UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

INSTITUTO DE PSICOLOGIA

A DIVISÃO E OS NÚMEROS RACIONAIS: UMA PESQUISA DE INTERVENÇÃO PSICOPEDAGÓGICA SOBRE O DESENVOLVIMENTO DE COMPETÊNCIAS CONCEITUAIS DE ALUNOS E PROFESSORES.

REGINA DA SILVA PINA NEVES

ORIENTADORA: Profª Dra. MARIA HELENA FÁVERO

Brasília – DF, agosto de 2008.

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

INSTITUTO DE PSICOLOGIA

A DIVISÃO E OS NÚMEROS RACIONAIS: UMA PESQUISA DE INTERVENÇÃO PSICOPEDAGÓGICA SOBRE O DESENVOLVIMENTO DE COMPETÊNCIAS CONCEITUAIS DE ALUNOS E PROFESSORES.

REGINA DA SILVA PINA NEVES

Tese apresentada ao Instituto de Psicologia da Universidade de Brasília, como requisito parcial à obtenção do título de Doutora em Psicologia.

ORIENTADORA: Profª Dra. MARIA HELENA FÁVERO

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

INSTITUTO DE PSICOLOGIA

BANCA EXAMINADORA**:**

Profa. Dra. Maria Helena Fávero – Presidente
Instituto de Psicologia – Universidade de Brasília

Profa. Dra. Maria Tereza Carneiro Soares – Membro
Faculdade de Educação – Universidade Federal do Paraná

Profa. Dra. Claisy Maria Marinho de Araújo – Membro
Instituto de Psicologia – Universidade de Brasília

Prof. Dr. Luiz Carlos Pais – Membro
Faculdade de Educação – Universidade Federal do Mato Grosso do Sul

---

Profa. Dra. Lúcia Helena Pulino – Membro
Instituto de Psicologia – Universidade de Brasília

Profa. Dra. Ângela Maria de Oliveira Almeida – Suplente
Instituto de Psicologia – Universidade de Brasíl

Ao meu esposo Sérgio Luiz
e aos meus filhos
João Pedro, Luiz e Rafael
por tudo que representam
em minha vida:
a alegria, a paz, a esperança e a
certeza de que a vida é bela.

AGRADECIMENTOS

Esta pesquisa se concretizou graças à colaboração de muitas pessoas. Neste momento estendemos o nosso reconhecimento aos que contribuíram direta ou indiretamente neste percurso. De maneira especial agradeço:

À professora Dra. Maria Helena Fávero, pelas orientações, apoio, incentivo e confiança. A sua disponibilidade irrestrita, sua forma crítica e criativa de argüir as idéias apresentadas, contribuiu, sobremaneira, para o desenvolvimento deste trabalho.

Às professoras doutoras Maria Tereza Carneiro Soares, Claisy Maria Marinho de Araújo, Lúcia Helena Pulino e Ângela Maria de Oliveira Almeida por aceitarem participar da banca examinadora.

Ao professor Dr. Luiz Carlos Pais por aceitar participar da banca examinadora e acompanhar meu desenvolvimento acadêmico desde o mestrado.

A todos os amigos do programa de doutorado, parceiros de todos os momentos.

Aos participantes da pesquisa pelo apoio e confiança.

Aos dirigentes da Faculdade Jesus Maria José pela confiança e incentivo à pesquisa.

À minha família, por todo apoio, carinho e amor, especialmente meu irmão, pela companhia e amizade.

Aprender é a única coisa de que a mente
nunca se cansa, nunca tem medo e
nunca se arrepende.

Leonardo da Vinci (1452-1519)

A DIVISÃO E OS NÚMEROS RACIONAIS: UMA PESQUISA DE INTERVENÇÃO PSICOPEDAGÓGICA SOBRE O DESENVOLVIMENTO DE COMPETÊNCIAS CONCEITUAIS DE ALUNOS E PROFESSORES.

RESUMO

Os conceitos de divisão e de número racional têm sua gênese e evolução relacionadas às necessidades impostas pelas diferentes práticas destacando-se, as situações de divisão por quotas, as situações de medição, a comparação e a conversão entre unidades de medida, a necessidade de registro e da socialização de informações. Estudos brasileiros e internacionais sobre o ensino e a aprendizagem dos conteúdos curriculares da divisão e dos números racionais, realizados no período de 1999 a 2006, destacam que alunos e professores apresentam dificuldades conceituais. Do mesmo modo, sugerem que o ensino desses conteúdos tem priorizado o uso de regras em detrimento da elaboração conceitual, não ampliando a compreensão dos sistemas numéricos e das interações entre as operações e engendrando rupturas conceituais entre os números naturais e os racionais. Além disso, mostram que, independente da formação e do tempo de experiência, os professores que ensinam matemática não apresentam as competências necessárias para analisar as notações produzidas pelos alunos, e partir delas elaborar propostas de intervenção, como também comprovam um ensino pautado na idéia de transmissão de conhecimento. Estudos na área de formação de professores que ensinam matemática destacam a coexistência do paradigma da racionalidade técnica e da racionalidade prática nos programas de formação tanto inicial quanto continuada e a ausência de pesquisas de intervenção no contexto desses estudos. Em função desse cenário, assumimos a intervenção psicopedagógica proposta por Fávero (2000, 2001, 2005a) tendo como objetivo o desenvolvimento de competências conceituais de alunos e professores no tocante aos conteúdos curriculares da divisão e dos números racionais. Participaram da pesquisa dois grupos de sujeitos. O grupo 1 composto de três adolescentes de Escola Pública da cidade de Taguatinga, DF com histórico de repetência, em defasagem idade/série e alunas do programa de aceleração. O grupo 2 por oito mulheres e dois homens que, na ocasião do início da pesquisa, eram licenciandos dos cursos de licenciatura em matemática e pedagogia, sendo oito do curso de matemática e dois do curso de pedagogia, com idade entre 25 e 34 anos. Cinco sujeitos trabalhavam como docentes em turmas de Ensino Fundamental Séries Iniciais e Finais; desses, dois atuavam na rede privada de ensino e três na rede pública. Os demais atuavam em outros setores da economia, principalmente na área administrativa. Foram desenvolvidas 13 sessões de intervenção, destas uma foi realizada com a presença dos dois grupos, quanto às demais; seis foram realizadas com uma das alunas e 6 com os sujeitos do grupo 2. No desenvolvimento das sessões, articulamos as seguintes ações: avaliação das competências matemáticas dos sujeitos e de suas dificuldades; planejamento e condução de cada sessão em decorrência dos resultados da sessão anterior; análise do material coletado em cada sessão (falas, ações e notações matemáticas), considerando o significado dessa produção para o desenvolvimento de competências e a natureza das mediações estabelecidas. As sessões foram organizadas no formato de grupos focais e, no caso das sessões com uma aluna, de intervenção clínica. Todas as sessões foram gravadas em vídeo e transcritas na integra, e trechos das interlocuções sujeitos/sujeitos e sujeitos/pesquisadora foram analisados tomando a proposição como uma unidade e a categorização dos “atos da fala”, como propõem Fávero e Trajano (1998) e Fávero (2005), a partir das contribuições de Chabrol e Bromberg (1999). Os resultados apontam que a intervenção psicopedagógica propiciou a tomada de consciência dos significados que sustentam as práticas de alunos e professores e contribuiu, sobremaneira, para o desenvolvimento de competências conceituais e, a partir dessas, de novas práticas. Contribuiu também: 1/ para o entendimento do papel da mediação, da representação e da notação na conceituação matemática; 2/ para a discussão atual sobre o currículo de matemática da educação básica e as práticas de avaliação vigentes; e 3/ para o debate sobre as Diretrizes Curriculares dos Cursos de Licenciatura em Matemática e Pedagogia e a prática da pesquisa na formação inicial e continuada de professores.

Palavras-chave: divisão; números racionais; tomada de consciência, desenvolvimento de competências.

DIVISION AND RATIONAL NUMBERS: A SURVEY OF PSYCHOPEDAGOGICAL INTERVENTION ON THE DEVELOPMENT OF CONCEPTUAL COMPETENCIES AMONG STUDENTS AND TEACHERS.

ABSTRACT

The concepts of division and rational number have come and evolved from the needs imposed by various different practices. The following stand out: quotitive division, measurement scenarios, comparison and conversion between units of measurement, record-keeping needs and the socialization of information. Brazilian and international studies on the teaching and learning of division and rational numbers performed between 1999 and 2006 stress that both students and teachers present conceptual difficulties. The same studies also suggest that teaching those contents has prioritized the use of rules in detriment of the conceptual development, neither broadening the understanding of number systems and interactions between operations nor engendering conceptual ruptures between rational and natural numbers. They also show that, regardless of formation and years of experience, Mathematics teachers do not have the necessary competencies to analyze notation produced by students and develop intervention proposals from them. They also still have notions of teaching related to the concept of transmitting knowledge. Studies on the training of Mathematics teachers highlight the coexistence of the technical rationality paradigm and the practical rationality paradigm in training programs in all levels, and the absence of intervention research in the context of these studies. Due to this scenario, we took up the psychopedagogical intervention proposed by Fávero (2000, 2001, 2005a) with the goal of developing conceptual competencies related to division and rational number curricular content among teachers and students. Two groups of subjects took part in the study. Group 1 consisted of three teenagers from a public school from Taguatinga, DF, Brazil, with a history of being held back, who had an age/grade gap and were part of an acceleration program. Group 2 was made up of eight women and two men who, when the study started, were undergraduate Education and Mathematics Education students (two were Education students, eight were Mathematics Education students), aged 25 to 34. Five subjects worked teaching primary and secondary education classes; of these, two worked in private schools and three in public schools. The others worked in other roles, mostly doing administrative work. Thirteen intervention sessions were developed; of these, one was performed in the presence of both groups. As for the others: six were performed with one of the students and six with with the other subjects from group 2. Session development included the following actions: assessing Mathematics competencies among the subjects and their specific difficulties; planning and performing each session, working from the results from the previous section; analyzing the material collected from each session (speech, actions, mathematical notation), considering the meaning of that production for competency development and the nature of the mediations established. The sessions were organized as focus groups. For the section with a single student, the sessions took the form of a clinical intervention. All sessions were videotaped and transcribed in full, and passages from subject/subject and subject/researcher interactions were analyzed, taking sentences as units and categorizing "speech acts" according to proposals from Fávero and Trajano (1998) and Fávero (2005), working from contributions from Chabrol and Bromberg (1999). The results indicate that psychopedagogical intervention allowed for growing awareness of the meanings behind students' and teachers' practices. It contributed, above all, to the development of conceptual competencies and, from them, new practices. It also contributed to: 1/ the understanding of the role of mediation, representation and notation in mathematical conceptualization; 2/ the current debate over Mathematics teaching in primary education and current assessment practices; 3/ the debate over Curricular Guidelines for Mathematics Education and Education Courses and research practices in all levels of teacher training.

Keywords: division; rational numbers; growing awareness, competency development

ÍNDICE

INTRODUÇÃO

Esta pesquisa teve como objeto de investigação o desenvolvimento de competências conceituais em alunos e professores no que se refere aos conteúdos curriculares da divisão e dos números racionais. Ressaltamos que esse objeto se constituiu ao longo de muitos anos a partir de experiências e de reflexões oriundas tanto da nossa prática docente quanto discente.

Em primeiro lugar, a docência nos ensinos Fundamental e Médio desde 1991, em escolas da rede pública e particular, revelou-nos as dificuldades conceituais dos alunos em relação a esses conteúdos do mesmo modo que evidenciou as dificuldades do professor discutir e significar as dúvidas conceituais dos alunos e de planejar ações de modo que estas fossem superadas.

As possíveis causas das dificuldades dos alunos em relação a esses conteúdos foram discutidas, por exemplo, nos Parâmetros Curriculares Nacionais. No que se refere à divisão, o documento enfatiza que estas, na maioria das vezes, decorrem da prática docente que não permite a compreensão de seus significados; das relações existentes entre as diferentes operações e o estudo reflexivo do cálculo, contemplando: o cálculo exato e aproximado, o mental e o escrito. Quanto aos números racionais, essas foram dificuldades relacionadas a vários fatores, entre eles:

> - compreender que a representação a/b com $b \neq 0$ é um número e não apenas uma superposição de dois números naturais, isto é, que esse novo número representa o quociente entre dois números inteiros quaisquer, sendo o segundo não nulo;
> -compreender que cada número racional pode ser representado por diferentes (e infinitas) escritas fracionárias; por exemplo, 1/3, 2/6, 3/9 e 4/12 são diferentes representações de um mesmo número;
> -outro diz respeito à comparação entre racionais: acostumados com relação 3>2, terão que construir uma escrita que lhes parece contraditória, ou seja, 1/3 < ½;

> - se o “tamanho” da escrita numérica era um bom indicador da ordem de grandeza no caso dos números naturais (8 345 > 4), a comparação entre 2,3 e 2,125 já não obedece ao mesmo critério;
> -se a seqüência dos números naturais permite falar em sucessor e antecessor, para os racionais isso não faz sentido, uma vez que entre dois números racionais quaisquer, é sempre possível encontrar outro racional; assim, o aluno deverá perceber que entre 0,8 e 0,9 estão números como 0,81, 0,815 ou 0,87 (BRASIL, 1997, p.67)

Além disso, os documentos enfatizam as conseqüências dessas dificuldades para o aprendizado de outros conteúdos, uma vez que, embora as representações fracionária e decimais dos números racionais sejam conteúdos desenvolvidos nos anos iniciais,

> [...] o que se constata é que os alunos chegam ao terceiro ciclo sem compreender os diferentes significados associados a esse tipo de número e, tampouco, os procedimentos de cálculo, em especial, os que envolvem os racionais na forma decimal (BRASIL, 1998, p.100).

Em 1998, os Parâmetros Curriculares Nacionais já destacavam que o trabalho docente deveria abordar a localização de números racionais na reta numérica e o desenvolvimento da compreensão de que esses números podem ser escritos nas formas decimal e fracionária, possibilitando que relações entre números nessas representações fossem estabelecidas. Além disso, defendiam que os alunos deveriam ser capazes de comparar e de ordenar não somente números naturais, mas também números inteiros e racionais. Ademais, destacavam a necessidade de incentivar a criação de algoritmos alternativos e a análise dos algoritmos-padrão em situações diversas. Observamos, também, nesses documentos, a ênfase ao desenvolvimento da capacidade de investigação nos alunos, utilizando-se para isso de estratégias de obtenção, verificação e controle de resultados, assim como a atividade coletiva, visando à interpretação dessa atividade por meio da criação de estratégias de resolução.

Todavia, notamos que as discussões e as orientações presentes nesses documentos, não suscitaram, na maioria dos professores, nem a reflexão tampouco a busca de alternativas. Ao contrário, percebemos a manutenção dos relatos sobre as dificuldades dos alunos, e a ausência de discussão que situe o papel do professor na superação de tais dificuldades. Além disso, mantém-se comum, no interior da escola, o discurso que responsabiliza ora o aluno, ora o professor da série anterior pela manutenção dessas dificuldades. No caso dos alunos, o discurso elege a indisciplina, a falta de motivação e do hábito de estudo, a falta de apoio da família e de pré-requisitos entre muitas outras faltas. Quanto ao professor, notamos a prevalência de "vozes" que culpam o docente da série anterior, em especial, os das séries iniciais.

Pesquisas nacionais e internacionais sobre o ensino e a aprendizagem da matemática, realizadas desde a década de 1980, comprovam que alunos, futuros professores e professores apresentam dificuldades com os conceitos de divisão e de números racionais. Denunciam, ainda, que estes apresentam baixos níveis de desempenho em atividades que remetem à resolução de problemas, ao raciocínio e à comunicação (Ver, por exemplo, Saiz, 1996; Bryant e Nunes, 1997). Ademais, defendem que o aprendizado dos números racionais requer a superação de obstáculos epistemológicos e didáticos (Freudenthal, 1983; Ohlsson, 1987; Kieren, 1989).

Esses resultados são corroborados, no que diz respeito às competências conceituais dos alunos, pelos vários sistemas de avaliação do rendimento escolar, entre eles, o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB) e o Programa Internacional de Avaliação de alunos (PISA). Os resultados de provas do SAEB, por exemplo, mostram que alunos do quinto ano, em sua maioria, não construíram competências necessárias para resolver problemas com números naturais, principalmente, os relacionados à divisão e que, somente 25% dos alunos do nono ano compreendem que 3/4 é o mesmo que 0,75 e não 3,4. Ademais, sinalizam para outras dificuldades, como, por exemplo, o reconhecimento da composição e decomposição de números naturais em sua forma polinomial e a ordenação de frações.

Em segundo lugar, a docência em cursos de formação inicial, desde 1998, revelou-nos que os licenciandos em pedagogia, na maioria das vezes, apresentam "aversão" à matemática e dúvidas conceituais, em relação aos conteúdos de divisão e números racionais. Os licenciandos em matemática, em muitos casos, apresentam "aversão" aos conteúdos "ditos pedagógicos" e apresentam, também, dificuldades conceituais em relação a esses conteúdos e mostram-se resistentes em admitir dificuldades conceituais e em discutir a prática docente em matemática.

Já a docência em cursos de formação continuada, desde 2002, revelou-nos que, tanto os professores provenientes da licenciatura em matemática, quanto os da pedagogia, avaliam (na maioria das vezes) a formação continuada como espaço para a socialização de "pacotes didáticos prontos" que, se adotados do modo como são indicados, terão efeitos positivos. Todavia, notamos que poucos são os professores capazes de avaliar tais propostas e de situá-las no contexto sociocultural em que atuam de modo competente. Por fim, essas mesmas experiências revelaram-nos a pertinência da prática da pesquisa na construção de espaços individuais e coletivos de investigação sobre os fundamentos teóricos que sustentam a prática docente em matemática em todos os níveis de ensino.

Ao mesmo tempo em que vivíamos essas experiências acompanhamos, também, que, nos debates científicos e nas publicações de artigos e livros na área da Educação e da Educação Matemática, o tema da formação de professores que ensinam matemática[1]

---

[1] Utilizaremos a denominação *professores que ensinam matemática*, para contemplarmos o ensino de matemática das séries iniciais e finais do Ensino Fundamental, como também do Ensino Médio. Em termos de formação inicial, estamos nos referindo aos graduados em Pedagogia, habilitação magistério; Normal Superior e Licenciatura em Matemática. Como também aos professores que cursaram o antigo

ganhava destaque. Em geral, essas publicações dedicam-se a temas diversos como: prática reflexiva; desenvolvimento profissional, produção de saberes, reformas curriculares, entre muitos outros (Alarcão, 1996; Schön, 1995; Tardif, 1999; Fiorentini, 2003). Entretanto, apesar de todo esse movimento teórico e das muitas contribuições para a prática docente dele decorrente, observamos poucas mudanças. E, em muitos casos, observamos que os professores que ensinam matemática permanecem alheios a essas contribuições. Talvez, por isso, nas escolas, a divisão e os números racionais continuam como componentes curriculares de difícil tratamento por parte de alunos e de professores.

Logo, com base em todas essas análises, sintetizamos nossa questão: É possível o desenvolvimento de competências conceituais de alunos e de professores em relação aos conteúdos curriculares da divisão e dos números racionais? Para respondermos a essa questão, buscamos uma proposta teórico-metodológica que aborda o desenvolvimento conceitual tendo como hipótese que esse desenvolvimento fundamentaria a elaboração de nova prática de ensino do professor e nova prática de interação entre alunos e conceitos matemáticos.

Em função disso, assumimos, nesta pesquisa, a intervenção psicopedagógica proposta por Fávero (2000, 2001, 2005a), tendo como objetivo o desenvolvimento de competências conceituais de alunos e de professores no tocante aos conteúdos curriculares da divisão e dos números racionais.

Para tanto, organizamos esta pesquisa em três partes: a primeira intitulada Fundamentação Teórica, dividida em três capítulos; a segunda, a Pesquisa estruturou-se com dois capítulos; e, na terceira, fez-se a discussão geral, seguida das considerações finais, das referências bibliográficas e dos anexos.

---

magistério e os chamados "professores leigos" que, mesmo sem a formação mínima exigida, estão em sala de aula.

No primeiro capítulo da Fundamentação Teórica, abordamos o desenvolvimento histórico e epistemológico dos conceitos de divisão e número racional. Para tanto, realizamos uma incursão por alguns textos históricos tendo como objetivo situar esses conceitos como construção histórico-social, identificando tanto a gênese quanto as necessidades relacionadas à sua construção e à transformação ao longo do tempo. Em todos os itens, levantamos hipóteses sobre a construção histórica desses conceitos e as origens das dificuldades e dos obstáculos - didáticos e epistemológicos - atuais enfrentados por alunos e professores. Além disso, buscamos, na teoria dos campos conceituais, subsídios para a compreensão da formação de conceitos em matemática e as implicações desta para o desenvolvimento de competências.

O segundo capítulo foi dedicado à análise de estudos sobre o ensino e a aprendizagem da divisão e dos números racionais, tendo como sujeitos alunos e professores da Educação Básica, tendo como objetivo conhecer os aportes teóricos e metodológicos dessa produção e identificar possíveis aspectos consensuais no que se refere tanto à prática de ensino quanto ao processo de aquisição conceitual. Para isso, efetuamos o levantamento e a análise bibliográfica dos estudos brasileiros e internacionais centrados nesses dois tópicos, realizados a partir de um referencial teórico e metodológico da Psicologia, no período de 1999 a 2006. Para a apresentação dos resultados, dividimos os estudos em duas categorias: as pesquisas sobre resolução de problemas e as pesquisas de intervenção.

Em complementação a esses resultados, apresentamos dois estudos que analisam como os professores e os demais profissionais da educação avaliam a produção dos alunos. Os resultados desses estudos forneceram indícios da prática docente dos professores, em especial, de como concebem a matemática e a matemática escolar, como avaliam, como pensam a prática da mediação e como elaboram estratégias de intervenção para a aprendizagem desses conceitos.

O panorama da pesquisa brasileira sobre formação de professores foi o tema do terceiro capítulo, no qual pontuamos elementos de síntese dessa formação e, em particular, relacionamos esses resultados à formação de professores que ensinam matemática. Nos resultados, analisamos os paradigmas da racionalidade técnica e da racionalidade prática e suas implicações para formação inicial e continuada de professores como para a prática docente. No mesmo capítulo, discutimos a construção de novas competências conceituais a partir das articulações propostas em Fávero (2001, 2005a) sobre paradigmas pessoais, tomada de consciência e regulações cognitivas. Para tanto, apresentamos não só os fundamentos conceituais da proposta teórico-metodológica da intervenção psicopedagógica como também os procedimentos para o planejamento e desenvolvimento das sessões de intervenção.

Na segunda parte apresentamos, no primeiro capítulo, o problema e o método, no qual descrevemos os sujeitos e os procedimentos para a coleta e a análise dos dados. Destacamos a importância de as sessões serem organizadas no formato de grupos focais e das interlocuções entre sujeitos e entre sujeitos e pesquisadora serem categorizadas segundo os “atos da fala” assim como proposto em Fávero (2000) a partir das contribuições de Chabrol e Bromberg (1999). No segundo capítulo, apresentamos os resultados e a discussão das 13 sessões de intervenção, divididos em dois momentos: no primeiro, apresentamos os resultados das sessões de intervenção junto aos alunos e, posteriormente, junto aos professores.

A discussão geral da pesquisa, seguida das considerações finais, foi apresentada na terceira parte, em cuja ocasião destacamos que a adoção da intervenção psicopedagógica propiciou a tomada de consciência dos significados que sustentam as práticas de alunos e professores e contribuiu, sobremaneira, para o desenvolvimento de competências conceituais e, a partir dessas, de novas práticas. Reiteramos, igualmente, que os resultados contribuem: 1/ para o entendimento do papel da mediação, da representação e da notação na conceituação matemática; 2/ para a discussão atual sobre o currículo de matemática da educação básica e as práticas de avaliação; e 3/ para o debate sobre as Diretrizes Curriculares dos Cursos de Licenciatura em Matemática e Pedagogia e a prática da pesquisa na formação inicial e continuada de professores.

PARTE I: FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

CAPÍTULO 1

O desenvolvimento histórico e epistemológico dos conceitos de divisão e número racional

O problema da relação entre história, em especial, a história da matemática e a educação não é recente. Para Miguel (1993, p.12), "tem sua própria história, tal a insistência com que é posto e recolocado desde o momento em que se teve uma clara consciência de sua importância". Ademais, este é fomentado com base na tese de que não existe uma única história da matemática e que esta pode ser historizada a partir de várias reconstituições. O autor argumenta, ainda, que as histórias da matemática devem ser escritas de modo a enfatizar a reconstituição, não tanto dos resultados matemáticos,

> [...] mas dos contextos epistemológico, psicológico, sócio-político e cultural de sua produção, contribuindo, desse modo, com a explicação das relações que a matemática estabelece com a sociedade em geral e com as diversas atividades teóricas específicas e práticas produtivas setorizadas (p.109).

Tal defesa parte da premissa de que a história da matemática reconstituída a partir desses parâmetros auxiliaria na desmistificação da aparência "neutra" dos fatos científicos ou matemáticos. O que, em sua análise, ajudaria a todos na compreensão de que armas nucleares, por exemplo, são construções humanas a partir de objetos matemáticos. Outro aspecto apresentado nessa defesa é o de que a análise de aspectos estéticos inerentes a algumas demonstrações, soluções e métodos construídos por diferentes povos ao longo dos tempos podem subsidiar o desenvolvimento de atividades que valorizem, no âmbito da pesquisa e do ensino, a imaginação e a criatividade.

A partir dessas idéias, entendemos, assim como Grabiner (1975, p.443), que “ver a matemática passada em seu contexto histórico ajuda a ver a matemática atual em seu contexto filosófico, científico e social e, também, a ter uma melhor compreensão do lugar da matemática no mundo”. Por isso, buscamos, na construção sócio-histórica dos conceitos relacionados à divisão e ao número racional, identificar tanto a gênese quanto as necessidades relacionadas a essa construção e transformação ao longo do tempo.

Entendemos que essas informações serão vitais na interpretação desses conceitos como componentes curriculares da Educação Básica e, principalmente, na interpretação das diferentes relações entre alunos e professores nas muitas ações que estabelecem com esses conceitos seja na escola ou fora dela.

Para tanto, ativemo-nos às obras de Ifrah (1997, 2005), Boyer (1996), Eves (2002) como fontes iniciais de pesquisa. Todavia, buscamos, também, informações em outras obras, como, por exemplo, Struik (1987), Bell (1996) e Caraça (2003), as quais foram tomadas como fonte de pesquisas, entendendo, assim como Miguel e Miorim (2005), que a questão teórica de fundo que se apresenta:

> [...] a todos os professores e investigadores que decidem fazer um uso consciente e fundamentado da participação da História em suas atividades diz respeito aos tipos de vínculo que se intenta promover entre a produção sócio-histórica do conhecimento – particularmente e, sobretudo, do conhecimento matemático – no passado (filogênese) e a produção e/ou apropriação pessoal desse conhecimento no presente (psicogênese) (p.35).

1.1 – O Sistema de Numeração Decimal, a divisão e o número racional

Quando investigamos registros dos procedimentos usados pela humanidade para registrar quantidades, observamos a presença da base dez e a criação de um sistema de numeração posicional como marcos do desenvolvimento da matemática sendo usados, inicialmente, na escrita de números inteiros, na constituição de procedimentos de cálculo para as quatro operações básicas. Posteriormente, eles foram empregados na consolidação de algoritmos para as quatro operações, na representação decimal dos números racionais e irracionais, bem como nas notações científicas. Desse modo, avaliamos que a compreensão da construção sócio-histórica do sistema de numeração decimal é de suma importância para a análise que empreenderemos quanto à divisão e ao número racional. Por isso, incluímo-la nas discussões deste capítulo.

1.1.1 – O Sistema de Numeração Decimal

Neste item, apresentamos um breve resgate histórico apoiado na construção do sistema de numeração decimal. Essa história é, por vezes, imaginada abstrata e linear, ou seja, uma seqüência perfeita de conceitos encadeados uns aos outros. Nas palavras de Ifrah (1997),

> [...] é, ao contrário, a história das necessidades e preocupações das culturas e grupos sociais os mais diversos, procurando contar os dias do ano, concluir trocas e transações, enumerar também seus membros, esposas, mortos, bens, rebanhos, soldados, perdas, mesmo seus cativos, procurando por vezes datar a fundação de suas cidades ou uma de suas vitórias (p. xvii).

Ela iniciou, há muito tempo, não se pode afirmar onde. A verdade é que o homem, então incapaz de conceber os números em si mesmos, não contava. Tinha condições apenas, de conceber a unidade, o par e a “multidão”. Contudo, movido pela necessidade e explorando seu ambiente cultural, o homem, aos poucos, relacionou, por exemplo, as asas de um pássaro e o par; as patas de um animal e dois pares, entre outras relações, de modo que avançou progressivamente na abstração dos números e do cálculo.

Em seu livro *Números, a história de uma grande invenção*, Ifrah Georges (1997) dedica espaço considerável à apresentação detalhada dos diferentes empregos do corpo nas técnicas de contagem desenvolvidas por diferentes povos, em diferentes regiões do planeta e resume afirmando que são necessárias três condições para que um homem saiba contar e conceber os números – da maneira como os entendemos hoje: ele deve ser capaz de atribuir um “lugar” a cada ser que passar diante dele; ele deve ser capaz de intervir para introduzir na unidade que passa a lembrança de todas as que a precederam; ele deve saber conceber esta sucessão simultaneamente. Ou seja, para o desenvolvimento dessa competência, o entendimento do princípio de recorrência se faz necessário.

Analisando especificamente os muitos exemplos apresentados no livro, de contagem e de cálculos a partir do uso dos dedos das mãos, somos levados a considerá-los, sem dúvida, como a provável fonte inspiradora da escolha da base dez como base de um sistema de numeração. Desse modo, a mão do homem, tomada como a máquina de contar mais simples e natural, tem, portanto, papel importante na gênese do sistema de numeração decimal.

Para Ifrah (1997), a noção de número envolve dois aspectos complementares: o cardinal, baseado unicamente no princípio da equiparação, e o ordinal, que exige ao mesmo tempo o processo de agrupamento e o da sucessão.

De posse dessas noções, o cardinal e o ordinal de um número, o homem pôde, desde então, aprender a conceber conjuntos cada vez mais extensos. Entretanto, novas dificuldades foram postas. Por exemplo, como designar (concretamente, oralmente ou por escrito) números cada vez mais elevados com o mínimo possível de símbolos? O uso indefinido de pedras, paus, entalhes ou nós de barbante era inviável, o número dos dedos das mãos ou de partes do corpo não era extensível o suficiente para as necessidades que se apresentavam. Não podiam também repetir a mesma palavra de maneira ilimitada nem criar infinitamente novos nomes de número ou símbolos originais.

E foi como resposta à pergunta posta anteriormente e a essas inúmeras dificuldades que diferentes civilizações construíram a idéia de agrupamento, por exemplo, como a dezena, a dúzia, a vintena ou a sessentena. Nascia, portanto, a idéia de base. Assim, conseguiu-se uma simbolização estruturada dos números, evitando-se esforços de memória ou de representação. É o que chamamos, hoje, princípio da base.

Esse princípio marcou a história dos sistemas de numeração e foi empregado por inúmeras civilizações, e muitas bases foram desenvolvidas e utilizadas. Contudo, refletindo sobre essa variedade, como avaliar uma base como mais apropriada do que outra? Como resposta, Ifrah (1997) afirma que “cada base adotada tem, na verdade, sua razão de ser nas representações coletivas do grupo social em que a constatamos” (p. 88).

Paralelamente à idéia de base, foi construído outro conceito primordial para a concepção e consolidação das numerações escritas, o princípio aditivo, regra segundo a qual o valor de uma representação numérica é obtido pela soma dos valores de todos os algarismos contidos nela. Na análise de Ifrah (1997, p.672), “esses sistemas eram muito rudimentares: seus algarismos de base eram totalmente livres uns dos outros (cada um possuindo apenas seu próprio valor absoluto)”. Seus usuários lidavam constantemente com um inconveniente: as repetições.

Como exemplo, podemos citar a numeração hieroglífica egípcia que atribuía um sinal especial à unidade e a cada potência de dez, um traço vertical a 1, um sinal em forma de “U” invertido para o número 10, uma espiral para a centena, uma flor de lótus para o milhar, um dedo elevado para a dezena de milhar, um girino para a centena de milhar e um homem ajoelhado e de braços estendidos para o céu para o milhão; e a numeração suméria que utilizava a base 60, com a dezena como base auxiliar.

O princípio aditivo pode ser acompanhado nas figuras abaixo, quando apresentamos o número 7 659, representados nos dois sistemas.

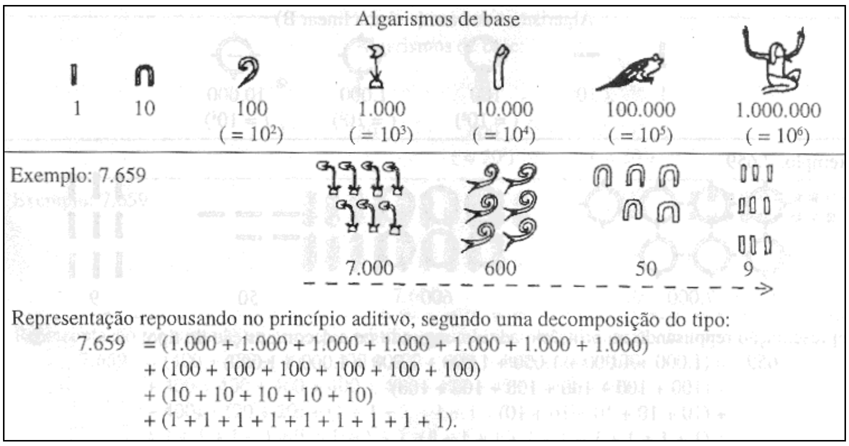


Figura 1 – Numeração Hieroglífica Egípcia. Aparição: ≅ 3000-2900 a. C (Ifrah, 1997, p.521)

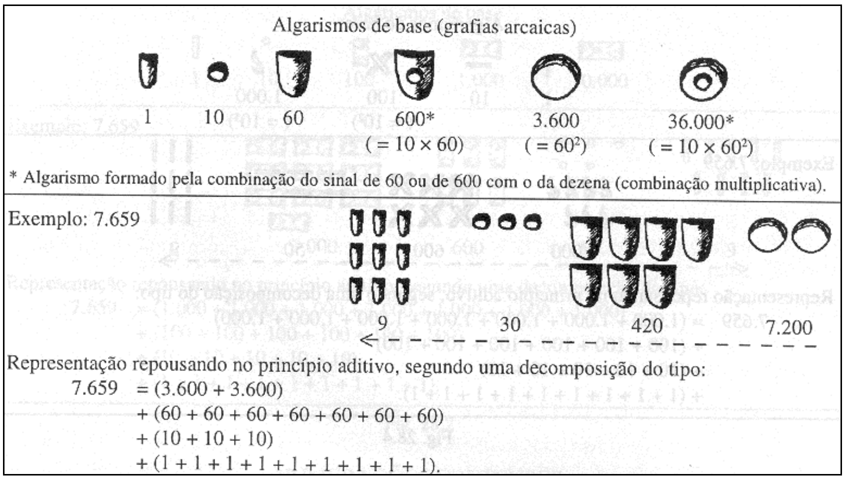
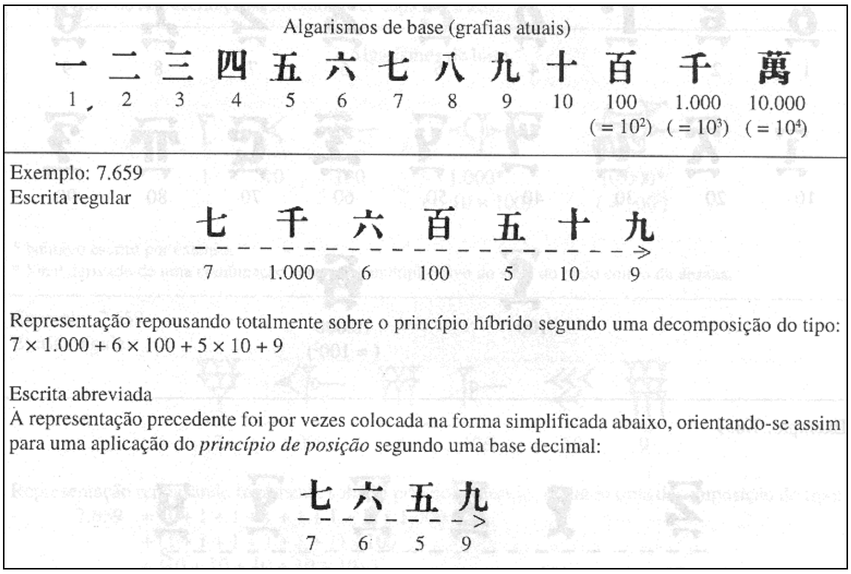


Figura 2 – Numeração Suméria. Aparição: $\cong$ 3300 a. C (Ifrah, 1997, p.521)

Diversos povos mantiveram-se, durante muito tempo, profundamente ligados ao uso do princípio aditivo. Quando os obstáculos apresentados pelo registro de grandes números surgiram, alguns foram levados a mudar radicalmente de regra numeral, adotando para tanto um princípio misto, dito “híbrido parcial” que se apoiava simultaneamente na adição e na multiplicação.

Os chineses e os povos da Índia meridional são citados na literatura como os povos que melhor utilizaram esse princípio, pois criaram, também, sinais particulares para representar os números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 100, 1000, 10000. Em lugar de fazer as dezenas figurarem por meio de sinais especiais, estenderam o princípio multiplicativo à notação de todas as ordens de unidades superiores ou iguais à base de sua numeração.

A descoberta do princípio “híbrido” foi muito vantajosa para as necessidades daquele momento, já que permitiu não somente evitar as repetições cansativas de sinais idênticos, como também “aliviar” a memória – evitando a fixação de um número considerável de símbolos originais, como podemos observar no exemplo a seguir:



Algarismos de base (grafias atuais)

一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	百	千	萬
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	100 ($= 10^2$)	1.000 ($= 10^3$)	10.000 ($= 10^4$)

Exemplo: 7.659
Escrita regular

七 千 六 百 五 十 九
7 1.000 6 100 5 10 9

Representação repousando totalmente sobre o princípio híbrido segundo uma decomposição do tipo:
$7 \times 1.000 + 6 \times 100 + 5 \times 10 + 9$

Escrita abreviada
A representação precedente foi por vezes colocada na forma simplificada abaixo, orientando-se assim para uma aplicação do *princípio de posição* segundo uma base decimal:

七 六 五 九
7 6 5 9

Figura 3 – Numeração comum Chinesa. Aparição: ≅ 1450 a. C (Ifrah, 1997, p.540)

Observando as imagens anteriores, podemos afirmar que a lógica dos sistemas de numeração do tipo híbrido teve papel decisivo quanto à concepção e à compreensão do princípio de posição.

Apesar da evolução trazida pelo uso do princípio híbrido, a notação numérica permaneceu ainda limitada e o grande marco para a próxima etapa foi, sem dúvida, a construção do princípio de posição. Regra segundo a qual um algarismo tem um valor que se altera em função da posição que ele ocupa na escrita de um número. Tomando como referência nosso atual sistema de numeração decimal, um “8” tem como valor 8 unidades, 8 dezenas ou 8 centenas, dependendo se é escrito na primeira, na segunda ou na terceira posição da direita para a esquerda em uma representação numérica. Esse princípio, tomado nos dias atuais como simples, foi ignorado durante milênios, e culturas consideradas avançadas, como a grega e a egípcia, ignoraram-no completamente.

Para Ifrah (1997), quatro povos realizaram integralmente essa construção fundamental:

> Uma primeira vez, no início do II milênio a.C., pelos sábios da Babilônia; Uma segunda vez, um pouco antes do início de nossa era, pelos matemáticos chineses; Uma terceira vez, entre os séculos IV e IX d.C., pelos sacerdotes-astrônomos da civilização maia;
> E, por fim, os matemáticos da Índia, por volta do século V (p.682).

Os sábios babilônios construíram o princípio de posição e aplicaram-no rigorosamente ao seu sistema de numeração cuja base era 60. Todavia, jamais associaram um algarismo particular a cada uma das unidades significativas de seu sistema sexagesimal. Assim, em lugar de usar 59 símbolos diferentes, usavam apenas dois que eram uma linguagem cuneiforme: um representando a unidade e o outro, a dezena, limitando-se a repeti-los, no interior de cada ordem, tantas vezes quanto era necessário, até a 59ª, unidade.

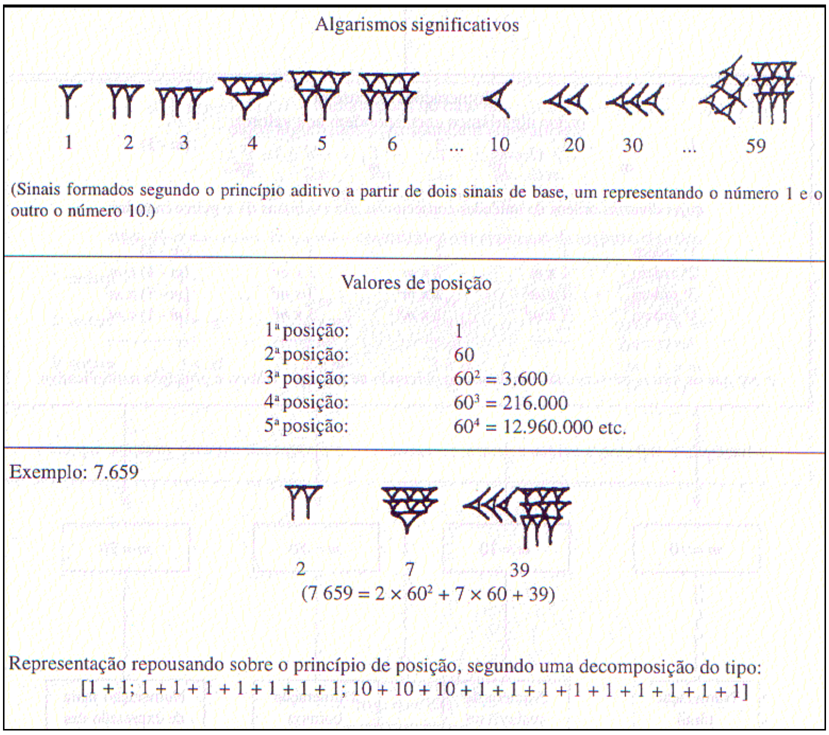


Figura 4 – Numeração erudita Babilônia. Aparição: ≅ 1800 a. C (Ifrah, 1997, p.548)

Os chineses também construíram a regra de posição e empregaram-na sobre uma base decimal. Todavia, na análise de Ifrah (1997), fizeram de modo semelhante aos babilônios, pois conservaram sua notação ideográfica em vez de estabelecer sinais diferentes para suas nove unidades simples, como mostra a figura a seguir.

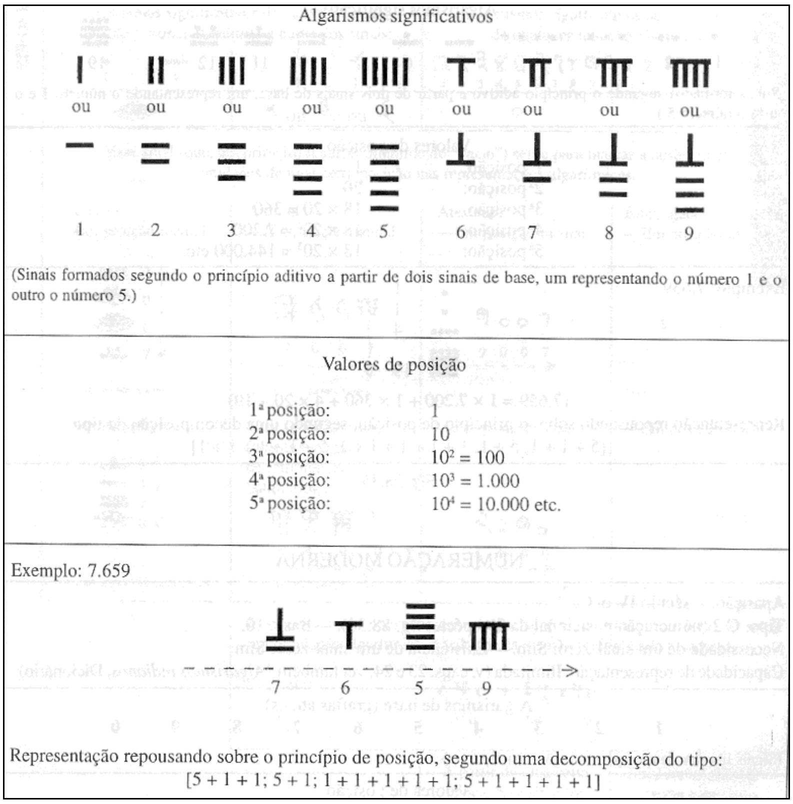


Figura 5 – Numeração erudita chinesa. Aparição: ≅ 200 a. C (Ifrah, 1997, p.549)

Os maias também usaram, em seu sistema de numeração, o princípio de posição, aplicando-o à sua base 20. Entretanto, esse sistema só comportava dois algarismos (um para a unidade e outro para o 5) em lugar dos 19 algarismos significativos exigidos por uma notação de base vinte. À medida que o princípio de posição foi regularmente aplicado, fez-se necessário um sinal gráfico especial para representar as unidades faltantes; assim, a descoberta do zero marcou a etapa decisiva dessa história.

Tomando, novamente, nosso sistema atual, como referência para escrevermos "40", é necessário colocarmos um "4" na segunda posição (da direita para a esquerda) para que tenha o valor de 4 dezenas. Como indicar que esse algarismo está na segunda posição e que não há nada na primeira? Logo, foi indispensável, para esses povos, a criação de um sinal que marcasse a ausência das unidades de uma ordem.

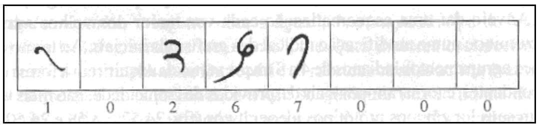


Figura 6 – Representação de 10.267.000. ≅ 600 d.C (Ifrah, 2005, p.279).

No início, esse conceito foi sinônimo apenas de lugar vazio. Contudo, avançou-se na abstração de que "vazio" e "nada", concebidos inicialmente como noções distintas, são, na realidade, duas expressões de um mesmo conceito.

Para Ifrah (1997), três povos somente - os babilônios, os maias e os indianos - souberam chegar a essa abstração última que os chineses só introduziram em seu sistema sob a influência indiana. Devido às dificuldades relacionadas ao conceito de zero, o sistema posicional babilônio, o chinês e o maia jamais estiveram verdadeiramente adaptados à prática das operações aritméticas. Todos esses sistemas só eram eficazes para notar e registrar números.

Enfim, observamos que os grandes marcos históricos para a concepção dos sistemas de numeração foram: a compreensão do princípio aditivo, multiplicativo, de posição e a abstração do significado do zero na escrita numérica. Como vimos anteriormente, diferentes civilizações usaram a base 10 e usaram ora o princípio multiplicativo, ora um princípio híbrido. Contudo, o entendimento do zero foi partilhado somente por três povos. No entanto, a qual desses três povos atribuir a origem do nosso atual sistema de numeração decimal?

Para tanto, Ifrah (1997) reúne, no *Tomo 2 da História Universal dos Algarismos*, inúmeras provas testemunhais e documentais de que a civilização indiana constitui o berço da numeração moderna. No Capítulo 28, ele reúne e apresenta argumentos contrários às várias hipóteses de que a numeração indiana de posição seria fruto de influência estrangeira, como, por exemplo, babilônia, por intermédio dos gregos ou chinesa e conclui como altamente provável que a descoberta do zero e do princípio de posição foi fruto de uma construção intrínseca à civilização indiana, igualmente, que a notação *brâhmî* dos nove primeiros números inteiros (origem gráfica de nossos algarismos modernos) foi autóctone e desprovida de qualquer influência estrangeira.

De acordo como Ifrah (1997, p.164), "a cultura indiana fez da ciência dos números a primeira e mais nobre de suas artes". Esta por sua vez, não foi inspiração individual de um inventor, mas de vários estudiosos indianos. Como características, dedicavam-se à reflexão contínua e aos estudos sobre os domínios mais diversos, sendo considerados como primordiais as considerações místicas, simbólicas, metafísicas e religiosas. Esses eruditos dominavam, simultaneamente, astronomia, poesia, métrica, literatura, fonética, filosofia, mística, astrologia, cosmologia e mitologia, por isso, formularam inúmeras "especulações aritméticas" que versaram sobre os números gigantescos – compreendendo por vezes várias centenas de ordens de unidades.

Em síntese, segundo Ifrah (2005), foi no norte da Índia, por volta do século V da era cristã, que se constituiu o ancestral de nosso sistema de numeração moderno e que foram estabelecidas as bases do cálculo escrito tal como é praticado hoje em dia. Tal constituição foi possível a partir da junção de três idéias:

> Dar aos algarismos de base sinais gráficos livres de qualquer intuição sensível, evocando visualmente apenas o número de unidades representadas; Adotar o princípio pelo qual os algarismos de base têm um valor que varia segundo o lugar que ocupam nas representações numéricas; E, enfim, conceber um zero totalmente "operacional", isto é, que permitia substituir o vazio das unidades faltantes e que tivesse simultaneamente o sentido do "número nulo" (p.257).

A junção dessas idéias veio modificar a história das numerações e perpetuar, até os dias atuais, o sistema de numeração decimal como saber institucionalizado para a escrita numérica. Todavia, como se deu a internacionalização desse saber indiano pelo mundo? A ciência hindu dos números não exerceu influência direta na Europa. Levou mais de um milênio para que as idéias da numeração hindu fossem aceitas pelo mundo ocidental. Para tanto, é passível de observação o papel decisivo desempenhado pelos árabes nesse contexto de conhecimento, apropriação e divulgação do sistema de numeração hindu.

Sobre essa história, Ifrah (2005) argumenta que os árabes, mantendo relações comerciais com a Índia pelo Golfo Pérsico, iniciaram-se na astronomia, na aritmética e na álgebra dos sábios dessa civilização e que, "a partir do final do século VIII, adotaram o conjunto do sistema numérico hindu: números, numeração decimal de posição, zero e métodos de cálculo" (p. 297). Uma vez conhecida pelos árabes, a aritmética hindu foi apresentada à Europa. Por isso, por muito tempo, usou-se a denominação "algarismos arábicos".

Árabes e europeus adotaram posturas diferenciadas diante do saber hindu, enquanto os primeiros observaram suas vantagens em relação aos métodos anteriores, reconheceram sua superioridade, adotando-o, os europeus, por sua vez, foram reticentes diante da novidade. Muito dessa resistência foi motivada pela preocupação dos "abacistas" em perder seus empregos, já que detinham o monopólio dos cálculos, utilizando-se dos números romanos e de fichas na tábua de contar (método arcaico de cálculo a partir de inúmeros passos). Por sua vez, as autoridades eclesiásticas tratavam de pregar e de disseminar a idéia de que, sendo os cálculos agora – como mostravam os árabes – tão fáceis e tão engenhosos, deviam ter algo de mágico ou até de demoníaco, logo passaram a relacioná-los a "Satanás".

Desse modo, desde o final do século X, os algarismos e a numeração hindu foram conhecidos pelos europeus, mas sua utilização, por mais de duzentos anos, foi mínima, sendo praticada por amadores do cálculo que o faziam às escondidas, parecendo tratar-se de um código secreto.

No início do século XIII, quando Leonardo de Pisa, o Fibonacci, em visita África muçulmana, dirigia-se ao Oriente, encontrou aritméticos árabes que lhe ensinaram seu sistema de numeração, seus métodos de cálculo, as regras algébricas e os princípios fundamentais da geometria. Ao retornar à Europa, compôs, em 1202, um tratado destinado a tornar-se o breviário de todos os detentores do algorismo: o Líber Abaci (tratado do ábaco) que contribuiu, consideravelmente, para a difusão dos algarismos arábicos, bem como para o desenvolvimento da álgebra na Europa Ocidental. Os quinze capítulos dessa obra explicavam a leitura e a escrita dos novos números, métodos de cálculo com inteiros e frações, o cálculo de raízes quadráticas e cúbicas, entre outros tópicos. Essa publicação veio auxiliar na divulgação e, de certo modo, ampliou o acesso aos novos cálculos.

Incipit primum capitulum

Nouem figure indorum he sunt

9 8 7 6 5 4 3 2 1

Cym his itaque nouem figuris, et cum hoc signo 0, quod arabice zephirum appelatur, scribitur quilibet numerus, ut inferius demonstratur.

[Estes são os nove algarismos indianos

9 8 7 6 5 4 3 2 1

Com esses nove algarismos, e com o sinal 0, que os árabes chamam de *zephirum*, pode-se escrever qualquer número, como se demonstrará a seguir.]

Figura 7 – Sentença de abertura do *Líber abaci.* (Eves, 2002, p. 294)

Contudo, como declara Ifrah (2005),

> [...] foi preciso a Revolução Francesa para resolver a questão e para tornar claro que o "cálculo por meio dos algarismos em sobre o cálculo por meio de fichas na tábua de contar as mesmas vantagens que um pedestre livre e sem carga tem sobre um pedestre muito carregado" (p.318).

Em síntese, podemos destacar que o sistema de numeração decimal é uma construção humana, foi construído ao longo dos tempos por inúmeros povos e pauta-se nos princípios: aditivo, multiplicativo e de posição e pela presença do zero. Nas palavras de Ifrah (1997, p.689) "fruto da lenta maturação de sistemas primitivos, inicialmente bem concebidos e pacientemente aperfeiçoados ao longo das eras". É notório que essa maturação deu-se em função dos inconvenientes gerados na representação dos diferentes sistemas, aliada à necessidade da escrita numérica rápida, seja para números pequenos, seja para números grandes. E as necessidades sociais de uma escrita numérica, para representar quantidades e para gerar outras, a partir das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão, por exemplo.

1.1.2 – Divisão

Neste item, destacamos passagens da construção da noção de divisão e do uso da operação da divisão por diferentes povos ao longo dos tempos. Nosso objetivo é compreender a construção e a transformação dos métodos de resolução a fim de relacionarmos esses métodos ao atual algoritmo-padrão da divisão, bem como as dificuldades a ele relacionadas nas práticas de ensino e aprendizagem seja com professores seja com alunos. Segundo Eves (2002), o desenvolvimento dos algoritmos para as operações aritméticas básicas, como são chamadas atualmente, as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão, começou na Índia, provavelmente, entre os séculos X e XI; esses algoritmos foram adotados pelos árabes e, posteriormente, divulgados para a Europa Ocidental onde sofreram modificações até assumirem a forma que conhecemos nos dias atuais.

Em Ifrah (2005), encontramos o registro de uma divisão datada de 2.650 a.C., na cidade suméria de Shuruppak (Atual Fará, no Iraque), como resposta ao seguinte problema: *Um granel de cevada foi repartido entre diversos homens, cabendo a cada um 7 sila de cevada. De quantos homens se tratava e que quantidade de cevada sobrou ao final desta distribuição?*

É importante destacarmos que o contexto de apresentação desse problema não foi o real, tratava-se de uma tarefa proposta pelo professor aos seus alunos escribas e contadores em uma escola de formação. Quanto ao problema, outro ponto de destaque, é a utilização das palavras sila *e* granel unidades sumérias de medidas de capacidade. A primeira equivale aproximadamente a 0,842 do nosso litro atual e a segunda a 1.152.000 *sila,* aproximadamente, 969.984 litros, ou seja, a situação exigia “repartir 1.152.000 sila de cevada entre certo número (a determinar) de pessoas, dando um saco de 7 sila de cevada a cada uma. Ou seja, era preciso dividir 1.152.000 por 7, o número de homens visado seria fornecido pelo quociente e o excedente de sila de cevada pelo resto" (Ifrah,2005, p.150).

Uma resposta a esse problema encontra-se na tábua abaixo, atualmente, peça do museu arqueológico de Istambul, sendo considerado o mais antigo testemunho da prática de uma divisão.

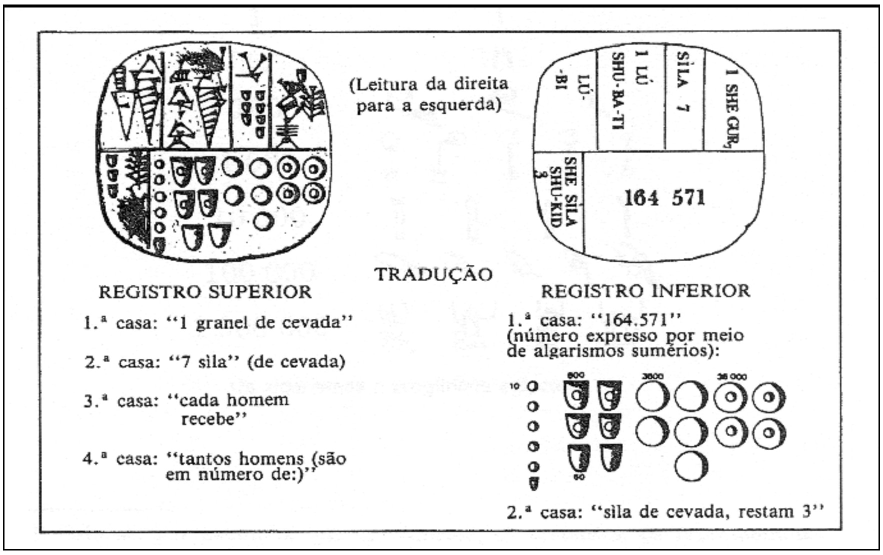


Figura 8 – Suposta página de um escolar como resposta ao problema acima (Ifrah, 2005, p.156).

As várias imagens contidas nessa tábua indicam-nos claramente a presença de registros de uma divisão, contudo não nos fornecem, tampouco explicam o procedimento utilizado. Na análise de Ifrah, tratava-se de um algoritmo ancorado na técnica das trocas sucessivas. Para mais esclarecimentos, ver Ifrah (2005, p.151).

Exemplos de práticas de divisão foram encontrados também em outras fontes arqueológicas, como, por exemplo, no papiro de Rhind[2]. Ele é uma fonte primária fundamental sobre a matemática egípcia antiga. "Nele pode-se observar, por exemplo,

[2] Para mais informações acesse, por exemplo, o sítio: http://www.egiptologia.org/ciencia/matematicas/papiro_rhind.htm

seus métodos de multiplicação e divisão. Além, do uso que faziam das frações unitárias e muitas aplicações da matemática a problemas práticos” (Eves, 2002, p.70).

Em função das características do sistema de numeração egípcio, como destacado no item anterior deste capítulo, a multiplicação e a divisão eram, em geral, efetuadas por uma sucessão de duplicações apoiadas no fato de que todo número pode ser representado por uma soma de potências de 2, conforme explicações a seguir:

Para multiplicar, por exemplo, 128 por 12, procediam da seguinte maneira:		
1	12	Escreve-se o multiplicador 12 na coluna da direita e o número 1 em frente, na coluna da esquerda. Depois duplica sucessivamente cada um dos dois números, até o momento em que o multiplicando 128 aparece na coluna da esquerda, constitui então o resultado desta operação: 128 x 12 = 1.536
2	24	
4	48	
8	96	
16	192	
32	384	
64	768	
128	1536	
Para multiplicar, 84 x 15, desenvolviam os seguintes passos:		
1	15	Escreve-se o multiplicador 15 e na frente, na coluna da esquerda, o número 1. Depois dobra sucessivamente cada um dos números. Mas, como o multiplicando 84 não aparece desta vez na coluna da esquerda, ele prossegue a duplicação até obter o maior número contido neste multiplicando. No número 64, pára na coluna da esquerda, procurando nela os números cujo total seja igual a 84. Em seguida, marca com um pequeno traço esses números (nesse caso os números 64, 16 e 4) e, com os números correspondentes na coluna da direita (960, 240, 60). Ao somar os números marcados obtém o seguinte resultado: 84 x 15 = 960 + 240 + 60 = 1.260
2	30	
4	60	
8	120	
16	240	
32	480	
64	960	

Figura 9 – Explicações sobre o método de multiplicação usado pelos egípcios no ano $\cong$ 2000 a. C.
(Ifrah ,2005, p.169).

Notamos, em todas as obras consultadas, que os diferentes registros sobre os algoritmos egípcios construídos nas resoluções de operações de multiplicação ou divisão foram em resposta a um problema: ora real, ora criado para situações de instrução a partir do contexto de trabalho dos que recebiam a instrução. No caso acima, referia-se a uma atividade de cálculo na presença de um agricultor e um funcionário do fisco a fim de controlar a produção e fixar o montante de imposto anual. Essa constatação é importante para os objetivos nesse item, visto que aponta o desenvolvimento de algoritmos (procedimentos de cálculo) para a solução de um problema e não simplesmente para a resolução do algoritmo em si.

A operação de divisão seguia a mesma técnica das duplicações consecutivas, contudo estas ocorriam no sentido inverso. Como exemplificado a seguir:

Para dividir, 1.476 : 12, desenvolviam os seguintes passos:		
<u>1</u> <u>2</u> 4 <u>8</u> <u>16</u> <u>32</u> <u>64</u>	<u>12</u> <u>24</u> 48 <u>96</u> <u>192</u> <u>384</u> <u>768</u>	Eles programavam a operação como se fossem fazer uma multiplicação por 12, escrevendo o número 1 na coluna da esquerda e 12, o divisor, na coluna da direita. Em seguida dobravam sucessivamente cada um desses números. Pára em 768 na coluna da direita, pois a duplicação seguinte forneceria um número superior ao dividendo 1.476. Nesse estágio busca, operando várias tentativas na coluna da direita (e não mais na esquerda), os números que, adicionados, dão esse dividendo. Retém então os números 768, 384, 192, 96, 24 e 13 (cuja soma é 1.476) e risca os correspondentes (64, 32, 16, 8, 2, 1). O resultado é encontrado: 1.476 : 12 = 64 + 32 + 16 + 8 + 2 + 1 = 123

Figura 10 – Explicações sobre o método de divisão usado pelos egípcios no ano ≅ 1290 a. C. (Ifrah, 2005, p.171).

Para dividir 19 por 8, eles observavam algumas multiplicações como: 2 x 8 =16, ½ de 8 = 4 e selecionavam os números – na coluna da direita – que a soma tinha como resultado 19, por exemplo, 16 + 2 + 1 = 19. Logo, o quociente era 2 + ¼ + 1/8. Na tabela abaixo, apresentamos o processo em que os números destacados (somados) formam o número procurado.

1	**8**
2	**16**
½	**4**
¼	**2**
1/8	**1**

Figura 11 – Síntese do processo de divisão apresentando anteriormente.

Observando a resolução temos que: 19 dividido por 8 é igual a 2,375. Notamos que, na tabela, aparecem os números inteiros e os fracionários que compõem o resultado. Logo, 0,375 é igual a ¼ ou 0,25 + 1/8 ou 0,125. Entretanto, se começarmos a testar o método repetidas vezes e com números quaisquer, observaremos que ele é válido somente quando o dividendo é um múltiplo do divisor. Diante de números que não satisfaziam essa condição, os egípcios utilizavam as frações, como veremos no próximo item.

Na Babilônia, a divisão era tratada como um tipo de multiplicação por tentativas. Por exemplo, um problema de divisão a:b era observado como um problema multiplicativo, ou seja, do tipo a x 1/b.

Em relação à Europa, é consenso, entre os autores consultados, que no período compreendido entre a queda do Império Romano até o final da Idade Média, a “instrução” era extremamente excludente. Os poucos que tinham acesso a ela aprendiam a ler e a escrever. Posteriormente, aprendiam: gramática, dialética, retórica e, às vezes, teoria musical. Em seguida, algumas lições básicas sobre astronomia e geometria, como também a contar nos dedos, a ler e a escrever os algarismos romanos.

Durante a Idade Média, um método de divisão utilizado consistia em usar os fatores do divisor e recebia o nome “per repiego”, ou seja, decomposição em fatores. Por exemplo, para dividir 9876: 48, tomando os fatores 6 e 8 de 48, dividia-se primeiro 9876 por 6, obtendo como resultado 1646. Em seguida, dividia-se 1646 por 8, obtendo 205 6/8 ou 205 ¾ (podemos notar que o resultado é apresentado usando números inteiros e fracionários). Apesar de a representação decimal dos números racionais não ser usada ainda, nesse momento histórico, nota-se a utilização das frações equivalentes ao apresentar o resultado de duas maneiras: (205 6/8 ou 205 ¾).

Como salientamos anteriormente, os árabes tiveram papel fundamental na organização e na divulgação dos saberes hindus relativos ao sistema de numeração e aos métodos de cálculo. Para Ifrah (2005), Mohammed Ibn Mussa al-Kho-warizmi teve uma importância singular, devido, principalmente, a duas obras que contribuíram para a divulgação dos métodos de cálculo e os procedimentos algébricos de origem hindu, primeiro no mundo árabe e depois no ocidente cristão. A primeira versava sobre aritmética e a outra, sobre álgebra. O nome al-Kho-warizmi transformou-se, pela influência latina, em alchoarismi, depois, algorismi, algorismus e, por fim, em algoritmo.

Por muito tempo, o termo algoritmo foi usado na Europa para se referir ao cálculo inventado pelos árabes, “antes de adquirir a acepção mais ampla que hoje lhe atribuímos, ou seja, todo procedimento matemático que consiste em passar automaticamente e num encadeamento rigoroso de uma etapa à seguinte” (Ifrah, 2005, p.299).

Como exemplo dessa influência, podemos citar a ampla utilização do método do galeão pelos europeus. Este, de acordo com Boyer (1996), foi usado na Índia desde o século doze, depois, na Arábia, em seguida na Itália nos séculos quatorze e quinze. E, posteriormente, por toda a Europa. O nome galeão deve-se ao fato do seu desenho assemelhar-se a um navio conforme mostra a figura abaixo:

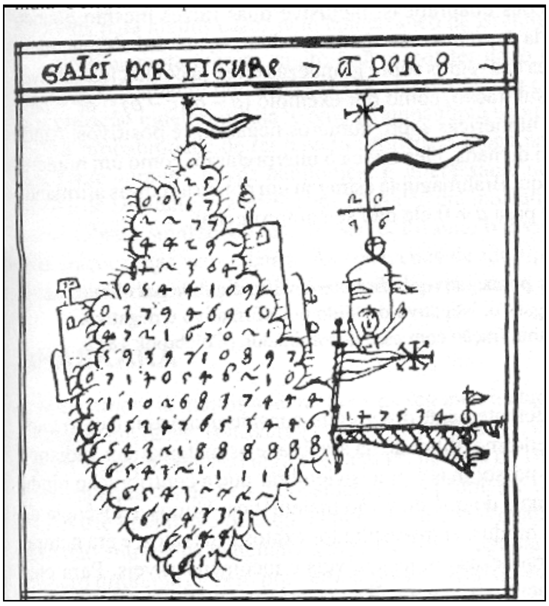


Figura 12 – Divisão em galeão, século dezesseis, extraído de manuscrito não publicado de um monge veneziano (Boyer, 1996, p. 149).

Para ilustrar o método, podemos observar a divisão 44.977 por 382. Nele, o dividendo aparece no meio, e as subtrações são executadas cancelando dígitos e colocando as diferenças acima dos minuendos, já o resto aparece acima e à direita.

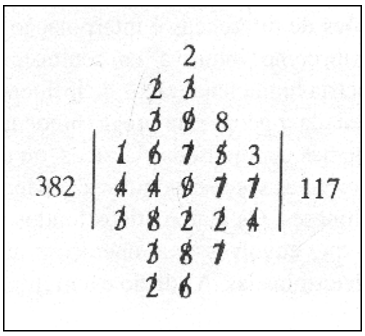


Figura 13 – síntese do método de divisão (Boyer, 1996, p.148).

Uma explicação detalhada é apresentada em Eves (2002), para a divisão (9.413 : 37).

1. Escreva o divisor, 37, abaixo do dividendo, como se mostra ao lado. Obtenha, da maneira habitual, o primeiro algarismo do quociente, 2, e escreva-o à direita do dividendo.

9413 | 2
37

2. Faça mentalmente: 2 × 3 = 6 e 9 – 6 = 3. Risque o 9 e o 3 e escreva 3 acima do 9. Faça mentalmente: 2 × 7 = 14, 34 – 14 = 20. Risque 7, 3 e 4 e escreva 2 acima do 3 e 0 acima do 4.

2
30
9413 | 2
37

3. Escreva o divisor, 37, uma casa à direita, diagonalmente. O dividendo resultante após o Passo 2 é 2013. Obtenha o próximo algarismo do quociente, 5. Faça mentalmente: 5 × 3 = 15, 20 – 15 = 5. Risque 3, 2 e 0 e escreva 5 acima do 0. Faça mentalmente: 5 × 7 = 35, 51 – 35 = 16. Risque 7, 5 e 1 e escreva 1 acima do 5 e 6 acima do 1.

1
25
306
9413 | 25
377
3

4. Escreva o divisor, 37, mais uma vez, uma casa à direita e diagonalmente. O dividendo resultante após o Passo 3 é 163. Obtenha o próximo algarismo do quociente, 4. Faça mentalmente: 4 × 3 = 12, 16 – 12 = 4. Risque 3, 1 e 6 e escreva 4 acima do 6. Faça mentalmente: 4 × 7 = 28, 43 – 28 = 15. Risque 7, 4 e 3 e escreva 1 acima do 4 e 5 acima do 3.

11
254
3065
9413 | 254 — 1 5
3777
33

5. O quociente é 254 e o resto é 15.

Figura 14 – Explicações sobre a divisão em Galeão (p.324).

Apesar da descrição detalhada, o grande número de passos, prejudica, sem dúvida, o entendimento. É importante ressaltarmos que esse método aparece, na literatura consultada, em vários momentos, como por exemplo, na Aritmética de Treviso[3] – 1478, citada em Boyer (1996). Nessas várias apresentações, é comum, a utilização de diferentes explicações ou de representações criadas pelos autores para facilitar o entendimento como, por exemplo, nessa operação 65 284: 594 cujos procedimentos de cálculos são apresentados separados em passos.

[3] "A mais antiga aritmética impressa é a anônima e hoje extremamente rara *Aritmética de Treviso*, publicada em 1478 na cidade de Treviso. Trata-se de uma aritmética amplamente comercial, dedicada a explicar a escrita dos números, a efetuar cálculos com eles e que contém aplicações envolvendo sociedades e escambo. Foi o primeiro livro de matemática impresso no mundo ocidental" (Eves, 2002, p.299).

Passo 1	Passo 2	Passo 3	Passo 4	Passo 5	Passo 6
	1	16	5	5	5
65284 1	65284 1	65284 1	168	168	168
594	594	594	65284 1	65284 10	65284 109
			594	5944	59444
				59	599
					5

Figura 15 – Explicação detalhada organizada em passos (Eves, 2002, p.324).

Resgatamos, contudo, apenas uma parte do método, já que ele se estende por duas páginas. Em síntese temos:

15
533
16778
65284 109
59444
599
5

Logo, 65284 : 594 = 109, com resto 538.

Trata-se de um método que alia divisões sucessivas por 1 ao acúmulo do resto, considerando uma casa decimal por vez. Assim, do passo 1 para o passo 2 temos: 6 : 5 é igual a 1 e sobra resto 1. Percebe-se o número 1 após a barra e o número em destaque no passo 2 logo acima do número 6. Continuando, temos do passo 2 para o 3, o seguinte procedimento: 65 : 59 é igual a 1 e sobra resto 6. Percebe-se o número 6 ao lado do número 1, logo acima do 6 e do 5 do número em questão.

Analisando os passos, percebemos um momento diferenciado do passo 3 para o 4, no qual a idéia de casa decimal é evidenciada. Nesse momento, temos: 652:594 é igual 1 e sobra 58. Na colocação do resultado, observa-se que o número 5 é colocado acima dos demais, ao passo que o 8 é colocado ao lado dos demais, formando 1 6 8. E, assim, sucessivamente.

A presença desse método pode ser observada em vários momentos e em deferentes locais da Europa, o que, em nossa análise, demonstra o quanto ele foi usado, apesar de longo e de conter muitos passos. Embora utilize vários passos, já se assemelha ao atual algoritmo-padrão da divisão, no que diz respeito à execução da divisão separando as casas decimais e por iniciar da esquerda para a direita.

Em suma, analisando os vários métodos apresentados, podemos notar que eles eram realizados a partir de inúmeros passos, o que sem dúvida dificultava tanto o entendimento quanto o registro. Artifícios como sublinhar, riscar, entre outros, foram usados na tentativa de reter alguma informação ou descartar passos já executados. Diante disso, podemos entender o porquê de a divisão ser colocada, na literatura pesquisada, como a mais difícil das operações. Como por exemplo, em Pacioli (1494, citado por Eves, 2002, p. 308) *"se um homem pode dividir bem, tudo mais se torna fácil"*, ou ainda, em Ifrah (2005, p.306), ao relatar a história de um funcionário da marinha de guerra britânica em 1663 e suas instruções familiares. "Minha mulher agora é capaz de efetuar sem dificuldade adições, subtrações e até multiplicações. Mas não ouso ainda perturbá-la com a prática das divisões".

De acordo com Boyer (1996), a divisão era considerada uma das quatro operações fundamentais (Aritmética de Treviso, 1478) e, em geral, era conhecida como divisão (Fibonacci, 1202) ou partição, mas muitos estudiosos usavam ambos os termos (Paccioli, 1494). Uma segunda definição muito usada era “encontrar um número que está contido certo número de vezes no dividendo”.

Geralmente, eram dados nomes somente para dois dos números usados na divisão, o “numerus dividendus” (número a ser dividido) e o “numerus divisor” (número que divide), não atribuindo nome específico algum para o quociente e o resto. Nomes como “resposta” ou “resultado” aparecem para designar o quociente. O divisor era comumente chamado “parter” (partidor) ou “dividens” (dividindo).

Encontramos registros de um método de divisão chamado “danda” usado, provavelmente, no século XV e considerado um dos precursores do nosso método atual de divisão (considerando o algoritmo-padrão – divisão longa). Um dos primeiros registros data de 1460. Contudo, é impossível situar o momento exato do aparecimento do atual algoritmo-padrão, já que ele foi se desenvolvendo ao longo do tempo e, com certeza, incorporando processos advindos dos mais diferentes métodos.

Em síntese, podemos dizer que os registros históricos da prática da divisão, nas civilizações antigas, apresentam indícios do raciocínio multiplicativo e proporcional para a resolução de muitas situações, como também a presença da subtração na construção de algoritmos para a divisão. Outro ponto de destaque foi a presença da relação necessidade/resolução, ou seja, a presença de problemas (em campo) ou criados para fins de instrução gerar a criação de procedimentos (algoritmos) para a sua resolução.

1.1.3 – Números racionais

Neste item, temos como objetivos: compreender a construção histórico-social dos conceitos de fração, número fracionário e número racional, bem como o surgimento dessa terminologia.

De acordo com Eves (2002), os números inteiros são abstrações que surgiram do processo de contar coleções finitas de objetos. Todavia, as necessidades da vida diária requereram das civilizações antigas, além da contagem de objetos individuais, a medição de várias grandezas, como comprimento, massa e capacidade. Para satisfazer "essas necessidades básicas referentes a medições, necessita-se de frações, pois raramente acontece de um comprimento, para citar um exemplo, contar um número exato de vezes uma unidade linear" (p.105).

A prática da medição foi apontada, de modo unânime, pelos diferentes autores, como usual em diferentes civilizações. Os egípcios antigos, por exemplo, imbuídos nas atividades de produção de pães e cerveja, balanceamento de ração e armazenamento de grãos, utilizavam os nomes das partes do corpo para nomear suas unidades de medida de comprimento, sendo a principal o cúbito (52,3 cm) que era divido em sete palmos que, por sua vez, era dividido em quatro dedos. Já os chineses, na China antiga, usavam o *pi* que equivale a 4 *zhang* que, por sua vez, equivale a 10 *chi*, para medir tecidos ou, ainda, os ingleses, por volta de 1114, que usavam a jarda como padrão de unidade de medida de comprimento, impulsionados pela ampla utilização da unidade entre os alfaiates.

Outras duas idéias importantes são apresentadas, nas obras consultadas, como decorrentes das práticas de medição. A primeira relacionada à necessidade de fracionamento da unidade de medida, originando assim, a relação parte-todo; a segunda, a criação de tabelas (*tábuas*) de conversão, ou seja, tabelas que relacionavam tanto as subunidades de determinada unidade como unidades diferentes para uma mesma grandeza. Essas idéias, aliadas à necessidade de registro, impulsionaram os diferentes povos a produzir sistemas de representação para as frações.

Para Bell (1996), análises dos Papiros de Rhind e Moscou mostraram que os egípcios tinham certa familiaridade com as frações, devido a problemas neles encontrados. Contudo, essas eram escritas de forma diferente da que conhecemos hoje. Eram reduzidas à soma de frações unitárias – frações com numerador 1. Exceto o ½ e o 2/3 para os quais existiam símbolos especiais. As frações unitárias eram indicadas, na notação hieroglífica egípcia, pondo-se um símbolo elíptico sobre o número do denominador. Um símbolo especial era usado também para a fração 2/3 e outro símbolo, às vezes, aparecia para ½, como mostra a figura abaixo:

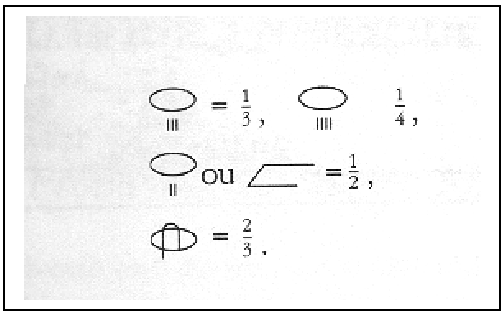


Figura 16 – Registros fracionários egípcios e seus correspondentes atuais (Eves, 2002, p. 73).

Na literatura encontramos vários exemplos de tábuas de conversão, como a destacada abaixo, com a decomposição em fracionários unitários de números do tipo n/10, com n variando de 1 a 9.

n	n/10
1	1/10
2	1/5
3	1/5 + 1/10
4	1/5 + 1/5
5	1/2
6	½ + 1/10
7	2/3 + 1/30
8	2/3 + 1/10 + 1/30
9	2/3 + 1/5 + 1/30

Figura 17 – Exemplo de uma tábua de conversão (Eves, 2002, p. 73).

Bell (1996) relata que essa representação egípcia foi utilizada por séculos e pode ser encontrada ainda na métrica de Heron ($\cong$ 100 d.C.), em que uma aproximação para $\sqrt{63}$ é dada por $7 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16}$. Ressalta que essa representação persistiu até a Idade Média, quando Fibonacci utilizou-a em seu *Liber Abaci*, de 1202.

Segundo Ifrah (2005), os babilônios, utilizando seu sistema de numeração de posição com base sessenta, foram os primeiros a atribuir às frações uma notação em sua análise racional. Eles efetuavam conversões em frações sexagesimais (frações cujo denominador é igual a uma potência de 60), como mostra o registro abaixo:

33 min 45 s	$\frac{33}{60h} + \frac{45}{3.600h}$

Figura 18 – Exemplo da notação desenvolvida pelos babilônios (Eves, 2002, p. 73).

Contudo, mesmo manipulando essa representação em diferentes situações, não chegaram ao uso da vírgula para diferenciar os inteiros das frações sexagesimais da unidade. Sem a vírgula ou qualquer outro símbolo que diferenciasse os inteiros das frações, a notação era extremamente ambígua, podendo ser compreendida somente no contexto de sua produção.

Os gregos, desde o segundo milênio a.C., apresentavam nos textos matemáticos e em documentos, tais como declaração de propriedade, cálculos e registros de moedas, taxas e realizações de arquitetura, representações para as frações. Estas eram escritas colocando um pequeno traço vertical ao lado e à direita dos símbolos dos números inteiros que representava o denominador de fracionários unitários. Para Boyer (1996), os fracionários não unitários eram representados pelo numerador seguido do denominador acentuado. Posteriormente, passaram a ser escritos de maneira bem próxima à atual, um numeral sobre o outro e, geralmente, sem nenhum traço entre numerador e denominador. Na Grécia, a palavra número era usada somente para os inteiros, uma fração não era considerada como um ente único e sim como uma razão ou relação entre inteiros.

Os romanos utilizavam as frações nos cálculos com moedas e para a realização de medidas. Cada fração tinha um nome especial e mantinha, geralmente, o denominador 12 como uma constante tal como os egípcios e os gregos operacionalizavam com frações unitárias.

Os chineses conheciam as operações sobre as frações comuns, para as quais achavam o mínimo denominador comum. Assim como em outros contextos, representavam com analogias o numerador – filho – e o denominador – mãe. A ênfase sobre Yin e Yang (opostos) contribuiu na manipulação das regras de frações. Essa civilização utilizava-se da decimalização de frações, buscando facilitar a manipulação (Boyer, 1996).

Na análise de Eves (2002), como na Mesopotâmia, uma metrologia sexagesimal levou à numeração sexagesimal; também, na China, a adesão à idéia decimal em pesos e medidas teve como resultado um hábito decimal no tratamento de frações que, ao que se diz, pode ser encontrado já no século quatorze a.C. Artifícios decimais na computação eram às vezes adotados para facilitar a manipulação de frações. Em um comentário do primeiro século aos Nove Capítulos, por exemplo, vemos o uso das regras para raízes quadradas e cúbicas, equivalentes a $\sqrt{a} = \sqrt{100a}/10$ e $\sqrt[3]{a} = \sqrt[3]{100a}/10$ que facilitam a decimalização das extrações de raiz.

Quanto à civilização indiana, temos registros sobre Aryabhata, autor de um dos mais antigos textos matemáticos indianos, seu tratado de número 476 dedica um capítulo às frações (Boyer, 1996).

Os indianos possuíam concepção única para os números inteiros e fracionários, pois os números inteiros já eram considerados como frações com a unidade no denominador. Para designar essa situação, era usado o termo *rapa-bhapa* para nomear a fração 1/1. A notação moderna das frações ordinárias é, na análise dos diferentes autores consultados, atribuída aos hindus. Estes, na manipulação de sua numeração decimal posicional simbolizaram a fração de modo bem semelhante ao que é praticado nos dias atuais.

34 (Numerador)
1.265 (Denominador)

Figura 19 – Exemplo da representação fracionária dos hindus (Ifrah, 2005, p. 327).

Essa notação foi posteriormente adotada e aperfeiçoada pelos árabes, acrescentando uma barra horizontal, da mesma forma que escrevemos nos dias atuais (Boyer, 1996).

Na Europa, como destacamos anteriormente, a aceitação dos algarismos indianos e do sistema de escrita posicional de base 10 foi lenta e gradativa, já que a utilização dos algarismos romanos era majoritária nessa cultura. Foi com o livro *Líber Abaci* (1202), de Fibonacci, que a escrita fracionária ficou conhecida na Europa. Em seus escritos, referiu-se à representação fracionária unitária e estes influenciaram praticamente todas as aritméticas comerciais da época medieval e da renascentista.

> É uma das ironias da história que a vantagem principal da notação posicional – suas aplicabilidades a frações – escapasse quase que completamente aos que usavam os numerais indo-arábicos durante os primeiros mil anos de sua existência. [...] Fibonaci [...] usou três tipos de frações – comuns, sexagesimais e unitárias – mas não frações decimais. Usou muito as comuns e as unitárias (Boyer, 1996, p.185).

Nos séculos XI e XII, de um lado a aritmética indo-arábica produzia um sistema de numeração e de escrita de frações, no qual o numerador era colocado sobre o denominador e, de outro, as tradições judias exprimiam as frações por intermédio de uma linguagem retórica como quantidades de partes de unidades originadas dos pesos e medidas.

Na segunda metade do século XV, a principal linha de desenvolvimento da matemática era impulsionada pelo comércio, pelas navegações, astronomia e agrimensura. As frações passaram a fazer parte do cotidiano das pessoas, e os tipos de representação e conceitos da antiguidade foram aperfeiçoados e adaptados às soluções dos problemas da época. Somente a partir do século XVI, as frações com numeradores maiores que o inteiro apareceram e como expressão de divisão em livros do século XIX e XX.

Para Ifrah (2005), o uso da vírgula, tal como praticamos hoje, foi resultado de uma longa trajetória, como podemos notar na síntese abaixo:

Ano	Estudioso	Comentários
1582	Simon Stévin (Belga)	Anotou: 679 (0) 5 (1) 6 (2) 7 (3) para designar 679 unidades inteiras, 5 “unidades decimais da primeira ordem” ou décimos, 6 “unidades decimais da segunda ordem” ou centésimos e 7 “unidades da terceira ordem” ou milésimos.
1592	Jost Burgi (Suíço)	Anotou: 679^0 567 simplificando a notação anterior.
1592	Magini (Italiano)	Anotou: 679.567 substituindo a “bolinha” por um ponto colocado entre o algarismo das unidades e o das dezenas.
1604 Aprox.	Wilbord Snellius (Holandês)	Anotou: 679,567

Figura 20 – Síntese produzida com base nas informações de Ifrah (2005, p. 328).

Na penúltima linha, podemos observar a origem da notação usada nos dias atuais, nos países anglo-saxões, a qual se mostra presente, também, em muitas calculadoras atuais. Já, na última linha, vemos a origem da notação usada atualmente em muitos países, em especial, no Brasil.

Como podemos notar nos parágrafos anteriores, diferentes civilizações criaram e interagiram com diferentes sistemas de representação para as frações, ou seja, diferentes registros, até a consolidação da configuração atual. Paralelamente a essa trajetória, e em função de diferentes necessidades e, em diferentes contextos, esses mesmos povos também operaram com as frações, seja por meio de adições, subtrações, multiplicação, seja pela divisão.

No Papiro de Rhind, por exemplo, encontramos a resolução de um problema que buscava identificar 2/3 de 1/5. A partir dessa resolução, conhecemos algumas das noções gerais utilizadas pelos egípcios.

> Para a decomposição de 2/5 o processo de dividir ao meio é inadequado; mas começando com um terço de 1/5 encontra-se a decomposição dada por Ahmes, 2/5 = 1/3 + 1/15. No caso de 2/7

> aplica-se duas vezes a divisão por dois a 1/7 para obter o resultado 2/7= ¼ + 1/28. A obsessão egípcia com dividir por dois e tomar a terça parte se percebe no último caso da tabela 2/n para n=101. Talvez um dos objetivos da decomposição de 1/2n fosse chegar a frações unitárias menores que 1/n (Boyer, 1996, p. 11).

Em relação à divisão envolvendo fracionários, Boyer (1996) apresenta e comenta o problema 70 do papiro de Rhind que trata da divisão de 100 por 7 + ½ + ¼ + 1/8. Para o autor, a técnica utilizada na resolução é a duplicação sucessiva do divisor, o que gera enorme seqüência de passos. Como por exemplo: Primeiramente, obtemos 15 + ½ + ¼, depois 31 + ½ e, finalmente, 63 que é 8 vezes o divisor. Mas, como dois terços do divisor dão 5 + 1/4, o divisor quando multiplicado por 8 + 4 + 2/3 dará 99 ¾ faltando ¼ para o produto 100 que se almeja. Na análise do autor, este foi um procedimento inteligente, pois, como 8 vezes o divisor é igual a 63, resulta que o divisor quando multiplicado por 2/63 produzirá ¼. Da tabela para 2/n, extrai-se que 2/63 é equivalente a 1/42 + 1/126; portanto, o quociente procurado é 12 + 2/3 + 1/42 + 1/126.

Entretanto, ao analisarmos os inúmeros passos, observamos a presença de duas noções amplamente citadas nos dias atuais, em estudos sobre o ensino e a aprendizagem dos números racionais. São elas: a noção da fração como operador multiplicativo *e* quociente. Ademais, percebemos que a notação fracionária dos egípcios, apesar de ser realizada por meio de inúmeros passos, foi largamente utilizada. Não faremos, aqui, avaliação alguma com a finalidade de julgar como mais ou menos apropriado tal procedimento, uma vez que, do ponto de vista didático, o mais apropriado é aquele que se mostra mais compreensível para seus usuários.

Em toda a literatura consultada, encontramos inúmeros exemplos de situações que exigiam, para a sua solução, cálculos com números fracionários, como, por exemplo, na situação abaixo, referente à construção civil entre os mesopotâmios (2000 e 1700 a.C).

Problema	Legenda	Resolução
Uma parede. A largura é 2 cúbitos, o comprimento é 2,5 nindam, a altura 1,5 nindam. Quantos tijolos?	▪ Um nindam equivale a 12 cúbitos (unidade de medida de comprimento); ▪ 4 1/6 nindam equivalem a 250 sar que por sua vez equivalem a 2,5 iku.	Multiplica 2 cúbitos, a largura, por 2,5 nindam, o comprimento. Verás 5/12 (a área). Multiplica 5/12 por 18, a altura. Verás 7,5 sar de volume. Multiplica 7,5 por 6, o coeficiente da parede. Verás 45. Os tijolos são 45 sar.

Figura 21 – Exemplos de cálculos fracionários presente nas obras consultadas.

É importante ressaltarmos que a noção de número fracionário é bem posterior à realização desses cálculos. Nessa ocasião, estes não eram considerados números e sim uma razão ou relação entre inteiros.

A prática do cálculo com fracionários e as emergentes demandas da vida social e econômica, aliadas ao interesse de tornar rotineira a execução desses cálculos, são pontuados como a provável gênese dos cálculos em busca de valores fracionários desconhecidos, ou seja, do cálculo algébrico. Essas situações foram identificadas desde as tábuas babilônias, nos papiros egípcios, nos nove capítulos chineses, nas obras de Aryabhata (499), de Bhaskara (1150) e Fibonacci (1202), conforme figura abaixo:

Ano	Situação
499, Índia Aryabhata	…qual é o número que multiplicado por 3, aumentado por ¾ do produto, divido por 7, reduzido em um terço do resultado, depois multiplicado por ele próprio, depois reduzido de 52, cuja raiz quadrada é então extraída antes de ser adicionado 8 e divido por 10, é igual a 2?
830, Al-Khwarizme, árabe	Dividi dez em duas partes e dividi a primeira pela segunda e a segunda pela primeira e a soma dos quocientes é 2 + 1/6. Descobri as partes.
1202, *Liber Abaci*, Europa	Certo jovem viveu alguns anos; se viver tanto como já viveu, e de novo a mesma quantidade de anos, e ¼ e 1/3 dos anos que já viveu, e mais um ano, ele terá

	vivido 100 anos.
1960, Sangiorgi	Pensei em um certo número, a seguir acrescentei 7 a esse número e multipliquei o resultado por 4. Subtrai depois 5 e obtive o número 310. Que número pensei?

Figura 22 – Exemplos de cálculos em busca de valores fracionários desconhecidos.

Na bibliográfia consultada, encontramos registros da prática de instrução desde a antiguidade e esta, na maioria das vezes, se deu a partir do uso de situações hipotéticas relacionadas às atividades reais da prática cotidiana de alguma categoria social. Situações ora coerentes, ora incoerentes, como mostra o exemplo a seguir:

Ano	*Situação*	*Notação*
Entre 2004 e 1595 a.C. Mesopotâmia	Encontrei uma pedra, mas não a pesei. Depois lhe somei a sétima parte do seu peso e depois a décima primeira parte desse novo peso. Pesei o total: 1 mana. Qual é o peso original da pedra?	$\frac{1}{7}x + \frac{1}{11}X\ \frac{1}{7}x = 1$

Figura 23 – Exemplos de situações criadas para as práticas de ensino.

Os dados até aqui apresentados foram distribuídos em conformidade com uma linha imaginária de tempo, mas em nenhum momento, entendemos que tais fatos ocorreram de modo linear. Ao contrário, as necessidades de medir, distribuir, comparar, entre outras, aliadas à necessidade de registro, de cálculos e de ensino se fizeram presentes nas diferentes civilizações da antiguidade à contemporaneidade.

Esses dados dizem-nos muito sobre a gênese dos números racionais e de sua notação. Contudo, pouco nos ajudam a entender o caminho percorrido por essas idéias até os dias atuais, como, por exemplo, do ponto de vista da prática escolar, entender como esse conhecimento fora transposto para os livros e obras didáticas ou como essa transposição influenciou o ensino desse conhecimento na escola. Em outras palavras, indícios da passagem da Matemática (conhecimento construído pelo Homem) para a Matemática Escolar (matemática apresentada nos currículos, nas orientações oficiais para o ensino, nos livros didáticos). Diante disso, optamos por buscar na história mais recente algumas respostas a essas questões.

Para essa fase, adotamos como guia as obras de Valente (1997) e Schubring (2003). Na primeira, o autor conta-nos a história da matemática escolar no Brasil, focando o período de 1730 a 1930, na qual destaca a origem da instituição escola em nosso País; a elaboração dos primeiros materiais impressos destinados ao ensino de matemática e quais autores e materiais influenciaram esse início. Na segunda, o autor apresenta como intitulado por ele, um estudo sistemático sobre o uso de livros de matemática ou livros-textos.

Nas análises de Schubring (2003), ele destaca como as notas de aula escritas e a oralidade, em algumas civilizações, foram fundamentais para a prática da instrução, antes da produção em série de livros-textos, fruto do advento da imprensa. Enfatiza que os primeiros livros-textos impressos serviram, em demasia, aos interesses do comércio alemão. Destaca, também, que além da demanda do comércio, o Humanismo incentivou o interesse pela Idade Clássica, fazendo com que os textos gregos e romanos fossem editados e impressos, surgindo assim a primeira edição da obra *Elementos*, de Euclides, em 1482.

Outro aspecto de destaque em sua obra é a análise que indica que, a partir da Revolução Francesa, a escolarização tornou-se mais necessária e com isso houve o aumento da produção de livro-texto. No caso da matemática, destacam-se: a obra de Euclides que passa por uma reedição; e o curso de matemática elementar de Lacroix. Ademais, descreve a relação entre o livro-texto e a prática docente. Destaca também como a utilização do livro-texto já era muito mais por força política do que por autonomia do professor e/ou do Estado, em usá-lo ou não ou, ainda, em optar por outro material. Fica evidente, em suas análises, que a Alemanha e a França dominaram a produção de livros-textos. Ressalta que a supremacia foi ao ponto de que, quando não se adotavam as obras traduzidas, as produções em outros países baseavam-se nas obras francesas e alemãs, a exemplo, a obra de Bézout (1739-1783) e Lacroix (1765-1843).

Na análise de Valente (1997), é na obra *Cours de Mathématiques*, de Étienne de Bézout (1739-1783), elaborado para candidatos à escola da marinha, e muito utilizado no final do século XVII e início do século XIX, que aparece pela primeira vez a representação fracionária tratada efetivamente como representante de números. Ele utiliza o termo fração para indicar o que atualmente chamamos de números mistos, e o termo números fracionários para o que hoje chamamos de frações ordinárias, ou seja, menores que a unidade. Essa obra, de acordo com Valente, representou a universalização da matemática escolar ensinada na Europa.

Já a obra de Lacroix (1765-1843) mostra as dízimas periódicas, mostra igualmente que o conjunto dos números racionais é a reunião dos decimais exatos com essas dízimas e, também, que os fracionários decimais fazem com que o sistema métrico decimal seja introduzido naturalmente. Para Valente (1997), foram essas as duas obras que mais influenciaram os primeiros autores de livros didáticos no Brasil, os quais começaram a ser produzidos a partir de 1830.

Nas muitas análises realizadas por Valente, em sua obra, três merecem destaque, visto os nossos objetivos neste item. A primeira, diz respeito a uma publicação de 1817 de Bourdon, *Éléments d´Álgebre e Éléments d´Arithmétique*. Nela é expresso:

> O sinal de divisão, que consiste em dois pontos : que se coloca entre o dividendo e o divisor, ou ainda, em uma barra ___, acima e abaixo do qual se coloca respectivamente

> o dividendo e o divisor. Assim, 24:6 ou $\frac{24}{6}$ se enuncia 24 divido por 6, ou o quociente de 24 por 6. $\frac{a}{b}$ ou a:b se enuncia a divido por b. Se diz ainda a sobre b (Bourdon citado por Valente, 1997, p. 45).

A segunda refere-se à obra de Euclides Roxo, *Curso de Mathematica Elementar,* publicada em 1929. Nela, o autor escreve: “quando a unidade suposta é dividida em um certo número de partes iguais e se tomam uma ou mais dessas partes, o resultado assim obtido chama-se fração” e apresenta como exemplo, o caso: “Seja AB um segmento que representa a unidade de comprimento dividida em 20 partes iguais, de modo que cada parte é um-vigésimo da unidade”. De acordo com Valente (1997), a intenção do Euclides, ao fazer uso de imagens geométricas, foi de facilitar o entendimento de seus leitores. Se observarmos a escrita de Euclides Roxo, notamos a presença da relação parte-todo num contexto de medida. Esse fato fica explícito ao empregar o termo unidade em vez de um inteiro.

A terceira, por sua vez, refere-se a uma publicação de Osvaldo Sangiorgi, para a primeira série do então chamado curso ginasial, em 1960. Nela o autor apresenta os números fracionários com base no que chama noção intuitiva de fração, utilizando a figura de um chocolate dividido em três partes iguais acompanhada da seguinte afirmação: “A primeira idéia de fração nos é dada quando dividimos um objeto (que nesse instante representa uma unidade) em um número qualquer de partes iguais e consideramos uma ou algumas dessas partes”. Logo em seguida, define: “Número fracionário ou fração é um número que representa uma ou mais partes da unidade que foi dividida em partes iguais” (Sangiorgi citado por Valente, 1997, p.117).

Essas obras definidas por Valente como marcos da história recente sobre a presença dos números fracionários nos livros didáticos, em nossa análise, são essenciais para a discussão deste capítulo, uma vez que apresentam: a gênese do vínculo entre fração e divisão e do uso de figuras geométricas e de representações de “chocolate” para o ensino de frações.

1.2 – Elementos de síntese e implicações didáticas

As principais informações dos itens anteriores revelam, sem dúvida, uma história de "atividade", de construção. Ademais, revelam uma história coletiva, a gênese, a socialização, a validação, a re(construção) e a institucionalização de muitos objetos[4] matemáticos. Contudo, fica também evidente que essa construção não foi "isolada", tampouco esteve desvinculada de interesses sociais, econômicos e políticos, como acompanhamos nos casos de rejeição: a objetos e a ferramentas construídos por hindus e outros povos na Europa, à criação de procedimentos mais rápidos para atender às demandas do comércio; à supremacia na produção e divulgação de livros-textos de matemática pela Alemanha e França e muitos outros.

Observamos, também, algumas similaridades em relação à construção dos conceitos relacionados ao sistema de numeração decimal, à divisão e ao número racional, são elas: 1/ a gênese desses conceitos como resultado das ações do homem para a solução de um problema; 2/ a construção de novos conceitos como resultado da apropriação de conceitos já construídos e de sua utilização em busca de solução para novos problemas; 3/ o registro de procedimentos (algoritmos) como organizador do pensamento, elemento para a validação de tais procedimentos entre pares e/ou entre civilizações, elemento para a socialização de procedimentos e conceitos e elemento para embasar as situações de instrução; 4/ a presença da instrução ora com a utilização de problemas elaborados a partir do contexto social dos que a buscavam ora elaborados a partir de situações hipotéticas algumas coerentes outras incoerentes.

Em relação à construção de conceitos relativos ao sistema de numeração decimal notamos o uso e a observação do corpo, em especial, mãos e dedos, como primeiro

[4] Entendemos objeto assim como descrito na dialética ferramenta-objeto. Para mais informações, ver, por exemplo, Douady, Régine. *Jeux des cadres et dialectique outil-objet.* RDM, VII, v. 72, p. 5-31, Grenoble, 1986.

elemento de análise; a construção e compreensão do princípio aditivo, multiplicativo e de posição e a presença do zero nessa escrita a partir da busca de solução para problemas e análise de soluções já encontradas. Estas, geradas pelas necessidades sociais de uma escrita numérica eficiente para o registro de quantidades seja para números pequenos, seja para números grandes.

Tais constatações levam-nos a indagar como as crianças, nos dias atuais, têm construído suas histórias individuais e coletivas em relação a esses conceitos? A escola, nos dias atuais, permite ou gera em ambiente de sala de aula e fora dela momentos para a análise das escritas numéricas? Ela permite que as crianças socializem suas teorias sobre os significados que atribuem à escrita numérica que observam desde os primeiros anos de vida?

Observamos que as diferentes civilizações organizaram a contagem de diversos modos, uns agruparam elementos de dois em dois, outros de dez em dez, outros de sessenta em sessenta e, a partir dessa noção, construíram o conceito de base. A escola, nos dias atuais, permite ou gera em ambiente de sala de aula e/ou fora dela experiências de agrupamentos variados? Notamos que a compreensão do princípio aditivo, multiplicativo e de posição foi construída ao longo de muitos séculos, e muitos povos nunca a construíram. A escola, nos dias atuais, permite ou gera experiências em prol da compreensão de cada um desses princípios? Ou, ainda, permite ou gera experiências em prol da compreensão do significado desses três princípios na escrita numérica?

Ademais, observamos que o conhecimento da construção e da consolidação do sistema de numeração decimal ao longo do tempo permite uma série de análises conceituais e didáticas. A escola, atualmente, permite ou gera experiências para que o professor da Educação Básica conheça essa construção e reflita sobre ela? Os cursos de formação de professores permitem ou geram experiências para que o futuro professor da Educação Básica conheça essa construção e reflita sobre ela?

Os dados evidenciaram que muitas civilizações consideradas avançadas enfrentaram dificuldades em conceituar o zero e entender o seu significado na escrita numérica, por isso seus sistemas numéricos só eram eficazes para notar e registrar números, não avançando para a prática das operações aritméticas. Como a escola de hoje coloca em análise a presença do zero na escrita numérica?

Nesse sentido, entendemos assim como Brandt (2005), que a representação de quantidades foi uma das primeiras manifestações da conduta humana e observamos, no item 1.1.1, o árduo caminho trilhado pela humanidade para a construção de um sistema apropriado para essas representações. Os diversos registros mostraram essa caminhada, pontuada por idas e vindas até o alcance de um sistema eficaz e de notórias vantagens. Porém, tais vantagens podem ser desprezadas e desvalorizadas se forem simplesmente manipuladas de forma mecânica nas relações de ensino e aprendizagem geradas dentro e fora da escola.

A respeito da construção dos conceitos relacionados à divisão, destacam-se a presença de problemas reais – os procedimentos de cálculo eram construídos para a resolução de uma situação real (em campo); problemas que simulavam situações vivenciadas por determinados grupos; presença de situações de divisão por quotas; a construção de algoritmos diversos para a resolução dos problemas, alguns longos, outros curtos; a divisão vista como multiplicação a.1/b; a presença de sucessivas subtrações nos algoritmos para o cálculo de divisão e a presença dos conceitos de razão e proporção em muitos dos procedimentos de resolução de divisões.

Outra observação importante é o fato de muitos dos métodos utilizados constituírem-se de inúmeros passos ora usando riscos, ora apagando números para continuar o processo. Percebe-se, em todos eles, uma exigência altíssima em termos de atenção e de entendimento da lógica do algoritmo, o que implica o domínio da base sobre a qual o sistema de numeração fora construído. Além disso, nota-se que a operação de divisão aparece, na literatura, na análise de diferentes povos, associada a um procedimento “difícil” e que o domínio deste restringia-se “a poucos”.

Tais constatações levam-nos, novamente, a indagar como as crianças, adolescentes e jovens, nos dias atuais, constroem suas histórias individuais de aprendizagem da divisão? A escola cria momentos para a socialização e validação de algoritmos para a resolução de divisões? Como a escola analisa o algoritmo-padrão da divisão? A escola gera oportunidades para que os alunos vivenciem situações de divisão como partilha e como quotas? O sentimento de tarefa difícil associado à divisão é compartilhado entre os alunos nos dias atuais? Como os professores lidam com as questões relacionadas ao ensino e ao aprendizado da divisão? A escola gera oportunidades para a resolução de problemas reais ou fictícios a respeito da divisão?

Em relação ao conceito de número racional, a análise global das obras sinaliza como pontos de convergência entre os diferentes autores que: (1) a gênese da numeração fracionária está relacionada a determinadas práticas sociais, principalmente, as de medição, em que a necessidade de quantificar a grandeza a ser medida e a comparação dessa unidade com o objeto a ser medido, constituiu problema motivador; (2) as frações foram conhecidas na antiguidade, mas na falta de numerações bem constituídas, suas notações foram durante muito tempo mal fixadas, não homogêneas e inadequadas às aplicações práticas; (3) as frações não foram consideradas desde a sua origem como números, inicialmente, foram consideradas como razão ou relação entre dois números inteiros; (4) que a compreensão das frações aparece relacionada a dois tipos de situação: uma real – inserida no cotidiano de algumas pessoas; a outra criada, com adaptações ora coerentes, ora incoerentes – para as práticas de ensino; (5) que a construção das idéias expressas pelos números fracionários foi inicialmente da fração expressa a partir da relação parte-todo (em função da necessidade de fracionamento da unidade de medida); como razão, depois, como operador multiplicativo e quociente; e, posteriormente, como divisão.

Algumas indagações relacionadas ao ensino e à aprendizagem desses conceitos na atualidade são possíveis a partir dessas conclusões, por exemplo: Como as situações de medição são criadas e incentivadas na escola e fora dela? Como a escola incentiva o registro e a análise dos registros dessas medições? As imagens de “chocolates desenhados na forma de retângulos e apresentados na posição horizontal” ou figuras geométricas com partes coloridas ainda aparecem nos livros didáticos, nos dias atuais? Fazem parte do trabalho docente em sala de aula? Como a escola trabalha os conceitos de razão e fator multiplicativo? Como a escola trabalha o conceito de número fracionário e de número racional? Como a escola trabalha as representações decimal e fracionária do número racional?

Respostas para as indagações presentes nesse item em relação ao ensino e à aprendizagem dos conceitos relacionados ao sistema de numeração decimal, à divisão e aos números racionais atualmente são vitais para o desenvolvimento desse estudo. Por isso, buscamos no item 1.3 e no Capítulo 2 aportes teóricos e metodológicos que nos oriente na construção dessas respostas.

1.3 – A teoria dos campos conceituais e as estruturas multiplicativas

Em Vergnaud (1996), encontramos alguns relatos do autor a respeito da gênese da Teoria dos Campos Conceituais (TCC). Para tanto, descreve passagens de sua história acadêmica e de como se congregou juntamente com outros pesquisadores em grupos de pesquisa. Comenta, por exemplo, que fez sua tese com Piaget em 1968 e que essa experiência foi decisiva para suas pesquisas posteriores. Avalia que seu orientador trabalhou "bastante com psicologia e educação, mas não trabalhou na sala de aula ensinando matemáticas ou outras ciências" (p.10). Ademais, coloca-se entre os diferentes pesquisadores que desde o fim da década de 1970 se interessaram pelo tema de como ensinar. Argumenta, também, que a partir do momento em que um pesquisador se interessa por "aquilo que se passa na sala de aula este é obrigado a se interessar especialmente pelo conteúdo do conhecimento" (p.10). E, a partir desses fatos, declara que desenvolveu a TCC para melhor compreender "os problemas de desenvolvimento específicos no interior de um mesmo campo de conhecimento" (p.11). E que foi justamente por que se interessou pela teoria que se viu obrigado a desenvolver uma teoria da conceitualização.

Sabemos que tanto Piaget quanto Vygotsky se interessaram por uma teoria da conceitualização. Mas esses dois pesquisadores assumiram focos diferenciados para o estudo da questão. O primeiro dedicou-se às estruturas lógicas e ao desenvolvimento das operações do pensamento e o segundo interessou-se, em especial, pelo papel da linguagem e das formas simbólicas. Para mais informações, ver, por exemplo, Fávero (2005b).

Desse modo, Gérard Vergnaud, psicólogo francês, ampliou e redirecionou, na TCC, o foco piagetiano das operações lógicas gerais, das estruturas gerais do pensamento para o estudo do funcionamento cognitivo do "sujeito-em-situação". De modo diferente de Piaget, tomou como referência o próprio conteúdo do conhecimento e a análise conceitual do domínio desse conhecimento. E a define como:

> Uma teoria cognitivista que visa favorecer um quadro coerente e alguns princípios de base para o estudo do desenvolvimento e da aprendizagem de competências complexas, notadamente das que revelam das ciências e das técnicas (Vergnaud, 1990, p.133).

Para Vergnaud (1993), o conhecimento está organizado em campos conceituais cujo domínio, por parte do sujeito, ocorre ao longo de um extenso período de tempo, por meio de experiência, da maturidade e da aprendizagem. Campo conceitual é, para ele, um conjunto informal e heterogêneo de situações, problemas, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e, provavelmente, entrelaçados durante o processo de aquisição.

Para aqueles, assim como nós, interessados em compreender, “como levar a criança (aluno) a se desenvolver em suas competências” (Vergnaud, 1996, p.11), é importante notarmos que, para Vergnaud, o domínio de um campo conceitual não ocorre em alguns dias, meses ou quem sabe anos. Diferentemente de muitas crenças vivenciadas no meio escolar, para ele, novos problemas e novas propriedades devem ser estudados ao longo de vários anos se desejamos que os sujeitos (alunos), futuros professores e professores - progressivamente os dominem. Além disso, o autor destaca outro aspecto fundamental que diz respeito à atuação de pesquisadores e/ou professores. Em sua análise, não devemos contornar as dificuldades conceituais; elas são superadas à medida que são encontradas e enfrentadas, mas isso não ocorre de modo rápido, tampouco pontual.

A TCC não é uma teoria específica da Matemática, alerta Vergnaud (1993). Contudo, admite que inicialmente esta foi elaborada “para explicar o processo de conceitualização progressiva das estruturas aditivas, das estruturas multiplicativas, das relações número espaço e da álgebra" (p.1). Em física, por exemplo, temos os campos conceituais da mecânica, da eletricidade, entre outros. Mais esclarecimentos sobre a aplicação da teoria dos campos conceituais a domínios da física ver Gomes de Sousa (2001). Ademais, observa-se o desenvolvimento de estudos nessa perspectiva também em biologia, história, educação física, entre outras áreas. É importante destacarmos que os campos conceituais, citados acima, não são independentes e uns podem ser úteis para a compreensão de outros. Contudo, na análise de Vergnaud, é importante falar em distintos campos conceituais se eles puderem ser consistentemente descritos.

Outra análise muito importante para os interesses desse estudo refere-se ao fato de que, para Vergnaud (1993, p.1), "um conceito não pode ser reduzido à sua definição. É através das situações e dos problemas a resolver que um conceito adquire sentido para a criança". Em sua análise, tal processo de construção pragmática é vital para a psicologia e para a didática, como também para a história das ciências. Todavia, alerta que falar em elaboração pragmática não significa abstrair a natureza dos problemas para os quais um conceito novo oferece resposta, já que tais problemas podem ser teóricos ou práticos. Ademais, não elimina a análise do papel da linguagem e do simbolismo na conceitualização.

Para o autor, as representações simbólicas e as representações emergentes a partir da resolução de problemas têm importância vital na formação de conceitos. Essa idéia que desempenha papel central na TCC fundamenta-se em estudos de Piaget e Vygotsky. O autor defende, ainda, a tese de que existem convergências e complementaridades entre muitas das idéias defendidas em Piaget e Vygotsky. Para tanto, lembra que nos trabalhos de ambos encontra-se a idéia teórica da atividade e que os dois ressaltam a importância da tomada de consciência e de metacognição. Tendo a obra de Vygotsky como referência, observa que a idéia da tomada de consciência anterior permite dar conta de determinada tarefa e a de consciência posterior possibilita refletir sobre o processo de resolução da tarefa. A respeito dessa contribuição teórica ele enfatiza que:

> Dou muita importância à reflexão nas atividades matemáticas. Tento verificar, nas competências dos sujeitos, as que estão relacionadas com conceitos implícitos. Em Vygotsky e em Piaget, apesar de uma metodologia diferente, encontramos a idéia de que a conceitualização implica um retorno reflexivo sobre a própria atividade, enfatiza a relação entre as propriedades do objeto e as propriedades da ação. Uma atividade que, há trinta anos, denominasse de metacognição. É a idéia de que devemos ser cognitivos, para dar conta de uma tarefa, e metacognitivos, para compreender o que fazemos (Vergnaud, 1993, p.25).

O autor explica, ainda, que uma das vantagens de entender um campo conceitual como um conjunto de situações é o fato de permitir "a produção de uma classificação baseada na análise de tarefas cognitivas e dos procedimentos que podem ser adotados em cada um deles" (p.9). É importante ressaltar que o conceito de situação adotado na TCC por Vergnaud não tem o mesmo sentido de situação didática[5], como atribuído nos estudos de Guy Brousseau, mas o de tarefa. Para ele, o sentido de situação na TCC é o mesmo atribuído pelos psicólogos – "os processos cognitivos e as respostas do sujeito são função das situações com que ele se confronta" (p.12).

Nesse sentido, Vergnaud (1993) distingue duas classes de situações:

---

[5] De acordo com Brousseau (1986), "uma situação didática é um conjunto de relações estabelecidas explicitamente e ou implicitamente entre um aluno ou um grupo de alunos, num certo meio, compreendendo eventualmente instrumentos e objetos, e um sistema educativo (o professor) com a finalidade de possibilitar a estes alunos um saber constituído ou em vias de constituição... o trabalho do aluno deveria, pelo menos, em parte, reproduzir características do trabalho científico propriamente dito, como garantia de uma construção efetiva de conhecimentos pertinentes" (Freitas, 1999, p.67).
Para mais informações, ver, por exemplo: Brosseau, G. Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches em Didactiques des Mathématiques*. v.7, n^0 2, pp. 33-116, Grenoble, 1986.

> 1/ classes de situações em que o sujeito dispõe no seu repertório, em dado momento de seu desenvolvimento e sob certas circunstâncias, das competências necessárias ao tratamento relativamente imediato da situação; 2/ classes de situações em que o sujeito não dispõe de todas as competências necessárias, o que o obriga a um tempo de reflexão e exploração, a hesitações, a tentativas frustradas, levando-o eventualmente ao sucesso ou ao fracasso (p.2).

E argumenta que o conceito de “esquema” interessa para a análise das duas classes e não funciona do mesmo modo, nos dois casos. No caso da primeira classe, temos por parte do sujeito comportamentos amplamente automatizados, organizados por um só esquema; já na segunda classe, há a sucessiva utilização de vários esquemas “que podem entrar em competição e que, para atingir a solução desejada devem ser acomodados, descombinados e recombinados” (p.2). Relata, ainda, que os processos da segunda classe são necessariamente acompanhados por descobertas.

Desse modo, na Teoria dos Campos Conceituais, Vergnaud retoma e aprofunda os estudos de Piaget no que tange à noção de esquema, tendo como um dos seus pressupostos básicos que o conhecimento constitui-se e desenvolve-se ao longo de um período de tempo e a partir da interação adaptativa do sujeito com as situações que experiência. Vale destacarmos, que, para Vergnaud (1993), o esquema refere-se à forma estrutural da atividade, ou seja, diz respeito à organização invariante da atividade do sujeito sobre uma classe de situações dadas.

> O conceito de esquema é particularmente adaptado para designar e analisar classes de situações para as quais o sujeito dispõe em seu repertório, a um momento dado de seu desenvolvimento e sob certas circunstâncias, de competências necessárias ao tratamento relativamente imediato da situação. Mas ele é igualmente válido para a descoberta e invenção em situação de resolução de problemas. Muitos esquemas são evocados sucessivamente e mesmo simultaneamente em situação nova para o sujeito (p.176).

No esquema, segundo Vergnaud, devem-se pesquisar os conhecimentos-em–ação, elementos cognitivos que fazem com que a ação do sujeito seja operatória. No entanto, o esquema não pode ser considerado como estereótipo, porque a seqüência das ações depende das particularidades das situações, ou seja, um esquema pode gerar diferentes seqüências à ação que depende de cada situação particular. De acordo com Vergnaud, não é o comportamento ante à situação que é invariante universal, é a organização desse comportamento. Os esquemas evocados pelo sujeito em uma situação, em face das representações simbólicas, é que constituem o sentido da situação ou representação dela para esse indivíduo. Diante de nova situação, vários esquemas podem ser evocados sucessiva ou simultaneamente a fim de lhe dar sentido.

Muitos exemplos são apresentados pelo autor em suas diferentes publicações, entre eles, destacam-se: 1/ o esquema da enumeração de uma pequena coleção por uma criança de 5 anos e 2/ o esquema de resolução de equações da forma ax + b = c. Para Vergnaud (1993),

- por mais que varie de forma (contar bombons, pratos à mesa, pessoas sentadas espalhadas no jardim, etc.), não deixa de abranger uma organização invariante, essencial para o funcionamento do esquema: coordenação dos movimentos dos olhos e gestos dos dedos e das mãos em relação à posição dos objetos, enunciação coordenada da série numérica, cadinalização do conjunto enumerado por destaque tonal ou pela repetição da última palavra-número pronunciada: um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete...sete!

- o esquema da resolução de equações da forma ax + b = c atinge rapidamente um alto grau de disponibilidade e confiabilidade entre alunos de quinta e quarta séries, iniciantes em álgebra, quando a, b e c têm valores numéricos positivos e b < c (o que não ocorre quando alguns dos parâmetros a, b, c e c – b são negativos). A seqüência dos registros escritos produzidos pelos alunos mostra claramente uma organização invariante, apoiada ao mesmo tempo em hábitos adquiridos e em teoremas do tipo:

> “mantém-se a igualdade subtraindo b dos dois lados”; “mantém-se a igualdade dividindo por a os dois lados” (p.4).

Três análises de Vergnaud a respeito dos esquemas são extremamente importantes para o estudo em questão, são elas: 1/ a questão da confiabilidade do esquema por parte do sujeito (seu usuário); 2/ a presença da automatização nas ações do sujeito; e 3/ a relação esquema/algoritmo. Segundo esse autor, a confiabilidade do esquema para o sujeito baseia-se no conhecimento que ele possui - explícito ou implícito - das relações entre o algoritmo e as características do problema a resolver; a respeito do automatismo, ele adverte que a automatização é uma das manifestações mais visíveis do caráter invariante da organização da ação. E que isso não impede que o sujeito conserve o controle das condições sob as quais tal operação é ou não apropriada. Diante disso, defende que todos os nossos comportamentos abrangem uma parte de automatismo e outra de decisão consciente. A respeito dos algoritmos e dos esquemas, salienta que algoritmos são esquemas ou que os esquemas são objetos do mesmo tipo lógico que os algoritmos. Acrescenta, igualmente, que os esquemas são, em geral, eficazes, mas nem sempre efetivos. Além disso, explica que, quando uma criança utiliza um esquema e o avalia como ineficaz para a situação que vivencia, a experiência a leva a mudar de esquema ou a modificar o esquema em uso.

Vergnaud (1993) apresenta-nos um exemplo que esclarece sobremaneira as ações de crianças diante da resolução de problemas e o vínculo dessas ações aos conceitos de esquemas e algoritmos. Ele toma para análise o algoritmo-padrão da adição de números inteiros. E diz que:

> Esse algoritmo é comumente apresentado como um conjunto de regras:
>
> - começar pela coluna das unidades, primeira à direita;
> - continuar pela coluna das dezenas, depois a das centenas, etc.;

- calcular a soma dos números em cada coluna. Se a soma dos números de uma coluna for inferior a dez, escrever essa soma na linha do total (linha de baixo). Se for igual ou superior a dez, escrever apenas o algarismo das unidades desta soma e reservar o das dezenas, levando-os ao alto da coluna situada imediatamente à esquerda para somá-lo aos demais dessa coluna;
- e assim, sucessivamente, caminhando da direita para a esquerda, até acabarem as colunas (p.4).

Em suas análises, argumenta que as crianças, quando solicitadas a explicitar tais regras, não o fazem de modo tão detalhado, pois se trata de uma tarefa difícil para elas mesmo se considerarmos aquelas que são capazes de executar a série de operações que o algoritmo demanda. Isso acontece, porque, como diz o autor, há muito de implícito nos esquemas. Porém, adverte que, sem a numeração de posição e a conceitualização a ela associada (decomposição polinomial dos números), o esquema-algoritmo não pode funcionar. Tal condição, afirma Vergnaud, pode ser observada quando lidamos com alunos em situação de dificuldades, os quais não conciliam as informações em termos de dezenas, centenas, milhares.

No caso do esquema da enumeração descrito anteriormente, podemos identificar duas idéias matemáticas fundamentais para o funcionamento do esquema. São elas: a da bijeção e a do cardinal, sem as quais a ação de enumeração pelo sujeito não aconteceria. Enfim, como relata o autor, um esquema apóia-se sempre em uma conceitualização implícita. A partir dessa perspectiva, entendemos que um dos grandes desafios da escola é possibilitar o desenvolvimento, por parte dos sujeitos, de um conjunto denso e variado de esquemas a partir de situações variadas, pertencentes a diferentes classes.

Em resumo, observamos que os algoritmos são esquemas, mas nem todos os esquemas matemáticos são algoritmos. Para Vergnaud (1990), os esquemas são compostos de regras, metas e expectativas, referências e invariantes operatórias. Os invariantes operatórios são definidos como “os conhecimentos do sujeito que estão subjacentes às condutas, e que são, então, parte integrante de seus esquemas de ação" (Vergnaud, 1990, p.146). Assim, os esquemas comportam conceitos-em-ato e teoremas-em-ação, permitindo ao sujeito que reconheça elementos pertinentes da situação apreendendo suas informações.

Franchi (1999) explica que "os teoremas assumem a forma de proposições possíveis de serem avaliadas como verdadeiras ou falsas em um certo domínio, tomadas como instrumento operatório na atividade do sujeito", enquanto os "conceitos-em-ato ou categorias-em-ato são representados por meio de propriedades e relações e explicitados na forma de funções proposicionais" (p.171).

Em síntese, observamos que três premissas constituem o conceito de campo conceitual, são elas: 1/ um conceito não se forma dentro de um só tipo de situação; 2/ uma situação não se analisa com um só conceito; 3/ a construção e a apropriação de todas as propriedades de um conceito ou todos os aspectos de uma situação é um processo lento que se estende ao longo dos anos, às vezes, uma dezena de anos, com analogias e mal-entendidos entre situações, entre concepções, entre procedimentos, entre significantes (Franchi, 1999; Pais, 2001). Ademais, Vergnaud (1996b) considera que o campo conceitual, como uma unidade de estudo para dar sentido às dificuldades observadas na conceitualização do real leva em conta a conceitualização a essência do desenvolvimento cognitivo. Tais argumentos explicam, por exemplo, em sua obra, a ênfase com os aspectos conceituais dos esquemas e à análise conceitual das situações nas quais os aprendizes desenvolvem seus esquemas, seja na escola, seja fora dela.

Desse modo, Vergnaud considera um conceito uma trinca de conjuntos, C = (S, I, R) onde:

> S: conjunto de situações que dão sentido ao conceito (referência);
> I: conjunto das invariantes em que se baseia a operacionalidade dos esquemas (significado);
> R: conjunto das formas de linguagem (ou não) que permitem representar simbolicamente o conceito, suas propriedades, as situações e os procedimentos de tratamento (significante) (Vergnaud, 1993, p.8).

A constituição do conceito a partir da tríade acima marca uma exigência para o estudo do desenvolvimento e do uso de um conceito - seja ao longo de sua aprendizagem, seja na sua utilização - a consideração dos três conjuntos simultaneamente. E esse é um desafio para os estudos que adotam o modelo explicativo da Teoria dos Campos Conceituais.

Nesse sentido, Vergnaud explica que não há, em geral, correspondência biunívoca entre significantes e significados, tampouco entre invariantes e situações; não se pode, portanto, reduzir o significado nem aos significantes nem às situações. Ademais, é importante destacar que um único conceito não se refere a um só tipo de situação e uma única situação não pode ser analisada com um só conceito. Em outras palavras, uma situação por mais simples que seja envolve mais que um conceito e, por outro lado, um conceito não pode ser apropriado a partir da vivência de uma única situação (Santos, 2005).

Em síntese, podemos dizer que são as situações que dão sentido ao conceito, os invariantes operatórios que constituem seu significado e as representações simbólicas o seu significante. Ora, se pensarmos na prática de ensino e aprendizagem em matemática, isso significa que é preciso identificar e classificar situações adequadas à aprendizagem de determinado conceito; pesquisar os invariantes operatórios usados pelos alunos e procurar entender porquê e quando determinada representação simbólica pode ajudar na conceitualização.

Vergnaud, em seus diferentes estudos, descreve alguns campos conceituais, dois, em especial, interessam-nos, em função dos objetivos deste estudo. São eles: o campo conceitual das estruturas aditivas e o das estruturas multiplicativas. Para o autor, o campo conceitual das estruturas aditivas é “o conjunto das situações cujo tratamento implica uma ou várias adições e subtrações, e o conjunto dos conceitos e teoremas que permitem analisar tais situações como tarefas matemáticas” (p.9). Como componentes dessa estrutura ele lista os conceitos de cardinal e de medida; de transformação temporal por aumento ou diminuição; de relação de comparação quantificada; de composição binária de medidas; de composição de transformações e relações; de operação unitária e outros.

Já o campo conceitual das estruturas multiplicativas consiste em todas as situações que podem ser analisadas como problemas de proporções simples e múltiplas para os quais geralmente é necessária uma multiplicação, uma divisão ou uma combinação dessas operações. Vários tipos de conceitos matemáticos estão envolvidos nas situações que constituem o campo conceitual das estruturas multiplicativas e no pensamento necessário para dominar tais situações. Entre eles: o de função linear, função não-linear, espaço vetorial, análise dimensional, fração, razão, taxa, número racional, multiplicação e divisão.

Vergnaud (1983) argumenta que os conceitos multiplicativos têm a própria estrutura e que não são redutíveis às noções aditivas. Tal argumento foi corroborado por alguns estudos, entre eles os de Lamon (1994) e Franchi (1995). Tais estudos concluem que a passagem de procedimentos aditivos para procedimentos multiplicativos se desenvolve em um longo processo e que o emprego de procedimentos não-canônicos intermediários ocupa papel de destaque.

Um aspecto importante a considerar nas pesquisas que se interessam pelo estudo das estruturas aditivas e/ou multiplicativas é o que se refere às chamadas situações interpretativas das operações ou situações de base. Vergnaud (1988) considera que em toda situação é possível estabelecer com os dados pertinentes (conhecidos e desconhecidos) uma combinação de "relações de base", o que permite desenvolver um trabalho científico de classificação. No caso das estruturas aditivas, Vergnaud (1981) identificou seis relações de base: composição de duas medidas em uma terceira; transformação (quantificada) de uma medida inicial em uma medida final; relação (quantificada) de comparação entre duas medidas; composição de duas transformações; transformação de uma relação e composição de duas relações.

Vergnaud (1993) apresenta um modelo figurativo para tais relações.

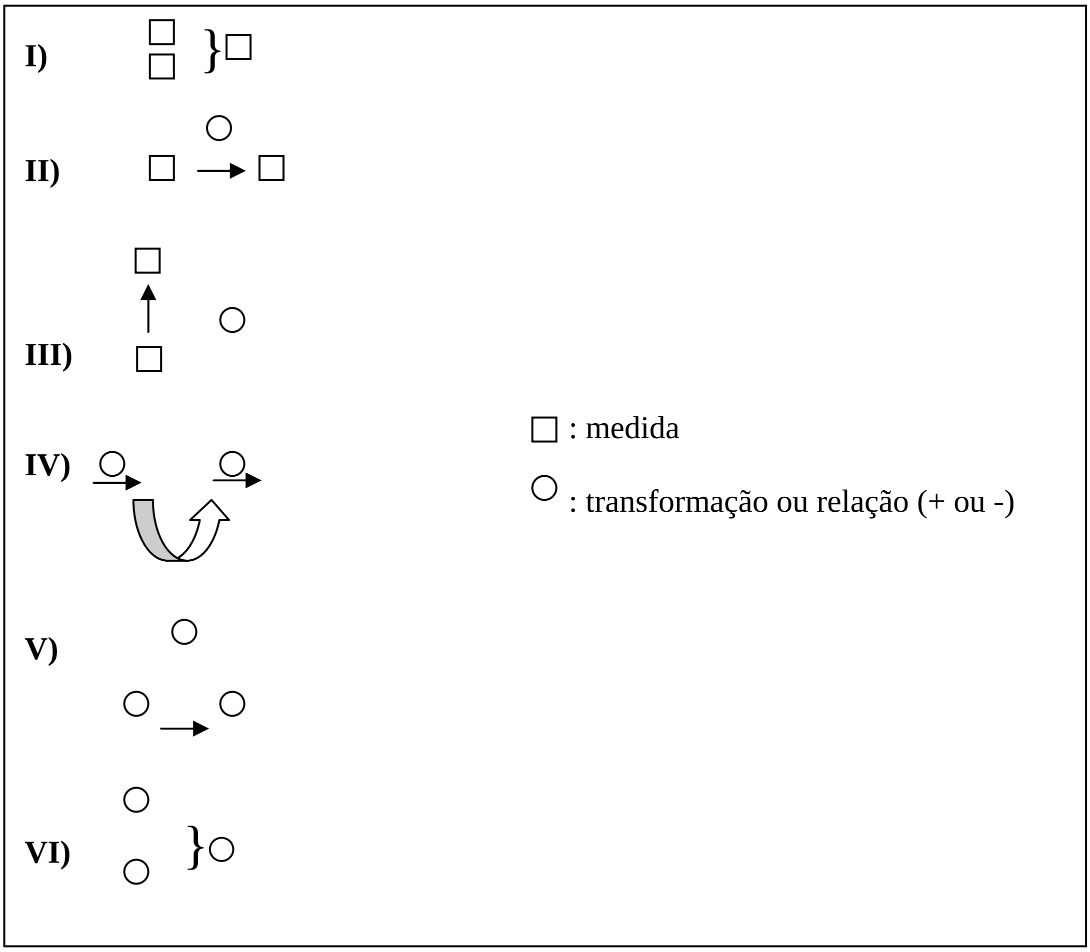


Figura 24 – Relações de base das estruturas aditivas.

Para ele, a classificação de situações acontece a partir de considerações de ordem tanto psicológica como matemática. Contudo, alerta que uma classificação feita exclusivamente por critérios matemáticos negligenciaria distinções importantes para as questões da didática. E pontua que um dos grandes desafios que se apresenta para a psicologia da aprendizagem da matemática é “o de estabelecer classificações, descrever conhecimentos em ação, analisar a estrutura e a função das enunciações e representações simbólicas em termos que tenham um sentido matemático” (Vergnaud, 1990, p.156).

Em relação às estruturas multiplicativas, o autor explica que as relações de base mais simples não são as ternárias e, sim, quaternárias, “visto que os mais simples problemas de multiplicação e divisão implicam a proporção simples de duas variáveis, uma em relação à outra” (Vergnaud, 1993, p.14). Essas relações de base podem gerar quatro tipos de problemas elementares:

Multiplicação simples

1	a
b	?

Divisão repartição

1	?
b	c

Divisão quota

1	a
?	c

Quarta proporcional

n_1	$f(n_1)$
n_2	$f(n_2)$

Podemos observar que, nesses problemas, três termos são conhecidos e um termo é desconhecido, por isso a terminologia de problemas de “quarta proporcional”. Os problemas classificados de multiplicação ou de divisão são os casos em que o numeral 1 aparece explicitamente. Em função da referência explícita do valor unitário no texto do problema, esse valor é sempre utilizado na construção de procedimentos de resolução. No caso da multiplicação simples, requer que se faça uma correspondência um a muitos; para a divisão partição, é dado um total e a quantidade de partes a serem distribuídas. A tarefa é, então, calcular qual o valor de cada parte; para a divisão quota, é fornecido o total e o valor de cada parte (cada quota). A tarefa é, então, calcular o número de partes a ser obtido. Por fim, no caso da quarta proporcional, a tarefa é igualar duas razões.

As situações de base descritas ou situações interpretativas são variáveis importantes para a construção de procedimentos de resolução, todavia existem outras variáveis que podem interferir na forma desses procedimentos – a estrutura dos problemas, os valores numéricos e as áreas de experiência. Outro ponto que merece destaque é o fato de que, para Vergnaud (1993), os conceitos de fração, quociente, número racional, produto e quociente de dimensões, escalar, função linear e não-linear, combinação e aplicação linear "assumem sentido, primitivamente, nos problemas de proporção e se desenvolvem como instrumentos de raciocínio através do progressivo domínio dessas situações, muito antes de poderem ser introduzidos e tratados como objetos matemáticos" (p.17).

O aporte teórico da TCC, discutido neste item, possibilita algumas conclusões que têm implicações didáticas evidentes. A primeira é a de que o desenvolvimento cognitivo consiste principalmente no desenvolvimento de um repertório de esquemas que permite ao sujeito enfrentar situações – situações cada vez mais complexas; a segunda refere-se ao papel mediador do professor e/ou do pesquisador no desenvolvimento desse repertório a partir de escolhas que considerem a linguagem e os símbolos; Por fim, entendemos que o próprio conceito de campo conceitual traz para a escola novas demandas em termos de métodos, de avaliação e de organização curricular.

CAPÍTULO 2

A pesquisa sobre divisão e números racionais: revisão de literatura

Neste capítulo, reunimos estudos sobre o ensino e a aprendizagem da divisão e dos números racionais, tendo como sujeitos alunos e professores da Educação Básica. Tivemos como objetivo conhecer os aportes teóricos e metodológicos desta produção e identificar possíveis aspectos consensuais no que se refere tanto à prática de ensino quanto ao processo de aquisição conceitual. Para tanto, efetuamos o levantamento e a análise bibliográfica dos estudos brasileiros e internacionais centrados nesses dois tópicos, realizados a partir de um referencial teórico e metodológico da Psicologia, no período de 1999 a 2006.

Essa revisão bibliográfica foi prioritariamente desenvolvida por meio dos seguintes bancos de dados: SciELO – *Scientific Electronic Library*; OVID; Wilson; *Web of Science*; Banco de Teses CAPES; *General Science Abstracts Full Text*; *Education Full Text*; ERIC (via CSA); ERIC (via *US Department of Education*) e PsycINFO, a partir do Portal da Capes. Completamos a pesquisa nas seguintes bibliotecas: Universidade de Campinas, Universidade de São Paulo, Universidade Estadual Paulista, Universidade Federal do Paraná, Universidade de Brasília, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Universidade Federal de Minas Gerais e Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

Foram utilizadas as palavras-chave *division*, divisão, *fraction*, fração, decimal, *number rational*, número racional e as palavras – matemática, *mathematical*, educação matemática, *mathematical education* como forma de filtro no campo assunto. Assim, analisamos 29 artigos científicos publicados em periódicos internacionais e nacionais, 5 pesquisas publicadas em livros nacionais, 7 pesquisas apresentadas em congressos científicos, 10 dissertações de mestrado e 4 teses de doutorado defendidas no Brasil.

As referências bibliográficas analisadas são apresentadas em tabelas, como proposto por Fávero e Sousa (2001), em estudo sobre resolução de problemas de física: a primeira coluna fornece um contador relativo às referências; a segunda apresenta a referência; a terceira, o país de origem do estudo; a quarta, informação quanto ao referencial teórico; a quinta, os objetivos do estudo; a sexta, o método; e a sétima, os principais resultados. A análise dos estudos gerou duas grandes categorias de análise: pesquisas sobre resolução de problemas e pesquisas de intervenção.

Algumas análises quantitativas foram realizadas, tendo como objetivo o levantamento de características gerais dos estudos analisados. Entre elas, destacamos que: das 55 referências analisadas, 64,2% eram de estudos brasileiros; 11,2%, de estudos norte-americanos; 19,4%, de estudos europeus; 3,5%, de canadenses; 1,7%, de australianos. Quanto às categorias, 78,18% relatavam pesquisas sobre resolução de problemas e 21,82%, pesquisas de intervenção.

No que se refere aos sujeitos, 83,9% dos estudos tiveram alunos como sujeitos; 8,9%, professores e 7,2%, ambos. Quanto à escolaridade, 65,3% dos estudos trabalharam com alunos das séries iniciais do Ensino Fundamental; 28,9 % trabalharam com alunos das séries finais do Ensino Fundamental; 1,9%, com alunos do Ensino Médio e 3,9%, com alunos de graduação. Os estudos que trabalharam com professores das séries iniciais do Ensino Fundamental incluíam professores formados em magistério e no curso de pedagogia. Nos estudos que trabalharam com professores das séries finais do Ensino Fundamental, sexto e nono ano, eles haviam cursado a licenciatura em matemática.

2.1 – A primeira categoria de estudos: as pesquisas sobre resolução de problemas

Nesta categoria de estudos, verificamos a referência dominante das seguintes abordagens teóricas: a teoria dos campos conceituais de Vergnaud (1990); os subconstrutos dos números racionais de Kieren (1988) e os estudos sobre registros de representação semiótica de Duval (1993). Nos estudos que adotaram a teoria dos campos conceituais, há revisão dos principais textos publicados por Vergnaud, enfatizando as idéias defendidas por este autor em relação a conhecimento, conceito, campo conceitual, esquema, situação, invariante e representação. Ressaltamos, ainda, que, nesses estudos, observa-se homogeneidade quanto a esta revisão.

Nos estudos que adotaram a teoria dos diferentes subconstrutos dos números racionais, os cinco construtos para o número racional foram retomados na fundamentação: relação parte-todo, medida, quociente, razão e operador. Como também a reclassificação, proposta por muitos autores: medida fracionária, representando uma reconceitualização da noção parte-todo de fração; razão; taxa de número racional; quociente; coordenada linear; decimal do número racional e operador. Os que adotaram os Registros de Representação Semiótica discorreram sobre as três aproximações da noção de representação proposta por Duval (1993): representação subjetiva e mental; representações internas ou computacionais; e representações semióticas em seus dois aspectos: forma (ou o representante) e conteúdo (o representado). Trata-se, em todos os casos, de uma fundamentação teórica bastante homogênea.

Apenas um estudo refere-se exclusivamente à abordagem piagetiana e recupera os dados de Piaget (1978), enfatizando que a gênese do conceito de fração está na partição de grandezas contínuas e que há estágios sucessivos na construção das diferentes noções fracionárias, de modo que as idéias de conservação, pensamento reversível e nível operatório aparecem como condições prévias para o desenvolvimento do conceito de fração (Campos, 2004). Em cinco estudos, a abordagem piagetiana também está presente, mas como fundamento do conceito de esquema, retomado em seguida à luz da teoria dos campos conceituais, como o faz o próprio Vergnaud (Bezerra, 2001; Spinillo, 2002; Cunha, 2002; Pires, 2004 e Fonseca, 2005).

Verificamos, também, várias referências aos trabalhos de Guy Brousseau, nos quais são destacadas as idéias de situação didática, situação a-didática e devolução (Brousseau, 1986), assim como aos de Hans Freudenthal, pontuando alguns princípios da chamada Matemática Realística (Freudenthal, 1991).

Como se pode observar na Tabela I, os objetivos dos estudos dessa categoria visavam, de maneira geral, identificar, descrever e analisar estratégias de resolução em relação aos conceitos de divisão e racional. E, ainda, conhecer e compreender os erros dos alunos e o que estes apontam em termos de conceituação.

Tabela I: Pesquisas sobre resolução de problemas

Nº	Referência completa	País	Referencial teórico	Objetivos	Método	Resultados
01	Neuman, D. (1999). Early learning and awareness of division: a phenomenographic approach. *Educational Studies in Mathematics, 40*, 101-128.	Holanda	Vergnaud (1983)	Identificar as estratégias utilizadas pelas crianças de 2ª a 6ª grade na resolução de problemas simples de divisão partitiva e quotitiva.	72 alunos, de 2ª a 6ª grade, de 3 escolas públicas foram submetidas a entrevistas clínicas, individuais em local silencioso e com materiais concretos (cubos, fichas) à disposição. Era apresentado 1 problema de divisão partitiva e um de divisão quotitiva. O aluno era incentivado a registrar suas falas e ações. Todas as entrevistas foram gravadas, transcritas e analisadas qualitativamente.	A maioria dos alunos de 2ª grade usou desenhos relacionados à situação descrita no problema. Os alunos de 3ª, 4ª, 5ª e 6ª grades usaram ora o cálculo (algoritmo), ora representações gráficas que lembravam o algoritmo como forma de verificação nos problemas de divisão partitiva. Nos problemas de divisão quotitiva, todos os alunos, preferiram representações gráficas a partir de agrupamentos e subtrações sucessivas.
02	Lautert, S. L. e Spinillo, A. G. (1999). Como crianças representam a operação de divisão: da linguagem oral para outras formas de representação. *Temas em Psicologia, 7(1), 23-36.*	Brasil	Piaget (1978) Meira (1995) Nunes (1997) Vergnaud (1991) Nunes e Bryant (1997)	Identificar como e quais elementos da operação de divisão são representados, em situações de divisão apresentadas oralmente em linguagem matemática formal.	80 alunos, entre 5 e 8 anos, de classe média da cidade de Recife, que já contavam até 20, foram igualmente divididas em 4 grupos: Jardim (sem instrução formal sobre a divisão) Alfabetização (iniciadas em operações de adição e subtração simples). 1ª serie (instruídas sobre adição e subtração – com e sem reserva – iniciando o aprendizado da multiplicação e da divisão exata com divisor de um algarismo). 2ª serie (instruídas sobre a divisão por meio do algoritmo-padrão, com divisor de dois algarismos, com resto) e submetidos às tarefas: (dezesseis dividido por cinco) e (dezenove dividido por três), sendo estas tarefas lidas pelo pesquisador, em única sessão individual. Estas poderiam ser respondidas no papel ou com fichas plásticas. Todas as sessões foram gravadas e transcritas em protocolos individuais e analisadas de maneira qualitativa.	As crianças representaram seus procedimentos de resolução, usando as operações que já dominavam no contexto escolar, exceto as do jardim. Utilizaram diferentes formas de linguagem: Idiossincrática (ID) – Grafismos irregulares sem uma relação com a operação lida; Icônica(IC) – Sinais gráficos relacionados com as quantidades envolvidas na operação lida; Simbólica (Ss) – Símbolos convencionais (números, sinais convencionais) e linguagem natural. O quociente está sempre presente, mas o resto nem sempre foi representado.

03	Moro, M. L. F. (1999). Aprendizagem construtivista de estruturas aditivas e multiplicativas na iniciação matemática. *Temas em Psicologia*,7(3), 263-282.	Brasil	Vergnaud (1990, 1991)	Identificar as elaborações infantis sobre as estruturas aditivas e sobre a passagem destas às multiplicativas, no contexto de duas seqüências de tarefas.	07 alunos de 6 e 7 anos, de uma escola pública da periferia de Curitiba, por sorteio aleatório compuseram 2 tríades (A e B). Aos sujeitos da tríade, A, foi oferecida uma coleção de 18 fichas de plástico, folhas de papel e canetas e responderam a tarefas baseadas na equalização de parcelas. Aos sujeitos da tríade B foram oferecidos folha em branco, canetas, conjuntos de fichas em caixinhas. Estes, responderam a tarefas de composição aditiva de números. As tarefas alternavam momentos de execução prática com o material, com momentos de notação do executado e interpretação do grafismo. As sessões foram gravadas em vídeo e analisadas de maneira qualitativa centrando-se nos esquemas.	Nas duas seqüências observaram-se adequações e inadequações em função da própria tarefa e da forma pela qual o adulto as conduziu. Ambas permitiram que as estruturas aditivas tivessem sua construção verificada em sua passagem às multiplicativas. As adequações foram mais notadas nas tarefas de composição/decomposição e de repartição numérica, apoiadas no material. As inadequações ocorreram mais nas tarefas relativas a interpretações dos sujeitos das realizações práticas e de suas notações.
04	Abreu, C. C. F. e Morgado, L. M. de A.(1999). Análise de estratégias de resolução em problemas verbais de divisão: estudo exploratório. *Revista Portuguesa de Pedagogia*. 33(1), 67-82.	Portugal	Barbel Inhelder (1979, 1986, 1989, 1992)	Verificar a relação: elaboração de uma correta representação mental do enunciado do problema e a sua solução correta.	42 alunos e 34alunas, entre 7 e 10 anos, foram entrevistados individualmente, na resolução de seis problemas - 5 partitivos e um subtrativo: (Isomorfismo de medidas; Isomorfsmo de medidas – Cálculo de unidades; Isomorfismo de medidas – Palavra-chave; Problema de subtração; problema da proporção e problema da combinatória). Solicitou-se ao sujeito que apresentasse uma explicação verbal para os procedimentos.	A construção de uma representação mental correta do enunciado implicou uma solução adequada para o problema e evolui de acordo com a escolaridade, o problema de maior dificuldade foi o da combinatória. Os alunos do 2^0 ano utilizaram estratégias pouco elaboradas, mas em muitos casos bem adequadas:partição com contagem, a partição com adição, a adição e, em menor número a divisão partitiva. Os alunos do 3^0 e 4^0 anos utilizaram estratégias mais elaboradas: multiplicação, divisão partitiva e a divisão partitiva com correspondência. A construção de uma correta representação mental de cada um dos problemas de divisão apresentados foi aumentando ao longo dos três anos de escolaridade.

05	Mix, K. S., Levine, S. C. & Huttenlocher, J. (1999). Early fraction calculation ability. *Developmental Psychology*, 35(5), 164-174.	Estados Unidos	Post e Lesh (1984) Spinillo e Bryant (1991)	Identificar as habilidades de cálculo envolvendo números inteiros, frações e número misto.	72 alunos (36 homens e 36 mulheres), entre 3 e 7 anos, foram divididos em 3 grupos de acordo com a idade, e resolveram individualmente duas atividades escritas envolvendo cálculo de fração e de números inteiros.	Não houve variação brusca de desempenho entre as tarefas de fração e números inteiros. Os alunos com a idade de 4 anos calcularam com quantias fracionárias menor ou igual a 1. E os mais velhos (6 a 7) anos resolveram corretamente problemas de números mistos. Os alunos confundiram-se mais pelos símbolos do que pelos referentes conceituais presentes nas tarefas. E não utilizaram em suas estratégias de resolução os símbolos e os algoritmos convencionais. Em problemas com números inteiros solucionaram por meio de um modelo mental, utilizando a movimentação mental de itens para dentro ou fora de um espaço. E para os problemas de fração, usaram estes movimentos, acrescidos dos de rotação, separação e recombinação.
06	Li, Yeping, e Silver, A. E. (2000). Can Young students succeed where older students fail? An examination of third graders´solutions of a division-with-remainder (DWR) problem. Journal of Mathematical Behavior, 19, 233-246.	Estados Unidos	NCTM (2000)	Investigar as estratégias de resolução usadas por alunos de 3ª grade que não haviam recebido instrução sobre o algoritmo da divisão.	14 alunos, de 3ª grade, sem instrução de divisão responderam individualmente, sem limite de tempo, a dois tipos de tarefas de divisão: 6 problemas (com contexto) e 8 cálculos (sem contexto). Materiais concretos foram disponibilizados. Esses alunos foram questionados quanto à resolução. As falas foram gravadas, transcritas e analisadas qualitativamente.	A maioria dos alunos usou o cálculo mental para obter suas soluções e estratégias relacionadas às operações que já dominavam (adição, subtração e multiplicação). As duas tarefas foram solucionadas a partir da criação de uma representação gráfica para a questão. Os alunos lidaram com o resto de modo concreto e eficiente, usando para ele expressões do tipo sobras e extras.

07	Brito, M. R. F. de (2000). “Este problema é difícil porque não é de escola!” A compreensão e a solução de problemas aritméticos verbais por crianças da escola fundamental. Temas em Psicologia, 8(1), 93-109.	Brasil	Carraher e Schieliman (1995)	Descrever as estratégias de resolução de estudantes para problemas verbais não rotineiros.	60 alunos e 54 alunas, entre 9 e 19 anos, da quarta a oitava série, de duas escolas públicas, foram submetidos a um teste escrito de aritmética, contendo 10 problemas verbais com história, entre rotineiros (usuais no contexto escolar) e não rotineiros. Destes, dois referiam-se à divisão. O teste foi aplicado coletivamente em período normal das aulas, em 50 minutos, não podendo fazer uso de calculadora. Os sujeitos foram solicitados a informar sobre sua percepção em relação aos problemas, indicando quais consideravam difíceis e qual a razão da dificuldade. Os protocolos foram analisados qualitativamente em função do procedimento.	As maiores dificuldades foram a leitura e a identificação da informação matemática necessária para a construção de uma representação do problema. Os alunos que entenderam o contexto do problema utilizaram o algoritmo correto e chegaram a uma resposta adequada. A não-visualização imediata de uma estratégia implicou considerar o problema como impossível de ser solucionado. Os problemas de divisão ou aqueles que, de alguma maneira, envolviam o algoritmo da divisão, foram considerados mais difíceis e tiveram grande incidência de erros. Os sujeitos não estão familiarizados com problemas não rotineiros.
08	Charles, K. e Nason, R. (2000).Young children´s partitioning strategies. *Educational Studies in Mathematics*, 43, 191-221.	Austrália	Freudenthal (1983); Behr and Lesh (1986); Streefland (1991)	Identificar as estratégias de partição de crianças. Desenvolver uma taxonomia de classificação para essas estratégias.	12 alunos entre 7 e 8 anos do 3º ano de uma escola da Austrália Oriental foram submetidas a 30 tarefas realistas (tipo de objetos análogos; número de objetos análogos e úmero de pessoas), e entrevistadas individualmente em duas sessões filmadas. Tendo dois observadores que se comunicavam com o entrevistador via fones de ouvido. A pergunta do entrevistador teve como objetivo explorar e estender o conhecimento e superar impasses cognitivos.	As estratégias identificadas foram: quociente partitivo, multiplicativas e divisão sucessiva.
09	Correa, J. e Meireles, E. de S. (2000). A compreensão intuitiva da criança acerca da divisão partitiva de quantidades contínuas. *Estudos de Psicologia,* 5(1), 11-31.	Brasil	Nunes e Bryant (1998)	Investigar a compreensão que as crianças de 5 a 7 anos têm da divisão partitiva envolvendo quantidades contínuas.	61 alunos entre 5 e 7 anos de escola pública do Rio de Janeiro foram entrevistados individualmente em quatro sessões, nas quais foram apresentados dois grupos de bonecos dispostos em diferentes lados de uma mesa e dois tipos de quantidades contínuas desenhadas em papel: barras de chocolate e suco de laranja. Os protocolos foram analisados segundo as categorias: quantidade de respostas corretas; natureza do erro e justificativas dadas pelos sujeitos.	O maior desempenho foi observado em situações de divisão partitiva com quantidades contínuas. De acordo com a idade observaram-se: - progressivo desenvolvimento da habilidade de lidar com a relação de ordem inversa entre divisor e quociente; - aumento da porcentagem de justificativas que fazem menção a fatores que são matematicamente relevantes à solução do problema. A experiência da criança em estabelecer comparações entre partilhas idênticas não só precede como também parece constituir experiência fundamental à criança para a compreensão das relações entre os termos envolvidos na operação de divisão.

10	Moskal, B. M. & Magone, M. E. (2000). Making sense of what students know: examining the referents, relationships and modes students displayed in response to a decimal task. *Educational Studies Mathematics*, 43, 313-335.	Holanda	NCTM (1991)	Descrever as estratégias de resolução presentes nas respostas escritas dos alunos, em tarefas de comparação de decimais.	43 alunos, entre 9 e 10 anos, ***responderam e forneceram por escrito explicação para a resposta de tarefa, envolvendo a comparação de números decimais.***	Encontraram-se respostas sem o uso de figuras, tabelas ou diagramas nas explicações, como também modos visuais e espaciais de representação. As explicações basearam-se no posicionamento do zero, no número de zeros e na distância do número para o ponto. A maioria dos alunos estabeleceu a relação fração/ número decimal (alguns destes mostraram-se confiantes na explicação dessa relação). Os modos de representação agem não somente como método para comunicar o processo de raciocínio, mas também como uma ferramenta para apoiar tal processo.
11	Starepravo, A. R. (2001). A resolução de problemas de estrutura multiplicativa por crianças da 3ª série do ensino fundamental. Dissertação de Mestrado, Mestrado em Educação, Universidade Federal do Paraná, Curitiba.	Brasil	Vergnaud Piaget Brosseau	Descrever o processo de compreensão de alunos do ensino fundamental no tocante às estruturas multiplicativas.	4 alunos, com idade média de 10 anos da 3ª série de uma escola particular da periferia de Curitiba, foram submetidos à resolução de seis situações-problema de compra, propostos oralmente pela entrevistadora em duas sessões individuais, tendo como recurso encarte de ofertas. E a entrevista clínica posterior às resoluções. As sessões foram filmadas e transcritas em protocolos individuais que foram analisados qualitativamente.	Os procedimentos gráficos de solução foram, em sua maioria, diferentes dos procedimentos típicos ensinados na escola. Tanto nos problemas de multiplicação quanto nos de divisão, as notações encontradas foram predominantemente de tipo aditivo. Antecipações de solução de variados tipos foram usadas para controlar os resultados. As interpretações de conteúdo avaliativo que os sujeitos fizeram de suas notações foram provocadas pela entrevistadora. Nessas interpretações, os sujeitos perceberam inadequações de procedimentos gráficos e/ou incorreções de resultados, procedendo a novas tentativas de solução.
12	SPINILLO, Alina Galvão; LAUTERT, Síntria Labres. Definindo a divisão e resolvendo problemas de divisão: as múltiplas facetas do conhecimento matemático. In: I Simpósio Brasileiro de Psicologia da Educação Matemática, Curitiba. **Anais I Simpósio Brasileiro de Psicologia da Educação Matemática.** [Trabalho completo]Curitiba: Editora da Universidade Tuiuti do Paraná, Curitiba, v.1, p. 61-69, 2001	Brasil	(Bryant, 1997) (Vergnaud, 1983, 1991, 1997)	Explorar as relações entre o significado que as crianças atribuem à divisão e o desempenho em problemas de divisão.	80 alunos do jardim a 2ª série foram igualmente distribuídos em 2 grupos (com e sem instrução sobre divisão) e submetidos a uma tarefa com dois problemas de divisão, um de natureza partitiva e outro quotitivo, lidos pelo pesquisador e a entrevista clínica posterior às resoluções, focando a pergunta: o que é dividir?	A natureza das definições apresentadas foi: Sem significado matemático; Significado matemático não associado à divisão; Com significado matemático associado exclusivamente à divisão. Nessas foi mais freqüente a menção às partes do que às quotas, mesmo entre os alunos com instrução. Alunos sem instrução tiveram desempenho mais limitado em ambos os problemas e apresentaram definições que não estavam associadas a um significado matemático. Alunos com instrução tiveram melhor desempenho em ambos os problemas e apresentaram definições de natureza matemática associada, exclusivamente, à divisão. A noção matemática de divisão parece anteceder o uso de procedimentos apropriados. Estes passam a ser adotados quando os alunos recebem instrução no contexto escolar.

13	Anghileri, J. (2001). A study of progression in written calculation strategies for division. *Support for learning,* 16(1), 17- 22.	Inglaterra	Kouba (1989)	Compreender os métodos de cálculos utilizados pelos alunos em problemas de divisão.	279 alunos de 10 escolas inglesas, no seu 5º ano de estudo, escolhidos por seu bom desempenho nos testes nacionais e 256 alunos do 5º ano de escolas holandesas selecionados por adotarem livros texto de acordo com reforma "Educação Matemática Realista". As escolas estavam localizadas em cidades universitárias similares na Inglaterra e Holanda e turmas inteiras foram testadas. Os alunos resolveram individualmente a 10 problemas de divisão (5 relacionados ao contexto de compartilhamento, agrupamento, ou dividir em grupos; 5 simples, envolvendo números similares apresentados em símbolos), com assistência na leitura, nos meses de janeiro e junho do mesmo ano.	Quanto à progressão de métodos ingênuos para formais, os holandeses mostraram progressão os ingleses, descontinuidade. A porcentagem de sucesso foi similar entre crianças inglesas (38%) e holandesas (47%) no primeiro teste e no segundo teste as holandesas alcançaram melhor desempenho (68% a 44%). O uso extensivo do algoritmo-padrão pelas crianças inglesas sugere que elas não desenvolvem métodos informais eficientes. A estratégia de subtração repetida, usada pelas crianças holandesas, mostrou-se eficaz para todos os problemas. O cálculo escrito foi mais eficaz quando estruturado sobre abordagens mais intuitivas.
14	CORREA, Jane. A influência dos modos de divisão partitiva e por quotas nos procedimentos de cálculo oral utilizados por crianças. In: I Simpósio Brasileiro de Psicologia da Educação Matemática, Curitiba. **Anais I Simpósio Brasileiro de Psicologia da Educação Matemática.** [Trabalho completo]Curitiba: Editora da Universidade Tuiuti do Paraná, Curitiba, v.1, p. 71-80, 2001.	Brasil	da Rocha Falcão, (1999) Vergnaud (1985) (Geer, 1992)	Analisar os procedimentos de cálculo oral utilizado pelas crianças entre 6 e 9 anos para a resolução de problemas de divisão partitiva e por quotas.	162 alunos, entre 6 e 9 anos da periferia de Oxford foram divididos em dois grupos. Em ambos, havia crianças *sem instrução* em multiplicação e divisão e *com instrução* em multiplicação. Um grupo respondeu a um problema de divisão partitiva e o outro a um problema de divisão por quotas. Para os dois grupos, foi apresentado material referente à situação durante a realização das tarefas.	Quanto à natureza das estratégias utilizadas para a resolução de problemas de divisão partitiva ou por quotas não houve diferença significativa entre os dois grupos. Quanto à freqüência dos procedimentos de cálculo de acordo com o tipo de problema de divisão apresentado, houve a tentativa do sujeito modelar as relações envolvidas no problema ora utilizando o material concreto, ora o cálculo mental. No caso da divisão partitiva, observa-se a freqüência de estratégias derivadas da partição dos números seja em partes iguais (adição repetida e metades), seja em parcelas diferentes (a estratégia denominada neste estudo como partição propriamente dita). Na divisão por quotas, observa-se o uso de estratégias que se relacionam ao número de vezes que determinada quantidade pode ser repetida para que obtenhamos a quantidade total que almejamos, como é o caso da dupla contagem e o uso de fatos multiplicativos conhecidos.
15	Bianchini, B. L. (2001). *Estudo sobre a aplicação de uma seqüência didática para o ensino dos números decimais.* Tese de Doutorado, Pontifícia Universidade Católica, São Paulo.	Brasil	Brousseau Duval	Analisar a aquisição do conceito de número racional na forma decimal.	Alunos de 3ª série foram observados por uma pesquisadora durante uma seqüência de atividades sobre: o número racional na forma decimal; localização da fração decimal na reta numérica. Na seqüência usou-se a representação figural e a linguagem escrita.	As dificuldades apresentadas foram: não-compreensão do número racional, em relação à medida (parte-todo); a não-compreensão do enunciado. Para a iniciação de frações a partir de áreas de figuras geométricas regulares, é necessário observar se a criança já possui o desenvolvimento de conservação de área em sua estrutura cognitiva.

16	Squire, S. e Bryant, P. (2002). The Influence of Sharing on Children´s Initial Concept of division. *Journal Of Experimental Child Psychology, 81*, 1-43.	Inglaterra	Piaget ; Nunes e Bryant ;Vergnaud	Investigar a habilidade de a criança resolver problemas de divisão partitiva quando recebem um modelo concreto de problema.	87 alunos, entre 5 e 8 anos, de uma escola inglesa receberam 2 modelos de problemas de divisão partitiva logicamente equivalentes, bem como, informações sobre a quantidade total, o número de recipientes e tiveram de descobrir o tamanho da porção que cada recipiente iria receber. Cada aluno foi entrevistado individualmente em uma única sessão gravada, não recebendo nenhum *feedback* sobre a resposta dada.	Os alunos apresentaram melhor desempenho em problemas de divisão partitiva quando o tamanho das porções coincidia com o quociente, do que quando coincidia com o divisor.
17	Lautert, S. L. e Spinillo, A.G. (2002). As relações entre o desempenho em problemas de divisão e as concepções de crianças sobre a divisão. *Psicologia: Teoria e Pesquisa, 18(3), 237-246.*	Brasil	Vergnaud (1982;1083;1986; 1991;1997)	Comparar o desempenho de crianças com e sem Instrução formal sobre a divisão em problemas de partição e por quotas.	80 alunos, entre 5 e 9 anos de classe média, da cidade de Recife, foram divididos em 2 grupos: sem instrução (Jardim e alfabetização); com instrução (1 e 2 séries) e resolveram dois problemas de divisão inexata, em duas sessões individuais, apresentados oralmente um por vez, sendo um de partição e outro de quotas. Depois da resolução, procedeu-se à entrevista clínica. Os protocolos não foram examinados na íntegra, somente se as respostas eram corretas ou não.	O tipo do problema não influenciou o desempenho, apenas o nível de instrução formal. A instrução foi fator importante no aparecimento dos diferentes tipos de definições. Crianças sem instrução não definiam ou, quando o faziam, forneciam definições bastante variadas, porém, sem um significado matemático. As crianças instruídas, por sua vez, apresentavam definições de natureza matemática associadas exclusivamente à divisão.
18	Anghileri, J; Beishuizen, M e Putten, V, K. (2002). From informal strategies to structured procedures: mind the gap. *Educational Studies in Mathematics, 49*, 149-170.	Holanda	Matemática Realistica	Explorar métodos de cálculo escrito para a divisão em alunos na Inglaterra e na Holanda.	276 alunos ingleses e 259 alunos holandeses do 5º ano escolar resolveram individualmente problemas com contexto, sendo incentivados a anotar todas as estratégias e cálculos.	Os alunos holandeses apresentaram melhor desempenho usando, prioritariamente, estratégias informais em suas soluções, principalmente, a subtração sucessiva. Os maiores índices de acertos foram observados entre as garotas. Os alunos ingleses usaram prioritariamente o algoritmo tradicional em suas soluções.

19	Robinson, K. M; Arbuthnott, D. K.e Gibbons, K. A.(2002). Adults´ representations of division facts: a consequence of learning history? *Canadian Journal of Experimental Psychology*, 56(4), 302-309.	Canadá	Cita trabalhos sobre divisão.	Identificar as estratégias utilizadas por adultos na solução de problemas simples de divisão.	32 adultos (23 mulheres e 9 homens), entre 18 e 43 anos, alunos do primeiro semestre do curso de psicologia, resolveram individualmente 64 problemas, categorizados em fáceis e difíceis. Nos fáceis, o dividendo era <= a 25 (24 : 6) e nos difíceis dividendo >= 25. (42 : 7) Os problemas eram apresentados (um a um) no monitor de um computador. Solicitava-se a resposta e a descrição oral do processo. Erro, tempo de reação e estratégia para a solução foram coletados, o tempo foi marcado por cronômetro e a estratégia gravada.	As estratégias mais usadas foram: conhecimento prévio; fatos derivados e agrupamentos. Problemas fáceis foram resolvidos rapidamente por várias estratégias, os difíceis prioritariamente, resolvidos usando o conhecimento prévio. As análises do erro e tempo de reação indicam que o conhecimento prévio foi a estratégia mais rápida e eficiente. Os alunos mais velhos usaram prioritariamente o conhecimento prévio.
20	Squire, S. & Bryant, P. (2002*)*. From sharing to dividing. The development of children's understanding of division. *Developmental Science*, 5(4), 452-466.	Inglaterra	Vergnaud	Compreender como as crianças resolvem problemas simples de divisão.	118 alunos de 5 a 9 anos participaram individualmente de duas sessões de testes. Na 1ª, responderam a um pré-teste (de repartição). Os aprovados responderam problemas de divisão (partitivos e quotitivos). A partir desses resultados os alunos foram divididos em 2 grupos experimentais. Na 2ª, um dos grupos recebeu problemas de divisão partitiva e o outro, quotitivas.	O início da resolução de problemas apóia-se em um modelo mental construído a partir de um esquema de ação que depende do contexto do problema. A experiência de compartilhar influencia os modelos mentais de divisão. Apresentaram melhores resultados nos problemas de divisão partitiva.
21	Cunha, M. R. K. da (2002*). A quebra da unidade e o número decimal: um estudo diagnóstico nas primeiras séries do ensino fundamental.* Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica, São Paulo.	Brasil	Piaget Vygotsky Nunes Duval Vergnaud	Identificar as representações da quebra da unidade.	48 alunos de uma Escola Pública foram divididos em 4 grupos (2ª; 3ª; 4ª e 5ª séries) e responderam a 21 questões contextualizadas e não contextualizadas, de modo oral e escrito sobre medida, sistema monetário e matemático formal.	Os alunos apresentaram baixo desempenho nas questões (contextualizadas e não contextualizadas) de quebra de unidade. E não conseguiram associar os dígitos após a vírgula com quantidades menores que a unidade. Os alunos das 4ª e 5ª séries não conseguiram representar quantidades menores que a unidade no sistema escrito; ler e interpretar um número na representação decimal. No contexto monetário, os alunos da 5ª série apresentaram melhor desempenho no sistema escrito que no oral.

22	Sharp, J. & Adams, B. (2002). A construção do conhecimento de divisão de frações das crianças após a resolução de problemas reais. *The Journal of Educational Research,5,* 333-347.	Estados Unidos	Kieren (1988) NCTM (1991) Carpenter (1986) D`Ambrósio (1990) Kamii & Warrington (1995) Matemática Realistica	Identificar como os alunos desenvolvem e constroem seu conhecimento de divisão de frações; Determinar as melhores abordagens para o ensino de frações;	23 alunos, entre 10 e 11 anos, (48% de afro-americanos e 52% de caucasianos), sem instruções sobre divisão de frações, responderam a 20 problemas organizados por nível de complexidade.	Os alunos usaram figuras, símbolos e palavras para resolver e comunicar suas produções. E os conhecimentos préexistentes de divisão de números inteiros. Alguns desenvolveram procedimentos simbólicos formais e outros procedimentos pictóricos. Nenhum aluno criou algum procedimento que lembrasse ao menos o procedimento usual de inverter para depois multiplicar – usado para a divisão de frações. As estratégias revelaram alguma manifestação de conhecimento conceitual sobre adição e subtração de frações e uma definição de fração. O foco numa conexão entre o algoritmo de inverter e multiplicar e o conhecimento operacional dos números inteiros confundem os alunos. Assim, devem-se criar novas estratégias de ensino que valorizem a construção de novos mecanismos e estratégias reais.
23	Notari, A M. (2002).*Simplificações de frações aritméticas e algébricas: um diagnóstico comparativo dos procedimentos.*Dissertação de Mestrado.Pontifícia Universidade Católica, São Paulo.	Brasil	Vários trabalhos sobre a álgebra Booth (1988) Mason (1996) Kaput (1996)	Identificar os principais erros e dificuldades de alunos dos ensinos Fundamental e Médio na simplificação de frações aritméticas e algébricas.	1 turma de 8ª série e 1 turma do 1 ano do Ensino Médio de Escolas públicas de São Paulo, responderam a uma prova com 8 questões (4 de frações aritméticas e 4 de algébricas) e foram entrevistados em função do número alto ou mínimo de erros.	Alto índice de erro na simplificação de frações algébricas, revelando incompreensão das regras formais que regulamentam as transformações. E ausência de integração entre os domínios conceituais algébricos e aritméticos. Predominância de erros devidos a uma generalização de regras de uma situação para outra, sem uma análise das condições que validam a generalização. No tratamento das expressões aritméticas houve predomínio de procedimentos de cálculo realizados automaticamente, sem uma reflexão sobre a natureza da tarefa proposta.
24	Robinson, M. K. e Ninowski, E. J. (2003). Adults´Understanding of inversion concepts: How does performance on addtion and subtraction inversion problems compare to performance on multiplication and division inversion problems? *Canadinan Journal of Experimental Psychocoly*, *5*7(4), 321-330.	Canadá	Cita trabalhos sobre divisão	Descrever como os adultos aplicam o princípio da inversão.	29 alunos (20 mulheres e 9 homens), entre 18 e 23 anos, de graduação, responderam individualmente a dois conjuntos de 24 problemas. O 1º com 12 problemas de inversão (a+b-b) e 12 da forma (a+b-c). O 2º com 12 problemas da forma (d x e:e) e 12 da forma (d.e: f). Para cada problema, o tempo de reação foi marcado, a precisão da resposta anotada e o relatório verbal da solução gravado e transcrito.	Os alunos mostraram entendimento e utilizaram a relação inversa entre as operações. O desempenho foi diferenciado entre problemas de inversão das formas (a+b-b) e (d x e: e). Os alunos usaram a estratégia de inversão mais freqüentemente em problemas de (+ e –) do que em problemas de (x e :).

25	SELVA, Ana Coelho Vieira. Discutindo o uso de materiais concretos na resolução de problemas de divisão. In SCHLIEMANN, Ana Lúcia Dias; CARRAHER, David William (Orgs.). **A compreensão de conceitos aritméticos**. Ensino e Pesquisa. Campinas: Papirus. P. 95-119, 1998. 2ª Edição 2003.	Brasil	Ginsburg (1981) Piaget (1969),	Analisar como o material didático influencia o desempenho e as estratégias de resolução em crianças. Conhecer a idade em que as crianças começam a compreender e a resolver problemas de divisão e a forma como o fazem.	108 alunos, entre 5 e 8 anos de uma escola particular de Recife, da alfabetização a 2ª série, foram submetidos a exame de sondagem sendo avaliadas suas habilidades em relação à escrita numérica, à contagem, à adição, à subtração e à proporção, bem como à tarefa Piagetiana de conservação de quantidades discretas. Em função dos resultados, os alunos de cada série foram divididos em três grupos homogêneos: Grupo 1 – possuía fichas de um mesmo tamanho e cor; Grupo 2 – possuía papel e lápis e Grupo 3 - não possuía nenhum material. Os alunos resolveram, individualmente, 8 problemas (4 de partição e 4 de quotição), apresentados alternadamente na forma de uma história.	Não ocorreram diferenças significativas em termos de número de acertos, em nenhuma série, entre os grupos que receberam fichas e aqueles que trabalharam com papel e lápis. Houve melhor desempenho por parte das crianças das séries mais adiantadas. As principais estratégias utilizadas foram: representação direta com distribuição de pequenas quantidades; representação direta com formação de grupos; ensaio e erro; repetição aditiva; uso de fato conhecido. O uso de lápis e de papel favoreceu a utilização de estratégias mais complexas, ao passo que o uso de fichas levou as crianças a permanecer utilizando a Estratégia de representação direta.
26	Ferreira, S. A e Lautert , L.(2003). A tomada de consciência analisada a partir do conceito de divisão: Um estudo de caso. *Psicologia: Reflexão e Crítica,*	Brasil	Piaget (1975; 1976; 1977; 1995)	Ilustrar a tomada de consciência por meio do conceito de divisão.	Um aluno de 6 anos e 4 meses, da alfabetização, de uma escola particular de Recife, iniciado no aprendizado de subtração e adição, tendo recebido noções introdutórias sobre a divisão, foi submetido a uma situação gráfica, na qual usava papel e lápis; e a uma situação concreta, na qual usava fichas e/ou objetos idênticos aos do problema. Todas as falas foram gravadas e filmadas. Os protocolos foram analisados de maneira qualitativa.	O aluno revelou graus diferenciados de tomada de consciência da divisão, auxiliado pelos referentes presentes na linguagem do entrevistador, sem, no entanto, atingir a conceituação. Ao lidar com um dado novo recorreu a esquemas de adição já construídos, não sendo capaz de re-elaborar ou construir novos esquemas, não tomando consciência do resto e dos outros termos da divisão.

27	CARRAHER, David W. Relações entre razão, divisão e medida. In SCHLIEMANN, Ana Lúcia Dias; CARRAHER, David William (Orgs.). **A compreensão de conceitos aritméticos.** Ensino e Pesquisa. Campinas: Papirus. P. 73-94, 1998. 2ª Edição 2003.	Brasil	Confrey e Smith 1989)	Analisar como a compreensão de razões e proporções se desenvolve com base no conhecimento prévio. Identificar os novos elementos e desafios que a criança não pode enfrentar com base, apenas, no conhecimento previamente adquirido.	5 alunos, entre 10 e 11 anos, de 5ª e 6ªsérie, de uma escola particular de Recife, instruídas sobre frações, sem o estudo das relações entre frações, multiplicação e divisão, foram submetidas à entrevista individual pelo método clínico. O entrevistador perguntava quais seriam os efeitos intermediário e final das duas operações sucessivas, dando atenção especial à forma como os alunos denominavam as quantidades resultantes.	O ensino e a aprendizagem de razões e proporções podem basear-se no que os estudantes já sabem, mas esse não é um processo simples e direto. As operações sobre os números racionais não podem ser diretamente derivadas das operações com inteiros, mas isso não significa que existe um fosso intransponível entre os dois campos. Esse dilema se manifesta claramente no caso de razão e proporção. A fração representa uma razão e uma equivalência de frações (ou medida fracional) representa uma proporção. Embora o conhecimento sobre frações deva basear-se no conhecimento sobre os inteiros, esse nem sempre é confiável, como fica claro no caso da crença de que “multiplicação leva a um resultado maior”.
28	Moro, M. L. F. (2004). Notações da matemática infantil: igualar e repartir grandezas na origem das Estruturas Multiplicativas. Psicologia: Reflexão e Crítica, 17(2), 251-266.	Brasil	Vergnaud Piaget	Descrever a natureza e as transformações de notações infantis relativas a tarefas centradas na igualização de parcelas e na repartição de grandezas.	12 alunos entre 6 a 10 anos, de 1ª e 2ª série, de 2 escolas públicas, foram agrupados em tríades por sorteio aleatório, considerando o critério da defasagem ótima e submetidos a tarefas centradas na igualização e repartição de coleções, propostas oralmente pelo pesquisador, para solução conjunta pelos elementos das tríades. As intervenções contribuíam para a compreensão do problema. Todas as sessões foram gravadas e transcritas, seguidas de análise microgenética.	As notações dos alunos apresentam desenhos, algarismos e escritas alfabéticas e apontam três estados de conceituação: ausência na noção de divisão; concepção aditiva da divisão e concepção elementar de divisão. Compor e decompor uma totalidade em partes equivalentes e/ou não equivalentes (provocado nas tarefas de igualização de parcelas e de repartição) está presente na psicogênese das estruturas multiplicativas nas aditivas.

29	Pires, E. L. (2004). *Meus registros para frações e decimais: entre o que eu penso e o que eu escrevo; entre o que eu escrevo e que você lê.* Dissertação de Mestrado, Universidade de Brasília, Brasília.	Brasil	Raymond Duval (2003) Brousseau Ifrah (1998) Vergnaud (1996) Piaget e Inhelder (1997)	Analisar os registros de representações semióticas produzidos pelas crianças no processo escolar de conceitualização dos números racionais não-negativos.	32 alunos, de 9 anos, de 3ª série, de uma escola Pública do Distrito Federal, responderam a situações-problema envolvendo números racionais. Os protocolos foram analisados e em seguida os alunos foram questionados sobre a resolução.	Os alunos usaram diferentes registros (gráficos, orais, pictóricos) para comunicar suas representações e métodos alternativos para trabalhar com o conceito de número racional. Usaram pouco o registro fracionário, mesmo quando a situação exigia, preferiram fazer a conversão para o registro decimal ou até mesmo natural. Atribuíram significados aos registros convencionais para os números racionais que nem sempre correspondem ao significado trabalhado pela escola, o que gerou uma avaliação equivocada sobre o desenvolvimento da criança. As atividades cognitivas mais necessárias para o trabalho com o número racional envolvem o pensamento conservatório e o reversível. No registro decimal, predomina o conservatório e no fracionário o reversível, que permite à criança pensar em partes e todo ao mesmo tempo. Aprendizagens anteriores e a linguagem do professor constituem-se em obstáculos no processo de conceitualização do número racional.
30	Campos, E. M. (2004). Aprender frações...Sim, mas como? Quando? *Ciências e Letras*, 35, 187-200.	Brasil	Teoria de Piaget	Identificar a fase inicial de conceituação de fração na produção e alunos de 8ª série.	186 alunos, de 8ª série, de uma escola pública de Porto Alegre, responderam individualmente à pergunta: Qual a fração maior: ½ ou ¼? 0,4 ou 0,36? Todas as ações do aluno, escritas ou faladas, foram registradas.	Acentuado grau de dificuldade nas respostas; incidência de erros da mesma natureza os quais se repetem coletivamente, na classe; ausência de conceitualização e incapacidade de justificar respostas. Os números decimais não são tratados como parte integrante dos números fracionários, mas como um outro conjunto numérico. De modo especial, quanto aos decimai,s observou-se a inexistência de consideração das relações parte todo e da ampla cadeia de situações próprias a essas relações: unidades iguais ou equivalentes; divisão/ partição exatas;

31	LAUTERT, Síntria Labres. **Como as crianças lidam com as relações inversas em problemas de divisão.** Tese (Doutorado em Psicologia Cognitiva) – Pós-graduação em Psicologia, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, PE, 2005.	Brasil	Nunes e Bryant, 1997	Examinar como as crianças lidam com as relações inversas entre os termos da divisão, caracterizando os tipos de erros e a natureza das dificuldades.	40 alunos, entre 9 e 11 anos, de 3ª série, de uma escola pública de Recife, instruídos sobre a divisão no contexto escolar, resolveram individualmente 6 problemas de divisão sem resto (3 de divisão por partição e 3 por quotas). O problema era disponibilizado oralmente e por escrito. Foram solicitadas justificativas, independentemente se as respostas eram corretas ou não. Nenhum *feedback* foi fornecido pelo examinador.	Os alunos apresentaram dificuldades em compreender as relações inversas nos dois tipos de problemas. As justificativas expressaram maior compreensão das relações inversas em problemas de divisão por quotas (57,5%). A maior dificuldade dos alunos, em ambos os problemas, foi focalizar a atenção no maior divisor, esquecendo-se de considerar o tamanho do dividendo.
32	Castela, S. A.(2005). Divisão de números naturais: concepções de alunos de 6ª série. Dissertação de Mestrado, Mestrado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.	Brasil	Teoria APÓS (do inglês: Action, Process, Object and Schema), desenvolvida por Ed Dubimrsky com base na teoria de abstração reflexiva, introduzida por Piaget.	Investigar o conhecimento do algoritmo da divisão e sua aplicação em questões contextualizadas em alunos de 6ª série. Analisar as relações que estes alunos estabelecem entre o dividendo, divisor, quociente e resto na divisão de números naturais.	28 alunos, entre 11 e 13 anos, de 6ª série de uma escola pública localizada no campus de uma universidade pública da cidade de São Paulo, foram submetidos a um teste escrito com 12 questões (8 formais- aplicação de algoritmo e 4 contextualizadas – problemas do tipo escolar) e a questionamento sobre o protocolo produzido o qual foi gravado e transcrito. Os dados foram analisados de maneira qualitativa.	Menos da metade dos alunos conhecem o algoritmo da divisão. O erro mais freqüente em relação ao algoritmo é o uso incorreto do zero no quociente. Todos os alunos utilizaram a operação de divisão para resolver, pelo menos, uma das três questões contextualizadas. Dos 25 sujeitos que tiveram sucesso em, pelo menos, uma das questões em que era necessário usar a reversão, 15 utilizaram-na tanto para encontrar o dividendo, quanto para encontrar o divisor, nove apenas fizeram a reversão para encontrar o dividendo. A grande maioria dos sujeitos (25) não conseguiu relacionar o resto de maneira correta, aos demais elementos.
33	Moro, M. L. F. (2005). Estruturas multiplicativas e tomada de consciência: Repartir para dividir. *Psicologia: Teoria e Pesquisa*, 21(2), 217-226.	Brasil	Vergnaud Piaget	Descrever as concepções de divisão por partição em tarefas de repartição de coleções numéricas; Identificar níveis de tomada de consciência de relações típicas da divisão partitiva.	Seis alunos, entre 7 e 8 anos, de 1ª e 2ª série de uma escola de periferia de Curitiba, foram agrupados em tríades, respeitando o critério de defasagem ótima, e submetidos à resolução de tarefas de divisão por partição, propostas oralmente pelo pesquisador em duas sessões com intervenção do pesquisador. As tarefas consistiam em repartir coleções de fichas em duas, três partes iguais em uma sessão e em três e quatro em partes iguais na outra sessão. Receberam como material de apoio uma coleção de até 20 fichas de plástico, uma caixa com divisória, dois bonecos, folhas em branco e canetas. As sessões foram gravadas e transcritas, e a análise foi microgenética.	A hierarquia das concepções de divisão retrata uma progressão: (1º) impera a distribuição de uma coleção em duas e, depois, em mais parte, ausência de relação entre a ação efetuada e seus resultados; (2º) idéias pré-aditivas e (3º) predomínio de relações aditivas, ausência da distinção entre o escalar e as medidas sobre as quais opera. Os níveis de tomada de consciência observados foram: menos avançado – da concepção pré-aditiva de divisão; Intermediário – da concepção aditiva de divisão e o Mais avançado – da concepção elementar da divisão.

34	Jesus, A. M. (2005). Construir o conceito da divisão, resolvendo problemas: um estudo de caso. Associação de professores de matemática. Em Grupo de trabalho de investigação (Org.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (p. 91-111). Lisboa: APM.	Portugal	NCTM (1991) Hiebert e Carpenter (1991)	Compreender como um aluno de 3º ano desenvolve o sentido da divisão, a partir do seu envolvimento na resolução de problemas.	Um aluno de 8 anos, de uma escola pública, foi acompanhado por sua professora em sua rotina escolar, por meio de observações diretas, recolhimento de notas de aulas, fichas de trabalho e, conversas informais, na resolução de problemas. Os fatos importantes registrados ao longo das aulas foram gravados, e transcritos, e analisados qualitativamente.	A compreensão das operações de adição, de subtração e de multiplicação foi decisiva para a apropriação da divisão. A proficiência do cálculo, o sentido de número e o cálculo mental foram essenciais em todo o processo de resolução de problemas. O aluno não dominava o algoritmo da divisão, contudo, utilizou procedimentos intuitivos que lhe permitiram melhor compreensão do conceito, assim como o desenvolvimento do sentido de número e das operações, ao mesmo tempo em que propiciou melhor desempenho na resolução de problemas.
35	Ferreira, E. (2005). Um percurso na aprendizagem do conceito de divisão no 1º ciclo. Em Grupo de trabalho de investigação (Org.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp 113-137). Lisboa: APM.	Portugal	Carraher e Schliemann (1985) NCTM (2000) Nunes e Bryant (1997)	Analisar a produção dos alunos na aula de matemática em interação com a professora, ao longo de quatro anos de escolaridade no tocante a conceituação de divisão a partir da resolução de problemas.	18 alunos foram submetidos, durante quatro anos, a atividades de resolução de problemas de divisão como partilha (1º e 2º ano), como medida (3º ano) e como razão (4º ano). A mesma professora durante os 4 anos conduziu a proposta metodológica e a análise interpretativa dos dados. Para a coleta dos dados, fez uso da observação e do registro das aulas e das discussões coletivas.	A aprendizagem do algoritmo da divisão pouco alterou as estratégias pessoais dos alunos. A maioria conseguiu, ao longo do processo, compreender e aplicar corretamente o algoritmo, outros não. Contudo, esses aplicavam estratégias menos econômicas, porém eficientes. No decorrer do processo, os alunos desenvolveram e usaram, com muita liberdade, procedimentos pessoais para a resolução das operações que os problemas exigiam. Problemas de divisão como medida precisam ser trabalhados ao longo do 1º e do 2º ano.
36	Prado, E. P. de A (2005). A escrita numérica fracionária [Resumo]. Em Comissão organizadora do V CIBEM, *Resumos de comunicações orais, V CIBEM – Congresso Ibero-americano de Educação Matemática (p. 83).* Cidade do Porto - Portugal: Associação de Professores de Matemática.	Brasil	Caraça (1984) Dantzig (1970)	Analisar a aprendizagem matemática dos alunos de 5ª série, a partir da reflexão contínua do professor sobre sua prática e sobre a (re) criação dos conceitos matemáticos de medição e fração.	Alunos de uma turma de 5ª série, de escola pública de São Carlos/SP, resolveram uma situação-problema de medição (das dimensões do livro de gramática) seguida de discussão e análise da produção dos grupos – pelos alunos, com a intervenção do professor.	Nos registros escritos pelos alunos não surgiu o símbolo matemático de fração a/b. Estes criaram uma notação própria. O processo de formação da linguagem numérica não inicia apenas como símbolo a/b. Está inserido em um amplo movimento que tem início e desenvolvimento nas ações da medição; na expressão verbal não estruturada; na escrita das expressões verbais através das palavras; na criação de alguns símbolos que reduzam a quantidade de palavras; na criação de símbolos que eliminem as palavras; na comparação dos símbolos criados pelos alunos com os símbolos matemáticos fracionários atuais.

37	Fonseca, F. L. (2005) *A divisão de números racionais decimais: um estudo exploratório junto a alunos de 6ª série*. Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica, São Paulo.	Brasil	Piaget Bell e Greer (1992)	Verificar se os alunos conhecem a técnica da divisão de números racionais, se a utilizam para resolver questões contextualizadas. Observar que relações os alunos estabelecem entre dividendo, divisor e quociente e quais os significados atribuídos aos restos parciais.	24 alunos, de 6ª série, da Escola de Aplicação da USP, responderam a uma prova contendo 9 questões: 4 formais (apenas com o algoritmo da divisão) e 5 contextualizadas (situações-problema envolvendo peso, medida e valor monetário), sendo em seguida, entrevistados para mais esclarecimentos do processo de resolução.	Menos da metade dos alunos dominam as técnicas do algoritmo da divisão, os que não dominam utilizaram outros métodos nas questões contextualizadas. A questão contextualizada com o maior índice de acerto foi de divisão quotitiva. cinco alunos conhecem a relação: D/q=d; 10 alunos conhecem a relação: D= q.d; Todos os alunos que conheciam a primeira conheciam a segunda. Dos cinco alunos que conheciam as duas relações apenas três conheciam a técnica. Todos os alunos conheciam os termos décimos, centésimos e milésimos. No entanto, não atribuíam significados a eles quando inseridos em uma divisão.
38	Merlini, V. L. (2005) O conceito de fração em seus diferentes significados: um diagnóstico com alunos de 5ª e 6ª séries do ensino fundamental. Dissertação de Mestrado.Pontifícia Universidade Católica, São Paulo.	Brasil	Vergnaud (1988, 1990) Nunes et al (2003) Kieren (1988)	Identificar as estratégias de resolução desenvolvidas por alunos de 5ª e 6ª séries em questões de fração referentes aos cinco diferentes significados: número, parte-todo, quociente, medida e operador multiplicativo.	Alunos de 5ª e 6ª série, de duas escolas públicas, responderam a 19 questões que abordavam os cinco significados, envolvendo quantidades discretas e contínuas e representações icônicas e não icônicas e entrevista clínica posterior a resolução.	Os percentuais de acerto tanto na 5ª como na 6º foram baixos. Quanto aos significados: parte-todo, houve homogeneidade em ambas as séries, embora a 6ª apresentasse melhor desempenho nas questões com quantidade discreta não icônica; número os alunos apresentaram os piores resultados; quanto à medida apresentaram o segundo pior resultado. A homogeneidade entre as séries foi rompida nos significados quociente e operador multiplicativo.
39	Magina, S., Campos, T. & Nunes, T. (2005). A Fração do ponto de vista do professor não especialista: conceitos e estratégias de ensino [Resumo]. Em Comissão organizadora do V CIBEM, *Resumos de comunicações orais, V CIBEM – Congresso Ibero Americano de Educação Matemática (p. 37).* Cidade do Porto - Portugal: Associação de Professores de Matemática.	Brasil	Vergnaud (1983, 1998); Kieren (1988) Nunes (2003)	Investigar os conceitos que professores das séries iniciais do Ensino Fundamental têm sobre fração através do seu desempenho na resolução de problemas e na análise de suas estratégias didáticas.	70 professores, de 1ª a 4ª série – com magistério, de Escolas públicas de São Paulo, responderam a um teste (com 4 problemas) incluindo itens de fração e itens para comentar respostas dadas por crianças a problemas de fração. Foram solicitados a explicar como as crianças raciocinaram e como eles, poderiam ajudá-las a desenvolver o entendimento delas sobre fração.	A maior parte dos professores apresentou conceitos adequados de fração, porém ainda apresentam dificuldades em representar numericamente situações de fração e de razão, não estabelecendo conexões entre esses conceitos. A principal estratégia de ensino proposta foi o uso de desenho ou de material concreto.

40	Santos, dos A. (2005). O conceito de fração em seus diferentes significados: um estudo diagnóstico junto a professores que atual no ensino fundamental. Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica, São Paulo.	Brasil	Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1998) Nunes e Bryant (1997) Nunes et al (2001)	Conhecer e compreender as concepções de professores que atuam no ensino fundamental no tocante às frações.	67 professores, entre especialistas e polivalentes, do ensino fundamental de 7 escolas públicas de São Paulo, elaboraram e responderam 6 problemas envolvendo o conceito de fração, com um intervalo de 30 dias entre a elaboração e a resolução.	Na elaboração dos problemas, tanto os professores polivalentes quanto os especialistas valorizaram a fração com o significado de operador multiplicativo e não foram observadas diferenças significativas entre a concepção desses professores seja na elaboração, seja na resolução. Nas resoluções foi constatada a valorização de aspectos procedimentais – aplicação de um conjunto de técnicas e regras. As concepções desses professores foram influenciadas pelas experiências vividas como aluno na educação Básica.
41	Merlini, V., Magina, S., Santos A dos & Moutinho, L. (2005). Fração: o significado quociente para professores e estudantes – um estudo comparativo [Resumo]. Em Comissão organizadora do V CIBEM, *Resumos de comunicações orais, V CIBEM – Congresso Ibero Americano de Educação Matemática (p. 48).* Cidade do Porto - Portugal: Associação de Professores de Matemática.	Brasil	Vergnaud (1983, 1998); Kieren (1988) Nunes (2003)	Comparar o conceito de número racional, junto a professores e estudantes do Ensino Fundamental no que se refere à representação fracionária e ao significado quociente	47 professores de 3ª, 4ª e 5 série, desses 26 com magistério e 21 com Licenciatura em matemática, elaboraram 6 problemas sobre número racional na sua representação fracionária. E seus alunos responderam a um teste escrito envolvendo os 5 significados da fração, aplicados coletivamente nas turmas.	O significado quociente não foi contemplado de maneira expressiva. 80% dos problemas propostos referiam-se ao significado "operador multiplicativo" e "parte-todo". A representação da fração em situação de divisão (quociente), do ponto de vista formal, não era usual entre os sujeitos.
42	Magina, S., Campos, T., Santos A dos., Merline, V., Rodrigues, W., Damico, A, Fontoura, A, Moutinho, L & Canova, R. (2005). Frações: Do prognóstico dos professores à realidade dos alunos [Resumo]. Em Comissão organizadora do V CIBEM, *Resumos de comunicações orais, V CIBEM – Congresso Ibero Americano de Educação Matemática (p. 47).* Cidade do Porto - Portugal: Associação de Professores de Matemática.	Brasil	Vergnaud (1983, 1998); Kieren (1988) Nunes (2003)	Comparar o prognóstico feito por professores e o desempenho real dos alunos de 3ª e 4ª séries primárias, sobre os significados das frações.	***70 professores, de 1ª a 4ª séries de uma Escola Pública de São Paulo relataram o prognóstico de acerto de seus alunos num teste com problemas de frações. E 131 alunos, de 3ª e 4ª série, responderam a 4 questões (bem usuais) envolvendo 3 significados da fração (parte-todo, quociente e operador multiplicativo).***	O prognóstico do desempenho relatado pelos professores, em geral, não coincide com o desempenho real. Os professores superestimaram a capacidade dos alunos das 4ª séries em relação aos das 3ª séries, porém não houve diferença expressiva quando comparados os índices de acerto dos alunos da 3ª e da 4ª. Nas questões que abordam os significados parte-todo e operador multiplicativo em quantidade discreta, os professores não consideram o grau de dificuldade intrínseco a cada item.

43	Silva, A R. H. S. (2005). *A concepção do professor de matemática e dos alunos frente ao erro no processo de ensino e aprendizagem dos números racionais*. Dissertação de Mestrado. Pontifica Universidade Católica, Paraná.	Brasil	D´Ambrósio (1999) Frendenthal Brosseau (1983) Pinto (2000)	Compreender como os erros sobre números racionais são concebidos pelos professores e alunos no processo de ensino e aprendizagem.	2 professores, de 5ª a 7ª série, avaliaram e identificaram os erros, analisando sua ocorrência, em protocolos de resolução de um grupo de 17 alunos, numa prova sobre os números racionais. Professores e alunos foram entrevistados separadamente em busca de mais esclarecimentos.	A correção das provas evidenciou que o critério utilizado foi o de considerar apenas a resposta correta no final da questão e que as maiores dificuldades dos alunos foram no uso da vírgula, compreensão da relação parte-todo e divisão de números decimais; estas são atribuídas (pelos professores) a deficiências de conteúdos oriundas das séries iniciais. A análise dos erros dos alunos de 6ª e 7ª contradiz essa hipótese. Os professores apresentam um discurso construtivista e uma prática conservadora e descontextualizada de tratamento dos erros. .Estes possuem uma visão tradicional do processo de ensino e aprendizagem, apesar de conhecerem outras propostas pedagógicas. Não aceitam interpretações diferentes das suas nas respostas fornecidas pelos alunos e não conseguem evidenciar as reais necessidades conceituais dos alunos a partir dos erros. Contudo, apresentam desejo de mudança em suas práticas, considerando que o erro do aluno pode ser superado a partir de uma prática que melhor instrumentalize a aprendizagem. Os alunos consideram o erro uma incapacidade pessoal em aprender matemática.

Quanto ao método, encontrou-se a predominância da abordagem qualitativa envolvendo atividades escritas, seguida de entrevista clínica semi-estruturada com o objetivo de obter dados sobre as estratégias utilizadas por alunos e professores. Na maioria desses estudos, tais atividades eram de natureza semelhante àquelas utilizadas no contexto escolar tradicional. Alguns adotaram o que denominaram de itens contextualizados, definidos como atividades significativas para os alunos, sem maior aprofundamento.

No que diz respeito aos resultados obtidos por essa categoria de estudos, foi possível distinguir aqueles relativos à divisão e aqueles relativos aos números racionais.

Os estudos sobre divisão apontaram, sobretudo, dados relacionados ao tipo de procedimento e registros adotados e à natureza dos erros. Em geral, os resultados desses estudos indicaram que os alunos apresentaram melhor desempenho em situação de divisão partitiva; que a noção de divisão precede o uso de procedimentos matemáticos formais e que tais procedimentos só passam a ser adotados quando os alunos são instruídos no contexto escolar. É interessante salientar que os estudos também mostraram que os algoritmos alternativos foram os mais utilizados, sendo vistos pelos alunos como mais eficazes do que o algoritmo formal. Ao mesmo tempo, esses mesmos estudos mostraram que tais alunos não compreendem a lógica do algoritmo formal. Portanto, quanto ao registro, os estudos apontaram que os alunos utilizaram desde grafismos irregulares, sem relação com a operação, passando pelo uso de sinais gráficos relacionados com as quantidades envolvidas na operação, até o uso de símbolos convencionais. Na maioria dos casos, os procedimentos de registro diferiam daqueles ensinados na escola.

As estratégias mais utilizadas por alunos entre 5 e 7 anos foram a partição com contagem, a partição com adição e a adição; em menor número, a divisão partitiva. As mais utilizadas por alunos entre 7 e 9 anos foram a multiplicação, a divisão partitiva, a divisão por correspondência e a subtração sucessiva, ou seja: os estudos apontam que, de acordo com a idade, os alunos avançam no entendimento da relação inversa entre divisor e quociente, o que é compatível com os estudos de Piaget, já referidos.

Os estudos apontam também, de modo consensual, que os erros e as dificuldades com a divisão estiveram presentes nas resoluções da maioria dos alunos, tanto das séries iniciais quanto das séries finais do Ensino Fundamental.

Os estudos sobre racionais apontaram que as verdades construídas pelos alunos acerca dos números inteiros funcionam, na maioria das vezes, como obstáculos epistemológicos na aquisição do conceito de número racional. Nos estudos que solicitavam a resolução de uma tarefa, os alunos usaram registros de diferentes naturezas (gráficos, orais e pictóricos), e a escolha dessa natureza foi influenciada pela tipologia da situação. Os diferentes estudos apontam a baixa utilização do registro fracionário (a/b) pelos alunos mesmo quando a situação exigia, estes preferiram fazer a conversão para o registro decimal e que atingiram melhores resultados em situações com o sistema monetário.

Os modos de representação agiram não somente como método para comunicar o raciocínio, mas como uma ferramenta para apoiar tal processo. A linguagem natural que as crianças e os adolescentes criavam no contexto de resolução de situações-problema não coincide com a linguagem formal para o tratamento das frações. Como observado em Prado (2005), o processo de formação da linguagem numérica não iniciou apenas como símbolo a/b. Esteve inserido em um amplo movimento que teve início e desenvolvimento nas ações da medição; na expressão verbal não-estruturada; na escrita das expressões verbais por meio das palavras; na criação de alguns símbolos que reduziam a quantidade de palavras; na criação de símbolos que eliminavam as palavras;

na comparação dos símbolos criados pelos alunos com os símbolos matemáticos fracionários atuais.

Os alunos que não dominavam os algoritmos formais para o trabalho com as operações dos racionais criaram e usaram com sucesso métodos alternativos em questões contextualizadas; atribuíam significados aos registros convencionais para os números racionais que nem sempre correspondiam ao significado trabalhado pela escola, o que gerava avaliação equivocada sobre o desenvolvimento do sujeito. A compreensão das frações ocorreu antes da aquisição de habilidades convencionais e os símbolos formais usados para a representação fracionária dos números racionais confundiram mais os alunos do que os referentes conceituais.

O significado parte-todo mostrou-se como o mais utilizado e com melhor desempenho os outros (quociente, medida, razão e operador multiplicativo) são pouco conhecidos pelos alunos. O significado quociente é apontado como estratégia didática indicada para iniciar o trabalho escolar com os racionais, uma vez que permite a transição de um trabalho de significação do resto na divisão à criação de uma representação apropriada que apóia a compreensão da passagem do conjunto dos naturais para os racionais.

As atividades cognitivas mais necessárias para o trabalho com o número racional envolvem o pensamento conservatório e o reversível. No registro decimal, predomina o conservatório e no fracionário, o reversível que permite à criança pensar em partes e todo ao mesmo tempo. A iniciação a partir de área de figuras geométricas deve observar se a criança já possui a conservação de área. Os estudos mostram a predominância de erros em conseqüência da generalização de regras de uma situação para outra, sem análise das condições que validam essa generalização.

Em geral, os professores apresentam conceitos adequados de fração, no entanto têm dificuldade em representar situações de fração com o significado de razão. A principal estratégia sugerida pelos professores, para o ensino de frações, é a utilização de desenhos ou de material concreto. Os professores, em contexto de criação de problemas, utilizaram prioritariamente a fração com o significado de operador multiplicativo. Foi constatada a valorização de aspectos procedimentais e suas concepções mostraram-se altamente influenciadas pelas experiências vividas como alunos na educação básica. Os prognósticos dos desempenhos dos alunos relatados pelos professores não coincidem com o real desempenho dos alunos.

2.2 – A segunda categoria de estudos: as pesquisas de intervenção

Do mesmo modo que nas pesquisas sobre resolução de problemas, segundo os resultados dessa análise, o referencial teórico das pesquisas de intervenção centrou-se predominantemente na já referida teoria dos campos conceituais (Vergnaud, 1990), na teoria dos subconstrutos dos números racionais (Kieren, 1988) e nos trabalhos de Brousseau (1986).

No geral, nos estudos em que se adotou a Teoria dos Campos Conceituais, encontramos as mesmas informações que destacamos anteriormente, exceto nos estudos de Silva (2005) e Santos (2005), os quais produziram uma interpretação dos três conjuntos – o das Situações, dos Invariantes e das Representações.

Em Magina, Campos e Nunes (2005), Silva (2005) e Santos (2005), fica evidente a influência do *Rational Number Project* (RNP), grupo de pesquisa que se dedica ao estudo das questões relacionadas ao ensino e à aprendizagem dos números racionais, fundado em 1979, tendo como membros os pesquisadores Merlyn J. Behr (falecido em 1995); Kathleen Cramer; Guershon Hharel; Richard Lesh e Thomas Post

(Para mais informações, http://education.umn.edu). É importante destacarmos que o grupo no final dos anos 80 do século XX incorporou as idéias do campo conceitual multiplicativo às suas pesquisas.

A abordagem exclusivamente piagetiana esteve presente com o estudo de Campos (1999), tendo como foco a obra Piaget e Inhelder (1948a). A Teoria Antropológica do Didático foi apresentada e amplamente discutida em apenas um estudo, o de Silva (2005).

Em resumo, como se pode observar na Tabela II, os principais objetivos dos estudos dessa categoria foram: experimentar e propor novas abordagens de ensino; intervir em favor do desenvolvimento profissional dos professores.

Tabela II: Pesquisas de intervenção

Nº	Referência completa	País	Referencial teórico	Objetivos	Método	Resultados
01	Chahon, M. (1999). O uso da metacognição no ensino fundamental de matemática: uma proposta de intervenção. Arquivos Brasileiros de Psicologia, 51(3), 52-59.	Brasil	Flavell (1999) Bruner (1968;1976) Vergnaud (1996)	Experimentar diferentes atividades empregando diferentes materiais visando à aquisição do conceito de fração por meio de metarregras.	***64 alunos, de 4ª série de uma escola pública do Rio de Janeiro foram divididos em 4 grupos (2 experimentais e 2 controle), e submetidos a uma avaliação inicial e ao pós-teste. Os grupos experimentais foram submetidos à intervenção, por meio de 12 atividades ao longo de 10 sessões.***	Os maiores escores no pós-teste foram apresentados nos grupos experimentais. As atividades nas quais se empregaram material contínuo, explorando cortes multiplicativamente relacionados (1/2, ¼, 1/8) de diferentes formas por meio de seguidas sobreposições e comparações, foram aparentemente mais bem sucedidas em beneficiar a nomeação e a identificação de equivalências entre frações do que a interpretação do significado fracionário no interior de situações-problema. Os jogos envolvendo procedimentos de mensuração e comparação/ordenação e a resolução de operações elementares com números fracionários tiveram desempenho bastante favorável nas tarefas do pós-teste.
02	Keijzer, R. e Terwel, J. (2001).Audrey´s acquisition of fractions: A case study into the learning of formal mathematics. *Educational Studies In Mathematics*, 47, 53-73.	Holanda	Berh, Harel, Post e Lesh (1992) Behr, Lesh, Post e Silver (1992) Kamii e Clark (1995) Freudenthal (1991)	Descrever, analisar e explicar o processo de aprendizagem de frações de um aluno mediano em matemática.	***Uma aluna, de 10 anos, participou de 30 sessões (aulas) de Intervenção baseada na proposta da Matemática Realista. Depois dessas 10 sessões foi entrevistada para avaliar o conhecimento da linguagem usada em frações***	O programa e seu projeto de ensino estimularam o progresso da aluna. Por volta da 20ª sessão, a aluna foi capaz de usar o ½ para estabelecer comparações e determinar a posição de outras frações na linha numérica. Depois da 21ª sessão, ela desenvolveu várias abordagens, conquistando as relações formais entre frações. Ao término das sessões, a aluna descobriu como comparar frações a partir do seu denominador, ampliando seu conhecimento, tornando-se capaz de encontrar uma fração equivalente e ser auto-suficiente em usá-la. As principais estratégias usadas na comparação de frações foram: comparar pela aparência; raciocínio baseado no tamanho dos pedaços; raciocínio com as frações equivalentes.

03	Bezerra, F. J. B. (2001). Introdução do conceito de número fracionário e de suas representações – uma abordagem criativa para a sala de aula. Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica, São Paulo.	Brasil	Ciscar (1988) Nunes e Bryant (1997) Vergnaud (1998)	Investigar uma abordagem para a aquisição do conceito de número fracionário e de suas representações.	***2 turmas, entre 8 e 10 anos, de 3ª série (sem instrução escolar sobre frações) de uma Escola Estadual de São Paulo, foram divididas em 2 grupos (controle - GC e experimental - GE). O GE foi submetido à intervenção (apoiada em situações significativas para os alunos, perpassando pela manipulação de materiais, representação pictórica e formalização) durante 12 encontros, nos quais a pesquisadora assumiu o posto de professora, e a professora de observadora.***	O grupo experimental apresentou desempenho superior ao grupo controle no pré e no pós-teste. Os alunos do GE conseguiram: estabelecer a relação parte-todo para quantidades discretas; representar simbolicamente, na forma a/b, com quantidades discretas; representar pictórica e simbolicamente a situação-problema, com quantidades contínuas; dividir corretamente as áreas, garantindo a conservação delas, com quantidades contínuas; representar simbolicamente a fração imprópria, com base em uma representação com quantidades contínuas. A abordagem utilizada, com base na divisão (quociente) de números naturais da problematizarão do resto e de sua representação, apresentou resultados bastante satisfatórios.
04	Joseph, L. M. e Hunter, A D. (2001). Differential application of cue card strategy for solving fraction problems: exploring instructional utility of the cognitive assessment system. *Child Study Journal*, 31(2), 123-136.	Estados Unidos	Cita inúmeros trabalhos sobre resolução de problemas de fração.	Explorar a aplicação diferencial de uma estratégia auto-regulatória em desempenho matemático entre alunos com dificuldades de aprendizagem e habilidades diversas de planejamento.	8 alunos, de 12 anos de uma escola de Ohio, que apresentavam dificuldades de aprendizagem, foram submetidos ao CAS (Sistema de Avaliação Cognitiva) e um teste matemático de adição e subtração de frações com denominadores iguais e diferentes, em três fases: Pré-teste, intervenção (ministrado por um professor e observado por um examinador) e pós-teste. Uma estratégia de cartão de dicas foi usada: 3 exemplos de problemas com representações numéricas. Durante o pós-teste os cartões foram removidos.	Alunos com perfis cognitivos diversos respondem diferentemente ao uso de uma estratégia auto-reguladora para resolver problemas fracionários básicos. A maior habilidade em planejamento implicou melhor desempenho. Todos os alunos tiveram melhora no desempenho em função dos cartões.

05	Connor, M. C. O. (2001). “Can any fraction be turned into a decimal?” A case study of a mathematical group discussion. *Educational Studies in Mathematics, 46, 143-185.*	Estados Unidos	Kieren (1993)	Compreender como as idéias matemáticas podem emergir de um grupo de discussão. Descrever o trabalho do professor ao conduzir uma discussão em grupo.	25 alunos, entre 9 e 10 anos, responderam ao Teste de Resultados da Califórnia (CAT) que envolvia cálculos, conceitos e aplicações em matemática, alcançando 91 pontos em média. Esses resultados foram revisitados pela professora que, durante dois dias de aulas, conduziu uma interpretação e análise (discussão dirigida), destes e de possíveis soluções para as questões sendo todas as aulas filmadas.	O estudo não traz detalhes suficientes de como os discursos afetam a idéias matemáticas – considerando as crianças individualmente. Eles apresentam mensagens que transcendem as particularidades das questões matemáticas exploradas e abordam questões mais amplas do trabalho matemático e científico em geral. As questões difíceis envolvem uma gama de pensamentos e hipóteses para serem respondidas. Nesse processo os alunos descobriram o que significa aprofundar algo que eles presumiam saber. Na discussão dirigida o trabalho do professor e do aluno requer apoio, pois os potenciais cognitivo e social dessas práticas discursivas não trazem resultados imediatos.
06	Brito, M.R.F. e Lima,V.S.(2001). Mapeamento Cognitivo e a formação do conceito de frações. Em Brito, M. R.F.(Org.), *Psicologia da Educação Matemática –Teoria e Pesquisa (pp.107-121).*Florianópolis: Insular.	Brasil	Ausubel (1978; 1980)	Avaliar os mapas conceituais como recurso na compreensão de frações.	19 alunas do 4º ano de magistério e 7 professoras do 1º e 2º ciclos do ensino fundamental, de uma mesma escola privada e urbana, responderam, individualmente, e sem comunicação a um questionário (tipo de formação, metodologias usadas nas aulas e materiais pedagógicos); um teste matemático (questões sobre frações – em tempo máximo de 100 minutos) e elaboraram mapas conceituais, após uma intervenção de 90 minutos sobre utilidade, significado e formas de emprego das frações.	Tanto os professores em exercício quanto os futuros professores não dispunham de todos os significados relativos a frações e não estavam aptos a trabalhar com exemplos e contra exemplos, bem como a elaborar situações de ensino nas quais seus alunos pudessem aprender significativamente. Na construção do mapa conceitual os sujeitos mostraram alta motivação e, aparentemente, aprenderam o conteúdo, sendo necessários mais estudos para indicar se o uso dos mapas pode facilitar a aprendizagem. A formação deficitária dos professores não foi, ao longo do tempo, compensada pela experiência no magistério, cursos de aperfeiçoamento ou contato com materiais pedagógicos, conseqüentemente, o ensino desse conteúdo não considera a formação significativa dos conceitos.

07	Saxe, G.B., Gearhart, M. e and Na´ilah, S. N. (2001). Enhancing students´understanding of mathematics: A study of three contrasting approaches to professional support. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 4, 55-79.	Estados Unidos	NCTM (1991) Behr, Lesh, Post & Silver (1983)	Identificar a influência do desenvolvimento profissional e curricular dos professores sobre a compreensão de frações de seus alunos.	23 professores participaram de 3 diferentes programas de formação. 9 do programa IMA (Avaliação Integrada de Matemática) de desenvolvimento profissional pautado em quatro focos: a compreensão dos professores em relação à matemática que ensinam; a compreensão dos professores da matemática das crianças; a compreensão dos professores das realizações e motivações das crianças na matemática e a oportunidade para os professores de trabalhar com outros profissionais; 8 do SUPP (O programa de apoio) que unia professores e comunidade na discussão das unidades curriculares- visando o desenvolvimento profissional e 6 do TRAD - comprometidos com o uso de livros-texto e não participavam de programas de desenvolvimento profissional. Para os grupos IMA e SUP foi fornecido uma unidade curricular renovada e para o TRAD livros usuais. E responderam a um questionário sócio cultural e formativo. E seus alunos, entre 9 e 11 anos, de etnias variadas, de 23 escolas, responderam testes impressos (itens de cálculo e conceituais - tempo 40 min) de conhecimento de frações no início e no final de uma unidade de frações.	Todas as turmas independentemente, do grupo apresentaram ganhos nos testes. A diferença de desempenho foi marcante entre os alunos, dos professores dos grupos IMA e TRAD. Em relação aos itens conceituais os alunos dos professores do grupo IMA tiveram melhores resultados; em relação aos itens de cálculo, os resultados foram similares entre os grupos IMA e TRAD e superiores aos do grupo SUPP. O programa IMA mostrou-se como o mais eficiente para o desenvolvimento profissional.

08	Spinillo, A G.(2002). O papel de intervenções específicas na compreensão da criança sobre proporção. *Psicologia: Reflexão e Crítica*, 15(3), pp.475-487.	Brasil	(Tourniaire &Pulos, 1985). (Inhelder & Piaget, 1976) Spinillo & Bryant (1991, 1999).	Investigar a possibilidade de fazer julgamentos proporcionais usando comparações parte-parte. Avaliar a eficácia de uma intervenção específica sobre a proporção em crianças não instruídas sobre o tema. Investigar a aplicação do conhecimento adquirido em dada situação e em outra situação diferente e mais complexa.	180 alunos, entre 6 e 8 anos, de uma Escola particular de Recife, foram igualmente divididos em 3 grupos (Alfabetização; 1ª série e 2ª série) e responderam ao um pré-teste. O Grupo 1 – resolveu sem intervenção uma tarefa de proporção e um pós-teste com a mesma tarefa do pré-teste. O Grupo 2 (Controle) – resolveu o pré e o pós-teste. Grupo 3 (Experimental): foi submetido à mesma tarefa do grupo 1, com intervenção de 40 minutos e ao pós-teste. Os alunos foram entrevistados individualmente em 2 ou 3 sessões, que foram gravadas em áudio e transcritas.	Somente o grupo 3 apresentou nível de compreensão sobre proporção mais elaborado e tiveram progressos entre o pré-teste e o pós-teste. As justificativas apresentadas depois da intervenção mostraram que as crianças estabeleciam relações de segunda ordem com base no referencial de metade. Esta, aprendida em uma dada situação, foi transferida para outra situação análoga, porém não idêntica e mais complexa. A instrução levou os alunos a aplicar noções intuitivas a uma dada situação que usualmente não seria resolvida por essa estratégia.
09	Calsa, G. C. (2004). Intervenção psicopedagógica e problemas aritméticos no ensino fundamental. Tese de Doutorado, Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.	Brasil	Nunes e Bryant (1997) Polya (1986) Zunino (1995) Vergnaud (1991) Inhelder e Piaget (1958)	Relacionar a posição da incógnita e o desempenho em problemas multiplicativos.	Alunos de 4ª série foram organizados em 2 grupos experimentais e submetidos a uma intervenção psicopedagógica de abordagem construtivista, considerando-se a ordem (aleatória ou definida) de apresentação da incógnita em problemas multiplicativos simples (multiplicação, divisão – partição e divisão – quotição). A amostra foi avaliada por meio de testes de problemas e provas piagetianas clássicas (pré-teste, pós-teste 1 e pós-teste postergado).	A variação da posição da incógnita não exerceu influência sobre o desempenho. A intervenção psicopedagógica contribuiu para o aumento do número de acertos e modificação de estratégias. Nos testes de problemas o desempenho em aritmética foi o fator mais relevante, enquanto o desempenho nas provas piagetianas não influenciou no progresso dos alunos.
10	Meneghetti, R. C. G. e Nunes, A. C. A. (2005). Atividades lúdicas e experimentais para o ensino de frações incorporadas a uma proposta pedagógica [Resumo]. Em Comissão organizadora do V CIBEM, *Resumos de comunicações orais, V CIBEM – Congresso Ibero-americano de Educação Matemática (p. 36).* Cidade do Porto - Portugal: Associação de Professores de Matemática.	Brasil	Kilpatrick (1987) D`Ambrósio (1993)	Avaliar os aspectos referentes à estruturação do material didático para o ensino dos números racionais.	Alunos de uma turma de 5ª série, de Escola Pública, foram submetidos a um pré-teste, a partir de situações-problema; e a intervenção de um pesquisador durante 23 aulas, utilizando quatro kits pedagógicos (compostos de atividades e materiais manipuláveis), abordando a idéia intuitiva de fração, conceitos de equivalência entre frações e as operações fundamentais entre frações (soma, subtração, multiplicação e divisão) e pós-teste com as mesmas questões.	O trabalho de intervenção apoiado pelo material didático ofereceu aos alunos oportunidades diferentes para a interação com os conceitos, uma vez que o mesmo conceito foi retomado em diversos níveis e sob novas abordagens. O pesquisador, ao provocar e instigar pensamentos e elaborações, relações entre os conceitos favoreceu o surgimento de situações de aprendizagem que envolveu o grupo de alunos. O desempenho dos alunos no pós-teste indicou maior entendimento conceitual.

11	Escolano, R e Sállan, J. M. G. (2005). Modelos de medida para la ensenanza Del número racional en educación primaria. Revista Iberoamericana de Educacion matemática. 1, 17-35.	Espanha	Kieren (1993) Brosseau (1983)	Analisar uma proposta didática para alunos de 4º ano de educação primária, apoiada no uso do significado - medida.	160 alunos, de um colégio público de Zaragoza - Espanha, foram submetidos a uma seqüência didática que consistia na apresentação de uma situação-problema de medida que requeria a comunicação do resultado da ação de medir. E a um processo de reflexão coletiva sobre acertos e erros na resolução dessa situação, mediada por seus professores. Depois de cada aula produziam um pequeno texto apresentando a percepção deles sobre os conceitos e os procedimentos. Seguido de organização das discussões e institucionalização do conhecimento matemático em questão. Análise qualitativa e quantitativa de 30 situações-problema, ao longo de 23 sessões em sala de 50 minutos de duração.	O ensino dos números racionais a partir do significado-medida é uma possibilidade viável. As respostas dos alunos indicam a superação dos obstáculos didáticos ocasionados pelo ensino a partir do significado – parte-todo. Entre eles: as frações impróprias não existem; o todo da unidade não é um número; não precisamos de um novo conjunto numérico. Os alunos percebem que a estrutura da fração difere substancialmente da do número natural. O tempo para a aprendizagem é superior ao destinado à situação de ensino a partir do significado parte-todo, porque atrasa a introdução da representação simbólica das frações.
12	Silva, M. J. F. (2005) Investigando saberes de professores do ensino fundamental com enfoque em números fracionários para a quinta série. Tese de Doutorado. Pontifícia Universidade Católica, São Paulo.	Brasil	Teoria Antropológica do Didático (Chevallard, 1999)	Analisar uma proposta de formação para um grupo de professores de 5ª série na construção de uma seqüência didática para o ensino de números fracionários.	8 professores (4 homens e 4 mulheres), e 5ª a 8ª e ensino médio de uma escola pública de São Paulo. 7 deles com Licenciatura em matemática, 1 com bacharelado, desses apenas 1 com curso de Especialização em psicopedagogia, responderam a um questionário sócio cultural e sobre sua formação; e participaram de 29 encontros de formação, totalizando 87 horas, com a pesquisadora e 3 colaboradoras; elaboraram mapas conceituais no início e ao final da formação tendo como palavra-chave: Fração; elaboraram e aplicaram em suas salas de aula seqüências didáticas elaboradas durante os encontros e produziram um documento relatando e refletindo sobre toda a experiência.	As seqüências didáticas construídas apresentaram tarefas que associavam, sobretudo, a concepção parte-todo em contextos de superfícies, mobilizando a técnica da dupla contagem das partes e, com menos incidência a concepção de razão mobilizando a mesma técnica. Ocorreram algumas mudanças nos sentimentos, nas emoções, nas concepções sobre o conteúdo e na prática de ensino, bem como modificações no discurso a respeito da aprendizagem de seus alunos e da maneira de observá-los em ação. A formação explicitou a necessidade de os professores desenvolverem autonomia e reflexão sobre o do conteúdo e suas práticas docentes.

Dos sujeitos que participaram desses estudos, 75% eram alunos do Ensino Fundamental e 25%, professores.

Quanto ao método, a análise indicou o uso predominante do modelo experimental clássico, com grupo controle submetido a pré e pós-testes e grupo experimental submetido a pré-teste, intervenção e pós-teste. Constataram-se diferenças quanto à natureza das tarefas que variaram do tipo tradicional a atividades ditas contextualizadas, definidas como aquelas que apresentam um contexto simulando fatos e/ou acontecimentos do dia-a-dia. O período de tempo adotado nas intervenções variou de 40 minutos a 87 horas, com um procedimento também variado: de aula expositiva dita dialogada – definida como seqüências de ensino apresentando revisão conceitual, seguida de esclarecimentos em função da demanda do grupo – a oficinas apoiadas na utilização de materiais denominados manipuláveis.

Os resultados desses estudos mostraram que as intervenções pautadas na resolução de problemas reais, definidos pelos autores como aqueles que são factíveis e significativos para os alunos e formulados a partir de experiências cotidianas, beneficiaram o progresso dos alunos, favorecendo a passagem de estratégias intuitivas – entendidas como aquelas criadas com base em conhecimentos anteriores – às relações formais com significado, tanto para a divisão quanto para os racionais. Nesses casos, os autores afirmaram que os alunos avançaram na compreensão dos conceitos, dos símbolos a eles relacionados e suas generalizações gradativamente, alcançando níveis cada vez mais complexos de pensamento matemático e atingindo a abstração necessária numa etapa adequada a seu desenvolvimento cognitivo, social e cultural.

Os alunos submetidos à intervenção apoiada em situações significativas com a utilização da manipulação de material com representação pictórica, seguida de formalização – isto é, observação sistemática das ações; discussão orientada para salientar regularidades conceituais; registro livre das principais conclusões; validação dos diferentes registros e registro das conclusões por meio da linguagem matemática –, foram capazes de estabelecer a relação parte-todo para quantidades discretas; utilizar o registro a/b com quantidades discretas; representar pictórica e simbolicamente a situação-problema com quantidades contínuas; dividir corretamente as áreas, garantindo a sua conservação, com quantidades contínuas; representar simbolicamente com a fração imprópria com base em uma representação com quantidades contínuas.

Em outras palavras, de um modo geral, esses estudos indicaram a eficácia dos procedimentos de intervenção adotados, uma vez que os sujeitos, considerando a diferença entre pré e pós-testes, demonstraram ser capazes de utilizar a representação a/b em diferentes situações, lidando ora com grandezas discretas, ora com contínuas e demonstrando a compreensão conceitual do significado do numerador e do denominador, bem como a noção de número racional intrínseca a esta representação formada por dois números inteiros.

Essas pesquisas também demonstraram que houve progresso na compreensão da relação entre as unidades de contagem ou de medida e seus decimais, superando a compreensão restrita da relação parte-todo em dois casos: nas intervenções em que se utilizaram situações de medição, isto é, nas atividades envolvendo o uso de instrumentos de medida e registro livre dos resultados, e nas intervenções em que foi utilizada a divisão não-exata, isto é, situações que exigiam, para a sua resolução, a divisão de dois números naturais seguida de registro livre do resto obtido. Segundo os autores, os alunos passaram a compreender que se tratava de um número não-natural com representação própria, segundo o sistema de numeração decimal com subunidades.

Os estudos que relataram intervenções junto a professores mostraram que, de um modo geral, não foram observadas mudanças em sua prática de ensino após a intervenção. Para que tal mudança ocorresse, os autores argumentam que seria necessário um tempo prolongado de participação no que eles denominam de encontros de formação.

2.3 – A pesquisa sobre divisão e números racionais: elementos de síntese

De maneira geral, os estudos analisados apontaram uma convergência teórica, predominando a referência à teoria dos campos conceituais e à dos subconstrutos dos números racionais. Do ponto de vista metodológico, a tendência geral é a análise qualitativa a partir da resolução de problemas, tendo alunos do Ensino Fundamental como sujeitos. Nesses estudos, os dados analisados foram, predominantemente, registros escritos seja de alunos, seja de professores, com vistas à identificação de dificuldades de aprendizagem e, no caso dos professores, dificuldades de aprendizagem e/ou indícios da prática docente em sala de aula. Percebe-se nesses resultados, a opção metodológica em analisar produtos "acabados" - a aprendizagem, a não-aprendizagem, práticas mediadoras corretas, práticas mediadoras incorretas.

Nenhum estudo teve como sujeito o professor universitário dos cursos de licenciatura em matemática e/ou pedagogia, ou seja, os formadores de professores. Os resultados confirmam que a pesquisa mantém seu foco em professores do Ensino Fundamental Séries Iniciais e Finais. Ademais, nota-se que essa opção ainda é feita, de forma estanque, ora investigando o professor que atua nas séries iniciais, ora o professor das séries finais.

Apesar da predominância da referência à teoria dos campos conceituais, apenas dois estudos apresentaram, como propõe Vergnaud (1990), uma interação entre os componentes do tripé – situações, invariantes e representações – para a construção de conceitos no campo conceitual em questão. Entre os estudos que consideraram tal interação, está o de Santos (2005). Nele, os conceitos foram efetivamente abordados a partir da explicitação do conjunto das situações, por meio de problemas que contemplavam os cinco significados da fração, o conjunto de invariantes – equivalência, ordem, objetos, propriedades e relações e o conjunto de representações – a/b, com a e b naturais e b diferente de zero, pictórica e decimal. Os estudos que adotaram a Teoria dos Registros de Representação Semiótica não explicitaram como a teoria foi utilizada na compreensão dos conceitos em questão: houve citações aos registros, mas sem exemplificação.

Apesar das diferentes denominações utilizadas nos estudos para qualificar o tipo de tarefa proposta – situações significativas, problemas reais, etc. –, predominaram, nessas tarefas, tanto nos estudos na primeira categoria quanto nos da segunda, aquelas do tipo tradicional, em forma de pergunta, para as quais se espera uma resolução expressa pelo registro da operação correspondente, sem vinculação ao campo conceitual particular. Do mesmo modo, nos estudos da segunda categoria (Tabela II), predominou a intervenção desenvolvida em poucas horas com um procedimento fundamentado, sobretudo na explanação, em geral sintética e centrada apenas nos conceitos em questão, também, sem referência ao campo conceitual envolvido.

O melhor desempenho dos alunos em divisão partitiva de quantidades revela um ensino que desconsidera situações de divisão por quotas. Ou seja, a escola insiste em abordar somente situações relacionadas ao modelo intuitivo do repartir quantidades, desconsiderando o modelo associado à idéia de medida de grandezas.

A recusa de os sujeitos em utilizar o algoritmo formal da divisão e a preferência por desenvolver algoritmos alternativos revela que a escola trabalha tal algoritmo não na perspectiva da compreensão e sim, do manuseio de regras e procedimentos.

Quanto aos números racionais, observa-se que os conhecimentos adquiridos pelos alunos sobre o conjunto dos números naturais funcionam como obstáculos epistemológicos para a aprendizagem de outros conjuntos (números fracionários e números racionais). Esse fato sinaliza para a necessidade de se trabalhar na escola a construção desses conceitos. Os estudos apontam, até mesmo, que o trabalho a partir de situações de medição ou de divisões não exatas pode contribuir nesse sentido, principalmente, porque auxiliam na passagem do uso de estratégias mais intuitivas para as formais.

O melhor desempenho dos alunos na resolução de problemas de frações com o significado parte-todo e o desconhecimento deles sobre os outros significados, aliado ao fato de os professores apresentarem, também, dificuldades de compreensão de todos os significados, em especial, o de razão, sinaliza que alunos e professores apresentam problemas de ordem conceitual, possivelmente, não entendem que um mesmo número fracionário pode estar associado a diferentes situações e apresentado em diferentes representações. Tal fato tem relação direta ao modo de alunos e professores lidar com o conhecimento matemático vendo-o de modo separado, “em gavetas” e não em interação a outros conceitos, como propõe a teoria dos campos conceituais.

Em resumo, os dados dessa revisão evidenciam que as dificuldades de alunos e de professores com os conceitos de divisão e número racional acontecem em função das relações que estes vêm estabelecendo com o conhecimento matemático, pautada apenas na aquisição e transmissão de saberes e não na construção de significados conceituais.

2.4 – Divisão e números racionais: como os professores e demais profissionais da educação avaliam a produção dos alunos

A revisão de literatura, relativa aos itens anteriores, aponta alguns consensos sobre o ensinar e o aprender nos domínios curriculares da divisão e dos números racionais. Entre eles, no que se refere ao professor, que este, ainda, fundamenta sua prática de ensino na lógica da transmissão de conhecimento, valorizando o uso de regras e de procedimentos de cálculos.

Como relatamos anteriormente, a maioria dos estudos investigou a produção dos alunos e/ou dos professores em resposta a uma tarefa. Foram raros os estudos que investigaram, por exemplo, a análise da notação de alunos pelo professor. Em um desses estudos, o de Silva (2005), dois professores do Ensino Fundamental analisaram as respostas fornecidas por 17 alunos em uma prova de números racionais. Em nossa análise, esse estudo propõe um entendimento da produção dos alunos que avança da simples identificação e descrição do que os alunos “já sabem” ou “não sabem” para o entendimento de como os professores interpretam a notação dos alunos, ou seja, qual a análise dos professores sobre o que os alunos “sabem” ou “não sabem”.

A notação matemática de escolares tem sido objeto de pesquisas tanto em didática da matemática quanto em psicologia da educação matemática, uma vez que se entende que tal notação explicita a relação das elaborações matemáticas próprias de crianças e de adolescentes com as formas tipicamente escolares de apresentação e representação dos conceitos matemáticos em elaboração (ver Fávero, 1999; Fávero e Soares, 2002; Moro e Soares, 2005, por exemplo).

Essas notações refletem o que Sinclair e Scheuer (1993) denominam de “apreensão conceitual” das noções em jogo e têm inegável importância no processo de aquisição dos instrumentos já convencionado de representação do conhecimento humano, ou seja, sua análise, por parte dos professores, forneceria a eles pistas importantes sobre sua prática e sobre a aprendizagem de seus alunos. Contudo, observamos, assim como Koch e Soares (2005) que na escola,

> é bastante comum que a produção do aluno seja conhecida pelo professor, apenas em situações de correção para atribuir uma nota ou menção a esses trabalhos. Assim, a atividade de correção das produções dos alunos se reduz, apenas, a verificar se o aluno acerta ou erra a questão, ou ainda o "quanto" ele sabe sobre determinado assunto e não "como" ele sabe, menos ainda "por quê" ele sabe ou não sabe (p.177).

Diante desses fatos, entendemos que se faz necessário avançar no entendimento da análise das notações de alunos pelos professores. Por isso, neste item, buscamos compreender como os professores e demais profissionais da educação (coordenadores, orientadores educacionais e psicólogos) avaliam a produção (notação) dos alunos no que se refere aos domínios curriculares da divisão e dos números racionais. Temos como hipótese que tais dados fornecerão indícios de como estes profissionais concebem as ações de ensinar e aprender; como praticam a avaliação nas escolas; como pensam e elaboram a atividade mediada e, como elaboram, executam e avaliam estratégias de intervenção. Para tanto, ativemo-nos a dois estudos, desenvolvidos com esses propósitos, são eles: Fávero e Pina Neves (2006) - A divisão e os números racionais: como os professores avaliam a produção dos alunos; Fávero e Pina Neves (2007a) - *Problem solving competence and problem solving analysis competence: a study with pedagogues and psychologists*.

O estudo de Fávero de Pina Neves (2006) analisou como professores de matemática, tanto aqueles licenciados em matemática ou ainda em curso quanto aqueles formados em pedagogia, interpretam as notações de alunos. Buscou, também, indícios de sua prática docente, incluindo o tipo de avaliação no que se refere à divisão e ao número racional.

Para tanto, as autoras trabalharam com um grupo de 20 professores, de ambos os sexos e com idades entre 22 e 49 anos. Desses, 10 havia se graduado em Licenciatura em Matemática, seis em Pedagogia, um em Pedagogia e Licenciatura em Ciências, com Habilitação em Matemática e três eram licenciandos em Matemática. O tempo de docência diferia muito de um sujeito para outro, alguns estavam em início de carreira, outros com muitos anos de docência. A respeito do nível de ensino em que atuavam as autoras destacaram que no grupo havia desde docentes da Educação Infantil até do Ensino Médio, tanto de escolas da Rede Pública de Ensino como da Rede Particular do Distrito Federal.

As pesquisadoras apresentaram aos sujeitos três tarefas escritas, com as respectivas anotações dos alunos e correção do professor, escaneadas de avaliações escolares. A primeira tarefa trazia uma divisão do tipo “arme e efetue”, com a resolução de dois alunos da “4ª série” do Ensino Fundamental; a segunda, a resolução de um problema por um aluno da “5ª série” do Ensino Fundamental; a terceira, a resolução de um problema por dois alunos da “7ª série” do Ensino Fundamental. Para cada uma delas, elas propuseram questões a serem respondidas ou completadas pelos sujeitos. As tarefas utilizadas no estudo são apresentadas na íntegra nos anexos 1, 2 e 3.

Como resultados, as autoras destacaram que, para a primeira tarefa, os sujeitos se limitaram a descrever o erro e não levantaram hipóteses explicativas para ele, repetindo o que o registro já explicitava e não avançando na reflexão sobre a origem conceitual ou mediacional do erro. Ademais, argumentaram que os outros tipos de explicação foram consensuais: falta de atenção do aluno, falta de segurança do aluno, falta de conhecimento da tabuada, etc.; argumentaram, também, que a utilização da tarefa do tipo "arme e efetue" foi considerada adequada pela maioria dos sujeitos, todavia estes não apresentaram argumentos que explicassem sua adequação.

A respeito da segunda tarefa, as autoras, relataram que a maioria dos sujeitos não concordou com a correção anotada na tarefa. Outros expressaram dúvidas e emitiram opiniões que revelaram a sua dificuldade em estimar um valor para a nota em termos da avaliação da qualidade e da natureza da notação, se correta ou incorreta e que poucos concordaram com a correção. O trecho abaixo, apresentado no estudo, ilustra a dificuldade de os sujeitos avaliar as diversas etapas de uma estratégia de resolução e de decidir até que ponto estas tinham relação com o problema e se eram pertinentes – se comparadas às estratégias esperadas para tal resolução.

> Seu raciocínio foi correto, para montar operação matemática, mas na divisão ele se atrapalhou com a resposta e na operação. Penso que em matemática não existe meio termo ou meio certo ou é certo ou errado (Fávero e Pina Neves, 2006, p. 6).

O estudo revelou ainda, em relação à segunda tarefa, que os sujeitos, quando solicitados a propor sugestões de intervenção fizeram-nas defendendo que os alunos repetissem todos os passos da resolução a fim de localizar o erro ou, ainda, que observassem a apresentação pelo professor dos passos necessários para a resolução, como mostra o trecho a seguir. *Pediria para recomeçar e seguir os passos iniciais com bastante atenção; Apresentaria um problema similar, e pediria que refizessem a questão* (Fávero e Pina Neves, 2006, p. 6).

Outro dois resultados foram destacados pelas autoras: 1/ os sujeitos avaliaram que o problema apresentado na tarefa era adequado para o ensino e a aprendizagem da divisão, todavia, como na análise da primeira tarefa, estes não apresentaram argumentos que explicassem sua adequação; 2/ os sujeitos, como na primeira tarefa, se limitaram a descrever o erro e não levantaram hipóteses explicativas para ele.

As autoras destacaram que, em relação à terceira tarefa, os sujeitos mantiveram respostas semelhantes às produzidas para a primeira e segunda. Todavia, para esta, antes de descrever o erro, eles optaram por respondê-la.

Observamos que os resultados apresentados pelas autoras, nesse estudo, revelam que independente do tipo de formação e dos anos de docência os professores apresentaram dificuldades em avaliar a produção dos alunos e, a partir dessa avaliação, levantar hipóteses a respeito da origem conceitual dos erros expressos nessa produção e planejar uma intervenção a favor de novas aprendizagens. Ademais, sinalizam que o professor insiste em responsabilizar apenas o aluno pelo “seu fracasso”, atribuindo à falta de atenção, por exemplo, o lócus para a causa dos erros.

O estudo revelou também que os professores tiveram dificuldades de explicar por que julgaram tanto o item do tipo “arme e efetue” quanto o problema como adequados para o ensino e aprendizagem da divisão, uma vez que estes não argumentaram em que momento da prática educativa e, para que função um ou outro seria indicado. Tais fatos sinalizam que eles não conhecem ou não fazem uso de critérios para a seleção de métodos e práticas em suas aulas. Ademais, o fato de não concordarem com a correção da segunda tarefa revela um professor com dificuldade de ler, interpretar e aceitar etapas de um processo de resolução ou talvez, habituado em suas práticas avaliativas a considerar apenas o resultado e dar a este o status de certo ou errado, desconsiderando o processo.

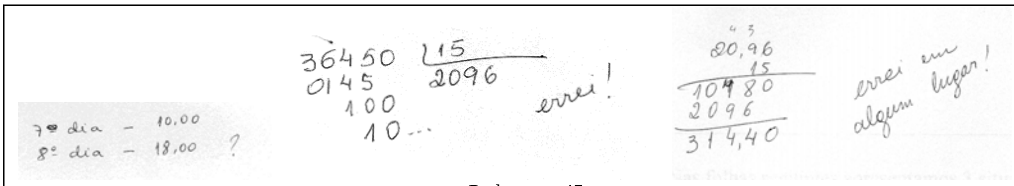
No estudo Fávero e Pina Neves (2007a), as autoras analisaram as dificuldades e as competências conceituais de pedagogas (professoras e orientadoras) e psicólogas na resolução de uma situação-problema envolvendo as quatro operações aritméticas básicas e a descoberta de padrões numéricos, como também na análise de notações matemáticas de alunos inclusos produzidas em contexto de resolução de situações-problema envolvendo as quatro operações aritméticas básicas.

Neste estudo, elas trabalharam com 32 mulheres entre 26 e 55 anos, a maioria entre 20 e 40 anos, alunas de um curso de especialização em psicopedagogia do DF. Dessas, 26 eram graduadas em Pedagogia e seis em psicologia.

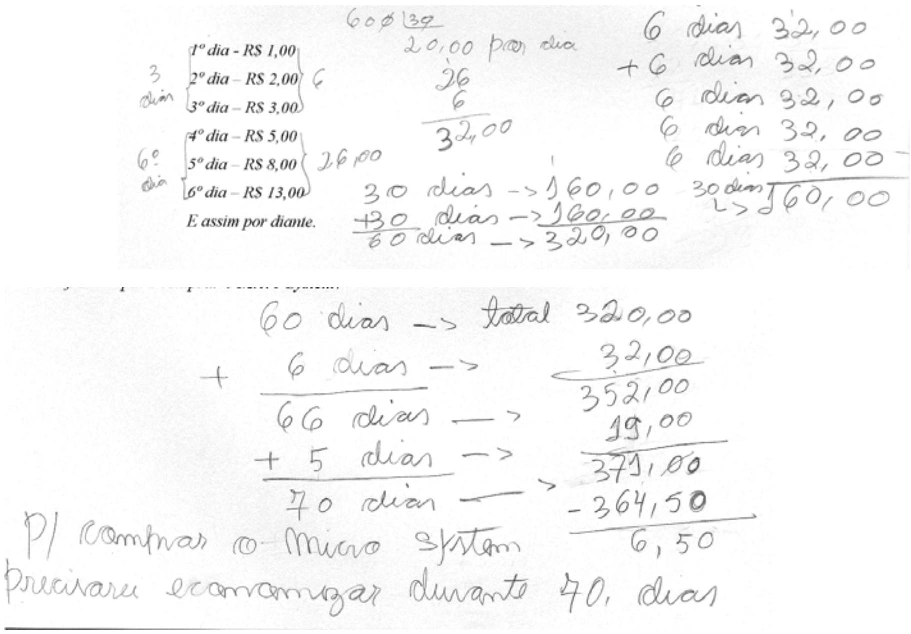
As pesquisadoras solicitaram que elas resolvessem duas tarefas distintas. A primeira trazia uma situação-problema inserida em um contexto de compra que exigia para sua solução a busca de um padrão numérico e domínio das quatro operações. Já a segunda, solicitava que fossem analisadas e comentadas as notações matemáticas de sete adolescentes inclusos na “5ª e 6ª” séries do Ensino Fundamental de uma Escola Pública produzidas para a resolução de três situações-problema. As tarefas utilizadas no estudo são apresentadas na íntegra nos anexos 4 e 5.

Como resultados as autoras destacaram que das 26 pedagogas, apenas quatro formularam uma estratégia de resolução completa para a primeira tarefa, identificando o padrão numérico e calculando o número de dias. Em geral, as que acertaram adotaram os seguintes procedimentos: 1/ observação da seqüência numérica; 2 / identificação do padrão de crescimento; 3 / conclusão de que o valor economizado no terceiro dia é a soma dos valores economizados nos dias anteriores; 4 / entendimento de que deveriam somar os valores acumulados ao longo de todos os dias até o valor necessário para a compra do produto em questão; e finalmente 5 / após os cálculos, concluir que seriam necessários 11 dias.

Elas destacaram, também, que inúmeras foram as estratégias utilizadas pelas pedagogas, no entanto, três foram mais freqüentes: 1/ a não-compreensão do padrão numérico em questão; 2/ a formulação de explicações diversas para tal crescimento; e 3/ a tentativa de resolver o problema desconsiderando o padrão de crescimento utilizando os dados do enunciado, em geral, tentando obter o número de dias por meio de uma operação de divisão via algoritmo-padrão. As notações, a seguir, apresentadas no estudo ilustram bem essas dificuldades.



Pedagoga, 45 anos.



Pedagoga, 39 anos.

Figura 25 – Notações apresentadas em Fávero e Pina Neves (2007a).

A respeito das competências e das dificuldades observadas entre as psicólogas, em relação à primeira tarefa, as autoras destacaram que, os resultados foram muito similares. E que a dificuldade em lidar com o algoritmo-padrão da divisão, também foi observada entre essas profissionais.

Para a segunda tarefa, as autoras, relataram que, em sua maioria e independente de sua formação inicial, os sujeitos se limitaram a descrever o erro sem levantar hipóteses explicativas para ele, repetindo o que o registro já explicitava e não avançando na especificação da origem conceitual ou mediacional do erro. Tal resultado é semelhante ao apresentado no estudo anterior.

De modo geral, o estudo revelou que, independentemente do tipo de formação, os sujeitos não apresentaram as competências necessárias para analisar o significado nas notações apresentadas e nem para apresentar sugestões de intervenção naquelas situações nas quais se identificaram equívocos na utilização dos algoritmos na resolução. Além disso, revelou que tanto pedagogas quanto psicólogas apresentaram dificuldades conceituais relacionadas às idéias de estabelecimento de padrões e aos procedimentos de cálculos exigidos para a execução do algoritmo-padrão da divisão.

Entendemos que os resultados apontados nos dos dois estudos trazem dados contundentes de como os sujeitos observados concebem as ações de ensinar e aprender; como praticam a avaliação; como pensam e elaboram a atividade mediada e, como elaboram, executam e avaliam estratégias de intervenção.

Nos dois estudos, fica bem evidente a concepção dos profissionais de que se o aluno erra ou não aprende é porque não prestou atenção na explicação do professor ou que a aprendizagem da matemática se dá por observação passiva e repetição de procedimentos. Na verdade, essas falas indicam que, na percepção desses sujeitos, ensinar significa transmitir conhecimentos e aprender significa fazer com atenção e repetida vezes o que o professor apresentar.

A dificuldade de interpretação da notação produzida pelos alunos, a falta de propostas de intervenção didática que explicite as ações a serem desenvolvidas, a valorização do algoritmo-padrão da divisão e a valorização do produto de um raciocínio em detrimento ao processo leva-nos a inferir que esses profissionais conduzem sua prática a partir de técnicas e aplicações de modelos. Ademais, as dificuldades conceituais apresentadas por eles, no segundo estudo, revelam que eles também, são usuários de tais técnicas e modelos, com destacado por Fávero e Soares (2002) em estudo sobre o uso da notação numérica e a resolução de problemas junto a adultos.

Em resumo, os estudos "não apresentam novidades, pois mais uma vez constamos indícios de didática que subentende a concepção arcaica do sujeito como uma "tábula rasa" de cera na qual devem ser forjadas as marcas para assegurar o registro" (Fávero, 2005b, p.55). Ou seja, mostram uma prática docente alicerçada na idéia da transmissão de conhecimentos, como já destacado em Fávero e col., (1995).

> Os professores de primeiro, segundo e terceiro graus procuram transmitir as teorias científicas das diferentes áreas do conhecimento e esperam que o estudante – criança, adolescente ou adulto – receba essa transmissão com interesse, uma vez que o sucesso dessa aquisição lhe garantirá o sucesso futuro (p.59).

Contudo, acreditamos assim, como Saiz (1996) que conhecer o nível de compreensão que os alunos possuem dos conceitos matemáticos, por meio das notações por eles usadas e apresentadas seja em atividades avaliativas ou não, é fundamental para a prática do professor e dos demais profissionais da educação. Entendemos que é papel do professor que ensina matemática orientar a análise coletiva e particular dessas notações de forma que os alunos possam analisar a adequação e/ou inadequação de determinadas formas de representação escrita. Para tanto, fica bem explícito nos estudos que os professores não possuem essas competências, e que para a superação desse quadro deverão desenvolvê-las. Ou seja, faz-se necessário que os professores desenvolvam a competência de ler e interpretar as notações de seus alunos e, a partir dessas interpretações, conceber e executar propostas de intervenção didática.

CAPÍTULO 3

A tomada de consciência na pesquisa de intervenção

3.1 – A pesquisa sobre formação de professores que ensinam matemática

A formação de professores passou a ser tema freqüente nas discussões acadêmicas dos últimos 30 anos, constituindo-se objeto permanente de estudo, após 1968, quando foram criadas as faculdades ou os centros de educação nas universidades brasileiras. Todavia, é a partir da década de 1990 que se observa o crescimento da investigação sobre a profissão docente nas universidades e instituições de pesquisa no Brasil, o que, sem dúvida, vem criando espaço para o debate fundamentado em estudos empíricos e teóricos e, conseqüentemente, qualificando-o e ampliando seus resultados.

Em função desse movimento ascendente, não só quantitativo, mas também qualitativo, discutir formação de professores não é uma tarefa trivial. Além disso, ela envolve inúmeros elementos do desenvolvimento profissional, tais como: formação inicial, continuada e as especializadas e, igualmente, aspectos teóricos e práticos relativos à ação docente – tanto dos formadores de professores, quanto de seus alunos –, além da legislação e de documentos que regulamentam essa formação. A não-trivialidade do tema é ampliada se tomamos como referência, por exemplo, que ele é campo de lutas ideológicas e políticas, território para disputas teóricas e de políticas públicas no campo da educação.

Paralelamente a esses desafios, vivenciamos ainda situação paradoxal: de um lado, a desvalorização dos professores e de seu *status* profissional, de outro, sua permanência, no discurso político e no imaginário social, como um dos grupos decisivos para a construção do futuro. Situação esta destacada por Nóvoa (1995), em análise histórica e sociológica da profissão docente.

Essa, por sua vez, pode ser confirmada pelo senso comum, nos discursos da comunidade docente ou entre alunos dos cursos de formação de professores ou, ainda, entre os estudantes concluintes de cursos de nível médio. É notório o desestímulo dos jovens à escolha e/ou à manutenção do magistério como profissão futura e o desânimo dos professores em exercício em buscar aprimoramento profissional. Esses sentimentos e ações adversas à prática docente são, na maioria das vezes, professados como conseqüência, sobretudo, das más condições de trabalho, dos salários pouco atraentes, da jornada de trabalho excessiva e da inexistência de planos de carreira.

Portanto, é diante desse quadro que apresentaremos, neste capítulo, um panorama da pesquisa brasileira sobre formação de professores, buscando elementos de síntese dessa formação e, em particular, nosso maior interesse, relacionando esses resultados à formação de professores que ensinam matemática, destacando os objetivos dos estudos, os métodos e os resultados, a fim de levantarmos consensos e/ou contradições teóricas e metodológicas. Informações que, com certeza, auxiliar-nos-ão no delineamento teórico e metodológico da pesquisa foco deste trabalho.

Para tanto, empreendemos pesquisa bibliográfica sobre o tema, em diferentes espaços de divulgação acadêmica, no período de 1999 a 2006. Em primeiro lugar, no Portal Capes, em periódicos nacionais, disponíveis no banco de dados da *Scientific Eletronic Library Online* (Scielo); em segundo lugar, nos trabalhos apresentados na Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação (ANPED), nos Grupos de Trabalho (GTs) de Formação de Professores, Educação Matemática e Psicologia; em terceiro lugar, nos trabalhos apresentados na VII Reunião de Didática da Matemática do Cone Sul, realizada na cidade de Águas de Lindóia, SP, em outubro de 2006, por entender esses espaços como representativos da pesquisa na área.

Foram analisadas 28 referências sobre formação de professores e formação de professores que ensinam matemática e, de modo geral, eles podem ser divididos em dois grandes grupos; os estudos teóricos e os empíricos.

Em geral, os estudos teóricos situam historicamente a formação de professores ao longo das décadas 1960, 1970, 1980 e 1990, relacionando correntes pedagógicas, políticas públicas e programas de formação de professores. Alguns estudos analisam de forma bastante contundente a relação entre políticas públicas para a educação e a economia brasileira.

Nesses estudos, é pontuado de maneira consensual que, até o final dos anos 1960, pela escassez de pesquisas na área, pouco se pode afirmar sobre a formação de professores, tampouco seu foco, sua ênfase. Todavia, na década de 1970, essa situação é alterada em muitos países e percebe-se ampla produção, principalmente, nos Estados Unidos. No Brasil, essa produção ainda era incipiente.

O paradigma orientador das pesquisas naquele momento foi o processo-produto. À luz desse modelo, procurava-se compreender que elementos do processo (comportamento do professor, metodologia, disposição física da classe, entre outros) influenciavam o ensino e a aprendizagem de modo que se alcançasse um produto considerado eficiente. Essas pesquisas eram, em sua maioria, estudos experimentais quantitativos sobre a eficácia de diferentes métodos para treinar professores em tarefas específicas. O foco principal era, como ressalta Ferreira (2003), modelar o comportamento do professor e examinar os efeitos de determinadas estratégias de ensino. Essa orientação foi observada tanto nas pesquisas quanto nos programas de formação inicial e continuada de professores. Contudo, inúmeras críticas a esse modelo são levantadas, principalmente, em relação à tão esperada e pouco alcançada eficácia.

Ver, por exemplo, Silva (1999).

A década de 1980 marca alteração no modo de conceber a pesquisa sobre a formação de professores no mundo e, no Brasil, esta passa a ser mais desenvolvida. Nesse momento, a pesquisa passa a ser conduzida a partir de uma gama de questões e temas e a utilizar diferentes metodologias. Como pontos importantes daquele período, tivemos: o uso de métodos naturalistas ou interpretativos; o pensamento do professor, bem como as influências do curso de formação de professores sobre o seu desenvolvimento cognitivo e moral tornaram-se questões centrais para a pesquisa; pesquisadores de outras áreas do conhecimento, como, por exemplo, Antropologia, Sociologia, Filosofia, entre outros, interessaram-se pelo tema.

De maneira geral, a pesquisa e a prática de formação de professores orientava-se, predominantemente, para a atualização do conhecimento específico do professor e "mantinha-se a relação entre o desempenho do aluno e as características, os comportamentos e as decisões do professor" (Ferreira, 2003, p. 22). Contudo, percebe-se que coexistiam, nesse período, idéias distintas relacionadas à formação de professores: uma entendia formação como treinamento e a outra, como educação.

É importante ressaltarmos que as pesquisas conduzidas a partir dessas orientações produziram resultados importantes e trouxeram para o cenário da formação de professores informações relevantes, porém observava-se que nenhuma das duas orientações abarcava toda a complexidade do tema. Diante dessas constatações, outro movimento inicia-se, e as pesquisas passam a considerar o pensamento do professor – suas crenças, suas concepções, seus valores.

Desse modo, enraizada no que se denominou de paradigma do pensamento do professor, "a pesquisa sobre aprender a ensinar evoluiu na direção da indagação sobre os processos pelos quais os professores geram conhecimento, além de sobre quais tipos de conhecimentos adquirem" (Marcelo, 1999, p. 58). Todavia, percebe-se que, mesmo em estudos sobre as crenças e as concepções dos professores e sua relação com a prática de ensino, o foco permanecia, na maioria dos casos, nas inconsistências e na inadequação do professor. A maioria deles terminava por proporcionar visão descontextualizada do pensamento do professor.

Para Marcelo (1999), a partir de meados da década de 1990, diversas pesquisas, centradas não somente no processo de ensinar, como também em suas crenças, nas concepções e nos valores dos professores, começaram a ser desenvolvidas. Partindo de uma perspectiva mais global e sistêmica, elas passaram a analisar os processos de mudança e inovação com base em dimensões organizacionais, curriculares, didáticas e profissionais. Esses pesquisadores, interessados em analisar e avaliar os modelos de desenvolvimento profissional e as diferentes fases desse processo, perceberam que os processos de mudança deveriam atender necessariamente à dimensão pessoal da mudança, ou seja, deveriam considerar o impacto que as inovações teriam sobre as crenças e os valores dos professores. Em consonância com essa perspectiva, encontramos os estudos de Simão, Caetano e Flores (2005), Fazenda (1999); Arroyo, (1999, 2000); Furlanetto (2000a). Nesses estudos, a vida, a prática, os pensamentos, os sentimentos, as intuições, os dilemas e as necessidades dos professores começavam a ser desvelados.

Como salientado por Canen (2001), observa-se, também, nos anos 90, a preocupação com a formação do professor em serviço. Inúmeras pesquisas no Brasil, como em outros países, apontam para a importância de se fomentar a experiência reflexiva no professor. Fundamentando essa tendência, verificamos, na maioria dos estudos analisados, em citações sobre os trabalhos de Alarcão (1996); Nóvoa (1995) e Schön (1995) questões como: o reexame das crenças pedagógicas que compõem suas decisões cotidianas; a narrativa de suas histórias de vida; a análise dos campos de conhecimento com os quais o professor interage; a problematização das finalidades e do valor educativo das situações que promove; e a investigação das condições sociais e históricas que vêm atravessando na constituição de sua profissão.

Outro ponto de análise em ascensão nas pesquisas brasileiras, ao final dos anos 1990, é a importância da preparação docente que leve em conta a diversidade cultural. Esse fato tem sido reconhecido em virtude de dois aspectos relevantes: de um lado, a constatação do peso de estereótipos sobre o rendimento de alunos de universos culturais diferentes daqueles que perpassam as práticas pedagógico-curriculares no cotidiano escolar e de outro o despreparo do professor para a adoção de práticas contrárias às já estabelecidas na escola (Canen, 2001).

Nesse contexto, destaca-se, também, o estudo de André (1999) que analisou amplamente a pesquisa nacional sobre a formação de professores da década de 1990, acessando 469 referências entre dissertações, teses, artigos e trabalhos apresentados na ANPED. Como resultados, o estudo apontou significativa preocupação não só com o preparo do professor para atuar nas séries iniciais do Ensino Fundamental como também silêncio quase total em relação à formação do professor para o Ensino Superior, para a educação de jovens e adultos, para o ensino técnico e rural, para atuar nos movimentos sociais e com crianças em situação de risco.

Ademais, sinalizou como preocupante o baixo número de estudos sobre o papel das tecnologias da informação e da comunicação no processo de formação, bem como a ausência de estudos que investigam o papel da escola no atendimento às diferenças e à diversidade cultural. Outro ponto de vital importância para este capítulo e que foi muito enfatizado no estudo é que, apesar de os estudos analisados destacarem na fundamentação teórica a necessidade de articulação entre teoria e prática, tomando o trabalho pedagógico como núcleo fundamental desse processo, na análise das pesquisas ficou evidenciada uma investigação isolada das disciplinas específicas e pedagógicas dos cursos de formação e da práxis da formação inicial e da continuada. E mais, nota-se, nessa produção, excesso de discurso sobre o tema da formação docente e escassez de dados empíricos para referenciar práticas e políticas educacionais, como, por exemplo, investigações empíricas que respondam a questões: como são transformados os saberes teóricos em saberes práticos? Existe um “conhecimento de base” a ser considerado na formação do professor? Como é constituído o saber da experiência? Teria ele maior “relevância” sobre os demais saberes?

Observa-se, igualmente, que os problemas com a formação de professores não ocorrem somente no Brasil. Lüdke, Moreira e Cunha (1999) destacam que, em países como França, Espanha e Inglaterra, o papel da universidade aparece como central para o processo de formação de professores, mas que seu desempenho não parece satisfatório em nenhum deles. Ademais, pontuam que a formação de docentes é geralmente considerada função de menor importância, em comparação com outras atividades da vida universitária, em especial, a pesquisa.

Esses autores enfatizam também que, situadas em diferentes contextos, ou mesmo em diferentes níveis, as instituições formadoras de professores, nos vários países estudados, continuam enfrentando os problemas de integrar, por um lado, teoria e prática e, por outro, as matérias de conteúdo específico e as de conteúdo pedagógico na preparação do futuro docente. Alertam, ainda, de modo temeroso, que se encontra ameaçada a autonomia do professor perante as crescentes medidas de controle de seu trabalho.

Os estudos teóricos relatam, também, a construção de um modelo alternativo para a formação de professores: o chamado modelo da racionalidade prática, influenciando, principalmente, as pesquisas do final da década de 1980 e as da década de 1990. Nesse modelo, segundo Pereira (1999), o professor é considerado um profissional autônomo que reflete, toma decisões e cria durante sua ação pedagógica, que é entendida como fenômeno complexo, singular, instável e carregado de incertezas e conflitos de valores. De acordo com essa concepção, a prática não é apenas lócus da aplicação de um conhecimento científico e pedagógico, mas espaço de criação e de reflexão em que novos conhecimentos são, constantemente, gerados e modificados.

Contudo, novamente, observamos um posicionamento bipolar, pois, ao defender uma formação que prioriza a prática em detrimento da teoria, desconsidera-se que a prática pedagógica não é isenta de conhecimentos teóricos e que estes, por sua vez, ganham novos significados quando diante da realidade escolar. Assim, não basta ao professor, para uma formação de qualidade, somente o domínio de conteúdos específicos ou pedagógicos, como também não basta o contato apenas com a prática para se garantir uma formação docente de qualidade.

Fundamentando a construção do modelo de racionalidade prática, destacamos o conceito de competência. Esse aparece tanto nos documentos oficiais que regulamentam as propostas de formação de professores quanto em artigos científicos especializados. “A concepção de competência é nuclear na organização dos cursos de formação de professores” (CNE, 2001, p. 28), sendo definida nos documentos ministeriais para a formação de professores, como: “a capacidade de mobilizar múltiplos recursos, entre os quais os conhecimentos teóricos e experienciais da vida profissional e pessoal, para responder às diferentes demandas das situações de trabalho” (RFP, 1999, p.61).

Um estudo detalhado desse conceito, sua presença e alteração de significado ao longo as décadas 1970, 1980 e 1990 nas pesquisas brasileiras, é conduzida por Dias e Lopes (2003). Para os autores, esse conceito, como é apresentado nos dias atuais, não é uma novidade na teoria curricular, pelo contrário, ele já foi empregado em diferentes tempos e espaços educacionais. Foi utilizado, por exemplo, no programa americano e no brasileiro para a formação de professores nos anos 1970. O autor defende que, nos documentos das reformas brasileiras dos anos 1990, é feita uma recontextualização do conceito de competências.

Para eles, o modelo de competências na formação profissional de professores atende, de fato, à construção de novo modelo de docente, mais facilmente controlado na produção de seu trabalho e intensificado nas diversas atividades que se apresentam para a escola e, especialmente, para o professor. Na proposta de avaliação das competências em um sistema nacional de certificação, materializa-se o controle da formação e do exercício profissional. Com a perspectiva desenvolvida pelos documentos oficiais, o caráter projetado é o de um professor de quem muito se cobra individualmente na prática seja a responsabilidade pelo desempenho dos seus alunos, seja o desempenho de sua escola, seja, ainda, o seu desempenho particular, embora o discurso aponte para a construção de um trabalho coletivo, criativo, autônomo e singular.

Esses autores alertam que o currículo por competências foi recontextualizado com propósito de atender às novas finalidades de formação docente: flexível e sujeita à avaliação permanente. Desse modo, a recontextualização do currículo da formação de professores, baseada nas competências, modifica o foco da aprendizagem escolar, na qual os conteúdos e as disciplinas passam a ter valor apenas como meio para constituição de competências.

Ademais, verificamos, em muitos estudos, alusão muito freqüente ao termo desempenho que é analisado em profundidade no estudo de Santos (2004). Para ele, o que temos observado, no que diz respeito ao trabalho docente, é a constatação de que as políticas públicas atuais vêm influenciando a criação de novos interesses e valores.

Nesse processo, está sendo forjada a subjetividade docente de acordo com os novos padrões de trabalho que hoje estão predominando nas instituições escolares e que, na cultura da performatividade, vão-se configurando em novas facetas nas relações entre profissionais do ensino, no que diz respeito a seu trabalho e a sua identidade profissional.

Dando continuidade aos estudos críticos, temos em Freitas (2002) uma investigação histórica das políticas de formação de professores, centrando-se na análise das Diretrizes Nacionais para Formação Inicial de Professores para a Educação Básica em Nível Superior. A autora defende a sua escolha, argumentando que, nesse documento legal, percebe-se a materialização das múltiplas facetas das políticas de formação, desde a definição das competências e habilidades até a avaliação de desempenho e a organização curricular.

Como resultado, destaca que as orientações gerais da política educacional no campo da formação obedecem às necessidades postas pela reforma educativa para a educação básica em decorrência das transformações no campo produtivo e das novas configurações no desenvolvimento do capitalismo. Explica que, para entender em profundidade as novas configurações impostas pelas determinações legais para a formação de professores, é preciso ampliar cada vez mais as análises do trabalho docente, tomando a categoria trabalho, para entendê-la em suas relações contraditórias – como mercadoria e como realização humana produzida historicamente – e em suas articulações com as transformações que ocorrem no campo do trabalho produtivo, com a reestruturação produtiva e a inserção do Brasil no processo de globalização e competitividade internacional.

Por fim, encontramos, no estudo de Duarte (2003), críticas aos trabalhos de Donald Schön no campo da formação de professores. A crítica é formulada segundo a tese de que seus estudos estão centrados numa epistemologia que desvaloriza o conhecimento científico, teórico e acadêmico e numa pedagogia que desvaloriza o saber escolar. Para Duarte (2003),

> [...] de pouco ou nada servirá a defesa de que formação de professores no Brasil deva ser feita nas universidades, se não for desenvolvida uma análise crítica da desvalorização do conhecimento escolar, científico, teórico, contida nesse ideário que se tornou dominante no campo da didática e da formação de professores, isto é, esse ideário representado por autores como Schon, Tardif, Perrenoud, Zeichner, Nóvoa, entre outros. De pouco ou nada servirá mantermos a formação de professores nas universidades se o conteúdo dessa formação for maciçamente reduzido ao exercício de uma reflexão sobre os saberes profissionais, de caráter tácito, pessoal, particularizado, subjetivo. De pouco ou nada adiantará defendermos a necessidade de os formadores de professores serem pesquisadores em educação, se as pesquisas em educação se renderem ao “recuo da teoria” (p.619).

Contudo, o autor esclarece que seu intuito com as críticas não é desqualificar o trabalho dos autores, em particular, o de Donald Schöon, mas o de alertar a comunidade de pesquisadores em educação no Brasil sobre a necessidade de análises mais rigorosas dos fundamentos filosóficos que sustentam o discurso desses autores que vêm sendo largamente adotado pela comunidade de pesquisadores da educação brasileira; além disso, reage, de forma contundente, chamando a todos em prol de uma reação ao “recuo da teoria”, à passageira hegemonia do ceticismo pós-moderno e do pragmatismo neoliberal.

No que tange à formação de professores que ensinam matemática, até meados da década de 1980 havia poucas pesquisas e estas se orientavam em conformidade ao já destacado acima, ou seja, pautadas no modelo processo-produto, nas quais se buscava comparar influências de determinadas características do professor sobre o desempenho dos alunos ou estudos avaliativos acerca da eficiência de propostas de treinamento dos professores.

No entanto, ao final dessa década, observa-se crescimento no número de pesquisas, conforme relatado por Fiorentini (1994), ao inventariar a produção acadêmica em educação matemática no País. Ademais, é importante salientarmos que a formação de professores que ensinam matemática percorreu, a partir dos anos 1980, os mesmos caminhos da pesquisa em formação de professores destacados acima.

Ao longo dessas décadas, o debate sobre políticas de formação de professores e formação de professores que ensinam matemática no Brasil envolveu dois movimentos distintos: o dos educadores e sua trajetória em prol da reformulação dos cursos de formação dos profissionais da educação e o processo de definição de políticas públicas (pelo governo) no campo da educação. Como elementos consensuais nos estudos, observamos a discussão em torno dos Referenciais Curriculares para Formação de Professores (1999), no Parecer n.º 115/99 que criou os institutos superiores de educação e nas Diretrizes Curriculares para a Formação Inicial de Professores para a Educação Básica em Nível Superior (2001). Esses documentos fazem parte de um conjunto de orientações oficiais sobre ajustes curriculares nos diferentes cursos de formação profissional que se desenvolveram desde final de 1997, quando o Conselho Nacional de Educação (CNE Resolução CP n.º 04/97) aprovou as orientações gerais para a construção de novas diretrizes curriculares para os cursos de graduação (Ver, por exemplo, Melo, 1999; Santos, 2000).

Quanto ao movimento dos educadores, destaca-se a Associação Nacional pela Formação de Profissionais de Educação (ANFOPE) e a intensa atividade dos Fóruns de Licenciatura, espaços de discussão permanentes que se desenvolvem em inúmeras universidades, particularmente as públicas federais que vêm investindo, desde o início da década de 1990, na criação e na institucionalização desses espaços, contribuindo para aprofundar as discussões sobre formação de professores, principalmente, na busca de superar o "modelo" 3+1 (Marques e Pereira, 2002).

No que tange às licenciaturas no Brasil, observamos que elas foram instituídas nas antigas faculdades de filosofia, nos anos 30, principalmente, como conseqüência da preocupação com a regulamentação do preparo de docentes para a escola secundária. Elas foram criadas segundo a fórmula "3 + 1", em que as disciplinas de natureza pedagógica, cuja duração prevista era de um ano, justapunham-se às disciplinas de conteúdo, com duração de três anos. Uma análise completa dessa criação, tendo como foco a licenciatura em matemática, é elaborada por Pereira (1999).

Essa forma de conceber a formação docente revela-se consoante com o que é denominado, na literatura educacional, de modelo da racionalidade técnica, ou seja, paradigma processo-produto, como destacamos anteriormente. Autores como Moreira e David (2005) e Ferreira e cols. (2000), criticam-no, pontuando principalmente: a separação entre teoria e prática na preparação profissional; a prioridade dada à formação teórica em detrimento da formação prática; e a concepção da prática como mero espaço de aplicação de conhecimentos teóricos, sem um estatuto epistemológico próprio.

Todavia, observamos que, nas universidades brasileiras, esse modelo ainda não foi totalmente superado, já que encontramos, ainda hoje, disciplinas de conteúdo específico, sob responsabilidade dos institutos básicos e disciplinas pedagógicas sob responsabilidade das faculdades ou institutos de educação e psicologia. E mais, as disciplinas de conteúdo específico continuam precedendo as de conteúdo pedagógico. Além disso, o contato com a realidade escolar continua acontecendo, com mais freqüência, apenas nos momentos finais dos cursos e de maneira pouco integrada com a formação teórica prévia.

Ainda, no que se refere à formação de professores que ensinam matemática, é marcante a presença de dois autores, Dario Fiorentini e João Pedro da Ponte, ambos são citados na maioria dos estudos levantados e/ou coordenaram ou desenvolveram pesquisas na área. Suas produções mais citadas datam da década de 1990.

Oliveira e Ponte (1999), por exemplo, fazem uma análise da investigação internacional sobre o professor de Matemática quanto a concepções, saberes e desenvolvimento profissional entre 1992 e 1995. A discussão problematiza as tendências emergentes tanto em termos de questões a estudar quanto ao delineamento teórico e metodológico. Para essa investigação, analisaram 76 artigos publicados nas revistas avaliadas por eles, como mais relevantes na área de educação matemática: *Journal for Research in Mathematics Education* (JRME) e *Educational Studies in Mathematics* (ESM), bem como nas Actas do Grupo *International Psychology of Mathematics Education* (PME).

Esses autores observaram, ainda, que a maioria dos estudos investigou concepções, crenças, atitudes e identidade profissional, em contextos de formação inicial e continuada. Para os autores, é consenso a visão de que o avanço da pesquisa na área requer outros construtos que dêem conta da complexidade cognitiva e afetiva do professor, além das concepções, crenças e atitudes e que a noção de identidade profissional, que remete tanto para a esfera individual quanto para a coletiva vem sendo utilizada para esse objetivo. Todavia, essa aparece difusa nos estudos analisados.

O quadro teórico que de uma forma direta ou indireta influenciou a maioria dos estudos foi o modelo de Shulman (1986), que salienta a importância do conhecimento do conteúdo, do conhecimento de pedagogia e de um domínio que, de algum modo, resulta da fusão dos anteriores e que ele designa por conhecimento didático.

A análise dos estudos, conforme afirmam os autores, indica que o conhecimento dos professores e futuros professores sobre conceitos matemáticos e sobre aspectos da aprendizagem dessa disciplina é muito limitado e, freqüentemente, marcado por sérias incompreensões, ou seja, parece haver lacunas no conhecimento de base dos professores relativas aos assuntos que ensinam e do modo como eles podem ser aprendidos.

Finalizam, alertando que o estudo do conhecimento profissional e do desenvolvimento profissional requer mais elaboração teórica e maior sentido do global. Existe demasiada fragmentação no modo como se tem estudado o professor. Muitas vezes, dá-se atenção apenas a uma ou a outra concepção ou crença ou a um aspecto particular do seu conhecimento, sem qualquer relação com a sua prática. Muitas vezes não se atende às características essenciais do conhecimento do professor como um conhecimento que existe e se manifesta em função de uma prática. Ademais, tem-se estudado pouco o professor em contextos naturalísticos. Estuda-se principalmente o professor que está inserido em processos de formação (inicial ou contínua) ou em projetos de investigação.

Em Fiorentini (2002), temos a descrição, análise e discussão sobre os problemas e tendências temáticas e teórico-metodológicas relativos aos trabalhos selecionados pelo GT de Educação Matemática da ANPED no período de 1998 a 2001. Para tanto, foram analisados 48 trabalhos.

Entre os vários resultados apresentados, destacam-se as críticas postuladas aos problemas metodológicos de muitos dos estudos. Críticas essas atribuídas ao desafio e à coragem dos pesquisadores em investigar um objeto de estudo complexo e não controlável como são normalmente os processos colaborativos de formação continuada de professores por metodologias qualitativas diversas. Há, ainda, referências não só a quase ausência de estudos sobre a formação inicial do professor de matemática, como também à ausência de estudos sobre as políticas e programas públicos de formação de professores.

Por fim, o autor analisa, de modo bastante crítico, as mudanças curriculares e avaliativas recentes, relativas à formação e ao controle do trabalho docente, e sugere a realização de estudos que tragam subsídios para a tomada de uma posição mais consistente e fundamentada de educadores e pesquisadores em educação matemática.

Em Fiorentini e cols. (2002), encontramos um balanço da pesquisa brasileira em 112 teses e dissertações produzidas no período de 1978 a 2002 cujo objeto de estudo foi a formação ou o desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática. Nessa análise, foram observados em relação à formação inicial: a desarticulação entre teoria e prática, entre formação específica e pedagógica e entre formação e realidade escolar; menor prestígio da licenciatura em relação ao bacharelado; ausência de estudos histórico-filosóficos e epistemológicos do saber matemático; predominância de uma abordagem técnico-formal das disciplinas específicas; e falta de formação teórico-prática em Educação Matemática dos formadores de professores.

Quanto à formação inicial do professor que ensina matemática na Educação Infantil e séries iniciais do Ensino Fundamental, verificou-se a presença de poucos estudos nos quais se mostram que tais cursos geralmente apresentam deficiências em relação à formação didático-matemática desses professores.

Observa-se, no que se refere à formação continuada, que essa ao longo desses 25 anos, passou de uma concepção de pesquisa para professores para uma concepção de pesquisa com professores, de maneira que ambos constituem-se pesquisadores e produtores de saberes. Nota-se, contudo, que a compreensão de como ocorre a passagem de aluno a professor de matemática tem sido ainda pouco investigada.

Por fim, esses estudos mostram, na análise dos autores, que é utilizando um processo reflexivo e investigativo, mediado por aportes teóricos, que o professor se forma e se constitui profissional, sendo esse um processo sempre inacabado. Investigar a própria prática é desafio tanto para o professor da escola quanto para o professor formador de professores, pois envolve, também, como mostrou Oliveira e Ponte (1999) acima, o desenvolvimento de um novo modelo teórico-metodológico de investigação.

Não nos prolongaremos nessa apresentação, visto a confluência de resultados entre os vários estudos. Todavia, informações detalhadas, em conformidade com os dados já apresentados, podem ser encontradas, por exemplo, em Ferreira e cols. (2000), Romanowski (2002) e Ferreira (2003).

Nos estudos empíricos tendo como sujeitos professores e futuros professores da Educação Básica, como também formadores de professores o foco, no geral, foi a observação da prática pedagógica, centrada em suas rotinas de trabalho e/ou formação, seguida de entrevistas e análise de seus discursos. Ver, por exemplo, Aquino e Mussi (2001), Canen (2001), Simão, Caetano e Flores (2005) e Pimenta (2005). Uma característica marcante desses é a escassez de estudos de intervenção.

Destaca-se, nos resultados desses estudos, a angústia dos professores em processo de formação em serviço pautada no modelo de formação reflexiva, visto sua condição de permanente fluidez e revisitação de seu cotidiano, o que pressuporia a (re)criação e a revisão contínuas das ações que realizam, das quais deriva uma reflexão ininterrupta ou, ainda, o despreparo dos professores em lidar com a diversidade cultural em sala de aula. Outro aspecto mostrado é o de uma visão fragmentada do universo cultural dos alunos que, em grande parte dos estudos, são percebidos tão-somente nos aspectos que lhes “faltam” para se equipararem àqueles das camadas dominantes da população. Ou ainda, as vantagens da pesquisa-ação como oportunidade de pesquisa crítico-colaborativa na formação continuada de professores.

Em Saraiva e Ponte (2000), acompanhamos investigação sobre quais fatores influenciam o desenvolvimento profissional dos professores de Matemática, no contexto da realização de trabalhos colaborativos, em ligação direta com a prática docente. Para tanto, foi realizado estudo longitudinal, ao longo de quatro anos, que tomou por base a prática docente dos envolvidos, o estudo do currículo de matemática e discussões realizadas em reuniões de trabalho, com a participação dos professores e do pesquisador. Os resultados enfatizam o desenvolvimento profissional dos envolvidos, destacando que este aconteceu devido à reflexão permanente sobre as concepções, o conhecimento e a prática, em processo contínuo e longo. Esse ocorreu em estreita ligação com a prática do professor. Iniciou-se no contexto da responsabilização pelo ensino da Matemática a um grupo concreto de alunos e estendeu-se à prática não-docente (reuniões), tendo na observação recíproca das aulas o ponto de partida para a reflexão sobre a prática profissional de cada professor.

Resultados positivos da utilização de práticas colaborativas em prol do desenvolvimento profissional de professores e futuros professores de matemática também foram observados em Sousa Jr. (2003).

Em Ponte e Oliveira (2002), temos, por exemplo, a análise do desenvolvimento do conhecimento e da identidade profissional de uma licencianda (que já exercia a docência) durante seu ano de estágio e sua relação com as oportunidades criadas pelo programa de formação em que este estágio se insere, a partir de quatro entrevistas semi-estruturadas. Nesse estudo, constatou-se que a prática de estágio, vivenciada pela licencianda como espaço ideal para o confronto, entre a teoria e a prática, não se concretizou, tendo sido identificados dois problemas: a falta de experiência da coordenação da escola em promover reflexão sobre as experiências vivenciadas no estágio e a ausência do coordenador do estágio (da universidade) na rotina da sala de aula.

Verificou-se, também, a falta de articulação entre os projetos educativos da universidade e das escolas e a insuficiente exploração das oportunidades de reflexão durante o estágio. Tudo isso sugere que é necessário problematizar não o conceito de estágio como dispositivo de formação, mas o enquadramento organizacional que o estrutura, fazendo intervir diversos atores sem funções bem definidas e, em muitos casos, sem a devida preparação para o exercício do seu papel.

Em estudo similar, Fiorentini e Castro (2003) identificaram os mesmos problemas para a realização do estágio como elo e significação entre teoria e prática. No entanto, apesar das dificuldades, afirmam que é equivocada a concepção de que a Academia seja o lugar da produção de conhecimentos e a escola, o de reprodução ou aplicação desses conhecimentos. E que a história de formação, do caso desse estudo, de um aluno concluinte da licenciatura mostra que é na prática, ou seja, na realização do trabalho pedagógico que os saberes da profissão docente são efetivamente compreendidos, produzidos e ressignificados.

Observa-se em Souza e Garnica (2004), investigação da influência da formação pedagógica prévia no curso de Licenciatura em Matemática. Participaram desse estudo oito licenciandos que cursavam, no ano de 2002, diferentes semestres – do primeiro ao oitavo – todos oriundos do Centro de Formação e Aperfeiçoamento do Magistério. Foi solicitado aos licenciandos que descrevessem e avaliassem sua experiência no CEFAM, que enunciassem sua perspectiva sobre a Licenciatura e que tecessem as relações que julgassem pertinentes entre esses dois momentos de formação.

O estudo mostrou que as influências de uma formação pedagógica prévia – no caso a dada pelo CEFAM – na Licenciatura em Matemática existem, mas elas parecem permear muito mais a formação pessoal e profissional dos licenciandos do que a Licenciatura de forma mais ampla. Contudo, foi marcante, na análise dos participantes do estudo, a observação de que, enquanto no CEFAM havia predominante valorização de conteúdos pedagógicos, na Licenciatura havia uma espécie de “divisão” entre estes e os conteúdos específicos de matemática, na qual os últimos eram tendencialmente mais valorizados fato este apontado em estudos anteriores, não caracterizando avanço em termos de resultados.

Rocha e Fiorentini (2005), em investigação com o intuito de compreender como o professor de Matemática, na transição de aluno a professor, constitui-se profissionalmente e, em particular, compreender como ocorre o processo de mobilização do conhecimento adquirido ao longo da vida, sobretudo, durante o curso de Licenciatura, no momento da iniciação na prática docente nas escolas, contaram com a participação de 21 professores licenciados em Matemática que haviam concluído o curso há no máximo três anos. Foram realizadas entrevistas semi-estruturadas individuais, observações da prática docente e registros em áudio e vídeo. Os autores verificaram nesse estudo que a constituição profissional docente, nos primeiros anos de carreira, provém de múltiplas e complexas interações e que, embora a formação inicial seja apontada como importante nesse processo, é na realização do trabalho docente que os saberes da profissão são compreendidos, mobilizados e (re)significados. As experiências vivenciadas nas disciplinas Práticas de Ensino e Estágio Supervisionado foram avaliadas pelos participantes como instância fundamental na formação e no desenvolvimento profissional docente, visto que, nelas, havia contexto de reflexão e de compartilhamento de percepções, de experiências e de aprendizados.

A investigação aponta, no âmbito do estudo de caso de uma professora, que seu saber profissional não foi ensinado na universidade, mas construído e aprendido mediante reflexão compartilhada no grupo e pelo grupo de colegas e professores das disciplinas de Didática, Prática de Ensino e Estágio. E que esse estava intimamente ligado ao saber da experiência, da vivência pessoal e da interlocução reflexiva com os saberes acadêmicos.

Lopes (2005) desenvolveu estudo sobre aspectos da aprendizagem da docência, nas relações constituídas por futuros professores entre o conhecimento matemático e seu ensino quando se deparam com a necessidade de ensinar matemática. Os grupos formados por alunos dos cursos de pedagogia e de licenciatura em matemática tinham como meta trabalhar frações com alunos da 4ª série (Ensino Fundamental). A investigação aponta que a reflexão compartilhada parece ter desencadeado a tomada de consciência sobre a complexidade da atividade docente e sobre os modos de organização do ensino.

A atribuição de novos sentidos ao conhecimento matemático pelo grupo da pedagogia e a tomada de consciência sobre as ações já desenvolvidas, por parte dos alunos da matemática, foram constituindo a aprendizagem docente à medida que subsidiaram a ação pedagógica, objetivando a aprendizagem do aluno. Além disso, as duas vivências indicam a possível relação entre o aprender a ser professor e a mobilização do conhecimento disciplinar – ressignificados na reflexão compartilhada –, visando à ação docente.

Nesse caso, o estudo apresenta informação nova para os processos de formação de professores, pois sinaliza que, na organização do ensino, novo conhecimento adquirido com o objetivo de ensinar pode levar à apropriação de novo conhecimento da ação pedagógica, sendo que este, por sua vez, acaba conferindo novas qualidades às ações que serão desenvolvidas, uma vez que se origina de mudanças ocorridas nos modos de lidar com o objeto do professor, no caso o ensino de matemática.

Em Oliveira (2005), encontramos a análise das possibilidades da construção do conhecimento pedagógico do conteúdo em disciplinas de conteúdo específico no âmbito da formação inicial de professores de Matemática. Para tanto, a pesquisadora realizou uma pesquisa-ação em uma de suas turmas de geometria e contou com a participação de 16 licenciandos. Como metodologia, adotou a análise e discussão de casos de ensino, como propõe Shulman (1986) para desenvolver o estudo de tópicos de geometria euclidiana espacial. Aulas de geometria espacial foram observadas e gravadas, e esse material constituiu-se em casos de ensino que foram analisados em conjunto pela pesquisadora e pelos participantes. Os resultados dessas análises, por sua vez, fundamentavam o planejamento e as demandas do curso de geometria ministrado pela pesquisadora.

A proposta, na análise da pesquisadora, criou oportunidades para o desenvolvimento de conhecimento pedagógico do conteúdo especialmente por ter permitido que os licenciandos refletissem sobre alguns aspectos que o compõem: conhecimento do aprendiz, de Geometria a ser ensinada, do contexto escolar, de pedagogia e que as análises dos casos de ensino possibilitaram que os licenciandos refletissem e expressassem suas reflexões do ponto de vista do conhecimento matemático nas várias conjecturas que levantaram, nas formas como testaram suas conjecturas, na confrontação de algumas concepções trazidas com conceitos pesquisados e reelaborados com base nesse confronto.

Como tese, ressalta que cada disciplina do curso de formação inicial de professores de Matemática deve ser trabalhada de modo a contemplar articuladamente o conteúdo específico, sua didática relativa, suas implicações nos diferentes níveis do ensino, o material didático, as tecnologias da comunicação e informação e os *softwares* educativos que possam ser utilizados nos processos de ensino.

Aqui, também, temos um resultado diferenciado, uma vez que foi mobilizado, em investigação em formação de professores de matemática, o saber a ensinar – no caso geometria –, a professora da disciplina – nesse caso formadora de professores e também pesquisadora, seus alunos – futuros professores de matemática, alguns já professores de matemática, os casos de ensino – coletados em salas de aula reais e que retratam, de certa forma, a realidade do ensino e da aprendizagem da geometria num dado contexto.

Destacam-se, ainda, os estudos presentes em Fiorentini (2003) que apresentam investigações sobre a construção do conhecimento profissional e a utilização de práticas colaborativas e novas tecnologias nos processos de formação de professores tanto na inicial quanto na continuada. Resultados que corroboram os aqui já apresentados.

Imbuídos na perspectiva de investigar o professor e/ou o futuro professor em contextos que tenham a prática docente como foco central, encontramos, em Fiorentini e Cristóvão (2006), a descrição de uma trajetória de estudos e pesquisas que busca compreender o desenvolvimento profissional e formular respostas para a formação inicial e continuada de professores de matemática. Este livro é a terceira publicação do chamado Grupo de Sábado (Gds), formado em 1999, o qual reuniu professores de matemática de escolas públicas e particulares da região de Campinas (SP) e acadêmicos (professores universitários, mestrandos e doutorandos) ligados ao programa de pós-graduação da Universidade de Campinas.

Segundo Fiorentini e Cristovão (2006), durante os sete anos de existência, o grupo vivenciou 4 fases: uma primeira, relacionada à busca de conhecimento; a segunda, pautada em estudos teórico-metodológicos, aliados à produção e à publicação das primeiras narrativas; a terceira, conclusão dos primeiros trabalhos acadêmicos desenvolvidos no grupo; consolidação da metodologia de pesquisa colaborativa e outras publicações. Por fim, a quarta, e atual, a percepção da autonomia de os professores investigar e escrever sobre a própria prática, a partir da reflexão compartilhada no grupo. A título de conclusão, de acordo com Fiorentini e Cristóvão (2006), os sete anos de trajetória, com presença no grupo variando entre 12 e 15 participantes, após diferentes vivências e publicações, permitem-lhes afirmar que:

> A presença de formadores de professores da universidade mostrou-se fundamental nas primeiras fases do grupo, já que estes conheciam melhor, naquele momento, os processos teóricos e metodológicos de reflexão e investigação sobre a prática. O trabalho colaborativo mediado pela reflexão e investigação sobre a própria prática é uma estratégia poderosa de educação contínua de professores (p. 33-34).

Outra publicação importante para a área de pesquisa em formação de professores que ensinam matemática é o livro *Tendências internacionais em formação de professores de matemática,* organizado pelo pesquisador Marcelo de Carvalho Borba. Neste, são apresentados estudos empíricos de alguns especialistas de países como: Estados Unidos, Dinamarca, África do Sul e Israel.

Entre as várias experiências, destaca-se a apresentada pelos pesquisadores Abraham Arcavi e Alan Schoenfeld, tendo como objetivo descrever os primeiros passos de uma intervenção desenvolvida com um grupo de professores e acadêmicos em Israel. A pesquisa tomou como referência a seguinte questão: se a tomada de decisões e as ações do professor são determinadas em grande parte pelo seu conhecimento, suas convicções e suas metas (e suas interações), como poderia a reflexão sobre esses fatores tornar-se a parte central de uma atividade de desenvolvimento profissional significativa? Durante todo o planejamento da pesquisa o grande desafio vivido pelos pesquisadores foi o de projetar uma oficina de formação na qual "os construtos conhecimento, metas e convicções se tornassem ferramentas operacionais para a análise e para a reflexão sobre as práticas registradas observáveis, em ambos os casos considerando questões relacionadas ao conteúdo e à natureza da aprendizagem" (Arcavi e Schoenfeld, 2006, p.94).

Participaram da pesquisa: educadores matemáticos, elaboradores de currículo, professores especialistas (que já haviam organizado e coordenado oficinas e participado de muitas horas de atividades de desenvolvimento profissional) e alunos da pós-graduação. Todos já com vasta experiência de ensino de matemática. Esses assistiram em grupo a fitas de vídeo nas quais eram apresentadas três aulas de matemática, duas desenvolvidas no Japão (uma sobre geometria e outra sobre álgebra), e uma desenvolvida nos Estados Unidos sobre álgebra. Em seguida, eram provocados pelos pesquisadores com um conjunto de questões, previamente elaboradas por eles, e por questões novas formuladas a partir das interações. Todo esse trabalho foi desenvolvido ao longo de várias sessões, perfazendo um total de 22 horas. Essas não foram gravadas em vídeo. Os pesquisadores contaram com um observador e eles mesmos ocupavam-se em anotar os principais acontecimentos depois de cada sessão.

Para os autores, esse tipo de oficina de formação pode proporcionar aos participantes as ferramentas para desenvolverem pontos de vistas diferentes daqueles que inicialmente eram sustentados. Contudo, avaliaram que essas oficinas necessitam de monitoramento sistemático, para que as falas e ações dos participantes possam ser estudadas em profundidade.

Ainda no ano de 2006, realizou-se a VII Reunião de Didática da Matemática do Cone Sul que teve como tema compartilhar desafios e propostas para a aprendizagem matemática na América Latina, em outubro na cidade de Águas de Lindóia, SP. Nessa reunião, estiveram presentes pesquisadores em Educação Matemática e em Psicologia da Educação Matemática, e a temática da formação do professor que ensina matemática norteou muitas discussões.

Além de palestras, nessa reunião foram apresentados painéis e pôsteres, organizados por áreas de interesse. Dos 38 painéis, 14 (36,8%) trataram da formação de professores que ensinam matemática, totalizando 32 pesquisas. Estas, na sua maioria, foram desenvolvidas em contexto de formação inicial e tiveram como sujeitos professores de matemática do Ensino Fundamental das séries finais e do Ensino Médio. Uma minoria trabalhou com formadores de professores e com professores do Ensino Fundamental séries iniciais. Das 32 investigações, 30 (93%) tiveram a observação como instrumento principal em suas ações de coleta de dados. Dessas, quatro qualificam sua observação como participante e dois (7%) estudos realizam, na análise de seus autores, pesquisa-ação participativa. É importante ressaltarmos que nenhum estudo apresentou proposta de intervenção ou se denominou pesquisa de intervenção.

Outro dado importante é que a maioria das pesquisas em contexto de formação inicial foi desenvolvida por professores de disciplinas relacionadas à formação pedagógica, como por exemplo: estágio supervisionado, metodologia de ensino e modelagem matemática. Apenas um estudo foi desenvolvido por um professor de cálculo. Notamos a continuidade de investigações que visam descrever concepções e crenças de professores e alunos, principalmente no tocante à presença das disciplinas pedagógicas no curso de licenciatura em matemática.

Em resumo, notamos que as investigações apresentadas na VII Reunião de Didática da Matemática do Cone Sul apresentaram resultados similares aos já mencionados anteriormente, pautaram-se na abordagem qualitativa de pesquisa, a partir da observação da prática docente ou de atividades de formação inicial ou continuada e buscaram contribuir, descrevendo concepções e representações de professores e alunos, avaliando propostas de formação, tanto inicial quanto continuada seja em contextos presenciais, seja em contextos virtuais de ensino, focando, principalmente, práticas coletivas ou colaborativas. Ou, em raras experiências, propuseram ações para a formação continuada.

Todavia, somos levados a afirmar que temos uma variedade de pesquisas e de resultados muito similares e que apesar de publicados em 2006 não se diferenciam muito dos resultados já apontados por nós no início deste capítulo, sobretudo aqueles desenvolvidos em meados da década de 1990.

3.2 – A pesquisa e a intervenção junto a professores que ensinam matemática: elementos de síntese

Os estudos na área de formação de professores e, em especial, formação de professores que ensinam matemática, apresentados anteriormente, indicam a coexistência de dois paradigmas orientadores para essa formação: o da racionalidade técnica e da racionalidade prática. Aqui, estão presentes as idéias de paradigma dominante e emergente, como defendida em Kunh (2001). Ademais, indicam que, apesar do longo debate das últimas décadas, sobre a formação de professores, alguns resultados indicam conservação, outros mudança, contudo notamos que "a recorrência de alguns temas nos dá a impressão de estarmos discutindo os mesmos problemas durante décadas sem, no entanto, conseguir solucioná-los" (Pereira, 2006, p.51).

Os questionamentos acerca dos dois paradigmas orientadores caminharam ao longo desse tempo, da visão do treinamento do técnico da educação, na década de 1970, para a formação do educador na primeira metade dos anos 80 e, nos anos 90, para a noção de professor-pesquisador. Tais fatos têm relação direta com o modo de conceber o trabalho docente na escola, o que implica modos diferenciados de entender e de propor a produção de conhecimento na escola seja por alunos, seja por professores. Principalmente, no âmbito do discurso, esse professor, de mero transmissor de conhecimentos, passa a ser visto como agente político **de** e **para** transformação social. Contudo, os estudos convergem para a conclusão de que as mudanças do modo de se pensar a formação de professores "não garantem, porém mudanças, alterações e inovações imediatas nos cursos de formação docente, especificamente, nas licenciaturas" (Pereira, 2006, p.52). E tampouco garantem mudanças nas práticas em sala de aula.

O modelo de licenciatura segundo a fórmula “3 +1” não foi ultrapassado, apesar dos inúmeros resultados de pesquisa que condenam sua organização, três anos de disciplinas de conteúdos específicos de matemática e um ano de conteúdos pedagógicos. Em outras palavras, o paradigma da racionalidade técnica continua dominante como opção teórica e metodológica para se pensar e propor a formação de professores que ensinam matemática no País.

Em contrapartida, o paradigma emergente da racionalidade prática recebe inúmeras críticas, uma vez que suas idéias são defendidas, novamente, de modo bipolar. Sendo que, agora, em vez de supervalorizar o conhecimento teórico/acadêmico, supervaloriza o conhecimento proveniente da prática, da experiência. Essa opção fomenta debate teórico, incipiente, que questiona os embasamentos teóricos adotados pela maioria dos pesquisadores em formação de professores, nos dias atuais, principalmente, as idéias de Tardif (1999) e Schön (1995).

É consenso entre os estudiosos a falta de articulação entre teoria e prática nos processos de formação, tanto inicial quanto continuada, a desarticulação entre os saberes específicos e pedagógicos e a falta de preparo dos formadores de professores para empreender essas articulações. Fatos esses, já apontados em Fiorentini (1994), revelam lentidão na construção de abordagens alternativas para a formação de professores que ensinam matemática. Ademais, é preocupante a carência de estudos que respondam à questão: Como acontece ou como deve acontecer a formação didático-matemática nos cursos superiores de pedagogia? Esse descaso demonstra a desarticulação ou mesmo o desinteresse de os pesquisadores compreenderem o ensino e a aprendizagem da matemática na sua totalidade.

Os resultados apontam descontentamento generalizado com a forma, a estrutura e os resultados em termos de formação não só nos cursos de licenciatura em matemática, como também nos de formação continuada. Os pesquisadores são unânimes em indicar as deficiências ou as incongruências desses processos e recomendam, para uma possível melhoria e/ou alteração desse quadro, a reflexão, o trabalho colaborativo e uma relação mais equilibrada e harmoniosa entre teoria e prática.

É incipiente um movimento de investigação que toma o professor não mais um ser individual, mais, sim, coletivamente, e que valoriza a presença do outro – colega de profissão ou de formação, ou, ainda, o pesquisador – não só na construção ou na (re)significação de seu discurso, mas também na análise de casos de ensino ou aulas ministradas ou planejadas pelo grupo. Os defensores dessas metodologias argumentam que esses dados ajudariam na orientação de novas práticas tanto acadêmicas quanto políticas para os processos de formação de professores que ensinam matemática.

Todavia, nota-se, nessas investigações, que o pesquisador assume, na maioria das vezes, o papel de observador. Em raros estudos, esse papel foi alterado na perspectiva da intervenção. Nos dois estudos que se intitulam pesquisas de intervenção, os procedimentos de intervenção não são explicados ao longo do texto, ou seja, as ações interventivas do pesquisador não são apresentadas ao leitor e tampouco analisadas.

Como recomendações para novas investigações, os autores apontam a necessidade de estudos que: 1/ investiguem a formação e a prática docente dos formadores de professores nas universidades e suas conseqüências em termos da formação dos futuros professores e que esses estudos sejam desenvolvidos tanto com disciplinas pedagógicas quanto disciplinas específicas; 2/ investiguem a formação dos professores que ensinam matemática nas séries iniciais do Ensino Fundamental; 3/ e, principalmente, estudos empíricos a partir de novos construtos teóricos que dêem conta não só da complexidade cognitiva e afetiva, como também das concepções, crenças e atitudes dos professores.

Em outras palavras, o desafio que se coloca para a formação de professores que ensinam matemática e para a pesquisa é buscar, como já propunha Tunes e cols. (1990):

> 1/ a mudança do próprio ensino de matemática ministrado nas universidades; 2/ o estudo e a reflexão sobre para que, o que e como se ensinar matemáticas; 3/ a abertura de visão e o conhecimento sobre o estado real da sociedade brasileira atual e o significado desmistificado tanto da ciência como da matemática, na educação do cidadão brasileiro; 4/ o acompanhamento e conhecimento do processo psicossocial de aprendizagem dos alunos, verificando-se o alcance, significado e resultados do ensino de matemática em seu desenvolvimento mental. (p.1156)

3.3 – A construção de novas competências conceituais: paradigmas pessoais, tomada de consciência e regulações cognitivas

Nos capítulos anteriores, à guisa de conclusão, observamos que tanto a matemática quanto a matemática escolar são construções humanas e como tais, influenciadas por fatores históricos e sociais; que o ensino de matemática continua na sua maioria, sendo realizado por transmissão de saberes prontos pelos professores aos alunos, em todos os níveis de ensino; que os professores da Educação Básica, na maior parte dos casos, são usuários de regras e vivenciaram em sua formação inicial um ensino também pautado na transmissão de saberes. Assim, "imersos num discurso matemático simbólico, sem jamais se afastar dele, professores e alunos agem sem uma clara percepção do significado de suas ações" (Medeiros, 1999, p.19).

Essas conclusões explicam porque as dificuldades enfrentadas pelos alunos em matemática são relacionadas à preocupação excessiva, por parte dos professores, com o treino de habilidades e mecanização de algoritmos; memorização de regras e esquemas de resolução de problemas, com predomínio de repetição e imitação, por parte dos alunos, de estratégias apresentadas em sala de aula pelos professores. Essas dificuldades são reincidentes ao longo de todo o desenvolvimento do currículo escolar de matemática na Educação Básica como observamos no caso da divisão e dos números racionais no item 2.3.

Tais fatos levam-nos a considerar que a escola, cercada por seus muros, "sujeitos a interesses políticos e sociais" (Gadotti, 1998), ainda cultiva e reproduz a imagem de ciência pautada na epistemologia objetivista. Mesmo sendo o alvo de toda a discussão educacional sobre as tendências pedagógicas e psicológicas do último século, ainda, trabalha a partir da "concepção arcaica do sujeito como uma tabula rasa na qual devem ser forjadas as marcas para assegurar o registro" (Fávero, 2005b, p. 56). Por isso, o professor, ainda, "dá aulas, dá a matéria para o aluno. É quase sempre assim. Ele faz para o aluno, mas não com o aluno" (Medeiros, 1999, p.28).

Em outras palavras, no âmbito da matemática, da matemática escolar e das relações de ensino e aprendizagem delas decorrentes, mantêm-se, praticamente inalteradas, os dados que Fávero já apontava em estudos da década de 1990, sintetizados em 2005:

> [...] algo onipresente, oniciente, não é passível de ser discutido. A ciência, quando assim tomada, é por si só válida e inquestionável. E é essa ciência que está nas instituições educacionais, e é baseando-se nela que os professores de primeiro, segundo e terceiro graus praticam o ensino: uma prática que procura transmitir as teorias científicas... e espera que o estudante – criança, adolescente ou adulto – receba essa transmissão com interesse, uma vez que o sucesso dessa aquisição lhe garantirá sucesso futuro (Fávero, 2005b, p.54).

Diante dessas evidências, observamos que o desafio que se apresenta nos dias atuais não é o vislumbrar de mais um movimento que proponha conteúdos e métodos para professores e alunos em matemática, mas, sim, compreender como professores e alunos pensam a matemática, a matemática escolar e a prática docente. Para tanto, é preciso compreender a natureza da produção matemática de alunos e professores, compreender a natureza da produção didática dos professores e compreender o papel dos professores-pesquisadores na busca de mudanças de práticas, tanto de alunos quanto de professores, em relação à produção matemática, tendo-os como parceiros **na** e **para** a mudança, de modo a construir alternativas ao quadro apresentado nos itens anteriores.

Nesse sentido, apresentamos, neste item, as premissas da proposta teórico-metodológica de Fávero (1998, 2000, 2001, 2005a) que visa à construção de novas práticas tanto de alunos quanto de professores - em relação à matemática, ao seu ensino e à sua aprendizagem. Diante disso, optamos por discutir, mesmo que de modo sucinto, alguns de seus aportes teóricos.

Em primeiro lugar, para esta autora é imprescindível admitir que não só os professores como também seus alunos estão em processos de mudanças, o que significa, a partir da ótica das várias teorias da psicologia do desenvolvimento, considerar que esses sujeitos estão em desenvolvimento e que "[...] desenvolver significa evoluir, e evoluir significa ascender na escala natural... e que o ser humano é ativo, construtor de idéias, construtor da história humana e, portanto, construtor do seu desenvolvimento" (Fávero, 2005b, p.231).

Em segundo lugar, a autora articula a psicologia social e a mediação semiótica para a compreensão dos processos desenvolvimentais defendendo que "do ponto de vista da relação ensino-aprendizagem, foi-se levado a admitir que, em vez de se ter, uma díade, sujeito-objeto, tem-se uma tríade, sujeito-objeto-o outro". Em outras palavras, o significado dessa alteração reside no fato de que "se está considerando o mundo dos objetos e o mundo das pessoas um sistema unificado e que o desenvolvimento se dá por meio das atividades desenvolvidas com os objetos, mediados pelo mundo das pessoas" (Fávero, 2005b, p.238).

Um terceiro aspecto salientado por Fávero diz respeito à história da psicologia do desenvolvimento. A autora salienta que esta se deteve, inicialmente, às questões do desenvolvimento da criança, posteriormente, do adolescente e, mais recentemente, ao estudo da velhice. Para Fávero (2003), coexistiam três modelos teóricos sobre o desenvolvimento cognitivo adulto:

> 1/ a abordagem que considera existir um incremento das capacidades cognitivas na fase adulta; 2/ a abordagem que considera existir uma estabilidade cognitiva na fase adulta; e

> 3/ a abordagem que considera haver um decréscimo, irreversível ou com compensação, das capacidades cognitivas na fase adulta (p.18).

Todavia, a autora, argumenta que os estudos sobre o desenvolvimento adulto realizados nas décadas de 1980 e 1990 evidenciaram os limites dessas abordagens. E por isso, em sua análise,

> [...] nous pouvons aujourd'hui citer au moins trois nouvelles lignes d'approche de l'adulte: celle de Baltes qui propose le concept de « life spain » (Baltes & Standingers, 1996) ; celle de Sinnot (1998), selon laquelle le sujet adulte a une capacité au-delà de la pensée formelle, dite pensée postformelle, ce qui correspond à la capacité de penser selon différents systèmes de pensée, et enfin, celle de Young (1997), qui suit la perspective postmoderne de la psychologie. Nous pouvons dégager un consensus théorique de ces approches; le développement de l'adulte présente des phases et ces phases sont caractérisées par l'union entre l'aspect cognitif et l'aspect affectif, entre le self et l'autre. L'adulte est donc un constructeur actif de vérités multiples et polysémiques; être adulte signifie être en développement dans un univers du développement de la pensée collective. En d'autres termes, être dans un milieu de médiation sémiotique.Du point de vue théorique, cela implique donc de considérer les représentations sociales, le langage et la sémiotique, afin de les articuler avec la Psychologie du Développement (Fávero, 2007[6], p. 625-626).

[6] "...nós podemos hoje citar pelo menos três novas linhas para a abordagem do adulto: a de Baltes que propõe o conceito de "*life spain*" (Baltes & Standingers, 1996); a de Sinnot (1998), segundo a qual o sujeito adulto possui uma capacidade além do pensamento formal, o chamado pensamento pós-formal, o que corresponde a capacidade de pensar segundo diferentes sistemas do pensamento, e enfim, a abordagem de Young (1997) que se insere na perspectiva pós-moderna da psicologia. Nós podemos tirar um consenso teórico destas abordagens: o desenvolvimento do adulto apresenta fases e essas fases são caracterizadas pela união entre o aspecto cognitivo e o afetivo, entre o *self* e o outro. O adulto é, portanto, um construtor ativo de verdades múltiplas e polissêmicas: ser adulto significa estar em desenvolvimento no universo do desenvolvimento do pensamento coletivo. Em outros termos, estar num meio de mediação semiótica. Do ponto de vista teórico, isso implica, portanto, considerar as representações sociais, a linguagem e a semiótica, afim de articulá-las com a Psicologia do Desenvolvimento (Fávero, 2007, p. 625-626, tradução da autora do texto).

Ademais, estudos da área de didática profissional, como é o caso dos estudos de Vergnaud (1996), a respeito do desenvolvimento de competências, apresentam, defesas semelhantes às apresentadas acima. Desse modo, avaliamos que essas teses reorientam o modo de observar, analisar e intervir no desenvolvimento adulto, em especial, do adulto professor, como também impõem aos processos de formação, seja a inicial, seja a continuada, novas tarefas, uma vez que esta se configura como espaço privilegiado para que o adulto professor desenvolva novas competências e, principalmente, desenvolva-as em novos domínios.

Um outro aspecto a ser considerado na abordagem dessa autora é como ela analisa, "as ações humanas não são aleatórias; ao contrário, trata-se de práticas sociais com um conteúdo que lhes dão fundamento" (Fávero, 2005b, p.21). Na sala de aula, por exemplo, quando um professor faz uso de um discurso particular, "ele introduz novas formas de mediação semiótica, tais como a linguagem escrita, a matemática, as ciências sociais e as naturais e media também concepções particulares a respeito do conhecimento humano e de suas diferentes áreas" (Fávero, 1993, p.56).

Esta tese, também, reorienta a observação de como crianças, adolescentes e adultos se relacionam com os objetos matemáticos e a entender as características dessa relação desde as séries iniciais até o nível superior; como também a observar como os professores lidam com tais objetos em suas práticas profissionais, desde as séries iniciais até o nível superior. Assim, na observação e na análise dessas relações as representações sociais precisam ser consideradas, visto que a representação social de um objeto de conhecimento é um processo dinâmico, no qual hipóteses particulares são construídas e influenciam os diferentes modos de interação com esse objeto. Por isso mesmo, Fávero (2005a) constrói sua abordagem em articulação com a Teoria das Representações Sociais.

O termo Representações Sociais foi introduzido por Moscovici (1978) tendo como referência seus estudos sobre como acontecia o processo de socialização de conceitos psicanalíticos e sua “transformação” para servir para outros propósitos e funções pelas pessoas no cotidiano.

Segundo Sá (1998), as bases referenciais da teoria das representações sociais estão pautadas na vertente de Émile Durkheim que procurava explicar os fenômenos religiosos, científicos, temporais, a partir de conhecimentos inerentes à sociedade. Como sabemos, para Durkheim os fatos sociais eram produto de uma rede de conhecimentos, oriundos das mais diversas fontes e formas no tempo e no espaço, que se combinavam e se misturavam acumulando-se durante as gerações e transferindo-se de umas para as outras. Para expressar essa multiplicidade de comportamentos e saberes, ele usou o termo representações coletivas. Entretanto, Moscovici não corroborou essa tese e defendeu que ela apresentava pontos falhos que não permitia explicar novos fenômenos. Por isso, a necessidade, apontada por ele, de uma concepção mais flexível sobre os indivíduos, sobre o que pensam, o que identificam, o que sentem, o que falam.

De acordo com Moscovici (2003), as representações sociais encontram-se em um referencial de pensamento preexistente, dependendo, portanto, de um sistema de crenças, valores e imagens. Do ponto de vista cognitivo, fenômenos novos podem ser incorporados a “modelos explicativos e justificativos que são familiares e conseqüentemente aceitáveis. Esse processo de troca e composição de idéias (que ocorre por meio do discurso) é, sobretudo, necessário, pois ele responde às duplas exigências dos indivíduos e das coletividades” (p. 216). Por um lado, constroem-se sistemas de pensamento e de compreensão e, por outro, adotam-se visões consensuais de ação, mantendo o vínculo social e a continuidade da idéia.

Ademais, Moscovici (2003) afirma que a finalidade das representações é transformar o não-familiar em familiar. A dinâmica das representações é, portanto, uma dinâmica de familiarização, na qual objetos, pessoas e acontecimentos são percebidos e compreendidos em relação a prévios encontros e paradigmas. Como conseqüência, "a memória prevalece sobre a dedução, o passado sobre o presente, a resposta sobre o estímulo e as imagens sobre a realidade" (p. 55).

Em estudo sobre a representação social da matemática, Fávero (1991) destacou que as representações sociais dizem respeito "à maneira pela qual os seres humanos tentam se apoderar e entender as coisas à sua volta e resolver problemas que são lugar comum e que os preocupam a vida inteira, sendo temas focais de conversação" (p.257). E postula a tese, segunda a qual

> [...] se a representação social de um objeto de conhecimento é um processo ativo, com raízes históricas e sociais, há que se admitir que contém uma dinâmica tal que, a cada momento, no curso mesmo das relações interpessoais, ela influi e é por estas influenciada. Vale dizer, portanto, que o estudo das representações sociais é a própria análise da dinâmica das interações de fatores sócio-históricos presentes, passados e futuros que se impõem na formação das relações interpessoais e dos conceitos (p.258).

Por fim, como argumenta Fávero (2003) "esse ser humano ativo constrói, na sua interação com as representações sociais e as práticas de uma dada sociocultura, o que temos chamado de *paradigma pessoal*". Para tanto, ela defende que assumir tal premissa "preserva a identidade única e particular do sujeito, sem, no entanto, apartá-lo do coletivo". Os estudos Fávero e Mello (1997) e Fávero (1998) evidenciaram tal premissa, uma vez que mostraram que "a prática mostrou-se indissociável do conteúdo (paradigma) que a fundamenta". O primeiro estudo, por exemplo, mostrou que:

> [...] a prática do uso da camisinha não é só uma questão de informação relativa à contracepção à prevenção; é a externalização de um paradigma que a fundamenta, no qual se identificam as representações sociais de namoro, que, por sua vez relacionam-se com as representações sociais do amor romântico e com as representações sociais dos papéis masculinos e femininos, particularmente no que se refere aos papéis sexuais.

Já o segundo evidenciou “que os conceitos de saúde e de autocuidado estão vinculados às representações sociais sobre as diferenças entre homens e mulheres, e isso define uma prática em relação à procura de serviços médicos”. Para a autora, assumir que o paradigma pessoal é construído por um sujeito ativo permite-nos pensar na possibilidade de:

> [...] promover a atividade interna desse sujeito, no sentido de lhe facilitar a exploração e a síntese das contradições visando uma nova fundamentação na criação e na transformação dos significados. Do ponto de vista das práticas sociais e institucionais, esta pode ser uma interessante via para a mudança das representações sociais (p.22).

No que se refere ao professor, em especial, pensaremos, aqui, no professor de matemática, podemos concordar com a autora que sua ação em sala de aula, em turmas que podem ser desde a educação infantil até os cursos de formação de professores, é:

> [...] resultado de um processo de produção que teve origem na articulação entre as características da sua escola, da população de seus alunos (classe social, faixa etária...), etc, e uma rede de representações, alimentadas inclusive por estas mesmas características, que interagem com as operações de regulação desta prática, e que, além disto, fundamenta e se fundamenta, em determinados conceitos, podemos dizer então, que esta prática não tem apenas uma forma; ela também tem um conteúdo (Fávero, 2000, p.12).

Diante de tudo isso, Fávero (2004) argumenta que a definição de uma proposta teórico-metodológica para o estudo das questões relacionadas ao ensino, à aprendizagem e à formação de professores, que considere as contribuições da psicologia do desenvolvimento adulto e suas interfaces com outras áreas, como destacado anteriormente, deva adotar "um modelo psicológico que efetivamente considere o sujeito ativo, construtor de conhecimento" (p.12).

Nesse sentido, Fávero (2001) defende que a prática da intervenção psicopedagógica, principalmente aquelas "desenvolvidas junto ao professor, possibilita a reformulação teórico-conceitual que fundamenta uma mudança na elaboração de sua prática de ensino" (p.188). No caso específico do adulto professor, enfatiza que a construção de novas práticas, sobretudo uma nova prática de ensino, exige:

> [...] um processo de reconstrução polissêmica, pois não é só o campo conceitual das áreas de conhecimento específico que está em jogo (da matemática, da física ou da linguagem), mas o modo como se concebe a sua interação como o próprio desenvolvimento humano e as representações sociais a elas estão vinculadas. Em outros termos, vale dizer que a questão das competências aqui particularizada para a prática de ensino refere-se a uma criação particular e complexa. Portanto, reformular a prática de ensino também pressupõe uma construção. E esta se viabiliza primeiro, na medida em que o professor toma consciência dos significados que sustentam sua própria prática e das implicações que dela podem decorrer e, segundo, na medida em que ele toma consciência da existência de outros modos de refletir sobre essa prática (Fávero, 2003, p.19).

Entendemos que uma proposta nessa direção altera significativamente o modo de olhar o sujeito e o conhecimento matemático na prática da pesquisa e na prática em sala de aula, como um alternativa aos dados relatados nos itens 2.3 e 3.2, uma vez que considera os sujeitos (alunos e professores) em desenvolvimento e partícipes **da** e **na** construção dos conceitos matemáticos. Para Fávero (2000, 2001, 2003, 2004, 2005a, 2007a):

> Trata-se de uma proposta segundo dois eixos principais: 1/ considerar o desenvolvimento do sujeito e as particularidades deste desenvolvimento; e 2/ centrar as investigações sobre a aquisição dos conceitos, tendo por método de investigação, o próprio procedimento de intervenção psicopedagógica, o que significa considerar a atividade mediada" (Fávero, 2004, p.12).

Avaliamos que conceber a intervenção psicopedagógica como método de investigação – junto a alunos ou a professores ou, ainda, junto a alunos e professores – gera vários desafios, entre eles os relacionados à capacidade de gestão das situações de interação entre sujeitos-sujeitos e sujeitos-pesquisador, como também, os relacionados às formas de acesso aos processos de reformulação teórico-conceitual que, como dito anteriormente, será interna. Em outras palavras, trata-se de acessar verdadeiras redes de pensamento, com inúmeros encadeamentos e distintos de um sujeito para outro. Na análise de Fávero (2005b), é preciso, nesse caso, considerar uma teia de relações.

> Numa sala de aula, há que se considerar os alunos, a área de conhecimento (matemática, física, história, etc.) e o professor. Isso significa que estamos diante de uma situação complexa, na qual interagem, no mínimo, a história acadêmica do aluno, a sua relação particular com a área do conhecimento em questão, as suas expectativas em relação ao seu desempenho nessa área, as representações sociais partilhadas sobre tal área (por exemplo, é comum se dizer que a matemática é mais difícil que a história, que a matemática exige raciocínio e a história, memorização, que os meninos se dão melhor em matemática do que as meninas, e assim por diante), com a história do professor com a própria área que ensina, a sua relação particular com ela, as suas concepções do que sejam um bom professor e um bom aluno nessa área, do que seja aprender dentro dessa área, e, ainda, com as particularidades epistemológicas de cada área do conhecimento (p.239).

Para o sujeito que vivencia uma situação de intervenção, seja individual, seja coletiva e, considerando sua adesão verdadeira, o desafio que se apresenta é este: como esse sujeito vai analisar as próprias reflexões e tomar decisões; como vai monitorar a realização de novas ações originadas a partir das decisões; ou ainda, como se auto-regular, acompanhando passo a passo o processo de aprender e mudar, reorientando-o sempre que necessário (Ferreira, 2003). Para o pesquisador, o desafio é mediar e acessar esse processo, coletando informações que orientem a prática interventiva.

Entendemos que muitos são os conceitos que subsidiam a proposta de Fávero (2000, 2001, 2003, 2004, 2005a, 2007a, 2008) sobre a intervenção psicopedagógica. Por isso avaliamos como pertinente discorrer a respeito de alguns deles, em especial, os conceitos de regulação cognitiva, metacognição e tomada de consciência, bem como o modo como a autora estuda, nesse contexto, o conceito de competências.

Em relação às pesquisas de intervenção, Fávero (2001) argumenta que:

> [...] a tendência dominante, no entanto, é aquela que analisa as concepções, sobretudo as relacionadas ao contrato didático e à rede de interações, mas raramente estas mesmas questões são consideradas nas análises dos resultados das intervenções, de modo que não fica evidenciado o processo de regulações internas pelo qual passam os sujeitos adultos em interação e sua articulação com os processos comunicacionais desta interação (p. 188).

Para a autora, uma das abordagens adotadas no estudo das regulações tem sido aquela baseada na idéia de metacognição, em especial, nas contribuições dos pesquisadores anglo-saxões.

De modo bem geral, podemos dizer que a metacognição refere-se ao conhecimento dos processos de cognição e seus produtos. Engloba atividades de monitoramento e conseqüentes regulações e instrumentalizações desses processos, em relação a objetivos ou dados cognitivos. Sendo assim, está relacionada às estratégias utilizadas pelos sujeitos, as quais monitoram, testam, ordenam e controlam as habilidades cognitivas, nos esforços individuais que vivem para aprender.

Na década de 1970, Flavell e seus colaboradores começaram a desenvolver estudos relacionados com à metacognição, nomeadamente à metamemória. Com base nesses estudos, Flavell e Wellman (1977) sugeriram que o conhecimento metacognitivo se desenvolve por meio da consciencialização, por parte do sujeito, sobre o modo como determinadas variáveis interagem no sentido de influenciar os resultados das atividades cognitivas.

Para Flavell (1976), metacognição refere-se à "cognição sobre a cognição", entendendo-se por "cognição" mais o processo de conhecimento do que os conhecimentos resultantes desse processo. "Metacognição refere-se ao conhecimento que se tem sobre os próprios processos cognitivos, e produtos ou qualquer coisa relacionada a eles, isto é, o aprendizado das propriedades relevantes da informação ou dos dados". Ou ainda, "metacognição refere-se, entre outras coisas, ao monitoramento ativo e à conseqüente regulação e orquestração desses processos em relação aos objetos cognitivos ou dados sobre os quais eles incidem, usualmente a serviço de alguma meta ou objetivo concreto (p.232). Sendo assim, cabe a interpretação de que o sujeito, ao fazer uso da metacognição, torna-se um investigador de seus próprios modos de pensar e das estratégias que emprega para resolver problemas, buscando identificá-los e aprimorá-los.

Para o referido autor, metacognição envolve também monitoramento ativo dos processos de pensamento, regulando-os e orquestrando-os para alcançar determinado objetivo. Ele aponta dois componentes centrais nesse conceito: 1/ os conhecimentos metacognitivos - dizem respeito ao produto cognitivo,ou seja, ao conhecimento de que determinados conceitos, práticas e habilidades já são dominados, enquanto outros ainda não o foram, reconhecendo o que se é (ou não) capaz de alcançar; à compreensão dos processos cognitivos, ou seja, da maneira pela qual o pensamento e as funções superiores (atenção, memória, raciocínio, compreensão) atuam na resolução de um problema; 2/ experiências metacognitivas – designam os processos pelos quais se é capaz de exercer controle e auto-regulação durante a tarefa de resolução de um problema, permitindo ao sujeito tomar consciência do desenrolar da sua própria atividade.

Nesse sentido, Davis e Nunes (2005) argumentam que gerir uma tarefa é poder guiá-la, avaliá-la, corrigi-la e regulá-la, em direção ao que se pretende. Contudo, ressaltam que apenas isso não é suficiente. É preciso que a gestão da atividade permita a compreensão e a explicitação das relações entre os procedimentos, o objetivo e o desempenho obtido. Além disso, enfatizam que, quando se consegue tudo isso, é possível alcançar nível mais abstrato e explicativo de compreensão da situação-problema, formulado-a em termos generalizáveis e, portanto, transferíveis.

Muitos são os estudos e as abordagens para o estudo da metacognição, contudo Fávero (2003) afirma que há pelo menos um consenso entre os pesquisadores, o de que a metacognição “compreende duas dimensões essenciais: os conhecimentos metacognitivos e as regulações metacognitivas” (p.17). Além disso, Fávero (2001) apresenta outras abordagens para o entendimento da metacognição. E destaca a proposta de Linda Allal e Madelon Saada-Robert (1992), “a partir de três conceitos-chaves propostos por Piaget e seus colaboradores: a tomada de consciência, a abstração refletida e as regulações” (p.190).

Na obra *A Tomada de Consciência*, Piaget (1977) estudou a passagem da forma prática do conhecimento (saber fazer) para o pensamento (compreender), mostrando que esta acontece por intermédio da tomada de consciência, ou seja, um processo que possibilita reconstruir no plano da representação, o que ocorre no plano da ação.

Para ele, a tomada de consciência pode ser definida como um processo por meio do qual um esquema de ação é transformado em um conceito. Para construir tais conclusões, ele investigou atividades que envolvem ações de êxito precoce, tais como: o engatinhar, o movimento de volta de uma bola de pingue-pongue e de um arco, o choque de bolas, a seriação, entre outros. E, a partir da análise das ações e das respostas dos sujeitos observados ao tentarem resolver as situações-problema propostas, ele formalizou seu modelo teórico para o processo de tomada de consciência.

Para a análise do processo descrito anteriormente, o autor reportou-se ao conceito de inconsciente na teoria freudiana e afirma que também a consciência deve ser pensada como um sistema dinâmico e em permanente atividade, assim como o inconsciente é considerado por Freud.

O fato de considerar que consciente e inconsciente são dois processos diferentes exige pensar, assim como afirma Piaget (1977), "que a passagem de um ao outro exija reconstruções e não se reduza simplesmente a um processo de iluminação" (p.197). Ele se preocupou com as razões funcionais que desencadeiam a constituição da tomada de consciência e argumentou que é preciso ir além das inadaptações, considerando o mecanismo das regulações que possibilitará as readaptações. Na teoria piagetiana, o termo regulação refere-se à tentativa de o sujeito recuperar o equilíbrio rompido pelos obstáculos ou resistências do objeto. O sujeito age com a finalidade de compensar a perturbação produzida no sistema ao tentar assimilar o objeto novo.

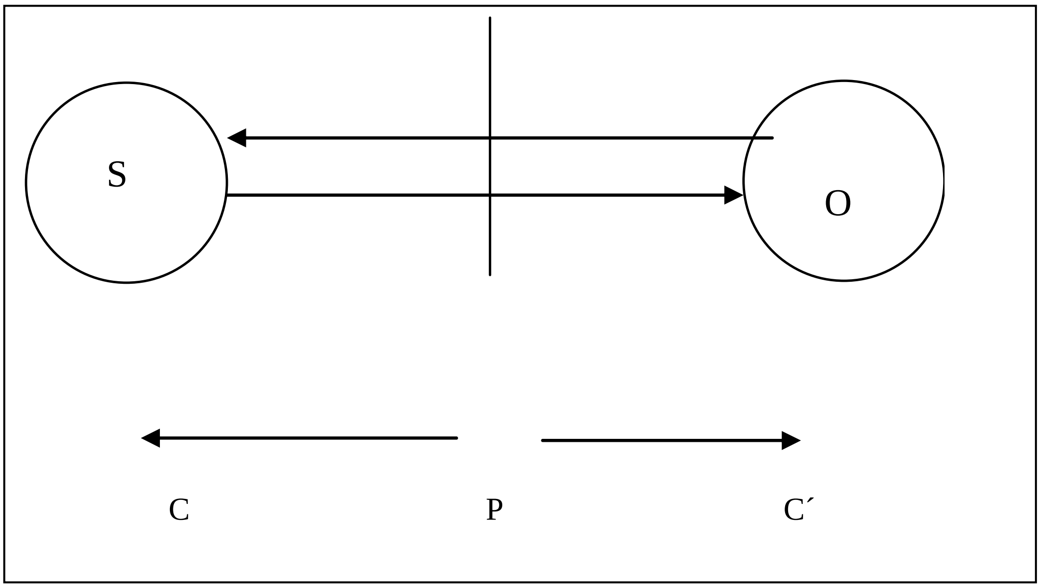
Um sujeito, por exemplo, ao se interessar por assimilar um objeto, pode encontrar resistências e obstáculos nesse objeto. Quanto maior a resistência, maior o desafio de acomodação proposto ao sujeito. Dessa maneira, a resistência do objeto provoca uma perturbação no sujeito, o que pode quebrar o estado de equilíbrio momentâneo, produzindo um desequilíbrio. O estatuto do desequilíbrio mostra a insuficiência de recursos do sujeito na tentativa de lidar com tal situação e possibilita a construção de novos esquemas para a busca de equilíbrio.

Nesse sentido, Torres (2001) alerta que nem todos os obstáculos ou resistências do objeto provocam perturbações no sujeito, "uma perturbação pressupõe, do ponto de vista do sujeito, uma estrutura cognitiva que possa assimilar um objeto ou um acontecimento perturbador" (p. 28). Em sua análise, se o sujeito não possui um sistema cognitivo desenvolvido a ponto de assimilar os obstáculos do objeto como perturbações, a equilibração não ocorrerá. Quando isso acontece, o sujeito não modifica seus esquemas. Ao contrário, se um objeto perturba de fato o sujeito, essa perturbação pode provocar uma regulação e, conseqüentemente, a equilibração. Essa regulação é inicialmente inconsciente.

Piaget (1977) distingue os diferentes tipos de regulações, são elas: 1/ a regulação inconsciente exerce um controle retroativo do processo; 2/ a regulação ativa refere-se àquela presente na aprendizagem por ensaio e erro; e 3/ as regulações conscientes são aquelas cujos controles são exercidos previamente à ação do sujeito, implicando a capacidade de representar o mundo do possível.

Outro ponto importante que merece destaque para os interesses dessa pesquisa diz respeito ao caráter construtivo da auto-regulação, visto que o controle das nossas ações e dos nossos processos mentais requer reelaboração e a criação de novos esquemas de compreensão. Isso exige o conceito de equilibração majorante, já que para Piaget (1977), a equilibração, os desequilíbrios e as reequilibrações "caracterizam de maneira geral o devir dos conhecimentos" (p. 204).

Para demonstrar que as inadaptações não são suficientes para explicar a tomada de consciência, Piaget (1977) referiu-se à atividade de engatinhar. Nessa atividade, ele evidencia que a formação de tomadas de consciência tardias pode ocorrer sem que haja intervenção de inadaptações nessas ações. O autor explica as razões funcionais da tomada de consciência em um contexto mais amplo do que o das inadaptações e propõe um modelo teórico explicativo, como o representado abaixo:



Nesse modelo, as letras utilizadas referem-se ao sujeito (S), ao objeto (O), à região central relativa ao sujeito (C), à região central relativa ao objeto (C') e à região periférica (P) relativa ao sujeito ou ao objeto. O ponto de partida do percurso é P, tanto em relação ao sujeito quanto ao objeto, sendo a periferia definida pela reação mais imediata e exterior do sujeito em face do objeto, referindo-se aos objetivos e resultados da ação.

O processo de tomada de consciência realiza-se segundo a lei periferia-centro. Desse modo, o conhecimento procede da interação entre o sujeito e o objeto, marcado pelo ponto P, e avança para os mecanismos centrais C da ação do sujeito e para as propriedades intrínsecas, e, portanto, centrais C' do objeto.

Diante de uma situação-problema, por exemplo, em matemática, o sujeito pode obter êxito ou fracasso, sendo essa constatação um aspecto consciente do processo. Quando ocorre o fracasso, o sujeito tenta encontrar os motivos de sua ocorrência, o que o leva à tomada de consciência das regiões mais centrais da ação, isto é, dos meios empregados para realizá-la. Nesse momento, o sujeito passa das razões funcionais da tomada de consciência para o mecanismo que torna consciente os elementos que estavam inconscientes ou passa do "porquê" da ação para o seu "como". Esse processo consiste "numa passagem da assimilação prática (assimilação do objeto a um esquema) a uma assimilação por meio de conceitos" (Piaget, 1977, p. 200).

Nas análises empreendidas pelo autor em relação aos vários experimentos realizados, ele afirmou a existência de diferentes graus de consciência, os quais dependem de diferentes graus de integração. Para ele, entre a ação de êxito precoce e os inícios errôneos da tomada de consciência, existem momentos intermediários que apontam para uma consciência incompleta da ação. Esses momentos intermediários justificam-se pelo fato de a conceituação ser considerada como um processo, logo não pode ser imediata e sim deve passar por diferentes graus de consciência.

Enfim, para Piaget, a tomada de consciência é "um processo de conceituação que reconstrói e depois ultrapassa, no plano da semiotização e da representação, o que era adquirido no plano dos esquemas de ação" (p. 204). Ou ainda, que tomada de consciência significa apropriar-se dos mecanismos da própria ação, visto que o avanço do sujeito na direção do objeto, no sentido de apreender o mundo, acontece à medida que ele apreende a si mesmo como sujeito, apreende a sua prática, a sua ação. Não nos prolongaremos nessa discussão, todavia destacamos que o conceito de tomada de consciência é vital para a proposta de intervenção psicopedagógica em discussão, neste item.

Para Allal e Saada-Robert (1992, citado em Fávero, 2000), é o conceito de regulação que nos permite considerar a metacognição sob novo ponto de vista, isto porque:

> 1/ as regulações desempenham papel importante na ultrapassagem das estruturas, na possibilidade de o sujeito construir novos observáveis sobre os objetos, isto é, de tomar consciência e de identificar as lacunas, perturbações ou contradições possíveis; 2/ o caráter fundamentalmente construtivo das regulações em psicologia genética deveria permitir considerar a metacognição como um mecanismo duplo de construção: aquele que assegura a formação de operações de controle (tais como as operações de antecipação, de controle e de ajustamento) e aquele que regula a construção de formas explícitas das representações a partir de suas formas implícitas).

Nesse sentido, para essas pesquisadoras, Piaget trata dos mecanismos da metacognição, uma vez que trata da "tomada de consciência e das regulações e considera-os como organizadores internos relativos ao fechamento das estruturas, ao seu caráter de estado final e ao seu componente conceitual" (p. 10). Na análise de Fávero (2000), a partir dessas conclusões, "num trabalho que vise a reformulação do professor, a análise destes componentes seria essencial" (p.10).

Sendo assim, Fávero (2001) defende que:

> Desenvolver um procedimento de intervenção segundo uma dimensão desenvolvimental significa intervir nas operações de regulação de tal modo que o processo de produção seja revisto pelo indivíduo, em função do campo conceitual particular, e que isto resulte na reelaboração das ações e produtos. O que estamos defendendo é que, para se avançar, tanto teórica como metodologicamente, isto implica a adoção de um modelo de análise que explicite os dois componentes de uma intervenção: de um lado, o processo de tomada de consciência, por parte dos sujeitos envolvidos, da relação entre os próprios processos de regulação cognitiva, suas

> produções e um campo conceitual específico de conhecimento; e, de outro lado, o processo de tutoramento viabilizado por um procedimento particular de interação. Ou seja: estamos propondo que os trabalhos junto a professores considerem a dimensão desenvolvimental que está implícita e explicitem os dois tipos de dados: aqueles que podem nos dar pistas do processo de reconstrução do sujeito adulto; e aqueles que podem nos fornecer pistas sobre as variáveis que intervêm na direção tomada por esta reconstrução" (p. 194).

No início deste item, destacamos que um dos grandes desafios para os pesquisadores ao adotarem a intervenção psicopedagógica seria o de mediar e ao mesmo tempo acessar o processo de reconstrução dos sujeitos (alunos e professores) e além disso, o de coletar e organizar essas informações para que esses dados não se perdessem e mais, que orientassem a prática interventiva. Nesse sentido, Fávero (2000) propõe integrar à proposta a análise dos "atos da fala" e as contribuições metodológicas dos grupos focais.

De um lado, Chabrol e Bromberg (1999 citado em Fávero, 2000) propõem a análise dos processos comunicacionais numa interação, entendendo que os "atos da fala" tornam-se "inter-atos da fala", no qual cada um se encontra num sistema de regras e deveres. Para eles, "um ato da fala além da sua função de dizer ou de querer dizer alguma coisa, constitui um ato social através do qual os atores sociais interagem" (p.296).

Para Fávero (2000), "analisar os "atos da fala" significa dar conta das contribuições dadas por cada sujeito na interação, assim como os seus processos de construção e de atribuição de significados" (p.14). Isso por que para os autores

> [...] um ato da fala é um ato de comunicação que consiste na relação entre um projeto de ação comunicacional e de um enunciado lingüístico que serve de suporte à intencionalidade da ação. Para o enunciador, trata-se, a partir da ação comunicacional, de obter a adesão a um julgamento, a compreensão de uma explicação e, assim, de

> produzir um ou mais enunciados que tornam manifesto para o outro, sua intenção, de acordo com o contexto e com o contrato de comunicação. Para o endereçado, trata-se, a partir do tratamento lingüístico do enunciado, completado pelos conhecimentos anteriores necessários, de reconstituir por meio de uma interpretação inferencial, a intenção mais pertinente, tendo em conta o contexto, o contrato e os meandros da comunicação (p.297).

Ademais, Chabrol e Bromberg (1999, citado em Fávero, 2000) propõem cinco esferas para fundamentar uma classificação dos atos das falas:

> 1/esfera da informação: definida como todo ato da palavra que visa descrever, categorizar, definir, ter em conta os objetos do mundo e sua relação, de maneira não avaliativa; 2/ esfera da avaliação: definida como todo ato da palavra que marca uma modalidade, uma atitude do locutor exprimindo um julgamento de valor, ou uma apreciação, sobre os objetos ou estados do mundo; 3/ esfera da interação: definida como todo ato da palavra que visa à co-elaboração das identidades dos parceiros e à co-gestão das suas relações, segundo a situação, o contrato de comunicação e os riscos, para melhorá-los ou colocá-los em discussão; 4/ esfera acional: definida como todo ato da palavra que visa propor fazer, incitar a fazer, exortar a fazer, se engajar no fazer, declarar, onde quando dizer é igual a fazer; e 5/ esfera contratual: definida como: todo ato da palavra que tem por função gerar ou regular a comunicação, em função dos objetivos e jogos de ações e do contrato de comunicação (p.15).

De outro lado, a autora defende o uso do grupo focal como método para coletar/construir os dados revelados na interação entre sujeitos e entre sujeitos e pesquisador. Como sabemos, o grupo focal é um método de pesquisa qualitativa que muito contribui em pesquisas que buscam compreender percepções e atitudes acerca de um fato, de uma prática, como também de produto ou serviços. Diferentes autores, como é caso de Krueger (1988), argumentam que o grupo focal não é muito indicado para estudos que buscam a freqüência com que determinados comportamentos ou opiniões ocorrem em um dado grupo.

Para Morgan (1988), o grupo focal é um modo especial de congregar pessoas em termos de objetivos, número de participantes, composição e dinâmica de trabalho entre pesquisador e sujeitos; não é, também, uma entrevista de grupo, no qual se alteram perguntas do pesquisador e respostas dos sujeitos. Ao contrário, o grupo focal se apóia na interação entre os sujeitos para colher dados, a partir de tópicos lançados pelo pesquisador e a partir das trocas verbais e/ou não verbais entre os sujeitos.

Geralmente, o grupo focal é formado de seis a dez sujeitos – de preferência não familiares uns aos outros. Os sujeitos devem ser selecionados por apresentar características em comum associadas ao tópico que será pesquisado por intermédio do grupo focal. Em termos de tempo, a duração típica de um grupo focal é de uma hora e meia.

Uma das premissas básicas para a defesa do grupo focal como método de coleta/construção de dados reside no fato de que a interação entre sujeitos é considerada propulsora de opiniões e atitudes. Tal possibilidade não é gerada, por exemplo, com o uso de questionários fechados ou entrevistas individuais, em que o sujeito é solicitado a emitir opiniões sobre assuntos que talvez nunca tenha pensado. É comum, em processos de interação, que os sujeitos mudem de opinião e/ou melhorem sua argumentação em função da fala e das opiniões de outros sujeitos.

Marková (2003) argumenta que, enquanto questionários, entrevistas individuais e outras sondagens são apartados da comunicação, o grupo focal é mais social que os outros métodos, pois ele: “nos abre uma janela sobre a formação e a evolução das representações sociais, das crenças, dos saberes e das ideologias que circulam nas sociedades. No grupo focal, elabora-se e tematiza-se um objeto social” (p. 223).

Para Fávero (2007b) Marková retomou uma expressão de Farr e Tafoya (1992), que definem o grupo focal como um grupo de discussão que tem algo de “uma sociedade pensante em miniatura” (Marková, 2003, p. 223). A autora assume que tem adotado, “o grupo focal como uma situação na qual se possa não apenas elaborar e tematizar um objeto, mas também *re-elaborá-lo*” (p.17). Contudo, adverte que tal adoção gera pelo menos duas novas questões metodológicas. São elas:

> 1/ o grupo focal deve ser utilizado em sessões seqüenciais, de modo que cada uma das sessões tenha seu objetivo claramente definido em função da análise da discussão da sessão anterior e, em função disso, seja conduzida pelo moderador. Trata-se, portanto, de uma proposta longitudinal 2/ tal análise deve ultrapassar o levantamento de temas, uma vez que o objetivo é o de intervenção (Fávero, 2007b, p.22).

Entendemos que tais questões impõem ao pesquisador/moderador a organização e a análise processual do material coletado em cada sessão. Por isso, a necessidade de transcrever, ouvir e interpretar o produto de cada sessão, pois será em função desses resultados que a sessão seguinte será planejada – em termos de formato, de tempo, de tópicos a serem discutidos, de tarefas a serem lançadas, entre muitos outros. Por isso, Fávero (2004) argumenta que para o desenvolvimento da intervenção psicopedagógica, três tarefas distintas e articuladas devem ser consideradas:

> 1/ uma avaliação das competências do sujeito e de suas dificuldades; 2/ a sistematização de cada uma das sessões de trabalho, em termos de objetivos e descrição das atividades propostas; 3/ uma análise minuciosa do desenvolvimento das atividades para cada sessão, evidenciando: a/ a seqüência de ações do sujeito; b/ o significado destas ações em relação às suas aquisições conceituais; c/ o tipo de mediação estabelecida entre o adulto e o sujeito (p.12).

Avaliamos que, até o momento, argumentamos em prol de nossa adesão à proposta de intervenção psicopedagógica proposta por Fávero (2000, 2001). Todavia, entendemos que se faz necessário, agora, explicitar como entendemos o conceito de competência nessa proposta.

De acordo com Short (1985), nos últimos anos, poucas foram as questões em educação que levantaram tanta divergência quanto o conceito de competência. É comum encontramos diversos significados atribuídos a esse conceito, que vai desde o desempenho, o *skill* cognitivo, ou a qualidade ou estado de ser de uma pessoa. Ademais, inúmeras são as interpretações do termo, como por exemplo, a dada pela teoria freiriana para competência docente, a partir de alguns eixos temáticos particularmente significativos em sua obra: educação, conhecimento, liberdade, projeto/política, formação e amor.

Para Perrenoud (1999), a competência envolve tomada de decisão, mobilização de recursos e ativação de esquemas. Assim, ser competente, para o autor, é saber tomar decisões, o que significa saber fazer escolhas, julgar, correr riscos, ser autônomo, conviver com aspectos opostos, superar conflitos. Ser competente também é saber mobilizar recursos; é saber movimentar-se, agir com criatividade apesar das dificuldades e obstáculos. Ser competente é, ainda, saber ativar os esquemas de forma a administrar uma situação complexa.

Araújo (2003), em estudo sobre a capacitação continuada do psicólogo escolar, discute, também, a noção de competência e afirma que "esta é polissêmica e permite evocar simultaneamente uma multiplicidade de conhecimentos e de "*savoir-faire*", bem como suas diversas fontes, quer sejam a escola ou outras origens dessa aprendizagem" (p.74).

Macedo (2005a) discorre, também, sobre o tema, e afirma que competências são conjuntos de saberes, de possibilidades ou de repertórios de atuação ou de compreensão que expressam nossas múltiplas, desejadas e esperadas formas de realização profissional. “Competência é o modo como fazemos convergir nossas necessidades e articulamos nossas habilidades em favor de um objetivo e solução de um problema que se expressam como desafio ou obstáculo” (p. 63-64).

Além disso, Becker (2001, p. 60) alerta que “a prática é, por conseguinte, condição necessária da teoria; mas, de modo algum, sua condição suficiente”. Por isso, argumenta que, em lugar de treinar (seja alunos ou professores), é necessário criar condições, por meio de contextos de aprendizagem apropriados, para que os sujeitos possam desenvolver competências que permitam a eles trabalhar com os diferentes modos de aprender. Para isso, pontua como vitais nesse processo as ações de: questionar, discutir, debater e propor reflexões sobre “o que vive, e como vive” na escola. Ademais, defende que a reflexão pode proporcionar a alunos e professores apropriar-se de suas ações, tomar consciência de suas limitações e reconstruir as estruturas do seu pensar, ampliando sua capacidade tanto em compreensão quanto em extensão.

Se entendermos que a ação sobre o objeto é fator fundamental para a construção do conhecimento, aquele que não lê, não escreve, não reflete sobre sua prática dificulta essa construção e o desenvolvimento de suas competências. A prática reflexiva inclui o processo de interiorização inerente à tomada de consciência (Piaget, 1977), o qual implica, progressivamente, a apropriação da ação e supõe um voltar-se para si mesmo. Desse modo, a apreensão e transformação do mundo pelo sujeito ocorrem à medida que ele apreende a si mesmo como sujeito, o que significa apreender sua prática, sua ação.

Nesse sentido, Araújo (2003) argumenta que:

> [...] entendendo que a mediação semiótica, exercida pela linguagem e pelo contexto sociocultural, mobiliza a transformação das funções psicológicas elementares em funções psicológicas superiores, sugere-se compreender o desenvolvimento de

> competências, e os processos psicológicos imbricados nessa transformação, à luz da tomada de consciência e da mediação exercida pela atividades dos sujeitos e pelos contextos relacionais (p.138).

Desse modo, tendo como parâmetros as contribuições teóricas já apresentadas nesse item, podemos dizer que a competência (de alunos e professores) não é algo inato, dado a eles independentemente de quaisquer condições ou contextos. Desse modo, somos levados a considerar que o fracasso na prática de alunos e professores em relação à aprendizagem e ao ensino de matemática não é um problema individual deles.

Sendo assim, a competência envolve tomada de consciência, o que significa que as competências não podem ser treinadas e sim desenvolvidas mediante uma atitude reflexiva. Logo, para que professores e alunos desenvolvam competências, precisam apropriar-se de suas ações, pelo processo de reflexionamento e não treinados para a solução de situações.

Como já explicitado anteriormente, a proposta de intervenção psicopedagógica discutida neste item, trata do desenvolvimento de competências, uma vez que busca "a reconstrução do mundo mental dos sujeitos objetivando a reformulação da sua prática" (Fávero, 2003, p.16). Entendemos que a prática (nesse caso) pode ser tanto a prática docente, no caso dos professores, quanto a prática discente, no caso do aluno.

Campos (2004), em estudos sobre o desenvolvimento de competências em alunos do Ensino Fundamental a partir de perspectiva teórica semelhante à apresentada identificou algumas competências necessárias à prática dos professores, são elas:

> [...] organizar situações de ensino centradas em ações reais e materiais; encontrar estratégias para distribuir suas funções coletivamente, de modo a promover intercâmbios entre os alunos e destes com o professor, orientados para a necessidade de explicar, de justificar, de demonstrar as razões de uma ação; respeitar as crenças espontâneas da criança e não desenganá-la em suas hipóteses explicativas, ainda que

> deformadas ou contraditórias; mobilizar recursos de avaliação que permitam objetivar, problematizar e sistematizar o processo construtivo da criança; planejar situações de discussão coletiva das opiniões, dos achados ou das soluções encontradas; saber fazer perguntas (p.28).

Ademais, entendemos, assim como Macedo (2005a), que tanto a aprendizagem quanto o ensino demandam as competências de observar, planejar, utilizar a linguagem para perguntar e explicar, e, principalmente, coordenar os diversos aspectos presentes em uma situação. Nesse contexto, a linguagem é qualquer meio sistemático de comunicar idéias ou sentimentos por meio de signos convencionais e não-convencionais, sonoros, gráficos ou gestuais. Utilizá-la de maneira apropriada implica adequar os signos às situações e aos objetos a serem conhecidos.

Em seus estudos, (Macedo, 2005a) defende que, para ensinar, é preciso ter domínio sobre os processos de aprendizagem, é preciso saber como se aprende; e, além disso, ter domínio sobre os procedimentos de ensino, sendo estes planejados com base no conhecimento de como a aprendizagem se processa. Desse modo, ser competente no ensino requer, pelo menos, dois domínios: um sobre os procedimentos de aprendizagem e outro sobre os de ensino. Além disso, para que o professor recentre sua atenção no ato de aprender, é preciso que ele domine não só o objeto a ser conhecido sua gênese e suas lógicas, como também as abordagens mais indicadas.

Dessa forma, assumindo a proposta de Fávero (2000,2001) entendemos o professor/pesquisador como alguém que deva intervir propondo situações-problema para que os alunos e/ou professores, ao refletirem sobre elas, ampliem seus esquemas cognitivos. Sendo assim, para o desenvolvimento de prática de ensino e/ou pesquisa compatível com tal proposta é necessário conhecer as hipóteses e instrumentos adquiridos em experiências anteriores de que dispõem os sujeitos (alunos e/ou professores) e “organize sua intervenção com o objetivo de provocar transformações nestes, sem impor caminho algum como o mais adequado ou o único possível para o enfrentamento dos problemas em questão" (Abreu, 1993, p.8). Nesse sentido, a mediação e o uso de situações-problema devem ser vistos como duas qualidades diferenciadas da relação educacional.

Logo, ao considerarmos os aportes teóricos destacados ao longo deste item, defendemos que o professor/pesquisador deve mediar as atividades com os alunos e professores de modo a favorecer o avanço no conhecimento, ou seja, deve organizar intervenções que provoquem a reflexão e propiciem a tomada de consciência, tendo como referência o campo conceitual em questão – assim como descrito no item 1.3.

Para tanto, a atividade mediada precisa: "1/ orientar a ação e reflexão do sujeito por meio de perguntas e outras estratégias que evitam oferecer de antemão as respostas, as definições e conceitos; 2/ criar a necessidade interna que mobiliza o sujeito para uma atividade autônoma" (Campos, 2004, p.39). Ao propormos a noção de situação-problema entendemo-la como aquela que pede interpretação do desafio proposto no contexto, que coloca obstáculos com diferentes níveis de dificuldade a serem superados, que mobiliza os recursos ou os esquemas do sujeito e leva-o a uma tomada de decisão (Meirieu, 1998).

Desse modo, avaliamos que a proposta de intervenção psicopedagógica descrita anteriormente auxiliar-nos-á na busca de nossos propósitos, assim como destacamos na introdução deste trabalho – o desenvolvimento de competências conceituais de alunos e professores no que se refere ao ensino e à aprendizagem do campo conceitual das estruturas multiplicativas.

PARTE II: A PESQUISA

CAPÍTULO 4

O problema e o método

No item anterior, apresentamos as principais conclusões da PARTE I deste trabalho e enfatizamos algumas características da relação que alunos e professores têm construído com o conhecimento matemático na escola, por exemplo, que esta se pauta em premissas, como:

> 1/ a educação formal trata o conhecimento como algo pronto e acabado veiculando esta idéia por meio das suas práticas, mantendo representações sociais particulares das áreas do conhecimento; 2/ a educação formal não considera o desenvolvimento psicológico, de modo que tudo que se desvia do esperado é, por princípio, negativo acarretando a manutenção de uma idéia exclusiva de avaliação intersujeitos e não considerando a avaliação intra-sujeitos; 3/ a educação formal "passa" o conhecimento para o aluno, mantendo, portanto, a idéia de um sujeito passivo (Fávero, 2004, p.11).

Ora, tais premissas sustentam uma prática de ensino por parte dos professores e uma prática por parte dos alunos que, como discutimos no item 2.3, não tem apresentado bons resultados. Ao contrário, ampliam-se a cada dia as queixas sobre as dificuldades do brasileiro – seja criança, adolescente ou adulto – de lidar com os conceitos matemáticos e, principalmente, em resolver problemas em ambiente escolar, não escolar ou, ainda, nos ambientes de trabalho. Além disso, consolidam-se as críticas aos diferentes paradigmas que sustentam currículos e práticas nos cursos de formação de professores para a Educação Básica, uma vez que essa formação, básica ou continuada, não tem contribuído para que esses professores desenvolvam novas competências e/ou aprimorem as já construídas, visando à construção de uma prática de ensino que altere a lógica da transmissão de conhecimentos, como descrito no item 3.1.

Ademais, os resultados apresentados no item 3.2 evidenciam que, no âmbito dessas relações de ensino e aprendizagem, os conceitos matemáticos são tratados de modo isolado, não permitindo que alunos e professores os percebam em campos conceituais, o que contraria a proposta de Vergnaud (1991), apresentada no item 1.3. Além do que esses mesmos resultados sugerem que professores e alunos ignoram a própria construção histórica desses conceitos.

Do ponto de vista metodológico, vimos nos itens 2.3 e 2.4 que a pesquisa tem priorizado estudos ora com professores, ora com alunos; que os alunos, nesses estudos, são na sua maioria do Ensino Fundamental Séries Iniciais; que poucos estudos congregam pedagogos e licenciados; menos ainda são os que contam com formadores de professores; são escassos os estudos de intervenção. Constatamos, igualmente, a dificuldade de professores, futuros professores, orientadores educacionais e demais profissionais da educação em analisar as notações de alunos e, a partir dessa análise, identificar suas dificuldades e competências conceituais, bem como propor práticas interventivas favoráveis à superação de tais dificuldades e/ou ao desenvolvimento de outras competências.

Logo, é diante desse cenário que adotamos a Intervenção Psicopedagógica proposta por Fávero (2000, 2001), como discutimos no item 3.3, tendo, como sujeitos, alunos do Ensino Fundamental Série Finais, professores e futuros professores provenientes dos cursos de pedagogia e matemática. Entendemos que tal proposta permite-nos defender o desenvolvimento de competências conceituais de alunos e professores por meio da vivência em sessões de intervenção que contemplem: o campo conceitual das estruturas multiplicativas e suas exigências em termos de conceituação; a atividade matemática dos sujeitos envolvidos e a atividade mediada da pesquisadora. Todavia, entendemos que o desafio metodológico assumido em função da proposta é o de:

> ...adotar um modelo de análise que explicite os dois componentes de uma intervenção: por um lado, o processo de tomada de consciência por parte dos sujeitos envolvidos, da relação entre os próprios processos de regulação cognitiva, suas produções e um campo conceitual específico de conhecimento e, por outro lado, o processo de tutoramento viabilizado por um procedimento particular de interação (Fávero, 2000, p.19).

Para tanto, no desenvolvimento das sessões, articulamos as seguintes ações: 1/ avaliação das competências matemáticas dos sujeitos e de suas dificuldades; 2/ planejamento e condução de cada sessão em decorrência dos resultados da sessão anterior; 3/ análise do material coletado em cada sessão (falas, ações e notações matemáticas), considerando o significado dessa produção para o desenvolvimento de competências e a natureza das mediações estabelecidas, como defende a autora:

> Temos adotado um procedimento que, centrado no trabalho com grupos de professores, privilegia as interlocuções verbais e, por meio dessas, evidencia as representações sociais partilhadas sobre o ensinar e o aprender, sobre o bom aluno e o bom professor, sobre as áreas de conhecimento, sobre os limites da própria instituição, e assim por diante, ao mesmo tempo em que, não apenas expõe as divergências que marcam os paradigmas pessoais e fundamenta a prática de cada professor ou professora, como favorece a consideração de outras alternativas. Não se trata de abordar técnicas didáticas particulares; trata-se, em última análise, de trazer para a discussão o campo conceitual da própria psicologia do desenvolvimento e sua relação com a aquisição do conhecimento. Do ponto de vista teórico, isto implica considerar as representações sociais, a linguagem e a mediação semiótica (p.22-23).

As sessões foram organizadas no formato de grupos focais. Além disso, as interlocuções entre sujeitos e entre sujeitos e pesquisadora foram analisadas como proposto em Fávero (2000, 2001, 2005a), a partir das contribuições de Chabrol e Bromberg (1999), como descrito anteriormente. Além disso, todas as notações produzidas nesses contextos de interlocuções foram consideradas e utilizadas tanto no desenvolvimento das sessões quanto na análise dos resultados, assim como defende (Sinclair e Scheuer, 1993).

Desse modo, avaliamos que a proposta de intervenção psicopedagógica, adotada neste estudo, possibilita o desenvolvimento de novas competências conceituais em alunos e professores, pois esta “favorece e evidencia a reelaboração mental dos sujeitos em interação e, portanto, do seu desenvolvimento psicológico, considerando as representações sociais e os processos de mediação semiótica” (Fávero, 2005a, p.23). Entendemos que tal prática auxiliar-nos-á na passagem da transmissão e/ou repetição dos conceitos matemáticos para a sua construção, já que, como defende Piaget (1974, p.21), “compreender é descobrir, ou redescobrir pela redescoberta e será necessário submeter-se a estes princípios se se quiser, no futuro, educar indivíduos capazes de produção ou de criação e não apenas de repetição”.

4.1 – Sujeitos

Grupo 1

Três adolescentes de Escola Pública da cidade de Taguatinga Distrito Federal C (14 anos), J (14 anos) e T (13 anos) alunas do programa de aceleração do Ensino Fundamental Séries Finais, o qual reúne estudantes em defasagem idade/série e/ou com históricos de repetências. Todas já foram reprovadas em pelo menos uma série. Freqüentam a escola no turno matutino e participaram das sessões no turno vespertino. As adolescentes foram indicadas pela coordenadora de matemática juntamente com a professora das turmas de aceleração por apresentarem baixo rendimento em matemática no ano de 2007. Os pais e/ou responsáveis autorizaram a participação das adolescentes na pesquisa e foram os responsáveis pelo deslocamento das adolescentes de suas residências até as dependências da Faculdade sede da pesquisa. Todas foram voluntárias e não ganharam gratificação alguma pela participação seja na forma de pagamento em dinheiro seja pontuação adicional para as aulas de matemática.

Para a formação do grupo 1, estabelecemos como critérios de inclusão: 1/ cursar o sexto ano do ensino fundamental ou equivalente pelo fato de os alunos já terem estudado desde o quarto ano os conteúdos curriculares da divisão e números fracionários; 2/ ser avaliado pelo professor de matemática da turma como sujeito em situação de dificuldade de aprendizagem em matemática; 3/ pertencer ao quadro de alunos da escola pública, pelo fato de a amostra ser mais significativa se tomarmos como referência a população matriculada no mesmo nível de ensino; e 4/ estudar nas proximidades da instituição sede da pesquisa pelos seguintes motivos: facilitar o deslocamento dos sujeitos (adolescentes); minimizar possíveis riscos em função do deslocamento, possibilitar economia de tempo para todos os envolvidos.

Para tanto, realizamos as seguintes ações: 1/ contatamos a direção da escola pública mais próxima à instituição sede da pesquisa; 2/ apresentamos a proposta de pesquisa à direção e à coordenação de matemática; 3/ solicitamos a indicação dos alunos; 4/ solicitamos apoio à direção para informar os pais ou responsáveis sobre as atividades de pesquisa; 5/ solicitamos autorização por meio de correspondência enviada aos pais ou responsáveis pela direção da escola e, 6/ informamos a direção da escola sobre o desenvolvimento da pesquisa.

Grupo 2

Oito mulheres e dois homens que, na ocasião do início da pesquisa, eram licenciandos dos cursos de licenciatura em matemática e pedagogia, sendo oito do curso de matemática e dois do curso de pedagogia, com idade entre 25 e 34 anos. Cinco sujeitos trabalhavam como docentes em turmas de Ensino Fundamental Séries Iniciais e Finais; desses, dois atuavam na rede privada de ensino e três na rede pública. Os demais atuavam em outros setores da economia, principalmente na área administrativa.

Ao longo do desenvolvimento da pesquisa, alguns licenciandos concluíram o curso de graduação, por isso optamos, ao nos referirmos aos sujeitos do grupo dois, por utilizar o termo *professores* entendendo que estes sujeitos ora licenciandos, ora licenciados comungam a escolha da prática docente. Para apresentação e discussão dos resultados, nos itens seguintes, os professores foram identificados por três letras e um numeral: a primeira, F para o sexo feminino e M para o sexo masculino; a segunda, M para o curso de matemática e P para pedagogia; a terceira E para os sujeitos com experiência docente e ~~E~~ os sujeitos sem experiência docente; por fim, o numeral funcionou como um contador. Desse modo, os professores provenientes do curso de pedagogia foram identificados ao longo dessa pesquisa como: FpE1 e FpE2 e os professores do curso de matemática como: Fm~~E~~1, Fm~~E~~2, FmE3, FmE4, Fm~~E~~5, Fm~~E~~6, MmE7 e Mm~~E~~8.

Para a formação do grupo dois, os critérios para inclusão foram: 1/ sujeitos com formação em licenciatura em matemática e pedagogia ou em processo de formação; e 2/ sujeitos em início de carreira – tempo de atuação inferior a cinco anos. Para tanto, divulgamos a pesquisa em duas escolas próximas à instituição sede, sendo uma particular e uma pública e em todos os semestres dos cursos de licenciatura em matemática e pedagogia da instituição sede da pesquisa.

Nenhum licenciado em matemática e pedagogia das duas escolas visitadas aderiu ao projeto. Dezoito acadêmicos aderiram inicialmente à pesquisa e compareceram à primeira reunião para a apresentação da proposta, definição de datas, horários das sessões e explicações sobre o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (Anexo 7). Destes, 16 eram do curso de licenciatura em matemática e dois do curso de pedagogia. Após definição dos horários e das possíveis datas, dez sujeitos aderiram à pesquisa e pegaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido para leitura e assinatura. Destes, apenas oito sujeitos do curso de licenciatura em matemática entregaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido.

Enfatizamos que todos os sujeitos eram voluntários e não ganharam gratificação alguma pela participação, seja na forma de pagamento em dinheiro seja pontuação adicional para as disciplinas do curso de licenciatura em matemática ou pedagogia. Além disso, destacamos que os sujeitos foram responsáveis pelo deslocamento de suas residências ou local de trabalho para a instituição sede da pesquisa ou para a Universidade de Brasília e custearam todas as despesas dele decorrentes.

Ressaltamos que a pesquisa desenvolvida neste estudo teve seu projeto aprovado pelo Comitê de Ética da Universidade de Brasília (Anexo 6) e que a instituição sede da pesquisa autorizou a realização das sessões, bem como permitiu a entrada e a permanência da equipe de filmagem. Ressaltamos, ainda, que contamos com o apoio da Universidade de Brasília, mais especificamente, do Instituto de Psicologia, no que refere à concessão de uma sala de aula para a realização de algumas sessões, visto que estas foram acompanhadas pela orientadora desta pesquisa.

4.2 – Caracterização da Instituição

A instituição sede da pesquisa é uma Associação Religiosa e Beneficente que desenvolve atividades assistenciais e educacionais no Brasil, Angola, Moçambique, Paraguai, Uruguai e Bolívia. Atua na cidade de Taguatinga há mais de 40 anos nas áreas de Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio e agora, mais recente, há 10 anos, oferece Ensino Superior. Nesse nível de ensino, oferece formação de Bacharelado nas áreas de administração e secretariado executivo bilíngüe, de Licenciatura nas áreas de letras, matemática e pedagogia e de Tecnólogo, nas áreas de análise e desenvolvimento de sistemas e redes de computadores.

De acordo com os resultados da última Avaliação Institucional, esta atende, prioritariamente, ao jovem trabalhador de baixa renda do Distrito Federal e de algumas cidades do Estado de Goiás. Destes, 88% são membros de famílias cujos pais não possuem curso superior, 70% têm idade entre 19 e 26 anos, 60% são do sexo feminino, 40% não têm acesso à computadores nem à rede mundial de computadores, 30% contam com ajuda para o custeio de seus estudos, trabalham em média 6 horas por dia e utilizam-se de transporte coletivo para o deslocamento de casa para o trabalho ou do trabalho para a instituição. Muitos outros dados foram acessados, contudo, tornam-se dispensáveis, na medida em que repetem as informações sobre as características desses acadêmicos - adultos jovens, trabalhadores e filhos das classes menos favorecidas.

4.3 – Procedimento de coleta de dados

Depois da reunião inicial com os grupos, tendo os sujeitos concordado em participar da pesquisa e recebido o Termo de Autorização, no caso das alunas, e o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, no caso dos demais, estes foram convidados a se reunirem com a pesquisadora, em sessões, no espaço do laboratório de ensino de matemática na instituição sede da pesquisa e, em alguns casos, em sala de aula do Instituto de Psicologia da Universidade de Brasília pelo período de um ano e dois meses (março de 2007 a maio de 2008) – o que caracteriza um estudo longitudinal.

Nesse período, foram realizadas 13 sessões de, em média, 1 hora e 10 minutos de duração. Destas, uma contou com a participação da pesquisadora 1, das alunas e dos professores; 6 com a participação da pesquisadora 1 e de uma aluna; e 6 com a pesquisadora 1 e os professores – ressaltamos que, dessas, três foram desenvolvidas pela orientadora da pesquisa (pesquisadora 2). Todas as sessões foram filmadas após autorização prévia dos sujeitos e/ou responsáveis. Para tanto, tivemos a colaboração de uma equipe de filmagem que contou ora com a presença de um sujeito do sexo feminino, ora com um sujeito do sexo masculino e, em algumas sessões, com a presença de ambos. Estes sujeitos foram responsáveis pela filmagem e produziram um *DVD* para cada sessão.

Todas as sessões foram previamente agendadas, e os contatos com os sujeitos a respeito do horário de início foram feitos por telefone, no caso das alunas e, por telefone e *e-mail*, no caso dos professores. Ressaltamos que todos os contatos foram realizados pela pesquisadora e em nenhum momento permitimos que outras pessoas informassem datas e locais aos sujeitos para que não houvesse duplicação e/ou erro nas informações veiculadas. Além disso, na realização das sessões, considerou-se sempre a disponibilidade dos sujeitos ou, pelo menos, a de um número expressivo de sujeitos.

Desse modo, tendo como foco o campo conceitual das estruturas multiplicativas, desenvolvemos as 13 sessões visando à articulação entre intervenção e pesquisa para o estudo das aquisições conceituais, considerando a filiação entre competências e dificuldades e, ao mesmo tempo, a análise da natureza das atividades propostas e desenvolvidas, assim como dos processos mediacionais nas interações interpessoais.

Durante estas sessões, diferentes temas foram abordados, entre eles: a construção social e histórica dos sistemas numéricos e a sua relação com o sistema de numeração decimal, pontuando a importância do entendimento do princípio aditivo, multiplicativo e de posição; a construção e a consolidação dos conjuntos numéricos, focando a passagem dos números naturais para os fracionários e para os racionais; os diferentes sistemas de medidas; a lógica da notação dos algoritmos formais e alternativos tanto da divisão quanto das operações com números racionais, entre outros. Ademais, o planejamento de uma sessão aconteceu sempre após a transcrição e a análise da sessão anterior, conforme Fávero (2001).

A pesquisadora mediou todas as atividades propostas, tomando cada sujeito como ser *ativo e construtor de conhecimento matemático* em interação com o mundo, com o outro e com um campo conceitual, considerando nas interlocuções as informações construídas ao longo deste trabalho. Além disso, atentamo-nos a todos os fatos, tomando nota de acontecimentos importantes tanto os expressos em linguagem verbal quanto os explicitados em linguagem não-verbal, além de observar e incentivar o registro da produção matemática das alunas e de empreender a recolha desses dados para que esses não se perdessem ao longo do desenvolvimento da sessão.

4.4 – Procedimento de análise de dados

A adoção da proposta de intervenção psicopedagógica impôs uma dinâmica particular à análise dos dados e exigiu da pesquisadora a adoção de alguns procedimentos ao longo do desenvolvimento das sessões. Desse modo, após o término de cada sessão, iniciávamos os procedimentos de análise: 1/ *anotávamos nossas impressões acerca do trabalho* desenvolvido durante a sessão seja em referência aos sujeitos seja em referência a nós (pesquisadora e professora de cursos de formação de professores); 2/ *assistíamos à filmagem da sessão* e anotávamos passagens relacionadas aos objetivos de cada sessão; 3/ *realizávamos a transcrição na íntegra de cada sessão*, destacando as falas e "falas não-verbais", como, por exemplo, "balançar a cabeça em sinal de reprovação", "balançar a cabeça em sinal de aprovação", "expressão facial de constrangimento", "expressão facial de dúvida" e muitas outras – avaliamos que a transcrição, na íntegra, de cada sessão auxiliou-nos na escolha de trechos com vistas à composição dos resultados a seguir, como também cumpriu o papel de mostrar a totalidade das "vozes" e das "ações" de todos os sujeitos, o que contribuiu nas análises.

As fases descritas acima consistiam na organização e na preparação dos dados para as análises que se seguiriam. As próximas fases constituíram de fato as análises e são apresentadas ao longo da discussão dos resultados. 4/ *organizávamos as tabelas de análise*, tendo como objetivo o levantamento das proposições do discurso assim como propõem Fávero e Trajano (1998, p.231), para eles "a proposição é o resultado da articulação do sentido, tomado na sua forma menos complexa e mais explícita. Portanto, assumindo a abordagem semiótica da cultura, podemos eleger a proposição como uma unidade de análise"; 5/ *organizávamos as notações produzidas no contexto de tais falas* e montávamos um contador para essas notações; 6/ *analisávamos estas proposições* tendo como referência os *atos da fala*, como propõe Fávero (2000) a partir dos estudos de Chobral e Bromberg (1999). Em seguida, esses atos eram categorizados de acordo com as esferas propostas por esses autores – esfera da informação; da avaliação; da interação; esfera acional e contratual.

Os resultados são apresentados a seguir, divididos em dois momentos: 1/ no primeiro, apresentamos os resultados das sessões de intervenção junto às alunas e, posteriormente, junto a uma aluna; 2/ em seguida, apresentamos os resultados das sessões de intervenção junto aos professores. Em cada caso, para a composição dos resultados, fizemos uso da descrição textual dos resultados de cada sessão, acompanhados das notações produzidas (estas são mostradas dentro de uma moldura com um contador na parte inferior) e de tabelas divididas em quatro colunas. Nessas tabelas, as colunas foram organizadas da seguinte maneira: na primeira, apresentamos a transcrição das interlocuções; na segunda, as proposições; na terceira, a categorização dos atos das falas; e na última a categorização de tais atos. Ademais, tanto nos textos quanto nas tabelas usamos a nomenclatura descrita anteriormente para os sujeitos envolvidos.

Cada sessão é apresentada, nos dois momentos, com os seguintes elementos: contador da sessão; descrição dos participantes; duração da sessão; objetivos; procedimentos; descrição textual dos resultados acompanhados das notações produzidas e, por fim, tabelas de análise das interlocuções. Enfatizamos que, na composição de tais tabelas, usamos trechos por causa do volume de dado produzido nas interlocuções entre sujeitos e entre sujeitos e pesquisadora. Para tanto, recortamos trechos significativos para os objetivos de cada sessão e representativos da totalidade de interlocuções produzidas.

CAPÍTULO 5

Resultados e Discussão

Neste capítulo, como descrevemos anteriormente, apresentamos os resultados e as discussões sobre as sessões de intervenção. Inicialmente, descrevemos as sessões realizadas junto às alunas, seguida da discussão desses resultados; posteriormente, as desenvolvidas junto aos professores, seguida, também, da discussão. Ressaltamos que as sessões aconteceram concomitantemente, de modo que resultados de sessões realizadas com as alunas e/ou com os professores foram apresentados em sessões seguintes, uma vez que o planejamento de uma sessão sempre ocorreu após a análise da sessão anterior, como discutido no item 3.3. Todavia, com o intuito de melhor organizar essa produção, optamos por apresentá-la em dois blocos: 1/ todas as sessões realizadas com as alunas e 2/ todas as sessões realizadas com os professores. Avaliamos que tal apresentação não só facilita a leitura da totalidade das sessões como também das discussões.

5.1 – A pesquisa de intervenção junto às alunas

5.1.1 – Primeira sessão

A primeira sessão foi realizada no dia 10 de maio de 2007 nas dependências do Laboratório de Ensino de Matemática da instituição sede da pesquisa, com duração de 1 hora e 38 minutos. Participaram desta sessão a pesquisadora 1 e dois grupos de sujeitos: o primeiro formado por três adolescentes: C (14 anos), J (14 anos) e T (13 anos); e o segundo, por 9 professores, sendo duas professoras provenientes do curso de licenciatura em pedagogia – FpE1, FpE2 e sete professores procedentes do curso de licenciatura em matemática – Fm~~E~~1, Fm~~E~~2, FmE3, Fm~~E~~5, Fm~~E~~6, MmE7 e Mm~~E~~8.

Objetivos

Avaliar as competências e as dificuldades conceituais das adolescentes na resolução de situação-problema que envolvia conhecimento da notação e do conceito dos números racionais registrados em decimais;

Avaliar a percepção dos professores quanto às competências e às dificuldades conceituais das adolescentes;

Avaliar a pertinência da atividade mediada praticada pela pesquisadora visando ao desenvolvimento de novas competências nas adolescentes por meio da tomada de consciência do significado da escrita decimal por elas produzidas e a comparação dessa escrita com o Sistema de Numeração Decimal.

Procedimentos

As adolescentes foram convidadas a se sentar em cadeiras dispostas em volta de uma mesa com tampo em formato circular. Cada adolescente recebeu, digitada em folha de papel A4, fonte *times 12*, a seguinte situação-problema:

> *Eu gosto muito de lanchar na cantina da minha escola, o que mais gosto é comer um salgado e tomar um refrigerante. O salgado custa R$ 0,80 e o refrigerante R$ 0,50. Para eu comprar este lanche todos os dias de aula do mês de maio vou precisar de X reais. Minha mesada é de R$ 40,00. Será que vai dar para comprar também um picolé que custa R$ 1,10 por dia? Se não der para comprar o picolé, para todos os dias de aula, para quantos dias daria?*

No centro da mesa disponibilizamos folhas de papel A4 em branco. Solicitamos a todas que usassem somente os lápis grafite, dispostos sobre a mesa, para as suas notações, não fazendo uso da borracha. Disponibilizamos também um calendário do mês de maio de 2007 em uma mesa vizinha à ocupada. Solicitamos às adolescentes que lessem a situação-problema e que, individualmente, formulassem uma solução.

Os professores foram convidados a se dispor em semicírculo à distância de um metro da mesa onde as adolescentes estavam. Cada professor recebeu a mesma situação-problema digitada em folha A4, fonte *times 12*, lápis grafite e caneta. Não lhes solicitamos a resolução da situação, deixando esta tarefa a seu critério. Solicitamos que observassem o trabalho da pesquisadora com as adolescentes em silêncio e que usassem o papel disponibilizado para suas anotações.

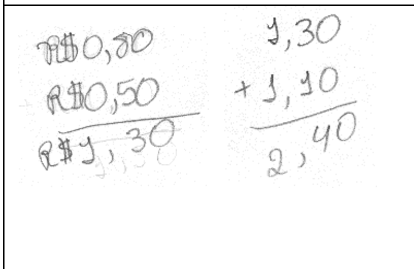
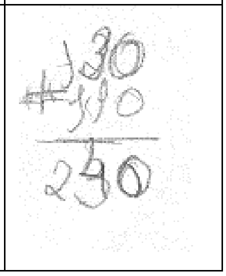
A sessão foi desenvolvida em dois momentos: no primeiro, apresentamos a situação-problema às três adolescentes e solicitamos, como já dito, que lessem e resolvessem, individualmente, a tarefa proposta. Esse primeiro momento teve a duração de 1 hora e 17 minutos após os quais as adolescentes deixaram o recinto do Laboratório de Ensino de Matemática. Iniciamos então o segundo momento, com duração de 21 minutos, no qual solicitamos aos professores que apresentassem suas observações quanto ao trabalho realizado no primeiro momento. Esses resultados são apresentados no item 5.3.1.

Resultados

Iniciamos a sessão buscando uma organização espacial que proporcionasse maior mobilidade a todos os envolvidos. Sendo assim, sentamos à mesa juntamente com as adolescentes T e J, e os professores sentaram-se à volta de modo que tivessem ampla visão do trabalho realizado. Nos primeiros diálogos entre adolescentes e pesquisadora, estas prestaram informações sobre idade, escola, classe, classe de aceleração. J explicou, por exemplo, que a classe de aceleração corresponde às turmas de sexto e sétimo anos do Ensino Fundamental.

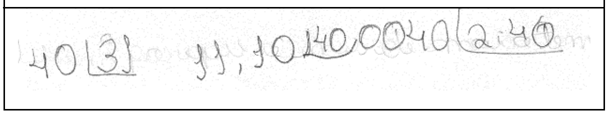
Logo em seguida, propusemos a leitura e a resolução individual da situação-problema. Contudo, depois de aproximadamente 15 minutos desse trabalho, as adolescentes começaram a interagir entre si e relataram o quanto precisavam conversar sobre o que pensaram até o momento. J lançou a pergunta: *O mês de maio tem quantos dias?* T não respondeu. Aproveitamos a pergunta e relatamos que havia um calendário do mês de maio bem próximo à mesa. Logo, J levantou-se e voltou à mesa com o calendário. Olhou rapidamente para ele e verificou que maio tem 31 dias. T iniciou a resolução com a fala, *T:(A de somar tudo)... Depois dividir por trinta e um... (que dá).*

A informação dos 31 dias não foi usada e as duas produziram as primeiras notações considerando o valor de cada produto a ser consumido.

T	J
	

Notação 1

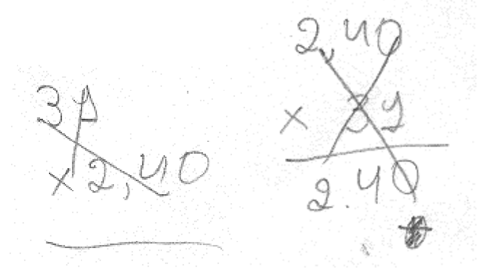
A sugestão de T para dividir foi aceita por J que produziu três tentativas de divisão com os valores até então observados: 40 reais da mesada; 31 dias do mês de maio; R$ 2,40 valor do lanche completo e 11,10 ao invés de R$ 1,10 preço do picolé.

J


Notação 2

Observamos que J dispôs as informações numéricas do texto da situação-problema no algoritmo-padrão da divisão por ensaio e erro: ora um valor ocupava a posição de dividendo, ora de divisor. Tais arranjos, com diferentes valores numéricos, sugerem a não-compreensão da situação, dos elementos que compõem o algoritmo-padrão da divisão e a falta de previsão sobre o resultado. T observou as tentativas de J e, em seguida, iniciou alguns cálculos usando a informação dos 31 dias, contudo, usando a operação de multiplicação, contrariando inclusive sua fala inicial *T: (A de somar tudo)... Depois dividir por trinta e um... (que dá).* Temos como hipótese que, com a alteração da operação, T buscava o valor total gasto.

T



Notação 3

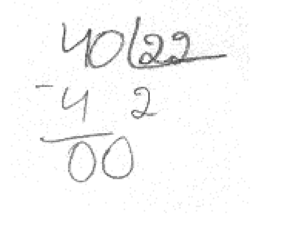
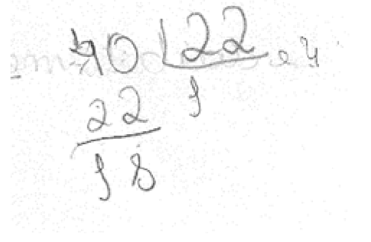
T produziu e riscou duas tentativas nas quais visualizamos sua dificuldade em manusear os procedimentos de cálculos que o algoritmo-padrão da multiplicação exige, em especial, a posição dos centésimos, décimos, unidade e dezena à medida que a multiplicação ocorre. Por isso, a dificuldade em decidir se colocava ou não o sinal de "vazio" para a casa dos centésimos na quarta linha da notação à direita.

Propusemos às adolescentes que não usassem a borracha e ao longo da sessão esse material não foi utilizado, todavia, em vários momentos, as adolescentes esconderam ou tentaram esconder suas notações com riscos, o que revela o receio em socializar suas produções. Entendemos que tal comportamento sinaliza a qualidade da relação que essas adolescentes mantêm com o erro e, principalmente, suas ações diante de notações "erradas".

Na tentativa de destacarmos a fala de J sobre o número de dias no mês de maio, interpelamos J e T sobre o significado de uma frase no texto da situação-problema apresentada. *P1: (Aqui no problema), quando fala assim... "Todos os dias de aula do mês de maio". O que quer dizer?*A pergunta foi rapidamente observada por *T: (Então não é trinta e um).* As duas buscaram a compreensão dessa informação e, após algumas tentativas de observação e contagem, tendo como referência o calendário, chegaram ao valor 22 dias*. J: Vinte e dois? T: É, está certo, vinte e dois.*

O problema a ser resolvido a partir de então foi apresentado da seguinte maneira: *J: (Quarenta dividido por vinte e dois). T: É, pode ser. T: Deixa eu fazer a conta.*

T e J chegaram ao consenso de que não seriam 31 dias e sim 22 e que a operação de divisão com os valores 40 reais da mesada divididos pelos 22 dias de aula resolveria parte da situação. A nova informação foi usada, contudo observamos que as dificuldades permaneceram.

T	J
	

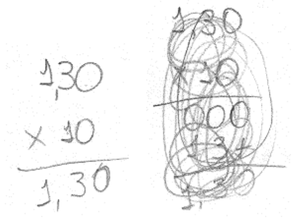
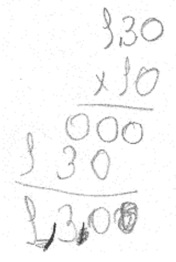
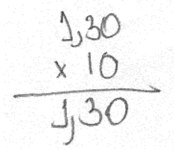
Notação 4

T e J usaram o algoritmo-padrão da divisão. Na notação à esquerda, os primeiros passos sugerem que T considerou como divisor apenas a unidade 2. A notação à direita sugere que J considerou como divisor 22 dias, por isso colocou como quociente o numeral 1. O numeral 18 indica que ela executou corretamente o primeiro passo do algoritmo-padrão (22 x 1 = 22; 40 – 22 = 18). A descontinuidade sinaliza a dificuldade em lidar com os números racionais e em manipular os procedimentos agora que o algoritmo exigia dividir 18 por 22.

A dificuldade enfrentada por ambas foi comprovada também em palavras, como: *Divisão não! Eu não gosto de dividir* e em gestos: Balançavam a cabeça em sinal de reprovação, mudavam as feições do rosto indicando que aquela ação era algo ruim. A dificuldade gerou um obstáculo e por alguns instantes elas não produziram. Em função disso, iniciamos uma seqüência de interlocuções tendo como objetivo elucidar o significado e o uso da operação em questão, como mostram os trechos de 1 a 15.

A percepção de que 40 dividido por 22 não daria um número inteiro foi recebida com desânimo pelas adolescentes, e elas desistiram do algoritmo-padrão da divisão, partindo para outras tentativas. A mudança de foco foi facilitada com a chegada da outra adolescente. J e T aproveitaram que levantamos para recebê-la e iniciaram com muita rapidez outros procedimentos de cálculos, usando as operações de adição, subtração e multiplicação. C iniciou o seu trabalho recebendo o mesmo material que as demais aos 22 minutos de sessão. Ela justificou o atraso alegando dificuldade em encontrar o Laboratório de Ensino de Matemática.

Em pouquíssimo tempo J e T produziram muitas notações com o objetivo de fornecer uma resposta ao problema independente da divisão por algoritmo-padrão. Apesar de estarem lado a lado na mesa de trabalho, J e T, nesse momento, concentraram-se em suas tentativas e trocaram poucas informações. Essa prática foi quebrada com “olhadas rápidas” na notação da outra e com diálogos curtos.

T	J	C
		

Notação 5

T fez duas tentativas em busca do valor gasto comprando um salgado e um refrigerante durante 10 dias. Ao encontrar 1,30 como resultado, balançou a cabeça em sinal de reprovação e partiu para outra tentativa. A tentativa à direita indica o uso de regras de cálculo do algoritmo-padrão da multiplicação e um erro no uso dessa regra na quarta linha. Novamente, a dificuldade consistiu em decidir se colocava ou não o “espaço vazio” para a casa dos centésimos. Ao encontrar o mesmo resultado – um real e trinta centavos – risca a produção. A rejeição à produção sinaliza que avaliou como errado o resultado, talvez por 1,30 ser um valor pequeno para o resultado e igual ao valor inicial.

J produziu uma notação semelhante à segunda de T. Todavia, deixou um espaço na quarta linha do algoritmo-padrão diferentemente de T. Contudo, constatamos em sua produção a dificuldade em decidir o local da vírgula na composição do resultado. Por isso, na notação, observamos como resultado ora 1,300, ora 13,00.

C foi muito receptiva à nossa proposta de resolução. E, mesmo aos 22 minutos de sessão, aceitou participar das atividades. Em sua primeira notação, verificamos que, talvez pelo atraso e pelo descompasso entre sua produção e das demais, ela repetiu a escrita decimal presente na produção das colegas. Temos como hipótese que ela desconsiderou o 10 e apenas copiou o 1,30 para o resultado. As dificuldades observadas nas notações acima foram discutidas em muitas interlocuções, como observamos nos trechos de 16 a 30.

Essas interlocuções fomentaram momentos de reflexão no grupo, e a posição da vírgula passou a ser observada uma vez que o resultado encontrado no papel era diferente do obtido por meio do cálculo mental. Elas continuaram suas tentativas e produziram as notações a seguir, agora com a validação do cálculo mental.

T	J	C
R$ 1,30 x 22 260 260+ 28,60	1,30 x22 260 2600 2,260	1,30 x 22 260 +62 1,32

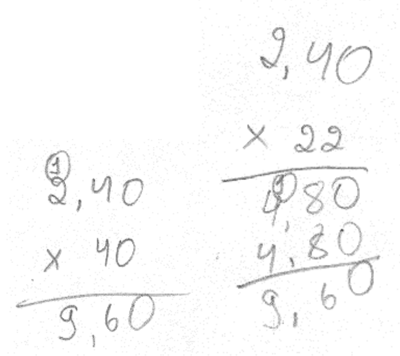
Notação 6

Nesse momento do trabalho, utilizamos os resultados diferentes a fim de provocarmos a observação sobre a posição da vírgula na escrita decimal e sua relação com o valor monetário. Tal atividade mediada pode ser acompanhada nos trechos de 31 a 50.

As adolescentes não explicaram por que usaram ora o espaço vazio, ora o símbolo “x” e, o símbolo “+” na quarta linha do algoritmo e repetiram frases como: *é assim que faz; Coloca aqui, senão dá errado.* As frases revelam a utilização das regras de cálculo presentes nos algoritmos-padrão sem o entendimento da relação entre o estabelecimento de tais regras, a escrita decimal e o sistema de numeração decimal. Contudo, a observação do resultado 28,60 na notação de T e a validação desse resultado pelo grupo como pertinente revelaram o potencial da estratégia: analisar o resultado e decidir a posição da vírgula na produção de resultados aceitáveis.

Os resultados diferentes e os últimos cálculos mentais provocaram T a compreender a posição da vírgula na escrita decimal. Em função dessa provocação, ela produziu inúmeros cálculos mostrando-se ora disponível ao diálogo e respondendo a nossas perguntas, ora fechando-se nesse fazer e não permitindo a análise, tampouco a observação de sua produção. Todavia, as notações abaixo comprovam seu interesse e inquietação.

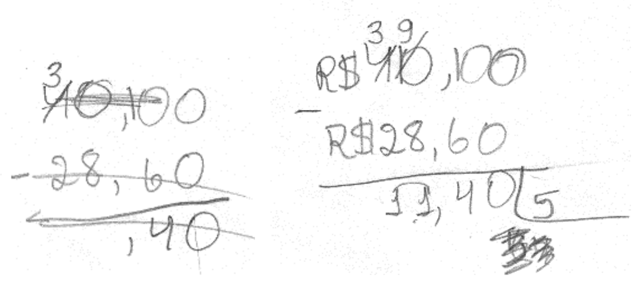
T



Notação 7

A manipulação de regras sem significado esteve presente em diferentes momentos e não apenas nos cálculos com o algoritmo-padrão da multiplicação, como no da subtração, conforme se pode observar nas notações a seguir.

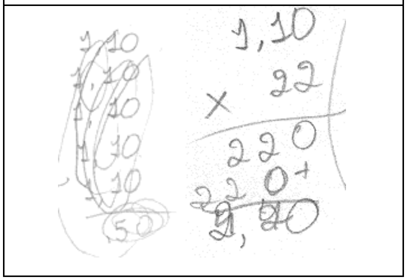
T



Notação 8

As dificuldades foram repetidas em diferentes momentos do trabalho e refletem a incompreensão das regras que sustentam os algoritmos-padrão das operações aritméticas fundamentais. Por isso, em vários momentos, as tentativas foram marcadas por ensaio e erro, como mostram as próximas notações.

T

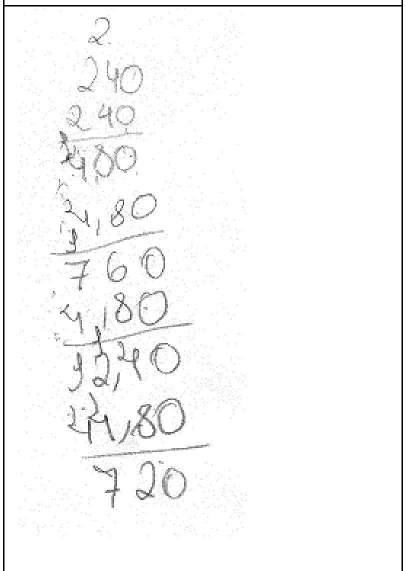


Notação 9

A primeira notação apresenta uma tentativa inacabada do uso do algoritmo-padrão da adição. Na segunda, ela repete a mesma dificuldade em lidar com os procedimentos de cálculo do algoritmo-padrão da multiplicação.

J percorreu estratégias diferentes a fim de encontrar o resultado sem o emprego da divisão. Ela partiu para o uso da adição sucessiva em dois casos. No primeiro ela buscou o resultado (2,40 + 2,40 + ...) = 40,00. Todavia, errou ao manipular a reserva (um real) na quinta linha, como mostra a notação a seguir.

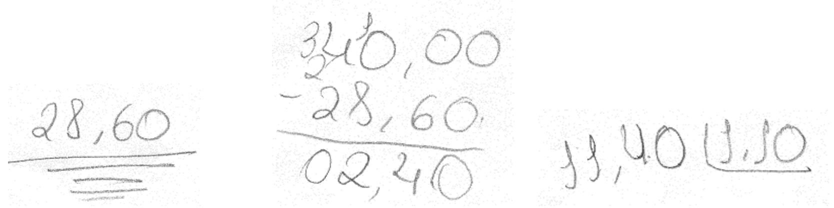
J



Notação 10

Na segunda tentativa, J usou parte da produção de T e construiu uma estratégia inédita de resolução. A informação de que (1,30 x 22 = 28,60) foi utilizada de modo coerente.

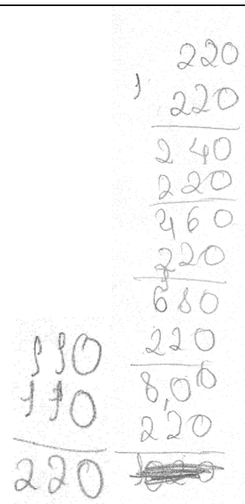
J



Notação 11

Ela percorreu uma seqüência correta de cálculos ao buscar o valor 28,60. Os quarenta reais da mesada menos 28,60 dariam o valor para o gasto com o picolé. Todavia, errou ao manipular os procedimentos de desagrupar do algoritmo-padrão da subtração e encontrou um resultado diferente do encontrado por T. Ela identificou essa diferença e tomou o resultado da notação de T para a continuidade de seus cálculos. Outra vez, a divisão foi evitada, e a adolescente repetiu a estratégia de somas sucessivas.

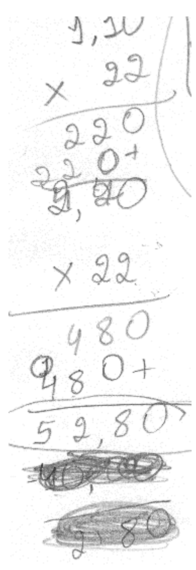
J



Notação 12

As diferentes tentativas de J foram observadas por T. E a informação de que usar o valor total 2,40 forneceria uma informação válida encorajou T a fazer outro cálculo (multiplicar 2,40 por 22). Até então, T buscava a resposta calculando por partes: primeiro (1,30 x 22), segundo (1,10 x 22).

T

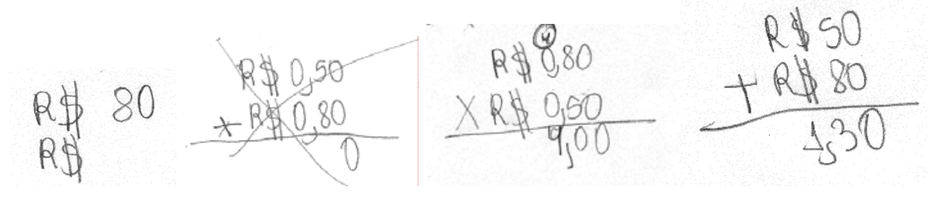


Notação 13

Com muita certeza ela produziu a resposta: *T: (Ele vai precisar de) cinqüenta e dois reais e oitenta. P1: Ele vai precisar ao todo? E aí? Vai dar ou não?T: Não, porque ele só tem quarenta.* A resposta e a notação anterior de T proporcionaram às adolescentes momentos de muita interação, como mostram os trechos 51 a 74.

As tentativas de C foram construídas de modo muito semelhante às de T e J e mostram as mesmas dificuldades. Contudo, a produção de C deu-se em tempo muito maior do que as de T e J e sugerem mais dificuldades em relação à compreensão do significado das operações e ao uso dos algoritmos-padrão, conforme se pode observar nas notações abaixo.

C



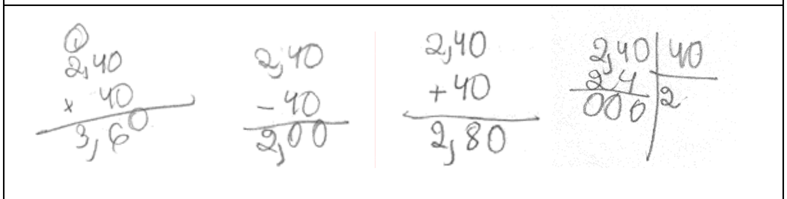
Notação 14

Na segunda notação da esquerda para a direita, ela fez uma tentativa usando a escrita como aparece no texto; na terceira, um sinal de vezes mostra a tentativa de utilizar o algoritmo-padrão da multiplicação; na quarta, a soma dos valores sem o zero e a vírgula. Essas notações comprovam que C utilizou as informações do texto em diferentes tentativas do uso das operações sem atribuir às ações nenhum significado.

A chegada posterior de C à sessão dificultou seu entrosamento com as demais, visto que T e J já estavam juntas e em busca do mesmo objetivo. Em função desse distanciamento, empreendemos uma seqüência de mediações em prol da aproximação das adolescentes, como mostram os trechos 80 a 91.

C observou as produções de J e T e iniciou algumas tentativas de cálculo, utilizando os valores observados: 2,40 e 40,00. Com esses valores, iniciou quatro tentativas de arranjo: ora a multiplicação de 2,40 por 40,00, ora subtração, ora adição e, por último a divisão, repetindo a estratégia da notação 14.

C

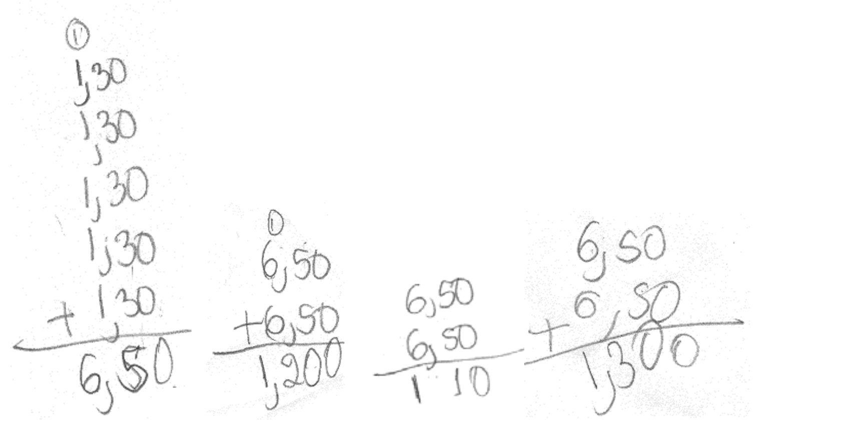


Notação 15

As notações acima sugerem que C não compreendeu a situação e não diferenciou os valores 2,40 (preço do lanche completo) dos 40,00 (valor da mesada). Em todas as notações, observamos erros de manipulação dos procedimentos de cálculos dos algoritmos-padrão das quatro operações. Esses erros sugerem que C não diferencia a escrita dos números racionais dos inteiros, como também não compreende os princípios que regem o Sistema de Numeração Decimal.

A constatação de tais dificuldades não somente em C motivou-nos a repensar nossa fala durante as interlocuções. Passamos, a partir de então, a destacar o valor monetário e a solicitar que observassem a relação desse valor com a escrita decimal. Essa estratégia auxiliou C na elaboração de muitas estratégias, entre elas, na construção de uma inédita em relação às produzidas por T e J. Ela partiu do valor 1,30 e calculou o valor necessário por semana, como apresentado nas notações abaixo.

C



Notação 16

Na primeira notação, acompanhamos a soma sucessiva e o resultado 6,50. Na segunda, terceira e quarta notações, ela realizou somas e interpretou-as com nossa mediação. As perguntas orientaram C na percepção de que o resultado encontrado era menor que as parcelas, o que era incoerente, como pode ser visto nos trechos de 92 a 109.

Em resumo, todas as estratégias utilizadas pelas adolescentes comprovam a dificuldade delas em lidar com os procedimentos de cálculo que compõem os algoritmos-padrão das quatro operações aritméticas fundamentais. A situação-problema favoreceu a elaboração de cálculos mentais uma vez que o domínio do sistema monetário foi utilizado – no âmbito da fala – com muita competência por todas. Esses fatos motivaram-nos a propor uma atividade prática: a produção do chamado “dinheirinho” usando para isso folhas de papel A4.

As adolescentes definiram os valores das cédulas e das moedas. A atividade proporcionou não só reflexões sobre valor monetário e sua relação com a escrita decimal, como também auxiliou-nos na elaboração de muitas perguntas sobre a escrita decimal e incentivou a retomada de cálculos inacabados. *P1: Faremos moedas? Nós faremos moedas de (quanto)? J: De cinqüenta. P1: Como eu escrevo cinqüenta centavos? Dá uma dica. Eu escrevo o quê? T: Zero vírgula cinqüenta. P: Será que com as moedas agora nós faremos aquela divisão ((aponta para T)) que você começou... Qual que era a divisão mesmo?*

A manipulação do “dinheirinho” confeccionado pelo grupo não causou muito impacto na produção das adolescentes. Apesar de responderem a mais perguntas e de usarem as pequenas fichas de papel nessas respostas elas não se aventuraram, mesmo com nosso incentivo, a usar as fichas e as moedas na resolução dos muitos cálculos inacabados, como por exemplo, os expressos nas notações 9 e 11. Ao final dessa atividade as adolescentes já se mostravam cansadas e decidimos encerrar o primeiro momento da sessão.

Tabela III: Análise da primeira sessão

Transcrições	Proposições	Atos da Fala	Categorias dos Atos da Fala
TRECHO 1 **P1:** *Quarenta... Dividido por vinte e dois. Vinte e dois é o número de quê?*	Quarenta reais divididos por vinte e dois. Vinte e dois reais na situação-problema indicam o número de quê?	 -incitar	 Esfera acional
TRECHO 2 **T:** *De:: de dia de aula.*	Vinte e dois reais na situação-problema indicam o número de dias de aula.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 3 **P1:** *Ah, vinte e dois é o número de dias. E esse quarenta é o quê? São dias também?*	Muito bem. Vinte e dois reais na situação-problema indicam o número de dias de aula. E os quarenta reais na situação-problema indicam o número de quê? Os quarenta reais na situação-problema indicam o número de dias também?	-confirmar -incitar -exemplificar	Esfera da informação Esfera acional Esfera da informação
TRECHO 4 **J:** *Não, é o (preço da mesada).*	Não. Os quarenta reais na situação-problema indicam o valor da mesada.	-retificar	Esfera da informação
TRECHO 5 **P1:** *Quarenta reais para vinte e dois dias... Eu posso gastar um real por dia?*	Quarenta reais divididos para vinte e dois dias. Eu posso gastar um real por dia?	-informar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 6 **J:** *Pode.*	Eu posso gastar um real por dia.	-confirmar	Esfera da informação
TRECHO 7 **P1:** *Posso? Se eu gastar um real por dia, eu vou gastar quanto da minha mesada?*	Eu posso gastar um real por dia? Se eu gastar um real por dia, eu vou gastar quanto do valor da minha mesada?	-incitar -incitar	Esfera acional
TRECHO 8 **T:** *Vinte e dois reais.*	Se eu gastar um real por dia, eu vou gastar vinte e dois reais da minha mesada.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 9 **P1:** *Vinte e dois, uhum. ((silêncio)) Eu ainda tenho dinheiro?*	Vinte e dois. Eu já gastei vinte e dois reais do valor da minha mesada. Eu ainda tenho dinheiro?	-confirmar -complementar -incitar	Esfera da informação Esfera da interação Esfera acional
TRECHO 10 **T:** *((responde gestualmente que sim))*	Sim. Eu ainda tenho dinheiro.	-informar	Esfera da informação

TRECHO 11 **P1:** *Se eu gastar um real, né? Se eu gastar um real... Eu uso os vinte e dois dias e sobra?*	Se eu gastar um real por dia durante os vinte e dois dias sobram quantos reais?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 12 **J:** *Dezoito reais.*	Se eu gastar um real por dia durante os vinte e dois dias sobram dezoito reais.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 13 **P1:** *E agora?*	E agora o que fazer?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 14 *((silêncio))*	((T e J não apresentaram nenhuma proposta)).		
TRECHO 15 **P1:** *Dezoito? Posso dividir esse dinheiro pelos vinte e dois dias.* *((silêncio))*	Dezoito reais? Posso dividir dezoito reais por vinte e dois dias? ((T e J não apresentaram nenhuma proposta)).	-incitar	Esfera acional
TRECHO 16 **P1:** *Se eu tenho um e trinta, né? Vamos pensar, um e trinta... dez vezes, vai dar quanto?...* *((silêncio))*	Eu tenho um real e trinta. Vamos pensar juntas. Um real e trinta dez vezes dará quanto ao todo?	-informar -propor -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 17 **P1:** *Eu tenho um e trinta dez vezes, dará quanto?* *((silêncio))*	Eu tenho um real e trinta dez vezes dará quanto?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 18 **P1:** *Um real dez vezes?*	Um real dez vezes?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 19 **C:***Um real dez vezes vai dar dez, (não vai dar não)?*	Um real dez vezes é igual a dez reais. Um real dez vezes é igual a dez reais. Não é não?	-informar	Esfera da informação
TRECHO 20 **P1:** *Vai dar dez. E um e trinta dez vezes? ((silêncio))*	Um real dez vezes é igual a dez reais. E um real e trinta dez vezes?	-confirmar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 21 **P1:** *(A sua deu quanto?) ((pergunta para T))*	O resultado de sua conta deu quanto?	-exemplificar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 22 **J:** *(Um e trinta).*	A minha conta deu como resultado um real e trinta.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 23 **T:** *Um e quanto?*	A sua resposta J deu um real e quanto?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 24 **J:** *(Um e trinta).*	A minha resposta deu um real e trinta.	-informar	Esfera da informação

TRECHO 25 **T:** *(Não entendi).*	Eu não entendi a sua resposta, J.	-contestar	Esfera da interação
TRECHO 26 **J:** *(Um e trezentos).*	A minha resposta deu um real e trezentos.	-informar -retificar	Esfera da informação
TRECHO 27 **T:** *((ri))*			
TRECHO 28 **P1:** *Se eu pergunto a vocês, vocês falam um valor grande... Aí, quando colocam na conta, dá um valor pequeno.*	Quando eu pergunto a vocês, vocês falam um valor grande. Quando vocês colocam na conta encontram como resultado um valor pequeno.	-complementar	Esfera da interação
TRECHO 29 **J:** *é a vírgula.*	Quando a gente coloca na conta o valor encontrado é pequeno por causa da vírgula.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 30 **P1:** *A vírgula? Ah::... Cadê? Onde estava a vírgula (antes)* *((silêncio – C, T e J não falam uma palavra, não fazem um gesto))*	Por causa da vírgula? Onde ela está? Onde ela estava antes?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 31 **P1:** *Aqui deu quanto?*	O resultado aqui é igual a quanto?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 32 **J:** *Éh:: um e trinta vezes vinte e dois.*	Um e trinta multiplicado por vinte e dois.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 33 **P1:** *Um e trinta vezes vinte e dois. Aí deu quanto? Dois e?*	Um e trinta multiplicado por vinte dois. O resultado dessa multiplicação foi quanto? O resultado dessa multiplicação foi dois e quanto?	-confirmar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 34 **J:** *(Sessenta e... sessenta e).*	O resultado dessa multiplicação foi dois e sessenta e.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 35 **P1:** *Se eu tivesse um real... um real... multiplicado por vinte e dois, daria quanto?*	Um real multiplicado por vinte dois dá como resultado?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 36 **T:** *Vinte e dois.*	Um real multiplicado por vinte dois é igual a vinte e dois.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 37 **P1:** *Vinte e dois... Aqui você tem quanto? Um e?*	Um real multiplicado por vinte dois é igual a vinte e dois. Aqui você tem quanto? Você tem um e?	-confirmar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 38 **J:** *Um e trinta.* ((silêncio))	Eu tenho um e trinta.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 39 **P1:** *Aí, multiplicou por vinte e dois... E esse valor aqui, dá dois e?*	Você multiplicou um e trinta por vinte e dois. E o resultado da multiplicação de um e trinta por vinte dois foi	-confirmar -incitar	Esfera da informação Esfera acional

	dois e?		
TRECHO 40 **J:** *Sessenta.*	O resultado da multiplicação de um e trinta por vinte dois foi dois e sessenta.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 41 **P1:** (*Dois e sessenta). Deu menor do que se eu tivesse multiplicado por (um), não foi?*	O resultado da multiplicação de um e trinta por vinte dois foi dois e sessenta. O resultado deu menor do que a multiplicação de um real por vinte e dois. Você concorda que deu menor?	-confirmar -informar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 42 **T:** *(Vinte e oito e sessenta). ((Fala sobre o seu resultado))*	O resultado deu vinte e oito e sessenta.	-retificar	Esfera da informação
TRECHO 43 **P1:** *O dela deu dois e? ((fala sobre o resultado de J))*	O resultado da J deu dois e?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 44 **J:** *E vinte e seis.*	O meu resultado deu dois e vinte e seis.	-retificar	Esfera da informação
TRECHO 45 **P1:** *Dois e vinte e seis. O seu resultado está diferente do encontrado pelas duas.*	Dois reais e vinte e seis. O seu resultado J está diferente dos resultados encontrado por T e C.	 -incitar	 Esfera acional
TRECHO 46 **T:** *muito pequeno. ((fala sobre o resultado de C e J))* *((todas riem))*	Os resultados de J e C estão muito pequenos.	-avaliar	Esfera da avaliação
TRECHO 47 **C:** *((Pede para conferir algo no trabalho de T))*			
TRECHO 48 **C:** *(Eu estou) fazendo assim.*	Eu encontrei o meu resultado fazendo da seguinte maneira.	-justificar	Esfera da avaliação
TRECHO 49 **P1:** *Hã?... ((silêncio))* *Faz diferença colocar o vinte e dois em cima ou colocar o vinte o dois embaixo? O que vocês acham?*	Para vocês faz diferença para o cálculo escrever o vinte e dois em cima ou embaixo? O que vocês acham?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 50 **P1:** *O sinal de vezes e o de mais que aparece, serve para quê? ((fala sobre os símbolos que aparecem nas notações)) ((silêncio))*	O sinal de vezes e o sinal de adição servem para quê?	-incitar	Esfera acional

TRECHO 51 **P1:** *Fez dois e quarenta... Multiplicou por quanto?*	Você multiplicou dois e quarenta por quanto?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 52 **T:** *Vinte e dois.*	Eu multipliquei dois e quarenta por vinte e dois.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 53 **P1:** *Você colocou aqui quatrocentos e oitenta, aqui você não colocou nada, o que você coloca? Você coloca um sinalzinho de mais aqui? Por quê?* *((silêncio))*	Você escreveu quatrocentos e oitenta. Você aqui não escreveu nada. Você colocou um sinalzinho de mais aqui. Por que você colocou um sinalzinho de mais aqui?	-informar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 54 **P1:** *Fez um traço... Somou, deu quanto?*	Você fez um traço. Você somou. Você somou e encontrou como resultado quanto?	-informar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 55 **T:** *Cinqüenta e dois e oitenta.*	Eu encontrei como resultado cinqüenta e dois e oitenta.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 56 **P1:** *Deu cinqüenta e dois...*	Você encontrou como resultado cinqüenta e dois e?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 57 **T:** *E oitenta.*	Eu encontrei como resultado cinqüenta e dois e oitenta.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 58 **P1:** *Vírgula oitenta. Então, o que são os cinqüenta e dois vírgula oitenta?*	Você encontrou como resultado cinqüenta e dois vírgula oitenta. Cinqüenta e dois vírgula oitenta é o que?	-retificar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 59 **T:** *O resultado que ele vai gastar... dois... éh:: se gastar dois e quarenta vinte e dois dias, ele vai gastar cinqüenta e dois e oitenta.*	Cinqüenta e dois vírgula oitenta é quanto gastará. Se ela gastar dois e quarenta durante vinte e dois dias gastará cinqüenta e dois e oitenta.	-informar -explicitar	Esfera da informação
TRECHO 60 **P1:** *Ah, e quanto é a mesada?*	O valor da mesada é quanto?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 61 *((coro)) : Quarenta reais.*	O valor da mesada é quarenta reais.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 62 **P1:** *Quarenta? E o que é isso aqui que você riscou?*	O valor da mesada é quarenta reais? O que é isso que você riscou?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 63 **T:** *Era cinqüenta... era, aqui tinha quarenta... ( ) é dois e oitenta.*	Era cinqüenta. Aqui era quarenta. E aqui era dois e oitenta.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 64 **P1:** *Qual era a pergunta? Vamos voltar aí na pergunta.*	Qual era a pergunta? Vamos voltar e ler a pergunta.	-incitar -propor	 Esfera acional

TRECHO 65 *((olha a pergunta)).* **J:** *(Não vai dar). Acho que não vai dar. Porque ele tem quarenta... (e deu) cinqüenta e dois e oitenta.*	Não vai dar. Eu acho que não vai dar. Eu acho que não vai dar porque ele tem quarenta e o resultado foi cinqüenta e dois e oitenta.	-informar -exemplificar (EXP)	Esfera da informação
TRECHO 66 **P1:** *Por que não vai dar?*	Por que não vai dar?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 67 **T:** *Porque ele só tem... Só recebe quarenta. porque a mesada é só quarenta)...*	Porque a mesada é somente quarenta.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 68 **P1:** *E agora?*	E agora o que fazer?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 69 **T:** *( ) se ele tirasse o picolé... ( ). (Dá vinte e um) e sessenta.*	Se ele tirar o picolé dá vinte e um e sessenta.	-complementar	Esfera da interação
TRECHO 70 **P1:** *Olha só, gente, aqui tem outra informação. Quando você fez isso aqui, o que você estava pensando?*	Atenção. Temos uma informação diferente. Quando você fez isso, pensou em quê?	-se engajar -incitar	Esfera acional Esfera acional
TRECHO 71 **T:** *(Sei lá). ((risos))*	Não sei.	-reconhecer (irônica)	Esfera da interação
TRECHO 72 **J:** *Ela tirou o picolé. Aí vai ficar (um e trinta) ( ).*	Ela tirou o picolé. Ela tirou o picolé, por isso vai ficar um e trinta.	-informar -exemplificar (EXP)	Esfera da informação
TRECHO 73 **P1:** *Isso, ela tirou o picolé... Ela pôs um e trinta vezes vinte e dois. E aí? O que deu? Vamos ver se bate? Aí deu quanto?*	Isso mesmo. Ela tirou o picolé e colocou um e trinta vezes vinte e dois. E encontrou como resultado?	-confirmar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 74 **T:** *Vinte e (oito) e sessenta.*	Eu encontrei vinte e oito e sessenta.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 80 **P1:** *Primeiro você fez o quê?*	O que você fez primeiro?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 81 **C:** *(Descobrir).*	Descobrir.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 82 **P1:** *O preço do salgado foi oitenta... o do refrigerante é cinqüenta. Com essa conta aqui, o que você já encontrou?*	O preço do salgado foi oitenta. O preço do refrigerante é cinqüenta. O que você já encontrou com essa conta?	-informar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 83	Eu encontrei o resultado.	-informar	Esfera da informação

C: *O resultado (do refrigerante)*	O resultado do refrigerante.		
TRECHO 84 **P1:** *E aqui é o quê? Uma multiplicação?((refere-se à terceira notação da esquerda para a direita))*	Aqui é uma multiplicação?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 85 **C:** ((silêncio))			
TRECHO 86 **P1:** *((voltando-se para T)) É diferente daquela que você fez? O que você acha que ela vai encontrar, se ela multiplicar zero oitenta por zero cinqüenta?*	A notação de C é diferente da sua notação? T, o que você acha que ela encontrará multiplicando zero oitenta por zero cinqüenta?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 87 *((silêncio))*		-incitar	Esfera acional
TRECHO 88 **P1:** *O que você fez?*	T, o que você fez?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 89 **T:** *Somei.*	Eu somei.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 90 **P1:** *Ah, ela somou... Somou o oitenta... Com o cinqüenta.*	T somou o oitenta com o cinqüenta.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 91 **T:** *(Deu um e trinta), depois eu somei um e dez. Aí deu dois e quarenta.*	Eu somei oitenta com cinqüenta e encontrei como resposta um e trinta. Eu somei um e trinta com um e dez e encontrei dos e quarenta.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 92 **C:** *Deu um e vinte.*	O resultado é um e vinte.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 93 **P1:** *Um e vinte? Ah, aqui, né? Mas, você somou quanto?*	O resultado deu um e vinte? Você somou quanto?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 94 **C:** *Éh:: um e trinta.*	Eu somei um e trinta.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 95 **P1:** *Aí, você somou um e trinta cinco vezes? Deu quanto?*	Você somou um e trinta cinco vezes?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 98 **C:** *Éh:: seis e cinqüenta.*	Eu encontrei seis e cinqüenta.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 99 **P1:** *Ah, aí, depois você somou aqui? Seis e cinqüenta com seis e cinqüenta; aí, deu quanto?*	Você encontrou seis e cinqüenta. Você somou seis e cinqüenta com seis e cinqüenta e encontrou quanto de resultado?	-confirmar -incitar	Esfera da informação Esfera acional

TRECHO 100 **C:** *Deu:: um e vinte.*	Encontrei um e vinte.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 101 **P1:** *Um e vinte? Eu tenho seis reais, mais seis reais dá quanto?*	Você encontrou um e vinte? Seis reais mais seis reais é igual a quanto?	-incitar -complementar	Esfera acional Esfera da interação
TRECHO 102 **C:** *Doze.*	Seis reais mais seis reais é igual a doze.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 103 **P1:** *Doze. Cinqüenta mais cinqüenta dá quanto?*	Seis reais mais seis reais é igual a doze. Cinqüenta mais cinqüenta são iguais a quanto?	-confirmar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 104 **T:** *((silêncio))*			
TRECHO 105 **P1:** *Cinqüenta centavos mais cinqüenta centavos?*	Cinqüenta centavos mais cinqüenta centavos são iguais a quanto?	-incitar -complementar	Esfera acional Esfera da interação
TRECHO 106 **C:** *Um real.*	Cinqüenta centavos mais cinqüenta centavos dão um real.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 107 **P1:** *((silêncio)) Aí deu diferente, né? Desse valor aqui.*	Esse resultado deu diferente desse valor aqui no papel?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 108 **C:** *(Eu ia pegar a) borracha. ((as adolescentes riem))*			
TRECHO 109 **P1:** *Temos que descobrir o que está acontecendo. Porque, quando a gente faz a conta "de cabeça", dá um valor... e, quando coloca no papel, dá menor... ((C observa sua produção))*	Precisamos descobrir o que acontece. Quando a conta é realizada de cabeça encontramos um valor. Quando a conta é realizada no papel encontramos outro valor.	-propor -informar	Esfera acional Esfera da informação

5.1.2 – Segunda sessão

A segunda sessão foi realizada no dia 6 de junho de 2007 nas dependências do Laboratório de Ensino de Matemática da instituição sede da pesquisa, com duração de 55 minutos. Participaram da sessão a adolescente C e a pesquisadora 1.

Objetivos

Incentivar o manuseio de cédulas e moedas do Sistema Monetário Brasileiro, tendo como referência os valores presentes no texto da situação-problema;

Incentivar o registro dos cálculos realizados com a manipulação de cédulas e moedas e por meio do cálculo mental;

Incentivar a comparação dos resultados obtidos com o manuseio de cédulas e moedas e com procedimentos de cálculos a partir do uso de algoritmos-padrão e/ou alternativos;

Incentivar a comparação dos resultados obtidos com o cálculo mental e com procedimentos de cálculos a partir do uso de algoritmos-padrão e/ou alternativos;

Avaliar o uso de cédulas e moedas do Sistema Monetário Brasileiro no desenvolvimento das habilidades de identificação de números inteiros e decimais e compreensão da posição da vírgula na escrita decimal;

Avaliar a pertinência da atividade mediada da pesquisadora visando ao desenvolvimento de novas competências na adolescente por meio da tomada de consciência do significado da escrita decimal por ela produzida e a comparação dessa escrita com o Sistema de Numeração Decimal.

Procedimentos

A adolescente foi convidada a ocupar uma das mesas do Laboratório de Ensino de Matemática e recebeu, digitada em folha de papel A4, *fonte times 12*, a mesma situação-problema apresentada na primeira sessão e transcrita abaixo:

> *Eu gosto muito de lanchar na cantina da minha escola, o que mais gosto é comer um salgado e tomar um refrigerante. O salgado custa R$ 0,80 e o refrigerante R$ 0,50. Para eu comprar este lanche todos os dias de aula do mês de maio vou precisar de X reais. Minha mesada é de R$ 40,00. Será que vai dar para comprar também um picolé que custa R$ 1,10 por dia? Se não der para comprar o picolé, para todos os dias de aula, para quantos dias daria?*

Colocamos em uma caixa sobre a mesa escolhida pela adolescente cédulas e moedas do Sistema Monetário Brasileiro (cédulas de 10 reais; 5 reais; 2 reais e 1 real; e moedas de R$ 1,00; R$ 0,50; R$ 0,25; R$ 10; R$ 0,05 e R$ 0,01), o calendário do mês de maio de 2007, lápis grafite e folhas em branco.

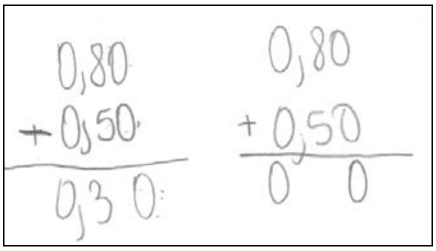
Solicitamos a ela que usasse para suas notações somente o lápis grafite, não fazendo uso da borracha; que observasse e manuseasse as cédulas e moedas presentes na caixa; que lesse a situação-problema e buscasse solucioná-la.

Resultados

Na semana anterior à segunda sessão, conversamos pessoalmente com as três adolescentes que participaram da primeira sessão (T, J e C) no horário de intervalo das aulas na Escola Pública onde estudavam e marcamos o local e o horário da segunda sessão. Todas se mostraram empenhadas em participar e não verbalizaram nenhum descontentamento. Contudo, o início da segunda sessão foi marcado pelo não-comparecimento de J e T.

Interpretamos essas ausências a partir de algumas possibilidades: 1/ elas se sentiram intimidadas pelo fato de os professores observarem a atividade; 2/ sentiram-se intimidadas com a característica da mediação vivenciada; 3/ sentiram-se intimidadas com as características da situação-problema; 3/ elas avaliaram que a participação na atividade não era pertinente, entre outros. Todavia, entendemos que a adesão de sujeitos a atividades de pesquisa reflete uma série de fatores, alguns de natureza intrínseca, outros de natureza extrínseca sobre os quais, na maioria das vezes, os pesquisadores não têm controle e/ou previsão. Por isso, avaliamos que as duas ausências não inviabilizariam a realização da segunda sessão e passados 15 minutos de espera iniciamos as atividades previstas apenas com a adolescente C.

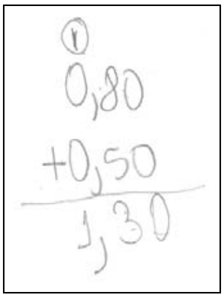
C chegou no horário e se mostrou interessada em participar da sessão, não fez nenhum comentário sobre a ausência das colegas de escola, percorreu todo o espaço do Laboratório de Ensino de Matemática numa espécie de reconhecimento do território e cumprimentou amigavelmente o responsável pela filmagem. Fez uma leitura vagarosa da situação-problema acompanhando as palavras com o auxílio do lápis. Não fez comentário algum e produziu suas primeiras notações.



Notação 17

Na notação à esquerda, observamos que C, mesmo tendo colocado o sinal “+” na montagem do algoritmo-padrão, reforça o traço de “–” e produz um resultado que nos leva à interpretação de que realizou uma subtração. Na notação à direita, observamos a tentativa de somar os dois valores por meio do algoritmo-padrão da adição. O resultado incompleto evidencia a dificuldade em lidar com as trocas entre as casas decimais e em decidir a posição dos zeros e da vírgula na escrita desse resultado. Em função dessas primeiras notações, provocamos a comparação entre o resultado obtido por meio do algoritmo-padrão e o encontrado por meio da manipulação das moedas sobre a mesa. (Trechos de 1 a 26).

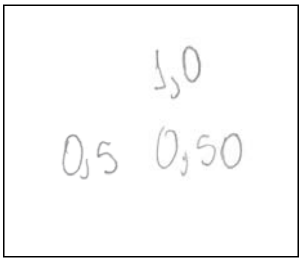
Nessas interlocuções, incentivamos C a comparar os resultados observando as moedas sobre a mesa (oitenta centavos e cinqüenta centavos – lado a lado). A validação do resultado – um real e trinta centavos – motivou-a a produzir uma nova tentativa com o algoritmo-padrão da adição.



Notação 18

Observamos um traço na nova notação e conduzimos uma série de perguntas a fim de avaliar o entendimento de C sobre tal símbolo como também sobre a presença do algarismo 1 no resultado. *P1: Deu quanto agora? C: (Um e trinta). P1: O que é esse "negocinho" aqui? C: É o número um.* Solicitamos que descrevesse todas as etapas realizadas para a obtenção do resultado 1,30. *C: Porque deu... oito mais cinco... deu treze. Aí, eu subi um e desci o três.* Ela descreveu suas ações por meio do uso de uma regra, procedimento muito comum no meio escolar e utilizado, em larga escala, por professores e alunos em situações de cálculo com o algoritmo-padrão da adição. A regra, nesse caso, esconde as ações de: somar oitenta centavos + cinqüenta centavos = 130 centavos; identificar que 100 centavos = 1 real; escrever o algarismo 1 na casa da unidade e os 30 centavos restantes nas casas correspondentes.

Avaliamos que C utilizou a regra sem a compreensão dos agrupamentos e das trocas entre as casas decimais. Em função dessa análise, iniciamos várias interlocuções com o objetivo de provocar nela a observação sobre as composições e decomposições possíveis entre as diferentes casas do Sistema de Numeração Decimal, a fim de desenvolver a competência de estabelecer as trocas entre as diferentes casas decimais. *P1: Dentro de cinqüenta centavos, dentro desse dinheiro aqui... Tem quantas moedas dessa? ((refere-se à moeda de 10 centavos)) C: Cinco.* Para provocarmos a observação da escrita decimal propusemos o registro de suas falas. *P1: Como se escreve cinco centavos, cinqüenta centavos e um real?*



Notação 19

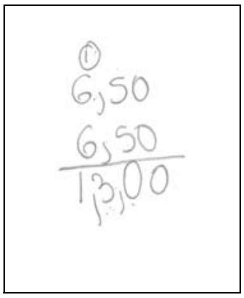
Formulamos muitas perguntas tendo por referência notações semelhantes, por exemplo: *P1: Um real. Por que você colocou o zero lá, depois do um? C: Por que... P1: Um, vírgula, zero. C: Agora você me pegou, porque eu não sei!* C mostrou-se muito à vontade com as perguntas, verbalizando em muitos trechos suas dúvidas, conforme se observa na fala anterior. Ao longo da sessão ampliamos nossa capacidade de selecionar e decidir sobre quais perguntas formular e em que momento. No geral, as dificuldades apresentadas por C obrigaram-nos a pensar em novas perguntas e a formulá-las de modo mais compreensível.

Avaliamos que C necessitava interagir com diferentes escritas do número racional (representação decimal). Interação esta que proporcionasse a diferenciação não só entre a escrita dos números menores e maiores que um inteiro como também a compreensão da presença do zero à direita e à esquerda da vírgula na escrita decimal. Tal interação pode ser observada nos trechos de 27 a 61.

Conversas informais auxiliaram-nos a visualizar as dificuldades conceituais de C e a levantar mais hipóteses sobre suas origens. Em muitas ocasiões, ela relatou as dificuldades que enfrenta na escola, como: colegas agitados; conversa paralela no momento das explicações da professora; sala com muitos alunos; o fato de a professora explicar o conteúdo para os alunos que se sentam à frente; muito conteúdo a cada aula; conteúdo de “quinta série” e de “sexta série” no mesmo dia; entre outros. Em muitos momentos, essas conversas funcionaram como tempo estratégico para que formulássemos novas perguntas e foram vitais para o fortalecimento do respeito mútuo entre sujeito e pesquisador.

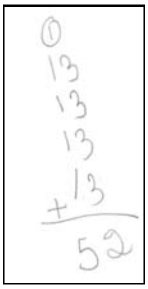
Durante toda a sessão, incentivamos a manipulação das cédulas e moedas; o registro no papel e a comparação e a validação de resultados. C apresentou muita dificuldade nas primeiras ações de manusear as moedas. Com o desenrolar da sessão, ampliou sua capacidade de manusear e pegar a moeda solicitada. Para tanto, em vários momentos, por exemplo, substituímos moedas de 10 centavos por duas de cinco; moedas de um real por duas de cinqüenta; moedas de um real por uma moeda de cinqüenta e duas de vinte e cinco ou, ainda, misturamos moedas para dificultar a contagem e fomentar a observação.

Depois de muitas atividades de decompor e compor valores, incentivamos a continuidade dos cálculos em prol da resolução da situação-problema. C continuou com a estratégia de considerar o valor 1,30 gasto por dia e produziu a notação abaixo que foi colocada em debate nas interlocuções (Trechos 62 a 77).



Notação 20

A resposta *C: Um mês?... Sabe que eu esqueci* (Trecho 77) comprova sua dificuldade em lidar com as informações: meses, dias, semanas, “dias de aula”. Em função disso, incentivamos o uso do calendário e ressaltamos que ele estava sobre a mesa desde o início da sessão. C observou o calendário por algum tempo, observou os dias, as semanas e disse que o mês tinha quatro semanas. A resposta orientou-nos a formular a pergunta: *P1: Em duas semanas, ele gastou treze reais. Em quatro semanas, ele gastará quanto?* Em resposta ela produziu a notação abaixo.

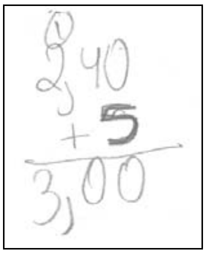


Notação 22

C apresentou a notação e explicou que, em quatro semanas, gastaria 52 reais e que, como a mesada era de 40 reais, faltariam 12 reais. Novamente, questionamos a presença do “1” circulado na parte superior da notação e ouvimos a repetição da regra “do vai um”.

A informação de quantos dias daria para comprar o picolé não foi comentada por C. Incentivamos essa observação perguntando: *P1: Éh:: para comprar só o salgado e o refrigerante, a gente já sabe quanto que ele gastará. E se colocar mais esse picolé?* Ela observou a pergunta e respondeu: *C: Vai ficar dois e... Dois e quarenta.* Continuamos com a mesma estratégia e formulamos outras perguntas: *P1: ele gastará por dia quanto... Se ele comprar esse picolé também? C: Por dia? Ele vai gastar... ( )... Dois e quarenta.* A cada nova pergunta C usava muito mais o cálculo mental e o manuseio das cédulas e moedas para validar seus resultados do que os algoritmos no papel seja o padrão, seja um alternativo.

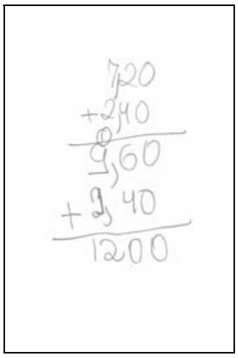
Outro recurso muito incentivado por nós e muito usado por C foi a estimativa. Para a pergunta: *P1: Vamos supor que ele compre esse picolé todo dia... Durante uma semana. Ele gastará quanto?* Ela usou a estimativa e rapidamente disse: *C: Seis reais?* E em seguida usou as moedas para validar seu resultado. *C: dois e quarenta; Mais dois e quarenta; Quatro e oitenta.* Incentivamos o registro no papel e ela produziu a notação abaixo.



Notação 23

Para a observação de que somar 2,40 e 5 não fazia sentido, utilizamos o último cálculo mental realizado. *P1: Aqui você colocou o primeiro dia, colocou o segundo dia... Bom, se a gente continuar assim. Coloca o primeiro dia, dois e quarenta, segundo dia, dois e quarenta, terceiro dia, dois e quarenta... P1: Juntando tudo, vai dar quanto... Nesses três dias?C: Quatro e oitenta, com... dois e quarenta... Seis e quarenta. C: ( )... Sete e vinte.* Os cálculos acima auxiliaram-na a ler que o resultado 3,00 não fazia sentido visto que em três dias seriam gastos 7,20.

No decorrer das atividades, C mostrou-se muito competente nos cálculos mentais e formulou alguns sem manusear posteriormente as moedas a fim de validar o resultado. Para a pergunta: *P1: Sete e vinte. Mais um dia, mais dois e quarenta?* Usou apenas o cálculo mental e disse: *C: Nove e cinqüenta.* Ela se mostrou cada vez mais confiante e continuamos com as perguntas *P1: Mais dois e quarenta dá quanto?* E ela prontamente respondeu: *Deu doze reais.* Solicitamos que registrasse as últimas "contas de cabeça" - como foram chamados por ela os cálculos mentais durante toda a sessão - no papel. E ela produziu:



Notação 24

A validação de C relativa ao último resultado motivou-nos a retomar a penúltima notação na qual ela registrou que 2,40 + 5 seria igual a 3. Incentivamos que analisasse a notação em busca do erro, contudo ela não se mostrou motivada. Diante de sua reação decidimos reunir os dados já encontramos até o momento e formulamos outras perguntas. *P1: Doze reais, você gasta em uma semana. Em duas semanas, você gasta quanto? C: Vinte e quatro. P1: Vinte e quatro, ok. Em três semanas, você gasta quanto? C: Trinta e oito, ( ). C: Quarenta e oito.* C mostrou-se cansada diante das últimas perguntas e em função dessa avaliação decidimos encerrar a sessão.

Tabela IV: Análise da segunda sessão

Transcrições	Proposições	Atos da Fala	Categorias dos Atos da Fala
TRECHO 1 **P1:** *Oitenta centavos? Você consegue pegar ali, no dinheiro... Oitenta centavos? Oitenta centavos vai ser o quê?*	Você consegue montar oitenta centavos com as moedas? Oitenta centavos vai ser o valor do quê?	-propor -incitar	Esfera acional
TRECHO 2 **C:** *Do salgado.*	Oitenta centavos é o preço do salgado.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 3 **P1:** *Quantas moedas?*	Quantas moedas são necessárias para compor oitenta centavos?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 4 **C:** *Uma, duas, três, quatro.*	Para compor oitenta centavos eu preciso de uma, duas, três, quatro moedas. ((responde ao mesmo tempo em que separa as moedas sobre a mesa))	-informar	Esfera da informação
TRECHO 5 **P1:** *Quatro moedas? De que tipo?*	Para compor oitenta centavos você precisa de quatro moedas? Para compor oitenta centavos você precisa de moedas de que tipo?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 6 **C:** *Uma de cinqüenta e três de dez.*	Para compor oitenta reais eu preciso de uma moeda de cinqüenta e três de dez.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 7 **P1:** *Tá... E esse aí... em dinheiro? (Será que a gente tem ele lá)?*	E esse valor aqui, nós o temos em moedas? ((refere-se às moedas sobre a mesa))	-incitar	Esfera acional
TRECHO 8 **C:** *(Mais) cinqüenta centavos do refrigerante.*	Temos mais cinqüenta centavos do refrigerante.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 9 **P1:** *E cinqüenta do refrigerante. Muito bem. Deu quanto, C sua conta?*	Muito bem. Temos mais cinqüenta centavos do refrigerante. Qual o resultado de sua conta? ((refere-se à notação 17))	-confirmar -incitar	Esfera da informação Esfera acional

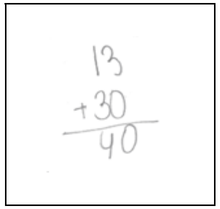
TRECHO 10 **C:** *Deu trinta reais... Trinta centavos.*	O resultado foi trinta reais. O resultado foi trinta centavos.	-informar -retificar	Esfera da informação
TRECHO 11 **P1:** *Deu trinta centavos? Você somou quanto?*	O resultado deu trinta centavos? Você somou quais valores?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 12 **C:** *Oitenta centavos do salgado, mais cinqüenta centavos do refrigerante... {daí eu somei...*	Eu somei oitenta centavos do salgado mais cinqüenta centavos do refrigerante.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 13 **P1:** *E aí deu quanto?*	Qual o resultado?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 14 **C:** *Deu trinta centavos.*	O resultado foi trinta centavos.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 15 **P1:** *Trinta centavos? O que você acha desse resultado?*	O resultado foi trinta centavos? O que você acha desse resultado?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 16 **C:** *((silêncio))*			
TRECHO 17 **P1:** *No dinheiro... Você tinha o quê? Essa primeira parte aqui (é o quê?)*	Com o dinheiro você tinha o quê?		
TRECHO 18 **C:** *Oitenta centavos mais cinqüenta.*	Eu tinha oitenta centavos mais cinqüenta.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 19 **P1:** *Mais cinqüenta. Somando aqui com o dinheiro, dá quanto?*	Você tinha oitenta centavos mais cinqüenta. Somando aqui com o dinheiro, qual o resultado?	-confirmar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 20 **C:** *Um e trinta.*	O resultado é um e trinta.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 21	Um e trinta?		

P1: *Um e trinta?*		-incitar	Esfera acional
TRECHO 22 **C:** *(Somando os dois dá)... ((ri)).*	Somando os dois eu encontro...	-informar	Esfera da informação
TRECHO 23 **P1:** *Quanto deu o seu resultado?*	Quanto deu o seu resultado? ((refere-se ao resultado da notação 17))	-incitar	Esfera acional
TRECHO 24 **C:** *Trinta centavos.*	O resultado foi igual a trinta centavos.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 25 **P1:** *Trinta centavos? O que está acontecendo com esse resultado aqui? Ele é maior ou menor do que esse?*	O resultado encontrado foi trinta centavos? O que acontece com esse resultado aqui? Ele está maior ou menor do que esse?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 26 **C:** *Menor, com certeza.*	O resultado é menor com certeza. ((refere-se ao resultado da notação 17))	-informar	Esfera da informação
TRECHO 27 **P1:** *Como você escreveu um e trinta?*	Como você escreveu um e trinta?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 28 **C:** *Assim.*	Eu escrevi assim. ((mostra a notação))	-informar	Esfera da informação
TRECHO 29 **P1:** *E se fosse cento e trinta reais? Como que você escreveria cento e trinta reais? ... Mil e trezentos reais? ... ((C produziu no quadro as seguintes notações: (1,30) (130) (1300)))*	Como você escreveria cento e trinta reais? Como você escreveria mil e trezentos reais?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 30 **P1:** *Dentro de cento e trinta reais, tem quantas notas de dez reais?* *((faz aparência de que não entendeu a pergunta))*	Dentro de cento e trinta reais tem quantas notas de dez reais?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 31 **P1:** *Para formar cem, eu preciso de quantas notas de dez?* ((faz aparência de que não entendeu a pergunta))	Eu preciso de quantas notas de dez reais para formar cem reais?	-incitar	Esfera acional

TRECHO 32 **P1:** *Dentro de quarenta reais, tem quantas notas dessa? ((mostra uma cédula de 10 reais))*	Dentro de quarenta reais, tem quantas notas de dez reais?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 33 **C:** *Quatro.*	Dentro de quarenta reais tem quatro notas de dez reais.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 34 **P1:** *Dentro de cinqüenta reais?*	Dentro de cinqüenta reais, tem quantas notas de dez reais?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 35 **C:** *Cinco.*	Dentro de cinqüenta reais tem cinco notas de dez reais.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 36 **P1:** *De cem reais?*	Dentro de cem reais, tem quantas notas de dez reais?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 37 **C:** *Dez.*	Dentro de cem reais tem dez notas de dez reais.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 38 **P1:** *De cento e trinta reais?*	Dentro de cento e trinta reais tem quantas notas de dez reais?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 39 **C:** *Treze.*	Dentro de cento e trinta reais tem treze notas de dez reais.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 40 **P1:** *Treze. Ok. E dentro de um e trinta? Vai ter uma nota dessa... dentro de um e trinta? ((mostra uma cédula de 10 reais))*	Dentro de cento e trinta reais tem treze notas de dez reais. Dentro de um e trinta teremos uma nota de dez reais?	-confirmar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 41 **C:** *Não.*	Dentro de um e trinta não teremos uma nota de dez reais.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 42 **P1:** *Não? Vai ter o quê, dentro de um e trinta?*	Dentro de um e trinta não teremos uma nota de dez reais? O que teremos dentro de um e trinta?	-incitar	Esfera acional

TRECHO 43 **C:** *Vai ter... ((Fica pensativa))*	Dentro de um e trinta vai ter...		
TRECHO 44 **P1:** *Quantas moedas de um real têm dentro de um e trinta?*	Quantas moedas de um real têm dentro de um e trinta?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 45 **C:** *Uma.*	Dentro de um e trinta tem uma moeda de um real.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 46 **P1:** *Uma? Aí, eu vou ter mais o quê, então?*	Dentro de um e trinta tem uma moeda de um real? E o que mais terá?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 47 **C:** *Mais trinta centavos.*	Terá mais trinta centavos.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 48 **P1:** *Mais trinta centavos. Ok... Aí, para montar trinta centavos, de que eu preciso?*	Terá mais trinta centavos. Para montar trinta centavos eu preciso de quê?	-confirmar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 49 **C:** *Três moedas de dez.*	Para montar trinta centavos eu preciso de três moedas de dez.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 50 **P1:** *Dez centavos é maior que um real?*	Dez centavos é maior que um real?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 51 **C:** *Não.*	Dez centavos não é maior que um real.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 52 **P1:** *Não? Eu preciso de quantas dessa aqui para formar um real? ((mostra uma moeda de 10 centavos))*	Dez centavos não é maior que um real? Eu preciso de quantas moedas de dez centavos para formar um real?	-confirmar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 53 **C:** *Dez.*	Eu preciso de dez moedas de dez centavos.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 54 **P1:** *De dez moedas... ok. Então, por que essa vírgula aí? Por que você coloca essa vírgula?*	Eu preciso de dez moedas de dez centavos. Por que você coloca a vírgula?	-confirmar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 55	Eu coloquei a vírgula para separar o um do zero.	-informar	Esfera da informação

C: *Para separar o um do zero.*			
TRECHO 56 **P1:** *Depois da vírgula, o que tem depois da vírgula?*	O que tem depois da vírgula?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 57 **C:** *O zero.*	Depois da vírgula tem o zero.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 58 **P1:** *No caso de um real e trinta centavos, o que tem depois da vírgula?*	No caso do um e trinta o que tem depois da vírgula?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 59 **C:** *O três e o zero.*	No caso do um e trinta depois da vírgula tem o três e o zero.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 60 **P1:** *Esse três que aparece depois da vírgula... Ele é maior do que o um?*	Esse três que aparece ele é maior do que um?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 61 **C:** *É.*	Ele é maior que um.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 62 **P1:** *Você ia colocando a vírgula aqui, depois desse um?*	Você pensou em colocar a vírgula depois do número um?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 63 **C:** *Foi.*	Eu pensei em colocar a vírgula.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 64 **P1:** *E por que você não colocou? Não, você colocou. E, depois, você pensou melhor. Por quê?*	Você colocou a vírgula depois do número um? Porque você alterou a posição da vírgula?	-retificar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 65 **C:** *Foi porque ia ficar... mil e trezentos.*	Eu alterei por que ficaria mil e trezentos.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 66 **P1:** *Mil e trezentos? Faz sentido, mil e trezentos?*	Ficaria mil e trezentos? Faz sentido o resultado ser mil e trezentos?	-incitar	Esfera acional

TRECHO 67 **C:** *Não.*	Não faz sentido o resultado ser mil e trezentos.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 68 **P1:** *E em um mês? Ele gastará quanto, então?*	Em um mês ele gastará quanto?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 69 **C:** *Um mês?*  Notação 21	Em um mês? ((Na notação 21 ela soma o valor 13 resultado da notação 20 mais 30))		
TRECHO 70 **P1:** *Esse treze aqui é o quê?*	O treze que aparece na notação é o quê?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 71 **C:** *O que ele lancha?*	O treze que aparece na notação é o quanto ele gasta com o lanche?	-informar ((dúvida))	Esfera da informação
TRECHO 72 **P1:** *O que ele gasta em duas semanas. E o que é esse trinta?*	O treze que aparece na notação é quanto ele gasta em duas semanas. O trinta que aparece na notação é o quê?	-confirmar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 73 **C:** *É um mês... trinta dias.*	São os trinta dias de um mês.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 74 **P1:** *Mas aqui, olha só... Ele gasta treze reais em duas semanas.*	Observe C que ele gasta treze reais em duas semanas.	- se engajar	Esfera acional
TRECHO 75 **C:** *É.*	É.	-informar ((dúvida))	Esfera da informação
TRECHO 76 **P1:** *Um mês tem quantas semanas?*	Um mês tem quantas semanas?	-incitar	Esfera acional

TRECHO 77 **C:** *Um mês?... (Sabe que eu esqueci).*	Em um mês tem quantas semanas? Eu esqueci.	-informar	Esfera da informação

5.1.3 – Terceira sessão

A terceira sessão foi realizada no dia 17 de agosto de 2007 nas dependências do Laboratório de Ensino de Matemática da instituição sede da pesquisa, com duração de 1 hora e 15 minutos. Participaram da sessão a adolescente C e a pesquisadora 1.

Objetivos

Mediar e avaliar a observação da escrita do Sistema de Numeração Decimal após manipulação e observação de cédulas e moedas do Sistema Monetário Brasileiro;

Mediar e incentivar o registro dos cálculos mentais realizados com a manipulação de cédulas e de moedas;

Mediar e avaliar a observação dos procedimentos de cálculo utilizando os algoritmos-padrão das operações após o cálculo mental, tendo como referência a manipulação de cédulas e moedas do Sistema Monetário Brasileiro e a experiência de C em atividades de compra e venda;

Avaliar o uso de cédulas e de moedas no desenvolvimento de competências relacionadas à identificação de números inteiros e decimais e compreensão da posição da vírgula na escrita decimal;

Avaliar o desempenho de C diante de uma situação-problema, tendo como referência as habilidades e as dificuldades apresentadas na primeira e na segunda sessão.

Procedimentos

A adolescente foi convidada a ocupar uma das mesas do Laboratório de Ensino de Matemática e recebeu, digitada em folha de papel A4, *fonte times 12*, a mesma situação-problema apresentada na primeira e segunda sessão e transcrita abaixo:

> *Eu gosto muito de lanchar na cantina da minha escola, o que mais gosto é comer um salgado e tomar um refrigerante. O salgado custa R$ 0,80 e o refrigerante R$ 0,50. Para eu comprar este lanche todos os dias de aula do mês de maio vou precisar de X reais. Minha mesada é de R$ 40,00. Será que vai dar para comprar também um picolé que custa R$ 1,10 por dia? Se não der para comprar o picolé, para todos os dias de aula, para quantos dias daria?*

Colocamos em uma caixa sobre a mesa escolhida pela adolescente cédulas e moedas do Sistema Monetário Brasileiro (cédulas de 10 reais; 5 reais; 2 reais e 1 real; e moedas de R$ 1,00; R$ 0,50; R$ 0,25; R$ 10; R$ 0,05 e R$ 0,01), o calendário do mês de maio de 2007, lápis grafite e folhas em branco.

Solicitamos a ela que avaliasse sua participação na primeira e na segunda sessão; que usasse somente o lápis grafite para as suas notações, não fazendo uso da borracha, que observasse e manuseasse as cédulas e moedas presentes na caixa, que lesse a situação-problema e buscasse solucioná-la.

Resultados

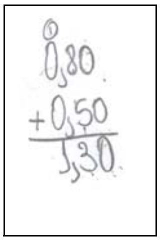
Solicitamos, inicialmente, a C que avaliasse sua participação na primeira e na segunda sessão do projeto de pesquisa, intitulado por ela, de “aulas de reforço”. Sua avaliação inicial foi a seguinte: *Eu fico pensando... Porque essa aula aqui me ajudou muito, né? Aí, esse bimestre... o bimestre... o primeiro bimestre na escola, eu não passei não. Aí, (com esse reforço) que eu estou tendo, eu passei.* Requisitamos que pontuasse, mais especificamente, quais atividades e/ou momentos das sessões ajudaram-na em suas atividades escolares. Para tanto, elaborou uma resposta curta destacando seu rendimento escolar e a avaliação de seu rendimento escolar por sua professora. *Eu tirei oito pontos. Depois, minha professora falou assim, “Olha, você está melhorando muito.” Eu falei assim, É, eu estou com reforço lá na faculdade.*

Insistimos nas perguntas e solicitamos a descrição das atividades realizadas no último encontro. C não respondeu à solicitação e fez o seguinte comentário: *Eu fiquei assim pensando... Porque já tinha no meu caderno, né? Tinha numa folha. Aí, eu peguei, eu cheguei em casa,, fiquei resolvendo... Meu tio falou... Meu tio até me ajudou... Falou assim, “Vou te ajudar a resolver.” E ele também não conseguiu!*

Ao final do comentário acima, avaliou a situação-problema como muito difícil e revelou que não terminou sua resolução no encontro passado. Avaliou tal fato como natural, visto que um familiar seu – com mais escolaridade do que ela – também não conseguiu resolvê-la. Observamos que C mostrou-se muito à vontade não só para a realização das avaliações, como também apresentou-se muito disposta e interessada em participar da terceira sessão.

Solicitamos, como na segunda sessão, que C lesse e resolvesse a situação-problema. Optamos, também, como na segunda sessão, em não apressar a resolução da situação-problema por entender que a compreensão do Sistema de Numeração Decimal e dos diferentes significados das quatro operações aritméticas era fundamental para o desenvolvimento de competências que a resolução da situação-problema exigia. Por isso, a atividade mediada foi construída ao longo da sessão tendo como parâmetros o tempo de resolução e as necessidades (cognitivas e afetivas) da adolescente.

A primeira notação produzida por C repete um procedimento apresentado na segunda sessão (ver notação 18), no qual ela soma o preço do salgado e do refrigerante e coloca o numeral um acima do zero e circula-o. Quando questionada a respeito de tal marca não responde e reage com longo silêncio, como destacado nos trechos 1 e 2.



Notação 25

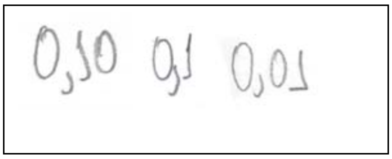
Interpretamos o silêncio de C como a confirmação da incompreensão da regra, fato já identificado nas sessões anteriores. Em função dessa constatação, solicitamos uma série de tarefas com o manuseio de moedas a fim de provocar em C a observação de que a marca em sua notação representava um real. *C eu preciso de quantas moedas dessas (mostra a moeda de dez centavos) para formar um real? Eu preciso de quantas moedas de um centavo para formar dez centavos?* (Trechos 4 a 21).

As respostas de C sinalizavam a construção do entendimento das diversas composições e decomposições possíveis entre moedas, *Eu não posso trocar dez moedas de dez centavos por duas moedas de vinte e cinco* (Trecho 9); *Porque vinte e cinco mais vinte e cinco dá cinqüenta... Vinte e cinco mais vinte e cinco cinqüenta... Cinqüenta mais cinqüenta, um real* (Trecho 13); destacavam suas dúvidas, *Dez moedas? (tom de dúvida) Sabia que eu (não sei contar) um centavo*? (Trecho 17) e comprovava o quanto o manuseio das moedas auxiliou-a em suas tomadas de decisão, *P1: E se a pessoa te falar assim, "Vinte centavos."... Você vai pagar com quantas moedas de um centavo?"; C: Duas. ((silêncio, observa as moedas)) Não, vinte moedas* (Trechos 20 e 21).

Durante toda a sessão, provocamos o cálculo mental, o manuseio das moedas seguido da notação, no papel, da operação aritmética realizada. Para tanto, ora incentivamos o cálculo mental, ora a notação, ora contrapomos o cálculo mental à notação, ora contrapomos a notação ao valor das moedas, ora comparamos notações.

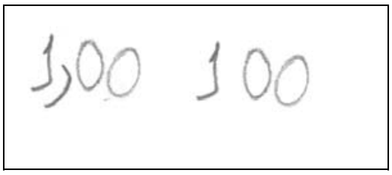
Evidenciamos, em muitos momentos da sessão, a competência de C para a realização de cálculos mentais e explicitamos tal competência para seu conhecimento como também para valorizá-la (Trechos 107, 119, 177, 180, 184, 202, 203, 213). Observamos, também, que C foi capaz de localizar sobre a mesa qualquer moeda e de pronunciar o seu valor. Tais competências não foram observadas na primeira sessão, mostraram-se incipiente na segunda e apresentam-se de modo decisivo nesta sessão, como indício positivo da atividade mediada realizada na primeira e segunda sessão.

Contudo, notamos que ela ainda se mostrava indecisa em produzir a escrita decimal dos valores um centavo, dez centavos e um real conforme se observa na notação a seguir, produzida em resposta à solicitação: *como se escreve um centavo?.*



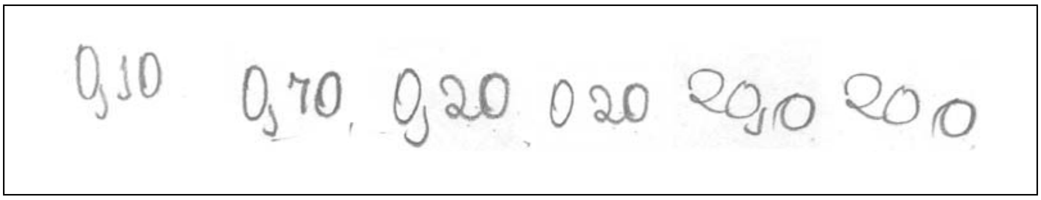
Notação 26

A partir de tal constatação, solicitamos a escrita de diferentes valores e a comparação entre essas escritas e seus valores monetários. Utilizamos, para tanto, uma observação de C sobre o "tamanho" (diâmetro) de cada moeda. Para ela, os diferentes "tamanhos" indicavam aumento do valor monetário da moeda. Aproveitamos tal observação para incentivá-la a observar as *marcas* (Koch e Soares, 2005) da escrita decimal: a quantidade de zero, a posição do zero ou dos zeros e a posição da vírgula (Trechos de 24 a 40). Para tanto, muitas perguntas foram formuladas e para todas elas a notação foi solicitada, *P1: Um real... Por que você colocou vírgula-zero-zero?; C: Eu coloco para separar, ((ri)) O um do zero* (Trechos 42, 43 e 45); *P1: Para separar o um do zero? E essa vírgula?... Por que você colocou essa vírgula?... Se você escrever assim, uma pessoa chega e lê quanto?((produz a mesma notação sem a vírgula)); C: (Pode ler) cem reais* (Trechos 46 e 47) e a notação a seguir.



Notação 27

Avaliamos que a interpretação da posição da vírgula na escrita decimal provocou muita reflexão em C, por isso a desafiamos colocando suas notações anteriores sob análise e pontuamos algumas contradições nessas escritas. *P1: Como que a gente escreve dez centavos? ((C produz a notação)) Agora você fez uma coisa diferente, não foi? Você colocou um zero antes da vírgula. Por quê; Como se escreve o preço do sonho de valsa?... ((C produz a notação)) Você usou a vírgula também? Você usou uma vírgula aqui, ó. Você colocou zero vírgula quanto? P1: Por que você colocou esse vinte aqui, depois do zero? O que será que isso significa? Observe o dinheiro. Aqui você tem vinte centavos, por exemplo, vinte... Você vai escrever vinte centavos, você coloca zero vírgula vinte. Porque não pode ser vinte vírgula zero?* (Trechos 48, 53,56 e 64). Em resposta a essas perguntas e a inúmeras outras, C produziu muitas notações – como destacado abaixo – ora com vírgula, ora sem vírgula e manuseou as cédulas e moedas repetidas vezes.



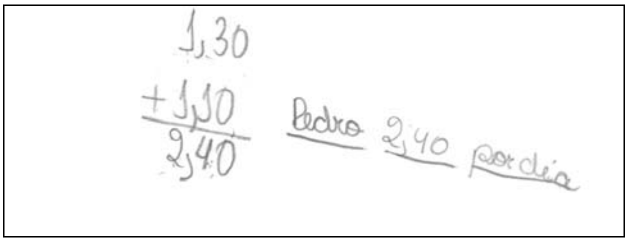
Notação 28

Observamos que as ações de manusear as cédulas e moedas, registrar o valor, observar a notação e manusear novamente as cédulas e moedas foram para C elementos de validação da exatidão ou não da escrita decimal produzida. E contribuiu, sobremaneira, para a compreensão dessa escrita e para identificá-la como extensão dos princípios do Sistema de Numeração Decimal (Trechos de 58 a 69).

Fica evidente, nesta sessão, o quanto respeitamos o tempo e as necessidades de C. Interpretamos que tal fato sinaliza que desenvolvemos novas competências desde a primeira sessão. Visto que na primeira e na segunda sessão tivemos dificuldades em respeitar esses tempos e angustiamo-nos com os inúmeros conceitos que se abriam diante da situação-problema. Conceitos estes que exigiam a compreensão de inúmeros outros numa espécie de “rede conceitual” de necessidades da adolescente sobre a qual não tínhamos nenhum controle e/ou previsão. Ademais, angustiamo-nos por perceber que, em nossa primeira análise, havíamos distanciado da resolução da situação-problema e do campo conceitual das estruturas multiplicativas – objetivo principal dessa pesquisa.

Tal evidência comprova-se pelo fato de retomarmos a resolução da situação-problema propriamente dita aos 36 minutos da sessão (Trecho 79). Observamos que, mesmo retomando a resolução da situação-problema, mantivemos perguntas referentes às trocas entre moedas e cédulas e à escrita decimal (Trechos 80 a 86), o que comprova a nossa decisão de trabalharmos em função das necessidades da adolescente e não das nossas “supostas” necessidades.

Notamos que C criou um personagem para a situação-problema e, em vários momentos da sessão, referiu-se a ele pelo nome de Pedro. Em nenhum momento, cerceamos essa opção da adolescente. Ao contrário passamos a partir de então a interagir com ela e seu personagem.

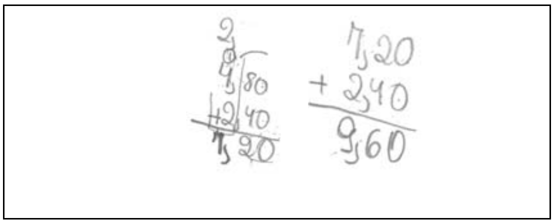


Notação 29

Novamente, como na primeira e na segunda sessão, ela apresentou dificuldade em interpretar a informação referente aos números de dias de aula do mês de maio presente no texto da situação. Tal dificuldade foi superada com mais autonomia do que na segunda sessão, assim que incentivamos o manuseio e a observação do calendário, como vemos nos trechos de 90 a 107.

C calculou o valor gasto para vinte e dois dias a partir da informação do valor gasto por dia, como destacado na notação anterior. Para tanto, usou os cálculos mentais e demonstrou muita competência na elaboração deles (Trechos 109 a 113). Como já destacamos anteriormente, mantivemos, para todos os cálculos mentais, a solicitação da notação, conforme se vê no trecho 121.

A notação a seguir exemplifica esse movimento (cálculo mental/notação) e nos mostra o quanto ele foi importante para a tomada de consciência dos cálculos realizados e para a compreensão das regras de cálculo a eles relacionados, incluindo a regra do “vai um” presente no discurso e nas notações de C desde a primeira sessão.

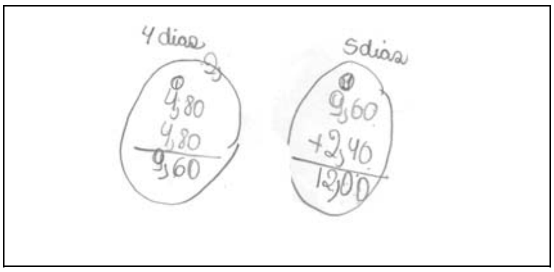


Notação 30

Utilizamos a notação à esquerda e as moedas de dez centavos e um real para incentivarmos C a observar as ações realizadas. Nosso intuito era provocar nela a compreensão de que ao somar oitenta centavos mais quarenta centavos ela encontraria cento e vinte centavos e que nesse caso, ela poderia trocar cem centavos por uma moeda de um real. E que essa troca explicaria a presença do numeral um sobre o numeral quatro na notação. Todo esse processo pode ser acompanhado nos trechos 115 a 130.

Insistimos nesse processo inúmeras vezes, mantendo o incentivo ao cálculo mental, depois solicitando a notação, em seguida, a análise da notação tendo como apoio as moedas. Tal fato aconteceu tantas vezes que C, ao observar a necessidade dos agrupamentos e das trocas entre as casas decimais, já iniciava a explicação não necessitando mais de nossa solicitação, o que pode ser visto nos trechos 135 a 138.

Observamos que a notação 31 foi produzida por C ao mesmo tempo em que ela explicava para si e para nós – em voz alta –, todas as ações realizadas. Avaliamos que esse momento demarca a compreensão de C da regra do “vai um”, como relatado nos trechos de 174 a 180.

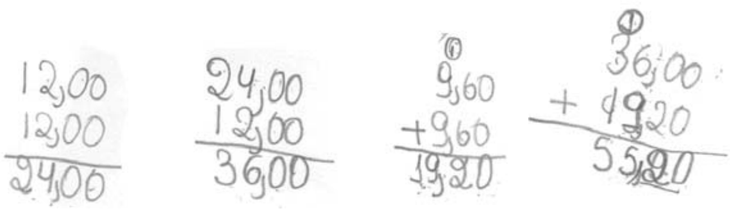


Notação 31

Notamos que a partir desse momento ela produziu rapidamente muitas notações e manteve o hábito de explicar todas as ações. Interpretamos que tais explicações foram muito mais para ela do que para nós. Como, por exemplo, quando ela dispôs os resultados obtidos na notação anterior no calendário em uso resumindo todas as ações já realizadas e indicando ações futuras.

Notação 32

A opção de somas sucessivas foi verbalizada por ela e logo empreendida como mostra a notação a seguir. *P1: Então vamos lá. Vamos ter que somar o quê com o quê aí?... A gente vai somar tudo de uma vez ou a gente vai somar por etapas? O que você acha? C: Por etapas; P1: Não tem diferença; C: Não. Porque, somando tudo, depois dá o mesmo resultado* (Trechos 185 a 188).

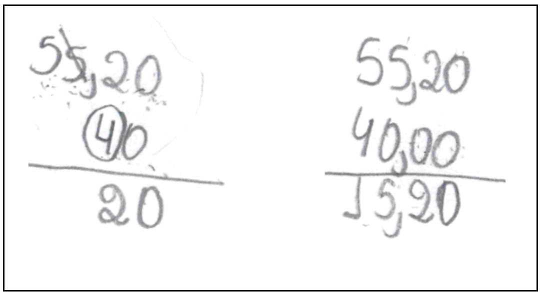


Notação 33

Assim que C encontrou o valor cinqüenta e cinco reais e vinte centavos, ela analisou a situação e disse: *(Ele não vai dar conta, com) a mesada dele, ( )... Não... Ele tem quarenta reais de mesada, ele vai ter que... ter mais quinze, né?(e vinte centavos)* (Trecho 189). Sua resposta rápida foi, novamente, encontrada por meio de cálculo mental. Insistimos com a solicitação da notação no papel, *P1: Nossa, fez rapidinho, hem? E cinqüenta e cinco reais e vinte centavos menos quarenta no papel? Quer colocar no papel? Qual é a conta que a gente quer fazer?*. E ela nos responde com uma solicitação, *C: Cinqüenta e cinco e vinte Menos... Até hoje eu não aprendi aquele negócio de pedir emprestado.*

A fala anterior de C constituiu um marco para a relação pesquisadora – adolescente uma vez que ela verbalizou a sua dificuldade em entender uma regra – os desagrupamentos e as trocas entre as casas decimais exigidos para a utilização do algoritmo-padrão da subtração. Interpretamos que o seu entendimento da regra do "vai um" motivou-a a expor uma dificuldade e, em função disso avaliamos que aproximávamos do momento ideal para provocarmos o entendimento de mais uma regra.

Novamente, solicitamos a notação, a análise da notação e a observação das cédulas e moedas. Com isso ela percebeu que a notação em questão tratava-se de uma subtração *sem pedir emprestado* termo usado por ela. E produziu a notação a seguir.



Notação 34

A notação anterior revelou-nos, ainda, a dificuldade de a adolescente lidar com a escrita decimal. Dificuldade esta que somente foi superada, nesse momento, pela comparação de resultados já obtidos por meio do cálculo mental e do manuseio de cédulas de moedas (Trechos 205 a 213). Ao final da sessão, a adolescente concluiu que o seu personagem Pedro teria condições de comprar o picolé por apenas onze dias, como mostram os trechos finais.

Tabela V: Análise da terceira sessão

Transcrições	Proposições	Atos da Fala	Categorias dos Atos da Fala
TRECHO 1 **C:** *Os... oitenta centavos do salgado e os cinqüenta do refrigerante... Aí, eu somei e deu um e trinta.*	Eu somei oitenta centavos do salgado e os cinqüenta do refrigerante e encontrei um e trinta.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 2 **P1:** *E o que é esse unzinho que você colocou aí em cima?*	O que é esse unzinho que você escreveu em cima do zero?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 3 **C:** *Éh:: ((silêncio))*	((não responde))		
TRECHO 4 **P1***:* *C, uma pergunta... Eu preciso de quantas moedas dessa aqui para formar um real?*	C, eu preciso de quantas moedas dessas ((mostra a moeda de dez centavos)) para formar um real?	-exemplificar (EXE)	Esfera da informação
TRECHO 5 **C:** *Éh:: dez?*	Eu preciso de dez moedas.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 6 **P1:** *Quer colocá-las aí, juntinhas, para eu ver? Vamos abrir aqui uma idéia... Então, com dez moedas de dez, eu formo quanto?*	Coloque-as juntinhas para eu ver. Vamos pensar juntas. Com dez moedas de dez centavos eu formo quanto?	-propor -se engajar -incitar	Esfera acional
TRECHO 7 **C:** *Um real.*	Com dez moedas de dez centavos você forma um real.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 8 **P1:** *Um real. Ok... Se eu estiver fazendo alguma conta, alguma coisa, eu posso, por exemplo, substituir essas moedas aqui... Eu posso trocar essa moeda aqui por duas de vinte e cinco? ((mostra um monte com dez moedas de dez centavos))*	Com dez moedas de dez centavos eu formo um real. Em alguma situação eu posso trocar essa moeda aqui por duas de vinte e cinco?	-confirmar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 9 **C:** *Não.*	Eu não posso trocar essa moeda por duas moedas de vinte e cinco.	-retificar	Esfera da informação
TRECHO 10 **P1:** *Se eu quiser trocar por moedas de vinte e cinco centavos, eu vou ter de trocar por quantas?*	Para a troca, eu preciso de quantas moedas de vinte e cinco centavos?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 11 **C:** *Por cinco. Não, por quatro.*	Você precisará de cinco. Não. Na verdade você precisará de quatro.	-informar -retificar	Esfera da informação
TRECHO 12 **P1:** *Por que por quatro?*	Por que você precisará de quatro?	-incitar	Esfera acional

TRECHO 13 **C:** *Porque vinte e cinco mais vinte e cinco dá cinqüenta... Vinte e cinco mais vinte e cinco cinqüenta... Cinqüenta mais cinqüenta, um real.*	Porque vinte e cinco mais vinte e cinco é igual a cinqüenta. Cinqüenta mais cinqüenta é igual a um real.	-informar -exemplificar (EXE)	Esfera da informação
TRECHO 14 **P1:** *ok... Então, se eu quiser trocar por moedas de vinte e cinco, eu gastarei quatro... E se eu quiser trocas por moedas de um real... Eu precisarei de quantas moedas?*	Está correto. Se eu quiser trocar por moedas de vinte e cinco eu gastarei quatro. Se eu quiser trocar por moedas de um real eu precisarei de quantas moedas?	-cumprimentar -confirmar -incitar	Esfera da interação Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 15 **C:** *Uma.*	Eu precisarei de uma moeda de um real.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 16 **P1:** *Vou comprar alguma coisa, alguma coisa custa dez centavos... Só que eu só tenho moedas de um centavo. Precisarei de quantas moedas?*	Comprarei algo com moedas de um centavo. Eu precisarei de quantas moedas de um centavo para formar dez centavos?	-informar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 17 **C:** *Dez moedas? ((tom de dúvida))* *Sabia que eu (não sei contar) um centavo?* *Uma, duas, três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove, dez, onze. ((diz em voz alta contando as moedas))*	Você precisará de dez moedas de um centavo. Eu não sei contar um centavo.	-informar -tomar posição	Esfera da informação Esfera da avaliação
TRECHO 18 **P1:** *O que você já comprou que custou centavos? Será que tem alguma coisa que custa cinco centavos?*	O que você já comprou que custou centavos? Tem algum produto que custa cinco centavos?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 19 **C:** *Uma bala.*	Uma bala custa cinco centavos.	-exemplificar (EXE)	Esfera da informação
TRECHO 20 **P1:** *E se a pessoa disser assim, "Vinte centavos."... Você vai pagar com quantas moedas de um centavo?*	Para pagar vinte centavos você precisará de quantas moedas de um centavo?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 21 **C:** *Duas. ((silêncio)) Não, vinte moedas.*	Para pagar vinte centavos eu preciso de duas moedas de um centavo. Está errado. Na verdade, eu precisarei de vinte moedas de um centavo.	-informar -retificar	Esfera da informação
TRECHO 22 **P1:***Vinte moedas... Ok... Agora, como se escreve um centavo?*	Você precisará de vinte moedas de um centavo. Como se escreve um centavo?	-confirmar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 23			

C: *((produz duas notações)) ((mostra-se em dúvida))*			
TRECHO 24 **P1:** *Como se escreve um centavo?* *O que está acontecendo, hem? Daqui para cá, e daqui para cá? ((aponta para as diferentes moedas sobre a mesa – moedas de um centavo, dez centavos, um real))*	Como se escreve um centavo? O que está acontecendo com essas moedas?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 25 **C:** *Aqui tem... Dez centavos (aqui).*	Aqui dez centavos.	-exemplificar (EXE)	Esfera da informação
TRECHO 26 **P1:** *E todo esse monte tem quanto? ((aponta para o monte com dez moedas))*	E ao todo você tem quanto?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 27 **C:** *Um real.*	Tem um real.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 28 **P1:** *E se eu começar a colocar aqui dez moedas de um real? Eu vou ter quanto aqui? ((aponta para o monte de moedas de um real))*	Dez moedas de um real é igual a quanto?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 29 **C:** *Dez reais.*	Dez moedas de um real é igual a dez reais.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 30 **P1:** *Dez reais. E se eu começar a colocar aqui notas de dez reais? Dez notas de dez reais. Eu vou ter quanto?*	Dez moedas de um real é igual a dez reais. Dez notas de dez reais é igual a quanto?	-confirmar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 31 **C:** *Cem reais.*	Dez notas de dez reais juntas é a cem reais.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 32 **P1:** *O que está acontecendo... Daqui para cá, daqui para cá, daqui para cá? ((aponta para os diferentes montes de moedas e notas))*	O que está acontecendo?	-exortar	Esfera acional
TRECHO 33 **C:** *Está aumentando, né? O dinheiro.*	O dinheiro está aumentando.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 34 **P1:** *E está aumentando de quanto em quanto?*	O dinheiro está aumentando. O dinheiro está aumentando de quanto em quanto?	-confirmar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 35 **C:** *De dez, um real, de (dois)...*	Está aumentando de dez, de um real e de dois.	-exemplificar (EXE)	Esfera da informação
TRECHO 36	Daqui para cá aumentou quanto?	-incitar	Esfera acional

P1: *Então, daqui para cá aumentou quanto? Porque, aqui eu tinha dez centavos. Aqui, eu precisei de dez para fazer dez centavos. Aqui, eu precisei de dez moedas de dez centavos para fazer quanto? ((aponta para os diferentes montes))*	Aqui eu precisei de dez moedas para fazer dez centavos. Aqui eu precisei de dez moedas de dez centavos para formar quanto?	-exemplificar (EXE) -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 37 **C:** *Um real.*	Eu precisei de dez moedas de dez centavos para formar um real.	-exemplificar (EXE)	Esfera da informação
TRECHO 38 **P1:***Um real... E aqui, eu vou precisar de quantas moedas de um real para fazer dez reais?*	Eu precisei de dez moedas de dez centavos para formar um real. Vou precisar de quantas moedas de um real, para fazer dez reais?	-confirmar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 39 **C:** *Dez reais? (Dez moedas).*	Precisarei de dez moedas.	-exemplificar (EXE)	Esfera da informação
TRECHO 40 **P1:***Vou precisar de dez moedas. Ok... Agora, escrever é o que a gente precisa, não é? Como será que eu escrevo um real? De que forma você escreve um real? Parece que eu já vi, até, você escrever um real...*	Precisarei de dez moedas. Agora precisamos escrever. Como se escreve um real? Eu já observei você escrever um real.	-confirmar -propor -incitar -informar	Esfera da informação Esfera acional Esfera da informação
TRECHO 41 **C:** *Assim? ((produz a notação))*	Um real escreve desse modo.	-exemplificar (EXE)	Esfera da informação
TRECHO 42 **P1:** *Um real... Por que você colocou vírgula-zero-zero?*	Por que você colocou vírgula-zero-zero?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 43 **C:** *Eu coloco para separar.*	Eu coloco vírgula-zero-zero para separar.	-exemplificar (EXE)	Esfera da informação
TRECHO 44 **P1:** *Para separar o quê do quê?*	Para separar o quê?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 45 **C:** *((ri)) O um do zero.*	Para separar o um do zero.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 46 **P1:** *Para separar o um do zero? E essa vírgula?... Por que você colocou essa vírgula?... Se você escrever assim, C. Uma pessoa chega e lê quanto? ((produz a mesma notação sem a vírgula))*	Para separar o um do zero? Por que você colocou a vírgula? Se escrevermos sem a vírgula, uma pessoa lerá como?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 47 **C:** *(Pode ler) cem reais.*	A pessoa pode ler cem reais.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 48 **P1:** *De que forma a gente escreve dez centavos?*	Como se escreve dez centavos? Você escreveu diferente.	-incitar -informar	Esfera acional Esfera da informação

((C produz a notação)) *Agora você fez uma coisa diferente, não foi? Você colocou um zero antes da vírgula. Por que será?... O que é maior... Essa moeda...? Quem tem... Quem paga mais? Qual moeda tem maior valor? Essa moeda ou essa moeda?* *((mostra as moedas de dez centavos e de um real))*	Você escreveu um zero antes da vírgula. Por que você escreveu um zero antes da vírgula? Qual moeda tem maior valor?		
TRECHO 49 **C:** *Essa moeda. ((aponta para a moeda de um real))*	A moeda com maior valor é a de um real.	-exemplificar (EXE)	Esfera da informação
TRECHO 50 **P1:** *Você já viu, quando você vai ao supermercado ver um preço? Então, vamos pensar aqui... Você chegou lá, aí viu alguma coisa, um bombom, por exemplo, um sonho de valsa? E o sonho de valsa custa quanto?*	Você foi ao supermercado. Vamos pensar juntas. Você foi ao supermercado e viu um bombom. O bombom era um sonho de valsa. Um sonho de valsa custa quanto?	-informar -propor -informar -incitar	Esfera da informação Esfera acional Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 51 **C:** *Oitenta centavos.*	Um sonho de valsa custa oitenta centavos.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 52 **P1:** *Oitenta? Vamos imaginar um lugar mais em conta, onde ele custa setenta centavos. Como se escreve o preço do sonho de valsa?... ((C produz a notação)) Você usou a vírgula também? Você usou uma vírgula aqui, ó. Você colocou zero vírgula quanto?*	O sonho de valsa custa setenta centavos. Como se escreve esse preço? Você usou a vírgula. Você colocou zero vírgula quanto?	-informar -incitar -informar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 53 **C:** *Setenta.*	Eu escrevi zero vírgula setenta.	-exemplificar (EXE)	Esfera da informação
TRECHO 54 **P1:** *E, se o sonho de valsa, num lugar caro, custar um real?... ((C produz a notação))* *Você colocou a vírgula depois do um. E, aqui, você colocou a vírgula, ó,... Antes da vírgula aqui, você colocou um zero.*	Se o preço for um real, como se escreve? Você colocou a vírgula depois do um. Na notação anterior você colocou um zero antes da vírgula.	-incitar -desafiar	Esfera acional Esfera da interação
TRECHO 55 **C:** *Foi.*	Na notação anterior, eu coloquei um zero antes da vírgula.	-justificar	Esfera da avaliação
TRECHO 56 **P1:** *Esse valor aqui, zero vírgula setenta, ele é menor ou ele é maior que um real?*	Zero vírgula setenta é menor ou maior que um real?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 57 **C:** *Menor.*	Zero vírgula setenta é menor que um real.	-informar	Esfera da informação

TRECHO 58 **P1:** *Esse valor aqui, zero vírgula dez, ele é maior ou menor... Que um real?*	Zero vírgula dez é menor ou maior que um real?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 59 **C:** *Menor.*	Zero vírgula dez é menor que um real.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 60 **P1:** *Menor... Tanto aqui como aqui, você colocou a vírgula. ((aponta para as notações))* *Por que será, hem? Aqui você já colocou uma vírgula zero, você já colocou a vírgula depois do um... E se você fosse escrever vinte centavos? Como você escreveria vinte centavos?... Vinte centavos. E aí você foi e colocou a vírgula aqui também, né? O que será que está acontecendo, hem? Como que a gente pode explicar essa vírgula aí? Por que tem escrita que você coloca o zero, depois que você coloca a vírgula... E tem escrita que não, que você coloca o número primeiro, depois que você coloca a vírgula?... O que será que está acontecendo, C?*	Zero vírgula dez é menor que um real. Você escreveu zero vírgula tanto na escrita de setenta centavos quanto na de dez centavos. O que está acontecendo? Como explicar a presença da vírgula? Por que em uma escrita você coloca zero vírgula e em outra você coloca número vírgula?	-confirmar -explicitar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 61 **C:** *Não é para separar não?*	Eu uso para separar. Não é não?	-informar	Esfera da informação
TRECHO 62 **P1:** *Para separar o quê?*	Você usa a vírgula para separar o que?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 63 **C:** *O zero do vinte.*	Uso a vírgula para separar o zero do vinte.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 64 **P1:** *E o que significa separar? Por que a gente tem de colocar a vírgula?Por que você colocou esse vinte aqui, depois do zero? O que será que isso significa?... No dinheiro aqui... olhando até pensando no dinheiro? Ó, aqui você tem vinte centavos, por exemplo, vinte... Você vai escrever vinte centavos, você coloca zero vírgula vinte. Porque não pode ser assim vinte vírgula zero?*	O que significa separar? Por que precisamos separar? Por que você escreveu o vinte depois do zero? Olhe para as moedas. Por que não pode ser vinte vírgula zero?	-incitar -propor	Esfera acional
TRECHO 65 **C:** *Eu acho que vai ser vinte reais. ((dúvida))*	Vinte vírgula zero será vinte reais.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 66 **P1:** *Vinte reais? uhm::... Então, esse zero aqui... Ele está*	Vinte vírgula zero será vinte reais. O que o zero indica para nós, C?	-confirmar -incitar	Esfera da informação Esfera acional

indicando o quê para nós, hem, C?			
TRECHO 67 **C:** *Vinte centavos.*	O zero indica vinte centavos.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 68 **P1:** *Ele indica que esse número aqui, ele é que número, então... Comparado com um real, por exemplo? (ele é maior ou ele é menor)?*	Ele indica que esse número comparado com um real será maior ou menor?	-complementar -incitar	Esfera da interação Esfera acional
TRECHO 69 **C:** *Menor.*	Será menor.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 70 **P1:** *Ele é menor. Aqui, quando você foi colocar o oitenta centavos, você fez a mesma coisa, né? Você colocou o zero e depois vírgula oitenta. Então, o valor do salgado é maior ou menor que um real?*	Vinte centavos é menor que um real. Para escrever oitenta centavos você usou o zero vírgula. O valor do salgado é menor ou maior que um real?	-confirmar -explicitar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 71 **C:** *Ele é menor.*	O valor do salgado é menor que um real.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 72 **P1:** *Ele é menor. Ok... Para completar um real aqui, faltam quantas moedas para completar um real?*	O valor do salgado é menor que um real. Quanto falta para completar um real?	-confirmar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 73 **C:** *Vinte centavos.*	Faltam vinte centavos.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 74 **P1:** *Qual moeda que é?... Mostra-me em moedas o que está faltando. ((C mostra as moedas))*	Qual é a moeda? Pegue as moedas.	-incitar -propor	Esfera acional
TRECHO 75 **P1:** *Como você escreve um centavo?*	Como você escreve um centavo?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 76 **C:** *Aí (eu já coloco) assim. ((produz a notação))*	Eu coloco assim.	-exemplificar (EXE)	Esfera da informação
TRECHO 77 **P1:** *Ah, você coloca mais um zero!... Esse é um centavo?*	Você coloca mais um zero na escrita de um centavo?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 78 **C:** *(Uhum).*	Eu coloquei mais um zero na escrita de um centavo.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 79 **P1:** *É zero vírgula zero um... Tá. Aí, se você for pegar aqui, qual moeda você vai pegar? ((C mostra a moeda de um*	Qual é a moeda de um centavo? Você está correta. Vamos para o nosso problema.	-incitar -cumprimentar -propor	Esfera acional Esfera da interação Esfera acional

centavo)) (Essa aí) Ok... Vamos continuar, então, no nosso... no nosso problema? A primeira conta deu quanto?	A primeira conta deu quanto?	-incitar	
TRECHO 80 **C:** *Eu somei um e trinta do lanche... Mais um e dez do picolé. Dois e quarenta.*	Eu somei um e trinta do lanhe, mais um e dez do picolé. O resultado deu dois e quarenta.	-informar -exemplificar (EXE)	Esfera da informação
TRECHO 81 **P1:** *Dois e quarenta. Falta quanto para três reais?*	O resultado deu dois e quarenta. Falta quanto para três reais?	-confirmar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 82 **C:** *Sessenta centavos.*	Faltam sessenta centavos.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 83 **P1:** *Sessenta centavos. Ok. Se eu for escrever sessenta centavos usando uma moeda de cinqüenta, como que eu formo sessenta centavos? Uma de cinqüenta e uma de?*	Faltam sessenta centavos. Sessenta centavos é o mesmo que uma moeda de cinqüenta e uma de?	-confirmar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 84 **C:** *De dez.*	Sessenta centavos é o mesmo que uma moeda de cinqüenta e uma de dez centavos.	-informar -exemplificar (EXE)	Esfera da informação
TRECHO 85 **P1:** *E com moedas de um centavo... Ia precisar de quantas, para fazer sessenta centavos?*	Quantas moedas de um centavo são necessárias para formar sessenta centavos?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 86 **C:** *Sessenta?... (dez, vinte)... sessenta moedas. ((observa as moedas sobre a mesa))*	São necessárias sessenta moedas.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 87 **P1:** *O que você está pensando aí agora? Você fez algo diferente agora, o que você pensou?*	O que está pensando? Você fez algo diferente? O que pensou para fazer?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 88 **C:** *Estou somando... Que agora vou somar o lanche todo, né? Deu dois e quarenta. (Aí, eu vou somar)... Não, vou diminuir (por) quarenta reais, que é a mesada dele.*	Vou somar o lanche todo. Está errado. Não vou somar o lanche todo. Vou diminuir de quarenta reais que é a mesada dele.	-informar -retificar	Esfera da informação
TRECHO 89 **P1:** *Ele quer lanchar quantos dias, C?*	C, ele quer lanchar quantos dias?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 90 **C:** *Quantos dias? Deixa eu ver... Quer lanchar todos os dias. (Todos os dias) ( )... Quer lanchar todos os dias do mês de*	Preciso olhar. Ele quer lanchar todos os dias. Ele quer lanchar todos os dias do mês de maio.	-informar	Esfera da informação

maio.			
TRECHO 91 **P1:** *Todos os dias do mês de maio. E maio? Tem quantos dias?*	Ele quer lanchar todos os dias do mês de maio. O mês de maio tem quantos dias?	-confirmar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 92 **C:** *Trinta e um?*	O mês de maio tem trinta e um dias?	-informar	Esfera da informação
TRECHO 93 **P1:** *Maio tem trinta e um... Você lancha todos os dias na escola? Sábado e domingo? O que o problema fala?*	O mês de maio tem trinta e um dias. Você lanha todos os dias na escola? Você lancha na escola sábado e domingo? O que o problema fala?	-confirmar -incitar -propor	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 94 **C:** *"Ele quer lanchar por todos os dias de aula do mês de maio."*	O problema fala que ele quer lanchar todos os dias de aula do mês de maio.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 95 **P1:***Todos os dias de aula... São trinta e um dias?*	Todos os dias de aula do mês de maio são trinta e um dias?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 96 **C:** *(São).*	Todos os dias de aula do mês de maio são trinta e um dias.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 97 **P1:***Todos os dias de aula?*	Todos os dias de aula do mês de maio são trinta e um dias?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 98 **C:** *((silêncio))*			
TRECHO 99 **P1:** *Você olhou aqui no calendário, você falou que tem trinta e um dias, concorda?*	Você observou o calendário e falou trinta e um dias. Você concorda que foi isso que fez?	-explicitar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 100 **C:** *Foi.*	Eu concordo.	-tomar posição	Esfera da avaliação
TRECHO 101 **P1:** *Mas o que são esses... Olha só, não está aí, riscado diferente? O que é isso, esse dia primeiro aí, por exemplo?*	Observe o calendário. No calendário temos dias marcados de modo diferente. O dia primeiro é um exemplo.	-propor -informar -exemplificar (EXE)	Esfera acional Esfera da informação
TRECHO 102 **C:** *É feriado.*	O dia primeiro é um feriado.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 103 **P1:** *E aí, você acha que esse dia primeiro entra ou não na nossa*	O dia primeiro entra ou não na nossa conta?	-incitar	Esfera acional

conta?			
TRECHO 104 **C:** *Não. Não, eu acho que não... Porque não teve aula.*	Eu acho que não entra. Eu acho que não entra porque não teve aula.	-informar -exemplificar (EXP)	Esfera da informação
TRECHO 105 **P1:** *Não teve aula, então ele não vai lanchar. Será que tem mais algum dia aí que fica fora?* *((C observa o calendário por muito tempo))*	No dia primeiro não teve aula. No dia primeiro não teve aula e por isso não vai lanchar. Tem mais algum dia que ficará de fora?	-explicitar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 106 **C:** *Aí, vou ter que tirar os final de semana. (Ia) ficar... Vinte e dois dias.*	Vou tirar os finais de semana. O mês de maio tem vinte e dois dias de aula.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 107 **P1:** *Ok, C, vinte e dois dias... Uhum... O que você fez agora aí? Você já fez alguma coisa nova aí... C, você reparou que hoje você está extremamente rápida para fazer cálculos? Toda hora, eu pisco, e você já fez uma coisa nova. O que você fez aí?*	O mês de maio tem vinte e dois dias de aula. O que você fez agora? C, observou como está rápida hoje nos cálculos? O que você fez?	-confirmar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 108 **P1:** *Tá, então, a pessoa quer gastar dois e quarenta por dia, tá. E aí, você já descobriu aqui no calendário que o mês de maio tem 22 dias de aula. Então, em um dia, ele quer gastar dois e quarenta, não é? Em dois dias?*	Uma pessoa quer gastar dois e quarenta por dia. Você descobriu que o mês de maio tem vinte e dois dias de aula. Em um dia ele gasta dois e quarenta. Em dois dias quanto ele gastará?	-informar -explicitar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 109 **C:** *Em dois dias ele vai gastar quatro e oitenta.*	Em dois dias ele gastará quatro e oitenta.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 110 **P1:** *Quatro e oitenta... Em três dias? Uma semana, será que ele vai gastar quanto?... Quer usar as moedas? É. Vamos pensar em uma semana? Aí já facilita para nós... Então, aqui já tem três dias? Dois e quarenta com dois e quarenta?*	Em dois ele gastará quatro e oitenta. Em três dias ele gastará quanto? Em uma semana ele gastará quanto? Dois e quarenta mais dois e quarenta é igual a?	-confirmar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 111 **C:** *quatro e oitenta.*	Dois e quarenta mais dois e quarenta é igual a quatro e oitenta.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 112 **P1:** *Você fez inclusive essa conta "de cabeça". Você viu? Dois e quarenta com dois e quarenta você fez "de cabeça".*	C, você percebeu que fez essa última conta "de cabeça".	-explicitar	Esfera da informação
TRECHO 113 **C:** *Mais dois e quarenta. Sete e vinte.*	Quatro e oitenta mais dois e quarenta é igual a sete e vinte.	-informar	Esfera da informação

TRECHO 114 **P1:** *Sete e vinte? Mostra-me como que você fez.*	Quatro e oitenta mais dois e quarenta é igual a sete e vinte. Mostre-me como você fez?	-confirmar -propor	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 115 **C:** *Zero, aqui deu zero... ... O oito... Oito mais quatro, deu doze... Mais quatro... Mais dois... ((C mostra a notação))*			
TRECHO 116 **P1:** *Ah! de novo você colocou aquela bolinha lá em cima e o um... É isso aqui que eu quero entender como que você está fazendo... Aqui, você colocou oitenta mais quarenta e aí, de repente, você colocou o um lá em cima... Vamos colocar (em cima) de dez centavos? Vamos deixar isso aqui separado... Eu quero entender isso aqui que você fez, ó. Então, você pegou oitenta... Vamos pegar oitenta em moedas de dez... Vamos pegar oitenta em moedas de dez, eu quero entender esse um que você coloca lá em cima, C.*	Novamente você usa a bolinha com o um dentro. Eu quero entender o que você faz. Você somou oitenta centavos mais quarenta centavos. Vamos fazer a soma usando moedas.	-explicitar -propor	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 117 **C:** *Dez, vinte, trinta, quarenta, cinqüenta, sessenta, setenta, oitenta, noventa... Um, um e dez, um e vinte.* *((c descreve o processo com as moedas))*			
TRECHO 118 **P1:** *Olha só o que você fez. Você coloca o vinte aqui... E você manda um para cá. Esse um que você mandou para cá, o que é eles?*	Observe o que você fez. Você coloca o vinte aqui e envia o um para cá. Quem é esse um?	-exortar -explicitar -incitar	Esfera acional Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 119 **C:** *((ri)) ((mostra-se em dúvida))*			
TRECHO 120 **P1:** *O vinte, tudo bem, ó, o vinte, eu vou pegar ele pra mim, está aqui o vinte... E, o que você fez com esse monte de moeda? Você jogou fora?*	O vinte eu entendi. O que você fez com as moedas? Você jogou as moedas fora?	-tomar posição -incitar	Esfera da avaliação Esfera acional
TRECHO 121 **C:** *Não.*	Eu não joguei as moedas fora.	-contestar	Esfera da interação
TRECHO 122 **P1:** *Na sua conta aqui, onde é que foi parar esse monte de moeda? O vinte, eu estou vendo, está aqui, ó... E esse monte de*	Mostre-me nos cálculos onde ficou o monte de moedas. O vinte eu vejo.	-propor -tomar posição	Esfera acional Esfera da avaliação

moeda?			
TRECHO 123 **C:** *Foi porque eu somei oito mais quatro, que deu doze. Aí, subiu um para cá.*	Eu somei oito mais quatro e encontrei doze. Subi o um para cá.	-informar -exemplificar (EXP)	Esfera da informação
TRECHO 124 **P1:** *Você subiu esse um para cá. Só que esse um, que você está falando que o colocou ele aqui, nas moedas, ele é um monte de moeda de dez centavos.*	Você subiu o um. O um do qual você fala não é um é um monte de moedas.	-desafiar	Esfera da interação
TRECHO 125 **C:** *Um real?*	O um é na verdade um real?		
TRECHO 126 **P1:** *É um real... O que esse um real aqui tem a ver com esse unzinho que você colocou aí em cima, será?*	O um é na verdade um real. O unzinho que você escreveu tem alguma relação com esse um real?	-confirmar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 127 **C:** *É (que eu, colocando) aqui em cima, aí, depois eu vou somar ele junto com esse aqui, ó.*	Eu o somarei com esse aqui.	-exemplificar (EXP)	Esfera da informação
TRECHO 128 **P1:** *Ah::, e, quando ele está aqui... Então, ele é dez centavos ou ele é um real, quando esse um está aqui em cima?*	Quando você coloca o um aqui em cima, ele é dez centavos ou um real?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 129 **C:** *Ele é um real.*	O unzinho que eu coloco aqui em cima é um real.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 130 **P1:** *Ele é um real? Ah! Bom, C. Agora parece que a gente está entendendo esse um, não está não? Toda vez que ele aparecer agora, a gente vai parar para pensar nele um pouquinho, tudo bem? Em três dias, nós já temos?*	O unzinho que você coloca aqui em cima é um real. Entendemos um pouco do unzinho. Todas as vezes que ele aparecer pensaremos um pouco mais. Em três dias já temos quanto?	-confirmar -tomar posição -incitar	Esfera da informação Esfera da avaliação Esfera acional
TRECHO 131 **C:** *Sete e vinte.*	Em três dias já temos sete e vinte.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 132 **P1:** *Sete e vinte, ok... Então vamos lá... Vamos seguir? A nossa meta é colocar cinco dias. Sete e vinte mais dois e quarenta dá quanto? Vai ter a história do unzinho lá.*	Em três dias já temos sete e vinte. Nossa meta é calcular o valor gasto para cinco dias. Sete e vinte mais dois e quarenta é igual a quanto? Nesse caso teremos o unzinho?	-confirmar -propor -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 133	Nesse caso não teremos o unzinho.	-informar	Esfera da informação

C: *Não. Nove e sessenta.*			
TRECHO 134 **P1:** *Então vamos lá... Mais dois e quarenta.*	Vamos continuar. Nove e sessenta mais dois e quarenta.	-propor	Esfera acional
TRECHO 135 **C:** *Tem unzinho.*	Na soma de nove e sessenta mais dois e quarenta teremos o unzinho.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 136 **P1:** *Tem unzinho? Aha! Agora eu quero ver. ((ri)) Como você fez?*	Quero ver como você fará agora. Como você fez?	-desafiar	Esfera da interação
TRECHO 137 **C:** *Somei, aqui deu zero... Seis mais quatro deu dez.*	Somei aqui e encontrei zero. Seis mais quatro é igual a dez.	-exemplificar (EXP)	Esfera da informação
TRECHO 138 **P1:** *Vamos lá... Vamos de novo, esse unzinho aí, a gente tem de entender ele... Sessenta... Toda hora ele aparece... Aqui tem sessenta, aí, você juntou com?*	Temos de entender esse unzinho. Toda hora ele aparece nos cálculos. Você juntou sessenta com quanto?	-propor -explicitar -incitar	Esfera acional Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 139 **C:** *Quarenta.*	Eu juntei sessenta com quarenta.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 140 **P1:** *Quarenta? Cadê quarenta? Ok, quarenta. Aí, quando você junta isso aqui tudo, dá quanto?*	Quando você soma, que resultado encontra?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 141 **C:** *Sessenta, setenta, oitenta, noventa; um real.*	Eu juntei sessenta com quarenta e encontrei um real.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 142 **P1:** *Um real. Aí, o que você fez aqui na conta? Você não escreveu um real aqui, você escreveu o que aqui?*	O que você fez na conta? Você não escreveu um real? Você escreveu o quê?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 143 **C:** *Um zero.*	Eu escrevi um zero.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 144 **P1:***Um zero. E, mandou esse um para cá.*	Você escreveu um zero. Você mandou o um para cá.	-confirmar -explicitar	Esfera da informação
TRECHO 145 **C:** *Para cima.*	Eu mandei o um para cima.	-confirmar	Esfera da informação
TRECHO 146 **P1:** *Esse um aqui então, ele é o quê?*	O que esse um aqui em cima é?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 147 **C:** *Ele (dá) um real.*	O um que eu coloquei aqui em cima ele é um real.	-exemplificar (EXP)	Esfera da informação
TRECHO 148	O um que você colocou aqui em cima ele é um real.	-confirmar	Esfera da informação

P1: *Ele é um real? Aí, ele junta aqui com esse nove. Esse nove aqui, ele é o quê?*	Você somou um real com esse nove. Esse nove que aparece aqui ele é o quê?	-explicitar -incitar	 Esfera acional
TRECHO 149 **C:** *Nove reais.*	O nove que aparece na conta é nove reais.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 150 **P1:** *Então, C, com isso a gente concluiu o quê?*	O que concluímos?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 151 **C:** *Que ele gasta em uma semana doze reais.*	Concluímos que ele gasta doze reais em uma semana.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 152 **P1:** Doze reais em uma semana de aula.	Em uma semana de aula, ele gasta doze reais.	-confirmar	Esfera da informação
TRECHO 153 **C:** *E são vinte e dois dias.*	E temos ao todo vinte e dois dias.	-complementar	Esfera da interação
TRECHO 154 **P1:** *São vinte e dois dias de aula. E agora? Dá uma idéia para gente. Olha só, aqui, o que a gente fez?*	São vinte e dois dias de aula. Como fazer agora? Você tem uma sugestão? Observe o que já fizemos. O que já fizemos?	-confirmar -incitar -propor	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 155 **C:** *Somou...*	Nós somamos.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 156 **P1:** *Então, o que a gente pode fazer? Vamos olhar aqui no calendário, ó... Em cinco dias, ele gasta doze reais... O que tem aí cinco dias? Vamos ver... Qual a semana aí que tem cinco dias de aula?*	O que podemos fazer? Observe o calendário. Já descobrimos que ele gasta doze reais em cinco dias. Observe no calendário as semanas com cinco dias.	-incitar -propor -explicitar -propor	Esfera acional Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 157 **C:** *Semana?*	A semana que tem cinco dias?		
TRECHO 158 **P1:** *Qual semana que tem cinco dias de aula?*	Qual a semana no calendário tem cinco dias de aula?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 159 **C:** *Essa semana (aqui).*	Essa semana aqui tem cinco dias.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 160 **P1:** *Quanto que ele gasta nessa semana aqui?*	Quanto ele gasta nessa semana?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 161 **C:** *Doze reais.*	Ele gasta doze reais.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 162 **P1:** *Doze reais... Tá. Então, escreve aqui do ladinho aqui...*	Escreva no calendário o quanto ele gasta a cada semana.	-propor	Esfera acional

Então escreve aqui para gente? Para a gente entender que, nessa semana, ele gasta doze reais... Pode escreve até aqui no calendário... Então, nessa semana aí, a gente já descobriu quanto que ele gasta ótimo, doze, tá. Nessa semana aqui então, ele gastou doze. Tem alguma outra semana com cinco dias de aula?	Tem mais alguma semana com cinco dias de aula?	-incitar	
TRECHO 163 **C:** *Mais duas.*	Tem mais duas semanas com cinco dias de aula.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 164 **P1:** *Então, nessa outra semana aqui, ele vai gastar quanto a mais?*	Nessas semanas ele gastará quanto a mais?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 165 **C:** *Doze reais.*	Nessas semanas ele gastará mais doze reais.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 166 **C:** *E essa aqui? ((aponta para a semana com feriado))*	Como fazer com essa semana?		
TRECHO 167 **P1:** *Essa aí não tem cinco dias.*	Essa semana não tem cinco dias.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 168 **C:** *São quatro. E essa aqui também são quatro.*	Essa semana tem quatro dias. Essa outra aqui também tem quatro dias.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 169 **P1***: Mas a gente pode fazer a conta para quatro dias, não é? Vamos fazer. A conta para quatro dias vai dar quanto?*	Podemos fazer a conta para quatro dias. Em quatro dias, ele gastará quanto?	-informar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 170 **C:** *Então, aqui vai dar... ( ) quatro e:: oitenta... mais ( ) vai dar oito e::... Nove e vinte. Quatro e oitenta mais quatro e oitenta. Deu oito... Oito e oitenta. ((fez cálculos mentais))*	Em quatro dias, ele gastará nove e vinte.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 171 **P1:** *Oito e oitenta. Quer conferir no papel ou no dinheiro? Você escolhe.*	O seu resultado deu oito e oitenta. Quer conferir o resultado no papel ou com o dinheiro?	-informar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 172 **C:** *No papel. (Deu oito), quatro...*	Eu quero conferir no papel.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 173 **P1:** *Aqui deu quatro, ah! tá... Ah! Não precisou nem eu falar! É? Você já viu que ia dar um unzinho, foi, C? ((ri)) C! C, olha só, ela já... Catou as moedas... Como é que você sabe que já ia... Precisar do unzinho lá em cima? O que você bateu o olho*	Eu nem falei a respeito do unzinho. Você já catou as moedas. Como você percebeu que daria o unzinho? Como você bateu o olho e já viu?	-explicitar -incitar	Esfera da informação Esfera acional

aí, você já (notou)?			
TRECHO 174 **C:** *Por causa do oito mais oito.*	Porque apareceu oito mais oito.	-exemplificar (EXP)	Esfera da informação
TRECHO 175 **P1:** *Aí, rapidamente você já viu que oito mais oito ia passar de quanto?*	Você notou que oito mais oito passaria de quanto?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 176 **C:** *(De um).*	Oito mais oito passa de um.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 177 **P1:** *Ia passar de um real, ok. Aí você já falou, "Vou fazer logo, antes que ela me pergunte sobre o unzinho."*	Oito mais oito passaria de um real. Você logo fez para eu não falar nada.	-confirmar -desafiar	Esfera da informação Esfera da interação
TRECHO 178 **C:** *((ri))*			
TRECHO 179 **P1:** *Agora você explicou para você?... Você acha que agora você explicou para você, esse unzinho aí?*	Você explicou para você o unzinho?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 180 **C:** *Eu acho que sim.*	Eu acho que agora eu expliquei para mim o unzinho.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 181 **P1:** *Então, nós descobrimos quanto Pedro gasta durante quatro dias.*	Nós descobrimos quanto Pedro gasta durante quatro dias.	-explicitar	Esfera da informação
TRECHO 182 **C:** *Agora eu acho que tem que somar tudo.*	Devemos somar tudo.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 183 **P1:** *Tem de somar tudo para saber o quê?*	Você somará para descobrir o quê?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 184 **C:** *Quantos dias que ele vai lanchar. Não. Ah, ele vai gastar e lanchar. ((ri))*	Somarei para descobrir quantos dias ele lanchará. Na verdade, somarei para descobrir quanto ele gastará para lanchar.	-informar -retificar	Esfera da informação
TRECHO 185 **P1:** *Ok... Então vamos lá. Vamos ter de somar o quê com o quê aí?... A gente vai somar tudo de uma vez ou a gente vai somar por etapas? O que você acha?*	Somará para descobrir quanto ele gastará para lanchar. Vamos continuar. Somaremos o que com o quê? Somaremos tudo de uma vez ou por etapas? Qual a sua opinião?	-confirmar -propor -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 186 **C:** *Por etapas.*	Somaremos por etapas.	-informar	Esfera da informação

TRECHO 187 **P1:** *Não existe diferença?*	Faz diferença somar por etapas ou tudo de uma vez?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 188 **C:** *Não. Porque, somando tudo, depois dá o mesmo resultado*....	Não faz diferença somar por etapas ou tudo de uma vez.	-informar -exemplificar (EXE)	Esfera da informação
TRECHO 189 **C:** *(Ele não vai dar conta, com) a mesada dele, ( )... Não... Ele tem quarenta reais de mesada, ele vai ter que... Ter mais quinze, né? (e vinte centavos).*	Pedro não conseguirá lanchar todos os dias com a mesada dele. Ele tem apenas quarenta reais de mesada. Ele precisa de mais quinze reais.	-informar -explicitar	Esfera da informação
TRECHO 190 **P1:** *Mas, e aí? Ele só tem quarenta reais.*	O que fazer? Ele tem apenas quarenta reais.	-incitar -explicitar	Esfera acional Esfera da informação
TRECHO 191 **C:** *Vai ter que subtrair, eu acho.*	Eu acho que teremos de subtrair.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 192 **P1:** *Vai ter de subtrair o quê de quê?*	Subtrair o quê de quê?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 193 **C:** *o cinqüenta e cinco reais e vinte centavos de... quarenta reais.*			
TRECHO 194 **P1:** *Então, C, o que ele está pensando em gastar é mais ou é menos do que ele tem?*	O que ele pensa em gastar é mais ou menos do que ele tem?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 195 **C:** *Mais. Quinze reais. Quinze e vinte. ((fez cálculo mental))*	O que ele pensa gastar é mais quinze reais do que ele tem.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 196 **P1:** *Nossa, fez rapidinho, hem? E cinqüenta e cinco reais e vinte centavos menos quarenta no papel? Quer colocar no papel? Qual é a conta que a gente quer fazer?*	Você fez o cálculo mental bem rápido. Quer colocar no papel? Qual conta você deve fazer?	-cumprimentar -propor -incitar	Esfera da interação Esfera acional
TRECHO 197 **C:** *Cinqüenta e cinco e vinte menos... Até hoje eu não aprendi aquele negócio de pedir emprestado.*	Devo subtrair cinqüenta e cinco e vinte menos quarenta reais. Até hoje eu não aprendi o pedir emprestado nas contas.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 198 **P1:** *Mais uma novidade para nós. Primeiro era o unzinho lá em cima. Hã? A gente quer tirar quarenta. Por que você colocou esse quarenta aqui... Embaixo do vinte? Será que tem alguma posição para esse quarenta?*	O pedir emprestado é mais uma novidade para nós. Primeiro foi o unzinho. Porque você colocou o quarenta embaixo do vinte? Tem alguma posição para esse quarenta?	-informar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 199			

C: *Não, acho que ... ((não responde))*			
TRECHO 200 **P1:** *Então, vamos fazer primeiro no dinheiro, aí, depois, a gente faz o cálculo no papel. Mas é cinqüenta redondo aí?*	Faremos primeiro com o dinheiro. Depois faremos o mesmo cálculo no papel. O valor é cinqüenta redondo?	-propor -incitar	Esfera acional
TRECHO 201 **C:** *É... Não, é cinqüenta e cinco e vinte.*	O valor é cinqüenta e cinco.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 202 **P1:***Desses cinqüenta e cinco reais e vinte centavos, queremos tirar quanto?*	Queremos tirar quanto desses cinqüenta e cinco reais e vinte centavos?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 203 **C:** *Quarenta. ((C realiza a ação com cédulas e moedas))*	Queremos tirar quarenta reais de cinqüenta e cinco reais e vinte centavos?	-informar	Esfera da informação
TRECHO 204 **P1:** *Nossa que rapidez, hem? Deu quanto? Sobrou quanto?*	Você fez os cálculos com muita rapidez. Qual foi o resultado?	-cumprimentar -incitar	Esfera da interação Esfera acional
TRECHO 205 **C:** *Sobrou vinte/... Não, quinze e vinte.*	Sobrou vinte. Na verdade, sobrou quinze e vinte.	-informar -retificar	Esfera da informação
TRECHO 206 **P1:** *Que é aquele mesmo valor que você me falou aquela hora fazendo o cálculo mental. E agora vamos lá, vamos voltar lá para o papel então. Então, a gente quer fazer cinqüenta e cinco e vinte e queremos tirar quarenta... Uhum. Ah, agora você fez uma coisa diferente aqui... Você mudou o lugar do quarenta, C, por quê?... Não é isso?*	O valor quinze reais e vinte centavos é o mesmo que você falou com o cálculo mental. Vamos observar a notação no papel. Você fez algo diferente. Você mudou a posição dos quarenta reais. Por que você mudou a posição dos quarenta reais?	-explicitar -propor -explicitar -exemplificar -incitar	Esfera da informação Esfera acional Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 207 **C:** *Eu coloquei os dois zeros.*	Eu coloquei os dois zeros na escrita dos quarenta reais.	-exemplificar	Esfera da informação
TRECHO 208 **P1:** *Mas por quê? O que você pensou?*	Por que você colocou os dois zeros na escrita dos quarenta reais? O que pensou para agir assim?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 209 **C:** P*ara acrescentar aqui, ó. Para ficar igual, a posição. Ai deu Quinze... Quinze e vinte.*	Eu coloquei os dois zeros para ficar na mesma posição. Por isso encontrei como resultado quinze e vinte.	-informar -justificar	Esfera da informação Esfera da avaliação
TRECHO 210 **P1:***Quinze reais e vinte centavos. Deu o mesmo valor daqui?*	Você encontrou quinze reais e vinte centavos. Esse valor é o mesmo que você encontrou com o cálculo mental?	 -incitar	 Esfera acional
TRECHO 211 **C:** *Deu.*	Sim. Encontrei o mesmo valor.	-confirmar	Esfera da informação
TRECHO 212	Como está a situação do Pedro?	-incitar	Esfera acional

P1: *Como é que anda a situação do Pedro?*			
TRECHO 213 **C:** *Ele vai precisar mais quinze e vinte centavos... Para lanchar.*	O Pedro precisará de mais de quinze e vinte centavos para lanchar.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 214 **P1:** *E agora, qual é a sua sugestão para o Pedro? Não vai dar para ele comer o quê?*	Qual é a sua sugestão para ele?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 215 **C:** *Não vai dar para ele comprar o picolé todos os dias.*	Ele não conseguirá comprar picolé todos os dias de aula do mês de maio.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 216 **P1:** *Todos os dias não vai dar não? Mas ele pode comprar o picolé quantos dias?*	Ele não conseguirá comprar picolé todos os dias de aula do mês de maio. Ele conseguirá comprar picolé quantos dias?	-confirmar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 217 **C:** *Dez. Onze.*	Ele conseguirá comprar picolé por dez dias. Ele conseguirá comprar picolé por onze dias.	-informar	Esfera da informação

5.1.4 – Quarta sessão

A quarta sessão foi realizada no dia 27 de setembro de 2007 nas dependências do Laboratório de Ensino de Matemática da instituição sede da pesquisa, com duração de 1 hora e 18 minutos. Participaram da sessão a adolescente C e a pesquisadora 1.

Objetivos

Identificar as origens sociais da adolescente a partir do seu relato de história de vida;

Identificar a avaliação da adolescente para a escola e as aulas de matemática que freqüenta;

Identificar a avaliação da adolescente para as dificuldades e as competências que apresenta na escola;

Instigar a construção de algoritmos alternativos para a resolução de situações cotidianas de venda e/ou empréstimos para as quais se exigia a subtração com reserva;

Instigar a observação e a análise do algoritmo-padrão da subtração para a resolução de situações cotidianas de venda e/ou empréstimos para as quais se exigia a subtração com reserva;

Avaliar o uso de cédulas e de moedas no desenvolvimento de competências relacionadas à identificação de números inteiros e decimais e compreensão da posição da vírgula na escrita decimal.

Procedimentos

A adolescente foi convidada a ocupar uma das mesas do Laboratório de Ensino de Matemática; recebeu lápis grafite e folhas de papel A4 em branco, como nas sessões anteriores. Colocamos em uma caixa sobre a mesa escolhida pela adolescente cédulas e moedas do Sistema Monetário Brasileiro (cédulas de 10 reais; 5 reais; 2 reais e 1 real; e moedas de R$ 1,00; R$ 0,50; R$ 0,25; R$ 10; R$ 0,05 e R$ 0,01).

Solicitamos, inicialmente, que ela relatasse sua história de vida, em especial, que destacasse o início de sua vida escolar, sua chegada a Brasília; que avaliasse sua escola e as aulas de matemática como também dificuldades e competências que apresenta na escola.

Solicitamos que usasse somente o lápis grafite, para as suas notações, não fazendo uso da borracha; que observasse e manuseasse as cédulas e moedas presentes na caixa e que respondesse às situações cotidianas de venda e empréstimos propostas.

Resultados

Solicitamos, inicialmente, que C descrevesse sua história de vida, destacando: local de nascimento, composição familiar, vida escolar, chegada a Brasília, primeira escola em Brasília, entre outros. Posteriormente, solicitamos a avaliação de sua vivência escolar atual.

A adolescente informou-nos que *Nasceu no interior de Minas Gerais, é de uma família de seis filhos, quatro mulheres e dois homens; a família não morava na mesma casa, duas crianças moravam com a avó; está em Brasília desde 2005 e foi para a escola com 6 anos.* Relatou suas reprovações: *Eu repeti a quinta; Eu mudei de escola e repeti a quinta de novo; Aí fui para a sexta na outra escola e reprovei de novo.* Descreveu, com tristeza, a saída de sua cidade natal. *Meu pai faleceu aí minha tia pegou (minha guarda) da minha mãe; Para ficar menos filhos para minha mãe criar; Não gostei daqui; Acho aqui muito ruim; O clima aqui é diferente, não chove.*

A respeito de sua vida escolar em Brasília, informou-nos que *A primeira escola aqui foi o doze; No doze eu entrei na sexta de novo; Aí agora eu estou fazendo aceleração de quinta e sexta para, o ano que vem ir para a sétima; para mim não ficar muito... Idade alta (junto com os alunos).*

A adolescente mostrou-se entristecida após a descrição dos fatos acima. Em função disso, iniciamos uma série de perguntas a fim de despertar em C outras lembranças. Interpelada a respeito de fatos agradáveis que vivera na escola que freqüentou em sua cidade natal, recordou-se de uma professora: *Ela explicava melhor, assim, dava mais atenção. (ia de carteira em carteira das pessoas) ensinar... Ela (se preocupava) muito com a gente;* e da área de lazer da escola: *na escola tinha um clube; eu nadava na piscina.*

As informações anteriores revelam uma adolescente de classe economicamente menos favorecida, de família numerosa, separada dos irmãos e da mãe, acolhida por uma tia em outro lar, migrante do interior para a capital, aluna da escola pública desde a mais tenra idade, em defasagem idade/série e com a vivência de três reprovações. Interpretamos que os dados acima foram primordiais para a condução da atividade mediada, uma vez que elucidaram aspectos da vida da adolescente, antes não-revelados.

Propusemos novas perguntas, direcionando-as mais para o presente. Em especial, interessava-nos identificar suas percepções a respeito da escola atual, das aulas de matemática: *a professora de matemática não explica muito bem... Ela não sabe (explicar) olhando para a gente, olha é para o quadro. Aí a gente fica perdida;* ou ainda, sobre o que mudaria em suas aulas de matemática: *a professora de matemática tem de explicar a gente mais... Dar mais atenção para a gente; Diminuiria o número de alunos. Porque, têm muitos alunos, quarenta alunos.* Interessava-nos, também, identificar a percepção de sua dificuldade na escola: *A única dificuldade que eu tenho é na matemática. Mas, só em matemática, o resto, eu não... eu sou boa. Nas outras matérias eu sou boa.*

A adolescente mostrou-se descontente com sua escola atual, para tanto, baseou-se em muitos aspectos, entre eles: o grande número de alunos nas salas de aceleração; a distribuição dos conteúdos de *quinta e de sexta série* ao longo do mesmo dia de aula; a falta de alunos interessados em *estudar de verdade*, entre outros. Apesar do tom de descontentamento e dos inúmeros problemas destacados, observamos que ela ainda se apresenta confiante de que superará suas dificuldades e que *vou alcançar minha série. Porque eu tenho vergonha de falar que faço a sexta, tô velha.*

Avaliou, também, que sua relação com a matemática está melhor e pontuou as “aulas de reforço” como um dos responsáveis por essa alteração. *Antes, eu tirava só* *dois, um... daí sim... Agora eu tiro (total), a nota maior da sala.* Interpretamos que tais relatos explicam, por exemplo, seu interesse pelos encontros, suas visitas à faculdade para nos cumprimentar em horários diversos e, sobretudo, sua presença antecipada e sempre disponível para as sessões agendadas.

Observamos, desde a primeira sessão, que o planejamento das atividades a desenvolver foi alterado em alguns momentos. Tal fato já era esperado, uma vez que a própria natureza da intervenção psicopedagógica em questão inviabilizava planejamentos rígidos. Contudo, esta sessão, em particular, foi muito diferenciada, uma vez que alteramos em mais de 50% o planejamento inicial para a sessão.

Planejamos para esta sessão um conjunto de situações com o intuito de provocar em C a construção de algoritmos alternativos e a observação do algoritmo-padrão da subtração em situações de subtração com reserva. Tal planejamento visava atender a uma demanda posta pela adolescente na sessão anterior. Todavia, em função das interlocuções iniciais, em especial, aquelas relacionadas à avaliação e desempenho, a adolescente apresentou-nos uma avaliação realizada em sua escola na semana anterior à sessão. *Valia oito, eu tirei sete vírgula cinco*; *A prova é de equação. Equação. Do primeiro grau.*

Observamos, no instrumento de avaliação apresentado, elementos importantes para a discussão conceitual até o momento empreendida com C e decidimos que não poderíamos apenas olhar e guardar aquela avaliação. Logo, optamos por analisar a compreensão de C a respeito das notações produzidas por ela, bem como dos conceitos em questão.

Interessava-nos, naquele momento, comparar se a pontuação aferida no instrumento de avaliação era compatível com a compreensão conceitual da adolescente, uma vez que os resultados das sessões, até o momento, já indicavam que a atividade matemática de C pautava-se em regras de cálculo em detrimento à formação de conceitos.

O instrumento de avaliação, intitulado “verificação de aprendizagem”, não apresentava comando para os itens, trazia 10 itens organizados segundo as letras do alfabeto (de A a J) e, aparentemente, distribuídos segundo a ordem de dificuldade de cada item. Todos eram de resolução direta, nenhum apresenta contexto e, para todos eles, exigia-se o valor do x e a escrita formal do conjunto solução, como pode ser observado nos exemplos a seguir.

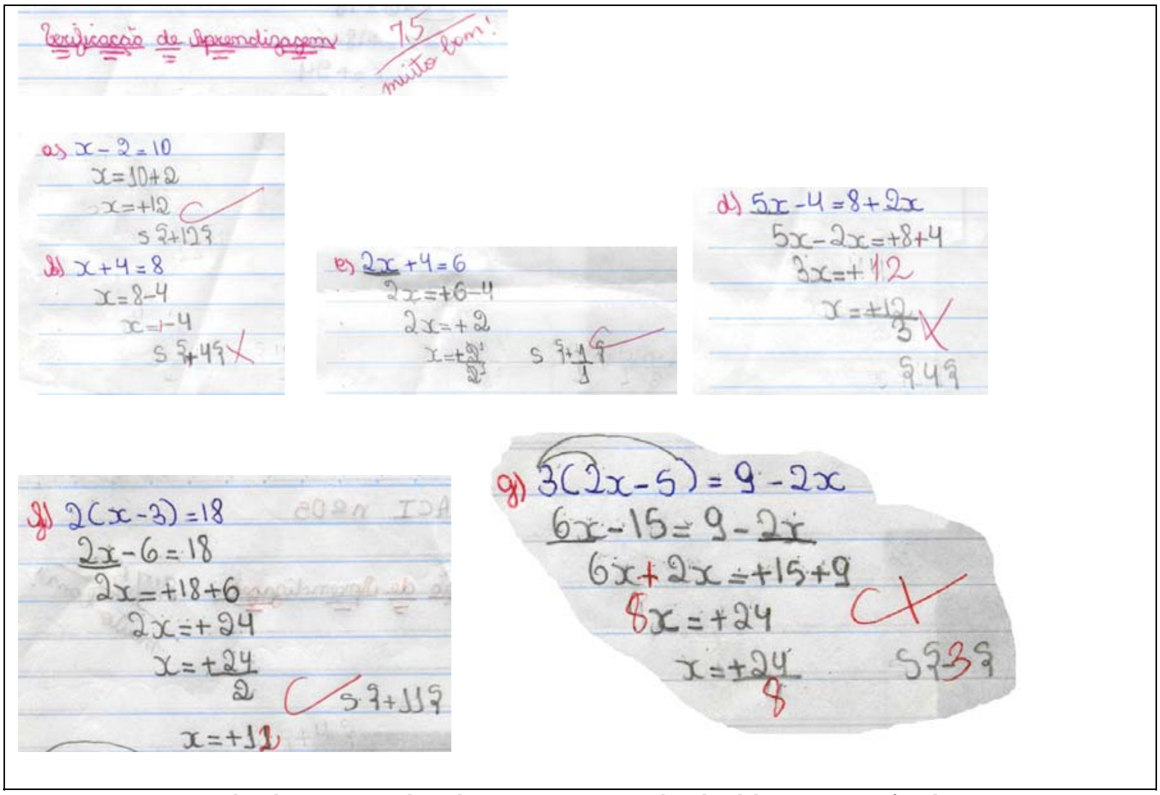


Figura 27 – trechos do instrumento de avaliação escrita apresentado pela adolescente C no início da quarta sessão.

Observamos que a adolescente produziu notações para todos os itens, para a maioria deles observamos o sinal de “certo” da correção da professora e para alguns o sinal de “errado”, este marcado, às vezes, em função dos sinais de positivo e negativo e/ou da ausência de um numeral. Observamos, também, nas notações de C, a presença da escrita formal para o conjunto solução da equação destacado entre chaves.

Solicitamos-lhe que observasse as notações produzidas em resposta ao item a. *P1: O que você fez para encontrar dois positivo?; C: É porque, quando é mais... Você... Quando é menos, éh:: você muda os sinais... Tem que mudar os sinais... Aqui, quando é mais, é menos... Tem que mudar os sinais* (Trechos 1, 2 e 3).

Como em outros momentos já mencionados nas sessões anteriores, C respondeu à questão fazendo uso de regras de cálculo, relatando uma espécie de “receita”, que nos diz “faz assim que dá certo”, demonstrando, como no caso do “unzinho” discutido anteriormente, nenhuma compreensão das ações que realizara e dos conceitos em questão: igualdade; variável; equação; equação do primeiro grau; simétrico, valor numérico que torne a sentença verdadeira, entre outros.

Mantivemos nossa proposta de atividade mediada e provocamos a análise das notações, tendo como parâmetros os conceitos de igualdade e de variável. *P1: O que significa essa igualdade aqui? C: Para separar o número. O x menos dois... Aí, esse é o primeiro membro, esse é o segundo. Aí, todo número que vem depois da igualdade, você coloca (primeiro)* (Trechos 5 e 6). Partimos para a compreensão do conceito de igualdade presente em muitas situações cotidianas, como mostram os trechos de 7 a 14.

Utilizamos também, uma balança de dois pratos, como a representada na imagem a seguir, disponível no Laboratório de Ensino de Matemática. Para tanto, usamos materiais diversos para as atividades de pesagem e comparação, tais como: bolinhas de gude, lápis grafite, borrachas, entre outros.

Figura 28 – Balança de dois pratos do Laboratório de Ensino de Matemática utilizada durante a quarta sessão.

Insistimos em perguntas que provocassem em C a compreensão do significado do sinal de igualdade: *P1: Então, quando você colocou aqui na sua prova que x menos dois é igual a dez, você está dizendo o quê?... Que isso tudo que está desse lado é igual ao que está do outro lado. É isso? P1: Esse x pode ser o quê, então... Para ser igual a dez? Você tem aqui que x menos dois é igual a dez. x pode ser.* (Trechos 15 e 17) *P1: Você colocou doze... Agora, por quê? Por que x é doze? (*Trecho 24).

Respeitamos o seu tempo de análise para cada notação produzida e permitimos, a partir do cálculo mental, ferramenta já utilizada com muita competência por ela, o cálculo do valor de x. Depois da terceira notação, C relatou que o valor desconhecido não era tão desconhecido assim e que o cálculo mental era mais fácil de realizar e de entender do que o *passa pra lá e passa pra cá. C: Por que dez menos... Dez menos dois... Doze menos dois é dez. Dez igual a dez; P1: Viu como você fez? Você manteve a igualdade. E nessa outra aqui? Esse x mais quatro deu oito. x pode ser seis?* (Trechos 26 e 27).

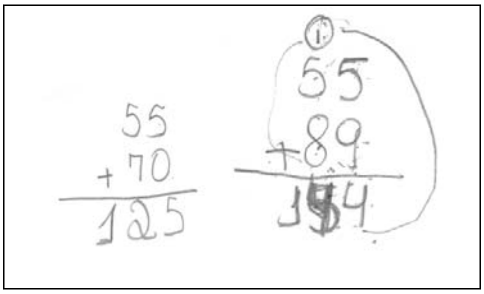
Temos como hipótese que, na escola, as experiências de C com a álgebra, em especial, o conteúdo de equações, acontecem segundo a seqüência: definição, exemplos, e muitos exercícios de fixação. Por isso, as dificuldades apresentadas por ela em significar e explicar as ações realizadas, mostrando-se, mais uma vez, como mera repetidora de procedimentos apresentados pelo professor para a resolução daquele tipo de atividade.

Instigou-nos, ainda, a percepção de aprendizado da adolescente e mais a validação dessa percepção pelo instrumento de avaliação produzido pela professora da turma – e, em especial, de uma turma de aceleração ou seja, o uso de regras de cálculo gerou em C a falsa informação de que não existiam dificuldades conceituais para esse tema. Em nossa análise, tal percepção falsa de suas competências criará problemas para a continuidade dos estudos em outros níveis de escolarização, uma vez que são negados a ela conceitos importantes. Ademais, prejudica a compreensão do campo conceitual das estruturas multiplicativas, como sugere Vergnaud (1993).

A presença do item de resolução direta, também, chamou-nos a atenção, visto que a adolescente mostrou dificuldade em ler e interpretar o texto da situação-problema apresentada desde a primeira sessão. A dificuldade de C e o instrumento de avaliação destacado anteriormente sinalizam que na escola prioriza-se tanto nas aulas quanto nos instrumentos de avaliação o item de resposta direta – *o chamado exercício* – em detrimento à situação-problema.

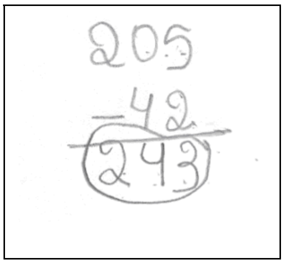
Iniciamos as atividades planejadas para esta sessão aos 34 minutos. Tínhamos como objetivo provocar a construção e compreensão de algoritmos tanto o padrão quanto o alternativo para situações de subtração com reserva, como relatamos anteriormente. Para tanto, propusemos questões de compra e venda e incentivamos o cálculo mental, seguido da notação e análise do algoritmo produzido (Trechos 32 e 60).

A adolescente explicou as notações abaixo e destacou todas as ações realizadas. *P1: Então, apesar de você colocar aqui unzinho, aqui ele tem qual valor? C: Ele tem valor de dez reais.* (Trechos 48 e 49). *P1: Oito? Nessa posição ele tem valor de oito reais? C: Não, oitenta* (Trechos 52 e 53).



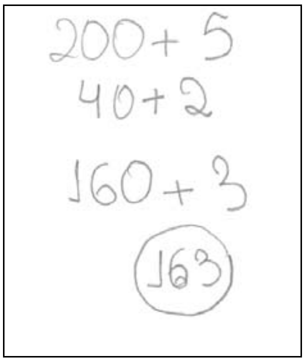
Notação 35

Em muitos momentos das sessões anteriores, observamos que C mostrou-se ansiosa em relação ao algoritmo-padrão da subtração e, nesta sessão, não se mostrou diferente. *C: De menos. A conta que eu tenho mais dificuldade é de menos e dividir.* (Trecho 61). Diante dessas observações, propusemos ações paralelas a partir do cálculo mental – porque ela já sentia segurança em utilizá-lo – para em seguida analisar o algoritmo-padrão. Para a solicitação *P1: Agora vamos pensar numa situação menos agradável, eu tinha duzentos e cinco reais e emprestei quarenta e dois reais. Fiquei com quanto?* (Trecho 60) Ela produz a notação a seguir:



Notação 36

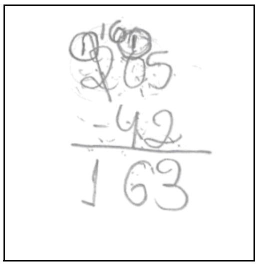
Propusemos a análise da notação, e ela percebeu a incoerência do resultado. *C: Duzentos e quarenta e três. Não. Esse é maior do que (o número)!* (Trecho 65) Solicitamos, a partir de então, a análise da notação (Trechos 68 a 72). Observamos que C mostrava-se, a cada atividade, mais autônoma e buscava, por muitas vezes, situações de validação que apontam para maior compreensão do sistema numérico, como mostra a notação a seguir.



Notação 37

Observamos que, com a notação 38, a adolescente criou um algoritmo alternativo para a subtração. Ela decompôs o numeral 245 e realizou as ações de tirar dois reais de cinco reais e quarenta reais de duzentos reais. A partir desse momento, constatamos que ela se mostrou mais confiante, pois, além do cálculo mental, ela agora tinha uma notação para ajudá-la na validação do resultado 163.

Nos trechos de 68 a 101, é possível verificar as interlocuções realizadas a fim de analisar a notação do algoritmo-padrão da subtração e elucidar *C: Três. E agora (É esse o) negócio de pedir emprestado. ((expressão de medo, angústia))* (Trecho 73). Para tanto, utilizamos a notação 38 e provocamos o manuseio das cédulas e das moedas. *C: Eu não posso colocar o um em cima do zero não, né?* (Trecho 79); *C: Duzentos e cinco? O zero fica aqui. ((mostra-se em dúvida)) (manuseia as cédulas))* (Trecho 81); *P1: Vamos lembrar o que você acabou de fazer no cálculo mental, na "conta de cabeça". Eu posso tirar dois reais de cinco reais?* (Trecho 82); *P1: Esse dois que aparece aí, ele vale quanto?* (Trecho 90*); C: ( ) vinte. Não, não é duzentos. É... Que vai dar... que vai dar... deixa eu ver aqui... (pedir) emprestado, aqui vai ficar dezesseis... deixa eu ver uma coisa aqui...* (Trecho 91). A notação a seguir representa uma conquista para a adolescente, uma vez que ela se mostrou angustiada com o algoritmo-padrão da subtração desde a primeira sessão e demarca sua compreensão das regras de cálculo que compõem tal algoritmo.



Notação 38

Observamos que a produção e a posterior análise da notação 38 somente foram possíveis a partir da produção e análise da notação 37, bem como da validação do resultado por meio do cálculo mental e do manuseio das cédulas. Reiteramos que esta conclusão é similar à formulada na sessão anterior na ocasião da análise da presença do “unzinho” no algoritmo-padrão da adição. Percebemos, contudo, que a adolescente manteve em seu discurso a palavra “pedir emprestado”. *C: se fosse fazer a conta normal assim... éh:: diminuir, não ia dar certo. Então, tinha que pedir emprestado para o duzentos* (Trecho 99).

Tabela VI: Análise da quarta sessão

Transcrições	Proposições	Atos da Fala	Categorias dos Atos da Fala
TRECHO 1 **P1:** *O que você fez para encontrar dois positivo?*	Quais ações você realizou para encontrar o numeral dois positivo?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 2 **C:** *É porque, quando é mais...você... quando é menos, éh:: você muda os sinais... tem que mudar os sinais... Aqui, quando é mais, é menos... Tem que mudar os sinais.*	Você muda os sinais. Você tem de mudar os sinais. Quando é mais é menos. Tem de mudar os sinais.	-informar -exemplificar (EXE)	Esfera da informação
TRECHO 3 **P1:** *Por que será?*	Por que é preciso mudar os sinais?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 4 **C:** (Eu não sei).	Eu não sei porque é preciso mudar os sinais.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 5 **P1:** *O que significa essa igualdade aqui?*	O que significa a igualdade na equação?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 6 **C:** *Para separar o número. O x menos dois... Aí, esse é o primeiro membro, esse é o segundo. Aí, todo número que vem depois da igualdade, você coloca (primeiro).*	A igualdade é para separar o número. A igualdade é para separar o primeiro membro do segundo membro.	-informar -exemplificar (EXE)	Esfera da informação
TRECHO 7 **P1:** *O que é uma igualdade? Isso é igual a isso?... Essa caneta é igual a esse copo?*	O que é uma igualdade? Essa caneta é igual a este copo?	-incitar -exemplificar (EXE)	Esfera acional Esfera da informação
TRECHO 8 **C:** *Não.*	Esta caneta não é igual a este copo.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 9 **P1:** *Eu poderia colocar um sinal de igualdade aqui no meio?*	Eu poderia colocar um sinal de igualdade entre a caneta e copo?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 10 **C:** *(Poderia).*	Você poderia colocar um sinal de igualdade entre a caneta e copo.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 11 **P1:** *Caneta é igual ao copo?*	Caneta é igual ao copo?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 12 **C:** *Não.*	Caneta não é igual ao copo.	-retificar	Esfera da informação
TRECHO 13 **P1:** *Então, caneta? Diferente de copo... E se eu fizesse isso aqui agora? ((escreve o símbolo de diferente))*	Caneta é diferente do copo.	-confirmar	Esfera da informação
TRECHO 14	Caneta é diferente de copo.	-confirmar	Esfera da informação

C: *(Ia ser).*			
TRECHO 15 **P1:** *Então, quando você colocou aqui na sua prova que x menos dois é igual a dez, você está dizendo o quê?... Que isso tudo que está desse lado é igual ao que está do outro lado. É isso?*	Quando você escreve que x menos dois é igual a dez, você diz o quê? Você diz que tudo que está desse lado é igual ao que está do outro lado. Estou certa?	-incitar -informar	Esfera acional Esfera da informação
TRECHO 16 **C:** *É.*	Você está certa.	-validar	Esfera da avaliação
TRECHO 17 **P1:** *Esse x pode ser o quê? Então... Para ser igual a dez? Você tem aqui que x menos dois é igual a dez. x pode ser...*	Você tem que x menos dois é igual a dez. Para ser igual a dez o valor de x pode ser?	-informar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 18 **C:** *(Ele pode ser) sete.*	O valor de x pode ser sete.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 19 **P1:** *x pode ser sete? Sete menos dois dá quanto?*	O valor de x pode ser sete? Sete menos dois é igual a quanto?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 20 **C:** *Dá cinco.*	Sete menos dois é igual a cinco.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 21 **P1:** *Cinco. Cinco é igual a dez?*	Sete menos dois é igual a cinco. Cinco é igual a dez?	-confirmar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 22 **C:** *Não.*	Cinco não é igual a dez.	-retificar	Esfera da informação
TRECHO 23 **P1:** *Então x não pode ser sete. Vamos pensar outro número para x...*	X não é igual a sete. Vamos pensar outro número para x.	-confirmar -propor	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 24 **C:** *Doze.*	O valor de x pode ser doze.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 25 **P1:** *Você colocou doze... Agora, por quê? Por que x é doze?*	Porque o valor de x pode ser doze?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 26 **C:** *Por que dez menos... Dez menos dois... Doze menos dois é dez. Dez igual a dez.*	Porque doze menos dois é igual a dez. Dez é igual a dez.	-exemplificar (EXE)	Esfera da informação
TRECHO 27 **P1:** *Viu o que fez? Você manteve a igualdade. E nessa outra aqui, ó? Esse x mais quatro deu oito. X pode ser seis?*	Você percebeu o que fez? Você manteve a igualdade. Vamos observar a outra equação.	-se engajar -informar -propor	Esfera acional Esfera da informação Esfera acional

	X mais quatro é igual a oito. O valor de x pode ser seis?	-incitar	
TRECHO 28 **C:** *(Pode). Não. Porque ia ficar dez.*	O valor de x não pode ser seis. O valor de x não pode ser seis porque senão ficará dez.	-informar -exemplificar (EXE)	Esfera da informação
TRECHO 29 **P1:** *E aí, no caso, o x aqui foi quanto?*	Qual o valor de x?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 30 **C:** *Quatro. Quatro mais quatro. Oito.*	O valor de x é quatro. Quatro mais quatro é igual a oito.	-informar -exemplificar (EXE)	Esfera da informação
TRECHO 31 **P1:** *Oito. Então, na verdade, o que você está fazendo o tempo todo nas equações? Você está mantendo essa igualdade, esse equilíbrio.*	Observe o que você fez o tempo todo. Você, em todas as equações, manteve a igualdade. Você, em todas as equações, manteve o equilíbrio.	-se engajar -informar	Esfera acional Esfera da informação
TRECHO 32 **P1:** *Vamos pensar na seguinte situação: eu tenho cinqüenta e cinco reais e ganhei mais setenta reais. Quanto eu tenho?*	Vamos pensar em uma situação. Tenho cinqüenta e cinco reais e ganhei mais setenta reais. Quanto tenho ao todo?	-propor -informar -incitar	Esfera acional Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 33 **C:** (*Cento e vinte e cinco).*	Você tem ao todo cento e vinte e cinco.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 34 **P1:** *Agora vamos pensar em outra situação. Eu tenho cinqüenta e cinco reais do mesmo jeito, só que agora eu ganhei oitenta e nove reais. Quanto eu tenho?*	Agora vamos pensar em outra situação. Tenho cinqüenta e cinco reais e ganhei mais oitenta e nove reais. Quanto tenho ao todo?	-propor -informar -incitar	Esfera acional Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 35 **C:** *Cento e cinqüenta (e cinco)... cinqüenta e quatro.*	Você tem ao todo cento e cinqüenta e cinco. Você tem ao todo cento e cinqüenta e quatro.	-informar -retificar	Esfera da informação
TRECHO 36 **P1:** *Como você fez?*	Como você fez?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 37	Cinco reais mais nove é igual a catorze reais.	-informar	Esfera da informação

C: *Cinco reais mais nove dá catorze reais.*		-retificar	
TRECHO 38 **P1:** *Olha aquele "unzinho" lá em cima, hein? Não é? ((ri))*	Fique atenta ao "unzinho" que você escreveu lá em cima.	-se engajar	Esfera acional
TRECHO 39 **C:** *E cinco reais mais oito...*	Cinco reais mais oito.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 40 **P1:** *Esse cinco que está aqui, ele vale cinco reais?*	Esse cinco que aparece aqui ele vale cinco reais?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 41 **C:** *É. Não, é cinqüenta.*	Esse cinco que aparece aqui é cinco reais. Esse cinco que aparece aqui é cinqüenta reais.	-informar -retificar	Esfera da informação
TRECHO 42 **P1:** *Ah... Então, esse aí vai dar quanto?*	O resultado será igual a quanto?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 43 **C:** *Catorze... Cento e quarenta e quatro.*	O resultado será catorze. O resultado será cento e quarenta e quatro.	-informar -retificar	Esfera da informação
TRECHO 44 **P1:** *Quando você somou aqui, cinco mais nove, você tinha cinco reais mais nove reais. Aí, deu quantos reais?*	Observe o cinco e o nove. Quando você somou cinco reais mais nove reais encontrou quanto?	-propor -incitar	Esfera acional
TRECHO 45 **C:** *Catorze reais.*	Eu encontrei catorze reais.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 46 **P1:** *Catorze reais. Só que, aqui, você colocou quatro, onde você colocou os dez reais?*	Você encontrou catorze reais. Observe a notação. Na notação você escreveu apenas quatro. Onde você colocou os dez reais?	-informar -propor -informar -incitar	Esfera da informação Esfera acional Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 47 **C:** *Eu coloquei em cima do cinqüenta.*	Eu coloquei os dez reais em cima do cinqüenta.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 48	Você escreveu o "unzinho".	-informar	Esfera da informação

P1: *Então, apesar de você colocar aqui unzinho, aqui ele tem qual valor?*	O numeral um tem que valor?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 49 **C:** *Ele tem valor de dez reais.*	Ele tem valor de dez reais.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 50 **P1:** *De dez reais. Que aí juntou o cinqüenta mais o quê?*	Ele tem valor de dez reais. Você juntou o cinqüenta mais o quê?	-confirmar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 51 **C:** *Oito.*	Eu juntei cinqüenta mais oito.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 52 **P1:** *Oito? Nessa posição ele tem valor de oito reais?*	Cinqüenta mais oito? Nessa posição o numeral oito tem valor igual a oito reais?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 53 **C:** *Não, oitenta.*	Não, nessa posição o numeral oito tem valor igual a oitenta reais.	-infirmar	Esfera da informação
TRECHO 54 **P1:** *Oitenta. E esse nove?*	Nessa posição o numeral oito tem valor igual a oitenta reais. O esse numeral nove?	-confirmar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 55 **C:** *Nove reais.*	Nessa posição, ele tem valor igual a nove reais.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 56 **P1:** *Nove reais. Se esse nove estivesse aqui, você leria como? ((aponta para a posição dezena))*	Nessa posição, ele tem valor igual a nove reais. Se ele estivesse aqui você leria como?	-confirmar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 57 **C:** *Noventa reais.*	Leria noventa reais.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 58 **P1:** *Se aqui tivesse nove, oito, nove, como você ia ler?*	Se tivéssemos nove, oito, nove, como você leria?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 59 **C:** *Novecentos e oitenta e nove reais.*	Leria novecentos e oitenta e nove reais.	-informar	Esfera da informação

TRECHO 60 **P1:** *Agora vamos pensar numa situação menos agradável, eu tinha duzentos e cinco reais e emprestei quarenta e dois reais. Fiquei com quanto?*	Vamos pensar em uma situação menos agradável. Eu tinha duzentos e cinco reais. Eu emprestei quarenta e dois reais. Fiquei com quanto?	-propor -informar -incitar	Esfera acional Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 61 **C:** *De menos. A conta que eu tenho mais dificuldade é de menos e dividir.*	A conta é de menos. Tenho muita dificuldade em conta de menos. Tenho muita dificuldade em conta de dividir.	-informar -tomar posição	Esfera da informação Esfera da avaliação
TRECHO 62 **P1:** *Eu tenho duzentos e cinco reais e emprestei quarenta e dois reais. Vamos fazer com cálculo mental primeiro, o que acha?*	Vamos utilizar primeiro o cálculo mental. O que você acha?	-propor -incitar	Esfera acional
TRECHO 63 **C:** *De cabeça? Cento e quarenta. ((tom de dúvida)) Não, cento e sessenta e três.*	Vamos fazer a conta "de cabeça". Você ficará com cento e quarenta reais. Você ficará com cento e sessenta e três reais.	-confirmar -informar -retificar	Esfera da informação
TRECHO 64 **P1:** *Aí no papel, o que complicou? ((ri))*	No papel, o que complicou?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 65 **C:** *Duzentos e quarenta e três. Não. Esse é maior do que (o número)!*	Você ficará com duzentos e quarenta e três. Não você não ficará com duzentos e quarenta e três. Duzentos e quarenta e três é maior que duzentos e cinco reais.	-informar -retificar -exemplificar (EXE)	Esfera da informação
TRECHO 66 **P1:** *Na sua análise, está certo ou está errado?*	Para você, o resultado está certo ou errado?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 67 **C:** *Está errado.*	O resultado está errado.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 68 **P1:** *Está errado. Então, vamos descobrir o que aconteceu. Vamos descobrir juntas. Como é que eu vou ler esse número aqui? ((aponta para o numeral cinco))*	O resultado está errado. Vamos descobrir o que aconteceu. Vamos descobrir juntas o que aconteceu. Como leio o numeral cinco?	-confirmar -propor -incitar	Esfera da informação Esfera acional

TRECHO 69 **C:** *Cinco reais. Vou pegar dinheiro.*	Cinco reais. Pegarei dinheiro.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 70 **P1:** *De cinco reais, você vai tirar quantos reais?*	De cinco reais você tirará quanto?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 71 **C:** *Éh:: dois.*	Vou tirar dois.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 72 **P1:** *Vai sobrar quanto?*	Você vai tirar dois e sobrará quanto?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 73 **C:** *Três. E agora (É esse o) negócio de pedir emprestado. ((expressão de medo, angústia))*	Sobrará três. E agora o que faço? É aqui o negócio de pedir emprestado.	-informar -exortar -complementar	Esfera da informação Esfera acional Esfera da interação
TRECHO 74 **P1:** *Você tirou de duzentos e cinco reais três reais, quanto sobrou?*	Você tirou de duzentos e cinco reais três reais. Quanto sobrou?	-informar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 75 **C:** *Vai ficar duzentos e dez? Não... Duzentos. Aqui duzentos em dinheiro. Duzentos e três.*	Sobrará duzentos e dez? Não está errado. Tenho duzentos em dinheiro. Sobrará duzentos e três.	-informar -retificar	Esfera da informação
TRECHO 76 **P1:** *ok. Vamos tirar quarenta reais.*	Sobrará duzentos e três. Vamos tirar os quarenta reais.	-confirmar -propor	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 77 **C:** *deu certo.* *((produz a notação 38 parece conferir o cálculo mental))*	Consegui. Deu certo.	-informar -avaliar	Esfera da informação Esfera da avaliação
TRECHO 78 **P1:** *Agora vamos para o papel.*	Agora vamos realizar os cálculos no papel.	-propor	Esfera acional
TRECHO 79 **C:** *Eu não posso colocar o um em cima do zero não, né?*	Eu não posso colocar o um em cima do zero?	-incitar	Esfera acional

TRECHO 80 **P1:** *A gente tem duzentos e cinco reais e quer tirar quarenta e dois reais.*	Nós temos duzentos e cinco reais. Queremos tirar quarenta reais.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 81 **C:** *Duzentos e cinco? O zero fica aqui.* *((mostra-se em dúvida)) (manuseia as cédulas))*	Duzentos e cinco? O zero fica nessa posição.	 -informar	 Esfera da informação
TRECHO 82 **P1:** *Vamos lembrar o que você acabou de fazer no cálculo mental, na "conta de cabeça". Eu posso tirar dois reais de cinco reais?*	Vamos recordar o que você fez com o auxílio do cálculo mental. Posso tirar dois reais de cinco reais?	-se engajar -incitar	Esfera acional
TRECHO 83 **C:** *Pode. Dá três.*	Você pode tirar dois reais de cinco reais. Sobrarão três reais.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 84 **P1:** *Vai dar três. Eu posso tirar quarenta reais de duzentos reais?*	Sobrarão três reais. Posso tirar quarenta reais de duzentos reais?	-confirmar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 85 **C:** *Pode. Dá cento e sessenta.*	Você pode tirar quarenta reais de duzentos reais. Ficarei com cento e sessenta.	 -informar	 Esfera da informação
TRECHO 86 **P1:** *Então, qual será que é a resposta?*	Qual será o resultado final?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 87 **C:** *Cento e sessenta e três.*	O resultado final será cento e sessenta e três.	 -informar	 Esfera da informação
TRECHO 88 **P1:** *Cento e sessenta e três. Então, agora, o que a gente pode fazer? Agora, a gente pode voltar para essa conta aqui e ver como que a gente pode entender isso aqui. Duzentos e cinco reais e quarenta e dois reais. Então, nessa primeira parte... Você tem cinco reais, tirou dois reais. E agora? Como ler esse zero aqui?*	O resultado final será cento e sessenta e três. O que fazer agora? Vamos observar sua notação. Vamos observar sua notação para entendê-la. Como ler o zero?	-confirmar -incitar -propor -incitar	Esfera da informação Esfera acional

TRECHO 89 **C:** *(E achei pedir) emprestado (pro dois).*	Eu pensei em pedir emprestado para o dois.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 90 **P1:** *Esse dois que aparece aí, ele vale quanto?*	O dois vale quanto?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 91 **C:** *( ) vinte. Não, não é duzentos. É... Que vai dar... Que vai dar... Deixa eu ver aqui... (pedir) emprestado, aqui vai ficar dezesseis... Deixa eu ver uma coisa aqui...*	Ele vale vinte. Não. Está errado. Ele vale duzentos. Deixa-me ver. Se pedir emprestado ficará dezesseis. Deixa-me ver uma coisa.	-informar -retificar	Esfera da informação
TRECHO 94 **P1:** *O dois representa duzentos. Então, esse dois significa que a gente tem duas dessa. Esse zero significa que você não tem nada, mas pode vir a ter. Basta desmembrar o dois (duzentos).*	O numeral dois representa duzentos reais. O numeral dois é o mesmo que duas notas de 100 reais. O zero significa que você não tem nada. Mas pode vir a ter. Você pode desmembrar o duzentos.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 95 **C:** *o um é dez. Não, é cem.* *((manuseia as cédulas))*	O numeral um vale dez reais. Não. Está errado. O numeral um vale cem reais.	-informar -retificar	Esfera da informação
TRECHO 96 **P1:** *Isso mesmo. O seis que você escreveu no resultado ele vale quanto?*	O numeral um vale cem reais. O numeral seis que você escreveu no resultado vale quanto?	-confirmar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 97 **C:** *sessenta.*	Vale sessenta.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 98 **P1:** *Você ainda acha que a gente pegou emprestado?*	Você ainda acha que pegou emprestado?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 99 **C:** *Se fosse fazer a conta normal assim... éh:: diminuir, não ia dar certo. Então, tinha que pedir emprestado para o duzentos.*	A conta normal não daria certo. Pedimos emprestado ao duzentos.	-justificar -informar	Esfera da informação
TRECHO 100	Você devolveu?	-incitar	Esfera acional

P1: *((ri)) E você devolveu, ou pensa em devolver?*	Você pensa em devolver?		
TRECHO 101 **C:** *eu não.*	Eu não penso em devolver.	-informar	Esfera da informação

5.1.5 – Quinta sessão

A quinta sessão foi realizada no dia 03 de outubro de 2007 nas dependências do Laboratório de Ensino de Matemática da instituição sede da pesquisa, com duração de 1 hora e 27 minutos. Participaram da sessão a adolescente C e a pesquisadora 1.

Objetivos

Instigar a compreensão conceitual das operações de multiplicação e divisão, em especial seus diferentes significados ou idéias;

Instigar a análise e a construção de algoritmos alternativos para as operações de divisão e multiplicação;

Instigar a análise do algoritmo-padrão das operações de divisão e multiplicação;

Avaliar as competências e as dificuldades conceituais da adolescente na resolução de situações-problema no contexto de compra e venda que envolvam porcentagem, representação fracionária e decimal.

Procedimentos

A adolescente foi convidada a ocupar uma das mesas do Laboratório de Ensino de Matemática e recebeu digitada em folha de papel A4, *fonte times 12*, a mesma situação-problema apresentada nas sessões anteriores e transcrita abaixo:

> *Eu gosto muito de lanchar na cantina da minha escola, o que mais gosto é comer um salgado e tomar um refrigerante. O salgado custa R$ 0,80 e o refrigerante R$ 0,50. Para eu comprar este lanche todos os dias de aula do mês de maio vou precisar de X reais. Minha mesada é de R$ 40,00. Será que vai dar para comprar também um picolé que custa R$ 1,10 por dia? Se não der para comprar o picolé, para todos os dias de aula, para quantos dias daria?*

Colocamos em uma caixa sobre a mesa escolhida pela adolescente cédulas e moedas do Sistema Monetário Brasileiro (cédulas de 10 reais; 5 reais; 2 reais e 1 real; e moedas de R$ 1,00; R$ 0,50; R$ 0,25; R$ 10; R$ 0,05 e R$ 0,01), o calendário do mês de maio de 2007, lápis grafite e folhas em branco.

Solicitamos a ela que usasse somente o lápis grafite, para as suas notações, não fazendo uso da borracha, que observasse e manuseasse as cédulas e moedas presentes na caixa, que lesse a situação-problema e buscasse solucioná-la. Instigamos a resolução da situação-problema a partir da análise e construção de algoritmos alternativos, como também a partir da análise do algoritmo-padrão da divisão e multiplicação.

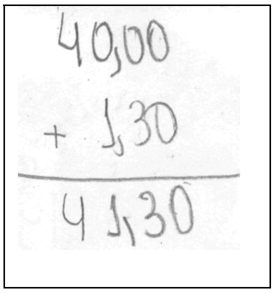
Mais ao final da sessão, questionamos a adolescente sobre a representação fracionária dos números racionais relacionando essa representação com a decimal – muito trabalhada nas sessões anteriores. Além disso, em função de uma demanda posta pela adolescente, solicitamos e mediamos a resolução de situações informais no contexto de compra e venda com a noção de desconto.

Resultados

A quinta sessão foi marcada pelos depoimentos e pelas ações da adolescente, os quais comprovam suas dificuldades e resistência em relação ao uso do algoritmo-padrão da multiplicação e divisão, do mesmo modo que se mostrou resistente ao uso do algoritmo-padrão da subtração, como descrevemos anteriormente.

Durante toda a sessão, mantivemos nossa proposta de atividade mediada incentivando o manuseio de cédulas e moedas, o cálculo mental, a construção de algoritmos alternativos e a análise do algoritmo-padrão. Além disso, propusemos a análise de todas as notações produzidas, tendo como parâmetro os resultados obtidos a partir do cálculo mental e do manuseio de cédulas e moedas.

Notamos que a adolescente utilizou com segurança, durante toda a sessão, os algoritmos-padrão da adição e da subtração. E se mostrou segura para responder aos questionamentos postos em relação a esses algoritmos. Muitas notações foram produzidas e, para todas elas, os agrupamentos e trocas entre as casas decimais e o valor monetário de cada numeral foram questionados. A notação abaixo exemplifica tal competência.

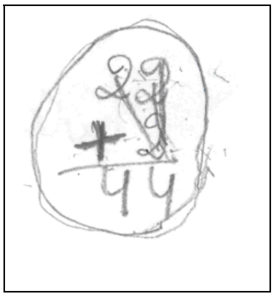


Notação 39

Observamos que, conforme a adolescente avançava na compreensão da representação decimal dos números racionais e a percebia como decorrente dos princípios do Sistema de Numeração Decimal, ela produzia e explicava com mais segurança seus algoritmos pessoais (alternativos) e se sentia menos ansiosa em relação ao algoritmo-padrão da adição e da subtração. Ademais, notamos que a adolescente avançava a cada nova tarefa na compreensão das estruturas aditivas, uma vez que percebia que os conceitos não estavam isolados e sim em inter-relação com outros conceitos. Ela lidava, com mais segurança, por exemplo, com os conceitos de medida, de comparação, diferença, com os próprios conceitos de número natural e racional, entre outros. Todo esse processo pode ser acompanhado nas discussões das sessões anteriores.

Interpretamos que, em relação aos algoritmos-padrão da multiplicação e da divisão, o percurso vivido pela adolescente não seria diferente e, por isso, optamos nesta sessão em trabalhar, mais pontualmente, a compreensão conceitual das operações de multiplicação e divisão, em especial, suas diferentes idéias, como descrito nos objetivos da sessão.

À solicitação *P1: Se você gastasse dois reais, todo dia, durante vinte e dois dias?*ela respondeu *C: (Deixa eu ver), vinte e dois, ( ) quarenta e quatro reais?* ((silêncio)) *Quarenta e quatro reais.* (Trechos 3 e 4). Quando solicitamos a notação ela produziu:



Notação 40

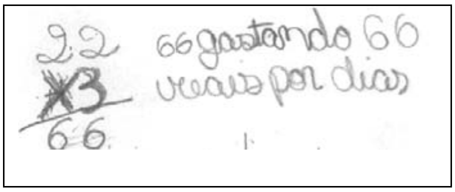
Na notação 40, a adolescente reproduziu o cálculo mental realizado e colocou como resultado quarenta e quatro. Quando questionada a respeito do sinal que destacou em sua notação revelou *C: Eu só somei o dois com o dois* (Trecho 8). Outras perguntas foram postas *P1: Vinte e dois reais mais dois reais dá quanto?* E as respostas de C revelaram a dificuldade de a adolescente lidar com o pensamento multiplicativo. Ela mantinha-se presa à ferramenta que avaliava mais segura: “adição de parcelas iguais”. *C: Vinte e quatro. É só pegar então dois reais... (e ir somando até dar vinte e dois).* Insistimos nos questionamentos, relacionando a notação ao cálculo mental anterior, *P1: ((silêncio)) Você fez alguns cálculos de cabeça. Quais foram? C: É vezes*? (Trechos 11, 12, 13 e 14).

A adolescente mostrou-se incomodada com as interlocuções acima, demonstrando sinais de constrangimento e desânimo. Por isso, avaliamos que a insistência nessa direção seria infrutífera para o trabalho na sessão e para a relação pesquisadora-adolescente. Diante disso, recuamos e elegemos a sugestão anterior de C quanto às somas sucessivas para a continuidade do trabalho. *P1: Se eu somasse, como que eu faria? C: Só ir somando (dois)* (Trechos 15 e 16). A valorização de sua sugestão foi positiva e ela se mostrou mais disposta para a continuidade da sessão e produziu a notação abaixo.

Notação 41

Insistimos em uma pergunta provocativa *P1: Olha o tanto que a conta ficou longa, C. ((silêncio)) Quantas vezes você repetirá esse dois?* E tivemos como resposta *C: Vinte e dois.* (Trechos 17 e 18). A nossa insistência foi reprovada por C e, por alguns instantes, pensamos em encerrar a sessão, tamanho o desconforto explicitado nas expressões faciais da adolescente, tanto que ela não terminou a estratégia iniciada.

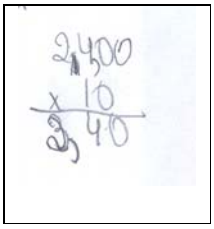
Nos trechos de 19 a 24, exemplificamos nossas tentativas de restabelecermos o diálogo e, na notação 43, pode-se observar a reação de C.



Notação 42

A notação acima permitiu novos diálogos e restabeleceu o clima de confiança e descontração cultivados desde a primeira sessão entre pesquisadora e adolescente. *P1: Sessenta e seis reais. Posso perguntar uma coisa, você não usa multiplicação? Ou você usa? C: (Multiplicação?) Não. Assim, eu... Não, a de vezes eu faço, a de dividir e que não faço*. Aproveitamos a oportunidade para vencer os constrangimentos anteriores, por meio de frases mais descontraídas, contudo, insistimos em destacar suas “fugas”. *P1: Quando a gente acha uma coisa difícil que a gente não quer fazer, C, aí, o que a gente faz? A gente arruma outra coisa, não é? C: (Eu vou pulando, até chegar); P1: ((ri)) Muito bem, você pula! E eu já descobri onde estão seus pulos; C: Hã, é? ((risos)); P1: É a conta de mais. Não é? Tudo que você vai resolver você resolve pela conta de mais. Estou certa?; C: ((risos)) ((balança a cabeça concordando))* (Trechos de 25 a 32).

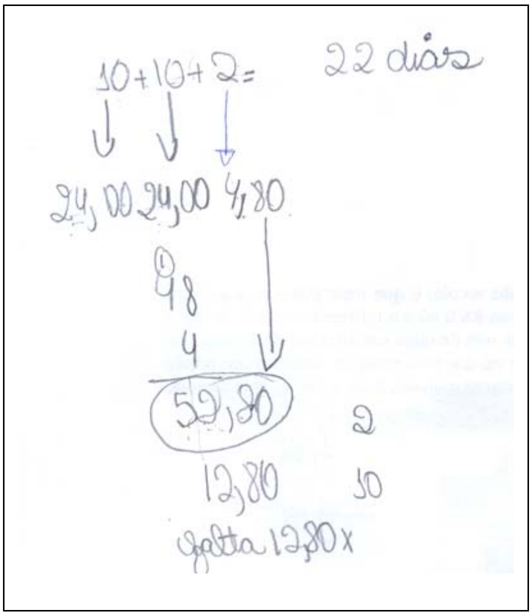
O clima de descontração permitiu-nos ousar mais uma vez e provocamos, novamente, a percepção de C sobre as proximidades e as diferenças entre o pensamento aditivo e o multiplicativo. Em resposta ela produziu muitas notações, como a apresentada a seguir.



Notação 43

Para todas elas incentivamos a análise da notação. *C: A conta está errada; C: Foi esse dois... C: Eu acho que (ele tem que ficar aqui, ó)* (Trechos 41 e 43). A nossa insistência foi reprovada por C, e ela se manteve em silêncio por alguns minutos. Nos trechos de 48 a 60, reapresentamos nossas tentativas de recuperar o diálogo e continuar a sessão.

A reação da adolescente à nossa insistência de discutir as proximidades e diferenças entre o pensamento aditivo e multiplicativo foi a produção, em silêncio, de muitas notações, como mostraremos a seguir.



Notação 44

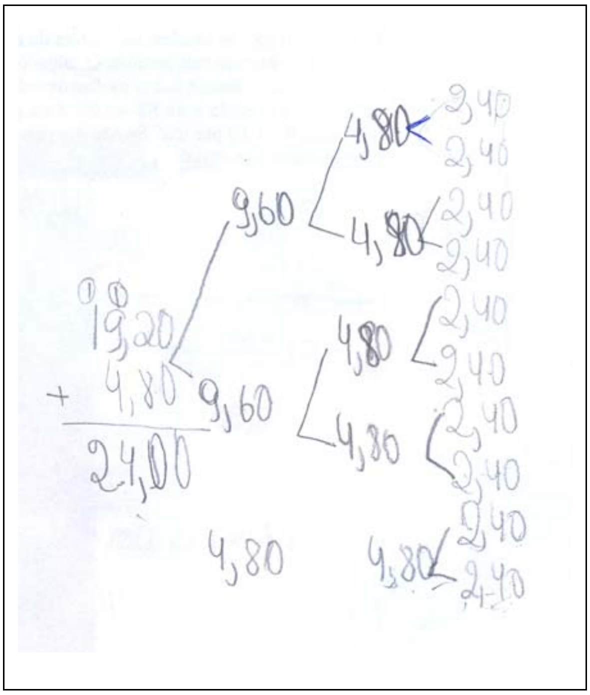
Na notação 44, verificamos a junção de algoritmos pessoais (alternativos) e o padrão. Na parte superior, acompanhamos a multiplicação de 22 dias por 2,40. Para tanto, ela decompôs o numeral 22 em 10 + 10 + 2 e calculou: 10 x 2,40 = 24,00. Repetiu a estratégia para o próximo numeral 10, posteriormente, calculou 2 x 2,40 = 4,80. Não podemos afirmar que todas as etapas descritas acima foram realizadas exclusivamente por meio do cálculo mental, visto que a notação 44 pode ter contribuído para a validação do resultado 24,00.

Na parte central da notação, observamos a utilização suprimida do algoritmo-padrão da adição. Ela organizou os numerais de modo correto e somou 48,00 com 4,80. Apesar de não destacar os oitenta centavos ao lado do numeral 4 eles aparecem no resultado. Tal comportamento revela a segurança da adolescente em utilizar tal algoritmo e reforça nossas conclusões anteriores de que ela avança na compreensão do sistema de numeração decimal. Na parte inferior da notação, observamos o valor 12,80, ele é o resultado da seguinte operação: 52,80 – 40,00 (valor da mesada). Contudo, não podemos afirmar de que modo ela realizou esse cálculo, nossa hipótese é que ela o fez por meio do cálculo mental.

A notação 44 produzida pela adolescente calou-nos e, em função das estratégias apresentadas, avaliamos o quanto ela avançava na compreensão dos conceitos em questão. Mais uma vez, vivenciamos o quanto é difícil respeitar o ritmo e os interesses dos alunos. Naquele momento, bastava à adolescente responder a situação-problema e criar estratégias, muitas estratégias.

Questionamos os resultados encontrados até o momento, *P1: A gente tem de ver agora o que ele consegue comprar com quarenta reais. Para quantos dias de aula. A gente já sabe que para vinte e dois, impossível.* Em resposta, ela revelou sua preocupação com a possível operação a realizar, *C: Quarenta por dois e quarenta.*

(Negócio de dividir). E criou novas estratégias para a realização da operação de divisão, conforme se pode observar na próxima notação.

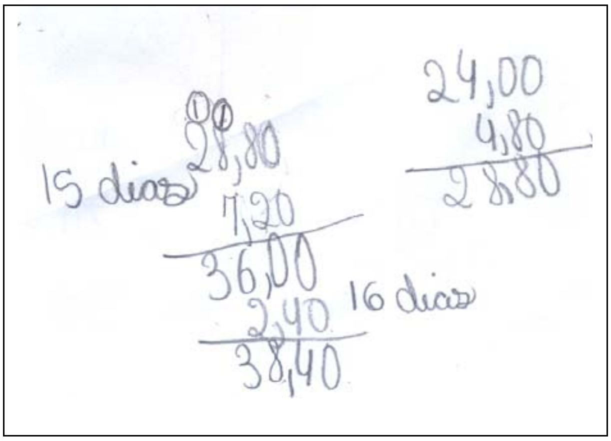


Notação 45

Na notação 45 acompanhamos as estratégias de C para dividir 24 por 2,40. Para tanto, ela decompôs 19,20 em: 9,60 + 9,60; depois repetiu o valor 4,80 na parte inferior da notação. Observamos que a adolescente produziu a notação 46 com muita rapidez, dificultando, inclusive, que acompanhássemos todos os passos. *P1: Muito boa essa sua idéia, pegar isso que já está pronto. Deixa só eu recuperar aqui uma coisa que você fez, você fez rápido agora* (Trecho 77). Todavia, ouvimos algumas falas exteriorizadas, não para nós, mas para ela, que nos ajudou a interpretar as estratégias utilizadas.

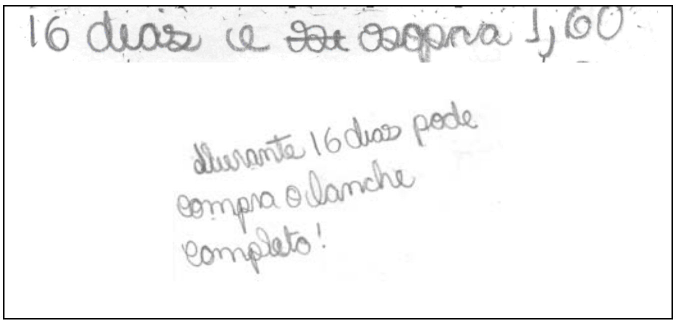
Na parte central da notação, ela decompôs novamente os valores 9,60 usando para isso a idéia de "*quantas vezes cabem 4,80 dentro de 9,60*". Ela mantém a estratégia até atingir sua meta, o divisor 2,40. Ou seja, para cada 4,80 ela buscou "*quantas vezes cabem 2,40 dentro de 4,80*". A repetição do valor 2,40 dez vezes indica o resultado da divisão em questão, e ela arriscou a resposta final *C: Será que uns dezoito dias* (Trecho

78). A adolescente mantém o seu comportamento de “falar para si” – numa espécie de pensar alto – e produziu a próxima notação.



Notação 46

Na notação 46, observamos que ela utilizou o resultado encontrado na notação 45 – *que em 10 dias serão gastos 24,00* – e avançou na construção de outras estratégias a partir do uso do algoritmo-padrão da adição. No lado direito da notação, acompanhamos a soma 24,00 + 4,80 e observamos, mais uma vez, a alocação de todos os numerais nas posições corretas. No lado esquerdo da notação, acompanhamos a organização das informações - *em 12 dias serão gastos 28,80* e *em 15 dias serão gastos 36,00* – na parte inferior da notação ela organizou o resultado final - *em 16 dias serão gastos 38,40*. E o repetiu como resposta final à situação-problema em questão.

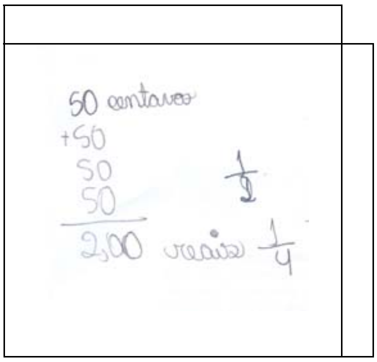


Notação 47

Notamos que, apesar de todos os momentos de conflitos (cognitivos) vivenciados nesta sessão pela adolescente, ela se mostrou contente por resolver a situação-problema e apresentou-se motivada e interessada em realizar novas atividades.

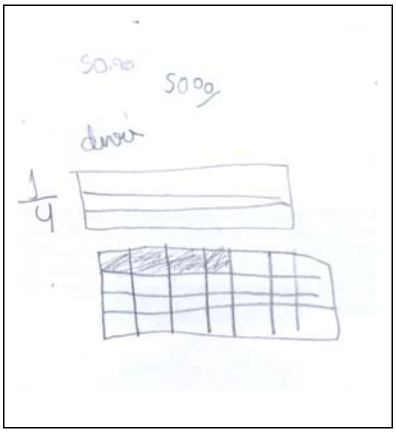
Em função disso, mantivemos, conforme planejado, a avaliação de como a adolescente lê e interpreta a representação fracionária dos números racionais.

O significado do termo *metade* foi posto em análise nos trechos de 87 a 102. *P1: A metade de três reais?; C: Um e cinqüenta* (Trechos 91 e 92). Muitas perguntas formam formuladas com o objetivo de avaliar a compreensão da adolescente a respeito dos termos “metade”; “meio”; “terço” e “quarto”. *P1: Um quarto de quarenta reais quanto (será)?; C: Dez reais* (Trechos 103 e 104). *P1: Eu tenho dois reais. O que é um quarto de dois reais?; C: cinqüenta centavos?* (Trechos 124 e 125). E de suas representações, como mostra a notação a seguir.



Notação 48

Observamos que, em muitos momentos, as respostas e as notações da adolescente estiveram presas à representação geométrica da fração (significado parte-todo*). C: (Tem que colorir), não é? P1: Tem que colorir? Como é essa história? C: Assim... Aí, quarenta, né? Aí colore só quatro* (Trechos 106, 107 e 108).



Notação 49

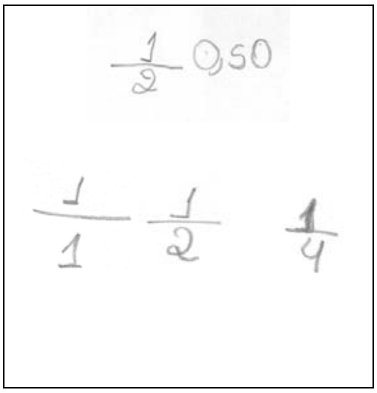
Quando solicitada a explicar a notação 49, justificou *C: É. Eu estudei isso foi o ano passado... (Eu tenho o caderno lá)* (Trecho 110). Ou se mostrou em dúvida, *C: (Tinha que colorir) os quatro* (Trecho 118). *C: Eu (me esqueci)... eu esqueci. Eu esqueci (disso). Porque lá na escola a gente não está... a gente não está estudando isso não* (Trecho 121).

A motivação e o interesse da adolescente pelas atividades ficaram evidenciados quando ela apresenta mais uma demanda pessoal *C: Uma coisa que eu não sei fazer quando eu vou na loja... Eu vou comprar (roupa)... né? Aí eles falam "Você tem cinqüenta por cento de desconto."* (Trecho 138). Apesar de a sessão ter avançado no tempo planejado, aproveitamos a oportunidade e iniciamos a discussão dos temas "porcentagem" e "desconto" (Trechos 141 a 147).

Avaliamos que os entendimentos relacionados à lógica do Sistema de Numeração Decimal, à escrita decimal e aos algoritmos-padrão da adição e da subtração, evidenciados nesta sessão e em sessões anteriores, motivaram a adolescente a apresentar nova demanda pessoal para o trabalho. Interpretamos que tal comportamento sinaliza o quanto a compreensão conceitual tem sido importante para ela.

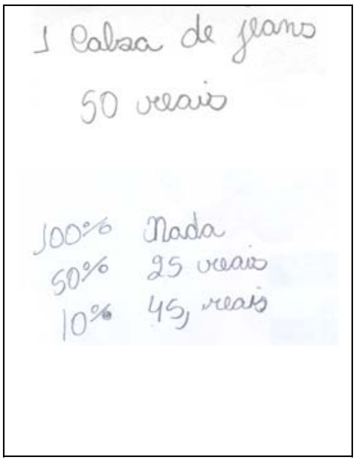
Para tanto, propusemos uma série de situações de compra e venda de produtos de interesse do público adolescente e, para todas elas, solicitamos a notação. Uma das primeiras situações foi a compra de uma calça no valor de R$ 50,00. Reiteramos que todas as situações foram construídas a partir de informações fornecidas pela adolescente, até mesmo o preço.

Além disso, aproveitamos a demanda pessoal manifesta para explorarmos a representação fracionária e a decimal dos números racionais. Por exemplo, trabalhamos o significado do termo metade e sua representação fracionária e a decimal como discutimos, do mesmo modo, outros termos, como: inteiro, um quarto, um terço, entre outros, conforme mostram as notações a seguir:



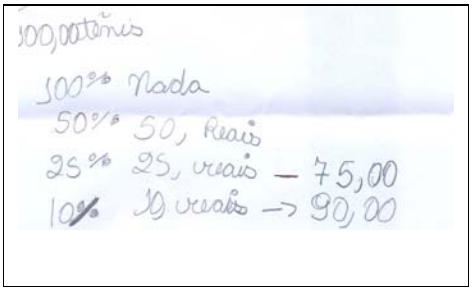
Notação 50

A experiência de C em situações reais de compra e venda ajudou-a na resolução da situação hipotética da compra da calça. Além disso, interpretamos que todas as competências já construídas por ela, durante as sessões anteriores, auxiliaram na interpretação da escrita em porcentagem e sua relação com outras escritas, por exemplo, a fracionária.



Notação 51

A estratégia de analisar as notações produzidas, tão incentivada por nós, desde a primeira sessão, já foi usada por C com muita autonomia nesta sessão. E, em função dela, ela apresentou a seguinte fala: *C: Aqui tá errado, 45 é o que eu vou pagar.* Assim, ela interpretou, sem nossa mediação, que a escrita produzida na quinta linha da notação era incoerente, uma vez que na terceira e quarta linhas o valor expresso era o valor a pagar e não do desconto concedido. A adolescente mostrou-se muito motivada para os cálculos de descontos e apresentou outra situação de compra, agora não mais de uma calça mais sim de um calçado, como mostra a próxima notação.



Notação 52

Na produção da notação acima, ela já destacou o valor do desconto e o valor a ser pago. Reiteramos que todos os cálculos de descontos realizados nesta sessão foram produzidos a partir do cálculo mental e da associação dos percentuais 100%, 50%, 25% aos termos inteiro, metade, um quarto.

Ao contrário das sessões anteriores, que encerramos as sessões em função do aparente cansaço demonstrado pela adolescente, nesta sessão, o término foi marcado pelo nosso cansaço. Todas as atividades desenvolvidas, aliadas às interlocuções e às exigências em termos de tomada de decisão – o que propor, o que falar, como falar, como conduzir – exigiram muito da pesquisadora. Entretanto, apesar da exaustão, encerramos a sessão com a certeza de sucesso que foi marcado pelo sorriso de C que nos contou o quanto a sessão foi proveitosa.

Tabela VII: Análise da quinta sessão

Transcrições	Proposições	**Atos da Fala**	**Categorias dos Atos da Fala**
TRECHO 1 **P1:** *C, se você gastasse um real por dia durante vinte e dois dias, você gastaria quanto?*	C, você gastará um real por dia durante vinte dois dias. Quanto você gastará ao todo?	-informar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 2 **C:** *Vinte e dois... Vinte e dois reais.*	Eu gastarei vinte e dois reais.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 3 **P1:** *Se você gastasse dois reais, por dia, durante vinte e dois dias?*	C você gastará dois reais por dia durante vinte dois dias. Quanto você gastará ao todo?	-informar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 4 **C:** *(Deixa eu ver), vinte e dois, ( ) quarenta e quatro reais? ((silêncio)) Quarenta e quatro reais.*	Preciso ver. Eu gastarei quarenta e quatro reais? Eu gastarei quarenta e quatro reais.	-informar -retificar	Esfera da informação
TRECHO 5 **P1:** *Esse sinal que você colocou aqui, que sinal é esse?*	Você colocou um sinal em sua notação. Que sinal é esse?	-informar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 6 **C:** *De mais.*	O sinal que eu coloquei é de mais.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 7 **P1:** *Olha o que você me disse... Fiz a seguinte pergunta, você tem... Você vai gastar dois reais durante vinte e dois dias, quanto você gastará? Aí, você me respondeu quarenta e quatro reais. Quando você foi para o papel, que conta você fez? ((silêncio))*	Observe o que falou para mim. Eu fiz uma pergunta. C, você gastará dois real por dia durante vinte dois dias. Quanto gastará? Você respondeu quarenta e quatro reais. No papel, você fez que conta?	-propor -informar -incitar	Esfera acional Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 8 **C:** *Eu só somei o dois com o dois.*	No papel, eu apenas somei o dois com dois.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 9 **P1:** *Você somou vinte e dois com mais dois?*	No papel você somou vinte e dois com dois?	-incitar	Esfera acional

TRECHO 10 **C:** (*Foi).*	No papel, eu somei vinte e dois com dois.	-confirmar	Esfera da informação
TRECHO 11 **P1:** *Vinte e dois reais mais dois reais dá quanto?*	Vinte e dois reais mais dois reais é igual a quanto?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 12 **C:** *Vinte e quatro. É só pegar então dois reais... (e ir somando até dar vinte e dois).*	É igual a vinte e quatro. Devemos somar dois reais com dois reais até dar vinte e dois.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 13 **P1:** *((silêncio)) Você fez alguns cálculos de cabeça. Quais foram?*	Você fez alguns cálculos de cabeça. Quais foram os cálculos?	-informar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 14 **C:** *É vezes?*	A conta que faz isso mais rápido é a conta de vezes.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 15 **P1:** Se eu somasse, como que eu faria?	Para usar sua sugestão da soma, como eu faria?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 16 **C:** *Só ir somando (dois).*	Você deve somar dois com dois com dois.	-confirmar	Esfera da informação
TRECHO 17 **P1:** *Olha o tanto que a conta ficou longa, C. ((silêncio)). Quantas vezes você repetirá esse dois?*	C, observe o quanto essa conta ficará longa. Quantas vezes você repetirá o numeral dois?	-propor -incitar	Esfera acional
TRECHO 18 **C:** *Vinte e dois.*	Eu repetirei o dois vinte e duas vezes.	-complementar	Esfera da interação
TRECHO 19 **P1:** *Vamos imaginar outra situação agora...Então, faz de conta que eu vou gastar três reais por dia durante dez dias, quanto gastarei?*	Proponho outra situação. Eu gastarei três reais por dia durante dez dias. Quanto eu gastarei?	-propor -informar -incitar	Esfera acional Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 20 **C:** *(Trinta reais)?*	Você gastará trinta reais?	-informar	Esfera da informação
TRECHO 21	Eu gastarei trinta reais.	-confirmar	Esfera da informação

P1: *É, dez dias deu trinta e vinte dias, dará quanto?*	Eu gastarei três reais por dia durante vinte dias. Quanto eu gastarei?	-informar -incitar	Esfera acional
TRECHO 22 **C:** *Sessen:::... ((silêncio)) sessenta.*	Você gastará sessenta.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 23 **P1:** *Sessenta reais. Vinte dias, sessenta reais. E vinte e dois dias?*	Você gastará sessenta reais. Em vinte dias você gastará sessenta reais. Eu gastarei três reais por dia durante vinte e dois dias. Quanto eu gastarei?	-confirmar -complementar -informar -incitar	Esfera da informação Esfera da interação Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 24 **C:** *Sessenta e seis dias?*	Você gastará sessenta e seis reais.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 25 **P1:** *Sessenta e seis reais. Posso perguntar uma coisa, você não usa multiplicação? Ou você usa?*	Eu gastarei sessenta e seis reais. Farei uma pergunta a você. Você usa a multiplicação? Você não usa a multiplicação?	-confirmar -informar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 26 **C:** *(Multiplicação?) Não. Assim, eu... Não, a de vezes eu faço, a de dividir é que não faço.*	Eu não uso a multiplicação. Às vezes faço a conta de multiplicação. Eu não faço é a conta de dividir e de subtrair.	-informar -tomar posição	Esfera da informação Esfera da avaliação
TRECHO 27 **P1:** *Quando a gente acha uma coisa difícil, que a gente não quer fazer, C, aí, o que a gente faz? A gente arruma outra coisa, não é?*	Quando avaliamos algo difícil C, o que fazemos? Nós arrumamos outra coisa para o seu lugar. Você concorda comigo?	-incitar -informar -incitar	Esfera acional Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 28 **C:** *(Eu vou pulando, até chegar)...*	Quando não consigo fazer algo eu pulo até chegar onde quero.	-confirmar	Esfera da informação
TRECHO 29 **P1:** *((ri)) Muito bem, você pula! E eu já descobri onde estão seus pulos, C.*	Quando você não consegue fazer algo você pula até chegar onde quer. Eu sei onde estão os seus pulos.	-reconhecer	Esfera da interação
TRECHO 30 **C:** *Hã, é? ((risos))*	Ah! Você sabe onde estão os meus pulos.	-conformar	Esfera da interação
TRECHO 31	Os seus pulos aparecem com a conta de mais.	-desafiar	Esfera da interação

P1: *É a conta de mais. Não é? Tudo que você vai resolver você resolve pela conta de mais. Estou certa?*	Tudo que você precisa resolver você usa a conta de mais. Você concorda comigo?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 32 **C:** *((risos)) ((balança a cabeça concordando))*	Eu concordo com você.	-conformar	Esfera da interação
TRECHO 33 **P1:** *Ela gastará dois reais e quarenta centavos por dia, durante vinte e dois dias.*	Ela gastará dois reais e quarenta centavos por dia, durante vinte e dois dias. Como resolver essa questão?	-informar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 34 **C:** *Tem que somar.*	Eu preciso somar.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 35 **P1:** *Mas a gente falou, vamos hoje enfrentar a multiplicação. E aí? Como é que a gente vai fazer? Vamos começar então de cabeça. De cabeça, você já fez tantas contas hoje. Éh:: eu gasto dois e quarenta por dia, em um dia. Em dois dias, eu vou gastar quanto?*	Conversamos a pouco e decidimos enfrentar a multiplicação. Como faremos? Eu proponho iniciarmos com a conta de cabeça. Você já fez muitas contas hoje de cabeça.	-exortar -incitar -propor -informar	Esfera acional Esfera da informação
TRECHO 36 **C:** *Eu posso ir fazendo isso, não posso?* *((inicia a soma))*	Posso fazer assim?	-contestar	Esfera da interação
TRECHO 37 **P1:** *Pode.*	Você pode fazer as somas sucessivas.	-conformar	Esfera da interação
TRECHO 38 **P1:** S*omando, somando, somando, somando, aquilo que você falou. Agora, se eu quiser multiplicar, como que eu vou colocar isso no papel?* *((silêncio))*	Sua sugestão foi somar, somar, somar. Se quiser usar a multiplicação como escrevo no papel?	-informar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 39 **C:** *Deu oito. E, quatro vezes quatro... Não, dois vezes quatro... Dois vezes dois, quatro.*	Encontrei oito como resultado. Temos quatro vezes quatro. Temos dois vezes quatro. Dois vezes dois é igual a quatro.	-informar -exemplificar (EXE)	Esfera da informação
TRECHO 40 **P1:** *Será que esse valor aqui, o que você acha desse valor? Você acha que está certo?*	O que você acha desse valor aqui. Ele está correto?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 41 **C:** *A conta está errada.*	A conta está errada.	-avaliar	Esfera da avaliação
TRECHO 42	A conta está errada.	-avaliar	Esfera da avaliação

P1: *A conta está errada. E onde será que essa conta está errada?*	Onde será que a conta está errada?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 43 **C:** *Foi esse dois... Eu acho que (ele tem que ficar aqui, ó).*	Foi esse dois aqui. Eu acho que o lugar dele é aqui.	-informar -avaliar	Esfera da informação Esfera da avaliação
TRECHO 44 **P1:** *Duas vezes o dois reais e quarenta centavos, a gente sabe a resposta... De cabeça. E vinte vezes dois reais e quarenta centavos?*	Duas vezes dois reais e quarenta centavos. Nós sabemos a resposta. Você sabe a resposta de cabeça. E vinte vezes dois reais e quarenta centavos?	-informar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 45 **C:** *Deu o mesmo resultado? Quatro vezes dois, oito, e dois vezes dois, quatro.*	O resultado foi o mesmo?	-informar	Esfera da informação
TRECHO 46 **P1:** *Faz sentido? Duas vezes dois e quarenta dá quatro reais e oitenta centavos e vinte vezes dois reais e quarenta centavos dar o mesmo resultado?*	O resultado faz sentido? Duas vezes dois e quarenta deu como resultado quatro reais e oitenta centavos. Vinte vezes dois reais e quarenta centavos deu o mesmo resultado.	-incitar -informar	Esfera acional Esfera da informação
TRECHO 47 **C:** *Faz não.... ((C não produz nada por alguns instantes – momento tenso))*	Esse resultado não faz sentido.	-avaliar	Esfera da avaliação
TRECHO 48 **P1:** *Então vamos fazer igual você falou aquela hora... Somando tudo. Vamos colocar dois reais e quarenta centavos aqui dez vezes... Vamos lá, vamos colocar só para a gente conferir, ver onde é que está errando, se é a vírgula ou não...*	C, vamos usar a sua sugestão. Vamos usar a sua sugestão de somar, somar. Coloque dois reais e quarenta centavos dez vezes. Vamos fazer assim para conferir o resultado. Vamos conferir para descobrir onde está o erro. Vamos conferir se o erro está na vírgula ou não.	-propor	Esfera acional
TRECHO 49 **C:** *((produz novas notações em silêncio))*			
TRECHO 50 **P1:** *Uhum. Aí, já somou tudo?*	Muito bom. Você somou tudo?	-cumprimentar -incitar	Esfera da interação Esfera acional
TRECHO 51 **C:** *é.*	Eu somei.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 52 **P1:** *Um e vinte. Nove mais nove?((tentativa de recuperar o diálogo))*	Nove mais nove é igual a quanto?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 53	É igual a dezoito reais.	-informar	Esfera da informação

C: *Dezoito.*			
TRECHO 54 **P1:** *Dezoito. Eu vou segurar o dezoito aqui para você. Dezoito mais...*	É igual a dezoito reais. Eu seguro o dezoito aqui para você.	-confirmar -atenuar	Esfera da informação Esfera da interação
TRECHO 55 **C:** *Dezenove e vinte. Vinte e quatro.*	É igual a dezenove e vinte. Vinte e quatro.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 56 **P1:** *Vinte e quatro, ah! Descobrimos então alguma coisa, C. Porque, se a gente fez aqui por partes e deu vinte e quatro, fizemos aqui e deu dois e quarenta, então, o que está errado nessa conta aqui?*	Vinte e quatro muito bem. Descobrimos alguma coisa. Somando como você sugeriu por partes encontramos vinte e quatro. Aqui na conta de vezes deu dois e quarenta. O que aconteceu com a conta no papel?	-cumprimentar -informar -incitar	Esfera da interação Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 57 **C:** *A vírgula. Vai ser vinte e quatro.*	O problema foi a vírgula. O resultado será vinte e quatro.	-avaliar -retificar	Esfera da avaliação Esfera da informação
TRECHO 58 **P1:** *Vai ser vinte e quatro. Então está bom. Então a gente descobriu.*	O resultado será vinte e quatro. Muito bom. Descobrimos o problema.	-confirmar -cumprimentar -informar	Esfera da informação Esfera da interação Esfera da informação
TRECHO 59 **C:** *Tinha que colocar aqui mais um zero.*	Eu deveria colocar mais um zero.	-avaliar	Esfera da avaliação
TRECHO 60 **P1:** *Olha a quantidade de contas que você fez de cabeça. Acho que vou fazer as perguntas agora e pedir a conta de cabeça. Primeiro de cabeça, depois no papel. ((ri)) Vamos ver então, vamos lá. Vinte e quatro reais mais vinte e quatro reais, é igual a quanto?*	Você tem feito muita contas de cabeça. Farei as perguntas agora e pedirei primeiro a conta de cabeça para depois pedir a conta no papel. Vinte e quatro reais mais vinte e quatro reais, é igual a quanto?	-reconhecer -incitar	Esfera da interação Esfera acional
TRECHO 61 **C:** *Quarenta e oito.*	Vinte e quatro reais mais vinte e quatro reais é igual quarenta e oito.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 62 **P1:** *Quarenta e oito reais mais quatro reais e oitenta centavos?*	Quarenta e oito reais mais quatro reais e oitenta centavos é igual a quanto?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 63	Quarenta e oito reais mais quatro reais e oitenta	-informar	Esfera da informação

C: *Cinqüenta e dois e oitenta centavos.*	centavos é igual a cinqüenta e dois e oitenta centavos.		
TRECHO 64 **P1:** *Cinqüenta e dois reais e oitenta. Mas, quanto ele ganha mesmo de mesada?*	Cinqüenta e dois reais e oitenta centavos. Qual é o valor da mesada?	-confirmar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 65 **C:** *Quarenta. Faltando doze e oitenta.*	A mesada é igual a quarenta. Faltam doze e oitenta.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 66 **P1:** *A gente já viu que não dará. Por que não dará?*	Já vimos que não dará. Por que não dará?	-informar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 67 **C:** *Por que a mesada dele é quarenta.*	Por que a mesada é de quarenta.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 68 **P1:** *A gente tem de ver agora o que ele consegue comprar com quarenta reais. Para quantos dias de aula. A gente já sabe que para vinte e dois, é impossível.*	Precisamos descobrir o que ele consegue comprar com quarenta reais. Para quantos dias de aula. Já descobrimos que para vinte e dois é impossível.	-propor -informar	Esfera acional Esfera da informação
TRECHO 69 **P1:** *C resumiu todos os nossos problemas numa fala só. Então, é essa... (quer ver, será que nessa folha) Então, todos os nossos problemas agora são esses... Dividir quem?*	C, você resumiu todos os nossos problemas em uma frase. Nosso problema é dividir o quê?	-cumprimentar -incitar	Esfera da interação Esfera acional
TRECHO 70 **C:** *Quarenta por dois e quarenta. (Negócio de dividir).*	Nosso problema é dividir quarenta por dois e quarenta. É o negócio de dividir.	-informar -reconhecer	Esfera da informação Esfera da interação
TRECHO 71 **P1:** *Eu descobri um pulo seu que é a adição. Tudo a C quer fazer com adição. Isso assustou você aí a princípio? Essa divisão assustou você?*	Eu descobri um pulo seu que é a adição. Você usa a adição para resolver tudo. Essa divisão assustou você?	-reconhecer -incitar	Esfera da interação Esfera acional
TRECHO 72 **C:** *((silêncio)) É.*	Essa divisão me assustou.	-tomar posição	Esfera da avaliação
TRECHO 73 **P1:** *Se fosse quarenta reais dividido por dois, daria quanto?*	Quarenta reais dividido por dois é igual a quanto?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 74	Olha os centavos aqui.	-propor	Esfera acional

C: *Esses centavos aqui, ó. Dá vinte.*	Quarenta reais dividido por dois é igual a vinte.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 75 **P1:** *Como é isso aqui mesmo? Explica. Em dez dias ele gasta quanto?*	Explique-me o que fez aqui. Em dez dias ele gasta quanto?	-propor -incitar	Esfera acional
TRECHO 76 **C:** *Vinte e quatro. Tem que tirar... Ele vai dar... Vai gastar... Doze dias...*	Em dez dias ele gasta vinte e quatro. Tem de tirar. Gastará doze dias.	-informar -exemplificar (EXE)	Esfera da informação
TRECHO 77 **P1:** *Muito boa essa sua idéia, pegar isso que já está pronto. Deixa só eu recuperar aqui uma coisa que você fez, você fez rápido agora.*	Muito boa sua idéia. Você usou o que já estava pronto. Preciso recuperar uma coisa que você fez. Você fez muito rápido.	-cumprimentar -informar -avaliar	Esfera da interação Esfera da informação Esfera da avaliação
TRECHO 78 **C:** *Será que uns dezoito dias.*	Serão uns dezoito dias.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 79 **P1:** *Quinze dias já deu trinta e seis reais. O que você acha?*	Quinze dias já deu trinta e seis reais. O que você acha disso?	-informar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 80 **C:** *Então é dezesseis dias.*	Serão dezesseis dias.	-retificar	Esfera da informação
TRECHO 81 **P1:** *Você acha que pode colocar mais um dia?*	Você acha que pode somar um dia a esse dezesseis?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 82 **C:** *(Então não vai dar, não vai dar não). Só para dezesseis dias.*	Não vai dar não. São apenas dezesseis dias mesmo.	-confirmar	Esfera da informação
TRECHO 83 **P1:** *Então, a resposta, é dezesseis dias. E sobrou quanto? Você tinha falado.*	A resposta é dezesseis dias. Sobrou quanto?	-confirmar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 84 **C:** *Um e sessenta.*	Sobrou um e sessenta.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 85 **P1:** *No décimo sétimo dia, se ela quiser, a pessoa pode comprar mais o quê?*	No décimo dia a pessoa poderá comprar o quê?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 86	No décimo dia a pessoa pode comprar um salgado	-informar	Esfera da informação

C: *Um salgado e um refrigerante. Ah, um e trinta. Aí vai sobrar... Trinta centavos.*	e um refrigerante. Gastará um e trinta. Sobrarão trinta centavos.	-complementar	Esfera da interação
TRECHO 87 **P1:** *Agora, farei uma outra pergunta... Éh:: alguém fala assim para você, "Olha, eu pago três reais." Uma pessoa chega e fala isso, três reais, (Por algum produto). Três reais. Aí, outra pessoa chega e fala, "Não, três reais não. Eu pago a metade." A pessoa pagaria quanto? Quanto é a metade de três reais?*	Farei outra pergunta. Alguém diz: Eu pago três reais por um produto. Outra pessoa diz: Eu pago a metade. A pessoa pagaria quanto? A metade de três reais é igual a quanto?	-informar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 88 **C:** *((silencio))*			
TRECHO 89 **P1:** *A metade de cinco reais?*	A metade de cinco reais é igual a quanto?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 90 **C:** *Dois e cinqüenta.*	A metade de cinco reais é igual a dois e cinqüenta.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 91 **P1:** *A metade de três reais?*	A metade de três reais é igual a quanto?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 92 **C:** *Um e cinqüenta.*	A metade de três reais é igual a um e cinqüenta.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 93 **P1:** *Perguntarei outras metades, posso?*	Perguntarei outras metades posso?	-se engajar	Esfera acional
TRECHO 94 **C:** *Uhum.*	Pode sim.	-conformar	Esfera da interação
TRECHO 95 **P1:** *A metade de cinqüenta reais?*	A metade de cinqüenta reais é igual a quanto?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 96 **C:** *Vinte e cinco.*	A metade de cinqüenta reais é igual a vinte e cinco.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 97 **P1:** *Então, metade é uma palavra que a gente escuta muito, não é? Metade, metade.*	Metade é uma palavra que escutamos muito. Você concorda?	-informar -incitar	Esfera da informação Esfera acional

Ah, metade. Como representar metade?	Como representá-la?		
TRECHO 98 **C:** *Metade?((escreve a notação))*	Como representar metade?		
TRECHO 99 **P1:** *Falamos metade ou o quê?*	Falamos metade ou que outra palavra?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 100 **C:** *Um terço. Não, um meio.*	Um terço. Um meio.	-informar -retificar	Esfera da informação
TRECHO 101 **P1:** *Metade de dez centavos.*	Qual é a metade de dez centavos?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 102 **C:** *Cinco.*	A metade de dez centavos é cinco centavos.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 103 **P1:** *Um quarto de quarenta reais quanto (será)?*	Um quarto de quarenta reais é igual a quanto?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 104 **C:** *Dez reais.*	Um quarto de quarenta reais é igual a dez reais.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 105 **P1:** *Porque dez? O que você pensou?*	Porque dez reais? O que você pensou?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 106 **C:** *(Tem que colorir), não é?*	É preciso colorir, não é?		
TRECHO 107 **P1:** *Tem que colorir? Como é essa história?*	Tem de colorir? Como é essa história?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 108 **C:** *Assim... Aí, quarenta, né? Aí colore só quatro.*	Você colore só quatro.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 109 **P1:** *Quando falo um quarto para você, é disso que você lembra?*	Quando digo um quarto você lembra disso?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 110	Quando você diz um quarto eu lembro disso.	-informar	Esfera da informação

C: *É. Eu estudei isso foi o ano passado... (Eu tenho o caderno lá).*	Eu estudei isso no ano passado. Eu tenho o caderno com essa matéria em casa.	-complementar	Esfera da interação
TRECHO 111 **P1:** *Eu comprei um pedaço de tecido. Desenha um tecido bem bonito. Primavera, eu espero que ele seja bem colorido, C.*	Eu comprei um pedaço de tecido. Desenhe um tecido bem bonito. Desenhe um tecido bem colorido.	-informar -propor	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 112 **C:** *É.*	Ele será bem colorido.	-confirmar	Esfera da informação
TRECHO 113 **P1:** *Então esse é o seu pedaço de tecido. Um pedaço do tecido está aí. Agora, eu quero que você me mostre um quarto desse pedaço de tecido. Um quarto. Eu quero que você me mostre um quarto apenas.*	Esse é o seu pedaço de tecido. Mostre-me um quarto desse pedaço de tecido. Quero que me mostre um quarto apenas.	-informar -propor	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 114 **C:** *(Assim?)*	Um quarto desse tecido é assim?		
TRECHO 115 **P1:** *O que será um quarto? Será esse pedaço aqui?*	O que será um quarto desse tecido? Será esse pedaço que você marcou?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 116 **C:** *Um quarto?*	Esse é um quarto?		
TRECHO 117 **P1:** *Eu quero um quarto apenas.*	Eu quero apenas um quarto do tecido.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 118 **C:** *(Tinha que colorir) os quatro.*	Eu deveria colorir os quatro.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 119 **P1:** *Se colorir os quatro você volta no seu um pedaço de tecido.*	Se colorir as quatro partes você volta no seu pedaço de tecido.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 120 **P1:** *O que você estuda na escola sobre isso?*	O que estuda na escola sobre esse conteúdo?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 121	Eu esqueci o que estudo.	-informar	Esfera da informação

C: *Eu (me esqueci)... Eu esqueci. Eu esqueci (disso). Porque lá na escola a gente não está... a gente não está estudando isso não.*	Não estamos estudando esse conteúdo.	-justificar	Esfera da avaliação
TRECHO 122 **P1:** *E quando você estava estudando?*	Você se lembrava desse conteúdo quando estava estudando?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 123 **C:** *Aí eu sabia.*	Quando eu estava estudando esse conteúdo eu sabia.	-informar -justificar	Esfera da informação Esfera da avaliação
TRECHO 124 **P1:** *Eu tenho dois reais. O que é um quarto de dois reais?*	Eu tenho dois reais. O que é um quarto de dois reais?	-informar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 125 **C:** C*inqüenta centavos?*	Um quarto de dois reais é cinqüenta centavos?		
TRECHO 126 **P1:** *Você dividiu dois reais em quatro partes. Tudo dentro da sua cabeça. Gostei.*	Você dividiu dois reais em quatro partes. Você dividiu dois reais em quatro partes fazendo a conta de cabeça. Eu gostei do que você fez.	-informar -cumprimentar	Esfera da informação Esfera da interação
TRECHO 127 **P1:** *E se eu quiser, por exemplo, agora pensar não em dois reais, mas pensar em quatro reais, quanto seria um quarto?*	Eu tenho quatro reais. Quanto é um quarto de quatro reais?	-informar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 128 **C:** *(De dois reais)?*	Você quer saber quanto é um quarto de dois reais?		
TRECHO 129 **P1:** *De quatro reais agora.*	Quanto é um quarto de quatro reais?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 130 **C:** *Um real?*	Um quarto de dois reais é um real?		
TRECHO 131 **P1:** *Um real. Quanto seria um quarto de:: oitenta reais?*	Um quarto de dois reais é um real. Quanto é um quarto de oitenta reais?	-confirmar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 132 **C:** *Um quarto de oitenta? Oitenta reais? ((silêncio)) (Quarenta) ((silêncio)) (Dá cinco*	Quanto é um quarto de oitenta reais? Um quarto de oitenta reais é cinco reais.	 -informar	 Esfera da informação

reais)?			
TRECHO 133 **P1:** *Metade de oitenta reais?*	Qual é a metade de oitenta reais?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 134 **C:** *Dá quarenta.*	A metade de oitenta reais é quarenta.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 135 **P1:** *Metade de vinte reais.*	Qual é a metade de vinte reais?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 136 **C:** *Dez.*	A metade de vinte reais é dez.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 137 **P1:** *Metade de quarenta reais, vinte reais. Um quarto de quarenta, dez. E um quarto de oitenta?*	A metade de quarenta reais é vinte reais. Um quarto de quarenta reais é dez reais. Quanto é um quarto de oitenta reais?	-confirmar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 138 **C:** *Vinte. Uma coisa que eu não sei fazer quando eu vou na loja... Eu vou comprar (roupa)... né? Aí eles falam "Você tem cinqüenta por cento de desconto."*	Um quarto de oitenta reais é vinte reais. Tem algo que eu não sei fazer quando vou a uma loja. Quando vou comprar roupa não sei como fazer o cinqüenta por cento de desconto.	-informar -complementar	Esfera da informação Esfera da interação
TRECHO 139 **P1:** *Ah::, aí você não dá conta de fazer?*	Quando você compra roupas não sabe fazer a conta do desconto?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 140 **C:** *Não sei.*	Quando compro roupas não sei fazer a conta do desconto.	-confirmar	Esfera da informação
TRECHO 141 **P1:** *Nossa, uma liquidação de cinqüenta por cento, você me avisa C... Pelo amor de Deus.*	C você me avisa quando souber de uma liquidação de cinqüenta por cento.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 142 **C:** *Fala trinta por cento, dez por cento, direto.*	Na loja eles falam dez por cento.	-informar	Esfera da informação

TRECHO 143 **P1:** *Já imaginou uma blusa que custa trinta reais, desconto de cinqüenta por cento? Ela vai para quanto? Pensa, quanto? Ela custava trinta.*	Imagine uma blusa que custa trinta reais. Imagine que uma blusa de trinta reais será vendida com desconto de cinqüenta por cento? Qual o valor da blusa? A blusa custava trinta reais.	-propor -incitar	Esfera acional
TRECHO 144 **C:** *Ah, então cinqüenta por cento é a metade, né?*	Agora eu sei. Cinqüenta por cento é a metade.	-reconhecer -informar	Esfera da interação Esfera da informação
TRECHO 145 **P1:** *Então, custará quanto?*	A blusa custará quanto?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 146 **C:** *Ah, quinze.*	A blusa custará quinze.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 147 **P1:** *Quinze. Tenho que correr lá. ((ri))*	Uma blusa por quinze reais. Uma blusa por quinze reais tenho que correr lá.	-informar	Esfera da informação

5.1.6 – Sexta sessão

A sexta sessão foi realizada no dia 28 de março de 2008 nas dependências do Laboratório de Ensino de Matemática da instituição sede da pesquisa, com duração de 1 hora e 36 minutos. Participaram da sessão a adolescente C e a pesquisadora 1.

Objetivos

Avaliar a percepção da adolescente sobre a vivência nas sessões de intervenção;

Avaliar a percepção da adolescente sobre a vivência nas aulas de matemática de sua escola no ano de 2008;

Avaliar as competências e as dificuldades conceituais da adolescente na resolução de situações informais que envolviam conhecimento da notação e do conceito dos números racionais – representação decimal e fracionária;

Avaliar as competências e as dificuldades conceituais da adolescente na resolução de situações informais de compra e venda a partir da leitura e manuseio da notação decimal presente em encartes de supermercado;

Procedimentos

A adolescente foi convidada a ocupar uma das mesas do Laboratório de Ensino de Matemática e recebeu vários encartes de supermercado, tesoura, um tubo de cola branca, lápis grafite e folhas de papel A4 em branco.

Colocamos em uma caixa sobre a mesa escolhida pela adolescente cédulas e moedas do Sistema Monetário Brasileiro (cédulas de 10 reais; 5 reais; 2 reais e 1 real; e moedas de R$ 1,00; R$ 0,50; R$ 0,25; R$ 10; R$ 0,05 e R$ 0,01). Solicitamos a ela que usasse somente o lápis grafite, para as suas notações, não fazendo uso da borracha, que observasse e manuseasse as cédulas e moedas presentes na caixa. E que as usasse se avaliasse necessário.

Logo em seguida, solicitamos à adolescente a resolução de uma série de situações informais que envolviam a simulação de compras e/ou comparação de valores – expressos em escrita decimal – presentes nos encartes. Instigamos a resolução das situações a partir da construção de algoritmos alternativos, como também a partir da análise dos algoritmos-padrão das operações aritméticas fundamentais. Propusemos, igualmente, a comparação entre a escrita decimal e fracionária relacionada ao Sistema de Pesos e Medidas a partir da observação dos rótulos de alguns produtos dos encartes.

Resultados

A adolescente esteve de férias escolares nos meses de dezembro de 2007 e janeiro de 2008. Nesse período não fizemos nenhum contato com seus responsáveis a fim de marcarmos a próxima sessão em respeito ao período de descanso. Durante o mês de fevereiro, iniciamos os contatos para a marcação da próxima sessão com os professores, contudo não tivemos êxito em nenhuma das tentativas, como descrevemos no item 5.3.7.

Ao contrário da dificuldade de contato e marcação de sessões com os professores em 2008, fomos surpreendidas por duas visitas da adolescente à faculdade sede da pesquisa no período noturno (horário regular das aulas na graduação e nosso turno de trabalho). A primeira ocorreu no dia 12/02 e a segunda no dia 04/03. Nessas ocasiões, C questionou-nos sobre a continuidade das "*aulas de reforço*", assim chamando as sessões. Ela reafirmou seu interesse em participar das sessões no ano de 2008 e disse que aguardava a marcação das próximas. Em função dessa demanda, marcamos a sexta sessão com a adolescente para o mês de março.

O interesse de C pelas sessões foi comprovado, em muitos momentos, nas sessões anteriores, como descrevemos em algumas passagens, contudo a manutenção de tal interesse, mesmo depois de alguns meses, instigou-nos. E, em função disso, iniciamos a sexta sessão, com perguntas que nos auxiliasse a interpretar a motivação da adolescente para as sessões.

Ela relatou que em 2008 continuava no mesmo Colégio público que havia estudado no ano de 2007. Descreveu que passou suas férias de dezembro e janeiro em casa descansando e que apenas estudou a "tabuada". Na ocasião, perguntamos a ela se "estudar a tabuada" havia sido uma solicitação da escola ao que ela respondeu: *C:*

Minha prima tava aí e ela me tomou a tabuada porque eu estou muito ruim na tabuada. Comentou, alegremente, que no dia 30 de março completaria 15 anos.

Recordamos as visitas realizadas por ela à faculdade, *P1: Você passou aqui na faculdade, pra me dar um abraço, não foi? E aí você me perguntou se a gente teria encontro esse ano de 2008. Eu quero te perguntar: você quer continuar com os encontros?* E tivemos a confirmação de sua motivação. *C: Eu quero. Porque tá me ajudando muito, entendeu? Muitas coisas que a professora lá no "12" me ensinava, lá a sala é cheia, igual tá muito cheio agora, aí eu aprendi aqui. Aí eu cheguei lá e eu fiz a prova e passei. Eu aprendi muitas coisas. Eu não sabia multiplicar. Eu não sabia fazer aquelas contas de divisão. Nem menos. Agora eu sei. Quando eu vou fazer uma prova assim eu... as coisas que você me ajudou a pensar melhor, aí eu coloco em prática.*

Insistimos em outras perguntas, principalmente naquelas nas quais pudéssemos colher a percepção da adolescente não só de seu comportamento nas aulas de matemática na escola, como também seus sentimentos em relação à matemática, ao aprender matemática. *P1: Você acha que mudou alguma coisa? De maio do ano passado pra cá o que aconteceu? C: Eu tinha preguiça de estudar matemática... Era assim, eu não fazia dever de casa de matemática, chegava na sala, copiava dos colegas. Eu fazia, fazia tudo errado. Agora não, eu penso, já faço tudo certo. Têm alguns erros por causa de sinal que eu (mudo).*

Interessava-nos, também, conhecer a situação escolar da adolescente no ano de 2008 e, por isso, perguntamos a ela se a escola mantinha a mesma proposta pedagógica para as classes de aceleração. Todavia, a resposta de C mostrou-nos que a escola trabalha com novos projetos para os alunos com defasagem idade/série em 2008. *C: Eu estou fazendo aquele (novo) Projeto do governo pros alunos defasados. Aí eu vou para o primeiro ano, o ano que vem.*

Conhecíamos o projeto em questão, todavia insistimos em novas perguntas a fim de obtermos a interpretação da adolescente para tal proposta governamental. *P1: Como é esse projeto? Conta pra mim. C: É Teleaula. É pela televisão. P1: Você já começou? C: Ainda não. A televisão ainda não chegou. A gente trabalha com apostila, entendeu? Não tem que escrever no quadro pra gente copiar, não. Só vai seguir a apostila, o professor é só pra tirar as dúvidas.*

A adolescente freqüentou, no ano de 2007, como descrevemos nas sessões iniciais, a classe de aceleração para o sexto e sétimo anos (antigas quinta e sexta séries). Se continuasse no projeto de aceleração, cursaria em 2008 a classe para oitavo e nono anos (antigas sétima e oitava séries).

Cada classe de aceleração contava com professores para todas as disciplinas, como as classes regulares, a diferença era que o conteúdo para o ano era de duas séries. No novo projeto, o avanço do jovem na série manteria a mesma configuração, como explica C. *C: No ano que vem eu já vou para o primeiro ano. Todos os alunos que têm quatorze anos e meio, quinze, dezesseis lá do "12" foram para o projeto agora.* Todavia, não teriam mais os docentes para cada disciplina e sim, acompanhariam os conteúdos pelas vídeoaulas e terão um tutor para o esclarecimento de dúvidas. Terão além das vídeoaulas o material impresso.

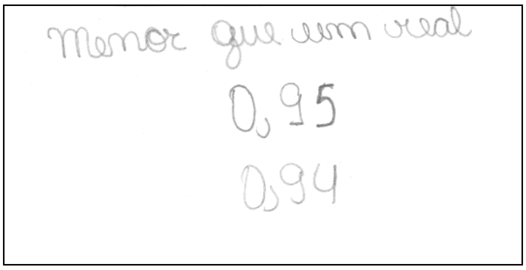
Observamos que C mostrava-se simpatizante para com o projeto e, em suas falas, usava tom de defesa da proposta. Por isso, interessava-nos entender, a partir de suas interpretações, quais as vantagens do projeto. *P1: Ah, uma curiosidade que eu tenho. Quando a escola explicou desse projeto da Teleaula, você e a sua família tiveram escolha ou foi obrigado? Como é que foi? C: Teve opção. Mas quem não ficasse no projeto tinha de mudar de escola, no "12" só o projeto agora, porque é melhor. P1: E por que você topou o projeto da Teleaula?* A resposta de C às perguntas postas não foram simplesmente respostas, soaram como um "desabafo". *C: Uma nova oportunidade pra mim passar pro Ensino Médio. Eu quero passar logo. Eu acho também que eu estou velhinha, né? Eu não falo a série que eu estou. Eu tenho vergonha demais... Porque meus primos são todos adiantados, eu sou a única atrasada, aí eu fico com vergonha. Até as minhas irmãs.* Mantivemos o respeito às necessidades da adolescente e permitimos-lhe, por alguns momentos, que falasse das angústias que vive devido à defasagem idade/série. Na ocasião, não emitimos julgamento de valor algum a respeito do projeto em questão.

Iniciamos as atividades planejadas para a sessão solicitando que observasse os diferentes encartes espalhados sobre a mesa e que apontasse quais seus produtos preferidos entre os inúmeros produtos em destaque.

A proposta foi prontamente aceita por ela e, por alguns instantes, ocupou-se em comentar os produtos, sabores e fez observações sobre preços, principalmente, sobre os produtos com preços mais altos. Comentou, ainda, que muitos produtos constantes nos encartes não eram consumidos regularmente em sua casa e apenas em momentos especiais, devido ao alto custo. Comentou, também, que muitos eram consumidos, contudo não as marcas expressas nos encartes e sim, de outras marcas, *"C: Não tão famosas, porque aí fica de promoção"*. Como exemplo, destacou a marca e o preço do iogurte consumido pela família.

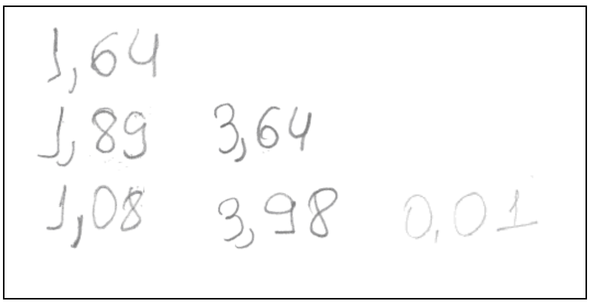
Depois do trabalho mais exploratório com os encartes, solicitamos à adolescente que observasse os preços tendo como parâmetro perguntas como: *P1: Qual o produto mais caro de cada encarte? Qual o produto mais barato de cada encarte?* E outras, com a finalidade de coletar a interpretação da adolescente para o estilo de escrita decimal adotada nos encartes**.** *P1: Três reais e vinte e nove centavos. Você já observou* *que o três é escrito grande e os outros números menores?* C prontamente apresentou sua interpretação para o fato. *C: Porque esse aqui é centavos, esse aqui é reais.*

A cada nova solicitação, C demonstrava competência para a leitura da escrita decimal. Insistimos em novas perguntas com o objetivo de identificar valores menores e maiores que um real. *P1: Tem algum produto aqui que custa menos de um real? C: Tem, esse aqui de noventa e cinco centavos. É o Danete.* Paralelamente às perguntas dessa natureza, solicitávamos que registrasse todos os valores expressos, oralmente, como defendido desde as sessões iniciais.



Notação 53

Em outros momentos, solicitamos a C que identificasse, nos encartes, os valores entre um e dois reais ou entre três e quatro reais ou, ainda que completasse o valor do produto considerando o primeiro valor inteiro, como mostram os trechos e a notação a seguir. *P1: Noventa e quatro centavos. Se eu colocar cinco centavos aqui, vai pra quanto? C: Noventa e nove. P1: Eu preciso de quanto pra completar um real? C: Um centavo. P1: Como se escreve um centavo mesmo, C? C: Assim.*



Notação 54

Solicitamos, ainda, que lesse a escrita decimal presente nos encartes, *P1: Esse? Como leio esse número? C: Um real e oito centavos P1: Se ele custasse um e dez? Faltaria quanto? C: Dois centavos.* O trabalho com os encartes comprovou as competências já desenvolvidas por C, para a leitura e a notação da escrita decimal, contudo evidenciaram novas dificuldades. Ao depararmos com a ilustração dos produtos abaixo, C mostrou dificuldade em explicar o fato.

Figura 29 - Recorte de um dos encartes utilizados durante as atividades da sexta sessão.

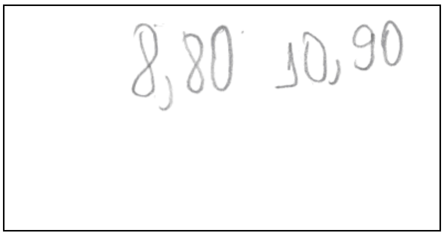
As perguntas postas foram: 1/ Como explicar o mesmo preço para produtos com quantidades diferentes?; 2/ Como ler os valores 540g e 400g presentes nas embalagens? Depois de alguns minutos C emitiu sua interpretação para a primeira pergunta. Ela justificou o fato pela presença de “pedaços de frutas” no produto número 02, o que, em sua análise, tornava o produto especial. Ademais, questionou o termo “promoção” presente em uma das embalagens e afirmou: *C: não acredito em promoção, mercado não dá nada pra ninguém.*

O símbolo do grama "*g*" evidenciou a dificuldade de a adolescente ler e interpretar informações de medidas de massa e capacidade com unidades padronizadas. *C: quinhentos e quarenta gramas. P1: Um quilo tem quantos gramas? C: Cem? P1: Em alguns produtos temos "g", "Kg" e em outros temos "l", "ml", você conhece esse símbolos? C: Miligrama? Não, isso aqui é... Eu não sei.*

A evidência de tais dificuldades colocou em questão a habilidade de a adolescente atuar com autonomia e discernimento em situações de compra e venda de produtos, uma vez que tal habilidade está diretamente ligada à compreensão dos conceitos de medida, grandeza, unidade de medida, medidas de comprimento, de massa, de capacidade, unidades de medidas padronizadas e não-padronizadas e muitos outros.

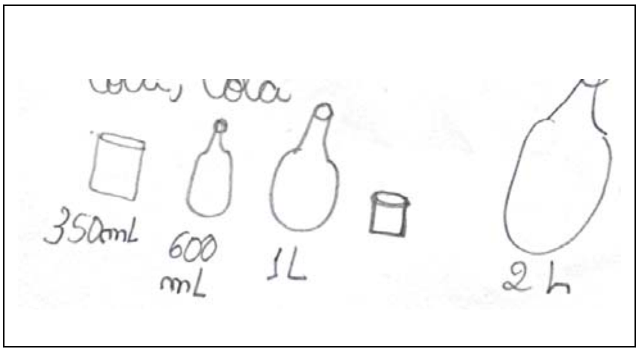
Avaliamos que o momento não era oportuno para investigações tão pormenorizadas quanto suas necessidades exigiam. Entretanto, aproveitamos a escrita decimal (já usada com competência pela adolescente) para pesquisar e registrar algumas investigações sobre o Sistema de Pesos e Medidas. Para tanto, aproveitamos alguns materiais do Laboratório de Ensino de Matemática, tais como: balança de dois pratos (já utilizada anteriormente); réguas (réguas de um metro e de trinta centímetros); fita métrica, diferentes embalagens de produtos, como por exemplo, de refrigerante, de margarina, de leite, entre outras.

Solicitamos, inicialmente, à adolescente que medisse e registrasse a medida do comprimento do tampo da mesa, do assento da cadeira, da lateral do quadro e a lateral de uma janela, a partir de medições tanto com as réguas quanto com a fita métrica. As notações abaixo mostram os resultados de algumas das medições (8 m e 80 cm e 10 m e 90 cm).



Notação 55

Observamos que a adolescente apresentou dificuldade em lidar com tais instrumentos de medida. Tal dificuldade revela que a escola não tem adotado práticas de medições em ambiente escolar e/ou incentivado que tais práticas ocorram em ambiente familiar. Em função dessas dificuldades, mantivemos a estratégia de explorar o Sistema de Pesos e Medidas e propusemos a análise de embalagens de alguns produtos, em especial, embalagens de refrigerante. A notação a seguir mostra a representação de tais embalagens por C:

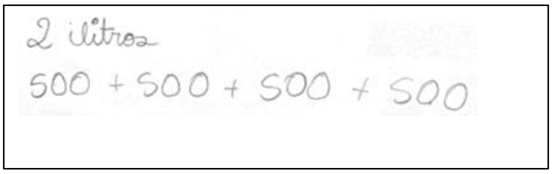


Notação 56

Observamos na notação acima que uma embalagem está sem a notação de sua capacidade. Isso ocorreu, porque C relatou a existência de uma nova embalagem para tal marca de refrigerante, não presente no Laboratório de Ensino de Matemática. Na ocasião, não tínhamos conhecimento da capacidade de tal produto, por isso não informamos à adolescente.

A observação e o manuseio das embalagens presentes no Laboratório de Ensino de Matemática, aliados à simulação de atividades de transposição de líquidos de uma embalagem para outra auxiliou-nos na formulação de muitas perguntas, tais como: *P1:*

Eu preciso de quantas garrafas de 600 ml para completar uma garrafa de 2 litros?; P1: Eu posso colocar o líquido de duas garrafas de 350 ml em uma garrafa de 600 ml?P1: Quero dividir o líquido de uma garrafa de 2 litros em 4 garrafas. Coloco quantos ml?,. Em resposta a essas perguntas e a outras C produziu muitas notações, abaixo apresentamos algumas.

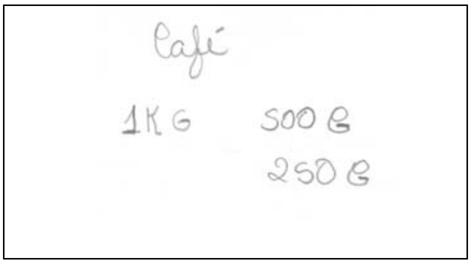


Notação 57

Insistimos em perguntas que explorassem a representação decimal e a fracionária, sempre relacionando a atividade em questão com as informações dos encartes, bem como com outras atividades já desenvolvidas. C reagiu bem à nossa proposta mostrou-se motivada e se expressou, em muitos momentos, utilizando os termos metade e um quarto.

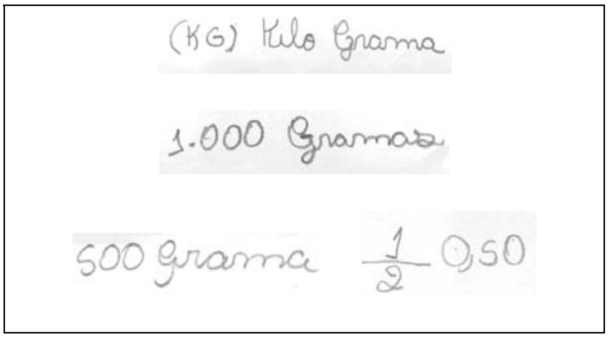
Notação 58

Perguntamos à adolescente se ela conhecia algum produto que era vendido em diferentes embalagens, assim como o refrigerante. Em reposta, relatou que costuma comprar pó de café e que este produto pode ser vendido em embalagens de 1 quilo, 500 e 250 gramas, como descreveu na notação a seguir:

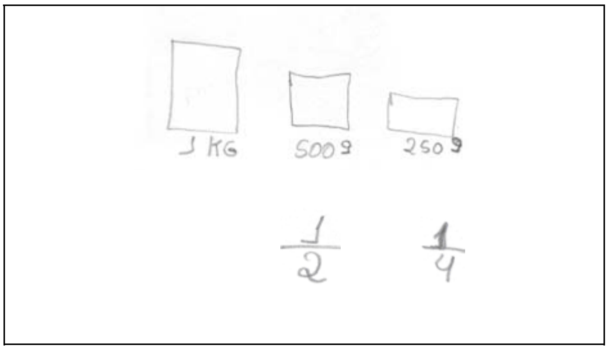


Notação 59

Mantivemos perguntas que abordavam ao mesmo tempo questões relacionadas aos conceitos de peso e massa, como também às diferentes representações (fracionária e decimal). Em resposta a tais perguntas e discussões, C produziu as próximas notações.



Notação 60



Notação 61

Avaliamos a partir das notações produzidas acima que a adolescente realizou com muita competência várias conversões em representação decimal e fracionária e, em função disso, optamos por continuar com as atividades previstas para a sessão. A volta às atividades contou, inicialmente, como uma leitura visual rápida de todo encarte e a localização de muitos produtos comercializados em mililitros, outros em quilos, outros em gramas.

Em muitos momentos da sessão, C apresentou os problemas que enfrenta em suas situações cotidianas de compra. Em especial, destacou o fato de que tanto nas padarias, lanchonetes, quanto nos supermercados que freqüenta, os responsáveis pelo caixa não emitem o troco quando este é inferior a quatro centavos. *C: Tá faltando um centavo. Mas quando você vai no supermercado, você já viu? Eles não dão o centavo pra você. Quando tá quatro e noventa e nove, eles deixa, eles não devolvem o centavo.* Comentou, ainda, que o proprietário do estabelecimento lucra com tal prática. É comum entre as pessoas não reclamar porque pensam que dois centavos ou um centavo não tem valor. No entanto, argumentou que, ao final do dia, o valor juntado pelo proprietário deve ser bem significativo.

Solicitamos à adolescente que construísse uma linha de preço, tendo como marco inicial o valor do produto mais barato em todos os encartes. C realizou as ações de identificar os valores, recortar e colar com muita autonomia. A linha de preço construída por C ocupou três folhas de papel A4 coladas lado a lado. A notação a seguir apresenta parte dessa construção.

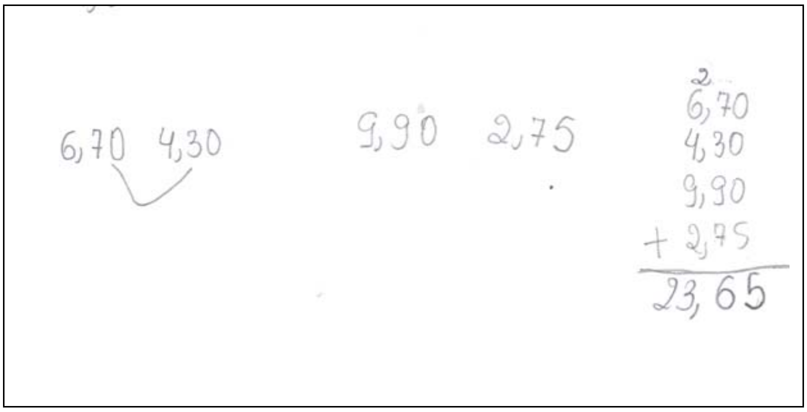
Notação 62

A adolescente construiu a linha de preço de modo correto, não esqueceu nenhum produto, fez escolhas de produtos para aqueles que apresentavam o mesmo preço e repetiu para cada produto, sem a nossa solicitação, o quanto faltava para completar o primeiro valor inteiro. Ao percebermos tal fala, solicitamos que registrasse os valores encontrados, como apresentado na notação a seguir.

Notação 63

As diferentes atividades desenvolvidas por C durante esta sessão sinalizam que ela avança na compreensão da escrita decimal como uma expansão do Sistema de Numeração Decimal e que lê e usa, a cada nova sessão, com mais facilidade o Sistema Monetário Brasileiro. Ademais, sinaliza que ela avançou, também, na compreensão dos conceitos de acrescentar e juntar; retirar, comparar e completar; partilha e medida. Avança, também, nas conversões entre representação decimal e fracionária dos números racionais.

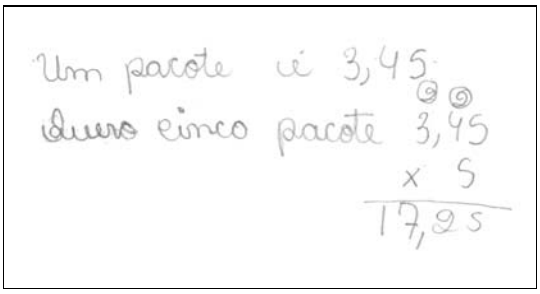
Outras competências foram evidenciadas ao longo do desenvolvimento da sessão, elas podem ser acompanhadas nas notações a seguir:



Notação 64

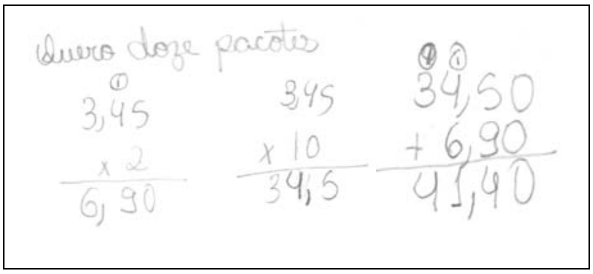
A adolescente mostrou total compreensão dos procedimentos de cálculo presente nos algoritmos acima. Notamos que a rotina de explicar as ações foi tão aceita por C que ela ao executar qualquer procedimento passou a explicar em voz alta – para ela e para nós – todos os passos seguidos. A questão do "vai um" discutida nas sessões iniciais foi, nessa sessão, apresentada com total consciência das ações. *C: setenta centavos mais trinta centavos dá um real, um real mais seis e mais quatro, dá onze*. Ou ainda, *C: aqui são dois reais* para explicar o numeral dois que aparece na notação inferior à direita.

Ao longo da sessão, solicitamos à C que, além de resolver as pequenas situações postas, criasse algumas e as resolvesse. Em resposta a essa solicitação, a adolescente criou uma série de situações de compra que compõem as notações a seguir:



Notação 65

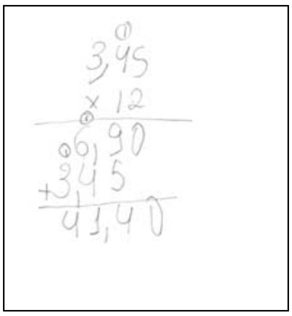
A notação acima foi produzida em reposta a uma situação de compra na qual o objetivo maior era encontrar o valor total a ser pago para a compra de cinco pacotes de determinado produto. Pela primeira vez, C opta pelo algoritmo-padrão da multiplicação e o utiliza explicando em voz alta todos os procedimentos necessários, numa espécie de "fala para si" dos caminhos trilhados. Em outros momentos, utilizou a decomposição para a resolução das situações hipotéticas criadas por ela.



Notação 66

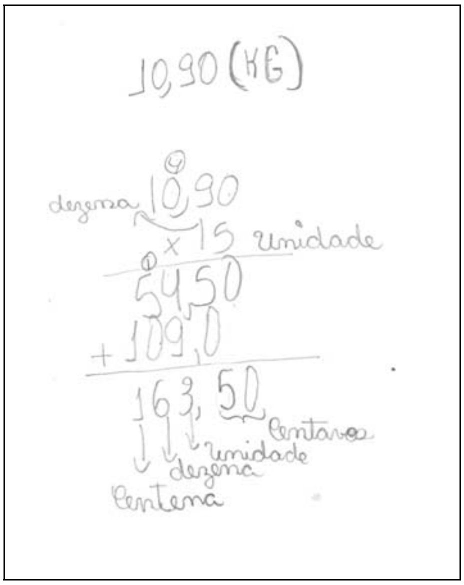
A autonomia de C para a criação de situações de compra e decisão de como as resolveria foi marcante nos momentos finais dessa sessão. Não tínhamos mais, ao nosso lado, aquela adolescente cabisbaixa da primeira sessão – que falava baixo, com medo, que respondia às perguntas com outra pergunta. Tínhamos agora uma adolescente decidida a aprender, que expressava suas dúvidas e suas certezas e que a cada momento mostrava-se mais autônoma e confiante de seus processos de pensamentos.

Como a provocação esteve presente em todas as sessões, provocamos C com a seguinte fala em relação à notação 66. *P1: C, você compraria os doze pacotes de uma só vez?* Em reposta, ela produziu com um sorriso peralta no rosto a notação abaixo.



Notação 67

Ao final da sessão, o senso de desafio colocado por nós desde a primeira sessão foi utilizado por ela. Ela formulou uma situação de compra para 15 quilos de um produto e apontou no encarte o preço de cada quilo (R$ 10,90). A situação em questão não era para que resolvêssemos, ela resolveria. A questão posta era: qual a nossa avaliação para o desempenho dela, ou seja, se avaliávamos que ela conseguiria ou não resolver a situação. Interpretamos que nesse momento C revelou o quanto se sentia segura no ambiente de pesquisa, aprendizagem e ensino que cultivamos desde a primeira sessão. Não respondemos à provocação, porque ela disse – em tom de choro – *C: Eu consigo aprender não é?*. E em silêncio ela produziu a notação abaixo.



Notação 68

Devido ao tempo já transcorrido na sessão e em função dos últimos acontecimentos que emocionaram tanto a adolescente quanto nós, decidimos encerrar a sessão. Avaliamos que o conjunto de ações, falas e notações produzidos durante essa sessão mostram-nos o quanto o desenvolvimento de novas competências é possível. E principalmente, cala-nos diante de falas excludentes, ainda vigentes nas escolas brasileiras, que separam os alunos em aptos e inaptos; inteligentes e “burros”; bons e maus; aprovados e reprovados.

5.1.7 – Sétima sessão

A sétima sessão foi realizada no dia 02 de abril de 2008 nas dependências do Laboratório de Ensino de Matemática da instituição sede da pesquisa, com duração de 1 hora e 38 minutos. Participaram da sessão a adolescente C e a pesquisadora 1.

Objetivos

Avaliar as competências e as dificuldades conceituais da adolescente na resolução de situação-problema que envolvia conhecimento da notação e do conceito dos números racionais registrados em decimais;

Avaliar as competências e as dificuldades conceituais da adolescente no uso de algoritmos alternativos e padrão para a resolução de situação-problema que envolvia conhecimento da notação e do conceito dos números racionais registrados em decimais;

Avaliar a pertinência da atividade mediada praticada pela pesquisadora visando ao desenvolvimento de novas competências na adolescente no que se refere ao campo conceitual das estruturas multiplicativas.

Procedimentos

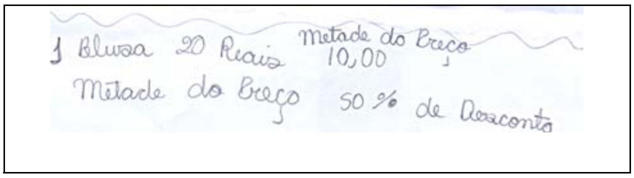
A adolescente foi convidada a ocupar uma das mesas do Laboratório de Ensino de Matemática e recebeu vários encartes de lojas de departamento, em especial, encartes com produtos de vestuário.

Colocamos em uma caixa sobre a mesa escolhida pela adolescente cédulas e moedas do Sistema Monetário Brasileiro (cédulas de 10 reais; 5 reais; 2 reais e 1 real; e moedas de R$ 1,00; R$ 0,50; R$ 0,25; R$ 10; R$ 0,05 e R$ 0,01); lápis grafite e folhas de papel A4 em branco. Solicitamos a ela que usasse somente o lápis grafite, para as suas notações, não fazendo uso da borracha, que observasse e manuseasse as cédulas e moedas presentes na caixa. E que as usasse se avaliasse necessário.

Logo em seguida, solicitamos à adolescente a resolução de uma série de situações informais que envolvia a simulação de compras e vendas. Inicialmente, recuperamos algumas situações de compra com descontos propostas por ela ao final da quinta sessão. Posteriormente, apresentamos, oralmente, à adolescente nova situação-problema com o intuito de recuperar todos os conceitos trabalhados até o momento e de avaliar as competências e as dificuldades da adolescente, como descrevemos nos objetivos da sessão.

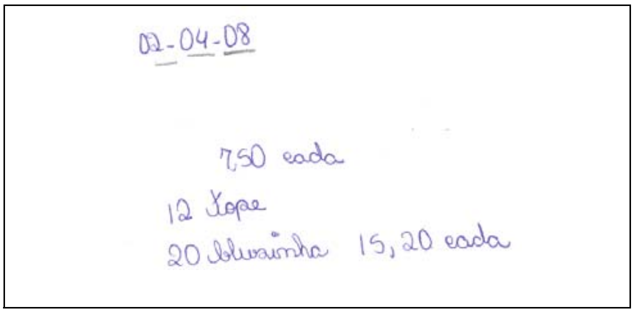
Resultados

Iniciamos a sessão recuperando uma situação de compra proposta por C ao final da quinta sessão. Na ocasião ela relatou a compra de uma blusa no valor de R$ 20,00 e que para compras à vista o proprietário concedia 50% de desconto. Em resposta, ela apresentou rapidamente a notação a seguir:



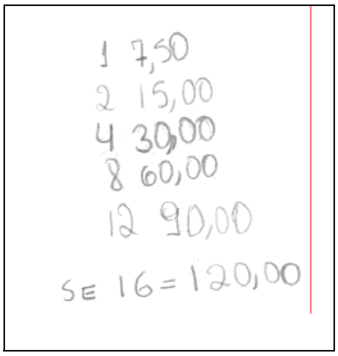
Notação 69

Logo em seguida, apresentamos, oralmente, parte da nova situação-problema. *P1: minha mãe comprou para revender doze tops a sete reais e cinqüenta centavos cada. E comprou também vinte blusinhas, dessas de malha, a quinze reais e vinte centavos cada. Quanto ela gastou, C?*



Notação 70

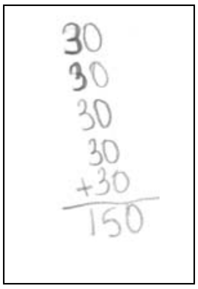
Notamos, acima, que inicialmente ela organizou as informações numa espécie de preparação para a construção de uma estratégia de resolução. Em seguida, inicia uma estratégia muito utilizada por ela em situações de cálculo mental, como mostra a notação abaixo:



Notação 71

A notação acima descreve a seguinte estratégia: se um *top* custa R$ 7,50; dois custam R$ 15,00; 4 custam R$ 30,00 e assim sucessivamente associando as idéias de proporcionalidade e dobro simultaneamente. Observamos, ainda, que na quinta linha da notação ela alterou o uso do dobro para o uso do valor de *tops* comprados, no caso 12. Quando interpelada sobre como encontrou o resultado R$ 90,00 ela respondeu: *C: eu juntei quatro tops mais oito.* Ou seja, para a composição do valor R$ 90,00 para 12 *tops* ela percorreu as seguintes etapas de pensamento: quatro *tops* – R$ 30,00; 8 *tops* – R$ 60,00, logo 12 *tops* – R$ 90,00.

Para o cálculo da segunda parte do problema apresentado, ela usou a mesma estratégia, contudo registrou de modo diferente, como observamos a seguir:

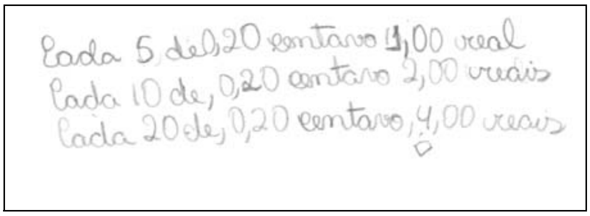


Notação 72

Ao questionarmos a notação, ela nos explicou que: *C: Duas blusinhas dá 30 reais.* Observamos que ela desconsiderou o valor vinte centavos, quando interpelada a respeito relatou que do modo que fez é mais fácil. Ademais, notamos que o resultado

150 apresentado na notação refere-se à compra de dez blusas no valor de R$15,00 cada uma. Mantivemos nossa postura de não cercear nenhuma estratégia e muito menos de julgá-la como pertinente ou não. O comportamento de C nessa sessão, assim como nas três últimas, foi de muita autonomia. Mediamos a resolução mais com a finalidade de explicar novamente a situação-problema visto, que esta foi apresentada oralmente à adolescente.

A adolescente continuou suas estratégias de resolução e produziu uma notação considerando os vinte centavos, aparentemente esquecidos, como podemos acompanhar a seguir:



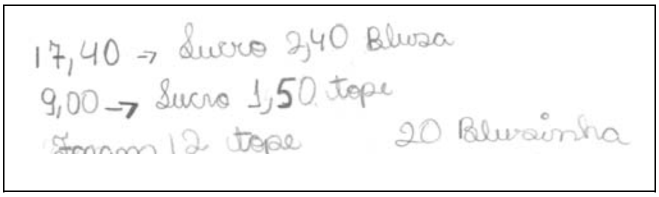
Notação 73

A notação acima, produzida em um canto de uma folha A4, e facilmente não observada por um professor em sala de aula, expressa o total domínio de C sobre a situação-problema. E mais: revela que ela compõe e decompõe valores em escrita decimal com muita competência. Em resposta à primeira parte da situação-problema ela produziu:

Notação 74

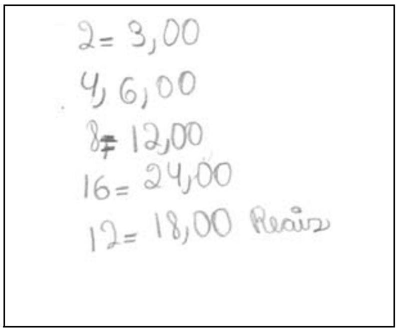
Como nas sessões anteriores, a interação pesquisadora-adolescente foi ao mesmo tempo descontraída e respeitosa. Por isso, avaliamos que ela se sentiu segura e questionou o valor das blusas expresso em nossa nova situação-problema. *C: É caro, né? Esta blusa. Em Ceilândia custa cinco.* Iniciamos uma discussão tendo como parâmetros questões como: qualidade da malha, variedade de cores, oferta do mesmo produto no mercado. Todavia, notamos que mesmo com a apresentação de muitos argumentos, ela considerava apenas a variável preço. E insistiu na fala que C: *ela comprou as roupas muito caro. Na Feira dos Goianos é mais barato, eu moro lá em frente*.

Depois de algum tempo nessa discussão, apresentamos à C a segunda parte da situação-problema. Nessa etapa, nossa personagem em questão venderia a mercadoria e, para tanto, necessitava da definição de um novo preço – o preço de venda. Na análise de C, o preço de venda deve ser maior que o preço de compra para compensar o trabalho com as vendas, o tempo e o gasto inicial. Como sugestão, ela adotou os valores abaixo:


17,40 → lucro 2,40 Blusa
9,00 → lucro 1,50 tope
12 tope 20 Blusinha

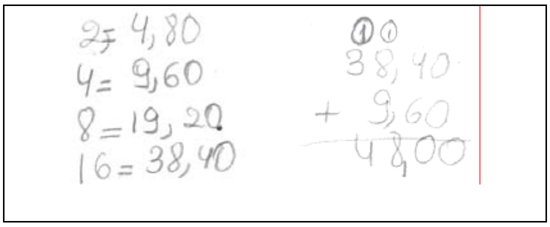
Notação 75

A proposta de C para o preço de venda foi: blusa – R$ 17,40; e *top* – R$ 9,00. Com a definição dos valores de venda, ela iniciou nova estratégia em busca do valor total arrecado com as vendas. Em outras palavras, buscávamos o lucro obtido com as vendas. Para tanto, ela adotou estratégia similar à usada anteriormente, como observamos a seguir:



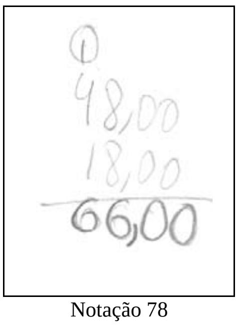
Notação 76

Na notação 76, observamos que ela partiu da seguinte conclusão: com a venda de dois *tops* nossa personagem terá lucro de R$ 3,00. Em seguida, usa, novamente, a idéia de proporcionalidade e dobro e conclui que com a venda de dezesseis *tops* o lucro será de R$ 24,00. Na última linha da notação ela reavalia sua estratégia para o número de *tops* à venda e chega à conclusão de que com a venda de 12 *tops*, o lucro será de (R$ 6,00 + R$ 12,00 = R$ 18,00). Para a composição do lucro com a venda das 20 blusas ela usa a mesma estratégia, aliada ao uso do algoritmo-padrão da adição, como observamos na próxima notação:



Notação 77

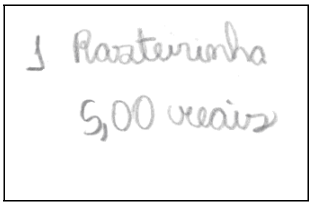
Para a composição do lucro total obtido ela utiliza, novamente, o algoritmo-padrão da adição, como destacado a seguir:



Notação 78

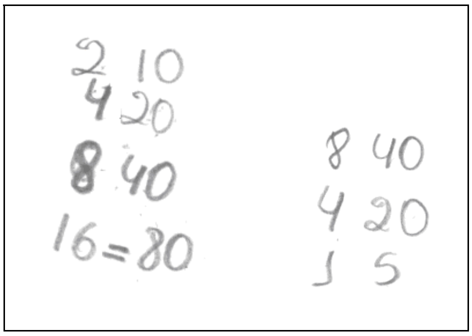
Continuamos como nossa situação-problema e provocamos a adolescente a pensar se fosse ela a vendedora o que faria com o lucro arrecadado. C apresentou-nos uma proposta muito interessante. Ela avaliou que o melhor a fazer seria investir o lucro obtido na compra de mais mercadorias para revender e sugeriu a compra de sandálias, denominadas por ela de "*rasteirinhas*". Ademais, disse que para essa parte da situação-problema ela decidiria o local de compra. Devido à sua experiência com "*feira dos goianos*" seria possível comprar as "*rasteirinhas*" a R$ 5,00 cada. Logo, nosso problema passou a ser: quantas "*rasteirinhas*" a R$ 5,00 cada uma, C compraria com R$ 66,00?

Novamente, C iniciou a resolução reunindo os dados para em seguida formular uma estratégia de resolução. Avaliamos que tal comportamento já é decorrente das vivências nas sessões anteriores pois, desde a primeira sessão incentivamos que, diante uma situação-problema, são necessários: a leitura, a organização das informações, a formulação de uma estratégia de resolução, a avaliação da estratégia assim que necessário e, finalmente, a análise do resultado – se pertinente ou não para o contexto da situação.



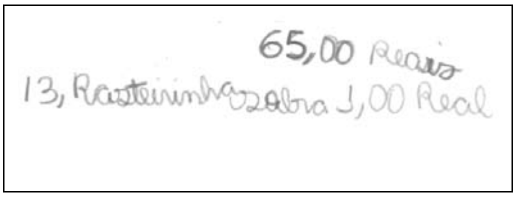
Notação 79

Na notação a seguir, observamos que ela utilizou novamente as noções de proporcionalidade e dobro, como nas anteriores. Todavia, nesse caso, ela buscava "quantas vezes caberia o valor R$ 5,00 dentro de R$ 66,00". Em outras palavras, podemos dizer que se tratava de uma divisão a partir do significado medida. Notamos, ainda, que o resultado não foi imediato, e ela precisou analisar a notação à esquerda para em seguida, formular outra estratégia que fornecesse o número de “*rasteirinhas*”. Vemos na notação à direita que ela utilizou duas informações da notação á esquerda, aliadas a uma nova estratégia, tendo como parâmetro superior o valor R$ 66,00: oito “*rasteirinhas*” = R$ 40,00 + 4 “*rasteirinhas*” = R$20,00 + uma “*rasteirinhas*” = R$ 5,00.



Notação 80

O resultado final foi apresentado da seguinte maneira:

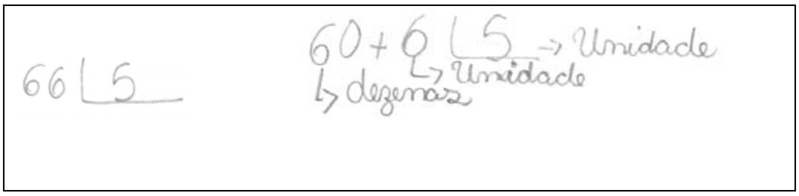


Notação 81

A notação acima foi objeto de muitas análises, em função dela discutimos com C, por exemplo, os conceitos de resto, de divisão exata e inexata, de divisão (partilha), divisão (medida), algoritmos-alternativos e algoritmos-padrão. Para todos os conceitos, apresentamos situações simples e solicitamos à adolescente a resolução. Notamos que para todas elas C formulou respostas pertinentes a partir do uso do cálculo mental e, em menor número, de estratégias descritas no papel. Notamos, também, que desde a quinta sessão, ela se desprendia da necessidade de manusear e observar as cédulas e moedas disponíveis sobre a mesa. Observamos, até, que nesta sessão ela não recorreu à caixa.

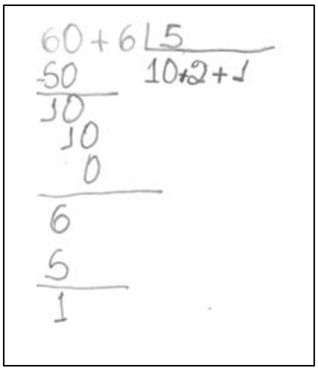
Devido aos resultados apresentados durante as discussões acima, avaliamos que o momento era oportuno para mais uma provocação: provocamos C a resolver a mesma situação utilizando para isso o algoritmo-padrão da divisão.

Estávamos ansiosas diante de tal provocação, em função dos vários momentos de conflitos vivenciados em sessões anteriores e diante do medo apresentado pela adolescente em relação a esse algoritmo, desde a primeira sessão. Todavia, fomos surpreendidas com a aceitação imediata de C e com a fala, *C: eu já faço, oh!* Interpretamos que a aceitação foi um marco na relação de C com tal procedimento de cálculo e revela o quanto ela se encontra mais preparada para enfrentar desafios. Apesar de fazer essa leitura, na ocasião da tentativa de C, fizemos várias perguntas em relação ao seu entendimento sobre os diversos procedimentos de cálculos que o algoritmo exige.



Notação 82

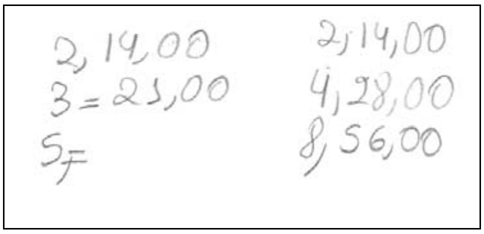
A notação à esquerda foi a primeira produção de C para responder à nossa provocação. Diante das inúmeras perguntas, ela produziu em silêncio a notação à direita. Interpretamos que o silêncio nos dizia *"eu já entendi, quer ver"*. Diante desse comportamento, não insistimos mais em perguntas e a deixamos livre para terminar seus cálculos. Entretanto, notamos que, talvez, para evitar novas perguntas, ou para explicar para ela, a notação a seguir foi produzida paralelamente à fala de todos os passos percorridos.



Notação 83

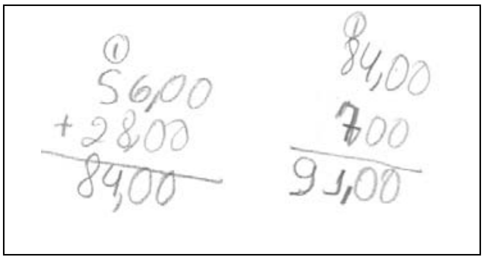
A notação 83, criada por C, revela que ela já domina os procedimentos de cálculo exigidos pelo algoritmo-padrão da divisão. Entretanto, revela também a criação de uma espécie de algoritmo-padrão-alternativo no sentido em que ele preserva algumas etapas de pensamento, como é o caso da soma expressa no quociente. Ademais, a notação 83 fez-nos refletir mais uma vez o quanto é difícil, durante a atividade mediada, tomar decisões quanto ao tempo e às necessidades dos alunos. Observamos que, em alguns momentos, ela pediu nossas falas, nossas perguntas e, em outros, preferiu falar consigo, ou ficar em silêncio, observar a produção. A leitura de tais necessidades pelos professores e/ou pesquisadores é, sem dúvida, vital para a criação de espaços de mediação satisfatórios.

Encerramos a notação 83 com 1 hora e 15 minutos de sessão. Todavia, avaliamos que a adolescente ainda estava disposta a novos desafios. Em função dessa constatação, apresentamos mais uma etapa da nova situação-problema. *P1: Você consegue vender as "rasteirinhas" a quanto?* E ela respondeu: *C: Sete reais.* Diante desse novo valor de venda, propusemos a ela que calculasse o valor obtido considerando a venda das 13 *"rasteirinhas"*. Ela mantém a idéia de proporcionalidade, como observamos a seguir:



Notação 84

Se observássemos a notação 84, distantes da adolescente, poderíamos não entender a utilização da vírgula tanto na notação à esquerda quanto na da direita. Entretanto, a proximidade entre sujeito e pesquisador e a possibilidade de diálogo são fundamentais para a coleta/construção e análise de dados. Nesse momento, ao interpelarmos C sobre as notações, ela nos explicou que pensou do seguinte modo: a venda de duas *"rasteirinhas"* arrecada R$ 14,00; a venda de três *"rasteirinhas"* arrecada 14,00 + 7,00 = 21,00. Questionamos por que não seguiu como o mesmo pensamento, ela disse apenas que do modo como fez à direita seria mais rápido. Ou seja: a venda de duas *"rasteirinhas"* arrecada R$ 14,00; a venda de quatro *"rasteirinhas"* arrecada 28,00; a venda de oito *"rasteirinhas"* arrecada 56,00. Em outras palavras, ela preferiu manter a mesma estratégia adota anteriormente. Para a composição final do resultado, adotou tanto o cálculo mental quanto o algoritmo-padrão da adição.



Notação 85

Temos dúvidas se em uma situação real como essa ela adotaria o algoritmo-padrão. Avaliamos que ele, nesse momento, foi muito mais para nós do que para ela. Notamos que ela não tinha dúvidas quanto ao resultado do cálculo mental, ou seja, o algoritmo-padrão não foi usado por ela para validar o resultado, como já utilizado em outros momentos. O término da sessão foi marcado pela análise da adolescente de que depois de resolver essa nova situação-problema ela sentia segura até para trabalhar na feira, porque avaliou que os feirantes são muito "*bons*" em cálculos "*de cabeça*" e que quando o valor é muito alto "*eles colocam no papel e fazem a conta assim*". Em outras palavras, sua análise nos diz que no contexto de compra e venda nas feiras tanto o cálculo mental quanto os algoritmos-padrão são utilizados. Outro ponto discutido ao final da sessão, foi a entrada de C no mercado de trabalho de Taguatinga ou Ceilândia. Ela nos contou que no próximo ano trabalhará no comércio e que para isso ela precisará muito *"da matemática estudada nas sessões".*

O término dos encontros foi recebido com tristeza pela adolescente e por nós. Nesse dia, ela demorou mais que o usual para se retirar do Laboratório de Ensino de Matemática, o que ampliou ainda mais o nosso sentimento de desconforto diante de tal circunstância. Entendemos, naquele momento, que aprender é precioso demais e que nós professores (professora-pesquisadora) aprendemos muito no contato permanente, investigativo e sistematizado que a experiência da pesquisa nos proporciona.

5.2 – Discussão geral das sessões de intervenção junto às alunas

Os principais resultados das sessões de intervenção junto às alunas são discutidos neste item em dois momentos: no primeiro, elegemos a primeira sessão para a análise, visto que nela tivemos a participação das três adolescentes. No segundo, discutimos os resultados das sessões realizadas junto à adolescente C.

As análises dos atos da fala indicam que a categoria mais usada pelas adolescentes T, J e C, durante a primeira sessão, foi a da informação, com os atos de informar, confirmar e retificar e, em raros momentos, a interação com o ato de contestar e a avaliação com o ato de avaliar. Entretanto, nas interlocuções pesquisadora/adolescentes notamos que os atos mais freqüentes foram os de incitar e propor e, em menor número, os de confirmar e complementar. Tais categorias refletem o comportamento passivo das adolescentes e sinalizam que elas talvez estejam acostumadas, nas relações de ensino e aprendizagem que vivenciam, a perguntar pouco, a questionar pouco e a fazer apenas o que é solicitado.

As adolescentes atenderam aos critérios de inclusão estabelecidos na composição dos sujeitos do grupo 1, como descrevemos no item 4.1. Todavia, o histórico de repetência das três e o fato de todas apresentarem defasagem idade/série comprovam que, nesta pesquisa, interagimos com uma parcela da população que se mantêm na escola pública com muita dificuldade. E, como sabemos, a permanência na escola com tais características tem alto custo social para o jovem e sua família, visto que estes, normalmente, continuam alheios às oportunidades de formação e trabalho que o acesso à escolarização no tempo certo proporciona.

Avaliamos que a participação na primeira sessão foi difícil para todos os envolvidos porque representava o contato com muitas experiências inéditas. Para as adolescentes, por exemplo, podemos destacar: 1/ o contato com o ambiente da instituição sede da pesquisa – um ambiente amplo com instalações modernas, diferente do ambiente da escola que freqüentam; 2/ a presença de muitas pessoas estranhas a elas – os professores, o responsável pela filmagem, além de nós, visto que nosso contato com elas também era recente; 3/ a observação dos professores sobre tudo que falavam e produziam; 4/ a filmagem que registrava todas as falas e ações; 5/ o contato com a situação-problema – situação que exigia reflexão, criatividade e não a resolução imediata; 6/ a característica da interação pesquisadora/adolescentes – sempre provocativa, solicitando explicações sobre todas as falas e ações, entre outras. Para nós, a experiência de iniciar uma pesquisa tendo como sujeitos alunos e professores e adotar uma metodologia (intervenção psicopedagógica) que nos exigia muito em termos de competências para ouvir, observar, decidir e mediar além das dificuldades inerentes às interações humanas.

A solicitação para que as adolescentes não usassem a borracha e preservassem toda a produção, mesmo que incipiente, ou que avaliada incorreta, foi recebida com estranheza por todas. Elas pareciam não entender nosso olhar de aceitação e de investigação para suas produções. O dilema aceitação/rejeição à nossa proposta pode ser observado nas notações 5, 9 e 13 que mostram os riscos criados por elas para ocultar parte dessas produções.

Ademais, os resultados evidenciaram que as três adolescentes, nos momentos iniciais da primeira sessão, não analisavam o que produziam; não avaliavam se suas notações eram pertinentes ao contexto da situação em questão; não apresentavam suas notações inacabadas para a análise e sentiam-se seguras, apenas, para apresentar as notações que elas avaliavam corretas. Esses comportamentos sinalizam que a escola não tem adotado a análise das notações de escolares por parte dos professores durante a prática docente. Como também, por parte dos alunos para a formulação de novas estratégias de ação como propõem, por exemplo, Pinto (2000), em relação à observação e à análise dos erros e Koch e Soares (2005) em relação às notações.

Observamos, também, que as três adolescentes avaliaram a vivência na primeira sessão desde o seu início com olhares e expressões e, em função dessa análise, decidiram se continuariam ou não na pesquisa. Temos como hipótese que tal análise aconteceu a partir de muitas variáveis e/ou de muitos questionamentos, tais como: 1/ vivenciar essas sessões será importante para mim? Até que ponto essa vivência pode-me ajudar a aprender? Eu posso aprender nessas sessões? Eu quero aprender? Eu me sinto motivada a aprender? Eu me sinto segura nessa ambiente? Eu me sinto segura com a presença da pesquisadora, dos professores? Será que sair de casa no horário contrário às aulas da escola será importante para mim? Eu estou disposta a sair de casa no horário contrário às aulas da escola para discutir matemática? Será que aprender matemática é importante para mim? Entre muitas outras. Avaliamos, ainda, que tal decisão foi reforçada no ambiente familiar e, com certeza, muito em função das representações sociais que essas famílias partilham sobre o que é pesquisa, faculdade, aprender matemática, ensinar matemática e muitas outras.

A situação-problema apresentada às adolescentes foi construída pela orientadora desta pesquisa e apresenta narrativa informal semelhante ao discurso usado pelos adolescentes em convívio social simulando uma situação de compra de lanche escolar. Na situação, o número de dias de aulas do mês de maio é destacado e necessário para a resolução. As informações sobre o valor do salgado, do refrigerante e do picolé são fornecidas em representação decimal dos números racionais. Duas hipóteses são levantadas no texto e exigem apreciação e tomada de decisão: A primeira refere-se à decisão sobre o valor total se ele é suficiente ou não para o consumo dos três itens durante todos os dias de aula do mês de maio; a segunda refere-se à tomada de decisão sobre para quantos dias é possível adquirir os três itens do lanche.

A situação-problema está em conformidade com os objetivos do presente trabalho, uma vez que adota o campo conceitual das estruturas multiplicativas em um contexto familiar para os adolescentes e, ao mesmo tempo, não rotineiro, visto que a resolução não é imediata. A proposta aborda, por exemplo, a escrita decimal tanto de valores menores quanto maiores que um inteiro; o contexto da situação proporciona a criação de uma variedade de estratégias de resolução, tais como: o uso de algoritmos alternativos e mesmo os padrões para as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão e/ou uso de uma infinidade de cálculos que articule as diferentes operações no formato de algoritmos-padrões e/ou alternativos, simultaneamente.

Durante a primeira sessão, as três adolescentes apresentaram dificuldades em ler e interpretar as informações do texto da situação-problema. Tal dificuldade pode ser observada, por exemplo, quando C usou o lápis sobre as palavras para acompanhar a leitura e na demora das três em interpretar a informação sobre os “dias de aulas” no texto da situação. Essa dificuldade prejudicou as tentativas iniciais de resolução, uma vez que alterou significativamente o dado. Esse resultado corrobora os já apresentados por avaliações nacionais e internacionais sobre a baixa competência em compreensão de textos dos alunos brasileiros (SAEB, 2003; PISA, 2004).

Quanto às dificuldades conceituais, quatro resultados foram evidenciados: 1/ o uso de regras de cálculo sem compreensão alguma dos conceitos que as sustentam; 2/ a aversão declarada à operação de divisão; 3/ a não-compreensão da escrita decimal; 4/ a não-compreensão do conjunto numérico dos números racionais. No caso das regras, evidenciamos que ela esteve presente em todas as tentativas de uso dos algoritmos-padrão das operações, como mostra a notação 3, no caso da multiplicação. No caso da divisão, a aversão foi declarada tanto em notações quanto em falas, como observamos nas notações 2 e 4. A dificuldade em decidir a posição da vírgula na escrita decimal revela-nos que a dificuldade encontra-se na não-compreensão do Sistema de Numeração Decimal e de sua extensão para o caso dos racionais em representação decimal. Já a notação 4 de J informa-nos que elas tinham dificuldades em lidar com números racionais e principalmente de utilizá-los no contexto dos algoritmos-padrão das operações. Tais dados não são diferentes dos apresentados no item 2.3 que revelaram as dificuldades dos alunos com tais conceitos.

Outro resultado observado foi o fato de as adolescentes não utilizarem algoritmos alternativos para a formulação de estratégias de resolução e de mostrarem-se presas ao algoritmo-padrão das operações mesmo com dificuldade. Esses comportamentos indicam que a escola elegeu para o trabalho docente apenas o algoritmo-padrão. E mais, mostram que nas experiências escolares vivenciadas por estas adolescentes, seja nas séries iniciais do ensino fundamental, seja agora nas séries finais elas não foram incentivadas a criar, a construir estratégias de resolução, a construir algoritmos alternativos e, muito menos, a investigar e compreender os algoritmos-padrão.

Notamos, também, que a situação-problema favoreceu a elaboração de cálculos mentais uma vez que conhecimentos sobre o sistema monetário brasileiro foram utilizados – no âmbito da fala – com muita competência pelas três. Além do que elas perceberam que o cálculo mental seria uma ferramenta importante para validar resultados bem como para aproximá-las de objetos matemáticos aparentemente inacessíveis, como foi o caso da escrita decimal na notação 6.

A respeito da construção do nosso espaço de mediação com vistas ao desenvolvimento de novas competências, observamos que este foi construído a partir da evidência da dúvida ou seja, conseguimos a atenção e o respeito das adolescentes no momento em que mostramos a elas o quanto estavam acostumadas a agir sem refletir e sem compreender o conteúdo de suas ações. Ou, então, quando as convidávamos a analisar um resultado e/ou um procedimento e elas observavam o quanto ele era incoerente para a situação em questão, como acompanhamos na notação 16.

As notações 11 e 16 comprovam o quanto o desenvolvimento de novas competências é possível, desde que o espaço de mediação seja utilizado na medida e na necessidade do sujeito. Nessas notações, elas mostraram que são criativas e que estavam dispostas a ousar. Em outras palavras, indicaram que estavam preparadas para o desafio, a provocação, a aprendizagem. Nesse sentido, avaliamos que a atividade mediada foi decisiva *na* e *para* a produção das três durante a primeira sessão e evidenciou a distância entre o que elas realizariam sozinhas e o que elas realizaram com a nossa mediação.

Avaliamos que a proposta de confecção de material auxiliou-nos na elaboração de novas perguntas e sugeriu-nos que o uso do dinheiro e não do “dinheirinho” como fizemos auxiliar-nos-ia nas sessões posteriores. Contudo, observamos que a decisão em confeccionar o material foi positiva no sentido em que entendemos o quanto o material didático requer interpretação por parte de quem interage com ele pelo fato de serem representações do real. Esse fato auxiliou-nos a compreender o papel da manipulação de cédulas e moedas do Sistema Monetário Brasileiro para a leitura das notações de números racionais na representação decimal.

Como descrevemos anteriormente, apenas a primeira sessão contou com a participação das três adolescentes. Para as demais – da segunda à sétima – tivemos apenas a participação da adolescente C. Ao analisarmos estas seis sessões observamos que, quanto às categorias dos atos da fala tivemos algumas alterações em relação às apresentadas na primeira sessão. Observamos a partir da quarta sessão, com mais freqüência, a interação com o ato de contestar e a avaliação com o ato de avaliar. Relacionamos o fato à alteração de comportamento da adolescente ao longo das sessões: de um comportamento passivo (nas primeiras) para um comportamento mais ativo (nas últimas) diante das atividades propostas e, conseqüentemente, diante das interlocuções. Nas três últimas sessões, por exemplo, notamos que ela falou mais, questionou nossas propostas de atividades, sugeriu demandas pessoais para o trabalho nas sessões, solicitou mais explicações, enfim atuou de modo mais ativo e autônomo.

Interpretamos a presença de C em todas as sessões agendadas e sua disponibilidade para a realização das atividades propostas como um marco para a pesquisa. Julgamos que em algum momento da primeira sessão uma atividade, ou palavra, ou gesto, ou toda a proposta motivaram C a continuar nas atividades de pesquisa. E, com o decorrer das sessões, avaliamos que os próprios resultados e sua percepção de desenvolvimento motivaram-na a continuar, como relatado por ela na quarta e sexta sessões.

A adolescente apresentou, durante a segunda e terceira sessão, as mesmas dificuldades de leitura e interpretação identificadas na primeira sessão. Duas situações comprovam tal constatação: 1/ o fato de usar o lápis e deslizá-lo sobre o papel acompanhado em tom baixo, de leitura vagarosa, quase soletrando. 2/ a dificuldade de identificar e de interpretar as informações sobre os “dias de aula” e o “preço do picolé” no texto.

Como as adolescentes J e T na primeira sessão, C também apresentou nas três sessões subseqüentes dificuldade em manusear os procedimentos de cálculo do algoritmo-padrão da divisão e aversão à operação. Essa dificuldade não foi exclusividade da divisão e foi amplamente observada em relação aos algoritmos-padrão das operações de adição, subtração e multiplicação. Notamos também que a dificuldade encontrava-se, sobretudo, na conceituação das quatro operações e no entendimento dos seus diferentes significados.

Em muitos momentos das sessões, observamos que C foi desafiada a vencer obstáculos epistemológicos e didáticos a respeito dos números inteiros. Ao comparar, por exemplo, um real com trinta centavos surpreendeu-se em validar que o algarismo 3, apesar de ter valor absoluto maior que 1, na escrita decimal seu valor relativo era menor que 1. Tal fato comprova que a aprendizagem dos números racionais supõe rupturas com idéias construídas para os números naturais, como discutido no texto dos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998, p.101). Para mais observações, ver trechos, de 41 a 48 na tabela de análise da segunda sessão. Quanto às operações, observamos que ela se mantinha presa ao pensamento aditivo e à crença de que a “multiplicação sempre aumenta” e a “divisão sempre diminui”, tais certezas funcionaram, em muitos momentos, como obstáculos para o desenvolvimento das atividades.

Em muitas das notações produzidas por C ao longo das sessões, observamos o emprego de regras sem a compreensão do seu significado, como, por exemplo, o “espaço vazio” no algoritmo da multiplicação; o “vai um” no algoritmo da adição, “o pedir emprestado” no algoritmo-padrão da subtração, o início do algoritmo de divisão pela casa da esquerda, entre outros. Tais conclusões podem ser observadas nas notações 18 e 24 da segunda sessão.

O emprego de regras em detrimento à compreensão conceitual não foi observado apenas em relação aos algoritmos-padrão das operações fundamentais, na quarta sessão, por exemplo, acompanhamos o mesmo comportamento em relação à resolução de equações do primeiro grau. Nessa ocasião ela demonstrou não compreender conceitos como: igualdade; variável; equação; equação do primeiro grau; simétrico, valor numérico que torne a sentença verdadeira, entre outros. Como podemos acompanhar nas interlocuções a seguir: *P1: O que você fez para encontrar dois positivo?;C: É porque, quando é mais... Você... Quando é menos, éh:: você muda os sinais... Tem que mudar os sinais... Aqui, quando é mais, é menos... Tem que mudar os sinais* (Trechos 1, 2 e 3 – tabela de análise da quarta sessão). Suas explicações comprovam o uso de receitas que nos dizem “faz assim que dá certo”, sem compreensão alguma dos conceitos que sustentam tais ações.

Ademais, na quinta sessão tal comportamento foi repetido no caso da representação fracionária dos números racionais. Novamente, notamos o uso de regras, aliado ao uso de modelos didáticos e à não-compreensão conceitual, como mostram os trechos: *C: (Tem que colorir), não é? P1: Tem que colorir? Como é essa história? C: Assim... Aí, quarenta, né? Aí colore só quatro. C: (Tinha que colorir) os quatro C: Eu (me esqueci)... eu esqueci. Eu esqueci (disso). Porque lá na escola a gente não está... a gente não está estudando isso não* (Ver trechos 106, 107, 108, 118 e 121 – Tabela VII).

Todos esses resultados sobre a manipulação de regras em detrimento à compreensão conceitual comprovam que, na escola, o ensino, ainda, é praticado sob a ótica da transmissão de conhecimento dos professores aos alunos e que estes continuam como meros repetidores de procedimentos apresentados pelo professor para a resolução das atividades, como destacado no item 2.3. Ademais, comprovam que os conteúdos são apresentados “em caixinhas” separados uns dos outros, de modo que os alunos não percebem as filiações entre os diferentes conceitos, como sugere a teoria dos campos conceituais, discutida no item 1.3.

Os resultados da quarta sessão também colocam em discussão dois assuntos vitais para o trabalho pedagógico: 1/ a avaliação da aprendizagem e do ensino e 2/ a tipologia dos itens apresentados nessas avaliações. Instigou-nos, muito, a percepção de aprendizado da adolescente em relação ao instrumento de avaliação apresentado na quarta sessão e, mais, a validação dessa percepção pelo instrumento de avaliação produzido pela professora da turma – e, em especial, de uma turma de aceleração. Assim, a simples manipulação de regras de cálculo para a resolução de equações do primeiro grau gerou em C a falsa informação de que ela não apresentava dificuldades conceituais sobre o tema.

Tal constatação leva-nos às seguintes indagações: será essa prática comum na avaliação da aprendizagem na educação básica? Será essa prática uma constante em todos os conteúdos curriculares? Se esses questionamentos são verdadeiros, é possível dizer então que a escola tem adotado uma falsa prática de avaliação da aprendizagem e uma não-avaliação do ensino, uma vez que esta não avalia o desenvolvimento conceitual dos alunos, tampouco a prática docente dos professores como também as concepções de ensino e aprendizagem que sustentam tais práticas.

No caso da tipologia do item, utilizado no instrumento de avaliação apresentado pela adolescente, chamou-nos a atenção o fato de ele ser de resolução direta, visto que a ela teve dificuldade em ler e interpretar o texto da situação-problema apresentada desde a primeira sessão. A dificuldade de C e o instrumento de avaliação destacado anteriormente sinalizam que, na escola, prioriza-se tanto nas aulas quanto nos instrumentos de avaliação o item de resposta direta – *o chamado exercício* – em detrimento à situação-problema. Em outras palavras, essa tipologia de item reforça a postura da repetição e do “consumo” de procedimentos, uma vez que *o chamado exercício* cria poucas oportunidades de investigação, de argumentação, de criação e de avanço conceitual pois, sua resolução requer, na maioria das vezes, a junção direta de dados presentes nos enunciados e procedimentos de cálculos também diretos.

As atividades de leitura e notação da escrita decimal presente em encartes de supermercado revelaram as dificuldades de a adolescente lidar com outros aspectos do Sistema de Pesos e Medidas. Tal dificuldade foi observada, por exemplo, quando da leitura de dados expressos nas embalagens de alguns produtos. Para mais informações, ver Figura 29, na sexta sessão. Essas dificuldades foram observadas também em relação às conversões entre as diferentes unidades de medidas padronizadas, sejam elas de comprimento, massa, superfície ou volume. As muitas atividades propostas durante a sessão, com a finalidade de intervir em prol do desenvolvimento de novas competências, mostraram, também, que C não interagia com instrumentos de medição como a régua, a fita métrica, entre outros.

Esses resultados, novamente, informam-nos sobre a qualidade das experiências vivenciadas pelos alunos da educação básica. Podemos dizer, a partir de tais constatações que a escola não adota a prática investigativa para o estudo do Sistema de Pesos e Medidas. E nos faz pensar que conceitos como: medição, unidade de medida, grandeza, instrumento de medida, entre outros são apresentados pelos professores aos alunos sem vinculação alguma com as experiências diárias desses alunos e de suas famílias com o Sistema de Pesos e Medidas. Tal prática, em nossa análise, serve apenas para legitimar representações sociais que separam a matemática em: matemática da vida e matemática da escola. Ademais, ela contraria os dados apresentados no item 1.1.3 sobre a importância da medição no desenvolvimento dos conceitos de número, número fracionário, racional, entre outros. Além disso, a ausência de uma prática docente que incentive a investigação do Sistema de Pesos e Medidas dentro e fora da escola exclui o aluno da compreensão de conceitos vitais para a prática consciente do consumo e da produção, como também para a atuação competente no mercado de trabalho.

Em função de todas as constatações acima, restava-nos, a cada sessão, romper com a lógica de transmissão de conhecimentos e a repetição de procedimentos presente nas ações de C, por isso, durante todas elas incentivamos: a ação, o falar sobre a ação, o registrar (notação), a análise das notações, a validação de resultados, a exposição de demandas pessoais. Além disso, desenvolvemos a cada sessão, nas interações com a adolescente e a partir da análise processual das sessões com a mediação da orientadora desta pesquisa, as competências de: ouvir, observar, não cercear, não julgar, de decidir e de mediar.

Nesse sentido, observamos que a proposta de utilizar cédulas e moedas do Sistema Monetário Brasileiro foi decisiva na observação e na análise, por parte da adolescente, da escrita decimal; para a compreensão do princípio aditivo, multiplicativo e de posição presentes no Sistema de Numeração Decimal, como também para a construção do nosso espaço de mediação. Além disso, notamos que esse espaço foi ampliado a partir do incentivo ao cálculo mental, à estimativa, à análise de notações, à criação de algoritmos alternativos e ao uso de estratégias metacognitivas. Ademais, reiteramos, nessa pesquisa, a importância do Laboratório de Ensino de Matemática como espaço de criação e desenvolvimento de práticas investigativas a partir do uso de instrumentos mediadores, como acompanhamos no caso do uso da balança de dois pratos, dos instrumentos de medida, embalagens, cédulas e moedas, entre muitas outras.

Quanto ao desenvolvimento de novas competências, observamos que ele foi gradativo e aconteceu lentamente ao longo das sessões, como, por exemplo: a realização de inúmeros cálculos mentais na terceira sessão, ver trechos 107 e119; as ações de manusear as cédulas e moedas, registrar o valor, observar a notação e manusear novamente as cédulas e moedas foram para C elementos de validação sobre a exatidão ou não da escrita decimal produzida e contribuíram, sobremaneira, para a compreensão dessa escrita e, para identificá-la como extensão dos princípios do Sistema de Numeração Decimal, também, durante a terceira sessão, ver trechos de 58 a 69.

Além dessas evidências, observamos outros momentos: o movimento de análise cálculo mental/ notação mostra quanto ele foi importante para a tomada de consciência dos cálculos realizados no algoritmo-padrão da adição e para a compreensão da regra "vai um" apresentado na terceira sessão (ver notações 30 e 31). Do mesmo modo, como as notações 37 e 38 produzidas na quarta sessão exemplificam a compreensão dos procedimentos de cálculo do algoritmo-padrão da subtração e, conseqüentemente, a regra do "pedir emprestado".

Nesse sentido, observamos que, conforme a adolescente avançava na compreensão da representação decimal dos números racionais e a percebia como decorrente dos princípios do Sistema de Numeração Decimal, ela produziu e explicou com mais segurança seus algoritmos alternativos. Como também sentia-se menos ansiosa em relação ao algoritmo-padrão da adição e da subtração. As notações 44 e 45 produzidas na quinta sessão são exemplos de criação de algoritmos alternativos e/ou mistos (alternativos + padrão). Além disso, essas mesmas notações comprovam a autonomia e a criatividade da adolescente na busca de estratégias de resolução, como foi o caso da estratégia de divisão - significado medida - usado na notação 45.

Outros marcos de desenvolvimento foram observados, como acompanhamos no trabalho sobre pesos e medidas e leitura de encartes na sexta sessão. A representação decimal e a fracionária do número racional foram postas em análise em situação de medição e/ou de análise de embalagens. As notações 57 e 61 exemplificam o avanço conceitual da adolescente. Além disso, essas mesmas notações mostram que a conversão entre registros de representação são vitais para a compreensão das interconexões entre os conceitos e para a percepção destes em um mesmo campo conceitual. Além disso, as notações 53, 54, 55, 60, 62 e 63 comprovam que ela avançou na compreensão da escrita decimal como uma expansão do Sistema de Numeração Decimal e que lê e usa, com muita facilidade, o Sistema Monetário Brasileiro. Ademais, mostram que ela avançou, também, na compreensão dos conceitos de acrescentar e juntar; retirar, comparar e completar; partilha e medida.

Muitas outras competências foram evidenciadas nas sessões finais, como é o caso da notação 68, produzida na sexta sessão, que comprova seu avanço conceitual e emocional em relação ao algoritmo-padrão da divisão. Ou as notações 71, 76, 77 e 80 produzidas durante a sétima sessão que apontam para o desenvolvimento autônomo de novas estratégias de cálculo, a partir da idéia de proporcionalidade. Ou ainda, a competência que mostrou nas notações 78, 83 e 85 também na sétima sessão, em relação a outros algoritmos-padrão das demais operações.

Outro resultado das sessões que merece destaque nessa análise foi o fato de a adolescente apresentar demandas pessoais para o trabalho nas sessões, como o caso do “pedir emprestado” na terceira sessão, *C: Cinqüenta e cinco e vinte Menos... Até hoje eu não aprendi aquele negócio de pedir emprestado;* e do desconto na quinta sessão, *C: Uma coisa que eu não sei fazer quando eu vou na loja... Eu vou comprar (roupa)... né? Aí eles falam “Você tem cinqüenta por cento de desconto.”* (Trecho 138). Tais demandas confirmam as conclusões anteriores sobre o fato de a adolescente ser usuária de regras e procedimentos de cálculo do mesmo modo que comprovam o quanto a construção de conceitos foi avaliada positivamente pela adolescente.

Enfim, todas essas evidências apresentaram-nos, ao longo das sessões, e mais veementemente nas duas últimas sessões, outra adolescente. Uma adolescente segura; consciente de que se pode desenvolver; que faz perguntas, questiona propostas de atividades, expõe dúvidas e certezas conceituais, expõe notações para análise e validação. Em outras palavras, uma adolescente ativa, autônoma e consciente do seu desenvolvimento.

Outras conclusões foram possíveis a partir dos resultados das sessões e merecem destaque nesta análise, são elas: 1/ o sentimento de exclusão gerado pela repetência escolar – em muitos momentos, a adolescente se referiu à repetência como algo vergonhoso, que a entristece; 2/ o modo como a escola lida com os repetentes – a adolescente relatou ao longo das sessões que as classes de aceleração funcionam de modo precário: com muitos alunos, que os conteúdos curriculares de duas séries são desenvolvidos de modo extremamente rápido durante um ano letivo, que as aulas são tumultuadas devido à indisciplina dos colegas e à falta de interesse dos professores; e 3/ o modo como as propostas governamentais vêem os alunos em defasagem idade/série – pelas declarações da adolescente, percebemos que tanto a proposta das classes de aceleração quanto à de vídeo-aulas são propostas emergenciais que buscam a progressão rápida dos alunos nas séries sem muito compromisso com o desenvolvimento de novas competências conceituais.

Avaliamos que as interações vividas, ao longo dessas sessões, criaram oportunidades de formação e desenvolvimento para todos os envolvidos: para nós, como professora/pesquisadora, o desafio de mediar falas e ações tendo como sujeitos adolescentes com histórico de repetência (na primeira sessão) e uma adolescente com histórico de três repetências (nas sessões seguintes). Tal desafio pode ser mensurado, por exemplo, ao longo das tabelas de análise, nas quais a palavra *((silêncio))* foi destacada. Tais momentos indicam dúvida e/ou pausa para tomada de decisão em relação às novas perguntas e/ou propostas de ação para os sujeitos.

Observamos que a atividade mediada foi construída e reconstruída ao longo das sessões à medida que cada uma das adolescentes interagia e fornecia pistas de como pensava e elaborava os conceitos matemáticos. A atividade mediada mostrou-nos que, nesse contexto de aprendizagem/ensino/pesquisa, aprende tanto o aluno (sujeito) quanto o professor (nesse caso, a pesquisadora) pois, a ação mediada desafiou-nos a aprender a perguntar, a ouvir e a interpretar: o que o sujeito falava; o que não falava; o que escrevia e o que escondia.

Ademais, destacamos como primordiais as análises processuais de cada sessão realizadas em parceria com a orientadora dessa pesquisa. Nessas ocasiões, observamos o quanto a mediação dela foi decisiva para o desenvolvimento de competências conceituais relacionadas à pesquisa, à coleta, à organização e à análise de dados.

Verificamos que em muitos momentos das interlocuções formulamos perguntas que em nossa análise foram feitas sem a utilização de termos pertinentes. Como, em *P1: Você consegue pegar ali, no dinheiro... Oitenta centavos? (Trecho 1) P1: Como você escreveu um e trinta?* (Trecho 27). Os trechos presentes na tabela de análise da primeira sessão comprovam nossas dificuldades. Durante a análise dessa sessão, refletimos a respeito de tais falas e avaliamos se elas contribuíam para melhoria da auto-imagem da adolescente. Como também, não auxiliavam no desenvolvimento dos conceitos de número inteiro e número racional – representação decimal já que omitíamos no discurso os termos centavos e real. Entretanto, em muitos trechos, optamos por utilizar termos comuns à linguagem informal dos adolescentes com o objetivo de estreitar a relação e facilitar a interação pesquisadora/adolescente. Todavia, ao longo das sessões, observamos que tomamos decisões e formulamos perguntas mais direcionadas aos objetos matemáticos em questão.

Tais constatações exemplificam a importância de analisar sessão a sessão e de planejar a sessão seguinte em função dos resultados da anterior, como explica Fávero (2001). O encadeamento entre as sessões respeita e possibilita o desenvolvimento do pesquisador o que, garante, sem dúvida, mais qualidade à atividade mediada nas sessões seguintes.

Em resumo, avaliamos que ao longo das sessões desenvolvemos novas competências, visto que aprendemos a ouvir, a interpretar e a formular perguntas; aprendemos, também, a respeitar os diferentes tempos de aprendizagem dos sujeitos, a controlar nossa ansiedade e a trabalhar os conceitos necessários.

5.3 – A pesquisa de intervenção junto aos professores

5.3.1 – Primeira sessão

A primeira sessão foi realizada no dia 10 de maio de 2007 nas dependências do Laboratório de Ensino de Matemática da instituição sede da pesquisa, com duração de 1 hora e 38 minutos. Participaram desta sessão a pesquisadora 1 e dois grupos de sujeitos: o primeiro formado por três adolescentes: C (14 anos), J (14 anos) e T (13 anos); e o segundo, por 9 professores: duas professoras provenientes do curso de licenciatura em pedagogia - FpE1, FpE2 e sete professores provenientes do curso de licenciatura em matemática - Fm~~E~~1, Fm~~E~~2, FmE3, Fm~~E~~5, Fm~~E~~6, MmE7 e Mm~~E~~8.

Objetivos

Avaliar as competências e as dificuldades conceituais das adolescentes na resolução de situação-problema que envolvia conhecimento da notação e do conceito dos números racionais registrados em decimais;

Avaliar a percepção dos professores quanto às competências e às dificuldades conceituais das adolescentes;

Avaliar a pertinência da atividade mediada praticada pela pesquisadora, visando ao desenvolvimento de novas competências nas adolescentes por meio da tomada de consciência do significado da escrita decimal por elas produzidas e a comparação dessa escrita com o Sistema de Numeração Decimal.

Procedimentos

Neste item, interessa-nos apresentar os dados referentes à parte do trabalho com os professores, todavia repetimos abaixo informações acerca dos procedimentos para facilitar o entendimento. Ressaltamos que tais informações já foram apresentadas no item 5.1.1.

As adolescentes foram convidadas a se sentar em cadeiras dispostas em volta de uma mesa com tampo em formato circular. Cada adolescente recebeu, digitada em folha de papel A4, fonte *times* 12, a seguinte situação-problema:

> *Eu gosto muito de lanchar na cantina da minha escola, o que mais gosto é comer um salgado e tomar um refrigerante. O salgado custa R$ 0,80 e o refrigerante R$ 0,50. Para eu comprar este lanche todos os dias de aula do mês de maio vou precisar de X reais. Minha mesada é de R$ 40,00. Será que vai dar para comprar também um picolé que custa R$ 1,10 por dia? Se não der para comprar o picolé, para todos os dias de aula, para quantos dias daria?*

No centro da mesa, disponibilizamos folhas de papel A4 em branco. Solicitamos a todas que usassem somente os lápis grafite, dispostos sobre a mesa, para as suas notações, não fazendo uso da borracha. Disponibilizamos também um calendário do mês de maio de 2007 em uma mesa vizinha à ocupada. Solicitamos às adolescentes que lessem a situação-problema e que formulassem individualmente uma solução.

Os professores foram convidados a se dispor em semicírculo à distância de um metro da mesa onde as adolescentes estavam. Cada professor recebeu a mesma situação-problema digitada em folha A4, fonte *times 12*, lápis grafite e caneta. Não lhes solicitamos a resolução da situação, deixando essa tarefa ao critério de cada um.

Solicitamos que observassem o trabalho da pesquisadora com as adolescentes em silêncio e que usassem o papel disponibilizado para suas anotações.

A sessão foi desenvolvida em dois momentos: no primeiro, a pesquisadora apresentou a situação-problema às três adolescentes e solicitou, como já dito, que a resolvessem individualmente. Como apresentado no item 2.2.1.1, depois de aproximadamente 15 minutos, as adolescentes começaram a interagir entre si, e a pesquisadora iniciou a atividade mediada.

Esse primeiro momento teve a duração de 1 hora e 17 minutos. Terminada essa etapa, as adolescentes deixaram o recinto do Laboratório de Ensino de Matemática. Teve, então, início o segundo momento, com duração de 21 minutos, no qual solicitamos aos professores que apresentassem suas observações quanto ao trabalho realizado no primeiro momento.

Resultados

Assim que as adolescentes deixaram o Laboratório de Ensino de Matemática, solicitamos aos professores que apresentassem suas notações e as comentassem. Tais interlocuções são apresentadas na Tabela VIII.

Os sujeitos do grupo 2 não atenderam a um dos critérios de inclusão estabelecidos, uma vez que não tivemos a adesão de nenhum professor das duas escolas convidadas - uma particular e uma pública localizadas nas proximidades da instituição sede da pesquisa. Avaliamos que a não-adesão desses professores ao projeto tem um significado, e tal fato pode ser explicado por hipóteses, como: a falta de compromisso dos professores formados e em exercício com o seu desenvolvimento profissional; a falta de interesse pelo fato de a participação na pesquisa não ser remunerada; a não-compreensão do que sejam projetos de pesquisa da natureza do desenvolvido, entre outros. Enfim, a não-adesão de professores formados das escolas convidadas comprova as dificuldades relatadas em muitos estudos quanto à adesão de escolas e de profissionais e à permanência de professores em atividades de pesquisa, como denuncia Sousa Jr. (2003).

Outro dado importante foi o fato de os professores provenientes do curso de pedagogia participarem da primeira sessão em menor número que os da matemática e se recusarem em assinar o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido. Interpretamos a situação a partir de hipóteses, como: o não-engajamento deles na proposta da pesquisa; o receio em assinar um documento - talvez novo para eles; o receio em participar de um projeto juntamente com acadêmicos do curso de Licenciatura em matemática e sobre matemática; o receio em discutir e lidar com o campo conceitual das estruturas multiplicativas, entre outras. Muitos estudos validam tais hipóteses uma vez que mostram a dificuldade de pedagogos em resolver problemas com números racionais, incluindo problemas que compõem a matriz curricular para as séries iniciais (Fávero e Pina Neves, 2006). Outros relatam o quanto a escolha do curso de Pedagogia já é condicionada, na maioria das vezes, à ausência de disciplinas de matemática de terceiro grau, como relata Pereira (1999).

Dos professores provenientes do curso de licenciatura em matemática, seis eram do último semestre na ocasião da realização da primeira sessão (maio de 2007) e apenas um era do terceiro semestre. Destes, três já exerciam a função docente, dois em escolas particulares e um em escola pública, os demais exerciam outras funções, como relatamos na descrição dos sujeitos. O maior engajamento entre os acadêmicos em fase final de sua formação inicial pode refletir a preocupação, bastante comum entre formandos, quanto à inserção e/ou manutenção no mercado de trabalho e por isso a motivação para participar de atividades relacionadas à formação e ao desenvolvimento do professor, como é o caso da presente pesquisa.

Um dos principais dados evidenciados no segundo momento foi a dificuldade de os professores avaliarem o trabalho realizado, seja a mediação pesquisadora/adolescentes, seja a produção das adolescentes. Tal dificuldade foi expressa, principalmente, na falta de objetividade e clareza das idéias apresentadas para a discussão no grupo (Trechos de 1 a 15 e de 36 e 57).

As hipóteses sobre as dificuldades das adolescentes foram levantadas sob dois pontos de vista: no primeiro, relacionadas a elementos intrínsecos às adolescentes, como insegurança, medo e interrupção de pensamento (Trechos 1 e 12); no segundo, a elementos extrínsecos, como a escola. (Trecho 21). Um elemento comum às duas falas foi a falta de argumentos que relacionassem as dificuldade aos conceitos em questão, no caso o próprio conceito de número racional, a escrita decimal e as operações com tais números (Trechos 16 e 20).

Em raros momentos, os professores identificaram a dificuldade relacionando-a aos conceitos em questão: as adolescentes não compreendem a posição da vírgula na escrita decimal, não percebem que o resultado mil e trezentos é maior que o valor da mesada e por isso não diferenciam a escrita de números inteiros e decimais (Trechos 18, 20 e 21).

Observamos, também, que em muitos momentos eles mudaram o foco da discussão, não esgotando por completo uma dada informação e/ou pergunta seja apresenta por nós, seja por outros colegas, como mostram os trechos de 18 a 24. Avaliamos que, na maioria das vezes, essa mudança não foi intencional e, sim, condicionada pela vontade em pontuar o que observaram. Todavia, em outras falas, percebemos que a mudança foi intencional, visando fugir de certos temas que emergiram na discussão. Tais acontecimentos expressam também nossa falta de experiência na condução de sessões de grupo focal, uma vez que aceitamos a inserção de novos tópicos sem, contudo, esgotar a discussão dos anteriores (Trecho 15).

Além disso, eles foram unânimes em avaliar positivamente o incentivo que dávamos para a socialização entre as adolescentes de notações e estratégias, bem como a validação de respostas, o modo como o calendário foi pensado e seu uso conduzido durante a sessão, a escolha da situação-problema (Trechos 23, 37, 38 e 53). Tais fatos sinalizam que o grupo valida o trabalho cooperativo, a mediação entre “pares”, a mediação provocativa, a ação do sujeito em prol da resolução de uma situação-problema como elementos para ação docente.

Paralelamente a essas observações, eles avaliaram a “escola” e o modo como o trabalho pedagógico em matemática tem sido conduzido em uma espécie de contraposição. Por exemplo, quando falam que na escola os alunos não interagem com situações-problema e sim trabalham com problemas na maioria das vezes descontextualizados; que na escola o erro não é valorizado e que os alunos têm medo de mostrar e de discutir seja com os colegas, seja com os professores uma notação dita errada; que o trabalho dos professores na escola se restringe ao uso do livro didático; e que na escola professores e alunos se esquecem do mundo e não usam a matemática do dia-a-dia (Trecho 20).

Entendemos que em tais falas não se referiam, especificamente, à escola das adolescentes, mais sim a todas as escolas. Essa prática foi repetida inúmeras vezes e mostra-nos tendência de o grupo levantar temas gerais para a discussão e não focar o caso em questão: a produção das adolescentes e a mediação da pesquisadora no primeiro momento da sessão.

Em algumas passagens, percebemos que os professores - apesar de usarem termos atuais do discurso pedagógico, tais como: situações-problema, contextualizado, análise de erros, entre outros - ainda utilizam o modelo de transmissão de conhecimento para explicar o significado de aprender e o de ensinar (Trecho 59). Tais constatações corroboram os resultados discutidos em Fávero e Pina Neves (2006).

A dificuldade de as adolescentes lidarem com os números racionais e de realizarem operações com esses números foi avaliada por eles como não-exclusivo de alunos de classes de aceleração. Mas também, como dificuldades de alunos até mesmo do ensino médio e de professores de séries iniciais e finais do ensino fundamental (Trechos, 61, 77, 81 e 82). Tal avaliação é apontada na literatura especializada, como destacado no Capítulo 2.

Nos momentos finais da sessão, os professores sugeriram ações para as novas sessões com as adolescentes, tais como: o uso de cédulas e moedas do Sistema Monetário Brasileiro e a utilização ou da mesma situação-problema ou de uma similar.

Tabela VIII: Análise da primeira sessão

Transcrições	Proposições	Atos da Fala	Categorias dos Atos da Fala
TRECHO 1 **MmE7:** *Acho que é mais é insegurança, né? ( ) insegurança ( ) fazer, né?*	As adolescentes sentem insegurança. As adolescentes sentem insegurança na realização dos cálculos.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 2 **FmE2:** *O que eu achei legal assim... "(Ah, vamos) fazer as moedas de cinqüenta centavos!"*	A parte que a pesquisadora propôs: "Vamos fazer as moedas de cinqüenta centavos!" foi muito interessante.	-avaliar	Esfera da avaliação
TRECHO 3 **FmE5:** *Bem, achei que, entre as três alunas que foram observadas, tem uma diferença de raciocínio... uma delas...*	Existe uma diferença de raciocínio entre as três alunas observadas.	-informar -avaliar	Esfera da informação Esfera da avaliação
TRECHO 4 **P1:** *Dentre as três?*	Existe diferença de raciocínio entre elas?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 5 **FmE5:** *Entre as três. A que tem então treze anos, eu achei que ela tem o raciocínio mais rápido... eu achei também que ela foi a que mais se aproximou... do resultado. Éh:: a que chegou por último, eu não consegui observar muita coisa dela, é mais calada, achei que ela não se entrosou muito com o grupo. Não sei se as outras duas se conheciam... não sei se isso faz diferença. Éh:: achei também que, muitas vezes, elas vão... elas vão no caminho correto, porém, elas interrompem o raciocínio e, talvez por isso, não cheguem na resposta.*	Existe uma diferença de raciocínio entre as três. A adolescente de treze anos ((refere-se a T)) tem raciocínio mais rápido. Ela foi a que apresentou cálculos mais próximos do resultado. Eu não consegui observar muita coisa da produção da adolescente que chegou por último ((refere-se a C)). A adolescente que chegou por último ((refere-se a C)) não entrosou com as demais. As três adolescentes interrompem o raciocínio e talvez por isso não cheguem à resposta.	-informar -avaliar -informar -avaliar	Esfera da informação Esfera da avaliação Esfera da informação Esfera da avaliação
TRECHO 6 **P1:** *Mas será porque que interrompem o raciocínio?*	Por que as três adolescentes interrompem o raciocínio?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 7 **FmE5:** *Não sei.*	Eu não sei por que as três adolescentes interrompem o raciocínio	-informar	Esfera da informação
TRECHO 8 **P1:** *Alguém tem resposta para isso?*	Alguém do grupo tem resposta para essa pergunta?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 9 **FmE1:** *Eu acho que é insegurança... é medo de errar.*	As três adolescentes interrompem o raciocínio por insegurança.	-confirmar -avaliar	Esfera da informação Esfera da avaliação

	As três adolescentes interrompem o raciocínio por medo de errar.		
TRECHO 10 **P1:** *Medo de errar, como?*	As três adolescentes interrompem o raciocínio por medo de errar. Explique.	-incitar	Esfera acional
TRECHO 11 **FmE1:** *Elas param para ver ( )... Que foi o que aconteceu ( ) falou "Ah, vamos dividir então... quarenta pelo... dois e quarenta"... (Aí a Pesquisadora)... aí você falou, "E aí, o que a gente vai achar com isso?" Aí ela... ela foi... foi o caminho todo certo para... conseguir a quantidade de dias que ia dar... com a divisão, mas aí, ela... quando você perguntou, acho que ela ficou insegura e falou, "Ah, eu não sei." {( )...*	Elas fazem até certo ponto. Ela ficou insegura quando você fez a pergunta sobre o resultado da divisão.	-informar -exemplificar	Esfera da informação
TRECHO 12 **FmE5:** *Eu acho que é (interrupção) do pensamento também. Até quando (pergunta), ela pára um pouco, eu não sei.*	As três adolescentes interrompem o pensamento por medo de errar. As três adolescentes interrompem o pensamento até quando perguntam.	-confirmar -complementar	Esfera da informação Esfera da interação
TRECHO 13 **P1:** *Pára para pensar, durante a resolução?*	As adolescentes param durante um determinado procedimento para pensar?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 14 **FmE5:** *É, e acaba que foge o raciocínio, e pára.*	As adolescentes param durante um determinado procedimento para pensar. As adolescentes param durante um determinado procedimento para pensar e por isso o raciocínio foge e por isso param novamente.	-confirmar -complementar	Esfera da informação Esfera da interação
TRECHO 15 **P1:** *Agora, vocês viram quantas vezes a questão era dividir quarenta por vinte e dois... e essa divisão não saiu. Por quê?*MmE7*?*	Vocês observaram quantas vezes a dificuldade foi dividir quarenta por vinte e dois? Vocês observaram que essa divisão não foi resolvida? MmE7, por que essa divisão não foi resolvida?	-informar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 16 **MmE7:** *Eu acho assim, igual a* FmE2 *falou, concordo com você, eu acho que é mais insegurança... ela não tem certeza do que, assim... fica com medo de errar, né? fica com medo de errar, e acaba não fazendo. E eu também (sei que) eu pude observar assim, a hora que elas estavam fazendo tentativas... éh:: só no lápis e papel... elas tiveram uma... uma maior dificuldade assim de ver... essas coisas assim... ver mais claro. A hora que ela começou a pegar... que fez a moeda, fez a... o papel, né? o dinheirinho de papel, elas começaram/... começaram a ver... mais fácil*	Eu acho que as três adolescentes interrompem o raciocínio por insegurança. Eu acho que as três adolescentes interrompem o raciocínio por medo de errar. Elas apresentaram mais dificuldades em resolver as contas no papel usando o lápis. Elas apresentaram menos dificuldades nas contas com o uso das moedas e do dinheirinho de papel.	-confirmar -informar -avaliar	Esfera da informação Esfera da informação Esfera da avaliação

assim a... os resultados. No entanto, chegou lá no... na letra/... a resposta da letra á, né? que não vai dar para... não vai dar para comprar/... ter os dois ao mesmo tempo, porque passa do valor da mesada... então já/... elas conseguiram chegar ao raciocínio da letra a. Então assim, mas elas conseguiram chegar depois que elas começaram a (apalpar)... a pegar, ver o que elas estavam fazendo. Então acho que assim, essa parte da matemática onde você... começa a mexer, começa a trabalhar... assim, a gente vai conseguir melhores resultados... eu acho que dentro da escola, quando a gente começar a ensinar mesmo, (estiver) dentro das escolas... acho que assim, a gente observando assim, a gente já tem uma idéia do que a gente vai fazer no futuro... porque, quando tornou mais (palpável), elas renderam mais... do que ficar só no lápis e no caderno.	Elas responderam a letra (a) porque usaram as moedas e o dinheirinho de papel. Elas renderam mais depois que usaram as moedas e o dinheirinho de papel.		
TRECHO 17 **P1:** *E a questão dos decimais? O que vocês observaram.*	O que vocês observaram sobre os decimais?	-exemplificar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 18 **Fm~~E~~1:** *Quando você falava assim... se eu gastar dois reais por dia, quanto é que eu vou gastar em vinte e dois dias, ou então em vinte? De não ter o dois, de fazer/... que nem você falou, "Ah, então um real em dez dia, quanto é que dá?" Elas, "Dez reais." "E doze reais em... ?" Não sai... não sai. "E dois e quarenta/... e dois e vinte em dez dias?" Elas não conseguem fazer. aí, um e trinta em dez dias... mil e trezentos, porque não sabem manipular a vírgula.*	Quando a pesquisadora formula problemas com números inteiros elas respondem. Quando a pesquisadora formula problemas com números decimais elas não respondem. As adolescentes não compreendem a posição da vírgula na escrita decimal.	-exemplificar -informar -avaliar	Esfera da informação Esfera da informação Esfera da avaliação
TRECHO 19 **P1:** *E qual o significado disso? De não saber manipular essa vírgula?*	O que significa não saber manipular a vírgula?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 20 ***Mm~~E~~8:*** *Elas queriam tentar dividir mais ainda o dinheiro... só que ficaram com receio. (Porque foram) cinqüenta... se fossem reduzindo mais o dinheiro, em centavos, ficaria bem mais prático de dividir por vinte e dois dias. Só que::/... eu pensei que elas fossem fazer isso, a hora que ela começou baixando o valor da moeda... eu pensei, "Agora vão chegar até dez centavos, porque, aí, fica fácil." Só que aí, elas pararam. Acho que, realmente, elas ficam com receio.* *Só que, parece que fica aquele receio de ( ) "Pô, será que eu falar, ( ) está errado?" aí pára. Justamente assim, aquela barreira do medo de errar. Acho que isso, até o próprio... o próprio colégio, ele cria isso, né? aquele negócio ( )/... a:: a forma como avaliam o erro, (como se fosse um)...*	As adolescentes mostraram receio em lidar com as moedas de menor valor. As adolescentes pararam na divisão de 1 real em moedas de menor valor por medo de errar. A escola cria nos adolescentes o medo de errar pela forma como avalia o erro.	-explicitar -exemplificar -avaliar	Esfera da informação Esfera da avaliação

TRECHO 21 **Fm~~E~~1:** *Eu acho que... eu acho que trabalhar (com) decimal... está muito defasado... algum jeito que está se trabalhando. Porque, ele não tem... eles não visualizam. Tanto é que, você multiplica um e trinta, lá... eles multiplicam um e trinta por dez, eles conseguem mil e trezentos. E eles não notam, porque mil e trezentos é muito mais do que o dinheiro que eles recebem de mesada, que é quarenta reais.* *Então, eles não... não conseguem... eu acho que eles não (tiveram rácio/)... acho que eles não aprenderam a ter raciocínio do que é um decimal, porque eles não... vêem o decimal como decimal, e sim como um... como um (unitário).*	Eu acho que o modo como se trabalha os números decimais na escola está defasado. Os alunos não visualizam os números decimais. Quando elas calculam e chegam a mil e trezentos não percebem que é maior que o valor da mesada. As adolescentes não aprenderam ver o decimal como decimal. As adolescentes vêem o decimal como inteiro.	-avaliar -informar -avaliar	Esfera da avaliação Esfera da informação Esfera da avaliação
TRECHO 22 **P1:** *Ainda preso? Num outro conjunto.*	As adolescentes mostram-se presas a um outro conjunto?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 23 ***Fm~~E~~2:*** *Interessante quando a:: a de treze anos... não, você fez uma pergunta para as outras, e aí elas falaram de dava dois e::: e sessenta, né? E:: a da:: a de treze anos, a dela deu vinte e oito e sessenta. Aí, você, "(Sério), mas... a diferença está muito grande!" e tal, ( ) e ela assim, "Eu estou achando que o resultado de vocês está muito pequeno!"*	Eu achei interessante quando a pesquisadora colocou uma adolescente para olhar o resultado da outra. Eu achei interessante quando a adolescente de treze anos disse que achava o resultado muito pequeno.	-avaliar	Esfera da avaliação
TRECHO 24 **Fm~~E~~1:** *Não, e ela... aí, nessa hora, ela ficou meio insegura, "Pô, por que o das duas deu dois e vinte?"* ((simultaneidade de vozes))	A adolescente de treze anos quando observou que o seu resultado estava diferente do resultado das outras ficou insegura.	-avaliar	Esfera da avaliação
TRECHO 25 **FmE3:** *Mas eu... eu já achei... eu já achei foi o contrário. Eu achei foi que:: em momento algum ela falou/... ela achou que o dela estava errado. Muito pelo contrário, eu achei que ela... que ela começou foi pensar no porquê das duas, e não no dela. Eu achei...*	Eu achei que foi o contrário do que a Fm~~E~~1 falou. Em momento algum a adolescente de treze anos achou que o resultado dela estava errado. Eu achei que ela ao ver o resultado das duas pensou: porque o resultado delas está diferente.	-contestar -avaliar	Esfera da interação Esfera da avaliação
TRECHO 26 **Fm~~E~~2:** *Tanto que ela não quis nem mudar no papel dela (nada).* ((silêncio))	A adolescente avaliou que o seu resultado estava correto tanto que não apagou nada do que fez.	-justificar	Esfera da avaliação
TRECHO 27 **Fm~~E~~2:** *Ela achou os dois resultados certos... só faltou (fazer a) diferença entre o tanto que {daria o... o lanche com o picolé...*	 Ela achou que os dois resultados estavam corretos. Ela achou que faltava apenas calcular a diferença	 -confirmar -complementar	 Esfera da informação Esfera da interação

	entre o valor do lanche e o valor do picolé.		
TRECHO 28 **FmE1:** *Mas, para você ver como ela foi insegura, ela não foi mostrar para as meninas por que que o dela tinha dado vinte e oito e sessenta... o que ela tinha pensado {(para chegar a isso).*	A adolescente de treze anos estava insegura. Ela estava insegura tanto que não mostrou para as outras duas como ela fez para chegar ao resultado vinte e oito e sessenta.	-confirmar -explicitar	Esfera da informação
TRECHO 29 **FmE5:** *Em momento nenhum você vê elas trocando esse tipo de informação, "Vamos tentar assim."*	As adolescentes em momento nenhum trocaram informações sobre como uma chegou a um resultado.	-reconhecer	Esfera da interação
TRECHO 30 **FmE1:** *Não, mas {( ).*	As adolescentes, em nenhum momento trocaram informações sobre como uma chegou a um resultado.	-confirmar	Esfera da informação
TRECHO 31 **FmE5:** *Cada um faz individualmente, eu não sei se vocês perceberam isso.*	Cada adolescente respondeu individualmente. Eu não sei se o grupo percebeu isso.	-avaliar -incitar	Esfera da avaliação Esfera acional
TRECHO 32 **FmE1:** *Mas a pesquisadora chegou e falou, "Então vai lá no quadro, mostra (aqui para a gente) porque deu vinte e oito e setenta." Ela ficou com o pé atrás...*	A pesquisadora falou para a adolescente de treze anos mostra para a gente no quadro o que você fez.	-justificar	Esfera da avaliação
TRECHO 33 **FpE1:** *Ela é tímida.*	A adolescente de treze anos é tímida.	-avaliar	Esfera da avaliação
TRECHO 34 **FmE1:** *Não queria ir no quadro ( )... Assim, ela não teve o coisa/... a: a::... como é que eu vou dizer? Ela não... ela não foi lá e falou, "Olha, o meu deu vinte e oito e sessenta por causa disso {entre elas mesmo."*	Ela não queria ir ao quadro e por isso não mostrou como o seu resultado deu vinte e oito e sessenta.	-avaliar -complementar	Esfera da avaliação Esfera da interação
TRECHO 35 **FmE2:** *(Acho que ela ficou com vergonha), acho que foi timidez, não foi nem porque ela quer esconder.*	Eu acho que ela ficou com vergonha de ir ao quadro. Ela não mostrou por timidez e não porque queria esconder.	-avaliar -contestar	Esfera da avaliação Esfera da interação
TRECHO 36 **FmE3***: É, eu também acho. Agora... eu tenho certeza que, agora, (eu acho) que é mais fácil do resultado sair. Porque, elas lá sozinhas, elas vão trocar de idéias... as idéias, vão... éh:: comentar entre elas, porque eu acho que elas ficaram meia presas, com vergonha, primeiro encontro... Então, eu acho que isso ainda atrapalhou um pouco. Mas, com certeza, se estivessem em sala de aula de verdade, ali, com todo*	Eu acho que ela ficou com vergonha de ir ao quadro. Ela não mostrou por timidez e não porque queria esconder.	-confirmar	Esfera da informação

o... éh:: os alunos, amigos, né? entre aspas... com certeza, acho que o resultado (de repente) sairia mais rápido. Acho que isso também conta um pouco, timidez e tal. Vergonha até de deixar os erros, né? ela estava com vergonha de deixar inclusive os erros. Não pôde apagar, ela passou um rabisco ali, mas... tentou encobrir o máximo. Uma coisa que me chamou também bastante atenção... foi na percepção do... acho que você tinha certeza que ela ia usar o calendário, né? Foi na percepção dos dias, né?	Elas ficaram com vergonha pelo fato de ser o primeiro encontro. Elas ficaram com vergonha pelo fato de ser o primeiro encontro e isso prejudicou. Em sala de aula com os amigos com certeza o resultado sairia mais rápido. Elas estavam com vergonha de mostrar os erros. Por isso rabiscou a produção. Eu acho que você ((refere-se à pesquisadora)) tinha certeza de que elas buscariam o calendário.	-avaliar	Esfera da avaliação
TRECHO 37 **P1:** *O calendário éh::... o calendário foi provocado, né? Eu trouxe o calendário para cá... já pensando {que isso ia acontecer.*	O uso do calendário foi uma provocação. Eu trouxe o calendário para a sala já pensando que elas o usariam.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 38 **FmE3*:*** *Importante.*	Isso que você fez foi importante.	-avaliar	Esfera da avaliação
TRECHO 39 **FmɆ1:** *É, até porque... éh:: para você... que nem eu perguntei para a (FmɆ2), "(FmɆ2), quando é... quando é que começou... quando é que começou ( ) do primeiro de maio?", porque assim... você tem... não, foi dia ( )/... foi dia...*	Isso que você fez ((refere-se à pesquisadora)) foi importante. Eu senti dificuldade em pensar, quantos dias de aula tinham o mês de maio e por isso perguntei à FmɆ2 quando começou.	-avaliar -reconhecer	Esfera da avaliação Esfera da interação
TRECHO 40 **FmɆ1:** *Dois. Dia dois foi quarta feira. Aí para até chegar nos dias.*	O dia dois de maio foi uma quarta-feira. Com essa informação cheguei ao número de dias.	-informar -explicitar	Esfera da informação
TRECHO 41 **P1:** *E demorou... o que vocês acham? Elas demoraram a chegar nessa informação, vinte e dois?*	As adolescentes demoraram acessar a informação dos vinte e dois dias?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 42 **MmE7:** *Acho que demorou... demorou um pouco sim.*	Eu acho que demorou a elas entenderem os vinte e dois dias de aula.	- avaliar	Esfera da avaliação
TRECHO 43 **FmE3*:*** *Eu acho que demorou.*	Eu acho que demorou a elas entenderem os vinte e dois dias de aula.	-confirmar	Esfera da informação
TRECHO 44 **FmɆ5:** *(Eu notei) uma diferença de raciocínio da que chegou por último, ela chegou no vinte e dois muito rápido...*	Eu notei uma diferença de raciocínio na adolescente C que chegou por último. A adolescente C chegou muito rápido à informação dos vinte e dois dias.	-informar - avaliar	Esfera da informação Esfera da avaliação
TRECHO 45	A adolescente C chegou muito rápido à	-incitar	Esfera acional

MmE7: *Mais rápido?*	informação dos vinte e dois dias?		
TRECHO 46 **Fm~~E~~5:** *As outras duas não chegaram com a mesma rapidez que ela...*	As outras duas adolescentes foram mais lentas do que C.	-informar - avaliar	Esfera da informação Esfera da avaliação
TRECHO 47 **MmE7:** *Ela demorou um pouco.*	A adolescente C demorou um pouco para chegar à informação dos vinte e dois dias.	-retificar	Esfera da informação
TRECHO 48 **Fm~~E~~5:** *Mas ela também parou ali.*	A adolescente C parou na informação dos vinte e dois dias.	-complementar	Esfera da interação
TRECHO 49 **MmE7:** *É.*	A adolescente C parou na informação dos vinte e dois dias.	-confirmar	Esfera da informação
TRECHO 50 **Fm~~E~~5:** *Ela... ela descobriu esse valor... bem mais rápido que as outras, mas também, eu achei que foi só.*	A adolescente C descobriu o valor dos vinte e dois dias bem mais rápido que as outras e foi só.	-justificar	Esfera da avaliação
TRECHO 51 **FmE3*:*** *De repente, eu acho que a gente pode levar... não sei, de repente a gente pode levar em conta também... a gente/... que nós não conhecemos qual o aprendizado que essas meninas têm em sala de aula. Se elas já viram esses números, se elas já:: sei lá, estudaram decimais, porque cada escola trabalha de forma diferente. A gente/... nós não sabemos até onde elas já viram isso. Apesar, eu acho que elas se saíram muito bem.*	Precisamos considerar o aprendizado que essas meninas têm em sala de aula. Precisamos considerar se essas meninas já estudaram decimais. Nós não sabemos até onde elas já estudaram dos decimais. Eu acho que elas se saíram muito bem.	-incitar -avaliar	Esfera acional Esfera da avaliação
TRECHO 52 **P1:** *E como a gente... Como que a gente pode acessar essa informação, FmE3? Qual a sua idéia para a gente acessar essa informação?*	Como nós podemos acessar essa informação FmE3? Qual a sua sugestão para acessarmos essa informação?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 53 **FmE3*:*** *Bom... eu acho que éh:: começando a trabalhar, colocar mesmo essa situação, eu acho que essa situação foi muito boa, porque elas não necessitariam somente decimais, e sim a informação do dia-a-dia que elas vivem... então... que elas puderam vivenciar isso... aqui, cortaram dinheirinho e tudo... eu acho que nós estamos indo num bom caminho, acho que é a partir daqui mesmo, colocando a situação... e mostrando para elas.*	Eu acho que é colocando-as para trabalhar mesmo, conforme a situação. Eu acho que a situação foi muito boa. Eu acho que estamos no caminho certo.	-posicionar	Esfera da avaliação
TRECHO 54 **FpE2*:*** *E se fosse... se fôssemos, né? Conversar com a professora?*	E se conversássemos com a professora delas?	-complementar	Esfera da interação

TRECHO 55 **MmE7:** *Eu acho que seria interessante, porque::...*	Eu acho interessante se conversássemos com a professora.	-confirmar	Esfera da informação
TRECHO 56 **P1:** *E que tipo de pergunta faríamos à professora?*	Que tipo de pergunta faríamos à professora?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 57 **MmE7:** *(Eu acho que) conteúdo, o que eles já viram, o que que ela... assim, o programa que ela está fazendo para esse ano, o que vão passar para elas, né? Aí, a gente vai ter uma base do que:: assim, do que elas estão vendo... daí, para poder trabalhar de alguma forma. ((simultaneidade de vozes))*	Eu acho que devemos perguntar sobre qual conteúdo elas já viram. Eu acho que devemos perguntar sobre o programa da professora para esse ano. Eu acho que devemos fazer essas perguntas para sabermos o que elas estudam. Eu acho que com essas informações poderemos trabalhar melhor.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 58 **Mm~~E~~8:** *Exatamente, se eles tiveram acesso a esse tipo de situação.*	Eu acho que devemos perguntar sobre qual conteúdo elas já viram. Eu acho que devemos perguntar sobre o programa da professora para esse ano. Eu acho que com essas informações poderemos trabalhar melhor. Devemos perguntar se elas tiveram acesso a esse tipo de informação.	-confirmar -complementar	Esfera da informação Esfera da interação
TRECHO 59 **Fm~~E~~1:** *De que maneira (é passado) o conteúdo de fração, {como é trabalho.*	Devemos perguntar também de que maneira o conteúdo de fração é passado, como ele é trabalhado.	-complementar	Esfera da interação
TRECHO 60 **P1:** *Gente, olha só... temos um comentário aqui. Vamos ouvir.*	Peço a atenção de todos. Vamos ouvir um comentário.	-exortar	Esfera acional
TRECHO 61 **FpE1:** *O motivo delas já estarem nesse processo de aceleração já diz que tem algo errado. (Eles) estão com uma idade bem avançada, numa séria bem inferior. Então, com certeza já tem algo errado já há mais tempo do que (isso). Ou eles têm uma dificuldade de interpretação muito grande, ou o início da alfabetização não foi boa para eles. E, tudo isso... afeta com o decorrer do tempo.*	O fato de elas cursarem a aceleração já diz que algo está errado. Elas estão com a idade muito avançada para uma série inferior. Tenho duas hipóteses para as dificuldades delas. Elas têm dificuldades de interpretação muito	- explicitar	Esfera da informação

	grande. O início da alfabetização não foi bom para elas.		
TRECHO 62 **Fm~~E~~*2*:** *Por outro lado, também, eles... estão (com um problema) do dia-a-dia. Elas poderiam realmente receber quarenta reais de mesada... e quererem comprar um lanche... de oitenta centavos... um e trinta... por mês... e ter o picolé lá de um e dez. Se elas quisessem comprar esses lanches todos os dias, e o picolé, quantos dias daria? É uma... assim... eu acho que é:: é uma solução/... é um exercício que:: de repente não precisa desses conteúdos para {poder saber resolver...*	As adolescentes não conseguem resolver um problema do dia-a-dia. A situação-problema em questão poderia ser um problema real de uma delas. Para a resolução dessa situação elas não precisariam saber todos esses conteúdos.	-avaliar -explicitar	Esfera da avaliação Esfera da informação
TRECHO 63 **P1:** *A resolução via algoritmo formal?*	Elas não precisariam saber resolver via algoritmo padrão?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 64 **Fm~~E~~*2*:** *É. Você vê essas crianças aí na rua, que vendem... balinha, vendem chiclete, tal. Se você for lá comprar, eles sabem te dar o troco.*	Sim. Elas não precisariam saber resolver por algoritmo-padrão. As crianças que trabalham na rua e vendem balas, chicletes sabem dar o troco para as vendas que fazem.	-confirmar -exemplificar	Esfera da informação
TRECHO 65 **P1:** *Ok. Agora, você reparou o seguinte, que, quando monta o algoritmo, né? quando monta a conta, aí não saía... tá? E:: acessar esse algoritmo, você avalia como, Fm~~E~~2?*	As crianças que trabalham na rua e vendem balas, chicletes sabem dar o troco para as vendas que fazem. Fm~~E~~*2* você observou que quando elas montam o algoritmo não resolvem? Como você avalia o domínio desses algoritmos?	-confirmar -exemplificar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 66 **Fm~~E~~*2*:** *É:: (sai) dessas situações mesmo, eu acho que tem que ser... o problema é esse... você vê assim, pedreiros, por exemplo, que fazem cálculos rápidos para poder construir uma casa, para fazer tudo e, chega na escola, eles têm uma dificuldade enorme em... em matemática.*	Alguns pedreiros, por exemplo, fazem cálculos rápidos e quando chegam à escola têm dificuldade em matemática.	-justificar	Esfera da avaliação
TRECHO 67 **P1:** *Como você explica isso?*	Fm~~E~~*2*, como você explica isso?	incitar	Esfera acional
TRECHO 68 **Fm~~E~~*2*:** *Eu acho que é justamente a forma que tem sido concebido isso na escola, né? Não é:: contextualizado. Aqui, a gente colocou uma situação contextualizada, eu acho que elas pensaram na situação contextualizada e, somente no momento que*	O modo como a escola trabalha a matemática não é contextualizado. A situação-problema proposta era contextualizada.	-avaliar	Esfera da avaliação

elas fugiram dessa situação, é que elas erraram. Se elas tivessem... se... se prendido na situação, elas, com certeza... {acertariam.	Quando elas fugiram da situação elas erraram.	-exemplificar	Esfera da informação
TRECHO 69 **FmE3*:*** *É o que acontece em sala de aula, nós ficamos muito presas ao livro didático e esquecemos do mundo lá fora, da matemática usada no dia-a-dia... né? como exemplo que ela deu dos meninos, dos pedreiros, essas coisas... e:: não trata... não aproveita essa situação lá fora, e traz para a sala de aula. Se nós trouxéssemos essa situação para a sala de aula, poderia, de repente, ajudar... o aluno a compreender o que está no livro.*	Na sala de aula, nós ficamos muito presas ao livro didático. Em sala de aula nos esquecemos do mundo, esquecemos da matemática usada no dia a dia. Nós não aproveitamos, por exemplo, as situações de rua como meninos vendedores, dos pedreiros que a FmE*2* falou para a sala de aula. Se trouxéssemos situações da rua para a sala de aula talvez ajudasse o aluno a compreender o que está no livro.	-complementar -exemplificar -explicitar	Esfera da interação Esfera da informação
TRECHO 70 **P1:** *Para um novo encontro com as adolescentes, o que vocês sugerem?*	O que vocês sugerem para um novo encontro com as adolescentes?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 71 **FmE1:** *Eu acho interessante... fazer, com esse exemplo aqui mesmo... para saber... eu acho que, sem perguntar para elas, "Você viu fração, você sabe?" uma nota de um real, um monte de moedinhas de dez centavos, de cinqüenta centavos, de vinte e cinco centavos... e aí, trabalhar com elas, "Um real... vai dar quantas moedinhas? Então, dez centavos dá o quê? Quanto de real?" Para saber se elas têm noção/... alguma noção do que é fração, (e se) trabalham e como... e qual o nível de dificuldade.*	Eu acho que devemos trabalhar com essa mesma situação. Eu acho que devemos usar uma nota de um real, moedinhas de diferentes valores. Eu acho que devemos perguntar a elas: Um real vai dar quantas moedas de dez centavos? Ao fazermos as perguntas saberemos se elas têm alguma noção do que é fração. Ao fazermos as perguntas saberemos qual o nível de dificuldade delas.	-posicionar -propor	Esfera da avaliação Esfera acional
TRECHO 72 **FmE5:** *Eu acho que, mais importante até do que ver se elas já (viram) esse conteúdo, é se esse conteúdo ainda vem sendo trabalho. Porque, é muito fácil eu dizer que eu apren/... digamos, que eu aprendi fração na quarta série... e, depois a professora não trabalha mais com fração, trabalha com números nor/... com números inteiros normais. Eu, ontem, por exemplo, fui... fui estagiar no Cinco, e*	Eu acho que mais importante do que saber se o conteúdo foi trabalhado é saber se esse conteúdo é trabalhado atualmente. Às vezes os alunos aprendem fração na quarta série e nunca mais vêem fração, somente números	-contestar -complementar	Esfera da interação

coloquei uma matriz que tinha uma fração. O aluno olhou para mim e falou, "Ah, mas o professor não coloca com fração, só coloca números inteiros!"	inteiros. No estágio com alunos do ensino médio, ao escrever uma matriz com fração um aluno falou que o professor deles só coloca números inteiros na matriz.	 -exemplificar	 Esfera da informação
TRECHO 73 **P1:** *Em sala de Ensino médio?*	Isso aconteceu no ensino médio?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 74 **FmE5:** *Ensino médio. Então assim, não é só se eles já viram esse conteúdo, é se esse conteúdo também continua sendo aplicado. Que é muito... talvez eles vão dizer, "Não, já vi fração." Só que tem que ver se dá/... se:: a partir do dia que eles viram...*	Isso aconteceu no ensino médio. É preciso saber se o conteúdo de fração é estudado ao longo das séries.	-confirmar -complementar	Esfera da informação Esfera da interação
TRECHO 75 **P1:** *(Se tem uma) continuidade.*	Se a escola mantém continuidade para o estudo das frações?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 76 **FmE5:** *Isso, se tem uma continuidade. Isso, por que:: fração, digamos, vai dar equação, é difícil você ver um professor colocar uma fração numa equação. {(Coloca geralmente) números inteiros.*	Isso. Se a escola mantém continuidade para o estudo das frações. O professor não coloca fração em uma equação.	-confirmar -exemplificar	Esfera da informação Esfera da informação
TRECHO 77 **FmE3***: Até mesmo porque existe o medo do professor também.*	O professor às vezes não coloca a fração na equação porque ele também tem medo.	-retificar	Esfera da informação
TRECHO 78 **FmE5:** *Isso, também... entendeu? existe o bloqueio do próprio professor. Eu acho que, além de ver se já deu, também ver se continua a ser aplicado, acho que é importante.*	Isso. O professor às vezes não coloca a fração na equação porque ele também tem medo.	-confirmar	Esfera da informação
TRECHO 79 **P1:** *Ok, então é uma outra informação que a FmE3 deu, né? Então, o problema não é... não é só dos alunos.*	A FmE3 trouxe uma informação nova. A dificuldade em lidar com as frações não é somente dos alunos. Os professores também apresentam dificuldades em lidar com as frações.	-infirmar	Esfera da informação
TRECHO 80 **FmE5:** *Muitas vezes.*	Muitas vezes os professores também apresentam dificuldades em lidar com as frações.	-confirmar	Esfera da informação
TRECHO 81 **FmE3***: Existe bloqueio no professor ( ).*	Existe certo bloqueio nos professores quando o assunto é frações.	-complementar	Esfera da interação

5.3.2 – Segunda sessão

A segunda sessão foi realizada no dia 21 de junho de 2007 nas dependências do Laboratório de Ensino de Matemática da instituição sede da pesquisa, com duração de 1 hora e 7 minutos. Participaram da sessão cinco sujeitos do grupo 2 (FmE3, MmE7, Mm~~E~~8, FmE4 e Fm~~E~~6) e a pesquisadora 1.

Objetivos da sessão

Analisar a avaliação do grupo quanto às dificuldades e às competências apresentadas por C durante as atividades da segunda sessão;

Analisar a avaliação do grupo quanto à atividade mediada da pesquisadora durante as atividades da segunda sessão;

Analisar as propostas de ação sugeridas pelo grupo para a continuidade do trabalho com a adolescente.

Procedimentos

Assistimos à filmagem da segunda sessão com a adolescente C e avaliamos que os 34 minutos iniciais da filmagem continham amostras significativas da sessão seja em termos das dificuldades e das competências apresentadas pela adolescente, seja em termos das características da atividade mediada; organizamos o Laboratório de Ensino de Matemática, dispondo na parte central o equipamento de projeção e dispusemos cadeiras no formato de semicírculo ao seu redor de modo a facilitar a observação das imagens; convidamos os sujeitos a ocupar essas cadeiras, distribuindo para todos lápis grafite, caneta e folhas em branco.

Explicamos aos sujeitos que estes assistiriam a 34 minutos iniciais da filmagem da segunda sessão com a adolescente C, solicitamos-lhes que observassem e avaliassem as competências e as dificuldades apresentadas pela adolescente durante as atividades apresentadas, bem como a mediação da pesquisadora e que anotassem, se avaliassem pertinente, suas observações. Terminada a exibição, desligamos o equipamento de projeção, organizamos as cadeiras em formato de círculo, de modo que todos os sujeitos tivessem ampla visão uns dos outros. Solicitamos que apresentassem suas observações e avaliações. Solicitamos, também, que propusessem ações para a continuidade do nosso trabalho com a adolescente.

Resultados

Nessa sessão, os resultados foram organizados segundo os temas: avaliação das dificuldades, avaliação das competências, avaliação da mediação da pesquisadora e propostas de ação.

As dificuldades da adolescente foram relatadas em muitas passagens e não foram destacadas e/ou debatidas seqüencialmente. Ao contrário, foram apresentadas ao longo de toda a sessão e podem ser organizadas a partir de dois focos: 1/ a dificuldade referia-se à adolescente; 2/ a dificuldade referia-se a alunos em momento escolar equivalente.

As principais dificuldades apontadas foram: os alunos não entendem que na escrita de decimais trinta centavos será menor que um real; eles acreditam que cinqüenta centavos será sempre maior que um real; essas idéias são criadas porque eles observam apenas o número sem considerar a vírgula (Trecho 2). A adolescente não tem compreensão da escrita de decimais; não separa a notação de cinco centavos da de cinqüenta; não usa os zeros quando registra números decimais (Trechos 5, 6, 7, 85). Também não compreende a notação matemática seja de números maiores ou de menores que um; não entende os algoritmos formais das operações básicas; não percebe as trocas exigidas no momento que realiza a regra do "vai um" (Trecho 22).

Em algumas passagens, a dificuldade foi pontuada de modo genérico com a utilização de termos comuns ao discurso docente em matemática, como: ela apresenta dificuldade de raciocínio lógico, ela não interpreta o problema, entre outras (Trecho 12). Em outras, os sujeitos destacaram que a dificuldade com a escrita de decimais não é exclusividade dos alunos e que muitos professores das séries iniciais têm as mesmas dificuldades, não diferenciando, por exemplo, a escrita de cinco centavos da de cinqüenta em atividades do cotidiano (Trecho 62).

As principais competências da adolescente destacadas pelo grupo são as de: manusear cédulas e moedas; realizar agrupamentos e trocas a partir do manuseio das moedas; resolver cálculos também a partir do manuseio de cédulas e moedas (Trechos 2, 26, 27). A presença desse material foi avaliada pelo grupo como elemento desencadeador de reflexão e de observação a respeito da notação produzida. Alguns afirmaram que o manuseio das cédulas e moedas criou momentos de reflexão nos quais C avaliou a notação produzida, a operação escolhida e o resultado obtido (Trechos 26, 28, 32, 50,56).

A avaliação da mediação estabelecida entre pesquisadora e adolescente foi destacada em alguns momentos da sessão e situou-se em dois pólos. No primeiro, ações e falas com as quais o grupo concorda: proposta de trabalho com o auxílio de cédulas e moedas; incentivo ao manuseio de cédulas e moedas e registro das notações no papel; comparação dos resultados encontrados ora com cédulas e moedas, ora com os cálculos no papel; perguntas que provocavam as ações de agrupar e trocar; formulação de perguntas em diferentes níveis de complexidade (Trechos 3, 4, 57, 59, 62, 96, 99). No segundo, ação que o grupo avaliou incompleta: a não-realização de agrupamentos e trocas tendo como referência inúmeras moedas de um centavo (Trechos 57, 59). Em geral, o modo como a pesquisadora conduziu e formulou as perguntas durante a realização das atividades foi avaliado positivamente pelo grupo (Trechos 97, 99).

Em algumas situações, o grupo avaliou a prática docente em matemática de modo geral destacando falhas e/ou pontuando exigências para essa prática. Foi unânime em afirmar que a docência das séries iniciais deve ser desenvolvida sempre com o apoio de material “concreto”; que o uso de termos como “passa para lá”; “pedir emprestado”; “vai um”, entre outros é comum tanto na fala de professores das séries iniciais quanto na de professores dos ensinos fundamental e médio; pontuou que o uso de termos corretos deve ocorrer desde as séries iniciais até a formação superior e que esse uso deve iniciar nos cursos de formação de professores (Trechos 3, 32, 63, 64, 65, 66).

Quanto às propostas de ação, o grupo sinalizou o uso de material didático, contudo, não formulou propostas de ação, ou seja, não descreveu claramente o que faria com esse material nem destacou com que objetivos. Foram citados: material dourado, material quadriculado, ábaco, moedas e cédulas (Trechos 70, 85, 88). Houve discordância de um membro do grupo quanto à pertinência do material dourado. O argumento de FmE4 refere-se ao fato de que o material dourado não ajudaria C a perceber a posição dos algarismos menores que uma unidade (Trechos 70, 71, 73, 74). Seus argumentos não foram debatidos pelos demais, e a proponente do material dourado não defendeu sua proposta, ao contrário, mostrou-se indecisa após a defesa dos argumentos de FmE4 (Trecho 72).

O uso de cédulas e moedas foi defendido pelos componentes do grupo, e eles foram unânimes em sugerir o uso de inúmeras moedas de um centavo, bem como inúmeras cédulas e moedas de todos os valores (Trechos 78, 79, 80, 81). Sugeriram a continuidade do formato de perguntas formuladas por nós, não só no sentido de instigar e provocar a observação como também para a manutenção do incentivo ao registro no papel.

Em geral, o grupo destacou suas avaliações referentes às dificuldades, às competências, à mediação da pesquisadora e sinalizou, de modo superficial, propostas de ação. Contudo, observamos, em muitos trechos, a dificuldade de o grupo empreender tais avaliações. Muitas perguntas não foram respondidas como, por exemplo: *P1: Quando você fala "raciocínio lógico," você fala do quê?*(Trecho 13); *P1: O que significa para vocês a ação de C de contar as moedas várias vezes?* (Trechos 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21); *P1: Como vocês avaliaram o momento em que trabalhamos com C* *a notação do um e trinta, dos cento e trinta e do um mil e trezentos reais?* (Trecho 52); *P1: Como usaríamos o material dourado?* (Trecho 82); *P1: No que o trabalho com o ábaco ajudaria C?* (Trecho 84). Muitas das ações de C não foram analisadas de modo a relacionar a ação ao desenvolvimento conceitual, além disso o grupo insistiu, em alguns momentos, em relacionar as ações à insegurança e ao medo de errar sem, contudo, formular argumentos que justificassem tal análise (Trechos 14, 15, 16 e 17).

Tabela IX: Análise da segunda sessão

Transcrições	Proposições	Atos da Fala	Categorias dos Atos da Fala
TRECHO 1 **P1:** *Nós assistimos a trinta minutos, deixei fechar aquela última fala. Trinta e quatro minutos de uma sessão de intervenção (C e pesquisadora). Na primeira sessão, participaram três adolescentes: J, T e a C. Nesta segunda sessão, participou somente a C. Como vocês avaliam o que observaram?*	Assistimos a trinta e quatro minutos da segunda sessão. A segunda sessão foi apenas com a adolescente C. Como vocês avaliam o que observaram?	-informar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 2 **MmE7:** *Eu acho que com o dinheiro ali, ela conseguiu. Agora, o grande problema (que eu vi) é que é difícil eles entenderem que trinta ou cinqüenta centavos, é menor que um. (Eles acham) que trinta tem que ser maior que um e cinqüenta tem que ser maior que um.*	Com o uso do dinheiro a adolescente conseguiu resolver. Os alunos não entendem que trinta centavos é menor que um real. Os alunos acham que trinta centavos e cinqüenta centavos têm de ser maior que um real.	-avaliar	Esfera da avaliação
TRECHO 3 **FmE4:** *No caso assim, eu (notei)... ( )... Eles não têm idéia, né? (quando) você ensina... (principalmente de primeira à quarta série)... a gente vai ensinar ( ), aí você tem que trabalhar muito no concreto... Igual a pesquisadora fez ali, com o material mesmo... Um, por exemplo, material (dourado)... Para ele entender realmente que aquele picado, centavos, ele é menor (do que)... A posição dele, naquele momento, está menor. No dinheiro assim, a gente vê bem, né? No material (dourado) também a gente vê bem porque vai picando (ficando) pequeninho... E vai tendo uma noção. E eu achei bem interessante quando ela falou do um... Porque ela não teve noção de juntar. O que a gente faz na hora da posição é isso, a gente agrupa, né? E forma o um... Um real no caso, né? Ela não teve a noção. Interessante também, a volta, né? Se eu agrupo, ou desagrupo. A pesquisadora perguntou "Um real." Quantas notas de... De dez... Aliás, "Quantas moedinhas de dez centavos?" Não tem aquele pensamento 'vai e volta', né? É uma grande dificuldade realmente.*	A docência de primeira a quarta série exige material concreto. A docência de primeira a quarta série exige material concreto como a pesquisadora propôs na atividade com a adolescente. O uso do dinheiro e do material dourado ajuda o aluno a entender a posição dos centavos na escrita decimal. A adolescente não apresentou a idéia de juntar. Para entender a posição dos algarismos precisamos da idéia de agrupamento. A pergunta da pesquisadora sobre quantas moedinhas de dez centavos são necessárias para formar um real provocou a reflexão sobre agrupamentos e desagrupamentos.	-tomar posição -avaliar -tomar posição - avaliar	Esfera da avaliação
TRECHO 4 **Fm~~E~~6:** *Você falava assim, "Quantas moedas de dez tem em um e trinta?"Aí ela... Ela pensava... Aí ela (não conseguia) achar a resposta na hora. Quando você falava,*	A formulação de perguntas em diferentes níveis de complexidade foi decisiva para a resolução das atividades de agrupamentos e desagrupamentos	-avaliar	Esfera da avaliação

“Quantas moedas têm... em um real?” Aí, ela dava a resposta. Mas aí, se... Aí, você voltava de novo, “Quantas moedas de dez tem em um e trinta?” Aí ela já... Conseguia dar uma resposta.	propostas à adolescente.		
TRECHO 5 **MmE7:** *Assim, o que eu observei assim foi na hora que ela (ia colocar) os cinco centavos, né? Assim, ela não conseguiu colocar; (assim, ver) que tinha que acrescentar mais moedas de cinco centavos. Aí, você perguntou, “E cinqüenta centavos, como é?,” “E dez centavos, como é que é?” “E os cinco centavos?” Aí ela deixou naquele (formato) lá... e assim, ela não soube, por que que assim, se daquele jeito mesmo estava certo, ela não percebeu que não estava certo. E assim, também eu acho que ela teve também trabalhar com os decimais, né? ( ) quando ela colocava, igual... (cento e trinta) reais... ela não colocava o zero; ela colocou no começo, né? Um e trinta, e depois do cento e trinta reais, ela já não colocou.*	A adolescente não conseguiu registrar cinco centavos. A adolescente não colocou o zero na escrita de cento e trinta reais. A adolescente não compreende a escrita decimal.	-avaliar	Esfera da avaliação
TRECHO 6 **FmE4:** *A vírgula e o zero-zero. A vírgula, (ela não entendia como) cento e trinta, e uma vírgula após o zero.*	A adolescente não entende porque a escrita de cento e trinta reais exige a colocação de vírgula e de dois zeros.	-avaliar	Esfera da avaliação
TRECHO 7 **Mm~~E~~8:** *Naquela hora que você perguntou por que que tinha o zero-zero depois de um real, ela (nem soube). Ela não sabe por quê. Justamente o porquê desse zero-zero. Ela não sabe que são zero-zero centavos... Um real, né? Vírgula, zero-zero centavos. E que dentro de um real teria as dez moedas de dez centavos, (ou cinqüenta centavos)*	A adolescente não compreende a presença da vírgula e dos zeros na escrita de um real. A adolescente apresentou dificuldades em decidir quantas moedas de dez e cinqüenta centavos são necessárias para compor um real.	-avaliar	Esfera da avaliação
TRECHO 8 **P1:** *O que ela respondeu naquela hora? Alguém lembra? Quando eu perguntei “O que é esse zero-zero aqui?”*	Alguém sabe o que ela respondeu à pergunta: O que é esse zero-zero aqui?”	-incitar	Esfera acional
TRECHO 9 **FmE4:** *Ela falou que era para diferenciar.*	A adolescente disse que o zero-zero presente na escrita decimal era para separar os números.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 10 **Fm~~E~~6:** *Para separar o (zero-zero) do um... Para separar.*	A adolescente disse que o zero zero presente na escrita decimal era para separar o zero-zero do	-informar -exemplificar	Esfera da informação

	um.		
TRECHO 11 **P1:** *E aí, quando eu perguntei por que... Aí ela não falou. Não foi? Se a gente for pensar a partir desses exemplos, quais as dificuldades de C?*	A partir da observação desses exemplos quais as dificuldades apresentadas por C?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 12 **MmE7:** *Assim, acho que... Um pouco de raciocínio lógico, né? éh: também éh: leitura também, que eu acho que ( ) que ela... Assim, para poder (ter um seguimento), para ela não se perder, ( ) (ler fazendo assim, apontando com o lápis)...*	Ela apresenta dificuldade de raciocínio lógico. Ela apresenta dificuldade de leitura. Ela lê apontando o lápis sobre as palavras.	-informar -avaliar	Esfera da informação Esfera da avaliação
TRECHO 13 **P1:** *Quando você fala "raciocínio lógico," você fala do quê?*	Quando você usa o termo raciocínio lógico refere-se a quê?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 14 **Mm~~E~~8:** *No raciocínio lógico, quando (ela pega) ( ), (ela tem que ver a lógica). Mas ela sentia insegura, (mesmo)... Ela contava... ela contava... Contava nos dedos.* **...**	Ela tem de ver a lógica. A adolescente contava nos dedos porque se sentia insegura.	-informar -exemplificar (EXP)	Esfera da informação
TRECHO 15 **Fm~~E~~6:** *Ela contava... e depois ela... na hora das moedas... Ela contava... Depois ela contava de novo... aí depois, de novo. Ela contava umas duas, três vezes, no mínimo.*	A adolescente contava várias vezes as moedas porque sentia-se insegura quanto ao resultado.	-confirmar	Esfera da informação
TRECHO 16 **P1:** *E o que isso significa para você?*	O que essa ação significa para você?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 17 **Fm~~E~~6:** *Insegurança.*	A ação de contar as moedas várias vezes significa insegurança.	-informar -avaliar	Esfera da informação Esfera da avaliação
TRECHO 18 **P1:** *Insegurança? Insegurança de quê?*	A ação de contar as moedas várias vezes significa insegurança de quê?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 19 **Fm~~E~~6:** *Acho que assim... "Será que eu contei certo?" Aí ela (contava) de novo.*	A ação de contar as moedas várias vezes significa insegurança quanto à contagem.	-informar -exemplificar -avaliar	Esfera da informação Esfera da avaliação
TRECHO 20 **Mm~~E~~8:** *Medo de errar também.*	A ação de contar as moedas várias vezes significa medo de errar.	-complementar	Esfera da interação

TRECHO 21 **FmE3:** *E também, na... na parte escrita, ela... Com os dedos, ela começava (a contar) com os dedos. aí, depois de novo.Acho que insegurança é, medo de errar.*	A ação de contar as moedas várias vezes significa medo de errar.	-confirmar	Esfera da informação
TRECHO 22 **FmE4:** *Vou bater na mesma tecla; notação, algoritmos básicos que ela (assim... demonstrou não compreender). Por exemplo, algoritmo; quando ela vai agrupar... que a gente fala agrupar, né? que a pessoa fala, "Ah, (vai um)," não é? é agrupamento... Ela não conseguiu identificar a primeira vez, eu achei bem interessante. Ela deu trinta centavos; aí a pesquisadora, "Mas conta aqui," (era) um e trinta...*	Vou repetir o que eu penso. A adolescente não compreende a notação matemática. A adolescente não compreende algoritmos básicos. A adolescente não compreendeu as trocas realizadas no momento do "vai um". Eu avalio como pertinente o incentivo à contagem promovida pela pesquisadora para a compreensão do "vai um".	(se)escusar -avaliar	Esfera da interação Esfera da avaliação
TRECHO 23 **Fm~~E~~6:** *Ela subtraiu, ao invés de somar...*	A adolescente subtraiu ao invés de somar.	-complementar	Esfera da interação
TRECHO 24 **FmE4:** *Aí, ela não sabia o que ela tinha feito. Depois ela jogou ( )... "Ah, eu joguei esse um aqui." Mas ela não tem noção do que ela fez ainda. Ela não conseguiu mostrar isso nem na hora das moedas. Porque, quando a gente trabalha com (material dourado), ou moedas ( ), se tivesse dez, né? ela poderia ter juntado, não... "Eu posso trocar essas dez moedas por uma moeda de um real. Ela muda de posição. Um real está numa posição, os centavos em outra posição. E os... no caso, né? dos cinco centavos, numa outra posição além." No caso, é notação e posição realmente.*	A adolescente não soube explicar as ações que realizou quando encontrou o resultado um real e trinta centavos. A adolescente não soube explicar as ações que realizou quando encontrou o resultado um real e trinta centavos nem com o uso das moedas. A dificuldade da adolescente é entender a notação e a posição dos algarismos na escrita decimal.	-exemplificar -avaliar	Esfera da informação Esfera da avaliação
TRECHO 25 **P1:** *FmE4, quando ela encontrou aquele resultado, trinta centavos o que aconteceu?*	FmE4 quando ela encontrou o resultado trinta centavos, o que você avalia que aconteceu?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 26 **FmE4:** *Mudou.*	Quando ela encontrou o resultado trinta centavos, algo mudou.	-informar -avaliar	Esfera da informação Esfera da avaliação
TRECHO 27 **P1:** *Mudou? O que mudou na sua análise?*	O que mudou em sua análise?	-incitar	Esfera acional

TRECHO 28 **FmE4:** *Eu acho que ela parou para pensar. E olhou (um tanto de moedas).*	Quando ela encontrou o resultado trinta centavos, ela parou para pensar. Quando ela encontrou o resultado trinta centavos, ela parou para pensar e olhou a quantidade de moedas.	-exemplificar -avaliar	Esfera da informação Esfera da avaliação
TRECHO 29 **P1:** *Mas ela estava comparando o quê? O que ela comparava naquela hora?*	Naquele momento C comparava o quê?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 30 **FmE4:** *O dinheiro que ela tinha.*	C comparava o dinheiro.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 31 **P1:** *O dinheiro... Com o quê?*	Ela comparava o dinheiro com o quê?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 32 **FmE4:** *Com a notação que ela fez, com o registro dela..“Por que está dando diferença?” Ela não (pensou de uma maneira)? Faltou alguma coisa. Não, aí ela viu (concreto). E é interessante isso, o aluno ver no concreto, para depois, aí ele compreende. Eu acho que vale a pena.*	Ela comparava o dinheiro com a notação produzida. Ela comparava o dinheiro com a notação e os resultados estavam diferentes. Ela comparava o dinheiro com a notação e os resultados estavam diferentes, mas faltou alguma coisa para a compreensão total. É importante para o aluno ver no concreto.	-exemplificar -avaliar -tomar posição	Esfera da informação Esfera da avaliação
TRECHO 33 **P1:** *Você acha que isso influenciou aquela escrita que ela colocou o um lá em cima e (circula)?*	Você avalia que essa reflexão influenciou a escrita do um circulado na sua notação?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 34 **FmE4:** *Eu acho que foi sem relacionar, ela não soube explicar.*	Eu penso que ela fez a notação do um circulado sem relacionar. Ela não soube explicar o porquê do um circulado.	-exemplificar -avaliar	Esfera da informação Esfera da avaliação
TRECHO 35 **P1:** *Então, como ela fez? O que vocês acham que aconteceu ali naquela hora... O que foi aquele unzinho lá para cima?*	Como vocês avaliam aquele momento que ela coloca o um lá em cima e circula?	-incitar	Esfera acional

TRECHO 36 **Mm~~E~~8:** *Eu acho assim, eu acho que ela (só conseguiu) ( ) a questão depois que ela começou a mexer mais com dinheiro; eu acho que ela viu, ela começou a perceber depois que ela começou a ter mais contato com o concreto. Acho que ali ela começou a ter mais percepção aqui, na escrita. Na hora que ela começou a mexer mais, que a pesquisadora foi dando mais dinheiro para ela, assim foi, então ali ela começou a ver mais coisa aqui, na escrita. Para mim foi assim, ela conseguiu ver aquilo dali na hora que ela começou a mexer com o concreto... Que ela começou a subir tinha que ir para o outro lado.*	Eu penso que com a manipulação do dinheiro ela começou a compreender e colocou aquele um porque começou a ver que o um ficaria em outra posição.	-exemplificar -avaliar	Esfera da informação Esfera da avaliação
TRECHO 37 **Fm~~E~~6:** *Pode ser também que ela imaginou né? Um real como sendo dez moedinhas, e juntou, aí deu treze. Ela pensou treze.*	Pode ser que ela imaginou a troca, dez moedas de dez são iguais a um real.	-contestar	Esfera da interação
TRECHO 38 **Mm~~E~~8:** *Ela colocou justamente aquele um. Foi depois que ela viu que estava errado, foi...*	Ela colocou o um depois que viu na contagem que a notação estava errada.	-complementar	Esfera da interação
TRECHO 39 **MmE7:** *Depois que ela viu que estava errado.*	Ela colocou o um depois que viu na contagem que a escrita anterior estava errada.	-confirmar	Esfera da informação
TRECHO 40 **Fm~~E~~6:** *Foi automático, né?*	Ela colocou o um e circulou de modo automático.	-complementar	Esfera da interação
TRECHO 41 **Mm~~E~~8:** *Eu acredito assim, que ela pensou assim, "Na minha resposta deu trinta centavos... ali deu um e trinta centavos." Está sobrando um... ((vários riem))... Esse um ( ) vou por ele pra cima.*	Eu acredito que ela refletiu assim: na minha escrita deu trinta centavos e na minha contagem deu um real e trinta. Ela percebeu que sobrava um algarismo um e o colocou lá em cima.	-exemplificar(EXP)	Esfera da informação
TRECHO 42 **P1:** *Mas, o que pode levar a gente a pensar que ela não entendeu aquele um? Nesse trecho da filmagem tem algum fato que pode explicar isso?*	Na cena que assistimos, podemos verificar que ela não entendeu o significado do um em sua notação?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 43	Quando você perguntou o significado ela não	-exemplificar	Esfera da informação

FmɆ6: *Quando você perguntou, né? Para ela... Ela não soube.*	soube responder.	-avaliar	Esfera da avaliação
TRECHO 44 **P1:** *O que ela falou?*	O que ela disse?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 45 **FmE3:** *“Levei ele aqui para cima.”*	Eu levei o um para cima.	-complementar	Esfera de interação
TRECHO 46 **P1:** *É, “Levei ele aqui para cima.”... A primeira idéia dela... Ela não mostrou nada assim. Tipo assim, ela subtraiu. Aí.*	Eu levei o um para cima. Ela não explicou nada.	-confirmar -avaliar	Esfera da informação Esfera da avaliação
TRECHO 47 **P1:** FmɆ6, *como você entendeu aquele sinal de subtração que ela colocou lá?*	FmɆ6 como você avaliou o sinal de subtração que ela colocou na notação?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 49 **P1:** *Vocês viram, na imagem, o momento em que ela alterou o sinal? Como vocês avaliaram aquele momento?*	Vocês perceberam que ela alterou o sinal na notação? Como vocês avaliaram essa troca?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 50 **FmɆ6:** *Primeiro ela na interpretação dela, achou que tinha que subtrair. Quando ela viu as moedas, aí ela já notou que parecia que não era mais. Não era subtração. Aí quando ela viu que estava errado... “Ué, mas deu um e trinta?” Aí, ela ainda pensou e alterou. Uma outra operação. Aí que ela colocou mais. Aí que ela viu que... deu um e trinta.*	A sua primeira interpretação foi para subtrair os valores. A manipulação de moedas ajudou-a a compreender que a subtração não fazia sentido. Ela alterou o sinal para adição e encontrou um real e trinta.	-exemplificar -avaliar	Esfera da informação Esfera da avaliação
TRECHO 51 **FmE3:** *A primeira interpretação que ela teve foi subtração. Mas, mesmo assim, ainda meio que confundindo.*	Ela interpretou que seria a subtração com dúvida.	-complementar	Esfera de interação
TRECHO 52 **P1:** *Como vocês avaliaram aquele momento que trabalhamos no quadro... A questão do um e trinta, do cento e trinta e do mil e trezentos? Naquele trecho, o que vocês acham que ela entendeu?*	Como vocês avaliaram o momento em que trabalhamos no quadro as escritas do um e trinta, do cento e trinta e do mil e trezentos? O que aquele trecho da gravação nos diz? ((Apenas um sujeito responde)).	-incitar	Esfera acional
TRECHO 53	Com aquela atividade você trabalhou o	-informar	Esfera da informação

FmE3: *E a base dez, né? Que acho que é a que tem mais facilidade ( ), de dez em dez é mais rápido. Aí, quando foi para (o menor), ela foi conseguindo, né? levar o (agrupamento) até... (até o que desse).*	entendimento da base dez.		
TRECHO 54 **P1:** *Então, a gente até aqui pensou nas dificuldades. E quais as competências que a C já apresentou?*	Quais competências C já apresentou?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 55 **FmE3:** *Ah, eu achei que ela tem facilidade com dinheiro... Quando você põe dinheiro ali, dificilmente ela erra. Ela já... Dá um jeitinho ali... Até com cinco centavos ela consegue.*	Ela apresentou facilidade em lidar com dinheiro. Quando ela usou o dinheiro, dificilmente errou a atividade. Ela acertou a atividade até com cinco centavos quando usou o dinheiro.	-avaliar -informar -exemplificar (EXP)	Esfera da avaliação Esfera da informação
TRECHO 56 **Fm~~E~~6:** *Aquela hora que você fez com cinco. E ela usa o cinco, depois o vinte e cinco.*	Ela conseguiu realizar agrupamentos e desagrupamentos com cinco centavos.	-confirmar	Esfera da informação
TRECHO 57 **FmE4:** *Faltou falar com um centavo.*	Faltou propor atividade de agrupamento e desagrupamento com um centavo.	-avaliar -desafiar	Esfera da avaliação Esfera da interação
TRECHO 58 **P1:** *Eu não fiz essa pergunta.*	Eu não propus essa ação.	-reconhecer	Esfera da interação
TRECHO 59 **FmE4:** *Eu pensei o tempo todo no um centavo, se tivesse moeda de um centavo ali...*	Eu senti falta da moeda de um centavo nessa atividade.	-desafiar	Esfera da interação
TRECHO 60 **Fm~~E~~6:** *Ficaria mais... mais fácil... ficaria mais fácil...*	Ficaria mais fácil para C se tivesse a moeda de um centavo.	-confirmar	Esfera da informação
TRECHO 61 **P1:** Na *próxima, deve ter um centavo?Não é? ((*Todos riem)).	Para a próxima sessão traremos moedas de um centavo.	-reconhecer	Esfera da interação
TRECHO 62 **Fm~~E~~6:** *Mas, pesquisadora, essa ( ) do cinco, eu achei interessantíssima porque na semana passada, uma professora está lá, somando as cópias que ela (queria tirar de xérox, e era cinco centavos); ela zero vírgula cinco, né? Aí eu achei o valor...* *é, uma professora, de primeira à quarta série... Aí, eu somei para ela, deu... deu*	Eu avaliei como pertinente a atividade proposta a C de registrar as escritas de cinco e cinqüenta centavos. A dificuldade apresentada por C não é	-avaliar	Esfera da avaliação

tantos reais. Ela, “Ah:: não, está errado!” Aí eu falei, “Quanto que você queria mesmo?” Ela, “Cinco centavos.” “Mas não é assim a notação de cinco, zero vírgula zero cinco.” Aí, eu bati na calculadora, falei, “Não, (não está) errado.” Até que ela me falou que ela queria cinco centavos. ( ) e eu falei, “Mas isso aí é cinqüenta!” Ela “Ah, ( ).” Eu ri. Eu falei, “Se um professor erra, imagina aluno.” Não é verdade? A notação, é (muito comum errar).	exclusividade dos alunos, os professores também apresentam a mesma dificuldade. Uma professora de séries iniciais que eu conheço não separou durante uma demanda prática a escrita decimal de cinco e cinqüenta centavos.	-exemplificar	Esfera da informação
TRECHO 63 **MmE7:** P*esquisadora, você falou também da questão de... ( ) agrupamento; na verdade até assim (ainda há)... até isso no Ensino Fundamental, já na quinta série, já começa assim... assim de certa forma a ensinar errado. Por quê? Porque é um tal de ‘passa para lá,’ e não fala o que é...*	Na quinta série os professores ensinam errado porque usam termos como: passa para lá.	-avaliar -exemplificar (EXP)	Esfera da avaliação Esfera da informação
TRECHO 64 **Mm~~E~~8:** *Não fala o termo adequado. Mas, de primeira à quarta série tem muito isso; “Pede emprestado”... “Sobe um”..*	Os professores da quinta série não falam os termos corretos. Na quarta série, é comum falas, como: o pedir emprestado, o sobe um.	-avaliar -exemplificar (EXP)	Esfera da avaliação Esfera da informação
TRECHO 65 **MmE7:** *desde o começo, tem que falar a informação correta desde o começo. Porque, já começa errado; vai para o ensino fundamental, fica um pouco mais errado; vai para o ensino médio, errado mais um pouco... E aí, quando chega à formação universitária?*	É preciso usar os termos corretos desde o início da escolarização. Se não usarmos os termos corretos desde o início da escolarização, usá-lo-emos de forma errada até a formação universitária.	-tomar posição -exemplificar (EXP)	Esfera da avaliação Esfera da informação
TRECHO 66 **Fm~~E~~6:** *Então, por isso... por isso é que falo que tem que começar na (formação) do professor.*	O uso dos termos corretos deve ser iniciado nos cursos de formação de professores.	-complementar	Esfera da interação
TRECHO 67 **FmE4:** *Mas, o interessante realmente, que eu sinto falta assim, é casar realmente. Quando você está ensinando decimal, ( ) primeira à quarta séria, (eu ensinei)... Você está mostrando o dinheiro... e mostrando a notação. Se ela tivesse tido a oportunidade de saber que zero vírgula zero cinco, né? é o cinco centavos, ela (associaria)... e que o cinqüenta centavos é cinqüenta centavos... Olhando realmente a posição de cada número, na hora que a gente está ensinando a ( ) padrão, né? No caso (da família) dos números decimais, (ficaria mais fácil). Não associa... Não associa ( )... (mais) rápido. Então, (usa a) calculadora. Engraçado, até na*	Quando eu ensino de primeira a quarta-série eu mostro o dinheiro e a notação. A adolescente não vivenciou atividades que relacionassem o dinheiro e a notação. Mesmo na calculadora não aparece os centavos. Quando somamos quantias fazemos de cabeça e não usamos os centavos.	-tomar posição -avaliar -exemplificar	Esfera da avaliação Esfera da informação

calculadora (a gente muitas vezes não usa). ( ) centavos, ( )... Não é muito comum, você pega o dinheiro, já soma de cabeça e vai. Por isso é que eu acho que ela botou aquele cinco ( ) sem a vírgula... a gente vai tão rápido, que vai de cabeça. Aí, nesses números menores, a gente utiliza muito a vírgula... Para separar.			
TRECHO 68 **FmE3:** I*gual... é igual... o pessoal falou mesmo, eu acho que ela está muito ligada... o caminho dela flui quando ela está usando a praticidade. Agora, dentro da... da... da (comunidade) matemática, eu acho que ela ainda (peca um pouco), ela não consegue organizar as idéias matemáticas... (dentro da comunidade). Mas, dentro da prática... É igual a::... a gente estava falando ontem, mesmo ( )... quando se usa a prática com o dinheiro, a matemática, ela... Qualquer pessoa ( ). Mas, (comunidade), realmente ela... em frações, a dificuldade é muito grande.*	Quando a atividade é prática ela consegue realizar. Quando a atividade requer idéias matemáticas ela não consegue.	-avaliar	Esfera da avaliação
TRECHO 69 **P1:** *Então, agora vamos imaginar a seguinte situação... A próxima sessão será feita por um de vocês. O que fazer na próxima sessão?*	Um de vocês fará a próxima sessão. O que fazer na próxima sessão?	-propor -incitar	Esfera acional
TRECHO 70 **FmE3:** *Sabe o que eu colocaria? Eu acho que a gente precisa ter outro material. Eu trabalharia com o material dourado.*	Eu trabalharia com o material dourado.	-informar	-Esfera da informação
TRECHO 71 **FmE4:** *E dava para fazer um gancho dos dois. Para ela ter um apoio melhor, para estar entendendo o processo. Porque assim, com o dinheiro, (ela manipula bem). Se fosse assim... se você fizesse ( ) (numa prova), ( )... Ela não consegue é passar para o caderno. Aí, a gente tem que ver um jeito dela ( ). Éh:: será que o dourado pode ajudar ela no... na hora de escrever os decimais?*	Será que o material dourado ajudará C a entender a escrita dos decimais?	-contestar	-Esfera da interação
TRECHO 72 **FmE3:** *Porque o dinheiro ajuda a entender que os centavos é (vírgula)... zero vírgula zero, né?*	((Não responde a pergunta de FmE4)) O uso do dinheiro ajuda a compreender a vírgula na escrita dos centavos.	(se)escusar	Esfera da interação
TRECHO 73 **FmE4:** *quando você vai para a ( ), a unidade está aqui... aí, os decimais, centésimos, milésimos, vai na posição (contrária) dos zeros. Ela tem que ter essa noção.*	Na escrita de decimais os zeros ocupam posição contrária aos zeros na escrita de números maiores que um.	-contestar	-Esfera da interação

TRECHO 74 **Mm~~E~~8:** *(Em qual valor jogar; porque, quando sabe em que valor jogar), os decimais, eu acho que fica mais fácil. Porque parte da unidade. Um real é uma parte inteira. Eu peguei o meu inteiro, que era um realzinho, a moeda, a gente pode até mostrar para ela... e falar "Não, o que que a gente fez? Quebrou esse um real em quê?" Mas, pode ser de um centavo, pode ser de vinte e cinco centavos, para ela ter a noção que esse vírgula separa um inteiro... que era unidade, pode vir um real, e vai sendo quebrado em ( ).*	Se mostrarmos para ela que um real pode ser quebrado em centavos, ela entenderá que a vírgula separa a parte inteira da não-inteira.	-complementar	-Esfera da interação
TRECHO 75 **P1:** *Em termos de moedas, então, seguindo esse seu raciocínio... Qual seria a utilização de moedas... Incluiria mais alguma?*	Quais moedas vocês indicam para o trabalho?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 76 **FmE4:** *Um centavo.*	Indico a moeda de um centavo.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 77 **P1:** *E notas?*	E notas, vocês indicam alguma?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 78 **Fm~~E~~6:** *Notas? De todas... de dois, de um, variáveis.*	Indico notas diversas.	-complementar	Esfera da interação
TRECHO 79 **FmE4:** *Até para você estar pedindo mais (essas) informações; (quantas possibilidades você tem de fazer)... quarenta reais?*	Com as notas diversas você amplia as possibilidade de perguntas sobre como formar quarenta reais.	-exemplificar	Esfera da informação
TRECHO 80 **Fm~~E~~6:** *Não, eu gostei da idéia de trabalhar com o material porque realmente, o dinheiro, ela... Trabalha muito bem, ela manipula muito bem. Usando outro material, eu acho que... Eu acho que ela tem que passar o conhecimento dela primeiro (para outro) material... Porque aí é o ( ), ela vai poder fazer isso em qualquer coisa...*	Eu gostei da idéia do uso do material dourado ou de outro parecido. Com o dinheiro ela trabalha bem. Ela precisa usar outro material para entender isso em qualquer material.	-complementar	Esfera da interação
TRECHO 81 **FmE4:** *Porque assim, quando a gente trabalha (com o aluno), a gente coloca... ela pega lá dez moedas de um centavo; aí ( ). Aí, para ficar mais fácil, "Você não vai*	Quando trabalhamos com os alunos pedimos-lhes que troquem dez moedas de um centavo por outra moeda.	-tomar posição	Esfera da avaliação

carregar esse tanto de moeda para lá para para cá. Dá para trocar por outra moeda que fique mais fácil para você carregar?" Ela vai trocando de dez. "Ah, tá. Dez de dez centavos; eu posso trocar por outra de ( )."	Perguntamos aos alunos: Eu posso trocar as dez moedas por qual outra?	-exemplificar	Esfera da informação
TRECHO 82 **P1:** *E no material dourado? O que faríamos?*	Como faríamos o uso do material dourado?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 83 **FmE3:** *Quando ele ia pegar essa mesma aqui, e fazer no material dourado. Só que aí, a gente teria que explicar para ela que a gente colocaria a unidade como (centavos), né? Ou, só para ela estar tendo a noção que um real (acaba realmente com as unidades). Que aí, a partir de... das unidades, a gente tem coisinhas menores; aí a gente pode trabalhar com papel picadinho bem pequeno. Porque, um milésimo, gente... ( ) aí você mostra o quadradinho para ela. "Você está vendo essa unidade? Um milésimo é mil... é mil pedacinhos desse quadradinho aqui." ( ) tem que estar pensando assim.*	No material dourado a unidade seria o centavo.	-exemplificar	Esfera da informação
TRECHO 84 **P1:** *Quem faria diferente?*	Alguém faria diferente?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 85 **MmE7:** *Eu faria acho que... eu trabalharia com o ábaco. O ábaco é um material muito bom também... e assim... essa... essa noção de centavos também seria muito bom para (ela), de unidades, né? Que a questão de unidades, eu acho que ela está assim... um pouco assim confusa na unidade. Eu acho que o ábaco traz também assim bem... bem (claro) também assim para trabalhar.Até mesmo com esse... com problema aqui... dá para você resolver no ábaco assim, com uma visão bem legal. Assim, dá para você separar assim certinho, ela vai vendo do que está acontecendo. Acho que ela/... assim, ( ) (ela transcreveria assim mais)...*	Eu trabalharia com o ábaco. Ela não entende a noção de unidade.	- complementar	Esfera da interação
TRECHO 86 **P1:**Como o trabalho no ábaco ajudaria?	Como o trabalho no ábaco ajudaria?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 87 **MmE7:** *Usando o ábaco. Porque, o ábaco é uma ferramenta muito boa, para a gente trabalhar, principalmente.*	O ábaco é uma ferramenta muito boa para a gente trabalhar.	-informar	Esfera da informação

TRECHO 88 **P1:** *Trazer um ábaco ou fazer um ábaco com a participação dela... Qual a sua sugestão?*	Você sugere trazer um ábaco para usá-lo com C ou construir um ábaco com a participação dela?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 89 **MmE7:** *Ainda... Se for fazer um ábaco, é melhor ainda, porque ela vai estar bem... Tendo essa concepção melhor ainda... De questão de unidade, de dezena, de centena, de milhar.*	Se construir com a ajuda dela será melhor ainda para que ela possa entender unidade, dezena, centena e milhar.	-complementar	Esfera da interação
TRECHO 90 **FmE4:** *É, nesse caso, eu acho que o material quadriculado é melhor ainda que o dourado. Porque ele dá essa possibilidade... estar cortando junto com ela. "Vamos cortar dez centavos." Imagina que cada quadrinho daquele ( )... aquele papel quadriculado que a gente faz desenho... seja um centavo... ( )... ou um décimo. Aí ela vai ver.*	Eu sugiro o uso do material quadriculado. O material quadriculado é melhor que o dourado porque dá a possibilidade de cortar aos poucos junto com a adolescente. Você pode cortar cada quadradinho ou cortar dez centavos.	-complementar -avaliar	Esfera da interação Esfera da avaliação
TRECHO 91 **Fm~~E~~6:** *E que ela demonstrasse também na escrita. Eu acho que ela... a dificuldade dela maior mesmo, eu acho que é na... na parte escrita, na parte de...*	Ela precisa demonstrar na escrita. A maior dificuldade de C é na escrita.	-avaliar	Esfera da avaliação
TRECHO 92 **P1:** *Fm~~E~~6 como você faria isso?*	Como você faria essa atividade?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 93 **Fm~~E~~6:** *Igual, você... Quando você pede para ela demonstrar no dinheiro, ela demonstra; demonstrar no material dourado, ela demonstra. Agora, "Me demonstra na parte escrita." Coloca no papel.*	Eu faria como você fez com ela. Pediria para mostrar no material dourado, no dinheiro e na escrita no papel.	-tomar posição	Esfera da interação
TRECHO 94 **MmE7:** *Acho que fazendo assim, e fazendo a notação, também ela vai ter um desenvolvimento bem maior.*	Eu concordo. Eu penso que se fizermos assim e com a notação ela terá um desenvolvimento maior.	-validar -tomar posição	Esfera da avaliação Esfera da interação
TRECHO 95 **P1:** *E quanto às perguntas, alguma sugestão?*	Vocês têm sugestões para as perguntas?	-incitar	Esfera acional

TRECHO 96 **FmE3:** *Acho que estão boas.*	Eu avalio que as perguntas foram bem elaboradas.	-avaliar	Esfera da avaliação
TRECHO 97 **FmE4:** *Seria o mesmo... Não contar muita coisa...*	Manter as perguntas. Não contar muita coisa à adolescente.	-validar	Esfera da avaliação
TRECHO 98 **Fm~~E~~6:** *É, o mesmo ritmo.*	Manter as mesmas perguntas.	-confirmar	Esfera da informação
TRECHO 99 **MmE7:** Instigar, né? instigar, ( )...	Instigar a adolescente.	-complementar	Esfera da interação
TRECHO 100 **Mm~~E~~8:** *A pergunta ... Foi bem interessante.*	A pergunta foi interessante.	-avaliar	Esfera da avaliação

5.3.3 – Terceira sessão

A terceira sessão foi realizada no dia 10 de agosto de 2007 nas dependências da Universidade de Brasília, com duração de 1 hora e 26 minutos. Participaram da sessão sete sujeitos do grupo 2 (MmE7, Mm~~E~~8, Fm~~E~~1, Fm~~E~~2, FmE3, FmE4 e Fm~~E~~6) e as pesquisadoras 1 (observadora) e 2 (mediadora).

Objetivos

Instigar o grupo a analisar as falas produzidas por eles sobre a solicitação de avaliar as dificuldades e as competências apresentadas por C durante as atividades da segunda sessão;

Instigar o grupo a analisar as falas produzidas por eles sobre a solicitação de avaliar a atividade mediada da pesquisadora durante as atividades da segunda sessão com a adolescente C;

Instigar o grupo a analisar as falas produzidas por eles sobre a solicitação de propor ações para a continuidade do trabalho da pesquisadora com a adolescente C;

Identificar a prática docente do grupo para os conteúdos curriculares das quatro operações aritméticas, em especial, a operação de divisão.

Procedimentos

Os sujeitos foram convidados a ocupar cadeiras organizadas no formato circular em uma sala de aula do Instituto de Psicologia da Universidade de Brasília; cada sujeito recebeu cópia impressa (em papel A4) da transcrição integral da sessão anterior, um marcador de texto colorido, uma caneta e duas folhas em branco.

A pesquisadora 2 solicitou que os sujeitos identificassem, nas três páginas iniciais da transcrição da sessão, falas do grupo que avaliassem as dificuldades e as competências apresentadas pela adolescente.

Resultados

A terceira sessão foi marcada por um fato inédito: a mudança do local da pesquisa, visto que todas as sessões anteriores foram realizadas na instituição sede da pesquisa na cidade de Taguatinga. Vale ressaltar que todos os sujeitos residem em Taguatinga ou em áreas próximas; foram informados que algumas sessões seriam realizadas na Universidade de Brasília.

No entanto, a mudança de local acarretou, no momento da marcação da sessão, alguns transtornos que foram superados com a presteza de Fm-E1 que se responsabilizou pelo deslocamento de quatro sujeitos. Apesar das dificuldades de deslocamento e da divergência de horários, avaliamos que a concordância em participar da sessão mesmo em local distante de suas residências e as presenças demonstraram a disposição de o grupo em participar da pesquisa. Todavia, os momentos iniciais foram marcados pela tensão dos sujeitos. Interpretamos que esta foi deflagrada por inúmeros fatores entre eles: 1/ o próprio deslocamento; 2/ a mudança do local; 3/ a presença da pesquisadora 2; e 4/ a socialização da transcrição, na íntegra, da sessão anterior.

Evidenciamos, no decorrer da sessão, quatro grandes momentos de interação, são eles: 1/ o grupo foi provocado a observar as falas produzidas por eles durante a sessão anterior; 2/ assuntos relacionados à pesquisa, à psicologia e à educação, em especial, em relação ao ensino de matemática foram discutidos; 3/ o grupo responde às perguntas postas ora justificando suas falas, ora questionando-as, ora concordando; 4/ Mm-E8 foi ao quadro e simulou a explicação do algoritmo-padrão da divisão.

Durante toda a sessão, o grupo foi provocado a ler suas falas, a interpretá-las e, principalmente, a avaliar se elas respondiam às perguntas postas. *P2: Como é que vocês avaliam aquilo que vocês observaram? O que vocês falaram nessas três páginas?*

(Trecho 3); *P2: Afinal, quais competências e dificuldades conceituais ela apresenta?* (Trecho 32). O grupo apresentou dificuldade em compreender o que foi solicitado, como mostram os trechos 8 10 e 12. Tal dificuldade pode ser observada, também, em alguns comportamentos diferenciados em relação às sessões anteriores, entre eles, os silêncios de Fm~~E~~6, Mm~~E~~8 e FmE3; o riso constante de FmE3. E comportamentos reincidentes, como a fala desconexa de MmE7 (Trechos 2, 5, 9, 21, 31, 35, 134 e 136).

As inúmeras tentativas de responder a perguntas como*: P2: Vocês acharam nessas três páginas, vocês... Vocês fazem essa avaliação? (Onde está)?* (Trecho 8) revelaram algumas percepções do grupo, como, por exemplo, *manipular a vírgula é saber colocar no local correto* (Trechos 20, 21); *a adolescente não sabe interpretar* (Trecho 42); *a adolescente não soube montar, montar significa passar da linguagem do português para a matemática* (Trechos 46, 47 e 48); *a adolescente não sabe montar a operação* (Trecho 55); *concreto é quando você consegue manipular, ou ainda, concreto é quando você consegue tocar* (Trechos 112, 113).

Em muitos momentos da sessão, conceitos relacionados à psicologia, à educação e à prática de ensino foram discutidos como, por exemplo: *P2: o adulto também está em desenvolvimento* (Trecho 1); *P2:*[...] *a dificuldade da adolescente do ponto de vista da psicologia da educação matemática é na lógica do sistema numérico* (Trecho 36); *P2: os adolescentes evitam multiplicar e dividir quando não entendem o sistema numérico (*Trecho 41); *P2: no mundo inteiro há pesquisa que mostra esse comportamento ...* (Trecho 56); *P2: é interessante a idéia que se desenvolveu depois da chamada matemática moderna com a noção de concreto...* (Trecho 131); *P2: lúdico implica em prazer* (Trecho 133). Nessas ocasiões, os sujeitos mostraram-se atentos e sinalizaram a possibilidade de interagir com tais informações pela primeira vez.

Em muitos trechos das interlocuções observamos que a mediação da pesquisadora 2 foi realizada de modo assertivo, como em: *P2: "Olha o que eu perguntei*." (Trechos 4, 5); *P2:*[...] *e dessa forma você estava avaliando*? (Trechos 11, 12); *P2: Aqui no texto tem isso? ...mostra para mim, aonde*? (Trechos 13,14). Outro ponto de destaque nas interlocuções foi o questionamento constante às falas produzidas pelos sujeitos. *P2: E o que quer dizer isso... "Manipular a vírgula"*? (Trecho 20); *P2: O que quer dizer montar*? (Trecho 47); *P2: O quer dizer concreto*? Trecho (111); *P2: O algoritmo ou o quê*? *P2: De que outro jeito eu posso chamar*? (Trecho 28); *P2: Será que é isso mesmo*? (Trecho 43); *P2: Não necessariamente de se apalpar. É isso que eu estou questionando*. (Trecho 128); *P2: Como você reformularia o que falou*? (Trecho 135).

Outro dado bem evidente foi o desconhecimento dos sujeitos sobre o desenvolvimento histórico do Sistema de Numeração Decimal. Eles demonstraram idéias superficiais de como os conceitos de base, de valor posicional e de operações evoluíram ao longo dos séculos, sob quais circunstâncias sociais e como essas circunstâncias influenciaram o modo como utilizamos, na atualidade, esses conceitos (Trechos, 58, 59, 60).

A solicitação para que o grupo ou alguém do grupo mostrasse no quadro como explicaria a divisão 327 por 42, evidenciou práticas, competências e dificuldades de todos os sujeitos. Interpretamos o momento, a partir de cinco tempos bem distintos: 1/ **a solicitação**: momento tenso em que ninguém do grupo se dispunha a resolver a solicitação; 2/ **o voluntário**: Mm~~E~~8 se dispõe e vai ao quadro. Sem a ajuda dos outros sujeitos iniciou a resolução. *Para dividir trezentos e vinte e sete por quarenta e dois. Primeiramente a gente (vai tentar) o primeiro termo, a centena. O três. Três não têm como dividir por quarenta e dois. Vamos tentar o segundo. Trinta e dois também não* *divide por quarenta e dois. Então, a gente vai para (trezentos e vinte e sete). Quantos quarenta e dois está contido dentro de trezentos e vinte e sete? (É o) primeiro passo... Pode ir por tentativa... Se não souber, vai por tentativa. A gente pode tentar oito... Oito vezes dois, dezesseis... oito vezes quatro, trinta e dois; com um, trinta e três... Passou, não dá. Então, tem que ser menor que oito. Então, tem que ser sete. Sete dá. ( ) sete vezes dois, vai um... sete vezes quatro, vinte e oito; com um, vinte e nove... subtrai-se... sete menos quatro, três... dois menos nove não dá, pega-se emprestado... ((fala rindo)) fica doze... doze por nove, três... aqui ficou dois... dois menos dois, zero* (Trecho 64). 3/ **a provocação**: o grupo foi provocado a avaliar a notação produzida no quadro e a relacioná-la às discussões anteriores a respeito da lógica do sistema numérico. *P2: Agora vocês ajudam a explicar onde está a lógica do sistema numérico nessa notação?*(Trecho 65). 4/ **a avaliação:** o grupo não avaliou nem as falas nem a notação produzida. Apenas FmE4 manifestou sua interpretação dos fatos. *FmE4: O termo correto é desagrupar e não pedir emprestado. Você tem trinta e duas dezenas. Eu não posso falar para o aluno que três não dá para dividir por quarenta e dois porque são três centenas* (Trecho 70). Os questionamentos de FmE4 motivam Mm~~E~~8 a perguntar mais detalhes de sua interpretação. *FmE4, como você trabalha*? (Trecho 71). Os demais somente emitiram alguma interpretação e/ou relacionaram o fato às discussões anteriores após muitas provocações (Trechos 73 a 86). 5/ **o silêncio:** Mm~~E~~8, o voluntário ficou calado o restante da sessão. Quando interpelado a respeito desse comportamento comentou apenas que estava cansado (Trechos 159, 160).

Os cinco tempos descritos evidenciam que o grupo nunca refletiu ou refletiu superficialmente sobre a lógica do Sistema de Numeração Decimal implícita nos procedimentos de cálculos presentes no algoritmo-padrão da divisão. Muitos revelaram, nas expressões faciais de perplexidade, que repetiriam a prática apresentada por Mm~~E~~8, se estes estivessem no quadro. Outros justificaram os motivos pelos quais não foram voluntários. *Na hora de ir lá no quadro, eu fiquei pensando assim, "Ah, eu vou lá resolver, e como que eu vou explicar a minha resolução?" Eu estava pensando (nisso). Se tivesse vindo alguma coisa na minha cabeça, eu já ia logo... ( ) eu estava pensando nessa possibilidade. ((risos))* (Trecho 162). Tais acontecimentos podem ser interpretados como indícios da prática docente atual e/ou futura do grupo a respeito do algoritmo-padrão da divisão em salas de aula e os procedimentos de cálculos nele implícitos.

A sessão evidenciou também que, apesar de três membros do grupo já atuarem como docentes de matemática na educação básica, apenas FmE4 usou situações de sua prática nas discussões e/ou utilizou-as para responder às perguntas. FmE3 e MmE7 não socializaram elementos de suas práticas ao longo de toda a sessão (Trechos 59, 70,72). Outro fato que merece destaque refere-se à tarefa proposta ao grupo ao final da sessão, em especial, para aqueles que atuam em salas de aula a qual buscou provocar a reflexão sobre o tratamento de conceitos e de regras em sala de aula por parte dos professores (Trecho 163).

Tabela X: Análise da terceira sessão

Transcrições	Proposições	Atos da Fala	Categorias dos Atos da Fala
TRECHO 1 **P2:** *A participação de vocês é imprescindível, impagável ( ) não é verdade... Existe muito pouca pesquisa sobre como lidar com adulto... ( )... então, ( ) desenvolvimento, fica muito focado na criança e fica muito focado (no adolescente, quando na verdade o adulto também (está em desenvolvimento).*	A participação de vocês na pesquisa é valiosa. As pesquisas sobre desenvolvimento humano trabalham praticamente com crianças e adolescentes. Existem poucas pesquisas sobre o desenvolvimento do adulto. O adulto está em desenvolvimento.	-avaliar -informar	Esfera da avaliação Esfera da informação
TRECHO 2 **P2:** *Então... Aqui está a transcrição de tudo que foi dito no dia em que vocês assistiram... (no vídeo)... Ah:: eu queria que vocês lessem um pouquinho até a terceira página... Dá uma lidinha ( ) rápida... E aí, digam-me o que vocês acham...* *((momento de leitura)) ((silêncio)) ((toque de celular)) ((silêncio))*	Vocês receberam a transcrição de tudo que falaram no dia em que assistiram ao vídeo. Eu quero que vocês leiam até a terceira página desse material. O que vocês acham?	-informar -propor -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 3 **P2:** *"Como vocês avaliam o que observaram?" né? E agora eu pergunto para vocês, daquilo que vocês leram aí... O que/ como é que vocês avaliam aquilo que vocês observaram? O que vocês falaram nessas três páginas?*	Ela perguntou como vocês avaliam o que observaram. Do que vocês leram agora, como vocês avaliam o que observaram? O que vocês falam nessas páginas?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 4 **FmE4:** *(Eu acho assim que) ( ) (muito claro que)... A matemática que vê na rua bem separada da matemática de escola.*	A matemática da rua é diferente da matemática da escola.	- informar	Esfera da informação
TRECHO 5 **P2:** *O que vocês falaram aqui a respeito da pergunta?* *((silêncio))*	O que vocês falaram a respeito da pergunta?	-desaprovar	Esfera da interação
TRECHO 6 **MmE7:** *Como a gente avalia o que a gente observou né?*	Como nós avaliamos o que observamos?	-atenuar	Esfera da interação
TRECHO 7 **P2:** *Isso.*	Como vocês avaliam o que observaram?	-confirmar	Esfera da informação
TRECHO 8 **P2:** *Isso... E ( )/ tem alguma explicação? Vocês acharam nessas três páginas, vocês... Vocês fazem essa avaliação? (Onde está)?*	Vocês acharam nas páginas que leram alguma avaliação? Onde está a avaliação?	-incitar -desafiar	Esfera acional

TRECHO 9 **FmE3:** *((ri))* *((momento de tensão coletivo))*			
TRECHO 10 **P2:** *(Desculpa minha interrupção), você entendeu? ((dirige-se a FmE4)) Você não está encontrando?*	FmE4, eu peço desculpas por interrompê-la. Você não encontrou?	-atenuar -incitar	Esfera da interação Esfera acional
TRECHO 11 **FmE3:** *No caso, a gente falou da... Dificuldade que ela teve para responder (esse problema).*	Falamos da dificuldade de ela resolver o problema.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 12 **P2:** *E dessa forma você estava avaliando? Ela tem uma dificuldade para resolver o problema... Agora, até a terceira página, vocês dizem que dificuldade é essa?*	E dessa forma você avaliou? Vocês dizem qual é a dificuldade dela nessas três páginas?	-contestar	Esfera da interação
TRECHO 13 **FmE2:** *Ela tem dificuldade de agrupar e desagrupar.*	Ela tem dificuldade em realizar as atividades de agrupar e desagrupar.	-complementar	Esfera da interação
TRECHO 14 **P2:** *Aqui, no texto... Tem isso? Aonde? ... Mostra para mim, aonde?*	No texto tem essa informação? Mostra para mim em que parte?	-contestar	Esfera da interação
TRECHO 15 **FmE1:** *(Aqui) na terceira página, ( ) Porque depois ( ) que ela confunde o::... Que ela confunde com centro e trinta... A passagem das vírgulas... De:: de um e trinta, por causa da vírgula, ela deixa ( ) por não saber manipular.*	Está aqui na terceira página. Ela confunde um e trinta com cento e trinta por causa da vírgula. Por não saber manipular.	-complementar -exemplificar (EXE) -informar	Esfera da interação Esfera da informação
TRECHO 16 **P2:** *Por não saber manipular o quê?*	Por não saber manipular o quê?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 17 **MmE7:** *A vírgula.*	Ela não sabe manipular a vírgula.	-complementar	Esfera da interação
TRECHO 18 **FmE1:** *A vírgula.*	Ela não sabe manipular a vírgula.	-confirmar	Esfera da informação
TRECHO 19 **FmE4:** *Algoritmo-padrão.*	Ela não sabe o algoritmo-padrão.	-complementar	Esfera da interação
TRECHO 20 **P2:** *E o que quer dizer isso... 'Manipular a vírgula'?*	O que significa manipula a vírgula?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 21 **MmE7:** *( ) o local certo de colocar a vírgula... Assim, ( ) dependendo da porcentagem então... ( ) trinta centavos; então, ela não sabia...*	Colocar a vírgula no local correto.	-complementar	Esfera da interação
TRECHO 22 **FmE1:** *Ela não via essa diferença ( ) centavos como ( ) centavos como zero vírgula*	Ela vê em trinta centavos o trinta como inteiro e não como decimal.	-exemplificar (EXE)	Esfera da informação

trinta, e sim trinta inteiro... Não como decimal. Então, ela não sabia... Ela não... Pelo que eu olhei aqui, porque eu não participei, ela não via esses trinta centavos como zero vírgula trinta, e sim como um número inteiro.			
TRECHO 23 **P2:** *O que você falou (para ela)?* *((fala para FmE4))*	FmE4, o que você falou para ela?	-incitar	Esfera da interação
TRECHO 24 **FmE4:** *Eu falei que ela não compreendeu o (algoritmo-padrão.) ( ) Mas assim, quando ela realizava/ dava a resposta certinha... Mas, na hora de ir lá, fazer ( )* *((simultaneidade de vozes))...*	A adolescente não compreende o algoritmo-padrão.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 25 **P2:** *É o que, aquilo? Seja no papel, ou no quadro.*	Qual é o nome do que você usa para escrevê-lo no quadro ou no papel?	-incitar	Esfera da interação
TRECHO 26 **FmE4:** *O algoritmo.*	O que ela escreve no quadro ou no papel é o algoritmo.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 27 **FmE1:** *Forma algébrica, né?*	O que ela escreve no quadro ou no papel é a forma algébrica.	-complementar	Esfera da interação
TRECHO 28 **P2:** *O algoritmo ou o quê? Que (outro jeito eu posso chamar isso)?*	O que ela escreve no quadro ou no papel é o algoritmo. Como posso chamar esse algoritmo também?	-confirmar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 29 **FmE1:** *Não seria a forma... a maneira formal de escrever.*	Seria a maneira formal de escrever.	-exemplificar (EXE)	Esfera da informação
TRECHO 30 **P2:** *A notação formal da matemática... né? Então, o que eu percebo?* *((simultaneidade de vozes)) "Como vocês avaliam o que observaram?" MmE7 diz, "Eu acho que com o dinheiro aí, ela conseguiu." Não se sabe o quê...*	Outro nome é a notação formal da matemática. MmE7 diz que com o dinheiro ela conseguiu. Com a essa fala não sabemos o que ela conseguiu realizar com o dinheiro.	-informar -avaliar	Esfera da informação Esfera da avaliação
TRECHO 31 **FmE3:***((ri))*			
TRECHO 32 **P2:** *"Agora, o grande problema é que é difícil eles entenderem que trinta (ou cinqüenta) centavos é menor que um... eles acham que trinta tem que ser maior que um, e cinqüenta tem que ser maior que um." O que está por trás disso aqui? Esse tipo de dificuldade que está descrito aqui... (vocês descreveram)... Vocês não explicitam qual é a dificuldade. Então, qual é a dificuldade? O que é? De um lado diz assim, "Eu acho que com o dinheiro ali ela conseguiu." Isto é uma competência... Concorda comigo? Isto aqui é uma competência... Então, "Quando ela lida com as moedas e as*	É difícil eles entenderem que trinta centavos é menor que um. Eles pensam que cinqüenta centavos é menor que um. Eles acham que trinta tem de ser maior que um. O que está por detrás desse pensamento? Vocês descreveram a dificuldade.	-informar -incitar -avaliar	Esfera da informação Esfera acional Esfera da avaliação

notas... não tem problema"... Certo? Daí vem assim, "Agora, o grande problema é que"... O que isso quer dizer do ponto de vista das competências conceituais (em) matemática... "Agora, o grande primeira é que... é difícil eles entenderem que trinta ou cinqüenta centavos é menor que um,"... O que isso quer dizer? Aí, a outra ainda diz assim, "No caso assim eu... eles não tem idéia, né?," e... e não vai até o fim do pensamento, a gente não sabe idéia do quê... "Você ensina, a gente vai ensinar... aí você tem que trabalhar muito com o concreto"... Vocês estão entendendo o que eu estou falando? "Para eu entender realmente que aquele picado, os centavos, ele é menor"... três pontinhos... "a posição dele naquele momento está menor." Veja, não disse nada, disse? O que está em jogo aqui, do ponto de vista conceitual? Que a gente pode dizer assim, "Ela tem competência com o valor monetário... mas ela tem dificuldade com"... Vocês estão entendendo ( )? Conceitualmente dentro da matemática, no final das contas... qual é o problema ( )?	Vocês não explicam qual é a dificuldade. Qual é a dificuldade da adolescente? Afinal, quais competências e as dificuldades conceituais ela apresenta?	 -incitar	 Esfera acional
TRECHO 33 **FmE4:** *Eu acho que ela tem dificuldade com o sistema decimal... ( )...*	Eu acho que ela tem dificuldade com o sistema decimal.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 34 **P2:** *É isso mesmo... Se ela não (entende vírgula)...*	Ela tem dificuldade com o sistema decimal. Ela não entende por que usamos a vírgula.	-confirmar -informar	Esfera da informação
TRECHO 35 **FmE3:** *((ri))*			
TRECHO 36 **P:** *Que trinta, num momento, ele pode ser maior do que um, mas, em outro momento, ele pode ser menor que um então ela tem toda a razão... Então, se a gente for trocar isso (em miúdo), do ponto de vista da psicologia da educação matemática, a gente diria que (a dificuldade dela) é na lógica do sistema (numérico)... de um lado... E, de outro lado, existe a lógica do sistema numérico, né?... E a notação disso, é o quê? A notação desse sistema numérico é o quê?*	FmE4 tem toda razão em sua análise. A adolescente não entende que em um momento trinta pode ser maior que um e em outro momento pode ser menor. A dificuldade da adolescente do ponto de vista da psicologia da educação matemática é na lógica do sistema numérico. A notação desse sistema numérico é o quê?	-cumprimentar -exemplificar (EXE) -avaliar -incitar	Esfera da interação Esfera da informação Esfera da avaliação Esfera acional
TRECHO 37 **Fm~~E~~2:** *O que ela vivencia.*	A notação do sistema numérico é o que ela vivencia.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 38 **P2:** *(Não), do ponto de vista matemático que eu estou falando... Entendeu?*	A notação do sistema numérico não é o que ela vivencia. Falo do ponto de vista matemático.	-contestar	Esfera da interação
TRECHO 39	A notação do sistema numérico é a escrita formal.	-informar	Esfera da informação

FmE1: *(A escrita formal do) ( ).*			
TRECHO 40 **P2:** *É...A notação formal do sistema numérico também tem uma lógica... (tudo isso) ( )... É esta posição aqui, da lógica, da notação ( ) (do sistema numérico)... Então, vocês percebem que (tem dois)? Aqui, vocês... Em nenhum momento vocês falam... Você está entendendo ( )? Então, do ponto de vista da psicologia da educação matemática, é isto... Ela lida com o sistema de medida e o monetário, concorda comigo? Mas, quando isso tem que ser transformado numa notação dentro da lógica do sistema numérico, ela (tem dificuldade)... Bom, ela tem dificuldade ali, naquele problema com o dinheiro, porque ela tem dificuldade de um modo geral com a lógica do sistema numérico.. ((simultaneidade de vozes))... ((risos))*	A notação formal do sistema numérico também tem uma lógica. Em momento algum da transcrição vocês falam dessa lógica. A adolescente lida com o sistema de medida e monetário. Vocês concordam comigo? Ela lida com o sistema monetário e de medida até certo ponto. Com a intervenção ela compreende mais a respeito do sistema monetário. Ela apresenta dificuldade em produzir notações do sistema monetário dentro da lógica do sistema numérico. Ela tem dificuldade com a lógica do sistema numérico.	-informar -avaliar -informar -complementar	Esfera da informação Esfera da avaliação Esfera da informação Esfera da interação
TRECHO 41 **P2:** *Ali na primeira sessão ficou muito claro, porque, inclusive, éh::: elas evitaram fazer determinadas operações... Quando adolescente evita fazer multiplicação, divisão, ( ) eles não entenderam ainda o sistema numérico.*	Desde a primeira sessão já estava claro. As adolescentes evitaram fazer determinadas operações. As adolescentes evitam multiplicar e dividir quando não entendem o sistema numérico.	-avaliar	Esfera da avaliação
TRECHO 42 **FmE3:** *Sem contar a interpretação, né? Foi difícil de ela entender.*	Ela apresentou dificuldades na interpretação de texto.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 43 **P2:** *Então... aí é que está... Será que é isso mesmo? Você está entendendo? Será que... Porque, se for isso, nós podemos pensar assim, "Ué? Essa menina não sabe ler?!"*	Será que ela apresenta, realmente, dificuldade na interpretação de texto? Você entendeu o que eu disse? Se o que ela não consegue é interpretar textos, pode-se pensar que ela não sabe ler.	-contestar	Esfera da interação
TRECHO 44 **MmE7:** *( )... diagnosticar... ( ) diagnóstico ( ) a precisa... porque assim, o que é realmente ( ) (lógica do sistema numérico), ( ) português, ( ) o que a gente observa é a*	Observamos que ela apresenta dificuldade com a interpretação de texto e com a matemática.	-complementar	Esfera da interação

(junção) dos dois na verdade... ( ) dificuldade de... da interpretação com a... com a dificuldade em matemática.			
TRECHO 45 **FmE2:** *Interpretação matemática.*	Ela apresenta dificuldade com a interpretação matemática.	-confirmar	Esfera da informação
TRECHO 46 **FmE1:** *Eu acho que é ( )... Você ler e saber o que aquilo ali está pedindo... Assim, você lê... Ela leu a questão, só que ela não sabia montar... Eu acho que a dificuldade {é (passar)...*	Ela leu a situação e não soube responder o que a situação dizia. Ela leu a questão e não soube montar.	-exemplificar (EXE)	Esfera da informação
TRECHO 47 **P2:** *(O que quer dizer ‘montar’)?*	O que significa montar?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 48 **FmE1:** *É passar a linguagem do português para... Para matemática.*	Montar significa passar da linguagem do português para a linguagem da matemática.	-complementar	Esfera da interação
TRECHO 49 **P2:** *Isso é que é ‘montar’?*	Passar da linguagem do português para a linguagem da matemática é montar?	-incitar	Esfera da interação
TRECHO 50 **FmE1:** *É, é o processo de transferir a:: o texto da linguagem do português para (uma equação) ( )...*	Passar o texto da linguagem do português para a linguagem da matemática é montar. Montar é o processo de transferir o texto da linguagem em português para uma equação.	-exemplificar (EXE)	Esfera da informação
TRECHO 51 **P2:** *Será? É assim mesmo?A gente pega aquele problema todinho, e:: traduz, como se fosse outra língua, em matemática?*	Será que montar é isso mesmo? Observe o texto do problema.	-contestar -propor	Esfera da interação Esfera acional
TRECHO 52 **FmE1:** *Eu acho que eles têm dificuldade em montar o sistema... o algoritmo, de acordo com o que eles leram.*	Eles têm dificuldade em montar o sistema, o algoritmo de acordo com o que leram.	-confirmar	Esfera da informação
TRECHO 53 **FmE4:** *(Talvez) eu acho que eles não tenham (hábito com) algumas palavras utilizadas na matemática.*	Eles não têm vivência com algumas palavras utilizadas em matemática.	-complementar	Esfera da interação
TRECHO 54 **P2:** *Mas veja bem, olha só... o texto (É uma novela... Novela, todo mundo entende, (todo mundo entende).* *((risos)) o que vocês estão acostumados a ver... Aluno... Ah:: diante de um problema (desse tipo)... o que eles (fazem)?*	Observem o texto da situação. O texto parece uma novela. Todo mundo entende novela. Diante de um problema desse tipo o que os alunos fazem?	-propor -avaliar -incitar	Esfera acional Esfera da avaliação Esfera acional

TRECHO 55 **Fm~~E~~2:** *Montar a operação.*	Os alunos montam a operação.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 56 **P2:** *E como é que eles (montam)? (E somam) ( ) todos aqueles que vão aparecendo... na hora ( )... você sabe...* ((simultaneidade de vozes))... *Você sabe que isso é dado de pesquisa do mundo inteiro? No mundo inteiro tem pesquisa que mostra isso. (Você dá um problema desse aqui), e a primeira coisa que o sujeito faz, seja ele adulto, criança ou adolescente, é pegar (os primeiros) números e começar a mexer com aquilo, ver o que é que faz.*	Como os alunos montam a operação? Eles somam tudo que aparece no texto. Esse comportamento de somar tudo que aparece é um dado de pesquisa. No mundo inteiro existem pesquisas que mostram esse comportamento nos alunos. Criança, adolescente ou adulto quando recebe um problema pega os números e começa a mexer com eles.	-incitar -exemplificar (EXE) -informar	Esfera acional Esfera da informação
TRECHO 57 **Fm~~E~~2:** *Anota todos os dados.*	Criança, adolescente ou adulto anota os dados.	-complementar	Esfera da interação
TRECHO 58 **P2:** *E os... e aquele dia... elas fizeram a mesma coisa. (Vocês viram)... Elas pegaram os números ( )... Elas sabiam o quê? Eles tinham que fazer alguma coisa com esses números... né?* ((risos)) *Então... uma das coisas (que parece que) tem aí é o jeito, né? que a escola lida com a questão do problema... Talvez tenha muito a ver com essa história do 'montar ( )', né? ( ) necessariamente ( ) fazer isso aqui, virar a notação... Por que é, dentro da... do desenvolvimento humano, da história da humanidade, por que será que a gente chegou, depois de muitos... Muitos milênios... Chegou nesse sistema? Por que será que a gente usa esse sistema? (Vocês têm idéia? Já leram alguma coisa)?*	Vocês perceberam que as adolescentes fizeram a mesma coisa? Elas pegaram os números e sabiam que teriam que fazer alguma com eles. Parece que esses comportamentos têm relação com o modo como a escola lida com os problemas. Talvez isso tenha relação com a história do montar. Vocês já leram algo que explique porque usamos o sistema de numeração decimal?	-incitar -exemplificar (EXE) -incitar	Esfera acional Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 59 **FmE4:** *Eu já li mais assim, curiosidades. (falaram que é), mas eu acho que ( ) base dez... (porque) a gente trabalha com base dez... Mas, a gente pode (trabalhar) na educação infantil a gente trabalha com a base 2, depois a 3 (depois) fixa mais a base dez... É tanto que nosso ( ) também é na base dez.*	Eu já li algumas curiosidades. Nós trabalhamos com a base dez. Na educação infantil, a gente trabalha com a base 2, a 3 e depois fixamos mais a base dez.	-informar -tomar posição	Esfera da informação Esfera da avaliação
TRECHO 60 **P2:** *O que eu achei interessante é que vocês estudam matemática... né? ( ) (não tem*	Vocês estudam matemática e em nenhum momento usaram a linguagem matemática.	-avaliar	Esfera da avaliação

leigo aqui na sala)... e em nenhum momento vocês usaram a linguagem matemática... (é isso que me chamou a atenção)... (Vocês podiam ter tido aqui, ó)... "Pela"... (Podia ser assim)... "pela insegurança dela, a gente pode deduzir ( )? Nós podemos levantar a hipótese de que, de fato, ela ainda não adquiriu a lógica do sistema numérico... e muito menos a lógica da escrita. *Mas, por exemplo, mesmo quando vocês dizem assim, "Mas não é assim a notação de (cinco), vírgula... zero, vírgula, zero cinco," vocês não chegam na questão da lógica... Vocês não dizem com essas palavras. (Eu pergunto a vocês), se vocês (que lidam com matemática) não usaram esses termos, que são os termos da matemática, quem que vai usar?*	Vocês repetem durante todo o texto a mesma coisa. E essa mesma coisa é a dificuldade. Vocês não chegam à questão da lógica do sistema numérico. Se vocês que lidam com matemática não usarem os termos que são próprios da matemática, quem os usará?	-desafiar	Esfera da interação
TRECHO 61 **FmE3:** *(Por isso) que é necessário quando estamos com os alunos né? ter esse cuidado de estar sempre usando os termos, né? Às vezes, a gente acha mais fácil falar para o menino, ao invés de falar numerador e denominador, fala "Ó, o que está em cima e o que está embaixo" né? Eu acho que isso aí é a necessidade da gente não esconder os termos. Porque, de tanto ele ouvir, ele vai aprender.*	Quando estivermos com os alunos deveremos usar os termos específicos da matemática. Às vezes, ao invés de usarmos denominador e numerador, falamos embaixo e em cima. Eu venho observando que sua fala mostra que não devemos esconder os termos dos alunos. Não devemos esconder os termos dos alunos porque de tanto ouvir eles vão aprender.	-conformar -exemplificar -citar	Esfera da interação Esfera da informação Esfera da interação
TRECHO 62 **P2:** *Eu chamo de economia de conhecimento... Aí, a história do verbo, esse verbo armar, também de repente, a gente pode achar um outro termo para ele que seja mais propício para área de conhecimento chamada matemática. Nós não temos que continuar falando do jeito que se fala com criança, e sim ( )... e essas... as alunas que vocês viram são adolescentes... quer dizer, é espantoso porque já... já tem anos que eles estão no sistema escolar... O que aconteceu que eles ( ) sistemas... ( ) sistema numérico, não é espantoso? Então, vocês percebem? E aí eu pergunto para vocês, é de espantar, quando chega na sexta série ( ) a grande dificuldade ( ) (não conseguem fazer divisão de dois número) ( ) Entendeu? Se você não (sacou)... Como é que faz uma divisão? Vamos lá... Ensina para mim...*	A falta referente ao uso dos termos matemáticos eu denomino de economia de conhecimento. Podemos achar outro termo para substituir o verbo armar? Elas chegaram à sexta série e não sabem fazer divisão. Como se faz uma divisão? Quem ensina para mim?	-informar -incitar -informar -incitar -se engajar	Esfera da informação Esfera acional Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 63 **P2:** ((vai ao quadro e escreve 327:42)) *Mostra para mim aqui como é que faz essa divisão aqui... Quem vai? Quem vai lá resolver? Quem vai lá fazer? (Eu escutei, eu escutei), quem vai lá fazer? (Tá armado).* ((silêncio)) ((ninguém fala nada)) ((Clima tenso)).	Quem vai resolver essa divisão? Quem vai ao quadro? Quem vai ao quadro fazer, já está armado?	-incitar -se engajar	Esfera acional

((risos)) ((silêncio)) ((Até que Mm~~E~~8 diz que vai ao quadro))			
TRECHO 64 **Mm~~E~~8:** *Para dividir trezentos e vinte e sete por quarenta e dois. Primeiramente a gente (vai tentar) o primeiro termo, a centena. O três. Três não têm como dividir por quarenta e dois. Vamos tentar o segundo. Trinta e dois também não divide por quarenta e dois. Então, a gente vai para (trezentos e vinte e sete). Quantos quarenta e dois está contido dentro de trezentos e vinte e sete? (É o) primeiro passo... Pode ir por tentativa... Se não souber, vai por tentativa. A gente pode tentar oito... Oito vezes dois, dezesseis... oito vezes quatro, trinta e dois; com um, trinta e três... Passou, não dá. Então, tem que ser menor que oito. Então, tem que ser sete. Sete dá. ( ) sete vezes dois, vai um... sete vezes quatro, vinte e oito; com um, vinte e nove... subtrai-se... sete menos quatro, três... dois menos nove não dá,* ***pega-se emprestado****...* ((fala rindo)) *fica doze... doze por nove, três... aqui ficou dois... dois menos dois, zero.*	Para dividir trezentos e vinte e sete por quarenta e dois a gente tenta o primeiro termo, a centena. Não temos como dividir três por quarenta e dois. Como não dividimos passamos para trezentos e vinte e sete. Quantos quarenta e dois estão contidos dentro de trezentos e vinte e sete? É o primeiro passo a realizar. Se você não souber a resposta realiza tentativas.	-informar -exemplificar (EXE)	Esfera da informação
TRECHO 65 **P2:** *Tá. Agora espera um pouco. Agora vocês ajudam (ele apontar para mim) aonde é que está a lógica do sistema numérico nessa notação.*	Espera um pouco. Agora vocês o ajudam a apontar para mim onde está alógica do sistema numérico nessa notação?	-desafiar	Esfera da interação
TRECHO 66 **FmE4:** *Na posição dos números, centena, dezena e unidade.*	A lógica do sistema numérico na notação está na posição dos números, centena, dezena e unidade.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 67 **P2:** *Na posição de que número?*	A lógica do sistema numérico na notação está na posição de que número?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 68 **FmE3:** *Do primeiro, das unidades... centena, dezena, unidade. Quando eu estou ensinando de primeira a quarta série, a gente até coloca uns tracinhos embaixo, para eles observarem ( ) os termos dentro da posição de cada número.*	A lógica do sistema numérico na notação está na posição do primeiro, das unidades, centena, dezena e unidade. Quando eu ensino de primeira a quarta coloco uns tracinhos embaixo para que os alunos observem os termos dentro da posição de cada número.	-complementar -tomar posição	Esfera da interação Esfera da avaliação
TRECHO 69 **P2:** *O que mais? Tem um unzinho em cima do quatro, tem um dois em cima não sei da onde.*	O que mais? Observo um unzinho em cima do quatro e um dois em cima não sei de onde.	-incitar	Esfera acional

TRECHO 70 **FmE4:** *Agrupamentos e desagrupamentos. Quando ele fala que pediu emprestado, ( )... ( ) pedir emprestado. Eu até brinco com meus alunos ( ) (vai devolver)?* ((risos)) *Eu brinco com eles porque realmente (o termo é desagrupar)... Você tem centenas fechadas ( ) (material dourado)... e você vai desagrupar as dezenas. São trinta e duas dezenas. ( ) eu não posso falar para ele que três não dá para dividir por quarenta e dois. São centenas, são três centenas.*	Os números observados são os agrupamentos e os desagrupamentos. O termo correto é desagrupar e não pedir emprestado. Você tem trinta e duas dezenas. Eu não posso falar para o aluno que três não dá para dividir por quarenta e dois porque são três centenas.	-informar -contestar -exemplificar (EXE)	Esfera da informação Esfera da interação Esfera da informação
TRECHO 71 **Mm~~E~~8:** *Antes de você fazer isso aqui então, você trabalha só com ( )?*	FmE4, antes de você fazer os desagrupamentos como você trabalha?		
TRECHO 72 **FmE4:** *A gente trabalha com material dourado (para ele entender o que eu estou fazendo)... E ele pode dividir no material também, (se der)... Centenas inteiras dá para dividir, (a gente separa e divide).*	Eu uso material dourado para o aluno entender o que eu estou fazendo. O aluno pode dividir usando o material. É possível dividir centenas para tanto é preciso separar.	-informar -complementar	Esfera da informação Esfera da interação
TRECHO 73 **P2:** *E por que ( )? Porque, olha o que tem ali... Tem multiplicação, porque multiplicou o sete por quarenta e dois... Por que multiplicou o sete por quarenta e dois?*	Por que multiplicou o sete por quarenta e dois?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 74 **Mm~~E~~8:** *Porque tem que saber quantas vezes tem quarenta e dois dentro de trezentos e vinte e sete.*	Multiplicou o sete por quarenta e dois por que tem que saber quantas vezes quarenta e dois está contido dentro de trezentos e vinte e sete.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 75 **P2:** *Mas você não ficou sabendo. Porque, daí você botou que deu lá embaixo do trezentos e vinte e sete, e fez uma subtração... e daí assim, mas não era divisão? Já multiplicou, já fez subtração?*	Você não descobriu quantas vezes quarenta e dois está contido dentro de trezentos e vinte e sete porque colocou o valor embaixo dos trezentos e vinte e sete e fez uma subtração. Não era uma divisão? Já usamos a multiplicação e a subtração.	-contestar	Esfera da interação
TRECHO 76 **P2:** *O que passa pela cabeça de vocês ( )? Pensando nisso tudo...*	O que vocês pensam quando olham para tudo isso?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 77 **Fm~~E~~1:** *Na minha cabeça passa que o professor, ele... e eu já observei isso, (já aconteceu) ( ) o professor de matemática, ele... nega conhecimento... Eu acho que*	O professor de matemática nega conhecimento. O professor de matemática não ensina.	-avaliar	Esfera da avaliação

ele... tá, não ensina, ensina ( )... ((risos))...			
TRECHO 78 **P2:** *Que tipo de conhecimento, então?*	Que tipo de conhecimento?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 79 **FmE4:** *Do sistema mesmo, decimal...* ((simultaneidade de vozes))... *decimal, (ele) tem que saber adição, subtração e multiplicação, para poder dividir...*	Ele nega conhecimento sobre o sistema decimal. Para dividir tem de saber adição, subtração e multiplicação.	-complementar -avaliar	Esfera da interação Esfera da avaliação
TRECHO 80 **FmE2:** *Não tem uma interligação entre os dois trabalhos que é feito de maneira separada, né? Éh:: Por exemplo, aquele... acho que é na segunda ou terceira série que começa esse trabalho... "O que que é trezentos e vinte e sete?" São três centenas mais duas dezenas, mais sete unidades. Então, se você desagrupar aquilo ali, para dividir depois por quatro dezenas mais duas unidades. Fica mais fácil de você verificar que realmente há sete grupos de quarenta e dois dentro do... do número trezentos e vinte e sete.*	Na segunda ou na terceira série, começa o trabalho com centenas e dezenas. Você trabalha nessas séries o que são trezentos e vinte e sete. São três centenas mais duas dezenas, mais sete unidades. Quando você desagrupa e depois divide, fica mais fácil verificar que há sete grupos de quarenta e dois dentro de trezentos e vinte e sete.	-informar -exemplificar (EXE)	Esfera da informação
TRECHO 81 **FmE4:** *Muitas vezes, o professor desvincula o concreto do algoritmo padrão que ele ensina mesmo na escola. O que acontece? A criança vai direto no algoritmo padrão, ele decora, porque é regra. Se você perguntar para ele ( ) "O que que você fez ali?" "Não sei." Ele vai fazer exatamente "três não dá quarenta e dois"... "O que é esse três não dá quarenta e dois?" Ele não te responde que são três centenas. "Ah, é três. A professora falou que é três porque é três." Ele não viu ali no material. "Ah, são três centenas, é maior." Poderia dividir. Por que que eu não posso dividir? Divide.* ((simultaneidade de vozes))	O professor desvincula, muitas vezes, o concreto do algoritmo-padrão. A criança vai para o algoritmo-padrão e decora, porque é uma regra. Se você pergunta para o aluno o que ele fez no algoritmo-padrão ele não sabe responder.	-avaliar	Esfera da avaliação
TRECHO 82 **P2:** *Vocês concordam comigo que a notação é complexa? Vocês concordam comigo? Não é brincadeira não. É tão complicado quanto sentar e escrever uma carta. Não é complicado escrever uma carta?*	Vocês concordam comigo que a notação do algoritmo-padrão da divisão é complexa?	-se engajar	Esfera acional
TRECHO 83 **MmE8:** *(É como você disse), né? ( ) a divisão, envolve as quatro operações.*	Concordo, a divisão envolve as quatro operações.	-confirmar -tomar posição	Esfera da informação Esfera da avaliação

TRECHO 84 **P2:** *Envolve as operações que, na verdade, sustentam o quê? O sistema numérico. Porque, o que são as operações de fato? São o fundamento do sistema numérico. Vocês já pararam para pensar nisso?*	A divisão envolve as operações. As operações sustentam o quê? As operações sustentam o sistema numérico. O que são as operações de fato? As operações são os fundamentos do sistema numérico. Vocês já pensaram nisso?	-informar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 85 **FmE2:** *Ela faz os pauzinhos lá e... e preenche uma folha inteira para poder fazer (uma divisão).*	A adolescente faz uns traços e preenche a folha para fazer uma divisão.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 86 **FmE1:** *Mas um pauzinho (com número pequeno... é uma coisa). Agora, se você for... se ele for ( ) com pauzinho, com um número maior, ele vai ficar um dia inteiro (fazendo) pauzinho.*	Usar traços para dividir números pequenos é uma coisa. Usar traços para dividir números grandes exige um dia inteiro.	-avaliar	Esfera da avaliação
TRECHO 87 **P2:** *Observem a filmagem e prestem atenção, de fato, o que ela faz (com o dinheiro)...* ((silêncio)) ((começa a apresentação da filmagem))	Observem a filmagem. Prestem atenção no que adolescente faz com o dinheiro.	-propor -incitar	Esfera acional
TRECHO 88 **P2:** *O que ela faz?*	O que a adolescente está fazendo?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 89 **FmE4:** *(Adiconando)... adicionando.*	A adolescente está adicionando.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 90 **P2:** *Sim, mas ela não saiu do problema, ela está com o problema/... Ela mexe no dinheiro, agora ela foi para o papel...*	A adolescente não saiu do problema. A adolescente mexe com o dinheiro. A adolescente agora foi para o papel.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 91 **MmE7:** *Ela (gosta de mexer é) com o dinheiro... ( ).*	A adolescente gosta de mexer com o dinheiro.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 92 **FmE3:** *Uma necessidade que ela sente de (fazer anotações, ir registrando), para não*	A adolescente tem necessidade de fazer anotações para não esquecer o que fez.	-avaliar	Esfera da avaliação

esquecer do que ela fez.			
TRECHO 93 **P2:** *Mas ela recebe incentivo o tempo todo.*	A adolescente é incentivada a fazer as notações.	-complementar	Esfera da interação
TRECHO 94 **MmE7:** *Está instigando.*	A adolescente é instigada.	-avaliar	Esfera da avaliação
TRECHO 95 **P2:** *Porque, não tem uma lógica do sistema? E não tem uma lógica da notação? O dinheiro ajuda (no quê)?*	Existe uma lógica do sistema decimal e uma lógica da notação, não é? O dinheiro ajuda no quê?	-informar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 96 **MmE7:** *Ajuda ela na notação.*	O dinheiro ajuda a adolescente na notação.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 97 **P2:** *Por isso a proposta é (faz) dinheiro, papel... papel, dinheiro... dinheiro, papel... papel, dinheiro... alá... Aí ela checa o resultado da conta, levando (ao) dinheiro de novo.*	O dinheiro ajuda a adolescente na notação, por isso o trabalho com o dinheiro e a notação no papel.	-complementar	Esfera da interação
TRECHO 98 **FmE4:** *Para validar ( )...*	Isso é feito para a adolescente validar.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 99 **P2:** *Para validar. É, "vai lá ver se está certo? (Vai lá) no dinheiro de novo"... Agora pergunto para vocês, enquanto vocês estão ( )... por que o sistema monetário ( ) é interessante para trabalhar a lógica do (sistema numérico)?*	Isso é feito para a adolescente validar. A adolescente observa se está certo. Por que o sistema monetário é interessante para trabalhar a lógica do sistema numérico?	-confirmar -exemplificar (EXE) -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 100 **Fm~~E~~1:** *Eu acho que é porque ele inclui... ele... (lidam) com isso o tempo todo. Eles sabem manipular... eles sabe manipular dinheiro. Vivem no mundo, todo dia, em função da utilização (do dinheiro).*	Os adolescentes lidam com dinheiro o tempo todo. Os adolescentes sabem manipular o dinheiro.	-informar -avaliar	Esfera da informação Esfera da avaliação
TRECHO 101 **P2:** *Mas não necessariamente eles sabem manipular o dinheiro não, tá? Ela mostrou para mim várias situações que ela não sabia tanto assim.*	Nem todos os adolescentes sabem manipular o dinheiro. C mostrou, em vários momentos, não saber	-contestar -exemplificar	Esfera da interação Esfera da informação

	manipular tão bem o dinheiro.	(EXE)	
TRECHO 102 **FmɆ1:** *Mas se ela tiver... se ela chegar com dois reais para comprar o lanche que é um e cinqüenta, ela vai saber (que ela tem troco de cinqüenta centavos... Pode ser) ( ). Mas, que ela aprender a... que eles aprendem a lidar com o dinheiro... ( )... ( )... (Sem saber calcular)...*	Se C tiver dois reais e comprar um lanche que custa um real e cinqüenta centavos, ela saberá que tem de troco cinqüenta centavos.	-justificar	Esfera da avaliação
TRECHO 103 **P2:** *Olha só... olha só... só que isso tudo... são valores muito ( )... Se o valor aumenta, eles (dançam). Entendeu? Se o valor aumenta, dançam. Então, a minha pergunta continua a mesma... Por que é interessante? Porque ( ) chegar uma hora aí... que:: o problema envolvia (aluguel de casa) e ( ) (mexendo com mil e tantos reais), ( )... Por que o dinheiro é interessante?*	Ela consegue realizar isso porque são valores pequenos. Se o valor aumentar C não conseguirá. Minha pergunta continua. Porque é interessante usar o dinheiro?	-complementar -avaliar -se engajar -incitar	Esfera da interação Esfera da avaliação Esfera acional
TRECHO 104 **FmE4:** *(Ele trabalha) ( ) (casa decimal), ( ) de dez... um real, ( )...*	O dinheiro trabalha casa decimal.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 105 **P2:** *O que mais ( )?*	O que mais o dinheiro trabalha?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 106 **FmE4:** *A posição também na hora de fazer a notação...*	O dinheiro trabalha também a posição na hora de fazer as notações.	-complementar	Esfera da interação
TRECHO 107 **P2:** *O que mais? (Eu não ouvi você falar)... ( )... o que mais? Por que é interessante trabalhar com (dinheiro)? Porque o sistema/... esse é um sistema de medida, tá? não é?*	O que mais? FmɆ6, eu não ouvi você falar? Porque é interessante trabalhar com o dinheiro? Por que o sistema monetário é um sistema de medida.	-incitar -se engajar -informar	Esfera acional Esfera da informação
TRECHO 108 **FmɆ6:** *( ) da realidade dela, ( ) (você contestou), ( ) valores maiores...*	O sistema monetário é um sistema de medida da realidade dela.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 109 **P2:** *Vamos então... Tira o dinheiro... Eu posso trabalhar com isso aqui, ó...* ((joga algo em uma superfície)) ... *Posso trabalhar com isso aqui... O que tem de comum entre isso daqui e o dinheiro?* ((mostra uma régua))	Vamos tirar o dinheiro. Posso trabalhar com essa régua. O que existe em comum entre esse objeto e o dinheiro?	-se engajar - incitar	Esfera acional

TRECHO 110 **FmE1:** *(O concreto), o (concreto) ( ).*	Os dois são concretos.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 111 **P2:** *Concreto? O que quer dizer ‘concreto’?*	O que quer dizer concreto?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 112 **FmE1:** *Quando você consegue manipular...*	Concreto é quando você consegue manipular.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 113 **MmE7:** *Quando você pode (tocar)...*	Concreto é quando você pode tocar.	-complementar	Esfera da interação
TRECHO 114 **P2:** *Só isso?*	Apenas isso?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 115 **MmE7:** V*ocê pode mexer.*	No concreto você pode mexer.	-complementar	Esfera da interação
TRECHO 116 **P2:** *Só isso? Então nos vamos mexer com o conceito de concreto...*	Só isso? Vamos pensar no conceito de concreto.	-desafiar -propor	Esfera da interação Esfera da avaliação
TRECHO 117 **FmE1:** *Eu acho que aqui tem medida também... É que nem um real, um real é... Você tem... Você tem, dentro do real, os decimais do real...*	Na régua tem medida também, como em um real você tem os décimos de real.	-complementar	Esfera da interação
TRECHO 118 **P2:** *Então, a noção que a gente usa do concreto, do conceito... eu acho que ( )... Porque, concreto (é esse pedaço de plástico aqui)... ( )... Agora, esse pedaço de plástico pode dividir? (Qualquer coisa)... E a medida em si, ela não é concreta... Então, quem ( ) eu não pego a hora... Concreto... Porque eu não pego hora nenhuma... Peguei a cinco hora, não, isso não existe. Eu pego um instrumento... Para fornecer a hora, ele usa o quê? Um sistema de representação. Isso é outro sistema de representação, o dinheiro é outro sistema de representação... o quilo é outro sistema de representação, o livro é outro sistema de representação, tudo... Vinculado ao sistema lógico... do nosso sistema lógico... o metro, e assim por diante.*	Concreto é esse pedaço de plástico aqui. ((mostra a régua)) A medida em si não é concreta. Eu não pego hora nenhuma. Eu pego um instrumento. O dinheiro é um sistema de representação. O quilo é outro sistema de representação.	-informar	Esfera da informação

TRECHO 119 **FmE6:***Assim, (que eu) ( )... ( ) que ela soma... e ela coloca... ela pega uma moeda de cinco centavos e um moeda de vinte e cinco centavos... e:: Eu acho que, se fosse para ela colocar isso em notação, somando, acho que ela teria dificuldade, ela não saberia (identificar) também.*	Ela soma corretamente uma moeda de cinco centavos e uma moeda de vinte e cinco centavos. Ela não realizaria essa mesma soma na notação.	-avaliar	Esfera da avaliação
TRECHO 120 **P2:***Tudo isso é que vocês falaram é indício daquilo que nós já concluímos que ela tem dificuldade com a lógica do sistema numérico, isso nós já sabemos. E nós estamos falando agora por que usar o sistema monetário? Por que usar a régua? Por que usar sistemas de medida para chegar à lógica do sistema numérico? É um jeito de chegar, por quê? É o que ela falou... Não tem pedaço? Qualquer medida, qualquer sistema de medida não tem pedaço? Não tem um inteiro ( ) em partes? E eu não posso somar aqui? Eu não posso usar isso aqui para somar?*	Nós concluímos que ela tem dificuldade com a lógica do sistema numérico. Falamos agora por que usar o sistema monetário para chegar à lógica do sistema numérico. Falamos agora por que usar a régua para chegar à lógica do sistema numérico. Eu não posso usar isso aqui para somar?	-informar -avaliar -informar -incitar	Esfera da informação Esfera da avaliação Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 121 **FmE6:** *Pode.*	Você pode usar a régua para somar.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 122 **P2:** *Para que mais que eu posso usar? Hã?*	Para que mais eu posso usar a régua?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 123 **MmE7:** *Para multiplicar.*	Você pode usar a régua para multiplicar.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 124 **P2:** *Para o quê?*	Para o quê?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 125 **MmE7:** *Para multiplicar, para medir.*	Você pode usar a régua para multiplicar, para medir.	-complementar	Esfera da interação
TRECHO 126 **P2:** *Eu posso fazer as quatro operações (com isso aqui). Vocês percebem? Isso daqui é um instrumento que, na verdade, representa o sistema lógico numérico... Nós nunca usamos isso aqui em sala de aula para operação, (não é uma judiação)? Porque, já é uma representação ( )... Então, isso é que eu queria que vocês refletissem... o que é (concreto), porque isso aqui já é uma representação... O que se tem de concreto aqui*	Eu posso usar a régua para trabalhar as quatro operações. Vocês percebem que eu posso usar a régua para isso? Isso é um instrumento que, na verdade, representa o sistema lógico numérico.	-informar -incitar -informar	Esfera da informação Esfera acional Esfera da informação

na minha mão está no plástico... ( ).	Nós nunca usamos a régua em sala de aula para a operação. É uma judiação não usar a régua em sala de aula para as operações. O que eu quero que vocês reflitam é no é concreto, o que tenho na mão de concreto é o plástico.	-avaliar -propor	Esfera da avaliação Esfera acional
TRECHO 127 **FmE1:** A *gente fala em concreto, fala em concretizar o ( )... o conhecimento. Porque, é através de um... de um... Vamos supor, que nem material dourado, você, a partir daquele material... ou que (seja) dinheiro... Porque, a partir de todo aquele ( ) você concretiza seu conhecimento (partindo)... Formalizando ele numa notação matemática. Acho que, quando a gente pensa em concreto, a gente pensa em alguma metodologia que você possa... Algum instrumento que você possa adotar, e que te dê a noção do conhecimento na prática. Desde sistema de medidas, ou o que quer que seja, né?*	Quando a gente pensa em concreto pensa em algum instrumento que você possa adotar e que nos dê a noção do conhecimento na prática.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 128 **P2:** *Não necessariamente (de se) apalpar. É isso que eu estou questionando. Você não apalpa a medida, você apalpa a régua.*	Não necessariamente de se apalpar. Eu questiono justamente essa fala do apalpar. Você não apalpa a medida, você apalpa a régua.	-retificar -informar	Esfera da informação
TRECHO 129 **FmE1:** *Que contém a medida. Você visualiza... melhor... melhor falando ( ) com o material ( )... visualizar.*	Você apalpa a régua que contém a medida. Você visualiza melhor com o material.	-justificar -avaliar	Esfera da avaliação
TRECHO 130 **P2:** *Ah:::... Então, está lá. Por isso que a moeda de cinco... cinco centavos é diferente da moeda de cinqüenta centavos! Olha, tem um espaço aqui, alguém pode trabalhar enormemente o sistema numérico só com esses só com esse espacinho aqui ó, entre o zero e o um. Por que não começa (o) um aqui? Não é não? Vocês estão entendendo? Quer dizer, não é a palavra/... o concreto não significa o apalpamento... Mas, na verdade... O que... o que é isso aqui? Ou isso aqui, dentro... Já é uma representação... e, dentro do... se a gente parar para pensar do ponto de vista da:: do desenvolvimento da humanidade... o que é isso aqui? Quer dizer, na verdade, também já é um instrumento (de intermediação).*	Observem a régua. Tem um pedacinho aqui entre o zero e o 1. Podemos trabalhar o sistema numérico só com situações desse pedacinho. O concreto não significa o apalpamento. A régua já é um instrumento de intermediação.	-se engajar -informar -tomar posição	Esfera acional Esfera da informação Esfera da avaliação

TRECHO 131 **P2:** *É interessante a idéia que se... que se desenvolveu... Depois da chamada matemática moderna, da ( )... com a noção de concreto, é muito interessante. Até porque tem uma porção de coisas que não se concretizam.*	É interessante a idéia que se desenvolveu de concreto depois da chamada matemática moderna. Tem uma porção de coisas que não se concretizam.	-avaliar	Esfera da avaliação
TRECHO 132 **FmE3:** *(Porque é a palavra mais utilizada, ela é lúdica, né?) ( )...*	A palavra mais utilizada é lúdico.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 133 **P2:** *Não necessariamente ela (é lúdica), né? não necessariamente isso de que é (lúdico), né? (Lúdico) implica em prazer, em ( ), ( ), né? Os materiais que a gente usa na verdade, ( ) o material dourado, ( ), a régua, o dinheiro, todos eles, de fato, eles estão representando o sistema (lógico). Lá no final da sessão "Bom, então agora"... acho que são as últimas páginas... (quatro últimas)... "Então, agora vamos imaginar a seguinte situação, próxima sessão, um de vocês (fará)... vai trabalhar (com ela). O que fazer na próxima sessão?" Aí alguém perguntou, "Para dar continuidade?"*	Lúdico implica prazer. Os materiais que usamos o material dourado, a régua, o dinheiro todos eles representam o sistema de numeração decimal. Eu agora vou para o final do texto. Como vocês trabalhariam a próxima sessão com C?	-retificar -propor -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 134 **MmE7:** *Saí um pouco daquele, da palavra concreto, para entrar (em outra) assim mais, a parte falando... não assim, lógico, trabalhando com esse... com materiais, mas assim, fala ( ) com material concreto... que é igual você falou que, né? o concreto tem várias/... o que é concreto, né? a definição de concreto... então, a gente deixa para trabalhar com um material mais matemático mesmo, ( ), facilita, né? igual a decomposição ( ) com casas decimais, então, a gente pegava o material que ela possa trabalhar com essa... com o material matemático, ela possa trabalhar com isso, podendo separar essas partes.*			
TRECHO 135 **P2:** *L? Como é que você reformularia o que você falou? "O problema dela é decimais"?*	Como você reformularia tal fala?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 136 **MmE7:** *que o problema dela é... ( ) a gente comentou logo no começo... é lógico, né? éh::...*	O problema da adolescente é.		

TRECHO 137 **P2:** *Da lógica...*	O problema da adolescente é da lógica.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 138 **MmE7:** *Da lógica...*	O problema da adolescente é da lógica.	-confirmar	Esfera da informação
TRECHO 139 **P2:**... *Do sistema...*	O problema da adolescente é da lógica do sistema.	-complementar	Esfera da interação
TRECHO 140 **MmE7:** D*o sistema...*	O problema da adolescente é da lógica do sistema.	-confirmar	Esfera da informação
TRECHO 141 **P2:** N*umérico.*	O problema da adolescente é da lógica do sistema numérico.	-complementar	Esfera da interação
TRECHO 142 **MmE7:** N*umérico. Então, a gente (já começaria) de alguma forma tentando trabalhar ( ) melhor desenvolvimento... ter um melhor desenvolvimento (nesse sistema). De que forma? Trabalhando com esses materiais matemáticos... para ela começar a...*	O problema da adolescente é da lógica do sistema numérico. A gente deve começar o trabalho para melhorar o desenvolvimento desse sistema. Trabalharíamos com material matemático.	-confirmar -propor	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 143 **P2:** *Mas, até aí, vocês falaram só de material. Como que vocês iam proceder.*	Como proceder?	-desafiar	Esfera da interação
TRECHO 144 **FmE1:** *Eu acho que... eu acho que ( )... pelo que eu li aqui, ela já entendeu ah:: que tantas moedas dá um real, ela já aprendeu a passar do decimal pro::... para o real... do ( ) para o real. Eu acho que aí caberia à gente... estar tentando mostrar... dentro... para mim, ficaria/... eu faria (dentro de frações); por quê? Porque isso aí dá uma parte, (e forma) uma inteira. ( ) eu tentaria/... ( )...*	A adolescente já entendeu passar do decimal para o real. Eu mostraria dentro de frações.	-avaliar -tomar posição	Esfera da avaliação
TRECHO 145 **P2:** *Do dinheiro.*	Mostraria as frações do dinheiro.	-complementar	Esfera da interação
TRECHO 146 **FmE1:** *Do dinheiro... e aí eu trabalharia a notação matemática. Dez centavos, o que*	Mostraria as frações do dinheiro. Eu trabalharia a notação matemática.	-confirmar -tomar posição	Esfera da informação Esfera da avaliação

que é? É zero vírgula dez. por que zero vírgula dez? Porque é a décima parte de um real. Você divide um real em dez moedas de dez centavos... ((simultaneidade de vozes))... *Assim, você tem... você... a gente... ( ) um real, aí, quantas moedas de um real...*	Em dez centavos, porque zero vírgula dez.		
TRECHO 147 **Fm~~E~~1:** *Quantas moedas de dez centavos {(são necessárias)?*	Quantas moedas de dez centavos são necessárias.	-complementar	Esfera da interação
TRECHO 148 **P2:** *Ela não... não conseguiu resolver. Tem várias (questões aqui).*	A adolescente ainda não resolveu a situação-problema.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 149 **Fm~~E~~2:** A*s pessoas aqui acreditam que o caminho está certo, né? que o caminho é esse mesmo, de propor materiais que dêem essa idéia de sistema decimal. Eles propõem outros... outros materiais aqui... que também vai ser/... reforçar essa idéia mesmo.*	Pela transcrição, observo que o grupo acredita que o caminho está certo. O trabalho com a adolescente deve continuar com material que dê a idéia do sistema decimal. O grupo propõe outro material também nessa mesma linha.	-informar -avaliar	Esfera da informação Esfera da avaliação
TRECHO 150 **P2:** *Mas, eu não consigo entender porque, se o problema é com dinheiro, por que eu tenho que mudar.*	O problema envolve dinheiro. Eu não entendo por que usar outro material.	-informar -contestar	Esfera da informação Esfera da interação
TRECHO 151 **MmE7:** *primeiro (tem que ser solucionado) o problema que ela tem de trabalhar com/... Igual esses (próximos) problemas... Ela (tem dificuldade no) sistema decimal? Então, a gente tem que procurar um meio de trabalhar essa dificuldade dela, ( ) para ela poder resolver ( ).*	O problema deve ser solucionado. Ela tem dificuldade com o sistema decimal. Precisamos encontrar um modo de trabalhar essa dificuldade.	-avaliar	Esfera da avaliação
TRECHO 152 **P2:** *A pergunta permanece a mesma... Ela parou ali, ela não estava nem... não tinha respondido nem ainda a primeira... questão.*	A adolescente não respondeu nem a primeira questão.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 153	Fazer interligação com perguntas do tipo: quantas	-informar	Esfera da informação

FmE6: E*la éh::... ( ) deu um real, ela tinha dez moedinhas de dez centavos; "Em um real, quantas moedinhas...?" Fazer uma interligação assim, "Quantas moedas de cinqüenta centavos? Quantas moedas de vinte e cinco centavos?"*	moedas de cinqüenta centavos?		
TRECHO 154 **P2:** ((simultaneidade de vozes)) *O objetivo era... 'vai (do) dinheiro para a notação desse dinheiro... vai da notação do dinheiro/... da notação para o dinheiro mesmo'. Porque, a notação desse sistema, como ele é/... O sistema é simples... na verdade, ele é simples, para ele poder ser usado em situações muito complexas. Vocês observam ( ) (isso como matemáticos)? Por isso que as professoras (pegam aquilo lá) e ( ). "Faz isso aqui, assim, assim; põe um ponto aqui*	O objetivo era ir do dinheiro para a notação e da notação para o dinheiro. O sistema numérico é simples para ser usado em situações muito complexas. O sistema é complexo e por isso as professoras pegam e propõem aos alunos: faz isso aqui, põe um ponto aqui.	-confirmar -avaliar	Esfera da informação Esfera da avaliação
TRECHO 155 **FmE6:** *(Ela estava fazendo), o dinheiro todo que tinha lá, ela ia separando, "Aqui eu já tenho o primeiro dia"...*	A adolescente separou o dinheiro e disse: aqui eu já tenho o primeiro dia.	-complementar	Esfera da interação
TRECHO 156 **P2:** *Isso!*	É isso mesmo FmE6.	-cumprimentar	Esfera da interação
TRECHO 157 **FmE6:** *Assim, se colocar todo o total do dinheiro lá, ela vai conseguir resolver todo o problema ( ) dinheiro. O dinheiro todinho, ela vai conseguir. Aí, ( )...*	A adolescente conseguirá resolver todo o problema se acessar o dinheiro.	-complementar	Esfera da interação
TRECHO 158 **FmE4:** *é interessante (colocar assim), o mesmo valor (com) vários tipos de moedas. A gente até sugeriu que trouxesse moedas de um centavo também, ( ) moedas de um centavo. São várias cô/... são várias maneiras de formar uma unidade.*	Seria bom colocar o mesmo valor com vários tipos de moeda. O grupo sugeriu usar moedas de um centavo.	-complementar	Esfera da interação
TRECHO 159 **P2:** *Ela tem que ter, ela tem que ter quarenta reais lá... Não sai do problema... Vamos ver até onde vai. Têm várias (coisas), acho que tinha que ter quarenta reais... de dez... de dez, e mais um monte de dinheiro que dê quarenta também.* *MmE8, Eu estou vendo todo mundo animado ( )? Você não está desanimado?*	Ela não sairá do problema. Precisa ter quarenta reais de várias maneiras. MmE8, todo mundo está animado. Você está desanimado?	-informar -avaliar	Esfera da informação Esfera da avaliação
TRECHO 160 **MmE8:** *(Não, eu estou animado)...* ((risos))... *( ) (doente aqui), ( ) (doente hoje) ( ).*	Não estou desanimado. Estou doente aqui.	-informar	Esfera da informação

(Trabalhando demais).	Estou trabalhando demais.		
TRECHO 161 **P2:** *Sabe o que eu achei... sabe o que eu achei superinteressante? A excitação que vocês ficaram (de repente). Vocês perceberam? Vocês começaram a (trabalhar com a menina)... Parecia que a menina estava aqui.*	Eu achei interessante a excitação de vocês de repente. Vocês começaram a trabalhar com C, como se ela estivesse aqui.	-avaliar	Esfera da avaliação
TRECHO 162 **Fm~~E~~2:** *Na hora de ir lá no quadro, eu fiquei pensando assim, "Ah, eu vou lá resolver, e como que eu vou explicar a minha resolução?" Eu estava pensando (nisso). Se tivesse vindo alguma coisa na minha cabeça, eu já ia logo... ( ) eu estava pensando nessa possibilidade ( )* ((risos)).	Quando você propôs ir ao quadro eu pensei: como eu vou explicar? Se eu tivesse pensado em algo, iria ao quadro.	-justificar	Esfera da avaliação
TRECHO 163 **P2:** *Eu queria que vocês prestassem atenção na (prática, no dia-a-dia de vocês)... Quando é que vocês estão mexendo com conceito matemático, quando é que vocês estão mexendo (só com regra). Prestem atenção ( )... Cada um ( )... Ou seja, (dependendo) ( ) peguem no pé de vocês mesmos.*	Quero que vocês prestem atenção na prática docente de vocês. Observem quando estão mexendo com conceito matemático e quando trabalham apenas com regras.	-se engajar -propor	Esfera acional

5.3.4 – Quarta sessão

A quarta sessão foi realizada no dia 31 de agosto de 2007 nas dependências do Instituto de Psicologia da Universidade de Brasília, com duração de 1 hora e 8 minutos. Participaram da sessão sete sujeitos do grupo 2 (MmE7, Fm~~E~~1, Fm~~E~~2, FmE3, FmE4, Fm~~E~~5 e Fm~~E~~6) e as pesquisadoras 1(observadora) e 2 (mediadora).

Objetivos

Avaliar as respostas do grupo à solicitação de observarem suas práticas em sala de aula;

Analisar a avaliação do grupo quanto às dificuldades e às competências apresentadas por C durante as atividades da quarta sessão;

Analisar a avaliação do grupo quanto à atividade mediada da pesquisadora durante as atividades da quarta sessão;

Procedimentos

Os sujeitos foram convidados a ocupar cadeiras organizadas no formato circular em uma sala de aula; cada sujeito recebeu uma caneta e duas folhas em branco.

A pesquisadora 2 solicitou ao grupo que apresentasse as reflexões em resposta à proposta, *P2: Eu queria que vocês prestassem atenção na (prática, no dia-a-dia de vocês)... Quando é que vocês estão mexendo com conceito matemático, quando é que vocês estão mexendo só com regra* (Trecho 163 – Tabela X) realizada ao final da sessão anterior. Solicitou, também, que todos assistissem a vinte minutos da filmagem da quarta sessão (pesquisadora 1 e adolescente C) e que observassem a atividade mediada como também as dificuldades e as competências apresentadas pela adolescente.

Resultados

Ao término da terceira sessão a pesquisadora 2 solicitou aos sujeitos, em especial, àqueles que atuavam em sala de aula que observassem suas práticas em sala de aula e que anotassem passagens nas quais lidavam com regras e com conceitos. Contudo, os sujeitos que atuavam em sala de aula e estavam presentes na sessão (MmE7, FmE3 e FmE4) demonstraram que não anotaram e/ou não observaram o que fora solicitado. *P2: Prestem atenção no que vocês estão fazendo em sala de aula... (eu disse)... E, se for possível, anotem... (Anotar, vocês anotaram)?... Não? (Ninguém anotou nada)? ((simultaneidade de vozes))... Hã? ((alguém responde))... Sim, e quem deu... Quem (está dando aula? Não anotou nada)?"* (Trecho 1). *P2: Quem dá aula? P: Vocês dois?... Refletiram?* (Trechos 3 e 6).

Observamos que dos três sujeitos, citados anteriormente, apenas MmE7 respondeu, *MmE7: Eu refleti muito*; *Sobre a forma de (ensinar matemática)... Assim, de falar mais... Começar a falar mais matematicamente... Vamos supor uma equação ( ), por que passa para lá negativo? ( ) Então, (você) tipo falar matematicamente eles vão... (não vão confundir isso)... Porque a gente vai operar com o simétrico do número* (Trechos 9 e 11). Contudo, sua resposta sinalizou que ele não refletiu sobre sua prática, que ela não fora pensada previamente e que, tampouco anotou momentos e/ou passagens dessa prática para a socialização nas atividades da pesquisa, como solicitado.

Notamos também, que FmE3 não se pronunciou a respeito da solicitação, e FmE4 relatou, nos momentos finais da sessão, passagens de sua prática docente, não se referindo à reflexão e sim, à maneira como trabalha em turmas de quinto ano a utilização de alguns termos matemáticos. *FmE4: Eu sou professora de primeira a quarta série, eu ensino aos meus alunos... E eles tinham essa história de pedir emprestado. Aí eu falei "Não, vamos* *aprender o termo correto." Peguei o material dourado e falei, "Por quê"? Mostrei, demonstrei para eles, "A gente agrupa, e a gente desagrupa"* (Trecho 74).

A atividade mediada foi conduzida (pela pesquisadora 2), durante toda a sessão, de modo a instigar a observação do grupo quanto às suas falas, em especial, àquelas formuladas em resposta às pergunta postas. *P2: Deixa-me fazer uma pergunta para todo mundo... O que é uma equação?* (Trecho 18); *P2: E a do segundo grau, como é que é?... E qual que é a diferença das duas? Por que uma é do primeiro grau e a outra é do segundo?* (Trecho 26); Em outros momentos, a linguagem usada nas respostas foi discutida, visto que ela, na maioria das vezes, era formulada a partir da descrição de procedimentos, como exemplificado nos trechos a seguir: *MmE7: Porque a gente olha a potência... a potência do x. A potência aqui é um, e aqui a potência é dois, então, equação do segundo grau* (Trecho 27); *MmE7: Está igualando a equação a zero... Só que, como a gente começa a operar (aqui para se saber o valor de zero), isola lá... a gente vai isolar primeiro, (deixar os valores que têm) variável de um lado... e o que não tem do outro lado. Então, a gente vai isolar isso, para a gente obter o valor de x* (Trecho 29). Notamos que tais falas muito se aproximavam das utilizadas por C, nas sessões anteriores, em suas explicações e, sinalizavam que o uso de procedimentos e/ou regras que indicam "faz assim, coloca aqui, isola, muda" é comum ao discurso de alunos e professores da Educação Básica.

A solicitação – *P2: E o que é função?* (Trecho 34) - foi recebida com espanto pelo grupo. Observamos que eles tiveram dificuldade em formular uma resposta, e as várias tentativas, até mesmo as formuladas por um sujeito em complementação à fala de outro, comprovaram essa dificuldade. *MmE7: F de X; É um gráfico, né? Que a gente vai desenvolver... É um ( ); Fm~~E~~2: É uma lei de formação; Fm~~E~~2: O que que é lei, né? ((ri)); Fm~~E~~1: São todos os números que satisfazem aquela igualdade ali... É você achar (...);*

FmE3: A lei de formação; MmE7: Acho que a equação é uma função já (Trechos 35, 37, 39,41, 42,44 e 56).

Outro dado que mereceu destaque nesta sessão foi a discussão da proposta do uso da balança para a compreensão do conceito de igualdade. *P2: É superinteressante explorar isso... Vamos supor que vocês (estejam com a) balança aqui... Qual seria a primeira atividade que vocês proporiam a eles? A balança está aqui, para chegar naquela (notação) lá? ((aponta para a equação escrita no quadro))* (Trecho 59). O grupo aprovou a sugestão e apresentou algumas propostas de como iriam utilizá-la em suas salas de aula: *MmE7: ( ) mostrar a balança, como é que ela funciona; FmE3: Os pesos; Fm~~E~~2: (Eles iam) colocar ( ) colocaria de um lado... Dois pratos* (Trechos 60, 62, 64). Contudo, observamos que, apesar da reação positiva à proposta, nenhum sujeito formulou de fato uma proposta de ação, ficaram restritos ao discurso genérico, ou ainda, presos a fatos periféricos, *FmE3: Agora, aonde conseguir uma balança; MmE7: Ainda mais antiga* (Trechos 70 e 71).

Ademais, três situações observadas durante a sessão merecem análise, são elas: 1/ o fato de Fm~~E~~5 se manter calada durante toda a sessão. Quando interpelada a respeito comentou apenas que pelo fato de não ter experiência docente não pode contribuir nas discussões. Fm~~E~~5 é um dos sujeitos do grupo sem experiência docente, trabalha no setor administrativo público e já se manifestou em discussões, antes ou após o início das sessões, que não pretende atuar como docente devido às dificuldades impostas à profissão, em sua análise destacou: baixos salários, jornadas amplas, alunos indisciplinados, entre outros; 2/ a ausência de Mm~~E~~8. Na ocasião interpretamos que a ausência seria em função das dificuldades de deslocamento (tão declaradas pelos sujeitos) até a Universidade de Brasília; e 3/ a baixa participação de Fm~~E~~6. Mesmo incentivada a falar, notamos que ela participou pouco, quando questionada a respeito, usou, assim como Fm~~E~~5, o argumento de que a falta de experiências reais em sala de aula impediam-na de colaborar. Contudo, declarou que estava atenta às discussões.

Por fim, observamos a socialização da proposta de trabalho com a adolescente, *P2: Isso, gente, que é feito com a adolescente, desde a primeira sessão é o que deveria ser feito paralelamente (do ponto de vista da intervenção psicopedagógica)... Com o sujeito que está com problema de... Que está com dificuldade de aprendizagem. Paralelo às aulas, tá?*

O grupo assistiu à filmagem, e as inúmeras expressões e trocas de olhares entre eles revelavam o espanto com que observaram as dificuldades da adolescente em compreender os conceitos de igualdade e variável. Além disso, mostraram-se constrangidos com o fato de a adolescente usar em seu discurso falas semelhantes às apresentadas por eles, anteriormente à apresentação da filmagem. Tal sensação de desconforto demonstrada pelo grupo sinaliza que eles se sentiram incomodados em observar que do mesmo modo que a adolescente, também, são usuários de regras e pouco acostumados à reflexão conceitual.

Em função desses resultados, a pesquisadora 2 solicitou ao grupo, ao final da sessão, que lessem o capítulo 6 (*Psicologia do Desenvolvimento, didática e aprendizagem*) do livro *Psicologia e Conhecimento: subsídios da psicologia do desenvolvimento para a análise de ensinar e aprender* de sua autoria com a finalidade de ampliar as discussões sobre questões relacionadas à psicologia.

Tabela XI: Análise da quarta sessão

Transcrições	Proposições	Atos da Fala	Categorias dos Atos da Fala
TRECHO 1 **P2:** *'Prestem atenção no que vocês estão fazendo em sala de aula'... (eu disse)... 'E, se for possível, anotem'... (Anotar, vocês anotaram)?... Não? (Ninguém anotou nada)? ((simultaneidade de vozes))... Hã? ((alguém responde))... Sim, e quem deu... Quem (está dando aula? Não anotou nada)?*	Eu falei, na última sessão, para observarem o que fazem em sala de aula. Eu falei, na última sessão, se possível, anotassem o que fizeram em sala de aula. Ninguém anotou nada? Quem está dando aula? Quem anotou?	-informar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 2 **FmE4:** *Educação Infantil.*	Eu trabalho na educação infantil.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 3 **P2:** *Quem dá aula?*	Quem dá aula?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 4 **FmE3:** *Eu.*	Eu dou aulas.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 5 **MmE7:** *Eu.*	Eu dou aulas.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 6 **P2:** *Vocês dois?... Refletiram?*	Vocês dois refletiram sobre o que fazem em sala de aula?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 7 **MmE7:** *Sim.*	Eu refleti sobre o que faço em sala de aula.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 8 **P2:** *Sobre?*	Você refletiu sobre o quê?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 9 **MmE7:** *Eu refleti muito.*	Eu refleti muito.	-confirmar	Esfera da informação
TRECHO 10 **P2:** *Sobre?*	Você refletiu sobre o quê?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 11 **MmE7:** *Sobre a forma de (ensinar matemática)... Assim, de falar mais... Começar a falar mais matematicamente... éh:: Apesar de:: hoje, agora ser ( )... Você já (puxar mais um pouquinho, aí)... Fica mais complicado para eles entenderem... Igual, vamos supor, se a gente for... éh:: Por que que (passa para lá menos)... Vamos supor uma equação ( ), por que que passa para lá negativo? ( ) Então, (você) tipo falar*	Eu refleti sobre a forma de ensinar matemática. Em uma equação porque passa para lá negativo? Devemos usar o termo simétrico do número.	-informar -exemplificar (EXE)	Esfera da informação

matematicamente eles vão... (não vão confundir isso)... Porque a gente vai operar com o simétrico do número.			
TRECHO 12 **P2:** *Com que idade. Seus alunos?*	Que idade tem seus alunos?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 13 **MmE7:** *ensino médio, entre quinze, dezessete... quinze e dezessete anos.*	Meus alunos têm de quinze a dezessete anos. Meus alunos cursam o ensino médio.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 14 **P2:** *Pleno funcionamento do raciocínio lógico.*	Eles estão com pleno funcionamento do raciocínio lógico.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 15 **MmE7:** *Eu peguei falei... Uma aula ( ) eu falei... ( ) porque ele perguntou... Na verdade....*	Eu falei em uma aula... O aluno perguntou...	-exemplificar (EXE)	Esfera da informação
TRECHO 16 **P2:** *Todo aluno pergunta e todo professor diz assim 'é porque é assim mesmo.'*	Todo aluno pergunta. Todo professor diz "porque é assim mesmo".	-desafiar	Esfera da interação
TRECHO 17 **MmE7:** *Eu fui explicar para ele que ele tinha (que procurar um simétrico)... (trabalhar com o simétrico), é por isso que ele passava para lá negativo... ( ) com o simétrico do número.*	Eu lhe expliquei que deveria procurar o simétrico. Eu lhe expliquei que deveria procurar o simétrico e por isso passava para lá negativo.	-confirmar -exemplificar (EXE)	Esfera da informação
TRECHO 18 **P2:** *Deixa-me fazer uma pergunta para todos... O que é uma equação?*	Farei uma pergunta a todos. O que é uma equação?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 19 **FmE2:** *Uma igualdade.*	Equação é uma igualdade.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 20 **P2:** *Dá um exemplo (para entender) equação.*	Dê um exemplo de equação.	-incitar	Esfera acional
TRECHO 21 **MmE7:** *Equação...*	Uma equação...	(se)escusar	Esfera da interação
TRECHO 22 **P2:** *Arruma uma equação.*	Dê um exemplo de equação.	-propor	Esfera acional
TRECHO 23 **FmE3:** *x mais seis igual a cinco.*	Um exemplo de equação é X mais seis igual a cinco.	-complementar	Esfera da interação
TRECHO 24 **P2:** *É, arruma uma equação lá, vai ao quadro...* *((MmE7vai ao quadro e escreve))*	Dê um exemplo de equação e escreva-a lá no quadro. O que você escreveu no quadro é uma equação?	-propor -incitar	Esfera acional

Isso é uma equação?			
TRECHO 25 **MmE7:** *Uma equação do primeiro grau.*	É uma equação do primeiro grau.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 26 **P2:** *E a do segundo grau, como é que é?... E qual é a diferença das duas? Por que uma é do primeiro grau e a outra é do segundo?*	Como é a equação do segundo grau? Qual a diferença entre a equação do primeiro grau e a do segundo? Por que uma equação é do primeiro e a outra do segundo?	-incitar -desafiar	Esfera acional Esfera da interação
TRECHO 27 **MmE7:** *Porque a gente olha a potência... a potência do x. A potência aqui é um, e aqui a potência é dois, então, equação do segundo grau.*	Para diferenciar a gente olha para a potência do X. A potência aqui é um e aqui é dois.	-informar -exemplificar (EXE)	Esfera da informação
TRECHO 28 **P2:** *Quando a gente põe aquele 'igual a' lá, igual a qualquer coisa... O que a gente está fazendo?*	Quando colocamos o sinal de igual a qualquer coisa o que a gente está fazendo?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 29 **MmE7:** *Está igualando a equação a zero... Só que, como a gente começa a operar (aqui para se saber o valor de zero), isola lá... A gente vai isolar primeiro, (deixar os valores que têm) variável de um lado... E o que não tem do outro lado. Então, a gente vai isolar isso, para a gente obter o valor de x.*	Quando colocamos o igual a qualquer coisa estamos igualando a zero. Primeiro isolamos a variável de um lado, e o que não tem variável para o outro lado. A gente isola para encontrar o valor de X.	-informar -exemplificar (EXE)	Esfera da informação
TRECHO 30 **P2:** *E isso tem a ver com parábola? Que jeito?*	O que você falou tem a ver com parábola?	-incitar -desafiar	Esfera acional Esfera da interação
TRECHO 31 **MmE7:** *Vamos supor para a gente trabalhar com a função do primeiro grau, ( ) a função F de X... Então, a gente vai atribuir um valor para X e encontrar Y.*	Para trabalhar com a função do primeiro grau, a função F de X. Vamos atribuir um valor a X e encontrar Y.	-complementar	Esfera da interação
TRECHO 32 **P2:** *Nossa, gente, como vocês falam grego, ( )... Uma função F de X?*	Pessoal como vocês falam grego. Uma função F de X?	-acusar	Esfera da interação
TRECHO 33 **MmE7:** *Isso.*	Uma função F de X.	-complementar	Esfera da interação
TRECHO 34 **P2:** *E o que é função?*	O que é uma função?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 35 **MmE7:** *F de X.*	Uma função é F de X.	-reconhecer	Esfera da interação
TRECHO 36	O que é uma função?	-incitar	Esfera acional

P2: *E o que é função?*		-desafiar	Esfera da interação
TRECHO 37 **MmE7:** *Função? É um gráfico, né? que a gente vai desenvolver... É um ( ).*	O que é uma função? Função é um gráfico que desenvolveremos.	-complementar	Esfera da interação
TRECHO 38 **P2:** *É o quê?*	Função é o quê?	-incitar -desafiar	Esfera acional Esfera da interação
TRECHO 39 **FmE2:** *É uma lei de formação.*	Função é uma lei de formação.	-complementar -atenuar	Esfera da interação
TRECHO 40 **P2:** *Ah::... E o que é uma lei de formação?*	O que é uma lei de formação?	-incitar -desafiar	Esfera acional Esfera da interação
TRECHO 41 **FmE2:** *O que que é lei, né? ((ri)).*	O que é uma lei de formação?	-se escusar	Esfera da interação
TRECHO 42 **FmE1:** *São todos os números que satisfazem aquela igualdade ali... É você achar ( ).*	Uma lei de formação são todos os números que satisfazem aquela igualdade.	-complementar	Esfera da interação
TRECHO 43 **P2:** *Aham.*	O quê?	-incitar -desafiar	Esfera acional Esfera da interação
TRECHO 44 **FmE3:** *A lei de formação.*	Função é uma lei de formação.	-confirmar	Esfera da informação
TRECHO 45 **P2:** *E aquilo ali... Aí vem... Tem algo de um lado e algo do outro... Então, se eu estou entendendo, se muda aqui, muda aqui... Está certo? Hã?*	O que está escrito no quadro tem algo de um lado e algo do outro. Muda-se de um lado muda do outro. Está certo o que eu disse?	-informar -incitar	Esfera da informação Esfera acional
TRECHO 46 **FmE1:** *Sim.*	Está correto.	-confirmar	Esfera da informação
TRECHO 47 **P2:** *O que é, que instrumento que existe no mundo, que nós (inventamos,) mais... Que dá isso?*	Que instrumento do mundo fornece essa idéia?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 48 *((simultaneidade de vozes)) A balança*	O instrumento é a balança.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 49 **P2:** *Agora, se você pegar a idéia da balança e voltar lá para explicar porque o porquê*	A balança pode ser usada para explicar aos alunos por que numa equação observamos a troca de	-exemplificar (EXP)	Esfera da informação

da mudança de lado e de sinal.	sinal.		
TRECHO 50 **MmE7:** *É porque ( ) (de um lado vai aumentar, e, vamos supor, se ela tiver o mesmo peso) ( )... (um lado vai ficar mais pesado, então vai subir).*	Se de um lado ficar mais pesado o outro sobe.	-complementar	Esfera da interação
TRECHO 51 **P2:** *Vocês estão entendendo?*	Vocês estão entendendo?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 52 ((coro)): - *Uhum.*	Estamos entendendo.	-tomar posição	Esfera da avaliação
TRECHO 53 **Fm~~E~~6:** *Usar a linguagem mais do dia-a-dia.*	Precisamos usar mais com os alunos a linguagem do dia-a-dia.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 54 **P2:** *Para depois ir para a linguagem matemática, porque... vocês fazem duas... Me dá a impressão... e de tudo que eu já pesquisei... Me dá a impressão assim, que vocês (fazem dois mundos). Uma hora (usa) a história do 'vai um,' 'empresta um'... que... precisa mudar essa linguagem. Ninguém está emprestando nada, não vai para lugar nenhum, quer dizer... usar a linguagem própria do sistema numérico. A gente precisa inclusive descobrir aqui um jeito de substituir isso. Qual seria a expressão que (a gente podia usar), né? Então, esse é o (movimento) que vocês fazem... e que vem lá do primeiro grau, das primeiras séries do primeiro grau e tal... De repente, a matemática fica realmente um bicho ( ). Você falou, falou, falou... Louco! Está entendendo? ( ), você está entendendo o que eu estou falando?*	Precisamos usar mais com os alunos a linguagem do dia-a-dia para depois ir para a linguagem matemática. Em alguns momentos, vocês usam a história do "vai um" e do "empresta um". É preciso mudar essa linguagem. Precisamos descobrir um modo de substituir esses termos. O que poderíamos usar? O uso desses termos vem lá das séries iniciais e com isso a matemática fica realmente um bicho. Você falou, falou, falou e não falou nada. Você está entendendo o que falo?	-confirmar -avaliar -tomar posição -incitar -avaliar -incitar	Esfera da informação Esfera da avaliação Esfera acional Esfera da avaliação Esfera acional
TRECHO 55 **MmE7:** *Aham. ((balança a cabeça dizendo sim))*	Estou entendendo.	-reconhecer	Esfera da interação
TRECHO 56 **Fm~~E~~1:** *Acho que a equação é uma função já.*	A equação é uma função.	-complementar	Esfera da interação
TRECHO 57	A equação é uma função.	-confirmar	Esfera da informação

P: *Já é uma função. É um outro jeito de montar uma função... né? E o jeito da gente trazer isso para a sala de aula, do ponto de vista... como vocês gostam de dizer, concreto... e que eu digo, usando um instrumento que represente ( )... um instrumento que, na verdade, já representa isso... É a balança. Porque, a balança não é um instrumento (bobo)... ( ) instrumento... Porque, ela tem peso aqui ( ), ela tem uma regüinha aqui, não é?*	A equação é outro modo de montar uma função. Como trazer essa discussão para a sala de aula? Como trazer essa discussão para a sala de aula com um instrumento que já represente isso? Esse instrumento é a balança. A balança não é um instrumento bobo. A balança tem uma régua.	-informar -incitar -informar	 Esfera acional Esfera da informação
TRECHO 58 ((Coro)) *sim*	Concordamos com o que você disse.	-tomar posição	Esfera da avaliação
TRECHO 59 **P2:** *É superinteressante explorar isso... Vamos supor que vocês (estejam com a) balança aqui... Qual que seria a primeira atividade que vocês proporiam a eles? A balança está aqui, para chegar naquela (notação) lá? ((aponta para a equação escrita no quadro))*	É superinteressante explorar função/equação com o instrumento balança. Vamos supor que vocês tenham uma balança. Qual a primeira atividade com a balança que vocês proporiam aos seus alunos? Como usar a balança para chegar àquela notação?	-complementa -incitar	Esfera da interação Esfera da interação
TRECHO 60 **MmE7:** *Mostrar a balança, como é que ela funciona...*	Eu mostraria a balança. Eu mostraria como a balança funciona.	-informar	Esfera da informação
TRECHO 61 **P2:** *Como é que ela funciona, né?*	Como a balança funciona?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 62 **FmE3:** *Os pesos.*	Eu mostraria os pesos.	-exemplificar (EXE)	Esfera da informação
TRECHO 63 **P2:** *Os pesos... E começar e propor a eles o quê? Qual que é o jeito de a gente pôr no papel o que nós estamos fazendo? O que vocês acham que (a gente está fazendo) em primeiro lugar? Ninguém falou em ( ) ainda.*	O que vocês proporiam com os pesos? O que estamos fazendo? Ninguém falou nada a respeito.	-incitar	Esfera acional
TRECHO 64 **Fm~~E~~2:** *(Eles iam) colocar ( ) colocaria de um lado... Dois pratos.*	Os alunos colocariam os pesos de um lado. Os alunos colocariam os pesos nos dois pratos.	-exemplificar (EXE)	Esfera da informação
TRECHO 65 **P2:** *E vão... E vão, conforme você for mexendo com o peso, eles vão ( )... Até que chega uma hora que tem uma igualdade... Vocês percebem que vocês vão mexer*	Lidar com os pesos ajuda os alunos a perceberem o sinal de igualdade. Quem está trabalhando o assunto atualmente em	-complementar -incitar	Esfera da interação Esfera acional

inclusive com a questão... Com o sinal de igualdade? Então... a minha proposta é... Quem é que está dando aula (disso daí) atualmente?	sala de aula?		
TRECHO 66 **MmE7:** *Eu estou ( ) função, né? Equação quadrática.*	Eu estou trabalhando com função quadrática.	-informar -exemplificar (EXE)	Esfera da informação
TRECHO 67 **P2:** *Leva a balança, não tem importância ( ). Leva a balança, você não vai perder tempo. Porque, como você já falou alguma coisa, há duas coisas que pode acontecer... A balança acelera... E eles podem inclusive deduzir.*	Leve a balança para sua sala de aula. Você não perderá tempo. Após o trabalho com a balança, os alunos poderão deduzir mais conceitos.	-propor -avaliar	Esfera acional Esfera da avaliação
TRECHO 68 **FmE3:** *( ) (sexta série) ( ) inequação... Aí, eles estão... por incrível que pareça, que... é muito parecido com a equação, né? só (muda a) desigualdade... só que eles estão tendo dificuldade para entender inequação.*	Inequação é muito parecido com equação. A diferença entre inequação e equação é o sinal de desigualdade. Os alunos da sexta série têm dificuldades em entender inequação.	-informar -exemplificar (EXE) -avaliar	Esfera da informação Esfera da avaliação
TRECHO 69 **P2:** *Então, leva a balança... Leva a balança ( ).*	Leve a balança para sala de aula.	-propor	Esfera acional
TRECHO 70 **FmE3:** *Agora, aonde conseguir uma balança?*	Onde conseguir uma balança?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 71 **MmE7:** *Ainda mais antiga.*	Onde conseguir uma balança antiga?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 72 **P2:** *É, o lance é a idéia da balança. Se a gente não conseguir... se a gente não conseguir a balança mesmo, igual ( ) se consiga... tipo feira do Guará, não sei, pode ser que se consiga (num lugar desses)... a idéia da balança é que está por trás (disso aqui). É isso que eu estou dizendo. E, com a idéia da balança, a gente pode construir até com papelão, mostrando que ( ) o negócio abaixa, se isso aqui estiver mais pesado do que isso daqui. E o peso, você pode usar qualquer coisa. Pode ser inclusive lápis. Põe três lápis de um lado, e um lápis do outro, o negócio vai pender... né? Quer dizer... Então, vocês percebem? Então, é assim... às vezes eu tenho a sensação (quando eu converso com um) professor ( ) "A mulher é louca, ela não entende nada de matemática, ela nunca deu aula e ela acha que... a gente tem tempo a perder ( )."*	A questão aqui não é nem a balança em si, mas a idéia da balança. Vocês podem construir a balança até de papelão. Vocês podem usar para os pesos qualquer coisa. Podem colocar três lápis de um lado e um lápis do outro. Quando converso com professores tenho a sensação de que eles pensam que eu sou louca, não entende matemática, nunca lecionou matemática e diz o que devemos fazer.	-tomar posição	Esfera da avaliação

Você está investindo na compreensão do sujeito. E, essa compreensão que você está investindo ali no começo vai estourar lá na frente. Acreditem em mim, vai estourar lá na frente. Então, mesmo ( ) arrumem (um jeito) com a balança (de dizer) ( )... Aí você pode traduzir matematicamente.			
TRECHO 73 **Todos:** *((concordam balançando a cabeça))* *Não fazem nenhum comentário.*			
TRECHO 74 **FmE4:** *Eu sou professora de primeira a quarta série, eu ensino aos meus alunos... inclusive eu dei aula (para a quarta série ano passado)... E eles tinham essa história de pedir emprestado. Aí eu falei "Não, vamos aprender o termo correto." Peguei o material dourado e falei "Por quê? Por que que a gente está fazendo?" Mostrei, demonstrei para eles, "A gente agrupa, e a gente desagrupa. Quando eu pego"... igual você falou, "vai um, para a dezena, você está agrupando as (suas) unidades em dezenas." (É uma forma) ( ), você pode pegar o material dourado, forma exatamente uma tirinha. Aí você passa para a (próxima) ( ). E, quando você faz o inverso? Aí você faz o contrário, quando você pega aquela ( ) barrinha, né? dezena, você desagrupa para poder tirar o que você quer. A gente monta toda uma mesa, faz junto com eles... para eles verem o que que é... para depois estar explicando. Aí eles ( ).*	Sou professora de primeira a quarta série. Meus alunos da quarta série falavam pedir emprestado. Eu disse a eles o termo correto. Mostrei o termo correto usando material dourado. Demonstrei a eles que a gente agrupa e desagrupa. Você desagrupa e usa o que precisa.	-informar -exemplificar (EXE)	Esfera da informação
TRECHO 75 **P2:** *Para depois fazer a notação?*	Você faz tudo que descreveu para depois fazer a notação?	-incitar	Esfera acional
TRECHO 76 **FmE4:** *Para depois fazer a notação. Primeiro a gente demonstra (no material). Porque é igual ela falou, tem ( ). De onde surgiu isso? (Tem no material). Então, do material, eu passo para a notação. (Aí eles falam) assim, "Mas é estranho esse (nome)!" Eu falei, "Mas é o correto. ( ) é o que a gente faz, não é? Nós não agrupamos e desagrupamos?" Aí, eles começaram até a (brincar), toda vez que ( ) "Não, é agrupar, é desagrupar." (Eles aprenderam. Com certeza que, na quinta série, eles vão falar mais isso.*	Primeiro faço tudo que descrevi para depois fazer a notação. Primeiro eu demonstro no material. Do material eu passo para a notação. Com essa experiência na quinta série eles usarão os termos agrupar e desagrupar.	-confirmar -exemplificar (EXE) -avaliar	Esfera da informação Esfera da avaliação
TRECHO 77 **P2:** *Corrigir o professor.*	Os alunos vão inclusive corrigir o professor.	-complementar	Esfera da interação

TRECHO 78 **P2:** *É... Agora, você pode fazer isso (com régua)... Não precisa nem do material dourado, só fazer isso com régua.*	Você pode fazer tudo que descreveu com a régua. Você não precisa do material dourado.	-complementar -contestar	Esfera da interação
TRECHO 79 **FmE4:** *Qualquer material pode fazer. Porque, são muitos.*	Posso fazer com muitos materiais.	-desafiar	Esfera da interação
TRECHO 80 **P2:** *Que é um instrumento formalizado, né? Porque, o material dourado foi bolado para o ensino. Régua ( ), foi feito para medir, né? A gente pode usar a régua para isso. Quer dizer, quando você fica naquela do 'vai um' e tralalá, na verdade, éh:: nós estamos em cima de memorização de regras. Éh:: pesquisadora 1, eu acho que agora é legal ver aquilo que você fez (no começo)... Pula um pouquinho aquela conversa que você teve com ela, não sei o quê, e vai logo.* *O que a gente podia era começar também a procurar o que... Por exemplo, a palavra... Só um exemplo, a palavra parábola etimologicamente significa... O que ela significa? Ela veio de onde? Do latim, do grego, de onde veio essa palavra?* *((interrupção))* *E eles precisam ter noção de que função significa relação de variáveis...*	O material dourado foi pensado para o ensino. A régua foi feita para medir. Quando usamos o "vai um" estamos memorizando regras. Pesquisadora(1) mostra-nos a fita da última sessão com a adolescente. Podemos procurar o significado etimológico da palavra parábola. O que significa parábola? Parábola surgiu onde? Parábola surgiu do grego, do latim, de onde veio esta palavra? Os alunos precisam compreender que função significa a relação entre variáveis.	-informar -avaliar -propor -incitar -tomar posição	Esfera da informação Esfera da avaliação Esfera acional Esfera da avaliação
TRECHO 81 **P2:** *Lembra que no fim nós ( ) uma tarefa para ela?* *Olha lá, ela está insistindo no (começo, ela tirou o) ( )... Acho que pode avançar um pouquinho, na hora que já começa com a história... porque, chega uma hora que a pesquisadora 1 começa a... solicitar a ela que explique da onde que ela tirou aquele um que foi não sei para onde, vai um, né? O que é esse um... ( )... Uma das coisas que eu achei interessante foi o jeito dela ler. Ela lê acompanhando com a ponta do lápis palavra por palavra... Alá... Aí, ela pega o dinheiro, vai lá, (lê aquilo lá, vê se cai a ficha, né?)* *((simultaneidade de vozes))* *((ri))* *Na moeda, deu um e quarenta, (no papel deu) ( )... Na verdade, né? o que a pesquisadora(1) queria ali que ela percebesse é que tinha mais que um real ( )... Ela*	Professores, vocês lembram que demos uma tarefa para a pesquisadora(1) no nosso último encontro? A pesquisadora(1) solicita que a adolescente explique de onde tirou o numeral um. A adolescente lê acompanhando com o lápis. A adolescente manuseia o dinheiro, lê novamente, observa se compreende. Com o manuseio das moedas, ela encontrou um e quarenta. No papel ela encontrou quanto. A pesquisadora(1) propõe as ações para ela perceber o valor maior que um real.	-informar -exemplificar (EXE)	Esfera da informação

conta de novo... ((simultaneidade de vozes))...			
TRECHO 82 **FmE1:** *Ela está falando mais..*	A adolescente está falando mais.	-avaliar	Esfera da avaliação
TRECHO 83 **FmE3:** *É porque ela está sendo instigada.*	A adolescente está falando mais porque está sendo instigada.	-complementar	Esfera da interação
TRECHO 84 **P2:** *É ela ainda não resolveu o problema dela ainda não, ( )... (Que nem) eu estava falando para a pesquisadora(1), em nenhum momento passou pela cabeça dela, ela multiplicar. ( ) Ela ficou somando. Lembra que eu disse a vocês ( )? Quando o adolescente tem problema com matemática, ele evita multiplicar e dividir. Isso, gente, é o que deveria ser feito paralelamente (do ponto de vista da intervenção psicopedagógica)... Com o sujeito que está com problema de... Que está com dificuldade de aprendizagem. Paralelo às aulas, tá? É isso que a gente faz a mais de dez anos. Em minha opinião... Eu acho que, para que a linguagem... Tanto entre eu e vocês, eventualmente, mas entre a pesquisadora 1 e vocês... Está precisando de mais subsídio teórico, sabe? Conceitual... Precisa começar agora a ler um pouquinho a respeito da Psicologia da Educação.* ...	A adolescente ainda não resolveu o problema. A adolescente ainda não pensou em multiplicar. A adolescente usou até agora apenas a idéia da soma. Lembram do que eu disse? O adolescente que tem problema com a matemática evita multiplicar e dividir. O que a pesquisadora(1) está fazendo com a adolescente é o que precisa ser feito com quem está com dificuldade em matemática. Isso que a pesquisadora(1) está fazendo é intervenção psicopedagógica. Isso deve ser feito paralelo às aulas regulares. Eu faço isso há mais de dez anos. Para facilitar o diálogo entre vocês e a pesquisadora(1) eu avalio que vocês precisam de subsídios teóricos. Vocês precisam ler a respeito de Psicologia da Educação.	-avaliar -incitar -informar -tomar posição -informar -propor	Esfera da avaliação Esfera acional Esfera da informação Esfera da avaliação Esfera da informação Esfera acional

5.3.5 – Quinta sessão

A quinta sessão foi realizada no dia 23 de novembro de 2007 no Laboratório de Ensino de Matemática, na instituição sede da pesquisa, com duração de 1 hora e 10 minutos. Participaram da sessão cinco sujeitos do grupo 2 (MmE8, FmE1, FmE2, FmE3 e FmE4) e a pesquisadora 1.

Objetivos

Avaliar a interpretação do grupo para o Capítulo 6 (*Psicologia do Desenvolvimento, didática e aprendizagem*) do livro *Psicologia e Conhecimento: subsídios da psicologia do desenvolvimento para a análise de ensinar e aprender*;

Instigar o grupo a utilizar as contribuições teóricas e metodológicas apresentadas no texto para a análise das competências e das dificuldades apresentadas pela adolescente;

Instigar o grupo a utilizar as contribuições teóricas e metodológicas apresentadas no texto para a análise da atividade mediada desenvolvida durante as sessões.

Procedimentos

Os professores foram convidados a ocupar cadeiras organizadas no formato circular no Laboratório de Ensino de Matemática da instituição sede da pesquisa; cada professor levou para a sessão cópia do capítulo em análise além das considerações finais e do sumário. Reiteramos que a autora do livro permitiu o uso das cópias nas atividades da pesquisa. Entregamos a cada professor um marcador de texto colorido, uma caneta e duas folhas de papel A4 em branco.

Logo em seguida, apresentamos oralmente o resumo de todas as sessões já realizadas como também comentários gerais sobre o livro em questão destacando seus vários capítulos. Em seguida, solicitamos aos professores resposta à questão: *P1: O que o texto levou vocês a pensarem?*

Resultados

Nessa sessão, optamos por não apresentar a tabela de análise, como nas sessões anteriores, devido ao volume de dados. Todavia, reiteramos que mantivemos a mesma estrutura para a organização e análise dos dados, descrita no item 4.4.

Iniciamos a quinta sessão com vinte e cinco minutos de atraso em relação ao horário previsto. Os sujeitos justificaram o atraso alegando vários motivos, entre eles: demora na saída do trabalho, dificuldade de transporte, trânsito tumultuado nas proximidades da instituição sede da pesquisa, entre outros. Um sujeito, em especial, MmE8, atrasou-se em função do sepultamento de um colega do grupo. Em geral, todos os presentes mostraram-se abalados emocionalmente com a perda do jovem colega. Por causa dessa constatação, conversamos por uns cinco minutos com todos a fim de retomarmos o equilíbrio emocional necessário para o desenvolvimento das atividades previstas.

Realizamos, nos momentos iniciais da sessão, uma retrospectiva de todas as sessões já realizadas (tanto com os professores quanto com a adolescente), para todas elas, recuperamos informações como: sujeitos presentes, ações realizadas, principais momentos, entre outros. Permitimos aos professores que complementassem nossa fala e que comentassem, também, passagens, das diferentes sessões que avaliassem pertinente para o momento. Posteriormente, apresentamos de modo sucinto, o livro *Psicologia e Conhecimento: subsídios da psicologia do desenvolvimento para a análise de ensinar e aprender* de autoria da orientadora desta pesquisa. Para tanto, percorremos todos os capítulos, destacando os principais títulos, bem como a posição do Capítulo 6 (*Psicologia do Desenvolvimento, didática e aprendizagem*) do livro *Psicologia e Conhecimento: subsídios da psicologia do desenvolvimento para a análise de ensinar e* *aprender* - em relação à obra. Na seqüência, solicitamos que respondessem ao questionamento: *P1: O que essa leitura fez... Vocês pensarem? Depois de tudo isso que a gente já viveu aqui em todas as sessões*, a partir da leitura e da análise que fizeram do conteúdo desse capítulo.

Observamos que, em geral, apesar do atraso e do desconforto inicial (gerado pelo assunto perda), todos os presentes mostraram-se motivados para o encontro e demonstraram que leram o capítulo solicitado. Contudo, o maior envolvimento nas discussões e a exteriorização de argumentos, sempre resguardados e/ou justificados por trechos do capítulo, permitiram-nos interpretar que Fm~~E~~1, Fm~~E~~2 e FmE4 interagiram muito mais com o texto. O grupo foi unânime em avaliar que encontrou dificuldades para lê-lo, visto que este, na análise dos sujeitos, é denso, usa termos próprios da psicologia, muitos deles, não conhecidos e/ou conhecidos superficialmente pelo grupo (licenciandos e licenciados em matemática, nessa ocasião da pesquisa)

A questão posta para análise foi respondida de modo diferente pelos sujeitos, alguns se lembraram de experiências vivenciadas durante o curso de graduação e usaram passagens do texto para exemplificá-las, Fm~~E~~1: *Eu... Eu... Eu lembrei do estágio, quando fala assim, que você tem que inserir dentro da sua matéria o contexto social, que além de você... (e tudo), e... Buscar o conhecimento que o aluno tem construído. Que, em cima desse conhecimento que ele tem construído, é que você vai trabalhar para aumentar o conhecimento dele.* Outros relataram como entenderam a proposta do capítulo, FmE4: *Eu já achei assim que (ela trabalha muito a construção do conhecimento). A gente pode ( ) a gente fala ensinar ( ) aprender. Mas, para isso, (eu preciso) entender o conhecimento.* Outros relacionaram passagens do texto à prática docente em matemática, Fm~~E~~2: *Tem uma situação que eu achei bastante interessante, é que a gente não sabe pensar logicamente sobre os (números), né? E que nós* *professores também temos essa dificuldade. Que a gente não ensina os nossos alunos mesmo porque a gente não sabe*. Diante das diferentes interlocuções, mantivemos nossa proposta de coordenar as discussões, propor novas questões, fomentar a explicação de termos, direcionar a discussão para os temas em debate, solicitar trechos do texto que comprovassem as falas, entre outras ações. Verificamos que os três sujeitos que demonstraram maior interação com o texto foram os mais ativos na discussão e, de certa forma, dominaram o discurso. Os demais pouco participaram e, quando o fizeram, foi devido às nossas solicitações e/ou às provocações dos colegas com falas como: *eu não penso assim; eu discordo*, entre outras.

A fala de Fm~~E~~2 "... *a gente não sabe pensar logicamente sobre os números...*" foi amplamente corroborada pelo grupo. E, a partir dela, muitos emitiram comentários e/ou apresentaram argumentos comprobatórios com base em trechos do texto. Observamos que tal análise foi usada como exemplo para lançar a seguinte dúvida: se eles, como acadêmicos do Ensino Superior, não estariam, também, mesmo nos dias atuais, Fm~~E~~1: *Reproduzindo regras sem entender a lógica*. A dúvida lançada pelo grupo referia-se, exclusivamente, às experiências vivenciadas por eles em algumas disciplinas do Curso de Licenciatura em Matemática oferecido pela instituição sede da pesquisa, disciplinas estas não reveladas pelos sujeitos com a câmera ligada. Nos momentos finais da sessão, disciplinas, prática docente e prática discente foram comentadas, sem reservas, entre eles. Como, por exemplo, o fato de os acadêmicos decorarem fórmulas e até demonstrações e repeti-las nas avaliações escritas de muitas disciplinas; o modelo didático *definição – exemplos – exercícios* foi apontado como o mais usado pela maioria dos docentes das disciplinas de conteúdo específico da matemática, a discrepância entre as propostas didáticas defendidas nas disciplinas de Estágio Supervisionado e as vivenciadas por eles no curso, entre outros.

Observamos que dois estudos relatados no texto foram citados pelos sujeitos, em vários momentos da sessão, são eles: Fávero e Sousa (2001) e Fávero e Soares (2002). FmE2: *Assim... Concordei com elas mesmo, né? Acho que a gente aprendeu assim, foi por via de regra. E a gente passa isso para os nossos alunos também, e eles ficam preocupados em sempre seguir uma regra para poder resolver um problema.* Interpretamos que as inúmeras citações ocorreram por vários fatores. 1/ pelo fato de os estudos serem, respectivamente, de física e matemática, áreas com as quais os sujeitos têm maior interação; 2/ o fato de os estudos relatarem pesquisa realizada com alunos “reais” que, na análise do grupo, podem ser alunos de qualquer um deles, nos dias atuais ou no futuro; 3/ o fato de os resultados apontarem para a realidade da sala de aula – como os alunos aprendem; o que os alunos aprendem; como os professores ensinam; o que eles ensinam; 4/ o fato de os estudos relatarem uma pesquisa (concluída), o que os ajudou a compreender melhor a pesquisa em questão.

Em função do envolvimento do grupo com os estudos, lançamos uma série de questões, entre elas: *P1: Vocês pensam que isso acontece só com o sistema numérico?* Eles se mostraram pensativos, e apenas FmE4 e FmE2 foram firmes na afirmativa. Segundo FmE2: *Não, com todos os conteúdos. Todos os problemas... Tem uma passagem que ( ) coloca que... Os mais experientes né? Eles assim... Eles avaliam o problema, né? Para depois começar a resolver. Já quem... Quem não é tão experiente, vai anotando todos os... Os dados... E já vai tentando aplicar uma regra, e não utilizando (muito a) lógica, ( ).* Tal fato foi confirmado por FmE1 ao lembrar que no texto comenta-se que isso não acontece com os alunos, somente, diante de um problema de matemática e sim com alunos diante problemas de outras ciências, como a química, por exemplo. Insistimos nas perguntas, a fim de relacionarmos, sempre, a leitura ao trabalho realizado com a adolescente, *P1: Isso tem alguma relação com o que vimos no* *trabalho, com a adolescente*? *Vocês se lembraram de alguma passagem durante a leitura desse texto*? A resposta foi formalizada por FmE4: *(O da regra,) quando ela fala "vai um, vai um," (na hora)... Vai um, mas não explica o porquê ( ).* Contudo, todos relataram a passagem da regra do "*vai um*" e a do "*pedir emprestado*", descritas nas sessões anteriores, como exemplo contundente.

Outro dado evidente nas interlocuções foi a perplexidade do grupo em relação à atualidade dos estudos, embora tenham sido realizados entre 2001 e 2002. Eles avaliaram que os resultados são bastante atuais e se mostraram preocupados com o fato de o trabalho com a adolescente apontar indícios de que os problemas persistem. Observamos que tal conclusão foi apresentada, tendo como parâmetro, também, as experiências vivenciadas por eles nas Disciplinas de Estágio Supervisionado, visto que a maioria pontuou exemplos semelhantes colhidos em suas experiências como professor em turmas de Ensino Fundamental (séries finais) e do Ensino Médio.

Em muitos momentos da sessão, interrompemos falas gerais e/ou discussões fora das questões em foco e reorientamos a discussão. Todavia, apesar da nossa insistência, vimos, por muitas vezes, o grupo desviar o debate e propor temas como: diferenças entre Escola Pública e Particular, o baixo salário dos professores, a falta de conservação predial na escola pública, a presença e a ausência dos pais na escola, entre outros. Entendemos que todos esses assuntos são importantes para o debate entre todos os membros da comunidade escolar, todavia avaliamos que ampliar a discussão naquele momento não seria pertinente, visto que tínhamos, ainda, muitas questões em aberto.

Outra passagem do texto muito citada pelo grupo foi a discussão presente na página 264, sob o título: "*mas o que é, então, um texto?*" *FmE3: Ela fala aqui da dificuldade de texto... Da dificuldade que os alunos têm para compreender o texto. E essa... Essa dificuldade também traz (uma dificuldade) na resolução de questões*. Os sujeitos avaliaram que tal dificuldade tem uma relação direta com a capacidade de os alunos interagirem com os problemas matemáticos. FmE2: *E às vezes nem (está preocupado em entender o texto), às vezes só quer os dados que está lá no texto para tentar aplicar alguma... Alguma regra.* Tal fato foi relacionado às dificuldades apresentadas pela adolescente em ler e interpretar o texto da situação-problema. Contudo, nenhum sujeito pontuou a dificuldade, verbalizada pelo grupo, ao ler o texto do capítulo 6.

Em alguns momentos da sessão, FmE4 usou, em suas falas, os termos representações semióticas e representações sociais, presentes em trechos do texto. Insistimos em perguntas que fomentassem a análise desses termos pelos demais membros do grupo, todavia não obtivemos êxito. Apenas dois sujeitos arriscaram interpretações. FmE4: *Mas geralmente ( ) pelas (representações semióticas), que são as várias representações (de uma determinada coisa). Por exemplo, um número fracionário, geralmente ele é visto só como o quê? Como aquele um meio, por exemplo...* FmE2: *São dois números.* FmE4: *É... Então, eles vêem exatamente (um em baixo do outro), né? ( ) (ele) não vê que pode ser zero vírgula cinco, (ele) não associa decimal. Existem várias representações que não são trabalhadas em sala de aula, e o aluno (fica) fração é só aquele um meio. (E não enxerga além daquilo).*

Quanto ao termo representação social, observamos que apenas um sujeito fez referência a ele, os demais se mostraram indiferentes ao tema. FmE4: *Tem a (representação) social que às vezes os pais e os próprios alunos têm da matemática, que a matemática é um (bicho), a matemática ( ), ninguém entende matemática, que matemática é sem lógica... e que, muitas vezes, ( ) "(ah, matemática...)" e têm dúvidas, quais operações fazer?" Esperando sempre regras. Por quê? Durante muitos anos, a matemática só foi transmitida. De um tempo para cá, (graças à) ( ) matemática, está* *mudando um pouquinho isso aí. Mas, a gente... ( ) em sala de aula, a gente tem que (começar a estudar) ( ). Porque, nós somos acostumados a essa transmissão de conhecimento, geralmente chegamos na sala (e o quê? Reproduzimos)... automaticamente às vezes.*

O grupo foi unânime em avaliar que houve um avanço do conhecimento da adolescente das primeiras sessões para as duas últimas. Explicaram tal conquista sob vários pontos de vista: 1/ o fato de as sessões não terem fim avaliativo deixou a adolescente mais à vontade para expor perguntas e dúvidas, FmE1: *Eu acho que ( )... Eu acho que até pelo fato dela também (não estar sendo) cobrada... Eu acho que acaba influenciando... Eu acho que a cobrança;* 2/ a natureza da atividade medida possibilitou a compreensão de algumas regras utilizadas por ela há muito tempo – sem nenhuma compreensão, *FmE4: Percebo através da mediação, quando você questiona "por que (usou)?" Porque muitas vezes eles aplicam regras no automático. Se você ( ) "mas por que você fez assim?" Ele vai explicar, ou ele vai falar "não, eu fiz assim porque a professora fez!" Mas tem um motivo (que você fez assim). Ela juntou as moedinhas, aí trocou por uma de um real depois, aí ela foi começando a entender o processo. Porque aí, no caso, (foi feito o link com o) dinheiro... Com os números decimais, (é algo assim do dia-a-dia). Foi importante para ela. Porque ela sabia manipular o dinheiro, rapidinho. Mas ela não sabia o quê? Os números decimais. O sistema de numeração decimal, a lógica matemática;* 3/ a avaliação positiva da pesquisadora 1 quanto à capacidade de desenvolvimento da adolescente – as três repetências vivenciadas por ela foram usadas para planejar as atividades das sessões e não para julgá-la como incapaz e/ou não merecedora de oportunidades de aprendizagem. FmE4: *Muitos professores utilizam o vamos passar para frente. Não se importando realmente com o que ela possui de conhecimento. Sabe que ela não tem aquela habilidade, mas (passa para* *frente porque) "ah, ela ( )"... Porque ela não chega nem ao ensino médio.* Ou ainda, Fm~~E~~2: *(Também assim, as coisas são... o que a gente vê) de... De desenvolver o conhecimento dela, né? a gente (não simplesmente) falou assim "ela tem dificuldade porque"... Assim, eu estou supondo, não é que seja verdade, porque a família dela é problemática, porque ela estuda numa escola (pública, porque ela está numa série de aceleração)... a gente num... Não se prendeu a isso.*

Outra expressão bastante presente nas interlocuções foi "refletir sobre a prática" quando interpelados a respeito do seu significado, *P1: Eu quero entender melhor uma fala... Que eu já ouvi, não sei se agora, pela segunda vez. O que significa para vocês "refletir sobre a prática"?*Alguns responderam. Fm~~E~~2: *(É experimentar, se tem sentido)... ((silêncio)) Pensar na educação (da forma que está)... De transmissão de conhecimento;* FmE4: *Eu acho que não só refletir sobre práticas, mas a avaliação também... e pesquisar (com a) própria sala de aula, eu acho que ( )... (Sabe o que) ( ) (me fez refletir? Tem que pensar o aluno) como um todo;* Fm~~E~~1: *Aí eu acho que é a hora de você parar, e você repensar. "É dessa forma que eu tenho que trabalhar? Desse jeito eu vou conseguir alcançar o meu objetivo?" Eu acho que é nesse ponto que... É refletir a prática.* Os demais não formularam resposta ao questionamento.

Em função de falas anteriores, direcionamos as perguntas com a finalidade de colocá-los como responsáveis, também, por essa prática, uma vez que três deles já atuam como professores e outros pretendem assumir turmas em breve, P1: *E como avançar em direção a uma prática condizente com tudo isso que vocês já pontuaram aqui? Como avançar? O que o texto nos diz*? As falas emitidas demonstraram a dificuldade de o grupo propor ações reais que vislumbrassem a mudança de prática, e os que formularam repostas fizeram-na de modo generalista, não utilizando trechos do texto e sim, falas do senso comum. *Fm~~E~~1: Colocar dentro da realidade e com que... Com o conhecimento do* *aluno, deixando ele construir o conhecimento dele. Eu não vou... se chegar para mim e perguntar, ( ) “ah, professora, é assim?” “Não, tem que ser daquela forma ali que eu te ensinei... que a gente viu ali no quadro.” Não, acho que tem uma gama de métodos que você pode usar. Quando você vai... Que você trabalha de uma maneira diferenciada... Com o aluno, e que você deixa o aluno buscar, eu acho que... Ele... Eu acho que isso é que faz o diferencial, o aluno construir o conhecimento dele; FmE4: Mas mediar é ( )... ( )... Para mediar a gente tem que conhecer ( )...*

A partir de então formulamos novas perguntas tendo como parâmetro as palavras “mediar” e “conhecer”, responsabilizando-os pelo ensino e pela aprendizagem de matemática, não permitindo falas, isentas de responsabilidade, como muitas expressas nesta sessão e nas anteriores. Falas que os descrevem, não como professores e/ou futuros professores de matemática, mas tão-somente como observadores do ensino. *P1: Para mediar a construção do conhecimento matemático, eu professor de matemática, preciso conhecer o quê?* Nossa pergunta foi recebida com espanto pelo grupo e notamos que não estavam preparados para respondê-la. Todavia, FmE2 arriscou uma primeira conclusão, *FmE2: Conhecer (teorias do ensino... que nem ela coloca aqui) nas considerações finais.* Sua resposta foi logo complementada por FmE4, *FmE4: ...está nas considerações finais... “Fenômenos físicos, fenômenos biológicos e teorias da mente.” Como é que eu vou entender o que meu aluno (está construindo), se eu não conheço as teorias (de construção do conhecimento)?*A partir de tais complementações, FmE2 encorajou-se e avançou em seus comentários, *FmE2: É um desafio, a gente precisa (mesmo conhecer essas teorias para poder ensinar). E precisa saber matemática. O ato de ensinar ele não pode ser espontâneo, você... vai criar uma... Como é que fala? Tem que criar uma situação para que eles aprendam né? Isso, de certa forma, tem que ter um controle, não pode fugir. Eu não estou sabendo usar as* *palavras (que eu queria).* As falas anteriores refletem a preocupação de *FmE2*e *FmE4* com o domínio, por parte dos professores, de conhecimentos das áreas de Matemática, Educação, Educação Matemática e Psicologia. Notamos que os demais acompanharam as interlocuções e não se pronunciaram.

O silêncio de MmE7 e FmE3 instigou-nos e lançamos a mesma pergunta aos dois. A provocação foi aceita por MmE7, e ele se pronunciou: *MmE7: A gente tem que (criar no aluno para ele) começar a buscar mais conhecimento (do que só ficar em sala de aula), ele tem que começar a criar esse... esse ( ). Assim, de... "poxa, o que que você faz?" "Vamos... leia um pouquinho, leia o conteúdo, faça os exercícios... Pega o exercício que foi feito em sala, refaça... uma vez, duas vez, tenta fazer o exercício." Porque (assim), o aluno ele é muito... ele fica muito acomodado. Ali em sala de aula, ele chega lá na casa dele, ele pegou aquele materialzinho dele, ( ) lá na cama dele lá, ( ) pronto, ele vai ( ) fazer outras coisas. mas, o quê? Aí esquece. Por quê? ( ) a (educação) não é só dentro de sala de aula.*

A fala de MmE7 foi imediatamente contestada por FmE1, *FmE1: Mas aí ele vai (continuar esquecendo), porque isso aí não deixa de ser um método de repetição. Ele vai fazendo, vai fazendo...* MmE7 justificou sua fala com novos elementos *MmE7: método de (repetição), ele vai... Quando a gente começa lá a praticar, o que vai acontecer? Você vai começar a aprender. Você vai desenvolver o quê?* Os argumentos de MmE7 não foram aceitos, também, por FmE4 e FmE2. Em geral, o argumento usado para tal contestação foi o de que repetir sem compreender uma anotação de aula e/ou de atividades propostas (problemas, listas de exercícios de fixação) não traz ganho para o aluno. FmE3, não se pronunciou, mas se manteve, apenas, como observadora dos fatos.

O silêncio de FmE3 diante dos novos debates entre os sujeitos inquietava-nos. Não insistimos em novas pergunta uma vez que avaliamos o risco de constrangimento do sujeito. Contudo, avaliamos que seu silêncio muito nos diz, e o interpretamos a partir de várias hipóteses, entre elas: 1/ a crença de que para mediar a construção do conhecimento matemático é preciso conhecer apenas matemática, o que contrariaria a fala dos demais; 2/ receio de elaborar uma fala e ela não ser aceita pelo grupo; 3/ falta de envolvimento e/ou interesse pelas questões em debate, entre outras.

Encerramos a sessão com o questionamento: *P1: Todo mundo leu o texto, comentou, apresentou suas interpretações, ouviu a dos outros. Agora o que fica para a construção da prática docente de vocês?* Orientamos o grupo sobre a pergunta que deveria ser respondida individualmente e que os demais respeitariam a fala e o tempo de cada um. O primeiro a se pronunciar foi MmE7. *MmE7: Assim... Desde que eu entrei assim, comecei... ( ) matemática, com o nosso projeto também ( ), o que fica é... Que eu devo cada dia buscar... Buscar esses conhecimentos também da parte da psicologia...porque isso vai ajudar também a conhecer melhor meu aluno, a poder aplicar um conteúdo... quero dar continuidade a tudo que eu aprendi dentro da faculdade, e aprendi nesse projeto... foi muito bom... assim, melhorei minha perspectiva do que é ensinar matemática.* Direcionamos sua fala para sua prática em sala aula, *P1: Em que momento (lá na sala de aula ou pensando sobre ela) (você falou), "opa, eu mudei!"? Em que momento você identificou isso? MmE7: Quando comecei a dar aula, (eu estava aquele) professor... Aquele (dito) professor de matemática, "eu só vou dar a verdade, só eu sei e vocês não sabem de nada". Aí, quando eu comecei a falar a linguagem matemática... que eles ficavam me olhando com aquela cara assim, de assustado, que (eu olhava) assim... eu me senti o professor... meu professor que me (excluiu da) matemática. Me senti daquele jeito, e foi, "não, eu não posso ser assim, eu não quero ser assim. (Cadê o meu trabalho, meu TCC) que eu fiz, se eu critiquei severamente esse tipo de professor? Eu vou ser igual a eles? Não, em hipótese alguma,* *eu vou mudar, e mudei... e o trabalho vem me ajudando...estou podendo)... trabalhar junto com os alunos, ( ) ajudando eles a construir um novo conhecimento de verdade assim, de matemática.*

Insistimos que ele apresentasse uma situação que exemplificasse sua fala, *P1: Você identifica na sua ação isso que você acabou de falar? MmE7: Foi esses dias, eu explicando progressão aritmética (PA). Eu passei o exercício, né? Aplicando aquela fórmula... o aluno, "professor, eu fiz desse jeito." Ele... Ele pegou a razão, e foi colocando, né? até chegar naquela PA, acho que era... Dezesseis, ou era... eu não me lembro. Ele foi e fez direitinho. "Professor, assim está certo?" Eu falei "tá." Aí olhei, conferi tudo certinho, ver se ele tinha aplicado certinho a razão, né? até chegar até ali... Aí eu peguei, tinha feito em sala, já tinha dado o resultado... Tinha coerência matemática, eu falei, "está certo. Por que não? Mas, se você também... tenta também fazer dessa forma também, mas, se você não conseguir, está certo. Não tem ( )... está certo, matematicamente está certo." O quê? Eu acho que eu deixei ele produzir o quê? O conhecimento dele, que ele tinha... que ele adquiriu o quê? Desenvolvendo, trabalhando lá.*

Na seqüência, Fm~~E~~2 se pronunciou. *Fm~~E~~2: Me fez pensar um pouco mais sobre a importância de aprofundar não só no conhecimento matemático, mas em outras áreas.* Insistimos em outra pergunta, *P1: Mas pensando na prática pedagógica, para a mediação do conhecimento matemático, o que a leitura do texto provoca? Fm~~E~~2: Que a gente tem que fazer uma mudança, né? Não dá mais para ser apenas aquele professor que escreve no quadro, (que transmite conhecimentos). A gente tem que... pegar o conhecimento e colocar (no ensino)... os alunos têm que participar... eles que (têm que chegar à conclusão)... ( ), não a gente passar ( ) para eles. E assim, acho que o objetivo (principal) do professor é que... não que os alunos têm que aprender tudo... todos os* *conteúdos que você ensina em sala de aula, mas que, ao final do ano, ele tenha realmente desenvolvido alguma coisa, matematicamente, né? Eu não quero simplesmente dar aula... e, um dia antes, eles estudam bastante, no dia seguinte fazem a prova, conseguem passar e, depois de um tempo, não sabem mais nada... no ano seguinte, não saber nada ( ). ( ) (não tem que sabe tudo), mas...*

Ouvir o outro e respeitar seu tempo não foi uma tarefa fácil para eles e FmE1 estava ansiosa por falar. *FmE1: Eu acho que fica assim... do texto, fica... a perspectiva mesmo de mudança, que (eu tenho) que mudar, eu tenho que tomar cuidado com a maneira que eu (estou transmitindo), se minha linguagem está sendo adequada aos alunos, se o método de ensino está sendo viável ou não. Fica para mim também a... Assim, a reflexão de... como é a ( )... até do que eu te falei que eu não vou mudar sozinha o mudo... Acho que me fez pensar diferente. ((risos)) Me fez pensar diferente, que um grão de mostarda... por menor que seja, é capaz de transformar algumas coisas. E eu acho que me abriu os olhos para isso, que eu posso fazer o mínimo, mas que meu mínimo, lá na frente, pode chegar a ser um máximo, que esse mínimo que eu faça, o meu aluno possa estar aprendendo, e possa um dia estar ensinando, e possa ensinar melhor do que eu ensinei. Então, eu acho que o texto me faz refletir sobre isso, que, haja... quando a gente é bom, que a gente sabe trabalhar, que a gente sabe buscar do aluno o que realmente ele pode oferecer, a gente cria uma boa perspectiva no aluno e faz com que o aluno busque o conhecimento.*

Continuamos a ouvir todos, e FmE4 se pronunciou: *FmE4: Eu acho que não só o texto assim ( ) o processo que a gente, principalmente com a experiência da aluna, é de esperança mesmo, cada vez mais, na matemática, que ela é possível para todos... inclusive assim, eu, (como eu sou) ( ) da matemática durante muitos anos, então assim o meu sonho é (levar a) matemática para todos. E eu vejo isso na educação* *matemática. O contexto, ( ), tanto na pesquisa que a pesquisadora fez, acho que a teoria veio aqui casar, unir... que a prática tem que estar unida assim com a teoria. Eu acho que uma não faz sentido sem a outra. Então, é esperança mesmo, e é um ( ) responsabilidade (do professor)... e mediar realmente é o caminho, mas mediar com segurança, ( ) responsabilidade... e não se redimir igual nós falamos ali, o aluno não sabe, não tem (um) pré-requisito, não ficar dando justificativa. É responsabilidade nossa. O que passou do ano anterior passou, ele não sabe hoje, comigo. O que que eu posso fazer para mudar? O que que eu posso fazer para melhorar? A pesquisadora achou uma solução. Fez lá, fez a mediação, e eu acho que é essa a responsabilidade de nós professores... entrar em sala de aula... (ensinamos para os melhores? Ótimo, eles aprendem? Ótimo)... Focar nos que têm mais dificuldade, esses vão dar mais trabalho. Como eu posso estar ajudando? Todos eles merecem um lugar ao sol. E, para isso, a gente tem que estar preparado na teoria e na prática, (e a mediação é a chave). Tanto que assim, ( ) sala de aula ( ) quarta série. Assim é delicioso você ver os alunos fazendo matemática, construindo... e se alegrando (por) construir matemática. Eu até brincava, ( ) "professora, mas você é muito animada." Eu dava pulinho em sala de aula. "Gente, que lindo, que maravilhoso!" E eles iam para o quadro... aí, teve um aluno que chegou no final do ano e falou, "professora, eu não gostava de matemática. Eu acho que eu vou até fazer matemática, porque eu amo matemática." É gostoso, você se sente assim gratificada, vale a pena. Então, acho que a gente tem que correr em busca disso. Tentar melhorar nossas aulas e mostrar que a matemática está aí em todo o lugar, ela é para todos. E a gente só vai (mudar mediando), não transmitindo. Porque, transmitir conhecimento não leva a nada, não constrói. O aluno sai e entra na sala do mesmo jeito ao final do ano.*

Por fim, FmE3 se pronunciou. *FmE3: Eu acho que ( ) a gente tem que fazer uma revisão da prática escolar. ( ) a minha revisão individual, e depois para rever o coletivo. E fazendo (um gancho ali com o) que a FmE4 falou, muitas vezes a gente já pega o aluno na quinta série odiando matemática. Não é jogando a responsabilidade para os outros, mas existe uma carência muito grande (nas nossas escolas hoje).*

A fala de *FmE3* motivou o grupo para um último comentário e respeitamos essa necessidade. O comentário incidiu sobre elementos do senso comum que diz: os pedagogos têm carência de conceitos matemáticos e os matemáticos e licenciados em matemática de conceitos didáticos e psicológicos.

5.3.6 – Sexta sessão

A sexta sessão foi realizada no dia 18 de dezembro de 2007 nas dependências do Instituto de Psicologia da Universidade de Brasília, com duração de 1 hora e 14 minutos. Participaram da sessão cinco sujeitos do grupo 2 (MmE8, Fm~~E~~1, Fm~~E~~2, FmE4 e Fm~~E~~6) e as pesquisadoras 1 (observadora) e 2 (mediadora).

Objetivos

Instigar o grupo a avaliar a interpretação realizada por eles para o Capítulo 6 (*Psicologia do Desenvolvimento, didática e aprendizagem*) do livro *Psicologia e Conhecimento: subsídios da psicologia do desenvolvimento para a análise de ensinar e aprender* durante a sessão anterior;

Instigar o grupo a analisar as competências e dificuldades apresentadas pela adolescente ao longo das sessões a partir das contribuições teóricas e metodológicas discutidas no texto;

Instigar o grupo a analisar a atividade mediada desenvolvida ao longo das sessões a partir das contribuições teóricas e metodológicas apresentadas no texto.

Procedimentos

Os professores foram convidados a ocupar cadeiras organizadas no formato circular em uma sala de aula do Instituto de Psicologia da Universidade de Brasília; cada professor levou para a sessão cópia do capítulo em análise além das considerações finais e do sumário. Reiteramos que a autora do livro permitiu o uso das cópias nas atividades da pesquisa.

Entregamos aos professores uma cópia da transcrição na íntegra da sessão anterior, um marcador de texto colorido, uma caneta e duas folhas de papel A4 em branco. Logo em seguida, a pesquisadora 2 propôs a observação tanto de trechos do capítulo quanto da transcrição, tendo como referência a mesma questão da sessão anterior: *O que o texto levou vocês a pensarem?*

Resultados

Optamos, nesta sessão, assim como na anterior, por não apresentar a tabela de análise, por causa do volume de dados. Todavia, mantivemos a mesma estrutura para a organização e a análise dos dados descrita no item 4.4. O foco central desta sessão foi a análise da interpretação dada pelo grupo para o Capítulo 6 *"Psicologia do desenvolvimento, didática e aprendizagem"* do livro *Psicologia e Conhecimento: subsídios da psicologia do desenvolvimento para a análise de ensinar e aprender.*

O início da sessão foi marcado pela análise de alguns trechos do capítulo, como os destacados a seguir:

> Como vimos nos capítulos anteriores, a psicologia do desenvolvimento constrói-se no contexto sociocultural particular da virada do século XIX para o século XX e é influenciada pela tese dominante de Darwin (Ver, por exemplo, Ottavi, 2001).
>
> Também vimos que várias são as idéias comuns que subjazem nas teorias de Piaget, Wallon e Vygotsky. A principal delas vem justamente da idéia mesma de desenvolvimento, idéia essa atrelada à idéia de evolução. Portanto, podemos dizer que as teorias da psicologia do desenvolvimento são, em princípio, otimistas: desenvolver significa evoluir, e evoluir significa ascender na escola natural. Outra idéia comum é a que defende o ser humano como ativo, construtor de idéias, construtor da história humana e, portanto, construtor de seu desenvolvimento (Fávero, 2005b, p.219).

As primeiras perguntas tiveram como finalidade coletar informação sobre a parte dos parágrafos que mais chamou a atenção do grupo e por quê? *MmE8: Bem interessante, até (eu tinha marcado aqui)... (logo nesse começo aí)... Essa parte que fala, bem no início, ( ) teorias de Piaget ( )... ( ) tem uns textos aí que eu achei muito interessante; P2: E por que você achou interessante? Interessante em que sentido*; *MmE8: Eu tinha riscado... (Assim, da)... da questão ( ) (da informação), né? Idéias... ( ) como desenvolvimento dele, assim... (Você não)... que eu entendi assim, você não... ele* *mesmo construir as suas próprias idéias, (acho que) ( ) só ajudar ele a construir essas idéias. (Tipo um intermediador) ( ) criar essas idéias.*

Desde o início da sessão, as falas e os questionamentos da pesquisadora 2 tinham como finalidade instigar o grupo a analisar como os parágrafos - destacados acima - foram construídos, como mostra o trecho. *P2: Tem duas (grandes) então... (tem) duas idéias (com isso), né? Que essa idéia de desenvolvimento é que implica a outra. Ou você pensa que o ser humano já nasce com tudo pronto, desenvolvido... é uma idéia, é (uma delas). A outra é ( ) você desenvolve (no curso da vida). É outra idéia (completamente diferente)?*

Observamos que os sujeitos tentaram responder às questões postas, *FmE4: Se eu adoto a segunda, quer dizer que (existem algumas falhas) na primeira, mas não significa que elas estejam... Falhas, eu acho, equívocos. Mas não significam que ela também esteja descartada; Fm~~E~~1: Eu acho que, se você adota a segunda (fala), quer dizer que você vai... a segunda idéia... Você vai (progredindo), você só vai aprender... Vamos supor você só vai aprender a andar, se você aprender a engatinhar. Você só vai aprender (a correr à medida) que você aprender a andar. Que as coisas tem... uma coisa liga à outra, você não vai aprender uma coisa mais difícil se você não tiver ( ) conhecimento básico.*

Os inúmeros questionamentos postos em relação às falas dos sujeitos revelam a preocupação em discutir o quanto elas, na maioria das vezes, são construídas a partir do senso comum e/ou de exemplos gerais do contexto da sala de aula, sem muita relação com a pergunta em questão e com o texto em análise, como mostram os próximos trechos. *MmE8: Eu acho que a pessoa vai se desenvolvendo com o tempo. E, trazendo isso para a sala de aula, vamos supor, ao ensinar alguma coisa, ele não vai já saber aquilo dali que eu colocar no quadro, ele não vai saber. Ele vai começar (a se adaptar* *a quê?). Com o tempo ele vai começar (a aprender)... e esse interesse a gente tem que despertar nele, para ele começar a buscar esse conhecimento, esse novo conhecimento.*

A natureza da atividade mediada desenvolvida durante a sessão pode ser acompanhada a partir da solicitação a seguir: *P2: observem o primeiro parágrafo da página 232. P2: O que é essa afirmação aí? Vocês entendem essa afirmação aí? O que essa afirmação quer dizer?*

> Outro aspecto ressaltado por uma referência a Áries (1981) foi como, no decorrer da história, existiram diferentes modos de se ver a criança. Do ponto de vista psicológico, e no que se refere particularmente ao Brasil, essa é uma questão bastante estudada por Caldana (1995), por exemplo (Fávero, 2005, p. 232).

Inúmeras foram as tentativas de o grupo responder a solicitação. Fm~~E~~1*: Ah, eu acho que é assim, antigamente falavam que a... Que a criança nascia (com o dom). Então... Para mim, o que (mostra) aqui é que a maneira com que a gente vê o desenvolvimento de uma criança hoje é diferente de como se via há anos atrás.* Fm~~E~~2*: A gente pode... Colocar assim, ou uma criança faz exatamente o que a gente quer né? Ou a gente (molda) uma criança, né? Ou se ela é ativa nisso.* MmE8*: a cada ( ) criança ( ) a gente mesmo fala, "ah, antigamente eu brincava," só um exemplo, "antigamente eu brincava, eu gostava de brincar de carrinho." Agora, os meninos ( ) brincar de carrinho, é videogame. Assim, também tem a ver com esse desenvolvimento até mesmo próprio da criança, (pela) tecnologia que temos hoje? FmE4: No caso assim, a criança ele afirma que a criança é construtora de idéias. Ele fala "diferentes modos de ver a criança".*

Notamos que o grupo mostrou-se constrangido com o fato, já que as várias tentativas de respostas comprovavam as dificuldades de interação entre os sujeitos e o texto. Vários olhares sinalizavam os dizeres: “*Quem sabe? Quem sabe responder*?” e indicavam que o grupo procurava uma saída satisfatória para a situação. O clima de constrangimento entre os sujeitos aumentou e todos olhavam uns para os outros “envergonhados com o fato”, até que FmE6, em silêncio até o momento, declarou: *FmE6: fala da diferença da criança é em relação ao meio. Do passado era... Via a criança de um jeito. E hoje já... (tem) outra forma de ver...*

Apesar do constrangimento, notamos que o grupo aprovou a atividade mediada uma vez que ela evidenciou as dificuldades e comprovou o quanto eles interagiam de modo superficial com o texto. Tal análise pode ser observada na fala de FmE4. *FmE4: É assim que lê um texto, eu nunca tinha visto assim.*

Outras questões provocaram o grupo, entre elas: *P2: A minha pergunta continua. O que isso tem a ver com essa idéia comum que defende o ser humano como aquele construtor de idéias?* Novamente, notamos que o grupo mostrou-se apreensivo com a pergunta, contudo observamos maior disposição para a busca de respostas, como indica a fala de FmE4, mesmo com muitas dúvidas. *FmE4: Mas, o desenvolvimento não está relacionado à evolução? E não tem a ver com a criança, a gente não... vai crescendo e amadurecendo cronologicamente? Não seria essa a questão? Porque, para mim ( ) as idéias do desenvolvimento, eu começo (com os pequenos, com o) bebê, (com a) criança.*

Além das questões e da análise de parágrafos, o grupo foi questionado quanto ao uso de alguns termos, como, por exemplo, “padrão”, “absorve”, “exercício”, entre outros. Outro ponto de destaque da sessão foi a análise do exemplo apresentado por MmE8 ao final da sessão anterior, quando ele descreveu suas ações durante uma aula de Progressão Aritmética no Ensino Médio. Em sua descrição, MmE8 disse que respeitou a estratégia criada por um aluno para as somas dos termos, sem o uso da fórmula própria.

P2: Você se deu conta de que aquilo também era uma forma de se resolver, que não necessariamente precisava da fórmula, né?

A situação foi usada para defender a tese de que nova prática de ensino de matemática pode ser construída desde que a atividade mediada respeite e provoque o “pensar” do aluno. *P2: Se a gente quisesse levar essa atividade mediada para frente, seria você conduzir o sujeito dali, a partir daquilo que ele fez... A utilizar efetivamente a fórmula, mas entendendo a fórmula a partir daquilo que ele fez... Porque a fórmula tem um significado... E é superinteressante o significado da fórmula desde que não seja só por memorização.*

O tema avaliação foi abordado ao final da sessão. *P2: Bom, a avaliação é uma coisa que vocês não tocam em nenhum momento.* O grupo não emitiu comentários e/ou respostas e, em função disso, foi desafiado a apresentar na sessão seguinte avaliações escritas preparadas por eles. *P2: E se eu convidasse vocês... a trazer algumas provas, para a gente ( ) (o que) vocês fazem com seus alunos?* O grupo reagiu positivamente à proposta, e todos se mostraram interessados em apresentar tais avaliações. MmE8*: eu tenho provas até de recuperação. Tenho também do primeiro, do segundo e do terceiro ano do ensino médio.*

Os sujeitos que não atuavam em sala de aula expressaram preocupação com a tarefa a realizar. Fm~~E~~2*: a gente não dá aula*, referindo-se também a Fm~~E~~1. A partir de tais argumentos o grupo propôs que os sujeitos que atuavam em sala de aula apresentariam avaliações produzidas por eles para suas turmas de ensino fundamental ou médio. Os demais elaborariam avaliações para uma sala imaginária. Os assuntos indicados foram os seguintes: números decimais, porcentagem, fração e equação pelo fato de todos eles já terem sido discutidos e/ou apresentados em outras sessões não só pela adolescente, como também pelos professores.

5.3.7 – Sétima sessão

A sétima sessão foi realizada no dia 15 de maio de 2008 no Laboratório de Ensino de Matemática. Compareceram a sessão três sujeitos do grupo 2 (Fm~~E~~1, Fm~~E~~2 e FmE4) e a pesquisadora 1.

Objetivos

Instigar o grupo a analisar as propostas de avaliações escritas apresentadas por eles a partir das contribuições teóricas e metodológicas expostas no texto;

Instigar o grupo a analisar as propostas de avaliações escritas apresentadas por eles a partir das competências e das dificuldades da adolescente identificadas ao longo das sessões;

Avaliar as competências e as dificuldades conceituais da adolescente na resolução da nova situação-problema durante a sétima sessão que envolvia conhecimento da notação e do conceito dos números racionais registrados em decimais;

Avaliar a percepção dos professores quanto às competências e às dificuldades conceituais apresentadas pela adolescente durante a sétima sessão;

Avaliar a pertinência da atividade mediada praticada pela pesquisadora visando ao desenvolvimento de novas competências no campo das estruturas multiplicativas;

Instigar o grupo a avaliar a sua participação nas atividades da pesquisa.

Procedimentos

Organizamos o Laboratório de Ensino de Matemática, dispondo as cadeiras no formato de semicírculo e, ao redor delas, na parte central, o equipamento de modo a facilitar a observação das imagens; convidaríamos os sujeitos a ocupar essas cadeiras, distribuindo a todos lápis grafite, caneta e folhas em branco.

Explicaríamos aos sujeitos que assistiriam a 15 minutos da filmagem da sétima sessão com a adolescente C, solicitaríamos que observassem e avaliassem as competências e as dificuldades apresentadas pela adolescente durante as atividades, bem como a mediação da pesquisadora e que anotassem, se avaliassem pertinente suas observações. Terminada a exibição, desligaríamos o equipamento de projeção, organizaríamos as cadeiras, agora, em formato de círculo, de modo que todos os sujeitos tivessem ampla visão uns dos outros. Solicitaríamos que apresentassem suas observações e avaliações. Solicitaríamos, também ainda, que cada um apresentasse sua proposta de avaliação para a discussão no grupo, como também a avaliação do grupo para a participação nas sessões.

Resultados

Como relatamos na sexta sessão com a adolescente, no período de férias escolares, não fizemos contato com os sujeitos para não incomodá-los. Contudo, como acordado com os professores na última sessão (realizada em dezembro de 2007) no início do mês de fevereiro, iniciamos os contatos a fim de agendarmos a próxima sessão. Fizemos várias tentativas de contato com os professores visando marcar a próxima sessão. Todavia, não obtivemos êxito, uma vez que eles argumentaram que o início de ano estava tumultuado.

Na tentativa de estabelecermos contato por telefone ou *e-mail,* notamos que alguns dos sujeitos que não estavam em sala de aula haviam assumido turmas em escolas particulares e que os demais mantiveram seus cargos e/ou ampliaram seus horários de trabalho. Desse modo, apesar da falta de horários convergentes, conseguimos, depois de muitas tentativas, agendar uma sessão para 15/02 – (às 16h30, nas dependências do Instituto de Psicologia da Universidade de Brasília) assim como fizemos em sessões anteriores. Apenas FmE1 compareceu ao local. Os demais não justificaram a ausência e alegaram compromissos pessoais e/ou profissionais em dias posteriores.

Na ocasião, esperamos o grupo até as 18 horas, quando avaliamos que a presença de apenas um sujeito inviabilizaria a execução da sessão planejada. Após a decisão, FmE1 avaliou a ausência dos colegas como falta de responsabilidade do grupo para com a pesquisa em andamento e referiu-se ao Termo de Compromisso Livre e Esclarecido assinado por todos no momento inicial da pesquisa.

Mantivemos por dois meses as tentativas de agendamento da próxima sessão e, nessas ocasiões, conhecemos as justificativas apontadas por eles para a não-marcação dos encontros em 2008, são elas: a dificuldade de deslocamento, a ampla jornada de trabalho e a não-convergência de horários entre os membros do grupo.

Todavia, apesar de todas as limitações agendamos a sessão para o dia 15 de maio de 2008 às 19 horas, no Laboratório de Ensino de Matemática. Fm~~E~~1, Fm~~E~~2 e FmE4 confirmaram a presença; MmE7 em contato por telefone declarou que faria o possível para participar; FmE3 declarou, semelhantemente, por *e-mail*, que faria o possível para participar; Fm~~E~~6 declarou em contato telefônico a impossibilidade de participar em função de seus horários de aulas e os demais não se manifestaram.

Todavia, o início da sessão foi tumultuado. Chegamos como nas sessões anteriores, bem antes do horário agendado e preparamos o Laboratório de Ensino de Matemática. Do mesmo modo, o responsável pelas filmagens preparou o equipamento. FmE4 chegou às 19 horas e 10 minutos e nos fez companhia. Esperamos os outros professores até as 20 horas. Em função do atraso dos outros professores, em respeito à presença de FmE4 no horário agendado e, também, em respeito ao responsável pela filmagem que tinha outros compromissos, decidimos, mais uma vez, cancelar a sessão.

Às 20 horas e 30 minutos Fm~~E~~1 e Fm~~E~~2 chegaram à instituição e procuraram o grupo de professores. Conversamos com elas e informamos o cancelamento da sessão por causa da ausência do grupo no horário agendado. Fm~~E~~1 justificou o atraso devido a problemas pessoais e Fm~~E~~2 às dificuldades de deslocamento.

Em razão das dificuldades relatadas, avaliamos como pertinente encerrar as atividades de pesquisa, em vez que a maioria dos sujeitos sinaliza a impossibilidade de participar das sessões.

5.4 – Discussão geral das sessões de intervenção junto aos professores

Os principais resultados das sessões de intervenção junto aos professores são discutidos neste item a partir tanto da análise de elementos significativos, identificados ao longo das sessões, quanto da leitura desses resultados em relação aos discutidos no item 5.2 sobre as sessões de intervenção realizadas com as alunas.

Muitas falas, ações e gestos dos professores nas sessões de intervenção exigem análise. Todavia, avaliamos que a composição do grupo de professores merece destaque. Essa composição foi marcada por três situações, são elas: 1/ a não-adesão de professores que atuam nas duas escolas próximas à instituição sede de pesquisa; 2/ a adesão de acadêmicos dos últimos semestres tanto do curso de matemática quanto do curso de pedagogia; e 3/ a presença das acadêmicas do curso de pedagogia apenas na primeira sessão.

A primeira situação instigou-nos porque apresentamos o projeto de pesquisa em duas escolas, uma particular e outra pública. A particular é uma escola tradicional da cidade de Taguatinga e atua há 40 anos com a Educação Básica. Possuiu um número expressivo de professores - desde as séries iniciais até o ensino médio. A segunda é pública e tanto a direção, a coordenação quanto os professores de matemática tinham conhecimento do projeto visto que a adolescente C é aluna regular dessa escola. Além disso, esses dois estabelecimentos de ensino localizam-se em áreas próximas à instituição sede de pesquisa, o que minimizaria possíveis problemas de deslocamento. Entretanto, a não-adesão de professores dessas duas escolas comprova a dificuldade em ter professores formados e em pleno exercício da função docente envolvidos em projetos de pesquisa.

A adesão de acadêmicos dos últimos semestres sinaliza o interesse, muito comum entre formandos, em participar de atividades como projetos, estágios, cursos, entre outros, e pode estar relacionada à preocupação desse público relativa à inserção e/ou manutenção no mercado de trabalho.

Por fim, a presença das acadêmicas do curso de pedagogia apenas na primeira sessão, aliada ao fato de elas não entregarem o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido assinado, evidencia o receio em participar de uma pesquisa sobre o campo conceitual das estruturas multiplicativas. Muitos estudos confirmam esse receio uma vez que mostram a dificuldade de pedagogos em resolver problemas com números racionais, até mesmo, problemas que compõem a matriz curricular para as séries iniciais (Santos, 2005; Fávero e Pina Neves, 2006).

Em geral, os dados das tabelas de análise (VIII, IX, X e XI) mostram que, nas interlocuções professores/pesquisadora ou professores/professores, as categorias dos atos da fala mais utilizadas foram as da informação, com os atos de informar, confirmar, exemplificar e retificar, bem como a interação com os atos de complementar e contestar. Em menor número a avaliação com o ato de avaliar. Nas interlocuções pesquisadora/professores, os atos mais freqüentes foram os de incitar, de propor e, em menor número, os de confirmar e complementar.

O baixo uso dos atos de interação, por parte dos professores, sinaliza que suas falas foram marcadas pela concordância, complementação e confirmação. Em raros momentos esse fato foi alterado, e divergências foram declaradas e debatidas entre eles, apesar das provocações constantes da pesquisadora. Na segunda sessão, FmE4 discordou da relevância dada por FmE3 ao material dourado e, em outro momento, criticou a baixa quantidade de moedas de um centavo ofertadas a C para as atividades. Na quinta sessão, FmE4 e Fm~~E~~2 contestaram a fala de *MmE7: Assim... Vamos... Leia um pouquinho, leia o conteúdo, faça os exercícios... Pega o exercício que foi feito em sala, refaça... Uma vez, duas vezes, tenta fazer o exercício.* A menor quantidade de atos como: contestar, criticar e desafiar pode indicar, por exemplo: o desconhecimento dos assuntos em discussão; a não-vivência em situações de avaliação e exposição de argumentos; desinteresse em se inteirar de tais discussões; o receio em socializar suas análises, entre outros.

A atividade mediada foi construída ao longo das sessões com a finalidade de instigar, propor e incitar o grupo a observar, a falar, a questionar, a debater e a propor. Todavia, em muitos momentos, enfrentamos dificuldades em coordenar as perguntas dirigidas ao grupo, visto que eles não as respondiam e inseriam elementos nem sempre relacionados às perguntas formuladas. Além disso, as respostas produzidas por eles, na maioria das vezes, foram elaboradas em retórica de difícil entendimento com a utilização de frases curtas e/ou sem ligação com as anteriores. Tais dificuldades foram minimizadas por ocasião da mediação da orientadora desta pesquisa (pesquisadora 2) em dois momentos: 1/ durante a leitura e a análise dos dados de cada sessão; e, 2/ durante a observação das sessões mediadas pela pesquisadora 2. Tal situação comprova a necessidade de análise processual das sessões, assim como defende Fávero (2000, 2001), além de exemplificar que o desenvolvimento de novas competências para a prática da intervenção psicopedagógica acontece, também, ao longo da execução da pesquisa, como discutimos no item 5.2 sobre o desenvolvimento das sessões de intervenção com as adolescentes.

Em geral, os professores mostraram dificuldades de avaliar as competências e as dificuldades apresentadas pelas adolescentes. Os dados evidenciam a falta de experiência de o grupo trabalhar com atividades de avaliação de dificuldades e competências de um aluno real a partir de suas ações e de suas notações. A falta de proficiência para essa análise alerta-nos a observar *o lugar no processo de ensino das interpretações dos professores sobre as notações de seus alunos*. (Koch e Soares, 2005

p. 180). Tal constatação pode refletir o lugar que a interpretação das notações, por parte de alunos e professores, ocupa nos cursos de formação de professores para a Educação Básica. E sinaliza que, nesses cursos, a prática docente de matemática não tem sido construída com base nessas análises. Tais dados corroboram os principais estudos em formação de professores que ensinam matemática, como destacado no item 3.2, que relata a dificuldade vigente nos cursos de formação de professores de equilibrar: teoria e prática, conteúdo e método, disciplinas de formação específica e disciplinas de formação para a docência.

Além disso, observamos que os professores insistiram em abandonar a produção das adolescentes/adolescente em debate e eleger um aluno, um professor ou uma escola genérica para as análises. A tentativa de todos de falar com base nas informações do senso comum imprimiu, em muitos trechos, falas generalizadas a respeito de ninguém.

As principais dificuldades das adolescentes apontadas pelos professores foram: elas não entendem que na escrita de decimais trinta centavos será menor que um real; a adolescente não tem compreensão da escrita de decimais; não separa a notação de cinco centavos da de cinqüenta; não usa os zeros quando registra números decimais; não compreende a notação matemática seja de números maiores ou de menores que um; não entende os algoritmos-padrão das operações básicas. Em algumas passagens, como as apresentadas durante a segunda sessão, a dificuldade foi pontuada de modo genérico com a utilização de termos comuns ao discurso docente em matemática, como: ela apresenta dificuldade de raciocínio lógico, ela não interpreta o problema (Trecho 12). Ademais, eles declararam que as dificuldades com a escrita de decimais não é exclusividade dos alunos do ensino fundamental e/ou de alunos em situação de dificuldade. Ao contrário, enfatizaram que elas são comuns entre alunos do ensino médio e entre os professores das séries iniciais.

As principais competências das adolescentes destacadas pelo grupo foram as de: manusear cédulas e moedas; realizar agrupamentos e trocas a partir do manuseio das moedas; resolver cálculos também a partir do manuseio de cédulas e moedas. A presença de cédulas e moedas para o desenvolvimento das sessões foi avaliada pelo grupo como elemento desencadeador de reflexão e de observação a respeito da notação produzida. Além disso, avaliaram que a adolescente C se desenvolveu das primeiras sessões para as demais. E declararam que esse desenvolvimento está relacionado a três situações: 1/ o fato de as sessões não terem fim avaliativo deixou a adolescente mais à vontade para expor perguntas e dúvidas; 2/ a natureza da atividade mediada que possibilitou a discussão e a compreensão de regras; e 3/ a avaliação positiva da pesquisadora quanto à capacidade de desenvolvimento da adolescente – as três repetências vivenciadas por ela foram usadas para planejar as atividades das sessões e não para julgá-la como incapaz e/ou não merecedora de oportunidades de aprendizagem.

Em alguns momentos, o grupo avaliou a prática docente em matemática, de modo geral, destacando falhas e/ou pontuando exigências para essa prática. Foi unânime em afirmar que a docência das séries iniciais deve ser desenvolvida sempre com o apoio de material “concreto”; que o uso de termos como “passa para lá”; “pedir emprestado”; “vai um” entre outros é comum tanto na fala de professores das séries iniciais quanto na de professores dos ensinos fundamental e médio e que são inadequados; pontuou que o uso de termos corretos deve ocorrer desde as séries iniciais até a formação superior e que esse uso deve iniciar nos cursos de formação de professores.

Todavia, quando solicitamos aos professores a proposição de atividades e/ou a simulação de explicações, demonstraram que também são usuários de regras e dos mesmos termos julgados por eles como inadequados. Na terceira sessão, por exemplo, quando Mm~~E~~8 simulou no quadro como explicaria a divisão 327 por 42. *Mm~~E~~8: Então, tem que ser sete. Sete dá. ( ) sete vezes dois, vai um... sete vezes quatro, vinte e oito; com um, vinte e nove... subtrai-se... sete menos quatro, três... dois menos nove não dá, pega-se emprestado... ((fala rindo)) fica doze... doze por nove, três... aqui ficou dois... dois menos dois, zero* (Trecho 64). Na quinta sessão, quando MmE7 falou sobre equação de primeiro e do segundo grau, *MmE7: Porque a gente olha a potência... a potência do x. A potência aqui é um, e aqui a potência é dois, então, equação do segundo grau* (Trecho 27); *MmE7: Está igualando a equação a zero... Só que, como a gente começa a operar (aqui para se saber o valor de zero), isola lá... a gente vai isolar primeiro, (deixar os valores que têm) variável de um lado... e o que não tem do outro lado. Então, a gente vai isolar isso, para a gente obter o valor de x* (Trecho 29), entre outros. Ademais, notamos que tais falas muito se aproximavam das utilizadas por C, durante as sessões iniciais, em suas explicações, e sinalizam que o uso de procedimentos e/ou regras que indicam “faz assim, coloca aqui, isola, muda” é comum ao discurso de alunos e professores da Educação Básica. Tais resultados são similares aos apresentados em Fávero e Soares (2002).

As propostas de ação sugeridas pelo grupo apontam para a utilização de material didático, comumente intitulado por eles de material “concreto”. Observamos que as propostas são genéricas, com descrições rápidas de ações, sem mencionar como desenvolveriam tais propostas e com que finalidade. Tal comportamento está em consonância com os resultados apresentados em Fávero e Pina Neves (2006) no sentido de que os professores sugerem determinado material, usam termos comuns ao discurso pedagógico sem, contudo, se apropriarem do significado de seu uso e das conseqüências desse uso para o desenvolvimento conceitual. A indicação genérica do chamado material “concreto” sugere que os professores ou a maioria deles nunca utilizaram tais materiais em suas aulas e/ou elaboraram alguma proposta de ação tendo-os como instrumento mediador. As falas sugerem, também, que eles têm conhecimentos gerais de suas características físicas e pedagógicas, o que comprova, por exemplo, a falta de argumentos favoráveis ou contrários a seu uso, como presenciamos no caso do material dourado.

Os professores, em especial aqueles que atuavam em sala de aula, foram provocados a observar e a analisar suas práticas. Contudo, os resultados da quarta sessão comprovam que eles não aceitaram o desafio e se esquivaram da oportunidade de socializar, interpretar e discutir suas práticas no âmbito da pesquisa. Além disso, notamos que a variável experiência esteve presente em diversos momentos das sessões e influenciou comportamentos variados. Por exemplo, FmE3, apesar de atuar como docente no ensino fundamental, em nenhum momento das sessões de que participou socializou suas práticas e/ou relacionou-as aos temas discutidos; Fm~~E~~5 e Fm~~E~~6 usaram o fato de não atuarem em sala de aula para justificar a baixa participação nas interlocuções, mesmo quando provocadas; Fm~~E~~1 e Fm~~E~~2 apesar de não atuarem em sala de aula, tiveram participação marcante em todas as sessões e discutiram particularidades da prática docente; FmE7 e FmE4 usaram ao longo das sessões momentos de suas práticas para exemplificar passagens e/ou momentos dos temas em debate, como pode ser observado na fala: *FmE4: Eu sou professora de primeira a quarta série, eu ensino aos meus alunos... E eles tinham essa história de pedir emprestado. Aí eu falei "Não, vamos aprender o termo correto."*

O grupo foi unânime em avaliar que encontrou dificuldades em ler o Capítulo 6, em análise na quinta e sexta sessões, visto que este, na análise dos sujeitos, é denso, usa termos próprios da psicologia, muitos deles desconhecidos e/ou conhecidos superficialmente pelo grupo. Tal análise coloca em discussão os cursos de formação de professores, em especial, a formação inicial e sinaliza que, nesses cursos, há pouco espaço e tempo insuficiente para as disciplinas que articulam psicologia, educação e matemática, como denunciam muitos estudos descritos no item 3.1.

Observamos, também, no conjunto das sessões, que muitos fatos causaram desconforto nos professores, entre eles podemos citar: a socialização das transcrições na íntegra das sessões expõe falas, ações e paradigmas pessoais, como os apresentados na terceira sessão: *manipular a vírgula é saber colocar no local correto* (Trechos 20, 21); *a adolescente não sabe interpretar* (Trecho 42); *a adolescente não soube montar, montar significa passar da linguagem do português para a matemática* (Trechos 46, 47 e 48); *a adolescente não sabe montar a operação* (Trecho 55); *concreto é quando você consegue manipular, ou ainda, concreto é quando você consegue tocar* (Trechos 112, 113); Ainda na terceira sessão, a provocação vivida por eles para que simulassem no quadro a explicação da divisão 327 por 42; os resultados da quarta sessão que comprovaram ser os professores também usuários de regras sem a compreensão dos conceitos que as sustentam do mesmo modo que as adolescentes; na quinta sessão e na sexta sessão a evidência das dificuldades enfrentadas por eles na leitura e na interpretação do Capítulo 6, como expresso na fala: *FmE4: é assim que lê um texto, eu nunca tinha visto assim.* Esses desconfortos podem explicar, por exemplo, a ausência de Mm~~E~~8 após o episódio da explicação no quadro, a participação de Fm~~E~~5 e Fm~~E~~6 somente em algumas sessões e o silêncio de FmE3. Enfim, podem explicar também as dificuldades enfrentadas nas sessões finais quanto à marcação e ao comparecimento nas sessões.

Outro dado evidenciado durante as sessões foi o desconhecimento dos professores sobre o desenvolvimento histórico do Sistema de Numeração Decimal. Eles demonstraram idéias superficiais de como os conceitos de base, de valor posicional e de operações evoluíram ao longo dos séculos, sob quais circunstâncias sociais e como essas circunstâncias influenciaram o modo como utilizamos, na atualidade, esses conceitos. Tais evidências colocam, novamente, em foco o curso de licenciatura em matemática e o modo como esse articula, em sua proposta de formação, a construção histórica da matemática e os conteúdos curriculares da Educação Básica.

Nas sessões finais, alguns integrantes do grupo, em especial, Fm~~E~~1, Fm~~E~~2 e FmE4, avaliaram suas experiências como discentes da Educação Básica e do Ensino Superior. Tais avaliações podem ser acompanhadas na fala: *Fm~~E~~2* "*... a gente não sabe pensar logicamente sobre os números...*" ou ainda, na dúvida levantada entre elas de que seriam usuárias de regras também no ensino superior, *Fm~~E~~1: reproduzindo regras sem entender a lógica.* Além disso, elas avaliaram, com o apoio dos demais, de modo informal, ao final da quinta sessão, que o modelo didático *definição – exemplos – exercícios* é o mais usado pela maioria dos docentes das disciplinas de conteúdo específico da matemática no curso que freqüentam. E que as propostas didáticas defendidas nas disciplinas de Estágio Supervisionado, como avaliação processual e formativa, práticas de ensino investigativas, respeito à produção dos alunos, entre outras, não são vivenciadas por eles nas disciplinas específicas. Interpretamos que tais denúncias, após o término da sessão, revelam, ainda, o receio de os professores gravarem as avaliações que fizeram sobre a prática docente de seus professores – formadores de professores de um curso de licenciatura em matemática de uma instituição particular. Tais denúncias, também, foram apontadas em muitos dos estudos apresentados no item 3.1, em especial, os que tinham como objeto o estágio, como Ponte e Oliveira (2002) e Fiorentini e Castro (2003).

Observamos que os estudos Fávero e Sousa (2001) e Fávero e Soares (2002) citados ao longo do Capítulo 6 foram decisivos para muitas das análises realizadas por

Fm~~E~~1, Fm~~E~~2 e FmE4, entre elas: *Fm~~E~~2: Assim... Concordei com elas mesmo, né? Acho que a gente aprendeu assim, foi por via de regra. E a gente passa isso para os nossos alunos também, e eles ficam preocupados em sempre seguir uma regra para poder resolver um problema.* Ademais, elas mostram que avaliaram nas dificuldades apresentadas por C indícios dessa prática docente. *FmE4: (O da regra,) quando ela fala "vai um, vai um," (na hora)... Vai um, mas não explica o porquê ( ).* Além disso, elas afirmaram, tendo por base os estudos citados acima e os resultados apresentados pela adolescente C durante as sessões, que essa prática se repete em todos os componentes curriculares de matemática, como indicam as falas: *P1: Vocês pensam que isso acontece só com o sistema numérico? Fm~~E~~2: Não, com todos os conteúdos. Todos os problemas... Tem uma passagem que ( ) coloca que... Os mais experientes né? Eles assim... Eles avaliam o problema, né? Para depois começar a resolver. Já quem... Quem não é tão experiente, vai anotando todos os... Os dados... E já vai tentando aplicar uma regra, e não utilizando (muito a) lógica.*

Muitas outras avaliações foram realizadas por elas, sempre a partir da articulação entre os elementos teóricos apresentados no Capítulo 6 e a produção da adolescente C, como mostram os trechos: *FmE4: Tem a (representação) social que às vezes os pais e os próprios alunos têm da matemática, que a matemática é um (bicho), a matemática ( ), ninguém entende matemática, que matemática é sem lógica... e que, muitas vezes, ( ) "(ah, matemática...)" e têm dúvidas, quais operações fazer?" Esperando sempre regras. Por quê? Durante muitos anos, a matemática só foi transmitida. Mas, a gente... ( ) em sala de aula, a gente tem que (começar a estudar) ( ). Porque, nós somos acostumados a essa transmissão de conhecimento, geralmente chegamos na sala (e o quê? Reproduzimos)... automaticamente às vezes.* Ou ainda, as repostas formuladas para o questionamento, *P1: Eu quero entender melhor uma fala...*

Que eu já ouvi, não sei se agora, pela segunda vez. O que significa para vocês "refletir sobre a prática"? FmE4: Eu acho que não só refletir sobre práticas, mas a avaliação também... e pesquisar (com a) própria sala de aula, eu acho que ( )... (Sabe o que) ( ) (me fez refletir? Tem que pensar o aluno) como um todo. Fm~~E~~1: Aí eu acho que é a hora de você parar, e você repensar. FmE4: Mas mediar é ( )... ( )... Para mediar a gente tem que conhecer.

Nesse sentido, observamos que elas avançaram, em relação aos demais professores, nas análises em prol da construção de nova prática de ensino e de aprendizagem da matemática, como exemplificam os trechos: *P1: Para mediar a construção do conhecimento matemático, eu professor de matemática, preciso conhecer o quê? Fm~~E~~2: Conhecer (teorias do ensino... que nem ela coloca aqui) nas considerações finais. FmE4: ...está nas considerações finais... "Fenômenos físicos, fenômenos biológicos e teorias da mente." Como é que eu vou entender o que meu aluno (está construindo), se eu não conheço as teorias (de construção do conhecimento)? Fm~~E~~2: É um desafio, a gente precisa (mesmo conhecer essas teorias para poder ensinar). E precisa saber matemática.*

Ademais, elas mostram compartilhar das mesmas conclusões em relação às demandas que a construção de nova prática impõe. *P1: Mas pensando na prática pedagógica, para a mediação do conhecimento matemático, o que a leitura do texto provoca? Fm~~E~~2: Que a gente tem que fazer uma mudança, né? Não dá mais para ser apenas aquele professor que escreve no quadro, (que transmite conhecimentos). A gente tem que... pegar o conhecimento e colocar (no ensino)... os alunos têm que participar... eles que (tem que chegar à conclusão)... ( ), não a gente passar ( ) para eles. FmE4: e é um ( ) responsabilidade (do professor)... e mediar realmente é o caminho, mas mediar com segurança, ( ) responsabilidade... e não se redimir igual nós falamos ali, o aluno* *não sabe, não tem (um) pré-requisito, não ficar dando justificativa. É responsabilidade nossa. O que passou do ano anterior passou, ele não sabe hoje, comigo. O que eu posso fazer para mudar? A pesquisadora achou uma solução. Fez lá, fez a mediação, e eu acho que é essa a responsabilidade de nós professores.*

Observamos que os comportamentos e as produções de MmE7 e FmE3 apresentados ao longo das sessões comprovam o quanto é difícil "socializar o seu fazer", "expor seus paradigmas pessoais", ou seja, sair de uma situação de conforto para uma situação de desconforto, de provocação. FmE3 não apresentou momentos de sua prática em nenhuma sessão, não temos registros de falas que expressem "nas turmas em que atuo eu...". Todavia, avaliamos que a sua presença, nas sessões, tem um significado. Já FmE7 apresentou comportamento diferenciado. Foi um dos mais participativos e emitiu opinião para a maioria dos temas debatidos. Não se sentiu incomodado em expor sua prática e sua leitura dos fatos, mesmo quando questionado pelos demais participantes. Ele construiu, ao longo das sessões, falas que comprovam ora centrar-se na discussão, ora descentrar-se ora usar como parâmetro o senso comum, ora a produção da adolescente. Todavia, observamos, nas sessões finais, que ele avançou na interpretação da sua prática, como mostram os trechos: *MmE7: Quero dar continuidade a tudo que eu aprendi dentro da faculdade, e aprendi nesse projeto... foi muito bom... assim, melhorei minha perspectiva do que é ensinar matemática. P1: Em que momento (lá na sala de aula ou pensando sobre ela) (você falou), "opa, eu mudei!"? Em que momento você identificou isso? MmE7: Quando comecei a dar aula, (eu estava aquele) professor... Aquele (dito) professor de matemática, "eu só vou dar a verdade, só eu sei e vocês não sabem de nada"... Foi esses dias, eu explicando progressão aritmética (PA). Eu passei o exercício, né? Aplicando aquela fórmula... o aluno, "professor, eu fiz desse jeito."... Ele foi e fez direitinho. "Professor, assim está certo?" Eu falei "tá." Tinha coerência* *matemática, eu falei, "está certo... Eu acho que eu deixei ele produzir o quê? O conhecimento dele, que ele tinha...* Enfim, esses resultados mostram que os sujeitos reagiram de modo diferente à provocação vivenciada por eles durante as sessões de intervenção. Além de comprovar o quanto o desenvolvimento de novas competências exige tempo.

PARTE III: DISCUSSÃO GERAL DA PESQUISA

No item 3.3 apresentamos algumas conclusões tendo por base os resultados da revisão de literatura empreendida nos itens 2.3, 2.4 e 3.2. Estas incidiam sobre o fato de que o ensino de matemática continua, na sua maioria, sendo realizado pela transmissão de saberes prontos pelos professores aos alunos, em todos os níveis de ensino; que os professores da Educação Básica, na maior parte dos casos, são usuários de regras e vivenciaram, em sua formação inicial, um ensino também pautado na transmissão de saberes. Além disso, pontuavam que as dificuldades enfrentadas pelos alunos relacionavam-se à preocupação excessiva, por parte dos professores, com o treino de habilidades e mecanização de algoritmos; memorização de regras e esquemas de resolução de problemas, com predomínio de repetição e imitação; e, por parte dos alunos, de estratégias apresentadas em sala de aula pelos professores.

Sendo assim, foi diante desse cenário que assumimos a intervenção psicopedagógica proposta por Fávero (2000, 2001, 2005, 2007) em prol do desenvolvimento de competências conceituais de alunos e professores, tendo como referência os conteúdos curriculares da divisão e dos números racionais.

A proposta de intervenção psicopedagógica, desenvolvida nesta pesquisa, partiu da premissa de que alunos e professores estão em desenvolvimento "... e que o ser humano é ativo, construtor de idéias, construtor da história humana e, portanto, construtor do seu desenvolvimento" (Fávero, 2005b, p.231). Assumimos, sempre, que esse desenvolvimento acontece "... por meio das atividades desenvolvidas com os objetos, mediados pelo mundo das pessoas". Por isso, em cada sessão, admitimos a mediação "e isso num duplo sentido, uma vez que o professor é um mediador e a linguagem é um veículo de mediação" (Fávero, 2005b, p.280).

Nosso intuito, durante todo o processo, foi a reconstrução do mundo mental dos sujeitos, no caso dos professores, que esses tomassem “consciência dos significados que sustentam sua própria prática e das implicações que dela podem decorrer ...” (Fávero, 2003, p.19). No caso das alunas, dos significados que sustentam suas relações com a matemática e a conseqüência disso em termos de produção. Essa reconstrução pode ser observada nos itens 5.2 e 5.4, quando explicitamos os dois componentes fundamentais da intervenção desenvolvida, assim como propõe Fávero (2001);

> ... de um lado, o processo de tomada de consciência, por parte dos sujeitos envolvidos, da relação entre os próprios processos de regulação cognitiva, suas produções e um campo conceitual específico de conhecimento; e, de outro lado, o processo de tutoramento viabilizado por um procedimento particular de interação (p. 194).

A adoção da análise dos processos comunicacionais na interação entre sujeitos/pesquisadora ou sujeitos/sujeitos possibilitou analisar “os atos da fala” e, com isso, as contribuições de cada sujeito nessa interação, bem como o significado desses atos. As tabelas de análise (de III a XI), apresentadas nas sessões, mostram as cinco esferas propostas por Chabrol e Bromberg (1999, citado em Fávero, 2000) para a classificação dos atos. Além disso, a adoção do grupo focal, no caso dos professores e, no caso da alunas, a intervenção de natureza clínica, permitiu-nos identificar dificuldades, competências, representações sociais e crenças.

Ressaltamos que todas as sessões de intervenção foram planejadas e analisadas pela pesquisadora sob a mediação da orientadora desta pesquisa, assumindo, o que propõe Fávero (2004), “avaliação das competências do sujeito e de suas dificuldades; 2/ a sistematização de cada uma das sessões de trabalho, em termos de objetivos e descrição das atividades propostas; 3/análise minuciosa do desenvolvimento das atividades para cada sessão" (p.12). A articulação dessas três tarefas distintas pode ser acompanhada, na descrição de cada sessão, nos itens 5.2 e 5.4.

Diante de tudo isso, é que apresentamos, a partir de agora, as convergências e as divergências entre os resultados das sessões de intervenção junto às alunas e junto aos professores à luz das contribuições teóricas pontuadas ao longo dos Capítulos 1, 2 e 3 com o intuito não só de compreender os resultados alcançados com a adoção da intervenção psicopedagógica, como também as limitações desta pesquisa.

As discussões das sessões de intervenção com as alunas e com os professores mostram que muitos são os elementos que aproximam esses dois grupos de sujeitos. Em primeiro lugar, o fato de todos serem oriundos das classes sociais menos favorecidas e de compartilharem histórias pessoais de luta pela sobrevivência e pelo acesso à educação formal. No caso das alunas, o fato de todas apresentarem histórico de repetência e de se situarem nas estatísticas governamentais como estudantes em defasagem idade/série. Por isso, freqüentam programas específicos, como descrevemos em outras ocasiões, os projetos de aceleração e de videoaulas. Os professores, por sua vez, são acadêmicos dos cursos de licenciatura em pedagogia e matemática; freqüentam o curso superior de menor duração (3 anos) oferecido por uma instituição privada de pequeno porte; são responsáveis pelo custeio de sua formação; cumprem jornadas de trabalho, a maioria deles, de 8 horas diárias; percorrem longas distâncias em seus deslocamentos diários residência-trabalho-instituição formadora, geralmente usuários do transporte público. Enfim, os dois grupos partilham experiências de exclusão e de resistência pelo acesso à escolarização.

Em segundo lugar, tanto as alunas quanto os professores participaram pela primeira vez de um projeto de pesquisa. Nesse caso, cabe questionar aqui o modo como a pesquisa - seja a desenvolvida pelos professores em suas salas de aula, seja a desenvolvida na escola em parceria com as universidades – é vista, divulgada e implementada no âmbito dessas instituições. Tal fato pode explicar, por exemplo, a não-adesão de professores (já licenciados) como também a desistência das adolescentes T e J, logo após a participação na primeira sessão.

Em terceiro lugar, observamos que os dois grupos apresentaram, nas primeiras sessões, receio de expor suas produções. As alunas, por exemplo, na primeira sessão, esconderam notações e/ou mostraram-se intimidadas diante da apresentação delas para análise e validação. Os professores, do mesmo modo, ficaram receosos em expor suas práticas, crenças e concepções. Além disso, esses mesmos resultados indicam que as alunas demonstraram dificuldades para observar e avaliar o que produziam, assim como os professores apresentaram dificuldades para observar e avaliar a produção das adolescentes apresentadas em vídeo como também suas produções seja as expressas nas transcrições, seja em formato da descrição de práticas de ensino. Esses resultados são compatíveis com os apresentados no item 2.4, pois comprovam as dificuldades de os professores avaliarem a produção dos alunos e, a partir dessa avaliação, levantar hipóteses a respeito da origem conceitual dos erros expressos nessa produção e planejar intervenção a favor de novas aprendizagens.

Ademais, alunas e professores mostraram dificuldades em interagir com o texto. As primeiras com o texto da situação-problema e os professores com o texto do Capítulo 6, em discussão na quinta e na sexta sessão. A questão da compreensão textual é discutida em Fávero (2005b). A autora defende que "os textos das diferentes áreas de conhecimento utilizam de códigos particulares, códigos estes que não são aleatórios, porque se relacionam com os campos conceituais particulares, é que as operações de compreensão de textos são variáveis de um tipo a outro". Ademais, cada texto gera informação, o que no caso do texto da situação-problema, para a sua compreensão, ou seja, para a comunicação com ele, as alunas deveriam entender os códigos específicos da matemática presentes no texto, com o intuito de transformá-lo em outras informações, como o encadeamento de alguns procedimentos de cálculos com os números decimais. Quanto aos professores, para a comunicação com o texto do Capítulo 6, entender códigos específicos da psicologia e da educação.

Por último, os resultados indicam que: os dois grupos apresentaram dificuldades conceituais; revelam-se usuários de regras sem a compreensão dos conceitos que as sustentam; mostraram-se não-acostumados a criar algoritmos alternativos e presos ao uso dos algoritmos-padrão. Além disso, nos dois grupos, observamos desconhecimentos em relação ao sistema de numeração decimal: as alunas não compreendiam o princípio aditivo, o multiplicativo e o de posição, e os professores evidenciaram desconhecimento de sua construção sócio-histórica.

Como discutido no item 1.2 o desconhecimento, por parte dos professores, da construção sócio-histórica do sistema de numeração, das operações e dos próprios conceitos de número inteiro, fracionário e racional, impossibilita, por exemplo, que métodos criados por outras culturas em outros contextos subsidiem o desenvolvimento de atividades criativas e autônomas. Esse resultado é preocupante, uma vez que os dados comprovam que a compreensão, por parte da adolescente C, dos grandes marcos históricos para a concepção do sistema de numeração decimal (o princípio aditivo, o multiplicativo, o de posição e abstração do significado do zero na escrita numérica) foi decisiva para a criação de algoritmos alternativos e para a compreensão dos algoritmos-padrão das operações.

Esses resultados afetam diretamente não só as práticas de ensino, em especial, a dos anos iniciais do Ensino Fundamental, sobretudo aquelas relacionadas às operações básicas, como também, a aquisição dos conceitos de número inteiro, fracionário e racional, uma vez que os dados comprovam, assim como afirmam Fávero e Soares (2002), que:

> Nem as professoras, nem os alunos, sejam eles adultos ou crianças, interagem com o modelo lógico do sistema numérico. A prática das professoras, através de regras, se dá via vetor professora-aluno, mantendo esta não-interação, e ao mesmo tempo protege-a de qualquer confronto dela mesma com este sistema lógico (p.49).

Nas sessões iniciais com a adolescente C, vivenciamos o que afirmam vários estudos: que o processo de compreensão das idéias e os procedimentos envolvidos nos agrupamentos e nas trocas na base 10 requerem muito mais tempo para serem construídos do que pensávamos e que compreender o sistema de numeração escrito supõe descobrir certas regularidades e suas razões (Lerner e Sadovsky, 1996; Brandt 2005). Além disso, comprovamos que entender o valor posicional, presente no sistema de numeração decimal, não é de fácil apreensão e não pode ser simplesmente transmitido (Brandt, 2005; Nunes e Bryant, 1997).

No que se refere às representações sociais, os dados revelam que, para as alunas, em especial, para C, a matemática foi associada, em um primeiro momento, a medo, ansiedade e dificuldade. Todavia, observamos, ao longo das sessões, a avaliação positiva em relação à sua interação com os conceitos matemáticos, seu desenvolvimento e, sobretudo, ao papel da mediação do professor nesse contexto. Já para os professores, esta aparece, inicialmente, associada à idéia de ciência clássica, positivista, que, na análise de Fávero (2005b), fundamenta uma "prática que procura transmitir as teorias científicas das diferentes áreas do conhecimento... por isso o verbo mais usado pelos professores, ao se referir à sua prática de ensino, é o verbo passar" (p.55). Em função disso, em muitos momentos das sessões, observamos o que defende Abric (1998): "a representação funciona como um sistema de interpretação da realidade que rege as relações dos indivíduos com seu meio físico e social, que determina seus comportamentos e suas práticas” (p.28). Contudo, os dados da quarta, quinta e sexta sessão, principalmente, aqueles que comprovam as conseqüências da prática docente a partir da ótica da transmissão, sugerem que esta premissa começa a ser questionada por alguns dos professores.

Do mesmo modo que identificamos convergências entre os resultados nos dois grupos, notamos também algumas divergências e/ou particularidades em relação às dificuldades e às competências apresentadas pelos sujeitos ao longo do desenvolvimento das sessões, por isso optamos por separar os grupos. No caso do grupo das alunas, avaliamos pertinente focar as sessões de intervenção realizadas junto à adolescente C, pelo fato de ela ter participado de todas as sessões.

A aluna

Os resultados das sessões de intervenção com a aluna são compatíveis com os destacados no item 2.3. Do mesmo modo que nos estudos relatados nesse item, observamos que ela não compreendia a lógica dos algoritmos-padrão das quatro operações aritméticas fundamentais e que, no decorrer das sessões, priorizou a criação dos algoritmos alternativos e utilizou-os na compreensão da lógica dos algoritmos-padrão, como mostram as notações 37, 41, 44, 45, 66 e 83. Assim, podemos dizer que a sua dificuldade em lidar com os algoritmos-padrão comprova que a escola trabalha esses algoritmos não na perspectiva da compreensão e, sim, do manuseio de regras e procedimentos.

Nesse sentido, Kamii (1996) alega que o ensino dos algoritmos nas séries iniciais é prejudicial, pois leva o aluno a desistir de seus “cálculos mentais” por estes serem diferentes dos procedimentos dos algoritmos convencionais. Para a autora, o que deve ser enfatizado é o raciocínio do aluno e as estratégias mentais que ele elabora ao resolver uma operação. E Zunino (1995) aponta em suas pesquisas que a representação convencional do algoritmo deveria ser “objeto de confrontação e discussão”. Segundo a autora, é necessário incentivar as crianças a usar os próprios procedimentos de resolução, compará-los e discuti-los, sem que, contudo, não implique abandonar a representação convencional.

Em todas as sessões, mediamos a análise das notações produzidas, incentivamos o cálculo mental, a produção de algoritmos alternativos e as estratégias metacognitivas. Além disso, incentivamos o manuseio das cédulas de moedas do Sistema Monetário Brasileiro para a validação de tais notações e/ou cálculos. Essa mediação pode ser vista na Tabela IV, Trechos de 23 a 32.

A dificuldade apresentada pela adolescente em relação à operação de divisão foi igualmente apresentada nos estudos de Castela (2005) e Fonseca (2005), uma vez que mostram que os alunos não conhecem o algoritmo-padrão da divisão e que o erro mais freqüente em relação à sua resolução é o uso incorreto do zero no quociente. Além disso, esses estudos mostraram, assim como os dados da quinta sessão (notação 45), que, para a resolução de situações-problema, os alunos criam algoritmos alternativos a partir da idéia de medida.

Quanto aos números racionais, notamos, também, semelhanças entre os resultados apresentados no item 2.3 e os revelados nas sessões, uma vez que C mostrou que as verdades construídas por ela acerca dos números inteiros funcionaram, em muitos momentos, como obstáculos epistemológicos na aquisição do conceito de número racional. Os estudos apontaram, também, que o trabalho a partir de situações de medição ou de divisões não exatas podia contribuir para a superação desses obstáculos, principalmente porque auxiliariam na passagem do uso de estratégias mais intuitivas para as formais. Confirmamos essa hipótese durante as atividades da sexta sessão, como mostram as notações 55, 56, 57 e 58. Além disso, vimos que os modos de representação utilizados por ela agiram não somente como método para comunicar o raciocínio, mas também como uma ferramenta para apoiar tal processo, como expresso na notação 20 e na Tabela IV, Trechos de 27 a 61. Ademais, a adolescente mostrou conhecer apenas o significado parte-todo e desconhecer outros significados, apresentou a clássica representação de um retângulo divido em partes e alguma delas preenchidas, dando a idéia de que foram pintadas, além de comprovar que não percebia relação alguma entre o desenho produzido, seu significado e a escrita decimal como vemos na notação 49 e na Tabela VII, Trechos 106, 107, 108, 110, 118 e 121.

Nas diferentes atividades propostas, observamos, assim como Pires (2004) e Prado (2005), que a formação da linguagem numérica não inicia apenas com o símbolo a/b. Ao contrário, está inserido em amplo movimento que tem início e desenvolvimento nas ações da medição; na expressão verbal não estruturada; na escrita das expressões verbais por meio das palavras; na criação de alguns símbolos que reduzam a quantidade de palavras; na criação de símbolos que eliminem as palavras; na comparação dos símbolos criados pelos alunos com os símbolos matemáticos fracionários atuais.

Do mesmo modo, confirmamos a importância das atividades de medição para a compreensão das relações existentes entre registro decimal e fracionário. Nas atividades de medição realizadas pela adolescente, descritas na sexta sessão, observamos que a prática da medição auxiliou no entendimento da necessidade de fracionamento da unidade de medida e, conseqüentemente, na compreensão da relação parte-todo; além de compreender a necessidade de conversão que relacione tanto as subunidades de determinada unidade como unidades diferentes para uma mesma grandeza, como mostram as notações 58, 59, 60 e 61.

Nesse sentido, observamos, também, que as resoluções de situações sobre desconto e porcentagem realizadas na quinta e sétima sessões auxiliaram a adolescente a perceber que os conceitos não estão separados em "gavetas", por tópicos, por séries, por bimestres e, sim, que estes mantêm entre si vínculos e se inter-relacionam nas diferentes situações com as quais nos deparamos como defende Vergnaud (1991). Por isso, avaliamos que, apesar do número limitado de sessões, os números racionais foram discutidos nesta pesquisa por meio de situações-problema de modo que novas relações matemáticas puderam ser construídas pela adolescente, do mesmo modo que as diferentes representações foram tratadas com o intuito de discutir que elas existem porque certas relações podem ser mais bem expressas ou trabalhadas, em uma determinada representação do que em outra.

Em resumo, podemos dizer que muitas são as evidências de que a adolescente desenvolveu competências conceituais, como: a realização de inúmeros cálculos mentais na terceira sessão, Trechos 107 e 119; as ações de manusear as cédulas e moedas, registrar o valor, observar a notação e validar resultados; compreensão da escrita decimal como extensão dos princípios do Sistema de Numeração Decimal, também, durante a terceira sessão, ver trechos de 58 a 69. Além dessas evidências, observamos outras, como: o movimento de análise cálculo mental/notação mostra quanto ele foi importante para a tomada de consciência dos cálculos realizados no algoritmo-padrão da adição e para a compreensão da regra "vai um" apresentado na terceira sessão. Do mesmo modo, como as notações, produzidas na quarta sessão, exemplificam a compreensão dos procedimentos de cálculo do algoritmo-padrão da subtração e, conseqüentemente, a regra do "pedir emprestado".

Além disso, as notações 44 e 45, produzidas na quinta sessão, são exemplos de criação de algoritmos alternativos e/ou mistos (alternativos + padrão). Ademais, essas mesmas notações comprovam a autonomia e a criatividade da adolescente na busca de estratégias de resolução, como foi o caso da estratégia de divisão - significado medida - usado na notação 45. As notações 54, 55, 56, 63 e 64 mostram que ela avançou, também, na compreensão dos conceitos de acrescentar e juntar; retirar, comparar e completar; partilha e medida. A notação 68, produzida na sexta sessão, comprova seu avanço conceitual e emocional em relação ao algoritmo-padrão da divisão, as notações 77 e 80, produzidas durante a sétima sessão, apontam para o desenvolvimento autônomo de novas estratégias de cálculo, a partir das idéias de razão e proporção. Ou ainda, as notações 83 e 85 também na sétima sessão, mostram superadas as dificuldades com os algoritmos-padrão de todas as operações.

Enfim, outras evidências comprovam esse desenvolvimento, como a adesão a todas as sessões agendadas, a mudança de comportamento das primeiras para as últimas sessões. A mudança processual de uma postura passiva, com claras manifestações de baixa estima, pouca confiança em suas capacidades cognitivas, para uma postura ativa, questionadora e alta estima.

Os resultados mostram, também, assim como defende Vergnaud (1996), que o domínio de um campo conceitual não ocorre em alguns dias, meses ou quem sabe anos. Diferentemente de muitas crenças partilhadas no meio escolar, novos problemas e novas propriedades precisam ser estudados ao longo de vários anos se almejamos que os alunos progressivamente os dominem. Além disso, vivenciamos que não devemos contornar as dificuldades conceituais; elas são superadas à medida que são encontradas e enfrentadas pelos alunos, mas isso não ocorre de modo rápido, tampouco, pontual, como destaca Pina Neves (2002). Do mesmo modo, evidenciamos que "um conceito não pode ser reduzido à sua definição" (Vergnaud, 1993, p.1), como também comprovamos que foi por meio das situações que um conceito adquiriu sentido para C e que, nesse processo, a tomada de consciência e a metacognição tiveram papel decisivo.

Observamos que as questões da confiabilidade do esquema por parte de C e a presença de automatização em suas ações e o esquema/algoritmo permearam muitos momentos ao longo das sessões. Observamos que a sua decisão em utilizar um esquema passou pela avaliação se ele seria ou não eficaz para a situação em questão e que as muitas experiências levaram-na a mudar de esquema ou a modificar o esquema em uso como mostram as notações 76 e 77 no caso da quarta proporcional, com o objetivo de igualar duas razões.

Além disso, acompanhamos, nos conflitos vivenciados durante a quinta sessão, assim como argumenta Vergnaud (1983), que os conceitos multiplicativos têm sua própria estrutura e que não são redutíveis às noções aditivas. Tal argumento foi corroborado por alguns estudos, entre eles os de Lamon (1994) e Franchi (1995). Estes concluem que a passagem de procedimentos aditivos para procedimentos multiplicativos desenvolve-se em longo processo e que o emprego de procedimentos não-canônicos intermediários ocupa papel de destaque. Todavia, ressaltamos que tivemos dificuldades em mediar tal processo, uma vez que a adolescente se mostrou muito resistente.

Os resultados desta pesquisa mostram, assim como os estudos de intervenção apresentados no item 2.2, que as intervenções pautadas na resolução situações-problema, ou seja, factíveis e significativas para os alunos e formulados a partir de experiências cotidianas, beneficiam o progresso dos alunos, favorecendo a passagem de estratégias intuitivas – entendidas como aquelas criadas com base em conhecimentos anteriores – às relações formais com significado, tanto para a divisão quanto para os racionais. Como observamos, a adolescente, avançou na compreensão dos conceitos, dos símbolos a eles relacionados e suas generalizações gradativamente, alcançando níveis cada vez mais complexos de pensamento matemático e atingindo a abstração necessária.

Em resumo, esses resultados defendem, assim como defende Fávero (2005b, p.285),

> “... uma concepção da situação de ensino e aprendizagem que, levando em consideração a tríade aluno – área do conhecimento – professor, se centre nos processos de mediação do conhecimento fundamentados na análise das situações, nos esquemas e nos conceitos nelas implicados, assim como nas representações lingüísticas e simbólicas”.

Os professores

Em geral, os dados das sessões de intervenção com os professores foram marcados pela resistência de alguns deles às atividades propostas e pelas divergências entre o que falavam e o que propunham à medida que temas como transmissão e construção de conhecimento, avaliação, mediação, o uso de materiais didáticos, foram discutidos a partir da avaliação das competências e das dificuldades da adolescente.

As resistências foram observadas, por exemplo, durante a quarta sessão quando o grupo não apresentou nenhuma passagem da prática docente para análise; quando alguns professores demonstraram, durante a quinta e sexta sessão, não ter lido o Capítulo 6; quando Mm~~E~~8 desiste de participar da pesquisa depois de expor na terceira sessão uma explicação baseada no uso de regras; com a baixa participação de Fm~~E~~5 e sua posterior desistência em função da falta de experiência docente; e com as faltas às sessões de Fm~~E~~6 e os silêncios de FmE3.

As divergências entre falas e ações foram evidenciadas em muitas passagens. Na primeira sessão, por exemplo, eles criticaram o ensino por regras e defenderam que o professor de matemática deve fazer uso de materiais didáticos/concretos, contudo apresentaram, em sessões posteriores, proposta de ação pautada em regras, como foi o caso da divisão e da discussão sobre equação. Ou ainda, quando MmE7 sugere a repetição como método de ensino *Assim, de... "poxa, o que que você faz?" "Vamos... leia um pouquinho, leia o conteúdo, faça os exercícios... Pega o exercício que foi feito em sala, refaça... uma vez, duas vez, tenta fazer o exercício."* E, logo depois, defende que métodos criados pelos alunos podem ser aceitos pelos professores. *Eu passei o exercício, né? Aplicando aquela fórmula... o aluno, "professor, eu fiz desse jeito." Ele... Ele pegou a razão, e foi colocando, né? até chegar naquela PA, acho que era...*

dezesseis, ou era... eu não me lembro. Ele foi e fez direitinho. "Professor, assim está certo?" Eu falei "tá." Aí olhei, conferi tudo certinho, ver se ele tinha aplicado certinho a razão, né? Até chegar até ali... Aí eu peguei, tinha feito em sala, já tinha dado o resultado... Tinha coerência matemática, eu falei, "está certo". Por que não? Ademais, essas divergências foram observadas quando eles aprovaram a atividade mediada desenvolvida nas sessões com a adolescente, avaliaram que ela desenvolveu competências, atribuíram o seu desenvolvido à natureza da atividade mediada e ao mesmo tempo se afastaram das atividades de pesquisa.

Esses resultados são semelhantes aos apresentados em Fávero e Pina Neves (2006) no sentido de que os professores sugerem determinado material, usam termos comuns ao discurso pedagógico sem, contudo, se apropriarem do significado de seu uso e das conseqüências desse uso para o desenvolvimento conceitual. A indicação genérica do chamado material "concreto" sugere que os professores nunca utilizaram esses materiais em suas aulas e/ou elaboraram alguma proposta de ação tendo-os como instrumento mediador. As falas sugerem, também, que eles têm conhecimentos gerais de suas características físicas e pedagógicas, o que comprova, por exemplo, a falta de argumentos favoráveis ou contrários a seu uso, como presenciamos no caso do material dourado.

Em geral, os professores revelaram discurso construtivista e prática tradicional, por isso em muitos trechos, ainda, observamos as idéias de transmissão de conhecimento, o que evidencia que alguns deles acreditam que, se o aluno erra, é porque não prestou atenção na explicação do professor, ou que a aprendizagem da matemática se dá por observação passiva e repetição de procedimentos.

De modo semelhante aos resultados apresentados por Oliveira e Ponte (1999), os resultados comprovam que o conhecimento dos professores sobre conceitos matemáticos e sobre aspectos da aprendizagem dessa disciplina é muito limitado e, freqüentemente, marcado por sérias incompreensões, ou seja, parece haver lacunas no conhecimento de base dos professores relativas aos assuntos que ensinam e do modo como eles podem ser aprendidos (Tabela X, Trecho 64;Tabela XI, Trechos 27, 29, 35, 37 e 39).

Em suas falas, denunciaram que o curso de licenciatura que freqüentam concebe a formação docente, assim como discutido no item 3.2 a partir do modelo da racionalidade técnica, ou seja, paradigma processo-produto, uma vez que se observa: a separação entre teoria e prática na preparação profissional; a prioridade dada à formação teórica em detrimento da formação prática; e a concepção da prática como mero espaço de aplicação de conhecimentos teóricos, sem um estatuto epistemológico próprio (Moreira e David, 2005; Ferreira e cols., 2000). Desse modo, observamos que apesar da mudança no discurso dos professores e da ênfase dada às reformas curriculares nos cursos de formação de professores nos últimos anos, somos levados a admitir que o resultado dessa formação, ainda, é um profissional que tem como meta transmitir os saberes adquiridos ao longo de sua formação.

De certa forma, os resultados das sessões com os professores, aliados ao fato de alguns deles já atuarem como docentes na Educação Básica, comprovam o que acompanhamos nos últimos anos: aumento significativo no número de professores para uma população escolar igualmente crescente. O que provoca, a cada dia, a criação indiscriminada de cursos de licenciatura em matemática e pedagogia em faculdades de pequeno e médio porte e a expansão do ensino superior privado, além da permissão do exercício profissional por pessoas não habilitadas (professores leigos). Logo, acompanhamos a desvalorização e a descaracterização da docência como profissão, expressas, de acordo com Balzan (1985, p.15), “na progressiva queda de salários reais dos professores”, responsável pela sobrecarga de trabalho e, conseqüentemente, pela queda da qualidade do ensino.

Além disso, observamos no grupo de professores que nem todos têm a carreira docente como opção. Isso sugere que a escolha da licenciatura está relacionada, em muitos casos, à falta de oportunidades para acessar outras carreiras, dando margem para a leitura de que esta é uma escolha de segunda opção, uma profissão-refúgio, como definiu Nóvoa. Ou, como definem Sacristán (1995) e Imbernón (2000) uma semiprofissão.

Entretanto, os resultados comprovam, também, que alguns sujeitos, em especial, Fm~~E~~1, Fm~~E~~2 e FmE4 analisaram a prática da transmissão de conhecimento e apresentam indícios de que tomaram consciência dos significados que sustentam essa prática e de suas implicações para o desenvolvimento de competências da adolescente, e dos alunos em geral como mostram os trechos: *Fm~~E~~2 "... a gente não sabe pensar logicamente sobre os números... Assim... Concordei com elas mesmo, né? Acho que a gente aprendeu assim, foi por via de regra. E a gente passa isso para os nossos alunos também, e eles ficam preocupados em sempre seguir uma regra para poder resolver um problema. FmE4: (O da regra,) quando ela fala "vai um, vai um," (na hora)... Vai um, mas não explica o porquê ( ).*

Nesse sentido, acreditamos que a intervenção psicopedagógica desenvolvida nesta pesquisa propiciou a todos os professores acessar o significado de suas práticas, a reflexão sobre essa prática e, de certo modo, subsidiar etapas de sua reformulação. Entendemos que as resistências apresentadas pelos professores refletem o quanto o percurso da reformulação é gradativo e lento.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nas considerações finais desta pesquisa, optamos por recuperar os resultados de alguns estudos desenvolvidos por Fávero e colaboradores ao longo das duas últimas décadas com a finalidade de articulá-los aos destacados anteriormente em relação a intervenção psicopedagógica realizada junto às alunas e aos professores.

No início da década de 1990, Fávero, Tunes e Marchi, em estudo sobre a representação social da matemática e desempenho na solução de problema, já alertavam a comunidade escolar para o fato de que "a representação social de um objeto de conhecimento parece, de fato, influir na resolução de tarefas...". Além disso, defendiam que não poderíamos estudar "o desenvolvimento cognitivo como se fosse apenas uma atividade individual, que se dá numa realidade objetiva e neutra" (1991, p.261).

Esse estudo evidenciou, por exemplo, o quanto a representação partilhada entre as crianças entrevistadas a respeito do significado de se resolver "jogos de adivinhação" ou "problemas matemáticos" e de resolvê-los tendo como experimentador um sujeito do sexo feminino ou masculino influenciavam o desempenho na tarefa.

Nesse período, muitos outros estudos foram desenvolvidos por Fávero e colaboradores e revelam alguns significados da prática de ensino e aprendizagem em matemática, como: "o discurso predominante no meio escolar centra-se na díade: o aluno e a área de conhecimento" (Fávero e Coll., 1995); "o problema central na aprendizagem da matemática reside, segundo os professores, na dificuldade intrínseca da matemática (Fávero, 1994); a dificuldade referida pode ser remediada ou ultrapassada a depender da capacidade do aluno se "dedicar", isto é, ter disciplina e atenção nas aulas e executar as tarefas propostas (Fávero e Coll.,1995); sujeitos adultos em processo de alfabetização em situação de resolução de problemas, oral e escritos, apresentam os mesmos erros apontados pela literatura, para crianças: erros baseados em regras, derivados de procedimentos padronizados de resolução, ditados pela escola" (Fávero e Coll.,1998). Todos esses resultados foram reunidos e discutidos em Fávero (2004, p.11).

Questões como o desenvolvimento cognitivo adulto e a iniciação escolar, a resolução de problemas e a notação das operações, foram estudadas por Fávero (1999). Os resultados apontam que "os sujeitos não compreendem o sistema numérico em si, e sua notação, que lhe dificulta o manejo das operações, sobretudo sua notação". Do mesmo modo, esses resultados afirmam que a escola não contribui para o desenvolvimento do pensamento matemático do adulto, já que apenas "treina os alunos para resolverem testes escolares" (p.84).

Em Fávero e Soares (2002), muitas questões foram analisadas, em especial, por que adultos que desempenham competentemente certas atividades usando certos recursos do raciocínio matemático apresentam erros no manejo com as operações? Os resultados, desse estudo, não são diferentes dos anteriores, pois mostram que "os sujeitos apresentavam incompreensão das regras da lógica de notação do sistema numérico, do sistema numérico em si, o que lhes dificultava o manejo das operações". Em função desses resultados, elas concluem que a escola não "trabalha com a possibilidade de o sujeito formar representações identificáveis; não lhe é facultado um tratamento dos dados que ele dispõe; há uma imposição de regras: "tem que ser assim" (p.46). Ademais, alertam que excluir os sujeitos do acesso à lógica do sistema de numeração implica exclusões tanto no mercado de trabalho quanto em relação à prática da cidadania.

Fávero e Pimenta (2004) desenvolveram estudo semelhante acerca da resolução de problemas e o conhecimento numérico junto a surdos. Mais uma vez, os resultados mostram que a dificuldade dos sujeitos, nesse caso, surdos diante de problemas de matemática, advém do processo de escolarização que prima pela aquisição de regras de procedimentos de resolução, em detrimento da aquisição conceitual.

Ora, ao compararmos os resultados desses estudos com os destacados na revisão de literatura desta pesquisa, no que se refere aos conteúdos curriculares da divisão e dos números racionais, no item 2.3, concluímos que não apresentamos novidade alguma. Além disso, se ampliamos esse âmbito e estabelecermos a comparação com os resultados referentes às primeiras sessões, pontuados nos itens 5.2 e 5.4, a respeito das intervenções realizadas junto às alunas e aos professores, notamos novamente que os resultados se repetem.

Em resumo, podemos afirmar que todos esses resultados convergem, na medida em que todos eles mostram que:

> 1/ a educação formal trata o conhecimento como algo pronto e acabado veiculando esta idéia por meio das suas práticas, mantendo representações sociais particulares das áreas do conhecimento; 2/ a educação formal não considera o desenvolvimento psicológico, de modo que tudo que se desvia do esperado é, por princípio, negativo, acarretando a manutenção de uma idéia exclusiva de avaliação inter-sujeitos e não considerando a avaliação intra-sujeito; 3/ a educação formal “passa” o conhecimento para o aluno, mantendo, portanto, a idéia de um sujeito passivo (Fávero, 2004, p.11).

Logo, somos levados a admitir que o processo de escolarização conduzido a partir dessas premissas vem, ao longo dos anos, excluindo cada vez mais pessoas, como é o caso das adolescentes e dos professores, sujeitos desta pesquisa. As adolescentes T, J e C já carregam os “rótulos” das repetências, já vivem as incoerências dos programas governamentais para a aceleração dos alunos em defasagem idade/série; os professores já vivenciam as inúmeras dificuldades impostas àqueles que almejam o ensino superior no País.

Contudo, sem jamais permitir que a desesperança nos roube as ideologias, podemos pensar, assim como Severino (1986),

> ... se, por um lado, a educação pode contribuir para disfarçar, legitimando-as ideologicamente, e abrandar as contradições e os conflitos reais que acontecem no processo social, por outro, pode também desmascarar e aguçar a consciência dessas contradições, contribuindo para sua superação no plano da realidade objetiva. Se a educação pode ser, como querem as teorias reprodutivistas, um elemento fundamental na reprodução de determinado sistema social, ela pode ser também elemento gerador de novas formas de concepções de mundo capazes de se contraporem à concepção de mundo dominante em determinado contexto sociocultural (p.96).

Com base nesse entendimento, situamos agora alguns estudos desenvolvidos, também, por Fávero e colaboradores, desde 1994, que defendem a possibilidade de “desenvolver um procedimento de intervenção segundo uma dimensão desenvolvimental de tal modo que o processo de produção seja revisto pelo indivíduo” (Fávero, 20001, p.194). Nesse sentido, a adoção da intervenção psicopedagógica, assim como descrita em Fávero (2000, 2001, 2005, 2007) e na presente pesquisa, sugere alternativa teórico-metodológica de resistência e superação ao cenário da educação formal descrito anteriormente.

Muitos estudos foram desenvolvidos a partir dessa opção e apontam que é possível intervir e construir novas formas de interação entre sujeito e conhecimento. Em estudo sobre a aquisição conceitual em física, por exemplo, Sousa e Fávero (2003) defendem “a resolução de problemas em física segundo um método que ultrapasse a idéia de transmissão nos processos comunicacionais da situação de sala de aula, para adotar a idéia de interlocução” (p.38). Tal método foi considerado pertinente, pois evidenciou que, em uma situação de resolução de problemas, o professor deve desenvolver ação mediadora que leve o aluno a ações conscientes do ponto de vista conceitual. Além disso, mostrou que uma situação de resolução de problemas é uma construção que pode levar os alunos ao progressivo domínio dos campos conceituais da física. Resultados positivos também foram destacados em: Fávero e Machado (2003), em intervenção desenvolvida com professores de inglês para adultos; em Fávero e Guterres (2005), com grupos de cuidadores de uma instituição para idosos. Nesses estudos, evidenciaram-se:

> ... as convergências e divergências que caracterizam os paradigmas pessoais e que fundamentam a prática do professor e do cuidador; a tomada de consciência das representações sociais e as premissas que embasam os paradigmas; as implicações dos paradigmas para a sua prática pessoal e profissional; e as regulações cognitivas e metacognitivas envolvidas na sua re-elaboração (Fávero, 2007, p. 17).

Nesse sentido, entendemos que a intervenção realizada junto às alunas e, em especial, junto à adolescente C e aos professores, descrita neste trabalho, também corrobora a intervenção psicopedagógica como opção teórico-metodológica *para* e *na* reconstrução de novas práticas, principalmente, novas práticas discentes e docentes. Além disso, entendemos que os resultados dessa intervenção contribuem sobremaneira para o entendimento de algumas questões, entre elas: o papel da mediação, representação e notação na prática de professores e alunos; currículo e avaliação; a construção de conceitos, a formação inicial e continuada nos cursos de licenciatura de matemática e pedagogia, a prática docente nesses cursos de formação; o papel da pesquisa na formação do professor e muitas outras.

A atividade mediada desenvolvida ao longo das intervenções evidenciou que “os objetos matemáticos não são acessíveis diretamente pela percepção e dependem para sua compreensão de um sistema de representação semiótica, por meio do qual é possível realizar um tratamento dos mesmos” Ou seja, demarca o papel das representações na atividade matemática. Além disso, observamos que as representações semióticas são muito mais do que um meio de exteriorizar as representações mentais. Ao contrário, além da função de comunicação, elas “exercem papel fundamental para a atividade cognitiva do pensamento em relação a vários aspectos”. Ademais, notamos, na produção da adolescente C, que as notações “não são meramente cópias idênticas, nem externalizações ilimitadas de representações internas. Notações têm suas próprias e singulares propriedades que refletem a relação dinâmica interativa entre notação e representação” (Teixeira, 2005, p.22).

Esses resultados, no nosso entender, questionam o lugar que as notações ocupam na prática de alunos e professores, nos dias atuais, como também o modo como estes lidam com o erro no decorrer das aulas e nos processos de avaliação escrita. O desenvolvimento da adolescente mostrou-nos que o erro precisa ser “observado e analisado” por alunos e professores, de modo que o aluno interprete-o não como elemento “ruim” e “descartável”, mas como ferramenta para a construção de novas estratégias de ação diante de um objeto matemático. No caso do professor, que o erro não seja apenas elemento que separa os alunos em “bons” e “fracos”, mas que o auxilie na construção e na validação de novas estratégias didáticas.

Além disso, os resultados evidenciam que a construção do conhecimento não é um processo linear. Ao contrário, é complexo, demorado, com avanços e retrocessos, continuidades e rupturas. Vimos, também, que o conhecimento prévio dos sujeitos (alunos e professores) foi determinante nos processos de interação com o campo conceitual das estruturas multiplicativas e que, em alguns casos, impôs obstáculos, assim como discutido em Pais (2001). Avaliamos que o referencial teórico de Vergnaud contribuiu para o acompanhamento e a análise das produções dos sujeitos, uma vez que possibilitou observar que as situações dão sentido ao conceito, os invariantes operatórios constituem seu significado e as representações simbólicas o seu significante. Todavia, entendemos que apenas iniciamos o que sugere Vergnaud (1991): identificar e classificar situações adequadas à aprendizagem de determinado conceito, pesquisar os invariantes operatórios usados pelos alunos e procurar entender como, por que, e quando certa representação simbólica pode ajudar na conceitualização.

Contudo, os resultados das intervenções permitem-nos questionar o modo como alunos e professores tratam os conceitos matemáticos no âmbito da sala de aula seja ela da Educação Infantil, seja do Ensino Superior. A distribuição de conceitos em "gavetas" organizados ao longo das séries ou semestres não auxilia nos processos de conceitualização uma vez que não permite aos alunos nem aos professores perceber as diferentes "redes" que ligam os conceitos e muito menos os ajudam a situá-los nas diferentes situações-problema que enfrentamos cotidianamente.

A formação inicial e continuada dos professores que ensinam matemática foi colocada em debate ao longo de todas as sessões, uma vez que evidenciamos a resistência de licenciandos tanto de pedagogia quanto de matemática em discutir a prática de ensino em matemática e seus significados. Todavia, vimos que essa resistência foi, na verdade, o resultado das experiências desses sujeitos com o ensino e a aprendizagem da matemática desde a Educação Infantil até o Ensino Superior. Nesse sentido, vimos que os resultados explicitam a fragilidade desses cursos de formação, que apesar de todo o debate teórico das últimas décadas, como acompanhamos no item 3.2, não conseguiram, ainda, articular, nos processos de formação, as "dimensões epistemológica, psicológica e social, visto que estas são indissociáveis se se pensa na formação do indivíduo para o verdadeiro exercício da cidadania, isto é, capacitar o cidadão para a solução de problemas e tomada de decisões, na sua vida em sociedade” (Tunes e Coll., 1990, p.1156).

A experiência vivenciada por nós ao longo do desenvolvimento das sessões de intervenção possibilitou-nos a tomada de consciência dos significados que sustentam nossa prática – desde as primeiras experiências no Ensino Fundamental até os dias atuais nos cursos de formação inicial e continuada de licenciatura em matemática e pedagogia – e, principalmente, das implicações que dela podem decorrer. Durante toda a pesquisa, significamos essas práticas, primeiro como discente da Educação Básica em instituições públicas; depois, como licencianda em uma instituição pública federal no modelo 3 + 1 (três anos de disciplinas específicas e um ano de disciplinas “pedagógicas” incluindo o estágio supervisionado) tão criticado, no item 3.2; nossa prática docente desde o ano de 1991 nos Ensino Fundamental e Médio (como professora leiga visto que cursava, ainda, a licenciatura no período de 1991 a 1994); nossa experiência como discente nos cursos de formação continuada (especialização e mestrado) e, por fim, as experiências atuais. Desse modo, avaliamos a pesquisa, aqui descrita, como espaço para o desenvolvimento de novas competências e entendemos que ela contribuiu, sobremaneira, para a compreensão e a superação dos dilemas profissionais e pessoais vivenciados por nós no interior das instituições escolares em que atuamos.

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

Abreu, A. R. (1993). *O jogo de regras no contexto escolar: uma análise na perspectiva construtivista*. Dissertação de Mestrado, Universidade de São Paulo, São Paulo.

Abreu, C. C. F. e Morgado, L.M. de A. (1999). Análise de estratégias de resolução em problemas verbais de divisão: estudo exploratório. *Revista Portuguesa de Pedagogia*, 33(1), 67-82.

Abric, J. C. (1998). A abordagem estrutural das Representações Sociais. Em: Moreira, A.S.P. e Oliveira, D.C. de. (Orgs.), *Estudos interdisciplinares de Representação Social* (pp. 27-38). Goiânia: AB.

Alarcão, I. (1996) *Formação Reflexiva de professores: estratégias de supervisão*. Porto: Porto Editora.

Allal, L. e Saada- Robert, M. (1992). La métacognition: Cadre conceptuel pour l'étude des régulations en situation scolaire. *Archives de Psychologie*, 60, 265-296.

Aquino, J. G. e Mussi, M. C. (2001). As vicissitudes da formação docente em serviço: a proposta reflexiva em debate. *Educação e Pesquisa*, 27(2), 78-93.

André, M. (1999). Estado da arte da formação de professores no Brasil. *Educação e Sociedade,* 20(68), 301-309.

Anghileri, J. (2001). A study of progression in written calculation strategies for division. *Support for learning*, 16(1), 17-22.

Anghileri, J. Beishuizen, M. e Putten, V, K.(2002). From informal strategies to structured procedures: mind the gap. *Educational Studies in Mathematics*, 49, 149-170.

Araújo, C.M.M. (2003). *Psicologia Escolar e o Desenvolvimento de Competências: Uma opção para a Capacitação Continuada.* Tese de Doutorado, Universidade de Brasília, Brasília.

Arcavi, A. e Schoenfeld. A. (2006). Usando o familiar para problematizar o familiar. Em M. de C. Borba (Org.), *Tendências internacionais em formação de professores de matemática*(pp.87-111). Belo Horizonte: Autêntica.

Arroyo, M. (1999). Ciclos de desenvolvimento humano e formação de educadores. *Educação & Sociedade*, 20(68), 143-162.

Arroyo, M. (2000). *Ofício de mestre: imagens e auto-imagens*. Petrópolis: Vozes.

Basso, I. S. (1998). Significado e sentido do trabalho docente. *Caderno CEDES*, 19(44), 19-32.

Becker, F. (2001). *Educação e construção do conhecimento*. Porto Alegre: Artmed.

Bell, E. T. (1996). *Historia de las matemáticas*. (R. Ortiz, Trad.) México: Fondo de Cultura Econômica.

Bezerra, F. J. B. (2001). *Introdução do conceito de número fracionário e de suas representações – uma abordagem criativa para a sala de aula.* Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica, São Paulo.

Bianchini, B. L. (2001). *Estudo sobre a aplicação de uma seqüência didática para o ensino dos números decimais.* Tese de Doutorado, Pontifícia Universidade Católica, São Paulo.

Borba, M. C. (2006). *Tendências internacionais em formação de professores de matemática*. (A. O, Júnior, Trad.) Belo Horizonte: Autêntica. (Trabalho original publicado em 2000)

Borges, C. (2001). Saberes docentes: diferentes tipologias e classificações de um campo de pesquisa. *Educação e Sociedade, 22(74),* 59-76.

Brousseau, G.(1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactiques des Mathématiques.* 7(2), 33-116.

Brousseau, G.(1996). Os diferentes papéis do professor. Em C. Parra & I. Saiz.(Orgs.), *Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas* (pp.48-72). Porto Alegre: Artes Médicas.

Boyer, C. B. *(*1996). *História da Matemática*. São Paulo: Edgard Blucher.

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Brasília, DF, 1997.

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Brasília, DF, 1998.

BRASIL. Ministério de Educação e do Desporto. Conselho Nacional de Educação. Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica, em nível superior, curso de licenciatura, de graduação plena. Brasília, DF: MEC/CNE, 2001.

Brandt, C. F. (2005). Contribuições dos registros de representação semiótica na conceituação do sistema de numeração. Tese de Doutorado, Florianópolis.

Brito, M.R.F. e Lima,V.S. (2001). Mapeamento Cognitivo e a formação do conceito de frações. Em: M. R.F, Brito (Orgs.), *Psicologia da Educação Matemática –Teoria e Pesquisa* (pp. 107-121). Florianópolis: Insular.

Brito, M. R. F. (2000).“Este problema é difícil porque não é de escola!” A compreensão e a solução de problemas aritméticos verbais por crianças da escola fundamental. *Temas em Psicologia*, 8 (1), 93-109.

Burton, L. (2001). Research mathematicians as learners – and what mathematics education can learn from them. *British Educational Research Journal*, 27 (5), 589-599.

Calsa, G. C. (2004). *Intervenção psicopedagógica e problemas aritméticos no ensino fundamental.* Tese de Doutorado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

Campos, E. M. (2004). Aprender frações... Sim, mas como? Quando? *Ciências e Letras*, 35, 187-200.

Carraher, D. W. (2003). Relações entre razão, divisão e medida. Em A L. D. Schliemann & D. W. Carraher (Orgs.), *A compreensão de conceitos aritméticos. Ensino e Pesquisa* (pp.73-94). Campinas: Papirus.

Castela, S. A. (2005). *Divisão de números naturais: concepções de alunos de 6ª série.* Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica, São Paulo.

Canen, A. (2001). Universos Culturais e representações docentes: subsídios para a formação de professores para a diversidade cultural. *Educação e Sociedade,* 22 (77), 221-234.

Carvalho, A. M. P. de. (2002). A pesquisa *no* ensino, *sobre* o ensino e *sobre a reflexão dos professores sobre seus ensinos*. *Educação e Pesquisa*, 28(2), 57-67.

Carvalho, J. M. (2005). O não-lugar dos professores nos entrelugares de formação continuada. *Revista Brasileira de Educação, 28,*96-107.

Caraça, B. J. (2003). *Conceitos fundamentais da matemática*. Lisboa: Gradiva.

Cambaúva, L.G.; Silva, L.C.da e Ferreira, W. (1998). Reflexões sobre o estudo da História da Psicologia. *Estudos de Psicologia*, 3(2), 207-227.

Chabrol, C. e Bromberg, M. (1999). Préalables à une classification des actes de parole. *Psychologie Française, 44*(4), 291-306.

Chahon, M.(1999). O uso da metacognição no ensino fundamental de matemática: uma proposta de intervenção. *Arquivos Brasileiros de Psicologia,* 51 (3), 52-59.

Charles, K. e Nason, R. (2000). Young children´s partitioning strategies. *Educational Studies in Mathematics,* 43, 191-221.

Charnay, R. (1996). Aprendendo (com) a resolução de problemas. Em C. Parra & I. Saiz.(Orgs.), *Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas* (pp.36-45). Porto Alegre: Artes Médicas.

Chervel, A. (1990). A História das disciplinas escolares: reflexão sobre um campo de pesquisa. *Teoria e Educação*, 2, 177-229.

Chevallard, Y. (1991). La Transposición Didáctica: del saber sabio al saber enseñado.Buenos Aires: Aique.

Connor, M. C. (2001). "Can any fraction be turned into a decimal?" A case study of a mathematical group discussion. *Educational Studies in Mathematics*, 46, 143-185.

Correa, J. (1996). A compreensão inicial do conceito de divisão partitiva em tarefas não-computacionais. Em M. H. Novaes & M. R. F. Brito. (Orgs.), *Psicologia na educação: articulação entre pesquisa, formação e prática pedagógica*. Rio de Janeiro: ANPEPP.

Correa, J. e Meireles, E. de S. (2000). A compreensão intuitiva da criança acerca da divisão partitiva de quantidades contínuas. *Estudos de Psicologia*, 5 (1),11-31.

Correa, J.(2001). A influência dos modos de divisão partitiva e por quotas nos procedimentos de cálculo oral utilizados por crianças. Em: Sociedade Brasileira de Psicologia da Educação Matemática, Sociedade Brasileira de Educação Matemática (orgs.) Anais: trabalhos completos. *I Simpósio Brasileiro de Psicologia da Educação Matemática.* Curitiba: Editora da UFPR, pp.71-79.

CONSELHO NACIONAL DE EDUCAÇÃO. Mobilização nacional por uma nova educação básica. Brasília, DF: CNE, 2001. (Documento-síntese)

Cunha, M. R. K. (2002). *A quebra da unidade e o número decimal: um estudo diagnóstico nas primeiras séries do ensino fundamental.* Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica, São Paulo.

Cury, H.N. (2002). Álgebra e educação algébrica: concepções de alunos e professores de matemática. *Educação Matemática em Revista*, 4(4), 9-15.

Davis, J. D. e Hersh, R. (1985). *A experiência matemática*. (J. B. Pitombeira, Trad.) Rio de Janeiro: Francisco Alves.

Dias, R. E. e Lopes, A.C. (2003). Competências na formação de professores no Brasil: o que (não) há de novo. *Educação e Sociedade*, 24 (85), 1155-1177.

Dias, A.L.M. (2002). Da bossa das matemáticas à educação matemática: defendendo uma jurisdição profissional. *História e Educação Matemática*, 2(2), 191-221.

Domingues, H. H. (2002). A demonstração ao longo dos séculos. *BOLEMA*, 15(18), 55-67.

Duarte, N. (2003). Conhecimento tácito e conhecimento escolar na formação do professor (por que Donald Schön não entendeu Luria). *Educação e Sociedade, 24 (83),* 601-625.

Duval, R.(1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnements cognitifs de la pensée. *Annales de didactique et Sciences Cognitives*, vol. 5. IREM-ULP, Strasbourg, pp.37-65.

Escolano, R. e Sállan, J. M. G.(2005). Modelos de medida para la ensenanza del número racional en educación primaria. *Revista Iberoamericana de Educacion Matemática*.1,17-35.

Eves, H. (1997). *Introdução à história da matemática*. Campinas: Editora da UNICAMP.

Eves, H. (2002). *Introdução à história da matemática.* (H. Domingues, Trad.) Campinas: Editora da Unicamp.

Fávero, M. H. (1991). Psicologia: passado, presente e futuro. *Psicologia: Teoria e Pesquisa, 7*(2), 111-117.

Fávero, M. H.; Tunes, E & Marchi, A. (1991). Representação social da matemática e desempenho na solução de problemas.. *Psicologia: Teoria e Pesquisa*, 7(3), 255-262.

Fávero, M. H. (1993). *Psicologia do Conhecimento.* Brasília: Editora Universidade de Brasília.

Fávero, M. H. (1994). O valor sócio-cultural dos objetos e a natureza sócio-cultural das ações humanas: A mediação exercida pelo meio escolar no desenvolvimento e na construção do conhecimento [Resumo]. Em R. S. L. Guzzo (Org.), *Anais do XVII International School Psychology Colloquium e II Congresso Nacional de Psicologia Escolar* (pp. 57-61). Campinas: Sociedade Brasileira de Psicologia Escolar e Educacional.

Fávero, M. H. (1994). A prova de matemática: análise da articulação de fatores cognitivos e sócio-culturais da avaliação formal. Relatório de Pesquisa / CNPq.

Fávero, M. H. (1995). A mediação do conhecimento psicológico na produção de um texto para o professor. *Temas em Psicologia*, *1*(1), 11-21.

Fávero, M. H. e Mello, M. R. (1997). Adolescência, maternidade e vida escolar: a difícil conciliação de papéis. *Psicologia: Teoria e Pesquisa*, *13*(1), 131-136.

Fávero, M. H. (1998). Saúde, autocuidado e procura de serviços médicos na vida adulta e na velhice: Uma questão das representações sociais do gênero masculino e feminino [Resumo]. Em Comissão Organizadora (Org.), *Resumos de comunicações científicas, Jornada Internacional sobre Representações Sociais: Teoria e Campos de Aplicação* (p. 189). Natal: JIRS.

Fávero, M. H e Trajano, A. A (1998). A Leitura do adolescente: mediação semiótica e compreensão textual. *Psicologia: Teoria e Pesquisa,* 1, 131-136.

Fávero, M. H. (1999). Desenvolvimento cognitivo adulto e a iniciação escolar: a resolução de problemas e a notação das operações. *Temas em Psicologia*, 7(1), 79-88.

Fávero, M. H (2000). As funções das regulações cognitivas e metacognitivas na prática de atividades complexas do adulto: o professor em questão. Em: *Sociedade Brasileira de Psicologia (Org.), Resumos de Comunicação Científica, XXX Reunião Anual da Sociedade Brasileira de Psicologia,* p. 11, Brasília, DF.

Fávero, M. H. e Sousa, C. M. S. G. (2001). A resolução de problemas em Física: revisão de pesquisa, análise e proposta metodológica. *Investigações em Ensino de Ciências, 6*(2), 143-196.

Fávero, M. H (2001). Regulações cognitivas e metacognitivas do professor: uma questão para a articulação entre a psicologia do desenvolvimento adulto e a psicologia da educação matemática. Em: *Sociedade Brasileira de Psicologia da Educação Matemática, Sociedade Brasileira de Educação Matemática (orgs.) Anais: trabalhos completos. I Simpósio Brasileiro de Psicologia da Educação Matemática*. Curitiba: Editora da UFPR, pp.187-197.

Fávero, M. H. e Soares, M. T. C. (2002). Iniciação escolar e a notação numérica: Uma questão para o estudo do desenvolvimento adulto. *Psicologia: Teoria e Pesquisa,* 18(1), 43-50.

Fávero, M. H e Machado, C. M. C. (2003). A tomada de consciência e a prática de ensino: uma questão para a Psicologia Escolar. *Psicologia: Reflexão e Crítica*, 16(1), 15-28.

Fávero, M. H. (2004). A aquisição do conhecimento matemático em condições especiais: da pesquisa para o fundamento da prática de ensino..Em: VII Encontro de Pesquisa em Educação da Região Centro-Oeste, 2004, Goiânia, GO. Anais do VII EPECO.

Fávero, M. H. (2005a). Desenvolvimento psicológico, mediação semiótica e representações sociais: por uma articulação teórica e metodológica. *Psicologia: Teoria e Pesquisa*, 21 (1), 17-25.

Fávero, M. H (2005b) *Psicologia e Conhecimento. Subsídios para a análise do ensinar e aprender*. Brasília: EDUnB.

Fávero, M. H. e Pina Neves, R. da S. (2006). A divisão e os racionais: como os professores avaliam a produção dos alunos.. Em: VII REUNIÃO DE DIDÁTICA DA MATEMÁTICA DO CONE SUL, 2006, Águas de Lindóia, SP. SBEM (org.) Anais Coordenação do Evento. VII Reunião de didática da Matemática do Cone Sul. São Paulo, SP: PUC-SP.

Fávero, M. H e Pimenta, M. L. (2006). Pensamento e linguagem: a língua de sinais na resolução de problemas. *Psicologia. Reflexão e Crítica*, 19, 60-71.

Fávero, M. H e Pina Neves, R.S. (2007a). Problem solving competence and problem solving analysis competence: a study with pedagogues and psychologists. Em: XII Conferencia Interamericana de Educación Matemática, 2007, Santiago de Querétaro, Qro.. Eduardo Mancera matínez y César Augusto Pérez Gamboa (Edts.). Santiago de Querétaro, Qro. : edebéméxico.

Fávero, M. H (2007b). Paradigme personnel et champ conceptuel: implications pour les situations didactiques. Dans : Maryvone Merri (Org.) Activités Humaine et conceptualisation. Questions a Gérard Vergnaud. Toulouse, France : Presses Universitaires du Mirail. pp. 625-633.

Fávero, M. H. (2007a). Semiotic mediation, psychological development process and social representations: toward a theoretical and methodological integration. *Europe´s Journal of Psychology,* 9, 9.

Fávero, M. H. (2008). As funções das regulações cognitivas e metacognitivas na prática das atividades complexas do adulto: questões e propostas para um ensaio conclusivo. Em S. R. K. Guimarães e T. Stoltz (Orgs.), *Tomada de consciência e conhecimento metacognitivo* (pp. 321-348). Curitiba: Editora UFPR.

Fazenda, I. (1999). Formando professores para a Interdisciplinaridade. *Em Interdisciplinaridade e novas tecnologias: formando professores.* Campo Grande: Ed. UFMS.

Ferreira, A.C.; Lopes, C. E.; Fiorentini, D.; Jaramillo, D.; Melo, G.A.; Carvalho, V. e Santos-Wagner, V.,(2000). Estado da arte da pesquisa brasileira sobre formação de professores que ensinam matemática. Em *I Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática,* (pp. 264-271). São Paulo: SBEM.

Ferreira, R. F.; Calvoso, G. G. e Gonzáles, C. B. L. (2002). Caminhos da pesquisa e a contemporaneidade. *Psicologia: Reflexão e Pesquisa*, 15(2), 243-250.

Ferreira, S. P. A. e Lautert, S. L. (2003). A tomada de consciência analisada a partir do conceito de divisão: um estudo de caso. *Psicologia: Reflexão e Crítica*, 16(3), 547-554.

Ferreira, A. C. (2003). Um olhar retrospectivo sobre a pesquisa brasileira em formação de professores de matemática. Em D. Fiorentini (Org.), *Formação de Professores de matemática: explorando novos caminhos com outros olhares* (pp.19-50). Campinas: Mercado das Letras.

Ferreira, E. (2005). Um percurso na aprendizagem do conceito de divisão no 1º ciclo. Em Grupo de trabalho de investigação (Orgs.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp.113-137). Lisboa: APM.

Fonseca, F. L. (2005). *A divisão de números racionais decimais: um estudo exploratório junto a alunos de 6ª série.* Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica, São Paulo.

Franchi, A. (1995). *Compreensão das situações multiplicativas elementares*. Tese de Doutorado, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

Franchi, A. (1999). Considerações sobre a teoria dos campos conceituais. Em S. D. A. Machado (Org.), *Educação Matemática: uma introdução* (pp. 155-193). São Paulo: EDUC.

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Fernandes, A M. D.; Rozenowics, A. e Ferreira, J. P. (2004). Avaliação qualitativa e construção de indicadores sociais: caminhos de uma pesquisa/intervenção em um projeto educacional. *Estudos de Psicologia.* 9 (2).

Fiorentini, D. (1994). *Rumos da pesquisa brasileira em educação matemática: o caso da produção científica em cursos de pós-gradução*. Tese de doutorado, Universidade de Campinas, Campinas.

Fiorentini, D.; Nacarato, A.; Ferreira, A. C.; Lopes, C. E.; Freitas, M.T.M. e Mislulin, R. G. S. (2002). Formação de professores que ensinam matemática: um balanço de 25 anos da pesquisa brasileira. *Educação em Revista*. 36, 137-160.

Fiorentini, D. (2002). Recensão sobre o livro "Refletir e investigar sobre a prática profissional". *Quadrante*, 11(2), 99-107.

Fiorentini, D. (2003). *Formação de professores de matemática: explorando novos caminhos com outros olhares*. São Paulo: Mercado das letras.

Fiorentini, D e Castro, F. C. (2003). Tornando-se professor de matemática: o caso de Allan em Prática de Ensino e Estágio Supervisionado. Em: Fiorentini, D (org.), *Formação do professor de matemática: explorando novos caminhos com outros olhares (pp*. 121-136). Campinas: Mercado de Letras.

Fiorentini, D e Lorenzato, S. A. (2006). *Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos*. Campinas: Autores Associados.

Fiorentini, D. e Cristóvão, E. M. (2006). *História e investigação de/em aulas de matemática*. Campinas: Alínea.

Flavell, J. H. (1976). Metacognitive aspects of problem solving. Em: L. B. Resnick (Org.), *The nature of intelligence* (pp.231-235). Hilsdale: NJ: Lawrence Erlbaum.

Flavell, J., e Wellman, H. (1977). Metamemory. Em: R. V. Kail e J. W. Hagen (Orgs.), *Perspective on the development of memory and cognition* (p. 3-33). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Fontana, R. C. (2000). Trabalho e subjetividade. Nos rituais da iniciação, a constituição do ser professora. *Caderno CEDES*, 20 (50), 103-119.

Fonseca, L. e Ponte, J. P. (1999). Analysing practice in preservice mathematics teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Development*, 3, 16-27.

Freitas, H. C. L. de. (2003). Certificação docente e formação do educador: regulação e desprofissionalização. *Educação e Sociedade*, 24(85), 1095-1124.

Freitas, H. C. L. de. (2002). Formação de professores no Brasil: 10 anos de embate entre projetos de formação. *Educação e Sociedade*, 23 (80), 136-167.

Furlanetto, E. (2000a). Formação de professores: desvelando símbolos para pesquisar Interdisciplinarmente. Em M. C. Roldão (Org.), *Inovação, currículo e formação*. Porto: Porto Editora.

Gadotti, M. (1998). *Pensamento Pedagógico Brasileiro.* São Paulo: Ática.

Gatti, B. (2003). A Formação continuada de professores: a questão psicossocial. *Caderno de Pesquisa*, *119,* 191-204.

Garnica, A.V.M. (2002). As demonstrações em Educação Matemática: um ensaio. *BOLEMA*, 15(18), 91-99.

Gomes de Sousa (2001). A resolução de problemas e o ensino de física: Uma análise psicológica. Tese de Doutorado, Universidade de Brasília, Instituto de Psicologia.

Grabiner, J, V. (1975). The mathematicians, the historian, and the history of mathemathics. *Historia Mathematica*, 2, 439-447.

Ifrah, G. (1997). *História Universal dos algarismos: a inteligência dos homens contada pelos números e pelo cálculo.* (A. Munoz & A. B. Katinky, Trads.) Rio de Janeiro: Nova Fronteira.

Ifrah, G. (2005). *Os números: a história de uma grande invenção.* (S. M. de F. Senra, Trad.) São Paulo: Globo.

Imbernón, F. (2000). *A educação no século XXI*. Porto Alegre: ARTMED.

Jesus, A. M. (2005). Construir o conceito da divisão, resolvendo problemas: um estudo de caso. Associação de professores de matemática. Em Grupo de trabalho de investigação (Orgs.). *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp.91-111). Lisboa: APM.

Joseph, L. M. e Hunter, A D.(2001). Differential application of cue card strategy for solving fraction problems: exploring instructional utility of the cognitive assessment system. *Child Study Journal,* 31 (2),123-136.

Kamii, C. (1996). *Reinventando a aritmética: implicações da teoria de Piaget.* Campinas: Papirus.

Keijzer, R. e Terwel, J.(2001). Audrey´s acquisition of fractions: A case study into the learning of formal mathematics. *Educational Studies In Mathematics,* 7*,* 53-73.

Krueger, R. A. (1988). *Focus group: a pratical guide for applied research.* Newbury Park, Sage Publications.

Kieren, T. E. (1988). Personal Knowledge of rational numbers: its intuitive and formal developmemt. Em J. H. & M. B. (Orgs.). *Number concepts and operations in the middle grades* (pp.162-180). New Jersey: Erlbaum.

Kline, M. (1976). *O Fracasso da Matemática Moderna*. São Paulo: Ibrasa.

Koch, N. T. O. e Soares, M. T. C. (2005). O professor, seus alunos e a resolução de problemas de estrutura aditiva. Em M. L, F. Moro e M. T.C.Soares (Orgs.), *Desenhos, palavras e números: as marcas da matemática na escola* (pp.145-182). Curitiba, Editora da UFPR.

Kilpatrick, J. (1992). *Historia de la investigación en Educación Matematica*. Madrid: Editorial Sonteses.

Kuhn, T. (2001). *A estrutura das revoluções científicas*. São Paulo: Perspectiva.

Lamon, S. J. (1994). Ratio e proportion: cognitive foundations in unitizing and norming. Em: G. Harel e J. Confrey. *The development of multiplicative reasoning. In the learning of mathematics* (pp.89-117).

Lautert, S. L. e Spinillo, A. G. (1999). Como crianças representam a operação de divisão: da linguagem oral para outras formas de representação. *Temas em Psicologia,* 7 (1), 23-36.

Lautert, S. L. e Spinillo, A.G. (2002). As relações entre o desempenho em problemas de divisão e as concepções de crianças sobre a divisão. *Psicologia: Teoria e Pesquisa*, 18 (3), 237-246.

Lautert, S. L. (2005). *Como as crianças lidam com as relações inversas em problemas de divisão*. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Pernambuco, Recife.

Lerner, D. e Sadovsky, P. (1996). O sistema de numeração: um problema didático.Em C. Parra & I. Saiz.(Orgs.), *Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas* (pp.73-155). Porto Alegre: Artes Médicas.

Li, Y. e Silver, A. E. (2000). Can Young students succeed where older students fail? An examination of third graders´solutions of a division-with-remainder (DWR) problem. *Journal of Mathematical Behavior,* 19, 233-246.

Lopes, D. A. (1999). Mundos entrecruzados: formação de professores leigos. *Educação e Sociedade, 20(67),* 215-219.

Lopes, A R. L. V. (2005). Ensinar e aprender matemática: alguns aspectos sobre a aprendizagem da docência na formação inicial de professores. Em Reunião Anual Da Anped, 28, Caxambu. Conferências... Caxambu: ANPED.

Lüdke, M.; Moreira, A. F. B. e Cunha, M. I. da (1999). Repercussões de tendências internacionais sobre a formação de nossos professores. *Educação e Sociedade, 20 (68),* 278-298.

Magina, S.M.P. Campos, T. M. M. Santos, A.dos. Merlini, V.L.; Rodrigues, W. Damico, A; Silva, A. Moutinho, L. V. & Canova, R. (2005). Frações: do

Prognóstico dos Professores à Realidade dos Alunos. Em: *Associação dos Professores de Matemática (Orgs.). Anais: trabalhos completos. V Congresso Ibero-americano de Educação Matemática, 2005, Porto. Congresso Ibero-americano de Educação Matemática.* Porto: Gabinete de Edição da APM - Associação dos Professores de Matemática; pp. 10-22.

Magina, S. M. P. Campos, T. M. M. & Nunes, T. (2005). A fração do ponto de vista do professor não especialista: Conceitos e Estratégias de Ensino. Em: *Associação dos Professores de Matemática (Orgs.). Anais: trabalhos completos. V Congresso Ibero-americano de Educação Matemática, 2005, Porto. Congresso Ibero-americano de Educação Matemática.* Porto: Gabinete de Edição da APM - Associação dos Professores de Matemática, pp.1-9.

Macedo, E. (2004). A imagem da ciência: folheando um livro didático. *Educação e Sociedade*, 25 (86), 103-129.

Macedo, L. (2005a). *Ensaios pedagógicos: como construir uma escola para todos*? Porto Alegre: Artmed.

Maués, O. C. (2003). Reformas internacionais da educação e formação de professores. *Caderno de Pesquisa*, *118,* 89-118.

Marcelo, C. (1999). *Formação de professores para uma mudança educativa*. Lisboa: Porto Editora.

Marková, I. (2003). *Le focus groups. Em S. Moscovici e F. Buschini (Orgs.), Les méthodes des sciences* (pp.221-242). Paris: PUF.

Marques, C. A. e Pereira, J. E. D. (2002). Fóruns das licenciaturas em universidades brasileiras: Construindo alternativas para a formação inicial de professores. *Educação e Sociedade, 23 (78),* 117-142.

Meirieu, P. (1998). *Aprender ... sim, mas como*? Porto Alegre. Artes Médicas. (Trabalho original publicado em 1991).

Medeiros, C. F. de (1999). Por uma educação matemática como intersubjetividade. Em M. A. V. Bicudo (Org.), *Educação Matemática* (pp. 13-44). São Paulo: Editora Moraes.

Mello, G. N. de. (2000). Formação inicial de professores para a educação básica: uma (re)visão radical. *São Paulo Perspectivas, 14(1),* 98-110.

Melo, M.T.L.de. (1999). Programas oficiais para formação dos professores da educação básica. *Educação e Sociedade, 20 (68),* 45-60.

Meneghetti, R. C. G. & Nunes, A. C. A.(2005). Atividades lúdicas e experimentais para o ensino de frações incorporadas a uma proposta pedagógica. Em: *Associação dos Professores de Matemática (Orgs.). Anais: trabalhos completos. V Congresso Ibero-americano de Educação Matemática, 2005, Porto. Congresso Ibero-americano de Educação Matemática.* Porto: Gabinete de Edição da APM - Associação dos Professores de Matemática, pp.34-41.

Merlini, V.L. Magina,S. M.P. Santos,A. dos & Moutinho, L. V. (2005). Fração: o Significado Quociente para Professores e Estudantes - um estudo comparativo. *Em: Associação dos Professores de Matemática (Orgs.). Anais: trabalhos completos. V Congresso Ibero-americano de Educação Matemática, 2005, Porto.*

Congresso Ibero-americano de Educação Matemática. Porto: Gabinete de Edição da APM - Associação dos Professores de Matemática, pp.23-33.

Merlini, V. L.(2005). *O conceito de fração em seus diferentes significados: um diagnóstico com alunos de 5ª e 6ª séries do ensino fundamental.* Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica, São Paulo.

Moreira, P. C. e David, M. M. M. S. (2005*). A formação matemática do professor: licenciatura e prática docente escolar.* Belo Horizonte: Autêntica.

Moro, M. L. F. (1999). Aprendizagem construtivista de estruturas aditivas e multiplicativas na iniciação matemática. *Temas em Psicologia,* 7 (3), 263-282.

Moro, M. L. F. (2004). Notações da matemática infantil: igualar e repartir grandezas na origem das Estruturas Multiplicativas. Psicologia: *Reflexão e Crítica,* 17 (2), 251-266.

Moro, M. L. F.(2005). Estruturas multiplicativas e tomada de consciência: Repartir para dividir. *Psicologia: Teoria e Pesquisa,* 21 (2), 217-226.

Moro, M.L.F. e Soares, M.T.C. (2005). *Desenhos, palavras e números: as marcas da matemática na escola*. Curitiba: Ed. Da UFPR.

Morgan, D. L. (1988). *Focus group as qualitative research.* Newbury Park, Sage Publication.

Moscovici, S. (2003). *Representações sociais: investigações em psicologia social.* Petrópolis: Vozes.

Moscovici, S. (1978). *A representação social da psicanálise*. Rio de Janeiro: Zahar, 1978.

Moskal, B. M. e Magone, M. E. (2000). Making sense of what students know: examining the referents, relationships and modes students displayed in response to a decimal task. *Educational Studies Mathematics,* 43, 313-335.

Miguel, A. (1993). *Três estudos sobre História e Educação Matemática.* Tese de Doutorado em Educação, Universidade de Campinas, Campinas.

Miguel, A. (2005). História, filosofia e sociologia da educação matemática na formação do professor: um programa de pesquisa. *Educação e Pesquisa*, 31 (1), 137-152.

Miguel, A. e Miorim, M. A. (2005). *História na Educação Matemática: propostas e desafios*. Belo Horizonte: Autêntica.

Monteiro, A. M. F. da C. (2001). Professores: entre saberes e práticas. *Educação e Sociedade, 22 (74),* 121-142.

Mix, K. S. Levine, S. C. e Huttenlocher, J. (1999). Early fraction calculation ability. *Developmental Psychology,* 35 (5),164-174.

Nagel, E. e Newman, J. R. (2001). *A prova de Godel*. São Paulo: Editora Perspectiva.

NCTM (1991). Normas para o currículo e a avaliação em matemática escolar. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Neuman, D. (1999). Early learning and awareness of division: a phenomenographic approach. *Educational Studies in Mathematics,* 40, 101-128.

Notari, A M. *Simplificações de frações aritméticas e algébricas: um diagnóstico comparativo dos procedimentos.* Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica, São Paulo.

Nóvoa, A. (1995). *Profissão Professor*. Porto: Porto Editora.

Nunes, C. M. F. (2001). Saberes docentes e formação de professores: um breve panorama da pesquisa brasileira. *Educação e Sociedade, 22 (74),* 27-42.

Nunes, T. e Bryant, P. (1997). *Crianças fazendo matemática*. Porto Alegre: Artes Médicas.

Oliveira, M. K. de (2004). Ciclos de vida: algumas questões sobre a psicologia do adulto. *Educação e pesquisa*, 30(2), 211-229.

Oliveira, M. C. A.de, (2006). Professores de matemática ao tempo do movimento da matemática moderna: perspectivas de pesquisa. *Revista Diálogo Educacional*, 6(18), 79-89.

Oliveira, M. C. A. (2005). Possibilidades de construção do conhecimento pedagógico do conteúdo na formação inicial de professores de matemática. Em Reunião Anual Da Anped, 28, Caxambu. Conferências... Caxambu: ANPED.

Pais, L. C. (1999). Transposição Didática. Em S. D. A. Machado (Org.), *Educação Matemática: uma introdução* (pp. 13-42).São Paulo: EDUC.

Pais, L. C. (2001). *Didática da Matemática: uma análise da influência francesa*. Belo Horizonte: Autêntica.

Pereira, J. E. D. (1999). As licenciaturas e as novas políticas educacionais para a formação docente. *Educação e Sociedade*, 20(68), 09-125.

Pereira, J.E.D. (2000). Relações de poder no interior do campo universitário e as licenciaturas. *Caderno de Pesquisa*, *111*,182-201.

Pereira, J.E.D. (2006). *Formação de professores – pesquisa, representações e poder*. Belo Horizonte: Autêntica.

Perrenoud, P. (1999). *Avaliação: da excelência à regulação das aprendizagens.* Porto Alegre: Artes Médicas.

Piaget, J. (1974). Fundamentos científicos para a educação do amanhã. Em: J. Piaget, L. Fernig, J. A. Perkins, T. Lemaresquier, G. C. Breis, E. Faure, H. Passow e L. B. Pearson. *Educar para o futuro* (pp. 9-33). Rio de Janeiro: Fundação Getúlio Vargas.

Piaget, J. (1977). *A tomada de consciência*. São Paulo: Melhoramentos / Edusp. (Trabalho original publicado em 1974).

Piaget, J. (1978). *Fazer e Compreender*. (C.L. de P. Leite, Trad.) São Paulo: Edições Melhoramentos.

Piaget, J e Inhelder, B. (1948a). *La représentation de l'espace chez l'enfant*. Paris: PUF.

Pinto, N. B. (2000). *O erro como estratégia didática.* Campinas: Papirus, 2000.

Pires, E. L. (2004). *Meus registros para frações e decimais: entre o que eu penso e o que eu escrevo; entre o que eu escrevo e que você lê.* Dissertação de Mestrado, Universidade de Brasília, Brasília.

Prado, E. P. de A. (2005). A escrita numérica fracionária. Em: Associação dos Professores de Matemática (Orgs.). Anais: trabalhos completos. V Congresso Ibero-americano de Educação Matemática, 2005, Porto. Congresso Ibero-americano de Educação Matemática. Porto: Gabinete de Edição da APM - Associação dos Professores de Matemática, pp.42-50.

Pimenta, S. G. (2005). Pesquisa-ação crítico-colaborativa: construindo seu significado a partir de experiências com a formação docente. *Educação e Pesquisa, 31 (3),*521-539.

Pina Neves, R. da S. (2002). A formação de conceitos geométricos no contexto dos projetos de trabalho mediada pelo CABRI GÉOMÈTRE. Dissertação de Mestrado, Universidade de Brasília, Brasília.

PISA (2004). Estrutura de Avaliação: Conhecimentos e habilidades em matemática, leitura, ciências e resolução de problemas, OCDE: Moderna.

Ponte, J. P. (1993). A educação matemática em Portugal: os primeiros passos de uma comunidade de investigação. *Quadrante,* 2(2), 95-126.

Ponte, J.P. (1998). O conhecimento profissional do professor de matemática. *Educação, Sociedade e Culturas*, 9, 189-195.

Ponte, J. P. (2002). Educação matemática de hoje e de sempre. *BOLEMA*, 17, 83-126.

Ponte, J. P e Oliveira, H. (2002). Remar contra a maré; A construção do conhecimento e da identidade profissional na formação inicial. *Revista da Educação*, 11 (2), 145-163.

Prigogine, I. e Stengers, I. (1984). *A nova aliança: A metamorfose da ciência.* Brasília: Editora Universidade de Brasília.

Ribeiro, A.J. (2001). *Analisando o desempenho de alunos do ensino fundamental em Álgebra, com base em dados do SARESP*. Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica, São Paulo.

Robinson, K. M. Arbuthnott, D. K. e Gibbons, K.(2002). A. Adults' representations of division facts: a consequence of learning history? *Canadian Journal of Experimental Psychology*, 56(4), 302-309.

Robinson, M. K. e Ninowski, E. J. (2003). Adults´Understanding of inversion concepts: How does performance on addition and subtraction inversion problems compare to performance on multiplication and division inversion problems? *Canadinan Journal of Experimental Psychocoly*, 57(4), 321-330.

Romanowski, J. P. (2002). As licenciaturas no Brasil: um balanço das teses e dissertações dos anos 90. Tese de Doutorado, Universidade de São Paulo, São Paulo.

Rocha, L. P. e Fiorentini, D. (2005). O desafio de ser e constituir-se professor de matemática durante os primeiros anos de docência. Em Reunião Anual Da Anped, 28, Caxambu. Conferências... Caxambu: ANPED.

SAEB (2003): Relatório/ Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais. – Brasília: O Instituto.

Sacristan, J. G. (1995). Comprender y transformar la enseñanza. Madri: Ediciones Morata, cuarta edicion.

Saiz, I. (1996). Dividir com dificuldade ou a dificuldade de dividir. Em C. Parra e I. Saiz.(Orgs.), *Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas* (pp.11-25). Porto Alegre: Artes Médicas.

Santos, dos A. (2005). *O conceito de fração em seus diferentes significados: um estudo diagnóstico junto a professores que atuam no ensino fundamental.* Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica, São Paulo.

Santos, L.L. de C. P. (2000). A implementação de políticas do banco mundial para a formação docente. Caderno de Pesquisa, 111, 172-181.

Sá, C. P. de (1998). *A construção do objeto de pesquisa em representações sociais*. Rio de Janeiro: EDUERJ.

Saxe, G.B.Gearhart, M. e NA´ilah, S. N.(2001). Enhancing students´understanding of mathematics: A study of three contrasting approaches to professional support. *Journal of Mathematics Teacher Education,* 4, 55-79.

Selva, A. C. V. (2003). Discutindo o uso de materiais concretos na resolução de problemas de divisão. Em A.L.D Schliemann e D. W. Carraher(Orgs.). *A compreensão de conceitos aritméticos: Ensino e Pesquisa* (pp. 95-119). Campinas: Papirus.

Severino, A. J. (1986). *Educação, ideologia e contra-ideologia.* São Paulo, EPU.

Sharp, J. e Adams, B. (2002). Children´s constructions of knowledge for fraction division after solving realistic problems. *The Journal of Educational Research,* 5, 333-347.

Silva, M. D. da. (1999). O papel de um curso de formação na mudança do discurso e da postura do professor. Dissertação de Mestrado, Universidade de Campinas, Campinas.

Silva, A. M. C. (2000). A formação contínua de professores: uma reflexão sobre as práticas e as práticas de reflexão em formação. *Educação e Sociedade, 21 (72),*.89-109.

Silva, R. C. (2003). Uma reflexão sobre o trabalho docente a partir da análise conceito de crenças. *Psicol. Ciência e Profis.* 23 (2), 6-13.

Silva, J. J. (2002). A demonstração matemática da perspectiva lógica matemática. *BOLEMA*, 15(18), 68-78.

Silva, A R. H. S. (2005). *A concepção do professor de matemática e dos alunos frente ao erro no processo de ensino e aprendizagem dos números racionais.* Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica, Curitiba.

Silva, M. J. F. (2005). *Investigando saberes de professores do ensino fundamental com enfoque em números fracionários para a quinta série*. Tese de Doutorado, Pontifícia Universidade Católica, São Paulo.

Spinillo, A. G. e Lautert, S. L.(2001). Definindo a divisão e resolvendo problemas de divisão: as múltiplas facetas do conhecimento matemático. Em: *Sociedade Brasileira de Psicologia da Educação Matemática, Sociedade Brasileira de Educação Matemática (orgs.) Anais: trabalhos completos. I Simpósio Brasileiro de Psicologia da Educação Matemática.* Curitiba: Editora da UFPR, pp.61-68.

Spinillo, A G. (2002). O papel de intervenções específicas na compreensão da criança sobre proporção. *Psicologia: Reflexão e Crítica,* 15 (3), 475-487.

Squire, S. e Bryant, P.(2002). The Influence of Sharing on Children´s Initial Concept of division. *Journal Of Experimental Child Psychology*, 81, 1-43.

Squire, S. e Bryant, P. (2002*).* From sharing to dividing. The development of children's understanding of division. *Developmental Science*, 5(4), 452-466.

Starepravo, A. R.(2001). *A resolução de problemas de estrutura multiplicativa por crianças da 3ª série do ensino fundamental.* Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Paraná, Curitiba.

Sinclair, A e Scheuer, N. (1993). Understanding the written system: 6 years-olds in Argentina and Switzerland. *Educational Studies in Mathematics*, p. 1-23.

Schön, D.A. (1995). Formar professores como profissionais reflexivos. Em A. Nóvoa (org.) *Os professores e sua formação*. Lisboa: Dom Quixote.

Schubring, G. (2003). *Análise histórica de livros de matemática: notas de aula.* Campinas: Autores Associados.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Reseaecher*, 15(2), 4-14.

Souza Jr., A. J. (2003). Trabalho coletivo na universidade: trajetória de um grupo de professores de cálculo mediado pelo computador. Em D. Fiorentini (Org.), *Formação de Professores de matemática: explorando novos caminhos com outros olhares* (pp.193-215). Campinas: Mercado das Letras.

Sousa, C. M. S. G. e Fávero, M. H. (2003). Concepções de Professores de Física sobre Resolução de Problemas e o Ensino de Física. *Revista Brasileira de Pesquisa Em Educação Em Ciências*, 3(1), 14-21.

Simão, A. M. V.; Caetano, A. P. e Flores, M. A. (2005). Contextos e processos de mudança dos professores: uma proposta de modelo. *Educação e Sociedade, 26(90),* 173-188.

Struik, D, J. (1987). *História concisa das matemáticas.* Lisboa: Gradiva.

Tardif, M. (1999). *Saberes profissionais dos professores e conhecimentos universitários.* Rio de Janeiro: PUC.

Torff, B. e Sternberg, R. J. (1998). Changing mind, changing world: practical intelligence and tacit knowledge in adult learning: In: Smith, M. C. e Pourchot, T. (Orgs.) *Adult learning and development:* perspectives from educational psychology. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Torres, M. Z. (2001). *Processos de desenvolvimento e aprendizagem de adolescentes em oficinas de jogos.* Tese de Doutorado, Universidade de São Paulo, São Paulo.

Tunes, E.; Fávero, M. H.; Silva, R. R.; Bertoni, N. E.; SÁ, A. V. M. e Monteiro, M. B. (1990). (Re)pensando a educação científica no Brasil. *Ciência e Cultura*, 12 (42), 1149-1157.

Valente, W. R. (1997). *Uma história da matemática escolar no Brasil (1730-1930).* Universidade de São Paulo, São Paulo.

Vergnaud, G. (1981). Quelques orientations théoriques et méthodologiques des recherches françaises en didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 2*(2), 215-232.

Vergnaud, G. (1988). Multiplicative structures. In Hiebert, H. and Behr, M. (Eds.). *Research Agenda in Mathematics Education.* Number Concepts and Operations in the Middle Grades. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum. pp. 141-161.

Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 10*, 133-170.

Vergnaud, G. (1991). L'appropriation du concept de nombre: un processus de longue haleine. Em J. Bideaud, C. Meljac & J.- P. Fischar (Orgs.), *Les chemins du nombre* (pp. 271-282). Lille: Presses Universitaires de Lille.

Vergnaud, G. (1993). Teoria dos campos conceituais. Em Anais do I Seminário Internacional de Educação Matemática (pp.1-26), Rio de Janeiro.

Vergnaud, G. (1996b). A trama dos campos conceituais na construção dos conhecimentos. *GEMPA*, 4, 9-19.

Vergnaud, G. (1996c). Algumas ideas fundamentales de Piaget en torno a la didáctica. Perspectivas, 26(10), 195-207.

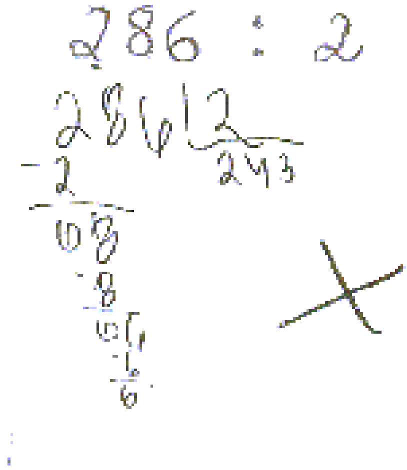
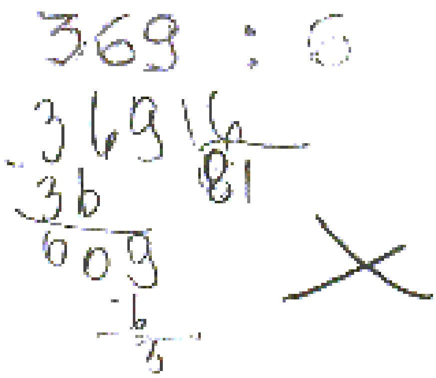
Zunino, D. L. de (1995). *A matemática na escola: aqui e agora.* Porto Alegre: Artes Médicas.

ANEXOS

ANEXO1

1ª tarefa

Na atividade proposta de “arme e efetue” dois alunos de 4ª série do Ensino Fundamental do DF, produziram os registros abaixo. Por favor, após sua análise, responda (ou complete) as questões abaixo.

Aluno 1	Aluno 2
	

1/ O aluno 1 apresentou dificuldades em...;

2/ O aluno 2 apresentou dificuldade em...;

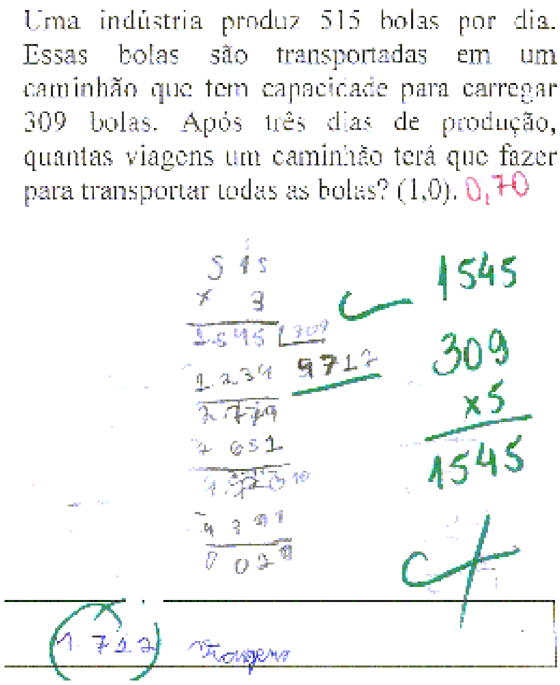
3/ Se você fosse professor(a) desses alunos como conduziria sua prática a partir desses registros?

4/ Você considera esse tipo de atividade importante para a aprendizagem da divisão? Por quê?

ANEXO 2

2ª tarefa

A resolução abaixo foi elaborada por um aluno da 5ª série do Ensino Fundamental do DF. Como podemos ver o(a) professor(a) considerou a produção da atividade mais ou menos inadequada. Por favor, após sua análise, responda (ou complete) as questões abaixo.


Uma indústria produz 515 bolas por dia. Essas bolas são transportadas em um caminhão que tem capacidade para carregar 309 bolas. Após três dias de produção, quantas viagens um caminhão terá que fazer para transportar todas as bolas? (1,0). 0,70

a) Na correção do(a) professor(a) o aluno em questão recebeu 0,7 para esse item de valor 1,0 ponto. Você concorda com essa correção? Por quê?

b) Do lado direito do registro há um registro do(a) professor(a), o que você pensa sobre ele?

c) O aluno apresentou dificuldade em...

d) Se você fosse professor(a) desse aluno como conduziria sua prática a partir desse registro?

e) Você considera esse tipo de atividade importante para a aprendizagem da divisão? Por quê?

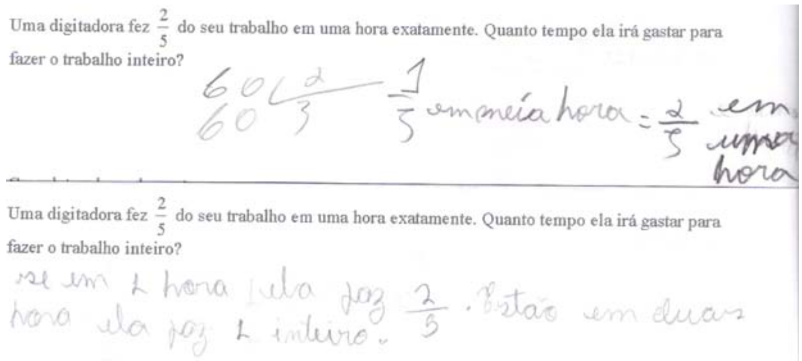
ANEXO 3

3ª tarefa

As resoluções abaixo foram elaboradas por dois alunos da 7ª série do Ensino Fundamental do DF e não foram corrigidas por um professor. Por favor, após sua análise, responda (ou complete) as questões abaixo.

Aluno 1

Aluno 2


Uma digitadora fez $\frac{2}{5}$ do seu trabalho em uma hora exatamente. Quanto tempo ela irá gastar para fazer o trabalho inteiro?

60 ⌊ $\frac{2}{3}$ — $\frac{1}{5}$ em meia hora = $\frac{2}{5}$ em uma hora
60

Uma digitadora fez $\frac{2}{5}$ do seu trabalho em uma hora exatamente. Quanto tempo ela irá gastar para fazer o trabalho inteiro?

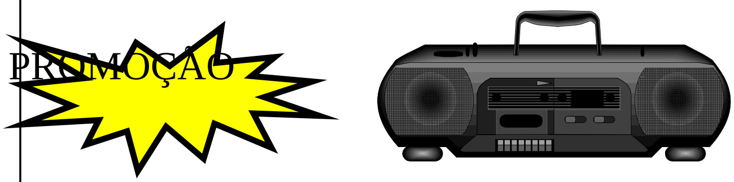
se em 1 hora ela faz $\frac{2}{5}$. Estão em duas hora ela faz 1 inteiro.

a) O Aluno 1 ...
b) O Aluno 2 ...
c) Se você fosse professor(a) desses alunos como conduziria sua prática a partir desses registros?
d) Você considera esse tipo de atividade importante para a aprendizagem dos números racionais? Por quê?

ANEXO 4

1ª tarefa

Você viu nas Casas Bahia um Micro System no modelo que você há muito tempo tem sonhado em ter e numa promoção ótima de desconto, por apenas 364,50 reais. Porém esta promoção só vai durar 15 dias.



Micro System R$ 364,50

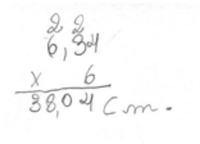
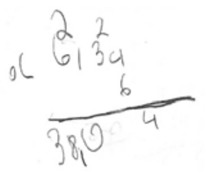
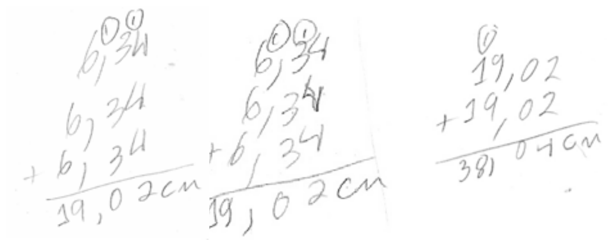
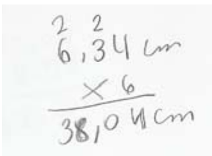
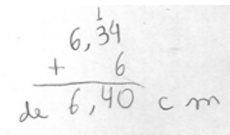
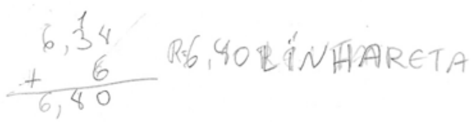
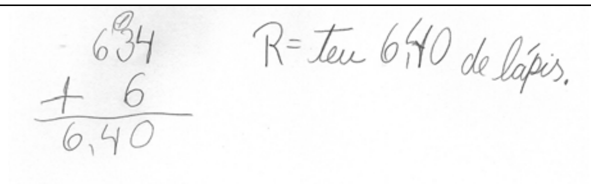
Você recebe um salário de R$ 600,00 por mês. Então resolve economizar da seguinte maneira:

1º dia - R$ 1,00
2º dia – R$ 2,00
3º dia – R$ 3,00
4º dia – R$ 5,00
5º dia – R$ 8,00
6º dia – R$ 13,00
E assim por diante.

Se você economizar um pouco cada dia, quantos dias você precisará economizar para ter o dinheiro suficiente para comprar o Micro System?

ANEXO 5

2ª tarefa

Resolução	NOTAÇÃO MATEMÁTICA	ANÁLISE
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		

ANEXO 6

APROVAÇÃO DO COMITÊ DE ÉTICA

Universidade de Brasília
Faculdade de Ciências da Saúde
Comitê de Ética em Pesquisa –CEP/FS

PROCESSO DE ANÁLISE DE PROJETO DE PESQUISA

Registro do Projeto: 110/2006

Título do Projeto: "Psicologia da Educação Matemática e Mediação Pedagógica: a divisão e os números racionais no laboratório de ensino de matemática".

Pesquisadora Responsável: Regina da Silva Pina Neves

Data de Entrada: 19/09/2006.

Com base nas Resoluções 196/96, do CNS/MS, que regulamenta a ética da pesquisa em seres humanos, o Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos da Faculdade de Ciências da Saúde da Universidade de Brasília, após análise dos aspectos éticos e do contexto técnico-científico, resolveu **APROVAR** o projeto 110/2006 com o título: "Psicologia da Educação Matemática e Mediação Pedagógica: a divisão e os números racionais no laboratório de ensino de matemática".Analisado na 10ª Reunião, realizada no dia 14 de novembro de 2006.

O pesquisador responsável fica, desde já, notificado da obrigatoriedade da apresentação de um relatório semestral e relatório final sucinto e objetivo sobre o desenvolvimento do Projeto, no prazo de 1 (um) ano a contar da presente data (item VII.13 da Resolução 196/96).

Brasília, 14 de novembro de 2006.

Prof. Volnei Garrafa
Coordenador do CEP-FS/UnB

Campus Universitário Darcy Ribeiro
Faculdade de Ciências da Saúde
Cep: 70.910-900

ANEXO 7

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Você está sendo convidado(a) a participar, como voluntário(a), da pesquisa *Psicologia da Educação Matemática e Mediação pedagógica: a divisão e os números racionais no Laboratório de Ensino de Matemática –*, no caso de você concordar em participar, favor assinar ao final do documento. Sua participação não é obrigatória, e, a qualquer momento, você poderá desistir de participar e retirar seu consentimento. Sua recusa não trará nenhum prejuízo em sua relação com a pesquisadora ou com a instituição.

Você receberá uma cópia deste termo onde consta o telefone e endereço da pesquisadora, podendo tirar dúvidas do projeto e de sua participação sempre que avaliar conveniente.

Pesquisadora responsável: *Regina da Silva Pina Neves*
Endereço:
e-mail:
Telefone:

Objetivo Geral: o desenvolvimento de competências conceituais e mediacionais do professor (e futuro professor) que ensina matemática no tocante aos domínios curriculares da divisão e dos números racionais, tendo o laboratório de ensino de matemática como ambiente de pesquisa.

Número de participantes e local da pesquisa: Participarão da pesquisa alunos(as) do Curso de Licenciatura em Matemática da Faculdade __________________, alunos(as) do primeiro ao quinto semestre do curso; a pesquisadora e alunos de uma escola pública. Todas as atividades serão desenvolvidas no Laboratório de Ensino de Matemática da Faculdade, no Bloco A, subsolo. Durante as sessões o grupo participante não será interrompido e nem receberá pessoas estranhas às atividades de pesquisa. Um funcionário do setor de audiovisual da Faculdade filmará as sessões.

Procedimentos: se concordar em participar da pesquisa, você participará de reuniões/ sessões nas quais estarão presentes todos os participantes e a pesquisadora. Nessas ocasiões serão apresentadas: questões para discussões e análises; atividades para resolução; atividades resolvidas para análises; propostas para a elaboração individual ou em grupo de situações de aprendizagem (roteiro de aulas) envolvendo os conteúdos curriculares de divisão e número racional.

Todas as sessões serão gravadas em vídeo e transcritas. Informações de sessões precedentes serão apresentadas em outras sessões, expondo falas particulares e/ou conclusões do grupo para análise. A produção escrita particular e/ou do grupo será recolhida ao final de cada sessão e será utilizada parcialmente ou na íntegra em sessões posteriores. Falas particulares e/ou do grupo serão usadas no texto final da Tese com o consentimento do participante, respeitando e preservando em sigilo a identidade do mesmo.

Riscos e Desconfortos: Durante as sessões o participante poderá sentir-se constrangido ao ser contestado e/ou criticado em suas respostas/falas.

Benefícios: A sua participação nessa pesquisa será uma oportunidade de crescimento pessoal e profissional, uma vez que, serão discutidas questões centrais para a prática docente em matemática dos conteúdos curriculares de divisão e número racional, conteúdos esses que permeiam todo o Ensino Fundamental. Aos participantes que almejam continuar seus estudos ingressando em cursos de pós-graduação, a experiência será valiosa oferecendo um primeiro contato com as atividades de coleta, organização e análise de dados, etapas centrais na concepção e execução de pesquisa científica em qualquer área do conhecimento.

Custos: Não haverá nenhum gasto com material de consumo, didático ou de qualquer espécie. O participante é responsável pelas despesas de deslocamento até a Faculdade. E não receberá nenhum pagamento pela sua participação.

Confidencialidade: Nenhum dado será apresentado no texto final da Tese sem o consentimento prévio dos participantes.

Regina da Silva Pina Neves

Pesquisadora Responsável

ANEXO 8

Identificação

1. Sexo: Masculino ☐ *Feminino* ☐

2. Data do seu nascimento:____________________

3. Formação:
____

4. Instituição:
____

5. Local de trabalho:
Nome:
____
___
Endereço:____
____

6. Cargo:
____

7. Descrição resumida do cargo:
____
____
____
____
____
____

8. No seu cargo você trabalha prioritariamente junto a:
____
____

ANEXO 9

Situação-problema

Eu gosto muito de lanchar na cantina da minha escola, o que mais gosto é comer um salgado e tomar um refrigerante. O salgado custa R$ 0,80 e o refrigerante R$ 0,50. Para eu comprar este lanche todos os dias de aula do mês de maio vou precisar de X reais. Minha mesada é de R$ 40,00. Será que vai dar para comprar também um picolé que custa R$ 1,10 por dia? Se não der para comprar o picolé, para todos os dias de aula, para quantos dias daria?