



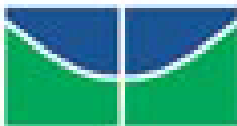
**Universidade de Brasília**  
**Instituto de Ciências Humanas**  
**Departamento de Economia**

**MESTRADO EM GESTÃO ECONÔMICA DE NEGÓCIOS**

**RISCO DE MERCADO: ANÁLISE COMPARATIVA DE MÉTODOS  
DE MENSURAÇÃO DE RISCO APLICADO AO MERCADO  
BRASILEIRO**

**LEONARDO DE LIMA MOREIRA**

**Brasília – Outubro/2006**



**Universidade de Brasília**  
**Instituto de Ciências Humanas**  
**Departamento de Economia**

**MESTRADO EM GESTÃO ECONÔMICA DE NEGÓCIOS**

**RISCO DE MERCADO: ANÁLISE COMPARATIVA DE  
MÉTODOS DE MENSURAÇÃO DE RISCO APLICADO AO  
MERCADO BRASILEIRO**

**LEONARDO DE LIMA MOREIRA**

Dissertação apresentado à Universidade  
de Brasília como requisitos para a  
obtenção do título de Mestre Gestão  
Econômica de Negócios.

**Brasília – Outubro/2006**

**LEONARDO DE LIMA MOREIRA**  
Matrícula 05/25880

**RISCO DE MERCADO: ANÁLISE COMPARATIVA DE  
MÉTODOS DE MENSURAÇÃO DE RISCO APLICADO AO  
MERCADO BRASILEIRO**

Dissertação aprovada como requisito para a obtenção do título de **Mestre em Gestão Econômica de Negócios** do Programa de Pós – Graduação da FACE – Faculdade de Economia, Administração, Contabilidade e Ciência da Informação e Documentação da Universidade de Brasília, por intermédio do Centro de Investigação em Economia e Finanças. Comissão Examinadora formada pelos professores:

---

Professor Paulo César Coutinho, Ph.D.  
Orientador

---

Profesor Aquiles Rocha de Farias, Mestre.  
Banca Examinadora

---

Mardilson Fernandes Queiroz, Doctor.  
Banca Examinadora

Brasília, 10 de outubro de 2006.

## FICHA CATALOGRÁFICA

MOREIRA, Leonardo de Lima

Risco Mercado: Análise Comparativa de Métodos de Mensuração de Risco Aplicado ao Mercado Brasileiro, 2006. 64 p.

Dissertação: Mestrado em Gestão Econômica de Negócios (Área: Economia)

Orientador: Paulo César Coutinho, Ph.D.

1. Risco de Mercado 2. VAR 3. CVAR

I. Universidade de Brasília

II. Título: Mestre

Cessão de Direitos

NOME DO AUTOR: Leonardo de Lima Moreira

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO PROFISSIONAL: Risco Mercado:

Análise Comparativa de Métodos de Mensuração de Risco Aplicado ao Mercado Brasileiro

GRAU/ANO: Mestrado/2006

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado profissional e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos ou científicos. O autor reserva direitos de publicação e nenhuma parte desta dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

---

Leonardo de Lima Moreira

Aos Meus Pais, Zilmar e Jovem, pelo  
amor que sempre me deram e pela  
luta e esforço que fizeram durante  
meus anos de estudo.

## RESUMO

MOREIRA, Leonardo de Lima. **Risco de Mercado: Análise Comparativa de Métodos de Mensuração de Risco Aplicado ao Mercado Brasileiro**. 2006. 64 p. Dissertação (Mestrado em Gestão Econômica de Negócios) – Programa de Pós-Graduação em Economia, UnB, Brasília (DF).

O presente trabalho busca analisar o comportamento dos modelos de mensuração de risco de mercado VaR e CVaR para no mercado de ações brasileiro, calculados pela metodologia da simulação histórica, GARCH, Riskmetrics e Normal. Foram utilizados como amostra os dados empíricos de PETR4, TNLP4, VALE5, USIM5 e CSNA3, que compreende as cinco ações mais líquidas da carteira do Índice da Bovespa (Ibovespa) vigente de janeiro a abril de 2006, com os preços de fechamento abrangendo o período de 30/12/1998 à 29/12/2005. Todas as metodologias foram calculadas para um nível de significância  $\alpha$  de 1% e 5% , usando janelas de 126 e 252 dias. Com o objetivo de se testar os modelos foram utilizados os testes de Kupiec (incondicional), Christoffersen (condicional) e Berkowitz, sendo que o teste de Berkowitz foi utilizado para dois casos, teste das caudas das distribuições e teste de previsão de densidade.

Palavras-chave

Risco de Mercado, *Value-at-Risk*; *Conditional Value-at-Risk*.

## ABSTRACT

MOREIRA, Leonardo de Lima. **Market Risk: Comparative analysis of Methods of Mensuration of Applied Risk to the Brazilian Market**. 2006. 64 p. Dissertation (Master's degree in Management Business Economic) - UnB's Pos Graduating Program in Economy. Brasilia (DF).

The present work search to analyze the behavior of the models of mensuration of market risk VaR and CVaR for in the Brazilian market of actions, calculated by the methodology of the historical simulation, GARCH, Riskmetrics and Normal. They were used as sample the data empiric of PETR4, TNLP4, VALE5, USIM5 and CSNA3, that understands the mail carrier of the Index of Bovespa five more liquid actions (Ibovespa) effective of January to April of 2006, with the closing prices embracing the period of 30/12/1998 to for 29/12/2005. All the methodologies were calculated for a  $\alpha$  of 1% and 5%, using windows of 126 and 252 days. With the objective of testing the models the tests of Kupiec were used (unconditional), Christoffersen (conditional) and Berkowitz, and the test of Berkowitz was used for two cases, test of the tails of the distributions and test of density forecast.

### **Keyword**

Market Risk; Value-at-Risk; Conditional Value-at-Risk.

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO.....</b>	<b>11</b>
<b>2. REFERENCIAL TEÓRICO.....</b>	<b>14</b>
2.1. Risco.....	16
2.2. Risco de Mercado.....	18
2.3. Propriedades das Medidas de Risco.....	19
2.4. Modelos de Mensuração de Risco de Mercado.....	21
2.4.1. <i>Value-at-Risk</i> (VaR).....	21
2.4.1.1 Cálculo do VaR.....	23
2.4.2. <i>Conditional Value-at-Risks</i> (CVaR).....	24
<b>3. METODOLOGIA.....</b>	<b>29</b>
3.1. Amostra.....	29
3.2. Metodologias de Cálculo do VaR e CVaR.....	34
3.2.1. Normal.....	34
3.2.2. GARCH ( <i>Generalized Autoregressive             Condutional Heterokedasticity</i> ).....	35
3.2.3. Simulação Histórica.....	37
3.2.4. Riskmetrics.....	39
3.3. Métodos para Avaliação de Desempenho dos Modelos.....	39
3.3.1. Teste de Kupiec.....	40
3.3.2. Teste de Christoffersen.....	42
3.3.3. Teste de Chrkovic e Drachman.....	46
3.3.4. Teste de Berkowitz.....	48
<b>4. RESULTADOS.....</b>	<b>52</b>
<b>5. CONCLUSÃO.....</b>	<b>59</b>
<b>6. BIBLIOGRAFIA.....</b>	<b>61</b>



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Função densidade de probabilidade dos lucros e perdas com distribuição normal e representação do VaR e CVaR obtidos ao nível de significância de $\alpha\%$ .....	28
Figura 2 – Comportamento dos retornos de PETR4 no período de 30/12/1998 à 29/12/2005 e sua distribuição empírica.....	32
Figura 3 – Comportamento dos retornos de TNLP4 no período de 30/12/1998 à 29/12/2005 e sua distribuição empírica.....	33
Figura 4 – Comportamento dos retornos de VALE5 no período de 30/12/1998 à 29/12/2005 e sua distribuição empírica.....	33
Figura 5 – Comportamento dos retornos de USIM5 no período de 30/12/1998 à 29/12/2005 e sua distribuição empírica.....	33
Figura 6 – Comportamento dos retornos de CSNA3 no período de 30/12/1998 à 29/12/2005 e sua distribuição empírica.....	34
Figura 7 – Gráficos dos retornos reais de PETR4 com a estimativa de VaR e CVaR para os modelos de Simulação Histórica, GARCH (1,1), Riskmetrics e Normal.....	52
Figura 8 – Gráficos dos retornos reais de TNLP4 com a estimativa de VaR e CVaR para os modelos de Simulação Histórica, GARCH (1,1), Riskmetrics e Normal.....	53
Figura 9 – Gráficos dos retornos reais de VALE5 com a estimativa de VaR e CVaR para os modelos de Simulação Histórica, GARCH (1,1), Riskmetrics e Normal.....	53

Figura 10 – Gráficos dos retornos reais de USIM5 com a estimativa de VaR e CVaR para os modelos de Simulação Histórica, GARCH (1,1), Riskmetrics e Normal..... 54

Figura 11 – Gráficos dos retornos reais de CSNA3 com a estimativa de VaR e CVaR para os modelos de Simulação Histórica, GARCH (1,1), Riskmetrics e Normal..... 54

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Composição do Índice Bovespa (Ibovespa) vigente de janeiro a abril de 2006, com a participação de cada papel.....	30
Tabela 2 – Estatística descritiva das séries de retornos dos ativos Estudados.....	31
Tabela 3 – Resultados dos testes de cobertura condicional e incondicional aplicados ao VaR de $\alpha$ igual a 1%.....	55
Tabela 4 – Resultados dos testes de cobertura condicional e incondicional aplicados ao VaR de $\alpha$ igual a 5%.....	56
Tabela 5 – Resultados do testes Berkowitz Caudal.....	57
Tabela 6 – Resultados do teste de Berkowitz Cheio.....	58

## 1. INTRODUÇÃO

O tratamento dos riscos financeiros tem alcançado uma importância cada vez maior, tanto para as instituições financeiras como para as demais instituições que usam algum tipo de instrumentos financeiros. Com o tempo ocorreu um aumento na volatilidade desses instrumentos, que se tornaram mais complexos e mais demandados.

O aumento da volatilidade e da complexidade dos instrumentos utilizados, juntamente com o passar do tempo, levou os reguladores a melhorar os normativos existentes a respeito do assunto e estimulou as instituições e o meio acadêmico a desenvolverem novos conceitos quanto à mensuração de risco de mercado.

Os estudos realizados na gestão de riscos financeiros para desenvolver novos conceitos fizeram surgir algumas abordagens na forma de mensurar o risco, como a abordagem estatística que envolve a previsão da distribuição de retornos de uma carteira utilizando modelos probabilísticos e estatísticos, denominado *Value-at-Risk* (VaR).

Pelo lado regulatório, tomou-se por base o histórico Acordo da Basileia de 1988, que definiu exigências mínimas de capital para as instituições financeiras, como forma de proteção contra o risco de crédito. Com o passar dos tempos o VaR ganhou importância e reconhecimento, que em 1996 um adendo publicado no Acordo da Basileia ofereceu o VaR como uma abordagem alternativa para exigências de capital baseadas nos modelos internos dos bancos, incorporando categoricamente o conceito dessa medida

de risco ao contexto regulamentar, só que como forma de mensurar o risco de mercado.

Para prover uma abordagem de gerenciamento de risco mais completa e sofisticada, em 2004 foi concluída uma nova versão do Acordo, fundamentada em três pilares: abordagens múltiplas para cálculo do capital mínimo; melhoria do exame do órgão supervisor; e maior transparência para o mercado. O objetivo principal da versão foi assegurar a segurança e confiabilidade do sistema financeiro internacional.

Na análise de Risco de Mercado, a evolução do Acordo passou a exigir o cálculo do valor de mercado da carteira do banco, com cálculo do retorno ao risco e valor em risco, ou seja, passou a recomendar a adoção de modelos de *value-at-risk* pelos bancos dos países signatários.

No Brasil, a circular do Banco Central 2.972 de 23 de março de 2000 passou a exigir que os bancos calculassem o VaR.

Porém, a partir de 1997 alguns estudiosos passaram a levantar algumas críticas com relação ao VaR, e ao mesmo tempo começaram a definir o conceito de um outra medida de risco, a *Conditional Value-at-Risk* ou CVaR.

O estudo se compromete a verificar a eficácia dos modelos de *Value at Risk* (VaR), metodologia adotada pela maioria das instituições e aceita pelos meios regulatórios, e *Condiciona Value at Risk* (CVaR), método de mensuração de risco recente que está tendo grande interesse no meio acadêmico, na mensuração dos riscos de mercado de ativos financeiros do mercado acionário

brasileiro e avaliar qual das metodologias se adapta melhor aos riscos auferidos pelos ativos brasileiros.

Outro ponto a ser destacado no trabalho é que foi calculado, para cada ação analisada no estudo, os riscos de mercado empregando tanto a metodologia do VaR como do CVaR, buscando identificar as vantagens e desvantagens apresentadas por cada modelo.

No capítulo dois, será apresentada a fundamentação teórica que permitiu um melhor entendimento dos conceitos relevantes ao estudo, discutindo-se risco, modelos de mensuração de risco de mercado com seus modelos de cálculo e técnicas de avaliação dos modelos (*backtest*). Nos capítulos seguintes serão discutidas as metodologias adotadas no estudo, os resultados e, finalizando, as conclusões.

## 2. REFERENCIAL TEÓRICO

A gestão de riscos financeiros tornou-se nos últimos anos foco de numerosos estudos em instituições financeiras, fundos de investimento e órgãos reguladores, além do próprio meio acadêmico.

Conforme Jorion (1997), o grande crescimento da indústria de gestão de risco deve-se principalmente ao aumento da volatilidade das variáveis financeiras. Este aumento de volatilidade pôde ser observado a partir do início da década de 70, com o fim do sistema de taxa de câmbio fixa (1971), o choque de preços do petróleo (1973), a queda da bolsa de Nova Iorque (1987), o estouro do Sistema Monetário Europeu (1992), a queda do índice Nikkei (1989-1992), entre outros.

Com o processo de regulamentação do mercado financeiro e a globalização, a procura por meios de proteção contra riscos financeiros aumentou consideravelmente. Isto se acentuou ainda com os recentes desastres financeiros ocorridos em diversas partes do mundo, como Dowd (1998) listou: Metallgesellschaft (1993), Orange County (1994), Barings Bank (1995), Daiwa Bank (1995), Sumitomo Corporation (1996)

O debate sobre a necessidade de gerenciamento de riscos induziu as instituições financeiras a tentar desenvolver sistemas internos que pudessem mensurar sua exposição total a perdas.

O sistema que emergiu como *benchmark* do mercado foi o *Riskmetrics*<sup>TM</sup>, desenvolvido pelo banco americano J.P. Morgan. Segundo Dowd (1998), esta

metodologia originou quando um diretor do banco pediu aos seus subordinados que elaborassem um relatório de uma página que resumisse a perda potencial da instituição nas próximas 24 horas e lhe entregassem diariamente após o fechamento do mercado.

Na busca de uma solução para atender ao chefe, foi realizada uma pequena revolução nos procedimentos de informações sobre as carteiras, onde técnicas para resumir posições foram criadas, banco de dados construídos, procedimentos estatísticos selecionados. O resultado final foi a medida conhecida como *Value-at-Risk* que leva em conta não só o risco individual de cada ativo, expresso estatisticamente no desvio padrão dos retornos, mas também as relações entre os diversos ativos, dadas pelas correlações.

O fator que consolidou o *Riskmetrics*<sup>TM</sup> como *benchmark* do mercado foi a disponibilização de um relatório técnico com todos os detalhes da metodologia na página do J.P. Morgan na Internet.

Ao tornar pública sua metodologia para o cálculo do risco e o conceito do VaR, o banco J.P. Morgan permitiu que diversos métodos fossem derivados a partir do conceitos estabelecidos.

A partir deste fato, a teoria de controle de risco evoluiu rapidamente disponibilizando uma grande variedade de técnicas para cálculo do VaR com características bastante distintas.

Formalmente, o VaR pode ser definido como sendo a máxima perda esperada ao longo de determinado intervalo de tempo, sob condições normais de



mercado e dentro de determinado nível de confiança. Essa estimativa da perda pode ser tanto relativa como absoluta, sendo relacionada a um período padronizado (dia, semana, ano etc.).

Sua simplicidade em resumir a avaliação do risco de uma instituição utilizando um único número o fez tornar padrão no mercado. Trata-se de uma ferramenta que requer cuidados em sua utilização, tendo em vista que apresenta limitações, sendo que seu emprego não dispensa outras ferramentas de controle.

Embora o VaR seja uma medida de risco largamente aceita e utilizada, seu uso tem sofrido críticas por parte da comunidade acadêmica. Para aliviar os problemas existentes no VaR, Artzner et al. (1997, 1999), propuseram o uso da medida denominada valor em risco condicional (*Conditional Value-at-Risk*), que utiliza em sua estrutura informações sobre eventos que ocorrem nas caudas das distribuições de probabilidades.

Dado certo nível de confiança, o CVaR é definido como o valor esperado das perdas de um ativo ou *portfólio*, dado que as perdas a serem contabilizadas são maiores ou iguais ao VaR, ou seja, é uma média ponderada entre o VaR e as perdas que excedem o VaR.

## 2.1. Risco

Conforme Oliveira (2004), as mais remotas definições da palavra risco provêm do vocábulo *ressecare*, que no latim antigo significava cortar separando, e representava a noção de perigo que os navegantes enfrentavam

ao passar com suas embarcações por perigosas rochas pontiagudas. Posteriormente, no idioma italiano tal vocábulo modificou-se para *risicare*, com o sentido de arriscar, ousar.

Risco é um conceito com várias definições. De acordo com um artigo de Borch (1969) sobre utilidade, a “Teoria do Risco” teve sua origem com o trabalho de Tetens (1789), que estudou ordenamentos que dependem da média e do desvio médio de funções de distribuição.

De acordo com Levy e Sarnat (1984), vários economistas identificaram o risco em investimentos através da dispersão dos retornos. Keynes (1937, apud Levy e Sarnat, 1984), por exemplo, identificou o risco envolvido em um investimento empregando os possíveis desvios a partir do retorno médio. De acordo com Keynes, um indivíduo que investe em um ativo cujos retornos têm uma distribuição bastante dispersa deve receber um prêmio para compensá-lo pelo risco tomado.

Tal como Keynes, Hicks (1946, apud Levy e Sarnat, 1984) também relacionou a variância dos retornos com risco. Hicks enfatizou o fato de que quanto maior a dispersão dos retornos (para um dado nível de esperança), menor é a atratividade do investimento. Ele também ressaltou que quando os retornos são incertos, o terceiro momento centrado na esperança da distribuição, o índice de assimetria, pode também ser um fator significativo nas decisões do investidor.

Para Marshak (1938, apud Levy e Sarnat, 1984), o risco em investimentos está relacionado ao desvio-padrão ou ao coeficiente de variação (desvio-padrão

dividido pela média), apesar de dizer que a decisão sob condições de risco deve refletir todos os momentos da distribuição.

Nesta linha, Jorion (1997), ao definir o conceito de risco, faz referência à dispersão, à volatilidade, e à incerteza quanto aos possíveis resultados futuros.

O risco existe quando há probabilidade de experimentar retornos diferentes do que se espera. Nesse sentido, há risco tanto de ocorrência de resultados inferiores quanto de ocorrência de resultados superiores ao esperado. Todavia, as definições tendem a focar as chances de resultados negativos, ou seja, aqueles que podem representar prejuízo ou serem inferiores ao esperado.

Assim, o risco é a probabilidade de ocorrência de um resultado futuro não esperado, podendo também ser definido como a possibilidade de prejuízo financeiro.

## 2.2. Risco de Mercado

Entende-se risco de mercado como risco de perdas em decorrência de oscilações em variáveis econômicas e financeiras, como taxa de juros, preços de ações e commodities.

Esta definição alinha-se com a elaborada pelo Bank for International Settlements (1998a, apud Goulart, 2003): o risco de mercado advém do potencial de mudanças em preços e taxas de mercado.

Duarte (2003, apud Goulart, 2003) estabelece uma definição semelhante: o risco de mercado pode ser definido como uma medida de incerteza relacionada aos retornos esperados de um investimento em decorrência de variações em fatores de mercado como taxas de juros, taxas de câmbio, preços de commodities e ações.

O risco de mercado manifesta-se quando o valor de uma carteira oscila em função de variações ocorridas nos preços de instrumentos financeiros. Essas variações podem ser originadas por mudanças nas taxas de juros ou de câmbio vigentes no mercado, ou mesmo por alterações na oferta e demanda relativa a cada instrumento financeiro.

### 2.3. Propriedades das medidas de risco

Algumas definições matemáticas para o conceito de risco financeiro podem levar a decisões financeiras incorretas, ou seja, não têm sentido financeiro. É importante identificar as propriedades desejáveis nas medidas de risco para evitar possíveis incoerências.

Artzner, Delbaen, Eber e Heath (1999), definem um conjunto de propriedades, as quais uma medida de risco deveria ter para ser considerada uma medida coerente de risco. Meyers (2000) numa linguagem mais acessível apresenta as idéias de Artzner et al. (1999).

Conforme Meyers (2000), dados o espaço de variáveis aleatórias  $L(\Omega, \mathcal{A}, P)$  e um ativo com retorno livre de risco  $R_f$ , uma medida de risco  $R[X] >$  é dita coerente se possui as propriedades a seguir.

- a) Subaditividade: Para todos os  $X$  e  $Y$ ,  $R[X+Y] \leq R[X] + R[Y]$ .
- b) Homogeneidade positiva: Para todo  $X$  e  $\lambda \geq 0$ ,  $R[\lambda X] = \lambda R[X]$ .
- c) Invariância à translação: Para todo  $X$  e  $\alpha \in \mathfrak{R}$ ,  $R[X + \alpha R_f] = R[X] - \alpha$ .
- d) Monotonicidade: Para todos os  $X$  e  $Y$  tais que  $X \leq Y$ ,  $R[X] \geq R[Y]$ .

A propriedade da subaditividade reflete o efeito da diversificação das carteiras, uma fusão não cria risco, ou seja, a medida de risco de uma carteira é menor ou igual à soma das medidas individuais de risco dos ativos.

Pela propriedade da homogeneidade positiva, se a variável aleatória  $X$  for multiplicada por um escalar não negativo, então o risco também é multiplicado. A invariância à translação torna o risco do ativo livre de risco negativo, isto é, ele não tem risco. Pela propriedade da monotonicidade, se uma carteira  $X$  tem sempre retornos menores do que  $Y$ , então o risco de  $X$  deve ser maior que o de  $Y$ .

Uma medida de risco que satisfaça a estas quatro propriedades é chamada de medida coerente de risco, segundo o artigo de Artzner, Delbaen, Eber e Heath (1999).

## 2.4. Modelos de Mensuração do Risco de Mercado

### 2.4.1. *Value-at-Risk* (VaR)

Jorion (1997) trata *Value-at-Risk* (VaR) como sendo a perda máxima esperada em um certo horizonte de tempo dado um intervalo de confiança. Para Ribeiro e Vianna (2004), o VaR é uma métrica percentílica da distribuição de probabilidade das perdas definida como o mínimo retorno esperado para um dado nível de confiança.

O Banco J.P. Morgan (1996) define VaR como sendo a medida da mudança potencial máxima no valor de uma carteira de instrumentos financeiros com uma dada probabilidade em um horizonte de tempo pré-definido.

O VaR será definido no estudo como sendo a perda máxima esperada devida aos riscos de mercado incorridos em um ativo, ou carteira de instrumentos financeiros, dados um horizonte de tempo e um intervalo de confiança, ou seja, dado um intervalo de tempo o VaR ao nível de confiança de  $100.(1-\alpha)\%$ , ou nível de significância  $\alpha\%$ , é definido como o simétrico do quantil  $\alpha$  superior da distribuição dos retornos.

Perdas ocorrem devido à combinação de dois fatores: a volatilidade de um fator de risco e a exposição a este fator. Se uma instituição não está exposta a um fator de risco não há como ter perdas pela sua exposição a este fator. O VaR captura o efeito combinado da volatilidade e da exposição aos fatores de risco.

O VaR apresenta várias qualidades com respeito a sua implementação e compreensão, tais como: é uma medida universal podendo ser aplicado a qualquer tipo de ativo; é simples, de fácil interpretação; e resume em um número as possibilidades de risco existentes no mercado.

Com a divulgação do sistema *Riskmetrics*<sup>TM</sup> pelo J.P. Morgan e com a adoção dos modelos internos pelo Acordo da Basileia em 1996, o VaR tornou-se a principal ferramenta de gerenciamento de risco das instituições financeiras.

Porém, no fim da década de 90, o VaR passou a ser alvo de críticas. Artzner et al. (1997, 1999), por exemplo, disseram que o VaR mede somente percentis da distribuição de lucros e perdas, não considerando quaisquer perdas além do nível do VaR. Apesar de satisfazer as propriedades da monotonicidade, homogeneidade e invariância de translação, o VaR histórico falha no critério da subaditividade.

De acordo com Yamai e Yoshihara (2002), os problemas de subaditividade são mais graves quando a distribuição dos retornos não obedece à distribuição Normal, e até obedecendo a Normal não é impossível aparecerem casos de ausência de subaditividade.

Outra importante crítica ao VaR é que o risco presente na cauda da distribuição dos retornos pode trazer sérios problemas práticos em alguns casos. Investidores que empregam somente o VaR como medida de risco estão propensos a construir posições arriscadas que podem resultar em grandes perdas nos níveis além do VaR.

Segundo Embrechts, Resnick e Samorodnitsky (1998) a premissa da distribuição normal seria a razão para o fracasso dos modelos nos momentos cruciais: quando ocorrem os movimentos extremos, mais freqüentes do que prediz a distribuição normal. Um dos pontos apresentados pelos autores contra os métodos tradicionais do VaR é o fato de que os dados financeiros geralmente indicam caudas pesadas.

A relevância da falta de subaditividade do VaR vai depender das preferências do administrador de risco sob o ponto de vista da praticidade. Já com relação às perdas presente na cauda da distribuição, o problema é de suma importância, pois está relacionado à insolvência da instituição causada por condições adversas no mercado, assunto central para a administração.

Apesar dos problemas citados, até o momento as críticas não provocaram de forma expressiva a diminuição da utilização do VaR no mercado financeiro.

#### 2.4.1.1. Cálculo do VaR

Define-se genericamente o VaR como:

$$P(R_{p,t} \leq VaR(\alpha)) = \alpha$$

As variações entre os diversos modelos de estimação de valor em risco se darão através de como é especificado o cálculo da probabilidade. Suponha que essa probabilidade seja dada por:

$$P(R_t \leq VaR(\alpha)) = \int_{-\infty}^{VaR(\alpha)} f(R_t) dR_t = \alpha$$



A especificação de  $f(R_t)$ , ou parametrização de  $f(R_t)$ , que determinará o valor de VaR. Para esse caso, tem-se um VaR paramétrico, dependente basicamente das hipóteses feitas à respeito da distribuição da variável aleatória  $R_t$ .

De outra forma, para uma amostra de tamanho  $T$ , de retornos independente e identicamente distribuída, suponha que:

$$P(R_t \leq VaR(\alpha)) = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T I_{\{R_i < VaR\}} = \alpha$$

Onde:  $I_{\{R_i < VaR\}} = \begin{cases} 1, & \text{caso } R_i < VaR \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$

Ou seja, que a probabilidade de ocorrência de um retorno menor do que o VaR seja dada pela distribuição empírica observada de  $R_t$ . Trata-se de um caso de VaR não-paramétrico. Nesse caso específico, a única escolha a ser feita diz respeito ao tamanho da amostra  $T$  a ser utilizada.

São muitas as possibilidades de especificação paramétrica e não-paramétrica de  $P(R_{p,t} \leq VaR(\alpha))$  sendo que cada uma apresenta suas próprias hipóteses, vantagens e desvantagens.

#### **2.4.2. Conditional Value at Risk (CVaR)**

Para aliviar os problemas de falta de subaditividade e de não considerar as perdas presentes na cauda inerentes ao VaR, Artzner et al. (1997, 1999) propuseram o uso do *Conditional Value at Risk*., sendo definido como uma

esperança condicional, é a expectativa de perda dado que a perda foi maior que o VaR.

O cálculo do CVaR apresenta da seguinte forma:

$$ES_{\alpha} = E(R | R > VaR_{\alpha})$$

Na prática, o CVaR pode ser entendido como a média dos  $(1 - \alpha)$  piores casos e pode ser calculado através da média dos valores que excedem o VaR com um nível de confiança. Para uma distribuição contínua, é definido como:

$$ES_{\alpha} = E(R | R > VaR_{\alpha}) = \frac{1}{1 - F_R(VaR_{\alpha})} \int_{VaR_{\alpha}}^U r f_r(R) dR$$

O CVaR é uma medida de risco que satisfaz a definição formal de medida coerente de risco sugerida por Artzner (1999). Igualmente ao VaR, com um simples número representa o risco de um instrumento financeiro, mas indica o quanto será perdido, em média, com a extrapolação do VaR.

Vale ressaltar que restringir o CVaR de um *portfolio* se caracteriza como uma estratégia de gerenciamento de risco mais conservadora do que restringir o VaR. Isto porque o CVaR é definido como o valor das perdas maiores ou iguais ao VaR, ou seja, o CVaR de um *portfolio* a um dado nível de confiança nunca será menor que o respectivo VaR.

Por ser uma medida incipiente, não existe muita literatura sobre o assunto, mas vários estudiosos começam a direcionar sua linha de pesquisa para CVaR.

Bibolov, Farias e Ornelas (2004) demonstram em seu estudo a aplicabilidade de modelos de CVaR para índices da bolsa de países da Europa Oriental que uniram à União Européia.

De acordo com Acerbi e Tasche (2002), o CVaR poderá ser estimado eficientemente nos casos ao qual a estimativa do VaR é falha, pois o CVaR apresenta propriedades de uma medida coerente de mensuração do risco.

Martin Mato (2003) aplica o CVaR em ações do mercado latino-americano, demonstrando o conceito do CVaR e ressaltando as vantagens frente ao VaR como medida precursora.

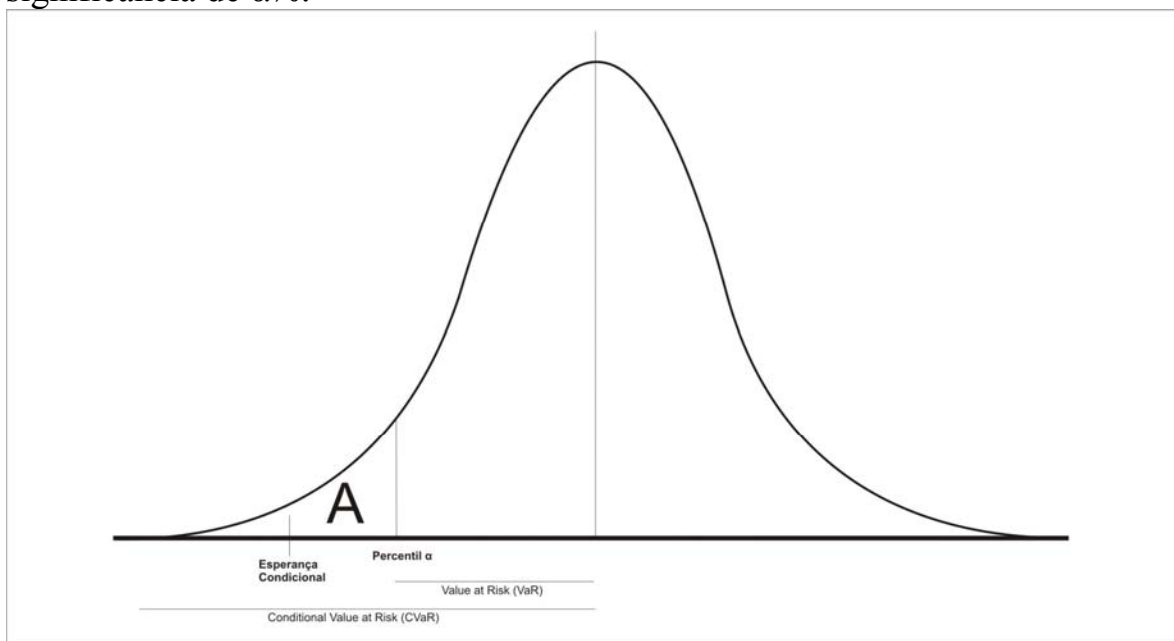
Velandia e Camargo (2005) descrevem em seus estudos que o CVaR, pode ser uma medida coerente de risco, pode aportar mais informação, juntamente com o VaR, nas tomadas de decisões de uma instituição financeira.

Yamai e Yoshiba (2002) analisaram as implicações práticas do uso do VaR e do CVaR para o gerenciamento do risco em finanças. Concluíram que a informação dada pelo VaR pode orientar mal os investidores que querem maximizar a sua função utilidade, pois se baseando somente no VaR podem estar construindo uma perigosa posição que resultaria numa elevada perda nos níveis além do VaR. Usando o CVaR, os investidores estariam considerando também as perdas além do VaR.

Como por definição o CVaR é maior do que o VaR, o cálculo do capital econômico usando-o é mais conservador do que com o VaR. Todavia, para Yamai e Yoshida (2002), o capital econômico calculado pelo CVaR fica difícil de ser interpretado com relação à probabilidade de insolvência da instituição. Diferentemente do VaR, o CVaR não corresponde necessariamente ao capital necessário para manter a probabilidade e quebra da empresa abaixo de um determinado nível.

Para Kerkhof e Melenberg (2003), o CVaR leva em consideração a magnitude da perda além do VaR, enquanto o VaR não contém essa informação. Conforme se observa na Figura 1 o VaR sempre será, na ótica do valor absoluto, menor do que o CVaR.

Figura 1 – Função densidade de probabilidade dos lucros e perdas com distribuição normal e representação do VaR e CVaR obtidos ao nível de significância de  $\alpha\%$ .



Ramos, Santos e Lemgruber (2002) estudaram o comportamento do CVaR, ou BVaR (beyond VaR), é como se referem a medida de risco, calculado pelo método histórico e pela aproximação normal, concluindo que à medida que o nível de confiança é aumentado, o BVaR calculado pelo Método histórico tende a divergir do VaR. Entende-se que adotando uma distribuição de retornos conhecidas, há uma relação entre o VaR e CVaR.

Login (2001) é outro autor que afirma que enquanto o VaR se foca na frequência de ocorrências de valores extremos, o CVaR se utiliza tanto da frequência das falhas como do tamanho das perdas que ultrapassam o VaR. Conclui que o CVaR pode não convergir, mas, sim, situar-se mais próximo do VaR, como ocorre em distribuições normais, ou ficar mais afastado, como ocorre em distribuições com caudas gordas.

De acordo com Longin (2001), uma dificuldade na implementação de medidas de risco baseadas na cauda da distribuição dos retornos como o CVaR, é a pouca quantidade de informações. Por exemplo, o CVaR estimado com a distribuição empírica envolve poucas observações da amostra e a média calculada com poucas observações pode resultar numa estimativa elevada desta medida de risco.

### **3. METODOLOGIA**

#### **3.1. Amostra**

A amostra adotada no estudo foi obtida do provedor de informações Económica, utilizando as cotações diárias de fechamento ajustadas para proventos das cinco ações de maior peso no Índice Ibovespa, considerando as mais líquidas conforme sua participação no índice.

De acordo com o *site* da Bolsa de Valores de São Paulo (BOVESPA), o Índice Ibovespa é o mais importante indicador do desempenho médio das cotações do mercado de ações brasileiro. O índice reflete não apenas as variações dos preços das ações, mas também o impacto da distribuição dos proventos. Os ativos que compõem o índice são reavaliados a cada quatro meses, podendo alterar tanto os ativos como a participação de cada um no índice.

O cuidado em escolher a série ajustadas para proventos, assegura que a série de retornos logarítmica a ser calculada a partir dos preços não estaria indevidamente influenciada por eventos como: desdobramentos, distribuição de dividendos e agrupamentos, entre outros.

Para determinar as ações com maiores participação no índice, obteve-se pelo *site* da BOVESPA a composição da Carteira do Índice Ibovespa vigente no período de janeiro de 2006 à abril de 2006, e conforme mostra a Tabela 1 , os cinco papéis com maiores participação no índice foram: PETR4, TNLP4, VALE5, USIM5 e CSNA3.

Tabela 1 – Composição do Índice Bovespa (Ibovespa) vigente de janeiro a abril de 2006, com a participação de cada papel.

Código	Ação	Tipo	Part.(%) (2)
PETR4	PETROBRAS	PN EJ	9,23
TNLP4	TELEMAR	PN	8,12
VALE5	VALE R DOCE	PNA	8,10
USIM5	USIMINAS	PNA EJ	5,59
CSNA3	SID NACIONAL	ON	4,23
CMET4	CAEMI	PN	4,13
BBDC4	BRADESCO	PN	3,78
GGBR4	GERDAU	PN	3,51
BRKM5	BRASKEM	PNA EJ	2,91
ITAU4	ITAUBANCO	PN EJ	2,77
ELET6	ELETROBRAS	PNB*	2,76
CMIG4	CEMIG	PN *	2,33
BRTO4	BRASIL TELECOM	PN *	2,21
EBTP4	EMBRATEL PAR	PN *	2,19
VALE3	VALE R DOCE	ON	2,19
NETC4	NET	PN	2,18
PETR3	PETROBRAS	ON EJ	2,00
ITSA4	ITAUSA	PN EJ	1,64
UBBR11	UNIBANCO	UNT EJ	1,56
ARCE3	ARCELOR BR	ON	1,49
TSPP4	TELESP CL PA	PN	1,41
CPLE6	COPEL	PNB*	1,31
ELET3	ELETROBRAS	ON *	1,28
AMBV4	AMBEV	PN *EDJ	1,25
SDIA4	SADIA S/A	PN EJ	1,19
TNLP3	TELEMAR	ON	1,18
GOAU4	GERDAU MET	PN	1,16
BRAP4	BRADESPAR	PN	1,11
VCPA4	V C P	PN EJ	1,09
TMAR5	TELEMAR N L	PNA	1,08
BBAS3	BRASIL	ON	0,99
TCSL4	TIM PART S/A	PN *	0,97
ARCZ6	ARACRUZ	PNB EJ	0,94
BRTP4	BRASIL T PAR	PN *	0,91
SBSP3	SABESP	ON *EJ	0,86
EMBR4	EMBRAER	PN EJ	0,86
ACES4	ACESITA	PN EJ	0,81
CLSC6	CELESC	PNB EJ	0,80
PTIP4	IPIRANGA PET	PN	0,70
TMCP4	TELEMIG PART	PN *	0,64
TCOC4	TELE CTR OES	PN	0,63
BRTP3	BRASIL T PAR	ON *	0,60
CRUZ3	SOUZA CRUZ	ON EJ	0,58
KLBN4	KLABIN S/A	PN	0,54
TLPP4	TELESP	PN EJ	0,53
ELPL4	ELETROPAULO	PN *	0,49
TRPL4	TRAN PAULIST	PN *EJ	0,49
EMBR3	EMBRAER	ON EJ	0,40
CESP4	CESP	PN *	0,39
CGAS5	COMGAS	PNA*	0,39
CRTP5	CRT CELULAR	PNA	0,32
TCSL3	TIM PART S/A	ON *	0,32
LIGH3	LIGHT	ON *	0,28
CTAX4	CONTAX	PN ED	0,25
CMIG3	CEMIG	ON *	0,19
TLCP4	TELE LEST CL	PN	0,16
CTAX3	CONTAX	ON	0,04

Fonte: Site da Bovespa ([www.bovespa.com.br](http://www.bovespa.com.br))

Foram obtidas 1.737 observações para TNLP4 e VALE5 e 1736 para PETR4, USIM5 e CSNA, considerando as negociações das ações na Bolsa de Valores de São Paulo no período de 30/12/1998 à 29/12/2005.

Na Tabela 2 verifica-se as estatísticas das amostras. Nota-se pela Assimetria que a maior parte das amostras têm assimetria positiva, com exceção para CSNA3. Isso mostra que as caudas das distribuições dos retornos são pesadas em direção ao lado direito.

Com relação a curtose pode ser dito que somente a amostra de uma ação não tem excesso de curtose, ou seja, na maior parte das ações estudadas os dados tendem a se concentrar mais na média, achatando a distribuição.

Tabela 2 – Estatística descritiva das séries de retornos dos ativos estudados.

	PETR4	TNLP4	VALE5	USIM5	CSNA3
<b>Média</b>	0,001374	0,000582	0,001604	0,001749	0,001157
<b>Erro padrão</b>	0,000570	0,000688	0,000590	0,000797	0,000752
<b>Mediana</b>	0,000919	0,000000	0,000168	0,000000	0,000185
<b>Modo</b>	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
<b>Desvio padrão</b>	0,023733	0,028677	0,024581	0,033194	0,031348
<b>Variância</b>	0,000563	0,000822	0,000604	0,001102	0,000983
<b>Curtose</b>	7,436308	20,421374	34,924392	1,411072	16,412643
<b>Assimetria</b>	0,064161	1,489555	2,317755	0,173392	-1,457261
<b>Intervalo</b>	0,399540	0,526399	0,483386	0,315410	0,531445
<b>Mínimo</b>	-0,211583	-0,136121	-0,098336	-0,158224	-0,377294
<b>Máximo</b>	0,187957	0,390278	0,385050	0,157186	0,154151
<b>Contagem</b>	1736	1737	1737	1736	1736

Geralmente, as séries de retornos de ações de bolsa de valores exibem estatísticas bem divergentes se comparadas com a distribuição normal. No nosso estudo, e analisando as estatísticas apresentadas na Tabela 2, os papéis que mais se assemelham a normal são USIM5 e PETR4.



Ao analisarmos os gráficos da distribuição empírica das séries verificamos que os retornos se concentram em torno da média, sendo esta bem próxima de zero. Esta concentração dos retornos em torno da média, ou seja, a distribuição fica achatada próxima a média, corrobora com o nível de curtose encontrado.

Como se nota nos gráficos abaixo, os retornos das séries apresentam comportamentos bastante semelhantes. Verifica-se que as ações USIM5 e CSNA3, que de acordo com a Tabela 1 o percentual de participação no bovespa é menor, apresentam uma volatilidade maior. Essa volatilidade maior pode ser vista tanto nos gráficos como no valor do desvio-padrão constante na Tabela 2. Apesar da diferença ser pequena, pela Tabela 1 podemos notar que o papel de maior representatividade no Bovespa, PETR4, é a que possui uma menor volatilidade.

Figura 2 – Comportamento dos retornos de PETR4 no período de 30/12/1998 à 29/12/2005 e sua distribuição empírica.

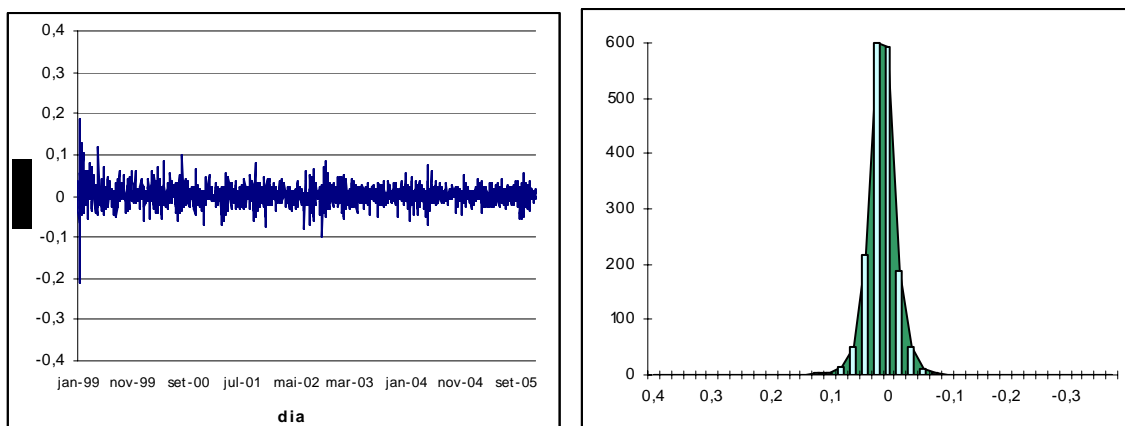


Figura 3 – Comportamento dos retornos de TNL4 no período de 30/12/1998 à 29/12/2005 e sua distribuição empírica.

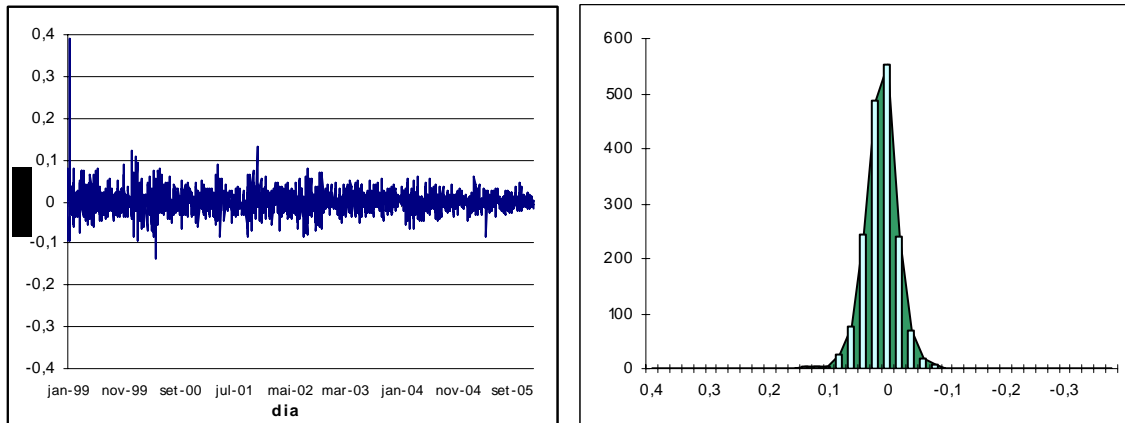


Figura 4 – Comportamento dos retornos de VALE5 no período de 30/12/1998 à 29/12/2005 e sua distribuição empírica.

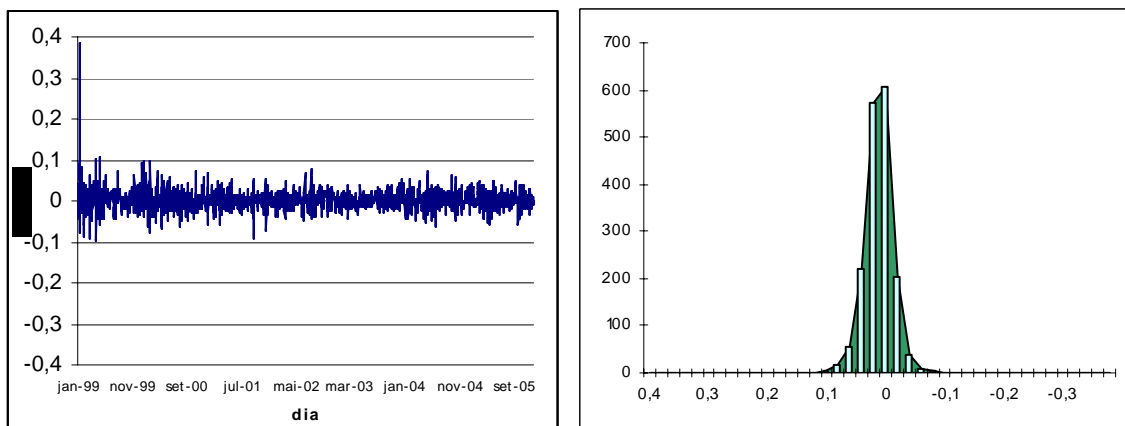


Figura 5 – Comportamento dos retornos de USIM5 no período de 30/12/1998 à 29/12/2005 e sua distribuição empírica.

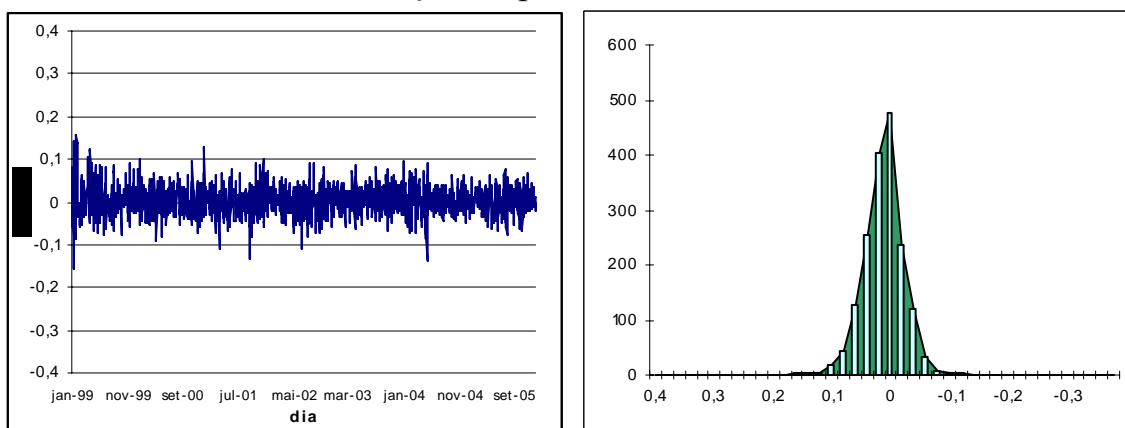
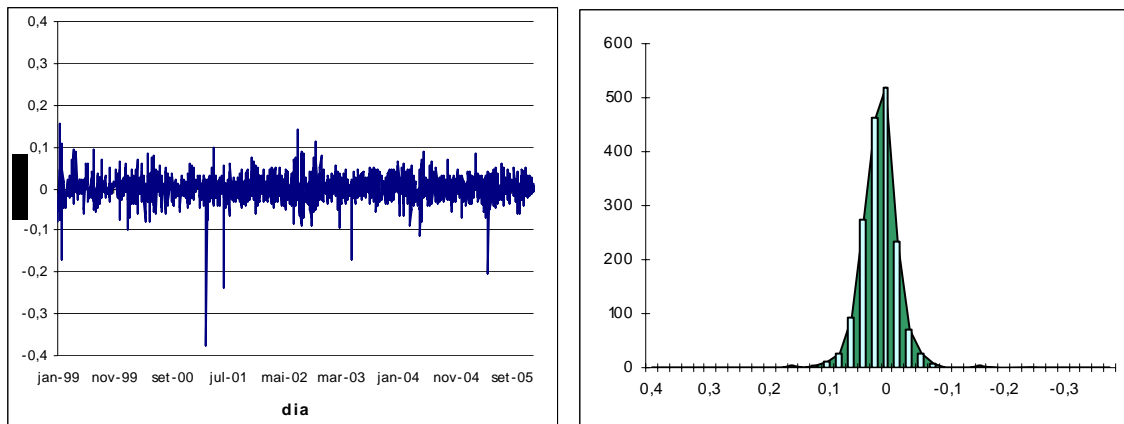


Figura 6 – Comportamento dos retornos de CSNA3 no período de 30/12/1998 à 29/12/2005 e sua distribuição empírica.



### 3.2. Metodologias de Cálculo do VaR e do CVaR

Nesta seção serão apresentadas as metodologias utilizadas no trabalho para mensurar o VaR e CVaR.

#### 3.2.1. Normal

Um premissa amplamente usada no mercado para o cálculo do VaR é que os retornos financeiros apresentam distribuição normal de probabilidades. Neste caso, função de distribuição de probabilidade  $f(R_t)$  será dada por:

$$f(R_t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[-\left(\frac{1}{2\sigma^2}\right)(R_t - \mu)^2\right]$$

sendo  $\mu$  a média e  $\sigma$  o desvio-padrão dos retornos do ativo.

Assumindo média nula dos retornos financeiros, é possível calcular o VaR a partir da seguinte expressão:

$$VaR(\alpha\%) = -\prod_{t-1} Z_{1-\alpha\%} \hat{\sigma}$$

na qual  $Z_{1-\alpha\%}$  representa o quantil de uma distribuição Normal Padrão.

No nosso estudo foi usado  $Z_{95\%} = 1,65$  e  $Z_{99\%} = 2,33$ . Assim, para uma janela amostral contendo  $T$  observações, o estimador do desvio-padrão  $\sigma_t$  é dado por:

$$\hat{\sigma}_t = \hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T (R - \bar{R})^2}$$

O CVaR será a média dos retornos inferior ao VaR calculado.

### **3.2.2. GARCH (Generalized Autoregressive Conditional Heterokedasticity)**

De acordo com Jorion (1998) o modelo GARCH pressupõe que a variância dos retornos segue um processo previsível, onde a variância condicional no momento  $t$  depende daquela no momento  $t-1$ , bom como dos momentos anteriores.

O modelo GARCH, proposto por Bollerslev (1986) constituiu numa tentativa de expressar de forma mais parcimoniosa a dependência temporal da variância condicional.

A variância condicional num modelo GARCH(p,q) é expressa por:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i y_{t-1}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2$$

sendo  $\alpha_i, \beta_j > 0$ ,  $\sum_{i=1}^q \alpha_i + \sum_{j=1}^p \beta_j < 1$

Tecnicamente a escolha da ordem das defasagens  $p$  e  $q$  deveria ser feita caso a caso. Contudo, na prática, uma boa escolha para séries financeiras acaba sendo  $p = 1$  e  $q = 1$ . Esse resultado é recorrente na literatura. Todas as estimações de VaR e CVaR feitas neste trabalho com base em modelos GARCH, foram feitas condicionadas aos valores de  $p = 1$  e  $q = 1$ . Isso se justifica pelo fato de facilitar uma automatização do processo na implementação computacional, e por essa ser a especificação mais adequada na grande maioria dos casos, sendo expressa por:

$$\sigma_{t+1|t}^2 = \alpha_0 + \alpha_1 R_t^2 + \beta \sigma_{t|t-1}^2$$

Onde  $\sigma_{t+1|t}^2$  é a variância condicional no momento  $t+1$ , dependente da variância no momento  $t$  e anteriores e  $r_t$  é o retorno do ativo no dia  $t$  enquanto que  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$  e  $\beta$  são os parâmetros do processo estocástico.

Diante disso, temos que a previsão de volatilidade depende dos retornos conhecidos e da própria previsão do dia anterior.

Para o cálculo do CVaR utiliza-se a equação:

$$\text{CVaR} = -E[ X \mid X \leq -\text{VaR}_{\text{hist}} ]$$

Ou seja, o CVaR será a média dos retornos inferior ao VaR calculado.

### 3.2.3. Simulação Histórica

O método da simulação histórica é uma abordagem direta e intuitiva. A metodologia calcula o valor de mercado atual do ativo a partir de dados históricos, fundamentando-se na hipótese de que a variação ocorrida nos retornos passados, explicam o comportamento dos retornos futuros.

Observa-se janela  $K$  de retornos passados, estima-se que ela seja a distribuição futura dos retornos e a partir dela obtém-se o VaR histórico.

De acordo com a definição de Acerbi e Tasche (2002), o quantil superior e o VaR são obtidos pelas seguintes equações, sendo o VaR o simétrico do quantil  $\alpha$  superior.

$$x^{(\alpha)} = \inf \{ x \in \mathfrak{R} \mid P[X < x] > \alpha \}$$

$$\text{VaR}_{(\alpha)} = -x^{(\alpha)}$$

Sendo  $X$  a variável aleatória dos retornos de um ativo ou de uma carteira.

Observando numa série ordenada de retornos passados  $X$ , se  $z$  é o retorno tal que  $P[X < z]$  é exatamente igual a  $\alpha$ , o quantil  $\alpha$  superior será sempre o primeiro retorno à direita de  $z$ . O  $p$ -éssimo percentil tem no mínimo  $p\%$

valores abaixo do ponto e no mínimo  $(100-p)\%$  dos valores acima. Assim, utilizou-se para o VaR histórico de nível de significância  $\alpha$ .

A posição  $x$  corresponde ao percentil  $\alpha$ , que será o VaR ao nível  $\alpha$ , sendo obtida pela equação:

$$x = (K - 1) \frac{\alpha}{100} + 1$$

O VaR histórico será o simétrico do retorno correspondente a posição  $x$ .

Para o cálculo do CVaR utiliza-se a equação:

$$\text{CVaR} = -E[ X \mid X \leq - \text{VaR}_{\text{hist}} ]$$

O CVaR é o simétrico da média aritmética dos retornos inferiores ou iguais ao VaR histórico.

#### **3.2.4. Riskmetrics™**

A metodologia desenvolvida no Riskmetrics™ assume que a distribuição futura dos retornos segue a distribuição normal com média zero e volatilidade calculada pela metodologia EWMA (*Exponential Weighted Moving Average*), que dá maior peso as informações mais recentes, com diminuição exponencial dos pesos de acordo com um fator de decaimento *lambda* ( $\lambda$ ).

Seguindo a metodologia EWMA, o estimador da variância dos retornos é representado matematicamente pela seguinte equação:

$$\sigma_{t+1|t}^2 = \lambda \sigma_{t|t-1}^2 + (1 - \lambda) R_t^2$$

Onde  $\sigma_{t+1|t}$  é a previsão de volatilidade para  $t+1$ ,  $R_t$  é o retorno do ativo em  $t$ ; e  $\lambda$  é igual ao fator de decaimento ou de alisamento exponencial ( $0 < \lambda < 1$ ).

Os retornos são ponderados por  $(1 - \lambda)\lambda^n$ , de forma que o mais recente utiliza o peso  $(1 - \lambda)\lambda^0$ , o segundo mais recente é ponderado por  $(1 - \lambda)\lambda^1$ , e assim sucessivamente até o último retorno, caracterizando assim o decaimento exponencial.

A variância móvel ponderada exponencialmente será dada pela seguinte equação:

$$\sigma_t^2 = \frac{(1 - \lambda)}{(1 - \lambda^T)} \sum_{i=0}^{T-1} [\lambda^i (R_{t-i} - \bar{R})^2]$$

onde:  $T$  é o tamanho da amostra e  $\bar{R}$  é igual a média dos retornos.

Assumindo que  $\bar{R} = 0$  e fazendo  $T$  tender ao infinito, teremos:

$$\sigma_t = \sqrt{(1 - \lambda) R_t^2 + \lambda \sigma_{t-1}^2}$$

Para o cálculo da volatilidade foi usado o  $\lambda$  de 0,94, recomendado pela riskmetrics para VaR diário e tem sido amplamente usado pelo mercado.

### 3.3. Métodos para Avaliação de Desempenho dos Modelos



Para avaliação do desempenho das estimativas foram utilizados 3 métodos: Kupiec (1995), Christoffersen (1996) e Berkowitz (2001), sendo que Berkowitz levou como base os pressupostos apresentados por Crnkovic & Drachman (1996).

### 3.3.1 Teste de Kupiec

Kupiec (1995) propõe um teste estatístico baseado na frequência de extrapolação do VaR numa amostra para um dado ativo ou portfólio. Sendo T o tamanho da amostra e N o número de vezes em que o retorno do portfólio excede o VaR calculado a um nível de confiança  $1-p^*$ , esta frequência é igual a  $N/T$ . O que se pretende testar é se  $N/T$  é significativamente diferente de  $p^*$ .

Nota-se que a comparação da perda ou ganho num determinado dia com a estimativa do VaR a certo nível de significância  $p$  determina o resultado de um evento binomial. Neste caso, tem-se um erro quando a perda da carteira é maior que a perda potencial dada pelo VaR e um acerto quando ela é menor. Desta forma, supondo independência dos eventos entre dias, a probabilidade  $E$  de haver  $N$  erros (retornos acima do VaR) numa amostra  $T$  é dada por uma distribuição binomial com parâmetros  $N, p$ , sendo  $p$  a probabilidade do erro:

$$E = (1-p)^{T-N} \cdot p^N$$

O autor sugere um teste de razão de verossimilhança para testar a hipótese nula  $p=p^*$ . O lema de Neyman-Pearson estabelece que, neste contexto, o teste

RV é uniformemente mais poderoso contra hipóteses alternativas simples. A estatística do teste é dada por:

$$RV = -2 \ln [ (1-p^*)^{T-N} \cdot p^* N ] + 2 \ln [ \left(1 - \frac{N}{T}\right)^{T-N} \cdot \left(\frac{N}{T}\right)^N ]$$

Sob a hipótese nula, RV tem distribuição qui-quadrado com 1 grau de liberdade.

O problema deste teste, como apontado por Kupiec (1995), é seu baixo poder para amostras pequenas, ou seja, este teste tem uma alta probabilidade de aceitar a hipótese nula quando ela é falsa em amostras com número de observações limitado.

No mesmo artigo o autor sugere um outro teste, o do tempo até a primeira falha. Este teste se apóia na idéia de quanto mais cedo ocorrer a primeira falha mais alta é a verdadeira probabilidade de falha. Este teste é aplicado cada vez que ocorre um retorno fora do intervalo estimado pelo VaR. Sendo  $p$  a verdadeira probabilidade de falha e  $D$  uma variável aleatória que informa o número de dias antes da primeira falha, a probabilidade  $P$  de ocorrência da primeira falha ocorrer em  $V$  dias é governada por uma distribuição geométrica com parâmetros  $p$ ,  $V$ :

$$P(D=V) = p \cdot (1 - P)^{V-1}$$

Dado uma realização de  $D$ , o autor sugere, novamente, um teste de razão de verossimilhança (RV) para testar a hipótese nula  $p=p^*$ . Novamente, o teste RV

é uniformemente mais poderoso contra hipóteses alternativas simples. A estatística deste teste é dada por:

$$RV(D, p^*) = -2 \ln [ p(1-p)^{T-1} ] + 2 \ln \left[ \left( \frac{1}{D} \right) \cdot \left( 1 - \frac{1}{D} \right)^{T-1} \right]$$

Sob a hipótese nula, RV tem distribuição qui-quadrado com 1 grau de liberdade.

Dada mesma forma que o teste anterior, o teste do tempo até a primeira falha tem um baixo poder. Isto significa que a região de aceitação da hipótese nula é muito grande. Por exemplo, para a hipótese nula de  $p^* = 5\%$  aceita-se a nula se  $2 < V < 72$ . Esta característica do teste torna-o pouco útil para avaliar a precisão de sistemas de riscos, pois é preciso uma grande discrepância entre a probabilidade esperada e a observada para que ocorra uma rejeição do modelo.

### **3.3.2. Teste de Christoffersen**

O procedimento sugerido por Kupiec (1995) para medir a precisão do VaR é não condicional, ou seja, é baseado na informação contida em toda amostra. O teste não condicional não tem potência contra a alternativa de que as exceções do VaR estimado se agrupam de forma dependente do tempo. Um método condicional tem a propriedade de levar em conta as informações existentes em cada ponto da amostra, ele é condicional ao conjunto de informações disponível em cada instante de tempo. Como as séries financeiras, em geral, apresentam volatilidades dependentes no tempo, implicando uma dependência temporal no VaR, a avaliação condicional dos modelos de risco se torna importante.

Em Christoffersen (1996) é definido um procedimento para a verificação da precisão das previsões para intervalos de confiança que tenta capturar a condicionalidade das estimativas. O teste é diretamente direcionado para o caso de estimadores para VaR de uma carteira.

Seja  $\{y_t\}_{t=1}^T$  a seqüência observada da variável aleatória  $y_t$ , o retorno monetário de um ativo ou carteira de ativos. Em cada instante do tempo o intervalo estimado com base na amostra é dado é  $\{(-\infty, VaR_{t|t-1}(1-p))\}_{t=1}^T$  onde  $VaR_{t|t-1}(1-p)$  é o VaR estimado para o período  $t$  ao nível de confiança  $p$  com as informações disponíveis até  $t-1$ . Define -se a seguinte variável indicador  $I_t$ :

$$I_t = \begin{cases} 1, & \text{se } y_t \in (-\infty, VaR_{t|t-1}(1-p)) \\ 0, & \text{se } y_t \notin (-\infty, VaR_{t|t-1}(1-p)) \end{cases}$$

Diz-se que uma seqüência de intervalos projetados é eficiente com relação ao conjunto de informação  $\Psi_{t-1}$  se  $E[I_t | \Psi_{t-1}] = p$ , para todo  $t$ .

O autor define um critério operacional demonstrando que testar a eficiência do intervalo projetado é equivalente a testar a hipótese de que a seqüência  $\{I_t\}$  é independente e identicamente distribuída segundo uma Bernoulli com parâmetro  $p$ . Diz-se então que a seqüência de intervalos  $\{(L_{t|t-1}(p), U_{t|t-1}(p))\}_{t=1}^T$  tem uma correta cobertura condicional se  $\{I_t\}^{i.i.d.} \sim Bernoulli(p), \forall t$ .

Para testar esta hipótese, sugere-se dois testes de razão de verossimilhança (RV). O primeiro testa exclusivamente a adequação não condicional das estimativas. O segundo testa a independência da seqüência  $\{I_t\}_{t=1}^T$ .

No teste de adequação não condicional a hipótese nula de que  $E[I_t] = p$  é testada contra a alternativa  $E[I_t] \neq p$ . Sobre a nula a verossimilhança é igual a:

$$L(p; I_1, I_2, \dots, I_T) = (1-p)^{T-N} \cdot p^N,$$

onde  $N$  é o número de observações para as quais  $I_t = 1$ .

Sobre a alternativa a verossimilhança é igual a:

$$L(\Pi; I_1, I_2, \dots, I_T) = (1-\Pi)^{T-N} \cdot \Pi^N,$$

Onde  $N$  é o número de observações para as quais  $I_t = 1$ .

A estatística do teste de razão de verossimilhança ( $RV_{nc}$ ) neste caso é igual a:

$$RV_{nc} = -2 \ln \left[ \frac{L(p; I_1, I_2, \dots, I_T)}{L(\Pi; I_1, I_2, \dots, I_T)} \right] \stackrel{a \text{ sint.}}{\sim} \chi^2(1)$$

Onde  $\Pi = N/T$  é o estimador de máxima verossimilhança de  $\Pi$ .

No teste de independência a hipótese nula é independência e a alternativa é um processo Markoviano de primeira ordem. Considere uma cadeia de Markov binária de primeira ordem com a seguinte matriz de transição de probabilidade:

$$\Pi_1 = \begin{bmatrix} 1 - \pi_{01} & \pi_{01} \\ 1 - \pi_{11} & \pi_{11} \end{bmatrix}$$

onde  $\pi_{ij} = P(I_t = j | I_{t-1} = i)$ . A função de verossimilhança aproximada deste processo é dada por:

$$L(\Pi_1; I_1, I_2, \dots, I_T) = (1 - \pi_{01})^{n_{00}} \pi_{01}^{n_{01}} \pi_{10}^{n_{10}} \pi_{11}^{n_{11}}$$

onde  $n_{ij}$  é o número de observações com o valor  $i$  seguido pelo valor  $j$ . Maximizando a log-verossimilhança e resolvendo para os parâmetros obtém-se:

$$\hat{\Pi}_1 = \begin{bmatrix} \frac{n_{00}}{n_{00} + n_{01}} & \frac{n_{01}}{n_{00} + n_{01}} \\ \frac{n_{10}}{n_{10} + n_{11}} & \frac{n_{11}}{n_{10} + n_{11}} \end{bmatrix}$$

Para seqüência  $\{I_t\}_{t=1}^T$  calculada a partir dos intervalos estimados é possível estimar um processo markoviano de primeira ordem e testar se a seqüência é independente notando que:

$$\Pi_2 = \begin{bmatrix} 1 - \pi_2 & \pi_2 \\ 1 - \pi_2 & \pi_2 \end{bmatrix}$$

corresponde a independência. A verossimilhança sobre a nula se torna:

$$L(\Pi_2; I_1, I_2, \dots, I_T) = (1 - \pi_2)^{(n_{00} + n_{10})} \pi_2^{(n_{01} + n_{11})}$$

sendo a estimativa de máxima verossimilhança dada por:

$$\hat{\pi}_2 = \frac{n_{01} + n_{11}}{n_{00} + n_{10} + n_{01} + n_{11}}$$

Finalmente, a estatística do teste de razão de verossimilhança de independência ( $RV_{ind}$ ) é expressa por:

$$RV_{ind} = -2 \ln \left[ \frac{L(\hat{\Pi}_2; I_1, I_2, \dots, I_T)}{L(\hat{\Pi}_1; I_1, I_2, \dots, I_T)} \right]^{a \sin t.} \sim \chi^2(2)$$

Note que o teste não depende da verdadeira probabilidade erro 1-p. Desta forma, está se testando exclusivamente a hipótese de independência. No entanto, o objetivo final é testar conjuntamente independência e a verdadeira probabilidade de erro 1-p. Para tanto o autor sugere uma combinação dos dois testes anteriores. O teste conjunto consiste em testar a hipótese nula do teste não condicional contra a alternativa do teste de independência. Christoffersen (1996) prova que a estatística do teste de razão de verossimilhança neste caso é dada por:

$$RV_{conjunto} = -2 \ln \left[ \frac{L(p; I_1, I_2, \dots, I_T)}{L(\hat{\Pi}_1; I_1, I_2, \dots, I_T)} \right]^{a \sin t.} \sim \chi^2(2)$$

Que é igual a soma das estatísticas dos dois testes anteriormente apresentados, isto é:

$$RV_{conjunto} = RV_{nc} + RV_{ind}$$

### 3.3.3 Teste de Chrkovic e Drachman

Em Chrkovic e Drachman (1996) é proposto um procedimento para avaliar modelos de VaR baseado na distribuição de probabilidades estimada derivada deles em cada momento do tempo  $f_{mt}$ . O procedimento é baseado nos quantis observados, que são quantis sob  $\{f_{im}\}_{i=1}^T$  nos quais os retornos observados,

efetivamente, se localizam. Dado  $f_{mt}$  e um retorno observado  $r_t$ , o quantil correspondente é dado por:

$$q_{mt}(r_t) = \int_{-\infty}^{r_t} f_{mt}(x) dx$$

Os autores propõem avaliar o modelo VaR testando se os quantis observados derivados da distribuição do modelo tem as propriedades dos quantis que seriam derivados de projeções precisas da distribuição. As propriedades que eles se referem estão ligadas ao fato que os quantis de sorteios aleatórios de uma distribuição são uniformemente distribuídos no intervalo 0 e 1. Desta forma, um teste da precisão do VaR pode ser feito testando se  $\{q_{tm}\}_{t=1}^T$  são independentes e uniformemente distribuídos.

Os autores sugerem testar esta duas hipóteses separadamente. Para o teste da independência dos quantis é sugerido o uso da estatística BDS. O teste da distribuição uniforme é baseado na estatística de Kupier que mede os desvios entre duas funções de distribuição acumuladas. Seja  $D_m(x)$  a função de distribuição acumulada dos quantis observados, a estatística de Kupier para o desvio de  $D_m(x)$  de uma distribuição uniforme é dada por:

$$K_m = H[D_m(x), x] = \max_{0 \leq x \leq 1} (D_m(x) - x) + \max_{0 \leq x \leq 1} (x - D_m(x))$$

a distribuição assintótica de  $K_m$  é expressa por:

$$P(K > K_m) = G\left(\left[\sqrt{T} + 0,1585 + \frac{0,24}{\sqrt{T}}\right]v_m\right)$$



Onde:

$$G(\lambda) = 2 \sum_{j=1}^{\infty} (4j^{2\lambda} - 1) e^{-2j^2 \lambda^2} \quad e \quad \max_{0 \leq x \leq 1} |D_m(x) - x|$$

Os autores alertam que os resultados do procedimento se deterioram rapidamente para amostras menores que 500 observações.

### 3.3.4. Testes Berkowitz

Berkowitz (2001) apresenta uma forma de avaliar modelos a partir dos trabalhos de Crnkovi e Drachman (1996) e de Diebold, Gunther e Tay (1997), fundamentando que a informação contida na previsão da distribuição de retornos ou somente de sua cauda combinada às realizações *ex-post* seja suficiente para construir um teste robusto até para pequenas amostras.

Berkowitz (2001) introduz uma extensão da transformação de Rosenblatt (1952) que produz sob a hipótese nula, variáveis iid conforme a distribuição  $N(0,1)$ , o que permite a estimação da verossimilhança gaussiana e a construção de testes estatísticos baseados na verossimilhança que são convenientes, flexíveis e que possuem boas propriedades com relação ao tamanho da amostra. Apresentam-se a seguir as bases para o teste de Berkowitz (2001).

Seja  $\Phi^{-1}(\cdot)$  a inversa da função de distribuição da Normal Padrão,  $F(\cdot)$  a função de distribuição prevista no seu modelo e  $y$  a série de dados efetivamente realizados, a extensão de Rosenblatt (1952) é dado por:

$$z_t = \Phi^{-1}([F(y_t)]),$$

Sendo  $z_t$  os dados transformados.

Sob a hipótese nula de que a distribuição que você está prevendo é igual à distribuição dos dados realizados,  $z_t$  é distribuído conforme a Normal (0,1). Como sob a hipótese nula  $z_t$  é  $N(0,1)$ , uma grande variedade de testes pode ser construída para se verificar se os  $z_t$  gerados são realmente  $N(0,1)$ . Em particular, a hipótese nula pode ser testada contra uma alternativa auto-regressiva de primeira ordem com média e variância possivelmente diferente de (0,1). Pode-se escrever:

$$z_t - \mu = \rho(z_{t-1} - \mu) + \varepsilon_t$$

Sendo  $\mu$  a média da sua amostra,  $\rho$  a auto-correlação de *lag* 1. Se a hipótese nula é verdadeira,  $\rho = 0$  e  $\text{var}(\varepsilon_t) = 1$ . A função de log-verossimilhança associada à função acima é dada por:

$$-\frac{\ln(2\pi)}{2} - \frac{\ln\left(\frac{\sigma^2}{1-\sigma^2}\right)}{2} - \frac{\left(\frac{z_1 - \mu}{1-\rho}\right)^2}{\frac{2\sigma^2}{1-\rho^2}} - \frac{T-1}{2} \ln(2\pi) - \frac{T-1}{2} \ln(\sigma^2) - \sum_{t=2}^T \left[ \frac{(z_t - \mu - \rho z_{t-1})^2}{2\sigma^2} \right]$$

Sendo  $\sigma^2$  a variância do erro e T o tamanho da amostra. Para testar a hipótese nula de que  $z_t$  é  $N(0,1)$ , concentra-se no seguinte teste da razão de verossimilhança:

$$LR = -2[L(0,1,0) - L(\hat{\mu}, \hat{\sigma}^2, \hat{\rho})]$$

Sendo  $\mu, \sigma^2, \rho$ , os valores estimados dos dados após a transformação. Sob a hipótese nula, este teste estatístico é distribuído conforme a distribuição qui-quadrada com 3 graus de liberdade.

Entretanto, em muitos casos os administradores de risco estão interessados exclusivamente na precisão da descrição do comportamento das caudas da distribuição, não se interessando em modelos que rejeitam o CVaR com base em discrepâncias por ventura existentes no meio de sua distribuição prevista. Então, Berkowitz (2001) propõe um teste que intencionalmente ignora as falhas do modelo que estão limitadas ao interior, no meio da distribuição, ou seja, não situadas nas caudas. Em outras palavras, o formato da cauda da distribuição estimada é comparado com a cauda dos dados efetivamente observados. Quaisquer observações que não caiam na cauda serão intencionalmente truncadas.

Por exemplo, pode-se escolher como limite um VaR = -1,64 (sob a ótica de retornos e não perdas) para focar a cauda até o percentil 5%. Então a nova variável de interesse será:

$$z_t^* = \begin{cases} VaR & \text{se } z_t \geq VaR \\ z_t & \text{se } z_t < VaR \end{cases}$$

E a função de *log-verossimilhança* L (*log-likelihood*) da cauda será:

$$L(\mu, \sigma / z^*) = \sum_{z_t^* = VaR} \left[ -\frac{1}{2} \ln(2\pi\sigma^2) - \frac{1}{2\sigma^2} (z_t^* - \mu)^2 \right] + \sum_{z_t^* = VaR} \left[ 1 - \Phi\left(\frac{VaR - \mu}{\sigma}\right) \right]$$

Esta expressão contém observações contidas na cauda da distribuição. Os dois primeiros termos representam a usual verossimilhança gaussiana das perdas. Testes baseados nesta expressão podem ser mais poderosos do que abordagens tradicionais, permitindo ainda aos usuários ignorarem falhas que podem não interessar por se localizarem no interior da distribuição. Para construir um teste de razão de verossimilhança, a hipótese nula requer novamente que  $\mu = 0$  e  $\sigma^2 = 1$  e pode-se avaliar uma verossimilhança restrita  $L(0,1)$ , com uma irrestrita,  $L(\hat{\mu}, \hat{\sigma}^2)$ . Então a razão de verossimilhança da cauda será:

$$LR_{cauda} = -2[L(0,1) - L(\hat{\mu}, \hat{\sigma}^2)]$$

Sob a hipótese nula, este teste estatístico é distribuído conforme a qui-quadrado com 2 graus de liberdade.

## 4. RESULTADOS

Serão apresentados na presente seção os resultados obtidos pela aplicação dos modelos de Simulação Histórica, GARCH (1,1), Riskmetrics e Normal no cálculo de VaR e CVaR, analisando se cada modelo está adequado ou não para cálculos do risco de mercado.

Figura 7 – Gráficos dos retornos reais de PETR4 com a estimativa de VaR e CVaR para os modelos de Simulação Histórica, GARCH (1,1), Riskmetrics e Normal.

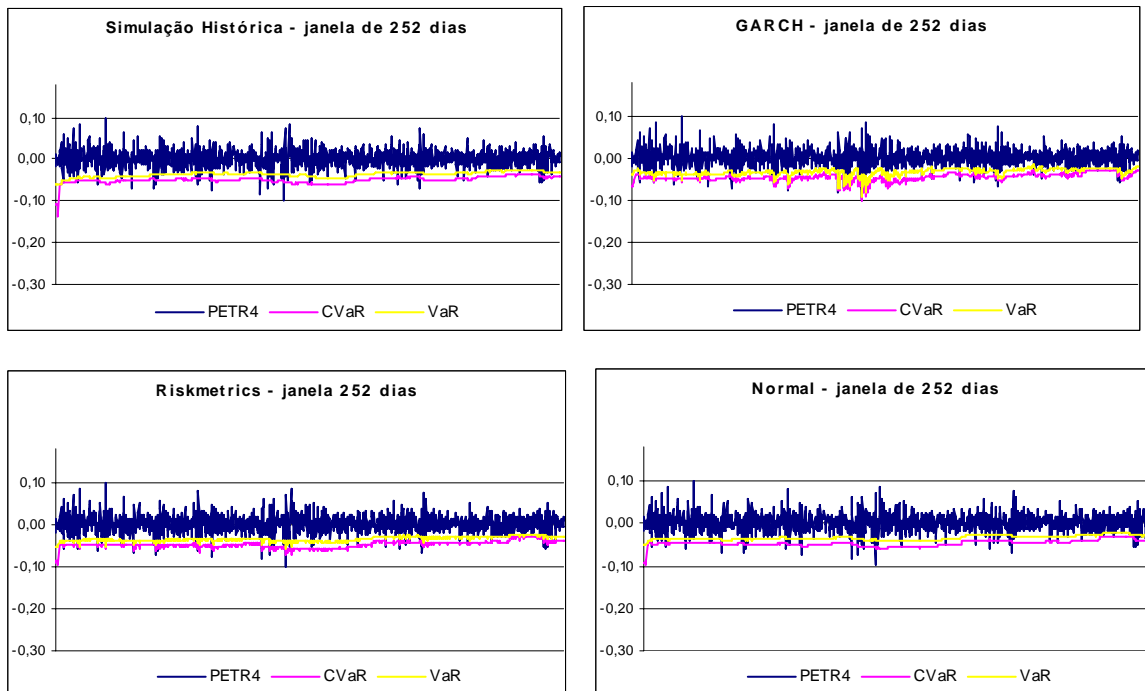


Figura 8 – Gráficos dos retornos reais de TNLP4 com a estimativa de VaR e CVaR para os modelos de Simulação Histórica, GARCH (1,1), Riskmetrics e Normal.

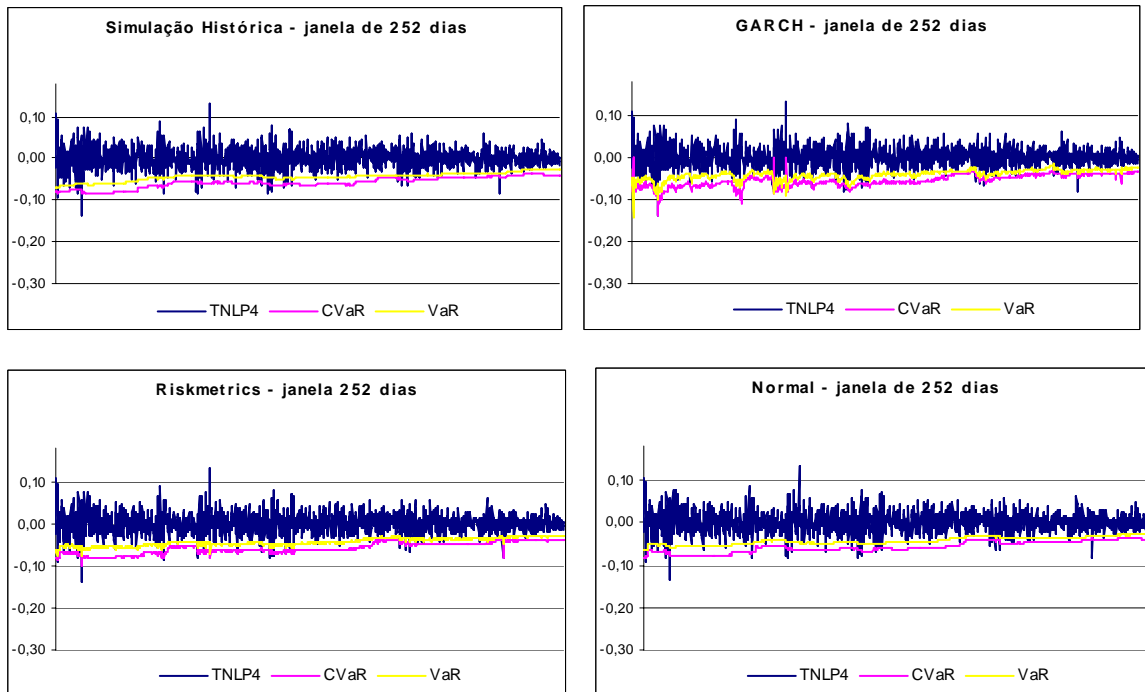


Figura 9 – Gráficos dos retornos reais de VALE5 com a estimativa de VaR e CVaR para os modelos de Simulação Histórica, GARCH (1,1), Riskmetrics e Normal.

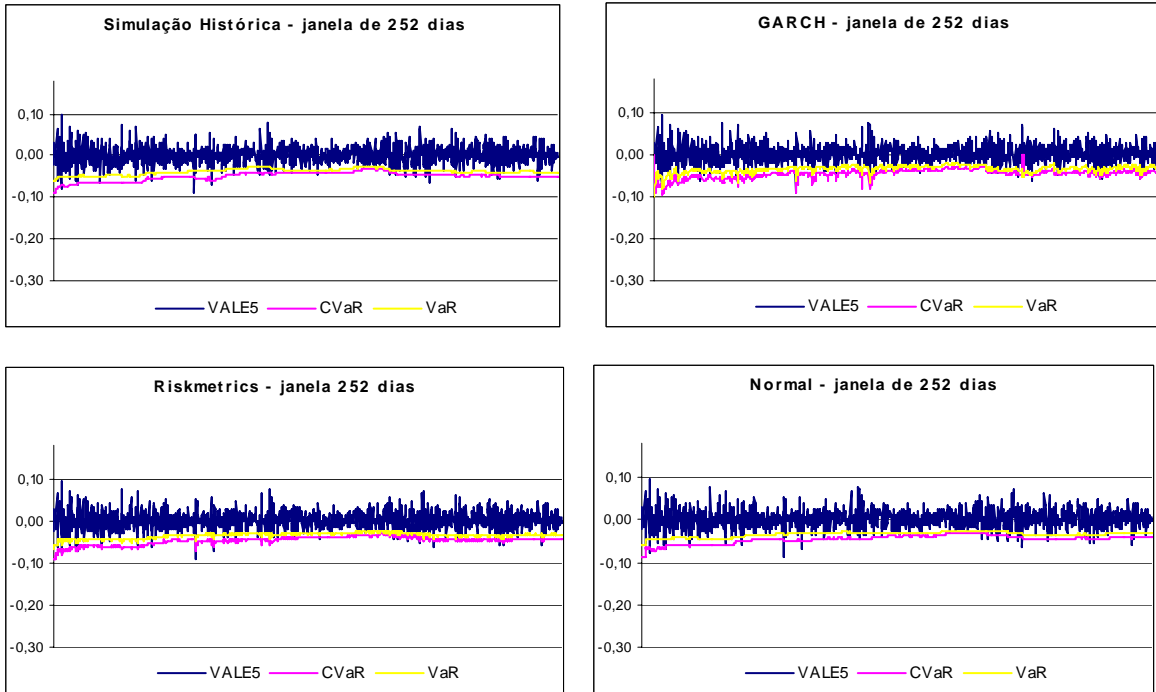


Figura 10 – Gráficos dos retornos reais de USIM5 com a estimativa de VaR e CVaR para os modelos de Simulação Histórica, GARCH (1,1), Riskmetrics e Normal.

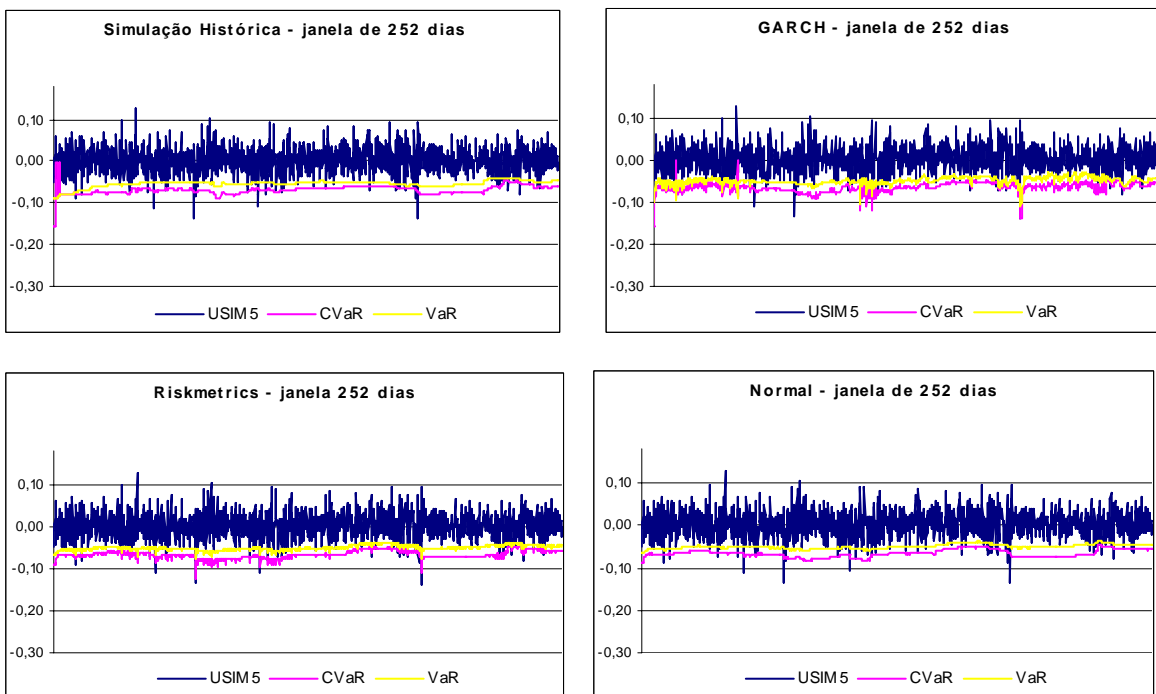
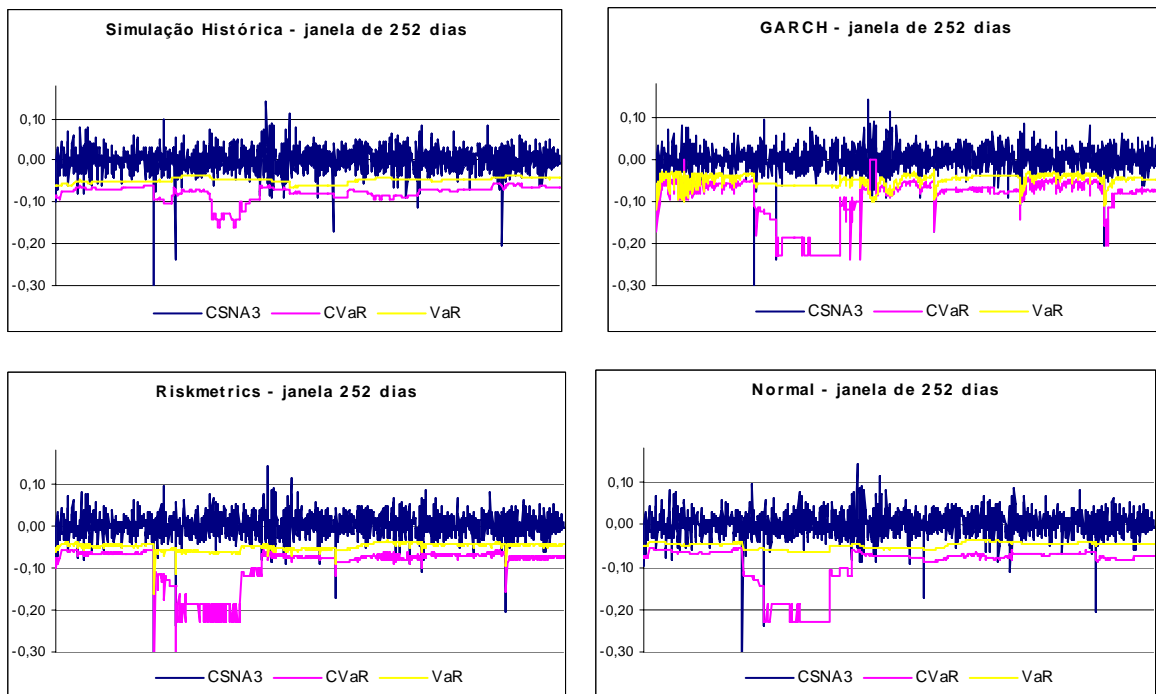


Figura 11 – Gráficos dos retornos reais de CSNA3 com a estimativa de VaR e CVaR para os modelos de Simulação Histórica, GARCH (1,1), Riskmetrics e Normal.



Os gráficos acima ilustram o comportamento das ações alvo do estudo diante das previsões de perda, tanto para o VaR como para o CVaR, com nível de confiança de 95% e janela de 252 dias. Os primeiros gráficos mostram o comportamento de PETR4, ação de maior participação no Ibovespa e menor volatilidade do estudo, e os últimos representam o desempenho de CSNA3, ativo com maior volatilidade e menor participação no índice da Balsa de São Paulo dentro do estudo.

Pela Tabela 2 e gráficos acima verificamos que quanto menor a volatilidade mais próximo do VaR estará o CVaR. Essa relação é perceptível quando analisamos os gráficos de PETR4 e CSNA3. Em CSNA3, as linhas que representam a modelagem do CVaR são bem mais distantes em relação ao VaR se compararmos com PETR4.



Nas Tabelas de 3 à 6 os valores em negritos representam a área de rejeição, ou seja, para que não fosse rejeitada os modelos o valores calculados deveriam ser maiores que 0,05.

Os resultados das tabelas 3 e 4 indicam a adequação dos modelos estudados ao VaR, para um nível de confiança de 5% e 1% e utilizando janelas de 126 e 252. Nas tabelas são mostrados dois procedimentos: Kupiec, de cobertura incondicional, e Christoffersen, de cobertura condicional.

Tabela 3 – Resultados dos testes de cobertura condicional e incondicional aplicados ao VaR de  $\alpha$  igual a 1%.

Ação	Modelo	Sim. Histórica		GARCH		Normal		Riskmetrics	
		252	126	252	126	252	126	252	126
PETR4	Cond.	<b>0,23050</b>	0,00094	0,00149	0,00243	0,00148	0,00048	0,01512	0,00404
	Incond.	<b>0,62565</b>	<b>0,78236</b>	0,00107	0,00186	0,01565	0,00186	0,02806	0,00365
TNLP4	Cond.	0,02114	NaN	0,03868	0,04043	0,04276	0,00365	0,03548	0,02682
	Incond.	<b>0,82490</b>	NaN	<b>0,20110</b>	<b>0,16155</b>	<b>0,42500</b>	<b>0,10440</b>	<b>0,76505</b>	<b>0,06510</b>
VALE5	Cond.	NaN	NaN	NaN	NaN	<b>0,29257</b>	<b>0,36735</b>	<b>0,24043</b>	<b>0,38668</b>
	Incond.	NaN	NaN	NaN	NaN	<b>0,29823</b>	<b>0,48002</b>	<b>0,20110</b>	<b>0,64045</b>
USIM5	Cond.	0,03772	<b>0,29189</b>	<b>0,32787</b>	0,00287	<b>0,32787</b>	0,03329	<b>0,32787</b>	NaN
	Incond.	NaN	<b>0,10092</b>	<b>0,29697</b>	<b>0,34521</b>	<b>0,08082</b>	<b>0,34521</b>	<b>0,12966</b>	<b>0,34521</b>
CSNA3	Cond.	<b>0,23970</b>	<b>0,27674</b>	<b>0,29189</b>	<b>0,16793</b>	<b>0,18587</b>	<b>0,12134</b>	NaN	NaN
	Incond.	<b>0,20013</b>	<b>0,23997</b>	<b>0,29697</b>	<b>0,10383</b>	<b>0,12966</b>	<b>0,06471</b>	NaN	NaN

Tabela 4 – Resultados dos testes de cobertura condicional e incondicional aplicados ao VaR de  $\alpha$  igual a 5%.

Ação	Modelo	Sim. Histórica		GARCH		Normal		Riskmetrics	
		252	126	252	126	252	126	252	126
PETR4	Cond.	0,0020	0,0005	<b>0,7918</b>	<b>0,4053</b>	0,0041	0,0341	<b>0,4209</b>	<b>0,6397</b>
	Incond.	<b>0,1731</b>	0,0204	<b>0,9857</b>	<b>0,3359</b>	<b>0,9857</b>	<b>0,8597</b>	<b>0,7969</b>	<b>0,9499</b>
TNLP4	Cond.	0,0035	0,0042	0,0240	0,0041	0,0013	0,0002	0,0035	0,0008
	Incond.	<b>0,1052</b>	<b>0,1781</b>	<b>0,7011</b>	<b>0,7760</b>	<b>0,1353</b>	<b>0,6869</b>	<b>0,1052</b>	<b>0,3227</b>
VALE5	Cond.	0,0016	0,0063	<b>0,9290</b>	<b>0,9066</b>	<b>0,5099</b>	<b>0,2102</b>	<b>0,6653</b>	<b>0,7127</b>
	Incond.	0,0014	0,0020	<b>0,7923</b>	<b>0,6910</b>	<b>0,5310</b>	<b>0,3227</b>	<b>0,4541</b>	<b>0,4514</b>
USIM5	Cond.	0,0003	0,0000	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0007
	Incond.	<b>0,3228</b>	<b>0,1799</b>	<b>0,8262</b>	<b>0,1307</b>	<b>0,7055</b>	<b>0,5299</b>	<b>0,5349</b>	<b>0,9499</b>
CSNA3	Cond.	0,0000	0,0011	0,0060	<b>0,2094</b>	0,0000	0,0001	0,0015	<b>0,1464</b>

Incond.	0,2659	0,1799	0,3228	0,6076	0,0170	0,2220	0,0616	0,4548
---------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------

De acordo com a Tabela 3, que mostra a adequação ao modelo de VaR com  $\alpha$  igual a 1%, verificamos que somente para PETR4 foi possível avaliar os testes para todos os modelos, e todos os modelos foram rejeitados, exceto o de Simulação Histórica (SH).

Pela Tabela 4, que traz os testes para os modelos de VaR com  $\alpha$  igual a 5%, constatamos que pelo teste de cobertura incondicional todos os modelos tem um bom desempenho, exceto o de Simulação Histórica que foi rejeitado em três casos: PETR4 para janela de 126 dias e VALE5 para janela de 252 e 126 dias. Vale ressaltar que o modelo Normal foi rejeitado para um único caso, CSNA3 janela de 252 dias.

Continuando a análise pela Tabela 4, mas levando em consideração o teste de cobertura condicional, que é um teste mais rígido uma vez que avalia tanto a cobertura como a independência das falhas, foi constatado que os modelos que possuem uma melhor performance são os de GARCH e Riskmetrics visto que ambos foram rejeitados para dois casos observando a janela de 126 dias e três casos para janela de 252. O modelo de Simulação Histórica obteve a pior performance, sendo rejeitado para todas as ações estudadas. O modelo Normal mostrou-se adequado somente para VALE5.

Tomando como base os testes incondicional e condicional, verificamos que os modelos de GARCH e Riskmetrics se mostraram mais adequados para o cálculo do VaR.

Na Tabela 5 é mostrado o teste de Berkowitz Caudal, ou seja, é feito um teste para verificar se os modelos são adequados tomando como foque a cauda esquerda da distribuição. O teste examina se os modelos estão adequados nas caudas da distribuição, sendo que no trabalho foram verificadas as caudas para um nível de confiança de 1% e 5%.

Tabela 5 – Resultados do teste de Berkowitz Caudal para  $\alpha$  igual a 1% e 5%.

Ação	Modelo	Sim. Histórica		GARCH		Normal		Riskmetrics	
		252	126	252	126	252	126	252	126
PETR4	1%	<b>0,97491</b>	<b>0,15176</b>	<b>0,51941</b>	<b>0,43191</b>	<b>0,43851</b>	<b>0,97522</b>	<b>0,41094</b>	<b>0,95568</b>
	5%	<b>0,91911</b>	<b>0,12466</b>	<b>0,48857</b>	<b>0,38378</b>	<b>0,48772</b>	<b>0,97502</b>	<b>0,45969</b>	<b>0,94759</b>
TNLP4	1%	<b>0,08288</b>	<b>0,98687</b>	<b>0,26215</b>	<b>0,83633</b>	0,00056	<b>0,33901</b>	0,00060	<b>0,24655</b>
	5%	<b>0,10224</b>	<b>0,97728</b>	<b>0,29529</b>	<b>0,81911</b>	0,00086	<b>0,38411</b>	0,00091	<b>0,28517</b>
VALE5	1%	<b>0,99584</b>	<b>0,43219</b>	<b>0,17683</b>	<b>0,99294</b>	<b>0,25372</b>	<b>0,74906</b>	<b>0,17933</b>	<b>0,60774</b>
	5%	<b>0,98856</b>	<b>0,37521</b>	<b>0,21014</b>	<b>0,94707</b>	<b>0,29512</b>	<b>0,79163</b>	<b>0,21318</b>	<b>0,65725</b>
USIM5	1%	<b>0,79755</b>	<b>0,18624</b>	<b>0,67475</b>	<b>0,42283</b>	<b>0,56757</b>	<b>0,88226</b>	<b>0,43321</b>	<b>0,84052</b>
	5%	<b>0,74499</b>	<b>0,15413</b>	<b>0,64527</b>	<b>0,37296</b>	<b>0,60695</b>	<b>0,89243</b>	<b>0,47659</b>	<b>0,86112</b>
CSNA3	1%	<b>0,23760</b>	<b>0,11585</b>	0,00021	<b>0,34848</b>	0,00041	0,00689	0,00019	0,00479
	5%	<b>0,19807</b>	<b>0,09392</b>	0,00032	<b>0,39553</b>	0,00064	0,00950	0,00030	0,00670

Pelo teste de Berkowitz Caudal verificamos que os modelos que apresentaram pior desempenho foram o Normal e o Riskmetrics, ambos os casos foram rejeitados seis vezes, para TNLP4 janela de 252 dias e CSNA3 janelas de 126 e 252 dias. O modelo de Simulação Histórica mostrou ser o mais eficiente, não sendo rejeitado em nenhum caso. Já o modelo GARCH foi rejeitado somente para CSNA3 janela de 252 dias.

A Tabela 6 apresenta o teste de Berkowitz Cheio. O teste analisa se os modelos são suficientes para previsão de densidade, verificando toda a distribuição dos retornos dos ativos estudados.

Tabela 6 – Resultados do teste de Berkowitz Cheio.

Modelo	Sim. Histórica		GARCH		Normal		Riskmetrics	
Ação	252	126	252	126	252	126	252	126
<b>PETR4</b>	0,00057	0,00000	0,00051	0,00006	0,00034	0,00007	0,00063	0,00014
<b>TNLP4</b>	0,02232	<b>0,15570</b>	0,01439	<b>0,05924</b>	0,00037	<b>0,11118</b>	0,00039	<b>0,08641</b>
<b>VALE5</b>	<b>0,06077</b>	0,00848	0,00622	0,03029	0,03206	0,03643	<b>0,71273</b>	0,02223
<b>USIM5</b>	0,00015	0,00004	0,00009	0,00002	0,00011	0,00006	0,00011	0,00007
<b>CSNA3</b>	0,00079	0,00008	0,00000	0,00027	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000

Os modelos avaliados no trabalho têm um desempenho muito baixo para lidar com previsão de densidades. Somente para TNLP4 com janela de 126 dias todos os modelos podem prever adequadamente as densidades, e somente o modelo de Simulação Histórica e Riskmetrics, para janela de 252 dias, está adequado para prever a densidade da ação VALE5. Ou seja, os modelos de Simulação Histórica e Riskmetrics são os mais adequados pelo teste de Berkowitz, mas mesmo assim, ambos os teste só conseguem prever a densidade para duas ações, e mesmo assim, analisando em janelas distintas.

## 5. CONCLUSÃO

O principal objetivo do trabalho foi fornecer uma compreensão a respeito do risco de mercado, focando nas concepções adotadas na metodologia de cálculo do VaR e CVaR.

O VaR é um dos meios mais difundidos e utilizados para medir o nível do risco de mercado no qual um ativo ou carteira está exposto. Apesar de ser o mais adotado, vários autores contestam algumas de suas premissas.

As críticas ao VaR, levaram os estudiosos buscar outros meios para mensuração do risco ao qual as instituições estão incorrendo ao aplicar em ativos do mercado financeiro. Foi através da busca de novas metodologias que surgiu o CVaR, medida que estima a perda média de um ativo caso exceda o VaR, o CVaR foca sua análise para as caudas das distribuições. Assim, o CVaR sempre será uma medida mais conservadora que o VaR.

Ao avaliarmos a performance dos modelos, foi constatado que o modelo GARCH(1,1) mostrou ser o de melhor desempenho. Pelo teste condicional a um nível de confiança de 5%, o modelo GARCH (1,1) demonstrou ser o de melhor comportamento juntamente com o Riskmetrics. No teste de Berkowitz caudal, o modelo de simulação histórica obteve uma performance melhor, não havendo rejeição para nenhum ativo estudado. Mas o modelo GARCH (1,1), foi rejeitado somente para CSNA, com janela de 252 dias.

Observando o teste de Berkowitz cheio, verificamos que os modelos apresentados tiveram um baixo desempenho perante a previsão de densidade. Foram poucos os casos em que os modelos não foram rejeitados.

Analisando conjuntamente os testes condicional e Berkowitz caudal, constatamos que os modelos apresentaram um melhor comportamento nas caudas das distribuições, ou seja, possuem um melhor desempenho aonde é calculado o CVaR.

O que podemos constatar no trabalho e na literatura é que determinada metodologia ajusta melhor quando aplicada a determinados tipos de ativos.

Com relação ao foco do estudo, que era o cálculo do VaR e CVaR, o que podemos constatar por este trabalho é que o CVaR pode ser uma análise complementar ao estudarmos o risco de mercado. O VaR vai me dar um parâmetro sobre as perdas máximas esperadas e o CVaR vai dar a resposta de quanto vai ser a perda caso as perdas máximas esperadas forem excedidas, ou seja, pode servir como uma ferramenta complementar nas tomadas de decisões.

## 6. BIBLIOGRAFIA

ACERBI, C., TASCHE, D. *On the Coherence of Expected Shortfall*. Journal of Banking and Finance, v. 26, p. 1487-1503, 2002

ARTZNER, P. et al. *Thinking Coherently*. Risk, v. 10, p. 68-71, 1997.

ARTZNER, P. et al. *Coherent Measures of Risk*. Mathematical Finance, v. 9, no. 3, p. 203-228, 1999.

BANK FOR INTERNATIONAL SETTLEMENTS. *Enhancing Bank Transparency*. Basle Committee on Bank Supervision, nº 41, 1998.

BERKOWITZ, J. *Testing density forecast, with applications to risk management*. Journal of Business & Economic Statistics, v. 19, nº 4, p. 465-474, 2001.

BIBOLOV, A., FARIAS, A. R., ORNELAS, J.R.H. *Evaluating Models for Risk Management and Density Forecast Using Eastern Europe Data*. In: International Conference on Economic and Financial Issues in an Enlarged Europe, 4., 2005, Coimbra. Anais...Coimbra, 2005.

BOLLERSLEV, T. *Generalized autorregressive conditional heteroskedasticity*. Journal of Econometrics, 31, p.303-327, 1986.

BOVESPA - BOLSA DE VALORES DE SÃO PAULO. *Ibovespa*. Disponível em: <<http://www.bovespa.com.br>>. Acesso em: 05 Dez 2005.

BORCH, K. *A Note on Uncertainty and Indifference Curves*. The Review of Economic Studies, v. 36, 1-4, 1969.

CAMARGO, O. R. B., VELANDIA, F. L. M. (2005) *Medidas de riesgo, características y técnicas de medición: una aplicación del VaR y el ES a la tasa interbancaria de Colombia*. Disponível em: <<http://www.banrep.gov.co/docum/ftp/borra343.pdf> >. Acesso em: 14 fev. 2005.

RODRIGUES, A. C. *Análise da Coerência de Medidas de Risco no Mercado Brasileiro de Ações e Críticas ao Desenvolvimento de uma Metodologia*

*Híbrida*. Dissertação (Mestrado). Instituto COPPEAD de Administração, UFRJ, Rio de Janeiro, 2004.

CARVALHO, L. N. *Uma Contribuição à Auditoria do Risco de Derivativos*. Tese (Doutorado). FEA, USP, São Paulo, 1996.

CHRISTOFFERSEN, P. F. *Evaluating Interval Forecasts*. *International Economic Review*, v. 39, p. 841-862. 1998.

CHRISTOFFERSEN, P. F., DIEBOLD, F. X., SCHUERMAN, T. *Horizon Problems and Extreme Events in Financial Risk Management*. *Economic Policy Review*, 109-118, 1998.

CRNKOVIC, C., DRACHMAN, J. *Quality Control*. *Risk*, v. 9, 139-143, 1996.

DIEBOLD, F., GUNTHER, T.A., TAY, A.S. (1997) *Evaluating Density Forecasts*. Federal Reserve Bank of Philadelphia, 97-6.

DOWD, K. *Beyond Value at Risk: The New Science of Risk Management*. Chichester, England: John Wiley & Sons, 1998.

DUARTE, A. M. *Gerenciamento de Riscos Corporativos*. UGlobal Risk Management Unibanco, São Paulo: Unibanco, 1997.

EMBRECHTS, P., RESNICK, S., SAMORODNITSKY, G. *Living on the Edge*. *Risk*, v.11, p. 96-100, 1998.

GITMAN, L.J. *Princípios de Administração Financeira*. 7.ed. São Paulo: Harbra, 1997.

GOULART, A. M. *Evidenciação Contábil do Risco de Mercado por Instituições Financeiras no Brasil*. Dissertação (Mestrado). FEA, USP, São Paulo, 2003.

HICKS, J. R. *Value and Capital*. 2.ed. Oxford: Oxford University Press, 1946.

JORION, P. *Value at Risk: The New Benchmark For Controlling Market Risk*. Chicago: Irwin, 1997.



KEYNES, J. M. *The General Theory of Employment Interest and Money*. London: Macmillan, 1937.

KIJIMA, M., OHNISHI, M. *Mean-Risk Analysis of Risk Aversion and Wealth Effects on Optimal Portfolios with Multiple Investment Opportunities*. *Annals of Operations Research*, v. 45, p. 147-163, 1993.

KUPIEC, P. *Techniques for Verifying the Accuracy of Risk Management Models*. *Journal of Derivatives*, v. 3, p. 73-84, 1995.

LEVY, H., SARNAT, M. (1984) *Portfolio and Investment Selection: Theory and Practice*. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1984.

LOGIN, F.M. *Beyond the VaR*. *The Journal of Derivatives*, v.8, nº 4, p 36-48, 2001.

LOPEZ, J. A. *Regulatory Evaluation of Value-at-Risk Models*. Research and Market Analysis Group, Federal Reserve Bank of New York, 1997.

MARSHAK, J. *Money and the Theory of Assets*. *Econometrica*, v. 6, p. 311-325, 1938.

MATO, M. A. M. (2003) *Gestão Moderna De Riscos: El CVaR para carteras de acciones latinoamericanas*. In: Congreso Anual De Cladea, 38., 2003, Lima. Anais...Peru, 2003.

MEYERS, G. *Coherent Measures of Risk An Exposition for the Lay Actuary*. Insurance Services Office, Inc. Março 2000. Disponível em: <http://www.casact.org/pubs/forum/00sforum/meyers/Coherent%20Measures%20of%20Risk.pdf> . Acesso em: 14 jul. 2006.

OLIVEIRA, A. O. *Avaliação Técnica de Modelo de Mensuração de Risco de Mercado. Uma Aplicação Prática para Portfolio de Renda Variável*. Dissertação (Mestrado). Departamento de Economia, UnB, Brasília, 2004.

PEDERSEN, C.S., SATCHELL, S.E. *Choosing the Right Measure of Risk: A Survey*. in: S.B. Dahiya, ed., *The Current State of Economic Science*, Vol. 2, p. 46, of *Micro Economics, Macro Economics, Monetary Economics*, Spellbound Publ, 1999.

PFLUG, G.C. *How to Measure Risk?*. IIASA and University of Viena, 1999.

RAMOS, P.B., SANTOS, J.F. e LEMGRUBER, E.F. *Estimativas do Valor em Risco e das perdas além do VaR*. In Wetzel, U. e Tomei, P. Estudos em Negócios II. Rio de Janeiro: Mauad Editora, 2002. p. 49-74.

RIBEIRO, C.O., VIANNA, L.V. *Avaliação da sensibilidade de modelos de composição de carteiras à incerteza nos parâmetros*. In: Simpósio de Engenharia de Produção - SIMPEP, 11., 2004, Bauru, Anais...Bauru, 2004.

RISKMETRICS<sup>TM</sup>. **Technical Document**, 4ed., New York: J.P. MORGAN, 1996.

ROCKAFELLAR, R.T., URYASEV, S., ZABARANKIN, M. *Deviation Measures in Risk Analysis and Optimization*. Research Report, Risk Management and Financial Engineering Lab, University of Florida, 2003.

SCHULMERICH, M., TRAUTMANN, S. *Local Expected Shortfall-Hedging in Discrete Time*. European Finance Review, v.7, p. 75-102, 2003.

TETENS, J.N. *Einleitung zur Berechnung der Leibrenten und Anwartschaften*. Leipzig, 1789.

YAMAI, Y e YOSHIBA, T. *On the validity of Value-at-Risk: comparative analyses with Expected Shortfall*. Monetary and Economic Studies, Bank of Japan, Janeiro 2002. Disponível em: <http://www.imes.boj.or.jp/english/publication/mes/2002/me20-1-3.pdf>. Acesso em: 14 jul. 2006.