

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO ESCOAMENTO
TRÂNSONICO TURBULENTO AO REDOR DE UM
CILINDRO**

RAFAEL GARCIA LEAL

ORIENTADOR: ROBERTO FRANCISO BOBENRIETH MISERDA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM CIÊNCIAS MECÂNICAS

PUBLICAÇÃO: ENM.DM – 096A-06

BRASÍLIA/DF: JULHO – 2006

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO ESCOAMENTO
TRÂNSONICO TURBULENTO AO REDOR DE UM
CILINDRO**

RAFAEL GARCIA LEAL

**DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE
ENGENHARIA MECÂNICA DA FACULDADE DE TECNOLOGIA
DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE
MESTRE EM CIÊNCIAS MECÂNICAS.**

APROVADA POR:

**Prof. Roberto Francisco Bobenrieth Miserda, D.C. (UnB)
(Orientador)**

**Prof. José Luiz Alves da Fontoura Rodrigues, Dr. (UnB)
(Examinador Interno)**

**Prof. Aristeu da Silveira Neto, Dr. (UFU)
(Examinador Externo)**

BRASÍLIA/DF, XX DE JULHO DE 2006

FICHA CATALOGRÁFICA

LEAL, RAFAEL GARCIA

Simulação Numérica do escoamento Transônico Turbulento ao Redor de um Cilindro
[Distrito Federal] 2006.

xvii, 134p., 297 mm (ENM/FT/UnB, Mestre, Ciências Mecânicas, 2006). Dissertação de
Mestrado – Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Mecânica.

- | | |
|--|------------------------------------|
| 1. Escoamentos transônicos | 2. Escoamentos turbulentos |
| 3. Dinâmica dos fluidos computacional | 4. Métodos numéricos de alta ordem |
| 5. <i>Detached Eddy Simulation</i> (DES) | |

I. ENM/FT/UnB

II. Título (série)

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

LEAL, R. G. (2006). Simulação Numérica do Escoamento Transônico Turbulento ao Redor de um Cilindro. Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica, Publicação ENM.DM – 096A-06, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 134p.

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Rafael Garcia Leal.

TÍTULO: Simulação Numérica do Escoamento Transônico Turbulento ao Redor de um Cilindro.

GRAU: Mestre

ANO: 2006

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

Rafael Garcia Leal
QI 09 Bl. “A” apt° 307, Guará I.
71.020-018 Brasília – DF – Brasil.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, que me acompanha desde o ventre de minha mãe e que, além de ter enviado seu filho para me salvar, tem me ajudado em todas as minhas empreitadas durante a vida.

Agradeço às famílias maravilhosas que Deus me deu (minha esposa e meu filho, meus pais e minhas irmãs), sem as quais nunca teria chegado ao ponto em que estou hoje.

Agradeço ao Professor Roberto F. Bobenrieth Miserda que, além de ter sido meu orientador, foi também um grande amigo.

Ao Professor Aristeu da Silveira Neto, pela valiosa ajuda.

Ao Professor Michael Strelets, por sua extremamente oportuna ajuda.

Aos meus amigos que contribuíram, de alguma forma, para que eu chegasse aqui. Seria enfadonho citar nominalmente todos eles e, como eu tenho que escrever o resto da dissertação, melhor não fazê-lo.

*“Simplifique e então
adicione leveza”.*
*Colin Anthony Bruce
Chapman*

*A meu filho e minha
esposa, meus pais e minhas
irmãs, meus melhores presentes
de Deus.*

RESUMO

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO ESCOAMENTO TRÂNSONICO TURBULENTO AO REDOR DE UM CILINDRO

Autor: Rafael Garcia Leal

Orientador: Roberto Francisco Bobenrieth Miserda

Programa de Pós-graduação em Ciências Mecânicas, Julho de 2006

O presente trabalho tem como objetivo a simulação numérica das interações entre as ondas de choque e as regiões viscosas presentes nos escoamentos transversais transônicos turbulentos, subcríticos e supercríticos, ao redor de um cilindro bidimensional. Para tanto, resolvem-se numericamente as equações de Navier-Stokes, em sua forma compressível, utilizando-se uma discretização em volumes finitos. Para o cálculo dos fluxos utiliza-se a forma anti-simétrica do método de Ducros, com quarta ordem de precisão no espaço, e para o avanço temporal utiliza-se o método de Runge-Kutta, modificado por Shu, com terceira ordem de precisão no tempo. Para o caso subcrítico (escoamento onde a camada limite é laminar até o ponto de descolamento) não se utilizam modelos de turbulência, uma vez que tais modelos assumem uma camada limite turbulenta, mais energética, que conduziria a um atraso forçado fisicamente inconsistente do descolamento. Para o caso supercrítico (escoamento onde a camada limite é turbulenta antes do descolamento), utiliza-se o modelo de turbulência SST-DES, proposto por Strelets, uma vez que tal modelo permite aliar-se a excelente capacidade do modelo RANS Menter-SST de capturar bem o ponto de descolamento, sem a utilização de malhas extremamente refinadas na região da camada-limite, com a característica de um modelo LES de não sobre-amortecer ou sobre-dissipar as estruturas que surgem na esteira turbulenta. Assim, primeiramente, a fim de validar-se a simulação de escoamentos subcríticos sem a utilização de modelos de turbulência, ataca-se o problema do escoamento subsônico subcrítico ao redor de um cilindro com número de Reynolds igual a 90.000 e número de Mach igual 0,2, uma vez que para tal condição de escoamentos existe uma quantidade considerável de resultados experimentais para comparação. Ataca-se, então, o problema do escoamento transônico subcrítico ao redor de um cilindro com número de Mach igual a 0,8 e número de Reynolds igual a 166.000, sem uso de modelos de turbulência, e o problema do escoamento transônico supercrítico com número de Mach igual a 0,8 e número de Reynolds igual a 500.000, utilizando-se o modelo de turbulência SST-DES de Strelets. Comparam-se, então, os resultados obtidos numericamente com os resultados experimentais disponíveis na literatura. Por fim, analisa-se a complexa topologia do escoamento através de visualizações do campo de gradiente de temperatura, que permitem observar os vórtices e as ondas de choque que se formam.

ABSTRACT

NUMERICAL SIMULATION OF THE TRANSONIC TURBULENT FLOW AROUND A CIRCULAR CYLINDER

Author: Rafael Garcia Leal

Supervisor: Roberto Francisco Bobenrieth Miserda

Programa de Pós-graduação em Ciências Mecânicas, July of 2006

The main objective of the present work is to numerically simulate the shock-vortex interactions that arise in the transonic turbulent cross flow, subcritical and supercritical, around a circular cylinder. For doing so, the compressible Navier-Stokes equations are solved by means of a finite-volume discretization. For the flux calculation the skew-symmetric Ducros' method with 4th order of accuracy is used. For the marching process the 3rd order Runge-Kutta method, with modifications as proposed by Shu, is used, giving the methodology 3rd order of accuracy in time. For the subcritical case (subcritical stands for a type of flow where the boundary layer is laminar up to the separation point) no closure models are used. This was so because the turbulence models assume a fully turbulent, more energetic, boundary layer that would lead to a physically inconsistent delay in the detachment. For the supercritical case (supercritical stands for a type of flow where the boundary layer is turbulent before the separation point) the SST-DES model, as proposed by Strelets, is applied. Such model was chosen because it allies the capability of Menter-SST model to capture with accuracy the separation point without the need of an extremely large resolution in the boundary layer region with the LES capability of a very large range of scales in the wake region without over-damping or over-dissipating them. So, firstly, the subsonic subcritical flow around the cylinder, with $M=0.2$ and $Re=90000$, is simulated without closure models. This simulation is aimed at validating the no turbulence models approach because such a case has a considerably large amount of experimental results for comparison. Then, the transonic subcritical flow around the cylinder, with $M=0.8$ and $Re=166000$, is simulated using no closure models and the transonic supercritical flow around the cylinder, with $M=0.8$ and $Re=500000$, is simulated using the SST-DES model proposed by Strelets. The calculated results are then compared with those experimental available in the literature. Then the complex topology present in such a type of flow is analyzed by means of the flow field visualizations that permit seeing the vortices and shock waves that arise.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	1
1.1. Objetivos	1
1.2. Posicionamento do Trabalho	1
1.3. Organização do Trabalho	3
2. METODOLOGIA	4
2.1. Modelo Matemático	4
2.1.1. Equações governantes	4
2.1.2. Equações de Navier-Stokes Filtradas para a Turbulência	6
2.1.3. Modelagem da turbulência. Formulação <i>DES (Detached Eddy Simulation)</i>	11
2.2. Método Numérico	19
2.3. Condições de Contorno	25
2.3.1. Condições para as Superfícies Sólidas	26
2.3.2. Condições para o Contorno Externo.....	27
3. RESULTADOS.....	29
3.1. $M=0,2$, $Re=90.000$	29
3.2. $M=0,8$, $Re=166.000$	44
3.3. $M=0,8$, $Re=500.000$, com modelo de turbulência SST-DES.....	56
3.4. $M=0,8$, $Re=500.000$, sem modelo de turbulência.....	66
4. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES.....	73
4.1. Conclusões	73
4.2. Recomendações	74
5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	76

LISTA DE TABELAS

TABELA 2.1: Comparação de valores de y^+ e u^+ para alguns ângulos escolhidos ($M=0,2$, $Re=90.000$).....	35
--	----

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 2.1: ESQUEMA PARA O “FILTRO DE CAIXA” CLÁSSICO (EXTRAÍDO DE BOBENRIETH [4]).	7
FIGURA 2.2: COMPARAÇÃO ENTRE UMA MALHA RETANGULAR CONVENCIONAL E UMA MALHA EM “O”, APRESENTANDO SUAS CORRESPONDÊNCIAS.	26
FIGURA 3.1: VISÃO GLOBAL DA MALHA COM 360 POR 300 ELEMENTOS ($M=0,2$, $Re=90.000$).	30
FIGURA 3.2: VISÃO PROXIMAL DA MALHA COM 360 POR 300 ELEMENTOS APRESENTANDO ALGUMAS DAS ESTRUTURAS CAPTURADAS PELA MESMA ($M=0,2$, $Re=90.000$).	30
FIGURA 3.3: VISÃO GLOBAL DA MALHA COM 720 POR 590 ELEMENTOS ($M=0,2$, $Re=90.000$).	32
FIGURA 3.4: VISÃO PROXIMAL DA MALHA COM 720 POR 590 ELEMENTOS APRESENTANDO ALGUMAS DAS ESTRUTURAS CAPTURADAS PELA MESMA ($M=0,2$, $Re=90.000$).	32
FIGURA 3.5: COEFICIENTE DE PRESSÃO MÉDIO SOBRE A SUPERFÍCIE DO CILINDRO; LINHA CONTÍNUA: RESULTADOS OBTIDOS COM A MALHA COM MENOR RESOLUÇÃO, LINHA TRACEJADA: RESULTADOS OBTIDOS COM A MALHA COM MAIOR RESOLUÇÃO; OS SÍMBOLOS: RESULTADOS EXPERIMENTAIS OBTIDOS POR REVELL <i>ET AL.</i> [17] ($M=0,2$, $Re=90.000$).	33
FIGURA 3.6: DISTRIBUIÇÃO DO COEFICIENTE DE FRICÇÃO MÉDIO SOBRE A SUPERFÍCIE DO CILINDRO ($M=0,2$, $Re=90.000$).	34
FIGURA 3.7: DISTRIBUIÇÃO DE y^+ E u^+ SOBRE A SUPERFÍCIE DO CILINDRO ($M=0,2$, $Re=90.000$).	35
FIGURA 3.8: EVOLUÇÃO TEMPORAL DO COEFICIENTE DE ARRASTO ($M=0,2$, $Re=90.000$).	36
FIGURA 3.9: EVOLUÇÃO TEMPORAL DO COEFICIENTE DE SUSTENTAÇÃO ($M=0,2$, $Re=90.000$).	36
FIGURA 3.10: ESPECTRO DE POTÊNCIA DO SINAL DO COEFICIENTE DE ARRASTO ($M=0,2$, $Re=90.000$).	37
FIGURA 3.11: ESPECTRO DE POTÊNCIA DO SINAL DO COEFICIENTE DE SUSTENTAÇÃO ($M=0,2$, $Re=90.000$).	37
FIGURA 3.12: CAMPO DE GRADIENTE DE TEMPERATURA, TEMPO ADIMENSIONAL $t = 319,24U^*/D^*$ ($M=0,2$, $Re=90.000$).	38

FIGURA 3.13: CAMPO DE GRADIENTE DE TEMPERATURA, TEMPO ADIMENSIONAL	
$t = 320,23U^*/D^*$ (M=0,2, RE=90.000).....	38
FIGURA 3.14: CAMPO DE GRADIENTE DE TEMPERATURA, TEMPO ADIMENSIONAL	
$t = 321,23U^*/D^*$ (M=0,2, RE=90.000).....	39
FIGURA 3.15: CAMPO DE GRADIENTE DE TEMPERATURA, TEMPO ADIMENSIONAL	
$t = 322,22U^*/D^*$ (M=0,2, RE=90.000).....	39
FIGURA 3.16: CAMPO DE GRADIENTE DE TEMPERATURA, TEMPO ADIMENSIONAL	
$t = 323,17U^*/D^*$ (M=0,2, RE=90.000).....	40
FIGURA 3.17: CAMPO DE GRADIENTE DE TEMPERATURA, TEMPO ADIMENSIONAL	
$t = 324,11U^*/D^*$ (M=0,2, RE=90.000).....	40
FIGURA 3.18: CAMPO DE GRADIENTE DE TEMPERATURA, TEMPO ADIMENSIONAL	
$t = 325,13U^*/D^*$ (M=0,2, RE=90.000).....	41
FIGURA 3.19: CAMPO DE GRADIENTE DE TEMPERATURA, TEMPO ADIMENSIONAL	
$t = 326,11U^*/D^*$ (M=0,2, RE=90.000).....	41
FIGURA 3.20: CAMPO DE GRADIENTE DE TEMPERATURA, TEMPO ADIMENSIONAL	
$t = 327,11U^*/D^*$ (M=0,2, RE=90.000).....	42
FIGURA 3.21: EMISSÃO DE ONDAS SONORAS GERADAS PELA ESTEIRA PARA OS TEMPOS	
$319,24U^*/D^*$, $320,23U^*/D^*$, $321,23U^*/D^*$ e $322,22U^*/D^*$ (M=0,2, RE=90.000) . .	43
FIGURA 3.22: EMISSÃO DE ONDAS SONORAS GERADAS PELA ESTEIRA PARA OS TEMPOS	
$323,17U^*/D^*$, $324,11U^*/D^*$, $325,13U^*/D^*$ e $326,11U^*/D^*$ (M=0,2, RE=90.000)...	43
FIGURA 3.23: VISÃO GLOBAL DA MALHA COMPUTACIONAL (M=0,8, RE=166.000).	44
FIGURA 3.24: VISÃO PROXIMAL DA MALHA COMPUTACIONAL (M=0,8, RE=166.000).....	45
FIGURA 3.25: DISTRIBUIÇÃO DO COEFICIENTE DE PRESSÃO MÉDIO SOBRE A SUPERFÍCIE DO	
CILINDRO (M=0,8, RE=166.000).	46
FIGURA 3.26: DISTRIBUIÇÃO DO COEFICIENTE DE FRICÇÃO MÉDIO SOBRE A SUPERFÍCIE DO	
CILINDRO (M=0,8, RE=166.000).	47
FIGURA 3.27: DISTRIBUIÇÃO DE y^+ E u^+ SOBRE A SUPERFÍCIE DO CILINDRO (M=0,8,	
RE=166.000).	47
FIGURA 3.28: EVOLUÇÃO TEMPORAL DO COEFICIENTE DE ARRASTO (M=0,8, RE=166.000). 48	
FIGURA 3.29: EVOLUÇÃO TEMPORAL DO COEFICIENTE DE SUSTENTAÇÃO (M=0,8,	
RE=166.000).	48

FIGURA 3.30: ESPECTRO DE POTÊNCIA DO SINAL DO COEFICIENTE DE ARRASTO ($M=0,8$, $RE=166.000$).....	49
FIGURA 3.31: ESPECTRO DE POTÊNCIA DO SINAL DO COEFICIENTE DE SUSTENTAÇÃO ($M=0,8$, $RE=166.000$).....	49
FIGURA 3.32: CAMPO DE GRADIENTE DE TEMPERATURA, TEMPO ADIMENSIONAL $t = 67,18U^*/D^*$ ($M=0,8$, $RE=166.000$).....	50
FIGURA 3.33: CAMPO DE GRADIENTE DE TEMPERATURA, TEMPO ADIMENSIONAL $t = 68,50U^*/D^*$ ($M=0,8$, $RE=166.000$).....	50
FIGURA 3.34: CAMPO DE GRADIENTE DE TEMPERATURA, TEMPO ADIMENSIONAL $t = 69,83U^*/D^*$ ($M=0,8$, $RE=166.000$).....	51
FIGURA 3.35: CAMPO DE GRADIENTE DE TEMPERATURA, TEMPO ADIMENSIONAL $t = 71,15U^*/D^*$ ($M=0,8$, $RE=166.000$).....	51
FIGURA 3.36: CAMPO DE GRADIENTE DE TEMPERATURA, TEMPO ADIMENSIONAL $t = 72,45U^*/D^*$ ($M=0,8$, $RE=166.000$).....	52
FIGURA 3.37: CAMPO DE GRADIENTE DE TEMPERATURA, TEMPO ADIMENSIONAL $t = 73,77U^*/D^*$ ($M=0,8$, $RE=166.000$).....	52
FIGURA 3.38: CAMPO DE GRADIENTE DE TEMPERATURA, TEMPO ADIMENSIONAL $t = 75,06U^*/D^*$ ($M=0,8$, $RE=166.000$).....	53
FIGURA 3.39: CAMPO DE GRADIENTE DE TEMPERATURA, TEMPO ADIMENSIONAL $t = 76,35U^*/D^*$ ($M=0,8$, $RE=166.000$).....	53
FIGURA 3.40: CAMPO DE GRADIENTE DE TEMPERATURA, TEMPO ADIMENSIONAL $t = 77,63U^*/D^*$ ($M=0,8$, $RE=166.000$).....	54
FIGURA 3.41: CAMPO DE GRADIENTE DE TEMPERATURA, TEMPO ADIMENSIONAL $t = 78,93U^*/D^*$ ($M=0,8$, $RE=166.000$).....	54
FIGURA 3.42: CAMPO DE GRADIENTE DE TEMPERATURA, TEMPO ADIMENSIONAL $t = 80,23U^*/D^*$ ($M=0,8$, $RE=166.000$).....	55
FIGURA 3.43: VISÃO GLOBAL DA MALHA COMPUTACIONAL ($M=0,8$, $RE=500.000$).	56
FIGURA 3.44: VISÃO PROXIMAL DA MALHA COMPUTACIONAL ($M=0,8$, $RE=500.000$).....	57
FIGURA 3.45: DISTRIBUIÇÃO DO COEFICIENTE DE PRESSÃO MÉDIO SOBRE A SUPERFÍCIE DO CILINDRO ($M=0,8$, $RE=500.000$).	58

FIGURA 3.46: DISTRIBUIÇÃO DO COEFICIENTE DE FRICÇÃO MÉDIO SOBRE A SUPERFÍCIE DO CILINDRO ($M=0,8$, $Re=500.000$).	59
FIGURA 3.47: DISTRIBUIÇÃO DE y^+ E u^+ SOBRE A SUPERFÍCIE DO CILINDRO ($M=0,8$, $Re=500.000$).	59
FIGURA 3.48: EVOLUÇÃO TEMPORAL DO COEFICIENTE DE ARRASTO ($M=0,8$, $Re=500.000$).	60
FIGURA 3.49: EVOLUÇÃO TEMPORAL DO COEFICIENTE DE SUSTENTAÇÃO ($M=0,8$, $Re=500.000$).	60
FIGURA 3.50: ESPECTRO DE POTÊNCIA DO SINAL DO COEFICIENTE DE ARRASTO ($M=0,8$, $Re=500.000$).	61
FIGURA 3.51: ESPECTRO DE POTÊNCIA DO SINAL DO COEFICIENTE DE SUSTENTAÇÃO ($M=0,8$, $Re=500.000$).	61
FIGURA 3.52: CAMPO DE GRADIENTE DE TEMPERATURA, TEMPO ADIMENSIONAL $t = 127,35 U^* / D^*$ ($M=0,8$, $Re=500.000$).	62
FIGURA 3.53: CAMPO DE GRADIENTE DE TEMPERATURA, TEMPO ADIMENSIONAL $t = 128,75 U^* / D^*$ ($M=0,8$, $Re=500.000$).	63
FIGURA 3.54: CAMPO DE GRADIENTE DE TEMPERATURA, TEMPO ADIMENSIONAL $t = 129,43 U^* / D^*$ ($M=0,8$, $Re=500.000$).	63
FIGURA 3.55: CAMPO DE GRADIENTE DE TEMPERATURA, TEMPO ADIMENSIONAL $t = 130,14 U^* / D^*$ ($M=0,8$, $Re=500.000$).	64
FIGURA 3.56: CAMPO DE GRADIENTE DE TEMPERATURA, TEMPO ADIMENSIONAL $t = 130,85 U^* / D^*$ ($M=0,8$, $Re=500.000$).	64
FIGURA 3.57: CAMPO DE GRADIENTE DE TEMPERATURA, TEMPO ADIMENSIONAL $t = 131,55 U^* / D^*$ ($M=0,8$, $Re=500.000$).	65
FIGURA 3.58: CAMPO DE GRADIENTE DE TEMPERATURA, TEMPO ADIMENSIONAL $t = 132,08 U^* / D^*$ ($M=0,8$, $Re=500.000$).	65
FIGURA 3.59 DISTRIBUIÇÃO DO COEFICIENTE DE PRESSÃO MÉDIO SOBRE A SUPERFÍCIE DO CILINDRO. ($M=0,8$, $Re=500.000$, SEM MODELO DE TURBULÊNCIA)	67
FIGURA 3.60: DISTRIBUIÇÃO DO COEFICIENTE DE FRICÇÃO MÉDIO SOBRE A SUPERFÍCIE DO CILINDRO. ($M=0,8$, $Re=500.000$, SEM MODELO DE TURBULÊNCIA)	67
FIGURA 3.61 EVOLUÇÃO TEMPORAL DO COEFICIENTE DE ARRASTO. ($M=0,8$, $Re=500.000$, SEM MODELO DE TURBULÊNCIA)	68

FIGURA 3.62 EVOLUÇÃO TEMPORAL DO COEFICIENTE DE SUSTENTAÇÃO. (M=0,8, RE=500.000, SEM MODELO DE TURBULÊNCIA)	68
FIGURA 3.63: CAMPO DE GRADIENTE DE TEMPERATURA, TEMPO ADIMENSIONAL $t = 52,38U^*/D^*$. (M=0,8, RE=500.000, SEM MODELO DE TURBULÊNCIA).....	69
FIGURA 3.64: CAMPO DE GRADIENTE DE TEMPERATURA, TEMPO ADIMENSIONAL $t = 53,51U^*/D^*$. (M=0,8, RE=500.000, SEM MODELO DE TURBULÊNCIA)	69
FIGURA 3.65: CAMPO DE GRADIENTE DE TEMPERATURA, TEMPO ADIMENSIONAL $t = 54,66U^*/D^*$. (M=0,8, RE=500.000, SEM MODELO DE TURBULÊNCIA).....	70
FIGURA 3.66: CAMPO DE GRADIENTE DE TEMPERATURA, TEMPO ADIMENSIONAL $t = 55,80U^*/D^*$. (M=0,8, RE=500.000, SEM MODELO DE TURBULÊNCIA).....	70
FIGURA 3.67: CAMPO DE GRADIENTE DE TEMPERATURA, TEMPO ADIMENSIONAL $t = 56,99U^*/D^*$. (M=0,8, RE=500.000, SEM MODELO DE TURBULÊNCIA).....	71
FIGURA 3.68: CAMPO DE GRADIENTE DE TEMPERATURA, TEMPO ADIMENSIONAL $t = 58,17U^*/D^*$. (M=0,8, RE=500.000, SEM MODELO DE TURBULÊNCIA).....	71
FIGURA 3.69: CAMPO DE GRADIENTE DE TEMPERATURA, TEMPO ADIMENSIONAL $t = 59,34U^*/D^*$. (M=0,8, RE=500.000, SEM MODELO DE TURBULÊNCIA).....	72
FIGURA 3.70: CAMPO DE GRADIENTE DE TEMPERATURA, TEMPO ADIMENSIONAL $t = 60,52U^*/D^*$. (M=0,8, RE=500.000, SEM MODELO DE TURBULÊNCIA).....	72

LISTA DE SÍMBOLOS, NOMENCLATURA E ABREVIACÕES

- a_1 : constante do modelo de turbulência Menter-SST
 arg_1 : argumento da função de mistura F_1 do modelo de turbulência Menter-SST
 arg_2 : argumento da função de mistura F_2 do modelo de turbulência Menter-SST
 β : constante do modelo de turbulência Menter-SST
 β^* : constante do modelo de turbulência Menter-SST
 β_1 : constante do modelo de turbulência $k - \varepsilon$
 β_2 : constante do modelo de turbulência $k - \omega$
 C_1 : primeira constante da fórmula de Sutherland
 \mathbb{C}_1 : constante utilizada na determinação da condição de contorno de energia cinética de turbulência
 C_2 : segunda constante da fórmula de Sutherland
 \mathbb{C}_2 : constante utilizada na determinação da condição de contorno de taxa de dissipação específica
 C_{DES} : constante do modelo de turbulência SST-DES
 C_{ij} : tensor cruzado submalha
 c_p : calor específico a pressão constante, coeficiente de pressão
 C_T : coeficiente da relação linear entre viscosidade e temperatura
 c_v : calor específico a volume constante
 $CD_{k\omega}$: termo de difusão cruzada
 d : dissipação artificial
 D : diâmetro do cilindro
 $\mathcal{D}(\hat{\mathbf{U}})$: dissipação artificial de Jameson
 D_i : vetor resultante da tomada de média do termo de dissipação viscosa da equação de energia
 D_i^C : vetor equivalente ao tensor cruzado resultante da filtragem espacial do termo de dissipação viscosa da equação de energia
 D_i^L : vetor equivalente ao tensor de Leonard resultante da filtragem espacial do termo de dissipação viscosa da equação de energia
 D_i^R : vetor equivalente ao tensor de Reynolds resultante da filtragem espacial do termo de dissipação viscosa da equação de energia
 Δ : tamanho característico do filtro, espaçamento local da malha
 Δt : passo temporal
 δ_{ij} : delta de Kroenecker
 \mathbf{E} : vetor de fluxo
 e : energia interna
 e_k : energia cinética de turbulência
 e_T : energia total
 ε : taxa de dissipação da energia cinética de turbulência
 $\varepsilon^{(2)}$: termo dissipativo de segunda ordem
 $\varepsilon^{(4)}$: termo dissipativo de quarta ordem
 ε_h : difusividade térmica

\mathbf{F} : vetor de fluxo
 $\mathcal{F}(\hat{\mathbf{U}})$: fluxo líquido do tensor Π sobre a superfície de controle
 F_1 : função de mistura do modelo Menter-SST
 F_2 : função de mistura do modelo Menter-SST
 F_{DES} : função de destruição de energia cinética de turbulência do modelo SST-DES
 Φ_i : sensor de Ducros
 γ : relação entre os calores específicos, constante do modelo Menter-SST
 γ_1 : constante do modelo Menter-SST
 γ_2 : constante do modelo Menter-SST
 k : condutividade térmica, energia cinética de turbulência
 k_t : condutividade térmica turbulenta
 L : raio do domínio computacional
 L_{ij} : tensor de Leonard
 L_t : escala de turbulência local
 M_∞ : número de Mach do escoamento não perturbado
 μ : viscosidade dinâmica
 μ_t : viscosidade dinâmica turbulenta
 μ_∞ : viscosidade dinâmica do escoamento não perturbado
 n : vetor normal à superfície sólida
 ∇ : operador nabla
 ν : viscosidade cinemática
 ω : taxa de dissipação específica da energia cinética de turbulência
 p : pressão estática
 P_i : vetor resultante da tomada de média do termo de trabalho por unidade de tempo do campo de pressão
 P_i^C : vetor equivalente ao tensor cruzado resultante da filtragem espacial do termo de trabalho por unidade de tempo do campo de pressão
 P_i^L : vetor equivalente ao tensor de Leonard resultante da filtragem espacial do termo de trabalho por unidade de tempo do campo de pressão
 P_i^R : vetor equivalente ao tensor de Reynolds resultante da filtragem espacial do termo de trabalho por unidade de tempo do campo de pressão
 P_k : termo de produção de energia cinética de turbulência
 \tilde{P}_k : termo de produção da energia cinética de turbulência para o modelo de turbulência Menter-SST
 Π : tensor de fluxo
 Pr : número de Prandtl
 Pr_t : número de Prandtl turbulento
 Ψ_i : sensor de Ducros
 Q_{e_i} : vetor resultante da tomada de média do termo de transporte convectivo da energia interna
 $Q_{e_i}^C$: vetor equivalente ao tensor cruzado resultante da filtragem espacial do termo de transporte convectivo da energia interna
 $Q_{e_i}^L$: vetor equivalente ao tensor de Leonard resultante da filtragem espacial do termo de transporte convectivo da energia interna

$Q_{e_i}^R$: vetor equivalente ao tensor de Reynolds resultante da filtragem espacial do termo de transporte convectivo da energia interna
 q_i : vetor fluxo de calor
 Q_i : vetor da contribuição dos termos turbulentos resultantes do processo de tomada de média da equação da energia
 q_i^C : vetor equivalente ao tensor cruzado resultante da filtragem espacial do termo de fluxo de calor
 q_i^L : vetor equivalente ao tensor de Leonard resultante da filtragem espacial do termo de fluxo de calor
 q_i^R : vetor equivalente ao tensor de Reynolds resultante da filtragem espacial do termo de fluxo de calor
 Q_{k_i} : vetor resultante da tomada de média do termo de transporte convectivo da energia cinética
 $Q_{k_i}^C$: vetor equivalente ao tensor cruzado resultante da filtragem espacial do termo de transporte convectivo da energia cinética
 $Q_{k_i}^L$: vetor equivalente ao tensor de Leonard resultante da filtragem espacial do termo de transporte convectivo da energia cinética
 $Q_{k_i}^R$: vetor equivalente ao tensor de Reynolds resultante da filtragem espacial do termo de transporte convectivo da energia cinética
 $(q_s)_{i+1/2}$: fluxo volumétrico na superfície $i + 1$
 R : constante do gás
 \mathbf{R} : vetor de fonte
 R_{ij} : tensor de Reynolds
 Re_∞ : número de Reynolds do escoamento não perturbado
 ρ : massa específica
 ρ_∞ : massa específica do escoamento não perturbado
 S : módulo do tensor taxa de deformação, vetor de superfície
 S_{ij} : tensor taxa de deformação
 σ_{k1} : constante do modelo SST-DES
 σ_{k2} : constante do modelo SST-DES
 $\sigma_{\omega1}$: constante do modelo SST-DES
 $\sigma_{\omega2}$: constante do modelo SST-DES
 σ_{ij} : vetor da contribuição dos termos turbulentos resultantes do processo de tomada de média da equação da quantidade de movimento
 σ_k : constante do modelo SST-DES
 σ_ω : constante do modelo SST-DES
 t : coordenada temporal
 T : temperatura
 T_∞ : temperatura do escoamento não perturbado
 τ_{ij} : tensor de tensões viscosas
 τ_{ij}^C : vetor equivalente ao tensor cruzado resultante da filtragem espacial do termo de forças de origem viscosa

τ_{ij}^L : vetor equivalente ao tensor de Leonard resultante da filtragem espacial do termo de forças de origem viscosa

τ_{ij}^R : vetor equivalente ao tensor de Reynolds resultante da filtragem espacial do termo de forças de origem viscosa

τ_w : tensão viscosa sobre a parede

U : módulo do vetor velocidade

\mathbf{U} : vetor das variáveis conservativas

u^+ : velocidade de fricção adimensional

u_i : i-ésima componente do vetor velocidade

U_∞ : velocidade do escoamento não perturbado

u_τ : velocidade de fricção

X : vetor posição

x_i : i-ésima componente do vetor posição

y : distância à superfície sólida mais próxima

y^+ : distância adimensional característica da camada-limite

1. INTRODUÇÃO

1.1. OBJETIVOS

O presente trabalho tem por objetivo geral simular o escoamento transônico turbulento ao redor de um cilindro bidimensional. Para tanto, busca-se atingir os seguintes objetivos secundários específicos:

- Implementação do modelo de turbulência SST-DES proposto por Strelets [23] no código numérico TTV (túnel transônico virtual), aplicativo desenvolvido pelo Laboratório de Dinâmica dos Fluidos Computacional da Universidade de Brasília para a simulação de escoamentos transônicos viscosos, a fim de torná-lo capaz de capturar interações entre ondas de choque e regiões viscosas para escoamentos turbulentos. Tal modelo foi escolhido por sua capacidade herdada do modelo Menter-SST [15] de capturar bem o ponto de separação sem a utilização de malhas extremamente resolutas, e de sua capacidade herdada da formulação *LES* de capturar as estruturas da esteira turbulenta sem sobre-amortecê-las e dissipá-las;
- Simulação do escoamento transônico subcrítico (escoamento onde a camada limite é laminar antes do descolamento) ao redor de um cilindro bidimensional sem a utilização de modelos de turbulência, a fim de evitar-se uma injeção fisicamente inconsistente de energia cinética na camada limite e o conseqüente retardo do descolamento, utilizando-se o referido código;
- Simulação do escoamento transônico supercrítico (escoamento onde a camada limite é turbulenta antes do descolamento) ao redor de um cilindro bidimensional, com a utilização do modelo SST-DES;
- Comparação dos resultados obtidos com os resultados experimentais disponíveis na literatura a fim de validarem-se os resultados obtidos pelo código numérico;
- Estudo das interações entre ondas de choque e regiões viscosas através de visualizações dos escoamentos simulados.

1.2. POSICIONAMENTO DO TRABALHO

Os estudos de escoamentos transônicos constituem parte importante da aerodinâmica. Tal fato deve-se a sua larga gama de aplicações na engenharia aeronáutica. Dentre tais aplicações, destacam-se, pela sua complexidade, aquelas relacionadas aos escoamentos transônicos ao redor de corpos rombudos. Como exemplos, podem-se citar os escoamentos ao redor de mísseis e ao redor de aeronaves com altos ângulos de ataque. Contudo, as

dificuldades dos estudos experimentais acerca do tema, como a escassez e os altos custos de operação dos túneis de vento transônicos, conduziram a um número limitado de trabalhos experimentais. Dentre tais trabalhos, podem-se citar o de Welsh [25], baseado em dados obtidos para um cilindro bidimensional coletados durante vôos, o de Sreedhara Murthy e Rose [22], onde a frequência de emissão de vórtices, as distribuições de coeficientes de fricção e de pressão e os valores dos coeficientes de arrasto e sustentação para um cilindro bidimensional em escoamentos subsônicos e transônicos foram obtidas em ensaios em túnel de vento (dentro do conhecimento do autor do presente trabalho, o mais completo trabalho experimental sobre o tema realizado até hoje), e o de Rodriguez [18], que trouxe resultados muito similares aos de Sreedhara Murthy e Rose, também sobre o escoamento ao redor de um cilindro, que é, segundo o próprio Rodriguez, um trabalho complementar, com o acréscimo de alguns dados (como o espectro de potência dos sinais de arrasto e sustentação) e de resultados para outros números de Reynolds e Mach.

Com os já citados empecilhos aos estudos experimentais dos escoamentos transônicos, surgiram, naturalmente, tentativas de solução numérica do problema, uma vez que estas são alternativas mais baratas. Entretanto, a grande maioria dos trabalhos não foi capaz de capturar a complexa topologia presente em tais escoamentos por optarem pela solução das equações de Euler compressíveis, eliminando, assim, as regiões viscosas e suas complexas e intensas interações com as ondas de choque. Como exemplos de trabalhos que utilizam tal abordagem, podem-se citar o de Pandolfi e Larocca [16], onde se utiliza uma metodologia baseada em diferenças finitas, fundamentado em um esquema híbrido avançado desenvolvido exclusivamente para o cilindro, o de Hafez e Wahba [10], no qual escoamento potencial é utilizado em conjunto com correções para entropia e vorticidade para o caso transônico e o de French [11], no qual o escoamento ao redor de um canal bidimensional de Ni é simulado para o caso transônico utilizando-se um esquema conservativo célula-vértice com o esquema de Lax-Wendroff para a marcha temporal.

Apesar dos esforços despendidos, os trabalhos citados no parágrafo anterior não foram capazes de capturar regiões viscosas, devido à ausência de termos viscosos nas equações de Euler, e, conseqüentemente, as interações entre ondas de choque e regiões viscosas. Em outros trabalhos utilizaram as equações de Navier-Stokes para serem capazes de capturar as regiões viscosas do escoamento. Contudo, foram incapazes de capturar as ondas de choque, falhando na captura das interações choque-viscosas, a exemplo dos trabalhos citados no parágrafo anterior. Como exemplo de tais trabalhos pode-se citar o de Ishii e Kuwahara [12], onde as equações completas de Navier-Stokes foram resolvidas com uma metodologia baseada numa discretização em volumes finitos, utilizando-se o método preditor-corretor de MacCormack e o modelo de turbulência de Baldwin-Lomax. Porém, por limitações do método numérico, do modelo de turbulência e da baixa resolução da

malha utilizada, eles não foram capazes de capturar a onda de choque e, conseqüentemente, suas interações com as regiões viscosas.

Dentro do contexto apresentado, insere-se o presente trabalho, com o objetivo de capturar a complexa interação que surge entre as ondas de choque e as regiões viscosas no escoamento ao redor de um cilindro bidimensional. Para tanto, utiliza-se a metodologia proposta por Bobenrieth e Mendonça [6], baseada numa discretização em volumes finitos com fluxos calculados utilizando-se a forma anti-simétrica proposta por Ducros *et al.* [9] e a dissipação artificial proposta por Jameson *et al.* [13], e numa discretização temporal baseada num esquema de Runge-Kutta de terceira ordem modificado, como proposto por Shu e Osher [27], aliada à utilização do modelo de turbulência SST-DES, proposto por Strelets [23] e à utilização de uma malha com alta resolução. O modelo de turbulência SST-DES foi adotado por sua capacidade de capturar bem o ponto de descolamento, sem a necessidade de uma malha com altíssima resolução na camada limite, e de permitir uma solução transiente na esteira turbulenta, sem amortecimento das estruturas ali formadas.

1.3. ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

O presente trabalho está dividido em 5 capítulos. O primeiro capítulo é constituído de uma introdução, onde o trabalho é delineado. O segundo traz a descrição da metodologia utilizada, descrevendo o modelo matemático do problema físico e o método numérico utilizado para solucionar o sistema de equações proposto. O terceiro capítulo mostra os resultados obtidos, sendo que os problemas atacados são o escoamento subsônico subcrítico ($M=0,2$ e $Re=90.000$), o escoamento transônico subcrítico ($M=0,8$ e $Re=166.000$) e o escoamento transônico supercrítico ($M=0,8$ e $Re=500.000$), todos ao redor de um cilindro bidimensional. O quarto capítulo traz as conclusões do trabalho, com discussões dos resultados obtidos e propostas para trabalhos futuros. Por fim, tem-se a bibliografia.

2. METODOLOGIA

2.1. MODELO MATEMÁTICO

2.1.1. Equações governantes

A fim de simularem-se os escoamentos viscosos compressíveis parte-se, inicialmente, das equações básicas da dinâmica dos fluidos, em sua forma diferencial. Assumindo-se, então, que o fluido seja newtoniano, tais equações são escritas, em notação indicial, segundo Anderson *et al.* [1], como:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i) = 0, \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}[\tau_{ij}], \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho e_T) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho e_T u_i) = -\frac{\partial}{\partial x_i}(p u_i) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\tau_{ij} u_j) + \frac{\partial q_i}{\partial x_i}, \quad (2.3)$$

onde a equação (2.1) representa a equação da continuidade, a equação (2.2) as equações da quantidade de movimento, compactadas pela notação indicial, e a equação (2.3) a equação da energia.

Na equação (2.3) a energia total e_T representa a soma das energias interna e cinética, na forma:

$$e_T = e + e_k = e + \frac{(u_i)^2}{2}, \quad (2.4)$$

Ainda, com base na hipótese de Stokes, o tensor de tensões τ_{ij} , presente nas equações (2.2) e (2.3), é dado por:

$$\tau_{ij} = \mu \left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right], \quad (2.5)$$

enquanto o vetor densidade de fluxo de calor q_i , presente na equação (2.3), é escrito como:

$$q_i = k \frac{\partial T}{\partial x_i}. \quad (2.6)$$

Pela equação de Sutherland (Schlichting [19]) a viscosidade se relaciona com a temperatura através da fórmula:

$$\mu = \frac{C_1 T^{3/2}}{C_2 + T}, \quad (2.7)$$

onde T é a temperatura absoluta e C_1 e C_2 são constantes empíricas específicas para cada gás. Ainda, segundo Schlichting, a condutividade térmica relaciona-se com a viscosidade através da expressão:

$$k = \frac{c_p}{Pr} \mu. \quad (2.8)$$

onde Pr é o número de Prandtl e c_p é o calor específico à pressão constante. O número de Prandtl, utilizado no presente trabalho, é assumido como sendo constante e igual a 0,72, devido à sua pequena variação com a temperatura para a maioria dos gases. Para gases caloricamente perfeitos, o valor de c_p é invariante com a temperatura e, no presente trabalho, assumido como sendo constante.

O sistema de equações, como apresentado até aqui, está aberto e, portanto, não passível de solução. Para fechá-lo, utilizam-se a equação de estado para um gás ideal e a relação entre temperatura e energia interna para um gás térmica e caloricamente perfeito, na forma:

$$p = (\gamma - 1) \rho e, \quad (2.9)$$

$$T = \frac{(\gamma - 1)}{R} e. \quad (2.10)$$

O sistema apresentado, agora, está fechado e passível de ser resolvido. Contudo, a solução numérica direta do sistema proposto acima é inviável para escoamentos turbulentos, utilizando-se os recursos atualmente disponíveis. Tal fato deve-se ao altíssimo custo de se resolver todas as escalas turbulentas, principalmente devido às reduzidas escalas de comprimento e tempo característicos das menores estruturas, o que exigiria uma resolução espacial e temporal proibitivas. A fim de contornarem-se tais dificuldades, uma das possíveis abordagens constitui-se da decomposição dos campos do escoamento em duas partes, uma relativa às grandes escalas, obtida através de uma média espaço-temporal da variável a ser filtrada, e outra às estruturas submalha, obtida através da diferença entre o valor da variável num ponto e o valor da média no referido ponto. Tal abordagem é uma generalização de outras duas, que são a *RANS/URANS* (*Reynolds Averaged Navier-Stokes/Unsteady Reynolds Navier-Stokes*), que se baseia em médias temporais e a *LES* (*Large Eddy Simulation*), que se baseia em médias espaciais. No subitem a seguir descrever-se-á, com mais detalhes, o processo de obtenção das equações de Navier-Stokes filtradas para a turbulência.

2.1.2. Equações de Navier-Stokes Filtradas para a Turbulência

Para a obtenção das equações de Navier-Stokes filtradas para a turbulência, decompõem-se os campos do escoamento em uma parte que representa a média espaço-temporal e outra, correspondente às contribuições das estruturas submalha (aquelas cuja escala de comprimento são menores que o tamanho do filtro). Dessa forma, uma variável ϕ pode ser decomposta, a cada instante de tempo, da seguinte forma:

$$\phi(x, y, z, t) = \bar{\phi}(x, y, z, t) + \phi'(x, y, z, t), \quad (2.11)$$

onde, segundo Silveira Neto [20], a parte filtrada da função ϕ é dada por:

$$\bar{\phi}(X, t) = \int_D \phi(r, t) G_s(X - r, \Delta_s) dr, \quad (2.12)$$

no caso da filtragem espacial, e por:

$$\bar{\phi}(r, T) = \int_{\tau} \phi(r, t) G_t(T - t, \Delta_t) dt, \quad (2.13)$$

no caso da filtragem temporal. Nas equações (2.12) e (2.13) X e r são vetores tridimensionais que indicam posição no espaço, T e t são instantes de tempo. Ainda, dr é igual a $dx dy dz$, $G_s(X - r, \Delta_s)$ é a função filtro espacial e $G_t(T - t, \Delta_t)$ é a função filtro temporal, com Δ_s e Δ_t representando o seus comprimentos característicos.

No presente trabalho a função filtro espacial utilizada é a função “filtro de caixa” clássico, utilizado por Bobenrieth [4], entre outros trabalhos. Tal filtro é definido da seguinte maneira:

$$G_s(X - r, \Delta_s) = \begin{cases} (1/\Delta_s)^3 & \text{se } \forall i |X_i - r_i| \leq (\Delta_s/2) \\ 0 & \text{se } \forall i |X_i - r_i| > (\Delta_s/2). \end{cases} \quad (2.14)$$

Assim, é possível perceber que a função $G_s(X - r, \Delta_s)$, como definida na equação (2.13), resultará numa variável filtrada cujo valor será igual à média de tal variável dentro de um cubo de aresta Δ , cujo centróide está localizado em X , sendo que o vetor $X - r$ varre o cubóide para tomar a média volumétrica da variável ϕ dentro do mesmo (vide figura 2.1).

A função filtro temporal utilizada no presente trabalho é do tipo impulso, definida como [28]:

$$G_t(T-t, \Delta_t) = \begin{cases} 1/\Delta_t & \text{se } \forall i |T_i - t_i| \leq (\Delta_t/2) \\ 0 & \text{se } \forall i |T_i - t_i| > (\Delta_t/2). \end{cases} \quad (2.15)$$

Da forma similar à função $G_s(X-r, \Delta_s)$, a função $G_t(T-t, \Delta_t)$, como definida na equação (2.14), resultará numa variável filtrada cujo valor será igual à média de tal variável entre os instantes de tempo $T - \Delta_t/2$ e $T + \Delta_t/2$.

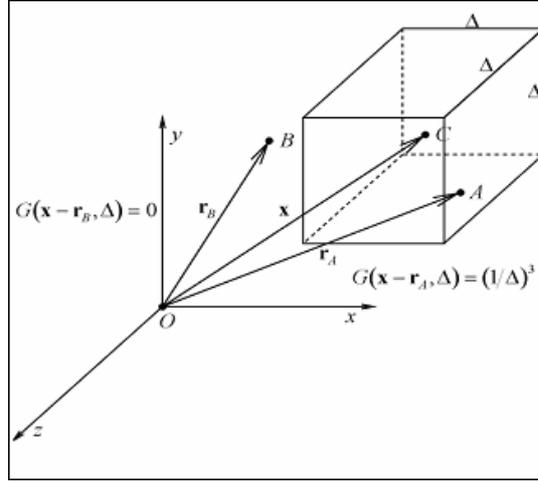


Figura 2.1: Esquema para o “filtro de caixa” clássico (extraído de Bobenrieth [4]).

Cabe notar que o comprimento característico do filtro espacial estará associado, naturalmente, ao comprimento característico da malha de discretização e que a função filtro temporal estará associada, de forma similar, ao passo utilizado para o processo de marcha no tempo. Ou seja, a própria discretização espacial assume o papel de filtro. É interessante observar também que o processo de filtragem temporal recupera a definição clássica de média de Reynolds quando Δ_t tende a infinito.

Da definição acima apresentada, duas propriedades importantes da filtragem espacial ficam evidentes. São elas:

$$\begin{aligned} \overline{\overline{\phi}(X,t)} &= \int_D G_s(X-r, \Delta_s) \overline{\phi}(r,t) dr = \frac{1}{\Delta_s^3} \int_D \overline{\phi}(r,t) dr \neq \\ &\neq \int_D G_s(X-r, \Delta_s) \phi(r,t) dr = \frac{1}{\Delta_s^3} \int_D \phi(r,t) dr = \overline{\phi}(X,t), \end{aligned} \quad (2.16)$$

ou, de forma análoga:

$$\begin{aligned}\overline{\overline{\phi(X,t)}} &= \int_{\tau} G_t(T-t, \Delta_t) \overline{\phi(r,t)} dt = \frac{1}{\Delta_t} \int_{\tau} \overline{\phi(r,t)} dr \neq \\ &\neq \int_{\tau} G_t(T-t, \Delta_t) \phi(r,t) dt = \frac{1}{\Delta_t} \int_{\tau} \phi(r,t) dt = \overline{\phi(X,t)},\end{aligned}\quad (2.17)$$

e, como consequência de (2.15) e (2.16):

$$\overline{\phi'} = \overline{\phi} - \overline{\overline{\phi}} = \overline{\phi} - \overline{\overline{\phi}} \neq 0. \quad (2.18)$$

Para escoamentos turbulentos compressíveis, uma simplificação matemática bastante útil para o processo de filtragem das equações é aquela proposta por Favre (Anderson *et al.* [1]). Tal simplificação constitui-se de um filtro ponderado pela massa, definido como:

$$\underline{\phi} = \frac{\overline{\rho\phi}}{\overline{\rho}}, \quad (2.19)$$

e assim, uma variável $\phi(x, y, z, t)$ passa a ser decomposta em $\underline{\phi}(x, y, z, t)$ e $\phi''(x, y, z, t)$, da seguinte forma:

$$\phi(x, y, z, t) = \underline{\phi}(x, y, z, t) + \phi''(x, y, z, t). \quad (2.20)$$

Pode-se, então, obter um sistema de equações de Navier-Stokes filtradas para a turbulência aplicando-se as definições de filtragem e filtragem ponderada pela massa específica apresentadas, respectivamente, nas equações (2.11) e (2.20) ao sistema de equações definido pelas equações de (2.1) a (2.10). Assim, aplicando-se o processo de filtragem à equação da continuidade, chega-se a:

$$\frac{\partial \overline{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{\rho u_i}) = \frac{\partial \overline{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{\rho \underline{u}_i}) = 0. \quad (2.21)$$

Cabe notar que, no termo de transporte advectivo da equação (2.21), foi utilizada a definição do filtro de Favre. De forma análoga, aplicando-se o processo de filtragem às equações da quantidade de movimento, expressas pela equação (2.2), tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\overline{\rho u_i}) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{\rho u_i u_j}) = - \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial \overline{\tau_{ij}}}{\partial x_j}, \quad (2.22)$$

e, ainda, utilizando-se a média de Favre, chega-se a:

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t} (\overline{\rho \underline{u}_i})}_{\text{termo I}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{\rho \underline{u}_i \underline{u}_j})}_{\text{termo II}} = - \underbrace{\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i}}_{\text{termo III}} + \underbrace{\frac{\partial \overline{\tau_{ij}}}{\partial x_j}}_{\text{termo IV}}. \quad (2.23)$$

Na equação (2.23) é possível perceber-se que os termos I, variação local da quantidade de movimento, e III, força devida ao campo de pressão, ambos por unidade de volume, já se encontram em sua forma mais simples. Assim, para o termo II, que representa o termo de transporte advectivo da quantidade de movimento, por unidade de volume, tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{\rho u_i u_j}) = \frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{\rho} \underline{u_i u_j}) - \frac{\partial}{\partial x_j}[\overline{\rho}(\underline{u_i u_j} - \underline{u_i u_j})], \quad (2.24)$$

Para o termo IV, que representa a força do campo de tensões viscosas, por unidade de volume, tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \overline{\tau_{ij}} = \frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{\mu S_{ij}}) = \frac{\partial}{\partial x_j}(\underline{\mu S_{ij}}) - \frac{\partial}{\partial x_j}[\underline{\mu S_{ij}} - \overline{\mu S_{ij}}] \quad (2.25)$$

Assim, a equação (2.22) pode ser reescrita na forma:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\overline{\rho u_i}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{\rho u_i u_j}) = -\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\underline{\mu S_{ij}}) - \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j}, \quad (2.26)$$

sendo σ_{ij} , forma compressível do tensor de Reynolds global [28], dado por:

$$\sigma_{ij} = \overline{\rho(u_i u_j - \underline{u_i u_j})} + \overline{\mu S_{ij}} - \underline{\mu S_{ij}}, \quad (2.27)$$

Parte-se, agora, para a filtragem da equação da energia. Assim sendo, aplicando-se o processo de filtragem a tal equação, chega-se a:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\overline{\rho e_T}) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\overline{\rho e_T u_i}) = -\frac{\partial}{\partial x_i}(\overline{p u_i}) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\overline{\tau_{ij} u_j}) - \frac{\partial \overline{q_i}}{\partial x_i}, \quad (2.28)$$

e, a exemplo das equações anteriores, aplicando-se a definição do filtro de Favre, chega-se a:

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t}(\overline{\rho e_T})}_{\text{termo I}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_i}(\overline{\rho e_T u_i})}_{\text{termo II}} = -\underbrace{\frac{\partial}{\partial x_i}(\overline{p u_i})}_{\text{termo III}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_i}(\overline{\tau_{ij} u_j})}_{\text{termo IV}} - \underbrace{\frac{\partial \overline{q_i}}{\partial x_i}}_{\text{termo V}}. \quad (2.29)$$

Pode-se observar na equação (2.29) que o termo I, termo transiente da equação da energia, já se encontra em sua forma mais simples. Já o termo II, termo de transporte advectivo da entalpia e da energia cinética, traz peculiaridades que merecem ser tratadas com mais detalhes, assim como os termos III, IV e V. Inicialmente, tem-se que o termo II pode ser dividido em dois outros termos, um relacionado exclusivamente ao transporte advectivo da energia interna e outro relacionado exclusivamente ao transporte advectivo da energia cinética. Assim:

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\overline{\rho e_T u_i}) = \frac{\partial}{\partial x_i}[\overline{\rho(e + e_k)u_i}] = \frac{\partial}{\partial x_i}(\overline{\rho e u_i}) + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_i}(\overline{\rho u_j u_j u_i}). \quad (2.30)$$

O termo de transporte advectivo da energia interna é decomposto da seguinte forma:

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\overline{\rho e u_i}) = \frac{\partial}{\partial x_i}(\overline{\rho e u_i}) - \frac{\partial}{\partial x_i}[\overline{\rho(e u_i - e u_i)}], \quad (2.31)$$

De forma similar, o termo de transporte advectivo da energia cinética é decomposto como:

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\overline{\rho e_k u_i}) = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_i}(\overline{\rho u_j u_j u_i}) = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_i}(\overline{\rho u_j u_j u_i}) - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_i} \overline{\rho(u_j u_j u_i - u_j u_j u_i)}, \quad (2.32)$$

Para o termo III, trabalho realizado pelo campo de pressão, por unidade de volume, por unidade de tempo, tem-se a seguinte decomposição:

$$-\frac{\partial}{\partial x_i}(\overline{p u_i}) = -\frac{\partial}{\partial x_i}(\overline{p u_i}) - \frac{\partial}{\partial x_i}(-\overline{p u_i} + \overline{p u_i}), \quad (2.33)$$

Ainda, para o termo IV, potência dissipada pelas tensões viscosas, por unidade de volume, tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\overline{\tau_{ij} u_j}) = \frac{\partial}{\partial x_i}(\overline{\mu S_{ij} u_j}) = \frac{\partial}{\partial x_i}(\underline{\mu S_{ij} u_j}) - \frac{\partial}{\partial x_i}(\underline{\mu S_{ij} u_j} - \overline{\mu S_{ij} u_j}), \quad (2.34)$$

E, por fim, para o termo IV, fluxo de calor por unidade de volume, tem-se a seguinte decomposição:

$$\frac{\partial \overline{q_i}}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(-\overline{k \frac{\partial T}{\partial x_i}} \right) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(-\underline{k \frac{\partial T}{\partial x_i}} \right) - \frac{\partial}{\partial x_i} \left(-\underline{k \frac{\partial T}{\partial x_i}} + \overline{k \frac{\partial T}{\partial x_i}} \right), \quad (2.35)$$

Assim, a equação de energia pode ser reescrita na forma:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left[\overline{\rho \left(e + \frac{u_j^2}{2} \right)} \right] + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\overline{\rho \left(e + \frac{u_j^2}{2} \right) u_i} \right] &= -\frac{\partial}{\partial x_i}(\overline{p u_i}) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\underline{\mu S_{ij} u_j}) \\ &\quad - \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\underline{k \frac{\partial T}{\partial x_i}} \right] - \frac{\partial Q_i}{\partial x_i}, \end{aligned} \quad (2.36)$$

sendo:

$$\begin{aligned} Q_i &= \frac{\partial}{\partial x_i} [\overline{\rho(e u_i - e u_i)}] + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_i} \overline{\rho(u_j u_j u_i - u_j u_j u_i)} + \frac{\partial}{\partial x_i} (-\overline{p u_i} + \overline{p u_i}) \\ &\quad + \frac{\partial}{\partial x_i} (\underline{\mu S_{ij} u_j} - \overline{\mu S_{ij} u_j}) + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(-\underline{k \frac{\partial T}{\partial x_i}} + \overline{k \frac{\partial T}{\partial x_i}} \right). \end{aligned} \quad (2.37)$$

Para se concluir o processo de obtenção das equações governantes filtradas para turbulência, restam, ainda, a equação de estado:

$$\bar{p} = \overline{\rho R T} = \bar{\rho} R \underline{T}, \quad (2.38)$$

a relação entre energia interna e temperatura:

$$\begin{aligned} T &= \frac{(\gamma - 1)}{R} e, & \rho T &= \rho \frac{(\gamma - 1)}{R} e, \\ \bar{\rho T} &= \overline{\frac{(\gamma - 1)}{R} \rho e}, & \bar{\rho T} &= \frac{(\gamma - 1)}{R} \bar{\rho} \underline{e}, & \underline{T} &= \frac{(\gamma - 1)}{R} \underline{e}, \end{aligned} \quad (2.39)$$

a relação entre a viscosidade e a temperatura, que, segundo Schlichting [19], pode ser escrita como $\mu = C_T T$:

$$\begin{aligned} \mu &= C_T T, & \rho \mu &= \rho C_T T, & \overline{\rho \mu} &= \overline{\rho C_T T}, \\ \bar{\rho \mu} &= \bar{\rho} C_T \underline{T}, & \underline{\mu} &= C_T \underline{T}. \end{aligned} \quad (2.40)$$

onde C_T é constante para uma determinada faixa de temperatura, e a relação entre viscosidade e condutividade térmica:

$$\overline{\rho k} = \frac{c_p}{\text{Pr}} \overline{\rho \mu}, \quad \bar{\rho k} = \frac{c_p}{\text{Pr}} \bar{\rho} \underline{\mu}, \quad \underline{k} = \frac{c_p}{\text{Pr}} \underline{\mu}. \quad (2.41)$$

2.1.3. Modelagem da turbulência. Formulação *DES* (*Detached Eddy Simulation*)

Após a realização do processo de filtragem apresentado no subitem anterior, é obtido um sistema de equações de Navier-Stokes filtradas gerais para a turbulência. Tal sistema, então, é dado por:

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{\rho} \underline{u}_i) = 0, \quad (2.42)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \underline{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \underline{u}_i \underline{u}_j) = - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\underline{\mu} \underline{S}_{ij}) - \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j}, \quad (2.43)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left[\bar{\rho} \left(\underline{e} + \frac{\underline{u}_j^2}{2} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\bar{\rho} \left(\underline{e} + \frac{\underline{u}_j^2}{2} \right) \underline{u}_i \right] &= - \frac{\partial}{\partial x_i} (\underline{p} \underline{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\underline{\mu} \underline{S}_{ij} \underline{u}_j) \\ &\quad - \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\underline{k} \frac{\partial \underline{T}}{\partial x_i} \right] - \frac{\partial Q_i}{\partial x_i}, \end{aligned} \quad (2.44)$$

$$\bar{p} = \bar{\rho} R \underline{T}, \quad (2.45)$$

$$\underline{T} = \frac{(\gamma - 1)}{R} \underline{e}, \quad (2.46)$$

$$\underline{\mu} = C_T \underline{T}, \quad (2.47)$$

$$\underline{k} = \frac{c_p}{Pr} \underline{\mu}. \quad (2.48)$$

Observe que, assim como se poderia esperar de um sistema de equações generalizado para a turbulência, não se está determinado nas equações (2.42) a (2.48) que tipo de abordagem está sendo feita. Tal sistema é, então, adequado para qualquer tipo de abordagem, seja ela RANS\URANS, LES ou híbrida LES\URANS, ficando a diferenciação a cargo de como são modelados os efeitos turbulentos, representados pelo tensor σ_{ij} e pelo vetor Q_i . No presente trabalho decidiu-se modelá-los segundo a abordagem híbrida LES\URANS conhecida como *DES*, utilizando-se o modelo de turbulência proposto por Strelets [23]. Tal escolha deveu-se à capacidade do modelo, herdada do modelo RANS Menter-SST [15], de bem capturar o ponto de separação sem a necessidade de malhas com resolução muito elevada, e à sua capacidade, herdada da formulação *LES*, de capturar as estruturas da esteira turbulenta sem sobre-amortecê-las ou dissipá-las.

A abordagem *DES*, originalmente proposta por Spalart *et al.* [21], baseia-se numa combinação não zonal das formulações *URANS* e *LES*. A transição de uma formulação para a outra é feita através da escala de turbulência calculada, $L_t = \sqrt{k}/\beta^* \omega$, onde k é a energia cinética específica de turbulência, ω é taxa de dissipação específica e β^* é uma constante igual a 0.09. Assim, em toda parte do domínio onde a escala de turbulência calculada supere o maior espaçamento local da malha (Δ), ou seja, tenha havido descolamento, a formulação muda de *URANS* para *LES*.

De maneira análoga aos trabalhos de Strelets [23], Spalart *et al.* [21], Bender e Menter [2] e Travin *et al.* [24], onde o modelo de turbulência baseia-se na formulação *DES*, o tensor σ_{ij} será considerado aproximadamente igual ao tensor de Reynolds global $R_{ij} = \bar{\rho}(\underline{u}_i \underline{u}_j - \underline{u}_i \underline{u}_j)$. Ainda, o vetor Q_i será considerado aproximadamente igual ao vetor fluxo de calor global $q_i = \bar{\rho}(\underline{e} \underline{u}_i - \underline{e} \underline{u}_i)$. Os trabalhos de Bobenrieth [4] e de Wilcox [26] trazem discussões mais profundas sobre as hipóteses simplificadoras que sustentam tais aproximações, para as formulações *LES* e *RANS*, respectivamente.

A modelagem do tensor R_{ij} é, então, feita baseando-se na hipótese de Boussinesq, que assume que os efeitos turbulentos podem ser modelados por um incremento difusivo, representado pela viscosidade turbulenta μ_T , da seguinte forma:

$$\sigma_{ij} = \mu_T \underline{S}_{ij} + \frac{2}{3} \delta_{ij} \bar{\rho} k. \quad (2.49)$$

Para o cálculo da viscosidade turbulenta, no presente trabalho, como já explicitado, adota-se o modelo proposto por Strelets [23] para a formulação *DES*, conhecido como SST-*DES*. O referido modelo de turbulência baseia-se naquele proposto por Menter [15], para formulações *RANS*, conhecido como Menter-SST, descrito a seguir.

Inicialmente, parte-se da hipótese de Bradshaw, como apresentado em Menter [15], onde a tensão cisalhante na camada limite é proporcional à energia cinética de turbulência. Dessa forma:

$$\tau_{ij} = \bar{\rho} a_1 k, \quad (2.50)$$

sendo a_1 uma constante igual a 0.31 e k é a energia cinética de turbulência. Por outro lado, em modelos propostos a duas equações, como é o próprio Menter-SST, a equação da tensão cisalhante pode ser expressa como:

$$\tau_{ij} = \mu_T S_{ij}. \quad (2.51)$$

Para modelos a duas equações convencionais, pode-se reescrever a equação acima como sendo:

$$\tau_{ij} = \bar{\rho} \sqrt{\frac{\text{produção de } k}{\text{dissipação de } k}} a_1 k, \quad (2.52)$$

uma vez que a razão entre a produção e a dissipação seja unitária. Entretanto, como apresentado por Driver e citado por Menter [15], em gradientes de pressão adversos, a razão entre a produção e a dissipação pode ser significativamente maior do que 1. Assim, o modelo SST de Menter admite, para atender as equações (2.83) e (2.84):

$$\mu_T = \bar{\rho} \frac{a_1 k}{\max(a_1 \omega; S \cdot F_2)}, \quad (2.53)$$

onde $S = |\underline{S}_{ij}|$ e $F_2 = \tanh[(\arg_2)^2]$, com $\arg_2 = \max(2\sqrt{k}/\beta^* \omega y; 500\bar{\nu}/y^2 \omega)$, sendo y a distância à superfície sólida mais próxima e $\bar{\nu} = \mu/\bar{\rho}$ a viscosidade cinemática média.

Assim, F_2 é igual a 1 para escoamentos na camada limite, ativando a definição de viscosidade turbulenta da equação (2.82), uma vez que nessa região $\mu_t = \bar{\rho} k/\omega$ conduziria a uma sobre estimação da tensão cisalhante. E, para as camadas de cisalhamento livre, $F_2 = 0$, garantindo que a definição original de μ_T seja utilizada nessas regiões, onde esta deve ser aplicada.

As equações de transporte para k e ω são determinadas através de uma combinação dos modelos $k - \omega$ e $k - \varepsilon$ modificados, utilizando-se uma função de mistura. A função de mistura é tomada de tal forma que, próximo às superfícies sólidas seja ativado o modelo $k - \omega$, com seu atrativo desempenho em tais regiões e, ao longe das mesmas, o modelo $k - \varepsilon$, uma vez que o $k - \omega$ é sensível a situações de escoamento cisalhante livre.

Logo, tem-se, da formulação do modelo Menter-SST, as seguintes equações de transporte para a energia cinética de turbulência e para a taxa de dissipação específica:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho} k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\bar{\rho} \underline{u}_i k) = \tilde{P}_k - \beta^* \bar{\rho} \omega k + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[(\mu + \mu_t \sigma_k) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right], \quad (2.54)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho} \omega) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\bar{\rho} \underline{u}_i \omega) = & \gamma \left(\frac{\bar{\rho}}{\mu_t} \right) P_k - \beta \bar{\rho} \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[(\mu + \mu_t \sigma_\omega) \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \right] + \\ & 2\bar{\rho}(1 - F_1) \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_i}. \end{aligned} \quad (2.55)$$

Os coeficientes β, γ, σ_k e σ_ω , que aparecem nas equações de transporte de k e ω , são obtidos por uma combinação dos coeficientes dos modelos $k - \varepsilon$ e $k - \omega$, utilizando-se a função de mistura F_1 . Assim, tais coeficientes são dados por:

$$\begin{aligned} \beta &= F_1 \beta_1 + (1 - F_1) \beta_2, & \gamma &= F_1 \gamma_1 + (1 - F_1) \gamma_2, \\ \sigma_k &= F_1 \sigma_{k1} + (1 - F_1) \sigma_{k2}, & \sigma_\omega &= F_1 \sigma_{\omega 1} + (1 - F_1) \sigma_{\omega 2}, \end{aligned} \quad (2.56)$$

onde o sub-índice 1 indica constantes do modelo $k - \varepsilon$ e o 2 do modelo $k - \omega$. Seus valores são:

$$\begin{aligned} \beta_1 &= 0.0750, & \beta_2 &= 0.0828, & \gamma_1 &= 0.5532, & \gamma_2 &= 0.4403, \\ \sigma_{k1} &= 0.8500, & \sigma_{k2} &= 1.0000, & \sigma_{\omega 1} &= 0.5000, & \sigma_{\omega 2} &= 0.8560. \end{aligned} \quad (2.57)$$

Como já apresentado anteriormente, a função de mistura F_1 tem por finalidade ativar o modelo $k - \omega$ próximo às superfícies sólidas e o $k - \varepsilon$ ao longe das mesmas. Tal função é dada por:

$$F_1 = \tanh(\arg_1^4), \quad (2.58)$$

com:

$$\arg_1 = \min \left[\max \left(\frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}; \frac{500\bar{v}}{y^2 \omega} \right); \frac{4\bar{\rho} \sigma_{\omega 2} k}{CD_{k\omega} y^2} \right]. \quad (2.59)$$

Na equação anterior o termo de difusão cruzada é expresso como sendo:

$$CD_{k\omega} = \max\left(2\bar{\rho}\sigma_{\omega^2}\frac{1}{\omega}\frac{\partial k}{\partial x_j}\frac{\partial \omega}{\partial x_j}; 10^{-10}\right). \quad (2.60)$$

E, por fim, o termo de produção de energia cinética de turbulência é dado por:

$$\tilde{P}_k = \min(P_k, \bar{\rho}c_1\varepsilon), \quad (2.61)$$

com:

$$P_k = \left(\mu_T S_{ij} - \frac{2}{3}\bar{\rho}k\delta_{ij}\right)\frac{\partial u_i}{\partial x_j}. \quad (2.62)$$

e com ε sendo a taxa de dissipação.

Como dito anteriormente, o modelo acima apresentado foi formulado para abordagens *RANS*. Assim, Strelets [23] modificou o termo de destruição $\beta^*\bar{\rho}\omega k$, da equação de transporte de energia cinética de turbulência do modelo proposto por Menter, de modo a aumentar a destruição nas regiões onde a escala de turbulência predita seja maior que o espaçamento local da malha, Δ , ou seja, onde o escoamento descolou. Tal abordagem faz com que nas regiões fora da esteira a viscosidade turbulenta seja mais elevada, devido à menor destruição da energia cinética de turbulência, conduzindo a uma solução permanente (*RANS*), ou transiente com escalas características de tempo muito elevadas (*URANS*), devido à elevada dissipação presente. Nas regiões de esteira, ao contrário, a modificação proposta por Strelets faz com que o termo de destruição da energia cinética seja maior, fazendo com que a viscosidade turbulenta seja menor e haja menos dissipação das estruturas turbulentas, conduzindo-se a uma solução transiente (*LES*). A modificação do termo de destruição proposta por Strelets [23] é dada na forma:

$$F_{DES} = \max\left(\frac{L_t}{C_{DES}\Delta}; 1\right), \quad L_t = \frac{\sqrt{k}}{\beta^*\omega}, \quad (2.63)$$

onde C_{DES} é uma constante de valor 0.78.

Para contornar o problema da separação induzida pelo refinamento da malha, Bender e Menter [2] propuseram uma modificação no termo de destruição, utilizando a função de mistura F_2 , uma vez que o maior refinamento, da malha costuma ser próximo às superfícies sólidas. Tal alteração é expressa na forma:

$$F_{DES} = \max\left[\frac{L_t}{C_{DES}\Delta}(1 - F_2); 1\right]. \quad (2.64)$$

Para modelar-se o fluxo turbulento de calor global, toma-se, inicialmente, a definição de difusividade térmica turbulenta:

$$\varepsilon_h = \frac{-(\overline{T}u_i - T\overline{u}_i)}{\left(\frac{\partial \overline{T}}{\partial x_i}\right)}. \quad (2.65)$$

Como $T = e/c_v$, tem-se que:

$$\varepsilon_h \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_i} = -\left(\frac{1}{c_v}\right)(\overline{e}u_i - e\overline{u}_i). \quad (2.66)$$

Segundo Cebecchi e Bradshaw [8], a difusividade térmica turbulenta é dada pela equação:

$$\varepsilon_h = \frac{\mu_T}{\text{Pr}_T \overline{\rho}}, \quad (2.67)$$

onde Pr_T é o número de Prandtl turbulento, cujo valor é considerado fixo e igual a 0.9.

Substituindo-se ε_h na equação (2.66) pela equação (2.67) e multiplicando-se ambos os lados por $\overline{\rho}$, chega-se a:

$$\begin{aligned} -\left(\frac{1}{c_v}\right)\overline{\rho}(\overline{e}u_i - e\overline{u}_i) &= \overline{\rho} \frac{\mu_T}{\text{Pr}_T \overline{\rho}} \left(\frac{\partial \overline{T}}{\partial x_i}\right), \\ -\overline{\rho}(\overline{e}u_i - e\overline{u}_i) &= \frac{c_v \mu_T}{\text{Pr}_T} \left(\frac{\partial \overline{T}}{\partial x_i}\right) = \gamma \frac{c_p \mu_T}{\text{Pr}_T} \left(\frac{\partial \overline{T}}{\partial x_i}\right). \end{aligned} \quad (2.68)$$

Ainda, definindo-se a condutividade turbulenta como sendo $k_T = (c_p \mu_T)/\text{Pr}_T$, chega-se a:

$$-\overline{\rho}(\overline{e}u_i - e\overline{u}_i) = \gamma k_T \left(\frac{\partial \overline{T}}{\partial x_i}\right). \quad (2.69)$$

Dessa forma, o sistema a ser resolvido fica na forma:

$$\frac{\partial \overline{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\overline{\rho}u_i) = 0. \quad (2.70)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\overline{\rho}u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{\rho}u_i u_j) = -\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left((\mu + \mu_T) \underline{S}_{ij} + \frac{2}{3} \delta_{ij} \overline{\rho} k \right), \quad (2.71)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}[\overline{\rho}e_T] + \frac{\partial}{\partial x_i}[\overline{\rho}e_T u_i] = \frac{\partial}{\partial x_i}(\overline{p}u_i) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\mu \underline{S}_{ij} u_j) + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[(k + \gamma k_T) \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_i} \right], \quad (2.72)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho} k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\bar{\rho} u_i k) = P_k - \beta^* \bar{\rho} \omega k + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[(\mu + \mu_t \sigma_k) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right], \quad (2.73)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho} \omega) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\bar{\rho} u_i \omega) &= \gamma \left(\frac{\bar{\rho}}{\mu_t} \right) P_k - \beta \bar{\rho} \omega^2 \\ &+ \frac{\partial}{\partial x_i} \left[(\mu + \mu_t \sigma_\omega) \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \right] + 2\bar{\rho} (1 - F_1) \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_i}. \end{aligned} \quad (2.74)$$

$$\bar{p} = \bar{\rho} R \underline{T}, \quad (2.75)$$

$$\underline{T} = \frac{(\gamma - 1)}{R} e \quad (2.76)$$

$$\mu = C_T \underline{T}, \quad (2.77)$$

Novamente, a equação (2.70) é a equação da continuidade, a (2.71) representa as equações da quantidade de movimento, a (2.72) é a equação da energia, a (2.73) é a equação do transporte de energia cinética de turbulência, a (2.74) é a equação do transporte da dissipação turbulenta, a (2.75) é a equação de estado para os gases térmica e caloricamente perfeitos, a (2.76) é a relação entre a temperatura e a energia interna e a equação (2.77) representa a relação entre a viscosidade e a temperatura.

Parte-se, agora, para a adimensionalização do sistema de equações proposto. Para tanto, utilizar-se-á a seguinte convenção para a adimensionalização:

$$\begin{aligned} x_i^* &= \frac{x_i}{D}, \quad u_i^* = \frac{u_i}{U_\infty}, \quad t^* = \frac{t}{D/U_\infty}, \quad \bar{p}^* = \frac{\bar{p}}{\rho_\infty (U_\infty)^2}, \quad \bar{\rho}^* = \frac{\bar{\rho}}{\rho_\infty}, \quad \mu^* = \frac{\mu}{\mu_\infty}, \\ \underline{h}^* &= \frac{h}{(U_\infty)^2}, \quad c_v^* = \left[\frac{T_\infty^*}{(U_\infty)^2} \right] c_v, \quad \underline{T}^* = \frac{\underline{T}}{T_\infty}, \quad k^* = \frac{k}{(U_\infty)^2}, \quad \omega^* = \frac{\omega}{U_\infty/D}, \end{aligned} \quad (2.78)$$

onde o asterisco indica a variável em sua forma adimensional, D é o comprimento característico do problema (no caso, o diâmetro do cilindro) e o sub-índice ∞ indica propriedades do escoamento não perturbado.

Utilizando-se a convenção apresentada nas equações (2.78), primeiramente, adimensionaliza-se a equação da continuidade. Chega-se, então, a:

$$\frac{\partial \bar{\rho}^*}{\partial t^*} + \frac{\partial}{\partial x_i^*} (\bar{\rho}^* u_i^*) = 0. \quad (2.79)$$

Adimensionalizando-se a equação da quantidade de movimento, tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial t^*}(\bar{\rho}^* \underline{u}_i^*) + \frac{\partial}{\partial x_j^*}(\bar{\rho}^* \underline{u}_i^* \underline{u}_j^*) = -\frac{\partial \bar{p}^*}{\partial x_i^*} + \frac{\partial}{\partial x_j^*} \left(\frac{1}{\text{Re}} (\mu^* + \mu_T^*) \underline{S}_{ij}^* + \frac{2}{3} \delta_{ij} \bar{\rho}^* k^* \right). \quad (2.80)$$

E adimensionalizando-se a equação da energia, chega-se a:

$$\frac{\partial}{\partial t^*}[\bar{\rho}^* \underline{e}_T^*] + \frac{\partial}{\partial x_i^*}[\bar{\rho}^* (\underline{h}^* + \underline{e}_k^*) \underline{u}_i^*] = \frac{\partial}{\partial x_i^*}(\mu^* \underline{S}_{ij}^* \underline{u}_j^*) + \frac{\partial}{\partial x_i^*} \left[(k^* + k_T^*) \frac{\partial T^*}{\partial x_i^*} \right]. \quad (2.81)$$

Para as equações de transporte de energia cinética de turbulência e taxa de dissipação específica turbulenta adimensionalizadas, tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial t^*}(\bar{\rho}^* k^*) + \frac{\partial}{\partial x_i^*}(\bar{\rho}^* \underline{u}_i^* k^*) = \tilde{P}_k^* - \beta^* \bar{\rho}^* \omega^* k^* .F_{DES} + \frac{\partial}{\partial x_i^*} \left[(\mu^* + \mu_T^* \sigma_k) \frac{\partial k^*}{\partial x_i^*} \right], \quad (2.82)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t^*}(\bar{\rho}^* \omega^*) + \frac{\partial}{\partial x_i^*}(\bar{\rho}^* \underline{u}_i^* \omega^*) &= \gamma \left(\frac{\bar{\rho}^*}{\mu_T^*} \right) P_k^* - \beta \bar{\rho}^* (\omega^*)^2 \\ &+ \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial}{\partial x_i^*} \left[(\mu^* + \mu_T^* \sigma_\omega) \frac{\partial \omega^*}{\partial x_i^*} \right] \\ &+ 2\bar{\rho}^* (1 - F_1^*) \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega^*} \frac{\partial k^*}{\partial x_i^*} \frac{\partial \omega^*}{\partial x_i^*}, \end{aligned} \quad (2.83)$$

com:

$$\tilde{P}_k^* = \min(P_k^*, \bar{\rho}^* c_1 \varepsilon^*), \quad (2.84)$$

e:

$$P_k^* = \left(\frac{1}{\text{Re}} \mu_T^* S_{ij}^* - \frac{2}{3} \bar{\rho}^* k^* \delta_{ij} \right) \frac{\partial \underline{u}_i^*}{\partial x_j^*}. \quad (2.85)$$

Para a adimensionalização das equações de estado, tem-se:

$$\bar{p}^* = (\gamma - 1) \bar{\rho}^* \underline{e}^* \quad \text{e} \quad \underline{T} = \frac{\gamma M_\infty^2 \bar{p}^*}{\bar{\rho}^*}, \quad (2.86)$$

e para a relação entre a viscosidade e a temperatura, tem-se:

$$\mu^* = C_T \underline{T}^*. \quad (2.87)$$

Agora, com o sistema de equações governantes fechado e adimensionalizado, parte-se para o método de solução numérica do sistema, que será descrito no próximo item.

2.2. MÉTODO NUMÉRICO

Uma vez que o sistema de equações governantes apresentado não é possível de ser resolvido analiticamente, deve-se partir para uma abordagem numérica para a solução.

Inicialmente, para resolver-se o sistema de equações proposto, adimensionalizado, (equações de (2.110) a (2.118)) reescreve-se o mesmo na seguinte forma vetorial 2D (uma vez que os problemas de interesse a serem atacados serão resolvidos bidimensionalmente) como apresentado por Anderson *et al.* [1]:

$$\frac{\partial \bar{\mathbf{U}}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\mathbf{E}}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\mathbf{F}}}{\partial y} = \bar{\mathbf{R}}, \quad (2.88)$$

onde os vetores $\bar{\mathbf{U}}$, $\bar{\mathbf{E}}$, $\bar{\mathbf{F}}$ e $\bar{\mathbf{R}}$ são dados por:

$$\bar{\mathbf{U}} = \begin{bmatrix} \bar{\rho}^* \\ \bar{\rho}^* \underline{u}^* \\ \bar{\rho}^* \underline{v}^* \\ \bar{\rho}^* \left(\underline{e}^* + \frac{(\underline{u}^*)^2 + (\underline{v}^*)^2}{2} \right) \\ \bar{\rho}^* k^* \\ \bar{\rho}^* \omega^* \end{bmatrix}, \quad (2.89)$$

$$\bar{\mathbf{E}} = \begin{bmatrix} \bar{\rho}^* \underline{u}^* \\ \bar{\rho}^* (\underline{u}^*)^2 + \bar{p}^* - (\mu^* + \mu_T^*) \underline{S}_{xx}^* \\ \bar{\rho}^* \underline{u}^* \underline{v}^* - (\mu^* + \mu_T^*) \underline{S}_{xy}^* \\ \bar{\rho}^* \underline{u}^* \left(\underline{e}^* + \frac{(\underline{u}^*)^2 + (\underline{v}^*)^2}{2} \right) + \bar{p}^* \underline{u}^* - \\ \quad - (\mu^* \underline{S}_{xx}^*) \underline{u}^* - (\mu^* \underline{S}_{xy}^*) \underline{v}^* \\ \quad - (k^* + \gamma k_t) \frac{\partial \underline{T}^*}{\partial x^*} \\ \bar{\rho}^* \underline{u}^* k^* - \frac{1}{\text{Re}} (\mu^* + \mu_T^* \sigma_k) \frac{\partial k^*}{\partial x^*} \\ \bar{\rho}^* \underline{u}^* \omega^* - \frac{1}{\text{Re}} (\mu^* + \mu_T^* \sigma_\omega) \frac{\partial \omega^*}{\partial x^*} \end{bmatrix}, \quad (2.90)$$

$$\bar{\mathbf{F}} = \begin{bmatrix} \bar{\rho}^* \underline{v}^* \\ \bar{\rho}^* \underline{v}^* \underline{u}^* - (\mu^* + \mu_T^*) \underline{S}_{xy}^* \\ \bar{\rho}^* (\underline{v}^*)^2 + \bar{p}^* - (\mu^* + \mu_T^*) \underline{S}_{yy}^* \\ \bar{\rho}^* \underline{v}^* \left(\underline{e}^* + \frac{(\underline{u}^*)^2 + (\underline{v}^*)^2}{2} \right) + \bar{p}^* \underline{v}^* - \\ - (\mu^* \underline{S}_{xy}^*) \underline{u}^* \\ - (\mu^* \underline{S}_{yy}^*) \underline{v}^* - (k^* + \gamma k_t) \frac{\partial T^*}{\partial y^*} \\ \bar{\rho}^* \underline{v}^* k^* - \frac{1}{\text{Re}} (\mu^* + \mu_T^* \sigma_k) \frac{\partial k^*}{\partial y^*} \\ \bar{\rho}^* \underline{v}^* \omega^* - \frac{1}{\text{Re}} (\mu^* + \mu_T^* \sigma_\omega) \frac{\partial \omega^*}{\partial y^*} \end{bmatrix}, \quad (2.91)$$

$$\bar{\mathbf{R}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \tilde{P}_k - \beta^* \bar{\rho}^* \omega^* k^* \cdot F_{DES} \\ \gamma \left(\frac{\bar{\rho}^*}{\mu_T^*} \right) \text{Re} P_k - \beta \bar{\rho}^* (\omega^*)^2 + \\ + 2(1 - F_1^*) \bar{\rho}^* \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega^*} \left(\frac{\partial k^*}{\partial x^*} \frac{\partial \omega^*}{\partial x^*} + \frac{\partial k^*}{\partial y^*} \frac{\partial \omega^*}{\partial y^*} \right) \end{bmatrix}. \quad (2.92)$$

Define-se, então, como em Anderson *et al.* [1], o tensor $\bar{\Pi}$ como sendo:

$$\bar{\Pi} = \bar{\mathbf{E}} \otimes \mathbf{i} + \bar{\mathbf{F}} \otimes \mathbf{j}, \quad (2.93)$$

onde o símbolo \otimes representa o produto tensorial e \mathbf{i} e \mathbf{j} são os vetores unitários nas direções x e y, respectivamente.

Com a definição apresentada na equação (2.93), pode-se reescrever a equação (2.88) como:

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial t} + \nabla \cdot \bar{\Pi} = \bar{\mathbf{R}}. \quad (2.94)$$

Como o presente trabalho utiliza uma discretização baseada em volumes finitos, parte-se para a integração da equação (2.94) sobre o volume de controle V e, aplicando-se o teorema do divergente ao primeiro termo do lado direito da equação, obtêm-se a seguinte forma para o sistema de equações:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \bar{\mathbf{U}} dV = - \int_V (\nabla \cdot \bar{\mathbf{\Pi}}) dV + \int_V \bar{\mathbf{R}} dV = - \int_S (\bar{\mathbf{\Pi}} \cdot \mathbf{n}) dS + \int_V \bar{\mathbf{R}} dV. \quad (2.95)$$

Para a discretização do sistema em volumes finitos, definem-se as médias volumétricas dos vetores $\bar{\mathbf{U}}$ e $\bar{\mathbf{R}}$ como sendo:

$$\hat{\mathbf{U}} \equiv \frac{1}{V} \int_V \bar{\mathbf{U}} dV \text{ e } \hat{\mathbf{R}} \equiv \frac{1}{V} \int_V \bar{\mathbf{R}} dV. \quad (2.96)$$

Assim, utilizando-se a definição da equação anterior, reescreve-se a equação (2.95) como:

$$\frac{\partial \hat{\mathbf{U}}}{\partial t} = - \frac{1}{V} \int_S (\bar{\mathbf{\Pi}} \cdot \mathbf{n}) dS + \hat{\mathbf{R}}. \quad (2.97)$$

A equação acima apresentada ainda é uma equação contínua. Assim, a discretização temporal de primeira ordem para o volume (i, j) é dada por:

$$\left(\frac{\partial \hat{\mathbf{U}}}{\partial t} \right)_{i,j} = \frac{\Delta \hat{\mathbf{U}}_{i,j}}{\Delta t} + O(\Delta t), \quad (2.98)$$

e o fluxo através da superfície de controle, assumindo-se $\bar{\mathbf{\Pi}}$ constante para o volume de controle, é aproximada por:

$$\int_S (\bar{\mathbf{\Pi}} \cdot \mathbf{n}) dS \approx \bar{\mathbf{\Pi}} \cdot \mathbf{S}. \quad (2.99)$$

Sendo o volume de controle utilizado na discretização um quadrilátero, pode-se reescrever o termo do lado direito da equação como:

$$\bar{\mathbf{\Pi}} \cdot \mathbf{S} = (\bar{\mathbf{\Pi}} \cdot \mathbf{S})_{i+1/2} + (\bar{\mathbf{\Pi}} \cdot \mathbf{S})_{i-1/2} + (\bar{\mathbf{\Pi}} \cdot \mathbf{S})_{j+1/2} + (\bar{\mathbf{\Pi}} \cdot \mathbf{S})_{j-1/2}, \quad (2.100)$$

onde $(\bar{\mathbf{\Pi}} \cdot \mathbf{S})_{i+1/2}$, por exemplo, é a componente do fluxo entre os volumes (i, j) e $(i+1, j)$, valendo lógica idêntica para os outros membros do lado direito da equação (2.100). Assim, a aproximação espacial do sistema de equações é:

$$\Delta \hat{\mathbf{U}}_{i,j} = - \frac{\Delta t}{V_{i,j}} \left[\mathcal{F}(\hat{\mathbf{U}})_{i,j} - \mathcal{D}(\hat{\mathbf{U}})_{i,j} \right] + \Delta t \hat{\mathbf{R}}, \quad (2.101)$$

sendo:

$$\mathcal{F}(\hat{\mathbf{U}})_{i,j} = \bar{\Pi} \cdot \mathbf{S}, \quad (2.102)$$

e $\mathcal{D}(\hat{\mathbf{U}})_{i,j}$ a dissipação artificial.

Como exemplo do cálculo do fluxo do tensor $\bar{\Pi}$ através da superfície de controle, tem-se, para a componente $\mathbf{S}_{i+1/2}$:

$$(\bar{\Pi} \cdot \mathbf{S})_{i+1/2} = \begin{bmatrix} (\bar{\Pi} \cdot \mathbf{S})_{i+1/2}^1 \\ (\bar{\Pi} \cdot \mathbf{S})_{i+1/2}^2 \\ (\bar{\Pi} \cdot \mathbf{S})_{i+1/2}^3 \\ (\bar{\Pi} \cdot \mathbf{S})_{i+1/2}^4 \\ (\bar{\Pi} \cdot \mathbf{S})_{i+1/2}^5 \\ (\bar{\Pi} \cdot \mathbf{S})_{i+1/2}^6 \end{bmatrix}, \quad (2.103)$$

onde as componentes são escritas como:

$$(\bar{\Pi} \cdot \mathbf{S})_{i+1/2}^1 = \bar{\rho}_{i+1/2}^* (q_S)_{i+1/2}, \quad (2.104)$$

$$\begin{aligned} (\bar{\Pi} \cdot \mathbf{S})_{i+1/2}^2 &= (\bar{\rho}^* \underline{u}^*)_{i+1/2} (q_S)_{i+1/2} + p_{i+1/2}^* (s_x)_{i+1/2} \\ &\quad - \left[(\mu^* + \mu_T^*)_{i+1/2} (S_{xx})_{i+1/2} \right] (s_x)_{i+1/2} \\ &\quad - \left[(\mu^* + \mu_T^*)_{i+1/2} (S_{xy})_{i+1/2} \right] (s_y)_{i+1/2}, \end{aligned} \quad (2.105)$$

$$\begin{aligned} (\bar{\Pi} \cdot \mathbf{S})_{i+1/2}^3 &= (\bar{\rho}^* \underline{v}^*)_{i+1/2} (q_S)_{i+1/2} + \bar{p}_{i+1/2}^* (s_y)_{i+1/2} \\ &\quad - \left[(\mu^* + \mu_t^*)_{i+1/2} (S_{xy})_{i+1/2} \right] (s_x)_{i+1/2} \\ &\quad - \left[(\mu^* + \mu_t^*)_{i+1/2} (S_{yy})_{i+1/2} \right] (s_y)_{i+1/2}, \end{aligned} \quad (2.106)$$

$$\begin{aligned}
(\Pi \cdot \mathbf{S})_{i+1/2}^4 &= (\rho e_T)_{i+1/2} (q_S)_{i+1/2} + p_{i+1/2} (q_S)_{i+1/2} \\
&\quad - u_{i+1/2} (s_x)_{i+1/2} [\mu_{i+1/2} (S_{xx})_{i+1/2}] \\
&\quad - v_{i+1/2} (s_y)_{i+1/2} [\mu_{i+1/2} (S_{yy})_{i+1/2}] \\
&\quad - [v_{i+1/2} (s_x)_{i+1/2} + u_{i+1/2} (s_y)_{i+1/2}] [\mu_{i+1/2} (S_{xy})_{i+1/2}] \quad (2.107) \\
&\quad - [(k + k_t)_{i+1/2} (\partial T / \partial x)_{i+1/2}] (s_x)_{i+1/2} \\
&\quad - [(k + k_t)_{i+1/2} (\partial T / \partial y)_{i+1/2}] (s_y)_{i+1/2},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(\bar{\Pi} \cdot \mathbf{S})_{i+1/2}^5 &= (\bar{\rho}^* k^*)_{i+1/2} (q_S)_{i+1/2} \\
&\quad - \frac{1}{\text{Re}} (\mu^* + \mu_t^* \sigma_k)_{i+1/2} \left[\left(\frac{\partial k^*}{\partial x^*} \right)_{i+1/2} (s_x)_{i+1/2} \quad (2.108) \right. \\
&\quad \left. + \left(\frac{\partial k^*}{\partial y^*} \right)_{i+1/2} (s_y)_{i+1/2} \right],
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(\bar{\Pi} \cdot \mathbf{S})_{i+1/2}^6 &= (\bar{\rho}^* \omega^*)_{i+1/2} (q_S)_{i+1/2} \\
&\quad - \frac{1}{\text{Re}} (\mu^* + \mu_t^* \sigma_\omega)_{i+1/2} \left[\left(\frac{\partial \omega^*}{\partial x^*} \right)_{i+1/2} (s_x)_{i+1/2} \quad (2.109) \right. \\
&\quad \left. + \left(\frac{\partial \omega^*}{\partial y^*} \right)_{i+1/2} (s_y)_{i+1/2} \right].
\end{aligned}$$

O termo $(q_S)_{i+1/2}$ das equações (2.104) a (2.109) é o fluxo volumétrico, definido como:

$$(q_S)_{i+1/2} = \underline{\mathbf{u}}_{i+1/2}^* \cdot \mathbf{S}_{i+1/2} = \bar{u}_{i+1/2}^* (s_x)_{i+1/2} + \bar{v}_{i+1/2}^* (s_y)_{i+1/2}. \quad (2.110)$$

Cabe notar que, nas equações (2.104) a (2.109), os primeiros termos do lado direito são os termos advectivos e os outros são os termos de fonte, destruição e transporte difusivo.

A fim de se avaliar todos os termos apresentados nas equações (2.104) a (2.110), utiliza-se o esquema de quarta-ordem com simetria oblíqua como proposto por Ducros *et al.* [9]:

$$\bar{\phi}_{i+1/2}^* = \frac{2}{3} (\bar{\phi}_i^* + \bar{\phi}_{i+1}^*) - \frac{1}{12} (\bar{\phi}_{i-1}^* + \bar{\phi}_i^* + \bar{\phi}_{i+1}^* + \bar{\phi}_{i+2}^*), \quad (2.111)$$

e

$$\begin{aligned}
(\bar{\rho}^* \underline{\phi}^*)_{i+1/2} &\equiv \frac{1}{3}(\bar{\rho}_i^* + \bar{\rho}_{i+1}^*)(\underline{\phi}_i^* + \underline{\phi}_{i+1}^*) \\
&\quad - \frac{1}{24}(\bar{\rho}_{i-1}^* \underline{\phi}_{i-1}^* + \bar{\rho}_{i+1}^* \underline{\phi}_{i-1}^* + \bar{\rho}_i^* \underline{\phi}_i^* + \bar{\rho}_{i+2}^* \underline{\phi}_i^* + \bar{\rho}_{i+1}^* \underline{\phi}_{i+1}^* \\
&\quad + \bar{\rho}_{i-1}^* \underline{\phi}_{i+1}^* + \bar{\rho}_{i+2}^* \underline{\phi}_{i+2}^* + \bar{\rho}_i^* \underline{\phi}_{i+2}^*) \\
&\quad + \frac{1}{3} \left[\frac{1}{2}(\bar{\rho}_{i+1}^* \underline{\phi}_{i+1}^* + \bar{\rho}_i^* \underline{\phi}_i^*) - \frac{1}{4}(\bar{\rho}_{i+1}^* + \bar{\rho}_i^*)(\underline{\phi}_{i+1}^* + \underline{\phi}_i^*) \right],
\end{aligned} \tag{2.112}$$

Observe-se que os termos do lado direito das equações acima são os valores médios tomados no centro do volume de controle.

Como se pode observar, o esquema proposto é centrado, não possuindo dissipação numérica implícita, como os métodos do tipo preditor-corretor, por exemplo. Assim, torna-se necessário utilizar-se uma dissipação artificial explícita, a fim de melhorar-se a estabilidade do método. A dissipação artificial utilizada no presente trabalho é a proposta por Jameson *et al.* [13], dada por:

$$\mathcal{D}(\hat{\mathbf{U}}) = [d_{i+1/2}(\hat{\mathbf{U}}) - d_{i-1/2}(\hat{\mathbf{U}})] + [d_{j+1/2}(\hat{\mathbf{U}}) - d_{j-1/2}(\hat{\mathbf{U}})], \tag{2.113}$$

onde:

$$\begin{aligned}
d_{i+1/2}(\hat{\mathbf{U}}) &= \varepsilon_{i+1/2}^{(2)} [(\hat{\mathbf{U}})_{i+1} - (\hat{\mathbf{U}})_i] - \\
&\quad - \varepsilon_{i+1/2}^{(4)} [(\hat{\mathbf{U}})_{i+2} - 3(\hat{\mathbf{U}})_{i+1} + 3(\hat{\mathbf{U}})_i - (\hat{\mathbf{U}})_{i-1}].
\end{aligned} \tag{2.114}$$

Os termos do lado direito da equação acima são, respectivamente, operadores dissipativos de segunda e quarta ordens. Para que se garanta tal condição é utilizado o operador de Ducros. Os coeficientes dos operadores de segunda e quarta ordem são dados por:

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{i+1/2}^{(2)} &= \kappa^{(2)} \max(\Psi_i \Phi_i, \Psi_{i+1} \Phi_{i+1}), \quad \varepsilon_{i+1/2}^{(4)} = \max\left[0, \left(\kappa^{(4)} - \varepsilon_{i+1/2}^{(2)}\right)\right], \\
\kappa^{(2)} &= 1/4, \quad \kappa^{(4)} = 1/256,
\end{aligned} \tag{2.115}$$

onde os sensores Ψ_i e Φ_i são:

$$\Psi_i = \frac{|\bar{p}_{i+1}^* - 2\bar{p}_i^* + \bar{p}_{i-1}^*|}{|\bar{p}_{i+1}^*| + |2\bar{p}_i^*| + |\bar{p}_{i-1}^*|}, \quad \Phi_i = \frac{(\nabla \cdot \bar{\mathbf{u}})^2}{(\nabla \cdot \bar{\mathbf{u}})^2 + |\nabla \times \bar{\mathbf{u}}|^2 + \varepsilon}, \tag{2.116}$$

com $\varepsilon = 10^{-30}$.

O sensor Ψ_i baseia-se na variação do campo de pressão. Tal variação é certamente grande nas ondas de choque e pode ser significativa em regiões de alta vorticidade, como camadas de mistura. Assim o sensor Φ_i proposto por Ducros *et al.* [9], serve para inibir o sensor Ψ_i

em regiões de rotacional elevado, mas divergente baixo. De tal forma o operador de segunda ordem é inibido fora das regiões próximas a ondas de pressão, garantindo uma formulação de quarta ordem que não amortece as regiões de instabilidade associadas à vorticidade do escoamento através de um amortecimento artificial de segunda. Em regiões onde se observa o contrário, o sensor Φ_i tem sua capacidade reduzida.

O sensor Ψ_i é aplicado às equações de continuidade, quantidade de movimento e energia. Contudo experiências numéricas mostraram que a utilização de tal sensor, da forma como apresentado na equação (2.116) não foi capaz de garantir a estabilidade do código quando aplicados às equações de transporte da energia cinética de turbulência e da taxa de dissipação específica. Ficou claro então que para tais equações era necessário utilizar-se uma variante do sensor Ψ_i baseado nas respectivas quantidades transportadas, i.e. energia cinética de turbulência e taxa de dissipação específica e não na pressão. Tais variantes são:

$$\Psi_i^k = \frac{|k_{i+1}^* - 2k_i^* + k_{i-1}^*|}{|k_{i+1}^*| + |2k_i^*| + |k_{i-1}^*|} \text{ e } \Psi_i^\omega = \frac{|\omega_{i+1}^* - 2\omega_i^* + \omega_{i-1}^*|}{|\omega_{i+1}^*| + |2\omega_i^*| + |\omega_{i-1}^*|}. \quad (2.117)$$

O avanço no tempo é conseguido através da utilização do método de Runge-Kutta de terceira ordem, numa forma variante como proposto por Shu e Osher [27]. Assim:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{U}}^1 &= \hat{\mathbf{U}}^n - [\mathcal{F}(\hat{\mathbf{U}}^n) - \mathcal{D}(\hat{\mathbf{U}}^n)] \\ \hat{\mathbf{U}}^2 &= \frac{3}{4}\hat{\mathbf{U}}^n + \frac{1}{4}\hat{\mathbf{U}}^1 - \frac{1}{4}[\mathcal{F}(\hat{\mathbf{U}}^1) - \mathcal{D}(\hat{\mathbf{U}}^1)] \\ \hat{\mathbf{U}}^{n+1} &= \frac{1}{3}\hat{\mathbf{U}}^n + \frac{2}{3}\hat{\mathbf{U}}^2 - \frac{2}{3}[\mathcal{F}(\hat{\mathbf{U}}^2) - \mathcal{D}(\hat{\mathbf{U}}^2)]. \end{aligned} \quad (2.118)$$

O método numérico proposto possui, portanto, quarta-ordem de precisão no espaço e terceira ordem de precisão no tempo.

2.3. CONDIÇÕES DE CONTORNO

No presente trabalho, as malhas utilizadas foram malhas tipo “O”. Tais malhas caracterizam-se por serem malhas estruturadas circulares que se fecham sobre si mesmas com um dos índices variando radialmente e com o outro variando angularmente, como apresentado na figura 2.2. Observe-se que para tais malhas não existe o conceito de condição de contorno de entrada ou condição de saída, mas sim condição de contorno externa. Ainda, apesar de as malhas em “O” normalmente serem utilizadas associadas à coordenadas polares, no presente trabalho optou-se por utilizarem-se coordenadas cartesianas, mantendo-se tal característica do código original.

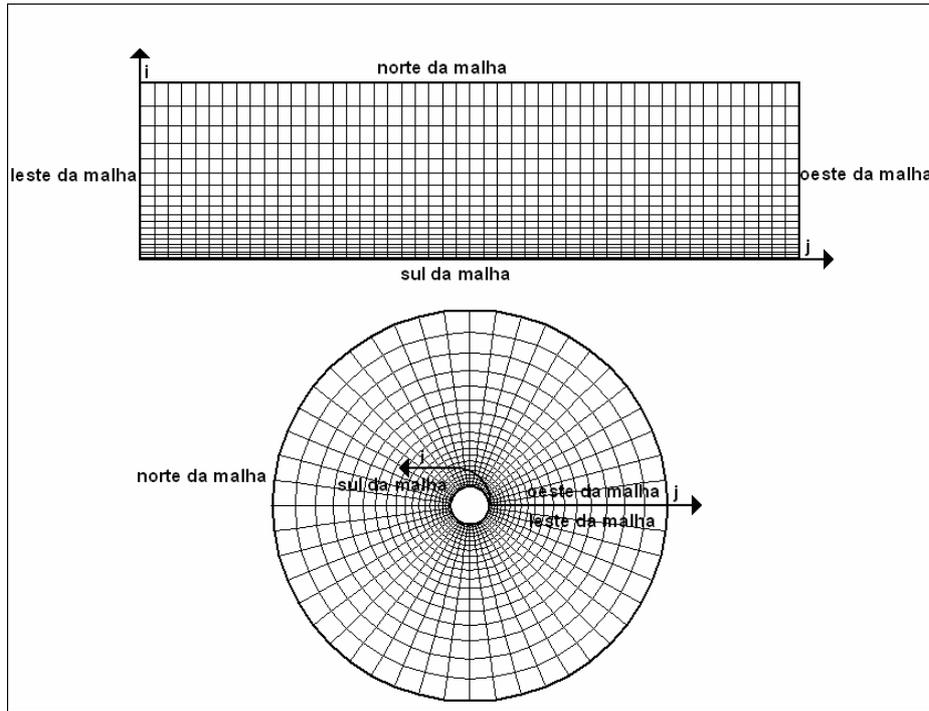


Figura 2.2: Comparação entre uma malha retangular convencional e uma malha em “O”, apresentando suas correspondências.

2.3.1. CONDIÇÕES PARA AS SUPERFÍCIES SÓLIDAS

Para as superfícies sólidas utilizam-se, para os campos de temperatura e velocidade, as condições de parede adiabática e a de aproximação da camada limite, que são expressas, em forma adimensional, como:

$$\left(\frac{\partial T^*}{\partial n} \right)_{\text{superfície sólida}} = 0 \quad \text{e} \quad \left(\frac{\partial p^*}{\partial n} \right)_{\text{superfície sólida}} = 0. \quad (2.119)$$

As condições apresentadas na equação (2.119) são implementadas aplicando-se a volumes virtuais os mesmos valores de pressão e temperatura dos volumes reais de fronteira.

A condição de contorno para o campo de velocidade é a de não escorregamento e impenetrabilidade. Para que se possa utilizar tal condição é necessário que se esteja capturando bem a subcamada laminar, a fim de que não se aproxime a região logarítmica por uma reta, simulando-se uma camada limite com deficiência de energia cinética. Para que se possa avaliar o nível de resolução da malha na região próxima à superfície, utiliza-se a escala de comprimento adimensional da camada limite, y^+ , que segundo Cebecchi e Bradshaw [8], é dada por:

$$y^+ = \frac{u_\tau y \bar{\rho}}{\mu}, \quad (1.120)$$

onde a velocidade de fricção u_τ é dada por:

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}, \quad (1.121)$$

sendo τ_w a tensão viscosa adimensional na parede.

Outra variável necessária a avaliação do refinamento da malha próximo à superfície sólida é a escala de velocidade de fricção adimensional, u^+ , que, também segundo Cebecchi e Bradshaw, é escrita como:

$$u^+ = \frac{U}{u_\tau}, \quad (1.122)$$

com U sendo o módulo do vetor velocidade adimensional.

Segundo Wilcox [26], para valores de y^+ até 30, o ponto em questão encontra-se na subcamada viscosa. Assim sendo, valores de y^+ para o primeiro ponto acima da fronteira sólida menores que o referido limite indicam que estamos capturando de maneira satisfatória a subcamada viscosa. Menter [15] utiliza, como valor de referência, $y^+ = 11$ para que se considere a malha como capaz de uma boa captura da subcamada laminar. Ainda, segundo Wilcox [26], uma das características da subcamada laminar é o fato das grandezas y^+ e u^+ tem o mesmo valor. Conclui-se, então, que uma malha com resolução próxima à superfície sólida que forneça valores de y^+ e u^+ iguais possui resolução suficiente para capturar a camada limite sem perda de quantidade de movimento por aproximar parte da subcamada logarítmica por uma reta.

Para todas as simulações, utilizaram-se malhas com maior refinamento próximo à parede a fim de capturar-se, com a resolução necessária, a subcamada laminar. Uma vez que tal condição é atendida, as condições de contorno para a velocidade, para a energia cinética de turbulência e a taxa de dissipação específica, adimensionalizadas, são:

$$u_{\text{superfície sólida}}^* = 0, v_{\text{superfície sólida}}^* = 0, k_{\text{superfície sólida}}^* = 0 \text{ e } \omega_{\text{superfície sólida}}^* = 0. \quad (2.123)$$

2.3.2. CONDIÇÕES PARA O CONTORNO EXTERNO

Para o contorno externo utilizam-se as condições de escoamento forçado, que se adequam bem as malhas em “O” utilizadas no presente trabalho. Assim, para todo volume virtual pertencente ao contorno externo impõem-se os valores de velocidade, temperatura, massa específica, energia cinética de turbulência e taxa de dissipação específica do escoamento não perturbado. Dessa forma:

$$\begin{aligned}
u_{\text{contorno externo}} &= U_{\infty}, v_{\text{contorno externo}} = 0, T_{\text{contorno externo}} = T_{\infty}, \rho_{\text{contorno externo}} = \rho_{\infty}, \\
k_{\text{contorno externo}} &= \frac{\mu_{t\infty}\omega_{\infty}}{\rho_{\infty}}, \omega_{\text{contorno externo}} = \omega_{\infty} = \frac{\mathbb{C}_1 U_{\infty}}{L},
\end{aligned} \tag{2.124}$$

onde L é o diâmetro do domínio computacional e onde:

$$\mu_{t\infty} = 10^{\mathbb{C}_2} \mu_{\infty}, \quad -2 \leq \mathbb{C}_2 \leq 5, \quad 1 \leq \mathbb{C}_1 \leq 10. \tag{2.125}$$

No presente trabalho os valores utilizados das constantes \mathbb{C}_1 e \mathbb{C}_2 são 10 e -1 , respectivamente. Adimensionalizando-se as condições de contorno apresentadas nas equações (2.156) utilizando-se o proposto nas equações (2.110), chega-se a:

$$\begin{aligned}
u_{\text{contorno externo}}^* &= 1, v_{\text{contorno externo}}^* = 0, T_{\text{contorno externo}}^* = 1, \rho_{\text{contorno externo}}^* = 1, \\
k_{\text{contorno externo}}^* &= \frac{\mu_{t\infty}^* \omega_{\infty}^*}{\text{Re}_{\infty}}, \omega_{\text{contorno externo}}^* = \omega_{\infty}^* = \frac{\mathbb{C}_1}{L^*}, L^* = \frac{L}{D}.
\end{aligned} \tag{2.126}$$

3. RESULTADOS

No presente capítulo serão apresentados os resultados obtidos para três casos teste, sendo todos eles escoamentos ao redor de um cilindro bidimensional. O primeiro deles é o escoamento subsônico subcrítico, sem utilização de modelo de turbulência. O segundo é o escoamento transônico subcrítico, também sem utilização de modelos de turbulência. Por fim, são apresentados os resultados do escoamento transônico supercrítico utilizando-se o modelo de turbulência SST-DES e sem a utilização de modelo de turbulência.

3.1. $M=0,2$, $RE=90.000$

O escoamento bidimensional subsônico e subcrítico ao redor do cilindro bidimensional aqui apresentado traz como características o número de Reynolds igual a 90.000 e o número de Mach igual a 0,2. Tal problema foi atacado, inicialmente, para avaliar-se a capacidade da metodologia proposta de capturar esteiras complexas com várias presentes.

Para simular-se o referido escoamento utilizou-se, inicialmente, uma malha em “O” com 360 elementos sobre a superfície do cilindro e 300 elementos na direção radial, distribuídos sobre um domínio cujo raio adimensional era igual a 78,47 (vide figuras 3.1 e 3.2). Contudo, os resultados obtidos não foram totalmente satisfatórios, como se pode notar através da forte sucção calculada na parte posterior do cilindro que resulta numa diminuição significativa do coeficiente de pressão médio (figura 3.5). Concluiu-se que tal discrepância em relação aos resultados experimentais devia-se ao tamanho característico das estruturas que se podia capturar com a referida malha, bem maior que o daquelas encontradas em laboratório quando se tenta aproximar um escoamento bidimensional, como no trabalho de Revell *et al.* [17]. Cabe lembrar que as estruturas quase-bidimensionais obtidas em laboratório possuem dimensões menores do que as puramente bidimensionais obtidas computacionalmente, devido ao fenômeno chamado *amortecimento 3D*, que é a diminuição das estruturas presentes na esteira para o caso tridimensional quando comparadas a seus equivalentes bidimensionais, ocasionado pelas componentes transversais do campo de velocidade na esteira [4]. Ainda que tais componentes transversais de velocidade sejam insignificantes quando comparadas, por exemplo, àquelas encontradas num escoamento ao redor de um cilindro finito, elas ainda estão presentes e causam a diminuição das estruturas e, conseqüentemente, menor sucção. Resultados semelhantes foram obtidos por Travin *et al.* [24] ao simular o escoamento ao redor de um cilindro quase-bidimensional e de um legitimamente 2D. Assim, decidiu-se pela utilização de uma malha com 720 elementos sobre a superfície do cilindro e 590 na direção radial, distribuídos sobre um domínio com raio adimensional igual a 73,68 (vide figuras 3.3 e 3.4). Tal malha permitiu que vórtices menores fossem capturados, resultando-se

numa menor sucção na parte posterior do cilindro e maior aproximação dos valores calculados aos resultados experimentais ($C_{D_{experimental}} = 1,30$, $C_{D_{360}} = 1,70$, $C_{D_{720}} = 1,49$).

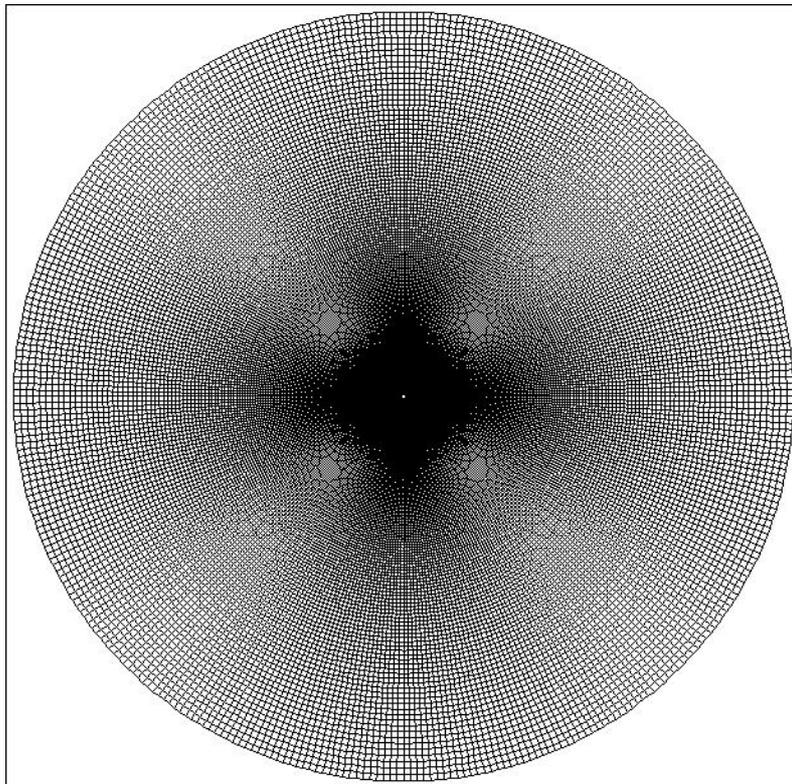


Figura 3.1: Visão global da malha com 360 por 300 elementos ($M=0,2$, $Re=90.000$).

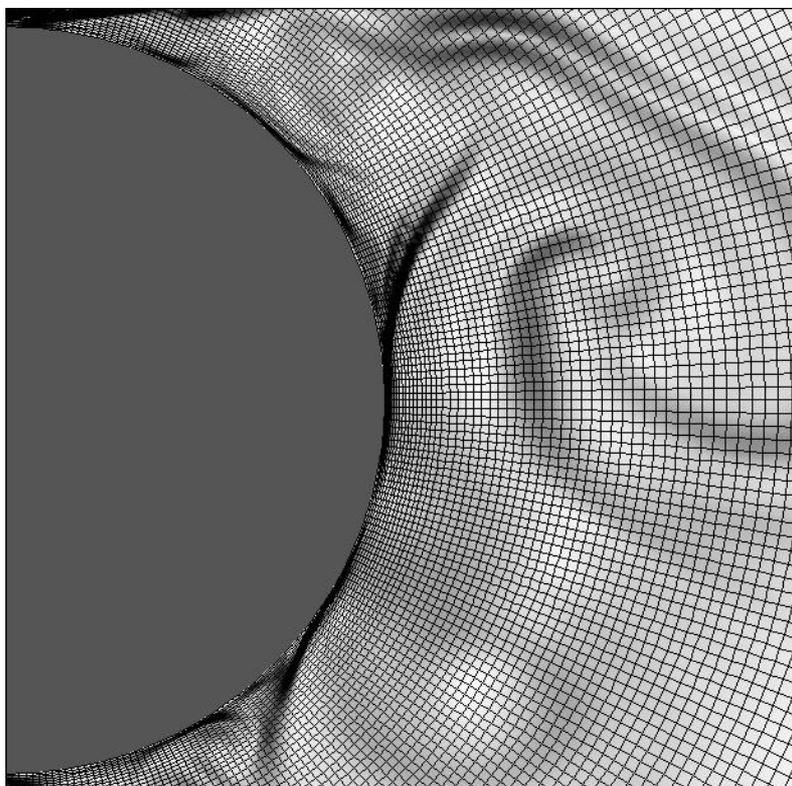


Figura 3.2: Visão proximal da malha com 360 por 300 elementos apresentando algumas das estruturas capturadas pela mesma ($M=0,2$, $Re=90.000$).

Note-se que, para o presente caso, não foi utilizado nenhum modelo de turbulência. Tal decisão foi tomada devido ao fato de que o modelo de turbulência SST-DES assume a existência de uma camada limite turbulenta antes do ponto de descolamento. Contudo, como se trata de um caso subcrítico, assumir-se que a camada limite é turbulenta antes do descolamento seria fisicamente inconsistente, levando-se a um descolamento tardio obtido artificialmente devido à maior energia cinética presente na camada limite turbulenta. É importante lembrar que, apesar da ausência de modelos de turbulência, ainda trata-se da simulação de um escoamento turbulento. Conforme feito no presente trabalho, tal simulação pode ser chamada de *LES* com modelo de turbulência do tipo dissipação artificial, onde não é utilizado um modelo de turbulência submalha explícito clássico, agindo a dissipação numérica artificial do método numérico, definida pela equação (2.113), como um modelo de turbulência, dissipando a energia das pequenas escalas. Trabalhos como os de Bogey e Bailly [7] e o de Berland, Bogey e Bailly [3] são exemplos de abordagens *LES* sem a utilização de modelos de turbulência explícitos, uma vez que a utilização de tais modelos poderia introduzir dissipação excessiva nas escalas resolvidas, conduzindo a um número de Reynolds efetivo menor.

Na figura 3.6 observa-se a distribuição do coeficiente de fricção médio sobre a superfície do cilindro. Com a distribuição do coeficiente de fricção médio calculam-se as distribuições da distância e velocidade adimensionais características da camada limite, y^+ e u^+ respectivamente. Como discutido no capítulo anterior, a ocorrência de concordância entre os valores de tais variáveis e o fato de sua magnitude ser inferior a 11 permite inferir que os primeiros elementos da malha acima da superfície sólida encontram-se dentro da subcamada laminar. Tal fato indica que, até tais elementos, a aproximação linear é precisa para tal região da camada limite. Como o refinamento é mantido nos elementos seguintes, conforme pode ser visto na figura 3.4 e na tabela 3.1 (observe-se que a discrepância relativa dos valores de y^+ e u^+ não é maior que 3%), a não utilização de leis de parede como condição de contorno para a velocidade na superfície sólida é totalmente consistente.

Nas figuras 3.8 e 3.9 são apresentados os gráficos das evoluções temporais dos coeficientes de arrasto e sustentação. Infere-se, de tais gráficos, que a sustentação possui uma frequência dominante maior que a do arrasto, como se podem observar explicitamente nos respectivos espectros de potência das figuras 3.10 e 3.11. Contudo, o espectro de potência do sinal do arrasto mostra que, além da dominante ocorrendo com frequência adimensional 0.07, evidenciam-se, também três picos secundários, com frequências 0.14, 0.36 e 0.05, citados de acordo com as suas respectivas amplitudes.

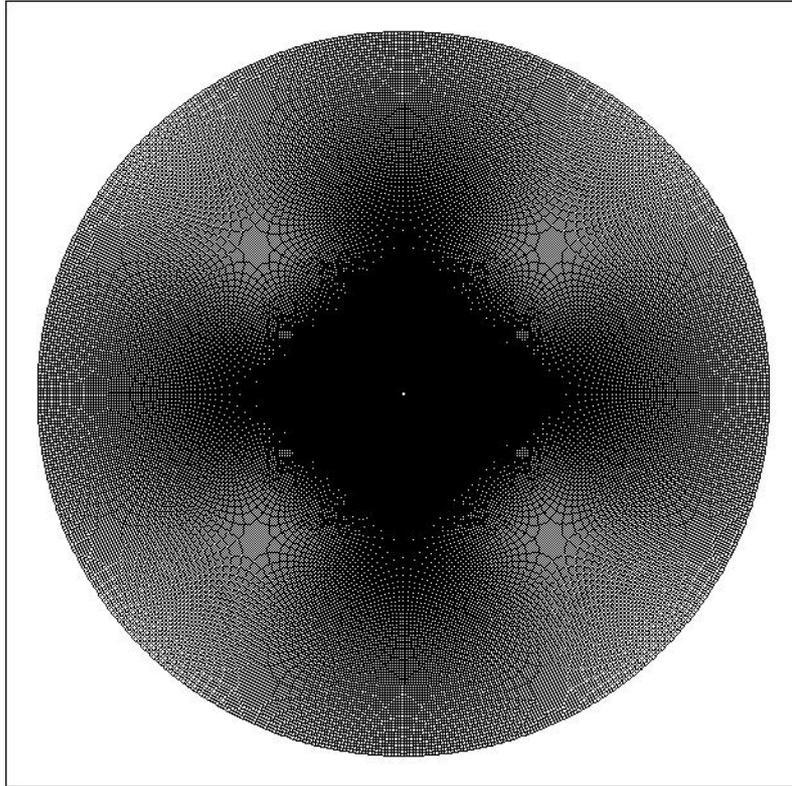


Figura 3.3: Visão global da malha com 720 por 590 elementos ($M=0,2$, $Re=90.000$).

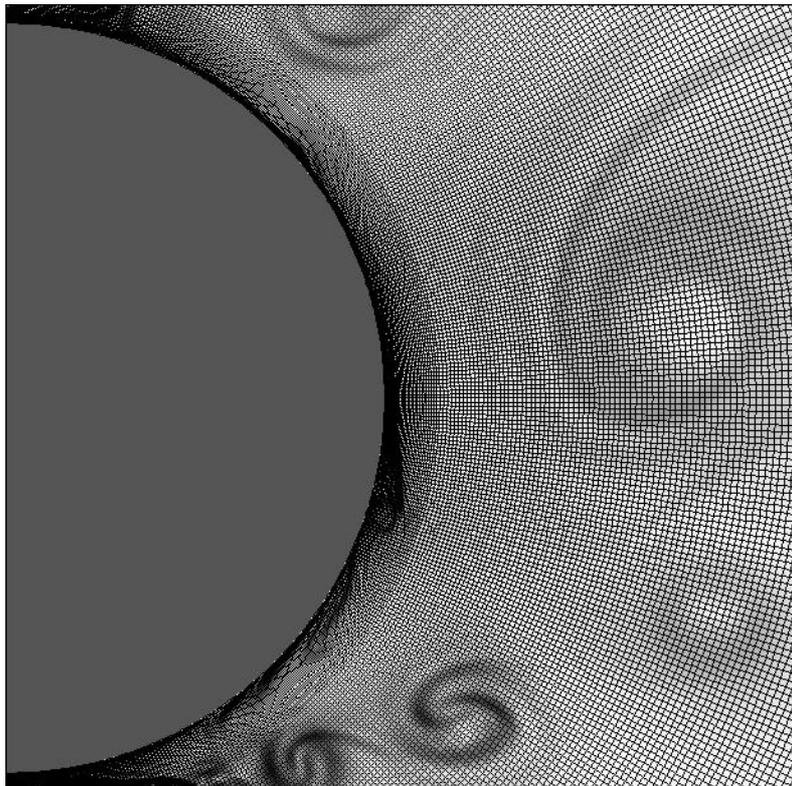


Figura 3.4: Visão proximal da malha com 720 por 590 elementos apresentando algumas das estruturas capturadas pela mesma ($M=0,2$, $Re=90.000$).

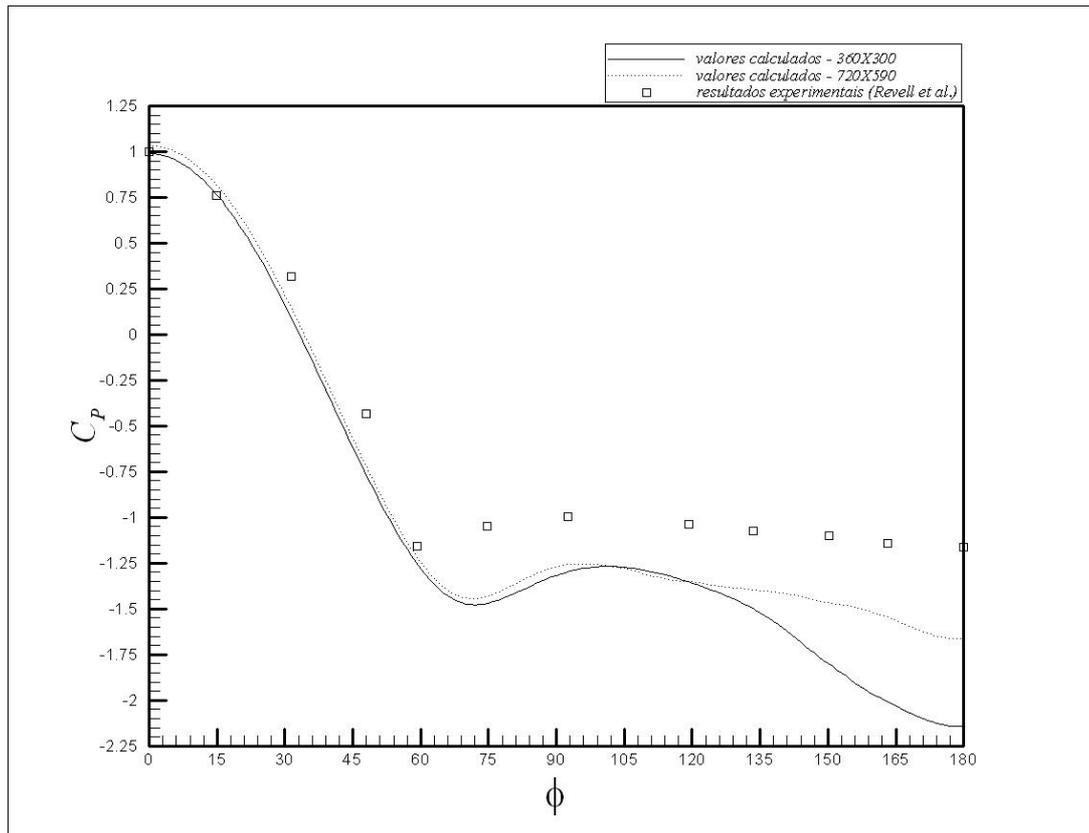


Figura 3.5: Coeficiente de pressão médio sobre a superfície do cilindro; linha contínua: resultados obtidos com a malha com menor resolução, linha tracejada: resultados obtidos com a malha com maior resolução; os símbolos: resultados experimentais obtidos por Revell *et al.* [17] ($M=0,2$, $Re=90.000$).

Já o sinal da sustentação, ao contrário daquele apresentado pelo arrasto, apresenta um pico muito bem definido ($St=0.18$), com amplitude muito superior ao da componente dominante do arrasto. Observa-se nas figuras 3.9 e 3.10 que a amplitude de oscilação da sustentação é, aproximadamente, duas vezes maior que aquela do arrasto. Já nas figuras 3.11 e 3.12 pode-se observar que a frequência dominante da sustentação transporta uma quantidade muito maior de energia que aquela do arrasto. Nota-se em tais figuras também que o espectro de potência do arrasto é muito mais espalhado que aquela da sustentação, possuindo muitos picos secundários enquanto que o da sustentação possui um pico bem definido na frequência dominante. Assim, para o espectro de potência da sustentação, tem-se que uma frequência transporta, praticamente, toda a energia associada às oscilações verticais do cilindro enquanto que para o espectro de potência do arrasto muitas frequências transportam diferentes porções da energia associada às oscilações horizontais. É, então, aceitável que haja uma discrepância tão elevada entre as amplitudes das componentes dominantes do arrasto (≈ 1.25) e da sustentação (≈ 65.00). O valor da frequência dominante adimensional do sinal da sustentação em função do tempo (0.18) aproxima-se, bastante, das frequências características de emissão de vórtices apresentadas no trabalho de Sreedhara Murthy e Rose [22], para $M=0,2$ e $Re=166.000$

(aproximadamente 0.19) e para $M=0,25$ e $Re=83.000$ (aproximadamente 0.18). Assim, notamos que a sustentação está intimamente ligada com a emissão de vórtices. Tal afirmação é bastante consistente quando se imagina uma esteira de Von Kármán clássica, (comparação válida, apesar da complexa estrutura da esteira aqui apresentada), onde uma emissão de um vórtice na parte superior do cilindro faz com que o mesmo sofra uma força dirigida para cima e vice-versa.

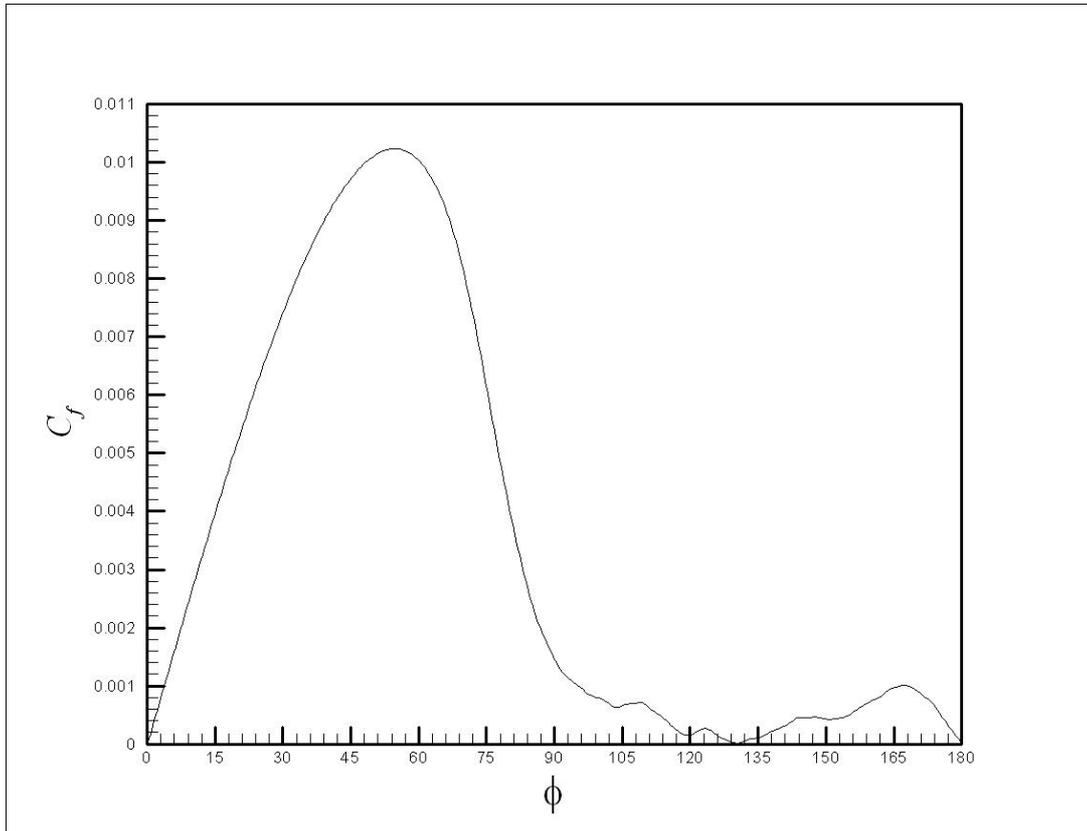


Figura 3.6: Distribuição do coeficiente de fricção médio sobre a superfície do cilindro ($M=0,2$, $Re=90.000$).

As figuras de 3.12 a 3.20 trazem a visualização do campo de magnitude do gradiente de temperatura adimensional para os tempos adimensionais compreendidos entre $t = 319,24U^*/D^*$ e $t = 327,11U^*/D^*$. Nelas é possível perceber a existência de uma esteira topologicamente muito complexa, com a presença de vórtices de várias escalas. Ainda, nota-se que as estruturas de menor escala surgem no ponto de descolamento, vindo a coalescerem na parte posterior do cilindro, resultando na geração de um grande vórtice, como os que aparecem nas figuras 3.13 e 3.14 e nas figuras 3.19 a 3.21, ou na emissão de vários vórtices de diferentes escalas sem uma ordem intrínseca aparente, como se observa nas figuras 15 a 18. Confrontando-se tais observações com os espectros de potência apresentados nas figuras 3.11 e 3.12, chega-se à conclusão de que o arrasto está profundamente ligado à emissão das pequenas estruturas que surgem no ponto de descolamento enquanto a sustentação é mais influenciada pela coalescência dessas

pequenas estruturas. Tal afirmação é consistente, uma vez que, apesar das oscilações do ponto de descolamento, as emissões apresentam-se, aproximadamente, com a mesma intensidade na parte superior e inferior do cilindro.

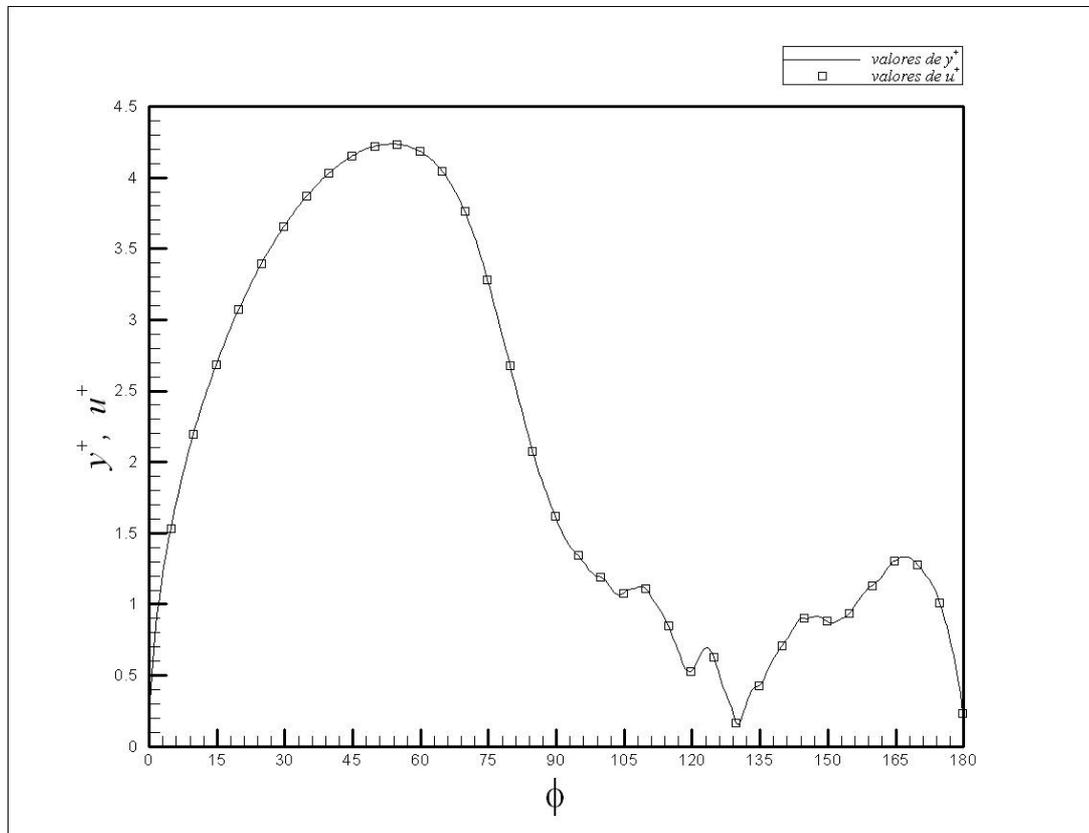


Figura 3.7: Distribuição de y^+ e u^+ sobre a superfície do cilindro ($M=0,2$, $Re=90.000$).

Tabela 2.1: Comparação de valores de y^+ e u^+ para alguns ângulos escolhidos ($M=0,2$, $Re=90.000$).

Ângulo θ	Valor calculado para y^+	Valor calculado para u^+	Erro (%) $\left \frac{u^+ - y^+}{y^+} \right \cdot 100$
0°	0.3150016	0.3193082	1.37
30°	3.6789385	3.6777147	0.03
60°	4.1762660	4.1737185	0.06
90°	1.5778051	1.5765541	0.08
120°	0.5712179	0.5405278	5.37
150°	0,8707314	0,8678576	0.33
180°	0.1846809	0.1890474	2.36

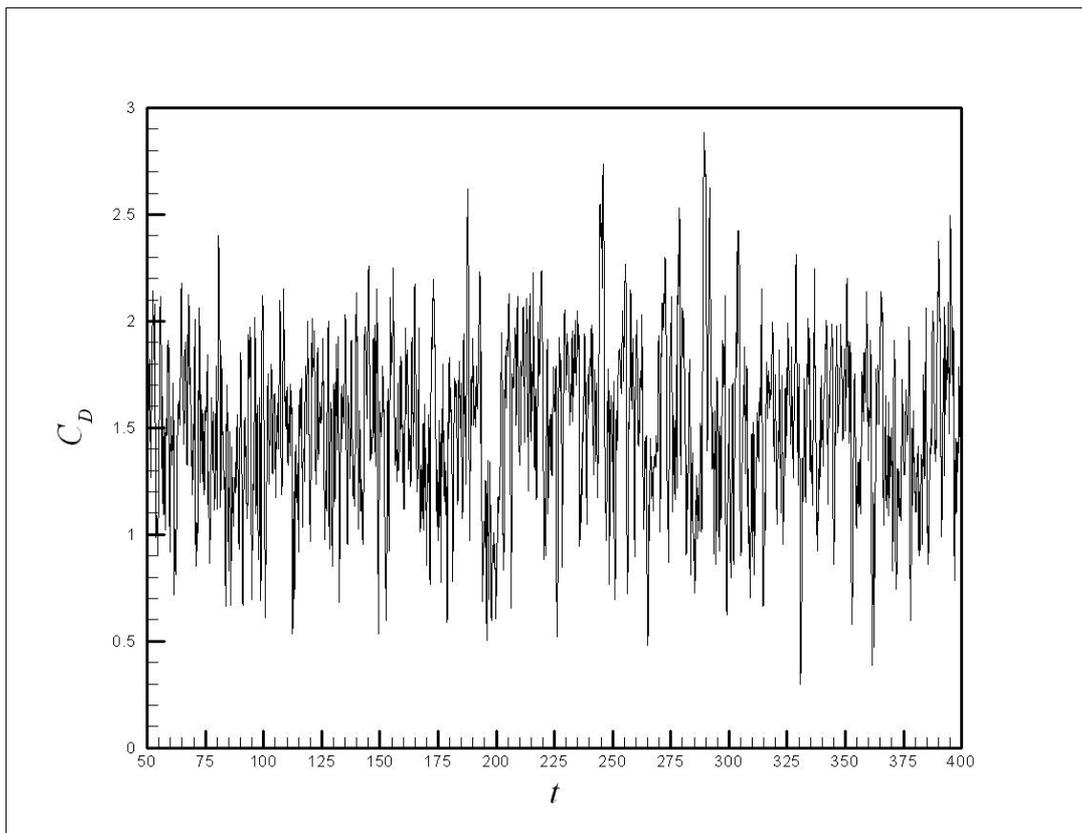


Figura 3.8: Evolução temporal do coeficiente de arrasto ($M=0,2$, $Re=90.000$).

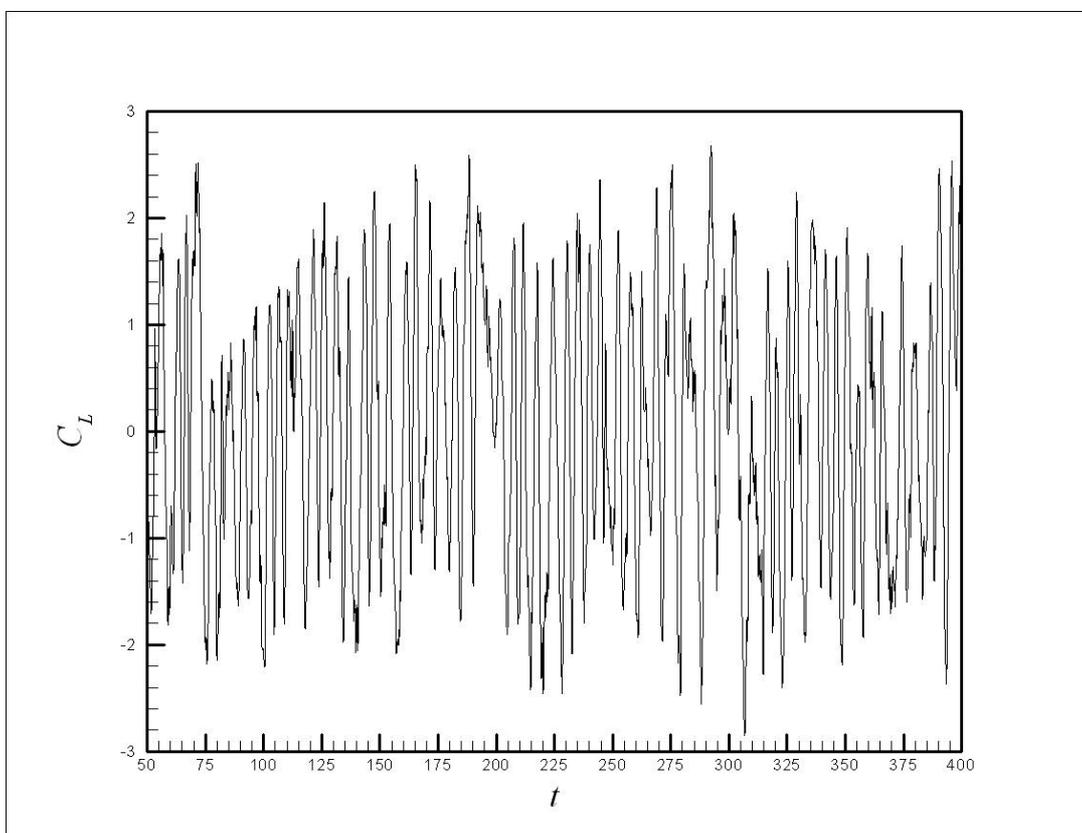


Figura 3.9: Evolução temporal do coeficiente de sustentação ($M=0,2$, $Re=90.000$).

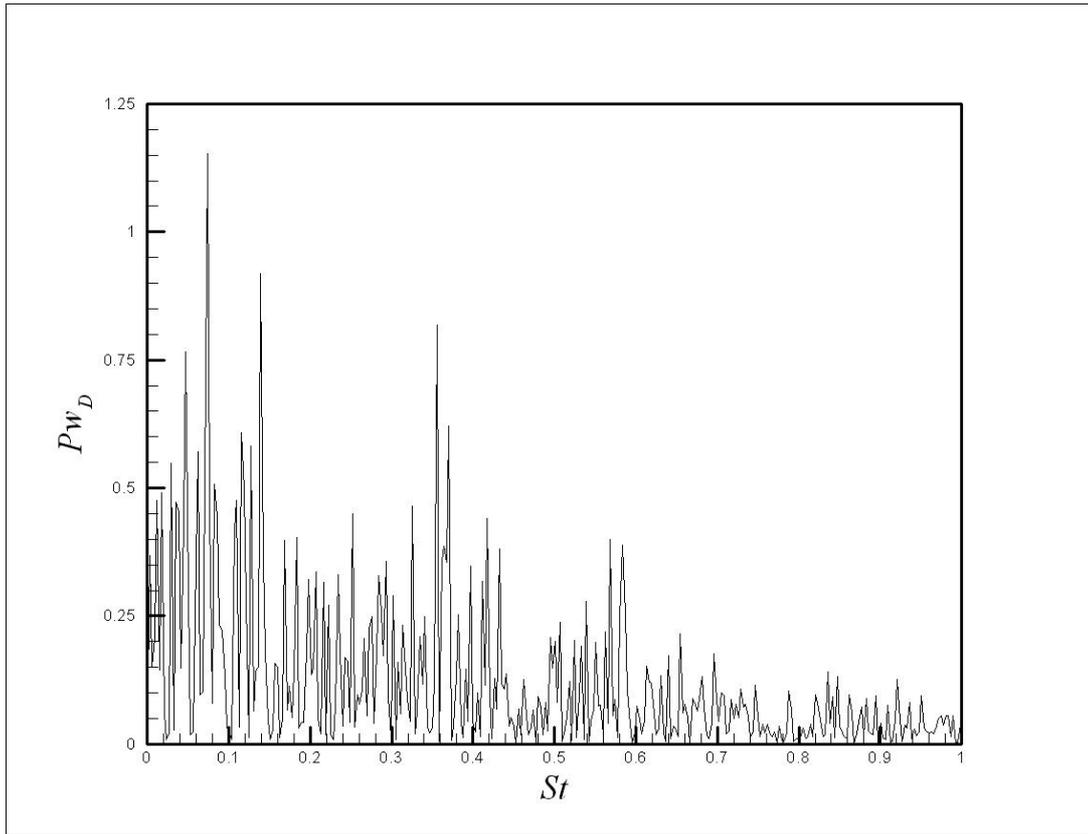


Figura 3.10: Espectro de potência do sinal do coeficiente de arrasto ($M=0,2$, $Re=90.000$).

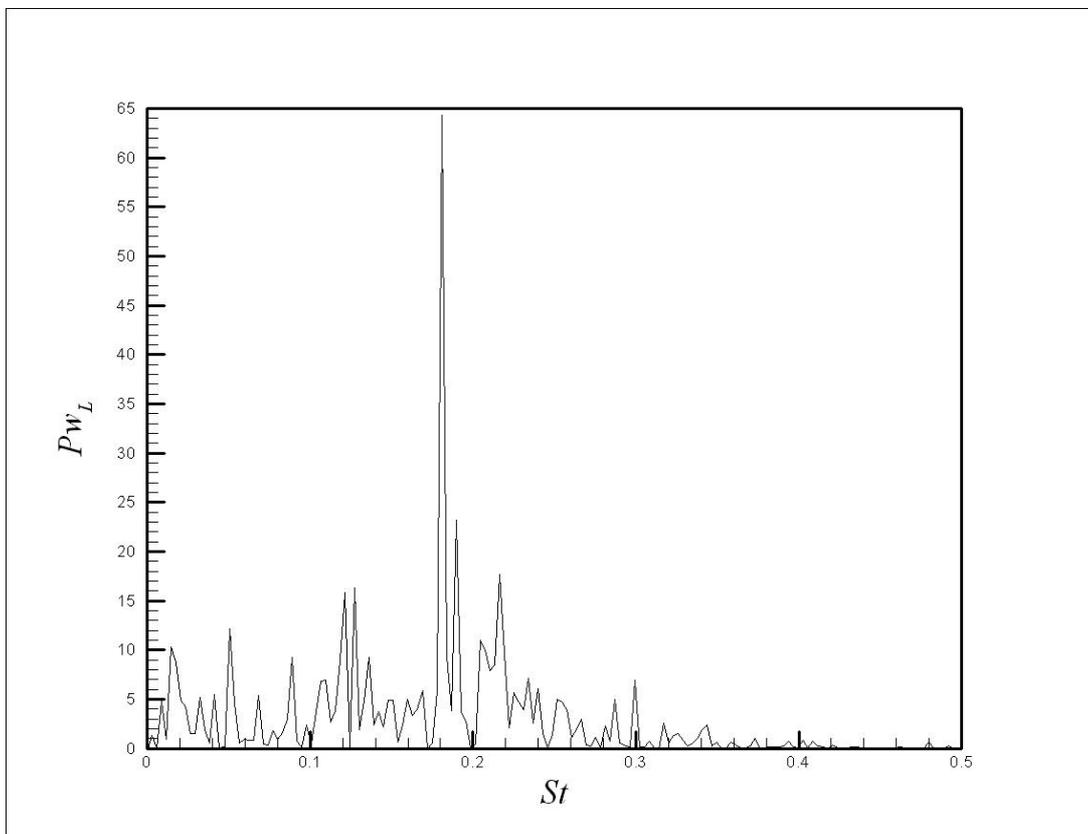


Figura 3.11: Espectro de potência do sinal do coeficiente de sustentação ($M=0,2$, $Re=90.000$).

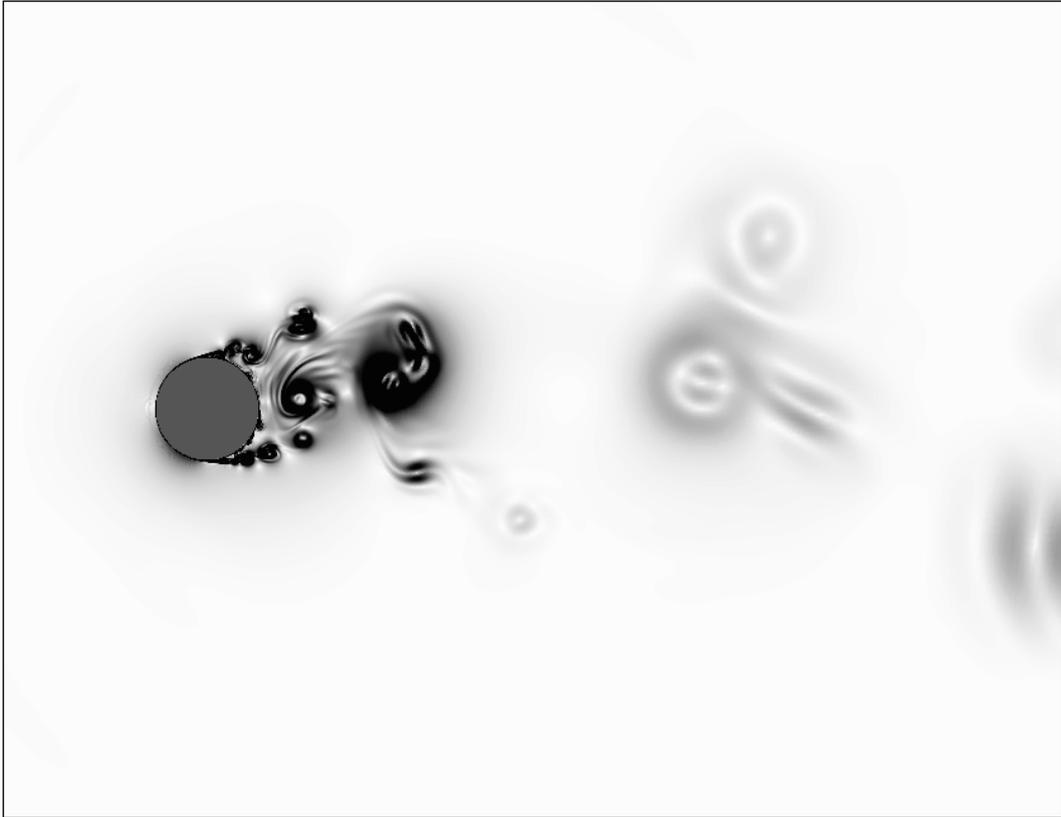


Figura 3.12: Campo de gradiente de temperatura, tempo adimensional $t = 319,24U^*/D^*$ (M=0,2, Re=90.000).

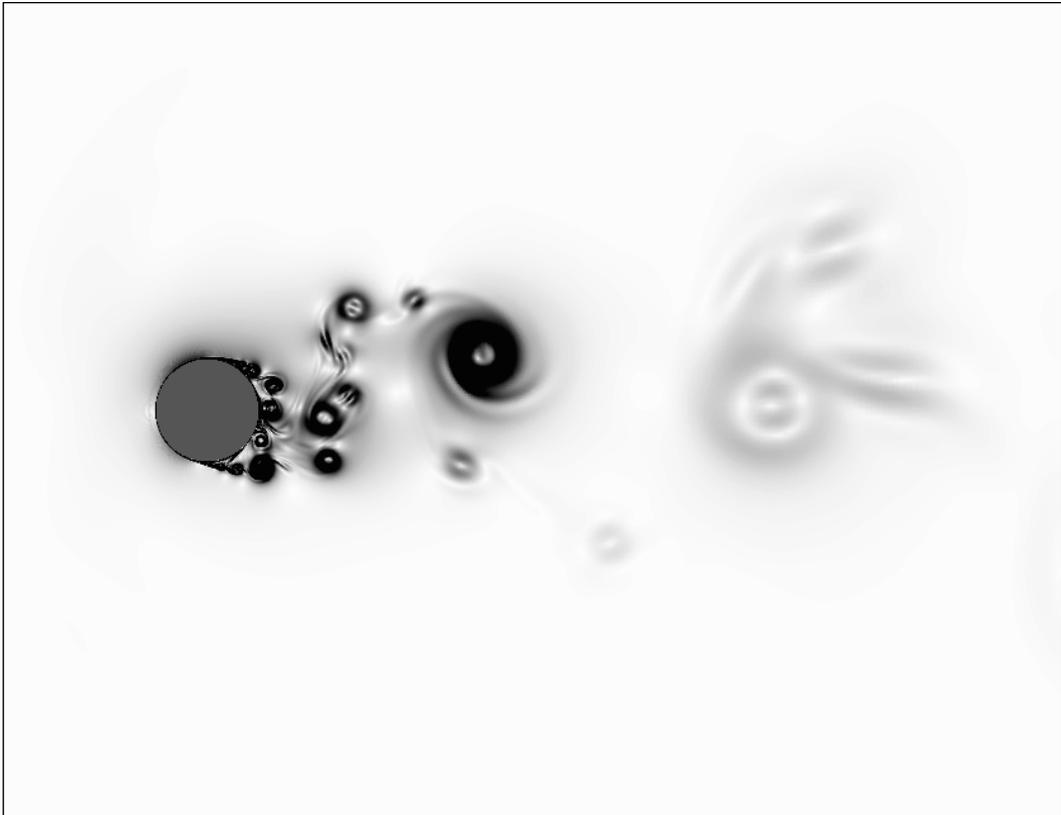


Figura 3.13: Campo de gradiente de temperatura, tempo adimensional $t = 320,23U^*/D^*$ (M=0,2, Re=90.000).

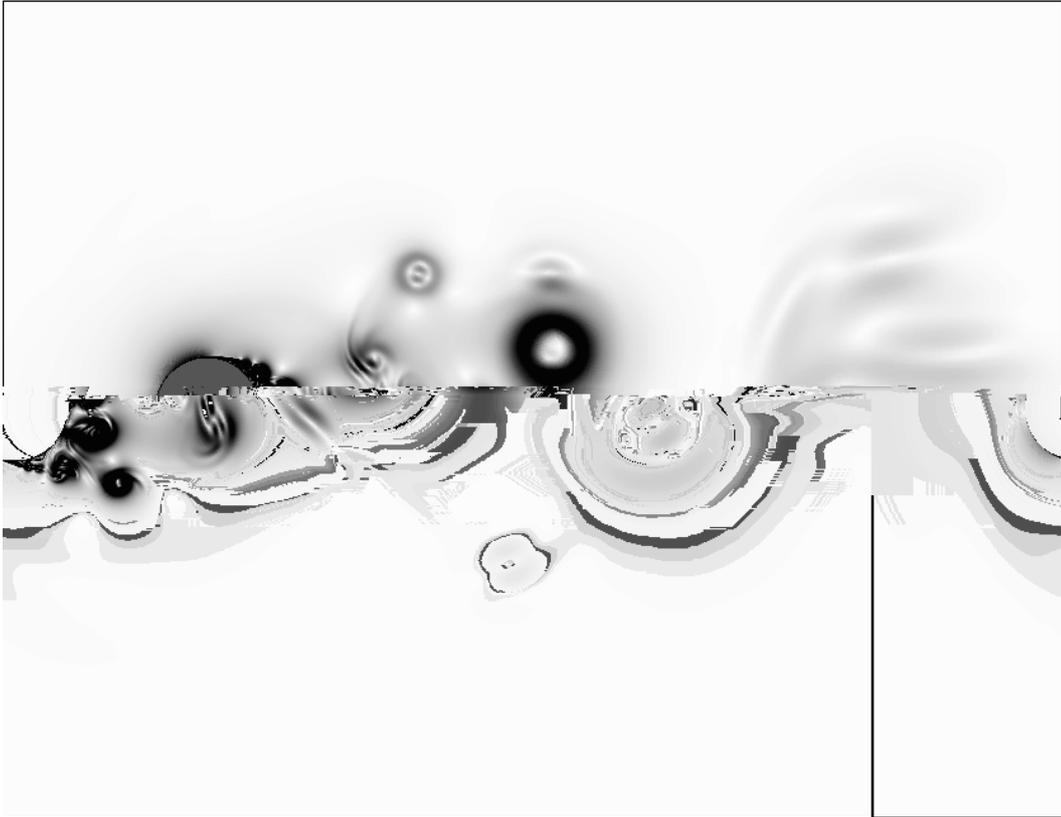


Figura 3.14: Campo de gradiente de temperatura, tempo adimensional $t = 321,23U^*/D^*$ (M=0,2, Re=90.000).

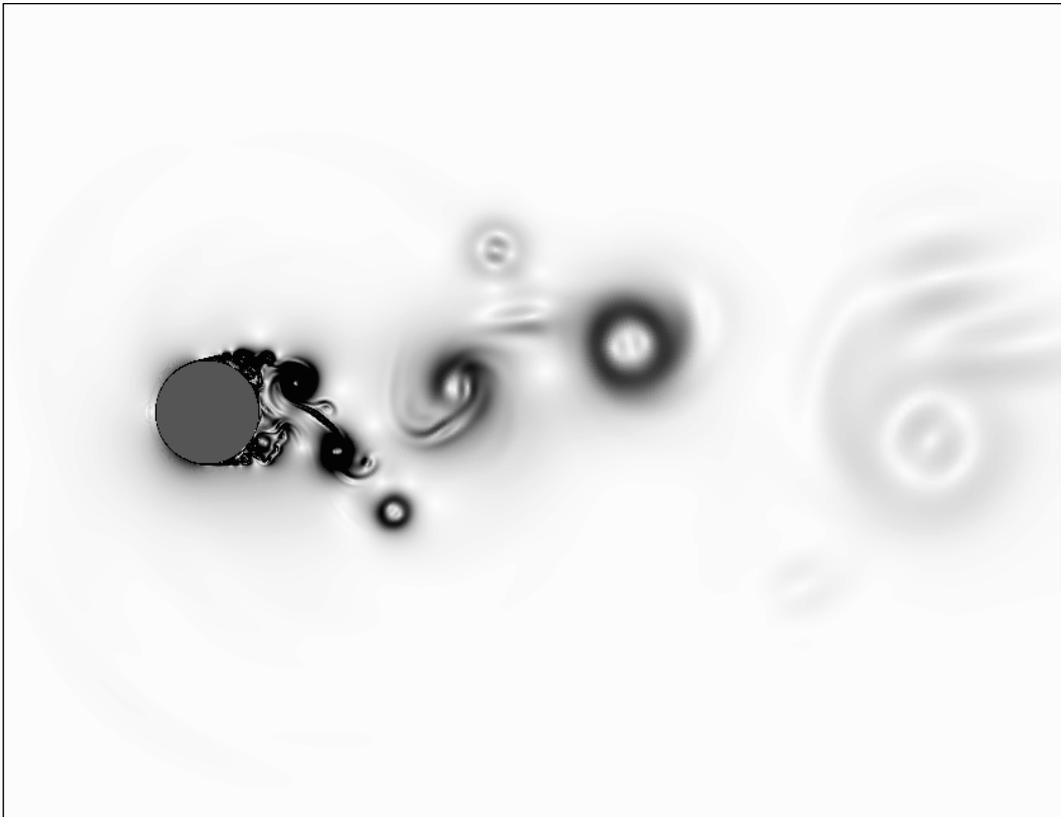


Figura 3.15: Campo de gradiente de temperatura, tempo adimensional $t = 322,22U^*/D^*$ (M=0,2, Re=90.000).

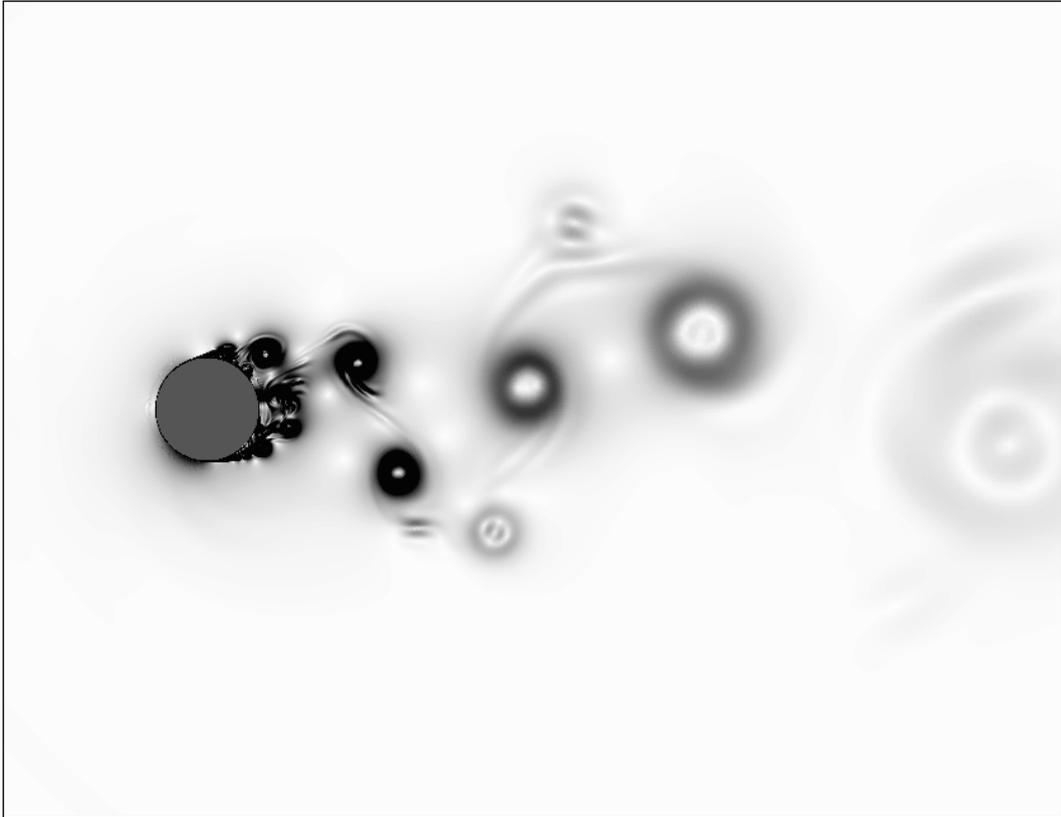


Figura 3.16: Campo de gradiente de temperatura, tempo adimensional $t = 323,17U^*/D^*$ (M=0,2, Re=90.000).

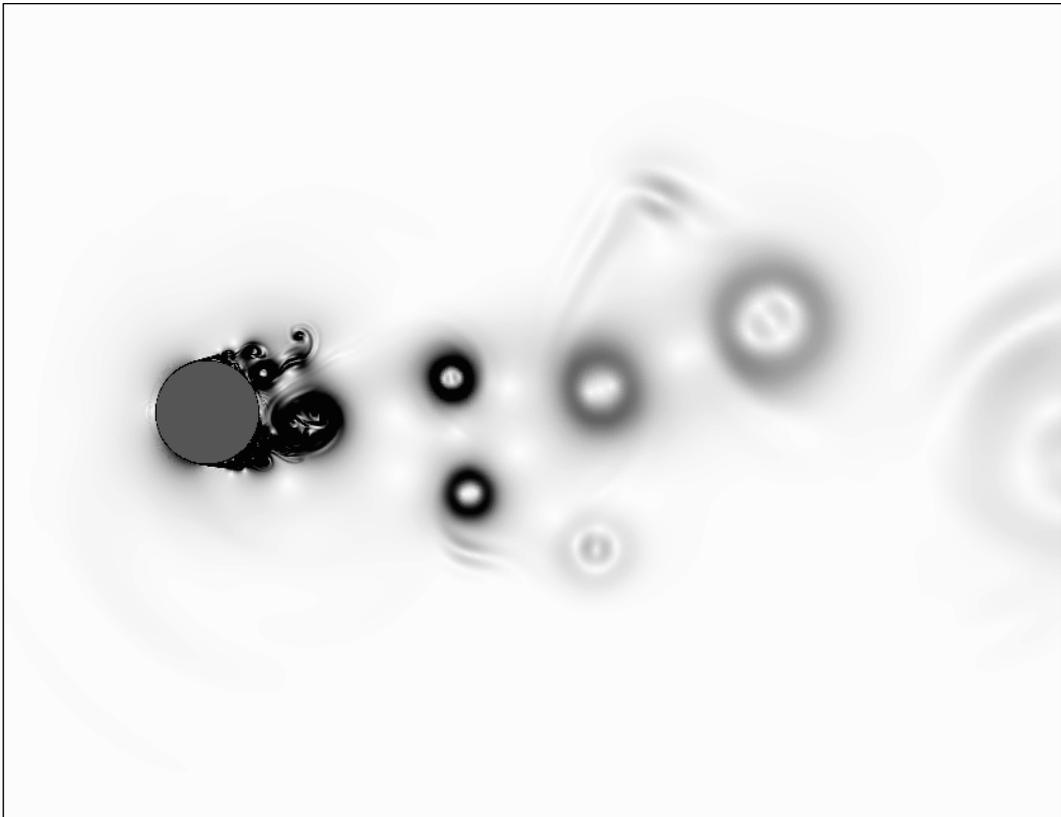


Figura 3.17: Campo de gradiente de temperatura, tempo adimensional $t = 324,11U^*/D^*$ (M=0,2, Re=90.000).

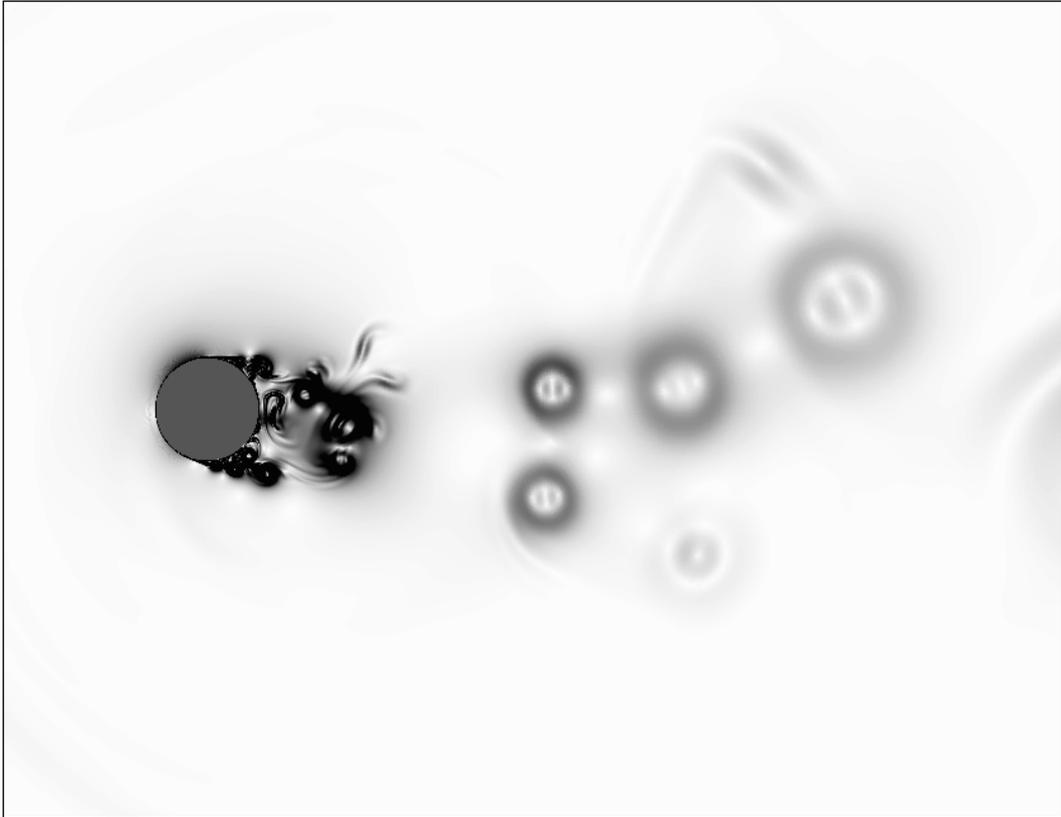


Figura 3.18: Campo de gradiente de temperatura, tempo adimensional $t = 325,13U^*/D^*$ ($M=0,2$, $Re=90.000$).

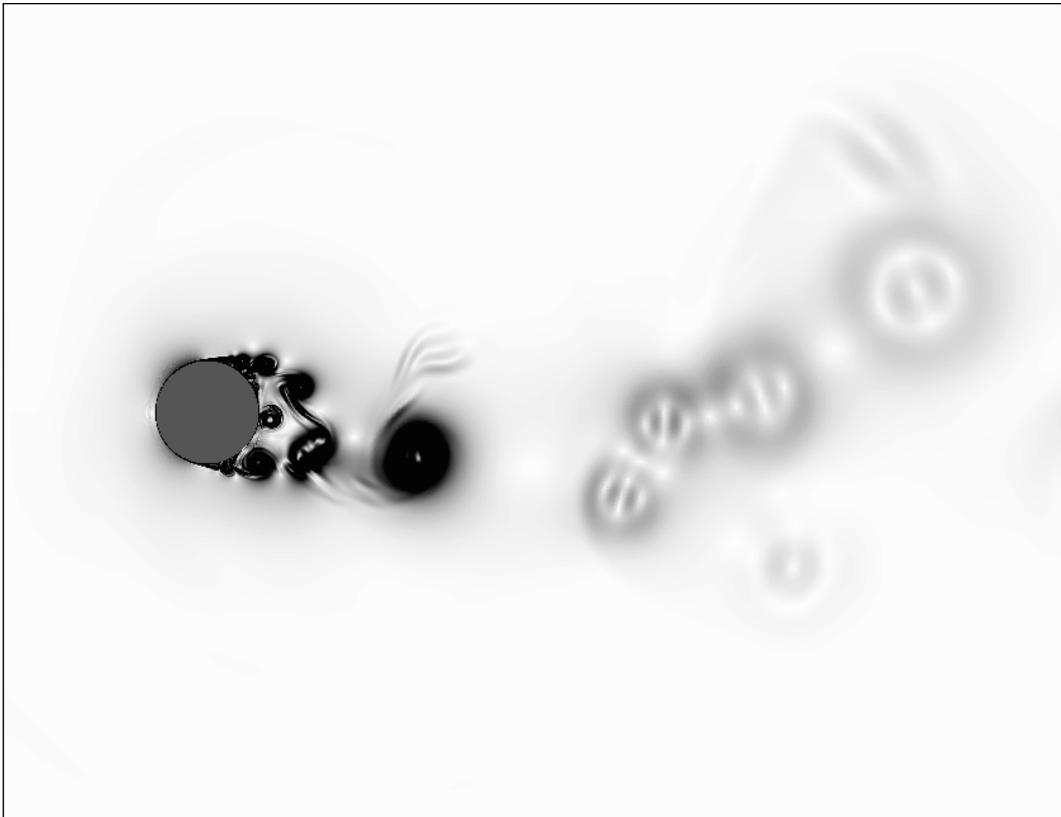


Figura 3.19: Campo de gradiente de temperatura, tempo adimensional $t = 326,11U^*/D^*$ ($M=0,2$, $Re=90.000$).

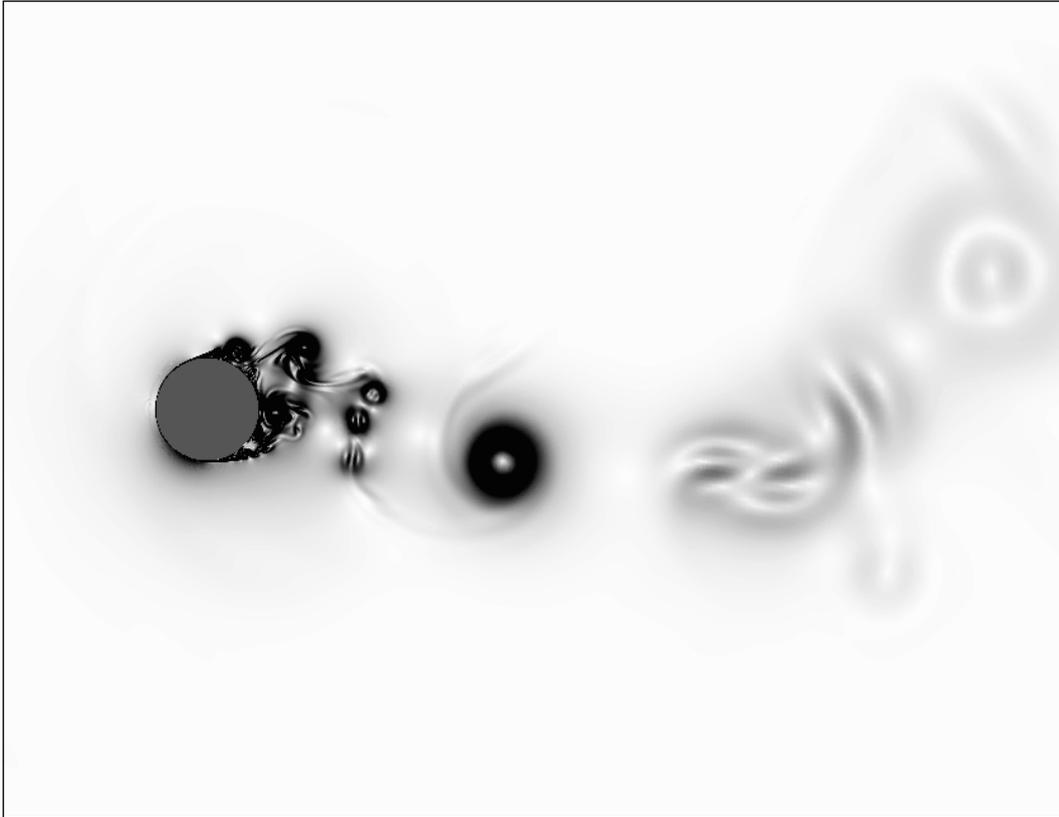


Figura 3.20: Campo de gradiente de temperatura, tempo adimensional $t = 327,11U^*/D^*$ ($M=0,2$, $Re=90.000$).

Nas figuras 3.21 e 3.22 observam-se as ondas sonoras emitidas pela esteira. Para tal visualização utilizou-se o campo do logaritmo do gradiente de temperatura. É interessante notar que a baixa dispersividade e dissipatividade do método numérico, associado à ausência de um modelo de turbulência, é capaz de capturar, até mesmo, a propagação de ondas sonoras, que transportam muito menos energia que a esteira e, por tal característica, mais susceptíveis a serem amortecidas pela combinação entre método numérico e modelo de turbulência.

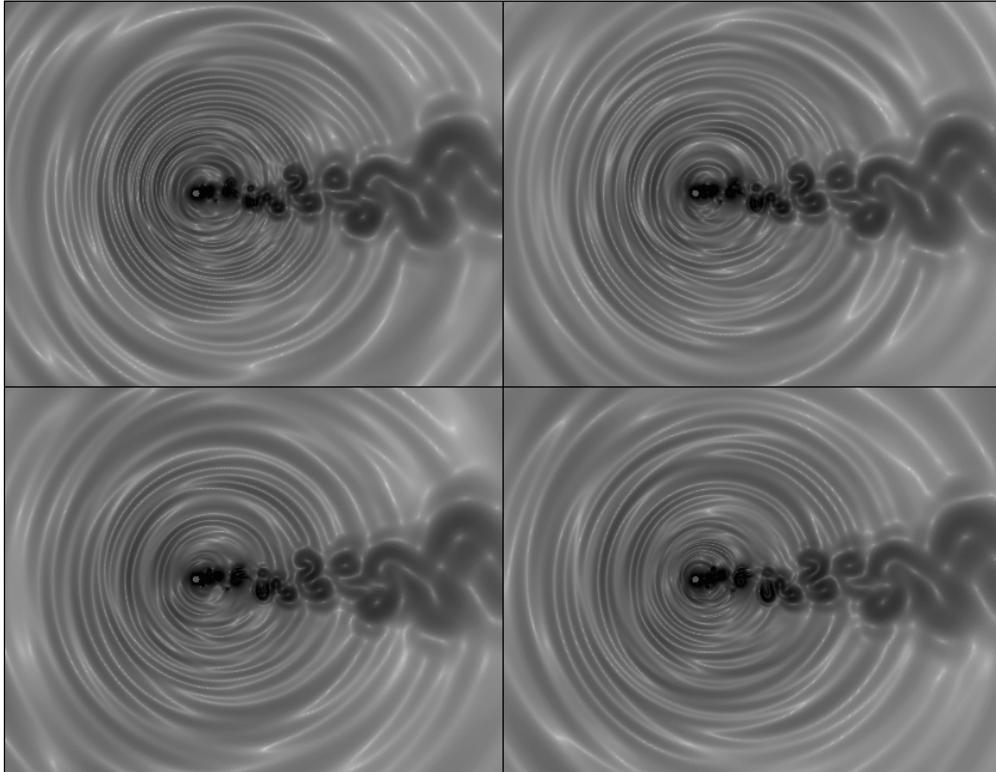


Figura 3.21: Emissão de ondas sonoras geradas pela esteira para os tempos $319,24U^*/D^*$, $320,23U^*/D^*$, $321,23U^*/D^*$ e $322,22U^*/D^*$ ($M=0,2$, $Re=90.000$).

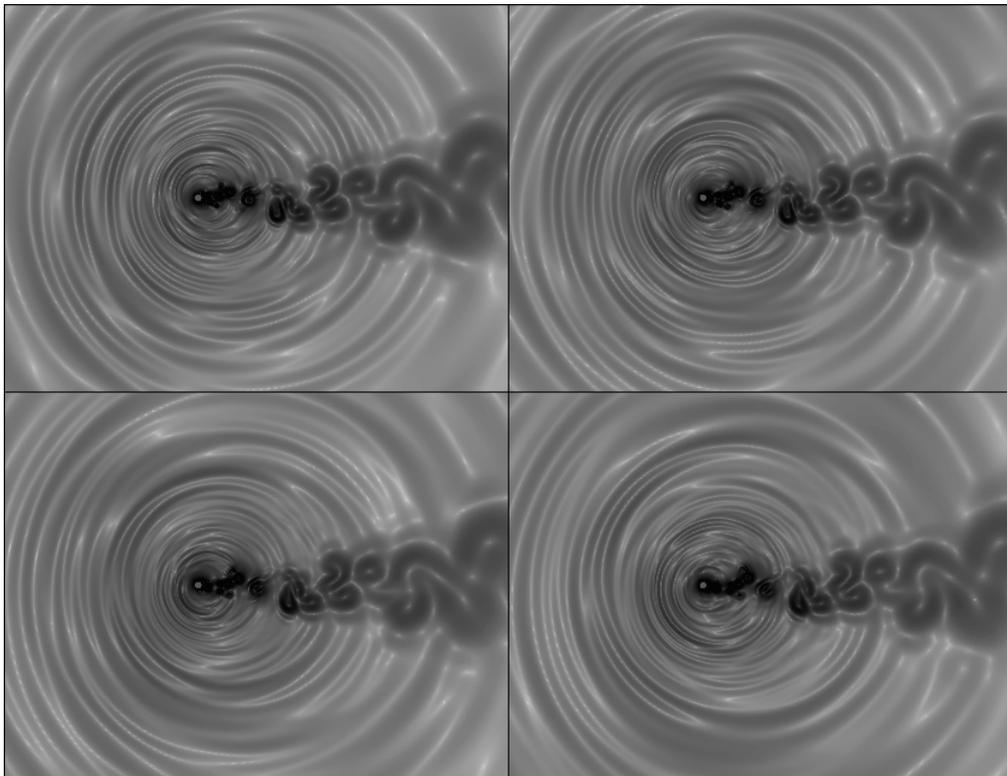


Figura 3.22: Emissão de ondas sonoras geradas pela esteira para os tempos $323,17U^*/D^*$, $324,11U^*/D^*$, $325,13U^*/D^*$ e $326,11U^*/D^*$ ($M=0,2$, $Re=90.000$).

3.2. $M=0,8$, $Re=166.000$

Para a simulação do escoamento transônico subcrítico ao redor do cilindro, cujo número de Mach é igual a 0,8 e o número de Reynolds é igual a 166.000, utilizou-se, assim como no caso anterior, uma malha computacional em “O”. Tal malha é composta de 453600 volumes finitos, sendo 720 distribuídos sobre a superfície do cilindro e 630 distribuídos radialmente, cujo raio adimensional é igual a 99,21 (vide figura 3.23). A malha aqui utilizada, a exemplo da utilizada no caso anterior, também possui refinamento próximo à superfície sólida (vide figura 3.24). É interessante notar o nível de refinamento necessário à captura da complexa interação entre ondas de choque e regiões viscosas (figura 3.24). Assim, apesar das implicações que a abordagem genuinamente 2D tem sobre os coeficientes globais, devido ao fato do tamanho característico das estruturas ser maior que o daquelas observadas em escoamentos quase-bidimensionais, o refinamento da malha necessária à captura das interações torna proibitiva a abordagem tridimensional, com os recursos disponíveis ao autor do presente trabalho.

Como se trata de um caso subcrítico e como, além dos resultados obtidos por Bogey e Bailly [7] e por Berland, Bogey e Bailly [3], os resultados aqui apresentados para o caso anterior também foram satisfatórios, decidiu-se atacar o presente problema sem a utilização de um modelo submalha explícito.

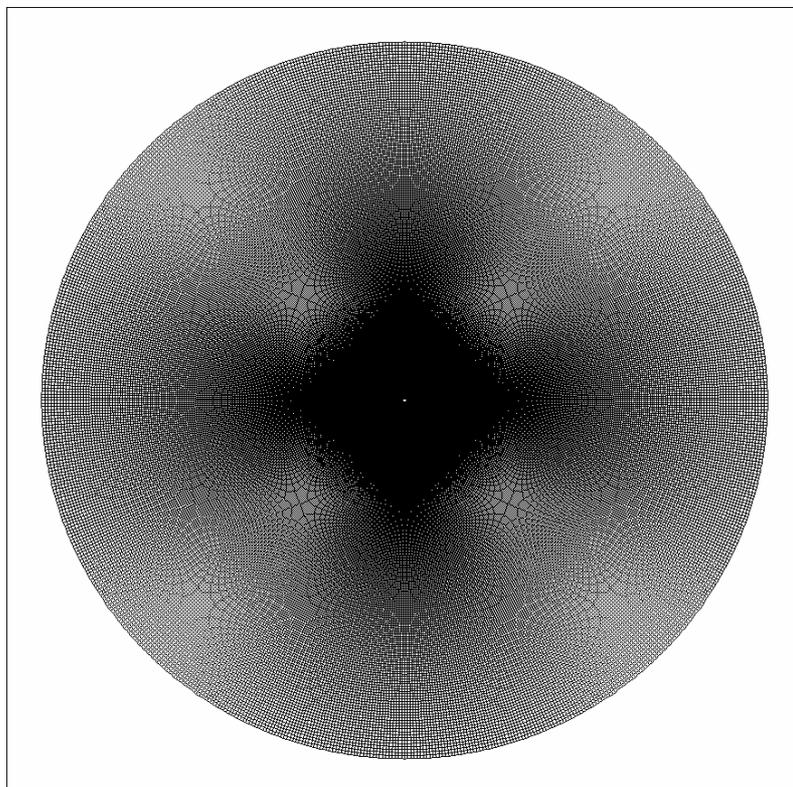


Figura 3.23: Visão global da malha computacional ($M=0,8$, $Re=166.000$).

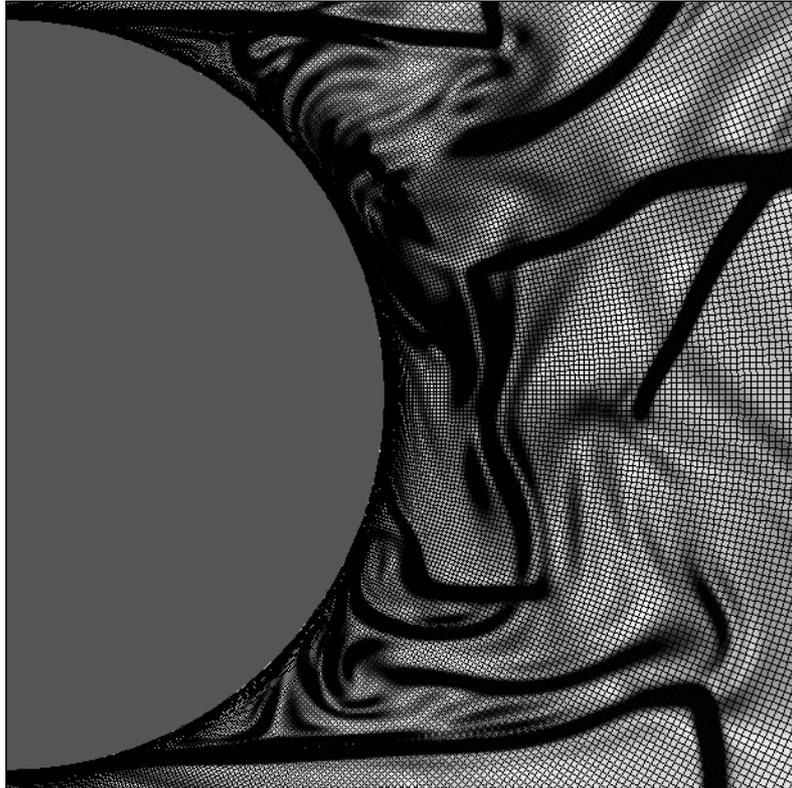


Figura 3.24: Visão proximal da malha computacional ($M=0,8$, $Re=166.000$).

Na figura 3.25 observa-se a comparação entre os valores calculados e os valores experimentais do coeficiente de pressão médio. Novamente, assim como observado no caso subsônico, uma forte sucção está presente na parte de trás do cilindro que não se observa com a mesma intensidade nos resultados experimentais. Mais uma vez cabe ressaltar que tal fato se observa devido ao amortecimento 3D presente nas estruturas do cilindro experimental. Ainda assim, os resultados são bons, apresentando boa concordância com os resultados experimentais até 75° e boa concordância do coeficiente de arrasto ($C_{D_{experimental}} = 1,50$, $C_{D_{calculado}} = 1,86$). E, novamente, realizar-se uma simulação 3D com o refinamento aqui apresentado é inviável com os recursos disponíveis ao autor e realizar-se tal simulação 3D com menos resolução tornaria a malha inadequada para a captura da fina interação entre ondas de choque e regiões viscosas.

Na figura 3.26 têm-se os resultados obtidos para a distribuição média do coeficiente de fricção médio, comparando-os aos resultados experimentais. Da mesma forma que o observado para o coeficiente de pressão médio, o coeficiente de fricção médio calculado e o experimental apresentam boa concordância até 75° . Observa-se, contudo, que próximo ao ponto de separação ocorre uma queda abrupta dos valores apresentados, fugindo da tendência que a curva vinha apresentado e indicando uma possível transição da camada limite ou mesmo problemas na captura dos dados, sendo tal descontinuidade resultado de erros experimentais. Nota-se, ainda, que a curva calculada não apresenta tal descontinuidade, seguindo a tendência esperada.

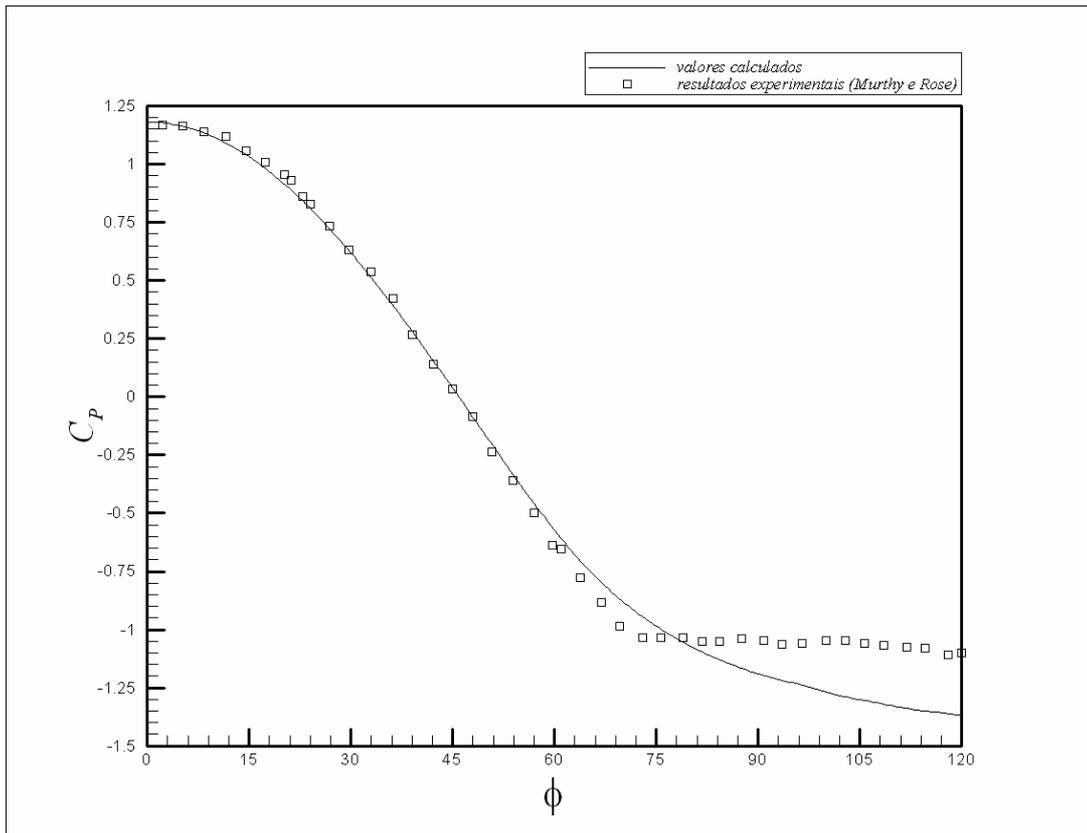


Figura 3.25: Distribuição do coeficiente de pressão médio sobre a superfície do cilindro ($M=0,8$, $Re=166.000$).

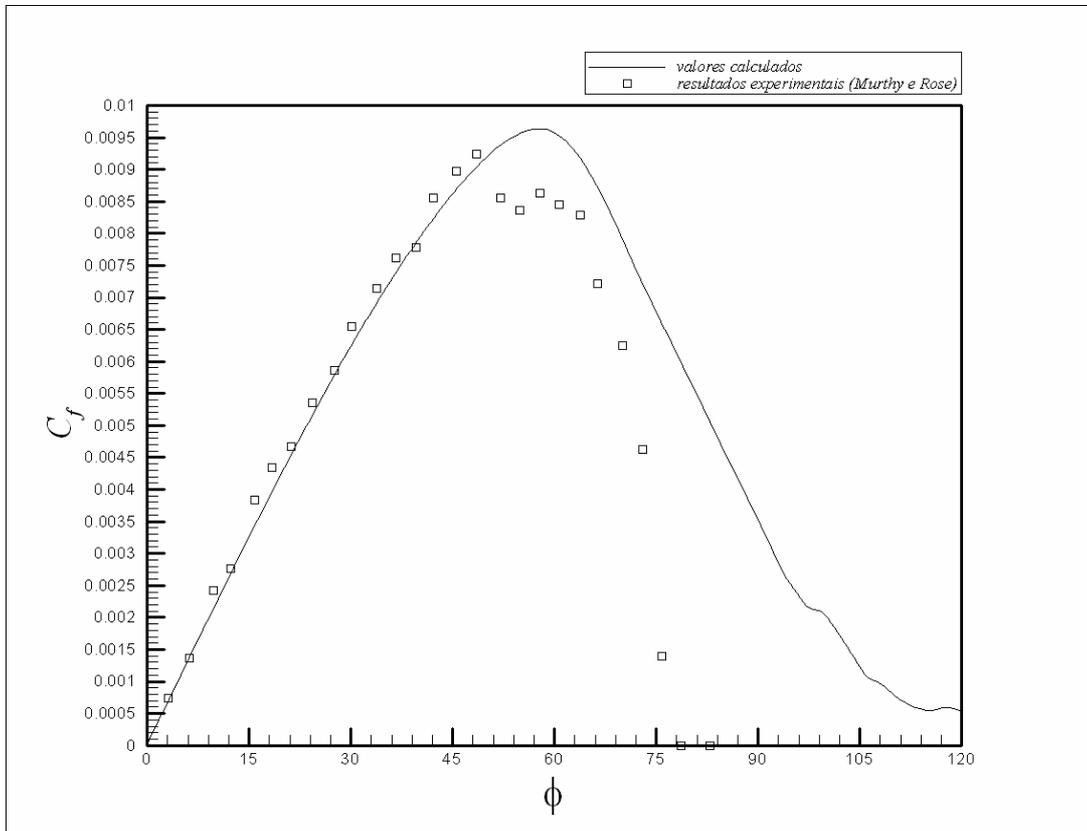


Figura 3.26: Distribuição do coeficiente de fricção médio sobre a superfície do cilindro ($M=0,8$, $Re=166.000$).

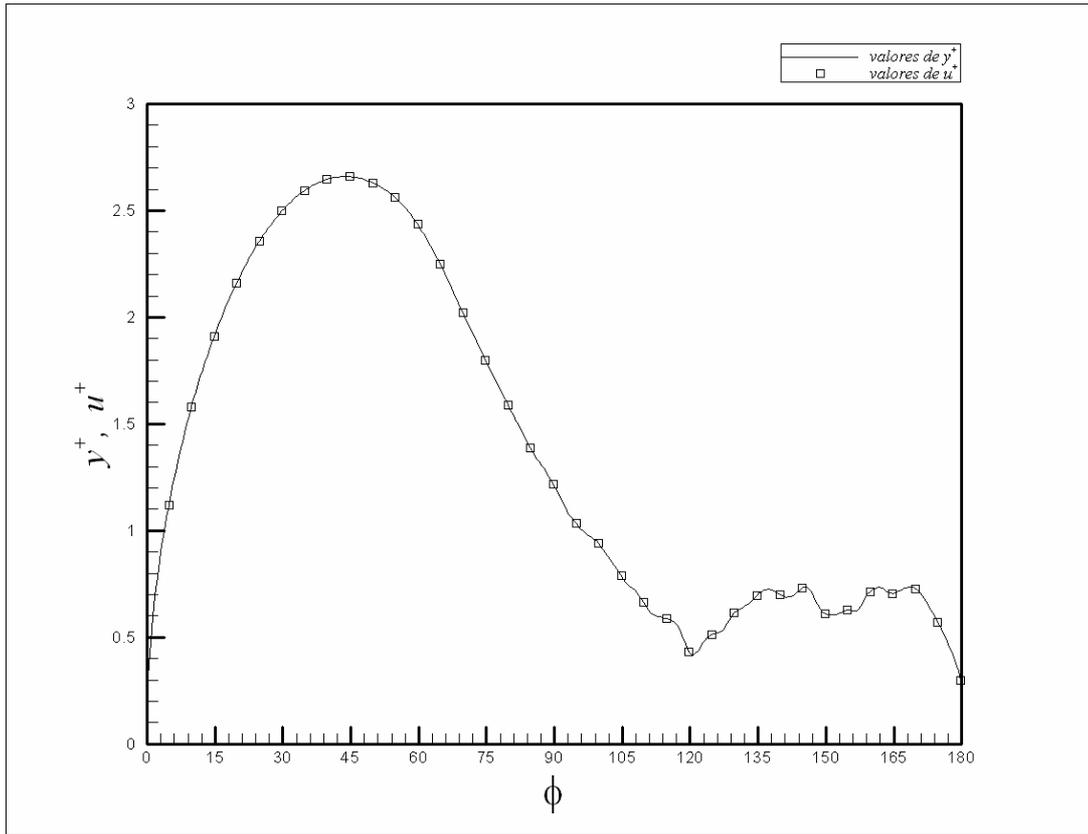


Figura 3.27: Distribuição de y^+ e u^+ sobre a superfície do cilindro ($M=0,8$, $Re=166.000$).

Assim como no caso subsônico, aqui também a subcamada laminar é bem discretizada, como conclui-se da distribuição de y^+ e u^+ (vide figura 3.27). Nas figuras 3.28 e 3.29 são apresentadas, respectivamente, as evoluções temporais dos coeficientes de arrasto e sustentação. Já nas figuras 3.30 e 3.31 são apresentados os espectros de potência dos sinais apresentados nas figuras 3.28 e 3.29, respectivamente. Assim como observado para o caso subsônico, novamente o sinal de coeficiente de arrasto apresenta um espectro mais espalhado, quando comparado ao espectro do sinal do coeficiente de sustentação. O espectro de coeficiente de sustentação apresenta um pico principal cuja frequência adimensional é, aproximadamente, 0,09 e outros três picos secundários com frequências adimensionais de 0,06, 0,10 e 0,14. Já o coeficiente de sustentação apresenta um pico muito bem definido com frequência adimensional igual a 0,22, que é um valor muito próximo ao encontrado por Sreedhara Murthy e Rose para a frequência característica de emissão de vórtices, que é de 0,18. Assim sendo, pode-se concluir que a força de sustentação está intimamente ligada à emissão de vórtices pela esteira, enquanto a força de arrasto está ligada a frequência da interação entre as regiões viscosas e as ondas de choque (como indicado pelo pico a $St = 0.07$), mas também sofrendo alguma influência da esteira turbulenta (como sugere o pico secundário a $St = 0.14$). Tais observações estão de acordo com o obtido por Bobenrieth e Leal [5] e Leal e Bobenrieth [14] para o caso do escoamento transônico supercrítico ao redor de um cilindro.

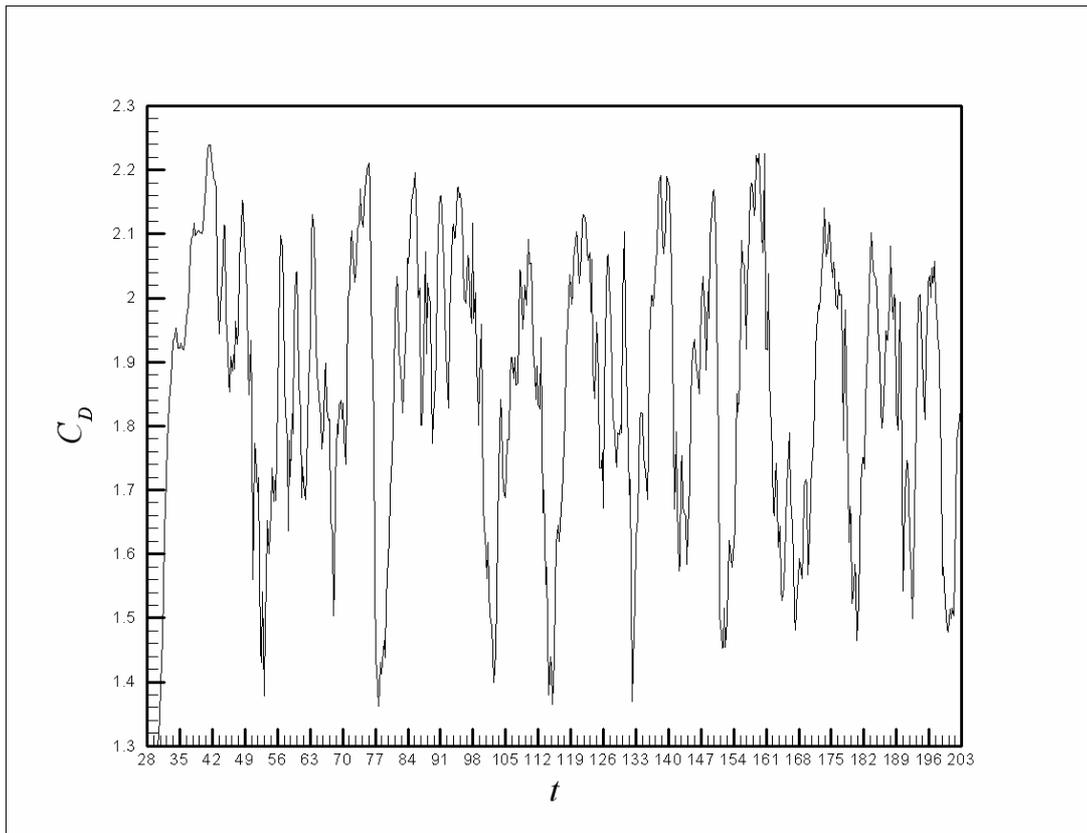


Figura 3.28: Evolução temporal do coeficiente de arrasto ($M=0,8$, $Re=166.000$).

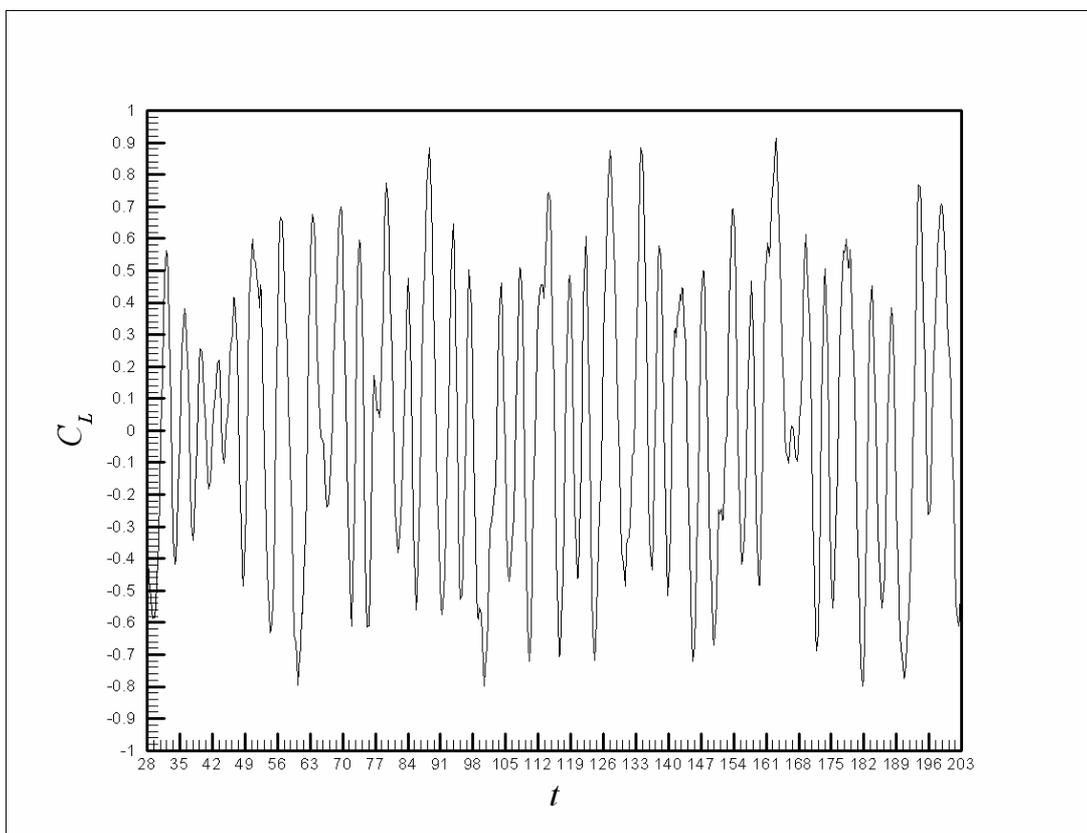


Figura 3.29: Evolução temporal do coeficiente de sustentação ($M=0,8$, $Re=166.000$).

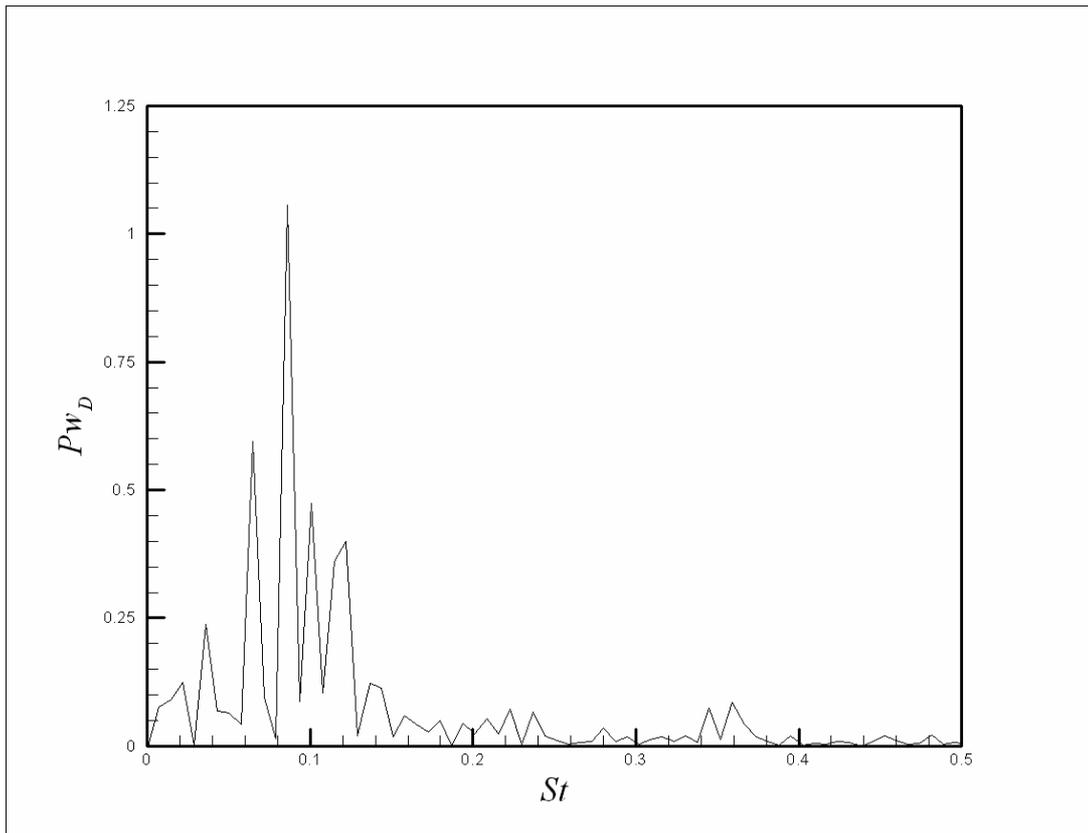


Figura 3.30: Espectro de potência do sinal do coeficiente de arrasto ($M=0,8$, $Re=166.000$).

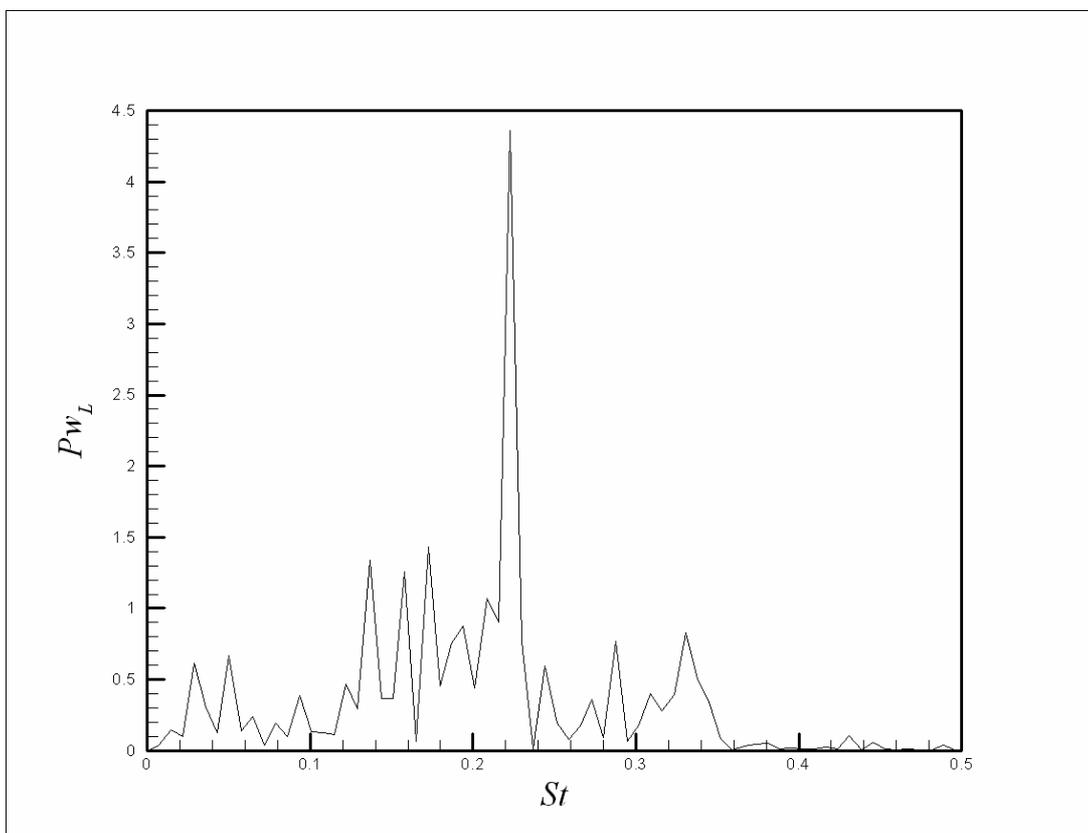


Figura 3.31: Espectro de potência do sinal do coeficiente de sustentação ($M=0,8$, $Re=166.000$).

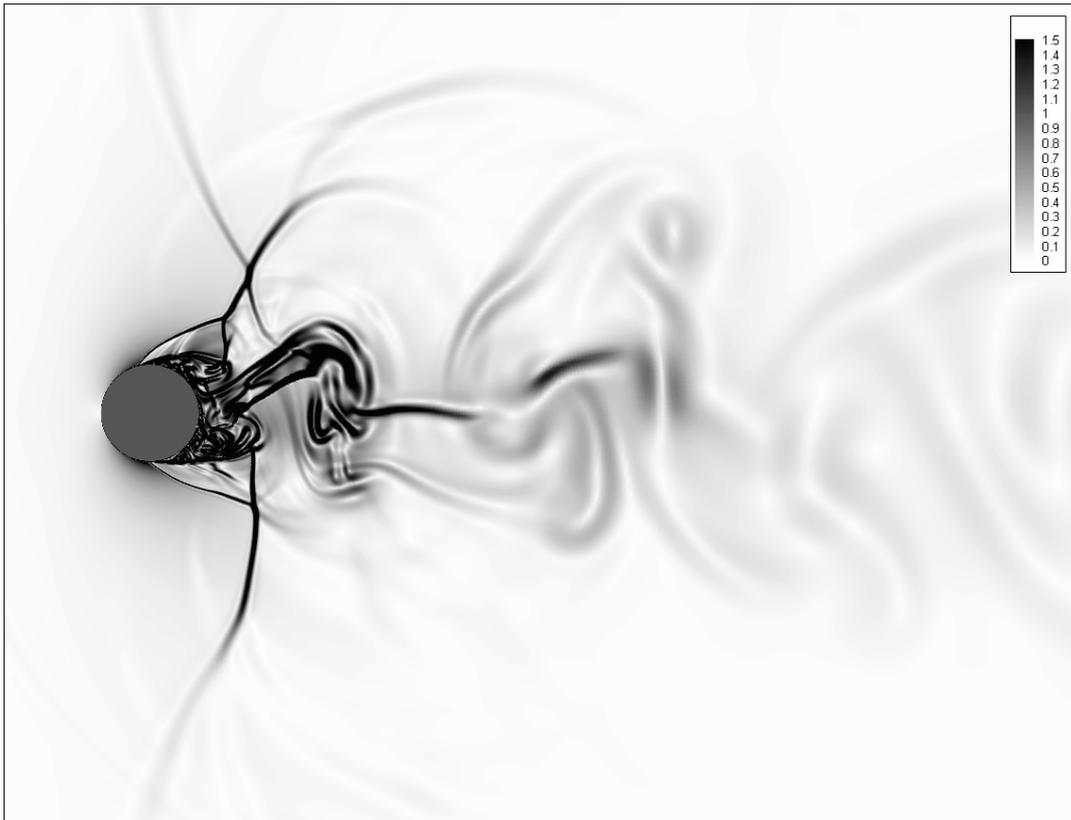


Figura 3.32: Campo de gradiente de temperatura, tempo adimensional $t = 67,18U^*/D^*$
($M=0,8$, $Re=166.000$).

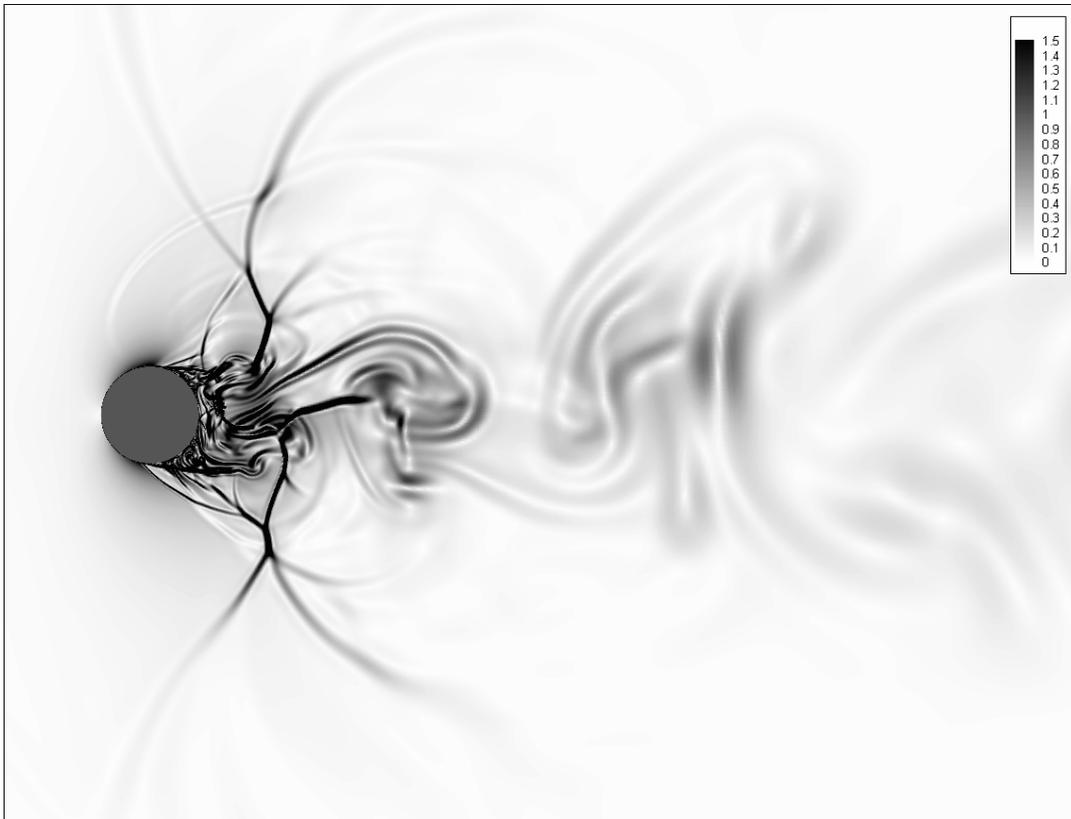


Figura 3.33: Campo de gradiente de temperatura, tempo adimensional $t = 68,50U^*/D^*$
($M=0,8$, $Re=166.000$).

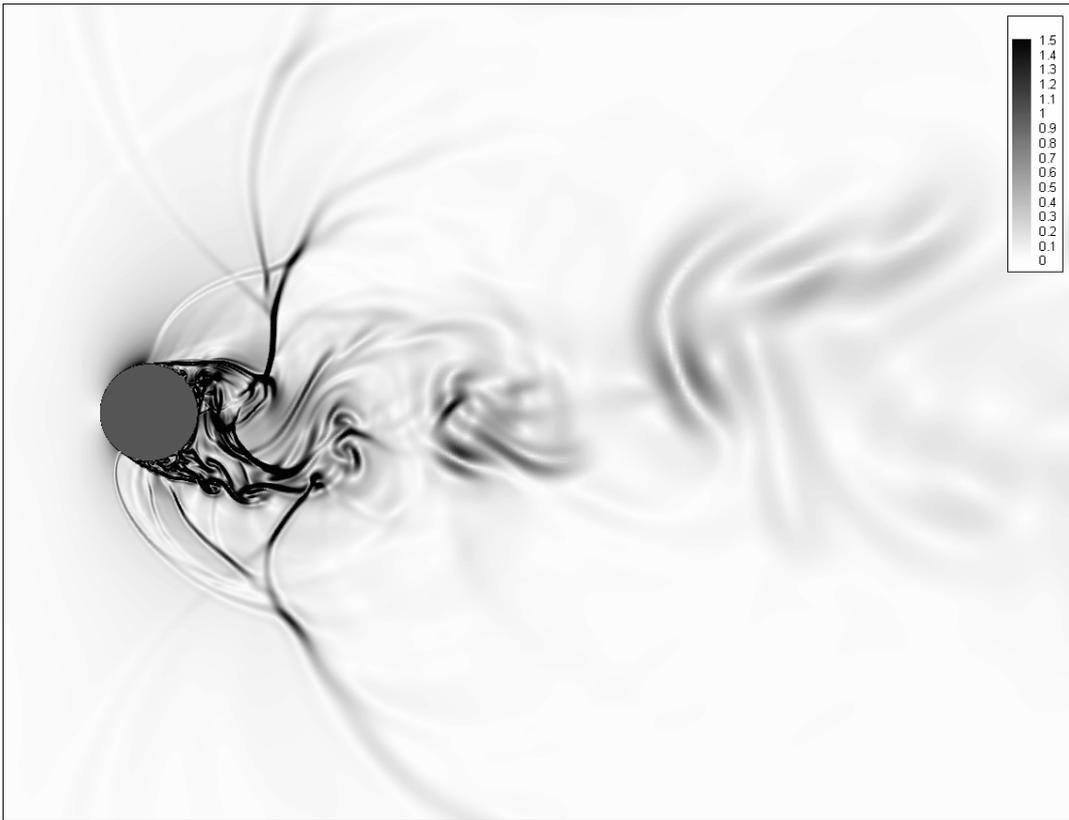


Figura 3.34: Campo de gradiente de temperatura, tempo adimensional $t = 69,83U^*/D^*$
($M=0,8$, $Re=166.000$).



Figura 3.35: Campo de gradiente de temperatura, tempo adimensional $t = 71,15U^*/D^*$
($M=0,8$, $Re=166.000$).



Figura 3.36: Campo de gradiente de temperatura, tempo adimensional $t = 72,45U^*/D^*$ (M=0,8, Re=166.000).



Figura 3.37: Campo de gradiente de temperatura, tempo adimensional $t = 73,77U^*/D^*$ (M=0,8, Re=166.000).



Figura 3.38: Campo de gradiente de temperatura, tempo adimensional $t = 75,06U^*/D^*$
($M=0,8$, $Re=166.000$).

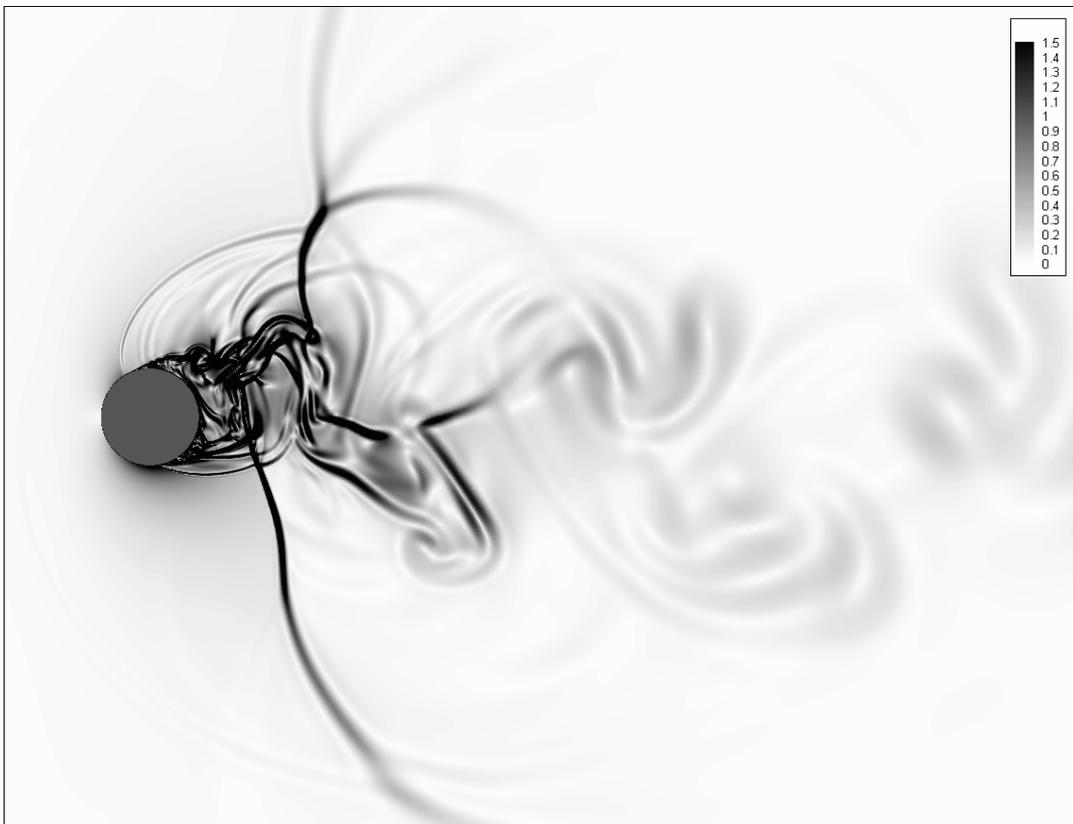


Figura 3.39: Campo de gradiente de temperatura, tempo adimensional $t = 76,35U^*/D^*$
($M=0,8$, $Re=166.000$).

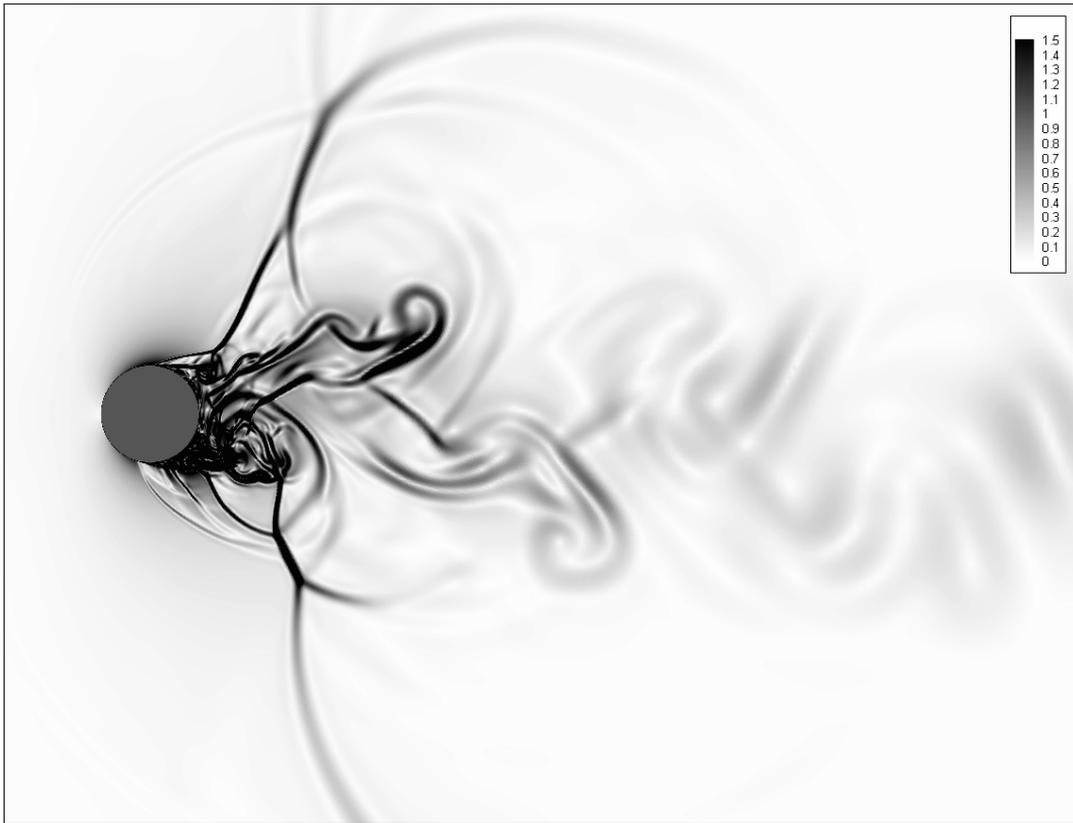


Figura 3.40: Campo de gradiente de temperatura, tempo adimensional $t = 77,63U^*/D^*$
($M=0,8$, $Re=166.000$).

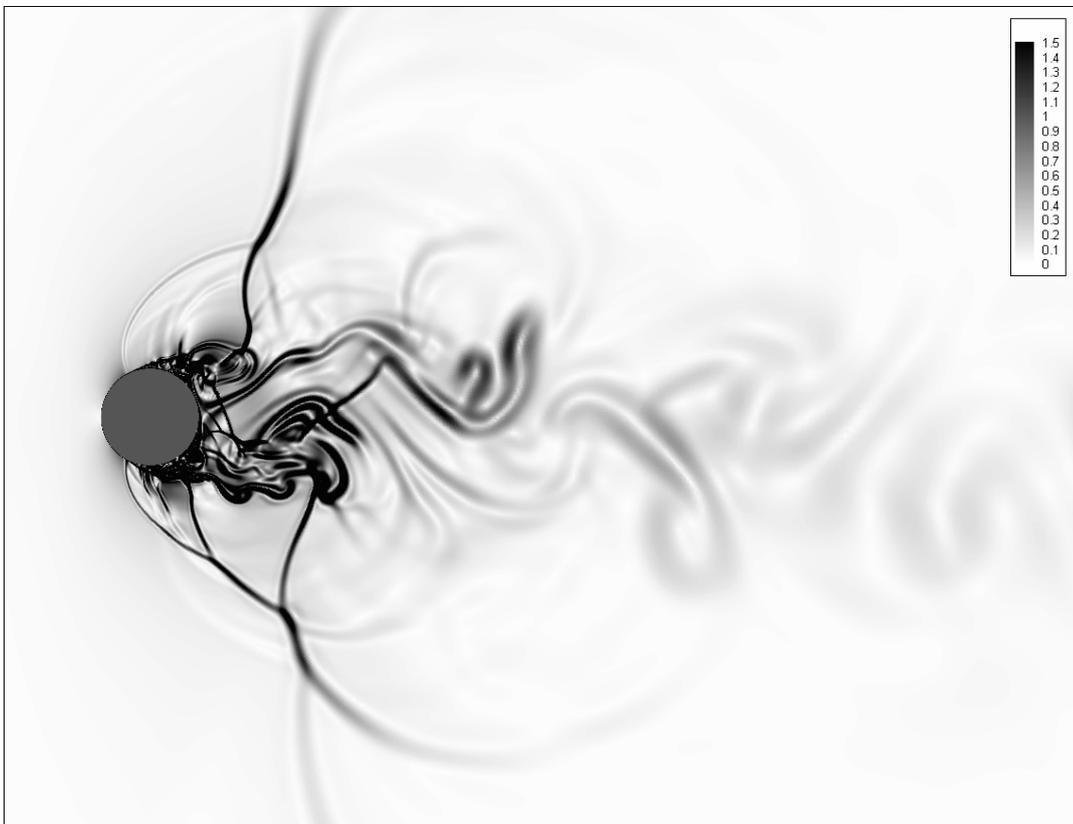


Figura 3.41: Campo de gradiente de temperatura, tempo adimensional $t = 78,93U^*/D^*$
($M=0,8$, $Re=166.000$).

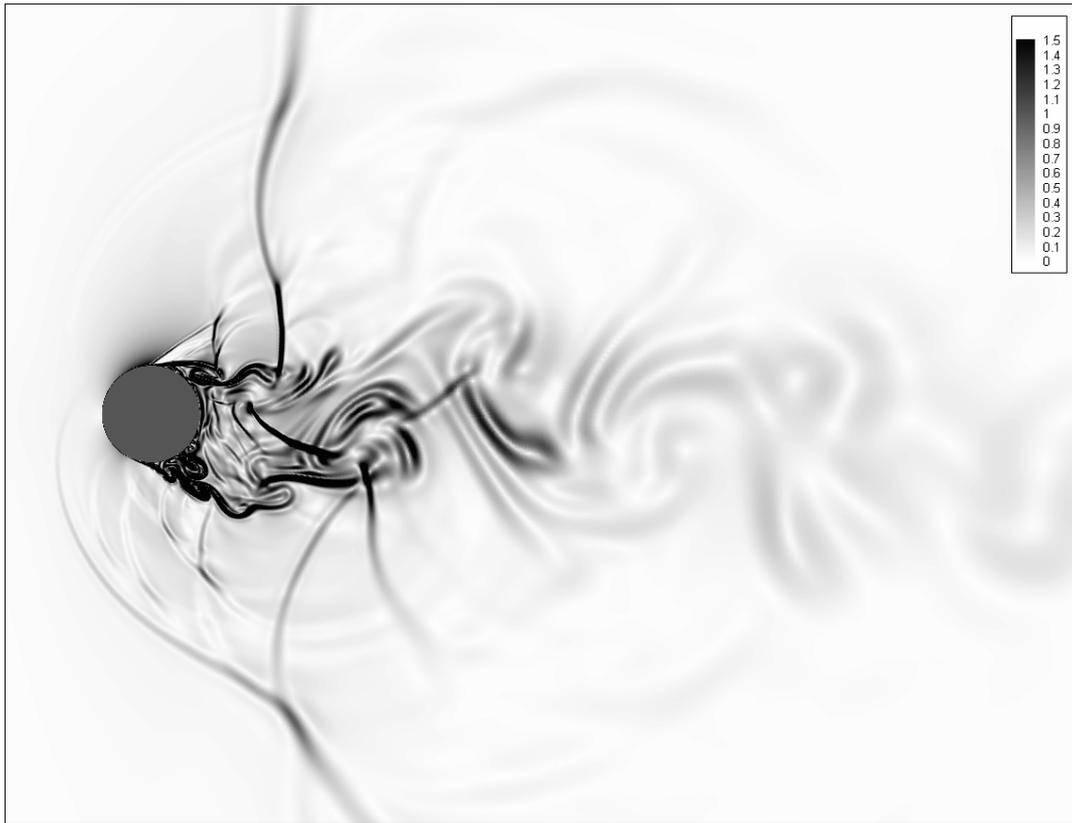


Figura 3.42: Campo de gradiente de temperatura, tempo adimensional $t = 80,23U^*/D^*$ ($M=0,8$, $Re=166.000$).

Nas figuras compreendidas entre 3.32 e 3.42 observa-se a visualização do campo de magnitude do gradiente de temperatura para os tempos adimensionais indo de $t = 67.18U^*/D^*$ a $t = 80.23U^*/D^*$. Inicialmente pode-se observar a extrema complexidade topológica do escoamento, quando comparado ao caso subsônico. Primeiramente, nota-se a existência de vários choques lambda de diversos tamanhos e intensidades. Nota-se também que o ponto de separação da camada limite parece estar associado à presença de tais choques lambda, que não apenas afetam a esteira através do referido mecanismo, mas que também têm suas geometrias influenciadas pelas estruturas ali geradas. Nota-se a presença de várias escalas na região de recirculação que, ao interagirem entre si, resultam na formação de choques conectores de intensidades consideráveis, comparáveis as dos choques quasi-retos, que são localmente ortogonais à camada de mistura. É interessante notar, ainda das figuras 3.32 a 3.42, que as já citadas ondas de choque quase-retas “caminham” sobre a camada de mistura à medida que o ponto de descolamento oscila. Inclusive, pode-se observar que a formação dos choques, tanto os lambda quanto os quase-retos, estão associadas à referida oscilação da esteira. Por fim, após a forte interação entre as ondas de choque e as regiões viscosas, observa-se a formação de uma esteira de vórtices similar a de Von Kármán.

Cabe ressaltar que se a metodologia e (ou) a resolução da malha fossem incapazes de capturar as complexas estruturas que se formam na região de recirculação atrás do cilindro e, principalmente, na camada de mistura, pouco se conseguiria entender do fenômeno, uma vez que não apenas as ondas de choque afetam a estrutura que se formam na região viscosas, como também tais estruturas afetam a geometria e o posicionamento das ondas de choque que se formam.

3.3. $M=0,8$, $Re=500.000$, COM MODELO DE TURBULÊNCIA SST-DES

A malha utilizada para o caso transônico supercrítico é composta de 453600 volumes finitos, sendo 720 volumes distribuídos sobre a superfície do cilindro e 630 elementos na direção radial (vide figura 3.43), com raio adimensional igual a 100.1. Assim como no caso anterior, a malha possui refinamento próximo à parede e alta resolução, a fim de se capturar a grande complexidade topológica do escoamento (vide figura 3.44). Ao contrário dos dois casos apresentados anteriormente, no presente caso foi utilizado o modelo de turbulência SST-DES, devido ao fato de que se trata de um escoamento supercrítico e que, assim sendo, a camada limite é turbulenta antes do descolamento e, portanto, é necessário utilizar-se um modelo de turbulência para bem capturá-la. Tal função é bem executada pelo modelo SST-DES, característica herdada do modelo Menter-SST. Cabe dizer que a camada limite é turbulenta antes do descolamento, mesmo não havendo transição 2D, devido ao fato do escoamento não perturbado possuir um certo nível de turbulência, como mostra a equação (2.124).

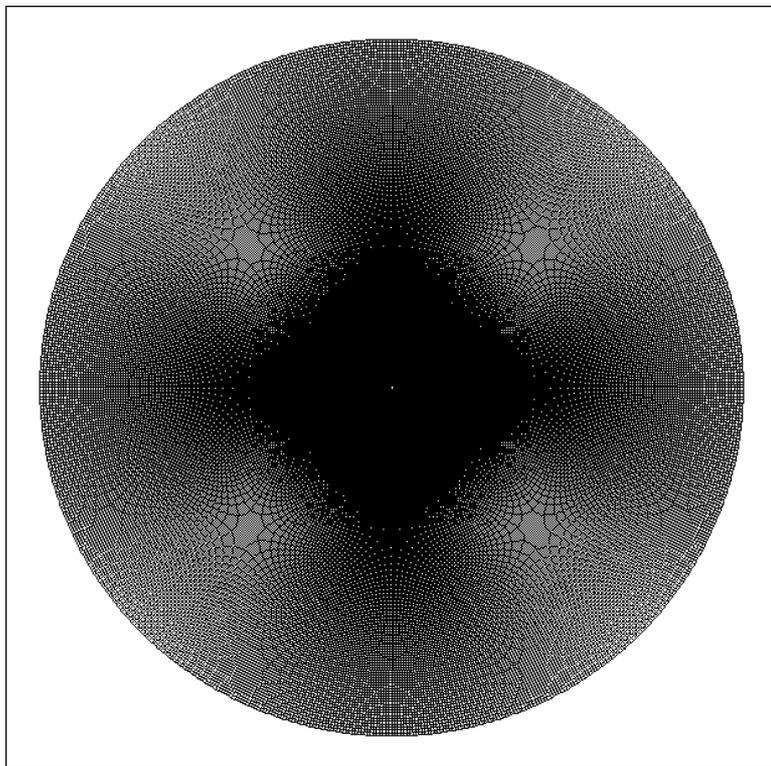


Figura 3.43: Visão global da malha computacional ($M=0,8$, $Re=500.000$).

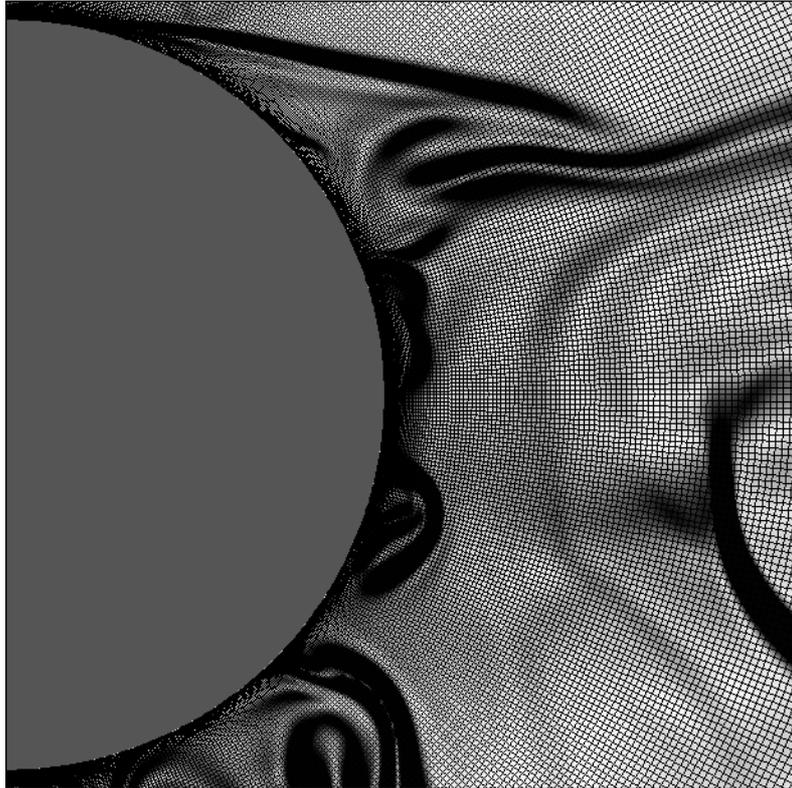


Figura 3.44: Visão proximal da malha computacional ($M=0,8$, $Re=500.000$).

Na figura 3.45 tem-se a distribuição de coeficiente de pressão médio calculada sobre o cilindro e os respectivos valores experimentais apresentados por Sreedhara Murthy e Rose, [22] para fins de comparação. A exemplo do observado no caso anterior, apresenta-se concordância dos resultados numéricos com os experimentais até 75° , quando ocorre uma forte queda dos coeficientes calculados, quando comparados aos valores experimentais. A explicação é a mesma já apresentada, ou seja, o maior tamanho das estruturas 2D calculadas quando comparadas às estruturas obtidas experimentalmente.

Na figura 3.46 tem-se a distribuição calculada do coeficiente de fricção médio sobre a superfície do cilindro e os valores experimentais apresentados na referência 17. É interessante notar-se que, apesar da boa concordância apresentada entre as distribuições de y^+ e u^+ sobre o cilindro, como apresentado na figura 3.47, os resultados obtidos não são satisfatórios, evidenciando um maior refinamento insuficiente próximo às superfícies sólidas. Um aumento na resolução nessa região, contudo, traria um considerável aumento no custo computacional e só se justificaria em casos onde a distribuição do coeficiente de fricção fosse fundamental, como o caso de estudos de aquecimento aerodinâmico, uma vez que os resultados obtidos para os outros coeficientes são muito bons ($C_{D_{experimental}} = 1,50$, $C_{D_{calculado}} = 1,85$). Note-se ainda que, para o caso anterior, com o mesmo número de Mach e com um número de Reynolds também elevado, os resultados para a distribuição do coeficiente de fricção médio foram melhores que os apresentados na figura 3.46 para o presente caso. A obtenção de bons resultados para a distribuição de

coeficiente de pressão e ruins para a de coeficiente de fricção não é paradoxal, pois a camada limite não influencia a distribuição do coeficiente de pressão (por hipótese, o gradiente de pressão normal na camada limite é nulo).

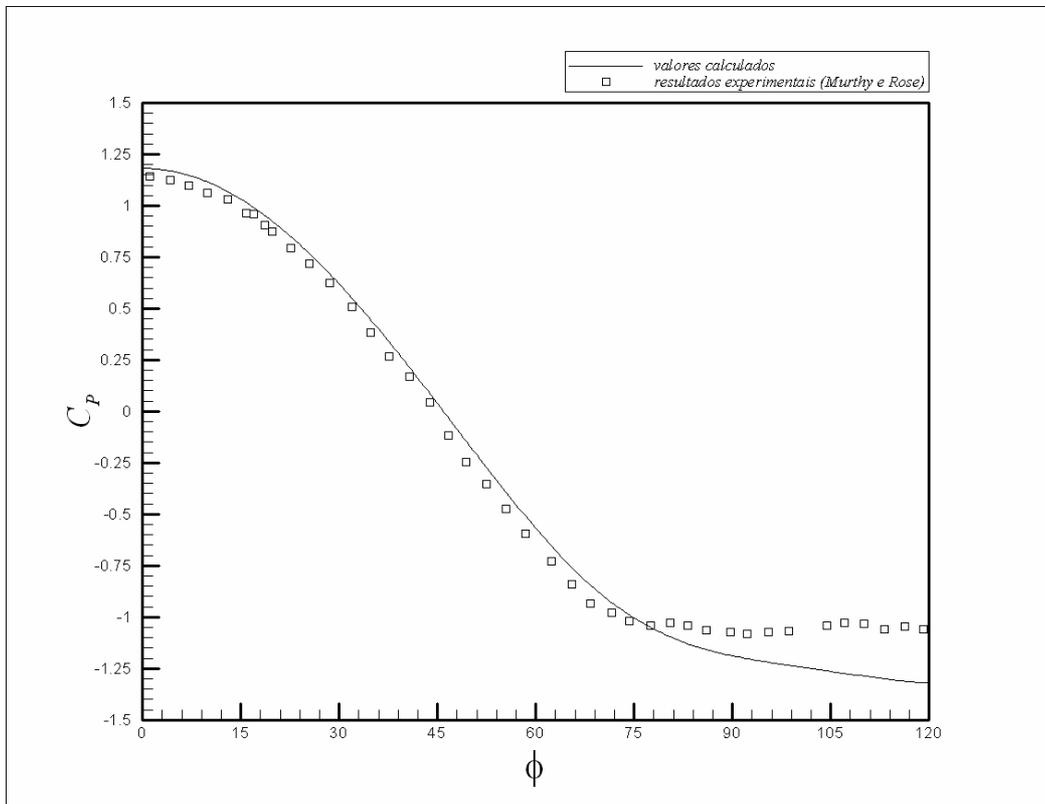


Figura 3.45: Distribuição do coeficiente de pressão médio sobre a superfície do cilindro ($M=0,8$, $Re=500.000$).

Nas figuras 3.48 e 3.49 são apresentadas as evoluções temporais dos coeficientes de arrasto e sustentação, respectivamente. Assim como no caso anterior, observa-se que a frequência dominante do sinal da sustentação é mais elevada, enquanto o sinal do arrasto possui mais componentes relevantes. Tal fato fica mais evidente quando se comparam os espectros de potência dos sinais de arrasto e sustentação, apresentados nas figuras 3.50 e 3.51 respectivamente. É possível observar-se que o sinal do coeficiente de sustentação possui uma frequência dominante bem caracterizada, com Strouhal de aproximadamente 0,22 e um pico secundário a aproximadamente 0,14, enquanto o sinal do coeficiente de arrasto possui frequência dominante igual a 0,09 e três picos secundários com frequências adimensionais iguais a 0,10, 0,05 e 0,16. Da mesma forma que para o caso anterior, pode-se inferir que a sustentação está mais intimamente relacionada à emissão de vórtices, uma vez que o número de Strouhal obtido experimentalmente é de 0,18 [22], muito próximo ao valor calculado para os mesmos números de Mach e Reynolds. Ainda, infere-se que o arrasto está ligado às ondas de choque que se formam, como se infere de sua frequência dominante igual a 0,09, mas com alguma influência da frequência de emissão de vórtices, como se pode inferir da frequência 0,16 de um dos seus picos secundários.

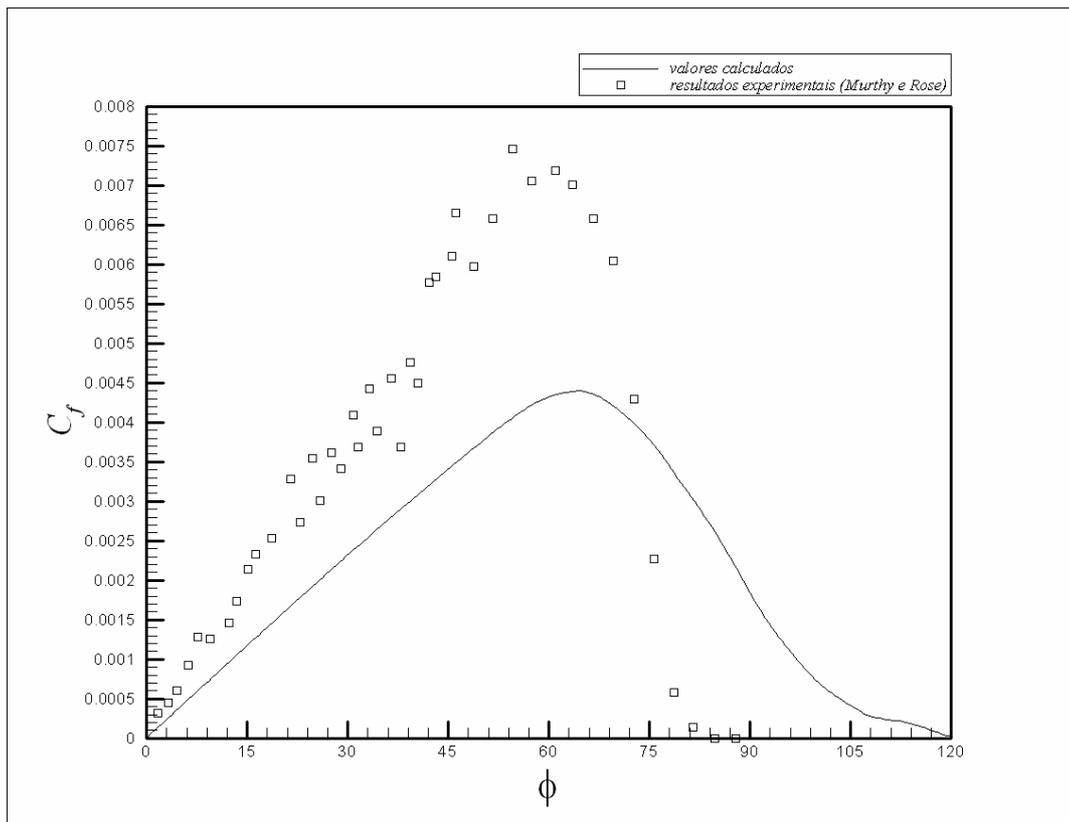


Figura 3.46: Distribuição do coeficiente de fricção médio sobre a superfície do cilindro ($M=0,8$, $Re=500.000$).

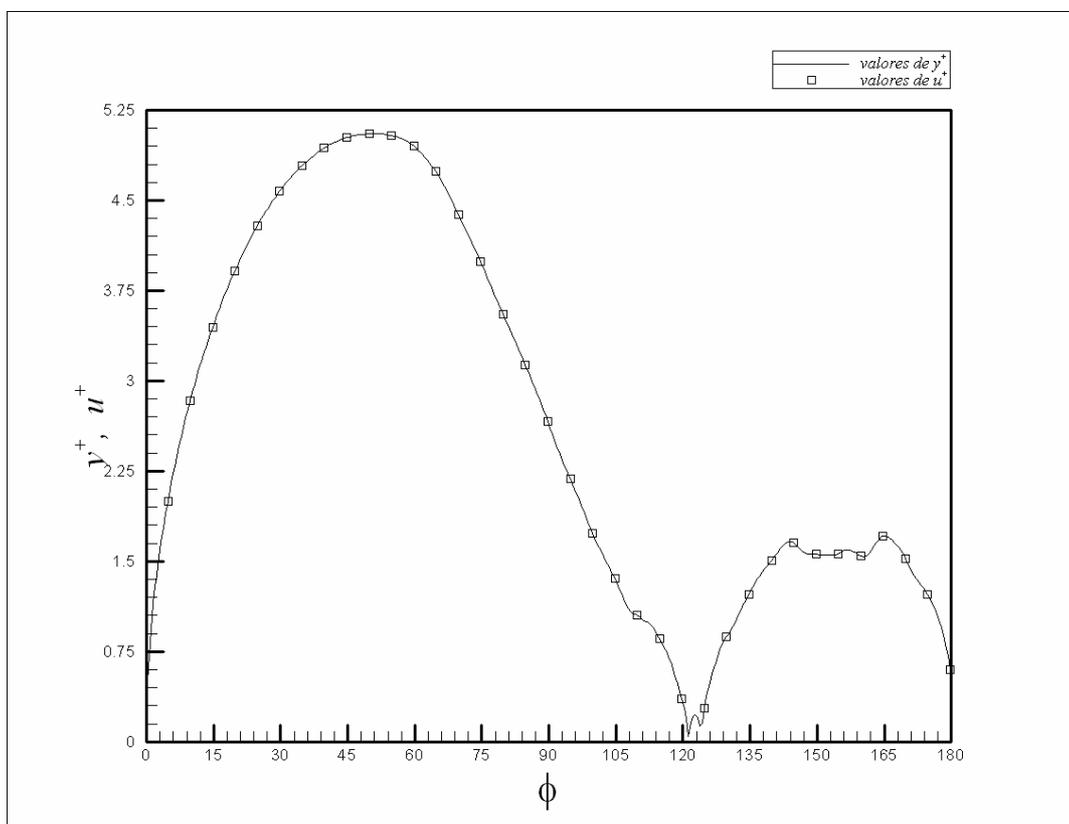


Figura 3.47: Distribuição de y^+ e u^+ sobre a superfície do cilindro ($M=0,8$, $Re=500.000$).

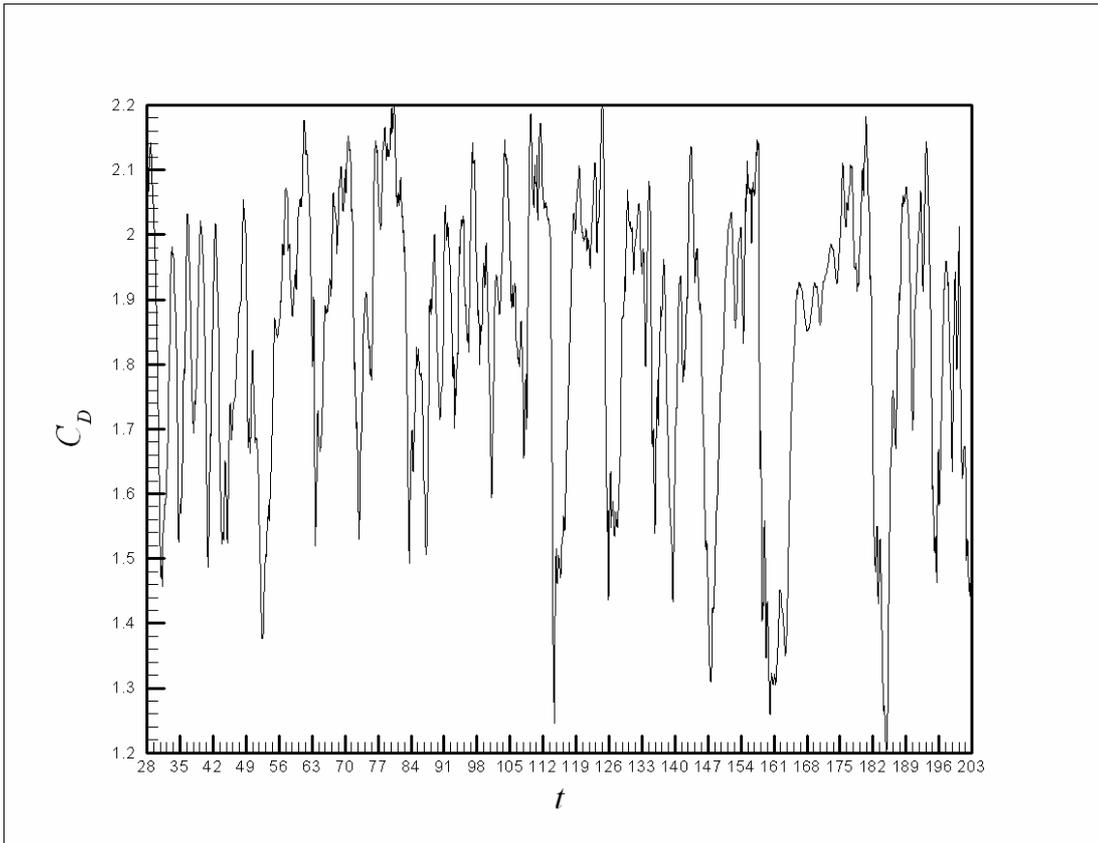


Figura 3.48: Evolução temporal do coeficiente de arrasto ($M=0,8$, $Re=500.000$).

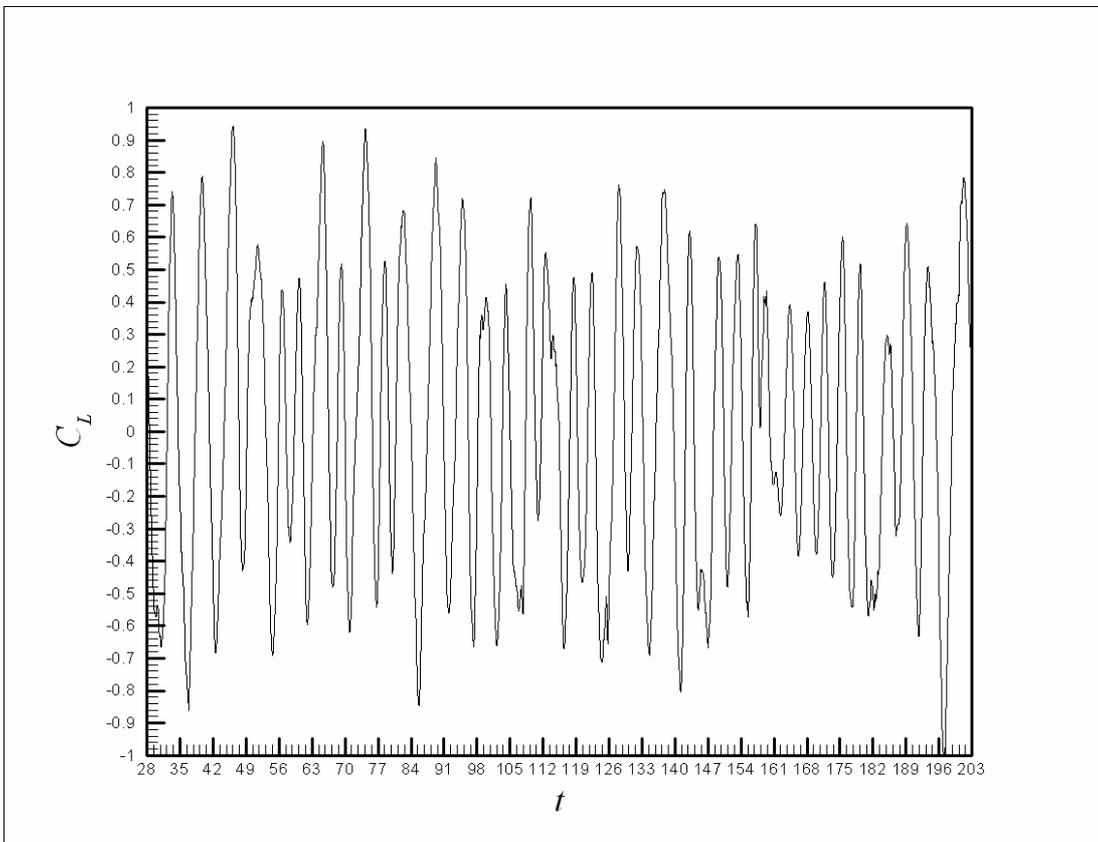


Figura 3.49: Evolução temporal do coeficiente de sustentação ($M=0,8$, $Re=500.000$).

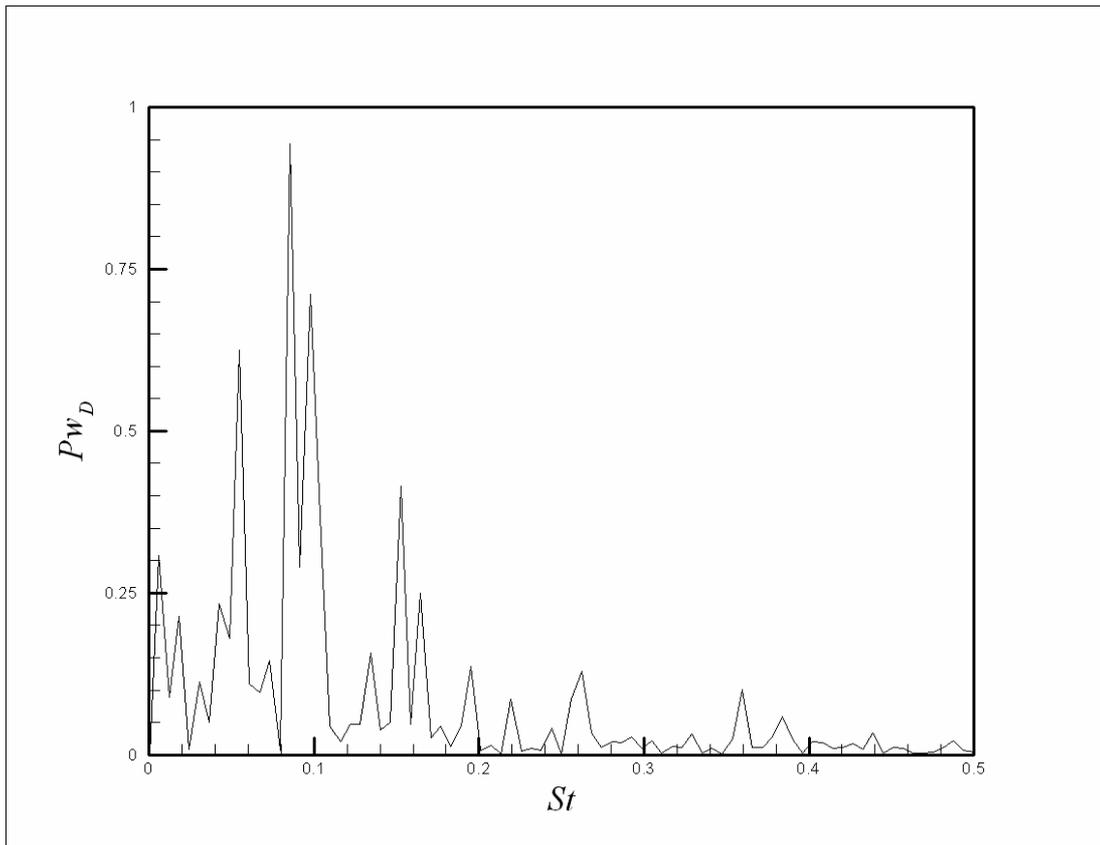


Figura 3.50: Espectro de potência do sinal do coeficiente de arrasto ($M=0,8$, $Re=500.000$).

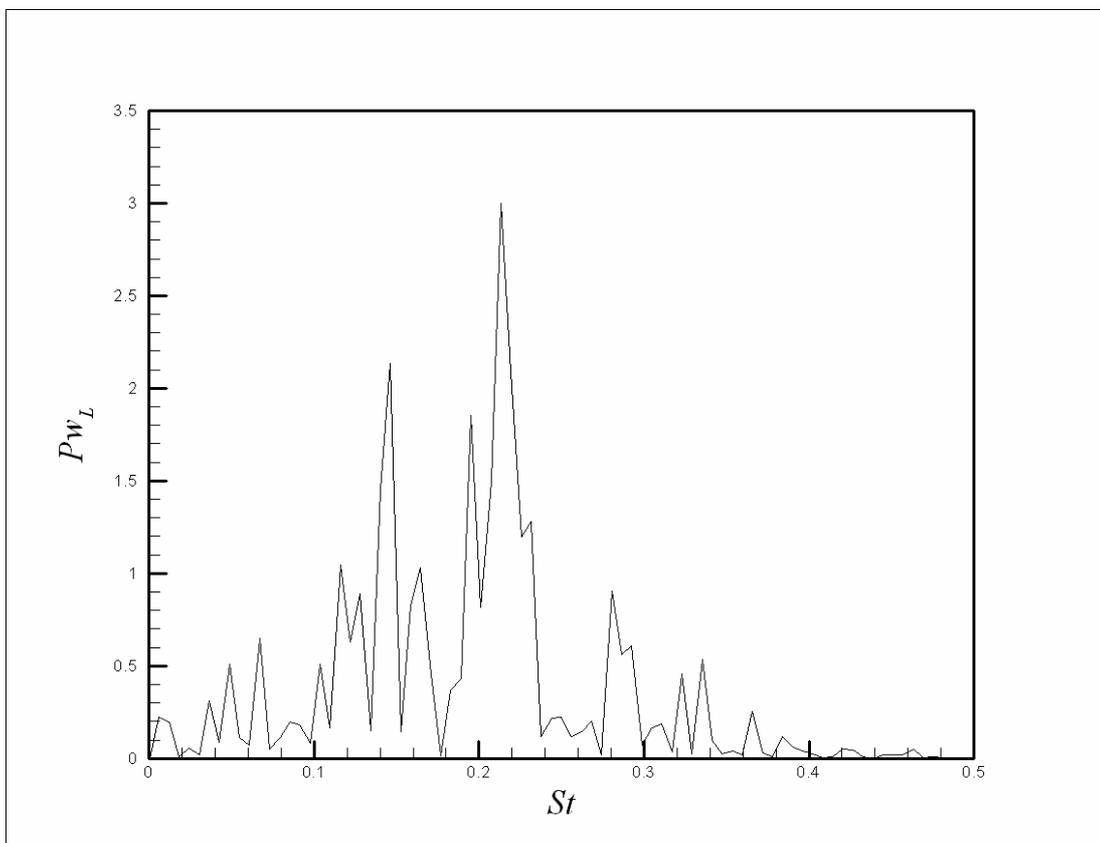


Figura 3.51: Espectro de potência do sinal do coeficiente de sustentação ($M=0,8$, $Re=500.000$).

Nas figuras 3.52 a 3.58 têm-se as visualizações do campo de gradiente de massa específica para os tempos adimensionais indo de $127.35U^*/D^*$ a $132.08U^*/D^*$. Assim como no caso anterior, observam-se ondas de choque em λ que afetam o ponto de separação e por ele são afetados, choques quase-retos aproximadamente perpendiculares a camada de mistura que se deslocam a medida em que o ponto de separação oscila e choques conectores entre as estruturas presentes na zona de recirculação atrás do cilindro, seguidos de uma esteira similar a esteira clássica de Von Kármán, após as intensas interações choque-viscosas. Contudo, é interessante ressaltar a menor quantidade de escalas capturadas com a utilização do modelo de turbulência, quando comparando ao caso em que nenhum modelo de turbulência é utilizado, mesmo levando-se em consideração que a resolução das duas malhas é, praticamente, a mesma. Tal fato, então, deve-se a excessiva dissipação introduzida pelo modelo de turbulência, como já observado por Bogey e Bailly e por Berland, Bogey e Bailly.

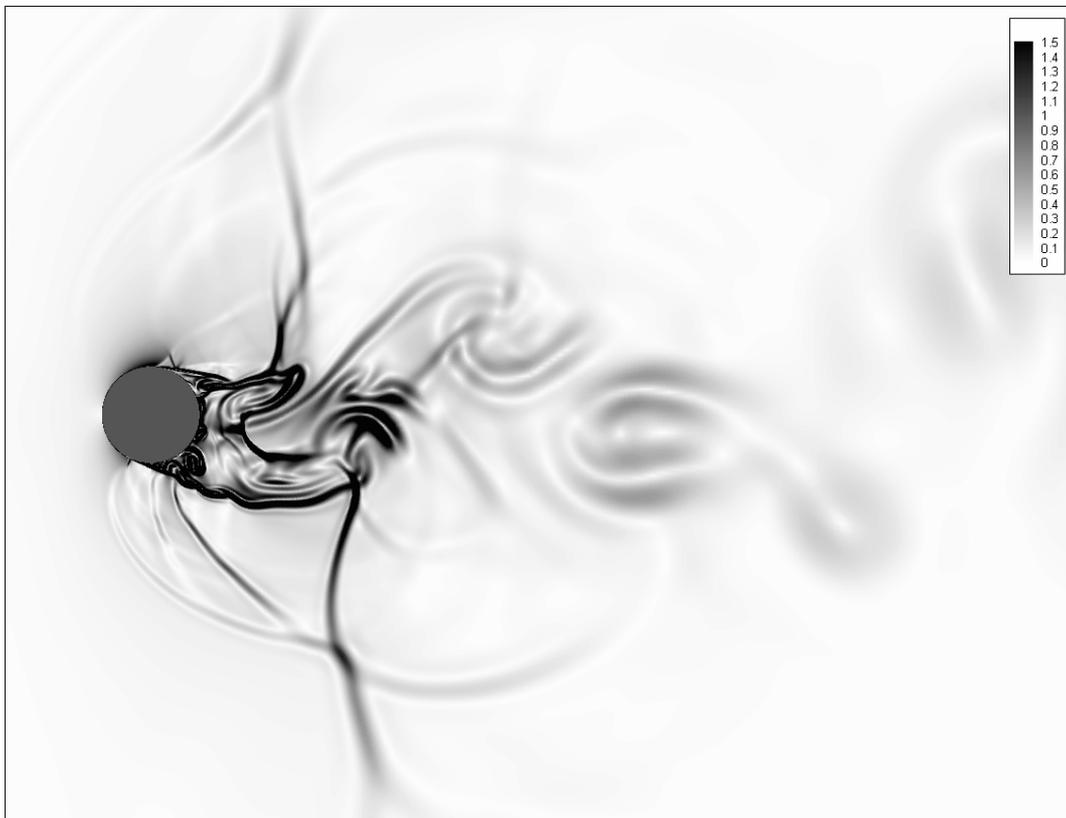


Figura 3.52: Campo de gradiente de temperatura, tempo adimensional $t = 127,35U^*/D^*$ ($M=0,8$, $Re=500.000$).

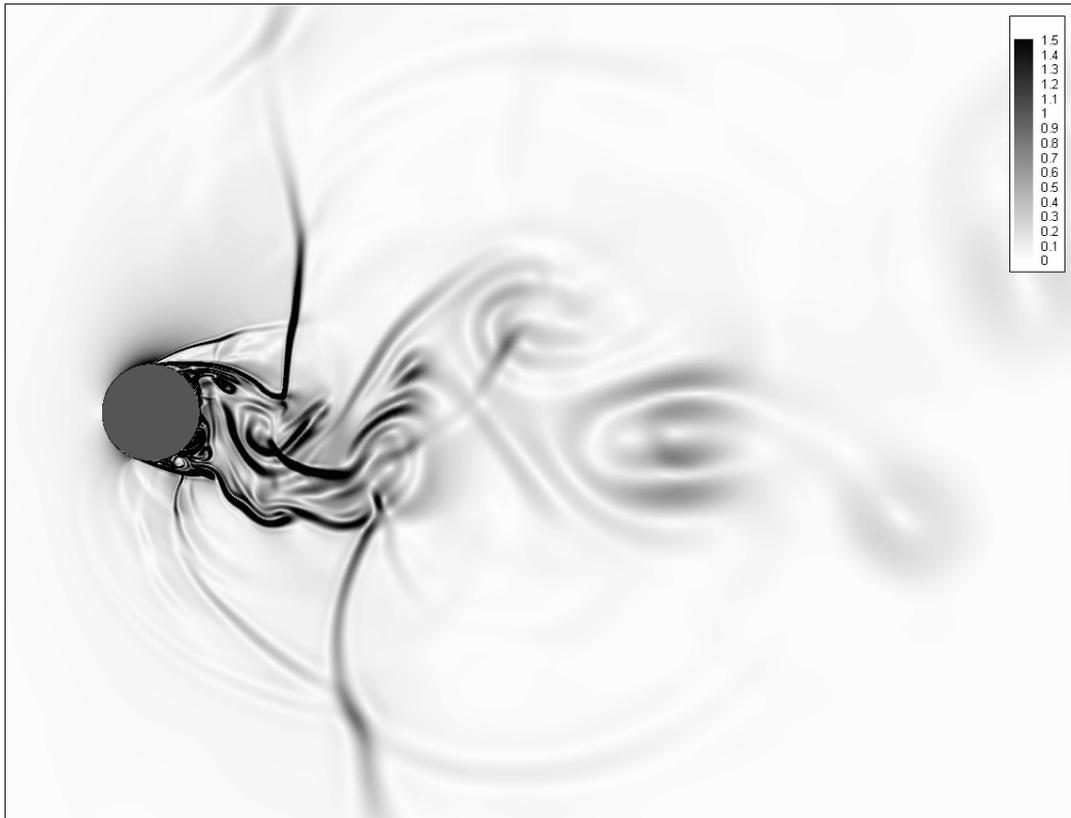


Figura 3.53: Campo de gradiente de temperatura, tempo adimensional
 $t = 128,75U^*/D^*$ ($M=0,8$, $Re=500.000$).

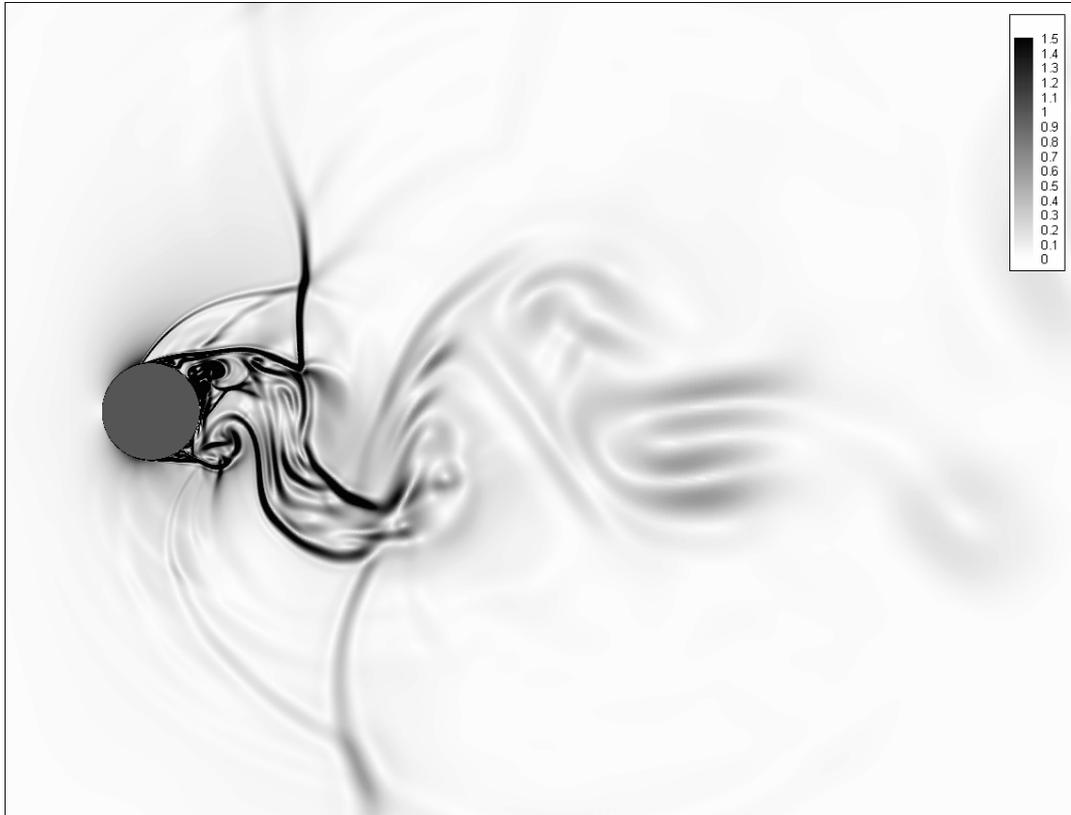


Figura 3.54: Campo de gradiente de temperatura, tempo adimensional
 $t = 129,43U^*/D^*$ ($M=0,8$, $Re=500.000$).



Figura 3.55: Campo de gradiente de temperatura, tempo adimensional $t = 130,14U^*/D^*$ ($M=0,8$, $Re=500.000$).



Figura 3.56: Campo de gradiente de temperatura, tempo adimensional $t = 130,85U^*/D^*$ ($M=0,8$, $Re=500.000$).

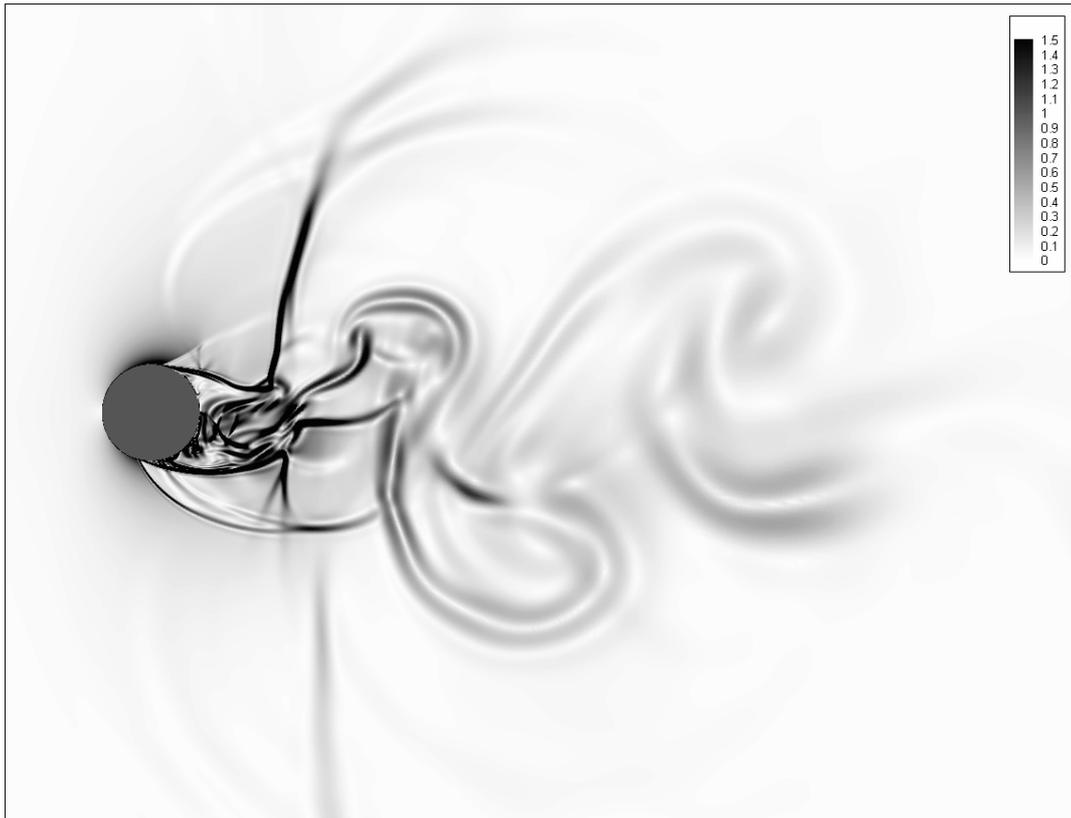


Figura 3.57: Campo de gradiente de temperatura, tempo adimensional
 $t = 131,55U^*/D^*$ ($M=0,8$, $Re=500.000$).



Figura 3.58: Campo de gradiente de temperatura, tempo adimensional
 $t = 132,08U^*/D^*$ ($M=0,8$, $Re=500.000$).

3.4. M=0,8, RE=500.000, SEM MODELO DE TURBULÊNCIA

Como se observa na figura 3.46, os resultados obtidos para o coeficiente de fricção médio para o caso transônico supercrítico não são satisfatórios. A fim de se obter melhores resultados, a alternativa mais evidente seria o aumento de resolução da malha próximo à superfície sólida. Como a resolução da malha já é muito alta, tal solução tornaria os custos computacionais inalcançáveis para o autor do presente trabalho, com os recursos a ele disponíveis. Uma vez que os resultados obtidos para a distribuição do coeficiente de fricção médio para os casos subcríticos, sem o uso de modelos de turbulência explícitos, foram melhores que o obtido para o caso supercrítico, optou-se por simular o escoamento com $M=0,8$ e $Re=500.000$ sem o uso de modelos submalha explícitos. A malha utilizada foi a mesma já apresentada para o caso supercrítico, com modelo SST-DES.

Na figura 3.60, apresenta-se a distribuição do coeficiente de fricção médio sobre o cilindro, com e sem modelo de turbulência. Nota-se que a melhora é quase nenhuma, em relação aos resultados obtidos utilizando-se o modelo SST-DES, reforçando-se a idéia de que falta resolução próximo às superfícies sólidas. O que se observa na distribuição de coeficiente de pressão médio apresentada na figura 3.59 é algo similar, com uma piora pouco significativa dos resultados quando não se utilizam modelos de turbulência. Mesmo levando-se em conta que o tempo adimensional de simulação é cerca da metade, como se pode ver da evolução temporal dos coeficientes de arrasto e sustentação apresentados nas figuras 3.61 e 3.62 respectivamente, pode-se notar que a utilização ou não do modelo de turbulência pouco afetou os resultados obtidos ($C_{D_{sem\ modelo}} = 1,92$, $C_{D_{com\ modelo}} = 1,85$).

Contudo, quando se volta a atenção às visualizações do campo de gradiente de temperatura apresentadas nas figuras de 3.63 a 3.70, nota-se qualitativamente que, sem a utilização de modelos de turbulência, a riqueza das escalas capturadas é muito maior que aquela obtida com a utilização do modelo SST-DES. Cabe ressaltar que sem o uso de modelos de turbulência o custo computacional cai substancialmente. Para comparação, o tempo de CPU gasto por iteração na simulação com o modelo de turbulência foi de cerca de 3.5s, enquanto que no caso sem modelos de turbulência foi de 2.5s, ambos em um computador com frequência de 3,0Ghz, com 512kbytes de memória *cache* e 1Gb de memória *RAM*. Note-se que o código utilizado para a simulação não foi otimizado para a não utilização de modelos. Se o fosse o ganho seria muito maior. O CFL máximo que se pôde utilizar durante a simulação com o uso do modelo SST-DES foi 0,6, enquanto que, sem a utilização de modelos de turbulência foi de 1,0, sem implicações para a estabilidade. O passo de tempo adimensional final utilizado pelo código durante a simulação com o modelo SST-DES foi de $1,429 \cdot 10^{-4}$, enquanto o utilizado pelo código durante a simulação sem modelo de turbulência foi de $2,244 \cdot 10^{-4}$. É interessante dizer que o código, para ambos os casos, fazia atualização automática do passo de tempo a cada 1000 iterações.

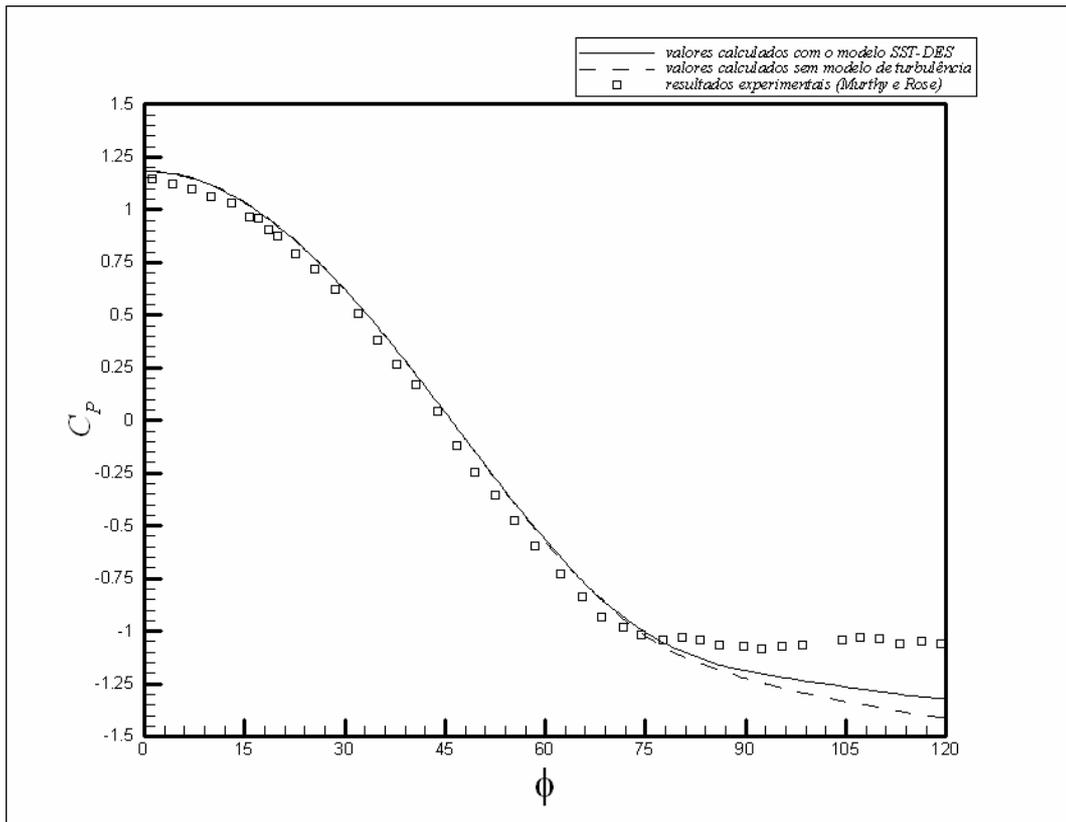


Figura 3.59 Distribuição do coeficiente de pressão médio sobre a superfície do cilindro. (M=0,8, Re=500.000, sem modelo de turbulência)

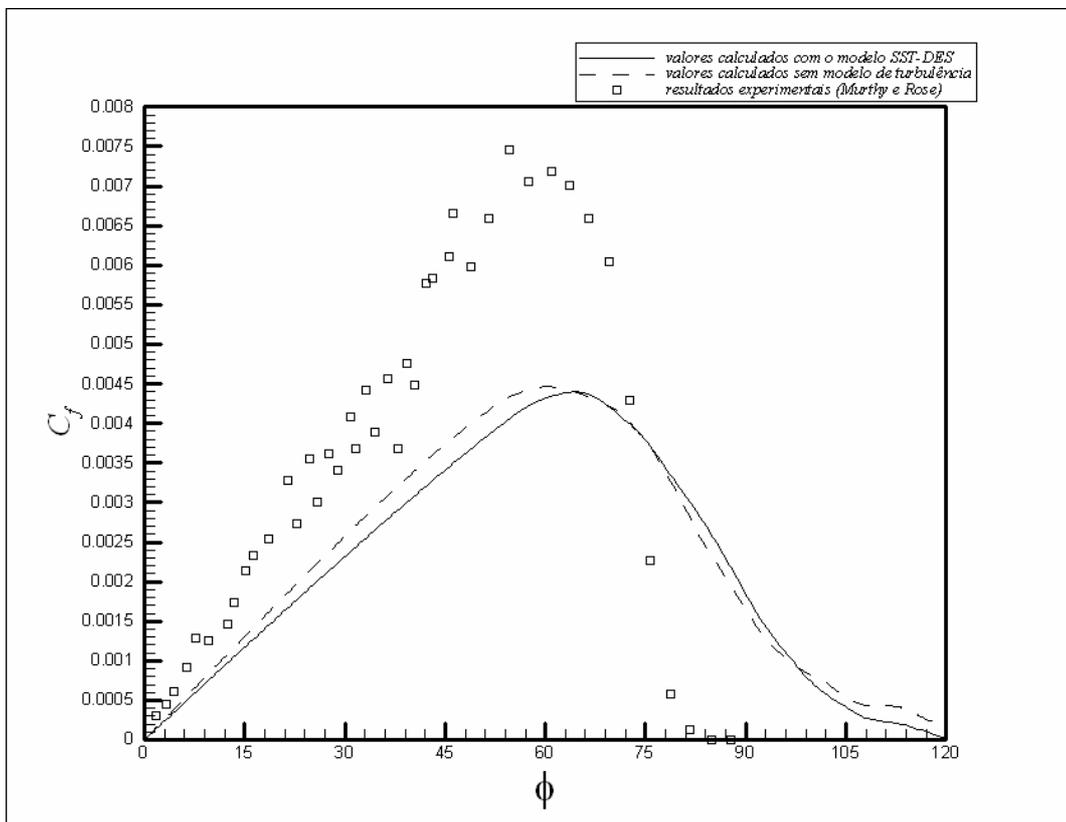


Figura 3.60: Distribuição do coeficiente de fricção médio sobre a superfície do cilindro. (M=0,8, Re=500.000, sem modelo de turbulência)

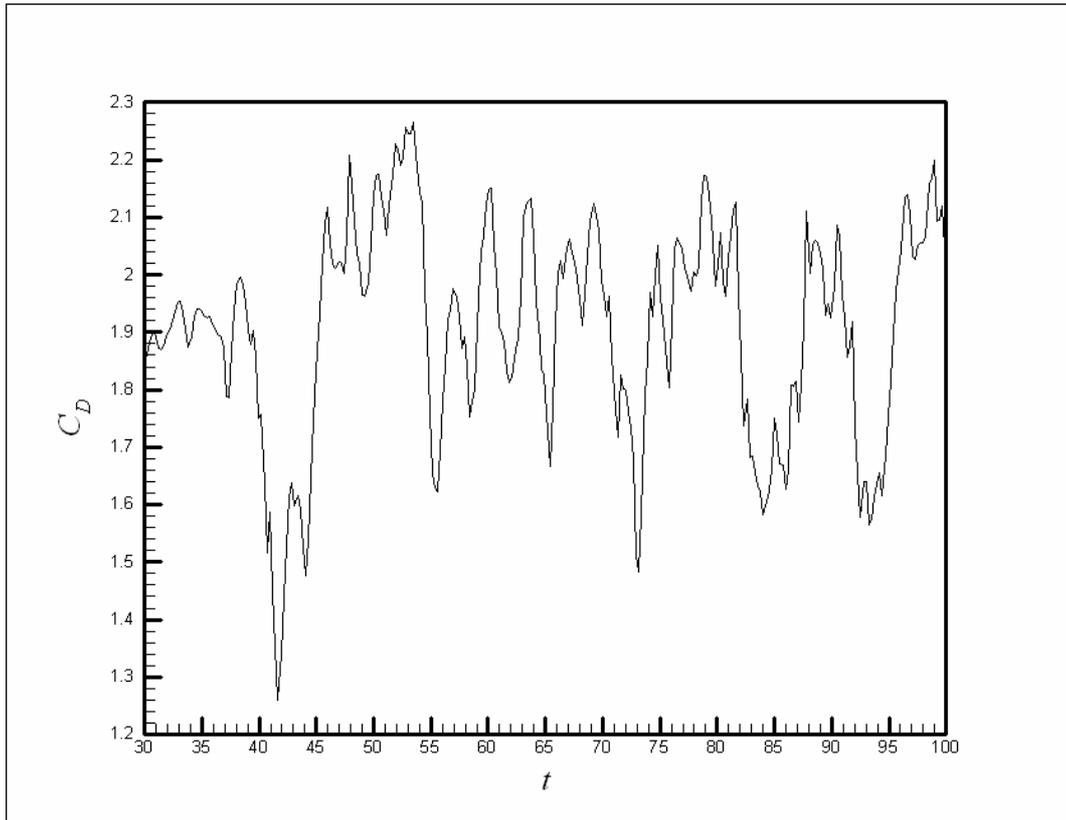


Figura 3.61 Evolução temporal do coeficiente de arrasto. ($M=0,8$, $Re=500.000$, sem modelo de turbulência)

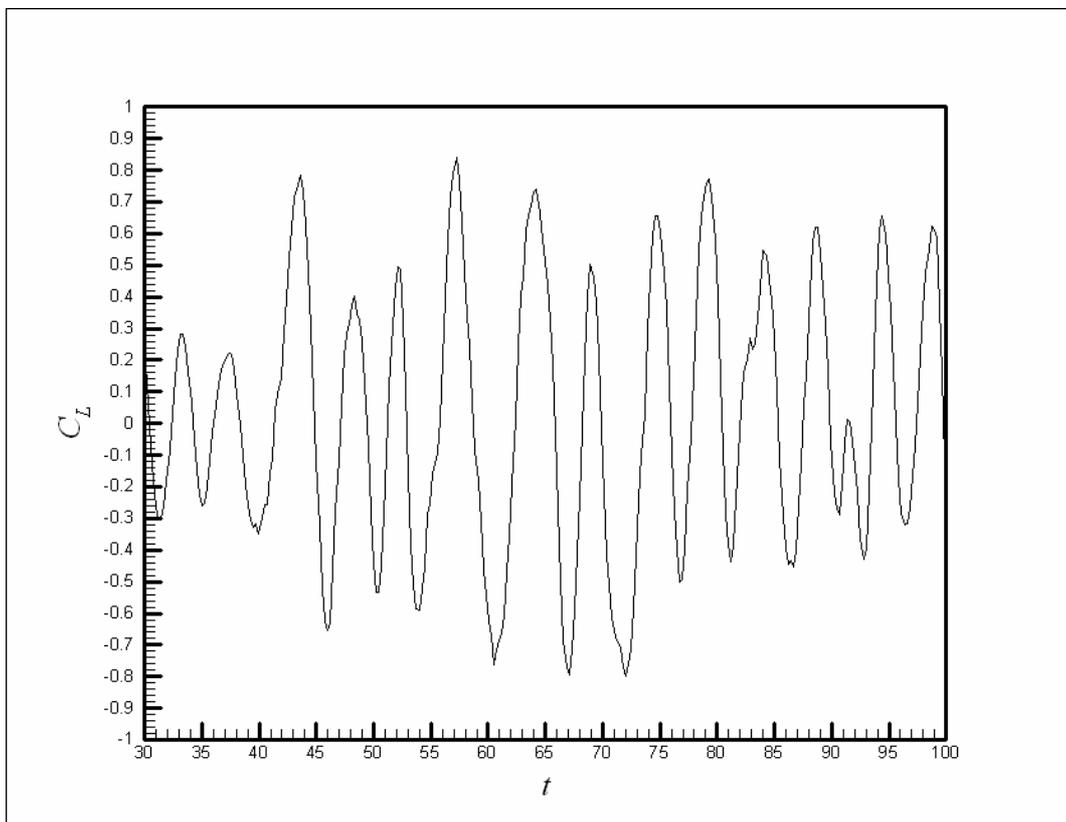


Figura 3.62 Evolução temporal do coeficiente de sustentação. ($M=0,8$, $Re=500.000$, sem modelo de turbulência)

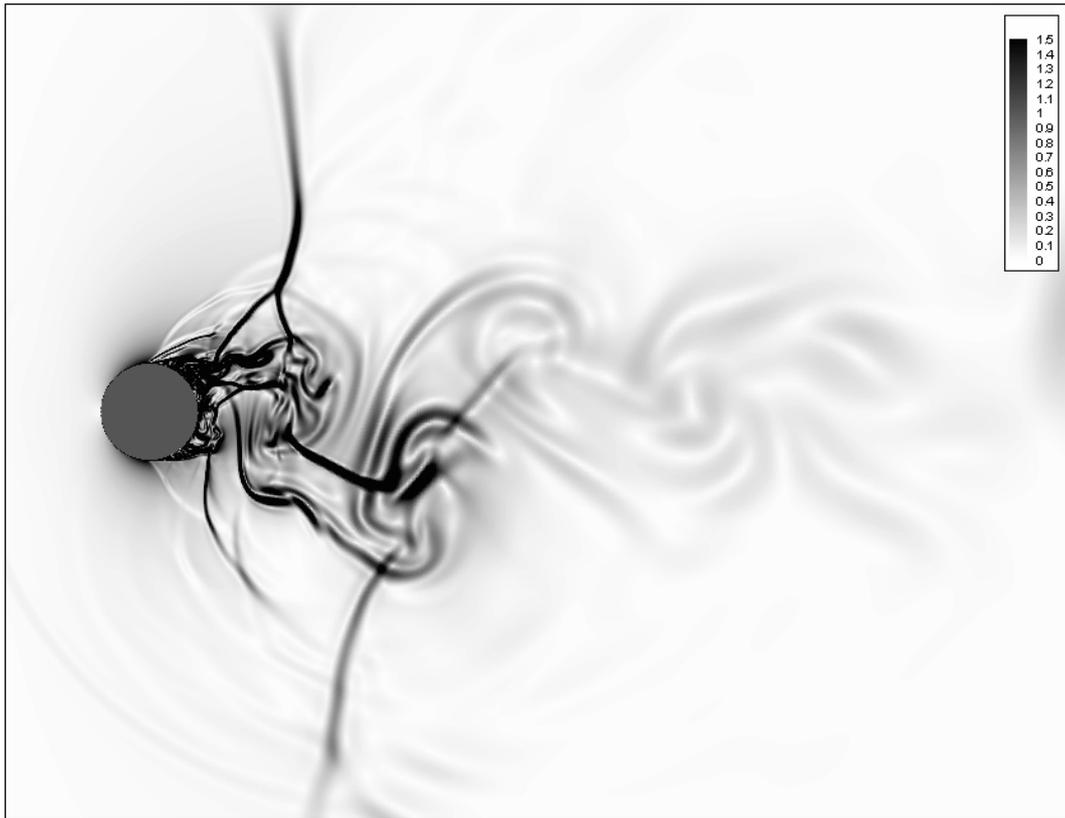


Figura 3.63: Campo de gradiente de temperatura, tempo adimensional $t = 52,38U^*/D^*$.
($M=0,8$, $Re=500.000$, sem modelo de turbulência)

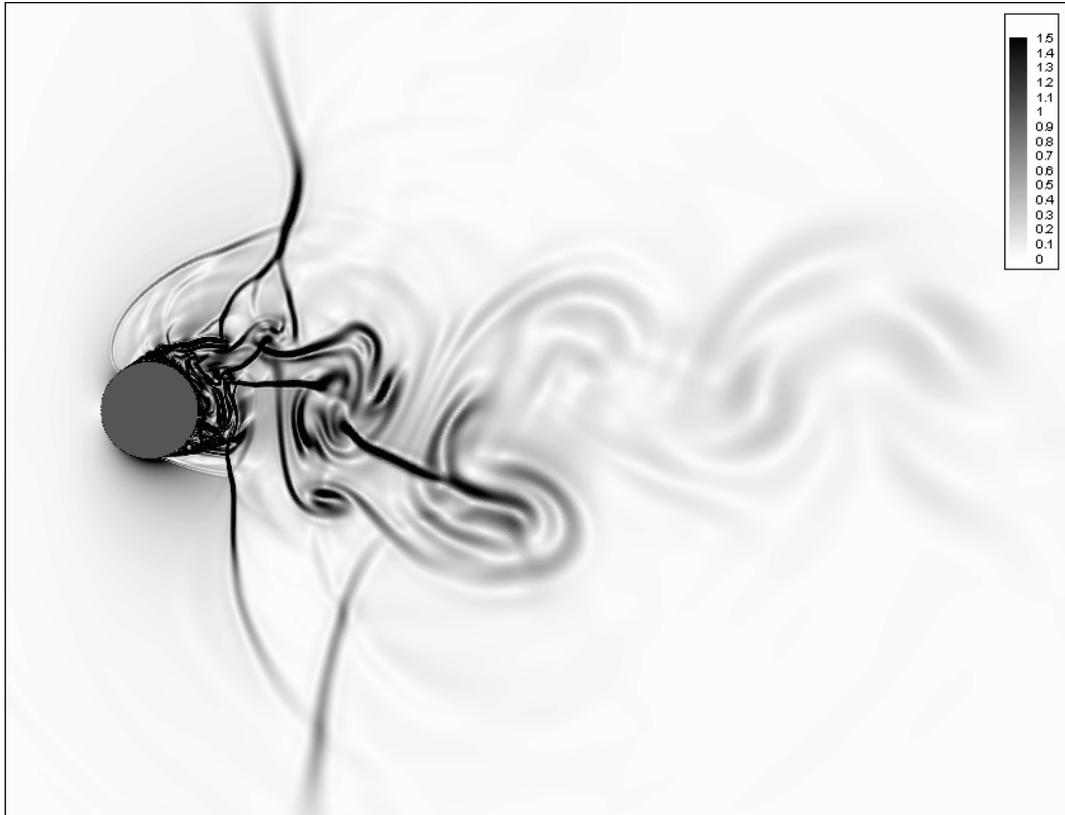


Figura 3.64: Campo de gradiente de temperatura, tempo adimensional $t = 53,51U^*/D^*$.
($M=0,8$, $Re=500.000$, sem modelo de turbulência)

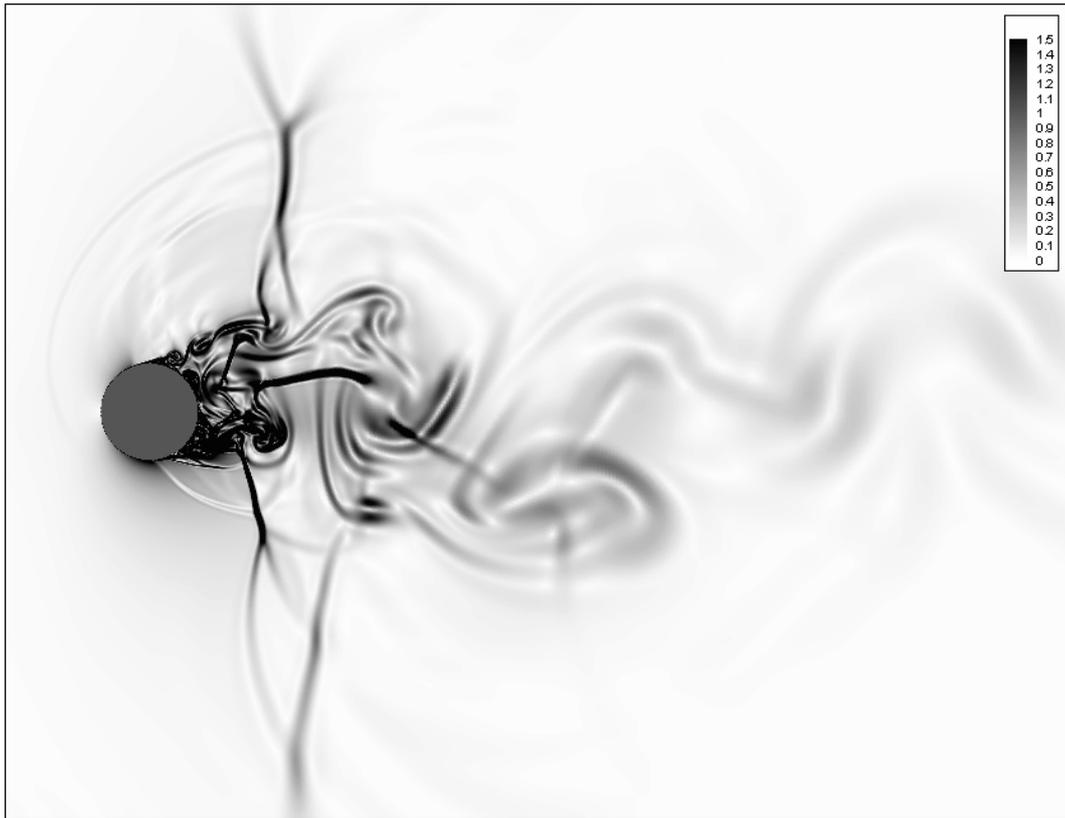


Figura 3.65: Campo de gradiente de temperatura, tempo adimensional $t = 54,66U^*/D^*$.
($M=0,8$, $Re=500.000$, sem modelo de turbulência)

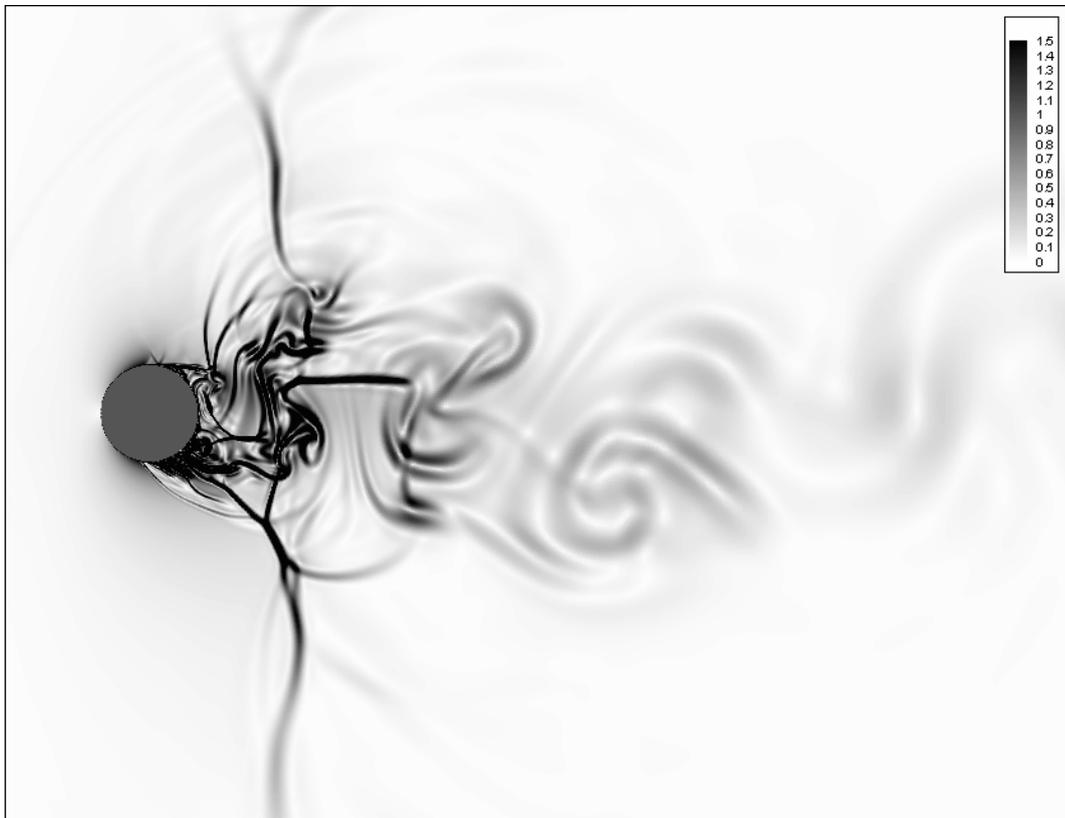


Figura 3.66: Campo de gradiente de temperatura, tempo adimensional $t = 55,80U^*/D^*$.
($M=0,8$, $Re=500.000$, sem modelo de turbulência)

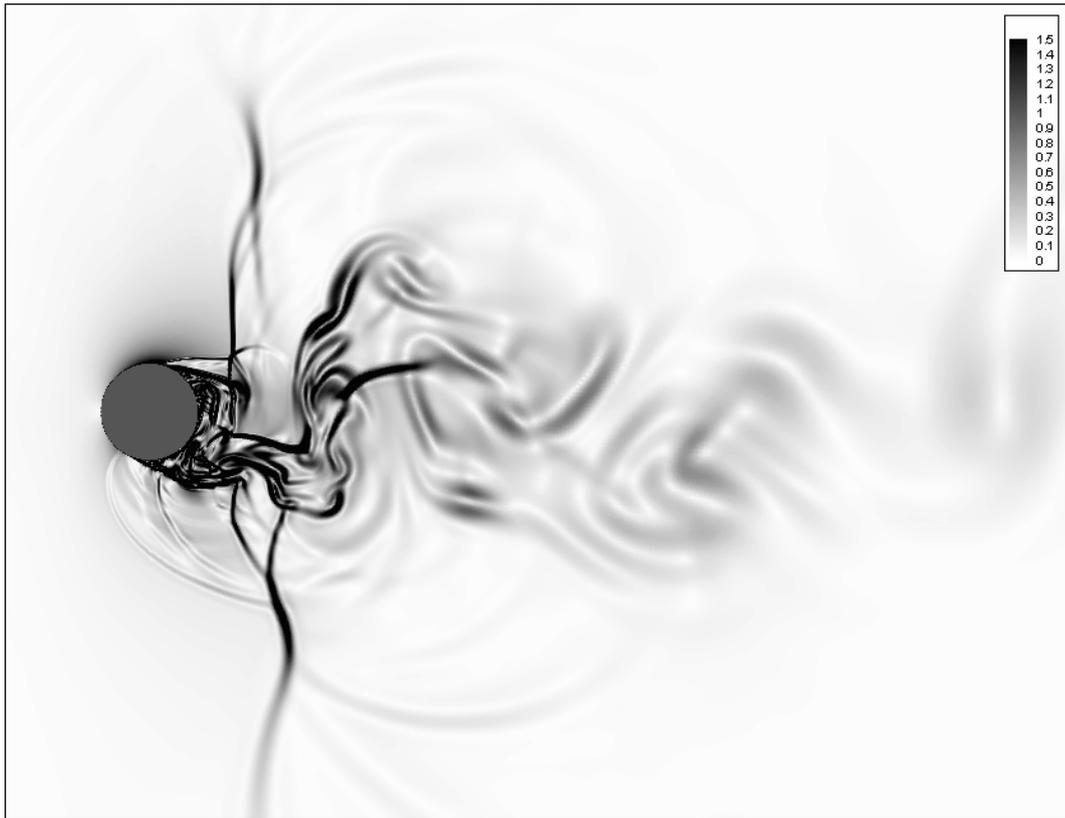


Figura 3.67: Campo de gradiente de temperatura, tempo adimensional $t = 56,99U^*/D^*$.
($M=0,8$, $Re=500.000$, sem modelo de turbulência)

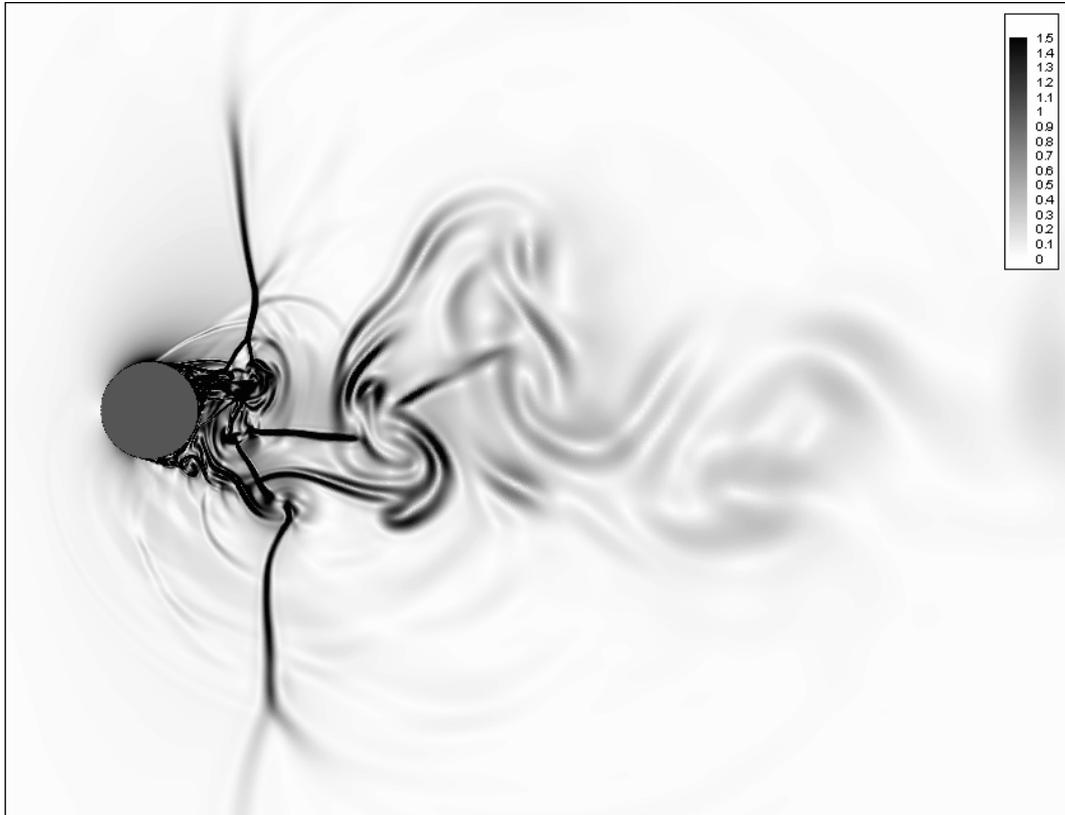


Figura 3.68: Campo de gradiente de temperatura, tempo adimensional $t = 58,17U^*/D^*$.
($M=0,8$, $Re=500.000$, sem modelo de turbulência)

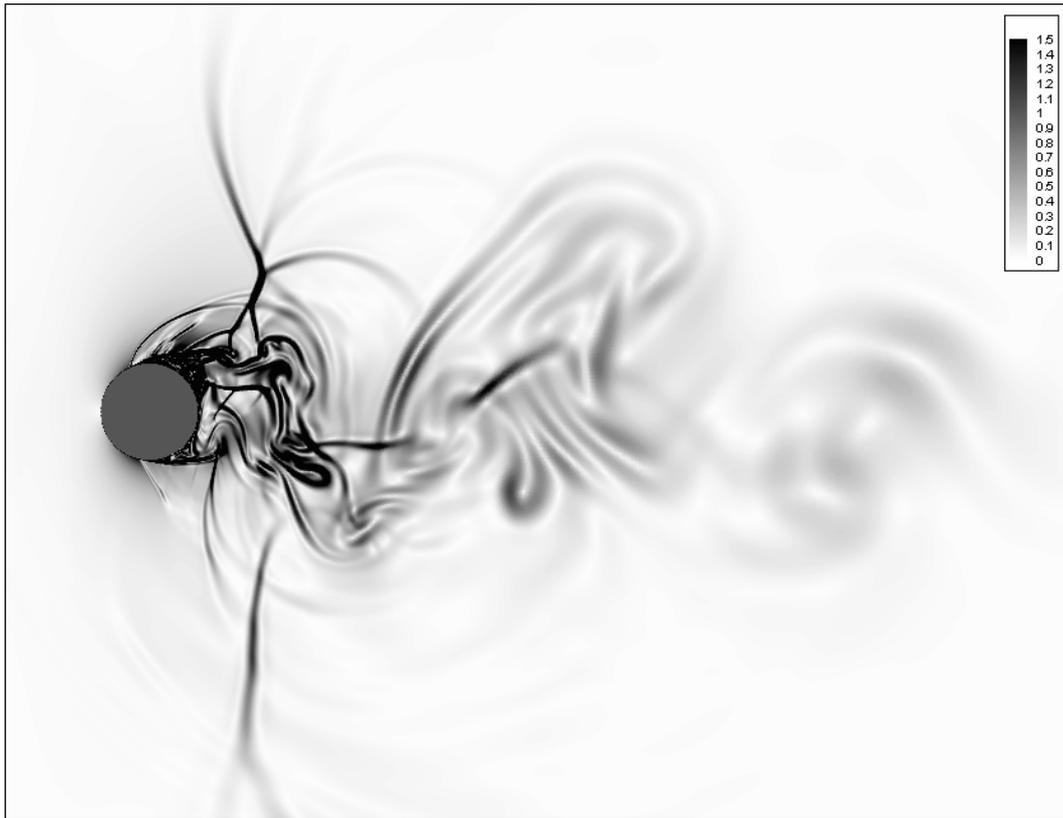


Figura 3.69: Campo de gradiente de temperatura, tempo adimensional $t = 59,34U^*/D^*$.
 (M=0,8, Re=500.000, sem modelo de turbulência)

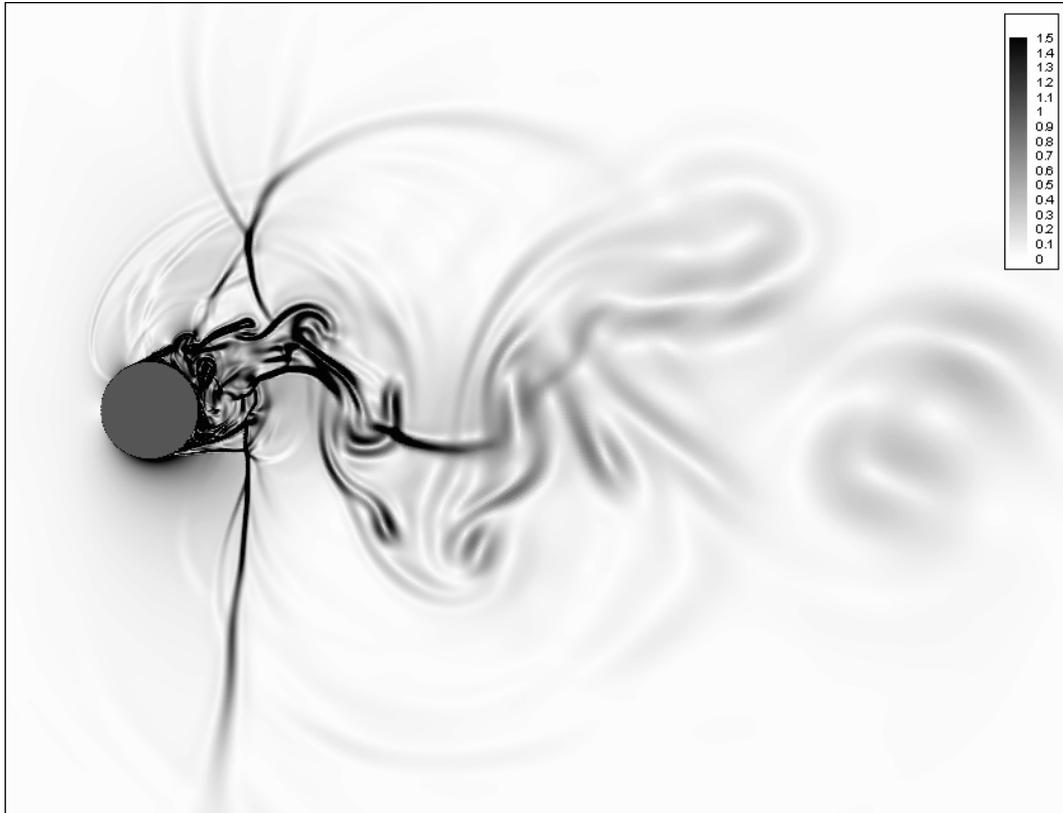


Figura 3.70: Campo de gradiente de temperatura, tempo adimensional $t = 60,52U^*/D^*$.
 (M=0,8, Re=500.000, sem modelo de turbulência)

4. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

4.1. CONCLUSÕES

No presente trabalho foi realizado o estudo numérico das interações entre regiões viscosas e ondas de choque presentes no escoamento transônico, subcrítico e supercrítico, turbulento ao redor de um cilindro. Para a realização de tal estudo utilizou-se um código numérico baseado em um método numérico com 4ª ordem de precisão no espaço e 3ª ordem de precisão no tempo. Para o caso subcrítico não se utilizou qualquer modelo submalha explícito, enquanto para o caso supercrítico utilizou-se tanto o modelo de turbulência SST-DES proposto por Strelets quanto à ausência de um modelo de turbulência explícito. Em todos os casos utilizou-se uma malha de alta resolução para permitir a captura tanto das ondas de choque quanto das estruturas presentes na região viscosa atrás do cilindro.

Foi possível perceber a existência de interações entre as regiões viscosas e as ondas de choque presentes no escoamento através de visualizações do mesmo. Nota-se, tanto para o caso subcrítico como para o supercrítico, a formação de ondas de choque em lambda, que parecem influenciar o ponto de separação do escoamento. Ainda, é possível perceber a formação de ondas de choque quase-retas aproximadamente perpendiculares à camada de mistura que se forma. Os choques quasi-retos citados movimentam-se sobre a camada de mistura à medida que o ponto de separação oscila. A movimentação dos choques quase-retos influencia, também, os choques lambda, que modificam a posição do ponto de separação, afetando a camada de mistura e os choques quase-retos, fechando a complexa estrutura de interação entre os elementos. Foi possível observar-se, ainda, a formação de choques conectores entre as estruturas presentes na parte posterior do cilindro, cujas intensidades são comparáveis àquelas presentes nos choques quase-retos. Após a interação entre os choques e as regiões viscosas, observa-se a emissão de uma esteira similar à esteira clássica de Von Kármán.

As distribuições de coeficiente de pressão médio sobre a superfície do cilindro calculadas apresentaram uma sucção na parte posterior do cilindro mais intensa do que aquela obtida experimentalmente, apesar de aproximarem muito bem os valores experimentais até 75°. Concluiu-se que tal discrepância deveu-se ao fenômeno chamado amortecimento 3D, que consiste na inibição do crescimento de uma estrutura devido à presença de componentes de velocidade transversais a ela. Isso faz com que as estruturas presentes no escoamento calculado, ao redor de um cilindro genuinamente bidimensional, sejam bem maiores que aquelas obtidas experimentalmente no escoamento ao redor de um cilindro quase-bidimensional. Tal fato pode ser comprovado pelos resultados obtidos para o escoamento subsônico onde duas malhas, com resoluções diferentes foram testadas. Naquela onde

estruturas menores podiam ser capturas foi observada uma sucção menor na parte posterior. Contudo, mesmo com a malha mais refinada, não é possível obter-se estruturas tão pequenas quanto para o caso experimental. Assim, para os casos transônicos, mesmo com malhas extremamente refinadas, as estruturas obtidas computacionalmente, por serem maiores, conduzem à forte sucção observada, quando comparada à observada experimentalmente. Como se poderia esperar, devido à forte sucção já citada, os valores calculados para o coeficiente de arrasto foram maiores que os obtidos experimentalmente para os dois casos, com valores aproximados de 1.8, contra valores experimentais de 1.5.

Concluiu-se, também, que para os casos subcríticos, tanto subsônico quanto transônico, a não utilização de modelos de turbulência, mesmo para números de Reynolds elevados, não impediu que fossem obtidos bons resultados. Inclusive a não utilização de tais modelos permitiu que se capturassem muito mais escalas do que com a utilização do modelo de turbulência SST-DES de Strelets, para o caso supercrítico, com muito menos gasto computacional e com resultados para as distribuições de coeficientes de fricção e pressão e para os coeficientes de arrasto e sustentação praticamente iguais.

Observou-se uma forte discordância entre os valores experimentais e os valores calculados para o coeficiente de fricção médio para o caso transônico supercrítico. Acredita-se que tal discordância não tem origem nem em efeitos de tridimensionalidade, nem no modelo de turbulência, mas sim em baixa resolução da malha na região da camada limite. Quando se compararam os resultados obtidos para as simulações do caso transônico supercrítico com e sem modelo de turbulência, utilizando-se a mesma malha, tem-se um bom indício da veracidade de tal afirmação.

4.2. RECOMENDAÇÕES

Para a continuação do presente trabalho sugere-se, inicialmente, um estudo mais aprofundado dos efeitos de tridimensionalidade e resolução de malha para casos como o do cilindro subsônico. Sugere-se, também, o ataque de problemas transônicos tridimensionais, utilizando-se a presente metodologia, a fim de estudarem-se os efeitos que a tridimensionalidade exerce sobre a forma como as regiões viscosas interagem com as ondas de choque. Sugere-se, ainda, a implementação de um método com ordem de precisão no espaço e no tempo mais elevada com a finalidade de verificar-se a possibilidade de capturar-se a complexa interação entre choques e regiões viscosas utilizando-se malhas com menor resolução. Esta última sugestão é bastante interessante no sentido de facilitar a implementação da primeira. Sugere-se, também, a implementação da presente metodologia, ou de sua possível versão de mais alta ordem, utilizando-se características de processamento paralelo, para que se possa tirar proveito de equipamentos com múltiplos processadores e assim se torne mais factível o ataque de problemas transônicos de interesse

de engenharia, como o escoamento ao redor de aeronaves para o transporte comercial de passageiros. Por fim, devido às características de baixa dissipação e dispersão que a presente metodologia possui, principalmente na ausência de modelos de turbulência, sugere-se que a mesma seja utilizada para estudos aeroacústicos baseados na abordagem conhecida como *DNC (Direct Noise Calculation)*

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] ANDERSON, D. A., TANEHILL, J. C., PLETCHER, R. H. (1984). *Computational Heat Transfer and Fluid Flow*, Taylor & Francis, 2ª edição, Estados Unidos.
- [2] BENDER, R., MENTER, F. R., *Coupling of Large Eddy Simulation with Eddy Dissipation: Beta Release*, 5th Framework Programme 1998-2002, Contract N° EVG1 – CT-201-00042, Otterfing, Alemanha.
- [3] BERLAND, J., BOGEY, C., BAILLY, C. (2006). *Large Eddy Simulation of Screech Tone Generation in a Planar Underexpanded Jet*, AIAA 12th Aeroacoustics Conference, AIAA 2006-2496, Cambridge, Massachusetts, Estados Unidos.
- [4] BOBENRIETH, R. F. M. (1996). *Simulação Numérica de Grandes Escalas de escoamentos Turbulentos através de uma Formulação Compressível para Baixos Números de Mach*, Tese de Doutorado. ITA, São José dos Campos, Brasil.
- [5] BOBENRIETH, R. F. M., LEAL, R. G. (2006) *Numerical Simulation of the Unsteady Aerodynamic Forces over a Circular Cylinder in Transonic Flow*, AIAA 44th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, AIAA-2006-1408, Reno, Nevada, Estados Unidos.
- [6] BOBENRIETH, R. F. M., MENDONÇA, A. F. *Numerical Simulation of the Vortex-Shock Interactions in a Near Base Laminar Flow*. AIAA 43rd Aerospace Sciences and Meeting Exhibit, AIAA-2005-316, Reno, Nevada, Estados Unidos.
- [7] BOGEY, C., BAILLY, C. (2005). *Computation of a High Reynolds Number Jet and its Radiated Noise Using Large Eddy Simulation Based on Explicit Filtering*, Computer and Fluids, Elsevier Ltd.
- [8] CEBECCI, P., BRADSHAW, T. (1974). *Physical and Computational Aspects of Convective Heat Transfer*, Academic Press, Estados Unidos.
- [9] DUCROS, F., LAPORTE, F., SOULÈRES, T., GUINOT, V., MOINAT, P., CARUELLE, B. (2000). *High-Order Fluxes for Conservative Skew-Symmetric-Like Schemes in Structured Meshes: Application to Compressible Flows*, Journal of Computational Physics, 161, 114-139.

- [10] HAFEZ, M., WAHBA, E. (2004) *Inviscid Flows over a Cylinder*. Comput. Methods App. Mech. Engrg., 193, 1981-1995.
- [11] FRENCH, A. D., (2004) *Solution of the Euler Equations on Cartesian Grids*. Applied Numerical Mathematics, 49, 367-379, Elsevier, Inglaterra.
- [12] ISHII, X., KUWAHARA, X., (1984) *Computation of Compressible Flow around a Circular Cylinder*. AIAA 17th Fluid Dynamics, Plasma Dynamics and Lasers Conference, Snowmass, Califórnia, Estados Unidos.
- [13] JAMESON, A., SCHMIDT, W., TURKEL, E. (1981) *Numerical Solutions of the Euler Equations by Finite Volume Methods Using Runge-Kutta Time-Stepping Schemes*. AIAA 14th Fluid and Plasma Dynamics Conference, AIAA, 81-1259, Palo Alto, Califórnia, Estados Unidos.
- [14] LEAL, R. G., BOBENRIETH, R. F. M. (2005) *Detached Eddy Simulation of the Transonic Flow over a Circular Cylinder*. 18th International Congress of Mechanical Engineering COBEM, Ouro Preto, Minas Gerais, Brasil.
- [15] MENTER, F. (1994) *Two Equations Eddy Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications*. AIAA Journal, Vol. 32, N° 8, Estados Unidos.
- [16] PANDOLFI, M., LAROCCA, F. (1989) *Transonic Flow about a Circular Cylinder*. Computer and Fluids, Vol. 17, N° 1, 205-220, Pergamon Press, Inglaterra.
- [17] REVELL, J. D., PRYDZ, R. A., HAYS, A. P. (1977) *Experimental Study of Aerodynamic Noise versus Drag Relationships for Circular Cylinders*, AIAA 4th Aeroacoustics Conference, Atlanta, Georgia, Estados Unidos.
- [18] RODRIGUEZ, O. (1984) *The Circular Cylinder in Subsonic and Transonic Flow*, AIAA Journal, Vol. 22, N° 12, 1713-1718, Estados Unidos.
- [19] SCHLICHTING, H. (1968) *Boundary-Layer Theory*. McGraw-Hill, 6^a edição, Nova Iorque, Estados Unidos.
- [20] SILVEIRA NETO, A., MANSUR, S., SILVESTRINI, J. (2002) *Equações da Turbulência: Média versus Filtragem*. Escola de Transição e Turbulência, Brasil.

- [21] SPALART, P. R., DECK, S., SHUR, M. L., SQUIRES, K. D., STRELETS, M., TRAVIN, A. (2006) *A New Version of Detached Eddy Simulation, Resistant to Ambiguous Grid Density*. Theor. Comput. Fluid Dyn., DOI 10.1007/s00162-006-0015-0, Springer-Verlag, Alemanha.
- [22] SREEDHARA MURTHY, M., ROSE, W. C. (1977) *Form Drag, Skin Friction and Vortex Shedding Frequencies for Subsonic and Transonic Cross Flows on Circular Cylinder*. AIAA 10th Fluid and Plasma Dynamics Conference, AIAA 77-15084, Albuquerque, Novo México, Estados Unidos.
- [23] STRELETS, M. (2001) *Detached Eddy Simulation of Massively Separated Flows*. 39th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, Nevada, Estados Unidos.
- [24] TRAVIN, A., SHUR, M., STRELETS, M., SPALART, P. (2000) *Detached Eddy Simulation of a Circular Cylinder*. Flow, Turbulence and Combustion, N° 63, 293-313, Kluwer Academic Publisher, Holanda.
- [25] WELSH, C. J. (1953) *The Drag of Finite Length Cylinders Determined from Flight Tests at High Reynolds Numbers for a Mach Number Range from 0.5 to 1.3*. NAC TN 2941, Estados Unidos.
- [26] WILCOX, D. C. (1998). *Turbulence Modeling for CFD*, 2^a edição, DCW Industries, Inc., Califórnia, Estados Unidos.
- [27] YEE, H. C. (1997). *Explicit and Implicit Multidimensional Compact High Resolution Shock Capturing Methods: Formulation*. Journal of Computational Physics, N° 131, 216-232, Estados Unidos.
- [28] XIAODAN, C., LADEINDE, F. (2006). *An Evaluation of the Partially-Resolved Numerical Simulation Procedure for Near Wall Turbulence Prediction*. AIAA 44th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, AIAA-2006-115, Reno, Nevada, Estados Unidos.