



Universidade de Brasília  
FACE - Faculdade de Economia, Administração,  
Contabilidade e Ciência da Informação e Documentação  
Departamento de Economia

**LEILÕES DO TESOURO NACIONAL: UMA ANÁLISE COMPARATIVA  
COM O MERCADO SECUNDÁRIO E OS DETERMINANTES DO  
COMPORTAMENTO DOS PARTICIPANTES.**

**Dissertação de Mestrado**

**Olivier Letouzé Moreira**

**Brasília-DF  
2011**

**“Leilões do Tesouro Nacional: uma análise comparativa com o mercado secundário e os determinantes do comportamento dos participantes.”**

OLIVIER LETOUZÉ MOREIRA

Dissertação apresentada como exigência do Curso de  
Mestrado em Economia da Universidade de Brasília.

Orientador: Prof. Dr. Roberto de Góes Ellery Júnior.

**Brasília-DF**  
**2011**

**“Leilões do Tesouro Nacional: uma análise comparativa com o mercado secundário e os determinantes do comportamento dos participantes”.**

OLIVIER LETOUZÉ MOREIRA

Dissertação apresentada como exigência do Curso de  
Mestrado em Economia da Universidade de Brasília.

**Avaliação**  
**BANCA EXAMINADORA**

---

Prof. Dr. Roberto de Góes Ellery Júnior  
Orientador

---

Prof. Dr. Victor Gomes e Silva  
Membro Interno

---

Prof. Dr. Adolfo Sachsida  
Membro Externo

Brasília – DF, abril de 2011.

## **RESUMO**

Esta dissertação de mestrado apresenta uma análise dos resultados dos leilões de títulos públicos no Brasil, no período compreendido entre julho de 2006 e abril de 2009. Para tanto, faz-se uma comparação dos preços dos papéis nos leilões e o preço verificado no mercado secundário. A teoria diz que os participantes de leilões de valor comum, como é o caso de leilões de títulos, tendem a fazer lances com um viés para baixo, para compensar os efeitos da chamada “maldição do vencedor”. Sendo assim o presente trabalho apresenta uma análise empírica onde se relaciona os preços verificados nos leilões e aqueles praticados no mercado secundário. Contrariando a teoria, os preços verificados nos leilões foram ligeiramente superiores aos praticados no mercado secundário. Adicionalmente, estimou-se um modelo onde são testadas as correlações entre os preços verificados nos leilões e os níveis de competitividade e incerteza presente entre os participantes.

Palavras-Chave: leilão, maldição do vencedor, incerteza, competitividade.

## **ABSTRACT**

This dissertation presents an analysis of Brazilian auction results during the period from July 2006 and April 2009. A comparison is made between prices verified in the auctions and prices negotiated on the secondary market. Theory says that in common value auctions, like bond auctions, as a consequence of the winner's curse, prices tend to be lower than those dealt after the auction. An empirical analysis demonstrates that, contradicting the theory, prices verified in Brazilian auctions were a little higher than prices on the secondary market. Also a model was estimated to test the relationship among auction prices and the level of uncertainty and competitiveness.

Keywords: auction, winner's curse, uncertainty, competitiveness.

## SUMÁRIO

1	Introdução.....	4
2	Revisão da Literatura.....	5
3	Funcionamento dos leilões do Tesouro Nacional e metodologia utilizada.....	15
	3.1 O modelo.....	18
4	Resultados.....	20
	4.1 LTN longa.....	20
	4.2 NTN-F 2017.....	25
5	Conclusão.....	30
	Referências Bibliográficas.....	38
	Anexo.....	40

## LISTA DE TABELAS

Tabela I – Resumo das estatísticas dos leilões de LTN longa do Tesouro Nacional (06/2006 – 04/2009).....24

Tabela II – Regressão referente aos leilões de LTN longa do Tesouro Nacional (06/2006 – 04/2009). Variáveis explicativas: *DEMANDA/OFERTA* e *INCERTEZA 1*.....27

Tabela III – Tabela III – Regressão referente aos leilões de LTN longa do Tesouro Nacional (06/2006 – 04/2009). Variáveis explicativas: *DEMANDA/VENDIDO* e *INCERTEZA 1*.....29

Tabela IV – Tabela IV – Resumo das estatísticas dos leilões de NTN-F 2017 do Tesouro Nacional (01/2007 – 05/2009).....32

Tabela V – Tabela V – Regressão referente aos leilões de LTN longa do Tesouro Nacional (06/2006 – 04/2009). Variáveis explicativas: *DEMANDA/OFERTA* e *INCERTEZA 1*.....34

## 1 – Introdução

O mercado de títulos públicos movimenta uma quantia significativa de dinheiro nos mercados do mundo inteiro. No Brasil, a dívida pública corresponde hoje a aproximadamente 1,4 bilhão de reais. Ao longo de 2008, as emissões do Tesouro Nacional no mercado interno ultrapassaram R\$ 300 bilhões, tendo sido aproximadamente R\$ 280 bilhões, ou seja, mais de 90%, emitidos sob a forma de leilão.

Nesse contexto, estudos empíricos sobre leilões de títulos públicos se mostram bastante importantes, visto que podem servir como uma ferramenta de auxílio à tomada de decisões tanto para os emissores quanto para os compradores. Sendo assim, existe uma literatura crescente que procura testar empiricamente algumas predições da teoria de leilões para diversos países.

Segundo a literatura teórica, em leilões do tipo valor comum, como é o caso de leilões de títulos públicos, os participantes tendem a fazer um lance com um viés para baixo. Tal comportamento busca minimizar os efeitos da maldição do vencedor. A teoria prediz que esse comportamento está ligado ao nível de incerteza e de competitividade presente no leilão. Sendo assim, espera-se que aqueles que tiverem suas propostas aceitas no leilão obtenham um “lucro”, pois estariam pagando um preço menor do que o preço justo do papel, que é comumente considerado como sendo o preço do papel negociado no mercado secundário.

Entretanto, o Brasil carece de estudos que procurem analisar empiricamente leilões promovidos pelo Tesouro Nacional. Dessa forma, considerando-se a importância do assunto, devido à magnitude da dívida pública brasileira e ao volume das emissões de títulos públicos feitas sob a forma de leilões, o presente trabalho examina a relação entre os preços verificados nos leilões do Tesouro Nacional e os preços verificados no mercado secundário após o leilão. Adicionalmente, analisa-se como o nível de competitividade e de incerteza presentes no leilão influenciam os participantes ao fazerem os seus lances.

Esse trabalho está organizado da seguinte forma: o segundo capítulo apresenta os conceitos teóricos, bem como apresenta de maneira detalhada os principais modelos empíricos presentes na literatura e que serviram como base para o modelo estimado neste trabalho; o terceiro capítulo examina os aspectos institucionais dos leilões promovidos pelo Tesouro Nacional, faz uma descrição dos dados utilizados e apresenta o modelo estimado; no quarto capítulo são apresentados e discutidos os resultados da estimação; o quinto capítulo conclui.

## 2 – Revisão da Literatura

Leilões de títulos públicos são normalmente considerados do tipo valor comum, ou seja, os participantes freqüentemente desconhecem o preço exato dos papéis no momento em que fazem o lance no leilão, mas o valor deles é igual para todos<sup>1</sup>. Isso decorre do fato de que, após o leilão, os títulos públicos poderão ser revendidos no mercado secundário, quando o preço será de conhecimento geral e igual para todos.

O fato de, na prática, existir uma diferença entre o preço pelo qual o papel é vendido no leilão e o preço verificado para o mesmo papel no mercado secundário após o leilão confirma que de fato há uma divergência entre as instituições participantes do leilão quanto à precificação do papel no momento em que os lances são feitos. Essa divergência é advinda da presença de informação assimétrica no mercado.

Segundo a teoria de leilões, no caso de leilões do tipo valor comum, há uma tendência por parte dos participantes em submeter lances menores do que o valor que atribuem de fato ao bem que está sendo leiloado. Esse tipo de comportamento busca minimizar o efeito da chamada “maldição do vencedor” (*winner’s curse*).

O indivíduo, ao fazer o seu lance, busca maximizar o seu ganho esperado, isto é, a diferença entre o valor que ele atribui ao bem, definido de acordo com o conjunto de informações que ele possui no momento do leilão e o valor de seu lance. Entretanto, esse ganho esperado só se realizará de fato se ele for o vencedor, o que nesse caso significa que todos os outros lances feitos pelos outros participantes foram menores do que o seu.

Dessa forma, caso seja o vencedor do leilão, isso quer dizer que todos os outros participantes atribuíram ao bem um valor inferior ao que ele atribuiu. Sendo assim, e sabendo que os outros participantes também maximizam o seu ganho esperado, há uma grande probabilidade de que o lance feito pelo vencedor, por ser baseado apenas no seu conjunto de informações, seja superestimado. Em outras palavras, sob a perspectiva da maldição do vencedor, vencer pode ser considerado algo ruim, pois significa que provavelmente o vencedor pagou demais pelo bem leiloado.

---

<sup>1</sup> Além do leilão de valor comum, existe também o leilão de valor privado. Nesse caso o indivíduo compra o bem para uso próprio e não para revenda. Um exemplo comum que permite distinguir o leilão de valor privado do leilão de valor comum é o caso da compra de uma obra de arte: se comprada sem o objetivo de revenda, é do tipo valor privado, caso contrário, torna-se do tipo valor comum.



Para evitar essa superestimação, a teoria diz que, ao fazer o seu lance, o indivíduo o reduz numa magnitude que seja suficiente para compensar o fato de que vencer o leilão implica que todos os outros participantes estimaram para o bem um valor menor do que ele próprio. Sendo assim, como todos os participantes fazem o seu lance com um viés para baixo em relação ao valor que de fato atribuem ao bem, segundo a teoria, pode-se dizer que, na média, o preço do leilão (que é uma média ponderada dos lances vencedores) possui um viés para baixo em relação ao valor verdadeiro do bem leiloado.

A maldição do vencedor possui várias implicações. Primeiramente, para o indivíduo que vence o leilão, quanto maior o número de participantes, maior a quantidade de pessoas que estimaram para o bem um valor abaixo do que o valor que ele próprio estimou. É de se esperar então que o indivíduo aumente o viés do seu lance ao levar este fato em consideração, pois, ao vencer o leilão, a chance de ter superestimado o valor do bem quando há mais participantes no leilão torna-se maior.

Entretanto, considerando-se o lance mais alto do leilão, pode-se reduzi-lo apenas marginalmente e ele continuará sendo o lance mais alto. Desse modo, quanto menor o número de participantes do leilão, maior poderá ser essa redução, visto que menor será a probabilidade de haver um lance feito imediatamente abaixo do lance vencedor. Portanto, há um *trade off* entre aumentar a probabilidade de ganhar (fazendo um lance maior) ou obter um lucro maior caso ganhe (fazendo um lance menor).

No sentido contrário, quanto maior o número de participantes do leilão, maior a probabilidade de haver um lance feito por outro participante logo abaixo do lance feito pelo vencedor. Dessa forma, menor será o efeito da maldição do vencedor. Nesse sentido, o aumento da competitividade tende a diminuir o efeito da maldição do vencedor. No limite, conforme demonstrado por Milgrom (1979) e Wilson (1977), à medida que o número de participantes do leilão tende ao infinito, esse viés para baixo nos lances do leilão tende a desaparecer (pois se tende ao caso da concorrência perfeita).

Outro fator que contribui para a magnitude da maldição do vencedor é a dispersão de opinião entre os participantes em relação ao valor do bem. Conforme mostram Reece (1978) e Milgrom e Weber (1982), para um dado número finito de participantes do leilão, uma dispersão maior de opinião a respeito do valor do bem torna maior o viés. Isso ocorre porque quanto maior a incerteza entre os participantes em relação ao valor verdadeiro do bem, menor a probabilidade de valor de um lance de um outro participante qualquer estar logo abaixo do valor do seu lance.

Assim, ao viesar o seu lance para baixo, o indivíduo pode aumentar o seu lucro, porém ele diminui suas chances de ganhar numa proporção menor do que ocorreria caso a dispersão de opinião entre os participantes fosse menor.

Dessa forma, considerando-se conjuntamente o efeito da maldição do vencedor no que diz respeito ao número de participantes do leilão e a dispersão de opinião entre eles, as conclusões não são imediatas. Segundo Umlauf (1993) e Bikhchandani e Huang (1993), quando o número de participantes do leilão é finito, a entrada de novos participantes não necessariamente diminui o ganho esperado dos participantes. Em um primeiro momento, isso seria de se esperar, dado que, como dito acima, o viés para baixo dos participantes, e, conseqüentemente, o seu ganho esperado, tende a desaparecer quando o número de participantes tende ao infinito. Contudo, como também foi dito acima, o aumento do número de participantes aumenta o efeito da maldição do vencedor ao aumentar as chances de superestimação do valor do bem pelo vencedor.

Dessa forma, se por um lado o efeito da maldição do vencedor aumenta com o número de participantes do leilão, dado que nesse caso há mais chances de o lance vencedor ser superestimado, por outro lado o viés para baixo dos lances tende a diminuir, pois um maior número de participantes implica em um aumento da competitividade, reduzindo as chances de cada um vencer. Enquanto o primeiro efeito aumenta o ganho esperado dos participantes, o segundo efeito o diminui. Entretanto, segundo Wilson (1988) o aumento da competitividade é o efeito mais forte dentre os dois, sendo assim de se esperar que o ganho esperado deve diminuir com a entrada de novos participantes.

Segundo Ausubel (1997), a maldição do vencedor é possivelmente atenuada em leilões de múltiplos objetos, como é o caso dos leilões de títulos públicos. Isso ocorre pois, nesse caso, os bens podem ser vendidos para diversos compradores. Além disso, geralmente, nesse tipo de leilão é aceito que cada participante faça mais de um lance, o que permite que os participantes do leilão criem uma espécie de curva de demanda com os seus lances, atenuando também o efeito da maldição do vencedor<sup>2</sup>. Sendo assim, no caso de o participante ter feito mais de um lance, considerando-se a maldição do vencedor, quanto maior a quantidade de seus lances que tiverem sido aceitos, pior será para ele. Ausubel se refere a essa situação como a “praga do campeão” (*champion's plague*).

---

<sup>2</sup> O número permitido de lances para cada participante varia de acordo com as regras definidas para cada leilão. Como será visto adiante, no caso brasileiro cada participante pode fazer até cinco lances.

Observa-se na literatura publicações que buscam testar empiricamente nos leilões de títulos públicos os principais conceitos teóricos referentes à maldição do vencedor, citados acima. Primeiramente, busca-se verificar a existência, de fato, do viés para baixo nos preços praticados nos leilões. Em seguida, procura-se estudar uma possível relação da divergência entre o preço verificado no leilão e o preço verificado no mercado secundário (ou seja, do viés dos lances) com o número de participantes do leilão e com a dispersão de opinião verificada entre eles.

Apesar de alguns estudos apresentarem uma análise mais profunda do que outros, verifica-se que, em geral, eles partem do mesmo modelo básico, utilizando as mesmas variáveis, quais sejam, a dispersão de opinião entre os participantes quanto ao valor do bem leilado e o nível de competitividade do leilão, para explicar o viés no lance dos participantes. O que os diferencia basicamente entre si são as especificidades de cada caso, que variam de país para país, de acordo com as regras do leilão adotado e as regras dos mercados locais, o que acaba de certa forma direcionando o enfoque de cada trabalho.

Outro fator que se mostra bastante importante na definição do modelo a ser estimado é a disponibilidade de dados. Não só os dados de mercado não estão disponíveis nos diversos países com o mesmo nível de qualidade, como, principalmente, os dados divulgados nos resultados dos leilões nos países analisados variam bastante, não permitindo que muitos estudos feitos para determinados países sejam replicados em outros. Sendo assim, quatro modelos foram tomados como base para o modelo estimado neste trabalho, por mais se adequarem à realidade brasileira, principalmente no que diz respeito à indisponibilidade dos dados.

Cammack (1991) estima um modelo utilizando dados dos leilões de papéis com vencimento em 3 meses do tesouro americano, ocorridos no período de janeiro de 1973 a dezembro de 1984, no qual testa algumas hipóteses teóricas explicitadas acima, como a relação existente entre o nível de competitividade do leilão e a dispersão de opinião entre eles e o preço verificado no mercado secundário após o leilão.

Primeiramente, a autora constatou que os papéis analisados foram, na média, negociados no mercado secundário a um preço quatro pontos-base maior do que os preços médios verificados no leilão, confirmando o previsto pela teoria de que os lances feitos no leilão possuem um viés negativo.

Em seguida, ao realizar a estimação do modelo, Cammack utilizou como medida da dispersão de opinião entre os participantes do leilão o logaritmo da diferença entre o preço

médio e o preço mais baixo aceito verificados no leilão (a autora chamou essa variável de *tail*). Como *proxy* do número de participantes do leilão (nível de competitividade) foram utilizadas duas medidas: a primeira corresponde à razão entre o número de lances competitivos feitos e o número de lances competitivos aceitos, chamada pela autora de  $N$ ; a segunda medida corresponde à razão entre o número de lances não-competitivos<sup>3</sup> feitos e o número de lances totais aceitos no leilão,  $NC$ <sup>4</sup>. Inicialmente,  $N$  seria calculada como a razão entre o valor financeiro de todos os lances competitivos feitos e o valor financeiro de todos os lances competitivos aceitos. Tal metodologia foi descartada, pois, segundo a autora, a parcela financeira vendida correspondente aos lances competitivos feitos aumentou regularmente durante o período analisado, sendo possível que essa tendência verificada produzisse resultados espúrios na regressão. Como variável dependente, a autora utilizou o logaritmo da razão entre o preço médio verificado no mercado secundário no dia do leilão e o preço médio do leilão, multiplicando o resultado por 100.

Cammack realizou primeiro a estimação de modelos univariados entre a variável dependente e cada uma das variáveis independentes. De acordo com o previsto na teoria, os dados utilizados pela autora mostraram que a relação entre a dispersão de opinião entre os participantes e o tamanho do viés dos lances no leilão em relação aos preços do mercado secundário foi positiva.

No que diz respeito à relação entre a variável independente  $N$  e a variável dependente, os dados mostraram que, se existente, ela é negativa. Quando analisada a relação entre  $NC$  e a variável dependente, os dados não revelaram nenhuma relação entre as duas variáveis. O resultado encontrado pela autora para a variável  $N$  está de acordo com Wilson (1988), que sugere que um aumento do nível de competitividade tende a diminuir o viés dos lances dos participantes, apesar de, por outro lado, o aumento do número de participantes aumentar os efeitos da maldição do vencedor.

---

<sup>3</sup> Nos leilões do Tesouro americano, é possível que sejam feitos lances não competitivos, limitados até uma certa quantidade do total emitido, no qual cada participante se compromete a pagar o preço médio verificado no leilão.

<sup>4</sup> Cammack utilizou modelos de séries temporais para decompor as três variáveis independentes utilizadas (*tail*,  $N$  e  $NC$ ) em duas partes: presumida e não-presumida. Para a estimação do modelo foi utilizada apenas a parte presumida de cada uma das variáveis, no lugar do valor realizado *ex post* de cada uma delas. Segundo a autora, tal decomposição deveu-se ao fato de que, durante o período que abrange os dados analisados, o resultado completo do leilão, contendo informações como a dispersão dos lances aceitos, a quantidade de lances rejeitados e a quantidade de lances não-competitivos, era divulgado apenas à noite, após o fechamento do mercado secundário. Sendo assim, quando da formação do preço médio do dia do papel leiloado, o mercado ainda não tinha conhecimento dos dados detalhados do resultado do leilão, o que significa que era considerada apenas a parte presumida para a formação de preços. Além dessas informações sobre o resultado do leilão que ainda não estavam disponíveis no dia do leilão, a parte não-presumida incorpora também, segundo a autora, quaisquer informações novas relevantes que venham a surgir no dia do leilão e que possam afetar o preço dos papéis.

Após a estimação dos modelos univariados, Cammack (1991) estimou também o modelo multivariado incluindo as três variáveis (*tail*, *N* e *NC*). O resultado obtido para a variável referente à dispersão de opinião foi similar ao obtido quando a variável foi analisada separadamente. Entretanto, no que diz às variáveis referentes ao nível de competitividade, desta vez, assim como para a variável *NC*, nenhuma relação foi encontrada entre *N* e a variável dependente. Em seguida, Cammack estimou o mesmo modelo, porém utilizando no cálculo da variável dependente o preço médio verificado no mercado secundário no dia seguinte ao leilão no lugar do preço médio verificado no mesmo dia. Os resultados encontrados foram similares, porém menos precisos.

Além disso, ainda utilizando o preço médio do dia seguinte ao leilão, a autora estimou o modelo usando a parte não-presumida de cada uma das variáveis independentes, para testar a influência do resultado da divulgação do resultado detalhado do leilão na formação de preços do mercado secundário. A relação encontrada entre a dispersão de opinião (*tail*) e a variável dependente foi sistematicamente negativa, contrariando a teoria. Enquanto isso, a relação entre o número de participantes (*N* e *NC*) foi totalmente positiva, também contrariando a teoria, tendo valores maiores de *N* e *NC* implicado em preços maiores no mercado no dia seguinte ao leilão, sendo a influência do primeiro maior do que a do segundo. No entanto, como se trata de analisar os efeitos do resultado do leilão nos preços do mercado secundário, a autora considera tais resultados consistentes, pois maiores demandas no leilão levariam a maiores demandas no mercado secundário, provocando um aumento nos preços (e conseqüentemente no viés dos lances).

Na mesma linha, Jegadeesh (1993) fez uma análise das emissões de notas de 2, 5, 7 e 10 anos emitidas pelo Tesouro dos Estados Unidos entre janeiro de 1986 e junho de 1991. Em seu estudo, o autor constatou que os preços verificados nos leilões foram, na média, marginalmente maiores do que os verificados no mercado secundário.

Como variável dependente, Jegadeesh (1993) utiliza a diferença (o que seria um lucro esperado, de acordo com a teoria), no período *t*, entre o preço do papel emitido no leilão e o preço calculado a partir do preço de papéis com maturação semelhante<sup>5</sup> menos a mesma diferença, porém auferida no dia do leilão. Em outras palavras, considerando  $\delta_t$  o lucro que se

---

<sup>5</sup> Para calcular esse preço o autor utiliza os dois papéis com vencimento mais próximos do papel emitido no leilão (sendo que o vencimento do papel emitido no leilão deve estar entre os dois vencimentos dos papéis selecionados) e em seguida faz uma interpolação linear das *yields* desses dois papéis a fim de calcular a *yield* correspondente à maturação igual ao do papel leiloado. Os preços utilizados como referência correspondem à média das cotações de fechamento da *bid* e da *ask* dos papéis selecionados.

aufere ao comprar um determinado papel no leilão e carregá-lo até o período  $t$ ,  $P_t$  o preço do papel emitido no período  $t$ ,  $P_t^C$  o preço calculado a partir dos papéis com maturação semelhante e  $\Delta P = P_t - P_t^C$ , temos  $\delta_t = \Delta P_t - \Delta P_A$ , onde  $t = 0$  corresponde ao dia de emissão do leilão e  $t = A$  corresponde ao dia do leilão.

Para medir o nível de competitividade, Jegadeesh (1993) utilizou como variável independente a razão entre o valor financeiro total dos lances feitos e o valor financeiro total ofertado no leilão, enquanto para medir o nível de dispersão de opinião entre os participantes do leilão o autor utilizou a amplitude dos lances aceitos (a diferença entre o maior e o menor lance vencedores).

Adicionalmente, Jegadeesh ainda utilizou como variável dependente a proporção de lances aceitos no leilão feitos por bancos e *dealers* do total ofertado como maneira de testar a hipótese de colusão entre estas instituições no leilão. Segundo o autor, havendo colusão, quando esses dois grupos conjuntamente concordassem em fazer lances menos agressivos, a proporção de títulos que eles levariam no leilão seria menor do que nos leilões em que eles conjuntamente decidissem fazer lances mais agressivos. Sendo assim, a existência de colusão entre bancos e *dealers* implicaria numa relação negativa entre o volume dos lances aceitos feitos por eles e os lucros auferidos no leilão.

Utilizando o método de mínimos quadrados ponderados, o autor encontrou uma relação seguramente positiva entre o nível de competitividade e o lucro auferido, contrariando o previsto na teoria. Como explicação, Jegadeesh ressalta o fato de tal *proxy* para o nível de competitividade incorporar tanto o valor previsto quanto o não-previsto de competição, sendo possível que essa relação positiva seja advinda da revelação *ex post* da parte não-presumida. No que diz respeito à medida de dispersão de opinião entre os participantes, assim como previsto na teoria, foi encontrada uma relação positiva, exceto quando considerado  $t = 1$ , caso no qual a relação não é estatisticamente diferente de zero.

Para a variável correspondente à proporção de lances feitos por bancos e *dealers* aceitos no leilão foi encontrada uma relação negativa com a variável dependente, confirmando a hipótese de colusão feita pelo autor. Entretanto, Jegadeesh (1993) ressalta que tal resultado pode significar simplesmente que bancos e *dealers* compartilham entre si informações de mercado e são melhor informados do que os outros participantes do leilão.

Umlauf (1993) também testa empiricamente predições teóricas, analisando emissões de títulos do Tesouro mexicano de papéis com vencimento em um mês no período de agosto de 1986 até maio de 1991. Neste trabalho, pela disponibilidade maior de dados, inclusive no que diz respeito a dados desagregados por participantes, foi possível realizar um estudo mais abrangente.

Umlauf (1993) constatou que, para o período analisado, o preço verificado no mercado secundário foi, na média, 1,71 ponto-base acima do preço médio dos leilões. No modelo, o autor utiliza como variável dependente a diferença entre o preço médio do papel emitido verificado no mercado secundário no dia seguinte e o preço médio do leilão<sup>6</sup>. Quanto às variáveis explicativas, devido à maior disponibilidade de dados, Umlauf (1993) utilizou uma quantidade de variáveis maior do que Cammack (1991) e Jegadeesh (1993). Para medir aquilo que chamou de risco de revenda e dispersão de informação, Umlauf (1993) utilizou como *proxy* a variância, nos cinco dias que antecedem o leilão (incluindo o dia do próprio leilão), do preço do título obtido descontando o valor nominal pela taxa de empréstimo *overnight*. Diferentemente de Cammack (1991) e Jegadeesh (1993), o número de participantes (competitivos) não foi escolhido como *proxy* do nível de competitividade. A variação desse número, segundo o autor, deve-se a entrada e saída do leilão de pequenos participantes presumidamente pouco informados. O valor previsto pelo autor para a relação dessa variável com a variável dependente foi zero<sup>7</sup>. Portanto o objetivo da inclusão dessa variável foi testar essa hipótese. Como *proxy* do nível de competitividade foi utilizada a variância ponderada dos lances vencedores do leilão<sup>8</sup>. A quantidade de papéis ofertados no leilão foi utilizada como variável explicativa para testar a hipótese de que leilões maiores desestimulam colusão entre os participantes. Segundo o autor, uma relação negativa entre essa variável e a variável dependente confirmaria a hipótese de que leilões maiores tenderiam a romper as colúses<sup>9</sup>. Por fim, foi incluída como variável explicativa a razão entre a quantidade pré-estabelecida como limite para os lances não-competitivos e a quantidade total ofertada no leilão (a soma das quantidades destinadas a lances competitivos e não-competitivos).

Utilizando o método de mínimos quadrados ordinários, Umlauf (1993) estimou o modelo considerando todos os participantes do leilão, considerando apenas os participantes

---

<sup>6</sup> Para o período analisado pelo autor, os participantes tinham como limite para entrar com suas propostas no leilão o horário de 13h30 da terça-feira, sendo o resultado final divulgado pelo tesouro mexicano apenas na quarta-feira de manhã. Por isso foi utilizado no cálculo da variável dependente o preço médio do mercado secundário do dia seguinte.

<sup>7</sup> Tal previsão se apoiou em Englebrecht-Wiggans, Milgrom e Weber (1983), cujo modelo divide os participantes em informados e não-informados.

<sup>8</sup> Segundo o autor, além do efeito mencionado no presente texto da dispersão do nível de competitividade no leilão, uma maior dispersão de opinião sugere falha na tentativa de coordenar preços de um eventual cartel.

<sup>9</sup> Durante o período analisado, segundo o autor, existia um cartel compreendendo os seis maiores participantes dos leilões do Tesouro mexicano.

pertencentes ao suposto cartel e considerando apenas o grupo restante. Foi encontrada uma relação positiva e significativa entre a variável correspondente ao risco de revenda e dispersão de informação e a variável dependente, conforme previsto. Entretanto, o coeficiente do número de participantes do leilão, presumidamente igual a zero, foi positivo e significativo em toda a amostra<sup>10</sup>. O coeficiente da variância dos lances feitos foi negativo e insignificante, contrariando a hipótese de colusão feita pelo autor<sup>11</sup>. O coeficiente da quantidade ofertada também se mostrou insignificante, sugerindo que o tamanho do leilão não teria influência sobre a manutenção ou não de uma suposta colusão. Finalmente, o coeficiente relativo à razão entre a quantidade pré-estabelecida como limite para os lances não-competitivos e a quantidade total ofertada no leilão se mostrou insignificante, sugerindo, segundo o autor, que as decisões do tesouro mexicano sobre os limites das emissões para lances não-competitivos se mostraram eficientes ao longo do período analisado.

Hamao e Jegadeesh (1998) testaram conceitos teóricos em um estudo empírico o qual analisam os leilões de títulos de dez anos do governo japonês ocorridos entre abril de 1989 e novembro de 1995. Para o período analisado, os preços verificados no mercado secundário não foram estatisticamente diferentes dos preços médios verificados nos leilões.

A variável dependente do modelo estimado pelos autores foi calculada da seguinte maneira:  $\delta_t = \Delta P_t^a - \Delta P_t^c$ , em que  $\Delta P_t^a$  é a variação percentual entre o preço médio verificado no leilão até o preço de fechamento do título no mercado secundário no momento t e  $\Delta P_t^c$  é a variação percentual média de três títulos com maturação semelhante ao título emitido no leilão entre o dia do leilão e o momento t.

Como variáveis explicativas Hamao e Jegadeesh (1998) escolheram a razão entre o total demandado e o total vendido como *proxy* do nível de competitividade e a diferença entre o preço médio e o menor lance aceito no leilão como *proxy* do nível de dispersão de opinião. Utilizando essas duas variáveis explicativas básicas os autores rodaram duas regressões. Em uma delas incluíram a fração da quantidade vendida no leilão para os quatro maiores bancos de investimento japoneses e em outra a fração vendida para os quatro maiores bancos de investimento dos Estados Unidos. O objetivo da inclusão dessas variáveis foi testar a hipótese de que um grupo era mais informado do que o outro.

---

<sup>10</sup> Para o grupo formado pelos integrantes do cartel e o formado pelo restante dos participantes, a variável não se mostrou significativa. O autor estimou o modelo substituindo essa variável pela razão entre o número de participantes e a quantidade ofertada, que o autor reconhece que pode ser considerada como uma *proxy* melhor do nível de competitividade. No entanto, os coeficientes também foram insignificantes.

<sup>11</sup> Ressalta-se que nos outros modelos apresentados aqui, a variável dispersão de opinião difere do nível de competitividade e seu coeficiente esperado é, assim como o encontrado pelo autor, negativo.



No que diz respeito às duas variáveis explicativas básicas, os resultados mostraram que o coeficiente de ambas não foi significativamente diferente de zero. Segundo os autores, tal resultado sugeriria que o número de participantes dos leilões japoneses é grande o suficiente a ponto de aproximar-se do caso limite no qual há infinitos participantes (concorrência perfeita). Tal hipótese estaria ainda de acordo com o fato de que os lucros encontrados nos leilões japoneses não se mostraram significativamente diferentes de zero.

Quanto às outras duas variáveis explicativas, o coeficiente referente aos bancos japoneses mostrou-se seguramente negativo, enquanto o coeficiente referente aos bancos americanos mostrou-se seguramente positivo. Segundo os autores, tal resultado sugere que, no período analisado, os bancos americanos eram mais bem informados e competentes no que diz respeito à correta precificação dos títulos japoneses. Sendo assim, os lucros tendiam a ser maiores quando esse grupo comprava mais papéis em um determinado leilão.

Entretanto, Hamao e Jegadeesh (1993) discutem que tais hipóteses testadas partem do pressuposto de que os leilões de títulos japoneses são do tipo valor comum. Se considerada a hipótese de valor privado para os leilões analisados, os resultados obtidos fariam mais sentido. Como ressaltado pelos autores, a postura mais agressiva dos bancos japoneses ao fazerem seus lances poderia simplesmente ser reflexo de sua maior habilidade em revender os títulos comprados nos leilões. Além disso, no caso analisado, segundo os autores, os bancos japoneses também submetiam lances no leilão em nome de seus clientes, sendo o valor dos lances e as quantidades definidos, portanto, por terceiros. Enquanto os bancos de investimento normalmente têm o objetivo de revender os papéis comprados no leilão, o horizonte de investimento dos clientes pode ser mais longo, tornando o preço pago no leilão menos importante quando comparado aos preços verificados no mercado secundário<sup>12</sup>.

---

<sup>12</sup> Hamao e Jegadeesh (1993) ainda analisaram a existência de correlação entre a proporção do leilão vencida por um dos quatro maiores bancos japoneses e a proporção vencida pelos outros três bancos compatriotas. Tal correlação mostrou-se significativamente positiva para os quatro bancos japoneses. Ao repetir a mesma análise para os quatro maiores bancos americanos, os dados mostraram, entretanto, que para nenhum deles essa correlação se mostrou estatisticamente diferente de zero.

### 3 – Funcionamento dos leilões do Tesouro Nacional e metodologia utilizada

Os papéis pré-fixados atualmente emitidos pelo Tesouro Nacional sob a forma de leilão são as Letras do Tesouro Nacional – LTN e as Notas do Tesouro Nacional, série F – NTN-F. Quanto ao primeiro, trata-se de um papel do tipo *bullet*, ou seja, sem pagamento de cupom e com rendimento definido pelo deságio sobre o seu valor nominal. Quanto ao segundo, trata-se de papel com pagamento de cupom, semestralmente, e com rendimento também definido pelo deságio sobre o valor nominal. O valor nominal de ambos os papéis é de R\$ 1.000,00.

Os leilões de papéis pré-fixados são realizados pelo Tesouro Nacional semanalmente. Usualmente, esses leilões ocorrem às quintas-feiras, com emissão e liquidação dos papéis leiloados na sexta-feira<sup>13</sup>, ou seja, um dia útil depois, mesmo prazo utilizado como padrão para liquidação no mercado secundário.

Os leilões são anunciados por meio de portaria do Tesouro Nacional, normalmente divulgada na véspera ou na manhã do dia do leilão. Nela, constam dados como o tipo do papel a ser emitido e seus respectivos vencimentos, taxa de juros (no caso das NTN-F) e a quantidade ofertada<sup>14</sup>. Podem participar dos leilões de pré-fixados as instituições registradas no Sistema Especial de Liquidação e Custódia – SELIC, do Banco Central do Brasil. Cada participante pode propor até cinco lances para cada um dos títulos ofertados (conforme definido também na portaria), sendo que os lances são feitos na forma de preço unitário com seis casas decimais.

Os leilões de títulos pré-fixados são do tipo discriminatório, ou seja, cada participante que tiver um lance aceito no leilão paga o valor do lance que fez. A emissão é limitada ao montante ofertado, podendo o Tesouro Nacional, entretanto, vender a quantidade que achar mais conveniente até esse limite. A mesa de operações do Tesouro Nacional, para auxiliá-lo na

---

<sup>13</sup> Excepcionalmente, quando da ocorrência de feriados ou algum outro evento importante no mercado, os leilões tradicionais do Tesouro Nacional ocorrem em outros dias da semana que não a quinta-feira. A liquidação, entretanto, foi sempre no dia útil seguinte ao leilão para todo os leilões ocorridos no período analisado.

<sup>14</sup> No início de cada mês, o Tesouro Nacional divulga um cronograma no qual constam todos os leilões a serem realizados ao longo do mês, passível de mudanças a seu critério de acordo com as condições de mercado. Constam também os papéis e os vencimentos a serem ofertados em cada um deles. Além disso, é estabelecido um limite máximo total, em termos de volume financeiro, dos papéis a serem emitidos durante o mês. Sendo assim, na prática, a principal informação constante na portaria é o tamanho do lote a ser ofertado.

definição do tamanho do lote do leilão, entra em contato regularmente com as instituições financeiras *dealers*<sup>15</sup> para prospecção de demanda.

O horário de acolhimento das propostas das instituições ocorre de 12h00 às 13h00, sendo que não há limite máximo definido para a quantidade vendida para cada instituição. Sendo assim, as instituições podem demandar a quantidade que quiserem e é possível que apenas uma instituição compre o lote inteiro ofertado<sup>16</sup>.

O resultado do leilão é divulgado pelo Tesouro Nacional no dia do leilão, a partir de 14h30. Nesse resultado constam dados como quantidade vendida, a taxa de corte, a taxa média do total vendido e a taxa máxima do leilão. Nele todos os dados referentes aos preços do leilão são informados no formato de taxa, com quatro casas decimais. Outros dados relativos ao leilão, como a taxa mínima e a relação demanda sobre oferta, são divulgados apenas quando da publicação do Relatório Mensal da Dívida Pública Federal, o que ocorre usualmente na segunda quinzena do mês subsequente ao mês a que se refere o relatório.

Para o presente trabalho, fez-se a escolha de analisar os leilões dos vencimentos mais longos de cada um dos dois papéis pré-fixados. No que diz respeito à LTN, o vencimento mais longo possui prazo em geral próximo à 24 meses. Os vencimentos das LTN são sempre no início de cada trimestre (1º de janeiro, abril, julho e outubro) e periodicamente o Tesouro Nacional muda o vencimento do papel mais longo ofertado com vistas a manter o prazo médio em torno dos 24 meses mencionado. Quanto às NTN-F, o vencimento mais longo ofertado atualmente corresponde ao *benchmark* de 10 anos.

Todos os dados referentes ao leilão, como preços médio, mínimo e máximo, quantidade ofertada e demanda, foram obtidos diretamente do site do Tesouro Nacional. Os dados referentes ao mercado secundário foram obtidos junto ao provedor de dados Bloomberg. Os dados referentes ao mercado secundário foram obtidos na forma de preço unitário – PU, tendo sido necessária a conversão dos dados do Tesouro Nacional da forma de taxa para a forma de PU para a análise. Tal conversão foi feita conforme a “Metodologia de cálculo dos títulos públicos federais

---

<sup>15</sup> O Tesouro Nacional possui dois tipos de *dealers*, primários e especialistas. Enquanto o primeiro grupo é voltado para os leilões primários e operações de mercado aberto, o segundo grupo é focado no mercado secundário, sendo nesse caso cada instituição *dealer* responsável pela negociação de papéis específicos previamente estabelecidos. Como benefício da função de *dealer* as instituições possuem o direito de participar da operação especial do Tesouro Nacional (2ª volta do leilão). A operação especial ocorre quando o lote ofertado é inteiramente vendido, sendo oferecida aos *dealers* um lote adicional (correspondente a uma fração do lote original) pelo preço médio vendido na 1ª volta.

<sup>16</sup> É usual em outros países a existência de um limite para a quantidade demandada por cada participante. Nos Estados Unidos, por exemplo, esse limite atualmente é de 35% do total emitido.

ofertados nos leilões primários”, que se encontra disponível também no site do Tesouro Nacional. No anexo I encontra-se a metodologia de cálculo do PU referente às LTN e às NTN-F.

No caso das LTN, a escolha do período analisado deveu-se primordialmente à disponibilidade dos dados referentes ao mercado secundário, obtidos junto à Bloomberg, visto que o Tesouro Nacional mantém um banco de dados que permitiria a análise de um período maior. Sendo assim, o período analisado compreendeu de 1º de junho de 2006, data do leilão mais antigo para o qual havia dado do mercado secundário disponível, a 30 de abril de 2009, totalizando 143 leilões realizados. Ao longo desse período, a LTN longa foi representada por sete vencimentos diferentes, sendo a troca do vencimento mais longo emitido feita em média a cada cinco meses.

No que diz respeito aos leilões de NTN-F, o Tesouro Nacional emitiu pela primeira vez um *benchmark* de 10 anos em janeiro de 2007<sup>17</sup>, correspondente a NTN-F com vencimento em 1º de janeiro de 2017, não tendo havido nenhuma troca de vencimento até o presente momento. Neste caso, como não houve restrição quanto à disponibilidade dos dados, o período analisado vai de 11 de janeiro de 2007 até 29 de maio de 2009, durante o qual foram realizados 106 leilões.

Foram excluídos da amostra todos os leilões nos quais a quantidade vendida foi igual a zero, por inviabilizar a análise, visto que nesse caso não há dados relativos aos preços verificados no leilão. No caso das LTN, não foi possível utilizar os dados dos leilões nos quais houve troca de vencimento, visto que, nesse caso, quando ocorre uma emissão de um vencimento pela primeira vez, não há dados disponíveis ainda no mercado secundário. Pelo mesmo motivo, não puderam ser incluídos na amostra os dados referentes ao primeiro leilão da NTN-F 2017, que ocorreu no dia 04 de janeiro de 2007. Também foram excluídos da amostra dos leilões de NTN-F três leilões de venda realizados simultaneamente a leilões de compra nos dias 23, 24 e 29 de outubro de 2008. Tais leilões foram realizados pelo Tesouro Nacional com o objetivo de promover parâmetros de preços aos participantes do mercado financeiro (fato que não vinha ocorrendo à época devido às condições vigentes no mercado) e, portanto, foram considerados atípicos e não significativos para o estudo em questão. Além disso, algumas observações foram perdidas por falta de cotação no dia para o papel no mercado secundário.

No total, foram excluídos 13 leilões dentre os leilões de LTN longa realizados no período analisado e 24 leilões dentre os leilões referentes à NTN-F com vencimento em 2017.

---

<sup>17</sup> Antes disso, o vencimento mais longo entre as NTN-F emitido foi a NTN-F com vencimento em 1º de janeiro de 2014. Apesar de também haver dados disponíveis para esse papel, não considerou-se incluí-lo na amostra dos dados, visto que ele foi emitido em um outro contexto no que diz respeito à emissão de papéis pré-fixados de prazo mais longo.

Sendo assim, o número de observações de cada uma das amostras foi, respectivamente, 130 e 82.

### 3.1 – O modelo

Para a análise feita no presente trabalho, estimou-se um modelo nos moldes dos quatro modelos tomados como base apresentados acima. Os modelos, como visto, consistem basicamente de uma variável dependente que relaciona o preço médio verificado no leilão a uma referência de preço do mercado secundário e de variáveis explicativas que representam o nível de competitividade e de dispersão de opinião entre os participantes (incerteza). Para a escolha das variáveis foram levadas em conta tanto a adequação ao caso brasileiro como a disponibilidade de dados.

Como *proxy* do nível de competitividade (*DEMANDA/OFERTA*), seguindo a literatura, inicialmente foi escolhida a razão da quantidade demandada sobre a quantidade ofertada, como fez Jegadeesh (1993)<sup>18</sup>. Em seguida, foi utilizada em seu lugar a razão da quantidade demandada sobre a quantidade vendida (*DEMANDA/VENDIDO*), assim como Hamao e Kegadeesh (1998).

No caso da variável explicativa relativa à dispersão de opinião entre os participantes, foi utilizada, inicialmente, a diferença entre o preço médio aceito no leilão e o preço mínimo aceito (*INCERTEZA 1*), como Cammack (1991) e Hamao e Jegadeesh (1998). Em seguida, utilizou-se em seu lugar a diferença entre os preços máximo e mínimo aceitos no leilão (*INCERTEZA 2*)<sup>19</sup>, como fez Jegadeesh (1993).

Para calcular a variável dependente (*VD*), foi utilizada a diferença entre o preço médio de fechamento do papel no mercado secundário no dia do leilão e o preço médio das propostas aceitas no leilão<sup>20</sup>. A escolha do preço verificado no mesmo dia do leilão deveu-se ao fato de que o resultado do leilão é divulgado pelo Tesouro Nacional uma hora e meia após a sua realização, dando tempo aos agentes do mercado de realizarem os seus movimentos de acordo com o resultado ainda no mesmo dia, antes do fechamento do mercado secundário. Apesar disso,

---

<sup>18</sup> Jegadeesh (1993), entretanto, utilizou a razão do valor financeiro, e não da quantidade.

<sup>19</sup> Essas diferenças foram calculadas em termos percentuais, para normalização, visto que, como o rendimento do papel é calculado como deságio sobre o valor nominal, com o passar do tempo, quanto mais próximo do vencimento, mais próximo de R\$ 1.000,00 fica o preço do papel.

<sup>20</sup> Pelo mesmo motivo, essa diferença também foi calculada em termos percentuais.

supõe-se que esse tempo (entre a divulgação do resultado e o fechamento do mercado secundário) é suficientemente curto para que as variações nos preços dos papéis se dêem predominantemente devido ao recém divulgado resultado do leilão. Dessa forma, não foi considerada necessária a expurgação de nenhum componente da oscilação do preço, relativa a oscilações da taxa de juros ou do mercado em geral, como fizeram Jegadeesh (1993) e Hamao e Jegadeesh (1998).

## 4 – Resultados

### 4.1 – LTN longa

No que diz respeito às LTN longas, a tabela I a seguir traz um resumo das estatísticas referentes aos 130 leilões que compõem a amostra do período analisado, que compreende junho de 2006 e abril de 2009.

Tabela I – Resumo das estatísticas dos leilões de LTN longa do Tesouro Nacional (06/2006 – 04/2009)

<b>Variável</b>	<b>Média</b>	<b>Desvio Padrão</b>	<b>Mínimo</b>	<b>Máximo</b>
<b>VD</b>	-0.0429623	0.1131638	-0.4019640	0.2961190
<b>DEMANDA OFERTA</b>	1.9151240	0.6557686	0.3333300	3.8176000
<b>DEMANDA VENDIDO</b>	2.1233690	1.1305580	0.5340000	12.7620000
<b>INCERTEZA 1</b>	0.0156159	0.1297460	0.0000000	0.7976500
<b>INCERTEZA 2</b>	0.0462062	0.0345611	0.0000000	0.2182848

Fonte: Secretaria do Tesouro Nacional. Cálculos feitos pelo autor.

Contrariando o previsto pela teoria, para o período analisado, os preços verificados no mercado secundário foram, na média, 0,043% inferiores aos preços médios verificados nas emissões primárias do Tesouro Nacional, tendo esse valor negativo da diferença entre as duas referências se mostrado estatisticamente significativo a um nível de confiança de 1%.

Entretanto, dada a complexidade do mercado secundário de títulos públicos brasileiro, principalmente no que diz respeito aos papéis pré-fixados, esse resultado não deve ser analisado diretamente. Isso ocorre porque, no mercado secundário, as LTN não são, normalmente, negociadas de maneira separada (ou, utilizando a expressão comum no mercado, não são negociadas “secas”). Ao se negociar uma LTN, negocia-se junto, de maneira automática, um contrato de DI futuro, compondo aquilo que se chama de LTN casada, o que acaba por criar um papel pós-fixado (conhecido como LFT sintética). Sendo assim, quando se negocia uma LTN casada no mercado secundário, a referência é o *spread* da taxa da LTN sobre o DI.

Apesar de existir um mercado líquido para negociar os contratos de DI futuros separadamente, o mesmo não ocorre com as LTN secas, cujo mercado secundário possui baixa liquidez. Sendo assim, a taxa da LTN seca é calculada apenas indiretamente, como a soma do *spread* da LTN casada com a taxa do DI. Movimentos de venda e compra de LTN casada se refletem em abertura e fechamento do *spread*, respectivamente, e esse movimento do *spread* se reflete na taxa da LTN seca. O DI, por possuir mercado próprio, não tende a mudar com mudanças no *spread*. Da mesma forma, mudanças no DI tendem a provocar mudanças nas taxas das LTN secas, pois não afetam o *spread*, o que requer um ajuste da taxa da LTN seca para que o *spread* não varie.

Sendo assim, ao comprar LTN em leilão do Tesouro Nacional, apesar de existir a possibilidade de o investidor manter a LTN seca em sua carteira, normalmente isso não ocorre, pois a menos que haja motivos bastante específicos, não é de seu interesse possuir um ativo com tão pouca liquidez. Portanto, excluindo essa possibilidade, o indivíduo que compra LTN no leilão tem as opções de ou comprar também DI, criando assim uma LTN casada, ou, após o leilão, vender a LTN juntamente com DI, vendendo uma LTN casada. Se muitos optarem pela primeira opção após o leilão, pode ocorrer uma abertura da taxa do DI, o que, conforme explicado acima, tende a provocar uma abertura também na taxa da LTN seca, com conseqüente queda no seu preço. No segundo caso, um movimento grande de venda de LTN casada pode induzir a um aumento nos *spreads*, o que também tenderia a ser refletido num aumento da taxa da LTN seca, diminuindo o seu preço.

Os movimentos explicados acima mostram o porquê do cuidado ao se analisar o resultado da tabela I. O fato de os preços do mercado secundário serem, na média, menores do que os preços médios verificados nos leilões não quer dizer que os participantes não levem em conta a maldição do vencedor ao fazerem os seus lances. Tal fato pode ser apenas conseqüência das operações descritas acima realizadas no mercado após o leilão.

Mas, da mesma forma que esses movimentos citados, existem outros pontos relevantes que merecem menção. Por exemplo, assim como é possível que o investidor compre o DI após o leilão para criar a LTN casada, é possível também que ele compre o DI antes do leilão. Nesse caso, a referência para o preço que ele estaria disposto a pagar no leilão do Tesouro Nacional passa a ser a taxa do DI que ele já comprou e não mais o mercado secundário.

Outra hipótese a ser considerada é a possibilidade de uma instituição participar do leilão com o intuito principal de se tornar *dealer* ou se manter nessa condição para poder exercer a



opção de participar das operações especiais do Tesouro Nacional, quando terão o direito de adquirir parte do lote ofertado pelo preço médio vendido. Dependendo do movimento do mercado após o leilão, essa pode se tornar uma opção bastante lucrativa, o que é o objetivo do Tesouro Nacional ao realizar esse tipo de operação, qual seja, oferecer aos *dealers* uma contrapartida pela atuação que têm no mercado secundário, o que dá mais liquidez para os títulos públicos.

Ainda com respeito à tabela I, percebe-se que, em média, o total vendido aproximou-se do total ofertado para o período analisado. Enquanto a razão entre o total vendido e o total demandado foi um pouco superior a 2, a razão entre o total demandado e o total ofertado foi um pouco abaixo desse valor. Isso significa que, do total ofertado no período, foi vendido aproximadamente 90%. Em 105 dos 130 leilões que compõem a amostra o lote ofertado foi inteiramente vendido (lembrando que essa amostra exclui os leilões em que a quantidade vendida foi igual a zero, fato ocorrido em quatro leilões).

Analisando-se as duas variáveis referentes à dispersão de opinião, nota-se que, na média, o preço médio do total vendido no leilão está mais próximo do preço mínimo aceito, o que leva a crer que os lances feitos tendem a se concentrar mais nesse patamar, próximo ao preço de corte.

Passando para os resultados da estimação do modelo em si, foi rodada uma regressão pelo método de mínimos quadrados ordinários, seguindo o rigor econométrico presente na literatura. Seguem na tabela II os resultados. Entre parênteses, abaixo dos coeficientes, estão os valores-p.

Tabela II – Regressão referente aos leilões de LTN longa do Tesouro Nacional (06/2006 – 04/2009). Variáveis explicativas: *DEMANDA/OFERTA* e *INCERTEZA 1*.

<i>DEMANDA/OFERTA</i>	<i>INCERTEZA 1</i>
-0.0201746 (0.007)	0.1695593 (0.819)
<i>Número de observações</i>	130
<i>R<sup>2</sup></i>	0.1011
<i>P-valor do teste Breusch-Pagan/Cook-Weisberg para detectar heteroscedasticidade</i>	0.0570
<i>P-valor do teste Breusch-Godfrey LM para detectar autocorrelação</i>	0.4498
P-valores entre parentêses.	

Fonte: Bloomberg e Secretaria do Tesouro Nacional. Cálculos feitos pelo autor

O coeficiente referente à *proxy* do nível de competitividade do leilão, representado aqui pela razão entre a quantidade demandada e a quantidade ofertada, mostrou-se significativo e apresentou o sinal negativo previsto pela teoria. Isso significa que, de fato, um maior nível de competitividade no leilão se reflete em lances mais competitivos feitos pelos participantes. O coeficiente da variável nos mostra que um aumento de uma unidade da razão demanda sobre oferta faz com que, aproximadamente, os lances feitos pelos participantes do leilão sejam aproximadamente dois pontos-base superiores. Esse resultado mostra a relevância da escolha adequada do lote a ser ofertado no leilão.

Entretanto, o coeficiente referente à medida de dispersão de opinião entre os participantes, *INCERTEZA 1*, não se mostrou significativo. Essa variável, como dito acima, corresponde à diferença entre o preço médio e o preço mínimo aceitos no leilão. Uma possível explicação para ela não ter se mostrado significativa seria consequência das regras dos leilões do Tesouro Nacional permitirem que os participantes façam lances sem que haja restrição alguma quanto à quantidade vendida para cada um deles. Assim, como já foi dito, é possível que apenas um participante compre o lote inteiro do leilão. Nesse caso, os preços médio, máximo e de corte

serão todos iguais e, conseqüentemente, a variável assumirá o valor zero, o que não quer dizer que não haja dispersão de opinião entre os participantes. Do total de 130 leilões analisados, em 11 deles a variável apresentou valor igual a zero, ou seja, em aproximadamente 8,5% dos casos, o que não permite descartar a hipótese de que apenas uma instituição foi responsável por comprar o lote inteiro ofertado nesses leilões. Sendo assim, há chances dessa variável subestimar o real valor da dispersão de opinião entre os participantes. Quando apenas uma pequena quantidade de lances são aceitos, é possível que eles não sejam uma amostra representativa para servir como referência para se medir a dispersão de opinião do mercado a respeito do preço do papel leiloadado.

Em seguida, estimou-se o mesmo modelo, utilizando-se, entretanto, como *proxy* do nível de competitividade a razão entre o total demandado e o total vendido. Os resultados seguem na tabela III abaixo.

Tabela III – Regressão referente aos leilões de LTN longa do Tesouro Nacional (06/2006 – 04/2009). Variáveis explicativas: *DEMANDA/VENDIDO* e *INCERTEZA 1*.

<i>DEMANDA/VENDIDO</i>	<i>INCERTEZA 1</i>
-0.0115760 (0.043)	-0.4115774 (0.540)
<i>Número de observações</i>	130
<i>R2</i>	0.0790
<i>P-valor do teste Breusch-Pagan/Cook-Weisberg para detectar heteroscedasticidade</i>	0.8722
<i>P-valor do teste Breusch-Godfrey LM para detectar autocorrelação</i>	0.5429
P-valores entre parentêses.	

Fonte: Bloomberg e Secretaria do Tesouro Nacional. Cálculos feitos pelo autor

Assim como na estimação anterior, a variável referente ao nível de competitividade mostrou-se significativa, enquanto a variável referente ao nível de dispersão de opinião entre os

participantes não. Entretanto, em uma análise minuciosa, aparentemente, o primeiro modelo está melhor ajustado e a variável *proxy* da competitividade parece estar melhor definida, com um nível de significância maior. Uma comparação entre os dois resultados mostra que o efeito sobre a variável dependente é maior quando se usa a quantidade ofertada no lugar da quantidade vendida. Isso pode ser mais um argumento para corroborar a hipótese de que a escolha do lote a ser ofertado é um dos determinantes do nível de competitividade em que os participantes fazem os seus lances. Em outras palavras, não seria suficiente para o Tesouro Nacional utilizar a sua prerrogativa de poder cortar o lote como quiser e vender apenas a quantidade que lhe for mais conveniente. Como exemplo ilustrativo, isso quer dizer que, em um determinado leilão, ao vender 500 mil papéis tendo-se ofertado 1 milhão de papéis, os preços são menos competitivos do que teriam sido caso tivesse sido vendido os mesmos 500 mil papéis mas o lote tivesse sido igualmente de 500 mil papéis.

Quanto à estimação utilizando-se a variável *INCERTEZA 2* no lugar da variável *INCERTEZA 1*, os resultados obtidos não se mostraram significativamente diferentes e por isso não serão reportados aqui. Nesse caso, supõe-se que o mesmo problema ocorrido com a variável *INCERTEZA 1*, o da subestimação do real nível de dispersão de opinião verificado no leilão explicado acima, também tenha ocorrido com a variável *INCERTEZA 2*.

#### 4.2 – NTN-F 2017

Seguem abaixo, na tabela IV, o resumo descritivo dos dados referentes à amostra composta por 82 leilões de NTN-F 2017 ocorridos entre janeiro de 2007 e maio de 2009:

Tabela IV – Resumo das estatísticas dos leilões de NTN-F 2017 do Tesouro Nacional (01/2007 – 05/2009).

<i>Variável</i>	<b>Média</b>	<b>Desvio Padrão</b>	<b>Mínimo</b>	<b>Máximo</b>
<b>VD</b>	-0.0210859	0.3478737	-0.7614096	0.8539349
<b>DEMANDA OFERTA</b>	1.7205990	0.9342915	0.1740000	5.5070000
<b>DEMANDA VENDIDO</b>	2.1214300	0.8931427	1.0000000	5.5070000
<b>INCERTEZA 1</b>	0.1059567	0.0974047	0.0000000	0.4611407
<b>INCERTEZA 2</b>	0.3016279	0.2122498	0.0000000	0.8406543

Fonte: Secretaria do Tesouro Nacional. Cálculos feitos pelo autor.

Assim como ocorrido nos leilões de LTN longa, nos leilões de NTN-F 2017 verificou-se que, na média, os preços verificados no mercado secundário foram inferiores aos preços médios verificados nos leilões. Os preços do mercado secundário foram, na média, 0,021% inferiores. Entretanto, essa diferença não se mostrou significativamente diferente de zero para um nível de confiança de 1%.

Nesse caso, ao contrário do que ocorre com a negociação das LTN, as NTN-F são negociadas separadamente no mercado secundário. Apesar de também ocorrer de os investidores casarem a compra do papel com o DI, esse caso ocorre com frequência menor e o papel possui liquidez própria quando negociado sozinho no mercado secundário. Além disso, esse tipo de operação casada, apesar de mais rara para esse tipo de papel, ocorre principalmente nas negociações de NTN-F mais curtas, e não com a NTN-F 2017, que é um papel mais longo e possui particularidades mesmo dentro dessa classe de papel.

Sendo assim, o preço do mercado secundário pode ser tomado diretamente como referência para o modelo analisado no presente trabalho. Entretanto, o mesmo não pode ser dito caso queira ser feita alguma análise no que diz respeito aos participantes levarem em conta ou não a maldição do vencedor ao fazerem os seus lances.

Comparado com o mercado secundário de LTN, o mercado secundário de NTN-F 2017 possui uma liquidez consideravelmente menor. Os referenciais de preços do mercado secundário, *bid* e *ask*, costumam ser para negócios, em geral, de no máximo 10 mil papéis. Enquanto isso, nos leilões do Tesouro Nacional o volume vendido é bem maior do que isso. No período analisado, o volume médio ofertado pelo Tesouro foi de pouco mais de 320 mil papéis por leilão, enquanto que o volume médio vendido se aproximou de 270 mil papéis por leilão. Portanto, o indivíduo tem a oportunidade de comprar diretamente nos leilões do Tesouro Nacional um volume que, no mercado secundário, não é usualmente negociado.

Em resumo, os preços negociados no mercado secundário podem não ser um referencial apurado para se fazer uma inferência sobre a magnitude da diferença que apresentam em relação aos preços negociados nos leilões. Entretanto, podem servir como referência no modelo analisado se, sabendo que volumes maiores negociados no mercado secundário implicam em um ajuste dos preços, que se referem a lotes menores, considerarmos que esse ajuste tende a se manter estável ao longo do tempo. Desta forma, os efeitos da dispersão de opinião e do nível de competitividade poderiam ser captados pelo modelo mesmo assim.

Estimou-se o modelo para os leilões de NTN-F 2017 para o período analisado, de janeiro de 2007 a maio de 2009, cujos resultados são apresentados na tabela V abaixo.

Tabela V – Regressão referente aos leilões de LTN longa do Tesouro Nacional (06/2006 – 04/2009). Variáveis explicativas: *DEMANDA/OFERTA* e *INCERTEZA 1*.

<i>DEMANDA/VENDIDO</i>	<i>INCERTEZA 1</i>
-0.0013518 (0.957)	-0.2904829 (0.398)
<i>Número de observações</i>	82
<i>R2</i>	0.0157
<i>P-valor do teste Breusch-Pagan/Cook-Weisberg para detectar heteroscedasticidade</i>	0.6178
<i>P-valor do teste Breusch-Godfrey LM para detectar autocorrelação</i>	0.9328
P-valores entre parentêses.	

Fonte: Bloomberg e Secretaria do Tesouro Nacional. Cálculos feitos pelo autor

Os resultados mostraram que, no caso dos leilões de NTN-F 2017, nenhuma das duas variáveis mostrou-se estatisticamente significativa. Foram rodados outros modelos, substituindo-se a variável *proxy* do nível de competitividade pela razão entre o total demandado e o total ofertado e a variável *INCERTEZA 1* pela variável *INCERTEZA 2*. Os resultados mostraram-se bastante similares, não tendo nenhuma das variáveis se mostrado significativa e, portanto, não serão reportados aqui.

No caso da variável referente à dispersão de opinião, provavelmente o problema ocorrido nesse caso foi o mesmo ocorrido no caso da regressão rodada com os dados referentes aos leilões de LTN. Como as regras do leilão de NTN-F são iguais às do leilão de LTN, também aqui é possível que a variável subestime o real valor da dispersão de opinião entre os

participantes. Do total de 82 leilões que compõem a amostra, em 11 deles a variável assumiu valor igual a zero, o que corresponde a aproximadamente 13,4%.

No que diz respeito à variável referente ao nível de competitividade, o fato de ela não ter se mostrado significativa, como ocorreu no caso dos leilões de LTN, indica que é possível que os preços que os participantes se dispõem a pagar pelo papel no leilão não é afetado pelo tamanho do lote ofertado.

Uma possível explicação para tal ocorrência seria o fato de que a NTN-F 2017 é um papel bastante demandado por investidores estrangeiros, que tendem a carregar esse papel até o vencimento. Dessa forma, o custo de oportunidade para esses investidores é outro. Assim, uma hipótese é a de que mais importante é o *timing* do leilão, o qual deve coincidir com uma janela para que o investidor possa participar do leilão. E, uma vez que a data do leilão coincide com um momento apropriado para o investidor, o mais importante para ele é conseguir comprar o papel de fato, mesmo que a preços menos competitivos.

O próprio fato mencionado acima de que o mercado de NTN-F 2017 possui uma liquidez menor (o que se explica também, em parte, devido à grande parcela dos investidores que carrega o papel até o vencimento) pode explicar o porquê de os investidores estarem menos preocupados com o preço que pagam pelo papel no leilão, não tendo importância na tomada de decisão deles o tamanho do lote ofertado. Como exemplo, ao longo do mês de maio de 2009, último mês do período analisado, o valor financeiro total de NTN-F 2017 vendido em leilões do Tesouro Nacional foi de aproximadamente R\$ 2,2 bilhões (incluindo as operações especiais de 2ª volta), enquanto no mercado secundário, no mesmo período, o volume financeiro negociado foi R\$ 393 milhões<sup>21</sup>. Em abril de 2009, esses valores foram, respectivamente, de R\$ 726 milhões e R\$ 196 milhões. Dessa forma, o investidor não tem a opção segura de comprar no mercado secundário o papel caso não consiga comprá-lo no leilão. Também conforme mencionado, os volumes dos lotes negociados no mercado secundário são menores, e não necessariamente o preço que o investidor pagará será menor do que os verificados no leilão.

Outro fato que merece menção é o fato de que, não raro, as instituições habilitadas a participar dos leilões, que servem de intermediárias entre os investidores estrangeiros e o Tesouro Nacional, negociaram uma operação antes mesmo do leilão com algum cliente de fora. Isso é possível dado que no mercado interno, o prazo de liquidação do papel, seja no leilão, seja

---

<sup>21</sup> Volume negociado em operações definitivas, segundo o Relatório Mensal da Dívida Pública Federal – maio/2009.

no mercado secundário, é de um dia útil, enquanto que muitas vezes, ao se negociar com clientes estrangeiros, esse prazo passa a ser de cinco dias úteis. Dessa forma, o intermediário pode negociar o papel a descoberto e, dependendo do dia em que o negócio foi fechado, ele tem até cinco dias para comprar o papel, esperando apenas a melhor oportunidade. Nesse caso, para esse intermediário, basta que o preço que ele pague no leilão seja inferior ao preço pelo qual vendeu o papel.

A partir dos argumentos utilizados na análise feita acima, poderia se inferir que existe uma demanda reprimida por NTN-F 2017 que não é satisfeita no leilão e que o mercado secundário não é um substituto tão próximo assim, visto que nem sempre é possível negociar nele o tanto desejado, dada sua liquidez menor, o que explicaria o porque do comportamento dos preços independentem do lote ofertado. Ressalta-se que essa demanda de NTN-F 2017 seria apenas ocasional, dependendo de conjuntura favorável para os investidores participarem do leilão e que, quando ela existe, o preço pago passa a ter uma importância menor para aquele que está comprando. Isso explicaria o porquê de o Tesouro Nacional não tomar a decisão de simplesmente aumentar os lotes ofertados, o que seria coerente caso realmente houvesse uma demanda reprimida regular visto que faz parte de sua estratégia aumentar a emissão desse papel, que é um papel pré-fixado e *benchmark* de 10 anos.



## 5 – Conclusão

O presente trabalho fez uma análise dos preços verificados nos leilões dos vencimentos mais longos dos papéis pré-fixados do Tesouro Nacional (LTN e NTN-F) e sua relação com os preços negociados no mercado secundário. Para os leilões de LTN, contrariando o previsto pela teoria, constatou-se que os preços do mercado secundário não são maiores do que os preços pelos quais os papéis são vendidos nos leilões. Porém, dadas as peculiaridades do mercado secundário de LTN, não se pode afirmar que a maldição do vencedor não é levada em conta pelos participantes ao fazerem os seus lances. No caso das NTN-F encontrou-se o mesmo resultado. Embora também não seja possível afirmar que não existe um viés para baixo nos lances feitos no leilão advindos da maldição do vencedor, tal conclusão se deve a outros motivos. Os pontos considerados levam a crer que o mercado secundário não é a melhor referência de preço (pelo menos não é a única) que os investidores que pretendem comprar os papéis no leilão do Tesouro Nacional consideram ao fazerem os seus lances.

A tentativa de avaliar a existência do efeito da maldição do vencedor nos leilões de títulos públicos para o caso brasileiro mostrou-se, portanto, insatisfatória. Entretanto, outras formas de medida que poderiam ser utilizadas, como, por exemplo, para o caso da LTN, a diferença entre o *spread* da LTN casada no momento do leilão e o *spread* verificado no final do dia, foram inviabilizadas pela indisponibilidade dos dados.

Ainda no que diz respeito ao viés para baixo previsto pela teoria nos lances feitos nos leilões de valor comum, merece nota o fato de que a teoria o considera como efeito apenas da maldição do vencedor. Há, entretanto, outros dois pontos que poderiam ser considerados e ficam como sugestão para novas pesquisas na área.

O primeiro é o fato de que cada participante faz o seu lance assumindo o compromisso de comprar os papéis caso ele seja aceito, mas tem que esperar até a divulgação do resultado do leilão para saber se terá ou não que desembolsar o dinheiro para tanto. No caso brasileiro, no qual a liquidação do leilão ocorre no dia seguinte e possui o prazo de um dia útil, igual às negociações equivalentes no mercado secundário, o indivíduo faz o seu lance até às 13h e fica sabendo do resultado do leilão apenas a partir de 14h30. Casos como esse sugerem que os participantes poderiam exigir um prêmio adicional no leilão para compensar o fato de não saberem de antemão se terão que, em um curto período de tempo (entre a divulgação do resultado do leilão e o fechamento do mercado secundário no dia), montar uma outra posição caso seus lances não tenham sido aceitos.

O segundo ponto diz respeito ao fato de que, durante essa espera pela divulgação do resultado, os participantes do leilão estão suscetíveis a oscilações do mercado, sem que seja possível retirar seu lance do leilão caso haja um movimento desfavorável para eles das taxas. Tal ponto também pode levar os participantes a demandarem um prêmio no leilão, visto que nesse caso o leiloeiro tem a vantagem de poder se beneficiar de movimentos de taxa no mercado que sejam desfavoráveis aos participantes do leilão.

No que diz respeito aos resultados do modelo estimado, a variável *INCERTEZA* não se mostrou significativa para nenhum dos dois papéis analisados. Como explicado, porém, é possível que tal resultado seja decorrente das regras adotadas pelo Tesouro Nacional nos seus leilões, que tornariam a variável utilizada um valor subestimado do real nível de dispersão de informação, comprometendo a análise.

Quanto à variável relativa ao nível de competitividade no leilão, no caso do modelo estimado para os leilões de LTN, esta se mostrou significativa e apresentou o sinal esperado, de acordo com o previsto pela teoria, mostrando que, de fato, um nível maior de competitividade esperado pelos participantes se reflete em lances mais agressivos, com conseqüentes taxas mais favoráveis ao Tesouro Nacional. No entanto, para o modelo estimado para as NTN-F tal variável não se mostrou significativa, o que sugere que os participantes dos leilões desse papel possuem outro custo de oportunidade que não o mercado secundário.

Com os resultados obtidos e as análises realizadas, o presente trabalho evidencia a idéia de que, tão importante quanto ter conhecimento da teoria de leilões, uma área de estudo privilegiada pela possibilidade de se testar os conceitos teóricos na prática, é ter conhecimento e levar em conta as características particulares de cada caso, visto que elas possuem grande influência no comportamento dos participantes do leilão. Portanto, apesar dos conceitos teóricos, as condições nas quais os leilões são realizados possuem fortes conseqüências sobre o resultado obtido no leilão.

Devido também a importância das características particulares e complexidade de cada caso, o estudo feito nesse trabalho possui o intuito tão somente de colaborar para um melhor entendimento dos determinantes dos preços e do comportamento dos participantes nos leilões de títulos públicos brasileiros, contribuindo para o debate sobre como melhor executar a estratégia de emissão de títulos públicos brasileiros. Sendo assim, os resultados e análise apresentados em nenhum momento possuem o objetivo de serem completos nem definitivos e sim de agregar ao debate.

## Referências bibliográficas

ANDIMA – Associação Nacional das Instituições do Mercado Financeiro: [www.andima.com.br](http://www.andima.com.br)

Ausubel, Lawrence M, 2004, “An efficient ascending-bid auction for multiple-objects”, American Economic Review 94, no. 5, 1452-1475.

Bikhchandani, Suchil e Chi-fu Huang, 1989, “Auctions with resale markets: a model of treasury bill auctions”, Review of Financial Studies, no. 2, 311-340.

Bloomberg

Cammack, Elizabeth, 1991, Evidence on bidding strategies and the information contained in treasury Bill auctions, Journal of Political Economy 99, 100-130.

Hamao, Yasushi e Narasimhan Jegadeesh, 1998, The Journal of Finance 53, no. 2, 755-772.

Jegadeesh, Narasimhan, 1993, Treasury auction bids and the Salomon squeeze, Journal of Finance 48, 1403-1419.

Klemperer, Paul, 2004, “Auctions: theory and practice”, Princeton University Press, New Jersey.

Krishna, Vijay, 2002, Auction Theory, Academic Press, San Diego.

Milgrom, Paul, 1979, A convergence theorem for competitive bidding with differential information, Econometrica 47, 679-688.

Milgrom, Paul, e Robert Weber, 1982, A theory of auctions an competitive bidding, Econometrica 50, 1089-1122.

Nyborg, Kjell, Kristian Rydqvist e Suresh Sundaresan, 2002, Bidder behaviour in multiunit auctions: evidence from Swedish Treasury auctions, Journal of Political Economy 110, no. 2, 394-424.

Reece, Douglas K., 1978, Competitive bidding for offshore petroleum leases, Bell Journal of Economics 9, 369-384.

Secretaria do Tesouro Nacional: [www.tesouro.fazenda.gov.br](http://www.tesouro.fazenda.gov.br)

Umlauf, Steven, 1993, An empirical study of the Mexican Treasury bill auction, *Journal of Financial Economics* 33, 313-340.

Wilson, Robert, 1977, A bidding model of perfect competition, *Review of Economics Studies* 44, 511-518.

Wilson, Robert, 1992, Strategic Analysis of auctions, em: R. Aumann e S. Hart (eds.), *Handbook of Game Theory*, volume 1, capítulo 8, 227-279.

## Anexo

### Letras do Tesouro Nacional - LTN

- *Cálculo do preço*

$$\text{Preço} = \frac{1.000}{\left(1 + \frac{\text{taxa}}{T-4}\right)^{\left(\frac{du}{252}\right)^{T-14}}}; \text{ truncar na 6ª casa decimal}$$

Onde:

taxa = taxa de juros anual (Padrão du/252 % a.a. => truncar na 4ª casa decimal);

du = número de dias úteis entre a data de liquidação (inclusive) e a data de vencimento (exclusive).

### Notas do Tesouro Nacional – NTN-F

- *Cálculo do preço*

$$\text{Preço} = \underbrace{\frac{1000 \times \left(1,1^{0,5} - 1\right)^{A-5}}{\left(\frac{du1}{252}\right)^{T-14} \left(1 + \frac{\text{taxa}}{T-4}\right)^{T-14}}}_{A-9} + \underbrace{\frac{1000 \times \left(1,1^{0,5} - 1\right)^{A-5}}{\left(\frac{du2}{252}\right)^{T-14} \left(1 + \frac{\text{taxa}}{T-4}\right)^{T-14}}}_{A-9} + \dots + \underbrace{\frac{1000 \times \left(1,1^{0,5}\right)^{A-5}}{\left(\frac{dun}{252}\right)^{T-14} \left(1 + \frac{\text{taxa}}{T-4}\right)^{T-14}}}_{A-9}$$