UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

MELISE MARIA VALLIM REIS CAMARGO

A Interação Sócio-cognitiva na Formação Inicial de Professores que Ensinam Matemática por meio da Resolução de Situações-Problema

Brasília-DF
2010

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

A Interação Sócio-cognitiva na Formação Inicial de Professores que Ensinam Matemática por meio da Resolução de Situações-Problema

MELISE MARIA VALLIM REIS CAMARGO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Faculdade de Educação da Universidade de Brasília/UnB como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre.

Brasília-DF
2010

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

A Interação Sócio-cognitiva na Formação Inicial de Professores que Ensinam Matemática por meio da Resolução de Situações-Problema

MELISE MARIA VALLIM REIS CAMARGO

Orientador: Prof. Dr. Cristiano A. Muniz

Banca Examinadora:
Professora Doutora Cármen Lucia Brancaglion Passos (UFSCar)
Professora Doutora Albertina Mitjáns Martinez (UnB)
Professor Doutor Cleyton Hércules Gontijo (UnB)

A Interação Sócio-cognitiva na Formação Inicial de Professores que ensinam matemática por meio da Resolução de Situações-Problema.

COMISSÃO EXAMINADORA

Prof. Dr. Cristiano Alberto Muniz - Orientador
Universidade de Brasília (UnB) – Faculdade de Educação

Prof. Dra. Cármen Lúcia Brancaglion Passos - Membro
Universidade Federal de São Carlos (UFSCar) – Faculdade de Educação

Prof. Dra. Albertina Mitjáns Martinez - Membro
Universidade de Brasília (UnB) – Faculdade de Educação

Prof. Dr. Cleyton Hércules Gontijo - Suplente
Universidade de Brasília (UnB) – Faculdade de Educação

DEDICATÓRIA

Aos meus pais Vera e Iracino e a minha irmã Milene, que mesmo distantes sempre torceram por mim e acompanharam todas as minhas vitórias.

Ao Rafa, meu príncipe, que sempre entendeu meus momentos de ausência e hoje desfruta comigo essa grande conquista.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar a Deus, nosso criador.

Ao Professor Cristiano, que muito mais do que orientador, sempre foi um grande amigo. Com seu jeito doce e calmo soube entender minha falta de tempo ao conciliar o trabalho e os estudos e sempre tem a palavra certa na hora certa.

Aos meus pais, Vera e Iracino, a minha irmã Milene e o meu sobrinho-afilhado Theodoro, que sempre estiveram presentes através seus pensamentos positivos e suas palavras incentivadoras.

Ao meu marido, Rafael, pela paciência, apoio e incentivo de sempre irmos mais longe (e juntos).

À Ana Laura, luz do meu caminho. Só o fato de sua existência, engrandece a minha vida.

Às minhas amigas e companheiras de angústias, alegrias, aflições e grandes descobertas. Raquel e Eliene, vocês se fizeram presentes em todos os meus momentos, bons e ruins e foram indispensáveis em todos eles.

Aos meus sujeitos de pesquisa: André, Cláudio, Diego, Eduardo, Ian, Júlio, Mirella, Pedro, Roberta, Rebeca e Thomaz. Sem vocês nada disso seria possível.

À minha querida amiga Keila que sempre me apoiou, e mesmo negando, foi essencial para a realização deste trabalho.

Às companheiras Cília, Amanda, Veronica, Nádia, Lady e Patrícia que acompanharam todo meu trabalho desde o início e sempre estiveram prontas a ajudar em todos os momentos que precisei.

Às professoras Cármen Passos e Albertina Mitijánz que aceitaram prontamente participar da minha banca e contribuições riquíssimas me trouxeram.

À professora Edna M. Zuffi, que desde a graduação me inspirou e sempre me incentivou a continuar meus estudos e acreditar na Educação.

À professora Sheilah Torres por sua minuciosa análise e correção do texto final da dissertação.

Aos colegas dos CEF 04 do Guará, fonte de incentivo e grande campo experimental.

Aos professores e funcionários da Faculdade de Educação da UnB.

A todos aqueles que de uma forma ou de outra, direta ou indiretamente, fizeram que essa pesquisa fosse possível e realizasse um grande sonho.

RESUMO

Trata-se de uma pesquisa participante-colaborativa aproximando-se de uma pesquisa-ação em uma disciplina de Educação Matemática envolvendo seis alunos do curso de Pedagogia e cinco alunos da Licenciatura em Matemática que teve por objetivo analisar as interações sócio-cognitivas entre alunos dos cursos de licenciatura em Matemática e Pedagogia no processo de resolução de situações-problema envolvendo conhecimentos matemáticos. Foi realizada durante o primeiro semestre de 2009 no decorrer da disciplina Educação Matemática II, optativa para o curso de Pedagogia e excepcionalmente neste semestre, para o curso de Licenciatura em Matemática. O estudo teve por bases teórico-metodológicas teorias sobre formação de professores (TARDIF, 2002; ZEICHNER, 1993, 1998, 2006, 2008), formação de professores que ensinam matemática (FIORENTINI, 2000, 2002, 2003, 2004; MOREIRA e DAVID, 2004, LORENZATO, 2006), trabalho colaborativo e cooperativo (FERREIRA, 2003); interação sócio-cognitiva entre pares (DOISE, 2002; DOISE, MUGNY e PERRET-CLERMONT, 1995; CARVALHO, 2005; CÉSAR, 1997, 1998, 1999) e resolução de situações-problema (ONUCHIC, 1999, 2003, 2004; DIAS e SILVA, 2008). A pesquisa teve como desafios, entre outros, o de fornecer um espaço de interação entre futuros pedagogos e futuros matemáticos; conceber e oferecer situações-problema matemáticas com resoluções cooperativas; identificar as diferentes ações cognitivas e contribuições mútuas entre um sujeito que está no curso de Matemática e a do sujeito que está no curso de Pedagogia, bem como, conhecer de maneira mais profunda a influência da realização de situações-problema na formação inicial de professores de matemática e dos anos iniciais. Os dados coletados e analisados foram organizados em cinco categorias revelando a riqueza da realização de um trabalho entre diferentes licenciaturas, favorecendo a aquisição de competências matemáticas uma vez que, com a metodologia adotada, foi necessária a elaboração de um contrato didático diferenciado, pautado na cooperação entre os sujeitos, além de uma maior aceitação das diferentes resoluções apresentadas entre eles, para a realização das situações-problema propostas. Por se tratar de um trabalho cooperativo, na produção matemática não houve a aceitação passiva por parte do pedagogo, na resolução imposta pelo matemático, muitas das vezes, caracterizadas pela forte mecanização de procedimentos, revelando a matemática formal ainda muito presente nas produções destes. O estudo aponta para a riqueza das trocas cognitivas, afetivas e sociais realizadas entre os sujeitos de diferentes formações quando partilham situações-problema de matemática, o que pode ser significativo na formação do futuro professor que vai ensinar matemática no ensino fundamental.

Palavras-chave: formação inicial de professores; interação sócio-cognitiva; resolução de situações-problema, ensino-aprendizagem de matemática.

ABSTRACT

This is a participative research-collaborative approaching action research in a discipline of mathematics education involving six students of Pedagogy and five college students majoring in Mathematics, which aimed to examine the socio-cognitive interactions between students of graduate courses in Mathematics and Pedagogy in the process of solving problem situations involving mathematical knowledge. It was performed during the first semester of 2009 during the course Mathematics Education II, optional for the Faculty of Education and exceptionally this semester for the graduation course in Mathematics. The study is the theoretical and methodological theories on teacher training (TARDIF, 2002; ZEICHNER, 1993, 1998, 2006, 2008); training of teachers who teach math (FIORENTINI, 2000, 2002, 2003, 2004; MOREIRA e DAVID, 2004, LORENZATO, 2006); collaborative and cooperative work (FERREIRA, 2003); interaction socio-cognitive between pairs (DOISE, 2002; DOISE, MUGNY e PERRET-CLERMONT, 1995; CARVALHO, 2005; CÉSAR, 1997, 1998, 1999) and problem solving (ONUCHIC, 1999, 2003, 2004; DIAS e SILVA, 2008). The research had as challenges, among others, to provide a space for interaction between future teachers and future mathematicians, design and offer mathematical problem situations with cooperative resolutions, identifying the different cognitive actions and mutual contributions between a subject that is on course Mathematics and the subject that is on pedagogy course and to know more deeply the influence of the completion of problem situations in the initial training of teachers of mathematics as well as the early years. The collected data were analyzed and organized into five categories showing the richness of conducting a work among different degrees, encouraging the acquisition of mathematical skills since that, with the methodology adopted, it was necessary to prepare a differentiated didactic contract, based on cooperation between subjects, and a greater acceptance of different resolutions introduced among them, to carry out the proposed problem situations. Because it is a cooperative task, there was no passive acceptance by the teacher at mathematics production concerning the resolution imposed by the mathematician, often characterized by strong mechanical procedures, revealing the formal mathematics still present in these productions. The study points to the richness of affective and social cognitive trades, held between people of different backgrounds while sharing problem situations at mathematics, which can be significant in the training of future teachers who will teach mathematics in elementary school.

Keywords: pre-service teacher education, socio-cognitive interaction; problem solving, teaching and learning of mathematics.

"Não é possível refazer este país, democratizá-lo, humanizá-lo, torná-lo sério, com adolescentes brincando de matar gente, ofendendo a vida, destruindo o sonho, inviabilizando o amor. Se a educação sozinha não transformar a sociedade, sem ela tampouco a sociedade muda."

Paulo Freire

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO

As pesquisas sobre formação e profissão docente apontam, normalmente, para uma revisão sobre a teoria e a prática pedagógica do professor, e a maneira como este as compreende. Considera-se, assim, que este, em sua trajetória, constrói e reconstrói seus conhecimentos conforme a necessidade de utilização dos mesmos, suas experiências, seus percursos formativos e profissionais.

A maioria dos trabalhos nesta área aborda a formação específica do professor na sua área ou a formação de professores em geral. Poucos são aqueles que analisam uma interação entre diferentes licenciaturas.

Neste trabalho foi feita a análise da interação sócio-cognitiva entre licenciandos em Matemática e Pedagogia em processo de formação inicial destes.

Assim, na introdução apresento minha trajetória pessoal e profissional, bem como os motivos a que me levaram a pesquisar tal tema. Tento articular minha formação inicial à minha prática pedagógica e às minhas dificuldades enfrentadas durante todo esse processo. Aliado a isso, apresento as questões de pesquisas, bem como os objetivos geral e específicos.

Construo o referencial teórico, no segundo capítulo, dividido em cinco partes. Primeiramente faço uma abordagem referente à formação inicial de professores em geral, avaliando sua importância no processo ensino-aprendizagem e na conseqüência positiva ou negativa que essa formação pode trazer ao futuro professor.

Baseando-me nos autores Lorenzato (2006) e Moreira e David (2004), na segunda parte, trago alguns aspectos referentes à formação de professores que ensinam matemática, isto é, tanto para os que irão atuar nos anos iniciais, bem como nos finais do Ensino Fundamental.

É feita, na terceira parte, uma abordagem sobre duas formas de trabalho coletivo: cooperativo ou colaborativo, dando principal ênfase ao cooperativo e também seu sentido e importância nessa pesquisa.

Em seguida, abordo os principais aspectos sobre a metodologia de Resolução de Situações-problema atrelando-a principalmente ao papel do professor na utilização dessas metodologias e a importância destas na alteração da conduta do professor, e das características de suas aulas, bem como, como disparadoras e motivadoras para o ensino de matemática.

Na quinta e última parte, discuto o principal aspecto no qual se baseia minha pesquisa: a interação sócio-cognitiva entre pares. Baseada nos autores Doise (1978;

1995; 2002), Mugny (1978; 1995), Perret-Clermont (1995) e Carvalho (2005), apresento a importância da troca de idéias no contexto da resolução de situações-problema e os benefícios que essa interação pode trazer à formação inicial do professor.

Feitas as discussões teóricas, apresento a concepção do método desta pesquisa e sua arquitetura metodológica, o que constitui o quarto capítulo. Descrevo o tipo de pesquisa adotada, a disciplina na qual ocorreu a pesquisa, bem como os sujeitos envolvidos nesta. Além disso, é feita uma exposição da dificuldade encontrada para a viabilização da pesquisa, por parte da Universidade seguida da descrição de cada uma das aulas realizadas durante o primeiro semestre de 2009, na disciplina Educação Matemática II.

No quarto capítulo, coração deste trabalho, apresento as cinco categorias reveladas durante a análise das informações produzidas: a ajuda mútua entre os graduandos (as descobertas e motivação para a realização cooperativa de situações-problema); validação das produções por parte dos licenciandos em Matemática; não aceitação pelo pedagogo na resolução imposta pelo matemático; necessidade do cálculo matemático e/ou registro formal; as interações como propulsoras da construção de uma práxis.

Por último, após as considerações finais, trago como ilustração, alguns apêndices e anexos que colaboram para um melhor entendimento da pesquisa em questão, explicitando algumas produções dos sujeitos envolvidos e algumas das atividades realizadas, durante as aulas, com os graduandos.

1. INTRODUÇÃO: HISTORICIDADE DO DELINEAMENTO DO OBJETO DE PESQUISA

> A principal meta da educação é criar homens que sejam capazes de fazer coisas novas, não simplesmente repetir o que outras gerações já fizeram. Homens que sejam criadores, inventores, descobridores. A segunda meta da educação é formar mentes que estejam em condições de criticar, verificar e não aceitar tudo que a elas se propõe.
> Jean Piaget

1.1. RESGATE DA HISTORICIDADE DA PESQUISADORA

Desde pequena sempre gostei de ir a escola. Mesmo porque não tive outra opção. Como meus pais trabalhavam fora o dia todo, a solução foi me colocar na escola com 2 anos de idade. Não sei se por esse motivo ou por outro qualquer, quando não estava na escola, adorava brincar de "escolinha"; e eu sempre era a professora. Essa "mania" me acompanhou até o Ensino Fundamental onde minha brincadeira servia para ajudar meus colegas e também para eu ganhar um trocadinho. Dava aulas particulares de todas as disciplinas além de ser monitora de alguns professores dentro de sala de aula. No Ensino Médio continuei, mas tive que reduzir a quantidade de alunos pois o volume de conteúdos a estudar era muito grande e não me sobrava muito tempo. Além do mais meu objetivo agora era o vestibular, e eu queria passar em uma universidade pública. Por esse motivo sempre soube que queria ser professora, mas ainda não tinha decidido de qual matéria. As primeiras que me passaram pela cabeça foram o Português e o Inglês. Achei, portanto, que o curso perfeito seria Letras. Sempre gostei de línguas e tinha muita facilidade com elas, apesar de não gostar muito de ler. Como eu gostava da análise sintática... Foi quando percebi que o que me encantava nessas línguas era a lógica com que elas eram formadas. E se eu gostava de lógica, era melhor que eu fizesse Matemática e não o Português. O mais interessante é que depois que decidi que prestaria vestibular para Matemática, não mudei mais de opinião e passei a não gostar de mais nenhuma disciplina que não fosse da área de ciências exatas.

No final de 2002 prestei vestibular para quatro Universidades públicas do Estado de São Paulo e passei nas quatro. Meu dilema agora era decidir para qual delas eu iria. Meus pais, que sempre me apoiaram nas minhas decisões, me levaram para conhecer todos os campus e o que mais me chamou atenção foi o da USP de São Carlos por ser bem menor que os outros. Com apenas 17 anos saí de Aguaí, uma cidade com 30.000

habitantes e fui morar em São Carlos, sozinha, sem conhecer ninguém. Começava aí a minha história com o verdadeiro ensino de matemática.

Portanto, minha trajetória no ensino de matemática, bem como na sua pesquisa, é relativamente recente. Até ingressar no curso de matemática, em 2002, mais especificamente nas matérias relacionadas ao ensino de matemática, não tinha o conhecimento dos problemas enfrentados no ensino desta tão temida disciplina. Lembro-me perfeitamente quando a Professora Edna M. Zuffi[1] me pediu que criasse um plano de ensino sobre a multiplicação e divisão egípcia, como trabalho de uma disciplina. Como ainda não conhecia as metodologias não tradicionais para o ensino de matemática, preparei minha aula da melhor maneira possível, porém, apenas com os conhecimentos que eu possuía. Coloquei no meu plano de ensino que eu explicaria como era que funcionava a multiplicação e divisão egípcias, mostrando perfeitamente o algoritmo e depois forneceria exercícios de fixação. Essa experiência, posteriormente, se transformou na publicação de um artigo[2].

Garanto que foi uma grande decepção para a minha professora, ou mesmo uma confirmação de muitas pesquisas na área de educação: temos a tendência a ensinar da maneira como fomos ensinados, o que é um grande problema, já que vivi meu período escolar na época do tecnicismo, que só prezava pela repetição infundada de milhares de exercícios somente para a aplicação de fórmulas.

Depois dessa experiência, minha professora sugeriu que eu tentasse fazer algo diferente. Passou-me algumas leituras, a princípio, somente relacionadas à metodologia de Resolução de Problemas. Li todos os textos com muita dedicação e eles me chamaram muita atenção. Percebi que o ensino de matemática poderia ser diferente. E mais, que eu estava disposta a entrar numa luta individual para que realmente isso ocorresse.

Comecei a me recordar dos professores, que sempre foram considerados por mim excelentes, e percebi que na verdade não era o que acontecia. Que o conceito de bom professor havia mudado, ou deveria, pelo menos, e que eu gostaria de me tornar uma boa professora. Uma professora que conseguisse mostrar aos seus alunos quão interessante e útil a matemática é, e como as aulas de matemática podem se tornar um momento prazeroso e de grandes descobertas.

Assim, voltei a procurar a professora Edna, a quem devo muito do que aprendi, e pedi para que ela me aceitasse como sua aluna de iniciação científica, mesmo sem

---

[1] Professora Doutora do ICMC - USP (Instituto de Ciências Matemáticas e Computação da Universidade de São Paulo – Campus de São Carlos)

[2] Revista de Educação Matemática – Ano 9, Nos. 9-10 (2004-2005)

bolsa, a fim de aprofundar meus conceitos no campo da Educação Matemática e para que eu já começasse a ter contato com pesquisas da área. Ela aceitou prontamente e me incluiu num projeto desenvolvido lá mesmo, em São Carlos, no interior de São Paulo, intitulado ”Desenvolvimento e Avaliação de Uma Pedagogia Universitária Participativa no Ensino Médio: Atividades com ênfase em Matemática, Ciências e Comunicação”. Esse projeto, modalidade FAPESP, tinha como objetivo a melhoria do ensino público do Estado de São Paulo. Dessa forma, para a área de Matemática, foram escritos materiais baseados na metodologia de Resolução de Problemas, os quais eram implementados no período normal de aulas. No período contrário, os alunos recebiam aulas complementares, ministradas por alunos da Universidade, com o intuito de suprir algumas carências em relação a conteúdos básicos das disciplinas envolvidas. O projeto era aplicado somente em três classes do Ensino Médio, uma de cada série, onde os alunos, durante a oitava série, hoje nono ano, recebiam orientação de como seria o projeto e podiam escolher se queriam ou não participar. Também era feita uma reunião com os pais para explicar o funcionamento, os direitos e deveres dos alunos.

Mesmo em pouco tempo, os resultados foram visíveis. A primeira turma que saiu do terceiro ano já teve maior aprovação no vestibular do que anteriormente acontecia e mesmo se comparado às outras turmas de terceiro ano da escola. Era muito claro também o engajamento dos professores participantes e dos alunos, os quais se interessavam pelas aulas e freqüentavam regularmente as do período contrário. Além de sempre colaborarem com as pesquisas e se mostrarem muito satisfeitos com o aprendizado significativo.

A minha função no projeto, a princípio, foi a de analisar as aulas da professora regente e registrar todos os pontos que eu achasse importantes e também aqueles que eu achasse que não estavam bons, para que fossem passados para minha orientadora, e esta trabalhasse diretamente com a professora responsável.

Mesmo com uma participação muito pequena, aprendi muito com esse projeto. Através dele, confirmei aquilo que já havia conjecturado com as minhas leituras. Existem diversas maneiras de fazermos com que o ensino de matemática seja significativo e prazeroso para nosso aluno. E que a implantação de metodologias não tradicionais é viável e nem sempre trabalhosa como a maioria dos professores pensam. Esse projeto também foi divulgado em artigo[3].

[3] REIS, M.M.V, ZUFFI, E.M, Estudo de um caso de implantação da metodologia de resolução de problemas no ensino médio. In: Bolema, Rio Claro (SP), Ano 20, nº 28, PP. 215 a 227

Porém, eu ainda estava só na teoria. O motivo da pesquisa surgiu realmente quando eu comecei a ministrar minhas próprias aulas, em 2006. Cheguei à escola cheia de idéias e anseios, mas enfrentei diversos problemas: pais relutantes, professores desestimulados, alunos acostumados com o método tradicional de ensino, tempo hábil, necessidade de cumprir os conteúdos, entre outros.

Foi quando percebi que a base teórica que eu havia recebido na minha formação não havia sido suficiente para a minha práxis, isto é, ela era necessária, mas não suficiente. Junto com a minha dificuldade surgiram outras inquietações. Se para mim, que havia recebido uma excelente formação matemática, era tão difícil, como seria esse desafio para um pedagogo? Essa formação matemática específica facilita a aplicação de metodologias diferenciadas? Essa foi uma dificuldade enfrentada só por mim, ou a maioria dos professores recém-formados passa pelos mesmos problemas? Uma interação entre pedagogos e matemáticos ajudaria o processo? A formação inicial do futuro professor está sendo direcionada à prática ou somente à teoria?

A fim de buscar respostas a todos esses questionamentos que me fazia, resolvi continuar meus estudos. Em 2006 comecei o curso de Pedagogia em Aguaí. Queria ter outro tipo de experiência, analisar qual era a concepção da Matemática para aqueles professores. Infelizmente não tive tempo de tirar minhas conclusões. Tive que abandonar o curso pois no final de 2006 prestei o concurso para a Secretaria da Educação em Brasília e passei. No início de 2007 me mudei. Comecei a trabalhar no Colégio Logosófico, enquanto esperava minha convocação, onde tive a oportunidade de viver experiências maravilhosas, tanto pessoais como profissionais. Juntamente com o trabalho consegui uma vaga como aluna especial no mestrado em Educação, na disciplina Tópicos em Educação Matemática, com o Prof. Cristiano Muniz, hoje meu orientador. Essa disciplina me esclareceu muitas dúvidas e também me despertou outras, fazendo com que eu quisesse cada vez mais continuar meus estudos.

Ainda nesse mesmo semestre iniciei a especialização “Matemática para Professores” no Departamento de Matemática da UnB, esperando que fossem abordados tópicos sobre educação, já que era direcionada a professores. Mas não. O enfoque era puramente matemático, e como abriram exceções para alguns alunos que não eram professores, a pós-graduação acabou ficando com cara de graduação. Foi quando fiz, pela terceira vez, o processo seletivo para o mestrado na Faculdade de Educação e fui contemplada com uma vaga. Por esse motivo abandonei a especialização, que na realidade não estava me acrescentando muita coisa e iniciei meu tão sonhado mestrado.

Juntamente com a aprovação no mestrado tive a felicidade de ser convocada no concurso que eu havia feito no final de 2006. Em abril de 2008 comecei a ministrar aulas em uma escola pública no Guará, cidade satélite de Brasília, onde pude comprovar os grandes problemas que passam a Educação no nosso país e de onde tirei mais força e desejo de continuar meus estudos. Fui parar em um projeto de correção de fluxo, onde foram colocados alunos de 5ª, 6ª e 7ª séries e eram implementadas aulas do famoso telecurso. Porém, todas as disciplinas deveriam ser ministradas por mim, que possuía apenas formação Matemática e ainda diagnostiquei uma grande defasagem de todos os conteúdos, principalmente da minha disciplina, que era onde eu tinha conhecimentos suficientes para isso. Com essa experiência novas dúvidas surgiram e novas idéias também. Comecei a aplicar o programa GESTAR II[4] e percebi que meus alunos tinham dificuldades nas operações básicas e mais ainda na interpretação dos problemas, mas os encaravam como um desafio e se esforçavam para resolvê-los. Perguntei-me então: Será que nunca haviam tido contato com problemas matemáticos não tradicionais? O problema da defasagem está na aprendizagem ou no ensino? Veio desde as séries iniciais, ou começou após o ingresso nas séries finais do Ensino Fundamental?

Com todas essas questões, comecei a ter problemas. Mais uma vez me deparei com a minha dificuldade em aplicar metodologias não-tradicionais de ensino e fui buscar respostas aos meus questionamentos. Porém continuei atribuindo tal dificuldade à minha formação inicial e me perguntando como era essa experiência para os pedagogos e quais eram as dificuldades por eles enfrentadas.

Através do questionamento sobre a minha formação basicamente matemática (pura) e dos licenciandos em Pedagogia, muitas das vezes, com pouca (ou nenhuma) formação matemática, surgiu o meu objeto de pesquisa.

Foi quando que me perguntei se uma maior vivência entre sujeitos em formação inicial nos campos de matemática e pedagogia, com foco na aprendizagem matemática no contexto de interação para resolver cooperativamente problemas, não ajudaria a facilitar posteriormente a prática em sala de aula, pois enriqueceria o processo formativo uma vez que haveria aí uma relação de dupla troca: 1. A aquisição de conhecimentos matemáticos por parte do sujeito da pedagogia; 2. A mediação por parte do licenciando em matemática.

[4] BRASIL, Programa Gestão da Aprendizagem Escolar II. FUNDESCOLA/DIPRO/MEC, 2005. Disponível em http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_content&task=view&id=9848&Itemid

1.2. DO OBJETO AOS OBJETIVOS DE PESQUISA

Diante de tantos questionamentos e inquietudes, e definido meu objeto de pesquisa como sendo **a formação inicial de professores que ensinam matemática por meio da interação sócio-cognitiva no contexto de resolução de situações-problema**, procurei, nessa pesquisa, fornecer um espaço de interação entre eles, para que pudéssemos desenvolver um trabalho cooperativo entre a pesquisadora e a formação inicial dos futuros professores, e destes entre si, a fim de dividir e ajudar a atenuar as dificuldades e angústias pelas quais passei e ainda passo na minha práxis como professora.

Para Nóvoa (1997, p.26): “A troca de experiências e a partilha de saberes consolidam espaços de formação mútua, nos quais cada professor é chamado a desempenhar, simultaneamente, o papel de formador e de formando.”

Blanco (2003), afirma que um aspecto do problema, relativo à formação inicial de professores, seria a definição de programas de formação que respondessem às demandas provenientes dos distintos setores afetados; um programa que possibilitasse a formação de profissionais de ensino com capacidade para desenvolver suas tarefas no âmbito de sua própria e contínua aprendizagem e desenvolvimento profissional.

Unindo minha experiência à afirmação de Blanco, minha pesquisa foi pautada na cooperação e troca de experiências entre estudantes de pedagogia e matemática, por meio da resolução de situações-problema.

1.3. OBJETIVOS

1.3.1. Objetivo geral

Analisar as interações sócio-cognitivas entre alunos dos cursos de licenciatura em Matemática e Pedagogia no processo de resolução de situações-problema envolvendo conhecimentos matemáticos.

1.3.2. Objetivos específicos

- Fornecer um espaço de interação entre futuros pedagogos e futuros matemáticos;
- Conceber e oferecer situações-problema matemáticas com resoluções cooperativas;

- Identificar as diferentes ações sócio-afeto-cognitivas e contribuições mútuas entre um sujeito que está no curso de Matemática e a do sujeito que está no curso de Pedagogia;
- Conhecer de maneira mais profunda a influência da realização de situações-problema na formação inicial de professores que ensinam matemática;

No capítulo seguinte, é feita uma abordagem das teorias que permeiam essa pesquisa: formação de professores e em particular, daqueles que ensinam matemática. A importância e diferenciação de trabalhos colaborativos ou cooperativos na formação inicial de professores e a interação sócio-cognitiva na resolução de situações-problema.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

> O meu respeito de professor à pessoa do educando, à sua timidez, que não devo agravar com procedimentos inibidores, exige de mim o cultivo da humildade e da tolerância (PAULO FREIRE, 1996, p.67)

Neste capítulo forneço o embasamento teórico à pesquisa realizada. Primeiramente, exponho aspectos sobre formação de professores em geral e específicos daqueles que ensinam matemática[5]. Em seguida, são abordados tópicos sobre a resolução de situações-problema. Por último, são identificadas e caracterizadas as interações sócio-cognitivas entre pares.

2.1. FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Em entrevista concedida por Antonio Nóvoa, em 13 de setembro de 2001, ao programa Salto Para o Futuro[6], quando indagado sobre as competências necessárias para a prática do professor ele respondeu:

> Não basta deter o conhecimento para o saber transmitir a alguém, é preciso compreender o conhecimento, ser capaz de reorganizá-lo, ser capaz de reelaborá-lo e de transpô-lo em situação didática em sala de aula. Esta compreensão do conhecimento é, absolutamente, essencial nas competências práticas dos professores. Eu tenderia, portanto, a acentuar esses dois planos: o plano do professor como um organizador do trabalho escolar, nas suas diversas dimensões e o professor como alguém que compreende, que detém e compreende um determinado conhecimento e é capaz de o reelaborar no sentido da sua transposição didática, como agora se diz, no sentido da sua capacidade de ensinar a um grupo de alunos.

De acordo com Tardif (2002), quando questionamos os professores sobre o seu saber, eles se referem a conhecimentos e a um saber-fazer pessoais, falam dos saberes curriculares, dos programas e dos livros didáticos, apóiam-se em conhecimentos disciplinares relativos às matérias ensinadas, fiam-se em sua própria experiência e

---

[5] Utilizo o termo "formação de professores que ensinam matemática" referindo-me tanto ao professor das séries (anos) finais como das (os) iniciais, pois este último "[...] embora não se autodenomine professor de matemática, também ensina matemática, requerendo para isso uma formação" (FIORENTINI *et al*, 2002, p. 138)

[6] Entrevista completa em: http://www.tvebrasil.com.br/SALTO/entrevistas/antonio_novoa.htm

apontam certos elementos de sua formação profissionais. Porém, para o autor, muito mais do que isso, os professores possuem saberes específicos que são mobilizados, utilizados e produzidos por eles no âmbito de suas tarefas cotidianas.

Se assumirmos o postulado de que os professores são atores competentes, sujeitos ativos, deveremos admitir que a prática deles não é somente um espaço de aplicação de saberes provenientes da teoria, mas também um espaço de produção de saberes específicos oriundos desta mesma prática.

Assim, de acordo com Pimenta e Lima (2008) as transformações de práticas docentes só se efetivarão se o professor ampliar sua consciência sobre a própria prática, a de sala de aula e a da escola como um todo, o que pressupõe os conhecimentos teóricos e críticos sobre a realidade.

Autores que se dedicam à formação de professores tais como Tardif (2002), Pimenta e Lima (2008), Zeichner (1993), Fiorentini (2002; 2003; 2006), entre outros, são unânimes ao dizer que ainda predomina nos curso de formação inicial uma visão tecnicista e sociologista da prática do professor, isto é, ou ele aplicará ensinamentos vindos de peritos e estudiosos, ou será resultado de práticas sociais, como a luta de classes, estruturas sociais, etc.

Assumir-se como professor requer a clareza de muitos aspectos constituintes da missão a ser realizada. É preciso, sim, ter metas e objetivos, saber sobre o que se vai ensinar, mas não se pode perder de vista, um segundo sequer, para quem se está ensinando e é disso que decorre o como realizar. Integrar tudo inclui dar conta de diversas facetas do processo ensino-aprendizagem, ou seja, a do aluno concreto, real, a do conhecimento, a das estratégias de ensino, e a do contexto cultural e histórico em que se situam (TACCA, 2000).

Conjugar isso exige compromisso e responsabilidade com o aluno, o que permite avançar na exigência da compreensão da pessoa no processo de ensinar e aprender.

Segundo Canavarro e Abrantes (1994, p. 293, apud PEREZ, 2004), consideramos o professor:

> Como um profissional que desempenha um papel exigente e complexo, e não uma espécie de técnico que apenas aplica receitas em situações conhecidas e pré-determinadas. Reconhecemos que existem muitas rotinas no seu trabalho mas há igualmente muitos “casos” únicos e difíceis, muitos desafios para os quais precisa mobilizar saberes e competências de diversos domínios, alguns mais acadêmicos e outros de natureza mais prática.

Podemos dizer, portanto, que a compreensão que o professor tem do aluno e do que deve realizar em sala de aula tem muitas implicações para o seu trabalho e para a vida do cidadão que está formando. O professor deve permitir que o aluno se desenvolva por si só, apenas ajudando-o nesse processo. É o responsável por organizar o ambiente social e facilitador da aprendizagem.

Nesse sentido, Moreira e David (2005) acreditam que os saberes fundamentais à prática pedagógica escolar não são devidamente discutidos no processo de formação e que a prática docente escolar não é capaz de produzir os saberes associados à ação pedagógica do professor.

Vemos, portanto, que muito se fala sobre sua prática e sobre sua atitude em sala de aula, mas de acordo com Silva (2004), no nosso país já existe uma extensa e fértil produção científica no campo da educação, entretanto, a despeito da grande literatura existente, poucos avanços se tem percebido no sistema educacional. A escola brasileira continua excludente, pouco democrática e de qualidade questionável. Além do mais, há entre os professores da escola básica, em geral, o sentimento de que as pesquisas produzidas nas universidades não conseguem responder às suas demandas, ansiedades e indagações. A distância entre a universidade e a escola básica ainda é muito grande.

Outro grande problema é o fato de que muitos cursos de formação de professores apresentam muitas teorias do "como fazer", mas não dão a oportunidade dos futuros professores "fazerem" já durante a sua formação, muitas vezes deixando a cargo dos cursos de extensão, ou mesmo de pós-graduação.

De acordo com Dias e Silva (2008), na formação continuada, os problemas não são diferentes. Os cursos oferecidos pelos sistemas de ensino não têm conseguido atender aos anseios concretos dos professores. Na maioria das vezes, o processo lógico, cumulativo e linear desses cursos desconsidera a complexidade da atividade docente e a natureza da sala de aula.

Ainda de acordo com as autoras, os cursos de formação, em geral, também desconsideram que o professor e/ou o futuro professor é um sujeito que pensa e sente e que, da mesma forma que o estudante da escola básica, é ativo em seus processos de aprendizagem. É preciso considerar, portanto, que esse professor tem expectativas, desejos e concepções em relação à sua própria formação. E mais ainda: ele vem se constituindo professor desde o tempo em que era estudante da escola básica. A prática cotidiana e a troca de experiências com seus pares são essencialmente formadoras.

> A formação inicial deve proporcionar aos licenciados um conhecimento que gere uma atitude que valorize a necessidade de uma atualização permanente em função das mudanças que se produzem, e fazê-los criadores de estratégias e métodos de intervenção, cooperação, análise, reflexão e a construir um estilo rigoroso e investigativo. (PEREZ, 1999, p.271)

Fiorentini (2003) afirma que nos últimos anos, o tema formação de professores passou a ser dominante tanto em encontros e congressos educacionais quanto em publicações de artigos e livros. A principal mudança percebida acontece no âmbito do discurso. Hoje, quase todos falam do professor como profissional reflexivo, investigador de sua própria prática, produtor de saberes, elemento-chave das inovações curriculares na escola e principal responsável pelo seu desenvolvimento profissional. Mas, ainda há pouca clareza e concordância sobre o significado desses termos.

De acordo com Zeichner (2008), em um nível superficial, o movimento da prática reflexiva envolve o reconhecimento de que os professores deveriam desempenhar papéis ativos na formulação de propostas de progredir seu trabalho com outros, e deveria assumir papéis de liderança nas reformas das escolas. Reflexão também significa que o desenvolvimento de novos conhecimentos sobre o ensino não é exclusivamente o papel da faculdade e da universidade, o reconhecimento de que os professores também têm teorias que podem contribuir para o desenvolvimento de uma base comum de conhecimentos sobre as boas práticas pedagógicas.

E continua,

> Reflexão como um *slogan* para a reforma educacional também significa um reconhecimento de que não importa o que façamos em nossos programas de formação de professores e quão bem nós o fazemos, na melhor das hipóteses, só podemos preparar os professores para começar a ensinar. Quando abraçamos o conceito de ensino reflexivo, muitas vezes há um compromisso por parte dos educadores para ajudar a internalizar futuros professores durante a sua formação inicial, as disposições e habilidades para aprender a partir de sua experiência docente e de se tornar melhor a ele durante a sua carreira docente.

Para o autor[7] (ZEICHNER, 2006), existem três vertentes de professor reflexivo. A primeira, chamada de *tradição acadêmica*, enfatiza a reflexão no conteúdo que se vai ensinar e na maneira como esse conteúdo é conduzido aos alunos. A segunda, a

[7] Texto traduzido por nós do inglês.

corrente desenvolvimentalista, enfatiza a reflexão sobre os estudantes, seus pensamentos e compreensões, a cultura, seus interesses e a prontidão para tarefas particulares. Ou ainda, que os interesses sigam em direção à justiça social. Por último, a vertente que ele chamou de *genérica ou geral* pois segue a orientação de que pensar sobre a prática é importante.

Na nossa concepção, o professor reflexivo é aquele que consegue unir as três vertentes defendidas por Zeichner. Para que haja a reflexão sobre a prática (3ª vertente), é necessário que haja reflexão sobre o conteúdo que se vai ensinar e como esse processo será conduzido ao aluno (1ª vertente). Para que se consiga essa reflexão, não se pode deixar de levar em conta para quem se vai ensinar, isto é, os próprios estudantes (2ª vertente).

Para García Blanco (2003), a formação de professores – e especificamente a formação inicial – é um campo onde intervêm distintos estamentos (sociedade, instituições, pesquisadores, formadores de professores, alunos) que se encontram em constante desenvolvimento e permanente evolução; isso faz com que a formação docente seja vista e sentida como problemática.

Um aspecto do problema, relativo à “formação inicial de professores”, seria a definição de programas de formação que respondessem as demandas provenientes dos distintos setores afetados; um programa que possibilitasse a formação de profissionais do ensino com capacidade para desenvolver suas tarefas no âmbito de sua própria e contínua aprendizagem e desenvolvimento profissional.

> Antes mesmo de ensinarem, os futuros professores vivem nas salas de aula e nas escolas – e, portanto, em seu futuro local de trabalho – durante aproximadamente 16 anos (ou seja, em torno de 15.000 horas). Ora, tal imersão é necessariamente formadora, pois leva os futuros professores a adquirirem crenças, representações e certezas sobre a prática do ofício de professor, bem como sobre o que é ser aluno. (TARDIF, 2002, p. 20)

Pressupomos neste estudo que o que é preciso não é exatamente esvaziar a lógica disciplinar dos programas de formação para o ensino, mas pelo menos abrir um espaço maior para uma lógica de formação profissional que reconheça os alunos como sujeitos do conhecimento e não simplesmente como espíritos virgens aos quais nos limitamos a fornecer conhecimentos disciplinares e informações procedimentais, sem realizar um trabalho profundo relativo às crenças e expectativas cognitivas, sociais e afetivas através das quais os futuros professores recebem e processam estes conhecimentos e informações. (TARDIF, 2002)

A formação do professor deverá constituir novos domínios de ação e investigação, de grande importância para o futuro das sociedades, numa época de acelerada transformação do ser humano, que busca desenvolver seu projeto de cidadania. Exige-se hoje, da profissão docente, competências e compromissos não só de ordem pessoal e social, influindo nas concepções sobre educação e ensino, escola e currículo (PEREZ, 2004).

A profissão docente não pode mais ser vista como reduzida ao domínio dos conteúdos das disciplinas e à técnica para transmiti-los. Agora, exigi-se do professor que lide com um conhecimento em construção – e não mais imutável – e que analise a educação como um compromisso político, carregado de valores éticos e morais, que considere o desenvolvimento da pessoa e a colaboração entre iguais e que seja capaz de conviver com a mudança e com a incerteza (MIZUKAMI et al, 2002).

> [...] Tudo isso nos leva a valorizar a grande importância que têm para a docência a aprendizagem da relação, a convivência, a cultura do contexto e o desenvolvimento da capacidade de interação de cada pessoa com o resto do grupo, com seus iguais e com a comunidade que envolve a educação (IMBERNÓN, 2000, p. 14, apud MIZUKAMI et al, 2002, p. 12)

Porém é imprescindível levar em consideração o ponto de vista prático, pois é a partir e através de suas próprias experiências, tanto pessoais quanto profissionais que os professores constroem seus saberes, assimilam novos conhecimentos e competências e desenvolvem novas práticas e estratégias de ação. E a formação inicial tem fundamental importância na constituição dessa prática.

2.2. FORMAÇÃO DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA

O papel do professor, ao ensinar Matemática, numa sala de aula é - posto de uma forma simplista - o de tornar o caminho entre a Matemática acadêmica e os alunos o mais curto possível. Cabe ao professor, que admitimos encontrar-se já suficientemente perto de ambos, Matemática e alunos, a missão de conduzir esta Matemática (externa ao sujeito) até aos alunos ou de levar os alunos até a Matemática, ou ainda, de fazê-los perceber e aprimorar a Matemática que já trazem consigo de suas vivências.

Sendo assim, parece ser sobre o papel e a atitude do professor em relação à Matemática que devemos meditar questionando-nos sobre problemas que existem à nossa volta e que estejam relacionados, de uma forma ou de outra, com a Matemática e o seu processo de ensino-aprendizagem. Alguns desses problemas poderão não ter respostas claras ou simples, mas uma análise consciente feita pelo professor que pretende ensinar Matemática contribuirá para um enriquecimento da sua atividade profissional. Uma vez consciente do seu papel, será mais fácil pensar e atuar sobre a Matemática, sobre os alunos e ainda sobre a relação entre estes.

A partir da década de 1970, no bojo de uma intensa discussão sobre o papel social e político da educação, começam a se configurar mudanças estruturais nos cursos de licenciatura. Entre as propostas e concepções em debate, destaca-se a perspectiva segundo a qual o processo de formação do professor deveria se desenvolver de maneira mais integrada, em que o conhecimento disciplinar específico não constituísse mais o fundamento único ao qual se devessem agregar métodos apropriados de “transmissão”. Ao lado da preparação para instrução numa determinada disciplina, apontava-se também a necessidade de aprofundar a formação do professor como educador. No caso particular da Matemática, a partir dos anos 90 desenvolvem-se vários trabalhos sobre esse assunto, inclusive dissertações e teses (MOREIRA e DAVID, 2005).

Apesar da revisão teórica do modelo “3+1” ou “bacharelado+didática”, na prática ainda se tem um distanciamento muito grande entre os conhecimentos matemáticos abordados durante o processo de formação e os conhecimentos matemáticos da prática docente escolar.

> Freqüentemente os licenciados se vêem diante do problema de desenvolver sua ação pedagógica em sala de aula a partir de uma formação que não lhes proporcionou acesso à discussão de uma série de questões fundamentais na prática escolar. (MOREIRA e DAVID, 2005, p. 10)

Nesse contexto, o futuro professor precisa conhecer, na Matemática, seus processos e significados formais não para depois transpô-los didaticamente aos seus alunos da escola básica, mas para discuti-los e analisá-los criticamente, avaliando seus limites e possibilidades enquanto objeto de ensino. O professor, desse modo, qualifica-se para, com mais autonomia, explorar e problematizar as formas conceituais pedagogicamente mais significativas ao desenvolvimento do pensamento matemático do cidadão contemporâneo, visando a uma prática pedagógica significativa.

Ao falar da prática pedagógica significativa em Matemática como encontro e convergência entre professor, aluno, currículo e contexto – ligados à experiência –, estamos manifestando que na prática pedagógica todos esses elementos devem ser levados em conta, sem que nenhum deles seja reduzido ao outro. Muito pelo contrário, entre eles existe um processo simbiótico, de constantes imbricações, que faz com que essa prática seja vista como um processo altamente complexo e dialético. Um processo no qual o professor está constantemente (re)produzindo/(re)construindo/(res)significando saberes e conhecimentos (JARAMILLO, 2003). Neste sentido, temos consciência da complexidade do objeto e do contexto desta investigação.

García Blanco (2003) apresenta alguns aspectos que devem vir refletidos no conteúdo da formação de professores de Matemática[8]:

- O conhecimento “de” e “sobre” a Matemática, considerando também as variáveis curriculares;
- O conhecimento “de” e “sobre” o processo de geração das noções matemáticas;
- O conhecimento sobre as interações em sala de aula, tanto entre professor-aluno como entre aluno-aluno em sua dupla dimensão: arquitetura relacional (rotinas instrucionais) e negociação de significados (contrato didático)
- O conhecimento sobre o processo instrutivo – formas de trabalhar em classe, o papel do professor – que exige, também o conhecimento sobre as representações instrucionais e o conhecimento sobre as características da relação tarefa-atividade.

De acordo com Lorenzato (2006), o sucesso ou fracasso dos alunos diante da Matemática depende de uma relação estabelecida desde os primeiros dias escolares entre a Matemática e os alunos. Por isso, o papel que o professor desempenha é fundamental na aprendizagem dessa disciplina, e a metodologia de ensino por ele empregada é determinante para o comportamento dos alunos.

Para o autor, vinte e cinco aspectos são básicos para que o professor que vai ensinar Matemática tenha um bom desempenho em sala de aula. Abaixo, destaco os de maior relevância a este estudo[9]:

---

[8] Na nossa concepção esses aspectos podem ser ampliados para os professores das séries iniciais, isto é, são aspectos válidos para professores que ensinam matemática em geral.
[9] Grifos do autor.

1. *Ensinar com conhecimento*: o professor que ensina com conhecimento conquista respeito, confiança e admiração de seus alunos. Para que um professor consiga fornecer aos seus alunos um conteúdo correto e com clareza, é fundamental que ele conheça a matemática e sua didática, bem como metodologias diferenciadas, para que a matemática possa se tornar algo interessante e significativa para o aluno, bem diferente daquela matemática tão conhecida e temida nas escolas.

É importante destacar a diferença de conhecimentos acima citados. Não basta que o professor conheça a disciplina que irá lecionar, mas também deve saber como ensiná-la. Nesse aspecto a didática, e as diferentes metodologias de ensino, têm papel fundamental.

2. *Analisar a moda*: o professor deve ser capaz de conseguir separar o que é antiquado no antigo e o que é conveniente na moda atual, pois nem sempre a novidade é boa, e nem sempre o que é antigo é ruim. O professor deve estar atento para que possa aproveitar da melhor maneira possível a moda, mas não se deixar atrair por modismos.

3. *Auscultar o aluno:* para que o professor perceba os significados das revelações dos alunos, não basta escutá-los ou observá-los, é preciso auscultá-los; mais do que responder a eles, é preciso falar com eles; mais do que corrigir as tarefas, sentir quem as fez e como elas foram feitas; mais do que aceitar o silêncio de alguns alunos, captar seus significados. Enfim, auscultar significa analisar e interpretar os diferentes tipos de manifestações dos alunos. O objetivo é saber quem são, como estão, o que querem e o que podem eles. [Podemos nos remeter também, ao que René Barbier (2002) denominou de “escuta sensível”].

4. *Aproveitar a vivência do aluno:* toda criança chega à escola com um saber não só matemático, um saber vivenciado e diferente do saber elaborado ensinado pela escola. Quanto a este, para que seja aprendido, deve se apoiar no saber vivenciado, pois sabemos que é adaptando os novos conhecimentos aos já adquiridos é que o aluno aprende. Essa adaptação se dá a todo momento, pois o aluno vai transformando seus conhecimentos à medida que precisa utilizá-los e reutilizá-los nas situações-problemas propostas ou mesmo as situações cotidianas de sua vida diária. Nesse sentido, de acordo com Pais (2002), a adaptação pode ser entendida como a habilidade que o aluno manifesta em utilizar seus conhecimentos anteriores para produzir a solução de um problema.

> Conhecer as imagens dos alunos sobre determinado conceito é importante porque elas expressam possíveis obstáculos cognitivos e, ao

> mesmo tempo, germes de conhecimento novo, e constituem um ponto de partida fundamental para o ensino sob qualquer uma dessas formas (MOREIRA e DAVID, 2005. p. 34)

5. *Partir de onde o aluno está:* ninguém vai a lugar nenhum sem partir de onde está. Para isso é necessário que levemos em consideração sua vivências anteriores, conforme o item anterior, como também os pré-requisitos cognitivos matemáticos referentes ao assunto a ser aprendido pelo aluno.

6. *Não saltar etapas:* às vezes, nós professores parecemos tão preocupados em ensinar que não temos paciência para esperar que os alunos aprendam e, assim, mostramos o nosso saber sem darmos atenção ao aprender dos alunos. Por que isso acontece? A causa provavelmente está relacionada com uma das mais freqüentes lamentações dos professores de matemática: a falta de tempo para ensinar todo o programa. Outra possível causa é o professor não se dar conta de que, a cada ano de magistério, o conteúdo programático parece mais simples e fácil a ele, mas o mesmo não acontece aos alunos devido à renovação das turmas, sempre na mesma faixa etária. Além do mais, devemos estar atentos ao fato de que o pensamento de nossos alunos é não-linear e muitas vezes complexo.

7. *Respeitar a individualidade do aluno:* em razão de sua história de vida, cada aluno está num determinado estágio de desenvolvimento que é diferente do de seus colegas. Assim sendo, é natural que os alunos possuam diferentes habilidades, competências, preferências, linguagens, limites, ritmos de trabalho, modos de aprender e de agir, enfim, suas características intrínsecas. As diferenças individuais, que geram procedimentos diferentes para uma mesma situação matemática, precisam ser consideradas pelos professores, mesmo reconhecendo que elas são complicadoras para a prática pedagógica, pois seria mais fácil se todos os alunos fossem iguais.

> O desenvolvimento de uma visão flexível e multifacetada do conhecimento matemático pode contribuir decisivamente para que o professor seja capaz de dialogar com seus alunos, de reconhecer e validar, quando for o caso, certos pontos de partida adotados para a construção de um conceito ou de avaliar uma determinada elaboração conceitual como adequada para certo estágio, ainda que se mostre necessária uma reelaboração em estágios posteriores (MOREIRA e DAVID, 2005, p. 53).

8. *Valorizar os erros dos alunos:* na nova concepção de erro, este é interpretado como parte natural, inevitável e indispensável ao processo de aprendizagem, em especial, do fazer matemática na escola e fora dela: é um elemento muito importante no processo de conceitualização. Ele pode ser considerado um alerta, um aviso ao professor. Funcionando como um marco ou baliza, o erro é um indicador de (re) direcionamento pedagógico porque ele oferece oportunidade de crescimento, ao aluno, bem como de evolução, ao professor. O erro constitui-se numa oportunidade para o professor mostrar seu respeito ao aluno, pois o aluno não erra porque deseja; e mais, o erro é pista (dica) para a realização de sondagem às suas possíveis causas. Os erros de nossos alunos podem ser interpretados como verdadeiras amostragens dos diferentes modos que os alunos podem utilizar para pensar, escrever e agir.

> Para a Matemática Escolar é importante pensar o erro como um fenômeno psicológico que envolve aspectos diretamente relacionados ao desenvolvimento dos processos de ensino e aprendizagem [...] constiuti parte importante dos saberes envolvidos na ação pedagógica do professor (MOREIRA e DAVID, 2005, p. 32)

9. *Propiciar a experimentação:* a experimentação facilita que o aluno levante hipóteses, procure alternativas, tome novos caminhos, tire dúvidas e constate o que é verdadeiro, válido, correto ou solução. Experimentar é valorizar o processo de construção do saber em vez do resultado dele, pois na formação do aluno, mais importante que conhecer a solução é saber encontrá-la. Enfim, experimentar é investigar. A experimentação é o melhor modo para se conseguir a aprendizagem com significado, uma vez que realça o porquê, a explicação e, assim, valoriza a compreensão.

10. *Favorecer a redescoberta:* cabe ao professor incentivar seus alunos a fazerem tentativas e propostas plausíveis, o que pode ser alcançado se o professor estimular o pensamento intuitivo deles para que construam seus caminhos para encontrar soluções. Cabe ao professor organizar e apresentar contra-exemplos e situações paradoxais com o objetivo de conduzir os alunos à reflexão a respeito de suas observações, inferências, conclusões e, assim, auxiliá-los a avaliar ou apurar suas descobertas. Cabe ao professor conduzir seus alunos a descobrirem, por eles próprios, regularidades, simetrias, proporcionalidades, ordenações, generalizações, dentre outras peculiaridades da matemática.

11. Enfatizar os porquês matemáticos: um ensino em que predomina a aprendizagem de técnicas, com prejuízo dos elementos propiciadores da percepção da significação das situações trabalhadas, resulta, com alta probabilidade, além do incentivo à memorização, em outras conseqüências bastante graves como: os alunos tornam-se desatenciosos em sala de aula; passam a ver a matemática como cansativa e desagradável, ou mesmo como fonte de angústia e temor; passam a não gostar da matemática; não utilizarão a matemática para resolver seus futuros problemas como cidadãos que serão; perdem estímulo para a aprendizagem; supõem estar neles a causa da dificuldade de compreensão. Assim, ensinar como se chega a um resultado dito certo não é o mesmo que ensinar a perceber por quais razões o resultado a que se chega pode ser considerado adequado, certo ou correto.

12. *Historiar o ensino:* muitas aulas de matemática podem ser motivadas pela utilização da história da matemática ou de histórias do cotidiano, narrativas, lendas e várias outras. Sabemos que as crianças gostam de ouvir histórias. Na verdade todos nós gostamos de ouvi-las. Além de motivadoras, as histórias divertem e ensinam, e nisso elas de assemelham aos jogos.

13. *Assumir a melhor postura profissional:* nós professores temos duas opções nas nossas atividades: a de darmos aulas e/ou a de formarmos pessoas; a primeira corresponde a uma questão de oportunidade e a segunda, a uma vocação. Qualquer que seja a escolhida, dificuldades surgirão no exercício do magistério, pois magistério é arte com reflexão, isto é, além de ser artista, o professor precisa refletir sobre sua própria prática pedagógica.

14. *Pensar no que faltou:* ainda seria possível perscrutar mais a arte de ensinar matemática abordando temas não menos importantes que aqueles até aqui abordados, tais como: a escolha e o uso do livro didático, a avaliação do rendimento do alunos, o uso da calculadora, a aprendizagem com o auxílio do computador, a influência das tecnologias de informação e comunicação na prática pedagógica, o emprego de divertimentos matemáticos nas aulas, o papel do pensamento intuitivo e do dedutivo, conceituação versus procedimentos, entre muitos outros.

O terceiro aspecto, sem negligenciar os demais, talvez seja o mais importante neste estudo, “auscultar o aluno” (BARBIER, 2002). Como podemos querer ensinar, se não conhecemos o nosso aluno? E como queremos conhecer nosso aluno se não damos a ele oportunidade de se manifestar? E como daremos a eles a oportunidade de se manifestarem se na nossa aprendizagem também não tivemos essa oportunidade? É nesse ponto que a interação sócio-cognitiva entre diferentes sujeitos já na formação inicial do professor pode facilitar sua prática em sala de aula. E nesse aspecto, a metodologia de Resolução de Situações-problema (DIAS, 2008; MUNIZ, 2005; ONUCHIC, 1999) colaboram e muito para sua realização.

Tais aspectos aplicam-se tanto aos professores das séries iniciais do Ensino Fundamental, bem como aos de séries finais. Apesar de abordar todos esses pontos importantes, devemos deixar claro que estes não devem ser seguidos à risca e que cada professor deve ser capaz de aplicá-los da melhor maneira possível, sempre levando em consideração o sujeito que aprende e dando suas características pessoais ao processo de ensino-aprendizagem. Devemos lembrar que cada estudante encara a matemática de uma forma e o professor deve estar preparado para trabalhar com essas diferenças e fazer com que suas aulas consigam “atingir” a todos de maneira significativa.

> Identifica-se uma crescente valorização da reflexão na formação e no desenvolvimento profissionais. Preparar professores para responder a todas as situações do cotidiano escolar, em um contexto que valorize a autonomia, a criatividade, a criticidade e a dúvida epistemológica, é uma tarefa hercúlea. Talvez o “educar para pensar”, o incentivar para que floresçam e desencadeiem-se novos pontos de interrogação, seja um meio de formar o professor, formando-se uma base que lhe permita dirigir seu próprio crescimento na profissão de ensinar. Criar uma maior autonomia do pensar e, o que é mais importante, um pensar menos preconceituoso e com menos certezas imutáveis, pode ser uma das vias para a melhoria da qualidade do ensino e da aprendizagem escolar. (WANDERER, 2005, p. 11.)

Além disso, os programas de formação inicial de professores devem possibilitar que, em relação à matemática, os futuros professores: melhorem e ampliem sua compreensão das noções e representações matemáticas, e desenvolvam comportamentos específicos e destrezas de raciocínio pedagógico e metacognição. (LLINARES, 1998, apud GARCÍA BLANCO, 2003)

Ampliando a idéia de Llinares (1998), no nosso entendimento, dentro das competências do professor que vai ensinar Matemática, devem estar também o raciocínio lógico, competências pedagógicas e curriculares.

Nessa perspectiva, uma reflexão profunda sobre o papel da Matemática Escolar no currículo das Licenciaturas pode contribuir para introduzir uma referência mais direta e intrínseca da prática escolar no processo de formação inicial de professores que ensinam matemática (MOREIRA e DAVID, 2005).

Para García Blanco (2003), para que isso ocorra, os ambientes de aprendizagem integrados e projetados em tais programas devem ajudar os futuros professores a:

- Questionar suas crenças prévias;
- Ampliar sua compreensão das noções matemáticas escolares;
- Desenvolver conhecimento de conteúdo pedagógico ligado às noções matemáticas escolares;
- Gerar destrezas cognitivas e processos de raciocínio pedagógico;
- Incrementar os processos de reflexão.

Coloca-se claramente a necessidade de um redimensionamento da formação matemática nas licenciaturas, de modo a equacionar melhor os papéis da Matemática Científica e da Matemática Escolar nesse processo.

Uma apresentação do conhecimento matemático absolutilizado em sua forma compacta, abstrata e formal pode reforçar certos tipos de dificuldades que o professor vai eventualmente encontrar em sua prática efetiva. A principal delas, a nosso ver é a dificuldade de identificar e reconhecer como legítimas e importantes certas formas de conhecimento que, embora se distanciem das formas válidas da Matemática Científica, são cruciais na educação básica porque se vinculam ao processo de construção escolar do saber matemático (MOREIRA e DAVID, 2005).

Por fim, de acordo com García Blanco (2003), algumas conclusões podem ser tiradas com a relação conhecimento-prática pedagógica:

- O conhecimento, que pode fazer do ensino da matemática uma profissão, não tem por que gerar-se só e exclusivamente através dos aportes das investigações, mas deve surgir, também, da experiência do coletivo dos professores;
- O desenvolvimento do conhecimento ligado à prática pedagógica está vinculado à participação e à reflexão sobre a ação que cada professor faça;
- Quando o professor pensa e reflete sobre o ocorrido na sala de aula, está produzindo um conhecimento profissional. Isso é uma evidência de que a prática pedagógica do professor pode transformar seu próprio ideário.

Portanto, a formação de um professor não deve ser de responsabilidade apenas das Universidades, durante a formação inicial deste. A formação continuada tem um importante papel na constituição do profissional assim como a sua prática em sala de aula e a interação com o coletivo de professores dentro do próprio local de trabalho.

2.3. TRABALHO COLETIVO, COOPERATIVO OU COLABORATIVO

Há algum tempo, no contexto da pesquisa educacional, vêm sendo discutida a importância da realização de trabalhos em grupo, aprendizagem cooperativa e colaboração, dentre outros. No entanto, muitas vezes, esses termos vêm sendo utilizados e entendidos de diversas formas e até como sinônimos. Portanto, torna-se importante esclarecer não apenas o nosso entendimento, como também seu sentido e importância nessa pesquisa.

Boavida e Ponte (2002) diferenciam essas duas formas de trabalho coletivo e, apoindo-se em Wagner (1997) e Day (1999), ajudam a esclarecer etimologicamente seus significados. Embora as denominações cooperação e colaboração tenham o mesmo prefixo (*co),* que significa ação conjunta, os termos se diferenciam porque o verbo cooperar é derivado da palavra *operare* – que, em latim, quer dizer operar, executar, fazer funcionar de acordo com o sistema – enquanto o verbo colaborar é derivado de *laborare* – trabalhar, produzir, desenvolver atividades tendo em vista determinado fim. Assim, na *cooperação*, uns ajudam os outros (co-operam) na execução de tarefas, embora suas finalidades geralmente não resultam de negociação conjunta do grupo, podendo haver subserviência de uns em relação a outros e/ou relações desiguais e hierárquicas entre os seus membros. Na *colaboração*, por outro lado, todos trabalham conjuntamente (co-laboram) e se apóiam mutuamente, visando atingir objetivos comuns negociados pelo coletivo do grupo. Na colaboração, as relações, portanto, tendem a ser não-hierárquicas, havendo liderança compartilhada e co-responsabilidade pela condução das ações.

Para Ferreira (2003) as duas formas de relacionamento, colaboração e cooperação, se assemelham, porém são distintas na essência de sua organização. Na cooperação, as pessoas trabalham juntas por uma meta que não necessariamente é de todos. Em outras palavras, os participantes estão envolvidos por um motivo externo – simpatia pela meta, conveniência, necessidade -, mas normalmente, a energia é despendida no sentido de executar tarefas e realizar ações sobre as quais tem pouco poder de decisão e autonomia. Na maioria dos casos, as pessoas trabalham juntas em prol de algo que lhes diz respeito; não obstante, mesmo que isso os afete diretamente, dispõem de pouca autonomia e poder de decisão. A colaboração envolve maior reciprocidade e equidade através do projeto, ao passo eu a cooperação admite responsabilidades e papéis mais variados. A colaboração requer a tomada de decisão conjunta; já a cooperação é freqüentemente iniciada por uma parte, cabendo às demais proporcionar ajuda e os serviços necessários.

Na colaboração, cada indivíduo participa da maioria das decisões: escolher a meta, definir as estratégias, definir as tarefas, avaliar o resultado; e o faz consciente de que é algo realmente importante para ele, algo que tanto beneficia o grupo como um todo, quanto a ele diretamente. Assim, a quantidade de esforço empregado, o gasto com recursos e o grau de compromisso são maiores que nos relacionamentos de cooperação, uma vez que esta última envolve a idéia de trabalhar junto, mas com menos compromisso em relação às metas comuns (FERREIRA, 2003).

Hall e Wallace (1993, apud FIORENTINI, 2004), desenvolvem uma tipologia de formas de trabalho coletivo, apresentando um continuum que vai do conflito à colaboração, passando por fases intermediárias de competição, coordenação e cooperação. A cooperação consiste, então, numa fase do trabalho coletivo que ainda não chega a ser efetivamente colaborativo, pois, no trabalho cooperativo, apesar da realização de ações conjuntas e de comum acordo, parte do grupo não tem autonomia e poder de decisão sobre elas.

Concordando com concepção acima apresentada, reproduzimos a figura a seguir mostrando uma síntese desse mapeamento, incluindo também dois tipos de pesquisa: colaborativa e pesquisa-ação (tipo de pesquisa utilizada nesse estudo).

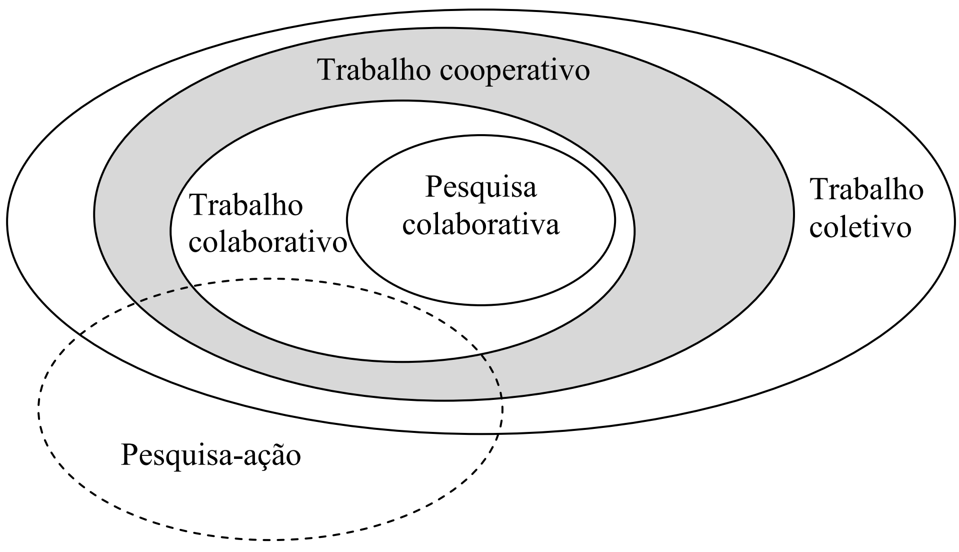


Figura 1: Relação entre alguns tipos de trabalho coletivo (FIORENTINI, 2004, p. 52).

A cooperação é aplicada com muita freqüência como uma estratégia de ensino. A chamada aprendizagem cooperativa, geralmente, vem associada a estratégias de trabalho em pequenos grupos nos quais os alunos procuram solucionar problemas e/ou produzir conhecimentos de modo conjunto. Nesses ambientes, a participação dos alunos é mais ativa e, eles, em pequenos grupos, buscam construir soluções para as atividades propostas. Contudo, a organização das aulas, bem como a escolha das tarefas, geralmente cabe ao professor. Em outras palavras, o poder de decisão e escolha dos alunos não é muito amplo.

No caso dessa pesquisa, podemos dizer que realizamos um trabalho cooperativo pois as atividades eram sempre trazidas pelas monitoras e os estudantes trabalhavam juntos de forma a solucioná-las.

A formação de um grupo cooperativo teve como objetivo a criação de um espaço que motivasse os professores (que ensinam matemática) em formação inicial a entenderem juntos as mudanças de ordem metodológica que gostariam de por em prática quando da futura ação docente. A proposta de colocar licenciandos da Pedagogia e da Matemática num mesmo contexto se caracterizou como um rico cenário em que os participantes puderam, entre outras coisas, tratar os fracassos como oportunidade de aprendizagem para o grupo.

Além disso, a idéia de unir em uma mesma disciplina, futuros pedagogos e matemáticos, também era a de se evitar ou pelo menos minimizar que futuramente ocorra o que Hargreaves (1998, apud FERREIRA, 2003) chamou de Cultura Balcanizada, onde cada professor se isola na disciplina em que leciona, formando subgrupos. A nossa experiência nas Escolas Básicas comprova que isso é muito comum ocorrer e mais ainda quando se refere à relação entre os professores das(os) séries/anos iniciais com o das(os) finais. A própria formação universitária favorece esse processo e mais ainda a organização disciplinar das escolas e as diferenças de *status* entre as disciplinas. No nosso caso, é muito comum nem percebermos o Pedagogo como um professor de matemática.

Além disso, a partilha de saberes

> não deve ser encarada como um encontro entre os que sabem mais e os que sabem menos, entre os especialistas e os novatos, mas antes como um processo que tem lugar em comunidades compostas por profissionais iguais e empenhados em um aperfeiçoamento (HARGREAVES 1998, p. 229, apud, FERREIRA, 2003, p. 89)

Participar de um grupo de trabalho, cooperativamente, na formação do futuro professor que vai ensinar matemática, pode ampliar a compreensão deste acerca de seu papel como co-construtor do currículo a partir de uma perspectiva mais crítica frente à teoria e à prática produzida por outros bem como ao conhecimento construído localmente. Porém, não se pode deixar de levar em conta que os saberes profissionais construídos durante a vida profissional podem ser desenvolvidos e/ou ampliados a partir da percepção da sala de aula e das escolas como foco de estudo e análise para o professor.

Neste sentido, o trabalho cooperativo pode proporcionar aos futuros professores, oportunidades de refletir, articular e discutir sua futura prática em sala de aula, além de possibilitar que eles próprios experimentem novas formas de pensar e aprender o conteúdo matemático. Cada um, ajudado pelo coletivo participante, pode vir a refletir sobre novas formas de ensino e aprendizagem de matemática que envolvam a formulação, resolução de situações-problema e investigações coletivas em circunstâncias desafiadoras pois a mudança efetiva e duradoura depende da reconceitualização do modo de ensinar. Somente a transformação de crenças não resultará na transformação da prática.

Essa investigação aponta o valor das constantes interações entre pares para a criação de questionamentos sobre as estruturas de conhecimentos já adquiridos, assim como para a exposição de diferentes raciocínios, estratégias e comportamentos que podem ser apropriados para a futura prática em sala de aula, favorecendo para um maior entendimento das atitudes e anseios dos estudantes da escola básica.

Dessa forma, há uma grande possibilidade de passarmos a ter professores e pesquisadores, ou professores e professores, ou ainda professores e futuros professores, aprendendo juntos e negociando significados em um processo coletivo e compartilhado de produção de novos saberes (FERREIRA, 2003).

2.4. RESOLUÇÃO DE SITUAÇÕES-PROBLEMA

Os problemas que se levantam em relação ao ensino da Matemática não são novos. Tal como não é novo o mal estar que eles provocam em professores e alunos. No entanto, este mal estar parece aumentar nas últimas décadas. Os problemas são muitos, variados e difíceis. Seria sempre arriscado e pretensioso procurar abordá-los na sua totalidade.

A Resolução de Situações-problema tem sido foco de pesquisas na área de Educação Matemática em diversos países. Desde a tradução, no Brasil, da obra organizada por S. Krulik & R.E. Reys (1997), o livro do ano de 1980 do NCTM[10], que esta

[10] National Council of Teachers of Mathematics, dos E.U.A.

linha de ensino e pesquisa ganhou mais fôlego em nosso país. Este livro traz vinte e dois artigos de especialistas, em sua maioria, americanos, sendo dois destes últimos dedicados a processos de medição quanto ao nível de habilidades dos alunos, individualmente, ou a eficácia de planos de ensino para desenvolver estas habilidades. O primeiro artigo é a reprodução de um texto de George Pólya, de 1949, cujas idéias desencadearam maiores discussões sobre a questão da "Resolução de Problemas em Matemática", com seu clássico "How to solve it"[11]. Para Pólya, alguns dos princípios básicos da Resolução de Situações-problema são os seguintes: o homem é visto como um "animal que resolve problemas" e que tem seus dias preenchidos por aspirações não imediatamente alcançáveis; a inteligência é essencialmente a habilidade para resolver problemas: do cotidiano, pessoais, sociais, científicos, de toda sorte; o aluno aprende a resolver problemas, resolvendo-os; a matemática seria o único assunto da escola secundária em que o professor pode propor, e os estudantes podem resolver problemas em um nível científico (considera que o nível de Euclides seria completamente científico, embora trate de teoremas simples) (KRULIK & REYS, 1997).

Embora não assumamos todas as posições anteriores, concordamos com a afirmação de Pólya de que a formação do professor também deve enfatizar habilidades de resolver problemas (ibidem).

No cenário internacional, encontramos vários trabalhos sobre a temática "Resolução de Situações-problema", abordada sob diversos prismas e referenciais teóricos. Lawson & Chinnappan (2000) examinaram a relação entre o desempenho na resolução de situações-problema e a qualidade de organização do conhecimento de 36 estudantes da 10ª série, em tarefas de geometria, na Austrália. Estes foram classificados em dois grupos (um de alto e outro de baixo rendimento) e os autores reportam suas análises estatísticas quanto a indicadores de conteúdo e conexão ("content" & "connectedness") para os dois grupos. Os indicadores de conexão de conhecimentos mostraram que os alunos de alto rendimento, em comparação aos outros, podiam retomar mais conteúdos espontaneamente e ativar mais ligações entre esquemas de conhecimentos dados e informações relacionadas. Comentam que estes indicadores de conexão foram mais determinantes para diferenciar os grupos quanto à base de seu sucesso na resolução de situações-problema.

Van Dooren, Verschaffel e Onghena (2002) investigaram estratégias e habilidades na resolução de situações-problema aritméticos e algébricos, com professores em formação inicial para escolas primárias e secundárias da Bélgica, comparando-os no

---

[11] No Brasil, "A Arte de Resolver Problemas" (1ª edição de 1945, 5ª edição ampliada em 1948).

início e no final de seu curso. Analisaram aspectos do comportamento desses professores ao resolverem os problemas propostos e a maneira pela qual avaliavam a solução de seus alunos. Verificaram que os futuros professores da escola secundária preferiam usar a álgebra, tanto para suas soluções quanto para avaliar o trabalho dos alunos, mesmo quando uma solução aritmética parecia mais evidente. Alguns professores da escola primária tendiam a aplicar exclusivamente métodos aritméticos, mas, tomadas como um todo, concluíram que as avaliações dos professores primários estavam mais adaptadas à natureza da tarefa.

Ainda, no IX Congresso Internacional de Educação Matemática (IX ICME), realizado em 2000, no Japão, instalou-se um grupo de discussão sobre a “Resolução de Problemas na Educação Matemática” (TSG-11: Problem Solving in Mathematics Education). Um dos pontos enfatizados nestas discussões foi quanto à pesquisa sobre a prática e os trabalhos desenvolvidos para ensinar por meio de, e sobre, a resolução de situações-problema. Houve o pronunciamento de quatro especialistas, reportando sobre o ‘estado da arte’ da temática em seus países, e a apresentação de 20 participantes, que expuseram suas experiências de ensino-aprendizagem através da resolução de situações-problema.

No cenário nacional, Alves (2004) também coloca como um dos objetivos da Educação Básica, desenvolver no aluno a capacidade de solucionar problemas. Utiliza o “modelo de prontidão” para uma atividade matemática, a fim de analisar como a habilidade para perceber um tipo generalizado de problema se manifesta em estudantes do Ensino Médio, com diferentes desempenhos na solução de problemas matemáticos. Esse componente, segundo a autora, seria responsável pela generalização rápida e imediata da estrutura do problema, que ocorre no momento em que o sujeito percebe e seleciona as características essenciais daquele tipo de problema, na leitura inicial. Os resultados da autora indicaram que os estudantes não apresentam tal componente desenvolvido satisfatoriamente.

Allevato e Onuchic (2004), por meio de um programa implementado em linguagem JAVA, analisam como um estudante desenvolveu um elaborado raciocínio lógico-matemático e perfeito encadeamento de idéias matemáticas para resolver um problema de divisibilidade.

Obviamente, nesta retomada de alguns trabalhos acerca da Resolução de Problemas como um objeto de estudos consistente dentro da Educação Matemática, deixamos de abordar muitos outros (ANDRADE, 1997; FABIANI, 1998; SPALLETTA, 1998; PALMA, 1999; ROSOLEN, 1999; OLIVEIRA, 2000; UTSUMI, 2000; MEDEIROS, 2001; MURARI & PEREZ, 2002). Nossa intenção, com tais citações, no entanto, é mostrar que o tema continua atual nas discussões junto a pesquisadores da área. Porém, no que diz respeito à real capacidade da metodologia de ensino-aprendizagem por meio da resolução de situações-problema provocar mudanças de longo prazo nas salas de aula de Matemática, principalmente no Brasil, e com todas as condições peculiares de nossa educação, há ainda muitas investigações a serem feitas. É nesta perspectiva que trazemos nossa pesquisa ao debate.

Quando se trata tanto de professores com experiência, professores em formação ou em início de carreira, estes são unânimes na importância que conferem à Resolução de Situações-problema (MUNIZ, 2005) no ensino de Matemática, a qual consiste em considerar a situação-problema como um elemento disparador de um processo de construção do conhecimento matemático. Ou seja, visam contribuir na formação de conceitos antes mesmo de sua apresentação em linguagem matemática. É a necessidade de resolver a situação-problema que leva o aluno a se apropriar, sozinho ou coletivamente, dos instrumentos intelectuais necessários à construção de uma solução. Assim, esta metodologia:

- Não considera como resolução de situações-problemas os exercícios de aplicação e de repetição de procedimento;
- As atividades dos alunos devem constituir para eles experiências significativas e com valor próprio, e não uma preparação para estudos posteriores;
- Requer envolvimento, empenho, autonomia e criatividade matemática por parte do aluno;
- O problema deve propor verdadeiros desafios – os alunos não sabem a princípio que conhecimentos eles deverão mobilizar no processo de resolução;
- Pretende desenvolver habilidades e atitudes, como a capacidade de coletar, selecionar, organizar e gerenciar informações e de construir e/ou selecionar estratégias e conhecimentos para a resolução de uma situação problemática;
- Requer o registro dos procedimentos utilizados, colaborando para a formalização dos conceitos;
- O objetivo não está na resposta numérica final, mas no processo de resolução;
- Demanda a validação social das soluções obtidas com respeito à diversidade dos muitos procedimentos;
- Para resolver as situações-problema, os alunos usam conhecimentos que já tem, mas também constroem novos conhecimentos em ação quando os antigos saberes não dão conta da nova situação proposta;

- A atividade de socialização é prevista como forma de desenvolver habilidades de argumentação e justificativa na validação de soluções perante o grupo.

A partir dessas situações-problema, nessa perspectiva metodológica, e de uma síntese dos resultados alcançados pelos alunos, é que o professor pode ir à lousa e sistematizar os novos conhecimentos matemáticos discutidos e pesquisados durante o processo de busca das soluções. Essa fase da resolução de situações-problema nos remete ao que Brousseau (1996) chamou de institucionalização.

> As situações de institucionalização têm a finalidade de buscar o caráter objetivo e universal do conhecimento estudado pelo aluno. Sob o controle do professor, é o momento onde se tenta proceder a passagem do conhecimento, do plano individual e particular, à dimensão histórica e cultural do saber científico. Por meio dessas situações, o saber passa a ter um estatuto de referência para o aluno, extrapolando o limite subjetivo. Quando se trata da passagem do individual ao social, é oportuno relembrar a conveniência de diferenciar a dimensão social dos saberes do plano subjetivo. Esse conhecimento passa a ser aceito pelo meio com o estatuto de um saber não localizado. Assim, essas situações se justificam pela exigência de fixar, por uma convenção, o estatuto de um saber, pois certas situações exigem reconhecimento externo, capaz de lhe conferir uma validade social, mesmo que seja no espaço da sala de aula. (PAIS, 2002, pp. 73 e 74)

Entre outros aspectos, hoje em dia, é salientado que a resolução de uma situação-problema deve constituir um momento especial de interação e diálogo. O fazer matemático como um ato solidário (MUNIZ, 2009). O professor deve acolher as respostas, formular novas perguntas e ainda estimular a partilha das diversas estratégias apresentadas para a obtenção de um resultado. É urgente que, desde cedo, o aluno partilhe os seus raciocínios com os colegas. Já o professor deve estar atento para conhecer e compreender os processos mentais dos alunos. A intervenção posterior daquele deve ser no sentido de sistematizar raciocínios e apresentar as abordagens mais significativas.

Na realização dessas atividades na sala de aula de matemática, o processo é descentrado em relação às expectativas de o professor ver a elaboração de procedimentos eleitos como válidos. A busca da resolução da situação-problema gera saberes que fogem da intencionalidade inicial do professor e não previstos no planejamento didático. A postura político-pedagógica do professor está mais voltada à construção desses modelos da realidade e promovendo trocas entre os participantes, socializando, institucionalizando conhecimentos produzidos, questionando, dando pistas, etc.

De acordo com Dias e Silva (2008), contextualizados ou não, bem-estruturados ou não, admitindo soluções múltiplas ou uma solução única, ou até sem solução, há pontos sobre os quais se está de acordo que devem se aplicar a todos as situações-problema:

- A solução não é evidente. O problema propõe um desafio ou leva a conflitos cognitivos. Não há uma resposta *a priori* disponível no arsenal cognitivo do sujeito epistêmico.
- Uma situação-problema requer um processo de resolução. Ou seja, para resolvê-la é necessária mais de uma ação: geralmente várias operações, ou uma cadeia lógica de argumentos, ou vários procedimentos de naturezas diferentes, como a organização dos dados, o desenho de diagramas, ou a tentativa de generalização de algo que se percebe ser válido para alguns casos particulares. Em uma verdadeira situação-problema não é possível tirar conclusões ou dar soluções imediatas: estas são sempre mediadas por complexos processos cognitivos nem sempre exteriorizados.
- O caminho para a solução não é evidente. A pessoa que o resolve faz um esforço cognitivo para saber como proceder e como exteriorizá-lo.
- Uma situação-problema coloca obstáculos ou desafios que exigem uma reorganização dos conhecimentos anteriores e que levam a pessoa que o resolve a assimilações e adaptações em seus esquemas mentais – ou seja, a novas aprendizagens. É um processo reelaborante que quase sempre implica em reconstrução conceitual e/ou procedimental.
- O enunciado de uma situação-problema não induz nem o método, nem a solução (nada de questões intermediárias que "pavimentem o caminho", nem palavras-chave como "junte", "ao todo".).
- A pessoa a quem a situação-problema se apresenta deve percebê-lo como um verdadeiro dilema a ser resolvido e deve estar envolvido com sua resolução. É isto que faz a situação-problema ser "problema dele". Se a situação não envolver uma pessoa a ponto de ela se engajar em sua resolução, a pessoa não considera aquela situação um problema para ela. Ela simplesmente a ignora. Não é "problema seu".

Para Brousseau (1988, 1996) para que a aprendizagem se efetive, a situação tem que ser propriedade do aluno, e não do professor, isto é, o aluno deve sentir que o “problema é seu”, e mais ainda, deve sentir desejo e necessidade de resolvê-lo. A esse processo de transferência de propriedade, Brousseau deu o nome de devolução. Enquanto a devolução não se processa, o aluno não começa a pensar na situação, não produz matemática e a atividade perde o sentido.

Ainda de acordo com Dias e Silva (2008), o que é um problema para uma pessoa pode não o ser para outra. Dentro de um grupo de alunos, uma atividade pode ser um problema para alguns, enquanto que para outros essa mesma atividade pode não ser um problema, uma vez que já têm, em suas estruturas mentais, o caminho de encontrar a resposta, ou mesmo, não se incomodam com a presente falta de solução para a problemática.

E mesmo dentre aqueles para os quais uma situação é um problema, a forma pela qual cada um interage com o problema varia, em função dos conhecimentos prévios que cada um tem, da representação que cada um faz sobre sua própria capacidade de produzir uma solução, e ainda, o interesse e o significado que cada um atribui à experiência.

Em particular, a resolução de situações-problema deve ser vista como fundamental, e não como algo que se faz, eventualmente, no final de alguns capítulos como aplicação dos assuntos matemáticos que até então foram aprendidos. Resolver situações-problema deve ser encarado como um objetivo de ensino, como um processo a trabalhar com os alunos, como uma via educativa tendo em vista a aquisição de conhecimentos em Matemática, o desenvolvimento de capacidades necessárias ao desenvolvimento do aluno enquanto pessoa, ao estudo da Matemática e das outras ciências, a uma real participação crítica e interventiva na sociedade.

Assim, a resolução de situações-problema devem estar presentes no contexto de formação de professores, em especial, no contexto de aprendizagem matemática, para que a interação entre sujeitos epistêmicos diferentes possa se dar da melhor maneira possível, facilitando o processo de trocas na elaboração da resolução das atividades propostas.

Esta perspectiva vai ao encontro de um dos saberes necessários à prática educativa, segundo Freire (1996, p.22): “ensinar não é transferir conhecimento, mas criar possibilidades para sua produção ou a sua construção.”

2.5. INTERAÇÃO SÓCIO-COGNITIVA NOS PROCESSOS DE APRENDIZAGEM E PRODUÇÃO DE CONHECIMENTO

Ao se observar uma sala de aula, percebe-se que os alunos interagem de diferentes formas: eles estabelecem conversas paralelas, brigam, brincam e trocam idéias durante as atividades de aula. O aluno na escola procura sempre juntar-se, para brincar ou trabalhar, com os companheiros com os quais tem ou pretende ter amizade. Durante o ano letivo, grupos são feitos e desfeitos, havendo muitas trocas nesse período de convivência. Nessas trocas observa-se que o comportamento modifica-se em função do companheiro com o qual se está brincando ou trabalhando.

Essas relações tão comuns em sala de aula, muitas vezes, não são aceitas pelo professor. A maioria deles ainda acredita que, para se aprender matemática, o silêncio absoluto é necessário (MORAIS, 2007). Na maioria das salas de aulas ainda acontece a relação vertical entre professor e alunos, onde o professor comanda a aula e muitas vezes a participação do aluno é muito pequena ou quase nula.

> Quando se realizam tarefas de forma colaborativa na sala de aula, mais facilmente se discutem e explicam idéias, se expõem, avaliam e refutam pontos de vista, argumentos e resoluções, ou seja, criam-se oportunidades de enriquecer o poder matemático dos alunos pois cada um dos parceiros está envolvido na procura de resolução para a tarefa que têm em mãos (CARVALHO, 2005, p. 15)

A resolução de um problema matemático pode levar, necessariamente, o aluno a refletir sobre tal, mesmo que, às vezes, de forma superficial e fragmentária. Essa reflexão, muitas vezes, não é explicitada e o próprio aluno não toma consciência sobre o que está pensando. No entanto, durante a interação, ele precisa explicitar suas idéias e suas hipóteses para que o colega tome conhecimento delas e possam, assim, compartilhar esse pensamento de forma que ambos construam a solução. Ainda podemos articular tal fato ao processo metacognitivo da produção de conhecimentos. O aluno necessita pensar sobre seus próprios processos cognitivos para conseguir comunicá-los e validá-los. Nesse processo podemos novamente citar a adaptação como importante mecanismo na construção de saberes.

> Interagir com um ou mais parceiros pressupõe que se trabalhe em conjunto com outro, e quando se trabalha colaborativamente espera-se que ocorram certas formas de interações sociais responsáveis pelo ativar de mecanismos cognitivos de aprendizagem, como a mobilização de conhecimentos. (CARVALHO, 2005, pp. 15)

Nessa relação pode-se observar a maneira como cada membro influi no processo de aprendizagem e resolução de problemas do outro. Uma situação escolar em que os alunos devam resolver problemas e devam construir conjuntamente o conhecimento, mediado pela explicitação de idéias, pode vir a ser, portanto, uma importante via para a construção do conhecimento. Ao interagirem com um companheiro para resolver um problema, os sujeitos, muitas vezes, constroem juntos uma hipótese que não estava presente no começo da discussão. Mesmo que ela surja de um dos membros, logo os dois se apropriam da mesma e passam a trabalhar nela. Quando é validada, passam a utilizá-la em outros contextos de problemas. Dialogando e tentando chegar a uma resolução conjunta, os alunos chegam a reconstruir suas idéias em função do diálogo e discussão com seu companheiro. É interessante que, em algumas situações de interação, o aluno atua não só em função do que ele pensa, mas também, em função do que o companheiro pensa, uma vez que estão trabalhando conjuntamente. Acredita-se, portanto, que tal contexto de atividade funciona como importante amplificador das possibilidades de resolução de problemas dos alunos envolvidos.

Em sua obra, Piaget (1896-1980) ressalta, entre outras coisas, as interações sociais como um dos fatores da construção cognitiva do ser humano:

> [...] a vida social é uma condição necessária para o desenvolvimento da lógica. Cremos portanto, que a vida social transforma até a própria natureza do indivíduo" (PIAGET, 1977, p. 239, apud PESSOA, 2002).

Entretanto, mais do que Piaget (1896-1980), são os sócio-construtivistas vygotskyanos que exploram em maior intensidade a influência da interação social no processo de desenvolvimento cognitivo e aprendizagem.

Com a descoberta dos escritos de Vygotsky (1896-1934), tem-se observado uma renovação de interesse em torno da interação social. A partir dos anos setenta, um grupo de pesquisadores, como Willem Doise, Gabriel Mugny e Anne-Nelly Perret-Clermont (1978), passou a examinar a forma pela qual a interação social atuaria na construção cognitiva.

Assim, começaram a surgir mudanças sobre a maneira de ver as relações professor-aluno. O aluno deixa de ser considerado mero receptor, passivo, e passa a ter um papel mais ativo, sendo concebido como um agente que pode construir seu próprio conhecimento junto com outras pessoas e outros meios em seu contexto social.

Na atualidade, o construtivismo constitui-se como um pilar essencial da maioria das teorias relativas ao processo de aprendizagem. Aliás, o próprio processo de aprendizagem, deixou de ser encarado como um processo individual, passando a ser encarado como uma dimensão de um processo interativo o qual designamos, na escola, por ensino-aprendizagem. Isto quer dizer, que a linguagem, a comunicação e a interação social devem se tornar o principal fator de aprendizagem enquanto construção e transformação progressiva de conhecimento. Aliás, para alguns autores (Doise & Mugny, 1978; Vygotsky, 1978), tais variáveis são, não só decisivas para a aprendizagem, como também para o desenvolvimento cognitivo do indivíduo, elemento central do nosso objeto de investigação.

Efetivamente, e para Vygotsky (2003), a aprendizagem "é um aspecto necessário e universal do processo de desenvolvimento das funções psicológicas culturalmente organizadas e especificamente humanas" (p.118), sendo que o "processo de desenvolvimento segue de forma mais lenta e atrás do processo de aprendizagem" (p.118). O mesmo autor salienta o papel da linguagem na construção do pensamento, por meio do desenvolvimento da função planejadora que esta capacidade humana adquire. Refere-se ao fato que a linguagem, para além da função emotiva e comunicativa, apresenta também uma função planejadora, "habilitando as crianças a providenciarem instrumentos auxiliares na solução de tarefas difíceis, a superar a ação impulsiva, a planejar a solução para um problema antes da sua execução e controlar o próprio comportamento" (p.38).

Assim, a interação social pode ser descrita, operativamente, como partilha, cooperação e confronto de informação, conhecimentos e posicionamentos. Facilmente percebemos o seu efeito dinamizador nos indivíduos, facilitando a representação mental das tarefas, bem como se repercutindo no controle das atividades metacognitivas.

Doise e Mugny (1997) ainda reportam-se à noção de conflito sócio-cognitivo salientando que a dinâmica do desenvolvimento cognitivo resulta de um "conflito de comunicação social". Ou seja, é pela interação social que diferentes opiniões individuais dos participantes entram em conflito, gerando perturbação cognitiva mais direta na criança do que se o confronto apenas se operasse com objetos físicos. Mais especificamente, em certas fases do desenvolvimento, a ação comum de vários indivíduos com vista à resolução de um conflito de opiniões resulta na construção de novas coordenações nos indivíduos, quer nos que estão menos desenvolvidos, quer nos que estão mais avançados em termos de desenvolvimento. É nesse aspecto que nos perguntamos acerca do papel do conflito sócio-cognitivo no contexto de formação inicial de professores em relação aos processos de desenvolvimento de conceitos matemáticos.

De acordo com Carvalho (2005), quando dois alunos se empenham ativamente num confronto sócio-cognitivo com o objetivo de resolver uma tarefa, estão presentes diferentes argumentos e pontos de vista, ou seja, o traço cognitivo do conflito. Contudo, além deste traço cognitivo, o sujeito tem igualmente que conseguir gerir o traço social da interação, fundamental num contexto colaborativo, expresso no comportamento do outro e nas interpretações que faz acerca desse mesmo comportamento, havendo, por isso, a necessidade de gerir uma relação interpessoal ao mesmo tempo que se negociam abordagens e estratégias de resoluções diferentes.

Ainda de acordo com a autora, deste processo resulta um duplo desequilíbrio: por um lado, inter-individual, isto é, entre os dois parceiros; por outro, intra-individual, quando o sujeito se questiona acerca da sua resposta face a uma outra que foi encontrada pelo seu parceiro. Resolver um conflito sócio-cognitivo, ao mesmo tempo em que tem que gerir uma relação social com um parceiro com o qual terá de coordenar pontos de vista para chegar a um consenso e, assim, resolver a tarefa.

Porém, como já dito inicialmente, os professores ainda apresentam muita dificuldade em aceitar esse tipo de atitude em sala de aula.

Muitos estudos mostram que os professores têm mais tendência para ensinar como foram ensinados do que como foram ensinados a ensinar, portanto, para que essa prática seja aceita com mais facilidade, é necessário que o próprio professor tenha contato, já em sua formação inicial, com um ensino diferente daquele que eventualmente recebera. É importante desenvolver um programa de ensino para futuros professores de modo que estes se tornem independentes e criativos e que, por sua vez, estejam aptos a desenvolverem as mesmas características nos seus alunos:

> Na perspectiva do papel do professor como mediador do conhecimento matemático, neste contexto teórico, deve-se, portanto, buscar permitir que o professor tenha conhecimentos essenciais sobre os esquemas mentais e algoritmos, contemplando na formação deste os princípios da pesquisa, em que cada sala de aula de matemática deve constituir-se em um espaço de investigação, revelação, descrição e análise das produções dos alunos. (MUNIZ, 2006, p.164).

Ainda sobre a teoria do conflito sócio-cognitivo, Doise e Mugny (1978) e Perret Clermont e Nicolet (1992) enfocam o conflito como sócio-cognitivo, por compreenderem que quando o sujeito enfrenta uma resposta diferente da sua, um conflito interno poderá se produzir, o que, por sua vez, provocará um duplo desequilíbrio: inter-individual e intra-individual. O aspecto inter-individual dá o caráter social ao fenômeno da aprendizagem e construção cognitiva. Na busca de um acordo com o outro, vê-se uma possibilidade de superação do desequilíbrio cognitivo intra-individual.

O que parece ocorrer na interação social é a regulação do comportamento de um sujeito em função do comportamento do outro. Percebe-se que essa regulação depende de alguns fatores, como: gênero, idade, nível de desempenho na sala de aula, características de personalidade dos sujeitos. Muitas vezes há benefícios nas mudanças de atitude em função do companheiro com quem se está trabalhando; em outras vezes os benefícios não são tão claros.

De acordo com Doise e Mugny (1978), os trabalhos em grupo provocam uma necessidade de confrontar pontos de vista divergentes sobre uma mesma tarefa que possibilite a descentralização cognitiva, resultando num conflito sócio-cognitivo. Este conflito mobiliza as estruturas intelectuais e obriga a reestruturá-las, dando lugar ao progresso intelectual. De acordo com os autores citados, esse conflito apenas se produz quando há predisposição para considerar o discurso do outro (o que ele diz ou propõe). Nesse aspecto, as divergências aparecem como elementos positivos nos processos de aprendizagem e formação.

A seguir, relaciono os principais autores citados com suas áreas de conhecimento, bem como entre si, na importância e concepção dessa pesquisa.

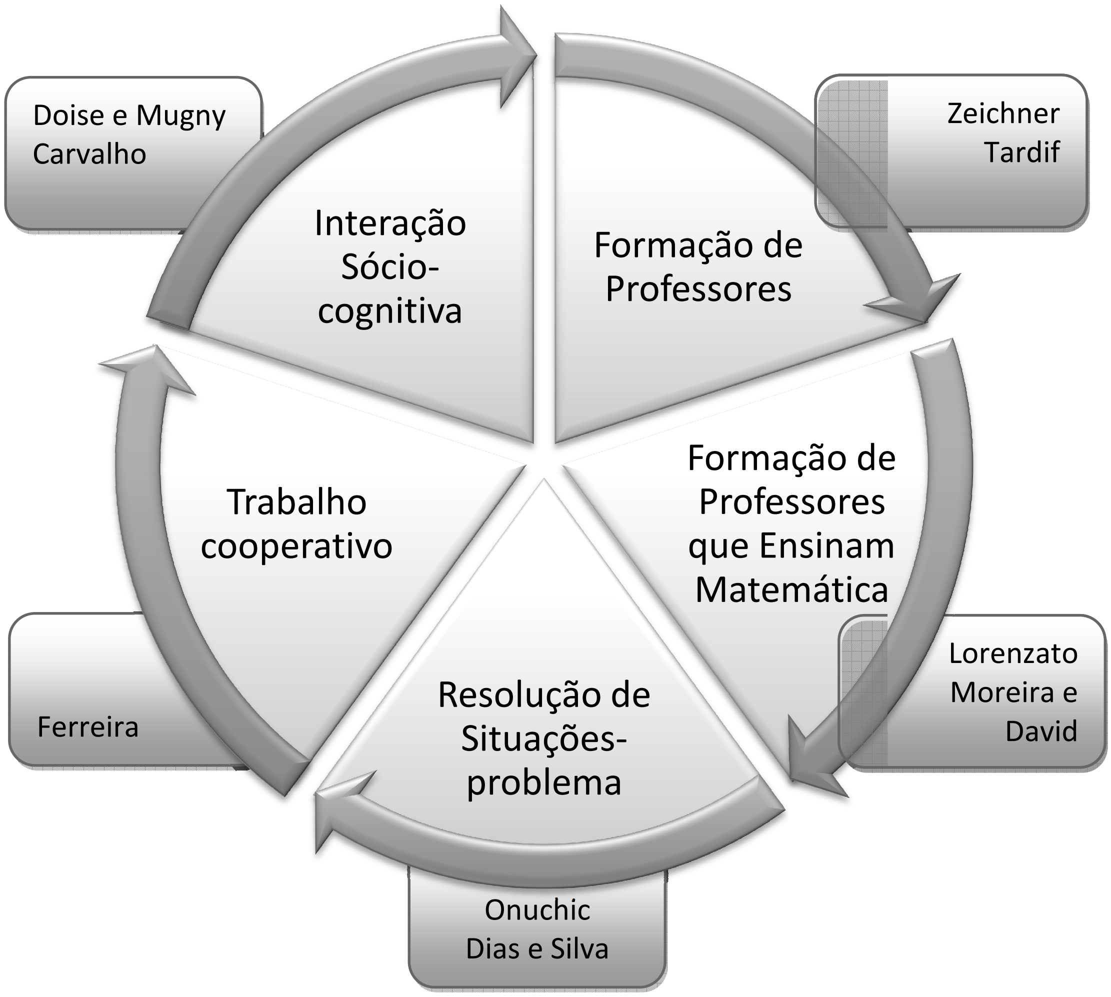


Figura 2: Referencial Teórico

No capítulo seguinte, abordamos a arquitetura metodológica da pesquisa, salientando o tipo de pesquisa utilizada, os instrumentos e procedimentos para a produção e análise das informações, bem como as atividades realizadas durante a realização da disciplina que foi o cenário do estudo.

3. METODOLOGIA

Este capítulo descreve a metodologia utilizada para a obtenção dos resultados para análise, tendo por fio condutor as questões e os objetivos estabelecidos no projeto de investigação. A metodologia refere-se ao processo de pesquisa, desde o local da pesquisa e os sujeitos envolvidos, passando pelos métodos de produção de informações e análise destas.

3.1. DELINEANDO A PESQUISA

Devido ao desafio de analisar a interação sócio-cognitiva entre pares durante a resolução de situações-problema, num contexto de formação inicial de professores, optamos por uma pesquisa que se aproxima de uma pesquisa-ação cooperativa no que diz respeito à intervenção de uma dada realidade.

A pesquisa-ação é um tipo especial de pesquisa participante, em que o pesquisador se insere no ambiente a ser estudado não só para observá-lo e compreendê-lo, mas sobretudo para mudá-lo em direções que permitam a melhoria das práticas e maior liberdade de ação e de aprendizagem dos participantes. Ou seja, é uma modalidade de atuação e observação centrada na reflexão-ação. Apresenta-se como transformadora, libertadora, provocando mudanças de significados (FIORENTINI, 2004).

Na pesquisa-ação, é criada uma situação de dinâmica social radicalmente diferente daquela da pesquisa tradicional. O processo, o mais simples possível, desenrola-se freqüentemente num tempo relativamente curto, e os membros do grupo envolvido tornam-se íntimos colaboradores (BARBIER, 2007).

Neste sentido, conforme afirma Thiollent (2009), a pesquisa-ação, além da intervenção proposta pela pesquisa participante, supõe uma forma de ação planejada de caráter social, educacional, técnico ou outro, onde os pesquisadores buscam desempenhar um papel ativo na própria realidade dos fatos observados.

Para Barbier (2007, p.70),

> Não há pesquisa-ação sem participação coletiva [...] nada se pode conhecer do que nos interessa sem que sejamos parte integrante, “actantes” na pesquisa, sem que estejamos verdadeiramente envolvidos pessoalmente pela experiência, na integralidade de nossa vida emocional, sensorial, imaginativa, racional.

Historicamente, a pesquisa-ação tem assumido uma postura diferenciada diante do conhecimento, uma vez que busca, ao mesmo tempo, conhecer e intervir na realidade pesquisada. Essa imbricação entre pesquisa e ação faz com que o pesquisador, inevitavelmente, faça parte do universo investigado, o que, de alguma forma, rompe com a possibilidade de uma concepção de neutralidade e de controle das circunstâncias de pesquisa (FRANCO, 2005).

Ainda para a autora, a legislação que subsidia políticas públicas de formação de professores no Brasil já considera que pesquisadores e futuros docentes têm muito a ganhar quando caminham e refletem juntos, articulando saberes mútuos que dão novo significado às pesquisas e qualificam o trabalho e a formação dos docentes. Esse caminho partilhado pode perspectivar a produção de uma nova ética, que estruture de forma mais coletiva as relações entre teoria e prática, respeitando e recriando uma nova cultura democrática no processo de pesquisa e de formação docente.

Além disso, como citado anteriormente, ressaltamos a importância da formação de um professor reflexivo o que requer, aos poucos, um novo enfoque às metodologias investigativas, pautado em procedimentos científicos que permitam aos pesquisadores não só apreenderem e compreenderem a prática reflexiva, mas construí-la em processo.

Essa nova maneira de conceber a prática requer que os docentes apropriem-se de saberes que vão adquirindo em processos reflexivos com o coletivo dos profissionais e em contínuo diálogo com as teorias.

Nessa perspectiva, ampliam-se os estudos que admitem a relevância da participação dos sujeitos da prática como colaboradores, interlocutores ou mesmo co-autores na elaboração de conhecimento científico sobre os sentidos do fazer profissional. E nesse contexto, a pesquisa-ação se faz pertinente.

Assim posto, a pesquisa-ação pode ser individual ou coletiva. Individual, por exemplo, quando um professor desenvolve uma investigação sobre sua prática (isto é, uma intervenção intencionada e planejada com coleta de informações). Sendo coletiva, ela pode ser cooperativa (envolvendo participantes que co-operam com os pesquisadores), como entende Thiollent (2006), ou colaborativa, como preferem Fiorentini (2000) e Pimenta, Garrido e Moura (2001).

Nesse caso, trata-se de uma pesquisa do tipo pesquisa-ação cooperativa pois, embora a pesquisadora tenha apresentado seu projeto de pesquisa ao grupo, obtendo, o consentimento de todos, a concepção do problema investigativo, as conclusões, o relato final e a autoria do estudo foram exclusivos dela.

Conforme afirma Fiorentini (2004) “a cooperação consiste numa fase do trabalho coletivo, pois, apesar da realização de ações conjuntas e de comum acordo, parte do grupo não tem autonomia e poder de decisão sobre elas”. No nosso caso, sempre ficando a cargo das monitoras responsáveis pela disciplina.

De acordo com Gil (2002) a pesquisa-ação exige o envolvimento ativo do pesquisador e a ação por parte das pessoas ou grupos envolvidos no problema, ou seja, trabalhando cooperativamente.

Nosso objetivo, com este tipo de pesquisa, foi o de, além de a caracterizar pela ação e pela participação e intervenção, produzir conhecimento, adquirir experiência e contribuir para uma discussão sobre a Educação Matemática. Assim, essa investigação pode ser caracterizada como pesquisa participante contributiva e colaborativa.

Conforme define Thiollent (2009, p. 16)

> A pesquisa-ação é um tipo de pesquisa social com base empírica que é concebida e realizada em estreita associação com uma ação ou com a resolução de um problema coletivo e no qual os pesquisadores e os participantes representativos da situação ou dos problemas estão envolvidos de modo cooperativo ou participativo.

De acordo com as definições explicitadas acima, nossa pesquisa pode, então, ser considerada como um tipo de pesquisa-ação mais próxima da participativa-colaborativa pois a pesquisadora se inseriu no ambiente de pesquisa, para, cooperativamente e juntamente com os sujeitos, nesse caso, participantes, trabalharem para uma melhor formação pautada na interação sócio-cognitiva entre os envolvidos, por meio da resolução de situações-problema.

3.2. O LOCAL DA PESQUISA

Como pesquisar a formação inicial de professores se não no meio em que se processa essa prática?

Todo semestre, na Faculdade de Educação (FE) da UnB são oferecidas, para a Licenciatura em Pedagogia, as disciplinas Educação Matemática I e II, ao longo dos seus dez semestres de curso. A primeira que é obrigatória para o curso de Pedagogia, aborda os aspectos epistemológicos, psicológicos e históricos da aprendizagem matemática, sistema de numeração decimal, as quatro operações básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão), e os números decimais a partir dos naturais. Já na segunda disciplina, somente optativa para a Pedagogia, encontramos a geometria, medidas e frações. Paralelamente as duas, temos o conteúdo de tratamento da informação[12]. Essas disciplinas podem ser cursadas por outras licenciaturas, mas nos últimos anos tem recebido apenas alunos da pedagogia, pois a oferta para outros cursos está bloqueada.

Esta pesquisa foi realizada durante o primeiro semestre de 2009, na disciplina Educação Matemática II. Optamos pela segunda pelo fato desta já não mais abordar os aspectos iniciais da Matemática, uma vez que trabalharíamos com alunos do curso de licenciatura em Matemática e supomos que se trataria de conceitos muito básicos para estes, o que poderia gerar a desmotivação e até o abandono da disciplina por parte destes, inviabilizando a pesquisa.

Mais à frente é feito um detalhamento maior das atividades realizadas em cada uma das aulas.

3.3. OS PARTICIPANTES

A turma, neste semestre, é formada por 11 alunos, sendo 6 do curso de pedagogia (RobertaP, MirellaP, PedroP, AndréP, RebecaP e JúlioP) e 5 do curso de matemática (EduardoM, DiegoM, CláudioM, ThomazM e IanM)[13], ou seja, disciplina optativa para todos os alunos.

Alguns se dizem com bastante dificuldade em Matemática e outros apaixonados por ela. Todos se mostraram muito abertos a novas idéias e com muita vontade de aprender a ensinar.

RobertaP[14] tem vinte e dois anos e está no nono semestre da Licenciatura em Pedagogia. Escolheu cursar a disciplina por ter muita dificuldade em matemática e acredita que a disciplina Educação Matemática I não foi suficiente para esgotar todo o conteúdo que um pedagogo em formação requer para ensinar.

MirellaP tem vinte e um anos e está no nono semestre da Licenciatura em Pedagogia. Escolheu cursar a disciplina porque apesar de ter dificuldade na e repulsão pela matemática teve uma agradável surpresa na disciplina Educação Matemática I, pois além de aprender a ensinar, aprendeu muitas coisas. Acredita que, como educadora, precisa superar essa dificuldade.

---

[12] As ementas detalhadas se encontram nos Anexos I e II.

[13] Nomes fictícios. A letras "P" e "M", junto aos nomes, indica se o interlocutor é estudante de Pedagogia ou de Matemática respectivamente.

[14] As características específicas de cada um dos participantes foram extraídas e parafraseadas do "questionário perfil" aplicado no primeiro dia de aula.

CláudioM tem vinte e três anos e está no quinto semestre da Licenciatura em Matemática. Escolheu cursar a disciplina por acreditar na importância dela em sua formação como educador e também porque ela irá complementar positivamente o curso de licenciatura em Matemática. Trabalha como militar do exército.

DiegoM tem vinte e seis anos e está no oitavo semestre da Licenciatura em Matemática. Escolheu cursar a disciplina pela necessidade de créditos para a formatura e principalmente por ser na sua área de atuação. Trabalha como militar da aeronáutica.

IanM tem vinte anos e está cursando o quarto semestre da Licenciatura em Matemática. Escolheu cursar a disciplina porque sempre se interessou pela Educação Matemática e já conhecia o trabalho do professor Cristiano Muniz, o que o motivou a participar da disciplina. Faz parte do SAMAC.[15]

RebecaP tem vinte e dois anos e está no nono semestre do curso de Pedagogia. Escolheu cursar a disciplina por já ter cursado a disciplina Educação Matemática I com o professor Cristiano e tinha o interesse de continuar com sua metodologia.

EduardoM tem trinta e oito anos e está no quinto semestre da Licenciatura em Matemática. É formado em publicidade e propaganda pela Universidade de São Paulo desde 2000. Especialista em *Digital Colour Imaging* pela *London College of Communication* desde 2004. Escolheu cursar a disciplina porque quer e vai se tornar professor de matemática e ouviu ótimas referências do professor Cristiano Muniz. Trabalha no Banco Central.

AndréP tem vinte e três anos está cursando o quarto semestre da Licenciatura em Pedagogia. Escolheu cursar a disciplina por gostar de matemática mas acredita não saber matemática. Além de ter cursado Educação Matemática I e ter gostado muito.

ThomazM tem vinte e dois anos e está no quinto semestre da Licenciatura em Matemática. Escolheu cursar a disciplina porque gosta muito de Matemática e sempre se destacou nas turmas. Pretende fazer pós-graduação na área de Informática.

PedroP entrou no curso de pedagogia em 2004 apenas para ter um curso superior pois já trabalha como bancário. Apesar de não pretender ser professor, gosta muito da matemática e do ensino desta disciplina.

---

[15] SAMAC: Serviço de atendimento matemático à comunidade (UnB).

3.4. EXPLICITANDO OS INSTRUMENTOS E PROCEDIMENTOS

Os dados foram coletados durante a realização de uma disciplina optativa oferecida na Faculdade de Educação da UnB, onde a pesquisadora, juntamente com outras duas alunas do Mestrado em Educação, atuaram como monitoras. Apesar do termo “monitoras”, o professor responsável, também nosso orientador, deixou a disciplina a nosso cargo, nos auxiliando e “monitorando” quando necessário.

A participação, como monitora, foi essencial para a realização dessa pesquisa. Além de pesquisadora, eu estava atuando como professora, tendo como desafio o planejamento das aulas (elaboração das atividades[16]), a execução das mesmas e ainda a coleta de dados.

A elaboração das atividades foi baseada na ementa do curso, fornecida pelo professor responsável, na experiência da monitora Raquel[17], que havia cursado a disciplina no semestre anterior, nas vivências da monitora Eliene[18] como professora de cursos de formação de professores em outras instituições de ensino superior, bem como na experiência e anseios da pesquisadora como professora de Matemática das (os) séries/anos finais da Rede Pública de Ensino do Distrito Federal.

Como agora, tínhamos que levar em conta que contávamos também com estudantes do curso de Licenciatura em Matemática e ainda tínhamos que privilegiar a resolução de situações-problemas escritas e em duplas, foi necessária a alteração de algumas atividades ou mesmo a inclusão de outras. Nesse sentido, a experiência da Raquel foi fundamental, pois como já havia realizado todas as atividades, o julgamento da viabilização ou não destas foi facilitado. Além disso, o olhar da Eliene, como formadora de professores, deu uma nova perspectiva às atividades e aos objetivos que esperávamos alcançar com cada uma delas. A reflexão na ação foi para nós, elemento de suma importância.

Em todas as aulas, os estudantes eram colocados em duplas para a realização das atividades. Estas duplas eram sempre formadas por um estudante de pedagogia e outro

---

[16] O termo “atividade” é utilizado pois, em nossas aulas, como descrito posteriormente, não utilizamos apenas situações-problema matemática. Diversos tipos foram abordados como: atividades exploratórias, investigativas, situações-problema, etc. Vale ressaltar ainda, que não faremos a distinção entre os termos “atividade” e “tarefa”

[17] Professora das (os) séries/anos iniciais da Rede Pública de Ensino do Distrito Federal, atualmente cursando o Mestrado em Educação com o tema: Ressignificação da prática docente durante os processos de ensino e aprendizagem do conceito de número por aluno com tetraplegia mista incluído em turma regular de ensino.

[18] Formadora do Gestar II de Matemática, atualmente cursando o Mestrado em Educação com o tema: Articulação entre a formação inicial e a práxis pedagógica em Educação Matemática.

de matemática. Como tínhamos um número ímpar de sujeitos[19], na maioria das aulas, tivemos um trio formado por dois estudantes de pedagogia e um de matemática. As duplas não eram fixas e procuramos alterná-las de forma a atender a todas as possibilidades de combinações entre eles.

Para a produção das informações foram utilizadas gravações em áudio e vídeo, fotografias, caderno de campo, coleta dos protocolos das resoluções das atividades, entrevistas semi-estruturadas e questionário. Porém, os dois últimos não nos forneceram dados relevantes para a pesquisa, e por isso, serão abordados apenas a utilização dos outros meios.

Em todas as aulas, eram levados mais de um gravador de áudio, para que pudéssemos coletar os diálogos nas diferentes duplas. Como tínhamos a disponibilidade de somente uma câmera gravadora, só nos possibilitava a gravação, em vídeo, de uma dupla por vez.

As informações gravadas, em áudio ou vídeo, eram constantemente transcritas pela pesquisadora e permeados pelas produções nos protocolos dos alunos e anotações do caderno de campo da pesquisadora. De acordo com Fiorentini e Lorenzato (2006), o caderno de campo (ou diário de campo) é um dos instrumentos mais ricos de coleta de informações, pois é nele que o pesquisador registra observações de fenômenos, faz descrições de pessoas e cenários, descreve episódios ou retrata diálogos.

Na aula seguinte, caso houvesse a necessidade, era feita uma discussão, sobre os dados transcritos e aqueles encontrados nos protocolos e nas anotações do caderno de campo da pesquisadora.

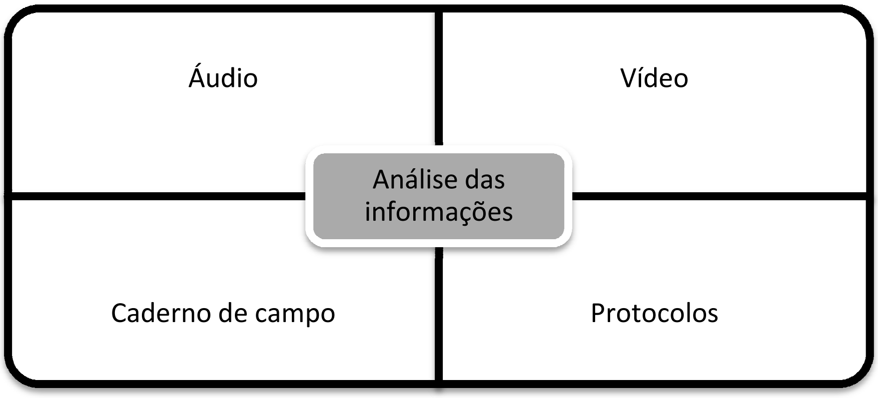
A presença de um aparelho para gravação, seja ela em áudio ou vídeo, não inibiu as manifestações e considerações por parte dos graduandos. Observamos que, com ou sem a presença do aparelho, os participantes agiam da mesma forma. Quando da presença do aparelho gravador, não tinham vergonha de expor seus pensamentos e olhavam diretamente para a câmera. Além disso, logo no início das aulas foram informados que estavam sendo convidados a participarem de uma pesquisa de mestrado e que para isso seria necessária a coleta de dados por meio de gravações de suas falas e ações.

A utilização de fotografias se deu somente para a ilustração dos trabalhos. Em algumas aulas, a câmera fotográfica foi utilizada no modo “vídeo” possibilitando a coleta do material em mais de uma dupla (ou trio).

---

[19] Apesar de utilizarmos diferentes termos para designar os estudantes envolvidos na pesquisa, consideramo-nos como sujeitos participantes pois não se tratou de uma pesquisa *sobre* os graduandos, futuros professores, e sim, *com* eles.

A seguir, é apresentado um esquema da produção e análise das informações.



3.5. VIABILIZAÇÃO DA PESQUISA X BUROCRACIA ACADÊMICA

É importante ressaltar que foi feito um longo e árduo trabalho para que a pesquisa se viabilizasse em relação à participação dos alunos do curso de licenciatura em Matemática na disciplina do curso de Pedagogia, que normalmente tem a oferta restrita aos alunos da Faculdade de Educação.

Inicialmente, foi necessário fazer o desbloqueio da disciplina junto ao coordenador do curso de Pedagogia. Por meio de um processo de solicitação formal feito pelo prof. Cristiano A. Muniz, o desbloqueio de matrícula para alunos do curso de Licenciatura em Matemática foi realizado para esta turma, exclusivamente para esta, e somente para este semestre letivo. A seguir, foram disponibilizadas 35 vagas, sendo 17 para os estudantes da Licenciatura em Matemática.

Após toda a burocracia, começamos um trabalho de divulgação da disciplina, conversando primeiramente com o coordenador do curso que achou a idéia muito interessante, mas nada fez para nos ajudar.

Como não obtivemos sucesso dessa forma, entramos em contato com a Prof. Dra. Maria Terezinha Jesus Gaspar[20], que prontamente nos atendeu, entrando em contato com os graduandos que fazem parte do SAMAC[21], divulgando a disciplina e a pesquisa.

Mesmo com sua ajuda, não tivemos procura pela disciplina. Resolvemos então ir pessoalmente até a Secretaria do Departamento de Matemática para ver o que podia ser feito. Encontramos com o professor coordenador que me pediu uma lista onde os alunos

---

[20] Doutora em Educação Matemática, professora do curso de licenciatura em Matemática na UnB, atual presidente da Sociedade Brasileira de Educação Matemática do Distrito Federal (Sbem – DF).
[21] Serviço de Atendimento Matemático à Comunidade

pudessem se inscrever e também que eu fixasse cartazes de divulgação. Fiz então o solicitado e distribuí por todo o Departamento. Porém ainda assim não obtivemos sucesso.

Já muito preocupada com o fim do período de matrículas, comecei a ir todos os dias no Departamento de Matemática e fazer a divulgação “boca a boca” junto aos alunos de licenciatura em Matemática.

Foi quando encontrei um funcionário da secretaria, que me informou que a disciplina estava sendo muito procurada mas que ele não sabia o que fazer. Descobri então que a lista que elaborei havia sumido e que todo o trabalho que eu havia feito, tinha sido em vão. Deixei então todos os meus contatos com ele, e também nos cartazes, além de elaborar uma nova lista de interessados. A partir desse dia, comecei a receber muitos telefonemas de alunos interessados em cursar a disciplina.

Porém surgiu um novo empecilho: a nossa disciplina estava sendo oferecida no mesmo horário que a disciplina Geometria II, obrigatória para o curso de Matemática, e todos aqueles que me ligavam, perguntavam se havia a possibilidade de mudança do horário.

Entrando em contato novamente com a professora Terezinha Gaspar, fomos informados de que naquela semana haveria uma reunião de Colegiado do Departamento de Matemática para tratar de assuntos referentes às disciplinas e ao currículo do curso de Matemática, e que ela iria propor a mudança do horário da disciplina Geometria II, na Matemática.

Sua proposta não foi aceita e, portanto, tivemos que buscar outra alternativa: no primeiro dia de aula iríamos conversar com aqueles que já haviam se matriculado, a maioria da Pedagogia, para ver se havia a possibilidade de mudança de horário da disciplina Educação Matemática II, por todos os motivos anteriores. Essa estratégia também não foi bem sucedida uma vez que já estavam matriculados em outras disciplinas e não conseguimos encontrar um horário que atendesse a todos.

Nesse momento chegamos à conclusão que deveríamos esperar para ver se aqueles que haviam colocado o nome na lista iriam se apresentar. Apesar de conseguirmos 12 nomes, somente 5 se apresentaram. O que parecia ser um problema, tornou-se uma grande vantagem, uma vez que recebemos somente 6 matrículas de alunos da Pedagogia, deixando a turma com um equilíbrio entre alunos de Pedagogia e alunos da Matemática.

Quando acreditávamos que nossos problemas haviam sido resolvidos, surgiu outro maior ainda, em relação à quebra do pré-requisito da disciplina para os alunos da

Licenciatura em Matemática, uma vez que no currículo da Pedagogia, Educação Matemática I aparece como pré-requisito para Educação Matemática II. Os alunos de Matemática não haviam cursado a Educação Matemática I.

Logo no início do curso, elaboramos um documento solicitando a quebra do pré-requisito (Educação Matemática I), que foi encaminhado ao Decanato de Graduação. Como não obtivemos uma resposta, entramos em contato novamente com este e, após muita pressão, recebemos a notícia de que o processo havia sido indeferido recebendo como justificativa que não poderíamos quebrar o pré-requisito de uma disciplina do fluxo, mesmo esta não sendo do fluxo da Licenciatura em Matemática. Para podermos interpor recurso, solicitamos o documento que indicava o indeferimento da solicitação e descobrimos que tal documento havia desaparecido.

Mais uma vez, e agora com muito mais embasamento, reformulamos e enviamos novamente o documento.

Toda essa tramitação nos prova mais uma vez que todas as vezes que tentamos unir dois cursos, e nosso caso, duas licenciaturas que paralelamente já fazem muito para a Educação Matemática, em especial aqui no Distrito Federal, a burocracia da Universidade nada faz para nos ajudar e ainda coloca empecilhos para atrapalhar.

Por fim, quando já estávamos com quase dois meses de aula e pesquisa, recebemos a notícia de que o pré-requisito não seria quebrado e que dessa vez não seria possível interpor recurso. O que nos restou foi informar aos estudantes de Matemática que não receberiam os créditos da disciplina neste semestre.

Para nossa felicidade e viabilização da pesquisa, estes aceitaram continuar no curso, mesmo que não recebessem os créditos. Para que estes não saíssem prejudicados, foi firmado um acordo de que, no próximo semestre (2º/2009) seriam matriculados em Educação Matemática I, que não possui pré-requisitos, e então, receberiam os créditos tão merecidos. E assim foi feito.

4. ATIVIDADES REALIZADAS

Nesta seção, apresentamos as atividades realizadas em todas as aulas, durante o semestre letivo da disciplina Educação Matemática II, 1º/2009[22].

4.1. AULA 1 – APRESENTAÇÃO DA DISCIPLINA (18/03/2009)

Nessa primeira aula, fizemos a apresentação do curso, explicando que os alunos estariam participando de uma pesquisa de mestrado, sem especificar, exatamente, do que se tratava. Explicamos também que estariam participando alunos do curso de Licenciatura em Matemática, diferentemente do que sempre acontecia.

A seguir, entregamos a ementa da disciplina[23] explicitando claramente que se tratava de uma disciplina destinada aos anos iniciais do Ensino Fundamental, e que abordaríamos, basicamente, conceitos de Geometria, Medidas e Frações, sempre baseados em jogos e atividades lúdicas:

Na primeira parte da disciplina, mais ou menos até meados de maio, ficaríamos no conteúdo de geometria, com atividades previamente elaboradas pelas monitoras, com a orientação do Prof. Cristiano Muniz. Os alunos sempre teriam uma ou mais situações-problema a resolver e a partir desta(s), se desencadeariam as outras atividades da aula.

Na segunda parte, entraríamos no conteúdo de medidas, onde cada dupla ou trio (sempre formados por alunos do curso de Pedagogia e do curso de Matemática) ficaria responsável por um conteúdo, a saber: comprimento, massa, capacidade, tempo e volume. Nestas aulas, cada equipe prepararia as atividades para que pudéssemos abordar o conteúdo de "medidas". Estas aulas entrariam como 20% da nota final.

Entre a segunda e a terceira parte da disciplina faríamos a validação dos jogos matemáticos elaborados pelos próprios alunos. Já no início da disciplina, foram orientados que, também valendo 20% da nota final, deveriam produzir um jogo inédito, abordando um dos temas da disciplina, que seria posteriormente aplicado em uma escola.

Já na terceira e última etapa, voltaríamos com atividades pré-selecionadas pelas monitoras, abordando o conteúdo de frações, também sempre baseadas na resolução de situações-problema e atividades lúdicas.

---

[22] As aulas destinadas ao ensino-aprendizagem de Geometria foram retiradas de MORAES, J. M., Construção dos Conceitos Geométricos num Contexto de Formação Inicial de Professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, 2008 (Dissertação de Mestrado).
[23] Anexo 1.

Além do jogo matemático e das aulas sobre medidas, também foram considerados para avaliação a freqüência nas aulas, a escolha de um sujeito matemático e o dossiê, cada um valendo 20% da nota.

Quando falamos na escolha de um sujeito matemático, estamos nos referindo ao fato de que, também no início da disciplina, os alunos foram orientados a escolher uma pessoa, que poderia ser uma criança, um jovem ou um adulto, da família ou não, onde deveriam trabalhar, nos mesmos moldes da disciplina Educação Matemática II, conteúdos de Matemática, a fim de sanar dúvidas ou mesmo de mudar a visão, normalmente temerosa, que as pessoas costumam ter da Matemática, além disso, também já terem a oportunidade de colocarem em prática o que estava sendo aprendido durante a graduação.

Já em relação ao dossiê, trata-se de um caderno ou pasta, onde os alunos vão anotando, aula a aula, as atividades realizadas e também suas opiniões e impressões em relação à disciplina e ao processo de ensino-aprendizagem de Matemática e sua prática em sala de aula.

Nessa primeira aula apenas os alunos da Pedagogia compareceram pelas razões sobre a matrícula anteriormente explicadas.

4.2. AULA 2 – LOCALIZAÇÃO: MAPA DO TESOURO (23/03/2009)

Iniciamos essa aula fazendo uma rápida abordagem, mais uma vez, sobre a disciplina, para aqueles que não puderam comparecer na primeira aula. Passamos então para a atividade intitulada Mapa do Tesouro.

Essa atividade teve como proposta didática um desenvolvimento em duas etapas, com fundamentos distintos: na primeira, houve a movimentação dos sujeitos para esconder o tesouro, desavisado em relação a ter atenção ao deslocamento e a pontos de referência, com vistas à elaboração de um mapa; na segunda, a movimentação foi consciente da necessidade de descrição e representação posterior da localização do tesouro escondido.

Iniciada a atividade, os alunos foram divididos em duplas. Cada dupla escondeu “ovinhos de páscoa” nas imediações da sala de aula. Ao regressarem, receberam a tarefa de desenhar o mapa do tesouro escondido em papel quadriculado, com a proibição de utilizar palavras ou setas indicativas, sendo permitido apenas a utilização de pontos de referências para que o outra dupla, a partir do mapa, descobrisse o local do tesouro.

Como as duplas não tinham sido prevenidas, essa tarefa os obrigou a se projetar no espaço percorrido e, pela memória visual, reconhecer referenciais adequados e suas formas definidoras, existentes ao longo do caminho. O grande desafio foi estabelecer proporções adequadas entre o real e o registro, de forma que as informações essenciais fossem transpostas para o papel, em escala adequada, e permitissem o futuro reconhecimento. Nesse sentido, o papel quadriculado demonstrou ser de grande valia.

Em seguida, os mapas foram trocados entre as duplas e iniciou-se a caça aos tesouros, para validar os mapas produzidos.

Na seqüência da atividade, as duplas pegaram mais “ovinhos” e os esconderam nos arredores da sala de aula, sabendo de antemão que iriam elaborar um novo mapa. Na volta, houve o sorteio de três tarefas, com diferentes possibilidades de representação no mapa: 1) Utilizar somente setas, onde cada uma equivaleria a um passo médio; 2) Utilizar somente as palavras *direita, esquerda, para frente* e o número de passos; 3) Utilizar os pontos cardeais (norte, sul, sudeste, etc) e o número de passos.

Apesar da prevenção sobre estar atento às referências e às distâncias aproximadas, as novas tarefas, mais restritivas, exigiram, além das anteriores, novas competências dos alunos. A impossibilidade de usar referenciais obrigou-os a imprimir maior precisão às informações autorizadas. Adicionalmente, foi necessária a familiaridade com os pontos geográficos e a conversão das distâncias estimadas em números de passos. Concluída a produção dos mapas, estes foram trocados entre as duplas para a procura dos tesouros escondidos.

Para encerrar, pedimos que lessem, para a próxima aula, o texto ESPAÇO E FORMA[24].

4.3. AULA 3 – GEOMETRIA DA TARTARUGA: LATERALIDADE (25/03/2009)

Em continuidade ao estudo da Geometria da Orientação, este encontro foi iniciado com um aporte teórico, com uma discussão sobre o texto ESPAÇO E FORMA. Nessa discussão estabelecemos pontos importantes acerca do processo de construção dos conceitos geométricos e do processo de ensino-aprendizagem dos mesmos.

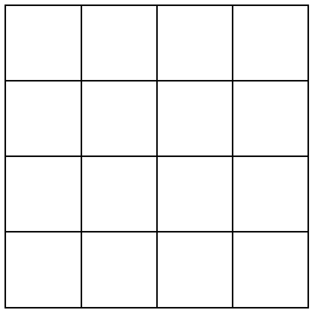
Após essa rica discussão, iniciamos o Jogo da Tartaruga, versão adaptada do software logo, que consiste em movimentar a “tartaruga” através de comandos.

---

[24] MUNIZ, C.A. e IUNES, S. M. S. Aprendendo a aprender. Org. FÉLIX, J. D´A. B. UNICEUB, 2004 (ISBN 85-98816-01-9)

Na nossa versão, fizemos o desenho da malha no chão e cada pessoa seria a tartaruga.

Dividimos a turma em dois grupos e cada um elegeu um representante para ser a tartaruga. Representamos, no chão, um tabuleiro quadrado de 16 casas com fita crepe.



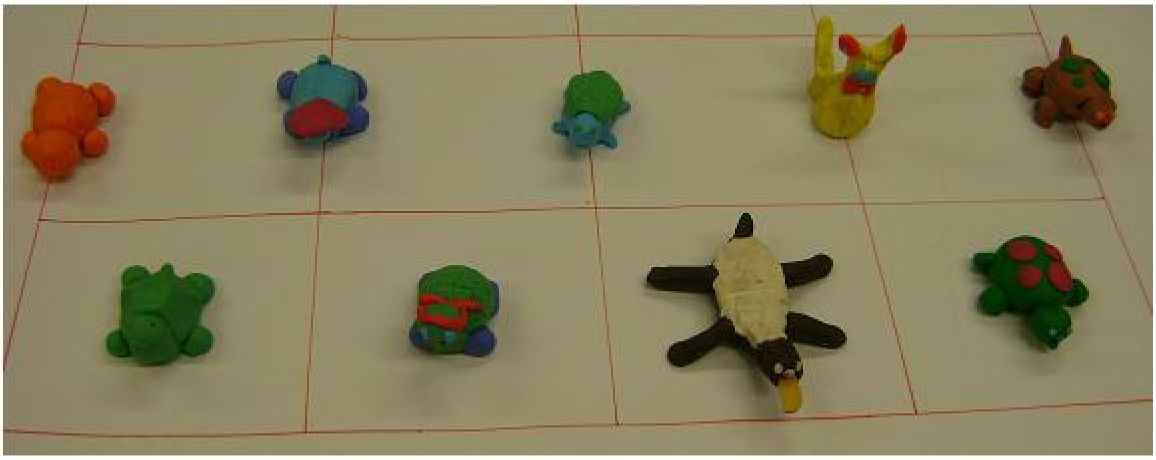
O jogo foi desenvolvido com dois dados:

a) O primeiro, com comandos rotacionais, destinado a orientações de giro: 45º E (esquerda), 45º D, 90º D, 90º E, 180º.
b) O segundo, com comandos translacionais, destinado a orientações de percurso: 1PF (um passo a frente), 1PT (para trás), 2 PF, 2 PT, 3 PF, 3 PT.

Assim, os representantes de cada equipe se posicionaram no ponto de partida e foram seguindo os comandos. O objetivo do jogo era ser o primeiro a alcançar o lado oposto.

O jogo possibilitou aos participantes avaliar as dificuldades inerentes a interpretar e executar um comando com o próprio corpo. A fiscalização da movimentação de outro jogador situado frente a frente, exigiu um processo de inversão dos comandos em relação ao próprio corpo, devido à imagem espelhada do outro.

Após a conclusão dessa etapa, passamos para a construção do jogo em cartolina, com o objetivo de poderem passar pela experiência da passagem do nível sensorial para o nível representativo. Cada participante construiu a sua tartaruga com "massinha de modelar".



Podemos dizer que nessa atividade foram mobilizados os conceitos-geométricos-em-ação: rotação, translação, direita, esquerda, frente, trás, giro, ângulos, meia-volta, um quarto de volta, um oitavo de volta, diagonal.

4.4. AULA 4 – REPRODUÇÃO DE EMBALAGENS COM REDUÇÃO OU AMPLIAÇÃO (30/03/2009)

Vivemos em um espaço tridimensional. Entretanto, a formação geométrica que normalmente a escola oferece se dá a partir dos conceitos da Geometria Plana, para somente depois abranger os conceitos da Geometria Espacial. Apesar da nossa vivência desde criança ocorrer no espaço e, portanto, nossas primeiras noções construídas são espaciais, a formação básica não privilegia a relação existente entre espaço e plano. Estudam-se as formas geométricas planas e, a seguir, estudam-se os sólidos geométricos, separadamente, sem qualquer articulação com a realidade.

O propósito da atividade, ancorado na transposição entre figuras planas e espaciais, foi justamente relacionar espaço e plano, mostrar o quanto um objeto tridimensional depende de suas partes planas, em termos de variação de forma e tamanho.

Considerando-se o contexto de formação inicial de professores, a atividade propôs situações, colocando em destaque a manipulação do objeto concreto, a experiência física, como um caminho facilitador da passagem do espaço tridimensional para o plano bidimensional. A partir da decomposição de figuras tridimensionais, torna-se possível o sentido inverso, ou seja, a competência de visualizar e projetar planificações de objetos tridimensionais.

Inicialmente, os alunos receberam a instrução de desmontar as embalagens previamente solicitadas. De forma exploratória, abriram com cuidado as caixas trazidas e, de sua forma planificada, observaram e desenharam-na na cartolina. Algumas caixas de formato exótico despertaram bastante interesse, fato que propiciou uma interação maior entre o grupo e diferentes perspectivas sobre a produção geométrica.

Em seguida, foram solicitados a reproduzir a caixa inicial utilizando o desenho que haviam feito. Essa atividade, constituída de desenho e montagem, proporcionou a execução de construções geométricas com a manipulação da régua e a prática de dobradura e colagem.

Na atividade seguinte, os alunos foram provocados a reproduzir a caixa de forma a *reduzi-la à metade,* ou, se a caixa fosse muito pequena, *dobrá-la*. No nosso caso, foram feitas somente reduções. A intenção desse comando foi provocar uma desestabilização cognitiva. Como os sujeitos aplicariam o conceito *metade* na ação, tratando-se de um objeto tridimensional? Pensando em termos de capacidade volumétrica, reduzir à metade significa que a nova caixa passará a conter metade do que continha, independentemente da sua forma. Pensando em termos da conservação da forma pré-existente, a situação iria exigir que pensassem em qual ou quais dimensões da caixa deveriam ser reduzidas e de quanto? Para que a redução fosse proporcional, ou seja, para que a nova caixa fosse semelhante à anterior na forma e menor no tamanho, seria necessário aplicar um fator de redução constante às três dimensões ao mesmo tempo.

Podemos dizer que nessa atividade foram mobilizados os conceitos: planificação, redução proporcional, ampliação proporcional, fator de proporcionalidade. Ao final, permitiu reflexões sobre a relação entre medidas lineares e capacidade volumétrica, e os efeitos provocados pelas variações individuais e conjuntas.

4.5. AULA 5 – PRODUÇÃO DE FIGURAS PLANAS COM CANUDOS E MAPAS CONCEITUAIS (01/04/2009)

As figuras planas concebidas pelo homem como forma de representação do mundo, estão presentes no espaço à nossa volta. Contudo, não faz sentido aprender a nomeá-las e decorar suas propriedades. A aprendizagem será muito mais significativa se o conhecimento for construído pelo aluno na sua interação com um objeto concreto, de maneira dinâmica, imprimindo movimento às figuras geométricas, de modo que as propriedades sejam identificadas na observação das sucessivas transformações físicas, na constatação das variações e invariantes em cada movimento.

A atividade foi idealizada com canudinhos de refrigerante e barbante, montados de forma que oferecessem articulações móveis. Justamente essa característica de mobilidade permitiu a rotação e a flexão dos lados das figuras construídas pelos alunos, o tipo de movimento adequado para apreensão das suas propriedades geométricas.

Inicialmente, foi solicitado aos alunos que escrevessem o próprio conceito de quadrado. Quadrado talvez seja a figura plana mais conhecida e de representação mental mais fácil. Sua regularidade é utilizada em metáforas, para classificar algo muito mais certo. Essa regularidade decorre de algumas propriedades que compõem o seu conceito.

Em seguida, com o material disponível, foi solicitado que construíssem todas as figuras que se ajustassem exatamente ao conceito escrito. Das imperfeições dos conceitos elaborados, sugiram figuras divergentes do quadrado. Assim, na confrontação entre os objetos construídos e a representação mental que os alunos tinham sobre o quadrado, houve a desestabilização cognitiva e o conceito inicial sofreu um processo de desconstrução e reelaboração.

Tivemos que encerrar a aula nesse momento e continuar na aula seguinte.

4.6. AULA 6 – CONTINUAÇÃO DA AULA SOBRE PRODUÇÃO DE FIGURAS PLANAS COM CANUDOS E MAPAS CONCEITUAIS (06/04/2009)

Continuamos a aula anterior retomando todos os conceitos acima descritos.

Prosseguindo, a atividade foi desenvolvida com base na rotação e na amplitude de movimento dos lados dos quadrados construídos, variando os ângulos internos, o comprimento dos lados, fazendo emergir toda a família dos quadriláteros, suas diferenças, semelhanças, propriedades e elos comuns, possibilitando, ao final, a elaboração de um mapa conceitual.

Os conceitos construídos com base na Geometria Dinâmica foram:

1) O losango é uma figura plana, fechada, com quatro lados iguais.
2) O quadrado é uma figura plana, fechada, com quatro lados iguais e quatro ângulos iguais ou retos.
3) O quadrado é um caso particular do losango, ocorre quando todos os ângulos do losango forem iguais.
4) O retângulo é uma figura plana, fechada, com quatro lados e quatro ângulos retos.
5) O quadrado é um caso particular do retângulo, ocorre quando todos os lados do retângulo forem iguais.
6) O único losango que é retângulo é o quadrado, pois o quadrado é o losango com quatro ângulos retos.

7) O único retângulo que é losango é o quadrado, pois o quadrado é o retângulo com quatro lados iguais.
8) O paralelogramo é uma figura plana, fechada, com quatro lados, cujos lados opostos são paralelos.
9) O losango e o retângulo são paralelogramos, pois seus lados opostos são paralelos.
10) O trapézio é uma figura plana, fechada, com quatro lados, sendo dois lados opostos paralelos.

Com as definições acima, construímos um diagrama para os quadriláteros, com as respectivas inclusões e intersecções de classes.

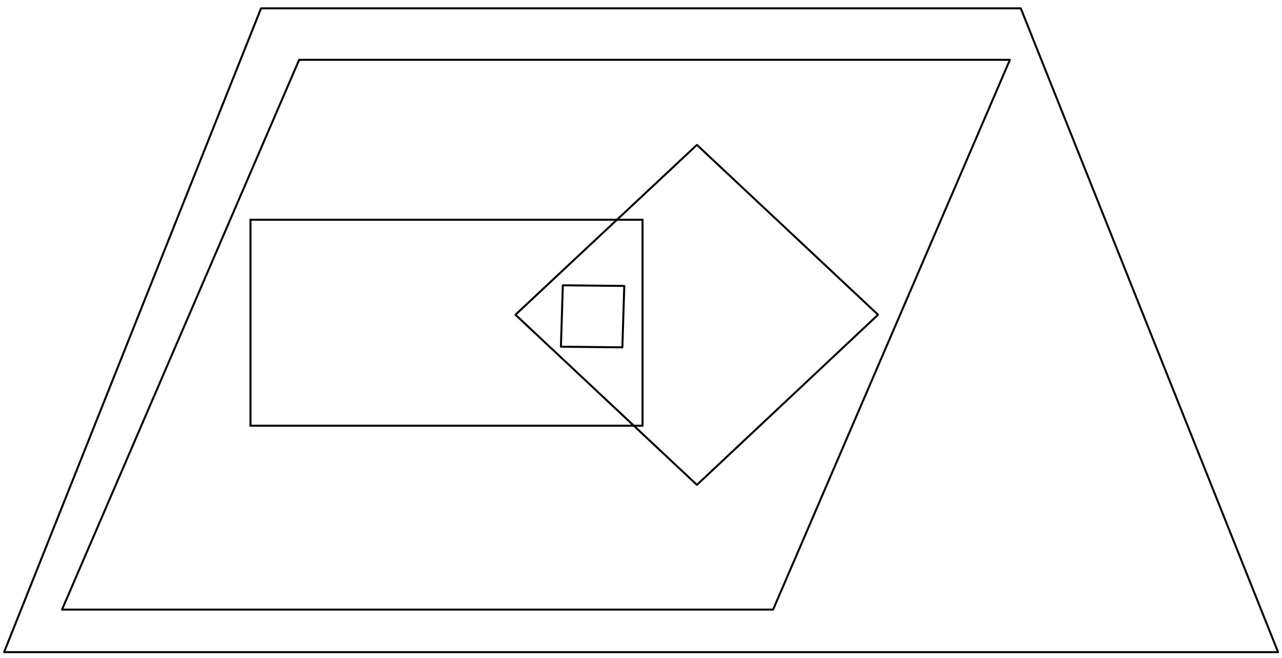


Figura 4: Quadriláteros

Os conceitos geométricos que foram mobilizados e construídos: quadrado, losango, retângulo, paralelogramo, trapézio, rigidez triangular, paralelismo, perpendicularidade, classe de inclusão. Esse último, permitindo o reconhecimento de uma Geometria mais lógica e estruturada.

Aproveitamos o restante da aula para falarmos um pouco mais sobre o jogo que teriam que produzir nas aulas finais do curso, indicando que já fossem pensando a que faixa etária gostariam de direcioná-lo, e que conteúdo matemático seria abordado.

Como tarefa para a aula seguinte, pedimos que lessem o texto sobre a Teoria de Campos Conceituais de Gerard Vergnaud.

4.7. AULA 7– TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS (08/04/2009)

Nesse dia, dedicamos a aula toda para a discussão do texto sobre a Teoria de Campos Conceituais.

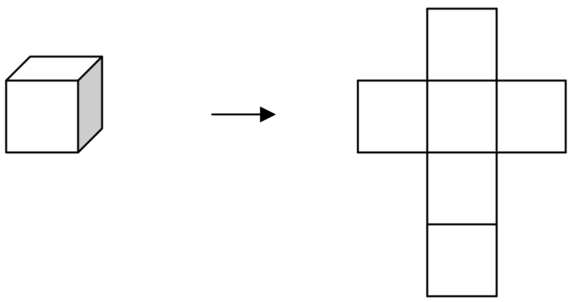
O grupo não foi dividido em duplas. A discussão foi guiada pelas monitoras e alimentada pelos alunos.

Para a aula seguinte, pedimos que trouxessem 15 quadrados de 10 cm x 10 cm em papel cartão ou EVA grosso e fita crepe.

Leitura do Texto: Aprender e Ensinar Geometria: um desafio permanente (PINA, 2008)[25].

4.8. AULA 8 – PLANIFICAÇÃO DO CUBO (13/04/2009)

O cubo é uma imagem abstrata, concebida pelo homem. A materialização dessa imagem revela uma figura tridimensional, e como tal, ela pode ser planificada. Usualmente, os livros didáticos apresentam a planificação do cubo em forma de "cruz", estática e invariável, levando o aluno a imaginar que somente aquela representação é possível.



O propósito dessa atividade foi possibilitar a descoberta de outras formas de planificação do cubo, valorizando todos os resultados encontrados, corretos ou não, na busca de conceitualização.

Inicialmente, os alunos foram divididos em duplas, para uma competição: tentar montar o maior número possível de diferentes planificações de um cubo, utilizando quadrados de cartolina ou EVA de 10 cm x 10 cm e fita adesiva.

[25] Programa Gestão da Aprendizagem Escolar - Gestar II. Matemática: Caderno de Teoria e Prática 3 - TP3: matemática nas formas geométricas e na ecologia. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2008.

Para a dupla que se apresentasse à frente, a pontuação da competição ficou assim estabelecida:

- planificação válida inédita, ou seja, não apresentada ainda por outro grupo: 2 pontos.

- planificação válida repetida, ou seja, já apresentada por outra dupla ou em outra posição: 1 ponto.

- planificação inválida, com justificativa: 5 pontos.

A primeira parte da atividade foi destinada ao processo de descoberta. A segunda, à apresentação dos resultados, uma planificação por vez, na ordem em que as duplas foram sorteadas.

A atividade foi executada em observância à estratégia metodológica do curso, no qual a aprendizagem dos conceitos geométricos deve estar associada a uma permanente movimentação, conforme o esquema a seguir:

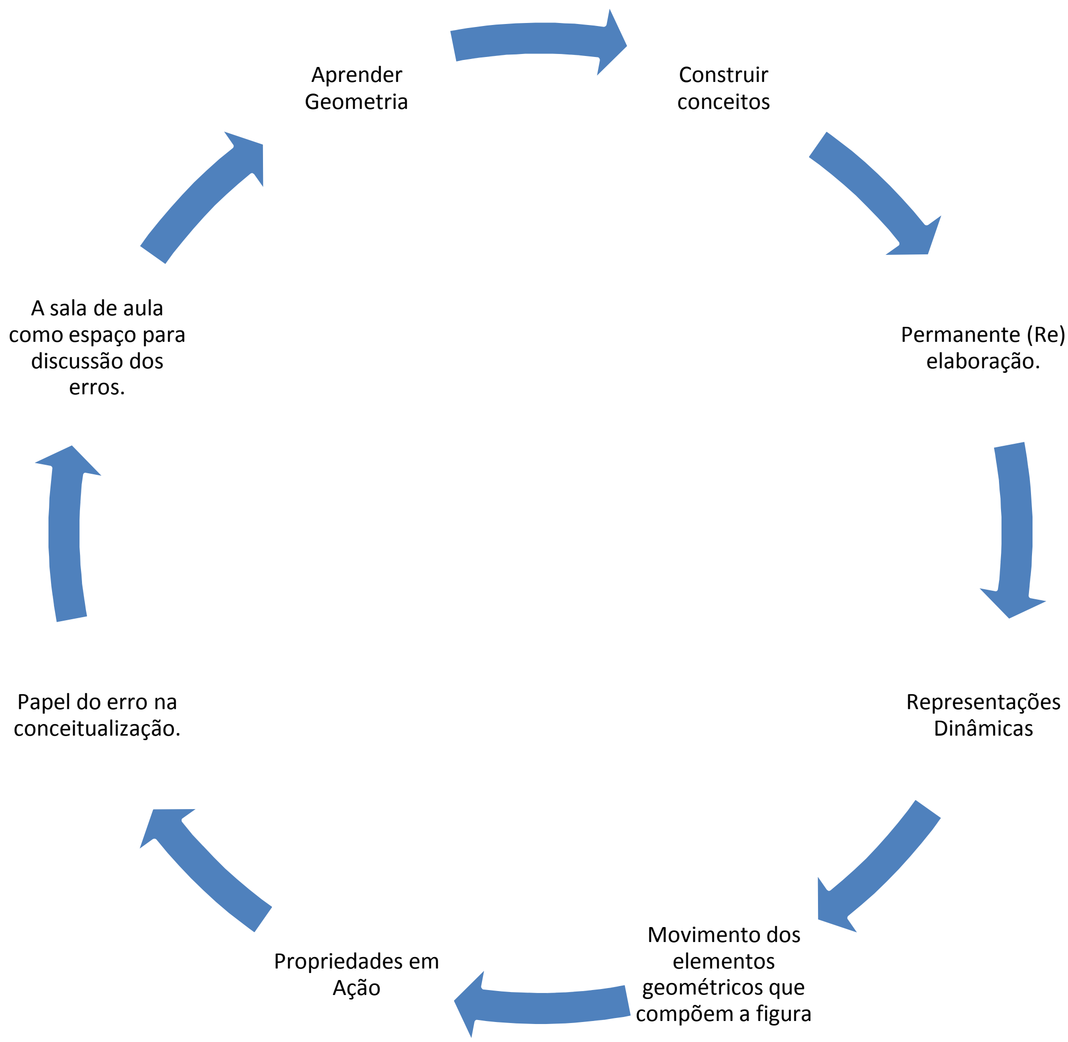


Figura 5: Aprendizagem de conceitos geométricos em permanente movimentação.

A proposta pedagógica desta atividade foi alicerçada na valorização e discussão do erro como instrumento para elaboração de conceitos geométricos. Da análise e discussão dos erros cometidos pode surgir a formulação de condições necessárias, no processo de conceitualização.

Os conceitos que foram mobilizados: planificação, face, vértice, aresta, simetria.

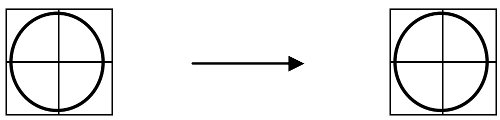
4.9. AULA 9 – BRINCANDO COM MALHAS (15/04/2009)

No intuito de estimular a percepção e desenvolver o conceito geométrico de proporcionalidade e semelhança, esta atividade consistiu na reprodução de uma gravura, escolhida por eles, de quatro formas diferentes:

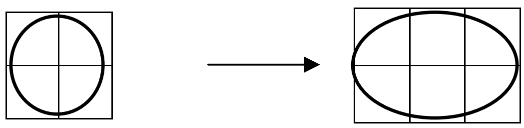
1. Reprodução normal;
2. Reprodução com apenas a dimensão horizontal dobrada;
3. Reprodução com apenas a dimensão vertical dobrada;
4. Reprodução com ambas as dimensões dobradas.

Inicialmente, distribuímos papéis quadriculados de diferentes dimensões a fim de obtermos resultados distintos. Os resultados esperados foram:

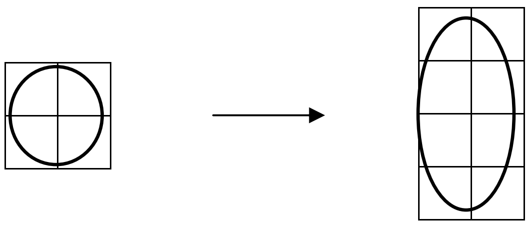
1. Um desenho do mesmo tamanho da figura original;



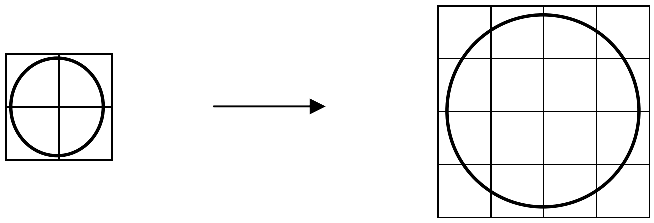
2. Um desenho alongado em dobro horizontalmente;



3. Um desenho alongado em dobro verticalmente;



4. Um desenho quatro vezes maior, proporcionalmente, que a figura original;



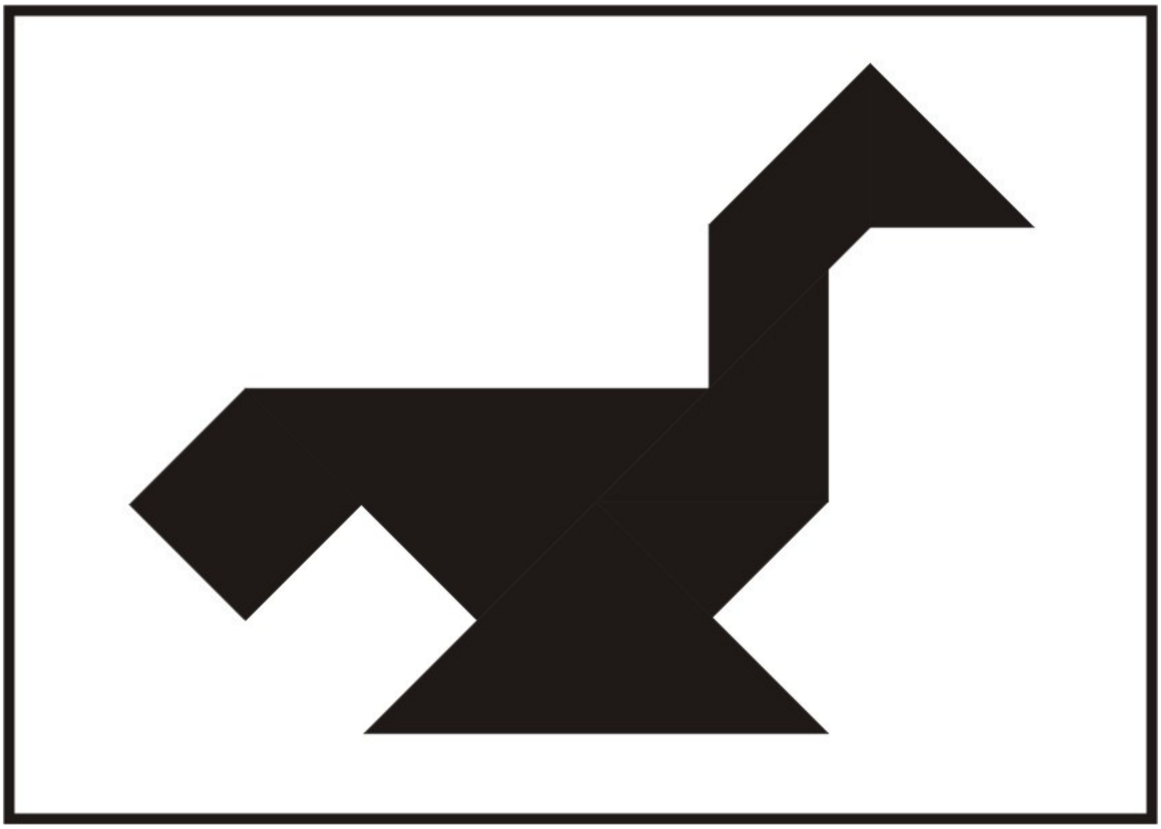
A proposta pedagógica foi alicerçada na condição do sujeito estar em situação, necessitando selecionar e empregar uma estratégia adequada à resolução do problema de proporcionalidade proposto.

Foram mobilizados os conceitos geométricos de proporcionalidade, redução e ampliação.

4.10. AULA 10 – CONSTRUÇÃO DE FIGURAS PLANAS UTILIZANDO “TANGRAM” (22/04/2009)

Por intermédio das peças do “TANGRAM”, como material concreto, esta aula foi dividida em quatro atividades:

1ª atividade: Reproduzir a figura abaixo (galo) sem que fossem informadas a posição das peças.



As duplas demoraram um pouco para conseguirem montar a figura. Duas duplas precisaram de ajuda para terminar.

2ª atividade: Calcular área sem especificarmos uma unidade de medida padrão, isto é, poderiam expressar a área da maneira que achassem conveniente.

3ª atividade: Produzir um trapézio utilizando todas as peças.

4ª atividade: Calcular a área do trapézio construído utilizando a menor peça do TANGRAM

5ª atividade: Estabelecer relações entre as peças do TRANGAM, isto é, exprimir a área de algumas figuras em relação a outras.

6ª e última atividade: Confecção do TANGRAM em folha de papel colorido.

Nessa aula, mais uma vez, exploramos a importância da utilização do material concreto e de atividades lúdicas em aulas de Matemática. Retomamos o conceito de figuras planas, áreas, decomposição e composição, unidade de medida, etc.

4.11. AULA 11 – SITUAÇÕES-PROBLEMA SOBRE ÁREAS (27/04/2009)

Esta aula foi toda dedicada à resolução de situações-problema sobre áreas[26]. Nosso intuito era o de mostrar uma outra maneira de se introduzir o tema com os alunos. Alguns aspectos importantes, observados nessa aula, será abordado mais a frente nas categorias de análise.

4.12. AULA 12 – NOÇÃO DE ÁREA A PARTIR DO GEOPLANO (29/04/2009)

A primeira parte dessa aula foi dedicada à socialização das situações-problema realizadas na aula anterior. Essa etapa da aula foi muito importante para mostrarmos as diferentes estratégias utilizadas pelas duplas e abordarmos os diferentes conceitos mobilizados para a realização da tarefa. Abrimos o espaço também, para ouvirmos a opinião dos participantes em relação à atividade e suas impressões em relação ao trabalho realizado.

Na segunda parte, com o intuito de conduzir o pensamento e provocar uma discussão sobre conservação de área, tema em parte explorado na atividade do tangram, introduzimos uma atividade utilizando o geoplano, dividida em duas etapas.

Na primeira, deveriam construir uma figura qualquer e em seguida calcular a área.

Na segunda, ainda utilizando o Geoplano, realizariam as seguintes atividades:

1. Construir diversos polígonos tais que contenham em seus interiores:
    a. 1 ponto
    b. 2 pontos
    c. 3 pontos
    d. 4 pontos
2. Construir polígonos com 10 unidades de comprimento e 4 unidades de área.
3. Determinar um polígono com 12 unidades de área e 16 unidades de perímetro.
4. Determinar um polígono com 12 unidades de área e 14 unidades de perímetro.
5. Determinar a área de todos os polígonos com perímetro de 12 u.

Em seguida, socializamos diante do grande grupo, onde comentamos a importância da realização desse tipo de atividade, em sala de aula, onde mobilizamos conceitos de conservação de área, área, perímetro, polígonos, comprimento,etc.

4.13. AULA 13 – 12 PRINCÍPIOS (04/05/2009)

---

[26] Anexo 3.

Esta aula foi ministrada pelo Professor Cristiano Muniz, onde ele abordou 12 princípios indispensáveis quando se trabalha o conteúdo de medidas. São eles:

1º: O ponto de partida do estudo de medidas é a percepção.

2º: O estudo das medidas deve perpassar todo o espaço curricular; deve estar presente do primeiro ao último dia de aula.

3º: Todas as medidas devem iniciar com as unidades arbitrárias.

4º: A transferência da unidade arbitrária para a unidade padrão deve ser uma decorrência de uma relação social do grupo em questão.

5º A transferência da unidade padrão para a unidade legal deve estar vinculada à história da civilização (de acordo com o nível de ensino)

6º: É de fundamental importância que escola estabeleça a relação entre as unidades legais com as unidades culturais, caso não queira alijar sua função social.

7º: No estudo das medidas é importante que conheçamos a real função da manipulação de material concreto. É inconcebível trabalhar medidas na escola e no currículo sem MEDIR.

8º: É preciso trabalhar a real dimensão do sistema de medidas adotado pela nossa cultura.

9º Ao trabalhar com medidas, o professor deve ficar especialmente atento à esta fragmentação curricular. Sua atitude deve ser no sentido de tentar vincular as medidas, especialmente quando se trata e medidas de capacidade, de volume, de comprimento, de superfície e de massa.

10º: Nós temos que aceitar e explorar a inter-relação entre medidas e geometria.

11º: A escola deve ser o espaço de trabalhar o sistema legal de medidas, pois é por excelência espaço de socialização e de compreensão das relações estabelecidas na sociedade.

12º: Este último princípio deve direcionar não só o estudo de decimais, como qualquer outro conteúdo e de qualquer área de conhecimento. A escola deve estar atenta à capacidade do aluno de criar situações-problema e propor soluções para os impasses e conflitos gerados por estas situações vinculadas a sua vida cotidiana.

Esta aula foi apenas expositiva, portanto, não houve momentos de interação sócio-cognitiva entre os sujeitos de pesquisa.

4.14. AULA 14 – PLANEJAMENTO DAS AULAS SOBRE MEDIDAS (06/05/2009)

Nesta aula, deixamos o tempo livre para que os participantes pudessem planejar as aulas sobre o conteúdo de medidas que seriam ministradas nas aulas seguintes.

4.15. AULA 15 – CONFECÇÃO DOS JOGOS (11/05/2009)

Esta aula foi totalmente dedicada à preparação dos jogos a serem validados no dia 08/06/2009, no CEF 07 de Brasília. Antes da confecção, tivemos a participação da Milene Soares que fez uma fundamentação teórica sobre a utilização de jogos em aulas de Matemática. O convite foi feito pois a Milene, também aluna do mestrado na Faculdade de Educação da UnB, havia recentemente defendido a sua dissertação sobre esse tema.

As próximas aulas (16 a 20) ficaram a cargo dos próprios alunos. Os planos de aula/roteiros originais se encontram no Apêndice 3.

4.16. AULA 21 – JOGOS (01/06/2009)

Nesta aula, antes de validarmos os jogos na escola, resolvemos validar entre os próprios “criadores” para já tentarmos perceber algumas falhas ou dificuldades na implementação. Realmente tivemos que fazer várias alterações. Apesar da intenção ser implementar os jogos com adultos, estes se encontravam ainda em fase de alfabetização e tal aspecto não poderia ser deixado de levar em conta.

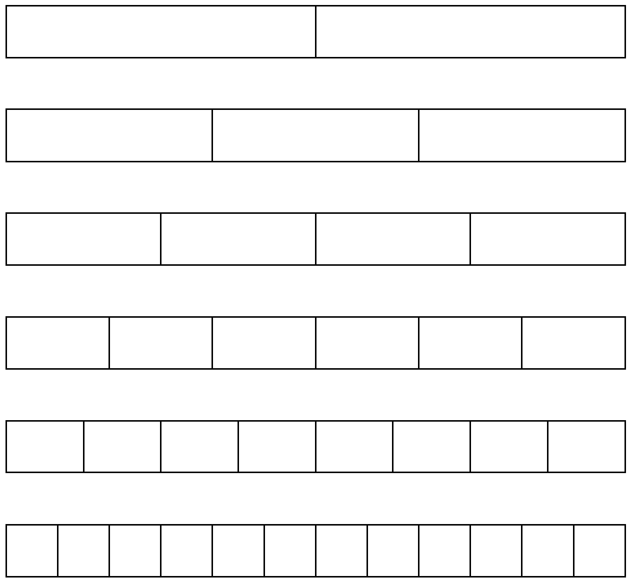
4.17. AULA 22 – CORRIDA DAS FRAÇÕES (03/06/2009)

Iniciando o conteúdo de frações, aplicamos o jogo “Corrida das frações” com todos os alunos, sem dividi-los em duplas.

O objetivo do jogo é alcançar o “oásis” antes do vilão. Essa marca é feita em qualquer lugar, a uma certa distância do ponto inicial do jogo.

Materiais:

1. Tiras de cartolina, com as divisões marcadas conforme as figuras abaixo:



2. Dois dados de 6 lados: 1º dado: $\frac{}{2}, \frac{}{3}, \frac{}{4}, \frac{}{6}, \frac{}{8}, \frac{}{12}$

   Segundo dado: de 1 a 6.
3. Peças que representam os jogadores.

Como jogar: Cada jogador joga os dois dados para caminhar em direção ao destino. O primeiro dado determina o tamanho do passo (denominador); o segundo dado determina a quantidade de passos (numerador). As tiras de cartolina servem para medir o tamanho dos passos.

Vence quem chegar primeiro.

Existiu todo um trabalho de mediação durante o jogo, que possibilitou trabalhar os conceitos: Equivalência de Frações, Comparação de Frações, Operações com Frações, Quem dá o nome: denomina (denominador), Quem dá o número: numera (numerador), Quanto maior o denominador, menor é o tamanho do deslocamento, Frações maiores ou menores que o inteiro, etc.

4.18. AULA 23 – VALIDAÇÃO DOS JOGOS NO CEF 07 DE BRASÍLIA (08/06/2009)

Neste dia, nos deslocamos da Universidade para o Centro de Ensino Fundamental 07 de Brasília, onde aplicamos os jogos produzidos em turmas de EJA 1º segmento (Educação de Jovens e Adultos – anos iniciais) no período noturno.

A dinâmica se deu da seguinte forma: colocamos cada jogo em uma mesa, e os alunos iam passando por elas para poderem participar de todos os jogos.

No início, os estudantes ficaram um pouco tímidos, o que acreditamos ser por falta de costume. Aos poucos foram se soltando e participando ativamente dos jogos.

O resultado obtido foi além de nossas expectativas. Nas palavras de EduardoM: "Uma grande alegria foi ver aquelas alunas e aqueles alunos ignorando o sinal que os convidava para o intervalo, pois preferiram continuar jogando! O caminho é esse!"

4.19. AULA 24 – OUTRA MANEIRA DE SE INTRODUZIR O CONTEÚDO DE FRAÇÕES (10/06/2009)

A fim de mostrar outra forma de se iniciar o conteúdo de frações, nessa aula os estudantes foram convidados a resolver 11 situações-problema[27] sobre este tema.

Aspectos muito importantes foram observados nessa aula. Mais adiante, no capítulo 4, fazemos uma análise mais detalhada das interações nas duplas.

4.20. AULA 25 – MAIS FRAÇÕES (15/06/2009)

Fechando o conteúdo de frações, fizemos a sistematização do jogo "A corrida das frações", abordando aspectos sobre a adição e subtração e retomando as situações-problema da aula anterior dando maior ênfase às três últimas questões.

Nessa aula, RobertaP foi até a lousa e assumiu a posição de professora, mostrando como faria a sistematização se estivesse aplicando com crianças dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

4.21. AULA 26 – APLICANDO COM CRIANÇAS (17/06/2009)

Nesta aula, tivemos a participação especial de outras pessoas além do nosso grupo de graduandos. Um menino de 5 anos (Educação Infantil), 2 alunos de 4ª série/5º ano (Ensino Fundamental Anos Iniciais), outro de 5ª série/6º ano (Ensino Fundamental Anos Finais) e um adulto com Deficiência Auditiva (Ensino Especial). A escolha dos participantes foi proposital, para que tivéssemos alunos de diferentes segmentos de ensino.

---

[27] Anexo 2.

O objetivo dessa aula foi o de aplicar as mesmas situações-problema sobre frações que haviam sido resolvidas pelos graduandos na aula do dia 10/06, observando as diferentes maneiras que seriam utilizadas por cada um dos envolvidos, lembrando que cada um se encontrava em diferentes níveis de ensino.

Um importante ponto a se destacar, foi a dificuldade, relatada por ele próprio, que IanM enfrentou ao tentar interagir com a aluna com deficiência auditiva mesmo contando com a presença de uma intérprete.

Talvez seja um momento importante para também refletirmos sobre a formação inicial de professores que ensinam matemática e a relação com os alunos com necessidades educacionais especiais.

4.22. AULA 27 – APRESENTAÇÕES SOBRE OS SUJEITOS MATEMÁTICOS (22/06/2009)

Apesar de ser o cenário de uma pesquisa de mestrado, a disciplina Educação Matemática II exigiu alguns “trabalhos” como avaliação. Um deles foi a escolha de um sujeito matemático, já explicado anteriormente.

Nesse dia, aqueles que optaram por não colocar no dossiê, tiveram a oportunidade de apresentar os resultados da intervenção com o sujeito escolhido.

4.23. AULA 28 – ENCERRAMENTO DO CURSO (24/06/2009)

O último dia de aula foi um espaço aberto onde conversamos sobre a experiência vivida e ouvimos a opinião dos participantes da pesquisa.

Todos foram unânimes em dizer que viveram momentos importantíssimos de trocas e que a relação entre estudantes de Pedagogia e Matemática só teve a acrescentar na formação destes[28].

---

[28] As falas completas se encontram nas considerações finais.

5. ANÁLISE DAS INFORMAÇÕES

Diante da apresentação de todas as atividades realizadas durante o semestre de realização da disciplina Educação Matemática II, foram definidas 5 (cinco) categorias de análise com o objetivo de melhor caracterizar os diferentes tipos de interação social entre os sujeitos de pesquisa e a maneira como se relacionaram na resolução das situações-problema propostas.

A definição das mesmas se deu a partir da análise e organização das informações coletadas (protocolos, gravações em áudio e vídeo, entrevistas semi-estruturadas) e várias releituras. As repetidas leituras criteriosas permitiram a identificação e o estabelecimento de indicadores comuns, unindo às observações da pesquisadora, a análise dos dados e os acontecimentos durante a realização das atividades. E também, apoiada nos objetivos específicos definidos previamente.

Como a produção das informações se deu durante todo um semestre, tínhamos um acervo muito grande de produções bem como de gravações, tanto em áudio como em vídeo (27h25min23s). Por esse motivo, optamos por selecionar os mais relevantes e valiosos, tendo por base as questões e objetivos do projeto qualificado e os que trariam elementos mais ricos e ilustrativos para as categorias de análise apresentadas a seguir:

QUADRO DE COERÊNCIA		
OBJETIVOS ESPECÍFICOS	CATEGORIAS DE ANÁLISE	FONTES E INSTRUMENTOS
• Fornecer um espaço de interação entre futuros pedagogos e matemáticos. • Conceber e oferecer situações-problema e espaços de investigações matemáticas.	• A ajuda mútua entre os graduandos - as descobertas e motivação para a realização cooperativa de situações-problema.	• Observação (áudio e vídeo) • Protocolos
• Identificar as diferentes ações cognitivas e contribuições mútuas entre um sujeito que está no curso de Matemática e a do sujeito que está no curso de Pedagogia.	• Validação por parte dos licenciandos em matemática (argumento de autoridade). • Não aceitação pelo pedagogo na resolução imposta pelo matemático.	• Observação (áudio e vídeo) • Entrevistas semi-estruturadas • Protocolos

	• Necessidade do cálculo matemático ou registro formal.	
• Conhecer de maneira mais profunda a influência da realização de tarefas de investigação na formação inicial de professores de matemática e dos anos iniciais.	• As interações como propulsoras da construção de uma práxis.	• Observação (áudio e vídeo) • Protocolos

Assim, apresento a síntese, com as referidas categorias e pontos que envolvem cada uma delas:

A ajuda mútua entre os graduandos – as descobertas e motivação para a realização cooperativa de situações-problema.

• União e argumentação das idéias para a solução das situações-problema e também para a validação de procedimentos, considerando as diferenças cognitivas entre os sujeitos. O incentivo e a facilidade de lidarem com as diferentes soluções e a motivação de conseguirem, juntos, chegarem à conclusão das mesmas. Aceitação e compreensão dos diferentes entendimentos, argumentos e representações.

Validação por parte dos licenciandos em matemática (argumento de autoridade).

• Necessidade da comprovação formal, via procedimentos ortodoxos, por parte do matemático, das idéias dadas pelo pedagogo, para a solução das situações-problema.

Não aceitação pelo pedagogo na resolução imposta pelo matemático.

• Argumentação por parte do estudante de Pedagogia por esperar do matemático o conhecimento da área, porém acompanhado de uma postura didático-pedagógica.

Necessidade do cálculo matemático ou registro formal.

• Dificuldade na solução de algumas situações-problema, pela presença da formalidade matemática. Utilização imprescindível dos cálculos ou métodos matemáticos tradicionais.

As interações como propulsoras da construção de uma práxis.

- Apresentação de algumas tarefas propostas e o ambiente de investigação por elas promovido. Argumentações e sugestões para a utilização de certas tarefas nas salas de aula do Ensino Básico.

A seguir, apresentamos os resultados das informações produzidas durante a pesquisa, analisando-os e discutindo-os.

5.1. A AJUDA MÚTUA ENTRE OS GRADUANDOS - AS DESCOBERTAS E MOTIVAÇÃO PARA A REALIZAÇÃO COOPERATIVA DE SITUAÇÕES-PROBLEMA

> "Interagir com um ou mais parceiros pressupõe que se trabalhe em conjunto com outro, e quando se trabalha colaborativamente espera-se que ocorram certas formas de interações sociais responsáveis pelo activar de mecanismos cognitivos de aprendizagem, como a mobilização de conhecimentos."
> (Carvalho, 2005, p.15)

Como já dito anteriormente, para a realização das atividades, sempre formávamos duplas mistas, com um estudante de Pedagogia e um de Matemática.

Lidar com o conflito sócio-cognitivo entre eles, muitas vezes, foi tarefa bem fácil para os participantes, uma vez que encaravam a novidade como um grande desafio e também como uma grande oportunidade de aprendizagem de ambas as partes.

A elaboração de um contrato didático (BROUSSEAU, 1988), já nas primeiras aulas, facilitou o processo, pois pautamos a realização das tarefas com o princípio de colaboração e discussão até encontrarem uma resolução com que ambos concordassem.

De acordo com Carvalho (2005, p.16),

> "Cada um, ao possuir diferentes saberes e competências, fruto de suas vivências e experiências sociais, vai ter de negociar significados e representações de onde possam surgir conflitos entre ambos, embora mantendo um nível mínimo de compreensão mútua."

Podemos dizer que, em praticamente todas as tarefas, o "espírito" colaborativo esteve presente. A seguir, exemplificamos com alguns episódios.

Em 10 de junho de 2009, apresentamos algumas sugestões de situações-problema para introduzir o conteúdo de frações[29] (Apêndice 1). As duplas realizaram todas as atividades. No trecho a seguir, participam RobertaP e DiegoM. Estavam resolvendo a atividade 10. Iniciam com a leitura da mesma:

DiegoM: Uma professora...

(Ele começa lendo e a RobertaP continua)

RobertaP: Tinha dez alunos, ela dividiu uma goiabada em 10 pedaços para dar um pedaço para cada aluno mas 3 alunos não quiseram, dois deles eram irmãos e deram seus pedaços para um primo na mesma sala, o outro deu o seu pedaço para outro colega de classe... quantos meninos comeram goiabada? Quantos alunos comeram mais de um pedaço? Quantos pedaços eles comeram?

DiegoM: Esquisito... esse aqui é um desafio, vamos por partes... 10 alunos.

RobertaP: Só tinha menino nessa sala? Porque ela separa menino e aluno, aqui ó... quantos meninos... quantos meninos comem goiabada... quantos alunos? Ela faz uma distinção entre alunos e meninos.

DiegoM: Então "vamo" lá... uma professora tinha 10 alunos, ela tinha cortado 10 pedaços, vai dar um pedaço pra cada um, beleza... até ai tudo bem... 3 alunos não comeram.

RobertaP: Então tinham 7.

DiegoM: Desses dois... dois eram irmãos e deram seus pedaços para um primo... então vai ter 5 que não comeram...

RobertaP: Não... dois desses três.

DiegoM: Os três aqui?

RobertaP: Lógico né!

DiegoM: Ah desses... desses aqui... "tá" certo... então... falta um pedaço...

RobertaP: Não... um aluno... esse primo comeu três pedaços, só esse primo aqui comeu três pedaços, por que esses dois alunos deram esse pedaço.

DiegoM: Ok esse primo comeu 3 pedaços e falta um ou outro pedaço... um aluno deu seu pedaço o primeiro deu seu outro pedaço para outro colega de classe então... um comeu 3 outro comeu 2 e outro comeu 1.

RobertaP: É!

DiegoM: Outro comeu um.

---

[29] Curso de Frações e Números Racionais – concepções, fundamentos lógicos e obstáculos à aprendizagem – SBEM-DF – Nilza Eigenheer Bertoni, Sandra Baccarin e Ana Maria Porto

RobertaP: É e 3 não comeu nenhum.

DiegoM: Num lanche comeram goiabada... quantos comeram goiabada?

RobertaP: Sete!

DiegoM: Então vamo lá... sete comeram...

RobertaP: Um pedaço... um pedaço... sete alunos comeram um pedaço.

DiegoM: Sete alunos não pô... comeram...

RobertaP: Sete alunos comeram um pedaço.

DiegoM: Vamos escrever... sete alunos comeram um pedaço, quantos alunos comeram mais que um pedaço???

RobertaP: Dois.

DiegoM: Dois alunos porque um comeu três e outro 2.

RobertaP: Dois alunos comeram mais de um pedaço.

DiegoM: Dois alunos comeram mais de um pedaço.

RobertaP: Quantos pedaços eles comeram? Um comeu 3 e outro 2... 3/10?

DiegoM: Isso, são 3/10... e outro colega comeu 2 pedaços...

Podemos observar que, por meio dos questionamentos e sugestões das duas partes, conseguiram chegar à resposta final. Ambos os sujeitos, pedagoga e matemático, deram opiniões e argumentaram as idéias do seu parceiro na dupla, chegando a um consenso.

A naturalidade com que resolveram a situação-problema demonstrou como se sentiam à vontade um com o outro e como o sentimento de colaboração estava presente. Observamos que nem foi preciso a passagem pela fase da interiorização, da organização do pensamento. Foram, diretamente, dando suas opiniões e confiando, que juntos, chegariam à resposta final, dando fundamental importância ao uso da linguagem e à interação social para o desenvolvimento do indivíduo, assim como afirma Vygotsky (1987).

Outro aspecto importante está no fato de que a situação-problema proposta foi significativa para ambos, possibilitando a interação e o diálogo entre eles. É o que Wells (2001 apud DAMIANI 2008), chama de co-construção do conhecimento, considerando-a como parte essencial do processo de aprendizagem.

Ao enfrentarem dificuldades e se ajudarem mutuamente, tiveram a oportunidade de passarem pelas mesmas situações dos estudantes em sala de aula, adquirindo, assim, uma importante experiência para sua futura práxis e comprovando a importância do trabalho em grupo para o processo de ensino-aprendizagem.

Na 4ª aula, em 30/03/2009, onde trabalhamos a reprodução de embalagens por ampliação ou redução, analisamos o diálogo entre o trio CláudioM, PedroP e JúlioP:

Aqui, a situação-problema era reproduzir a caixa de forma a *reduzi-la à metade (em volume).*

CláudioM: Vamos lá. Vamos pensar um pouco. O que eles estão querendo dizer com a metade?

PedroP: Eu acho que é em relação ao volume.

JúlioP: Eu também, na verdade, eu não consigo ver outra forma de entender. Eu acho que devemos dividir todas as medidas por dois e depois montar a caixa.

PedroP: Eu também.

CláudioM: Eu concordo que é metade do volume.

PedroP: Então a gente tá certo.

CláudioM: Não, a gente tá errado, porque assim vamos fazer com que caibam 8 caixas.

PedroP: É verdade. Só consigo visualizando. Como calcula volume?

CláudioM: Tem que ver o comprimento, a altura e a largura.

PedroP: Então vamos pegar a caixa original para ficar mais verdadeiro (Estavam fazendo com a caixa que haviam desenhado). O volume é isso vezes isso vezes isso (mostrando as dimensões). Ah... isso é um paralelepípedo, não é? Então é a . b . c.

Como haviam medido as dimensões, fizeram as contas:

16 . 10,7 . 1,5 = 256,8

PedroP: Dividido por 2? Vai dar 128,4. E para chegar nesse volume, quais vão ser nossas dimensões? Devemos jogar tudo na metade?

CláudioM: Não. Aí vamos ficar em 1/8. Soma as dimensões.

16 + 10,7 + 1,5 = 28,2

Aí fez a seguinte conta: 128,4 : 28,2 = 4,5531915...

PedroP: Mas calma aí que precisamos pensar.

CláudioM: É, porque eu não sei o que é esse 4,55...

Nesse momento, somente o CláudioM e o PedroP estavam interagindo, enquanto o JúlioP pensava sozinho. Observei que ele estava revirando a caixa, e sempre fazendo o sinal de que bastava cortá-la ao meio. Aí falou:

JúlioP: Acho que devemos cortar no meio.

PedroP: É verdade. Mas vamos complicar se cortarmos no meio. Uma coisa eu sei: uma coisa é invariável. (se referindo a uma das dimensões)*. Talvez se nós cortássemos* *assim.* (mostrando o corte em outra posição, mas que na verdade era a mesma idéia do JúlioP)

JúlioP: Mas aí não vai mudar nada. Você só virou a caixa.

PedroP: "Putz". É mesmo. Achei que ia ser mais fácil.

CláudioM: É seguinte. O que nós temos que fazer é: A gente divide essa ao meio, essa também, essa e essa. (mostrando as dimensões). *Mas essas outras, nós temos que manter iguais. Só que assim, nós não vamos obter uma caixa igual essa aqui, menor.*

PedroP: Eu acho que a gente deve diminuir a altura e manter as outras.

JúlioP: Não precisa ser necessariamente a altura. Pode ser qualquer dimensão. [mostrando que tem pleno domínio do que propõe]

CláudioM: Tá. Mas mesmo assim, nós não vamos manter as proporções. Ela não vai ser a réplica da original, só que em miniatura. Vai ter a metade do volume, mas vai ser diferente. Por exemplo, se você pegar um cubo, você não consegue fazer outro que seja a metade do primeiro.

PedroP: Mas então eu não sei o que fazer.

JúlioP: Eu ainda acho que é só cortar no meio.

Nesse momento, resolvemos interferir, pois todas as outras duplas já haviam resolvido a situação e estávamos somente esperando esse grupo terminar para dar prosseguimento às outras atividades. Nossa intenção aqui, não era, de maneira alguma, interferir no raciocínio e no desenvolvimento da resolução da situação-problema em questão. Resolvemos interferir pois o grupo já havia conseguido resolvê-la, mas estava se complicando por acharem que a nova caixa deveria ter o mesmo formato da original (semelhante), porém com a metade do seu tamanho. Pedimos então que observassem novamente o comando.

Após a intervenção, concluíram, com a imposição do matemático, que era necessário somente dividir uma das dimensões ao meio para que pudessem resolver a situação-problema. Porém, nesse momento, o PedroP e o JúlioP pegaram a caixa e cortaram ao meio, enquanto o CláudioM fazia um monte de contas.

Os estudantes da Pedagogia, após terminarem os recortes, foram participar dos cálculos que o CláudioM estava fazendo.

A intenção era provarem, através dos cálculos, que o recorte havia sido feito de maneira correta e que, realmente, a nova caixa seria a metade da primeira. Porém, percebemos claramente que essa era uma necessidade permanente do Matemático.

Ao final de todas as trocas e argumentações entre eles, o PedroP fez o seguinte comentário:

- Se não fosse você, CláudioM, eu ia ficar tentando, tentando... Eu ia conseguir, mas ia demorar muito tempo. Você me fez ver, logo no início, que o que eu estava pensando não estava certo. Que eu ia acabar obtendo uma caixa oito vezes menor que a primeira.

Mais uma vez pudemos observar que, juntos, argumentando, dando idéias, conjecturando, calculando, conseguiram chegar à resposta final. Foi necessária a interação entre eles e o respeito às diferentes soluções apresentadas.

CláudioM facilitou a resolução quando mostrou que não podiam dividir todas as dimensões pois ficariam com 1/8 da caixa inicial, e PedroP e JúlioP, em contrapartida, simplificaram mostrando que não eram necessários os cálculos. Bastava que cortassem a caixa ao meio, em qualquer uma das dimensões (altura, largura ou comprimento). Nesse trecho fica clara a influência do conhecimento matemático do CláudioM e da simplicidade de resolução de PedroP e JúlioP, todos colaborando de maneira imprescindível para a resolução da situação-problema em questão.

PedroP ao comentar: "*Então vamos pegar a caixa original para ficar mais verdadeiro"* demonstra que precisa da experimentação concreta para validar seus processos de pensamento.

Quando CláudioM sugere: *"Não. Aí vamos ficar em 1/8. Soma as dimensões."* mostra que, apesar de saber que não deve dividir ao meio todas as dimensões, também não sabe o que deve ser feito pois propõe a soma das dimensões. Em seguida, PedroP ao falar: *"Mas calma aí que precisamos pensar",* reivindica o direito à construção do conhecimento, não aceitando a resposta ou explicação de forma passiva.

Também observamos todas as características do trecho anterior, em relação à importância da linguagem e da interação social para a resolução de situações-problema.

A confiança e companheirismo também foram fundamentais assim como a utilização de uma situação-problema significativa para todos.

5.2. VALIDAÇÃO DAS PRODUÇÕES POR PARTE DOS LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA (ARGUMENTO DE AUTORIDADE)

Apesar de termos definido cinco categorias de análise para as interações entre as duplas ou trios, podemos afirmar que cada interação foi diferente entre si. Em algumas delas, o diálogo fluía de forma mais natural, em outras, as diferenças nas estratégias de resolução passavam a ser desafios entre os participantes; e ainda temos aquelas em que a participação de alguns alunos era mais efetiva que a de outros. Porém, uma característica se destacou entre as outras: inicialmente a maioria dos envolvidos via os estudantes de Matemática como os detentores do conhecimento, no caso, o conhecimento matemático.

Comprovadamente não era a realidade ali apresentada. Vimos que a interação entre eles se mostrou extremamente frutífera para ambas as partes e durante a resolução das situações-problema as diferenças entre os sujeitos era apenas mais uma característica da interação, mais uma vez prevalecendo o aspecto colaborativo do trabalho.

Porém, os estudantes de Pedagogia, ao mesmo tempo em que sugeriam idéias brilhantes para a resolução da situação proposta, necessitavam da validação do parceiro matemático. Nesse caso, acreditamos que a validação era esperada por se acreditar que os matemáticos eram os detentores do conhecimento em ação (VERGNAUD, 1994).

Apesar de observarmos essa característica, não a consideramos como prejudicial ao nosso trabalho pois, mesmo com esse pensamento, os futuros professores dos anos iniciais não se intimidavam e não tinham problema algum em expor suas idéias e muitas das vezes fazerem prevalecer seus pontos de vista. E os matemáticos, por sua vez, também não se utilizavam disso para inibir o parceiro ou desmotivá-lo. Muito pelo contrário, encorajavam-nos a darem sugestões e ajudavam a elucidar algumas idéias ou conceitos mal compreendidos.

Em uma atividade matemática pressupomos que, na situação de ação cognitiva, sempre haverá sujeitos em níveis de desenvolvimento diferentes. Essa diferenciação é para nós uma garantia da troca de conhecimento entre os pares que compartilham do processo de resolução da situação-problema.

Alguns autores tais como CÉSAR (1999); CÉSAR e SOUSA (2000); CARVALHO e CÉSAR (1999) defendem a idéia de que, em uma interação entre pares, deve-se sempre existir um sujeito mais competente, seja ele o professor ou um colega, que ajudará o menos competente a resolver uma tarefa que este não seria capaz de resolver sozinho.

> “A heterogeneidade fundamental para que ocorram interpretações divergentes, atendendo às diferenças individuais dos alunos, facilmente acontece na sala de aula; e mais do que procurar aproximar todos os alunos, anulando as suas diferenças, há que aceitar o desafio de as catalisar e considerá-las uma recurso do grupo.”
>
> (CARVALHO, 2005, pág. 18)

Para a resolução da atividade 5 da aula de 10/06 sobre o conteúdo de frações, ThomazM e AndréP desenvolvem o seguinte diálogo:

ThomazM: Um bolo foi dividido em duas metades. Uma metade foi dividida em cinco fatias iguais. Cada fatia chama-se um décimo de bolo. Você consegue imaginar a razão desse nome?

AndréP: Ai, ai, ai, ai. Isso aí é mais do que uma piada, velho.

ThomazM: Então responde.

AndréP: Décimo... São dez partes, ***não são?*** *Não, peraí. O bolo está dividido em duas metades, então um meio.* ***Certo?*** *Uma metade foi dividida em cinco fatias, pronto. Cinco fatias. Então vai ser... um meio dividido por cinco,* ***é isso?*** *Iguais. Cada fatia chama-se um décimo do bolo. Você consegue imaginar a razão desse nome?*

ThomazM: ***Não****... Um bolo... Cinco fatias... Cada fatia chama-se um décimo. Porque o bolo foi dividido em dez partes, cara. E porque ele foi dividido em dez partes?*

AndréP: Porque o dois... Ah, porque cada metade foi dividida em cinco fatias. ***Ou não?***

ThomazM: ***Também.*** *Um bolo foi dividido em duas metades. Uma metade foi dividida em cinco partes...*

AndréP: Humhum. One, two, three, four, five... Equivale a duas frações… Se metade foi dividido em 5 partes, somando as cinco partes da outra metade, temos 10. Portanto, temos uma pizza dividida em 10 partes. Décimos! ***É ou não é?***

ThomazM: ***Certíssimo!***

Observamos que AndréP se engaja na resolução da situação proposta, porém no final de todas as sugestões tem a necessidade da confirmação de ThomazM que por sua vez, confirmando ou não, o encoraja a continuar dando suas idéias. A última palavra, neste evento, é do Matemático.

Quando ThomazM começa a dar a resposta (“Também. Um bolo foi dividido em duas metades. Uma metade foi dividida em cinco parte...”), AndréP o interrompe dando a resposta correta. Mesmo assim, no final, faz a pergunta “É ou não é?”, esperando a confirmação do parceiro matemático.

Mais uma vez podemos dizer que a confirmação se fazia necessária para o estudante de pedagogia, mesmo este já tendo entendido a situação-problema em questão e já tendo conseguido resolvê-la.

Nesse caso, pode-se dizer que ocorreu uma interação do tipo co-elaboração por consentimento (CARVALHO, 2005), onde um dos parceiros propôs uma solução e o outro, sem oposição ou desacordo, escuta e dá *feedback* positivo. No exemplo, AndréP propõe a solução e é ThomazM quem dá o *feedback*.

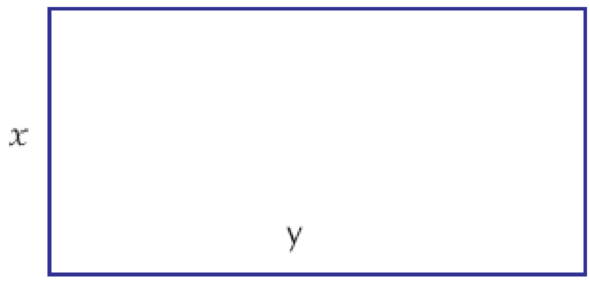
Em 27/04, observamos o diálogo entre RobertaP e DiegoM, resolvendo a segunda atividade sobre áreas.

RobertaP começa lendo a atividade[30]:

RobertaP: Martin Gardner apresenta um problema bastante interessante em que vamos pensar nesta atividade.

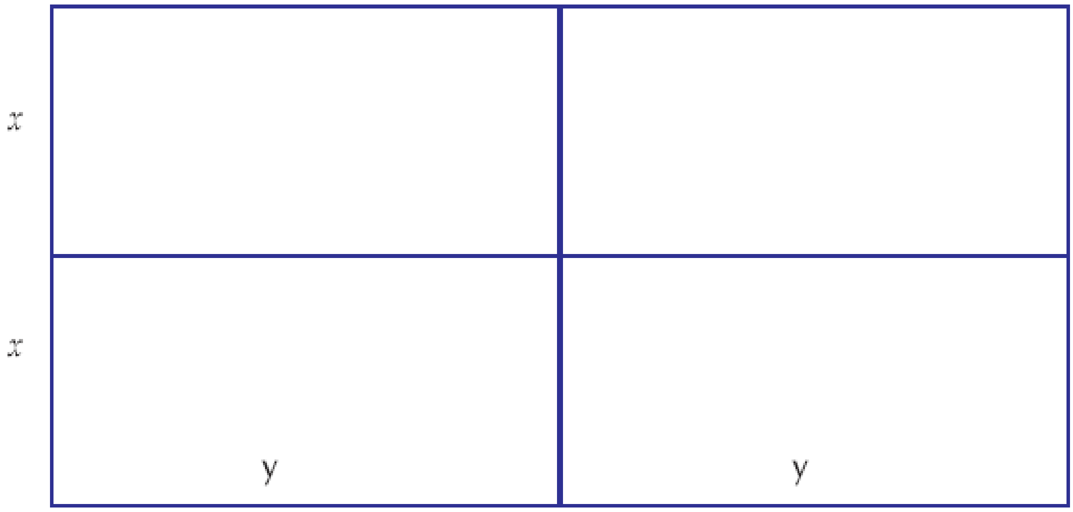
O problema propõe a utilização de figuras planas para formar mosaicos que sejam semelhantes à figura inicialmente utilizada. Para ficar mais claro, vamos ver um exemplo:

Dado o retângulo abaixo com a razão entre os lados sendo $\frac{x}{y}$*, vamos tomar essa figura como peça do mosaico e vamos justapor várias delas de modo a formar uma nova figura semelhante à primeira.*



Talvez você possa pensar em uma primeira solução assim:

[30] Anexo 2 – 2ª atividade (retirada do Caderno de Teoria e Prática 2, Matemática nos esportes e nos seguros, Unidade 5, Seção 2, do Programa Gestar II)



Assim, temos um retângulo semelhante ao primeiro, pois a razão entre os lados é $\frac{2x}{2y} = \frac{x}{y}$

Forme um novo mosaico com o mesmo retângulo.

DiegoM: É só pegar x sobre dois e y sobre dois.

RobertaP: ***Assim? Só virar?***

DiegoM: Não, você diminui isso aqui a metade e isso aqui a metade. Aí vai ficar assim.

RobertaP: ***Assim como eu fiz?***

DiegoM: Isso. Na verdade faz assim, não, faz assim e... [representação da secção através de gestos com as mãos]

RobertaP: ***Assim com eu to fazendo?***

DiegoM: Aqui você faltou dividir, né? Então tá certo, mas essa divisão como é que você faz? Você multiplica pelo inverso e conserva o primeiro.

RobertaP: Pára, pára! Mas porque? Se vai dar a mesma coisa porque cortar? A mesma coisa de x dividido por y, não?

DiegoM: Disso aqui você tem que chegar no x sobre y.

RobertaP: ***Então. Eu to fazendo alguma coisa errada? Isso aqui ta errado?***

DiegoM: Não, isso aqui não é igual a isso.

RobertaP: Não?

DiegoM: Você tem que fazer se tornar igual.

RobertaP: ***Tá. Isso aqui é igual a isso, né?***

DiegoM: É.

RobertaP: Ah... então tá. [Há um confronto entre ação e discurso do matemático e do pedagogo]

DiegoM: Não, é pq você tem que mostrar que isso aqui vai dar nisso. Conserva a primeira e multiplica pelo inverso da segunda, aí simplifica, corta dois com dois.

RobertaP: Conserva a primeira...

DiegoM: Assim ó: x sobre dois e y sobre dois, né? Aí isso aqui é o que? x sobre dois vezes dois sobre y, você inverte isso aqui, aí vai ficar dois x sobre dois x que é igual a x, ou y, com dois x sobre y. Você tem que chegar nisso. $\left(\frac{x}{2}:\frac{y}{2}=\frac{x}{2}\cdot\frac{2}{y}=\frac{2x}{2y}=\frac{x}{y}\right)$

RobertaP: Eu sei onde eu tenho que chegar.

DiegoM: Então.

RobertaP: ***Então ta bom?!!***

DiegoM: Tá!

RobertaP: Então ta, porque eu sei onde tem que chegar ta bom?!!

DiegoM: Não, mas você tem que escrever.

RobertaP: Assim temos o retorno e a semelhança primeiro cuja a razão entre os lados é dois x sobre dois y e x sobre y, forme um mosaico com o mesmo retângulo, a idéia é a mesma, se eu formar um mosaico com o mesmo retângulo eu vou chegar aqui. Nesse jeito que ele falou é a mesma coisa.

DiegoM: É a mesma coisa.

RobertaP: Assim nesse jeito que ele falou, é como se fosse assim, o que eu entendi que a gente vai chegar aqui é porque é a mesma coisa que ele falou.

No diálogo entre RobertaP e DiegoM também observamos a necessidade da confirmação do parceiro matemático, porém RobertaP, várias vezes, deixa bem claro que ela sabe o que está fazendo e aonde tem que chegar; e ainda o questiona da necessidade de se fazer os cálculos, uma vez que sempre voltará ao mesmo resultado inicial $\left(\frac{2x}{2y}=\frac{x}{y}\right)$. DiegoM, por sua vez, não consegue exprimir sua idéia de forma que a convença, mesmo tendo certeza de seus cálculos. Quando ele comenta *"Não, é porque você tem que mostrar que isso aqui vai dar nisso. Conserva a primeira e multiplica pelo inverso da segunda, aí simplifica, corta dois com dois"* demonstra a utilização de regras mecanizadas muitas vezes sem compreensão.

Nesse caso, pode-se dizer que ocorreu uma interação do tipo co-elaboração por confronto com desacordo (CARVALHO, 2005), onde um dos parceiros propõe uma idéia que não é aceita pelo outro, que por sua vez, exprime o seu desacordo, mas sem propor algo novo. No diálogo acima, RobertaP não aceita a sugestão do colega DiegoM, mas não exprime uma outra sugestão.

Outro aspecto importante na fala do licenciando em Matemática (Diego) é a necessidade da formalização por meio da escrita. Quando estão dialogando e a RobertaP diz que já entendeu onde tem que chegar, ele fala: "Não... mas você tem que escrever... E aí nos questionamos: O que é Matemática? Tem que haver escrita? Só oral ou em forma de desenho não é Matemática??

5.3. NÃO ACEITAÇÃO PELO PEDAGOGO NA RESOLUÇÃO IMPOSTA PELO MATEMÁTICO

> "Resolver um conflito sócio-cognitivo obriga o sujeito a ultrapassar uma situação de conflito cognitivo, ao mesmo tempo que tem que gerir uma relação social com um parceiro com o qual terá de coordenar pontos de vista para chegar a um consenso e, assim, resolver a tarefa." (CARVALHO, 2005, pág. 17)

Cada ser é diferente em seu modo de agir, falar, pensar, ou seja, de ser. É esperado, portanto, que, quando se juntam para a realização de uma tarefa, surjam diferentes pontos de vista, e mais ainda que cada um queira "impor" o seu pensamento.

Como diz Carvalho (2005),

> "Quando dois alunos se empenham ativamente num confronto sócio-cognitivo com o objetivo de resolver uma tarefa na sala de aula, estão presentes diferentes argumentos e pontos de vista, ou seja, o traço cognitivo do conflito. Contudo, além desse traço cognitivo, o sujeito tem igualmente de conseguir gerir o traço social da interação, fundamental num contexto colaborativo, expresso no comportamento do outro e nas interpretações que faz acerca desse mesmo comportamento, havendo, por isso, a necessidade de gerir uma relação interpessoal ao mesmo tempo que se negociam abordagens e estratégias de resolução diferentes. É pelo fato dos dois parceiros terem de justificar o seu ponto de vista, argumentar acerca das suas resoluções para as justificar ao seu par e negociar o que fazer com que, num contexto de trabalho colaborativo, nenhum imponha seu ponto de vista, ao contrário do que acontece, por exemplo, numa situação hierárquica."

Na realização das situações-problema propostas observamos esse movimento acontecer várias vezes. Muitas vezes, o aluno de Matemática assumia a "postura de professor" e tentava ensinar algo ao parceiro, transmitindo o seu conhecimento. Com a não aceitação, por parte do estudante de Pedagogia, eram obrigados a lidar com as diferenças e utilizá-las para a resolução da situação-problema.

A não aceitação passiva do aluno da Pedagogia acabava por requerer novas competências no contexto do aluno de Matemática, tanto de argumentação matemática, quanto de habilidade pedagógica para o convencimento. Isso revela que tais situações são desafios para ambos os tipos de alunos.

Pois, para que realmente haja a aprendizagem não se pode apenas haver a transmissão de conhecimentos ou conceitos. A aprendizagem deve ser concebida como a mediação entre indivíduos ativamente envolvidos na realização da tarefa proposta. É preciso que os dois sujeitos resolvam o "desacordo", (re)construindo argumentos, estratégias e significados, matemáticos e não-matemáticos.

Na aula de 10 de junho, na realização de situações-problema sobre frações, observamos o seguinte diálogo entre DiegoM e RobertaP, quando da resolução da atividade nº 05: O bolo está dividido em 2 metades. Uma metade está dividida em 5 fatias iguais. Cada fatia chama-se 1 décimo do bolo. Você consegue imaginar a razão desse nome?

DiegoM: Então... vamo lá então. Vou "estar dividindo" em duas metades. Uma metade "vo ta dividindo" em 5 fatias. Cada fatia chama-se 1/10 do bolo. Você consegue imaginar a razão desse modo, porque que é décimo?

RobertaP: Sim.

DiegoM: Pensa bem.

RobertaP: Deixa eu pensar. Você divide em duas metades.

DiegoM: Pega um inteiro, pega um inteiro e divide no meio (a RobertaP interrompe dizendo "SIM"), uma das metades você divide em cinco.

RobertaP: E a outra em cinco também.

DiegoM: É outra metade. Porque que chama décimo?

RobertaP: Ah ta, engraçado que ele só dividiu uma só metade em 5 né não dividiu as duas.

DiegoM: Mas é necessário dividir as duas?

RobertaP: É... se dividisse as duas fatias... [RobertaP baseia-se na quantidade de partes produzidas, enquanto que DiegoM quer argumentar que a fração representa a proporção da parte obtida com o todo original]

DiegoM interrompe: se as duas tem o mesmo tamanho... são metades... e a outra?

RobertaP: É... mas seria mais claro pra ter idéia de décimo, seriam dez partes pequenas. [Aqui, temos muito mais um argumento pedagógico, do que suas necessidades matemáticas]

DiegoM: Dez partes pequenas... ou se é uma parte... uma metade são 5 pedaços a outra metade também são 5 pedaços então duas vezes cinco é dez.

RobertaP: Sim, mas eu consigo imaginar que é 1/10 pelo que aprendi e acho que a partir desse daqui não seria claro pra mim.

DiegoM: Então vamo cortar o bolo (risos).

RobertaP: Tem que cortar os dois! Eu gostaria de visualizar 10 pedacinhos pequenos e não só 5 e pensar, então tá! Então outra metade dá pra dividir...

DiegoM tenta mostrar para RobertaP que para dar a idéia de décimo não é necessário dividir em 10 pedaços. Basta dividir uma metade em 5 e multiplicar por 2. RobertaP, por sua vez, não concorda. Para que ela consiga perceber o décimo, é necessário que divida o bolo em 10 pedaços. Mesmo tendo entendido o raciocínio do parceiro, prefere sua idéia de dividir o bolo inteiro em 10 partes, por achar que fica mais fácil o entendimento. A intenção de DiegoM era mostrar uma maneira mais simples, sem que fossem necessárias todas as divisões. Porém, o que não é visível para ele, é o fato de que o "mais simples" depende do sujeito que está realizando a tarefa.

É importante ressaltar que as duas versões estão corretas. Nesse caso, mesmo sendo a sugestão do aluno de Matemática a maneira "mais rápida" de resolver a situação, nem sempre é a de melhor entendimento para ambos. De uma forma ou de outra, conseguiriam resolver a situação proposta. Mas, há uma opção que seria pedagogicamente mais adequada quando inserida nos anos iniciais de aprendizagem matemática. Nada mais natural, que essa sugestão parta da estudante de Pedagogia.

Esse aspecto é, muitas vezes, observado nas salas de aulas das escolas de Ensino Básico. Um aluno tenta dar uma solução, diferente daquela esperada pelo professor ou do restante do grupo, e esta não é aceita, muitas vezes, inibindo o sujeito matemático ali existente. Mais uma vez, ressaltamos aqui, a importância da aceitação das diferentes soluções de uma mesma tarefa proposta, favorecida nas resoluções de atividades não tradicionais e nas interações sociais, onde a realização em grupos ou pares é privilegiada.

Observamos em várias aulas, não somente nos trechos analisados, o que Rogoff (1993 apud ROSELLI, 2000) e Tudge (1990 apud ROSELLI, 2000) chamam de "efeito de tutoria", onde um dos participantes da dupla assume a posição de tutor e "ensina" algo ao outro parceiro. Os desacordos que ocorrem de forma equilibrada promovem o progresso cognitivo, o que não ocorre quando há domínio de um dos parceiros. Deve haver cooperação num conflito social.

É muito importante também diferenciar uma autêntica interação sócio-cognitiva de uma mera “regulação social da interação” (MUGNY e DOISE, 1978), que ocorre quando um sujeito impõe seu ponto de vista e o outro cede por convencimento e não por complacência. Podemos dizer que, com a postura adotada pelos estudantes de Pedagogia, no trecho analisado, a regulação social não foi possível de ocorrer.

> “O conflito sócio-cognitivo produz um duplo desequilíbrio: interindividual e intraindividual, o primeiro provocado pelo conflito entre respostas socialmente diferentes, e o segundo porque a tomada de consciência de uma resposta diferente da própria pode produzir no sujeito um conflito interno. A interiorização de coordenações é que produz novas coordenações intraindividuais” (GUERRERO, 1998, pág. 54)

Em outra aula (27/04), resolvendo situações-problema sobre áreas, a mesma dupla enfrenta o mesmo impasse na diferença de resolução da situação proposta, porém, dessa vez, não conseguem chegar a um senso comum, o que podemos considerar como um fenômeno positivo na interação social, uma vez que não houvera passividade de um sujeito diante da imposição do outro.

A situação proposta era a seguinte:

Uma gráfica sabe que um pacote de folhas de papel retangulares pesa 2 kg. Qual será o peso de um pacote (com o mesmo número de folhas) com folhas que têm o dobro do comprimento e o dobro da largura das folhas do pacote original?[31]

RobertaP inicia lendo a atividade. E depois fala: *Eu vou fazer sozinha, tá?*

DiegoM concorda.

Ela fica 30 segundos tentando, e depois diz: *Ah... me ajuda?* Mas pergunta: *É a mesma coisa que o anterior, só que vezes 4, é isso?*

DiegoM lê a questão novamente e comenta: *Então escreve aí: O peso será 4 vezes o original.*

Os dois ficam um tempo em silêncio, analisando a questão e então DiegoM fala:

- Então, sabe porque fica igual, porque...

[31] Atividade 4b (Apêndice 3)

E é interrompido por RobertaP:

- Não... eu só estou pensando em um outro jeito de fazer... [A pedagoga não se acomoda em ter um único esquema]

DiegoM: Não... o jeito mais fácil é esse, mas só fica igual por causa disso aqui, ó... porque tem o mesmo número de folhas. Só por causa disso. Porque quando você fala que tem o mesmo número de folhas, então a altura é a mesma. E como você não tem altura, você não fala de volume. Você fala só de comprimento. Por isso que vai ser quatro. Se falasse de volume, ia ser oito.

RobertaP respira fundo e diz: *Repete, por favor.* [Pois ele utiliza um quadro representacional de referência que não é o de RobertaP]

DiegoM: É assim, ó... é igual o cubo. No cubo, quando a gente aumentava... dobrava o lado, em vez de ser quatro, não aumentava pra oito? Porque você fazia comprimento largura e altura. Lembra?

RobertaP: Haham.

DiegoM: Então... se aqui é 1, 1 e 1 (se referindo às medidas das dimensões), então vai dar 1. Agora se você colocar aqui como 2, aí vai ser 2, 2 e 2. 2 vezes 2 vezes 2. Aí ver ser oito. Como, no caso, a gente colocou o mesmo número de folhas, a gente pode matar isso aqui (se referindo à altura), e fica o comprimento e a largura. 2 vezes 2, 4.

RobertaP: Não... mas tá certo... mas eu não entendi porque...

DiegoM: Porque que...

RobertaP: Ó... (e lê novamente a questão) *Isso do mesmo número de folhas, pra mim, ele não falou por causa da dimensão. Ele falou pra não ter aquela dúvida se o outro pacote vai ter mais folha ou menos.*

DiegoM: Então?!

RobertaP: Mais por isso... não é uma questão das três dimensões... o papel é desse jeito... ah sei lá.... [ela pensa na folha no R^2 enquanto que DiegoM pensa no R^3, onde uma dimensão é fixa. Portanto, as variáveis são apenas duas, e RobertaP está certa!]

DiegoM: Então... esse papelzinho aqui, ele tem largura e tem comprimento, não tem? E embora não pareça, também tem uma altura... E essa altura pode influenciar no resultado das contas. E o aluno pode perguntar sobre a diagramação do papel.

RobertaP: Acho que ele pode perguntar: - Ah, mas se colocasse mais folha de papel? Tudo bem, agora nunca perguntaria: - Ah, mais e a diagramação do outro papel vai ser mais grossa, vai ser menos grosso? Porque o que afeta na verdade não é mesmo o número de folhas?

DiegoM: Entendi, entendi... [Ela consegue “dobrar" o matemático]

RobertaP: Então, como ela não falou isso, acho q é mais pra inventar pergunta idiota, não porque os alunos podem pensar na dimensão...

DiegoM: Mas pensa.

Risos

RobertaP: Bom... não sei, eu não vejo isso não, mas... eu respeito.

DiegoM: Ah sei lá, eu acho que pensa.

RobertaP: É, já pensou então tem que ta certo...

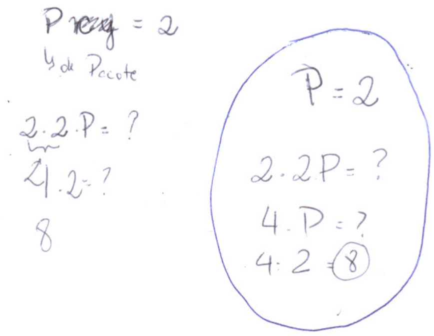
DiegoM: Mas eu acho que pode pensar assim, mas é um vício já, né!

RobertaP: Já é natural, né? [Nesse caso, para o estudante de Matemática]

Ambos continuam analisando a questão apenas com os olhos, mas são interrompidos pelas monitoras perguntando se já haviam terminado, quando respondem afirmativamente.

Após o diálogo entre a dupla, RobertaP chamou a pesquisadora e mostrou como faria para resolver a situação-problema em questão.

RobertaP: Esse aqui é o jeito que eu faria se eu estivesse na escola. Eu ia pensar que o pacote... eu não faria um "P" porque lá a gente usa x, né! O pacote, ele pesa dois quilos (2P), aí a gente aumentou a largura e o comprimento do pacote então, não sei, eu coloquei aqui dois vezes dois, vezes o pacote (2.2.P). Aí coloquei um ponto de interrogação (2 . 2 . P = ?) (riso). Aí deu quatro vezes o pacote (4 . P = ?), fica quatro e dois que é igual a oito (4 . 2 = 8). Mas eu não sei, eu não pensaria nessa organização, eu não pensaria no x, no y, não pensaria no comprimento, talvez porque eu num, talvez porque eu fosse muito insegura na hora de trabalhar a área, essa soma, eu não decorava, continha... eu não sei, eu achei isso aqui parecido com regra de três. (Risos) Dá pra entender?



No início do diálogo, quando RobertaP pede ajuda a DiegoM, ela mesma já apresenta uma forma de resolver a situação proposta questionando "*É a mesma coisa que o anterior, só que vezes 4, é isso?.* Mostra que identificou esta situação como análoga à anterior, transferindo o esquema para novo contexto. Conseguiu resolver, só demandando uma validação por parte do matemático.

Outro aspecto importante é quando fala: "*Não... mas tá certo... mas eu não entendi porque*." Mostra, nesse caso, que para ela, não basta estar matematicamente correto, o que importa, além da correção, é a compreensão do significado.

No caso apresentado, a dupla não conseguiu chegar a um consenso em relação à resolução da situação-problema proposta. Para dar um fim ao diálogo e ao impasse, RobertaP acata a resolução proposta por DiegoM, porém tem a necessidade de mostrar a sua idéia a um terceiro.

5.4. NECESSIDADE DO CÁLCULO MATEMÁTICO E/OU REGISTRO FORMAL

Quando analisamos, separadamente, a formação do professor de Matemática das séries finais do Ensino Fundamental e também do Ensino Médio, a prova rigorosa é tida como elemento fundamentalmente importante para a formação destes. Basicamente, nos quatro anos do curso de graduação, as disciplinas se pautam na demonstração formal de teoremas e corolários. Porém, na formação do Pedagogo, podemos dizer que este elemento é majoritariamente inexistente. Sua formação está mais diretamente ligada à prática em sala de aula, à relação professor-aluno e ao processo ensino-aprendizagem.

A formação do licenciando em Matemática não condiz com a prática em sala de aula que enfrentarão após a formação inicial, ou mesmo durante os estágios orientados.

Além do mais, esta atuação contraria as orientações mais inovadoras expressas nos atuais currículos e traduz-se em algumas das dificuldades patentes nos desempenhos dos alunos, como a dificuldade que eles sentem em criticar resultados obtidos ou informação contendo dados matemáticos incorretos (estatística, por exemplo) ou em serem capazes de procurar soluções alternativas quando trabalham individualmente, entre outras.

Conforme afirma Moreira e David (2005), as características da prática escolar tendem a favorecer um modo mais flexível de caracterização dos objetos matemáticos, muitas vezes através de referências descritivas ou de imagens intuitivas, no lugar de definições formais. Mesmo porque a definição formal parece não desempenhar, entre os estudantes, um papel muito significativo no processo de construção do conceito a que ela se refere.

E completam,

> Embora a formação de conceitos matemáticos esteja fortemente associada a um processo que envolve a construção de um conjunto de ***imagens***, estas podem ser, para um mesmo indivíduo e para um mesmo conceito, contraditórias, limitadas e mesmo, em certos aspectos, conflitantes com a definição formal do objeto a que se referem. Observa-se, além disso, que, numa dada situação, uma imagem apenas parcialmente adequada do conceito pode ser evocada e, mesmo assim, levar efetivamente a uma solução correta da questão ou problema proposto (MOREIRA E DAVID, 2005, pag. 31)

Nas nossas aulas, ficamos sempre atentos para tal fato. Frizamos, praticamente em todas elas, a importância da aceitação das diferentes estratégias para a resolução das situações-problema propostas, relevando o papel do aluno ativo e detentor do conhecimento, uma vez que é essa a realidade que os futuros professores encontrarão nas escolas de Educação Básica. Ressaltamos a importância do desenvolvimento de uma prática pedagógica visando à compreensão de fatos, à construção de justificativas que permitam ao aluno utilizá-los de maneira coerente e conveniente na sua vida escolar e extra-escolar.

A seguir, apresentamos a resolução da oitava atividade da aula de 10/06, sobre frações[32]. A atividade era a seguinte: No prato havia um pedaço de pizza. Colocaram mais meia pizza e ficou um total de 3 quartos de pizza. Quanto de pizza havia inicialmente no prato?

DiegoM: Num prato havia um pedaço de pizza, colocaram mais meia... meio pedaço de pizza...

RobertaP: Meia pizza...

DiegoM: É... mais meia pizza e fica um total de ¾ de pizza, quanto de pizza havia inicialmente no prato?

RobertaP: Explica uai. [Para ela, cabe ao Matemático explicar]

DiegoM: Vamos lá, por partes... no prato tinha um pedaço de pizza

---

[32] Curso: Frações e Números Racionais – concepções, fundamentos lógicos e obstáculos à aprendizagem – SBEM-DF. Nilza Eigeneer Bertoni, Sandra Baccarin e Ana Maria Porto (anexo1).

RobertaP: Um pedaço de pizza! Pronto, a resposta é essa!

DiegoM: Um, um inteiro

RobertaP: Quantos pedaços de pizza havia inicialmente no prato? Um pedaço de pizza (risos). Ééééé... tá certo, quero ver quem vai dizer que está errado, vamos pra próxima.

DiegoM: Não... Vamos lá ó.

RobertaP: Tá certo o que eu estou dizendo! No exercício pergunta quanto havia de pizza inicialmente. E o próprio exercício responde que é um pedaço.

DiegoM: Inicialmente é...

RobertaP: No prato havia inicialmente um pedaço de pizza... pronto, quantas pizzas havia no prato? Um pedaço de pizza...

DiegoM: É... realmente a pergunta... É... Tá certo, já deu a resposta mesmo.

RobertaP: Eu sei. Eu sou ótima.

DiegoM: Não... Aqui ó... Tá certo, no prato havia inicialmente um pedaço de pizza.

Ai eu pego mais meia pizza num total de ¾ de pizza... entendeu?

DiegoM: Ahh não, isso aqui está como uma incógnita... não está falando como um pedaço inteiro de pizza

RobertaP: Não falei que era um pedaço inteiro de pizza

DiegoM: Não, não tem um pedaço de pizza, ele tá falando uma quantidade, uma incógnita. Que existia pizza no prato. É $x + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$. [Necessidade do Matemático de pensar a partir de uma linguagem algébrica]

DiegoM: existia uma certa quantidade que nós vamos chamar de x, que é a incógnita...

RobertaP: Você disse UM pedaço de pizza

DiegoM: É... mas a intenção que eu to vendo....

RobertaP: e coloca mais meia pizza. Ficou um total de...

DiegoM: Hammmm... "Cê ta entendendo"? Ele tá dando um a fórmula pra você chegar na quantidade inicial que tinha... Esse "Um" aqui ficou ambíguo, né? Ficou parecendo... Mas depende do ponto de vista... O que é um pedaço de pizza pra você??

RobertaP: uma fatia

DiegoM: E quanto mede uma fatia?

RobertaP: Mas ele não ta perguntando a medição.

DiegoM: Nãooo sabe o que que é?

DiegoM: Não ta errado. A gente chegou num ponto legal aqui, no prato tinha um pedaço de pizza, colocaram mais meia pizza e fica um total de ¾ de pizza o que *acontece... pergunta quanto havia no prato inicialmente, ela (RobertaP) chegou e falou: - Um pedaço. E realmente está escrito aqui, realmente é um pedaço. (risos)*

RobertaP: Você está rindo porque, é a verdade.

DiegoM: Não, você tá certa... Mas assim... É uma incógnita, ele quer que faça, a quantidade que havia no prato mais a meia pizza que foi colocada, deu ¾ de pizza. O ideal seria se estivesse escrito assim: num prato havia certo pedaço de pizza.

DiegoM: Mesmo assim vou colocar a resposta dela que ficou mais legal.

RobertaP: Vamos colocar outra também.

DiegoM: Isso... A gente faz a conta, mas você não tá errada não... ó havia um pedaço, ta mal formulado.

RobertaP: Tá mal formulado. Mas concordo com você que um pedaço de pizza pode ser meia pizza, um quarto de pizza...

DiegoM: 1/8 de pizza normalmente

RobertaP: Exatamente, então... Só que tá mal formulado.

DiegoM: Então vamos escrever: Visão do pedagogo, agora vamos montar aqui do lado aqui... Matemática

8) No prato havia um pedaço de pizza. Colocaram mais meia pizza e ficou um total de 3 quartos de pizza.
Quanto de pizza havia inicialmente no prato? Um pedaço. MATEMÁTICA $x + \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \Rightarrow x = \frac{1}{4}$

RobertaP: Do pedagogo? Uai de qualquer outra pessoa também... Ora bolas, eu sou pedagoga com orgulho... mas não é por causa de minha área. Qualquer pessoa pensaria isso. [Declara que há duas perspectivas epistemológicas diferentes num mesmo contexto]

DiegoM: Não... É por que aqui é o... não podia ser um pedaço tinha que ser certo pedaço... (ele tenta consertar a situação)

RobertaP: Ok, colocaram mais ½ pizza, num total de ¾ (Ela simplesmente encerra a discussão e retorna à situação-problema).

DiegoM: Então você tem o X + ½= ¼... ¾

RobertaP: O cara tinha o que? ¼ de pizza a principio né?

DiegoM: Seria assim então x+ ½= ¾, entendeu?

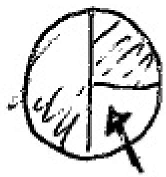
RobertaP: entendi... Mas eu não pensei assim

DiegoM: Eu sei... Pra você a resposta é um pedaço

RobertaP: Não... Quando eu perguntei se tinha ¼

DiegoM: não, o que ta falando aqui é isso ai, entendeu? O x é uma quantidade, não, não ¼, entendeu? Como é uma incógnita, você tem que usar o x.

RobertaP: Porque? Eu posso fazer um desenho assim ó:



Aí eu coloco meia pizza e completo com o que falta para dar ¾. Que na verdade é o ¼ que eu falei. Tenho certeza que se você fizer a sua continha, vai dar ¼. Fazendo o desenho eu resolvo do mesmo jeito. [A pedagoga deu a resposta sem precisar da equação, o que aparece como muleta para o matemático]

DiegoM: Então tá bom... Se você entende melhor dessa forma...

No esquema a seguir, abordamos as perspectivas diferentes de representação matemática da situação proposta. Enquanto a futura pedagoga quer partir de uma representação geométrica, por meio de um desenho, o futuro professor de matemática tem a necessidade da representação algébrica, por meio de uma equação. As setas nos permite também representar que em alguns casos, ambos passam pelos dois tipos de representação e que nem sempre isso é uma regra.

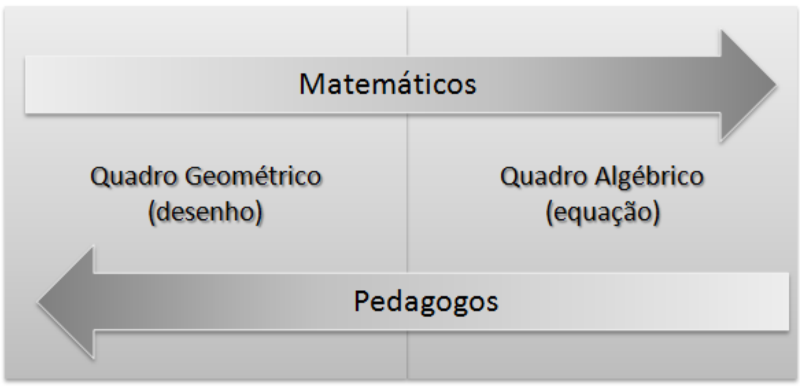


Figura 6: Perspectivas diferentes de representação matemática da situação.

No excerto acima começamos com uma discussão muito interessante em relação ao enunciado da situação-problema proposta. Os envolvidos passam um bom tempo se questionando sobre o “um pedaço de pizza” e sobre o que a situação estava realmente propondo.

DiegoM não aceita inicialmente pois sabe que o que se deve encontrar é justamente “o tamanho” desse pedaço de pizza que estava inicialmente no prato, o que não foi solicitado no enunciado. Ele usa várias vezes a palavra “incógnita” para denotar justamente esse valor que se deve encontrar.

RobertaP porém, insiste que o próprio enunciado já responde a questão e que a resposta é “um pedaço de pizza”.

DiegoM, por sua vez, em alguns momentos se convence de que ela está certa mas ao mesmo tempo tem a necessidade de fazer o cálculo matemático e mais ainda de utilizar o “x” como sendo a incógnita a ser descoberta.

Continuam a discussão até que chegam a um “falso consenso” de escreverem as duas respostas. Porém, DiegoM faz o comentário de que a primeira resposta é da pedagoga e a segunda do matemático, desencadeando uma nova discussão que não se estende muito pois RobertaP fica ligeiramente brava e dá continuidade à resolução da situação-problema proposta.

Na continuidade, um novo conflito, que pode ser considerado como sócio-cognitivo, é gerado devido à diferença na resolução. DiegoM continua insistindo na utilização do x e uma equação, enquanto RobertaP resolve utilizando um desenho.

Apesar de ficar evidente em vários trechos do diálogo, é nessa parte que fica mais claro a necessidade do registro matemático formal por parte do licenciando em Matemática enquanto a licencianda em Pedagogia mostra uma forma alternativa de resolução que no final acaba sendo aceita por ele: esquemas e desenhos devem ser igualmente validados como processo de registro.

Com as características observadas acima podemos nos questionar sobre as diferentes concepções do “fazer matemático” para cada indivíduo separadamente. Para ele, existe a necessidade do lápis, papel, contas, equações, x, y, frações, talvez por ser esse o fazer matemático que ele sempre teve contato e ainda tem, de uma tradicionalidade imposta pela escola ou mesmo pelo curso de graduação em Matemática.

Já o insucesso na disciplina, por parte da RobertaP, relatado por ela mesma, faz muitas vezes, com que ela busque formas não-tradicionais da Matemática formal de resolução e nem queira aceitar ou mesmo entender a resolução formal apresentada por ele.

A resolução proposta por eles foi fruto das vivências pessoais de cada um e dos conhecimentos que individualmente possuem e precisaram mobilizar nesse momento, isto é, processos operatórios distintos e conhecimentos matemáticos diferentes. Neste momento, caberia uma intervenção do professor articulando as duas possibilidades de representação e resolução institucionalizando ambas.

Observamos claramente, nos estudantes de Matemática, uma forte mecanização de procedimentos por meios algébricos e até mesmo uma certa resistência na aceitação da utilização de resoluções diferentes daquelas apresentadas nos livros, em especial o uso do desenho.

Mais uma vez ressaltamos a importância das atividades de interação entre pares. O exemplo escolhido realça o aspecto globalizante deste tipo de abordagem. Por um lado, há efeitos nítidos do ponto de vista cognitivo, da apreensão dos conhecimentos e aquisição de competências. Os sujeitos são confrontados com outras estratégias de resolução, o que os incita a saírem das suas posições iniciais e a terem de compreender outras formas de abordar o mesmo problema, que conduzem a raciocínios diferentes dos seus. Este percurso interativo, que os leva a discutirem em conjunto o que cada um pensou e fez, faz com que apreendam mais conhecimentos e adquiram mais competências matemáticas.

Assumir esta complexidade levou-nos a considerar o saber matemático como uma construção social. Porém,

> As interacções sociais são apenas um desses factores. Muitos outros têm de ser levados em conta para podermos compreender e explicar os desempenhos dos alunos: as características da situação e da tarefa proposta, as instruções que são dadas para a sua realização, os actores envolvidos, o estatuto social dos pares, o contrato didáctico vigente. Assim, na medida em que o saber matemático que se ensina na escola é exterior ao sujeito e lhe é preexistente, mas em que só há aprendizagem se o aluno for capaz de o interiorizar dando-lhe um significado pessoal, tornam-se especialmente importantes os processos que são utilizados na sala de aula para facilitar o contacto dos alunos com esse mesmo saber. Para apreender um saber socialmente construído, é preciso fazer uma desconstrução desse saber e uma posterior reconstrução. E é precisamente neste duplo processo, que permite ao sujeito uma atribuição de significados pessoais, que as interacções sociais têm um papel fundamental. (CÉSAR et al, 1999, pág. 75)

5.5. AS INTERAÇÕES COMO PROPULSORAS DA CONSTRUÇÃO DE UMA PRÁXIS MATEMÁTICA

> Minha utopia, como educador, é que as novas gerações serão capazes de atingir cidadania e criatividade...
> Minha utopia, como matemático, é que a matemática é essencial para atingir a minha utopia de educador.
> (D´AMBROSIO, 2005, p.97)

A idéia dessa pesquisa surgiu da dificuldade da pesquisadora enquanto professora. Quando comecei a ministrar minhas próprias aulas, percebi que a formação que eu havia recebido não havia sido suficiente, ou mesmo condizente com a realidade da sala de aula. E que a minha práxis seria um grande desafio e um imenso campo de pesquisa. Unindo a minha pouca experiência com os meus anseios e mais ainda pensando nos futuros professores que estariam por se formar, é que essa pesquisa surgiu.

Como minha maior dificuldade estava na minha práxis me peguei pensando em uma maneira de poder auxiliar os professores ainda em formação inicial em relação à função que viriam exercer brevemente e uma das maneira que encontrei foi dando a oportunidade de dialogarem a respeito da prática em sala de aula, muitas da vezes não tendo passado por essa experiência ainda.

Durante todo o curso ofertado nesta investigação, conversamos sobre a importância de sempre considerarmos o aluno como um sujeito que aprende e da relevância das atitudes do professor para com o processo de ensino-aprendizagem deste. A importância de se considerar a construção do conhecimento por parte do aluno, mediado pelo professor, e o papel da resolução de situações-problemas nas aulas de matemática.

Com as dinâmicas estabelecidas em sala de aula, durante a disciplina Educação Matemática II, mostramos a importância das atividades realizadas em conjunto com um ou mais parceiros e mais ainda a importância das trocas realizadas entre eles durante as interações. Demos a oportunidade de se colocarem no lugar dos alunos e perceberem como pode ser prazerosa uma aula de Matemática pautada na resolução de situações-problema, onde se privilegia a comunicação de idéias e a construção de significados.

Conforme afirma César *et al* (1999)

> "Por outro lado, num processo interactivo nem tudo é cognitivo. Os próprios conflitos gerados pela resolução dos problemas são sócio-cognitivos e não apenas cognitivos, pois pressupõem que o sujeito é capaz de gerir a interacção, de decidir quem a lidera em cada momento, de chegar a consensos, de dar tempo e espaço ao outro para que ele possa expor os seus pontos de vista. Muito do que acontece durante as interacções permite desenvolver as competências sociais dos sujeitos".

A maior riqueza da implementação de um trabalho deste tipo é que permite desenvolver nos futuros professores aspectos que nos parecem essenciais: uma auto-estima positiva, atitudes positivas face à Matemática, maior autonomia e sentido crítico, mais solidariedade e respeito pelos pares, além de levá-los a considerar que se a aprendizagem é um processo de construção de significados, então a comunicação e a negociação desempenham um papel central na sala de aula.

No trecho a seguir, mostramos a interação entre EduardoM, AndréP e RebecaP. Após a resolução da atividade de "reproduzir uma caixa reduzindo-a a metade", iniciaram uma discussão muito interessante sobre o Ensino de Matemática:

EduardoM: Essa frase diz assim; o que a gente fez foi pegar uma caixa, um inteiro e dividir pela metade, significa que essa metade vezes dois é aquele um inteiro.. beleza a gente quer uma coisa mais difícil agora.

AndréP: Não.

AndréP: Mas é bom eu gostei, eu achei interessante.

EduardoM: E ó tem uma explicação algébrica, que uma coisa é geometria e a outra é álgebra, álgebra tem que ter uma equação [conceito equivocado sobre o que é de fato a álgebra] *e a gente fez isso ai , a gente dividiu a altura, lado maior pela metade, e manteve seis... base e os outros largura e profundidade e ai a gente.. por isso que eu digo que na matemática tudo faz sentido".*

AndréP: Isso aqui vai pro meu dossiê.

EduardoM: Seu dossiê? A vontade...

EduardoM: A resolução da nossa atividade, na verdade, partiu de uma coisa intuitiva né? Não foi matemática né? Uma caixa que seja metade dessa e o que a gente faz? Imagina que isso daqui fosse um bolo, fala assim: Olha RebecaP, metade é seu metade é meu. Que você ia fazer? Passar a faca aqui. Corta pela metade, isso daí é que tava discutindo aquela aula de aproximar o real da realidade... matemática sei lá

AndréP: Se fosse explicar pra criança desse jeito aqui? Pelo amor de Deus... Se eu já tive um pouco de dificuldade...

EduardoM: Pois é

AndréP: Imagina chegar pra um garotinho e falar assim...

EduardoM: Se você der um bolo desse e falar assim pro garotinho: metade "é meu". O garotinho pode pegar aqui e cortar (faz a demonstração com as mãos).

AndréP: É agora se ele for um pouco esperto ele pega a parte maior pra ele (risos).

EduardoM: É... Ele pode cortar o bolo assim, e assim e assim... De milhares de maneiras... existem infinitas maneiras que ele pode cortar.. e em diagonal assim né? se ele cortar assim também vai estar fazendo metade, daria uma caixa bem simpática... é...

daria uma caixa de forma de trapézio ou então se você quisesse a gente poderia cortar uma diagonal.. daria milhares de maneiras de fazer uma caixinha.

AndréP: Huhum...

RebecaP: É verdade!

EduardoM: E basicamente é assim: a gente pega esse bolo e divide pela metade, não foi isso? E na hora que tiver matemática... altura, volume , largura, profundidade, como que é a formula do volume mesmo?

AndréP: E tem um monte de materiais pra enriquecer... tal...

EduardoM: E outra coisa interessante ó se a gente corta... Se concorda comigo que é um volume, né? Fechado, né? Qualquer maneira que a gente dividisse na metade esse sólido vai ter o que .. metade do volume né? o lance de você chegar e cortar ele assim ó.. metade , metade, é obvio que cada metade dessa vai ter o mesmo volume.. afinal de contas isso daqui é muito importante para a industria de embalagens... vocês já se perguntaram por que que a caixa de leite sempre tem aquele formato?

AndréP: É pra ocupar menor volume.

EduardoM: Exatamente. Tem aquela questão, como é que chama? De local.. de... máximo de uma função, que que é máximo de uma função ? né?.. vocês lembram do vértice.. da parábola e falava assim; qual que é o máximo? Esse Máximo daí a gente estuda só no.. fazendo equações, formula de Báskara, não sei o que agora no fundo, no fundo aquela máximo na industria significa o máximo de alguma coisa, né? As vezes é o máximo de volume que você consegue por determinada quantidade de folha , de planta. Qual que é o máximo de volume que eu consigo com papel? Entendeu? Então tem essas coisas, isso daí ai que a matemática entra na vida. As pessoas... ensinar o que é máximo o que é mínimo de função .. função , função já é um negocio meio.. o que que é função? Mas diz assim , olha que interessante . O preço da camisa que você usa é uma função de várias coisas. Me diz uma coisa: de que depende o preço final?

AndréP: Do público alvo? De quem vai comprar?

RebecaP: Do custo.

EduardoM: Depende do custo da matéria prima, depende do salário que você paga pra funcionária, depende da luz que se paga, depende do quanto se paga na prestação das máquinas que você compra. Então o preço da camisa é função do preço de varias coisas. Aí você fala: "peraí" e se eu pago mais caro a funcionaria? Vai subir o preço final? Vai, mas ela vai render em produtividade? Então aí você vai trabalhar com essas variáveis. O empresariado vai achar o máximo da função, quer dizer, o mínimo, por que aí você vai ter o preço mínimo... São várias variáveis, você "tá entendendo"? A gente *estuda função e nunca presta atenção. Isso aí está na nossa vida, a gente fala "no português": ah... O meu salário está em função do salário do chefe. Salário do chefe aumenta, aumenta o meu também. Ninguém vê que isso daí é a mesma coisa da função que vocês estudaram na matemática, né? Salário da RebecaP é igual a salário do AndréP, entendeu?"*

AndréP: uhum...

EduardoM: Então.. o salário do AndréP aumenta. Salário da RebecaP é igual a duas vezes o salário do AndréP mais dez por cento...(risos) ta entendendo? Isso é matemática... Você é vendedor ganha o fixo mais a função de outra coisa... quer dizer em inúmeros exemplos a matemática deixa assim uma coisa abstrata e passa a ser concretíssima mas uma pena que na escola são poucos os professores..

AndréP: São poucos professores que fazem esse link com a realidade. Só passam o que tá ali no livro.

RebecaP: E raramente consideram o que realmente interessa aos alunos.

EduardoM, ao comentar que a resolução da situação-problema foi feita de forma intuitiva, diz que não foi matemática, indo contra a perspectiva Intuicionista/construtivista de Poincaré que defende os processos intuitivos como elementos importantes da produção matemática. Em outra fala "*E basicamente é assim: a gente pega esse bolo e divide pela metade, não foi isso? E na hora que tiver matemática... altura, volume , largura, profundidade, como que é a formula do volume mesmo?",* busca reduzir a atividade Matemática ao quadro da Álgebra, não considerando à divisão pela metade como tal.

Observa-se, nas falas dos alunos, uma grande preocupação na contextualização da matemática, ao ensiná-la. Utilizam-se de experiências anteriores, durante a vida escolar deles para concluírem que o ensino que receberam não havia sido de forma significativa e que esse aspecto é muito importante para o processo de ensino-aprendizagem da Matemática.

É importante ressaltar, que mais uma vez são os estudantes da Pedagogia que trazem a discussão para o ensino-aprendizagem e para a importância do aluno nesse processo, como mostra as falas de AndréP *"Se fosse explicar para a criança desse jeito aqui.. Pelo amor de Deus... Se eu já tive um pouco de dificuldade..."* "*São poucos professores que fazem esse link com a realidade. Só passam o que tá ali no livro."* e de RebecaP "*E raramente consideram o que realmente interessa aos alunos"* Já o licenciando em matemática traz importantes aplicações da Matemática na vida real, porém sem fazer a conexão com a sala de aula.

Para nós, ambos aspectos são importantes.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Sabemos que as mudanças na educação são necessárias e urgentes. E para que essas mudanças sejam visíveis, acreditamos que devemos começar na formação do futuro professor, já que este é uma das peças fundamentais na educação.

Por um lado, muitos dos estudos teóricos nesse campo não estabelecem um diálogo com pesquisas empíricas. Por outro, grande parte das pesquisas realizadas revela certa inabilidade em conectar teoria e prática. Dessa maneira, torna-se necessário um investimento dos educadores na produção de trabalhos de maior fôlego nesse campo, capazes de dilatar e atravessar fronteiras que constantemente tentam circunscrevê-los em terrenos estritos e demarcados.

Quando nos propusemos a *analisar uma experiência de formação superior num contexto de interação sócio-cognitiva das licenciaturas de matemática e pedagogia por meio da resolução de situações-problema*, tínhamos alguns anseios e dúvidas, que em nossa opinião foi muito importante para a constituição e concepção da pesquisa.

Primeiramente, não sabíamos de que forma faríamos para motivar a interação entre os diferentes licenciandos envolvidos. Chegamos a conclusão de que essa interação se deu de forma natural. Os participantes, quando da resolução das situações-problema propostas, não consideravam que estavam interagindo com outro licenciando, e sim como se fossem um "coleguinha" da escola. Agiam como crianças mesmo e queriam, a todo momento, provar que a sua estratégia de resolução era melhor, ou mais rápida, ou mais eficiente que a do outro. É claro que em alguns casos, tiveram dificuldades nessa interação, porém, não atribuímos ao fato de serem estudantes de cursos de graduação diferentes, e sim ao fato de serem *pessoas* diferentes, com vontades, crenças e desejos diferentes, o que ocorre em qualquer grupo de aprendizagem.

Em segundo lugar, nos arriscamos ao propor uma disciplina que envolveria licenciando em Matemática e em Pedagogia, sem saber se teríamos matrículas por parte dos estudantes de Matemática. Nesse caso, como já relatado anteriormente, encontramos muitas dificuldades, tanto de ordem prática como de ordem burocrática. E infelizmente não conseguimos transpor a de ordem burocrática. Tivemos sucesso ao conseguir a procura da disciplina por parte dos licenciandos em Matemática, porém esbarramos nos problemas em relação à quebra do pré-requisito para a matrícula desses alunos. Felizmente, encontramos uma maneira de driblar o problema e a pesquisa se viabilizou. Nesse ponto, quando já estávamos na fase da coleta de dados há uns dois meses, tivemos um *feedback* positivo quando os alunos do curso de Matemática concordaram em continuar a disciplina mesmo sem ter a garantia de que receberiam os créditos desta. Apenas acreditando na nossa palavra de que receberiam esses créditos no semestre seguinte, o que já revela um certo perfil dos participantes da investigação. Porém, para nós, foi encarado como uma vontade pessoal de continuar aqueles estudos por acreditarem que estavam aprendendo muito ali, principalmente no que diz respeito à futura prática em sala de aula.

Um terceiro desafio por nós encarado foi quanto à escolha da metodologia adotada e das atividades realizadas. Escolhemos trabalhar com a resolução de situações-problema, por acreditarmos que esta facilitaria a interação sócio-cognitiva entre as duplas. Essa hipótese se confirmou, pois não tivemos dificuldades quanto à troca de idéias e ao engajamento dos estudantes para resolvê-las. Acreditamos também que o “clima de cooperação”, acordado desde o primeiro dia de aula, também favoreceu esse aspecto.

Depois de transpormos os desafios iniciais, algumas considerações sobre a pesquisa e seus resultados se fazem necessárias.

Ao analisar as interações entre as duplas, verificamos que as trocas sócio-cognitivas que os dois elementos estabeleceram são fruto de uma co-construção que coloca em jogo simultaneamente competências cognitivas, mas também capacidades e atitudes individuais de adaptação social ao outro, de forma a regularem a troca verbal e relacional enquanto realizavam as tarefas propostas.

De acordo com Mugny e Doise (1978), nem toda interação produz um conflito cognitivo. Para eles, é necessário que os sujeitos estejam na fase de construção do conceito. Podemos dizer que foi exatamente o que aconteceu em nossa pesquisa. Trabalhamos com atividades destinadas aos anos iniciais do Ensino Fundamental, sendo aplicadas a sujeitos em nível de graduação. Acreditamos que estes já haviam passado pela construção dos conceitos presentes e mesmo assim, encontramos várias ocorrências de conflito sócio-cognitivo, confirmando, então, a tese dos referidos autores. As pesquisas realizadas por estes autores vieram dar sustentação à tese de que a divergência de pontos de vista é um fator muito influente no progresso cognitivo derivado da interação social.

Os estudantes, futuros professores, quando interagem entre si, como aconteceu com nosso grupo experimental, têm mais oportunidades de se confrontarem entre si acerca do seu ponto de vista pessoal sobre diferentes formas de resolver uma tarefa, de negociarem um significado e de gerirem uma relação interpessoal.

De acordo com Carvalho (2005), durante a interação de dois sujeitos que procuram resolver uma tarefa, freqüentemente, começam por procurar encontrar individualmente uma solução, mobilizando um conjunto de competências e conhecimentos que consideram necessários para resolver a situação. Depois, um deles pode iniciar uma seqüência interativa desencadeada pela sua proposta de estratégia de resolução que, por sua vez, irá originar uma reação do colega. Esta seqüência interativa, que tanto pode durar alguns minutos como breve segundos, termina quando se chega a um impasse, a uma resolução já proposta por um dos elementos ou a uma nova solução co-elaborada em conjunto.

Nesta pesquisa, podemos dizer que apenas a segunda parte se confirmou. Na maioria das vezes, já no início, um dos participantes manifestava a sua opinião. Foram raras as vezes que os participantes não explicitavam, já de início, sua opinião, para depois poderem gerir o traço cognitivo do problema, resolver seus impasses e chegarem a um senso comum (ou não).

A maioria dos participantes, em especial os estudantes de Pedagogia, trazia consigo casos de insucesso escolar na matemática da escola básica, e até mesmo traumas que acreditavam que carregariam consigo para o resto da vida. Relatavam que muitas das vezes, tinham uma rejeição tão profunda pela Matemática que nem tentavam resolver as tarefas matemáticas que lhes eram propostas na sala de aula, pois estavam convencidos de que não tinham qualquer aptidão para a matemática. No entanto, ao integrarem um “projeto” de inovação pedagógica que alterou as regras tradicionais do contrato didático e que implementou práticas de sala de aula diferentes das habituais, muitos destes alunos descobriram capacidades que nem sonhavam possuir e se surpreenderam com a qualidade dos raciocínios que eles conseguiram efetuar. Além do mais, possibilitou o questionamento das práticas escolares historicamente estabelecidas e a negação crítica da formação que receberam.

As discussões em sala de aula e os diálogos entre as duplas nos possibilitaram concluir que de uma forma ou de outra, nem que seja o mínimo possível, conseguimos mostrar que o professor deve estar, a todo momento, pensando, refletindo sobre sua própria prática e buscando meios de romper paradigmas dentro de sala de aula. Romper esses paradigmas nos coloca em uma posição em que temos que aprender novamente a aprender e mais ainda, aprender a ensinar. Mostramos também que o professor precisa de apoio para ser ousado em sala de aula e que a atividade docente não pode ser tão solitária, tão individual e nem tão somente prática.

Sabemos que as análises feitas dos dados coletados foram muito pequenas diante da imensidão do tema proposto e que ainda havia muito a ser observado. Porém, sempre temos prazos a cumprir e a disciplina, utilizada como campo de pesquisa, infelizmente só dura um semestre, limitando também a quantidade e a qualidade dos dados.

Se esse estudo afetará diretamente na prática em sala de aula desses onze professores que ensinam matemática que ajudamos a formar, fica ainda essa dúvida e talvez a sugestão de uma futura pesquisa. Além disso, acreditamos que seja necessária uma reflexão profunda sobre o papel da Matemática Escolar no currículo das licenciaturas para contribuir para a introdução de uma referência mais direta e intrínseca da prática escolar no processo de formação inicial do professor.

No último dia de aula, fizemos um debate em relação à convivência, durante a disciplina entre licenciandos do curso de pedagogia e matemática. Todos foram unânimes em ressaltar a riqueza das trocas, argumentações, diferentes soluções, ajuda mútua, validações, etc.

Os licenciandos em Pedagogia, que já haviam feito a disciplina Educação Matemática I, somente com graduandos do mesmo curso, apontaram as diferenças e os benefícios de cursarem a disciplina com os futuros matemáticos. Citaram a importância de se observar diferentes pontos de vistas e também a paixão que estes demonstravam pela Matemática, mas muitas vezes tinham dificuldade em ensiná-la. Foi muito interessante e gratificante ouvi-los dizer que a maioria das vezes se esqueciam que estavam com alunos do curso de Matemática, contrariando uma antiga visão da Universidade de que, “misturar” os dois cursos, em uma mesma disciplina, iria inibir os futuros pedagogos.

Já os licenciandos em Matemática ressaltaram a importância de conhecer como é ensinada a Matemática para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental e a facilidade e simplicidade com que os alunos da Pedagogia resolviam os problemas, que muitas vezes os alunos da Matemática complicavam. Apontaram também o fato de que muitas vezes os “pedagogos” lembravam-lhes o fato de que não podem se esquecer, em momento algum, de que ali há um aluno, um sujeito que aprende.

Para finalizar, fazemos a transcrição de duas falas, uma de um aluno da Matemática e outra de uma licencianda em Pedagogia, pois acreditamos que o “feedback” dado pelos próprios sujeitos é uma das melhores formas de confirmar aquilo que supúnhamos no início da pesquisa.

EduardoM: Para quem quer ensinar, aprender a ensinar, eu acho que é muito... muito... irresistível, aprender coisas novas. E obviamente quando a gente entra aqui (se referindo à disciplina Educação Matemática II) a gente quer ver coisas diferentes daquela que nós tivemos na nossa vivência escolar quando então crianças estudantes. E de fato foi uma "enxurrada" de coisas diferentes, de maneiras diferentes de enxergar, umas discussões, coisas que obviamente não estão fechadas porque não é pra estarem fechadas, né? Mas o que foi mais rico, e eu até escrevi aqui (se referindo à avaliação da disciplina), estar na mesma sala de pedagogos, que é uma maneira diferente de ver, de sentir e até de falar. Isso é muito interessante. Por exemplo, a RobertaP é uma pessoa que estava sempre me lembrando "EduardoM, você tem que lembrar que tem um aluno". Então o foco do pedagogo sempre é no seu sujeito, no seu educando. Então foi muito interessante, porque ela sempre puxava a gente pro fato de que a gente não pode esquecer que é o aluno que "tá" lá. Mesmo fazendo licenciatura, a gente está muito envolvido com a matemática pura. E nesse sentido, eu acredito que nós "matemáticos" saímos ganhando muito mais que os pedagogos aqui (nesse momento ele foi aplaudido por todos). Eu acho que a gente saiu com uma bagagem muito grande.

RebecaP: Aqui na minha "fichinha" (se referindo à avaliação da disciplina) eu coloco como a relação entre matemáticos e pedagogos foi importante pro desenvolvimento dessa disciplina. Eu fiz Educação Matemática I com você (apontando para o Prof. Cristiano Muniz, docente da disciplina), achei muito legal, mas é muito diferente ter a presença dos matemáticos, não sei, acho que faz o clima ficar totalmente diferente e eu achei muito importante sim.

Nesse momento, o Prof. Cristiano perguntou se havia sido constrangedora a presença dos "matemáticos". E ela continuou:

RebecaP: Constrangedor? Não... pelo menos pra mim não. A maioria das vezes eu nem lembrava que tinham matemáticos aqui. Tinha horas que eu até confundia quem era matemático e quem era pedagogo. Não sei, eu acho que a gente tem uma construção de pensamento assim... a nossa forma de pensar nas coisas é diferente. E quando tem um matemático ou alguém da área das "exatas", a gente começa a ter o raciocínio indo pra esse outro lado também, que a gente não tem, a gente fica com o raciocínio só nas "humanas". E o mais legal é que a aqui a gente confrontou e uniu as duas coisas. E pra mim podia ter Educação Matemática III, IV, porque tem que ter uma continuação. Eu gostei muito mesmo!

7. REFERÊNCIAS

ALLEVATO, N.S.G. & ONUCHIC, L.R. *A resolução de um problema de divisibilidade através da linguagem JAVA promovendo reflexões sobre a utilização dos computadores no ensino de Matemática.* Revista Interciência - Ciências Exatas - Catanduva: IMES-FAFICA, ano 4, no. 2, p.15-20, 2004.

ALVES, E.V. *Habilidades matemáticas: a percepção generalizada de um tipo de problema.* Anais do VIII ENEM – Comunicação Científica- GT3- Educação Matemática no Ensino Médio, julho/2004 (publicação em CD-ROM).

ANDRADE, S. de. *Ensino-aprendizagem de matemática via resolução, exploração, codificação e descodificação de problemas e a multicontextualidade da sala de aula.* Rio Claro, SP: IGCE – UNESP, 1997. (dissertação de mestrado).

BARBIER, R. *A Pesquisa-ação.* Brasília-DF: Líber Livro, 2007.

BLANCO, M.M.G. *A formação inicial de professores de matemática: fundamentos para a definição de um curriculum*, In: FIORENTINI, D. (org.) Formação de Professores de Matemática: explorando novos caminhos com outros olhares. Campinas-SP: Mercado das Letras, 2003.

BOAVIDA A.M; PONTE, J.P. *Investigação colaborativa: potencialidades e problemas*. In: GTI (Ed.) Reflectir e investigar sobre a prática profissional. Lisboa: APM, 2002, p. 43-55.

BROUSSEAU, G., *Fondements et Méthodes de La Didactique dês Mathématiques*. In: Didatique dês Mathématiques, BRUN, J. (org.). Lausanne-Paris: Delachaux, 1996.

BROUSSEAU, G. *Le Contrat Didactique: Le Milieu*, RDM, v. 9, n. 3, Paris, 1988, p. 309-336.

CARVALHO, C. e CÉSAR, M. *Peer interaction, mathematics and cognitive development.* Poster apresentado na 8th EARLI Conference, Götenborg., 24-28 de Agosto de 1999.

CARVALHO, C., *Comunicações e Interações Sociais nas Salas de Matemática.* In Escritas e Leituras na Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, p. 15-34, 2005.

CÉSAR, M. & TORRES, M., *Pupils' interactions in maths class. The interactions in the mathematics classroom: Proceedings of CIEAEM 49* (pp. 76 - 85). Setúbal: ESE de Setúbal, 1997.

CÉSAR, M. & TORRES, M., *Actividades em interacção na sala de aula de matemática.* Actas do VI Encontro de Investigação em Educação Matemática (pp. 71-87). Portalegre: Secção de Educação Matemática da SPCE, 1998.

CÉSAR, M. *Peer interactions in maths classes: New challenges of an action research project.* Comunicação oral a apresentar na 8th EARLI Conference, Götenborg,, 24-28 de Agosto de 1999.

CÉSAR, M., TORRES, M. CAÇADOR, F. e CANDEIAS, N. *E se eu aprender contigo? A interacção entre pares e apreensão de conhecimentos matemáticos.* In M. Vara Pires et al. Caminhos para a Investigação em Educação Matemática (pp. 73-87). Bragança: Secção de Educação Matemática da SPCE, 1999.

CÉSAR, M., & SOUSA, R.S. de., *Estatística e interacções sociais: Jura que não vai ser (só) uma aventura!* Actas do Encontro sobre Ensino e Aprendizagem da Estatística. Lisboa: DEFCUL, 2000.

DAMIANI, M.F., *Entendendo o Trabalho Colaborativo em Educação e Revelando Seus Benefícios,* Educar, Curitiba: Editora UFPR, n. 31, p. 213-230, 2008.

DAY, C. *Developing teachers*: the challenges of lifelong learning. London: Falmer, 1999.

DIAS, A.L.B., SILVA, E.B. da, *Resolução de Situações-problemas.* In: Salto para o futuro, Boletim 17, Ano XVIII, pp. 21-39. Setembro de 2008.

DOISE, W. *Da psicologia social à psicologia societal.* Psic.: Teor. e Pesq. , Brasília, v. 18, n. 1, 2002. Disponível em: <http://www.scielo.br/ scielo.php?script=sci_arttext&pid=S010237722002000100004&lng=en&nrm=iso>. Acesso em: 30/09/2008.

DOISE, W., MUGNY, G., PERRET-CLERMONT, A.N., *Social Interaction and the development of cognitive operations.* European journal of social psychology, v. 5, n. 3, pp. 367-383, 1995.

FABIANI, F.S. *Números complexos via resolução de problemas.* Rio Claro, SP: IGCE – UNESP, 1998. (dissertação de mestrado).

FERREIRA, A.C. *Metacognição e desenvolvimento profissional de professores de matemática: uma experiência de trabalho colaborativo.* Tese (Doutorado em Educação: Educação Matemática) – FE/Unicamp. Campinas, SP, 2003, 367p.

FIORENTINI, D. *Pesquisando com professores – reflexões sobre o processo de produção e ressignificação dos saberes da profissão docente.* In: MATOS, J.F. e FERNANDES, E. (orgs.). Investigação em educação matemática – perspectivas e problemas. Lisboa, APM, 2000, pp. 187-195.

FIORENTINI, D., *Formação de Professores que Ensinam Matemática: um balanço dos vinte e cinco anos da pesquisa brasileira.* Educação em Revista**.** Belo Horizonte/ UFMG. N.º 15 de dezembro, 2002, p.137-160.

FIORENTINI, D., *Formação de Professores de Matemática: explorando novos caminhos com outros olhares.* Campinas-SP: Mercado das Letras, 2003.

FIORENTINI, D., *Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente?* In: BORBA, M. de C. e ARAUJO, J. de L. (orgs.), Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática. Belo Horizonte-MG: Autêntica, 2004, pp. 47-76.

FIORENTINI, D. & LORENZATO, S., *Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos.* Campinas-SP: Autores Associados, 2006.

FIORENTINI, D., GRANDO, R.C. e MISKULIN, R.G.S, *Práticas de Formação e de Pesquisa de Professores que Ensinam Matemática,* Campinas-SP: Mercado das Letras, 2009.

FRANCO, M. A. S. Apresentação. *Educação e Pesquisa,* São Paulo, v. 31, n. 3, 2005. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1517-97022005000300008&lng=en&nrm=iso. Acesso em 27/03/2010. doi: 10.1590/S1517-97022005000300008.

FREIRE, P. *Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa*. 31ª Ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

GONZÁLEZ, F.E. *Metacognicion y tareas intelectualmente exigentes: el caso de la resolución de problemas matemáticos*. Zetetiké, CEMPEM-FE/UNICAMP, v.6. n.9, jul/dez. 1998, p. 59-87.

GIL, A. C. *Métodos e técnicas de pesquisa social*. 5ª ed., São Paulo: Atlas, 2002.

GUERRERO, P.V.T., *Interação Social: a dominância em situação de aprendizagem.* Campinas, SP: Unicamp/FE. Tese de Doutorado, 1998.

JARAMILLO, D. *Processos metacognitivos na (re)constituição do ideário pedagógico de licenciandos em matemática.* In: FIORENTINI, D. (org.) Formação de Professores de Matemática: explorando novos caminhos com outros olhares. Campinas-SP: Mercado das Letras, 2003

KRULIK, S. e REYS, R. (orgs.). *A resolução de problemas na matemática escolar*. Trad. Hygino H. Domingues e Olga Corbo. S. Paulo: Atual, 1997.

LAWSON, M.J. & CHINNAPPAN, M. *Knowledge connectedness in geometry problem solving.* Journal for Research in Mathematics Education. Vol.31, no.1, p. 26-43, 2000.

LORENZATO, S., *Para Aprender Matemática.* Campinas, SP: Autores Associados, 2006. Coleção Formação de Professores.

MEDEIROS, K.M., *O Contrato Didático e a Resolução de Problemas Matemáticos em Sala de Aula,* Educação Matemática em Revista, séries iniciais, SBEM, Nº 9/10, ano 8, abril 2001, p.32-39.

MIZUKAMI, M. das G.N *et al*, *Escola e aprendizagem da docência: processos de investigação e formação*, São Carlos-SP: EdUFSCar, 2002.

MORAES, J.M. *Construção dos conceitos geométricos num contexto de formação inicial de professores dos anos iniciais do ensino fundamental*, 2008. (dissertação de mestrado)

MORAIS, J. R. C., *O (des) silenciamento na aprendizagem matemática.* Brasília-DF, Universidade de Brasília/Faculdade de Educação (Trabalho Final de Curso), 2007.

MOREIRA, P.C. & DAVID, M.M.M.S., *A Formação Matemática do Professor: licenciatura e prática docente escolar.* Belo Horizonte-MG: Autêntica, 2005.

MUGNY, G., DOISE, W., *Factores Sociologicos y Psicosociologicos del Desarrollo Cognitivo*. Anuario de Psicologia, n.18, 1978.

MUNIZ. C. A. e BERTONI, N. E. *Matemática na alimentação e nos impostos. I*n TP1 de Matemática do GESTAR/FUNDESCOLA/ DIPRO/ FNDE/MEC, p. 45-54, 2005.

MUNIZ, C. A., *Mediação e Conhecimento Matemático.* In Tacca, M. C. V. R. Campinas: Alínea, p. 149-166, 2006.

MUNIZ, C. A., IUNES, S. *Componente Curricular Fundamentos Teóricos e Metodológicos da Matemática II.* In: FÉLIX, J.B. (org.) Aprendendo a aprender. Brasília-DF: UniCEUB, s.d.

MUNIZ, C.A., *O conceito de "esquema" para um novo olhar para a produção matemática na escola: as contribuições da Teoria dos Campos Conceituais*. In: BITTAR, M, MUNIZ, C.A., (orgs) A aprendizagem matemática na perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais. Curitiba: CRV, 2009, p. 37-52.

MURARI, C. e PEREZ, G. *O uso de espelhos e caleidoscópios em atividades educacionais de geometria para 7ª e 8ª séries,* Bolema, ano 15, no. 18, 2002, p. 1-25.

NÓVOA, A. *Os professores e sua formação.* 3ed. Lisboa: Dom Quixote, 1997.

OLIVEIRA, P.R. *Currículo e resolução de problemas em matemática: analisando relações.* S. Paulo: USP, 2000. (dissertação de mestrado).

ONUCHIC, L.L.R., *Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas.* In Bicudo, M.A.V (org.), Rio Claro: Ed. UNESP, p.199-220, 1999.

ONUCHIC, L.L.R., *Ensino de Matemática Através da Resolução de Problemas e Modelagem Matemática.* In: Conferência Interamericana de Educação Matemática, novembro, 2003, Blumenau. Anais eletrônicos. Blumenau: FURB, CIAEM, 2003.

ONUCHIC, L.R. & ALLEVATO, N.S.G. *Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas.* In Bicudo, M.A.V. & Borba, M.C. (orgs.). Educação Matemática: pesquisa em movimento. S. Paulo: Cortez, 2004.

PALMA, R.C.D. da. *A resolução de problemas matemáticos na concepção e crença dos professores das séries iniciais do Ensino Fundamental: dois estudos de caso.* Cuiabá, MT: UFMT, 1999. (dissertação de mestrado).

PAIS, L.C. *Didática da matemática: uma análise da influência francesa.* 2 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002. Coleção Tendências em Educação Matemática, 3)

PEREZ, G. *Formação de Professores de Matemática sob a Perspectiva do Desenvolvimento Profissional.* In BICUDO, M.A.V (org.). Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas. São Paulo: Ed. da UNESP, pp. 263-282, 1999.

PEREZ, G. *Prática reflexiva do professor de matemática*. In: BICUDO, M.A.V e BORBA, M.de C. (orgs.) Educação Matemática: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004, p.250-263.

PERRET-CLERMONT, A.N. e NICOLET, M. *Transmiting knowledge: Implicit negotiations in the studentteacher relationship.* In F. Oser, A. Dick & J.-L. Patry (Eds.). *Effective and responsible teaching: The new synthesis.* San Francisco: Jossey-Bass, 1992, p. 329-341.

PESSOA, C.A.S., *Interação Social: uma análise do problema do seu papel na superação de dificuldades de resolução de problemas aditivos.* Anped, GT 19, 2002 Disponível em http://www.anped.org.br/reunioes/25/ cristianesantospessoat19.rtf. Acesso em 13/12/2008.

PIMENTA S.G. e LIMA, M.S.L. *Estágio e docência.* São Paulo: Cortez, 2008. (Coleção docência em formação. Série saberes pedagógicos)

PIMENTA, S.G, *Pesquisa-ação crítico-colaborativa: construindo seu significado a partir de experiências com a formação docente*, In: Revista Educação e Pesquisa, São Paulo, v. 31, n. 3, p. 521-539, set./dez. 2005.

PIMENTA, S.G., GARRIDO, E., MOURA, M.O. *La recherche en collaboration au sein de l´école: une manière de faciliter le développment du métier d´enseignant.* In Raymond D. *Nouveaux espaces de développement professionnel et organisationnel*. Éditions du CRP. Québec, 2001, P. 71-84.

PÓLYA, G., *A Arte de Resolver Problemas.* Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

PONTE, J. P., & MATOS, J. F. *Processos cognitivos e interacções sociais nas investigações matemáticas.* In P. Abrantes, L. C. Leal, & J. P. Ponte (Eds.), Investigar para aprender matemática (pp. 119-138). Lisboa: Projecto MPT e APM, (1992/1996). Disponível em http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/. Acesso em 20/01/2010.

REIS, M.M.V & ZUFFI, E.M. *Estudo de um Caso de Implantação da Metodologia de Resolução de Problemas no Ensino Médio.* In: Bolema, Rio Claro, SP, Ano 20, nº 28, pp. 215 a 227, 2007.

ROSELLI, N.D., *La construcción sociocognitiva entre iguales: fundamentos psicológicos del aprendizaje cooperativo*. Argentina: Ediciones IRICE, 2000.

ROSOLEN, R. *Vozes dos alunos do Ensino Fundamental: percepções, expectativas e sentimentos sobre resolução de problemas no ensino de matemática.* Piracicaba, SP: UNIMEP, 1999. (dissertação de mestrado).

SILVA, E.B., *O impacto da formação nas representações sociais da matemática – o caso de graduandos do curso de pedagogia para início de escolarização.* Brasília: FE/UnB. (Dissertação de mestrado), 2004.

SPALLETTA, A.G. *Desenvolvimento das habilidades matemáticas:um estudo sobre as relações entre o desempenho e a reversibilidade de pensamento na solução de problemas.* Campinas, SP: FE-UNICAMP, 1998. (dissertação de mestrado).

TACCA, M. C. V. R. *Ensinar e aprender: análise de processos de significação na relação professor x aluno em contextos estruturados.* Brasília, 2000. Tese de doutorado. Universidade de Brasília.

TARDIF, M., *Saberes Docentes e Formação Profissional*, Petrópolis, RJ: Vozes, 6ª Ed., 2002.

THIOLLENT, M. *Pesquisa-ação e projeto cooperativo na perspectiva de Henri Desroche*. São Carlos-SP: EdUFSCar, 2006.

THIOLLENT, M. *Metodologia da pesquisa-ação*. 17. Ed. São Paulo: Cortez, 2009 (Coleção temas básicos de pesquisa-ação)

URQUIJO, S. *Aprendizagem por Conflito Sócio-cognitivo em Interação com Aspectos Psicodinâmicos da Personalidade.* Campinas: Unicamp/FE, Tese de Doutorado, 2000.

UTSUMI, M.C. *Atitudes e habilidades envolvidas na solução de problemas algébricos: um estudo sobre o gênero, a estabilidade das atitudes e alguns componentes da* *habilidade matemática.* Campinas, SP: FE – UNICAMP, 2000. (tese de doutorado).

VAN DOOREN, W.; VERSCHAFFEL, L. & ONGHENA, P. *The impact of preservice teachers' content knowledge on their evaluation of students' strategies for solving arithmetic and algebra word problems.* Journal for Research in Mathematics Education, Vol. 33, no.5, p. 319-351, 2002.

VERGNAUD, G. *L'enfant, la mathématique et la réalité.* Paris, Peter Lang, 1994.

VYGOTSKY, L.S. *Interaction between Learning and Development*. In Mind in Society. (Trans. M. Cole). Cambridge, MA: Harvard University Press, 1978, P. 79-91.

VYGOTSKY, L.S. *Pensamento e Linguagem*. São Paulo: Martins Fontes, 1987.

VYGOTSKY, L.S. *A Construção do Pensamento e da Linguagem.* São Paulo: Martins Fontes, 2000.

VYGOTSKY, L.S. *Psicologia Pedagógica.* Porto Alegre: Artmed, 2003.

WAGNER, *The unavoidable intervention of educational research: a framework for reconsidering resercher-practioner cooperation*. Educational Researcher, 26 (7), 1997, p. 13-22.

WANDERER, G. *A matemática na formação inicial do pedagogo de séries iniciais: um caso no DF.* Dissertação (Mestrado em Educação)- Universidade de Brasília, Brasília- DF, 2005.

ZEICHNER, K. M. *A Formação Reflexiva de Professores, Idéias e Práticas*. EDUCA, Lisboa, 1993.

ZEICHNER, K.M. *Uma análise crítica sobre a "reflexão" como conceito estruturante na formação docente*. **Educ. Soc.**, Campinas, v. 29, n. 103, 2008. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0101-3302008000200012 &lng=en&nrm=iso>. Acesso em 01/12/2009. doi: 10.1590/S0101- 73302008000200012.

ZEICHNER, K.M, e LISTON, D.P., *Teaching student teachers to reflect*, In: HARTLEY, D. e WHITEHEAD, M. Teacher Education:major themes in education. Vol. 4: Professionalism, social justice and teacher education, 2006. Disponível em: http://books.google.com.br/books?hl=pt-BR&lr=&id=4ISNOs3PnywC&oi=fnd&pg=PA5&dq=Zeichner+2006&ots=857rvxKT9F&sig=jyjMCnJ482FYo1I7rTzMTTIGeIA#v=onepage&q&f=false. Acesso em 12/12/2009.

ZEICHNER, K.M. & GORE, J., *Teacher Socialization.* In W. R. Houston, *Handbook of Research on Teacher Education*. New York: Macmillan. Disponível em: http://ncrtl.msu.edu/http/ipapers/html/pdf/ip897.pdf. Acesso em 13/12/2009.

ZEICHNER, K.M., & LISTON, D.P., *Reflective Teaching: an introduction*, Lawrence Erlbaum Associates, Inc, 1996. Parte disponível em: http://books.google.com.br/books?hl=pt-BR&lr=&id=c8KQ_6cKeLkC&oi=fnd&pg=PR9&dq=Reflective+teaching:+An+introduction&ots=9qS2gxxOe4&sig=OpAniH1dTcZo5ZG4tzjyKKFjK_o#v=onepage&q=&f=true.

ZEICHNER, K.M, *Para além da divisão entre professor-pesquisador e pesquisador acadêmico.* In: GERALDI, C.M.; FIORENTINI, D. & PEREIRA, E.M. (orgs.), Cartografia do trabalho docente: professor(a)-pesquisador(a). Campinas: Mercado de Letras, pp. 207-236, 1998.

8. ANEXOS

8.1. ANEXO I: EMENTA DA DISCIPLINA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA I

Órgão: MTC - Departamento de Métodos e Técnicas
Código: 192414
Denominação: Educação Matemática 1
Nível: Graduação
Vigência: 2000/1
Pré-requisito: Disciplina sem pré-requisitos

EMENTA E PLANO DE CURSO

Ementa:

"Desenvolvimento do conteúdo básico de matemática das séries iniciais do Ensino Fundamental procurando desenvolver uma metodologia de ensino de acordo com os preceitos fundados nas teorias construtivistas. O estudo teórico associado às praticas no campo da Educação Matemática deverá permitir ao graduando desenvolver competências essenciais no contexto da didática específica da matemática a partir de um saber teórico/prático sobre as capacidades e as possibilidades de construção de conhecimento pelo sujeito (criança ou adulto em início de escolarização) considerando o desenvolvimento psicomotor, cognitivo, afetivo e social do aluno aprendiz e planejar ações de intervenção didática tendo em vista objetivos educacionais".

Objetivo Geral:

"Desenvolver uma visão crítica da educação matemática brasileira e capacitar-se para atuação profissional competente e de qualidade no campo da intervenção didática de matemática junto às séries iniciais do ensino fundamental. Tal competência deve conceber um aprendizado tanto numa perspectiva teórica, quanto prática, no campo da educação matemática. Aprendizado que deve necessariamente contribuir para a construção de uma representação positiva da matemática do futuro professor."

Objetivos Específicos:

- Adquirir fundamentos teóricos fundamentais nos campos da Didática da Matemática, da Psicologia Cognitiva, das Ciências da Educação, da Antropologia,... que permitam instrumentalizar a ação pedagógica nas séries iniciais de forma a contribuir com a constituição de um projeto pedagógico coerente com as necessidades e as realidades presentes e futuras do educando.

- Conhecer em profundidade o conteúdo matemático do currículo das séries iniciais do ensino fundamental e desenvolver competências para o desenvolvimento da metodologia de ensino para sua ação didático/pedagógica.

- Desenvolver a sensibilidade e a competência para observar o educando em processo de resolução de situação-problema e saber realizar análise crítica sobre os potenciais, limites e dificuldades da criança para realizar determinada atividade matemática nos contextos escolares e não escolares.

- Saber planejar a ação pedagógica voltada ao atendimento de objetivos ligados à aprendizagem matemática, desenvolvendo competências quanto ao uso de meios didáticos, notadamente materiais concretos, criação de situação de aprendizagem significativa, definição do espaço pedagógico do livro didático, estabelecimento de um processo de formalização escrita do conhecimento matemático presente nos processos manipulativos, verbais e/ou mentais. Isso significa, especificamente, saber como se pode participar e promover a construção de conceitos matemáticos nas crianças, formalizar e institucionalizar saberes/procedimentos que se encontram em nível da espontaneidade e conhecimento informal, sempre buscando valorizar o sujeito aprendiz, criança ou adulto, como um ser matemático latente.

- Ter uma posição crítica e competente acerca da utilização de meios de ensino aprendizagem presentes, seja na cultura do sujeito aprendiz (brinquedos, brincadeiras, jogos, etc.), seja na cultura escolar (materiais de ensino-aprendizagem), ou ainda na cultura das novas tecnologias (calculadoras, software, etc.).

- Desenvolver padrões profissionais ligados à competência em desenvolver e aplicar um sistema de avaliação do processo ensino-aprendizagem, que contribua eficazmente no processo de educação matemática do sujeito aprendiz impulsionando-o a cada vez mais a crer no seu potencial em aprender matemática, ter prazer em desenvolver atividades matemáticas em estudar e refletir sobre situações matemáticas em contextos culturais e científicos fora ou dentro da escola.

Metodologia do curso

O curso de quatro horas/semana será desenvolvido fundamentalmente buscando garantir a indissociabilidade da teoria com a prática no campo da educação matemática. Isso significa que o curso prevê uma dimensão de ação pratica dos alunos que será a fonte das reflexões, das leituras e discussões de cunho teórico da disciplina. Dois espaços serão definidos como bases do curso:

- Aulas teóricas - práticas desenvolvidas pelo professor com o conjunto dos alunos para conhecer, discutir, vivenciar e refletir sobre as teorias que dão suporte à educação matemática. Isso significa conhecer e discutir contribuições da psicologia, antropologia, sociologia e didática na atuação do professor de matemática nas séries iniciais. As aulas terão como "farol" as práticas dos alunos (sobretudo aquelas vinculadas ao desenvolvimento do projeto), suas leituras e posições críticas.

- Projeto prático-teórico desenvolvido por cada aluno e com orientação do professor da disciplina. Já no início do curso, cada aluno deverá, com a orientação do professor, estabelecer um projeto experimental relacionado à educação matemática, projeto que esteja de uma parte ligado aos interesses do aluno e por outro lado fundamentado nos referenciais teórico-metodológicos tratados nas aulas teóricas-práticas. Os projetos deverão fornecer aos alunos verdadeiras situações problemas para alimentarem as aulas teórico-práticas. Os temas, sujeitos, metodologias, cronogramas do projeto serão fruto de uma negociação com o professor tendo em vista as características de cada projeto individual.

Espera-se que ao longo do semestre constituir-se-á uma relação de mutua contribuição entre os estudos teóricos, o desenvolvimento do projeto e as reflexões sobre a prática pedagógica em matemática buscando desde já instrumentalizar o aluno para o desenvolvimento do estagio supervisionado.

Programa do curso no semestre acadêmico

1ª semana: Definição do plano de curso junto com os cursistas: teoria e prática.

2ª semana: Histórico do Ensino da Matemática e conhecimento lógico matemático

3ª semana: A construção do número.

4ª semana: Sistemas de numeração decimal: da noção do número à concepção de sistemas de numeração: o histórico, o cultural e as ciências matemáticas.

5ª semana: Adição de naturais: da ação concreta à construção dos algoritmos na resolução de problemas.

6ª semana: Subtração de naturais: das diferentes noções aos algoritmos possíveis.

7ª semana: Multiplicação de naturais: conceitos, construção de processos operatórios e memorização – os diferentes papéis do concreto na construção do saber.

8ª semana: Divisão de naturais: diferentes situações implicando em diferenças manipulativas e conseqüentes algoritmos presentes na resolução de situações problemas.

9ª semana: EXPOSIÇÃO DE JOGOS – fase de validação

10ª semana: Introdução do número decimal a partir dos naturais

11ª semana: Operando com os números decimais

12ª semana: EXPOSIÇÃO DE JOGOS – fase de realização na escola.

13ª semana: Seminários: Socializando os resultados dos Projetos

14ª semana: Seminários: Socializando os resultados dos Projetos

15ª semana: Conclusão dos Seminários e Avaliação final do curso.

Instrumentos e critérios de avaliação

- Presença e participação nos cursos: leituras, discussões e ação sobre o processo:	20%
- Elaboração e desenvolvimento de um projeto individual, de no mínimo 8 encontros: apresentação oral e/ou escrita	20%
- Realização do Dossiê, que pode ser o próprio caderno organizado	20%
- Auto Avaliação	20%
- Criação, validação, confecção e divulgação de um jogo envolvendo conteúdo matemático tratado ao longo do curso	20%

8.2. ANEXO II: EMENTA DA DISCIPLINA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA II

Órgão: MTC - Departamento de Métodos e Técnicas
Código: 192783
Denominação: Educação Matemática 2
Nível: Graduação
Vigência: 2001/2
Pré-requisito: MTC-192414 Educação Matemática 1

EMENTA E PLANO DE CURSO

Ementa:

"Desenvolvimento do conteúdo básico de matemática das séries iniciais do Ensino Fundamental procurando desenvolver uma metodologia de ensino de acordo com os preceitos fundados nas teorias construtivistas. O estudo teórico associado às praticas no campo da Educação Matemática deverá permitir ao graduando desenvolver competências essenciais no contexto da didática especifica da matemática a partir de um saber teórico/prático sobre as capacidades e as possibilidades de construção de conhecimento pelo sujeito (criança ou adulto em início de escolarização) considerando o desenvolvimento psicomotor, cognitivo, afetivo e social do aluno aprendiz e planejar ações de intervenção didática tendo em vista objetivos educacionais".

Objetivo Geral:

"Desenvolver uma visão crítica da educação matemática brasileira e capacitar-se para atuação profissional competente e de qualidade no campo da intervenção didática de matemática junto às séries iniciais do ensino fundamental. Tal competência deve conceber um aprendizado tanto numa perspectiva teórica quanto pratica no campo da educação matemática, aprendizado que deve necessariamente contribuir para a construção de uma representação positiva da matemática do futuro professor."

Objetivos Específicos:

- Adquirir fundamentos teóricos fundamentais nos campos da Didática da Matemática, da Psicologia Cognitiva, das Ciências da Educação, da Antropologia,... que permitam instrumentalizar a ação pedagógica nas séries iniciais de forma a contribuir com a constituição de um projeto pedagógico coerente com as necessidades e as realidades presentes e futuras do educando.

- Conhecer em profundidade o conteúdo matemático do currículo das séries iniciais do ensino fundamental e desenvolver competências para o desenvolvimento da metodologia de ensino para sua ação didático/pedagógica.

- Desenvolver a sensibilidade e a competência para observar o educando em processo de resolução de situação problema e saber realizar análise crítica sobre os potenciais, limites e dificuldades da criança para realizar determinada atividade matemática nos contextos escolares e não escolares.

- Saber planejar a ação pedagógica voltada ao atendimento de objetivos ligados à aprendizagem matemática, desenvolvendo competências quanto ao uso de meios didáticos, notadamente materiais concretos, criação de situação de aprendizagem significativa, definição do espaço pedagógico do livro didático, estabelecimento de um processo de formalização escrita do conhecimento matemático presente nos processos manipulativos, verbais e/ou mentais. Isso significa, especificamente, saber como se pode participar e promover a construção de conceitos matemáticos nas crianças, formalizar e institucionalizar saberes/procedimentos que se encontram ao nível da espontaneidade e conhecimento informal, sempre buscando valorizar o sujeito aprendiz, criança ou adulto, como um ser matemático latente.

- Ter uma posição crítica e competente acerca da utilização de meios de ensino aprendizagem presentes seja na cultura do sujeito aprendiz (brinquedos, brincadeiras, jogos, etc.), seja na cultura escolar (materiais de ensino-aprendizagem) ou ainda na cultura das novas tecnologias (calculadoras, software, etc.).

- Desenvolver padrões profissionais ligados à competência em desenvolver e aplicar um sistema de avaliação do processo ensino-aprendizagem que contribua eficazmente no processo de educação matemática do sujeito aprendiz impulsionando-o a cada vez mais a crer no seu potencial em aprender matemática, ter prazer em desenvolver atividades matemáticas em estudar e refletir sobre situações matemáticas em contextos culturais e científicos fora ou dentro da escola.

Metodologia do curso

O curso de seis horas/semana será desenvolvido fundamentalmente buscando garantir a indissociabilidade da teoria com a prática no campo da educação matemática. Isso significa que o curso prevê uma dimensão de ação pratica dos alunos que será a fonte das reflexões, das leituras e discussões de cunho teórico da disciplina. Dois espaços serão definidos como base do curso:

- Aulas teóricas-práticas desenvolvidas pelo professor com o conjunto dos alunos para conhecer, discutir, vivenciar e refletir sobre os teorias que dão suporte à educação matemática. Isso significa conhecer e discutir contribuições da psicologia, antropologia, sociologia e didática na atuação do professor de matemática nas séries iniciais. As aulas Terão como "farol" as práticas dos alunos (sobretudo aquelas vinculadas ao desenvolvimento do projeto), suas leituras e posições críticas.

- Projeto prático-teórico desenvolvido por cada aluno e com orientação do professor da disciplina. Já no início do curso, cada aluno deverá, com a orientação do professor, estabelecer um projeto experimental relacionado à educação matemática, projeto que esteja de uma parte ligada aos interesses do aluno e por outro lado fundamentado nos referenciais teórico-metodológicos tratados nas aulas teóricas-práticas. Os projetos deverão fornecer aos alunos verdadeiras situações problemas para alimentarem as aulas teóricas-práticas. Os temas, sujeitos, metodologias, cronogramas do projeto serão fruto de uma negociação com o professor tendo em vista as características de cada projeto individual.

Espera-se que ao longo do semestre constituir-se-á uma relação de mutua contribuição entre os estudos teóricos, o desenvolvimento do projeto e as reflexões sobre a prática pedagógica em matemática buscando desde já instrumentalizar o aluno para o desenvolvimento do estagio supervisionado.

Programa do curso no semestre acadêmico

AULA	CONTEÚDOS
1	Apresentação do curso – contrato didático
2	Localização: mapa do tesouro
3	Geometria da tartaruga: lateralidade
4	Discussão sobre o conteúdo da Geometria - filme
5	Trabalho com mapas
6	Reprodução de embalagens com redução
7	Descoberta das figuras planas utilizadas
8	Produção de figuras planas com canudos e mapas conceituais
9	Continuação
10	Planificação do cubo (valorização do erro)
11	Ampliação e redução em malhas

12	Tangram: composição e decomposição de figuras planas
13	Brincando com malhas
14	Construção de figuras planas no geoplano
15	Noção de área a partir da malha quadriculada
16	Descobrindo fórmulas de áreas com recorte e colagem
17	Introdução de medidas: princípios
18	Medidas de comprimento
19	Medidas de massa
20	Medidas de capacidade
21	Medidas de tempo
22	Medidas de volume
23	Validação de jogos geométricos
24	Conceito e representação de fração
25	Fração de quantidade
26	Equivalência de fração e comparação
27	Adição de frações
28	Subtração de frações
29	Apresentação e prática de jogos
30	Encerramento do curso

Instrumentos e critérios de avaliação

- Presença e participação nos cursos: leituras, discussões e ação sobre o processo: AUTO-AVALIAÇÃO 20%

- Elaboração e desenvolvimento de um projeto individual. APRESENTAÇÃO ORAL E/OU ESCRITA 20%

- Realização do Dossiê 20%

- Auto Avaliação 20%

- Criação, validação, confecção e divulgação de um jogo envolvendo conteúdo matemático tratado ao longo do curso 20%

9. APÊNDICES

9.1. APÊNDICE 1: SITUAÇÕES-PROBLEMA SOBRE FRAÇÕES

Curso: Frações e Números Racionais – concepções, fundamentos lógicos e obstáculos à aprendizagem .
SBEM-DF Nilza Eigenheer Bertoni, Sandra Baccarin, Ana Maria Porto

SITUAÇÕES-PROBLEMA para introdução do tema frações.

1) 45 bolinhos para 30 alunos. Quanto cada um recebe?

2) Duas meninas comeram igualmente uma pizza do mesmo tamanho e, de modo semelhante, quatro meninos comeram igualmente uma pizza do mesmo tamanho.
- *Eles comeram o mesmo pedaço de pizza?*
- Quem comeu mais – menino ou menina?
- E se fossem 3 adultos, para comer igualmente uma pizza como a das crianças, eles comeriam mais ou menos do que comeu um menino e do que comeu uma menina?

3) *3 chocolates para 4 crianças*. Se todos comem igual, quanto cada um come?

4) A *jarra* estava cheia de água. Graça bebeu metade da água e Lúcia bebeu metade do que sobrou. Quanto de água ficou na jarra?
(contexto para introdução da palavra um *quarto* – sem símbolo)

5) O bolo está dividido em 2 metades. Uma metade está dividida em 5 fatias iguais. Cada fatia chama-se 1 décimo do bolo. Você consegue imaginar a razão desse nome?

6) *Para fazer um* leite batido, foram misturados:
- meio litro de leite
- 1 quarto de litro de suco de laranja
- 1 quarto de suco de acerola

Qual a quantidade total ?

7) Dividir 10 doces igualmente para 6 crianças. Quanto cada uma recebe?

8) *No prato havia um pedaço de pizza.* Colocaram mais meia pizza e ficou um total de 3 quartos de pizza. Quanto de pizza havia inicialmente no prato?

9) Bebi um litro e meio de água e meu irmão bebeu meio litro a mais do que eu. Quanto ele bebeu?

10) Na casa de *Luís* cozinha-se uma xícara e meia de arroz por dia. Durante uma semana, quanto de arroz se gastará?

11) *Uma professora tinha 10 alunos.* Ela dividiu uma goiabada em 10 pedaços, para dar um pedaço a cada aluno. Mas três alunos não quiseram. Dois desses eram irmãos e deram seus pedaços para um primo, da mesma sala. O outro menino deu seu pedaço para um outro colega da classe. No lanche, os colegas comeram os pedaços que ganharam.
Quantos meninos comeram goiabada? Quantos alunos comeram mais do que um pedaço? Quantos pedaços eles comeram?

QUESTÕES
1 - Esse tipo de situações-problema poderia ser proposto a alunos em que séries?
2 - Elas servem para introduzir a idéia de fração?
3 - Por que o esquema tradicional de tomar figuras geométricas, dividir e pintar não são satisfatórios?

9.2. APÊNDICE 2: SITUAÇÕES-PROBLEMA SOBRE ÁREAS

Nomes: ____. Data: ____________.

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE EDUCAÇÃO

Disciplina: Educação Matemática II – 1º/2009.

Professoras: Mel, Raquel e Eliene.

Atividades retiradas do Caderno de Teoria e Prática 2, Matemática nos esportes e nos seguros, Unidade 5, Seção 2, do Programa GESTAR II.

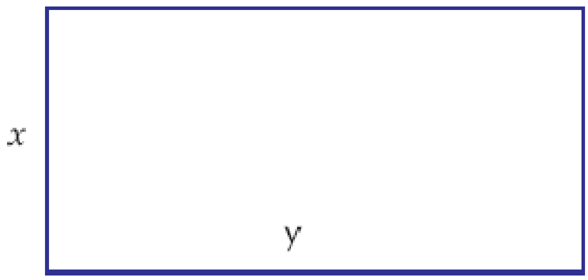
Atividade 1:

Como o Corpo de Bombeiros consegue determinar quantas pessoas estão num show ou manifestação pública em um estádio ou praça sem fazer a contagem? Explique como você faria.

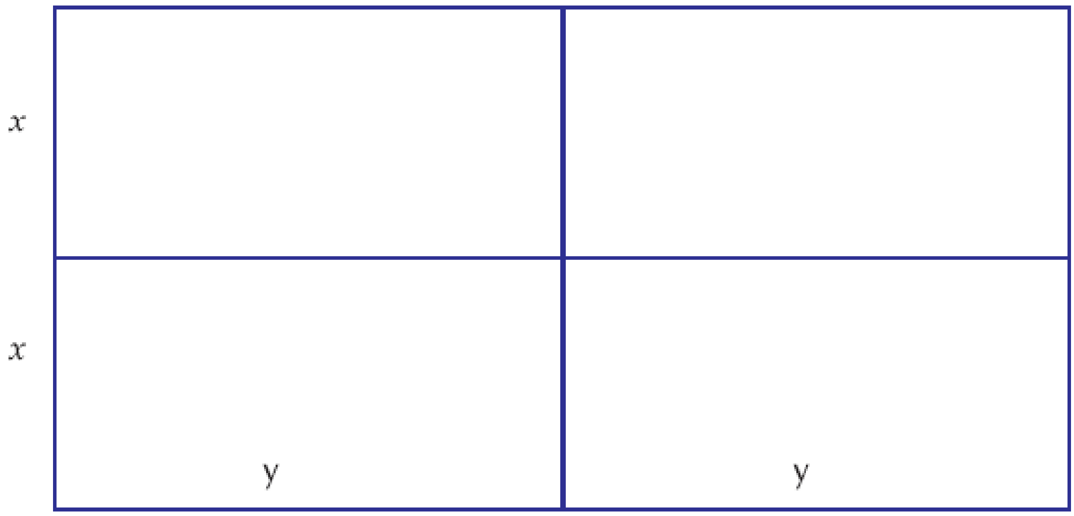
Martin Gardner apresenta um problema bastante interessante em que vamos pensar nesta atividade.

O problema propõe a utilização de figuras planas para formar mosaicos que sejam semelhantes à figura inicialmente utilizada. Para ficar mais claro, vamos ver um exemplo:

Dado o retângulo abaixo com a razão entre os lados sendo x/y, vamos tomar essa figura como peça do mosaico e vamos justapor várias delas de modo a formar uma nova figura semelhante à primeira.



Talvez você possa pensar em uma primeira solução assim:



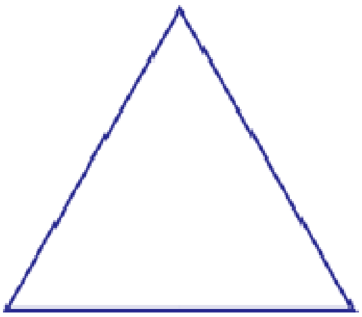
Assim, temos um retângulo semelhante ao primeiro, pois a razão entre os lados é $\frac{2x}{2y} = \frac{x}{y}$

Atividade 2:

Forme um novo mosaico com o mesmo retângulo.

Atividade 3:

Agora vamos fazer o mesmo procedimento para o triângulo abaixo.



Observando o que você fez, responda às perguntas:

De quanto foi o aumento da base? Por exemplo, no retângulo nós dobramos o tamanho da base, pois colocamos mais um retângulo ao lado. Em quanto aumentou sua área? E no triângulo?

Dobrando a base e a altura do retângulo, quantos retângulos você precisou para encontrar uma figura semelhante?

Dobrando a base e a altura do triangulo, quantos triângulos você precisou para encontrar uma figura semelhante?

Observando as duas situações, responda: se eu dobrar as dimensões de uma figura, a área dobra também? Justifique sua resposta.

Atividade 4:

A partir do que você pode perceber da atividade anterior, vamos resolver as situações abaixo:

a) O orçamento feito por Dona Maricota para colocar piso em uma sala foi de R$650,00. Analisando a planta da sua casa, percebeu que havia dado as dimensões erradas para o vendedor da loja. Na verdade a sua sala tinha a metade das dimensões que ela havia apresentando. Qual seria, então, o valor que iria gastar para colocar piso na sala?

b) Uma gráfica sabe que um pacote de folhas de papel retangulares pesa 2kg. Qual será o peso de um pacote (com o mesmo número de folhas) com folhas que têm o dobro do comprimento e o dobro da largura das folhas do pacote original?

9.3. APÊNDICE 3: PLANOS DE AULA

A seguir, apresentamos os planos de aula originais, elaborados pelos alunos, para a apresentação na seguinte seqüencia:

Aula 16 – Medidas de Comprimento (13/05/2009)
Alunos: DIegoM, JúlioP e MirellaP.

Aula 17 – Medidas de Massa (18/05/2009)
Alunos: RebecaP e EduardoM.

Aula 18 – Medidas de Capacidade (20/05/2009)
Alunos: CláudioM e RObertaP.

Aula 19 – Medidas de Tempo (25/05/2009)
Alunos: IanM e PedroP.

Aula 20 – Medidas de Volume (27/05/2009)
Alunos: ThomazM e AndréP.

Plano de aula – Roteiro

Conteúdo: Medidas de comprimento

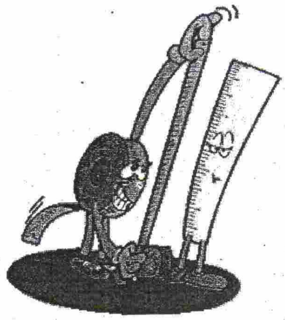
Objetivos
Explorar diferentes unidades de medida e instrumentos de uso social para medir comprimento.
Resolver problemas que envolvem determinar medidas usando o centímetro e o metro como unidade de medida.

Conteúdos específicos
Medição e comparação de medidas de comprimento, utilizando unidades de medida não convencionais (passos, palmos, etc) e convencionais (centímetro, metro, quilômetro), com diferentes instrumentos (régua, fita métrica, etc).
Estimativa de medidas de comprimento.

Material necessário
Régua, fita-métrica ou trena: um instrumento para cada aluno ou dupla.

Desenvolvimento
Aspectos históricos das medidas e do sistema métrico; Diferentes padrões de medida; Importância da medida.

Atividade
Medição de distâncias com diferentes sistemas de medida.



1. MEDINDO COM O CORPO

Inicialmente para atuar com as grandezas contínuas os homens dispunham apenas do senso de grandeza. Era este senso que permitia ao homem produzir os seus instrumentos de trabalho - machado, facão, enxada, etc - comparando diretamente as dimensões - a pedra com o cabo, a flecha com o arco, etc. O **senso de grandeza** se tornava **senso de medição**. Com ele o homem realiza a **medição por comparação e observação diretas**.

O que é a medição por sensação?
Numa etapa do seu desenvolvimento o trabalho humano esgotou este senso e necessitou superar os seus limites. Quando os egípcios começaram a trabalhar com a propriedade privada da terra se depararam com uma quantidade contínua - os terrenos às margens do Nilo - que precisava ser numeralizada. Ela é dada diretamente pela natureza, não foi anteriormente decomposta pelos homens. Eles precisavam decompor uma quantidade – o comprimento – que não foi anteriormente composta. Eles criaram um tijolo-comprimento, o cúbito, a sua unidade de medida. A medição foi criada para lidar, *domar* movimentos *compostos diretamente pela natureza*. Ela é desde o início, uma atividade abstrata.

> "Incidentalmente, a mensuração pelos padrões convencionais é mais abstrata do que a comparação de objetos individuais concretos. E todas as mensurações envolvem raciocínio abstrato. Ao medir comprimento das coisas, ignoramos suas cores, materiais, desenhos, contextura, etc., para nos concentrarmos no comprimento... (Contudo) suas abstrações eram limitadas pelos interesses práticos. As antigas medidas sumerianas de área tem, em certos casos, os mesmos nomes das medidas de peso; em particular, a menor unidade em ambas é o se, ou grão Em outras palavras, a 'medida quadrada' sumeriana era originalmente uma medida de sementes. O interesse dos sumerianos era a quantidade de semente necessária para o seu campo. Consideravam o campo não como ocupando um 'espaço vazio', mas como necessitando de uma determinada quantidade de sementes. Com as áreas do deserto incultivável ou de céu azul, eles não se preocupavam." (Childe, Gordon - A evolução cultural do homem - Zahar Editores. 5ª edição, 1981).

Apesar de abstrata, a mediação surge para responder uma necessidade prática, concreta, dos homens. Como a contagem, é uma abstração criada para a vida e, da mesma forma, começa unindo a idéia com o corpo.

2. O PADRÃO UNIVERSAL

Para as atividades individuais, as unidades de medida do seu próprio corpo são suficientes. Mas para as relações entre várias pessoas elas não bastam. Imaginem a confusão que aconteceria se cada pessoa usasse o seu corpo nas trocas comerciais com os outros! O tamanho das pessoas varia e, com ele, o tamanho dos seus pés, polegadas, palmos, etc. De uma região para outra, a variação era ainda maior: num lugar em que o povo era mais baixo, o pé era de um tamanho; em outro de povos mais fortes e altos, o pé era de outro tamanho. Imaginem a confusão que devia acontecer quando um comerciante do *povo baixinho* ia trocar tecido com um comerciante do *povo gigante*.

> "Mas para o trabalho social, que exige tanto a precisão como a cooperação de vários trabalhadores, as medidas pessoais são inadequadas: não há dois

trabalhadores cujos braços sejam exatamente do mesmo comprimento. Assim, também, ao trocar quantidades, os variados pesos de diferentes cevadas e as desproporções no conteúdo dos sacos poderiam provocar injustiças. Pesos e medidas têm de ser padronizados. Ou seja, a sociedade tem de concordar em atribuir um valor fixo ao dedo, ao palmo, ao cúbito, ao grão e ao saco. Os padrões sociais de comprimento são, então, marcados em varas de medir; pesos de pedra ou metal são fixados para representar o grão e o saco convencional. Decidiu-se logo que as unidades convencionais de comprimento, volume, peso, etc., teriam relações matemáticas simples entre si, embora conservando seus nomes antigos. O cúbito é escolhido como múltiplo simples do palmo, e assim por diante. A padronização dos pesos e medidas, portanto, como a linguagem e as escrita, repousa numa convenção. Pesos e medidas, como palavras e caracteres, tem de ser autorizados pelo uso social." (Childe, Gordon - A evolução cultural do homem - Zahar Editores. 5ª edição, 1981)

"De qualquer modo, as várias comunidades entre as quais a revolução (neolítica) foi acompanhada... atribuíram diferentes valores convencionais às suas unidades. Ou seja, depois da revolução (neolítica), encontramos diferentes sistemas de pesos e medidas no Egito, Mesopotâmia e Índia. Até na Mesopotâmia as pequenas diferenças em pesos podem ter sido provocadas pela adoção de padrões divergentes em várias cidades autônomas. O comércio era, porém, suficientemente internacional para que os padrões de um país fossem reconhecidos e usados em outro. Assim, os egípcios por vezes mediam pelas unidades de peso babilônicas, e não pelas suas próprias." (Childe, Gordon - A evolução cultural do homem - Zahar Editores. 5ª edição, 1981)

É fácil perceber que a evolução da unidade de medida acompanha a evolução histórica dos povos. Quando os povos se mantêm afastados, os seus padrões de medida são diferentes. E, na medida em que os povos se relacionam vão estabelecendo padrões comuns. Apenas em 1790 os matemáticos resolveram a questão de todos os povos do planeta adotarem apenas uma unidade de medida. Nessa época a França atravessava um período de profundas transformações revolucionárias, com a sociedade ávida por novas idéias. Entre estas novas idéias, surge um sistema de medida inventado por um grupo de grandes matemáticos da época. Este sistema se mostrou tão útil e genial que logo ganhou todo o planeta, tornando-se aceito em praticamente todo lugar. A unidade de comprimento foi estabelecida da seguinte forma: mediram a distância, em linha reta, de uma cidade francesa (Dunquerque) a uma cidade espanhola (Barcelona). Esta medida foi dividida em 400000 partes iguais. Resultou um determinado comprimento, que foi marcado numa barra de platina e guardado no museu de pesos e medidas de Paris. Desta forma foi inventado o **metro**, a unidade de medida do novo sistema linear. É impossível fazermos um metro no caderno, pois ele é maior que a folha.

Planejamento de aula

Duração: 2h
Turma: 5° ano do ensino fundamental

Assunto: medida de massa

Objetivo: fazer com que os alunos compreendam o conceito de massa e sua presença no cotidiano de cada um, e saibam aplicar o conhecimento em situações reais.

Recursos didáticos: massa de modelar, massa de comer (espaguete), foto do Felipe Massa, balança digital, balança de garrafa pet (ludoteca), materiais para construção, em sala de aula, de uma balança (barbante, cano/vareta, sacolas)

Brasília, 18 de maio de 2009

Roteiro da aula

- O que é massa?
Passar a massa de modelar de mão em mão (**1° princípio**: percepção)
Mostrar a foto do Felipe Massa.
Mostra um pacote de macarrão.

- Apresentar o conceito: é uma propriedade dos corpos, característica

- Diferença entre "massa" e "peso": a diferença existe, sim.

Estória a ser contada para os alunos:
O peso depende de em que planeta estamos. A massa, não, ela é uma propriedade constante. Quanto maior o planeta, maior é o peso. Mas a massa, esta não muda.
Citar o andar flutuante dos astronautas na Lua. Se fosse em Júpiter, todos os astronautas seriam muito pesadões!
Mas, como ainda não se fabricam capacetes de astronauta no tamanho dos alunos, eles não poderão, ainda, fazer viagens a outros planetas, então, consideraremos os conceitos de "massa" e "peso" como se fosse uma coisa só. Mas não são.

- Atividade: ordenar os objetos, do mais pesado ao mais leve

5 objetos de diferentes massas/pesos

1) um voluntário para, apenas olhando, sem tocar, ordenar na sequência do mais pesado para o mais leve

2) pedir para que ele "chute" o peso de cada um, em termos de bolinhas de gude (**3° princípio**: unidades arbitrárias, no caso, bolinhas de gude)

3) com apenas uma mão, pedir para re-ordenar (se assim julgar necessário)

4) pedir para que ele "chute" o peso de cada um novamente, em termos de bolinhas de gude

5) com as duas mãos, pedir para re-ordenar (se assim julgar necessário)

6) pedir para que ele "chute" o peso de cada um novamente, em termos de bolinhas de gude

7) oferecer para o voluntário o pote de bolinhas de gude para livre manuseio

8) pedir para que ele "chute" o peso de cada um novamente, em termos de bolinhas de gude

Tabela a ser desenhada no quadro:

	do mais pesado ao mais leve				
só olhando					
Peso em bolinhas					
Com uma mão					
Peso em bolinhas					
Com duas mãos					
Peso em bolinhas					
Após manusear bolinhas					
Peso em bolinhas					
medindo na balança:					
Peso em bolinhas					

- Atividade: construção de uma balança

Utilizando barbante, um cano ou vareta, 2 sacolas, vamos construir uma balança.

- Apresentação da bolinha de gude maior: e agora, quanto pesa, por exemplo, o [*objeto X*], em termos de número de bolinhas? Mais? Menos?

Como resolver essa diferença? O que podemos fazer para padronizar? (a resposta que esperamos ouvir é "escolher um tipo de bolinha" para ser nossa referência padrão)

A escolha do tipo de bolinha para ser o padrão de medida deve levar em consideração, por exemplo, a facilidade de obtenção do material. Portanto, é natural que, depois de uma negociação entre os alunos, a escolha da bolinha pequena seja decorrente de ser a mais comum.

(**4º princípio** - a transferência da unidade arbitrária para a unidade padrão deve ser uma decorrência de uma relação social do grupo em questão)

- Questão:
Nas trocas comerciais do passado, como se compravam os alimentos? No açougue: "Por favor, eu gostaria de 57 bolinhas de gude de carne!". Já existia bolinha de gude naquela época?

- Qual é a unidade de peso que utilizamos no nosso dia-a-dia?

- 1 quilograma, ou simplesmente 1 quilo, é o peso de 1 litro de água.

- Exemplos: para medir a temperatura, termômetro; para medir o comprimento, régua, fita métrica, trena; para medir a velocidade, velocímetro. E para medir o peso/massa, qual instrumento podemos utilizar?

(**5º princípio** – a transferência da unidade padrão para a unidade legal deve estar vinculada à história da civilização)

- A lata de jabuticaba, a xícara de amendoim e o café do Prêt:

Em alguns lugares, a jabuticaba é vendida à lata de óleo; na faculdade, para espantar o sono, eu comprava um punhado de amendoim coberto com chocolate, medido com uma xícara; o café que preparava quando trabalhava numa cafeteria tinha um padrão, o peso, e era preparado sobre uma balança. Pedir aos alunos exemplos de outras coisas vendidas utilizando medidas diferentes. (**6º princípio** – relação entre as unidades legais com as unidades culturais)

- Atividade: quem é mais pesado?

Pedir um voluntário e perguntar: quem é mais pesado, o aluno ou o professor? Visualmente é possível deduzir a resposta. Próxima pergunta: quanto pesa o voluntário? E o professor?

Utilizar a balança digital e registrar no quadro.

Atividade para casa: ir supermercado, ou restaurante por quilo, ou açougue, ou qualquer outro lugar onde haja uma balança digital, medir o peso de algum produto que tenha o peso escrito na embalagem (por exemplo, uma lata de leite condensado, ou um saco de feijão), e comparar o resultado medido com o peso escrito na embalagem. Trazer o resultado na aula seguinte, para debate (será apresentado o conceito de "peso líquido")

(**7º princípio** – a real função da manipulação de material concreto. MEDIR!)

- <u>Qual a diferença entre</u>

quilo grama e
grama ?

Quilo = mil

Outros exemplos: quilômetro = mil metros; quilo-byte (KB) = mil bytes

- Quantas caixinhas de creme de leite (200g) são necessárias para termos 1 quilograma de creme de leite?

- obs: habitualmente, dizemos simplesmente 1 quilo = 1 quilograma.

- <u>Qual a diferença entre</u>

mili grama e
grama ?
----
mili = um milésimo

Outros exemplos: milímetro = um milésimo de metro; mililitro = um milésimo de litro

Isso significa que são necessários 1000 miligramas para termos 1 grama.

(**8° princípio** – a real dimensão do sistema de medidas adotado pela nossa cultura)

- <u>Isopor, madeira, placa de ferro</u>:
Vamos observar que os objetos têm aparência semelhante (tamanhos parecidos), mas pesos/massas diferentes!
E se jogamos os três objetos na água? O que acontece? Uma placa de 1 quilo de ferro afunda? E uma placa de 1 quilo de isopor?
>> introdução ao conceito de densidade, que não será aprofundado
(**9° princípio** – fragmentação curricular - vincular as medidas)

- <u>Atividade: massa de modelar</u>
Pedir para um voluntário fazer uma bolinha com certa quantidade de massa. Em seguida, utilizando a bolinha, remodelá-la no formato de cubo. Colocar a questão: a massa mudou?
(**10° Princípio**: aceitar e explorar a inter-relação entre medidas e geometria)

- Perguntar aos alunos: o que é libra (Pound), onça (ounce), arroba?

Dividir a turma em dois grupos, cada grupo fará um tipo de pesquisa abaixo listados e apresentará, na próxima aula, para os demais.

- Atividade para casa: pesquisas
Pesquisa 1:
Quais as unidades de medida de peso mais comuns nos produtos de supermercado dos Estados Unidos? E da Inglaterra? Quais as origens dessas unidades (histórico)? Quanto vale cada unidade em "gramas"? Trazer fotos de produtos que tenham o peso nessas unidades.

Pesquisa 2:
O que é "arroba" (unidade de medida de peso)? Quanto vale e qual é a origem desta unidade de medida?

(**11º princípio** - a escola deve ser o espaço de trabalhar o sistema legal de medidas, pois é por excelência espaço de socialização e de compreensão das relações estabelecidas na sociedade)

- <u>Perguntar aos alunos</u>: quem tem alguma situação em que foi preciso resolver algum problema relacionado ao peso de alguém ou de alguma coisa?
Se ninguém se manifestar, levaremos a seguinte situação: nos elevadores há sempre uma placa que diz "6 pessoas ou 420 quilos". Debate: como se chegou a esses números? E se você fosse o síndico de um prédio e a ALSCPP (Associação de Lutadores de Sumô Categoria Peso-Pesado) ficasse no último andar desse prédio, o que você faria? Por quê?

(**12º princípio** – capacidade do aluno de criar situações-problema e propor soluções para os impasses e conflitos gerados por estas situações vinculadas a sua vida cotidiana)

2° princípio – o estudo das medidas deve perpassar todo o espaço curricular; deve estar presente do primeiro ao último dia de aula.

No ensino de operações básicas da aritmética, frações, etc, serão utilizados exemplos de operações com peso. A seguir, dois exemplos de atividades.

Atividade 1:
Frações
Qual é o peso de uma fração de bolo?
Materiais: 1 bolo, 1 balança
Procedimento:
Pesamos o bolo inteiro e colocamos a questão: quanto pesa 3/4 do bolo?
Se o bolo pesa, digamos, 400g, a operação matemática correspondente é:

$$\frac{3}{4} \times 400g = 300g$$

Faremos a verificação com o uso da balança; cortamos o bolo em quatro pedaços iguais e retiramos um; pesamos os três outros pedaços e conferimos o peso, que deverá ser, aproximadamente 300 gramas. A eventual diferença – que, se houver, será pequena – pode ser discutida, com o levantamento de hipóteses.

Em seguida, perguntamos "quando vocês vão ao restaurante por quilo, quanto costumam comer?", e comparamos as respostas com o peso que acabamos de medir. Isso faz com que os alunos relacionem a atividade realizada e o conhecimento adquirido com o cotidiano de cada um.

Atividade 2:
Aritmética
Contar a estória do cálculo de potes de sopa descartados no Prêt: a cafeteria onde trabalhei servia sopas também; no final do dia, o que sobrava era jogado fora, e era preciso registrar a quantidade de sopa desperdiçada, medida em número de potinhos. O jeito que muitos faziam era encher os potinhos, um a um, e contando, à medida em que jogavam fora. Perguntar aos alunos: como fazer isso de maneira mais rápida, usando a balança.

Anexo 1 – Origem do quilograma

O **quilograma** (símbolo: **kg**) é uma unidade de medida de massa do Sistema Internacional de Unidades (*SI*).

O quilograma é a massa equivalente a um padrão composto por irídio e platina que está localizado no Museu Internacional de Pesos e Medidas na cidade de Sèvres, França desde 1889. Ele é um cilindro eqüilátero de 39 mm de altura por 39 mm de diâmetro.

Originalmente se definiu como unidade de massa, a massa de um litro de água desmineralizada a 15 °C. Essa massa foi chamada de um quilograma (1 kg). Mais tarde percebeu-se o inconveniente desta definição, já que o volume da água varia com a pureza da mesma. Passou-se, então, a adotar como padrão de massa um certo objeto chamado "padrão internacional de massa". A massa deste objeto é de 1 kg. Dentro do possível, fez-se que a massa deste padrão fosse igual à massa de 1 litro de água destilada a 15 °C.

Estuda-se há algum tempo mudar a definição de quilograma para uma que seja baseada em alguma constante física, como se fez com o metro, onde o m, é a exata distância percorrida pela luz em um intervalo de 1/299 792 458 s. As principais propostas de definição são baseadas em:

- **Constante de Planck**: *O quilograma é a massa de repouso cuja energia corresponde à de exatos* $299792458^2/662606896)\times10^{-41}$ Hz

  Essa definição implicaria o valor exato para a Constante de Planck de $h = 6{,}626\ 068\ 96\times10^{-34}$ J s. Esse valor é consistente com o valor de 2006 da CODATA de $6{,}626\ 068\ 96\times10^{-34} \pm 0{,}000\ 000\ 33\times10^{-34}$ J s.

- **Constante de Avogadro**: *O quilograma é a massa de exatos* ($6{,}022\ 141\ 79\times10^{23}/0{,}012$) *átomos de carbono em repouso e em seu estado-padrão.*

  Essa definição implicaria o valor exato para a constante de Avogadro de $N_A = 6{,}022\ 141\ 79\times10^{23}$ entidades elementares por mol, consequentemente dando a definição simples e concisa de mol. Esse valor é consistente com o valor de 2006 da CODATA, de $6{,}022\ 141\ 79\times10^{23} \pm 0{,}000\ 000\ 30\times10^{23}$ mol^{-1}.

- **Massa do elétron**: *O quilograma é a unidade básica de massa, igual a* 1 097 769 238 499 215 084 016 780 676 223 *unidades de massa do elétron.*

  Essa definição implicaria o valor exato para a massa do eléctron de $m_e = 9{,}1093826\times10^{-31}$ kg. Esse valor é consistente com o valor de 2002 da CODATA, de $9{,}1093826\times10^{-31} \pm 0{,}0000016\times10^{-31}$ kg.

- **Carga elementar**: *O quilograma é a massa que será acelerada precisamente a* 2×10^{-7} m/s² *quando submetida a uma força por metro entre dois fios condutores retilínios, paralelos, de comprimento infinito e de secções retas desprezíveis, no vácuo, distos um metro, por onde passa uma corrente constante de exatos* 6 241 509 479 607 717 888 *cargas elementares por segundo.*

Essa definição implicaria o valor exato para a carga elementar (carga do eléctron) de $e = 1{,}602\ 176\ 487 \times 10^{-19}$ C. Implica também a definição exata de Coulomb como sendo exatas 6 241 509 479 607 717 888 unidades elementares de carga , e de Ampère como sendo exatamente a corrente elétrica de 6 241 509 479 607 717 888 unidades elementares de carga por segundo. Esse valor é consistente com o valor de 2002 da CODATA, de $1{,}602\ 176\ 487 \times 10^{-19} \pm 0{,}000\ 000\ 40 \times 10^{-19}$ C.

Fonte: http://pt.wikipedia.org/wiki/Quilograma

Anexo 2 – Arroba

Arroba (do árabe الربع; "ar-rub", a quarta parte) é uma antiga unidade de medida de massa usada em Portugal e no Brasil; de massa e volume usadas na Espanha e na América Latina; e de massa do sistema imperial de medidas. Seu símbolo é @.

Como medida de *massa*, a arroba equivale originalmente à quarta parte do quintal, isto é, 25 libras ou 11,33980925 quilogramas. Porém, esse valor não é o único a ser utilizado. Em Portugal e no Brasil (onde é utilizada para pesar os porcos e o gado bovino) equivale a 14,689 kg, sendo muitas vezes arredondada para 15 kg. Na região de Aragão, na Espanha, a arroba equivale a 36 libras (16,32932532 kg).

Com o surgimento de leis que regulamentam as medidas de pesos e medidas, a arroba perdeu boa parte de sua função, mas ainda não deixou de existir.

Como medida de *volume* usada na Espanha, a arroba é utilizada para medir líquidos. Varia também seu valor, dependendo não só das regiões, mas também do próprio líquido medido. Assim, se o líquido quantificado é *azeite*, a arroba equivale a 12,563 litros, enquanto se se trata de *vinho*, sua equivalência é a 16,133 litros.

Fonte: http://pt.wikipedia.org/wiki/Arroba

Universidade de Brasília
Faculdade de Educação
Educação Matemática 2
Alunos:

Matéria: Educação Matemática 2		**2º/2009**	
Assunto: Unidade de Medida – CAPACIDADE			
Objetivo: Ao final da aula, os participantes serão capazes de: Identificar capacidade como uma unidade de medida Refletir sobre a importância de um sistema padrão de medida Relacionar unidade de massa, capacidade e volume			
Conteúdo	**Estratégias**	**Recursos**	**Tempo**
Introdução:	- Agenda - Esperar turma - Apresentar grupo	- Nenhum	15 Min.
Desenvolvimento: **Parte I** **Parte II**	- Percepção de Capacidade: garrafa, água e copos - Socialização da atividade - Elaboração de medida de capacidade desenvolvida pelo aluno - Relatos Histórico da medida de capacidade (Contextualização) - Relação métrica da capacidade (dm^3) - Divisão da classe em grupos: Elaborar um problema criativo usando a unidade de medida explorada na aula - Resolução da atividade escolhida: de quais maneiras esse problema pode ser solucionado?	- Garrafa - Recipientes de diferentes tamanhos - Feijão - Régua - Lápis - Borracha - Papel Panamá - Canetinha	60 Min.
Conclusão:	- O que foi mais interessante para cada um? – Recaptulação - Encerrar – Suco!	- Cartões de Visitas	5 Min.
Auto-avaliação:			

Plano de Aula

Ementa

Conceito de tempo e espaço e suas relações, contextos sociais e históricos, diferentes formas de medição do tempo, compreensão prática e filosófica do tempo.

Objetivos Gerais

Repassar as crianças um contato mais abrangente em relação ao tempo concomitantemente introduzindo o interesse pela filosofia e física no que se refere ao tempo.

Objetivos Específicos

- Diferenciar o tempo físico, o tempo biológico e o social.
- Desenvolver métodos de medir o tempo físico de forma arbitraria ~~e de~~ modo padrão, utilizando instrumentos de medidas de qualquer natureza.
- Trabalhar a percepção de tempo utilizando material concreto e exemplos vividos pelo aluno.
- Introduzir a filosofia e Física

1º Momento

Roteiro das atividades:

1) Momento para relaxar e ouvir música clássica.
2) Atividade com a mesma música e exercícios para resolver.
3) Reflexão sobre o tempo da música. Qual atividade passou mais rápida, qual foi mais devagar? O tempo da música não é o mesmo?
4) Como medir o tempo da música sem usar o relógio? Que tal bater palmas? Bater com o lápis na mesa em um ritmo. Todo mundo bateu palma na mesma velocidade? Quais desvantagens em usar palmas para medir o tempo?
5) Uma maneira que os antigos usavam para medir o tempo é a ampulheta. Que tal construir uma ampulheta?
6) As ampulhetas que os alunos construíram têm a mesma medida de tempo? Refletir com os alunos a necessidade de estar padronizando o tempo.
7) Questionar como os índios fazem para medir o tempo? Eles não têm relógios, têm? Será que eles usam a natureza? Como o galo sabe à hora certa de cantar? Quantos dias demoram pra ser lua cheia? E quanto tempo demora para ser primavera de novo? E o dia? Quanto tempo demora para ser dia de novo?
8) Quantos anos de vida o aluno tem? Que dia nasceu? Que horas nasceu?

9) Vamos construir uma linha da vida? Para cada ano de vida do aluno ele deverá ter um cm de barbante, por exemplo, o aluno de 10 anos terá 10 cm de barbante. Com a linha feita, colar em uma cartolina o barbante e marcar os momentos importantes da vida de cada aluno. Que tal comparar o tamanho do barbante dos alunos com o tamanho do barbante do professor, dos pais, das avós? Trabalhar proporções. Quanto de barbante do aluno cabe dentro do barbante do familiar próximo dele?
10) Construir um relatório de atividades diárias com os alunos.

2º Momento

1) Um vídeo do youtube a respeito do tempo (WWW.youtube.com. XYwjZU6WMrg&feature=related)
2) Historia do tempo
3) Trabalhar a questão do ano. Reflexão da terra em torno do seu próprio eixo.

3º Momento

Parte filosófica onde será apresentado um vídeo de 20 minutos a respeito do hiperespaço, universos paralelos, que norteia e distorce toda nossa compreensão de tempo.

Conteúdo

Experiências vividas e conhecimentos adquiridos, Física Geral, http://www.zenite.nu/.

Cenário

Crianças de 10 a 12 anos

Materiais

Barbante, calendários, relógio, vídeo do youtube, cola, tesoura, cartolina, quatro garrafinhas de refrigerante e areia.

Avaliação

Não haverá avaliação.

Curiosidades

TEMPO

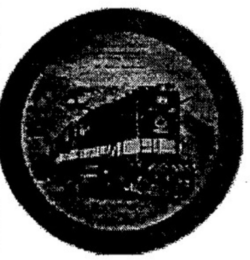
Desde o inicio da humanidade tentamos enganar o tempo, mas o tempo está em tudo e em toda a necessidade de se marcar o tempo e de ter uma referência para que se pudesse ser medido transformou para sempre nossa noção de tempo. Este sistema de medida foi criado a muito "tempo".

Quando queríamos marcar um encontro só tínhamos uma forma de nos acertar, o sol era nosso guia, assim como a posição de alguns outros corpos celestes, que mantinham certa regularidade nas suas aparições. Mas o tempo transcende nossa noção de realidade, Einstein via o tempo como uma das grandes ingonitas da vida e certa pensou "como seria se eu estivesse à frente da velocidade da luz" "como seria se este bonde que eu estou andando andasse na velocidade da luz e eu olhasse para o Big Bem, que horas marcaria", ou seja, a velocidade e o tempo estão intimamente ligados.

No início, até mesmo ~~os relógios mecânicos~~ eram acertados pelo tempo fornecido pelos relógios de Sol. A hora comum, no entanto, aquela usada em nosso cotidiano, não se baseia inteiramente no Sol. A velocidade da Terra em seu movimento de translação não é constante, e por isso a duração dos dias solares é desigual. Foi preciso imaginar um "Sol fictício", que produzia dias iguais durante todo o ano. Esse corpo, também chamado Sol médio, percorre sobre o equador celeste espaços iguais em tempos iguais. Apenas por praticidade, começamos a contar o dia solar médio qu~~ando o~~ Sol médio atinge a chamada culminação inferior. Em outras palavras, quando é meia-noite.

MAS, AFINAL, A DIFERENÇA ENTRE O TEMPO SOLAR VERDADEIRO e aquele produzido pelo Sol médio não passa de 17 minutos. Uma defasagem que foi imperceptível ~~para~~ o dia-a-dia da humanidade durante muitos séculos. Até que, nas primeiras décadas do século XIX, surgiram as estradas de ferro.

Antes os viajantes nem se davam conta que ao chegar a um destino longínquo à hora do lugar era diferente. A precisão dos horários de partida e chegada se confundia com as irregularidades dos mecanismos dos relógios da época, mais a lentidão dos meios de transporte movidos a tração animal.



As ferrovias mudaram tudo. Agora era possível se locomover com relativa rapidez por quase toda a Europa e ir de costa a costa dos Estados Unidos. Para resolver – parcialmente – o problema dos horários surgiram as horas nacionais.

Porém, cada país tinha a sua – e isso não ajudava muito. Era preciso uma padronização. E foi a Inglaterra o primeiro país a adotá-la (embora Estados Unidos e Canadá disputem até hoje essa primazia). Não foi nada fácil. Política, religião e orgulho nacional puseram de lado argumentos científicos, numa disputa que envolveu até mesmo o Brasil.

Uma conferência internacional em 1884 tratou de escolher um meridiano de partida que servisse a todas as nações do mundo. Conta-se que o Imperador Pedro II orientou o diretor do Observatório do Rio de Janeiro, representante do Brasil, a votar em favor do meridiano zero que passava por Paris. No final, Greenwich, na Inglaterra, foi escolhido quase por unanimidade. O Brasil se absteve do voto.

À HORA MÉDIA DE GREENWICH (*Greenwich Mean Time* ou GMT) foi utilizado como padrão mundial de tempo até 1986, quando surgiu o Tempo Universal

Coordenado (*Coordinated Universal Time* ou UTC), que é baseado em padrões atômicos em vez da rotação da terra.

A idéia de tempo nos faz viajar num velho sonho da humanidade "as viagens do tempo", como seria legal viajar para o passado, mudar aquele olhar, aquelas palavras e aquela falta tempo que tanto nos prejudicou, pois é, para o passado é impossível, pois já foi escrito, mas para o futuro a historia e bem diferente

Plano de aula

Objetivo geral

- Apresentar aos alunos, de forma objetiva, clara e divertida, o conteúdo de medidas de volume e sua importância no dia-a-dia.

Objetivos específicos

- Instigar nos alunos a curiosidade em aprender sobre volume;

Metodologia

- Trabalharemos com diferentes tipos de caixinhas de papel;
- Utilização de cubos de isopor;
- Utilização de cordinhas;
- Trabalho em grupo;

Atividades/ momentos

1°- momento:

Discussão sobre o que é volume – ouvir as opiniões dos alunos e suas percepções sobre o assunto e mostrar os materiais a serem utilizados na aula. Diferença entre volume e capacidade.

2°- momento:

Dividir a sala em grupos e pedir para construir algo com os cubos de isopor que serão dados à eles (mesma quantidade para todos os grupos).

3 °- momento:

Ouvir as percepções dos alunos sobre qual construção tem maior volume e por quê. Mostrar a eles que não importa a forma de organização dos cubos na construção, pois os mesmos têm o mesmo volume.

4°- momento:

Pedir aos alunos desenharem nas folhas de papel os objetos que eles montaram com os cubinhos para se poder analisar a noção de perspectiva, ou seja, se os alunos conseguem passar para o papel a noção de profundidade.

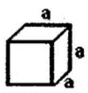
5°- momento:
Fazer medições de volumes com objetos irregulares, ou objetos com formas desconhecidas, usando um recipiente com água e observando quanto que o nível de água subiu(obs;: não confundir esse valor com capacidade). O mais correto é ter um recipiente com as medidas já em centímetros cúbicos.

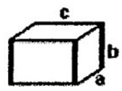
Volume

É o espaço ocupado pelo corpo, ou pela forma tridimensional.

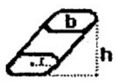
Diferença entre volume e capacidade:
Capacidade está relacionado com um recipiente e o "quanto de volume" que ele pode suportar, mas não está relacionado com o espaço ocupado pelo objeto inteiro, que é o volume.
Mas há uma relação entre eles:

Volume	**Capacidade**
metro cúbico	quilolitro
decímetro cúbico	litro
centímetro cúbico	mililitro

cubo = a^3 

paralelepípedo = a b c 

prisma irregular = b h 

cilindro qualquer = $b\ h = \pi r^2 h$ 

pirâmide = (1/3) b h 

cone = $(1/3)\ b\ h = 1/3\ \pi r^2 h$ 

esfera = $(4/3)\ \pi r^3$ 

Outras medidas de Volume:

Unidade	Símbolo	Equivalência
metro cúbico	m^3	$= 1\ m^3$
litro	L	$= dm^3 = 10^{-3}\ m^3$
lambda	λ	$= \mu l = 10^{-6}\ dm^3$
barril (US)	US-bl	$\sim 158{,}987\ dm^3$
galão (US)	US-gal	$= 3{,}78541\ dm^3$
galão (UK)	B-gal	$= 4{,}546\ 09\ dm^3$

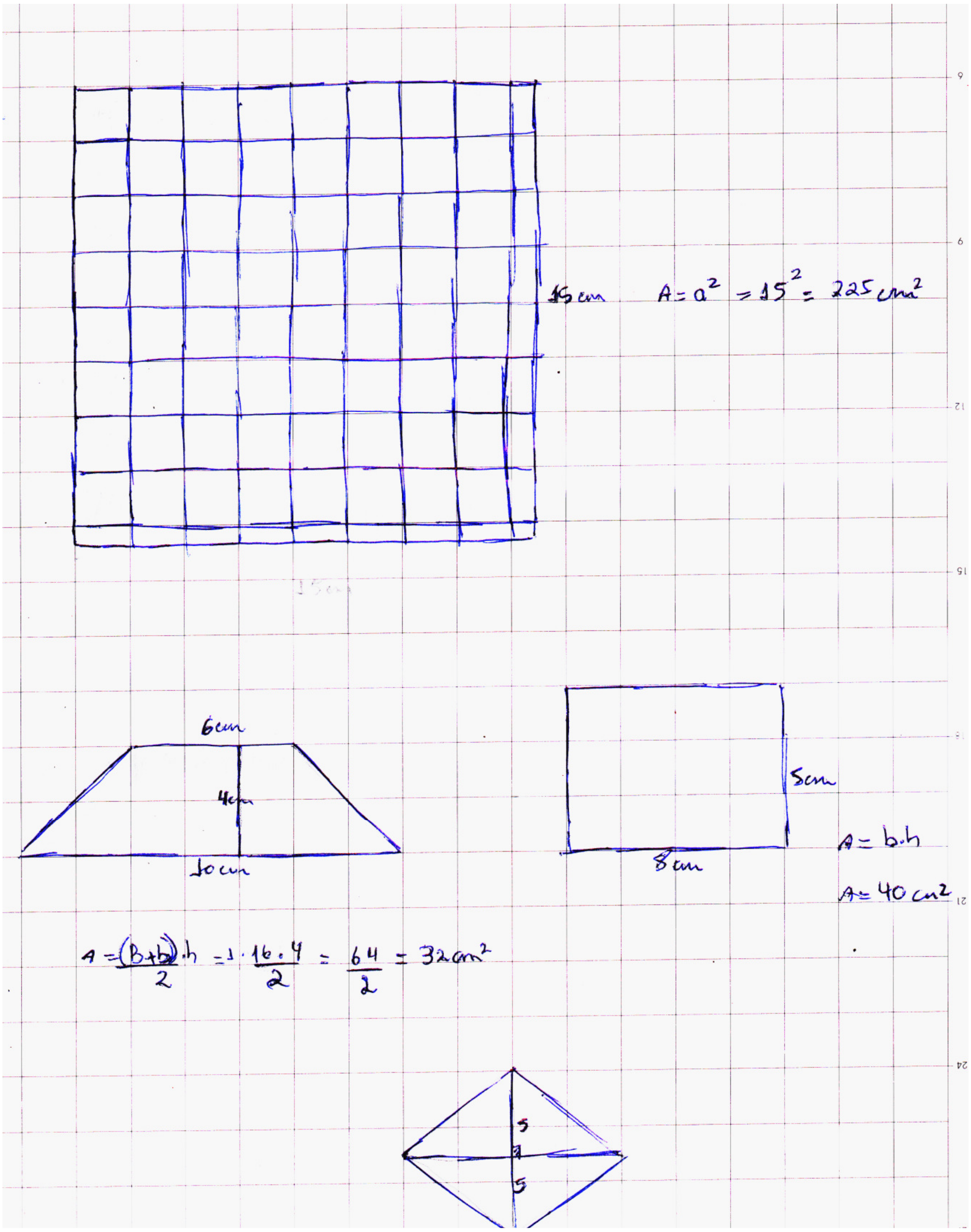
História do Barril de Petróleo:

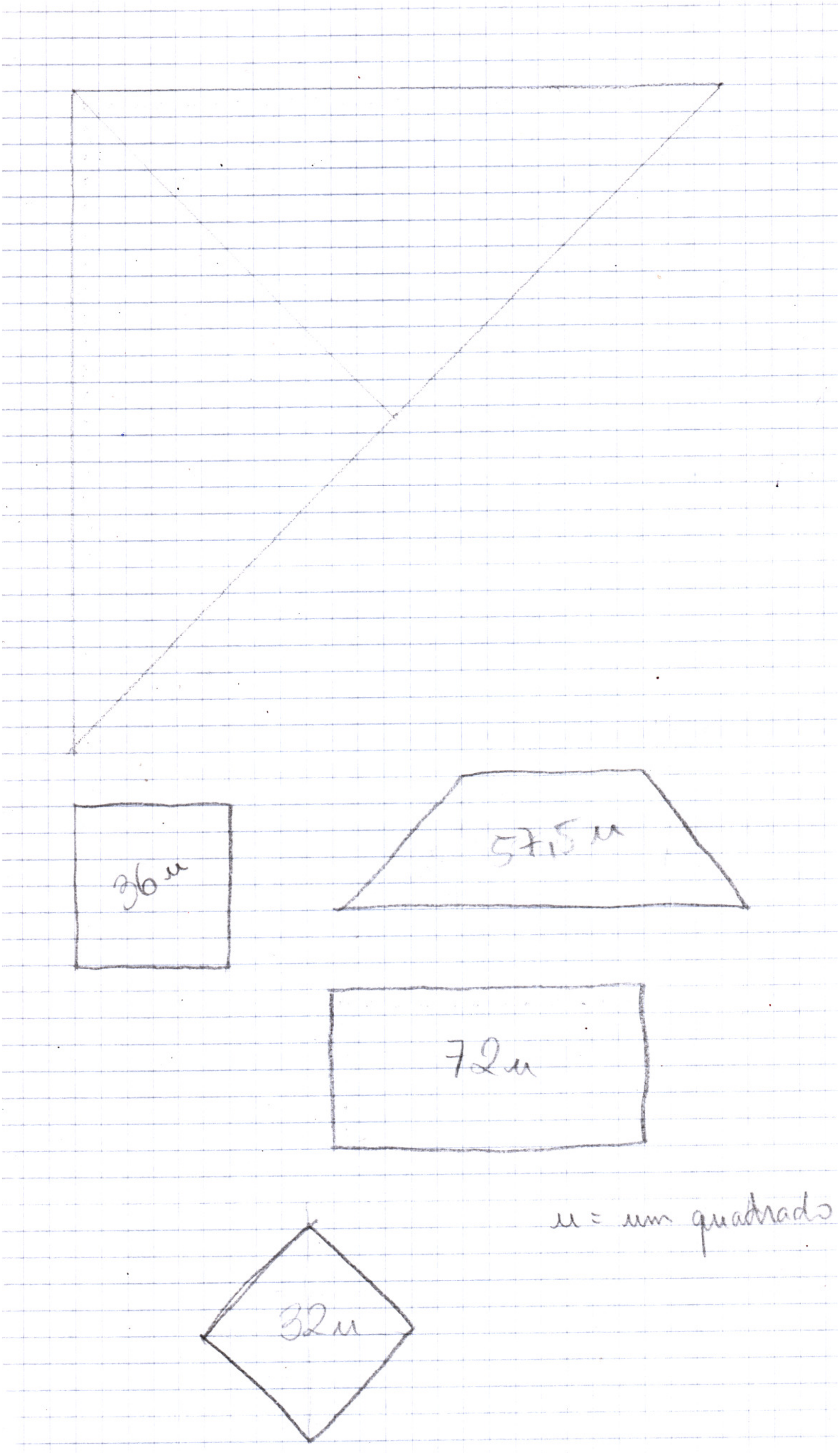
Mede aproximadamente 159 litros, ou 6,29 bbl por metro cúbico. A medida tornou-se padrão desde o início da produção, em meados do século 19 nos Estados Unidos.

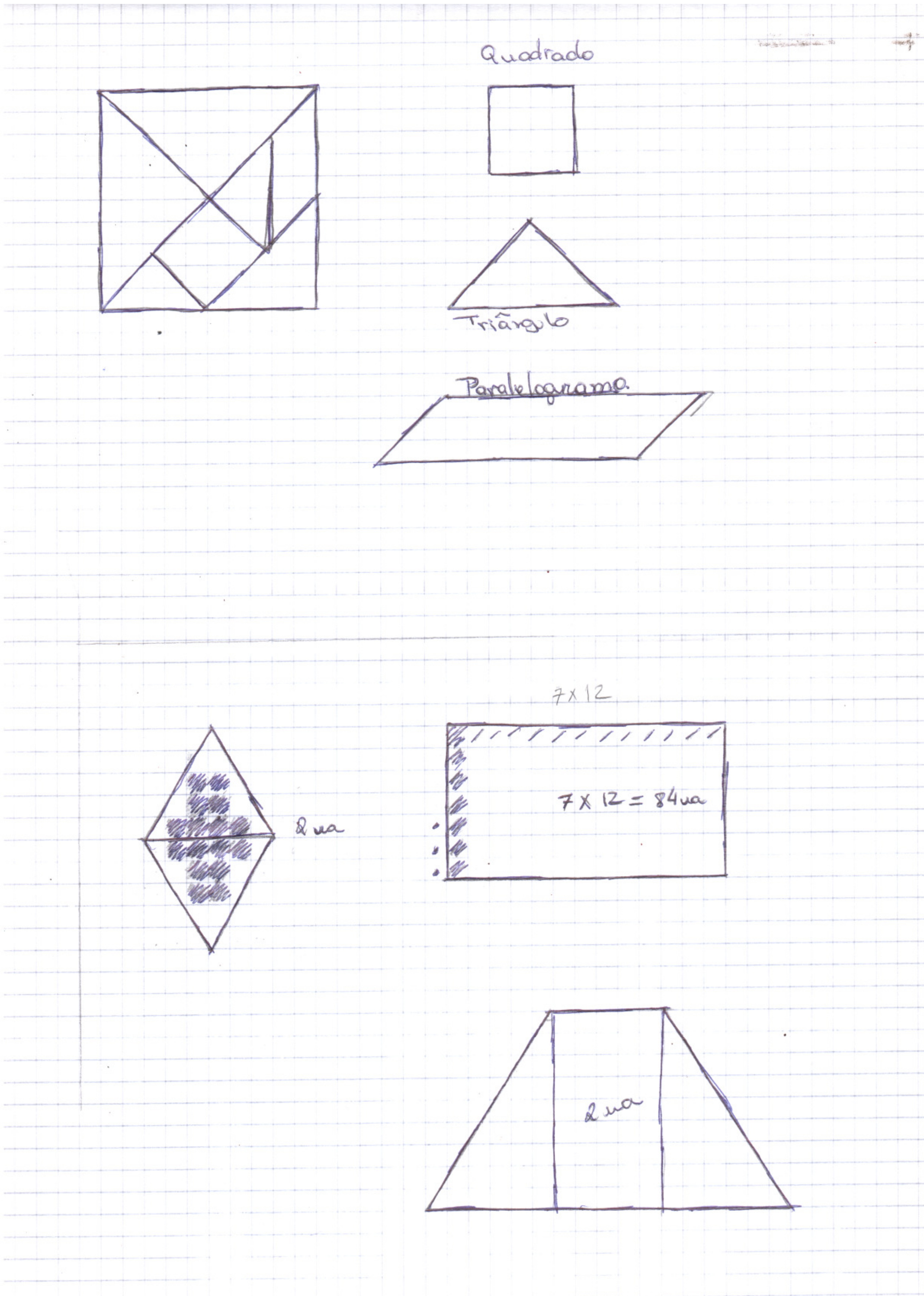
O maior produtor em grande escala na época, usava barris pintados de azul pra transportar o petróleo. Blue Barrel, de onde vem a origem da sigla bbl para designar 1 barril de petróleo.

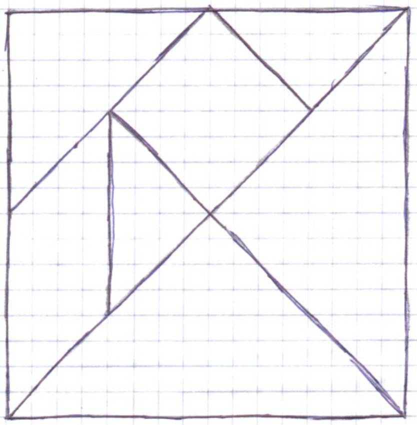
Para facilitar a comercialização todos passaram a usar a mesma medida, que perdura até hoje.

9.4. APÊNDICE 4: TRABALHANDO COM ÁREAS NO TANGRAM E EM PAPEL QUADRICULADO



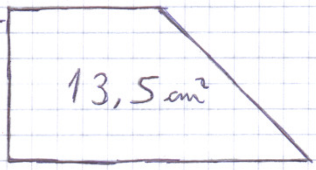

36u
57,5u
72u
u = um quadrado
32u


Quadrado
Triângulo
Paralelograma
7x12
7 X 12 = 84ua
2 ua
2 ua

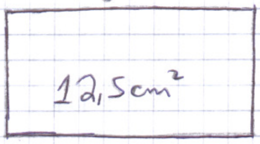


trapézio:

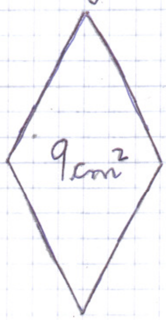
$\frac{3(6+3)}{2} = 13,5$



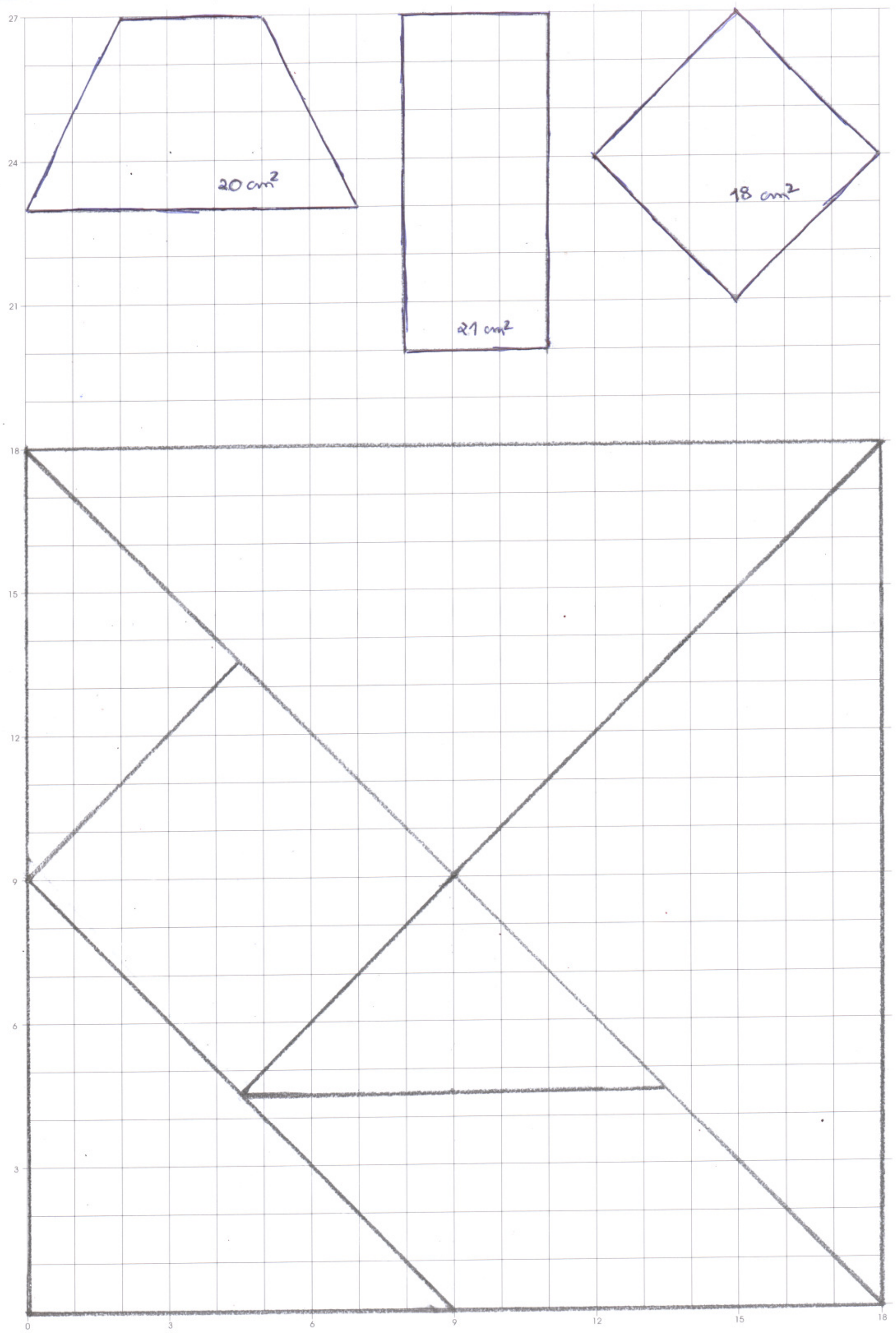
Retângulo:

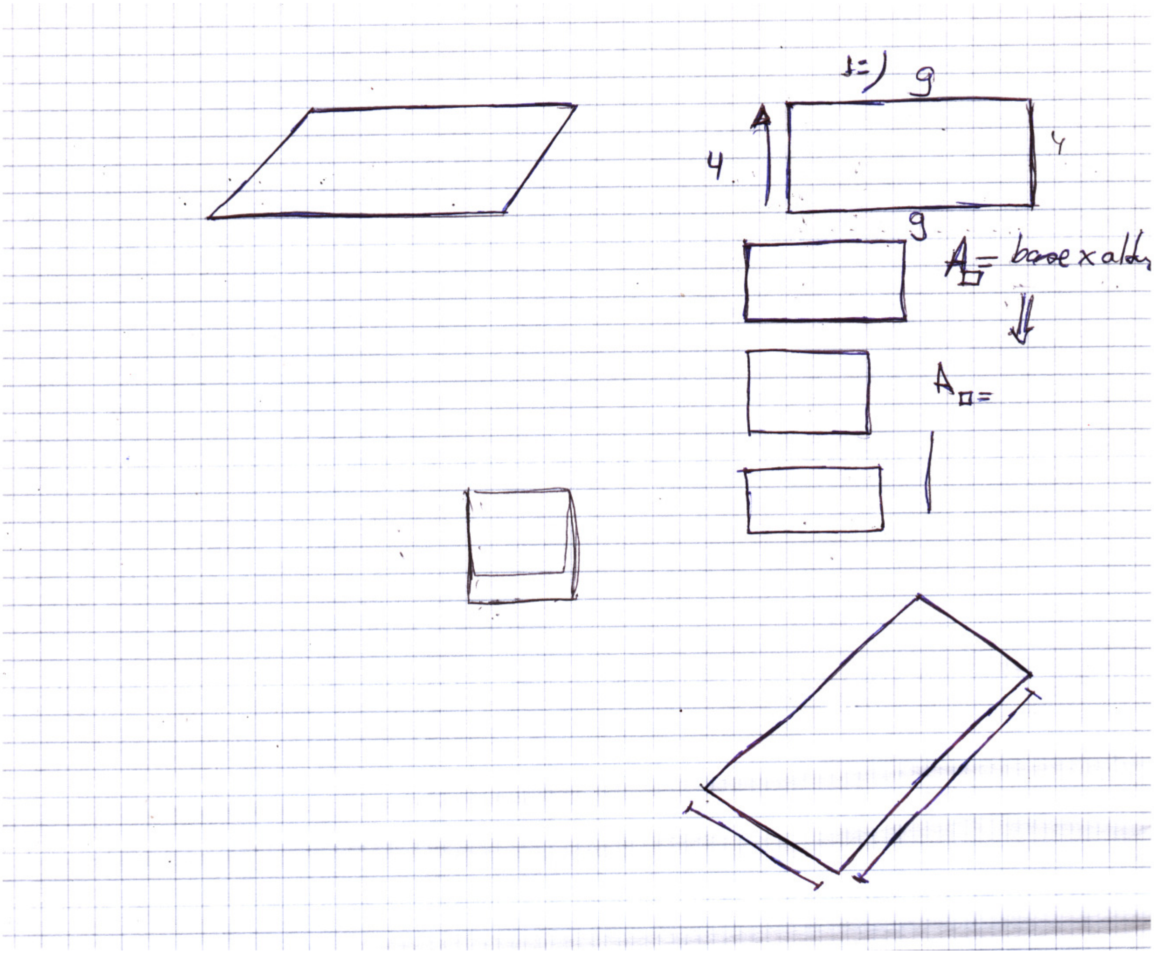


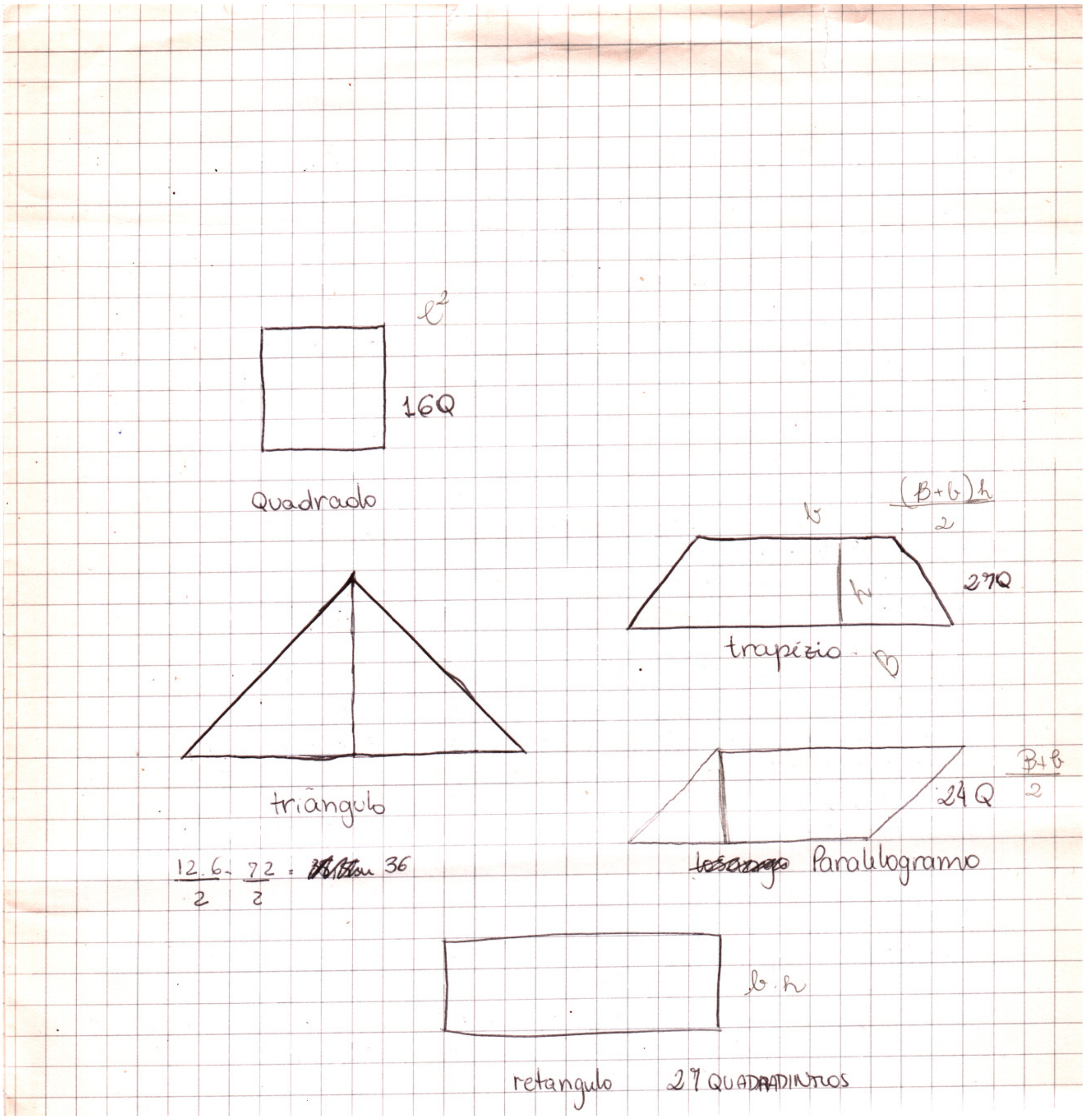
losango:

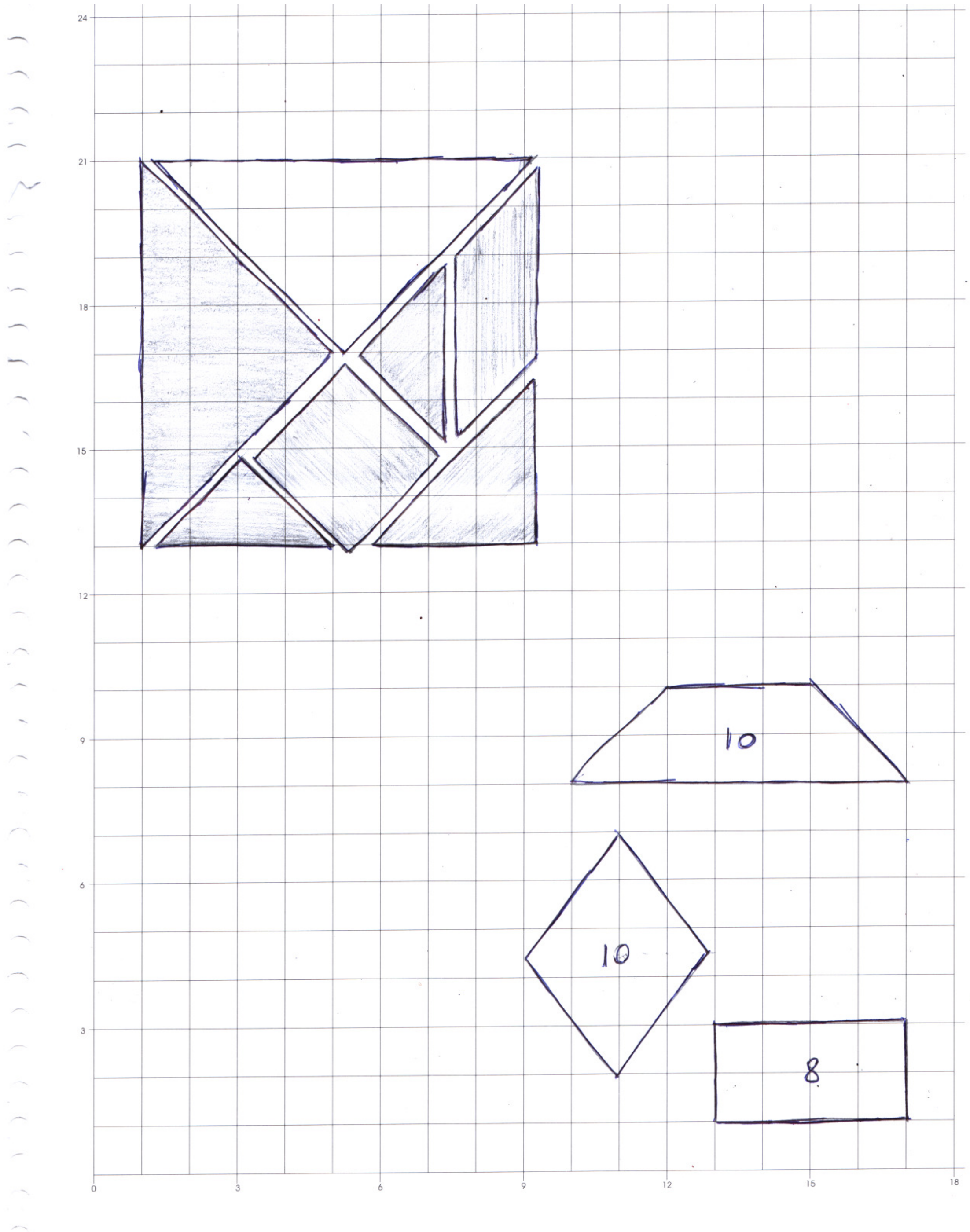


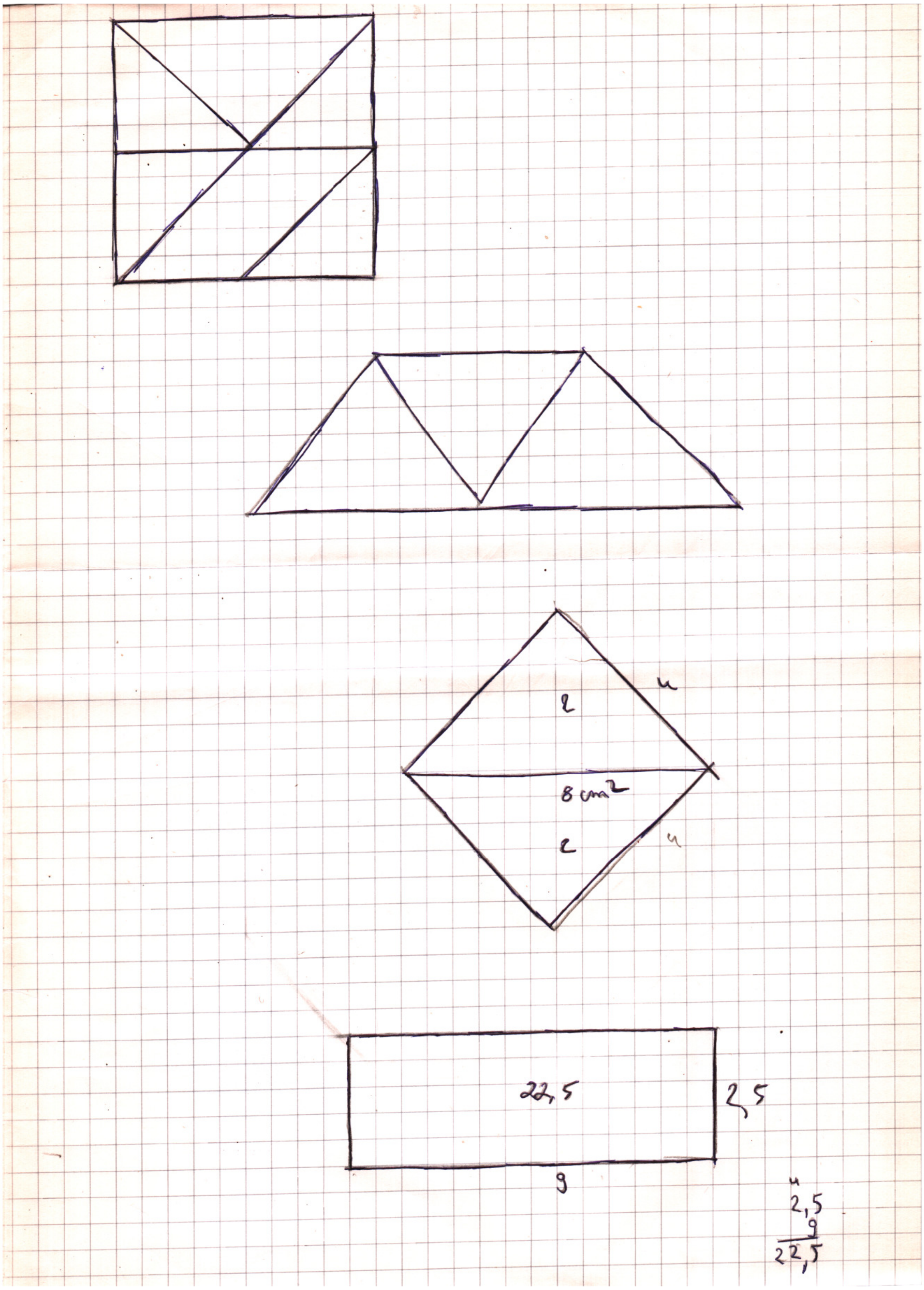
$\frac{3 \times 6}{2} = 9$

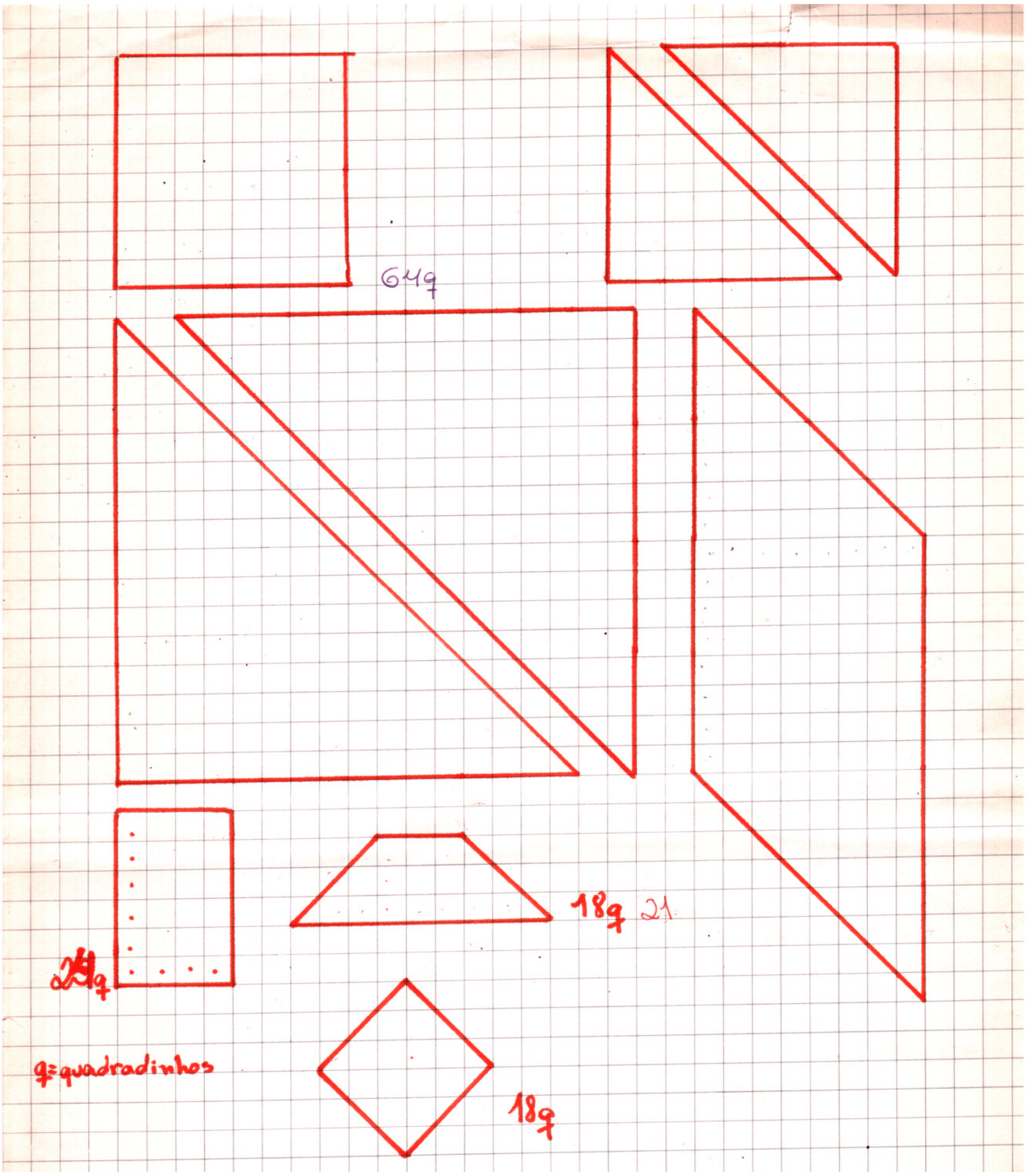

20 cm²
21 cm²
18 cm²
27
24
21
18
15
12
9
6
3
0
3
6
9
12
15
18


1=)
9
4
4
9
A = base x altu
A =


ℓ^2
16Q
Quadrado
$\frac{(B+b)h}{2}$
b
h
27Q
trapézio
B
triângulo
$\frac{12.6}{2} = \frac{72}{2} = 36$
$\frac{B+b}{2}$
24 Q
Paralelogramo
b.h
retangulo
27 QUADRADINHOS


24
21
18
15
12
9
6
3
0
3
6
9
12
15
18
10
10
8


4
2
8 cm²
2
4
22,5
2,5
9
2,5
9
22,5


64q
18q 21
29q
q=quadradinhos
18q

9.5. APÊNDICE 5: ROTEIRO PARA OBSERVAÇÃO E INTERAÇÃO COM AS CRIANÇAS

3 chocolates para 4 crianças. Se todos comem igual, quanto cada um come?

Na escola de Bob precisavam de tinta roxa, mas só tinham 2/3 de uma lata. Mas Bob percebeu que havia 1 lata e 5/6 de tinta vermelha e 2 latas e 1/3 de tinta azul. Sabendo que para fazer tinta roxa é só misturar a mesma quantidade de azul e vermelho, quanto de tinta roxa eles conseguem fazer?

André e Maria levaram bolo para o colégio. André comeu ¼ do bolo e Maria comeu 2/3.
Quanto os dois comeram juntos?
Quanto sobrou?
Quem comeu mais?
E quanto a mais?
E por quê?

Maria, Carlos e Raquel são amigos de Paulo e Pedro. Eles precisavam de farinha de trigo para fazer um bolo de cenoura. Então Paulo que tinha 1 saco de farinha de 1 quilo. Dividiu o saco em 5 partes iguais e deu 1 parte para cada um. Pedro querendo ajudar também seus amigos pegou o saco de 1 quilo de farinha que tinha em casa e dividiu em 4 partes iguais e deu 1 parte para cada amigo.

Com quanto de farinha ficou Paulo e Pedro?
Qual foi a quantidade de farinha que cada uma das três pessoas ficaram?

Frações nos anos iniciais

Roteiro para observação e interação com as crianças.

1-Perguntas feitas pela(s) criança(s) durante a atividade:

Como vou dividir? da 7, tá certo? dividir por 4 iguais? pode quebrar os mossinhos? tem 3 para dividir por 4?

2-Perguntas feitas pelo professor durante a resolução das situações-problema:

Você tem 3 chocolates para dividir por 4 pessoas, quanto cada come? Como podemos fazer utilizando o dinheiro? Você tem 3 R$ para dividir por 4 pessoas quanto dá? Você quer trocar as moedas (1 R$ por duas de 50) Como fica? Quantas moedas de 25 centavos para 1 R$? 1 R$ tem 4 de 25c? Como vou dividir 1 R$ para 4 pessoas? Como você vai dividir? Quanto cada um recebeu? A são 3 chocolates, como vamos fazer? Alguém comeu 1 chocolate inteiro? Ele comeu + da metade?

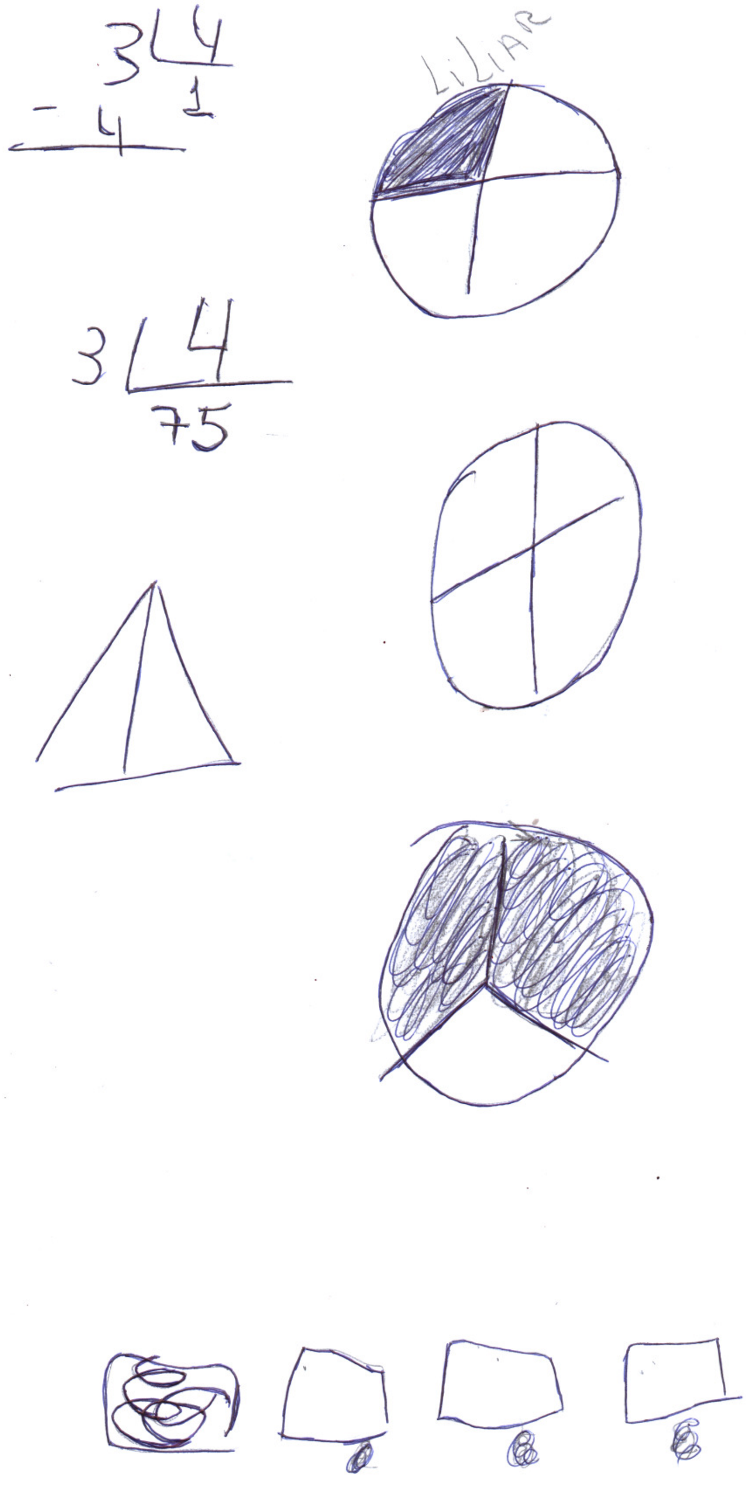
3- Considerações sobre a resolução da atividade pela(s) criança(s):

Como passar de uma posição de professor tradicional de matemática, que tudo ensina de forma pronta, para a de um professor atualizado, que dá tempo para a produção infantil e considera esta produção como parte do processo de ensino-aprendizagem? (Nilza Bertoni)

LILIAR

$\frac{1}{4}$

$\frac{2}{3}$ $\frac{2}{12}$ $\frac{1}{12}$


3 | 4
- 4   1
LILIAR
3 | 4
75

Frações nos anos iniciais

Roteiro para observação e interação com as crianças.

1-Perguntas feitas pela(s) criança(s) durante a atividade:

Como eu vou dar 3 chocolates para 4 crianças
se só tem 3 chocolates?
Ficou na jarra 0?

2-Perguntas feitas pelo professor durante a resolução das situações-problema:

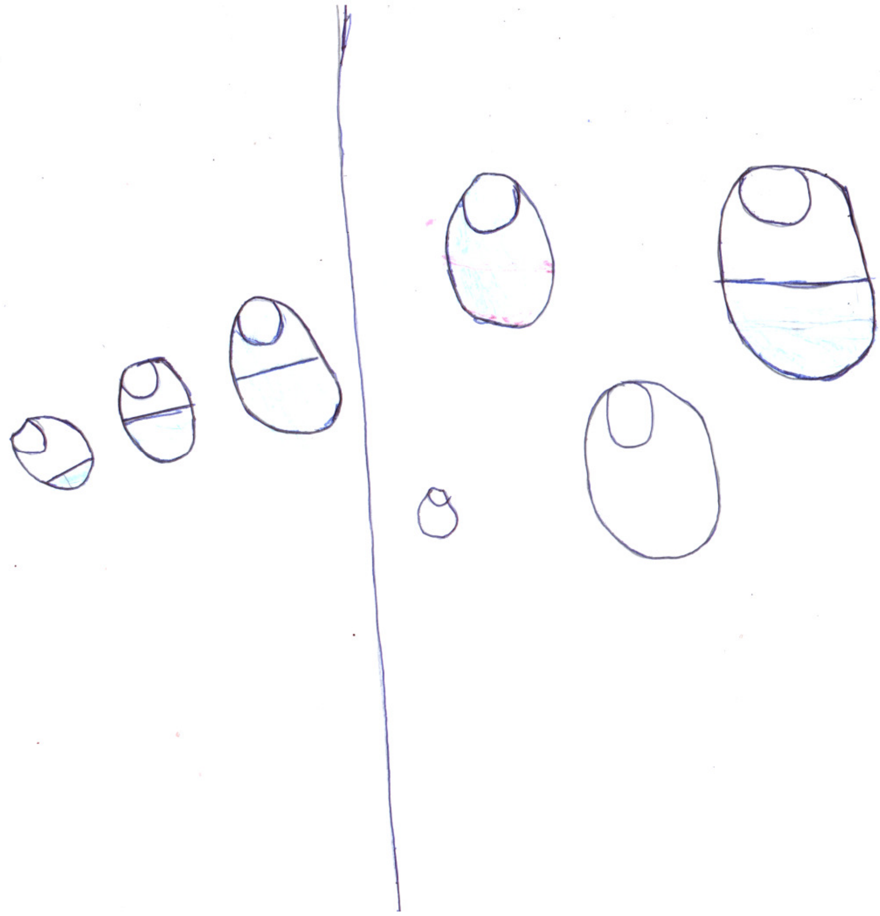
Você deu um pedaço para 3 faltou um, como vc
poderia dividir para que todos ficassem com pe-
daços iguais?
Como poderia ser representado no desenho?
Como não sobrou nada se a Lucia tomou a
metade do que sobrou?

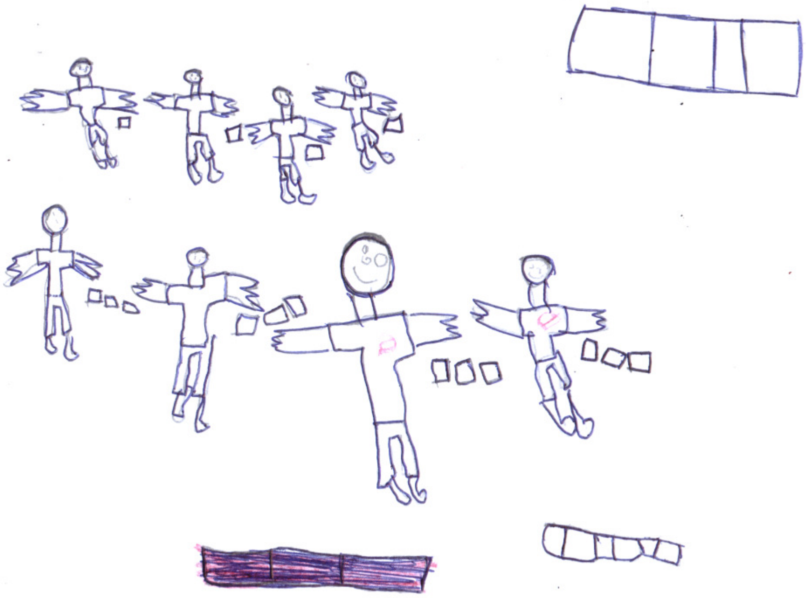
3- Considerações sobre a resolução da atividade pela(s) criança(s):

Dividiu a massinha em 3
Pintou tres retângulos
OBS: Resposta 1ª situação Problema: 3 para cada um.

Como passar de uma posição de professor tradicional de matemática, que tudo ensina de forma pronta, para a de um professor atualizado, que dá tempo para a produção infantil e considera esta produção como parte do processo de ensino-aprendizagem? (Nilza Bertoni)

OBS: Resposta 5 dedos de Água





Educação Matemática 2 - 17/06/2009

Frações nos anos iniciais

Roteiro para observação e interação com as crianças.

1-Perguntas feitas pela(s) criança(s) durante a atividade:

Depois que dividir em quarto como dividir em terço?

$2/3 = 8/12$
$1/4 = 3/12$ $+ 11/12$

Pega 13 objetos qualquer.

2-Perguntas feitas pelo professor durante a resolução das situações-problema:

Eles comeram o bolo inteiro? - Não.

Quanto eles comeram? $2/3 + 1/4$

Vamos comparar com a régua. Quanto sobrou $1/12$.

Mas foram $\frac{2}{3}$ do bolo inteiro ~~mas~~ ou do que sobrou?

3- Considerações sobre a resolução da atividade pela(s) criança(s):

Primeiro eles resolveram a questão dos chocolates com massinha, mas o problema da massinha é que ela ~~xx~~ é difícil de se mantir as proporções depois fomos para os discos mas também foi difícil. O mais didático foram as réguas pois com elas as crianças dobraram e puderam ver as partes formando o inteiro.

Como passar de uma posição de professor tradicional de matemática, que tudo ensina de forma pronta, para a de um professor atualizado, que dá tempo para a produção infantil e considera esta produção como parte do processo de ensino-aprendizagem? (Nilza Bertoni)

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{4} =$$

$$\frac{8}{12} + \frac{3}{12} = \frac{11}{12}$$

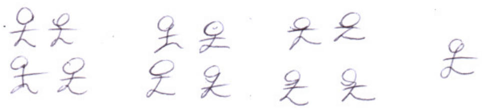
$$(2 \times 3) \quad (1 \times 4)$$

(aluno) tentando explicar como faz a soma das frações.

$$6 + 1 = 7 = \frac{1}{7}$$

$$\frac{2}{3} \sim \frac{1}{4} =$$

13 bonequinhos



1 táxi 1 táxi 1 táxi 1 táxi

Então são 3 táxis. mas vai sobrar 1 pessoa então são 4 táxis (só que 1 só vai com uma pessoa)

1 táxi – 4
1 táxi – 4
1 taxi – 4.
1 táxi – 1

= 4 táxis só que 1 foi com só uma pessoa.

Educação Matemática 2 - 17/06/2009

Frações nos anos iniciais

Roteiro para observação e interação com as crianças.

1-Perguntas feitas pela(s) criança(s) durante a atividade:

Isso é fração, não é?

2-Perguntas feitas pelo professor durante a resolução das situações-problema:

Você já teve fração na escola? (Já) O que é fração? (São partes de um inteiro)

-"Eu nem precisava ter feito essa conta ($5 \div 4 = 1,25$)"

"Como você poderia fazer?"

"$\frac{5}{4}$" → $\frac{5}{6}$ é quase cheia ou quase vazia? Quase cheia.

"Eu tenho uma lata A e uma lata V, se misturar as 2 fico 1 ou 2?)

"Essa está cheia você pode entornar seu conteúdo?" "Não, senão cai."

3- Considerações sobre a resolução da atividade pela(s) criança(s):

Questão da tinta. Somou $\frac{7}{3}$ da tinta azul a $\frac{11}{6}$ do vermelho. ~~Perguntei o~~ Pedi p/ ler o problema novamente.

Como passar de uma posição de professor tradicional de matemática, que tudo ensina de forma pronta, para a de um professor atualizado, que dá tempo para a produção infantil e considera esta produção como parte do processo de ensino-aprendizagem? (Nilza Bertoni)

2- Você achou difícil ou fácil o problema das latas de tinta? (achei complicadinho)

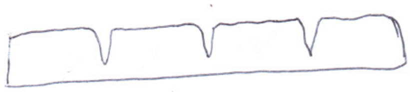
3- Questão da farinha

"Como você achou esse 5/12?

André $\frac{3}{12}$

Marie $\frac{8}{12}$ → e como ela comeu + desenhou.

SUFLAIR

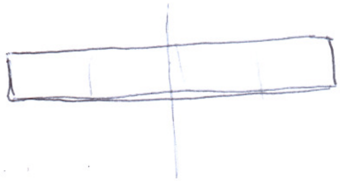


PEDRO — 3

ALEXANDRE — 3

TIAGO — 3

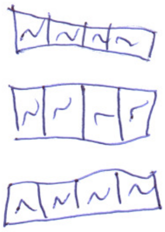
RAQUEL — 3



1- $\frac{3}{1}$ para 4

$$30 \,\underline{|\,4}\quad 0,75$$

$\frac{3}{4}$



$\frac{5}{4}$

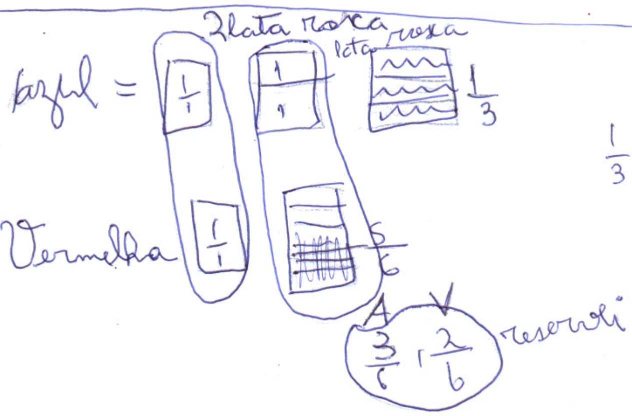
$$5 \,\underline{|\,4}\quad 1,25$$
10
20

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=\frac{2}{3}+\frac{2}{3}=\frac{4}{3}$$

$\frac{1}{3}$ $\frac{5}{6}$

$\frac{3}{6}$ $\frac{3}{6}=\frac{1}{6}$ 2 lata

R: 4 latas e um terço dela.



$$\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=\frac{2}{3} \text{ roxa}$$

R: 3 latas e dois terços de uma lata.

$1000 \,|\, \underline{4}$

$20 \quad 250$

$\underline{\quad 9}$

450

R

gpl $= \frac{2}{5} = 400$

Jp. $= \frac{1}{4} = 250$

$2 = 450$

$\frac{1}{5} + \frac{1}{4}$

$\frac{4+5}{20} = \frac{9}{20}$

$\overset{M}{\frac{2}{3}} + \overset{A}{\frac{1}{4}} =$

$\frac{\overset{M}{8} + \overset{A}{3}}{12} = \frac{11}{12}$

R

$1 = \frac{11}{12}$

$2 = \frac{1}{12}$

$3 =$ Maria

$4 = \frac{5}{12}$

$5 =$

9.6. APÊNDICE 6: SITUAÇÕES-PROBLEMA SOBRE FRAÇÕES: PRODUÇÕES DOS ALUNOS

Curso: Frações e Números Racionais – concepções, fundamentos lógicos e obstáculos à aprendizagem .
SBEM-DF Nilza Eigenheer Bertoni, Sandra Baccarin, Ana Maria Porto

SITUAÇÕES-PROBLEMA para introdução do tema frações.

1) 45 bolinhos para 30 alunos. Quanto cada um recebe? 1 bolinho , sobra 15

2) Duas meninas comeram igualmente uma pizza do mesmo tamanho e, de modo semelhante, quatro meninos comeram igualmente uma pizza do mesmo tamanho.

- Eles comeram o mesmo pedaço de pizza? NÃO
- Quem comeu mais – menino ou menina? Menina
- E se fossem 3 adultos, para comer igualmente uma pizza como a das crianças, eles comeriam mais ou menos do que comeu um menino e do que comeu uma menina? comeria menos que os meninos e mais que os meninos

3) 3 chocolates para 4 crianças. Se todos comem igual, quanto cada um come? $\frac{1}{4} \times 3 = \frac{3}{4}$

4) A jarra estava cheia de água. Graça bebeu metade da água e Lúcia bebeu metade do que sobrou. Quanto de água ficou na jarra?
(contexto para introdução da palavra um *quarto* – sem símbolo) $\frac{\frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{4}$

5) O bolo está dividido em 2 metades. Uma metade está dividida em 5 fatias iguais. Cada fatia chama-se 1 décimo do bolo. Você consegue imaginar a razão desse nome? Porque o bolo está dividido em 10 pedaços

6) Para fazer um leite batido, foram misturados:

- meio litro de leite
- 1 quarto de litro de suco de laranja
- 1 quarto de suco de acerola

Qual a quantidade total ? $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} =$ $\frac{2+1+1}{4} = 1$ litro

7) Dividir 10 doces igualmente para 6 crianças. Quanto cada uma recebe? $\frac{10}{6} =$

8) No prato havia um pedaço de pizza. Colocaram mais meia pizza e ficou um total de 3 quartos de pizza. Quanto de pizza havia inicialmente no prato? $x + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$. $\frac{1}{4}$ 3

9) Bebi um litro e meio de água e meu irmão bebeu meio litro a mais do que eu. Quanto ele bebeu? 2 litros

10) Na casa de Luís cozinha-se uma xícara e meia de arroz por dia. Durante uma semana, quanto de arroz se gastará? $7 \times \left(1\frac{1}{2}\right) = \frac{21}{2}$ 10 e meia $1 \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

11) Uma professora tinha 10 alunos. Ela dividiu uma goiabada em 10 pedaços, para dar um pedaço a cada aluno. Mas três alunos não quiseram. Dois desses eram irmãos e deram seus pedaços para um primo, da mesma sala. O outro menino deu seu pedaço para um outro colega da classe. No lanche, os colegas comeram os pedaços que ganharam.
Quantos meninos comeram goiabada? Quantos alunos comeram mais do que um pedaço? Quantos pedaços eles comeram? 7 2 3 , 2.

QUESTÕES

1 - Esse tipo de situações-problema poderia ser proposto a alunos em que séries? 5ª, 4ª, 6ª, 7ª
2 - Elas servem para introduzir a idéia de fração? Não
3 - Por que o esquema tradicional de tomar figuras geométricas, dividir e pintar não são satisfatórios?
Pois não é associado aos problemas mais concretos.

Curso: Frações e Números Racionais – concepções, fundamentos lógicos e obstáculos à aprendizagem .
SBEM-DF Nilza Eigenheer Bertoni, Sandra Baccarin, Ana Maria Porto

SITUAÇÕES-PROBLEMA para introdução do tema frações.

1) 45 bolinhos para 30 alunos. Quanto cada um recebe? $\frac{45}{30} = 1,5$

2) Duas meninas comeram igualmente uma pizza do mesmo tamanho e, de modo semelhante, quatro meninos comeram igualmente uma pizza do mesmo tamanho.
- *Eles comeram o mesmo pedaço de pizza?* 1 menina comeu o que 2 meninos comeram
- Quem comeu mais – menino ou menina? menina
- E se fossem 3 adultos, para comer igualmente uma pizza como a das crianças, eles comeriam mais ou menos do que comeu um menino e do que comeu uma menina? mais que os meninos e menos que as meninas.

3) *3 chocolates para 4 crianças. Se todos comem igual, quanto cada um come?* $\frac{3}{4}$

4) *A jarra estava cheia de água.* Graça bebeu metade da água e Lúcia bebeu metade do que sobrou. Quanto de água ficou na jarra? um quarto.
(contexto para introdução da palavra um *quarto* – sem símbolo)

5) O bolo está dividido em 2 metades. Uma metade está dividida em 5 fatias iguais. Cada fatia chama-se 1 décimo do bolo. Você consegue imaginar a razão desse nome? por que essa fatia equivale a uma de 10 partes da pizza.

6) *Para fazer um leite batido, foram misturados:*
- meio litro de leite
- 1 quarto de litro de suco de laranja
- 1 quarto de suco de acerola

Qual a quantidade total ? 1 litro de vitamina de laranja com acerola.

7) Dividir 10 doces igualmente para 6 crianças. Quanto cada uma recebe? $\frac{10}{6} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$

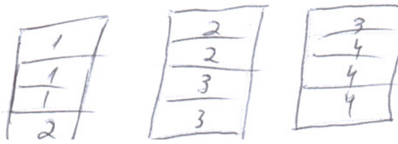
8) *No prato havia um pedaço de pizza.* Colocaram mais meia pizza e ficou um total de 3 quartos de pizza. Quanto de pizza havia inicialmente no prato? $\frac{1}{4}$ de pizza

9) Bebi um litro e meio de água e meu irmão bebeu meio litro a mais do que eu. Quanto ele bebeu? 2 l

10) Na casa de *Luís cozinha-se* uma xícara e meia de arroz por dia. Durante uma semana, quanto de arroz se gastará?
7+3,5 = 10,5 XÍCARAS DE ARROZ

11) *Uma professora tinha* 10 alunos. Ela dividiu uma goiabada em 10 pedaços, para dar um pedaço a cada aluno. Mas três alunos não quiseram. Dois desses eram irmãos e deram seus pedaços para um primo, da mesma sala. O outro menino deu seu pedaço para um outro colega da classe. No lanche, os colegas comeram os pedaços que ganharam.
Quantos meninos comeram goiabada? Quantos alunos comeram mais do que um pedaço? Quantos pedaços eles comeram? 7 comeram goiabada. 2 alunos. Os que comeram mais um comeu 3 e outro 2, outros 5 comeram 1 pedaço.

QUESTÕES
1 - Esse tipo de situações-problema poderia ser proposto a alunos em que séries? 3º ano
2 - Elas servem para introduzir a idéia de fração? sim
3 - Por que o esquema tradicional de tomar figuras geométricas, dividir e pintar não são satisfatórios?
As frações estão presentes no dia-a-dia e não nas figuras geométricas



$1 - \frac{1}{2} = \frac{2\cdot 1}{2\cdot 2} - \frac{1}{1} = \frac{1}{4}$

Curso: Frações e Números Racionais – concepções, fundamentos lógicos e obstáculos à aprendizagem .
SBEM-DF Nilza Eigenheer Bertoni, Sandra Baccarin, Ana Maria Porto

SITUAÇÕES-PROBLEMA para introdução do tema frações.

1) 45 bolinhos para 30 alunos. Quanto cada um recebe? $\frac{45}{30} = 1\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

2) Duas meninas comeram igualmente uma pizza do mesmo tamanho e, de modo semelhante, quatro meninos comeram igualmente uma pizza do mesmo tamanho.
- *Eles comeram o mesmo pedaço de pizza?* Não, porque as meninas comeram $\frac{1}{2}$ e os meninos comeram $\frac{1}{4}$
- Quem comeu mais – menino ou menina? Meninas
- E se fossem 3 adultos, para comer igualmente uma pizza como a das crianças, eles comeriam mais ou menos do que comeu um menino e do que comeu uma menina? Comeu menos que as meninas e mais que os meninos.

3) *3 chocolates para 4 crianças. Se todos comem igual, quanto cada um come?* $\frac{3}{4}$ $\frac{3}{4}$

4) *A jarra estava cheia de água.* Graça bebeu metade da água e Lúcia bebeu metade do que sobrou. Quanto de água ficou na jarra?
(contexto para introdução da palavra um *quarto* – sem símbolo) GRAÇA $= \frac{1}{2}$ LÚCIA $= \frac{1}{2}$ GRAÇA $= \frac{1}{4}$

5) O bolo está dividido em 2 metades. Uma metade está dividida em 5 fatias iguais. Cada fatia chama-se 1 décimo do bolo. Você consegue imaginar a razão desse nome? Sim: Porque o inteiro foi dividido em 10 partes iguais.

6) *Para fazer um leite batido, foram misturados:*
- meio litro de leite
- 1 quarto de litro de suco de laranja
- 1 quarto de suco de acerola

Qual a quantidade total ? $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1$ litro

7) Dividir 10 doces igualmente para 6 crianças. Quanto cada uma recebe? $\frac{10}{6} = \frac{5}{3}$

8) *No prato havia um pedaço de pizza.* Colocaram mais meia pizza e ficou um total de 3 quartos de pizza. Quanto de pizza havia inicialmente no prato? Um pedaço. MATEMÁTICO $x + \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \Rightarrow x = \frac{1}{4}$

9) Bebi um litro e meio de água e meu irmão bebeu meio litro a mais do que eu. Quanto ele bebeu? 2 litros

10) *Na casa de Luís cozinha-se uma xícara e meia de arroz por dia.* Durante uma semana, quanto de arroz se gastará? $10{,}5 =$ 10 inteiros e $\frac{1}{2} = 10\frac{1}{2} = \frac{21}{2}$

11) *Uma professora tinha 10 alunos.* Ela dividiu uma goiabada em 10 pedaços, para dar um pedaço a cada aluno. Mas três alunos não quiseram. Dois desses eram irmãos e deram seus pedaços para um primo, da mesma sala. O outro menino deu seu pedaço para um outro colega da classe. No lanche, os colegas comeram os pedaços que ganharam.
Quantos meninos comeram goiabada? Quantos alunos comeram mais do que um pedaço? Quantos pedaços eles comeram? ~~Comeram~~ 7 alunos comeram um pedaço. Dois alunos comeram mais de um pedaço. O primo comeu 3 pedaços e o colega comeu dois pedaços

QUESTÕES
1 - Esse tipo de situações-problema poderia ser proposto a alunos em que séries? Educação Infantil em diante
2 - Elas servem para introduzir a idéia de fração? Absolutamente.
3 - Por que o esquema tradicional de tomar figuras geométricas, dividir e pintar não são satisfatórios?

Porque o aprendizado fica mecanizado e não traz o cotidiano para a sala de aula

Curso: Frações e Números Racionais – concepções, fundamentos lógicos e obstáculos à aprendizagem .
SBEM-DF Nilza Eigenheer Bertoni, Sandra Baccarin, Ana Maria Porto

SITUAÇÕES-PROBLEMA para introdução do tema frações.

1) 45 bolinhos para 30 alunos. Quanto cada um recebe? 1 bolinho e meio

2) Duas meninas comeram igualmente uma pizza do mesmo tamanho e, de modo semelhante, quatro meninos comeram igualmente uma pizza do mesmo tamanho.

- *Eles comeram o mesmo pedaço de pizza?* Sim /Não
- Quem comeu mais – menino ou menina? Nenhum dos dois / Menina
- E se fossem 3 adultos, para comer igualmente uma pizza como a das crianças, eles comeriam mais ou menos do que comeu um menino e do que comeu uma menina? mesma coisa, menos que as meninas e mais que os meninos

3) *3 chocolates para 4 crianças.* Se todos comem igual, quanto cada um come? 3/4

4) *A jarra estava cheia de água.* Graça bebeu metade da água e Lúcia bebeu metade do que sobrou. Quanto de água ficou na jarra? 1/4
(contexto para introdução da palavra um *quarto* – sem símbolo)

5) O bolo está dividido em 2 metades. Uma metade está dividida em 5 fatias iguais. Cada fatia chama-se 1 décimo do bolo. Você consegue imaginar a razão desse nome? Sim, a décima parte do bolo inteiro

6) *Para fazer um leite batido, foram misturados:*

- meio litro de leite
- 1 quarto de litro de suco de laranja
- 1 quarto de suco de acerola

Qual a quantidade total ? $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1$ litro

7) Dividir 10 doces igualmente para 6 crianças. Quanto cada uma recebe? 1 doce mais 2/3 de doce ou 1 doce

8) *No prato havia um pedaço de pizza.* Colocaram mais meia pizza e ficou um total de 3 quartos de pizza. Quanto de pizza havia inicialmente no prato? 1/4

9) Bebi um litro e meio de água e meu irmão bebeu meio litro a mais do que eu. Quanto ele bebeu? 2

10) *Na casa de Luís cozinha-se uma xícara e meia de arroz por dia.* Durante uma semana, quanto de arroz se gastará? 10,5

11) *Uma professora tinha 10 alunos.* Ela dividiu uma goiabada em 10 pedaços, para dar um pedaço a cada aluno. Mas três alunos não quiseram. Dois desses eram irmãos e deram seus pedaços para um primo, da mesma sala. O outro menino deu seu pedaço para um outro colega da classe. No lanche, os colegas comeram os pedaços que ganharam.
Quantos meninos comeram goiabada? 7 Quantos alunos comeram mais do que um pedaço? 2 Quantos pedaços eles comeram? 3 e 2

QUESTÕES
1 - Esse tipo de situações-problema poderia ser proposto a alunos em que séries? 4º Ano
2 - Elas servem para introduzir a idéia de fração? Sim
3 - Por que o esquema tradicional de tomar figuras geométricas, dividir e pintar não são satisfatórios? Porque há problema de divisibilidada, por exemplo, na questão 7 o doce pode ser não-divisivel.

9.7. APÊNDICE 7: SITUAÇÕES-PROBLEMA SOBRE ÁREAS: PRODUÇÕES DOS ALUNOS

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

FACULDADE DE EDUCAÇÃO

Disciplina: Educação Matemática II – 1º/2009.

Professoras: Mel, Raquel e Eliene.

Atividades retiradas do Caderno de Teoria e Prática 2, Matemática nos esportes e nos seguros, Unidade 5, Seção 2, do Programa GESTAR II.

Atividade 1:

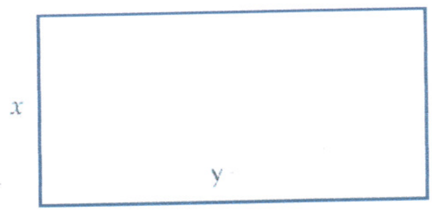
Como o Corpo de Bombeiros consegue determinar quantas pessoas estão num show ou manifestação pública em um estádio ou praça sem fazer a contagem? Explique como você faria.

Por amostragem, contaria quantas pessoas ocupam uma área (1 metro quadrado) em seguida multiplicaria com área que sempre saberíamos previamente.

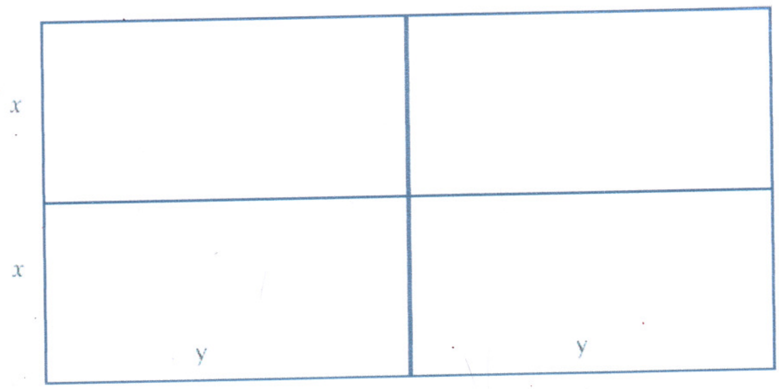
Martin Gardner apresenta um problema bastante interessante em que vamos pensar nesta atividade.

O problema propõe a utilização de figuras planas para formar mosaicos que sejam semelhantes à figura inicialmente utilizada. Para ficar mais claro, vamos ver um exemplo:

Dado o retângulo abaixo com a razão entre os lados sendo x/y, vamos tomar essa figura como peça do mosaico e vamos justapor várias delas de modo a formar uma nova figura semelhante à primeira.



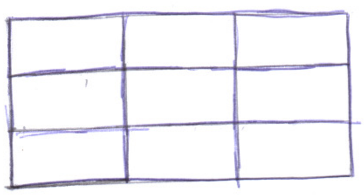
Talvez você possa pensar em uma primeira solução assim:



Assim, temos um retângulo semelhante ao primeiro, pois a razão entre os lados é $\frac{2x}{2y} = \frac{x}{y}$

Atividade 2:

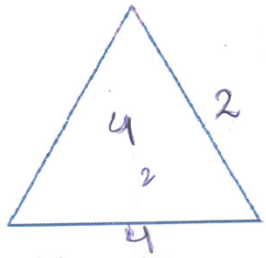
Forme um novo mosaico com o mesmo retângulo.



Atividade 3:

Agora vamos fazer o mesmo procedimento para o triângulo abaixo.

$\frac{b \times h}{2}$



Observando o que você fez, responda às perguntas:

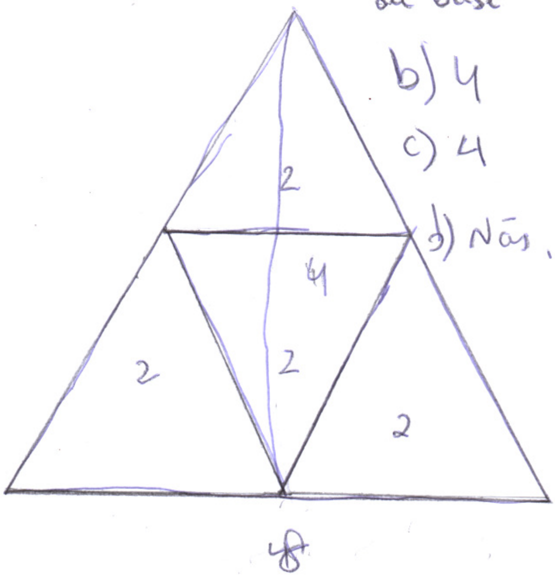
a) Dequanto foi o aumento da base? Por exemplo, no retângulo nós dobramos o tamanho da base, pois colocamos mais um retângulo ao lado. Em quanto aumentou sua área? E no triângulo?

b) Dobrando a base e a altura do retângulo, quantos retângulos você precisou para encontrar uma figura semelhante?

c) Dobrando a base e a altura do triangulo, quantos triângulos você precisou para encontrar uma figura semelhante?

d) Observando as duas situações, responda: se eu dobrar as dimensões de uma figura, a área dobra também? Justifique sua resposta.

a) Dobrou, área aumenta proporcionalmente ao quadrado do aumento da base



b) 4

c) 4

d) Não, quadruplica

$16 \div 2 = 8$

$32 \div 2 = 16$

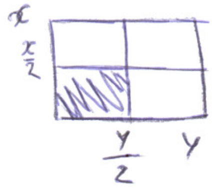
Atividade 4:

A partir do que você pode perceber da atividade anterior, vamos resolver as situações abaixo:

a) O orçamento feito por Dona Maricota para colocar piso em uma sala foi de R$650,00. Analisando a planta da sua casa, percebeu que havia dado as dimensões erradas para o vendedor da loja. Na verdade a sua sala tinha a metade das dimensões que ela havia apresentando. Qual seria, então, o valor que iria gastar para colocar piso na sala? R$ 162,50

b) Uma gráfica sabe que um pacote de folhas de papel retangulares pesa 2kg. Qual será o peso de um pacote (com o mesmo número de folhas) com folhas que têm o dobro do comprimento e o dobro da largura das folhas do pacote original?

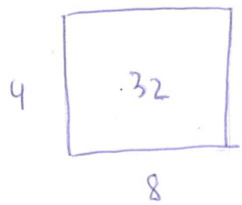
4 2 Kg
2

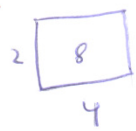


R$ 650,00 | 4
4 162,5
25
24
10
8
2

8 ?8 Kg R$ 162,50
4

8 — 2 Kg
32 — ?





64 | 8
0 8

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

FACULDADE DE EDUCAÇÃO

Disciplina: Educação Matemática II – 1º/2009.

Professoras: Mel, Raquel e Eliene.

Atividades retiradas do Caderno de Teoria e Prática 2, Matemática nos esportes e nos seguros, Unidade 5, Seção 2, do Programa GESTAR II.

Atividade 1:

Como o Corpo de Bombeiros consegue determinar quantas pessoas estão num show ou manifestação pública em um estádio ou praça sem fazer a contagem? Explique como você faria.

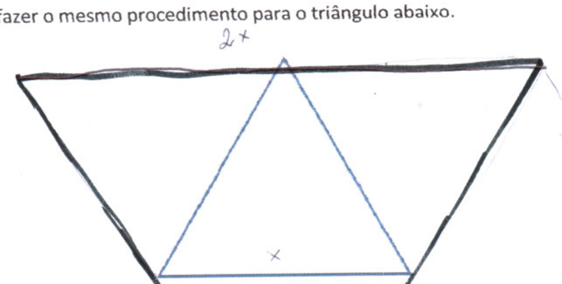
~~Verificari~~

Verificaríamos a área do local e a área que uma pessoa ocupa em média.

Dividiríamos a área do local pela área média de pessoas e subtrairíamos da área média ñ ocupada.

Atividade 3:

Agora vamos fazer o mesmo procedimento para o triângulo abaixo.



Observando o que você fez, responda às perguntas:

a) Dequanto foi o aumento da base? Por exemplo, no retângulo nós dobramos o tamanho da base, pois colocamos mais um retângulo ao lado. Em quanto aumentou sua área? E no triângulo? 4 vezes

b) Dobrando a base e a altura do retângulo, quantos retângulos você precisou para encontrar uma figura semelhante? 4.

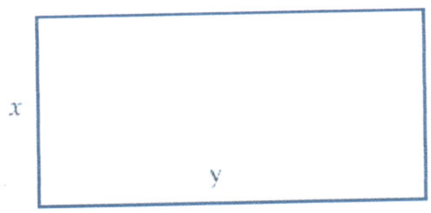
c) Dobrando a base e a altura do triangulo, quantos triângulos você precisou para encontrar uma figura semelhante? 4

d) Observando as duas situações, responda: se eu dobrar as dimensões de uma figura, a área dobra também? Justifique sua resposta. Não porque para dobrar a área devemos dobrar apenas uma das dimensões.

Martin Gardner apresenta um problema bastante interessante em que vamos pensar nesta atividade.

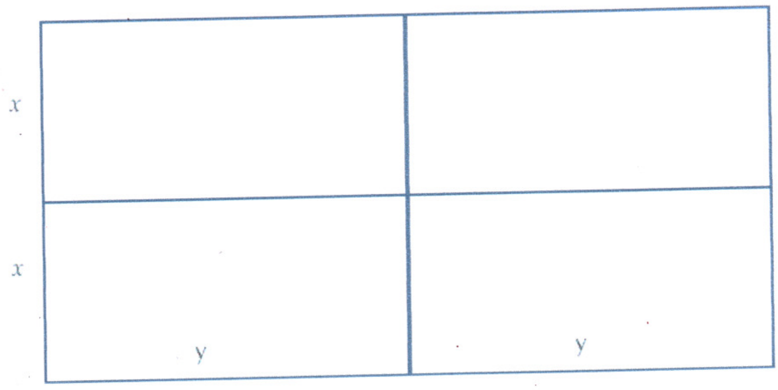
O problema propõe a utilização de figuras planas para formar mosaicos que sejam semelhantes à figura inicialmente utilizada. Para ficar mais claro, vamos ver um exemplo:

Dado o retângulo abaixo com a razão entre os lados sendo x/y, vamos tomar essa figura como peça do mosaico e vamos justapor várias delas de modo a formar uma nova figura semelhante à primeira.



Talvez você possa pensar em uma primeira solução assim:

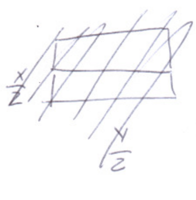
$2x \cdot 2y = 4xy$



Assim, temos um retângulo semelhante ao primeiro, pois a razão entre os lados é $\frac{2x}{2y} = \frac{x}{y}$

Atividade 2:

Forme um novo mosaico com o mesmo retângulo.



$$\frac{\frac{x}{2}}{\frac{y}{2}} \rightarrow \frac{x}{2} : \frac{y}{2} \rightarrow \cancel{\frac{x \cdot y}{2}}$$

Atividade 4:

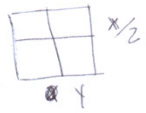
A partir do que você pode perceber da atividade anterior, vamos resolver as situações abaixo:

a) O orçamento feito por Dona Maricota para colocar piso em uma sala foi de R$650,00. Analisando a planta da sua casa, percebeu que havia dado as dimensões erradas para o vendedor da loja. Na verdade a sua sala tinha a metade das dimensões que ela havia apresentando. Qual seria, então, o valor que iria gastar para colocar piso na sala?

b) Uma gráfica sabe que um pacote de folhas de papel retangulares pesa 2kg. Qual será o peso de um pacote (com o mesmo número de folhas) com folhas que têm o dobro do comprimento e o dobro da largura das folhas do pacote original?

a)

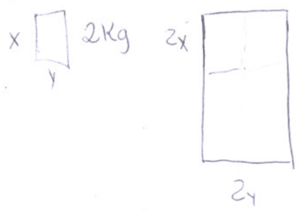
R$ 650,00



650 | 4
162,5

4
25
24
10
8
20
0

b)



→ $4 \cdot 2 = 8$ Kg

P ~~xy~~ = 2
4 de Pacote

$2 \cdot 2 \cdot P = ?$
$4 \cdot 2 = ?$
8

$P = 2$
$2 \cdot 2P = ?$
$4 \cdot P = ?$
$4 \cdot 2 = 8$

Disciplina: Educação Matemática II – 1º/2009.

Professoras: Mel, Raquel e Eliene.

Atividades retiradas do Caderno de Teoria e Prática 2, Matemática nos esportes e nos seguros, Unidade 5, Seção 2, do Programa GESTAR II.

Atividade 1:

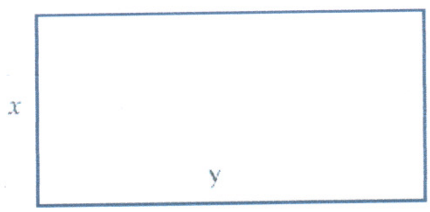
Como o Corpo de Bombeiros consegue determinar quantas pessoas estão num show ou manifestação pública em um estádio ou praça sem fazer a contagem? Explique como você faria.

Observaríamos a disposição do público e dividiríamos por partes onde a aglomeração fosse homogênea, por exemplo, num show a área perto do palco tem maior número de pessoas por m^2 que na parte mais distante. Com isso calcularíamos quantas pessoas cabem num m^2 em cada uma dessas "partes" e faríamos o cálculo para sabermos a média de pessoas na área toda.

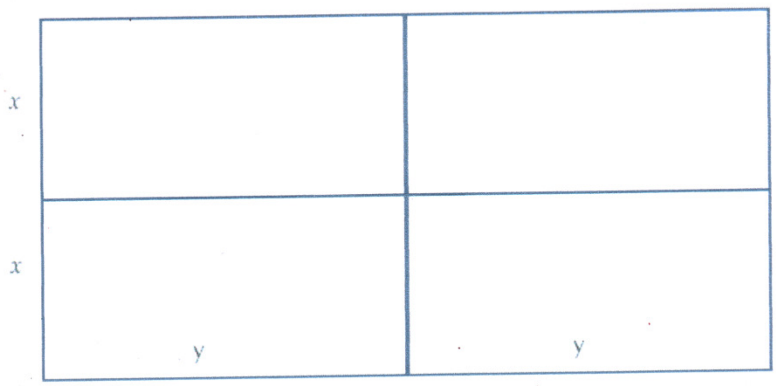
Martin Gardner apresenta um problema bastante interessante em que vamos pensar nesta atividade.

O problema propõe a utilização de figuras planas para formar mosaicos que sejam semelhantes à figura inicialmente utilizada. Para ficar mais claro, vamos ver um exemplo:

Dado o retângulo abaixo com a razão entre os lados sendo x/y, vamos tomar essa figura como peça do mosaico e vamos justapor várias delas de modo a formar uma nova figura semelhante à primeira.



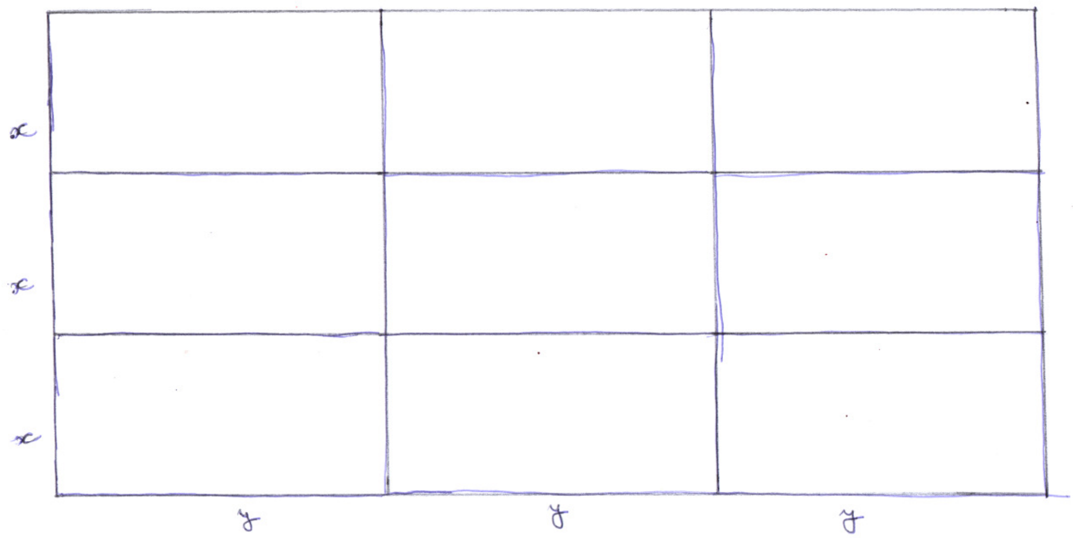
Talvez você possa pensar em uma primeira solução assim:



Assim, temos um retângulo semelhante ao primeiro, pois a razão entre os lados é $\frac{2x}{2y} = \frac{x}{y}$

Atividade 2:

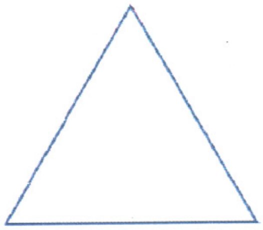
Forme um novo mosaico com o mesmo retângulo.



$$\frac{3x}{3y} = \frac{x}{y}$$

Atividade 3:

Agora vamos fazer o mesmo procedimento para o triângulo abaixo.



Observando o que você fez, responda às perguntas:

a) De quanto foi o aumento da base? Por exemplo, no retângulo nós dobramos o tamanho da base, pois colocamos mais um retângulo ao lado. Em quanto aumentou sua área? E no triângulo?

b) Dobrando a base e a altura do retângulo, quantos retângulos você precisou para encontrar uma figura semelhante?

c) Dobrando a base e a altura do triangulo, quantos triângulos você precisou para encontrar uma figura semelhante?

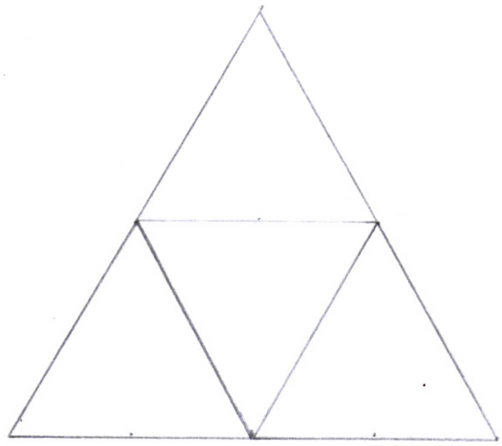
d) Observando as duas situações, responda: se eu dobrar as dimensões de uma figura, a área dobra também? Justifique sua resposta.

a) o dobro
no retângulo a área ficou 4 vezes maior
no triângulo também a área ficou 4 vezes maior

b) 4

c) 4

d) Não. Se você dodrar as dimensões quando se calcular a área ela ficará 4 vezes maior.



Atividade 4:

A partir do que você pode perceber da atividade anterior, vamos resolver as situações abaixo:

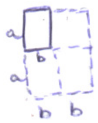
a) O orçamento feito por Dona Maricota para colocar piso em uma sala foi de R$650,00. Analisando a planta da sua casa, percebeu que havia dado as dimensões erradas para o vendedor da loja. Na verdade a sua sala tinha a metade das dimensões que ela havia apresentando. Qual seria, então, o valor que iria gastar para colocar piso na sala?

b) Uma gráfica sabe que um pacote de folhas de papel retangulares pesa 2kg. Qual será o peso de um pacote (com o mesmo número de folhas) com folhas que têm o dobro do comprimento e o dobro da largura das folhas do pacote original?

a) área real da sala: $\frac{comp}{2} \cdot \frac{largura}{2} = \frac{área}{4}$

então o valor total deve ser R$ 162,50

b)



Será 4 vezes o peso original = 8Kg.

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

FACULDADE DE EDUCAÇÃO

Disciplina: Educação Matemática II – 1º/2009.

Professoras: Mel, Raquel e Eliene.

Atividades retiradas do Caderno de Teoria e Prática 2, Matemática nos esportes e nos seguros, Unidade 5, Seção 2, do Programa GESTAR II.

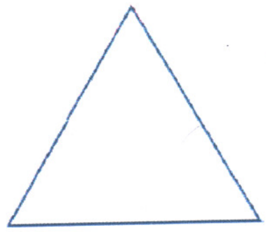
Atividade 1:

Como o Corpo de Bombeiros consegue determinar quantas pessoas estão num show ou manifestação pública em um estádio ou praça sem fazer a contagem? Explique como você faria.

- Mediria a quantidade de pessoas por m^2 e aí estimaria da área total.

Atividade 3:

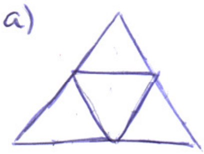
Agora vamos fazer o mesmo procedimento para o triângulo abaixo.



Observando o que você fez, responda às perguntas:

a) De quanto foi o aumento da base? Por exemplo, no retângulo nós dobramos o tamanho da base, pois colocamos mais um retângulo ao lado. Em quanto aumentou sua área? E no triângulo?
b) Dobrando a base e a altura do retângulo, quantos retângulos você precisou para encontrar uma figura semelhante?
c) Dobrando a base e a altura do triangulo, quantos triângulos você precisou para encontrar uma figura semelhante?
d) Observando as duas situações, responda: se eu dobrar as dimensões de uma figura, a área dobra também? Justifique sua resposta.

a)



O aumento da base foi de 2 vezes
O aumento da área foi de 4 vezes.

b) 3 retângulos

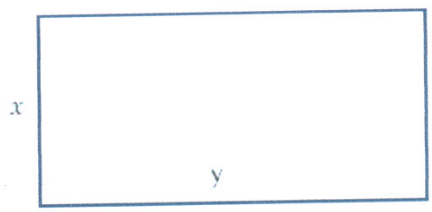
c) 3 triângulos.

d) Não dobra. Porque quando dobramos a dimensão total de uma figura, dobramos sua altura e sua largura assim, se dobra na altura e largura a área quadriplica.

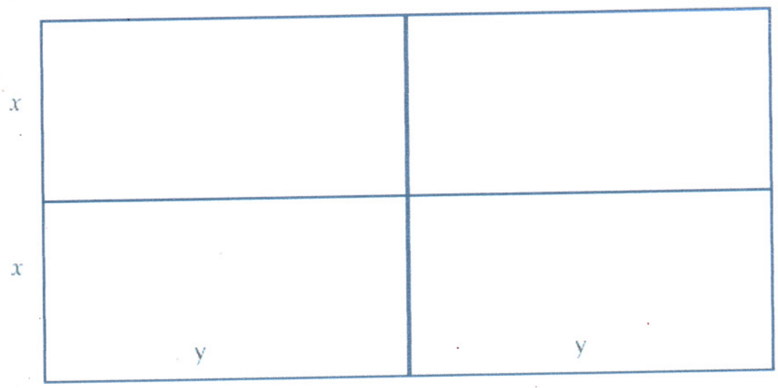
Martin Gardner apresenta um problema bastante interessante em que vamos pensar nesta atividade.

O problema propõe a utilização de figuras planas para formar mosaicos que sejam semelhantes à figura inicialmente utilizada. Para ficar mais claro, vamos ver um exemplo:

Dado o retângulo abaixo com a razão entre os lados sendo x/y, vamos tomar essa figura como peça do mosaico e vamos justapor várias delas de modo a formar uma nova figura semelhante à primeira.



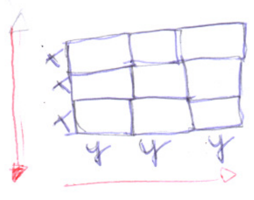
Talvez você possa pensar em uma primeira solução assim:



Assim, temos um retângulo semelhante ao primeiro, pois a razão entre os lados é $\frac{2x}{2y} = \frac{x}{y}$

Atividade 2:

Forme um novo mosaico com o mesmo retângulo.



Atividade 4:

A partir do que você pode perceber da atividade anterior, vamos resolver as situações abaixo:

a) O orçamento feito por Dona Maricota para colocar piso em uma sala foi de R$650,00. Analisando a planta da sua casa, percebeu que havia dado as dimensões erradas para o vendedor da loja. Na verdade a sua sala tinha a metade das dimensões que ela havia apresentando. Qual seria, então, o valor que iria gastar para colocar piso na sala?

b) Uma gráfica sabe que um pacote de folhas de papel retangulares pesa 2kg. Qual será o peso de um pacote (com o mesmo número de folhas) com folhas que têm o dobro do comprimento e o dobro da largura das folhas do pacote original?

a) 650/4 R$162,5

b) 2 x 4 = 8Kg

9.8. APÊNDICE 8: AUTO-AVALIAÇÃO

AUTO-AVALIAÇÃO[1]

Procuramos desenvolver algumas questões com o objetivo de fazê-lo(a) refletir sobre o processo de desenvolvimento da disciplina trabalhada sob nossa orientação, permitindo uma maior visibilidade da sua atuação e aproveitamento como aluno(a).

Secundariamente, este instrumento tem a finalidade de avaliar e reorientar nossos procedimentos metodológicos de ensino. Portanto, a auto-avaliação do aluno é parte integrante e inalienável de um processo responsável de co-participação e democratização do ensino. Essa convicção nos leva a propô-la neste momento.

Obrigado.

1) Qual a sua impressão geral desta disciplina, após um semestre de trabalho?

Positiva! Para que a Matemática deixe de carregar a fama de difícil e "coisa de maluco", a disciplina deve ser valorizada.

2) Quais os principais fatores que interferiram, positiva ou negativamente, no seu desempenho?

(+) enorme interesse no assunto, a vontade de aprender como ensinar bem

(−) carga pesada de outras disciplinas acabam roubando tempo

[1] Ficha baseada no instrumento de avaliação concebido e utilizado pela profa. Nancy Cmpos.

3) Faça uma avaliação do Dossiê, enquanto instrumento principal de avaliação. Cite pontos positivos e negativos.

Há de se REGISTRAR! Sugestão: recomendar aos alunos que anotem tudo que acham importante DURANTE a aula.

3) Como você avalia os debates ocorridos em sala de aula?

Ricos, interessantes. Estudantes de Pedag e Mat. juntos, isso foi muito interessante, ajuda um e outro a abordar o processo ens/aprendiz de maneira mais consciente.

4) As exposições e explicações do professor foram suficientemente claras? Faça uma avaliação da qualidade das aulas dadas.

Sim, majoritariamente sim.
As hesitações eventuais devem ser por conta da diferença da "clientela", no caso, a diferença entre ter alunos crianças e alunos adultos.

5) Avalie o grau de interesse dos temas abordados e os recursos didáticos empregados, pelo professor, durante as aulas (materiais didáticos, jogos, transparências, textos, trabalhos em grupo, exposições, etc).

Uma ~~dos~~ pontos altos do curso.
Aprender matemática pode ser muito divertido!

6) Você julga que seu empenho na realização dos trabalhos previstos pela disciplina, foi adequado?

Sim, mas sempre se pode ser melhor.

7) Qual seu estilo predominante de aprendizado?

a) auditivo (aprendo melhor quando ouço uma explicação)
b) visual (aprendo melhor quando leio ou vejo esquemas)
c) manipulativo (agindo sobre as ferramentas matemáticas)
d) representativo (através do registro escrito)

8) Qual foi a importância da realização do Projeto junto ao seu sujeito?

a prática de ensino/aprendiz. → aplicar alguns conceitos novos às aulas e ver resultados favoráveis.

9) Como você avalia a experiência realizada no desenvolvimento do projeto pessoal?

Um valioso tijolo na construção da carreira de professor

10) Em que sentido foi válido (ou não) a realização do jogo?

100% válido! aprender se divertindo é sempre muito melhor e, portanto, mais eficaz

11) Considerando o intervalo 0 – 10, pontue a sua atuação durante o semestre: 7

Justificativa

É sempre positivo enxergar que podemos, sempre, fazer melhor.

11) Faça críticas, comentários e sugestões que possam nos auxiliar no aprimoramento de nossa aulas.

Os matemáticos ganharam muito; uma sugestão é abrir espaço para que os matemáticos tenham a oportunidade de ajudar os pedagogos, com sua visão e seu conhecimento.

Até breve.

Prof. Cristiano Muniz, Mel, Raquel e Eliene.

AUTO-AVALIAÇÃO[1]

Procuramos desenvolver algumas questões com o objetivo de fazê-lo(a) refletir sobre o processo de desenvolvimento da disciplina trabalhada sob nossa orientação, permitindo uma maior visibilidade da sua atuação e aproveitamento como aluno(a).

Secundariamente, este instrumento tem a finalidade de avaliar e reorientar nossos procedimentos metodológicos de ensino. Portanto, a auto-avaliação do aluno é parte integrante e inalienável de um processo responsável de co-participação e democratização do ensino. Essa convicção nos leva a propô-la neste momento.

Obrigado.

1) Qual a sua impressão geral desta disciplina, após um semestre de trabalho?

É uma disciplina muito importante, principalmente para quem faz matemática, pois ela foca numa experiência que ocorre nas salas de aula.

2) Quais os principais fatores que interferiram, positiva ou negativamente, no seu desempenho?

Eu vejo como um fator positivo o convívio entre pedagogos e matemáticos. O ponto de equilíbrio somou para ambos os lados

[1] Ficha baseada no instrumento de avaliação concebido e utilizado pela profa. Nancy Cmpos.

3) Faça uma avaliação do Dossiê, enquanto instrumento principal de avaliação. Cite pontos positivos e negativos.

O Dossiê tem como ponto positivo o registro para sua auto-avaliação e para avaliação do professor. Como ponto negativo acho que deveria existir algumas perguntas que o aluno sempre deveria responder.

3) Como você avalia os debates ocorridos em sala de aula?

Muito positivos, nos sentimos parte da construção do conhecimento.

4) As exposições e explicações do professor foram suficientemente claras? Faça uma avaliação da qualidade das aulas dadas.

Sim, as professoras esperavam o retorno e não passávamos para outra atividade enquanto não entrávamos em concenso.

5) Avalie o grau de interesse dos temas abordados e os recursos didáticos empregados, pelo professor, durante as aulas (materiais didáticos, jogos, transparências, textos, trabalhos em grupo, exposições, etc).

Muito bons, sentíamos extimulados a manipular os jogos e viamos que o conhecimento estava sendo passado.

6) Você julga que seu empenho na realização dos trabalhos previstos pela disciplina, foi adequado?

Sim, nunca me empenhei tanto por uma disciplina, mesmo as da matemática, por livre iniciativa minha.

7) Qual seu estilo predominante de aprendizado?

a) auditivo (aprendo melhor quando ouço uma explicação)
b) visual (aprendo melhor quando leio ou vejo esquemas)
c) ☒ manipulativo (agindo sobre as ferramentas matemáticas)
d) representativo (através do registro escrito)

8) Qual foi a importância da realização do Projeto junto ao seu sujeito?

Iniciar um processo que pretendo fazer parte da minha vida profissional

9) Como você avalia a experiência realizada no desenvolvimento do projeto pessoal?

Muito importante, eu ainda não sinto totalmente preparado para lecionar mas agora sei que continuando essa batida, serei capaz de transmitir conhecimento.

10) Em que sentido foi válido (ou não) a realização do jogo?

Foi válido montar em conjunto opiniões de áreas diferentes

11) Considerando o intervalo 0 – 10, pontue a sua atuação durante o semestre: 9
Justificativa

Como foi dito ao longo da autoavaliação, essa disciplina foi até esse quinto semestre o meu ponto máximo e nas auto-avaliações que já fiz. ~~eu~~ nunca me dei essa nota, e vejo que agora eu ~~estou~~ tendo a grande oportunidade de dizer que eu mandei bem nessa matéria.

11) Faça críticas, comentários e sugestões que possam nos auxiliar no aprimoramento de nossa aulas.

Até breve.

Prof. Cristiano Muniz. Mel. Raquel e Eliene.

N

AUTO-AVALIAÇÃO[1]

Procuramos desenvolver algumas questões com o objetivo de fazê-lo(a) refletir sobre o processo de desenvolvimento da disciplina trabalhada sob nossa orientação, permitindo uma maior visibilidade da sua atuação e aproveitamento como aluno(a).

Secundariamente, este instrumento tem a finalidade de avaliar e reorientar nossos procedimentos metodológicos de ensino. Portanto, a auto-avaliação do aluno é parte integrante e inalienável de um processo responsável de co-participação e democratização do ensino. Essa convicção nos leva a propô-la neste momento.

Obrigado.

1) Qual a sua impressão geral desta disciplina, após um semestre de trabalho?

Nossa turma formou um grupo muito bom. Tinha pessoas curiosas e motivadas e elas fizeram toda diferença, contudo a ênfase no processo de produção ~~dos alunos~~ e aprendizagem dos alunos ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ restringiu o foco de atenção ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ as dinâmicas e nossas dúvidas. e ~~[illegible]~~

2) Quais os principais fatores que interferiram, positiva ou negativamente, no seu desempenho?

→ Não me adaptei muito à dinâmica da aula. Gostei da turma e das professoras, mas certas atividades me irritavam. Apesar de ter gostado muito, gostaria de ter aprendido +, discutido + os autores.

[1] Ficha baseada no instrumento de avaliação concebido e utilizado pela profa. Nancy Cmpos.

3) Faça uma avaliação do Dossiê, enquanto instrumento principal de avaliação. Cite pontos positivos e negativos.

O dossiê é um excelente instrumento de avaliação. Não sou organizada o suficiente, nem paciente o suficiente p/ fazer um bom Dossiê, mas é uma excelente proposta.

3) Como você avalia os debates ocorridos em sala de aula?

↳ Foi muito bom ver posicionamentos diferentes, foi um espaço muito cooperativo onde nos sentíamos valorizados e seguros p/ dar sugestões. ~~Fa~~ Foi possível também ver que matemática ñ tem conceitos acabados e que todo mundo tem dúvidas nessa área.

4) As exposições e explicações do professor foram suficientemente claras? Faça uma avaliação da qualidade das aulas dadas.

Sim. ~~Mas~~ Vide questão 2

5) Avalie o grau de interesse dos temas abordados e os recursos didáticos empregados, pelo professor, durante as aulas (materiais didáticos, jogos, transparências, textos, trabalhos em grupo, exposições, etc).

Foram muito adequados e coerentes com os objetivos propostos.

6) Você julga que seu empenho na realização dos trabalhos previstos pela disciplina, foi adequado?

Não foi a disciplina que mais me superei, mas consegui realizar boas atividades como o jogo e o sig matemático.

7) Qual seu estilo predominante de aprendizado?

a) auditivo (aprendo melhor quando ouço uma explicação)
b) visual (aprendo melhor quando leio ou vejo esquemas)
~~c)~~ manipulativo (agindo sobre as ferramentas matemáticas)
d) representativo (através do registro escrito)

8) Qual foi a importância da realização do Projeto junto ao seu sujeito?

Essa ~~é uma~~ experiência é de uma riqueza que não se pode mensurar. É um desafio pessoal, acadêmico/intelectual/emocional e cognitivo fantástico.

9) Como você avalia a experiência realizada no desenvolvimento do projeto pessoal?

10) Em que sentido foi válido (ou não) a realização do jogo?

Lo foi ~~[illegible]~~ interessante lidar com adultos jogando o que eu tinha feito.

11) Considerando o intervalo 0 – 10, pontue a sua atuação durante o semestre: 8

Justificativa

As atividades deram muito trabalho, ~~pelo~~ e apesar de eu ~~ter o~~ não ter sido pontual nos horários, concluí tudo.

11) Faça críticas, comentários e sugestões que possam nos auxiliar no aprimoramento de nossa aulas.

Acho que além do que já escrevi não tenho mais nada para acrescentar. Muito obrigada por tudo!

Até breve,

Prof. Cristiano Muniz, Mel. Raquel e Eliene.

AUTO-AVALIAÇÃO[1]

Procuramos desenvolver algumas questões com o objetivo de fazê-lo(a) refletir sobre o processo de desenvolvimento da disciplina trabalhada sob nossa orientação, permitindo uma maior visibilidade da sua atuação e aproveitamento como aluno(a).

Secundariamente, este instrumento tem a finalidade de avaliar e reorientar nossos procedimentos metodológicos de ensino. Portanto, a auto-avaliação do aluno é parte integrante e inalienável de um processo responsável de co-participação e democratização do ensino. Essa convicção nos leva a propô-la neste momento.

Obrigado.

1) Qual a sua impressão geral desta disciplina, após um semestre de trabalho?

Foi a disciplina em que eu visualizei coisas úteis e simples para utilização em sala e onde alguns dos meus receios com a matemática foram melhorados.

2) Quais os principais fatores que interferiram, positiva ou negativamente, no seu desempenho?

Positivamente - O uso de Materiais concretos, contextualização com a prática, o uso da atividade do "Sujeito Matemático" como forma de ensino.

Negativamente - A minha dificuldade com pontualidade

[1] Ficha baseada no instrumento de avaliação concebido e utilizado pela profa. Nancy Cmpos.

3) Faça uma avaliação do Dossiê, enquanto instrumento principal de avaliação. Cite pontos positivos e negativos.

Positivos – Pode acompanhar tudo que ocorreu durante o processo da Matéria, se torna um registro do semestre como um todo.

Negativos -

3) Como você avalia os debates ocorridos em sala de aula?

Extremamente ricos em que as experiências tanto dos alunos quanto dos professores foram mesclados, buscando ~~[illegible]~~ sanar dificuldades e temores com Relação à matéria.

4) As exposições e explicações do professor foram suficientemente claras? Faça uma avaliação da qualidade das aulas dadas.

Sim, tiveram uma boa explicação com formas claras e dinâmicas e motivadoras, apesar ~~que~~ da matemática ser um grande problema para nós pedagogos e principalmente para mim.

5) Avalie o grau de interesse dos temas abordados e os recursos didáticos empregados, pelo professor, durante as aulas (materiais didáticos, jogos, transparências, textos, trabalhos em grupo, exposições, etc).

Bastante interessante e despertou novas idéias de como a Matemática pode estar adequada ao cotidiano e não somente para as pessoas que tem facilidade com Matemática.

6) Você julga que seu empenho na realização dos trabalhos previstos pela disciplina, foi adequado?

Creio que me empenhei bastante, porém tive muita dificuldade com os meus prazos apesar da ~~[illegible]~~ flexibilidade dos professores.

7) Qual seu estilo predominante de aprendizado?

a) auditivo (aprendo melhor quando ouço uma explicação)
X b) visual (aprendo melhor quando leio ou vejo esquemas)
c) manipulativo (agindo sobre as ferramentas matemáticas)
d) representativo (através do registro escrito)

8) Qual foi a importância da realização do Projeto junto ao seu sujeito?

Melhorar a relação dele com as operações e ao uso da matemática formal.

9) Como você avalia a experiência realizada no desenvolvimento do projeto pessoal?

Contribuiu muito para a minha segurança enquanto futuro professor e ajudar a ver muitas das minhas dificuldades.

10) Em que sentido foi válido (ou não) a realização do jogo?

Válido, Pois ajuda o professor na construção de materiais pedagógicos e ajuda a criar uma educação cada vez mais com uma tendência Lúdica.

11) Considerando o intervalo 0 – 10, pontue a sua atuação durante o semestre: 9

Justificativa

11) Faça críticas, comentários e sugestões que possam nos auxiliar no aprimoramento de nossa aulas.

Até breve.

Prof. Cristiano Muniz, Mel. Raquel e Eliene.

AUTO-AVALIAÇÃO[1]

Procuramos desenvolver algumas questões com o objetivo de fazê-lo(a) refletir sobre o processo de desenvolvimento da disciplina trabalhada sob nossa orientação, permitindo uma maior visibilidade da sua atuação e aproveitamento como aluno(a).

Secundariamente, este instrumento tem a finalidade de avaliar e reorientar nossos procedimentos metodológicos de ensino. Portanto, a auto-avaliação do aluno é parte integrante e inalienável de um processo responsável de co-participação e democratização do ensino. Essa convicção nos leva a propô-la neste momento.

Obrigado.

1) Qual a sua impressão geral desta disciplina, após um semestre de trabalho?

Como já deixei bem claro, matemática não é meu forte, mas exatamente por que ~~matemática~~ I quebrou minha impressão ruim, decidi continuar, até mesmo ~~porque~~ não só aprendo a ensinar, mas aprendo matemática.

2) Quais os principais fatores que interferiram, positiva ou negativamente, no seu desempenho?

Positivamente: a dedicação e paciência dos monitores

Negativamente: Tive problemas pessoais que atrapalharam muito meu desempenho; faltei algumas aulas, cheguei atrasada; mas fora isso, nem minha impaciência matemática atrapalhou tanto.

[1] Ficha baseada no instrumento de avaliação concebido e utilizado pela profa. Nancy Cmpos.

bem matemática, né?

3) Faça uma avaliação do Dossiê, enquanto instrumento principal de avaliação. Cite pontos positivos e negativos.

(+) avaliação subjetiva, o aluno tem oportunidade de mostrar o que lhe foi mais relevante.

(−) Se o aluno perde aula fica uma lacuna na progressão do dossiê; alunos que aprendem e memorizam sem registro escrito têm dificuldades.

3) Como você avalia os debates ocorridos em sala de aula?

Muito enriquecedores, fizemos um paralelo com os matemáticos e pedagogos, se ajudando mutuamente em suas dificuldades.

4) As exposições e explicações do professor foram suficientemente claras? Faça uma avaliação da qualidade das aulas dadas.

Sim, sempre foram esclarecedoras, os monitores sempre tiveram paciência e embasamento teórico para as explicações.

5) Avalie o grau de interesse dos temas abordados e os recursos didáticos empregados, pelo professor, durante as aulas (materiais didáticos, jogos, transparências, textos, trabalhos em grupo, exposições, etc).

Todos foram muito pertinentes; os recursos sempre foram variados e não monótonos

6) Você julga que seu empenho na realização dos trabalhos previstos pela disciplina, foi adequado?

Não; como disse, tive problemas pessoais que me pesaram muito, não dei o melhor de mim esse semestre, infelizmente.

7) Qual seu estilo predominante de aprendizado?

a) auditivo (aprendo melhor quando ouço uma explicação)
~~b)~~ visual (aprendo melhor quando leio ou vejo esquemas)
c) manipulativo (agindo sobre as ferramentas matemáticas)
d) representativo (através do registro escrito)

8) Qual foi a importância da realização do Projeto junto ao seu sujeito?
Possibilitou a prática do que a gente aprendia em sala,

9) Como você avalia a experiência realizada no desenvolvimento do projeto pessoal?
Fundamental, já que como futura professora preciso saber, e só a teoria matemática nunca me daria bases práticas para isso

10) Em que sentido foi válido (ou não) a realização do jogo?
mais uma vez a aproximação da prática com a teoria, a experiência de produzir o jogo, perceber os erros e os dificuldades.

11) Considerando o intervalo 0 – 10, pontue a sua atuação durante o semestre: 7
Justificativa Apesar da minha participação falha, cresci muito com a disciplina, aprendi muita matemática, aprendi a aprender e aprendi a ensinar.

11) Faça críticas, comentários e sugestões que possam nos auxiliar no aprimoramento de nossa aulas.

Até breve.

Prof. Cristiano Muniz, Mel. Raquel e Eliene.

AUTO-AVALIAÇÃO[1]

Procuramos desenvolver algumas questões com o objetivo de fazê-lo(a) refletir sobre o processo de desenvolvimento da disciplina trabalhada sob nossa orientação, permitindo uma maior visibilidade da sua atuação e aproveitamento como aluno(a).

Secundariamente, este instrumento tem a finalidade de avaliar e reorientar nossos procedimentos metodológicos de ensino. Portanto, a auto-avaliação do aluno é parte integrante e inalienável de um processo responsável de co-participação e democratização do ensino. Essa convicção nos leva a propô-la neste momento.

Obrigado.

1) Qual a sua impressão geral desta disciplina, após um semestre de trabalho?

A disciplina [redacted] a [redacted] me fez refletir sobre as melhores formas de ~~x~~ ensinar matemática. Foi ótima, cumpriu muitas expectativas.

2) Quais os principais fatores que interferiram, positiva ou negativamente, no seu desempenho?

Sinceramente, não tive muitas dificuldades na disciplina, pois as que surgiam eram resolvidas em sala de aula. Numa atividade feita em sala ex: fazer uma caixa no método da dobradura, eu ia realizando $\frac{1}{8}$ da caixa ...

---

[1] Ficha baseada no instrumento de avaliação concebido e utilizado pela profa. Nancy Cmpos.

3) Faça uma avaliação do Dossiê, enquanto instrumento principal de avaliação. Cite pontos positivos e negativos.

Positivos.
- conseguir anexar tudo que ocorreu durante o semestre.
- me fez rever todo o conteúdo

negativos:
- falta de material para o dossiê, tivemos que elabora de acordo com os assuntos tratados – comentário.

3) Como você avalia os debates ocorridos em sala de aula?

Os debates sempre foram muito significativos.

4) As exposições e explicações do professor foram suficientemente claras? Faça uma avaliação da qualidade das aulas dadas.

Para mim foram ótimas as aulas. Sempre muito criativos e propondo situações do dia-a-dia, e o melhor, utilizando jogos. Vivenciamos muitas experiências em sala de aula.

5) Avalie o grau de interesse dos temas abordados e os recursos didáticos empregados, pelo professor, durante as aulas (materiais didáticos, jogos, transparências, textos, trabalhos em grupo, exposições, etc).

Todos os temas abordados foram relevantes. Aprendi muito trabalhando em grupo com um matemático. Uns ajudamos outros e íamos construindo coletivamente os conceitos.

6) Você julga que seu empenho na realização dos trabalhos previstos pela disciplina, foi adequado?

Acredito que sim, porém isso é muito subjetivo.

7) Qual seu estilo predominante de aprendizado?

x a) auditivo (aprendo melhor quando ouço uma explicação)
b) visual (aprendo melhor quando leio ou vejo esquemas)
c) manipulativo (agindo sobre as ferramentas matemáticas)
d) representativo (através do registro escrito)

8) Qual foi a importância da realização do Projeto junto ao seu sujeito?

Sabia que tinha que ter essa pergunta! Meu sujeito demostrou não gostar de matemática, ele a excluiu de sua vida, embora usando-a todos os dias. As conversas foram de grande valia.

9) Como você avalia a experiência realizada no desenvolvimento do projeto pessoal?

Eu aprendi muito com a ignorância de meu sujeito. Percebi que é de extrema importância aprender matemática na infância, pois adulto fica muito complicado. Tive uma experiência muito boa.

10) Em que sentido foi válido (ou não) a realização do jogo?

Passar o conteúdo matemático de uma forma divertida.

11) Considerando o intervalo 0 – 10, pontue a sua atuação durante o semestre: 9,4
Justificativa

11) Faça críticas, comentários e sugestões que possam nos auxiliar no aprimoramento de nossa aulas.

Até breve.

Prof. Cristiano Muniz, Mel, Raquel e Eliene.

AUTO-AVALIAÇÃO[1]

Procuramos desenvolver algumas questões com o objetivo de fazê-lo(a) refletir sobre o processo de desenvolvimento da disciplina trabalhada sob nossa orientação, permitindo uma maior visibilidade da sua atuação e aproveitamento como aluno(a).

Secundariamente, este instrumento tem a finalidade de avaliar e reorientar nossos procedimentos metodológicos de ensino. Portanto, a auto-avaliação do aluno é parte integrante e inalienável de um processo responsável de co-participação e democratização do ensino. Essa convicção nos leva a propô-la neste momento.

Obrigado.

1) Qual a sua impressão geral desta disciplina, após um semestre de trabalho?

Gostei muito do trabalho desenvolvido nessa disciplina principalmente porque tudo era bem contextualizado com situações de sala de aula. Sempre tive muita dúvida de como se fazer uma "construcção do conhecimento" na matemática, como diziam-me em outras disciplinas da educação. Só aqui tive excemplos reais de como fazer essa construção em sala de aula.

2) Quais os principais fatores que interferiram, positiva ou negativamente, no seu desempenho?

Algo que influenciou positivamente no meu desempenho foi trabalhar com jogos, pois até aqui não imaginava ~~como~~ trabalhar com jogos em sala de aula focando no aprendizado do aluno e na correta assimilação dos conceitos. Para mim, eu não enxergava outro tipo de aula senão aquela aula expositiva que eu sempre tive no colégio.

[1] Ficha baseada no instrumento de avaliação concebido e utilizado pela profa. Nancy Cmpos.

3) Faça uma avaliação do Dossiê, enquanto instrumento principal de avaliação. Cite pontos positivos e negativos.

- Positivos :
  - Me fez lembrar de muitos momentos bons e educativos
  - É bom para fazer o registro do que foi assimilado em sala de aula

- Negativo :
  - Como deixei para fazê-lo mais para o final do curso eu esqueci um pouco dos detalhes das vivências e dos experimentos realizados em sala de aula.

3) Como você avalia os debates ocorridos em sala de aula?

Gostei muito pois sempre foram muito cheio de excemplos que podem ser aplicados em sala de aula e nos mostraram que os conceitos matemáticos precisam passar por todo um processo que vai da vivência do aluno para chegar até a definição em si.

4) As exposições e explicações do professor foram suficientemente claras? Faça uma avaliação da qualidade das aulas dadas.

Sim. Sempre entendemos o que era proposto na aula principalmente porque tínhamos um momento de socialização ao final da aula.

5) Avalie o grau de interesse dos temas abordados e os recursos didáticos empregados, pelo professor, durante as aulas (materiais didáticos, jogos, transparências, textos, trabalhos em grupo, exposições, etc).

As professoras sempre contextualizavam o conteúdo que era trabalhado com situações de sala de aula vivenciadas pelas professoras.

6) Você julga que seu empenho na realização dos trabalhos previstos pela disciplina, foi adequado?

Sim, pois sempre participei de todos os trabalhos, somente nos jogos matemáticos que não tive muita criatividade para bolar um jogo novo, pois o que eu tinha inicialmente pensado ficou extremamente difícil de construir.

7) Qual seu estilo predominante de aprendizado?

a) auditivo (aprendo melhor quando ouço uma explicação)
X visual (aprendo melhor quando leio ou vejo esquemas)
c) manipulativo (agindo sobre as ferramentas matemáticas)
d) representativo (através do registro escrito)

8) Qual foi a importância da realização do Projeto junto ao seu sujeito?

Pude ver a importância de se relacionar o concreto com a matéria ensinada no colégio

9) Como você avalia a experiência realizada no desenvolvimento do projeto pessoal?

Aprendi a procurar no aluno as deficiências que ele tem principalmente pq que quando alguém procura auxílio na parte matemática é porque suas bases matemáticas não foram bem firmadas.

10) Em que sentido foi válido (ou não) a realização do jogo?

Foi válido pois pode-se trabalhar de maneira divertida e concreta de se ~~trabalhar~~ passar o conteúdo de frações para os alunos.

11) Considerando o intervalo 0 – 10, pontue a sua atuação durante o semestre: 9
Justificativa

Acho que fui um bom aluno, sempre participei das aulas e dos problemas propostos e sei que eu aprendi muito nessa matéria.

11) Faça críticas, comentários e sugestões que possam nos auxiliar no aprimoramento de nossa aulas.

Não tenho críticas, só queria que essa disciplina fosse incluída na licenciatura em matemática.

Até breve.

Prof. Cristiano Muniz, Mel, Raquel e Eliene.

AUTO-AVALIAÇÃO[1]

Procuramos desenvolver algumas questões com o objetivo de fazê-lo(a) refletir sobre o processo de desenvolvimento da disciplina trabalhada sob nossa orientação, permitindo uma maior visibilidade da sua atuação e aproveitamento como aluno(a).

Secundariamente, este instrumento tem a finalidade de avaliar e reorientar nossos procedimentos metodológicos de ensino. Portanto, a auto-avaliação do aluno é parte integrante e inalienável de um processo responsável de co-participação e democratização do ensino. Essa convicção nos leva a propô-la neste momento.

Obrigado.

1) Qual a sua impressão geral desta disciplina, após um semestre de trabalho?

Muito util. Sinto que depois de um semestre minha forma de pensar a respeito da ed. Mat é outra.

2) Quais os principais fatores que interferiram, positiva ou negativamente, no seu desempenho?

O principal e único fator foi negativo, pois com essa disciplina somei 30 creditos na unb, assim não tive muito tempo para me dedicar mais aos trabalhos, leituras etc.

[1] Ficha baseada no instrumento de avaliação concebido e utilizado pela profa. Nancy Cmpos.

3) Faça uma avaliação do Dossiê, enquanto instrumento principal de avaliação. Cite pontos positivos e negativos.

O dossiê nos obriga a manter um registro constante e principalmente a escrever a respeito do assunto, o que para mim é bem complicado.

3) Como você avalia os debates ocorridos em sala de aula?

Bem produtivos, sempre objetivos e de grande importância

4) As exposições e explicações do professor foram suficientemente claras? Faça uma avaliação da qualidade das aulas dadas.

Foram sim. As aulas foram ótimas, sempre focadas em um objetivo e bem programadas.

5) Avalie o grau de interesse dos temas abordados e os recursos didáticos empregados, pelo professor, durante as aulas (materiais didáticos, jogos, transparências, textos, trabalhos em grupo, exposições, etc).

Ótimo, tem tudo a ver com a disciplina, ~~pois~~

6) Você julga que seu empenho na realização dos trabalhos previstos pela disciplina, foi adequado?

Não. Como disse anteriormente, pelo fato de ter pego bastante créditos não pude me dedicar como queria.

7) Qual seu estilo predominante de aprendizado?

a) auditivo (aprendo melhor quando ouço uma explicação)
b) visual (aprendo melhor quando leio ou vejo esquemas)
c) manipulativo (agindo sobre as ferramentas matemáticas)
d) representativo (através do registro escrito)

8) Qual foi a importância da realização do Projeto junto ao seu sujeito?

foi vivenciar a oportunidade de estar aplicando os conteudos visto em sala.

9) Como você avalia a experiência realizada no desenvolvimento do projeto pessoal?

Um sucesso. Acredito ter conseguido atingir meu objetivo junto ao meu aluno.

10) Em que sentido foi válido (ou não) a realização do jogo?

Um ~~fato~~ jogo não faz sentido se não for aplicado.

11) Considerando o intervalo 0 – 10, pontue a sua atuação durante o semestre: 7
Justificativa

11) Faça críticas, comentários e sugestões que possam nos auxiliar no aprimoramento de nossa aulas.

Não tenho críticas a fazer.
A disciplina é muito útil para o aprimoramento das nossas maneiros de dar aula.
A grande base da educação matemática parte do ~~objeti~~ fato do aluno ser o construtor do seu conhecimento, de deixar o aluno vivenciar a matemática e o que foi feito em sala de aula

Até breve.
Prof. Cristiano Muniz, Mel. Raquel e Eliene.

durante o curso foi exatamente isso.
Nos alunos vivenciamos o vivenciar.