

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**ANÁLISE DE ASSINATURAS ELASTOSTÁTICAS E
ELASTODINÂMICAS NA SOLUÇÃO DO PROBLEMA
INVERSO DE IDENTIFICAÇÃO DE DANOS EM TRELIÇAS
VIA MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS**

MARCUS ALEXANDRE NORONHA DE BRITO

ORIENTADOR: Prof. Luciano Mendes Bezerra, PhD

CO-ORIENTADOR: Prof. William Taylor Matias Silva, Dr. Ing.

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO
CIVIL**

PUBLICAÇÃO: E.DM-004/08

BRASÍLIA/DF: MARÇO DE 2008

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**

**ANÁLISE DE ASSINATURAS ELASTOSTÁTICAS E
ELASTODINÂMICAS NA SOLUÇÃO DO PROBLEMA INVERSO DE
IDENTIFICAÇÃO DE DANOS EM TRELIÇAS VIA MÉTODO DOS
ELEMENTOS FINITOS**

MARCUS ALEXANDRE NORONHA DE BRITO

**DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE
ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL DA FACULDADE DE
TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE
DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU
DE MESTRE EM ESTRUTURA E CONSTRUÇÃO CIVIL.**

APROVADA POR:

**Prof^o Luciano Mendes Bezerra, PhD (ENC-UnB)
(Orientador)**

**Prof^o. Marcos Aurélio Marques Noronha, DSc (USP)
(Examinador Externo)**

**Prof^o José Manoel Morales Sánchez, DSc (FAU-UnB)
(Examinador Externo)**

BRASÍLIA/DF, MARÇO DE 2008

FICHA CATALOGRÁFICA

BRITO, MARCUS ALEXANDRE NORONHA DE	
Análise de Assinaturas Elastostáticas e Elastodinâmicas na Solução do Problema Inverso de Identificação de Danos em Treliças Via Método dos Elementos Finitos [Distrito Federal] 2008	
xxii, 152p., 297 mm (ENC/FT/UnB, Mestre, Estruturas e Construção Civil, 2008). Dissertação de Mestrado – Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.	
1.Problemas Inversos	2. Treliças
3.Elementos Finitos	4.Identificação de Danos
I. ENC/FT/UnB	II. Título (série)

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

BRITO, M. A. N. DE (2008). Análise de Assinaturas Elastostáticas e Elastodinâmicas na Solução do Problema Inverso de Identificação de Danos em Treliças Via Método dos Elementos Finitos. Dissertação de Mestrado em Estrutura e Construção Civil, Publicação E.DM-004A/08, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 152p.

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Marcus Alexandre Noronha de Brito.

TÍTULO: Análise de Assinaturas Elastostáticas e Elastodinâmicas na Solução do Problema Inverso de Identificação de Danos em Treliças Via Método dos Elementos Finitos.

GRAU: Mestre

ANO: 2008

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

Marcus Alexandre Noronha de Brito.
Rua Padre Felismino, 370
49500-000 Itabaiana – SE – Brasil.
marcusanb@yahoo.com.br

AGRADECIMENTOS

Inicialmente a Deus, por ter me proporcionado acima tudo perseverança para superar as dificuldades acadêmicas e pessoais encontradas ao longo deste trabalho.

Aos meus queridos pais, Antonio Alexandre de Brito Filho e Marleide Noronha de Brito, que desde o início de minha caminhada de estudo nunca mediram esforços no apoio necessário, se fazendo presentes em todos os momentos.

Às minhas irmãs Janaína, Janaleide, Giovanna, Jayana Aparecida e Mariana pela amizade, companheirismo, e felicidade em tê-las comigo.

À querida Lilian Regina, pelo carinho, paciência e compreensão.

À minha tia e amiga Margarida Andrade, pelas inúmeras horas destinadas a colaborar com minha aprendizagem.

Aos meus amigos-irmãos André Moreira, Fábio Nunes, João Uchôa e Wellington Andrade pela presença nos momentos de alegria e também de dificuldade.

Aos meus amigos do PECC Helder Pontes, Otávio Rangel, Maurício Pina, André Freitas, Marcelo Madruga, Aline Caires, Fernanda Pilati, Luiz Lara, Nelson Ortiz, Fernanda Gouveia, Gustavo Dumaresq, Laura Rodrigues, Régis Pamponet, Evandro Carvalho e Cláudio Henrique pela incontestável amizade.

A todos os meus colegas e também amigos da Força Aérea Brasileira, instituição esta que proporcionou a oportunidade de minha qualificação profissional.

Aos professores Dr. Luciano Mendes Bezerra e Dr. Willian Taylor Matias Silva, pela orientação no desenvolver desta pesquisa.

A todos os professores e funcionários do PECC/UnB que de forma direta ou indireta colaboraram na minha formação e realização deste trabalho.

Aos profesoress Dr. Marcos Aurélio Marques Noronha – USP e Dr. José Manoel Morales Sanchez – UnB, pela participação como membros da banca examinadora deste trabalho.

Marcus Alexandre Noronha de Brito

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho a três pessoas importantíssimas em minha vida. Meus pais, Antonio e Marleide, pela árdua luta cotidiana em educar e orientar seus filhos; e minha amada filha Larah Melyssa, nascida no decorrer deste trabalho, fonte de incentivo na superação de tantas dificuldades. Amo vocês!

RESUMO

ANÁLISE DE ASSINATURAS ELASTOSTÁTICAS E ELASTODINÂMICAS NA SOLUÇÃO DO PROBLEMA INVERSO DE IDENTIFICAÇÃO DE DANOS EM TRELIÇAS VIA MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Autor: Marcus Alexandre Noronha de Brito

Orientador: Luciano Mendes Bezerra, PhD

Co-Orientador: Willian Taylor Matias Silva, Dr. Ing

Programa de Pós-Graduação em Estruturas e Construção Civil

Brasília, Março de 2008

Os Problemas Inversos estão cada vez mais presentes no cotidiano da tecnologia como um todo especialmente em áreas como a medicina, geologia, sensoriamento remoto, reconstrução de imagens, prospecção da crosta terrestre, operações militares e na engenharia estrutural. Em alguns destas áreas a resolução de Problemas Inversos já pode chegar a resultados com altos níveis de confiabilidade. O Problema Inverso na identificação de danos em estruturas é apresentado nesta pesquisa aplicado à identificação de danos em barras de treliças planas. Inicialmente se faz uma análise de um conjunto de “assinaturas estruturais”. A análise dessas “assinaturas estruturais” possibilita o conhecimento de suas potencialidades em identificar danos estruturais. Uma função residual, através da utilização de uma assinatura estrutural que leva em conta grandezas estáticas e dinâmicas, é subsequentemente definida. A minimização da função residual é feita por processo combinatório que resulta na localização e quantificação de danos nas barras das treliças. O método de identificação de danos com a função residual definida é implementado em um programa de elementos finitos, chamado TRUSS, desenvolvido em linguagem computacional FORTRAN. O programa desenvolvido é aplicado a vários exemplos para mostrar o desempenho da função residual e a identificação de danos. O programa pode servir de auxílio a outros métodos não-destrutivos de determinação de danos em estruturas.

ABSTRACT

ANALYSIS OF ELASTOSTATICS AND ELASTODYNAMICS SIGNATURES IN THE SOLUTION OF THE INVERSE PROBLEM OF DAMAGE IDENTIFICATION IN TRUSSES WITH THE FINITE ELEMENT METHOD

Author: Marcus Alexandre Noronha de Brito
Supervisor: Luciano Mendes Bezerra, PhD
Co-supervisor: Willian Taylor Matias Silva, Dr. Ing
Pos-graduation Program In Structures and Civil Construction
Brasília, March 2008

Inverse Problems are increasingly present in the everyday technology as a whole, particularly in areas like medicine, geology, remote sensing, imaging reconstruction, exploration of the earth's crust, military operations and structural engineering. In some of these areas, the solution of Inverse Problems can now reach results with high levels of reliability. The Inverse Problem for structural damage identification is presented in this research applied to damage identification of bars in planar trusses. Initially, the analysis of a set of "structural signatures" is made. The analysis of these "structural signatures" enables the knowledge of their potential in identifying structural damages. A residual function is then defined with the chosen "structural signature" that takes into account static and dynamic quantities. The minimization of the residual function is performed by a combinatorial process that results in the localization and quantification of damage in the truss bars. The damage identifying method with the residual function is implemented in a finite element program, called TRUSS, developed in FORTRAN computational language. The developed program is applied to several examples to show the performance of the residual function and to demonstrate the identification of damage. The program may be used to help other non-destructive methods for the determination of structural damage.

SUMÁRIO

1 – INTRODUÇÃO	1
1.1 – MOTIVAÇÃO	3
1.2 – JUSTIFICATIVA	5
1.3 – OBJETIVOS	6
1.4 – ESTRUTURAÇÃO DO TRABALHO.....	7
2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	9
2.1 – OS PROBLEMAS INVERSOS NA CIÊNCIA.....	9
2.2 – EM QUE CONSISTE UM PROBLEMA INVERSO.....	10
2.3 – METODOLOGIAS EMPREGADAS NA SOLUÇÃO DE PI.....	15
3 – FUNDAMENTOS TEÓRICOS.....	20
3.1 – DEFINIÇÃO MATEMÁTICA DO PROBLEMA.....	20
3.2 – VARIAÇÕES DE RIGIDEZ, DESLOCAMENTO E FREQUÊNCIA	23
3.3 - DEFINIÇÃO DE ASSINATURAS ESTRUTURAIS.....	25to
3.4 – UM PROGRAMA EM MEF PARA TRELIÇAS.....	30
3.4.1 – Entrada de Dados.....	30
3.4.2 – Matrizes de Rigidez e de Massa	32
3.4.3 – Autovalores e Autovetores	33
3.4.4 – Validação do Programa para Trelças.....	35
3.4.5 – Estratégia da Busca do Dano	37
4 – AVALIAÇÕES DAS ASSINATURAS ESTRUTURAIS.....	39
4.1 – VARIAÇÃO DOS DESLOCAMENTOS E FREQUÊNCIAS	39
4.2 – ANÁLISE DAS FUNÇÕES RESÍDUO VIA ASSINATURAS	51

5 – APLICAÇÕES.....	72
5.1 – EXEMPLO INICIAL.....	74
5.1.1 – DANO 1.....	75
5.1.2 – DANO 2.....	77
5.2 – EXEMPLO 1.....	78
5.2.1 – DANO 1.....	80
5.2.2 – DANO 2.....	88
5.3 – EXEMPLO 2.....	95
5.3.1 – DANO 1.....	97
5.3.2 – DANO 2.....	105
5.4 – EXEMPLO 3.....	112
5.4.1 – DANO 1.....	113
5.4.2 – DANO 2.....	121
6 – CONCLUSÕES E SUGESTÕES.....	130
6.1 – CONCLUSÕES.....	130
6.2 – SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	133
8 – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	134
APÊNDICES.....	138
A – PARÂMETROS DA ESTRUTURA - MODELO 1.....	138
A.1 – DIMENSIONAMENTO DOS ELEMENTOS DA TRELIÇA.....	139
A.2 – DESLOCAMENTOS, FREQUÊNCIAS NATURAIS.....	139
B – PROGRAMA TRUSS.....	148
B.1 – EXEMPLO DE ENTRADA DE DADOS.....	149

B.2 – EXEMPLO DE SAÍDA DE DADOS	152
---------------------------------------	-----

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – Comparativo das frequências naturais obtidas pelo programa TRUSS, dadas pelo Exemplo e resolvida analiticamente.	37
Tabela 3.2 – Modos de vibração da estrutura calculados pelo programa TRUSS e comparados com o exemplo tomado	37
Tabela 4.1 – Frequências da estrutura intacta e danificada em 25% de área da seção transversal do elemento de barra de número 10 do banzo superior.....	42
Tabela 4.2 – Frequências da estrutura Intacta e danificada em 25% de área da seção transversal do elemento de barra de número 03 do banzo inferior.....	44
Tabela 4.3 – Frequências da estrutura Intacta e danificada em 25% de área da seção transversal do elemento de barra de número 13 em dos montantes	46
Tabela 4.4 – Frequências da estrutura Intacta e danificada em 25% de área da seção transversal do elemento de barra de número 14 numa diagonal.....	48
Tabela 4.5 – Assinatura $F_1(z)$ avaliação exata e aproximada	53
Tabela 4.6 – Assinatura $F_2(z)$ avaliação exata e aproximada	55
Tabela 4.7 – Assinatura $F_3(z)$ avaliação exata e aproximada	57
Tabela 4.8 – Assinatura $F_4(z)$ avaliação exata e aproximada	59
Tabela 4.9 – Assinatura $F_5(z)$ avaliação exata e aproximada	60
Tabela 4.10 – Assinatura $F_6(z)$ avaliação exata e aproximada	62
Tabela 4.11 – Assinatura $F_7(z)$ avaliação exata e aproximada	63
Tabela 4.12 – Assinatura $F_8(z)$ avaliação exata e aproximada	65
Tabela 4.13 – Assinatura $F_9(z)$ avaliação exata e aproximada	66

Tabela 4.14 – Assinatura $F_{I0}(z)$ avaliação exata e aproximada.....	68
Tabela 4.15 – Assinatura $F_{I1}(z)$ avaliação exata e aproximada.....	69
Tabela 5.1 – Áreas e momentos de inércia das dos elementos das treliças.....	73
Tabela 5.2 – Dados dos danos na treliça do exemplo 1.....	79
Tabela 5.3 – Dados dos danos na treliça do exemplo 2.....	96
Tabela 5.4 – Dados dos danos na treliça do exemplo 3.....	113
Tabela A.1 – Dimensionamento dos elementos .da treliça.....	139
Tabela A.2 – Deslocamentos nodais da estrutura intacta (cm).....	140
Tabela A.3 – Deslocamentos nodais da estrutura com dano de 12% (cm)	141
Tabela A.4 – Deslocamentos nodais da estrutura com dano de 48% (cm)	141
Tabela A.5 – Deslocamentos nodais da estrutura com dano de 60% (cm)	142
Tabela A.6 – Deslocamentos nodais da estrutura com dano de 92% (cm)	142
Tabela A.7 – Frequências naturais estrutura intacta.....	143
Tabela A.8 – Frequências naturais estrutura com dano de 12% na barra 3.....	144
Tabela A.9 – Frequências naturais estrutura com dano de 48% na barra 3.....	145
Tabela A.10 – Frequências naturais estrutura com dano de 60% na barra 3.....	146
Tabela A.11 – Frequências naturais estrutura com dano de 92% na barra 3.....	147
Tabela B.1 – Exemplo de arquivo de entrada de dados do programa TRUSS para a treliça modelo 2.	149
Tabela B.2 – Exemplo de arquivo de saída de dados do programa TRUSS para a treliça da figura .5.1.....	152

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 (a), (b), (c) e (d) – Ponte rodo ferroviária sobre o rio Paraná.	3
Figura 2.1 – Representação esquemática do Problema Direto (a) e do Problema Inverso (b)	12
Figura 2.2 – Idéia básica do método de regularização.	13
Figura 2.3 – Representação esquemática de um neurônio artificial (<i>perceptron</i>).	16
Figura 3.1 – Mapeamento do objeto definindo o modelo e a realidade.	20
Figura 3.2 – Processo “ <i>best-fit</i> ” ou dos mínimos quadrados	21
Figura 3.3 – Treliça demonstrando o posicionamento da variação das cargas nos nós da estrutura para se obter os deslocamentos, freqüências e modos de vibração.	23
Figura 3.4 – Fluxograma de sub-rotinas do programa TRUSS	31
Figura 3.5 – Estrutura de validação do programa TRUSS.	36
Figura 4.1 – Treliça com carregamento para análise dos deslocamentos e freqüências.	41
Figura 4.2 – Distribuição de nós e elementos da treliça.	41
Figura 4.3 – Elemento do banzo superior com aplicação do dano.	42
Figura 4.4 – Comparativo das freqüências da estrutura intacta e com dano no banzo superior.	43
Figura 4.5 – Elemento do banzo inferior com aplicação do dano.	43
Figura 4.6 – Comparativo das freqüências da estrutura intacta e com dano no banzo inferior.	45
Figura 4.7 – Elemento do montante com aplicação do dano.	45
Figura 4.8 – Comparativo das freqüências da estrutura intacta e com dano no montante ...	47

Figura 4.9 – Elemento da diagonal com aplicação do dano.	47
Figura 4.10 – Comparativo das frequências da estrutura intacta e com dano na diagonal... ..	49
Figura 4.11 – Variação da frequência com a evolução do dano.....	50
Figura 4.12 – Variação dos deslocamentos nodais com a evolução do dano.....	50
Figura 4.13 – Representação esquemática da convergência entre os valores lidos $F_r(z)$ e os valores simulados ou admitidos $F_s(z)$	52
Figura 4.14 – Estrutura utilizada para análise das Funções Objeto, com carregamento e identificação da barra danificada.	53
Figura 4.15 (a) – Comportamento exato com dano de 20% na Assinatura $F_1(z)$ para os elementos da treliça.	54
Figura 4.15 (b) – Comportamento com dano aproximado na Assinatura $F_1(z)$ para os elementos da treliça.	54
Figura 4.16 (a) – Comportamento exato com dano de 20% na Assinatura $F_2(z)$ para os elementos da treliça.	55
Figura 4.16 (b) – Comportamento com dano aproximado na Assinatura $F_2(z)$ para os elementos da treliça.	56
Figura 4.17 (a) – Comportamento exato com dano de 20% da Assinatura $F_3(z)$ para os elementos da treliça.	57
Figura 4.17 (b) – Comportamento com dano aproximado na Assinatura $F_3(z)$ para os elementos da treliça.	58
Figura 4.18 (a) – Comportamento exato com dano de 20% da Assinatura $F_4(z)$ para os elementos da treliça.	59

Figura 4.18 (b) – Comportamento com dano aproximado na Assinatura $F_4(z)$ para os elementos da treliça.	60
Figura 4.19 (a) – Comportamento exato com dano de 20% da Assinatura $F_5(z)$ para os elementos da treliça.	61
Figura 4.19 (b) – Comportamento com dano na Assinatura $F_5(z)$ para os elementos da treliça.	61
Figura 4.20 (b) – Comportamento com dano na Assinatura $F_6(z)$ para os elementos da treliça.	63
Figura 4.21 (a) – Comportamento exato com dano de 20% da Assinatura $F_7(z)$ para os elementos da treliça.	64
Figura 4.21 (b) – Comportamento com dano na Assinatura $F_7(z)$ para os elementos da treliça.	64
Figura 4.22 (a) – Comportamento exato com dano de 20% da Assinatura $F_8(z)$ para os elementos da treliça.	65
Figura 4.22 (b) – Comportamento com dano na Assinatura $F_8(z)$ para os elementos da treliça.	66
Figura 4.23 (a) – Comportamento exato com dano de 20% da Assinatura $F_9(z)$ para os elementos da treliça.	67
Figura 4.23 (b) – Comportamento com dano na Assinatura $F_9(z)$ para os elementos da treliça.	67
Figura 4.24 (a) – Comportamento exato com dano de 20% da Assinatura $F_{10}(z)$ para os elementos da treliça.	68

Figura 4.24 (b) – Comportamento com dano na Assinatura $F_{10}(z)$ para os elementos da treliça.	69
Figura 4.25 (a) – Comportamento exato com dano de 20% da Assinatura $F_{11}(z)$ para os elementos da treliça.	70
Figura 4.25 (b) – Comportamento com dano na Assinatura $F_{11}(z)$ para os elementos da treliça.	70
Figura 5.1 – Estrutura do exemplo Inicial - configuração dos elementos e carregamento...	74
Figura 5.2 – Análise do espectro em 2D da localização e quantificação do dano.....	75
Figura 5.3 – Localização e quantificação do dano na estrutura Inicial. Barra 3 com 40% de dano.	76
Figura 5.4 – Análise do espectro em 2D da localização e quantificação do dano.....	77
Figura 5.5 – Localização e quantificação do dano na estrutura Inicial. Barra 2 com 20% de dano.	78
Figura 5.6 – Estrutura do exemplo 1- configuração dos elementos.	79
Figura 5.7 – Estrutura do exemplo 1- Configuração de carregamentos.	79
Figura 5.8 (a) e (b) – Proporções seção transversal/dano – Exemplo 1, danos 1 e 2	80
Figura 5.9 (a) a (j) – Comportamento individual das barras. Dano 1, exemplo 1.....	81
Figura 5.9 (k) a (t) – Comportamento individual das barras. Dano 1, exemplo 1.....	82
Figura 5.9 (u) a (y) – Comportamento individual das barras. Dano 1, exemplo 1.....	83
Figura 5.10 – Análise do espectro em 2D da localização e quantificação do dano.....	85
Figura 5.11 – Visualização da convergência do ponto mínimo da função.....	86
Figura 5.12 – Identificação e quantificação do dano na estrutura 1. Barra 3 com 12% de dano.	87

Figura 5.13 (a) a (j)- Comportamento individual das barras. Dano 2, exemplo 1.....	89
Figura 5.13 (k) a (t)- Comportamento individual das barras. Dano 2, exemplo 1.	90
Figura 5.13 (u) a (y)- Comportamento individual das barras. Dano 2, exemplo 1.....	91
Figura 5.14 – Análise do espectro em 2D da localização e quantificação do dano.....	92
Figura 5.15 – Visualização da convergência do ponto mínimo da função.....	93
Figura 5.16 – Identificação e quantificação do dano na estrutura 1. Barra 24 com 26% de dano.	94
Figura 5.17 – Estrutura do exemplo 2 - Configuração dos elementos.	95
Figura 5.18 – Estrutura do exemplo 2- Configuração de carregamentos.	96
Figura 5.19 (a) e (b) – Proporções seção transversal/dano – Exemplo 2, danos 1 e 2	96
Figura 5.20 - (a) a (j)- Comportamento individual das barras, dano 1, exemplo 2.	98
Figura 5.20 -(k) a (t)- Comportamento individual das barras, dano 1, exemplo 2.	99
Figura 5.20 -(u) a (y)- Comportamento individual das barras, dano 1, exemplo 2.	100
Figura 5.21 – Análise do espectro em 2D da localização e quantificação do dano.....	102
Figura 5.22 – Visualização da convergência do ponto mínimo da função.....	103
Figura 5.23 – Identificação e quantificação do dano na estrutura 2. Barra 4 com 34% de dano.	104
Figura 5.24 - (a) a (j)- Comportamento individual das barras, dano 2, exemplo 2.	106
Figura 5.24 -(k) a (t)- Comportamento individual das barras, dano 2, exemplo 2.	107
Figura 5.24 - (u) a (y)- Comportamento individual das barras, dano 2, exemplo 2.	108
Figura 5.25 – Análise do espectro em 2D da localização e quantificação do dano.....	109
Figura 5.26 – Visualização da convergência do ponto mínimo da função.....	110

Figura 5.27 – Identificação e quantificação do dano na estrutura 2. Barra 9 com 18% de dano.	111
Figura 5.28– Estrutura do exemplo 3 - Configuração dos elementos.	112
Figura 5.29 – Estrutura do exemplo 3- Configuração de carregamentos.	112
Figura 5.30 (a) e (b) – Proporções seção transversal/dano – Exemplo 3, danos 1 e 2	113
Figura 5.31 - (a) a (j)- Comportamento individual das barras, dano 1, exemplo 3.	114
Figura 5.31 - (k) a (t)- Comportamento individual das barras, dano 1, exemplo 3.	115
Figura 5.31 - (u) a (c1)- Comportamento individual das barras, dano 1, exemplo 3.	116
Figura 5.32 – Análise do espectro em 2D da localização e quantificação do dano.....	118
Figura 5.33 – Visualização da convergência do ponto mínimo da função.	119
Figura 5.34 – Identificação e quantificação do dano na estrutura 3. Barra 18 com 8% de dano.	120
Figura 5.35 - (a) a (j)- Comportamento individual das barras, dano 2, exemplo 3.	122
Figura 5.35 - (k) a (t)- Comportamento individual das barras, dano 2, exemplo 3.	123
Figura 5.35 - (u) a (c1)- Comportamento individual das barras, dano 2, exemplo 3.	124
Figura 5.36 – Análise do espectro em 2D da localização e quantificação do dano.....	126
Figura 5.37 – Visualização da convergência do ponto mínimo da função.	127
Figura 5.38 – Identificação e quantificação do dano na estrutura 3. Barra 29 com 32% de dano.	128
Figura A.1 – Estrutura analisada no comportamento das frequências.	138
Figura A.2 – Deformação da estrutura.	139

LISTA DE SÍMBOLOS, NOMENCLATURA E ABREVIACÕES

2D	- Duas dimensões
3D	- Três Dimensões
A	- Operador matemático
A	- Área da seção transversal da barra
ACS	- Ant Colony System
AFM	- Atomic Force Microscopy
ANED	- Análise Estático-Dinâmica
ANN	- Artificial Neural Networks
ASSEM	- Subrotina de construção da matriz de rigidez e massa globais
B_n	- Matriz Booleana
BOUND	- Subrotina de introdução das condições de contorno
CO ₂	- Dióxido de carbono
COMAC	- Coordinate Modal Assurance Criterion
CT	- Computadorized Tomography
DECOG	- Subrotina de utilização do método de Choleski
E	- Módulo de elasticidade
E.D.Os	- Equações Diferenciais Ordinárias
E.D.Ps	- Equações Diferenciais Parciais
EIGG	- Subrotina de cálculo das frequências e modos de vibração
ELASS	- Subrotina das matrizes globais
EMASS	- Subrotina de construção da matriz de massa do elemento

$F_n(z)$	- Função objeto ou Assinaturas
FORCE	- Subrotina de cálculo de esforços axiais e reações de apoio
FORTTRAN	- FORMula TRANslator – linguagem de programação
GA	- Genetic Algorithms
I	- Matriz identidade
IHCP	- Inverse Heat Conduction Problems
INPUTF	- Subrotina de entrada de dados
INVCH	- Subrotina de inversão da matriz triangular superior
JACOB	- Subrotina de utilização do método de Jacob
K	- Matriz de rigidez da estrutura
L	- Comprimento da barra
Lc	- Número de casos de cargas estáticas
LM	- Método de Levenberg-Marquardt
M	- Matriz de massa
MDF	- Método das Diferenças Finitas
MEC	- Método de Elementos de Contorno
MEF	- Método de Elementos Finitos
Min(•)	- Mínimo de uma função
N	- Número de elementos da estrutura
ND	- Número de possíveis elementos danificados
OUTPUT	- Subrotina de saída de dados
PD	- Problemas Diretos

PI	- Problemas Inversos
PVC	- Problemas de Valor de Contorno
SLBSI	- Subrotina de resolução da equação de equilíbrio
STIFF	- Subrotina de construção da matriz de rigidez do elemento
SYMM	- Simétrico
TRUSS	- Programa desenvolvido para análise de treliças
b	- Componente do vetor z que indica a localização do dano
j	- Contador matemático
k	- Contador matemático
m	- Massa
\bar{m}	- Massa por unidade de comprimento
res	- Resíduo de uma função
u	- Vetor de deslocamentos
\tilde{u}	- Vetor de deslocamentos de lidos
ω	- Autovalor -Frequência natural da estrutura
x	- Eixo horizontal
y	- Eixo vertical
z	- Vetor de descrição do modelo matemático
$\Delta(\cdot)$	- Variação de um parâmetro
Ω	- Domínio matemático de um objeto ou corpo
Γ	- Fronteira ou contorno de um objeto ou corpo
α	- Componente do vetor z que indica a quantificação do dano

θ	- Ângulo diretor
λ	- Matriz de quadrados das frequências
ρ	- Massa específica
φ	- Autovetor – Modos de vibração da estrutura
$(\sim)^{-1}$	- Inversa de uma matriz
$(\sim)^T$	- Transposta de uma matriz
$(\cdot)_S$	- Parâmetro simulado da estrutura
$(\cdot)^d$	- Parâmetro da estrutura com dano
$(\cdot)^i$	- Parâmetro da estrutura intacta
$(\cdot)_r$	- Parâmetro real da estrutura

1 – INTRODUÇÃO

Com o desenvolvimento da humanidade, muitas são as estruturas que nos circundam hoje em dia e assim se fazem necessárias em nosso cotidiano para vencer distâncias, transpor obstáculos, dar sustentação às residências e escritórios e mesmo propiciar mais conforto aos doentes; enfim, as estruturas são essenciais nos mais diversos segmentos da Engenharia Civil, Mecânica, Nuclear, Aeroespacial, e mesmo na Bioengenharia de próteses, entre outras. Geralmente, essas estruturas são feitas em concreto, cerâmicas, madeiras, alumínio, aço, um infindável número de ligas metálicas e outros materiais diversos e mesmo da combinação entre estes materiais.

Com o progresso tecnológico nas engenharias, as estruturas tornam-se cada vez mais sofisticadas e complexas com processos construtivos mais elaborados, mas tudo com o intuito de prover segurança, resistência e diminuir o tempo de execução. Muito embora esse avanço tecnológico também esteja na construção civil, várias estruturas têm apresentado falhas, mesmo em condições normais de uso. Tais falhas podem muitas vezes levar a estrutura ao colapso ou produzir prejuízos econômicos e até perdas de vidas.

A degradação de uma estrutura ocorre durante toda a sua vida útil. Vários fatores podem contribuir para isto, como a ação do peso próprio, das sobrecargas, dos ventos e das ações sísmicas, condições indevidas de uso, acidentes, corrosão, ou mesmo o crescimento de falhas que ocorreram durante o processo de produção da estrutura gerando a propagação destas trincas iniciais pelo fenômeno da fratura por fadiga. A existência de falhas reduz a capacidade da estrutura em resistir aos carregamentos, gera fissuras, deformações e vibrações excessivas e pode causar desconforto e insegurança aos usuários.

Por tudo isso, fazem-se necessárias inspeções periódicas nas estruturas com avaliações das condições estruturais, para que se possam detectar, a priori, imperfeições ainda em fase inicial, evitando, desta forma, o desenvolvimento destas falhas e, conseqüentemente, o agravamento do problema.

O método comumente adotado para se avaliar as condições estruturais e detectar danos tem sido o da inspeção visual, geralmente a olho nu ou mesmo com o auxílio de lupas. No entanto, devido à crescente complexidade dos sistemas estruturas atuais, essa técnica tem se tornado ineficiente e inadequada, principalmente no que tange à identificação de micro danos, invisíveis ao olho humano, e danos sub-superficiais.

Além disso, a inspeção visual de estruturas complexas e de grande porte pode se tornar um processo caro e demorado. Um exemplo seria a inspeção da estrutura da Figura 1.1 (a) e (b), que é a ponte Rodo-ferroviária sobre o Rio Paraná na divisa entre os estados de São Paulo e Mato Grosso do Sul. Esta possui 2.600 metros de extensão, 26 vãos de 100 metros, 2 trechos de 700 metros e 2 de 600 metros e o maior lançamento de trecho por deslizamento do mundo no aspecto peso e comprimento (1.300 metros e 20.650 toneladas de aço processado). Esta ponte faz parte da Ferrovia dos Bandeirantes e utiliza a solução estrutural tipo treliça. Inspeccionar este tipo de estrutura apenas com lupa na mão é um trabalho demorado e acima de tudo ineficiente.

Além da inspeção visual, a utilização de técnicas como o ultra-som e o raios-X, entre outras, constituem técnicas efetivas e alternativas para se detectar a existência de danos. Estas técnicas, porém, são técnicas de aplicação localizada e, portanto, exigem um conhecimento prévio da região afetada, além de condições propícias de acessibilidade às áreas a serem examinadas, visto o volume da aparelhagem empregada (mesmo dos portáteis) (Halmshaw, 1987).

Com o objetivo de se encontrar as regiões de possível presença de falhas, muitos pesquisadores, hoje em dia, tentam estabelecer análises prévias da estrutura com o emprego de métodos numéricos associados a técnicas de análise inversa. Entre estes pesquisadores, podemos citar: Tanaka e Masuda, (1986); Kubo, (1988); Bezerra e Saigal, (1993); Wang, Fukunaga, Yao, Zhang, (2001). Estas técnicas de análise inversa ou Problemas Inversos e que serão mais adiante definidas, diferem substancialmente das análises diretas (ou Problemas Diretos ou de Valor de Contorno) de estudo das tensões e deformações comumente feitas nos escritórios de cálculo de projetos estruturais.

Entretanto, com o avanço computacional na Engenharia (e notadamente na Engenharia Estrutural) tanto a análise direta quanto a inversa podem ser feitas com o auxílio de métodos numéricos computacionais. Tais modelos partem de idealizações numérico computacionais das estruturas e propiciam desta forma redução de custo e maior precisão nas análises e diagnósticos.

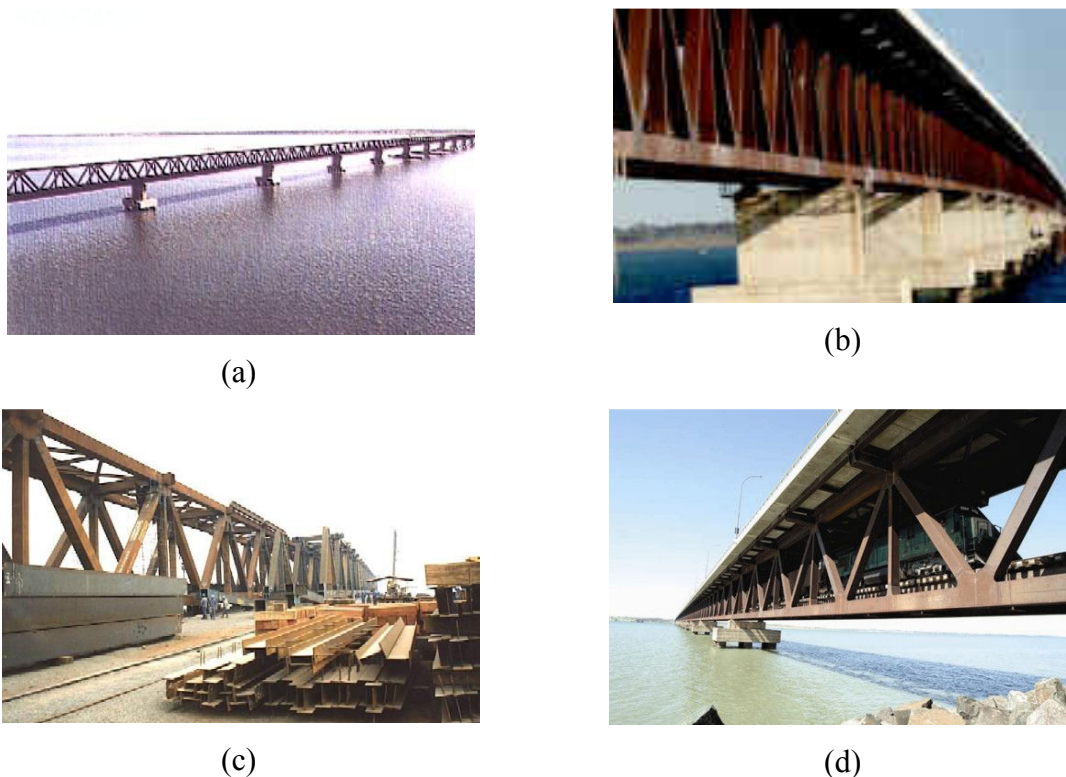


Figura 1.1 (a), (b), (c) e (d) – Ponte rodo-ferroviária sobre o rio Paraná (CBCA – Centro Brasileiro da Construção em Aço).

1.1 – MOTIVAÇÃO

É significativo o aumento do interesse na aplicação de algoritmos numérico-computacionais no auxílio dos diagnósticos estrutural, assim como em toda a ciência e em especial na física-matemática. Isso se deve à significativa redução dos custos computacionais com o aumento substancial da velocidade de processamento, evolução excepcional da capacidade de armazenamento de dados e tudo isso associado à existência de técnicas de avaliação experimental das estruturas em níveis tecnológicos cada vez mais aprimorados (Tikhonov e Goncharsky 1987).

Nota-se que as avaliações experimentais, por mais desenvolvidas que sejam (Weathers et al,1985); ainda trazem grandes custos de execução, bem como a necessidade de grande disponibilidade de tempo que se deve empregar na preparação dos ensaios. Isso leva, muitas vezes, a não se tornar factível as técnicas experimentais para determinados estudos e análise de objetos.

Embora os métodos experimentais são muito eficientes na descrição de valores pontuais eles não conseguem descrever um objeto de forma mais completa. Por exemplo, o tensor de tensão, numa estrutura sob carregamento estático ou dinâmico ou mesmo o campo potencial em um corpo sob ação térmica não podem ser completamente descritos somente com os valores lidos por *strain gages* ou potenciômetros. Nota-se que tais instrumentos só podem estar localizados apenas em pontos discretos dos objetos sob investigação experimental e não em todo o seu contínuo (Barishpolsky, 1980).

Contraopondo-se às impossibilidades físicas da descrição de objetos por técnicas experimentais, estão os métodos numéricos: MDF (Método das Diferenças Finitas), MEF (Método de Elementos Finitos) e mais recentemente MEC (Método de Elementos de Contorno), dentre outros. Tais métodos conseguem descrever com maior riqueza de detalhes a situação dos objetos, em termos de campo potencial e de tensores de tensão. Entretanto, para isso faz-se necessário que sejam conhecidas as leis ou equações que regem o problema, além de condições de contorno adequadas.

A associação entre métodos numéricos e experimentais constitui numa nova área de pesquisa, onde as vantagens de cada método são utilizadas para reter a descrição mais detalhada do objeto em análise. Estas técnicas mistas ou híbridas (Barishpolsky,1980) precisam ser mais exploradas nos diversos ramos da ciência e em especial da engenharia. Neste aspecto, este trabalho utiliza formas simuladas e medidas facilmente obtidas em experimentos, combinando-as com as respostas advindas de modelagem via MEF para a identificação de defeitos ou danos em estruturas treliçadas.

1.2 – JUSTIFICATIVA

Técnicas numérico-computacionais de identificação de defeitos constituem um tópico de muito interesse na Mecânica da Fratura e na indústria aeroespacial, entre outras áreas (Kubo, 1988; Maniatty, 1989; Pilkington, 1982; Romanov, 1982). Na mecânica experimental há várias técnicas de avaliação não-destrutiva de danos (Halmshaw, 1987): tais como: inspeção visual, líquido penetrante, partículas magnéticas, corrente de Eddy, ultra-som, raio-x, entre outros.

A maioria destas técnicas não é de todo confiável, embora dêem boas indicações do dano estrutural. A inspeção visual requer a utilização de um profissional altamente treinado e capacitado para desenvolver este tipo de trabalho, além do que pode se tornar bastante onerosa dependendo do tamanho e da complexidade da estrutura a se avaliar. A utilização do líquido penetrante é bastante eficiente quando os danos são externos à estrutura, mas não apresenta resultados satisfatórios quando tais danos se localizam sob a superfície do objeto. As partículas magnéticas e a utilização da corrente de Eddy, apesar de serem métodos de investigação mais eficazes, são pouco viáveis em estruturas de grandes vãos, como treliças de pontes. O ultra-som e o raio-x, dentre as diversas técnicas não-destrutivas, são as mais confiáveis para se identificar danos em estruturas, porém, são de aplicação complexa e de alto custo.

Portanto, o desenvolvimento de técnicas numérico-computacionais é muito bem-vindo no auxílio do diagnóstico e do monitoramento de estruturas (Bezerra e Saigal, 1993) e neste aspecto esta pesquisa se propõe a contribuir apresentando resultados possivelmente úteis para os pesquisadores de técnicas de determinação de danos estruturais via métodos numérico-computacionais baseados em algumas medidas experimentais que podem ser facilmente levantadas em campo.

1.3 – OBJETIVOS

Este trabalho tem por objetivo geral o desenvolvimento de metodologia numérica para avaliar a existência de danos em estruturas, para isso são usadas análises estáticas e dinâmicas em regime elástico e diversas assinaturas que caracterizem o comportamento estrutural são estabelecidas visando obter métodos adequados para a localização de danos.

Verifica-se também neste trabalho quais são as grandezas das análises elastostática e elastodinâmica que podem facilitar a convergência dos algoritmos numérico-computacionais para a identificação de falha numa estrutura treliçada.

O principal objetivo deste trabalho é a solução numérico-computacional de um problema matemático, conhecido como Problema Inverso, formulado com o intuito de possibilitar a localização e quantificação de defeitos (aqui chamados de danos) possivelmente existentes em estruturas treliçadas planas. Para a resolução deste problema divide-se este trabalho nas seguintes etapas :

- 1) Implementar algoritmos em elementos finitos e em linguagem FORTRAN para a solução elastostática e elastodinâmica de treliças planas pelo MEF;
- 2) Analisar diversas assinaturas que possam bem caracterizar o comportamento estrutural de treliças e usá-las para localizar os danos internos hipoteticamente criados neste trabalho nas barras de estruturas treliçadas. Tais assinaturas podem considerar respostas elastostáticas ou elastodinâmicas ou uma combinação de ambas.
- 3) Desenvolver funcionais que expressem resíduos destas assinaturas computadas considerando os valores medidos “experimentalmente” (simulados numericamente mas que sejam os valores de referência) e os valores prognosticados ou calculados numericamente pelo MEF. Tais resíduos são expressos por funcionais que devem ser minimizados.
- 4) Analisar alguns exemplos para estudar a efetividade das assinaturas e funcionais.

1.4 – ESTRUTURAÇÃO DO TRABALHO

O Capítulo 1 mostra uma visão introdutória dos problemas inversos, passando pela motivação que levou a esta pesquisa, e descreve os objetivos gerais do trabalho.

No Capítulo 2 é abordado o surgimento dos Problemas Inversos dentro do campo científico e explicando em que consistem esses tipos de problemas, com exemplos de utilização em diversas áreas. Também são descritas as metodologias empregadas na solução de problemas inversos .

O Capítulo 3 apresenta os fundamentos teóricos desenvolvidos na definição matemática do problema inverso, da utilização do método *Best-fit*, realiza as avaliações das assinaturas propostas que geram os resíduos entre os valores prognosticados e aqueles simulados. Neste capítulo comparam-se as frequências naturais de vibração de uma estrutura intacta e danificada. É ainda apresentado o Método de Elementos Finitos – MEF para treliças, com o fluxograma computacional, mostrando com se faz a entrada de dados no programa, o trabalho com as matrizes de rigidez e de massa, o procedimento de cálculo das frequências naturais e os modos de vibração da estrutura. Finalmente apresenta-se também o método de minimização utilizando na Função Objeto selecionada a partir das assinaturas analisadas.

No Capítulo 4 é feita uma validação dos resultados obtidos pelo programa desenvolvido, TRUSS, com a resolução de um exemplo de pequenas dimensões. Assim como sua solução analítica para que fosse possível a comparação dos resultados e certificação da confiabilidade dos dados gerados graficamente pelo algoritmo em estudo;

O Capítulo 5 traz as aplicações do algoritmo numérico computacional desenvolvido para quatro estruturas treliçadas e em duas localizações e magnitudes distintas dos danos nos elementos de barra, observando a potencialidade de localização e quantificação do dano nas estruturas.

O Capítulo 6 contém as conclusões obtidas com este trabalho e as sugestões para desenvolvimento deste e aplicações em trabalhos vindouros.

2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 – OS PROBLEMAS INVERSOS NA CIÊNCIA

As questões sobre problemas inversos estão presentes na humanidade a muito mais tempo do que se imagina. Certa vez o rei Hiéron questionou ao seu matemático nascido em Siracusa, Arquimedes, se uma de suas coroas realmente era de ouro, dando-se assim, em 287 a.C., um dos primeiros registros de problemas inversos. Buscando solucionar o problema real, o matemático aplicou as teorias do empuxo, onde um corpo parcialmente ou inteiramente submerso em um fluido é submetido a forças de igual magnitude ao peso do fluido deslocado por este (Resnick et al., 1992). Desta forma, Arquimedes pode determinar se a coroa analisada havia sido feita inteiramente de ouro ou se nela havia alguma porcentagem de prata. Constata-se que Arquimedes desenvolveu, portanto, um importante procedimento experimental e não-destrutivo, usado até os dias de hoje na determinação da composição dos materiais de um objeto.

Em 1882, Sir. A. Shuster, propôs definir a forma de um sino a partir dos sons que ele seria capaz de emitir. Em 1966, Marc Kac reformulou a proposição de Shuster, enunciando o que hoje é provavelmente o mais famoso problema inverso na comunidade científica da matemática: “Você é capaz de predizer a forma de um tambor pelo som que ele emite?” (Kac, 1966).

Os problemas inversos têm sido aplicados em casos mais complexos nas últimas décadas, como por exemplo, na Geofísica e Sismologia, no processamento de imagens utilizadas em análises e prospecção da crosta terrestre (Tikhonov e Goncharsky, 1987), na Engenharia Biomédica, com o desenvolvimento de técnicas como tomografias computadorizadas e eletrocardiogramas (Pilkington, 1982, Rudy e Oster, 1992) na Engenharia Estrutural e também na termocinética (Bezerra e Saigal, 1993; Chen e Garba, 1988; Maniatty, Zabarás e Stelson, 1989; Tanaka e Masuda, 1986; Tanaka e Nakano, 1988, Wang, 2001) na solução de problemas térmicos (Beck, 1979; Burggraf, 1964; Honório e

Bezerra, 1997; Imber e Khan, 1972; Stolz; 1960), entre outros (Helmut, 1994; Pilkigton, 1982; Romanov, 1987; Rudy e Oster, 1992).

2.2 – EM QUE CONSISTE UM PROBLEMA INVERSO

Antes de se entrar no âmbito do que seja um problema inverso, se faz necessário o completo entendimento do que venha a ser um problema direto (Beck, 1979). Um exemplo clássico de problema direto é achar a temperatura num domínio matemático, dadas as condições de temperatura ou fluxo de calor definidas na fronteira deste domínio (Kreyzig, 2001). Análogo a este problema clássico, porém desta vez mais complexo, é a determinação da elevação da temperatura atmosférica devido à interação da radiação solar com a própria atmosfera terrestre, fenômeno este que vem causando graves alterações climáticas amplamente conhecidas devido a redução da camada de ozônio.

Estabelecer uma solução para um modelo matemático que considere os diversos fenômenos no problema acima citado e que a partir de uma causa, como a quantidade de CO_2 na atmosfera, se pode calcular o efeito, ou aqui o aumento da temperatura, caracteriza um problema direto. Porém, se ao invés disso, o que estiver disposto for alguma informação experimental sobre a temperatura da atmosfera em alguns pontos da Terra - ou mesmo a concentração de CO_2 em alguns pontos do planeta - e se deseje identificar a quantidade de CO_2 liberada por algumas indústrias, automóveis, queimadas, então o problema já não pode ser resolvido de forma direta.

Muitos Problemas Diretos (PDs) são encontrados na Física-Matemática e nas Engenharias, e constituem problemas em que há o conhecimento total da equação do fenômeno válida dentro do domínio matemático Ω bem definido e com as condições de contorno também suficientes definidas na respectiva fronteira Γ bem delimitada de Ω . Por suficientemente bem definida, entende-se que as condições de contorno não sejam nem incompletas nem redundantes. Esses tipos de problemas geralmente são também

classificados como Problema de Valor de Contorno (PVC). Assim nesses problemas são estudadas as conseqüências ao passo que conhecidas suas causas e condições.

Já a análise inversa, ou Problema Inverso (PI), difere dos PD e também podem ser encontrados na Física-Matemática e nas Engenharias. A análise direta ou PD resolve o clássico problema bem postulado do valor de contorno conhecendo-se a equação do problema e suas condições de contorno de forma não redundante ou incompleta bem como o domínio e a fronteira matemática perfeitamente bem definida. A análise inversa pode ser destinada à reconstrução de condição de contorno incompleta ou mesmo à identificação do domínio matemático - incluindo a fronteira do sistema. O PI constitui um problema matemático que é de ato mal-postulado, no sentido de que as informações presentes na análise direta, ou seja, equações do problema, condições de contorno e domínio matemático, nem sempre estão de todo diretamente definidos, ou se então, aparecem de forma incompleta ou redundante.

Nota-se que normalmente os problemas na Física-Matemática e das Engenharias (Romanov, 1987) possuem uma equação que governa o problema, um domínio matemático Ω e as condições de contorno na fronteira Γ bem definidos. Estas condições possibilitam a resolução das equações, geralmente E.D.Os. (Equações Diferenciais Ordinárias) ou E.D.Ps. (Equações Diferenciais Parciais), que governam o problema. Um problema matemático posto com estas características é conhecido na literatura como problema direto.

Entretanto, existem casos, em que um problema não se apresenta na forma direta. Por vezes o domínio matemático Ω , suas condições de contorno Γ ou até mesmo os parâmetros que definem as equações do problema não estão devidamente conhecidos, bem definidos ou mesmo definidos. Ou há casos em que estão definidas de forma pontual, incompleta ou mesmo redundante. Um problema deste tipo matematicamente é classificado como Problema Inverso (Kubo, 1988; Tikhonov e Arsenin, 1977). Ao contrário do problema direto, o problema inverso procura pelas causas e condições partindo de características e conseqüências do fenômeno observado.

Portanto, nestes problemas procuram-se as causas e as condições tendo-se conhecimento das conseqüências ou de suas características; “Resolver um Problema Inverso é determinar causas desconhecidas a partir de efeitos desejados ou observados” (Weathers et al., 1985).

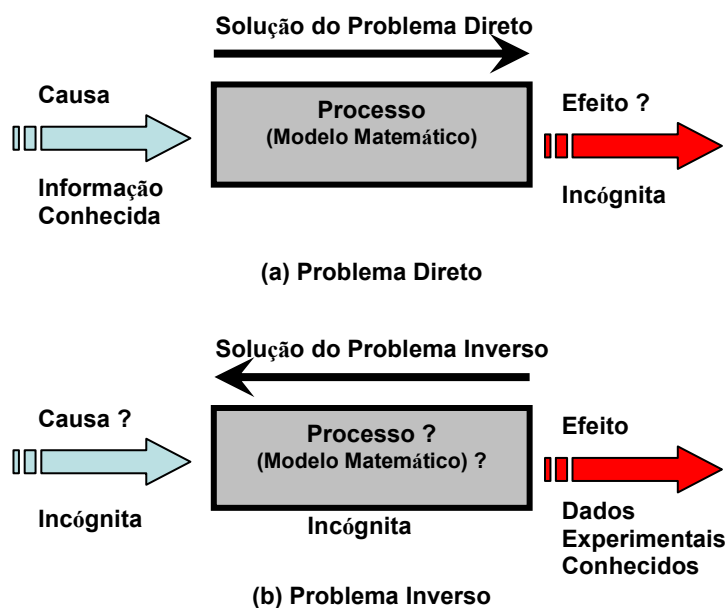


Figura 2.1 – Representação esquemática do Problema Direto (a) e do Problema Inverso (b)

A solução de um problema inverso consiste em determinar as causas com base na observação de seus efeitos. A Figura 2.1 esquematiza um modelo esquemático do que é um Problema Direto e um Problema Inverso.

Dois problemas ou funções são considerados inversos entre si se a formulação de um deles requerer o conhecimento total ou parcial do outro. Em um problema que é tido como direto as suas informações devem ser completas e precisas. Já nos problemas inversos, estas informações necessárias podem se apresentar de forma incompleta ou imprecisa. Com isso se determina mais facilmente se um problema estudado é direto ou inverso.

Na grande maioria dos casos estudados, um problema inverso é considerado como mal-condicionado, *Ill-Posed Problems*. Esta expressão impropriamente formulada, de início, pode ser entendida como de natureza de algo pejorativo. Porém, na atualidade, seu entendimento se tornou outro, designando um campo matemático que atrai cada vez mais a atenção tanto da matemática pura quanto da aplicada, tornando-se o próprio sinônimo dos problemas inversos. Para entender do que se trata um problema mal-condicionado, vamos primeiramente ao que seria um problema bem-condicionado, para isso, esses problemas devem atender três requisitos essenciais, postulados em 1902 pelo matemático francês J. Hadamard: primeiramente ele deve ter existência, ou seja, o problema deve apresentar solução; depois deve atender a unicidade, onde a solução deve ser determinada pelos dados de forma única e finalmente a estabilidade, em que a solução deverá manter uma dependência ininterrupta com os dados nos quais a originou. Matematicamente, pode-se obter a existência e a unicidade de uma solução de um problema delimitando-se seu espaço, onde este se encontra, ou seja, sua fronteira Γ . Já se um problema apresenta múltiplas soluções, as informações que o define são insuficientes para que se possa descrevê-lo corretamente. A estabilidade é um fator muito importante, pois é praticamente impossível se obter uma convergência para um universo de soluções sem que se considerem os efeitos degenerativos dos ruídos adicionados sobre os dados, do operador, ou até mesmo das limitações existentes impostas pela interatividade do processamento numérico.

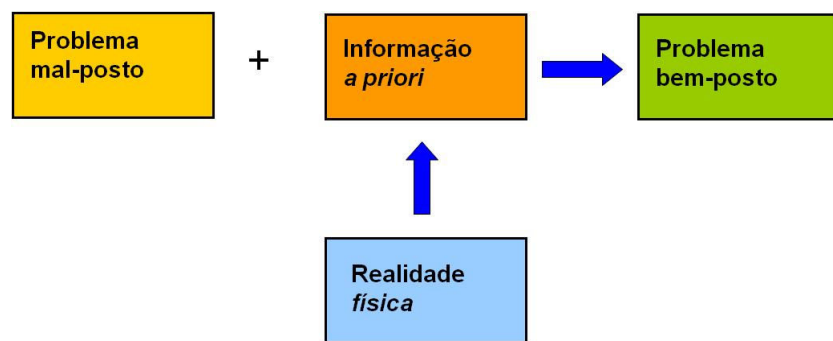


Figura 2.2 – Idéia básica do método de regularização.

Nas últimas décadas, têm-se percebido que um número cada vez maior de problemas matemáticos de grande relevância física são formulados impropriamente, chamados com frequência de problemas mal-formulados, mal-postos ou mal-

condicionados, os quais não satisfazem um ou mais dos critérios postulados por J. Hadamard, (1902). Nesse grupo de problemas estão os que dizem respeito à interpretação dos dados medidos ou os chamados de dados de referência (Helmut Moritz, 1994).

Todo esquema matemático que produz uma solução única a partir de dados insuficientes deve incorporar alguma informação adicional, ainda que apenas pelo princípio de mínimos quadrados (Helmut Moritz, 1994). É por esse motivo que diferentes algoritmos, aplicados aos mesmos dados, podem dar respostas totalmente distintas, como é o exemplo da tomografia sísmica em geofísica, que se trata de um problema altamente subdeterminado, podendo ser semelhante a alguns métodos de diagnóstico da medicina, e do necessário nestes casos o uso de informações adicionais.

A utilização dessas informações adicionais traz uma incerteza, pois estas podem ser insuficientes ou inadequadas. Assim, em um dado método ou técnica que envolva soluções por problemas inversos, deve-se ter a cautela de sempre considerar seus limites de aplicabilidade, bem como as pressuposições conscientes ou inconscientes que fazemos ao aplicá-lo.

A maior parte da informação adicional é obtida por experimentos em condições de laboratório. Nestes casos, muitos parâmetros podem ser mantidos constantes e, dessa forma, os processos podem ser controlados. Por isso, muitos sistemas tecnológicos atingiram um alto nível de sofisticação devido ao desenvolvimento da identificação das informações adicionais, esperando-se assim para os futuros resultados de longo alcance em teoria inversa.

Segundo Helmut Moritz, (1994), uma consequência infeliz do desenvolvimento incrivelmente veloz da ciência e da tecnologia é que os diferentes campos científicos tendem a perder contato entre si. Poucos cientistas estão atentos aos desenvolvimentos que acontecem em campos científicos vizinhos. As leis da física, que valem para a geofísica, astronomia, tecnologia, química, biologia, medicina etc., fornecem um caráter unificador. Isso não quer dizer que todas as leis da biologia ou mesmo do pensar e do comportamento

humano se reduzam à física, mas apenas que os processos físicos nos animais são governados pelas mesmas leis e processos que regem a natureza inorgânica.

Para um matemático, problemas inversos raramente são fáceis: comumente difíceis, às vezes insolúveis, mas sempre fascinantes.

2.3 – METODOLOGIAS EMPREGADAS NA SOLUÇÃO DE PI.

Alguns métodos são utilizados atualmente na solução dos mais variados problemas inversos, como por exemplo os de análise direta, decomposição em valores singulares, mínimos quadrados e suas variantes (mínimos quadrados ponderados), métodos de regularização, métodos variacionais, métodos bayesianos, filtros digitais, o método de Levenberg-Marquardt (LM) e outras novas metodologias como o de Colônia de Formigas (*ACS – Ant Colony Sistem*), as Redes Neurais Artificiais (*ANN – Artificial Neural Networks*) e os Algoritmos Genéticos (*GA – Genetic Algorithms*). Frequentemente surgem na literatura novas metodologias para tentar resolver Problemas Inversos, como por exemplo, a aplicação de novas funções de regularização usando conceitos de entropia não-extensiva (Campos Velho, 2000).

Alguns dos métodos citados no parágrafo anterior são métodos determinísticos, outros são métodos estocásticos e outros são combinatórios. Entre os combinatórios temos a programação dinâmica (Bellman, 1957) a caminhada randômica (Fox, 1971), entre outros. Dos métodos determinísticos, destacam-se os métodos de minimização de primeira ordem como conjugado gradiente, ou de métrica variável, entre outros e os de segunda ordem como o de Levenberg-Marquardt (LM) (Gill et al., 1981). Os métodos combinatórios geralmente são muito demorados mas independem do grau de convexidade das funções resíduo. Já os determinísticos são melhor empregados para funções resíduos bem comportadas e as vezes requerem processamento de gradientes ou mesmo de Hessianos (Gill et al., 1981).

As Redes Neurais Artificiais (ANN = Artificial Neural Network) são exemplo de ferramentas computacionais inicialmente baseadas em modelos naturais. Estas redes são arranjos de elementos de processamento com modelo de neurônios artificiais consistindo de uma combinação linear seguida de uma função de ativação – o componente não-linear do processamento. Interconectados com diferentes pesos de conexão, é um sistema de processamento altamente paralelo e de controle distribuído.

O mais popular desses arranjos é o *perceptron* Figura 2.2 de multicamadas, embora outras redes como a Função de Base Radial e Correlação em Cascata também são testadas na estimação de condições de contorno (Campos Velho, 2000).

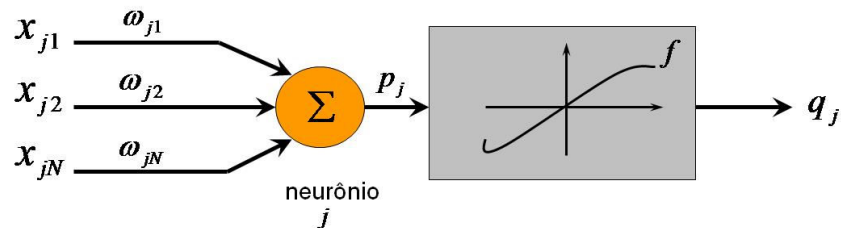


Figura 2.3 – Representação esquemática de um neurônio artificial (*perceptron*).

A idéia de Computação evolucionária apareceu na década de 60, mais foi em 1975 que nasceu o Algoritmo Genético (GA) (Campos Velho, 2000). Estes algoritmos usam como modelos a teoria da evolução de Charles Darwin: elementos computacionais gerando descendentes para no final sobreviverem os mais aptos através de busca estocástica de uma solução ótima para uma função objeto que no caso de PI podem ser as funções resíduos.

Os Algoritmos Genéticos na verdade não constituem um novo método, mas estão concorrendo com outros otimizadores estocásticos na preferência dos usuários para solução de Problemas Inversos. Já o uso de Redes Neurais na solução de PI vem crescendo e as redes podem ser usadas mesmo quando não se tem idéia das equações do PI.

Em aplicações práticas, as ANNs podem ser ainda mais rápidas que os métodos tradicionais, pois uma vez treinada a fase da identificação dos pesos das conexões, o

processo torna-se muito rápido (fase de ativação). Além disso, as Redes Neurais permitem a sua implementação totalmente em *hardware*: neurocomputadores.

Mas não só na Engenharia os problemas inversos vêm sendo empregados, mas também em diversas outras áreas como na tomografia computadorizada (*CT – Computerized Tomography*), em Raios-X (Kubo, 1988) em que se tem a formação de imagens tridimensionais geradas através da recepção de inúmeros Raios-X oriundos de diversas localizações distintas. Outra área que utiliza amplamente os problemas inversos é a Geofísica, aplicando tais conhecimentos na prospecção da crosta terrestre, em estudos sismológicos de vibrações e identificação de propriedades de camadas do interior da terra através de medidas extraídas da sua superfície, processando assim imagens ou até mesmo restaurando-as (Tikhonov e Goncharsky, 1987), na identificação de propriedades térmicas, no campo da Bio-Engenharia (Pilkington, 1982) dentro das restaurações de imagens biológicas obtidas com microscópios de força atômica (*AFM – Atomic Force Microscopy*) e na própria engenharia, com a determinação de falhas no interior de estruturas (Bezerra, 1993). É visto, portanto, o vasto campo da utilização de algoritmos numérico-computacionais para se obter a resolução dos mais variados problemas inversos nas mais variadas áreas de atuação.

Nota-se que muitas destas técnicas para resolução de Problemas Inversos estão associadas com a aplicação de algoritmos numérico-computacionais especialmente desenvolvidos e que incorporam etapas que envolvem resoluções sequenciais de Problemas Diretos via MDF, MEF ou MEC.

Se opondo aos métodos experimentais, que envolvem geralmente altos custos e tempo para a elaboração, os métodos numéricos, como por exemplo o MEF e o MEC, possibilitam uma descrição mais rica e minuciosa do estado do objeto em estudo, e estes métodos numérico-experimentais, vem sendo utilizados em técnicas híbridas, para a resolução de Problemas Inversos.

Nota-se que o desenvolvimento tecnológico do computador digital tem facilitado a utilização de métodos numéricos cada vez mais sofisticados, provendo soluções mais precisas e econômicas para uma enorme gama de projetos de engenharia. Também o avanço nos métodos numérico-computacionais dedicados à engenharia têm sido fundamental para o aumento do interesse dos cientistas e engenheiros na busca de soluções de problemas inversos.

Observa-se ainda que enquanto os métodos numéricos utilizados para solução de problemas direto na engenharia vêm se desenvolvendo por mais de dois séculos, apenas nas últimas décadas é que os problemas inversos têm merecido a atenção da comunidade científica.

Algumas soluções de problemas inversos aplicam-se em várias áreas: tomografia computadorizada e eletrocardiograma (Ruddy et al., 1992), determinação de propriedades térmicas (Beck, 1968; Hensel, 1991), na área da bioengenharia (Pilkington, 1982) e também na identificação de falhas em estruturas contínuas planares usando a elastostática (Tanaka et al., 1988, Tanaka e Masuda, 1986; Bezerra, 1993) ou problemas regidos pela equação potencial (Honório e Bezerra, 1997), além de trabalhos em pórticos (Chen e Garba, 1988 e Wang et. al., 2001), entre outros. Entretanto, a maioria dos artigos na literatura dedica-se aos problemas inversos térmicos, os chamados IHCP (*Inverse Heat Conduction Problems*), cite-se os trabalhos de Hensel, (1991); Hensel e Hill, (1989); Stolz, (1960); Beck, (1979); Burggraf, (1964); Immer e Khan, (1972) e Trujillo, (1985), entre outros.

Do ponto de vista do problema inverso da identificação de falhas em estruturas treliçadas, a identificação de danos tem merecido basicamente duas vertentes: a elastostática e a elastodinâmica. A preferência das formulações tem sido pela elastodinâmica via análises nas alterações das frequências e modos de vibrar da estrutura, comparando assinaturas da mesma estrutura obtidas antes e depois da estrutura apresentar defeito. Apesar desta atenção mais voltada para a dinâmica, nota-se que muitos problemas ainda persistem nestas formulações entre eles: (1) Os modelos dinâmicos adotam

formulações numéricas que não simulam as verdadeiras características dinâmicas das estruturas de uso na prática; (2) Nos testes de análise modal, às vezes fica difícil a obtenção dos modos de vibrar de grande parte das estruturas civis que se apresentam, geralmente, de forma muito rígida; (3) Em alguns métodos usando análise modal faz-se necessária a determinação de muitos modos de vibrar, inclusive modos de alta-ordem. A determinação de danos usando análise estática, é mais simples e fácil de se executar na prática. Este trabalho tenta unificar as duas vertentes de resolver o problema usando seja dados de análises estáticas, seja de análises no domínio da frequência.

3 – FUNDAMENTOS TEÓRICOS

3.1 – DEFINIÇÃO MATEMÁTICA DO PROBLEMA

Na identificação de defeitos, o domínio da estrutura não é conhecido; i.e., as falhas (ou os danos) não são conhecidas em termos de localização e extensão. Geralmente para identificar um dano é adotado um algoritmo matemático que exige uma assinatura ou caracterização da estrutura e dados experimentais.

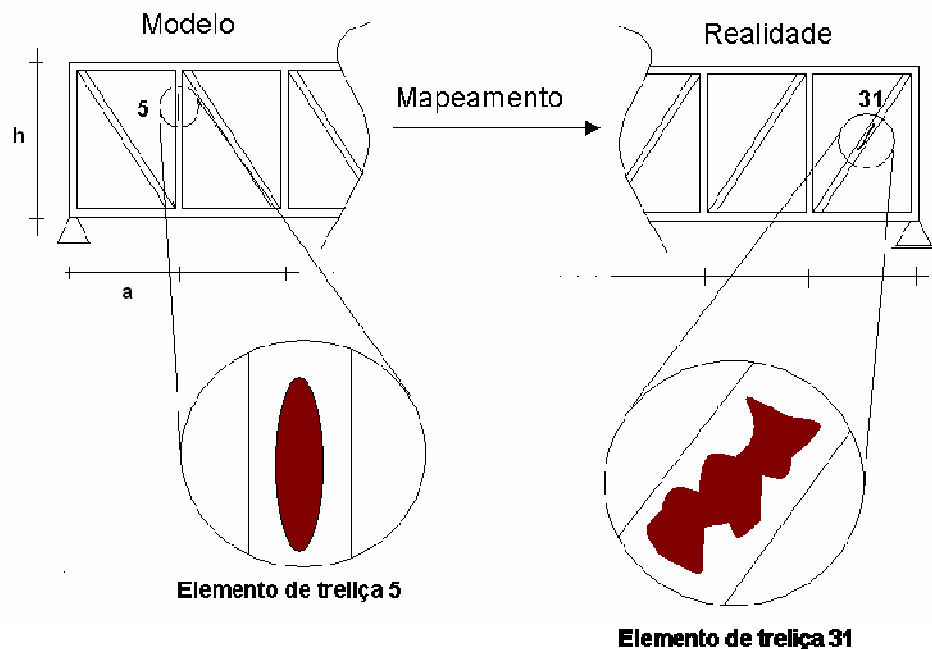


Figura 3.1 – Mapeamento do objeto definindo o modelo e a realidade.

Segundo Bezerra, (1993), diversas podem ser as técnicas utilizadas para resolver os problemas inversos. Dentre estas técnicas, destacam-se, pela simplicidade, os métodos de “*best-fit*” ou ajustamento da resposta prognosticada (ou calculada) a um conjunto de medidas disponíveis (ou dados de referência). A partir de um modelo de dano idealizado (posição e forma expressas por meio de variáveis), comparam-se os valores de referência com a resposta calculada através de uma assinatura escolhida. A diferença entre modelo

idealizado e a realidade gera um resíduo (ver Figura 3.1) que depende da assinatura escolhida para caracterizar o defeito. Quanto maior a diferença no resíduo, mais afastada da realidade está o modelo de falha idealizado. Esta diferença, via *best-fit*, pode ser minimizada fazendo com que a idealização se aproxime da realidade. A Figura 3.2 ilustra de forma genérica o enfoque deste método.

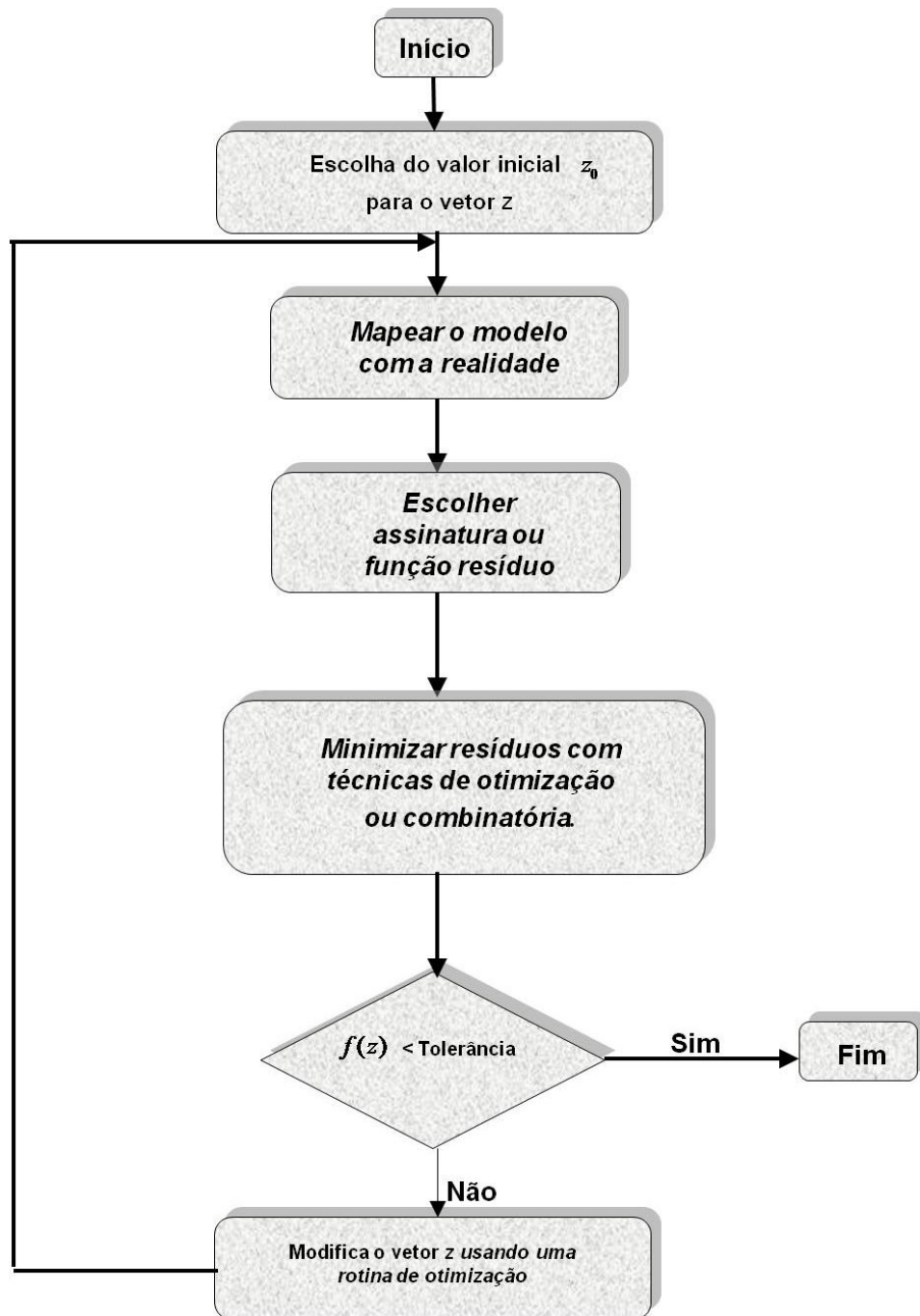


Figura 3.2 – Processo “*best-fit*” ou dos mínimos quadrados

Com estas metodologias os danos do objeto em estudo são mapeados através de uma equação do tipo $Az = \Delta\tilde{u}$ e por meio de técnicas de minimização de funções resíduo definidas em espaços métricos apropriados e em termos de parâmetros que podem ser reunidos num vetor z de variáveis que define o modelo que descreve os danos e de $\Delta\tilde{u}$ que é um vetor de dados de referência. Os dados de referência são geralmente valores que revelam a diferença de comportamento de alguma característica da estrutura. Na relação matemática $Az = \Delta\tilde{u}$, “ A ” é um operador matemático sobre as variáveis z que devem ser ajustadas aos dados de referência $\Delta\tilde{u}$. Nota-se que a metodologia parte de valores iniciais e fictícios de z , e que o método deve fazer com que as variáveis no vetor “ z ” sejam tais que o mapeamento Az reproduza o conjunto de dados experimentais $\Delta\tilde{u}$.

Na evolução de “ z ” a partir de valores iniciais, diferença entre Az e $\Delta\tilde{u}$ é definida como um resíduo que será representada por uma função, (função resíduo ou função objeto), que depende da assinatura escolhida. A função resíduo deve ser definida por uma norma num espaço métrico apropriado (Scales e Gersztenkorn, 1988). Esta norma deve ser minimizada por uma das metodologias abordadas no Capítulo 2.

As falhas (ou os danos) não são conhecidas em termos de localização e de extensão mas devem ser encontradas a partir do vetor de dados $\Delta\tilde{u}$. É importante notar que $\Delta\tilde{u}$ deve levar em conta alguma diferença de característica comportamental da estrutura, entre elas destacam-se as respostas em deslocamento, freqüências, deformações, tensões, reações de apoio, etc. Nota-se que o conhecimento de técnicas de medição experimental de deslocamentos e freqüências são comuns e que a maioria dos autores que trabalha com técnicas inversas de identificação de falhas em estruturas (Kubo, 1988; Tanaka e Masuda, 1986; Tanaka et al. 1988; Bezerra, 1993; Wang et al., 2001), adotam valores de referência $\Delta\tilde{u}$ advindos de deslocamentos ou freqüências ou raramente combinação entre eles.

No caso particular deste trabalho será feita uma análise inicialmente modal para a determinação das freqüências e modos de vibrar da estrutura e subseqüentemente diversos carregamentos estáticos nodais são aplicados na estrutura intacta e com defeito a fim de se

determinar o vetor $\Delta \tilde{u}$. Com os deslocamentos gerados pelas cargas estáticas e as frequências e modos obtidos definem-se assinaturas estruturais que serão usadas para se achar a localização e a extensão dos danos nas estruturas. Portanto, teremos assinaturas e funções resíduos com características estáticas e dinâmicas. Esta opção será justificada após análises da variação das frequências em estruturas danificadas.

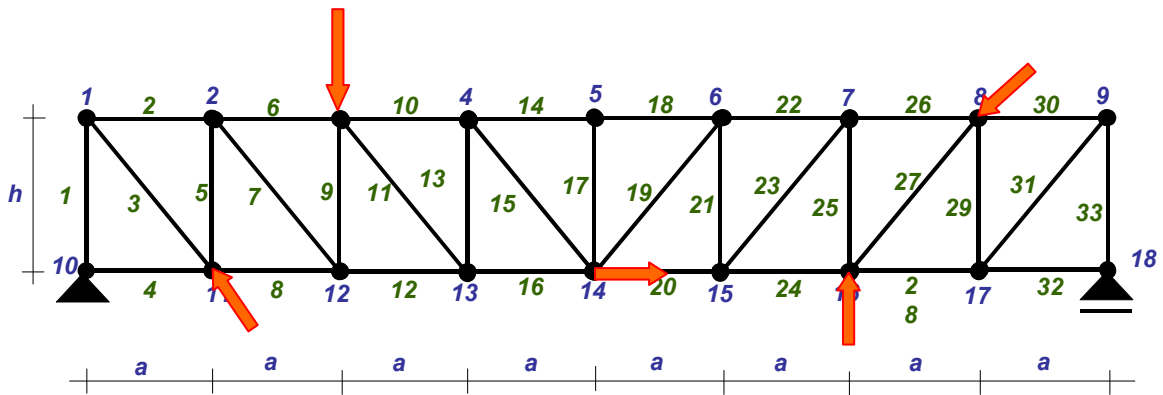


Figura 3.3 – Treliça demonstrando o posicionamento da variação das cargas nos nós da estrutura para se obter os deslocamentos, frequências e modos de vibração.

3.2 – VARIACÕES DE RIGIDEZ, DESLOCAMENTO E FREQUÊNCIA

Para uma estrutura sem defeito, um modelo analítico em Elementos Finitos para calcular a resposta da estrutura sob carga estática p pode ser expresso pela Equação 3.1.

$$Ku = p, \quad (3.1)$$

Onde K é a matriz de rigidez da estrutura e u é o vetor de deslocamento da estrutura.

Uma estrutura ao apresentar um dano, sofre uma variação em sua rigidez que pode ser matematicamente expressa por uma variação ΔK na matriz de rigidez K . Nota-se que um dano pode também causar perda de massa e variação de amortecimento da estrutura. Entretanto aqui se considera que estas variações são desprezíveis.

Portanto, para a estrutura danificada a nova equação de equilíbrio pode ser expressa:

$$(K + \Delta K)u^* = p. \quad (3.2)$$

Nesta equação, u^* é o vetor de deslocamento da estrutura com dano. Considerando uma aproximação de primeira ordem, u^* pode ser avaliado por:

$$u^* = (K + \Delta K)^{-1}p \approx (K^{-1} - K^{-1}\Delta K K^{-1})p. \quad (3.3)$$

A variação Δu entre estrutura com e sem dano pode ser calculada por:

$$\Delta u = u - u^* = K^{-1}\Delta K K^{-1}p \Rightarrow K(\Delta u) = (\Delta K)u. \quad (3.4)$$

Comparando-se termo a termo os vetores finais da Equação 3.4 podem-se isolar quais os termos de rigidez que apresentam significativa variação devido a Δu .

Do ponto de vista do comportamento em vibração livre da estrutura, com e sem dano, a análise modal revela as frequências de vibração da estrutura através da resolução da Equação 3.5 de autopares descrita anteriormente.

$$K\Phi = \omega^2 M\Phi, \quad (3.5)$$

Onde \mathbf{K} e \mathbf{M} são, respectivamente, a matriz de rigidez e de massa da estrutura sem dano, ω_j os autovalores e Φ_j os autovetores.

A mudança do quadrado da frequência, $\Delta\omega_j^2$, pode ser avaliada por uma aproximação de primeira ordem, dada pela equação abaixo:

$$\Delta\omega_j^2 \approx \frac{\Phi_j^T \Delta K \Phi_j}{\Phi_j^T M \Phi_j}. \quad (3.6)$$

Nota-se na equação precedente que a variação da frequência não leva em conta a variação de perda de massa ΔM . Isso limita a aplicabilidade da Equação 3.6 ao cálculo da variação de frequências para estruturais cujos danos impliquem em perda de massa, como por exemplo, estruturas sob corrosão.

As Equações 3.4 e 3.6 justificam as variações de deslocamento e frequências em estruturas apenas com falhas devido à perda de rigidez. Portanto, observa-se que devido ao aparecimento de uma falha, as variações de deslocamento e de frequência mostram-se sensíveis à ΔK e podem ser consideradas em assinaturas estruturais.

A seguir definem-se neste trabalho algumas “Assinaturas Estruturais” para se identificar a localização de uma falha ou dano em funções das variações de deslocamento Δu e de frequência $\Delta \omega^2$ e, conseqüentemente, dos autovalores associados $\Delta \phi$.

3.3 - DEFINIÇÃO DE ASSINATURAS ESTRUTURAIS

Nesta seção serão definidas algumas “Assinaturas Estruturais” para representar o comportamento das estruturas quando intactas e quando danificadas. A escolha destas assinaturas baseia-se nos trabalhos de diversos autores, entre eles Bezerra e Saigal, (1993), Wang et al., (2001), Brasiliano, (2005). A partir das assinaturas estruturais comumente usadas, este trabalho cria novas assinaturas para serem avaliadas - visto que os autores consultados encontram dificuldades em obter assinaturas robustas, ou seja, aquelas que revelem sensibilidade marcante quando da mudança de comportamento estrutural.

Nota-se que nestas assinaturas aparecerão termos como diferenças de deslocamentos, modos de vibrar em termos dos autôparos entre a estrutura sem dano e com dano. Tais grandezas serão obtidas a partir de um programa em elementos finitos a ser abordado mais adiante neste capítulo. Buscou-se nestas assinaturas, expressar uma diferença supostamente significativa entre valores prognosticados e valores de referência (dano real), expressas com grandezas dinâmicas e estáticas, ou mesmo combinação entre estas.

Depois de avaliadas estas assinaturas estruturais, o que será feito no próximo capítulo, uma assinatura será escolhida de forma que se possa melhor localizar e quantificar o dano. A assinatura escolhida se fará presente no programa de análise de estruturas treliçadas desenvolvido em elementos finitos e incorporada no método “*best-fit*” - ver Figura 3.2. Os danos a serem prognosticados serão expressos pelo vetor de modelagem do dano, aqui chamado de vetor $z = \{z_i\} = \{b, \alpha\}$ onde “ b ” é o número da barra com o dano, ou seja representa a localização do dano e “ α ” um número $\alpha \in \mathfrak{R}^+$ com $\alpha \in (0, 1)$, representando a extensão do dano em fração da área transversal da barra.

A primeira assinatura estrutural analisada, aqui denominada de $F_1(z)$, é uma proposição de combinação entre grandezas estáticas e dinâmicas e é descrita na Equação 3.7 abaixo.

$$F_1(z) = \sum_{j=1}^N \left[\left(\frac{\Delta u_x^j}{\Delta \omega_1^2} \right) + \left(\frac{\Delta u_x^j}{\Delta \omega_2^2} \right) + \left(\frac{\Delta u_y^j}{\Delta \omega_1^2} \right) + \left(\frac{\Delta u_y^j}{\Delta \omega_2^2} \right) \right], \quad (3.7)$$

Onde Δu corresponde à diferença entre os deslocamentos nodais da estrutura intacta u^i e da estrutura danificada u^d nas direções x e y para os N nós da estrutura. $\Delta \omega_1^2$ e $\Delta \omega_2^2$ são os quadrados das diferenças entre as freqüências naturais ω obtidas com a estrutura intacta ω^i e com a estrutura danificada ω^d , somente considerando a primeira e a segunda freqüência natural de vibrar da estrutura. Nota-se que nesta assinatura, Equação 3.7, há um somatório de coeficientes entre deslocamentos e freqüências naturais da estrutura computada para todos os nós da treliça. Do ponto de vista matemático, na equação anterior.

$$\Delta u = u^i - u^d, \quad (3.8)$$

$$\Delta \omega_1^2 = (\omega_1^i - \omega_1^d)^2, \quad (3.9)$$

$$\Delta \omega_2^2 = (\omega_2^i - \omega_2^d)^2. \quad (3.10)$$

A segunda assinatura proposta neste trabalho, $F_2(z)$, está descrita na Equação 3.11 e apresentam apenas grandezas dinâmicas como autovalores (freqüências) e autovetores. Esta equação considera a razão entre as diferenças dos quadrados dos respectivos modos de

vibração (autovetores) normalizados $\Delta\varphi^2$ e das freqüências (autovalores) $\Delta\omega^2$ da estrutura intacta e da estrutura danificada. Nesta assinatura, ao contrário da primeira, são usadas n_f freqüências naturais.

$$F_2 = \sum_{j=1}^{n_f} \frac{(\Delta\varphi)^2}{(\Delta\omega)^2} \quad (3.11)$$

Com

$$\Delta\varphi^2 = (\varphi^i - \varphi^d)^2 \quad \text{e} \quad \Delta\omega^2 = (\omega^i - \omega^d)^2 \quad (3.12)$$

A assinatura seguinte, $F_3(z)$, apresentada na Equação 3.13 incorpora apenas valores dos modos de vibração normalizados da estrutura. Tal assinatura foi utilizada por (Brasiliano, 2005) e é denominada *COMAC* (*Coordinate Modal Assurance Criterion*), medida pontual entre dois conjuntos de modos de vibrar – autovetores φ_j e autovalores ω_j . Aqui também são usados todos os $N = n_f$ modos de vibrar computados para a estrutura.

$$F_3(z) = \frac{\sum_{j=1}^N |\varphi_j^i \cdot \varphi_j^d|^2}{[\sum_{j=1}^N \varphi_j^{i^2}] \times [\sum_{j=1}^N \varphi_j^{d^2}]} \quad (3.13)$$

A próxima assinatura é uma variação da equação *COMAC* apresentada anteriormente. Nesta nova assinatura, há uma substituição dos autovetores pelos autovalores ou freqüências naturais da estrutura nas $N = n_f$ freqüências extraídas, resultando na assinatura $F_4(z)$, mostrada na Equação 3.14.

$$F_4(z) = \frac{\sum_{j=1}^N |\omega_j^i \cdot \omega_j^d|^2}{[\sum_{j=1}^N \omega_j^{i^2}] \times [\sum_{j=1}^N \omega_j^{d^2}]} \quad (3.14)$$

A assinatura proposta $F_4(z)$ possibilitará uma análise comparativa em relação à assinatura $F_3(z)$ descrita na Equação 3.14 que utiliza os modos de vibração da estrutura ao invés das freqüências naturais obtidas.

A assinatura $F_5(z)$ dada pela equação seguinte tem formulação estático-dinâmica. Assim como a função $F_1(z)$, apresentada na Equação 3.7, esta nova assinatura utiliza diferenças de deslocamentos estáticos nas duas direções x e y ($\Delta u_x^j + \Delta u_y^j$) e diferenças entre as frequências (ao quadrado) $\Delta \omega_j^2$ entre a estrutura intacta e a estrutura danificada. A assinatura é computada para todos os N graus de liberdade das barras da treliça e para as K primeiras frequências naturais extraídas para a estrutura.

$$F_5(z) = \frac{\sum_{j=1}^N (\Delta u_x^j + \Delta u_y^j)}{\sum_{j=1}^K \Delta \omega_j^2} \quad (3.15)$$

A assinatura $F_6(z)$, dada na Equação 3.16, é criada através do somatório dos quadrados das diferenças Δu_j^2 (entre estrutura intacta e danificada) de todos os N deslocamentos nodais resultantes e do quadrado das diferenças (entre estrutura intacta e danificada) das seis primeiras frequências da estrutura $\Delta \omega_k^2$. Os deslocamentos resultantes são obtidos pela composição vetorial das respectivas componentes nas direções x e y dos deslocamentos. Tal assinatura estrutural limita o número de frequências a seis levando em consideração a dificuldade de se obter, na prática, um grande número de frequências naturais da estrutura.

$$F_6(z) = \sum_{j=1}^N \Delta u_j^2 + \sum_{k=1}^6 \Delta \omega_k^2. \quad (3.16)$$

A Equação 3.17 define a assinatura $F_7(z)$ a qual se trata de uma variação da Equação 3.16, pois nesta será realizado o somatório do produto dos quadrados das diferenças (entre estrutura intacta e danificada) dos N deslocamentos resultantes Δu_j^2 e das seis primeiras frequências naturais $\Delta \omega_k^2$, assim como na função anterior.

$$F_7(z) = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^6 \Delta u_j^2 \cdot \Delta \omega_k^2. \quad (3.17)$$

A assinatura $F_8(z)$, mostrada na Equação 3.18, incorpora a função logaritmo na tentativa de ter uma assinatura estrutural com elevado gradiente na vizinhança do ponto zero. Esta assinatura extrai o logaritmo decimal dos somatórios dos quadrados das diferenças (entre estrutura intacta e danificada) de N deslocamentos Δu_j^2 e das seis primeiras frequências $\Delta \omega_k^2$ descritos na Equação 3.16.

$$F_8(z) = \log \left(\sum_{j=1}^N \Delta u_j^2 \right) + \log \left(\sum_{k=1}^6 \Delta \omega_k^2 \right) \quad (3.18)$$

Assim como a função $F_8(z)$ é a extração do logaritmo da Equação 3.16, a nova assinatura estrutural, $F_9(z)$, é a extração do logaritmo decimal da Equação 3.15 com a intenção de se ter uma função com elevado gradiente na vizinhança do ponto zero.

$$F_9(z) = \log \left(\frac{\sum_{j=1}^N \Delta u_j}{\sum_{k=1}^6 \Delta \omega_k^2} \right). \quad (3.19)$$

A função $F_{10}(z)$ utiliza também o logaritmo decimal em sua formulação, porém de maneira distinta da Equação 3.18 no sentido de que quando as diferenças (entre estrutura intacta e danificada) do quadrado dos N deslocamentos resultantes Δu_j^2 e das seis primeiras frequências naturais $\Delta \omega_k^2$ forem nulas o logaritmo não apresenta ponto singular. Esta assinatura tenta levar $F_{10}(z)$ ao zero e está descrita na Equação 3.20.

$$F_{10}(z) = \sum_{j=1}^N \log(\Delta u_j^2 + 1) + \sum_{k=1}^6 \log(\Delta \omega_k^2 + 1). \quad (3.20)$$

A última assinatura, a $F_{11}(z)$, na Equação 3.21, é uma variante da $F_{10}(z)$ anterior, porém operando com o produto dos logaritmos e não com somatório.

$$F_{11}(z) = \left[\sum_{j=1}^N \log(\Delta u_j^2 + 1) \right] \times \left[\sum_{k=1}^6 \log(\Delta \omega_k^2 + 1) \right]. \quad (3.21)$$

Para obter os deslocamentos e frequências naturais de vibrar da estrutura utiliza-se um programa em elementos finitos que é abordado a seguir.

3.4 – UM PROGRAMA EM EF PARA TRELIÇAS

Um programa usando o Método dos Elementos Finitos (MEF), desenvolvido nesta pesquisa para treliças planas e denominado TRUSS, é a seguir apresentado. O programa foi desenvolvido em linguagem FORTRAN 90. Ele é capaz de analisar estruturas treliçadas planas dando informações estáticas e dinâmicas, tais como: esforços axiais, reações de apoio, deslocamentos nodais, frequências e modos de vibração da estrutura.

O programa TRUSS está dividido em sub-rotinas como mostrado no fluxograma da Figura 4.1. Contém: (a) sub-rotinas de entrada de dados; (b) montagem das matrizes de rigidez e massa; (c) cálculo dos autovalores e autovetores; (d) aplicação das condições de contorno da estrutura; (e) cálculo dos deslocamentos nodais; (f) forças axiais; (g) sub-rotina de aplicação de assinaturas estruturais; com as respectivas funções de resíduo a serem definidas subsequentemente neste trabalho e (h) uma sub-rotina de saída, output, ou de impressão de dados.

3.4.1 – Entrada de Dados

Na entrada de dados da estrutura através da sub-rotina INPUTF é fornecido ao programa o número de nós da estrutura, o número de elementos de barra contidos nesta, o número de graus de liberdade por nó, que por se tratar de uma treliça plana é igual a 2.

O programa TRUSS está preparado para futuras implementações para soluções de treliças espaciais ou até pórticos planos e espaciais. É informado ao programa o número de nós por elemento, o número de graus de liberdade por nó, o número de carregamentos nodais da estrutura, o módulo de elasticidade, a área da seção transversal e a densidade do material que constitui a estrutura.

Na entrada de dados também são inseridas as coordenadas nodais, a conectividade entre os elementos e os nós com carregamento e os respectivos carregamentos. Com estes dados se podem formar a geometria da estrutura a ser analisada bem como a respectiva malha de elementos finitos.

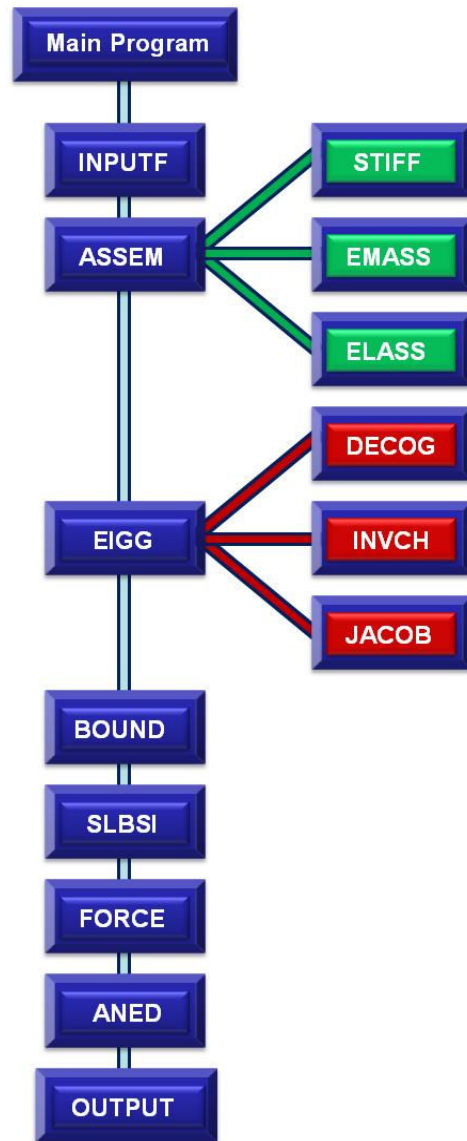


Figura 3.4 – Fluxograma de sub-rotinas do programa TRUSS

3.4.2 – Matrizes de Rigidez e de Massa

Na sub-rotina ASSEM, subdividida em três outras sub-rotinas, STIFF, EMASS e ELASS, como mostrado na Figura 4.1, realiza-se a montagem das matrizes de rigidez e de massa da treliça no sistema global definido para a estrutura.

A Sub-rotina STIFF inicia o processo de criação da matriz de rigidez via chamada da sub-rotina ASSEM. Esta lê os dados fornecidos na sub-rotina anterior INPUTF, tais como conectividades, área das seções transversais de cada barra, módulos de elasticidade e comprimento de cada elemento. Por conseguinte, são calculados, com esses dados, os cossenos diretores para montagem da matriz de rigidez de cada elemento de barra da estrutura, como mostrado na Equação 3.22

$$[\tilde{K}] = \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} \cos^2\theta & \text{sen}\theta \cos\theta & -\cos^2\theta & -\text{sen}\theta \cos\theta \\ & \text{sen}^2\theta & -\text{sen}\theta \cos\theta & -\text{sen}^2\theta \\ \text{SIM.} & & \cos^2\theta & \cos^2\theta \\ & & & \text{sen}^2\theta \end{bmatrix}, \quad (3.22)$$

Onde A é a área da seção transversal, E o módulo de elasticidade, L o comprimento de cada elemento de barra e θ o ângulo formado entre o elemento e a direção x .

A sub-rotina EMASS, monta a matriz de massa dos elementos da treliça plana e como esta estrutura dispensa a inércia rotacional nodal, a matriz de massa é expressa pela Equação 3.23 abaixo.

$$[\tilde{M}] = \frac{\bar{m}L}{6} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad (3.23)$$

Sendo $\bar{m} = \rho A$ a massa por unidade de comprimento do elemento barra com densidade linear, dada pelo produto da massa específica ρ do material pela área da seção transversal da peça.

A sub-rotina ELASS monta as matrizes de rigidez e de massa globais da estrutura analisada, gerando $[K]$ e $[M]$, respectivamente.

O programa TRUSS, no cálculo estático, usa na resolução do sistema de equações o Método de Eliminação de Gauss, sub-rotina SLBSI, modificado para resolução de sistemas com matriz simétrica e com banda.

3.4.3 – Autovalores e Autovetores

A sub-rotina EIGG, subdividida em outras três sub-rotinas: DECOG, INVCH e JACOB, como mostrado na Figura 3.4, calcula as frequências naturais e os modos de vibração da treliça. As sub-rotinas DECOG, INVCH e JACOB são descritas mais tarde. Inicia-se o processo de extração dos autovalores e autovetores a partir da equação de vibração livre da estrutura descrita pelo vetor deslocamento $X = \Phi \cos(\omega t)$,

$$KX + M\ddot{X} = 0 \quad \therefore K\Phi = \omega^2 M\Phi = 0 \quad (3.24)$$

Na equação anterior, ω^2 são os autovalores ou quadrados das frequências naturais de vibração da estrutura e Φ os autovetores correspondentes aos modos de vibração da estrutura. M é a matriz de massa global, uma matriz positiva definida e simétrica, e K a matriz de rigidez global da estrutura também positiva definida.

Tanto a matriz de massa quanto a matriz de rigidez são simétricas. Uma solução de sistemas simétricos pode ser pelo método de Choleski, chamado também algumas vezes de Banachiewicz Method (Brebbia, 1986). Tal método utiliza-se do fato de que uma matriz simétrica pode ser escrita pelo produto de duas matrizes triangulares. Portanto, a matriz de massa M é representada pelo produto da matriz S^T pela matriz S , em que S^T é a transposta de uma matriz S , triangular superior, ou seja:

$$M = S^T S. \quad (3.25)$$

Esse processo é realizado no programa TRUSS pelo algoritmo da sub-rotina DECOG. Então a Equação 3.24 pode ser novamente escrita como:

$$K\Phi = \omega^2 S^T S \Phi. \quad (3.26)$$

Uma matriz unitária pode pós-multiplicar ou pré-multiplicar qualquer outra matriz sem alteração da matriz pós ou pré-multiplicada, portanto:

$$KI = K. \quad (3.27)$$

Tornando a Equação 3.26 e reescrevendo da seguinte forma:

$$KI\Phi = \omega^2 S^T S \Phi. \quad (3.28)$$

Usando em seguida o conceito de matrizes identidades a partir do produto entre matrizes inversas não singulares, é correto afirmar que:

$$I = S^{-1}S. \quad (3.29)$$

O processo de cálculo da inversão da matriz S é realizado pela sub-rotina INVCH, portanto:

$$KS^{-1}S\Phi = \omega^2 S^T S \Phi. \quad (3.30)$$

Nota-se ainda que:

$$(S^T)^{-1} = (S^{-1})^T. \quad (3.31)$$

Portanto:

$$(S^{-1})^T KS^{-1}S\Phi = \omega^2 S\Phi. \quad (3.32)$$

Definindo um novo vetor Φ' como:

$$\Phi' = S\Phi. \quad (3.33)$$

A Equação 3.33 pode ainda ser escrita da seguinte forma:

$$(S^{-1})^T K S^{-1} \Phi' = \omega^2 \Phi'. \quad (3.34)$$

Chamando,

$$H = (S^{-1})^T K S^{-1}. \quad (3.35)$$

A Equação 3.34 fica:

$$H \Phi' = \omega^2 \Phi'. \quad (3.36)$$

Desde que H é uma matriz simétrica, usa-se o método de Jacob (Brebbia, 1986) implementado na sub-rotina JACOB do programa em EF para treliças.

Após a obtenção pelo método de Jacob (Brebbia, 1986) dos autovetores Φ' , os autovetores reais Φ podem ser obtidos invertendo-se a Equação 3.37.

$$\Phi = S^{-1}\Phi'. \quad (3.37)$$

Finalmente, cabe lembrar que as sub-rotinas básicas para a montagem do programa, incluindo a extração dos autopares foram retiradas da referência (Brebbia, 1986). Para verificar se o programa em EF para treliças, aqui denominado de TRUSS, está funcionando adequadamente, um exemplo com solução analítica conhecida é validado na próxima seção.

3.4.4 – Validação do Programa para Treliças

O programa TRUSS, de análise estática e dinâmica desenvolvido em elementos finitos, é aqui verificado analiticamente para um exemplo didático extraído do livro *Structural*

Dynamics: Theory and Computation, (Mário Paz 2004) disponível no capítulo *Dynamic Analysis of Trusses*, exemplos 18.1 e 18.2, respectivamente, para a verificação das frequências naturais e dos modos de vibração de uma estrutura treliçada.

A estrutura submetida à análise está mostrada na Figura 3.5, é uma treliça isostática de três barras com carga de 5000 lb no nó 2 (o valor da carga não influi no cálculo dos autopares da treliça), seção transversal $A=10\text{in}^2$, módulo de elasticidade $E=30\,30\times 10^6\text{ lb/in}^2$, massa específica por unidade de comprimento $\bar{m} = 0,1\text{ lb}\cdot\text{s}^2/\text{in}^2$.

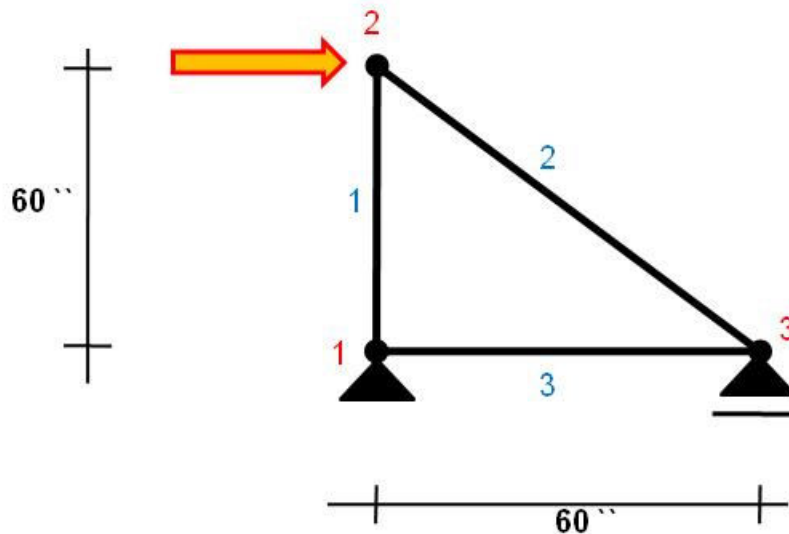


Figura 3.5 – Estrutura de validação do programa TRUSS.

As frequências naturais extraídas pelo programa TRUSS, retiradas do exemplo selecionado e também resolvida analiticamente estão expostas na Tabela 3.1, onde é verificada a grande aproximação entre estas, mostrando a validade do algoritmo desenvolvido.

Tabela 3.1 – Comparativo das frequências naturais obtidas pelo programa TRUSS, dadas pelo Exemplo e resolvida analiticamente.

Frequências Naturais (rad/s)						
	ω_1	Erro	ω_2	Erro	ω_3	Erro
Exemplo	1526.00		1034.00		415.00	
TRUSS	1526.03	0.002%	1033.70	0.029%	415.42	0.102%
Analítico	1525.86	0.011%	1032.72	0.095%	414.97	0.109%

Assim como as frequências naturais, os modos de vibração também se encontram muito próximos em relação aos extraídos do exemplo e os obtidos pelo programa TRUSS, como mostrado na Tabela 3.2.

Tabela 3.2 – Modos de vibração da estrutura calculados pelo programa TRUSS e comparados com o exemplo tomad

Modos de vibração								
Φ_1			Φ_2			Φ_3		
TRUSS	Exemplo	Erro (%)	TRUSS	Exemplo	Erro (%)	TRUSS	Exemplo	Erro (%)
0.4018	0.4020	0.06	0.0681	0.0680	0.08	0.2459	0.2460	0.03
0.0868	0.0870	0.22	0.3735	0.3730	0.12	-0.2452	-0.2460	0.34
0.1103	0.1100	0.31	-0.2717	-0.2720	0.10	-0.3749	-0.3750	0.03

3.4.5 – Estratégia da Busca do Dano

Definidas as assinaturas estruturais na seção 3.3 deste capítulo, resta definir uma estratégia para a busca dos danos. Para isso define-se uma função resíduo $F_{res}^{(j)}(z)$ num espaço métrico adequado (Kolmogorov e Fomin, 1970).

A função $F_{res}^{(j)}(z)$ compara a assinatura estrutural escolhida para a avaliação do dano (com uma das funções de assinatura estrutural $F_j(z_i)$ da seção 3.3) entre a situação do dano real $F_j(z_r)$ e de um dano prognosticado $F_j(z_i)$. O vetor $\{z_i\} = \{b_i, \alpha\}$ indica uma barra b_i com fração de seção transversal α prognosticada e $z_r = \{b_r, \alpha_r\}$; sendo b_r a barra de

localização do dano real e α_r , a fração da seção transversal que quantifica o dano real da barra b_r . A função $F_{res}^{(j)}(z_i)$ pode ser matematicamente definida como

$$F_{res}^{(j)}(z_i) = \left\{ \left[F_j(z_r) - F_j(z_i) \right]^q \right\}^{1/q} \quad (3.38)$$

Na Equação 3.38 a constante q , segundo (Scales e Gersztenkorn, 1988) define uma métrica que geralmente é usada como norma Euclidiana (i.e. $q=2$) muito comumente adotada na minimização de problemas de regressão. Nota-se que o valor de $q=2$ é apropriado para uma hipotética distribuição Gaussiana de erros nos dados de referência $F_j(z_r)$ - para maiores detalhes ver (Scales e Gersztenkorn, 1988) e (Bezerra, 1993).

A localização do dano corresponde ao mínimo da Equação 3.38, isto é:

$$\text{Min} \left[F_{res}^{(j)}(z_i) \right] \rightarrow 0 \quad (3.39)$$

Quanto mais próximo de zero for o valor da Equação 3.39, mais próximo o prognóstico $\{z_i\} = \{b_i, \alpha\}$ estará dos valores medidos reais $\{z_r\} = \{b_r, \alpha_r\}$, avizinhandose do dano real. Quanto mais distante do zero for o valor da Equação 3.39, pior o prognóstico; ou seja, mais distante da realidade $\{z_i\} = \{b_i, \alpha\}$ está de $\{z_r\} = \{b_r, \alpha_r\}$.

A localização do dano pelo programa é feita empregando-se o algoritmo de minimização da função resíduo, Equação 3.38, fazendo-se as possíveis combinações de $\{z_i\} = \{b_i, \alpha\}$ com $i \in N^*$ e $\alpha \in (0, 1)$ e definidas na sub-rotina ANED do programa TRUSS.

4 – AVALIAÇÕES DAS ASSINATURAS ESTRUTURAIS

4.1 – VARIAÇÃO DOS DESLOCAMENTOS E FREQUÊNCIAS

A função resíduo, definida na Subseção 3.4.5, é escrita em termos das assinaturas estruturais definidas na Seção 3.3 que por sua vez são escritas em função das diferenças (entre estrutura intacta e danificada) de deslocamentos e frequências naturais, exceto a assinatura $F_3(z)$ que se apresenta apenas com os modos (autovetores) da estrutura.

Sabe-se que em regimes lineares como é o caso deste trabalho, os deslocamentos respondem linearmente proporcionais às cargas aplicadas.

Portanto, o comportamento das grandezas em deslocamento que aparecem nas assinaturas estruturais pode ser significativamente aumentado ou diminuído dependendo do montante de carga aplicada na estrutura. Da mesma forma, pela Equação 3.4, as diferenças em deslocamento Δu são diretamente proporcionais as variações provocadas na matriz de rigidez ΔK por eventual dano.

Já as diferenças no quadrado das frequências naturais $\Delta \omega^2$, de acordo com a Equação 3.6, são proporcionais a pré e pós-multiplicação das variações da rigidez ΔK , mas inversamente proporcional a pré e pós-multiplicação da matriz de massa M - obviamente este trabalho não considera dano que provoque perda da matriz de massa da estrutura, senão a variação do quadrado da frequência seria inversamente proporcional a ΔM .

Conseqüentemente, atribuí-se importância significativa ao conhecimento do comportamento da variação das frequências naturais de vibração da estrutura quando sob influência de variações da rigidez ΔK .

Para o estudo desse comportamento é tomada uma estrutura treliçada com carregamento padrão - carregamento este que não influencia nas frequências de vibrar e só serve para o cálculo das variações dos deslocamentos devido à presença de variações de

rigidez ΔK geradas por alguns danos e que será reportado ao longo deste capítulo. Para se verificar as variações em $\Delta\omega^2$ devido a mudanças de rigidez ΔK geradas pelos danos simulados, as frequências são avaliadas com a estrutura intacta (sem dano) e com a estrutura avariada (com dano simulado). Procura-se provocar os danos em membros das treliças mais solicitados, isto é, sob maiores tensões axiais.

Espera-se pelo menos uma pequena variação $\Delta\omega^2$ entre a estrutura intacta e a estrutura com dano - principalmente nas frequências mais baixas que excitam modos de vibrar mais comuns de se obter na prática da engenharia. A variação de $\Delta\omega^2$ deve ser pequena visto que o dano aqui considerado estar localizado em apenas um elemento de barra. A superposição de efeitos devido à presença de vários danos em barras diferentes talvez pudesse ser mais facilmente percebida pela estrutura. Porém o objetivo das análises é também uma avaliação da eficiência das funções resíduo - definidas com as diversas assinaturas da Seção 3.3 mesmo com pequenas variações entre as frequências.

As Figuras 4.1 e 4.2 mostram o carregamento $P_d = 40 \text{ kN}$ e a distribuição de nós (do nó 1 até o nó 14), para uma treliça composta de 25 barras. A conectividade das barras de elementos finitos está na Figura 4.2. O módulo de elasticidade do material da treliça é de $E = 20500 \text{ kN/cm}^2$. As dimensões dos vãos e da altura da treliça estão na Figura 4.1 expressas em metro. Dos elementos do banzo superior, a barra mais solicitada é a barra 9 e 10. No banzo inferior, as barras mais solicitadas são 3 e 4. Dos montantes os mais solicitados correspondem às barras 13 e 25. Finalmente, para as diagonais, as mais solicitadas são as barras 14 e 24.

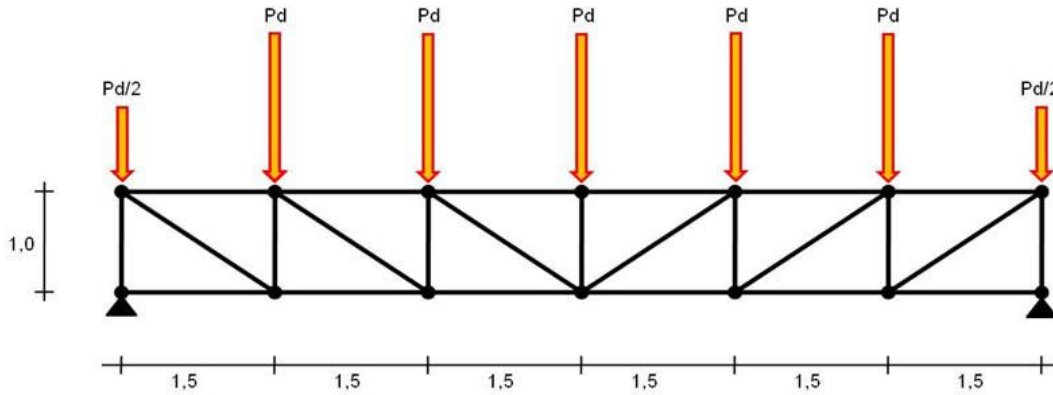


Figura 4.1 – Treliça com carregamento para análise dos deslocamentos e frequências.

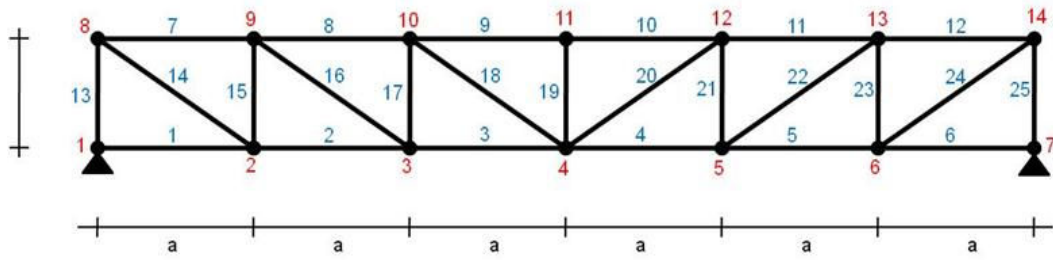


Figura 4.2 – Distribuição de nós e elementos da treliça.

É feita uma aplicação de um dano com fração de área transversal para cada tipo de elemento (banzos, montantes, diagonais) dentre os mais solicitados pelo carregamento estático aplicado.

Para o banzo superior é introduzido um dano de 7,85 cm² correspondendo a 25,3% da área da seção transversal do perfil pré-dimensionado na barra de número 10. Observa-se que a barra 10 (devido a simetria, também a barra 9) é a mais solicitada no banzo superior.

Portanto o dano real se caracteriza por $\{z_1\} = \{b_r = 10, \alpha = 0,253\}$, ou seja 25,3% da seção da barra 10 - conforme pode ser observado na Figura 4.3. A Tabela 4.1 apresenta as frequências, também representadas de forma superposta (entre frequências da estrutura intacta e com dano) no gráfico da Figura 4.4.

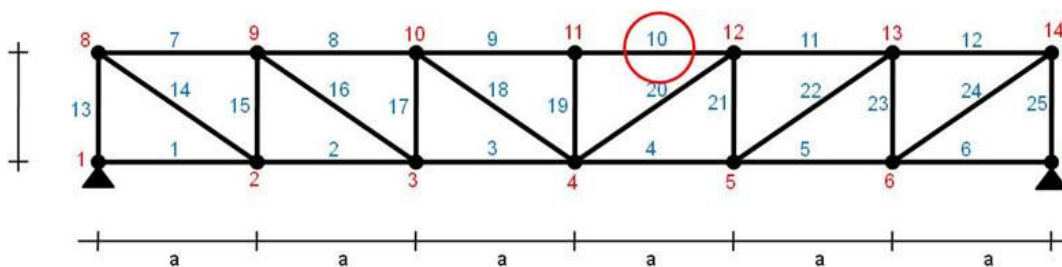


Figura 4.3 – Elemento do banco superior com aplicação do dano.

Tabela 4.1 – Frequências da estrutura intacta e danificada em 25,3% de área da seção transversal do elemento de barra de número 10 do banco superior

Frequências da Estrutura com Dano no Banzo Superior				
Nº	Naturais Intacta		Naturais Danificada	
	Freq. ($\times 10^3$) Rad/s	Freq. ($\times 10^2$) Hz	Freq. ($\times 10^3$) Rad/s	Freq. ($\times 10^2$) Hz
1	4.8783	7.7640	4.8727	7.7551
2	4.5545	7.2487	4.5375	7.2217
3	4.2000	6.6846	4.0983	6.5226
4	3.8336	6.1013	3.8128	6.0683
5	3.4558	5.5000	3.4409	5.4764
6	3.3027	5.2564	3.2324	5.1444
7	2.9034	4.6209	2.9079	4.6281
8	2.7890	4.4388	2.7868	4.4354
9	2.6450	4.2097	2.6380	4.1985
10	2.6011	4.1397	2.5916	4.1247
11	2.5509	4.0598	2.5397	4.0420
12	2.3683	3.7693	2.3582	3.7533
13	2.3334	3.7137	2.3304	3.7089
14	2.0981	3.3392	2.0933	3.3315
15	2.0777	3.3068	2.0766	3.3051
16	1.8287	2.9105	1.8002	2.8650
17	1.6458	2.6194	1.6505	2.6269
18	1.3680	2.1772	1.3684	2.1779
19	1.0824	1.7226	1.0817	1.7216
20	0.9533	1.5172	0.9386	1.4938
21	0.8294	1.3200	0.8263	1.3151
22	0.5087	0.8096	0.5052	0.8041
23	0.4633	0.7374	0.4702	0.7483
24	0.4130	0.6573	0.4062	0.6465
25	0.3347	0.5326	0.3434	0.5465

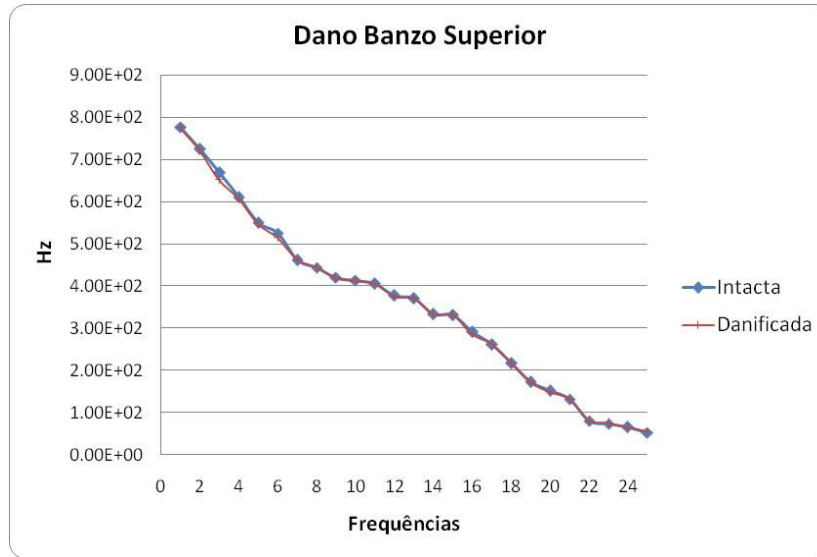


Figura 4.4 – Comparativo das freqüências da estrutura intacta e com dano no banzo superior.

No banzo inferior o dano localizado no elemento de número 3, Figura 4.5, de 12,74 cm², traz uma redução de 29,22% na área da seção transversal da barra, com resultados apresentados na Figura 4.6. Neste caso $\{z_2\} = \{b_r = 3, \alpha = 0,2922\}$.

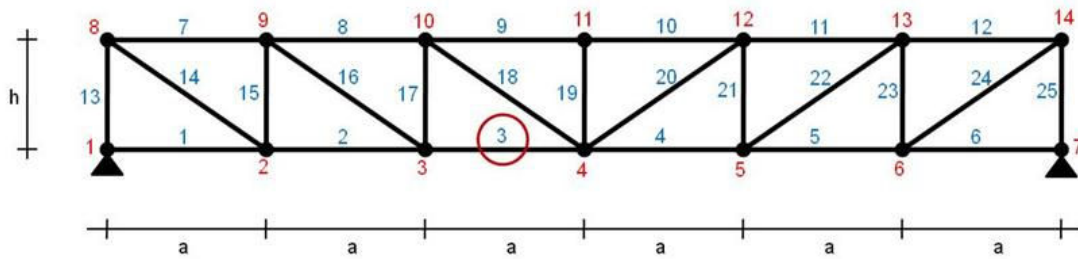


Figura 4.5 – Elemento do banzo inferior com aplicação do dano.

Tabela 4.2 – Frequências da estrutura Intacta e danificada em 29,22% de área da seção transversal do elemento de barra de número 03 do banzo inferior

Frequências da Estrutura com Dano no Banzo Inferior				
Nº	Naturais Intacta		Naturais Danificada	
	Freq. ($\times 10^3$) Rad/s	Freq. ($\times 10^2$) Hz	Freq. ($\times 10^3$) Rad/s	Freq. ($\times 10^2$) Hz
1	4.8783	7.7640	4.8370	7.6984
2	4.5545	7.2487	4.4875	7.1421
3	4.2000	6.6846	4.1759	6.6462
4	3.8336	6.1013	3.8168	6.0747
5	3.4558	5.5000	3.4202	5.4435
6	3.3027	5.2564	3.2694	5.2034
7	2.9034	4.6209	2.8660	4.5614
8	2.7890	4.4388	2.7989	4.4546
9	2.6450	4.2097	2.6369	4.1968
10	2.6011	4.1397	2.5966	4.1326
11	2.5509	4.0598	2.5547	4.0659
12	2.3683	3.7693	2.3308	3.7095
13	2.3334	3.7137	2.3284	3.7057
14	2.0981	3.3392	2.0978	3.3388
15	2.0777	3.3068	2.0668	3.2893
16	1.8287	2.9105	1.8099	2.8805
17	1.6458	2.6194	1.6373	2.6059
18	1.3680	2.1772	1.3760	2.1900
19	1.0824	1.7226	1.0732	1.7081
20	0.9533	1.5172	0.9484	1.5094
21	0.8294	1.3200	0.8233	1.3103
22	0.5087	0.8096	0.5031	0.8007
23	0.4633	0.7374	0.4580	0.7289
24	0.4130	0.6573	0.4187	0.6664
25	0.3347	0.5326	0.3209	0.5107

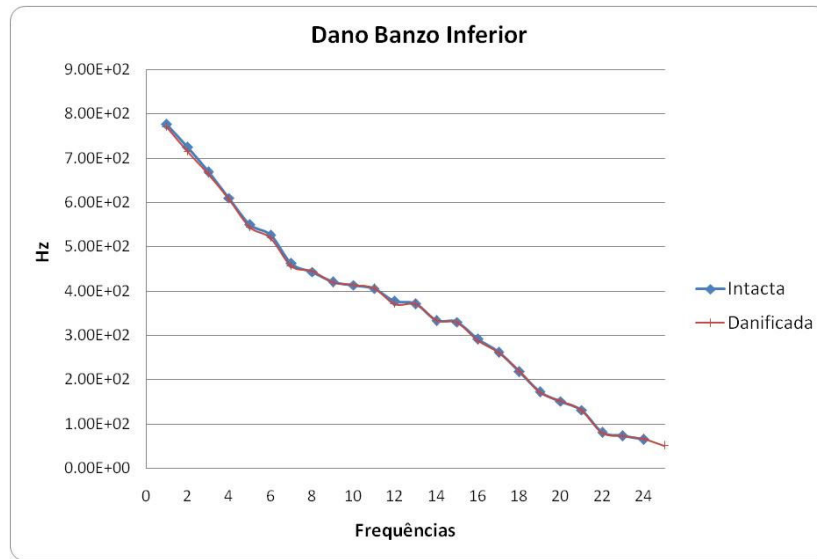


Figura 4.6 – Comparativo das frequências da estrutura intacta e com dano no banzo inferior.

No montante, a barra escolhida foi a de número 13, por se tratar de um dos montantes mais solicitados, com a inserção de um dano interno de 3,51 cm², proporcionando uma redução de 18,89% em área.

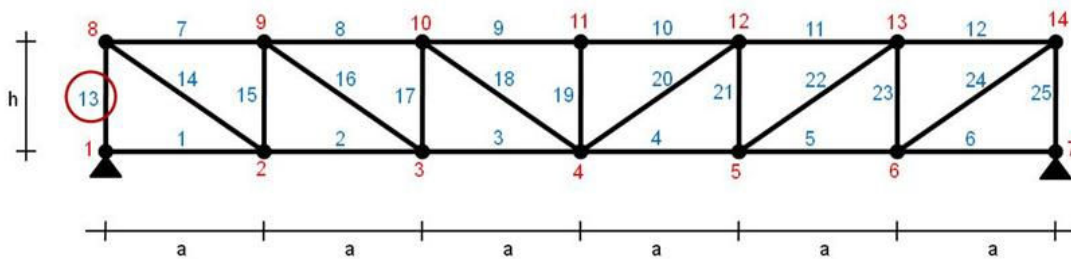


Figura 4.7 – Elemento do montante com aplicação do dano.

Tabela 4.3 – Frequências da estrutura Intacta e danificada em 18,89% de área da seção transversal do elemento de barra de número 13 em dos montantes

Frequências da Estrutura com Dano no Montante				
Nº	Naturais Intacta		Naturais Danificada	
	Freq. (x10³) Rad/s	Freq. (x10²) Hz	Freq. (x10³) Rad/s	Freq. (x10²) Hz
1	4.8783	7.7640	4.8781	7.7637
2	4.5545	7.2487	4.5541	7.2481
3	4.2000	6.6846	4.1991	6.6830
4	3.8336	6.1013	3.8324	6.0994
5	3.4558	5.5000	3.4539	5.4970
6	3.3027	5.2564	3.3015	5.2545
7	2.9034	4.6209	2.9012	4.6174
8	2.7890	4.4388	2.7921	4.4437
9	2.6450	4.2097	2.6453	4.2101
10	2.6011	4.1397	2.5981	4.1350
11	2.5509	4.0598	2.5449	4.0503
12	2.3683	3.7693	2.3669	3.7671
13	2.3334	3.7137	2.3317	3.7111
14	2.0981	3.3392	2.1001	3.3423
15	2.0777	3.3068	1.9658	3.1287
16	1.8287	2.9105	1.8140	2.8871
17	1.6458	2.6194	1.6213	2.5804
18	1.3680	2.1772	1.3680	2.1772
19	1.0824	1.7226	1.0798	1.7186
20	0.9533	1.5172	0.9588	1.5259
21	0.8294	1.3200	0.8259	1.3144
22	0.5087	0.8096	0.5058	0.8049
23	0.4633	0.7374	0.4626	0.7363
24	0.4130	0.6573	0.4263	0.6784
25	0.3347	0.5326	0.3254	0.5180

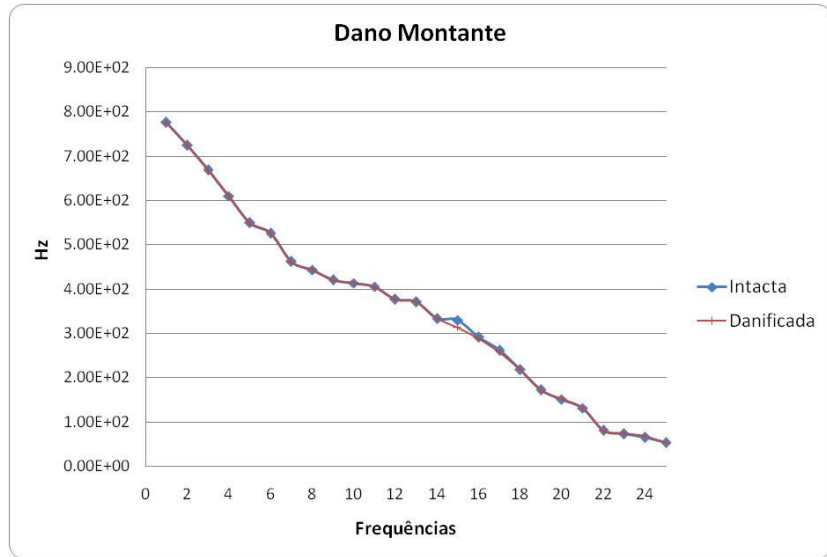


Figura 4.8 – Comparativo das frequências da estrutura intacta e com dano no montante

Das barras diagonais, a de número 14 foi danificada com uma área de 6,27 cm², com 23,03% da área total, mostrada abaixo.

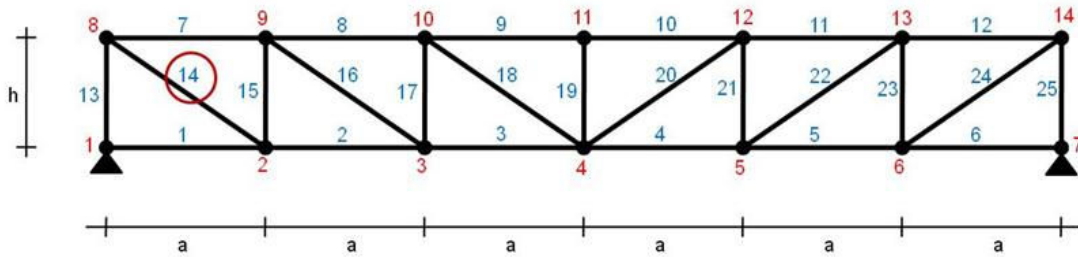


Figura 4.9 – Elemento da diagonal com aplicação do dano.

Tabela 4.4 – Frequências da estrutura Intacta e danificada em 23,03% de área da seção transversal do elemento de barra de número 14 numa diagonal

Frequências da Estrutura com Dano na Diagonal				
Nº	Naturais Intacta		Naturais Danificada	
	Freq. ($\times 10^3$) Rad/s	Freq. ($\times 10^2$) Hz	Freq. ($\times 10^3$) Rad/s	Freq. ($\times 10^2$) Hz
1	4.8783	7.7640	5.5282	8.7984
2	4.5545	7.2487	4.7420	7.5471
3	4.2000	6.6846	4.3138	6.8656
4	3.8336	6.1013	4.0050	6.3741
5	3.4558	5.5000	3.5662	5.6758
6	3.3027	5.2564	3.3405	5.3166
7	2.9034	4.6209	2.8730	4.5725
8	2.7890	4.4388	2.8250	4.4962
9	2.6450	4.2097	2.6175	4.1658
10	2.6011	4.1397	2.6067	4.1488
11	2.5509	4.0598	2.6043	4.1449
12	2.3683	3.7693	2.3884	3.8013
13	2.3334	3.7137	2.2506	3.5819
14	2.0981	3.3392	2.0587	3.2765
15	2.0777	3.3068	1.9936	3.1729
16	1.8287	2.9105	1.7752	2.8253
17	1.6458	2.6194	1.6149	2.5702
18	1.3680	2.1772	1.2009	1.9112
19	1.0824	1.7226	1.0759	1.7123
20	0.9533	1.5172	0.9534	1.5173
21	0.8294	1.3200	0.8225	1.3091
22	0.5087	0.8096	0.5299	0.8433
23	0.4633	0.7374	0.3738	0.5949
24	0.4130	0.6573	0.3727	0.5932
25	0.3347	0.5326	0.3526	0.5612

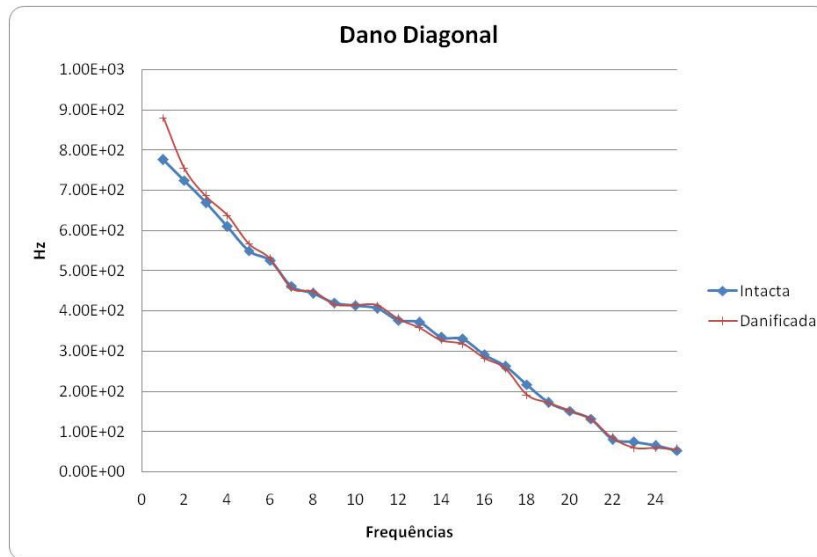


Figura 4.10 – Comparativo das frequências da estrutura intacta e com dano na diagonal

Observa-se que as frequências entre as estruturas intactas e danificadas nos diversos elementos são bastante próximas, principalmente nas frequências mais baixas, como já discutidos anteriormente apresentando alguns poucos pontos de maiores variações. Entretanto, para a estrutura analisada, a barra da diagonal mais solicitada para o carregamento mostrado na Figura 4.1, apresentou uma maior variação nas frequências.

Além da avaliação da variação das frequências naturais na estrutura intacta e danificada em seus tipos de elementos, também foi feita uma análise da evolução do comportamento desta frequência assim como dos deslocamentos quando esse dano é aumentado, como mostra as Figuras 4.11 e 4.12

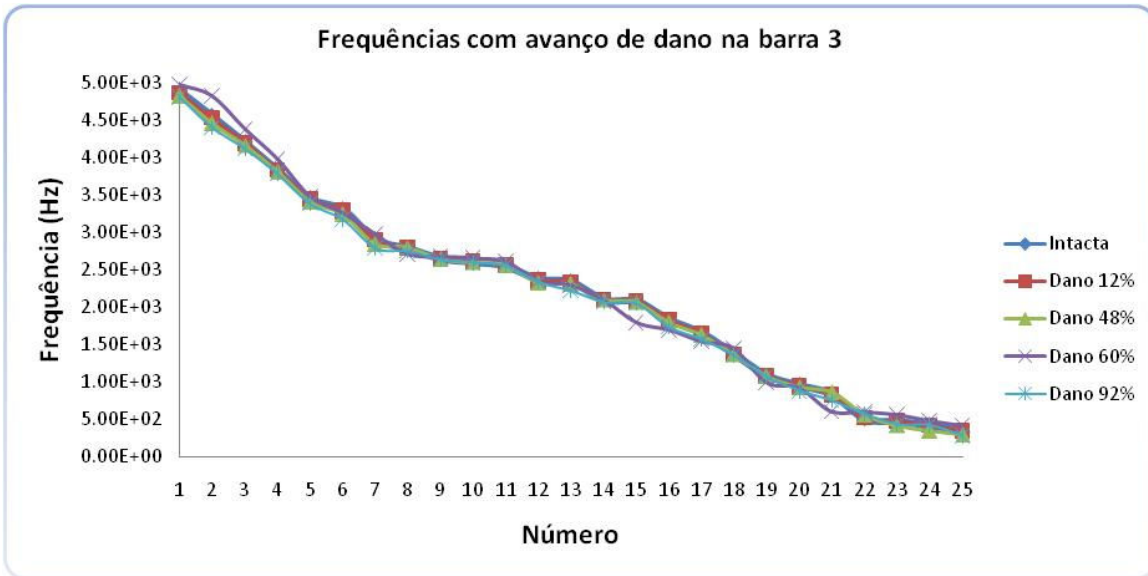


Figura 4.11 – Variação da frequência com a evolução do dano

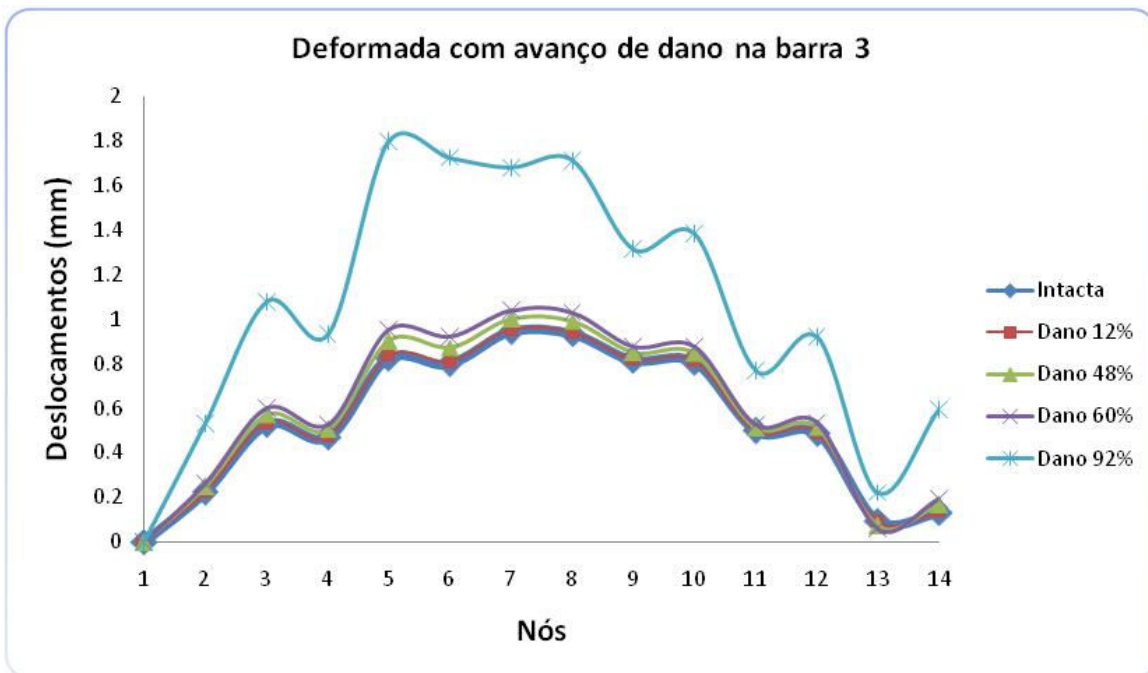


Figura 4.12 – Variação dos deslocamentos nodais com a evolução do dano

Nota-se que os deslocamentos nodais sofrem maiores modificações que as frequências de vibração da estrutura quando o dano na barra é desenvolvido. A Figura 4.12 mostra um aumento na variação desses deslocamentos junto com o aumento do dano - o que não

ocorre com as frequências naturais de vibração, o que constata na prática a dificuldade em se obter um grande número de frequências.

Na análise das assinaturas será observado qual destas possui melhor capacidade de capturar essas baixas variações de frequência e representar seus resultados na localização dos danos.

4.2 – ANÁLISE DAS FUNÇÕES RESÍDUO VIA ASSINATURAS

O objetivo desta seção é verificar qual das assinaturas estruturais definidas na Seção 3.3 melhor possui capacidade para ser utilizada em função resíduo para ser minimizada. Uma função resíduo $F_{res}^{(j)}(z_i)$ (definida na Subseção 3.4.5) é expressa em termos de uma assinatura estrutural $F_j(z_i)$ com a finalidade de localizar e quantificar um dano por análise numérico computacional.

Para a análise dos comportamentos das assinaturas via funções resíduo, é tomada uma estrutura treliçada com 9 barras. A treliça tem 6 nós, 8 elementos de barra, material com módulo de elasticidade $E = 20500 \text{ kN} / \text{cm}^2$, cargas $P_d = 40 \text{ kN}$ e é composta de 8 barras, as dimensões em metro estão na Figura 4.14.

Busca-se a convergência entre os valores com danos prognosticados, $F_j(z_i)$, que corresponde à diferença da assinatura entre $\{z_i\} = \{b_i, \alpha\}$ e a estrutura intacta e o valor de referência $F_j(z_r)$ sendo a diferença entre o dano real $\{z_r\} = \{b_r, \alpha_r\}$ e a estrutura intacta.

A Figura 4.13 a seguir mostra uma representação esquemática da utilização da Equação-3.38 na combinação entre as grandezas das funções resíduo utilizadas, com a finalidade de localizar na estrutura a barra danificada através da convergência entre os valores admitidos e os valores lidos.

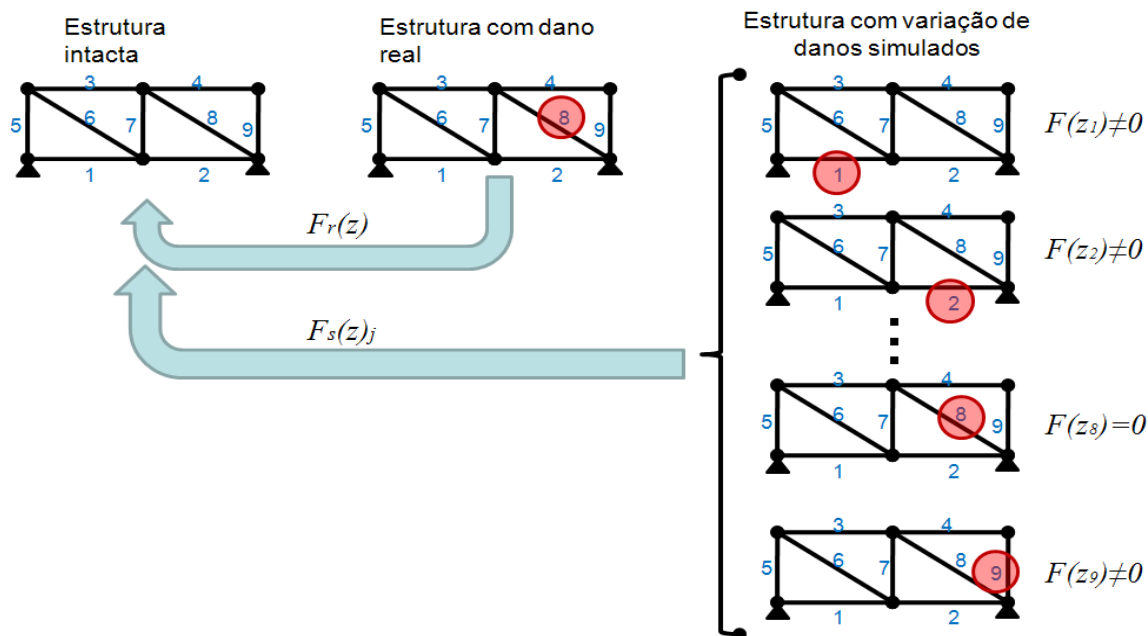


Figura 4.13 – Representação esquemática da convergência entre os valores lidos $F_r(z)$ e os valores simulados ou admitidos $F_s(z)$.

As funções objeto são aplicadas na estrutura apresentada na Figura 4.14, em que é fixada a barra danificada na diagonal número 6 para todas as funções estudadas. Nesta serão realizadas duas avaliações, uma com um dano real de 20% da área da seção transversal intacta e outra avaliação com um dano real, também no elemento diagonal de número 6, de 20,95% em relação à área da seção transversal total, correspondendo esse valor a uma redução de 14 cm^4 do momento de inércia do perfil pré-dimensionado para todas as diagonais desta estrutura em análise.

Como nas avaliações dessa estrutura descrita na Figura 4.14 o dano simulado será propagado em 20%, a primeira terá uma resposta exata, já que o dano real proposto foi propositalmente colocado em 20% da área da seção transversal, de forma que sempre a função estudada no momento terá seus parâmetros prognosticados exatamente igual aos parâmetros simulados, resultando no mínimo nulo, ao passo que a segunda avaliação possibilitará uma análise comparativa da capacidade das funções objeto em se aproximar com o seu valor mínimo da localização da barra danificada. Nesta segunda avaliação o dano real não será exato e sim aproximado isto para que se possa verificar a capacidade da

assinatura convergir seu mínimo para a barra danificada e de capturar o dano mesmo não possuindo valores exatos.

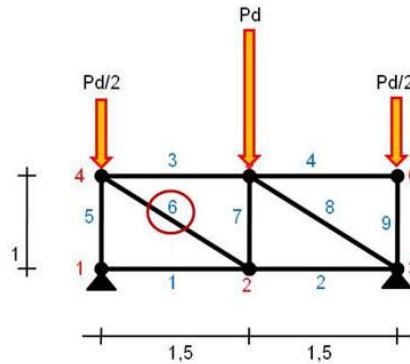


Figura 4.14 – Estrutura utilizada para análise das Funções Objeto, com carregamento e identificação da barra danificada.

Os comportamentos das funções $F_j(z_i)$ são representados a seguir para a estrutura mostrada na Figura 4.14, apresentado seus mínimos na avaliação exata e aproximada, respectivamente.

Tabela 4.5 – Assinatura $F_1(z)$ avaliação exata e aproximada

$$F_1(z) = \sum_{j=1}^N \left[\left(\frac{\Delta u_x^j}{\Delta \omega_1^2} \right) + \left(\frac{\Delta u_x^j}{\Delta \omega_2^2} \right) + \left(\frac{\Delta u_y^j}{\Delta \omega_1^2} \right) + \left(\frac{\Delta u_y^j}{\Delta \omega_2^2} \right) \right]$$

z	Dano Exato			Dano Aproximado		
	Simulado	Real	Resíduo	Simulado	Real	Resíduo
1	0.00E+00	1.16E-04	-1.16E-04	0.00E+00	1.16E-04	-1.16E-04
2	-2.13E-08	1.16E-04	-1.16E-04	-1.89E-07	1.16E-04	-1.17E-04
3	2.26E-06	1.16E-04	-1.14E-04	1.87E-06	1.16E-04	-1.14E-04
4	0.00E+00	1.16E-04	-1.16E-04	0.00E+00	1.16E-04	-1.16E-04
5	9.95E-02	1.16E-04	9.94E-03	7.50E-02	1.16E-04	7.49E-02
6	1.16E-04	1.16E-04	0.00E+00	8.95E-05	1.16E-04	-2.69E-05
7	2.65E-01	1.16E-04	2.65E-03	7.68E-01	1.16E-04	7.68E-01
8	1.57E-06	1.16E-04	-1.15E-04	2.19E-06	1.16E-04	-1.14E-04
9	1.35E+01	1.16E-04	1.35E-03	4.53E+00	1.16E-04	4.53E+00

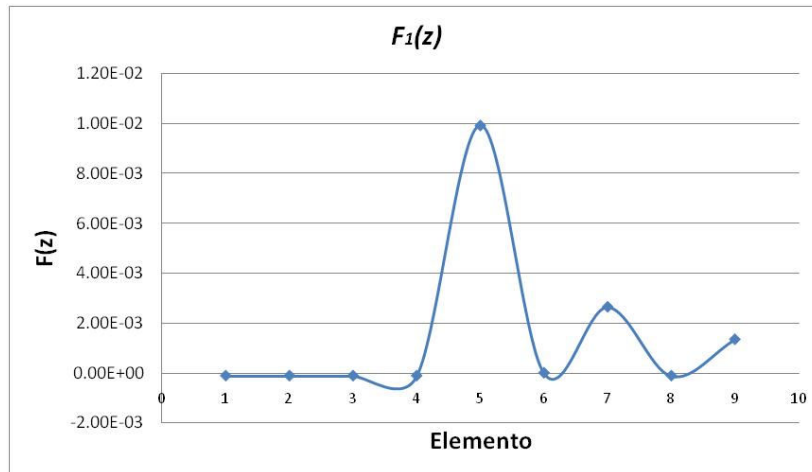


Figura 4.15 (a) – Comportamento exato com dano de 20% na Assinatura $F_1(z)$ para os elementos da treliça.

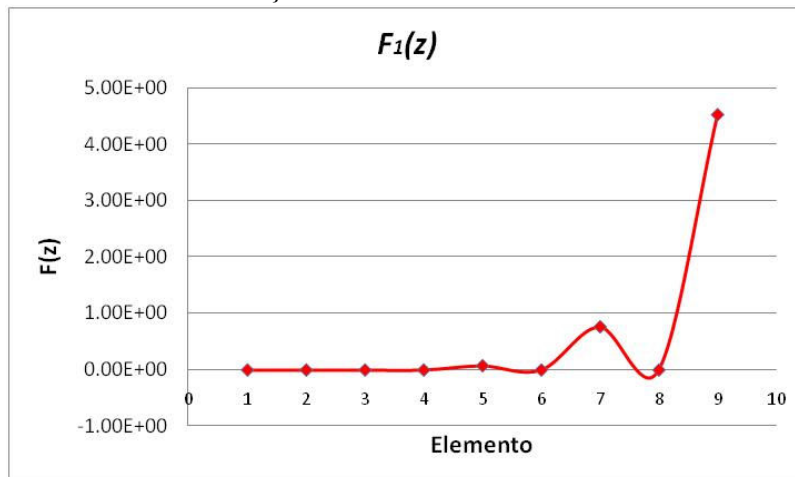


Figura 4.15 (b) – Comportamento com dano aproximado na Assinatura $F_1(z)$ para os elementos da treliça.

Na função $F_1(z)$, Equação 3.7, a utilização das principais frequências ω_1 e ω_2 atingiu seu mínimo na barra danificada, apesar de produzir vários pontos próximos de zero, tanto na avaliação exata como na aproximada, Figura 4.15 (a) e (b). Com sua característica de comportamento estático e dinâmico, é adequada para o processo de minimização proposto.

Tabela 4.6 – Assinatura $F_2(z)$ avaliação exata e aproximada

$$F_2(z) = \sum \frac{\Delta\phi^2}{\Delta\omega^2}$$

z	Dano Exato			Dano Aproximado		
	Simulado	Real	Resíduo	Simulado	Real	Resíduo
	$F_s(z)$	$F_r(z)$	$F(z)$	$F_s(z)$	$F_r(z)$	$F(z)$
1	-9.89E-03	1.19E-03	-1.11E-02	-1.07E-02	1.20E-03	-1.19E-02
2	-1.01E-02	1.19E-03	-1.13E-02	-9.19E-04	1.20E-03	-2.12E-03
3	1.37E+04	1.19E-03	1.37E+04	2.23E+04	1.20E-03	2.23E+04
4	-3.10E-01	1.19E-03	-3.11E-01	-2.39E-01	1.20E-03	-2.40E-01
5	1.12E+04	1.19E-03	1.12E+04	6.73E+04	1.20E-03	6.73E+04
6	1.19E-03	1.19E-03	0.00E+00	1.21E-03	1.20E-03	1.15E-05
7	-4.28E-01	1.19E-03	-4.29E-01	-1.09E-01	1.20E-03	-1.10E-01
8	7.71E+03	1.19E-03	7.71E+03	1.68E+04	1.20E-03	1.68E+04
9	-9.30E-02	1.19E-03	-9.42E-02	0.00E+00	1.20E-03	-1.20E-03

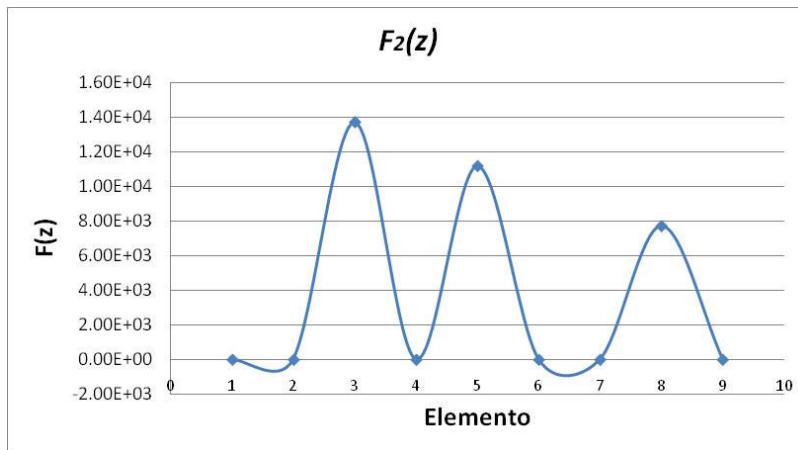


Figura 4.16 (a) – Comportamento exato com dano de 20% na Assinatura $F_2(z)$ para os elementos da treliça.

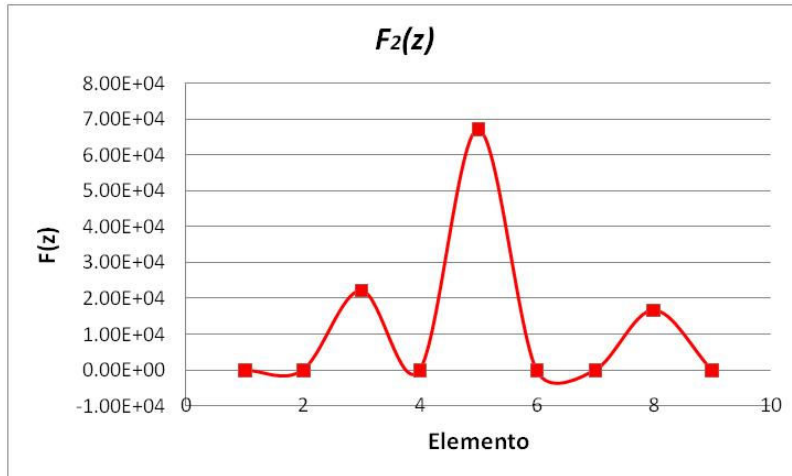


Figura 4.16 (b) – Comportamento com dano aproximado na Assinatura $F_2(z)$ para os elementos da treliça.

A função $F_2(z)$, Equação 3.11, assim como a função $F_1(z)$, gera vários pontos de resíduos próximos de zero ao se analisar os elementos da estrutura, tanto na análise exata como na aproximada, esses pontos encontrados na função $F_2(z)$, muito próximos do mínimo, trazem dificuldade práticas em sua leitura, podendo levar a análise a um falso mínimo, não se compatibilizando com a identificação do dano na barra diagonal 6, problema este maximizado ao se analisar grandes estruturas.

Tabela 4.7 – Assinatura $F_3(z)$ avaliação exata e aproximada

$$F_3(z) = \frac{\sum_{j=1}^N |\varphi_j^i \cdot \varphi_j^d|^2}{[\sum_{j=1}^N \varphi_j^{i^2}] \times [\sum_{j=1}^N \varphi_j^{d^2}]}$$

z	Dano Exato			Dano Aproximado		
	Simulado	Real	Resíduo	Simulado	Real	Resíduo
1	0.00E+00	-1.93E-07	1.93E-07	6.58E-01	1.20E-03	-1.19E-02
2	3.50E-07	-1.93E-07	5.42E-07	1.50E-02	1.20E-03	-2.12E-03
3	1.78E-05	-1.93E-07	1.80E-05	2.49E-04	1.20E-03	2.23E+04
4	0.00E+00	-1.93E-07	1.93E-07	1.34E-02	1.20E-03	-2.40E-01
5	3.46E-02	-1.93E-07	3.46E-02	5.55E-02	1.20E-03	6.73E+04
6	5.28E-04	-1.93E-07	5.28E-04	5.32E-04	1.20E-03	1.15E-05
7	1.58E-03	-1.93E-07	1.58E-03	9.78E-03	1.20E-03	-1.10E-01
8	6.72E-03	-1.93E-07	6.72E-03	4.28E-02	1.20E-03	1.68E+04
9	1.24E-07	-1.93E-07	3.17E-07	1.02E+01	1.20E-03	-1.20E-03

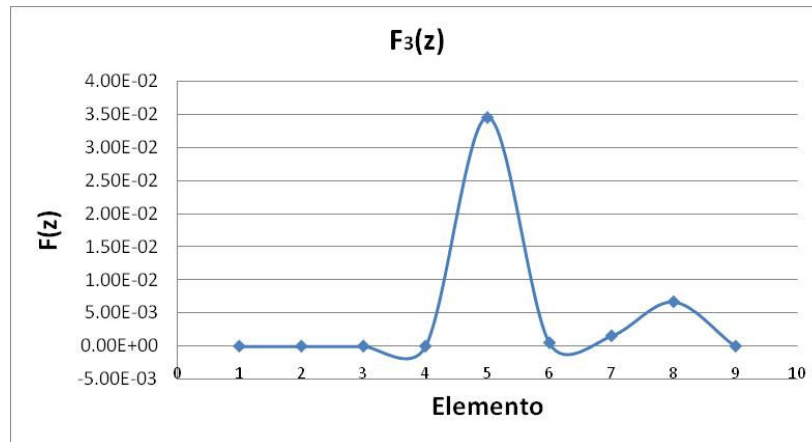


Figura 4.17 (a) – Comportamento exato com dano de 20% da Assinatura $F_3(z)$ para os elementos da treliça.

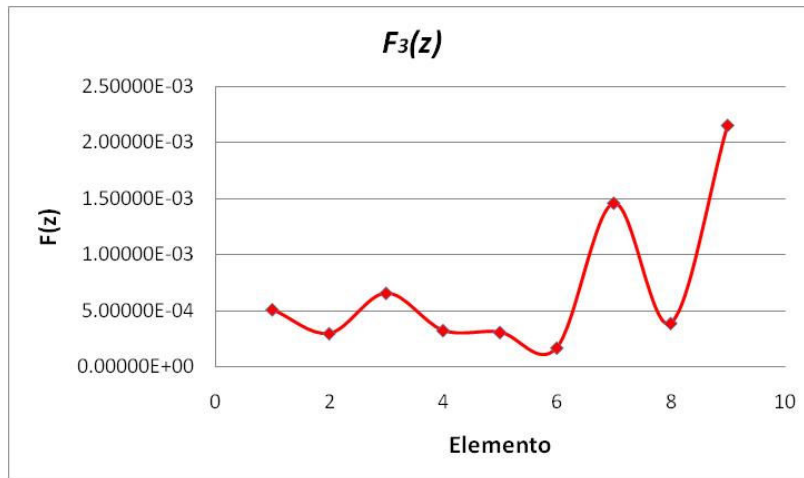


Figura 4.17 (b) – Comportamento com dano aproximado na Assinatura $F_3(z)$ para os elementos da treliça.

A função $F_3(z)$, denominada *COMAC (Coordinate Modal Assurance Criterion)*, durante a análise exata mostra um comportamento onde muitos pontos aproximam-se do mínimo, dificultando a sua análise, ao contrário do que mostra na análise aproximada na qual consegue atingir o seu mínimo exatamente na barra onde o dano foi previamente localizado, na Figura 4.14, mostrando ser uma função capaz de atingir mínimos para qualquer dano da estrutura.

Tabela 4.8 – Assinatura $F_4(z)$ avaliação exata e aproximada

$$F_4(z) = \frac{\sum_{j=1}^N |\omega_j^i \omega_j^d|^2}{[\sum_{j=1}^N \omega_j^{i^2}] \times [\sum_{j=1}^N \omega_j^{d^2}]}$$

z	Dano Exato			Dano Aproximado		
	Simulado	Real	Resíduo	Simulado	Real	Resíduo
	Fs(z)	Fr(z)	F(z)	Fs(z)	Fr(z)	F(z)
1	1.18E-01	1.18E-01	4.35E-04	1.18E-01	1.18E-01	-1.19E-02
2	1.21E-01	1.18E-01	3.26E-03	1.18E-01	1.18E-01	-2.12E-03
3	1.18E-01	1.18E-01	5.44E-04	1.18E-01	1.18E-01	2.23E+04
4	1.18E-01	1.18E-01	3.10E-04	1.18E-01	1.18E-01	-2.40E-01
5	1.18E-01	1.18E-01	3.14E-04	1.18E-01	1.18E-01	6.73E+04
6	1.18E-01	1.18E-01	0.00E+00	1.18E-01	1.18E-01	1.15E-05
7	1.19E-01	1.18E-01	9.03E-04	1.19E-01	1.18E-01	-1.10E-01
8	1.18E-01	1.18E-01	3.38E-04	1.18E-01	1.18E-01	1.68E+04
9	1.17E-01	1.18E-01	6.95E-04	1.16E-01	1.18E-01	-1.20E-03

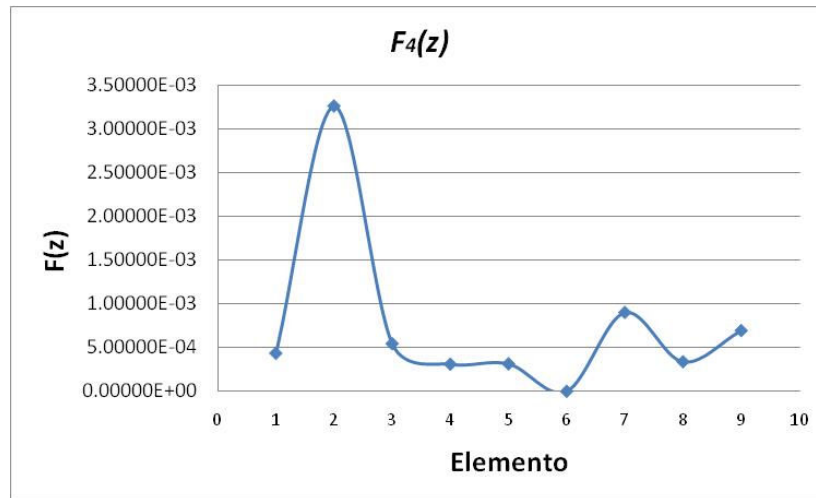


Figura 4.18 (a) – Comportamento exato com dano de 20% da Assinatura $F_4(z)$ para os elementos da treliça.

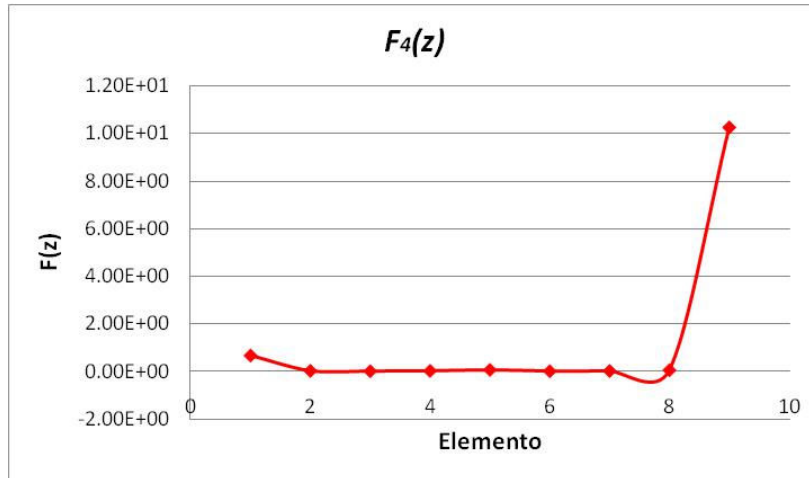


Figura 4.18 (b) – Comportamento com dano aproximado na Assinatura $F_4(z)$ para os elementos da treliça.

A função $F_4(z)$, Equação 3.14, variação da *COMAC* (*Coordinate Modal Assurance Criterion*), apresentada anteriormente, mostra um comportamento totalmente oposto ao da função $F_3(z)$, na análise exata identifica claramente seu mínimo localizado no elemento de barra danificado bem destacado dos outros elementos da treliça, porém isso não acontece quando realizada a análise de dano aproximado, tendo muitos pontos muito próximos no mínimo não demonstrando confiabilidade em sua utilização na localização de um dano.

Tabela 4.9 – Assinatura $F_5(z)$ avaliação exata e aproximada

$$F_5(z) = \frac{\sum_{j=1}^N \Delta u_j}{\sum_{j=1}^N \Delta \omega_j^2}$$

z	Dano Exato			Dano Aproximado		
	Simulado	Real	Resíduo	Simulado	Real	Resíduo
1	1.96E-01	1.96E-01	1.78E-03	1.96E-01	1.96E-01	1.68E-04
2	2.21E-01	1.96E-01	2.51E-02	1.94E-01	1.96E-01	1.93E-03
3	1.96E-01	1.96E-01	2.81E-03	1.96E-01	1.96E-01	3.08E-04
4	1.96E-01	1.96E-01	7.16E-03	1.95E-01	1.96E-01	8.27E-04
5	1.98E-01	1.96E-01	1.60E-03	2.00E-01	1.96E-01	3.35E-03
6	1.96E-01	1.96E-01	0.00E+00	1.96E-01	1.96E-01	2.15E-05
7	1.98E-01	1.96E-01	1.97E-03	2.01E-01	1.96E-01	4.39E-03
8	1.96E-01	1.96E-01	1.22E-03	1.96E-01	1.96E-01	1.63E-04
9	1.99E-01	1.96E-01	2.20E-03	2.01E-01	1.96E-01	4.96E-03

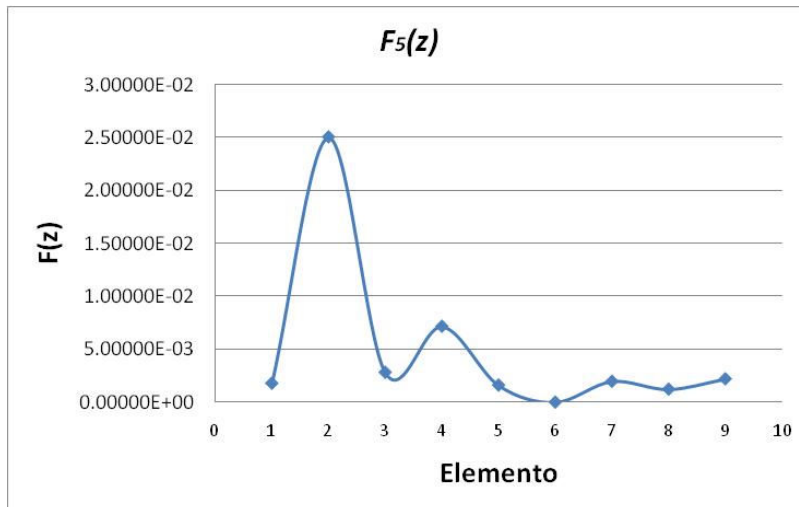


Figura 4.19 (a) – Comportamento exato com dano de 20% da Assinatura $F_5(z)$ para os elementos da treliça.

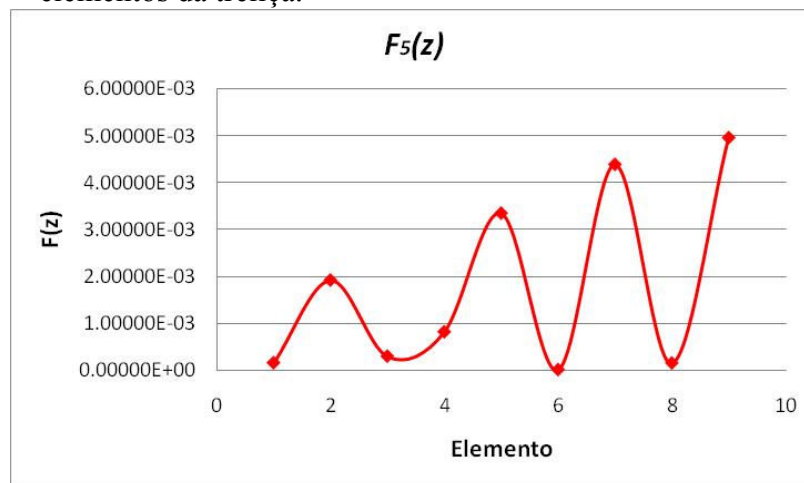


Figura 4.19 (b) – Comportamento com dano na Assinatura $F_5(z)$ para os elementos da treliça.

A função objeto $F_5(z)$, Equação 3.15, assim como a $F_1(z)$ que combina parâmetros estáticos e dinâmicos, destaca com eficiência o ponto mínimo no dano da barra da estrutura proposta na Figura 4.14, tanto na análise de dano exato como também na realizada com dano aproximado, mostrando ser uma função objeto de alta confiabilidade no que diz respeito à captura do dano na estrutura.

Tabela 4.10 – Assinatura $F_6(z)$ avaliação exata e aproximada

$$F_6(z) = \sum_{j=1}^N \Delta u_j^2 + \sum_{k=1}^6 \Delta \omega_k^2$$

z	Dano Exato			Dano Aproximado		
	Simulado	Real	Resíduo	Simulado	Real	Resíduo
	Fs(z)	Fr(z)	F(z)	Fs(z)	Fr(z)	F(z)
1	4.53E+06	7.37E+07	6.92E+07	3.00E+06	1.28E+08	-1.25E+08
2	6.10E+12	7.37E+07	6.10E+08	6.02E+08	1.28E+08	4.73E+08
3	1.84E+08	7.37E+07	1.10E+08	4.84E+08	1.28E+08	3.56E+08
4	2.44E+09	7.37E+07	2.37E+08	6.46E+09	1.28E+08	6.33E+09
5	3.00E+07	7.37E+07	4.37E+07	1.29E+08	1.28E+08	4.14E+05
6	7.37E+07	7.37E+07	0.00E+00	3.08E+08	1.28E+08	1.80E+08
7	1.60E+08	7.37E+07	8.66E+07	1.63E+09	1.28E+08	1.50E+09
8	1.78E+07	7.37E+07	5.59E+07	7.34E+07	1.28E+08	-5.48E+07
9	6.37E+08	7.37E+07	5.64E+08	9.70E+09	1.28E+08	9.57E+09

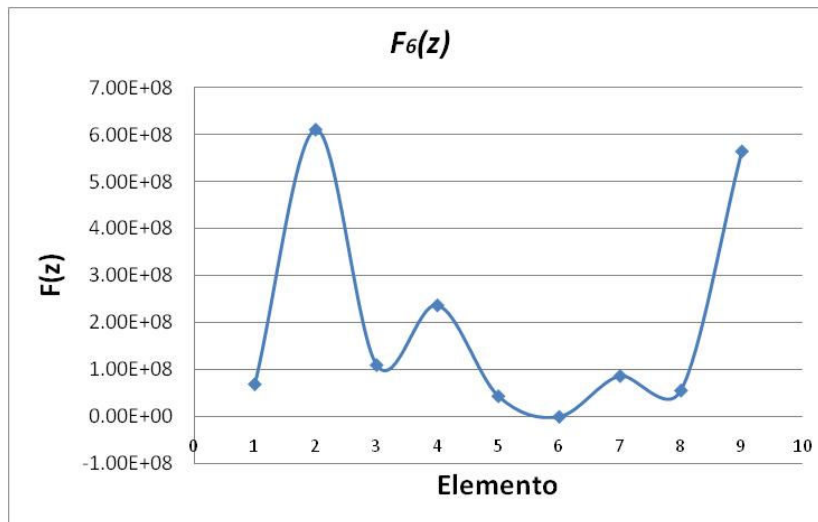


Figura 4.20 (a) – Comportamento exato com dano de 20% da Assinatura $F_6(z)$ para os elementos da treliça.

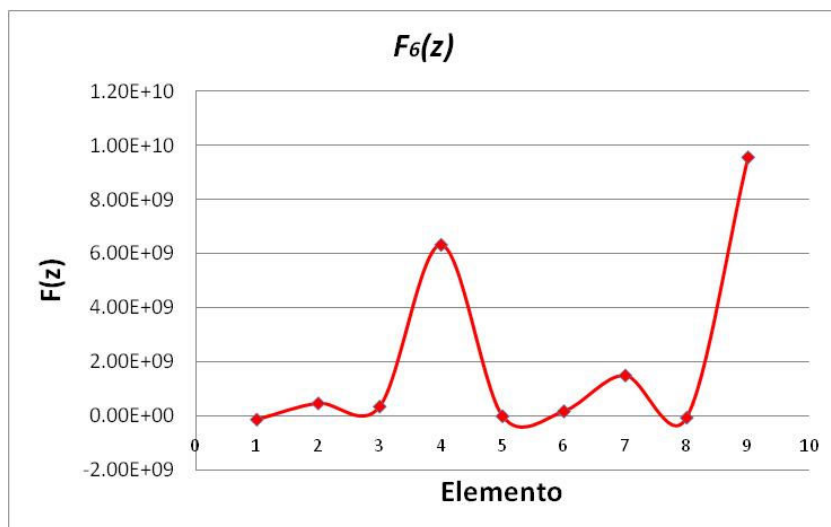


Figura 4.20 (b) – Comportamento com dano na Assinatura $F_6(z)$ para os elementos da treliça.

A função $F_6(z)$ com o somatório dos quadrados da diferença dos deslocamentos e das seis primeiras frequências da estrutura, traz uma ótima definição de seu mínimo na análise exata na barra danificada da treliça, porém na análise aproximada ela não localiza seu mínimo na barra danificada.

Tabela 4.11 – Assinatura $F_7(z)$ avaliação exata e aproximada

$$F_7(z) = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^6 \Delta u_j^2 \cdot \Delta \omega_k^2$$

z	Dano Exato			Dano Aproximado		
	Simulado	Real	Resíduo	Simulado	Real	Resíduo
1	0.00E+00	7.41E-01	7.41E-01	1.10E+01	2.01E+02	1.90E+02
2	5.25E+01	7.41E-01	5.17E+00	1.63E+02	2.01E+02	3.77E+01
3	2.99E-01	7.41E-01	4.41E-01	1.54E+02	2.01E+02	4.69E+01
4	0.00E+00	7.41E-01	7.41E-01	5.10E+02	2.01E+02	3.09E+02
5	2.35E-01	7.41E-01	5.06E-01	1.05E+02	2.01E+02	9.56E+01
6	7.41E-01	7.41E-01	0.00E+00	1.42E+02	2.01E+02	5.90E+01
7	6.83E-02	7.41E-01	6.72E-01	2.59E+02	2.01E+02	5.82E+01
8	3.64E-01	7.41E-01	3.76E-01	6.91E+01	2.01E+02	1.31E+02
9	4.33E-02	7.41E-01	6.97E-01	5.88E+02	2.01E+02	3.87E+02

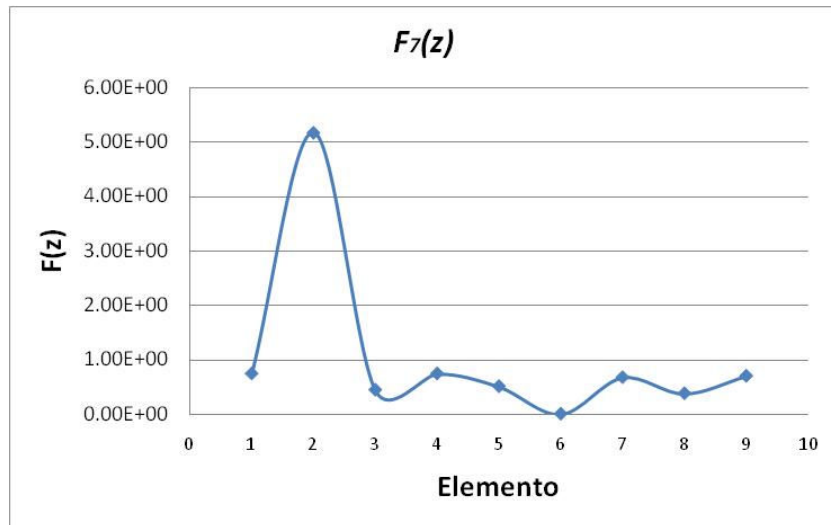


Figura 4.21 (a) – Comportamento exato com dano de 20% da Assinatura $F_7(z)$ para os elementos da treliça.

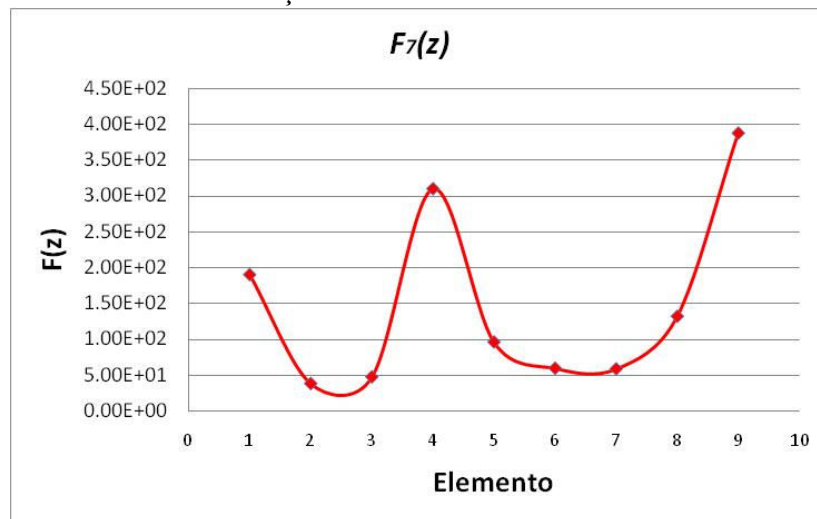


Figura 4.21 (b) – Comportamento com dano na Assinatura $F_7(z)$ para os elementos da treliça.

Na função $F_7(z)$ é clara a observação do mínimo na barra danificada proposta quando realizada a análise exata, contudo não apresenta estas características quando realizada a análise aproximada, pois não consegue localizar esse mínimo na barra danificada da treliça, contudo seu mínimo é muito próximo do valor do resíduo referente ao elemento de barra danificado.

Tabela 4.12 – Assinatura $F_8(z)$ avaliação exata e aproximada

$$F_8(z) = \log \left(\sum_{j=1}^N \Delta u_j^2 + \sum_{k=1}^6 \Delta \omega_k^2 \right)$$

z	Dano Exato			Dano Aproximado		
	Simulado	Real	Resíduo	Simulado	Real	Resíduo
	Fs(z)	Fr(z)	F(z)	Fs(z)	Fr(z)	F(z)
1	3.33E+00	3.93E+00	6.06E-01	3.24E+00	4.05E+00	8.15E-01
2	6.39E+00	3.93E+00	2.46E+00	4.39E+00	4.05E+00	3.36E-01
3	4.13E+00	3.93E+00	1.98E-01	4.34E+00	4.05E+00	2.89E-01
4	4.69E+00	3.93E+00	7.60E-01	4.91E+00	4.05E+00	8.51E-01
5	3.74E+00	3.93E+00	1.95E-01	4.05E+00	4.05E+00	7.00E-04
6	3.93E+00	3.93E+00	0.00E+00	4.24E+00	4.05E+00	1.90E-01
7	4.10E+00	3.93E+00	1.69E-01	4.61E+00	4.05E+00	5.53E-01
8	3.63E+00	3.93E+00	3.08E-01	3.93E+00	4.05E+00	1.21E-01
9	4.40E+00	3.93E+00	4.69E-01	4.99E+00	4.05E+00	9.39E-01

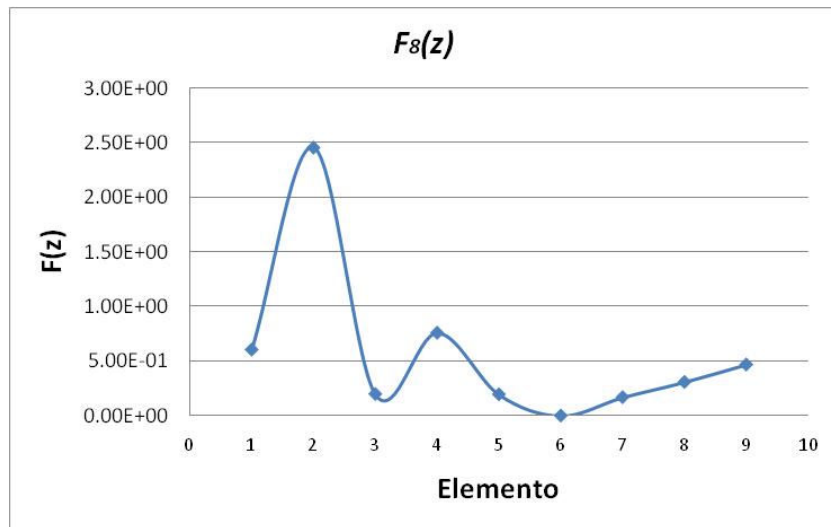


Figura 4.22 (a) – Comportamento exato com dano de 20% da Assinatura $F_8(z)$ para os elementos da treliça.

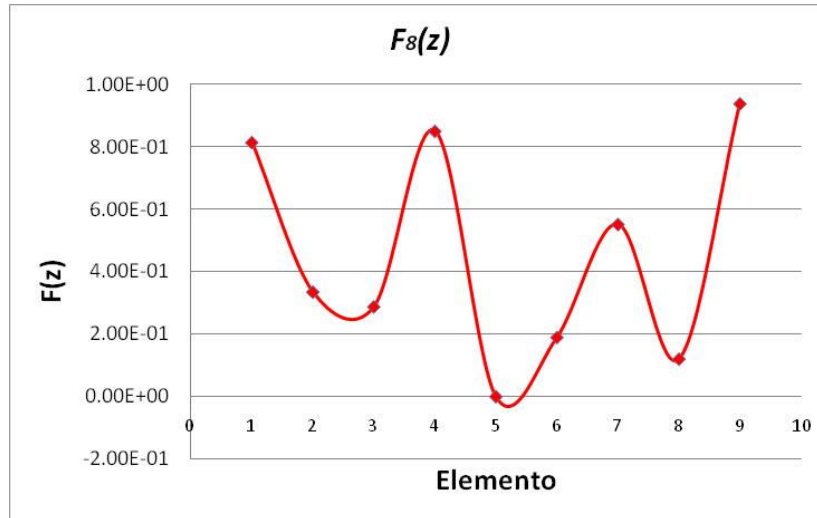


Figura 4.22 (b) – Comportamento com dano na Assinatura $F_8(z)$ para os elementos da treliça.

A função $F_8(z)$ na sua análise exata mostra um mínimo bem visível e destacado dos demais pontos, exatamente na barra danificada, o que é esperado, mas assim como a função $F_7(z)$ não é capaz de localizar seu mínimo na barra danificada quando realizada a análise aproximada, tornando-a assim imprecisa.

Tabela 4.13 – Assinatura $F_9(z)$ avaliação exata e aproximada

$$F_9(z) = \log \left(\frac{\sum_{j=1}^N \Delta u_j}{\sum_{k=1}^6 \Delta \omega_k^2} \right)$$

z	Dano Exato			Dano Aproximado		
	Simulado	Real	Resíduo	Simulado	Real	Resíduo
1	SING	-5.97E+00	SING	-4.34E+00	-4.93E+00	5.92E-01
2	-8.73E+00	-5.97E+00	2.76E+00	-5.48E+00	-4.93E+00	5.49E-01
3	-6.46E+00	-5.97E+00	4.94E-01	-5.42E+00	-4.93E+00	4.91E-01
4	SING	-5.97E+00	SING	-6.00E+00	-4.93E+00	1.07E+00
5	-5.92E+00	-5.97E+00	4.34E-02	-5.07E+00	-4.93E+00	1.42E-01
6	-5.97E+00	-5.97E+00	0.00E+00	-5.29E+00	-4.93E+00	3.61E-01
7	-6.74E+00	-5.97E+00	7.71E-01	-5.70E+00	-4.93E+00	7.74E-01
8	-5.66E+00	-5.97E+00	3.08E-01	-4.98E+00	-4.93E+00	4.99E-02
9	-7.28E+00	-5.97E+00	1.32E+00	-6.11E+00	-4.93E+00	1.18E+00

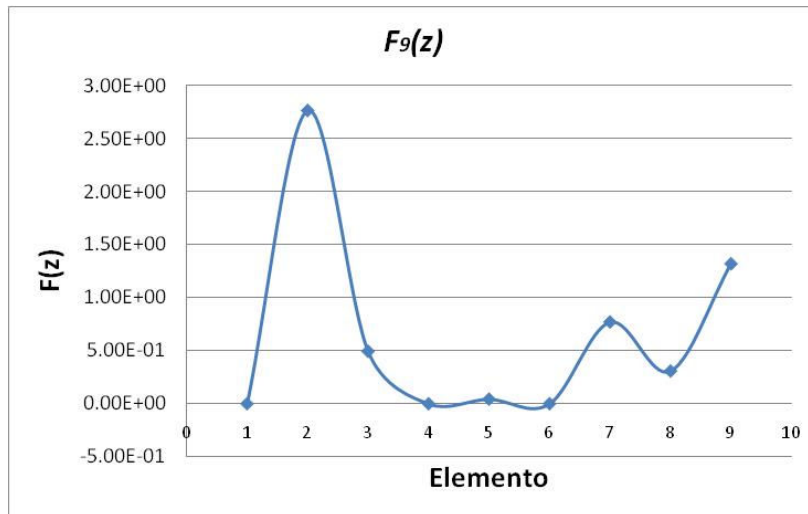


Figura 4.23 (a) – Comportamento exato com dano de 20% da Assinatura $F_9(z)$ para os elementos da treliça.

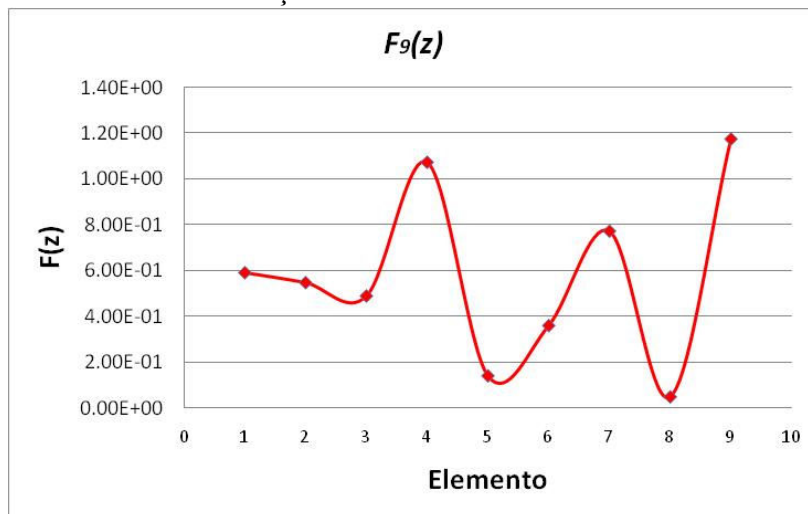


Figura 4.23 (b) – Comportamento com dano na Assinatura $F_9(z)$ para os elementos da treliça.

A função $F_9(z)$ mesmo na análise exata já mostra um problema que são as indeterminações de alguns pontos, devido à extração de logaritmos, isso leva a uma inconsistência da assinatura, além de que na análise aproximada registra seu ponto mínimo fora da barra que contém o dano, tornado-se uma função não apropriada para este trabalho.

Tabela 4.14 – Assinatura $F_{10}(z)$ avaliação exata e aproximada

$$F_{10}(z) = \sum_{j=1}^N \log(\Delta u_j^2 + 1) + \sum_{k=1}^6 \log(\Delta \omega_k^2 + 1)$$

z	Dano Exato			Dano Aproximado		
	Simulado	Real	Resíduo	Simulado	Real	Resíduo
	Fs(z)	Fr(z)	F(z)	Fs(z)	Fr(z)	F(z)
1	9.24E+00	1.47E+01	5.47E+00	8.87E+00	1.55E+01	6.63E+00
2	2.82E+01	1.47E+01	1.35E+01	1.52E+01	1.55E+01	3.30E-01
3	1.84E+01	1.47E+01	3.70E+00	1.97E+01	1.55E+01	4.16E+00
4	1.67E+01	1.47E+01	1.96E+00	1.79E+01	1.55E+01	2.44E+00
5	8.68E+00	1.47E+01	6.03E+00	1.07E+01	1.55E+01	4.79E+00
6	1.47E+01	1.47E+01	0.00E+00	1.68E+01	1.55E+01	1.30E+00
7	1.25E+01	1.47E+01	2.17E+00	1.50E+01	1.55E+01	5.21E-01
8	9.99E+00	1.47E+01	4.72E+00	1.16E+01	1.55E+01	3.95E+00
9	1.33E+01	1.47E+01	1.44E+00	1.64E+01	1.55E+01	8.70E-01

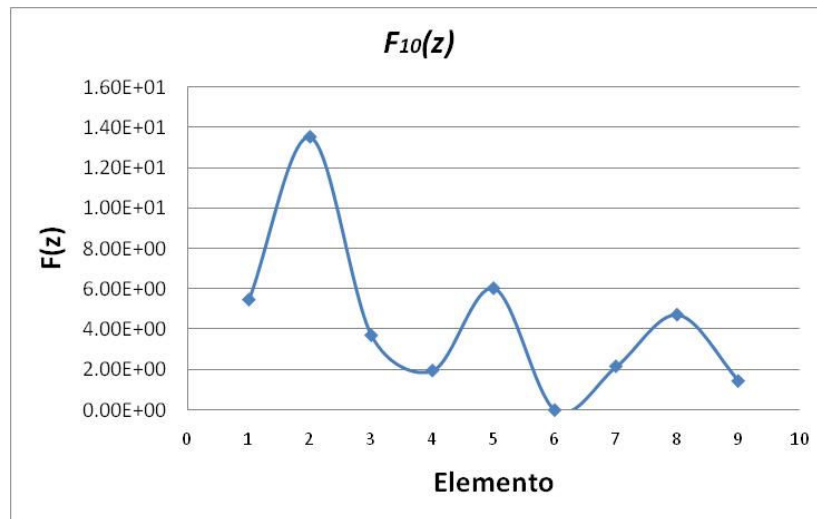


Figura 4.24 (a) – Comportamento exato com dano de 20% da Assinatura $F_{10}(z)$ para os elementos da treliça.

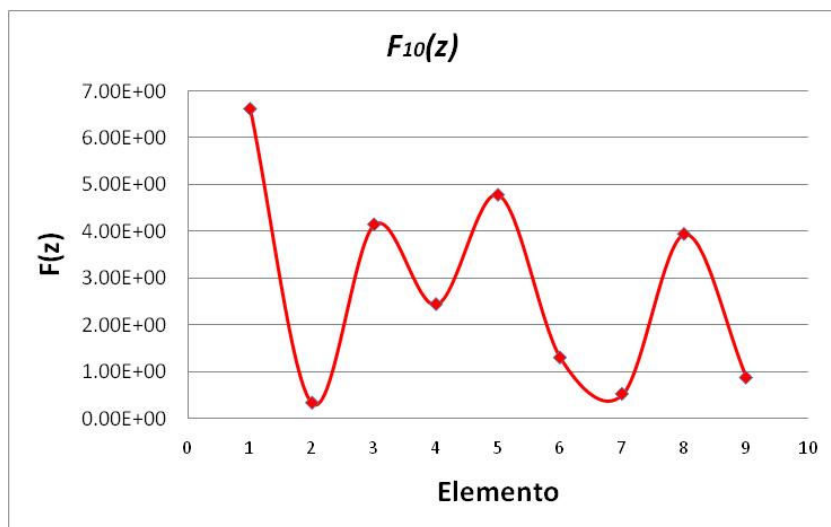


Figura 4.24 (b) – Comportamento com dano na Assinatura $F_{10}(z)$ para os elementos da treliça.

Assim como a função $F_7(z)$ e $F_8(z)$, a função $F_{10}(z)$ não mostra bons resultados na análise aproximada, apresentando outros pontos com valores menores que o da barra danificada de número 6, onde teoricamente deveria localizar o menor valor da função.

Tabela 4.15 – Assinatura $F_{11}(z)$ avaliação exata e aproximada

$$F_{11}(z) = \left[\sum_{j=1}^N \log(\Delta u_j^2 + 1) \right] \times \left[\sum_{k=1}^6 \log(\Delta \omega_k^2 + 1) \right]$$

z	Dano Exato			Dano Aproximado		
	Simulado	Real	Resíduo	Simulado	Real	Resíduo
	$F_s(z)$	$F_r(z)$	$F(z)$	$F_s(z)$	$F_r(z)$	$F(z)$
1	0.00E+00	1.47E-04	1.47E-04	7.95E-03	3.18E-02	2.39E-02
2	5.62E-05	1.47E-04	9.09E-05	1.43E-02	3.18E-02	1.75E-02
3	4.72E-05	1.47E-04	9.99E-05	1.96E-02	3.18E-02	1.22E-02
4	0.00E+00	1.47E-04	1.47E-04	1.61E-02	3.18E-02	1.58E-02
5	4.79E-05	1.47E-04	9.92E-05	1.30E-02	3.18E-02	1.89E-02
6	1.47E-04	1.47E-04	0.00E+00	1.94E-02	3.18E-02	1.25E-02
7	7.84E-06	1.47E-04	1.39E-04	1.34E-02	3.18E-02	1.84E-02
8	9.99E-05	1.47E-04	4.72E-05	1.33E-02	3.18E-02	1.85E-02
9	9.89E-06	1.47E-04	1.37E-04	1.46E-02	3.18E-02	1.72E-02

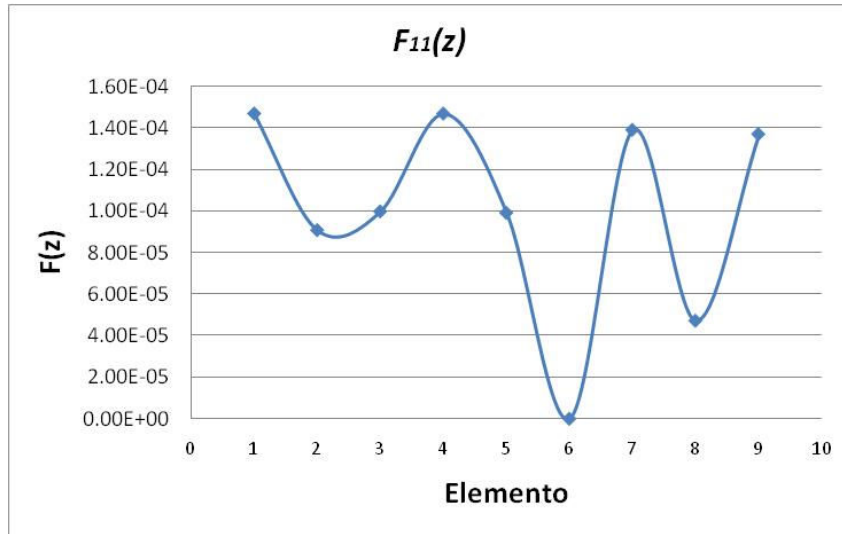


Figura 4.25 (a) – Comportamento exato com dano de 20% da Assinatura $F_{11}(z)$ para os elementos da treliça.

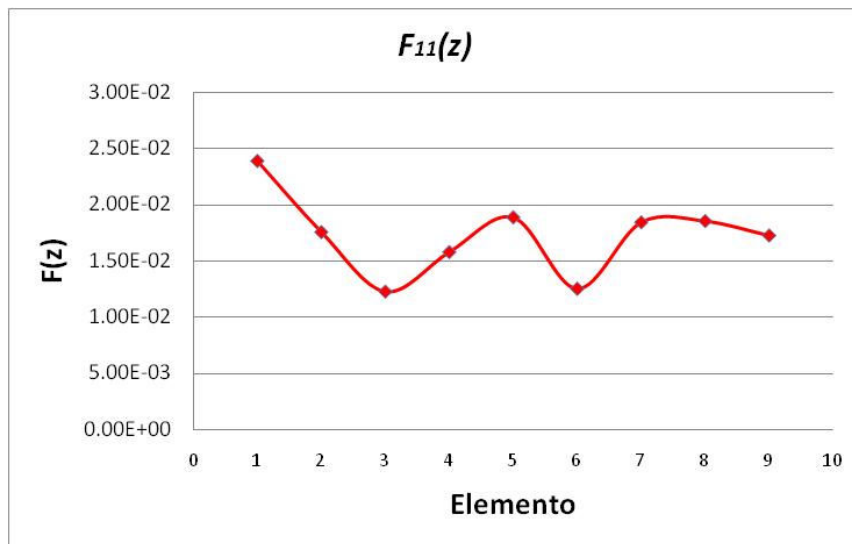


Figura 4.25 (b) – Comportamento com dano na Assinatura $F_{11}(z)$ para os elementos da treliça.

A função $F_{11}(z)$ é capaz de localizar seu mínimo na barra danificada, contudo não é apresentado com tanto destaque na análise aproximada, onde os valores de seus pontos mostram-se pouco variantes tornando esta curva suave e com o ponto mínimo não coincidente com a barra danificada. Apesar de não possuir a mesma capacidade de captura do ponto que outras funções como a $F_3(z)$ e a $F_5(z)$, a função $F_{11}(z)$ mostra ser outra

formulação estático-dinâmica capaz de capturar um dano na estrutura, embora não tenha a mesma precisão.

A combinação de parâmetros estáticos, como os deslocamentos nodais, juntamente com os dinâmicos, como as frequências da estrutura, mostram uma maior eficiência no equacionamento de funções objeto destinadas a identificação da localização do dano.

A formulação $F_5(z)$ mostra ser dentre as demais, a que possui maior robustez no que diz respeito ao tratamento dos parâmetros utilizados em seu equacionamento, capturando muito bem, tanto na análise exata quanto na análise aproximada, o dano no elemento proposto da treliça estudada.

A função $F_5(z)$ será implantada no programa TRUSS em Elementos Finitos desenvolvido na linguagem *FORTRAN*, dentro da sub-rotina de minimização ANED, para efetuar a localização dano das estruturas analisadas.

5 – APLICAÇÕES

Quatro estruturas treliçadas são tomadas para a aplicação do programa TRUSS na análise da localização e quantificação de danos. Inicialmente é feita a análise de uma pequena estrutura treliçada com apenas 3 barras.

Posteriormente, no exemplo 2 e 3 são colocadas duas treliças maiores com diferentes configurações e com 25 barras cada uma e como última estrutura, uma treliça de 29 barras é analisada. Em cada exemplo de estrutura treliçada são analisados dois rastreamentos diferentes de danos.

Todas as estruturas neste capítulo são submetidas a carregamentos estáticos nodais de $P_d=5000$ lb para a primeira estrutura, como visto anteriormente na Figura 3.5, mostrada novamente neste capítulo e com $P_d = 40$ kN para as estruturas dos exemplos 2, 3 e 4.

Na estrutura do primeiro exemplo, a seção transversal das barras constituintes são todas iguais $A=10\text{in}^2$, possuindo um módulo de elasticidade de $E=30\,30 \times 10^6$ lb/in², as grandezas expostas no exemplo 1 estão em unidades inglesas pois a intenção é ser fiel ao mesmo exemplo usado na Seção 3.4.4 – Validação do Programa para Treliças – extraído do livro do Prof. Mário Paz, 2004, comentado anteriormente no capítulo 3.

As áreas e os momentos de inércia dos elementos de barras constituintes das treliças dos exemplos 2, 3 e 4 estão colocadas na Tabela 5.1, os quais possuem mesmo dimensionamento para três estruturas para cada função da barra. Banzo superior, banzo inferior, diagonal e montante.

O módulo de elasticidade das estruturas dos exemplos 2, 3 e 4 é $E=20500$ kN/cm², correspondente ao módulo de elasticidade do aço.

Tabela 5.1 – Áreas e inércias dos elementos das treliças

Elemento	Área A (cm ²)	Inércia I (cm ⁴)
Banzo Inferior	43.60	2712.00
Banzo Superior	31.00	1092.00
Montante	18.50	103.22
Diagonal	27.22	146.52

São mostrados aqui na análise das estruturas, para cada dano, os comportamentos das funções resíduos gerados na utilização da assinatura escolhida, $F_5(z)$, Equação 3.9, utilizada na sub-rotina da função resíduo que deve ser minimizada através da variação do posicionamento do dano em relação a barra b_i e a quantificação do defeito, α_i , que é fração da seção transversal.

Esta fração para o traçado da função resíduo no primeiro exemplo varia de 10% a 90% em passo de dano de 10% , com a evolução para os exemplos seguintes, essa fração de dano α_i , varia de 2% a 98%, com passo de dano de 2 em 2%.

Primeiramente, são apresentados os comportamentos das funções resíduo para cada barra da estrutura estudada, para que se tenha um perfil individual desta avaliação e poder com isso determinar quais barras da estrutura manifestam melhores respostas com o uso da assinatura estrutural $F_5(z)$ escolhida.

Após essa análise, os comportamentos individuais dos elementos de barra são concatenados num só gráfico, onde é possível se verificar a existência de um único ponto mínimo e descrever a dimensão do dano e em qual barra ele está localizado.

A fim de se ter uma visualização mais completa do comportamento como um todo da função resíduo é gerado um gráfico desta função no espaço 3D, exposto para os exemplos 2, 3 e 4 em dois ângulos diferentes. O primeiro ângulo possibilita a visualização da existência de um único ponto mínimo e o segundo ângulo permite, na leitura de seus eixos do plano horizontal, identificar a barra danificada e a magnitude do dano.

5.1 – EXEMPLO INICIAL

A treliça analisada neste primeiro exemplo é bem simples. O exemplo tem como intuito apresentar o comportamento gráfico da função resíduo um Problema Inverso de identificação de dano em estruturas pequenas, com poucos elementos de barras e conseqüentemente com poucas conectividades nodais.

A estrutura deste exemplo é a mesma utilizada para a validação do programa TRUSS. Trata-se de uma treliça triangular, com três barras, com carregamento de 5000 lb disposto horizontalmente aplicado no nó 2. Submete-se a treliça a dois danos. O primeiro dano real está localizado na barra 3 e corresponde a 40% da seção transversal, ou seja, o vetor $\{z_1\} = \{b_1 = 3, \alpha_1 = 0,40\}$. O segundo dano é admitido na barra 2 com 20% de quantificação, o vetor $\{z_2\} = \{b_2 = 2, \alpha_2 = 0,20\}$.

Essa aplicação inicial é necessária para se estudar, para uma treliça fácil de descrever e entender, a eficiência do programa TRUSS na minimização da função resíduo composta pela assinatura $F_5(z_i)$, aquela que no capítulo precedente foi avaliada como a de melhor desempenho para identificar danos.

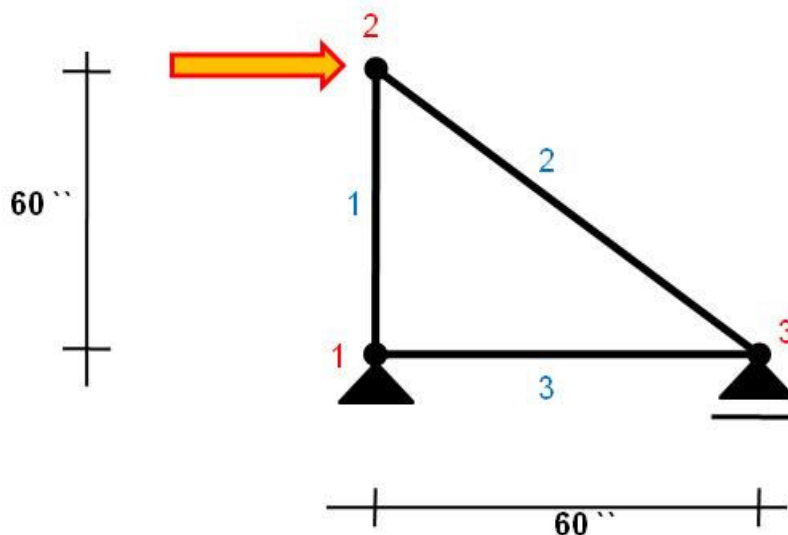


Figura 5.1 – Estrutura do exemplo Inicial - configuração dos elementos e carregamento.

5.1.1 – DANO 1

Como descrito anteriormente, nesse primeiro exemplo corresponde ao dano real de 40% na barra .

A função resíduo, neste caso, pode ser vista no gráfico da Figura 5.2. Representa o comportamento individual das barras da treliça quando nas diversas situações de dano, que o mínimo da função residual encontra-se na barra 3 quando a curva encosta no eixo horizontal, exatamente com 40% de redução de área, significando assim a localização e quantificação do dano proposto.

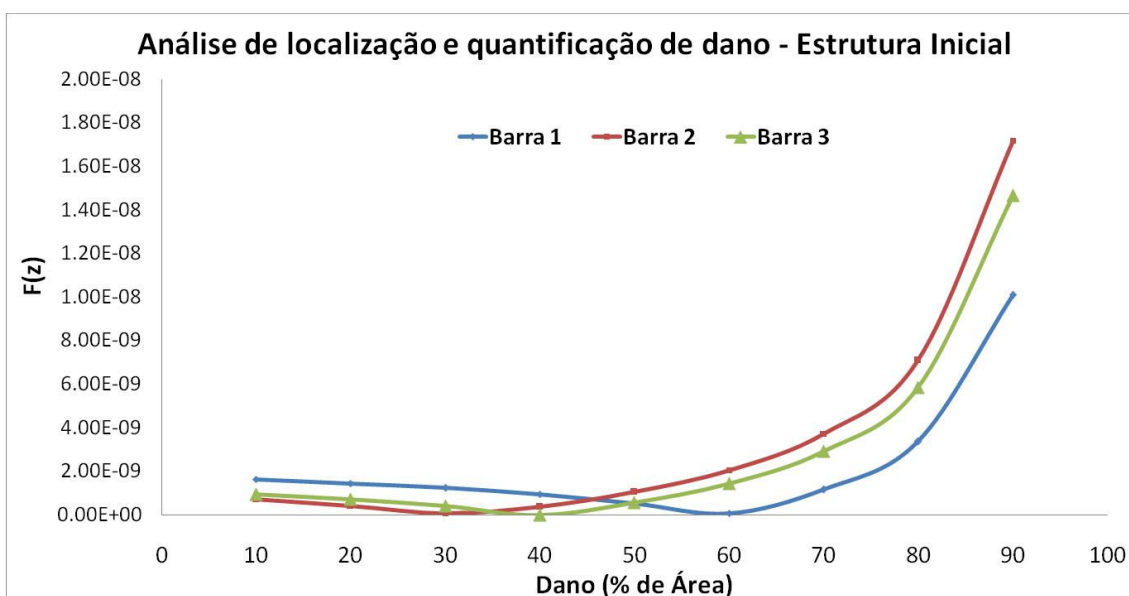


Figura 5.2 – Análise do espectro em 2D da localização e quantificação do dano.

Nota-se na Figura 5.2 que para as barras 2 e 3 da estrutura analisada inicialmente, entre 30 e 40% de redução de área da seção transversal, o comportamento dos resíduos são bastante próximos entre si e muito próximos de zero. Este fato dificulta a localização do verdadeiro ponto de mínimo. Para visualizar melhor essa situação é gerado um gráfico 3D que mostra a função resíduo em superfície e onde se pode, identificar o dano com maior clareza, conforme o círculo indicando o mínimo - ver Figura 5.3.

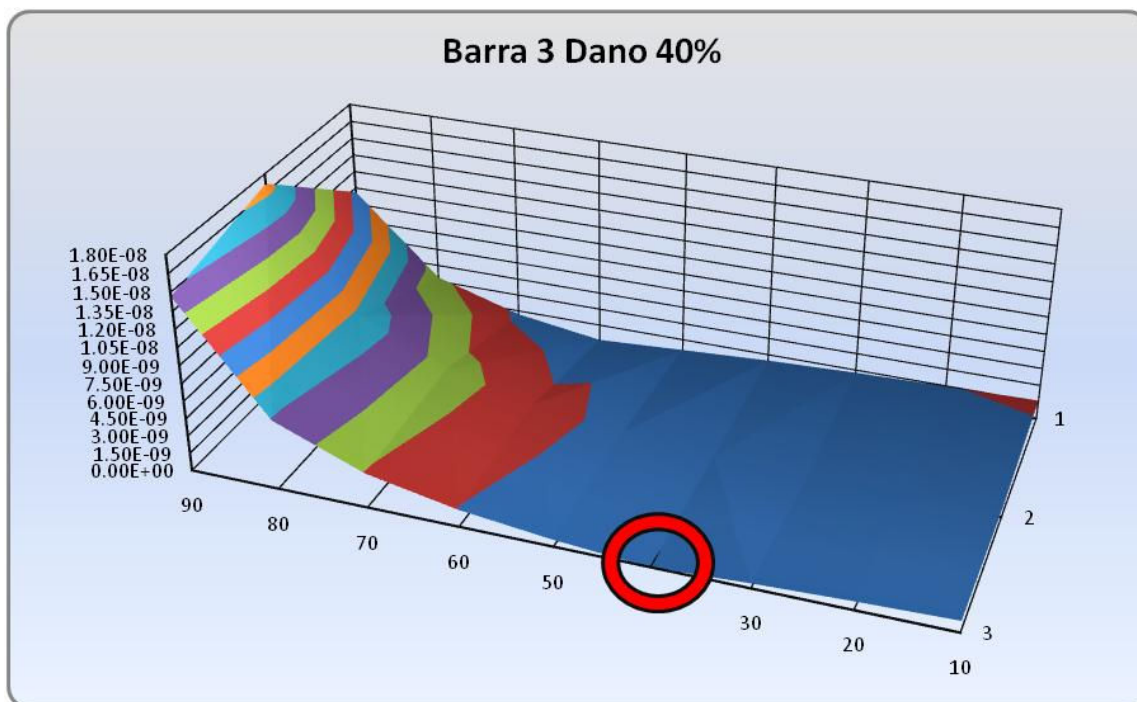


Figura 5.3 – Localização e quantificação do dano na estrutura Inicial. Barra 3 com 40% de dano.

Da observação dos gráficos das Figuras 5.2 e 5.3 pode-se deduzir que a função resíduo aparenta gerar uma superfície suave. A posição do mínimo não é detectada com facilidade tendo em vista que, tanto na Figura 5.2 quanto na Figura 5.3, o mínimo encontra-se numa região quase plana da superfície 3D gerada pela função resíduo.

Nota-se também que para erros bem elevados (na faixa entre 50 a 90%) a função resíduo mostra-se bem distante do mínimo, independente da barra. Entretanto, para erros em torno do valor real, ou seja, na faixa de 30 a 50% de redução da seção transversal, a função resíduo se aproxima do mínimo principalmente na barra 2 e 3.

Com certeza, numa situação real onde pequenos erros são introduzidos nas leituras de referência, a localização do mínimo seria difícil.

5.1.2 – DANO 2

Como descrito anteriormente corresponde ao dano real de redução de seção transversal de 20% em área e localizado na barra 2.

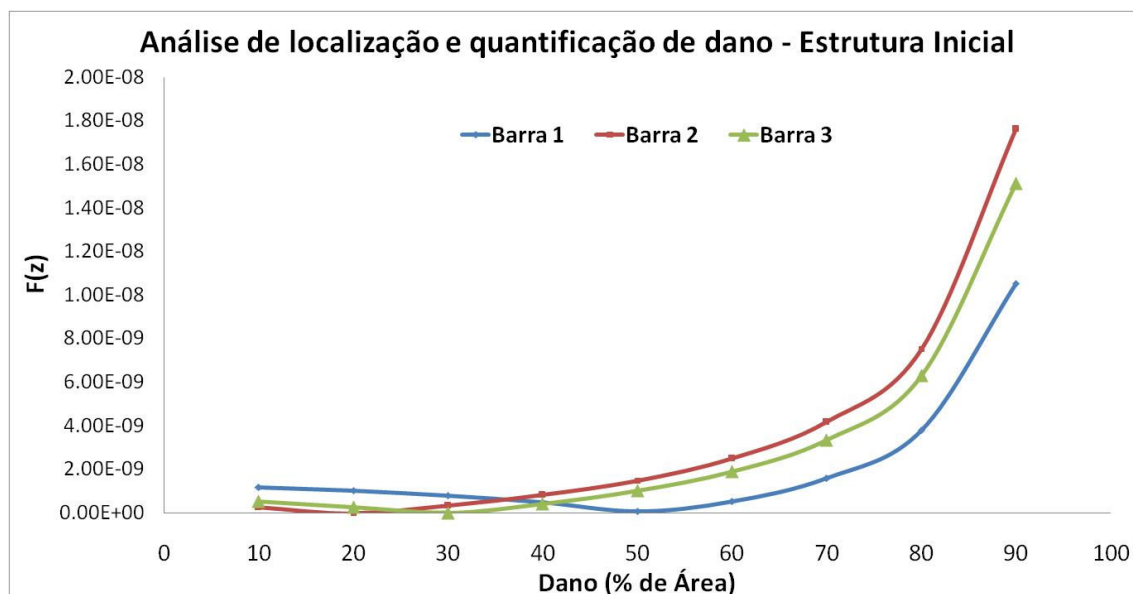


Figura 5.4 – Análise do espectro em 2D da localização e quantificação do dano.

É válido observar que, assim como na Figura 5.2, o gráfico de análise individual das barras da estrutura possui a mesma proximidade dos resíduos entre as barras numa faixa de danos compreendida entre 10 e 40% de redução de área da seção transversal.

Neste caso a função resíduo também é colocada num gráfico 3D que possibilite melhor visualização do mínimo e conseqüente identificação do dano que está assinalado com um círculo.

As observações realizadas para o Dano 1 valem também para este caso do Dano 2.

Do exame destes dois danos nesta pequena estrutura pode-se concluir que para pequenos danos, inferiores a 50% da seção transversal, a função resíduo não é muito visível, entretanto, para danos com grandes porcentagem de redução de seção transversal da barra a visibilidade da função resíduo é alta.

Contudo, nos dois casos a minimização combinatória identifica os danos, pois foi capaz de achar o zero da função resíduo.

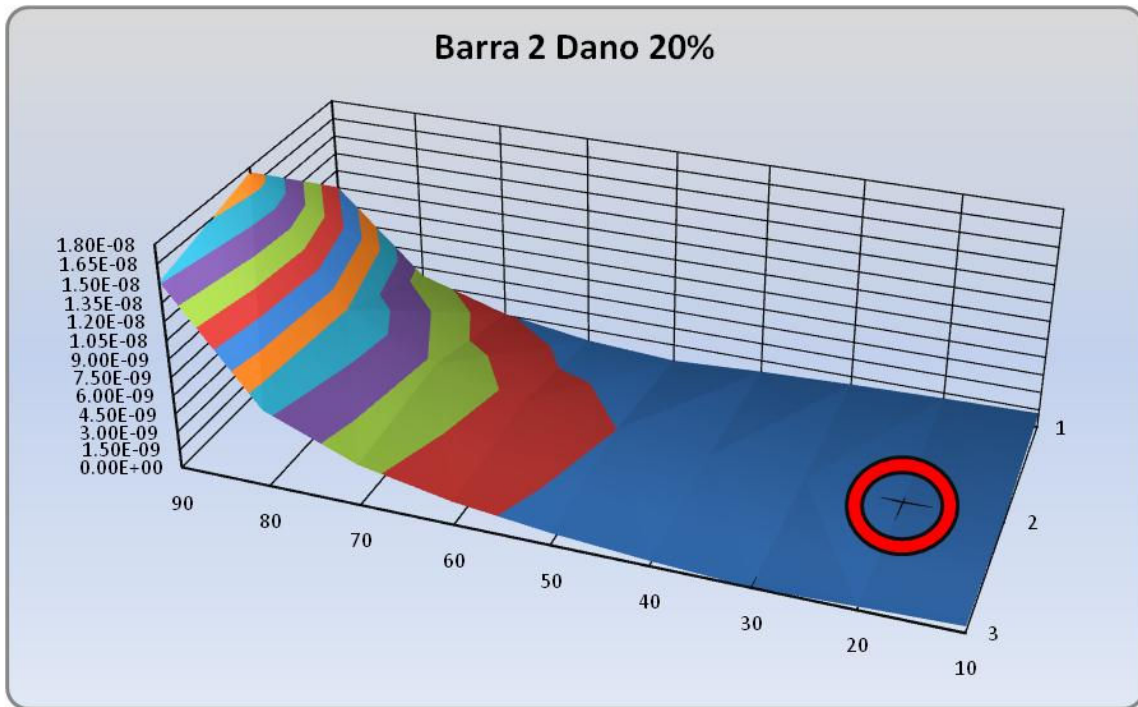


Figura 5.5 – Localização e quantificação do dano na estrutura Inicial. Barra 2 com 20% de dano.

5.2 – EXEMPLO 1

Neste exemplo, a treliça analisada possui altura “ $h=100\text{cm}$ ” e seis vãos de comprimento “ $a=150\text{cm}$ ”, perfazendo um total de 9m de vão livre. As Figuras 5.6 e 5.7 mostram a disposição da conectividade dos elementos.

Como no exemplo anterior, a treliça é submetida a duas análises independentes, correspondendo a dois danos obviamente variando-se a localização do dano (barra com o dano) e a quantificação do mesmo, com a porcentagem do dano em relação à seção transversal.

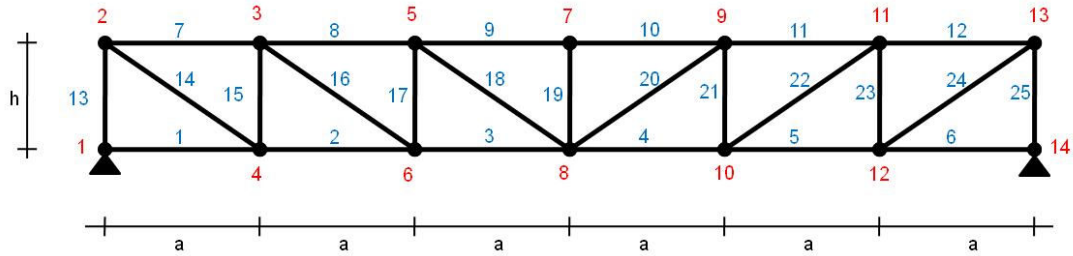


Figura 5.6 – Estrutura do exemplo 1- configuração dos elementos.

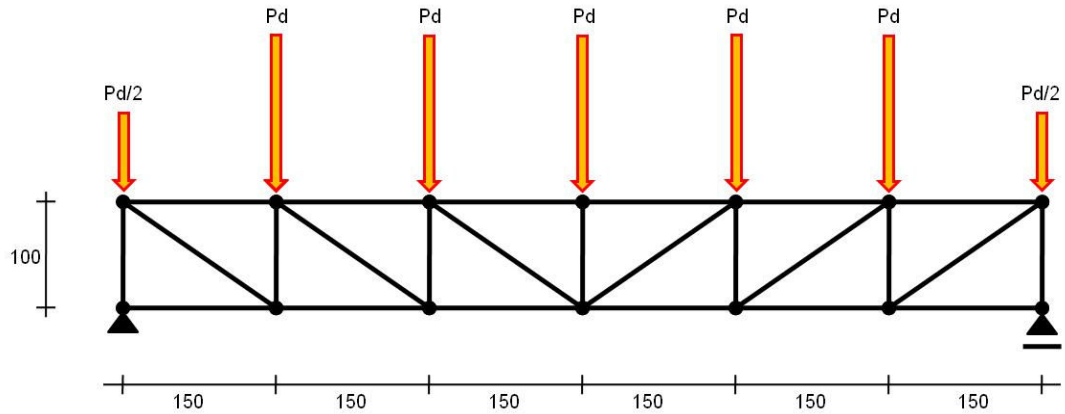


Figura 5.7 – Estrutura do exemplo 1- Configuração de carregamentos.

A treliça compõe-se de seis elementos no banzo inferior, seis no banzo superior, seis diagonais e sete montantes. A Tabela 5.2 resume os danos reais a serem achados e as Figuras 5.8a e 5.8b, idealizam a proporção dos danos reais, respectivamente, na barra 3 (banzo inferior) com redução de 12% na área da seção transversal e na barra 24 (diagonal) com redução de 26% na área da seção transversal.

Tabela 5.2 – Dados dos danos na treliça do exemplo 1

	Peça	Elemento da Treliça	Porcentagem de dano da área original	Figura
Dano 1	Banzo Inferior	Barra 3	12%	5.8a
Dano 2	Diagonal	Barra 24	26%	5.8b



Figura 5.8 (a) e (b) – Proporções seção transversal/dano – Exemplo 1, danos 1 e 2

5.2.1 – DANO 1

Neste dano aplicado espera-se uma alteração nos resultados da função resíduo, tendo seu mínimo convergido na identificação da barra 3 danificada com dano de 12% da área original da barra.

Os resultados estão nas Figuras 5.9a à 5.9y as quais significam, respectivamente, o comportamento individual de cada barra da estrutura submetida à configuração dano 1, exemplo 1.

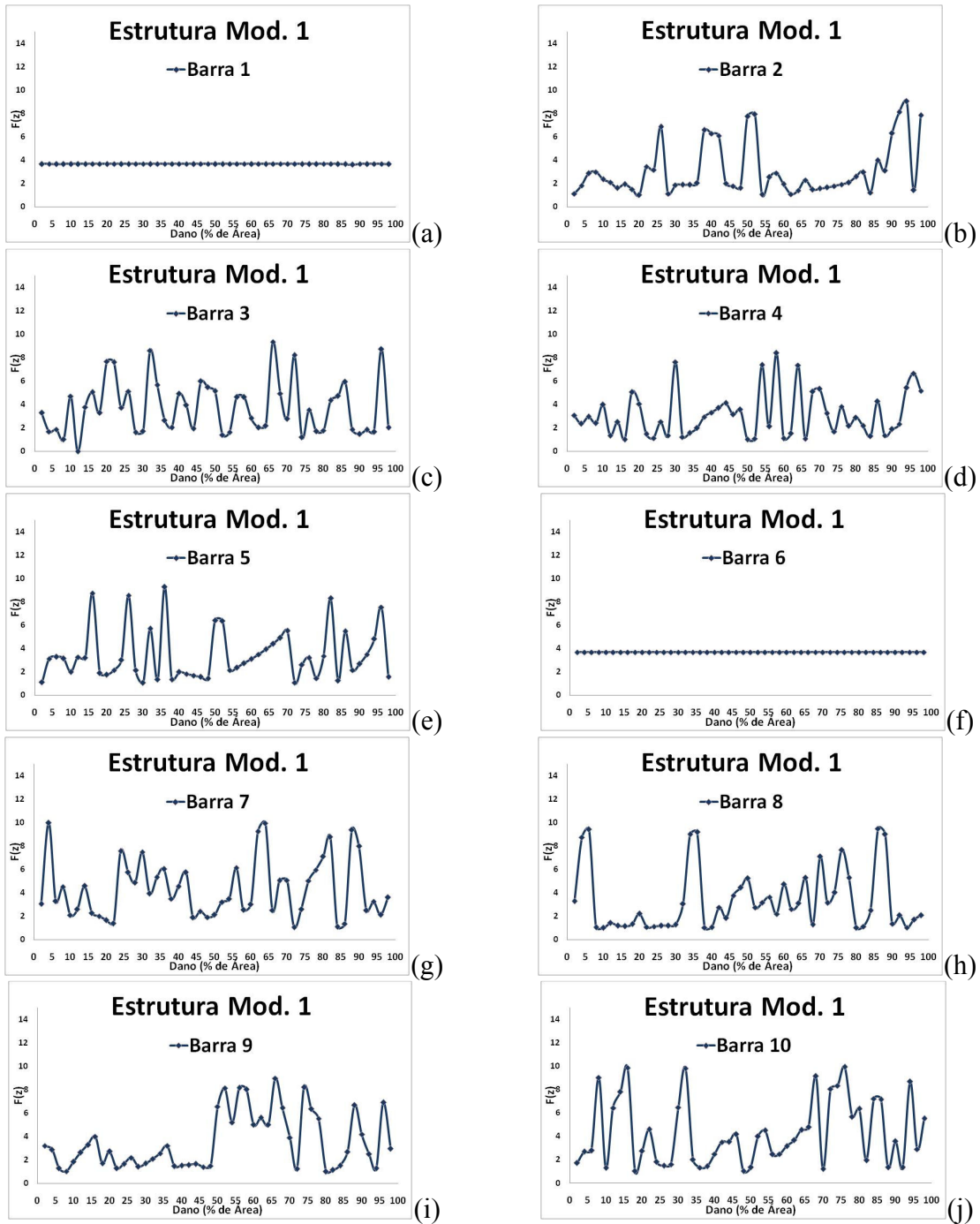


Figura 5.9 (a) a (j) – Comportamento individual das barras. Dano 1, exemplo 1.

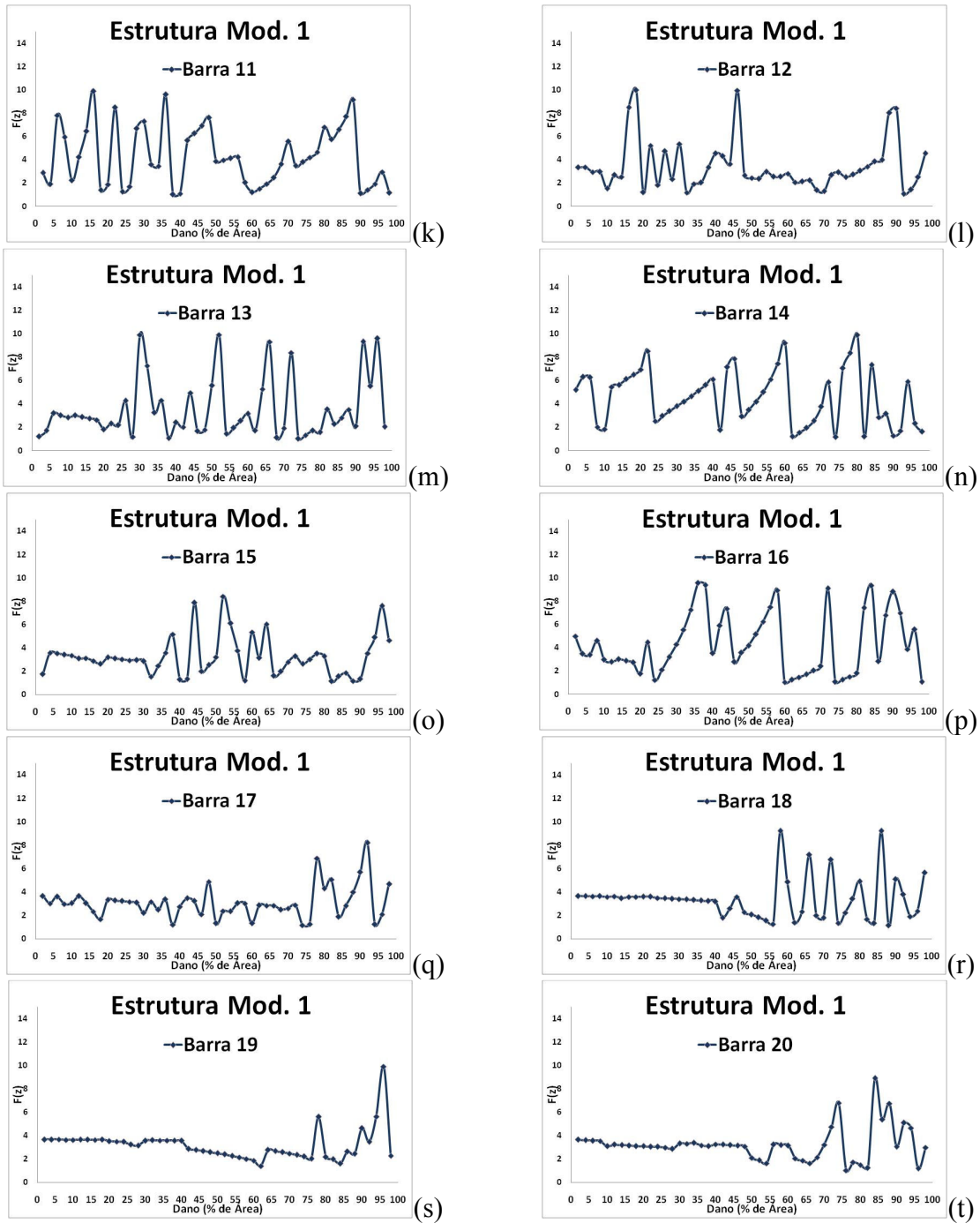


Figura 5.9 (k) a (t) – Comportamento individual das barras. Dano 1, exemplo 1.

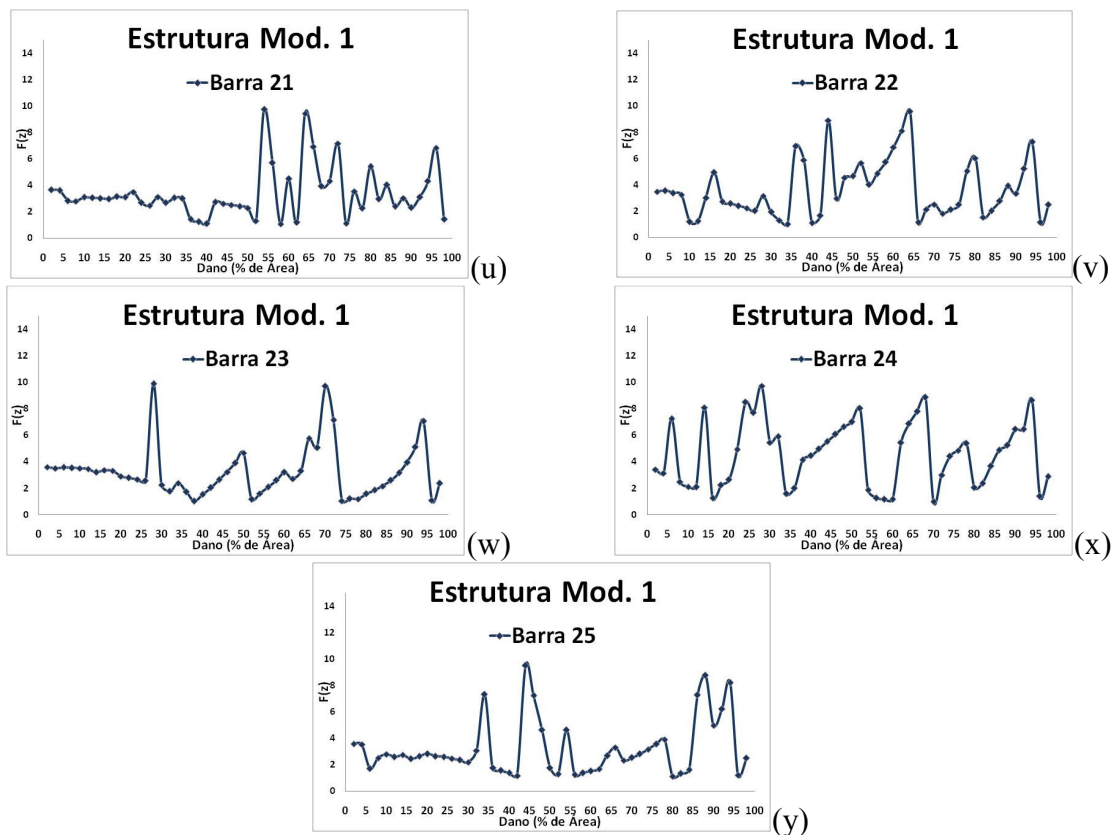


Figura 5.9 (u) a (y) – Comportamento individual das barras. Dano 1, exemplo 1.

Ao se analisar os comportamentos individuais das barras, acompanhando a disposição das mesmas na estrutura do exemplo 1, Figura 5.6, podemos notar o comportamento constante da função resíduo nas barras 1 e 6. Estas barras estão no banzo inferior da treliça exatamente simétricas em suas posições na formação da estrutura.

Essa suavização da curva, ou seja, ausência de picos durante a evolução dos resíduos durante o acréscimo da proporção do dano, revela indiferença exercida pelos danos quando simulados nas barras 1 e 6 da estrutura.

Isso leva a uma interpretação de que caso estas barras se encontrassem danificadas, independente do grau de perda da seção transversal, a estabilidade global da estrutura talvez não fosse afetada.

Isso também é influenciado pela simetria do carregamento que faz com que as barras 1 e 6 se submetam a valores de esforços axiais nulos.

Já os gráficos das barras 18, 19 e 20, correspondendo às diagonais 18 e 20 e ao montante central da treliça, portanto com arranjo simétricos e localizados no centro da estrutura, mostram-se com comportamentos semelhantes entre eles. De fato as respectivas curvas, Figuras 5.9 (r, s e t) iniciam-se suaves nos resíduos até a proporção de 50% do dano e posteriormente apresenta uma súbita irregularidade em seu desenvolvimento por volta de α_i entre 50 a 90 %.

Esse comportamento é apresentado no caso desse exemplo exatamente nos elementos de diagonais e montantes menos solicitados da estrutura, os quais para a assinatura estrutural escolhida capturam variações significativas dos resíduos a partir de altos valores α_i nos danos e restrita a algumas barras.

Existe também na Figura 5.9 um conjunto de gráficos que não estabelece lógica alguma em sua constituição, alternando picos em todo o desenvolvimento do dano.

Contudo existe um único gráfico que apresenta claramente um ponto correspondente ao mínimo da função resíduo, Figura 5.9c, equivalente a barra 3, onde esse mínimo atinge um ponto nulo exatamente no valor correspondente a dimensão do dano.

Após essa avaliação individualizada dos gráficos é mostrado na Figura 5.10 a união de todas as barras, onde pode ser observado um patamar de valores da função resíduo, em que abaixo deste encontra-se unicamente o ponto mínimo da barra 3, quantificando os 12% do dano.

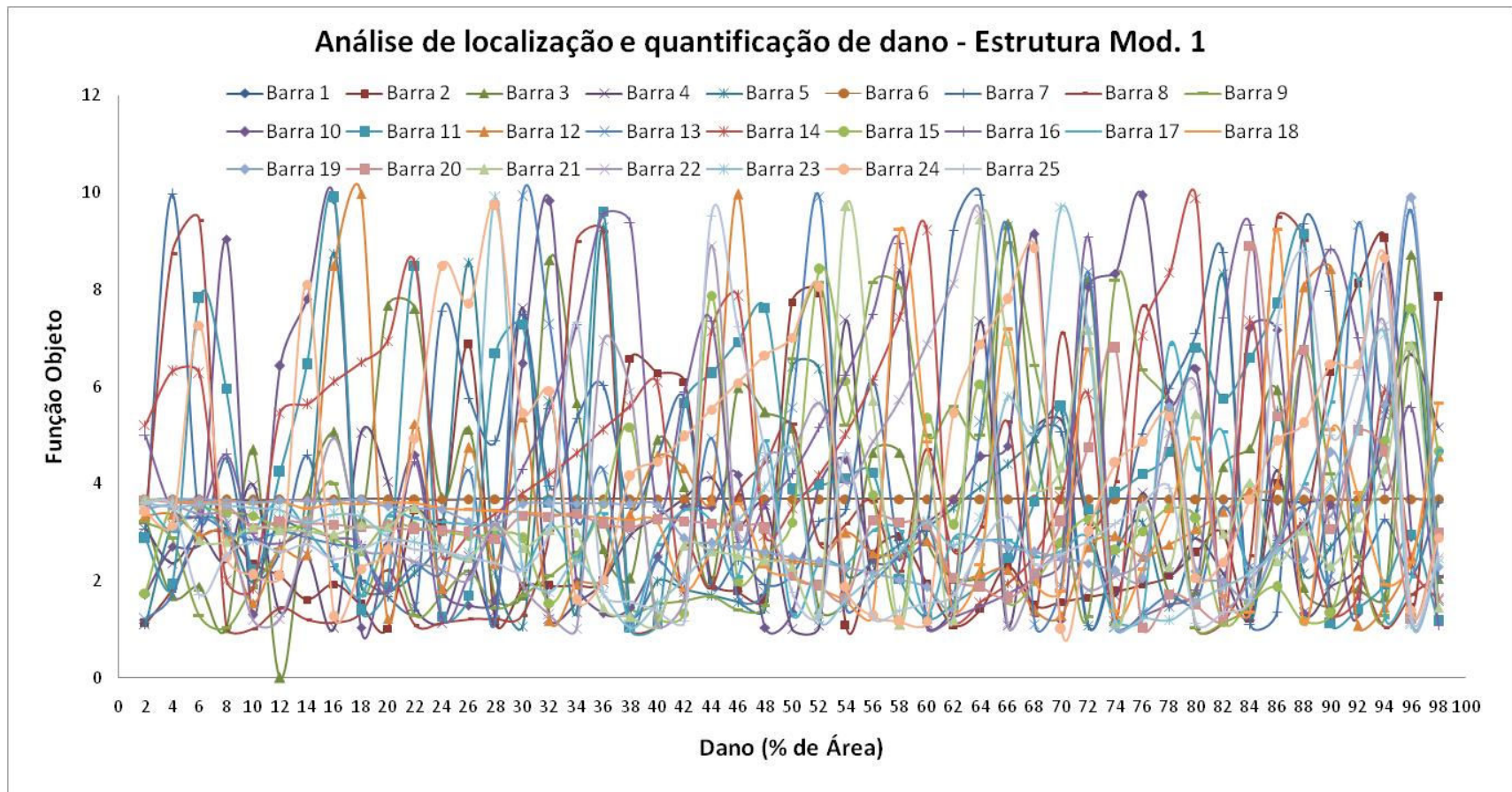


Figura 5.10 – Análise do espectro em 2D da localização e quantificação do dano.

Análise de localização e quantificação de dano - Estrutura Mod. 1

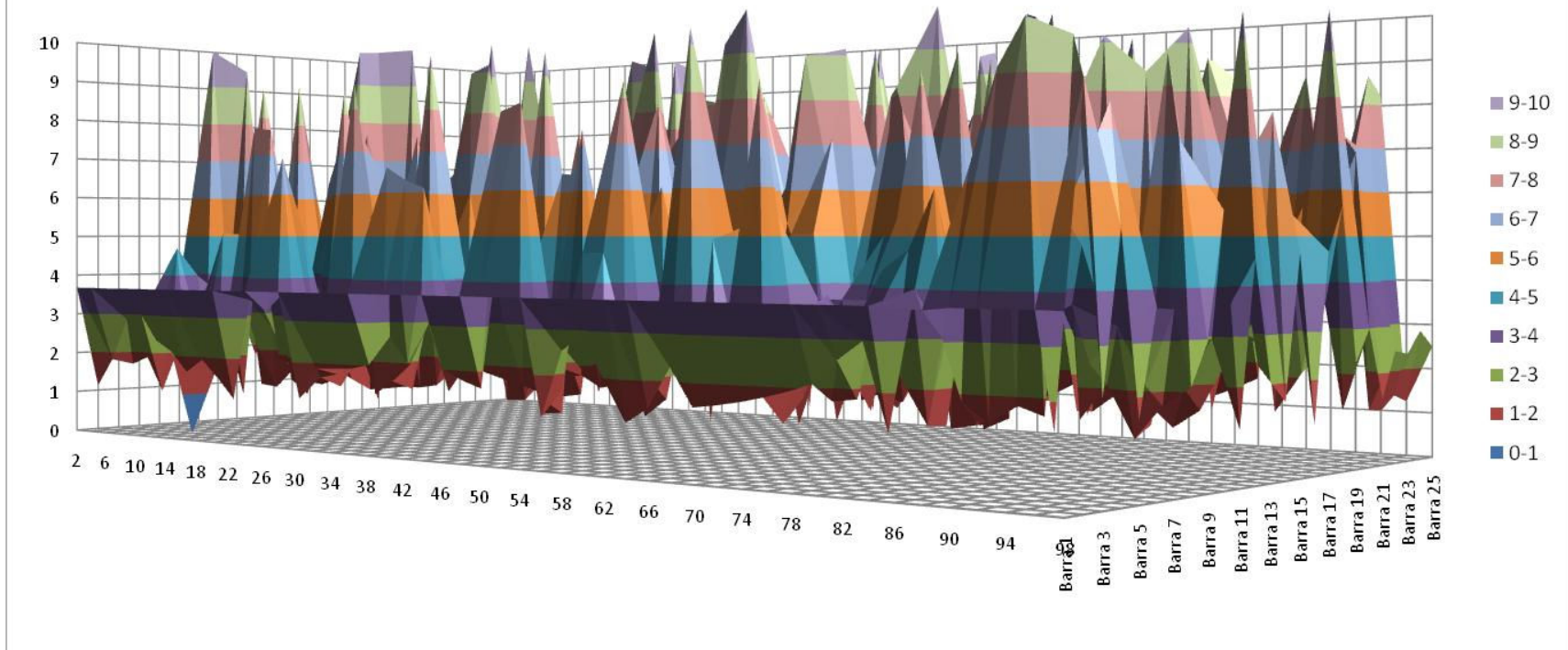


Figura 5.11 – Visualização da convergência do ponto mínimo da função.

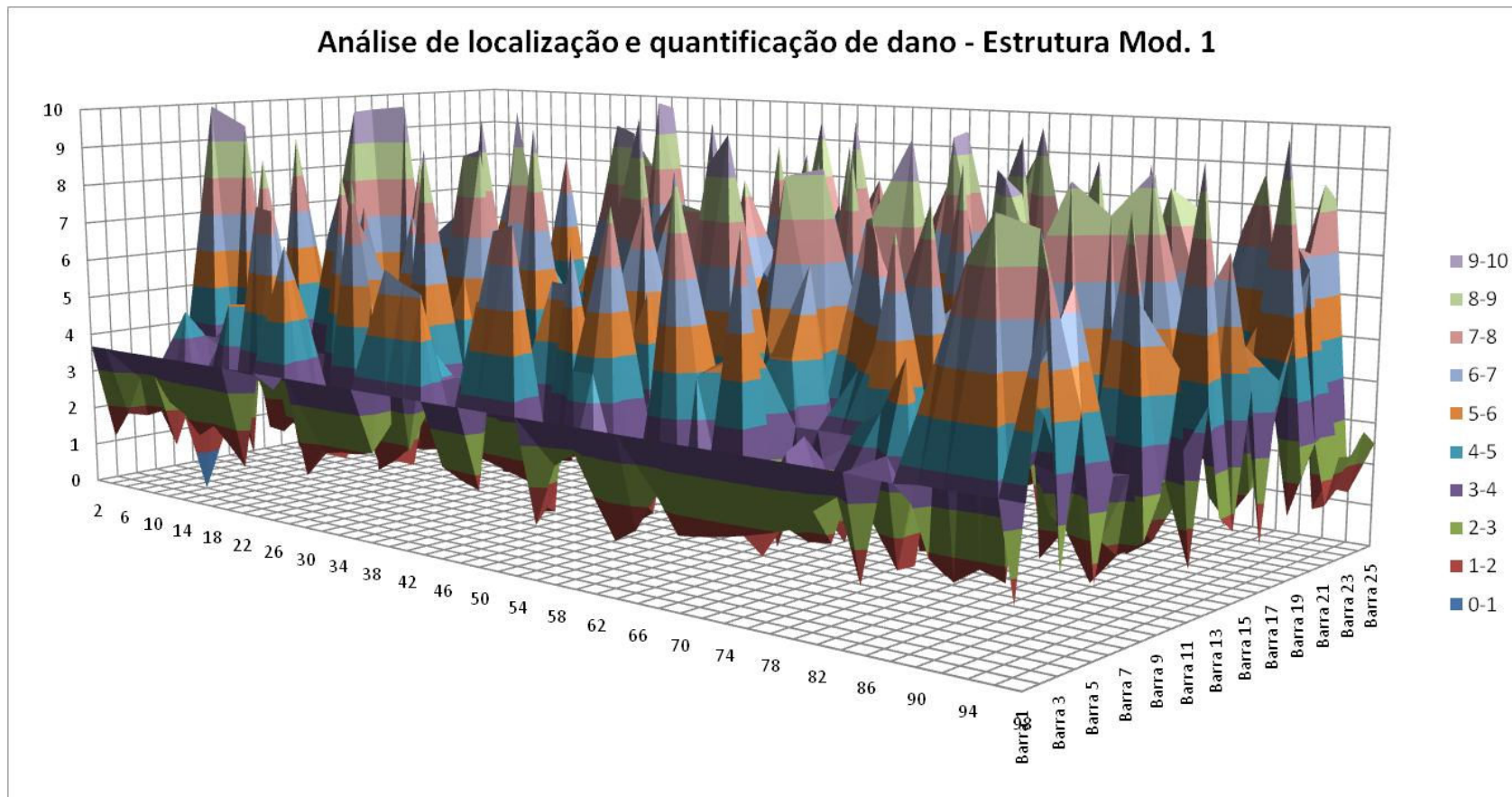


Figura 5.12 – Identificação e quantificação do dano na estrutura 1. Barra 3 com 12% de dano.

As Figuras 5.11 e 5.12 mostram os gráficos gerados em 3D, abrindo num plano horizontal, eixos para a localização da barra e quantificação do dano, facilitando a visualização imediata dos dois parâmetros.

Observa-se que a topografia do gráfico é extremamente irregular ao possuir vários picos por toda sua superfície, opondo-se à suavidade do gráfico 3D obtido com a análise de uma estrutura com menos elementos como o da Figura 5.1.

A irregularidade da superfície se deve ao fato de que uma estrutura treliçada com um número maior de elementos conseqüentemente possui uma maior interferência de uma barra em relação à outra, como a grande maioria das assinaturas estruturais analisadas possuem características estáticas além das dinâmicas, inclusive a escolhida $F_5(z_i)$, a rigidez e por conseguinte os deslocamentos nodais da estrutura são fatores essenciais na composição dos resíduos, sendo a assinatura altamente capaz de capturar ínfimas variações utilizadas na identificação do dano.

O gráfico da Figura 5.11 mostra a unicidade do ponto mínimo em toda superfície de resíduos, ao passo que a Figura 5.12 possibilita a leitura dos parâmetros b_i e α_i , localização do dano na barra e quantificação deste, respectivamente.

5.2.2 – DANO 2

Neste exemplo, o dano é modificado para a barra 24 (diagonal), ainda na mesma estrutura, e dada uma alteração na redução da área da seção transversal para 26% da área original da barra da treliça.

As Figuras 5.13a a 5.13y identificam o comportamento individual de cada barra da estrutura submetida à configuração dano 2, exemplo 1, efetuando-se uma análise a seguir.

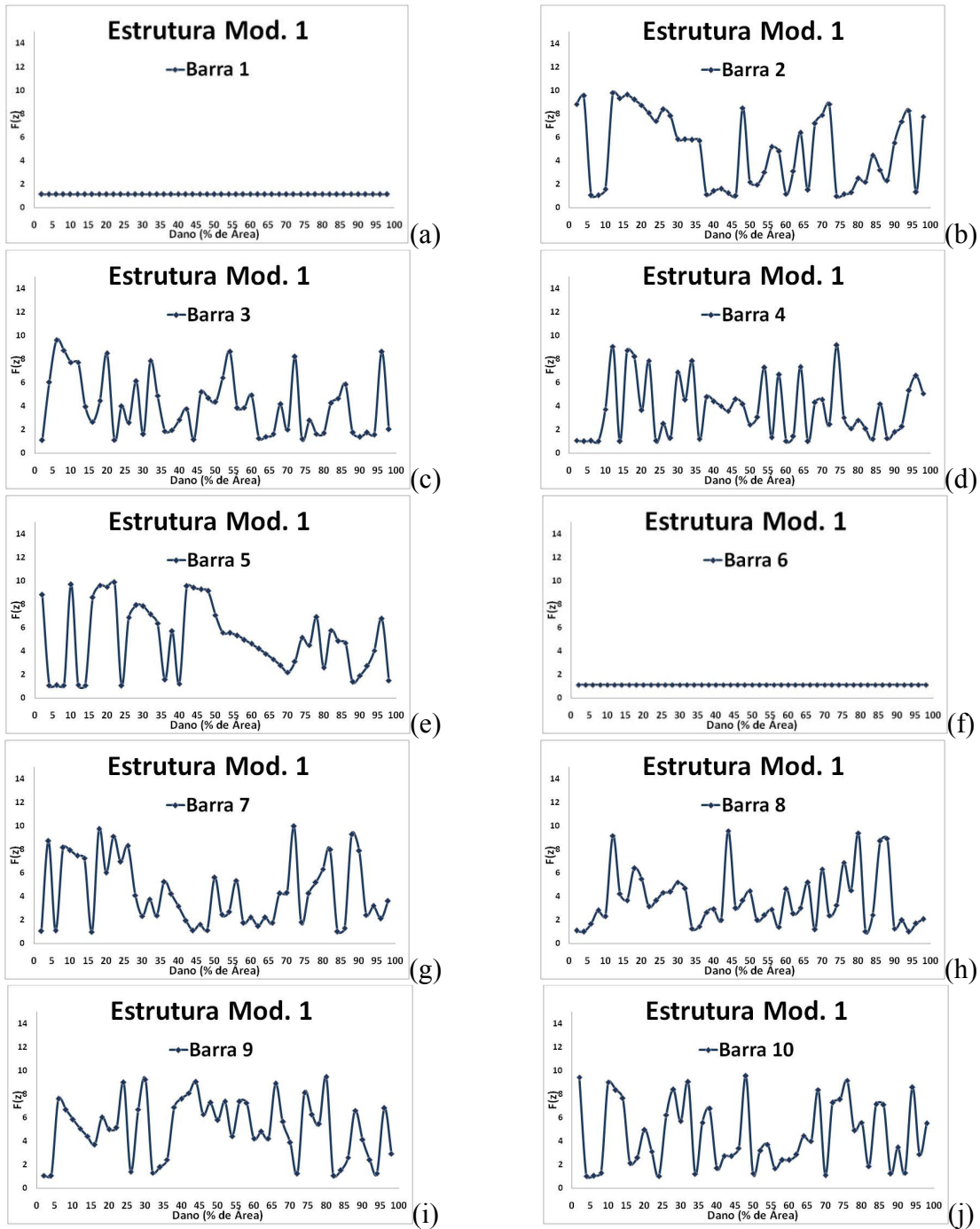


Figura 5.13 (a) a (j)- Comportamento individual das barras. Dano 2, exemplo 1.

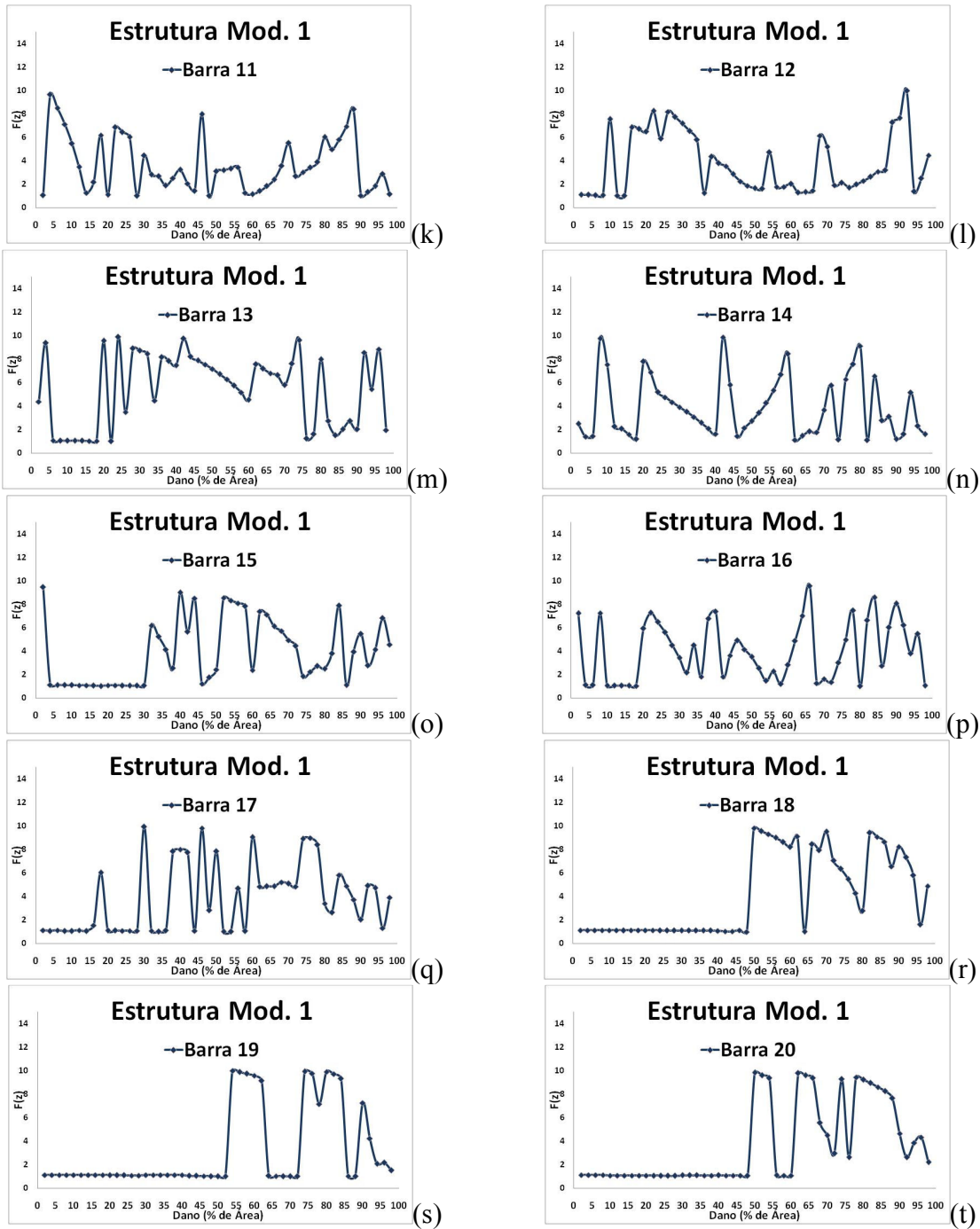


Figura 5.13 (k) a (t)- Comportamento individual das barras. Dano 2, exemplo 1.

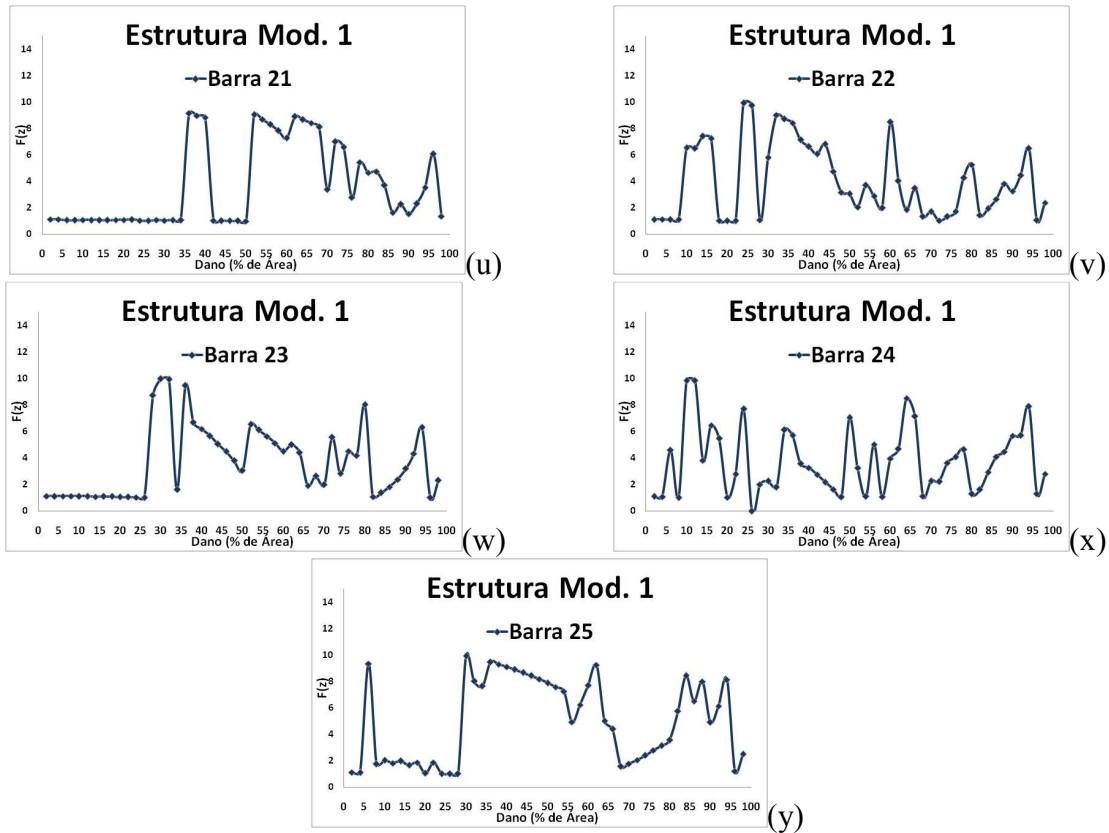


Figura 5.13 (u) a (y)- Comportamento individual das barras. Dano 2, exemplo 1.

As barras 1 e 6, Figuras 5.13(a) e 5.13(f), por se tratarem ainda da mesma estrutura e submetidas ao mesmo carregamento estático, permanecem sem esforços axiais, portanto apresentam na função resíduo bastante suave. Reafirma-se assim que as barras submetidas maiores esforços axiais respondem mais a variações da função resíduo.

As barras 18,19 e 20, comentadas no caso de dano 1, Figuras 5.13(r), (s) e 5.13(t), apresentam o mesmo comportamento, embora com a modificação do dano para a barra 24, para pequenos valores de danos mostram valores muito mais suaves e lineares que os apresentados no caso do dano anterior, Figuras 5.9(r), (s) e 5.9(t).

E além das demais barras que apresentam variação na formação de resíduo em toda extensão de suas curvas durante a propagação do dano, temos a Figura 5.13(x), correspondente à barra de número 24 que mostra seu mínimo atingindo o ponto zero no dano quantificado em 26%.

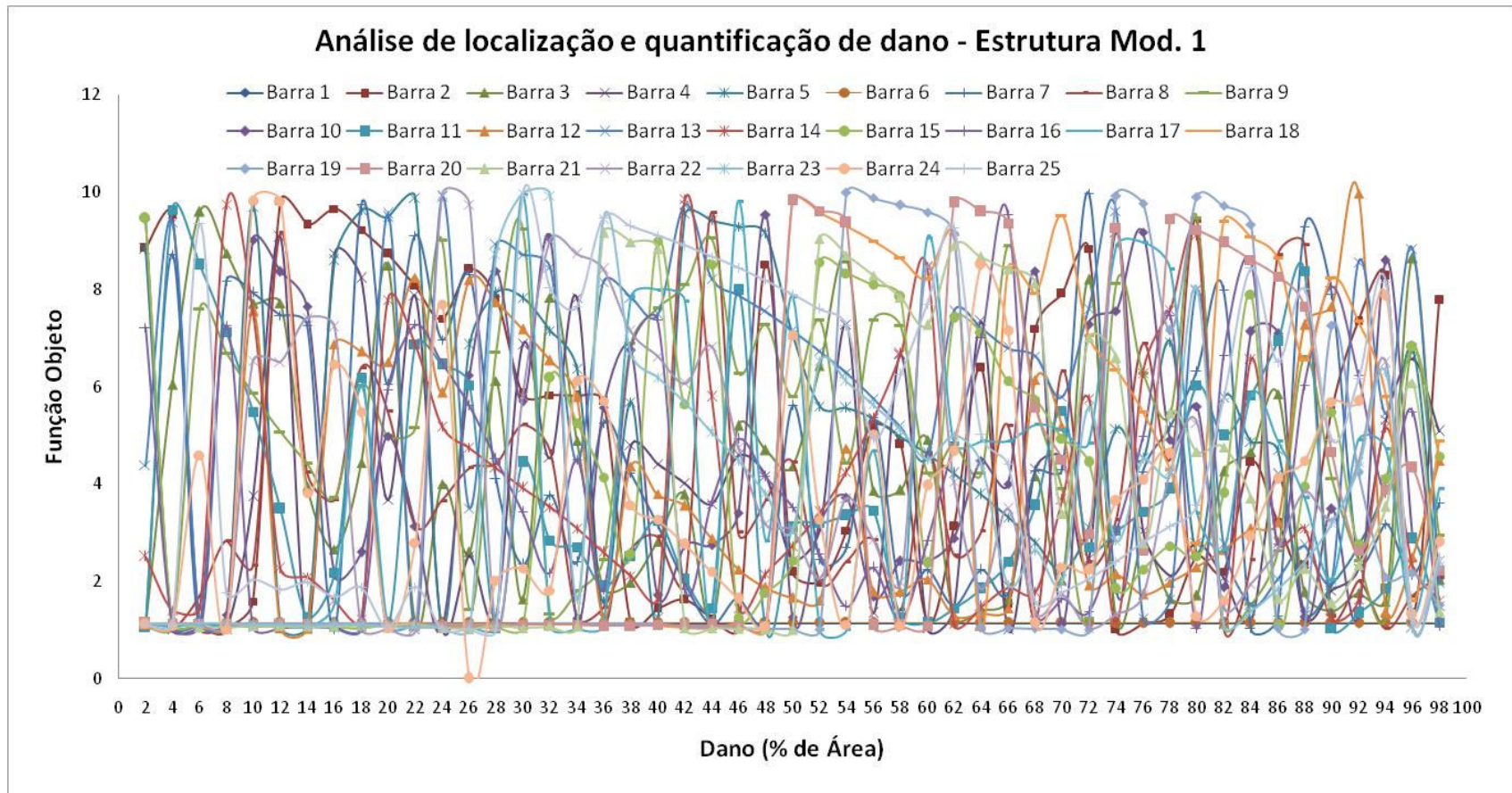


Figura 5.14 – Análise do espectro em 2D da localização e quantificação do dano.

Análise de localização e quantificação de dano - Estrutura Mod. 1

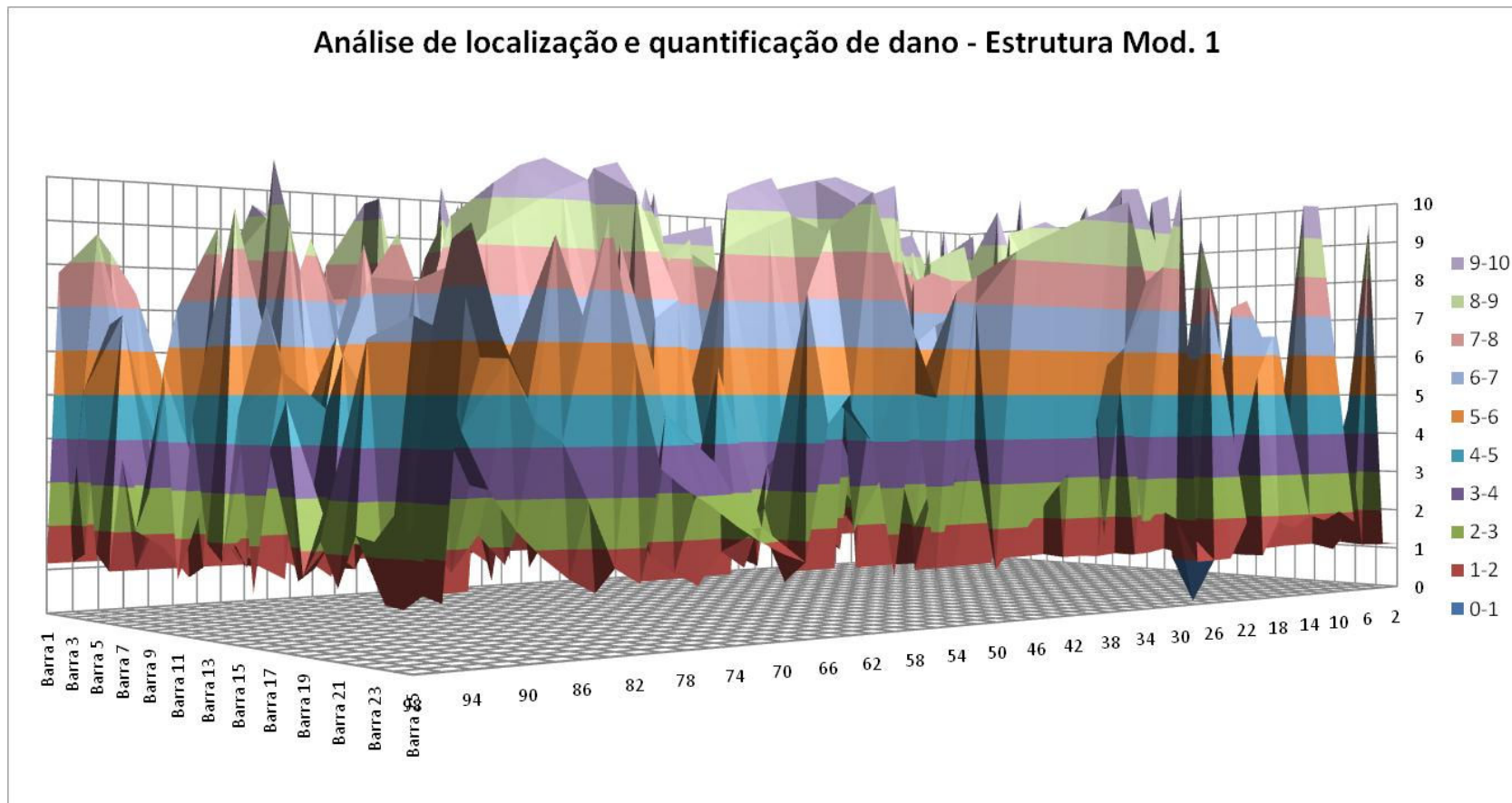


Figura 5.15 – Visualização da convergência do ponto mínimo da função.

Análise de localização e quantificação de dano - Estrutura Mod. 1

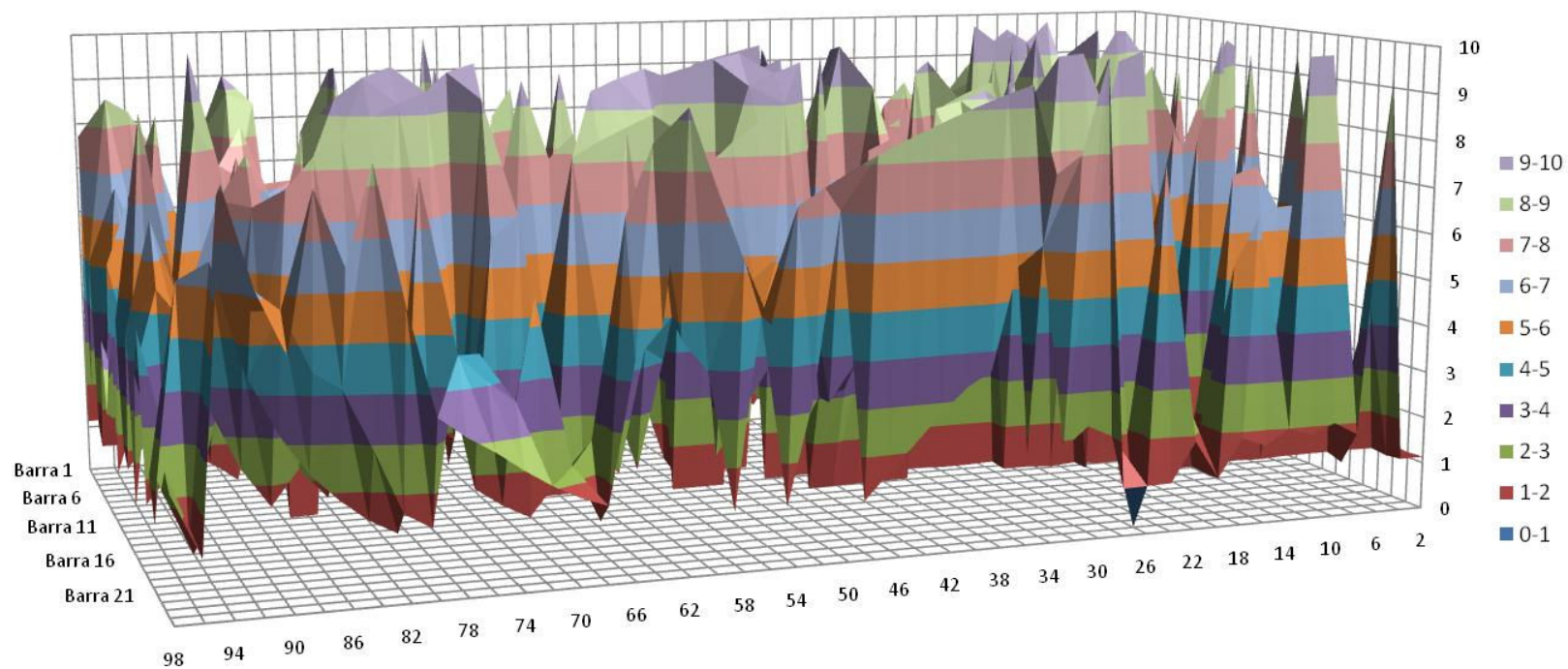


Figura 5.16 – Identificação e quantificação do dano na estrutura 1. Barra 24 com 26% de dano.

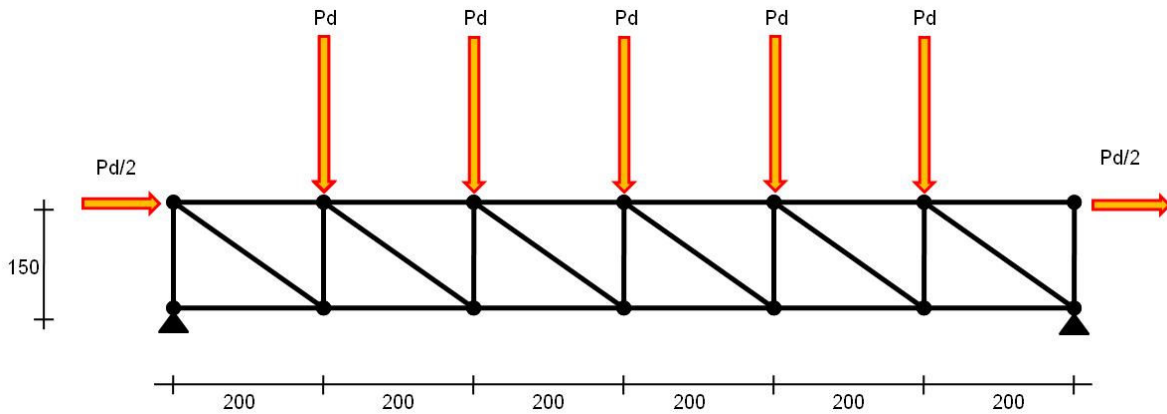
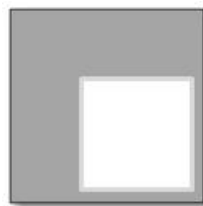


Figura 5.18 – Estrutura do exemplo 2- Configuração de carregamentos.

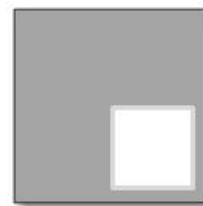
A treliça composta de seis elementos no banzo inferior, seis no banzo superior, seis diagonais e sete montantes. Na Tabela 5.3 é mostrado os danos reais a serem achados e as Figuras 5.19a e 5.19b, dão uma idéia da proporção dos danos reais em função da área da seção transversal da barra, respectivamente, na barra 4 (banzo inferior) com redução de 34% na área da seção transversal e na barra 9 (banzo superior) com redução de 18% na área da seção transversal.

Tabela 5.3 – Dados dos danos na treliça do exemplo 2

	Peça	Elemento da Treliça	Porcentagem de dano da área original	Figura
Dano 1	Banzo Inferior	Barra 4	34%	5.18a
Dano 2	Banzo Superior	Barra 9	18%	5.18b



(a)



(b)

Figura 5.19 (a) e (b) – Proporções seção transversal/dano – Exemplo 2, danos 1 e 2

5.3.1 – DANO 1

É esperado um mínimo da Função Objeto convergido na identificação da barra 4 da estrutura da Figura 5.17, danificada em 34% da área original.

O dano aplicado primeiramente neste caso desse exemplo é esperado ser encontrado na barra 4 da Figura 5.17 com uma redução de área da seção transversal da barra original de 34%

Nos gráficos das Figuras 5.20(a) a 5.20(y) são mostrados os comportamentos individuais da treliça do exemplo 2.

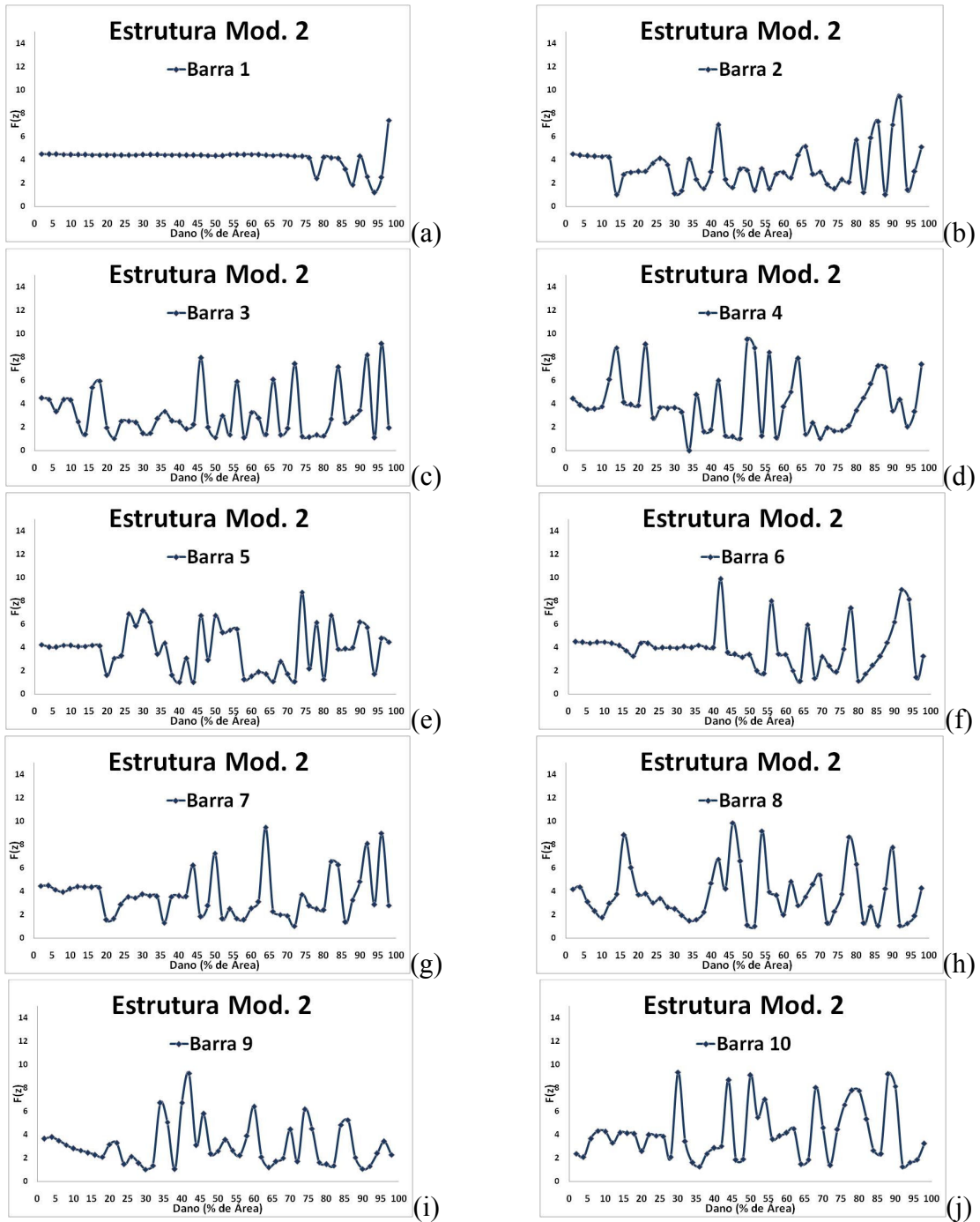


Figura 5.20 - (a) a (j)- Comportamento individual das barras, dano 1, exemplo 2.

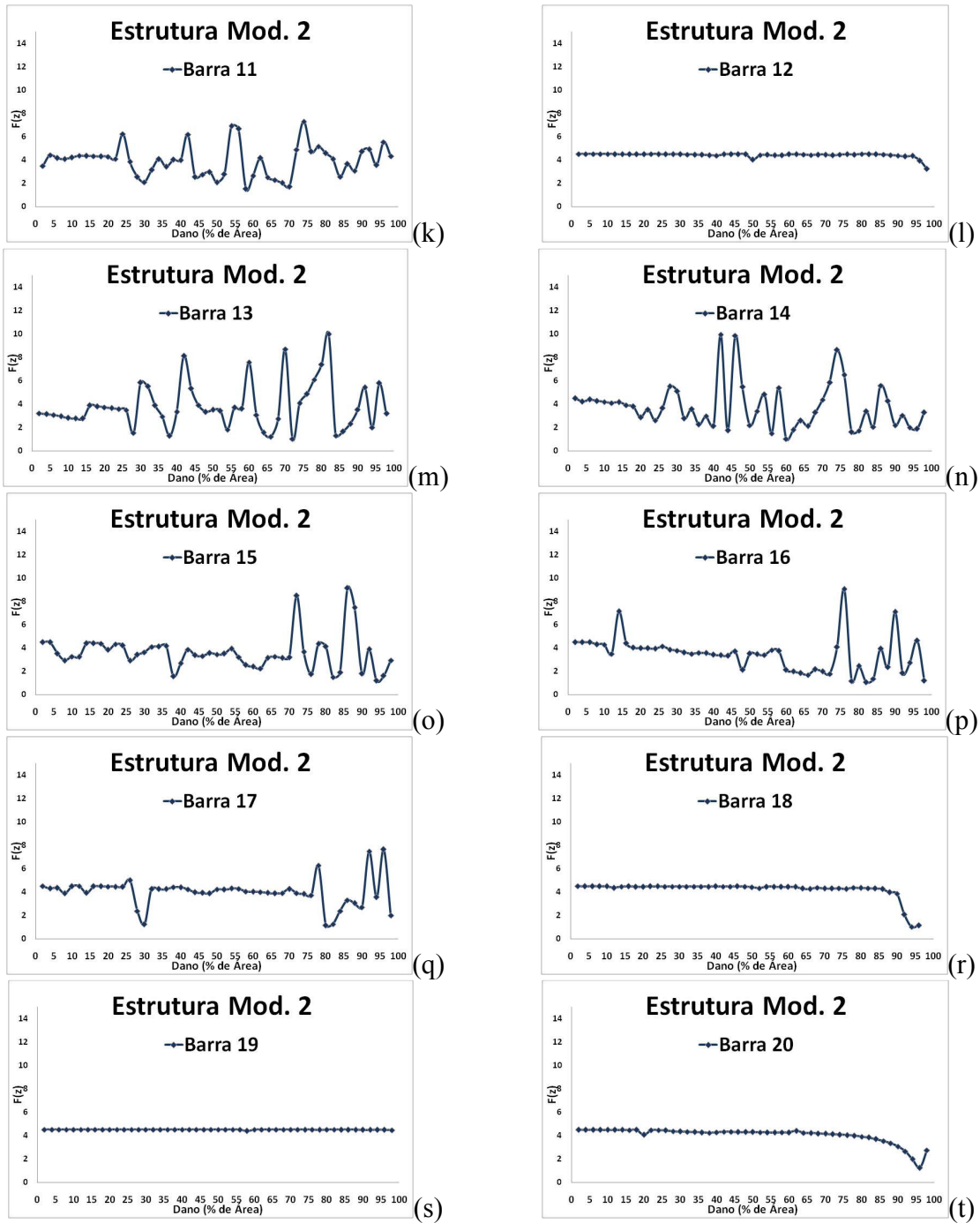


Figura 5.20 -(k) a (t)- Comportamento individual das barras, dano 1, exemplo 2.

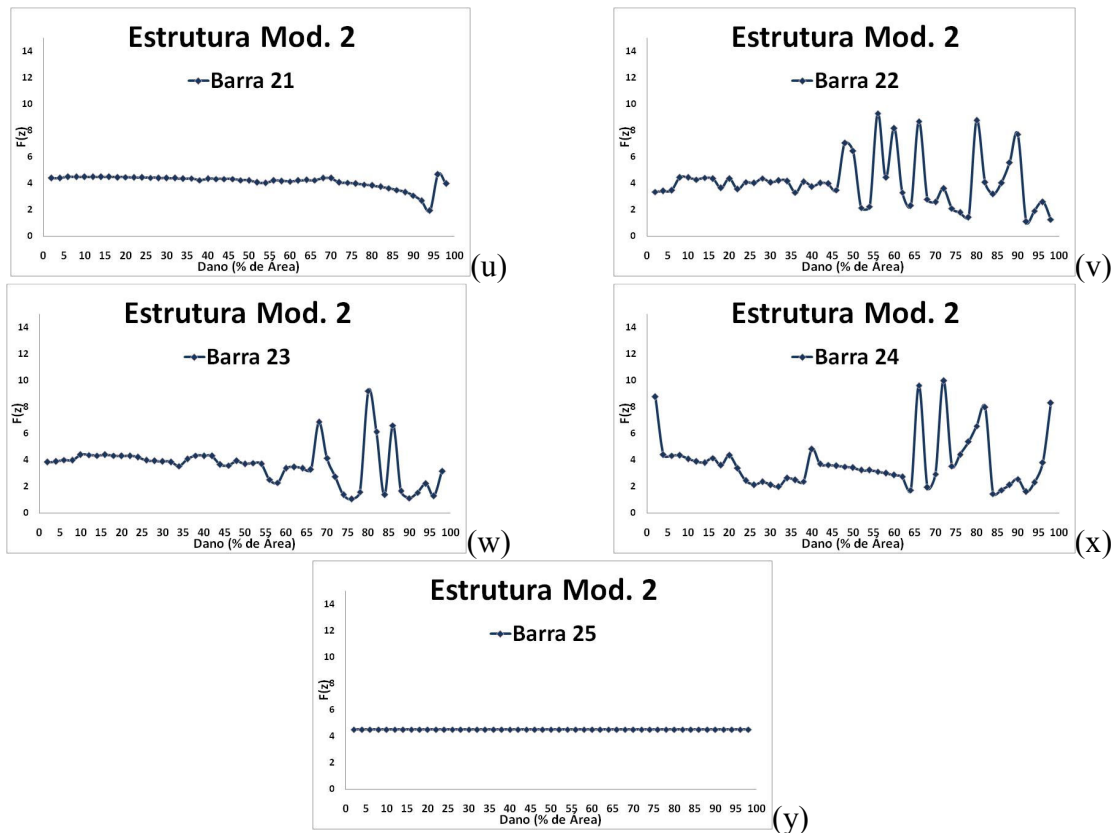


Figura 5.20 -(u) a (y)- Comportamento individual das barras, dano 1, exemplo 2.

Na análise desses gráficos para este caso de dano neste exemplo, pode-se verificar o comportamento linear das barras 12, 19 e 25, Figuras 5.20(l), (s) e 5.20(y) sofrendo poucas variações nos valores dos resíduos da função, mostrando assim, que para a configuração do carregamento aplicado, essas barras tornam-se, para efeito da localização do dano, praticamente desprezíveis, ou seja, mesmo com o aumento de um possível dano existente, a função não sofre variação na minimização.

As barras 1, 18, 20 e 21, com respectivos gráficos nas Figuras 5.20(a), (r), (t) e 5.20(u), mostram do início até certo ponto (faixa entre 10 e 80%) da evolução do dano uma linearidade seguida de uma variação com uma curva suave, indicando que tais barras somente são sensíveis aos resíduos com grandes extensões de danos.

Nota-se que essas barras analisadas acima não possuem simetria em relação aos seus posicionamentos na estrutura, assim como na estrutura vista no exemplo anterior, isso pelo fato da modificação da inclinação das barras diagonais.

As demais barras não apresentam um conceito fixo de construção de suas curvas da função resíduo, muito embora a barra 4, Figura 5.20(d) - diagonal- , apresente seu ponto mínimo muito bem definido, tocando o eixo horizontal e quantificando seu dano em 34% de redução de área da seção transversal da barra original.

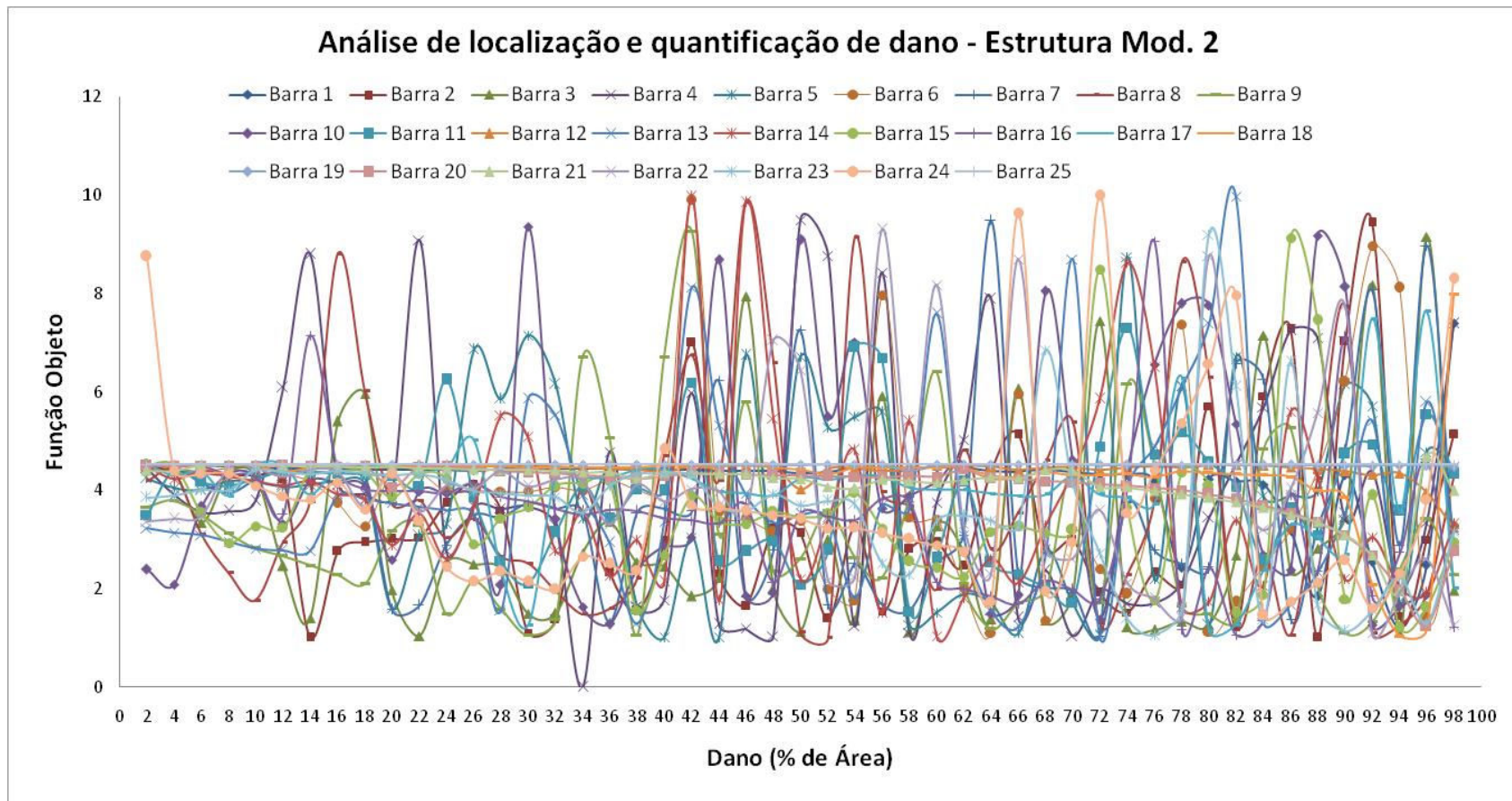


Figura 5.21 – Análise do espectro em 2D da localização e quantificação do dano.

Análise de localização e quantificação de dano - Estrutura Mod. 2

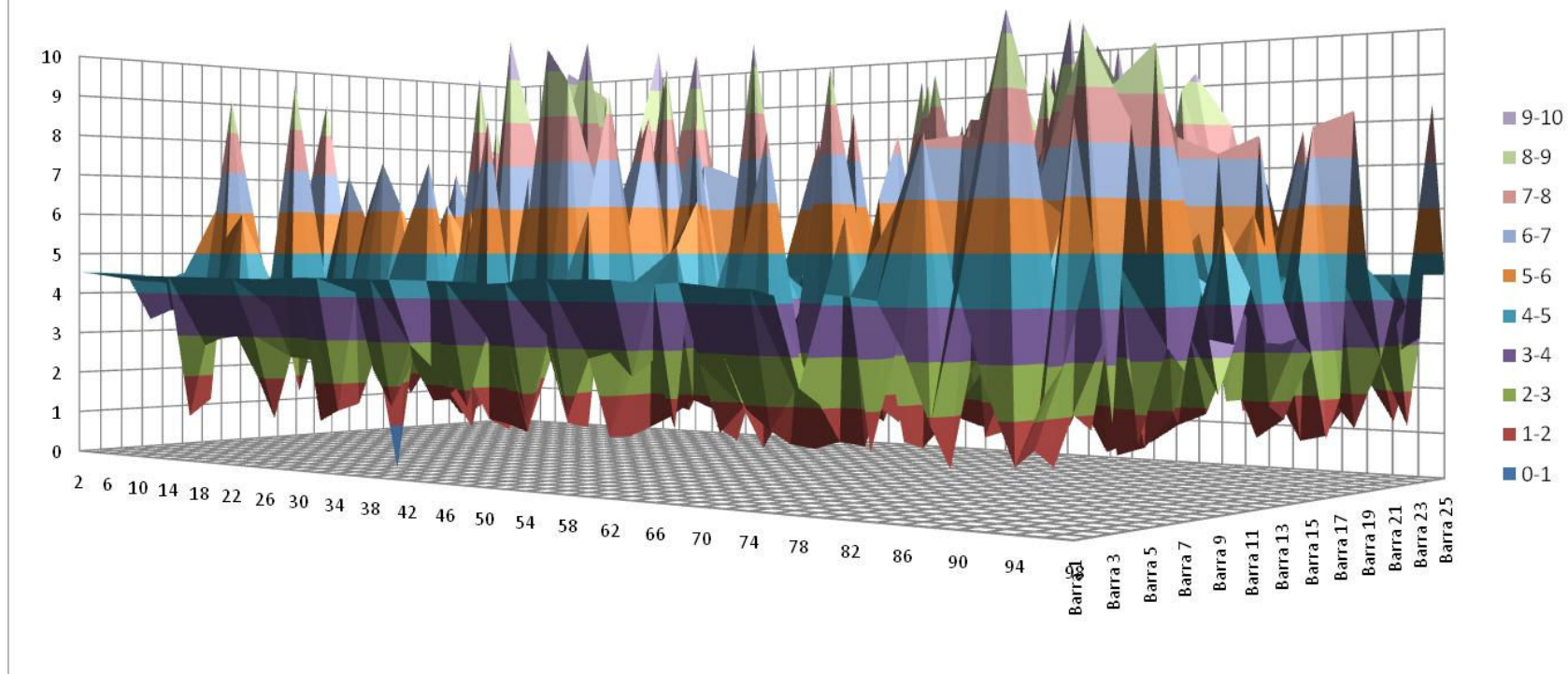


Figura 5.22 – Visualização da convergência do ponto mínimo da função.

Análise de localização e quantificação de dano - Estrutura Mod. 2

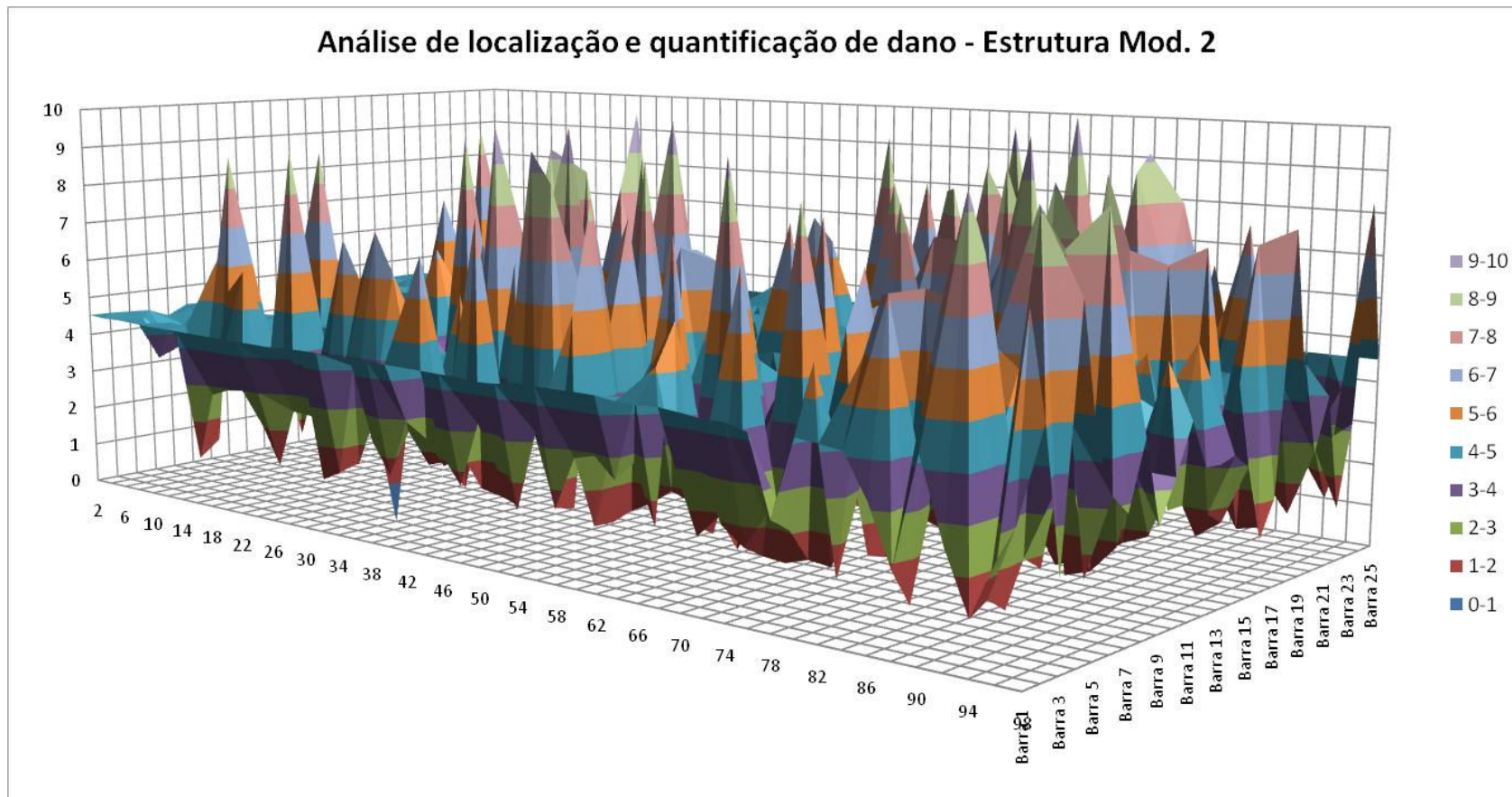


Figura 5.23 – Identificação e quantificação do dano na estrutura 2. Barra 4 com 34% de dano.

As Figuras 5.22 e 5.23 mostram nos gráficos 3D a identificação do dano na leitura do plano horizontal, com seu mínimo perfeitamente visível. Devido ao fato de ser utilizado um método combinatório, assim a função acha facilmente o dano real esperado.

Assim como nos gráficos 3D gerados para o exemplo 1, aqui a superfície também se mostra brusca e irregular, com a presença de vários picos de valores de resíduo, fato este resultante, como já colocado no exemplo anterior, do número de elementos da estrutura, o que não ocorre com a estrutura da Figura 5.1.

A Figura 5.22 coloca a existência de um único ponto mínimo a medida que Figura 5.23 posiciona-se em um ângulo que viabiliza a leitura dos parâmetros b_i e α_i , de localização e quantificação do dano respectivamente.

5.3.2 – DANO 2

Neste caso, o dano real aplicado, espera ser encontrado na barra 9 da Figura 5.17 com uma redução de área da seção transversal da barra original de 18%

As Figuras 5.24(a) a 5.24(y) mostram os comportamentos individuais das barras da treliça do exemplo 2.

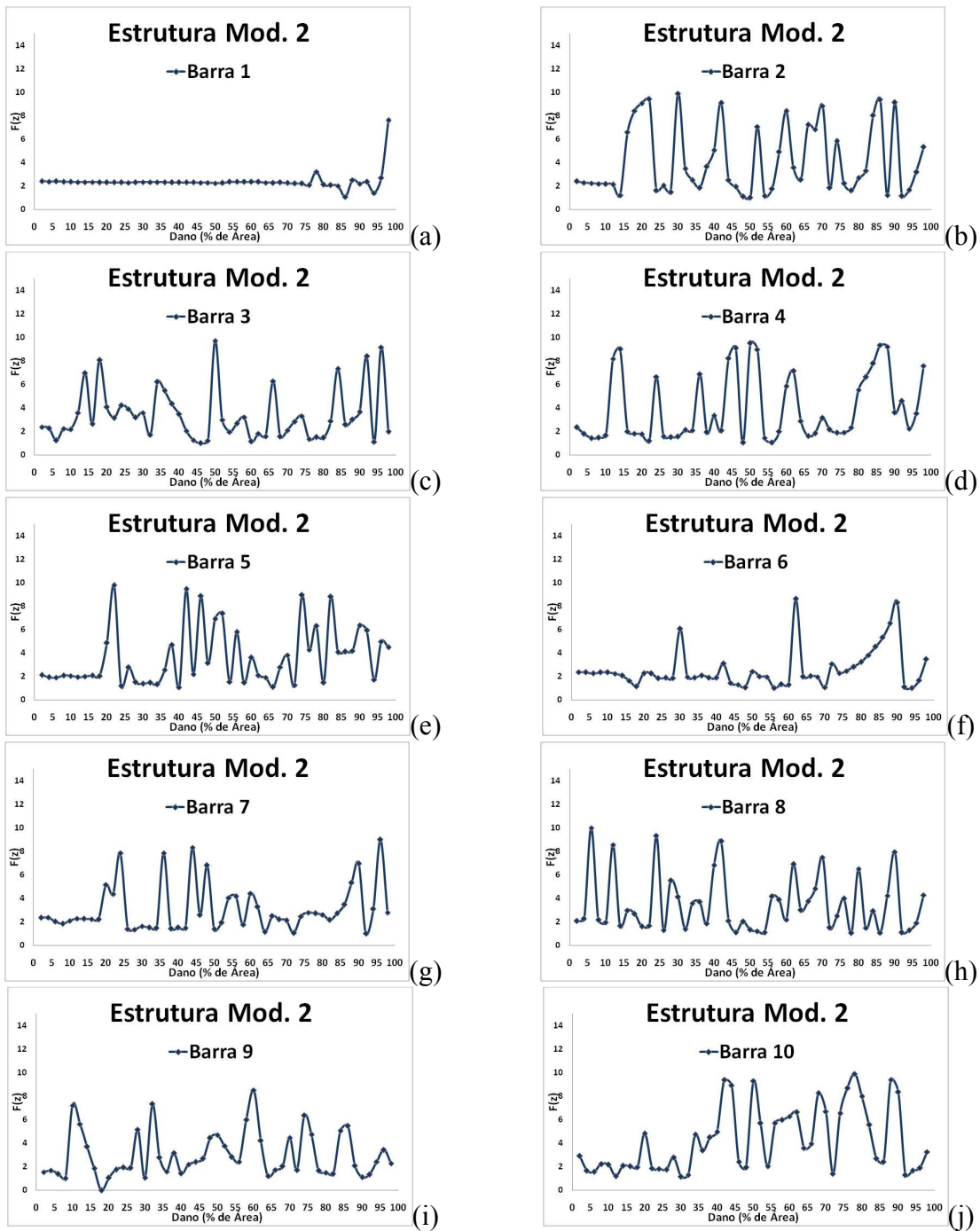


Figura 5.24 - (a) a (j)- Comportamento individual das barras, dano 2, exemplo 2.

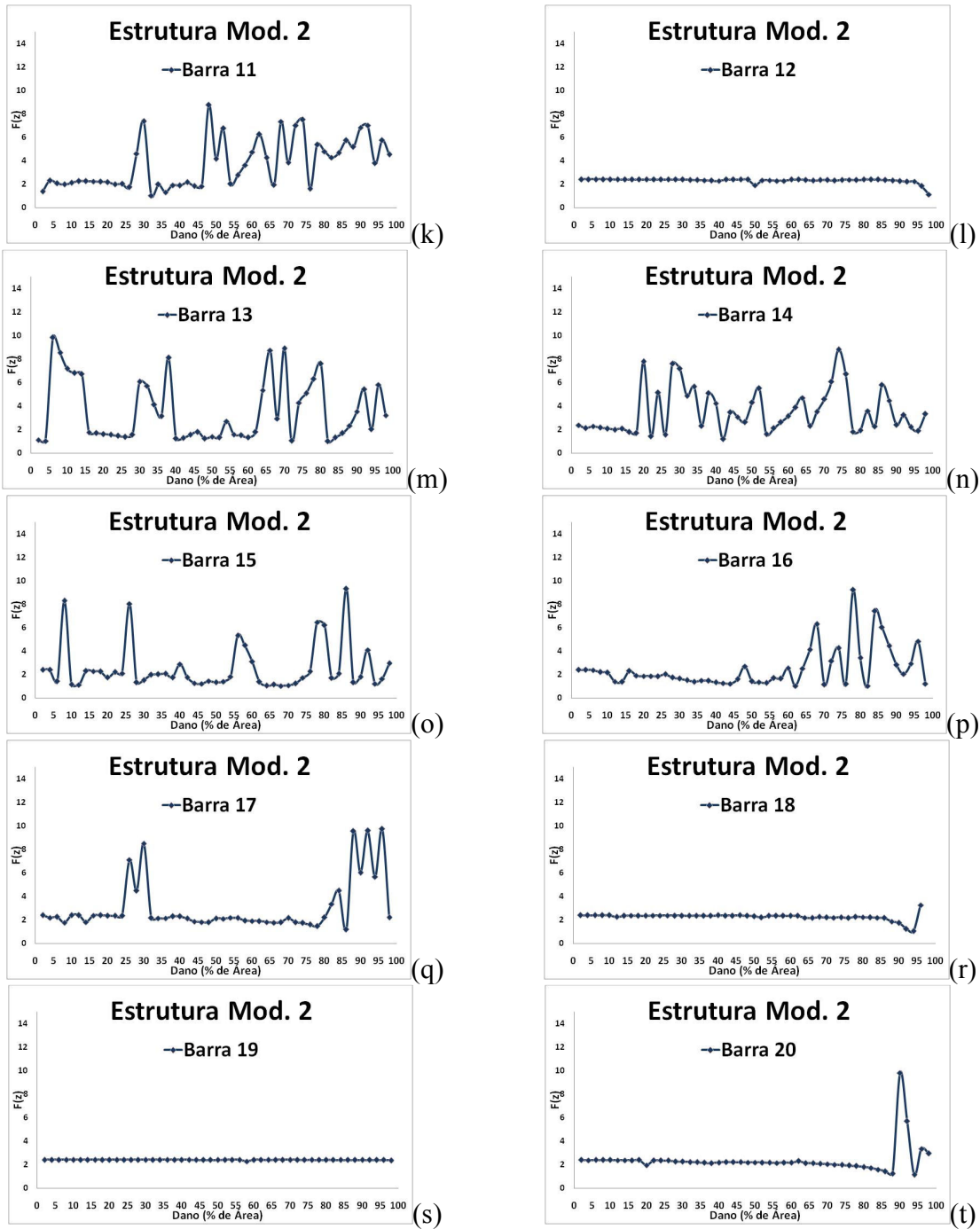


Figura 5.24 -(k) a (t)- Comportamento individual das barras, dano 2, exemplo 2.

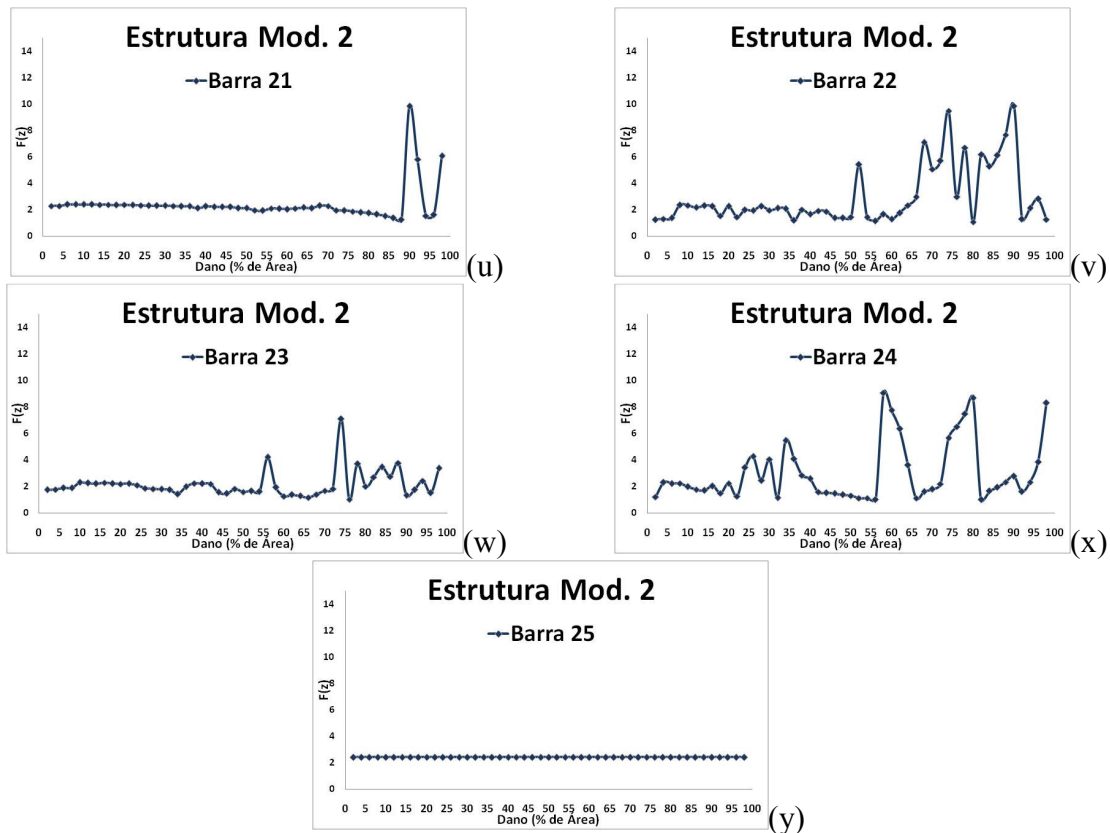


Figura 5.24 - (u) a (y)- Comportamento individual das barras, dano 2, exemplo 2.

As barras 12, 19 e 25, banzo superior e montantes, respectivamente das Figuras 5.24(l), (s) e 5.24(y), mostram as mesmas características das apresentadas nos gráficos das Figuras 5.20(l), (s) e 5.20(y), por tratar-se da mesma estrutura, com o mesmo carregamento, alterando-se apenas os parâmetros b_i e α_i , localização e quantificação do dano, o que não influencia no comportamento da funções resíduo.

O mesmo acontece para as barras 1, 18, 20 e 21, das Figuras 5.24(a), (r), (t) e 5.24(u), ocorrendo apenas alterações em seus valores, contudo mantém seu comportamento geral semelhante às do caso anterior, mostrado nas Figuras 5.20(a), (r), (t) e 5.20(u).

Como esperado a barra 9, Figura 5.24(i), no seu comportamento de formação de sua curva, traz o mínimo geral, relativo a todas as outras barras, identificando o parâmetro α_i em 18% de redução de área.

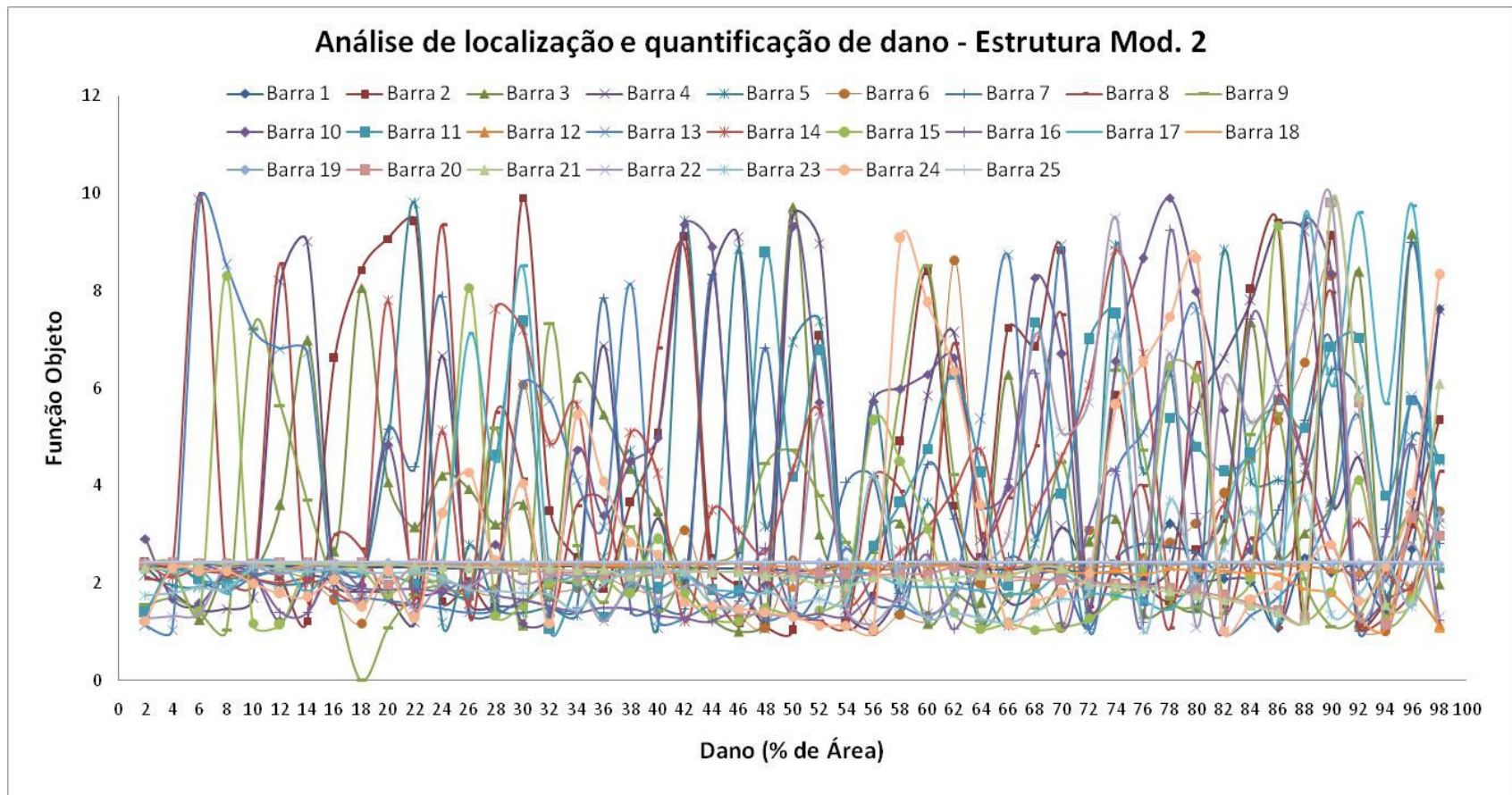


Figura 5.25 – Análise do espectro em 2D da localização e quantificação do dano.

Análise de localização e quantificação de dano - Estrutura Mod. 2

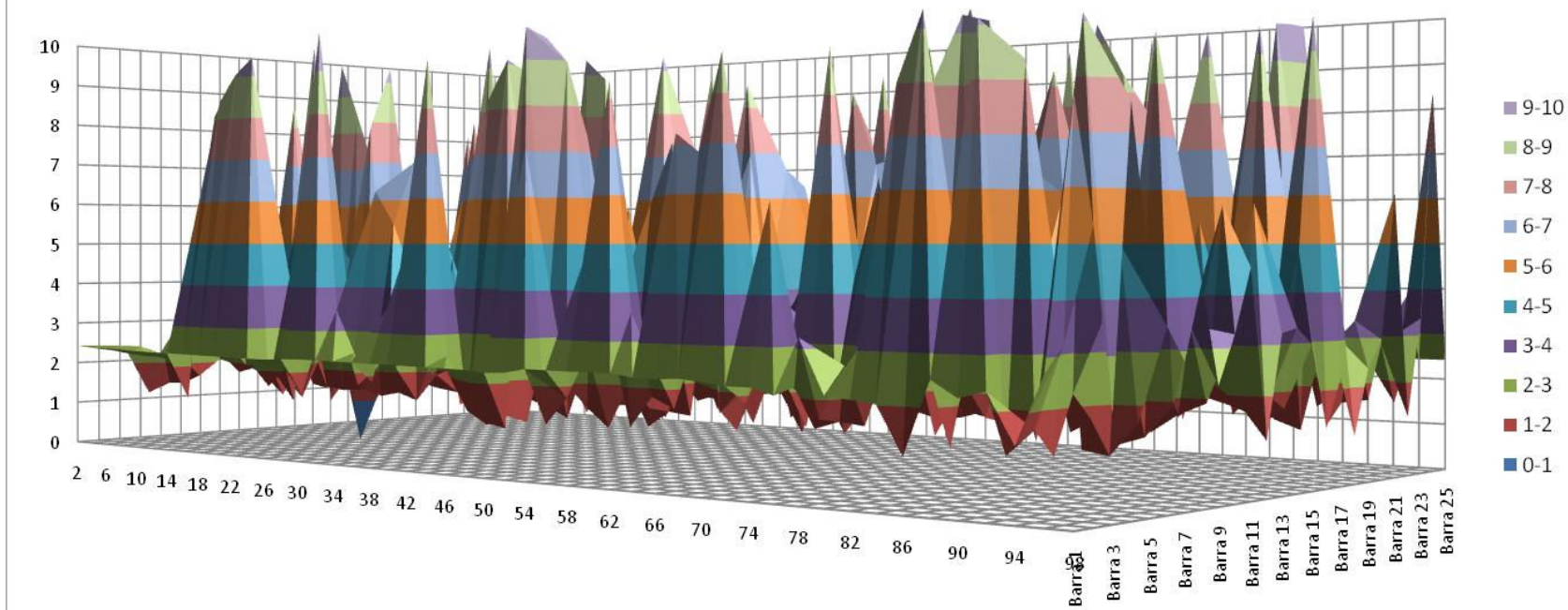


Figura 5.26 – Visualização da convergência do ponto mínimo da função.

Análise de localização e quantificação de dano - Estrutura Mod. 2

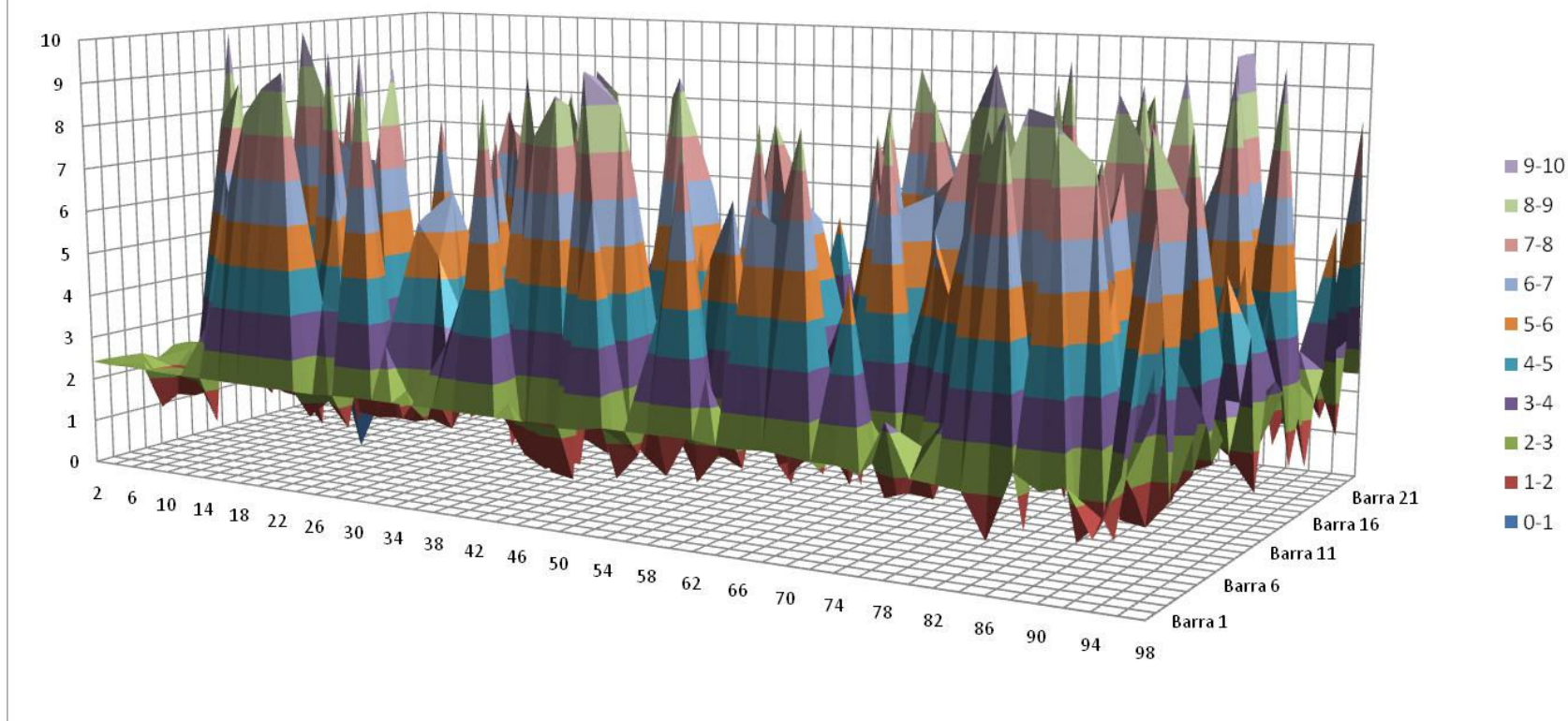


Figura 5.27 – Identificação e quantificação do dano na estrutura 2. Barra 9 com 18% de dano.

Os gráficos 3D das Figuras 5.26 e 5.27 expõem a identificação do dano localizado na barra 9 com uma magnitude de 18%, correspondendo ao pico mínimo da função, visto na leitura do plano horizontal.

5.4 – EXEMPLO 3

A treliça analisada neste exemplo, possui pequenas variações em sua formação, como mostrado na Figura 5.28, com uma altura “ $h=100\text{ cm}$ ” e com 8 módulos de “ $a=150\text{ cm}$ ” formando um vão livre de 1.200 cm como mostrado na Figura 5.28 e carregamento demonstrado na Figura 5.29.

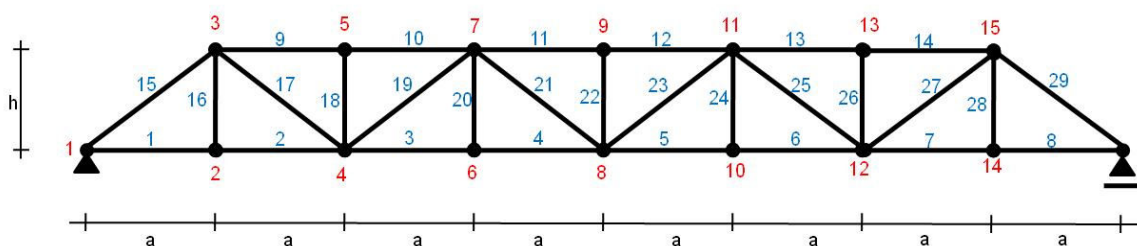


Figura 5.28– Estrutura do exemplo 3 - Configuração dos elementos.

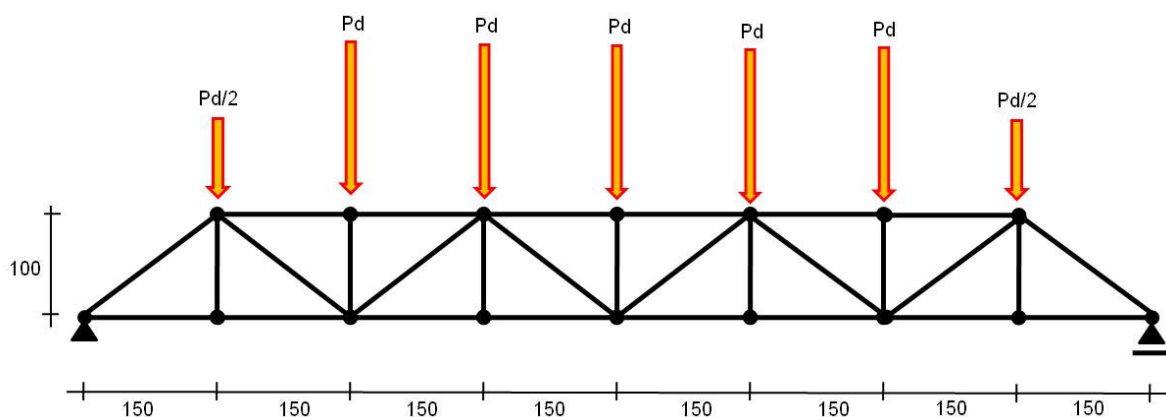


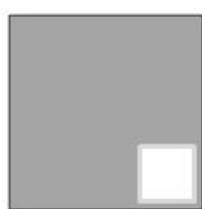
Figura 5.29 – Estrutura do exemplo 3- Configuração de carregamentos.

A treliça analisada neste exemplo é composta de oito elementos no banzo inferior, seis no banzo superior, oito diagonais e sete montantes. Na Tabela 5.4 são colocados os danos reais na barras nas verificações do caso 1, na barra 18 (montante) com redução de 8% e no caso 2, na barra 29 (diagonal) com uma redução de 32%. As Figuras 5.30a e 5.30b, mostram

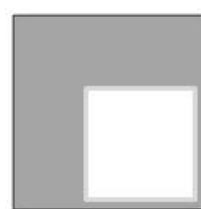
as proporções dos danos reais avaliados em cada um dos casos em função das áreas das seções transversais das barras em seus estados originais.

Tabela 5.4 – Dados dos danos na treliça do exemplo 3

	Peça	Elemento da Treliça	Porcentagem de dano da área original	Figura
Dano 1	Montante	Barra 18	8%	5.29a
Dano 2	Diagonal	Barra 29	32%	5.29b



(a)



(b)

Figura 5.30 (a) e (b) – Proporções seção transversal/dano – Exemplo 3, danos 1 e 2

5.4.1 – DANO 1

Neste primeiro caso, o dano deve ser identificado na barra 18, ver Figura 5.28, apresentando uma extensão de 8% de redução de área de seção transversal

As Figuras 5.31(a) a 5.31(c1) representam os comportamentos individuais da estrutura da treliça do exemplo 3.

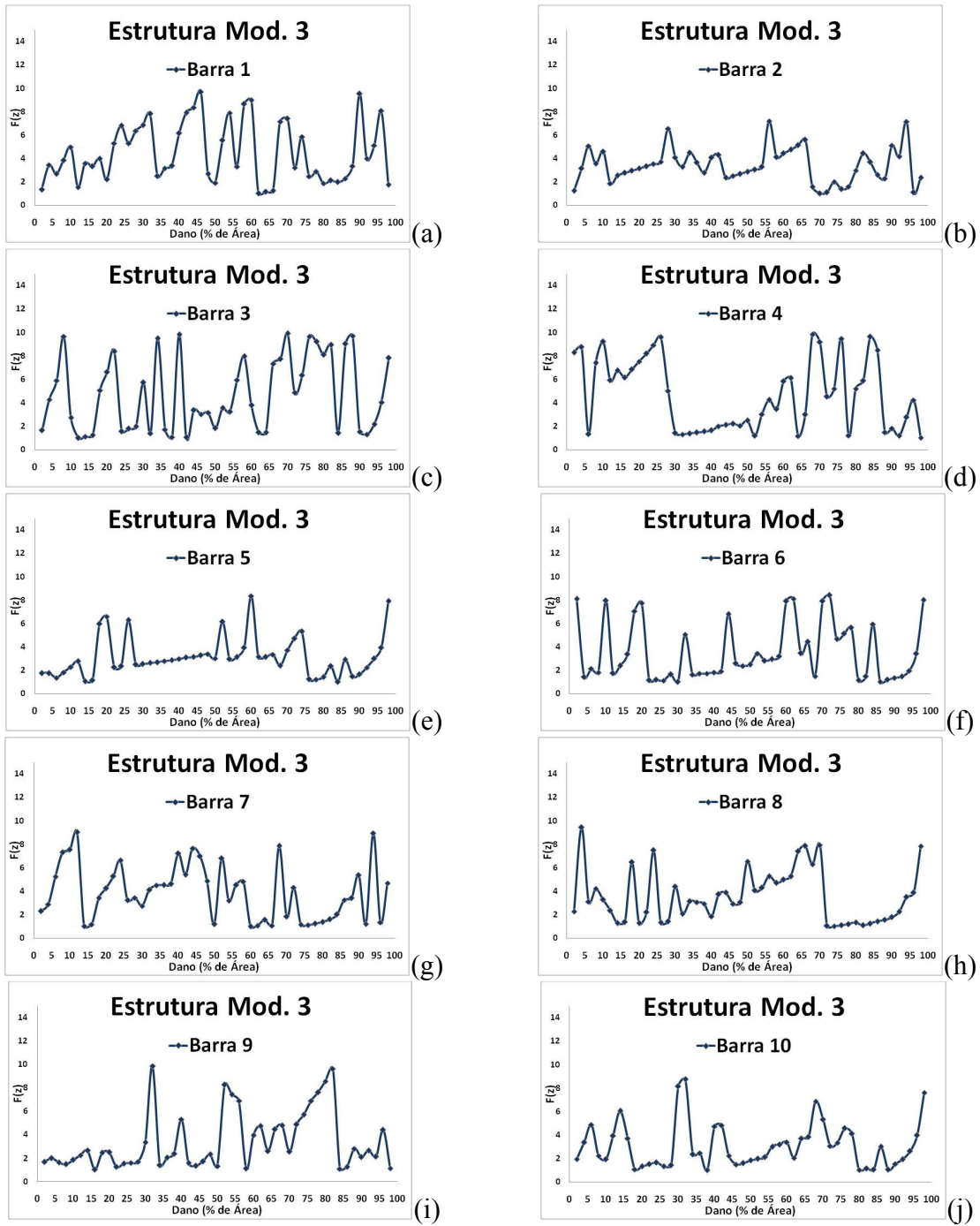


Figura 5.31 - (a) a (j)- Comportamento individual das barras, dano 1, exemplo 3.

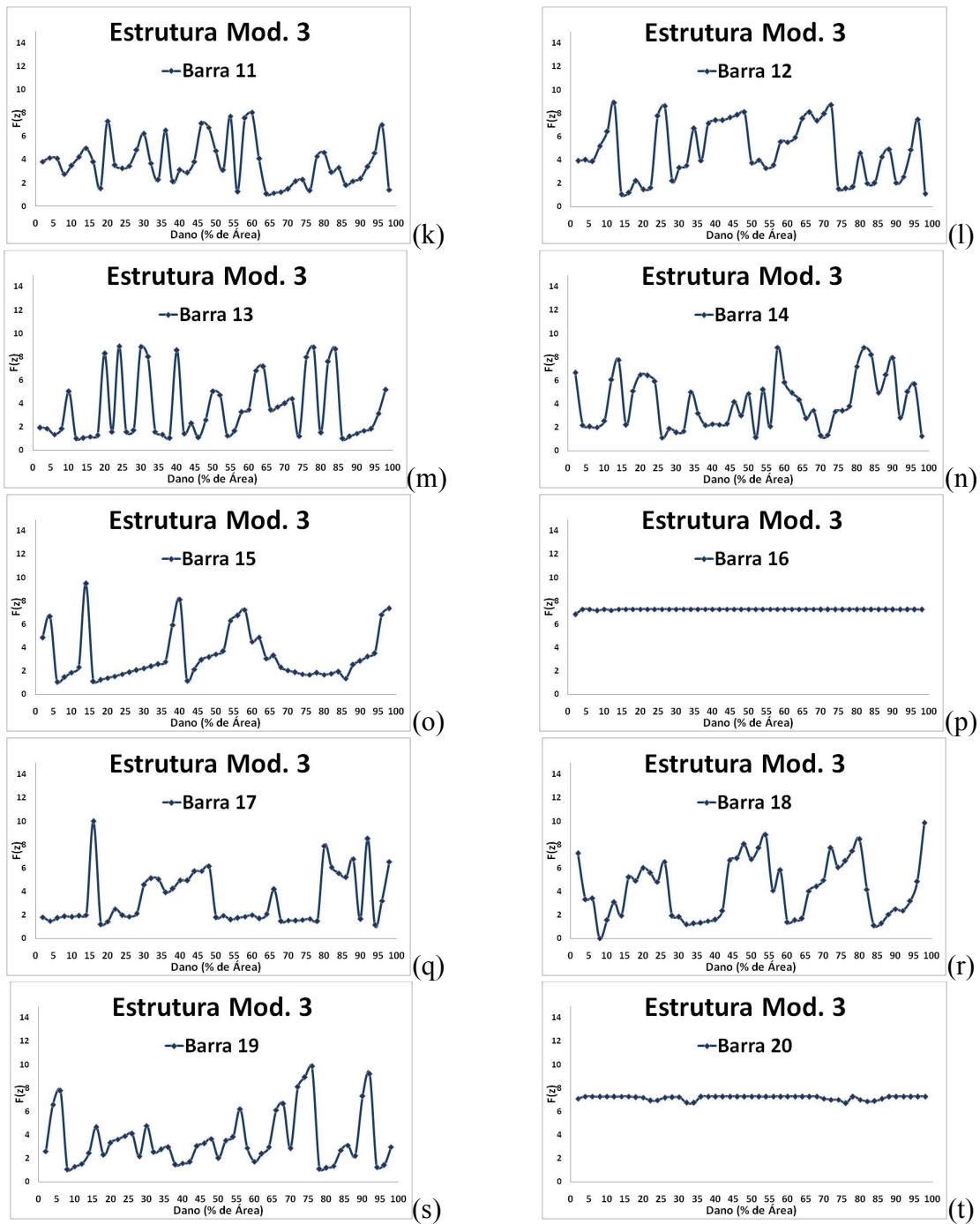


Figura 5.31 - (k) a (t)- Comportamento individual das barras, dano 1, exemplo 3.

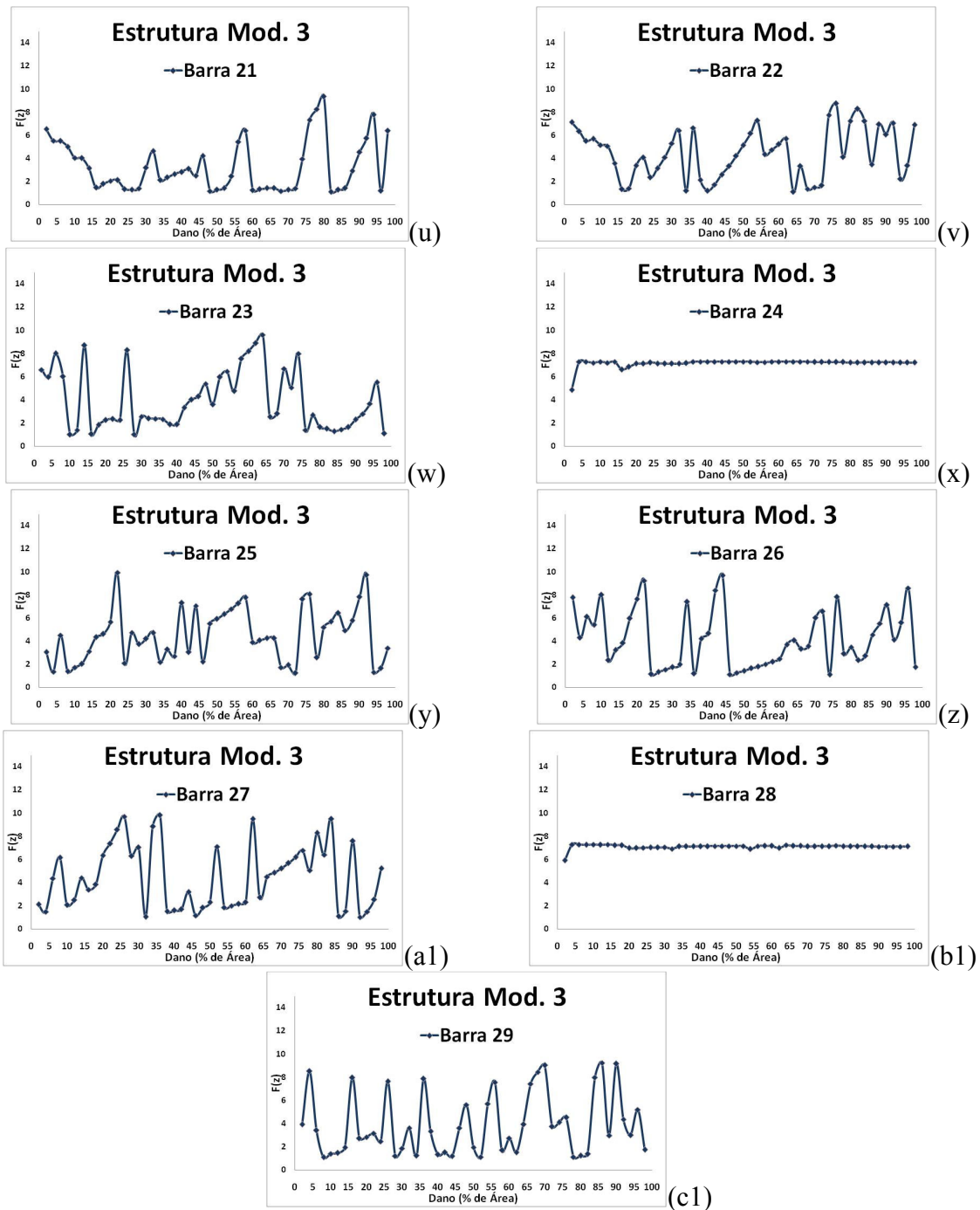


Figura 5.31 - (u) a (c1)- Comportamento individual das barras, dano 1, exemplo 3.

Os gráficos referentes às barras dos montantes de números 16, 20, 24 e 28 correspondentes às Figuras 5.31(p), (t), (x) e 5.31(b1) demonstram a linearidade na função resíduo, caso já comentado em seções anteriores neste trabalho, não apresentando a mesma

sensibilidade como as outras barras na obtenção dos resíduos durante a evolução da extensão do dano.

A Figura 5.31(r), correspondente à barra 18 (montante), comporta-se de maneira inteiramente diferenciada das barras de montantes 16, 20, 24 e 28 das Figuras 5.24(p), (t), (x) e 5.24(b1) analisadas anteriormente, pois além da sua curva de resíduos não apresentar constituição regular, ou suave, assim como as demais, ela carrega o ponto mínimo geral da estrutura, indicando a extensão do dano em 8%, como o esperado inicialmente.

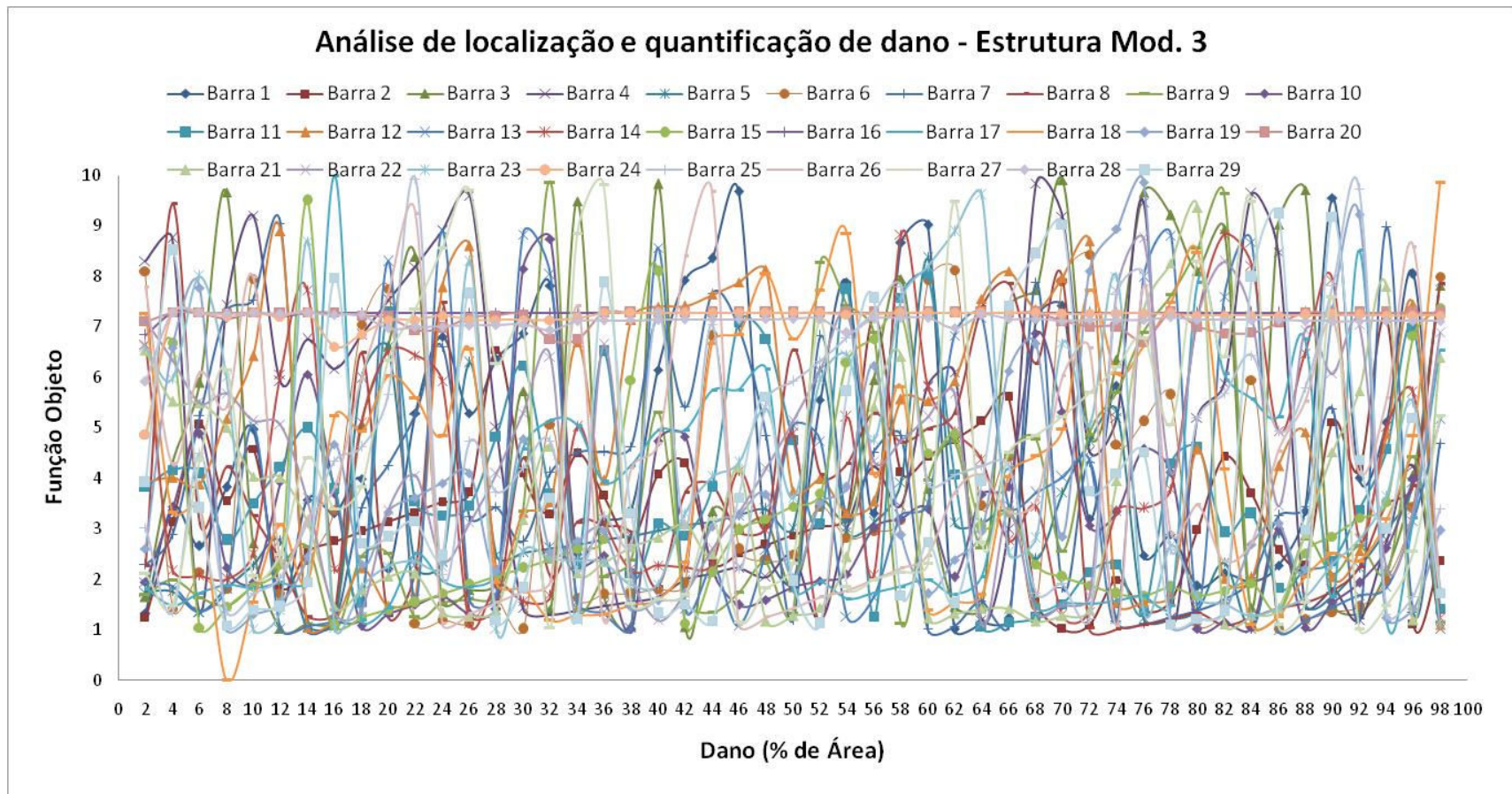


Figura 5.32 – Análise do espectro em 2D da localização e quantificação do dano.

Análise de localização e quantificação de dano - Estrutura Mod. 3

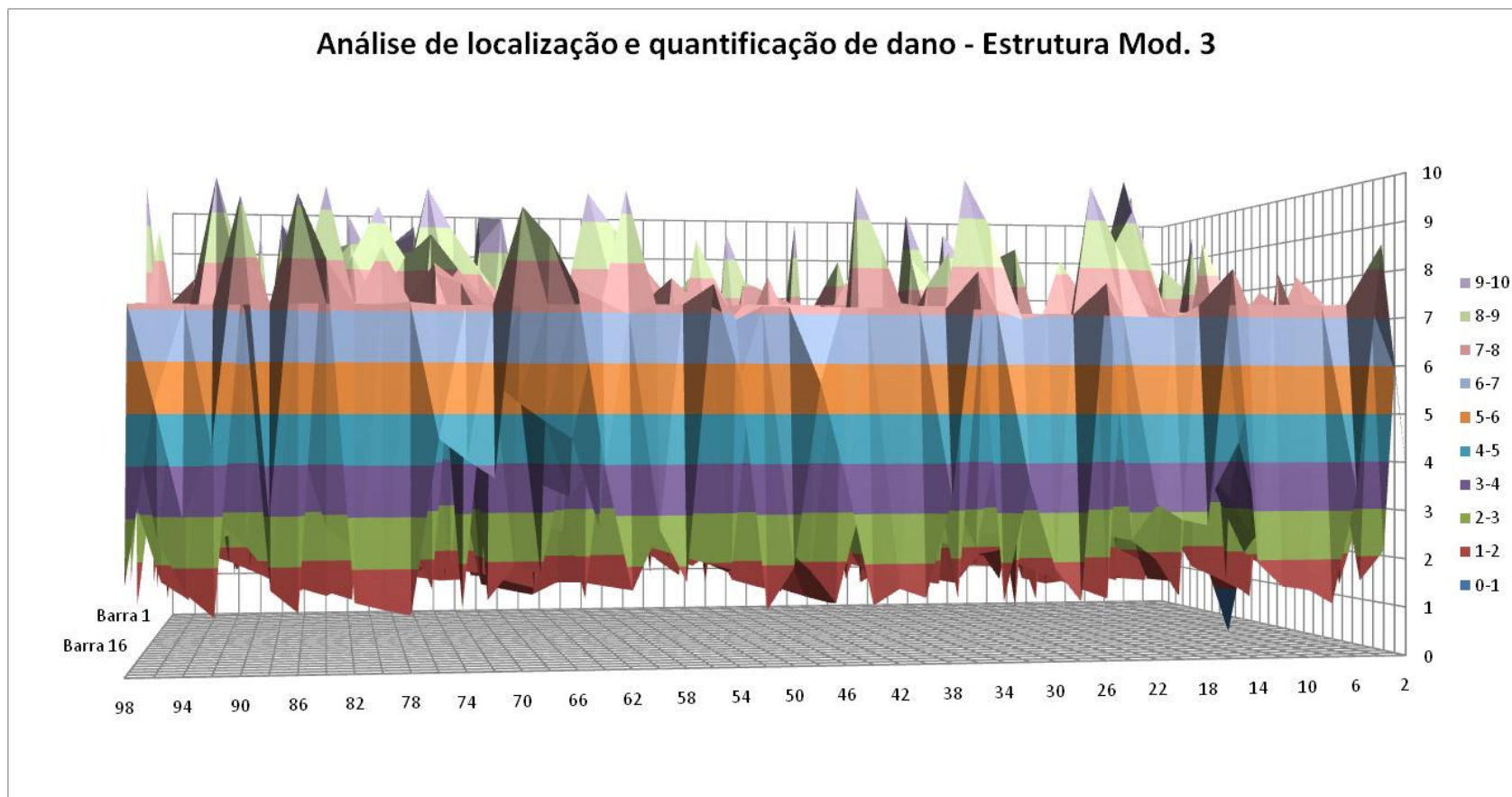


Figura 5.33 – Visualização da convergência do ponto mínimo da função.

Análise de localização e quantificação de dano - Estrutura Mod. 3

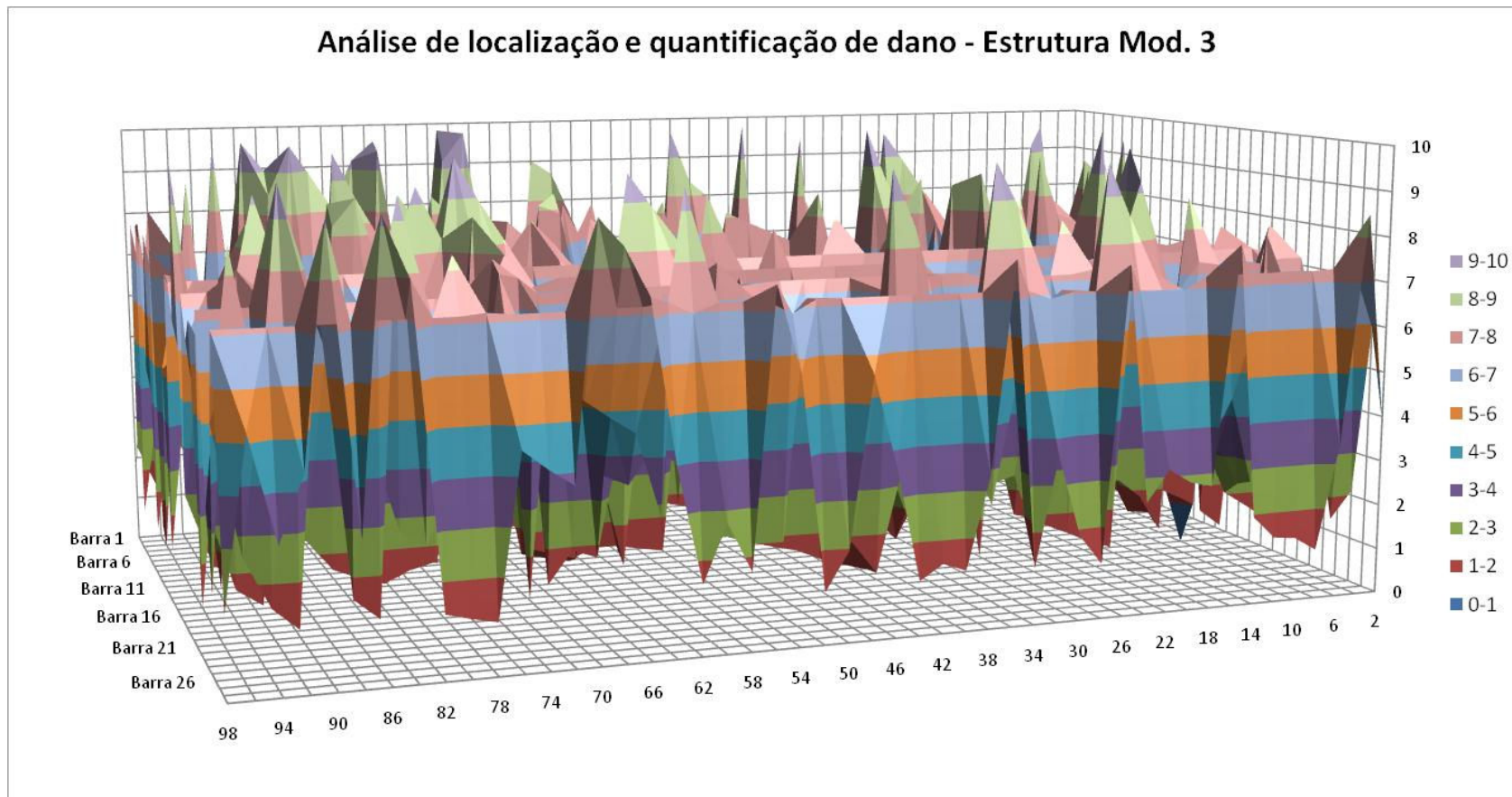


Figura 5.34 – Identificação e quantificação do dano na estrutura 3. Barra 18 com 8% de dano.

A Figura 5.32 mostra, como já exposto em seções anteriores, a junção de todas as avaliações do comportamento individual barra a barra, ao passo que nas Figuras 5.33 e 5.34 é mostrado no gráfico 3D o ponto mínimo da superfície gerada, identificando a barra danificada, a barra 18 e a extensão da redução de área, 8%.

5.4.2 – DANO 2

No último caso analisado, o dano deve ser localizado na barra 29, ver Figura 5.28, apresentando uma extensão de 32% de redução de área de seção transversal.

As Figuras 5.35(a) a 5.35(c1) representam os comportamentos individuais da estrutura da treliça do exemplo 3 para o segundo caso de dano.

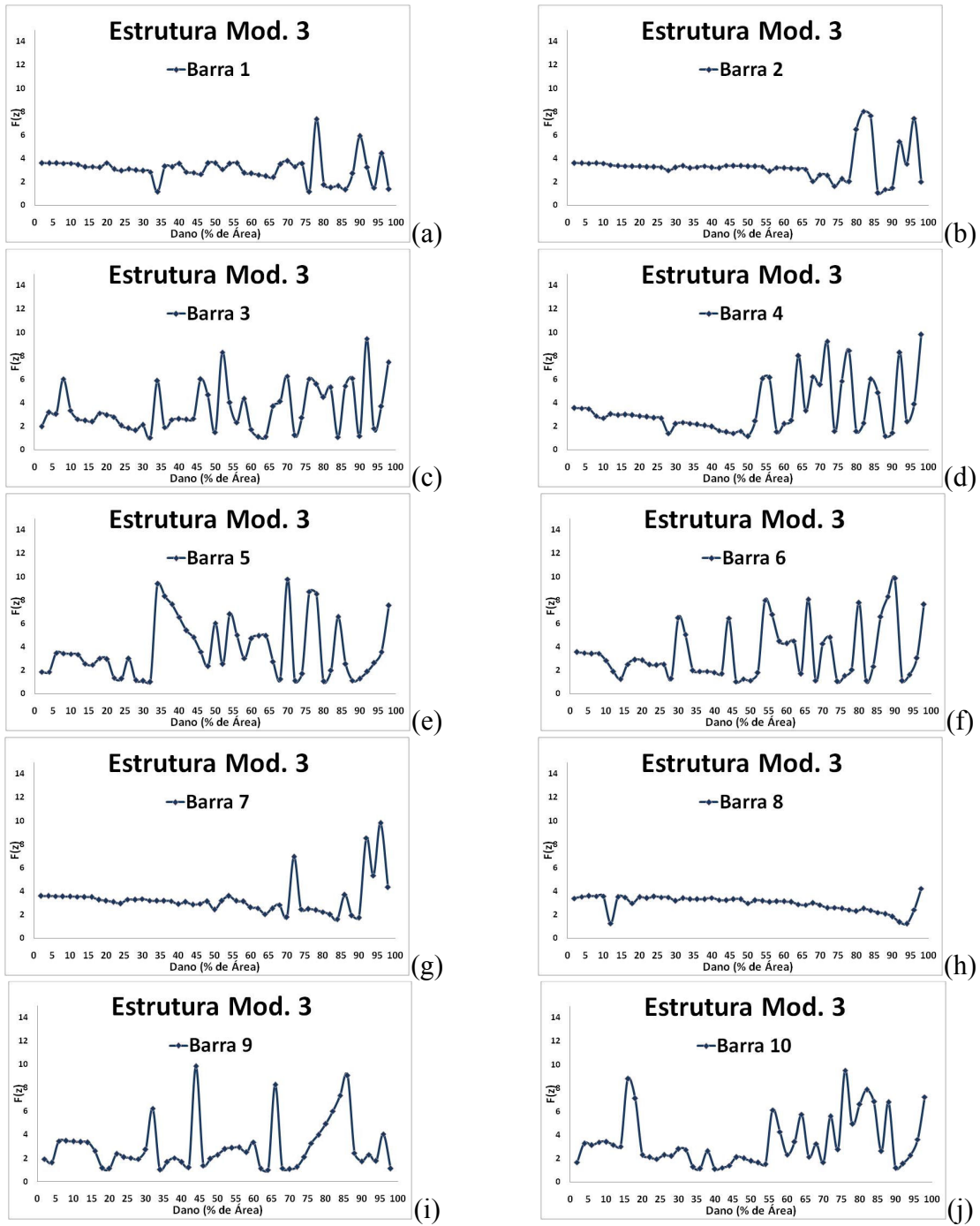


Figura 5.35 - (a) a (j)- Comportamento individual das barras, dano 2, exemplo 3.

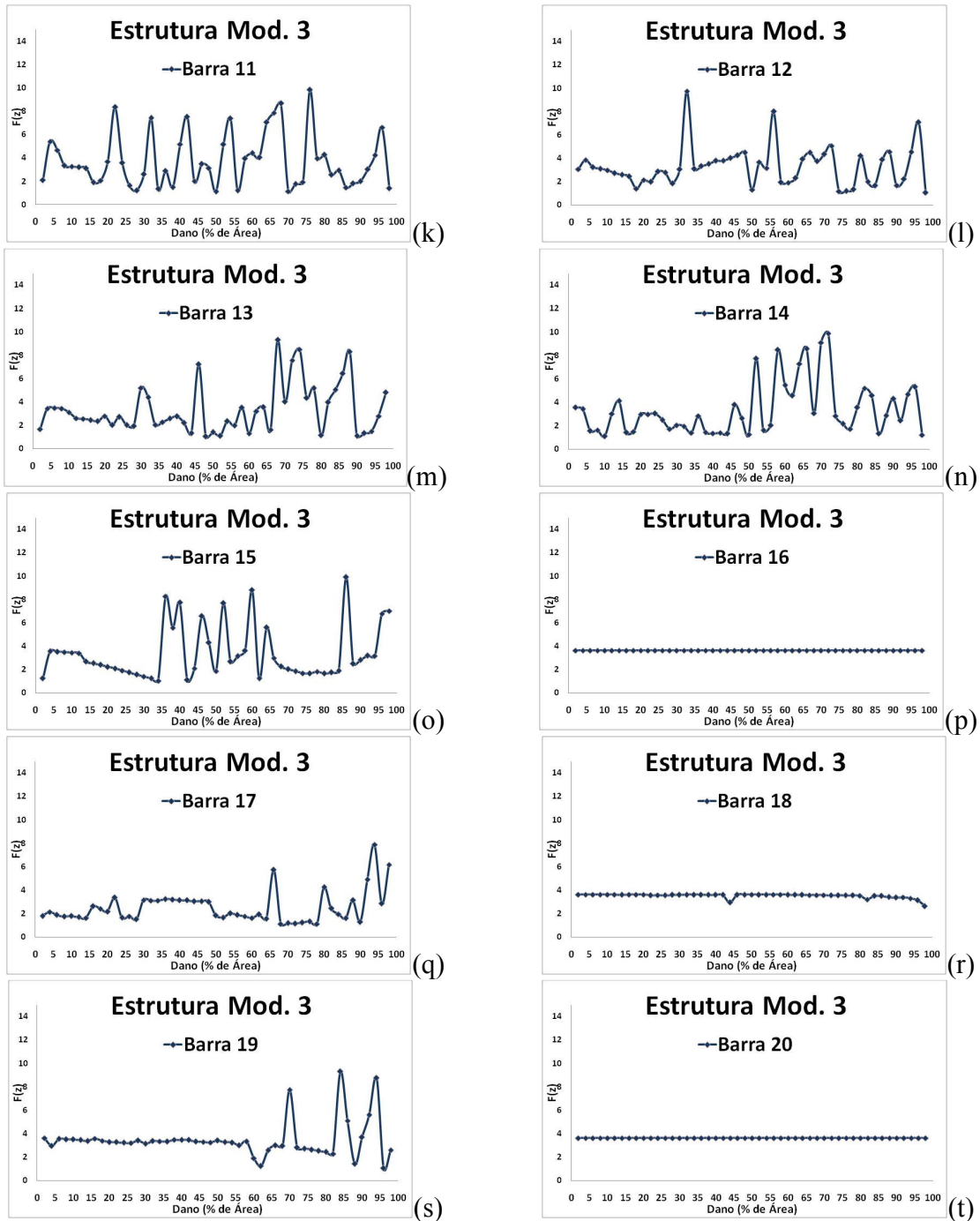


Figura 5.35 - (k) a (t)- Comportamento individual das barras, dano 2, exemplo 3.

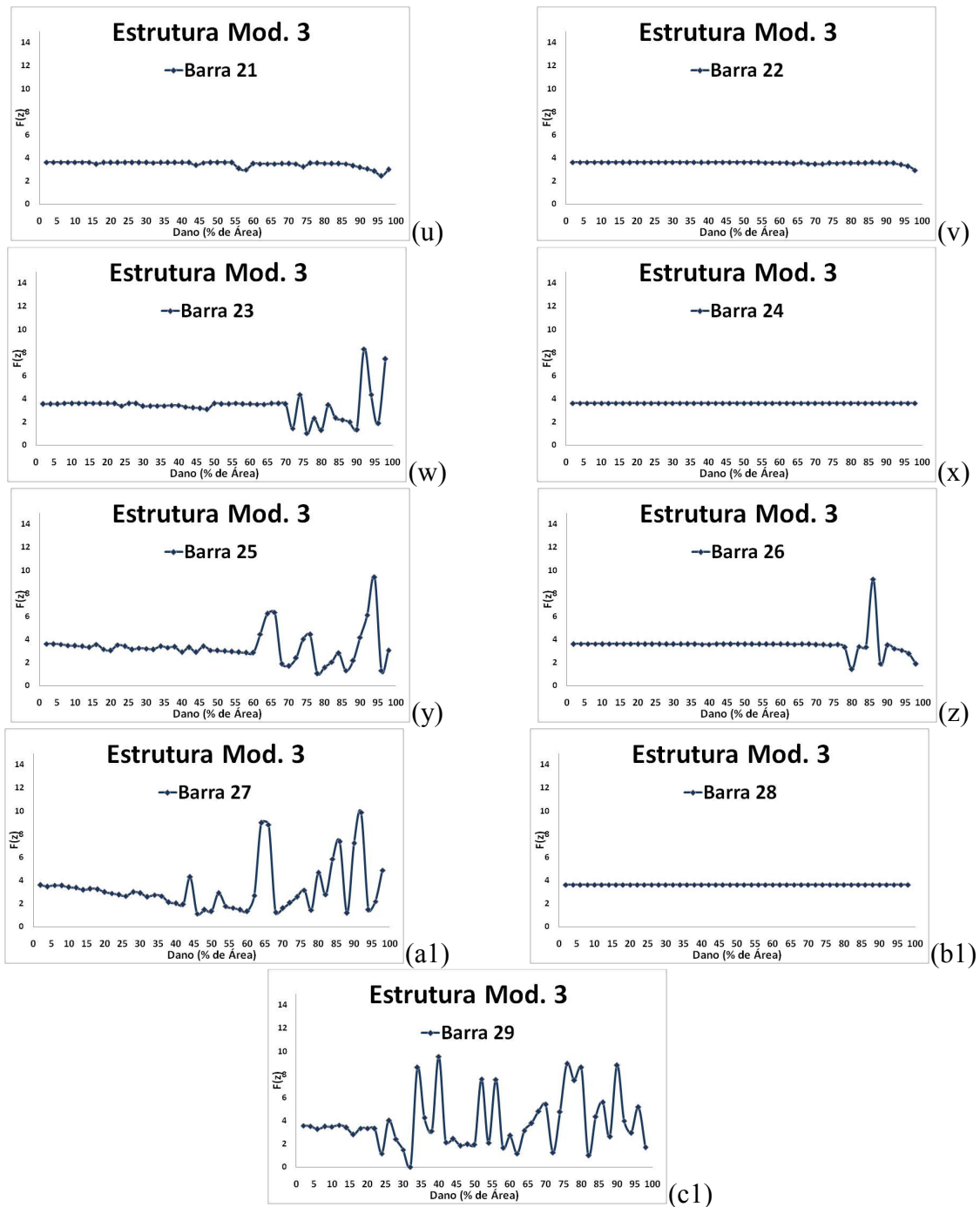


Figura 5.35 - (u) a (c1)- Comportamento individual das barras, dano 2, exemplo 3.

As barras dos montantes de números 16, 20, 24 e 28 da treliça da Figura 5.28 correspondentes às Figuras 5.35(p), (t), (x) e 5.35(b1), assim como as do caso 2 do mesmo exemplo, demonstram a linearidade na função resíduo, pois a estrutura não foi alterada além do que nem a variação da localização do dano na barra nem a variação de sua

extensão alteram o comportamento geral da curva de resíduos, embora haja uma pequena modificação nos valores.

Continuam estas barras de montante não apresentando a mesma sensibilidade como as outras barras na obtenção dos resíduos durante a evolução da extensão do dano.

A Figura 5.35(c1), referente à barra 29 (diagonal), comporta-se igualmente às demais com a diferença entre as outras pelo fato de existir no seu gráfico, o ponto mínimo da estrutura, correspondendo à quantificação do dano em 32%.

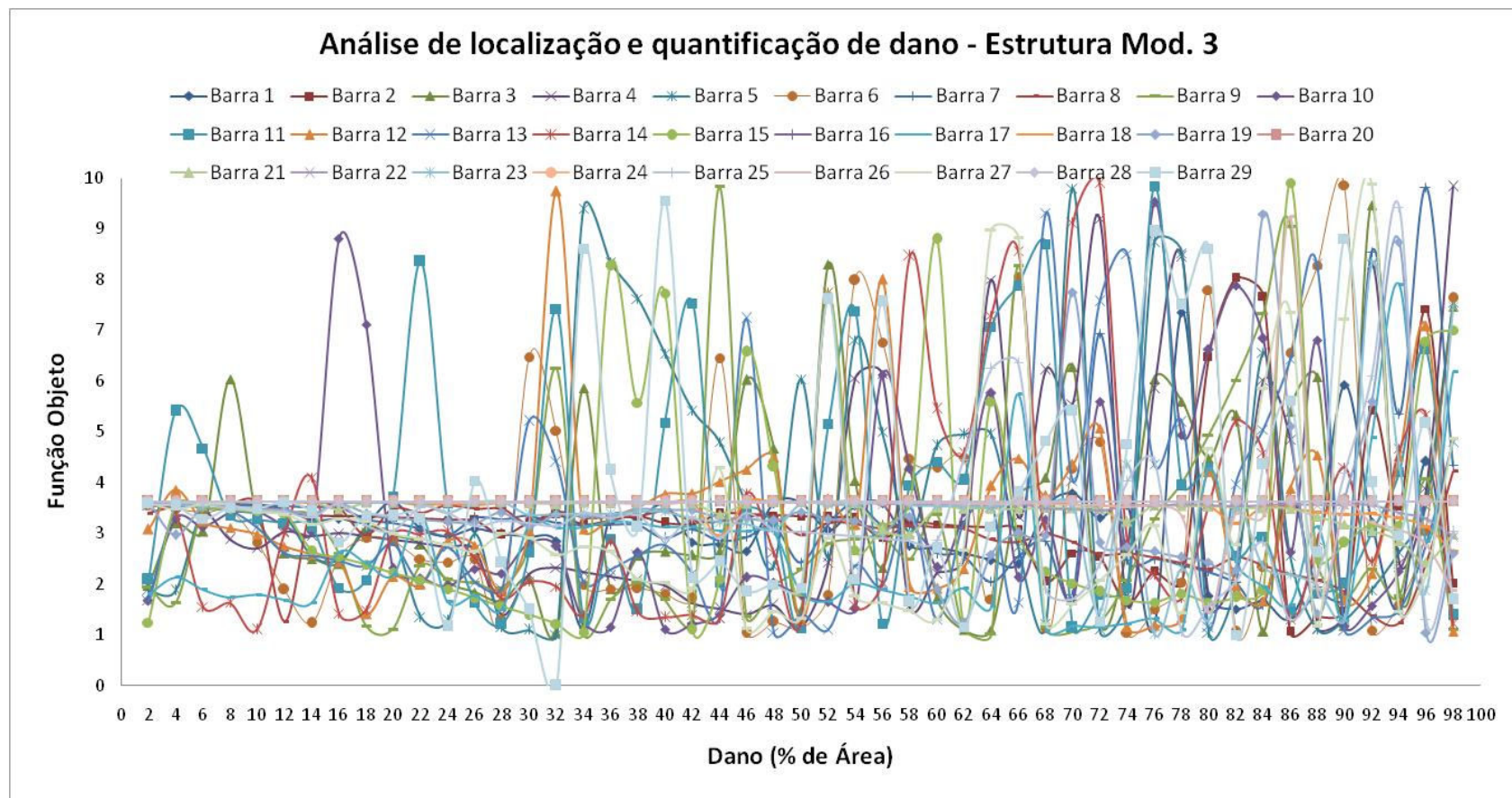


Figura 5.36 – Análise do espectro em 2D da localização e quantificação do dano.

Análise de localização e quantificação de dano - Estrutura Mod. 3

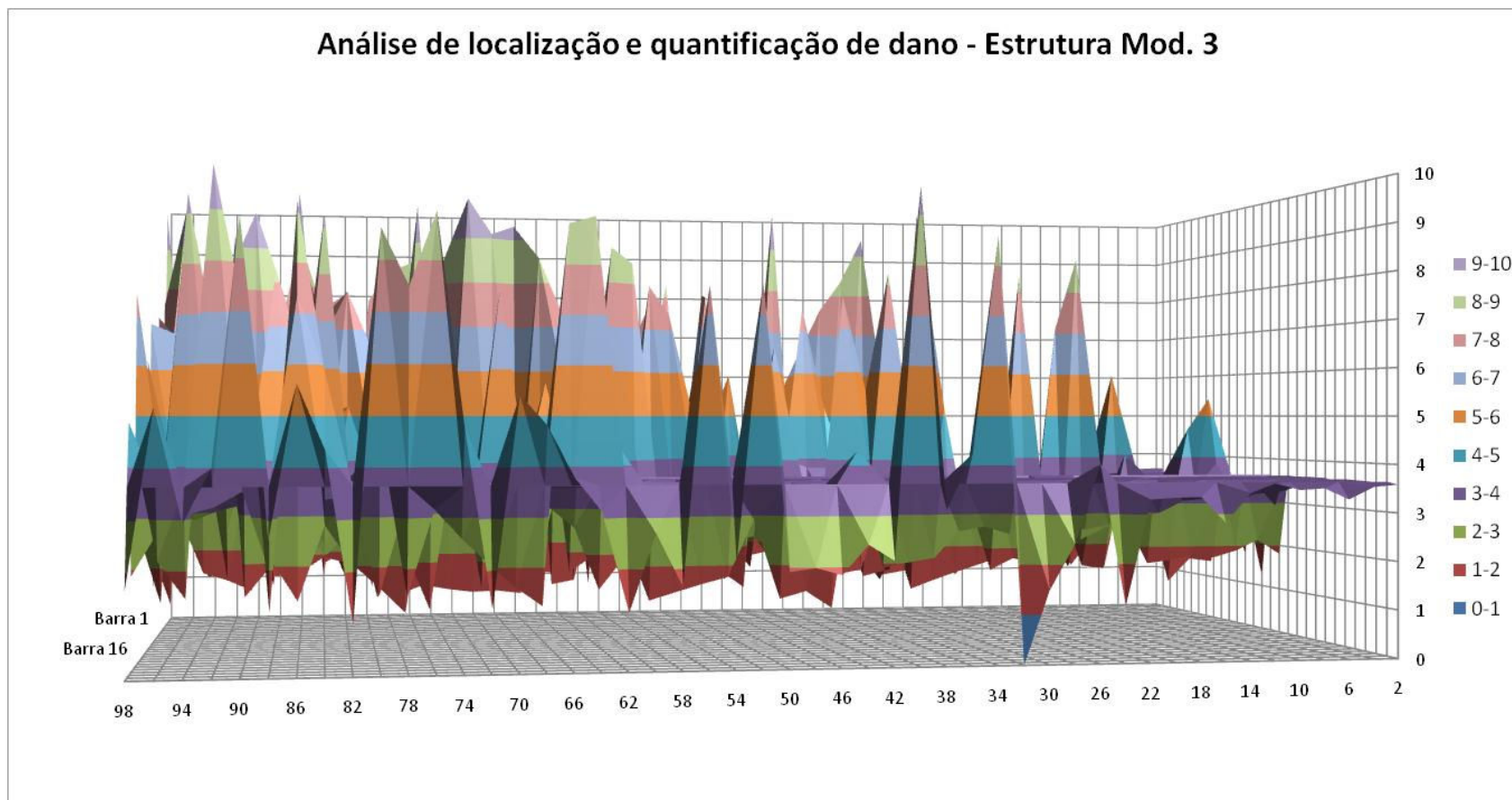


Figura 5.37 – Visualização da convergência do ponto mínimo da função.

Análise de localização e quantificação de dano - Estrutura Mod. 3

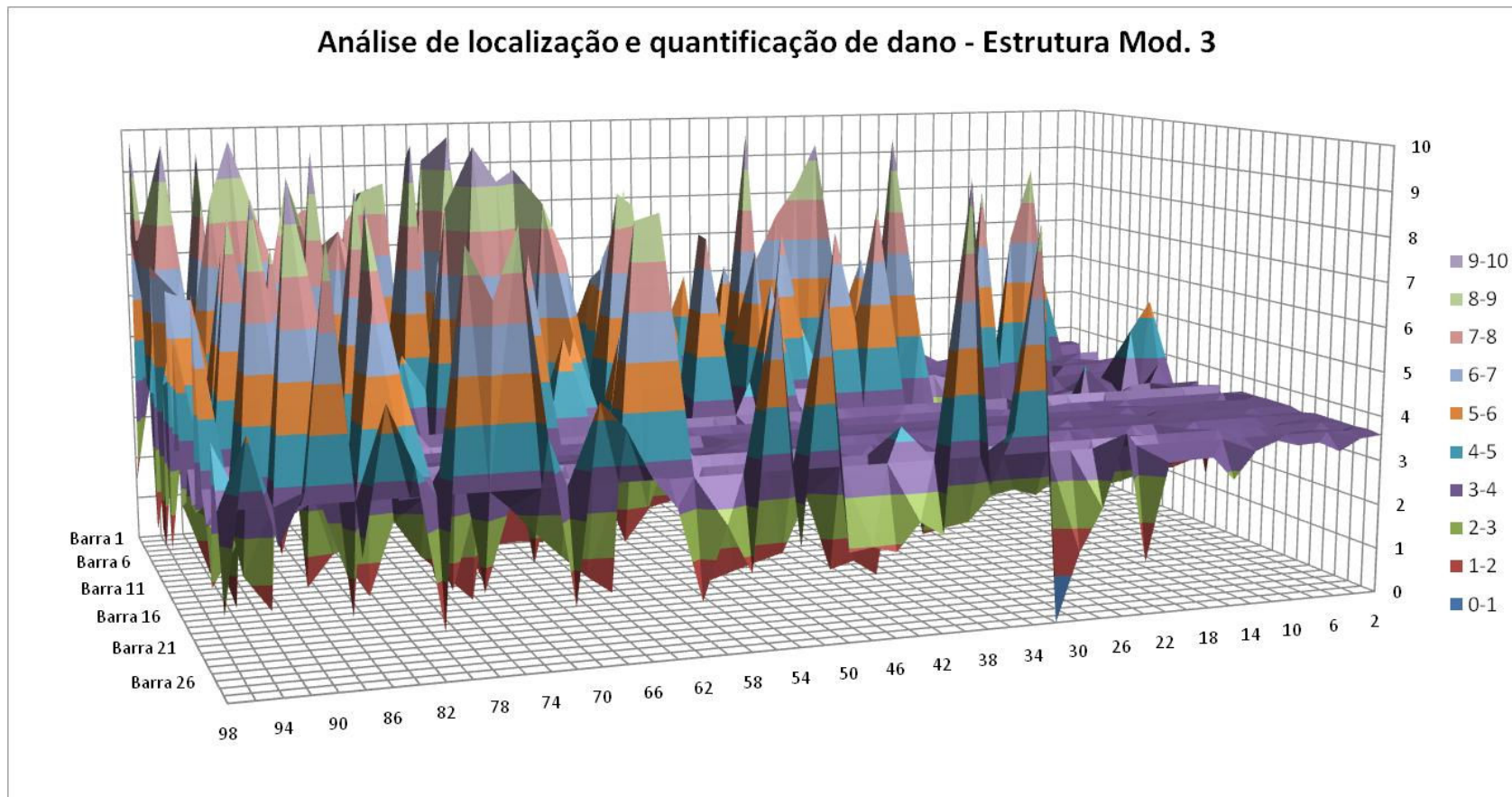


Figura 5.38 – Identificação e quantificação do dano na estrutura 3. Barra 29 com 32% de dano.

O gráfico da Figura 5.35 em 2D e os gráficos das Figuras 5.37 e 5.38 em 3D, expõem conjuntamente o mínimo da função com o comportamento de todas as barras simultaneamente, onde pode ser visto o ponto mínimo abaixo de uma faixa predominantemente sem curvas de resíduo em que se pode ler a quantificação do dano deste exemplo que é de 32%.

Os gráficos em 3D apresentados neste capítulo são de fundamental importância pelo fato de poderem ser utilizados para que se determine que tipo de função a matemática pode dispor a fim de que se utilize técnicas apropriadas de minimização da função resíduo definida na Equação 3.38.

6 – CONCLUSÕES E SUGESTÕES.

6.1 – CONCLUSÕES

Determinar danos em estruturas treliçadas aparenta ser uma tarefa fácil à primeira vista, pois as barras da treliça, a grosso modo, estão sob efeitos apenas de forças axiais. Além disso, um defeito ou vários defeitos numa barra sob esforço axial diminui a capacidade portante desta barra, independentemente da posição ao longo da mesma. Portanto achar defeito em treliças resume-se em identificar o número da barra “ $i \in N^*$ ” danificada “ b_i ” e a fração “ $\alpha \in (0, 1)$ ” danificada da seção transversal que diminui a capacidade portante da barra – em suma $b_i = b_r$ e $\alpha \approx \alpha_r$ sendo o índice r indicativo do dano real. O maior problema encontrado na determinação de danos em treliças é dificuldade da obtenção de assinaturas estruturais sensíveis e que gerem funções residuais bem comportadas.

Este trabalho mostra que achar danos em estruturas reticuladas - especificamente treliças e certamente pórticos planos e espaciais é uma tarefa difícil. Este fato é comprovado tendo em vista que a localização do dano corresponde à minimização da função resíduo que é escrita em termos da assinatura escolhida. Apesar de nos exemplos analisados ter sido feita a escolha de apenas uma assinatura – a mais sensível para a determinação de danos, dentre as 11 assinaturas examinadas - a função resíduo se revela extremamente descontínua, irregular e não convexa, mesmo quando o dano prognosticado está na vizinhança da barra da treliça contendo o dano real. A menos que se trate de estrutura treliçada muito reduzida – poucos nós não impedidos por condições de contorno.

Tais características de descontinuidade e não-convexidade dificultam o uso de métodos de minimização determinísticos, pois tais métodos, de primeira ou segunda ordem, se baseiam em derivadas da função objeto a minimizar, ou seja, a função resíduo. As derivadas da função resíduo, mesmo quando o dano prognosticado está na vizinhança da barra da treliça contendo o dano real, são extremamente descontínuas.

Sem dúvida a técnica apropriada é a técnica combinatória. Entretanto, dependendo do tamanho da treliça a analisar e do número de danos simultaneamente existentes em barras diversas da treliça, a técnica combinatória torna-se extremamente dispendiosa do ponto de vista numérico-computacional.

A análise das assinaturas estruturais, tanto as já propostas por alguns autores quanto às propostas inicialmente neste trabalho, foi de fundamental importância para que se houvesse o conhecimento do comportamento quanto às respostas obtidas pelas formulações com grandezas puramente dinâmicas, ou pela combinação entre grandezas estáticas, como por exemplo os deslocamentos nodais, e grandezas como modos e frequências de vibração da estrutura.

A implementação de algumas sub-rotinas, inicialmente desenvolvidas somente para análises estáticas de estruturas treliçadas assim como o desenvolvimento total de outras sub-rotinas para que fosse possível obter uma análise estático-dinâmica, propiciou a utilização de um método computacional combinatório para convergência da indicação da localização e quantificação do dano apresentado num elemento da estrutura.

A avaliação comparativa entre o comportamento das frequências naturais de vibração de uma estrutura intacta e danificada para uma treliça pôde mostrar a proximidade entre estas, podendo-se prever que a assinatura a ser escolhida para compor o processo de minimização na função resíduo possuísse robustez suficiente para capturar tão pequenas variações a fim de que se produzissem dados capazes de serem trabalhados.

Apesar de constatadas pequenas variâncias nas frequências naturais de vibração no comportamento da estrutura, tanto intacta e quanto danificada, como mostrado nos gráficos comparativos das Figuras 4.4; 4.6; 4.8 e 4.10, a formulação matemática desenvolvida com a utilização combinada de grandezas estáticas e dinâmicas, a Equação 3.15 é escolhida para ser inserida no programa de localização e quantificação de dano, TRUSS, por apresentar melhores resultados gerados pelas funções resíduo nas análises exata e aproximada.

Mesmo sob condições da existência de frequências naturais tão próximas, a Equação 3.15 se sobressai entre as demais e consegue capturar esses pequenos valores das frequências naturais de vibração, respondendo assim, as expectativas de minimização, necessárias à indicação da localização e quantificação do dano

Foi constatado que mesmo para danos de pequenas dimensões, além das pequenas variações das frequências naturais de vibração ocorrem também pequenas variações nos deslocamentos nodais, isso devido ao pequeno decréscimo ΔK na matriz de rigidez, contudo o algoritmo numérico-computacional possui capacidade matemática suficiente para armazenar e processar tais resíduos, entre os valores prognosticados e simulados com precisão capaz de localizar qualquer dimensão de dano em qualquer elemento da estrutura.

Contudo, alguns pontos devem ser observados e melhorados posteriormente, como por exemplo a possibilidade do algoritmo trabalhar com múltiplos danos sejam estes dentro do mesmo elemento ou em diversos elementos da mesma estrutura, possuindo uma formulação matemática capaz de trabalhar com superposição de efeitos gerados pela ação concomitante desses possíveis danos. Existe também a necessidade da implementação de sub-rotinas capazes de contaminar os dados reais colhidos na estrutura, simulando os erros provenientes da aquisição desses dados durante a instrumentação de uma estrutura em campo, assim como também a implementação de sub-rotinas para execução da filtragem dessa contaminação presente nos dados, como por exemplo a utilização do filtro de KALMAN entre outros.

O método de identificação de dano estrutural por meio da utilização de soluções por problemas inversos se mostrou bastante eficaz no que diz respeito ao reduzido tempo de processamento da estrutura, no pequeno custo gerado nesse tipo de operação, na grande quantidade de informações extraídas da estrutura pelo algoritmo numérico computacional desenvolvido e na precisão dos resultados, garantindo a confiabilidade nas respostas obtidas.

6.2 – SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.

Como o método de solução de Problemas Inversos ainda não se encontra tão estudado dentro da Engenharia, vários trabalhos futuros podem ser desenvolvidos dentro desse tema, como por exemplo:

- A implementação desses algoritmos numérico-computacionais para que possibilitem a contaminação dos dados colhidos e posteriormente seja usada uma filtragem na obtenção dos resultados;
- A análise de novas assinaturas estruturais, ou funções objeto, para que se verifique novas potencialidades matemáticas no uso de diferentes formulações;
- Com a análise de novas assinaturas estruturais possibilitar a utilização de funções resíduo contínuas e regulares para que se viabilize a implementação de métodos determinísticos de minimização para identificação de danos;
- Modificação do algoritmo numérico-computacional para que possua uma formulação matemática capaz de executar análise da integridade estrutural de múltiplos danos;
- Implementação do programa para uso em estruturas aporticadas e em treliças espaciais.

8 – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

Barishpolsky, B. M. (1980). “A combined experimental and numerical method for the solution of generalized elasticity problem”. *Exper. Mech.* 20: 345-349

Beck J. V. (1979). “Criteria for comparison of methods of solution of the inverse heat conduction problem”. *Nuclear Eng. Design.* 53: 11-22.

Bellman R. (1957). *Dynamic Programming*. Princeton: Princeton University Press.

Beck J. V. (1968). “Surface heat flux determination using an integral method”. *Nucl. Eng. Des.* 7: 170-178.

Bezerra L. M. (1993). “*Inverse Elastostatics Solutions with Boundary Elements*”, Ph.D. thesis, Carnegie Mellon University, Pittsburgh, PA.

Bezerra, L. M.; Saigal, S.(1993). “A Boundary Element Formulation for the Inverse Elastostatics Problem (IESP) of Flaw Detection”. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, USA, v. 36, n. 13, p. 2189-2202.

Brasiliano, A.(2005), “*Identificação de Sistemas e Atualização de Modelos Numéricos com Vistas À Avaliação da Integridade Estrutural*”. Tese de Doutorado em Estruturas e Construção Civil, Publicação PECC.TD- 06A/05, Departamento de Engenharia Civil, Universidade de Brasília, Brasília, DF.

Brebbia, C. A.Ferrante A. J. (1986). “Computational Methods for the Solution of Engineering Problems” 3rd Ed.

Burggraf O. R. (1964). “*An exact solution of the inverse problem in heat conduction theory and applications*”. *J. Heat Transfer.* 86C: 373-382.

Campos Velho, H. F. (2000). Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, Lab. De Computação e Matemática Aplicada. Problemas Inversos: “Conceitos básicos e Aplicações”.

Chen J.C. and Garba, J.A. (1988). “On-orbit damage assessment for large space structures”. *AIAA Journal*. Vol.26 no.9 pp.1119-1126.

Fox R. L. (1971). “*Optimization Method for Engineering Design.*” Massachusetts: Addison- Wesley.

Gill P. E., W. Murray and M. H. Write. (1981). *Practical Optimization*. London: Academic Press.

Halmshaw, R. (1987). “*Non-Destructive testing*”. Vitoria, Australia: Edward Arnold.

Helmut M. (1994). “*Aplicação de Modelos Matemáticos ao Diagnóstico Médico, Tecnologia de engenharia e Geofísica*”. Universidade de Tecnologia de Graz, Graz, Áustria.

Helmut M. (1994). “*Aplicação de Modelos Matemáticos ao Diagnóstico Médico, Tecnologia de Engenharia e Geofísica*” Universidade de Tecnologia de Graz, Graz, Áustria.

Hensel E. (1991). “*Inverse Theory and Applications for Engineers*”. Engle- wood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall.

Hensel E., and R. Hills. (1989). “Steady-state two-dimensional inverse heat conduction”. *Numerical Heat Transfer*. 15: 227-240

Honório, M. C. F.; Bezerra, L.M.(1997). “Uma Formulação Com Integrais de Contorno e Otimização para a Resolução de um Problema Inverso de Condução de Calor”. *In: XI - Encontro de Física de Reatores e Termo Hidráulica*, 1997, Poços de Calda, MG.. Anais do XI-ENFIR, 1997.

Imber M., and J. Khan. (1972). “Prediction of transient temperature distributions with embedded thermocouples”. *AIAA J.* 10: 784- 789.

Kac, M. (1966). “*Can one hear the shape of a drum?*”, *Am. Math. Monthly*, Vol. 73, No. 4, Part II, pp. 1-23.

Kolmogorov A. N ., and S. V. Fomin. (1970). *Introdution to real analysis*. New York: Dover.

Kreuzig, E. , Wiley, J. (2001). “Advanced Engineering Mathematics”. Eighth, 16th. *Priting Edition*

Kubo S. (1988). “Inverse problems related to the mechanics and fracture of solids and structures”. *JSME Int. Journal.* 31: 157-166.

Maniatty A., N. Zabaras and K. Stelson. (1989). “Finite element analysis of some inverse elasticity problems”. *J. of Eng. Mech.* 115: 1303-1317.

Paz, Mário, Leigh, W. E. (2004). “Structural Dynamics: theory and computation”. Boston: Kluwer Academic Publishers.

Pilkington, T. C. (1982). “*Engineenng Contribution to Biophysical Electrocardiography*”. New York: IEEE Press.

Resnick,R., Halliday, D. e Krane, K. S.(1992), *Physics*, John Wiley & Sons, Nova York, 4^a Edição.

Romanov V. G. (1987). *“Inverse problems of mathematical physics”*. Utrecht, The Netherlands: VNU Science Press.

Rudy Y ., and Oster H. S. (1992). “The electrocardiographic inverse problem”. *Critical Rev. in Biomedical Engng.* 28: 2795-2911.

Scales J. A., and A. Gersztenkorn. (1988). Robust methods in inverse problems. *Inverse Problems.* 4: 1071-1091.

Stolz G. Jr. (1960). “Numerical solution to an inverse problem of heat conduction for simple shapes”. *J. Heat Transfer.* 82: 20-26.

Tanaka M., and Y. Masuda. (1986). “Boundary element method applied to some inverse problems”. *Engineering Analysis.* 3: 138-143.

Tanaka M., M. Nakamura, and T. Nakano. (1988). “Defect shape identification by means of elastodynamics boundary element analysis and optimization technique”. *Advances in Boundary Elements.* Ed. C. A. Brebbia. Berlin: Springer- Verlag. Vol. 3. 183-194.

Tikhonov A. N., and V. Y. Arsenin. (1977). “Solutions of ill-posed problems”. New York: John Wiley.

Tikhonov, A. N., and Goncharsky, A. V. (1987). “Ill-posed problems in the natural sciences”. Moscow: *MIR Publishers.*

Trujillo D. M. (1985). “Application of dynamic programming to the general inverse problem”. *Int. J. Num. Meth. Eng.*. 21: 349-359.

Wang, N. Hu; X. H. Fukunaga; Z. H. Yao; H. X. Zhang and Z. S. Wu. (2001). “Damage assessment of structures using modal test data”. *International Journal of Solids and Structures.* Vol. 38, Issue 18, Pages 3111-3126.

Weathers, J. M., W. A. Foster, W. F Swinson, and J. L. Turner. (1985). "Integration of laser-speckle and finite element techniques of stress analysis". *Exper. Mech.* 25: 60-65.

APÊNDICES.

A – PARÂMETROS DA ESTRUTURA - MODELO 1.

Neste apêndice são colocados os parâmetros da estrutura utilizada para as análises do comportamento das frequências de vibração no modo intacto e danificado para cada tipo de elemento constituinte da treliça.

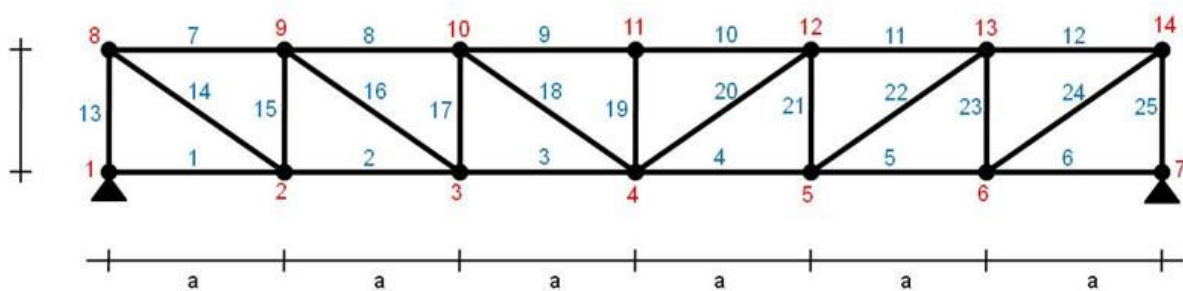


Figura A.1 – Estrutura analisada no comportamento das frequências.

A.1 – DIMENSIONAMENTO DOS ELEMENTOS DA TRELIÇA.

Tabela A.1 – Dimensionamento dos elementos da treliça

Dimensionamento	
Banzo superior	<p>Duplo perfil C de 152,4 x 50,8 mm (6"x 2")</p> <p>Propriedades: A= 31 cm²</p> <p> P= 24.4 Kg/m</p> <p> I_x= 1092 cm⁴</p> <p> I_y= 57.6 cm⁴</p>
Banzo inferior	<p>Duplo perfil C de 203x57.2 mm (8"x 2 1/4")</p> <p>Propriedades: A= 43.6 cm²</p> <p> P= 34.2 Kg/m</p> <p> I_x= 2712 cm⁴</p> <p> I_y= 109.8 cm⁴</p>
Montantes	<p>Dupla cantoneira de abas iguais de 76x76x4.8 mm (3"x3"x 1/4")</p> <p>Propriedades: A= 18.58 cm²</p> <p> P= 14.58 Kg/m</p> <p> I_x= 103.22 cm⁴</p> <p> I_y= 103.22 cm⁴</p>
Diagonais	<p>Dupla cantoneira de abas iguais de 76x76x9.5 mm (3"x3"x 3/8")</p> <p>Propriedades: A= 27.22 cm²</p> <p> P= 21.42 Kg/m</p> <p> I_x= 146.52 cm⁴</p> <p> I_y= 146.52 cm⁴</p>

A.2 – DESLOCAMENTOS, FREQUÊNCIAS NATURAIS

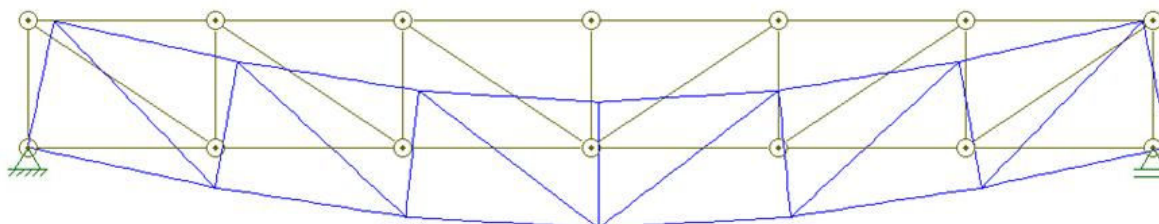


Figura A.2 – Deformação da estrutura.

A.2.1 – Deslocamentos Nodais

Tabela A.2 – Deslocamentos nodais da estrutura intacta (cm)

Estrutura intacta			
Nó	Dx	Dy	Deformada
1	0	0	0
2	0.22123	-0.03151	0.22346273
3	0.18583	-0.49461	0.52836715
4	0	-0.46836	0.46836
5	0.12918	-0.81435	0.82453223
6	0.02517	-0.79859	0.79898656
7	0.06545	-0.94144	0.94371234
8	0.06545	-0.93094	0.9332379
9	0.00172	-0.81435	0.81435182
10	0.10573	-0.79859	0.8055587
11	-0.05493	-0.49461	0.49765084
12	0.1309	-0.46836	0.48630844
13	-0.09033	-0.03151	0.09566812
14	0.1309	0	0.1309

Tabela A.3 – Deslocamentos nodais da estrutura com dano de 12% (cm)

Barra 3 com 12% de Dano			
Nó	Dx	Dy	Deformada
1	0	0	0
2	0.2249	-0.03151	0.22709665
3	0.18949	-0.5001	0.53479573
4	0	-0.47385	0.47385
5	0.13284	-0.82533	0.8359522
6	0.02517	-0.80958	0.80997118
7	0.06911	-0.94968	0.95219131
8	0.07094	-0.93918	0.94185538
9	0.00538	-0.81984	0.81985765
10	0.11122	-0.80409	0.81174541
11	-0.05127	-0.49736	0.49999558
12	0.13639	-0.4711	0.49044617
13	-0.08667	-0.03151	0.09222022
14	0.13639	0	0.13639

Tabela A.4 – Deslocamentos nodais da estrutura com dano de 48% (cm)

Barra 3 com 48% de Dano			
Nó	Dx	Dy	Deformada
1	0	0	0
2	0.24602	-0.03151	0.24802968
3	0.21062	-0.53179	0.57198023
4	0	-0.50554	0.50554
5	0.15397	-0.88871	0.90194913
6	0.02517	-0.87296	0.87332279
7	0.09024	-0.99722	1.00129465
8	0.10263	-0.98671	0.99203303
9	0.02651	-0.85153	0.85194256
10	0.14291	-0.83578	0.84791006
11	-0.03014	-0.5132	0.51408429
12	0.16808	-0.48695	0.51514191
13	-0.06555	-0.03151	0.0727302
14	0.16808	0	0.16808

Tabela A.5 – Deslocamentos nodais da estrutura com dano de 60% (cm)

Barra 3 com 60% de Dano			
Nó	Dx	Dy	Deformada
1	0	0	0
2	0.26151	-0.03151	0.26340152
3	0.22611	-0.55503	0.59931964
4	0	-0.52877	0.52877
5	0.16946	-0.93518	0.95040956
6	0.02517	-0.91943	0.91977446
7	0.10573	-1.03207	1.0374716
8	0.12587	-1.02156	1.02928523
9	0.042	-0.87476	0.8757677
10	0.16615	-0.85901	0.87493086
11	-0.01465	-0.52482	0.52502443
12	0.19132	-0.49856	0.53400882
13	-0.05005	-0.03151	0.0591429
14	0.19132	0	0.19132

Tabela A.6 – Deslocamentos nodais da estrutura com dano de 92% (cm)

Barra 3 com 92% de Dano			
Nó	Dx	Dy	Deformada
1	0	0	0
2	0.53003	-0.03151	0.5309658
3	0.49463	-0.95781	1.077988327
4	0	-0.93156	0.93156
5	0.43798	-1.74075	1.795003355
6	0.02517	-1.72499	1.725173623
7	0.37425	-1.63625	1.678504431
8	0.52865	-1.62574	1.7095325
9	0.31052	-1.27755	1.314745859
10	0.56893	-1.2618	1.384131708
11	0.25387	-0.72621	0.769305493
12	0.5941	-0.69996	0.918095208
13	0.21846	-0.03151	0.220720755
14	0.5941	0	0.5941

A.2.2 – Frequências Naturais.

Tabela A.7 – Frequências naturais estrutura intacta

Estrutura intacta	
N.	Frequência (Hz)
1	4.88E+03
2	4.55E+03
3	4.20E+03
4	3.83E+03
5	3.46E+03
6	3.30E+03
7	2.90E+03
8	2.79E+03
9	2.65E+03
10	2.60E+03
11	2.55E+03
12	2.37E+03
13	2.33E+03
14	2.10E+03
15	2.08E+03
16	1.83E+03
17	1.65E+03
18	1.37E+03
19	1.08E+03
20	9.53E+02
21	8.29E+02
22	5.09E+02
23	4.63E+02
24	4.13E+02
25	3.35E+02

Tabela A.8 – Frequências naturais estrutura com dano de 12% na barra 3

Barra 3 com 12% de Dano	
N.	Frequência (Hz)
1	4.86E+03
2	4.53E+03
3	4.19E+03
4	3.83E+03
5	3.44E+03
6	3.29E+03
7	2.89E+03
8	2.79E+03
9	2.64E+03
10	2.60E+03
11	2.55E+03
12	2.35E+03
13	2.33E+03
14	2.10E+03
15	2.07E+03
16	1.82E+03
17	1.65E+03
18	1.37E+03
19	1.08E+03
20	9.44E+02
21	8.24E+02
22	5.16E+02
23	4.72E+02
24	4.15E+02
25	3.41E+02

Tabela A.9 – Frequências naturais estrutura com dano de 48% na barra 3

Barra 3 com 48% de Dano	
N.	Frequência (Hz)
1	4.82E+03
2	4.45E+03
3	4.16E+03
4	3.80E+03
5	3.40E+03
6	3.24E+03
7	2.84E+03
8	2.80E+03
9	2.64E+03
10	2.59E+03
11	2.56E+03
12	2.32E+03
13	2.30E+03
14	2.09E+03
15	2.06E+03
16	1.79E+03
17	1.62E+03
18	1.37E+03
19	1.07E+03
20	9.28E+02
21	8.56E+02
22	5.57E+02
23	4.15E+02
24	3.36E+02
25	2.86E+02

Tabela A.10 – Frequências naturais estrutura com dano de 60% na barra 3

Barra 3 com 60% de Dano	
N.	Frequência (Hz)
1	4.96E+03
2	4.81E+03
3	4.37E+03
4	3.97E+03
5	3.48E+03
6	3.26E+03
7	2.97E+03
8	2.71E+03
9	2.67E+03
10	2.65E+03
11	2.61E+03
12	2.34E+03
13	2.29E+03
14	2.09E+03
15	1.79E+03
16	1.69E+03
17	1.54E+03
18	1.45E+03
19	9.85E+02
20	9.17E+02
21	5.99E+02
22	5.96E+02
23	5.54E+02
24	4.83E+02
25	4.13E+02

Tabela A.11 – Frequências naturais estrutura com dano de 92% na barra 3

Barra 3 com 92% de Dano	
N.	Frequência (Hz)
1	4.80E+03
2	4.39E+03
3	4.12E+03
4	3.78E+03
5	3.38E+03
6	3.17E+03
7	2.79E+03
8	2.75E+03
9	2.63E+03
10	2.59E+03
11	2.55E+03
12	2.33E+03
13	2.21E+03
14	2.07E+03
15	2.05E+03
16	1.74E+03
17	1.56E+03
18	1.36E+03
19	1.07E+03
20	8.77E+02
21	7.50E+02
22	5.66E+02
23	4.29E+02
24	4.21E+02
25	2.79E+02

B – PROGRAMA TRUSS

O FORTRAN-90, linguagem criada pelo engenheiro americano John W. Backus por volta de 1954 é usada até hoje, principalmente em cursos superiores de computação e em atividades que envolvem, por exemplo, análise numérica, como é o caso de aplicações de meteorologia e física. Com uma finalidade geral, pretendida principalmente para computações matemáticas como por exemplo as de engenharia. O Fortran é um acrônimo de “*Formula Translator*”, onde o próprio nome deixa claro o foco da linguagem e capitalizada originalmente como FORTRAN.

O FORTRAN foi a primeira linguagem de programação de alto-nível. O trabalho no FORTRAN começa em 1954 na IBM e de lá saiu muitas versões. Por convenção, uma versão do FORTRAN é denotada pelos últimos dois dígitos do ano onde o padrão foi proposto. Assim se tem o FORTRAN-77, o FORTRAN-90 e outros. Tendo-se o Fortran 95, uma versão revisada do FORTRAN-90. Hoje já existem novas versões como o FORTRAN-2000 e o *High Performance FORTRAN (HPF)*, desenvolvido para computadores de alto desempenho.

B.1 – EXEMPLO DE ENTRADA DE DADOS

Exemplo do arquivo de entrada de dados do programa TRUSS para a treliça do Modelo 2, figura 6.9.

Tabela B.1 – Exemplo de arquivo de entrada de dados do programa TRUSS para a treliça modelo 2.

```
14 25 02 02 07 03 20500000.00 .00785
0000.00 000.00
0000.00 150.00
0200.00 150.00
0200.00 000.00
0400.00 150.00
0400.00 000.00
0600.00 150.00
0600.00 000.00
0800.00 150.00
0800.00 000.00
1000.00 150.00
1000.00 000.00
1200.00 150.00
1200.00 000.00
001 4
004 6
006 8
008 10
010 12
012 14
002 3
003 5
```

005 7
007 9
009 11
011 13
001 2
002 4
003 4
003 6
005 6
005 8
007 8
007 10
009 10
009 12
011 12
011 14
013 14
02.00 0001.00 20000.00
03.00 0002.00 -40000.00
05.00 0002.00 -40000.00
07.00 0002.00 -40000.00
09.00 0002.00 -40000.00
11.00 0002.00 -40000.00
13.00 0001.00 20000.00
01.00 00001.00 0.00
01.00 00002.00 0.00
14.00 00002.00 0.00
43.6000 020500000.0000 2712.0000
43.6000 020500000.0000 2712.0000
43.6000 020500000.0000 2712.0000

43.6000 020500000.0000 2712.0000
43.6000 020500000.0000 2712.0000
43.6000 020500000.0000 2712.0000
31.0000 020500000.0000 1092.0000
31.0000 020500000.0000 1092.0000
31.0000 020500000.0000 1092.0000
31.0000 020500000.0000 1092.0000
31.0000 020500000.0000 1092.0000
31.0000 020500000.0000 1092.0000
18.5800 020500000.0000 0103.2200
27.2200 020500000.0000 0146.5200
18.5800 020500000.0000 0103.2200
27.2200 020500000.0000 0146.5200
18.5800 020500000.0000 0103.2200
27.2200 020500000.0000 0146.5200
18.5800 020500000.0000 0103.2200
27.2200 020500000.0000 0146.5200
18.5800 020500000.0000 0103.2200
27.2200 020500000.0000 0146.5200
18.5800 020500000.0000 0103.2200
27.2200 020500000.0000 0146.5200
18.5800 020500000.0000 0103.2200

B.2 – EXEMPLO DE SAÍDA DE DADOS

Exemplo do arquivo de saída de dados do programa TRUSS para plotagem da a treliça usada na verificação do programa.

Tabela B.2 – Exemplo de arquivo de saída de dados do programa TRUSS para a treliça da figura .5.1.

Barra	Dano (% Área)	Danos		
		B3-D40%	B2 - D20%	B1 - 50%
		Resíduo	Resíduo	Resíduo
1	10	1.64E-09	1.20E-09	1.10E-09
1	20	1.47E-09	1.03E-09	9.34E-10
1	30	1.25E-09	8.13E-10	7.14E-10
1	40	9.57E-10	5.18E-10	4.19E-10
1	50	5.38E-10	9.87E-11	0.00E+00
1	60	9.94E-11	5.39E-10	6.37E-10
1	70	1.18E-09	1.62E-09	1.72E-09
1	80	3.38E-09	3.82E-09	3.92E-09
1	90	1.01E-08	1.05E-08	1.06E-08
2	10	7.18E-10	2.78E-10	1.79E-10
2	20	4.39E-10	0.00E+00	9.87E-11
2	30	8.13E-11	3.58E-10	4.57E-10
2	40	3.97E-10	8.36E-10	9.35E-10
2	50	1.07E-09	1.51E-09	1.60E-09
2	60	2.07E-09	2.51E-09	2.61E-09
2	70	3.75E-09	4.19E-09	4.29E-09
2	80	7.11E-09	7.55E-09	7.65E-09
2	90	1.72E-08	1.76E-08	1.77E-08
3	10	9.74E-10	5.35E-10	4.36E-10
3	20	7.31E-10	2.91E-10	1.93E-10
3	30	4.18E-10	2.18E-11	1.20E-10
3	40	0.00E+00	4.39E-10	5.38E-10
3	50	5.85E-10	1.02E-09	1.12E-09
3	60	1.46E-09	1.90E-09	2.00E-09
3	70	2.93E-09	3.37E-09	3.47E-09
3	80	5.86E-09	6.30E-09	6.40E-09
3	90	1.47E-08	1.51E-08	1.52E-08

