase final do crescimento da fissura durante

os ensaios, influencia fortemente as cargas finais. A pré-trinca cobrindo a maior parte da altura representa as menores estimativas de carga última, portanto a favor da segurança;

- Os apoios são simulados na análise de elementos finitos como linhas “concentradas”, ou seja, uma linha de nós que resiste às cargas verticais. É de notar que o efeito do atrito nos apoios, que contribui para aumentar a resistência ao corte longitudinal total, depende da área de contato e, obviamente, neste caso, uma linha “concentrada” de nós restritos a deslocamentos verticais limita a área de contato, modificando assim ligeiramente o efeito do atrito nos apoios;
- Durante a análise não linear, alguns nós ao longo destas linhas “concentradas” (citada no item anterior) apresentam reações negativas (isto é, a chapa de aço tenta subir em alguns nós), embora os valores estejam limitados a valores muito inferiores aos das reações positivas, e, portanto, são desprezíveis. No presente trabalho, apenas os valores positivos das reações nos apoios foram utilizados (somados) para calcular as cargas últimas e construir os gráficos de força versus deslocamento apresentados. Para evitar este efeito, é necessário incluir um apoio não linear, mas isto pode ser muito dispendioso em termos de tempo computacional e também aumentar a dificuldade de atingir a convergência.

## 7.1. TRABALHOS FUTUROS

Trabalhos futuros poderão incluir a variação de mais elementos estruturais e a sua correspondente influência na resistência ao corte de projeto de lajes mistas. Neste sentido, a análise de elementos finitos pode ser uma excelente ferramenta para estudar e otimizar a forma dos relevos de modo a obter maiores resistências ao corte longitudinal. Neste sentido, este trabalho é um primeiro passo nesta direção.

- Avaliar todos os dados de resultados das simulações numérico-computacionais desta dissertação pelo método da interação parcial;
- Realizar a calibração das simulações numérico-computacionais com resultados de ensaios experimentais;
- No lugar de aplicar os deslocamentos prescritos representativos da aplicação da força por meio de vigas transversais a  $\frac{1}{4}$  do apoio através da imposição de deslocamentos ao longo de uma linha concentrada de nós, substituir pela aplicação direta de uma

faixa de elastômetro (p. ex. neoprene) sobre a laje, com a aplicação da força via contato entre o elastômetro e a face superior da laje de concreto. Estudar a possibilidade/influência de aplicação de carga distribuída sobre o elastômetro no lugar de deslocamento prescrito;

- Incorporar um modelo de mecânica da fratura para o concreto, para que pré-trincas aumentem e progridam com o aumento do carregamento utilizando algum método numérico avançado como o XFEM – *eXtended Finite Element Method*;
- Modelar a conexão nos apoios com a inclusão de conectores de cisalhamento do tipo *stud bolt* e/ou perfis U laminados ou dobrados, para avaliar numericamente a influência da ancoragem nos apoios;
- Combinar a linha de pesquisa de Otimização, para realização de simulações numéricas para otimização tanto da geometria da fôrma metálica quanto da geometria e tipologia das mossas, o que despenderia um esforço computacional bastante elevado;
- Criar um algoritmo de simulação em processamento paralelo, para fazer frente à tentativa de otimização da geometria da fôrma e das mossas, por meio da realização de milhares de simulações não-lineares com o método Monte Carlo, em um cluster de alta performance (*High Performance Computing*);
- Realização de modelos numéricos para outras fôrmas metálicas presentes no mercado da construção civil do Brasil, para fins de comparação;
- Aprimorar o modelo numérico e os modelos constitutivos dos materiais para que sejam capazes também de reproduzir a falha por flexão (F) ou a falha combinada de flexão e cisalhamento longitudinal (F+C.L.) para vãos longos.

## REFERÊNCIAS

- ABNT NBR 14762. (2010). *Dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio* (p. 93). Associação Brasileira de Normas Técnicas.
- ABNT NBR 6118. (2014). *Projeto de estruturas de concreto -Procedimento*. Associação Brasileira de Normas Técnicas. [www.abnt.org.br](http://www.abnt.org.br)
- ABNT NBR 6120. (2019). *Ações para o cálculo de estruturas de edificações*. Associação Brasileira de Normas Técnicas.
- ABNT NBR 8800. (2008). *Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios* (p. 237). Associação Brasileira de Normas Técnicas.
- ANSYS Element Reference. (2021). *ANSYS Mechanical APDL Element Reference*.
- ANSYS Material Reference. (2021). *ANSYS Mechanical APDL Material Reference*.
- ANSYS Theory Reference. (2021). *ANSYS Mechanical APDL Theory Reference*.
- ASTM E8. (2010). ASTM E8/E8M standard test methods for tension testing of metallic materials 1. *Annual Book of ASTM Standards 4, C*, 1–27. <https://doi.org/10.1520/E0008>
- Bathe, K.-J. (1996). Finite Element Procedures. In *Prentice Hall* (p. 1052). <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-384984-7.00010-5>
- Calado, L. (2015). *Estruturas mistas de aço e betão* (3 ed). IST Press.
- CATÁLOGO TÉCNICO POLYDECK 59S - 12ª EDIÇÃO - SETEMBRO 2016 (p. 3). (2016).
- Chen, S. (2003). Load carrying capacity of composite slabs with various end constraints. *Journal of Constructional Steel Research*, 59(3), 385–403. [https://doi.org/10.1016/S0143-974X\(02\)00034-2](https://doi.org/10.1016/S0143-974X(02)00034-2)
- Chen, S., & Shi, X. (2011). Shear bond mechanism of composite slabs - A universal FE approach. *Journal of Constructional Steel Research*, 67(10), 1475–1484. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2011.03.021>
- Cordeiro, L. C. S. (2014). *Sobre as lajes mistas de aço e concreto em situação de incêndio*. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.
- Costa, R. S., Lavall, A. C. C., da Silva, R. G. L., Viana, H. F., Rodrigues, F. C., & Andrade, E. L. (2021). New equations to establish the effective moment of inertia of composite slabs with profiled steel sheeting for deflection calculation. *Journal of Building Engineering*, 37(December 2020), 102135. <https://doi.org/10.1016/j.job.2020.102135>
- Daniels, B. J., & Crisnef, M. (1993). COMPOSITE SLAB BEHAVIOR AND STRENGTH ANALYSIS. PART I: CALCULATION PROCEDURE. *Engineering Structures*,

- 119(1), 16–35.
- Dmitriev, A., Novozhilov, Y., Mikhalyuk, D., & Lalin, V. (2020). Calibration and validation of the Menetrey-Willam constitutive model for concrete. *Construction of Unique Buildings and Structures*, 88(8804), 8804. <https://doi.org/10.18720/CUBS.88.4>
- ECCS TC 7. (1998). Longitudinal Shear Resistance of Composite Slabs: Evaluation of Existing Tests. In *European Convention for Constructional Steelwork* (Vol. 106).
- EN 1992-1-1. (2004). *Projecto de estruturas de betão. Regras gerais e regras para edifícios* (p. 259). CEN.
- EN 1994-1-1. (2011). *Projeto de estruturas mista de aço-betão - Parte 1-1: Regras gerais e regras para edifícios* (p. 130). CEN.
- Feliz, O. (2011). *Laje Mista* (p. 59).
- Ferraz, C. B. (1999). *Análise do comportamento e da resistência do sistema de lajes mistas*. Universidade Federal de Minas Gerais.
- Gholamhoseini, A., Gilbert, R. I., Bradford, M. A., & Chang, Z. T. (2014). Longitudinal shear stress and bond-slip relationships in composite concrete slabs. *Engineering Structures*, 69, 37–48. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2014.03.008>
- Grossi, L. G. F. (2016). *Sobre o Comportamento Estrutural e o Dimensionamento de Lajes Mistas de Aço e Concreto com Armadura Adicional*. Universidade de São Paulo.
- Hedaoo, N. A., Gupta, L. M., & Ronghe, G. N. (2012). Design of composite slabs with profiled steel decking: a comparison between experimental and analytical studies. *International Journal of Advanced Structural Engineering*, 4(1), 1–15. <https://doi.org/10.1186/2008-6695-3-1>
- Hipólito, F., Durand, R., & Pains, E. (2016). Aplicação de elementos de junta na análise de estruturas de concreto armado. *XXXVII Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering*.
- Johnson, R. P. (2004). *Composite structures of steel and concrete: beams, slabs, columns, and frames for buildings*.
- Loureiro, M. C. (2023). *Otimização da geometria da telha-fôrma de aço colaborante para lajes mistas de aço e concreto*. Universidade Federal do Espírito Santo.
- Luttrell, L. D., & Prasannan, S. (1984). Strength formulations for composite slabs. *Proceedings of the 7th International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures*, 307–324.
- Marimuthu, V., Seetharaman, S., Arul Jayachandran, S., Chellappan, A., Bandyopadhyay, T. K., & Dutta, D. (2007). Experimental studies on composite deck slabs to determine

- the shear-bond characteristic (m - k) values of the embossed profiled sheet. *Journal of Constructional Steel Research*, 63(6), 791–803. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2006.07.009>
- Menétrey, P. (1994). *Numerical analysis of punching failure in reinforced concrete structures*. EPFL.
- Neto, A. S. de S. (2001). *Análise do comportamento e da resistência de um sistema de lajes mistas com ancoragem de extremidade com considerações sobre a fôrma de aço isolada e o atrito nos apoios*. Universidade Federal de Minas Gerais.
- Queiroz, G., Pimenta, R. J., & Martins, A. G. (2012). *Estruturas mistas. Volume I (2ª)*. Instituto Aço Brasil/CBCA.
- Ríos, J. D., Cifuentes, H., Martínez-De La Concha, A., & Medina-Reguera, F. (2017). Numerical modelling of the shear-bond behaviour of composite slabs in four and six-point bending tests. *Engineering Structures*, 133, 91–104. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2016.12.025>
- Santana, P. F. M. (2020). *Análise numérica de ancoragens tipo conector com cabeça embutidos em membros de concreto armado sob tração* (p. 110). Departamento de engenharia civil e ambiental - Universidade de Brasília.
- Santos, C., & Malite, M. (2019). Análise numérica de lajes mistas de aço e concreto. *Construmetal Latinoamericano Da Construção Metálica*, 1–28.
- Shobaki, I. E. H. (2000). *The behaviour of profiled steel sheet/concrete slabs* (Issue October) [University of Salford]. <http://usir.salford.ac.uk/2056/>
- SILVA, A. R., & SILVA, P. B. (2019). Nonlinear numerical analysis of composite slabs with steel decking. *Revista IBRACON de Estruturas e Materiais*, 12(5), 972–997. <https://doi.org/10.1590/s1983-41952019000500002>
- Silva, P. C. S. (2018). *Resistência à tração de diferentes tipos de ancoragens embutidas em elementos de concreto armado* (p. 147). Departamento de engenharia civil e ambiental - Universidade de Brasília.
- Soltanalipour, M., Ferrer, M., & Marimon, F. (2022). Experimental and numerical study of the ductility of open-rib and reentrant composite slabs. *Engineering Structures*, 256(March 2021), 113984. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2022.113984>
- Soltanalipour, M., Ferrer, M., Marimon, F., Holomek, J., Bajer, M., Melcher, J., & Karmazínová, M. (2020). Shear transfer behavior in composite slabs under 4-point standard and uniform-load tests. *Journal of Constructional Steel Research*, 164. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2019.105774>

- Vaz, L. E. (2011). *Método dos Elementos Finitos em Análise de Estruturas*.
- Willam, K. J., & Warnke, E. P. (1975). Constitutive model for the triaxial behaviour of concrete. *Proc. Intl. Assoc. Bridge Structl. Engrs*, 19, 1–30.
- Wright, H. D., Evans, H. R., & Harding, P. W. (1987). The use of profiled steel sheeting in floor construction. *Journal of Constructional Steel Research*, 7(4), 279–295.  
[https://doi.org/10.1016/0143-974X\(87\)90003-4](https://doi.org/10.1016/0143-974X(87)90003-4)
- Young, C. S., & Easterling, W. S. (1990). Strength of composite slabs. *International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures*, 65–80.  
[https://doi.org/10.1061/\(asce\)0733-9445\(1992\)118:9\(2370\)](https://doi.org/10.1061/(asce)0733-9445(1992)118:9(2370))